

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
MECÂNICA**

Investigação Sobre a Variabilidade da Resposta Dinâmica de Painéis Reforçados

Autor: Elson Lima de Albuquerque
Orientador: Prof. Dr. José Roberto de França Arruda

08/2005

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL**

Investigação Sobre a Variabilidade da Resposta Dinâmica de Painéis Reforçados

Autor: Elson Lima de Albuquerque

Orientador: Prof. Dr. José Roberto de França Arruda

Curso: Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Dissertação de mestrado acadêmico apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2005
S.P.– Brasil

UNIDADE	BC
Nº CHAMADA	
T/UNICAMP	
AL15i	
V	EX
TOMBO BC/	70208
PROC.	16-P.00123.06
C ☐	D ☒
PREÇO	11,00
DATA	05/10/06
Nº CPD	

Bib. id. 388214

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

AL15i Albuquerque, Elson Lima de
Investigação sobre a variabilidade da resposta
dinâmica de painéis reforçados / Elson Lima de
Albuquerque. --Campinas, SP: [s.n.], 2005.

Orientador: José Roberto de França Arruda.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Método dos elementos finitos. 2. Análise modal.
3. Método de Monte Carlo. I. Arruda, José Roberto de
França. II. Universidade Estadual de Campinas.
Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Investigation on the dynamic response variability of reinforced panels
Palavras-chave em Inglês: Finite element method, Modal analysis, Monte Carlo
method

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: José Maria Campos dos Santos e Domingos Alves Rade

Data da defesa: 29/08/2005

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

Investigação Sobre a Variabilidade da Resposta Dinâmica de Painéis Reforçados

Autor: Elson Lima de Albuquerque

Orientador: Prof. Dr. José Roberto de França Arruda

**Prof. Dr. José Roberto de França Arruda, Presidente
DMC/FEM/UNICAMP**

**Prof. Dr. José Maria Campos dos Santos
DMC/FEM/UNICAMP**

**Prof. Dr. Domingos Alves Rade
FEMEC/Universidade Federal de Uberlândia**

Campinas, agosto de 2005

Dedicatória

Dedico a minha mãe Tereza e ao meu pai que não mais se encontra aqui entre nós.

Agradecimentos

Primeiramente eu agradeço ao meu irmão Éder pela grande ajuda que ele me deu em toda a fase deste trabalho. Gostaria de agradecer também ao Professor Arruda por toda sua experiência e conhecimento que ele me passou. Agradeço a todos os alunos e professores do Departamento de Mecânica Computacional, em especial ao Lázaro, Prof. Renato Pavanello e ao Ilson, que me ajudaram com as dúvidas no decorrer do trabalho. Agradeço a Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (Fapesp) pelo apoio financeiro.

Resumo

Albuquerque, Elson, Lima Investigação sobre a variabilidade da resposta dinâmica de painéis reforçados, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2005, 72p., Dissertação de Mestrado.

Neste trabalho de mestrado são investigadas as limitações do método dos elementos finitos na análise dinâmica de painéis reforçados. O painel foi modelado usando diferentes tipos de malha, mostrando que, dependendo do tamanho do elemento (ou número de graus de liberdade) usado na modelagem, o modelo não representa de uma maneira adequada a estrutura real. Para validar o modelo experimentalmente, foi construído um painel reforçado de alumínio e, através de métodos experimentais, foi feita uma análise modal. Os limites da modelagem pelo método dos elementos finitos, no que diz respeito às médias frequências foram testados e comparados com resultados experimentais. Com a finalidade de reduzir o custo computacional, foi realizada uma comparação entre o método de elementos finitos e o método de elementos espectrais. Devido às incertezas de alguns parâmetros de entrada dos modelos, foram consideradas variações estatísticas em alguns parâmetros usando o Método de Monte Carlo e o Método da Superfície de Resposta. Os resultados mostraram que a partir de uma certa frequência o método dos elementos finitos torna-se inviável devido ao alto custo computacional e que em altas frequências o modelo dinâmico é sensível a pequenas variações nos parâmetros de entrada.

Palavras Chaves

Método dos elementos finitos, painéis reforçados, análise dinâmica, incertezas de parâmetros.

Abstract

Albuquerque, Elson Lima, *Investigation on the dynamic response variability of reinforced panels*, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2005, 72p., Master Thesis.

In this master's thesis work, finite element method limitations are investigated in the dynamic analysis of reinforced panels. The panel was modelled using different meshes in order to show that, depending on the element length (or the number of degree of freedom) used in the model, the model does not properly stand for the real structure. In order to assess experimentally the model, an aluminum reinforced panel was built and, through experimental methods, a modal analysis was carried out. The finite element modelling limits were tested and compared to experimental results regarding mid-frequencies. A comparison between finite element and spectral element methods was carried out for computational cost reduction purposes. Due to uncertainties of some model input parameters, a statistical variation was performed using Monte Carlo and Surface Response methods. Results have shown that, at high frequencies the finite element method is not appropriate for dynamic analysis due to high computational costs in high frequency and it is highly sensitive to small variations of the input parameters.

Keywords

Finite Element Method, reinforced panel, dynamic analysis, parametric uncertainties

Sumário

1 Introdução	1
1.1 Introdução e Motivação	1
1.2 Organização da Tese	6
 2 Modelagem do Painel Reforçado	 8
2.1 Método dos Elementos Finitos (MEF)	8
2.1.1 Modelagem do Painel Reforçado Usando MEF	10
2.1.2 Modelagem do Painel Reforçado Usando Elemento Sólido 3D	12
2.1.3 Modelagem de Painel Reforçado Usando Elementos de Placa e Viga	16
2.1.4 Comparação Entre a Modelagem Usando Elemento Sólido e a Modelagem Usando Elemento de Placa e Viga	20
2.2 Método dos Elementos Espectrais (SEM)	22
2.2.1 Elemento de Placa Simplesmente Apoiada	23
2.2.2 Introduzindo Reforçadores no Elemento de Placa	26
2.3 Modelagem de Painel Reforçado Usando SEM	28
 3 Incertezas na Resposta Dinâmica	 30
3.1 Método de Monte Carlo	32
3.1.1 Análise do Painel Reforçado Usando Monte Carlo.....	33
3.2 Método de Superfície de Resposta	35
3.2.1 Análise do Painel Reforçado Usando Superfície de Resposta	36

4 Verificação Experimental	40
4.1 Análise Modal Experimental	40
4.2 Comparação da Análise Experimental com o MEF	43
4.3 Análise do Painel Reforçado Usando Monte Carlo	51
 5 Conclusão	 53
 Referências Bibliográficas	 55
 Anexo	 60

Lista de Figuras

1.1	Painel reforçado construído para análise.....	6
2.1	Dimensões do painel reforçado (medidas em milímetros).....	10
2.2	FRF do painel sem os reforçadores (alta densidade modal).....	11
2.3	FRF da viga reforçadora (poucos modos).....	11
2.4	Elemento “SOLID95.....	12
2.5	Comparação da mobilidade entre os modelos numéricos tridimensionais usando elementos de 15 mm (10800 nós) e 30 mm (3470 nós).....	14
2.6	Comparação da mobilidade entre os modelos numéricos tridimensionais usando elementos de 15 mm (10800 nós) e 8 mm (35400 nós).....	14
2.7	Comparação da mobilidade entre os modelos numéricos tridimensionais usando elementos de 8 mm (35400 nós) e 5 mm (93000 nós).....	15
2.8	Variação da frequência natural do 51º modo com o aumento do número de nós...	16
2.9	(a) Elemento “BEAM44”, (b) Elemento “SHELL63.....	17
2.10	Comparação da mobilidade entre os modelos numéricos de placas e vigas usando elementos de 32 mm (360 nós) e 16 mm (1220 nós).....	18
2.11	Comparação da mobilidade entre os modelos numéricos de placas e vigas usando elementos de 16 mm (1220 nós) e 8 mm (4740 nós).....	19
2.12	Comparação da mobilidade entre os modelos numéricos de placas e vigas usando elementos de 8 mm (4740 nós) e 4 mm (18180 nós).....	19
2.13	Variação da frequência natural do 51º modo com o aumento do número de nós...	20
2.14	Comparação da mobilidade entre o modelo 3D (35400 nós) e o modelo com elementos de placas e vigas (4740 nós).....	21
2.15	Comparação do tempo computacional entre os modelos com elementos tridimensionais e elementos de placas e vigas.....	22

2.16	Equilíbrio para uma placa com um lado conectado rigidamente a uma viga.....	26
2.17	Dimensões do painel reforçado (medidas em milímetros).....	28
2.18	Comparação entre as Mobilidades calculadas via MEF e SEM do painel reforçado analisado.....	29
3.1	Distribuição de Probabilidade dos Parâmetros. (a) Densidade (Kg/m^3); (b) espessura do painel (m); (c) módulo de elasticidade (N/m^2).....	34
3.2	Curvas da Mobilidade do Painel (dB) . — 200 FRFs com variações nos parâmetros de entrada do modelo; — FRF com valor nominal dos parâmetros.....	34
3.3	Curvas da Mobilidade do Painel. Faixa de variação estatística (área cinza) e — valor médio.....	35
3.4	400 pontos dos resultados da mobilidade em um espaço espessura x módulo de elasticidade, gerados com o modelo de elementos espectrais.....	37
3.5	Interpolação da superfície para gerar 4000 pontos.....	38
3.6	Comparações entre a análise de Monte Carlo com modelo completo e com Superfície de Resposta.....	39
4.1	Painel reforçado construído para análise.....	41
4.2	Montagem experimental para obtenção dos resultados experimentais.....	41
4.3	Diagrama do sistema de medições.....	42
4.4	Foto do painel com os pontos medidos.....	43
4.5	Variação do erro, entre frequências naturais numéricas e experimentais, com o aumento do número de nós (elemento sólido).....	44
4.6	Variação do erro, entre frequências naturais numéricas e experimentais, com o aumento do número de nós (elemento de placa e viga).....	44
4.7	Comparação entre os 51 ^{os} modos. (a) Experimental; (b) Numérico usando elementos sólidos; (c) Numérico usando elementos de placa e viga.....	45
4.8	Comparação entre o modelo numérico (elementos 3D) com o experimental.....	46
4.9	Comparação do modelo numérico (placa e viga) com o experimental.....	47
4.10	Comparação direta entre frequências experimentais e numéricas (sólido).....	48
4.11	Comparação direta entre as frequências experimentais e numéricas (placa/viga)..	48
4.12	Erro entre as frequências numéricas (usando elementos sólidos) e as frequências experimentais.....	50

4.13	Erro entre as frequências numéricas (usando elementos de placa e viga) e as frequências experimentais.....	51
4.14	Comparação entre o resultado experimental e a faixa de variação estatística da resposta revista pelo modelo numérico; — FRF experimental.....	52

Lista de Tabelas

3.1	Propriedades Físicas e Geométricas da Estrutura	33
4.1	Equipamentos utilizados na análise experimental	41
4.2	Comparação entre a análise experimental e numérica	49

Capítulo 1

Introdução

1.1. Introdução e Motivação

Atualmente, em muitos projetos de engenharia, tem-se a exigência de estruturas leves e resistentes. Estas exigências são comuns em áreas como a automobilística, a naval e, principalmente, a aeroespacial. Isto explica, em grande parte, o crescente desenvolvimento de novos materiais, tais como materiais compósitos, que possuem alta rigidez e resistência mecânica, combinada com um baixo peso. Porém, o uso de materiais compósitos em meios agressivos ainda é bastante limitado pois estes, em sua maioria, possuem matrizes poliméricas bastante suscetíveis a degradação em altas temperaturas e ao contato com o ambiente, conforme explicado por Agarwal e Broutman (1990). Uma alternativa que tem sido bastante empregada é o uso de painéis reforçados. Tais painéis consistem de uma chapa fina, que pode ser plana, cilíndrica ou ter uma forma de uma superfície espacial qualquer, na qual são fixadas vigas que atuam como reforçadores, dando rigidez e resistência ao painel, sem aumentar muito o peso da estrutura (Salgado, 1998). Por exemplo, no caso de uma aeronave, a fuselagem é constituída basicamente por uma casca quase cilíndrica, fina, reforçada com vigas de alumínio.

A modelagem do comportamento dinâmico de painéis reforçados apresenta algumas dificuldades devido ao acoplamento de uma estrutura bastante flexível com outra relativamente rígida. No que diz respeito aos modos de vibrar e suas frequências naturais, em uma dada faixa de frequência, enquanto os reforçadores encontram-se em uma

densidade modal relativamente baixa, os painéis, por serem mais flexíveis, apresentam uma alta densidade modal.

A modelagem numérica destes painéis através de métodos determinísticos, tais como o Método dos Elementos Finitos (MEF) (Zienkiewicz, 1977) e o Método dos Elementos de Contorno (MEC) (Brebbia, 1989 e Dominguez, 1993), exige uma refinada discretização da estrutura, uma vez que os comprimentos dos elementos devem ser proporcionais ao tamanho do comprimento de onda (Doyle, 1997). Isto significa que o aumento da frequência exige um aumento do número de graus de liberdade, o que demanda um esforço computacional significativo que, dependendo da faixa de frequência e da complexibilidade da estrutura, pode tornar inviável a utilização de tais métodos.

O trabalho de Olson e Hazell, realizado em 1977, mostrou uma comparação teórica e experimental da análise de vibrações de placas reforçadas. Foi usado o MEF para análise teórica e a verificação experimental foi realizada usando holografia a laser, com a placa excitada por um campo acústico. Foram analisadas duas placas com apenas um reforçador no centro e duas placas com dois reforçadores simetricamente espaçados, e seus vinte primeiros modos de vibração foram analisados e medidos para cada placa. Os autores enfrentaram a mesma limitação comumente encontradas pelos usuários dos MEF, ou seja, o tempo computacional demasiadamente longo para os cálculos e a limitação de resultados precisos a baixas frequências.

Em 1997, Hambric et al., analisaram as influências dos reforçadores nos modos de vibração de painéis reforçados através do MEF. Os resultados numéricos foram comparados com resultados experimentais presentes no trabalho de Erickson e Burroughs, de 1997. Para a análise por elementos finitos, os autores usaram modelo de elementos sólidos, com os quais obtiveram melhores resultados, e também modelos de placas e vigas, com resultados menos precisos. Os modos foram extraídos para frequências de até 1000 Hz, sendo classificados em modos globais, em todo o painel, e modos locais, dentro de cada subdivisão da placa. Obtiveram-se resultados satisfatórios na comparação entre os modos numéricos e experimentais.

Quando a análise dinâmica é realizada em uma ampla faixa de frequência, busca-se outros métodos que necessitam menor custo computacional que o MEF ou MEC. Uma alternativa é o método dos elementos espectrais (Doyle, 1997), que não apresenta a necessidade de refinamento da malha em altas frequências. Porém sua utilização ainda é limitada a estruturas muito simples e com divisão em elementos em apenas uma dimensão, não permitindo a análise de placas de geometria genérica.

Apesar do MEF e do MEC terem seu uso limitado a faixa de baixas e, eventualmente, médias frequências, em muitas situações práticas tem-se estruturas excitadas em médias ou altas frequências. Estas excitações podem ter diferentes formas, tais como mecânica, acústica e outras. Estruturas espaciais, por exemplo, sofrem estes tipos de excitações que podem levar a problemas de fadiga, ruídos e níveis excessivo de vibrações. A predição da resposta dinâmica em altas frequências não é uma tarefa fácil e necessita de metodologias específicas para obter bons resultados.

Uma das metodologias bastante adequada para as regiões de alta frequência, ou seja, regiões de alta densidade modal e acoplamento fraco, são os métodos estatísticos, tal como a análise estatística de energia, que trata o fenômeno através de energia ou de fluxo de energia. Entretanto, o acoplamento com métodos determinísticos é difícil pois, nestes, as estruturas são geralmente modeladas em baixas frequências, através de variáveis como deslocamento, velocidade, aceleração e força ou por uma combinação destas variáveis. Desta maneira, conforme apontado na literatura (ver, por exemplo, Arruda e Huallpa (2000)), na região de transição entre altas e baixas frequências, nenhum destes métodos é considerado adequado. Alguns trabalhos publicados recentemente na literatura têm proposto novos métodos numéricos para esta faixa de frequência. Tais métodos vêm sendo apresentados como métodos híbridos, isto é, que tratam fenômenos globais e locais separadamente para a obtenção de um modelo único (Langley, 1999).

Ahmida (2001) estudou os problemas de vibrações em médias e altas frequências. O seu trabalho concentrou-se em revisar, investigar, implementar e comparar algumas das

metodologias mais utilizadas para a modelagem de vibrações estruturais nestas faixas de frequência. Entre os métodos analisados estão o Método dos Elementos Finitos, Métodos dos Elementos Espectrais, Método de Análise Estatística de Energia e a Técnica da Intensidade Estrutural.

Outro grande desafio, quando se trata de uma ampla faixa de frequência, são as incertezas de parâmetros de entrada dos modelos. Os sistemas estruturais com parâmetros incertos são caracterizados pelo fato de que algumas de suas propriedades físicas e/ou geométricas devem ser definidas em um campo probabilístico. O estudo destes sistemas ficou muito comum nos últimos anos devido a alguns pontos negativos relacionados a caracterização determinística de alguns problemas estruturais, tal como a falta de consideração de variações que ocorrem nos parâmetros de entrada. Uma estrutura, por exemplo, após ser fabricada, apresenta imperfeições que podem ser traduzidas por pequenas variações nos valores nominais da geometria e propriedades do material. Estas variações dos valores de alguns parâmetros físicos e geométricos, que são utilizados na elaboração de um modelo numérico, produzem efeitos na resposta dinâmica. Estes efeitos são ainda maiores em frequências mais altas, pois o comportamento dinâmico em altas frequências é mais sensível a estas pequenas variações da geometria e propriedades do material (Mace, 2001). A análise destes efeitos exige a utilização de métodos estocásticos adequados para problemas estruturais

A simulação de Monte Carlo é o métodos de análise estocástica mais usado para problemas estruturais. Porém a medida que o número de graus de liberdade da estrutura e os números de parâmetros incertos aumentam, a análise com o método de Monte Carlo começa a se tornar caro do ponto de vista computacional e, em alguns casos, o custo computacional, se torna inaceitável (Falsone e Impollonia, 2002). Por esta razão, outros métodos estão sendo propostos na literatura para reduzir este alto custo computacional. Dentre estes, pode-se citar o Método de Superfície de Resposta (RSM) que é um método bastante aplicado em projetos que envolvem incertezas paramétricas (Papila, 2001). O método consiste em aproximar resultados numéricos ou experimentais por uma superfície (polinômio de n-ésima ordem ou interpolação) chamada de superfície de resposta.

Analisando os aspectos citados nos parágrafos anteriores, pode-se ter uma idéia das dificuldades da modelagem numérica do comportamento dinâmico dos painéis reforçados em uma ampla faixa de frequência. Ao mesmo tempo, por esta estrutura encontrar-se presente em importantes áreas da engenharia, é necessário que se proponham metodologias eficientes para sua modelagem e análise numéricas e experimentais.

Este trabalho tem como objetivo avaliar o uso de métodos numéricos determinísticos, particularmente do MEF, no estudo do comportamento dinâmico de painéis reforçados planos em uma ampla faixa de frequências. O MEF é um método numérico amplamente usado na modelagem de problemas práticos por muitas empresas. As empresas têm gasto excessivamente grandes na confecção de modelos de elementos finitos para análise dinâmica em altas frequências, mas, mesmo assim, podem obter resultados pouco representativos do comportamento real. Desta forma, faz-se necessária uma investigação detalhada do uso do MEF no comportamento dinâmico de estruturas, que apresentam a dificuldade de se ter uma estrutura bastante flexível acoplada com outra relativamente rígida.

A Figura 1.1 mostra um painel reforçado que foi construído a partir de uma placa de alumínio. Neste trabalho são analisadas a modelagem e a discretização do painel reforçado e sua influência na precisão dos resultados, comparando-se os resultados obtidos numericamente com os obtidos experimentalmente, bem como o tempo computacional necessário para se obter os resultados. Também são investigados os limites, no que diz respeito à faixa de frequência, nos quais o MEF pode ser aplicado satisfatoriamente. Com isso, serão apresentadas propostas de análise numérica destes problemas, permitindo aos projetistas deste tipo de estrutura um menor tempo de construção de modelos numéricos e a obtenção de resultados representativos para o comportamento dinâmico de tais estruturas.

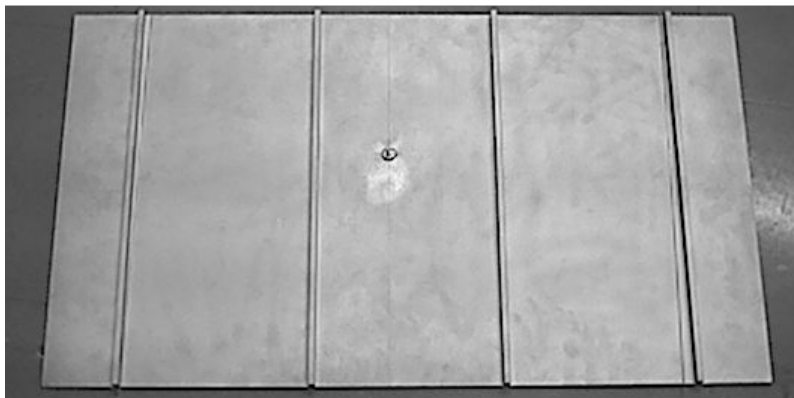


Figura 1.1 – Painel reforçado construído para análise

Foram investigadas também neste trabalho outras técnicas para obter bons resultados em frequências mais elevadas, necessitando de um menor custo computacional. Foi feita uma comparação da resposta dinâmica do painel reforçado por elementos finitos com uma análise por elemento espectral baseado no modelo visto em Donadon et al. (2004).

Através da técnica de Monte Carlo foram analisados os efeitos das incertezas geométricas e de propriedades do material na resposta dinâmica obtida numericamente em frequências mais elevadas. Com o objetivo de reduzir o alto custo computacional, envolvido nas simulações por Monte Carlo, foi feita uma comparação com o RSM.

1.2. Organização da Tese

No segundo capítulo foi feita uma análise do painel reforçado por MEF, usando o programa comercial ANSYS®, com diferentes tipos de malhas, a fim de avaliar a melhor discretização para representar a estrutura real em uma faixa de frequências de 0 a 2000 Hz. Para a construção do modelo, primeiramente foram usados elementos sólidos tridimensionais (octaedro de 20 nós) e, depois, com o objetivo de reduzir o esforço computacional, o painel foi modelado com elementos de placa e viga acoplados. Foi feita também uma comparação da resposta dinâmica do painel reforçado por elementos finitos com uma análise por elemento espectral baseado no modelo visto em Donadon et. al.

(2004), Este estudo teve como objetivo comparar o tempo computacional e a precisão dos resultados.

O capítulo 3 traz uma investigação da sensibilidade à variações paramétricas em altas frequências. Primeiramente, através da técnica de Monte Carlo, foram analisados os efeitos das incertezas geométricas e de propriedades do material na resposta dinâmica do modelo de elementos finitos do painel reforçado. Para reduzir o custo computacional na análise de incertezas, foi feita a mesma análise anterior usando o RSM, aplicando no modelo de elemento espectral. Os dois métodos foram comparados através da curva máxima e mínima, usando um intervalo de mais ou menos dois desvios padrões.

No quarto capítulo foi feita uma análise modal experimental do painel reforçado, na qual os modelos de elementos finitos foram validados com uma comparação com resultados experimentais. Foi feita também uma comparação da resposta experimental do painel com o modelo de elementos finitos, levando em consideração uma variação estatística devida às incertezas paramétricas.

O capítulo 6 apresenta as conclusões extraídas de todo o trabalho realizado.

Capítulo 2

Modelagem do Painel Reforçado

2.1. Método dos Elementos Finitos (MEF)

O MEF é uma técnica de análise numérica destinada à obtenção de soluções aproximadas de problemas regidos por equações diferenciais. Embora o método tenha sido originalmente desenvolvido para a análise de tensões em sistemas estruturais, ele é atualmente aplicado a uma grande variedade de problemas de engenharia. Devido às suas notáveis características de eficiência e flexibilidade, o MEF tem hoje uma grande difusão tanto no meio acadêmico como no industrial, estando disponível em grande número de softwares comerciais existentes no mercado (Rade, 2000).

A principal motivação para o uso do MEF reside no fato que, devido à complexidade dos problemas reais de engenharia (tais como aqueles envolvendo comportamento não linear, geometrias complexas, associação de vários materiais, etc.) soluções analíticas tornam-se inviáveis ou mesmo impossíveis. Assim, deve-se recorrer a técnicas capazes de fornecer soluções numéricas aproximadas. A título de exemplo, pode-se considerar o problema da análise modal de uma placa contendo vários reforçadores e entalhes de formas complexas. Para este problema pode-se obter, utilizando princípios elementares da Física, um modelo matemático governante que se apresenta sob a forma de equações diferenciais e as correspondentes condições de contorno. Contudo, nenhuma solução analítica simples poderá ser obtida quando o problema

exibir geometria e condições de contorno complicadas, o que quase sempre é o caso em situações práticas. Uma alternativa é empregar técnicas aproximadas de resolução, como é o caso do MEF.

Em todo problema formulado em domínios contínuos, as variáveis de campo (pressão, temperatura, deslocamentos, tensões) podem assumir valores independentes em cada ponto do domínio. Conseqüentemente, o problema tem número infinito de incógnitas, sendo caracterizado como um problema infinito-dimensional. A solução analítica deste tipo de problema é dada por funções que fornecem os valores das variáveis de campo em função das coordenadas espaciais para todos os pontos do domínio.

O MEF é essencialmente um processo de discretização, que visa transformar um problema infinito-dimensional em um problema com número finito de incógnitas. O método consiste em dividir o domínio sobre o qual o problema é estudado em várias regiões interconectadas, denominadas elementos. No interior de cada elemento são admitidas soluções aproximadas para as variáveis de campo, expressas como funções dos valores que as incógnitas assumem nos nós (valores nodais). Estas funções são denominadas funções de interpolação ou funções de forma. São também impostas condições garantindo a continuidade da solução nos nós compartilhados por vários elementos. No processo de discretização, as incógnitas do problema passam a ser os valores das variáveis de campo nos pontos nodais, sendo estas incógnitas em número finito. Uma vez determinadas estas incógnitas, os valores das variáveis de campo no interior dos elementos podem ser avaliadas empregando as funções de interpolação.

O tipo e número de elementos utilizados devem ser escolhidos de modo a representar adequadamente a geometria do problema e caracterizar convenientemente as variações da solução ao longo do domínio. Evidentemente, espera-se uma maior precisão do modelo quando um número maior de elementos for utilizado. Contudo, isso implica maior volume de dados a serem armazenados e maior esforço computacional para a realização de cálculos. A escolha do tipo de elemento implica simultaneamente a escolha das funções de interpolação (ou funções de forma) que representam as variáveis de campo no interior de cada elemento. Frequentemente, mas nem sempre, funções polinomiais são escolhidas como funções de forma, devido à facilidade que oferecem para sua derivação e integração. Os graus dos polinômios utilizados dependem do

número de nós do elemento e do número de incógnitas nodais, além de certos requisitos de continuidade a serem satisfeitos nos nós e nas fronteiras dos elementos. As incógnitas nodais podem ser tanto os valores das variáveis de campo quanto os valores das derivadas destas variáveis em relação às coordenadas espaciais.

2.1.1 Modelagem do Painel Reforçado Usando MEF

Neste trabalho o MEF é aplicado, através do software ANSYS®, na modelagem de um painel reforçado para a obtenção das funções de resposta em frequência (FRF). Para avaliar o uso do MEF no estudo do comportamento dinâmico de painéis reforçados em frequências mais altas (0 a 2000 Hz), o painel foi modelado usando diferentes tipos de malhas para melhor representar a estrutura real.

As simulações do painel foram feitas com a condição livre-livre-livre-livre e as dimensões são apresentadas na Figura 2.1. O material é alumínio com as seguintes propriedades: módulo de elasticidade $E = 6900 \text{ Mpa}$, coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$ e densidade $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$.

As Figuras 2.2 e 2.3 mostram, respectivamente, a FRF do painel sem os reforçadores e a FRF da viga reforçadora. Pode-se notar que nesta faixa de frequência o painel já possui uma alta densidade modal, enquanto a viga, por ser muito mais rígida, apresenta poucos modos.

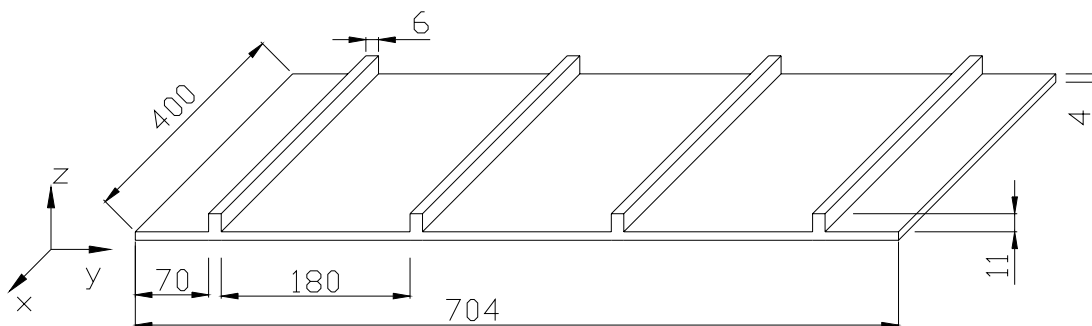


Figura 2.1 – Dimensões do painel reforçado (medidas em milímetros).

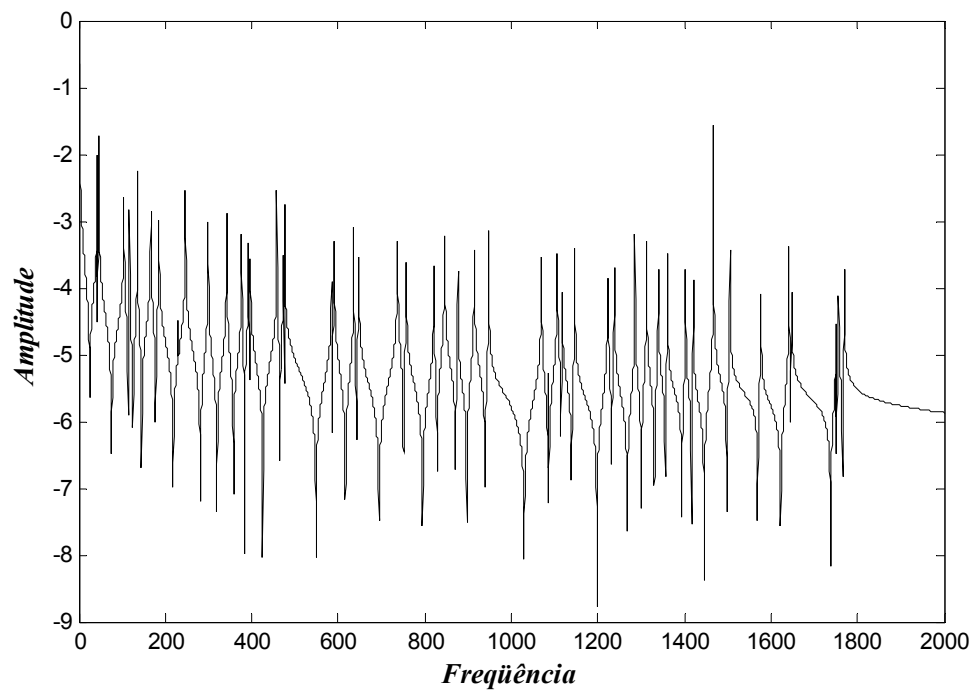


Figura 2.2 – FRF do painel sem os reforçadores (alta densidade modal)

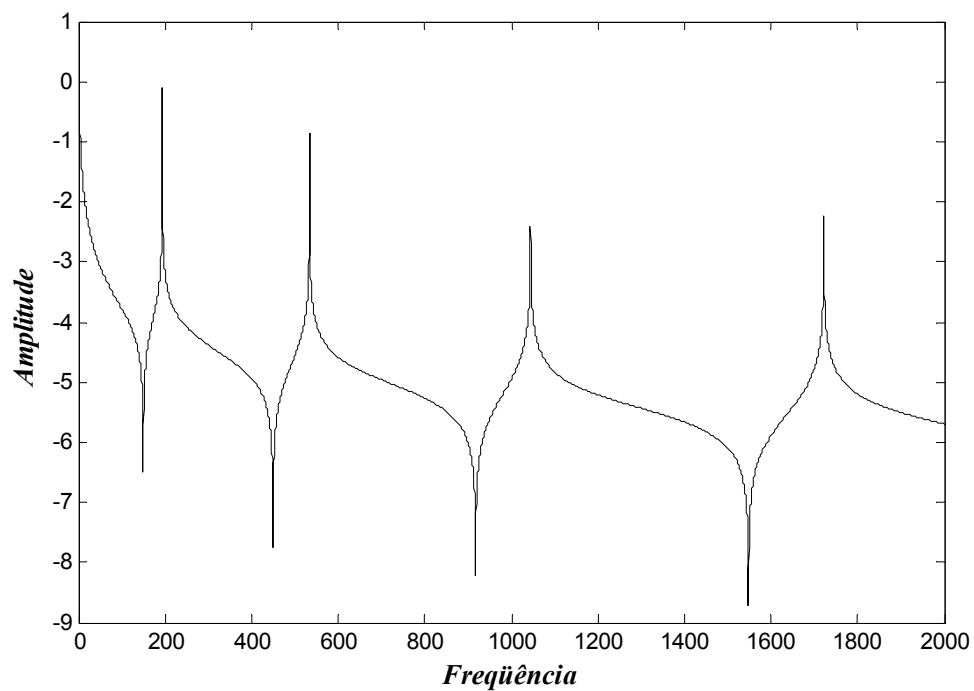


Figura 2.3 – FRF da viga reforçadora (poucos modos)

Para a análise do acoplamento painel-reforçador, a estrutura foi modelada, primeiramente, usando elementos tridimensionais e depois, para reduzir o número de graus de liberdade e o tempo computacional, a modelagem foi feita usando elementos de placas e vigas acoplados.

Inicialmente é feita uma análise modal, na qual são calculados os autovalores e autovetores e então, através do método da superposição modal, foram obtidas as FRF's. A análise modal foi feita através do método “*block Lanczos*”, maiores detalhes em (Grimes, 1994). Este método trabalha com matrizes completas (sem redução de modelo) e, por apresentar uma convergência mais rápida, é utilizado para grandes problemas de autovalores e autovetores. O método de superposição modal consiste em expressar a resposta como uma somatória dos modos, obtidos da análise modal, para calcular a resposta em frequência (Ewins, 1988).

2.1.2 Modelagem do Painel Reforçado Usando Elemento Sólido 3D

A modelagem do painel foi realizada com o elemento “SOLID95” do ANSYS®. Como mostra a Figura 2.4, o elemento é um octaedro tridimensional definido por 20 nós, tendo três graus de liberdade por nó: translação nas direções x , y e z . Este elemento apresenta uma convergência mais rápida, pois possui função de forma de ordem elevada. Isto implica em menos esforço computacional para obterem-se resultados mais precisos (Zienkiewicz, 1977).

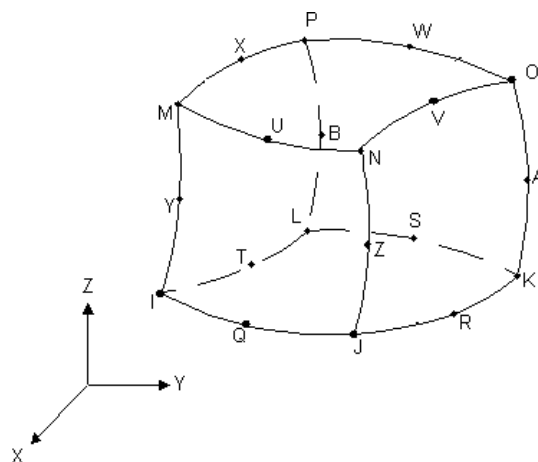


Figura 2.4 – Elemento “SOLID95”

Com o objetivo de obter boa precisão no modelo numérico em uma faixa de frequência mais ampla (de 0 a 2000 Hz), foi realizada uma análise onde a resposta em frequência do painel é calculada com quatro tamanhos diferentes de elementos: 462 elementos de 30 mm, 1485 elementos de 15 mm, 4950 elementos de 8 mm e 13520 elementos de 5 mm. Estas dimensões referem-se ao tamanho das maiores arestas do elemento, sendo que as outras arestas são otimizadas pelo ANSYS® para melhor representar o domínio da estrutura em análise. A força de excitação foi aplicada sempre no mesmo ponto na face com os reforçadores (330 mm na direção x e 160 mm na direção z em relação ao canto inferior esquerdo). A resposta também foi medida no mesmo ponto, mas do lado sem reforçadores.

A Figura 2.5 mostra os resultados da modelagem com elementos de 30 mm (3470 nós) e 15 mm (10800 nós). Nota-se uma boa concordância entre as curvas apenas até a frequência de 500 Hz. Acima desta frequência os resultados são menos precisos, mostrando que o tamanho do elemento usado é muito grande para uma análise até 2000 Hz.

A Figura 2.6 mostra uma comparação entre uma análise feita com uma malha de 10800 nós (elementos de 15 mm) e 35400 nós (elementos de 8 mm). Neste caso as curvas têm uma boa concordância até a frequência de 900 Hz, necessitando de um melhor refinamento da malha para obterem-se resultados mais precisos acima desta frequência.

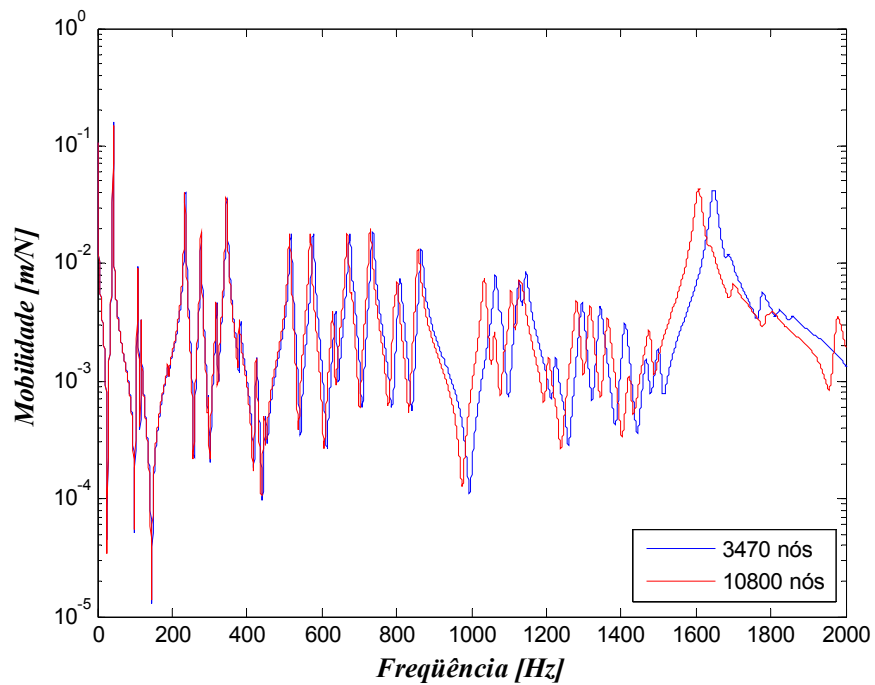


Figura 2.5 – Comparação da mobilidade entre os modelos numéricos tridimensionais usando elementos de 15 mm (10800 nós) e 30 mm (3470 nós).

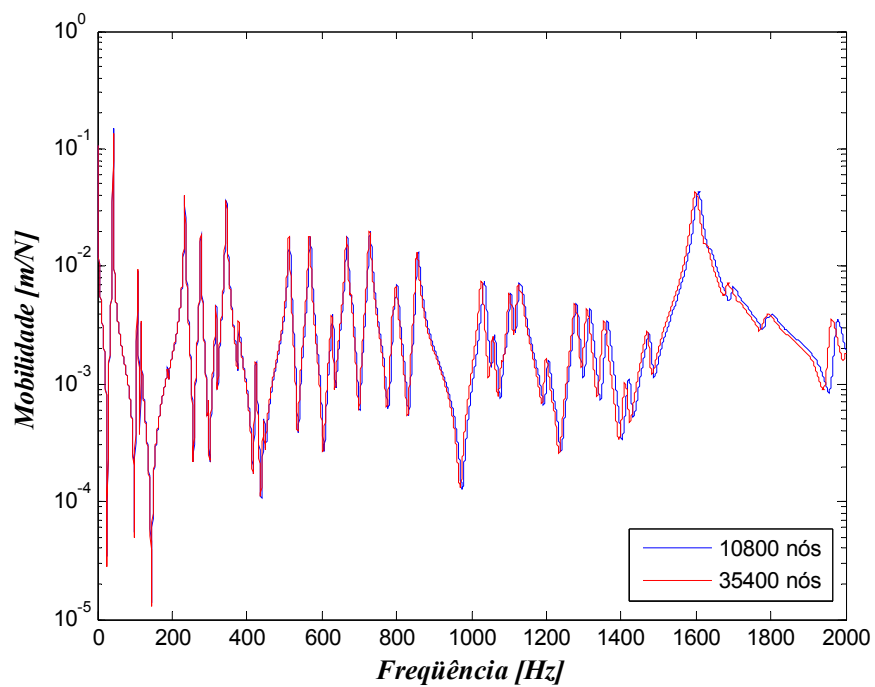


Figura 2.6 – Comparação da mobilidade entre os modelos numéricos tridimensionais usando elementos de 15 mm (10800 nós) e 8 mm (35400 nós).

Na Figura 2.7 observa-se que as duas curvas da mobilidade, usando 35400 nós e 93000 nós, estão praticamente idênticas. Dessa forma, pode-se dizer que, mesmo aumentando, mais do que duas vezes, o número de nós do modelo, as curvas apresentaram a mesma precisão. Conclui-se então que a modelagem deste painel, na faixa de frequência de 0 a 2000 Hz, não necessitará de uma discretização mais refinada do que 35400 nós para obterem-se resultados mais precisos, sendo que uma análise mais refinada seria apenas um gasto computacional supérfluo.

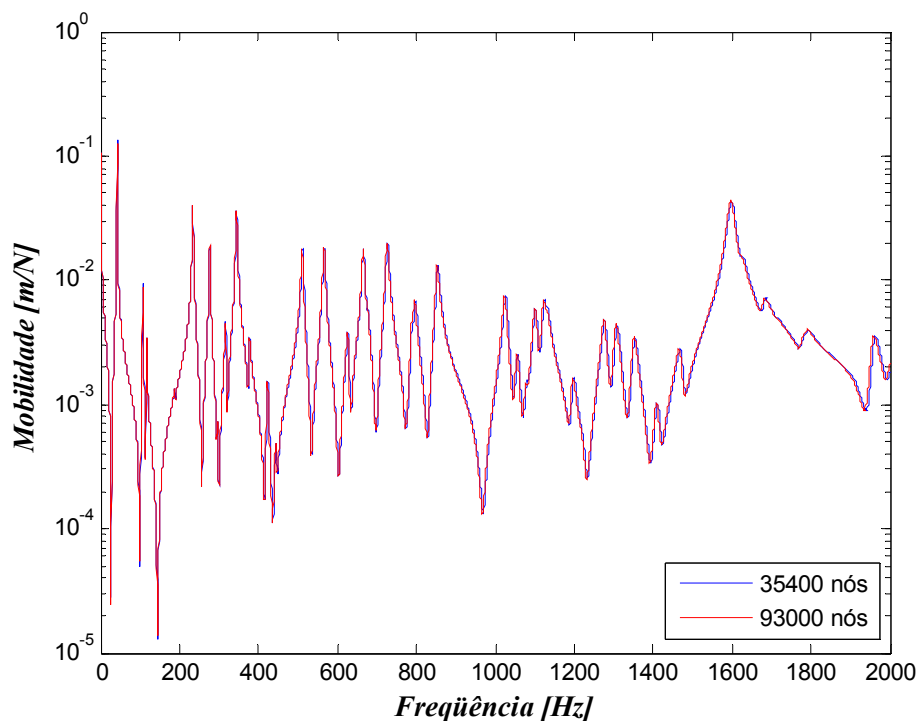


Figura 2.7 – Comparação da mobilidade entre os modelos numéricos tridimensionais usando elementos de 8 mm (35400 nós) e 5 mm (93000 nós).

Para ilustrar melhor a análise de refinamento da malha, a Figura 2.8 mostra a curva de convergência da frequência natural do 51º modo do painel (último modo na faixa de frequência analisada) com o aumento do número de nós do modelo. Pode-se notar que a partir de 30000 nós esta frequência natural convergiu, ou seja, mesmo melhorando o refinamento da malha, o resultado continua, praticamente, o mesmo.

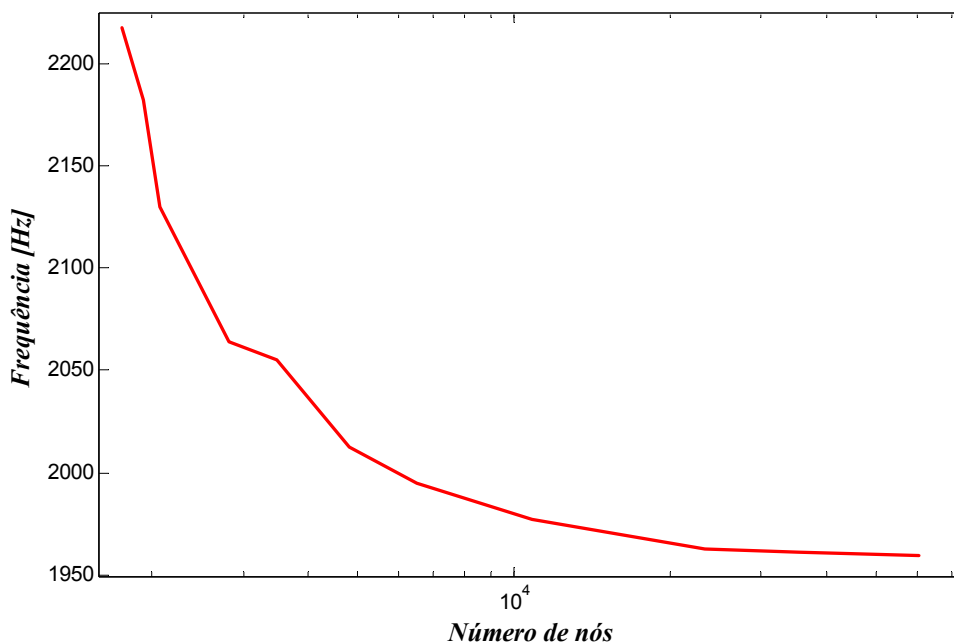


Figura 2.8 – Variação da frequência natural do 51º modo com o aumento do número de nós

2.1.3 Modelagem de Painel Reforçado Usando Elementos de Placa e Viga

Com a finalidade de reduzir o custo computacional e obter boas precisões, foi feita uma modelagem usando elementos de placas e de vigas acoplados. Na modelagem da viga não foi possível utilizar um elemento com função de forma de alta ordem, pois o mesmo não tem a opção de deslocar o seu centro de gravidade, necessária neste caso. Esta opção foi encontrada no elemento “BEAM44”, mostrado na Figura 2.9a, que foi então usado na modelagem. O elemento possui dois nós com seis graus de liberdade em cada nó: translação nas direções nodais x , y e z e rotação em torno dos eixos nodais x , y e z . A viga foi acoplada no lugar dos reforçadores e deslocada de 7,5 mm do centro da placa.

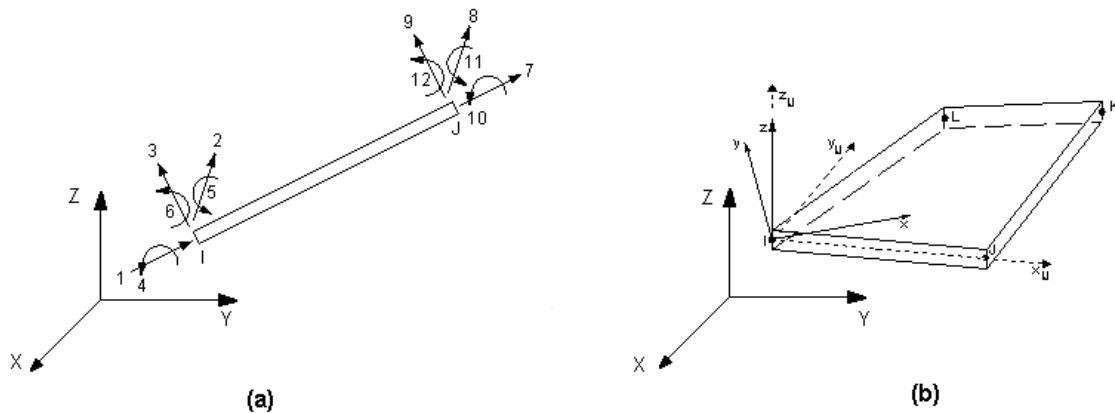


Figura 2.9 – (a) Elemento “BEAM44”, (b) Elemento “SHELL63”

Devido à restrição de se usarem elementos de funções lineares de interpolação na viga, também não se puderam usar elementos de alta ordem na modelagem da placa, pois o acoplamento não seria possível. Então, a placa foi modelada usando o elemento “SHELL63”, mostrado na Figura 2.9b. O elemento é definido por quatro nós com seis graus de liberdade em cada nó: translação nas direções nodais x , y e z e rotação em torno dos eixos nodais x , y e z .

Para este caso, a modelagem foi realizada com quatro tamanhos diferentes de elementos: 32 mm (360 nós), 16 mm (1220 nós), 8 mm (4740 nós) e 4 mm (18180 nós). Para a placa essas dimensões referem-se ao tamanho de dois lados paralelos e para a viga esse valor é o comprimento de cada elemento. Os pontos de excitação e resposta são os mesmos usados na análise com elementos sólidos.

Na primeira comparação, 360 nós e 1220 nós, mostrada na Figura 2.10, nota-se que as curvas estão próximas somente até a frequência de 600 Hz. A partir disto, as curvas começam a se distanciar, com a diferença aumentando cada vez mais com o aumento da frequência.

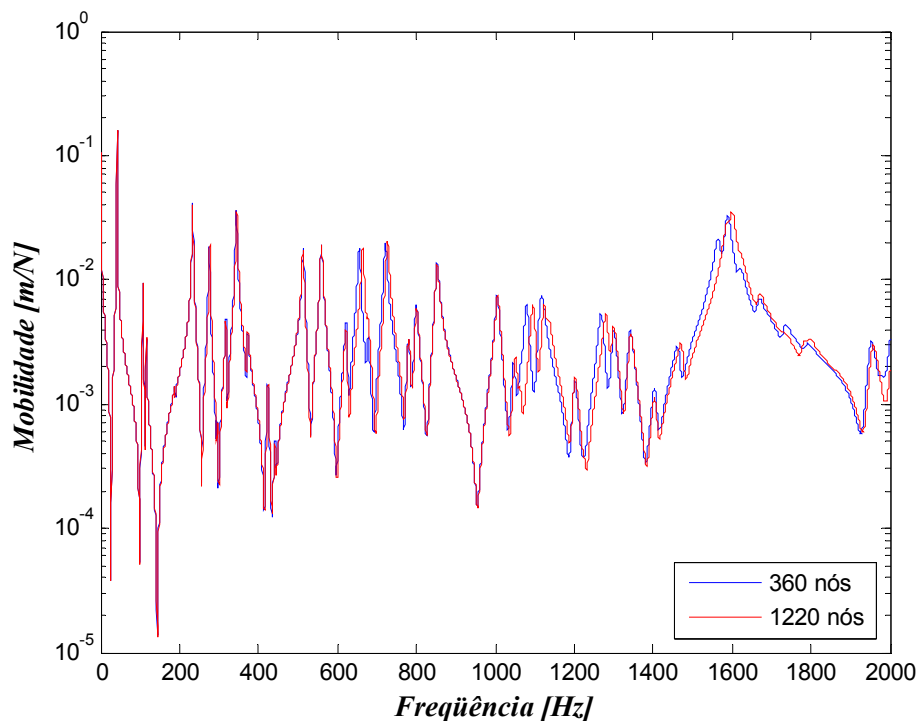


Figura 2.10 - Comparação da mobilidade entre os modelos numéricos de placas e vigas usando elementos de 32 mm (360 nós) e 16 mm (1220 nós)

A Figura 2.11 mostra uma comparação entre um modelo de 1220 nós e outro de 4740 nós. Observa-se que as curvas têm uma boa concordância até aproximadamente 1500 Hz e a partir desta frequência, apesar do erro aumentar, as duas FRF's estão bem próximas. Já a Figura 2.12, onde se compara o modelo de 4740 nós e o de 18180 nós, mostra uma boa concordância entre as curvas em toda a faixa de frequência analisada. Com isso, pode-se dizer que a modelagem do painel usando elementos de placa e viga, com tamanho de elementos de 8 mm, é suficiente para a análise nesta faixa de frequência.

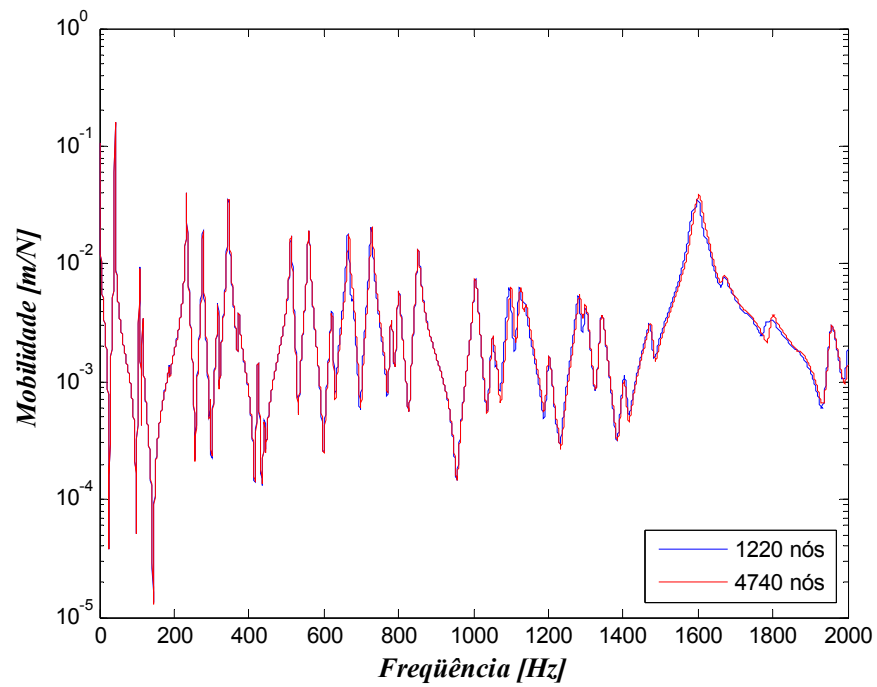


Figura 2.11 - Comparação da mobilidade entre os modelos numéricos de placas e vigas usando elementos de 16 mm (1220 nós) e 8 mm (4740 nós)

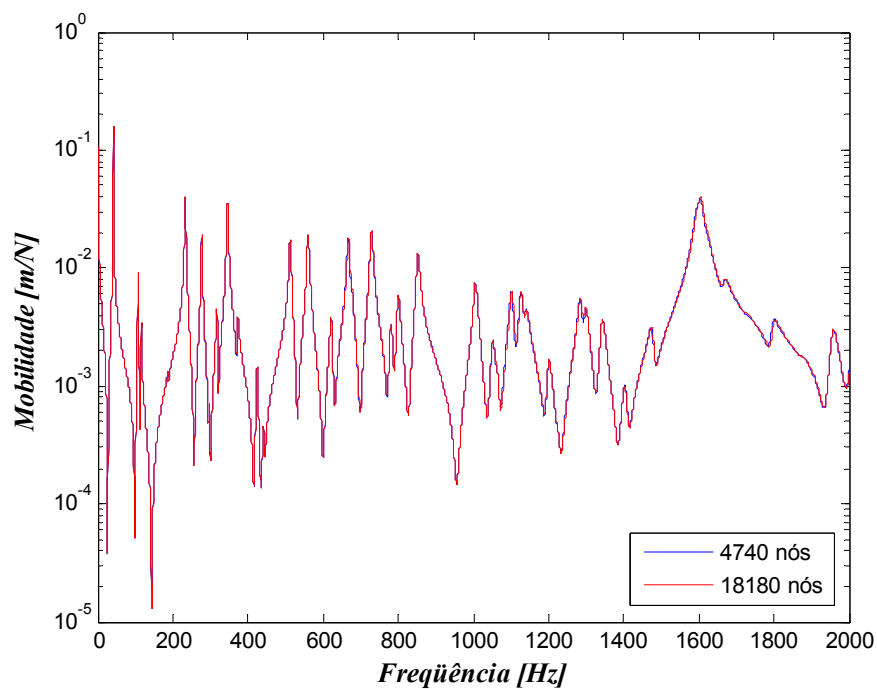


Figura 2.12 – Comparação da mobilidade entre os modelos numéricos de placas e vigas usando elementos de 8 mm (4740 nós) e 4 mm (18180 nós)

A Figura 2.13 mostra a curva de convergência da frequência natural do 51º modo do painel (último modo na faixa de frequência analisada) com o aumento do número de nós do modelo. Para este caso a convergência ocorre em, aproximadamente, 2000 nós.

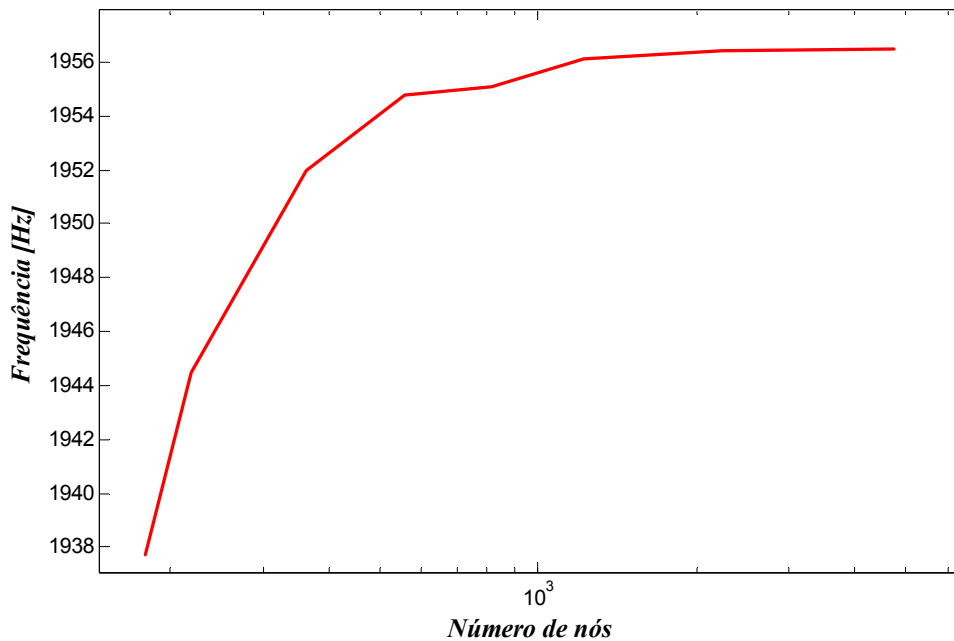


Figura 2.13 – Variação da frequência natural do 51º modo com o aumento do número de nós

2.1.4 Comparação Entre a Modelagem Usando Elemento Sólido e a Modelagem Usando Elemento de Placa e Viga

Numa comparação entre as duas análises numéricas, verificou-se que a modelagem numérica tridimensional converge para a solução de placas e vigas (na faixa de frequência analisada) com um esforço computacional maior. Para o painel estudado, foi necessário um modelo com, aproximadamente, 30000 nós para analisar um faixa de frequência entre 0 e 2000 Hz, já com o modelo usando placas e vigas aproximadamente 2000 nós foram necessários para obter bons resultados.

A Figura 2.14 mostra a comparação das FRFs entre o modelo usando elementos sólidos com 35400 nós e o modelo usando elementos de placa e viga com 4743 nós, os dois com

elementos de 8 mm. Nota-se que as curvas estão praticamente idênticas até a frequência de 1000 Hz, a partir desta frequência, apesar de alguns erros, as curvas ainda estão bem próximas.

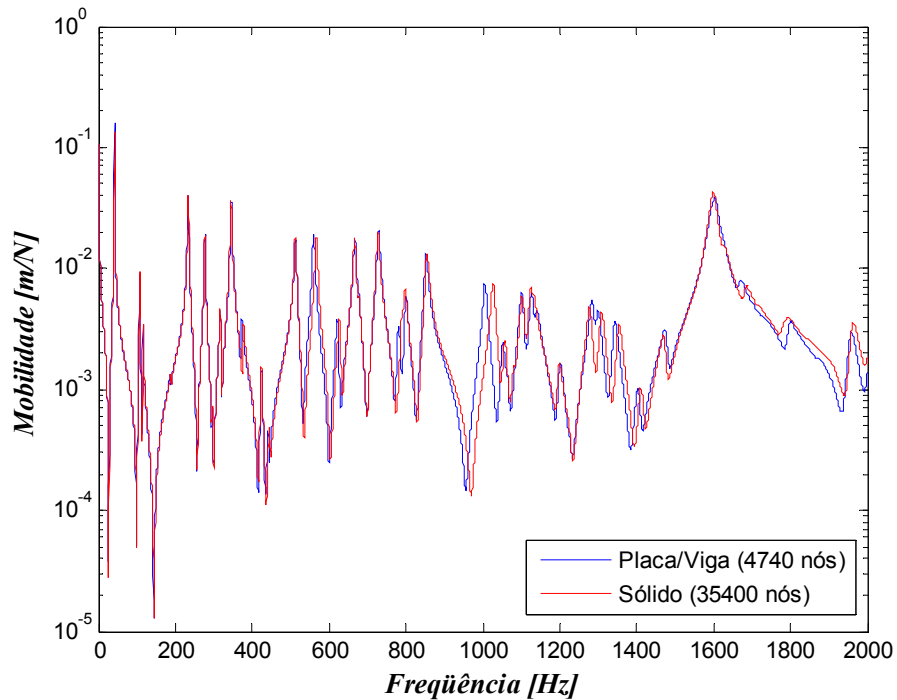


Figura 2.14 – Comparação da mobilidade entre o modelo 3D (35400 nós) e o modelo com elementos de placas e vigas (4740 nós)

O tempo computacional gasto com as duas modelagens é mostrado na Figura 2.15. Pode-se observar que os modelos usando elementos de placa e viga convergem para a solução do sistema com um número muito menor de graus de liberdade e, conseqüentemente, o esforço computacional gasto é muito menor. O modelo de placa e viga com 4743 nós gastou 150 s, enquanto que na modelagem 3D com 35400 nós este tempo subiu para 630 s, aproximadamente quatro vezes mais em um computador Pentium IV com 3 GHz de velocidade de processamento.

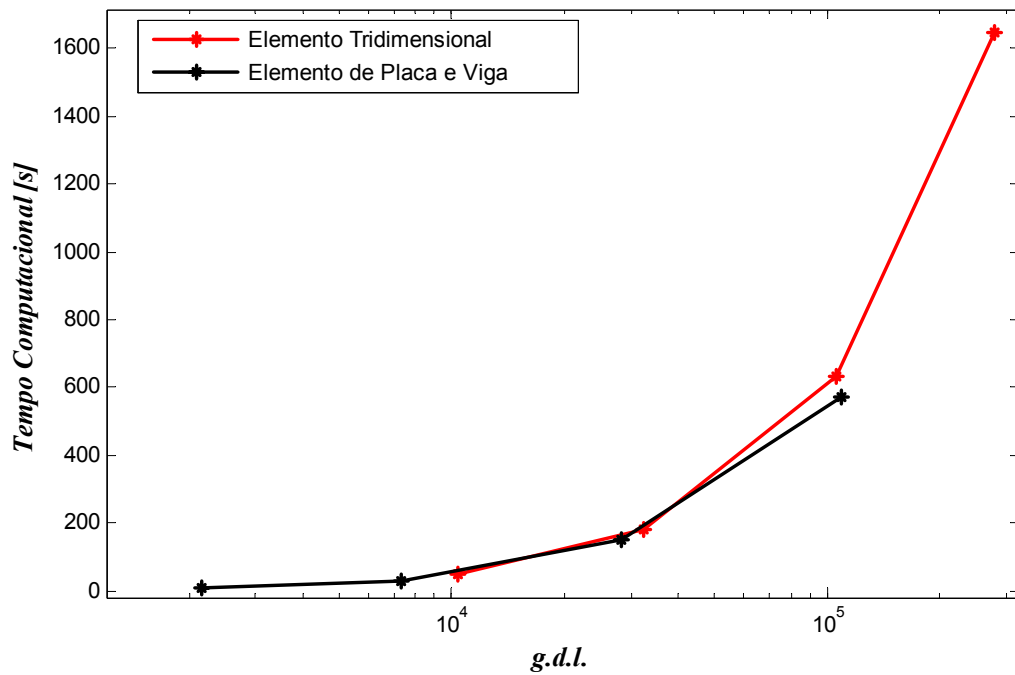


Figura 2.15 – Comparação do tempo computacional entre os modelos com elementos tridimensionais e elementos de placas e vigas

2.2. Método dos Elementos Espectrais (SEM)

Em muitas situações, estruturas estão sujeitas a excitações de médias e altas frequências, como, por exemplo, em estruturas aeronáuticas. Estas excitações podem conduzir a problemas de fadiga, ruídos e níveis excessivos de vibrações. A análise dinâmica em uma faixa de frequência mais elevada não é uma tarefa fácil, necessitando, assim, de metodologias específicas para obter bons resultados.

Atualmente, o interesse pelo estudo de novos métodos de modelagem dinâmica em médias e altas frequências está aumentando, pois outros métodos mais utilizados, tais como o MEF e o MEC, não são muito eficientes. Isto devido à exigência de uma refinada discretização da estrutura, uma vez que os comprimentos dos elementos devem ser proporcionais ao tamanho dos comprimentos de onda (Zienkiewicz, 1977). Isto significa que o aumento da frequência implica num aumento do número de graus de liberdade, o que exige um esforço computacional

significativo que, dependendo da faixa de frequência e da complexidade da estrutura, pode tornar inviável a utilização de tais métodos (Arruda e Ahmida, 2003).

O Método dos Elementos Espectrais (SEM) não apresenta a necessidade de refinamento da malha em frequências mais altas, pois o número de elementos a ser usado precisa coincidir somente com o número de descontinuidades da estrutura a ser analisada. Cada elemento do SEM representa a solução exata da equação de onda, ou seja, não existe aproximação implícita na discretização. Esta característica permite modelar uma grande parte da estrutura com um único elemento sem perda de precisão, ou seja, somente um elemento espectral é equivalente a um número infinito de elementos do MEF (Doyle, 1997).

A metodologia do SEM não pode ser estendida para resolver todos os tipos de problemas e sua utilização ainda é limitada a estruturas muito simples. As soluções disponíveis na literatura incluem estruturas de barras e vigas, algumas membranas e placas simétricas, placas simplesmente apoiadas ao longo de dois lados paralelos (U. Lee, 1999) e placas conectadas com reforçadores (Donadon et al., 2004 e Arruda et al., 2004).

2.2.1 Elemento de Placa Simplesmente Apoiada

Neste trabalho foi usado um elemento espectral com a teoria simplificada de Kirchhoff para placas finas. Considerando uma placa retangular de espessura h , a equação do movimento corresponde a:

$$\bar{D}\nabla^2\nabla^2w(x,y) - \omega^2\rho hw(x,y) = F(x,y) \quad (2.1)$$

$$\bar{D} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

onde ν é o coeficiente de Poisson, ρ a densidade de massa e $w(x,y)$ representa o deslocamento vertical do plano neutro da placa.

O elemento espectral de placa é obtido assumindo uma forma de solução da equação que obedece as condições de contorno impostas ao problema. No caso de uma placa plana simplesmente apoiada ao longo de dois lados paralelos opostos, a solução por separação de variáveis pode ser escrita como uma série de funções senoidais (Lee, 1999) na direção y :

$$w(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[A e^{-ik_1 x} + B e^{ik_1 x} + C e^{-k_2 x} + D e^{k_2 x} \right] \text{sen}(k_y y) \quad (2.2)$$

O número de onda pode ser calculado substituindo a Equação (2.2) na Equação (2.1) e usando as seguintes propriedades da função seno:

$$\frac{d^2 \text{sen}(k_y y)}{dy^2} = -k_y^2 \text{sen}(k_y y) \quad (2.3)$$

$$\frac{d^4 \text{sen}(k_y y)}{dy^4} = -k_y^4 \text{sen}(k_y y)$$

Os números de ondas são expressos como:

$$k_1 = \sqrt{k_p^2 - k_y^2}, \quad k_2 = \sqrt{k_p^2 + k_y^2}, \quad k_p = \left(\frac{\omega^2 \rho h}{D} \right)^{1/4} \quad e \quad k_y = \frac{n\pi}{L_y} \quad (2.4)$$

Os coeficientes A, B, C e D podem ser obtidos usando as condições de contorno nas duas extremidades da placa e usando as expressões do momento fletor e da força cortante efetiva (Ugural, 1981):

$$M_x = D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad V_x = Q_x + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = -D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right] \quad (2.5)$$

Pode-se observar a solução proposta como uma solução de propagação de ondas na direção x e por uma soma de funções senos na direção y . Esta soma pode ser interpretada como uma soma de modos de propagação (Arruda et al, 2004).

A solução para a matriz de rigidez dinâmica do elemento espectral de dois nós pode ser obtida escrevendo a força cortante e o momento fletor em função do deslocamento transversal e da rotação. Considerando um elemento de comprimento L_x na direção x , o deslocamento transversal e a rotação na posição $x = 0$ e $x = L_x$ podem ser expressos como:

$$\begin{Bmatrix} w_1 \\ \phi_1 \\ w_2 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -ik_1 & ik_1 & -k_2 & k_2 \\ e^{-ik_1 L_x} & e^{ik_1 L_x} & e^{-k_2 L_x} & e^{k_2 L_x} \\ -ik_1 e^{-ik_1 L_x} & ik_1 e^{ik_1 L_x} & -k_2 e^{-k_2 L_x} & k_2 e^{k_2 L_x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{Bmatrix} = [\alpha] \begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

E a força cortante e o momento fletor são dados por:

$$\begin{Bmatrix} V_1 \\ M_1 \\ V_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = D \begin{bmatrix} \alpha_1 & -\alpha_1 & \alpha_2 & -\alpha_2 \\ \beta_1 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_2 \\ -\alpha_1 e^{-ik_1 L_x} & \alpha_1 e^{ik_1 L_x} & -\alpha_2 e^{-k_2 L_x} & \alpha_2 e^{k_2 L_x} \\ -\beta_1 k_1 e^{-ik_1 L_x} & -\beta_1 k_1 e^{ik_1 L_x} & -\beta_2 k_2 e^{-k_2 L_x} & -\beta_2 k_2 e^{k_2 L_x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{Bmatrix} = [\beta] \begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

onde:

$$\alpha_1 = ik_1^3 + ik_y^2(2-\nu)k_1; \quad \alpha_2 = -k_2^3 + k_y^2(2-\nu)k_2; \quad \beta_1 = k_1^2 + \nu k_y^2; \quad \beta_2 = k_2^2 + \nu k_y^2$$

Logo, combinando as equações para escrever a matriz do elemento de dois nós, tem-se:

$$\begin{Bmatrix} V_1 \\ M_1 \\ V_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = [\beta][\alpha]^{-1} \begin{Bmatrix} w_1 \\ \phi_1 \\ w_2 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

Para completar o processo, a força deve ser projetada na base de funções senoidais em termos de k_y relacionada à direção y . Esta representação leva em consideração a posição da força de excitação y_0 , e é dada por:

$$F = F_0 \frac{2}{L_y} \text{sen}(k_y y_0) \quad (3.9)$$

A solução final é obtida pela soma na direção y expressa na Equação (2.2), que pode ser interpretada como uma superposição de modos de propagação.

2.2.2 Introduzindo Reforçadores no Elemento de Placa

Reforçadores podem ser introduzidos na metodologia SEM usando modelos de vigas ligadas de forma flexível à placa (Gautier et al., 2003) ou considerando a viga rigidamente ligada à placa (Ungar, 1961), onde a força cortante efetiva e o momento fletor nas extremidades da placa são iguais aos da viga, como mostrado na Figura 2.16.

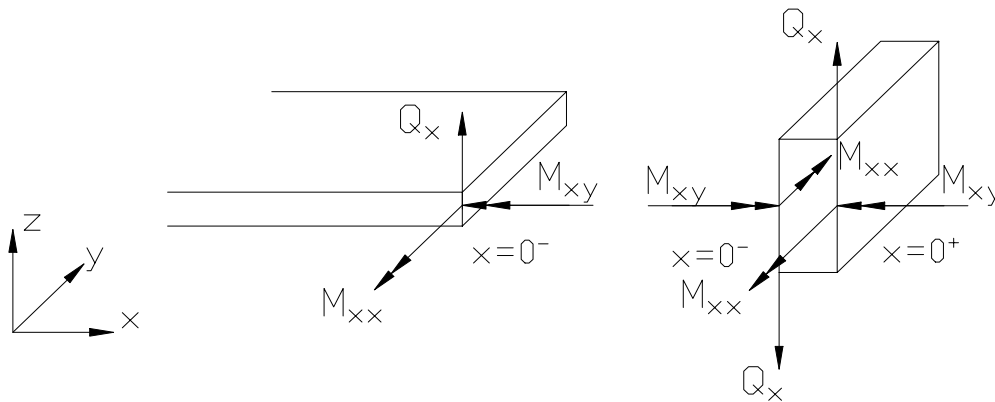


Figura 2.16 – Equilíbrio para uma placa com um lado conectado rigidamente a uma viga.

Quando as ondas de flexão chegam à viga, elas introduzem movimento de flexão e de torção na viga. As equações de movimento da Figura 2.16 tornam-se:

$$EI_b \frac{\partial^4 u(y)}{\partial y^4} - \omega^2 \rho A u(y) = \left(Q_x + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \right)_{x=O^-} - \left(Q_x + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \right)_{x=O^+} \quad (2.10)$$

$$GJ_b \frac{\partial^3 \theta(y)}{\partial y^2} + \omega^2 \rho I_p \theta(y) = (M_{xx})_{x=O^-} - (M_{xx})_{x=O^+}$$

onde $u(y)$ é deslocamento transversal da viga, $\theta(y)$ é o ângulo de torção da viga, EI_b e GJ_b são a rigidez de flexão e torção, ρA e ρI_p são, respectivamente, a massa e o momento de inércia polar da massa por unidade de comprimento.

Portanto, condições de contorno modificadas podem ser introduzidas em $x = 0^+$ para levar em consideração a influência das vigas:

$$M_x = D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] - GJ_b \frac{\partial^3 \theta(y)}{\partial y^2} - \omega^2 \rho I_p \theta(y) \quad (2.11)$$

$$V_x = -D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right] + EI_b \frac{\partial^4 u(y)}{\partial y^4} - \omega^2 \rho A u(y)$$

É importante notar que estas mudanças nas condições de contorno devem ser feitas na posição em que se encontra um reforçador, o que significa que é possível introduzir reforçadores no início e no final de um elemento espectral de placa. Para este trabalho, um elemento de 2 nós será desenvolvido para um reforçador situado no final do elemento, considerando a direção positiva de x . Usando o mesmo procedimento utilizado para obter a Equação (2.6), a matriz de rigidez modificada $[\beta_n]$ pode ser obtida da seguinte forma:

$$[\beta_n] = D \begin{bmatrix} \alpha_1 & -\alpha_1 & \alpha_2 & -\alpha_2 \\ \beta_1 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_2 \\ (\delta_1 - \alpha_1)e^{-ik_1 L_x} & (\delta_1 + \alpha_1)e^{ik_1 L_x} & (\delta_1 - \alpha_2)e^{-k_2 L_x} & (\delta_1 + \alpha_2)e^{k_2 L_x} \\ (\delta_2 - \beta_1 + \kappa)e^{-ik_1 L_x} & (-\delta_2 - \beta_1 + \kappa)e^{ik_1 L_x} & (\delta_3 - \beta_2 + \kappa)e^{-k_2 L_x} & (-\delta_3 - \beta_2 + \kappa)e^{k_2 L_x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{Bmatrix}$$

onde os termos modificados são:

$$\delta_1 = EI_b k_y^4 - \omega^2 \rho A; \quad \delta_2 = -iGJ_b k_y^2 k_1; \quad \delta_3 = -GJ_b k_y^2 k_2; \quad \kappa = -\omega^2 \rho I_p$$

2.3. Modelagem de Painel Reforçado Usando SEM

O painel reforçado implementado aqui está representado na Figura 2.17. A placa é simplesmente apoiada no plano yz e livre-livre no plano xz , com os reforçadores na direção y . O painel é excitado por uma força transversal a 330 mm na direção x e 160 mm na direção y .

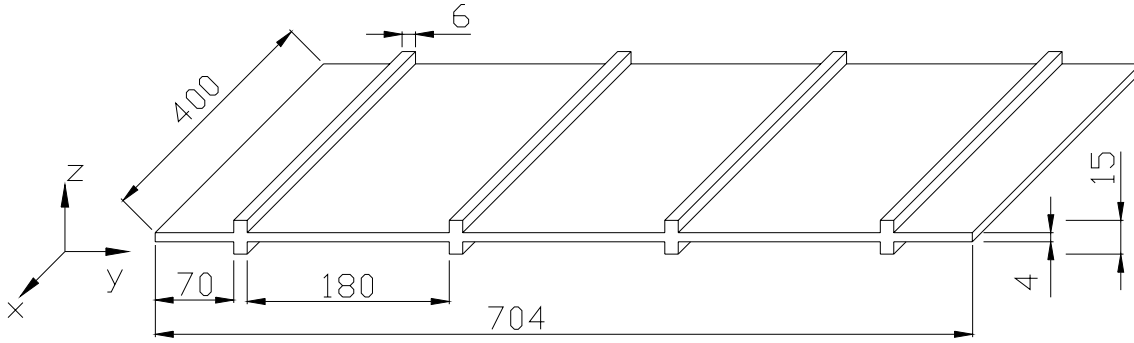


Figura 2.17 – Dimensões do painel reforçado (medidas em milímetros).

A receptância no ponto de excitação obtida pelo modelo de SEM foi comparada com um modelo de elementos finitos. Ambos os modelos consideram que a viga de reforço é colocada simetricamente em relação à placa e despreza-se sua espessura, ou seja, a viga é acrescentada à placa, de modo que se leva em consideração duas vezes o material da placa ao longo da largura da viga. Como a viga é estreita (6 mm) e a placa é fina este efeito só é significativo em frequências muito altas.

A modelagem usando SEM foi implementada em ambiente MATLAB. O modelo usa dois tipos de elementos, um elemento reforçado em uma das extremidades e outro elemento de placa apenas. Para o painel mostrado na Figura 2.17 foram utilizados 4 elementos reforçados e 2 elementos de placa. O modelo do MEF foi implementado em ANSYS® usando elemento de casca “SHELL63” para a placa (com 4 nós e seis graus de liberdade por nó) e “BEAM44” para a viga (com 2 nós e seis graus de liberdade por nó), com um total de 18000 nós.

A Figura 2.18 mostra uma comparação entre os resultados das FRFs do painel analisado calculadas através da modelagem por elementos finitos e através da modelagem usando elementos espectrais. Pode-se observar uma boa concordância entre as curvas em toda a faixa de frequência, sendo que para o cálculo via MEF o custo computacional foi muito mais elevado, ou seja, cinco vezes maior o modelo de elemento espectral.

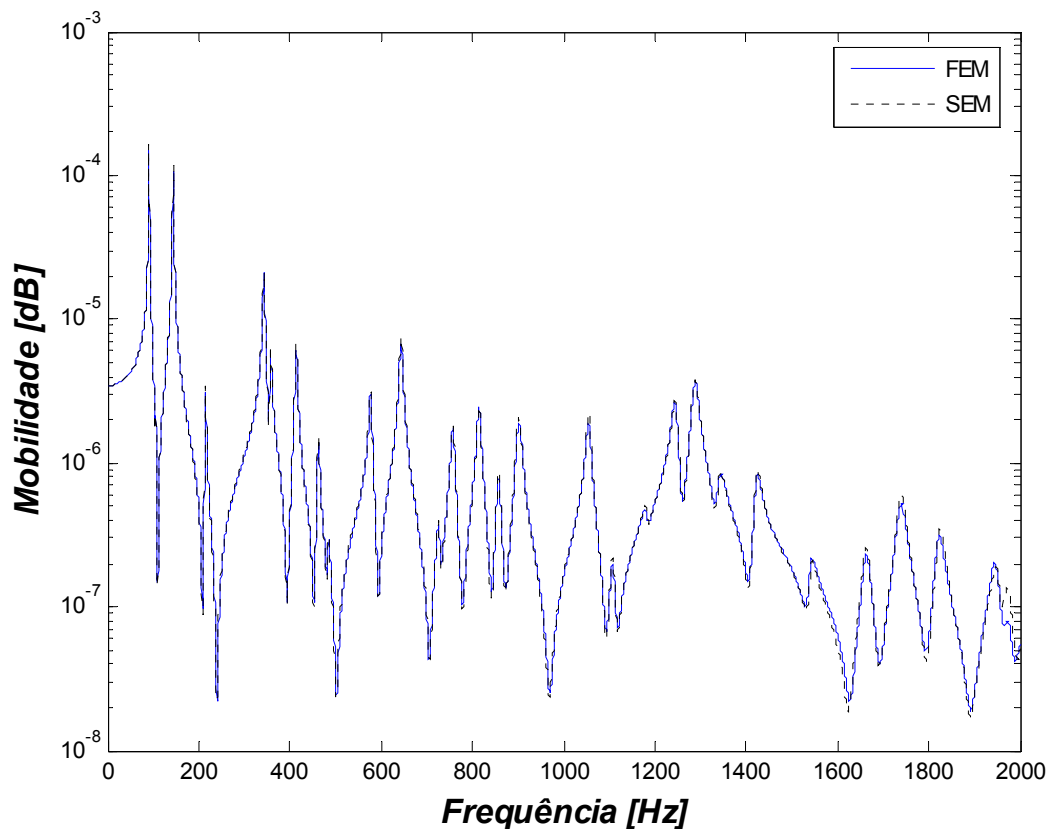


Figura 2.18 – Comparação entre as Mobilidades calculadas via MEF e SEM do painel reforçado analisado.

Capítulo 3

Incertezas na Resposta Dinâmica

Atualmente, tem surgido muitos trabalhos explorando os problemas existentes na análise dinâmica em médias frequências (Langley, 1999), (Langhe, 1996) e (Ahmida, 2001). Um dos mais importantes problemas é a simulação numérica da resposta dinâmica levando em consideração a influência de parâmetros incertos (Mace, 2001).

Para descrever como as incertezas, e todos aqueles conceitos associados a ela (risco, robustez, qualidade, etc), podem influenciar em um projeto de engenharia, basta considerar a variabilidade que existe entre um produto e outro e como esta variabilidade interage com seus ambientes externos. Muitos fatores podem levar a incertezas, tais como variações em processo de medidas, variações em ambientes externos, variações na geometria e propriedades do material (Batill, Renaud e Gu, 2000).

De acordo com Manohar e Gupta (2002), as fontes de incertezas em problemas de dinâmica estrutural podem ser divididas em quatro categorias: incertezas físicas ou inerentes, incertezas de modelos, erros de estimação e erro humano. Algumas fontes de incertezas, tais como incertezas físicas, estão além do controle do engenheiro. Já em relação às incertezas na modelagem, algumas considerações usualmente feitas no modelo matemático baseadas em simplificações, levam a incertezas de modelo. O erro de estimação é estudado na área de estatística (por exemplo, a variação do módulo de elasticidade que existe entre materiais do mesmo tipo), enquanto o erro humano pode ocorrer em qualquer fase de um projeto de engenharia.

Uma estrutura, por exemplo, após ser fabricada, apresenta imperfeições que podem ser traduzidas por pequenas variações nos valores nominais da geometria e propriedades do material. Estas variações dos valores de alguns parâmetros físicos e geométricos, que são utilizados na elaboração de um modelo numérico, produzem efeitos na resposta dinâmica. Estes efeitos são ainda maiores em frequências mais altas, pois o comportamento dinâmico em altas frequências é mais sensível a estas pequenas variações da geometria e propriedades do material (Mace, 2001).

Como a faixa de frequência analisada neste trabalho é ampla, um único modelo de elementos finitos não é capaz de descrever precisamente o comportamento dinâmico da estrutura, pois uma única modelagem não representará todos os possíveis valores das propriedades físicas e geométricas (Mace, 2001). Então, através da realização de modelagens sucessivas pode-se avaliar o comportamento do sistema em função da variação dos parâmetros incertos.

Para problemas que envolvem variáveis aleatórias, que apresentam uma distribuição de probabilidade conhecida ou assumida, o método mais conhecido é o Método de Monte Carlo. O princípio básico do método é a repetição do processo de modelagem, empregando-se em cada execução um determinado valor da variável aleatória, levando em consideração a distribuição de probabilidade da mesma (Hammersley e Handscomb, 1964). Posteriormente, os resultados podem ser tratados estatisticamente, calculando médias, desvios padrões, valores máximos e mínimos.

Outro método bastante aplicado em projetos que envolvem incertezas de parâmetros é o Método de Superfície de Resposta. Estes projetos que envolvem incertezas de parâmetros requerem muito mais análises do que projetos considerados determinísticos (Venter e Haftka, 1998) e, neste caso, o Método de Superfície de Resposta pode ser usado para reduzir o alto custo computacional.

3.1. Método de Monte Carlo

A introdução intensa de computadores no meio científico, juntamente com o desenvolvimento de novas abordagens e técnicas de investigação, permitiram aos pesquisadores a análise e a simulação de sistemas mais complexos de forma mais simples. Uma dessas técnicas é conhecida como Método de Monte Carlo, cujo princípio básico é a simulação de variáveis aleatórias em computadores. O método deve ser compreendido como uma técnica ou procedimento estocástico que se baseia no uso de números aleatórios e de conceitos de probabilidades para a investigação de problemas determinísticos e não determinístico. O nome desta técnica é proveniente de Monte Carlo, cidade do principado de Mônaco, muito conhecida pelos seus cassinos e jogos de azar.

O método de Monte Carlo pode ser usado na modelagem de uma variedade de problemas complexos. A solução das equações que descrevem a interação entre dois átomos pode ser relativamente simples, mas a solução das mesmas equações para centenas de ou milhares de átomos é praticamente impossível. Através do método de Monte Carlo, um sistema de grandes proporções e mais complexo pode ser amostrado em um número de configurações aleatórias, cujos resultados podem ser utilizados para descrever o sistema como um todo (Woller, 1996).

A essência deste método é a modelagem do problema por meio de funções de densidade de probabilidades obtidas a partir de dados experimentais ou de modelos teóricos. Dessa forma, a simulação pelo método de Monte Carlo consiste na amostragem da função da densidade de probabilidade, a partir de números aleatórios distribuídos uniformemente em $[0,1]$. Os resultados dessas amostragem são então registrados ou combinados de forma adequada para produzir os resultados desejados (Buslenko, 1966).

Os números aleatórios a serem utilizados no método de Monte Carlo podem ser disponibilizados em forma de tabelas ou gerados pelo lançamento de moedas, dados, roletas, ou obtidos por quaisquer outros dispositivos mecânicos ou eletrônicos. Devido a dificuldade na manipulação desses dispositivos, métodos matemáticos foram desenvolvidos

e incluídos dentro do computador, de forma que, a partir do programa que representa o modelo de um problema, os números aleatórios são gerados à medida que forem solicitados, eliminando-se assim a necessidade da alimentação do computadores com números aleatórios que seriam provenientes de tabelas e outros dispositivos quaisquer. Tais números aleatórios assim obtidos são denominados de números pseudoaleatórios (Ogata, 2003).

3.1.1 Análise do Painel Reforçado Usando Monte Carlo

Para analisar o efeito de variações paramétricas na resposta dinâmica do painel reforçado analisado, foram selecionados três parâmetros de entrada que estarão sujeitos a pequenas variações estatísticas em relação ao seu valor nominal. Assumiu-se que cada parâmetro é descrito por uma distribuição de probabilidade gaussiana e os valores aleatórios foram encontrados usando o Método de Monte Carlo com o auxílio do software ANSYS®. A distribuição de probabilidade de cada parâmetro é mostrada na Figura 3.1. Os valores nominais e os respectivos desvios padrões estão na Tabela 3.1. A densidade, a espessura do painel e o módulo de elasticidade são variados independentemente. A FRF analisada com incertezas foi medida no mesmo ponto de excitação do lado sem os reforçadores.

Tabela 3.1 – Propriedades Físicas e Geométricas da Estrutura.

	Valor Nominal	Desvio Padrão
Módulo de Elasticidade	$6,9 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$	2 %
Densidade	2700 Kg/m^3	1 %
Espessura do Painel	4 mm	1 %

Na Figura 3.2 são mostradas 200 FRFs diferentes, cada uma com um conjunto de parâmetros (densidade, espessura e módulo de elasticidade do painel) diferente dentro da faixa de distribuição de probabilidade. Também é mostrada na Figura 12 uma FRF obtida com os valores nominais. A Figura 3.3 mostra as curvas média, máxima e mínima

calculadas estatisticamente para cada frequência usando o intervalo de mais ou menos dois desvios padrão. Notam-se grandes variações em frequência mais altas.

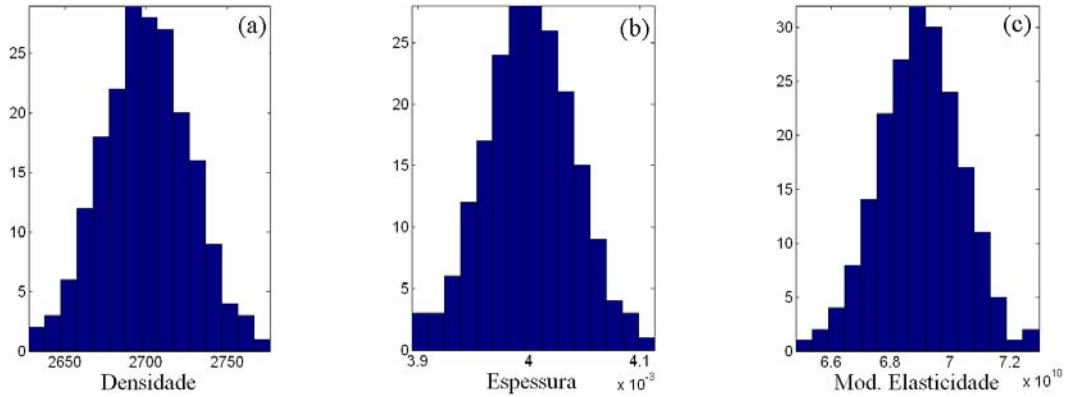


Figura 3.1 – Histograma de frequência dos Parâmetros. (a) Densidade (kg/m^3); (b) espessura do painel (m); (c) módulo de elasticidade (N/m^2).

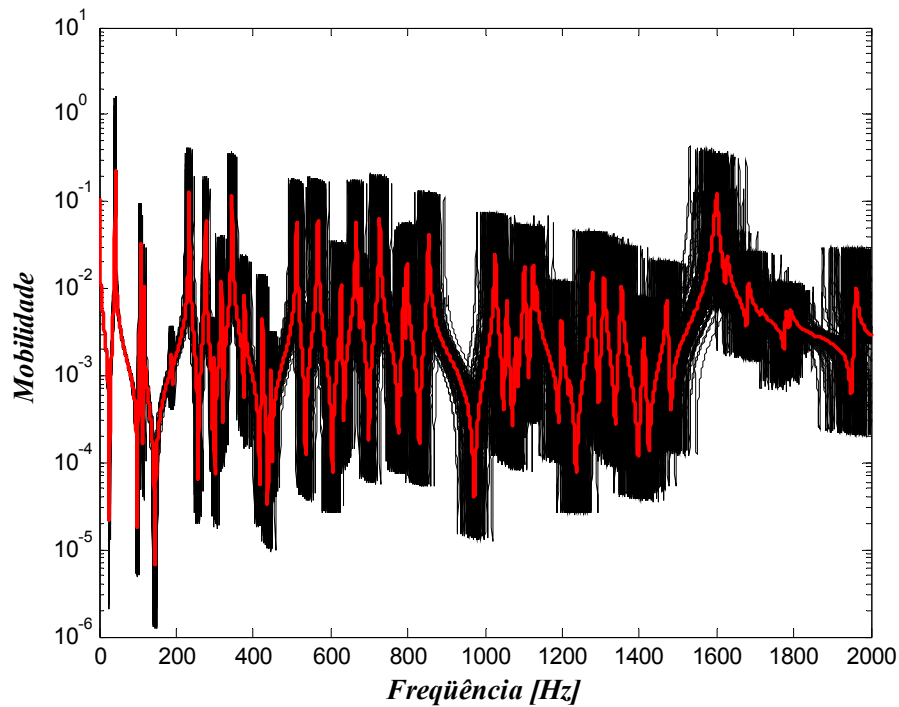


Figura 3.2 – Curvas da Mobilidade do Painel (dB). — 200 FRFs com variações nos parâmetros de entrada do modelo; — FRF com valor nominal dos parâmetros;

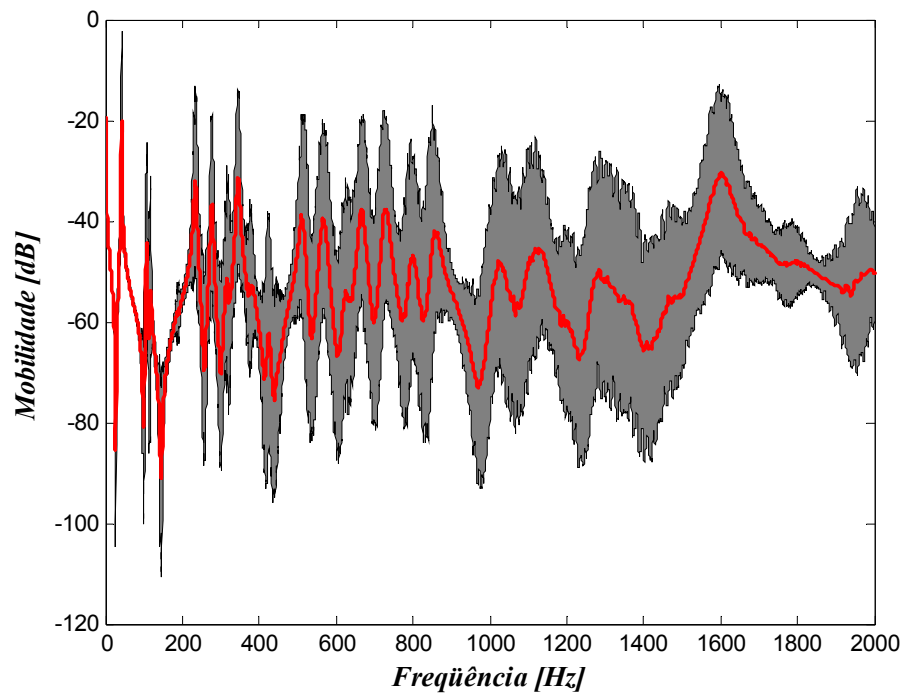


Figura 3.3 – Curvas da Mobilidade do Painel. Faixa de variação estatística (área cinza) e — valor médio.

3.2. Método de Superfície de Resposta

O Método da Superfície de Resposta (RSM) foi originalmente proposto por Box e Wilson (1954) como uma ferramenta estatística para encontrar condições de operação de um processo químico no qual algumas respostas eram otimizadas. Posteriormente este método foi usado para desenvolver funções que substituem longas simulações computacionais.

Uma importante aplicação deste método é na análise de falhas em estruturas mecânicas, ou seja, em estruturas complexas o cálculo da probabilidade de falha, usualmente, exige um alto custo computacional e com o objetivo de reduzir este alto custo, muitos pesquisadores empregam o RSM. Candy (2003) usou superfície de resposta em problemas que envolvem identificação de falhas em estruturas dinâmicas. Ela mostrou em

seu trabalho que o método é bastante robusto à variação experimental e também eficiente em relação à confiabilidade do método com um baixo custo computacional.

Projetos que envolvem incertezas de parâmetros requerem muito mais análises do que projetos considerados determinísticos, ou seja, um único modelo não é capaz de descrever precisamente o comportamento dinâmico da estrutura. Portanto, cada variação nos parâmetros de entrada requer uma análise do modelo e para estruturas grandes e complexas isto se torna um alto custo computacional. Neste caso, o RSM pode ser usado para reduzir o alto custo computacional.

Supondo que a resposta Y de um modelo depende das variáveis de entradas $X_1, X_2 \dots X_n$, modelos podem ser calculados para repetidas amostras $\mathbf{Xj} = (X_{1j}, X_{2j} \dots X_{nj})$ em um espaço n -dimensional. Para cada ponto, um valor de Y_j é observado, ou seja, uma malha de pontos de respostas é construída através do modelo da estrutura. Então, esta malha de respostas é usada para desenvolver uma superfície aproximada, que usualmente é um polinômio de n -ésima ordem ou uma superfície interpolada (Myers et al., 2004).

3.2.1 Análise do Painel Reforçado Usando Superfície de Resposta

Para este trabalho, o RSM é aplicado para a análise dinâmica (FRF), via elemento espectral, com incertezas de parâmetros. Para a análise foram selecionados dois parâmetros de entrada incertos: módulo de elasticidade e espessura da placa. Primeiramente foi construída uma superfície de resposta com 400 pontos, usando o modelo anterior de elemento espectral criado no software MATLAB.

Para ilustrar, a Figura 3.4 mostra os 400 pontos dos resultados da mobilidade (para uma dada frequência), gerados primeiramente com o modelo de elementos espectrais, em um espaço espessura x módulo de elasticidade. Note-se que, para cada frequência é calculado uma malha de resposta com 400 pontos, ou seja, para uma faixa de frequência de 0 a 2000 Hz com intervalo de 0,5 Hz, têm-se 4000 malhas de resposta.

Depois de gerada a superfície com 400 pontos, obtiveram-se, por interpolação cúbica usando o software MATLAB, 4000 pontos da mobilidade no espaço espessura x módulo de elasticidade (Figura 3.5). Para esta variação dos 4000 pontos de entrada, cada parâmetro (espessura e módulo de elasticidade) é descrito por uma distribuição de probabilidade gaussiana com desvio padrão de 1% de cada parâmetro. Os valores aleatórios dos parâmetros de entrada foram encontrados usando o Método de Monte Carlo.

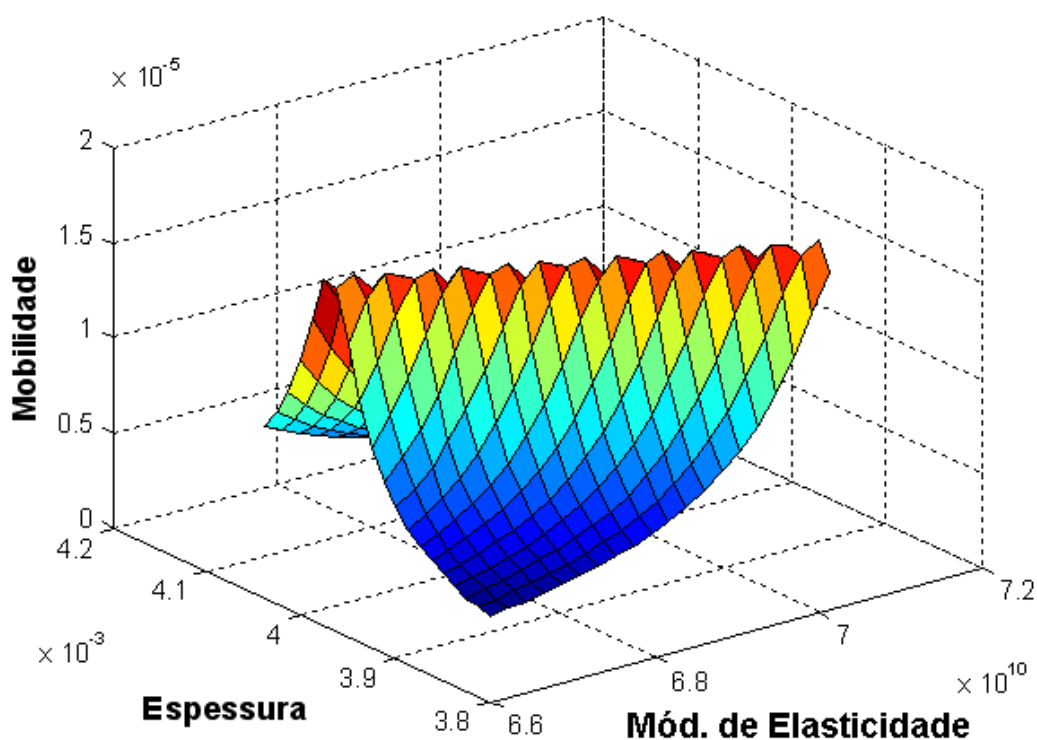


Figura 3.4 - 400 pontos dos resultados da mobilidade (para uma dada frequência) em um espaço espessura x módulo de elasticidade, gerados com o modelo de elementos espectrais.

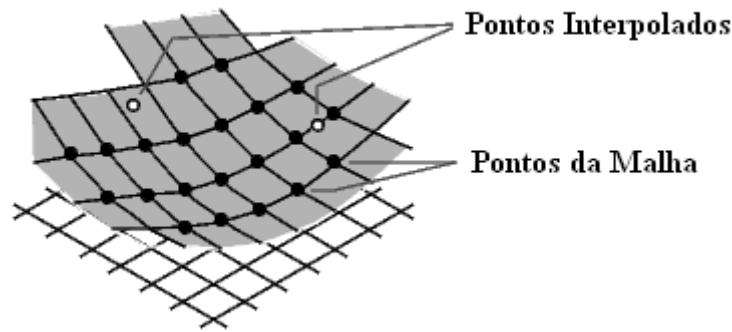


Figura 3.5 – Interpolação da superfície para gerar 4000 pontos

Através das 4000 FRFs, geradas por interpolação da superfície inicial, calculou-se as curvas máximas e mínimas estatisticamente para cada frequência, usando o intervalo de mais ou menos dois desvios padrões. Outras 4000 FRFs, usando as mesmas variações paramétricas para o caso anterior, foram calculadas diretamente através de 4000 simulações do modelo. A Figura 3.6 mostra uma comparação entre as curvas máximas e mínimas para os dois casos. As curvas contínuas mostram a faixa de variação estatística calculada através de 4000 simulações do modelo de elemento espectral (usando Monte Carlo para a variação dos parâmetros de entradas). As curvas pontilhadas mostram a faixa de variação estatística calculada através de RSM, ou seja, através de 400 pontos (calculados via elementos espectrais), por interpolação, foram gerados 4000 pontos. Nota-se que as faixas de variação estatísticas são praticamente as mesmas, ou seja, com um custo computacional muito menor obtiveram-se os mesmos resultados.

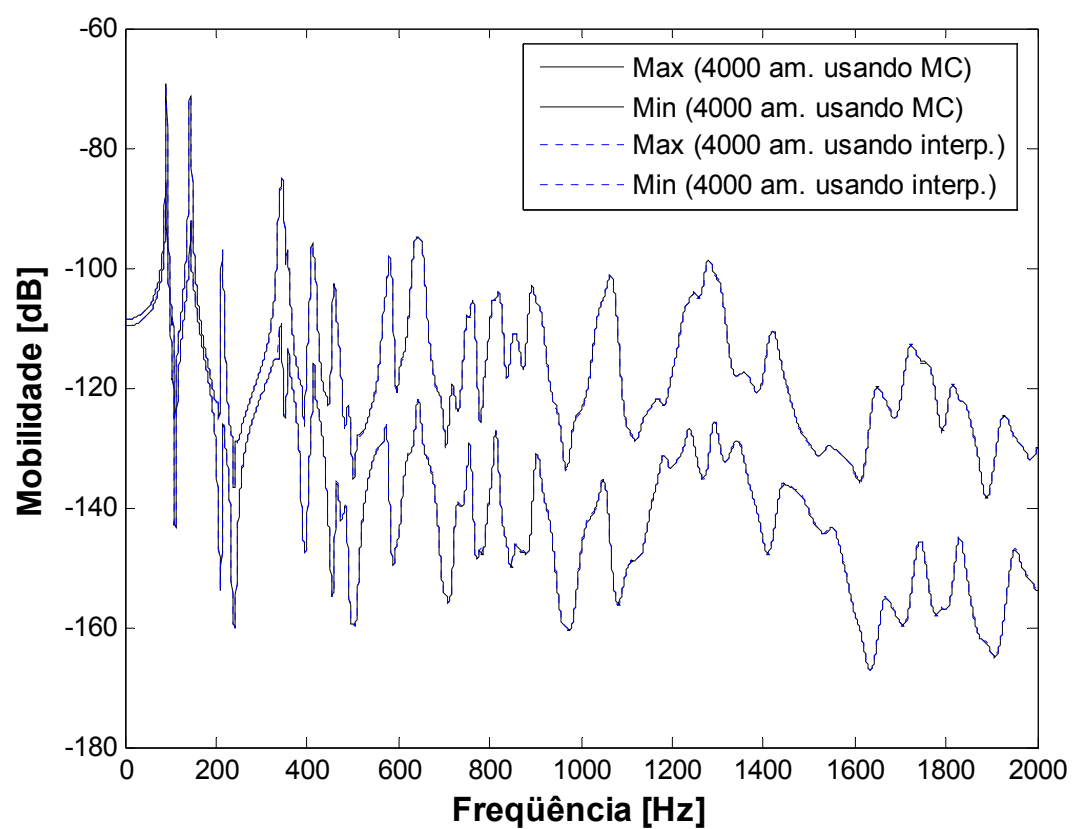


Figura 3.6 – Comparações entre a análise de Monte Carlo com modelo completo e com Superfície de Resposta.

Capítulo 4

Verificação Experimental

4.1. Análise Modal Experimental

A análise modal experimental é utilizada para validar os resultados dinâmicos dos modelos de elementos finitos, através de uma comparação com resultados experimentais. Para a análise experimental foi construído um painel reforçado de alumínio, mostrado na Figura 4.1. Uma das dificuldades na construção foi decidir que tipo de união seria empregado entre a placa e os reforçadores. Algumas formas possíveis de união, tais como: cola, rebites, parafusos ou solda, foram descartadas, pois, nestes casos, a união não é contínua e introduz grande amortecimento estrutural provocado pelo atrito relativo entre as duas peças e também resultariam em não-linearidade nesta região. Estes problemas dificultariam a modelagem e prejudicariam a precisão dos resultados. A solução foi construir o painel usinando-o a partir de uma chapa de alumínio mais espessa, constituindo, assim, uma estrutura contínua. O desenho do painel com as dimensões foi mostrado na Figura 2.1. Para o experimento foi montado o sistema de medições mostrado nas Figuras 4.2 e 4.3, utilizando-se os equipamentos apresentados na Tabela 4.1.

Para obter o módulo de elasticidade com maior precisão, uma pequena amostra da chapa de alumínio foi retirada para ser estimado por teste de tração. Esta estimativa foi feita no Laboratório de Materiais da Unicamp.

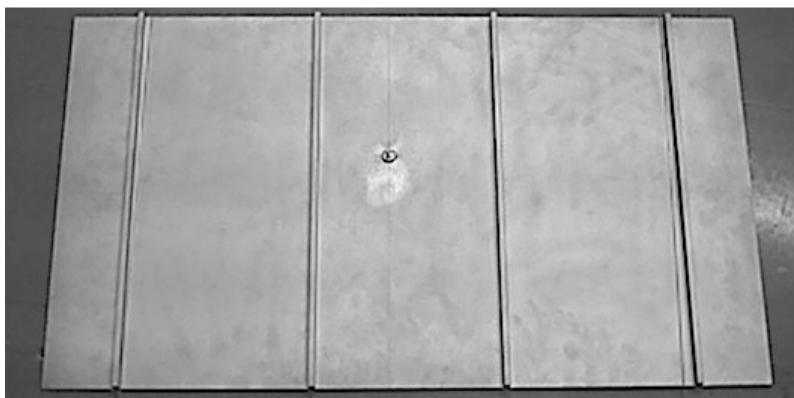


Figura 4.1 – Pannel reforçado construído para análise



Figura 4.2 – Montagem experimental para obtenção dos resultados experimentais.

Tabela 4.1 – Equipamentos utilizados na análise experimental

Sistema de Aquisição de Dados HP E1421B
Vibrômetro Laser Doppler Polytec Modelo OFV – 303.8
Amplificador de Potência LDS Modelo PA25E
Shaker Eletrodinâmico LDS Modelo V201
Condicionador de Sinais PCB 482A 05
Transdutor de Força Piezelétrico PCB Modelo 208A 02
“Stinger” flexível de aço mola

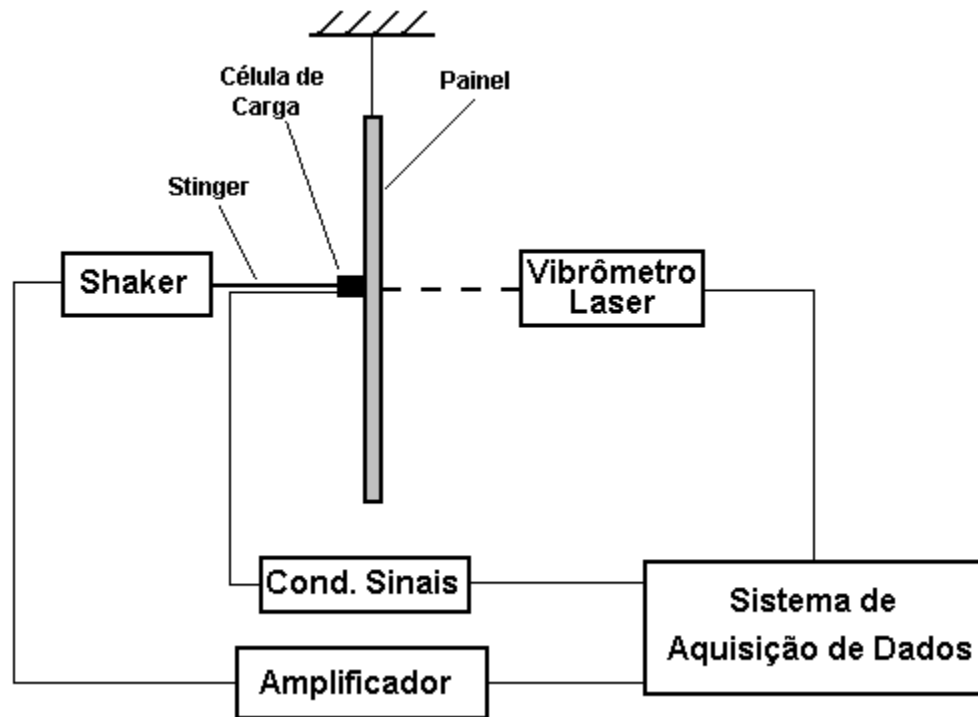


Figura 4.3 – Diagrama do sistema de medições.

O painel construído foi suspenso por dois fios, simulando uma condição de contorno livre-livre-livre-livre. Para realizar uma análise modal em frequências mais altas, o painel foi discretizado em 220 pontos diferentes, mostrados na Figura 4.4. Em cada ponto foi obtida uma função de resposta em frequência (FRF). A excitação foi feita com um excitador eletrodinâmico, em um único ponto, a 330 mm na direção x (maior aresta) e 160 mm na direção y (menor aresta), a partir do canto inferior esquerdo na face onde se encontram os reforçadores. As respostas (velocidade) foram obtidas através do vibrômetro laser (sem contato). Os resultados das FRFs foram processados no software CADA-X para obtenção dos modos de vibrar e as respectivas frequências naturais.



Figura 4.4 - Foto do painel com os pontos medidos.

4.2. Comparação da Análise Experimental com o MEF

Como o objetivo do trabalho é obter bons resultados através do MEF, em uma ampla faixa de frequência (0 a 2000 Hz), foram analisados vários tipos de refinamento de malhas, tanto do modelo usando elementos sólidos como da modelagem com elementos de placa e viga (comentado no Capítulo 2). Na Figura 2.8 foi mostrada a curva de convergência da frequência natural do 51º modo do painel (para a análise com elementos sólidos) com o aumento do número de nós do modelo. Na Figura 4.5 é mostrada a curva do erro desta frequência em relação ao resultado experimental.

Na Figura 4.6 foi feita a mesma análise anterior, mas para a modelagem numérica com elementos de placas e vigas. Através destas análises, pode-se notar que a partir de 30000 nós a frequência natural numérica (usando elementos sólidos) do 51º modo convergiu, ou seja, mesmo melhorando o refinamento da malha o erro em relação ao resultado experimental permanece o mesmo (aproximadamente 0,08%). Para o caso da modelagem com elementos de placa e viga, isto ocorre em, aproximadamente, 2000 nós (erro de 0,22%).

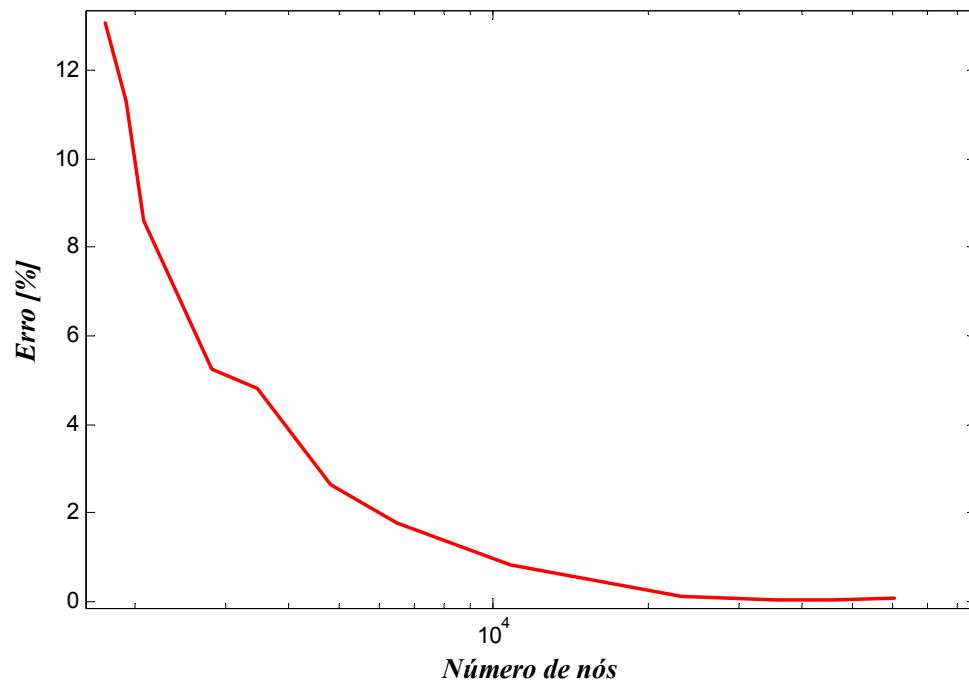


Figura 4.5 – Variação do erro, entre frequências naturais numéricas e experimentais, com o aumento do número de nós (elemento sólido).

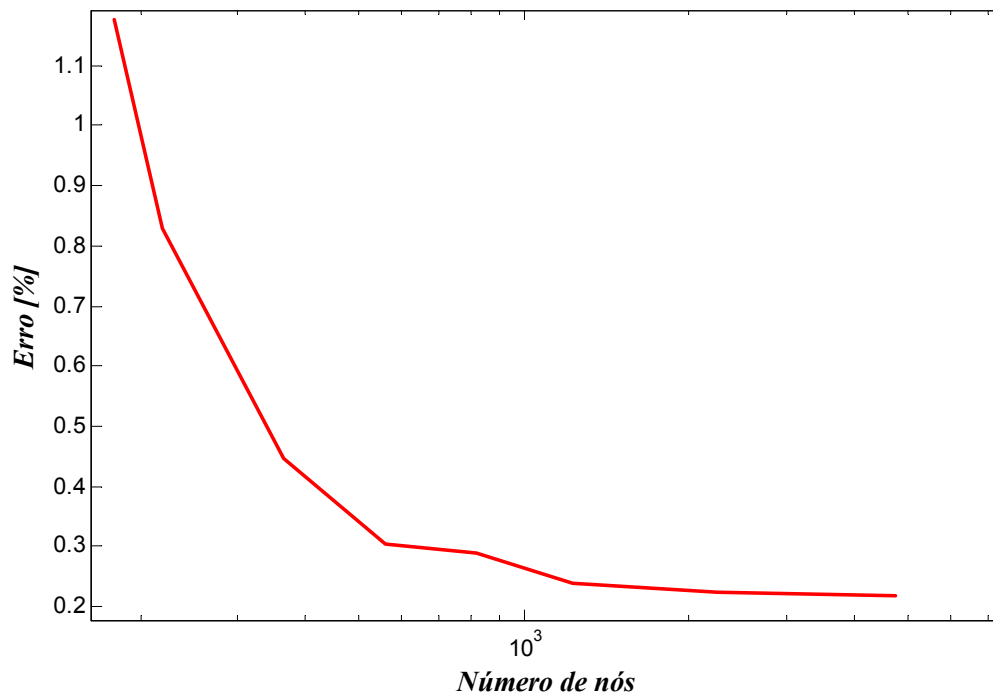


Figura 4.6 – Variação do erro, entre frequências naturais numéricas e experimentais, com o aumento do número de nós (elemento de placa e viga).

A Figura 4.7 mostra a comparação entre as formas do 51º modo experimental, do 51º modo numérico usando elementos sólidos e do 51º modo numérico usando elementos de placa e viga. Podem ser observados que os modos estão com as mesmas formas e os erros, entre as frequências naturais, são muito pequenos.

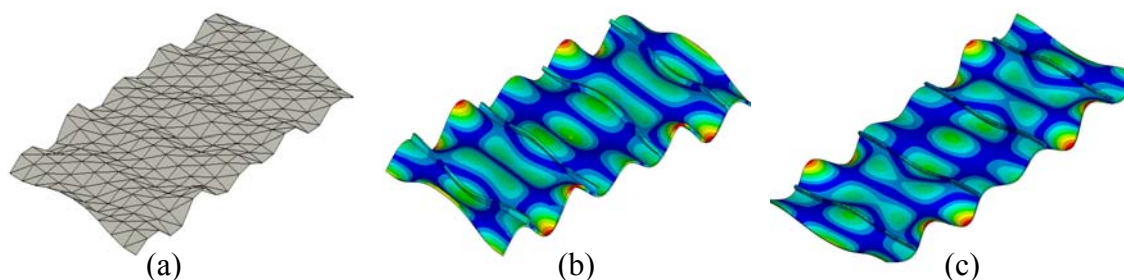


Figura 4.7 – Comparação entre os 51^{os} modos. (a) Experimental; (b) Numérico usando elementos sólidos; (c) Numérico usando elementos de placa e viga.

Para comparar os resultados em toda a faixa de frequência de 0 a 2000 Hz, foi analisada uma FRF obtida no mesmo ponto de excitação. A Figura 4.8 mostra a comparação entre os resultados da mobilidade do modelo numérico (usando elementos sólidos) e os resultados experimentais. Para uma faixa de frequência de 0 a 1000 Hz a comparação entre as curvas mostrou que o modelo numérico representa com boa precisão o sistema físico, são encontradas algumas diferenças de amplitude devido ao amortecimento estrutural que não foi adicionado na modelagem. Na faixa de frequência de 1000 a 2000 Hz as curvas, apesar de pequenas diferenças, apresentaram boa concordância, até aproximadamente 1500 Hz. A partir desta frequência o modelo numérico apresenta pouca precisão. As imprecisões nestas frequências mais altas são atribuídas às incertezas dos parâmetros físicos, ou seja, as frequências naturais e as formas modais de alta ordem apresentam uma grande sensibilidade a pequenas variações de geometria e propriedades do material.

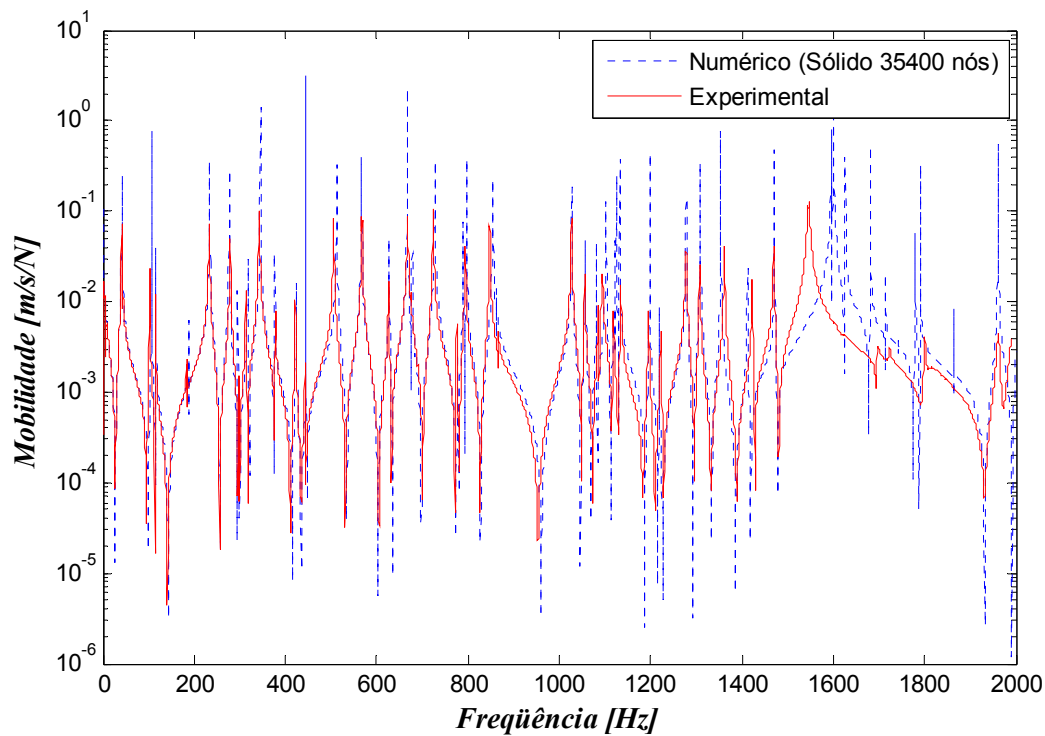


Figura 4.8 – Comparação entre o modelo numérico (elementos 3D) com o experimental

A Figura 4.9 mostra a comparação dos resultados da modelagem usando elementos de placas e vigas com os experimentais. Os resultados deste tipo de modelo também apresentaram boa concordância na faixa de frequência de 0 a 1000 Hz, e acima desta frequência a precisão do modelo numérico é ainda menor do que no modelo tridimensional. Esta melhor precisão do modelo tridimensional é atribuída as suas funções de forma de maior ordem.

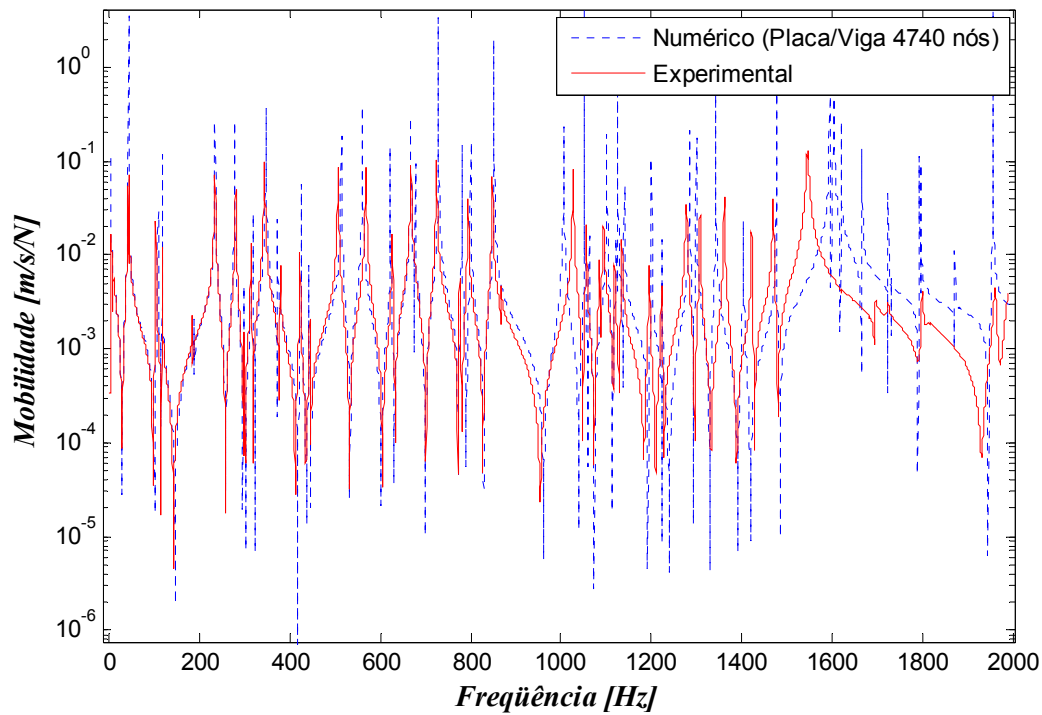


Figura 4.9 – Comparação do modelo numérico (placa e viga) com o experimental.

A partir dos resultados experimentais, foi feito um ajuste no módulo de elasticidade através da comparação direta entre as frequências naturais numéricas e experimentais (Figuras 4.10 e 4.11). Pode-se observar que os pontos se aproximam de uma reta de 45°, indicando que o módulo de elasticidade está com valor ajustado (Friswell e Mottershead, 1995). A Tabela 4.2 mostra uma comparação das frequências naturais obtidas experimentalmente e das obtidas através dos modelos de elementos finitos (elemento sólido e elemento de placa e viga), após ter escolhido a malha adequada e ajustado o módulo de elasticidade.

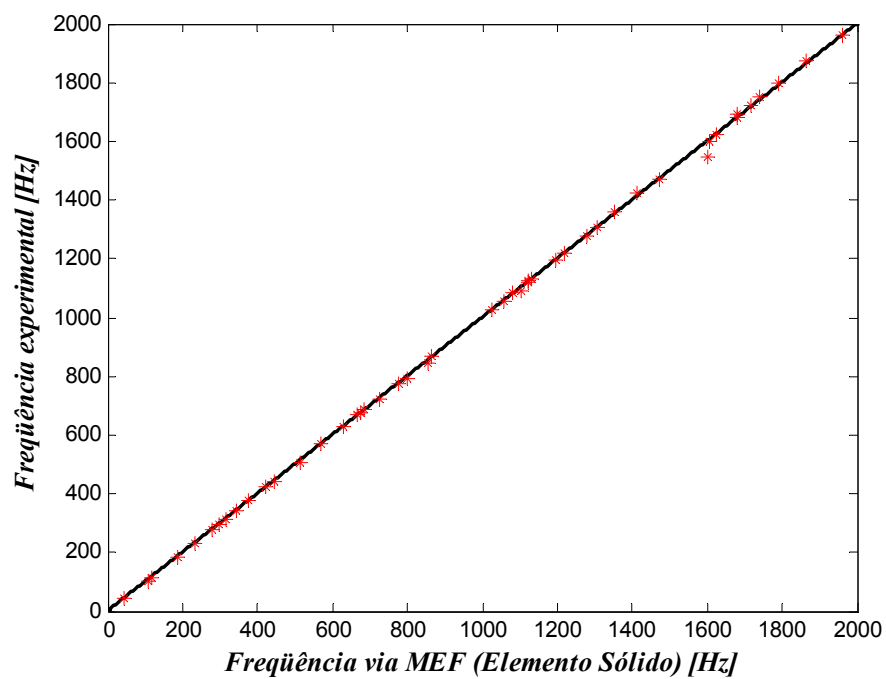


Figura 4.10 – Comparação direta entre frequências experimentais e numéricas (sólido).

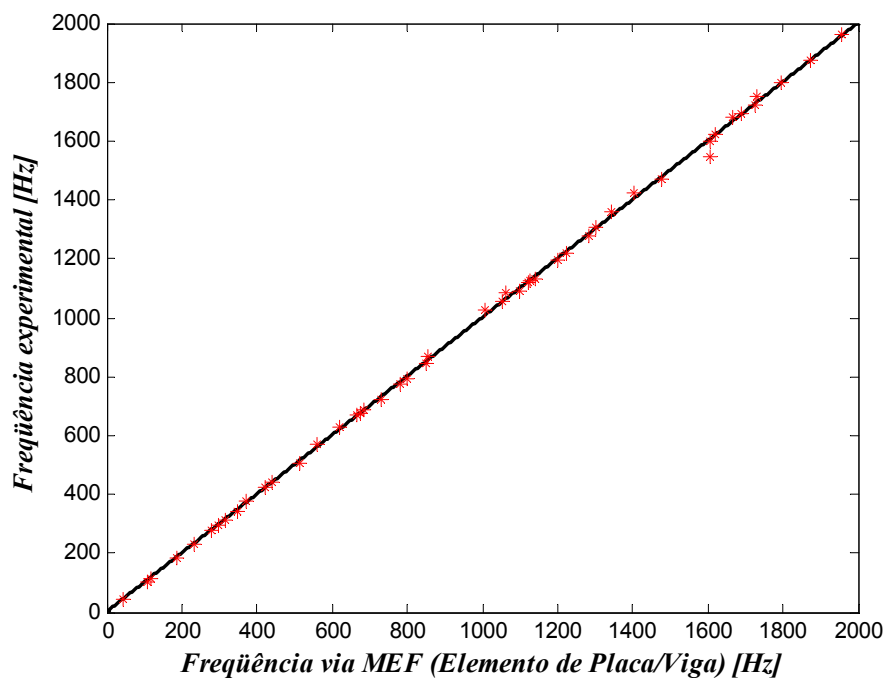


Figura 4.11 – Comparação direta entre as frequências experimentais e numéricas (placa/viga).

Tabela 4.2 – Comparação entre a análise experimental e numérica

Modos	Experimental [Hz]	Numérico (Sólido) [Hz]	Erro (%)	Numérico (Placa/Viga) [Hz]	Erro (%)
1	41,4	41,9	1,14	41,5	0,29
2	XXX	48,1	XXX	48,0	XXX
3	102,4	107,0	4,53	106,8	4,34
4	116,2	116,5	0,20	115,5	0,63
5	184,0	188,6	2,48	187,8	2,08
6	232,8	233,9	0,46	233,3	0,23
7	278,7	276,6	0,76	276,9	0,65
8	297,2	295,9	0,43	296,3	0,30
9	313,5	317,3	1,21	317,3	1,20
10	342,3	344,9	0,77	345,7	0,98
11	378,2	376,9	0,34	371,8	1,68
12	421,6	423,2	0,38	423,9	0,56
13	443,0	445,5	0,57	441,9	0,24
14	505,2	512,4	1,41	512,8	1,49
15	567,6	566,9	0,13	559,9	1,36
16	626,3	627,3	0,17	621,9	0,69
17	667,1	666,5	0,09	667,2	0,01
18	674,1	677,2	0,46	676,6	0,37
19	689,7	685,1	0,66	685,9	0,54
20	723,2	727,3	0,57	728,5	0,73
21	775,2	778,3	0,40	780,1	0,63
22	XXX	790,2	XXX	780,2	XXX
23	793,6	797,4	0,48	799,6	0,76
24	847,1	854,3	0,84	852,0	0,57
25	866,1	861,8	0,50	854,3	1,37
26	1025,7	1026,7	0,10	1005,8	1,94
27	1055,2	1056,8	0,16	1052,8	0,30
28	1085,4	1081,1	0,40	1062,2	2,14
29	1093,5	1102,2	0,79	1101,2	0,70
30	1118,2	1121,1	0,26	1122,4	0,38
31	1125,1	1124,4	0,06	1126,0	0,08
32	1133,9	1132,0	0,17	1139,7	0,51
33	1195,1	1198,0	0,24	1200,6	0,46
34	1222,2	1218,9	0,27	1224,5	0,19
35	1277,1	1277,8	0,06	1284,4	0,57
36	1306,8	1308,6	0,14	1299,6	0,55
37	1361,2	1353,5	0,57	1343,0	1,34
38	1421,7	1412,2	0,67	1403,8	1,26
39	1469,2	1471,5	0,16	1476,0	0,46
40	XXX	1595,1	XXX	1594,8	XXX
41	1546,4	1600,4	3,50	1604,1	3,73
42	1601,1	1604,2	0,19	1607,3	0,39
43	1621,4	1626,6	0,32	1620,1	0,08
44	1681,3	1681,5	0,01	1667,3	0,83
45	1695,3	1682,0	0,78	1687,7	0,45
46	1723,4	1715,4	0,46	1725,0	0,09
47	1753,7	1741,2	0,71	1731,6	1,26
48	XXX	1779,3	XXX	1794,6	XXX
49	1799,2	1791,0	0,46	1796,9	0,13
50	1875,8	1863,5	0,66	1872,3	0,19
51	1960,8	1961,1	0,02	1956,2	0,22

Pode-se observar que as frequências naturais numéricas estão bem próximas das experimentais e a maioria dos erros, mostrados nas Figuras 4.12 e 4.13, não ultrapassam 2%, mesmo em modos de ordem mais elevada. No Anexo 1 é mostrada uma comparação entre todos os modos de vibrar numéricos (usando elemento sólido) e experimentais. Esta comparação mostra que todos os modos estão bem correlacionados, apenas os 2º, 22º, 40º e 48º modos numéricos não foram identificados na análise experimental, devido à força de excitação ter sido aplicada num ponto próximo a uma linha modal destes modos. Para identificar estes modos, a excitação devem ser situada em outro ponto.

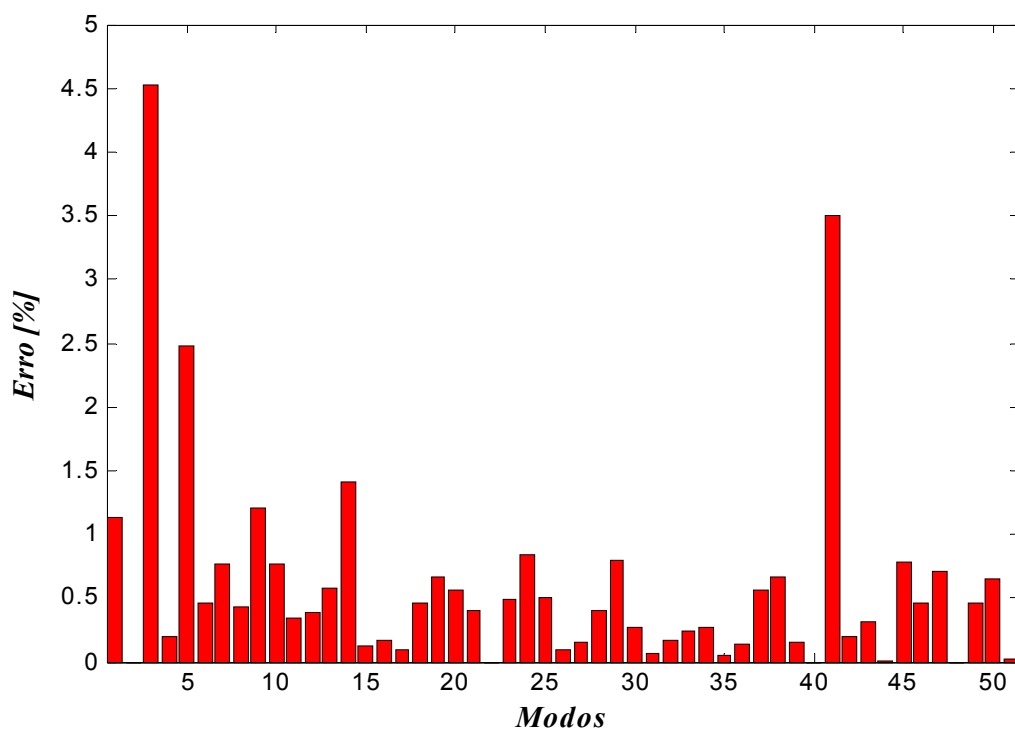


Figura 4.12 – Erro entre as frequências numéricas (usando elementos sólidos) e as frequências experimentais.

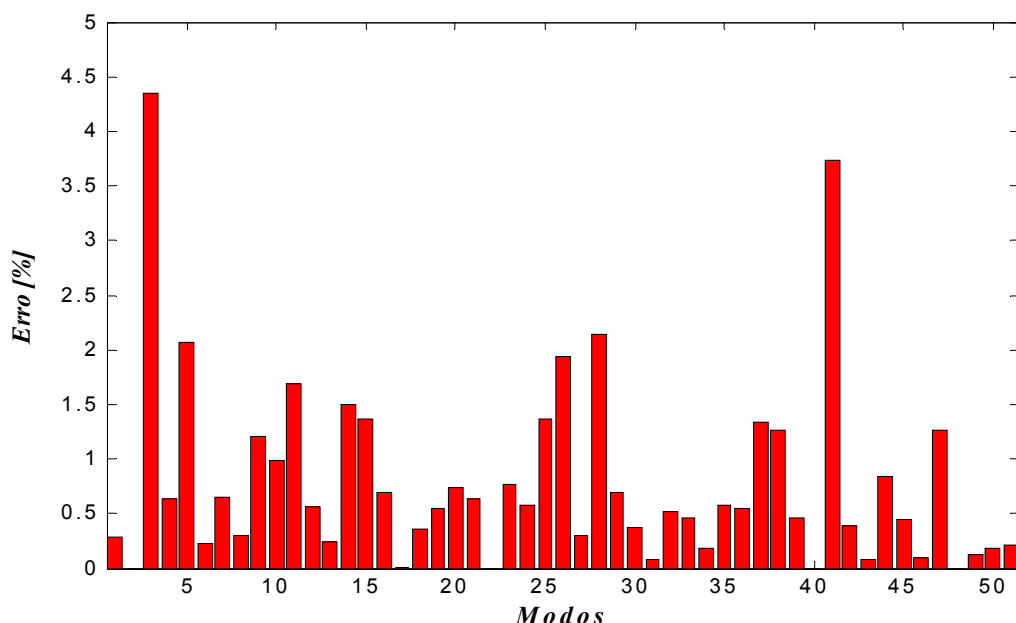


Figura 4.13 – Erro entre as frequências numéricas (usando elementos de placa e viga) e as frequências experimentais.

4.3. Análise do Painel Reforçado Usando Monte Carlo

Para analisar o efeito destas variações na resposta dinâmica do painel reforçado analisado, foram selecionados três parâmetros de entrada que estarão sujeitos a pequenas variações estatísticas em relação ao seu valor nominal. Assumiu-se que cada parâmetro é descrito por uma distribuição de probabilidade gaussiana e os valores aleatórios foram encontrados usando o Método de Monte Carlo. Foi usada distribuição de probabilidade gaussiana para os amostras dos parâmetros de entrada A densidade, a espessura do painel e o módulo de elasticidade são variados independentemente. A FRF analisada com incertezas está sendo medida no mesmo ponto de excitação do lado sem os reforçadores.

A Figura 4.14 mostra a faixa de variação da FRF obtida com o modelo e a FRF experimental. Pode-se observar que a FRF experimental está dentro da faixa prevista, exceto em alguns picos, em frequências mais altas. Pode-se atribuir isto ao uso de amortecimento modal do tipo estrutural constante para todos os modos no modelo

numérico, enquanto o amortecimento da estrutura real parece aumentar com a frequência. Na faixa de frequências de 1700 a 1800 Hz apresentaram-se ainda distorções na curva de mobilidade experimental que podem ser atribuídas à influência da haste (“stinger”) usada para conectar o excitador ao transdutor de força no experimento.

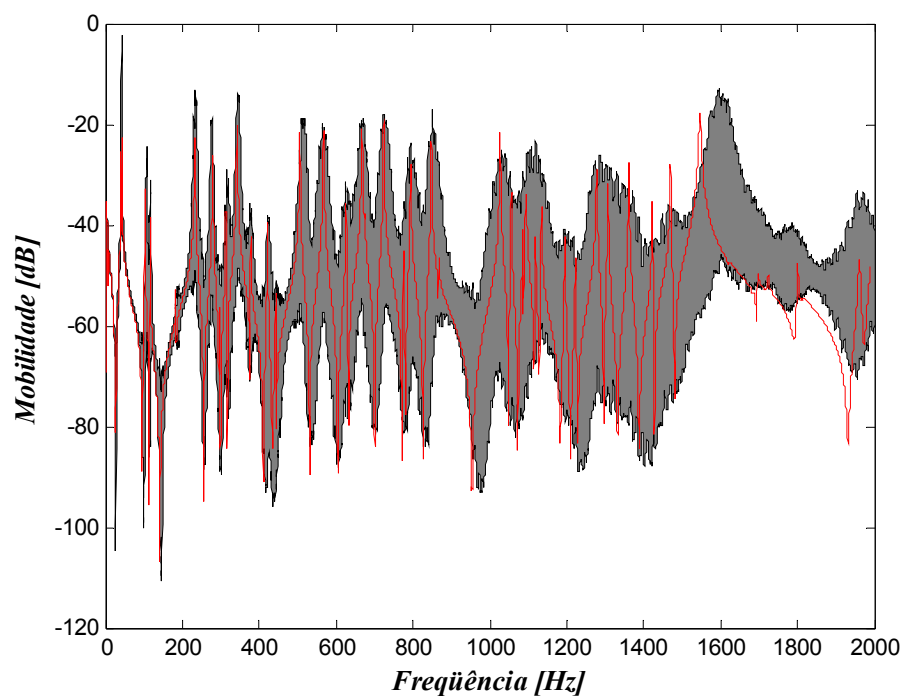


Figura 4.14 – Comparação entre o resultado experimental e a faixa de variação estatística da resposta revista pelo modelo numérico; — FRF experimental.

Capítulo 5

Conclusão

Para a análise numérica através do MEF realizada neste trabalho, observaram-se resultados bastante precisos em comparação aos resultados experimentais. O painel foi modelado usando diferentes tipos de malha, mostrando que, dependendo do tamanho do elemento (ou número de graus de liberdade) usado na modelagem, o modelo não representa de uma maneira adequada a estrutura real.

Foram propostos dois tipos de modelos de elementos finitos, sendo um utilizando elementos sólidos (modelo tridimensional) e outro usando elemento de placas e vigas. Ficou claro que, principalmente até 1000 Hz, a modelagem usando elementos de placas e vigas apresentou resultados muito próximos do modelo tridimensional com um menor esforço computacional. Entretanto, obtiveram-se, com o modelo tridimensional, melhores resultados em comparação ao experimental, isto devido aos seus elementos possuírem funções de forma de ordem elevada.

Comparando as respostas dinâmicas obtidas com os modelos numéricos via MEF com a experimental, observaram-se bons resultados até aproximadamente 1500 Hz, sendo que, a partir desta frequência, os modelos não apresentaram boa precisão. Estes maiores erros em altas frequências estão relacionados às incertezas dos parâmetros modais, ou seja, as frequências naturais e as formas modais de alta ordem apresentam uma grande sensibilidade a pequenas variações de geometria e propriedades do material. Em toda a faixa de frequência, os modos de vibrar apresentaram uma boa correlação e os erros entre

suas respectivas frequências naturais foram bem pequenos. Apenas alguns modos experimentais não foram identificados, devido à força de excitação ser em apenas um ponto.

Com o objetivo de reduzir o custo computacional, o painel foi modelado usando o método dos elementos espectrais. Foi feita uma comparação (FRFs) entre FEM e SEM e pode-se observar uma boa concordância entre as curvas em toda a faixa de frequência, sendo que para o cálculo via MEF o custo computacional foi muito mais elevado, ou seja, cinco vezes maior que o modelo de elemento espectral. Comprovou-se que o SEM é uma alternativa para a análise dinâmica em frequências mais altas, mas o método ainda é limitado quanto a complexidade geométrica e condições de contorno (pesquisa ainda em andamento).

Devido às incertezas de alguns parâmetros de entrada do modelo, foram feitas variações estatísticas, usando o Método de Monte Carlo, na densidade, na espessura e no módulo de elasticidade do painel, verificando assim o efeito destas variações nos resultados das FRFs via MEF. Mostrou-se que as maiores variações ocorrem em altas frequências. Observou-se que a curva da mobilidade experimental se encontra dentro da faixa de incerteza dos resultados numéricos para o valor nominal mais ou menos dois desvios padrão.

Como as análises por Monte Carlo necessitam de um alto número de simulações para representar as incertezas paramétricas, foram feitas variações estatística nos parâmetros de entradas do modelo de elemento espectral, usando o Método de Superfície de Resposta. Os parâmetros tomados como incertos foram a espessura e o módulo de elasticidade do painel. Mostrou-se que o RSM apresentou resultados muito bons com um custo computacional muito menor do que calculando as FRFs através somente de simulações com o modelo completo em uma análise pelo método de Monte Carlo.

Referência Bibliográficas

Agarwal, B. D.; Broutman, L. J. *Analysis of performance of fiber composite*. 2nd ed. New York: John Wiley and Sons Inc., 1990.

Ahmida, K. M. *Análise Dinâmica de Pórticos em Médias e Altas Freqüências*. 2001. Tese (Doutorado). Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade de Estadual de Campinas, Campinas.

Albuquerque, E.L.; Arruda, J.R.F.; Donadon L. V. “Análise Dinâmica de Painéis Reforçados”, *Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*, trabalho 56027, Belém, PA, 10-13 agosto 2004.

Arruda, J. R. F.; Huallpa, B.N. *Introdução à Análise Espectral*. Apostila. Departamento de Mecânica Computacional. Unicamp. 2000

Arruda, J. R. F., Ahmida, K.M., The structural dynamics mid-frequency challenge: Bridging the gap between FEA and SEA, in *Proceedings of the Xth International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics (DINAME)*, Ubatuba, Brazil, 2003, pp. 159-164.

Arruda, J. R. F., Donadon, L. V., Nunes, R. F., Albuquerque, E. L. On the Modeling of Reinforced Plates in the mid-frequency range. *Proceedings of International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA)*, 2004.

Battil, S. M., Renaud, J. E., Gu, X. Modeling and Simulation uncertain in multidiciplinary design optimization, *American Institute of Aeronautics and Astronautics* - IAA –200-4803, 2000.

Box, G. E. P., Wilson K. B. The Exploration and Exploitationof Response Surface: Some general considerations and Examples. *Biometrics*,1954.

Brebbia, C.; Dominguez, J. *Boundary Element an Introductory Course*. 2nd ed., Boston: Computation Mechanics Publications, 1989.

Buslenko, N. P, Golenko, D. I., Shreider, Y. A., Sobol, I. M., Sragovich, V. G. *The Monte Carlo Method*. Pergamon Press, 1966.

Candy, A. L. Use of Response Surface Metamodels in Damage Identification of Dynamics Structures. Tese (Doutorado). Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University. Blacksburg, Virginia, 2003.

Dominguez, J. *Boundary Elements in Dynamics*. Boston: Computational Mechanics Publication, 1993.

Donadon, L. V., Albuquerque, E.L., Arruda, J.R.F. Modeling Reinforced Plates Using the Spectral Element Method. *Proceedings of International Congress and Exposition on Noise Control Engineering (INTERNOISE)*. Praga, República Tcheca, 2004.

Doyle, J. F. *Wave propagation in structures : spectral analysis using fast discrete Fourier transforms*. Springer, 1997.

Erickson, M. J.; Burroughs, C. B. Experimental Vibration Analysis of an Aluminun Ribbed Panel. *Proceeding of Noise-Com 97*. pp. 239-245, June 1997.

Ewins, D. J., *Modal Testing: Theory and Practice*, John Wiley & Sons, New York, 1988.

Falsone, G., Impollonia, N. A New Approach for the Stochastic Analysis of Finite Element Modelled Structures With Uncertain Parameters. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. v. 191, p. 5067-5085, 2002.

Friswell, M. I.; Mottershead, J. E. *Finite Element Model Updating in structural Dynamics*, Kluwer, 1995.

Gautier, F., Moulet, M. H., Pascal, J. C. Scattering matrix of a stiffener elastically connected to a plate, in: *Proceedings of the International Conference on Recent Advances in Structural Dynamics*, Southampton, UK, 2003.

Grimes, R.G.; Lewis, J.G.; Simon, H.D. A Shifted Block Lanczos Algorithm for Solving Sparse Symmetric Generalized Eigenproblems. *Journal Matrix Analysis Applications*. v. 15, n. 1, p. 228-272 , 1994

Hambric S. A.; Erickson, M. J.; Capone, D. E.; Burroughs, C. B. Finite Element Mode Shapes of an Aluminum Ribbed Panel. *Proceeding of Noise-Com 97*, p. 245-250, June 1997.

Hammersley, J. M.; Handscomb, D. C., *Monte Carlo Methods*, John Wiley & Sons, New York (1964).

Koko, T. S.; Olson, M. D. Vibration Analysis of Stiffened Plates by Super Elements. *Journal of Sound and Vibration*. v. 158, n. 1, p. 149-167, 1992.

Lyon, R. H.; Dejong, R.G. *Theory and Applications of Statistical Energy Analysis*, 2nd ed. Boston: Butterworth-Heinemann, 1995.

Langhe, K. *High frequency vibrations: Contributions to experimental and computational SEA parameter identification techniques*. 1996. Tese (Doutorado) Leuven: Faculteit der Toegepaste Wetenschappen, Katholieke Universitat Leuven.

Langley, R. S. A hybrid method for the vibration analysis of complex structural-acoustic system. *Journal of the Acoustic Society of America*, v. 105, n. 3, p. 1657-1671, 1999.

Lee, U., Lee, J., Spectral-Element Method for Levy-Type Plates subject to Dynamic Loads, *Journal of Engineering Mechanics* 125(2), pp. 243-247, (1999).

Mace, B. R. A Local/Pertubational Method for Estimating Frequency Response Statistics of Built-up Structures with Uncertain Properties. *Journal of Sound and Vibration*. v. 242, n. 5, p. 793-811, 2001.

Manohar, C. S., Gupta, S. Modeling and Evaluation of structural reliability: current status and future directions, *In Golden Jubileepublication of Department of Civil Engineering*, Bangalore, 2002.

Myers, R. H., Montgomery, D.C., Vining, G.G., Borror, C.M., Kowalski, S. M. Response Surface Methodology: A Retrospective and Literature Survey. *Journal of Quality Technology*. vol 36, n. 1, 2004.

Olson, M. D.; Hazell, C. R.. Vibration Studies on Some Integral Rib-Stiffened Plates. *Journal of Sound and Vibration*. v. 50, n. 1, p. 43-61, 1977.

Ogata, P. H. *Avaliação do Perigo de Colisão Entre Aeronaves em Operação de Aproximação em Pistas de Aterrissagem Paralelas*. 2003. Tese (Mestrado). Escola Politécnica de São Paulo, São Paulo.

Papila, M., Haftka, R. Uncertainty and Response Surface Approximations. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*. 2001.

Rade, D.A. *Introdução ao Método dos Elementos Finitos*. Apostila, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia – MG, 2000.

Salgado, N. *Boundary Element Methods for Damage Tolerance Design of Aircraft Structures*. 2nd ed. Boston: Computational Mechanics Publication, 1998.

Ugural, A. C. *Stress in plates and shells*, McGraw-Hill, New York, 1981.

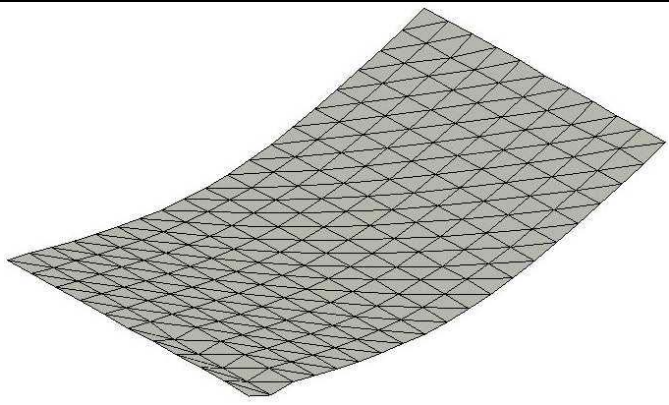
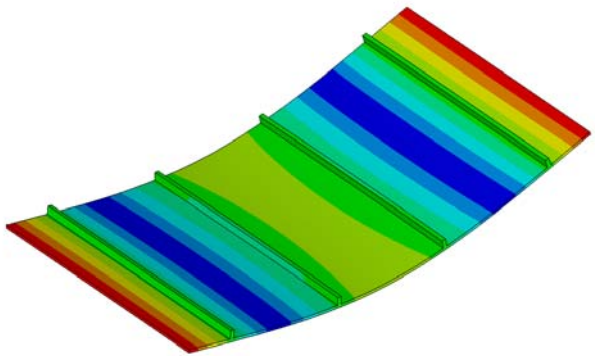
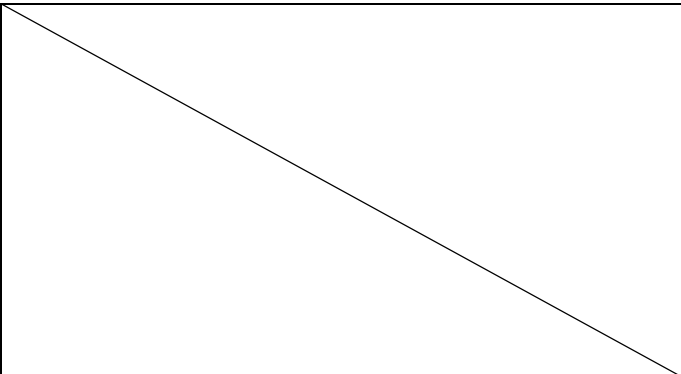
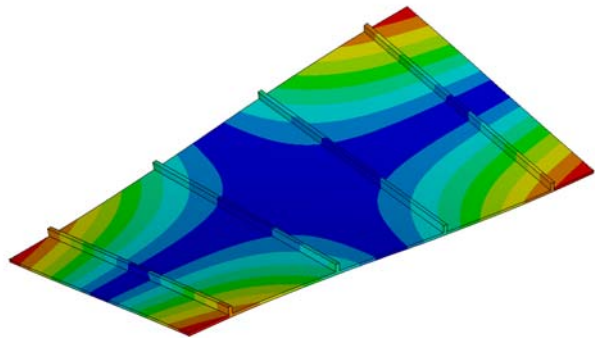
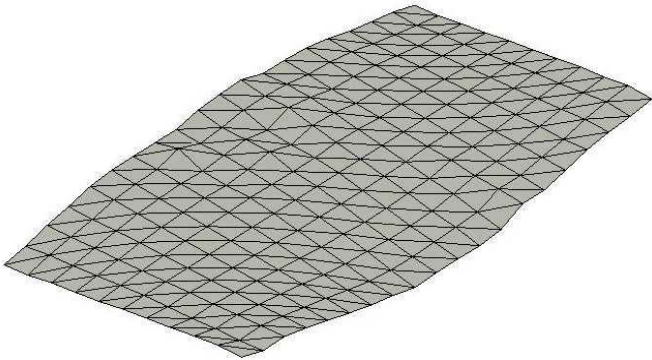
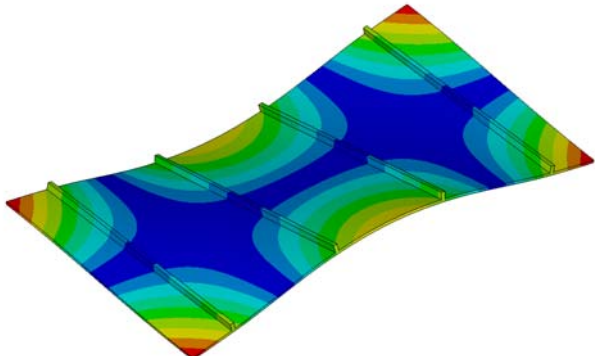
Ungar, E.E. Transmission of plate flexural waves through reinforcing beams; dynamic stress concentrations, *Journal of the Acoustical Society of America* 33, pp. 633-639, 1961.

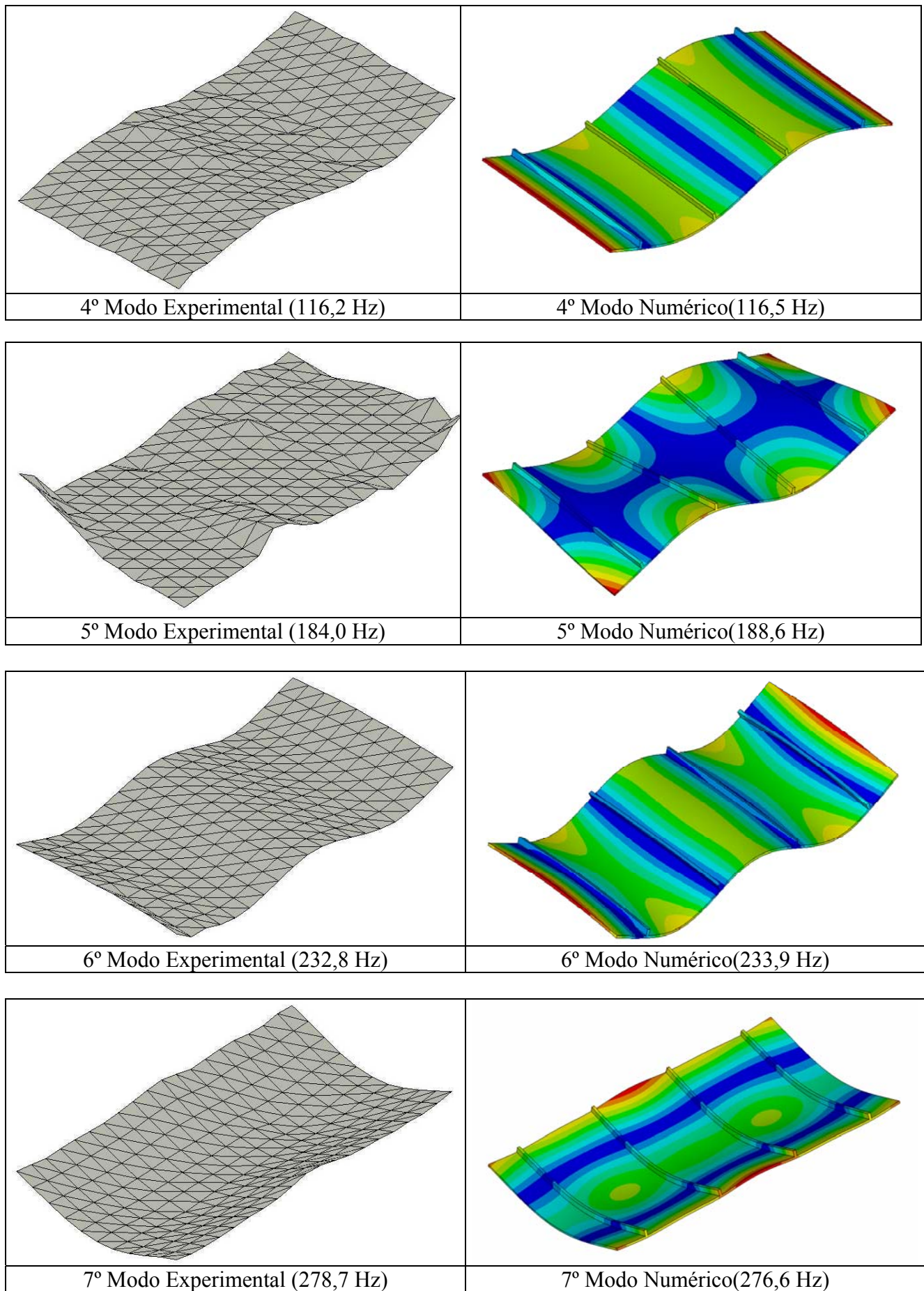
Venter, G., Haftka, R. T. Using Response Surface Methodology in Fuzzy Set Based Design Optimization. *Proceeding, AIAA*, p. 641-651, 1998.

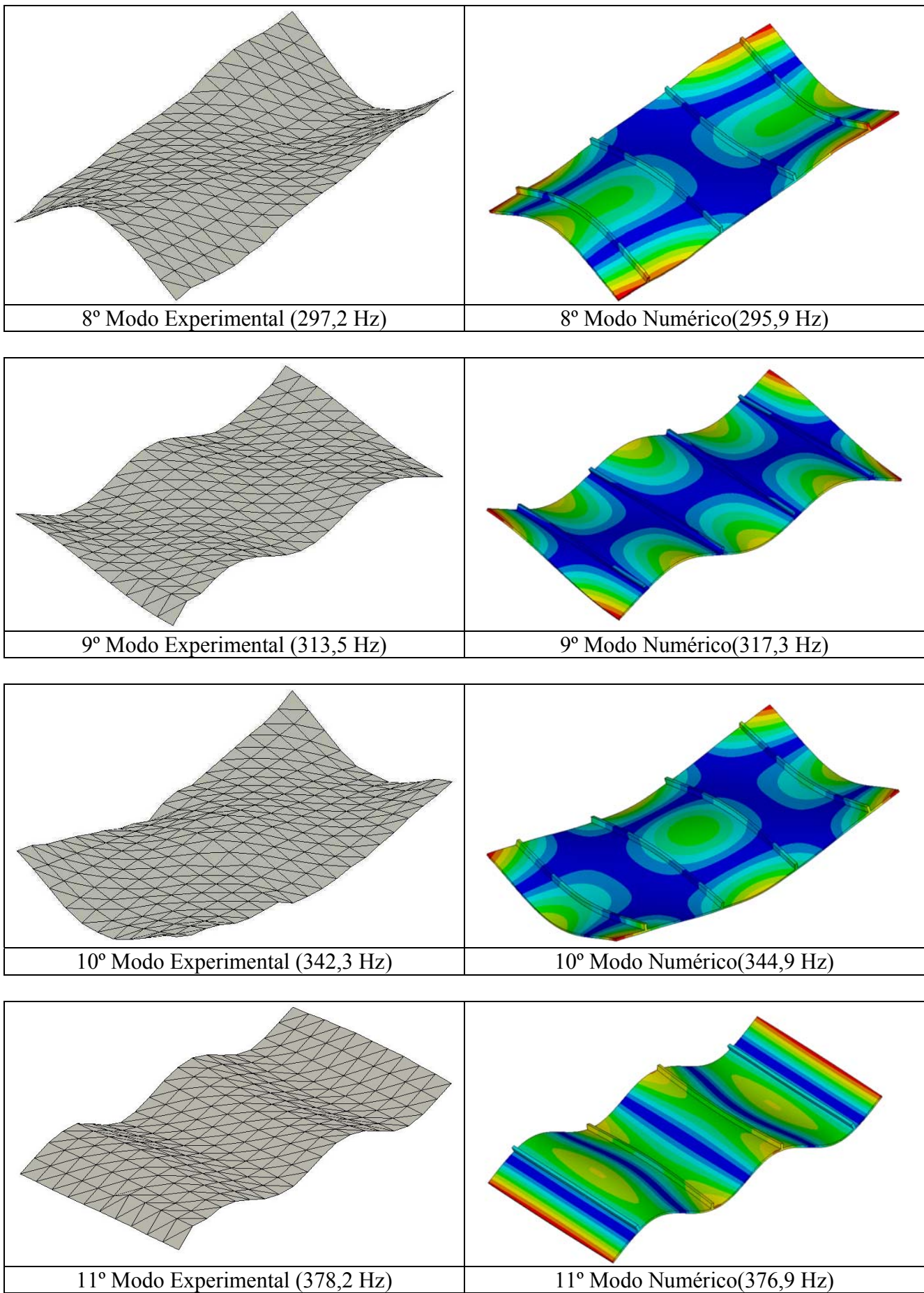
Zienkiewicz, O. C. *The Finite Element Method*. 3rd ed. McGraw-Hill, 1977.

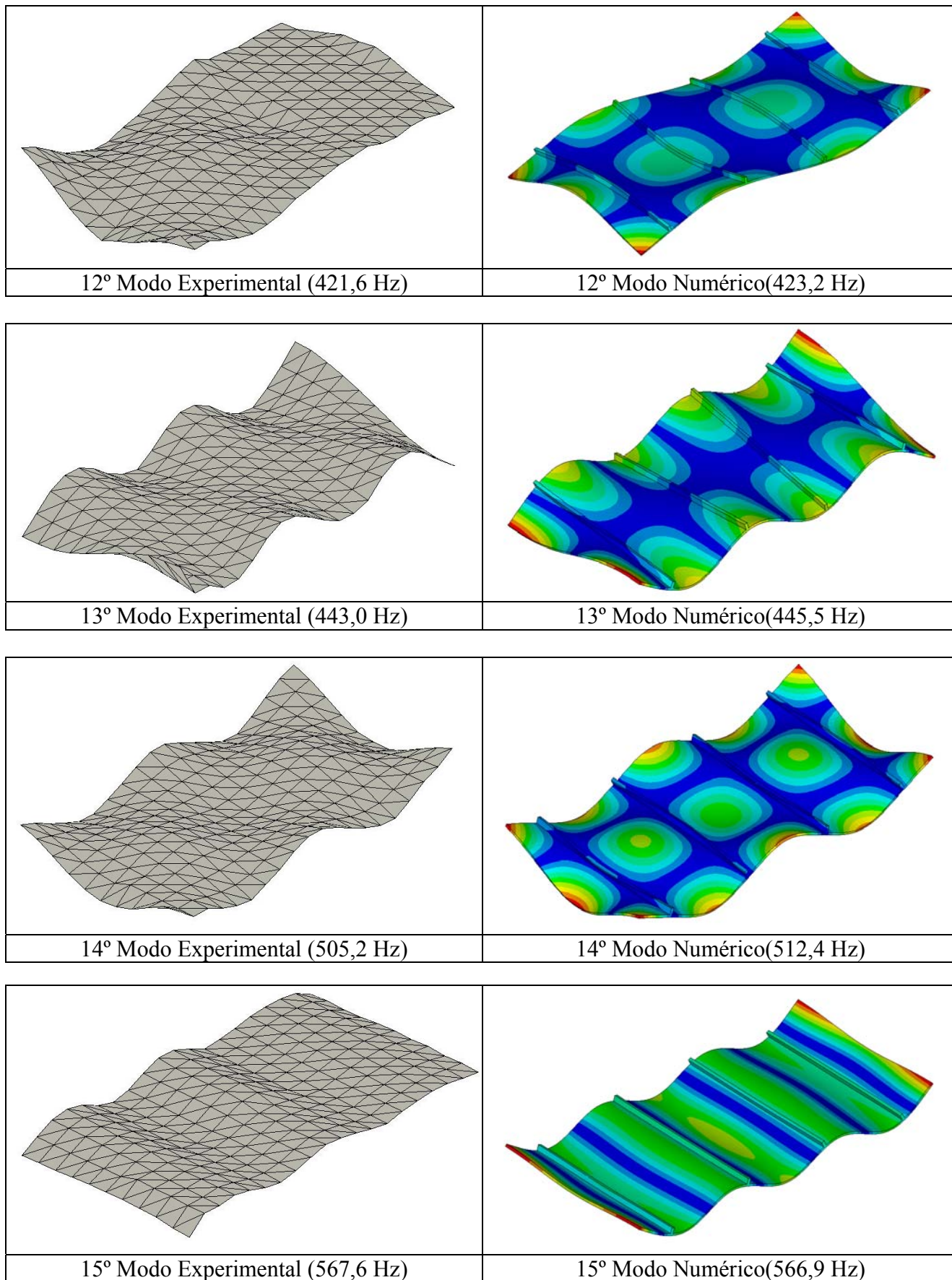
Woller, J. *The Basics of Monte Carlo Simulations*. University of Nebraska, Lincoln. 1996.

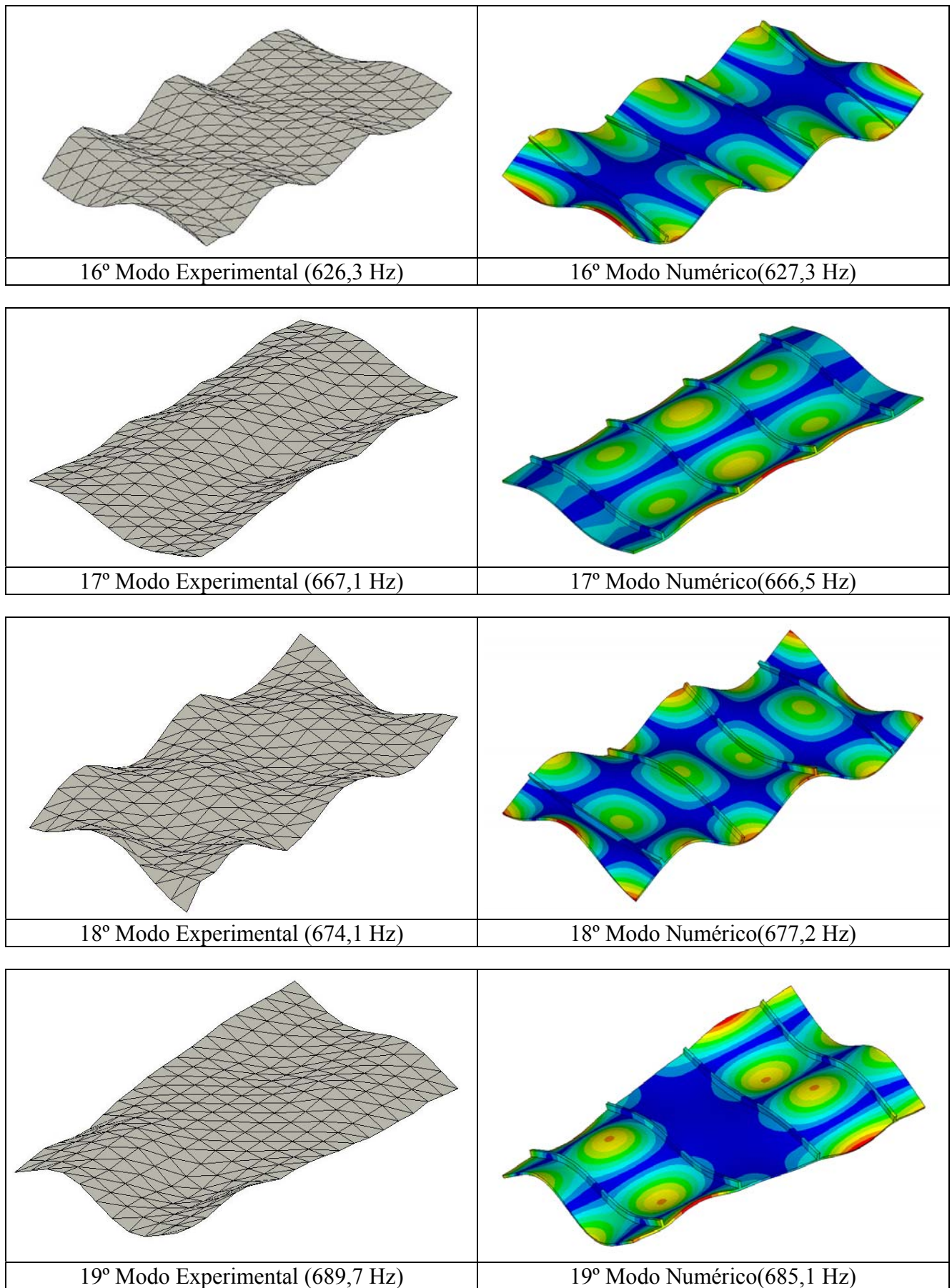
Anexo: Comparação Entre os Modos de Vibrar Experimental e Numérico (Elementos Sólidos)

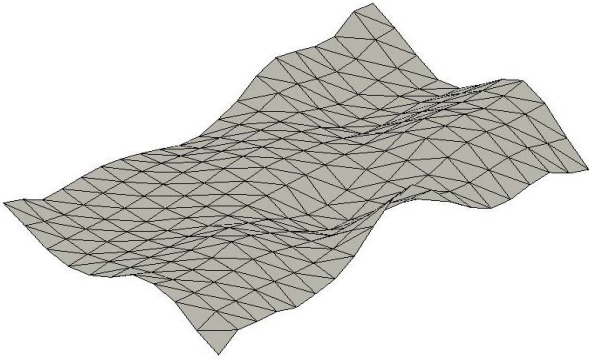
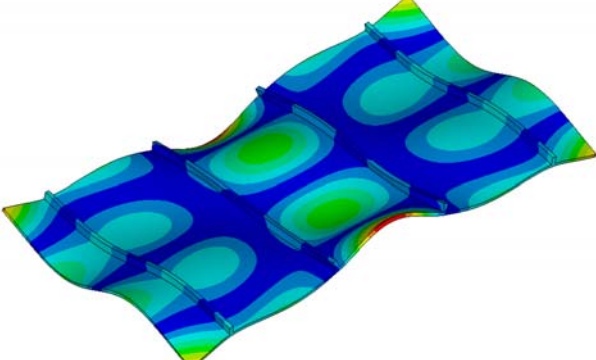
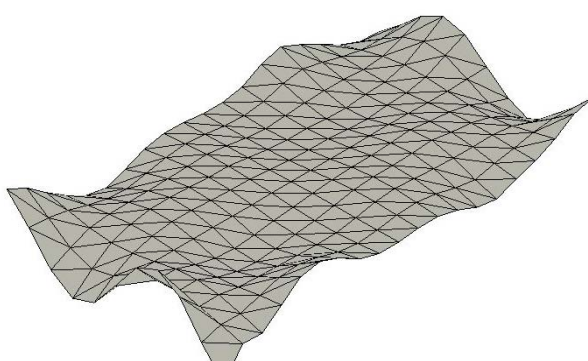
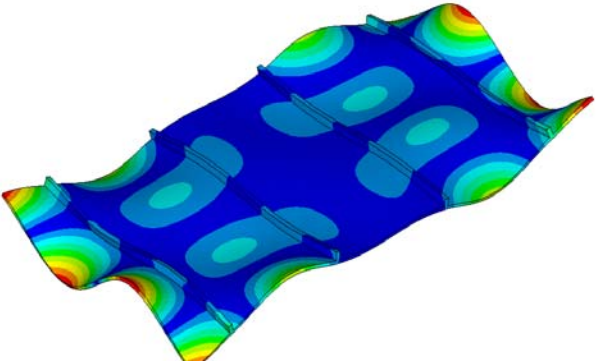
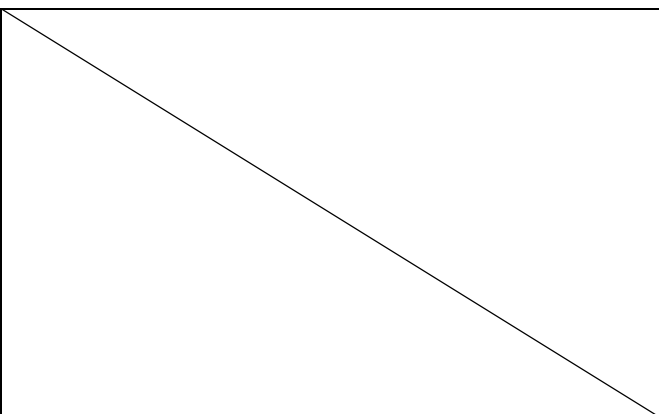
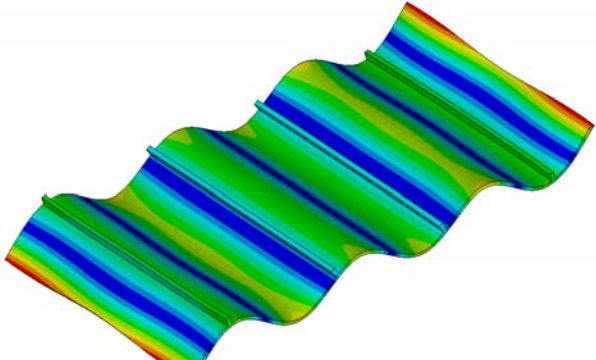
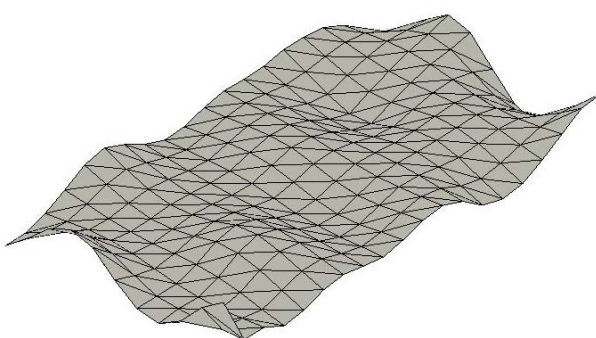
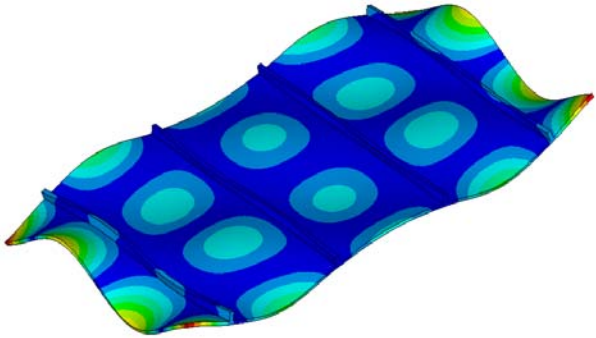
	
1º Modo Experimental (41,4 Hz)	2º Modo Numérico(41,9 Hz)
	
2º Modo Experimental (Não identificado)	2º Modo Numérico(48,1 Hz)
	
3º Modo Experimental (102,4 Hz)	3º Modo Numérico(107,0 Hz)

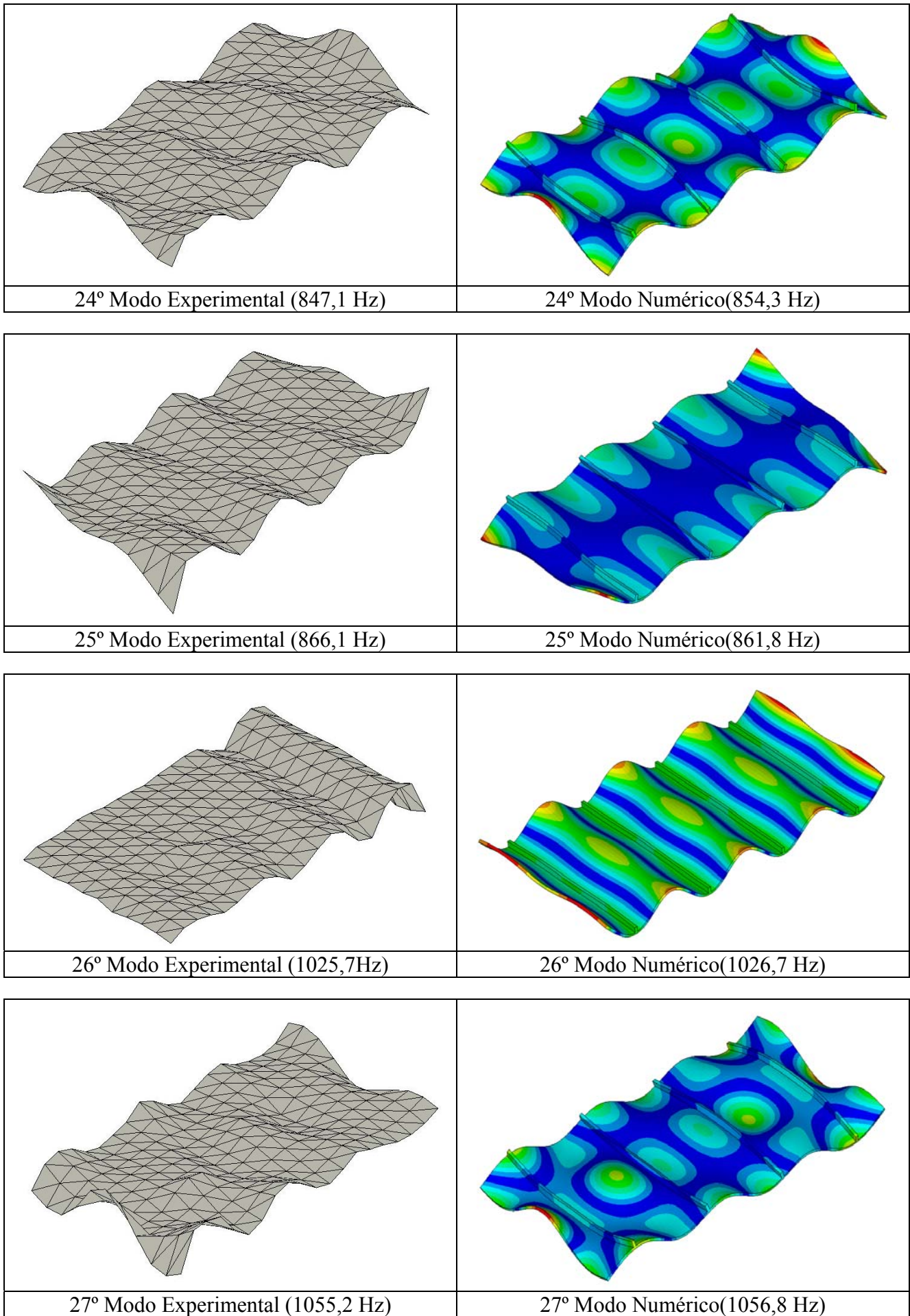


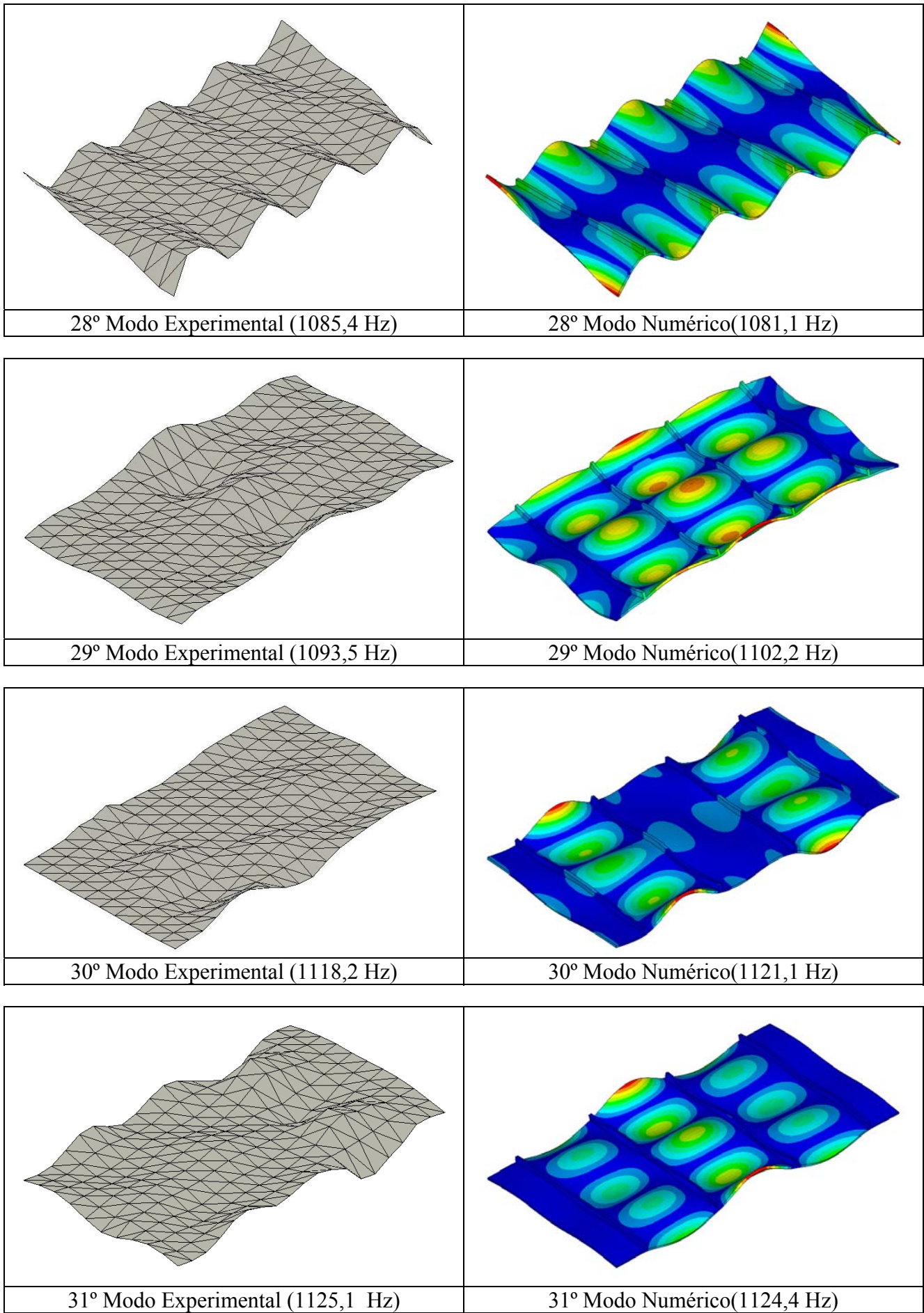


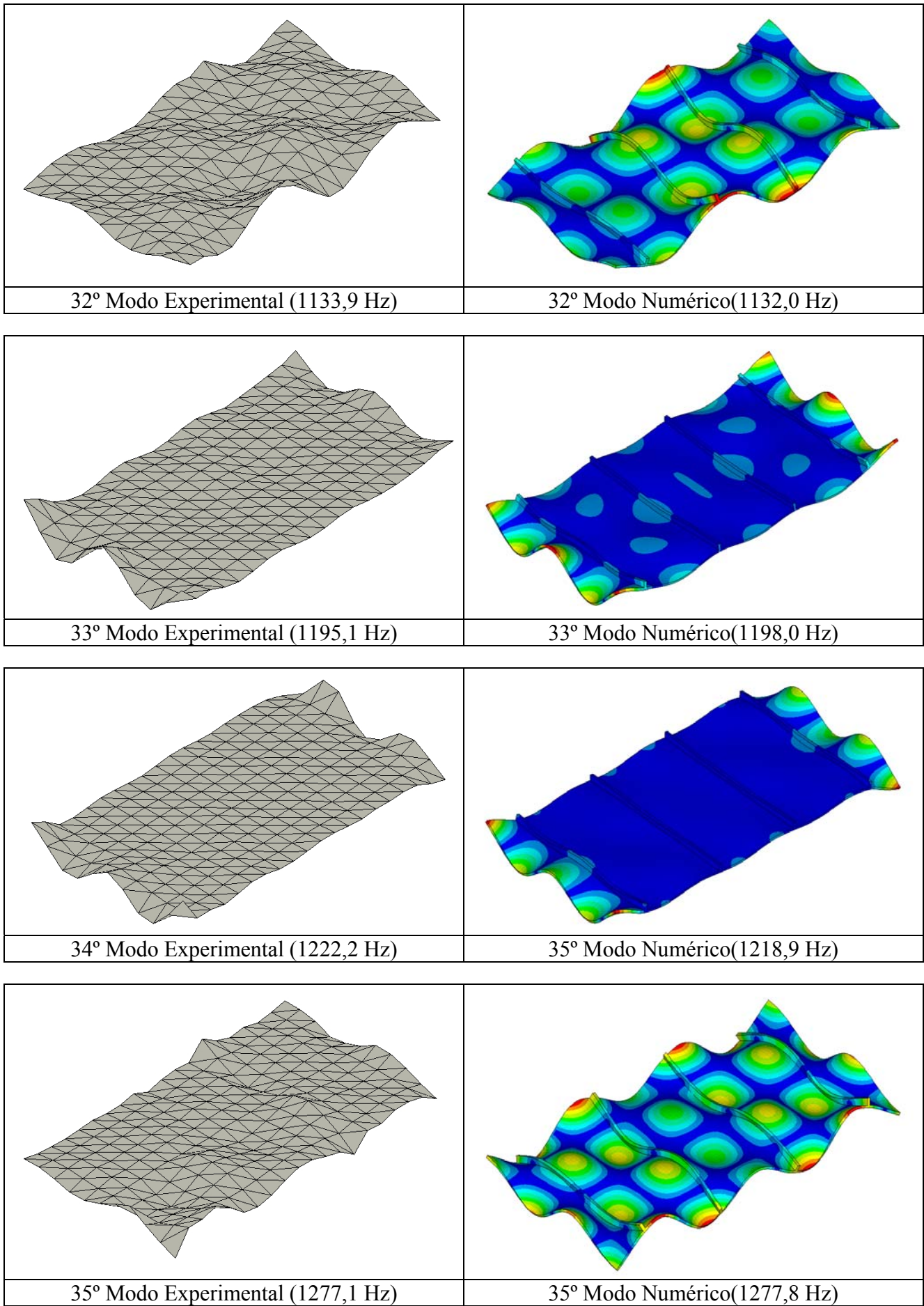


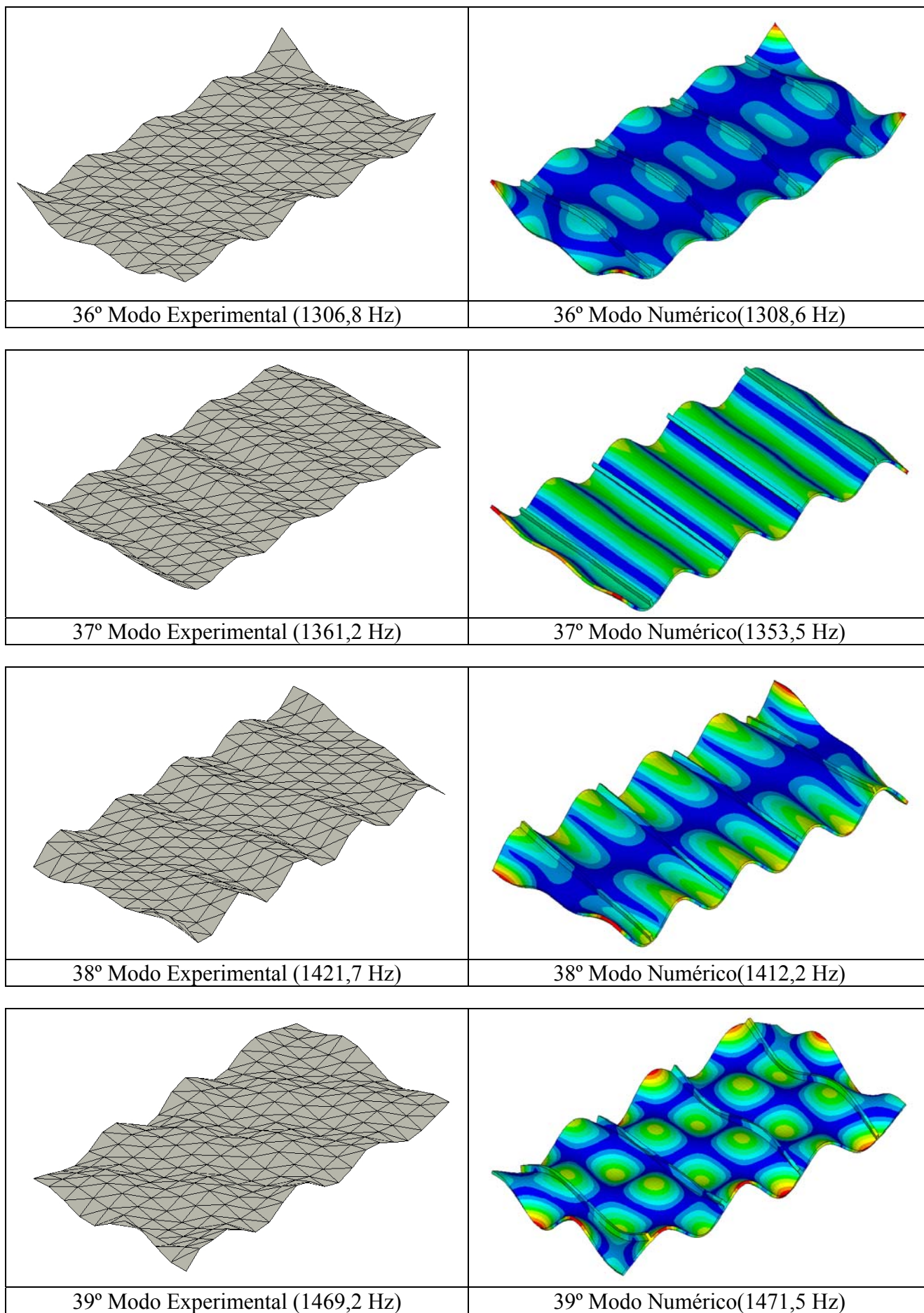


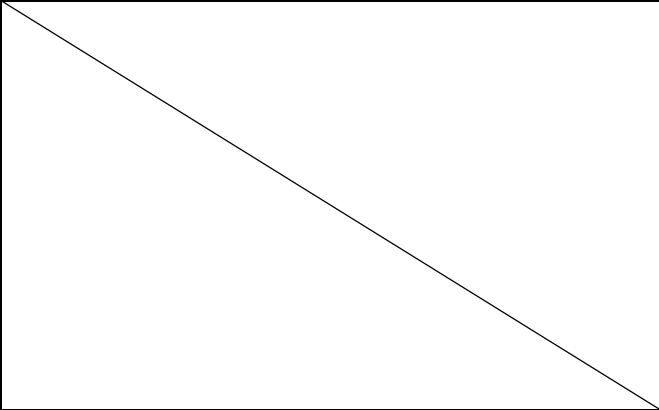
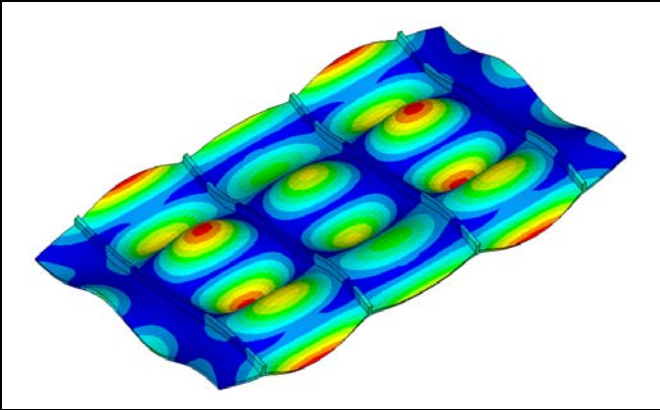
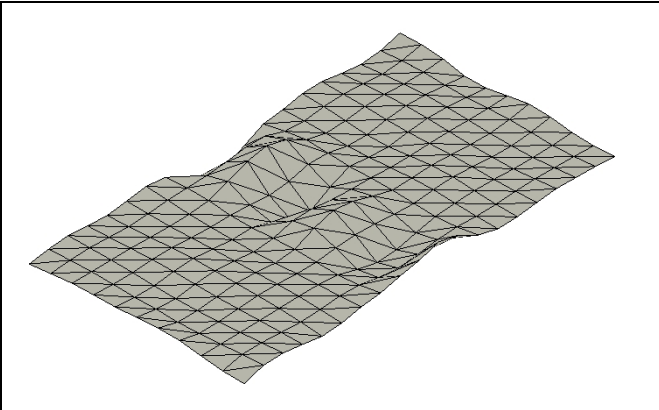
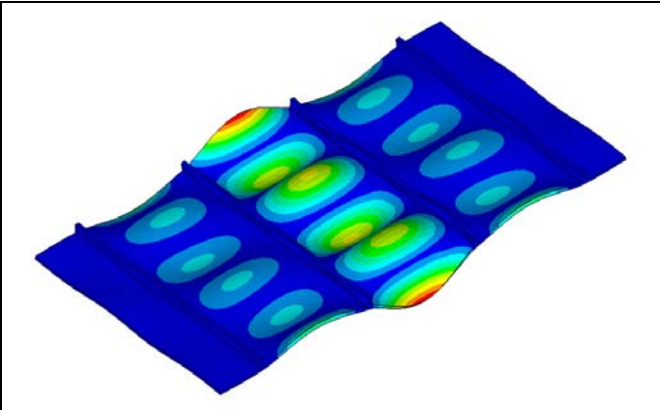
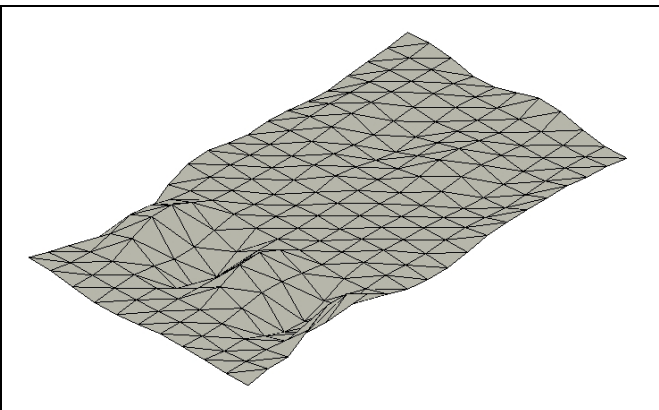
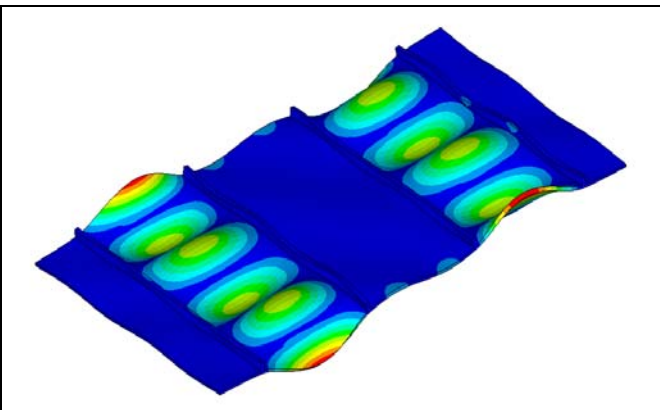
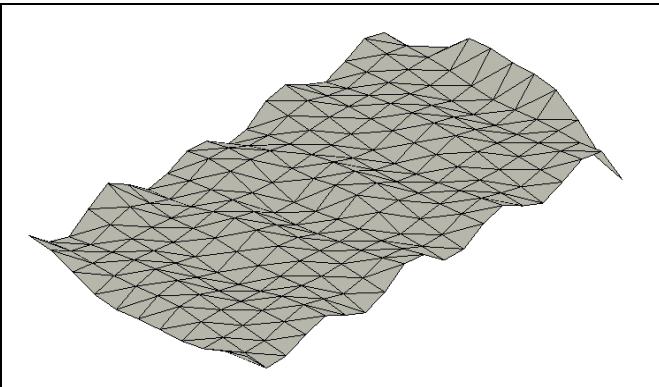
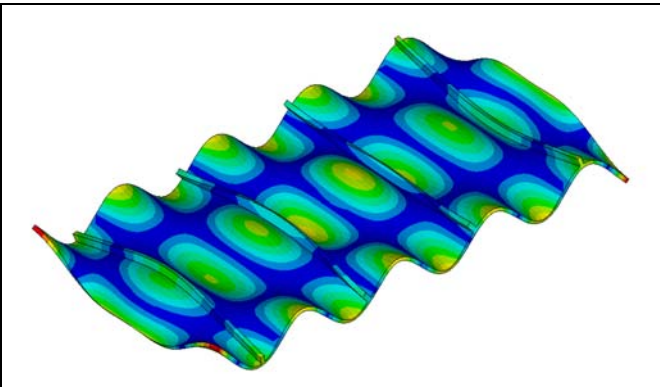
	
20° Modo Experimental (723,2 Hz)	20° Modo Numérico(727,3 Hz)
	
21° Modo Experimental (775,2 Hz)	21° Modo Numérico(778,3 Hz)
	
22° Modo Experimental (Não identificado)	22° Modo Numérico(790,2 Hz)
	
23° Modo Experimental (793,6 Hz)	23° Modo Numérico(797,4 Hz)

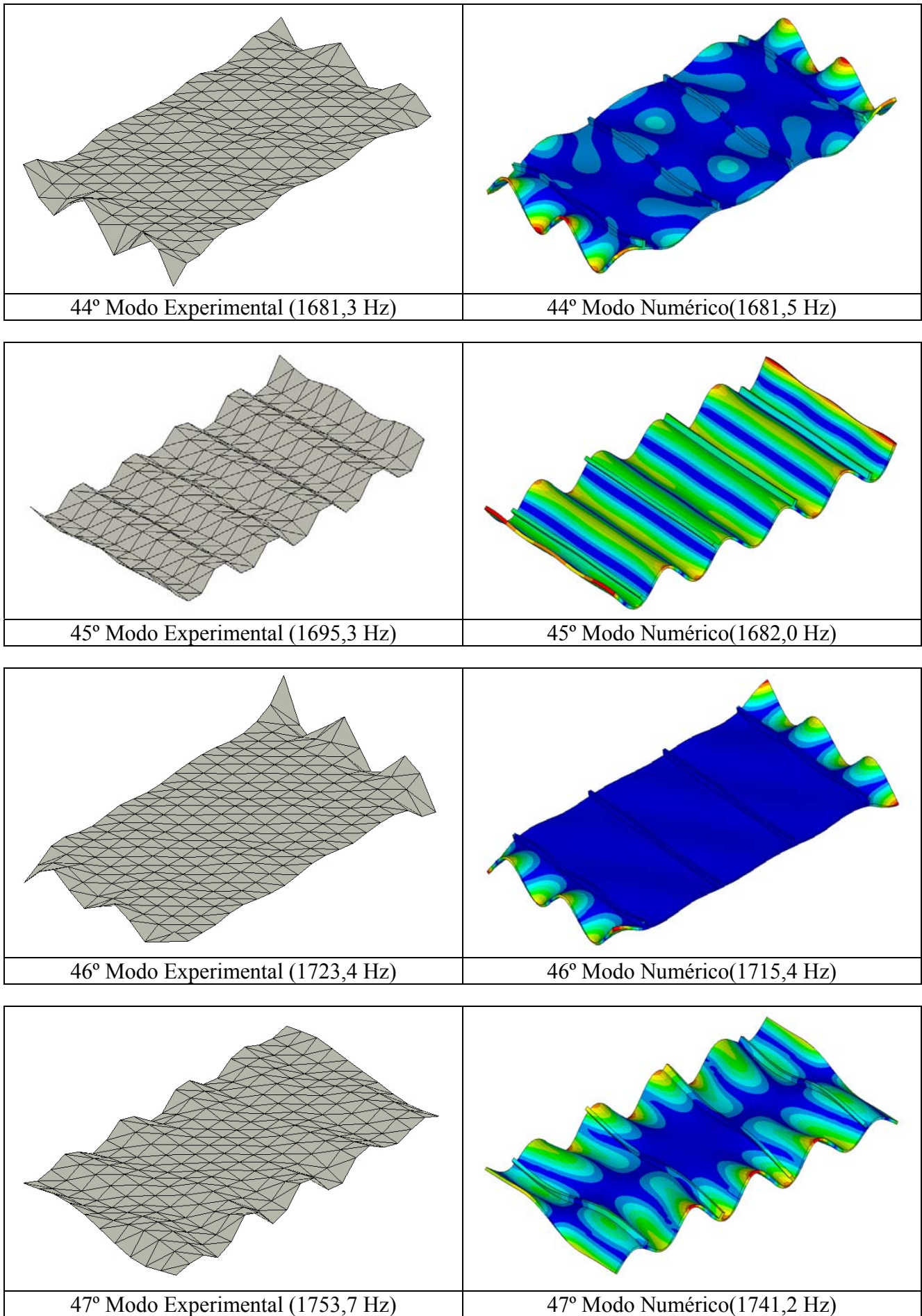


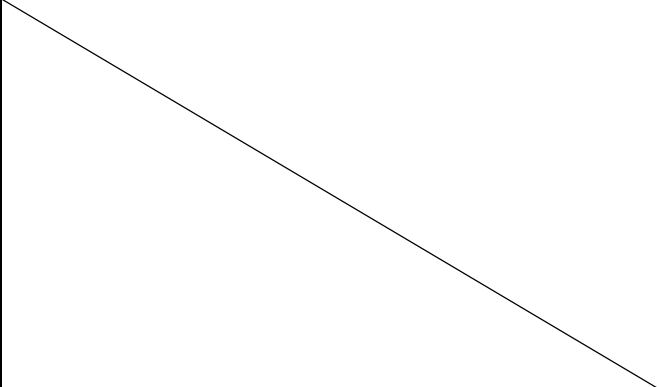
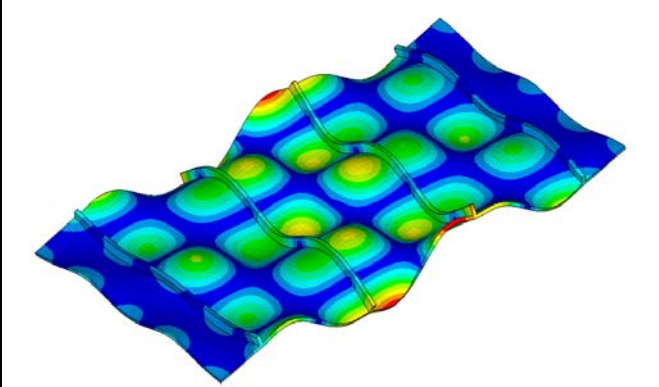
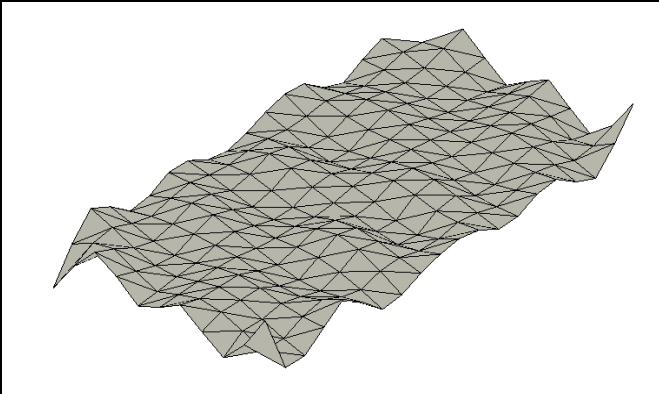
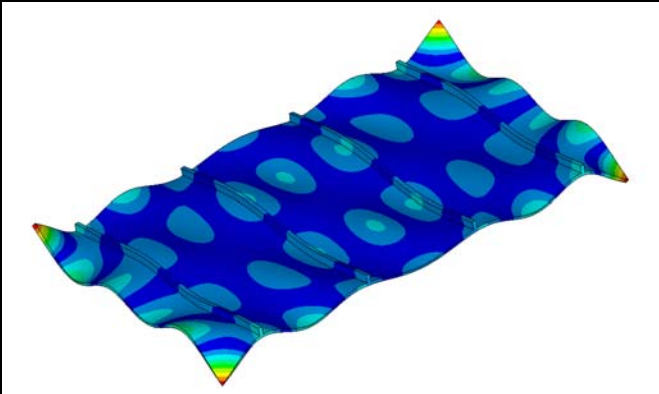
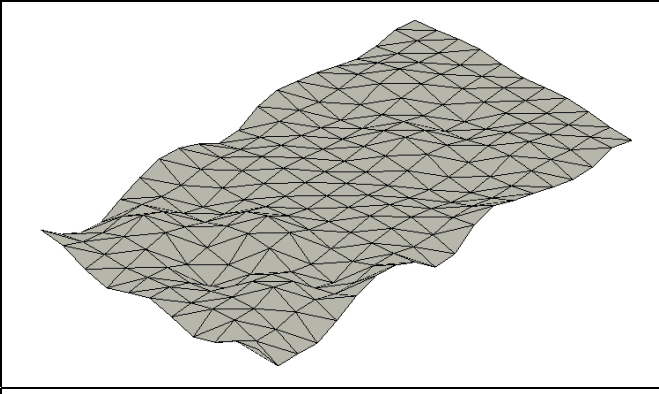
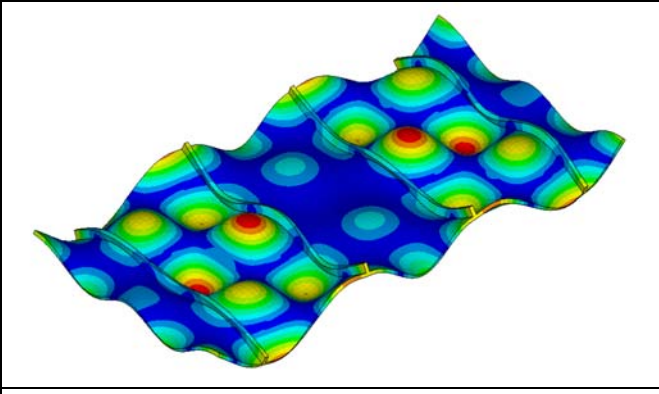
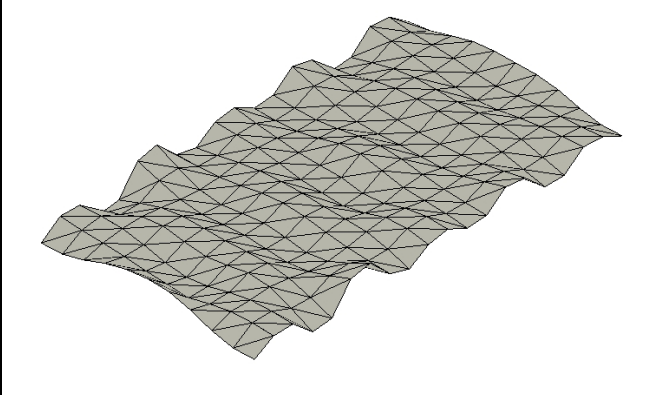
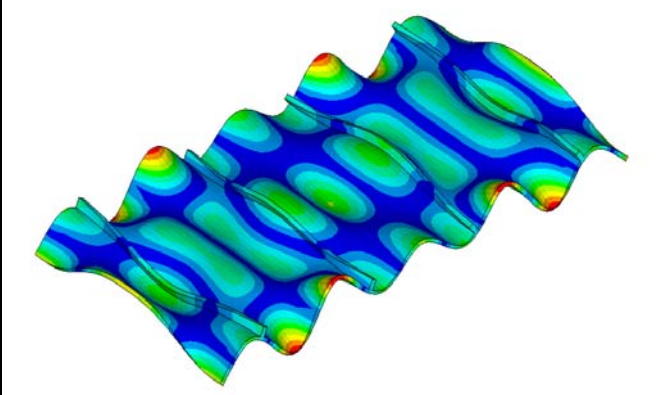






	
40° Modo Experimental (Não Identificado)	40° Modo Numérico(1595,1 Hz)
	
41° Modo Experimental (1546,4 Hz)	41° Modo Numérico(1600,4 Hz)
	
42° Modo Experimental (1601,1Hz)	42° Modo Numérico(1604,2 Hz)
	
43° Modo Experimental (1621,4 Hz)	43° Modo Numérico(1626,6 Hz)



	
48° Modo Experimental (Não Identificado)	48° Modo Numérico(1779,3 Hz)
	
49° Modo Experimental (1799,2 Hz)	49° Modo Numérico(1791,0 Hz)
	
50° Modo Experimental (1875,8 Hz)	50° Modo Numérico(1863,5 Hz)
	
51° Modo Experimental (1960,8 Hz)	51° Modo Numérico(1961,1 Hz)