

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA  
TESE DEFENDIDA POR Luciano Luporini  
Menegaldo E APROVADA PELA  
COMISSÃO JULGADORA EM 24/02/97.  
H. I. W.  
ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Modelagem Matemática, Simulação e  
Controle Artificial da Postura em Seres  
Humanos**

Autor: **Luciano Luporini Menegaldo**  
Orientador: **Hans Ingo Weber**

02/97

M624m

31634/BC

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Modelagem Matemática, Simulação e  
Controle Artificial da Postura em Seres  
Humanos**

**Autor: Luciano Luporini Menegaldo  
Orientador: Hans Ingo Weber**

02/97

UNIDADE	BC
N.º UNIDADE	TU/CAMP
	M624m
V.	Es.
F.º BC	31634
PREC.º	28197
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREC.º	R\$ 11,00
DATA	16/09/97
N.º CPD	

CM-00100642-6

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

M624m

Menegaldo, Luciano Luporini

Modelagem matemática, simulação e controle artificial da postura em seres humanos / Luciano Luporini Menegaldo.--Campinas, SP: [s.n.], 1997.

Orientador: Hans Ingo Weber

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Postura humana. 2. Biomecânica. 3. Controle automático. 4. Mecânica humana. 5. Paraplégicos. I. Weber, Hans Ingo. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

# Modelagem Matemática, Simulação e Controle Artificial da Postura em Seres Humanos

Autor: Luciano Luporini Menegaldo

Orientador: Hans Ingo Weber



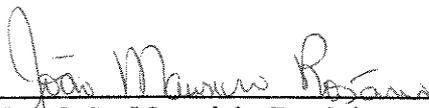
---

Prof. Dr. Hans Ingo Weber , Presidente  
DPM/FEM/UNICAMP



---

Prof. Dr. Alberto Cliquet Jr.  
DEB/FEE/UNICAMP



---

Prof. Dr. João Maurício Rosário  
DPM/FEM/UNICAMP

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

# **Modelagem Matemática, Simulação e Controle Artificial da Postura em Seres Humanos**

**Autor: Luciano Luporini Menegaldo  
Orientador: Hans Ingo Weber**

**Curso: Engenharia Mecânica  
Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico**

Dissertação de mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

**Campinas, 1997  
S.P. - Brasil**

## **Agradecimentos**

Gostaria de agradecer inicialmente às pessoas que motivaram a que me embrenhasse pelos caminhos da neuro-bio-mecânica, ou como queiram chamar. Especialmente ao meu amigo Francesco Langone, do IB/UNICAMP pelo monte de conversas que tivemos ao longo de vários anos.

Gostaria de agradecer também à Prof<sup>a</sup>. Vera Maura Fernandes do DEB/FEE/UNICAMP pelas sinceras tentativas de explicar fisiologia para um engenheiro.

Agradeço também aos colegas da pós-graduação, especialmente ao Francisco Sepúlveda e ao Antonio Quevedo, pelos livros e pelos papos, e ao Cláudio Alessandro, pelas dicas de otimização. Inestimáveis foram as ajudas do meu velho amigo André Macedo e do Mauro Jorge, que me mandaram alguns artigos fundamentais desde os EUA. Muitas idéias surgiram também com a ajuda dos colegas e professores do DPM e do DMC.

Agradeço especialmente aos demais colegas e amigos que me aguentaram, inclusive nos maus humores produzidos pelas reiteradas quedas do Forest Gump.

Obrigado à CAPES, pela bolsa de mestrado, paga com rigorosa pontualidade.

E agradeço finalmente ao Prof. Hans Weber por ter depositado toda a confiança neste trabalho e pela atenciosa orientação.

## **Agradecimento Especial**

Ao Prof. Dr. J. A. Ternreiro Machado, Departamento de Engenharia Elétrica de Computação Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Portugal, pela participação como membro externo convidado.



## **Sumário**

1 Introdução	1
2 Fundamentos Fisiológicos da Contração Muscular	9
3 Dinâmica da Ativação e da Contração Muscular	40
4 Formulação do Modelo Dinâmico	70
5 Determinação dos Parâmetros Antropométricos e da Geometria do Sistema Músculo-Esquelético	85
6 Projeto do Sistema de Controle	96
7 Resultados das Simulações	116
8 Discussão	146
Referências Bibliográficas	156
Anexos	

## Resumo

MENEGALDO, Luciano Luporini, *Modelagem Matemática, Simulação e Controle Artificial da Postura em Seres Humanos*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1997. 162 p. Dissertação (Mestrado)

O desenvolvimento de prótese neurais para pacientes com lesões crônicas no sistema nervoso central, bem como o estudo do controle motor em pessoas normais, pode encontrar em ferramentas de simulação computacional importantes subsídios. Este trabalho, atendo-se à dinâmica e ao controle da postura em seres humanos, procurou desenvolver uma série de modelos que incorporassem: a mecânica de corpos rígidos, a dinâmica da contração muscular e da excitação neural e um modelo da geometria músculo-esquelética associado. Foi estabelecida uma metodologia para o projeto de um controlador, utilizando o método do LQR, e a matriz pseudo-inversa na distribuição, entre os atuadores músculo-tendíneos, dos torques de controle, empregando um modelo inverso da dinâmica da contração. Os resultados de simulações para condições iniciais mostram alguns efeitos da variação das matrizes de ponderação do LQR. Discute-se em seguida o padrão de coordenação muscular obtido.

### *Palavras Chave*

- Postura, Simulação, Biomecânica, Controle Motor

## **Abstract**

MENEGALDO, Luciano Luporini, *Mathematical Modeling, Simulation and Artificial Control of Posture in Humans*, Campinas,: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1997. 162 p. Dissertação (Mestrado)

Neural prostheses and motor control studies may find in computational simulation studies helpful aids. This work, focusing on human postural dynamics and control, looked for developing a series of models that should include: rigid body mechanics, muscular contraction and neural excitation dynamics, and also an associated geometric musculoskeletal model. A methodology for controller design was established, using the LQR approach, and the pseudo-inverse matrix for distribution of control torques among redundant musculotendon actuators, employing also an inverse model of muscular contraction dynamics. Results shows some effects on simulations for initial conditions, with LQR weight matrix variations. Muscular coordination pattern is dicussed.

### *Key Words*

-Posture, Simulation, Biomechanics, Motor Control

## Lista de Figuras

2.1	Morfologia da junção neuro-muscular	14
2.2	Estrutura da fibra muscular	16
2.3	Micrografia eletrônica e estrutura de bandas do tecido muscular	16
2.4	Padrão de interdigitação dos miofilamentos	17
2.5	Posições relativas entre os miofilamentos finos e grossos	18
2.6	Estrutura molecular da ligação entre os filamentos finos e grossos	19
2.7	Estrutura da molécula de miosina e dos filamentos grossos	20
2.8	Dinâmica do acoplamento excitação - contração	23
2.9	Desenvolvimento da tensão muscular a partir dos potenciais de ação	25
2.10	Relação comprimento - força muscular	26
2.11	Relação velocidade - força muscular	27
2.12	Mecanismo de produção de força segundo o modelo de Huxley	29
2.13	Estrutura funcional do modelo de Hill	33
2.14	Hipérbole de Hill	34
2.15	Relação força - comprimento - velocidade	36
3.1	Diagrama de blocos básico do modelo de Zajac	43
3.2	Relação comprimento - força e comprimento - velocidade adimensionais	45
3.3	Curva tensão - deformação de um tendão	47
3.4	Arranjo dos elementos elástico e contrátil dos atuadores músculo-tendíneos	49
3.5	Relação comprimento-força e comprimento-velocidade para várias ativações	52
3.6	Modelo de Zajac modificado	54
3.7	Curva de recrutamento	60
3.8	Excitação neural e ativação	61
3.9	Simulação da força isométrica do músculo <i>rectus femoris</i>	65
3.10	Resposta à ativação nula para o músculo <i>rectus femoris</i>	65
3.11	Simulação do músculo <i>gastrocnemius</i> com modelo de Zajac	66
3.12	Simulação do músculo <i>gastrocnemius</i> com modelo de Zajac modificado	67
3.13	Torques nas articulações	69
4.1	Modelo de múltiplos corpos rígidos	72
5.1	Origens e inserções regulares e efetivas para alguns músculos	94
6.1	Estratégia de controle proposta para paciente	98
6.2	Sistema de controle para o MODELO 1	102
6.3	Sistema de controle para o MODELO 2	105
6.4	Sistema de controle para o MODELO 3	106

7.1 a 7.3 Respostas do MODELO 1, Q e R padrão	118 e 119
7.4 a 7.6 Respostas do MODELO 1, $Q*0.05$ (3 primeiras linhas)	120 e 121
7.7 a 7.9 Respostas do MODELO 1, $Q*0.5$ (linhas 4 a 6)	122 e 123
7.10 a 7.12 Respostas do MODELO 1, $R*0.5$	124 e 125
7.13 Resposta muscular do MODELO 1	126
7.14 a 7.16 Resposta do MODELO 1, variando condições iniciais	127 e 128
7.17 a 7.19 Resposta do MODELO 2, Q e R padrão	129 e 130
7.20 a 7.22 Resposta do MODELO 2, Q e R alterados	131 e 132
7.23 e 7.24 Resposta do MODELO 3, Q e R padrão, 200 Hz	134
7.25 a 7.27 Respostas musculares do MODELO 3, 200Hz	135 a 137
7.28 e 7.29 Resposta do MODELO 3, Q e R padrão, 100 Hz	138
7.30 a 7.32 Respostas musculares do MODELO 3, 100Hz	135 a 137
7.33 e 7.34 Resposta do MODELO 3, Q e R padrão, 50 Hz	142
7.35 a 7.37 Respostas musculares do MODELO 3, 50Hz	143 a 145

## **Lista de Tabelas**

3.1	Parâmetros dos atuadores músculo-tendíneos	53
3.2	Parâmetros dos atuadores músculo-tendíneos linearizados	67
3.3	Distribuição Funcional dos atuadores músculo-tendíneos	68
3.4	Parâmetros dos atuadores de torque equivalentes	69
5.1	Parâmetros antropométricos utilizados nas simulações	88
5.2	Braços de momento para os grupos musculares estudados	94
6.1	Modos de operação do controle para o MODELO 2	104

## Nomenclatura

Os parâmetros utilizados no Capítulo 3, baseados no modelo de Zajac para mecânica da ativação e da contração muscular estão relacionados no item 3.1.

Igualmente, parâmetros específicos do modelo de múltiplos corpos rígidos e da geometria do sistema músculo-esquelético estão descritos diretamente nos Capítulos 4 e 5

Ao longo do texto, vetores são escritos normalmente em negrito e matrizes designadas com letras maiúsculas.

### Parâmetros utilizados no modelo de Hill<sup>1</sup>

- $Q_{it}$  - calor liberado na contração isotônica
- $Q_{im}$  - calor liberado na contração isométrica
- $Q_e$  - calor extra dissipado no encurtamento muscular
- $f$  - velocidade de encurtamento
- $v$  - força muscular
- $f_m$  - força muscular máxima
- $v_m$  - velocidade máxima de encurtamento
- $\dot{W}$  - potência muscular total

### Parâmetros utilizados no modelo de Huxley

- $n$  - probabilidade de mudança de ligação
- $v$  - velocidade de encurtamento
- $v_{rel}$  - velocidade relativa entre os filamentos grossos e finos
- $F$  - força média desenvolvida em um local  $M$
- $a$  - distância entre dois locais  $A$
- $m$  - densidade de locais  $M$  por unidade de volume muscular
- $\dot{W}_m$  - potência mecânica desenvolvida por um músculo

- $\tau$  - vetor de torques de controle
- $\mathbf{g}$  - vetor de termos gravitacionais
- $M$  - matriz de massa
- $C$  - matriz de termos centrípetos
- $D$  - matriz que relaciona torques de controle nas articulações com torques de corpo rígido
- $\ddot{\mathbf{e}}$  - vetor de acelerações angulares
- $\dot{\mathbf{e}}^2$  - vetor contendo o quadrado de cada deslocamento angular
- $Q$  - matriz de ponderação dos estados no LQR
- $R^2$  - Matriz de ponderação das variáveis de controle no LQR
- $a(t)$  - ativação neuro-muscular
- $u(t)$  - excitação neuro-muscular

<sup>1</sup> Os parâmetros abaixo podem ser expressos em diversos sistemas de unidades, uma vez que a forma final da equação de Hill (eq. 2.15) é adimensional.

<sup>2</sup> A letra  $R$  designa tanto a matriz de ponderação das variáveis de controle no LQR quanto a matriz dos braços de momento; sua diferenciação se faz de acordo com o contexto.

$E_K$ - potencial de equilíbrio do potássio	[mV]
$E_{Na}$ - potencial de equilíbrio do sódio	[mV]
$Tor_i$ -torque na articulação i	[N.m]
$K$ - matriz de ganho	
$u$ - vetor de variáveis de controle	
$\sigma$ - tensão muscular	[N/m <sup>2</sup> ]
$R$ - matriz de braços de momento	[m]
$R^-$ - pseudo-inversa de $R$	[1/m]
$f$ - vetor de forças	[N]
$E_n$ - energia liberada por um músculo	

### *Abreviações*

PCSA - Physiological cross-sectional area  
 LQR - Linear Quadratic Regulator  
 SVD - Single Value Decomposition  
 SNC- Sistema Nervoso Central  
 GABA- Ácido gama-amino butírico  
 PSP- Potencial Pós-Sináptico  
 LTP- Long Term Potenciation  
 SEE- Series Elastic Element  
 PE- Passive Element  
 CE- Contractile Element  
 SISO- Single Input Single Output  
 MIMO- Multiple Input Multiple Output  
 ARMA- Autoregressive Moving Average

## Capítulo 1

### Introdução

No Recado do Morro, Guimarães Rosa descreve o deslumbramento de Pedro Orósio, o Pê-Boi, contemplando as serras dos Gerais: “ o chapadão do chão vermelho, desregal, o frondoso cerrado escuro feito um mar de árvores, e os brilhos risonhos da grava da areia, o céu um sertão de tão diferente azul, que não se acreditava, o ar que dispndia toda a claridade, e os brejos compridos desenrolados em dobras de terreno montanho - veredas de atoleiro terrível, com lado e lado o enfile dos buritis, que nem plantados drede por maior mão: por entre o voar de araras e papagaios, e no meio do gemer das rolas e do assovio limpo e carinhoso dos sofrês, cada palmeira semelhando um bem-querer, coroada verde que mais verde em todo o verde, abrindo as palmas numa ligeireza, como sóis verdes ou estrelas, de repente”.

O deslumbramento diante da beleza e a perplexidade frente à complexidade da natureza sempre moveu os homens a lançar mão dos recursos, os menos ineptos, para compreendê-la e controlá-la. Este anseio concretizou-se, na civilização ocidental, com o desenvolvimento técnico e científico hoje experimentado. Suas bases, entretanto, remontam da cultura grega; do ponto de vista do conhecimento, a tradição helênica caracterizou-se principalmente pela ontologia e pela lógica - formal e material. Se a *filosofia do ser* foi perdendo gradativamente seu prestígio, conduzindo império do relativismo nas ciências humanas, a lógica formal lançou as bases necessárias ao raciocínio a partir de conceitos abstratos. As diversas áreas do conhecimento da realidade passaram a ser tratadas cientificamente segundo aspectos parciais e restritos da sua natureza.

De maneira mais ou menos inconsciente a ciência ocidental foi com isso se desenvolvendo de forma *compartimentalizada*: a medicina, por exemplo, aborda o homem atendo-se aos seus princípios de operação de natureza biológica. Já a antropologia social compartilha o mesmo objeto, mas o homem é tomado aqui, essencialmente, nas suas relações

sociais. Distinções semelhantes poderiam ser feitas entre o direito e a ética, a física e a química, entre a engenharia civil e a arquitetura. Se esta estrutura de conhecimento foi capaz de fornecer inúmeras explicações dos fenômenos naturais, assim como soluções tecnológicas ou metodológicas para um número muito grande de problemas concretos, resta muito o que fazer; numerosos e graves problemas continuam sem solução e a natureza ainda é um mistério, ainda que perscrutável.

Mais recentemente, uma ampla classe de problemas não resolvidos passou enfocada então a partir desta perspectiva de *con-fusão* de objetos próprios e bem delimitados de determinadas ciências, e metodologias de outras. Surgem assim, e vão se consolidando, áreas do conhecimento caracterizadas exatamente pela interdisciplinariedade: a ergonomia, a medicina social, a bioestatística, a bioengenharia, etc.

O presente trabalho pretende, segundo um aspecto bastante restrito, utilizar ferramentas convencionais da engenharia mecânica - especificamente da dinâmica de corpos rígidos - e da engenharia de controle para um problema de natureza biológica; um trabalho em *biomecânica*. Relaciona-se entretanto intimamente com outras duas ciências, igualmente interdisciplinares: a engenharia de reabilitação e a teoria de controle motor. De alguma maneira, estas acabam por fornecer duas direções, entre as finalidades possíveis para um trabalho em biomecânica: apontar estratégias para recuperação funcional de pacientes com deficiências físicas ou o estudo de estratégias de controle do movimento, através de modelos matemáticos, realizada pelo sistema nervoso.

## 1.1 Objetivos do trabalho

Este trabalho se propõe ao estudo e desenvolvimento de:

- Um (ou mais) modelo(s) da dinâmica da postura em seres humanos, incorporando e sistematizando os processos de modelagem da dinâmica de múltiplos corpos rígidos, da dinâmica da contração e da ativação neuro-muscular. Aqui o termo postura se refere às forças que o sistema músculo-esquelético deve realizar para levar o corpo até uma posição de equilíbrio e mantê-la; não se pretende aqui analisar o *equilíbrio*, entendido como uma restrição do controle postural, segundo a qual a projeção vertical do centro de massa não deva ultrapassar os limites da plataforma de suporte, isto é, o comprimento dos pés; esta

distinção é feita segundo Massion (1991). Os parâmetros antropométricos (massas, centros de gravidade e momentos de inércia dos segmentos), assim como os músculo-esqueléticos (braços de momento de grupos musculares com relação a articulações e parâmetros da dinâmica da contração) seriam determinados por um modelo geométrico associado.

- Uma metodologia para auxiliar o projeto de sistemas de controle em malha fechada da postura, através da técnica da Estimulação Elétrica Neuro-muscular, dirigida a pacientes sem qualquer controle voluntário dos membros inferiores. Este sistema de controle deve ser capaz de controlar o(s) modelo(s) dinâmico(s) proposto(s) anteriormente, levando o paciente a uma posição de equilíbrio, a partir de condições iniciais de deslocamento e/ou velocidade angular.

## **1.2 Definição do problema**

A reabilitação de pacientes com lesões no sistema nervoso central capazes de inviabilizar o controle somático do sistema músculo-esquelético, exige a concorrência de esforços, por parte dos profissionais de saúde, de natureza essencialmente multidisciplinar. A menos de medidas clínicas paliativas, que oferecem sem dúvida inestimáveis ganhos na qualidade de vida destes pacientes, a recuperação funcional do movimento, ainda que parcial, depende de um profundo conhecimento da natureza fisiológica e morfológica do sistema biológico e da patologia associada. A partir deste conhecimento, traduzido em parte através da abstração quantitativa do substrato biológico, isto é, da modelagem matemática, é possível reproduzir em termos de equações diferenciais aspectos fundamentais do problema. Entretanto, esta modelagem matemática exige o conhecimento, tanto quanto possível, do maior número de aspectos do sistema biológico intacto, dispondo-se assim de uma compreensão conceitual abrangente - a partir da qual o processo de abstração pode ser realizado com alguma segurança. De maneira análoga, propostas para sistemas artificiais de controle, as chamadas próteses neurais, encontrariam uma inestimável fonte de inspiração, observando as estratégias tão eficientes que são encontradas na natureza.

Atendo-se especificamente no controle da postura em seres humanos, concorrem nesta tarefa dois grandes sistemas biológicos: o sistema nervoso central e o sistema músculo-esquelético integrados e comunicados através do sistema nervoso periférico. Em quaisquer destes sistemas existem processos de codificação e transmissão de informações, tanto de

natureza sensorial (também chamadas de informações aferentes) quanto motora (ou eferentes). O sistema músculo-esquelético trabalha com informações de tipo mecânico: transforma sinais elétricos codificados do sistema nervoso periférico em grandezas mecânicas: força, deslocamento, etc. É capaz também de excitar mecanicamente terminações sensitivas do sistema nervoso periférico, que codifica estas grandezas mecânicas em impulsos elétricos, transmitidos até os centros de controle neural.

Estes centros neurais são responsáveis por três *ações* básicas de controle: realimentação, geração de trajetórias e controle de parâmetros. Algumas estruturas da medula e do tronco cerebral realizam funções motoras reflexas, simplesmente a partir de sinais aferentes; por exemplo, reflexos de retirada de um membro sob algum estímulo doloroso, e o próprio controle postural. Entretanto, animais com córtex cerebral desenvolvido são capazes de iniciar movimentos independentemente dos estímulos externos, ou podem realizar operações a partir de informações provenientes de áreas associativas: um animal que corre atrás da caça a partir de um estímulo visual ou olfatório, por exemplo, ou uma precisa cobrança de falta no futebol. O terceiro tipo de controle incide sobre ganhos específicos da malha de controle ajustando, através dos chamados *interneurônios*, a sensibilidade de outros grupos neuronais envolvidos nas ações motoras, a partir de comandos provenientes de centros superiores.

Uma série de estruturas neurais e vias de informação fornecem o substrato anatômico ao controle motor. As chamadas vias extapiramidais, ou descendentes do tronco cerebral, assumem um papel decisivo no controle postural, especialmente a via vestibulo-espinal: quatro núcleos do nervo vestibular localizados na ponte recebem impulsos provenientes do ouvido interno, indicando variáveis cinemáticas da cabeça com relação ao campo gravitacional. Estas informações, que são levadas também ao cerebelo, descem para o corno ventral da substância cinzenta da medula e inervam especialmente músculos axiais - que ao contrário dos distais, produzem ações musculares visando principalmente o posicionamento global do corpo. Entretanto, outras vias, tanto sensitivas quanto motoras assumem um papel importante neste tipo de controle: o sistema coluna dorsal-lemnisco medial e o sistema ântero-lateral, com informações sensitivas, e os tratos córtico-espinal lateral e ventral, transmitindo comandos motores a partir do córtex motor. Especialmente relevantes no controle postural e da marcha são as informações aferentes conduzidas através do sistema coluna dorsal-lemnisco medial: além das terminações nervosas de tato, neurônios sensitivos especializados (inervando as fibras intrafusais) monitoram comprimento e velocidade de contração dos músculos. São

monitoradas também forças nos tendões (através dos órgãos tendíneos de Golgi), além de variáveis articulares, como força e deslocamento angular, estas informações são chamadas *proprioceptivas*. Acrescente-se ainda outras estruturas cerebrais dedicadas ao controle de movimento: os núcleos da base e o cerebelo. A maior parte destas operações está condicionada, além de tudo, pelos estados de atenção e motivação do indivíduo. Existem ainda movimentos rítmicos que não são propriamente reflexos nem voluntários (caminhar, respirar, andar) - ainda que iniciados voluntariamente e supervisionados - mas gerados por agrupamentos de neurônios chamados de Geradores Centrais de Padrão (Taga, 1995).

Todo complexo *neuro-mecânico* descrito brevemente acima, não obstante seu surpreendente desempenho, está sujeito a inúmeras disfunções. Acidentes mecânicos que levem a lesões medulares e traumatismos cranianos, ou ainda acidentes vasculares, podem comprometer de maneira irreversível seu funcionamento. Doenças neuro-degenerativas, como a esclerose múltipla, ou as relacionadas com o mal funcionamento dos núcleos da base (síndrome de Parkinson, Coreia de Huntington, entre outras) atingem parcelas significativas da população. Além disso, neoplasias que comprometam anatomicamente qualquer nível do sistema nervoso introduzem quase sempre severas complicações.

A maior parte destes problemas continuam sem solução e aspectos essenciais de funcionamento do sistema de controle motor, mesmo livre de patologias, é ainda um tema altamente controverso. Neste sentido, contribuições importantes começam surgir a partir da modelagem matemática, tanto dos sistemas mecânico e neural isoladamente, quanto do seu comportamento integrado. Não sem dificuldades, trabalhos deste tipo têm sido levados a cabo: se tratam de sistemas complexos, não-lineares, com muitíssimos graus de liberdade. São normalmente redundantes, compensatórios e adaptativos; os estados que porventura sejam estabelecidos por um modelo só poderão ser medidos *in situ* com dificuldades, e os parâmetros, variáveis no tempo em grande parte, precisam ser identificados. Desta maneira, nada pode ser feito sem simplificações. O esqueleto os membros são usualmente reduzidos a um sistema de múltiplos corpos rígidos, e suas articulações limitadas aos graus de liberdade mais significativos. Ligamentos são muitas vezes desconsiderados e músculos, além de reduzidos a modelos fenomenológicos, podem ser agrupados em geradores equivalentes de torque; intrincados circuitos cerebrais são considerados simples controles de realimentação por estados.

### 1.3 Trabalhos realizados em simulação e controle da postura

Cada um dos aspectos tratados na definição do problema constitui uma série de pesquisas específicas, alguns dos trabalhos encontrados na literatura entretanto coincidem com a proposta desta dissertação, abordando a mecânica da postura segundo um sistema dinâmico que, apesar das hipóteses simplificadoras, fosse capaz de reproduzir aspectos relevantes do comportamento do sistema biológico - ou pudessem auxiliar o desenvolvimento de próteses neurais para portadores de lesão medular. Jaeger (1986) formulou um modelo estático para análise da postura e do equilíbrio com dois graus de liberdade (nas articulações do quadril e do tornozelo), calculando os torques necessários para estabilizar cada segmento, multiplicando seu peso pela distância do seu centro de massa até o centro de rotação da articulação. No mesmo trabalho, o autor apresenta ainda um modelo dinâmico com um grau de liberdade na articulação do tornozelo. O modelo consistia num pêndulo simples invertido linear, integrado com um modelo também linear de atuador de torque no tornozelo, determinado experimentalmente; este atuador era identificado como um sistema dinâmico SISO de segunda ordem, tendo como variáveis de entrada saída a largura de pulso e o torque na articulação. O modelo previa ainda algumas não-linearidades, como uma limitação da largura de pulso máxima antes do modelo do atuador de torque e uma limitação do torque máximo, depois deste modelo.

O autor especificou os parâmetros de um controlador PID através de uma análise do lugar das raízes. Variando então a amplitude de um sinal de entrada tipo degrau (ângulo requerido) o autor verificou até quais condições o sistema convergia para uma solução de equilíbrio. Adicionalmente, verificou o efeito de variações no ganho do controlador e na localização dos polos do modelo do atuador, além das respostas a distúrbios de torque na articulação. O sistema proposto era capaz de reproduzir alguns aspectos da dinâmica da postura controlada artificialmente, supondo que os joelhos fossem estabilizados por eletrodos específicos ou por órteses e os quadris estabilizados por hiperextensão (resistindo todo o torque em estruturas passivas). Em 1989, o mesmo autor (Jaeger, 1989) apresentou testes com pacientes, estabelecendo um protocolo e um equipamento específico de estimulação.

Barin (1989) testou quatro modelos de postura no plano sagital baseados em estudos anteriores realizados por Hemani e Jaswa (1978) e por Stockwell et al. (1981), para um, dois, três ou quatro graus de liberdade, utilizando formulações de estados. Calculando o centro de pressão (posição do vetor de reação com o solo na planta dos pés) segundo Stockwell et al.

(1981) com um modelo dinâmico inverso (ver nota 2 item 3.1) para seis sujeitos experimentais realizando diversas tarefas posturais, comparou estes resultados com medidas feitas a partir de uma plataforma de força. Para uma amplitude de 14 cm para a excursão do centro de pressão, verificou uma razoável coincidência, com desvio padrão de 0.44 cm. Comparando ainda entre si os modelos com diferentes graus de liberdade, duas articulações, mantendo o joelho fixo em extensão máxima, já são suficientes para se obter resultados razoáveis. Barin identificou ainda uma matriz de ganho K através da perturbação da plataforma de apoio; assumia ainda que todos os estados e torques de referência eram os do final do experimento. Supondo estes valores constantes, não eram levados em conta sinais de geração de trajetória (*feedforward*), senão apenas de realimentação. Conhecendo então o sinal de entrada da matriz de ganho (ângulos e velocidades angulares) e de saída (torques, calculados pelo modelo dinâmico inverso), esta pode ser estimada através de uma regressão linear múltipla. Identificada a matriz de ganho, o autor integrou numericamente o modelo dinâmico formulado inicialmente, incorporando K identificado e obtendo boa concordância com medidas experimentais. Não são feitas quaisquer considerações com relação à ação dos músculos.

Khang e Zajac (1989a e b) introduziram na simulação da dinâmica da postura o conceito de *atuador músculo-tendíneo*, realizando o controle artificial da própria força de contração muscular; o presente trabalho baseia-se em grande medida no que foi formulado por estes autores. Foram formulados modelos matemáticos da dinâmica da ativação (procurando reproduzir o efeito da estimulação elétrica), da dinâmica da contração muscular, baseada no modelo de Zajac (ver Capítulo 3) e do sistema de múltiplos corpos, com três graus de liberdade (Capítulo 4). Os autores projetaram um sistema de controle a partir da metodologia do Regulador Linear Quadrático (LQR), descrita no Capítulo 6 deste trabalho, formulando atuadores equivalentes de torque (item 4.3), calculando uma matriz de ganho K para um modelo linearizado das equações de múltiplos corpos rígidos e dos atuadores de torque. O controle da contração muscular era feita com a distribuição da variável de controle (ativação do atuador equivalente de torque  $a_T$ ), através de uma otimização estática (ver item 6.5) da energia total liberada pelo conjunto de músculos considerados. A otimização estava sujeita à uma equação de restrição garantindo que o torque gerado pelo conjunto de músculos fosse igual ao torque calculado para o cada atuador equivalente de torque, para  $a_T$  dada, durante um intervalo de tempo.

Os autores realizaram simulações para condições iniciais de deslocamento angular das articulações e para para perturbações oscilatórias produzidas pelos braços, apresentando respostas de deslocamento angular, de atividade muscular e de acelerações induzidas por músculos (Zajac e Gordon, 1989).

## Capítulo 2

### Fundamentos Fisiológicos da Contração Muscular

A partir dos trabalhos pioneiros de Hill e de Huxley na formulação de modelos matemáticos que reproduzissem - cada qual segundo um aspecto específico - o comportamento mecânico dos músculos esqueléticos, diversos autores levaram a cabo extensões e aplicações destes modelos. No texto que se segue será feita uma abordagem conceitual dos princípios fisiológicos envolvidos na contração muscular, tanto no que diz respeito aos eventos envolvendo o sistema nervoso periférico e à estrutura molecular das fibras musculares quanto à mecânica da contração muscular. Serão expostos de maneira sintética alguns modelos atualmente disponíveis que tentam explicar em escala microscópica ou macroscópica os eventos que tomam parte na contração muscular.

#### 2.1. Fundamentos anatômicos e fisiológicos do sistema muscular

Além do aparelho locomotor e dos membros superiores, músculos são componentes fundamentais de outros sistemas orgânicos: controle de fluxo sanguíneo, trato digestivo, controle de orifícios etc. Aos músculos envolvidos no controle de movimento e geração de força mecânica voluntária dá-se o nome de esqueléticos, somáticos ou estriados. Outros tipos de músculos são os lisos ou viscerais e os cardíacos. Esses últimos são essencialmente de contração involuntária, enquanto músculos estriados estão sob controle voluntário ou reflexo do sistema nervoso central.

Os músculos esqueléticos são compostos por sub-unidades funcionais, as *fibras musculares* (ver Figura 2.1); dispostas em feixes ou *fascículos* de vários tamanhos. Cada fibra é uma única célula, com diversos núcleos celulares, uma membrana celular chamada *sarcolema* e

um citoplasma (ou sarcoplasma) preenchido por fibras de pequeno diâmetro, as *miofibrilas*. Dentro de cada fascículo, o *endomísio* preenche os interstícios entre as fibras com tecido conjuntivo; envolvendo todo músculo fica o *perimísio*, membrana de tecido conjuntivo mais resistente (Gray, 1979). Estas constituem as *estruturas passivas* dos músculos, formando o ambiente externo necessário ao funcionamento das fibras musculares e influenciando de maneira decisiva nas propriedades mecânicas do músculo (item 2.1.4). Nas extremidades das fibras musculares, a *junção miotendínea*, o tecido conjuntivo do perimísio e do endomísio formam um tecido altamente fibroso, unido ao sarcolema denteado das extremidades das fibras musculares e continuando como feixes fibrosos do tendão. Os tendões, unindo as extremidades dos músculos aos ossos, são constituídos basicamente de fascículos de fibras colágenas; podem ter forma de cordão ou fita.

### **2.1.1. Condução do sinal nervoso e junção neuro-muscular**

O processo de contração muscular, para ser deflagrado, necessita que o sinal nervoso, a partir do Sistema Nervoso Central (SNC), chegue ao músculo. Corpos celulares de neurônios motores, localizados na medula, enviam seu axônios em direção aos grupos musculares. Assim como no controle supra-medular das atividades motoras, e em todo SNC, os sinais nervosos se propagam através dos axônios a partir do fenômeno elétrico conhecido como potencial de ação. Quando este sinal chega à extremidade do axônio, passando para os dendritos do neurônio subsequente ou para a célula muscular, ocorre outro fenômeno bio-elétrico distinto, o potencial sináptico. A estrutura sináptica responsável pela passagem do sinal nervoso para o músculo é conhecida como junção neuro-muscular, ou placa motora.

#### **2.1.1.1. Mecanismos e propriedades do potencial de ação.**

A informação contida numa membrana celular é de natureza elétrica; pode assumir, no caso do potencial de ação, três estados possíveis: o estado ou potencial de repouso, o estado de hiperpolarização e o de despolarização. O potencial através da membrana celular - isto é, entre os meios intra e extra-celular - é consequência de um gradiente de concentração iônica, expresso por um potencial eletroquímico de equilíbrio. Em condições fisiológicas usuais, o meio intracelular de um axônio possui altas concentrações de potássio ( $K^+$ ) e baixas de sódio ( $Na^+$ ); no meio extracelular, em contrapartida, a concentração de íons  $K^+$  é baixa e de  $Na^+$  alta. Sendo os

potenciais de equilíbrio  $E_K = -90$  mV e  $E_{Na} = 60$  mV, os gradientes de concentração e a permeabilidade da membrana a cada íon específico condicionarão um determinado potencial de repouso: em axônios, na ordem de  $-70$  mV. Se o potencial de membrana é mais negativo do que o potencial de repouso, diz-se que a membrana está hiperpolarizada; se estiver menos negativo ou positivo em contrapartida, despolarizada. O potencial de repouso pode ser calculado, em função das concentrações intra e extracelulares de íons sódio e potássio, pela equação de Goldman (Shauf, 1993). Bombas eletroquímicas de sódio-potássio mantêm a composição iônica no interior da célula; alterações transitórias de permeabilidade específica serão as responsáveis pelas variações de potencial na membrana, uma vez que os gradientes de concentração iônicos dificilmente se alteram, em função dos mecanismos homeostáticos que controlam a composição extracelular.

Entre os diversos modelos eletroquímicos de excitação de membrana (Aboot e Hoss, 1975), tornou-se clássico - ainda que não propriamente um consenso (Tasaki, 1958) - o *modelo dos canais de sódio e potássio*, proposto inicialmente por Hodgkin e Huxley. Partindo do potencial de repouso, uma mudança metaestável, com despolarização reversível e propagação do impulso, seria deflagrada por um aumento de condutância - tomada aqui no mesmo sentido de permeabilidade -  $g_{Na}$  do sódio para um valor superior a  $g_K$ . Este aumento de condutância, por sua vez, reflete a abertura dos canais de sódio acionados por um determinado potencial. Desta maneira, o potencial de membrana deixaria de ser o de repouso ( $-70$  mV) e passaria a ser o potencial  $E_{Na}$  do sódio ( $+60$  mV).

Uma vez deflagrado o potencial de ação este passa então por um processo de atenuação, voltando o potencial de membrana a ter o mesmo valor do potencial de repouso, isto é, um valor mais próximo de  $E_K$ . Esta atenuação pode ser explicada por um aumento da concentração interna de sódio, diminuindo o potencial transmembrânico e conseqüentemente a força eletroquímica. O potencial de ação consegue se propagar pelo axônio por que as cargas eletricamente positivas difundem-se em direção à sinapse, ativando os canais de sódio voltagem-dependentes que se encontram na porção adjacente da membrana axônica. O sinal nervoso é assim conduzido numa só direção, uma vez que a outra região adjacente, posterior, foi hiperpolarizada pela abertura dos canais de potássio<sup>1</sup>. A hipótese clássica da formação e propagação do potencial de ação possui um bom suporte experimental, além do modelo dinâmico proposto pelos seus autores apresentar simulações do fenômeno bastante convincentes (Aboot e Hoss, 1975; Kandel, 1991).

---

<sup>1</sup> Depois que o potencial de uma determinada porção de membrana atingir o pico do potencial de ação e começar a cair com a abertura dos canais de  $K^+$  voltando finalmente ao potencial de repouso, alguns canais de  $K^+$  permanecem abertos. O tempo necessário para cessar a hiperpolarização decorrente é conhecido como *período refratário absoluto*.

Do ponto de vista funcional, a amplitude do potencial de ação possui a propriedade de não ser uma resposta graduada, ou seja, não é proporcional à intensidade do estímulo; no entanto, só será efetivamente deflagrado se o estímulo ultrapassar um determinado *limiar*<sup>2</sup>. Isso não significa que o neurônio não seja capaz de alterar sua resposta - transmitida pelo axônio - em função do seu estímulo: esta codificação ocorre através da modulação da *frequência de disparo* dos potenciais de ação, elevada para estímulos intensos. Outra propriedade notável do potencial de ação é sua capacidade de propagar-se por longas distâncias sem perda de informação e com pouca susceptibilidade ao ruído.

Uma característica importante da propagação do potencial de ação é sua natureza *saltatória* quando o axônio é do tipo *mielínico*. Neste caso, o axônio possui várias camadas enroladas de membranas ricas em lipídios ao longo de sua extensão. O nome desta estrutura é *bainha de mielina*, produzida por células da glia - isto é, células no sistema nervoso não-neuronais - conhecidas como células de Schwann no sistema nervoso periférico e oligodendrócitos no central. Entre várias porções desta bainha dispõem-se também trechos do axônio não revestidos, os nódulos de Ranvier. Os eventos eletroquímicos envolvendo a condução em fibras mielínicas estão mostrados em Shauf et al. (1993); a principal característica funcional deste tipo de condução é sua rapidez, mesmo em axônios de pequeno diâmetro.

### 2.1.1.2. Potenciais sinápticos

Outra classe de fenômenos bioelétricos em células nervosas é a transmissão sináptica. Quando o potencial de ação chega ao terminal pré-sináptico do axônio, uma sequência de eventos elétricos e químicos é disparada, levando à despolarização do terminal pós-sináptico: os dendritos do neurônio subsequente ou uma junção neuro-muscular. São encontrados dois tipos fundamentais de sinapses: as químicas e as elétricas. As sinapses elétricas aparecem predominantemente em invertebrados e em vertebrados inferiores. Seu princípio básico consiste no transporte de íons e pequenas moléculas através de aposições de membrana, conectando os citoplasmas das células pré e pós-sináptica. As sinapses químicas operam de modo diverso: próximo ao terminal pré-sináptico, existem vesículas contendo neurotransmissores. O potencial de ação que chega a este terminal leva ao aumento da permeabilidade aos íons de cálcio, responsável pela contração de filamentos de actina (ver item 2.1.2), ligados simultaneamente às

---

<sup>2</sup> O período refratário relativo é o tempo necessário para que um potencial de ação subsequente possa atingir o limiar de disparo, aumentado relativamente pela hiperpolarização da membrana (Shauf et al., 1993).

vesículas e à membrana. O conteúdo das vesículas é lançado no espaço extracelular entre as duas membranas, a *fenda sináptica*, assim que a vesícula é incorporada à membrana depois da exocitose<sup>3</sup>. Os neurotransmissores se ligam então a receptores específicos no terminal pós-sináptico; estes receptores estão localizados em canais iônicos que, alterando sua configuração molecular, abrem-se e alteram o potencial desta membrana<sup>4</sup>. Se os neurotransmissores são de tipo excitatório (acetilcolina, glutamato, serotonina etc), abrem-se canais de  $\text{Na}^+$  e a membrana se despolariza; se forem inibitórios (GABA, glicina etc), ao contrário, abrem-se canais de  $\text{K}^+$  e  $\text{Cl}^-$ , levando à hiperpolarização do terminal.

Na realidade, a despolarização é efetuada por uma quantidade discreta de neurotransmissor<sup>5</sup>: um *quantum* de neurotransmissor excitatório produzirá um potencial excitatório pós-sináptico (PSP excitatório); correspondentemente, um *quantum* de neurotransmissor inibitório, será responsável pela geração de um PSP inibitório. A soma de todos os PSPs excitatórios e inibitórios numa sinapse, tendo como peso relativo a distância até o corpo celular do neurônio pós sináptico, é conhecida como *soma espacial*. Pode ocorrer também a *soma temporal* dos potenciais pós-sinápticos, desde que a frequência com que o neurotransmissor for lançado seja alta o suficiente para que o PSP anterior não decaia totalmente. De qualquer maneira, o potencial de ação só será disparado se a soma dos PSP for superior ao limiar; canais iônicos específicos no cone axônico<sup>6</sup> regulam o limiar e a frequência de disparo. Os eventos descritos acima se referem ao funcionamento básico das sinapses químicas; estes fenômenos, bastante complexos em seus detalhes, não se limitam ao que foi exposto acima. Outros processos de transmissão, relacionados a certos peptídeos específicos, ou fenômenos como o LTP (*long term potentiation*) são também observados (Alberts et al., 1994).

---

<sup>3</sup> As vesículas sinápticas são formadas no complexo de golgi localizado no corpo celular do axônio e transportadas até a sinapse através de um sistema de microtúbulos longitudinais (o chamado *sistema de transporte rápido*,  $v=40 \text{ cm/dia}$ ). Depois de incorporadas à membrana e da exocitose retornam ao corpo celular para serem reprocessadas, através de um *sistema de transporte axonal retrógrado* ( $v=20 \text{ a } 30 \text{ cm/dia}$ ). Outro sistema de transporte é o *lento*, no mesmo sentido do sistema rápido, levando outros componentes.

<sup>4</sup> O tempo de aproximadamente 0,5 ms entre a despolarização dos terminais pré e pós-sináptico é conhecido como *retardo sináptico*.

<sup>5</sup> A quantidade de acetilcolina contida numa vesícula corresponde a um *quantum* desse neurotransmissor, capaz de gerar um potencial pós sináptico da ordem de 0,5 mV (o chamado *m.e.e.p.*, ou *miniature end plate potencial*). O caráter discreto dos potenciais sinápticos foi descoberto por B. Katz, Katz (1966); uma despolarização no terminal pós sináptico suficiente para deflagrar um potencial de ação (-70 mV) numa junção neuro-muscular (item 1.1.3) requer a liberação de aproximadamente 150 *quanta* de acetilcolina em 1 a 2 ms.

<sup>6</sup> Estes são os canais de  $\text{Na}^+$ , canais de  $\text{K}^+$  atrasados, canais de  $\text{K}^+$  adiantados, além dos canais de  $\text{Ca}^{++}$  ativados por voltagem ou por canais de potássio (Alberts et al., 1994). A entrada de  $\text{Ca}^{++}$  no axônio hiperpolariza a membrana celular, diminuindo sua excitabilidade; este efeito se faz notar significativamente em impulsos longos e repetidos, podendo codificar informação neural de maneira estável.

### 2.1.1.3. Junção neuro-muscular

Um tipo especial de sinapse química é a *junção neuro-muscular*, ou *placa motora*. Esta estrutura é responsável pela transmissão do potencial de ação proveniente do axônio de um neurônio motor para a fibra muscular. Morfologicamente, diferencia-se das sinapses químicas entre neurônios na medida em que é bastante mais extensa e irregular; de um axônio mielínico, ramifica-se profusamente com ramos amielínicos em direção a várias fibras musculares. Sua fenda sináptica é da ordem de 20 a 50 nm, formando uma estrutura bastante complexa, com diversas organelas, células da glia, tecido conjuntivo etc. (Nastuk, 1978). Em vertebrados, são normalmente excitatórias mas invertebrados podem apresentar junções neuro-musculares inibitórias, contribuindo para o relaxamento muscular a partir da hiperpolarização da membrana pós-juncional.

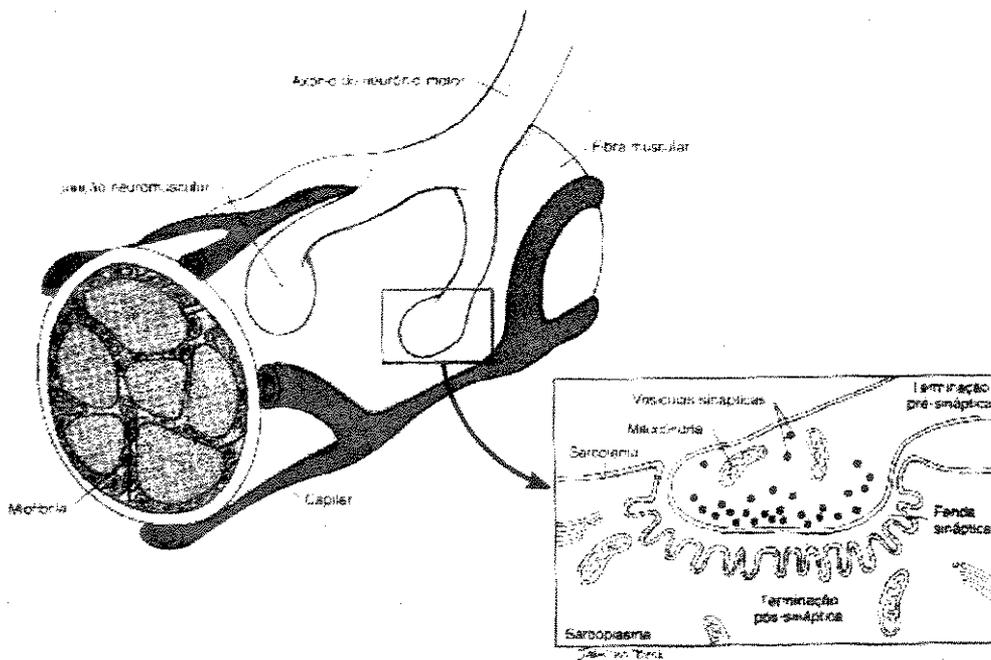


Figura 2.1- Morfologia da junção neuro-muscular (Shauf et al., 1993).

Seu funcionamento depende da despolarização do terminal pré-sináptico - aqui chamado pré-juncional - com abertura de canais de  $Ca^{++}$  voltagem-dependentes, induzindo a exocitose das vesículas contendo acetilcolina. A quantidade de acetilcolina não hidrolizada pela enzima acetilcolinesterase ou difundida no meio extra-celular se liga a receptores específicos na membrana pós-juncional. Estes receptores estão localizados em canais iônicos que, uma vez

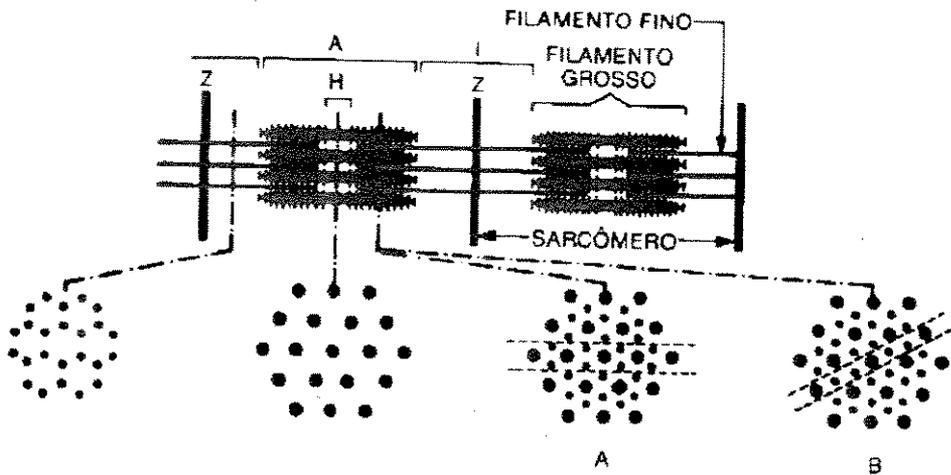
abertos, aumentam a permeabilidade ao  $\text{Na}^+$ . A despolarização discreta, induzida pela abertura destes canais ligados a receptores, aciona canais de  $\text{Na}^+$  voltagem-dependentes, responsáveis pela propagação do potencial de ação ao longo do músculo. Uma vez despolarizada a membrana da célula muscular, abrem-se canais de  $\text{Ca}^{++}$  voltagem-dependentes localizados nos túbulos T (ver próximo item), derramando no citoplasma íons cálcio previamente armazenados no retículo sarcoplasmático. Torna-se possível assim o acionamento do complexo contrátil do músculo.

### **2.1.2. Estrutura da fibra muscular e mecanismos bioquímicos da contração**

Cada uma das fibras musculares é composta de miofibrilas, estruturas que contêm proteínas contráteis, com diâmetro de 1 a 2  $\mu\text{m}$  e de um sistema de túbulos. O principal componente deste sistema é o retículo sarcoplasmático que, assumindo uma orientação predominantemente longitudinal, não se comunica com o exterior da fibra. Porções terminais dilatadas deste retículo são conhecidas com *cisternas*. Um outro sistema de túbulos pode também ser observado: o *sistema T*, formado por invaginações do sarcolema. Este sistema é responsável pela troca de substâncias dentro e entre as várias fibras. Próximo à linha Z (ver texto adiante), duas cisternas com um túbulo do sistema T intercalado compõe um estrutura conhecida como *triade*. Com os túbulos T, o potencial de ação propagando-se pelo sarcolema pode atingir as regiões internas da fibra muscular. Nas triades ocorre o acoplamento do potencial de ação com os mecanismos internos de geração de força, processo conhecido como acoplamento excitação - contração (ver item 2.1.3.1). As estruturas básicas do músculo podem ser observadas na Figura 2.2. Uma observação a partir do microscópio eletrônico revela uma estrutura de bandas (Figura 2.3).

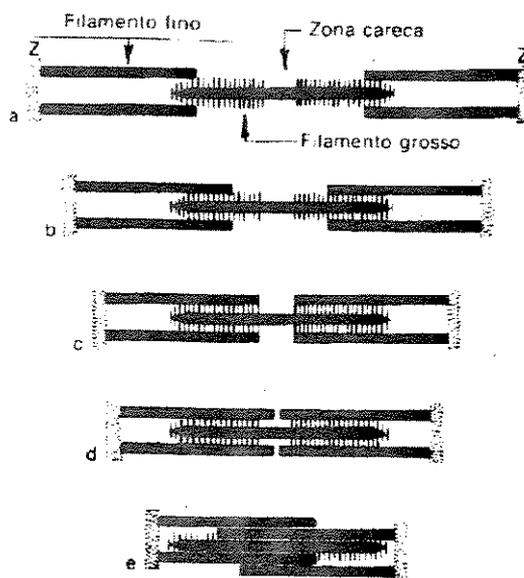


Uma miofibrila é composta de miofilamentos finos e grossos. Esses últimos são organizados numa mesma malha de arranjo hexagonal com os filamentos finos interpostos. O padrão de interdigitação dos filamentos finos e grossos pode ser observado na Figura 2.4.



**Figura 2.4: Padrão de interdigitação dos miofilamentos em várias seções transversais do sarcômero (Vianna, 1981)**

A banda A corresponde ao comprimento de um filamento grosso. Observando-se duas linhas Z, entre as quais está compreendido um *sarcômero*, são encontrados filamentos finos provenientes de ambas as linhas Z. Tendo em conta o grau de contração muscular, o comprimento do sarcômero pode ser maior ou menor do que o comprimento de dois filamentos finos: se o máximo alongamento pode ser obtido com a mínima interdigitação entre os filamentos grossos e finos, o mínimo alongamento se verifica quando os filamentos grossos colidem com a banda Z (Figura 2.5)



**Figura 2.5: Diversas posições relativas entre os miofilamentos finos e grossos ao longo da contração. O Limite inferior corresponde à colisão dos filamentos grossos com a linha Z (Vianna, 1981).**

A força mecânica desenvolvida pelo músculo é resultado de alterações moleculares associadas à hidrólise de adenosina-trifosfato (ATP). Concorrem neste processo quatro macromoléculas: miosina, actina, tropomiosina e troponina (Zierler, 1978).

**Miosina:** constituinte principal dos filamentos grossos, é responsável pela atividade enzimática na hidrólise de ATP em ADP + fosfato.

**Actina:** principal componente dos filamentos finos. Interage com a miosina desenvolvendo força muscular.

**Tropomiosina:** encontrada nos filamentos finos, se enrola entre as hélices de actina.

**Troponina:** presente nos filamentos finos, se associa à tropomiosina e possui uma grande afinidade química com  $Ca^{++}$ .

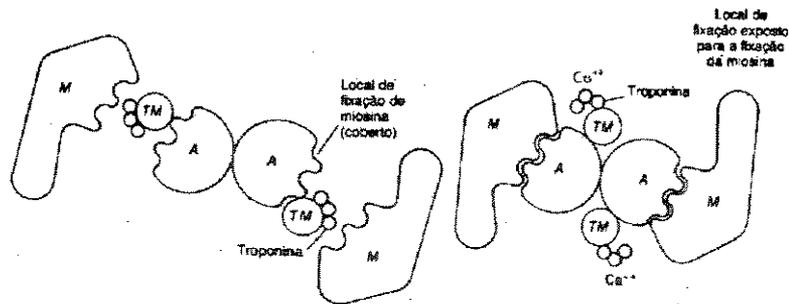
O processo de contração, de acordo com o modelo clássico, consiste no deslizamento relativo entre os filamentos finos e grossos. Cada *ponte cruzada*, ligação química reversível entre as moléculas de miosina e actina, contribui com sua parte na força total no sarcômero quando se encurta.

Na dimensão molecular, os filamentos finos são compostos por uma dupla hélice de filamentos de actina  $F^7$  com aproximadamente 10  $\mu m$  de comprimento. As cabeças da molécula

<sup>7</sup> É dado o nome de actina F a esse filamento, composto de subunidades de actina G globular. Uma volta da hélice de actina F possui 13,5 subunidades de actina G.

de miosina, por sua vez, podem fixar-se apenas aos locais de fixação da actina G expostos, o que ocorre a cada 2,7 nm ao longo do filamento fino (Shauf et al. 1993).

Cada molécula de tropomiosina estende-se, também na forma de filamentos, sobre sete unidades de actina G. A troponina, com três subunidades globulares, liga-se com cada uma ao filamento de tropomiosina, à actina e a terceira possui um local para fixação de  $\text{Ca}^{++}$ . Na ausência deste íon, a troponina liga-se tanto à actina quanto à tropomiosina, bloqueando os locais de fixação da miosina na actina G. Quando íons  $\text{Ca}^{++}$  estão presentes, difundidos nos sarcômeros a partir do retículo sarcoplasmático, a troponina altera sua conformação molecular, com a fixação de  $\text{Ca}^{++}$  em uma de suas três subunidades globulares (Figura 2.6). Ficam então expostos os locais de fixação da actina com a miosina.



**Figura 2.6:** Estrutura molecular da ligação entre os filamentos finos e grossos. À esquerda, é impossível a formação das pontes cruzadas, uma vez que a tropomiosina ocupa o local de fixação da actina com a miosina. Na figura à direita, a ligação da troponina com íons  $\text{Ca}^{++}$  afasta a molécula de tropomiosina dos locais de fixação (Shauf et al., 1993).

Os filamentos grossos, cada um com cerca de 1,5  $\mu\text{m}$  de diâmetro, possuem várias centenas de moléculas de miosina. Cada uma, na forma de um taco de golfe, possui sua dupla cabeça globular projetada para fora, na direção das moléculas de actina que circundam, de acordo com um padrão hexagonal, os filamentos grossos (Figura 2.7). O *cabo* do taco de golfe é uma cadeia polipeptídica, assim como a cabeça; ambas estão unidas por outras regiões peptídicas que atuam como dobradiças (Shauff, 1993).

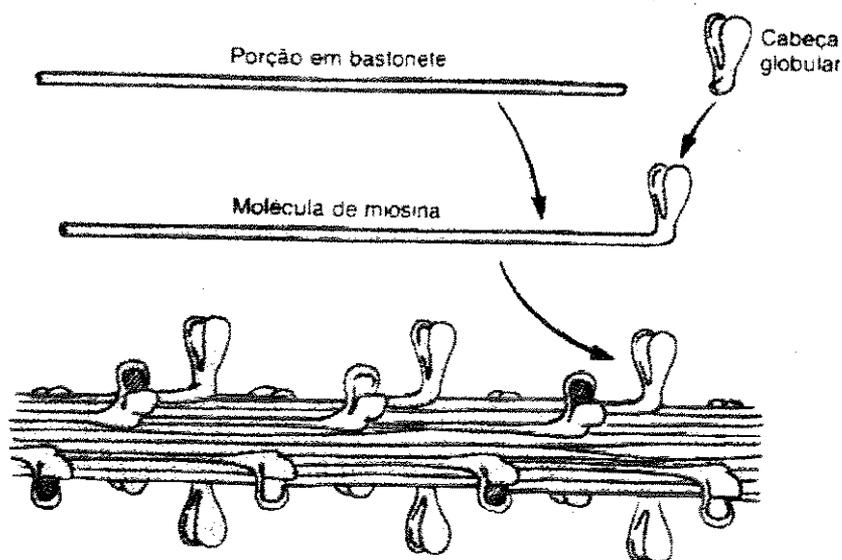


Figura 2.7: Estrutura da molécula de miosina e dos filamentos grossos (Shauff et al., 1993)

Encontrando-se o músculo no seu comprimento de repouso, existe alguma superposição entre os filamentos grossos e finos. Na presença de  $\text{Ca}^{++}$  e com a liberação dos locais de fixação de actina com miosina, são formadas as pontes cruzadas, cuja ação combinada produz a força muscular. Na medida em que uma molécula de actina fixa-se à cabeça de miosina e esta hidroliza ATP em ADP + fosfato inorgânico, ocorre a rotação da cabeça miosínica, movendo relativamente os filamentos finos e grossos e produzindo a contração muscular. O desprendimento da molécula de ADP e a nova fixação de ATP na cabeça miosínica faz com que esta volte à sua posição original, fixando-se a miosina na próxima actina G exposta. Durante a contração muscular o ciclo se repete na ordem de 5 Hz; essa frequência, por sua vez, está relacionada ao tipo de fibra muscular, que pode ser de contração rápida ou lenta (ver próximo item).

### 2.1.3. Unidade motora e tipos de fibra muscular

O conceito de unidade motora aparece a partir da organização funcional da ligação nervo - músculo. Pode ser definida como o conjunto de um neurônio do sistema nervoso central e das fibras musculares por ele inervadas. Um músculo pode assim ser representado como um conjunto de  $n$  unidades motoras acionadas por  $n$  axônios e controladas independentemente. A força muscular total seria dada então pela soma das forças individuais desenvolvidas por cada unidade motora.

Num mesmo músculo, podem ser encontradas fibras de contração rápida e contração lenta, em função dos processos metabólicos e do controle neural de cada unidade motora. De fato, a velocidade de contração de um músculo específico depende tanto do tipo de fibra quanto do padrão de inervação; uma unidade motora rápida ou lenta é uma combinação dessas duas características. A existência de mais de um tipo de fibra está ligada à necessidade dos músculos conseguirem prover uma ampla gama de forças de contração, com a suficiente capacidade de encurtamento; devem ainda ser pouco suscetíveis à fadiga, ao mesmo tempo que controláveis para vários regimes de operação.

Com relação aos tipos de fibra muscular da unidade motora, estas podem ser divididas nas classes I (oxidativa lenta), IIA (oxidativa rápida) e IIB (glicolítica rápida). A velocidade de contração de cada uma dessas classes está ligada diretamente ao grau de atividade enzimática do tipo de miosina que a compõe; fibras rápidas apresentam uma alta atividade ATPase. Quanto maior a velocidade da hidrólise de ATP, as pontes cruzadas podem efetuar seu ciclo com maior frequência e os músculos encurtarem-se mais rapidamente.

Fibras da classe I são comumente encontradas em músculos esqueléticos posturais, que mantêm a atividade metabólica por longos períodos. Apresentam elevada atividade mitocondrial e rico suprimento sanguíneo capilar. Sua cor é vermelha por conterem mioglobina, proteína que facilita a difusão de oxigênio no interior da célula.

As fibras das classes IIA e IIB distinguem-se entre si por sua suscetibilidade à fadiga. No músculo *soleus*, por exemplo, existe uma grande quantidade de fibras IIA. Estas apresentam várias características em comum com as fibras I lentas (quantidades razoavelmente altas de mitocôndrias e mioglobina e alguma resistência à fadiga). Possuem atividade glicolítica<sup>1</sup> moderada. As fibras do grupo IIB, por sua vez, apresentam alta velocidade de contração, mas

---

<sup>1</sup> Neste tipo de reação do metabolismo energético, uma molécula de glicose produz duas de ATP + calor, através de uma cascata de reações; sua principal característica funcional é não necessitar de oxigênio (Shauf et al. 1993).

rapidamente entram em fadiga. Têm ainda elevada capacidade glicolítica, poucas mitocôndrias e pouca mioglobina. São encontradas, por exemplo, em músculos oculomotores; nos diversos músculos esqueléticos são observados junto com outros tipos de fibras.

No que diz respeito ao padrão de inervação, axônios de neurônios motores com pequeno diâmetro apresentam baixas velocidades de contração; fibras da classe I são usualmente inervadas por axônios deste tipo, ao passo que unidades motoras com fibras dos grupos IIA e IIB estão associadas a axônios de maior diâmetro. Além disso, unidades motoras com fibras lentas costumam apresentar poucas fibras inervadas por um único axônio, crescendo essa proporção nas rápidas (Henneman, 1978); este padrão se reflete na acuidade de movimento de cada músculo. As fibras lentas, por sua vez, apresentam prioridade de recrutamento com relação às rápidas. Este é chamado o *princípio do tamanho* no recrutamento das unidades motoras. Uma vez que as fibras lentas apresentam menos ramificações axônicas e menores corpos celulares, seu limiar de disparo é inferior. Na medida em que são requeridas maiores forças musculares, unidades motoras de tamanho crescente - isto é, com maiores corpos celulares - vão sendo recrutadas.

#### 2.1.3.1. Acoplamento excitação-contração

Uma vez iniciado o potencial de ação na junção neuro-muscular, a onda de despolarização espalha-se pelo sarcolema, mas precisa atravessá-lo e chegar rapidamente, através dos túbulos T, às partes internas do fascículo (ver item 2.1.2).

No repouso, o citoplasma da fibra muscular deve estar com baixas concentrações de  $Ca^{++}$ , ainda que no retículo sarcoplasmático o íon esteja disponível em grandes quantidades, pronto para ser lançado no citoplasma, fixar-se à troponina e desencadear a contração muscular. Este gradiente da concentração de  $Ca^{++}$  mantido por um sistema de transporte ativo pode ser limitado por uma proteína denominada calsequestrina, que fixa  $Ca^{++}$  de maneira reversível, retirando-o da solução no interior do retículo sarcoplasmático

O potencial de ação que se propaga pelos túbulos T ativa a enzima fosfodiesterase, atuando na hidrolização de fosfadilinositol a diacilglicerol inositol-trifosfato. Este último produto difunde-se a partir da superfície interna do túbulo transversal até o retículo sarcoplasmático, onde se liga a receptores responsáveis pela abertura de canais da  $Ca^{++}$ . Caindo o nível de  $Ca^{++}$  no retículo sarcoplasmático, maiores quantidades deste íon são liberadas pela calsequestrina; este conjunto de eventos leva à saturação dos locais de fixação de  $Ca^{++}$  na troponina e à contração da fibra muscular.

Um único potencial de ação produz um abalo, ou tensão muscular induzida por uma determinada resposta temporal da concentração de  $\text{Ca}^{++}$  no citoplasma. Esta resposta transitória da concentração de  $\text{Ca}^{++}$  depende também da velocidade com a qual o íon pode ser transportado de volta para o retículo sarcoplasmático, a ponto de sua concentração citoplasmática cair abaixo do limiar de operação das pontes cruzadas. Músculos de contração rápida conseguem bombear, através das proteínas do sistema de transporte ativo, todo  $\text{Ca}^{++}$  liberado no citoplasma em 10 a 20 ms, enquanto em músculos lentos este tempo pode estender-se até 50 ms (Figura 2.8)

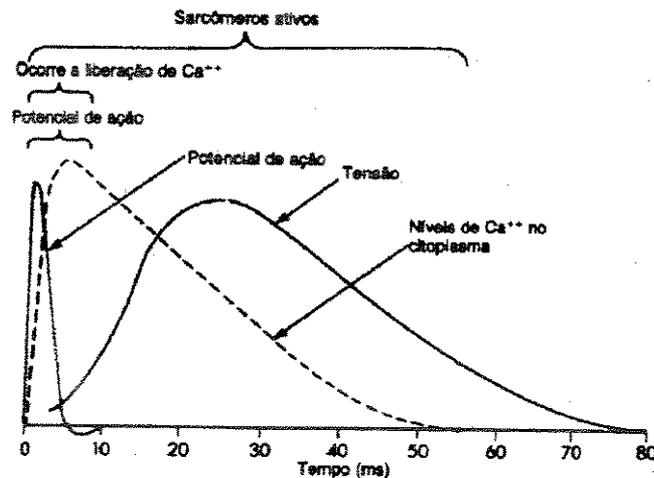


Figura 2.8: Comportamento dinâmico do potencial de ação no músculo, do nível de  $\text{Ca}^{++}$  no citoplasma da célula muscular e da força desenvolvida pelos sarcômeros. (Shauf et al.,1993).

Uma sequência de potenciais de ação na junção neuro-muscular recebe o nome de *excitação*  $u(t)$ . Através de uma sucessão de eventos desde a propagação da despolarização pelos túbulos T, as reações enzimáticas e a determinação de uma certa concentração de íons  $\text{Ca}^{++}$  livres no retículo sarcoplasmático até o desenvolvimento da força isométrica (ver item 2.1.4.1) chega-se, de acordo com a definição clássica de Hill, ao *estado ativo* ou *ativação*  $a(t)$ . O conceito de ativação é ambíguo na literatura: ao mesmo tempo que pode ser definida como a própria força isométrica que o elemento contrátil do músculo é capaz de realizar (Zierler, 1978; Khang e Zajac 1989), também pode ser associado a um estado dinâmico que acopla a contração muscular com a excitação neural; neste caso, corresponde ao estado resultante de uma filtragem passa-baixa dos potenciais de ação neural, uma das variáveis de que depende a força muscular, assim como o comprimento e a velocidade de encurtamento ou alongamento do músculo (Zajac, 1989). Na contração isométrica, porém, o comprimento do elemento contrátil do músculo é constante e portanto sua velocidade nula: a ativação seria então proporcional à força isométrica, desde que não fosse considerado o efeito elástico do tendão. Este elemento pode ser representado

mecanicamente como uma mola elástica ligada em série ao músculo, introduzindo um efeito de filtro passa-baixa para a ativação (Zajac, 1989).

### 2.1.3.2. Modulação da força muscular

De acordo com o que foi exposto nos itens anteriores, dois são os fatores principais que condicionam a força muscular com relação ao seu padrão de excitação:

a) Somação temporal de cada um dos abalos de cada fibra muscular.

b) Recrutamento de um determinado número de fibras para uma dada contração, dependendo do grau de ramificação dos axônios de cada unidade motora (princípio do tamanho no recrutamento, item 2.1.3).

Atedo-se apenas à resposta temporal - isto é, a somação - de uma fibra isolada a excitações repetitivas, a frequência com que são deflagrados os potenciais de ação condiciona o tipo de resposta mecânica da fibra. Esta resposta depende porém da velocidade da fibra - sua classe, I, IIA ou IIB - e de sua capacidade de reabsorção de  $Ca^{2+}$  pelo retículo sarcoplasmático. Para uma determinada fibra de uma unidade motora, a resposta pode ser uma sucessão de abalos isolados, uma contração resultante de uma somação sem saturação ou o tétano; nesta última condição, a somação atinge seu limite de saturação. Aumentos subsequentes na frequência de estimulação levam à suavização da curva de resposta muscular, o chamado tétano completo (Figura 2.9). A resposta de unidades motoras rápidas ou lentas à variação da frequência de estimulação é diferente: fibras rápidas produzem respostas mais intensas em altas frequências, ao contrário das lentas, mais sensíveis a variações ao redor das frequências baixas (Enoka, 1993).

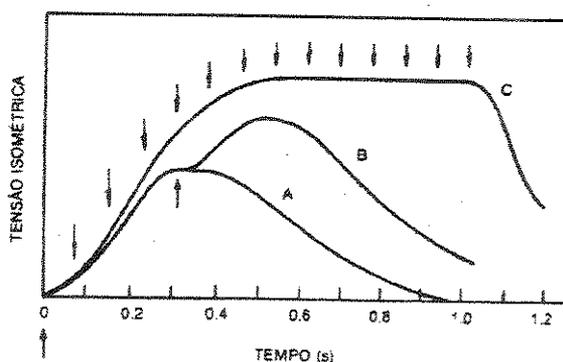


Figura 2.9: Desenvolvimento da tensão muscular a partir de potenciais de ação. A- Abalo; B- Somação de dois abalos; C- Tétano completo (Vianna, 1981).

## 2.1.4. Mecânica macroscópica da contração muscular

### 2.1.4.1. Contração isométrica e isotônica

A relação entre a força muscular e seu comprimento durante uma contração determina o *tipo* de contração muscular. É chamada contração isométrica aquela em que o efeito da formação das pontes cruzadas implica no aumento da rigidez do músculo, atingindo um estado de equilíbrio estático; neste caso, o músculo não altera seu comprimento, ainda que as pontes cruzadas estejam ativas para suportar a carga aplicada. Modificações na carga levam ao aumento ou à diminuição da rigidez do músculo e à manutenção do comprimento. O outro tipo de contração, chamada isotônica, ocorre quando o músculo se encurta, ainda que sob a ação de uma carga. Tomando-se como exemplo a elevação de um peso, numa contração isométrica este estaria sendo sustentado estaticamente, enquanto uma contração isotônica seria capaz de levantá-lo.

### 2.1.4.2. Relação comprimento - força muscular

Quando o comprimento de um músculo se encontra próximo ao seu valor de repouso, também chamado comprimento ótimo, a maior quantidade possível de cabeças miosínicas pode formar pontes cruzadas com as moléculas de actina; esta situação corresponde ao maior grau de superposição entre os filamentos grosso e finos. Gordon et al. (1966) mediu a faixa de comprimento onde a máxima tensão ocorria numa fibra isolada do músculo *sartorius* da rã: de 94% a 106% do comprimento ótimo (Figura 2.10a). Diminuindo gradativamente o comprimento do músculo para até um limite de 60 % do comprimento ótimo, a força caía a aproximadamente 80 % da força máxima - evento relacionado provavelmente ao encontro de filamentos finos opostos. Encurtamentos mais pronunciados levavam à cessação da força muscular, com o provável choque dos filamentos grossos com as estruturas Z. Por outro lado, se o músculo era estirado acima do comprimento ótimo, a força muscular caía gradativamente até cerca de 130 % deste comprimento. Nesta condição, o sarcômero distendido diminui o número de pontes cruzadas ativas, até o limite ao redor de 170 % do comprimento ótimo, onde a superposição entre filamentos grossos e finos já não ocorre. Em músculos inteiros, e não apenas numa fibra

isolada, alongamentos a partir do comprimento ótimo trazem consigo o aparecimento de uma *força elástica passiva*, exercida pelos elementos elásticos não contráteis do músculo: perimísio, endomísio, sarcolema, assim como por elementos da própria fibra muscular (Zajac, 1989). Dependendo ainda da ativação, a força muscular fica reduzida a uma fração da força máxima, situação em que nem todas as fibras são recrutadas, ou a somação temporal não chegou ao tétano (Figura 2.10b). Em músculos do aparelho locomotor a modulação da força é feita predominantemente pelo recrutamento até cerca de 70 % (50 % a 85 %, dependendo do músculo) da força máxima, valor a partir do qual as unidades motoras passam a disparar com maior frequência (Enoka, 1993)

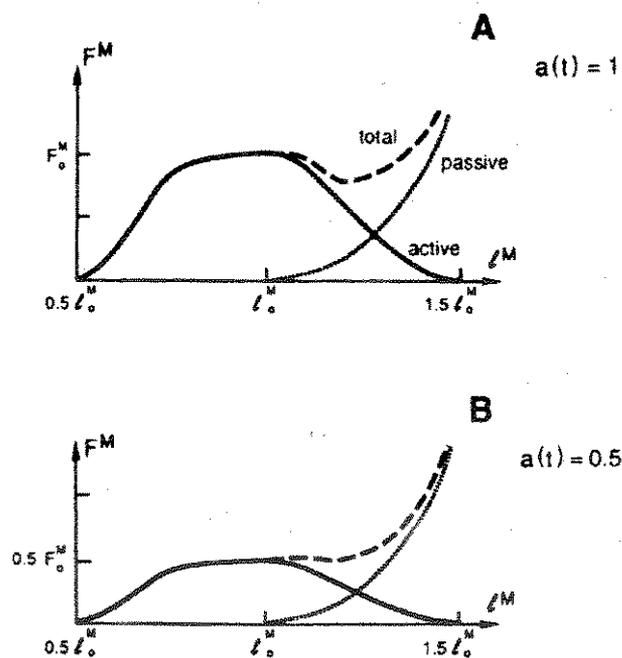


Figura 2.10: Relação força-comprimento. A- Ativação máxima; B- Ativação parcial (Zajac, 1989).

#### 2.1.4.3. Relação velocidade - força muscular

Um músculo isolado sujeito a uma carga constante, por exemplo suportando um peso, se for estimulado, inicialmente se encurtará, parando em seguida. Variando-se a carga é possível relacioná-la com a velocidade de encurtamento, sendo obtida a curva velocidade - força muscular. Quando a velocidade de encurtamento é máxima, o músculo não está sujeito a nenhuma carga, isto é, a força muscular é nula. Se por outro lado o músculo não consegue se encurtar, ainda que seu comprimento seja ótimo, senão apenas suportar a carga, a velocidade é

nula e a força assume o valor máximo (Figura 2.11). Forças maiores do que a máxima aplicadas ao músculo levam seu alongamento até um limite de aproximadamente 180 % da força máxima: aumentos subsequentes de força levariam a alongamentos drásticos no músculo. A relação entre as curvas força - comprimento e força - velocidade está mostrada no item 3.1.

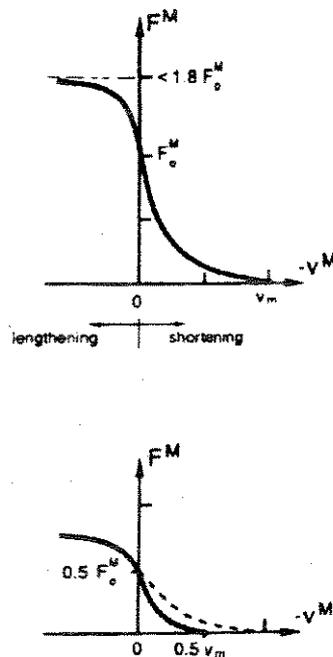


Figura 2.11: Relação força-velocidade para ativações máxima e parcial. No eixo x está representada a velocidade de encurtamento, a velocidade do músculo com sinal oposto (Zajac, 1989).

#### 2.1.4.4. Período de latência

Após a despolarização do sarcolema, como resultado de um potencial de ação na junção neuro-muscular, o músculo começa a encurtar-se depois de um certo período de latência. Este período não depende apenas da magnitude da carga, mas também da maneira como esta é aplicada. A chamada pré-carga é aplicada quando um músculo estava submetido a uma tensão inicial quando estimulado. Um músculo na condição de pós-carga é aquele em que a carga e a estimulação lhe são apresentadas simultaneamente (Shauff et al., 1993).

No caso da pré-carga, o período de latência pouco se altera com o aumento da carga; seus elementos elásticos já estão distendidos. Este atraso na resposta de um músculo em pós-carga, por outro lado, depende fortemente da magnitude da carga aplicada, uma vez que seus elementos elásticos se distendem antes que o músculo comece a se encurtar. Além disso, como o tempo em que os íons  $Ca^{++}$  estão presentes no citoplasma depende do potencial de ação e dos

eventos dinâmicos decorrentes, o aumento no período de latência limita o tempo disponível para que o músculo se encurte.

### **2.2.2. Modelos matemáticos microscópicos da contração muscular**

Tomando o nível da estrutura molecular como aspecto fundamental de análise, os modelos microscópicos fornecem uma base consistente para a compreensão da mecânica macroscópica muscular. Nestes modelos os músculos são tomados como transdutores de energia, transformando a energia química em mecânica e térmica. A aplicabilidade em sistemas mais complexos - na mecânica do movimento ou no controle motor - é por hora pouco viável, dada sua complexidade matemática e o grande número de parâmetros a serem definidos para cada músculo. A literatura tem, no entanto, reportado modelos que incorporam as hipóteses básicas da teoria microscópica clássica da contração com vistas à utilização em sistemas músculo-esqueléticos mais gerais. O modelo *Distribution Moment* (DM) apresentado por Zahalak e Ma (Zahalak, 1992) é um exemplo.

### **2.2.1. Modelos microscópicos convencionais (tipo Huxley)**

Introduzido em 1957, utilizado e aperfeiçoado desde então, o modelo de Huxley goza ainda de suficiente credibilidade. Seu ponto de partida é que as pontes cruzadas estão ligadas ao filamentos de actina através de conexões elásticas, em contínuo movimento aleatório ao redor de uma posição de equilíbrio. Independentemente umas das outras, as pontes cruzadas podem assumir apenas dois estados: estão ligadas ou desligadas dos filamentos de actina (Figura 2.12)

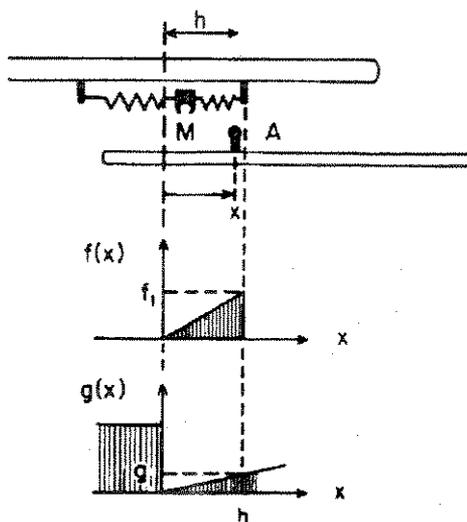


Figura 2.12: Mecanismo de produção de força muscular segundo o modelo de Huxley (Talbot e Gessner, 1973).

O modelo de Huxley é capaz de prever tanto a tensão muscular como a taxa de produção de calor em função da velocidade (convencionalmente positiva de contração e negativa de alongamento Gessner, 1973). A formação das pontes cruzadas ocorre, segundo este modelo, entre locais especializados dos filamentos de actina (locais A) e miosina (locais M), estes últimos movendo-se ao redor de uma posição de equilíbrio com amplitude  $\pm h$  (Figura 2.12). Durante a excitação uma ponte cruzada pode ser formada com uma probabilidade  $f(x)$  ou desfeita com  $g(x)$ , onde  $x$  é distância de M ao seu ponto de equilíbrio. Havendo a possibilidade de uma ponte cruzada formar-se ( $f(x) > 0$ ) apenas se A estiver *dentro do alcance* de M,  $g$  será máxima quando  $x$  for negativo. Na medida em que o músculo se contrai vão sendo formadas novas pontes, que contribuem para o movimento no sentido do encurtamento; no entanto, algumas pontes já passaram do ponto de equilíbrio sem que tenham desfeito suas ligações: contribuem assim com forças no sentido oposto ao do encurtamento. Se a taxa de *desligamento* das pontes é limitada, demorando algum tempo para serem desfeitas, contribuirão negativamente para a força muscular, principalmente em altas velocidades de contração. Isso pode explicar a diminuição da força de contração com o aumento de velocidade de contração.

O modelo de Huxley prevê também que várias ligações são abertas e fechadas simultaneamente; também, que um local A está ao alcance apenas de um local M, ainda que os locais A e M possam estar espaçados diferentemente ao longo das moléculas de actina e miosina. Tendo em conta as taxas de abertura e fechamento das ligações, a *taxa* ou *probabilidade de*

mudança de ligação  $n$  de todos os locais M se combinarem com locais A numa posição  $x$  é dada por:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (1 - n)f(x) - ng(x) \quad (2.1)$$

tal que

$f(x)$  = taxa de formação de ligações por segundo

$g(x)$  = taxa de rompimento de ligações por segundo

O tempo pode ser eliminado desta equação a partir da introdução da velocidade relativa ( $v_{rel}$ ) entre os filamentos finos e grossos:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = v_{rel} \frac{\partial n}{\partial x} \quad (2.2)$$

Sabendo que a velocidade de encurtamento  $v = -2v_{rel}$ , uma vez que em cada sarcômero existem dois grupos opostos de filamentos finos (figura 2.5):

$$\frac{-1}{2} v \frac{dn}{dx} = f(x) - (f(x) + g(x))n \quad (2.3)$$

Integrando as equações acima para três intervalos ( $x < h$ ,  $0 < x \leq h$  e  $x > h$ ) com as condições iniciais

$$n(h) = 0 \text{ e } n(0+) = n(0-)$$

temos que

$$n(x) = 0 \quad \text{para } x > h \quad (2.4)$$

$$n(x) = \frac{f_1}{f_1 + g_1} \left[ 1 - e^{-(\psi/v)(1-x^2/h^2)} \right] \quad \text{para } 0 \leq x \leq h \quad (2.5)$$

$$n(x) = \frac{f_1}{f_1 + g_1} \left[ 1 - e^{-\psi/v} \right] e^{2g_1 x/v} \quad \text{para } x < 0 \quad (2.6)$$

tal que:

$$\psi = h(f_1 + g_1)$$

$$f_1 = f(h)$$

$$g_1 = g(h)$$

$$g_2 = g(x), x < 0$$

Pode-se notar nas equações 2.5 e 2.6 que  $n$  diminui com o aumento de  $v$  e atinge seu valor máximo em  $x = 0$ , anulando-se em  $x = h$ .

A força média  $F$  desenvolvida em um local  $M$  corresponde à razão entre trabalho realizado pelo elemento contrátil e a distância  $a$  entre locais  $A$ :

$$F = \frac{k}{a} \int_{-\infty}^{\infty} n(x) dx = \frac{kh^2}{2} \frac{f_1 h}{a \psi} \left\{ 1 - \frac{v}{\psi} \left[ 1 - e^{-\psi/v} \right] \left[ 1 + \frac{v}{2\psi} \left( \frac{f_1 + g_1}{g_2} \right)^2 \right] \right\} \quad (2.7)$$

tal que  $k$  é a constante de rigidez da ligação e  $kh^2/2$  é o trabalho mecânico máximo. Sendo  $m$  a densidade de locais  $M$  por unidade de volume muscular, a potência mecânica desenvolvida pelo músculo pode ser expressa como:

$$\dot{W}_m = mFv = W_{m,max} \frac{hf_1}{a} \frac{v}{\psi} \left\{ 1 - \frac{v}{\psi} \left[ 1 - e^{-\psi/v} \right] \left[ 1 + \frac{v}{2\psi} \left( \frac{f_1 + g_1}{g_2} \right)^2 \right] \right\} \quad (2.8)$$

A fração  $(1-n)$  de ligações desfeitas permite o cálculo da potência total liberada pelo músculo em função da energia de ligação de uma ponte cruzada ( $e$ ):

$$\dot{W}_m = \frac{e}{a} \frac{mh^2}{2} \frac{f_1 g_1}{\psi} \left[ 1 + \frac{f_1}{g_1} \frac{v}{\psi} \left( 1 - e^{-\psi/v} \right) \right] \quad (2.9)$$

A equação 2.7 é capaz de reproduzir a relação velocidade-força muscular, desde que relações empíricas (equação de Hill por exemplo, item 2.3.1) sejam utilizadas na estimação dos parâmetros  $f$ ,  $g$  e  $\psi$  (Talbot e Gessner, 1973). O modelo básico de Huxley continuou sendo aperfeiçoado e formalizado por outros pesquisadores, entre eles T. L. Hill (Hill et al., 1975).

### 2.2.2. Modelos microscópicos não-convencionais

Além do clássico modelo de Huxley, alguns autores percorreram caminhos diferentes na formulação de modelos microscópicos para a contração muscular. De um modo geral, esses modelos procuram chegar a uma descrição quantitativa do comportamento mecânico dos músculos esqueléticos, a partir de eventos bioquímicos ocorrendo nos filamentos musculares.

Uma análise ampla e detalhada está fora do escopo deste trabalho; para uma revisão, ver Zahalak (1992).

Um dos modelos não-convencionais é o desenvolvido por Kaplan (1966), Bornhorst e Minardi (1970); estes autores partiram da hipótese básica que pontes cruzadas poderiam ser modeladas como conversores lineares de energia. A partir de um formalismo termodinâmico puderam relacionar o número de pontes cruzadas formadas com a velocidade de contração, reproduzindo a relação velocidade - força muscular (item 2.1.4.2). Foi também relacionada a taxa de liberação de energia com a força e a velocidade de contração, em termos de parâmetros obtidos experimentalmente.

Iwazumi (1978) propôs um outro modelo, no qual a hidrólise do ATP geraria cargas elétricas separadas nas pontes cruzadas. Sobre os campos elétricos gerados os filamentos finos ficariam suspensos: não existiria propriamente uma ligação mecânica entre a miosina e a actina; a energia armazenada neste *capacitor coaxial* seria a fonte da força contrátil.

Tirosh et al. (1978) propuseram outra teoria, onde a hidrólise do ATP na miosina criaria uma corrente de prótons dentro do sarcômero; esta corrente seria responsável pela criação de um gradiente de pressão e um fluxo de sarcoplasma das estruturas Z em direção à linha M. Segundo este modelo, o músculo seria comparado a um sistema hidráulico, capaz de gerar força ou movimento dependendo das suas restrições.

### **2.3. Modelos macroscópicos**

Outro enfoque diferente dos modelos descritos nos itens anteriores é o que propõe modelos macroscópicos para a contração muscular: a partir do comportamento do músculo, este é tratado como um sistema mecânico macroscópico, composto de massas, molas, amortecedores e elementos contráteis. Apesar destes modelos não levarem em conta aspectos essenciais relativos à natureza da contração muscular, são de extrema utilidade para aplicações de engenharia.

Os primeiros modelos macroscópicos do comportamento mecânico dos músculos esqueléticos foram os chamados viscoelásticos, apresentados por Gasser e Hill (1924) e Levin e Wyman (1927). Estes modelos propunham, a partir do comportamento observado no músculo sartório de rã tetanizado, que um músculo poderia ser modelado por dois elementos elásticos (molas) em série: um dos elementos teria um amortecedor em paralelo e o outro não. O próprio

A. V. Hill foi o principal crítico desta teoria, depois de suas medidas de produção de calor do músculo durante a contração mostrarem-se maiores durante alongamentos lentos do que em contrações isométricas - ao contrário do que um modelo viscoelástico poderia prever, isto é, um aumento da energia dissipada. Estes modelos continuam aplicáveis em alguns casos particulares, por exemplo quando a operação dos músculos estiver restrita a estimulações constantes (Hogan, 1985).

### 2.3.1. Modelos tipo Hill

Os modelos derivados da proposta inicialmente apresentada por A. V. Hill em 1938 possuem características de tratabilidade - ou seja, são suficientemente simples - e compreensão - são capazes de modelar satisfatoriamente os principais fenômenos macroscópicos observados na contração muscular - que os tornaram os mais utilizados até então em estudos de dinâmica e controle de movimento. Na Figura 2.13 podem ser observados os componentes básicos deste modelo: um elemento contrátil (CE), no qual a força muscular é gerada a partir da energia química disponível; um elemento elástico em série (SEE), responsável pela resposta mecânica do músculo a alterações de comprimento rápidas. Se um músculo está sendo submetido a alongamentos não-desprezíveis, é comum a inclusão de um elemento elástico em paralelo (PE), atuando como uma mola passiva.

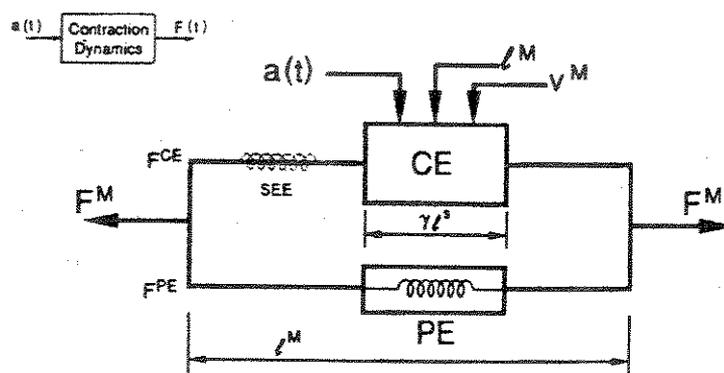


Figura 2.13: Estrutura funcional do modelo de Hill mostrando o elemento contrátil (CE), o elemento elástico em paralelo (PE) e o elemento elástico em série (SEE) (Zajac, 1989).

A partir de medidas de força isotônica em músculos tetanizados, sabe-se que quando esta aumenta os músculos se contraem mais lentamente (item 2.1.4.2). Foi proposta então por Hill

uma relação empírica hiperbólica que ajustava a dependência da velocidade máxima de contração ( $v$ ) com a força muscular ( $f$ ) (Figura 2.14):

$$(f + a)(v + b) = \text{const.} \quad (2.10)$$

tal que:

- $v$  é a velocidade inicial (máxima) de encurtamento
- $f$  é a força muscular
- $a$  e  $b$  são as constantes e  $b = a (v_m/F_m)$

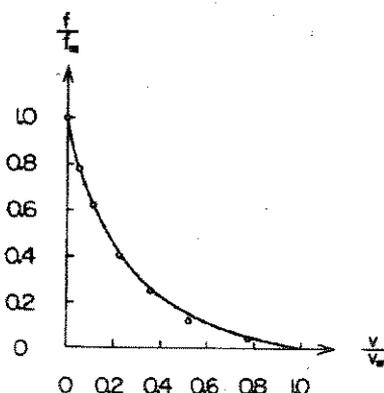


Figura 2.14: Hipérbole de Hill. Os dados experimentais de contrações isotônicas do músculo *sartorius* de rã foram ajustados com a equação empírica  $(v/v_m + 0,25) (F/F_m + 0,25) = 0,3123$ ; neste teste,  $v_m = 5.2$  cm/s e  $F_m = 65$  gf (Talbot e Gessner, 1973).

Hill obteve a relação acima através de medidas da potência muscular, mecânica e térmica, durante a contração isotônica. Inicialmente, o calor liberado na contração isotônica ( $Q_{it}$ ) foi considerado como a soma do calor liberado durante a contração isométrica ( $Q_{im}$ ) e do calor liberado devido ao encurtamento ( $Q_e$ ):

$$Q_{it} = Q_e + Q_{im} \quad (2.11)$$

Hill constatou que  $Q_e$  era proporcional apenas à distância encurtada - ou que sua variação temporal era proporcional a  $v$ . No entanto  $Q_{it}$ , o calor total, diminuía com o aumento da força. A potência total no músculo, soma da potência mecânica ( $fv$ ) e do calor extra dissipado por ação da viscosidade no encurtamento ( $Q_e$ ), pode ser expressa como

$$\dot{W} = fv + \dot{Q}_e = fv + av = b(f_m - f) \quad (2.12)$$

tal que  $f_m$  é a força muscular máxima (ou seja, para  $v = 0$ ). Somando  $ab + bf$  nos dois lados da equação acima:

$$(f + a)(v + b) = b(a + f_m) \quad (2.13)$$

mas Hill percebeu posteriormente que  $a$  dependia de  $f$  (Hill, 1964)

$$a(f) = 0.16f_m + 0.18f \quad (2.14)$$

Apesar das equações 2.13 e 2.14 descreverem com maior precisão a relação força-velocidade, a equação original de Hill (2.10) continua sendo empregada com suficiente credibilidade para muitos músculos. Wilkie (1950) notou que hipérbolos geometricamente semelhantes eram obtidas para vários músculos, mostrando que a variação da velocidade com a força ocorria de maneira até certo ponto invariante. Normalizando 2.10 pela força máxima ( $f_m$ ) e pela velocidade máxima de contração sem carga ( $v_m$ ):

$$\left(\frac{f}{f_m} + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{v}{v_m} + \frac{1}{4}\right) = \frac{5}{16} \quad (2.15)$$

uma vez que para muitos músculos vale a relação:

$$\frac{a}{f_m} = \frac{b}{v_m} \cong \frac{1}{4} \quad (2.16)$$

Abott e Wilkie (1953) mostraram que a equação de Hill normalizada (2.15) se aplica para músculos que se encontram em diversos estados de alongamento ou contração, e não apenas no comprimento ótimo. Assim, a força do elemento contrátil é completamente definida, para uma estimulação tetânica, se a curva força-comprimento é levada em conta além da curva força-velocidade. A força muscular é então uma função de duas variáveis, uma relação força-comprimento-velocidade (figura 2.15).

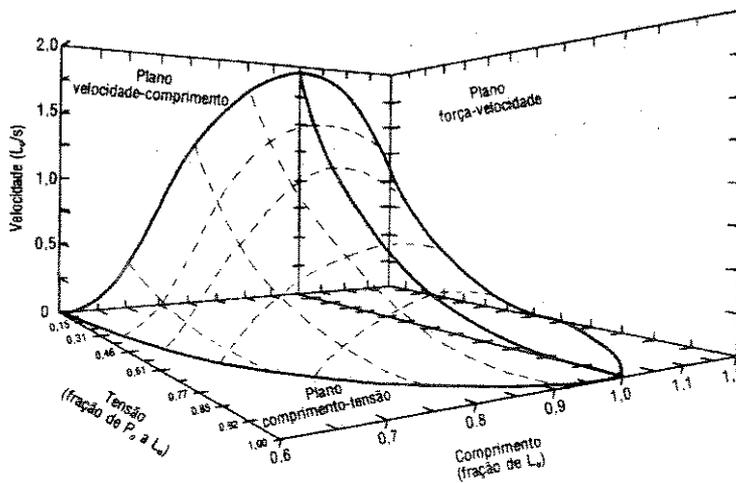


Figura 2.15: Relação força-comprimento-velocidade para músculo interno reto de rato (Zierler, 1978)

Este modelo básico possui alguns pequenos desvios, dependendo das condições específicas de operação. Músculos que se contraem a partir de um comprimento inicial elevado encurtam-se mais lentamente do que aqueles que estavam inicialmente menos estendidos; a duração da estimulação, se longa, diminui a velocidade de contração, processo ligado provavelmente ao metabolismo energético (Zierler, 1978).

A partir das relações expostas acima, já é possível calcular a potência muscular. Sendo a taxa de calor gerado no encurtamento ( $\dot{Q}_e$ ) proporcional à velocidade de encurtamento:

$$\dot{Q}_e = \dot{Q}_{im} + (0.16f_m + 0.18f)v \quad (2.17)$$

incluindo o termo  $fv$  da potência mecânica e considerando  $a = 0.25$ , a potência muscular total, entendida como a soma da taxa de produção de calor e da potência mecânica durante a contração isotônica, fica:

$$\dot{W} = \dot{Q}_{im} + 0.25f_m v + f_m v \quad (2.18)$$

e utilizando a relação determinada por Hill para o calor isométrico,

$$\dot{Q}_{im} \approx \frac{f_m v_m}{16} \quad (2.19)$$

temos que uma expressão para a potência muscular seria:

$$\dot{W} = \frac{f_m v_m}{16} \left[ 1 + 4 \frac{v}{v_m} + 16 \frac{f}{f_m} \frac{v}{v_m} \right] \quad (2.20)$$

que, a partir da equação 2.15 da hipérbole normalizada de Hill (Talbot e Gessner, 1973), pode ser expressa em função apenas da velocidade de encurtamento ou da força muscular:

$$\dot{W} = \frac{f_m v_m}{16} \left[ \frac{1 + 24 \frac{v}{v_m}}{1 + 4 \frac{v}{v_m}} \right] \quad (2.21)$$

$$\dot{W} = \frac{f_m v_m}{16} \left[ 1 + \left( 1 + \frac{4f}{f_m} \right) \left( \frac{75f_m - 20f}{16f_m + 64f} \right) \right] \quad (2.22)$$

A equação de Hill normalizada (2.15) é a base para a determinação da curva velocidade-força muscular. As equações 2.20 a 2.21, por sua vez, podem fornecer importantes subsídios para estudos do metabolismo energético muscular; em sistemas de estimulação elétrica neuromuscular, poderão ser úteis no estabelecimento de estratégias de controle.

### 3.2. Outros modelos macroscópicos

O modelo pioneiro de Hill foi um passo importante para diversos desenvolvimentos posteriores. Sua formulação contemplava apenas o encurtamento muscular, em condições de estimulação máxima, com variações pequenas de comprimento. Por um lado, alguns autores como Wilkie estudaram os limites de predição e aplicabilidade do modelo original, enquanto outros, como Winters e Zajac preocuparam-se com a sistematização das equações da contração e dos parâmetros necessários para sua simulação.

Winters (Winters, 1990) reformulou as relações básicas de força-velocidade e força-comprimento: transformaram-se em relações torque-velocidade angular e torque-deslocamento

angular. O comprimento muscular era tomado como um ângulo  $\theta$  da articulação, a menos de um elemento elástico em série, afastando-o um pouco do valor real. Ao mesmo tempo, forças musculares desenvolvidas por diversos músculos *sinergistas*<sup>1</sup> eram consideradas em conjunto, tendo em conta os *braços de momento* (item 3.3.5) de cada músculo. O modelo de Zajac está explicado em detalhes no capítulo subsequente deste trabalho.

Outro modelo a ser mencionado é o desenvolvido por Hatze (Hatze, 1981) - segundo seu autor um *modelo miocibernético do músculo esquelético* - e exposto em diversos trabalhos. Supõe inicialmente que cada sarcômero se comporta um elemento independente com propriedades mecânicas de um músculo inteiro, no sentido de Hill. Depois de um longo desenvolvimento, chega numa formulação de estado de 5ª ordem com duas variáveis de controle por músculo. Das cinco variáveis de estado, duas medem a proporção de fibras estimuladas e não estimuladas, assim como seus graus de ativação; outra variável de estado é o comprimento do elemento contrátil. Uma das variáveis de controle se refere à frequência média de disparo das unidades motoras, enquanto a outra à taxa de recrutamento. Do ponto de vista prático, o modelo de Hatze é por ora pouco viável, dada sua grande complexidade: um único músculo exige a definição de 28 parâmetros.

Uma classe diversa de modelos são aqueles em que o músculo é representado como um sistema dinâmico, com poucas referências à sua natureza fisiológica. Dada uma entrada  $x(t)$ , a resposta  $y(t)$  é determinada pela convolução de  $x(t)$  com uma função de transferência  $G(t)$  que, representado as propriedades dinâmicas de um músculo, é encontrada a partir de técnicas de identificação linear de parâmetros. Sistemas SISO lineares de 2ª ordem foram capazes de reproduzir satisfatoriamente o comportamento de músculos em contrações isométricas, tendo a excitação neural como entrada e obtendo como resposta a força muscular<sup>2</sup>. Em contrações não isométricas, modelos do tipo MISO podem ser utilizados, dependendo a força muscular simultaneamente da excitação neural e do comprimento muscular (Cannon e Zahalak, 1982). Foram também utilizados modelos ARMA para representar a relação entre registros eletromiográficos (enquanto representação da excitação neural) e a força muscular (Sherif et al., 1983). Quando modelos lineares não eram suficientes para reproduzir as diversas condições de operação desejáveis, alguns autores lançaram mão de modelos não lineares. Técnicas de identificação não-linear de parâmetros passaram a ser utilizadas, com diferentes graus de

---

<sup>1</sup> Músculos *sinérgicos* produzem numa mesma junta um torque de mesmo sinal. Se produzirem torques em sentidos opostos, são chamados *antagônicos*.

<sup>2</sup> Aos modelos que não fazem referência à natureza fisiológica dos músculos, dá-se o nome de *não-paramétricos*, enquanto modelos que o fazem - como o de Hill - ainda que levando em conta dados experimentais, são chamdo *paramétricos* (Duffee, 1992).

complexidade (Marmelis e Marmelis, 1978; Durfee e McLean, 1989; Durfee, 1992). Crago (Crago et al., 1990) propôs um modelo não-linear discreto, que reproduziu com sucesso variações aleatórias na estimulação e no posicionamento de membros em gatos.

## Capítulo 3

### Dinâmica da Ativação e da Contração Muscular

Dentre os vários modelos matemáticos encontrados na literatura que procuram reproduzir a dinâmica da contração muscular, optou-se neste trabalho o modelo de Zajac. Os fundamentos, a notação e a implementação deste modelo serão mostradas, assim como a origem dos parâmetros musculares necessários para a sua simulação. Foram feitas algumas modificações no modelo original de Zajac, com a inclusão de elementos elásticos e viscosos. A dinâmica da ativação muscular, que procura reproduzir a ação da Estimulação Elétrica Neuro-Muscular no processo de contração, é também discutida, assim como resultados de simulações para músculos isolados, visando a obtenção de um modelo dinâmico linear equivalente para um músculo e para atuadores equivalentes de torque nas articulações.

#### 3.1. Modelo de Zajac

Uma das versões mais interessantes do modelo de A.V. Hill é a formulada por F. Zajac. Possui diversas qualidades que o tornam conveniente para simulações da dinâmica do sistema musculo-esquelético. Sua principal característica é a importância que assume a mecânica do tendão, como um vínculo mecânico entre o elemento contrátil do músculo e a força exercida entre as extremidades do músculo. Outro aspecto interessante é a sistematização que consegue realizar, partindo de relações genéricas de força-velocidade, força-deslocamento e de rigidez no tendão. Todas as variáveis de entrada: ativação, velocidade e comprimento do atuador musculo-tendíneo, e resposta: força na extremidade do tendão, são adimensionalizadas. Conhecendo-se o comprimento ótimo, a velocidade máxima de encurtamento do elemento contrátil sem carga, a

força máxima isométrica e o comprimento do tendão relaxado, podem ser utilizadas relações genéricas da dinâmica da ativação e da contração. Outra vantagem deste modelo é a longa lista de trabalhos publicados em que foi utilizado (Khang e Zajac, 1989; Yamaguchi e Zajac, 1990; Kuo, 1995; Riener et al., 1996; Legreneur et al., 1996, etc.), alguns dos quais reúnem os parâmetros necessários para aplicações em membros inferiores (Hoy et al., 1990).

A Figura 3.1 apresenta um diagrama de blocos básico para um atuador músculo-tendíneo genérico, segundo a proposta de Zajac. Numa determinada operação de um membro, por exemplo a flexão do joelho, um músculo sofre um processo de encurtamento: pode-se observar a variação do comprimento e da velocidade do músculo, a partir de um dispositivo de medição adequado<sup>1</sup>. O grau de ativação  $a(t)$  é obtida a partir de uma filtragem passa-baixa do sinal de excitação neural  $u(t)$ , estimável a partir do registro eletromiográfico do músculo. Subtraindo da velocidade de encurtamento do atuador músculo-tendíneo a velocidade do músculo é obtida a velocidade de encurtamento do tendão; multiplicando este valor pela rigidez do tendão, é encontrada a derivada temporal da força no tendão, integrada em seguida. Se o ângulo de inclinação das fibras musculares é desprezível (item 3.3.6), a força muscular é a mesma do tendão<sup>2</sup>, podendo ser utilizada para estimar a velocidade do músculo. Será necessário percorrer as seguintes etapas até o cálculo da força entre as extremidades dos tendões:

- Dinâmica da ativação, ou análise dos eventos dinâmicos desde a excitação neural  $u(t)$  até a ativação  $a(t)$ .
- Adimensionalização dos parâmetros musculares: introdução das versões adimensionais das curvas força-velocidade-comprimento, das propriedades mecânicas e das variáveis do modelo.
- Mecânica dos tendões.
- Dinâmica dos atuadores músculo-tendíneos

---

<sup>1</sup> Fisiologicamente, velocidade e comprimento de um músculo são medidos por fibras especializadas do sistema proprioceptivo, os chamados *fusos musculares*. Externamente, essas grandezas podem ser estimadas desde que a velocidade e a posição angular de uma articulação estejam disponíveis, contando-se com um modelo geométrico da articulação.

<sup>2</sup> Receptores específicos são responsáveis pela monitoração da força no tendão: os *órgãos tendíneos de Golgi*. Em sistemas artificiais, a medição desta força é difícil; para tanto, podem ser empregados strain-gages implantados. Outra possibilidade é a metodologia da *Dinâmica Inversa* (Zajac e Gordon, 1989; Zajac 1993): conhecendo-se os deslocamentos, velocidades e acelerações angulares de uma articulação é possível calcular o torque total produzido pelas forças musculares. Um método de otimização pode então ser utilizado, para resolver o problema da redundância e estimar a força exercida por cada um dos músculos sinérgicos (Yamaguchi et al., 1995; Khang e Zajac, 1989; Zajac e Gordon, 1988)

que correspondem aos próximos itens deste estudo. Será utilizada neste capítulo a seguinte nomenclatura<sup>3</sup> (Zajac, 1989):

- $F^M, (\tilde{F}^M)$  = força muscular  
 $F^{M*}, (\tilde{F}^{M*})$  = força muscular quando o músculo está no comprimento ótimo  
 $F^{CE}, (\tilde{F}^{CE})$  = força no elemento contrátil  
 $F^{PE}, (\tilde{F}^{PE})$  = força no elemento passivo  
 $F^T, (\tilde{F}^T)$  = força no tendão  
 $L^s$  = comprimento do sarcômero  
 $L^M, (\tilde{L}^M)$  = comprimento do músculo  
 $L^T, (\tilde{L}^T)$  = comprimento do tendão  
 $L^{MT}, (\tilde{L}^{MT})$  = comprimento do atuador músculo-tendíneo  
 $v^M, (\tilde{v}^M)$  = velocidade da fibra muscular  
 $v_s^M, (\tilde{v}_s^M)$  = velocidade de alongamento da fibra muscular  
 $v_e^M, (\tilde{v}_e^M)$  = velocidade encurtamento da fibra muscular  
 $v^T, (\tilde{v}^T)$  = velocidade do tendão  
 $v^{MT}, (\tilde{v}^{MT})$  = velocidade do atuador músculo-tendíneo  
 $t, (\tau)$  = tempo  
 $\sigma^T, (\tilde{\sigma}^T)$  = tensão no tendão  
 $\epsilon^T$  = deformação do tendão  
 $u(t), u(\tau)$  = excitação muscular  
 $a(t), a(\tau)$  = ativação muscular  
 $\alpha_M$  = ângulo da fibra muscular  
 $L_\alpha^M$  = comprimento das fibras musculares projetado no eixo do tendão  
 $F_0^M$  = força isométrica máxima do músculo  
 $L_0^M$  = comprimento ótimo das fibras musculares (desenvolvendo a força máxima)  
 $\alpha_0$  = ângulo ótimo da fibra muscular quando  $L^M = L_0^M$   
 $\epsilon_0^T$  = deformação no tendão quando  $F^T = F_0^M$   
 $\sigma_0^T$  = tensão no tendão quando  $F^T = F_0^M$   
 $L_s^T, (\tilde{L}_s^T)$  = comprimento do tendão relaxado  
 $k^{SE}, (\tilde{k}^{SE})$  = rigidez das pontes cruzadas (SEE)  
 $k^T, (\tilde{k}^T)$  = rigidez do tendão  
 $E^T$  = módulo de elasticidade do tendão  
 $A^T$  = área da seção transversal do tendão  
 $f_{a,}$  = componente ativa da relação força-comprimento  
 $f_{p,}$  = componente passiva da relação força-comprimento

<sup>3</sup> Os símbolos entre parênteses - usualmente com ~ em cima se referem à grandeza física - força, comprimento ou tempo - divididas pelos parâmetros de adimensionalização força máxima (ou força no comprimento ótimo)  $F_0^M$ , comprimento ótimo  $L_0^M$  e parâmetro de escala de tempo  $\tau_0$ . Foram acrescentados alguns símbolos à nomenclatura original de Zajac, cujos significados estão mostrados ao longo do capítulo.

- $v_m$  = velocidade máxima de encurtamento das fibras musculares  
 $\tau_c$  = escala de tempo ( $\tau_c \equiv L_0^M / v_M$ )  
 $\tau_{act}, (\tilde{\tau}_{act})$  = constante de tempo para contração  
 $\tau_{deact}, (\tilde{\tau}_{deact})$  = constante de tempo para relaxamento  
 $\beta = \tau_{act} / \tau_{deact}$   
 $F^{PE} (\tilde{F}^{PE})$  = Força no elemento elástico em paralelo  
 $F^{DE} (\tilde{F}^{DE})$  = Força no elemento viscoso em paralelo  
 $F^{CE} (\tilde{F}^{CE})$  = Força no elemento contrátil  
 $B(\tilde{B})$  = Coeficiente de amortecimento do elemento viscoso  
 $k^{PE}, (\tilde{k}^{PE})$  = rigidez do elemento elástico em paralelo (PE)  
 $a_m(d)$  = curva de recrutamento em função da largura de pulso da excitação  
 $T_s = 1/f$  = Período entre dois pulso  
 $T_c = \tau_{deact}$  = constante de tempo para relaxamento  
 $k$  = número do pulso (0, 1, 2, ...)
- Tor = torque  
 $a_T(t), a_T(\tau)$  = ativação do atuador equivalente de torque  
 $T$  = constante de tempo do modelo linearizado da dinâmica da contração  
 $R$  = constante de força do modelo linearizado da dinâmica da contração  
 $C_i, C_i'$  = constantes características dos atuadores equivalentes de torque

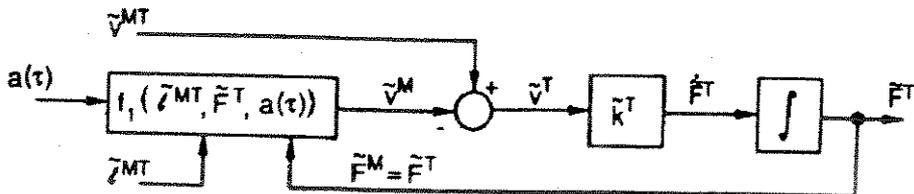


Figura 3.1: Diagrama de blocos básico do modelo de Zajac (Zajac, 1989).

### 3.1.1. Dinâmica da ativação

A excitação neural  $u(t)$  (item 1.3.1), interpretada enquanto sequência de potenciais de ação na junção neuro-muscular sofre, do ponto de vista dinâmico, um processo de filtragem - o acoplamento excitação-contração - até chegar ao estado ativo  $a(t)$ , ou força isométrica no elemento contrátil. A evolução temporal desta sequência de eventos recebe o nome de dinâmica da ativação. Sabe-se também que a ativação  $a(t)$  está associada à força isométrica por um processo de filtragem subsequente, realizado pelos elementos elásticos em série (SEE) e/ou pelos tendões. Se o efeito elástico das pontes cruzadas pode ser desprezado e a aponeurose<sup>4</sup> não é considerada como parte do músculo o SEE não desempenha um papel suficientemente relevante,

<sup>4</sup> Porção do tendão que se insere na extremidade do músculo.

sendo considerado apenas o efeito elástico do tendão. Nestas condições, a evolução temporal da ativação até a força isométrica entre as extremidades dos tendões recebe o nome de dinâmica da contração.

Sabe-se entretanto que a unidade funcional própria de controle da força muscular é a unidade motora, e as estratégias de controle envolvem, por um lado, o número de unidades motoras recrutadas e por outro a frequência de disparo dos potenciais de ação do neurônio motor. Com vistas à implementação computacional, é conveniente utilizar um modelo paramétrico SISO (com apenas uma variável de controle) que consiga reproduzir de maneira satisfatória o comportamento dinâmico de um atuador músculo-tendíneo, sem ser excessivamente complexo - introduzindo economia computacional. Deve representar, além disso, um acoplamento direto, em termos de força, entre a origem e a inserção de um músculo no sistema músculo-esquelético, auxiliando a comprovação experimental de modelos computacionais. Outro aspecto conveniente deste modelo SISO é a possibilidade de se associar a cada um dos estados  $u(t)$  e  $a(t)$  registros eletromiográficos retificados e retificados e filtrados, respectivamente (Zajac, 1989). Um processo dinâmico deste tipo capaz de relacionar  $u(t)$  com  $a(t)$  pode ser expresso pela seguinte equação:

$$\frac{da(t)}{dt} + \left[ \frac{1}{\tau_{act}} (\beta + [1 - \beta]u(t)) \right] \cdot a(t) = \left( \frac{1}{\tau_{act}} \right) \cdot u(t) \quad (3.1)$$

sendo  $\beta = \tau_{act}/\tau_{deact}$ , como o tempo de ativação é sempre inferior ao de relaxamento,  $0 < \beta < 1$ . Se o músculo está com excitação máxima ( $u(t)=1$ ), o termo  $\frac{1}{\tau_{act}} (\beta + [1 - \beta]u(t))$  assume o valor  $1/\tau_{act}$ . Do contrário, se  $u(t)=0$  esse termo é igual a  $1/\tau_{deact}$ , ou seja, o músculo se contrai mais rapidamente do que relaxa. Uma formulação ligeiramente modificada desta mesma equação é apresentada por Piazza e Delp (1996).

A equação 3.1 expressa a relação entre a excitação neural e ativação, independentemente do tipo de modulação de força. Se mais unidades motoras estão sendo recrutadas ou se a frequência de disparo aumentou com o crescimento de  $u(t)$  (item 2.1.3.2), o modelo não é capaz de distinguir. O efeito destes dois mecanismos pode no entanto ser considerado equivalente, assumindo  $u(t)$  como um valor *liquido* da excitação neural (Zajac, 1989 ; Khang e Zajac, 1990). Esta equação é aplicável tanto em condições fisiológicas normais quanto na Estimulação Elétrica Neuromuscular (item 3.4).

### 3.1.2. Adimensionalização

Um modelo SISO genérico para a dinâmica da ativação e da contração requer versões genéricas da equação 3.1 e das relações força-comprimento e força-velocidade. Utilizando as constantes de tempo adimensionalizadas por  $\tau_c$ :  $\tilde{\tau}_{act}$ ,  $\tilde{\tau}_{deact}$ , além do tempo adimensional  $\tau = t/\tau_c$ , a equação da dinâmica da ativação normalizada fica:

$$\frac{da(\tau)}{d\tau} + \left[ \frac{1}{\tilde{\tau}_{act}} (\beta + [1 - \beta]u(\tau)) \right] \cdot a(\tau) = \left( \frac{1}{\tilde{\tau}_{act}} \right) \cdot u(\tau) \quad (3.2)$$

sendo que  $\beta$  não se altera.

As curvas força-comprimento e força-velocidade têm seus eixos de força muscular  $F^M$  divididos por  $F_0^M$ , resultando na força muscular adimensional  $\tilde{F}^M$ . Os eixos  $L^M$  e  $v^M$ , divididos por  $L_0^M$  e  $v_m$  respectivamente, ficam expressos pelas grandezas adimensionais  $\tilde{L}^M$  e  $\tilde{v}^M$  (Figura 3.2).

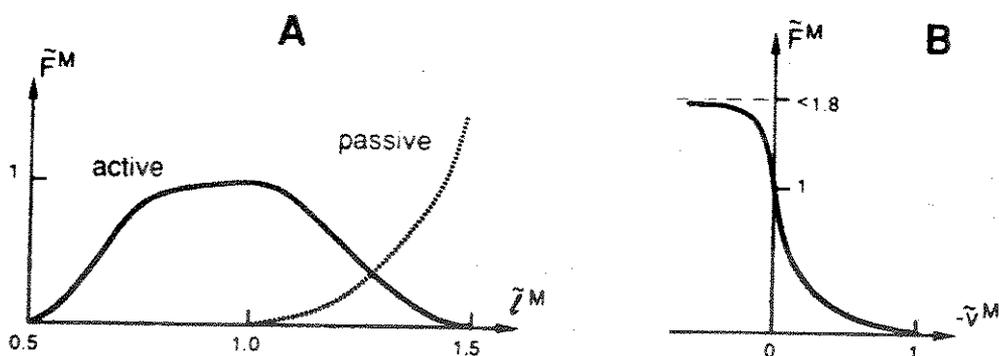


Figura 3.2: Curva força-comprimento (A) e força-velocidade (B) adimensionais (Zajac, 1989).

Assumindo por ora  $\alpha_0 = 0$  e  $v_m = 10 L_0^M$  para um músculo com pequeno ângulo de inclinação e possuindo uma proporção média de fibras rápidas e lentas, com  $a(t) = 1$  a  $37^\circ\text{C}$ , o valor da escala de tempo ( $\tau_c \equiv L_0^M / v_m$ ) fica  $\tau_c = 0,1$  s (Zajac, 1989).

### 3.1.3. Mecânica dos Tendões

Do ponto de vista mecânico, um tendão pode ser modelado como um sistema elástico ou viscoelástico; considerando apenas o efeito equivalente a uma mola elástica, um tendão específico pode ser definido a partir da área  $A^T$  da sua seção transversal e do seu comprimento  $L^T$ ; seu estado mecânico, por sua vez, depende da deformação  $\epsilon^T$  e da tensão  $\sigma^T$  na sua seção transversal. Tensão e deformação são definidos como:

$$\sigma^T = \frac{F^T}{A^T} \quad (3.3)$$

$$\epsilon^T = \frac{\Delta L^T}{L_s^T} = \frac{(L^T - L_s^T)}{L_s^T} \quad (3.4)$$

A curva tensão-deformação do tendão (Figura 3.3) mostra três regiões distintas: inicialmente é não linear, com módulo de elasticidade  $E^T$  pequeno. Em seguida, atravessa uma longa faixa linear; com aumentos subsequentes da tensão, aproxima-se da região de falha, com tensão limite de ruptura na ordem de 110 MPa. Na região linear, tensão e deformação relacionam-se através da lei de Hooke:

$$\sigma^T = E^T \epsilon^T \quad (3.5)$$

Fazendo

$$\frac{F^T}{A^T} = E^T \frac{\Delta L^T}{L_s^T}$$

temos que

$$F^T = \frac{E^T A^T}{L_s^T} (L^T - L_s^T) \quad (3.6)$$

Dividindo  $F^T$  pela força isométrica máxima e o alongamento por comprimento ótimo, a equação 3.6 normalizada fica

$$\tilde{F}^T = \frac{E^T A^T}{L_s^T} \left( \frac{L_0^M}{F_0^M} \right) (\tilde{L}^T - \tilde{L}_s^T) \quad (3.7)$$

E a rigidez normalizada do tendão:

$$\tilde{k}^T = \frac{E^T A^T}{L_s^T} \begin{pmatrix} L_0^M \\ F_0^M \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

Em forças isométricas máximas foi verificado que (Rack e Westburry, 1984):

$$\sigma_0^T = \frac{F_0^M}{A^T} = 32 \text{ MPa} \quad (3.9)$$

este valor corresponde a aproximadamente 1/3 do limite de ruptura para força máxima. Num caso extremo de alongamento, onde a força pode atingir 180 % da força isométrica máxima (item 1.4.2), o coeficiente de segurança ficaria em torno de 1,7. Considerando o módulo de elasticidade do tendão  $E^T = 1.2 \text{ GPa}$  (Butler et al, 1984), substituindo 3.9 em 3.8, e notando que  $\tilde{L}_s^T = L_s^T/L_0^M$ , a rigidez normalizada de um tendão genérico pode ser calculada como:

$$\tilde{k}^T = \left( \frac{E^T}{\sigma_0^M} \right) \left( \frac{1}{\tilde{L}_s^T} \right) = \left( \frac{1,2 \text{ GPa}}{32 \text{ MPa}} \right) \left( \frac{1}{\tilde{L}_s^T} \right) = \frac{37,5}{\tilde{L}_s^T} \quad (3.10)$$

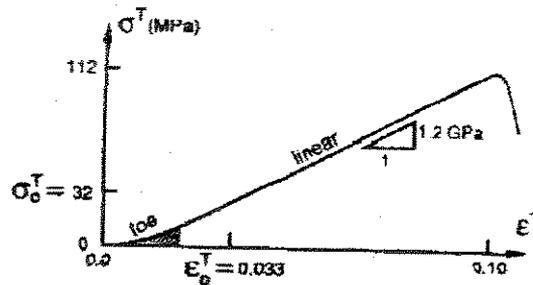


Figura 3.3: Curva tensão-deformação de um tendão. Inicialmente a curva é não-linear e  $E^T$  assume valores inferiores à porção linear (Zajac, 1989). Acima de  $\epsilon^T = 0.10$ , a tensão na seção transversal se aproxima do limite de ruptura.

### 3.1.5. Dinâmica dos Atuadores Músculo-Tendíneos

No modelo de Zajac, a unidade funcional mais importante é o atuador músculo-tendíneo, a partir do qual é possível associar a mecânica do sistema músculo-esquelético, através do comprimento e da velocidade dos atuadores, e o controle neural, através da ativação  $a(t)$ , com a força muscular (ver Figura 3.1). O comprimento de um atuador músculo-tendíneo é dado pela

soma dos comprimentos dos tendões distal e proximal ( $L^T$ ) com o comprimento do músculo ( $L^M$ )<sup>5</sup>:

$$L^{MT} = L^M + L^T$$

ou na forma adimensional

$$\tilde{L}^{MT} = \tilde{L}^M + \tilde{L}^T \quad (3.11)$$

se  $\tilde{v} = \frac{d\tilde{L}}{d\tau}$ , a velocidade do tendão fica:

$$\tilde{v}^T = \tilde{v}^{MT} - \tilde{v}^M \quad (3.12)$$

Por outro lado, se  $\tilde{F}^T = \tilde{k}^T(\tilde{L}^T - \tilde{L}_s^T)$

$$\frac{d\tilde{F}^T}{d\tau} = \tilde{k}^T \tilde{v}^T = \tilde{k}^T(\tilde{v}^{MT} - \tilde{v}^M) \quad (3.13)$$

uma vez que  $\tilde{L}_s^T$  é constante.

Mas pela relação força-comprimento-velocidade adimensionalizada (item 3.1.2), sabe-se que  $\tilde{v}^M = f(\tilde{L}^M, \tilde{F}^M, a(\tau))$ . Considerando por ora o ângulo de inclinação das fibras  $\alpha_0 = 0$ , a força no músculo é igual à força no tendão ( $\tilde{F}^M = \tilde{F}^T$ ). Desta maneira, a equação 3.13 da dinâmica da contração para um atuador músculo-tendíneo fica:

$$\frac{d\tilde{F}^T}{d\tau} = \tilde{k}^T \left( \tilde{v}^{MT} - f(\tilde{L}^M, \tilde{F}^T, a(\tau)) \right) \quad (3.14)$$

A equação 3.14 diferencial não-linear de 1ª ordem representa a essência do modelo de Zajac.

### 3.1.6. Efeito do Ângulo de Inclinação da Fibra Muscular

Alguns músculos não possuem suas fibras contráteis na mesma direção da linha geométrica que liga a inserção à origem. Neste caso, o de um músculo *penado*, as fibras estão dispostas paralelamente numa dada inclinação  $\alpha$  com relação aos tendões (Figura 3.4). Em

<sup>5</sup> Um atuador pode ser classificado com rígido ou elástico em função da razão  $\frac{L_s^T}{L_0^M} = \tilde{L}_s^T$ . Para um atuador rígido, esta razão está em torno de 1; para um elástico, na ordem de 10.

músculos com  $\alpha$  elevado<sup>6</sup>, a força realizada pelas fibras musculares é significativamente superior à realizada pelo tendão; além disso, o encurtamento ou alongamento do atuador músculo-tendíneo reflete mais intensamente a deformação dos tendões do que dos elementos contráteis.

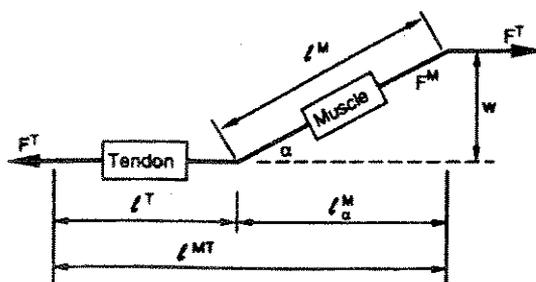


Figura 3.4: Arranjo dos elementos elástico e contrátil dos atuadores músculo-tendíneos, levando em conta o ângulo de inclinação da fibra muscular (Zajac, 1989).

Observando a Figura acima, a relação entre a força do tendão e do músculo, é dada por:

$$F^T = F^M \cos \alpha \quad (3.15)$$

e o comprimento do atuador músculo-tendíneo:

$$L^{MT} = L^T + L^M \cos \alpha \quad (3.16)$$

Dividindo 3.15 e 3.16 por  $F_0^M$  e  $L_0^M$  respectivamente, são obtidas as equações na forma adimensional:

$$\tilde{F}^T = \tilde{F}^M \cos \alpha \quad (3.17)$$

$$\tilde{L}^{MT} = \tilde{L}^T + \tilde{L}^M \cos \alpha \quad (3.18)$$

É conveniente expressar o comprimento do músculo em função do comprimento do atuador músculo-tendíneo, para utilização na relação força-comprimento. Se  $\tilde{F}^T = \tilde{k}^T (\tilde{L}^T - \tilde{L}_s^T)$ , isto é:

$$\tilde{L}^T = \frac{\tilde{L}_s^T + \frac{\tilde{F}^T}{\tilde{k}^T}}{\cos \alpha} \quad (3.19)$$

o comprimento do músculo pode ser expresso, a partir de 3.18 e 3.19 como:

<sup>6</sup> Por exemplo o músculo soleus, com  $\alpha_0 = 25^\circ$ .

$$\tilde{L}^M = \frac{\tilde{L}^{MT} - \tilde{L}^T}{\cos \alpha} = \frac{\tilde{L}^{MT} - \left( \tilde{L}_s^T + \frac{\tilde{F}^T}{k^T} \right)}{\cos \alpha} \quad (3.20)$$

Para músculos não penados ( $\alpha_0=0$ ), as equações 3.17 e 3.20 ficam reduzidas a:

$$\tilde{F}^M = \tilde{F}^T \quad (3.21)$$

$$\tilde{L}^M = \tilde{L}^{MT} - \left( \tilde{L}_s^T + \frac{\tilde{F}^T}{k^T} \right) \quad (3.22)$$

### 3.2. Relações Constitutivas e Parâmetros dos Atuadores Músculo-Tendíneos

A utilização da metodologia exposta acima num problema concreto de biomecânica do movimento requer:

a) a obtenção da equação  $\tilde{v}^M = f(\tilde{L}^M, \tilde{F}^M, a(\tau))$  a partir do conhecimento das relações força-deslocamento-velocidade genéricas de um músculo.

b) a determinação dos parâmetros específicos de cada atuador músculo-tendíneo, isto é: força máxima (N), comprimento ótimo (m), ângulo ótimo da fibra muscular (graus) e comprimento do tendão relaxado.

A velocidade de contração do músculo em função da ativação, da força e do comprimento do músculo pode ser determinada a partir da relação força-velocidade (fv) e força-comprimento (fl) adimensionais (Figura 3.2). Para o encurtamento, a equação de Hill normalizada 3.6 no comprimento ótimo  $\tilde{F}^{M*}$ , numa dada ativação  $0 < a < 1$  fica:

$$\left( \frac{\tilde{F}^{M*}}{a} + \frac{1}{4} \right) \left( \frac{\tilde{v}_e^M}{a} + \frac{1}{4} \right) = \frac{5}{16} \quad (3.23)$$

sendo  $\tilde{v}_e^M = -\tilde{v}^M$  a velocidade de encurtamento da fibra muscular. Isolando-a na equação acima (ver Figura 3.5):

$$\tilde{v}_e^M = \frac{a^2 - a\tilde{F}^{M*}}{4\tilde{F}^{M*} + a} \quad (3.24)$$

A relação força-comprimento possui duas componentes distintas: a ativa e a passiva (Figura 3.2 e item 1.4.1). A componente ativa ( $fl_a$ ) foi obtida a partir das medidas apresentadas por Gordon et al. (1966), através de uma interpolação polinomial; esta componente foi considerada, assim como  $f_v$ , dependente do grau de ativação.  $fl_a$  pode ser expressa pelo seguinte polinômio:

$$fl_a = 4,9102 \cdot \tilde{L}^M{}^3 - 19,9487 \cdot \tilde{L}^M{}^2 + 24,6846 \cdot \tilde{L}^M - 8,7224 \quad (3.25)$$

A componente passiva da força muscular na relação força-comprimento passiva ( $fl_p$ ), neste trabalho, não exerce qualquer efeito até que o músculo esteja acima do comprimento ótimo. Com o aumento do comprimento a força passiva crescerá até o próprio valor da força máxima, quando o músculo atingisse 180 % do comprimento ótimo; uma equação que representa  $fl_p$  é a seguinte:

$$fl_p = \frac{0,5(1 + \tanh(50\tilde{L}^M - 50))}{(e^{1,8} - e)(e^{\tilde{L}^M} - 1)} \quad (3.26)$$

Desta maneira, a relação  $fl$  pode ser expressa como a soma das componentes passiva e ativa, multiplicando-se esta última pela ativação  $0 < a < 1$  (Figura 3.5):

$$fl(\tilde{L}^M, a) = fl_a(\tilde{L}^M) \cdot a + fl_p(\tilde{L}^M) \quad (3.27)$$

A equação 3.27 é útil na verificação da força máxima que pode ser exercida pelo elemento contrátil, em função da ativação e do do comprimento deste elemento. Se a força muscular num dado comprimento pode ser expressa como:

$$\tilde{F}^M = fl \cdot \tilde{F}^{M*} \quad (3.28)$$

$fl$  deve levar em conta apenas o efeito do comprimento da fibra muscular na capacidade de geração de força no músculo. Deve-se assim utilizar a equação 3.28 com  $a=1$  em 3.27; de outro modo, o efeito da ativação estaria sendo considerado de maneira imprópria.

Assim, a equação 3.24 para a velocidade de encurtamento fica expressa, na sua forma final:

$$\tilde{v}_e^M = \frac{a^2 - a\tilde{F}^M/fl}{4\tilde{F}^M/fl + a} = \frac{a^2 fl - a\tilde{F}^M}{4\tilde{F}^M + afl} \quad (3.29)$$

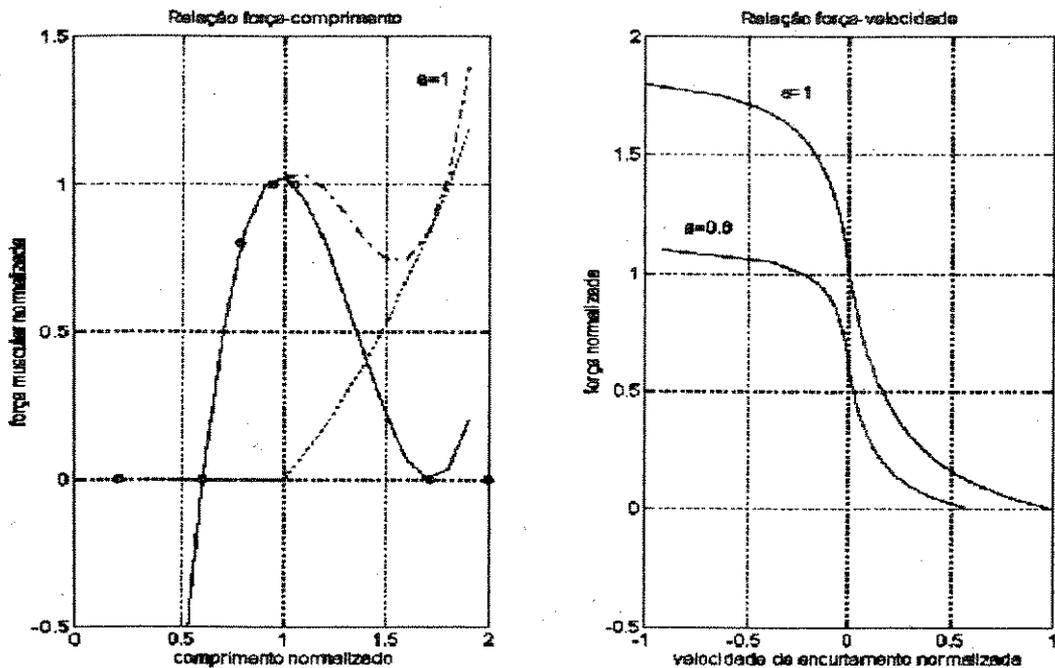


Figura 3.5: Relações força-deslocamento e força-velocidade a partir das equações 3.27, 3.28 e 3.30. Na figura à esquerda, a curva força-comprimento resultante(-.-) é equivalente à soma das componente passiva (....) e ativa (traço contínuo); só está representada a curva para ativação máxima (a=1). À direita, a relação força-velocidade está mostrada para dois valores distintos de ativação (1 e 0.6).

Para um músculo sofrendo alongamento<sup>7</sup> ( $\tilde{v}^M < 0$ ), a equação de Hill da relação força-velocidade é dada por (lembrando que \* indica o fato da relação valer apenas para o comprimento ótimo):

$$\frac{\tilde{F}^{M*}}{a} = 1,8 - 0,8 \left( \frac{v_m + \frac{v^{M*}}{a}}{v_m - \frac{7,6v^{M*}}{a}} \right) \quad (3.30)$$

Como  $\tilde{F}^M = \tilde{F}^{M*} \cdot fl$  a velocidade de alongamento normalizada  $\tilde{v}_a^M = -\tilde{v}^M$  pode ser expressa como:

$$\tilde{v}_a^M = \frac{\tilde{F}^M a - a^2 fl}{7,6\tilde{F}^M - 14,48a \cdot fl} \quad (3.31)$$

<sup>7</sup> A contração muscular com alongamento do elemento contrátil recebe o nome de contração *excêntrica*, correspondendo ao lado esquerdo de relação f-v. Quando a contração ocorre simultaneamente ao encurtamento do elemento contrátil, chama-se *concêntrica*, isto é está no lado esquerdo de f-v. As contrações *isométricas* se situam exatamente sobre a linha vertical que separa os dois lados desta relação.

Se a contração pode ser considerada isométrica  $\dot{v}^{MT} = 0$ ; neste caso, a equação não-linear 3.14 pode ser integrada numericamente, sendo obtida a força muscular para um determinado alongamento e um certo grau de ativação. Hoy et al. (1990) traz um importante sumário de parâmetros específicos abrangendo 18 músculos ou grupos musculares dos membros inferiores. Os dados anatômicos obtidos a partir da literatura foram comparados e sistematizados de modo que fossem utilizáveis no modelo de Zajac. De fato, estes dados provêm de diversos estudos anteriores, com vários cadáveres analisados por diversos pesquisadores; aí reside uma das principais vantagens da utilização de relações adimensionais: se todos estes parâmetros músculo-tendíneos seguem aproximadamente a mesma *escala*, é possível até certo ponto utilizá-los para qualquer pessoa, desde que a geometria do sistema músculo-esquelético seja conhecida.

No presente trabalho, foram analisados 9 grupos musculares, com os seguintes parâmetros extraídos de Hoy et al. (1990) (Tabela 3.1):

	<i>rectus femoris</i>	<i>ilipsoas</i>	<i>gluteus maximus</i>	<i>gluteus medius</i>	<i>isquiotibialis</i>	<i>vasti</i>	<i>gastrocnemius</i>	<i>soleus</i>	<i>dorsiflexores</i>
$F_0^M$ (N)	930	1474	1798	1876	2348	5402	2372	4234	1400
$L_0^M$ (m)	0,082	0,127	0,180	0,081	0,107	0,084	0,048	0,024	0,101
$\alpha_0$ (°)	5	7	3,4	9,7	8,7	4,5	14,8	25	6,9
$L_s^T$ (m)	0,410	0,085	0,001	0,035	0,385	0,225	0,425	0,270	0,235
$\tilde{L}_s^T$	5	0,67	0,01	0,43	3,6	2,68	8,85	11,25	7,18
$\bar{k} = 375/\tilde{L}_s^T$	7,5	56	3750	87,2	10,42	14	4,24	3,33	16,1

**Tabela 3.1: Parâmetros dos atuadores músculo-tendíneos**

### 3.3. Modificações do Modelo de Zajac

O modelo apresentado originalmente por Zajac (1989) apresenta um comportamento satisfatório para a simulação de um músculo, inicialmente relaxado, submetido a uma ativação máxima. Neste caso, a curva de resposta temporal de força, a partir de um valor nulo e atinge a força máxima, saturando em seguida. Verificou-se (ver próximo item) que o modelo proposto originalmente não atende a outros regimes de operação, por exemplo no relaxamento: o músculo que possui uma força diferente de zero como condição inicial, com ativação reduzida, não é capaz de atingir o valor de força que corresponderia àquela ativação. Para corrigir esta limitação, são introduzidos elementos elásticos e viscosos em série com o elemento contrátil. Uma nova

dinâmica da contração aparece com estas modificações. Na Figura 3.6 está mostrada a configuração do novo modelo.

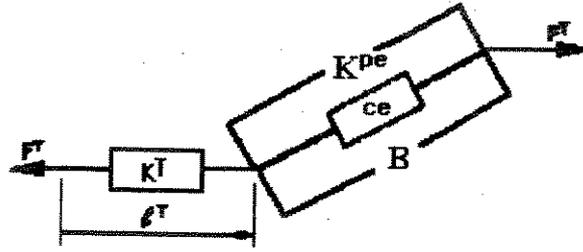


Figura 3.6: Modelo de Zajac modificado com a inclusão de um elemento elástico e um viscoso em paralelo ao elemento contrátil.

A equação diferencial de primeira ordem que responde ao modelo proposto pode ser encontrada observando que o comprimento do atuador músculo-tendíneo é igual à soma do comprimento do elemento contrátil e do tendão. Se o músculo se encontra inicialmente relaxado:

$$\tilde{L}^M \cos \alpha + \tilde{L}^{ST} = \tilde{L}^{MT} \quad (3.32)$$

Para o músculo que se contrai, a equação acima fica modificada:

$$\tilde{L}^M \cos \alpha + \tilde{L}^S + \frac{\tilde{F}^T}{\tilde{k}^T} = \tilde{L}^{MT} \quad (3.33)$$

derivando 3.33:

$$\begin{aligned} \tilde{v}^M \cos \alpha + \frac{\tilde{\dot{F}}^T}{\tilde{k}^T} &= 0 \\ \tilde{\dot{F}}^T &= -\tilde{v}^M \tilde{k}^T \cos \alpha \end{aligned} \quad (3.34)$$

que é semelhante à equação 3.13, para uma contração isométrica e  $\alpha \neq 0^\circ$ .

Outra relação fundamental, que deve ser observada para a determinação da equação diferencial deste modelo de Zajac modificado, é que no ponto onde o tendão se une com o músculo, a força no tendão é igual à soma das forças realizadas nos elementos contrátil, elástico e viscoso.

<sup>8</sup> A equação 3.34, que na sua formulação genérica fica  $\tilde{\dot{F}}^T = \tilde{k}^T (\tilde{v}^{MT} - \tilde{v}^M \cos \alpha)$  é aplicável apenas quando tendão está alongado, ou seja, se  $L^T - L^{ST} \geq 0$ . Se o tendão se encontra num comprimento inferior ao relaxado, a rigidez será mínima, tanto para alongamento quanto para encurtamento.

$$\cos\alpha(\tilde{F}^{PE} + \tilde{F}^{DE} + \tilde{F}^{CE}) = \tilde{F}^T \quad (3.35)$$

tal que  $\tilde{F}^{PE}$  é a força no elemento elástico, segundo o modelo de Hill (ver Figura 2.13)

$\tilde{F}^{DE}$  é a força no elemento viscoso (amortecimento)

$\tilde{F}^{CE}$  é a força no elemento contrátil

De acordo com a Lei de Hooke, a força no elemento elástico linear pode ser calculada como<sup>9</sup>:

$$\tilde{F}^{PE} = \tilde{k}^{PE} \Delta\tilde{L}^M \quad (3.36)$$

Subtraindo a equação 3.32 da 3.33, a variação de comprimento do músculo na contração, que tem o mesmo valor para os três elementos paralelos, fica:

$$\Delta\tilde{L}^M = \frac{\tilde{F}^T}{\tilde{k}^T \cos\alpha} \quad (3.37)$$

Para o elemento de amortecimento viscoso, a força é expressa, em função da velocidade de encurtamento como:

$$\tilde{F}^{DE} = -\tilde{B}\tilde{v}_e^M \quad (3.38)$$

sendo  $\tilde{B}$  o coeficiente adimensionalizado de amortecimento do elemento viscoso. Sua determinação a partir de B está mostrada a frente.

Da equação 3.29:

$$\tilde{v}_e^M = \frac{a^2 fl - a\tilde{F}^M}{4\tilde{F}^M + afl}$$

a força no elemento contrátil pode ser calculada (aqui, a própria força muscular  $\tilde{F}^M$ ):

$$\tilde{F}^{CE} = \tilde{F}^M = \frac{fl \cdot a^2 - \tilde{v}_e^M a \cdot fl}{4\tilde{v}_e^M a} \quad (3.39)$$

Substituindo 3.36 a 3.39 na equação 3.35:

<sup>9</sup> Uma outra possibilidade de levar em conta a força no elemento elástico utilizaria apenas a relação  $fl_p$  mostrada na equação 3.26:  $\tilde{F}^{PE} = fl_p (\tilde{L}^M) \cdot F_0^M$

$$\tilde{k}^{PE} \left( \frac{\tilde{F}^T}{\tilde{k}^T \cos \alpha} \right) - \tilde{B} \tilde{v}_e^M + \frac{fl \cdot a^2 - \tilde{v}_e^M a \cdot fl}{4 \tilde{v}_e^M a} = \frac{\tilde{F}^T}{\cos \alpha}$$

Manipulando a equação acima:

$$-\tilde{B} \tilde{v}_e^M + \frac{fl \cdot a^2 - \tilde{v}_e^M a \cdot fl}{4 \tilde{v}_e^M + a} = \frac{\tilde{F}^T}{\cos \alpha} \left( 1 - \frac{\tilde{k}^{PE}}{\tilde{k}^T} \right) = Q$$

$$\frac{-\tilde{B} \tilde{v}_e^M (4 \tilde{v}_e^M + a) + fl \cdot a^2 - \tilde{v}_e^M a \cdot fl}{4 \tilde{v}_e^M + a} = Q$$

$$\tilde{v}_e^{M^2} (-4\tilde{B}) + \tilde{v}_e^M (-\tilde{B}a - a \cdot fl - 4Q) + (-Qa + a^2 fl) = 0 \quad (3.40)$$

ou seja, uma equação algébrica de segundo grau para  $\tilde{v}_e^M$ . Considerando, por hipótese, que  $\tilde{B} = 0$ , a velocidade de encurtamento pode ser calculada facilmente como:

$$\tilde{v}_e^M = \frac{a^2 fl - aQ}{4Q + afl} \quad (3.41)$$

Observando a equação 3.41, já aparece um problema quando  $a = 0$ : a velocidade de encurtamento é sempre nula, neste caso. Se portanto um músculo tem condição inicial de força não nula e está sem ativação, esta equação não pode ser utilizada, uma vez que é impossível ao músculo mudar o comprimento do seu elemento contrátil e a força nos tendões, segundo a equação (3.34). Ao contrário, se  $\tilde{B}$  não for considerado desprezível, a equação 3.40 é resolvida utilizando-se a chamada Fórmula de Báskara, isto é:

$$\begin{aligned} a_b &= -4\tilde{B} \\ b_b &= -(\tilde{B}a + afl + 4Q) \\ c_b &= a^2 fl - Qa \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$\tilde{v}_e^M = \frac{-b_b \pm \sqrt{b_b^2 - 4a_b c_b}}{2a_b}$$

Calculando  $\tilde{v}_e^M$  através da equação acima e utilizando a equação 3.34<sup>10</sup>, fica definida a equação diferencial não-linear de primeira ordem da dinâmica da contração. Verificou-se ainda, nas simulações da contração isométrica utilizando a equação (3.42), que o sinal + ou - multiplicando

<sup>10</sup> Lembrando que  $\tilde{v}_e^M = -\dot{\tilde{v}}^M$

o termo da raiz quadrada depende do valor da ativação, para fornecer um resultado satisfatório, isto é:

$$\text{se } a \neq 0, \text{ deve-se utilizar } \tilde{v}_c^M = \frac{-b_b - \sqrt{b_b^2 - 4a_b c_b}}{2a_b}$$

$$\text{e se } a = 0, \tilde{v}_c^M = \frac{-b_b + \sqrt{b_b^2 - 4a_b c_b}}{2a_b}$$

Se o músculo está em regime de alongamento (velocidade do elemento contrátil positiva), cabe uma análise semelhante; entretanto, se o alongamento é pequeno, pode ser utilizada a própria expressão para o encurtamento, até o limite da força muscular do músculo alongado atingir  $1.4 F_0^M$ , neste caso, pode ser conveniente introduzir uma condição na simulação tal que se a velocidade normalizada de alongamento  $\tilde{v}_c^M$  é superior a 0.15, a força normalizada no elemento contrátil satura-se no valor de  $1.4 F_0^M$  (Kuo, 1995) Para grandes alongamentos, a força dos elementos passivos do músculo pode vir a ser significativa (Davi e Audu, 1987). Para uma revisão sobre o comportamento de vários modelos da dinâmica da contração muscular em regime alongamento, ver Cole et al. (1996).

Resta ainda a especificação dos parâmetros de elasticidade e viscosidade dos elementos que foram introduzidos com estas modificações do modelo original de Zajac. Segundo Imbar e Adam (1976) valores médios de  $k^{PE}$  e  $B$  para o músculo *gastrocnemius* do sapo são:

$$k^{PE} = 1500 \text{ g/cm} \cong 1500 \text{ N/m}$$

$$B = 225 \text{ g.s/cm} \cong 225 \text{ N.s/m}$$

Estes dados foram utilizados também por Shadmehr e Arbib (1991) em modelos de dinâmica da contração.

Se  $F^{PE} = k^{PE} \Delta L^M$ , dividindo os dois desta equação por  $F_0^M$  e  $L_0^M$ ,

$$\frac{F^{PE}}{F_0^M} = k^{PE} \frac{L_0^M}{F_0^M} \frac{\Delta L^M}{L_0^M}$$

a rigidez normalizada do elemento elástico em série fica:

$$\tilde{k}^{PE} = k^{PE} \frac{L_0^M}{F_0^M} \quad (3.43)$$

Para o elemento viscoso em série ao elemento contrátil do músculo:

$$F^{DE} = Bv^M$$

dividindo a equação acima por  $F_0^M$  e por  $v_m$  (recordando, a velocidade máxima de encurtamento do músculo), que pode ser estimada segundo a equação  $\tau_c = L_0^M/v_M$ , com  $\tau_c=0,1$ ):

$$\frac{F^{DE}}{F_0^M} = B \frac{L_0^M}{F_0^M \tau_c} \frac{v^M \tau_c}{L_0^M}$$

o coeficiente de amortecimento adimensionalizado é calculado como:

$$\tilde{B} = B \frac{L_0^M}{F_0^M \tau_c} \quad (3.44)$$

### 3.4. Estimulação Elétrica Neuro-muscular e Dinâmica da Ativação

O modelo da dinâmica da ativação apresentado no item 3.1.1 diz respeito ao processo dinâmico que leva à ativação neuro-muscular  $a(t)$  a partir da chamada excitação neural  $u(t)$ , entendida como um trem de pulsos gerado pelo sistema nervoso central e transportado até a junção neuro-muscular pelo sistema nervoso periférico, conforme descrito no Capítulo 2. É possível, entretanto, associar a excitação neural com um determinado sinal de estimulação elétrica artificial.

Os primeiros pesquisadores, que no início do século observaram a excitação de tecidos vivos por pulsos elétricos<sup>11</sup>, puderam associar duas grandezas que, combinadas, definiam um limiar de excitação: a intensidade da corrente elétrica e a duração de um pulso retangular; Weiss em 1901 e Lapicque em 1909 perceberam que a corrente necessária para excitar um tecido aumentava na medida em que a duração do pulso diminuía. Estes pesquisadores procuraram estabelecer grandezas capazes de definir a excitabilidade de um tecido: a *reobase* e a *cronaxie*. A *reobase* era estabelecida como a corrente necessária para estimular um tecido, com um determinado tamanho e posição de eletrodo, num tempo infinito. Já a *cronaxie* era a duração do pulso necessária para que o tecido fosse excitado com uma corrente duas vezes maior do que a *reobase*. Um eletrodo tipo cátodo (negativo) colocado convenientemente era capaz de diminuir, para um valor abaixo do limiar, o potencial de repouso transmembrânico. A partir de uma certa

<sup>11</sup> Para uma revisão dos fundamentos da estimulação elétrica em tecidos vivos, ver Geddes e Baker (1989)

corrente, já era possível deflagrar o potencial de ação; uma vez cessada a excitação, a membrana voltava ao potencial de repouso. Com o desenvolvimento dos modelos matemáticos do potencial de ação, procurou-se determinar o valor da corrente transmembrânica necessária para a excitação neural.

O desenvolvimento e utilização de eletrodos, superficiais e implantados para a excitação direta de nervos motores ou da membrana muscular, permitiu o estabelecimento dos parâmetros convencionais da estimulação elétrica. A utilização prática, assim como as implicações clínicas e tecnológicas da chamada Estimulação Elétrica Neuro-Muscular, podem ser encontradas na extensa literatura sobre o assunto<sup>12</sup>. Utilizando normalmente pulsos quadrados, existem 4 parâmetros que definem o sinal de uma estimulação elétrica:

- A frequência ( $f$ ) com que os pulsos são gerados, assim como período ( $T_s$ ), tempo total entre dois pulsos
- A largura, ou duração temporal ( $d$ ) de cada pulso
- A amplitude da tensão de cada pulso
- A amplitude da corrente de cada pulso

Cada músculo possui uma resposta específica aos parâmetros de estimulação. Esta caracterização é feita através da *curva de recrutamento* de cada músculo estimulado com uma dada configuração de eletrodos. Estas curvas relacionam algum parâmetro de estimulação: largura de pulso, frequência ou amplitude com a força muscular; sua obtenção é feita a partir de técnicas de identificação de parâmetros (Durfée e McLean, 1989; Durfée, 1992). Usualmente, as curvas de recrutamento são apresentadas com o eixo de forças normalizado entre 0 e 1, tal que 1 corresponde à máxima força gerada. Alguns autores, como Khang e Zajac (1989), Shutte et al. (1995) entre outros, associaram diretamente a força normalizada ao grau de ativação  $a(t)$ : ou seja, em condições fixas de tensão, corrente elétrica e frequência um músculo estimulado com uma dada largura de pulso se comporta como se estivesse sendo controlado por um certo grau de ativação. A determinação da ativação, em função da largura de pulso, fica a cargo da curva de recrutamento cujo comportamento é não linear. Esta curva possui três regiões bastante distintas (ver Figura 3.7):

- Um patamar inferior, onde o músculo não responde à estimulação

---

<sup>12</sup> Ver por exemplo Crago et al. (1980a e b), Gorman e Mortimer (1983), Wilhere et al. (1985), Kraji et al. (1986), Stefanoska et al. (1989), Durfée (1989), Jaeger et al. (1989), Cliquet (1988), Minzly et al. (1992), Stein, Peckhan e Popovic eds. (1992), entre outros.

- Uma região de formato sigmóide, onde a relação entre força / ativação e a largura de pulso é crescente
- Um patamar superior, tal que aumentos na largura de pulso não são capazes de produzir respostas musculares acima da força / ativação máxima.

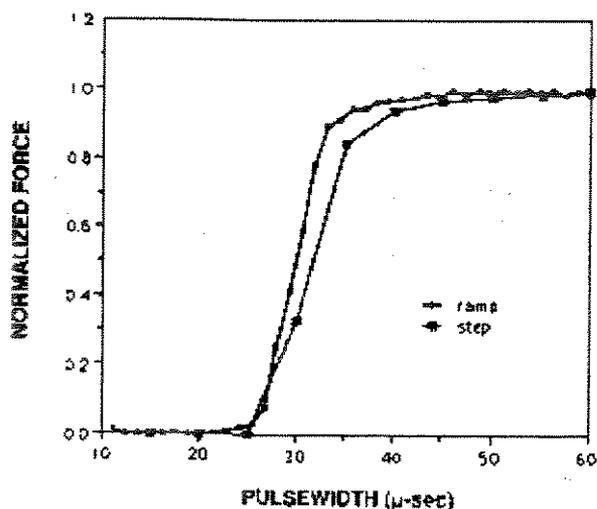


Figura 3.7: Curva de recrutamento do músculo *tibialis anterioris*, identificada através de dois métodos distintos por Durfee (1992).

A equação 3.1 da dinâmica da ativação tem o comportamento de uma equação diferencial bilinear: possui diferentes constantes de tempo para ativação e deativação (Kuo, 1995). Considerando por exemplo  $\tau_{act}=0.01$  s e  $\beta=0.2$ , a resposta desta equação a um pulso quadrado  $u(t)$  entre 0.2 s e 0.25 s com amplitude 1 é mostrada na Figura 3.8.

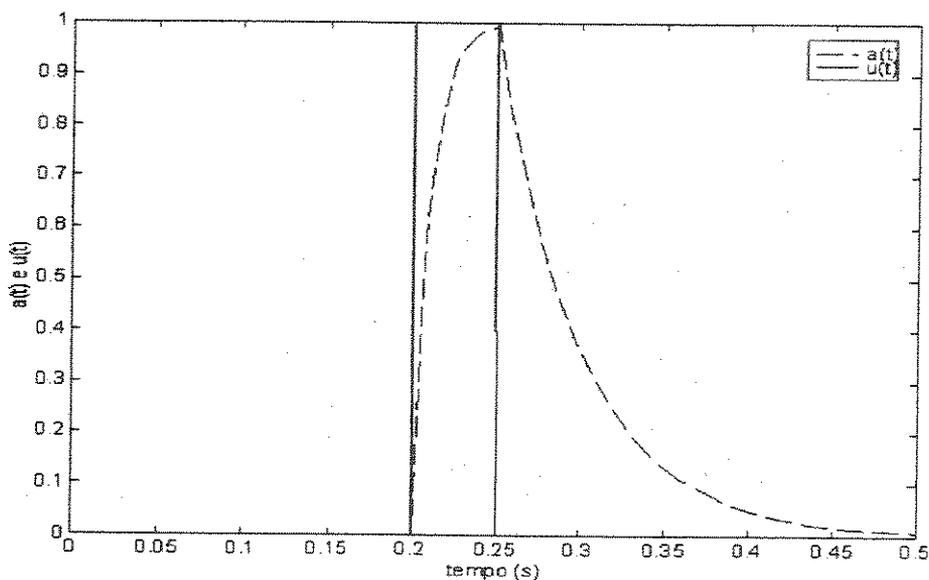


Figura 3.8: Excitação neural  $u(t)$  e resposta  $a(t)$  da dinâmica da ativação.

Uma formulação simplificada da dinâmica da ativação é a apresentada por Khang e Zajac (1989), utilizada neste trabalho. A duração (d) usual do pulso elétrico, apresentada normalmente nas curvas de recrutamento, é da ordem de  $10^{-6}$  segundos. Estes autores formularam então uma versão integrada da dinâmica da ativação, considerando que a fase de ativação é instantânea, ao contrário da deativação que decai de acordo com  $\tau_{\text{deact}}$ .

$$a(t) = a_m(d) \cdot e^{-(t-kT_s)/T_c}$$

para

(3.45)

$$kT_s \leq t < (k+1)T_s$$

$$k = 0, 1, 2, \dots$$

tal que

$a_m(d)$  é a curva de recrutamento

$T_s = 1/f$ , o período entre dois pulsos

$T_c = \tau_{\text{deact}}$  é o tempo de deativação ou relaxamento da ativação muscular

A principal vantagem desta formulação é de ordem computacional: uma vez que o tempo de duração do pulso é muito inferior ao intervalo entre os pulsos, à dinâmica da contração muscular e à de corpo rígido, o algoritmo de integração numérica deveria ter um tamanho de passo muito reduzido. A equação 3.45 foi implementada nas simulações do modelo dinâmico (programa `mmnlct42.m`, em anexo) conforme a rotina abaixo. Considerando inicialmente que o número do pulso inicial  $np = 0$ :

```

if t >= np * Ts & t < (np + 1) * Ts
    a = at .* exp((np * Ts - t) / Tc);
    %se o tempo atual está no intervalo entre os pulsos,
    aplica a equação 3.45. at é a ativação anterior
elseif t >= (np + 1) * Ts,
    if tant < t, np = np + 1;
end;
%senão, incrementa o número do pulso
calcula at(i)
a(i) = at(i) * exp((np * Ts - t) / Tc);
%aplica a equação 3.45 para a nova ativação
end;

```

Não foi necessário utilizar a curva de recrutamento nas simulações. Considerou-se apenas que para um valor requerido da ativação entre 0 e 1 (calculado pelo sistema de controle, mostrado na Capítulo 6), poderia ser especificada a largura de pulso conveniente para aquele músculo, através da sua curva de recrutamento; a variável de controle do músculo continuaria sendo a própria ativação  $a(t)$ .

### 3.5. Simulação da contração isométrica e obtenção do modelo linear equivalente

A partir do que foi apresentado nos itens anteriores, resta a utilização do modelo de Zajac para a simulação da resposta temporal de força dos grupos musculares. Destas respostas, resultado da integração numérica da equação 3.14, foram identificados sistemas dinâmicos (SISO) lineares equivalentes de 1ª ordem. Com os parâmetros do modelo linear equivalente de cada músculo, pode ser estabelecido um outro modelo equivalente, desta vez para o torque numa articulação: agrupados em extensores ou flexores de uma ou mais articulações, as respostas dos 9 grupos musculares da Tabela 3.1 são somadas convenientemente, resultando em equações dinâmicas lineares de torque (extensão e flexão) para três articulações, isto é, tornozelo, joelho e quadril. Foi implementada uma rotina em ambiente *Matlab* para o cálculo da resposta temporal de cada músculo e dos modelos lineares equivalentes.

O programa *muscl2.m* (em anexo) realiza as seguintes operações:

1. Definição de parâmetros antropométricos (comprimento dos segmentos corporais).
2. Definição dos sistemas de referência (tíbia, fêmur e pélvis) e das matrizes de transformação de coordenadas, a partir da metodologia proposta por Brand et al. (1982).
3. Cálculo de coordenadas das origens e inserções dos atuadores músculo-tendíneos, a partir dos dados fornecidos por Brand et al. (1982) e Hoy et al. (1990), aplicando as transformações definidas em (2).
4. Cálculo da direção de aplicação da força e da magnitude dos braços de momento com relação à(s) articulação(ções) que cada músculo cruza.
5. Determinação dos comprimentos dos atuadores músculo-tendíneos com base nos itens anteriores e introdução dos parâmetros específicos mostrados na Tabela 3.1. Nas simulações apresentadas abaixo optou-se por considerar o comprimento do atuador músculo-tendíneo como a soma do comprimento ótimo do músculo com o comprimento do tendão relaxado.
6. Estabelecimento do grau de ativação.
7. Integração numérica da equação 3.14, utilizando método Runge-Kutta 4-5ª; a equação está definida na função *mmuscl2.m*, calculando também o comprimento e a força do músculo a partir da força no tendão em função do ângulo de inclinação da fibra muscular (eqs. 3.17 e 3.20); aplica também a relação  $f_l$  (eq. 3.27) e calcula a velocidade de encurtamento (eq. 3.42, do modelo de Zajac modificado).
8. Retorno das grandezas dimensionais de força e tempo.

Na identificação do sistema linear equivalente pode ser feita uma analogia com um circuito elétrico RC paralelo com uma fonte de corrente. A equação diferencial de um destes circuitos é a seguinte:

$$\frac{dV}{dt} + \frac{1}{RC} V - \frac{I}{C} = 0 \quad (3.46)$$

tal que R, C, V e I são respectivamente a resistência, a capacitância, a tensão e a corrente fornecida pela fonte. Sua resposta temporal ao estado nulo, para uma excitação tipo degrau unitário é dada por:

$$V(t) = R(1 - e^{-t/RC}) \quad (3.47)$$

sendo o produto RC a constante de tempo do circuito, ou o tempo necessário para a tensão atingir 63% do valor de regime. Para um degrau unitário, este valor é igual a R.

A analogia permite associar a tensão no capacitor V com a força nos tendões  $F^T$ , fazendo a constante de tempo  $T=RC$ , ou  $C=T/R$ , a equação equivalente para o atuador músculo-tendíneo fica:

$$\frac{dF^T}{dt} + \frac{1}{T} F^T - \frac{R}{T} = 0 \quad (3.48)$$

e a resposta:

$$F^T = R(1 - e^{-t/T}) \quad (3.49)$$

Medindo a força em regime do atuador não-linear e a constante de tempo, são identificados R e T. As respostas do sistema não-linear para a força muscular e para o sistema linear equivalente mostraram-se suficientemente próximas, como mostra a Figura 3.9 para o músculo *rectus femoris*.

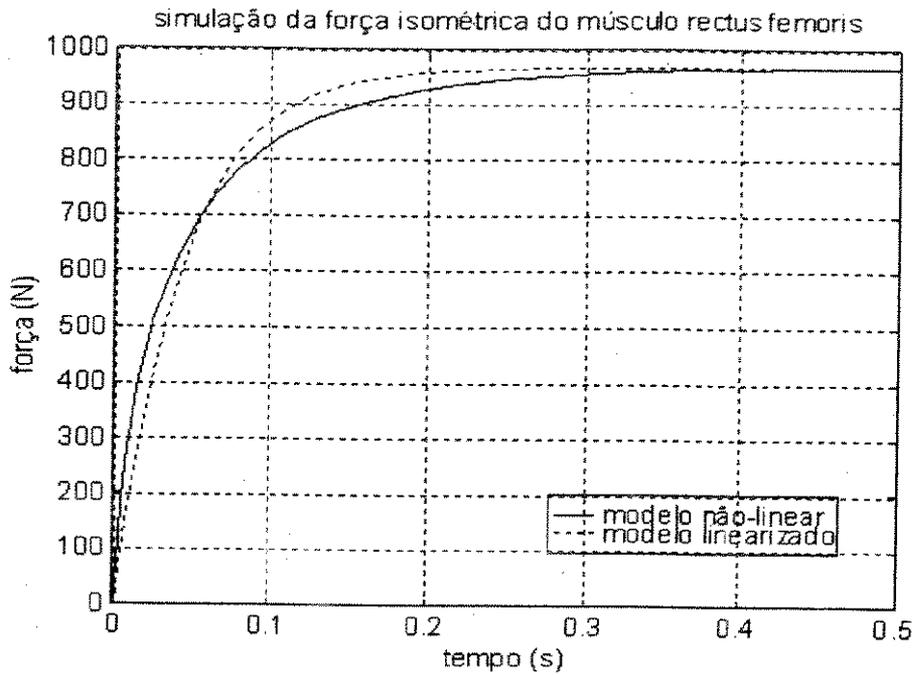


Figura 3.9: Resultado da simulação do atuador não-linear e linear equivalente para o músculo *rectus femoris*. O eixo y indica a força entre a origem e a inserção do músculo, isto é, a força no tendão.

A resposta à excitação nula do mesmo músculo, para uma força inicial igual à metade da força máxima pode ser observada na Figura 3.10. A força muscular decai rapidamente.

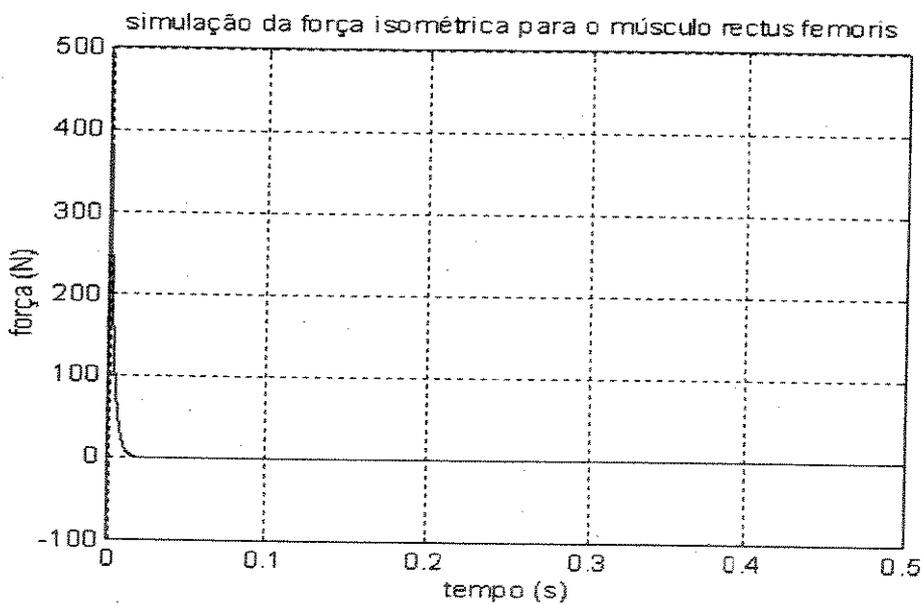
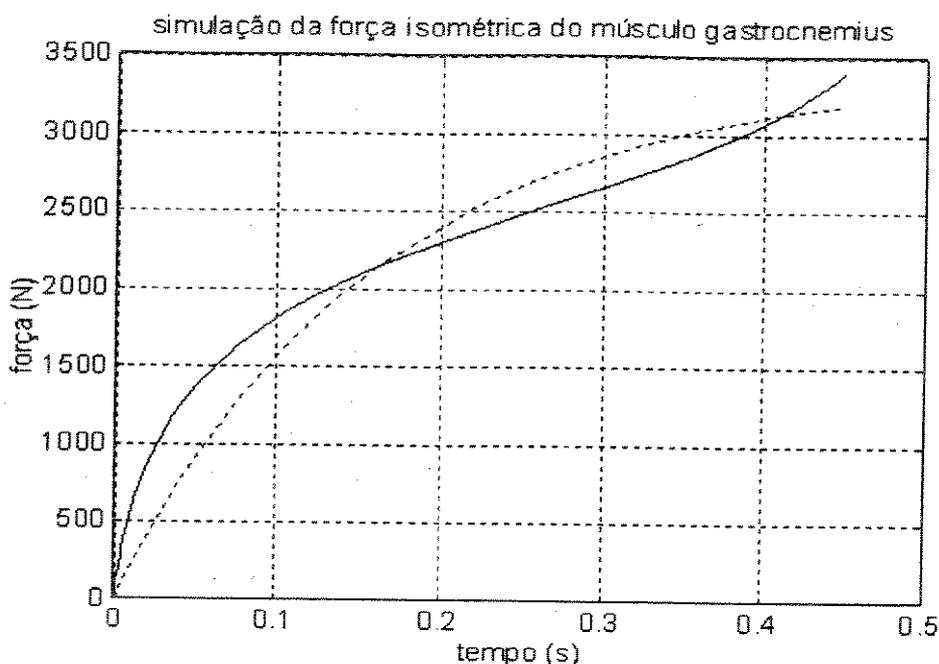


Figura 3.10: Resposta à ativação nula ( $a(t)=0$ ) para o músculo *rectus femoris* com força inicial  $F_0^M/2$ .

Músculos com  $\tilde{L}_s^T$  elevado<sup>1</sup> apresentaram problemas de estabilidade na simulação se for utilizado o modelo original de Zajac, sem a inclusão dos elementos elásticos e viscosos em paralelo ao contrátil. Nestas condições, o músculo *gastrocnemius* apresentou a seguinte resposta (Figura 3.11):



**Figura 3.11:** Resultado da simulação do atuador não-linear (-) e linear equivalente (..) para o músculo *gastrocnemius* utilizando a equação 3.31, do modelo original de Zajac (1989).

É notável o início da instabilização da solução a partir de 0.2 s, com um aumento ilimitado da força. Uma explicação deste comportamento seria a possibilidade da equação 3.10, para o cálculo da rigidez adimensional do tendão, estar fornecendo valores inferiores aos que realmente são verificados - através de subestimação do módulo de elasticidade ou da superestimação da tensão no tendão quando a força muscular é máxima. Corrigindo a rigidez calculada por 3.10 por um fator maior do que 1, o momento quando a solução se instabiliza fica atrasado. Se este fator chega a 1.2 a solução é estável. O modelo linear equivalente não reproduz tão bem o comportamento do atuador não linear, neste caso. A constante de tempo  $T$  apresentou valores elevados, indicando que atuadores elásticos são lentos; a força máxima (ou de regime) da simulação ficou significativamente (16 %) maior do que  $F_0^M$ , sugerindo que os desvios observados entre  $R$  e  $F_0^M$  têm sua origem na precisão com que a rigidez do tendão pode ser.

<sup>1</sup> Tendões longos em comparação ao comprimento do músculo propriamente dito são chamados de atuadores elásticos.

calculada. No músculo *soleus* a mesma instabilização foi observada e corrigida também com o fator 1.2 para a rigidez do tendão. A solução do modelo modificado (equação 3.42) não requer este aumento de rigidez do tendão para permanecer estável; a resposta do mesmo músculo *gastrocnemius* está mostrada na Figura 3.12.

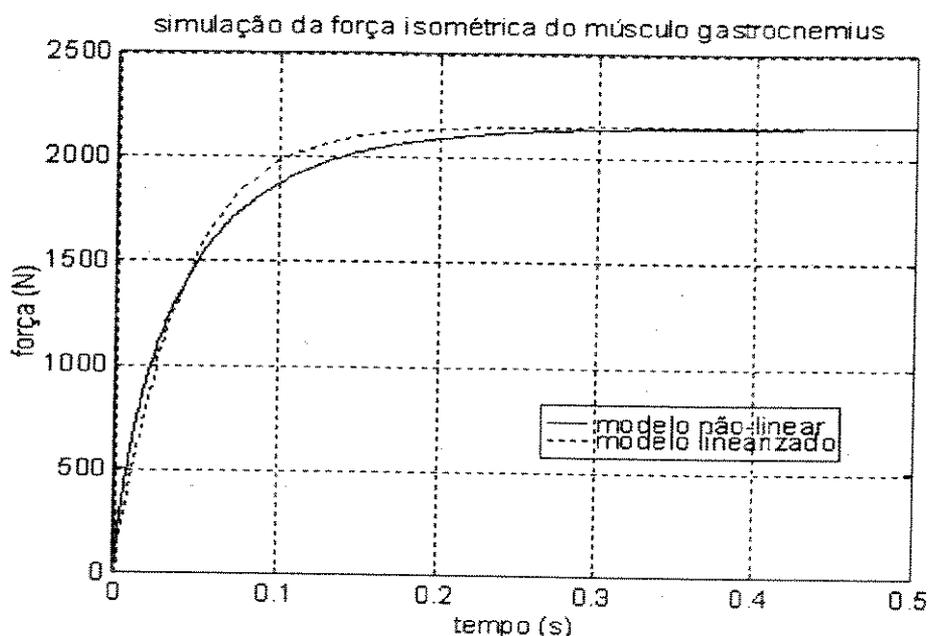


Figura 3.12: Resultado da simulação do atuador não-linear e linear equivalente para o músculo *gastrocnemius* para o modelo de Zajac modificado.

As constantes T e R para cada grupo muscular estão mostradas na Tabela 3.2:

musc. nº	músculo	T(s)	R(N)
1	<i>rectus femoris</i>	0.0435	911.0
2	<i>ilipsoas</i>	0,0058	1501.5
3	<i>gluteus maximus</i>	4.667e-5	1837.8
4	<i>gluteus medius</i>	0,0037	1895.3
5	<i>isquiotibialis</i>	0,0303	2353.0
6	<i>vasti</i>	0,0212	5485.0
7	<i>gastrocnemius</i>	0,0436	2151.0
8	<i>soleus</i>	0,0562	3664.2
9	dorsiflexores	0,0188	1430.4

Tabela 3.2: Parâmetros dos atuadores músculo-tendíneos lineares equivalentes.

Foram associados a cada articulação conjuntos de músculos extensores e flexores; a distribuição está mostrada na Tabela 3.3:

musc. n°	músculo	tornozelo	joelho	quadril
1	<i>rectus femoris</i>	-	E	F
2	<i>ilipsoas</i>	-	-	F
3	<i>gluteus maximus</i>	-	-	E
4	<i>gluteus medius</i>	-	-	E
5	<i>isquiotibialis</i>	-	F	E
6	<i>vasti</i>	-	E	-
7	<i>gastrocnemius</i>	F	F	-
8	<i>soleus</i>	F	-	-
9	dorsiflexores	E	-	-

**Tabela 3.3: Distribuição funcional dos atuadores músculo-tendíneos. E= extesor, F=flexor.**

Somando-se as respostas temporais dos conjuntos de músculos extensores ou flexores para cada articulação, multiplicadas pelos braços de momento de cada músculo com relação a cada articulação que cruzam, são obtidas as respostas dos atuadores equivalentes de torque. As equações equivalentes para estes atuadores são do tipo:

$$\frac{d\text{Tor}_i}{dt} + C_i \text{Tor}_i - C_i' a_T = 0 \quad (3.50)$$

tal que

$$C_i = \frac{1}{T_{eq}} \quad , \quad C_i' = \frac{R_{eq}}{T_{eq}} \quad \text{e } a_T \text{ é a ativação equivalente de torque.}$$

As respostas obtidas para ativação máxima estão na Figura 3.7 e os parâmetros  $C_i$  e  $C_i'$  ( $i = 1,2,3$ ) na Tabela 3.4.

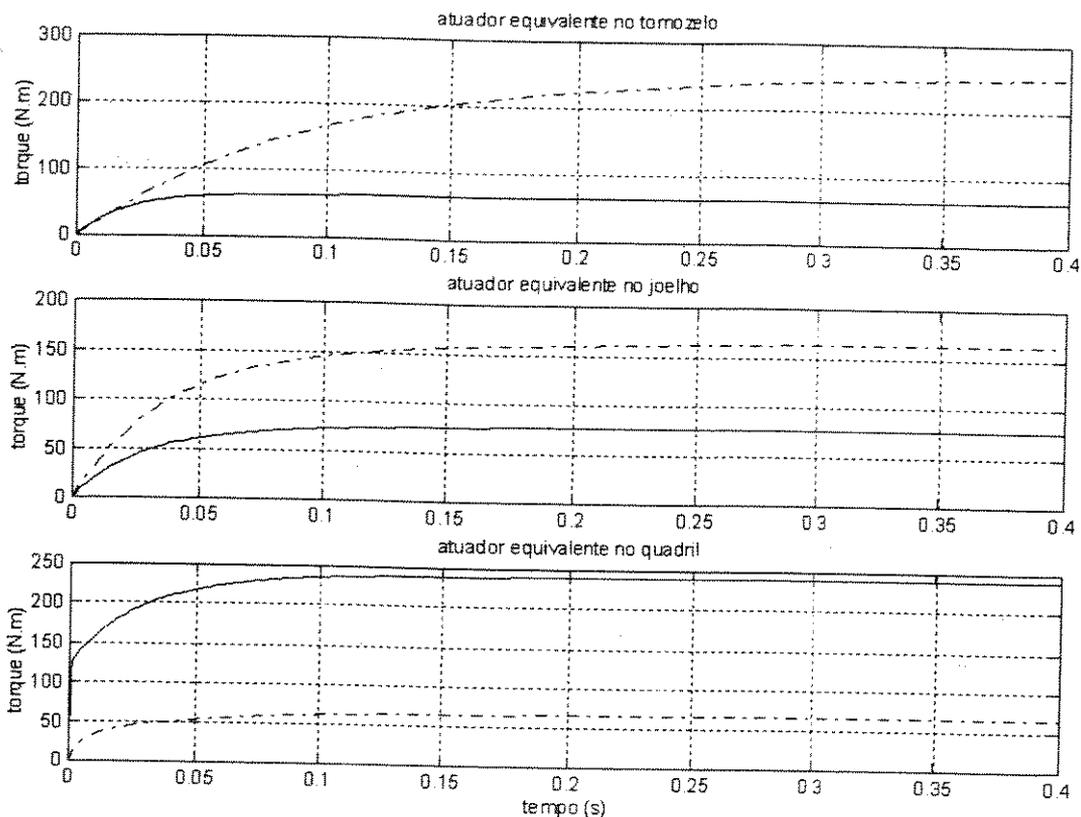


Figura 3.13: Torque nas articulações do tornozelo, joelho e quadril para os atuadores equivalentes lineares. A linha tracejada (-) se refere ao torque de flexão e a linha contínua ao de extensão.

	$C_1$	$C_1'$	$C_2$	$C_2'$	$C_3$	$C_3'$
extensão	19,57	4053,3	31,50	2400,0	56,01	13880
flexão	43,98	2950,7	31,41	4881,9	42,96	2832,0

Tabela 3.4: Parâmetros dos atuadores de torque equivalentes.

A partir dos resultados apresentados na Tabela 3.4 e da equação 3.50 é possível incluir em simulações do sistema músculo-esquelético um modelo simples para atuadores equivalentes de torque, levando em conta as particularidades antropométricas de um indivíduo específico e o grau de ativação.

## Capítulo 4

### Formulação do Modelo Dinâmico

Um modelo dinâmico de múltiplos corpos rígidos que atendesse aos objetivos propostos para este trabalho foi formulado: um pêndulo no plano com três graus de liberdade, invertido, onde cada grau de liberdade corresponde ao ângulo que cada segmento do pêndulo - perna, coxa e tronco - faz com o eixo vertical de um referencial inercial solidário ao solo. A base do pêndulo - ou o ponto onde todo conjunto fica fixo ao solo através de uma articulação tipo dobradiça<sup>1</sup> - corresponde à articulação do tornozelo<sup>2</sup>. O primeiro membro é a perna, unida ao segundo membro, a coxa, através da articulação do joelho. Já o terceiro membro corresponde ao conjunto composto por tronco, cabeça, braços, antebraços e mãos, tomados como um único corpo rígido<sup>3</sup>. Foram estabelecidos os seguintes parâmetros (ver Figura 4.1).

$L_A$ : Comprimento da perna

$L_{Acm}$ : Distância do tornozelo ao centro de massa da perna

$L_B$ : Comprimento da coxa

$L_{Bcm}$ : Distância do joelho ao centro de massa da coxa

$L_{Ccm}$ : Distância do quadril ao centro de massa do tronco

$m_A$ : massa das pernas

$m_B$ : massa das coxas

$m_C$ : massa do tronco

---

<sup>1</sup> Que permitia movimentos angulares ao redor de apenas um eixo coordenado e impedia qualquer translação.

<sup>2</sup> Para definição das articulações utilizadas no modelo, bem como das suas referências anatômicas para determinação do centro de rotação, ver Capítulo 5.

<sup>3</sup> Este conjunto de tronco, cabeça e membros superiores será tratado neste texto pelo nome genérico de tronco.

$I_A$ : momento principal de inércia da perna, na direção do eixo  $a_3$ , em torno do seu centro de massa

$I_B$ : momento principal de inércia da coxa, na direção do eixo  $b_3$ , em torno do seu centro de massa

$I_C$ : momento principal de inércia do tronco, na direção do eixo  $c_3$ , em torno do seu centro de massa (isto é, do centro de massa do conjunto de tronco, cabeça e membros superiores)

Foram definidos também os pontos:

O: Centro de rotação do tornozelo

AB: Centro de rotação do joelho

BC: Centro de rotação do quadril

além das coordenadas generalizadas:

$Q_A$ : ângulo de inclinação da perna

$Q_B$ : ângulo de inclinação da coxa

$Q_C$ : ângulo de inclinação do tronco

Foram estabelecidos ainda quatro referenciais:

**n**: Inercial fixo ao solo

**a**: solidário à perna

**b**: solidário à coxa

**c**: solidário ao tronco

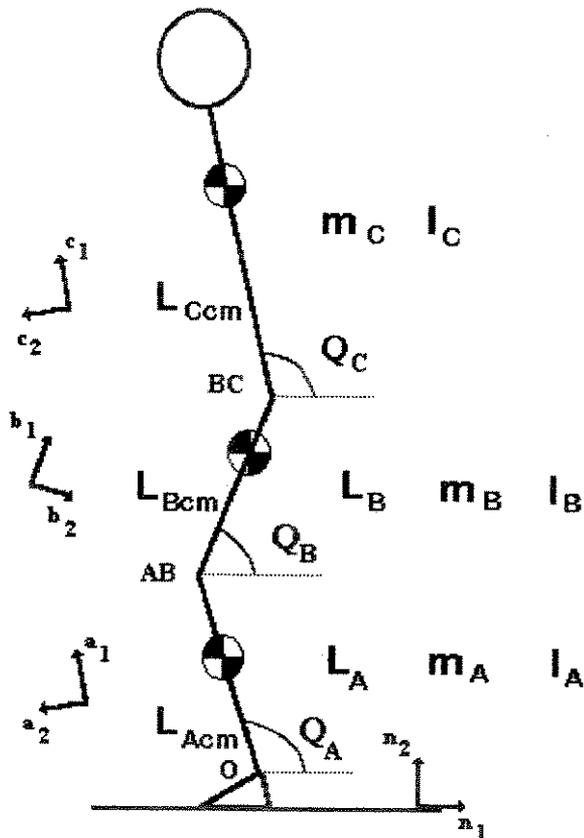


Figura 4.1: Dimensões, parâmetros e referenciais do modelo de múltiplos corpos rígidos

As equações de movimento foram deduzidas com o auxílio do *software* AUTOLEV<sup>4</sup> (OnLine Dynamics, 1991), seguindo a metodologia proposta por Kane e Levinson (1985). Está descrito abaixo o procedimento adotado para obtenção das equações de movimento. São mostradas as definições e operações algébricas necessárias; a terminologia adotada é coerente com a *Dinâmica de Kane*, sendo o leitor remetido à literatura para definições formais dos conceitos empregados.

#### 4.1. Metodologia para obtenção das equações de movimento.

1. Definição do número de graus de liberdade (três).
2. Definição de parâmetros geométricos do sistema:  
pontos O, AB, BC, A\*, B\*, C\*

<sup>4</sup> A listagem do código AUTOLEV para obtenção das equações de movimento se encontra em anexo.

3. Definição das coordenadas generalizadas:

$$Q_A, Q_B, Q_C$$

4. Definição das velocidades angulares generalizadas de corpos rígidos de um sistema num dado referencial (no caso, inercial), caracterizado por  $n$  coordenadas generalizadas, a partir da equação 2.12.1 de Kane e Levinson (1985):

$$U_r = \sum_{s=1}^n Y_{rs} \dot{q}_s + Z_r \quad (r = 1, \dots, n)$$

tal que  $Y_{rs}$  e  $Z_r$  são funções das coordenadas generalizadas  $q_1, \dots, q_n$  e do tempo

t. Para o sistema em questão, as assim chamadas *equações diferenciais cinemáticas* ficam:

$$\begin{aligned} U_1 &= \dot{Q}_A \\ U_2 &= \dot{Q}_B \\ U_3 &= \dot{Q}_C \end{aligned} \quad (4.1)$$

e as *velocidades angulares*:

$$\begin{aligned} {}^n \boldsymbol{\omega}^A &= U_1 \mathbf{n}_3 \\ {}^n \boldsymbol{\omega}^B &= U_2 \mathbf{n}_3 \\ {}^n \boldsymbol{\omega}^C &= U_3 \mathbf{n}_3 \end{aligned} \quad (4.2)$$

5. Definição dos referenciais móveis **a**, **b** e **c** e inercial **n**

6. Definição das matrizes de rotação dos referenciais móveis em relação ao referencial inercial:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos(Q_A) & -\text{sen}(Q_A) & 0 \\ \text{sen}(Q_A) & \cos(Q_A) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \mathbf{n}_3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{b}_3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos(Q_B) & -\text{sen}(Q_B) & 0 \\ \text{sen}(Q_B) & \cos(Q_B) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \mathbf{n}_3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{c}_1 \\ \mathbf{c}_2 \\ \mathbf{c}_3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos(Q_C) & -\text{sen}(Q_C) & 0 \\ \text{sen}(Q_C) & \cos(Q_C) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \mathbf{n}_3 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.3)$$

7. Definição de vetores de posição relativos entre os referenciais

$$\mathbf{P}_{OAB} = L_A \mathbf{a}_1$$

$$\mathbf{P}_{ABBC} = L_B \mathbf{b}_1 \quad (4.4)$$

8. Cálculo das velocidades escalares absolutas dos centros de rotação (origem dos referenciais móveis) com relação ao referencial inercial, conforme a equação 2.7.1 de Kane e Levinson (1985), a partir da velocidade de um outro ponto no mesmo referencial, da velocidade angular do referencial ( $\omega$ ) e do vetor posição do segundo para o primeiro ponto:

$${}^n \mathbf{v}^{AB} = -L_A \sin(Q_A) U_1 \mathbf{n}_1 + L_A \cos(Q_A) U_1 \mathbf{n}_2 \quad (4.5)$$

$${}^n \mathbf{v}^{BC} = (-L_A \sin(Q_A) U_1 - L_B \sin(Q_B) U_2) \mathbf{n}_1 + (L_A \cos(Q_A) U_1 + L_B \cos(Q_B) U_2) \mathbf{n}_2$$

9. Definição de vetores posição dos referenciais móveis até os centros de massa  $A^*$ ,  $B^*$  e  $C^*$  dos corpos rígidos solidários a cada referencial:

$$\mathbf{P}_{OA^*} = L_{Acm} \mathbf{a}_1$$

$$\mathbf{P}_{OB^*} = L_{Bcm} \mathbf{b}_1 \quad (4.6)$$

$$\mathbf{P}_{OC^*} = L_{Ccm} \mathbf{c}_1$$

10. Cálculo das velocidades absolutas  ${}^n \mathbf{v}^{A^*}$ ,  ${}^n \mathbf{v}^{B^*}$ ,  ${}^n \mathbf{v}^{C^*}$  dos centros de massa

11. Cálculo das acelerações angulares dos sistemas de referência:

$${}^n \alpha^A = \dot{U}_1 \mathbf{n}_3$$

$${}^n \alpha^B = \dot{U}_2 \mathbf{n}_3 \quad (4.7)$$

$${}^n \alpha^C = \dot{U}_3 \mathbf{n}_3$$

12. Diferenciação algébrica das velocidades dos centros de massa com relação ao tempo para cálculo das acelerações destes centros de massa, expressas no referencial inercial:

$${}^n \mathbf{a}^{A^*} = \frac{d^n \mathbf{v}^{A^*}}{dt}$$

$${}^n \mathbf{a}^{B^*} = \frac{d^n \mathbf{v}^{B^*}}{dt} \quad (4.8)$$

$${}^n \mathbf{a}^{C^*} = \frac{d^n \mathbf{v}^{C^*}}{dt}$$

Uma vez estabelecido o modelo cinemático, com o cálculo das velocidades absolutas dos centros de massa de cada corpo rígido, são introduzidos os parâmetros cinéticos, os torques de controle e forças externas:

1. Definição das massas e diádicos de inércia para cada corpo rígido.

2. Cálculo dos torques de inércia ( $\tau^*$ ) em cada referencial, assim como das forças de inércia generalizadas para **a**, **b** e **c**, com relação a **n**.

3. Definição dos torques de controle com relação ao referencial inercial:

$$\begin{aligned}\tau_a &= \text{Tor}_a \mathbf{n}_3 \\ \tau_{a/b} &= \text{Tor}_b \mathbf{n}_3 \\ \tau_{b/c} &= \text{Tor}_c \mathbf{n}_3\end{aligned}\quad (4.9)$$

tal que  $\tau_{a/b}$  representa o torque que o corpo rígido solidário ao referencial **a** exerce sobre o que está solidário ao referencial **b**, aplicando-se o mesmo a  $\tau_{b/c}$ . Os torques aplicados aos corpos rígidos podem também ser expressos, com relação aos torques de controle nas articulações  $\text{Tor}_a$ ,  $\text{Tor}_b$  e  $\text{Tor}_c$ , como:

$$\begin{aligned}\tau_a &= (\text{Tor}_a - \text{Tor}_b) \mathbf{n}_3 \\ \tau_b &= (\text{Tor}_b - \text{Tor}_c) \mathbf{n}_3 \\ \tau_c &= \text{Tor}_c \mathbf{n}_3\end{aligned}\quad (4.10)$$

4. Definição das forças gravitacionais (externas) nos centros de massa:

$$\begin{aligned}\mathbf{G}_a &= -m_A g \mathbf{n}_2 \\ \mathbf{G}_b &= -m_B g \mathbf{n}_2 \\ \mathbf{G}_c &= -m_C g \mathbf{n}_2\end{aligned}\quad (4.11)$$

5. Cálculo das forças ativas generalizadas ( $F_r$ ):

$$\begin{aligned}F_1 &= -\cos(Q_A) g (L_A m_B + L_A m_C L_{Acm} m_A) + \text{Tor}_a - \text{Tor}_b \\ F_2 &= -\cos(Q_B) g (L_B m_C + L_{Bcm} m_B) + \text{Tor}_b - \text{Tor}_c \\ F_3 &= -\cos(Q_C) g L_{Ccm} m_C + \text{Tor}_c\end{aligned}\quad (4.12)$$

Conhecendo-se então as forças de inércia generalizadas ( $F_r^*$ ) e as forças ativas generalizadas ( $F_r$ ), isto é, as forças e torques externos ao sistema, é possível aplicar a chamada Equação de Kane:

$$F_r^* + F_r = 0 \quad (r = 1, \dots, n)$$

tal que  $n$  é o número de graus de liberdade

Realizando o procedimento descrito acima é possível chegar às três equações de movimento do sistema. Substituindo nestas equações as coordenadas generalizadas  $Q_A$ ,  $Q_B$  e  $Q_C$  por  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_3$ :

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) & A_3 \cos(\theta_1 - \theta_3) \\ A_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) & A_4 & A_5 \cos(\theta_2 - \theta_3) \\ A_3 \cos(\theta_1 - \theta_3) & A_5 \cos(\theta_2 - \theta_3) & A_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{pmatrix} + \\
& \begin{pmatrix} 0 & B_1 \sin(\theta_1 - \theta_2) & B_2 \sin(\theta_1 - \theta_3) \\ -B_1 \sin(\theta_1 - \theta_2) & 0 & B_3 \sin(\theta_2 - \theta_3) \\ -B_2 \sin(\theta_1 - \theta_3) & -B_3 \sin(\theta_2 - \theta_3) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \\ \dot{\theta}_3^2 \end{pmatrix} + \quad (4.13) \\
& \begin{pmatrix} G_1 \cos(\theta_1) \\ G_2 \cos(\theta_2) \\ G_3 \cos(\theta_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Tor}_a \\ \text{Tor}_b \\ \text{Tor}_c \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Verificou-se posteriormente, no projeto do controlador, a conveniência de se expressar as coordenadas do sistema num referencial tal que a posição desejada do modelo controlado tivesse valor zero. Assumindo assim  $\theta_i = E_i + \frac{\pi}{2}$  e  $\dot{\theta}_i = \dot{E}_i$ , as equações de movimento ficam expressas termos das variáveis E:

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \cos(E_1 - E_2) & A_3 \cos(E_1 - E_3) \\ A_2 \cos(E_1 - E_2) & A_4 & A_5 \cos(E_2 - E_3) \\ A_3 \cos(E_1 - E_3) & A_5 \cos(E_2 - E_3) & A_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{E}_1 \\ \ddot{E}_2 \\ \ddot{E}_3 \end{pmatrix} + \\
& \begin{pmatrix} 0 & B_1 \sin(E_1 - E_2) & B_2 \sin(E_1 - E_3) \\ -B_1 \sin(E_1 - E_2) & 0 & B_3 \sin(E_2 - E_3) \\ -B_2 \sin(E_1 - E_3) & -B_3 \sin(E_2 - E_3) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{E}_1^2 \\ \dot{E}_2^2 \\ \dot{E}_3^2 \end{pmatrix} + \quad (4.14) \\
& \begin{pmatrix} G_1 \cos(E_1 + \pi/2) \\ G_2 \cos(E_2 + \pi/2) \\ G_3 \cos(E_3 + \pi/2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Tor}_a \\ \text{Tor}_b \\ \text{Tor}_c \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

tal que

$$A_1 = I_A + L_{Acm}^2 m_A + L_A^2 m_B + L_A^2 m_C$$

$$A_2 = L_A(L_B m_C + L_{Bcm} m_B)$$

$$A_3 = L_A L_{Ccm} m_C$$

$$A_4 = I_B + L_{Bcm}^2 m_B + L_B^2 m_C$$

$$A_5 = L_B L_{Ccm} m_C$$

$$A_6 = I_C + L_{Ccm}^2 m_C$$

$$B_1 = L_A(L_B m_C + L_{Bcm} m_B)$$

$$B_2 = L_A L_{Ccm} m_C$$

$$B_3 = L_B L_{Ccm} m_C$$

$$G_1 = g(L_{Acm} m_A + L_A m_B + L_B m_C)$$

$$G_2 = g(L_{Bcm} m_B + L_B m_C)$$

$$G_3 = g L_{Ccm} m_C$$

ou numa notação sintética

$$M\ddot{e} + C\dot{e}^2 + g = D\tau \quad (4.15)$$

sendo

M matriz de massa

C matriz de termos Centrípetos

g vetor de termos gravitacionais

D matriz relacionando os torques de corpo rígido atuando nos centros de massa com o torque de controle nas articulações

$\tau$  vetor de torques de controle nas articulações

#### 4.2. Formulação de Estados (MODELO 1) e Linearização das equações de movimento

A simulação numérica das equações de movimento a partir de um algoritmo de integração tipo Runge-Kutta requer que as equações diferenciais estejam expressas na sua formulação de estado. A principal dificuldade desta formulação, para sistemas mecânicos não-lineares com múltiplos graus de liberdade, reside na manipulação algébrica das extensas equações que são usualmente formuladas. Essencialmente, trata-se de isolar os termos diferenciais de cada equação; num sistema de múltiplas equações acopladas, é necessário muitas vezes a solução algébrica de um sistema matricial<sup>5</sup>. Quando alguma variável possui derivadas a partir de segunda ordem, deve-se realizar uma mudança de variáveis. Por exemplo, na equação 4.15 temos que uma substituição de variáveis do tipo:

<sup>5</sup> O sistema de equações matriciais pode ser resolvido por algum método de pivoteamento (p. ex. eliminação de Gauss) ou diretamente pelo cálculo da matriz de massa  $[M]^{-1}$ . Optou-se neste trabalho pelo cálculo literal de  $[M]^{-1}$  através do *Matlab Symbolic Toolbox*; a expressão desta matriz se encontra em anexo, na função *matlab* que define o modelo dinâmico `mnict42.m`.

## MODELO 1

$$\dot{x}_1 = \dot{E}_1 = x_4$$

$$\dot{x}_2 = \dot{E}_2 = x_5$$

$$\dot{x}_3 = \dot{E}_3 = x_6$$

$$\dot{x}_4 = \ddot{E}_1$$

$$\dot{x}_5 = \ddot{E}_2$$

$$\dot{x}_6 = \ddot{E}_3$$

levaria à formulação de estados não-linear:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ M(x_1, x_2, x_3)^{-1} \left( [D]\tau - [C(x_1, x_2, x_3)] \begin{pmatrix} x_4^2 \\ x_5^2 \\ x_6^2 \end{pmatrix} - G(x_1, x_2, x_3) \right) \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

As equações de movimento podem ser linearizadas, para o projeto de um sistema de controle a partir de técnicas lineares, de duas maneiras, fornecendo ambas, como seria de se esperar, o mesmo conjunto de equações lineares. A primeira maneira consiste na consideração de que:

1. Para deslocamentos angulares ( $x$ ) pequenos,  $\text{sen}(x) \approx x$  e  $\text{cos}(x) \approx 1$
2. Termos derivativos quadráticos ( $\dot{x}^2$ ) são desprezíveis

Outra maneira de realizar a linearização é a partir do cálculo da matriz jacobiana do sistema:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \vdots \\ f_n(x) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial f_1 / \partial x_1 & \partial f_1 / \partial x_2 & \dots & \partial f_n / \partial x_1 \\ \partial f_2 / \partial x_1 & \partial f_2 / \partial x_2 & \dots & \partial f_n / \partial x_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \partial f_n / \partial x_1 & \partial f_n / \partial x_2 & \dots & \partial f_n / \partial x_n \end{pmatrix} \mathbf{x} = \mathbf{x}^*$$

Efetuada as derivadas algebricamente e tomando  $\mathbf{x}^*$  como ponto ao redor do qual a linearização é feita:

$$\mathbf{x}^* = (0,0,0,0,0,0)^T$$

Linearizando a equação 4.14 utilizando a primeira abordagem:

$$\begin{pmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ A_2 & A_4 & A_5 \\ A_3 & A_5 & A_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} G_1 x_1 \\ G_2 x_2 \\ G_3 x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

tal que os torques de controle  $U_1 = \text{Tor}_a$ ,  $U_2 = \text{Tor}_b$  e  $U_3 = \text{Tor}_c$ .

A formulação de estado correspondente fica:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ \left( \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ A_2 & A_4 & A_5 \\ A_3 & A_5 & A_6 \end{pmatrix}^{-1} \left( \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G_1 X_1 \\ G_2 X_2 \\ G_3 X_3 \end{pmatrix} \right) \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

Chamando  $\begin{pmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ A_2 & A_4 & A_5 \\ A_3 & A_5 & A_6 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} Mi_1 & Mi_2 & Mi_3 \\ Mi_2 & Mi_4 & Mi_5 \\ Mi_3 & Mi_5 & Mi_6 \end{pmatrix}$ , uma vez que a inversa de uma matriz

simétrica também é simétrica, desenvolvendo 4.17 e agrupando os termos correspondentes aos estados ( $\mathbf{x}$ ) e ao controle ( $\mathbf{U}$ ), a equação linear de estados fica:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ Mi_1 G_1 & Mi_2 G_2 & Mi_3 G_3 & 0 & 0 & 0 \\ Mi_2 G_1 & Mi_4 G_2 & Mi_5 G_3 & 0 & 0 & 0 \\ Mi_3 G_1 & Mi_5 G_2 & Mi_6 G_3 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Mi_1 & Mi_2 - Mi_1 & Mi_3 - Mi_2 \\ Mi_2 & Mi_4 - Mi_2 & Mi_5 - Mi_4 \\ Mi_3 & Mi_5 - Mi_3 & Mi_6 - Mi_5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix}$$

(4.19)

e supondo que todos os estados são acessíveis:

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

Substituindo valores numéricos, as matrizes de estado a partir do processo de linearização mostrado acima são exatamente as mesmas obtidas a partir do cálculo do Jacobiano.

### 4.3. Introdução dos Atuadores Equivalentes de Torque (MODELO 2)

A formulação mostrada no item anterior, tendo o torque como variável de controle nas equações de estado, está ainda bastante distante do sistema fisiológico. Um modo de se ter em conta a dinâmica da contração muscular (Capítulo 3) na formulação do modelo matemático, consiste na introdução dos atuadores equivalentes de torque (ver item 3.4). Representados por uma equação diferencial linear de primeira ordem do tipo:

$$\frac{dTor_i}{dt} + C_i Tor_i - C_i' a_T = 0$$

os atuadores equivalente de torque conseguem reproduzir, ao menos em parte, as propriedades dinâmicas de grupos musculares agrupados segundo um critério funcional, isto é, dos extensores ou flexores do tornozelo, joelho e quadril. A principal vantagem desta formulação reside na sua simplicidade e economia computacional; a síntese do sistema de controle não

oferece maiores dificuldades, uma vez que o número de variáveis de controle coincide com o número de graus de liberdade. Além disso, pode fornecer informações úteis em estratégias de controle complexas (Khang e Zajac, 1989); em alguns experimentos numéricos, esta formulação tem se mostrado de grande valia na interpretação de padrões de movimento emergentes de fenômenos não-lineares (Menegaldo e Weber, 1996). São introduzidos então três novos estados no sistema (três torques nas articulações); as variáveis de controle passam a ser três ativações neuro-musculares  $a_{Ti}$  equivalentes:

## MODELO 2

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \dot{E}_1 = x_4 \\ \dot{x}_2 &= \dot{E}_2 = x_5 \\ \dot{x}_3 &= \dot{E}_3 = x_6 \\ \dot{x}_4 &= \ddot{E}_1 \\ \dot{x}_5 &= \ddot{E}_2 \\ \dot{x}_6 &= \ddot{E}_3 \\ \dot{x}_7 &= \dot{\text{Tor}}_1 \\ \dot{x}_8 &= \dot{\text{Tor}}_2 \\ \dot{x}_9 &= \dot{\text{Tor}}_3\end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ M(x_1, x_2, x_3)^{-1} \left( [D] \begin{pmatrix} x_7 \\ x_8 \\ x_9 \end{pmatrix} - [C(x_1, x_2, x_3)] \begin{pmatrix} x_4^2 \\ x_5^2 \\ x_6^2 \end{pmatrix} - g(x_1, x_2, x_3) \right) \\ -C_1 x_7 + C_1' a_{T1} \\ -C_2 x_8 + C_2' a_{T2} \\ -C_3 x_9 + C_3' a_{T3} \end{pmatrix}$$

(4.21)

Ou numa formulação de estados linear, conveniente para o projeto do sistema de controle:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ Mi_1 G_1 & Mi_2 G_2 & Mi_3 G_3 & 0 & 0 & 0 & Mi_1 & Mi_2 - Mi_1 & Mi_3 - Mi_2 \\ Mi_2 G_1 & Mi_4 G_2 & Mi_5 G_3 & 0 & 0 & 0 & Mi_2 & Mi_4 - Mi_2 & Mi_5 - Mi_4 \\ Mi_3 G_1 & Mi_5 G_2 & Mi_6 G_3 & 0 & 0 & 0 & Mi_3 & Mi_5 - Mi_3 & Mi_6 - Mi_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ C_1' & 0 & 0 \\ 0 & C_2' & 0 \\ 0 & 0 & C_3' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{T1} \\ a_{T2} \\ a_{T3} \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

e supondo que apenas os deslocamentos e velocidades angulares são estados acessíveis:

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

#### 4.4. Atuadores Músculo-Tendíneos (MODELO 3)

No sistema músculo-esquelético, não existem propriamente atuadores de torque, senão de força, responsáveis por sua vez pela execução do torque nas articulações. Desta maneira, cada músculo controlado independentemente<sup>6</sup> produz um torque, na articulação que cruza, proporcional simultaneamente à magnitude da força muscular e do braço de momento<sup>7</sup>. Tendo em conta a dinâmica da contração muscular (Capítulo 3), representada por uma equação diferencial não-linear de primeira ordem:

$$\dot{\tilde{F}}_i^T = f_i(a, \tilde{L}^{MT}, \tilde{F}^T, \tilde{k}^T, \tilde{L}_s^T, F_0^M, \dots) \quad (4.24)$$

Deve-se notar que a força entre uma origem e uma inserção muscular é aplicada pelo atuador músculo-tendíneo, e não pelo músculo (enquanto elemento contrátil isolado); são introduzidos assim novos estados ao modelo dinâmico, as forças nos tendões:

### MODELO 3

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{E}_1 = x_4 \\ \dot{x}_2 &= \dot{E}_2 = x_5 \\ \dot{x}_3 &= \dot{E}_3 = x_6 \\ \dot{x}_4 &= \ddot{E}_1 \\ \dot{x}_5 &= \ddot{E}_2 \\ \dot{x}_6 &= \ddot{E}_3 \\ \dot{x}_7 &= \dot{\tilde{F}}_1^T \\ \dot{x}_8 &= \dot{\tilde{F}}_2^T \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n+6} &= \dot{\tilde{F}}_{n+6}^T \end{aligned}$$

tal que  $n$  é o número de atuadores músculo-tendíneos. A formulação de estado não linear fica então:

<sup>6</sup> O controle da contração muscular, na realidade, é feito pelo sistema nervoso central sobre cada unidade motora individualmente (ver item 2.1.3). No problema tratado neste texto, será considerado que cada músculo pode ser controlado independentemente, a partir do sinal de Estimulação Elétrica Neuro-Muscular incidindo diretamente sobre toda a junção neuro-muscular de cada músculo.

<sup>7</sup> O conceito de *braço de momento* e sua determinação estão mostrados no próximo capítulo. Brevemente, consiste na distância mínima entre a linha de ação da força muscular e o centro da articulação.

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n+6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ M(x_1, x_2, x_3)^{-1} \left[ [D] \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \dots & \Gamma_{1n} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & \dots & \Gamma_{2n} \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \dots & \Gamma_{3n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_7 \\ x_8 \\ \vdots \\ x_{n+6} \end{pmatrix} - [C(x_1, x_2, x_3)] \begin{pmatrix} x_4^2 \\ x_5^2 \\ x_6^2 \end{pmatrix} - g(x_1, x_2, x_3) \right] \\ \dot{F}_1^T = f_1(a, \tilde{L}^{MT}, \tilde{F}^T, \tilde{k}^T, \tilde{L}_s^T, F_0^M, \dots) \\ \dot{F}_2^T = f_2(a, \tilde{L}^{MT}, \tilde{F}^T, \tilde{k}^T, \tilde{L}_s^T, F_0^M, \dots) \\ \vdots \\ \dot{F}_n^T = f_n(a, \tilde{L}^{MT}, \tilde{F}^T, \tilde{k}^T, \tilde{L}_s^T, F_0^M, \dots) \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

Uma vez definido o modelo dinâmico de uma pessoa em pé, controlada por atuadores estáticos de torque, dinâmicos de torque e, finalmente, músculo-tendíneos, resta estimar os parâmetros antropométricos e anatômicos de um sujeito específico, assim como o projeto de sistemas de controle para a recuperação da postura ereta a partir de condições iniciais. Estes assuntos estão tratados nos capítulos que se seguem.

## **Capítulo 5**

### **Determinação dos Parâmetros Antropométricos e da Geometria do Sistema Músculo-Esquelético**

Uma vez estabelecidas a dinâmica da contração, da ativação muscular, assim com as equações de movimento do sistema de múltiplos corpos, é necessária a determinação dos parâmetros de corpo rígido e da geometria do sistema músculo-esquelético. Neste capítulo, é mostrado o cálculo da posição do centro de massa, dos momentos de inércia, dos comprimentos e das massas, através de equações de regressão encontradas na literatura. Posteriormente, é proposta uma metodologia para o cálculo dos braços de momento de grupos musculares, a partir das coordenadas de origens e inserções musculares.

#### **5.1. Determinação dos Parâmetros de Corpo Rígido**

As massas, centros de massa e momentos de inércia do pé, perna, coxa, tronco, braço, antebraço, mão e cabeça podem ser calculados a partir de equações de regressão encontradas na literatura. A maior parte das equações utilizadas se baseiam em trabalhos posteriores ao de Chandler et al. (1975), que dissecou seis cadáveres de indivíduos adultos do sexo masculino. Divididos em 14 partes, para cada segmento destes cadáveres foram estimados, a partir de análise de movimento pendular, os momentos principais de inércia, foram medidos também perímetros, comprimentos e larguras destes segmentos, sendo estabelecidas então equações de regressão múltipla entre estes últimos parâmetros e os momentos de inércia.

Vários autores formularam outras equações de regressão, ainda que baseadas nos dados originais de Chandler, como Vaughan et al. (1982, 1992), Yeadon e Morlock (1989). No presente trabalho as equações apresentadas por Yeadon e Morlok são utilizadas para o

cálculo dos momentos de inércia e da massa do tronco; as massas do pé, perna e coxa são calculados a partir de Vaughan (1992); as massas da mão, braço, antebraço e cabeça foram estimados a partir de Drills et al. (1972), supondo que suas massas individuais são proporcionais à massa total do corpo. As posições do centro de massa de cada membro, localizadas a partir da articulação proximal, foram as medidas por Chandler et al. (1975). Tomou-se neste trabalho um indivíduo adulto do sexo masculino, a partir do qual foram feitas as medidas abaixo. A metodologia empregada para a utilização das equações de regressão foi a seguinte<sup>8</sup>:

1. Definição da posição estimada, com uma caneta sobre o sujeito experimental, do centro de rotação das articulações<sup>9</sup> do tornozelo (maléolo lateral), joelho (epicôndilo femoral) e do quadril (trocâter maior).
2. Medição, com uma fita métrica, das seguintes grandezas:

- altura total do indivíduo

#### Cabeça

- distância do queixo ao topo da cabeça
- perímetro acima da orelha

#### Tronco

- comprimento do trocâter maior ao acrômio
- perímetro do tronco na altura dos mamilos
- perímetro do tronco na altura do umbigo
- perímetro do quadril

Lados esquerdo e direito da:

#### Coxa

- comprimento do trocâter maior ao epicôndilo femoral
- perímetro abaixo do sulco glúteo
- perímetro na metade da coxa
- perímetro do joelho

#### Perna

<sup>8</sup> As equações e medidas efetuadas no sujeito experimental estão em anexo, no corpo do programa principal de definição de parâmetros, utilizado nas simulações, pmnlct42.m.

<sup>9</sup> Não se pode, a princípio, definir um *centro de rotação* de uma destas articulações, senão um perfil da sua variação espacial. Uma aproximação frequentemente utilizada para a localização média destes centros de rotação é a apresentada neste texto. Para uma revisão sobre modelos cinemáticos de articulações, ver Kinzel e Gutkovisky (1983). Considerações sobre controle de deslizamento e rotação de articulações são mostradas em Wongchaisuwat et al. (1984).

- comprimento do epicôndilo femoral ao maléolo lateral
- perímetro mínimo próximo ao tornozelo
- perímetro na metade da perna

#### Braço

- distância do centro do ombro ao centro da articulação do cotovelo
- perímetro abaixo da axila
- perímetro máximo
- perímetro do cotovelo

#### Antebraço

- distância do centro do cotovelo ao centro do pulso
- perímetro do cotovelo
- perímetro máximo
- perímetro do pulso

#### Mão

- comprimento do centro do pulso ao ápice do 3º dedo
- comprimento da articulação metacarpal-falangeal
- perímetro do pulso

3. Medição da massa do indivíduo.
4. Cálculo das massas dos membros superiores e do tronco.
5. Determinação do centro de massa do conjunto dos membros superiores (cabeça, tronco, braços, antebraços e mãos). Neste trabalho, o indivíduo permanecia ereto, com os braços e mãos estendidos ao lado do corpo.
6. Cálculo da soma dos momentos de inércia de cada parte do conjunto dos membros superiores, em relação ao centro de massa deste mesmo conjunto. Este momento de inércia total pode ser calculado a partir dos momentos de inércia de cada parte em relação ao seu próprio centro de massa, aplicando-se posteriormente o Teorema dos Eixos Paralelos.
6. Cálculo das massa dos membros inferiores. A massa total e o momento de inércia total de cada segmento ( $m_A$ ,  $m_B$ ,  $I_A$ ,  $I_B$ ) foi calculado como a soma das massas e dos momentos de inércia dos lados esquerdo e direito; para o comprimento de cada segmento ( $L_A$ ,  $L_B$ ,  $L_C$ ), tomou-se a média de ambos os lados.
7. Determinação da posição do centro de massa dos membros inferiores, em relação à articulação distal.

## 8. Cálculo dos momentos de inércia dos membros inferiores

Os valores calculados para os momentos de inércia, massas, comprimento e posições dos centros de massa estão mostrados na tabela 5.1.

Parâmetro	
$I_A$	0.1295 kg.m <sup>4</sup>
$I_B$	0.2640 kg.m <sup>4</sup>
$I_C$	2.2528 kg.m <sup>4</sup>
$m_A$	6.7064 kg
$m_B$	14.3536 kg
$m_C$	44.6303 kg
$L_A$	0.4750 m
$L_B$	0.3950 m
$L_{Acm}$	0.2745 m
$L_{Bcm}$	0.2417 m
$L_{Ccm}$	0.3085 m

**Tabela 5.1:** Parâmetros antropométricos finais utilizados nas simulações. A, B e C se referem à perna, coxa e conjunto dos membros superiores, respectivamente. As distâncias  $L_{Acm}$ , etc.vão da articulação distal ao centro de massa.

## 5.2. Cálculo dos Braços de Momento dos Atuadores Musculares

O esforço necessário para a formulação de um modelo geométrico do sistema músculo esquelético se dirige, em grande medida, para determinação dos *braços de momento* de cada músculo em relação à(s) articulação(ções) que ele cruza<sup>10</sup>. Uma formulação de equações de movimento em termos de coordenadas generalizadas de rotação requer que forças capazes de realizar trabalho sejam expressas em termos de torque. O torque que um determinado músculo exerce numa articulação pode ser calculado da seguinte maneira:

Considerando-se uma determinada articulação, em cujo centro está localizado a origem  $C_j$  de um sistema de coordenadas  $(n_1, n_2, n_3)$ , um músculo pode ser representado por uma reta entre a origem e a inserção dos tendões nos ossos correspondentes. As coordenadas da origem e da inserção são expressas pelos pontos  $(O_x, O_y, O_z)$  e  $(I_x, I_y, I_z)$ . Um vetor  $r$  parte da origem do sistema de coordenadas em direção a um ponto qualquer na linha de ação do

<sup>10</sup> Os cálculos realizados e os parâmetros citados nos itens abaixo se encontram no corpo do programa principal de definição de parâmetros pmn1ct42.m em anexo.

músculo, por exemplo, a própria origem. O momento da força muscular  $\mathbf{F}$  com relação a  $C_j$  é calculado como:

$$\mathbf{M} = (\mathbf{r} \times \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}) \quad (5.1)$$

Uma força  $\mathbf{F}_u$  de modulo unitário, na mesma linha de ação de  $\mathbf{F}$ , poder expressa pela equação:

$$\mathbf{F}_u = \frac{(I_x - O_x, I_y - O_y, I_z - O_z)}{\sqrt{(I_x - O_x)^2 + (I_y - O_y)^2 + (I_z - O_z)^2}} = \frac{\mathbf{F}}{|\mathbf{F}|} \quad (5.2)$$

Substituindo 5.2 em 5.1

$$\frac{\mathbf{M}}{|\mathbf{F}|} = (\mathbf{r} \times \mathbf{F}_u \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \quad (5.3)$$

sendo  $(\mathbf{r} \times \mathbf{F}_u \cdot \mathbf{n}) = r$ , o valor do *braço de momento do músculo* (ou o momento produzido por uma força unitária) em relação à articulação. Se for necessário o cálculo de  $r$  projetado no plano definido por  $\mathbf{n}_1$  e  $\mathbf{n}_2$ , basta tomar  $\mathbf{n} = \mathbf{n}_3$  na equação 5.3.

### 5.3. Definição dos sistemas de coordenadas

O cálculo de  $r$  para cada músculo de um dado sujeito, com suas próprias dimensões, depende de que referenciais, em que estejam expressas as coordenadas das origens e inserções musculares, sejam definidos de maneira inequívoca. Brand et al. (1982) e White et al. (1989) procuraram definir metodologias para o posicionamento e orientação de referenciais, baseados em estruturas anatômicas, exprimindo a partir destes referenciais as coordenadas medidas das origens e inserções. Brand definiu ainda, a partir de medidas em três cadáveres com biotipos diversos, fatores de escala para o posicionamento destas coordenadas, levando em conta a variação entre os vários sujeitos.

Neste trabalho foi utilizado o método proposto por Brand, tendo sido empregadas coordenadas de origens e inserções mostradas em Hoy et al.<sup>11</sup> (1990). No plano sagital, é definido inicialmente um sistema de coordenadas que não translada, associado ao referencial **a** das equações de corpo rígido no tornozelo (referencial tibial), com centro localizado no ponto médio entre os maléolos medial e lateral. Outros dois referenciais, coincidentes com **b** e **c**, têm suas origens posicionadas no ponto médio entre os epicôndilos femorais e no centro do acetábulo, respectivamente. Estes referenciais são paralelos ao referencial **a**, desde que o sujeito esteja ereto. As origens dos referenciais **a** e **b** coincidem com o centro de rotação das articulações do tornozelo e do joelho; a origem do referencial **c**, entretanto, não é a mesma do centro de rotação do quadril, para efeitos da dinâmica de corpo rígido. Neste caso, o referencial anatômico adotado foi o trocânter maior.

Uma vez definidas as origens dos referenciais, é necessário estabelecer sua orientação. Para tanto, são anotados inicialmente pontos notáveis associados a estruturas anatômicas; a partir destas coordenadas são definidos vetores unitários. Para a tibia, são medidas as seguintes coordenadas dos vetores **P**:

$$P_1^T : \text{maléolo lateral} = \text{distância entre maléolos (DEM)} / 2 \mathbf{a}_3$$

$$P_2^T : \text{ponto médio entre os maléolos lateral e medial} = 0$$

$$P_3^T : \text{tuberosidade da tibia} = dAx_3 \mathbf{a}_1 + dAy_3 \mathbf{a}_2$$

Para o fêmur:

$$P_1^F : \text{epicôndilo lateral} = \text{distância entre epicôndilos (DEE)} / 2 \mathbf{b}_3$$

$$P_2^F : \text{ponto médio entre os epicôndilos lateral e medial} = 0$$

$$P_3^F : \text{centro da cabeça do fêmur} = dBx_3 \mathbf{b}_1 + dBy_3 \mathbf{b}_2$$

E para o quadril (pélvis):

$$P_1^P : \text{espinha ilíaca anterior superior direita} = dCx_1 \mathbf{c}_1 + dCy_1 \mathbf{c}_2 + dCz_1 \mathbf{c}_3$$

$$P_2^P : \text{ponto médio entre os tubérculos púbicos} = dCx_2 \mathbf{c}_1 + dCy_2 \mathbf{c}_2 + dCz_2 \mathbf{c}_3$$

<sup>11</sup> O artigo original de Brand et. al. (1982) não trás os dados das origens e inserções musculares que estes autores estimaram. Estes dados são mostrados, entretanto, por Hoy et. al. (1990), com algumas pequenas modificações: as coordenadas das inserções do músculo *tibialis anterioris* (identificado aqui com o conjunto de dorsiflexores) foram estimadas diretamente de um esqueleto do sexo masculino adulto. Além disso, as coordenadas originalmente expressas no referencial da tibia estavam apresentadas num referencial 'na perna', com coordenadas da origem (0,00; 0,014; 0,00) e rotacionado de +5° ao redor do eixo  $\mathbf{a}_3$ . Como os vetores unitários  $\mathbf{a}'$  estavam definidos segundo Brand, os dados apresentados por Hoy et. al. foram corrigidos para seus valores supostamente originais.

$P_3^P$  : ponto médio entre as espinhas ilíacas anteriores superiores =  $dC_x3c_1 + dC_3c_2 + dC_z3c_3$

Uma vez definidas estas referências anatômicas, a direção dos vetores responsáveis pela orientação dos referenciais pode ser calculada, para a tíbia, fêmur e pelvis:

$$\begin{aligned}
 Y^T &= P_3^T - P_2^T \\
 X^T &= Y^T \times (P_1^T - P_2^T) \\
 Z^T &= X^T \times Y^T \\
 \\ 
 Y^F &= P_3^F - P_2^F \\
 X^F &= Y^F \times (P_1^F - P_2^F) \\
 Z^F &= X^F \times Y^F
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

$$\begin{aligned}
 Y^P &= P_3^P - P_2^P \\
 X^P &= Y^P \times (P_1^P - P_2^P) \\
 Z^P &= X^P \times Y^P
 \end{aligned}$$

Os vetores unitários, nos quais as coordenadas das origens e inserções podem ser expressas diretamente, são então obtidos dividindo-se  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  por seus respectivos módulos:

$$\begin{aligned}
 a'_1 &= \frac{X^T}{|X^T|} \\
 a'_2 &= \frac{Y^T}{|Y^T|} \\
 &\vdots \\
 b'_1 &= \frac{X^F}{|X^F|} \\
 &\vdots
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

As coordenadas apresentadas por Brand estão escalonadas a partir de fatores antropométricos; isto é, a coordenada  $Ix'$  (escalonada) de um determinado músculo é apresentada como  $Ix' = Ix / X_s$ , onde  $Ix$  é a coordenada real da inserção e  $X_s$  é um fator de escala antropométrico. Estes fatores de escala são os seguintes:

- Tibia

$X_{ST}$  = largura do platô da tibia

$Y_{ST}$  = coordenada y do tubérculo tibial

$Z_{ST}$  = largura do platô da tibia

• **Fêmur**

$X_{SF}$  = largura epicondilar femoral

$Y_{SF}$  = coordenada y do centro da cabeça do fêmur

$Z_{SF}$  = largura epicondilar femoral (apenas para o músculo gastrocnêmio)

$Z_{SF}$  = distância lateral entre o centro da cabeça do fêmur ao topo do trocânter maior  
(para os outros músculos)

• **Pelvis**

$X_{SF}$  = distância ântero-posterior entre o plano pélvico frontal e o topo do entalhe isquiático

$Y_{SF}$  = diferença entre as coordenadas y da crista ilíaca e da tuberosidade isquial

+ $Z_{SF}$  = diferença entre as coordenadas z da espinha ilíaca anterior superior (ASIS) e do centro do quadril (acetábulo)

- $Z_{SF}$  = diferença entre as coordenadas z da tuberosidade isquial e do centro do quadril

Os fatores de escala antropométricos foram estimados a partir de ilustrações em escala de um esqueleto do sexo masculino adulto, apresentadas por Wolf-Heidegger (1978).

Uma vez calculados os valores reais das origens e inserções musculares, em algum sistema de coordenadas  $s'$  dos definidos acima, é necessário exprimir estas mesmas coordenadas nos referenciais em que foram definidas as suas origens. Uma transformação linear de coordenadas de um sistema  $s'$  para um sistema  $s$  pode ser expressa como:

$$\begin{aligned} Ix(s') &= k_1 s_1 + k_2 s_2 + k_3 s_3 \\ Iy(s') &= k_4 s_1 + k_5 s_2 + k_6 s_3 \\ Iz(s') &= k_7 s_1 + k_8 s_2 + k_9 s_3 \end{aligned} \quad (5.6)$$

isto é,

$$I(s') = [k] I(s) \quad (5.7)$$

tal que  $I(s')$  e  $I(s)$  representam um conjunto de coordenadas de inserção num sistema  $s'$  e num sistema  $s$ , respectivamente. Para calcular uma transformação inversa, isto é, de coordenadas expressas em  $s'$  para  $s$ , basta inverter a matriz  $[k]$  da equação 5.7:

$$I(s)=[k]^{-1} I(s') \quad (5.8)$$

Conhecendo-se então as coordenadas das origens e inserções musculares, expressas num referencial  $s'$  (isto é, tendo como vetores unitários os definidos nas equações 5.5), a aplicação da equação 5.3 para o cálculo de  $R$  exige duas transformações lineares sobre estas coordenadas: a multiplicação do vetor de coordenadas por  $[k]^{-1}$  (uma matriz  $[k]$  para cada transformação de  $a'$  para  $a$ , de  $b'$  para  $b$ , etc.) e translação para um referencial comum. O referencial escolhido foi o do tornozelo, somando-se às coordenadas expressas em  $b$  as distâncias  $x$  e  $y$  entre o centro de rotação do tornozelo e do joelho; para aquelas coordenadas expressas no referencial  $c$ , acrescenta-se também as distâncias ( $x$  e  $y$ ) entre os centros de rotação do joelho e do quadril.

#### 5.4. Coordenadas Efetivas

As coordenadas das origens e inserções musculares não definem necessariamente a linha de ação de um músculo; o músculo *vastus medialis*, por exemplo, tem sua origem na porção média do fêmur e inserção na tuberosidade da tíbia (ver figura 5.1). No entanto, o tendão do quadríceps se dobra sobre a superfície da patela, dando origem ao ligamento patelar, inserindo-se este último na tuberosidade da tíbia. Este ponto de contato entre o tendão do quadríceps e a patela é tomado, na realidade, como a *inserção efetiva* do *vastus medialis*, para efeito do cálculo do braço de momento. O mesmo princípio se aplica ao *músculo rectus femoris*, outro extensor da coxa. São definidas também origens efetivas para os músculos *ilipsoas* e para o conjunto dos dorsiflexores. Na Tabela 5.2 estão mostrados os valores calculados para os braços de momento dos grupos musculares estudados; foram utilizadas nos cálculos as coordenadas efetivas, quando definidas. Para os músculos bi-articulares, são mostrados os braços de momento específicos para cada articulação.

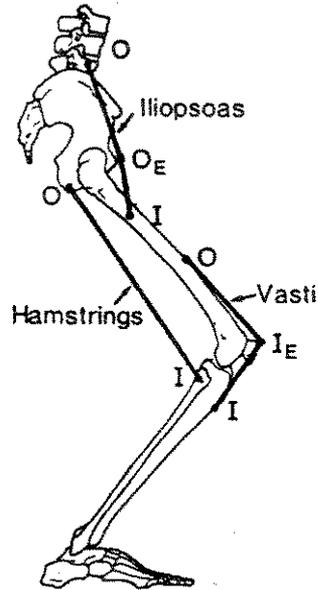


Figura 5.1. Origens e inserções, regulares e efetivas de alguns músculos do membro inferior. (Hoy et al., 1990).

R (metros)	tornozelo	joelho	quadril
<i>rectus femoris</i>	0	0.0410	0.0401
<i>ilipsoas</i>	0	0	0.0276
<i>gluteus maximus</i>	0	0	0.002*
<i>gluteus medius</i>	0	0	0.0108
<i>isquiotibialis</i>	0	0.0553	0.0505
<i>vasti</i>	0	0.0470	0
<i>gastrocnemius</i>	0.0358	0.0203	0
<i>soleus</i>	0.0355	0	0
dorsiflexores	0.0469	0	0

\*o valor do braço de momento do *gluteus maximus* calculado (0.0656 m) foi substituído pelo valor apresentado por Hoy et al. (1990)

Tabela 5.2: Braços de momento para os grupos musculares estudados, para as três articulações.

### 5.5. Cálculo do Comprimento dos Atuadores Músculo-Tendíneos

O cálculo de  $\tilde{L}^{MT}$  pode ser feito a partir das coordenadas das inserções e origens reais e efetivas. Por exemplo, para um músculo cuja linha de ação não é alterada por nenhuma estrutura - que não necessita da definição de coordenadas efetivas - o comprimento dos atuadores músculo-tendíneos pode ser calculada facilmente como:

$$\widehat{L}^{MT} = \frac{L^{MT}}{L_0^M} = \frac{1}{L_0^M} \left( \sqrt{(I_X - O_X)^2 + (I_Y - O_Y)^2 + (I_Z - O_Z)^2} \right) \quad (5.10)$$

Músculos (isto é, atuadores) cuja origem efetiva deve ser definida necessitam que a equação 5.10 seja aplicada duas vezes: desde a origem real até a efetiva e da origem efetiva até a inserção. Se o músculo possui ainda inserções efetivas, o mesmo raciocínio se aplica, desde que seja percorrido o *caminho* do atuador músculo tendíneo ao longo do sistema esquelético. Este comprimento pode ainda variar com o ângulo das articulações; neste caso, as matrizes de transformação de coordenadas responsáveis pela expressão das origens e inserções num referencial comum - passo necessário para a aplicação de 5.10 - devem ser atualizadas e aplicadas a cada iteração da integração numérica das equações do modelo dinâmico.

## Capítulo 6

### Projeto do Sistema de Controle

No capítulo 4 foram deduzidas as equações de movimento do pêndulo triplo invertido e, a partir da linearização do sistema ao redor de um ponto de equilíbrio, calculadas as matrizes  $A$ ,  $B$  e  $C$  da formulação de estados linear equivalente. O cálculo dos autovalores da matriz  $A$ , mostrado a seguir, confirma que a posição de equilíbrio é instável. O posicionamento dos autovalores no lado esquerdo do plano complexo requer o emprego de alguma metodologia para projeto de sistemas de controle multivariável. Optou-se neste trabalho pela utilização de um controle ótimo, linear, com função de minimização quadrática, conhecido como LQR (*Linear Quadratic Regulator*). A partir de uma escolha conveniente de matrizes de ponderação da função de minimização é possível calcular uma matriz de ganhos que, multiplicada pelo vetor de estados, fornece o valor das variáveis de controle. Serão abordadas estratégias de controle específicas para cada modelo formulado no capítulo 4: diretamente por torque (MODELO 1, eq. 4.20) e controle por ativação no modelo com atuadores equivalentes de torque (MODELO 2, eq. 4.21). A partir da primeira abordagem, será introduzida uma metodologia para distribuição dos torques de controle entre vários grupos musculares, utilizando a matriz pseudo-inversa. Conhecendo-se então a força necessária em cada músculo para controlar o sistema e o modelo matemático da dinâmica da contração, o controle do modelo com atuadores músculo-tendíneos (MODELO 3, eq. 4.25) pode ser realizado, através da excitação neural.

### 6.1. Definição do Problema

Substituindo os valores dos parâmetros antropométricos mostrados na Tabela 5.1 por exemplo na equação de estados 4.19 (MODELO 1):

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 198.61 & -181.62 & 7.02 & 0 & 0 & 0 \\ -257.02 & 293.90 & -41.22 & 0 & 0 & 0 \\ 15.22 & -63.17 & 48.20 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.68 & -1.56 & 0.93 \\ -0.88 & 2.30 & -1.73 \\ 0.05 & -0.36 & 0.66 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix}$$

(6.1)

E calculando os autovalores da matriz A:

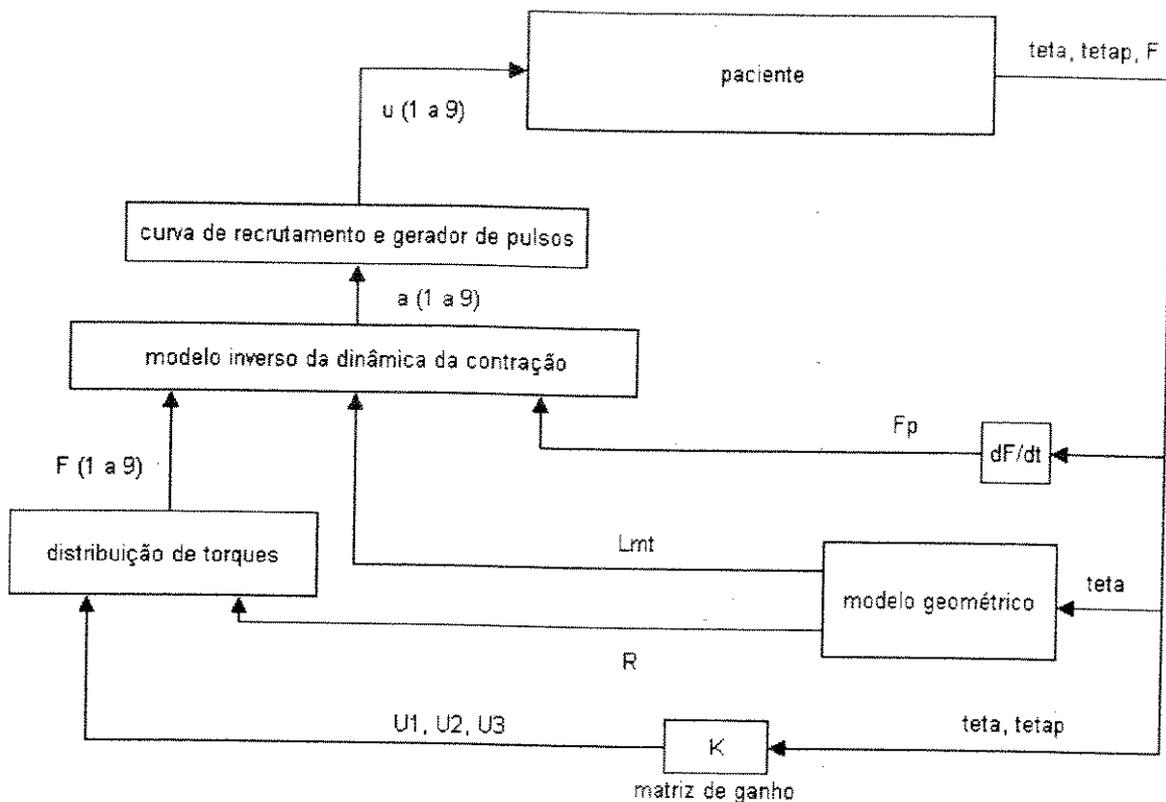
$$EI(A) = (\pm 21.7383; \pm 7.7149; \pm 2.9389)$$

existem de três autovalores reais positivos, sugerindo que o sistema não-linear original da equação linear 6.1 não é capaz de convergir naturalmente para o ponto de equilíbrio, ou seja, que é instável. Pretende-se posicionar todos os autovalores de A do lado esquerdo do plano complexo introduzindo uma matriz de ganho K tal que:

$$\mathbf{u} = \mathbf{Kx} \tag{6.2}$$

Os novos autovalores de A passam a ser calculados para a matriz  $A_k = A - BK$ .

Uma vez introduzida a estratégia básica de controle por realimentação, para o problema da restauração da postura em pacientes com lesão medular, assim como os fundamentos dinâmicos, fisiológicos e anatômicos da formulação de modelos relacionados, pode ser proposta uma estratégia global de controle. A proposta deste trabalho está mostrada na Figura 6.1.



**Figura 6.1: Estratégia de controle proposta para restauração da postura em paciente com lesão medular.** Na figura,  $teta$ ,  $tetap$  são o deslocamento e a velocidade angular medidos por um sistema de sensores;  $F$  e  $Fp$  são a força muscular e sua derivada temporal.  $U1$ ,  $U2$  e  $U3$  os valores das variáveis de controle calculado a partir da matriz de ganho. O próximo  $F$ , depois da distribuição de torques (do lado esquerdo) é o conjunto de forças requeridas, calculado pelo processo de otimização. Além disso,  $u$  (1 a 9) é a excitação do estimulador e  $a$  (1 a 9) ativação calculada pelo sistema de controle, para cada músculo.

O diagrama de blocos da Figura 6.1 mostra em linhas gerais uma metodologia de controle de um paciente através de sinais de excitação  $u(t)$ , associados à estimulação elétrica. São medidos ou estimados alguns estados dinâmicos do paciente, isto é, o valor dos ângulos e das velocidades angulares das articulações (ou dos membros) e os valores atuais de força dos músculos estimulados. Estas informações percorrem então três caminhos: o principal se dirige a uma matriz de ganhos responsável pelo cálculo do torque de controle. O segundo e o terceiro caminho se dirigem respectivamente para módulos do controlador responsáveis pelo cálculo dos braços de momento e comprimento dos músculos, que a princípio variam significativamente com os ângulos das articulações. É introduzida também uma estratégia específica para solucionar a redundância entre o número de torques de controle (3) e o número de saídas do controlador (9), uma para cada músculo. Uma vez calculada a força necessária para produzir o torque de controle e conhecendo-se as variáveis necessárias, pode ser feito o cálculo das ativações neuro-musculares  $a(t)$ , através de um modelo inverso da dinâmica da

contração. Para cada nível de ativação é possível associar um parâmetro de excitação  $u(t)$ , por exemplo, a largura de pulso  $d$ . A partir deste ponto, o sinal da estimulação elétrica já está definido, ficando sua síntese e amplificação sob a responsabilidade de algum equipamento gerador de pulsos. Este processo poderia ser implementado total ou parcialmente por *hardware* ou *software*; no último caso, supõe-se que a velocidade de aquisição e processamento do controlador é suficientemente alta. A seguir, é mostrado o procedimento de cálculo dos termos da matriz de ganho do controlador, estabelecendo-se posteriormente estratégias para o controle dos modelos matemáticos da dinâmica da postura propostos no Capítulo 4.

## 6.2. Determinação da matriz de ganho através de um Regulador Linear Quadrático

Para um sistema dinâmico do tipo

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u, t) \quad (6.3)$$

deseja-se minimizar uma função de desempenho

$$J(u) = \int_0^{\infty} g(\mathbf{x}, u, t) dt \quad (6.4)$$

sujeita a 6.3, conhecendo-se o valor do vetor  $\mathbf{x}$  em  $t = 0$  e supondo que qualquer valor de  $u$  é admissível.

Considerando inicialmente uma função de desempenho dada por (Rowland, 1986):

$$J(\mathbf{y}) = \int_{t_0}^{t_f} g(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t) dt \quad (6.5)$$

sendo  $\mathbf{y}$  uma função de  $t$  no intervalo  $[t_0, t_f]$  com derivadas contínuas por partes expressa como:

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}^*(t) + \varepsilon \eta(t) \quad (6.6)$$

tal que  $\mathbf{y}^*$  é uma solução ótima,  $\eta$  é uma variação arbitrária ao redor desta solução e  $\varepsilon$  uma constante positiva pequena. Esta solução deve satisfazer as condições de contorno:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^*(t_0) &= \mathbf{y}(t_0) \\ \dot{\mathbf{y}}^*(t_0) &= \dot{\mathbf{y}}(t_0) \\ \eta(t_0) &= \eta(t_f) = 0 \end{aligned} \quad (6.7)$$

Substituindo 6.6 em 6.5:

$$J(\mathbf{y}) = \int_{t_0}^{t_f} g(\mathbf{y}^* + \varepsilon \boldsymbol{\eta}, \dot{\mathbf{y}}^* + \varepsilon \dot{\boldsymbol{\eta}}, t) dt \quad (6.8)$$

O valor ótimo de  $J(\mathbf{y})$  pode ser calculado derivando 6.8 com relação a  $\varepsilon$ :

$$\frac{dJ}{d\varepsilon} = \int_{t_0}^{t_f} \left( \frac{\partial g}{\partial \mathbf{y}} \boldsymbol{\eta} + \frac{\partial g}{\partial \dot{\mathbf{y}}} \dot{\boldsymbol{\eta}} \right) dt \quad (6.9)$$

Desenvolvendo a integração por partes de 6.9, considerando as condições de contorno 6.7, garantindo que a solução de 6.5 é ótima fazendo  $dJ/d\varepsilon = 0$  e  $\varepsilon = 0$ , pode ser obtida a equação de Euler-Lagrange:

$$\left( \frac{\partial g}{\partial \mathbf{y}} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial g}{\partial \dot{\mathbf{y}}} \right) \right) \Bigg|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^*} = 0 \quad (6.10)$$

Definindo  $L(\mathbf{x}, \lambda, u, t)$  em 6.11, sendo  $\lambda$  o vetor dos multiplicadores de Lagrange:

$$L(\mathbf{x}, u, \lambda, t) = g(\mathbf{x}, u, t) + \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{f}(\mathbf{x}, u, t) - \dot{\mathbf{x}}) \quad (6.11)$$

É possível definir uma nova função de desempenho, cuja minimização sem restrições é equivalente à minimização de 6.4 sujeita a 6.5:

$$J(u) = \int_{t_0}^{t_f} L(\mathbf{x}, \lambda, u, t) dt \quad (6.12)$$

Utilizando 6.11 na equação de Euler-Lagrange 6.10:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \right) &= \frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\boldsymbol{\lambda}}} \right) &= \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\lambda}} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} \right) &= \frac{\partial L}{\partial u} \end{aligned} \quad (6.13)$$

que calculadas para os valores ótimos  $\mathbf{x}^*$ ,  $\boldsymbol{\lambda}^*$  e  $u^*$ :

$$\begin{aligned}
-\lambda^* &= \left. \frac{\partial g}{\partial \mathbf{x}} \right|_* + \left. \left( \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \right|_* \lambda^* \\
\dot{\mathbf{x}}^* &= \mathbf{f}(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*, t) \\
0 &= \left. \frac{\partial g}{\partial \mathbf{u}} \right|_* + \left. \left( \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \right|_* \lambda^*
\end{aligned} \tag{6.14}$$

É possível neste momento encontrar uma solução ótima para uma função do tipo 6.4 sujeita a um conjunto de restrições 6.3 resolvendo a equação 6.14 e conhecendo  $2n$  condições de contorno, onde  $n$  é a ordem do sistema. A lei de controle ótima é encontrada para um sistema com apenas uma variável de controle, determinando-se expressões para  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{u}$  a partir de 6.14, substituindo na função de desempenho supondo que  $\mathbf{u} = \mathbf{k}\mathbf{x}$  e encontrando o valor de  $\mathbf{k}$  que minimiza esta função.

A teoria exposta acima pode ser estendida para sistemas dinâmicos lineares invariantes no tempo com múltiplas entradas e múltiplas saídas, minimizando uma função de desempenho quadrática:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \tag{6.15}$$

$$J(\mathbf{u}) = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R}\mathbf{u}) dt \tag{6.16}$$

tal que  $\mathbf{Q}$  é uma matriz positiva semidefinida e  $\mathbf{R}$  é uma matriz quadrada simétrica positiva definida de ordem  $m$  (dimensão do vetor de controle  $\mathbf{u}$ ). Identificando  $\mathbf{f}$  e  $g$  (segundo 6.3 e 6.4) com 6.15 e 6.16, substituindo nas equações de Euler-Lagrange 6.14:

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}}^* &= \mathbf{A}\mathbf{x}^* - \frac{1}{2} \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \lambda^* \\
\dot{\lambda}^* &= -2\mathbf{Q}\mathbf{x}^* - \mathbf{A}^T \lambda^* \\
\mathbf{u}^* &= -\frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \lambda^*
\end{aligned} \tag{6.17}$$

com as condições de contorno  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$  e  $\lambda(\infty) = 0$  (condição necessária para otimalidade (Rowland, 1986)). A lei de controle ótima de malha fechada para este problema pode ser encontrada assumindo a existência de uma matriz  $\mathbf{P}$  positiva simétrica e definida que satisfaça a condição:

$$\lambda = 2\mathbf{P}\mathbf{x} \tag{6.18}$$

Substituindo 6.18 na primeira e na segunda das equações 6.17 e resolvendo-as simultaneamente é encontrada a equação de Ricatti:

$$Q + A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (6.19)$$

Calculando a matriz  $P$  a partir da equação acima e substituindo 6.18 na terceira das equações 6.17:

$$\mathbf{u}^* = -R^{-1}B^T P \mathbf{x} \quad (6.20)$$

é finalmente determinada a matriz de ganho  $K$ :

$$K = -R^{-1}B^T P$$

### 6.3. Projeto de Controle por Torque (MODELO 1)

Um sistema de controle para o mais simples dos modelos apresentados da dinâmica da postura, definido na equação 4.18, pode ser projetado simplesmente com a determinação de uma matriz de ganho  $K$ , segundo a metodologia apontada no item anterior (Figura 6.2).

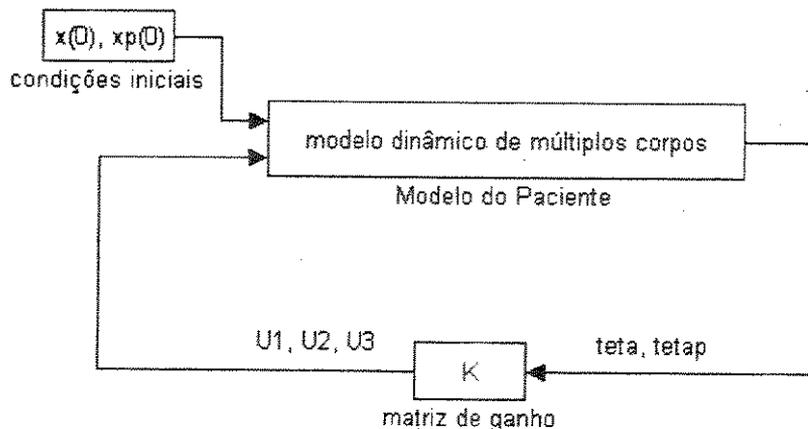


Figura 6.2: Sistema de controle para o MODELO 1 com atuadores de torque estáticos

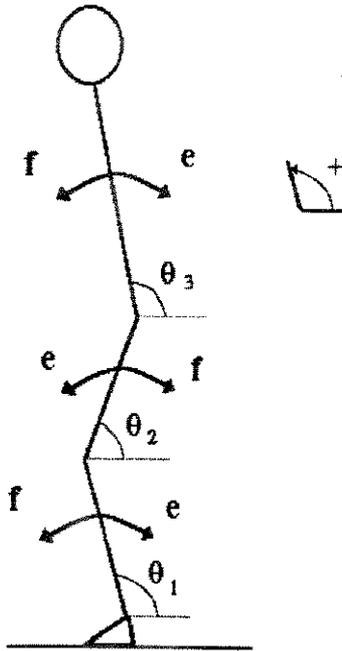
Uma vez definidas as matrizes  $A$ ,  $B$  e  $C$  da formulação linear de estados (eq. 4.19 e 4.20),  $K$  pode ser calculado facilmente através da função `LQR.m`, disponível no *Matlab Control Systems Toolbox*. Entretanto,  $K$  estará condicionada à escolha das matrizes de ponderação  $Q$  e  $R$  da função de desempenho quadrática 6.16. A escolha destas matrizes mostrou-se uma tarefa ingrata; sem a utilização de métodos específicos para a alocação de

polos em sistemas com controle ótimo multi-variável - um tópico de pesquisa em teoria de controle -  $Q$  e  $R$  são escolhidas de maneira empírica. Para sistemas lineares, um controlador LQR é assintoticamente estável: normalmente, o aumento de  $R$ , isto é da penalização da energia de controle da função de desempenho 6.16, implica na diminuição dos torques de controle, apresentando o sistema um desempenho mais lento. O aumento de  $Q$ , por outro lado, implica no aumento de penalização da energia associada aos estados do sistema. Isto leva à diminuição do *overshoot* na resposta temporal. Shahian e Hasull (1993) fornecem indicações sobre a localização de polos, resposta ao degrau e estabilidade com a variação de  $Q$  e  $R$  para um sistema linear.

Entretanto, as equações de movimento do MODELO 1, assim como dos modelos subsequentes, são não-lineares; já que a teoria utilizada para o projeto do sistema de controle é linear, tornam-se temerárias tentativas de previsão do comportamento do sistema sem testes de simulação. Os resultados destas simulações, assim como o efeito da escolha das matrizes  $Q$  e  $R$  escolhidas estão mostrados no capítulo de Resultados.

#### **6.4. Projeto do Controle por Ativação dos Atuadores Equivalentes de Torque (MODELO 2)**

A introdução de atuadores dinâmicos de torque, controlados pela ativação neuromuscular equivalente  $a_T(t)$ , não introduz alterações substanciais no projeto do controlador. Acrescente-se entretanto uma dificuldade adicional, pelo fato dos atuadores que operam no sentido de flexão ou extensão dos membros possuírem propriedades dinâmicas diferentes. Uma solução consiste em calcular apenas uma matriz de ganho  $K$ , considerando os parâmetros dos atuadores mais fracos (com menor torque máximo) para cada grau de liberdade (Khang e Zajac, 1989). Outra maneira se apoiaria na identificação da combinação dos sinais das variáveis de controle: cada membro pode estar sujeito a uma ativação de controle positivo ou negativo, isto é, no sentido de extensão ou flexão. Se três são os graus de liberdade, existem  $2^3 = 8$  combinações possíveis (Tabela 6.1).



	extensão	flexão
perna	-	+
coxa	+	-
tronco	-	+

	modo	$a_1$	$a_2$	$a_3$
1	EEE	-	+	-
2	EEF	-	+	+
3	EFE	-	-	-
4	EFF	-	-	+
5	FEE	+	+	-
6	FEF	+	+	+
7	FFE	+	-	-
8	FFF	+	-	+

Tabela 6.1 - Modos de operação do controlador dos atuadores dinâmicos de torque. Na parte superior direita estão mostrados os sinais dos torques de flexão e extensão de cada membro. Em baixo, são definidos os 8 modos de operação (E = extensão e F = Flexão).

É possível calcular, substituindo convenientemente os valores de  $C_i$  e  $C_i'$  da Tabela 3.4, 8 matrizes de ganho  $K$ , uma para cada combinação da Tabela 6.1 (Menegaldo e Weber, 1996). Um módulo de identificação se encarrega de escolher, a partir dos sinais (+ ou -) da ativação de controle, qual a nova matriz  $K$  apropriada para o modo de operação atual. O sistema de controle proposto para o MODELO 2 está mostrado na Figura 6.3. A escolha das matrizes  $Q$  e  $R$ , assim como a resposta do sistema a condições iniciais está mostrada no capítulo de Resultados.

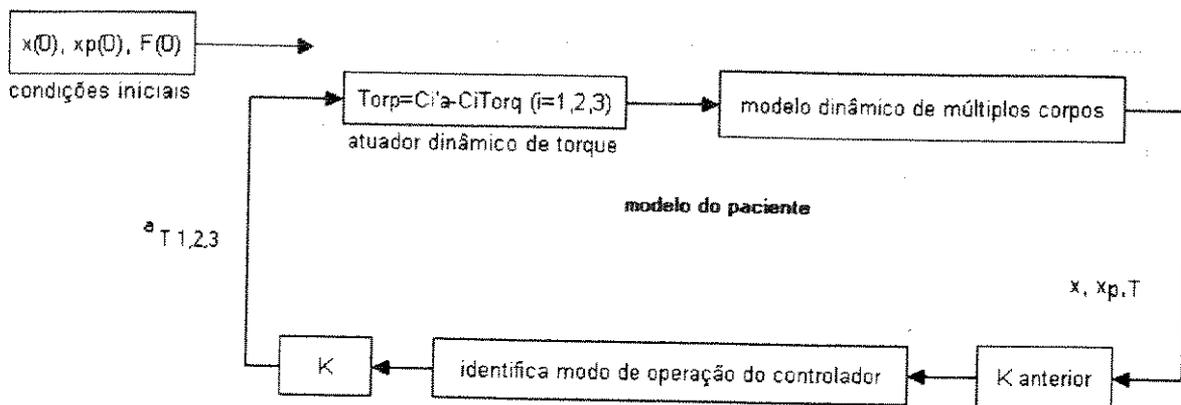
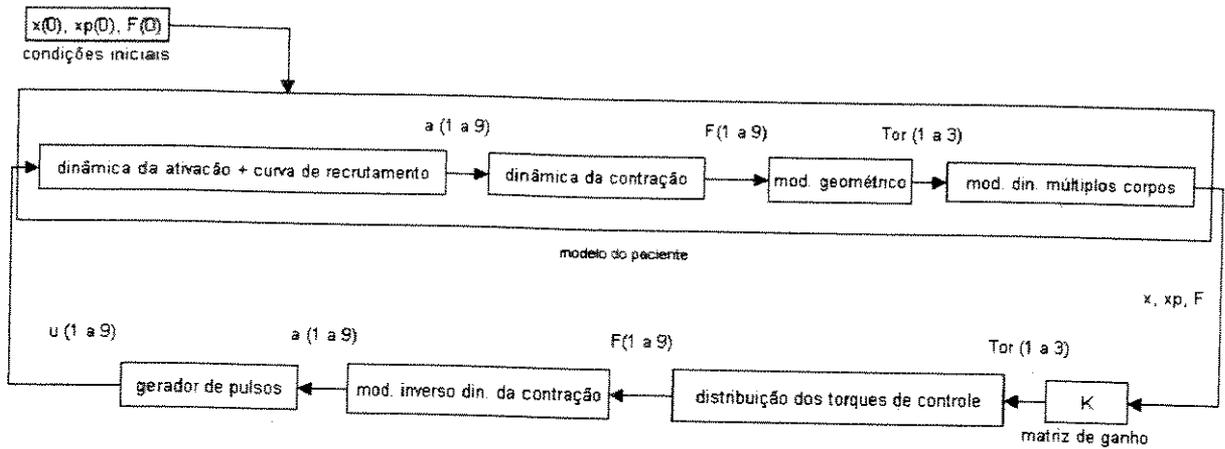


Figura 6.3: Sistema de controle para o MODELO 2 com atuadores dinâmicos de torque e escolha da matriz de ganho segundo o modo de operação (ver Tabela 6.1)

### 6.5. Projeto do Controle por Ativação dos Atuadores Músculo-Tendíneos (MODELO 3)

Uma tentativa de reproduzir parcialmente o sistema de controle para restauração da postura proposto na Figura 6.1 através do MODELO 3 formulado no item 4.4 está mostrada na Figura 6.4. Este sistema é baseado inicialmente no controle por atuadores estáticos de torque formulado no MODELO 1, de acordo com o seguinte princípio (Toussaint et al., 1989, Toussaint et al., 1995): para levar a cabo o movimento desejado, o sistema de controle deve fornecer um determinado conjunto de valores para os torques nas articulações que, por sua vez, é alcançado através dos atuadores músculo-tendíneos. Entretanto, estes atuadores possuem duas características que introduzem complicações no sistema de controle:

- Atuadores músculo-tendíneos são normalmente redundantes: vários músculos cruzam uma mesma articulação, produzindo torques no mesmo sentido. Por exemplo, os músculos *soleus* e *gastrocnemius* produzem a extensão da perna (tornozelo).
- Um mesmo atuador pode cruzar mais de uma articulação, produzindo torques em vários membros. O músculo *isquiotibialis*, por exemplo, realiza a extensão do quadril (tronco) e a flexão do joelho (coxa).



**Figura 6.4: Sistema de controle para o MODELO 3, incorporando os atuadores músculo-tendíneos através da excitação neural  $u(t)$  associada à estimulação elétrica. Para maiores detalhes, ver legenda da Figura 6.1**

Esta questão tornou-se clássica em biomecânica; é bem verdade, mais do ponto de vista da análise do movimento, para a determinação de forças musculares a partir de torques calculados por modelos dinâmicos inversos ou medidos diretamente com dinamômetros (Zajac e Gordon, 1990), do que em problemas de controle em próteses neurais. Neste último caso, o problema pode ser formulado da seguinte maneira:

As forças  $F$  realizadas por uma série de  $m$  músculos num conjunto de  $j$  articulações sujeitas a  $j$  torques de controle  $U$  relacionam-se entre si como:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_1 \\ \vdots \\ U_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2m} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ r_{j1} & r_{j2} & \dots & r_{jm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_m \end{pmatrix} \quad (6.22)$$

tal que  $r_{jm}$  é o valor do braço de momento do músculo  $m$  com relação à articulação  $j$ .

Já que normalmente  $j < m$ , o sistema linear 6.22 possui mais incógnitas do que equações. Deve-se portanto lançar mão de algum método capaz de encontrar um conjunto de forças que melhor satisfaça 6.22. Além dos chamados *Métodos de Redução* (An et al., 1995), que procuram através de medidas eletromiográficas e do agrupamento de músculos funcionalmente análogos estimar as forças musculares, tornaram-se populares os *Métodos de Otimização*. Desta perspectiva, pode-se definir uma função de desempenho:

$$J = f(F_1, F_2, \dots, F_m) \quad (6.23)$$

sujeita a restrições de igualdade (a própria eq. 6.22, por exemplo)

$$g_k(F_1, F_2, \dots, F_m) = 0, \quad k = 1, 2 \dots j \quad (6.24)$$

e de desigualdade

$$0 \leq F_m \leq F_{\max} \quad (6.25)$$

Diversos métodos de otimização têm sido utilizados para solucionar o problema formulado em 6.23-25. Alguns autores (ver An et al., 1995) utilizaram funções de desempenho lineares, por exemplo:

$$J = F_1 + F_2 + \dots + F_m \quad (6.26)$$

enquanto outros, como Crowninshield e Brand (1981) estudaram funções não-lineares do tipo:

$$J = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^m \left( \frac{F_i}{PCSA_i} \right)^p} \quad (6.27)$$

que procuram minimizar a média geométrica da tensão muscular. PCSA é a área da seção transversal do músculo (*Physiological Cross-Sectional Area*) e p é a potência (1,2, ..., m) com que a média geométrica é calculada.

Especialmente relevante é a estratégia utilizada por Khang e Zajac (1989a). Estes autores estabeleceram uma função de desempenho que minimiza um conjunto de ativações neuro-musculares  $a_i(t)$  ( $i = 1, \dots, m$ ), baseada energia total liberada pelo conjunto de músculos:

$$J = \sum_{i=1}^m \int_t^{t+\Delta t} \dot{E}n_i dt \quad (6.28)$$

sendo a potência liberada pelo músculo  $\dot{E}n_i$  uma função da força muscular F e  $a(t)$ . A minimização de 6.28 está sujeita a uma equação semelhante a 6.22: os torques de controle, entretanto, são calculados a partir das equações dos atuadores dinâmicos equivalentes de torque (item 3.4, equação 3.62), que por sua vez são funções das ativações equivalentes de torque  $a_T(t)$ . Calculando  $a_T$  através de uma matriz de ganho K análoga àquelas definidas no item 6.4:

$$a_T = Kx \quad (6.29)$$

e estimando o torque de controle através de 3.62 para  $t+\Delta t$ , são determinados os valores de  $a(t)$  que minimizam 6.28, sujeita a 6.22, a cada iteração.

Outros autores procuraram utilizar equações diferenciais de restrição - por exemplo, a própria equação de movimento (Yamaguchi e Zajac, 1990). Neste caso, a otimização deixa de ser *estática*, como as abordagens descritas até então, e passa a ser um processo de *Otimização Dinâmica*. Conhecendo-se por exemplo a trajetória realizada por um conjunto de membros, é possível determinar não apenas o conjunto de forças musculares, senão todas as variáveis dinâmicas envolvidas nas equações de movimento (Zajac e Gordon, 1989). Os métodos de otimização dinâmica constituem ainda um objeto de pesquisa; sua utilização em problemas de biomecânica continua sendo de limitada viabilidade, atingindo graus de complexidade surpreendentes.

### 6.5.1. Utilização da Matriz Pseudo-Inversa na Distribuição dos Torque de Controle

Entre os vários métodos que podem ser utilizados para minimizar 6.23, foi utilizado neste trabalho o algoritmo da pseudo-inversa. Para um sistema subdeterminado

$$A_{(j \times m)} \mathbf{x}_{(m \times 1)} = \mathbf{b}_{(j \times 1)}, j < m \quad (6.30)$$

o vetor solução  $\mathbf{x}$  que minimiza o erro

$$e = |A\mathbf{x} - \mathbf{b}| \quad (6.31)$$

pode ser calculado como

$$\mathbf{x}_{(m \times 1)} = A^+_{(m \times j)} \mathbf{b}_{(j \times 1)} \quad (6.32)$$

tal que  $A^+$  é matriz pseudo-inversa de  $A$ . Esta matriz pode ser determinada basicamente por dois métodos. O primeiro através da equação 6.33:

$$A^+ = A^T (A A^T)^{-1} \quad (6.33)$$

O outro método utiliza a Decomposição em Valores Singulares (SVD), decompondo a matriz  $A$  numa matriz diagonal positiva  $S$  (dos valores singulares da  $A$ ) e nas matrizes unitárias  $U$  e  $V$ , de maneira que

$$\begin{aligned} U S V^T &= A \\ V S U^T &= A^T \end{aligned} \quad (6.34)$$

e

$$\begin{aligned} U^T U &= I \\ V^T V &= I \end{aligned} \quad (6.35)$$

Pré - multiplicando a equação 6.31 por  $A^T$ :

$$A^T A \mathbf{x} = A^T \mathbf{b} \quad (6.36)$$

e aplicando a decomposição 6.34

$$V S U^T U S V^T \mathbf{x} = V S U^T \mathbf{b} \quad (6.37)$$

Utilizando a propriedade 6.35

$$\begin{aligned} V S^2 V^T \mathbf{x} &= V S U^T \mathbf{b} \\ S^2 V^T \mathbf{x} &= S U^T \mathbf{b} \\ V V^T \mathbf{x} &= V S^{-1} U^T \mathbf{b} \\ \mathbf{x} &= V S^{-1} U^T \mathbf{b} \end{aligned} \quad (6.38)$$

se existirem colunas de  $A$  que sejam linearmente dependentes:

$$\mathbf{x} = V S^+ U^T \mathbf{b} \quad (6.39)$$

$S^+$  é uma matriz diagonal dos inversos das raízes quadradas  $\sigma_i$  dos autovalores de  $A$ :

$$S^+ = \begin{pmatrix} \sigma_1^+ & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^+ & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_n^+ \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \sigma_i^+ = 1/\sigma_i, \text{ se } \sigma_i > \varepsilon \\ \sigma_i^+ = 0, \text{ se } \sigma_i \leq \varepsilon \end{cases} \quad (6.40)$$

Neste caso, a matriz pseudo-inversa de  $A$  fica definida como:

$$A^+ = V S^+ U^T$$

Yamaguchi et al. (1995) utilizaram, na simulação de movimento do membro superior, a equação 6.33 para cálculo um vetor  $\mathbf{x}$  de multiplicadores tal que:

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (6.41)$$

Na equação 6.41  $A$  ( $j \times m$ ) é uma matriz formada por vetores de *acelerações segmentares*<sup>1</sup>.  $\mathbf{b}$  ( $j \times 1$ ) é um vetor de acelerações angulares desejadas dos músculos para atingirem as acelerações angulares medidas:

$$\mathbf{b} = \ddot{\theta} - \ddot{\theta}_{vge} \quad (6.42)$$

Em 6.42  $\ddot{\theta}$  é um vetor de acelerações angulares medidas diretamente num sujeito experimental e  $\ddot{\theta}_{vge}$  um vetor das contribuições de momento dos termos centrípetos, de gravidade e de forças externas<sup>2</sup>. O vetor  $\mathbf{x}$  de tensões musculares foi então calculado por estes autores como

$$\mathbf{x} = A^+ \mathbf{b} \quad (6.34)$$

de modo que  $\mathbf{x}$  com mínimo comprimento (ou magnitude) levasse a uma solução com menor erro médio quadrático:

$$e = |A\mathbf{x} - \mathbf{b}| \quad (6.35)$$

O vetor  $\mathbf{x}$  minimizado de multiplicadores pode ser associado ao conjunto de tensões musculares  $\sigma$ :

$$\mathbf{x} = [\sigma_1 \ \sigma_2 \ \dots \ \sigma_m]^T \quad (6.30)$$

que possui magnitude mínima, como uma propriedade da solução do sistema através da matriz pseudo-inversa:

$$|\mathbf{x}| = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_m^2} \quad (6.31)$$

<sup>1</sup> Os  $m$  ( $m$  é o número de músculos) vetores de acelerações segmentares se dispõem em colunas para formar a matriz  $A$ . São calculados como

$$\ddot{\theta}_i = M^{-1}t_i \quad i = 1, \dots, m.$$

Tal que  $M^{-1}$  é a matriz de massa inversa, segundo a equação de movimento:

$$M\ddot{\theta} = \mathbf{T} + \mathbf{V} + \mathbf{G} + \mathbf{E}$$

tal que  $\mathbf{T}$  é um vetor de torques,  $\mathbf{V}$  de termos de inércia,  $\mathbf{G}$  de termos gravitacionais, e  $\mathbf{E}$  de forças externas (ver Yamagushi et al. (1995) para detalhes).  $t_i$  um vetor ( $j \times 1$ ) de torques segmentares induzidos por cada músculo  $i$ , realizando uma força de  $\sigma$ .PCSA com  $\sigma = 1 \text{ N/cm}^2$ .

<sup>2</sup> Este vetor é dado por  $\ddot{\theta}_{vge} = M^{-1}(\mathbf{V} + \mathbf{G} + \mathbf{E})$

Esta solução coincide portanto com a obtida pela minimização sem restrições da média geométrica das tensões musculares, segundo Crowninshield e Brand (1981) (equação 6.27), para  $p = 2$ .

A metodologia descrita acima possui diversos pontos positivos: o fato da matriz  $A$  ser calculada para valores de aceleração, que dependem da dinâmica do sistema como um todo, sugere que cada músculo está sendo interpretado segundo a configuração geral de massas no sistema, e não somente com relação aos seus braços de momento em relação aos centros das articulações. Segundo os autores, cada músculo tem propósitos específicos e implicações globais, devido ao acoplamento dinâmico, às redundâncias e à existência de músculos bi-articulares. Além disso dão a entender que o tempo de processamento é inferior ao dos métodos de otimização convencionais com o cálculo de gradientes e busca de direções. Possui no entanto algumas desvantagens, que desencorajam sua utilização em sistemas de controle. Além da complexidade - exigindo a utilização das equações de movimento com a forma inversa da matriz de massa - o método proposto por Yamaguchi et al. necessita do conhecimento prévio dos vetores de aceleração, velocidade e deslocamento angular, isto é, da trajetória do membro. Estes fatos por ora restringem a aplicação do método para a análise de movimentos *off-line*.

O presente trabalho procurou introduzir a pseudo-inversa, calculada pelo algoritmo da SVD, na determinação do vetor de forças, simplesmente resolvendo o sistema sub-determinado 6.22. A matriz  $R$  e os vetores  $\mathbf{f}$  e  $\mathbf{u}$  eram definidas como:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -r_{17} & -r_{18} & r_{19} \\ r_{21} & 0 & 0 & 0 & -r_{25} & r_{26} & -r_{27} & 0 & 0 \\ r_{31} & r_{32} & -r_{33} & -r_{34} & -r_{35} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{f} = (F_1 \ F_2 \ F_3 \ F_4 \ F_5 \ F_6 \ F_7 \ F_8 \ F_9)^T \quad (6.32)$$

$$\mathbf{u} = (U_1 \ U_2 \ U_3)^T$$

O vetor de forças  $F$  pode ser calculado fazendo:

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}^+ \mathbf{U} \quad (6.33)$$

Por exemplo, utilizando os valores de  $r$  mostrados na tabela 5.2:

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 0.0410 & 0.0401 \\ 0 & 0 & 0.0276 \\ 0 & 0 & -0.0659 \\ 0 & 0 & -0.0108 \\ 0 & -0.0553 & -0.0505 \\ 0 & 0.0470 & 0 \\ -0.0358 & -0.0203 & 0 \\ -0.0355 & 0 & 0 \\ 0.0469 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{metros})$$

a matriz pseudo-inversa de  $r$ , calculada com a função *matlab* `pinv.m`, fica:

$$R^+ = \begin{pmatrix} -0.2615 & 1.7060 & 6.4537 \\ 1.1136 & -7.2656 & 11.8706 \\ -0.0807 & 0.5265 & -0.8602 \\ -0.4358 & 2.8431 & -4.6450 \\ 0.4974 & -3.2451 & -7.1622 \\ -2.1545 & 14.0567 & -12.3726 \\ -6.8713 & -4.4302 & 3.8994 \\ -7.7365 & 1.6273 & -1.4324 \\ 10.2209 & -2.1499 & 1.8923 \end{pmatrix}$$

Para um dado vetor de torques de controle:

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} -13.1275 \\ 5.2416 \\ -8.4791 \end{pmatrix} \quad (\text{N.m})$$

aplicando 6.33, o vetor de forças resultante é:

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} -42.3466 \\ -153.3548 \\ 11.1127 \\ 60.0084 \\ 37.1907 \\ 206.8715 \\ 33.9180 \\ 122.2359 \\ -161.4891 \end{pmatrix} \quad (\text{N})$$

De fato, este conjunto de forças satisfaz  $\mathbf{u} = \mathbf{R} \mathbf{f}$ , mas algum dos valores de força (1ª, 2ª e 9ª linhas) não satisfazem a restrição dos músculos só realizarem forças positivas<sup>3</sup>. Esta restrição pode ser incorporada ao algoritmo de cálculo de forças através do seguinte procedimento, utilizado por Yamaguchi et al. (1995): Uma vez calculado o vetor de forças sem qualquer restrição, identifica-se qual destas forças negativas possui o maior módulo. A coluna da matriz  $\mathbf{R}$  que corresponde a este músculo é dividida então por um valor positivo  $Z$  grande (p. ex.,  $Z = 1000$ ); calcula-se novamente a matriz pseudo-inversa de  $\mathbf{R}$  e o vetor de forças  $\mathbf{F}$ . Até que todos os valores de força sejam maiores do que um erro  $\epsilon > -0.001$ . Aplicando o algoritmo acima<sup>4</sup>, o vetor de forças vai assumindo, a cada iteração, os seguintes valores (cada linha representa uma iteração, e cada coluna um músculo):

```
-38.5427 -169.5548 12.2866 66.3475 29.9552 238.2134 133.8763 234.7801 -0.3102
-83.5003 -0.2542 18.4170 99.4519 79.6010 327.5794 114.7394 254.0787 -0.3357
-0.1338 -0.2896 20.9878 113.3342 142.8344 329.0069 114.4337 254.3869 -0.3361
-0.1338 -0.2896 20.9878 113.3342 142.8344 329.0069 114.4339 254.3872 -0.0003
-0.1338 -0.0003 20.9878 113.3343 142.8345 329.0071 114.4339 254.3872 -0.0003
```

finalmente, aplicando  $F_i > \epsilon = -0.001$ , o novo vetor de forças fica:

<sup>3</sup> Aqui, forças positivas são entendidas como forças no sentido de encurtamento dos músculos.

<sup>4</sup> A listagem deste algoritmo (novaFps.m) se encontra em anexo.

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 20.9878 \\ 113.3343 \\ 142.8346 \\ 329.0071 \\ 114.4339 \\ 254.3872 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{N})$$

Multiplicando a matriz R pelo vetor de forças obtido, o torque de controle passa a ser:

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} -13.1268 \\ 5.2330 \\ -9.8254 \end{pmatrix}$$

com um desvio máximo do torque de controle original da ordem de 15 %.

### 6.5.2. Cálculo da Ativação de Controle.

Conhecendo-se a força necessária em cada músculo para produzir o conjunto de torques capazes de controlar o sistema, resta saber qual o grau de ativação adequado que em última análise corresponde à duração do pulso de estimulação, levando o músculo a efetivamente produzir a força desejada. Esta ativação poderia ser obtida a partir do conhecimento da dinâmica da contração. Estabelecendo um modelo inverso desta dinâmica, dada a força necessária e conhecendo os parâmetros musculares pertinentes, seria teoricamente possível calcular o grau de ativação requerido, a cada instante. A partir das equações 3.40 e 3.34 do modelo de Zajac modificado:

$$\tilde{v}_e^{M^2}(-4\tilde{B}) + \tilde{v}_e^M(-\tilde{B}a - a \cdot fl - 4Q) + (-Qa + a^2 fl) = 0 \quad (6.34)$$

$$\dot{\tilde{F}}^T = \tilde{v}_e^M \frac{\tilde{k}^T}{\cos \alpha}$$

é possível isolar a variável de controle a; para tanto é necessário o conhecimento de:

$$\tilde{L}^{MT}, \text{ para cálculo da relação força-comprimento } fl$$

$$\tilde{F}^T, \text{ para estimar } Q = \frac{\tilde{F}^T}{\cos\alpha} \left( 1 - \frac{\tilde{k}^{PE}}{\tilde{k}^T} \right)$$

$$\tilde{F}^T, \text{ para cálculo da velocidade de encurtamento } \tilde{v}_e^M$$

além dos parâmetros musculares de rigidez, viscosidade, ângulo de empenamento etc., necessários na formulação da dinâmica da contração.

Se for utilizado entretanto um modelo linear de músculo (equação 3.48), a ativação pode ser calculada:

$$a = \frac{\dot{F}^T T + F}{R} \quad (6.36)$$

Conhecendo-se a ativação  $a(t)$  necessária (entre 0 e 1), a excitação  $u(t)$  para cada músculo, modulada em termos da largura de pulso, é determinada pela curva de recrutamento para uma dada frequência de estimulação. As simulações relativas aos modelos e sistemas de controle descritos nos itens anteriores se encontram no próximo capítulo de Resultados.

## Capítulo 7

### Resultados das Simulações

Estabelecidos três modelos, com diferentes graus de complexidade, para a simulação e controle da postura, foram implementadas rotinas de simulação: a integração numérica de sistemas de equações diferenciais ordinárias não - lineares. Através destas simulações é possível determinar algumas matrizes de ponderação Q e R do controle ótimo capazes de fornecer soluções estáveis, para cada um dos modelos propostos. Os resultados dos deslocamentos e velocidades angulares relativos aos MODELOS 1, 2 e 3 são mostrados, além das respostas de força muscular do MODELO 3 para várias frequências de estimulação.

#### 7.1. Resultados das Simulações para Modelo com Atuadores de Torque (MODELO 1).

Para cada um dos três modelos estabelecidos nos capítulos precedentes são implementadas rotinas de simulação em ambiente *Matlab*. Cada uma destas rotinas consiste de duas partes: de definição de parâmetros e de definição do modelo<sup>1</sup>. A parte relativa à definição de parâmetros segue os seguintes passos:

- Definição das medidas antropométricas, a partir de medições num sujeito experimental
- Cálculo dos parâmetros antropométricos (Tabela 5.1)
- Cálculo das matrizes M, C e G das equações de movimento (4.14-4.15)
- Cálculo das matrizes A, B, C e D da formulação de estados linear
- Definição das matrizes Q e R de ponderação do controle ótimo
- Cálculo da matriz de ganho K para o controle ótimo LQR da formulação linear

---

<sup>1</sup> As rotinas de definição de parâmetros e de simulação para os três modelos estão em anexo.

- Definição das condições iniciais
- Integração numérica através do método Runge-Kutta de 4ª/5ª ordem

O modelo a ser simulado está definido numa função, solicitada pela rotina de integração numérica. Esta função possui comandos, que são repetidos a cada iteração, relativos a:

- Cálculo do vetor de torques  $\tau$  de controle tal que  $\tau = -Kx$
- Transformação dos torques de controle nas articulações para torques de corpo rígido, através da matriz  $D$  (ver equação 4.15)
- Cálculo a cada iteração dos vetores  $C$  e  $G$  dos termos centrípetos e gravitacionais das equações de movimento
- Cálculo de um vetor  $B$  relativo à soma dos vetores  $C$ ,  $G$  e  $\tau$  ( $B = \tau - C - G$ )
- Cálculo de  $M^{-1}$ . Esta matriz inversa foi calculada anteriormente; sua expressão literal, implementada na função, fornece a cada iteração o valor numérico de  $M^{-1}$
- Definição do vetor  $\dot{x}$  (equação 4.16)

Uma vez definidas as condições iniciais dos estados e as matrizes de ponderação do controle ótimo, é possível integrar as equações de movimento. São obtidas assim séries temporais que representam a resposta do sistema dinâmico; admite-se entretanto que o caráter discreto destas séries não omite informações relevantes do sistema em tempo contínuo. As repostas de deslocamento e velocidade angular do MODELO 1 para condições iniciais (0.1, -0.1, 0.1) de deslocamento e (0, 0, 0) de velocidade, com matrizes de ponderação  $Q = I$  (350 600 300 1500 1000 800)<sup>T</sup> e  $R = I$  (0.0320, 0.0348, 0.0800) estão mostrados nas figuras 7.1 e 7.2. A curva dos torques de controle está na figura 7.3. A matriz de ganho obtida é:

$$-K = \begin{pmatrix} -425.9833 & -184.1152 & -90.3119 & -239.2812 & -82.6232 & -32.3099 \\ 269.411 & -271.6562 & -127.5203 & 47.9199 & -166.3987 & -62.1376 \\ -17.4470 & 39.4963 & -168.4130 & -12.9138 & 30.1217 & -101.7268 \end{pmatrix}$$

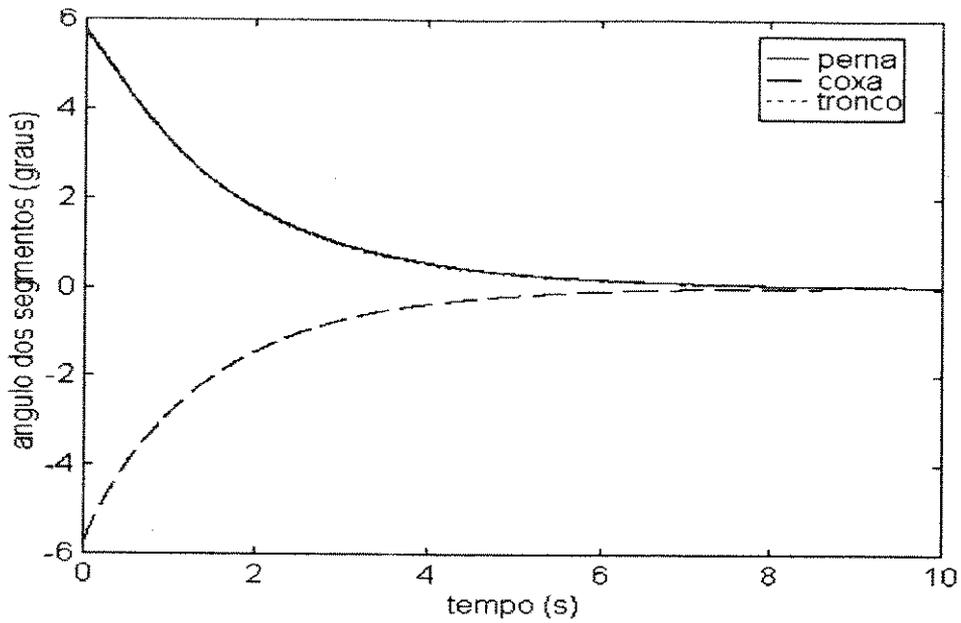


Figura 7.1. Resposta temporal do MODELO 1 (deslocamentos angulares dos segmentos) com condições iniciais (0.1, -0.1, 0.1) radianos de deslocamento e (0, 0, 0) rad/s de velocidade, matrizes de ponderação  $Q = I (350 \ 600 \ 300 \ 1500 \ 1000 \ 800)^T$  e  $R = I (0.0320 \ 0.0348 \ 0.0800)^T$

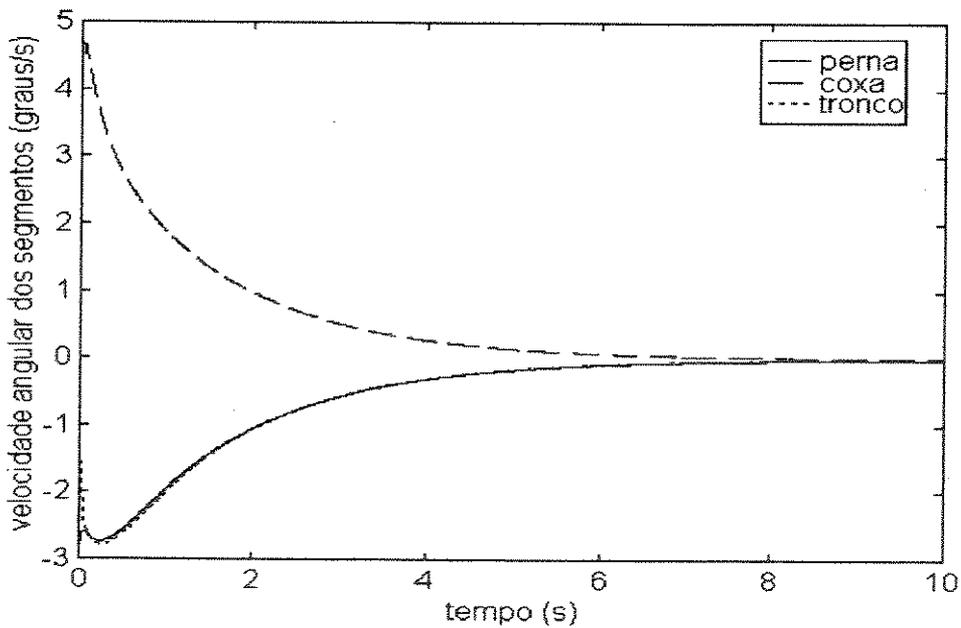
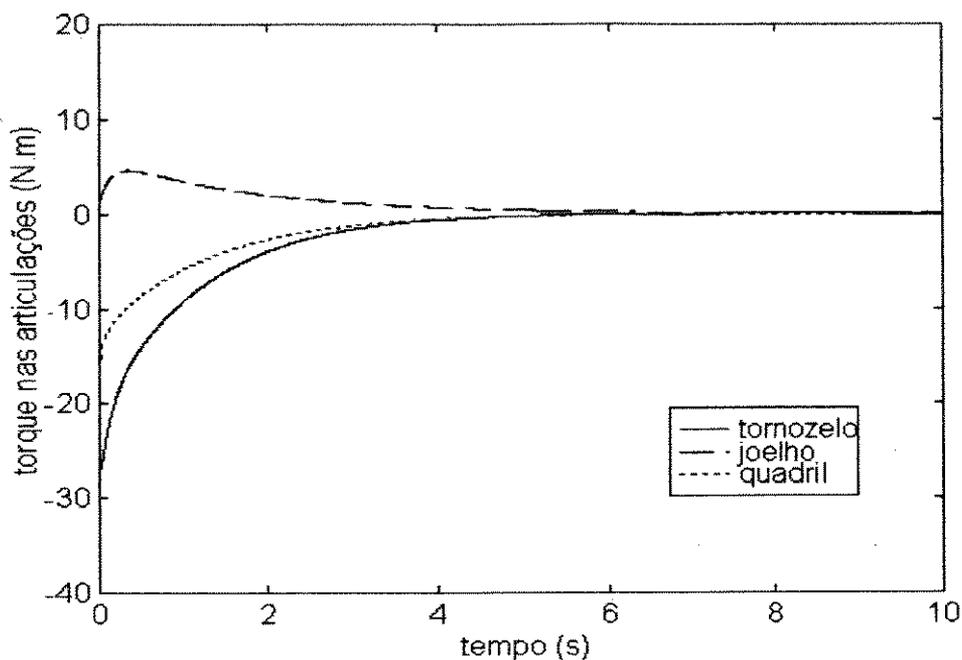


Figura 7.2. Resposta temporal do MODELO 1 (velocidades angulares dos segmentos) com as mesmas condições da Figura 7.1.



**Figura 7.3. Resposta dos torques de controle do MODELO 1 com as mesmas condições da Figura 7.1.**

A variação das matrizes  $Q$  e  $R$  é capaz de fornecer uma riqueza insondável de soluções, deslocando os autovalores do sistema dentro do plano complexo. Está fora do escopo deste trabalho explorar exaustivamente a influência de  $Q$  e  $R$  nas repostas temporais do sistema, serão no entanto mostrados testes capazes de sugerir algumas indicações. Por exemplo, multiplicando os três pesos de  $Q$  relativos aos estados de deslocamento angular por um fator 0.05, a nova matriz de ganho fica

$$-K = \begin{pmatrix} -406.2388 & -183.8459 & -90.3213 & -239.0054 & -83.3667 & -32.0540 \\ 13.5724 & -250.3173 & -125.2259 & 48.5843 & -165.8772 & -62.9281 \\ -16.8552 & 32.3817 & -158.6355 & -13.5539 & 30.5949 & -101.5587 \end{pmatrix}$$

As respostas de deslocamento, velocidade angular e torque de controle estão mostradas nas figuras 7.4, 7.5 e 7.6:

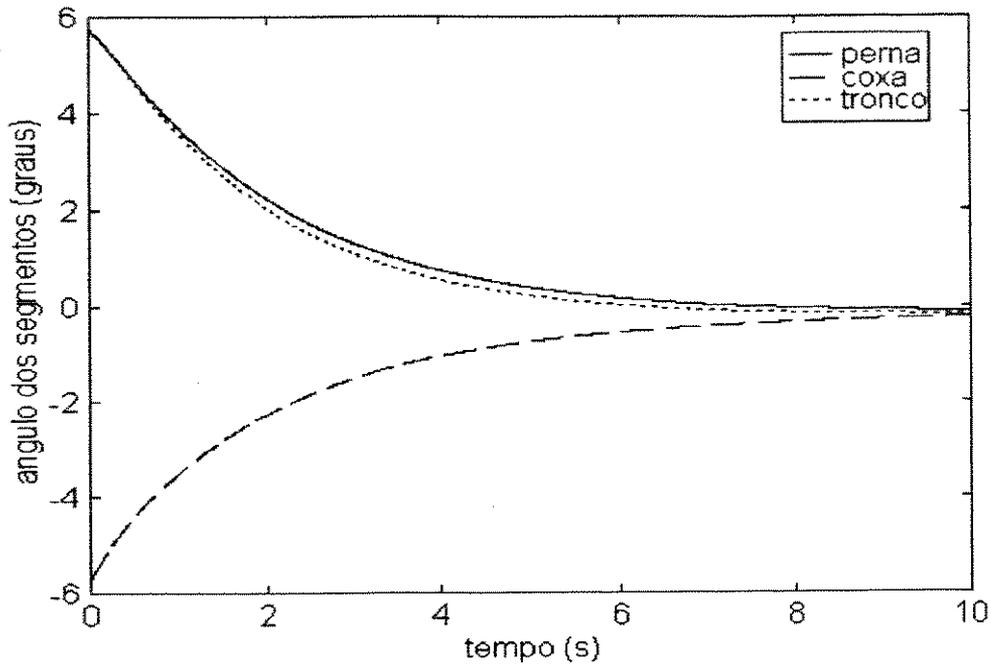


Figura 7.4. Resposta temporal do MODELO 1 (deslocamentos angulares dos segmentos) com condições iniciais  $(0.1, -0.1, 0.1)$  rad de deslocamento e  $(0, 0, 0)$  rad/s de velocidade, matrizes de ponderação  $Q = I$   $(17,5 \ 30 \ 15 \ 1500 \ 1000 \ 800)^T$  e  $R = I$   $(0.0320 \ 0.0348 \ 0.0800)^T$ .

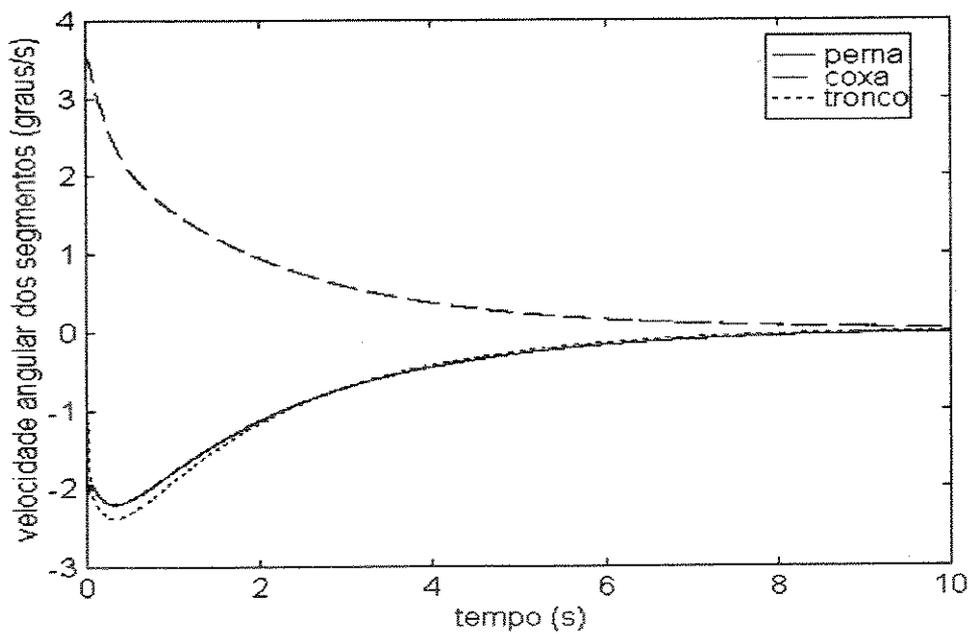
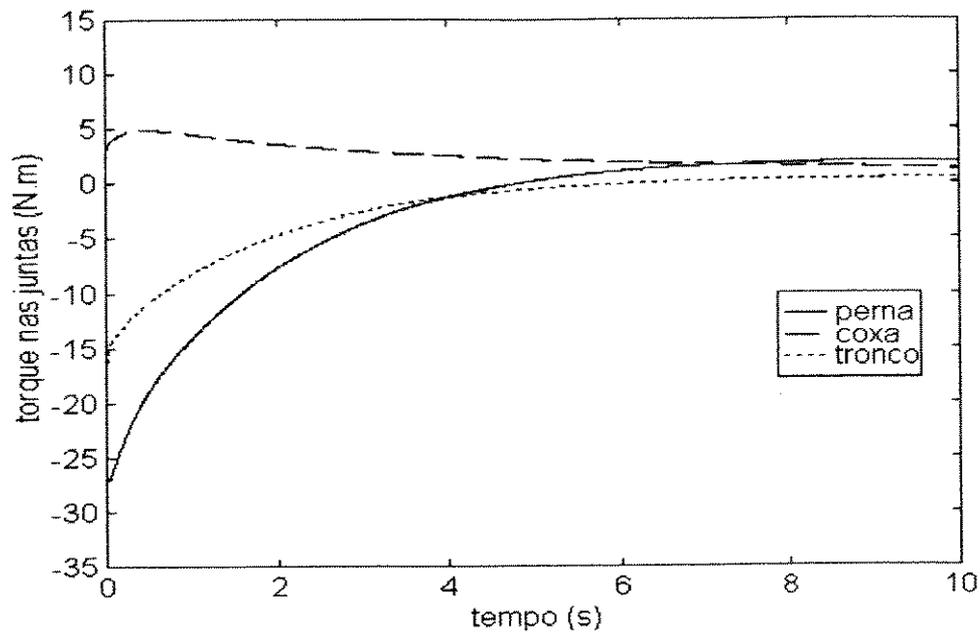


Figura 7.5. Resposta temporal do MODELO 1 (velocidades angulares dos segmentos) com as mesmas condições da Figura 7.4.



**Figura 7.6. Resposta temporal do MODELO 1 (torques nas juntas) com as mesmas condições da Figura 7.4.**

Diminuindo os pesos relativos às velocidades na matriz Q, multiplicando-os por um fator 0.5, são obtidas as respostas que estão mostradas nas Figuras 7.7 e 7.8. A Matriz de ganho K fica sendo:

$$-K = \begin{pmatrix} -377.0300 & -164.3629 & -83.5790 & -180.9631 & -67.1672 & -29.8719 \\ 19.9290 & -241.4550 & -113.0557 & 27.0314 & -123.1319 & -48.2481 \\ -18.0529 & 33.0120 & -147.7530 & -11.7922 & 18.8642 & -74.4369 \end{pmatrix}$$

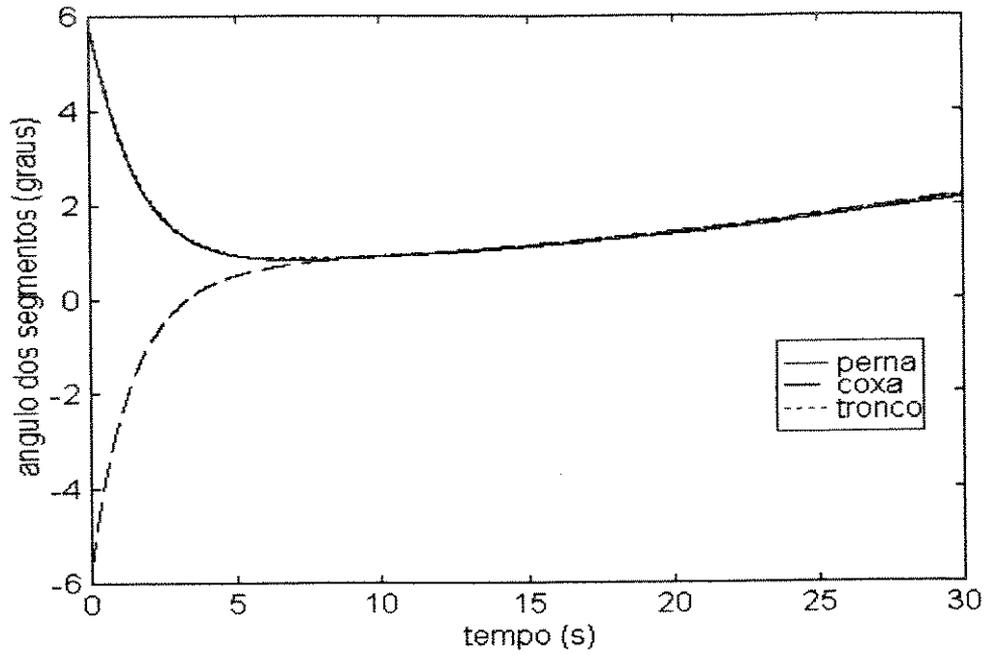


Figura 7.7. Resposta temporal do MODELO 1 (deslocamentos angulares dos segmentos) com condições iniciais (0.1, -0.1, 0.1) rad de deslocamento e (0, 0, 0) rad/s de velocidade, matrizes de ponderação  $Q = I$  (17,5 30 15 750 500 400)<sup>T</sup> e  $R = I$  (0.0320 0.0348 0.0800)<sup>T</sup>.

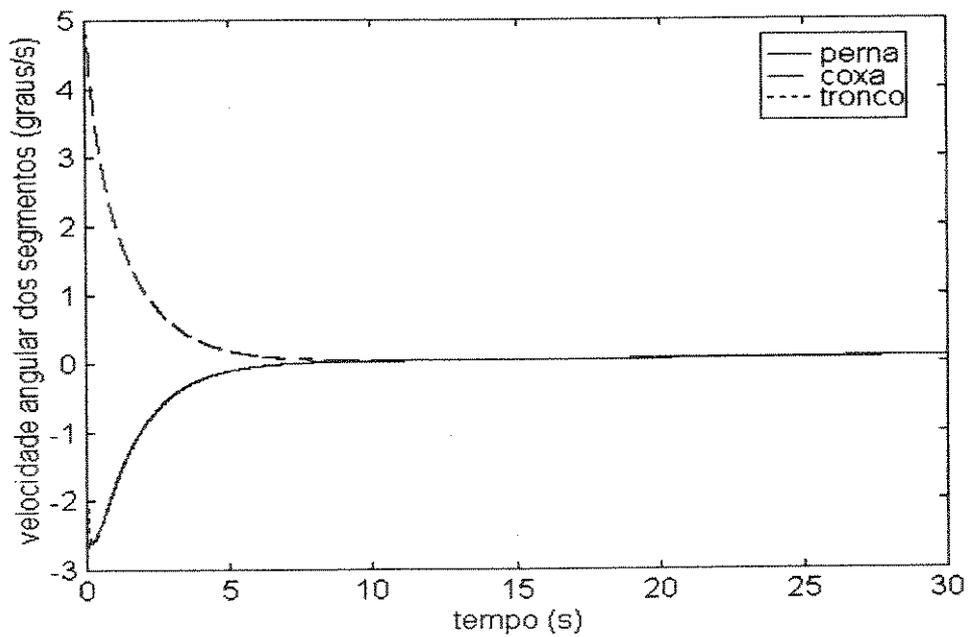


Figura 7.8. Resposta temporal do MODELO 1 (velocidades angulares dos segmentos) com as mesmas condições da Figura 7.7.

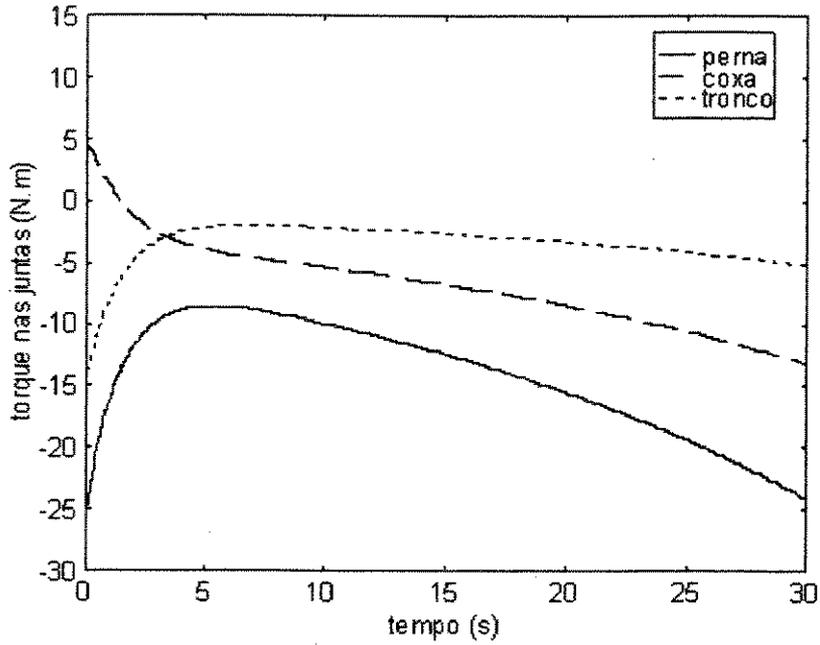


Figura 7.9. Resposta dos torques de controle do MODELO 1 com as mesmas condições da Figura 7.7.

Alterando agora os pesos relativos da matriz de ponderação do controle ótimo referente ao controle (matriz R), multiplicando-a por exemplo por um fator 0.5, são obtidas as respostas mostradas nas figuras 7.10, 7.11 e 7.12. A matriz de ganho fica:

$$-K = \begin{pmatrix} -504.6111 & -210.1774 & -100.0610 & -323.0720 & -104.5476 & -36.6759 \\ 45.1864 & -327.8389 & -147.9270 & 76.1331 & -228.6115 & -81.4199 \\ -17.8507 & 52.9250 & -202.5210 & -14.1857 & 45.3225 & -140.6952 \end{pmatrix}$$

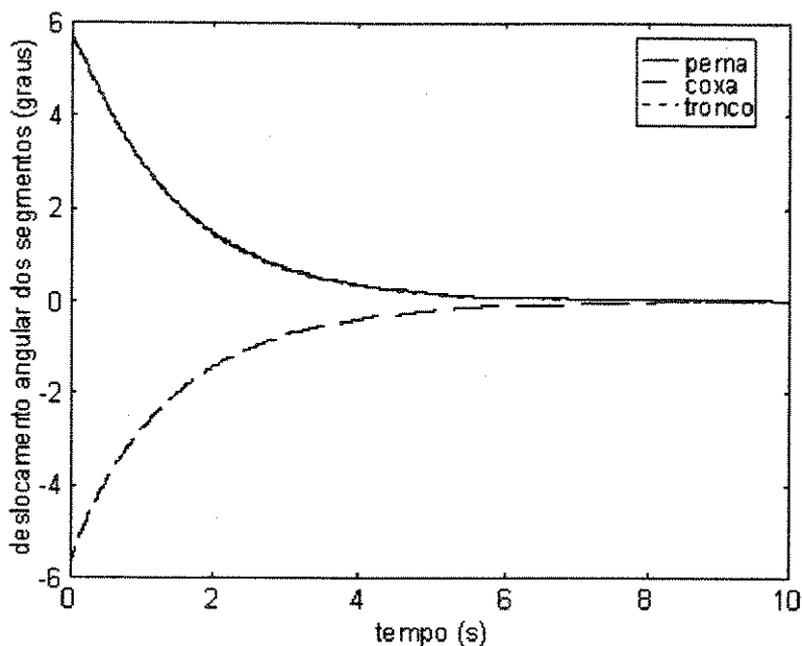


Figura 7.10. Resposta temporal do MODELO 1 (deslocamentos angulares dos segmentos) com condições iniciais (0.1, -0.1, 0.1) rad de deslocamento e (0, 0, 0) rad/s de velocidade, matrizes de ponderação  $Q = I$  (17,5 30 15 750 500 400)<sup>T</sup> e  $R = I$  (0.0160 0.0174 0.0400)<sup>T</sup>.

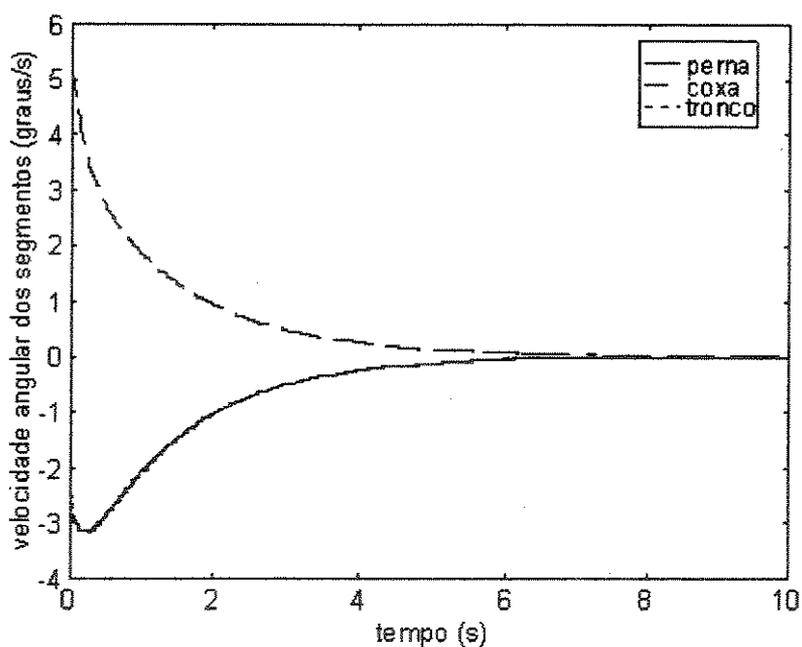
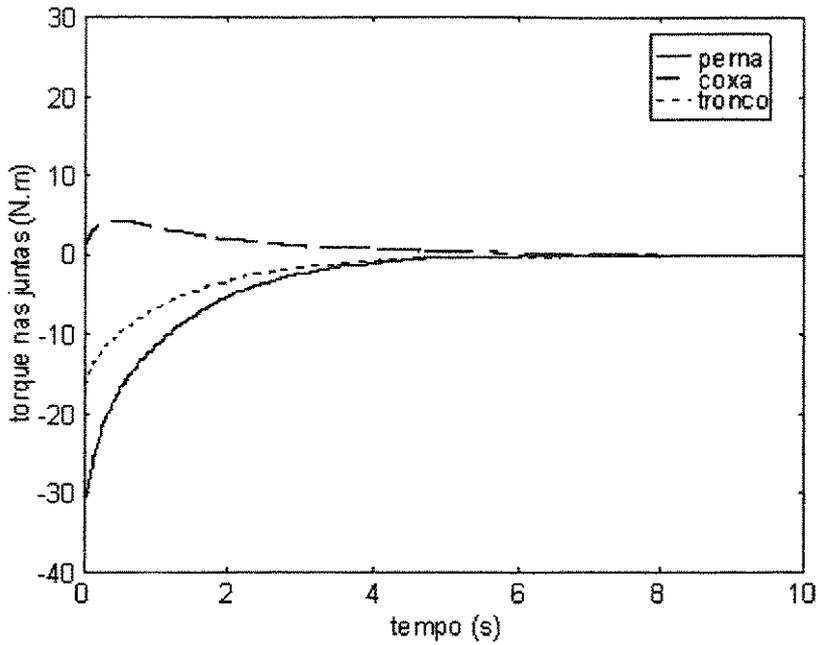
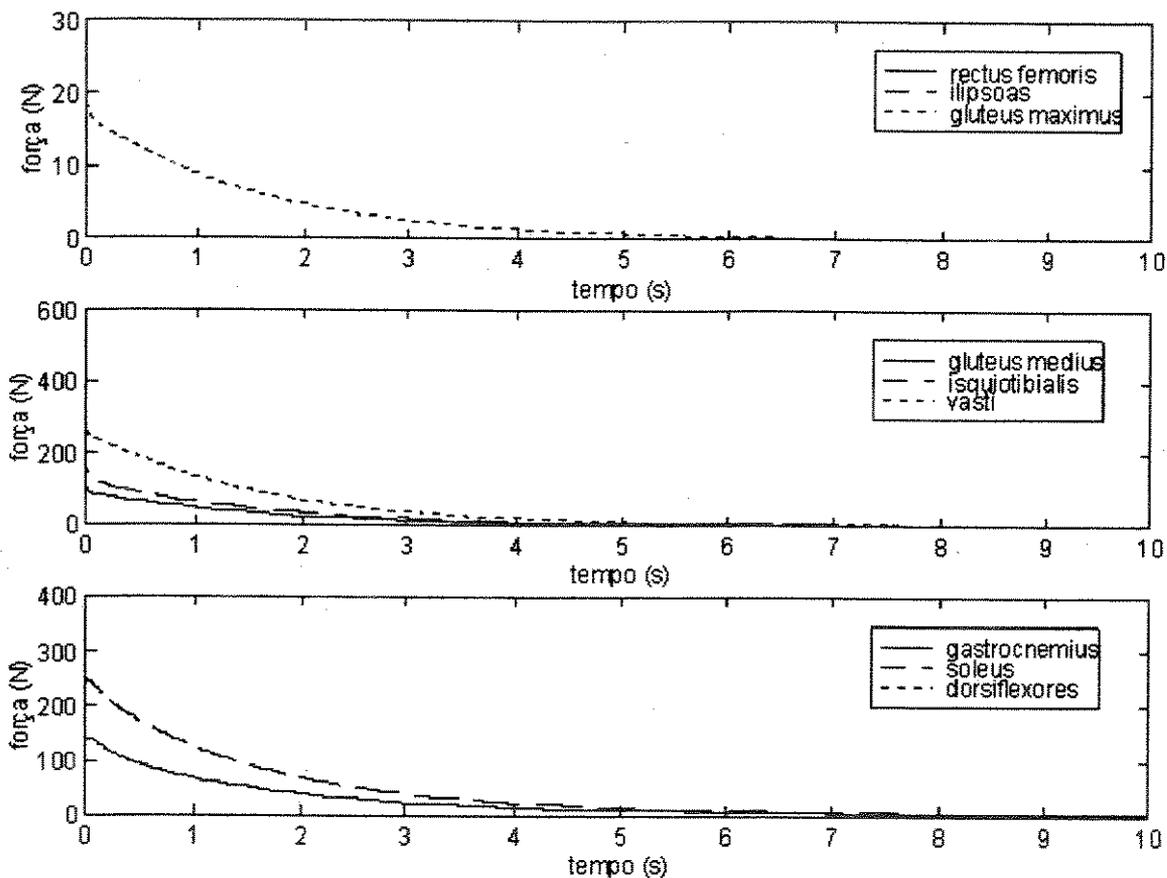


Figura 7.11. Resposta temporal do MODELO 1 (velocidades angulares dos segmentos) com as mesmas condições da Figura 7.10.



**Figura 7.12. Resposta dos torques de controle do MODELO 1 com as mesmas condições da Figura 7.10.**

É possível também obter um conjunto de respostas temporais de força muscular, utilizando ainda o MODELO 1. Basta realizar as simulações incluindo a equação 6.34, corrigir as forças musculares obtidas segundo a restrição de todas serem positivas, conforme o que foi descrito no item 6.5.1. e calcular novamente os torque de controle segundo 6.22. As forças musculares obtidas para o primeiro conjunto de matrizes de ponderação apresentado  $Q = I (350 \ 600 \ 300 \ 1500 \ 1000 \ 800)^T$  e  $R = I (0.0320 \ 0.0348 \ 0.0800)^T$ , estão mostradas na Figura 7.13.



**Figura 7.13. Resposta Muscular do MODELO 1, com  $Q = I (350 \ 600 \ 300 \ 1500 \ 1000 \ 800)^T$  e  $R = I (0.0320 \ 0.0348 \ 0.0800)$  e condições iniciais  $(0.1, -0.1, 0.1)$  radianos e  $(0, 0, 0)$  radianos por segundo.**

Variando as condições iniciais, por exemplo com ângulo de inclinação da perna e da coxa nulos e inclinando o tronco de 0.2 radianos (11.4 graus), são obtidos os resultados mostrados nas figuras 7.14, 7.15 e 7.16.

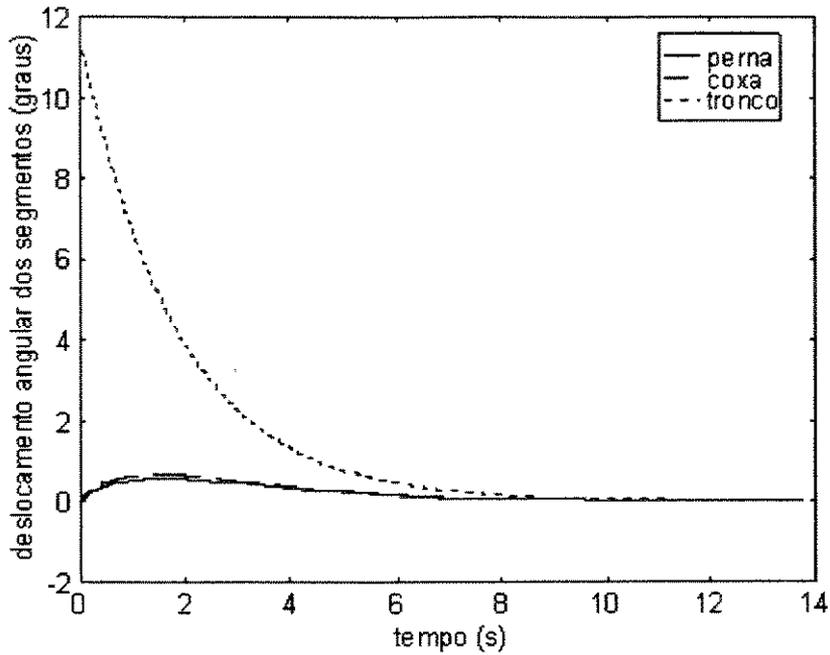


Figura 7.14: Resposta temporal dos deslocamentos angulares para o MODELO 1, com matrizes de ponderação  $Q = I (350 \ 600 \ 300 \ 1500 \ 1000 \ 800)^T$  e  $R = I (0.0320 \ 0.0348 \ 0.0800)^T$ , condições iniciais  $(0, 0, 0.2)$  rad e  $(0, 0, 0)$  rad/s.

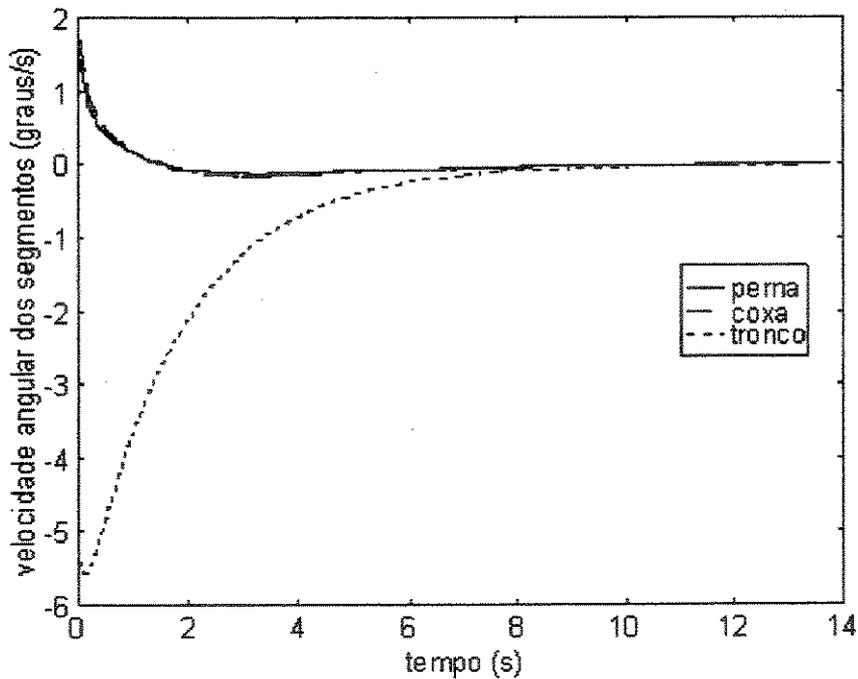


Figura 7.15: Resposta das velocidades angulares para o MODELO 1 com as mesmas condições da Figura 7.14.

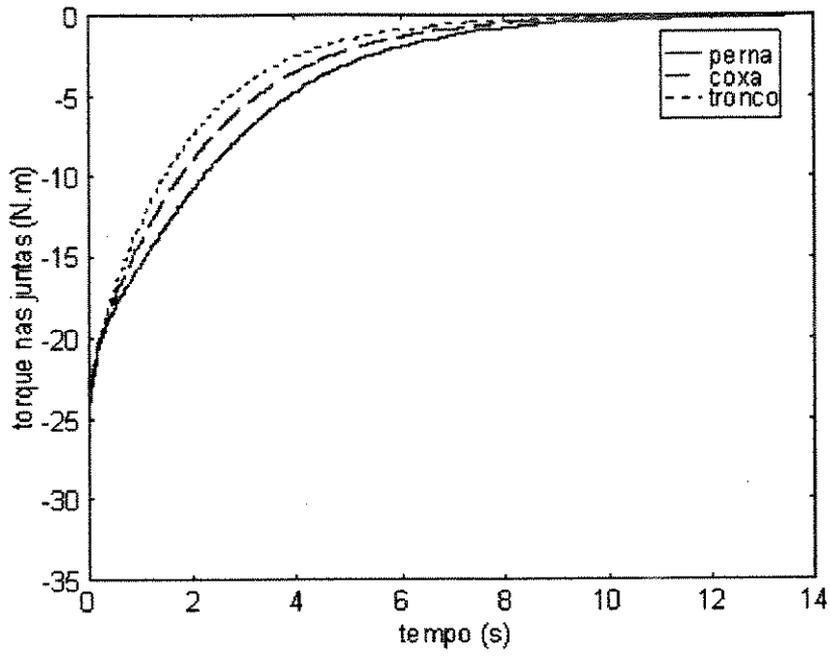


Figura 7.16. Torques de controle, com as mesmas condições da figura 7.14.

## 7.2. Resultados das Simulações para Modelo com Atuadores Dinâmicos de Torque (MODELO 2).

Os resultados obtidos para o MODELO 2 utilizando inicialmente as mesmas matrizes de ponderação  $Q = I (350 \ 600 \ 300 \ 1500 \ 1000 \ 800)^T$  e  $R = I (0.032 \ 0.0348 \ 0.08)^T$  do MODELO 1 estão mostrados nas figuras 7.17, 7.18 e 7.19, para deslocamentos angulares, velocidades e torques. São obtidas agora 8 matrizes de ganho, uma para cada configuração, conforme a tabela 6.1; por exemplo, a matriz de ganho correspondente ao modo EEE:

$$-K = \begin{pmatrix} -276.0838 & -34.7592 & -2.1549 & -424.1328 & -76.5838 & -6.3622 & -0.2291 & 0.3591 & -0.1040 \\ 111.2705 & -326.1820 & -73.8541 & 84.7597 & -310.0899 & -108.7978 & 0.2392 & -0.6455 & 0.3632 \\ -18.1198 & 91.6921 & -142.1959 & -16.4335 & 78.4745 & -187.3443 & -0.0350 & 0.1836 & -0.3115 \end{pmatrix}$$

A ordem de  $K$  é agora  $3 \times 9$ , mas nas simulações o vetor de controle foi calculado apenas a partir da leitura dos 6 primeiros estados de deslocamento e velocidade angular. A variável de controle é agora a ativação do atuador equivalente de torque  $a_T$ .

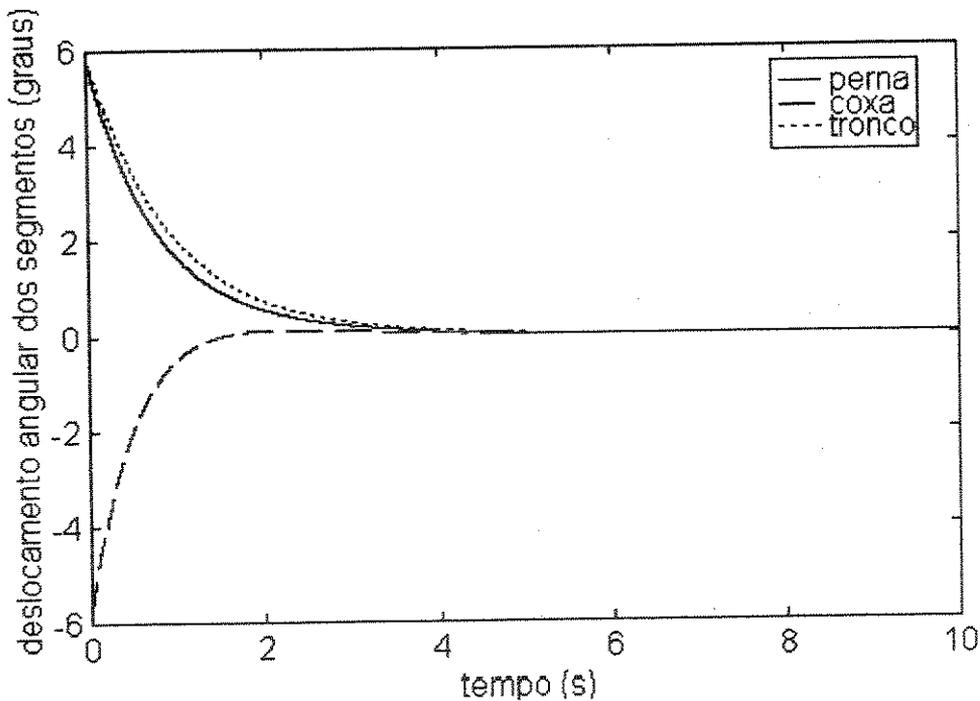


Figura 7.17. Resposta temporal do MODELO 2 (deslocamentos angulares dos segmentos) com condições iniciais  $(0.1, -0.1, 0.1)$  rad de deslocamento e  $(0, 0, 0)$  rad/s de velocidade, matrizes de ponderação  $Q = I (350 \ 600 \ 300 \ 1500 \ 1000 \ 800)^T$  e  $R = I (0.0320 \ 0.0348 \ 0.0800)^T$

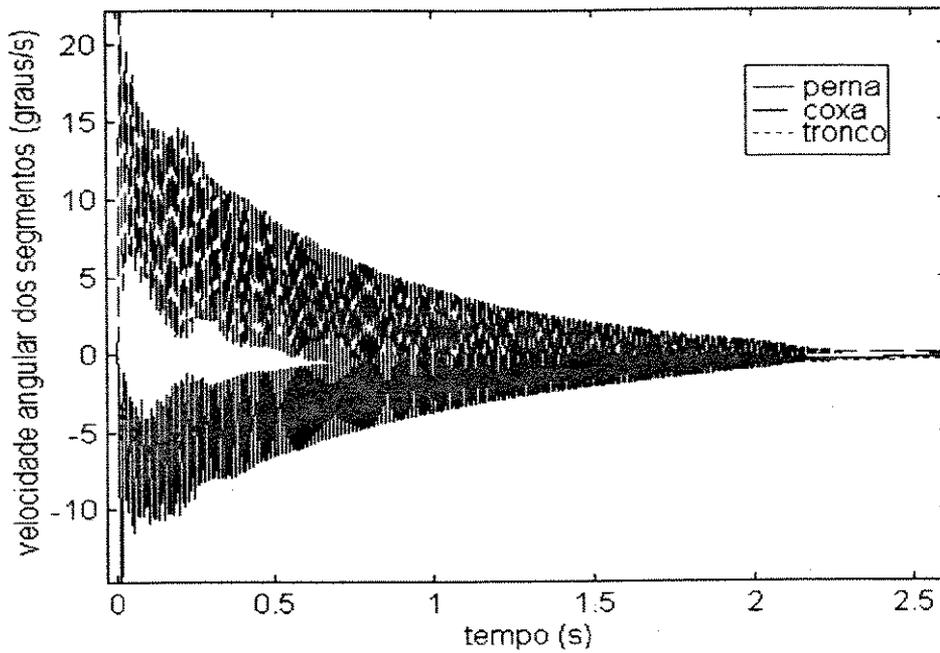


Figura 7.18. Resposta temporal do MODELO 2 (velocidades angulares dos segmentos) com as mesmas condições da Figura 7.17

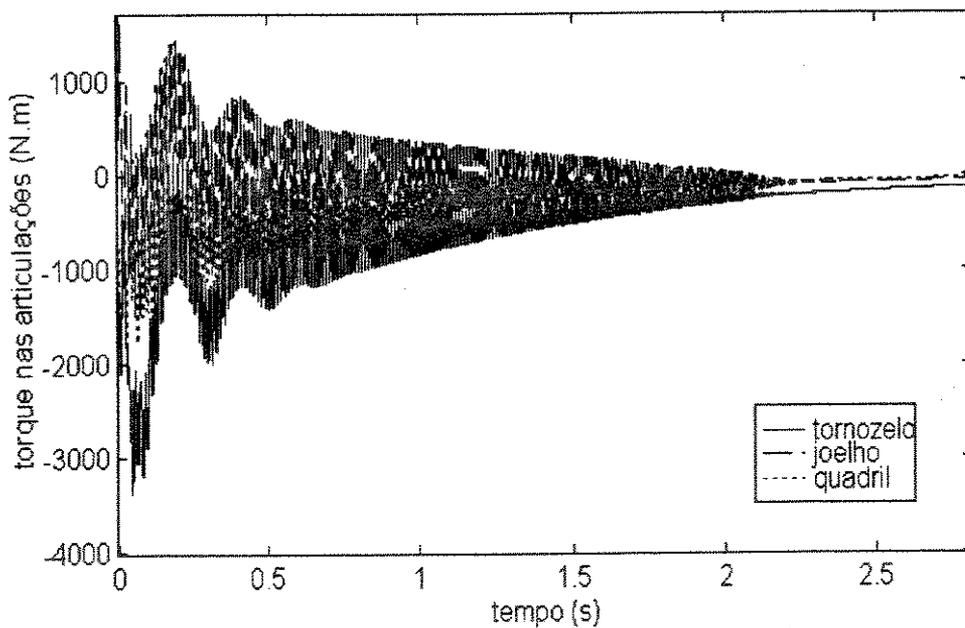


Figura 7.19. Resposta dos torques de controle do MODELO 2 com as mesmas condições da Figura 7.17

Alterando as matrizes Q e R na tentativa de se obter uma resposta menos oscilatória, multiplicando os termos da matriz Q relativos aos deslocamentos por  $10^{-6}$ , de velocidade por 5.  $10^{-6}$  e a matriz R por um fator 10, são obtidas as respostas mostradas nas Figuras 7.20, 7.21 e 7.22. A Matriz K ficou:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} -9.0395 & -3.4615 & 1.6323 & -1.9288 & -1.1768 & -0.2908 & -0.0041 & 0.0065 & 0.0005 \\ -0.4071 & -8.9172 & -1.2126 & -1.3269 & -1.4970 & -0.7799 & 0.0043 & -0.0181 & 0.0057 \\ -1.6878 & -0.8720 & -11.3878 & -1.5321 & -1.3145 & -2.3629 & 0.0002 & 0.0029 & -0.0053 \end{pmatrix}$$

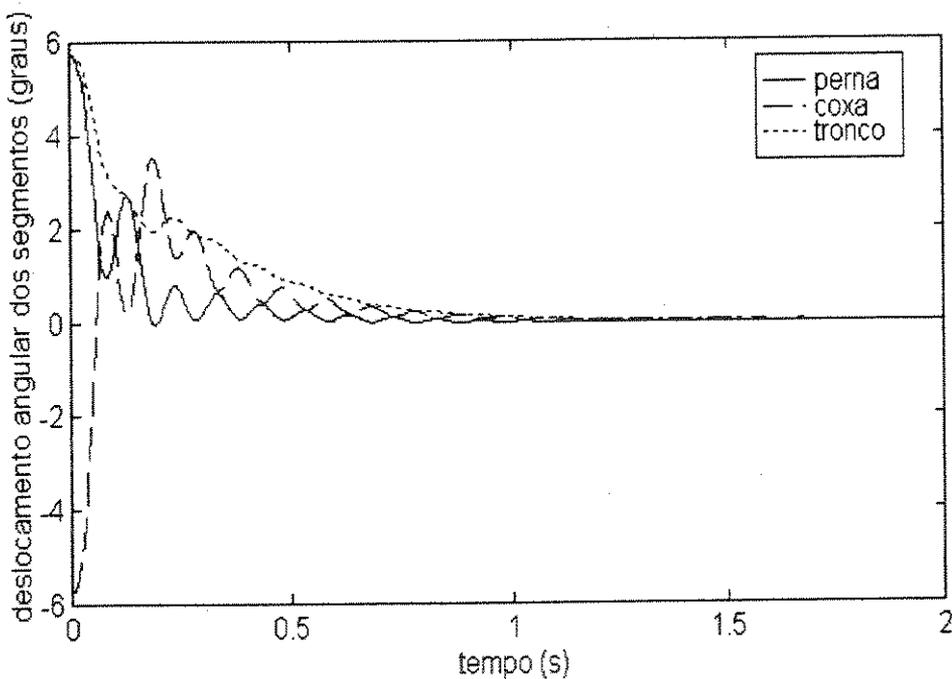
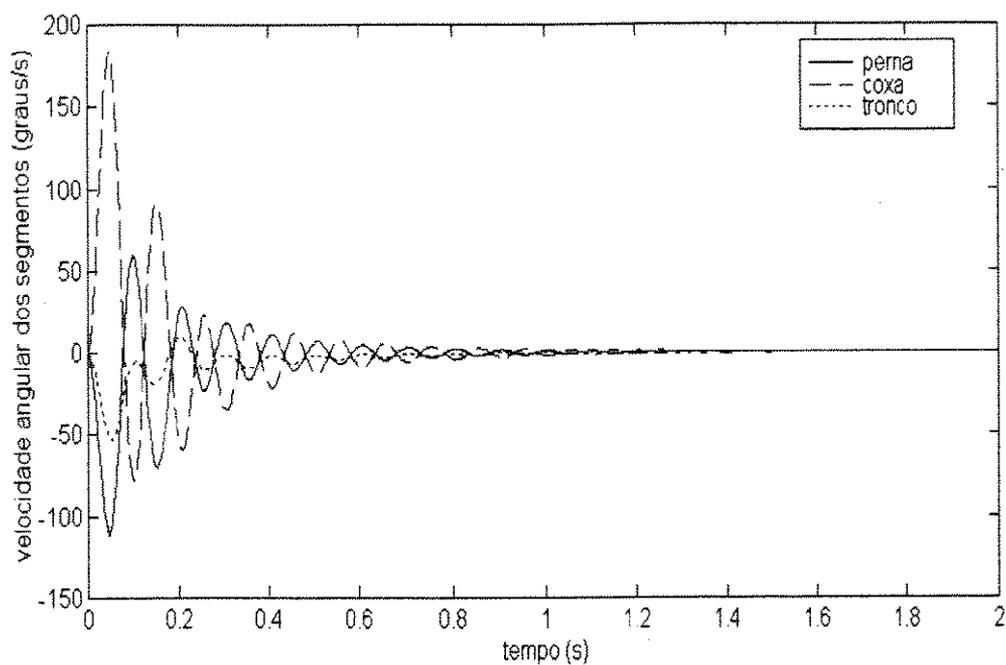
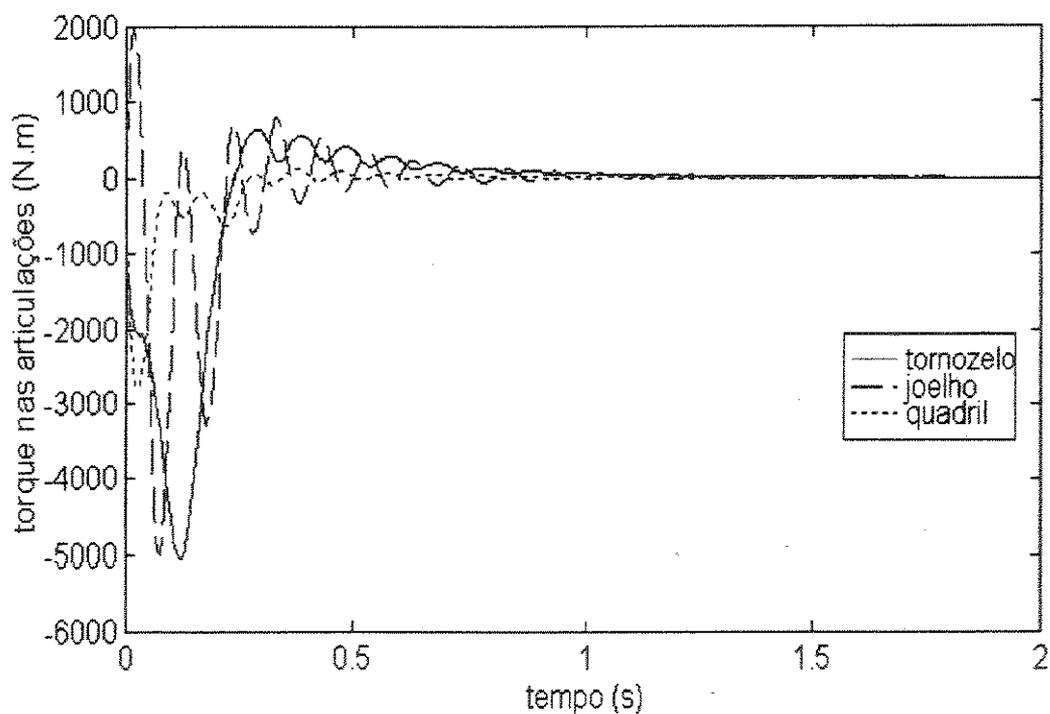


Figura 7.20. Resposta temporal do MODELO 2 (deslocamentos angulares dos segmentos) com condições iniciais (0.1, -0.1, 0.1) rad de deslocamento e (0, 0, 0) rad/s de velocidade, matrizes de ponderação  $\mathbf{Q} = \mathbf{I} 10^{-6}(350 \ 600 \ 300 \ 7500 \ 5000 \ 4000)^T$  e  $\mathbf{R} = \mathbf{I} (0.320 \ 0.348 \ 0.800)^T$ .



**Figura 7.21.** Resposta temporal do MODELO 2 (velocidades angulares dos segmentos) com as mesmas condições da Figura 7.20



**Figura 7.22.** Resposta dos torques de controle do MODELO 2 com as mesmas condições da Figura 7.20

### 7.3. Resultados das Simulações para Modelo com Atuadores Musculo-Tendíneos (MODELO 3).

Introduzindo finalmente os atuadores músculo-tendíneos, cuja formulação pode ser encontrada no item 4.4, são mostrados nesta seção os resultados das simulações. Foi utilizada a estratégia de controle descrita no item 6.5: uma vez calculados os torques de controle através de uma matriz de ganho, a partir da medição dos estados dinâmicos relativos aos deslocamentos e velocidades angulares, é determinado um conjunto de forças musculares equivalentes, através da equação 6.34. Através de um processo iterativo descrito no item 6.5.1, é aplicada a restrição de nenhuma força muscular assumir valores negativos. A variável de controle, isto é, a ativação neuro-muscular é calculada a cada iteração pelas equações 6.36 ou 6.35, se o modelo de atuador músculo-tendíneo utilizado for linear ou não. Sendo gerada a excitação neural  $u(t)$  conforme as considerações do item 3.5, as forças nos atuadores músculo-tendíneos são calculadas de acordo com o modelo de Zajac modificado (item 3.3). Multiplicando essas forças pelos valores dos braços de momento relativos às articulações, é novamente calculado um conjunto de torques, aplicados ao modelo de múltiplos corpos rígidos.

As simulações cujos resultados estão mostrados a seguir foram realizadas com matrizes de ponderação  $Q = I (350 \ 600 \ 300 \ 750 \ 500 \ 400)^T$  e  $R = I (0.08 \ 0.087 \ 0.02)^T$ . Não foi possível controlar o modelo dinâmico com atuadores músculo-tendíneos não lineares, sendo utilizada a versão linear da dinâmica da contração, formulada no item 3.5, e a equação 6.35 para cálculo da ativação de controle. O efeito da frequência de estimulação será mostrado, realizando simulações com 200 Hz, 100 Hz e 50 Hz, tornando-se instável o sistema com este último valor de frequência.

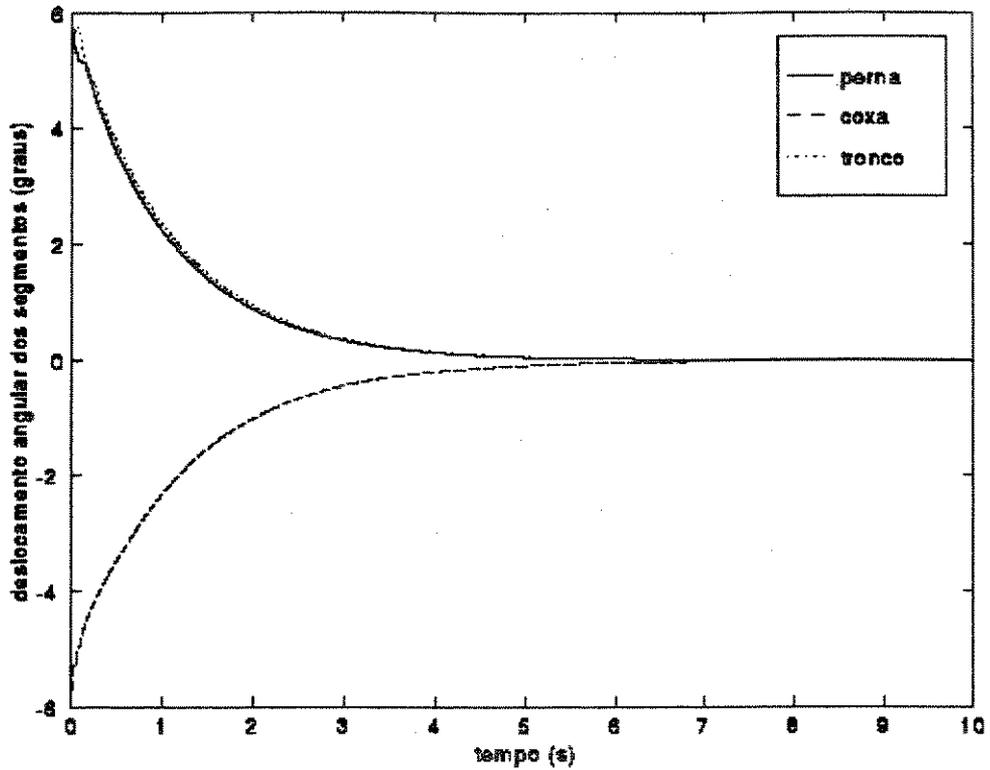


Figura 7.23. Resposta temporal do MODELO 3 (deslocamentos angulares dos segmentos) com condições iniciais (0.1, -0.1, 0.1) rad de deslocamento e (0, 0, 0) rad/s de velocidade, matrizes de ponderação  $Q = I$  (350 600 300 1500 1000 800)<sup>T</sup>,  $R = I$  (0.0320 0.0348 0.0800)<sup>T</sup> e frequência de estimulação de 200 Hz.

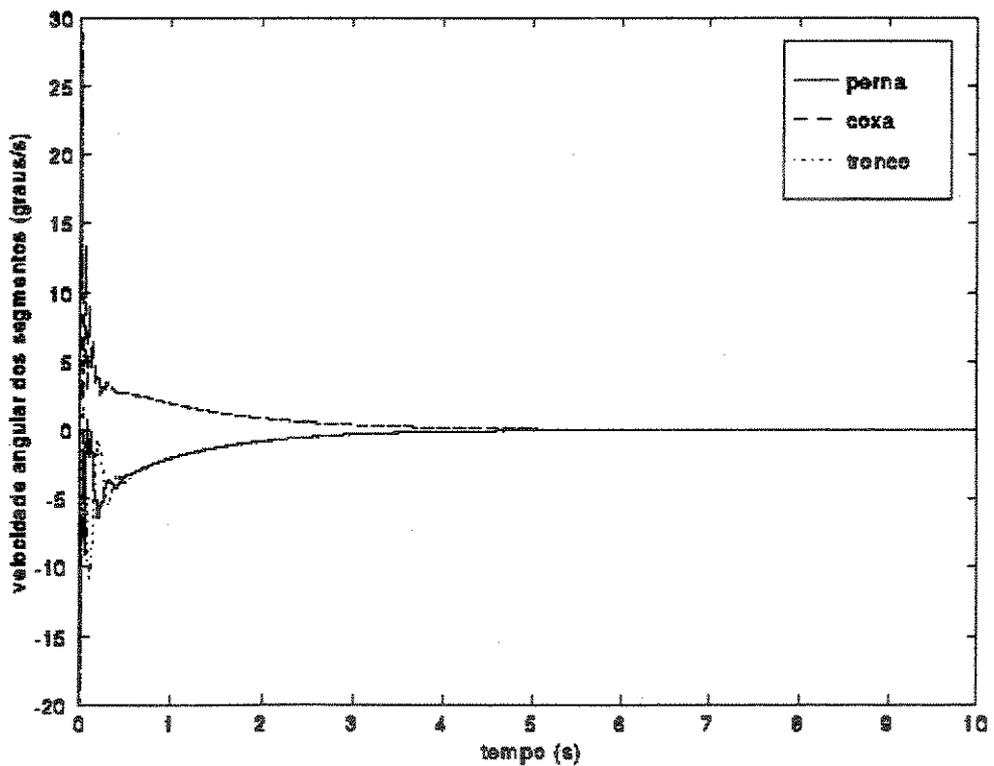


Figura 7.24. Resposta temporal do MODELO 3 (velocidades angulares dos segmentos) com as mesmas condições da Figura 7.23

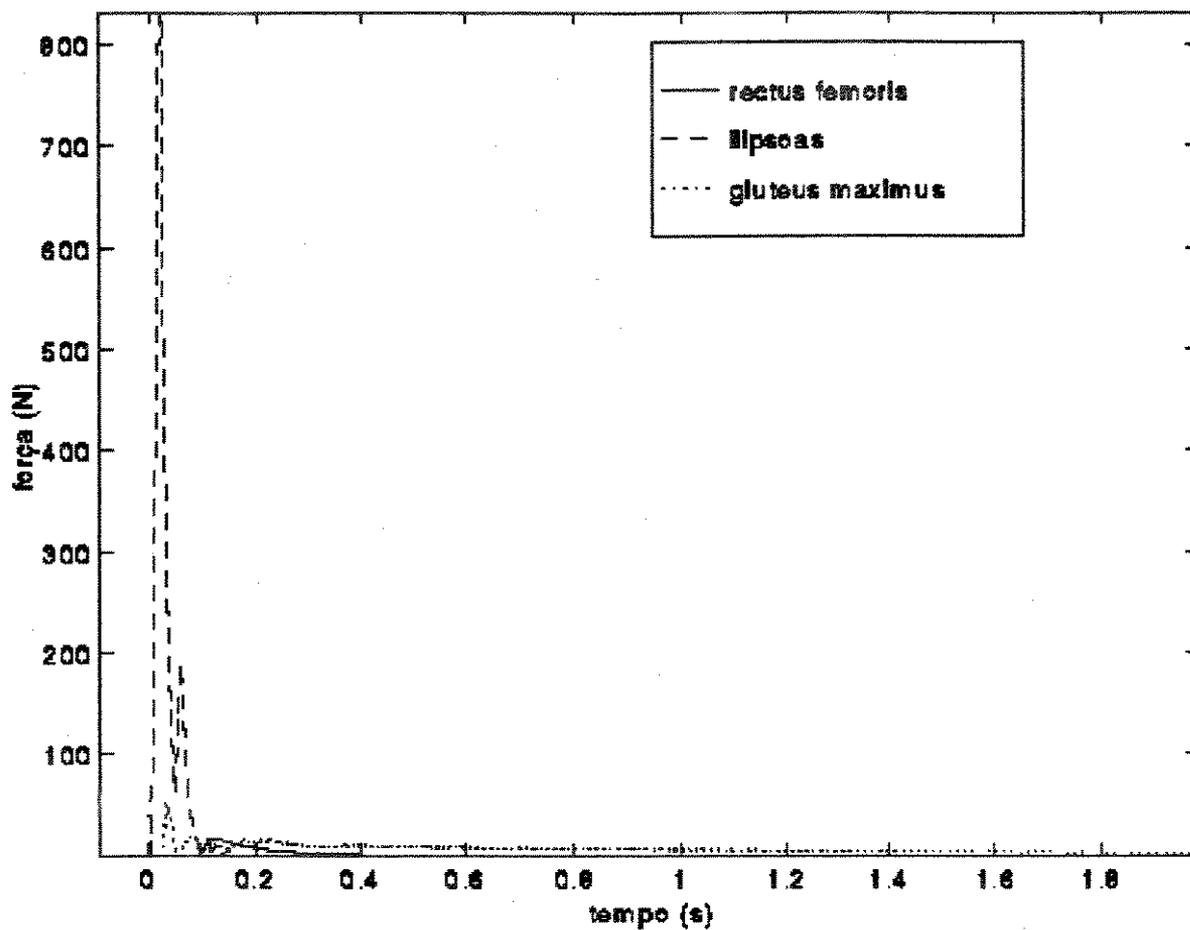


Figura 7.25. Respostas musculares do MODELO 3, frequência de estimulação de 200 Hz

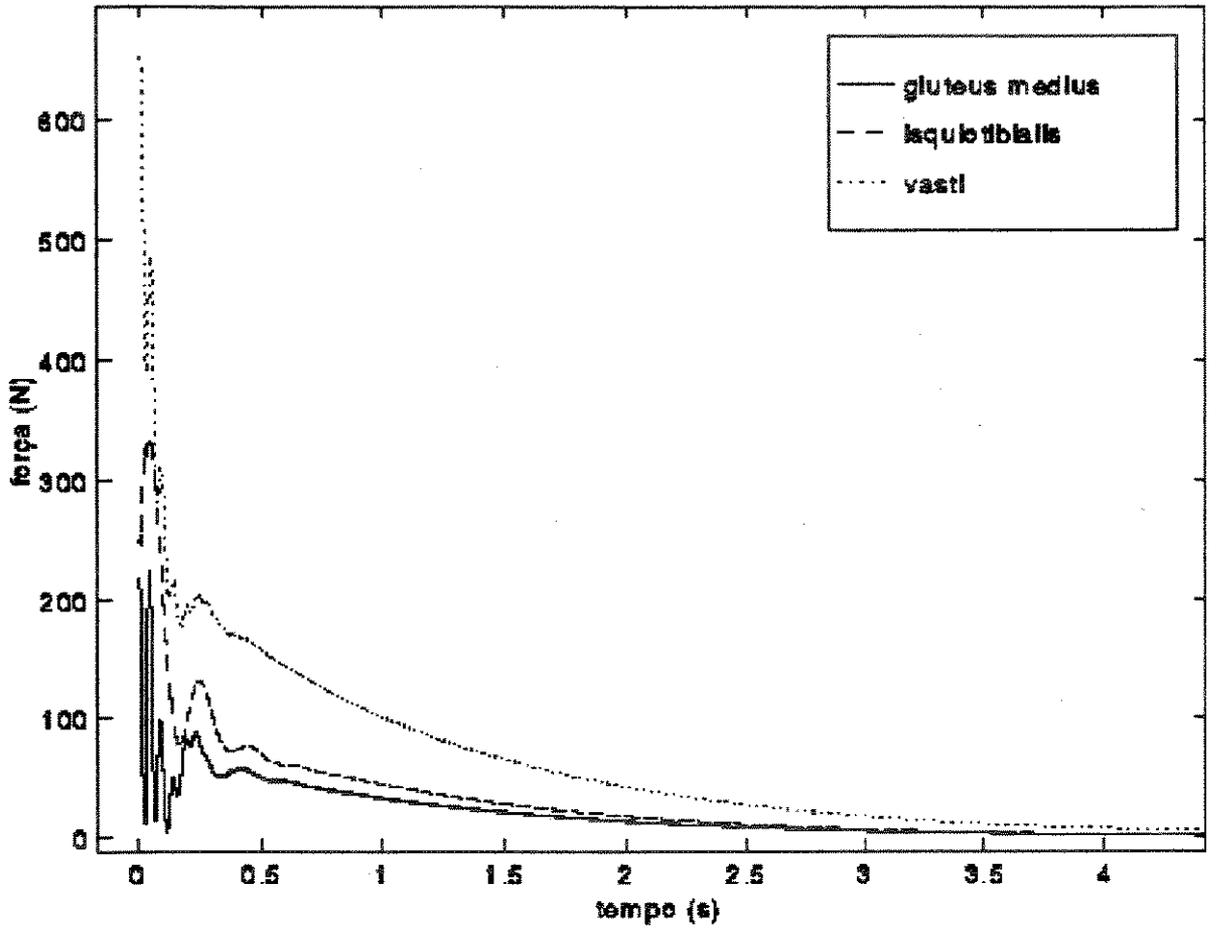


Figura 7.26. Respostas musculares do MODELO 3, frequência de estimulação de 200 Hz

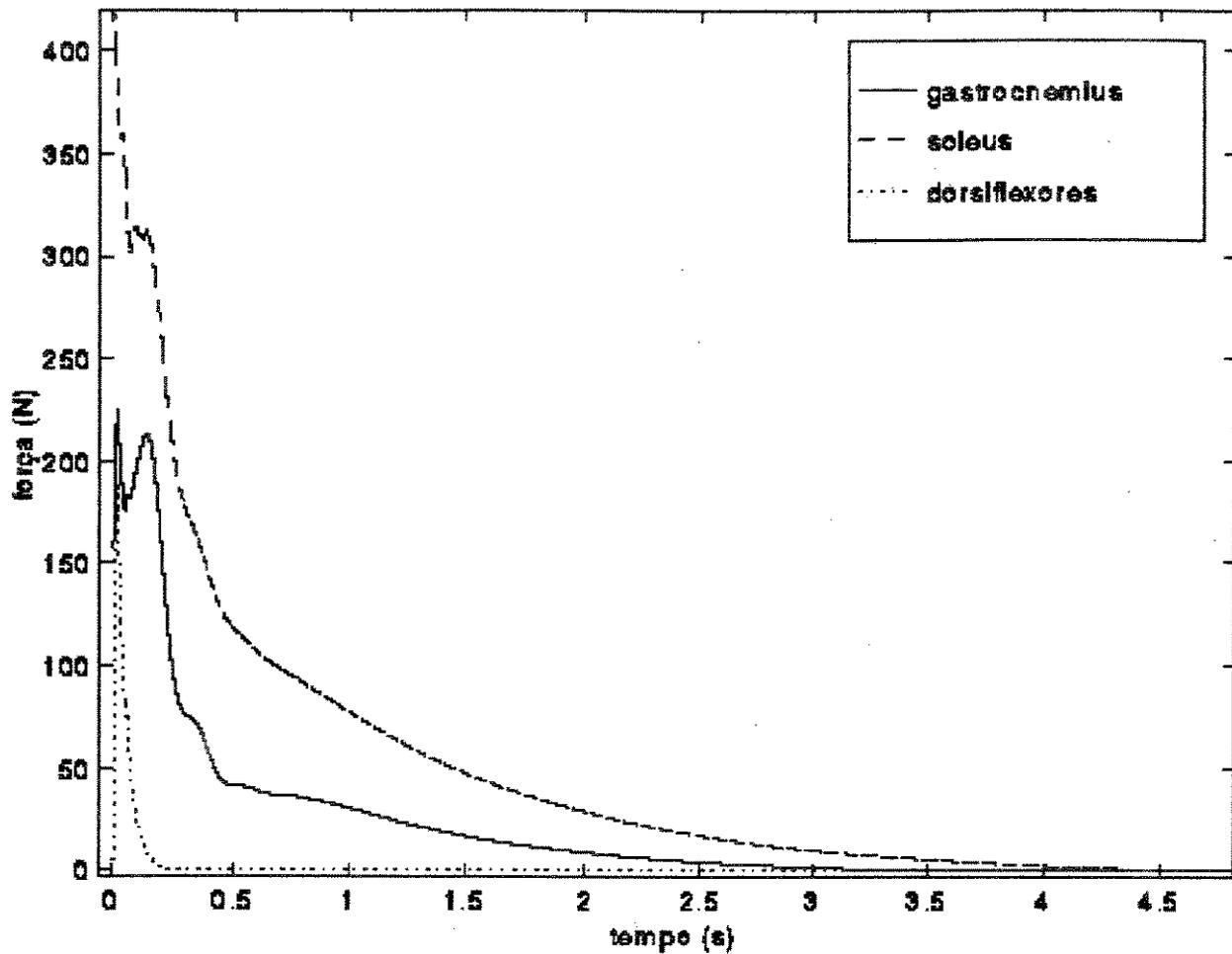


Figura 7.27. Respostas musculares do MODELO 3, frequência de estimulação de 200 Hz

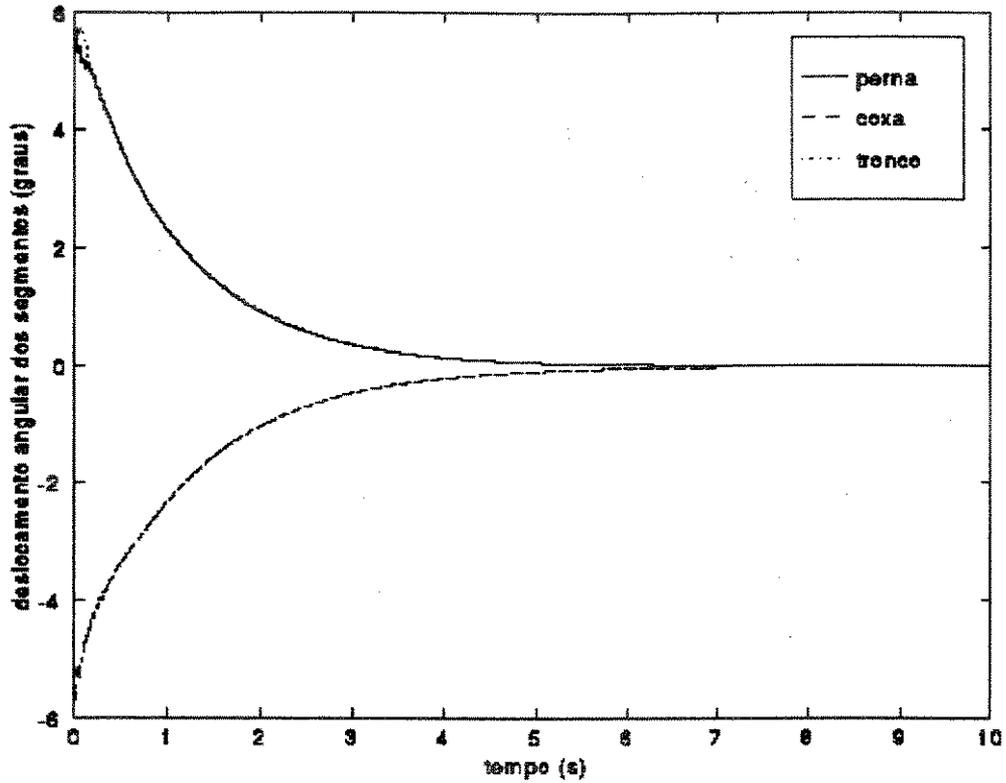


Figura 7.28. Resposta temporal do MODELO 3 (deslocamentos angulares dos segmentos) com condições iniciais  $(0.1, -0.1, 0.1)$  rad de deslocamento e  $(0, 0, 0)$  rad/s de velocidade, matrizes de ponderação  $Q = I$   $(350 \ 600 \ 300 \ 1500 \ 1000 \ 800)^T$ ,  $R = I$   $(0.0320 \ 0.0348 \ 0.0800)^T$  e frequência de estimulação de 100 Hz.

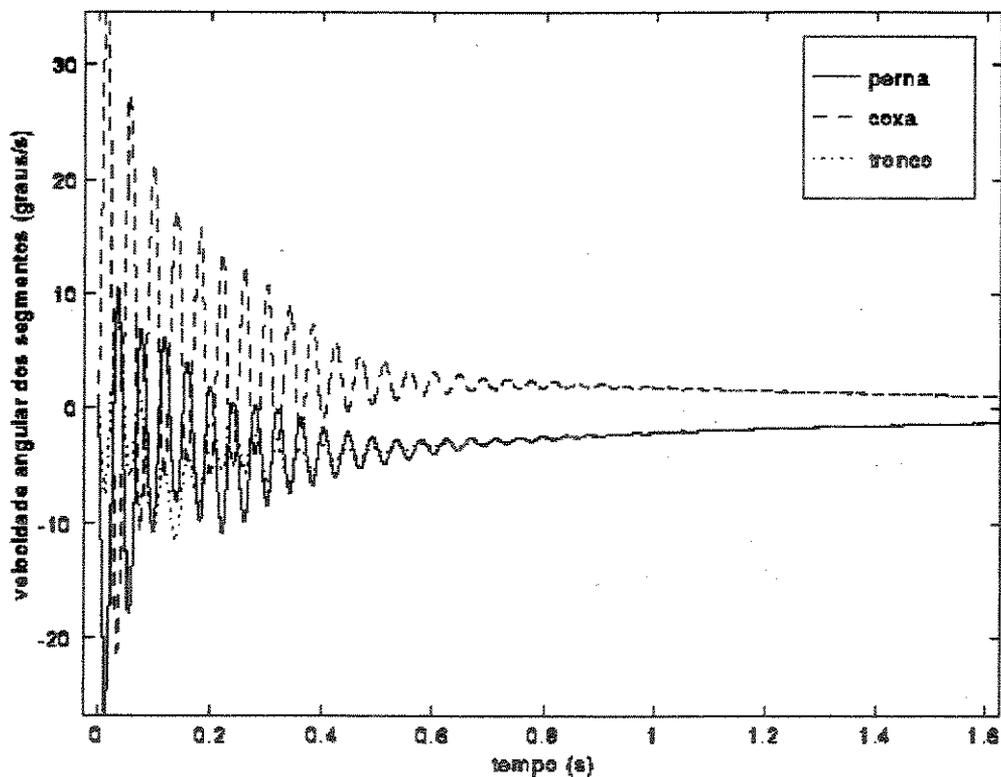


Figura 7.29. Resposta temporal do MODELO 3 (velocidades angulares dos segmentos) com as mesmas condições da Figura 7.28

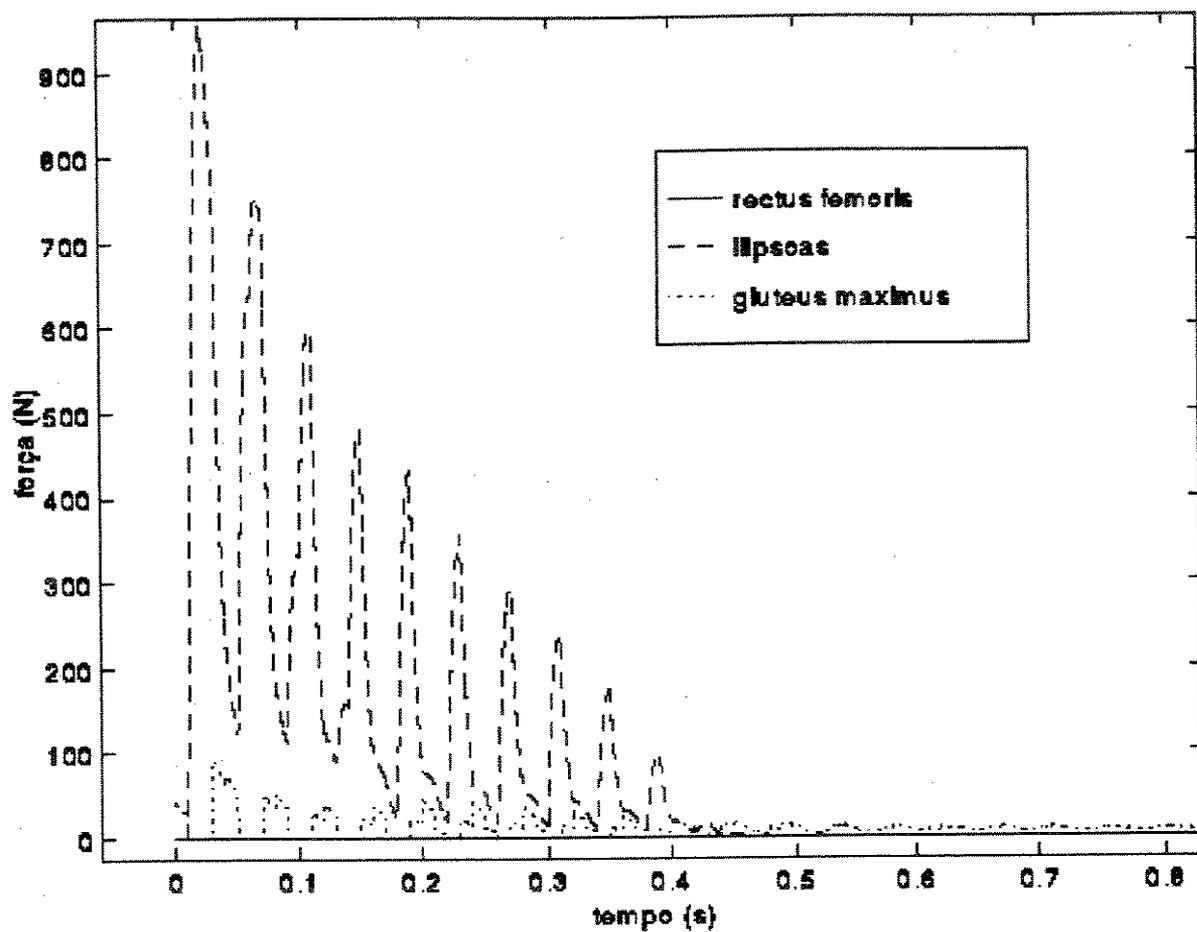


Figura 7.30. Respostas musculares do MODELO 3, frequência de estimulação de 100 Hz

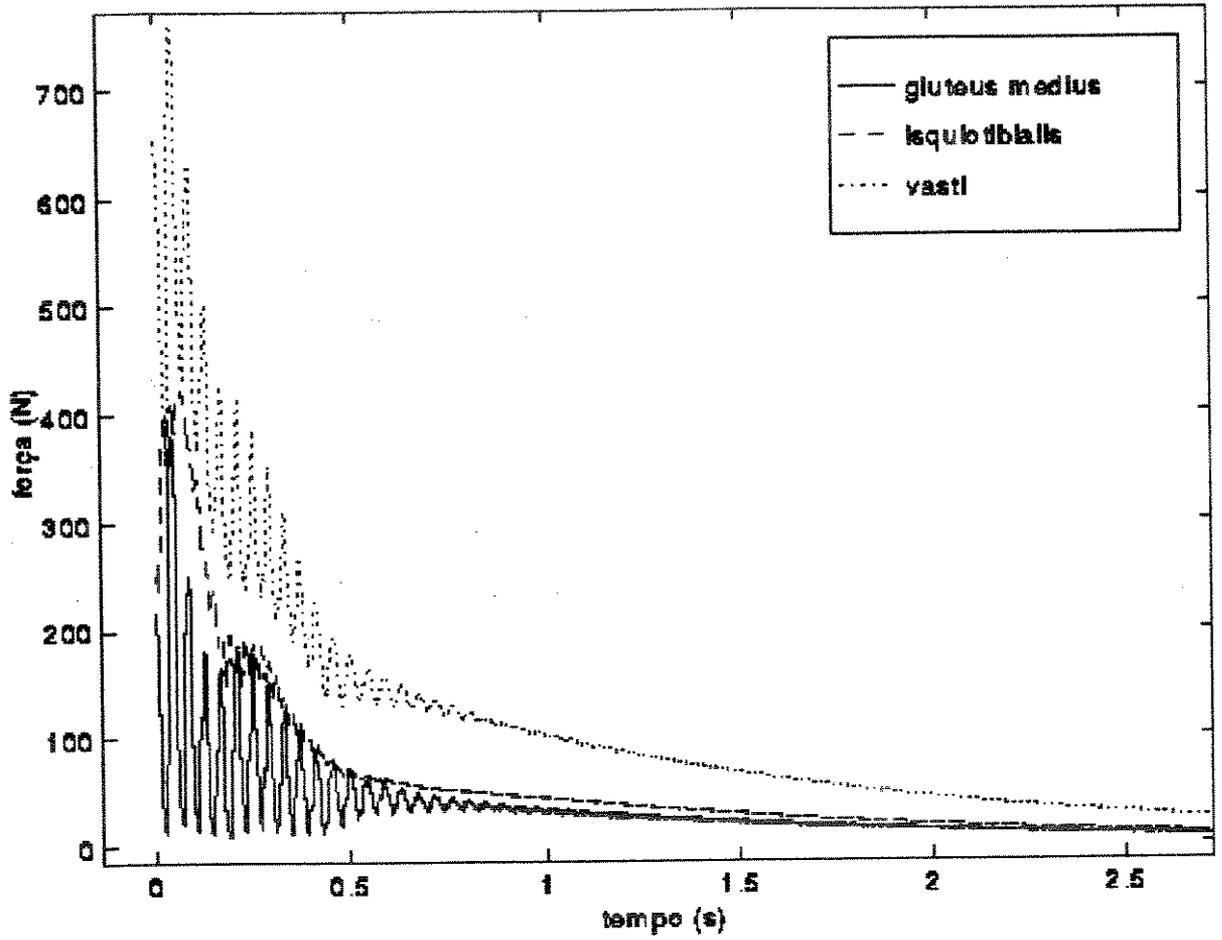


Figura 7.31. Respostas musculares do MODELO 3, frequência de estimulação de 100 Hz

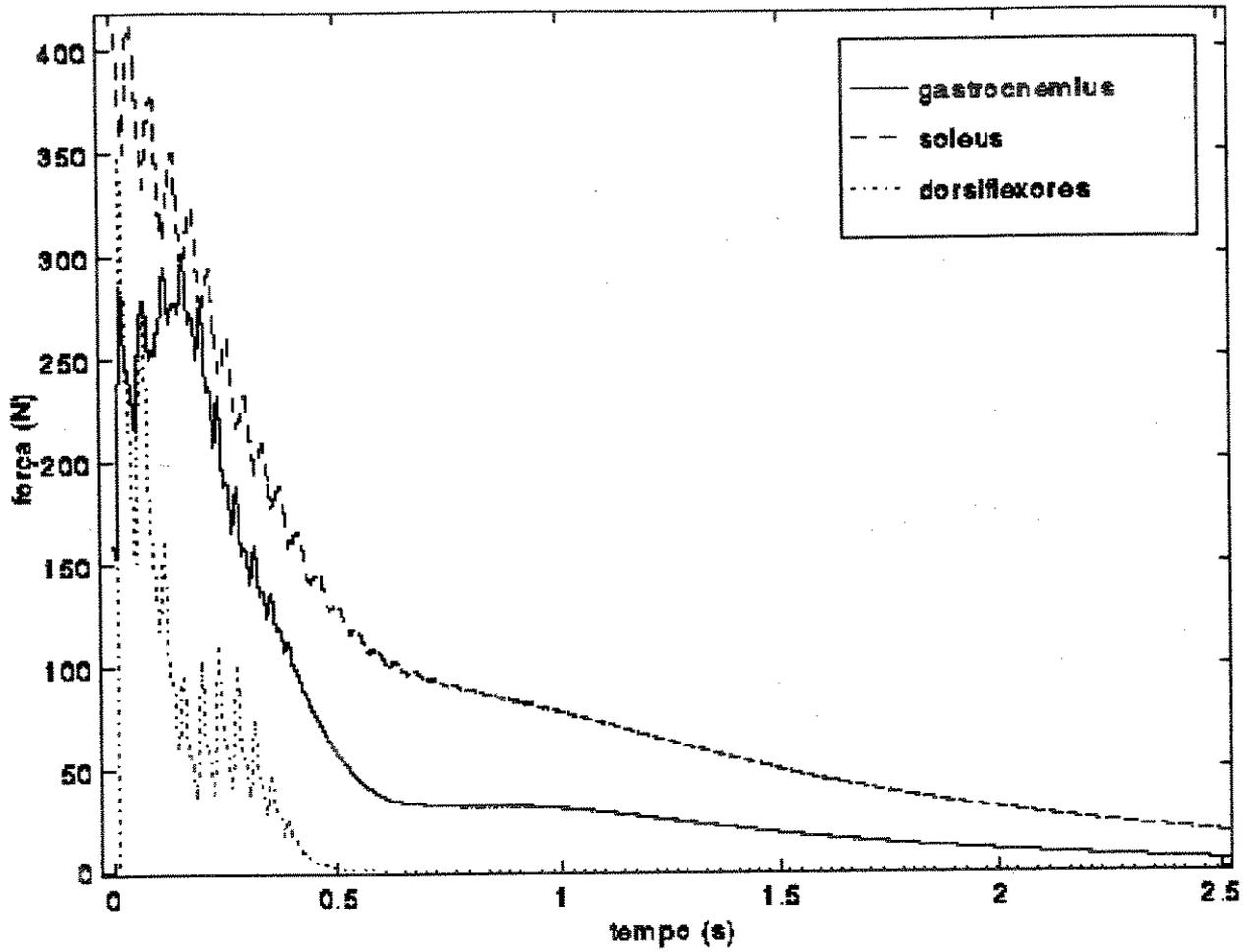


Figura 7.32. Respostas musculares do MODELO 3, frequência de estimulação de 100 Hz

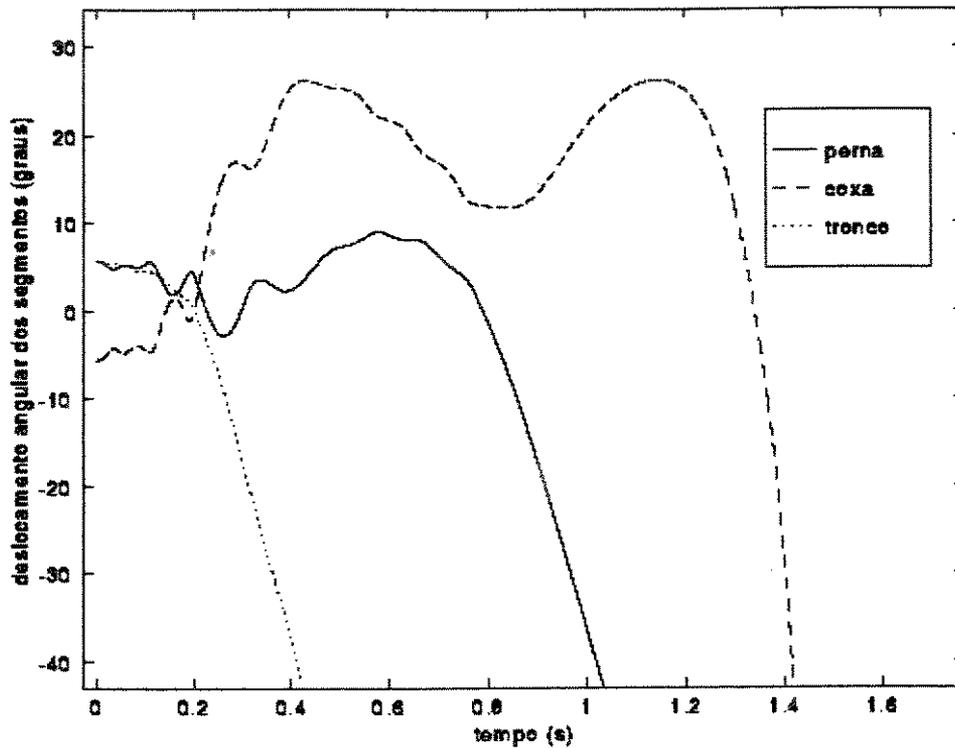


Figura 7.33. Resposta temporal do MODELO 3 (deslocamentos angulares dos segmentos) com condições iniciais (0.1, -0.1, 0.1) rad de deslocamento e (0, 0, 0) rad/s de velocidade, matrizes de ponderação  $Q = I$  (350 600 300 1500 1000 800)<sup>T</sup>,  $R = I$  (0.0320 0.0348 0.0800)<sup>T</sup> e frequência de estimulação de 50 Hz.

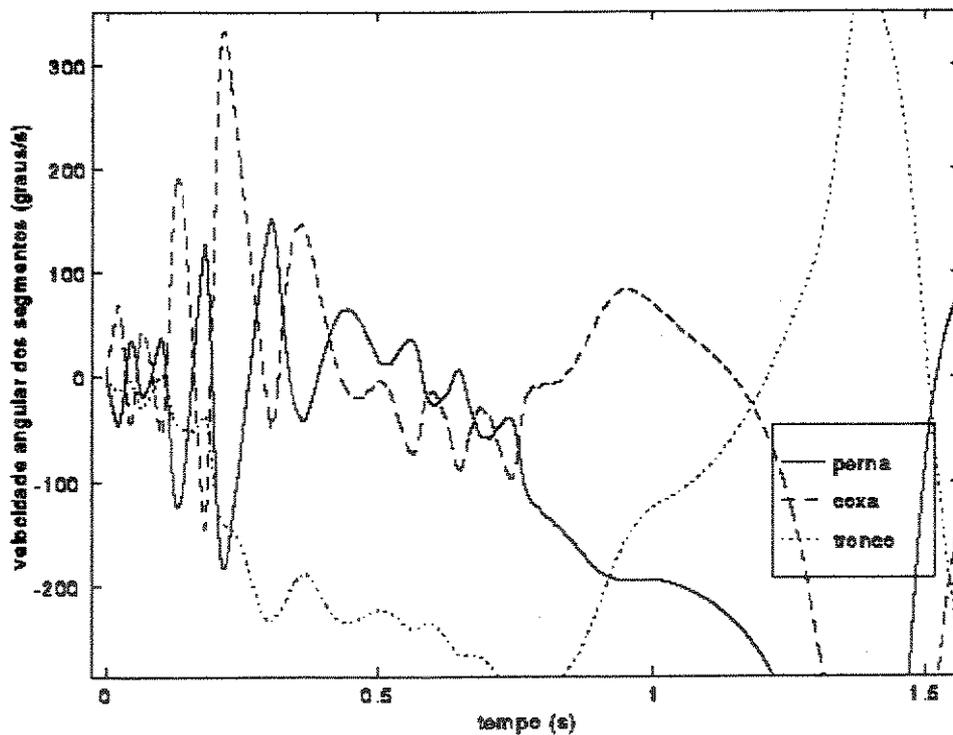


Figura 7.34. Resposta temporal do MODELO 3 (velocidades angulares dos segmentos) com as mesmas condições da Figura 7.33

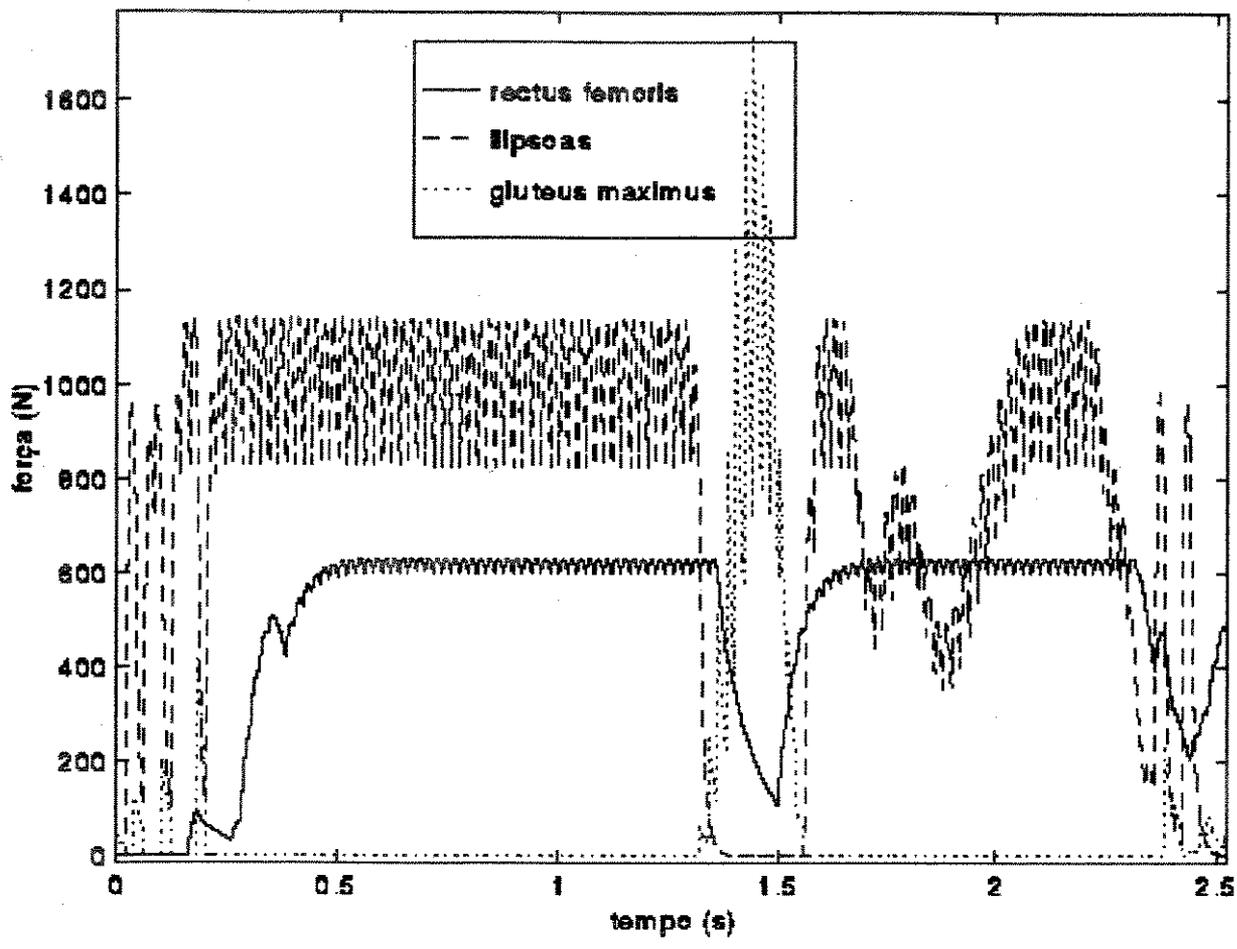


Figura 7.35. Respostas musculares do MODELO 3, frequência de estimulação de 50 Hz

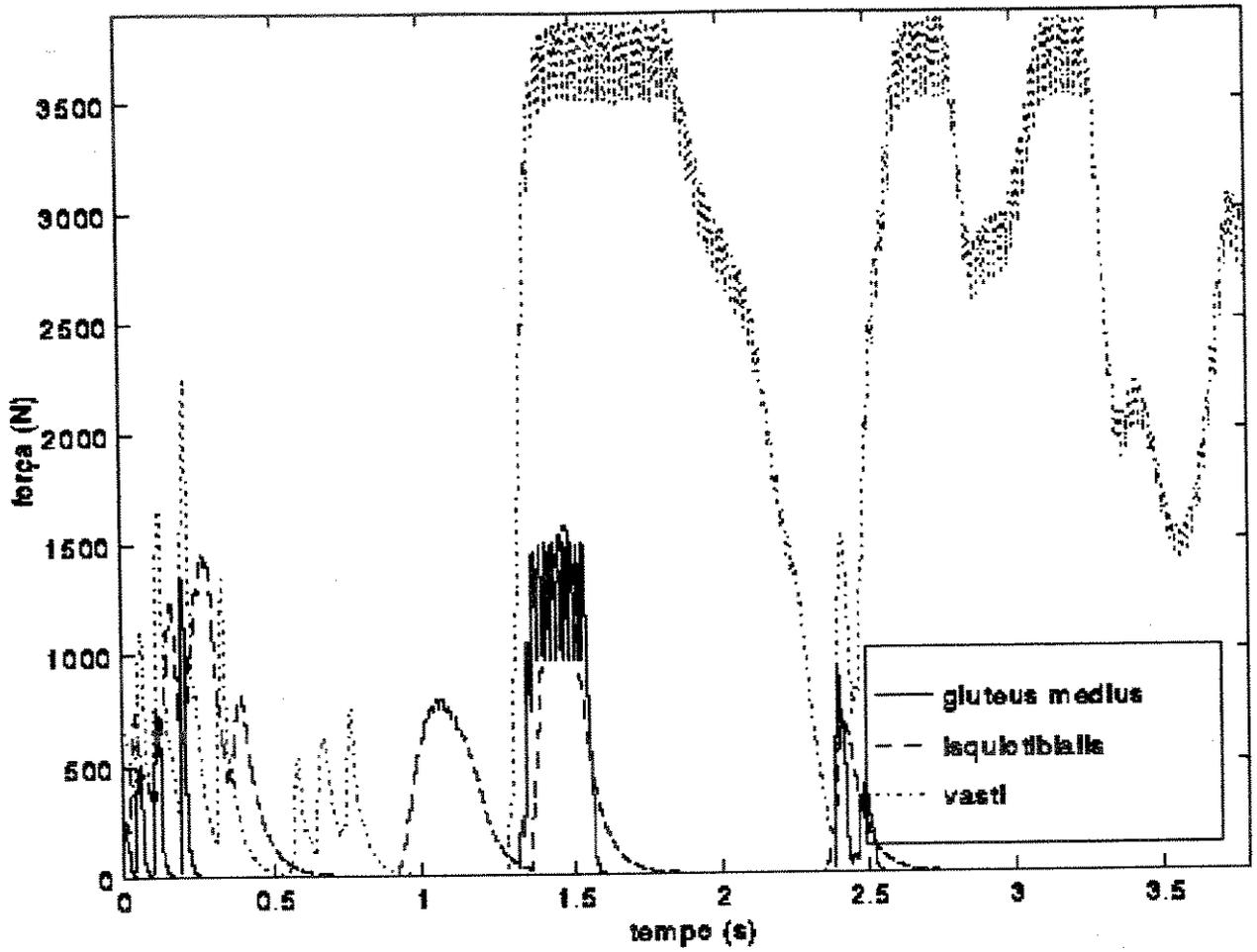


Figura 7.36. Respostas musculares do MODELO 3, frequência de estimulação de 50 Hz

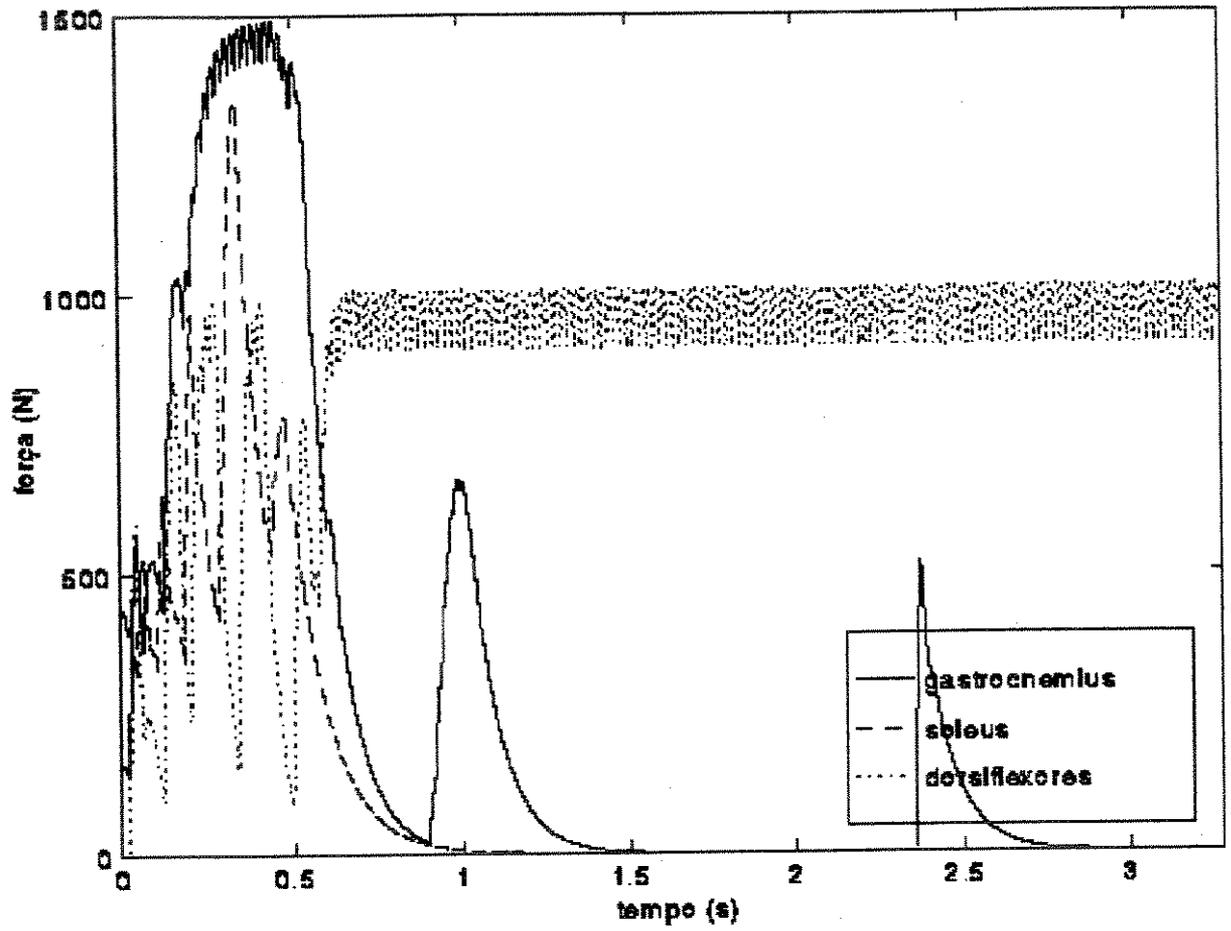


Figura 7.37. Respostas musculares do MODELO 3, frequência de estimulação de 50 Hz

## Capítulo 8

### Discussão

Os resultados mostrados no Capítulo 7 são aqui discutidos, analisando-se inicialmente a influência da variação das matrizes de ponderação do controle linear quadrático no desempenho do sistema, a partir do MODELO 1. Este modelo é então comparado com os modelos 2 e 3. A partir dos resultados fornecidos pela simulação do MODELO 3, são analisadas as respostas temporais das forças musculares. Para três frequências de estimulação (200 Hz, 100 Hz e 50 Hz), estas respostas são correlacionadas com a coordenação de movimentos; serão buscadas razões que expliquem o sucesso e o fracasso do sistema de controle proposto, dependendo da frequência de estimulação.

#### 8.1 Variação das matrizes de ponderação Q e R no MODELO 1

Fixando as condições iniciais da simulação em (0.1, -0.1, 0.1) radianos<sup>1</sup> para os deslocamentos angulares da perna, coxa e tronco e (0, 0, 0) para as respectivas velocidades angulares, foram realizadas simulações utilizando matrizes de ponderação do controle ótimo Q e R padrão determinadas por tentativa e erro:

---

<sup>1</sup>0.1 radianos equivalem a 5.7 graus.

$$Q = \begin{pmatrix} 350 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 600 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 300 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 800 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 0.032 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0348 & 0 \\ 0 & 0 & 0.08 \end{pmatrix}$$

Os resultados das simulações do MODELO 1 com estas matrizes de ponderação são os mostrados nas figuras 7.1, 7.2 e 7.3.

Multiplicando os termos referentes aos deslocamentos angulares da matriz Q (três primeiros elementos da diagonal principal) por um fator 0.05, são obtidos os resultados mostrados nas figuras 7.4, 7.5 e 7.6. Nestas condições, pode ser observado um pequeno aumento do tempo de estabilização, com diminuição também dos picos de velocidade no início do movimento. Em  $t = 4$  segundos, a curva de torques de controle (Figura 7.6) indica 1.67 N.m para o quadril e para o tornozelo, ao passo que a curva correspondente à matriz de ponderação padrão (Figura 7.3) já apresentava um valor de 0.83 N.m para estas articulações.

Mantendo agora os termos de Q referentes aos deslocamentos angulares iguais à situação padrão, mas multiplicando em contrapartida os termos de Q relativos aos estados de velocidade angular por 0.5, o sistema aparenta permanecer estável até 5 segundos (Figura 7.7). Em seguida, vai se afastando lentamente da posição de equilíbrio, permanecendo o corpo estendido (diferença nula entre os deslocamentos angulares das articulações), caindo para a frente (na direção de flexão da perna, segundo a convenção da tabela 6.1). A curva de velocidades angulares (Figura 7.8) não apresenta diferenças marcantes com relação à resposta obtida com as matrizes de ponderação padrão (Figura 7.2); no entanto, pode ser observado um lento crescimento dos valores do perfil de velocidades a partir de  $t = 7$  segundos, quando o sistema se estabiliza. Observando a curva de torques de controle (Figura 7.9), nota-se uma hiperatividade do joelho, invertendo em pouco tempo o sinal da variável de controle (o torque de controle chega a zero em aproximadamente 2 segundos, enquanto nas condições padrão ficou em torno de 5 segundos). O sujeito cairia para frente, ereto, sem força suficiente para

estender o tornozelo - não obstante o torque de controle nesta articulação ir aumentando. Este comportamento pode ser devido às não-linearidades dos termos centrípetos e inerciais, que não são levadas em conta no projeto do sistema de controle.

Diminuindo agora o peso relativo da matriz R, multiplicando-a por um fator 0.5 (Q permaneceu a mesma da simulação padrão), os deslocamentos angulares apresentaram poucas alterações (Figura 7.10) com ligeiro aumento dos picos de velocidade (Figura 7.11). O resultado é razoável na medida em que a diminuição relativa de R leva a um controle mais potente, ainda as curvas de torque (Figura 7.12) não tenham se alterado de maneira sensível.

### 8.1.1 Aplicação da pseudo-inversa para o MODELO 1

Na figura 7.13 estão mostradas respostas temporais de força muscular obtidas com Q, R e condições iniciais padrão, para o MODELO 1, calculando um torque equivalente a partir do conjunto de forças determinado pela equação 6.34 e dos braços de momento. Não se notou qualquer atividade dos músculos *ilipsoas* e conjunto de dorsiflexores, exclusivamente flexores, nem do *rectus femoris* que, além de estender o joelho, flexiona o quadril. No entanto, a minimização da magnitude do vetor de forças, optou por ativar os músculos bi-articulares *isquiotibialis* e *gastrocnemius*, apesar destes músculos realizarem ações a princípio indesejáveis, isto é, a flexão do quadril e do joelho. Além disso, as curvas não apresentaram picos nem discontinuidades. Posteriormente, estes resultados serão comparados com o MODELO 3.

### 8.1.2 Modificação das condições iniciais

Ilustrando o comportamento do MODELO 1 com outras condições iniciais, foram realizadas simulações com o tronco inicialmente flexionado, mantendo eretos os demais segmentos. O vetor de condições iniciais utilizado foi (0, 0, 0.2, 0, 0, 0) radianos, recordando que os três primeiros termos se referem aos deslocamentos angulares e os três últimos às velocidades angulares. As matrizes Q e R foram as mesmas da condição padrão.

Os resultados (mostrados nas Figuras 7.14, 7.15 e 7.16) indicam que o tronco inicialmente flexionado corrige sua posição em aproximadamente 6 segundos, com pouco movimento dos demais segmentos: o tornozelo sofre uma pequena flexão, mas a coincidência

das curvas de deslocamento da perna e da coxa (Figura 7.14) indica que o joelho não se estendeu nem flexionou. O perfil de velocidades angulares apresentou picos um pouco maiores do que os encontrados quando as condições iniciais eram (0.1, -0.1, 0.1, 0, 0, 0). Com relação aos torques de controle mostrados na Figura 7.16, todos apresentaram sinal negativo; o tronco fletido produz um torque gravitacional positivo (conforme convenção estabelecida no Capítulo 4), equilibrado por torques negativos da mesma magnitude em cada uma das articulações.

## 8.2. Análise das respostas do MODELO 2

Neste modelo (formulado no item 4.3) a ordem da matriz de ganho  $K$ , assim como das matrizes de ponderação do LQR é diferente do modelo anterior. Calculando então  $K$  de ordem  $3 \times 9$ , mantendo as matrizes  $Q$  e  $R$  padrão (colocando valor zero para os termos da diagonal principal de  $Q$  referentes aos estados de torque) e integrando o sistema de equações diferenciais, os resultados relativos aos deslocamentos angulares (Figura 7.17) são aparentemente satisfatórios, com tempo de estabilização ligeiramente menor quando comparado com o MODELO 1 para as mesmas condições iniciais. Entretanto, observando as curvas de velocidade angular (Figura 7.18) e torque nas articulações<sup>2</sup> (Figura 7.19) são notados valores impraticavelmente altos e oscilatórios. Uma tentativa de se obter respostas menos oscilatórias pode ser feita alterando os pesos relativos das matrizes  $Q$  e  $R$ . Multiplicando por exemplo a porção de  $Q$  relativa aos estados de deslocamento angular por um fator  $10^{-6}$ , de velocidade por  $5 \cdot 10^{-6}$  e  $R$  por 10, são obtidas as respostas mostradas nas Figuras 7.20, 7.21 e 7.22. A diminuição da penalização dos estados (reduzindo os termos de  $Q$ ) e aumento da penalização do controle levaram a picos de torque e velocidade elevados; o deslocamento angular, além disso, deixou de ser monotonicamente decrescente para se tornar oscilatório. Isso indica que por hora o MODELO 2 é inviável para implementação, enquanto o efeito das matrizes de ponderação no desempenho do sistema não for devidamente explorado.

## 8.3. Análise das respostas do MODELO 3

Comparando as curvas de deslocamento angular do MODELO 3 (Figura 7.23 e 7.28 para frequências de estimulação de 200 Hz e 100 Hz, respectivamente) não são notadas

---

<sup>2</sup> Desta vez os torques nas articulações não são variáveis de controle, mas de estado. O controle é feito pela ativação equivalente de torque  $a_T$ .

diferenças significativas com relação ao MODELO 1 (Figura 7.1), para as mesmas condições iniciais, Q e R padrão; o MODELO 3 apresentou apenas um tempo de estabilização um pouco inferior. Para a frequência de estimulação de 50 Hz, o sistema apresentou comportamento instável e seus resultados serão discutidos adiante. As curvas de velocidade angular do MODELO 3 (Figuras 7.24/200 Hz e 7.29/100 Hz), comparadas às do MODELO 1 (Figura 7.2), apresentam um comportamento transiente mais oscilatório, também com picos de velocidade mais elevados. Se os picos apresentados pelo MODELO 1 não passavam de 5 graus/s, no MODELO 3 atingiram até 30 graus/s.

### 8.3.1 Análise das curvas de resposta muscular

Para a frequência de estimulação de 200 Hz, as repostas musculares obtidas através das simulações podem ser observadas nas Figuras 7.25, 7.26 e 7.27. Recordando que as condições iniciais induzem uma resposta de extensão para os três segmentos (ou para as três articulações), o padrão de atividade observado foi complexo, inclusive com o recrutamento de músculos flexores. Além do disparo aparentemente síncrono dos três extensores do tronco (*gluteus maximus*, *gluteus medius* e *isquiotibialis*) durante um curto período de tempo, pode ser observada uma atividade significativa de um dos antagonistas, do músculo ilípcas, flexor do tronco. Este comportamento assemelha-se ao chamado *Padrão Muscular Trifásico* (Ghez, 1991), onde o primeiro disparo de um músculo agonista é sucedido por um período de repouso e por um disparo do antagonista, relaxando-se em seguida este e disparando novamente o agonista. Na Figura 7.25 um comportamento deste tipo pode ser observado. Comparando a atividade relativa entre os três extensores do tronco, os *músculos gluteus medius* e *isquiotibialis* apresentaram níveis de força comparáveis (isso ficou ainda mais claro com estimulação a 100 Hz, como mostra a Figura 7.31), ao passo que o *gluteus maximus* teve uma participação bem mais discreta. Isso pode ser explicado pelos braços de momento com relação à articulação do quadril que foram considerados para cada um destes músculos (ver Tabela 5.2). Ao passo que o *gluteus medius* possui um braço de momento na ordem de 1 cm, para o *gluteus maximus* este valor está em torno de 0.2 cm. Ou seja, a minimização do vetor global de forças realizado através da metodologia da pseudo-inversa (item 6.5.1) levou a uma solução que poupava o músculo com menor braço de momento. Entretanto, o outro extensor do tronco, o músculo *isquiotibialis*, possui um braço de momento com relação ao quadril da ordem de 5 cm. Mas este músculo é responsável também pela flexão do joelho, uma ação

indesejável para esta operação específica do sistema de controle (de extensão dos três membros). Assim, este músculo foi também parcialmente poupado pelo processo de minimização.

Dos dois extensores da coxa, o grupo dos vasti assumiu a realização de praticamente toda a força muscular necessária, em contrapartida o *rectus femoris* que, além de estender a coxa (ou o joelho), realiza também a flexão do tronco, ficou praticamente inativo. É interessante notar que o sistema de controle optou pela ativação do *ilípsos* (flexor do tronco, monoarticular) em detrimento do *rectus femoris* para controle do padrão supostamente trifásico apresentado pelos músculos do quadril. O grupo de músculos responsáveis pelo controle da perna (ou do tornozelo) apresentou também um padrão de tipo trifásico, coincidindo a ativação dos dorsiflexores com uma ligeira queda de ativação dos extensores *gastrocnemius* e *soleus*. Agora, os braços de momento em relação ao tornozelo são praticamente idênticos (em torno de 3.5 cm), mas o *soleus* apresentou níveis de força na ordem de duas vezes os apresentados pelo *gastrocnemius*. Novamente, este último músculo, biarticular, realiza também forças no sentido de flexionar o joelho, e por isso foi menos solicitado.

Reduzindo a frequência de estimulação para 100 Hz, o ciclo característico do padrão trifásico observado na Figura 7.25 se repete por 10 vezes na Figura 7.30, decrescendo até a atividade muscular se estabilizar depois de 0.4 segundos (para 200 Hz, esta estabilização ocorria bem antes, ao redor de 0.1 segundo). Observando a coincidência das curvas de reposta do *isquiotibialis* e do *gluteus medius*, é interessante notar que o padrão oscilatório observado neste último músculo não ocorre no primeiro. A diferença de comportamento se deve provavelmente à diversidade entre as constantes de tempo dos vários músculos - lembrando que se tratam de sistemas dinâmicos lineares de primeira ordem. A constante de tempo do *gluteus medius* é aproximadamente 8 vezes menor do que a do *isquiotibialis* (Tabela 3.2), sendo assim o intervalo entre os pulsos suficiente para que o primeiro músculo relaxe, ao contrário do segundo. Os músculos da perna estimulados com 100 Hz mostram um padrão de atividade semelhante a 200 Hz, no entanto com oscilações mais pronunciadas e maior tempo de estabilização.

### 8.3.2. Análise da resposta instável com excitação a 50 Hz

Fixando a frequência de estimulação em 50 Hz o sistema inicialmente se dirige para a posição de equilíbrio, mas já em 0.4 segundos (Figuras 7.33 e 7.34) já apresenta valores demasiadamente elevados para os ângulos da coxa e do tronco, não conseguindo corrigir-se satisfatoriamente; o comportamento é instável, com queda do corpo no sentido da extensão do tornozelo. Comparando as respostas musculares dos extensores e flexores do quadril estimulados a 50 Hz (Figuras 7.35 e 7.36) com os mesmos músculos em frequências mais elevadas, a instabilidade parece estar associada à coordenação da coativação. Na Figura 7.25 uma breve ativação do ilípcos corrige de maneira satisfatória a extensão do quadril; aumentado o intervalo entre os pulsos, esta coordenação precisa do tempo de estimulação fica prejudicada, levando a uma subsequente hiperatividade dos extensores. Os flexores, em consequência, são disparados com mais intensidade ainda. Músculos cuja atividade esperada decairia com o tempo vão sendo cada vez mais solicitados (*vasti*, *gluteus medius*, *gluteus maximus* e *isquiotibialis*). Além deste padrão de crescimento descontrolado de atividade muscular, alguns músculos atingem seu patamar de saturação (por exemplo, na Figura 7.36) e o sistema perde estabilidade.

### 8.4. Considerações finais

A análise dos resultados feita acima permite afirmar que:

- Para os MODELO 1, com condições iniciais de flexão nos três segmentos, a diminuição da porção de Q relativa ao deslocamento leva ao aumento do tempo de estabilização e à diminuição dos picos de velocidade.
  - A diminuição da porção de Q relativa à velocidade levou à diminuição do tempo de estabilização, mas o sistema pode apresentar soluções instáveis para tempos subsequentes.
  - A diminuição de R levou a aumentos dos picos de velocidade
  - Com flexão inicial apenas do quadril, a restauração da postura ereta ocorreu com poucas alterações de deslocamento angular nas demais articulações.

- O MODELO 2 é por hora pouco viável, uma vez que para as condições testadas apresentou respostas altamente oscilatórias.
- O MODELO 3, incorporando atuadores músculo-tendíneos lineares e otimização através da matriz pseudo-inversa, pode ser testado inicialmente a partir das respostas do MODELO 1, uma vez as curvas de deslocamento angular foram semelhantes; esta propriedade é fundamental, pois a escolha de Q e R não é trivial, e a diferença de custo computacional entre os dois modelos é muito grande.
  - As respostas musculares sugerem um padrão tipo trifásico na ativação de músculos opostos.
  - Músculos com braços de momento menor são menos utilizados.
  - Músculo bi-articulares que exercem ações desejadas numa articulação e não-desejadas em outra são também poupados.
  - Em frequências de estimulação mais reduzidas, músculos rápidos (constante de tempo pequena) apresentam respostas mais oscilatórias e, de um modo geral, demoram mais tempo para se estabilizarem.
  - Abaixo de uma frequência crítica a coordenação entre os músculos opostos não é satisfatória, levando ao crescimento descontrolado da atividade muscular, saturação e falha do sistema de controle.

De maneira geral, os métodos empregados na formulação do modelo de múltiplos corpos rígidos, da mecânica da contração e da dinâmica da excitação foram suficientes para os objetivos propostos. O projeto do controle ótimo LQR foi adequado, apesar das não-linearidades do sistema não serem levadas em conta e da dificuldade na escolha de Q e R. O emprego da matriz pseudo-inversa calculada através da decomposição em valores singulares (SVD) na distribuição de forças parece promissor; o padrão de coordenação obtido foi eficiente, o custo computacional é razoável e não foram notados problemas de convergência numérica. Infelizmente, não foi possível até o presente momento obter um comportamento estável do sistema de controle empregando modelo não-linear da dinâmica da contração. Na opinião dos autores, alguns aspectos do trabalho seriam passíveis de aprimoramento, ou inspirariam outros estudos relacionados:

- Determinação mais precisa dos parâmetros de corpo rígido, através de equações de regressão mais recentes (Stein et al., 1996) ou por métodos de processamento de imagens (Baca, 1996).
- Cálculo dos braços de momento dos músculos em relação às articulações (An et al., 1984) utilizando *softwares* de visualização e análise da geometria músculo-esquelética (Delp et al., 1990).
- Formulação de modelos de múltiplos corpos rígidos com mais graus de liberdade, espaciais ou mesmo bípedes.
- Estabelecimento de métodos experimentais para identificação de parâmetros musculotendíneos, através por exemplo de técnicas de atualização de modelos.
- Implementação de modelos mais elaborados da mecânica articular e inclusão da rigidez passiva devida aos ligamentos (Yoon e Mansour, 1982 ; Mansour e Audu, 1986).
- Inclusão de efeitos passivos de alongamento, com músculos desativados sofrendo alongamento.
- Cálculo ao longo da simulação de parâmetros de baixa variação relativa, como braços de momento de músculos em relação às articulações e comprimento dos atuadores musculotendíneos, em função dos deslocamentos angulares.
- Estudo de modelos que levem em conta parâmetros variáveis no tempo (por exemplo, o decréscimo da força muscular com a fadiga).
- Testes com outros modelos da mecânica muscular (como o *Distribution Moment*) (Zahalak, 1992)
- Emprego de outras técnicas de controle multivariável, como o Controle Robusto, ou o estabelecimento de procedimentos sistemáticos para escolha de Q e R.
- Estudos relativos a efeitos de ruído no desempenho do sistema de controle.
- Estudo da importância relativa entre os mecanismos de geração de trajetória e de realimentação (Kuo, 1995a).
- Análise de equilíbrio a partir do sistema de controle proposto, verificando o posicionamento do vetor de reação com o solo e da posição do centro de massa do corpo (Massion, 1991).
- Comparação do critério e do método de otimização utilizando a pseudo-inversa (custo computacional, convergência) com os demais métodos e critérios encontrados na literatura.

- Realização de testes experimentais, procurando correlacionar torques nas articulações, - medidos através de técnicas dinamométricas (Nistor et al., 1982), com plataformas de força, ou utilizando a dinâmica inversa - com registros eletromiográficos.
- Estabelecimento de protocolos para testes clínicos a com o auxílio de simulação, por exemplo através de perturbações mecânicas na plataforma de suporte.
- Estudo dos circuitos neurais e sensores biológicos envolvidos no controle da postura, e implementação de sistemas de controle que levem em conta algumas de suas características (He et al., 1991; Kuo, 1993; Taga, 1995).

A modelagem matemática e a simulação, no desenvolvimento de próteses neurais para indivíduos portadores de lesões crônicas no Sistema Nervoso Central, pode vir a ser uma ferramenta de inestimável fecundidade; sua viabilidade clínica e social depende, entretanto, da concorrência de esforços e do conhecimento acumulado por parte das mais diversas áreas de atuação profissional, sejam clínicas, tecnológicas ou acadêmicas.

## Referências bibliográficas

- Abbot, B.C., Wilkie, D.R., The Relation Between Velocity of Shortening and the Tension-Length Curve of Skeletal Muscle, *Journal of Physiology*, (London), Vol. 120, pp. 214-223, 1953.
- Abood, L.G., W. Hoss, Excitation and Conduction in the Neuron, *Basic Neurochemistry*, G. S. Siegel et al. Editores, Little Brown and Burton, 2nd. printing, 1976.
- Alberts, B., Bray, D., Lewis, J., Raff, M., Roberts, K., Watson, J.D., *Molecular Biology of the Cell*, 3<sup>rd</sup> edition, Garland ed., 1994.
- An, K.N., Kaufman, K.R., Chao, E.Y.-S., Estimation of Muscle and Joint Forces, in *Three-Dimensional Analysis of Human Movement*, P. Allard, I.A.F. Stokes, J.-P., Blanchi Eds., 1st. Edition, Human Kinetics, 1995.
- An, K.N., Takahashi, K., Harrigan, T.P., Chao, E.Y., Determination of Muscle Orientations and Moment arms, *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 106, August 1984, pp. 280-282, 1984.
- Barin, K., Evaluation of a Generalized Model of Human Postural Dynamics and Control in the Sagittal Plane, *Biological Cybernetics*, Vol. 61, pp. 37-50, 1989.
- Baca, A., Precise Determination of Anthropometric Dimensions by Means of Image Processing Methods for Estimating Human Body Segment Parameters Values, *Journal of Biomechanics*, Vol. 29, No. 4, pp. 563-567, 1996.
- Bornhorst, W.J., Minardi, J.E., A Phenomenological Theory of Muscular Contraction. I. Rate Equations at a Given Length Based on Irreversible Thermodynamics, *Biophysics Journal*, Vol. 10, pp. 137-154, 1970.
- Brand, R.A., Crowninshield, R. D., Wittstock, C. E., Pederson, D. R., Clark, C. R., van Krieken, F. M, A Model of Lower Extremity Muscular Anatomy, *ASME Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 104, pp. 304-310, 1982.

Butler,D.L., Grood,E.S., Noyes,F.R., Zernicke,R.F., Brackett,K., Effects on Structure and Strain Measurement Technique on the Material Properties of Young Human Tendon and Fascia, *Journal of Biomechanics*, Vol. 17, pp. 579-596, 1984

Cannon,S.C., Zahalak,G.I., The Mechanical Behavior of Active Human Skeletal Muscles in Small Oscillations, *Journal of Biomechanics*, Vol.15, pp. 111-121, 1982.

Caplan,D.R., A Characteristic of Self-Regulated Energy Converters: The Hill Force-Velocity Relation for Muscle, *Journal of Theoretical Biology*, Vol.11, pp. 63-86, 1966.

Chandler,R.F., Clauser,C.E., McConville,J.T., Reynolds,A.M., Young,J.W., Investigation of Inertial Properties of Human Body, *AMRL Technical Report 74-137*, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, 1975.

Cliquet,A.Jr., Locomoção de Paraplégicos com Sistemas Baseados em Estimulação Elétrica Neruomuscular, UNICAMP, Brasil / Univ. Of Strathclyde, U.K., 1988.

Cole,G.K., van den Bogert,A.J., Herzog,W., Gerritsen,K.G.M., Modeling of Force Production in Skeletal Muscle Undergoing Stretch, *Journal of Biomechanics*, Vol. 29, No. 8, pp. 1091-1104, 1996.

Crago,P.E., Peckham,P.H., Thrope,G.B., Modulation of Muscle Force by Recruitment During Intramuscular Stimulation, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. BME-27, No. 12, 1980.

Crago,P.E., Mortimer,J.T., Peckham,P.H., Closed-Loop of Force During Electrical Stimulation of Muscle, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. BME-27, No. 6, pp. 306-312, June 1980.

Crago,P., Lemay,M.A., Liu,L., External Control of Limb Movements Involving Environmental Interactions, J.M.Winters e S.L.Y.Woo eds., *Multiple Muscle Systems: Biomechanics and Movement Organization*, Springer-Verlag, New York, 1990.

Crowninshield,R.D., Brand,R.A., A Physiologically Based Criterion of Muscle Force Prediction in Locomotion, *Journal of Biomechanics*, Vol. 14, No. 11, pp. 793-801, 1981.

Davi,D.T., Audu,M.L., A Dynamic Optimization Technique for Predicting Muscle Forces in The Swing Phase of Gait, *Journal of Biomechanics*, Vol. 20, No. 2, pp. 187-201, 1987.

Delp,S.L., Loan,J.P., Hoy,M.G., Zajac,F.E., Topp,E.L., Rosen, J.M., An Interactive Graphics-Based Model of the Lower Extremity to Study Orthopaedic Surgical Procedures, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 37, pp. 757-767.

Drills,R., Contini,R., Bluestein,W., Body Segment Parameters, *Artificial Limbs*, Vol. 16, No. 1, 1972.

Durfee,W.K., Model Identification em Neural Prostheses Systems, in *Neural Prostheses: Replacing Motor Function after Disease and Disability*, R.B. Stein, P.H.Hunter, D.J.Popovic eds., Oxford University Press, Oxford, 1992.

Durfee,W.K., McLean,K.E., Methods for Estimating Isometric Recruitment Curves of Electrically Stimulated Muscles, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 36, pp. 654-667, 1989.

Enoka,R.M., *Neuromechanical Basis of Kinesiology*, Human Kinetics, 2nd. Edition, 1993.

Gasser,H.S., Hill,A.V. The Dynamics of Muscular Contraction, *Proceedings of Royal Society, London*. [Biology], Vol.96, pp.398-437, 1927.

Ghez,C., Muscles: Effectors of the Motor Systems, *Principles of Neural Science*, E.R.Kandel, J.H.Schwartz, T.M. Jessell, eds. Elsevier Publish Co., 3rd. Edition, 1991.

Geddes,L.A., Baker,L.E., *Principles of Applied Biomedical Instrumentation*, 3rd. Ed., Wiley Interscience Publications, 1989.

Gray,H., *Anatomia*,Warnick,R., Williams,P.C. eds., 35<sup>a</sup> ed., tomo 1, ed. Guanabara-Koogan, Rio de Janeiro, 1979.

Gordon,A.M., Huxley,A.F., Julian,F.J., The Variation in Isometric Tension With Sarcomere Length in Vertebrate Muscle Fibers, *Journal of Physiology* (London), Vol. 184, pp. 170-192, 1966.

Hatze,H., Neuromusculoskeletal Control Systems Modeling- A Critical Survey of Recent Developments, *IEEE Transcations on Automatic Control*, Vol. 25, N.3, pp.375-385, 1981.

He,J., Levine,W.S., Loeb,G.E., Feedback Gains for Correcting Small Perturbations to Standing Posture, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 36, No. 3, pp. 232-332, 1991.

Hemani,H., Jaswa,V.C., On a Three-Link Model of the Dynamics of Standing up and Sitting Down, *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics*, Vol. SMC-8, pp. 115-120, 1978.

Hennman,E., Organization of the Motor Systems - a Preview , em *Medical Physiology*, V.B. Mountcastle ed., 13<sup>th</sup> edition, Saint Louis, pp.603-616, 1974.

Hill,A.V., The Effect of Load on the Heat of Shortening of Muscle, *Proceedings of Royal Society, London*. [Biology], Vol.126, pp.136-195, 1964.

Hill,T.L., Eisenberg,T.E., Chen,Y., Podolsky,R.J., Some Self-Consistent Two-State Sliding Filament models of Muscle Contraction, *Biophysics Journal*, Vol.15, pp.335-372, 1975.

Hogan,N., The Mechanics of Multi-Joint Posture and Movement Control, *Biological Cybernetics*, Vol.52, pp.315-331, 1985.

Hoy, M. G., Zajac, F. E., Gordon, M. E., A Musculoskeletal Model of the Human Lower Extremity: The effect of Muscle, Tendon and Moment Arm on the Moment-Angle Relationship of Musculotendon Actuators ant the Hip, Knee and Ankle, *Journal of Biomechanics*, Vol.23, No. 2, pp.157-169, 1990.

Imbar,G.F., Adam,D., Estimation of Muscle Active State, *Biological Cybernetics*, Vol. 63, pp. 61-72, 1976.

Iwazumi,T., A New Field Theory of Muscle Contraction, Sugi,H., Pollack,G.H. eds., *Cross-Bridge Mechanisms in Muscle Contractions*, Baltimore: University Park Press, 1978.

Jaeger, R. J., Design and Simulation of Close-Loop Electrical Stimulation Orthoses for Restoration of Quiet Standing in Paraplegia, *Journal of Biomechanics*, Vol. 19, No. 10, pp. 825-835, 1986.

Jaeguer,R.J., Yarkony,G.M., Smith,R.M., Standing the Spinal Cord Injured Patient by Electrical Stimulation: Refinement of a Protocol for Clinical Use, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 36, No. 7, pp. 720-728, 1989.

Kane, T. R. Levinson, D. A., *Dynamics: Theory and Applications*, McGraw-Hill, New York, 1985

Katz,B., *Nerve, Muscle and Synapse*, McGraw-Hill, 1<sup>st</sup> ed., 1966.

Kandel,E.K., Shwartz,J.H., Jessel, T.M., *Principles of Neural Science*, 3<sup>rd</sup> ed., Elsevier Science Publishing, 1991.

Khang, G., Zajac, F. E., Paraplegic Standing Controlled by Functional Neuromuscular Stimulation: Part I- Computer Model and Control-System Design, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 36, No.9, pp. 873-884, 1989.

Khang, G., Zajac, F. E., Paraplegic Standing Controlled by Functional Neuromuscular Stimulation: Part II- Computer Simulation Studies, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 36, No.9, pp. 885-894, 1989.

Kinzel,G.L., Gutkowski,L.J., Joint Models, Degrees of Freedom,, and Anatomical Motion Measurement, *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 105, pp. 55-62, 1983.

Krajl,A., Badj,T., Turk,M.D., Benko,H, Posture Switching for Prolonging Functional Electrical Stimulation Standing in Paraplegic Patients, *Paraplegia*, Vol. 24, pp. 221-230, 1986

Kuo,A., A Mechanical Analysis of Force Distribution between Redundant, Multiple Degree-of-Freedom Actuators in the Human: Implications for the Central Nervous System, Submitted to *Human Movement Science*, December 1996.

Kuo,A., An Optimal Control Model for Analyzing Human Postural Balance, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 42, No. 1, 1995.

Kuo, A., Examples of Muscle Activation-Contraction Dynamics Revised, *Classroom Notes ME 599*, University of Michigan, 1995.

- Legreneur,P., Morlon,B., Van Hoecke,J., Simulation of *in situ* Soleus Isometric Force Output as a Function of Neural Excitation, *Journal of Biomechanics*, Vol. 29, No. 11, pp. 1455-1463, 1996.
- Levin,A., Wyman,J., The Viscous Elastic Properties of Muscle, *Proceedings of Royal Society, London*. [Biology], Vol.101, pp.218-243, 1927.
- Mansour,J.M., Audu,M.L., The Passive Elastic Moment at Knee and its Influence on Human Gait, *Journal of Biomechanics*, Vol. 19, No. 5, pp. 369-373, 1986.
- Marmellis,P.Z., Marmellis, V.Z., *Analysis of Physiological Systems: The White-noise Approach*, Plenum Press, New York, 1978.
- Massion,J., Movement, Posture and Equilibrium: Interaction and Coordination, *Progress in Neurobiology*, Vol. 38, pp. 35-56, 1992.
- Menegaldo,L.L., Weber,H.I., Modeling, Simulation and Control of Human Postural Dynamics under Oscillatory Excitation, *Ninth DYNCO Workshop on Dynamics and Control*, Rio de Janeiro, 1996
- Minzly,J., Mizhari,J., Isakov,E., Susak,,Z., Verbeke,M., Computer-Controlled Portable stimulator for Paraplegic Patients, *Journal of Biomedical Engineering*, Vol. 15, pp. 33-338, July 1993.
- Nistor,L., Markhede,G., Grimby,G., A Thechique for Measurement of Plantar Flexion Torque with the Cybex II Dynamometer, *Scandinavian Journal of Rehabilitation Medicine*, Vol. 14, pp. 136-166, 1982.
- OnLine Dynamics Inc. Autolev Users Manual, Version 2, 1991.
- Piazza,S.J., Delp,S.L., The Influence of Muscles on Knee Flexion During the Swing Phase of Gait, *Journal of Biomechanics*, Vol. 29, No. 6, pp. 723-733, 1996.
- Rack,P.M.H., Westburry,D.R., Elastic Properties of Cat Soleus Tendon and their Functional Importance, *Journal of Physiology (London)*, Vol. 374, pp. 479-495, 1984.
- Riener,R., Quintern,J., Schmidt,G., Biomechanical Model of Human Knee Evaluated by Neuromuscular Stimulation, *Journal of Biomechanics*, Vol. 28, No. 9, pp. 1157-1167, 1996.
- Rowland,J.R., *Linear Control Systems*, John Wiley & Sons, 1986.
- Shadmehr,R., Arbib,M.A., A Mathematical Analysis of the Force-Stiffness Characteristics of Muscles in Control of a Single Joint System, *Biological Cybernetics*, Vol.66, pp. 463-477, 1992.
- Shahian,B., Hasuul,M., *Control System Design Using Matlab*, Prentice-Hall, New Jersey, 1993.

Shauf,C.L., Moffett,D.F., Moffet,S.B., *Fisiologia Humana*, Editora Guanabara -Koogan, Rio de Janeiro, 1993.

Sherif,M.H., Gregor,R.J., Liu,L.M., Roy,R.R., Hager, C.L., Correlation of Myoelectric Activity and Muscle Force during Selected Cat Treadmill Locomotion, *Journal of Biomechanics*, Vol.16, pp. 691-701, 1983.

Stefansoka,A, Vodovnik,L, Gros,N., Rebersek,S., Acimovic-Janezic,R., FES and Spacticity, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 36, No.7, pp. 738-745, 1989.

Stein, R.B., Zehr,E.P., Lebedowska,M.K., Popovic,D.B., Scheiner,A., Chizek,H.J., Estimating Mechanical Parameters of Leg Segments in Individuals with or without Physical Disabilities, *IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering*, Vol. 4, No. 3, pp. 201-211, September 1996.

Stein,R.B., Peckham,P.H., Popovic,D.B. eds., *Neural Prostheses - Replacing Motor Function After Disease or Disability*, Oxford University Press, 1992.

Stockwell,C.W., Koozekani,S.H., Barin,K., A Physical Model of Human Postural Dynamics, *Ann NY Academy of Science*, Vol. 374, pp. 722-730, 1981.

Taga, G., A Model of the Neuro-Musculo-Skeletal System for Human Locomotion, *Biological Cybernetics*, Vol. 73, pp. 97-111,1995.

Talbot,S.A., Gessner, U., *Systems Physiology*, Wiley-Interscience Series on Biomedical Engineering, John Wiley & Sons Inc., New York, 1973.

Tasaki,I., Conduction of Nerve Impulse, *Handbook of Physiology*, Section 1, Vol. 1 Neurophysiology, Field,J., Magoun,H.W., Hall,V.E., eds., American Physiological Society, Washington DC, 1959 .

Tirosh,R., Liron,N., Oplatka,A., A Hydrodynamic Mechanism for Muscular Contraction, Sugi,H., Pollack,G.H. eds., *Cross-Bridge Mechanisms in Muscle Contractions*, Baltimore: University Park Press, 1978.

Toussaint,M.T., Commissairs,D.A.C.M, van Dieën,J. H., Reijnen,J.S., Praet,S.F.E., Beek, P.J., Controlling the Ground Reaction Force During Lifting, *Journal of Motor Behavior*, Vol. 27, No. 3, pp. 225-234, 1995.

Toussant,M.T., van Baar,C.E., van Langen,P.P., de Looze,M.P., van Dieën,J.H., Coordination of the leg muscles in backlift and leglift, *Journal of Biomechanics*, Vol. 25, pp1279-1289, 1992.

Vianna,A.L., Contração Muscular, em *Biofísica*, Lacaz-Vieira,F., Malnic,G. eds., Editora Guanabara -Koogan, Rio de Janeiro, 1981.

Vaughan,C.L., Davis,B.L., O'Connor,J.C., *Dynamics of Human Gait*, 1st. Edition, Human Kinetics Publishers, Chicago IL, 1992.

Vaughan,C.L., Andrews,J.G., Hay,J.G., Selection of Boody Segment Parameters by Optimization Methods, *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 104, pp. 38-44, 1982.

White,S.C., Yack,H.J., Winter,D.A., A Three - Dimensional Musculoskeletal Model for Gait Analysis. Anatomical Variability Estimates, *Journal of Biomechanics*, Vol. 22, No. 8/9, pp. 885-893, 1989.

Wilhere,G.F., Crago,P.E., Chizeck,H.J., Design and Evaluation of a Digital Closed-Loop Controller for the Regulation of Muscle Force by Recruitment Modulation, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. BME-32, No. 9, pp. 668-676, September 1985.

Wilkie,D.R., The Relation Between force and Velocity in Human Muscles, *Journal of Physiology* (London), Vol.110, pp. 249-280, 1950.

Winter,D.A., *The Biomechanics and Motor Control of Human Gait: Normal, Elderly and Pathological*, University of Waterloo Press, 2nd. Edition, 1991.

Winters, J.M., Hill-Based Muscle Models: A Systems Engineering Perspective, J.M.Winters e S.L.Y.Woo eds., *Multiple Muscle Systems: Biomechanics and Movement Organization*, Springer-Verlag, New York, 1990.

Wolf-Heidegger,G., *Atlas de Anatomia Humana*, 4a. Edição, Editora Guanabara-Koogan, Rio de Janeiro, 1996.

Wongchaisuwat,C., Hemani,H., Buchner,H.J., Control of Sliding and Rolling at Natural Joints, *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 106, pp. 368-375, November 1984.

Yamaguchi,G.T., Moran,D.W., Si,J., A Computationally Efficient Method for Solving the Redundant Problem in Biomechanics., *Journal of Biomechanics*, Vol.28, pp. 999-1005, 1995.

Yamaguchi,G.T., Zajac,F.E., Restoring Unassisted Natural Gait to Paraplegics via Functional Electrical Stimulation: a Computer Simulation Study, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 37, pp.886-902, 1990.

Yeadon,M.R., Morlock,M., The Appropriate Use of Regression Equations for the Estimation oof Segmental Inertial Parameters, *Journal of Biomechanics*, Vol. 22, pp. 683-689, 1989.

Yoon,Y.S., Mansour,J.M., The Passive Elastic Moment at the Hip, *Journal of Biomechanics*, Vol. 15, No. 12, pp. 905-910, 1982.

Zahalak,G.I., An Overview of Muscle Modeling, em *Neural Prostheses: Replacing Motor Function after Disease and Disability*, R.B. Stein, P.H.Hunter, D.J.Popovic eds., Oxford University Press, Oxford, 1992.

Zajac,F.E., Muscle and Tendon: properties, Models, Scaling and Application to Biomechanics and Motor Control, *CRC Critical Reviews in Biomedical Engineering*, Vol.17, No.4, pp. 359-411, 1989.

Zajac, F.E., Gordon, M.E., Determining Muscle's Force and Action in Multi-Articular Movement, *Exercise and Sport Science Reviews*, Pandolf, K. ed., Vol.17, pp. 187-230, Williams & Wilkins, Baltimore, 1989.

Zierler, K.L., Mecanismo da Contração Muscular e sua Energética, em *Fisiologia Médica* Vol.1, V.B. Mountcastle ed., Editora Guanabara -Koogan, Rio de Janeiro, 1978.

## Anexos

### PROGRAMA MUSCL2.m

```
%Abril 1996
%Simulação da dinâmica da contração muscular isométrica
%para músculos isolados e linearização.
clear all
clear global

%*** LADO DIREITO ***
%coxa
hcd=.395 ;%comprimento do centro da junta do quadril ao centro
da junta do joelho
%perna
hpd=.475 ;%comprimento do centro do joelho ao centro do
tornozelo;
%pe (foot)
hf=.27; %comprimento do calcanhar ao dedo maior

%*** LADO ESQUERDO ***
%coxa
hce=.395 ;%comprimento do centro da junta do quadril ao centro
da junta do joelho
%perna
hpe=.475 ;%comprimento do centro do joelho ao centro do
tornozelo;
%pe
hf=.27; %comprimento do calcanhar ao dedo maior

IA=(hpd+hpe)/2;
IB=(hcd+hce)/2;

%Cálculo dos braços de momento nas articulações
%utilizando os dados fornecidos por Hoy, 1990 e Brand, 1982
%Ax,Ay,Az
%Bx,By,Bz
%Cx,Cy,Cz Sistemas de referência no tornozelo, joelho e quadril
para
% simulação
%AAx,AAy,AAz
%BBx,BBy,BBz
%CCx,CCy,CCz Sistemas de referência no tornozelo, joelho e
quadril
% para inserções e origens musculares

%definição das matrizes de transformação do sistema XX p/ X
%Tibia:
dem=0.06; %distância entre maléolos
dax3=0.033; %distância x do maléolo lateral à tuberosidade de
tibia
day3=0.3375; %distância y do maléolo lateral à tuberosidade da
tibia
KA4=dax3/(((dax3^2+day3^2)^0.5);
KA5=day3/(((dax3^2+day3^2)^0.5);
KA6=0;
KA1=day3*(dem/2)/(((dax3*dem/2)^2+(day3*dem/2)^2)^0.5);
KA2=-dax3*(dem/2)/(((dax3*dem/2)^2+(day3*dem/2)^2)^0.5);
KA3=0;
KA7=0;
KA8=0;
KA9=1;

%fêmur
```

```
dec=0.075 ;%distância entre cõndilos
dbx3=0.01 ;%distância x do cõndilo lateral ao centro da cabeça do
fêmur
dby3=0.375 ;%distância y do cõndilo lateral ao centro da cabeça
do fêmur
KB4=dbx3/(((dax3^2-day3^2)^0.5);
KB5=dby3/(((dax3^2-day3^2)^0.5);
KB6=0;
KB1=dby3*(dem/2)/(((dbx3*dem/2)^2+(dby3*dem/2)^2)^0.5);
KB2=-dbx3*(dem/2)/(((dbx3*dem/2)^2+(dby3*dem/2)^2)^0.5);
KB3=0;
KB7=0;
KB8=0;
KB9=1;

%pelvis
%o sistema de referência para para origens e inserções está
localizado
%o centro do acetábulo
%distâncias x,y,z do centro do acetábulo à espinha ilíaca superior
direita
dcx1=0.075;
dcy1=0.093;
dcz1=0.045;
%distâncias x,y,x do centro do acetábulo e o ponto médio entre os
tubérculos
%púbicos
dcx2=0.06;
dcy2=0;
dcz2=-0.06;
%distância x,y,x do centro do acetábulo e o ponto médio entre as
espinhas
%ilíacas anteriores superiores
dcx3=0.075;
dcy3=0.09;
dcz3=-0.081;
J4=(dcx3-dcx2)/(((dcx3-dcx2)^2+(dcy3-dcy2)^2+(dcz3-
dcz2)^2)^0.5;
J5=(dcy3-dcy2)/(((dcx3-dcx2)^2+(dcy3-dcy2)^2+(dcz3-
dcz2)^2)^0.5;
J6=(dcz3-dcz2)/(((dcx3-dcx2)^2+(dcy3-dcy2)^2+(dcz3-
dcz2)^2)^0.5;
J10=(dcx1-dcx2)/(((dcx1-dcx2)^2+(dcy1-dcy2)^2+(dcz1-
dcz2)^2)^0.5;
J11=(dcy1-dcy2)/(((dcx1-dcx2)^2+(dcy1-dcy2)^2+(dcz1-
dcz2)^2)^0.5;
J12=(dcz1-dcz2)/(((dcx1-dcx2)^2+(dcy1-dcy2)^2+(dcz1-
dcz2)^2)^0.5;
J1=(J5*J12-J6*J11)/((J5*J12-J6*J11)^2+(J10*J6-
J4*J12)^2+(J4*J11-J5*J10)^2)^0.5;
J2=(J10*J6-J4*J12)/((J5*J12-J6*J11)^2+(J10*J6-
J4*J12)^2+(J4*J11-J5*J10)^2)^0.5;
J3=(J4*J11-J5*J10)/((J5*J12-J6*J11)^2+(J10*J6-
J4*J12)^2+(J4*J11-J5*J10)^2)^0.5;
J7=(J2*J6-J3*J5)/((J2*J6-J3*J5)^2+(J4*J3-J6*J1)^2+(J1*J5-
J2*J4)^2)^0.5;
J8=(J4*J3-J6*J1)/((J2*J6-J3*J5)^2+(J4*J3-J6*J1)^2+(J1*J5-
J2*J4)^2)^0.5;
J9=(J1*J5-J2*J4)/((J2*J6-J3*J5)^2+(J4*J3-J6*J1)^2+(J1*J5-
J2*J4)^2)^0.5;
KC1=J1;
KC2=J2;
KC3=J3;
KC4=J4;
KC5=J5;
KC6=J6;
```

KC7=J7;  
KC8=J8;  
KC9=J9;

KA=[KA1 KA2 KA3  
KA4 KA5 KA6  
KA7 KA8 KA9];  
KB=[KB1 KB2 KB3  
KB4 KB5 KB6  
KB7 KB8 KB9];  
KC=[KC1 KC2 KC3  
KC4 KC5 KC6  
KC7 KC8 KC9];

%KA=eye(3);  
%KB=eye(3);  
%KC=eye(3);

KAi=inv(KA);  
KBi=inv(KB);  
KCi=inv(KC);

%matriz de transformação de coordenadas para correção dos dados  
fornecidos

%por Hoy, 1990

%incluir também coordenada dos sistema na perna (0 0.014 0)

TKA=[cos(-5\*pi/180) sin(-5\*pi/180) 0  
-sin(-5\*pi/180) cos(-5\*pi/180) 0  
0 0 1];

%Transformação das coordenadas para o sistema de referencia  
inercial no pé

%distâncias do maléolo lateral ao epicôndilo lateral (pé-jelho)

pjx=0;

pjy=1A;

%distâncias do epicôndilo lateral ao centro da cabeça do fêmur  
(joelho-quadril)

jqx=0;

jyq=1B;

pj=[pjx pjy 0]; % p/ coord. na coxa

pq=[pjx+jqx pjy+jyq 0]; % p/ coord. no quadril (ou tronco)

%origens

O=zeros(3,10);

O(:,1)=KCi\*[0.0326 0.0323 0.0174]'+pq; %reto femoral Tronco

O(:,2)=KCi\*[0.0075 0.1350 -0.0400]'+pq; %ilipsoas T

O(:,3)=KCi\*[-0.0578 0.0754 -0.0471]'+pq; %glúteo máximo T

O(:,4)=KCi\*[-0.0180 0.0891 0.0069]'+pq; %glúteo médio T

O(:,5)=KCi\*[-0.0409 -0.0455 -0.0140]'+pq; %hamstrings T

O(:,6)=KBi\*[0.0106 0.2026 0.0205]'+pj; %vasti Coxa

O(:,7)=KBi\*[-0.0203 0.0071 -0.0073]'+pj; %gastrocnemio C

O(:,8)=TKA\*KAi\*[-0.0292 0.2467+0.014 0.0006]; %sóleo

P

O(:,9)=TKA\*KAi\*[-0.0268 0.2419+0.014 0.0356]; %outros

flexores plantares Perna

O(:,10)=TKA\*KAi\*[-0.0155 0.2175+0.014 0.0134];

%dorsiflexores P

%origens efetivas

OE2=KCi\*[0.0260 0.0293 -0.0042]'+pq; %T

OE9=KAi\*[-0.0094 0.0064-0.014 0.0240]; %P

OE10=TKA\*KAi\*[0.0259 0.0257+0.014 -0.0093]; %P

%inserções

I=zeros(3,10);

I(:,1)=TKA\*KAi\*[0.0000 0.3700+0.014 -0.0006]; %P

I(:,2)=KBi\*[-0.0180 0.3351 0.0116]'+pj; %C

I(:,3)=KCi\*[-0.0158 0.3519 0.0350]'+pq; %T

I(:,4)=KBi\*[-0.0196 0.3900 0.0597]'+pj; %C

I(:,5)=TKA\*KAi\*[-0.0508 0.3321+0.014 0.0073]; %P

I(:,6)=TKA\*KAi\*[0.0000 0.3700+0.014 -0.0006]; %P

I(:,7)=[-0.0368 -0.0289 0.0028]; %Pe

I(:,8)=[-0.0365 -0.0288 0.0056]; %Pe

I(:,9)=[0.0715 -0.0420 -0.0260]; %Pe

I(:,10)=[0.1850 -0.0510 -0.0330]; %Pe

%inserções efetivas

IE1=TKA\*KAi\*[0.041 0.4084+0.014 -0.0006]; %P

IE6=TKA\*KAi\*[-0.0005 0.4056+0.014 0.0005]; %P

IE9=[-0.0099 -0.0210 0.0240]; %Pe

O2=O(:,2); %armazena a coordenada não efetiva em O2 etc.

O(:,2)=OE2;

O9=O(:,9);

O(:,9)=OE9;

O10=O(:,10);

O(:,10)=OE10;

I1=I(:,1);

I(:,1)=IE1;

I6=I(:,6);

I(:,6)=IE6;

I9=I(:,9);

I(:,9)=IE9;

%Cálculo da direção da força muscular

Fu=zeros(3,10);

for l=1:10;

Fu(:,l)=(O(:,l)-I(:,l))/norm(O(:,l)-I(:,l));

end

%Cálculo dos braços de momento

R=zeros(10,3);

%músculo 1, reto femoral

o=O(:,1)-pq;

i=I(:,1)-pj;

R(1,3)=abs((o(1)\*Fu(2,1)-o(2)\*Fu(1,1))); %R do musculo 1 no  
quadril

R(1,2)=abs((i(1)\*Fu(2,1)-i(2)\*Fu(1,1))); %R do musculo 1 no  
joelho

%músculo 2, ilipsoas

o=O(:,2)-pq;

R(2,3)=abs((o(1)\*Fu(2,2)-o(2)\*Fu(1,2))); %R do musculo 2 no  
quadril

%músculo 3, glúteo máximo

o=O(:,3)-pq;

R(3,3)=abs((o(1)\*Fu(2,3)-o(2)\*Fu(1,3))); %R do musculo 3 no  
quadril

%músculo 4, glúteo médio

o=O(:,4)-pq;

R(4,3)=abs((o(1)\*Fu(2,4)-o(2)\*Fu(1,4))); %R do musculo 4 no  
quadril

%músculo 5, hamstrings

o=O(:,5)-pq;

i=I(:,5)-pj;

R(5,3)=abs((o(1)\*Fu(2,5)-o(2)\*Fu(1,5))); %R do musculo 5 no  
quadril

R(5,2)=abs((i(1)\*Fu(2,5)-i(2)\*Fu(1,5))); %R do musculo 5 no  
joelho

%músculo 6, vasti

o=O(:,6)-pj;

R(6,2)=abs((o(1)\*Fu(2,6)-o(2)\*Fu(1,6))); %R do musculo 6 no  
joelho

%músculo 7, gastrocnêmio

o=O(:,7)-pj;

i=I(:,7);

R(7,2)=abs((o(1)\*Fu(2,7)-o(2)\*Fu(1,7))); %R do musculo 7 no  
joelho

R(7,1)=abs((i(1)\*Fu(2,7)-i(2)\*Fu(1,7))); %R do musculo 7 no  
tomozelo

%músculo 8, sóleo

o=O(:,8);

R(8,1)=abs((o(1)\*Fu(2,8)-o(2)\*Fu(1,8))); %R do musculo 8 no  
tomozelo

%músculo 9, outros flex. plantares

o=O(:,9);

R(9,1)=abs((o(1)\*Fu(2,9)-o(2)\*Fu(1,9))); %R do musculo 9 no  
tomozelo

%músculo 10, dorsiflexores

o=O(:,10);

R(10,1)=abs((o(1)\*Fu(2,10)-o(2)\*Fu(1,10))); %R do musculo 10  
no tomozelo

%figura mostrando posições dos grupos musculares

clg

axis([-1.5 1.5 -1 1.5])

```

line([0 0 ppx+jqx],[0 pjy+jqy])
line([O(1,2) OE2(1) I(1,2)],[O(2,2) OE2(2) I(2,2)])
line([O(1,8) I(1,8)],[O(2,8) I(2,8)])
line([O9(1) OE9(1) IE9(1) I9(1)],[O9(2) OE9(2) IE9(2) I9(2)])
line([O10(1) OE10(1) I(1,10)],[O10(2) OE10(2) I(2,10)])
hold
plot(0,pjy,'go')
pause
hold off
clg

%Cálculo dos comprimentos dos atuadores músculo-tendíneos
for n=1:10;
    Lmtg(n)=( (I(1,n)-O(1,n))^2 + (I(2,n)-O(2,n))^2 + (I(3,n)-O(3,n))^2 )^0.5;
end
Lmtg(2)=Lmtg(2)+( (O2(1)-OE2(1))^2 + (O2(2)-OE2(2))^2 + (O2(3)-OE2(3))^2 )^0.5;
Lmtg(9)=Lmtg(9)+( (O9(1)-OE9(1))^2 + (O9(2)-OE9(2))^2 + (O9(3)-OE9(3))^2 )^0.5;
Lmtg(10)=Lmtg(10)+( (O10(1)-OE10(1))^2 + (O10(2)-OE10(2))^2 + (O10(3)-OE10(3))^2 )^0.5;
Lmtg(1)=Lmtg(1)+( (IE1(1)-I1(1))^2 + (IE1(2)-I1(2))^2 + (IE1(3)-I1(3))^2 )^0.5;
Lmtg(6)=Lmtg(6)+( (IE6(1)-I6(1))^2 + (IE6(2)-I6(2))^2 + (IE6(3)-I6(3))^2 )^0.5;
Lmtg(9)=Lmtg(9)+( (IE9(1)-I9(1))^2 + (IE9(2)-I9(2))^2 + (IE9(3)-I9(3))^2 )^0.5;

%over nova definicao de Lmtg abaixo !

%parametros musculares
%a: tendão
%ai: tiu (normalizado)
%og: geral
%om: musculo
%amt: musculo e tendao

Talc=0.1;
Fomg=[930 1474 1798 1876 2348 5402 2372 4234 3587 1400];
Lomg=[0.082 0.127 0.180 0.081 0.107 0.084 0.048 0.024 0.038 0.101];
alfog=pi/180*[5 7 3.4 9.7 8.7 4.5 14.8 25 12.1 6.9];
Lstg=[0.410 0.085 0.001 0.035 0.385 0.225 0.425 0.270 0.273 0.235];
Lmtg=Lomg+Lstg;
Lsttig=Lstg/Lomg;
%Ltg=Lmtg-Lomg; %estimativa de que o comprimento inicial do musculo = Lom
%Epsog=(Ltg-Lstg)/Lstg;
kttig=37.5/Lsttig;
kttig=[1 1 1 1 1 1.2 1.2 1.5 1];*kttig; %enrhecimento do tendão
Lmttig=Lmtg/Lomg;

Btig=225*Lomg/(Fomg*Talc);
ksetig=1500*Lomg/(Fomg);

a=1; %ativação neuro-muscular

global Lstti
global Lmtti
global ktti
global alfo
global a
global Fom
global Bti
global kseti

%simulação para um músculo

%tempo de simulação
tal0=0;
talF=4;

i=3; %número do músculo
Ftti0=0; %força inicial
%Ftti0=kttig(i)*(Lmttig(i)-Lsttig(i)-1);
Lstti=Lsttig(i);

```

```

Lmtti=Lmttig(i);
ktti=kttig(i);
alfo=alfog(i);
Fom=Fomg(i);
kseti=ksetig(i);
Bti=Btig(i);

%[tal,Ftti]=ode23('mmuscl2',tal0,talF,Ftti0,0.000001);
%calculo da força e do tempo não-adimensionais
%Ft1=Ftti*Fomg(i);
%t1=Talc*tal;

%identificação do sistema linear equivalente
%c=0.63*Ft1(length(Ft1));
%for k=2:(length(Ft1)-1);
% if Ft1(k-1) < c & Ft1(k+1) > c,
% lc=k;
% end
%end
%Tstar=(Ft1(lc)-Ft1(lc-1))*(t1(lc+1)-t1(lc-1))/(Ft1(lc+1)-Ft1(lc-1))+t1(lc-1)
%R=Ft1(length(Ft1))
%Ft1l=R*(1-exp(-1/Tstar*t1));
%figure(1);plot(t1,Ft1,'b',t1,Ft1l,'r');
%title('simulação da força isométrica do músculo gastrocnemius')
%title('force response for muscle rectus femoris')
%xlabel('tempo (s)')
%ylabel('força (N)')
%xlabel('time (s)')
%ylabel('force (N)')

%t2=0:0.01:talF*Talc;
%Ft2=interp1(t1,Ft1,t2);

%save F3 t2 Ft2

% fim da simulação para um músculo

%break

%Cálculo dos atuadores equivalentes
R=R';

%Tstar=[0.0142
% 0.027
% 2.5144e-5
% 0.0020
% 0.0141
% 0.0100
% 0.0234
% 0.0224
% 0
% 0.0107];

Tstar=[0.0435
0.0058
4.667e-5
0.0037
0.0303
0.0212
0.0436
0.0562
1
0.0188];

%Fmax=Resistência do circuito RC equivalente
%Res=[813.15
% 1452.9
% 1347.1
% 1431.3
% 2404.3
% 5125.9
% 1819.2
% 2420.5
% 0
% 1107.3];

```

```

Res=[911.0
1501.5
1837.8
1895.3
2353.0
5485.0
2151.0
3664.2
0
1430.4];

t=0:0.001:0.2;

%tomozelelo
Tore=R(1,10)*Res(10)*(1-exp(-1/Tstar(10)*t));
Torf=R(1,7)*Res(7)*(1-exp(-1/Tstar(7)*t)) + R(1,8)*Res(8)*(1-
exp(-1/Tstar(8)*t));
plot(t,Tore)
hold
plot(t,Torf,'-')
hold off
pause
if Tore(length(Tore)) < Torf(length(Torf)),
    Tormin=Tore;
else
    Tormin=Torf;
end
end
c=0.63*Tormin(length(Tormin));
for k=2:(length(Tormin)-1);
    if Tormin(k-1) < c & Tormin(k+1) > c,
        lc=k;
    end
end
Tstareq1=(Tormin(lc)-Tormin(lc-1))*(t(lc+1)-t(lc-
1))/(Tormin(lc+1)-Tormin(lc-1))+t(lc-1)
Req1=Tormin(length(Tormin))
Tormineq=Req1*(1-exp(-1/Tstareq1*t));
plot(t,Tormin,t,Tormineq)
C1=1/Tstareq1
C11=Req1/Tstareq1

%joelho
Tore=R(2,1)*Res(1)*(1-exp(-1/Tstar(1)*t)) + R(2,6)*Res(6)*(1-
exp(-1/Tstar(6)*t));
Torf=R(2,5)*Res(5)*(1-exp(-1/Tstar(5)*t)) + R(2,7)*Res(7)*(1-
exp(-1/Tstar(7)*t));
plot(t,Tore)
hold
plot(t,Torf,'-')
hold off
pause
if Tore(length(Tore)) < Torf(length(Torf)),
    Tormin=Tore;
else
    Tormin=Torf;
end
end
c=0.63*Tormin(length(Tormin));
for k=2:(length(Tormin)-1);
    if Tormin(k-1) < c & Tormin(k+1) > c,
        lc=k;
    end
end
Tstareq2=(Tormin(lc)-Tormin(lc-1))*(t(lc+1)-t(lc-
1))/(Tormin(lc+1)-Tormin(lc-1))+t(lc-1)
Req2=Tormin(length(Tormin))
Tormineq=Req2*(1-exp(-1/Tstareq2*t));
plot(t,Tormin,t,Tormineq)
C2=1/Tstareq2
C21=Req2/Tstareq2

%quadril
Tore=R(3,3)*Res(3)*(1-exp(-1/Tstar(3)*t)) + R(3,4)*Res(4)*(1-
exp(-1/Tstar(4)*t)) + R(3,5)*Res(5)*(1-exp(-1/Tstar(5)*t));
Torf=R(3,1)*Res(1)*(1-exp(-1/Tstar(1)*t)) + R(3,2)*Res(2)*(1-
exp(-1/Tstar(2)*t));

```

```

plot(t,Tore)
hold
plot(t,Torf,'-')
hold off
pause
%if Tore(length(Tore)) < Torf(length(Torf)),
%    Tormin=Tore;
% else
%    Tormin=Torf;
% end
%end

Tormin=Tore

c=0.63*Tormin(length(Tormin));
for k=2:(length(Tormin)-1);
    if Tormin(k-1) < c & Tormin(k+1) > c,
        lc=k;
    end
end
Tstareq3=(Tormin(lc)-Tormin(lc-1))*(t(lc+1)-t(lc-
1))/(Tormin(lc+1)-Tormin(lc-1))+t(lc-1)
Req3=Tormin(length(Tormin))
Tormineq=Req3*(1-exp(-1/Tstareq3*t));
plot(t,Tormin,t,Tormineq)
C3=1/Tstareq3
C31=Req3/Tstareq3

```

## FUNCTION MMUSCL2.m

```

function Ftip=mmuscl2(tal,Ftti);

global Fom
global Lstti
global Lmtti
global ktti
global alfo
global a
global Bti
global kseti

if a==0, sinal=1,
else
    sinal=-1;
end

%if tal > 2.5, a=0; end;
%ahome
%calcula comprimento e força no músculo
%considerando ângulo de inclinação da fibra muscular
Lmti=(1/cos(alfo))*(Lmtti-(Lstti+Ftti*ktti));
%contração isométrica
Vmmti=0;

%relação flv
flp=1/(exp(1.8)-exp(1))*(exp(Lmti)-
exp(1)).*0.5*(1-tanh(50*(Lmti-1)));
fla=4.9102*Lmti^3-19.8487*Lmti^2-24.6846*Lmti-8.7224;
fl=fla+flp;
Lmti;

%kseti=(Lmti-1)^3;
%if Lmti < 1, kseti=0; end;
Ftti;
Q=Ftti/cos(alfo)*(1-kseti*ktti);

%modelo so com escala na força por a
%ae=-4*Bti;
%obe=(-Bti-fl*a-4*Q);
%oce=(fl*a-Q);

```

```

%delta=be^2-4*ae*ce;
%Vmti=(-(be-delta^0.5)/(2*ae)

%modelo com escala na força e na velocidade por a
ae=-4*Bti;
be=-(Bti*a+a*fl+4*Q);
ce=fl*a^2-a*Q;
delta=be^2-4*ae*ce;
Vmti=(-(be+sinal*delta^0.5)/(2*ae);

%Vmti=-(a^2-a*Q)/(a*fl+4*Q*fl);
%Vmti=-(fl*a-Q)/(fl*a+4*Q);

if Ftti/cos(alfo) > 1.4, Vmti=-0.15; end;

Ftip=-kti/cos(alfo)*Vmti;

tal;

```

## PROGRAMA TORQUE2.m

```

%calcula torque equivalentes
%torques baseados na soma dos torques de duas juntas

```

```

clear
R=[0 0.0445 0.0384
  0 0 0.0206
  0 0 0.0659
  0 0 0.0070
  0 0.0475 0.0482
  0 0.0065 0
  0.0358 0.0203 0
  0.0355 0 0
  0.0102 0 0
  0.0469 0 0];
R=R';

%tomozelo
%extensão
%load F7
%fl=Pt2*R(1,7);
load F8
f2=Pt2*R(1,8);
%Tore=2*(f1+f2)
Tore=2*f2; %s/ coativação
Tormin=Tore;
c=0.63*Tormin(length(Tormin));
for k=2:(length(Tormin)-1);
  if Tormin(k-1) < c & Tormin(k+1) > c,
    lc=k;
  end
end
Tstareq1=(Tormin(lc)-Tormin(lc-1))*(t2(lc+1)+t2(lc-1))/(Tormin(lc+1)-Tormin(lc-1))+t2(lc-1)
Req1=Tormin(length(Tormin))
Tormineq=Req1*(1-exp(-1/Tstareq1*t2));
plot(t2,Tormin,t2,Tormineq)
C1e=1/Tstareq1
C1le=Req1/Tstareq1

%flexão
load F10
fl=Pt2*R(1,10);
Tore=2*fl
Tormin=Tore;
c=0.63*Tormin(length(Tormin));
for k=2:(length(Tormin)-1);
  if Tormin(k-1) < c & Tormin(k+1) > c,
    lc=k;
  end
end

```

```

Tstareq1=(Tormin(lc)-Tormin(lc-1))*(t2(lc+1)+t2(lc-1))/(Tormin(lc+1)-Tormin(lc-1))+t2(lc-1)
Req1=Tormin(length(Tormin))
Tormineq=Req1*(1-exp(-1/Tstareq1*t2));
plot(t2,Tormin,t2,Tormineq)
C1f=1/Tstareq1
C1lf=Req1/Tstareq1

```

```

%joelho
%extensão
%load F1
%fl=Pt2*R(2,1)
load F6
f2=Pt2*R(2,6)
Tore=2*f2;
Tormin=Tore;
c=0.63*Tormin(length(Tormin));
for k=2:(length(Tormin)-1);
  if Tormin(k-1) < c & Tormin(k+1) > c,
    lc=k;
  end
end
Tstareq1=(Tormin(lc)-Tormin(lc-1))*(t2(lc+1)+t2(lc-1))/(Tormin(lc+1)-Tormin(lc-1))+t2(lc-1)
Req1=Tormin(length(Tormin))
Tormineq=Req1*(1-exp(-1/Tstareq1*t2));
plot(t2,Tormin,t2,Tormineq)
C2e=1/Tstareq1
C2le=Req1/Tstareq1

```

```

%flexão
load F5
fl=Pt2*R(2,5)
%load F7
%f2=Pt2*R(2,7);
Tore=2*(fl)
Tormin=Tore;
c=0.63*Tormin(length(Tormin));
for k=2:(length(Tormin)-1);
  if Tormin(k-1) < c & Tormin(k+1) > c,
    lc=k;
  end
end
Tstareq1=(Tormin(lc)-Tormin(lc-1))*(t2(lc+1)+t2(lc-1))/(Tormin(lc+1)-Tormin(lc-1))+t2(lc-1)
Req1=Tormin(length(Tormin))
Tormineq=Req1*(1-exp(-1/Tstareq1*t2));
plot(t2,Tormin,t2,Tormineq)
C2f=1/Tstareq1
C2lf=Req1/Tstareq1

```

```

%quadril
%extensão
load F3
fl=Pt2*R(3,3)
load F4
f2=Pt2*R(3,4)
%load F5
%f3=Pt2*R(3,5)
Tore=2*(fl+f2)
Tormin=Tore;
c=0.63*Tormin(length(Tormin));
for k=2:(length(Tormin)-1);
  if Tormin(k-1) < c & Tormin(k+1) > c,
    lc=k;
  end
end
Tstareq1=(Tormin(lc)-Tormin(lc-1))*(t2(lc+1)+t2(lc-1))/(Tormin(lc+1)-Tormin(lc-1))+t2(lc-1)
Req1=Tormin(length(Tormin))
Tormineq=Req1*(1-exp(-1/Tstareq1*t2));
plot(t2,Tormin,t2,Tormineq)
C3e=1/Tstareq1
C3le=Req1/Tstareq1

```

```

%quadril
%extensão

```

```

%load F1
%af1 = F1 * R(3,1)
load F2
f2 = F2 * R(3,2)
Torf = 2 * (f2)
Tormin = Torf;
c = 0.63 * Tormin(length(Tormin));
for k = 2:(length(Tormin)-1);
    if Tormin(k-1) < c & Tormin(k+1) > c;
        lc = k;
    end
end
Tstareq1 = (Tormin(lc) - Tormin(lc-1)) * (t2(lc+1) - t2(lc-1)) / ((Tormin(lc+1) - Tormin(lc-1)) + t2(lc-1))
Req1 = Tormin(length(Tormin))
Tormineq = Req1 * (1 - exp(-1/Tstareq1 * t2));
plot(t2, Tormin, t2, Tormineq)
C3f = 1/Tstareq1
C3lf = Req1/Tstareq1

```

## PROGRAMA PMNCLT42.m

```

%o Campinas outubro/1996
%o m.A.m.B.m.C
%o IA,IB,IC
%o lAcm,lBcm,lCcm
%o IA,IB,IC, com relação ao centro de massa dos respectivos segmentos.
%o inclusão da dinâmica do torque

```

```

clear all
clear global

```

```

%##### Cálculo dos parâmetros antropométricos #####

```

```
g = 9.81;
```

```
nome = ('Alexndre Delgado');
```

```
%medidas
```

```
Mtot = 67 ; %massa total do corpo
```

```
%cabeca
```

```
hcab = 24 ; %queixo ao topo da cabeça
```

```
pcab = 59 ; %perímetro acima da orelha
```

```
%torso
```

```
ht = 58 ; %comprimento do trocânter ao acrómio
```

```
p1 = 95 ; %perímetro (altura dos mamilos)
```

```
w1 = 38 ; %largura ( // // // ) *
```

```
p2 = 775 ; %perímetro (altura do umbigo)
```

```
w2 = 31 ; %largura ( // // // ) *
```

```
p3 = 92 ; %perímetro (quadril)
```

```
w3 = 37 ; %largura (quadril) *
```

```
wt = (w1 + 2*w2 + w3) / 4;
```

```
pt = (p1 + 2*p2 + p3) / 4;
```

```
%*** LADO DIREITO ***
```

```
%braco
```

```
hbd = 29 ; %comprimento do centro da junta do ombro ao centro do cotovelo
```

```
p1 = 31 ; %perímetro abaixo axila
```

```
p2 = 28 ; %perímetro máximo
```

```
p3 = 27 ; %perímetro do cotovelo
```

```
pbd = (p1 + 2*p2 + p3) / 4;
```

```
%antebraço
```

```
habd = 29 ; %comprimento do centro do cotovelo ao centro do pulso
```

```
p1 = 27 ; %perímetro do cotovelo
```

```
p2 = 27 ; %perímetro máximo
```

```
p3 = 16 ; %perímetro do pulso
```

```
pabd = (p1 + 2*p2 + p3) / 4;
```

```
%mao
```

```
hmd = 20 ; %comprimento do centro do pulso ao ápice do 3o. dedo
```

```
p1 = 16 ; %perímetro do pulso
```

```
p2 = 20 ; %perímetro da junta metacarpal - falangeal
```

```
pmd = (p1 + p2) / 2;
```

```
%coxa
```

```
hcd = 395 ; %comprimento do centro da junta do quadril ao centro da junta do joelho
```

```
p1 = 55 ; %perímetro abaixo do sulco glúteo
```

```
p2 = 505 ; %perímetro na metade da coxa
```

```
p3 = 36 ; %perímetro do joelho
```

```
pcd = (p1 + 2*p2 + p3) / 4;
```

```
pcdv = p2 ; % (Vaughan)
```

```
%perna
```

```
hpd = 475 ; %comprimento do centro do joelho ao centro do tornozelo;
```

```
p1 = 36 ; %perímetro do joelho
```

```
p2 = 35 ; %perímetro máximo
```

```
p3 = 22 ; %perímetro mínimo próximo ao tornozelo
```

```
ppd = (p1 + 2*p2 + p3) / 4;
```

```
ppdv = p2;
```

```
%pe (foot)
```

```
ahf = 27 ; %comprimento do calcanhar ao dedo maior
```

```
ap1 = 26 ; %perímetro mínimo próximo ao tornozelo
```

```
ap2 = 24 ; %perímetro do arco
```

```
ap3 = 23 ; %perímetro na porção distal do 1o. metacarpo
```

```
apfd = (p1 + 2*p2 + p3) / 4
```

```
%*** LADO ESQUERDO ***
```

```
%braco
```

```
hbe = 28 ; %comprimento do centro da junta do ombro ao centro do cotovelo
```

```
p1 = 305 ; %perímetro abaixo axila
```

```
p2 = 27 ; %perímetro máximo
```

```
p3 = 27 ; %perímetro do cotovelo
```

```
pbe = (p1 + 2*p2 + p3) / 4;
```

```
%antebraço
```

```
hbe = 29 ; %comprimento do centro do cotovelo ao centro do pulso
```

```
p1 = 27 ; %perímetro do cotovelo
```

```
p2 = 28 ; %perímetro máximo
```

```
p3 = 16 ; %perímetro do pulso
```

```
pabe = (p1 + 2*p2 + p3) / 4;
```

```
%mao
```

```
hme = 20 ; %comprimento do centro do pulso ao ápice do 3o. dedo
```

```
p1 = 16 ; %perímetro do pulso
```

```
p2 = 20 ; %perímetro da junta metacarpal - falangeal
```

```
pme = (p1 + p2) / 2;
```

```
%coxa
```

```
hce = 395 ; %comprimento do centro da junta do quadril ao centro da junta do joelho
```

```
p1 = 55 ; %perímetro abaixo do sulco glúteo
```

```
p2 = 505 ; %perímetro na metade da coxa
```

```
p3 = 36 ; %perímetro do joelho
```

```
pce = (p1 + 2*p2 + p3) / 4;
```

```
pcev = p2;
```

```
%perna
```

```
hpe = 475 ; %comprimento do centro do joelho ao centro do tornozelo;
```

```
p1 = 355 ; %perímetro do joelho
```

```
p2 = 35 ; %perímetro máximo
```

```
p3 = 22 ; %perímetro mínimo próximo ao tornozelo
```

```

ppe=(p1+2*p2+p3)/4;
ppev=p2;

%ape
%ahf=.27; %comprimento do calcanhar ao dedo maior
%ap1=.255; %perimetro minimo proximo ao tomazelo
%ap2=.23; %perimetro do arco
%ap3=.22; %perimetro na porcao distal do 1o. metacarpo
%apfe=(p1+2*p2+p3)/4

%MASSAS DOS SEGMENTOS CORPORAIS
%Vaughan et al (1991) (coxa e perna)
MCD=0.1032*Mtot+12.76*hcd*pcdv^2-1.023;
MCE=0.1032*Mtot+12.76*hce*pcev^2-1.023;
MPD=0.0226*Mtot+31.33*hpd*ppdv^2+0.016;
MPE=0.0226*Mtot+31.33*hpe*pppev^2+0.016;
MP=(MPD+MPE)/2;
MC=(MCD+MCE)/2;

%Yeadon e Morlock (1989) (tronco)
deph=(pt-2*wt)/(pi-2);
b0=1100;
MT=b0*deph*wt*ht;

%Drills et al (1972) (pe,mao,cabeca,braco e antebraço)
%MFD=(4.504/100)*Mtot;
%MFE=(4.504/100)*Mtot;
MM=0.00769*Mtot;
MB=0.02904*Mtot;
MAB=0.01594*Mtot;
MCab=0.07511*Mtot;

Mms=(MCab+2*MB+2*MAB+2*MM+MT); %soma das massas
dos membros superiores

%posicao dos centros de massa - Chandler et al (1975)
CGCab=0.337;
CGT=0.478;
CGB=0.512;
CGAB=0.412;
CGM=0.520;
CGC=0.388;
CGP=0.422;
CGF=0.437;

hab=(habd+habe)/2;
hb=(hbd+hbe)/2;
hm=(hmd+hme)/2;
%centro de massa do cj. dos membros superiores (3o. link) em
relacao ao pescoco
CGms=(1/Mms)*(MT*ht*(1-CGT) + 2*MB*0.5*(hbd+hbe) +
2*MAB*(hb+CGAB*hab) + 2*MM*(hb+hab+CGM*hm) -
MCab*CGCab*hcab);

%momentos de inercia em relacao ao CG - Yeadon e Morlock
(1989)
ICab=0.707*pcab^4*hcab+2.33*pcab^2*hcab^3;

%pau
%IT=deph*ht*wt*(49.4*deph^2+68.8*wt^2);
%pau

IT=1.25;

%lado direito
IBD=0.5*(0.979*pbd^4*hbd)+6.11*pbd^2*hbd^3;
IABD=0.5*(0.810*pabd^4*habd)+4.98*pabd^2*habd^3;
IMD=0.5*(1.309*pmd^4*hmd)+7.68*pmd^2*hmd^3;
ICD=0.5*(1.593*pcd^4*hcd)+8.12*pcd^2*hcd^3;
IPD=0.5*(0.853*ppd^4*hpd)+5.73*ppd^2*hpd^3;
%lado esquerdo
IBE=0.5*(0.979*pbe^4*hbe)+6.11*pbe^2*hbe^3;
IABE=0.5*(0.810*pabe^4*habe)+4.98*pabe^2*habe^3;
IME=0.5*(1.309*pme^4*hme)+7.68*pme^2*hme^3;
ICE=0.5*(1.593*pce^4*hce)+8.12*pce^2*hce^3;
IPE=0.5*(0.853*ppe^4*hpe)+5.73*ppe^2*hpe^3;

```

%momentos de inercia, comprimentos e massas equivalentes para sistema 3GL

%momento de inercia em relacao ao centro de rotacao da junta do tomazelo  
IA = IPD+IPE;

%momento de inercia da coxa em relacao ao CG da coxa  
IB = ICD + ICE;

%momento de inercia do cj. dos membros superiores em relacao ao CG do cj. de membros superiores

$$\begin{aligned}
 IC = & (IT+MT*(ht*(1-CGT)-CGms)^2) + \\
 & (ICab+MCab*(hcab*CGCab-CGms)^2) + (IBD+MB*(CGms- \\
 & CGB*hbd)^2) + (IBE+MB*(CGms-CGB*hbe)^2) + \\
 & (IABD+MAB*(hbd+CGAB*habd-CGms)^2) + \\
 & (IABE+MAB*(hbe+CGAB*habe-CGms)^2) + \\
 & (IMD+MM*(hbd+habd+CGM*hmd-CGms)^2) + \\
 & (IME+MM*(hbe+habe+CGM*hme-CGms)^2);
 \end{aligned}$$

mA=MPD+MPE;  
mB=MCD+MCE;  
mC=Mms;  
IA=(hpd+hpe)/2;  
IB=(hcd+hce)/2;  
IAcm=(1-CGP)\*IA;  
IBcm=(1-CGC)\*IB;  
ICcm=(ht-CGms);

$$Q1=IA+mA*IAcm^2+IB+mB(IA+IBcm)^2+IC+mC(IA+IB+ICcm)^2;$$

$$Q2=IB+mB*IBcm^2+IC+mC(ICcm+IB)^2;$$

$$Q3=IC+mC*ICcm^2;$$

$$Q2=Q2/Q1;$$

$$Q3=Q3/Q1;$$

$$Q1=1;$$

##### Cálculo das matrizes de ganho  
#####

%Termos da equação matricial

$$A1=(IA+IAcm^2*mA+IA^2*mB+IA^2*mC);$$

$$A2=IA*(IB*mC-mB*IBcm);$$

$$A3=IA*ICcm*mC;$$

$$A4=(IB+IBcm^2*mB+IB^2*mC);$$

$$A5=IB*ICcm*mC;$$

$$A6=(IC+ICcm^2*mC);$$

$$B1=IA*(mC*IB+IBcm*mB);$$

$$B2=IA*ICcm*mC;$$

$$B3=IB*mC*ICcm;$$

$$G1=g*(IAcm*mA+IA*mB+IA*mC);$$

$$G2=g*(IBcm*mB+IB*mC);$$

$$G3=g*ICcm*mC;$$

$$G=[G1 G2 G3];$$

global A1

global A2

global A3

global A4

global A5

global A6

global B1

global B2

global B3

global G1

global G2

global G3

%parâmetros da rigidez passiva nas juntas

%oamortecimento nas três juntas

$$cdamp(1)=0.943;$$

$$cdamp(2)=3.17;$$

$$cdamp(3)=1.09;$$

%origidez no quadril

```

k(1)=.0425;
k(2)=-0.176;
k(3)=-0.165;
k(4)=0.08;
aq(1)=-2.85;
aq(2)=0.000255;
aq(3)=0.000269;
aq(4)=-0.334;
thlim(1)=-0.9;
thlim(2)=60.2;
thlim(3)=65.8;
thlim(4)=4.66;
global cdamp
global k
global aq
global thlim

M=[A1,A2,A3
    A2,A4,A5
    A3,A5,A6];

Mi=inv(M);

Mi1=Mi(1,1);
Mi2=Mi(1,2);
Mi3=Mi(1,3);
Mi4=Mi(2,2);
Mi5=Mi(2,3);
Mi6=Mi(3,3);

%constantes dos atuadores de torque
%dinâmicos lineares

%C1e=19.57;
%C1f=43.48;
%C1le=4053.2;
%C1lf=2950.7;
%C2e=31.50;
%C2f=31.41;
%C2le=2400;
%C2lf=4881.9;
%C3e=56.01;
%C3f=42.96;
%C3le=13880;
%C3lf=2832.0;

C1e=19.5735;
C1f=43.9841;
C1le=8.1067e3;
C1lf=5.9014e3;
C2e=31.4965;
C2f=31.4083;
C2le=4.7995e3;
C2lf=9.7638e3;
C3e=56.0125;
C3f=42.9654;
C3le=2.7759e4;
C3lf=5.6639e3;

%matrizes de estado
%Ep=AE+Bu
%oy=Cx+Du

A=[0 0 0 1 0 0
    0 0 0 1 0
    0 0 0 0 1
    Mi1*G1 Mi2*G2 Mi3*G3 0 0 0
    Mi2*G1 Mi4*G2 Mi5*G3 0 0 0
    Mi3*G1 Mi5*G2 Mi6*G3 0 0 0];

B=[Mi1 (Mi2-Mi1) (Mi3-Mi2)
    Mi2 (Mi4-Mi2) (Mi5-Mi4)
    Mi3 (Mi5-Mi3) (Mi6-Mi5)

```

```

0 0 0
0 0 0
0 0 0];

C=[1 0 0 0 0
    0 1 0 0 0
    0 0 1 0 0
    0 0 0 1 0
    0 0 0 0 1
    0 0 0 0 0 1];

D=zeros(6,3);

%Q=0.1*[10000 0 0 0 0 0
% 0 6000 0 0 0 0
% 0 0 3000 0 0 0
% 0 0 0 6000 0 0
% 0 0 0 0 5000 0
% 0 0 0 0 0 2000];

%Pc=[0.04 0 0
% 0 0.05 0
% 0 0 0.088];

% Q=[8000 0 0 0 0 0
% 0 3000 0 0 0 0
% 0 0 3000 0 0 0
% 0 0 0 400 0
% 0 0 0 0 400
% 0 0 0 0 0 2];

%o
%Pc=[0.01 0 0
% 0 0.02 0
% 0 0 0.02];

% Q=0.1*[0.1*10000 0 0 0 0 0
% 0 6*6000 0 0 0 0
% 0 0 2*3000 0 0 0
% 0 0 0 0.05*0.02*150000 0 0
% 0 0 0 0 0.05*1*100000 0
% 0 0 0 0 0 0.08*0.8*80000];

%Pc=30*[6*0.04 0 0
% 0 0.03*0.0425 0

Q=[350 0 0 0 0 0
    0 600 0 0 0 0
    0 0 300 0 0 0
    0 0 0 0.5*1500 0 0
    0 0 0 0 0.5*1000 0
    0 0 0 0 0 0.5*800];

Pc=[0.008 0 0
    0 0.0087 0
    0 0 0.02];

[K,S,EI]=lqr(A,B,Q,Pc);
K=-K;

global K

%##### Cálculo dos braços de momento
#####

%Cálculo dos braços de momento nas articulações
%utilizando os dados fornecidos por Hoy, 1990 e Brand, 1982
%Ax,Ay,Az
%Bx,By,Bz
%Cx,Cy,Cz Sistemas de referência no tornozelo, joelho e quadril
para
% simulação
%AAx,AAy,AAz
%BBx,BBy,BBz

```

\*CCx,CCy,CCz Sistemas de referência no tomozelo, joelho e quadril

\* para inserções e origens musculares

\*definição das matrizes de transformação do sistema XX p/ X

\*Tibia:

dem=0.06; %distância entre maléolos

dax3=0.033; %distância x do maléolo lateral à tuberosidade de tibia

day3=0.3375; %distância y do maléolo lateral à tuberosidade da tibia

KA4=dax3/((dax3^2+day3^2)^0.5);

KA5=day3/((dax3^2+day3^2)^0.5);

KA6=0;

KA1=day3\*(dem/2)/(((dax3\*dem/2)^2+(day3\*dem/2)^2)^0.5);

KA2=-dax3\*(dem/2)/(((dax3\*dem/2)^2+(day3\*dem/2)^2)^0.5);

KA3=0;

KA7=0;

KA8=0;

KA9=1;

\*fêmur

dec=0.075; %distância entre côneilos

dbx3=0.01; %distância x do côneilo lateral ao centro da cabeça do fêmur

dby3=0.375; %distância y do côneilo lateral ao centro da cabeça do fêmur

KB4=dbx3/((dax3^2+day3^2)^0.5);

KB5=dby3/((dax3^2+day3^2)^0.5);

KB6=0;

KB1=dby3\*(dem/2)/(((dbx3\*dem/2)^2+(dby3\*dem/2)^2)^0.5);

KB2=-dbx3\*(dem/2)/(((dbx3\*dem/2)^2+(dby3\*dem/2)^2)^0.5);

KB3=0;

KB7=0;

KB8=0;

KB9=1;

\*pelvis

\*o sistema de referência para para origens e inserções está localizado

\*no centro do acetábulo

\*distâncias x,y,z do centro do acetábulo à espinha iliaca superior direita

dcx1=0.075;

dcy1=0.093;

dcz1=0.045;

\*distâncias x,y,x do centro do acetábulo e o ponto médio entre os tubérculos

\*púbicos

dcx2=0.06;

dcy2=0;

dcz2=-0.06;

\*distância x,y,x do centro do acetábulo e o ponto médio entre as espinhas

\*ilíacas anteriores superiores

dex3=0.075;

dcy3=0.09;

dcz3=-0.081;

J4=(dex3-dcx2)/(((dex3-dcx2)^2+(dcy3-dcy2)^2+(dcz3-dcz2)^2)^0.5;

J5=(dcy3-dcy2)/(((dex3-dcx2)^2+(dcy3-dcy2)^2+(dcz3-dcz2)^2)^0.5;

J6=(dcz3-dcz2)/(((dex3-dcx2)^2+(dcy3-dcy2)^2+(dcz3-dcz2)^2)^0.5;

J10=(dax1-dcx2)/((dax1-dcx2)^2+(dcy1-dcy2)^2+(dcz1-dcz2)^2)^0.5;

J11=(dcy1-dcy2)/((dax1-dcx2)^2+(dcy1-dcy2)^2+(dcz1-dcz2)^2)^0.5;

J12=(dcz1-dcz2)/((dax1-dcx2)^2+(dcy1-dcy2)^2+(dcz1-dcz2)^2)^0.5;

J1=(J5\*J12-J6\*J11)/((J5\*J12-J6\*J11)^2+(J10\*J6-J4\*J12)^2+(J4\*J11-J5\*J10)^2)^0.5;

J2=(J10\*J6-J4\*J12)/((J5\*J12-J6\*J11)^2+(J10\*J6-J4\*J12)^2+(J4\*J11-J5\*J10)^2)^0.5;

J3=(J4\*J11-J5\*J10)/((J5\*J12-J6\*J11)^2+(J10\*J6-J4\*J12)^2+(J4\*J11-J5\*J10)^2)^0.5;

J7=(J2\*J6-J3\*J5)/((J2\*J6-J3\*J5)^2+(J4\*J3-J6\*J1)^2+(J1\*J5-J2\*J4)^2)^0.5;

J8=(J4\*J3-J6\*J1)/((J2\*J6-J3\*J5)^2+(J4\*J3-J6\*J1)^2+(J1\*J5-J2\*J4)^2)^0.5;

J9=(J1\*J5-J2\*J4)/((J2\*J6-J3\*J5)^2+(J4\*J3-J6\*J1)^2+(J1\*J5-J2\*J4)^2)^0.5;

KC1=J1;

KC2=J2;

KC3=J3;

KC4=J4;

KC5=J5;

KC6=J6;

KC7=J7;

KC8=J8;

KC9=J9;

KA=[KA1 KA2 KA3

KA4 KA5 KA6

KA7 KA8 KA9];

KB=[KB1 KB2 KB3

KB4 KB5 KB6

KB7 KB8 KB9];

KC=[KC1 KC2 KC3

KC4 KC5 KC6

KC7 KC8 KC9];

%KA=eye(3);

%KB=eye(3);

%KC=eye(3);

KAi=inv(KA);

KBi=inv(KB);

KCi=inv(KC);

\*matriz de transformação de coordenadas para correção dos dados fornecidos

\*por Hoy, 1990

\*incluir também coordenada dos sistema na perna (0 0.014 0)

TKA=[cos(-5\*pi/180) sin(-5\*pi/180) 0

-sin(-5\*pi/180) cos(-5\*pi/180) 0

0 0 1];

\*Transformação das coordenadas para o sistema de referencia inercial no pé

\*distâncias do maléolo lateral ao epicôndilo lateral (pé-jelho)

pjx=0;

pjy=1A;

\*distâncias do epicôndilo lateral ao centro da cabeça do fêmur (joelho-quadril)

jqx=-0.03;

jqy=1B;

pj=[pjx pjy 0]'; % p' coord. na coxa

pq=[pjx-jqx pjy-jqy 0]'; % p' coord. no quadril (ou tronco)

\*origens

O=zeros(3,10);

O(:,1)=KCi\*[0.0326 0.0323 0.0174]'+pq; %reto femural Tronco

O(:,2)=KCi\*[0.0075 0.1350 -0.0400]'+pq; %ilipsoas T

O(:,3)=KCi\*[-0.0578 0.0754 -0.0471]'+pq; %glúteo máximo T

O(:,4)=KCi\*[-0.0180 0.0891 0.0069]'+pq; %glúteo médio T

O(:,5)=KCi\*[-0.0409 -0.0455 -0.0140]'+pq; %hamstrings T

O(:,6)=KBi\*[0.0106 0.2026 0.0205]'+pj; %vasti Coxa

O(:,7)=KBi\*[-0.0203 0.0071 -0.0073]'+pj; %gastrocnemio C

O(:,8)=TKA\*KAi\*[-0.0292 0.2467+0.014 0.0006]'; %sóleo P

O(:,9)=TKA\*KAi\*[-0.0268 0.2419+0.014 0.0356]'; %outros

flexores plantares Perna

O(:,10)=TKA\*KAi\*[-0.0155 0.2175+0.014 0.0134]';

%dorsiflexores P

\*origens efetivas

OE2=KCi\*[0.0260 0.0293 -0.0042]'+pq; %T

OE9=KCi\*[-0.0094 0.0064+0.014 0.0240]'; %P

OE10=TKA\*KAi\*[0.0259 0.0257+0.014 -0.0093]'; %P

\*inserções

I=zeros(3,10);

I(:,1)=TKA\*KAi\*[0.0000 0.3700+0.014 -0.0006]'; %P

I(:,2)=KBi\*[-0.0180 0.3351 0.0116]'+pj; %C

I(:,3)=KCi\*[-0.0158 0.3519 0.0350]'+pq; %T

```

I(:,4)=KBi*[-0.0196 0.3900 0.0597]'+pj; %c
I(:,5)=TKA*KAi*[-0.0508 0.3321+0.014 0.0073]; %P
I(:,6)=TKA*KAi*[0.0000 0.3700+0.014 -0.0006]; %P
I(:,7)=[-0.0368 -0.0289 0.0028]; %Pe
I(:,8)=[-0.0365 -0.0288 0.0056]; %Pe
I(:,9)=[0.0715 -0.0420 -0.0260]; %Pe
I(:,10)=[0.1850 -0.0510 -0.0330]; %Pe

%inserções efetivas
IE1=TKA*KAi*[0.041 0.4084+0.014 -0.0006]; %P
IE6=TKA*KAi*[-0.0005 0.4056+0.014 0.0005]; %P
IE9=[-0.0099 -0.0210 0.0240]; %Pé

%Cálculo dos braços de momento
O2=O(:,2); %armazena a coordenada não efetiva em O2 etc.
O(:,2)=OE2;
O9=O(:,9);
O(:,9)=OE9;
O10=O(:,10);
O(:,10)=OE10;
I1=I(:,1);
I(:,1)=IE1;
I6=I(:,6);
I(:,6)=IE6;
I9=I(:,9);
I(:,9)=IE9;

Fu=zeros(3,10);
for l=1:10;
    Fu(:,l)=(O(:,l)-I(:,l))/norm(O(:,l)-I(:,l));
end

R=zeros(10,3);
%músculo 1, reto femoral
o=O(:,1)-pq;
i=I(:,1)-pj;
R(1,3)=abs((o(1)*Fu(2,1)-o(2)*Fu(1,1))); %R do musculo 1 no
quadril
R(1,2)=abs((i(1)*Fu(2,1)-i(2)*Fu(1,1))); %R do musculo 1 no
joelho

%musculo 2, ilíaco
o=O(:,2)-pq;
R(2,3)=abs((o(1)*Fu(2,2)-o(2)*Fu(1,2))); %R do musculo 2 no
quadril

%musculo 3, glúteo máximo
o=O(:,3)-pq;
R(3,3)=abs((o(1)*Fu(2,3)-o(2)*Fu(1,3))); %R do musculo 3 no
quadril
%CORREÇÃO, ***ATENÇÃO****
%R(3,3)=0*R(3,3);
R(3,3)=0.002;

%musculo 4, glúteo médio
o=O(:,4)-pq;
R(4,3)=abs((o(1)*Fu(2,4)-o(2)*Fu(1,4))); %R do musculo 4 no
quadril

%musculo 5, hamstrings
o=O(:,5)-pq;
i=I(:,5)-pj;
R(5,3)=abs((o(1)*Fu(2,5)-o(2)*Fu(1,5))); %R do musculo 5 no
quadril
R(5,2)=abs((i(1)*Fu(2,5)-i(2)*Fu(1,5))); %R do musculo 5 no
joelho

%musculo 6, vasti
o=O(:,6)-pj;
R(6,2)=abs((o(1)*Fu(2,6)-o(2)*Fu(1,6))); %R do musculo 6 no
joelho
R(6,2)=0.047;

%musculo 7, gastrocnêmio
o=O(:,7)-pj;
i=I(:,7);
R(7,2)=abs((o(1)*Fu(2,7)-o(2)*Fu(1,7))); %R do musculo 7 no
joelho

```

```

R(7,1)=abs((i(1)*Fu(2,7)-i(2)*Fu(1,7))); %R do musculo 7 no
tornozelo

%musculo 8, sóleo
o=O(:,8);
R(8,1)=abs((o(1)*Fu(2,8)-o(2)*Fu(1,8))); %R do musculo 8 no
tornozelo

%musculo 9, outros flex. plantares
o=O(:,9);
R(9,1)=abs((o(1)*Fu(2,9)-o(2)*Fu(1,9))); %R do musculo 9 no
tornozelo
R(9,1)=0;

%musculo 10, dorsiflexores
o=O(:,10);
R(10,1)=abs((o(1)*Fu(2,10)-o(2)*Fu(1,10))); %R do musculo 10
no tornozelo

global R
R=R';

%insere sinal em cada termo de R indicando se o musculo realiza
torque positivo ou negativo
Rs=[R(1,1) R(1,2) R(1,3) R(1,4) R(1,5) R(1,6) -R(1,7) -R(1,8) 0
R(1,10)
R(2,1) R(2,2) R(2,3) R(2,4) -R(2,5) R(2,6) -R(2,7) R(2,8) 0
R(2,10)
R(3,1) R(3,2) -R(3,3) -R(3,4) -R(3,5) R(3,6) R(3,7) R(3,8) 0
R(3,10)];

%Porcentagem de PCA (Physiological Cross-sectional Area) por
junta, com relação aos musculos considerados
%por Winter
%normaliza os PCAs relativos por grupos extensores e flexores de
cada junta
global PCA
PCA=zeros(10,3);

%J1 tornozelo
%extensores
PCA(10,1)=0.2125/0.2125;
%flexores
PCA(7,1)=0.275/(0.275-0.5125);
PCA(8,1)=0.5125/(0.275-0.5125);

%J2 joelho
%extensores
PCA(1,2)=0.1159/(0.1159-0.5072);
PCA(6,2)=0.5072/(0.1159-0.5072);
%flexores
PCA(5,2)=0.10145/(0.10145-0.2754);
PCA(7,2)=0.2754/(0.10145+0.2754);

%J3 quadril
%extensores
PCA(3,3)=0.32/(0.32+0.24+0.12);
PCA(4,3)=0.24/(0.32+0.24+0.12);
PCA(5,3)=0.12/(0.32+0.24+0.12);
%flexores
PCA(1,3)=0.14/(0.14+0.18);
PCA(2,3)=0.18/(0.14+0.18);

global FSM
FSM=[0 0];

%##### Parâmetros musculares
#####

%t: tendão
%di: tiu (normalizado)
%g: geral
%am: musculo
%ont: musculo e tendão
global Lsttig
global Lmttig

```

```

global kttig
global alfog
global Talc
global Fomg
global Btig
global ksetig

Fomg=[930 1474 1798 1876 2348 5402 2372 4234 3587 1400];
Lomg=[0.082 0.127 0.180 0.081 0.107 0.084 0.048 0.024 0.038
0.101];
alfog=pi/180*[5 7 3.4 9.7 8.7 4.5 14.8 25 12.1 6.9];
Lstg=[0.410 0.085 0.001 0.035 0.385 0.225 0.425 0.270 0.273
0.235];
Lmtg=Lomg+Lstg;
Lsttig=Lstg./Lomg;
%Ltg=Lmtg-Lomg; %estimativa de que o comprimento inicial do
musculo = Lom
%Epsog=(Ltg-Lstg)./Lstg;
kttig=37.5./Lsttig;
kttig=[1 1 1 1 1 1.2 1.2 1.5 1].*kttig; %enrijecimento do tendão
Lmttig=Lmtg./Lomg;
Talc=0.1;
Btig=225*Lomg./(Fomg*Talc);
ksetig=1500*Lomg./(Fomg);

global Tstar
global Res

%Tstar=[0.0142
% 0.027
% 2.5144e-5
% 0.0020
% 0.0141
% 0.0100
% 0.0234
% 0.0224
% 1
% 0.0107];

Tstar=[0.0435
0.0058
4.667e-5
0.0037
0.0303
0.0212
0.0436
0.0562
1
0.0188];

%Fmax=Resistência do circuito RC equivalente

%Res=[813.15
% 1452.9
% 1347.1
% 1431.3
% 2404.3
% 5125.9
% 1819.2
% 2420.5
% 0
% 1107.3];

Res=[911.0
1501.5
1837.8
1895.3
2353.0
5485.0
2151.0
3664.2
0
1430.4];

global Cm
global Cml

Cm=1./Tstar;

```

```

Cml=Res./Tstar;

global Ts
global Tc
global np
%Parâmetros da dinâmica da ativação
Ts=1/50; %1/freq de estimulação
Tc=0.024; %tempo de deativação
np=0; %número do pulso

%##### Integração da equação
diferencial #####

%assume valor de flag=0 para a primeira iteração, assumindo
valores iniciais da aceleração
global band
global acel

%definição das condições iniciais
global R
R=R';
ang0=1*[0.1 -0.1 0.1];
vo=0*[0.1 -0.1 0];
F0=[0 0 0 0 0 0 0 0 0];
%calcula torques iniciais nas juntas para resistir ação da gravidade
Tor0=inv([1 -1 0;0 1 -1;0 0 1])*[-G1*sin(ang0(1))
-G2*sin(ang0(2))
-G3*sin(ang0(3))];
PCA1=zeros(size(PCA));

F0=[0 0 0 0 0 0 0 0 0];

%cria pseudoinversa da matriz A e restricoes
Ra=[0 0 0 0 0 0 -0.0358 -0.0355 0.0469
0.0410 0 0 0 -0.0553 0.0470 -0.0203 0 0
0.0401 0.0276 -0.002 -0.0108 -0.0505 0 0 0 0];
%Aps=[Ra zeros(3,18)
% eye(9,9) 1.5*eye(9,9) zeros(9,9)
% -1.5*eye(9,9) zeros(9,9) eye(9,9)];

Aps=Ra;

Apsinv=pinv(Aps);

global Apsinv
%global Aps
global Ra

t0=0;
tf=10;
global atc
global a
R=Rs; %aplica os sinais +/- em R
Ca

Uci=0.5*[K(1,1:6)*[ang0 vo]'
K(2,1:6)*[ang0 vo]'
K(3,1:6)*[ang0 vo]'];

bps=[Uci(1) Uci(2) Uci(3)]; % 930 1474 1798 1876 2348 5402
2372 4234 1400 0 0 0 0 0 0 0 0];
Fps=Apsinv*bps;
Fps=novaFps(Fps,Uci)

Res=[911.0
1501.5
1837.8
1895.3
2353.0
5485.0
2151.0
3664.2
0
1430.4];

```

```
F0=[Fps(1:8)' 0 Fps(9)];
```

```
E0=[ang0 vo F0];
```

```
%E0=[0.1 -0.1 0.1 0 0 0];
```

```
band=0;
```

```
temp=clock;
```

```
[t,E]=ode45('mmnlct42',t0,tf,E0,0.0001);
```

```
et=(etime(clock,temp)/60);
```

```
R=R';
```

```
save r2312 t Ts E et Q Pc K
```

```
%anima
```

## FUNCTION MMNLCT42.m

```
function Ep=mmnlct42(t,E);
```

```
global A1
```

```
global A2
```

```
global A3
```

```
global A4
```

```
global A5
```

```
global A6
```

```
global B1
```

```
global B2
```

```
global B3
```

```
global G1
```

```
global G2
```

```
global G3
```

```
global K
```

```
global K1
```

```
global K2
```

```
global K3
```

```
global K4
```

```
global K5
```

```
global K6
```

```
global K7
```

```
global K8
```

```
global k
```

```
global cdamp
```

```
global thlim
```

```
global aq
```

```
global PCA
```

```
global PCAi
```

```
global R
```

```
global FSM
```

```
global Lstti
```

```
global Lmtti
```

```
global ktti
```

```
global Fomg
```

```
global alfo
```

```
global alfog
```

```
global a
```

```
global Talc;
```

```
global band
```

```
global Res
```

```
global PCA
```

```
global Cm
```

```
global Cml
```

```
global TM
```

```
global atc
```

```
global Ts
```

```
global Tc
```

```
global np
```

```
global Apsinv
```

```
global Ra
```

```
global tant
```

```
global Eant
```

```
global Ep
```

```
global at
```

```
global Fps
```

```
%MTpp + Cor Thp^2 + Grav = Tor
```

```
%Tpp= M^-1 (Tor - Grav - Cor )
```

```
if band==0,
```

```
Ep=zeros(16,1);
```

```
Eant=E;
```

```
end
```

```
%band=1;
```

```
PCAl=zeros(size(PCA));
```

```
%Distribui ativação de torque para ativações musculares
```

```
R=R';
```

```
R=R';
```

```
Tor=[1 -1 0;0 1 -1;0 0 1]*R*[E(7) E(8) E(9) E(10) E(11) E(12)  
E(13) E(14) E(15) E(16)];
```

```
%bps=[U(1) U(2) U(3) 930 1474 1798 1876 2348 5402 2372  
4234 1400 0 0 0 0 0 0 0 0];
```

```
%Fps=Apsinv*bps;
```

```
%for i=1:9,
```

```
% if Fps(i) < 0, Fps(i)=0; end;
```

```
%end;
```

```
%a=Fps(1:9)/[930 1474 1798 1876 2348 5402 2372 4234 1400];
```

```
%a(1)=(Ep(7)-Cm(1)*Fps(1))/Cml(1);
```

```
%a(2)=(Ep(8)-Cm(2)*Fps(2))/Cml(2);
```

```
%a(3)=(Ep(9)-Cm(3)*Fps(3))/Cml(3);
```

```
%a(4)=(Ep(10)-Cm(4)*Fps(4))/Cml(4);
```

```
%a(5)=(Ep(11)-Cm(5)*Fps(5))/Cml(5);
```

```
%a(6)=(Ep(12)-Cm(6)*Fps(6))/Cml(6);
```

```
%a(7)=(Ep(13)-Cm(7)*Fps(7))/Cml(7);
```

```
%a(8)=(Ep(14)-Cm(8)*Fps(8))/Cml(8);
```

```
%a(9)=(Ep(16)-Cm(10)*Fps(9))/Cml(10);
```

```
%a
```

```
if t==0,
```

```
Ep=zeros(16,1);
```

```
U=0.5*[K(1,1:6)*E(1:6)
```

```
K(2,1:6)*E(1:6)
```

```
K(3,1:6)*E(1:6)];
```

```
bps=[U(1) U(2) U(3)]; % 930 1474 1798 1876 2348 5402 2372  
4234 1400 0 0 0 0 0 0 0 0];
```

```
Fps=Apsinv*bps;
```

```
Fps=novaFps(Fps,U)
```

```
%at(1)=calca(1,Ep(7),Fps(1));
```

```
%at(2)=calca(2,Ep(8),Fps(2));
```

```
%at(3)=calca(3,Ep(9),Fps(3));
```

```
%at(4)=calca(4,Ep(10),Fps(4));
```

```
%at(5)=calca(5,Ep(11),Fps(5));
```

```
%at(6)=calca(6,Ep(12),Fps(6));
```

```
%at(7)=calca(7,Ep(13),Fps(7));
```

```
%at(8)=calca(8,Ep(14),Fps(8));
```

```
%at(9)=0;
```

```
%at(10)=calca(10,Ep(16),Fps(9));
```

```
%at(1)=-Ep(7)+Cm(1)*Fps(1)/Cml(1);
```

```
%at(2)=-Ep(8)+Cm(2)*Fps(2)/Cml(2);
```

```
%at(3)=-Ep(9)+Cm(3)*Fps(3)/Cml(3);
```

```
%at(4)=-Ep(10)+Cm(4)*Fps(4)/Cml(4);
```

```
%at(5)=-Ep(11)+Cm(5)*Fps(5)/Cml(5);
```

```
%at(6)=-Ep(12)+Cm(6)*Fps(6)/Cml(6);
```

```
%at(7)=-Ep(13)+Cm(7)*Fps(7)/Cml(7);
```

```
%at(8)=-Ep(14)+Cm(8)*Fps(8)/Cml(8);
```

```
%at(9)=0;
```

```
%at(10)=-Ep(16)+Cm(10)*Fps(9)/Cml(10);
```

```
% at=Fps(1:9)/([cos(alfog(1:8)) cos(alfog(9))]);*[930 1474 1798  
1876 2348 5402 %2372 4234 1400]);
```

```
at=Fps(1:9)/[Res(1:8) Res(10)];
```

```

at=[at(1:8) 0 at(9)];

for j=1:10,
    if at(i) > 1, at(i)=1., end;
    if at(i) < 0, at(i)=0., end;
end
np=0;
end
band=1;

%np
if t>=np*Ts & t<(np+1)*Ts
    a=at.*exp((np*Ts-t)/Tc);

elseif t>=(np+1)*Ts,
    if tant < L,np=np+1, end;
    U=0.5*[K(1,1:6)*E(1:6)
           K(2,1:6)*E(1:6)
           K(3,1:6)*E(1:6)];
    bps=[U(1) U(2) U(3)]; % 930 1474 1798 1876 2348 5402 2372
    4234 1400 0 0 0 0 0 0 0 0];
    Fps=Apsinv*bps;
    Fps=novaFps(Fps,U)
    %at(1)=calca(1,Ep(7),Fps(1));
    %at(2)=calca(2,Ep(8),Fps(2));
    %at(3)=calca(3,Ep(9),Fps(3));
    %at(4)=calca(4,Ep(10),Fps(4));
    %at(5)=calca(5,Ep(11),Fps(5));
    %at(6)=calca(6,Ep(12),Fps(6));
    %at(7)=calca(7,Ep(13),Fps(7));
    %at(8)=calca(8,Ep(14),Fps(8));
    %at(9)=0;
    %at(10)=calca(10,Ep(16),Fps(9));
    at(1)=-Ep(7)+Cm(1)*Fps(1)/Cml(1);
    at(2)=-Ep(8)+Cm(2)*Fps(2)/Cml(2);
    at(3)=-Ep(9)+Cm(3)*Fps(3)/Cml(3);
    at(4)=-Ep(10)+Cm(4)*Fps(4)/Cml(4);
    at(5)=-Ep(11)+Cm(5)*Fps(5)/Cml(5);
    at(6)=-Ep(12)+Cm(6)*Fps(6)/Cml(6);
    at(7)=-Ep(13)+Cm(7)*Fps(7)/Cml(7);
    at(8)=-Ep(14)+Cm(8)*Fps(8)/Cml(8);
    at(9)=0;
    at(10)=-Ep(16)+Cm(10)*Fps(9)/Cml(10);
    %at=Fps(1:9)./( [cos(alfog(1:8)) cos(alfog(9))] .* [930 1474 1798
    1876 2348 %5402 2372 4234 1400]);
    %at=Fps(1:9)./[Res(1:8) Res(10)];
    %at=[at(1:8) 0 at(9)];

disp(t)
disp(E(1:6))
disp(Fps(1:9))
disp(E(7:16))
disp(at)

for i=1:10,
    if at(i) > 1, at(i)=1., end;
    if at(i) < 0, at(i)=0., end;
end
a(1)=at(1)*exp((np*Ts-t)/Tc);
a(2)=at(2)*exp((np*Ts-t)/Tc);
a(3)=at(3)*exp((np*Ts-t)/Tc);
a(4)=at(4)*exp((np*Ts-t)/Tc);
a(5)=at(5)*exp((np*Ts-t)/Tc);
a(6)=at(6)*exp((np*Ts-t)/Tc);
a(7)=at(7)*exp((np*Ts-t)/Tc);
a(8)=at(8)*exp((np*Ts-t)/Tc);
a(9)=at(9)*exp((np*Ts-t)/Tc);
a(10)=at(10)*exp((np*Ts-t)/Tc);

end

for i=1:10,
    if a(i) > 1, a(i)=1., end;
    if a(i) < 0, a(i)=0., end;
end

band=1;

```

```

Grav=[-G1*sin(E(1))
      -G2*sin(E(2))
      -G3*sin(E(3))];

Coriol=[B1*E(5)^2*sin(E(1)-E(2))+B2*E(6)^2*sin(E(1)-E(3))
        -B1*E(4)^2*sin(E(1)-E(2))+B3*E(6)^2*sin(E(2)-E(3))
        -B2*E(4)^2*sin(E(1)-E(3))-B3*E(5)^2*sin(E(2)-E(3))];

angh=(E(3)-E(2))*180/pi; %angulo relativo do quadril
%quadril
%flexão
%if (E(6)-E(5)) > 0
% Rig3=[1 -1 0; 0 1 -1; 0 0 1]*(-2)*[0
% 0
% aq(1)*(exp(k(1)*(angh-thlim(1)))-
% 1)+aq(2)*(exp(k(2)*(angh-thlim(2)))-1)];
%end
%extensão
%if (E(6)-E(5)) <= 0
% Rig3=[1 -1 0; 0 1 -1; 0 0 1]*(2)*[0
% 0
% aq(3)*(exp(k(3)*(angh-thlim(3)))-
% 1)+aq(4)*(exp(k(4)*(angh-thlim(4)))-1)];
%end

%joelho
%flexão
%if (E(4)-E(5)) > 0
% Rig2=[1 -1 0; 0 1 -1; 0 0 1]*(2)*[0
% 0
% 0];
%end

%extensão
%if (E(4)-E(5)) <= 0
% Rig2=[1 -1 0; 0 1 -1; 0 0 1]*(-2)*[0
% 40+40*tanh(-90*((E(1)-E(2))+0.05))
% 0];
%end

%Rig2=[Rig2
% 0
% 0
% 0];

%Damp=[1 -1 0; 0 1 -1; 0 0 1]*(-2)*[cdamp(1)*E(4)
% cdamp(2)*(E(5)-E(4))
% cdamp(3)*(E(6)-E(5))];

%Damp=[-1 -1 0; 0 1 -1; 0 0 1]*(-2)*[0
% 0
% 0];

%M xpp+C Xp^2+G=Tor

B=2*Tor - Grav - Coriol; % + 0*Rig2 + 0*Damp + 0*Rig3;

Mi=[-(A4*A6-A5^2*cos(E(2)-E(3))^2)/(-
A1*A4*A6+A1*A5^2*cos(E(2)-E(3))^2+A2^2*cos(E(1)-
E(2))^2*A6-2*A2*cos(E(1)-E(2))*A3*cos(E(1)-
E(3))*A5*cos(E(2)-E(3))+A3^2*cos(E(1)-
E(3))^2*A4),(A2*cos(E(1)-E(2))*A6-A3*cos(E(1)-
E(3))*A5*cos(E(2)-E(3)))/(-A1*A4*A6+A1*A5^2*cos(E(2)-
E(3))^2+A2^2*cos(E(1)-E(2))^2*A6-2*A2*cos(E(1)-
E(2))*A3*cos(E(1)-E(3))*A5*cos(E(2)-E(3))+A3^2*cos(E(1)-
E(3))^2*A4),(-A2*cos(E(1)-E(2))*A5*cos(E(2)-E(3))-
A3*cos(E(1)-E(3))*A4)/(-A1*A4*A6+A1*A5^2*cos(E(2)-
E(3))^2+A2^2*cos(E(1)-E(2))^2*A6-2*A2*cos(E(1)-
E(2))*A3*cos(E(1)-E(3))*A5*cos(E(2)-E(3))+A3^2*cos(E(1)-
E(3))^2*A4)
(A2*cos(E(1)-E(2))*A6-A3*cos(E(1)-E(3))*A5*cos(E(2)-
E(3)))/(-A1*A4*A6+A1*A5^2*cos(E(2)-E(3))^2+A2^2*cos(E(1)-
E(2))^2*A6-2*A2*cos(E(1)-E(2))*A3*cos(E(1)-
E(3))*A5*cos(E(2)-E(3))+A3^2*cos(E(1)-E(3))^2*A4),(-A1*A6-
A3^2*cos(E(1)-E(3))^2)/(-A1*A4*A6+A1*A5^2*cos(E(2)-

```

```
axis([-1 1 0 2])  
M(:,j) = getframe;  
end  
  
movie(M,1,n/ta(n))
```