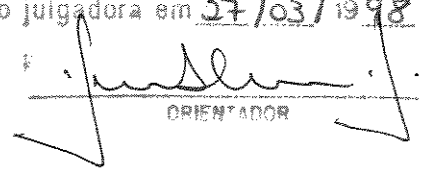


Este exemplar corresponde a redação final
da tese defendida por Silvio Gonçalves
Dias e aprovada
pela comissão julgadora em 27/03/1998


ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

**Distribuição de Fases em Escoamentos com Simetria
Axial em Padrão Bolhas: Aplicação do Modelo de Dois
Fluidos e Comprovação Experimental com Novo Método
Usando a Sonda Dupla**

Autor: **Silvio Gonçalves Dias**
Orientador: **Fernando de Almeida França**
Co-orientador: **Eugênio Spanó Rosa**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO**

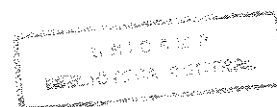
**Distribuição de Fases em Escoamentos com Simetria
Axial em Padrão Bolhas: Aplicação do Modelo de Dois
Fluidos e Comprovação Experimental com Novo Método
Usando a Sonda Dupla**

Autor: **Silvio Gonçalves Dias**
Orientador: **Fernando de Almeida França**
Co-orientador: **Eugênio Spanó Rosa**

Curso: Engenharia de Petróleo

Tese de doutorado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 1998
S.P. - Brasil



UNIDADE	BC
N.º CHAMADA	7.11.1998
V.	02.12.98
TOMADA	34439
PREC.	395/98
PREC.	R\$ 11,00
DATA	14/03/98
N.º CPD	

CM-00112902-1

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

D543d Dias, Silvio Gonçalves
Distribuição de fases em escoamentos com simetria axial em padrão bolhas: aplicação do modelo de dois fluidos e comprovação experimental com novo método usando a sonda dupla. / Silvio Gonçalves Dias.-- Campinas, SP: [s.n.], 1998.

Orientadores: Fernando de Almeida França, Eugênio Spanó Rosa.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Dinâmica dos fluidos. 2. Escoamento bifásico. 3. Indústria petrolífera - Equipamento e acessórios. 4. Instrumentos de medição. I. França, Fernando de Almeida. II. Rosa, Eugênio Spanó. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. IV. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

TESE DE DOUTORADO

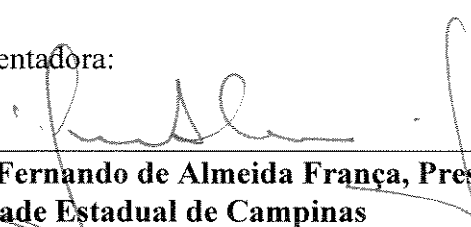
**Distribuição de Fases em Escoamentos com Simetria
Axial em Padrão Bolhas: Aplicação do Modelo de Dois
Fluidos e Comprovação Experimental com Novo Método
Usando a Sonda Dupla**

Autor: **Silvio Gonçalves Dias**

Orientador: **Fernando de Almeida França**

Co-orientador: **Eugênio Spanó Rosa**

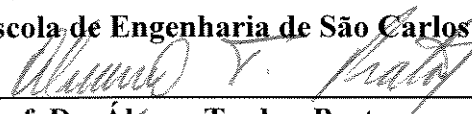
Banca Orientadora:



Prof. Dr. Fernando de Almeida França, Presidente
Universidade Estadual de Campinas



Prof. Dr. José Maria Saiz Jabardo
Escola de Engenharia de São Carlos - USP



Prof. Dr. Álvaro Toubes Prata
Universidade Federal de Santa Catarina



Dr. Maurício Gargaglione Prado
Petrobras Petróleo Brasileiro S/A



Prof. Dr. Antônio Carlos Bannwart
Universidade Estadual de Campinas

Campinas, 27 de março de 1998

Dedicatória

Dedico este trabalho ao meu filho Alexandre.

.

Agradecimentos

Ao Dr. Fernando de Almeida França e Dr. Eugênio Spanó Rosa pela orientação, discussões, entusiasmo e estímulo.

À PETROBRAS pela oportunidade e por garantir as condições financeiras necessárias para a realização do programa de doutoramento. Aos colegas da empresa que incentivaram a minha vinda.

Aos professores e colegas da faculdade, que também contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos funcionários da UNICAMP e FUNCAMP pelo auxílio prestado. Em particular, ao Técnico Alcimar da Silveira pela dedicação na montagem experimental.

Resumo

DIAS, Silvio Gonçalves. *Distribuição de Fases em Escoamentos com Simetria Axial em Padrão Bolhas: Aplicação do Modelo de Dois Fluidos e Comprovação Experimental com Novo Método Usando a Sonda Dupla*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1998. 229 p. Tese (Doutorado)

Este trabalho visa o estudo experimental e a simulação numérica de escoamentos bifásicos. O Modelo de Dois Fluidos é usado para simular o escoamento com simetria axial de misturas água-ar em padrão de bolhas através de um tubo circular e de bocais convergentes. Os principais objetivos são os de investigar os mecanismos que promovem a distribuição radial das fases e o de aprimorar o conhecimento sobre as forças interfaciais. As Equações Constitutivas usadas para obter o fechamento do modelo representam as forças interfaciais de arrasto, massa virtual, pressão interfacial, sustentação lateral e a força de parede. Uma extensão do modelo de turbulência $k-\epsilon$ para escoamentos bifásicos, que considera a turbulência induzida pela passagem das bolhas, é implementada para expressar os efeitos da turbulência da fase líquida. As equações diferenciais médio-temporais que formam o modelo de dois fluidos são numericamente resolvidas pelo método de volumes finitos usando o programa computacional comercial PHOENICS®. Um grande número de medições locais próprias são empregadas, tanto no tubo como nos bocais convergentes, para ajustar e validar o modelo. A análise e a comparação entre os resultados numéricos e os experimentais trazem informações originais sobre a natureza dos escoamentos e sobre os aspectos da modelagem. Os principais dados experimentais são medidos com uma sonda elétrica dupla. É desenvolvido um novo método estatístico que interpreta os dados localmente adquiridos pela sonda, fornecendo a frequência de bolhas, a distribuição de velocidades reais e a distribuição de diâmetros reais das bolhas. Outras grandezas médias, locais e superficiais, são obtidas a partir dessas grandezas básicas.

Palavras Chave

-Dinâmica dos fluidos, Escoamento bifásico, Indústria petrolífera - Equipamento e acessórios, Instrumentos de medição.

Abstract

DIAS, Silvio Gonçalves. *Phase Distribution in Axi-Symmetric Bubbly-Flow: Numerical Solution with the Two-Fluid Model and Experimental Validation with a New Method using a Double Sensor Probe*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1998. 229 p. Tese (Doutorado)

This work is aimed to the experimental and numerical study of two-phase flows. The Two-Fluid Model is the basic modeling tool used to simulate the axi-symmetric flow of air-water bubbly mixtures in a round pipe and convergent nozzles. The main objectives are to investigate the mechanisms that promote the lateral distribution of the phases and improve the knowledge on the forces that settle their relative movement. The constitutive equations used to represent the interfacial forces and get the closure of the model are the drag force, the virtual mass force, the interfacial pressure force, the lift force and the wall force. An extension of the $k-\epsilon$ turbulence model, which accounted for the bubble-induced turbulence, is also implemented to express the intensification of the turbulence in the liquid phase. Hence, the conservation and constitutive equations that form the Two-Fluid Model are implemented and solved by the finite-volume method using the commercial computational package PHOENICS[®]. An extensive number of local measurements were taken, in both the round pipe and convergent nozzles, to adjust and validate the model. The analysis of the data and comparisons with the numerical results give rise to original information on the nature of the bubbly flow and aspects of the Two-Fluid Model. To measure the local variables in air-water bubbly flows, a double-sensor electrical intrusive probe was used. To extend the application of this technique to the measurement of local interfacial properties in bubbly flows and to take into account the multidimensional nature of these flows, a new statistical method of measurement, including the data acquisition and processing, is developed. The method disclosed local interfacial properties, namely the void fraction, the bubble frequency, the bubble velocity, the bubble size and the interfacial area density. Mean variables are also calculated after the integration of these local properties.

Key Words

-Fluid Dynamics, Two-Phase Flow, Petroleum Industry - Equipaments, Measurements Instruments.

Índice

Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xiii
Nomenclatura	xiv
1 Introdução	1
2 Revisão bibliográfica	5
3 O modelo de dois fluidos	16
3.1 Formulação Local	16
3.2 Equações constitutivas para o escoamento em bolhas	20
3.2.1 Força de arrasto	21
3.2.2 Massa virtual	23
3.2.3 Força de sustentação lateral	24
3.2.4 Pressão interfacial	26
3.2.5 Tensor viscoso	27
3.2.6 Turbulência	28
3.3 Condições de contorno	31
3.4 Formulação unidimensional	34
3.4.1 Bolha isolada no bocal	35
3.4.2 Modelo de dois fluidos unidimensional	37
4 Modelo numérico	43
5 Teoria do método de medição com sonda dupla	47
5.1 Análise geométrica da bolha isolada	48
5.1.1 Relação entre l e s	51
5.1.2 Relações entre as grandezas aparentes e reais	52
5.1.3 Hipótese de plano tangente	53
5.2 Análise probabilística da população de bolhas	54
5.2.1 Relacionamento entre as distribuições reais e aparentes	55
5.2.2 Relacionamento entre as variáveis estatísticas das distribuições	57
5.3 Distribuições de D_l , γ , ϕ e ξ	58
5.3.1 Diâmetro relativo D_l	58
5.3.2 Ângulo cônico ϕ	58

5.3.3	Ângulo polar ξ	59
5.3.4	Ângulo de desvio γ	60
5.3.5	Comportamento das funções de transferência	61
5.3.6	Determinação da função de transferência	61
5.4	Grandezas médias derivadas	66
5.4.1	Densidade local de área interfacial	66
5.4.2	Densidade local de bolhas	67
5.4.3	Frequência de bolhas no escoamento	67
5.4.4	Distribuição de diâmetros de bolha no escoamento	68
5.4.5	Velocidade superficial da fase gasosa	68
5.4.6	Fluxo de área interfacial	68
6	Interpretação dos sinais	69
6.1	Aspectos teóricos	69
6.1.1	Determinação das funções de fase	69
6.1.2	Medição de velocidade e comprimento de cordas	71
6.1.3	Fração de vazios	72
6.1.4	Classificação dos sinais	72
6.1.5	Comparação com outros critérios citados na literatura	75
6.2	Processamento de dados	77
6.2.1	Mudança de formato do arquivo	78
6.2.2	Análise preliminar dos sinais $S1$ e $S2$	78
6.2.3	Definição dos níveis de corte	79
6.2.4	Medição das bolhas	80
6.2.5	Determinação das distribuição reais	82
7	Montagem experimental	83
7.1	Coluna de bolhas	83
7.2	Bocais convergentes	85
7.3	Sonda elétrica dupla	86
7.4	Sistema eletrônico-digital	88
8	Resultados experimentais	90
8.1	Validação do método	91
8.1.1	Descrição dos testes efetuados	93
8.1.2	Análise preliminar dos sinais de um ponto de medição	94
8.1.3	Comparação entre os sinais $S1$ e $S2$	97
8.1.4	Inclinação do sinal na entrada da bolha	97

8.1.5	Determinação do nível de corte	100
8.2	Resultados obtidos no tubo vertical	110
8.2.1	Distribuições locais	110
8.2.2	Grandezas médias locais	113
8.2.3	Distribuições médias na seção transversal	123
8.2.4	Grandezas médias na seção transversal	123
8.3	Resultados obtidos nos bocais convergentes	125
9	Simulações numéricas	129
9.1	Escoamento ascendente em tubo vertical	131
9.1.1	Desenvolvimento do escoamento	131
9.1.2	Influência das forças interfaciais	136
9.1.3	Ajuste de todos os pontos	140
9.2	Escoamento nos bocais convergentes	142
9.2.1	Simulação do modelo de bolha isolada	142
9.2.2	Simulação do modelo de dois fluidos unidimensional	147
9.2.3	Simulação do modelo de dois fluidos bidimensional	155
10	Conclusões e recomendações	165
10.1	Conclusões	165
10.2	Recomendações	170
	Referências	173
	Apêndices	184
A	Fotografias	184
B	Método de solução do sistema linear com restrição	188
C	Algoritmo estruturado para a medição de bolhas	190
D	Programas computacionais	191
D.1	Modelo de Bolha Isolada	191
D.2	Modelo de Dois Fluidos Unidimensional	192
D.3	Modelo Bidimensional - "Arquivo Q1"	195
E	Exemplo de sinais originais adquiridos	197
F	Gráficos das medições com a sonda elétrica nos bocais	198
G	Tabelas referentes à contagem de bolhas	208
H	Tabelas das grandezas locais calculadas	218
I	Tabela das médias superficiais calculadas	228
J	Tabelas das pressões medidas nos bocais convergentes	229

Lista de Figuras

4.1	Esquema da discretização usado no método de volumes finitos.	45
5.1	Desenho esquemático da bolha atingindo a sonda dupla.	49
5.2	Projeções planas da bolha no instante de contato com a sonda dupla. . . .	51
5.3	Relacionamento entre as distribuições real, aparente e função de transferência. . . .	55
5.4	Ilustração para orientar o cálculo da distribuição do ângulo ϕ	59
5.5	Gráficos de funções de transferência calculadas para várias condições. . . .	62
5.6	Gráficos de funções de probabilidades acumuladas de várias condições. . . .	63
6.1	Gráficos dos sinais originais $S1$ e $S2$ e das respectivas funções de fase $S1R$ e $S2R$	70
6.2	Esquema dos pulsos de aquisição no tempo.	71
6.3	Ilustração dos 7 casos possíveis em que a sonda dupla intercepta a bolha. . .	73
6.4	Diagrama de blocos do processamento dos dados.	77
7.1	Desenho esquemático da montagem experimental.	84
7.2	Desenho esquemático dos dois bocais convergentes.	86
7.3	Desenho esquemático de uma sonda elétrica dupla.	87
7.4	Desenho esquemático do arranjo eletrônico-digital.	89
8.1	Gráficos empregados na análise preliminar dos sinais do Teste $T334$	96
8.2	Gráficos comparando as medições efetuadas pelos sensores longo e curto. . .	98
8.3	Gráficos do tempo e da distância característica média referentes ao sensor longo, $S1$	101
8.4	Gráficos do tempo e da distância característica média referentes ao sensor curto, $S2$	102
8.5	Ilustração do aspecto idealizado para os sinais adquiridos.	104
8.6	Gráficos da velocidade superficial calculada para o gás em função da opção de corte.	108
8.7	Gráficos das distribuições reais e aparentes de velocidades do Teste $T44$, realizado com $J_L = 76 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7 \text{ cm/s}$	111
8.8	Gráficos das distribuições reais e aparentes de velocidades no centro do tubo. .	112

8.9	Gráficos das distribuições de cordas medidas e de diâmetros de bolhas reais do Teste T44, realizado com $J_L = 76 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7 \text{ cm/s}$	114
8.10	Gráficos da distribuição de cordas medidas e diâmetros calculados para o centro do tubo.	115
8.11	Gráficos das frações de vazios medidas nos testes do tubo vertical.	117
8.12	Gráficos das velocidades das bolhas medidas nos testes do tubo vertical. . .	118
8.13	Gráficos das frequências das bolhas medidas nos testes do tubo vertical. . .	119
8.14	Gráfico dos diâmetros médios medidos nos testes do tubo vertical.	121
8.15	Gráficos da densidade de área interfacial medida nos testes do tubo vertical.	122
8.16	Gráfico da distribuição de diâmetros na seção transversal do Teste T44, realizado com $J_L = 76 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7 \text{ cm/s}$	123
8.17	Gráficos de validação da velocidade superficial da fase gasosa.	124
8.18	Gráfico das velocidades medidas das bolhas na saída dos bocais	128
9.1	Gráficos mostrando o desenvolvimento do escoamento no tubo vertical, para o Teste T34, $J_L = 104 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7 \text{ cm/s}$. Parte-I	132
9.2	Gráficos mostrando o desenvolvimento do escoamento no tubo vertical, para o Teste T34, $J_L = 104 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7 \text{ cm/s}$. Parte-II	133
9.3	Gráficos mostrando o desenvolvimento do escoamento no tubo vertical, para o Teste T34, $J_L = 104 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7 \text{ cm/s}$. Parte-III	134
9.4	Gráficos mostrando o desenvolvimento do escoamento no tubo vertical, para o Teste T34, $J_L = 104 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7 \text{ cm/s}$. Parte-IV	135
9.5	Gráficos mostrando a influência da força de sustentação lateral.	137
9.6	Gráficos mostrando a influência da força de pressão interfacial.	138
9.7	Gráficos mostrando a influência da turbulência no escoamento.	138
9.8	Gráficos mostrando as forças interfaciais em função da posição radial. . . .	139
9.9	Gráficos mostrando o ajuste da fração de vazios dos testes no tubo vertical.	141
9.10	Gráficos do gradiente de pressão nos bocais. Escoamento monofásico. . . .	143
9.11	Gráficos obtidos com o Modelo de Bolha Isolada, referentes ao Bocal-I. . . .	144
9.12	Gráficos obtidos com o Modelo de Bolha Isolada, referentes ao Bocal-II. . .	145
9.13	Gráficos da velocidade relativa em função do comprimento dos bocais. . . .	147
9.14	Gráficos com ajustes de fração de vazios e velocidade de bolhas.	148

9.15	Gráficos obtidos para o Bocal-I com o Modelo Unidimensional.	150
9.16	Gráficos obtidos para o Bocal-II com o Modelo Unidimensional.	151
9.17	Gráficos da fração de vazios e velocidade axial do gás. Modelo Bidimensional. Bocal-I, $J_L = 26 \text{ cm/s}$ e $J_G = 2,1 \text{ cm/s}$	157
9.18	Gráficos da fração de vazios e velocidade axial do gás. Modelo Bidimensional. Bocal-II, $J_L = 26 \text{ cm/s}$ e $J_G = 2,1 \text{ cm/s}$	158
9.19	Gráficos da fração de vazios e velocidade axial do gás. Modelo Bidimensional. Bocal-I, $J_L = 104 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7,0 \text{ cm/s}$	159
9.20	Gráficos da fração de vazios e velocidade axial do gás. Modelo Bidimensional. Bocal-II, $J_L = 104 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7,0 \text{ cm/s}$	160
9.21	Gráficos de várias grandezas do escoamento. Modelo Bidimensional. Bocal-I, $J_L = 26 \text{ cm/s}$ e $J_G = 2,1 \text{ cm/s}$	161
9.22	Gráficos de várias grandezas do escoamento. Modelo Bidimensional. Bocal-II, $J_L = 26 \text{ cm/s}$ e $J_G = 2,1 \text{ cm/s}$	162
9.23	Gráficos de várias grandezas do escoamento. Modelo Bidimensional. Bocal-I, $J_L = 104 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7,0 \text{ cm/s}$	163
9.24	Gráficos de várias grandezas do escoamento. Modelo Bidimensional. Bocal-II, $J_L = 104 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7,0 \text{ cm/s}$	164

Lista de Tabelas

5.1	Médias e desvios padrões calculadas para algumas funções de transferência.	61
6.1	Proporção teórica de ocorrência dos <i>Casos 1 a 7</i> , para ângulo γ constante.	75
8.1	Testes de medição efetuados no tubo vertical.	93
8.2	Fórmulas de corte em função da velocidade superficial de água.	107
8.3	Desvios obtidos com o método proposto em função das opções de corte. . .	109
8.4	Testes de medição efetuados nos bocais convergentes.	126
9.1	Coefficientes ajustados das forças interfaciais.	140
9.2	Resultados calculados e medidos para as variações absolutas de pressão. . .	152
9.3	Resultados simulados para os bocais pelo Modelo Unidimensional.	154

Nomenclatura

Letras Latinas:

<i>a</i>	densidade de área interfacial	$m^2.m^{-3}$
<i>a</i>	coeficiente de troca entre células	$kg.s^{-1}$
<i>f</i>	frequência ou	Hz
	coeficiente médio de atrito ou	—
	grandeza genérica	—
<i>g</i>	aceleração da gravidade	$m.s^{-2}$
<i>k</i>	fase do fluido ou	—
	energia cinética turbulenta específica	$m^2.s^{-2}$
<i>l</i>	distância entre os sensores da sonda	mm
<i>s</i>	segmento percorrido pela bolha até	
	atingir o sensor curto	m
<i>p</i>	função densidade de probabilidade ou	—
	pressão estática	$N.m^{-2}$
<i>t</i>	tempo	s
<i>r</i>	posição radial	m
<i>u</i>	velocidade	$m.s^{-1}$
<i>v</i>	velocidade	$m.s^{-1}$
<i>x</i>	comprimento de corda ou	m
	posição do ponto	—
<i>A</i>	Área ou	m^2
	tensor anisotrópico	—
<i>C</i>	usado em coeficientes	—
<i>D</i>	diâmetro	mm
<i>J</i>	velocidade superficial	$cm.s^{-1}$
<i>M</i>	força interfacial média	$N.m^{-3}$
<i>N</i>	número de intervalos ou	—
	usado em números adimensionais	—
<i>P</i>	produção de energia turbulenta ou	$m^2.s^{-3}$
	função de probabilidade acumulada	—
<i>R</i>	raio	m
<i>S</i>	termo fonte genérico da propriedade	m
<i>T</i>	tensor de tensões	$N.m^{-2}$
<i>V</i>	Voltagem	V
<i>X</i>	função de fase	—
<i>FC</i>	Fator de corte	—
<i>NC</i>	Nível de corte	—
<i>S1, S2</i>	Sinais adquiridos dos sensores	—
<i>S1R, S2R</i>	Funções de fases dos sinais adquiridos	—

Letras gregas:

α	fração de residência de fase	—
β	fator de relaxação	—
γ	ângulo entre a sonda e a velocidade de bolha	rad
ϵ	dissipação de energia turbulenta	$m^2.s^{-3}$
ϕ	ângulo entre a normal e a velocidade de bolha	rad
	ou fluxo de propriedade genérica da massa	rad
ψ	propriedade genérica da massa	—
ρ	massa específica	$kg.m^{-3}$
ξ	ângulo polar em relação a velocidade de bolha	rad
σ	tensão superficial ou	$N.m^{-1}$
	desvio padrão	—
κ	curvatura média ou	m^{-1}
	constante de von Karmann	m^{-1}
τ	tensor de tensões	$N.m^{-2}$
μ	viscosidade dinâmica	$kg.m^{-1}.s^{-1}$
ν	viscosidade cinemática	$m^2.s^{-1}$
Γ	fluxo mássico de fase na interface ou	$kg.m^{-3}.s^{-1}$
	coeficiente genérico de troca	—
Ω	densidade superficial de bolhas	$m^{-2}.s^{-1}$

Superscritos:

d	referente a força interfacial de arrasto
nd	referente a força interfacial que não é de arrasto
BI	referente à turbulência induzida pelas bolhas
D	usada no termo de momento interfacial
W	indica parede do tubo
MV	referente à massa virtual
PI	referente à pressão interfacial
SL	referente à força de sustentação lateral
T	indica que a matriz é transposta
$\overline{T}$	referente à turbulência

Subscritos:

0	indica condição inicial ou limite
1	referência ao sinal do sensor longo ou índice usado no modelo $k-\epsilon$
2	referência ao sinal do sensor curto índice usado no modelo $k-\epsilon$
aq	referente à aquisição de dados
b	referente a valores reais
dt	intervalo de tempo entre os toques nos sensores
i	referente à interface
k	indica genericamente a fase do fluido
l	em relação à distância entre fios
r	referente a velocidade relativa
s	referente a valores aparentes
t	referente ao tubo
x	referente à corda da bolha
w	indica a parede do tubo
z	na direção $\vec{e}_z$
D	referente à força de arrasto
G	referente à fase gasosa ou ao ar
L	referente à fase líquida ou à água
RE	indica o número de Reynolds
S	referente à seção transversal
$S1, S2$	referência aos sinais adquiridos
$S1R, S2R$	referência às funções de fase
WE	indica o número de Weber
$W1, W2$	referência a coeficientes da força de parede
σ	indica transferência interfacial
α	indica média ponderada pela fração de fases
ρ	indica média ponderada pela massa específica

Símbolos:

f'	indica flutuação da grandeza f
$\overline{f}$	indica média temporal da grandeza f
$\langle f \rangle$	indica média superficial da grandeza f
$\vec{f}$	indica que a grandeza f é um vetor
$\underline{f}$	indica que a variável f é um vetor
$\underline{\underline{f}}$	indica que a variável f é um tensor
Δ	variação de grandeza
∇	operador tensorial

Capítulo 1

Introdução

A motivação para a escolha do tema deste trabalho vem da atividade de separação líquido-gás, que junto com a separação óleo-água, bombeamento de óleo e compressão de gás, formam o processamento primário que é executado na extração do petróleo. O conjunto de equipamentos destinados a cumprir essas funções é chamado na indústria petroleira de *facilidades de produção*.

Embora a atividade de separação de líquido e gás tenha se iniciado junto com a produção de petróleo, pouca ênfase foi dada ao aprimoramento tecnológico dos equipamentos de separação, cujos princípios de projeto são baseados em forças gravitacionais. Esse quadro se deve à confiabilidade desses separadores, associados ao baixo custo e, também, à disponibilidade de espaço para a sua instalação.

No Brasil, atualmente, a produção marítima de petróleo é dominante, implicando em custos elevados em plataformas petrolíferas para suportar as facilidades de produção. No mundo, várias empresas petroleiras investem em pesquisas para desenvolver tecnologias alternativas de produção de petróleo, visando a reduzir o tamanho ou, inclusive, a instalar esses equipamentos no fundo do mar.

Vários princípios físicos, que promovem a segregação das fases no escoamento bifásico, vêm sendo estudados, visando seu emprego na construção de separadores para

petróleo. Por exemplo, o escoamento em forma de filmes em hidrociclones, ou o escoamento estratificado em helicóides facilitam a retirada da fase gasosa pelo efeito centrífugo.

Neste trabalho, estudamos a segregação radial de fases que ocorre, em algumas condições, nos escoamentos verticais ascendentes em padrão de bolhas através de tubos. Nesses casos, observa-se uma grande concentração de bolhas próxima à parede. Além disso, estudamos o escoamento através de bocais convergentes visando investigar se a concentração de bolhas é alterada devido à redução da seção transversal. Esses escoamentos têm simetria axial, o que torna o problema bidimensional. A abordagem dada ao problema é teórica, com comprovação experimental.

Para escrever as equações que governam o escoamento é adotado o Modelo de Dois Fluidos, que é uma formulação rigorosa das equações de conservação diferenciais locais médio-temporais. Para exprimir o comportamento físico real, o modelo exige que vários de seus termos sejam constituídos. Entre esses estão as forças interfaciais. A identificação das forças interfaciais que são importantes para o modelo e as respectivas formulações são muito discutidas na literatura e é o principal enfoque de nossa análise. As forças interfaciais consideradas são as devidas ao arrasto, massa virtual, pressão interfacial, sustentação lateral e força de parede.

A solução numérica do modelo bidimensional é obtida com um programa computacional comercial chamado PHOENICS[®], que se baseia na técnica de volumes finitos. Os resultados das simulações numéricas são comparados aos dados experimentais para validar o comportamento previsto no modelo.

Além dessa formulação bidimensional, o Modelo de Dois Fluidos também será desenvolvido para o escoamento unidimensional. As equações resultantes são mais simples e mostram o comportamento médio das grandezas em escoamento através dos bocais, principalmente da fração de vazios. A análise unidimensional permite, preliminarmente, estudar a influência de alguns dos coeficientes das equações, facilitando a solução numérica do processo multidimensional.

Uma montagem experimental é efetuada para medir localmente as distribuições de velocidades das bolhas, de diâmetros das bolhas e as respectivas frequências. O instrumento de medição utilizado é a sonda elétrica dupla, que é posicionada em uma seção transversal do tubo em que o escoamento esteja desenvolvido ou, no caso dos bocais, nas seções transversais de entrada e de saída. A montagem experimental consiste de um tubo vertical transparente de 52,5 mm de diâmetro e 3 m de comprimento, através do qual se faz fluir a mistura de água e ar. Vários instrumentos medem as condições de escoamento.

É dado grande enfoque à parte experimental, sobretudo à técnica de medição usando a sonda elétrica dupla. Basicamente, esse instrumento mede a função de residência de fases, simultaneamente, em dois pontos próximos do escoamento. Comparando essas funções, é possível identificar as bolhas e obter as respectivas velocidades e comprimentos das cordas que atravessam o instrumento. Essas grandezas são aparentes porque as medições são influenciadas pelas condições multidirecionais do escoamento real. Um modelo acurado permite, na sequência, o cálculo das grandezas reais e, a partir dessas, o de outras grandezas importantes para caracterizar o escoamento, tais como o diâmetro médio das bolhas e a densidade de área interfacial.

Estudamos dois aspectos importantes relacionados à técnica de medição com sonda dupla. O primeiro é a transformação dos sinais originais, através de um critério apropriado de corte, em funções de residência de fases representativas, que permitam identificar as bolhas e efetuar as medições das velocidades e dos comprimentos de cordas aparentes. O segundo aspecto é a interpretação das distribuições dessas grandezas. Este trabalho traz um novo método para interpretar as distribuições aparentes obtidas com a sonda dupla.

Para efetivar esses estudos, tornou-se necessário comparar as vazões de ar que são diretamente medidas com uma placa de orifício com aquelas que são calculadas com várias opções de corte. Para isso, os sinais obtidos pela sonda elétrica foram gravados, usando um sistema de aquisição de dados eletrônico, para processamento posterior.

Os resultados apresentados neste trabalho são baseados em 632 medições locais, a maior parte efetuada em um intervalo de tempo de 50 segundos, perfazendo uma aquisição

total de 38.050 segundos. A frequência total de aquisição de dados mais empregada é de 100 kHz . Os dados adquiridos foram gravados em disco rígido de microcomputador, o que soma uma aquisição original total de cerca de 5 Gbytes.

As medições foram realizadas em escoamentos ascendentes em padrão de bolhas, cujas velocidades superficiais de água variaram entre 0 e 104 cm/s e as velocidades superficiais de ar entre 1,0 e 14,2 cm/s . Mediram-se frações de vazios locais de até 27,9% e frequências locais de até 270 bolhas por segundo. A maior velocidade local de bolhas medida é 4,09 m/s .

Capítulo 2

Revisão bibliográfica

O Modelo de Dois Fluidos foi formulado por Delhay[27], em 1968, e Ishii[49], em 1975, e se caracteriza pelo rigor matemático com que se desenvolve, a partir das equações diferenciais locais instantâneas de conservação, as equações diferenciais médio-temporais de conservação e as equações médias de salto interfacial. Dessa forma, o modelo representa rigorosamente os escoamentos reais.

Contudo, os processos de média conduzem a equações complexas, sendo que alguns de seus termos devem ser adequadamente constituídos para que as equações expressem o comportamento físico real. As equações usadas para esse fim são chamadas de Equações Constitutivas.

Os escoamentos bifásicos mais estudados na literatura são os que estão em equilíbrio termodinâmico. Dessa forma, as equações consideradas são as de conservação de massa e de quantidade de movimento. Normalmente, considera-se que não há transferência de massa entre as fases. Nessas condições, as equações constitutivas necessárias expressam a média das forças interfaciais e o tensor turbulento das fases. Para o caso de escoamento em padrão de bolhas, as forças interfaciais mais empregadas são as devidas ao arrasto, massa virtual, pressão interfacial e sustentação lateral.

Alguns artigos publicados postularam a conceituação completa do modelo. Por exem-

plo, Drew e Lahey[33], em 1979, analisam de forma rigorosa o processo de formulação de equações constitutivas usando os princípios básicos gerais descritos por Truesdell e Toupin[105], 1963. Analisando as equações de conservação de massa e de quantidade de movimento, mostram que seria necessário determinar 2771 funções escalares para obter a formulação correta das equações constitutivas. Porém, para satisfazer alguns efeitos físicos atualmente conhecidos o problema é reduzido à determinação de 19 equações escalares.

Drew[36], em 1983, reproduz o Modelo de Dois Fluidos, de forma matematicamente rigorosa, usando o conceito de funções generalizadas. O autor discute e formula as equações constitutivas para o modelo, também baseadas nos efeitos físicos conhecidos.

O Modelo de Dois Fluidos se desenvolveu e se consolidou baseado na comparação com dados experimentais publicados em alguns trabalhos. Um trabalho pioneiro é o de Serizawa *et al*[93, 94, 95], 1975, que estuda experimentalmente a estrutura do escoamento vertical de uma mistura água-ar em padrão de bolhas. Para medir localmente a fração de vazios, a frequência e a velocidade das bolhas os autores usam uma sonda elétrica dupla, enquanto que para medir a velocidade da água e suas flutuações é usado um anemômetro de fio quente. A dispersão de bolhas também é acompanhada usando traçadores e uma sonda isocinética. Os autores verificam a presença de um pico da fração de vazios próximo à parede, no escoamento ascendente. A região central é uniforme, sendo que se aproxima da hipótese de escoamento homogêneo. Além disso, mostram que a turbulência da fase água têm predominância no processo de transporte das bolhas. Os autores também observaram a supressão de turbulência, devido a presença das bolhas, em escoamentos com número de Reynolds mais elevado. Michiyoshi e Serizawa[76], em 1986, repetem esse experimento usando um anemômetro com sensor duplo e uma técnica mais aprimorada de interpretação em tempo real dos sinais obtidos. Além disso, nesse artigo, os autores discutem melhor a indução de turbulência pela passagem das bolhas.

Um trabalho semelhante é executado por Wang *et al*[108], em 1987, que usa a anemometria com um sensor triplo para medir as componentes do tensor de Reynolds. Os autores analisam os escoamentos ascendente e descendente e concluem que o pico da fração de vazios se deve a uma composição entre a turbulência na fase líquida e a força

de sustentação lateral. Em geral, os resultados de Wang *et al*[108] são semelhantes aos de Serizawa *et al*[93, 94, 95], a não ser quanto a homogeneidade do escoamento. Wang *et al*[108] encontram, mesmo na região central do tubo, um aumento na anisotropia do escoamento turbulento, devido à presença das bolhas.

Lance e Bataille[66], em 1991, estudam experimentalmente a turbulência da fase líquida em escoamentos uniformes ascendentes água-ar. Com esse trabalho básico, visam entender a influência das bolhas na intensidade e na homogeneidade da turbulência. Em suas medições, usam as anemometrias de fio quente e de Laser-Doppler. Os autores concluem que a energia turbulenta aumenta bastante com a fração de vazios, sendo amplificada com o aumento do número de bolhas devido à interferência entre as bolhas e as esteiras. Para baixas frações de vazios, abaixo de 1 %, situação em que há pouca interação entre as bolhas, o incremento de energia cinética turbulenta é praticamente justificado pelo desvio do escoamento para contornar a bolha, sendo que, nesse caso, pode ser calculada como em um escoamento potencial. A contribuição devida às esteiras pode ser estimada da taxa de dissipação, que é associada ao trabalho da força de arrasto. Os autores mostram que a produção de energia turbulenta pela esteira varia com a fração de vazios, conforme um expoente de $2/3$. Os autores também verificam que a quase isotropia na turbulência do escoamento monofásico é pouco alterada devido às bolhas.

Lahey *et al*[65], em 1992, estudaram o escoamento em padrão de bolhas em geometrias mais complexas, em um tubo vertical com seção transversal na forma de um triângulo isósceles. As principais medições foram realizadas com o anemômetro de fio quente. O modelo de dois fluidos é numericamente resolvido usando o programa computacional PHOENICS®.

Os artigos publicados, que se dedicam à aplicação do Modelo de Dois Fluidos, por exemplo Bertodano *et al*[7], em 1994, estudam o escoamento vertical em padrão bolhas. A escolha desse padrão de escoamento é natural, pois além dos resultados específicos publicados, pode-se aproveitar outros estudos básicos, experimentais ou analíticos, sobre as forças que se originam do escoamento de fluidos em torno de esferas ou de cilindros. Bertodano *et al*[7] usa, além de dados próprios, os obtidos por Serizawa *et al*[93, 94, 95]

e por Wang *et al*[108] para ajustar seu modelo.

As equações constitutivas aplicadas no Modelo de Dois Fluidos são baseadas em diversos trabalhos que investigam isoladamente as forças que surgem em bolhas ou partículas imersas nos escoamentos.

As forças de arrasto foram bastante estudadas em partículas dispersas. Wallis[107], em 1974, apresenta uma correlação geral para a velocidade de ascensão de uma bolha em um meio fluido extenso. Essa correlação é empregada em Kuo e Wallis[62], em 1988, que estudam experimentalmente a passagem de uma bolha isolada em um escoamento através de um bocal. Ishii e Zuber[50], em 1979, considerando sistemas multiparticulados, também propõem uma correlação geral para vários escoamentos dispersos. Alguns artigos, por exemplo em Marié *et al*[73], de 1987, é proposta uma correlação específica para a região próxima à parede.

Entre as forças interfaciais, a força de massa virtual é a que promove a variação da energia cinética no meio contínuo devido a variação na velocidade relativa da bolha. Muitas equações foram propostas para representar essa força, mas acredita-se que não há uma formulação genérica simples para isso. A maior parte das formulações a tornam proporcional a uma diferença de acelerações entre as fases, contudo variam as definições das acelerações apropriadas. Por exemplo, Wallis[106], 1969, escreve o termo convectivo da aceleração em função da velocidade da bolha. Drew *et al*[32], em 1979, propõem uma formulação que respeite o princípio da objetividade de Truesdell e Toupin[105], 1963. Após isso, em 1987, Drew e Lahey[37] redefinem a força de massa virtual como sendo proporcional à diferença entre as acelerações Lagrangeanas das fases.

Em geral, essas formulações dependem de um coeficiente de massa virtual que, de certa forma, mede a proporção do meio contínuo que é afetado pela variação da velocidade da bolha. Vários autores têm sugerido valores para esse coeficiente para escoamentos específicos. Por exemplo, Drew e Lahey[37], em 1987, estudam analiticamente o escoamento rotacional de um fluido hipoteticamente sem viscosidade, Kuo e Wallis[62], em 1988, medem experimentalmente a passagem de bolhas através de bocais, Lance e Bataille[66],

em 1991, estudam teórica e experimentalmente o escoamento de esferas em trajetórias helicoidais e Bertodano *et al*[6], em 1994, estuda o escoamento em padrão bolhas em tubos verticais.

Porém, a existência da força de massa virtual ainda não é plenamente entendida, ou mesmo aceita por todos os pesquisadores. Herringe[43], em 1976, por exemplo, estuda experimentalmente a trajetória de esferas caindo em um meio contínuo oscilante. Comparando o comportamento da esfera nos trechos de aceleração e desaceleração, o autor sugere, pelo menos em escoamentos com maior número de Reynolds, que as formulações normalmente usadas para a força de arrasto são inadequadas e, também, que não há justificativa para a inclusão de termos que considerem a força de massa virtual e a força histórica, ou força de Basset.

A força de sustentação lateral foi estudada por Drew e Lahey[37], em 1987, para fluidos sem viscosidade. Os autores sugerem uma composição com a força de massa virtual para que a soma de ambas satisfaçam o critério da objetividade de Truesdell e Toupin[105], 1963. Antal *et al*[3], em 1991, estuda o escoamento vertical em padrão bolhas considerando o escoamento laminar e propõem uma modificação na força de sustentação lateral para incluir a força de parede. Esse efeito, que inverte o sentido da força de sustentação lateral quando a bolha se aproxima da parede, foi anteriormente mencionado por Achard e Cartellier[2], em 1985.

Vários modelos foram empregados para representar a turbulência no escoamento em padrão de bolhas. Esses modelos são aplicados para a fase líquida, sendo que alguns superpõem as turbulências causadas pelas instabilidades do escoamento viscoso com aquelas que são devidas à presença de bolhas com movimento relativo.

Drew e Lahey[35], em 1982, resolvem analiticamente o Modelo de Dois Fluidos para um caso simplificado, em que o escoamento no tubo vertical é desenvolvido e são desprezadas as forças interfaciais laterais. Usando os dados experimentais de Serizawa *et al*[93, 94, 95] para fornecer os parâmetros ao modelo, mostram que a distribuição de fases é, em parte, motivada pela turbulência do escoamento. A turbulência é representada,

nesse trabalho, por um modelo de comprimento de mistura, que tem a capacidade de tratar a anisotropia do escoamento turbulento.

Em 1989, Kataoka e Serizawa[57] obtém para o escoamento bifásico uma extensão do modelo $k-\epsilon$ de turbulência, através do processo de média temporal nas respectivas equações de energia cinética e de dissipação. Também citam termos adicionais para a produção e dissipação de energia turbulenta devido às interações interfaciais.

Bertodano *et al*[5], em 1990, usam um modelo de turbulência $\tau-\epsilon$, sendo que a contribuição induzida pelas bolhas é simplificada considerando somando as flutuações calculadas no escoamento potencial ao termo de produção de turbulência das equações diferenciais.

Em 1994, Bertodano *et al*[6], desenvolvem uma extensão do modelo $k-\epsilon$ e a testam com dados próprios e de outros autores. Os autores incluem a anisotropia do escoamento turbulento usando o modelo algébrico de Naot e Rodi[85], 1987. A turbulência induzida pelas bolhas também é considerada superpondo as flutuações devidas aos desvios do fluido para contornar as bolhas.

O Modelo de Dois Fluidos também é empregado em escoamentos unidimensionais. Ishii e Mishima[49], em 1984, formulam os modelos na forma local e unidimensional e propõem equações constitutivas para ambos os casos, apresentando correlações para a força de arrasto e para a massa virtual. Esse trabalho abrange vários padrões de escoamento bifásico. Os autores mostram que equações constitutivas normalmente usadas para o escoamento unidimensional são imprecisas, pois são constituídas sem considerar a distribuição das grandezas na seção transversal ao escoamento.

Poucos trabalhos publicados que tratam do escoamento bifásico através de bocais usam o Modelo de Dois Fluidos. Entre esses, Camelo-Cavalcanti *et al*[11], em 1994, estuda, em abordagem teórica e experimental, o escoamento bifásico crítico considerando, inclusive, os efeitos térmicos.

Thang e Davis[103], em 1979, mediram a distribuição de fases em escoamentos com simetria axial no padrão de bolhas em bocais convergente-divergentes, com contração na garganta de 3,16 e 7,11. Usaram a sonda elétrica dupla para medir localmente a fração de vazios, a velocidade das bolhas e respectivos tamanhos e frequência. Em relação à distribuição de fases, os autores encontraram no trecho convergente um ligeiro aumento no pico de concentração da fase ar próximo à parede, enquanto que no trecho divergente, essa fase migra para o centro do tubo. Nesse trabalho, foram usadas velocidades altas, entre 8 e 30 m/s , na garganta do bocal. Foi observada coalescência de bolhas no trecho convergente, enquanto que, no divergente ocorre fragmentação de bolhas e descolamento do escoamento da parede.

Kuo e Wallis[62], em 1988, montam um experimento para registrar a trajetória de bolhas de ar que fluem isoladamente em um escoamento de água através de bocais convergentes-divergentes. Os resultados de um modelo simples são comparados com medições. Os autores concluem que a trajetória da bolha é prevista usando a força de arrasto e a de massa virtual.

Um modelo não rigoroso empregado no estudo de bocais é o Modelo de Três Fluidos, que foi proposto por Kowe *et al*[60], em 1988, que generaliza o conceito adotado anteriormente por Cook e Harlow[24], em 1984, para o cálculo da força de massa virtual. Nesse modelo, a fase líquida constitui duas fases. Uma delas permanece solidária às bolhas e define a massa virtual, para a qual se usa um coeficiente volumétrico de 0,5. A segunda fase líquida é a intersticial. Segundo Kowe *et al*, é em relação à velocidade da fase líquida intersticial que as equações constitutivas devem ser elaboradas. O Modelo de Três Fluidos é formado por duas equações de conservação de massa, duas equações de conservação de quantidade de movimento e duas equações não diferenciais que relacionam as grandezas na fase líquida agregada com a intersticial. Duas novas variáveis são acrescentadas ao modelo, que são a velocidade da fase líquida intersticial e a pressão dessa fase.

Recentemente, Boyer e Lemonnier[10], em 1996, visando formalizar uma metodologia para o dimensionamento de medidores de fluxo para escoamentos bifásicos particulados, aprimoraram o modelo de Kowe *et al*[60], para calcular a velocidade das fases e a queda

de pressão em um bocal convergente-divergente.

Os dados experimentais obtidos com técnicas locais de medição viabilizam o estudo do modelo de dois fluidos, pois torna possível a obtenção de dados que permitem o ajuste das equações constitutivas. Vários instrumentos são empregados, no escoamento bifásico, para medir variáveis locais. O uso de anemometria de fio quente para medir a fração de vazios local é descrita por Delhaye[28], em 1969. A sonda elétrica, que foi originalmente descrita por Neal e Bankoff[79], em 1963, tornou-se intensamente usada após Serizawa *et al*[93], em 1975. Teyssedou e Tapucu[104], em 1988, usam uma sonda que mede a impedância da região próxima ao sensor e a relacionam com a fração de vazios local. Cartellier[13], em 1990, estuda a performance das sondas óticas, propondo uma forma de comparar as respostas de vários sensores óticos. Nesse trabalho, inclusive, o autor busca entender o comportamento dos sinais e associá-los à hidrodinâmica de perfuração da bolha.

Herringe e Davis[42], em 1974, comparam o desempenho da anemometria de fio quente, sonda elétrica e sonda ótica na detecção das fases em escoamentos líquido-gás. Os autores usaram pares de instrumentos ligeiramente espaçados para medir a velocidade das bolhas. Dessa forma, puderam comparar a vazão de gás calculada através desses instrumentos com a diretamente medida. Os autores concluíram que, se o meio contínuo é eletricamente condutor, a sonda elétrica é o instrumento mais útil para detectar as fases. Para medir a velocidade da fase gás, sugerem a sonda elétrica dupla.

Vários trabalhos contribuíram para melhorar as técnicas de medição com a sonda elétrica dupla.

Herringe e Davis[44], em 1976, desenvolvem uma técnica de interpretação dos sinais obtidos pela sonda elétrica dupla para estudar experimentalmente a estrutura da mistura água-ar em escoamentos ascendentes. Adotando premissas razoáveis, os autores fazem o tratamento estatístico da distribuição de cordas medidas pela sonda e obtêm a distribuição de diâmetros reais das bolhas no escoamento. A distribuição de comprimento de cordas medida é baseada na velocidade média medida para as bolhas. Nesse trabalho,

são testadas diversas opções de misturadores água-ar e é mostrado que o escoamento desenvolvido não depende da condição de mistura inicial.

Em abordagens semelhantes às de Herringe e Davis[44], Clark e Turton[22], em 1988, calculam a distribuição de comprimento de cordas para bolhas de geometria elipsoidal e elipsoidal truncada. Liu e Clark[70], em 1995, calculam a distribuição de cordas reais a partir das distribuição aparentes considerando essas geometrias elipsoidais.

Kataoka *et al*[56], em 1986, calculam a densidade de área interfacial local a partir das velocidades medidas pela sonda elétrica dupla. Os autores consideram que as velocidades medidas pelo instrumento são diferentes das velocidades reais, devido a uma associação entre a curvatura da bolha e o desalinhamento entre a trajetória das bolhas e o eixo da sonda elétrica. Para considerar esse efeito, Kataoka *et al*[56] desenvolvem um método estatístico que relaciona os valores médios das velocidades reais e aparentes. Como hipóteses básicas, assumem que as bolhas são esféricas e aproximam a curvatura da bolha, no ponto de contato com a sonda, pelo plano tangente.

Ishii e Revankar[52], em 1991, e Ishii *et al*[53], em 1992, também usam o método descrito em Kataoka *et al*[56] para medir a densidade de área interfacial. Esses artigos trazem dados experimentais obtidos com sonda elétrica dupla e com uma sonda espacial de 4 sensores.

Em 1991, Kocamustafaogullari e Wang[59] fazem várias observações sobre o comportamento dos sinais adquiridos pela sonda elétrica dupla. Os autores visam estabelecer níveis de corte apropriados que conduzam a funções de fase representativas. Nesse trabalho, a sonda dupla é usada para medir o escoamento em bolhas em um tubo horizontal, inclusive com alta fração de vazios local. Para validação de cada medição, comparam a fração de vazios média integrada na seção transversal com a medida através de válvulas de fechamento rápido.

Cartellier e Achard[14], em 1991, publicaram uma revisão bibliográfica sobre o em-

prego de sondas óticas, elétricas, térmicas e eletroquímicas na medição de grandezas locais em escoamentos bifásicos.

Alguns trabalhos se dedicam ao estudo elementar do sinal obtido com as sondas locais. Cartellier[15], em 1992, visando medir a fração de vazios, a velocidade e o tamanho da bolha com uma sonda ótica simples, faz um estudo detalhado da forma do sinal obtido com a sonda e associa cada trecho com a posição do sensor em relação à interface. Para isso, constrói um experimento em que é capaz de gerar interfaces com várias curvaturas, que são fotografadas ao atravessar a sonda. O autor propõe que a inclinação do trecho inicial do sinal das bolhas, que corresponde à passagem da fase líquida para a gasosa, fornece um tempo característico que pode ser associado à velocidade da interface. Dessa forma, se poderia medir a velocidade das bolhas com uma sonda simples.

Com este trabalho, procuramos contribuir em duas áreas distintas. A primeira é referente à técnica de medição local usando a sonda elétrica dupla. Usando princípios estatísticos semelhantes aos empregados por Herringe e Davis[44], 1976, e considerando o desalinhamento entre a velocidade da bolha e o eixo da sonda, citado por Kataoka *et al*[56], 1986, propomos um método estatístico que calcula as distribuições locais reais de velocidades e de diâmetro das bolhas. Essas distribuições, junto com a frequência local de bolhas, permitem o cálculo de diversas outras grandezas do escoamento. A validação do método interpretativo de sinais é efetuada baseada em um grande número de dados experimentais próprios, medidos em um escoamento vertical ascendente desenvolvido em padrão de bolhas através de um tubo. Adicionalmente, baseados nos dados experimentais, discutimos sobre os critérios usados para especificar os níveis de corte que devem ser aplicados aos sinais originais, visando obter as funções locais de residência de fases, e concluimos sobre a dependência dos níveis de corte à velocidade superficial de líquido.

Em segundo lugar, usamos bocais convergentes para estudar os efeitos que ocorrem na distribuição de fases, tanto na direção axial do escoamento como na direção radial, devido à variação da seção transversal. Como condições de entrada no bocal, são adotadas as grandezas medidas no escoamento vertical ascendente desenvolvido no tubo. Para a seção de saída, é adotada a pressão constante. O Modelo de Dois Fluidos é empregado para

escrever as equações diferenciais médio-temporais que governam o escoamento através de dois bocais convergentes. A diferença entre os bocais está nas curvaturas, que são escolhidas para permitir a avaliação das influências dos termos inerciais. Um é totalmente côncavo, enquanto que o outro é côncavo-convexo. A solução numérica das equações diferenciais é obtida usando um programa computacional comercial chamado PHOENICS®. Os resultados do modelo são comparados a resultados experimentais próprios, cujas principais medições são obtidas com a sonda elétrica dupla.

Capítulo 3

O modelo de dois fluidos

O modelo de dois fluidos foi formalizado de maneira independente por Delhay[27], em 1968, e Ishii[49], em 1975, e consiste na formulação para cada uma das fases das equações diferenciais médias de conservação e das respectivas equações de salto interfacial. Nesta seção, são definidos os conceitos básicos e desenvolve-se sucintamente o modelo. Para isso, seguiremos a abordagem apresentada por Drew[36], em 1983, que usa o conceito de funções generalizadas. Essa formulação é elegante, sintética e matematicamente rigorosa. As Equações Constitutivas, necessárias para o fechamento do modelo, são particularizadas para o escoamento em padrão de bolhas.

A seguir, as equações diferenciais locais e as respectivas equações constitutivas são integradas superficialmente, resultando em um Modelo de Dois Fluidos Unidimensional. Para isso, estendemos a formulação de Ishii e Mishima[51], de 1984, desenvolvida para escoamento em tubos, para o escoamento em dutos de seção transversal variável.

3.1 Formulação Local

O objetivo é obter as equações diferenciais locais médias temporais que governam o comportamento das fases. Essas equações resultam de um desenvolvimento matemático

que parte das equações diferenciais locais instantâneas de conservação, que são genericamente representadas por

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\psi) + \nabla \cdot (\rho\psi\vec{v}) = \nabla \cdot J + \rho\phi. \quad (3.1)$$

A massa específica, ρ , e a velocidade, $\vec{v}$, são grandezas locais e instantâneas. As funções ψ , J e ϕ assumem os valores 1, 0 e 0 caso a equação seja a da continuidade e $\vec{v}$, $\underline{T}$ e $\vec{g}$ se a equação é a de conservação da quantidade de movimento. Nesse caso, o vetor $\vec{g}$ é a aceleração da gravidade e $\underline{T}$ é o tensor que soma a pressão estática, p , ao tensor de tensões $\underline{\tau}$, ou seja, se $\underline{I}$ é o tensor unitário,

$$\underline{T} = -p \underline{I} + \underline{\tau}. \quad (3.2)$$

Define-se a operação de média temporal, aplicada a uma grandeza genérica f , como

$$\bar{f} = \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} f dt, \quad (3.3)$$

sendo que valem as seguintes propriedades

$$\frac{d\bar{f}}{dt} = \frac{d\bar{f}}{dt} \quad (3.4)$$

e

$$\overline{\nabla f} = \nabla \bar{f}. \quad (3.5)$$

A função de residência de fase ou, de modo equivalente, a função de fase, $X_k(\vec{x}, t)$, indica se, no instante de tempo t , a posição $\vec{x}$ é ocupada pela fase k . Assume os seguintes valores:

$$X_k(\vec{x}, t) = \begin{cases} 1, & \text{se a fase é } k \text{ e} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.6)$$

Acompanhando a interface, a derivada material da função de fase é nula, ou seja

$$\frac{\partial X_k}{\partial t} + \vec{v}_i \cdot \nabla X_k = 0. \quad (3.7)$$

Com as definições apresentadas pelas Equações 3.3 a 3.6, a Regra de Leibnitz e o Teorema de Gauss podem ser escritas como

$$\frac{\partial}{\partial t} \overline{(X_k f)} = \overline{X_k \frac{\partial f}{\partial t}} + \overline{f \frac{\partial X_k}{\partial t}} \quad (3.8)$$

e

$$\nabla \cdot \overline{(X_k f)} = \overline{X_k \nabla \cdot f} + \overline{f \cdot \nabla X_k}. \quad (3.9)$$

Multiplicando a equação diferencial instantânea de conservação, Equação 3.1, pela função de fase, Equação 3.6, aplicando a operação de média temporal definida na Equação 3.3 e empregando as Equações 3.4, 3.5, 3.7 a 3.9, chegamos a

$$\frac{\partial}{\partial t} \overline{(X_k \rho \psi)} + \nabla \cdot \overline{(X_k \rho \psi \vec{v})} = -\nabla \cdot \overline{(X_k J)} + \overline{(X_k \rho \phi)} + \overline{[-J + \rho \psi (\vec{v} - \vec{v}_i)] \cdot \nabla X_k}. \quad (3.10)$$

Para introduzir grandezas de valor prático, passíveis de serem medidas, usa-se a fração de residência da fase k e as médias ponderadas pela fase e pela massa específica da fase. A fração de residência da fase k , α_k , é a média temporal da função de fase,

$$\alpha_k = \overline{X_k}, \quad (3.11)$$

sendo que valem as seguintes relações:

$$\frac{\partial \alpha_k}{\partial t} = \overline{\left(\frac{\partial X_k}{\partial t} \right)} \quad (3.12)$$

e

$$\nabla \alpha_k = \overline{\nabla X_k}. \quad (3.13)$$

A média ponderada pela fração de residência da fase de uma função genérica f é dada por

$$f_{k\alpha} = \frac{\overline{X_k f}}{\alpha_k}, \quad (3.14)$$

enquanto que a média ponderada pela massa específica da fase é

$$f_{k\rho} = \frac{\overline{X_k \rho f}}{\alpha_k \rho_{k\alpha}}. \quad (3.15)$$

Dessa forma, a Equação 3.10 se torna

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_k \rho_{k\alpha} \psi_{k\rho}) + \nabla \cdot [\alpha_k \rho_{k\alpha} (\psi_k \vec{v}_k)_\rho] &= -\nabla \cdot \alpha_k (\underline{J}_k + \underline{J}_k^\top)_\alpha + \alpha_k \rho_{k\alpha} \phi_{k\rho} \\ &+ \overline{[-J + \rho \psi (\vec{v} - \vec{v}_i)] \cdot \nabla X_k}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Na Equação 3.16, o termo $J_k^\top = \overline{\rho_k \psi'_k \vec{v}'_k}$, considera as flutuações da propriedade ψ transportadas pelas flutuações de velocidade. Essa parcela, que mantém a ponderação pela densidade de fase, expressa os efeitos da turbulência do escoamento e origina-se da operação de média no termo convectivo da equação diferencial instantânea.

Para simplificar a notação, costumam ser dispensados os índices que indicam as ponderações das médias. Dessa forma, as equações de conservação de massa e quantidade de movimento, em termos locais médios temporais são dadas, com notação simplificada, por

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_k \rho_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{v}_k) = \Gamma_k \quad (3.17)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_k \rho_k \vec{v}_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{v}_k \vec{v}_k) = -\nabla (\alpha_k p_k) + \nabla \cdot [\alpha_k (\underline{\tau}_k + \underline{\tau}_k^\top)] + \alpha_k \rho_k \vec{g} + \vec{M}_k, \quad (3.18)$$

sendo que, Γ_k é a média temporal do fluxo da fase k na interface, ou seja

$$\Gamma_k = \overline{[\rho (\vec{v} - \vec{v}_i)]_k \cdot \nabla X_k}, \quad (3.19)$$

e $\vec{M}_k$ é a força interfacial específica média para a fase k ,

$$\vec{M}_k = \overline{[p \underline{I} - \underline{\tau} + \rho \vec{v} (\vec{v} - \vec{v}_i)]_k \cdot \nabla X_k}. \quad (3.20)$$

As equações de transferência interfacial surgem da aplicação das equações de conservação na interface, resultando em

$$\sum \Gamma_k = 0 \quad (3.21)$$

e

$$\sum \vec{M}_k = \vec{M}_\sigma, \quad (3.22)$$

sendo que, $\vec{M}_\sigma$ é a força que surge na interface devido à tensão superficial.

O termo $\vec{M}_k$ costuma ser decomposto para separar as contribuições da transferência de massa e da pressão interfacial, a partir da definição das seguintes grandezas:

$$\vec{v}_{k_i} \triangleq \frac{\overline{[\rho \vec{v} (\vec{v} - \vec{v}_i)]_k \cdot \nabla X_k}}{\Gamma_k} \quad (3.23)$$

e

$$p_{k_i} \triangleq \frac{\overline{p_k \nabla X_k} \cdot \nabla \alpha_k}{|\nabla \alpha_k|^2}. \quad (3.24)$$

Agora

$$\vec{M}_k = \Gamma_k \vec{v}_{k_i} + p_{k_i} \nabla \alpha_k + \vec{M}_k^p, \quad (3.25)$$

sendo que

$$\vec{M}_k^p = \overline{[(p - p_{k_i}) - \underline{\tau}]_k \cdot \nabla X_k}. \quad (3.26)$$

Dessa forma, a Equação 3.18, de conservação de quantidade de movimento, se torna

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_k \rho_k \vec{v}_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{v}_k \vec{v}_k) &= -\alpha_k \nabla p_k + \nabla \cdot [\alpha_k (\underline{\tau}_k + \underline{\tau}_k^\top)] + \alpha_k \rho_k \vec{g} \\ &+ (p_{k_i} - p_k) \nabla \alpha_k + \Gamma_k \vec{v}_{k_i} + \vec{M}_k^p. \end{aligned} \quad (3.27)$$

3.2 Equações constitutivas para o escoamento em bolhas

A partir deste ponto, particularizamos as equações para o escoamento bifásico gás-líquido no padrão de bolhas. A fase líquida é designada por L , enquanto que a fase gasosa por G . Nesse caso, a fração de residência da fase gasosa, α_G , é também chamada de fração de vazios local.

Considera-se que não ocorre transferência de massa entre as fases, ou seja $\Gamma_k = 0$. Dessa forma, em decorrência da operação de média temporal, surgem, na Equação 3.27, três novas grandezas que precisam ser constituídas, $(\underline{\tau}_k + \underline{\tau}_k^\top)$, $(p_{k_i} - p_k) \nabla \alpha$ e $\vec{M}_k^p$. A

solução do modelo de dois fluidos depende da forma como esses termos são constituídos, uma vez que essas forças são fundamentais para reproduzir o comportamento físico real.

O termo $\vec{M}_k^D$ é modelado de forma particular para cada padrão de escoamento. Para o escoamento em padrão de bolhas, a abordagem atual se baseia em observações da hidrodinâmica do escoamento, através das quais são classificadas as diferentes forças que ocorrem nas bolhas. Para obter o equacionamento de cada uma dessas forças, aproveitam-se resultados específicos, que são obtidos tanto teórica como experimentalmente. Entre as forças que ocorrem nas bolhas, a força de arrasto é a que foi mais estudada e cujas correlações foram mais testadas. Por essa razão, é comum considerar o termo $\vec{M}_k^D$ como a superposição entre as forças de arrasto e as que não são de arrasto, ou seja

$$\vec{M}_k^D = \vec{M}_k^d + \vec{M}_k^{nd}. \quad (3.28)$$

As forças que não são de arrasto normalmente consideradas são as de sustentação lateral e de massa virtual.

3.2.1 Força de arrasto

A força de arrasto em uma bolha origina-se devido a diferença entre as velocidades das fases, sendo equacionada como

$$F_d = \frac{1}{2} A_b C_D \rho_L (\vec{v}_G - \vec{v}_L) |\vec{v}_G - \vec{v}_L|, \quad (3.29)$$

sendo que A_b é a seção projetada da bolha e C_D é o coeficiente de arrasto.

Para o coeficiente de arrasto, C_D , são empregadas correlações publicadas por diversos autores, por exemplo Wallis[107], em 1974, Clift *et al*[23], em 1978, ou Ishii e Zuber[50], em 1984. Nesses trabalhos, a força de arrasto é extensivamente estudada para partículas dispersas, sejam sólidas, líquidas ou gasosas.

Dessa forma, o termo referente à força interfacial de arrasto pode ser constituído

considerando que a média volumétrica da força é igual à média temporal local, resultando em

$$\vec{M}_L^d = -\vec{M}_G^d = \frac{3}{4} \frac{C_D}{D} \rho_L \alpha_G (\vec{v}_G - \vec{v}_L) |\vec{v}_G - \vec{v}_L|. \quad (3.30)$$

Na Equação 3.30 D é o diâmetro da bolha. Da mesma forma que em Kuo e Wallis[62], de 1988, neste trabalho são adotadas as seguintes correlações para o coeficiente de arrasto:

$$C_D = \begin{cases} \frac{16}{N_{RE}} & \text{se } N_{RE} \leq 0,49, \\ \frac{20,68}{N_{RE}^{0,643}} & \text{se } 0,49 \leq N_{RE} \leq 100, \\ \frac{6,3}{N_{RE}^{0,385}} & \text{se } N_{RE} \geq 100, \\ \frac{N_{WE}}{3} & \text{se } N_{RE} \geq \frac{2065,1}{N_{WE}^{2,6}} \text{ e} \\ \frac{8}{3} & \text{se } N_{WE} \geq 8, \end{cases} \quad (3.31)$$

sendo que os números adimensionais de Reynolds e Weber são definidos em relação ao diâmetro da bolha e sua velocidade relativa. Sendo σ a tensão superficial entre os fluidos, temos que

$$N_{RE} = \frac{|\vec{v}_G - \vec{v}_L| D}{\nu_L} \quad (3.32)$$

e

$$N_{WE} = \frac{\rho_L |\vec{v}_G - \vec{v}_L|^2 D}{\sigma}. \quad (3.33)$$

Deve-se citar que as correlações descritas na Equação 3.31 foram obtidas para o escoamento de bolhas em um meio infinito. Marié[73], em 1987, considera que a parede modifica a força de arrasto, devido ao escoamento viscoso que há nessa região. Lahey *et al*[65], em 1993, adotam essa consideração e assumem que a parede induz na bolha uma força de arrasto que é modelada por

$$M_{L_w}^d = -M_{G_w}^d = C_{wb} \frac{\rho_L}{100 D_b} \alpha_G |\vec{v}_L| \vec{v}_G \quad (3.34)$$

sendo que

$$C_{wb} = 1,0. \quad (3.35)$$

Neste trabalho, não consideramos o efeito de parede sobre as forças de arrasto.

3.2.2 Massa virtual

A aceleração relativa entre a bolha e a fase contínua implica na aceleração conjunta de uma porção de líquido que está ao seu redor. A força necessária para acelerar essa porção de líquido é representada por uma massa virtual, isto é, uma massa aparente de líquido que deve ser acrescentada à massa real da bolha. Essa força é importante em escoamentos acelerados, quando a massa específica da fase contínua é muito maior que a da dispersa, como ocorre no padrão de bolhas.

Este trabalho não considera a força de massa virtual que é causada pela expansão da fase gás, que normalmente decorre da variação de pressão ao longo do escoamento.

Diversas fórmulas têm sido propostas para representar a força de massa virtual. A formulação empregada neste trabalho segue Drew e Lahey[37], que, em 1987, propuseram que

$$\vec{M}_L^{MV} = -\vec{M}_G^{MV} = C_{MV}\rho_L\alpha_g \left[\frac{\partial(\vec{v}_G - \vec{v}_L)}{\partial t} + \vec{v}_G \cdot \nabla \vec{v}_G - \vec{v}_L \cdot \nabla \vec{v}_L \right], \quad (3.36)$$

sendo que, C_{MV} é o coeficiente de massa virtual. Na equação acima, o termo entre os colchetes é a diferença entre as acelerações médias totais das partículas fluidas das fases, ou seja, semelhante a uma abordagem Lagrangeana.

Embora o conhecimento do coeficiente C_{MV} seja fundamental para a aplicação do modelo, ainda não se conhece efetivamente o seu comportamento. Normalmente, se considera um valor constante médio. Porém, a rigor, esse valor depende das condições locais de escoamento e da forma da bolha.

Drew e Lahey[37] e [38], respectivamente em 1987 e 1990, calculam esse coeficiente para o escoamento de um fluido rotacional hipotético que não tem viscosidade em torno de uma esfera e obtém 0,5. Porém valores superiores ao obtido por Drew e Lahey [37] e [38] têm sido empregados por vários autores.

Kuo e Wallis[62], em 1988, estudaram teórica e experimentalmente, o escoamento

de bolhas isoladas através de bocais e recomendaram, para o padrão de bolhas, o uso de coeficientes médios entre 2,0 e 3,0.

Lance e Bataille[66], em 1991, aplicam o escoamento potencial para o escoamento de esferas em trajetórias helicoidais e encontram valores de C_{MV} entre 1,2 e 3,4. Seus resultados são validados experimentalmente.

Bertodano *et al*[7], em 1994, usa a turbulência induzida pela passagem das bolhas para ajustar o coeficiente de massa virtual. Para isso, emprega a seguinte equação, que relaciona, para o escoamento potencial de um fluido em torno de uma esfera, a energia cinética das flutuações, k_{BI} , com o coeficiente de massa virtual, C_{MV} ,

$$k_{BI} = \frac{1}{2} \alpha_G \rho_L C_{MV} v_r^2. \quad (3.37)$$

3.2.3 Força de sustentação lateral

A força de sustentação lateral ocorre quando a bolha está em uma região do escoamento em que existe, na fase contínua, um gradiente lateral de velocidades. A direção da força de sustentação lateral é normal a do escoamento, sendo modelada como

$$\vec{M}_L^{SL} = -\vec{M}_G^{SL} = C_{SL} \rho_L \alpha_G \vec{v}_r \times (\nabla \times \vec{v}_L), \quad (3.38)$$

sendo que, C_{SL} é o coeficiente de sustentação lateral e $\vec{v}_r$ é a velocidade relativa entre as fases gasosa e líquida, ou seja

$$\vec{v}_r = \vec{v}_G - \vec{v}_L. \quad (3.39)$$

À força de sustentação lateral, tem-se atribuído um papel importante na distribuição de fases. No escoamento vertical ascendente, a força de sustentação lateral atua nas bolhas no sentido que aponta do centro do tubo para a parede, enquanto que no escoamento vertical descendente essa força atua no sentido contrário. Esse comportamento concorda com as observações experimentais da fração de vazios.

Drew e Lahey[37] e [38], em 1987 e 1990, propõem que o coeficiente C_{SL} tenha o mesmo valor do coeficiente de massa virtual, C_{MV} , a fim de satisfazer o critério de objetividade de Truesdell e Toupin[105], 1963. Esses estudos sugerem o valor 0,5 para os coeficientes, que é analiticamente calculado para bolhas esféricas em um escoamento rotacional de um fluido sem viscosidade. Porém, em escoamentos reais, o valor de C_{SL} diminui devido à viscosidade do fluido, podendo chegar a ser 0,01. Em trabalho posterior, Lahey *et al*[65], em 1993, usa um valor entre 0,05 e 0,1 para o escoamento em padrão bolhas de mistura água-ar.

Força de parede A força de sustentação lateral é bastante influenciada pela presença da parede. Nessa região ocorre a inversão no sentido da força, sendo que a Equação 3.38 perde a validade e a força de sustentação lateral passa a ser chamada de força de parede. Antal *et al*[3], ao estudar o escoamento em padrão de bolhas, assumindo o regime laminar na fase contínua, propôs um modelo para a força de parede baseado na solução analítica de um caso simples. Os autores calcularam analiticamente a força lateral para o escoamento potencial de um fluido entre dois cilindros rotativos próximos e simplificaram a solução, dando origem ao seguinte termo constitutivo,

$$\vec{M}_L^w = -\vec{M}_G^w = \left[C_{w1} + C_{w2} \left(\frac{D_b}{2y_0} \right) \right] \frac{2\alpha_G \rho_L v_r^2}{D_b}. \quad (3.40)$$

Nessa equação, D_b é o diâmetro da bolha e y_0 é a distância do centro das bolhas à parede. Os coeficientes C_{w1} e C_{w2} são obtidos por Antal *et al*[3] com o ajuste entre a Equação 3.40 e os resultados de simulações numéricas, nas quais se calculam a força lateral que surge do escoamento em torno de uma esfera próxima a uma parede. Para isso, foi usado o programa computacional PHOENICS[®]. Os coeficientes ajustados por Antal *et al*[3], que também são os adotados neste trabalho, são

$$C_{w1} = -0,06 v_r - 0,104 \quad (3.41)$$

e

$$C_{w2} = 0,147. \quad (3.42)$$

Em 1993, Lahey *et al*[65] adotam os coeficientes $C_{w1} = -0,10$ e $C_{w2} = 0,12$ para ajustar dados experimentais de escoamentos água-ar no regime turbulento.

3.2.4 Pressão interfacial

A pressão da fase junto à interface é outra variável que deve ser constituída. A forma normalmente adotada, por exemplo em Stuhmiller[100], de 1977, se baseia em uma expressão simples que vem do escoamento potencial de um fluido em torno de uma esfera. A pressão média no seio da fase contínua, p_L , é relacionada com a pressão da interface, p_{Li} , através de

$$p_L - p_{Li} = C_{PI} \rho_L v_r^2, \quad (3.43)$$

sendo que C_{PI} é o coeficiente de pressão interfacial e v_r é a velocidade relativa entre as fases.

Dessa forma, o termo de pressão interfacial pode ser constituído como

$$M_L^{PI} = -M_G^{PI} = C_{PI} \rho_L v_r^2 \nabla \alpha_G. \quad (3.44)$$

Em uma abordagem mais simplificada, Drew[36], em 1983, sugere que seja adotado a igualdade entre a pressão no seio da fase e a pressão na interface, ou seja

$$p_k = p_{ki} = p, \quad (3.45)$$

em consequência

$$\vec{M}_k^{PI} = (p_{ki} - p_k) \nabla \alpha_k = 0. \quad (3.46)$$

Segundo o autor, essa hipótese é razoável quando não há propagação de ondas de choque na mistura, nem expansão ou contração acentuada das bolhas.

Lahey *et al*[65], em 1993, além da Equação 3.43, usam a Equação de Laplace para relacionar as pressões do gás e do líquido na interface,

$$p_{Gi} - p_{Li} = 2\sigma\kappa, \quad (3.47)$$

sendo que σ é a tensão superficial e κ é a curvatura média da bolha. Postularam, ainda, que a pressão no gás é constante, $p_{G_i} = p_G$, e mencionam a obtenção de uma melhor aproximação nos resultados.

Com a Equação 3.47, surge uma diferença entre os termos de pressão interfacial das fases. O termo constituído na Equação 3.44, referente à fase líquida, não é alterado, porém o da fase gasosa se torna

$$M_G^{PI} = -M_L^{PI} + \nabla \cdot \left[\alpha_G \left(\sigma + (p_{G_i} - p_{L_i}) \underline{\underline{I}} \right) \right]. \quad (3.48)$$

O coeficiente de pressão interfacial, C_{PI} , para o escoamento potencial em torno de bolhas esféricas é 0,25. Esse coeficiente aumenta quando as bolhas não são esféricas. Dados experimentais de Lance e Bataille[66], 1991, indicam valores entre 0,5 e 0,7. Em artigos mais recentes, por exemplo Bertodano *et al*[7], de 1994, é usado o coeficiente de pressão interfacial, C_{PI} , igual à metade do coeficiente de massa virtual, C_{MV} , visando manter a proporção entre esses coeficientes igual à calculada para o escoamento potencial de um fluido em torno de uma esfera.

3.2.5 Tensor viscoso

Geralmente, nos artigos publicados, por exemplo em Bertodano *et al*[7], o tensor viscoso $\underline{\underline{\tau}}$ é desprezado, uma vez que nas condições normalmente estudadas ele é menor que o tensor turbulento.

Neste trabalho, usaremos o comportamento Newtoniano, ou seja

$$\underline{\underline{\tau}} = \rho_L \nu \left(\nabla \bar{v} + \nabla \bar{v}^T \right), \quad (3.49)$$

sendo que ν é a viscosidade cinemática do líquido e $\nabla \bar{v}^T$ é o tensor transposto de $\nabla \bar{v}$.

3.2.6 Turbulência

A importância da turbulência para a distribuição das fases na seção transversal de um escoamento bifásico em padrão de bolhas foi demonstrada por Drew e Lahey[35], em 1982. Os autores verificaram que essa distribuição, nos escoamentos ascendentes ou descendentes, é qualitativamente explicada pelas variações radiais na pressão estática, que são causadas pela turbulência do escoamento. Nesse artigo, as equações diferenciais médias de um escoamento vertical desenvolvido com simetria axial são analiticamente resolvidas, desprezando as forças interfaciais laterais. Analisando, com esse modelo, os dados experimentais de Serizawa *et al*[94], de 1975, os autores justificam as diferentes concentrações de bolhas medidas ao longo da posição radial, relacionando-as com as diferentes intensidades locais da turbulência medidas.

Para o escoamento bifásico em padrão de bolhas, os modelos atualmente adotados consideram apenas a turbulência da fase líquida. A turbulência na fase gasosa é desprezada. Essa simplificação se baseia em observações experimentais, por exemplo, de Serizawa *et al*[93, 94, 95], em 1975, que indicam que a turbulência das fases é aproximadamente proporcional às respectivas massas específicas. Dessa forma, para gás a baixa pressão, esse termo é muito menor que os gradientes de pressão e as forças interfaciais.

Porém, enquanto que no escoamento monofásico a turbulência surge da instabilidade no escoamento viscoso laminar, no escoamento bifásico a turbulência também é induzida pela passagem de bolhas, que têm movimento relativo em relação ao líquido. A rigor, há mútua interação entre as flutuações intrínsecas a um escoamento monofásico turbulento e as induzidas pelo movimento relativo das bolhas, ou seja, são acopladas. Em uma primeira aproximação, alguns autores, por exemplo Bertodano *et al*[7], 1994, assumem que esses efeitos são independentes, de forma que pode-se aplicar a superposição. Essa hipótese é experimentalmente confirmada, para pequenas frações de vazios, por Lance e Bataille[66], 1991.

Na literatura, vários modelos são empregados para considerar a turbulência no es-

coamento bifásico em padrão de bolhas, por exemplo, em 1990, Bertodano *et al*[5] desenvolveram um modelo anisotrópico que usa o tensor de Reynolds.

Em 1994, Bertodano *et al*[6] desenvolvem um modelo $k-\epsilon$ para o escoamento bifásico no padrão bolhas. Para introduzir a anisotropia na turbulência, os autores usam o modelo algébrico de Naot e Rodi[85], 1987, que consiste em uma simplificação do tensor de Reynolds efetuada após a substituição de cada componente por um termo proporcional à energia cinética turbulenta local.

Esse modelo é validado com dados experimentais próprios e com os de Serizawa *et al*[96], 1986, e Lance e Bataille[66], 1991. Os autores citam a capacidade do modelo de prever a supressão de turbulência que ocorre em escoamentos com número de Reynolds elevados.

Neste trabalho, é empregada uma extensão do modelo $k-\epsilon$ para escoamentos bifásicos. Esse modelo isotrópico é baseado na forma original proposta por Launder e Spalding[67], de 1974. O modelo $k-\epsilon$ é escolhido devido ao grande número de trabalhos publicados que o utilizam e que o tornam um modelo cujo comportamento é conhecido.

A viscosidade cinemática turbulenta, ν^T , definida como

$$\nu^T = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}, \quad (3.50)$$

é usada para calcular o tensor turbulento através da Equação de Boussinesq,

$$\underline{\tau}^T = \rho_L \overline{u'u'} = \rho_L \nu^T (\nabla \tilde{v}_L + \nabla \tilde{v}_L^T). \quad (3.51)$$

Na Equação 3.50, o coeficiente C_μ é igual a 0,09. A energia cinética turbulenta, k , e a respectiva taxa de dissipação, ϵ , são obtidas das seguintes equações diferenciais de conservação:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha_L \rho_L k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_L \rho_L \tilde{v}_L k) &= \alpha_L \rho_L (P - \epsilon) + \\ &\nabla \cdot \left[\alpha_L \rho_L \left(\nu + \frac{\nu^T}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + \nabla \cdot (\rho_L \nu^T k \nabla \alpha_L) \end{aligned} \quad (3.52)$$

e

$$\frac{\partial(\alpha_L \rho_L \epsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_L \rho_L \vec{v}_L \epsilon) = \left(\alpha_L \rho_L \frac{\epsilon}{k} \right) (C_1 P - C_2 \epsilon) + \nabla \cdot \left[\alpha_L \rho_L \left(\nu + \frac{\nu^\top}{\sigma_\epsilon} \right) \nabla \epsilon \right] + \nabla \cdot (\rho_L \nu^\top \epsilon \nabla \alpha_L), \quad (3.53)$$

sendo que C_1 , C_2 , σ_k e σ_ϵ são constantes, aferidas no escoamento monofásico, que assumem os seguintes valores

$$C_1 = 1,44, \quad (3.54)$$

$$C_2 = 1,92, \quad (3.55)$$

$$\sigma_k = 1,00 \quad (3.56)$$

e

$$\sigma_\epsilon = 0,60. \quad (3.57)$$

A grandeza P é a produção volumétrica de energia cinética turbulenta e representa a transferência de energia cinética entre o escoamento médio e as flutuações. Esse termo é modelado como

$$P = \nu^\top (\nabla \vec{v}_L + \nabla \vec{v}_L^\top) : \nabla \vec{v}_L. \quad (3.58)$$

Com as Equações 3.52 a 3.58, a energia cinética turbulenta e a respectiva taxa de dissipação, referentes às instabilidades viscosas, são relacionadas às velocidades médias da fase líquida. Alguns trabalhos publicados visam acrescentar à esse efeito as flutuações de velocidades induzidas pela passagem das bolhas. Por exemplo, Sato *et al* [89], em 1981, usa a hipótese de superposição de efeitos para fazer a viscosidade turbulenta, $\nu^\top$, ser igual a soma das contribuições devidas às instabilidades viscosas e as induzidas pelas bolhas,

$$\nu^\top = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} + C_{\mu b} \alpha_G D_b |\vec{v}_G - \vec{v}_L|, \quad (3.59)$$

sendo que

$$C_{\mu b} = 0,60. \quad (3.60)$$

Uma outra forma é proposta por Bertodano *et al* [5], que, em 1990, alteraram o termo de produção de energia turbulenta, Equação 3.58, acrescentando uma parcela que

representa a energia das flutuações devidas a velocidade relativa da bolha e que foi originalmente calculada para o escoamento potencial.

A forma empregada neste trabalho é devida a Svendsen *et al*[101], 1992, que interpretaram essa parcela como sendo a contribuição do trabalho da força de arrasto à energia cinética turbulenta, ou seja

$$P_b = C_b \frac{3}{4} \frac{C_D}{D} \alpha_G v_r^3, \quad (3.61)$$

sendo que

$$v_r = |\vec{v}_G - \vec{v}_L|, \quad (3.62)$$

C_D é o coeficiente de arrasto, definido na Equação 3.31 e C_b é um coeficiente experimentalmente ajustado, que vale

$$C_b = 0,025. \quad (3.63)$$

3.3 Condições de contorno

Para resolver o sistema de equações diferenciais que formam o Modelo de Dois Fluidos é necessário especificar as condições de contorno, que definem o problema particular em estudo, ou seja, a sua geometria, as condições de escoamento, etc.

Neste trabalho, visamos estudar as distribuições de fases e forças interfaciais do escoamento bifásico desenvolvido. Porém, para efetuar as medições experimentais é necessário estimar qual a distância, a partir do ponto de mistura na base da coluna, que o escoamento pode ser considerado desenvolvido. Essa estimativa é feita baseada na simulação numérica do Modelo de Dois Fluidos.

As condições reais de escoamento na seção de mistura das fases não é clara. Porém, Herringe e Davis[44], em 1976, comparam os escoamentos em padrão bolhas obtidos com diversos misturadores e mostram que as condições do escoamento desenvolvido não dependem da forma como a mistura é realizada. Dessa forma, assumindo que a distância

de desenvolvimento também é pouco afetada pelas condições de mistura, optamos por resolver o escoamento a partir de uma condição inicial homogênea.

Condição de entrada Por simplicidade, é adotada a uniformidade na seção transversal de entrada de todas as grandezas em escoamento. Dessa forma, devido à simetria axial, na posição radial, r , a fração de vazios, $\alpha_G(r, 0)$, as componentes radiais e axiais de velocidades, $v_{rk}(r, 0)$ e $v_{zk}(r, 0)$, a energia cinética turbulenta, $k(r, 0)$, e a taxa de dissipação da energia turbulenta, $\epsilon(r, 0)$, são dadas por

$$\alpha_G(r, 0) = \frac{J_G}{J_L + J_G}, \quad (3.64)$$

$$v_{rk}(r, 0) = v_{rL} = v_{rG} = 0, \quad (3.65)$$

$$v_{zk}(r, 0) = v_{zL} = v_{zG} = \frac{J_L}{1 - \alpha_G} = \frac{J_G}{\alpha_G}, \quad (3.66)$$

$$k(r, 0) = \frac{f(J_L + J_G)^2}{8} \quad (3.67)$$

e

$$\epsilon(r, 0) = \frac{1,643 k^{1,5}}{R}. \quad (3.68)$$

sendo que $0 \leq r \leq R$, R é o raio do tubo, J_L e J_G são as velocidades superficiais de líquido e gás, f é um coeficiente médio de atrito, estimado como

$$f = \frac{0,3164}{N_{REmist}^{0,25}}, \quad (3.69)$$

sendo que, o número de Reynolds da mistura é

$$N_{REmist} = 2R(\nu_G J_G + \nu_L J_L). \quad (3.70)$$

Condição de saída É necessário especificar a pressão na seção de saída,

$$p(r, L) = 0. \quad (3.71)$$

Condição de parede A Lei Logarítmica de Parede é usada para especificar os valores das grandezas, referentes à fase líquida, a uma pequena distância radial da parede do tubo, y , que esteja fora da sub-camada viscosa. Essa lei relaciona as componentes de velocidade, a energia cinética turbulenta e a taxa de dissipação com a tensão de cisalhamento na parede, τ_w , da seguinte forma

$$v_{rL}(R, z) = 0, \quad (3.72)$$

$$v_{zL}(R, z) = \frac{1}{\kappa} \ln(8,6 y^+) \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_L}}, \quad (3.73)$$

$$k = \frac{\tau_w}{\rho_L} \sqrt{\frac{1}{C_\mu}} \quad (3.74)$$

e

$$\epsilon = \frac{C_\mu^{0,75} k^{1,5}}{\kappa y}, \quad (3.75)$$

sendo que $\kappa = 0,435$ é a constante de von Karman e a distância adimensional da parede, y^+ , é

$$y^+ = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_L}} \frac{y}{\nu_L}. \quad (3.76)$$

A tensão de cisalhamento, a uma distância y da parede, $\tau_w(y, z)$, é avaliada das seguintes equações

$$\tau_w = C_\tau \rho_L v_{zL}^2(y, z), \quad (3.77)$$

sendo que o coeficiente C_τ é o maior entre os calculados das duas correlações abaixo,

$$C_\tau = \frac{1}{N_{RE}} \quad (3.78)$$

ou

$$C_\tau = \left[\frac{\kappa}{\ln(8,6 N_{RE} \sqrt{C_\tau})} \right]^2, \quad (3.79)$$

o que implica em um cálculo iterativo. O número de Reynolds, nesse caso, é definido como

$$N_{RE} = \frac{v_{zL} y}{\nu_L}. \quad (3.80)$$

Condições de contorno para os bocais As condições usadas nos estudos dos bocais são análogas às apresentadas para o escoamento em tubos. A única diferença está nas

condições de entrada. São usadas na seção transversal de entrada os valores da fração de vazios, $\alpha_G(r, 0)$, das componentes radiais e axiais de velocidades, $v_{rk}(r, 0)$ e $v_{zk}(r, 0)$, da energia cinética turbulenta, $k(r, 0)$, e da taxa de dissipação de energia turbulenta, $\epsilon(r, 0)$, que são ajustados para a respectiva condição de escoamento desenvolvido em tubos.

3.4 Formulação unidimensional

O Modelo de Dois Fluidos Unidimensional permite avaliar, usando uma formulação mais simples do que a local, a influência das forças interfaciais de arrasto e de massa virtual no comportamento das grandezas em escoamento em bocais convergentes. Essa formulação não determina a distribuição das fases no escoamento, ao contrário é necessário especificá-la para obter resultados realistas.

O Modelo de Dois Fluidos Unidimensional é formado por equações diferenciais e por equações de salto interfacial, ambas médias superficiais, que governam o comportamento dos valores médios das grandezas em escoamento. Para que o modelo seja rigoroso, a dedução das equações de conservação, bem como a definição das médias, deve ser feita de modo preciso.

A análise apresentada segue Ishii e Mishima[51], 1984, que formularam o modelo para estudar o escoamento desenvolvido em dutos. Nesse trabalho, os autores enfatizam os erros que normalmente são cometidos ao se formular as equações constitutivas, por não se considerar corretamente as distribuições das grandezas na seção transversal.

Porém, previamente ao Modelo de Dois Fluidos, é apresentada uma outra abordagem que, embora não tenha formulação rigorosa, permite, através do emprego de equações ainda mais simples, analisar a influência das forças de arrasto e de massa virtual na trajetória de bolhas isoladas que atravessam os bocais. Segue o trabalho de Kuo e Wallis[62], 1988, em que essa trajetória é analítica e experimentalmente estudada para bolhas isoladas que atravessam um bocal convergente-divergente.

3.4.1 Bolha isolada no bocal

A análise da trajetória de uma bolha isolada que atravessa um bocal permite avaliar, de forma simplificada e rápida, o comportamento das forças interfaciais no escoamento. Kuo e Wallis[62], em 1988, construíram uma coluna vertical para medir a velocidade e a trajetória de bolhas de ar atravessando um bocal convergente-divergente em que fluía água. A passagem da bolha através do bocal foi registrada por sensores foto-eletrônicos que monitoravam 18 planos horizontais de luz uniformemente espaçados.

Kuo e Wallis[62] compararam seus resultados experimentais com os calculados através de um modelo simples e concluíram que, considerando-se apenas as forças de arrasto e de massa virtual, pode-se prever a trajetória da bolha.

O modelo usado por Kuo e Wallis[62] considera que a passagem da bolha não afeta o escoamento da fase líquida. Desprezando os efeitos dissipativos, as equações de conservação de quantidade de movimento referentes ao ar e à água são

$$\rho_L v_L \frac{dv_L}{dz} = -\frac{dp}{dz} - \rho_L g \quad (3.81)$$

e

$$\rho_G v_G \frac{dv_G}{dz} = -\frac{dp}{dz} - \rho_G g - f_{LG}. \quad (3.82)$$

O termo f_{LG} é a força por unidade de volume que atua na bolha, resultante das contribuições das forças de arrasto e de massa virtual. Usando, para representar essas forças interfaciais, equações análogas às Equações 3.30 e 3.36 e desprezando a massa específica do ar em relação à da água, a Equação 3.82 se torna

$$C_{MV} \rho_L \left(v_G \frac{dv_G}{dz} - v_L \frac{dv_L}{dz} \right) = -\frac{dp}{dz} - \frac{3}{4} \frac{C_D}{D} \rho_L (v_G - v_L) |v_G - v_L|. \quad (3.83)$$

O coeficiente de arrasto, C_D , é calculado com a Equação 3.31 em função dos números de Reynolds e de Weber referentes à bolha. O modelo considera que o coeficiente de massa virtual, C_{MV} , é constante em toda a trajetória.

Essa é a formulação simplificada proposta, apesar dos questionamentos sobre a sua validade em escoamentos acelerados. Kuo e Wallis[62], citam vários motivos que justificariam diferenças entre os coeficientes das forças interfaciais nos escoamentos acelerados e os dos escoamentos desenvolvidos. Por exemplo, mesmo que o número de Reynolds local seja semelhante, ocorrem diferenças na camada limite ao redor da bolha por causa do tempo de difusão das forças viscosas. As mesmas restrições são válidas para o coeficiente de massa virtual, C_{MV} . Argumentos semelhantes são citados por outros autores, por exemplo Herringe[43], 1976, ao estudar o movimento de pequenas esferas em líquidos oscilantes. Outro fator que pode ser significativo, como é observado no presente estudo, é a mudança na forma da bolha devido à alteração do gradiente de pressão através do bocal.

A Equação 3.83 mostra que, no caso da força de massa virtual ser muito pequena, a velocidade relativa é determinada pelo equilíbrio entre a força de arrasto específica e o gradiente de pressão. Ou seja, nesse caso, a velocidade relativa não depende das velocidades absolutas das fases, mas só do gradiente local de pressão. Dessa forma, define-se a *Velocidade Relativa Limite* como sendo aquela em que a força de arrasto equilibra o gradiente local de pressão. É para essa velocidade que tende a velocidade relativa local no escoamento. Caso o escoamento ocorra em duto de seção transversal constante, essa velocidade é a conhecida velocidade terminal.

A força de massa virtual determina a diferença entre a velocidade relativa efetiva e a velocidade relativa limite. Ocorre quando, para equilibrar o gradiente de pressão, surgem variações nas velocidades absolutas das fases.

Para efeito de comparação, é definida, também, a *Velocidade Relativa de Referência*, para a qual o escoamento em padrão de bolhas ocorre com a fração de vazios média constante. A variação dessa velocidade relativa é inversamente proporcional a da área da seção transversal.

3.4.2 Modelo de dois fluidos unidimensional

O Modelo de Dois Fluidos Unidimensional pode ser obtido a partir das equações diferenciais locais médio-temporais de conservação de massa e de quantidade de movimento, Equações 3.17 e 3.18. Para isso, define-se a operação de média superficial de uma grandeza genérica f , sobre uma superfície A , como

$$\langle f \rangle = \frac{1}{A} \int_A f \, dA \quad (3.84)$$

e, também, a média ponderada pela fração de fase superficial,

$$\langle \langle f_k \rangle \rangle = \frac{\langle \alpha_k f_k \rangle}{\langle \alpha_k \rangle}. \quad (3.85)$$

Essas equações são análogas às Equações 3.3 e 3.14, que definem, respectivamente, a média local temporal e a ponderação pela fração de fase local.

Supondo o regime permanente e a simetria axial, aplica-se nas Equações 3.17 e 3.18 a operação de média superficial, Equação 3.84, e, em seguida, a média ponderada pela fração de fase superficial, Equação 3.85. Dessa forma, deduzimos as seguintes equações médias de conservação para a direção axial:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(R^2 \rho_k \langle \alpha_k \rangle \langle \langle v_{kz} \rangle \rangle \right) = R^2 \langle \Gamma_k \rangle \quad (3.86)$$

e

$$\begin{aligned} \rho_k \langle \alpha_k \rangle \langle \langle v_{kz} \rangle \rangle \frac{\partial}{\partial z} C_{vk} \langle \langle v_{kz} \rangle \rangle &= - \langle \alpha_k \rangle \frac{\partial}{\partial z} \langle \langle p_k \rangle \rangle + (\alpha_{kw} p_{kw} - \langle \alpha_k \rangle \langle \langle p_k \rangle \rangle) \frac{2}{R} \frac{dR}{dz} \\ &+ \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial z} \left[R^2 \langle \alpha_k \rangle \langle \langle \tau_{kzz} + \tau_{kzz}^\top \rangle \rangle \right] \\ &+ \alpha_{kw} \tau_{krzw} \frac{2}{R} - \alpha_{kw} \tau_{kzzw} \frac{2}{R} \frac{dR}{dz} + \langle \alpha_k \rangle \rho_k g_z \\ &+ (\langle \langle p_{ki} \rangle \rangle - \langle \langle p_k \rangle \rangle) \frac{\partial \langle \alpha_k \rangle}{\partial z} \\ &- (\alpha_{kw} - \langle \alpha_k \rangle) \langle \langle p_i \rangle \rangle \frac{2}{R} \frac{dR}{dz} \\ &+ \langle \Gamma_k \rangle \langle \langle v_{ki} \rangle \rangle + \langle M_k^D \rangle. \end{aligned} \quad (3.87)$$

Nas Equações 3.86 e 3.87, $R(z)$ é o raio da seção transversal, enquanto que C_{vk} é a covariância que relaciona a média ponderada do quadrado de v_{kz} com o quadrado da

média. Ou seja,

$$C_{vk} = \frac{\langle \langle v_{kz}^2 \rangle \rangle}{\langle \langle v_{kz} \rangle \rangle^2}. \quad (3.88)$$

As grandezas α_{kw} , p_{kw} , τ_{krzw} e τ_{kzzw} são, respectivamente, a fração local de fase, a pressão estática e as componentes da tensão viscosa na parede. A grandeza $\langle \langle p_{ki} \rangle \rangle$ é a pressão média das interfaces. A massa específica ρ_k é assumida constante. O termo Γ_k é a média superficial do fluxo interfacial da fase k , definido na Equação 3.19. O termo $\langle M_k^D \rangle$ é a média superficial na direção axial das forças interfaciais definidas na Equação 3.26.

A velocidade média superficial das interfaces é

$$\langle \langle v_{ki} \rangle \rangle \triangleq \frac{\langle \Gamma_k v_{ki} \rangle}{\langle \Gamma_k \rangle}. \quad (3.89)$$

A operação de média superficial também é aplicada nas Equações 3.21 e 3.22 que relacionam as trocas interfaciais, resultando em

$$\sum_k \langle \Gamma_k \rangle = 0 \quad (3.90)$$

e

$$\sum_k \langle M_k^D \rangle = \langle M_\sigma \rangle. \quad (3.91)$$

Aplicação para o escoamento em bocais As Equações 3.86 e 3.87 são rigorosas, porém bastante complexas. Uma solução aproximada pode ser obtida para o escoamento em bocais considerando que, devido à rápida contração, os termos inerciais são predominantes. Essa hipótese se aplica aos bocais medidos neste trabalho, cuja contração é de 3 : 1, em um comprimento de 7 cm.

Dessa forma, não são considerados os termos que contêm as tensões viscosas, turbulentas e as de cisalhamento na parede. Também são desprezados os termos proporcionais à massa específica do gás e as trocas interfaciais de massa. Assumindo ainda que as

pressões $\langle\langle p_L \rangle\rangle$, $\langle\langle p_G \rangle\rangle$, $\langle\langle p_{L,i} \rangle\rangle$, $\langle\langle p_{G,i} \rangle\rangle$, $\langle\langle p_{L,w} \rangle\rangle$ e $\langle\langle p_{G,w} \rangle\rangle$ são iguais, temos que

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(R^2 \langle\alpha_G\rangle \langle\langle v_{Gz} \rangle\rangle \right) = 0, \quad (3.92)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(R^2 \langle\alpha_L\rangle \langle\langle v_{Lz} \rangle\rangle \right) = 0, \quad (3.93)$$

$$0 = -\langle\alpha_G\rangle \frac{\partial}{\partial z} \langle\langle p \rangle\rangle + \langle M_G^D \rangle \quad (3.94)$$

e

$$\rho_L \langle\alpha_L\rangle \langle\langle v_{Lz} \rangle\rangle \frac{\partial}{\partial z} C_{v_L} \langle\langle v_{Lz} \rangle\rangle = -\langle\alpha_L\rangle \frac{\partial}{\partial z} \langle\langle p \rangle\rangle + \langle\alpha_L\rangle \rho_L g + \langle M_L^D \rangle. \quad (3.95)$$

As forças interfaciais axiais consideradas são as devidas ao arrasto e à massa virtual, para as quais são empregadas as Equações 3.30 e 3.36. Dessa forma, também é desprezada a componente axial resultante da força de sustentação lateral. Então

$$\langle M_L^D \rangle = -\langle M_G^D \rangle = \left\langle \frac{3}{4} \frac{C_D}{D} \rho_L \alpha_G (v_{Gz} - v_{Lz}) |\vec{v}_G - \vec{v}_L| \right\rangle + \langle C_{MV} \rho_L \alpha_G (\vec{v}_G \cdot \nabla v_{Gz} - \vec{v}_L \cdot \nabla v_{Lz}) \rangle, \quad (3.96)$$

sendo que C_D é o coeficiente de arrasto, C_{MV} é o coeficiente de massa virtual e D é o diâmetro de bolha.

As equações constitutivas devem ser escritas em função das médias ponderadas das componentes axiais de velocidades das fases, $\langle\langle v_{Lz} \rangle\rangle$ e $\langle\langle v_{Gz} \rangle\rangle$, e da fração de vazios média, $\langle\alpha_G\rangle$. Ishii e Mishima[51], 1984, ressaltam a importância da forma de constituir a força interfacial $\langle M_k^D \rangle$, além da correta avaliação da covariância C_{v_L} . Em particular, alertam sobre a forma de calcular a velocidade relativa, uma vez que esta é comumente empregada para constituir a força de arrasto. Uma forma muito citada é a chamada *velocidade relativa apropriada*,

$$\overline{v_r} = \frac{\langle\alpha_G v_{Gz}\rangle}{\langle\alpha_G\rangle} - \frac{\langle\alpha_L v_{Lz}\rangle}{\langle\alpha_L\rangle}. \quad (3.97)$$

Porém, a forma recomendada por esses autores, que é a adotada neste trabalho, é

$$\langle v_r \rangle = \langle v_G - v_L \rangle. \quad (3.98)$$

As diferenças entre as velocidades relativas médias $\overline{v_r}$ e $\langle v_r \rangle$ podem ser significativas,

principalmente nos casos em que há maior concentração da fase gás próxima à parede do tubo.

No caso específico dos bocais, em que a direção da velocidade local dos fluidos é diferente da axial, a constituição dessas equações deve ser criteriosa.

Perfis de velocidades e de frações de residência de fase Para continuar o desenvolvimento do modelo torna-se necessário definir os perfis de velocidades e de frações de residência de fase. É assumido um perfil de fração de residência de fase que admite a maior concentração de fração de vazios próximo à parede do tubo e um perfil de velocidades que expressa o comportamento achatado, com valor máximo no centro do tubo. A escolha dos perfis é feita de forma a manter a semelhança com os perfis usados por Ishii e Mishima[51], ou seja

$$\alpha_G(r, z) = \alpha_0(z) \left[1 + q \left(\frac{r}{R_T} \right)^n \right], \quad (3.99)$$

$$\alpha_L(r, z) = (1 - \alpha_0(z)) \left[1 + q_L(z) \left(\frac{r}{R_T} \right)^n \right], \quad (3.100)$$

$$v_G(r, z) = v_{G_{\max}}(z) \left[1 - \left(\frac{r}{R_T} \right)^n \right], \quad (3.101)$$

$$v_L(r, z) = v_{L_{\max}}(z) \left[1 - \left(\frac{r}{R_T} \right)^n \right], \quad (3.102)$$

sendo que $\alpha_0(z)$ é a fração de vazios no centro do tubo, o fator q indica a proporção de aumento da fração de vazios que ocorre na parede e as grandezas $v_{L_{\max}}$ e $v_{G_{\max}}$ são as velocidades máximas das fases líquida e gasosa, que ocorrem no centro do tubo.

Por simplicidade, o expoente ajustado para a distribuição de velocidades da fase gasosa, n , é empregado também para a velocidade da fase líquida e para a fração de vazios.

Além disso, é assumido que o expoente n e o fator q permanecem constantes no escoamento. A função q_L é a que dá o sentido complementar, ou seja $\alpha_L + \alpha_G = 1$, às formulações das frações de vazios das duas fases e vale

$$q_L(z) = \frac{q \alpha_0(z)}{1 - \alpha_0(z)}. \quad (3.103)$$

Com esses perfis, o módulo da velocidade local da fase gasosa, que é usado para constituir a força de arrasto, é calculado somando a contribuição da componente radial, que vem da aplicação da equação da continuidade, resultando em

$$|\vec{v}_G| = v_{Gz} \sqrt{\left[1 + \left(\frac{r}{R_T} \frac{dR}{dz}\right)^2\right]}. \quad (3.104)$$

Também por simplicidade, é adotada uma fórmula aproximada análoga para calcular o módulo da velocidade local da fase líquida,

$$|\vec{v}_L| = v_{Lz} \sqrt{\left[1 + \left(\frac{r}{R_T} \frac{dR}{dz}\right)^2\right]}. \quad (3.105)$$

Para constituir a força de massa virtual é usado o seguinte resultado, referente à fase gasosa, que é calculado para a direção axial do escoamento com os perfis assumidos,

$$\vec{v}_G \cdot \nabla \vec{v}_{Gz} = v_{Gr} \frac{\partial v_{Gz}}{\partial r} + v_{Gz} \frac{\partial v_{Gz}}{\partial z} = v_{Gz}^2 \frac{1}{v_{G\max}} \frac{dv_{G\max}}{dz}. \quad (3.106)$$

Para a fase líquida é adotado um resultado aproximado análogo,

$$\vec{v}_L \cdot \nabla \vec{v}_{Lz} = v_{Lr} \frac{\partial v_{Lz}}{\partial r} + v_{Lz} \frac{\partial v_{Lz}}{\partial z} = v_{Lz}^2 \frac{1}{v_{L\max}} \frac{dv_{L\max}}{dz}. \quad (3.107)$$

Modelo simplificado de dois fluidos Com as definições dos perfis de velocidades e de fração de residência das fases, dadas pelas Equações 3.99 a 3.102, as forças interfaciais relativas à Equação 3.96 se tornam

$$\begin{aligned} \langle M_L^D \rangle = -\langle M_G^D \rangle &= C_{MV} C_{vG} \langle \alpha_G \rangle \langle \langle v_G \rangle \rangle \frac{\partial \langle \langle v_G \rangle \rangle}{\partial z} - C_{MV} C_L^{MV} \langle \alpha_G \rangle \langle \langle v_L \rangle \rangle \frac{\partial \langle \langle v_L \rangle \rangle}{\partial z} \\ &+ \frac{3}{4} \frac{C_D}{D} \langle \alpha_G \rangle C_G^{AR}(z) (C_L^{AR} \langle \langle v_G \rangle \rangle - C_z^{AR} \langle \langle v_L \rangle \rangle)^2, \end{aligned} \quad (3.108)$$

sendo que, devido ao processo de média, surgem as seguintes covariâncias:

$$C_{vG} = \frac{\langle \langle v_G^2 \rangle \rangle}{\langle \langle v_G \rangle \rangle^2} = \frac{(n+1)(2q+n+2)(2q+3n+2)}{(n+1+q)^2(3n+2)}, \quad (3.109)$$

$$C_L^{\text{AR}} = \frac{v_{G\text{max}}}{\langle\langle v_G \rangle\rangle} = \frac{(n+1)(n+2+2q)}{n(n+1+q)}, \quad (3.110)$$

$$C_L^{\text{MV}}(z) = \frac{\langle\alpha_G v_L^2\rangle}{\langle\alpha_G\rangle\langle\langle v_L \rangle\rangle^2} = \frac{(n+1)(3n+2+2q)(2q_L+n+2)^2}{(3n+2)(n+2+2q)(q_L+n+1)^2}, \quad (3.111)$$

$$C_z^{\text{AR}}(z) = \frac{v_{L\text{max}}}{\langle\langle v_L \rangle\rangle} = \frac{(n+1)(n+2+2q_L)}{n(n+1+q_L)} \quad (3.112)$$

e

$$C_G^{\text{AR}}(z) = \frac{n^2(3n+2+2q)}{(3n+2)(n+1)(n+2+2q)} + \frac{n^2(3n+4+4q)}{4(3n+4)(n+4)(n+2+2q)} \frac{dR}{dz}. \quad (3.113)$$

A média superficial é efetuada considerando o coeficiente de arrasto constante, calculado conforme a Equação 3.31. Porém, nesse caso, os números de Reynolds e Weber empregados na definição do coeficiente de arrasto, são

$$N_{\text{RE}} = \left[\left(\frac{n}{n+2} \right) \left(\frac{C_L^{\text{AR}} \langle\langle v_G \rangle\rangle - C_z^{\text{AR}} \langle\langle v_L \rangle\rangle}{\nu_L} \right) D \right] \quad (3.114)$$

e

$$N_{\text{WE}} = \rho_L \left[\left(\frac{n}{n+2} \right)^2 \frac{(C_L^{\text{AR}} \langle\langle v_G \rangle\rangle - C_z^{\text{AR}} \langle\langle v_L \rangle\rangle)^2 D}{\sigma} \right]. \quad (3.115)$$

Dessa forma, as Equações de Conservação de Quantidade de Movimento 3.94 e 3.95 são combinadas para obter

$$\begin{aligned} (C_{v_L} \langle\alpha_L\rangle + C_{\text{MV}} C_L^{\text{MV}}) \langle\langle v_L \rangle\rangle \frac{\partial \langle\langle v_L \rangle\rangle}{\partial z} - C_{\text{MV}} C_{v_G} \langle\langle v_G \rangle\rangle \frac{\partial \langle\langle v_G \rangle\rangle}{\partial z} = \\ - \langle\alpha_L\rangle g + \frac{3}{4} \frac{C_D}{D} C_G^{\text{AR}} (C_L^{\text{AR}} \langle\langle v_G \rangle\rangle - C_z^{\text{AR}} \langle\langle v_L \rangle\rangle)^2. \end{aligned} \quad (3.116)$$

A covariância C_{v_L} é

$$C_{v_L}(z) = \frac{\langle\langle v_L^2 \rangle\rangle}{\langle\langle v_L \rangle\rangle^2} = \frac{(n+1)(2q_L+n+2)(2q_L+3n+2)}{(n+1+q_L)^2(3n+2)}. \quad (3.117)$$

Capítulo 4

Modelo numérico

A solução numérica do Modelo de Dois Fluidos Bidimensional é obtida usando um programa computacional comercial. O PHOENICS[®], “Parabolic, Hiperbolic or Elliptic Numerical Integration Code Series” foi escolhido porque há vários trabalhos semelhantes a este, publicados na literatura, que utilizam com sucesso esse produto, por exemplo, Bertodano *et al*[7], 1994.

O PHOENICS[®] foi desenvolvido para simular problemas relacionados ao escoamento de fluidos, transferência de calor e escoamentos com reações químicas. O programa tem implementadas inúmeras funções, inclusive algumas que possibilitam resolver o Modelo de Dois Fluidos. Os aspectos do PHOENICS[®] apresentados nesta seção são os específicos à solução do problema deste trabalho. Uma apresentação mais detalhada pode ser obtida no relatório da empresa CHAM[86], de 1986.

O PHOENICS[®] resolve numericamente várias equações diferenciais de conservação da propriedade ψ , que são escritas, para a fase k , na forma geral

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_k \rho_k \psi_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{v}_k \psi_k - \alpha_k \Gamma_{\psi_k}) = \alpha_k S_{\psi_k}, \quad (4.1)$$

sendo que α é a fração de residência, ρ é a massa específica, $\vec{v}$ é a velocidade local, Γ_{ψ} representa as trocas difusivas da propriedade ψ e S_{ψ} é um termo fonte que indica a taxa de fornecimento ou de retirada da propriedade ψ .

Essa formulação geral contempla as equações diferenciais instantâneas de conservação e as equações diferenciais médias temporais. Além disso, permite o tratamento de problemas de uma, duas ou três dimensões. No caso das equações de conservação que se originam de processos de média, por exemplo para o escoamento bifásico, ou para o escoamento monofásico turbulento, expressões especiais são introduzidas em Γ_{ψ_k} e S_{ψ_k} para contemplar os termos resultantes da média do produto das flutuações ou da média de valores interfaciais. Por exemplo, para o escoamento turbulento, os termos obtidos com a média do produto de flutuações são aproximados através da hipótese de gradiente de transporte, ou seja

$$\langle \alpha \rho v' \psi' \rangle = -\Gamma_{\psi}^T \nabla \psi, \quad (4.2)$$

sendo que Γ_{ψ}^T é o coeficiente de troca turbulento. Por exemplo, se ψ é a velocidade, então Γ_{ψ}^T é a viscosidade cinemática turbulenta, ν^T .

Para obter o fechamento do sistema de equações, é necessário especificar as condições de contorno. De modo geral, devem ser especificados os fluxos convectivos e difusivos normais à superfície, ou seja

$$S_n = (\alpha_k \rho_k \vec{v}_k \psi_k - \alpha_k \Gamma_{\psi_k}) \vec{e}_n. \quad (4.3)$$

O método de volumes finitos usado no PHOENICS[®] é um desenvolvimento do método apresentado por Patankar[82], em 1980. O volume geométrico referente ao domínio é discretizado em células, conforme ilustra a Figura 4.1 para um escoamento bidimensional e em regime permanente.

O PHOENICS[®] resolve um sistema não linear constituído por equações algébricas que são obtidas, para cada propriedade conservada, com a integração da Equação 4.1 no volume da célula. Para a célula identificada pelo seu ponto central P , temos que a equação algébrica relaciona ψ_P com os valores da propriedade ψ das células vizinhas, com os respectivos coeficientes de trocas entre as células, a , e com o termo fonte, S_{ψ} ,

$$\psi_P = \frac{a_N \psi_N + a_S \psi_S + a_H \psi_H + a_L \psi_L + S_{\psi}}{a_N + a_S + a_H + a_L}, \quad (4.4)$$

sendo que os índices N , S , H e L indicam as 4 células vizinhas ao ponto P .

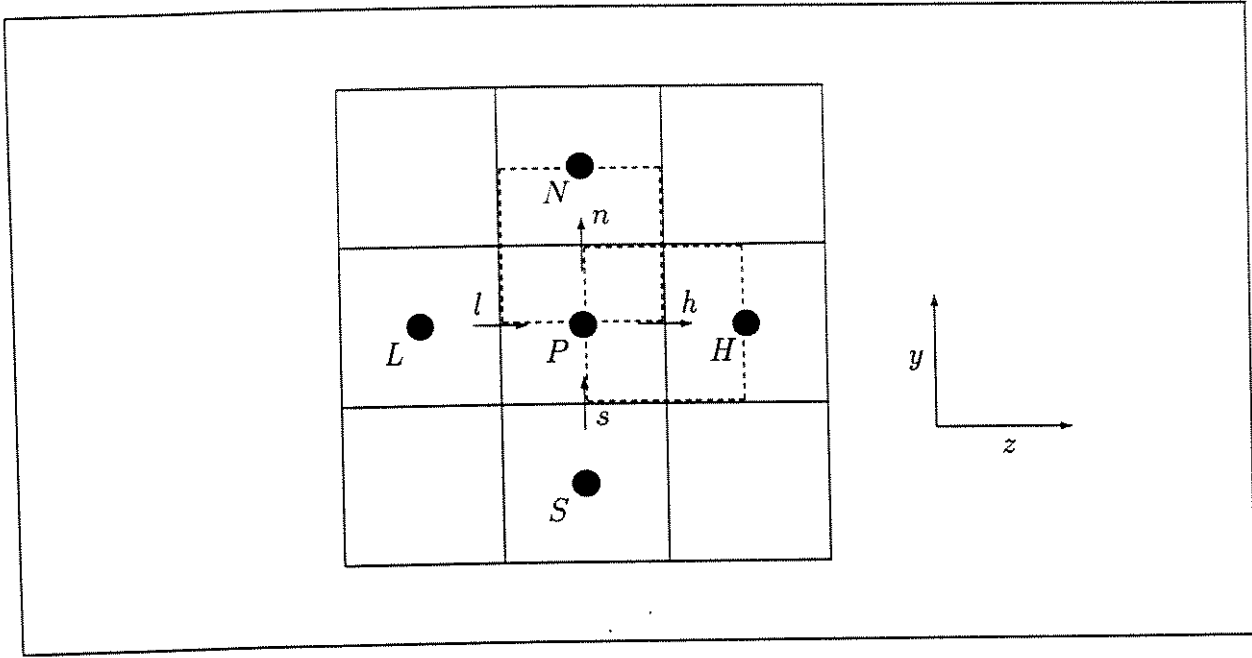


Figura 4.1: Esquema da discretização usado no método de volumes finitos.

Na Equação 4.4, os coeficientes de troca, a , trazem as contribuições da difusão e da convecção para a célula P . Por exemplo, se A_N é a área da face que separa as células N e P , x_N e x_P são as posições do centro das células e v_n é a velocidade normal à face, então o coeficiente de troca entre as células, a_N , é

$$a_N = A_N \frac{\Gamma_N + \Gamma_P}{2(x_N - x_P)}, \quad \text{se } v_N > 0, \quad (4.5)$$

ou

$$a_N = \rho_N |v_N| A_N + A_N \frac{\Gamma_N + \Gamma_P}{2(x_N - x_P)}, \quad \text{se } v_N < 0. \quad (4.6)$$

Essa forma de definir o coeficiente de troca caracteriza o esquema “up-wind” de discretização.

O PHOENICS[®] adota o sistema de malhas defasadas, no qual se considera que as grandezas escalares são válidas no centro das células, enquanto que as componentes vetoriais, nas faces normais. A Figura 4.1 também mostra, em linhas pontilhadas, as células defasadas que são usadas nos cálculos das componentes radial e axial de velocidades. Dessa forma, para um problema bidimensional são consideradas 3 malhas.

Para efetuar a integração numérica é necessário associar os valores das propriedades com as posições na malha de discretização e, também, definir as respectivas funções de variação. Normalmente, o PHOENICS[®] assume que as propriedades físicas variam linearmente, enquanto que as propriedades associadas ao transporte são calculadas com médias aritméticas ou harmônicas das propriedades de cada extremo das células.

Escoamento Parabólico Uma grande simplificação ocorre quando o escoamento em regime permanente tem uma direção predominante, na qual as velocidades são sempre positivas e a difusão de propriedades possa ser desprezada. Essa condição, que está se chamando de escoamento parabólico, ocorre em escoamentos em tubos quando o número de Reynolds é grande.

Do ponto de vista do método numérico, no escoamento parabólico, o termo da Equação 4.1, que contém o coeficiente de troca a_H , pode ser desprezado. Dessa forma, a iteração em uma posição axial não depende dos valores na posição axial seguinte e a solução numérica se desenvolve em um “processo de marcha”, progredindo no sentido a jusante do escoamento.

Uma outra condição, que não considera essa hipótese simplificadora, é chamada de elíptica. Neste trabalho, é escolhida a opção parabólica, que também é indicada na literatura, por exemplo em Bertodano *et al*[7], em função da convergência numérica, que é facilitada na opção parabólica.

Capítulo 5

Teoria do método de medição com sonda dupla

A teoria que é desenvolvida nesta seção visa a aplicação de uma sonda dupla na medição de grandezas locais de um escoamento bifásico em padrão de bolhas. Não é particularizado o princípio físico de funcionamento da sonda, sua forma construtiva ou dimensões. O termo sonda é genericamente empregado para designar dois pontos, chamados de sensores, que não têm dimensões físicas e que guardam entre si uma distância l . O primeiro sensor, $S1$, é também chamado de sensor longo, enquanto que o segundo, $S2$, de sensor curto. A direção definida pelos sensores é chamada de direção do eixo da sonda e coincide com a direção principal do escoamento.

Temos por objetivo determinar localmente a frequência e as distribuições reais de velocidades e de diâmetros das bolhas que são interceptadas pela sonda. Outras grandezas locais importantes, tais como o fluxo volumétrico da fase gasosa, de área interfacial, etc, podem ser calculadas a partir dessas distribuições básicas.

A grandeza básica medida pelo sensor é a fase do fluido que o envolve, ou seja o instrumento fornece a *função de fase* do fluido. Dessa forma, pode-se conhecer, ao longo do tempo, os instantes de ocorrência das interfaces gás-líquido em um ponto do escoamento. A partir daí, com a medição da função de fase em dois pontos espacialmente deslocados, pode-se medir a velocidade das interfaces e o comprimento de cordas das bolhas.

A velocidade medida pela sonda dupla é aparente, devido ao desalinhamento entre a direção da velocidade da bolha e o eixo da sonda. A diferença ocorre pois o ângulo de desvio, combinado com a curvatura da bolha, faz com que a distância real percorrida pela bolha entre os instantes de toque nos dois sensores seja diferente da distância entre esses mesmos sensores, a qual é a assumida pela medição. O comprimento de corda também é afetado, pois é calculado com a velocidade medida. Essas diferenças não podem ser individualmente estimadas, uma vez que os dados disponíveis não trazem informações sobre o desalinhamento em cada bolha.

O método apresentado lida com populações de bolhas. Aplica nas distribuições medidas um tratamento estatístico que assume conhecida a influência do desalinhamento em um grande número de medições. Essa influência é introduzida por uma função de transferência, que é uma função de densidade de probabilidades que relaciona os dados medidos aos dados reais. A função de transferência é formulada a partir da análise de escoamento de uma bolha isolada. São consideradas como hipóteses básicas que a bolha é esférica, que não se deforma em contato com a sonda e que sua velocidade permanece constante enquanto a atravessa. Com o resultado obtido para a bolha isolada, a função de transferência pode ser calculada dependendo apenas de algumas variáveis básicas, cujos comportamentos são determinados assumindo-se premissas associadas às características do escoamento.

O método proposto consiste, então, em formular as equações que relacionam as distribuições reais e aparentes. A solução do sistema de equações é obtida através de um método numérico.

5.1 Análise geométrica da bolha isolada

A Figura 5.1 mostra as relações geométricas que ocorrem em uma bolha esférica de diâmetro D no instante em que atinge a sonda dupla. A velocidade da bolha é $\vec{v}_b$, o eixo da sonda está alinhado à direção $\vec{e}_z$ e o ângulo entre ambos é γ . O ponto B da superfície

Em função da relação entre o comprimento do segmento s e a distância l , a superfície do hemisfério superior pode ser dividida em quatro diferentes regiões. São elas:

- Região -I devido ao ângulo de desvio, se o sensor longo atingir essa região, o sensor curto não toca a bolha, ou seja o segmento de comprimento s não ocorre;
- Região -II devido à associação entre o ângulo de desvio γ e a curvatura da bolha, temos que a distância entre os sensores é menor que o percurso da bolha entre os instantes de contato nos sensores, $l < s$, então conclui-se que $v_s < v_b$, isto é, a velocidade medida pela sonda é menor que a velocidade real da bolha;
- Região -III ao contrário, a distância entre os sensores é maior do que o percurso da bolha, $l > s$, então $v_s > v_b$;
- Região -IV o sensor longo toca essa região após o sensor curto já ter penetrado na bolha. Nesse caso, $s < 0$ e $v_s < 0$, ou seja, a velocidade aparente calculada para a bolha é negativa.

Chamando de Δt_x o intervalo de tempo em que o sensor longo permanece no interior da bolha, temos que o comprimento de corda real é

$$x_b = v_b \Delta t_x, \quad (5.3)$$

enquanto que o comprimento aparente é

$$x_s = v_s \Delta t_x. \quad (5.4)$$

Combinando as Equações 5.1 e 5.2 e as Equações 5.3 e 5.4, vem que

$$\frac{v_s}{v_b} = \frac{x_s}{x_b} = \frac{l}{s}. \quad (5.5)$$

5.1.1 Relação entre l e s

A relação entre l e s é função da posição do ponto em que o sensor longo toca a superfície da bolha, ou seja, o ponto B , e pode ser geometricamente calculada. O ponto B é definido, conforme ainda mostra a Figura 5.1, pelo ângulo ϕ , cônico em relação à velocidade e formado com a normal à bolha no próprio ponto B , e pelo ângulo ξ , polar em relação à velocidade. A origem escolhida para medir o ângulo ξ é a dada pela direção da sonda $\vec{e}_z$.

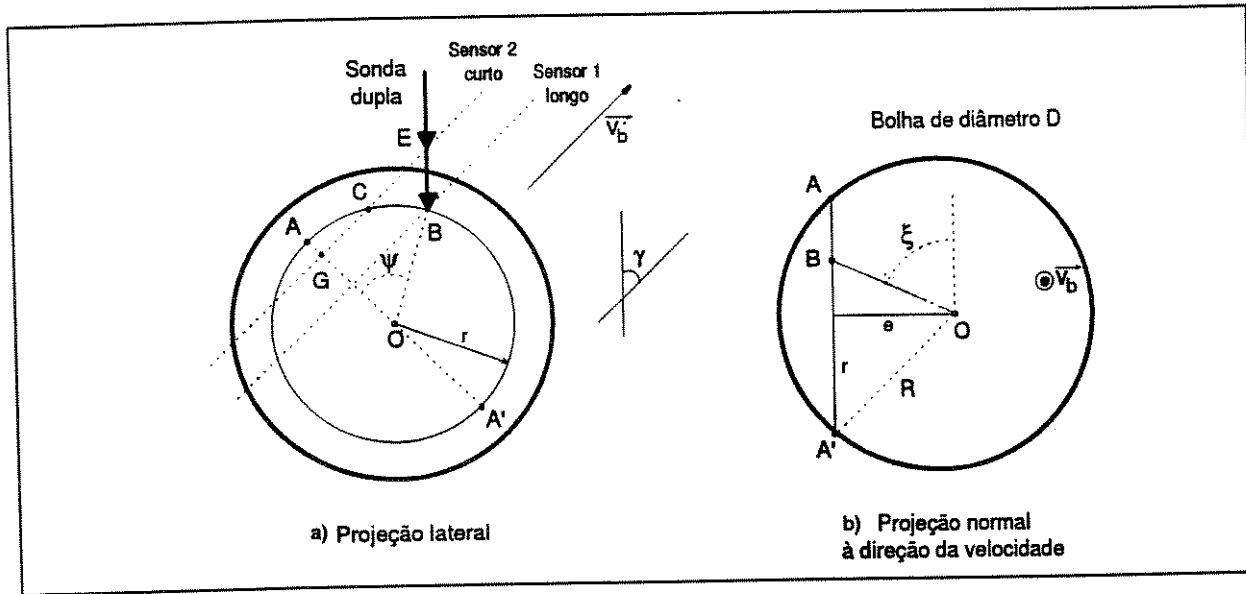


Figura 5.2: Projeções planas da bolha no instante de contato com a sonda dupla.

A Figura 5.2 também mostra o instante de contato entre a bolha e a sonda, porém em projeções planas que permitem observar com maior clareza as relações geométricas de interesse. Na Figura 5.2.a temos a projeção lateral, isto é, no plano que contém o eixo da sonda e o vetor velocidade $\vec{v}_b$. O círculo de raio r , que contém os pontos A e A' , é o traço da bolha no plano definido pela trajetória dos sensores. O segmento $\overline{EC}$, cujo comprimento é s , é percorrido pelo sensor curto no intervalo de tempo Δt . As seguintes relações geométricas podem ser verificadas:

$$s = \overline{EC} = \overline{GE} - \overline{GC}, \quad (5.6)$$

$$\overline{GE} = r \sin \psi + l \cos \gamma, \quad (5.7)$$

e

$$\overline{GC} = \sqrt{r^2 - (r \cos \psi + l \sin \gamma)^2}. \quad (5.8)$$

A Figura 5.2.b repete o mesmo instante de contato, visto da direção da velocidade $\vec{v}_b$. Agora, o segmento $\overline{AA'}$ é a projeção do círculo de raio r mostrado na Figura 5.2.a. Temos que

$$r = \sqrt{\frac{D^2}{4} - e^2}, \quad (5.9)$$

sendo que D é o diâmetro da bolha e, também,

$$e = \frac{D}{2} \sin \phi \sin \xi. \quad (5.10)$$

Comparando as Figuras 5.2.a e 5.2.b, temos que

$$\frac{D}{2} \sin \phi \cos \xi = r \cos \psi. \quad (5.11)$$

Desenvolvendo as Equações 5.6 a 5.11, chega-se a

$$\frac{l}{s} = \frac{1}{\frac{D_l}{2} \cos \phi + \cos \gamma - \sqrt{\frac{D_l^2}{4} \cos^2 \phi - D_l \cos \xi \sin \phi \sin \gamma - \sin^2 \gamma}}. \quad (5.12)$$

Na Equação 5.12, D_l é o *diâmetro relativo da bolha*, definido como a relação entre o diâmetro da bolha, D , e a distância entre os sensores, l , ou seja

$$D_l = \frac{D}{l}. \quad (5.13)$$

5.1.2 Relações entre as grandezas aparentes e reais

A Equação 5.5 mostra a igualdade das razões $\frac{l}{s}$ e $\frac{x_a}{x_b}$, isto é, entre os comprimentos de corda aparente e real. Além disso, o comprimento de corda real é relacionado ao diâmetro da bolha através de

$$x_b = D \cos \phi, \quad (5.14)$$

então

$$\frac{x_s}{D} = \frac{l}{s} \cos \phi. \quad (5.15)$$

Outra relação importante é entre a velocidade medida e a componente axial da velocidade real, que é

$$\frac{v_s}{v_{b_x}} = \frac{l}{s} \frac{1}{\cos \gamma}. \quad (5.16)$$

Então, observa-se que

$$\frac{v_s}{v_b} = \frac{v_s}{v_b} (D_l, \gamma, \phi, \xi), \quad (5.17)$$

$$\frac{v_s}{v_{b_x}} = \frac{v_s}{v_{b_x}} (D_l, \gamma, \phi, \xi) \quad (5.18)$$

e

$$\frac{x_s}{D} = \frac{x_s}{D} (D_l, \gamma, \phi, \xi). \quad (5.19)$$

5.1.3 Hipótese de plano tangente

Os artigos publicados na literatura, que consideram o desalinhamento entre a direção da sonda e a velocidade da bolha, por exemplo Kataoka *et al*[56], Ishii *et al*[52] e [53], Kocamustafaogullari e Wang[59], consideram a hipótese de plano tangente. Essa abordagem é mais simples, sendo válida quando $D \gg l$. Consiste em aproximar a curvatura da bolha pelo plano tangente à superfície no ponto B . Isso também equivale a fazer o diâmetro relativo, D_l , tender ao infinito. Então a Equação 5.12 se reduz a

$$\frac{l}{s} = \frac{1}{\cos \gamma + \tan \phi \sin \gamma \cos \xi}. \quad (5.20)$$

Nessa condição, a simplificação elimina a dependência da relação $\frac{l}{s}$ com o diâmetro D , que normalmente não é conhecido antecipadamente.

5.2 Análise probabilística da população de bolhas

A análise geométrica para uma bolha isolada é útil porque explicita as variáveis das quais as relações $\frac{v_s}{v_b}$ e $\frac{x_s}{D}$ são dependentes e a forma da dependência. Porém, não é diretamente empregada porque exigiria o conhecimento da posição do ponto de contato da sonda em cada bolha do escoamento.

Uma abordagem estatística é adotada, sendo que as Equações 5.5, 5.12 e 5.15 são empregadas no cálculo das funções de transferência, que são as funções de densidade de probabilidades $p\left(\frac{v_s}{v_b}\right)$ e $p\left(\frac{x_s}{D}\right)$ que relacionam as distribuições de grandezas aparentes, $p(v_s)$ e $p(x_s)$, com as distribuição reais, $p(v_b)$ e $p(D)$.

A principal hipótese adotada é a de independência estatística de ocorrências entre as variáveis γ , ϕ , ξ e D_l . Além disso, as respectivas funções de densidade de probabilidades $p(\gamma)$, $p(\phi)$, $p(\xi)$ e $p(D_l)$ são supostamente conhecidas. Quando da aplicação do método, funções convenientes são escolhidas visando representar o escoamento particular em estudo.

O valor constante da relação $\frac{v_s}{v_b}$ ocorre em um domínio que pode ser genericamente definido por

$$\zeta(D_l, \gamma, \phi, \xi) = 0. \quad (5.21)$$

Ou seja, a Equação 5.21 define o lugar geométrico em que $\frac{v_s}{v_b}$ é constante, podendo também ser representada por $\zeta\left(\frac{v_s}{v_b}\right)$. Desse modo, a probabilidade de ocorrer $\frac{v_s}{v_b}$ é

$$p\left(\frac{v_s}{v_b}\right) d\left(\frac{v_s}{v_b}\right) = \int_{\zeta\left(\frac{v_s}{v_b}\right)} p(D_l) p(\gamma) p(\phi) p(\xi) d(D_l) d\gamma d\phi d\xi, \quad (5.22)$$

Essa integral não tem solução analítica, sendo resolvida numericamente. Analogamente,

$$p\left(\frac{x_s}{D}\right) d\left(\frac{x_s}{D}\right) = \int_{\zeta'\left(\frac{x_s}{D}\right)} p(D_l) p(\gamma) p(\phi) p(\xi) d(D_l) d\gamma d\phi d\xi, \quad (5.23)$$

sendo que, da mesma forma, $\zeta'\left(\frac{x_s}{D}\right)$ representa o domínio em que $\frac{x_s}{D}$ é constante.

5.2.1 Relacionamento entre as distribuições reais e aparentes

A Figura 5.3 ilustra a relação entre a distribuição real de velocidades, $p(v_b)$, a função de transferência, $p\left(\frac{v_s}{v_b}\right)$, e a distribuição aparente, $p(v_s)$.

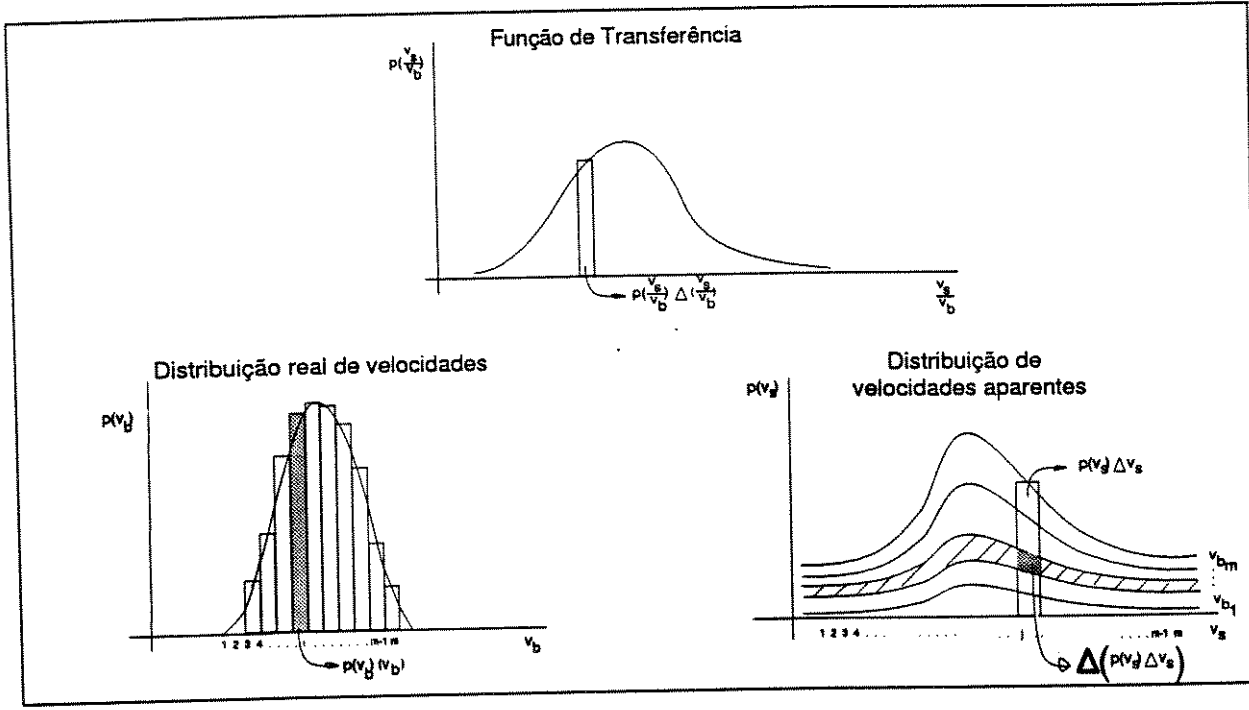


Figura 5.3: Relacionamento entre as distribuições real, aparente e função de transferência.

O produto $p(v_b) \Delta v_b$ representa a parcela de bolhas que tem velocidade real igual a v_b . Essa mesma parcela de bolhas apresenta as velocidades aparentes representadas na área hachurada do gráfico da distribuição $p(v_s)$. Dessa forma, ambas as áreas são iguais. A fração $\Delta \{p(v_s) \Delta v_s\}$ indica a quantidade de bolhas que, conjuntamente, tem velocidade medida v_s e velocidades real v_b e é calculada de

$$\Delta \{p(v_s) \Delta v_s\} = \{p(v_b) \Delta v_b\} \left\{ p\left(\frac{v_s}{v_b}\right) \Delta\left(\frac{v_s}{v_b}\right) \right\}, \quad (5.24)$$

ou seja, é a chamada *probabilidade condicional* de v_s em relação a v_b .

Por outro lado, a parcela de bolhas com velocidade aparente igual a v_s , que é $p(v_s) \Delta v_s$, é formada da soma de frações que vêm de bolhas com todos os valores v_b

e pode ser calculada de

$$\{p(v_s) \Delta v_s\}_i = \sum_{j=1}^m \{p(v_b) \Delta v_b\}_j \left\{ p\left(\frac{v_s}{v_b}\right) \Delta\left(\frac{v_s}{v_b}\right) \right\}_{i,j}, \quad i = 1 \dots m. \quad (5.25)$$

No sistema definido pela Equação 5.25, por conveniência, o número de intervalos de velocidades reais é escolhido igual ao de velocidades aparentes, m . As incógnitas são os termos $\{p(v_b) \Delta v_b\}_j$. Também por simplicidade as velocidades reais e aparentes são iguais, ou seja

$$v_{s,i} = v_{b,i} \quad (5.26)$$

e

$$\Delta v_s = \Delta v_b = \Delta v. \quad (5.27)$$

Em termos práticos, $v_{b,i}$ e $\Delta v_{b,i}$ são escolhidos em função das velocidades medidas, uma vez que o intervalo de velocidades reais está contido no intervalo de velocidades aparentes.

Além das Equações 5.25, 5.26 e 5.27, é preciso impor as seguintes condições, que são inerentes às distribuições de probabilidade:

$$\{p(v_b) \Delta v_b\}_j \geq 0 \quad (5.28)$$

e

$$\sum_{j=1}^m \{p(v_b) \Delta v_b\}_j = 1. \quad (5.29)$$

O sistema de Equações 5.25 a 5.29 não é resolvido diretamente. Variações numéricas introduzidas pelos desvios nas medições experimentais podem levar o sistema a não apresentar solução analítica. A solução adotada é a que minimiza uma função resíduo, sendo obtida numericamente pelo método de aproximações sucessivas descrito no Apêndice B.

Diâmetro de bolha Analogamente à Equação 5.25, a distribuição de cordas medidas é relacionada à distribuição de diâmetro de bolhas através de

$$\{p(x_s) \Delta x_s\}_i = \sum_{j=1}^m \{p(D) \Delta D\}_j \left\{ p\left(\frac{x_s}{D}\right) \Delta\left(\frac{x_s}{D}\right) \right\}_{i,j}, \quad i = 1 \dots m. \quad (5.30)$$

Nesse caso, também são válidas as seguintes equações, análogas às Equações 5.26 a 5.29:

$$x_{s_i} = D_i, \quad (5.31)$$

$$\Delta x_{s_i} = \Delta D_i = \Delta D, \quad (5.32)$$

$$\{p(D) \Delta D\}_j \geq 0 \quad (5.33)$$

e

$$\sum_{j=1}^m \{p(D) \Delta D\}_j = 1. \quad (5.34)$$

5.2.2 Relacionamento entre as variáveis estatísticas das distribuições

Para distribuições que obedecem equações semelhantes às Equações 5.25 e 5.30, são válidas as seguintes equações que relacionam os respectivos valores médios e médias quadráticas:

$$\overline{v_s} = \overline{\left(\frac{v_s}{v_b}\right)} \overline{v_b}, \quad (5.35)$$

$$\overline{v_s^2} = \overline{\left(\frac{v_s}{v_b}\right)^2} \overline{v_b^2}, \quad (5.36)$$

$$\overline{x_s} = \overline{\left(\frac{x_s}{D}\right)} \overline{D} \quad (5.37)$$

e

$$\overline{x_s^2} = \overline{\left(\frac{x_s}{D}\right)^2} \overline{D^2}, \quad (5.38)$$

sendo que o valor médio de uma distribuição é dado, por exemplo, para a velocidade aparente, por

$$\overline{v_s} = \int_{v_s} v_s p(v_s) dv_s. \quad (5.39)$$

Também, a média quadrática, o valor médio e o desvio padrão são variáveis estatísticas que se relacionam, ainda com o exemplo da velocidade aparente, através de

$$\overline{v_s^2} = \sigma_s^2 + \overline{v_s}^2. \quad (5.40)$$

5.3 Distribuições de D_l , γ , ϕ e ξ

Para calcular as funções de transferência é necessário conhecer as distribuições de D_l , γ , ϕ e ξ . A distribuição do diâmetro relativo D_l é diferente das outras três, pois também é uma incógnita do problema, sendo calculada pelo método. Diferente dessa, as distribuições dos ângulos são assumidas a partir de premissas associadas às características do escoamento.

Assume-se uma homogeneidade local na distribuição das bolhas. Isso significa que as bolhas que passam na região próxima à sonda são uniformemente distribuídas no espaço, não existindo preferência para o ponto em que a sonda atravessa a bolha. Em termos rigorosos, a homogeneidade é prejudicada por alguns fatores: a existência da parede, a variação radial de frequência e a variação radial dos diâmetros das bolhas.

5.3.1 Diâmetro relativo D_l .

Uma vez que a distribuição $p(D)$ é uma incógnita do problema, recai-se em um procedimento iterativo. Porém o tratamento adotado, que simplifica o procedimento numérico e conduz a resultados bastante aproximados, consiste em assumir para o cálculo da função de transferência que o diâmetro relativo D_l é constante e igual ao calculado com o diâmetro médio da distribuição real de diâmetros.

5.3.2 Ângulo cônico ϕ .

A Figura 5.4 mostra a aproximação de uma bolha esférica em relação à sonda dupla e serve para ilustrar o cálculo da distribuição de probabilidades do ângulo ϕ que é empregada neste trabalho. A formulação é a mesma usada por Herringe e Davis[44], 1976. Na figura, a projeção lateral mostra, além do ângulo ϕ , a corda de comprimento x que o sensor percorre no interior da bolha e a distância e entre a corda e o centro da esfera. A hipótese

adotada para o cálculo é melhor visualizada através da projeção frontal, que mostra a bolha em forma de círculo e o ponto em que a sonda a penetra. É assumido que qualquer ponto dessa projeção tem a mesma probabilidade de ser atingido pela sonda. O anel destacado mostra todas as cordas de comprimento x , cuja probabilidade de ocorrência é

$$p(x) dx = p(e) de = p(\phi) d\phi = \frac{2\pi e de}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{8e}{D^2} de. \quad (5.41)$$

A distância e é relacionada ao ângulo ϕ através de

$$e = \frac{D}{2} \sin \phi. \quad (5.42)$$

Substituindo a Equação 5.42 e sua diferencial na Equação 5.41, chegamos a

$$p(\phi) = \sin 2\phi, \quad 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}. \quad (5.43)$$

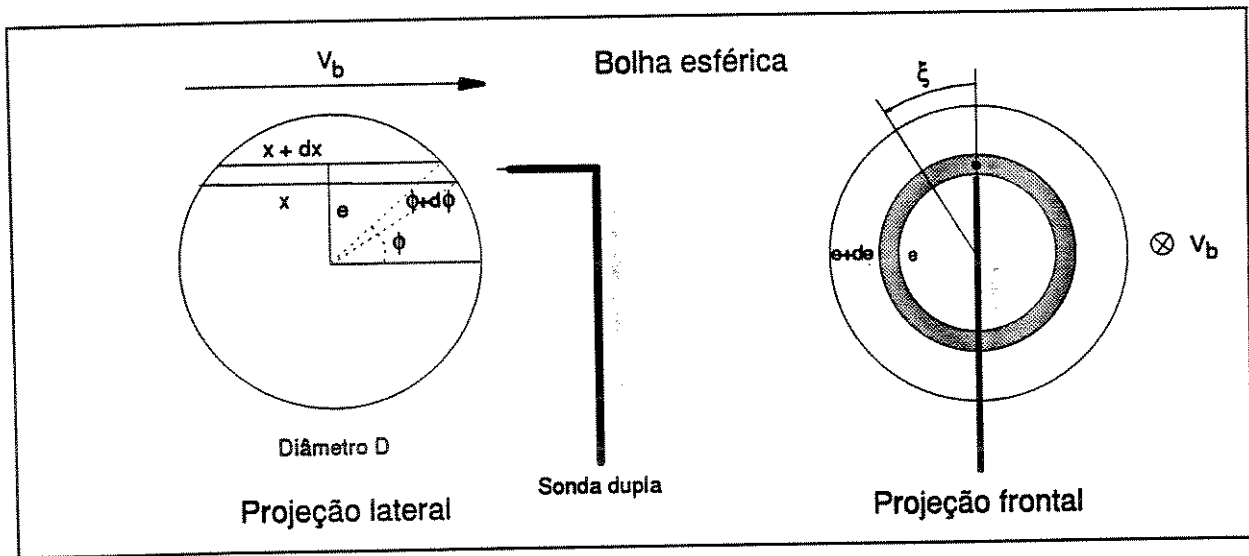


Figura 5.4: Ilustração para orientar o cálculo da distribuição do ângulo ϕ .

5.3.3 Ângulo polar ξ .

A distribuição de probabilidades do ângulo ξ também é definida pela mesma hipótese de igualdade de probabilidades adotada no item anterior. Na Figura 5.4, projeção frontal, o ângulo polar ξ definiria qual o ponto no anel destacado que entra em contato com a

sonda. A distribuição desse ângulo é assumida uniforme e vale

$$p(\xi) = \frac{1}{2\pi}, \quad 0 \leq \xi \leq 2\pi. \quad (5.44)$$

5.3.4 Ângulo de desvio γ .

No escoamento em padrão bolhas, o ângulo de desvio γ surge devido a vários fatores hidrodinâmicos tais como turbulência, formação de esteiras no movimento relativo entre as bolhas e o líquido, interação entre as bolhas, etc. As distribuições escolhidas para esse ângulo são baseadas em premissas sobre as características do escoamento. Presume-se, por exemplo, que bolhas pequenas, de formato esférico, deslocam-se através do líquido sujeitas a uma grande influência do seu campo de velocidades, algumas vezes turbulento. Dessa forma, o percurso da bolha oscila em torno de uma trajetória retilínea média. Nesse caso, γ é uniformemente distribuído no interior de um setor cônico de ângulo máximo γ_0 , ou seja

$$p(\gamma) = \frac{\text{sen}\gamma}{1 - \cos\gamma_0}, \quad 0 \leq \gamma \leq \gamma_0. \quad (5.45)$$

Sabe-se, por outro lado, que bolhas distorcidas desenvolvem uma trajetória helicoidal, originando o “zig-zag” que é visto pelo plano lateral. Nesse caso, o ângulo constante, igual a γ_0 , representa matematicamente o comportamento físico, ou seja

$$\gamma = \gamma_0. \quad (5.46)$$

Além dessas possibilidades, consideramos a adotada por Kataoka *et al* [56], que considerou que a probabilidade do ângulo γ é constante entre 0 e o ângulo de desvio máximo γ_0 , ou seja

$$p(\gamma) = \frac{1}{\gamma_0}, \quad 0 \leq \gamma \leq \gamma_0. \quad (5.47)$$

5.3.5 Comportamento das funções de transferência

A Figura 5.5 mostra as funções de transferência $p\left(\frac{v_s}{v_b}\right)$ e $p\left(\frac{x_s}{D}\right)$, respectivamente à esquerda e à direita da figura, calculadas para diversas condições. Os diversos gráficos permitem verificar a influência do ângulo γ_0 , do diâmetro relativo D_l e da hipótese de distribuição do ângulo de desalinhamento γ no comportamento das funções de transferência. No caso das velocidades, a distribuição $p\left(\frac{v_s}{v_b}\right)$ torna-se mais concentrada à medida que o ângulo de desvio γ_0 diminui, que o diâmetro relativo D_l diminui e, também, que adota-se uma distribuição para o ângulo γ com menor número de ocorrências próximas ao ângulo limite γ_0 .

A Figura 5.6 mostra os gráficos das respectivas funções de probabilidades acumuladas, nos quais se pode observar mais facilmente a proporção que é esperada de medições negativas ou de velocidades muito elevadas. A Tabela 5.1 mostra os valores médios e os desvios padrões calculados para as distribuições.

Distribuição	D_l	γ_0	$\left(\frac{v_s}{v_b}\right)$	σ_v	$\left(\frac{x_s}{D}\right)$	σ_D
constante	∞	10	1,039	0,315	0,696	0,265
constante	∞	20	1,073	0,538	0,769	0,425
constante	∞	30	1,066	0,712	0,833	0,637
constante	∞	40	1,008	0,852	0,845	0,819
constante	0,8	20	1,092	0,182	0,741	0,190
constante	1,5	20	1,125	0,293	0,778	0,194
constante	3,0	20	1,152	0,424	0,786	0,217
linear	∞	20	1,037	0,339	0,704	0,297
constante	∞	20	1,073	0,538	0,769	0,425
sólido	∞	20	1,051	0,407	0,722	0,328

Tabela 5.1: Médias e desvios padrões calculadas para algumas funções de transferência.

5.3.6 Determinação da função de transferência

Uma vez assumidas as distribuições representadas pelas Equações 5.43 a 5.47, as funções de transferência passam a depender apenas do diâmetro relativo D_l e do ângulo

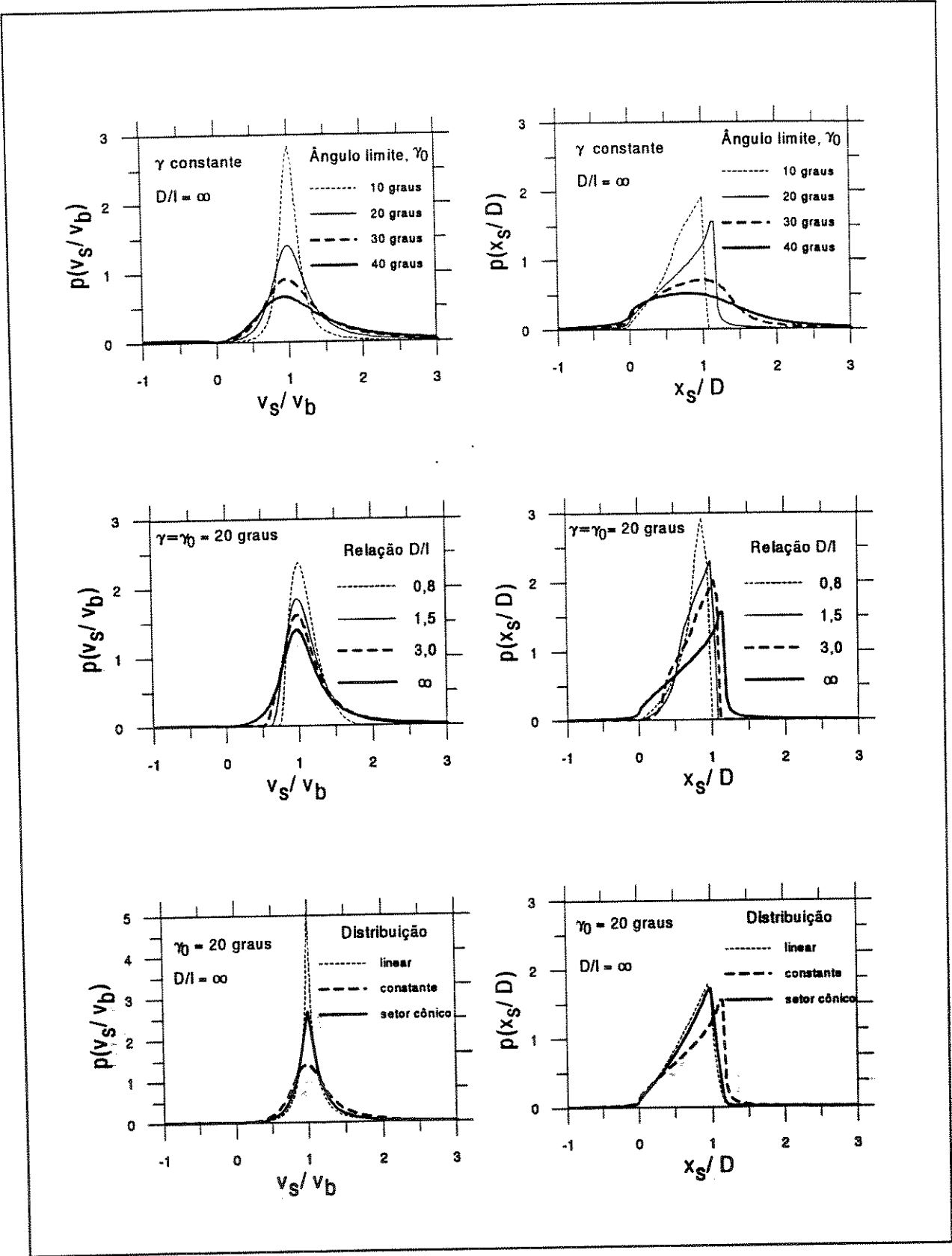


Figura 5.5: Gráficos de funções de transferência calculadas para várias condições.

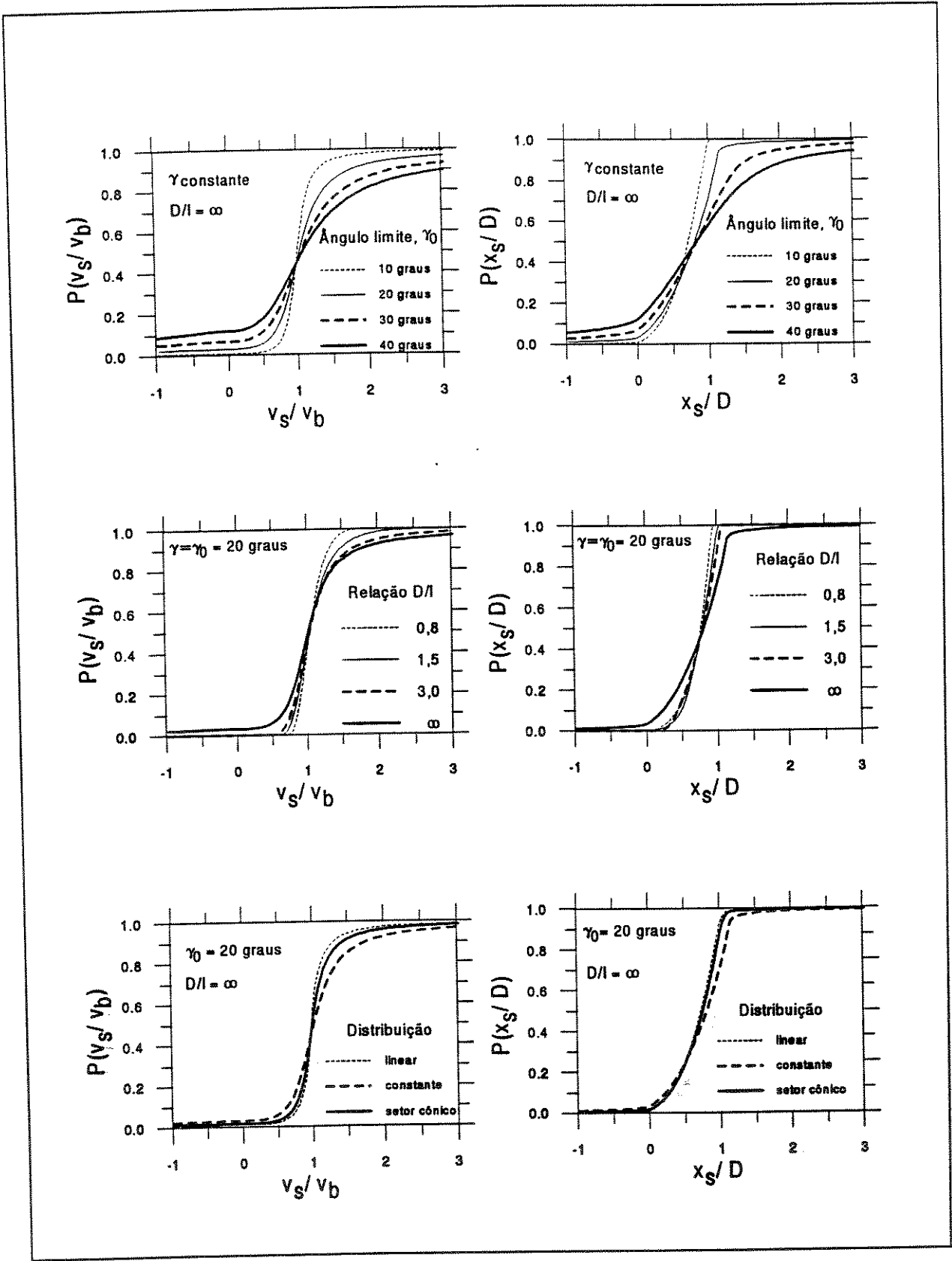


Figura 5.6: Gráficos de funções de probabilidades acumuladas de várias condições.

limite γ_0 . A escolha dessas grandezas precisa satisfazer o sistema formado pelas Equações 5.35 a 5.40, que relacionam as variáveis estatísticas das distribuições reais, aparentes e da função de transferência. A análise desse sistema mostra que há a necessidade de uma informação adicional, para se alcançar a solução. Essa informação não está implícita nos dados medidos e deve ser obtida por outras formas.

Kataoka *et al*[56] assume a hipótese de igualdade das flutuações das componentes da velocidade da bolha para relacionar o ângulo γ_0 às variáveis estatísticas do escoamento. Com um procedimento analítico semelhante ao adotado por esses autores, pode-se relacionar o ângulo γ_0 ao valor médio da distribuição de velocidade real, $\overline{v_b}$, e ao respectivo desvio padrão, σ_b . Parte-se da seguinte equação que relaciona a média quadrática da velocidade da bolha, $\overline{v_b^2}$, com as das componentes da velocidade,

$$\overline{v_b^2} = \overline{v_{b_x}^2} + \overline{v_{b_y}^2} + \overline{v_{b_z}^2}. \quad (5.48)$$

Considerando que as velocidades médias nas direções perpendiculares à axial, $\vec{e}_z$, são nulas, ou seja

$$\overline{v_{b_x}} = \overline{v_{b_y}} = 0, \quad (5.49)$$

então, segue da Equação 5.40 que

$$\sigma_x^2 = \overline{v_{b_x}^2} \quad (5.50)$$

e que

$$\sigma_y^2 = \overline{v_{b_y}^2}. \quad (5.51)$$

Dessa forma, temos que

$$\overline{v_b^2} = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 + \overline{v_{b_z}^2}. \quad (5.52)$$

A Equação 5.52 é simplificada se, da mesma forma que Kataoka *et al*[56], é adotada a igualdade entre os desvios padrões das componentes de velocidade. Essa suposição é verificada no trabalho de Hilgert & Hofmann[46], em 1986, que, usando técnicas de

ultrasom e efeito Doppler em colunas de bolhas em escoamento de baixas vazões de gás, mostrou que os desvios padrões radial e axial são aproximadamente iguais.

A Equação 5.50 é agora empregada para relacionar $\overline{v_b^2}$ com σ_x^2 ,

$$\overline{v_b^2} = \frac{2\sigma_x^2}{(\overline{\sin^2 \gamma})}, \quad (5.53)$$

e com a Equação 5.52, chega-se a

$$\left[\frac{2}{(\overline{\sin^2 \gamma})} - 3 \right] \sigma_z^2 = \overline{v_{b_z}^2}. \quad (5.54)$$

Com o auxílio da Equação 5.54, calcula-se o ângulo γ_0 considerando as três possibilidades estudadas neste trabalho. Após uma expansão em séries de Taylor, chega-se a

$$\gamma_0 = \sqrt{\frac{C_\gamma \frac{\sigma_z^2}{\overline{v_{b_z}^2}}}{1 + 3 \frac{\sigma_z^2}{\overline{v_{b_z}^2}}}}, \quad (5.55)$$

sendo que $C_\gamma = 2$, se γ_0 é constante, $C_\gamma = 4$, se γ é uniforme dentro de um setor cônico, e $C_\gamma = 6$, se γ é linearmente distribuído.

Deve-se enfatizar que na Equação 5.55 as variáveis estatísticas são referentes à componente axial de velocidade real da bolha. Para fazer a relação com os valores experimentais, Kataoka *et al*[56] considerou adicionalmente que

$$\frac{\sigma_z^2}{\overline{v_{b_z}^2}} = \frac{\sigma_s^2}{\overline{v_s^2}}. \quad (5.56)$$

Essa aproximação, entretanto, superestima o valor de γ_0 . Diferente da sugestão de Kataoka *et al*[56], este trabalho utiliza a seguinte relação analítica entre a velocidade absoluta, v_b , e sua componente axial, v_{b_z} ,

$$\left(\frac{\sigma_z^2}{\overline{v_{b_z}^2}} + 1 \right) = \left(\frac{\sigma_b^2}{\overline{v_b^2}} + 1 \right) \frac{\overline{\cos^2 \gamma}}{\overline{\cos \gamma^2}}. \quad (5.57)$$

Dessa forma, o sistema formado pelas Equações 5.35 a 5.40, 5.55 e 5.57 está constituído, fornecendo o diâmetro médio $\overline{D}$, o ângulo de desvio limite γ_0 e as respectivas funções de transferência $p\left(\frac{v_s}{v_b}\right)$ e $p\left(\frac{x_s}{D}\right)$.

5.4 Grandezas médias derivadas

Diversas grandezas podem ser calculadas a partir da frequência local de bolhas e das respectivas distribuições locais de diâmetros e de velocidades. Das grandezas que são de interesse, algumas são médias locais, por exemplo o diâmetro médio, a densidade de área interfacial e a densidade local de bolhas, enquanto que outras são médias na seção transversal, por exemplo a vazão volumétrica da fase gás, a velocidade superficial e o fluxo total de área interfacial. Além disso, podem ser calculadas distribuições de grandezas na seção transversal, por exemplo do diâmetro das bolhas.

Os cálculos para efetuar a média na seção transversal, que seguem, são particulares para um tubo circular em que o escoamento tem simetria axial. Nessas condições, um ponto experimental mede valores que são válidos circunferencialmente. A interpolação linear é empregada quando se quer o valor de uma grandeza em um ponto radial qualquer.

5.4.1 Densidade local de área interfacial

A densidade de área interfacial, $\overline{a_i}$, mede a razão entre a área superficial das interfaces e o volume ocupado pelo escoamento. Se o regime de escoamento é permanente e desenvolvido, há localmente a igualdade entre a densidade de área interfacial e a probabilidade de presença da interface. Sendo f_b a frequência local de bolhas, temos que

$$\overline{a_i} = 2f_b \overline{\frac{1}{|v_b| \cos \phi}}. \quad (5.58)$$

Considerando que não há correlação estatística entre o valor da velocidade e o ângulo ϕ , a Equação 5.58 equivale a

$$\overline{a_i} = 2f_b \overline{\frac{1}{|v_b|}} \overline{\frac{1}{\cos \phi}}. \quad (5.59)$$

5.4.2 Densidade local de bolhas

A densidade local de bolhas, $\Omega(D, r)$, é a razão entre a frequência local de bolhas de diâmetro D e a área da seção transversal. Considera-se que a bolha é representada pelo seu ponto central.

A densidade local de bolhas de diâmetro D em um ponto P da seção transversal é relacionada à frequência local de bolhas e à distribuição de diâmetros através da equação

$$f_b(r)p(D, r) dD = \int_{A_c} \Omega(D, r) dA_c, \quad (5.60)$$

sendo que A_c é o círculo com centro em P e diâmetro D .

A Equação 5.60 fornece um modo de calcular a densidade de bolhas, $\Omega(D, r)$, relacionando-a com a frequência medida de bolhas e com a probabilidade de ocorrências de bolhas de diâmetro D . O cálculo é realizado aproximando-se o comprimento de arco em que o valor de $\Omega(D, r)$ é constante por um segmento, assim a Equação 5.60 pode ser integrada ao longo do raio, ou seja

$$f_b(r)p(D, r) dD = \int_{r_P - \frac{D}{2}}^{r_P + \frac{D}{2}} 2 \Omega(D, r) \sqrt{\frac{D^2}{4} - (r - r_P)^2} dr. \quad (5.61)$$

Assumindo, ainda, que $\Omega(D, r)$ é linear entre os extremos de integração, temos:

$$\Omega(D, r) = \frac{4}{\pi D^2} f_b(r)p(D, r) dD. \quad (5.62)$$

5.4.3 Frequência de bolhas no escoamento

Sendo D_t o diâmetro do tubo, a frequência de bolhas de diâmetro D no escoamento é calculada por

$$f_s(D) = \int_0^{\frac{D_t - D}{2}} 2\pi r \Omega(D, r) dr. \quad (5.63)$$

O limite superior de integração, $\frac{D_t - D}{2}$, corresponde à maior posição radial que o centro de uma bolha de diâmetro D pode alcançar.

A frequência de bolhas no escoamento é, então,

$$f_s = \int_0^{\infty} f(D) dD. \quad (5.64)$$

5.4.4 Distribuição de diâmetros de bolha no escoamento

A função densidade de probabilidades para o diâmetro de bolhas na seção transversal é calculada a partir das Equações 5.63 e 5.64. Ou seja,

$$p_s(D) dD = \frac{f_s(D)}{f_s}. \quad (5.65)$$

5.4.5 Velocidade superficial da fase gasosa

A velocidade superficial do gás pode ser calculada a partir da frequência de bolhas, somando a contribuição volumétrica de cada classe de diâmetros. Assim

$$J_{G_{met}} = \int_0^{\infty} \frac{\pi D^3}{6} f_s p_s(D) dD. \quad (5.66)$$

5.4.6 Fluxo de área interfacial

O fluxo de área interfacial também pode ser calculada a partir da frequência de bolhas somando a contribuição superficial de cada classe de diâmetros. Assim

$$A_{G_{met}} = \int_0^{\infty} \pi D^2 f_s p_s(D) dD. \quad (5.67)$$

Capítulo 6

Interpretação dos sinais

Esta seção mostra a metodologia usada no processamento dos sinais originais $S1$ e $S2$, referentes aos sensores longo e curto, que visa obter as distribuições de velocidades e de diâmetros reais, $p(v_b)$ e $p(D)$.

São definidas as funções de fase de cada sinal e as fórmulas empregadas para calcular a velocidade e o comprimento de cordas aparentes das bolhas, bem como a fração de vazios média da aquisição. A seguir, é definido o *formato do sinal* de uma bolha e são classificados e analisados os diferentes formatos esperados para os sinais.

Depois é apresentado o procedimento computacional implementado para o processamento dos sinais.

6.1 Aspectos teóricos

6.1.1 Determinação das funções de fase

A Figura 6.1 mostra um exemplo, obtido em laboratório, de sinais $S1$ e $S2$ referentes à ocorrência de uma bolha. Cada sinal varia entre uma voltagem mínima, V_{min} , e uma

voltagem máxima, V_{max} . A voltagem que discrimina a fase líquida da fase gasosa é o *nível de corte*, NC . O valor relativo dessa voltagem é o *fator de corte*, FC . As voltagens limites e os níveis de corte dos sinais $S1$ e $S2$ são distintos, uma vez que os circuitos eletrônicos de cada sensor são independentes.

As *funções de fase*, $S1R$ e $S2R$, são ondas retangulares obtidas com a especificação de níveis de corte apropriados. Quando o valor do sinal original é maior ou igual ao nível de corte NC , o valor da função de fase é 1, enquanto que, ao contrário, quando menor, é zero. Dessa forma é que as funções de fase mostram qual a fase presente em uma posição do escoamento ao longo do tempo. Deve-se observar que os valores absolutos, 0 e 1, empregados nessas funções não são relevantes. O importante é a grandeza relativa que marcam as fases.

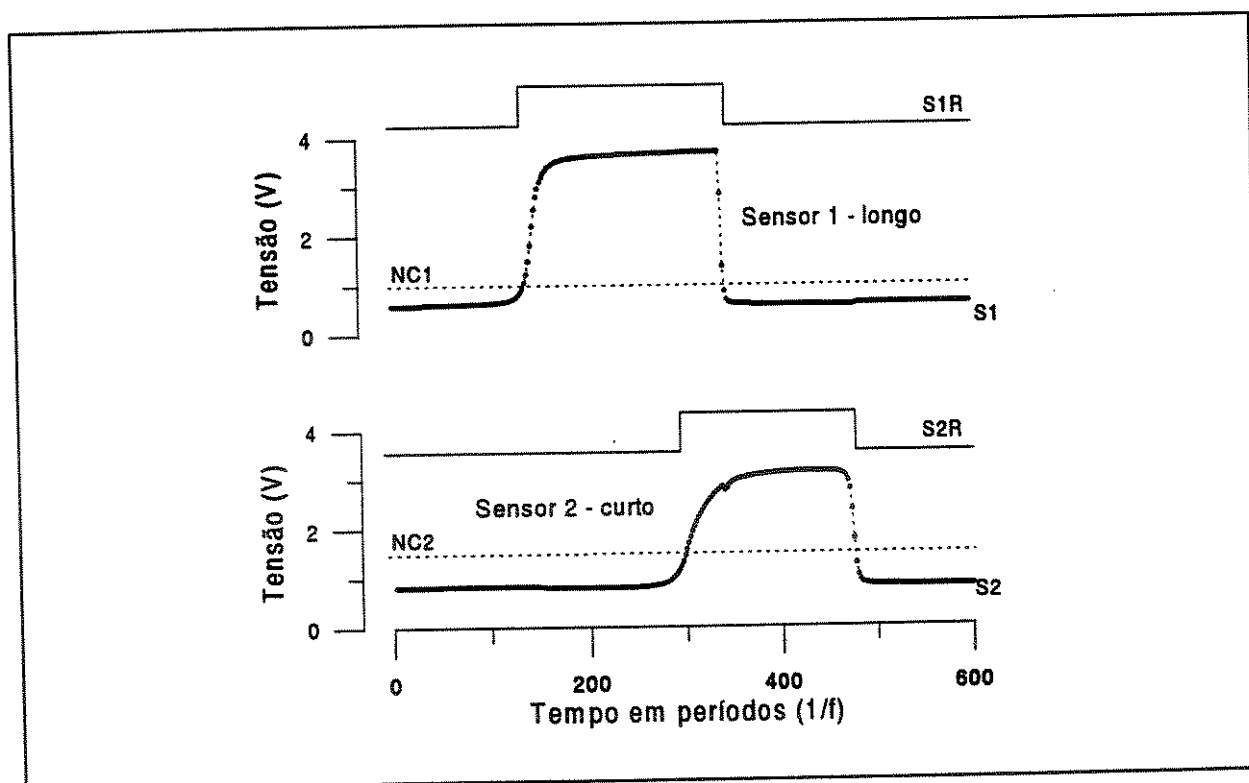


Figura 6.1: Gráficos dos sinais originais $S1$ e $S2$ e das respectivas funções de fase $S1R$ e $S2R$.

6.1.2 Medição de velocidade e comprimento de cordas

O sistema de aquisição não obtém os dados continuamente. A amostragem é feita em intervalos de tempo regulares em função da frequência de aquisição, f_{aq} . Os sinais dos sensores são obtidos alternadamente. A Figura 6.2 mostra esquematicamente, sobre as funções de fase $S1R$ e $S2R$, os instantes de tempo em que os pulsos de voltagem são adquiridos. Assim, a velocidade aparente da bolha, v_s , e o comprimento aparente de corda, x_s , são calculados através das fórmulas

$$v_s = \frac{f_{aq} l}{2N_{dt} + 1} \quad (6.1)$$

e

$$x_s = \frac{2}{f_{aq}} N_{S1} v_s. \quad (6.2)$$

Nessas equações, l é a distância entre sensores da sonda, f_{aq} é a frequência total de aquisição, N_{S1} é o número de pulsos contíguos contados na fase gasosa em $S1R$ e, por fim, N_{dt} é o número de pulsos contados entre os inícios da fase gasosa em $S1R$ e $S2R$.

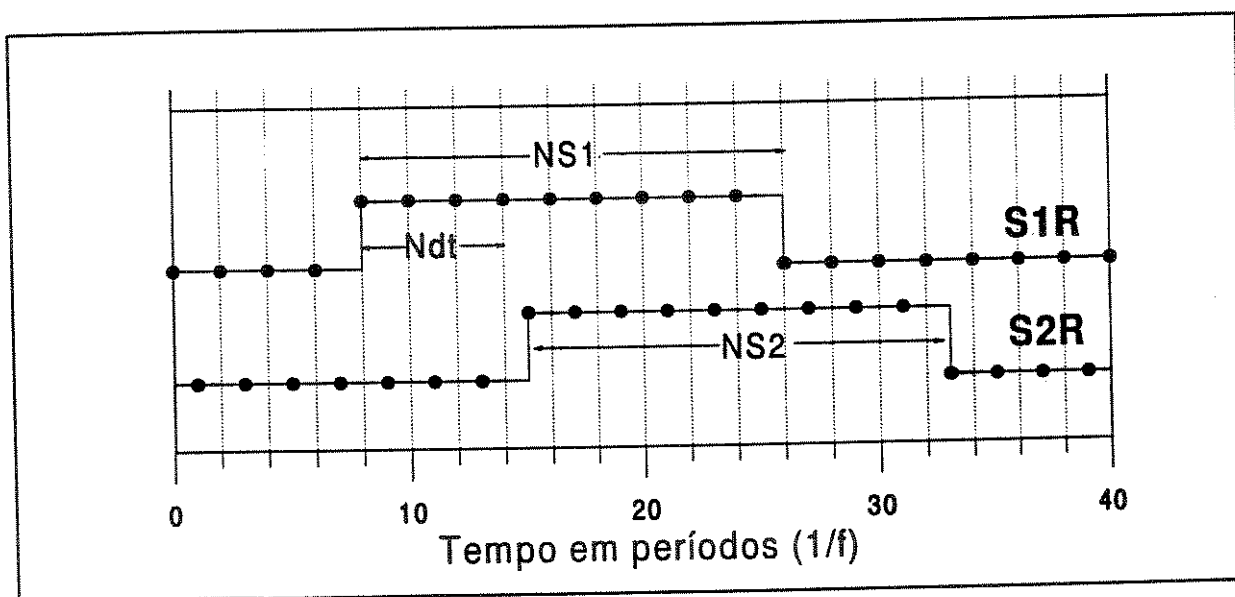


Figura 6.2: Esquema dos pulsos de aquisição no tempo.

6.1.3 Fração de vazios

A fração de vazios média no intervalo de tempo amostrado, referente a cada sinal, é a relação entre os pulsos contados na fase gasosa e o número total de pulsos da aquisição, n_{aq} , assim

$$\alpha_G = \frac{1}{n_{aq}} \sum X_G, \quad (6.3)$$

sendo que X_G é igual a 1, se o pulso indica a fase gasosa, e 0 se indica a fase líquida.

6.1.4 Classificação dos sinais

É comparando as ocorrências da fase gás nos sinais $S1R$ e $S2R$ que as bolhas são identificadas. Denomina-se de *formato do sinal* de uma bolha, o gráfico do par $S1R$ e $S2R$ que mostra a posição relativa e o período de ocorrência da fase gasosa em cada sinal. O formato do sinal nem sempre é igual àquele mostrado na Figura 6.2. A ordem de início e término da fase gasosa pode mudar, bem como o tamanho relativo entre as ocorrências. Os formatos possíveis dependem da posição em que cada sensor intercepta a bolha, sendo influenciados pelo ângulo de incidência γ e pela curvatura da bolha.

A Figura 6.3 é usada para apresentar os vários formatos que os sinais $S1R$ e $S2R$ podem assumir. Do lado esquerdo, o desenho esquemático mostra as diversas maneiras possíveis de uma bolha se aproximar da sonda. O círculo é a intersecção da bolha com o plano que contém a sonda e a direção da velocidade $\vec{v}_b$. As diversas possibilidades de sinal são demonstradas para esse plano genérico de corte. No lado direito da figura estão os formatos de sinais esperados para cada possibilidade. As hachuras são feitas para melhorar a clareza do desenho. Na figura, t_{S1} é o intervalo de tempo que o sensor longo permanece em contato com a bolha. Da mesma forma, t_{S2} é o intervalo de tempo referente ao sensor curto e t_{dt} é o intervalo de tempo que decorre entre os dois sensores atingirem a bolha.

No esquema, a sonda dupla está representada em 5 posições limites, denominadas

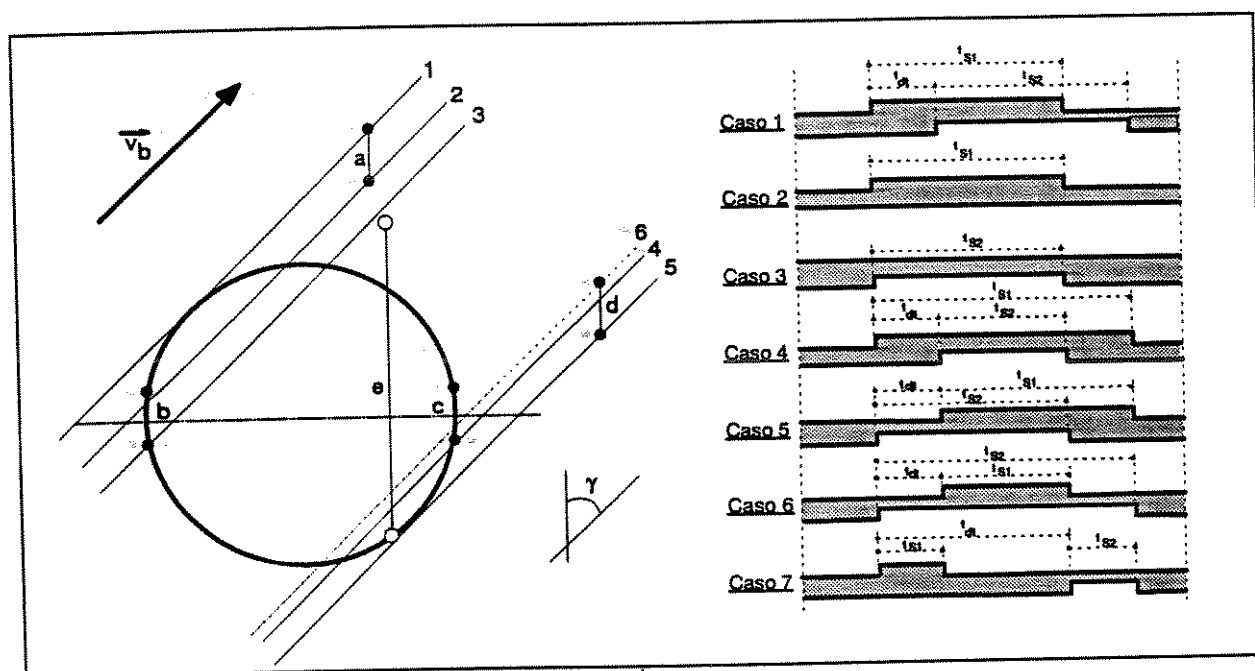


Figura 6.3: Ilustração dos 7 casos possíveis em que a sonda dupla intercepta a bolha.

por a , b , c , d e e . O pequeno círculo inferior é o sensor longo, enquanto que o superior é o sensor curto. As linhas inclinadas, identificadas pelos números 1, 2, 3, 4, 5 e 6 têm a direção da velocidade $\vec{v}_b$ e representam as trajetórias dos sensores, conforme o caso em análise. A descrição de cada posição limite e os casos que separam são:

- com a sonda na posição a , o sensor longo percorre a linha 2 enquanto que o sensor curto percorre a linha 1 que tangencia a bolha. Observa-se que se o sensor longo estiver entre as linhas 1 e 2, o sensor curto não intercepta a bolha. Essa condição é chamada de *Caso 2*.
- na posição b , após interceptar a bolha, ambos os sensores a deixam no mesmo instante. Observando a curvatura da bolha, verifica-se que, se o sensor longo estiver entre as linhas 2 e 3, o sensor curto é o primeiro a deixar a bolha. Essa condição é chamada de *Caso 4*.
- na posição c , ambos os sensores tocam a bolha no mesmo instante. Porém, se o sensor longo estiver entre as linhas 4 e 5, então o sensor curto toca a bolha antes do sensor longo. Essa condição é chamada de *Caso 6*.
- ainda que a sonda esteja na posição c , mas por outro lado, se o sensor longo estiver

entre as linhas 3 e 4, então o sensor longo inicia e termina a travessia antes do sensor curto. Essa condição é chamada *Caso 1*.

- finalmente, na posição d , o sensor longo tangencia a bolha na linha 5, enquanto que o sensor curto percorre a linha 6. Se o sensor curto estiver entre as linhas 6 e 5, então o sensor longo não toca a bolha. Essa condição é chamada de *Caso 3*.
- Adicionalmente, completando a análise, a posição e representa a interceptação de uma bolha pequena em relação à sonda. Nesse caso, pode ocorrer que o sensor curto toca a bolha depois do longo já tê-la atravessado. Essa condição é chamada de *Caso 7*. Essa condição resulta da combinação entre o ângulo γ e um diâmetro relativo D_l pequeno. A condição limite de ocorrência do *Caso 7* é $D_l = \frac{1}{\sin \gamma}$. Numa mesma seção de corte, quando ocorre o *Caso 7*, não ocorrem os *Casos 4 e 6*.

O diagrama exibe mais um formato que não foi explicado, que é o *Caso 5*. Esse caso está sendo definido, apesar da análise teórica não o prever. A justificativa é a necessidade de sua inclusão no algoritmo que visa o processamento de dados, uma vez que, experimentalmente, esse tipo de registro ocorre e, então, o programa computacional deve reconhecê-lo. O *Caso 5* ocorre porque as condições experimentais não são ideais, ou seja as bolhas não são esféricas, a sonda tem dimensões físicas etc.

A Tabela 6.1 mostra exemplos da proporção teórica das ocorrências de cada caso, calculadas para diversas situações. Os valores escolhidos para o diâmetro relativo D_l representam valores empregados neste trabalho ou que são encontrados em artigos publicados na literatura. Por exemplo, Kocamustafaogullari e Wang[59] usaram uma sonda com $l = 2,5 \text{ mm}$, Kataoka *et al*[56] e Ishii *et al*[52] e [53] usaram sondas entre 1,5 e 5 mm . O valor infinito representa uma sonda ideal muito pequena. Nos exemplos mostrados, assume-se que o ângulo de desvio γ é constante.

Algumas condições limites podem ser destacadas: se não há desalinhamento, γ é igual à 0, então só podem ocorrer *Casos 1* ou *7*, em função de D_l ; se a sonda é muito pequena, então não ocorrem *Casos 2, 3 e 7*; se $D_l < \frac{1}{\sin \gamma}$ só ocorrem os *Casos 2 e 3*; e se $D_l < \frac{1}{\sin \gamma}$ não há *Casos 4* ou *6*.

D_i	γ	Proporção de ocorrência (%)					
		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 6	Caso 7
0,8	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	100,0
0,8	10	0,0	21,5	21,5	0,0	0,0	57,0
0,8	20	0,0	34,5	34,5	0,0	0,0	31,0
0,8	30	0,0	42,6	42,6	0,0	0,0	14,8
0,8	40	0,0	47,3	47,3	0,0	0,0	5,4
1,5	0	55,6	0,0	0,0	0,0	0,0	44,5
1,5	10	47,7	12,8	12,8	0,0	0,0	26,7
1,5	20	40,5	22,3	22,3	0,0	0,0	14,9
1,5	30	33,9	29,4	29,4	0,0	0,0	7,3
1,5	40	27,8	34,6	34,6	0,0	0,0	3,0
3,0	0	88,9	0,0	0,0	0,0	0,0	11,1
3,0	10	81,6	6,9	6,9	0,0	0,0	4,6
3,0	20	73,0	12,7	12,7	0,0	0,0	1,6
3,0	30	63,6	17,4	17,4	0,5	0,5	0,6
3,0	40	53,4	21,3	21,3	1,8	1,8	0,4
∞	0	100,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
∞	10	98,5	0,0	0,0	0,8	0,8	0,0
∞	20	94,0	0,0	0,0	3,0	3,0	0,0
∞	30	86,6	0,0	0,0	6,7	6,7	0,0
∞	40	76,6	0,0	0,0	11,7	11,7	0,0

Tabela 6.1: Proporção teórica de ocorrência dos *Casos 1 a 7*, para ângulo γ constante.

6.1.5 Comparação com outros critérios citados na literatura

A classificação de sinais e a tentativa de dar um significado a todas as ocorrências registradas é uma diferença fundamental de abordagem deste trabalho, em relação aos demais publicados. Este método visa interpretar todas as ocorrências de bolhas detectadas no sinal. Um programa computacional faz a leitura sequencial dos dados e classifica cada ocorrência em uma das 7 classes previstas. A partir daí, N_{S1} , N_{S2} e N_{dt} são contados e a velocidade v_s e comprimento de cordas x_s calculados. O Apêndice C mostra o algoritmo estruturado que serviu para escrever o programa computacional na linguagem FORTRAN.

Na literatura publicada, o *Caso 1* é comumente o único aceito para a medição da velocidade. Vários autores, por exemplo Kataoka *et al* [56] e Ishii *et al* [52] e [53], ao interpretar os seus sinais eliminam aqueles que não correspondem a esse formato. Além disso, impõem outras restrições, por exemplo: a de que os intervalos de tempo t_{S1} e t_{S2} não diferenciem mais do que um certo limite (usam 30%); ou que a velocidade medida esteja

dentro de um intervalo prefixado. Kocamustafaogullari e Wang[59] ainda impõem uma restrição adicional que limita a velocidade de escape da bolha, ou seja, aquela velocidade que é calculada com as interfaces que indicam a passagem da fase gasosa para a fase líquida.

O aproveitamento de todos os dados relativos à ocorrências de bolhas é citado na literatura apenas quando se usam técnicas de correlação cruzada para calcular a velocidade média das bolhas.

Normalmente, os artigos publicados não trazem detalhes sobre a quantidade de bolhas aceitas e rejeitadas, uma vez que essa discussão não é objetivo desses artigos. Na abordagem presente do problema, sem necessariamente questionar os resultados finais apresentados pelos demais autores, verifica-se que o ângulo de desvio afeta a proporção entre os intervalos N_{S1} e N_{S2} . Por exemplo, um sinal registrado que tem o formato de um *Caso 1* típico, mas com desalinhamento de 10 graus, apresenta na verdade $\frac{v_a}{v_b} = 1,0153$; se o ângulo aumentar para 20 graus, $\frac{v_a}{v_b} = 1,0642$; e se o ângulo for igual a 30 graus, tem-se que $\frac{v_a}{v_b} = 1,1547$. Esses valores aumentam para os sinais que não tem o formato típico.

Por outro lado, o *Caso 7* tornou-se importante para a presente análise, em função da distância entre os sensores que normalmente é empregada. Esse caso é freqüente quando a distância entre os sensores é próxima ao diâmetro da bolha. Observa-se que, nessa condição, é comum o sensor longo deixar a bolha antes mesmo do sensor curto sentir sua presença. Nos artigos já citados, os autores usam sondas com dimensões similares.

6.2 Processamento de dados

Nesta seção é explicado o procedimento adotado para o processamento dos sinais adquiridos. Para orientação, a Figura 6.4 mostra o fluxograma de processamento dos dados, desde a sua aquisição em laboratório até a determinação das distribuições reais $p(v_b)$ e $p(D)$. O procedimento foi implementado através de diversos programas computacionais, o que facilita a repetição de algumas etapas, por exemplo para pesquisar novos níveis de corte. As funções incluídas no procedimento são descritas a seguir.

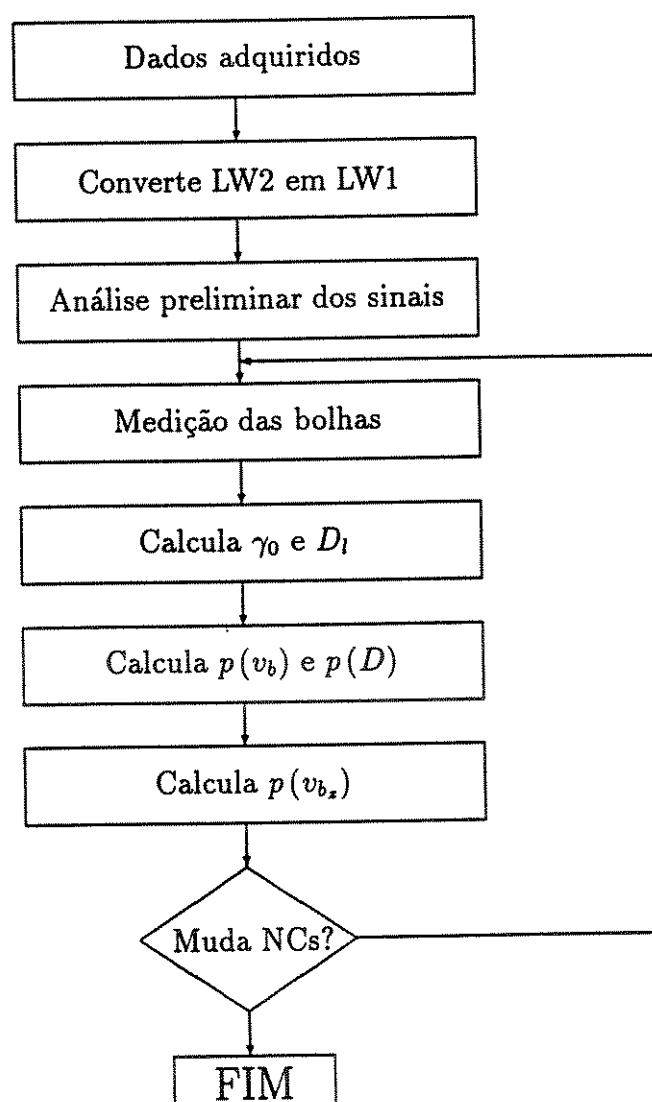


Figura 6.4: Diagrama de blocos do processamento dos dados.

6.2.1 Mudança de formato do arquivo

A placa de aquisição grava no disco rígido do computador os dados digitalizados, usando um formato binário de 2 bytes, que representam voltagens em um intervalo entre -10 e $+10$ Volts. Tal representação é muito dispendiosa para esta aplicação, cujo intervalo máximo utilizado é 3 Volts, e implica no manuseio de arquivos muito grandes. Em termos práticos, o tamanho do arquivo atua como um fator limitante para se especificar o intervalo de tempo total da aquisição.

A primeira providência, após a aquisição, é mudar a representação original desses arquivos, que são chamados de LW2, para 1 byte. Um programa computacional, escrito na linguagem FORTRAN, faz a conversão. Um número inteiro, normalmente igual ou menor que 3, é calculado e serve de fator de redução para os dados, que são reescritos entre os limites -127 e 127 . Os arquivos com a representação de 1 byte são chamados arquivos LW1 e podem ser mais facilmente transferidos e armazenados em outros microcomputadores. Deve-se ressaltar que, em virtude da resolução original de voltagem medida pela placa ser muito elevada, a perda ocorrida pela mudança de representação não compromete o trabalho em curso.

Devido a esse procedimento, pôde ser adotado, para cada ponto medido, um intervalo de tempo de aquisição que implica em arquivos LW2 de 10 Mbytes, que são reduzidos para arquivos LW1 de 5 Mbytes. Usam-se 10 desses pontos medidos para cada condição de escoamento.

6.2.2 Análise preliminar dos sinais $S1$ e $S2$

Em um segundo programa computacional é contada, de modo independente para os sinais $S1$ e $S2$, a quantidade de ocorrências de cada nível de voltagem. Diversas funções, que são detalhadamente mostradas na Seção 8.1.2, são obtidas a partir dessa contagem. A análise dos gráficos dessas funções indica a qualidade dos sinais adquiridos e fornece

alguns níveis de voltagem que servem de referência para a determinação dos níveis de corte.

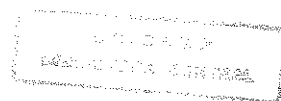
6.2.3 Definição dos níveis de corte

Uma vez que também é objetivo deste trabalho estudar a influência dos níveis de corte nos resultados finais do método proposto, foram testados diversos valores para esses níveis.

Esse procedimento torna-se necessário porque ainda não há consenso na literatura sobre como determinar os níveis de corte. Na verdade, são afetados por fatores particulares a cada arranjo experimental, quer sejam as características dos circuitos elétricos, os detalhes construtivos das sondas, etc. A dependência a esses fatores ainda não é clara. Kocamustafaogullari e Wang[59] analisam esse problema e observam que o nível de corte varia mesmo dentro de uma única aquisição. Fato este que atribuem à contaminação dos sensores, referindo-se à deposição elétrica e/ou à incrustação de impurezas. Em seu trabalho propuseram a divisão do sinal adquirido em trechos nos quais o nível de corte é individualmente especificado.

Neste trabalho, considera-se que o nível de corte é constante durante toda a aquisição, embora os valores possam ser diferentes nos dois sensores. Diversas hipóteses são testadas, visando obter a melhor opção. A principal grandeza usada na aferição é a vazão de ar que é medida na placa de orifício. Com isso, calcula-se a velocidade superficial de ar média na seção transversal e compara-se ao obtido pela sonda.

Outra grandeza, citada na literatura, que é usada na aferição é a fração de vazios média. Por exemplo, Kocamustafaogullari e Wang[59] usou válvulas de fechamento rápido para medir diretamente a fração de vazios, enquanto que Kataoka *et al*[56] e Ishii *et al*[52] e [53] a obtiveram indiretamente através do gradiente de pressão do escoamento.



Qualquer que seja o princípio, a aferição requer o uso de vários pontos medidos distribuídos na seção transversal e uma integração numérica para compor a média. Em cada um dos pontos deve ser aplicado um nível de corte.

6.2.4 Medição das bolhas

As funções de fase $S1R$ e $S2R$ são definidas ao especificar os níveis de corte de cada sinal, $NC1$ e $NC2$, ou, de modo equivalente, os fatores de corte $FC1$ e $FC2$. Dessa forma, as bolhas podem ser identificadas e as respectivas velocidades e comprimentos de cordas aparentes, v_s , x_{S1} e x_{S2} , medidas. Um programa computacional, que executa o algoritmo estruturado descrito no Apêndice C, analisa sequencialmente as funções de fase de cada sinal e classifica a ocorrência das bolhas em um dos 7 casos teóricos previstos. As velocidades e comprimento de cordas são calculadas com as Equações 6.1 e 6.2.

A eficiência do algoritmo foi comprovada por amostragens, comparando-se a classificação dada às bolhas pelo programa com a observada nos sinais traçados em um gráfico. O índice de erros é pequeno, estimando-se em 1%. Os casos extremos ocorrem quando a fração de vazios é grande, elevando o erro a 5%. É desprezada a influência dos erros de classificação nas distribuições aparentes de velocidade e comprimento de cordas.

Comentários sobre os erros de classificação Os erros de classificação que ocorrem resultam de uma falha de decisão do algoritmo, devido à superposição sucessiva de sinais. A superposição pode ocorrer quando o diâmetro relativo D_l é pequeno e a frequência de bolhas elevada. Diâmetro relativo pequeno é o que implica em uma proporção grande de *Casos 7*. Frequência de bolhas elevada, no caso presente, em que D_l varia de 1,5 a 2, ocorre quando a fração de vazios é da ordem de 20%.

Duas situações distintas estão sendo chamadas de superposição do sinal de bolhas. Ambas estão associadas ao processo de perfuração das bolhas. A primeira ocorre quando duas bolhas atravessam o mesmo sensor separadas por um filme fino de líquido. Nesse

caso, o sinal de entrada da segunda bolha surge antes que o sinal da bolha anterior retornar ao nível de voltagem referente à fase líquida. O erro, na verdade, ocorre quando a função de fase é obtida, pelo colapso da fase ar de duas bolhas consecutivas. Nesse caso, somente a velocidade da primeira bolha é medida corretamente, o comprimento de corda é superdimensionado e as medições da segunda bolha são perdidas.

Esse problema foi enfatizado por Kocamustafaogullari e Wang[59], que desenvolveram um algoritmo baseado na inclinação dos sinais para individualizar essas bolhas. No caso desses autores, essa condição não pôde ser desprezada, já que mediram frações de vazios de até 65%, o que implica em alta probabilidade de bolhas próximas umas às outras. Além disso, esses autores usaram sensores de grande dimensão, construídos com fios de diâmetro de 0,25 mm, chanfrados para reduzir a deformação das bolhas. O artigo não é claro se o chanfro foi eletricamente isolado ou não. Caso não tenha sido, esse sensor além de superficialmente grande é também axialmente longo. Essa condição, associada à fração de vazios elevada, aumenta a probabilidade de duas bolhas estarem no sensor ao mesmo tempo, resultando na superposição de sinais.

No caso presente, a situação é mais favorável. Frações de vazios moderadas e o uso de fios mais finos, de 127 μm , cortados transversalmente, o que implica em superfície exposta menor, permitem desconsiderar essas ocorrências de superposição.

A segunda situação que está sendo denominada por superposição de sinais ocorre quando bolhas diferentes atingem sensores diferentes dentro de um mesmo intervalo de tempo. Nesse caso, o formato do sinal de bolhas diferentes se superpõem. O algoritmo adotado trata, com bom grau de confiabilidade, a superposição de duas ou mais bolhas que pertençam aos casos 1, 4, 5, 6 e 7. Porém, não garante a classificação correta se houver na sequência de bolhas ocorrências nos casos 2 ou 3.

A confiança nas distribuições medidas, resultantes desse algoritmo, reside na pequena probabilidade de ocorrência de superposições que não são corretamente tratadas.

6.2.5 Determinação das distribuição reais

Um outro programa computacional usa, como dados de entrada, a lista das bolhas anteriormente identificadas, com as respectivas velocidades e comprimento de cordas aparentes, e executa as principais tarefas que constituem o método, ou seja:

1. obtém a distribuição aparente de velocidades e de comprimento de cordas usando as medições individuais, obtidas no item anterior;
2. calcula o ângulo limite γ_0 e o valor médio do diâmetro relativo D_l a partir do sistema formado pelas Equações 5.35 a 5.40, 5.55 e 5.57;
3. calcula as distribuição reais $p(v_b)$ e $p(D)$, resolvendo o sistema formado com as Equações 5.25 a 5.29 e 5.30 a 5.34, usando o método de aproximações sucessivas descrita no Apêndice B.
4. de modo análogo ao item anterior, calcula a distribuição real $p(v_{b_s})$. Essa componente da velocidade real é empregada para calcular a velocidade superficial de ar através de um processo de integração na seção transversal. A velocidade superficial calculada dessa forma é usada para comparar com a obtida através da vazão medida pela placa de orifício.

Capítulo 7

Montagem experimental

Esta seção descreve os equipamentos e as montagens efetuadas para a parte experimental.

7.1 Coluna de bolhas

A Figura 7.1 mostra um esquema do arranjo experimental montado para a medição de bolhas em escoamento vertical ascendente. A coluna vertical, de 52,5 *mm* de diâmetro interno e 3 *m* de altura, foi construída em material acrílico para possibilitar a visualização do escoamento. A água flui em circuito fechado, enquanto que o ar escoa em circuito aberto. No Apêndice A, a Figura A.1 mostra uma fotografia do arranjo experimental.

O reservatório de água tem capacidade de 250 litros. A bomba centrífuga fornece para esse experimento a vazão máxima de 2 litros por segundo. O filtro de 600 mesh garante a retirada de partículas de tamanho superior a 40 microns. A placa de orifício desse circuito tem diâmetro de 16 *mm*, sendo que a respectiva queda de pressão é medida em um manômetro diferencial de mercúrio. A calibragem primária da placa foi executada usando o método de pesagem de água, que garante precisão de 2 %. Antes de atingir o tubo de acrílico, a água passa por uma caixa quebra-vórtex. Esse dispositivo, que foi

montado também em material acrílico, dispõe de placas defletoras para eliminar a maior parte do movimento de circulação que naturalmente ocorre quando o jato de água entra em uma cavidade de maior diâmetro. Na sequência, a água entra no tubo acrílico vertical, mistura-se ao ar e sobe, passando pela seção em que se encontra a sonda elétrica, até atingir o separador água-ar, na extremidade superior da coluna. Por ação da gravidade, a água retorna ao reservatório.

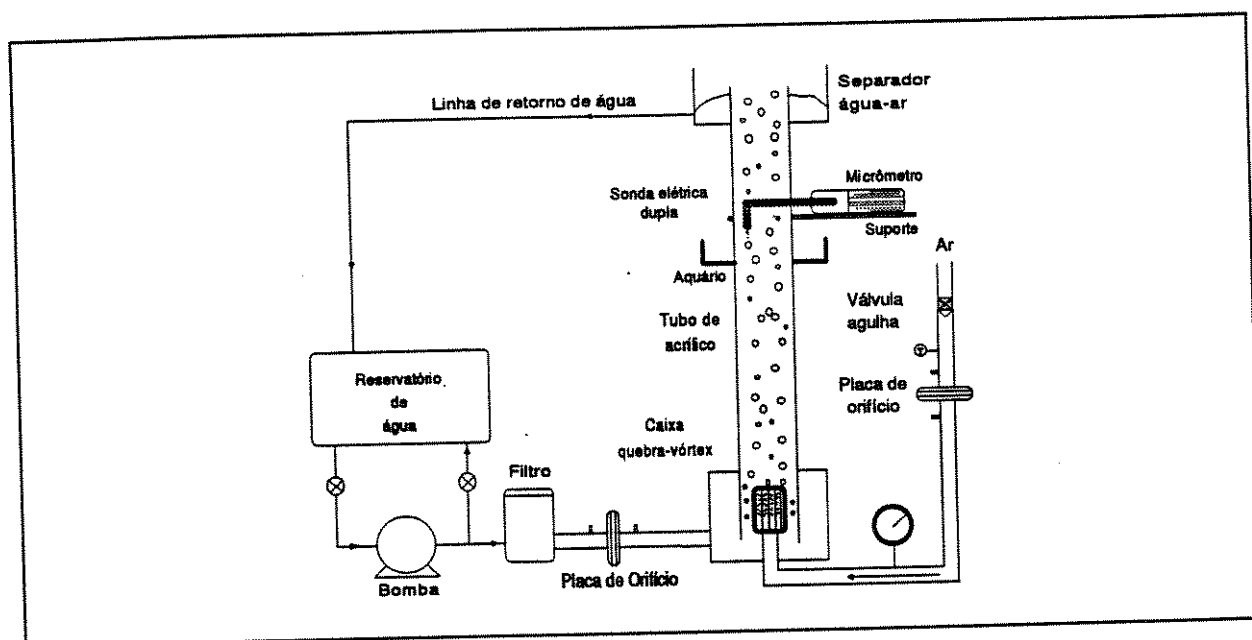


Figura 7.1: Desenho esquemático da montagem experimental.

O ar, por sua vez, vem do sistema de compressão central do laboratório. O controle da vazão é efetuado por uma válvula do tipo agulha que permite regular pequenas vazões. As vazões mássicas nesse experimento oscilaram entre 0,03 e 0,45 gramas por segundo. A placa de orifício usada para medir o ar tem diâmetro de 1,5 mm, sendo que a respectiva queda de pressão é medida em um manômetro diferencial de água. A placa foi aferida com um laminador de fluxo da *Merian Instrument*, modelo 50MJ10, também empregando um manômetro diferencial com resolução milimétrica, o que garante uma precisão de 1 %. O manômetro colocado na linha de ar mede a pressão na posição inferior da coluna. Um termômetro mede a temperatura de entrada do ar. Um meio poroso comum, desses normalmente encontrados em aquários domésticos, é empregado para promover a mistura água-ar. O tamanho e a forma do meio poroso empregado dependem das vazões de água

e ar, sendo que foi escolhido o meio poroso que resultou em um escoamento visualmente identificado como no padrão de bolhas esféricas. Normalmente, uma vazão maior de ar requer um meio poroso com maior superfície externa. O ar sobe pela coluna misturado à água e é descarregado no separador, no alto da coluna, para a atmosfera.

A sonda elétrica dupla pode ser fixada no tubo de acrílico em duas posições distintas, com relações entre a altura e o diâmetro do tubo, $\frac{L}{D}$, igual a 30 ou a 50. A fixação é feita com um suporte dotado de micrômetro, que permite posicionar radialmente os sensores da sonda. A posição da sonda no suporte é visualmente ajustada, sendo que a leitura do micrômetro é zerada quando a agulha toca a parede oposta do tubo. É essa zeragem que determina a precisão da leitura de posicionamento radial da sonda, que é menor do que a oferecida pelo micrômetro isoladamente, sendo estimada em 0,5 mm.

Para fotografar o escoamento, foi construído, em $\frac{L}{D} = 30$, um aquário, também de material acrílico, envolvendo a seção de testes. O objetivo é reduzir a distorção ótica devida à curvatura do tubo. O aquário tem paredes planas e é preenchido com água. Alternativamente, os bocais convergentes também são posicionados em $\frac{L}{D} = 30$.

7.2 Bocais convergentes

A Figura 7.2 mostra o desenho esquemático dos dois bocais convergentes manufaturados para os testes experimentais, que são denominados de Bocal-I e Bocal-II. Os bocais foram usinados em material acrílico para permitir a visualização do escoamento. As tomadas de pressão, indicadas na figura por $P1$ a $P6$, permitem medir os gradientes de pressão. O Apêndice A, Figura A.3, traz as fotografias do Bocal-I e do Bocal-II.

Os dois bocais têm diâmetro de entrada igual ao diâmetro interno do tubo vertical, ou seja 52,5 mm, e diâmetro de saída igual a 30,3 mm. A razão de contração, que é a relação entre as seções transversais de entrada e saída, é igual a 3. O comprimento dos bocais é 70 mm.

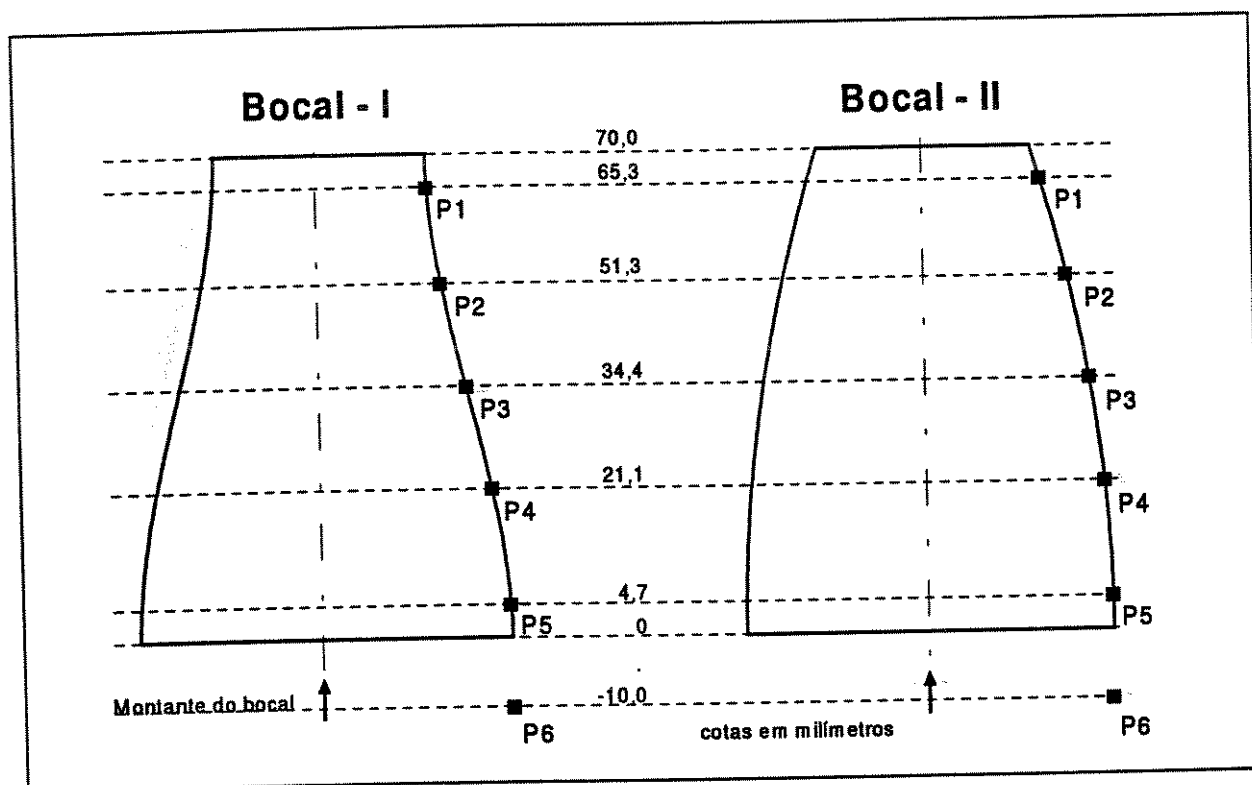


Figura 7.2: Desenho esquemático dos dois bocais convergentes.

O Bocal-I é côncavo-convexo, sendo que os diâmetros seguem uma equação polinomial cúbica que é obtida impondo-se as dimensões acima definidas para a entrada e saída e, também, derivadas nulas nessas duas posições. Essa escolha visa fazer com que nos extremos do bocal, a direção média do escoamento se aproxime da direção do eixo da sonda, reduzindo, assim, os desalinhamentos locais das bolhas com a sonda.

O Bocal-II é apenas côncavo, seguindo uma equação quadrática, cujas condições nos extremos difere do Bocal-I por não impor a derivada nula na saída do bocal. O objetivo dessa escolha é evitar a inversão de curvatura, o que simplifica a análise dos efeitos inerciais do escoamento.

7.3 Sonda elétrica dupla

A Figura 7.3 mostra um desenho esquemático da sonda elétrica dupla que foi montada para as medições experimentais. A carcaça da sonda é formada por agulhas me-

dicinais usadas para injeção raquidiana. Uma agulha de 1,2 mm de diâmetro externo serve de base e dá rigidez ao conjunto. Em uma extremidade é fixado um trecho curvo de outra agulha de menor diâmetro, no caso 0,7 mm. Dois fios de cobre de 127 μm são introduzidos nas agulhas. Os fios são eletricamente isolados em toda a extensão com verniz. Para formar os sensores, na ponta da sonda, os fios são seccionados de modo que a seção transversal de corte perde o isolamento elétrico. Os fios são posicionados de forma que entre os sensores haja uma distância fixa, sendo que uma pequena quantidade de cola mantém o posicionamento e também veda o interior da sonda. A distância entre os sensores é medida com um paquímetro, com a ajuda de uma lupa, que amplia a imagem em até 40 vezes. Admite-se que a precisão é de 0,05 mm. Na extremidade oposta, os fios são raspados e fixados a pequenas chapas de cobre, que servem como terminais da sonda. Um dispositivo de fixação serve para prender a sonda na seção de testes do escoamento e garante a vedação do conjunto.

O Apêndice A, Figura A.4, traz a fotografia da sonda elétrica dupla. A Figura A.5 mostra uma fotografia mais detalhada dos sensores da sonda.

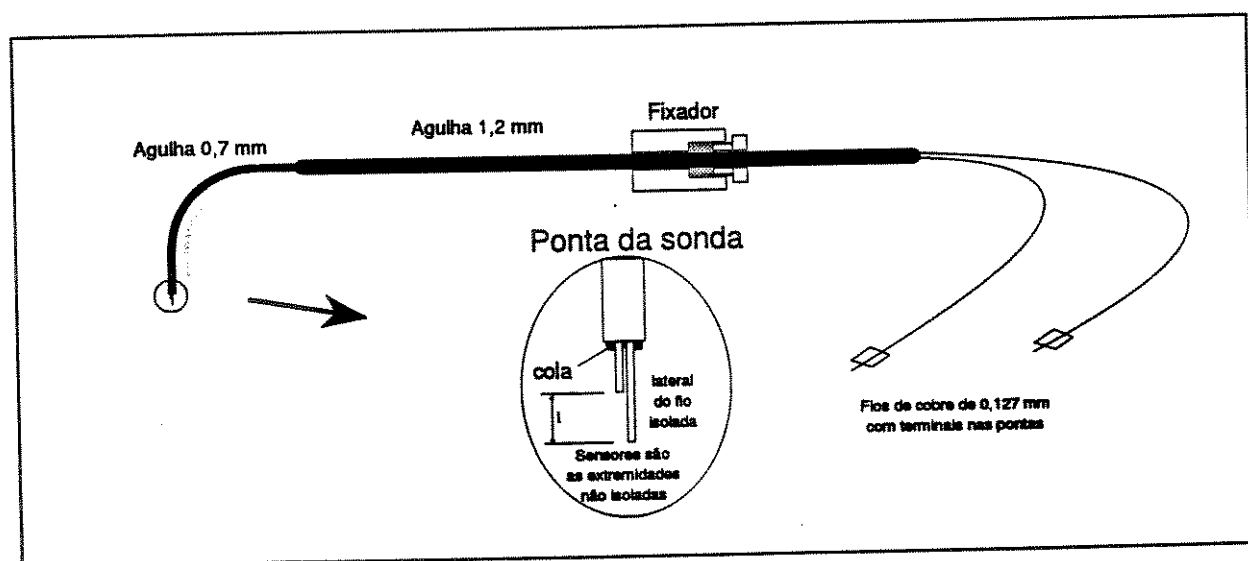


Figura 7.3: Desenho esquemático de uma sonda elétrica dupla.

A carcaça da agulha é ligada ao polo positivo do condicionador de sinais, o qual é comum aos dois sensores. Cada terminal de cobre é ligado a um circuito independente

do condicionador. Quando o sensor é imerso em água, o circuito elétrico com a base da agulha é fechado. Quando a bolha envolve o sensor, o circuito é aberto.

O item mais importante na construção da sonda elétrica dupla é o isolamento dos fios na ponta da sonda, próximo aos sensores. Nessa região, o isolamento também deve resistir às forças impostas pelo escoamento. Idealmente, deve-se procurar o uso de fios de menor diâmetro, diminuindo o tamanho do conjunto, visando assim a reduzir a intrusividade no escoamento devida à presença da sonda. Da mesma forma, a espessura do isolamento deve ser pequena e, de preferência, mesmo em relação ao diâmetro dos fios.

Inicialmente foram usados materiais pouco dúteis e que não se oxidam facilmente, tais como aço inoxidável ou tungstênio. Porém não conseguiram-se resultados satisfatórios na isolação dos fios na ponta, uma vez que os produtos usados, que propiciaram a formação de uma camada fina de isolante, rompiam-se facilmente ao serem inseridos no escoamento.

A escolha do fio de cobre decorreu da disponibilidade no mercado de fios cujo isolamento é feito com processos industriais que garantem camadas finas de verniz com qualidade de deposição.

7.4 Sistema eletrônico-digital

A Figura 7.4 mostra um esquema do arranjo eletrônico-digital montado para a coleta de dados. A sonda elétrica é ligada, através de um condicionador de sinais, a uma placa de aquisição de dados da marca *National Instruments*, modelo *AT-MIO-16D*, que está instalada em um microcomputador PC 486-33 MHz com memória de 8 Mb e disco rígido de 180Mb. O condicionador opera com até 4 canais e induz entre o sensor e a base da sonda uma tensão que varia entre, aproximadamente, 0 e 2 Volts. Quando o sensor da sonda é envolvido pela água o sinal fornecido é de baixa tensão (0 V). Ao contrário, quando o meio é o ar, o sinal é de tensão mais alta (2 V). Essa ordem é escolhida para diminuir a deposição elétrica nos sensores.

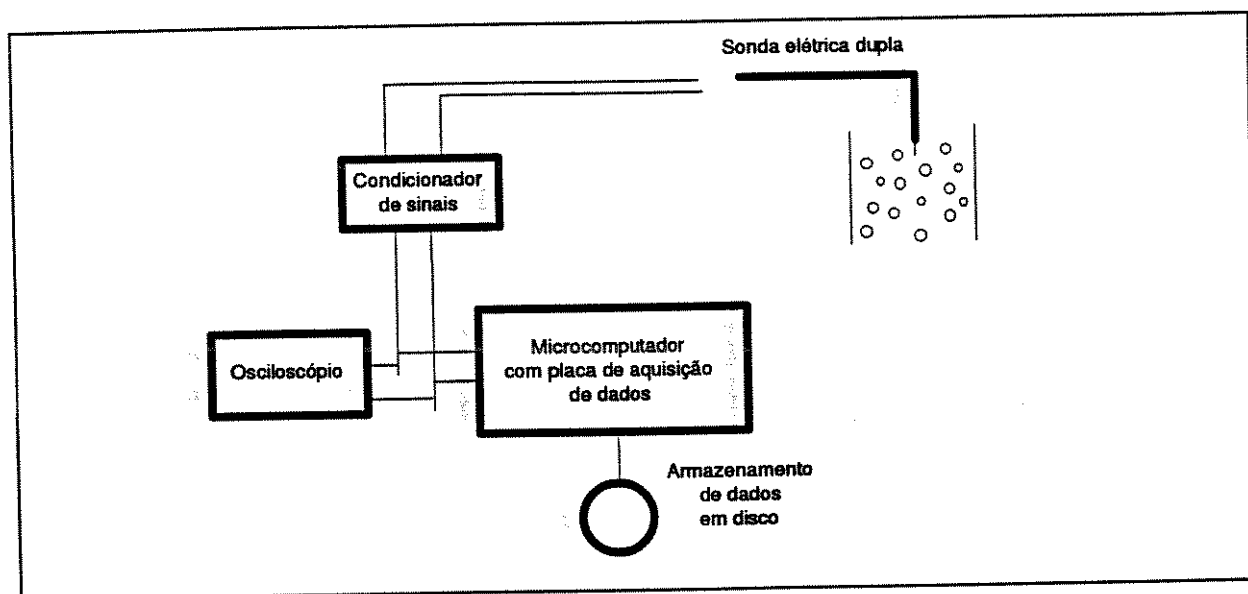


Figura 7.4: Desenho esquemático do arranjo eletrônico-digital.

A placa de aquisição contém um conversor analógico-digital que transforma a tensão elétrica em um código binário de 12 bits, o qual é gravado na memória do microcomputador. A frequência total máxima de aquisição é de 100 kHz. Um programa computacional, escrito no software da *National Instruments, Lab-Windows[®]*, possibilita um tratamento preliminar dos dados digitalizados, exibindo diversas informações tais como: quantidade de bolhas, fração de vazios, velocidades e comprimento de cordas médias, variáveis estatísticas, gráficos, etc. Quando se deseja registrar os dados referentes a um intervalo de tempo maior, faz-se a gravação dos sinais digitalizados em disco rígido. Esses sinais, que ocupam grandes arquivos, são posteriormente analisados em outros programas computacionais mais rápidos, escritos em FORTRAN. Normalmente, são adotadas amostragens, para cada posição radial, com intervalos de tempo de 50 segundos, que resultam em arquivos de 10 Mbytes.

Para permitir o constante monitoramento dos sinais, é instalado um osciloscópio em paralelo à placa de aquisição. Esse recurso é importante porque permite acompanhar o funcionamento da sonda, que pode se avariar durante as medições.

Capítulo 8

Resultados experimentais

Esta seção divide-se em três partes. Na primeira, os dados adquiridos nos testes de medição efetuados no tubo vertical de seção transversal constante são analisados visando a validação do método proposto neste trabalho. O comportamento típico dos sinais originais é estudado tendo por objetivo definir critérios para especificar os níveis de corte apropriados. A influência nos resultados finais, ao adotarem-se diferentes níveis de corte é detalhadamente analisada.

Na segunda parte, após a definição dos níveis de corte apropriados, são mostrados os resultados experimentais obtidos no tubo vertical de seção transversal constante, que definem o comportamento do escoamento vertical ascendente em padrão de bolhas.

Por último, da mesma forma que para o tubo vertical, são mostrados os resultados experimentais medidos nas seções de entrada e de saída dos bocais convergentes.

Os Apêndices G, H e I contém as tabelas com os resultados obtidos no processamento dos sinais adquiridos com a sonda elétrica dupla, para todos os testes experimentais. No Apêndice G estão as tabelas com os dados referentes ao processamento que faz a identificação, contagem e medição das bolhas em cada ponto de medição. Os dados são: posição relativa radial, fração de vazios medida pelo sensor longo, fração de vazios medida pelo sensor curto, frequência de bolhas, tempo de aquisição e o número de bolhas

classificadas nos *Casos 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7*.

No Apêndice H estão as tabelas que contém os dados relacionados ao cálculo, em cada ponto de medição, dos valores reais a partir da aplicação da função de transferência. Os dados são: ângulo γ_0 , o diâmetro relativo D_l , os valores médios e os respectivos desvios padrões da velocidade aparente, velocidade real, comprimento de cordas aparente, diâmetro real e componente axial de velocidades. Além desses, estão incluídos outros resultados associados que são de interesse, ou seja: os resíduos remanescentes do método numérico, a densidade de área interfacial local, o diâmetro médio de Sauter e a média do inverso da velocidade aparente.

O Apêndice I contém as tabelas com os valores médios que resultam da integração dos resultados anteriores na seção transversal. São calculados: frequência total de bolhas, diâmetro médio linear, diâmetro médio superficial e diâmetro médio volumétrico, fluxo de área interfacial, velocidade superficial de ar calculada com o método proposto, velocidade superficial de ar calculada pela média $\langle \alpha_G v_G \rangle$, fração de vazios média, velocidade ponderada da fase ar que é calculada por $\langle \alpha_G v_G \rangle / \langle \alpha_G \rangle$, a velocidade relativa calculada pela diferença entre as velocidades ponderadas das fases líquida e gasosa, a velocidade relativa calculada por $\langle v_r \rangle = \langle v_G - v_L \rangle$ assumindo o perfil da fase líquida semelhante ao da fase gasosa e, finalmente, a velocidade superficial de água.

O Apêndice J contém tabelas específicas das medições nos bocais convergentes. Contém as medições de variação de pressão. Nessas tabelas, as variáveis $M1$, $M2$ e $M3$ significam, respectivamente, as diferenças de pressão entre as tomadas $P1$ e $P6$, $P2$ e $P3$, $P4$ e $P5$.

8.1 Validação do método

Nesta seção são analisados os dados adquiridos nos escoamentos verticais ascendentes no tubo de seção transversal constante. Visamos obter as distribuições locais reais de

velocidades e de diâmetros de bolhas empregando o o método proposto.

Porém, a determinação dos níveis de corte será também discutida, uma vez que a análise dos dados apresenta dificuldades adicionais, que advêm da dependência dos resultados aos níveis de corte escolhidos para os sinais. Na verdade, existem dois problemas distintos. Um deles é estabelecer níveis de corte apropriados, que conduzam a distribuições representativas de velocidades aparentes e comprimento de cordas. O outro problema é obter as distribuições de velocidades reais e de diâmetros de bolhas, a partir das distribuições aparentes. É importante observar que, como há interdependência na análise desses dois problemas, o objetivo do estudo passa a ser um fechamento consistente dos dados disponíveis.

Inicialmente, é analisado o sinal típico obtido por um sensor. Essa análise é realizada através de funções que medem a ocorrência dos níveis de voltagem no sinal e que permitem acompanhar o comportamento de diversas grandezas médias do sinal em função do nível de corte escolhido.

Em seguida, visando obter mais informações sobre o comportamento dos sinais S_1 e S_2 , são analisadas, para o conjunto dos testes efetuados, as diferenças entre as medições de fração de vazios e de frequência de bolhas, efetuadas pelos dois sensores. Esse estudo ajuda a estabelecer um critério para os níveis de corte.

Na seqüência, também para o conjunto dos testes efetuados, é feita uma análise sobre a inclinação do trecho inicial do sinal de uma bolha, que está associada à hidrodinâmica de perfuração da bolha pelo sensor.

Com essas análises, é possível formar um conceito sobre o comportamento dos sinais e propor critérios para o nível de corte. A comparação entre a velocidade superficial da fase gasosa calculada pelo método e a calculada com a vazão medida pela placa de orifício é efetuada para obter o melhor ajuste.

8.1.1 Descrição dos testes efetuados

A Tabela 8.1 descreve os 27 *testes de medição*, efetuados no tubo vertical, em que estão baseadas as análises e conclusões desta seção. As grandezas que caracterizam o teste são as velocidades superficiais de água e ar. Além dessas, estão tabelados o nome do teste, a identificação da sonda elétrica e respectiva distância entre fios, a frequência de aquisição dos dados, o intervalo de tempo da aquisição e a posição da sonda na coluna vertical.

Teste	J_L (cm/s)	J_G (cm/s)	Sonda	l (mm)	f_{aq} (kHz)	Janela (s)	$\frac{L}{D}$
T33	104	14,2	1	2,1	100	500	50
T34	104	7,0	1	2,1	100	500	50
T35	104	3,5	1	2,1	100	500	50
T36	51	7,0	2	2,0	100	500	50
T37	51	5,0	3	2,0	100	500	50
T38	51	3,5	2	2,0	100	500	50
T39	103	10,1	2	2,0	100	500	50
T40	51	2,2	2	2,0	100	500	50
T41	103	3,2	2	2,0	100	500	50
T42	51	5,0	3	2,0	50	1000	50
T43	76	10,1	4	2,0	75	670	50
T44	76	7,0	4	2,0	75	670	50
T45	76	5,0	4	2,0	75	670	50
T46	76	2,7	4	2,0	75	670	50
T47	76	3,5	4	2,0	75	670	50
T48	26	6,4	5	2,0	50	1000	50
T49	26	5,0	5	2,0	50	1000	50
T50	26	3,5	5	2,0	50	1000	50
T51	26	2,4	5	2,0	50	1000	50
T52	0	1,0	5	2,0	25	1000	50
T53	0	1,4	5	2,0	25	1000	50
T54	51	4,6	6	1,4	100	500	30
T55	76	4,6	6	1,4	100	500	30
T56	100	4,6	6	1,4	100	500	30
T57	100	9,4	6	1,4	100	500	30
T58	26	4,6	6	1,4	25	1000	30
T59	26	2,3	6	1,4	25	1000	30

Tabela 8.1: Testes de medição efetuados no tubo vertical.

O teste de medição é identificado pela letra *T* seguida de um número, com dois dígitos. Cada teste se compõe de 10 *pontos locais de medição*, cujas posições radiais relativas, r/R , são padronizadas em 0,03; 0,13; 0,32; 0,52; 0,61; 0,71; 0,81; 0,85; 0,90 e 0,95. O ponto de medição é identificado acrescentando mais um dígito ao nome do teste. A relação completa dos pontos medidos está no Apêndice G.

As sondas elétricas empregadas são identificadas para, eventualmente, verificar-se algum comportamento tendencioso do instrumento.

As variáveis da aquisição são a frequência total e o intervalo de tempo da aquisição. A frequência de amostragem de cada sensor é metade da frequência total. O intervalo de tempo mostrado na tabela é a soma dos intervalos de tempo dos pontos de medição de um mesmo teste de medição.

Ainda na Tabela 8.1, os testes *T33* a *T53* ocorreram na coluna de bolhas convencional, com a sonda posicionada próxima ao topo da coluna, onde $\frac{L}{D} = 50$. Os testes *T54* a *T59* estão sendo incluídos em algumas das análises desta seção. Esses testes ocorreram à montante de um bocal convergente, na parte intermediária da coluna, onde $\frac{L}{D} = 30$.

8.1.2 Análise preliminar dos sinais de um ponto de medição

A Figura 8.1 ilustra o comportamento típico de diversas funções que são obtidas dos sinais de uma aquisição. Os gráficos à esquerda da figura são referentes ao sensor longo, *S1*; os gráficos à direita são referentes ao sensor curto, *S2*. Estão mostrados, em função dos níveis de voltagem, os gráficos da função densidade de probabilidade, Figura 8.1.a, da respectiva função de probabilidade acumulada, Figura 8.1.b, o número de bolhas identificadas no intervalo de tempo amostrado, Figura 8.1.c, o tempo médio de residência na fase ar, Figura 8.1.d, e a segunda derivada da função de tempo médio, Figura 8.1.e.

A função densidade de probabilidade indica a quantidade relativa de ocorrências em

cada nível de voltagem. A Figura 8.1.a mostra que há maior concentração de ocorrências nos extremos, os quais representam as fases água e ar, e concentração moderada para as voltagens intermediárias.

A função de probabilidade acumulada, Figura 8.1.b, é obtida integrando a função de densidade de probabilidade. Essa função coincide com a fração de residência da fase líquida, para cada nível de corte.

A função de número de bolhas, Figura 8.1.c, mostra a quantidade de bolhas presente no sinal em função do nível de corte escolhido. Exibe um pico nos menores valores de voltagem, em que o sinal apresenta oscilações e ruídos.

Nenhuma das três funções acima citadas exibe, além da voltagem inicial e final, algum outro ponto característico.

A função de tempo médio de residência na fase ar, Figura 8.1.d, é obtida dividindo o tempo de residência total na fase ar pelo número de bolhas. O tempo total é calculado com a fração de vazios que, por sua vez, é o complemento da função de probabilidades acumulada. A função de tempo médio define um terceiro ponto característico do sinal, que ocorre devido à transição abrupta entre o intervalo que caracteriza a fase líquida e a região intermediária. Esse ponto é claramente observado na Figura 8.1.e, que mostra o afastamento repentino da segunda derivada do tempo médio do valor zero. A função da segunda derivada é introduzida porque facilita o algoritmo numérico usado para identificar esse terceiro ponto característico, que define a *voltagem de referência de corte*.

Na voltagem de referência de corte o fator de corte é igual a zero, $FC = 0$. Experimentalmente, observa-se que esse ponto é bem demarcado, praticamente na totalidade dos pontos medidos, em ambos os sensores. Para o fator de corte igual a 1, $FC = 1$, é adotado o maior nível de voltagem presente no sinal.

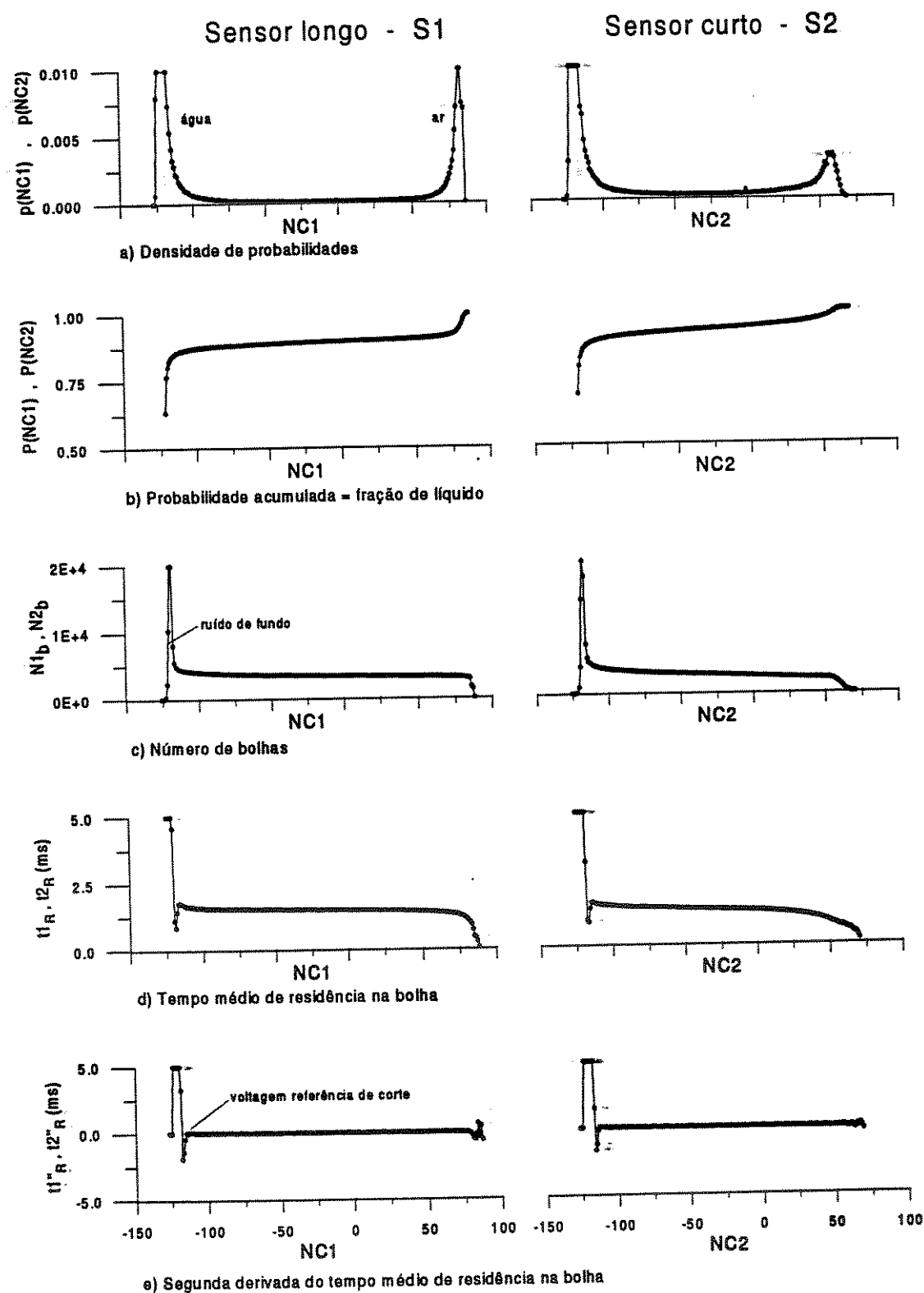


Figura 8.1: Gráficos empregados na análise preliminar dos sinais do Teste T334.

8.1.3 Comparação entre os sinais $S1$ e $S2$

Ainda na Figura 8.1, a comparação entre os gráficos referentes aos sinais $S1$ e $S2$, à esquerda e à direita da figura, respectivamente, mostra que há diferenças entre os sinais obtidos pelos sensores longo e curto. Isso porque, provavelmente, o sensor curto é mais afetado pelos efeitos da intrusividade da sonda. Certamente, a hidrodinâmica de perfuração das bolhas é diferente em cada um dos sensores. As principais diferenças devem-se ao fato de que, ao atingir o sensor curto, a bolha está afetada pelo contato com o sensor longo. Além disso, as condições de escoamento próximas ao sensor curto são prejudicadas pela presença de ambos os fios.

A Figura 8.2 mostra, para os 270 pontos de medição experimentais, os gráficos que comparam as frações de vazios e as frequências de bolhas medidas pelos sensores longo e curto. Os gráficos são repetidos para os fatores de corte $FC = 0$ e $FC = 0,20$. Para $FC = 0$, há uma diferença percentual média de 14,5% entre as frações de vazios dos sensores, enquanto que para $FC = 0,20$ a diferença aumenta para 24,8%.

No entanto, quando se analisa a frequência de bolhas, para $FC = 0$, há uma diferença percentual média menor, de 5,6%, indicando que o desvio das bolhas após a passagem pelo sensor longo pode justificar apenas uma parte da diferença percentual média da fração de vazios. Para $FC = 0,20$, a variação média aumenta para 14,1%, indicando que há mais ocorrências de sinais de baixa amplitude no sensor curto.

8.1.4 Inclinação do sinal na entrada da bolha

Cartellier[13] e [15], respectivamente em 1990 e 1992, estuda o sinal adquirido com uma sonda ótica simples que atravessa, de forma controlada, as interfaces líquido-gás. O autor analisa o aspecto do sinal e relaciona cada parcela com a posição do sensor em relação à interface. As posições, basicamente, são: na fase líquida, na interface para a fase gás, na fase gás e na interface para a fase líquida.

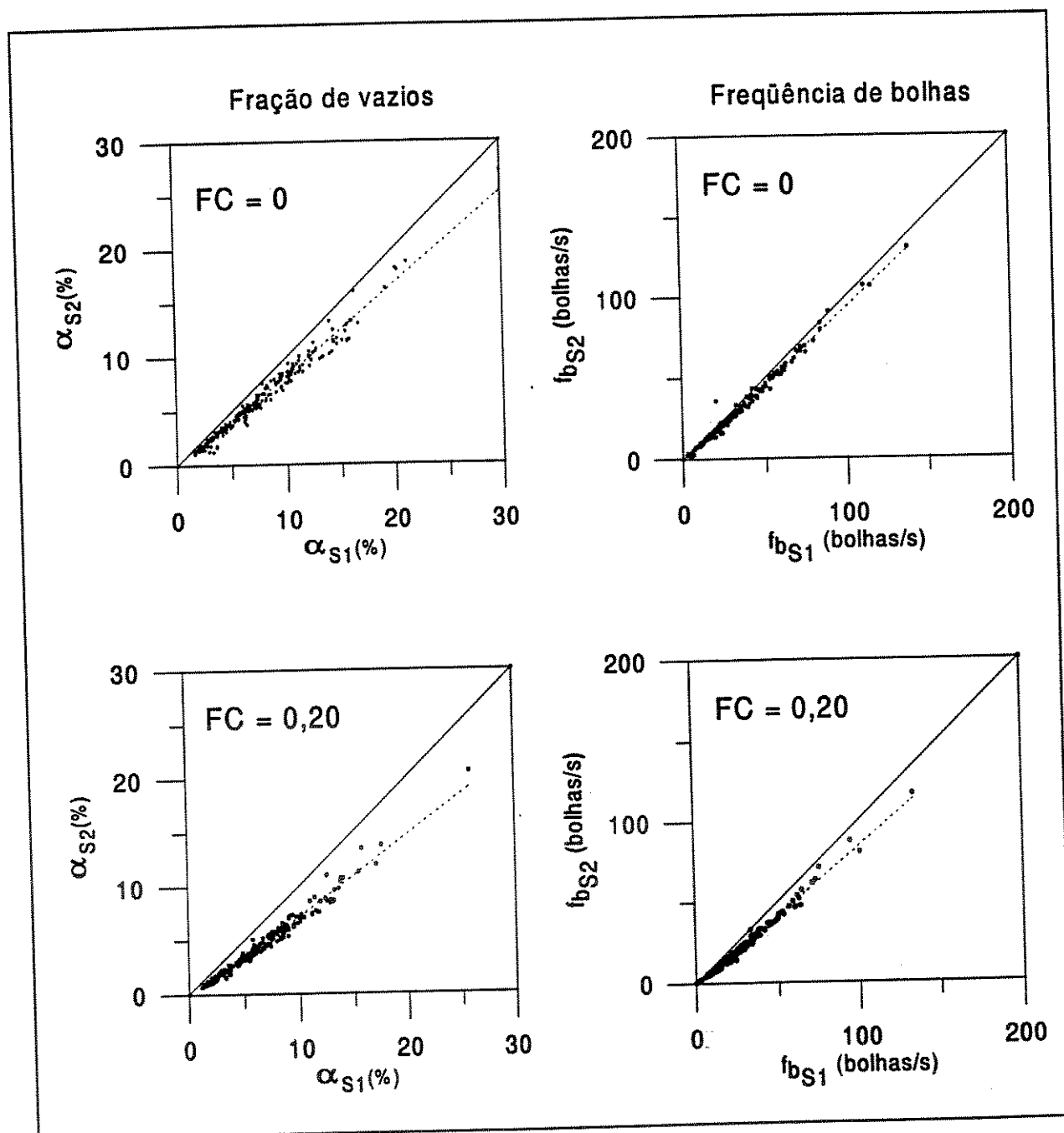


Figura 8.2: Gráficos comparando as medições efetuadas pelos sensores longo e curto.

Cartellier[13] e [15] mostra que o sinal obtido na transição da fase líquida para a fase gás, que chamamos de sinal de entrada na bolha, fornece uma escala de tempo que pode ser relacionada à velocidade da interface. Dessa forma, o autor sugere a possibilidade de uso de uma sonda simples para medir a velocidade média local das bolhas.

Seguindo a proposta de Cartellier[13] e [15], verificaremos se os sinais obtidos com a sonda elétrica também apresentam a mesma característica. Caso a proposição do autor se verifique, pode-se concluir que a hidrodinâmica do processo de perfuração da bolha determina a forma do sinal. A presente análise será em termos médios.

Para conferir se a inclinação dos sinais obtidos pela sonda elétrica são proporcionais às velocidades médias das bolhas, são usados, independentemente, os sinais do sensor longo $S1$ e os do sensor curto $S2$, referentes aos testes $T33$ a $T59$.

Tempo e comprimento característicos médios Define-se o tempo característico do sinal de uma bolha como sendo o tempo que decorre para o sinal passar do seu nível de voltagem mínimo ao máximo, com a inclinação média que o sinal apresenta entre os fatores de corte $FC = 0,10$ e $FC = 0,50$. O tempo característico médio é a média aritmética desses valores.

Porém, visando utilizar apenas os sinais com formatos bem definidos, é imposto que somente contribuem para o tempo característico médio as bolhas cuja amplitude de sinal supera o fator de corte de 0,90 e, além disso, cuja duração mínima implique em um comprimento de corda de 1,5 mm. Então

$$t_{CAR} = \frac{5}{2} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (t_{FC=0,50} - t_{FC=0,10}). \quad (8.1)$$

Define-se a distância característica média do sinal como sendo o produto do tempo característico médio pela velocidade média das interfaces, ou seja

$$x_{CAR} = \bar{v}_b t_{CAR}, \quad (8.2)$$

sendo que, $\overline{v_b}$ é a velocidade real média das bolhas no ponto medido, tabeladas no Apêndice H.

A Figura 8.3 mostra as distâncias e tempos característicos médios calculados para os 270 pontos de medição, correspondendo aos 27 testes de medições efetuados. A figura também mostra a proporção de bolhas que satisfaz às restrições acima enunciadas.

A distância média característica de $S1$ é $0,35 \text{ mm}$, enquanto a de $S2$ é $0,66 \text{ mm}$. Dessa forma, a inclinação média do sinal na entrada da bolha em $S1$ é maior do que em $S2$. A diferença é atribuída aos diferentes mecanismos de perfuração da bolha pelo sensor. As grandezas características, o tempo e o comprimento médio, parecem depender da forma como é drenada a água que envolve o sensor e da sua substituição pela fase ar. Provavelmente influem a deformação sofrida pelas bolhas, as dimensões e a geometria da sonda, as propriedades físicas dos fluidos, o desalinhamento do escoamento, a posição na superfície da bolha que é atingida pela sonda e a velocidade do escoamento.

Os testes $T52$ e $T53$ são considerados anômalos, não estando incluídos no cálculo das médias. Nesses testes, a velocidade superficial da água é zero. É possível que a redução da inércia do escoamento modifique o mecanismo de perfuração das bolhas.

8.1.5 Determinação do nível de corte

A literatura publicada cita vários critérios para separar as parcelas do sinal adquirido que são correspondentes à cada uma das fases em escoamento. O mais comum adota um nível de voltagem de corte, para separar as duas fases. A determinação do nível de corte apropriado é realizado comparando-se, por exemplo, para a fração de vazios média ou para a vazão de gás, os resultados calculados através dos sinais com os obtidos de medições experimentais diretas.

Porém, ainda há dúvidas sobre o acerto desse procedimento. O nível de corte de-

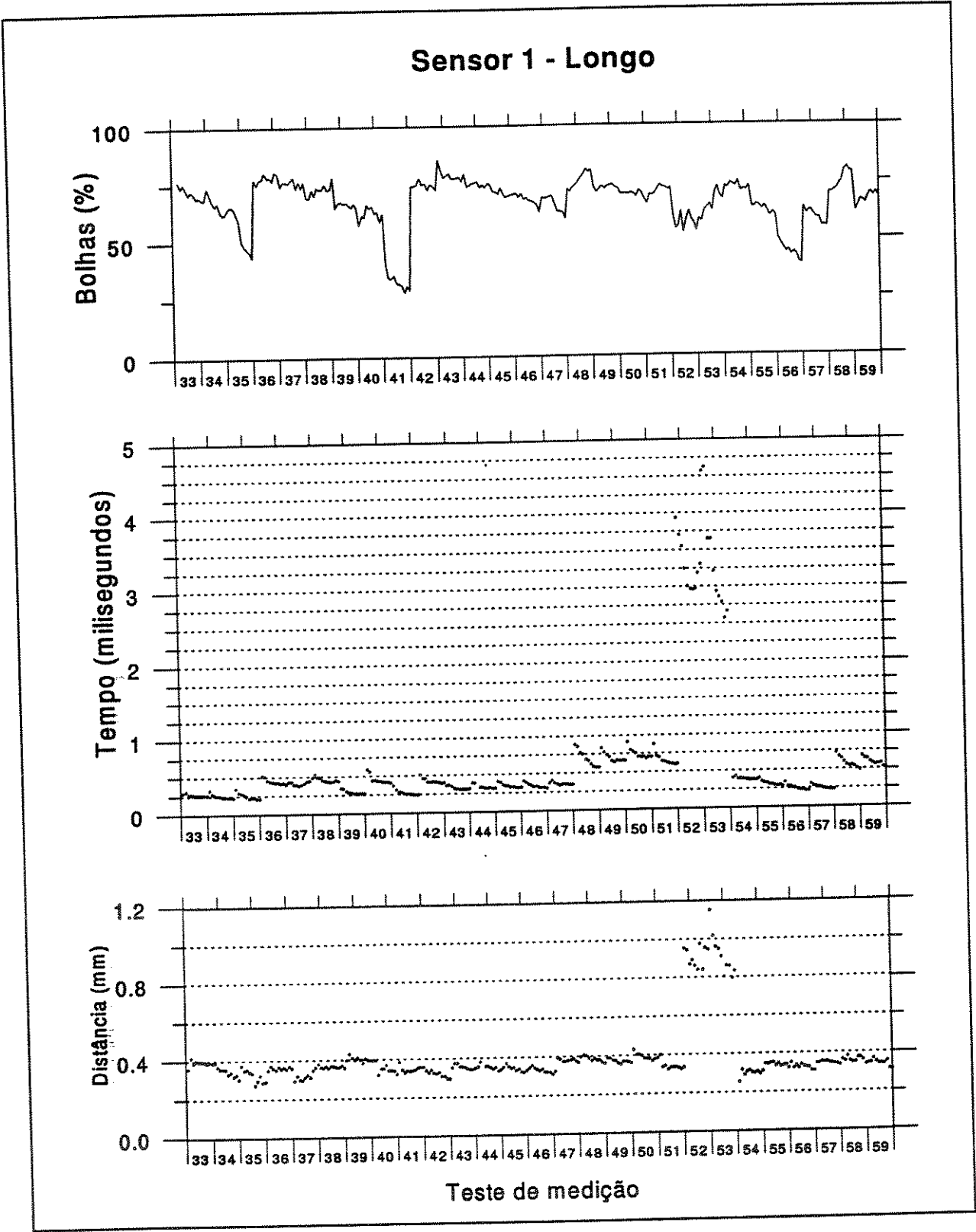


Figura 8.3: Gráficos do tempo e da distância característica média referentes ao sensor longo, S1.

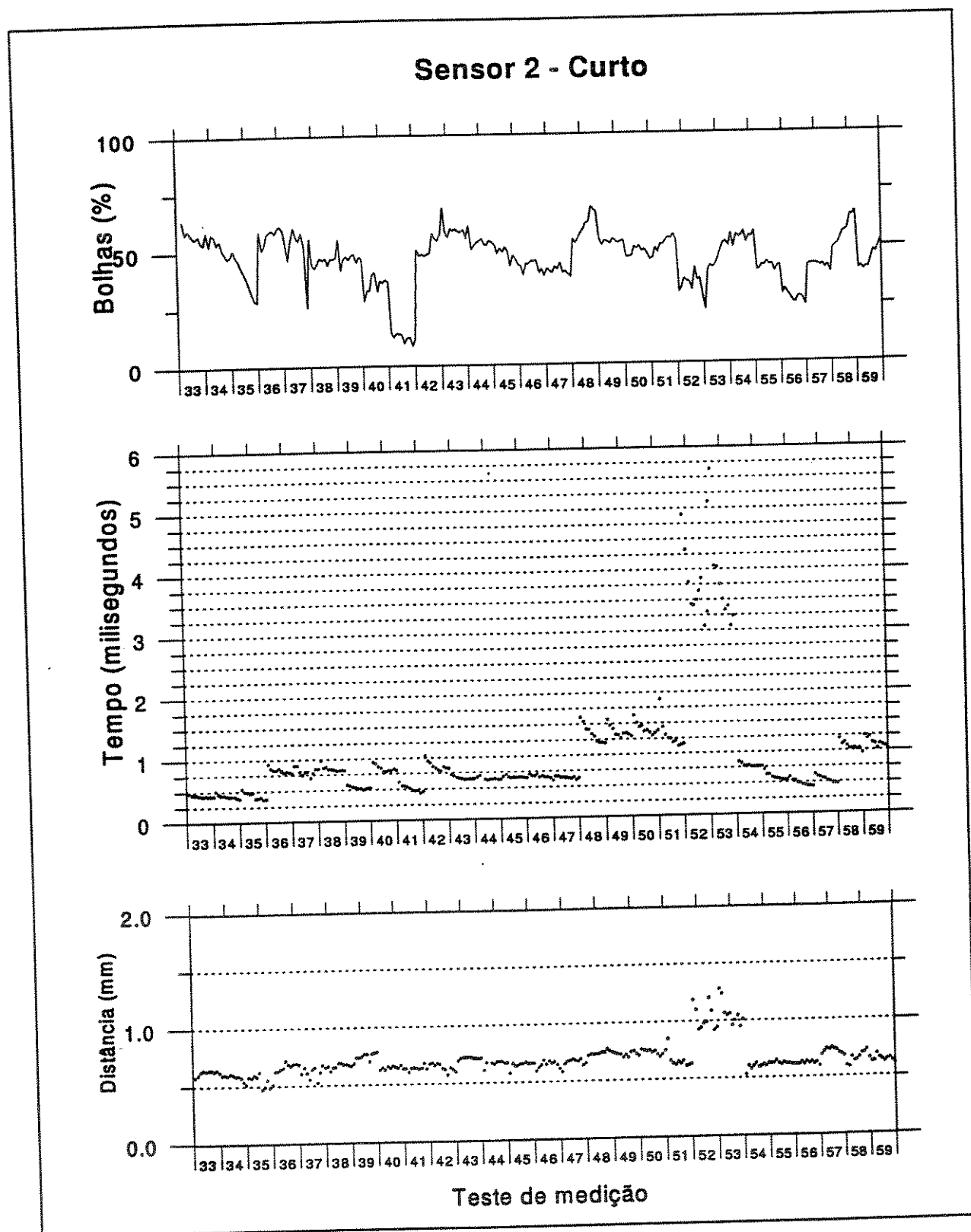


Figura 8.4: Gráficos do tempo e da distância característica média referentes ao sensor curto, S2.

pende do arranjo experimental empregado e parece ser sensível a fatores de difícil controle, tais como deposição elétrica ou agregação de impurezas nos sensores. Kocamustafaogullari e Wang[59], 1991, reportam variações nos níveis de corte dentro de uma única aquisição e sugerem o uso de diversos sub-intervalos de tempo com níveis de corte diferentes em cada um deles.

Para uma sonda ótica, Cartellier [13] e [15], em 1990 e 1992, respectivamente, analisa o problema de forma mais minuciosa e relaciona os trechos do sinal de uma bolha à posição do sensor em relação à interface. Esses trabalhos indicam que o instante de passagem do sensor pela interface corresponde a voltagens distintas conforme seja o sentido das fases. Quando o sensor passa da fase líquida para a gasosa, o nível de corte é mais baixo.

Neste trabalho, considera-se que o nível de corte é constante em toda a aquisição, mas é especificado em função da velocidade superficial de líquido. Isso porque, concluiu-se, a inércia do escoamento contribui para reduzir os efeitos da intrusividade da sonda.

A determinação de uma formulação apropriada é complicada pelo fato de que são dois os níveis de corte, $NC1$ e $NC2$. Dessa forma, torna-se necessário estabelecer o relacionamento entre eles. Para isso, é efetuada uma análise baseada nos resultados apresentados nas Seções 8.1.2 a 8.1.4 que conduzem a um modelo simplificado que representa o comportamento dos sinais originais. Esse modelo orienta a escolha da formulação, fixando o relacionamento entre os níveis de corte.

A análise apresentada é baseada em dados próprios que justificam o critério adotado. A grandeza usada para aferir os níveis de corte é a vazão de gás ou, de modo equivalente, sua velocidade superficial. Esse valor é comparado ao calculado para o teste através da integração dos resultados obtidos para 10 pontos de medição, radialmente distribuídos.

Aspecto idealizado dos sinais O aspecto idealizado é um modelo simplificado dos sinais originais, que atende às observações efetuadas neste estudo e que orienta a especificação de níveis de cortes apropriados. Considera-se que o aspecto dos sinais originais são

explicados pela hidrodinâmica do escoamento dos fluidos nas proximidades dos sensores.

A Figura 8.5 mostra, superpostos, os sinais idealizados $S1$ e $S2$ de uma bolha, que resultam das análises apresentadas nas Seções 8.1.2 a 8.1.4. A posição relativa entre os sinais dos sensores longo e curto pode variar, para atender aos diversos casos descritos na Seção 6.1.4. A figura mostra que, em média, os sinais dos sensores $S1$ e $S2$ têm durações diferentes, assim como diferentes inclinações na parte inicial do sinal.

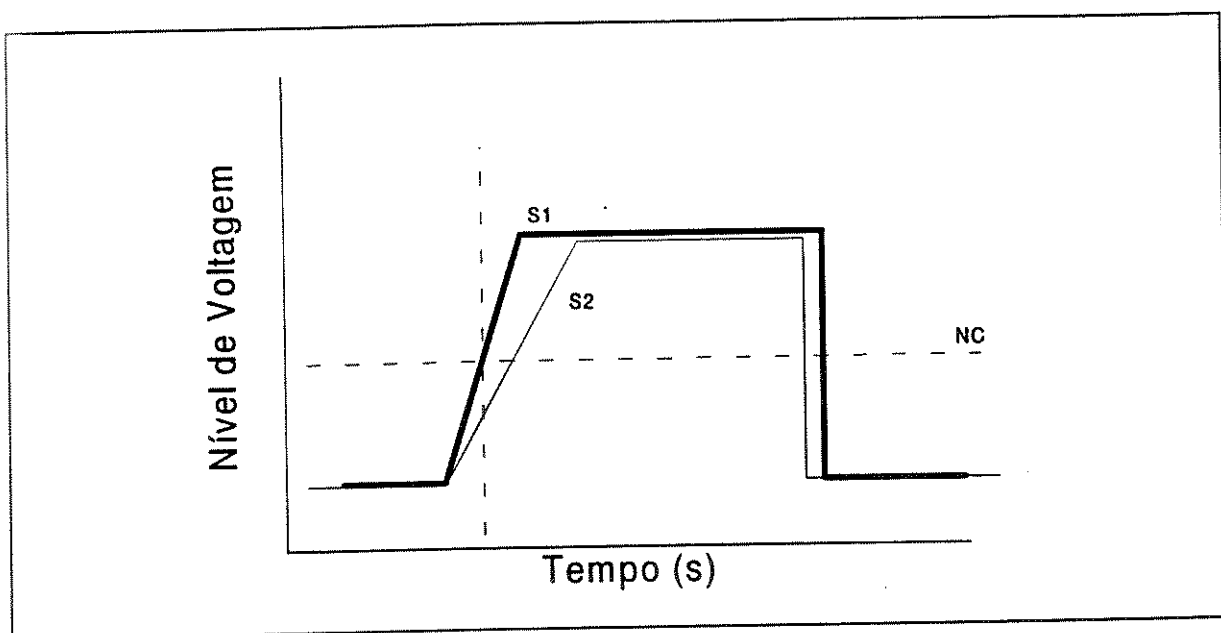


Figura 8.5: Ilustração do aspecto idealizado para os sinais adquiridos.

As implicações e justificativas desse aspecto idealizado para os sinais são:

1. o tempo médio de residência no sensor 1 é, em média, maior que no sensor 2. Se $FC = 0$, a diferença experimental observada é de 8,9%;
2. A frequência de bolhas no sensor 1 é maior que no sensor 2. Assume-se que não há relação entre as bolhas que escapam de um sensor e as respectivas velocidades ou tamanho. Dessa forma, a distribuição de velocidades aparentes não é modificada pela redução no número de bolhas;
3. Assume-se que o sensor 1 representa melhor os dados referentes à presença da fase ar do que o sensor 2, uma vez que é menos influenciado pela intrusividade. Dessa

forma, as medições adotadas para o comprimento de cordas e fração de vazios é a medida pelo sensor 1;

4. a única informação proveniente do sensor 2 que é utilizada é o instante de contato com a fase gás, que é empregada para o cálculo da velocidade aparente da bolha;
5. os fatores de corte são maiores ou iguais a zero, ou seja para $FC = 0$ a fração de vazios medida pelo sensor é, no mínimo, igual à real.
6. os sinais originais $S1$ e $S2$ apresentam diferentes inclinações na entrada da bolha, que se devem a diferentes mecanismos da hidrodinâmica de perfuração das bolhas. Por isso, é considerada a hipótese de uma diminuição do nível de corte do sensor $S2$ para compensar esse efeito.
7. os sinais não trazem a informação de como a intrusividade afeta o instante de início dos sinais. Considerando que o sinal do sensor $S2$ seja retardado, confirma-se que seu nível de corte deva ser rebaixado.

Opções propostas para avaliar os níveis de corte Para avaliar a influência dos níveis de corte são adotadas várias opções de corte. A *opção de corte* é definida pela combinação de três fatores: o *fator de corte*, a *hipótese de distribuição de γ_0* e a *forma de corte*.

O *fator de corte*, já definido, é a posição relativa do nível de corte, entre o nível de voltagem de referência e o nível máximo de voltagem do sinal. Os fatores de corte testados são 0%, 5%, 10%, 15%, 20%, 30% e 40%.

As hipóteses de distribuição de γ_0 são as três consideradas neste trabalho, ou seja distribuição uniforme, que é identificada pela letra Q , ângulo constante, letra P , e distribuição uniforme dentro de um setor cônico, letra W .

A *forma de corte* é postulada para estabelecer o relacionamento entre os fatores de corte dos dois sinais, ou seja entre $FC1$ e $FC2$. São testadas três formas de corte.

Duas delas surgem, como sendo prováveis, da análise do aspecto idealizado dos sinais. A primeira, identificada pela letra *A*, consiste em aplicar o mesmo fator de corte para os dois sinais da sonda. Na segunda, identificada pela letra grega α , aplicam-se fatores de corte nos sinais *S1* e *S2* visando aproximar as frações de vazios, ou seja, que façam $\alpha_{S1} \sim \alpha_{S2}$. A terceira opção testada é a apresentada em Dias *et al*[30], em que se procura o nível de corte que faz o tempo médio da fase ar do sinal *S1* igualar ao tempo médio resultante das distribuições que são calculadas pelo método. Essa forma de corte, identificada pela letra *B*, implica em um processo iterativo.

Resumindo, são 34 as opções de corte testadas, que passam a ser identificadas pela combinação dos símbolos acima definidos ou, para facilitar a construção de gráficos, por um número sequencial. As opções de corte são:

1 - <i>P0A</i> ,		14 - <i>Q0A</i> ,		23 - <i>W0A</i> ,		32 - <i>PB</i> ,
2 - <i>P5A</i> ,	08 - <i>P5α</i> ,	15 - <i>Q5A</i> ,	19 - <i>Q5α</i> ,	24 - <i>W5A</i> ,	28 - <i>W5α</i> ,	33 - <i>QB</i> ,
3 - <i>P10A</i> ,	09 - <i>P10α</i> ,	16 - <i>Q10A</i> ,	20 - <i>Q10α</i> ,	25 - <i>W10A</i> ,	29 - <i>W10α</i> ,	34 - <i>WB</i> .
4 - <i>P15A</i> ,	10 - <i>P15α</i> ,	17 - <i>Q15A</i> ,	21 - <i>Q15α</i> ,	26 - <i>W15A</i> ,	30 - <i>W15α</i> ,	
5 - <i>P20A</i> ,	11 - <i>P20α</i> ,	18 - <i>Q20A</i> ,	22 - <i>Q20α</i> ,	27 - <i>W20A</i> ,	31 - <i>W20α</i> ,	
6 - <i>P30A</i> ,	12 - <i>P30α</i> ,					
7 - <i>P40A</i> ,	13 - <i>P40α</i> ,					

Aferição das opções de corte A velocidade superficial calculada com a vazão de ar medida na placa de orifício é usada para aferir as opções de corte. Essa velocidade superficial é comparada com a calculada através da Equação 5.66, que soma os volumes das bolhas em escoamento. A distribuição de diâmetros e a frequência de bolhas na seção transversal são obtidas através das equações mostradas na Seção 5.4. Para isso, as distribuições locais de diâmetro das bolhas e as respectivas frequências locais são calculadas através do método desenvolvido neste trabalho. As distribuições locais aparentes são obtidas com as opções de corte.

Ajuste entre as velocidades superficiais A Figura 8.6 mostra os gráficos das velocidades superficiais de ar, calculadas com a Equação 5.66, para cada opção de corte, para os testes *T33*, *T36*, *T47*, *T51*, *T53* e *T57*. Esses testes são típicos e representam as faixas de velocidades superficiais de água testadas. As opções de corte estão representadas nos

gráficos pelo número sequencial, entre 1 e 34.

As linhas horizontais indicam as velocidades superficiais calculadas da vazão de ar medidas na placa de orifício. A linha contínua central refere-se ao valor nominal lido e as outras duas linhas tracejadas indicam a faixa de tolerância, que admite um desvio de 5% somado a um erro equivalente a 1 mm na leitura do manômetro diferencial que mede a diferença de pressão na placa de orifício. Os desvios englobam tanto os erros referentes à aferição como os estimados para o processo de média. De maneira geral, verifica-se que o critério de comparação das velocidades superficiais satisfaz a um grande número de opções de corte.

Uma análise mais detalhada dos dados mostra a tendência do nível de corte diminuir quando a velocidade superficial de água aumenta. Por essa razão, testou-se três fórmulas, denominadas por *suma1*, *suma2* e *suma3*, que associam o nível de corte à velocidade superficial de água. A Tabela 8.2 detalha essas fórmulas, em que são adotadas a forma de corte identificada pela letra grega α e a hipótese de ângulo de desvio constante, identificada pela letra P.

J_L (cm/s)	<i>suma1</i>	<i>suma2</i>	<i>suma3</i>
0	$P15\alpha$	$P20\alpha$	$P15\alpha$
25	$P15\alpha$	$P15\alpha$	$P10\alpha$
50	$P10\alpha$	$P10\alpha$	$P10\alpha$
75	$P10\alpha$	$P5\alpha$	$P5\alpha$
100	$P5\alpha$	$P5\alpha$	$P5\alpha$

Tabela 8.2: Fórmulas de corte em função da velocidade superficial de água.

A Tabela 8.3 mostra, para todos os testes efetuados, a variação média percentual entre as velocidades superficiais de ar nominais e as calculadas pelo método, para cada opção de corte. Mostra também o respectivo desvio padrão e o número de testes cujos resultados estão dentro da faixa de desvios adotada de 5% mais um erro equivalente a 1 mm de leitura do manômetro diferencial de pressão.

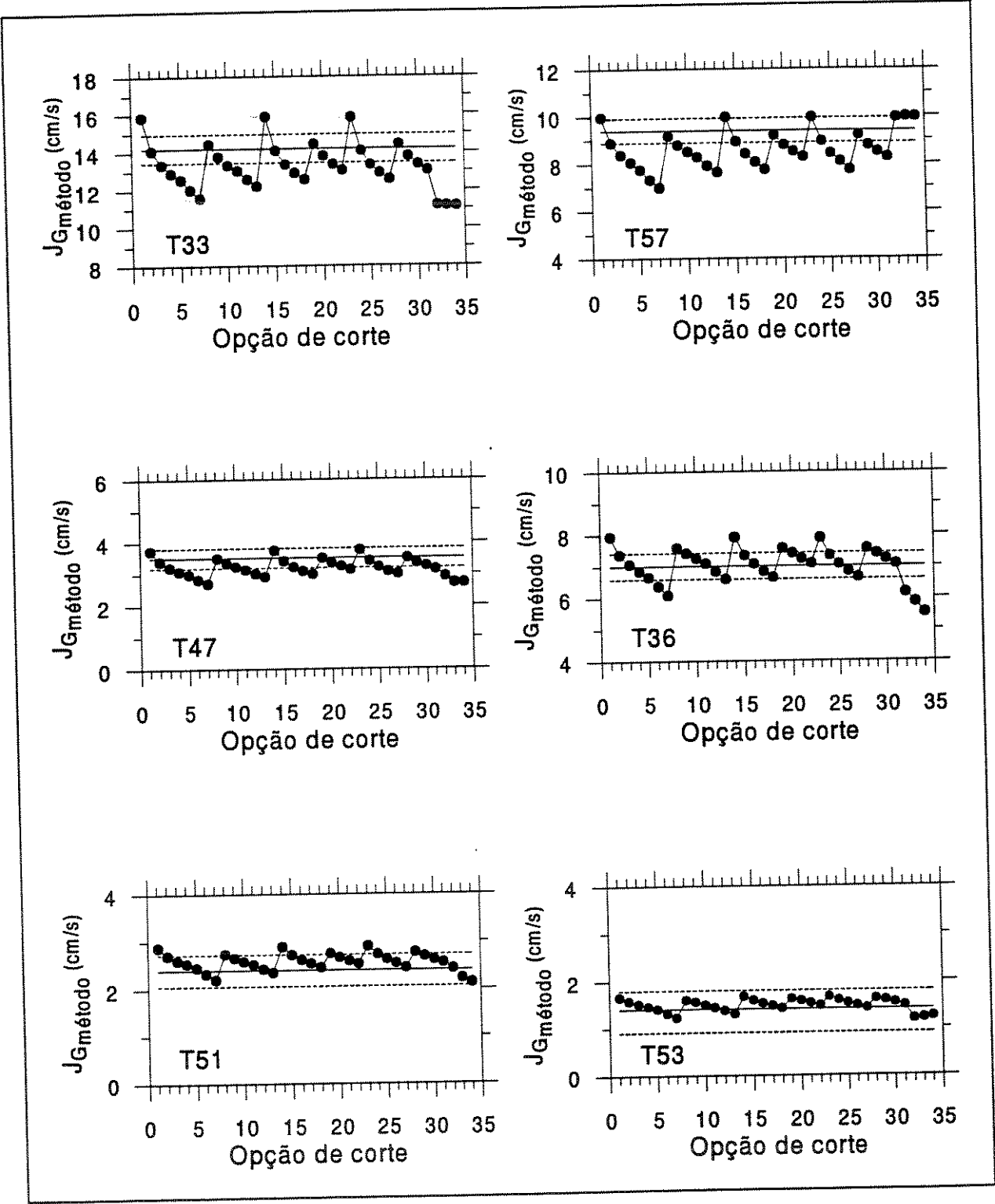


Figura 8.6: Gráficos da velocidade superficial calculada para o gás em função da opção de corte.

Corte	N	Média	Desvio	Corte	N	Média	Desvio	Corte	N	Média	Desvio
P0A	11	-8,2	9,8	Q0A	11	-8,3	9,8	W0A	10	-8,3	9,9
P5A	21	1,6	9,3	Q5A	21	1,4	9,3	W5A	20	1,3	9,4
P10A	15	6,4	9,2	Q10A	14	6,3	9,3	W10A	13	6,4	9,4
P15A	12	9,9	9,2	Q15A	12	9,9	9,2	W15A	12	10,0	9,2
P20A	11	13,1	9,2	Q20A	11	13,1	9,2	W20A	11	13,2	9,2
P30A	6	17,9	8,8								
P40A	5	22,2	8,8								
P5 α	15	-0,9	9,5	Q5 α	16	-1,0	9,5	W5 α	16	-1,1	9,6
P10 α	19	2,9	9,3	Q10 α	18	2,8	9,4	W10 α	19	2,7	9,5
P15 α	16	5,9	9,2	Q15 α	16	5,9	9,2	W15 α	16	5,8	9,3
P20 α	13	8,5	9,1	Q20 α	13	8,4	9,2	W20 α	13	8,4	9,3
P30 α	11	12,6	9,1								
P40 α	9	16,1	9,2								
PTM	11	6,5	17,4	QTM	10	8,9	18,3	WTM	7	10,7	18,9
suma1	20	1,6	8,7	suma2	22	1,4	7,9	suma3	21	0,7	8,4

Tabela 8.3: Desvios obtidos com o método proposto em função das opções de corte.

Em média, a velocidade superficial calculada diminui com o aumento do fator de corte. Para $FC = 0$ os desvios são negativos indicando que superestima as velocidades reais. O fato do desvio padrão manter valores próximos indica que os dados experimentais exibem um espalhamento que se mantém, independente da forma de corte utilizada. Observa-se que a fórmula denominada de *suma2* apresenta o melhor ajuste com os dados experimentais.

Comparação entre as hipóteses de distribuição de ângulos de desvio. Há grande semelhança entre as respostas obtidas com as três hipóteses de distribuição adotadas para o ângulo γ , conforme indica o comportamento cíclico que surge na Figura 8.6 e as variáveis estatísticas mostradas em cada linha da Tabela 8.3.

Uma análise mais cuidadosa mostra que é a relação $\frac{\sigma_z}{v_{bz}}$, empregada como parâmetro na formulação, que se mantém aproximadamente constante. Assim a mudança na hipótese da distribuição passa a ter menor influência nos resultados finais, sendo compensada pelo ângulo limite γ_0 , que é calculado para cada hipótese. Dessa forma, para conhecer a distribuição real do ângulo γ torna-se necessário uma informação adicional que tem pouca interferência no método proposto.

8.2 Resultados obtidos no tubo vertical

Nesta seção são mostrados os resultados obtidos para os testes experimentais *T33* a *T53*, usando o método desenvolvido neste trabalho. São empregados os níveis de corte selecionados no item anterior, Seção 8.1.5.

As grandezas de interesse no estudo do escoamento bifásico podem ser agrupadas em distribuições locais, distribuições na seção transversal, grandezas médias locais e grandezas médias na seção transversal. Todas são médias temporais.

8.2.1 Distribuições locais

Velocidades das bolhas A Figura 8.7 mostra, como exemplo típico, os gráficos referentes aos pontos medidos do teste *T44*. Cada gráfico mostra, sobrepostas, as distribuições de velocidades reais e aparentes de um ponto de medição. A velocidade superficial de água desse teste é 76 cm/s , enquanto que a de ar é 7 cm/s .

A análise conjunta dos pontos medidos confirma que a velocidade média das bolhas é praticamente uniforme na região central do tubo, decaindo rapidamente nas proximidades da parede.

Os gráficos mostram um estreitamento nas distribuições de velocidade reais, em relação às distribuições aparentes, que decorre da aplicação das funções de transferência. Em consequência, o desvio padrão das distribuições reais é menor. Observa-se, também, que as distribuições da velocidade real nos pontos mais próximos ao centro do tubo apresentam menores desvios padrões. Isso porque as bolhas que atingem o sensor que é posicionado nessa região têm velocidades mais uniformes, uma vez que o gradiente lateral de velocidades é menor. Para confirmar a maior uniformidade nas velocidades das bolhas que estão na região central do tubo, a Figura 8.8 mostra para diferentes testes de medição, as respectivas distribuições de velocidades.

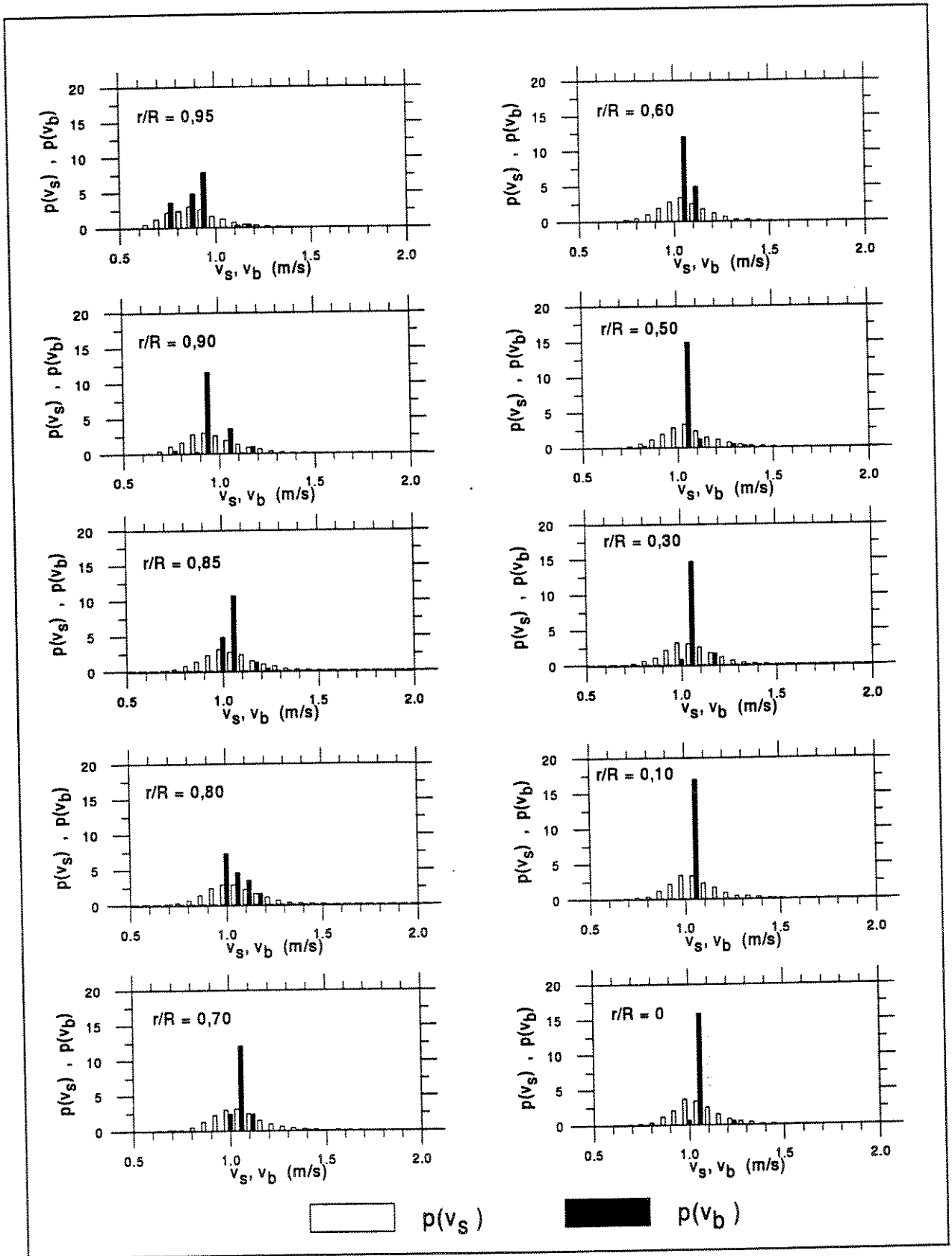


Figura 8.7: Gráficos das distribuições reais e aparentes de velocidades do Teste $T44$, realizado com $J_L = 76 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7 \text{ cm/s}$.

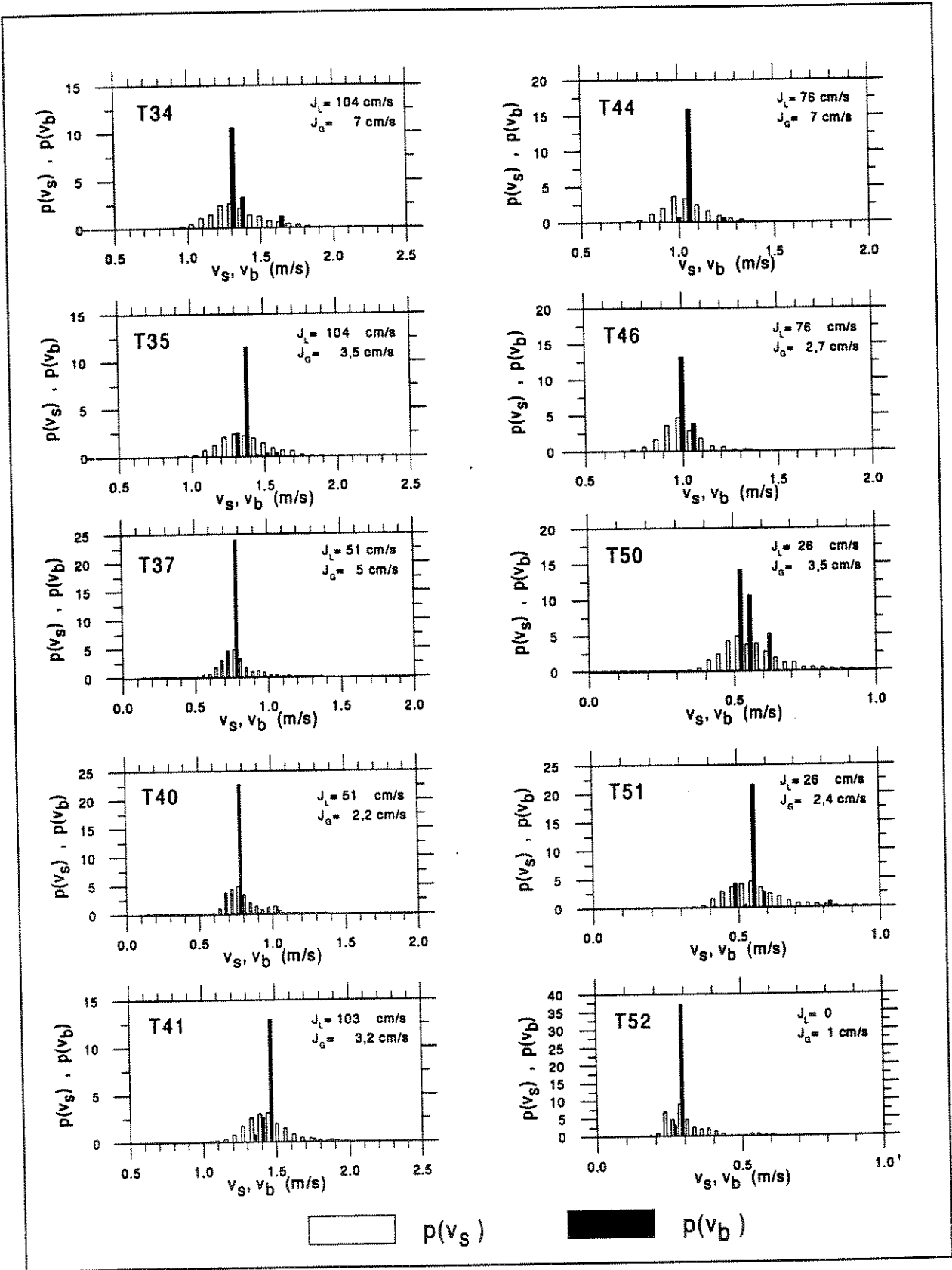


Figura 8.8: Gráficos das distribuições reais e aparentes de velocidades no centro do tubo.

Diâmetro de bolhas Na Figura 8.9 estão as distribuições de comprimento de cordas aparentes e diâmetros reais referentes às diversas posições radiais do teste $T44$. A Figura 8.10 mostra as distribuições medidas no centro do tubo em diversos testes.

Observa-se que os diâmetros reais calculados se concentram em uma faixa de valores mais elevados do que o das cordas medidas. Esse fato também decorre da aplicação da função de transferência.

8.2.2 Grandezas médias locais

Fração de vazios A Figura 8.11 mostra os gráficos das frações de vazios medidas pelos sensores longo e curto em função da distância radial. Os testes são os $T33$ a $T53$, agrupados em cinco gráficos, em função da velocidade superficial de líquido. As curvas mostram a aproximação entre as frações de vazios medidas pelos dois sensores.

Observa-se que à medida em que a velocidade superficial do líquido aumenta, ocorre uma maior concentração da fração de vazios próxima à parede do tubo. Esse fato é extensamente comprovado na literatura, tanto teórica como experimentalmente, por exemplo em Bertodano *et al*[7] ou Serizawa *et al*[93]. O fenômeno deve-se à ação de forças que decorrem da turbulência do escoamento associadas à força de sustentação lateral.

Os gráficos referentes às velocidades superficiais de líquido de 26 cm/s e, principalmente, 51 cm/s mostram uma mudança no comportamento da fração de vazios com o aumento da velocidade superficial do gás. No gráfico de $J_L = 26 \text{ cm/s}$, para a menor velocidade superficial de gás, $J_G = 2,4 \text{ cm/s}$, o pico de concentração da fração de vazios está no centro do tubo. A medida que a vazão de gás aumenta, para $J_G = 3,5$ e $5,0 \text{ cm/s}$, observa-se uma mudança no comportamento, sendo que as curvas mostram um ligeiro aumento na fração de vazios próximo à parede. Um comportamento semelhante às destas curvas ocorre para $J_L = 51 \text{ cm/s}$, com $J_G = 2,2$ e $3,5 \text{ cm/s}$. A partir daí, com o aumento da vazão de gás, o pico na parede se torna mais pronunciado.

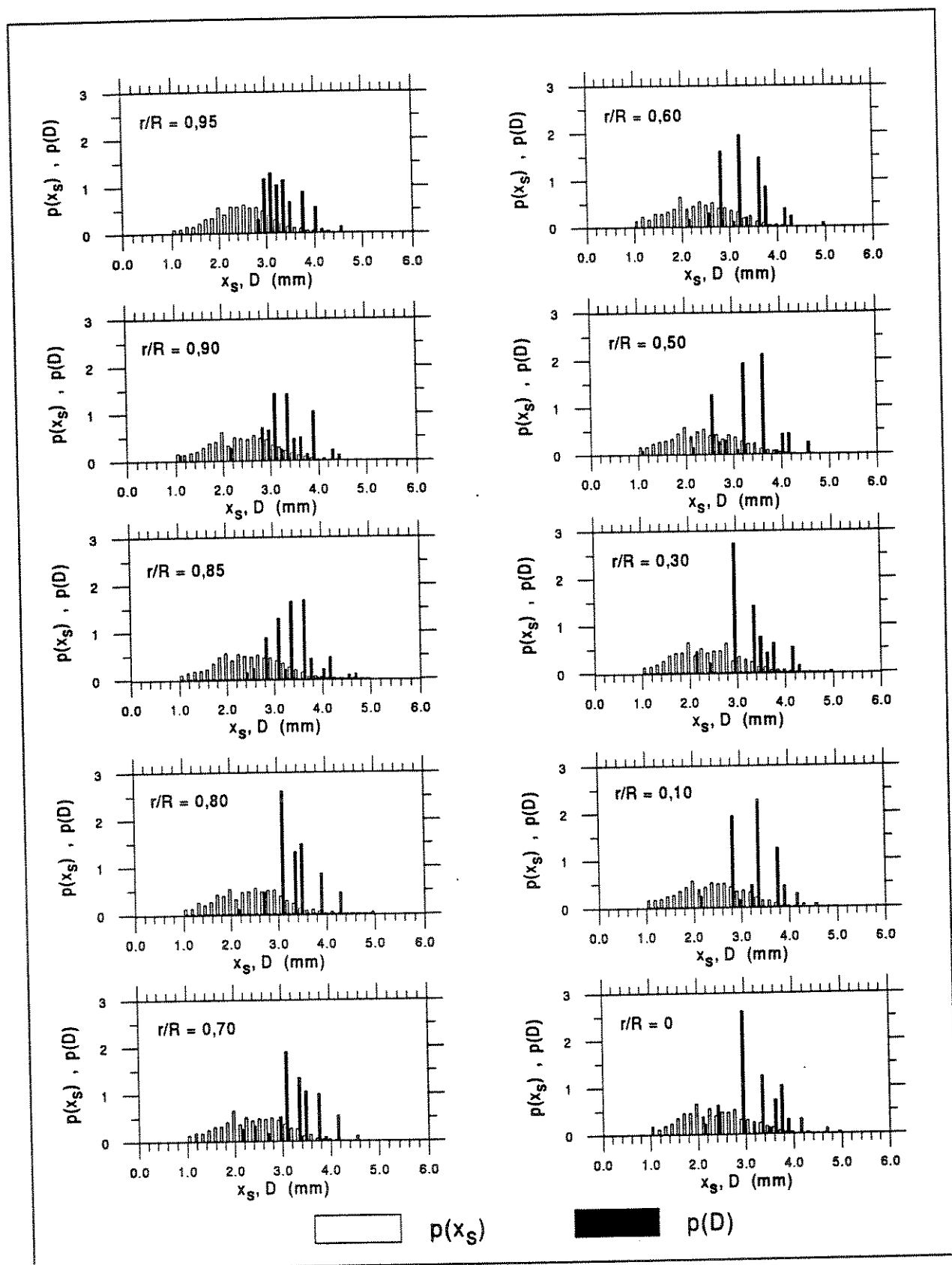


Figura 8.9: Gráficos das distribuições de cordas medidas e de diâmetros de bolhas reais do Teste $T44$, realizado com $J_L = 76 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7 \text{ cm/s}$.

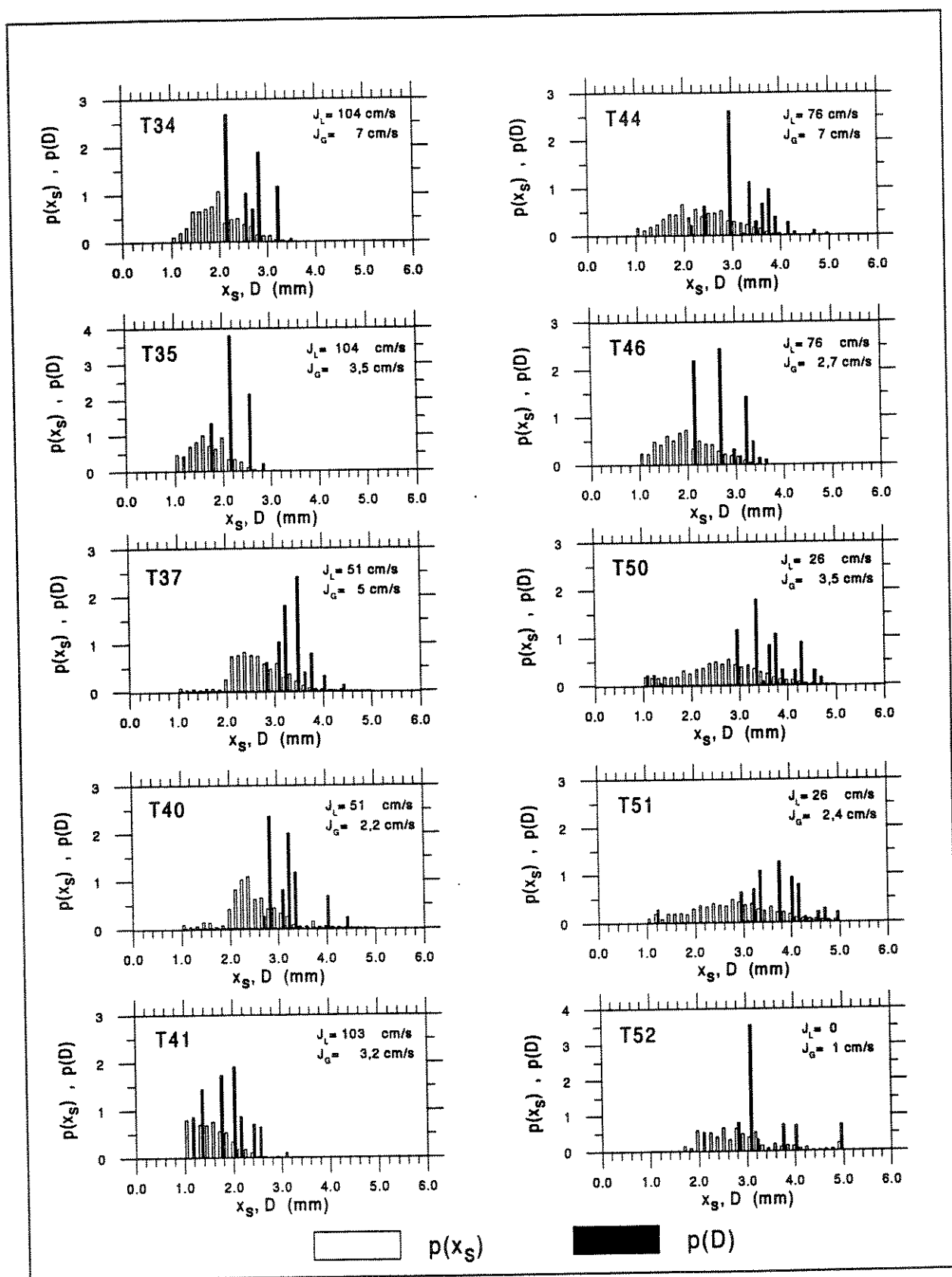


Figura 8.10: Gráficos da distribuição de cordas medidas e diâmetros calculados para o centro do tubo.

Deve-se mencionar que há uma outra grandeza que pode influir nesse comportamento, além das velocidades superficiais dos fluidos, que é o diâmetro das bolhas. Nos próximos itens, é mostrado que o diâmetro das bolhas variou com o teste efetuado, em função das características do misturador.

Velocidade de bolhas A Figura 8.12 mostra as velocidades médias locais das bolhas, referentes aos mesmos testes da figura anterior. A velocidade média é calculada a partir da distribuição local de velocidades reais das bolhas, obtida com o método proposto neste trabalho.

O perfil do gráfico de velocidades de bolhas é plano reduzindo-se apenas na região próxima à parede. Esse perfil é mais achatado do que o clássico perfil de coeficiente $1/7$ que ocorre no escoamento monofásico turbulento.

Embora não tenhamos medido a velocidade da fase líquida, espera-se para essa fase um perfil similar ao da fase gasosa. Isso concorda com trabalhos publicados anteriormente, por exemplo Ishii e Mishima[51], de 1984, que indicam que a velocidade relativa tem pouca variação com a posição radial. As simulações numéricas efetuadas neste trabalho também confirmam essa condição.

Frequência de bolhas A Figura 8.13 mostra a frequência com que as bolhas atingem os sensores longo e curto. Novamente, verifica-se a semelhança entre os valores medidos pelos dois sensores.

O comportamento da frequência de bolhas é semelhante ao da fração de vazios, mostrando que a maior concentração da fase gasosa próxima à parede, que ocorre mais claramente para $J_L \geq 76 \text{ cm/s}$, é devida a uma maior concentração de bolhas nessa região e não, somente, a um eventual aumento no tempo de residência das bolhas devido à redução de velocidades.

Fração de vazios (%) x Posição radial relativa

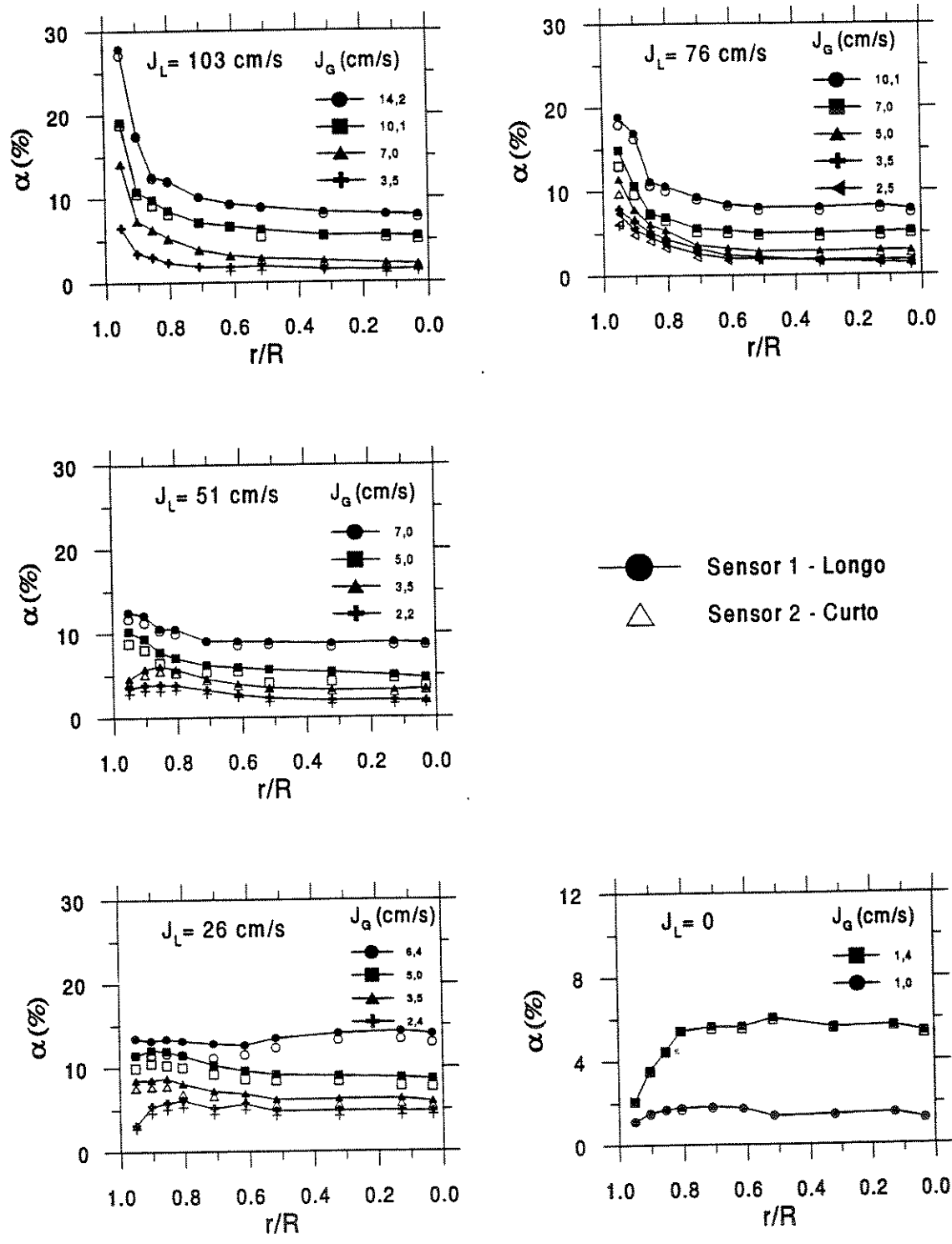


Figura 8.11: Gráficos das frações de vazios medidas nos testes do tubo vertical.

Velocidade de bolha (m/s) x Posição radial relativa

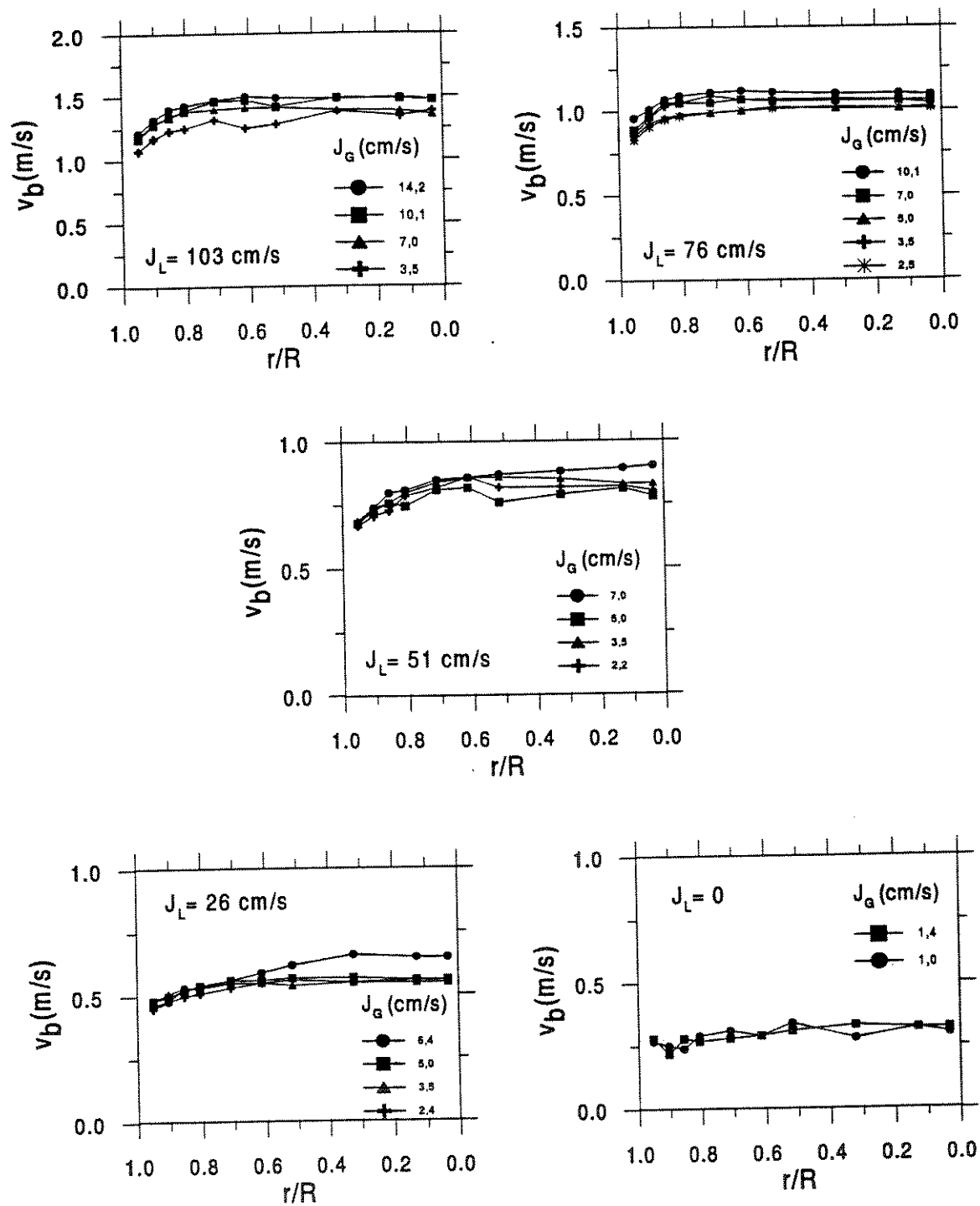


Figura 8.12: Gráficos das velocidades das bolhas medidas nos testes do tubo vertical.

Freqüência (bolhas/s) x Posição radial relativa

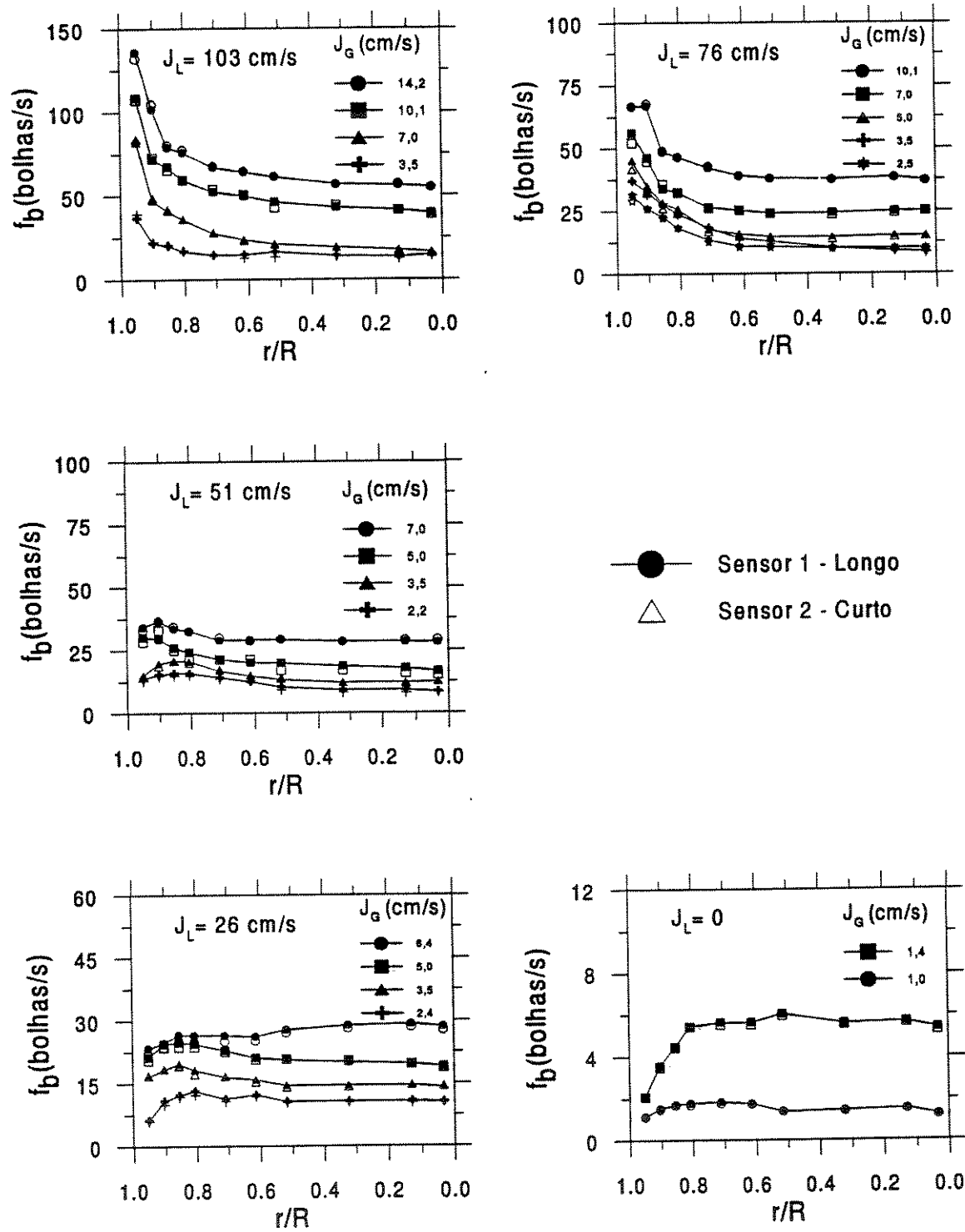


Figura 8.13: Gráficos das frequências das bolhas medidas nos testes do tubo vertical.

Diâmetro de bolhas A Figura 8.14 mostra os diâmetros médios obtidos das distribuições de diâmetros locais calculadas com o método proposto neste trabalho. De maneira geral, há uma pequena variação dos diâmetros com a posição radial. Comparando esses gráficos com os da fração de vazios, apresentados na Figura 8.11, conclui-se que são as bolhas com diâmetros maiores que tendem a se localizar nas regiões em que há maior fração de vazios. Ou seja, esses resultados parecem indicar que as forças que provocam a concentração de bolhas são mais atuantes em bolhas de maior tamanho.

Pode-se observar que existe dependência entre o diâmetro médio de bolhas que são geradas no misturador e as vazões de água e ar. À medida em que a velocidade de água aumenta, o diâmetro das bolhas diminui. À medida em que a vazão de ar aumenta o diâmetro das bolhas aumenta. Essas observações são coerentes aos mecanismos de formação de bolhas por injeção de gás em meios contínuos líquidos através de pequenos orifícios.

Densidade de área interfacial A Equação 5.59 mostra que a densidade de área interfacial é proporcional à frequência de bolhas e a média do inverso da velocidade real, sendo, ainda, influenciada pela distribuição do ângulo cônico ϕ . Considerando que a distribuição do ângulo ϕ é a fixada pela Equação 5.43, temos que

$$\overline{a_i} = 4f_b \overline{\left(\frac{1}{|v_b|} \right)}. \quad (8.3)$$

A Figura 8.15 mostra os gráficos da densidade local de área interfacial, calculadas pela Equação 8.3. Como é esperado, a partir da análise dessa equação, o comportamento dos gráficos da densidade de área interfacial seguem os da frequência de bolhas. A média do inverso da velocidade real atua, nos casos em que há concentração de ar próximo à parede, ressaltando a diferença entre esses valores e os que ocorrem no centro do tubo. Para os casos em que a velocidade superficial de água é baixa, esse termo tende a amenizar as diferenças entre as duas regiões.

Diâmetro médio (mm) x Posição radial relativa

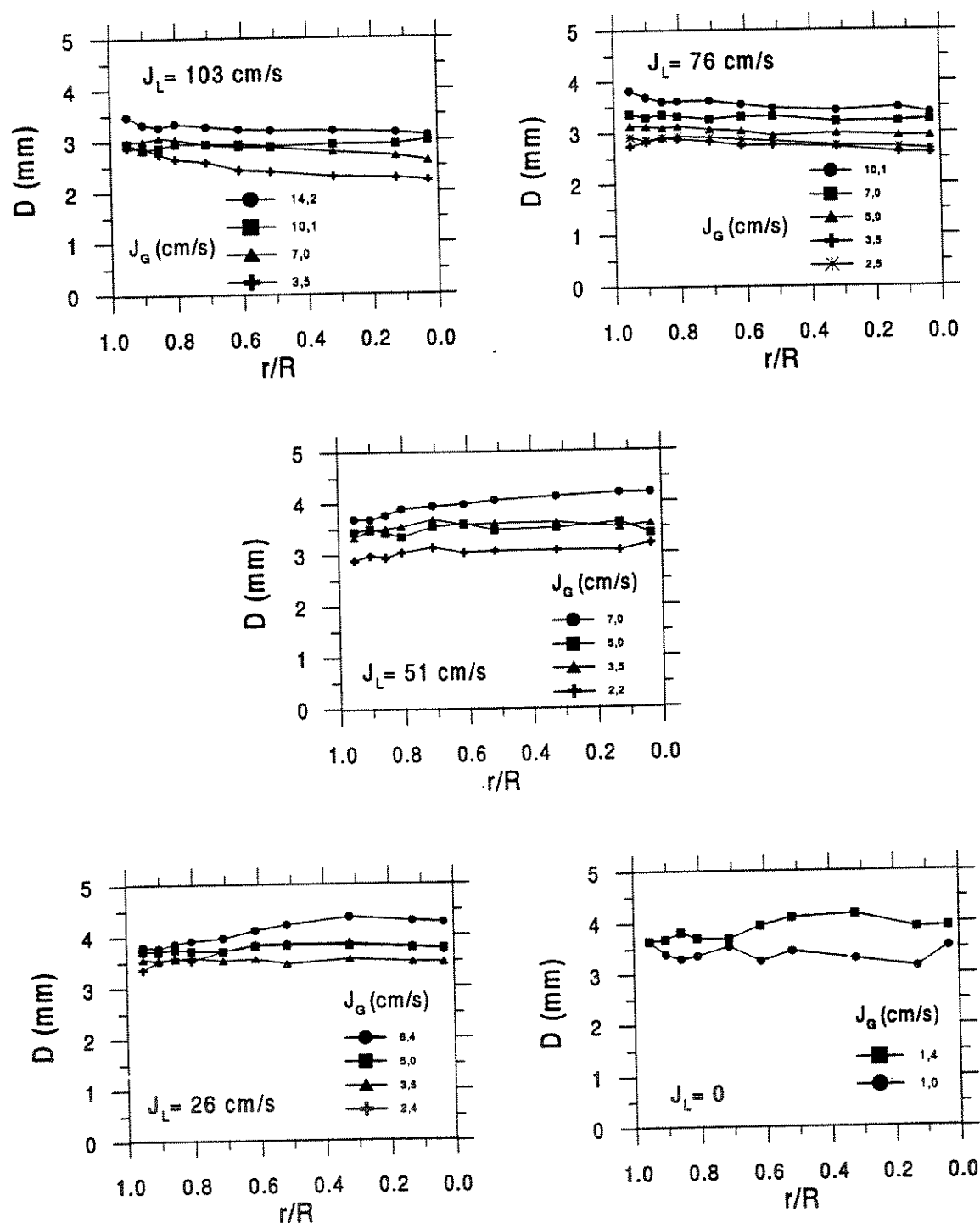


Figura 8.14: Gráfico dos diâmetros médios medidos nos testes do tubo vertical.

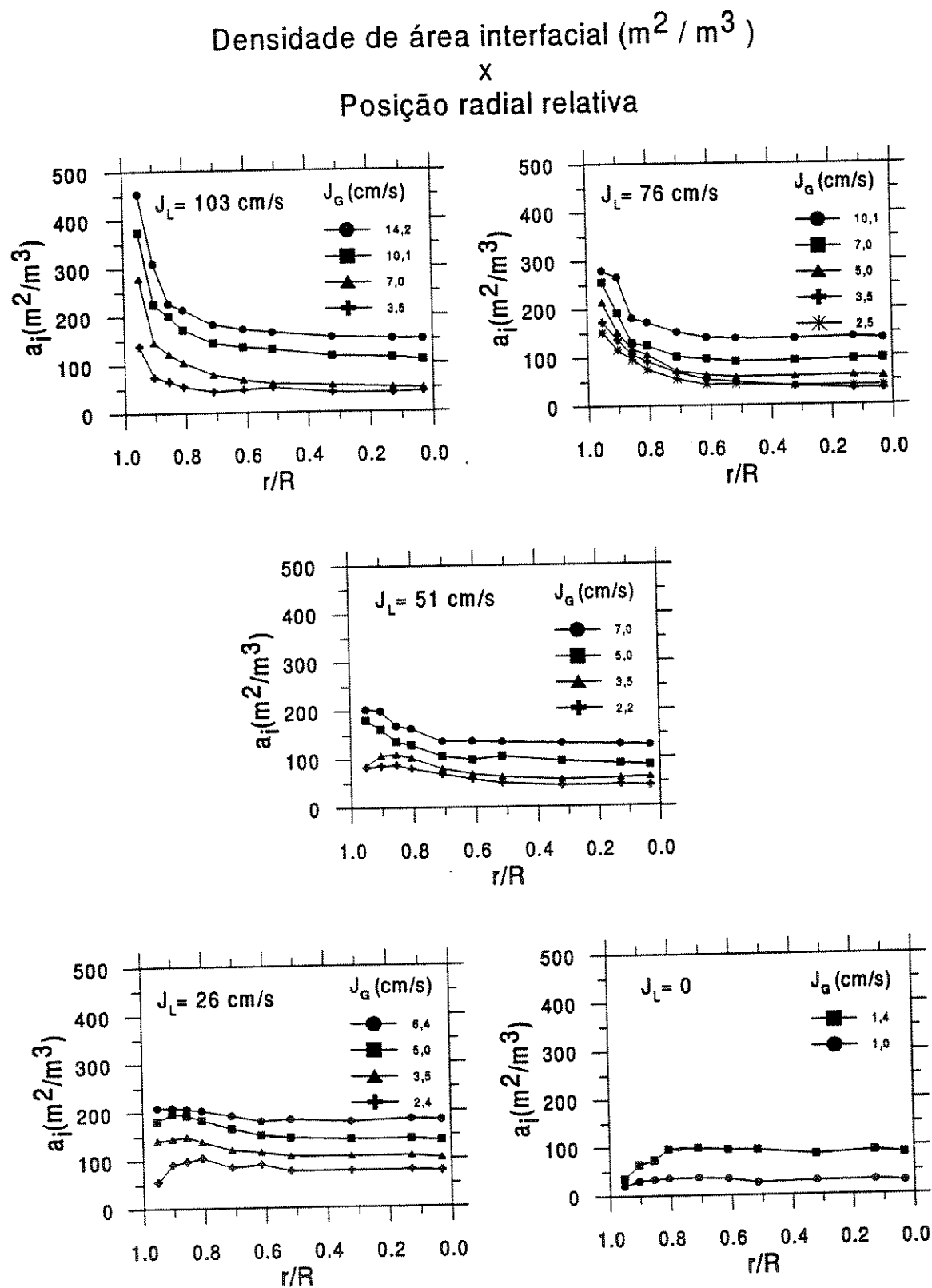


Figura 8.15: Gráficos da densidade de área interfacial medida nos testes do tubo vertical.

8.2.3 Distribuições médias na seção transversal

Diâmetro de bolhas A distribuição de diâmetro de bolhas na seção transversal pode ser calculada a partir das distribuições locais com as Equações 5.62 a 5.65. A Figura 8.16 mostra a distribuição calculada para o Teste T44. Observa-se que a maior concentração de bolhas ocorre em torno de um diâmetro de 3 mm, que é um valor ligeiramente menor do que aqueles em que ocorrem as maiores concentrações locais. Isso porque deve-se considerar a probabilidade da sonda interceptar a bolha, que é inversamente proporcional à sua seção transversal.

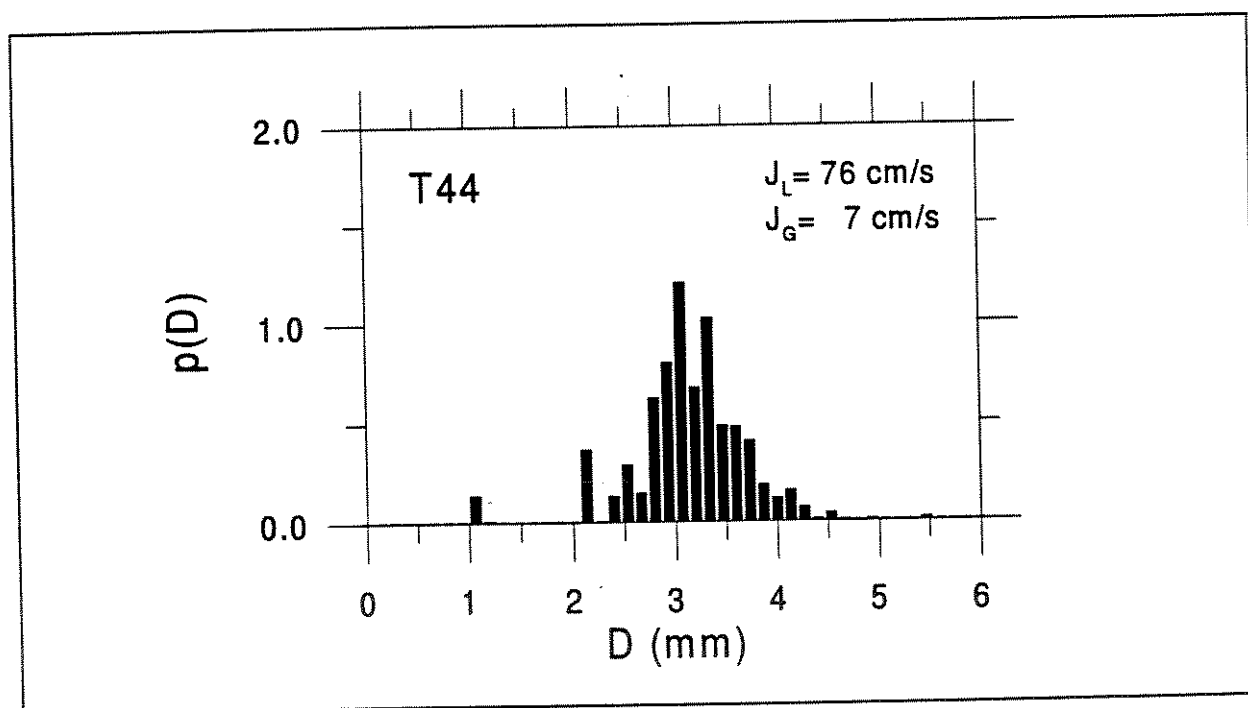


Figura 8.16: Gráfico da distribuição de diâmetros na seção transversal do Teste T44, realizado com $J_L = 76 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7 \text{ cm/s}$.

8.2.4 Grandezas médias na seção transversal

Velocidade superficial de ar A velocidade superficial de ar é calculada a partir da distribuição de diâmetros de bolhas na seção transversal e da respectiva frequência, que é

obtida através da Equação 5.66. A Figura 8.17 mostra dois gráficos em que essa velocidade superficial é comparada à calculada de outras duas formas distintas. No primeiro gráfico, à esquerda, a comparação é com a velocidade superficial calculada da vazão medida na placa de orifício. No outro gráfico, a comparação é a velocidade superficial calculada com a fração local de vazios e a velocidade local da bolha, através da seguinte equação:

$$J_{G<>} = \langle \alpha_G v_G \rangle. \quad (8.4)$$

Na Equação 8.4, a média superficial é efetuada empregando a interpolação linear entre os pontos medidos. Essa é a equação normalmente empregada para calcular a velocidade superficial da fase gasosa.

Observa-se a grande semelhança entre os valores calculados pelos três procedimentos. Essa concordância ajuda a mostrar a consistência entre os dados obtidos e a metodologia dos cálculos.

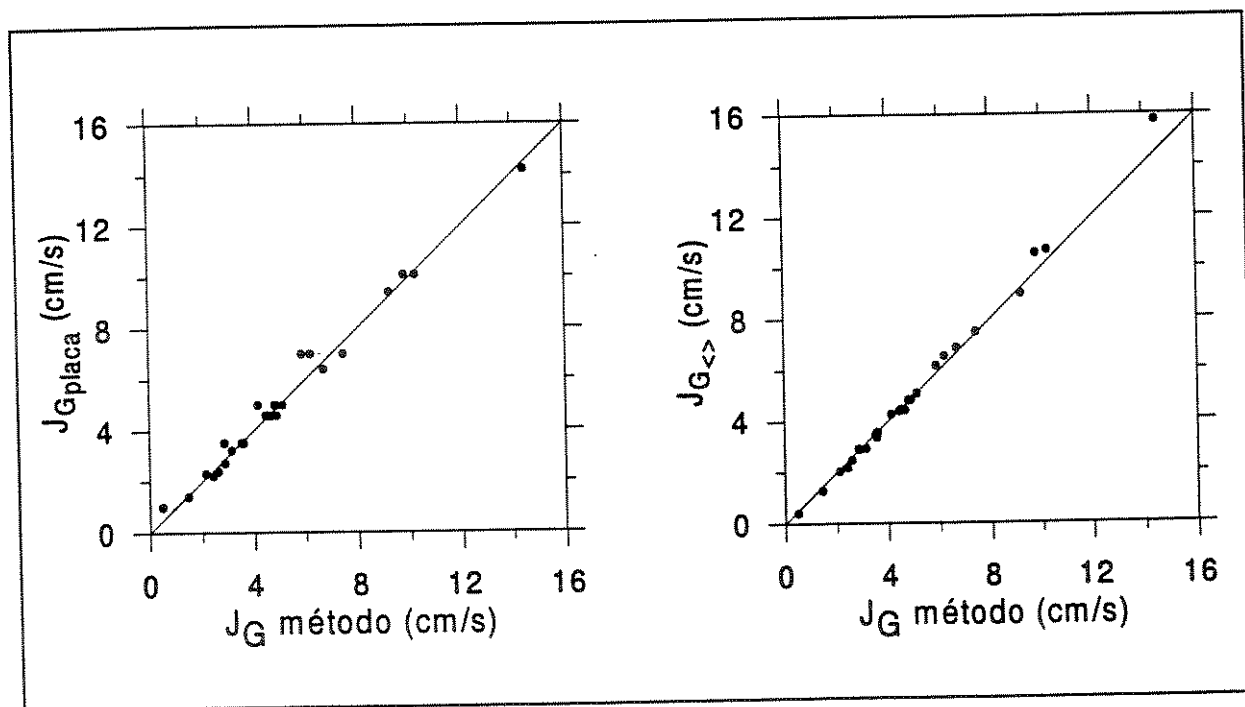


Figura 8.17: Gráficos de validação da velocidade superficial da fase gasosa.

8.3 Resultados obtidos nos bocais convergentes

A Tabela 8.4 relaciona os testes medidos no Bocal-I e no Bocal-II. As velocidades superficiais se referem à seção de entrada dos bocais. As medições dos testes $T10$ a $T18$ são de uma sonda elétrica simples e as dos testes $T64$ a $T69$ são de uma sonda dupla, ambas efetuadas no Bocal-II. Da mesma forma, os testes $T20$ a $T32$ e $T73$, que empregaram uma sonda simples, e os testes $T74$ a $T79$, de uma sonda dupla, são medidos no Bocal-I.

As grandezas $M1$, $M2$ e $M3$ são as diferenças de pressões, respectivamente, entre as tomadas de pressão $P1-P6$, $P2-P3$ e $P4-P5$, conforme é mostrado na Figura 7.2. As variações de pressões tabeladas não incluem a hidrostática da água, referente à distância entre as tomadas de pressão, ou seja 75,3, 16,9 e 16,4 mm, respectivamente.

O Apêndice F mostra os gráficos da fração de vazios e os da frequência de bolhas medidas localmente com as sonda elétricas nos testes efetuados nos bocais. O critério de corte adotado para os sinais obtidos das sondas elétricas é o estabelecido na Seção 8.1.5. Cada gráfico mostra os resultados obtidos na seção de entrada e de saída do bocal. Na seção de entrada as medições foram efetuadas ao longo de um raio, enquanto que na seção de saída, as medições foram feitas diametralmente. Os gráficos são em relação à posição radial relativa calculadas com os respectivos raios da seção de entrada e de saída.

De modo geral, os gráficos mostram a ocorrência, na saída do bocal, de um pico de fração de vazios e de frequência de bolhas próximos à parede. Nos testes em que velocidade superficial de água é pequena ($T20$, $T21$, $T27$, $T28$, $T79$, $T10$, $T11$ e $T28$) os perfis evoluem da forma achatada, na seção de entrada, para a presença de pico na parede, na seção de saída. O efeito é mais pronunciado no Bocal-I. Os outros testes, cujas velocidades superficiais de água são maiores e já apresentam o pico próximo à parede na seção de entrada, mostram a manutenção ou o incremento dessa concentração.

A fração de vazios medida na saída do bocal é normalmente maior que o da seção de entrada. Isso mostra que o aumento na velocidade relativa entre as fases gasosa e líquida

Teste	Bocal	J_{LE} (cm/s)	J_{GE} (cm/s)	Sonda	l (mm)	f_{aq} (kHz)	Tempo (s)	$\frac{L}{D}$	M1	M2	M3
									(cm H ₂ O)		
T10	II	19	4,4	7	-	20	500	30	0,1	0,0	0,0
T11	II	36	4,4	7	-	20	500	30	3,7	0,0	0,0
T12	II	65	4,4	7	-	20	500	30	13,5	1,7	0,2
T13	II	89	4,4	7	-	20	500	30	25,7	3,8	0,5
T14	II	51	2,1	7	-	20	500	30	8,1	0,7	0,1
T15	II	51	3,0	7	-	20	500	30	8,1	0,7	0,1
T16	II	51	6,2	7	-	20	500	30	7,9	0,8	0,0
T17	II	26	3,0	7	-	20	500	30	1,7	0,0	0,0
T18	II	26	1,5	7	-	20	500	30	2,0	0,0	0,0
T64	II	51	4,4	8	2,9	100	550	30	7,8	1,1	0,1
T65	II	75	4,4	8	2,9	100	550	30	18,6	3,1	0,4
T66	II	100	4,4	8	2,9	100	550	30	32,7	5,5	0,7
T67	II	100	8,9	8	2,9	100	550	30	33,8	5,7	0,7
T68	II	26	4,4	8	2,9	50	550	30	2,7	0,1	0,0
T69	II	26	2,1	8	2,9	50	550	30	2,9	0,0	0,0
T20	I	19	4,4	9	-	20	500	30	1,1	0,0	0,0
T21	I	36	4,4	9	-	20	500	30	6,2	1,5	0,1
T22	I	65	4,4	9	-	20	500	30	20,4	5,8	1,9
T23	I	89	4,4	9	-	20	500	30	39,0	10,6	2,7
T24	I	51	2,1	9	-	20	500	30	12,0	2,9	1,2
T25	I	51	3,0	9	-	20	500	30	12,0	3,2	1,3
T26	I	51	6,2	9	-	20	500	30	12,5	3,3	1,2
T27	I	26	3,0	9	-	20	500	30	3,2	0,0	0,7
T28	I	26	1,5	9	-	20	500	30	3,5	0,0	0,8
T29	I	100	3,0	9	-	20	500	30	47,4	13,1	3,2
T30	I	100	6,2	9	-	20	500	30	49,4	13,7	3,4
T31	I	100	12,6	9	-	20	500	30	51,8	13,6	3,2
T32	I	100	8,9	9	-	20	500	30	50,4	13,4	3,1
T73	I	100	2,1	9	-	20	550	30	47,4	12,9	2,2
T74	I	51	4,4	10	1,7	100	550	30	11,9	2,8	0,4
T75	I	75	4,4	10	1,7	100	550	30	26,8	6,5	1,2
T76	I	100	4,4	10	1,7	100	550	30	46,5	13,1	2,1
T77	I	100	8,9	10	1,7	100	550	30	48,5	13,7	2,3
T78	I	26	4,4	10	1,7	50	1100	30	2,9	0,1	0,1
T79	I	26	2,1	10	1,7	50	1100	30	3,1	0,0	0,0

Tabela 8.4: Testes de medição efetuados nos bocais convergentes.

é proporcionalmente menor do que a contração dos bocais.

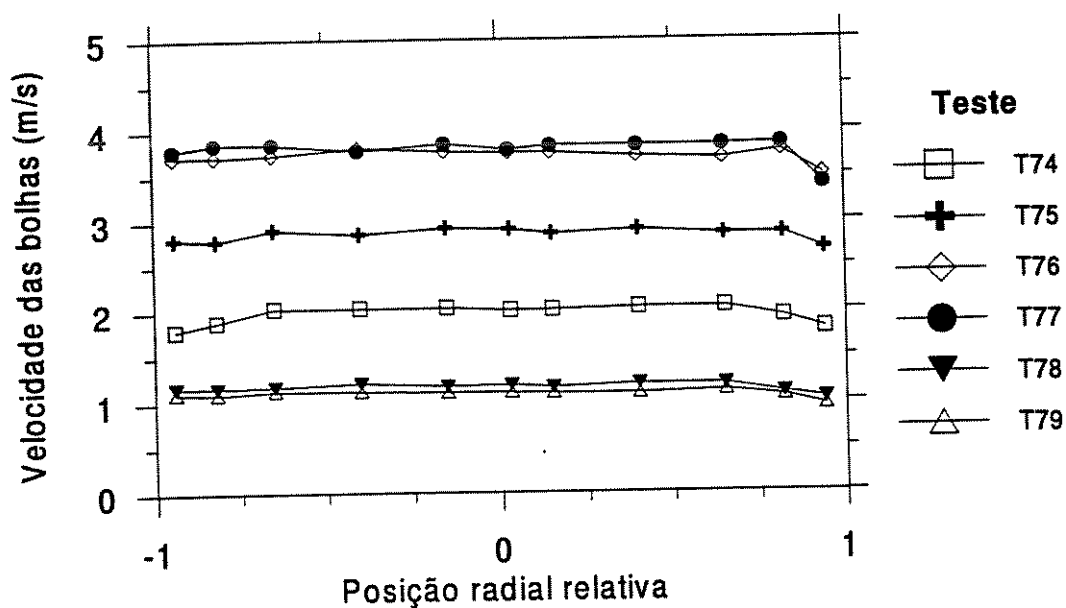
A fração de vazios média na saída do Bocal-I é ligeiramente maior do que as medidas, para casos semelhantes, na saída do Bocal-II.

Em alguns testes (T_{22} , T_{23} , T_{25} , T_{30} , T_{66} e T_{69}) é observado um aumento da fração de vazios na região central do tubo. Essas ocorrências são mais pronunciadas no Bocal-I. No escoamento em tubos, esse formato é típico da transição que ocorre com o aumento da fração de vazios, quando as bolhas coalescem, formando grandes nucleações que escoam na região central do tubo. No caso do bocal, o formato dos gráficos pode indicar a coalescência de bolhas. Porém, não foi notado, quer seja visualmente ou com o auxílio de fotografias, a coalescência de bolhas.

As frequências de bolhas observadas na saída do Bocal-II, para os casos em que a velocidade superficial de líquido é mais elevada, são maiores do que as no Bocal-I. Nessas mesmas condições de escoamento, o diâmetro médio calculado para as bolhas é menor. Essa situação sugere o achatamento das bolhas, causado pela intensidade do gradiente de pressão na saída do Bocal-II.

A Figura 8.18 mostra o gráfico das velocidades médias reais das bolhas na saída dos bocais, que são calculadas a partir da distribuição de velocidades aparentes medidas com a sonda elétrica dupla, para os testes T_{64} a T_{69} , no Bocal-II, e T_{74} a T_{79} , no Bocal-I. Observa-se que o perfil é bastante achatado, praticamente plano. As velocidades das bolhas medidas no Bocal-II são ligeiramente maiores do que as medidas para o Bocal-I. Esse comportamento está de acordo com as medições da fração de vazios, que mostra comportamento contrário.

Bocal - I



Bocal - II

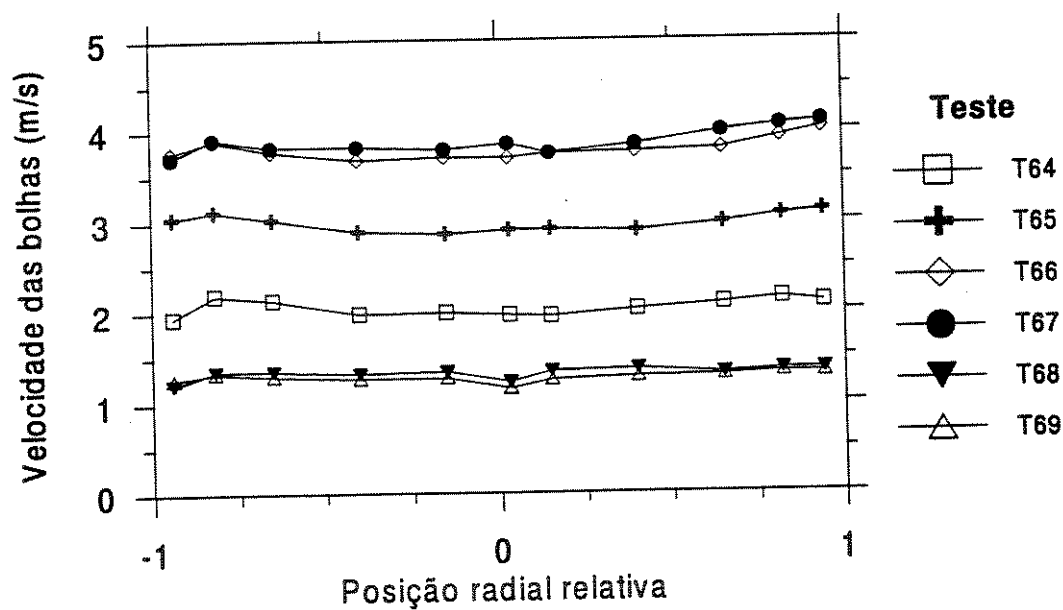


Figura 8.18: Gráfico das velocidades medidas das bolhas na saída dos bocais

Capítulo 9

Simulações numéricas

Nesta seção, os resultados experimentais medidos no tubo vertical e nos bocais convergentes são comparados às simulações numéricas do Modelo de Dois Fluidos, unidimensional e bidimensional.

O Modelo de Dois Fluidos Bidimensional, que é numericamente resolvido com o programa computacional PHOENICS[®], é o formado pelas Equações Diferenciais Médio-Temporais 3.17 e 3.27. A transferência interfacial de massa é desprezada, na medida em que os fluidos são a água e o ar, à temperatura uniforme e basicamente constante ao longo dos ensaios. O termo referente à turbulência é substituído pela Equação de Boussinesq, Equação 3.51, sendo que a respectiva viscosidade cinemática turbulenta é relacionada à energia cinética turbulenta, k , e à taxa de dissipação, ϵ , através da Equação 3.50. O modelo de turbulência k - ϵ , formado pelas Equações 3.52 a 3.57, é empregado para resolver essas grandezas. A produção de turbulência induzida pela passagem das bolhas também é considerada, sendo acrescentada ao modelo através das Equações 3.61 a 3.63.

As forças interfaciais que constituem o termo $\vec{M}_k^D$, na equação de conservação de quantidade de movimento, são: a força de arrasto, dada pela Equação 3.30, sendo que o respectivo coeficiente de arrasto é o definido pelas correlações na Equação 3.31; a força de massa virtual, dada pela Equação 3.36; a força de sustentação lateral, dada pela Equação 3.38; a força de parede, dada pela Equação 3.40, sendo que os respectivos coeficientes C_{w1}

e C_{w2} são definidos nas Equações 3.41 e 3.42; e a força de pressão interfacial, dada pelas Equações 3.43 e 3.48.

Assumidas essas definições, a solução numérica depende da definição dos coeficientes de massa virtual, C_{MV} , de sustentação lateral, C_{SL} , e de pressão interfacial, C_{PI} . Os dados experimentais são empregados para ajustar esses coeficientes.

As condições de contorno e as condições de entrada e de saída do escoamento são descritas na Seção 3.3. As propriedades físicas usadas nas simulações deste trabalho são: massa específica da água, ρ_L , igual a 1000 kg/m^3 ; massa específica do ar, ρ_G , constante e igual a $1,34 \text{ kg/m}^3$; viscosidade da água, μ_L , igual a $0,001 \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$. A tensão superficial entre a água e o ar é $0,07 \text{ N/m}$, a aceleração da gravidade é $9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

A simulação numérica é efetuada em um “processo de marcha”, no sentido da seção transversal de entrada do escoamento para a de saída, supondo a hipótese de escoamento parabólico. Dessa forma, todas as grandezas calculadas em um passo dependem somente dos valores no passo anterior.

Inicialmente, a simulação numérica é efetuada no escoamento ascendente em tubo vertical visando avaliar o comportamento das grandezas do escoamento, principalmente das forças interfaciais. Os coeficientes das forças interfaciais são ajustados aos resultados experimentais seguindo algumas orientações citadas na literatura. Em seguida, é simulado o escoamento através dos bocais convergentes.

Para os bocais, é resolvido primeiramente a formulação unidimensional. A finalidade é obter o comportamento médio das grandezas no escoamento e testar, por exemplo, a sensibilidade da solução em relação às forças interfaciais axiais.

As distribuições de fração de vazios e de velocidades da fase gás simuladas são comparadas aos valores medidos experimentalmente.

9.1 Escoamento ascendente em tubo vertical

As simulações foram efetuadas usando uma malha de 40 intervalos na direção radial e de 300 intervalos na direção axial. O raio do tubo simulado mede 26,25 mm e o respectivo comprimento é 3 metros. As condições de entrada, de saída e de parede são as definidas na Seção 3.3.

Para possibilitar a convergência numérica foi usada a técnica de relaxação, que visa reduzir as variações das grandezas entre duas iterações sucessivas. A fórmula empregada é

$$\phi_P^{i+1} = \phi_P^i + \beta (\phi_P^* - \phi_P^i), \quad (9.1)$$

sendo que ϕ é a grandeza calculada para a célula P , o índice i identifica a iteração, ϕ_P^* é o valor originalmente calculado para a iteração $i + 1$ e β é o fator de relaxação.

Os valores dos coeficientes de relaxação pode variar conforme o teste simulado, os valores típicos usados são: para a pressão, $\beta = 0,50$; para as componentes de velocidades axiais, $\beta = 0,20$; para as componentes de velocidades radiais, $\beta = 0,10$; para a fração de vazios, $\beta = 0,10$; e para as demais grandezas, ou seja, as forças interfaciais, a viscosidade cinemática turbulenta, velocidade relativa e coeficiente de arrasto, $\beta = 0,05$. Nos casos em que houve dificuldade em obter a convergência, recorreu-se a fatores de relaxação bem menores do que os citados, cujos valores eram decididos para cada caso.

9.1.1 Desenvolvimento do escoamento

Para ilustrar os resultados que permitem analisar o comportamento das grandezas durante o desenvolvimento do escoamento, as Figuras 9.1, 9.2, 9.3 e 9.4 mostram os gráficos referentes à simulação do Teste T34, que foi realizado com as velocidades superficiais de água e ar de, respectivamente, 104 cm/s e 7,0 cm/s. Esse teste foi medido em uma posição em que a relação $\frac{L}{D}$ é igual a 50, ou seja a 2,6 metros da seção de entrada.

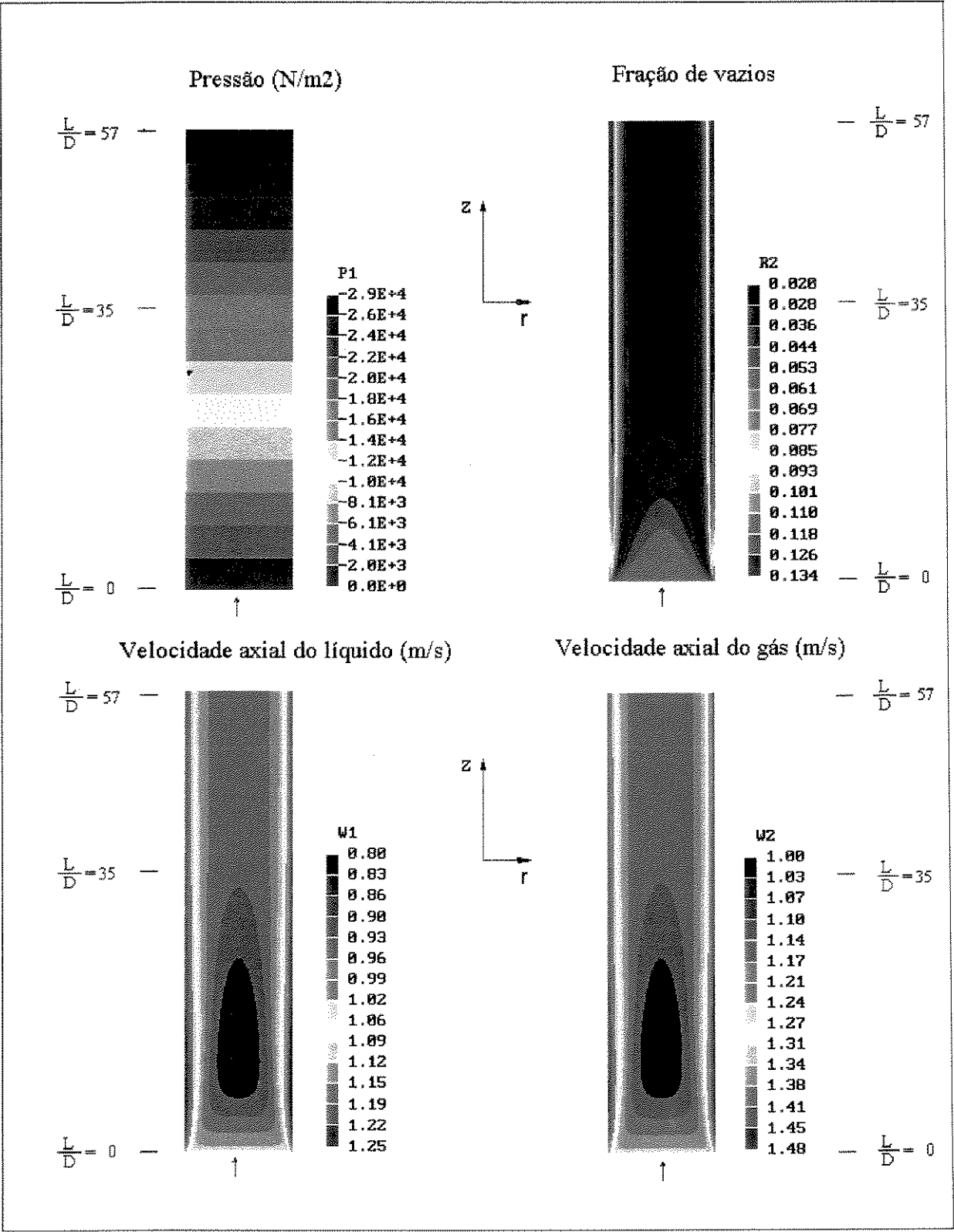


Figura 9.1: Gráficos mostrando o desenvolvimento do escoamento no tubo vertical, para o Teste T34, $J_L = 104 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7 \text{ cm/s}$. Parte-I

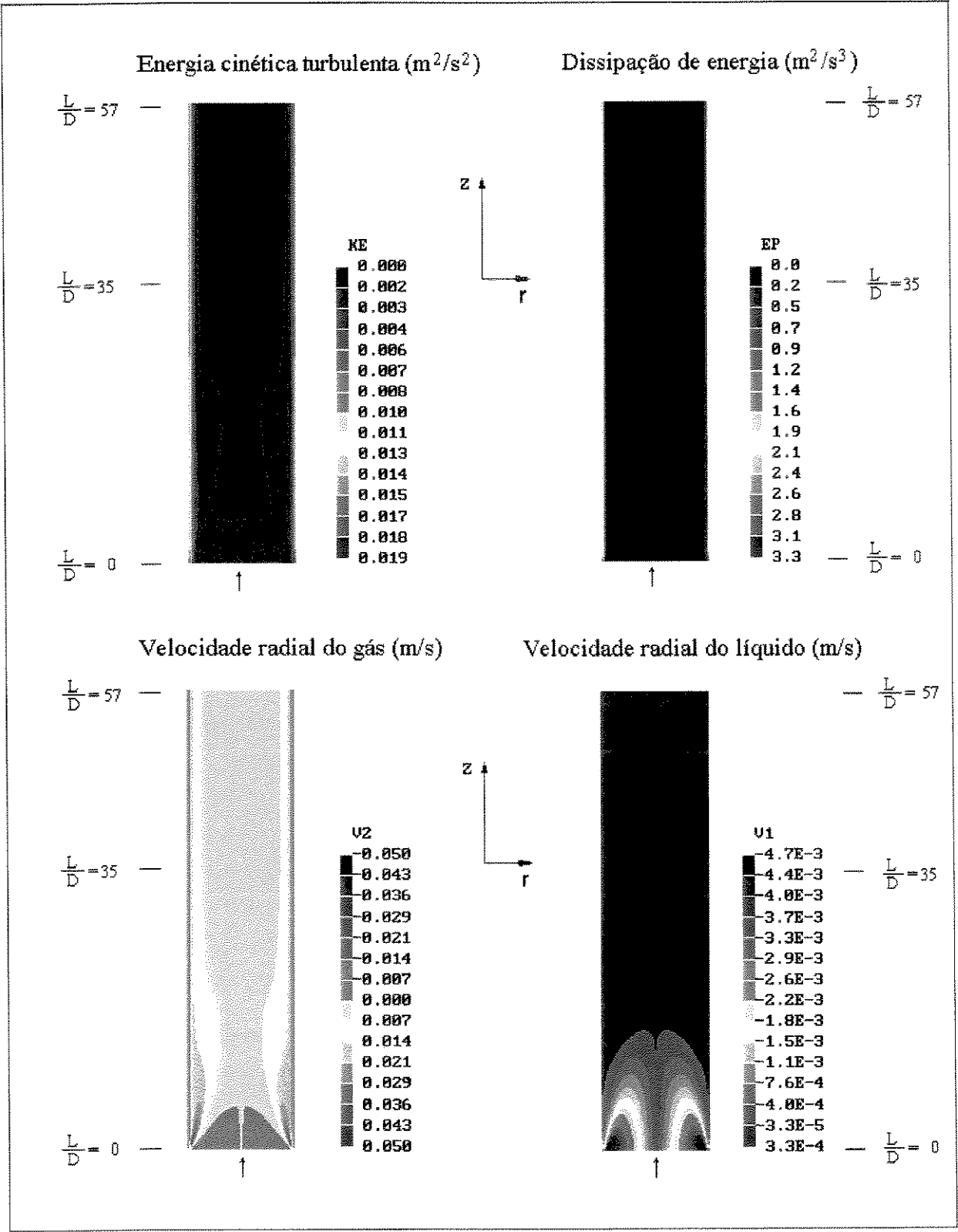


Figura 9.2: Gráficos mostrando o desenvolvimento do escoamento no tubo vertical, para o Teste T34, $J_L = 104 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7 \text{ cm/s}$. Parte-II

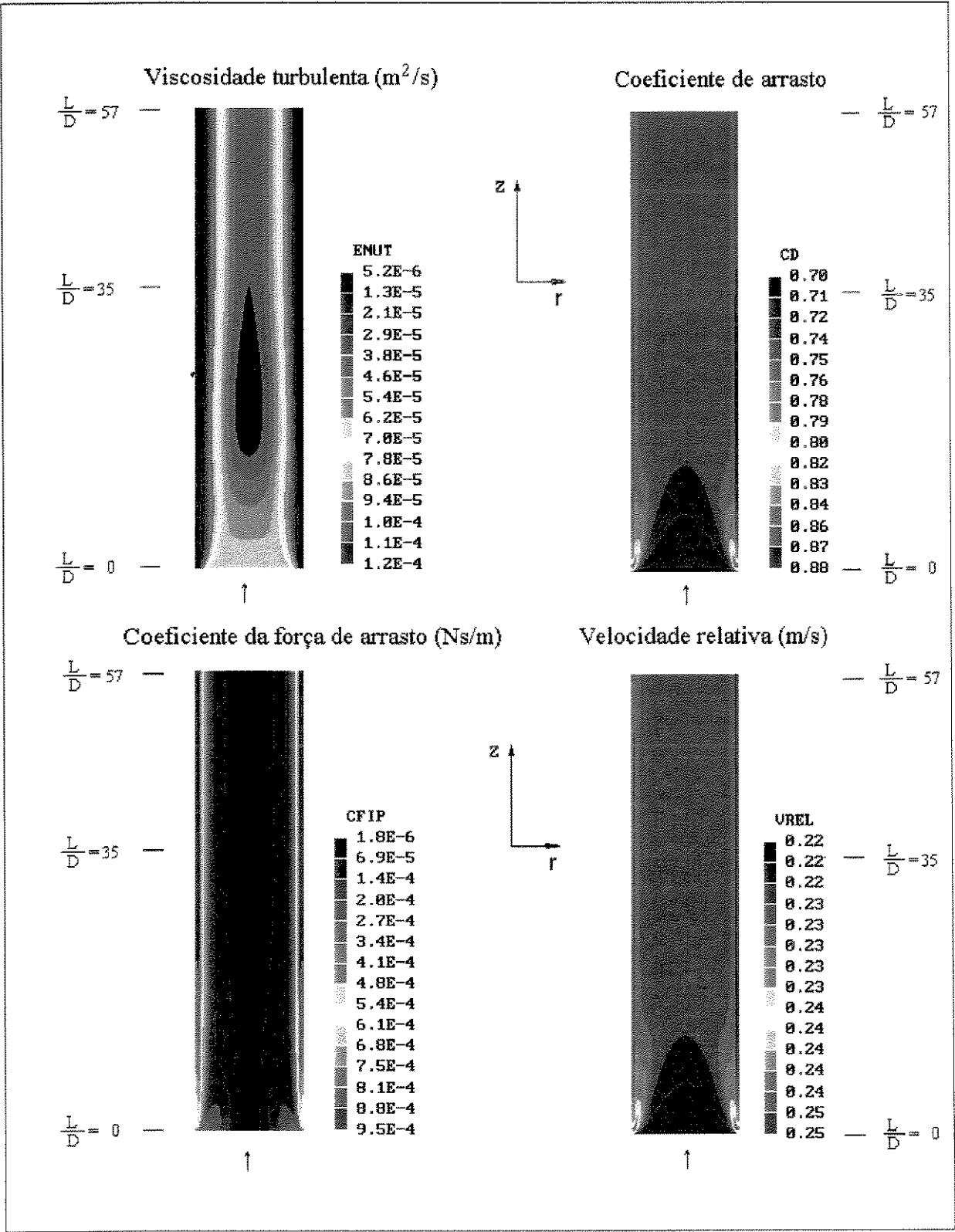


Figura 9.3: Gráficos mostrando o desenvolvimento do escoamento no tubo vertical, para o Teste T34, $J_L = 104 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7 \text{ cm/s}$. Parte-III

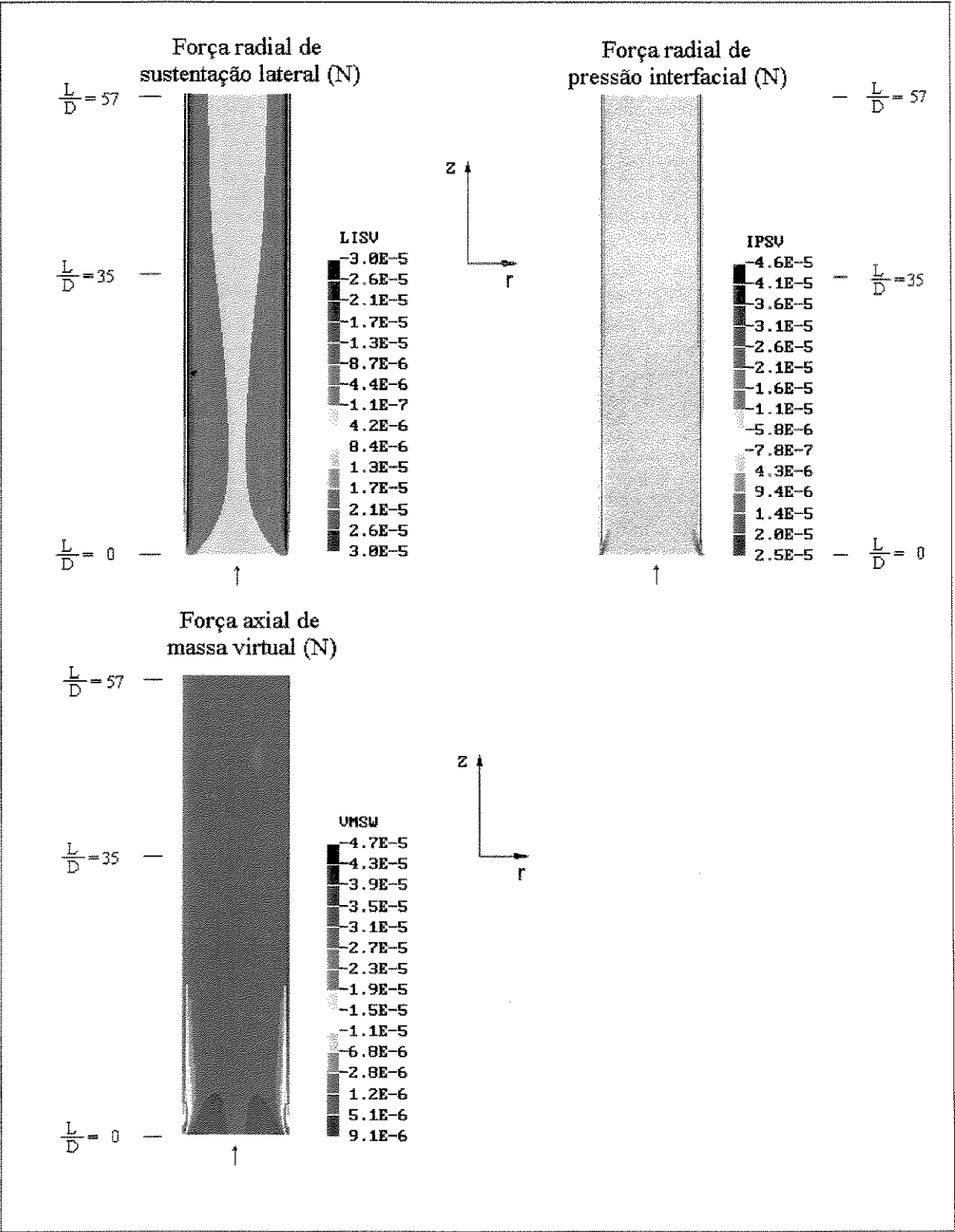


Figura 9.4: Gráficos mostrando o desenvolvimento do escoamento no tubo vertical, para o Teste T34, $J_L = 104 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7 \text{ cm/s}$. Parte-IV

A Figura 9.1 mostra os gráficos da pressão estática, fração de vazios, componente axial da velocidade da fase líquida e a componente axial da velocidade da fase gasosa.

A Figura 9.2 mostra os gráficos da energia cinética turbulenta, da dissipação de energia e das componentes radiais de velocidade das fases gasosa e líquida.

A Figura 9.3 mostra os gráficos da viscosidade cinemática turbulenta, do coeficiente de arrasto das bolhas, do coeficiente médio local da força de arrasto e da velocidade relativa entre as fases. O coeficiente local da força de arrasto multiplicado pela velocidade relativa resulta na força de arrasto.

A Figura 9.4 mostra os gráficos das forças interfaciais radiais de sustentação lateral e de pressão interfacial e da força axial de massa virtual.

Analisando os gráficos, em conjunto, observa-se que o escoamento está desenvolvido, ou seja, praticamente não há alteração axial das grandezas calculadas, após a posição em que a relação $\frac{L}{D}$ é aproximadamente igual a 35. Essa relação é próxima do valor 30, que é usado para desenvolvimento do escoamento monofásico.

9.1.2 Influência das forças interfaciais

As Figuras 9.5 a 9.7 mostram os gráficos obtidos em algumas simulações que servem para ilustrar a influência das forças interfaciais e da turbulência na distribuição radial de fração de vazios e de velocidade das bolhas. Os dados empregados seguem o teste T34, cujas velocidades superficiais de água e ar são, respectivamente, 104 cm/s e 7 cm/s. Os gráficos mostram as medições efetuadas em uma posição da coluna em que $\frac{L}{D} = 50$. Nessa posição, o escoamento está desenvolvido. Mostram, também a curva ajustada, a qual é simulada empregando os coeficientes $C_{SL} = 0,12$, $C_{MV} = 1,40$ e $C_{PI} = 0,70$.

O coeficiente de massa virtual, C_{MV} , é obtido em um processo iterativo, no qual se

procura uma condição em que a energia cinética simulada para a região central do tubo é igual à turbulência induzida pelas bolhas, calculada pela seguinte relação

$$k_{BI} = \frac{1}{2} C_{MV} \alpha_G v_r^2. \quad (9.2)$$

O coeficiente de pressão interfacial, C_{PI} , é metade do coeficiente de massa virtual. Essa escolha segue a sugestão de Bertodano *et al*[7], 1994, que mantém a proporção que é calculada para o escoamento potencial, ou seja igual a 0,5.

O coeficiente de sustentação lateral, C_{SL} , é ajustado graficamente pela comparação entre as curvas de fração de vazios simulada e medida. Normalmente, foi adotado um incremento igual a 0,01 para o coeficiente empregado nos casos simulados. Em alguns testes, esse valor foi reduzido à metade.

A Figura 9.5 mostra os gráficos da fração de vazios e da velocidade da fase gás calculadas, em função da posição radial para diversos valores do coeficiente de sustentação lateral, C_{SL} . As simulações foram efetuadas para os seguintes valores desse coeficiente: 0,08, 0,12 e 0,16. Observa-se que o aumento do coeficiente C_{SL} resulta em um pico de fração de vazios próximo à parede mais pronunciado.

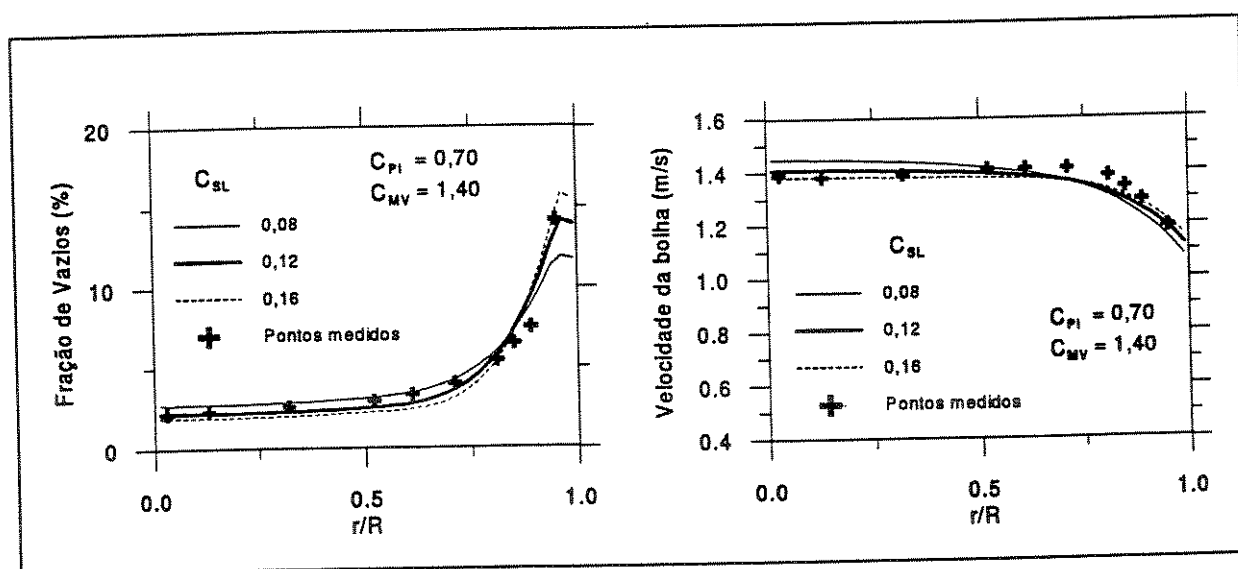


Figura 9.5: Gráficos mostrando a influência da força de sustentação lateral.

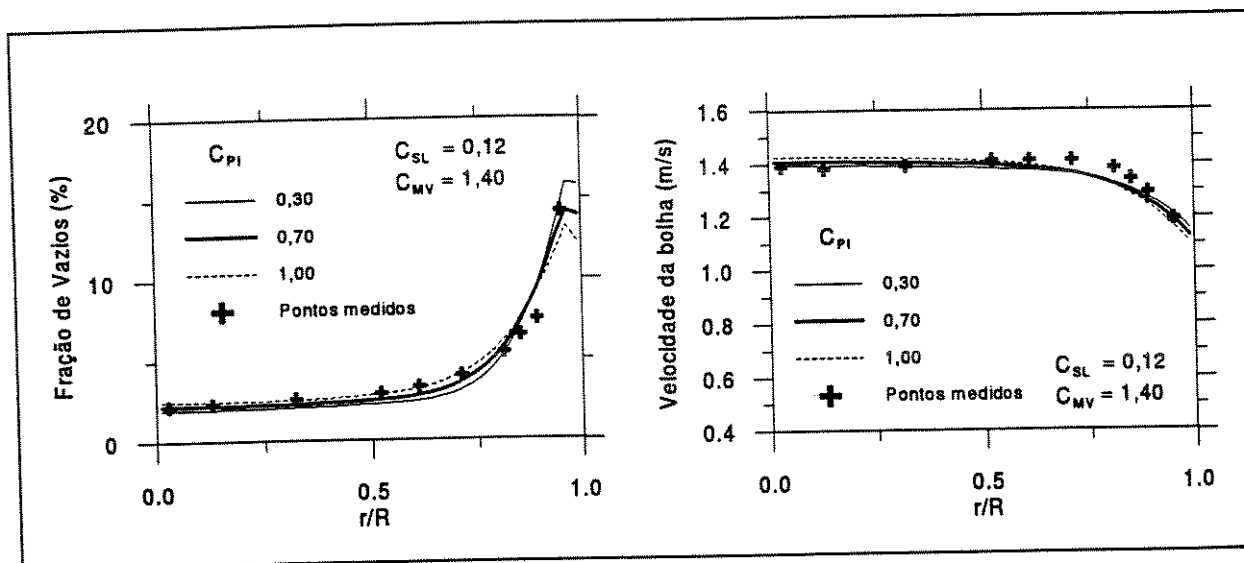


Figura 9.6: Gráficos mostrando a influência da força de pressão interfacial.

A Figura 9.6 ilustra a influência da força de pressão interfacial no modelo usado para calcular a distribuição radial de fases. Os gráficos mostram os resultados obtidos nas simulações em que foram empregados os seguintes valores do coeficiente C_{PI} : 0,30, 0,70 e 1,00. Observa-se que, de forma contrária ao mostrado para o coeficiente de sustentação lateral, C_{SL} , o aumento no coeficiente C_{PI} conduz a uma redução, nas proximidades da parede, da fração de vazios.

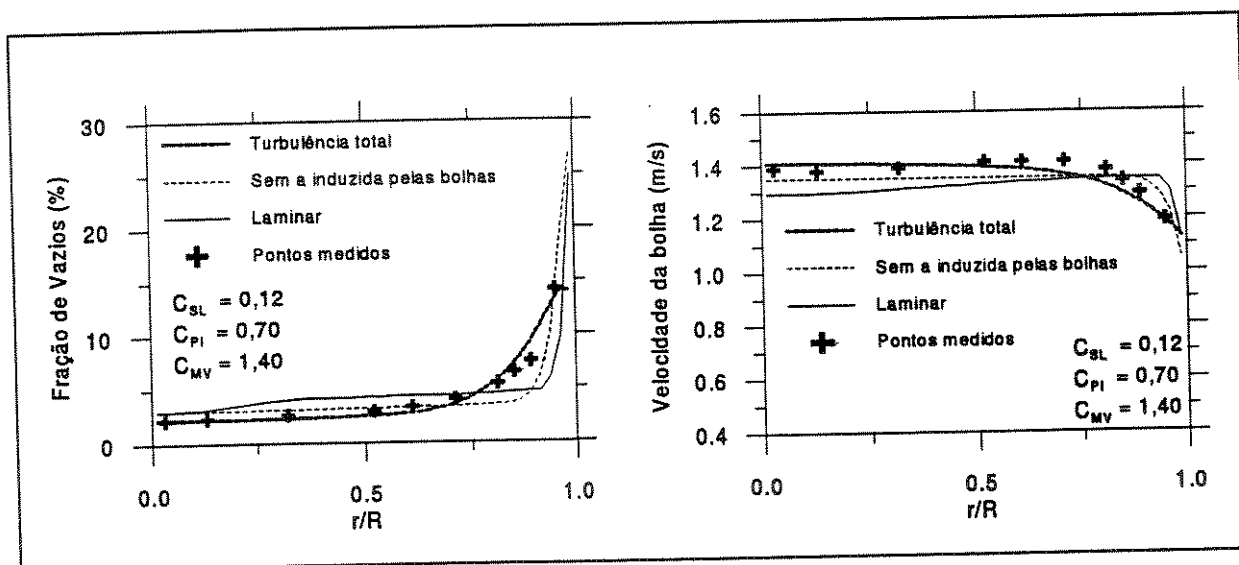


Figura 9.7: Gráficos mostrando a influência da turbulência no escoamento.

A Figura 9.7 mostra a influência da turbulência nos resultados simulados. Os gráficos mostram a fração de vazios e a velocidade da fase ar calculadas para três casos: sem considerar a turbulência, isto é, usando formulação laminar para a fase líquida; com turbulência típica de escoamento monofásico para a fase líquida, calculado com o modelo $k-\epsilon$; e com turbulência total, isto é, somando a contribuição das flutuações induzidas pela passagem das bolhas. Analisando os gráficos, pode-se observar que a turbulência induzida pelas bolhas é importante na definição do perfil da fração de vazios. A ausência de turbulência gera perfis de fração de vazios mais uniformes com uma concentração mais pronunciada próximo à parede. Resultados semelhantes são encontrados em Antal *et al*[3], 1991. Nesse caso, o gráfico das velocidades mostra perfis mais uniformes com variação repentina próximo à parede.

A Figura 9.8 mostra os gráficos das forças interfaciais por unidade de volume que atuam no escoamento. Na direção radial são mostradas as forças de pressão interfacial e de sustentação lateral, sendo que esta inclui a força de parede. Observa-se que o comportamento de ambas as forças é semelhante, porém de sentidos inversos. A força de sustentação lateral é mais intensa do que a de pressão interfacial. A diferença entre as duas forças é atribuída ao gradiente radial de pressões.

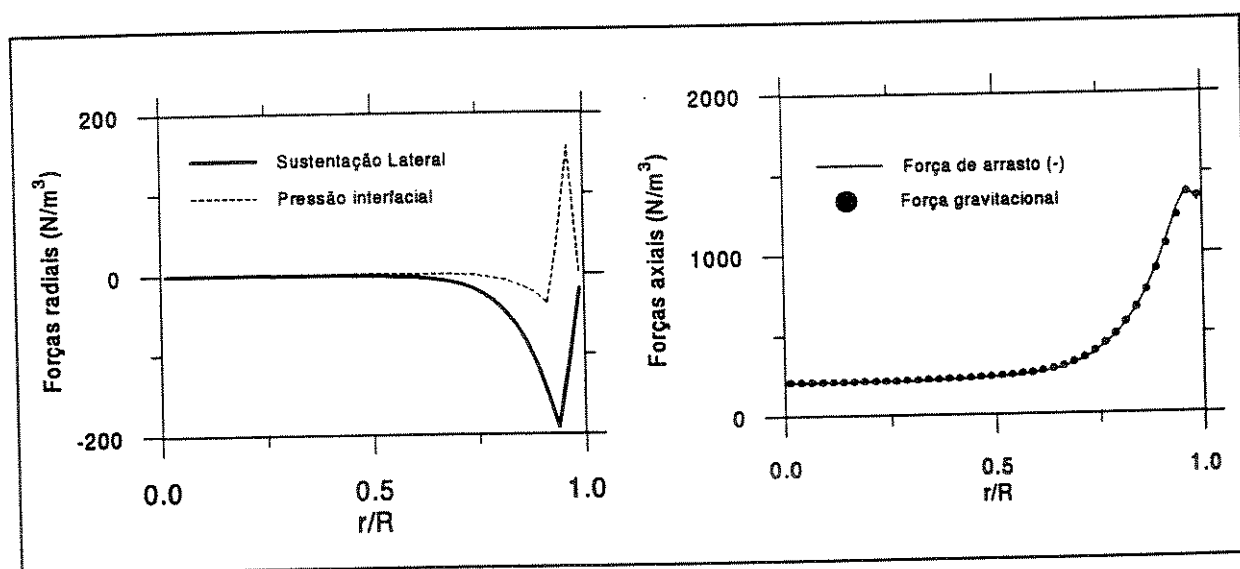


Figura 9.8: Gráficos mostrando as forças interfaciais em função da posição radial.

Para a direção axial estão traçadas as forças de arrasto e de empuxo gravitacional. Esse gráfico mostra que o equilíbrio nessa direção é praticamente obtido entre essas duas forças. Esse resultado é esperado, uma vez que se trata de um escoamento desenvolvido.

9.1.3 Ajuste de todos os pontos

A Tabela 9.1 relaciona os coeficientes C_{SL} , C_{MV} e C_{PI} que melhor ajustam os perfis de fração de vazios e de velocidades de bolhas referentes aos testes $T33$ a $T51$, efetuados no tubo vertical. Excluídos os valores extremos, o coeficiente de sustentação lateral variou entre 0,07 e 0,13. Da mesma forma, o coeficiente de massa virtual variou entre 1,1 e 2,0, enquanto que o de pressão interfacial, entre 0,6 e 1,0. Deve-se enfatizar que os resultados obtidos para os coeficientes de massa virtual são dependentes da hipótese que foi adotada, que os relaciona à turbulência induzida pelas bolhas no centro do tubo, conforme as Equações 3.61 a 3.63. Também, o coeficiente de pressão interfacial foi associado ao de massa virtual, mantendo-se constante a proporção que é calculada para o escoamento potencial, ou seja 0,5.

Teste	C_{SL}	C_{MV}	C_{PI}
T33	0,07	1,20	0,60
T34	0,14	1,20	0,60
T35	0,10	2,00	1,00
T36	0,12	1,20	0,60
T37	0,14	1,28	0,64
T38	0,10	1,45	0,72
T39	0,11	1,30	0,65
T40	0,10	1,73	0,86
T41	0,11	2,00	1,00
T42	0,10	1,27	0,63

Teste	C_{SL}	C_{MV}	C_{PI}
T43	0,13	1,12	0,56
T44	0,13	1,28	0,64
T45	0,12	2,10	1,05
T46	0,08	2,30	1,15
T47	0,05	1,80	0,90
T48	0,04	1,02	0,50
T49	0,08	1,11	0,70
T50	0,08	1,30	0,90
T51	0,08	1,43	0,90

Tabela 9.1: Coeficientes ajustados das forças interfaciais.

A Figura 9.9 compara os resultados simulados para a fração de vazios com as que são medidas experimentalmente, para os Testes $T33$ a $T51$. As simulações são efetuadas com a condição de escoamento uniforme, na seção de entrada do tubo, e prosseguiram até o escoamento desenvolvido, numa posição em que a relação $\frac{L}{D}$ é 60. A malha numérica

contém 30 intervalos na direção radial e 300 na axial.

O método empregado para obter o ajuste é o de tentativas sucessivas. Para cada conjunto de coeficientes escolhidos, a curva de fração de vazios é calculada e, então, a comparação com os dados experimentais é realizada graficamente.

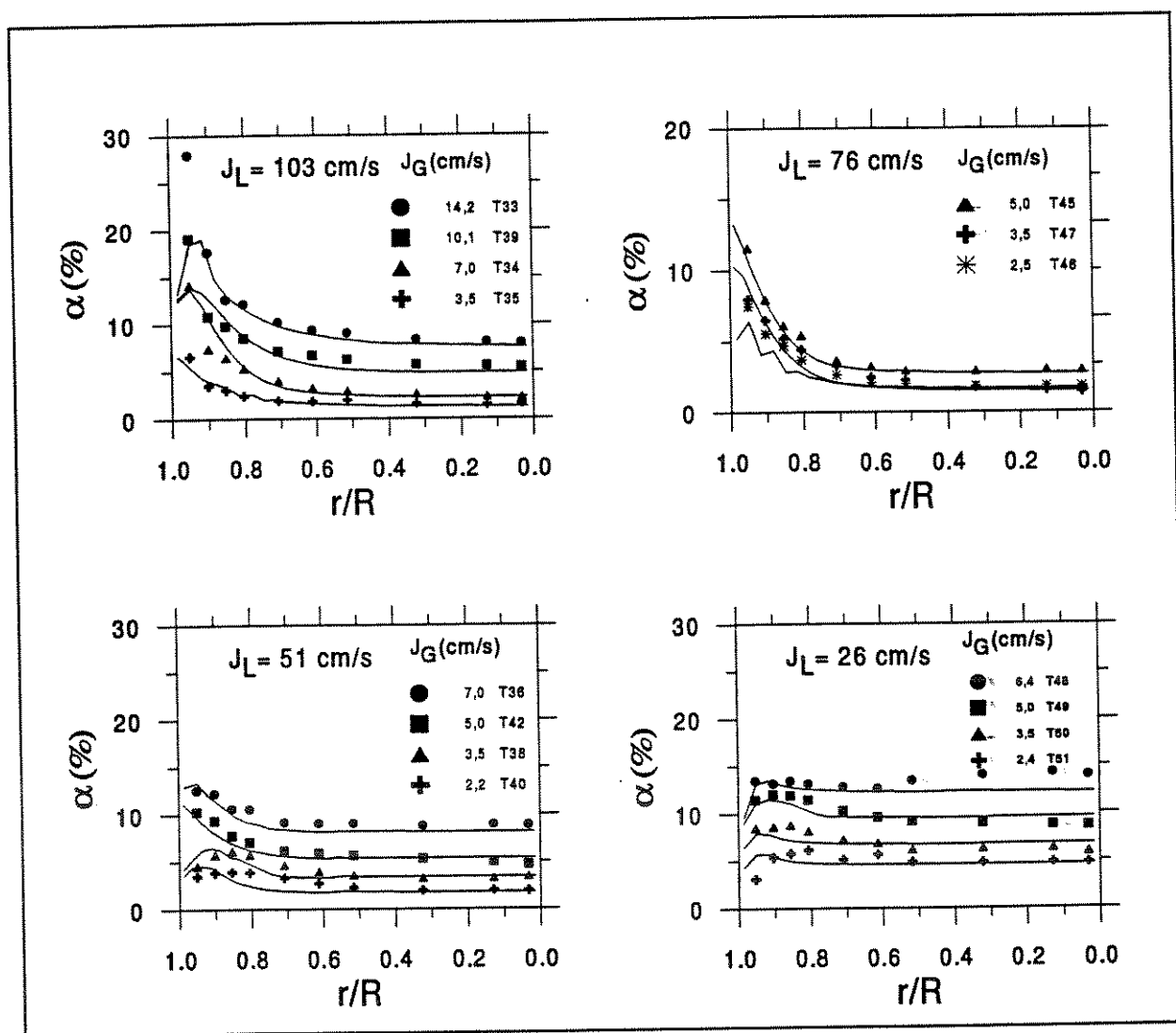


Figura 9.9: Gráficos mostrando o ajuste da fração de vazios dos testes no tubo vertical.

9.2 Escoamento nos bocais convergentes

Nesta seção são apresentados os resultados numéricos obtidos com a simulação do escoamento através dos bocais convergentes usando o Modelo de Bolha Isolada, o Modelo de Dois Fluidos Unidimensional e o Modelo de Dois Fluidos Bidimensional.

9.2.1 Simulação do modelo de bolha isolada

O modelo simplificado de Kuo e Wallis[62], 1988, formado pelas Equações 3.81 a 3.83, foi implementado usando o programa computacional *Mathematica*, Wolfram[109], 1993, visando calcular a trajetória das bolhas através do Bocal-I e do Bocal-II. A listagem do programa está no Apêndice D.1.

É estudada a trajetória de uma bolha de 3 mm ao atravessar os bocais em um escoamento em que a velocidade superficial da fase líquida na seção de entrada é de 89 cm/s. O coeficiente de massa virtual é o mesmo adotado por Kuo e Wallis[62], ou seja igual a 1,0.

A Figura 9.10 mostra o gradiente de pressão ao longo da posição axial. Observa-se que, em ambos os bocais, o gradiente é sempre negativo. O Bocal-I apresenta um ponto de máxima intensidade em seu interior, enquanto que nas seções de entrada e saída desse bocal há apenas a contribuição gravitacional. No Bocal-II, a intensidade do gradiente é sempre crescente, apresentando valores absolutos bastante elevados na seção de saída.

A Figura 9.11 mostra os demais resultados obtidos para o Bocal-I. A Figura 9.12 mostra resultados análogos, para o caso em que a bolha atravessa o Bocal-II. Em ambas as figuras são mostrados os gráficos das grandezas relacionadas ao escoamento, ou seja: as velocidades da água e da bolha, a velocidade relativa, o número de Reynolds e o número de Weber da bolha, o coeficiente de arrasto e as forças interfaciais volumétricas de arrasto e de massa virtual. O gráfico de velocidade relativa mostra também as outras

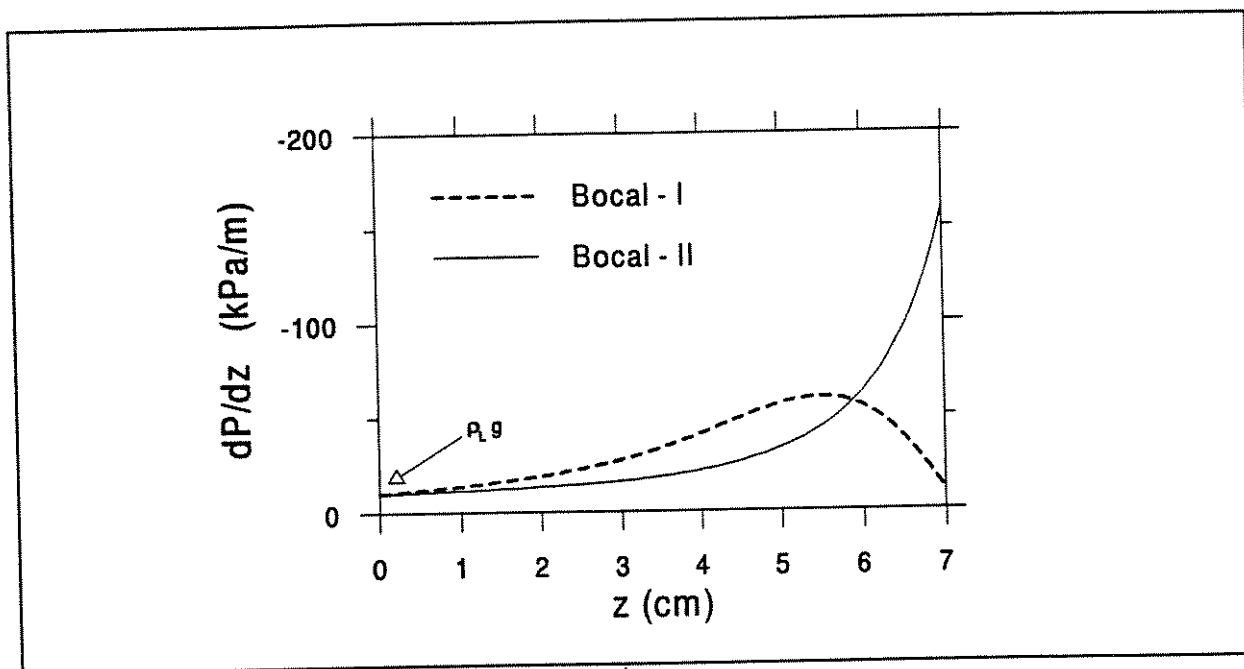


Figura 9.10: Gráficos do gradiente de pressão nos bocais. Escoamento monofásico.

duas velocidades relativas definidas neste trabalho: a velocidade relativa limite, para $C_{MV} = 0$, e a velocidade relativa de referência, que exprime a fração de vazios constante no escoamento em padrão de bolhas.

As velocidades das fases são crescentes nos dois bocais. Comparando as duas figuras, pode-se observar os efeitos da curvatura do bocal na trajetória das bolhas. A velocidade relativa no Bocal-II é sempre crescente, atingindo na saída do bocal um valor bastante superior ao da entrada. No Bocal-I a velocidade relativa apresenta um ponto de máximo em seu interior, próximo ao ponto de máxima intensidade do gradiente de pressão. Dessa forma, a velocidade relativa na saída do Bocal-I é apenas ligeiramente superior à de entrada, isso ainda por influência da força de massa virtual, que resiste à sua redução. A diferença entre os comportamentos dos bocais é devida à intensidade do gradiente de pressão, que é sempre crescente ao longo do Bocal-II. No Bocal-I, nos pontos extremos, o gradiente de pressão se deve apenas ao campo gravitacional. A velocidade relativa tende a acompanhar a intensidade do gradiente de pressão.

Da mesma forma que a velocidade relativa apresenta um ponto de máximo no interior do Bocal-I, a força de massa virtual também segue essa tendência, sempre reagindo à

Bocal-I $J_{Lent} = 89 \text{ cm/s}$ $C_{MV} = 1,0$

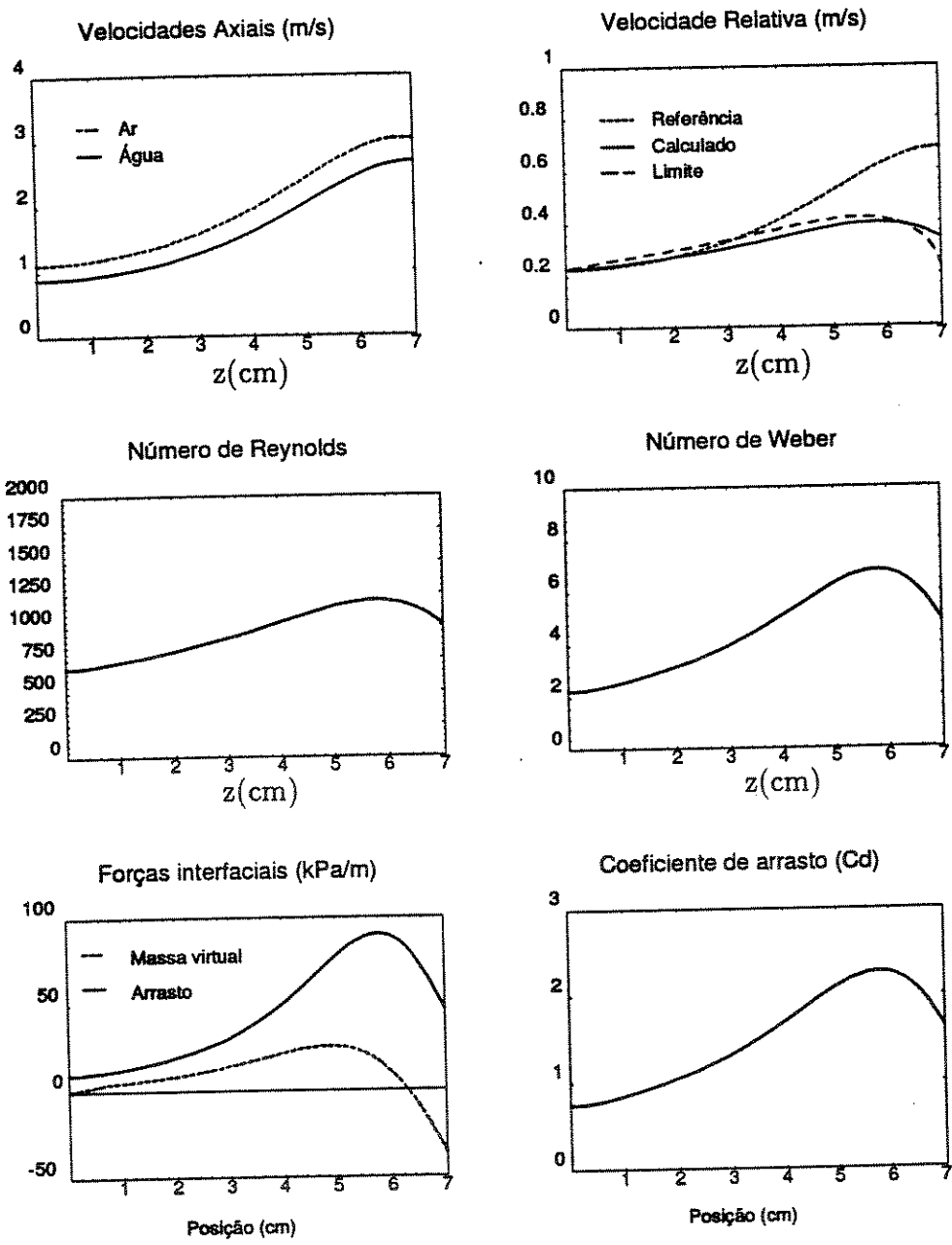


Figura 9.11: Gráficos obtidos com o Modelo de Bolha Isolada, referentes ao Bocal-I.

Bocal-II $J_{L_{ent}} = 89 \text{ cm/s}$ $C_{MV} = 1,0$

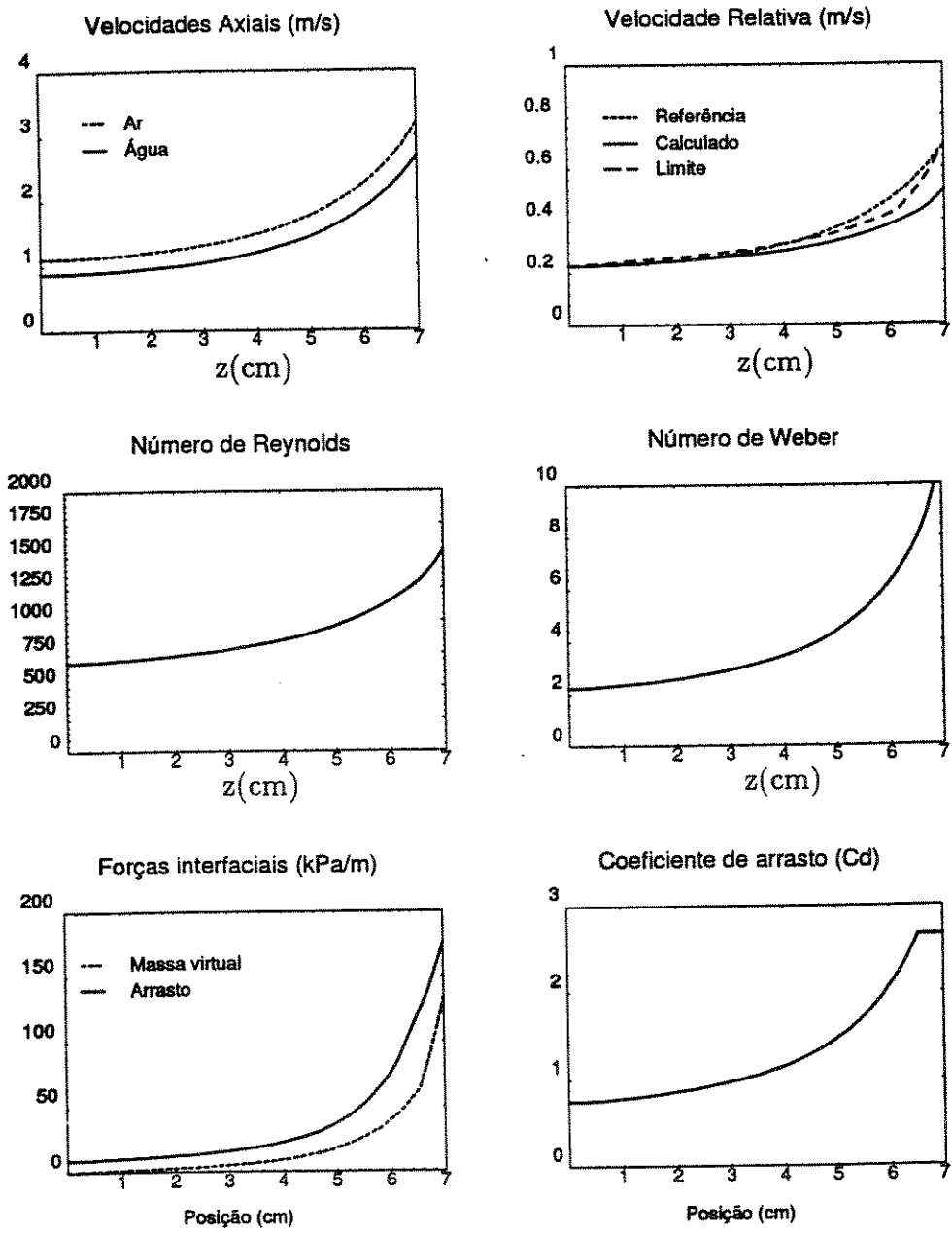


Figura 9.12: Gráficos obtidos com o Modelo de Bolha Isolada, referentes ao Bocal-II.

variação da velocidade relativa efetiva entre as fases. Dessa forma, no trecho final do escoamento no Bocal-I, esse modelo simplificado mostra que a força de massa virtual assume valores negativos.

A força predominante nos bocais é a força de arrasto. A força de massa virtual é menor, porém significativa. É a força de massa virtual que faz com que a velocidade relativa efetiva seja diferente da velocidade relativa limite.

Para estudar a influência da massa virtual, a Figura 9.13 mostra as velocidades relativas calculadas na saída de diferentes bocais, em função do seu comprimento. Nessas simulações, as equações que determinam os diâmetros internos dos bocais são parametrizadas em relação ao comprimento. Os diâmetros de entrada e saída dos bocais são constantes e iguais aos dos Bocal-I e Bocal-II. Dessa forma, o gradiente de pressão e a aceleração das fases é alterada. O diâmetro da bolha é 3 mm e a velocidade superficial do líquido na seção de entrada é 89 cm/s .

Os gráficos mostram que a velocidade relativa na saída dos bocais cresce à medida em que os bocais são mais curtos. Isso devido à intensidade do gradiente de pressão, que é ainda mais elevada nesses bocais. Para bocais muito compridos, a velocidade relativa tende à velocidade terminal, que é aquela que ocorre se o gradiente de pressão é constante e determinado pela aceleração gravitacional. De modo geral, a velocidade relativa é maior no Bocal-II, novamente porque a intensidade do gradiente de pressão é sempre crescente e as acelerações das fases no trecho final do bocal são intensas.

Na mesma Figura 9.13 a influência do coeficiente de massa virtual é considerada. Valores maiores de C_{MV} , como esperado, reduzem a velocidade relativa.

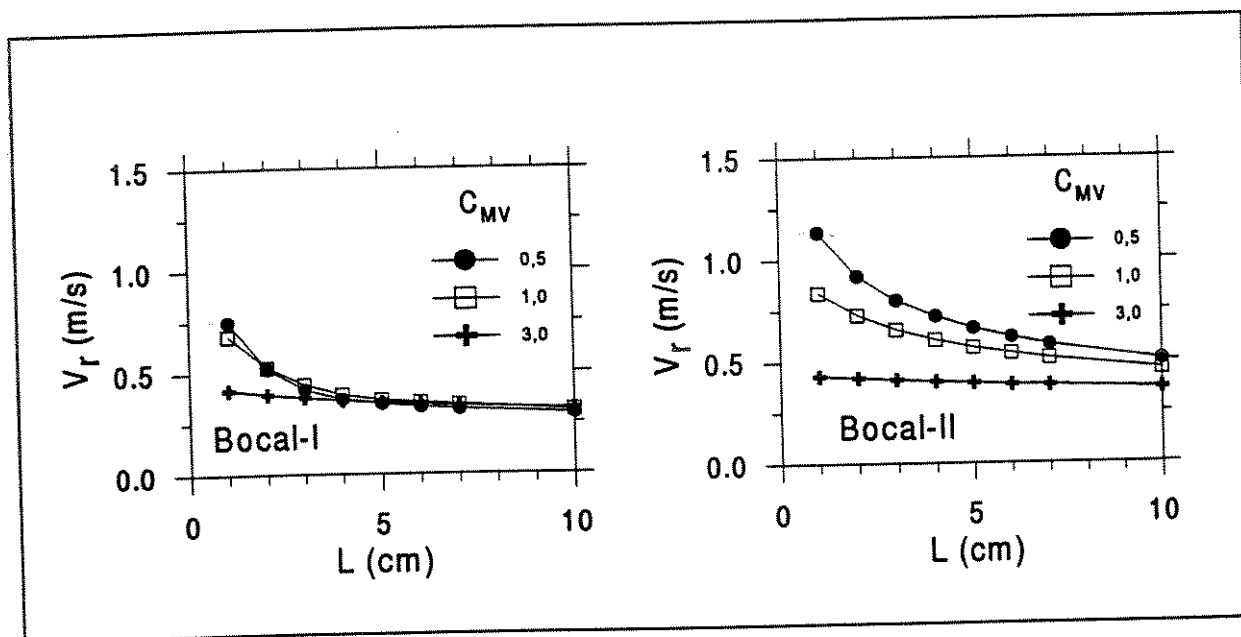


Figura 9.13: Gráficos da velocidade relativa em função do comprimento dos bocais.

9.2.2 Simulação do modelo de dois fluidos unidimensional

O Modelo de Dois Fluidos Unidimensional, formado pelas Equações 3.92 a 3.94 e 3.108 a 3.117, foi implementado no programa computacional *Mathematica*, Wolfram[109], 1993, visando simular o comportamento do escoamento bifásico em padrão de bolhas através do Bocal-I e do Bocal-II. O Apêndice D.2 contém a listagem do programa.

Previamente, os resultados experimentais são empregados para ajustar os parâmetros n , α_0 e q que definem os perfis de fração de vazios e de velocidades, conforme as Equações 3.99 a 3.102. O coeficiente inteiro n é obtido do ajuste das curvas de velocidades medidas das bolhas. Para a grandeza α_0 , procura-se priorizar a concordância dos perfis de fração de vazios com as medições dos pontos centrais da seção transversal. O cálculo de q se faz impondo que a curva ajustada apresente fração de vazios média, $\langle \alpha \rangle$, igual à dos pontos experimentais.

A Figura 9.14 exemplifica os ajustes obtidos para os Testes *T13* e *T67*. Observa-se que o melhor ajuste ocorre na região central do tubo. O perfil de fração de vazios apresenta, na parede, um valor máximo, em vez de nulo. O perfil de velocidades ajustado

decai menos abruptamente, próximo à parede, do que o experimental. Apesar dessas diferenças, os perfis são aceitos como uma primeira aproximação. O aprimoramento exigiria a inclusão de novos termos, que complicam o modelo, principalmente a avaliação das covariâncias.

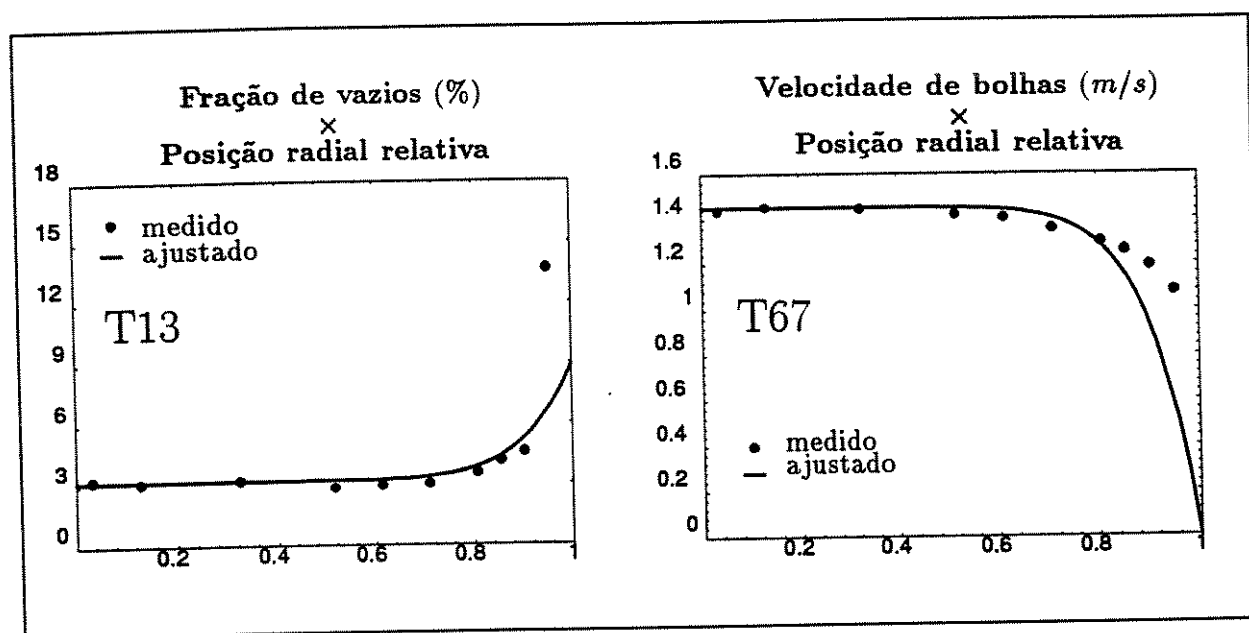


Figura 9.14: Gráficos com ajustes de fração de vazios e velocidade de bolhas.

As Figuras 9.15 e 9.16 trazem os gráficos das grandezas que caracterizam o comportamento do escoamento ao atravessar o Bocal-I e o Bocal-II. O exemplo é para o Teste T13. O coeficiente de massa virtual assumido é 2. As figuras mostram os gráficos das seguintes grandezas: velocidades axiais ponderadas pelas funções de fase, $\langle\langle v_{gz} \rangle\rangle$ e $\langle\langle v_{Lz} \rangle\rangle$, velocidade relativa, $\langle v_r \rangle$, fração de vazios média, $\langle \alpha_g \rangle$, pressão estática média ponderada, $\langle\langle p \rangle\rangle$, forças interfaciais volumétricas de arrasto e de massa virtual, números adimensionais de Reynolds e Weber referentes à bolha, coeficiente de arrasto, a covariância C_{v_L} e os coeficientes C_L^{MV} , C_g^{AR} e C_z^{AR} . A covariância C_{v_g} e o coeficiente C_L^{AR} são constantes e, respectivamente, iguais a 1,16 e 1,32.

Observa-se que o comportamento obtido com o modelo de dois fluidos unidimensional é análogo ao do modelo de bolha isolada. Embora a velocidade relativa efetiva cresça, não atinge a velocidade relativa de referência. Em consequência, a fração de vazios

crece nos dois bocais. Conforme observada experimentalmente, no Bocal-II a fração de vazios na seção de saída é maior do que a do Bocal-I.

As velocidades axiais das fases é crescente ao longo dos bocais, porém a diferença entre elas é reduzida à medida que se aproxima da seção de saída. Esse comportamento é contrário ao mostrado para a velocidade relativa, que é crescente, confirmando a diferença entre as duas formas de calcular a velocidade relativa.

O coeficiente de arrasto, o número de Reynolds e o número de Weber dependem da velocidade relativa efetiva e acompanham o seu comportamento. Os coeficientes e covariâncias mantiveram-se praticamente constantes, isso porque a variação da fração de vazios média no escoamento foi moderada. Valores médios representativos para esse caso são: $C_{vt} = 1,08$, $C_L^{MV} = 0,92$, $C_z^{AR} = 1,17$ e $C_G^{AR} = 0,63$.

No Bocal-II as forças interfaciais de arrasto e de massa virtual são crescentes, enquanto que no Bocal-I ocorre internamente um ponto de máximo. Neste bocal a força de massa virtual torna-se negativa, em parte do escoamento, para se opor à redução da velocidade relativa entre as fases.

Os gráficos de pressão estática mostram que a variação da pressão entre as seções de entrada e de saída dos dois bocais são praticamente iguais. No interior, a pressão depende da curvatura dos bocais. Esses gráficos confirmam que há uma variação intensa de pressão no trecho final do Bocal-II. Isso explica as menores variações absolutas de pressão que foram medidas para esse bocal, uma vez que, na realidade, as tomadas de pressão foram instaladas a cerca de 4,7 mm da saída dos bocais.

Para os demais testes efetuados, a Tabela 9.2 compara as variações absolutas de pressão $M1$, $M2$ e $M3$ calculadas no modelo unidimensional com as medidas experimentalmente. Deve-se enfatizar que a tabela mostra as variações absolutas. Os valores reais medidos e calculados são negativos, indicando a esperada redução de pressão do escoamento na direção axial. Nos cálculos é adotado como coeficiente de massa virtual

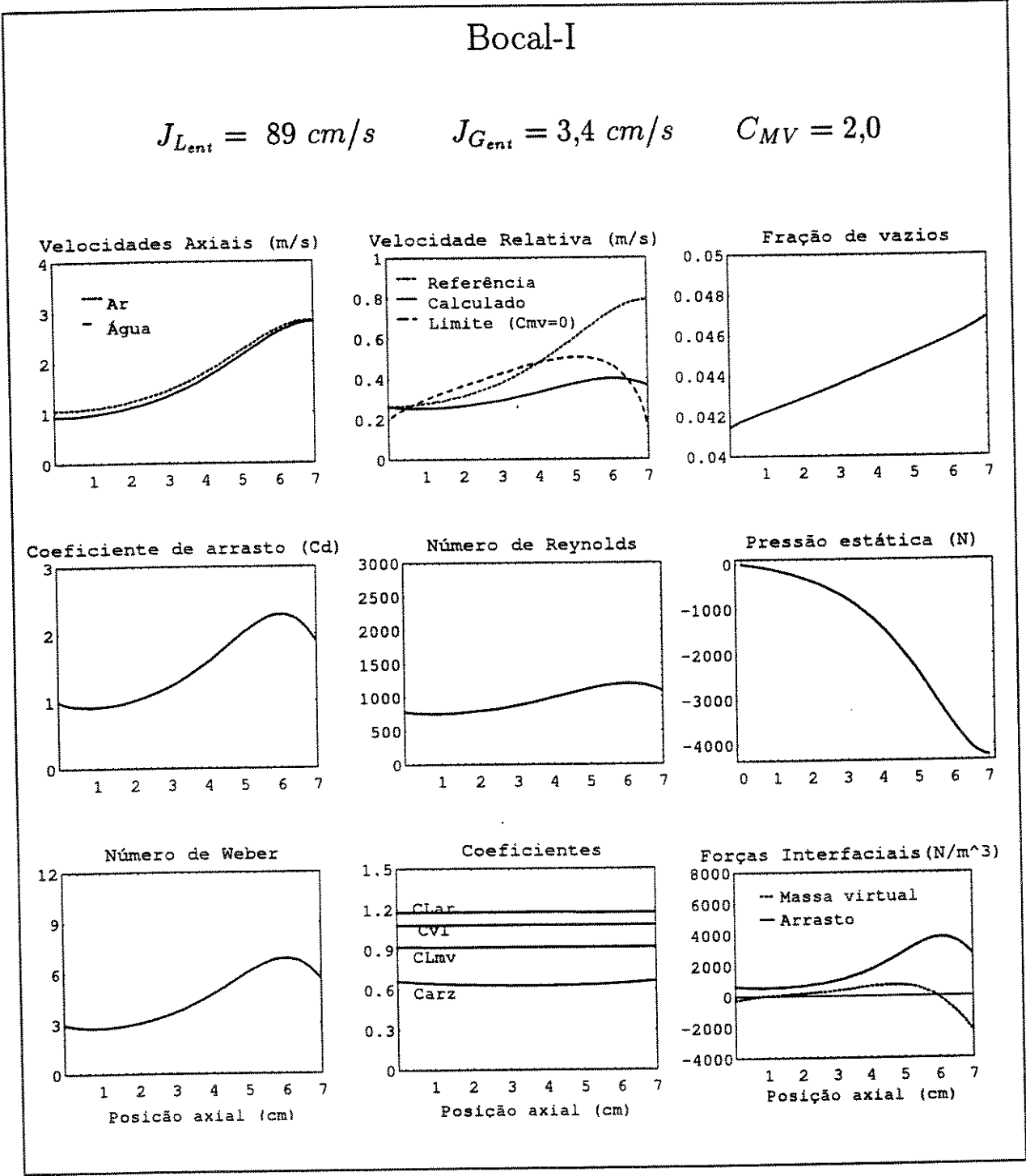


Figura 9.15: Gráficos obtidos para o Bocal-I com o Modelo Unidimensional.

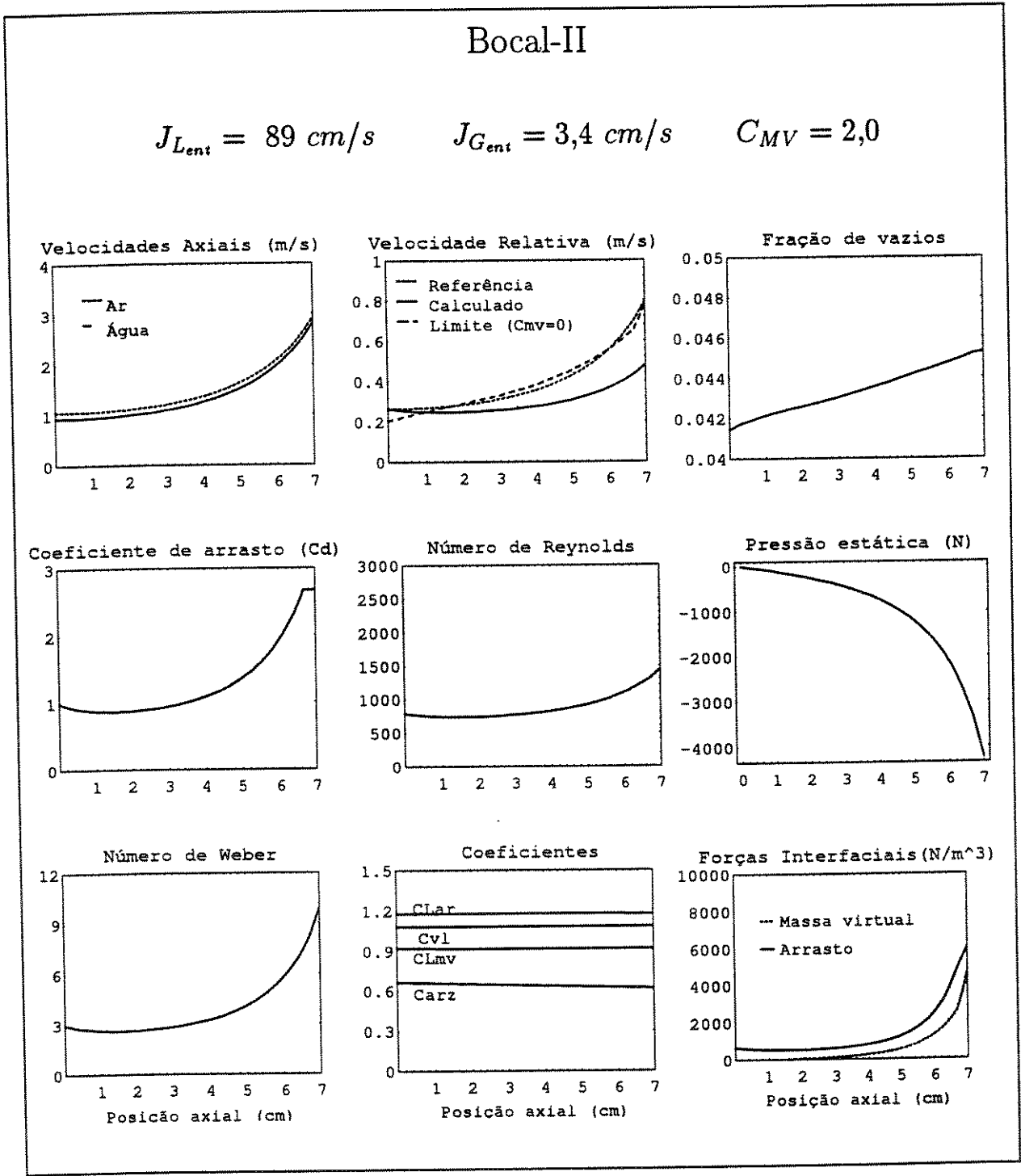


Figura 9.16: Gráficos obtidos para o Bocal-II com o Modelo Unidimensional.

representativo o valor $C_{MV} = 2,0$. Verifica-se a proximidade entre os valores. De maneira geral, as variações absolutas de pressão medidas se tornam um pouco maiores do que as calculadas quando o escoamento é de maior velocidade. Essa diferença de comportamento é atribuída à hipótese simplificadora que desprezou os efeitos viscosos e turbulentos, que são mais intensos nesses escoamentos.

J_{Lent} (cm/s)	J_{Gent} (cm/s)	Bocal-I						Bocal-II					
		Calculado (cmH ₂ O)			Medido (cmH ₂ O)			Calculado (cmH ₂ O)			Medido (cmH ₂ O)		
		M1	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3
19	4,4	7,6	2,2	1,6	7,5	2,7	1,6	7,0	1,8	1,5	6,5	1,7	1,6
36	4,4	12,2	4,0	1,8	12,6	3,2	1,7	10,2	2,6	1,6	10,1	1,7	1,6
65	4,4	26,5	9,2	2,7	26,8	7,5	3,5	19,3	4,8	2,0	19,9	3,4	1,8
89	4,4	42,1	15,6	3,7	45,4	12,3	4,3	30,6	7,5	2,3	32,1	5,5	2,1
51	2,1	18,0	6,2	2,3	18,4	4,6	2,8	14,2	3,5	1,8	14,5	2,4	1,7
51	3,0	18,1	6,2	2,6	18,4	4,9	2,9	14,2	3,5	1,8	14,5	2,4	1,7
51	6,2	18,3	6,4	2,2	18,9	5,0	2,8	14,4	3,6	1,7	14,3	2,5	1,6
26	3,0	9,3	2,8	1,7	9,6	1,7	2,3	8,3	2,1	1,6	8,1	1,7	1,6
26	1,5	9,3	2,8	1,7	9,9	1,7	2,4	8,4	2,1	1,6	8,4	1,7	1,6
51	4,4	18,0	6,3	2,2	18,3	4,5	2,0	14,2	3,5	1,8	14,2	2,8	1,7
75	4,4	31,6	11,6	3,1	33,2	8,2	2,8	23,7	5,8	2,1	25,0	4,8	2,0
100	4,4	51,3	19,4	4,2	52,9	14,8	3,7	37,3	9,0	2,5	39,1	7,2	2,3
100	8,9	52,6	19,9	4,2	54,9	15,4	3,9	38,0	9,2	2,5	40,2	7,4	2,3
26	4,4	9,2	2,8	1,7	9,3	1,8	1,7	8,2	2,1	1,6	9,1	1,8	1,6
26	2,1	9,2	2,8	1,7	9,5	1,7	1,6	8,3	2,1	1,6	9,3	1,7	1,6

Tabela 9.2: Resultados calculados e medidos para as variações absolutas de pressão.

A Tabela 9.3 resume os resultados obtidos ao simular com o modelo unidimensional os casos que são semelhantes aos demais testes medidos neste trabalho. Além das variáveis n , α_0 e q , estão tabeladas as frações de vazios médias medidas na seção de entrada, $\langle\alpha_G\rangle_e$, e de saída, $\langle\alpha_L\rangle_s$, que podem ser comparadas às calculadas para várias hipóteses de coeficientes de massa virtual, C_{MV} . As seguintes observações são feitas, baseadas nos dados da Tabela 9.3:

1. em todos os casos, na saída dos bocais, tanto as frações de vazios medidas, como as calculadas, são maiores do que as medidas na seção de entrada;
2. As frações de vazios medidas na saída do Bocal-I são maiores do que aquelas medidas

para condições semelhantes no Bocal-II;

3. a simulação para o bocal côncavo, Bocal-II, para $C_{MV} \leq 4$, mostra que a fração de vazios média, na saída do bocal aumenta com o coeficiente de massa virtual, C_{MV} . Isso está de acordo com o efeito da força de massa virtual, que reage à aceleração das bolhas no trecho final do bocal, ou seja, reduz a velocidade relativa;
4. para o bocal côncavo-convexo, Bocal-I, a fração de vazios na saída do bocal inicialmente diminui, depois aumenta, com o aumento de C_{MV} . Diferentemente do outro bocal, neste atuam forças interfaciais que nem sempre têm o mesmo sentido. Isso devido à ocorrência de um ponto de velocidade relativa máxima no interior do bocal. Nessa situação, o balanço de forças se faz com a força de massa virtual negativa, que atua para manter a velocidade relativa;
5. No caso em que o coeficiente de massa virtual é muito grande, a velocidade relativa não se altera, implicando em aumento na fração de vazios da mistura;
6. As simulações indicam que, para os bocais estudados, a contribuição máxima da força de massa virtual no cálculo da fração de vazios na seção de saída é de cerca de 15%;
7. As comparações entre os dados experimentais e os simulados é prejudicada pelo fato da influência do coeficiente C_{MV} nos resultados finais não ser elevada. Considerando que para os dados experimentais devem ser consideradas as imprecisões na medição local somadas ao processo de média para a seção transversal, a comparação com os valores simulados definem uma faixa larga de valores possíveis para o coeficiente.
8. O uso da força de massa virtual nos modelos se justifica por dois motivos. Em primeiro lugar, embora a influência média observada para a fração de vazios na seção de saída ser de no máximo de 15 %, essa força atua mais intensamente localmente, principalmente onde o gradiente de pressão é pronunciado, afetando todas as grandezas em escoamento. O outro motivo é relacionado ao desempenho do modelo numérico. Essa força introduz um termo inercial à fase gasosa, que reage às flutuações numéricas, estabilizando o processo.

Teste	Bocal	n	α_0	q	$\langle \alpha_G \rangle_e$	$\langle \alpha_G \rangle_s$	$\langle \alpha_{Gs} \rangle$ calculado para $C_{MV} =$				
							0	0,5	2,0	4,0	∞
T10	II	11	11,8	0,25	12,2	16,5	14,1	14,4	15,0	15,7	15,7
T11	II	11	7,6	0,77	8,5	9,5	8,9	9,1	9,4	9,8	10,2
T12	II	11	3,4	4,00	5,6	5,5	6,0	6,2	6,5	6,7	6,9
T13	II	11	3,2	1,94	4,1	4,2	4,2	4,3	4,5	4,7	5,1
T14	II	11	2,2	3,88	3,5	3,7	3,7	3,8	3,9	4,1	4,2
T15	II	11	3,7	2,06	4,8	5,1	4,9	5,0	5,2	5,4	5,5
T16	II	11	8,7	0,41	9,3	9,6	9,0	9,2	9,5	9,9	9,7
T17	II	11	6,3	0,26	6,6	8,4	7,8	8,0	8,4	8,7	8,6
T18	II	11	3,2	0,63	3,5	4,2	4,1	4,2	4,4	4,6	4,6
T64	II	14	4,9	1,77	6,0	6,2	6,9	7,0	7,3	7,6	7,7
T65	II	12	3,7	1,43	4,4	4,4	4,8	4,9	5,1	5,3	5,3
T66	II	10	3,3	0,62	3,6	4,0	3,5	3,6	3,8	3,9	4,1
T67	II	11	6,5	0,44	7,0	7,4	6,8	7,0	7,4	7,6	7,9
T68	II	10	9,1	-0,74	8,0	10,3	10,4	10,6	11,1	11,6	10,7
T69	II	16	3,3	0,96	3,6	4,5	5,7	5,8	6,1	6,4	5,3
T20	I	11	12,0	-0,10	11,8	16,8	14,8	14,7	14,8	15,2	15,4
T21	I	11	8,2	0,06	8,3	10,2	9,4	9,2	9,2	9,5	9,8
T22	I	11	3,2	3,50	5,0	6,0	6,7	6,5	6,5	6,6	6,7
T23	I	11	2,2	3,86	3,5	4,4	5,1	5,0	5,0	5,0	5,1
T24	I	11	2,1	2,70	3,0	4,0	3,9	3,8	3,8	3,9	3,9
T25	I	11	3,0	1,67	3,8	4,8	5,3	5,2	5,1	5,2	5,3
T26	I	11	9,9	-0,64	8,9	10,1	9,2	9,0	9,0	9,3	9,8
T27	I	11	6,9	0,30	7,2	10,0	8,4	8,3	8,3	8,5	8,5
T28	I	11	2,1	1,31	2,6	3,4	4,7	4,6	4,6	4,7	4,9
T29	I	11	1,8	1,73	2,3	2,7	2,9	2,9	2,8	2,9	3,0
T30	I	11	3,4	2,32	4,6	5,5	6,0	5,9	5,9	5,9	6,1
T31	I	11	6,6	1,96	8,6	10,9	11,4	11,2	11,2	11,2	11,5
T32	I	11	3,4	5,00	6,0	7,1	9,4	9,2	9,1	9,2	9,2
T73	I	11	0,9	1,74	1,1	1,6	2,1	2,0	2,0	2,0	1,9
T74	I	14	4,9	1,77	6,0	7,0	7,7	7,5	7,5	7,6	8,2
T75	I	12	3,7	1,43	4,4	4,7	5,5	5,4	5,3	5,4	5,5
T76	I	10	3,3	0,62	3,6	3,6	4,1	4,0	3,9	4,0	4,3
T77	I	11	6,5	0,44	7,0	7,1	7,8	7,7	7,6	7,7	7,9
T78	I	10	9,1	-0,74	8,0	12,8	11,3	11,1	11,2	11,5	10,7
T79	I	16	3,3	0,96	3,6	5,4	6,3	6,2	6,2	6,3	5,3

Tabela 9.3: Resultados simulados para os bocais pelo Modelo Unidimensional.

9.2.3 Simulação do modelo de dois fluidos bidimensional

O Modelo Bidimensional de Dois Fluidos foi numericamente resolvido com o auxílio do programa computacional PHOENICS[®]. Com isso pode-se verificar a capacidade do modelo em prever o comportamento do escoamento através de bocais. O Apêndice D.3 traz o programa computacional, escrito na linguagem específica PIL “Phoenix Input Language”. O programa usa a opção de escoamento parabólico. Previamente, tentou-se a opção elíptica, porém não se conseguiu obter a convergência das soluções.

As soluções apresentadas foram obtidas após inúmeras tentativas. Dificuldades de convergência foram contornadas com o emprego de fatores de relaxação pequenos e, em consequência, uma maior quantidade de iterações. As soluções foram consideradas válidas quando convergiram para resultados fisicamente coerentes. Deve-se destacar que durante as simulações, para vários casos, a solução convergiu para resultados fisicamente improváveis. Neste trabalho, não são abordadas questões relacionadas ao método numérico, tais como unicidade da solução, existência de soluções localmente estáveis etc.

Como citado, esse programa computacional foi escolhido porque há aplicações anteriores bem sucedidas, para o escoamento em tubos, publicadas na literatura. Neste estudo, estendemos a aplicação para o escoamento em bocais.

Nas Figuras 9.17 e 9.18 estão os gráficos que mostram os comportamentos calculados para a fração de vazios e para a velocidade axial da fase gasosa, respectivamente para o Bocal-I e Bocal-II. A velocidade superficial de líquido na seção de entrada é 26 *cm/s* e a velocidade superficial de gás é 2,1 *cm/s*. As simulações foram realizadas assumindo o coeficiente $C_{SL} = 0,08$, $C_{MV} = 0,80$ e $C_{PI} = 0,40$.

O comportamento simulado concorda com as observações experimentais. Em ambos os bocais, a fração de vazios na seção de saída é maior do que na seção de entrada, porém no Bocal-II o aumento é menor do que no Bocal-I. Isso pode ser percebido, nos gráficos, pelo comportamento da graduação da cor na linha central dos bocais, de montante para

jusante. No Bocal-II as faixas coloridas avançam mais, enquanto que no Bocal-I as cores são alteradas mais rapidamente.

Pode-se perceber que o perfil de velocidades achata-se bastante, à medida em que a contração dos bocais aumenta. Isso é mais evidente na região final do Bocal-II, em que a contração é mais intensa. O perfil de velocidades se torna praticamente uniforme na seção de saída dos bocais.

As Figuras 9.19 e 9.20 repetem resultados semelhantes, também para os Bocal-I e Bocal-II, mas para um escoamento em que a velocidade superficial do líquido na seção de entrada é 104 cm/s e a velocidade superficial do gás é $7,0 \text{ cm/s}$. O comportamento mostrado por esses gráficos também confirmam as observações experimentais, indicando que há pouca alteração na distribuição radial de fração de vazios para os escoamentos de maiores vazões.

As Figuras 9.21 a 9.24 mostram, referentes aos casos acima, os demais resultados que são calculados pelo programa computacional PHOENICS®. As grandezas mostradas são: a pressão estática, a velocidade axial da fase líquida, a energia cinética turbulenta, dissipação de energia e a viscosidade cinemática turbulenta, a força axial de massa virtual, as forças radiais de sustentação lateral e de pressão interfacial e o coeficiente da força de arrasto.

Observa-se que o comportamento calculado para a velocidade relativa confirma o obtido no modelo unidimensional. Enquanto que no Bocal-I a velocidade relativa atinge um valor máximo no interior do bocal e se reduz na seção de saída, no Bocal-II a velocidade relativa é sempre crescente, com valor máximo na seção de saída.

Os gráficos da velocidade da fase líquida são bastante semelhantes aos mostrados para a fase gasosa. Esse comportamento fortalece a hipótese de igualdade dos perfis de velocidades das fases que foi adotada no escoamento unidimensional.

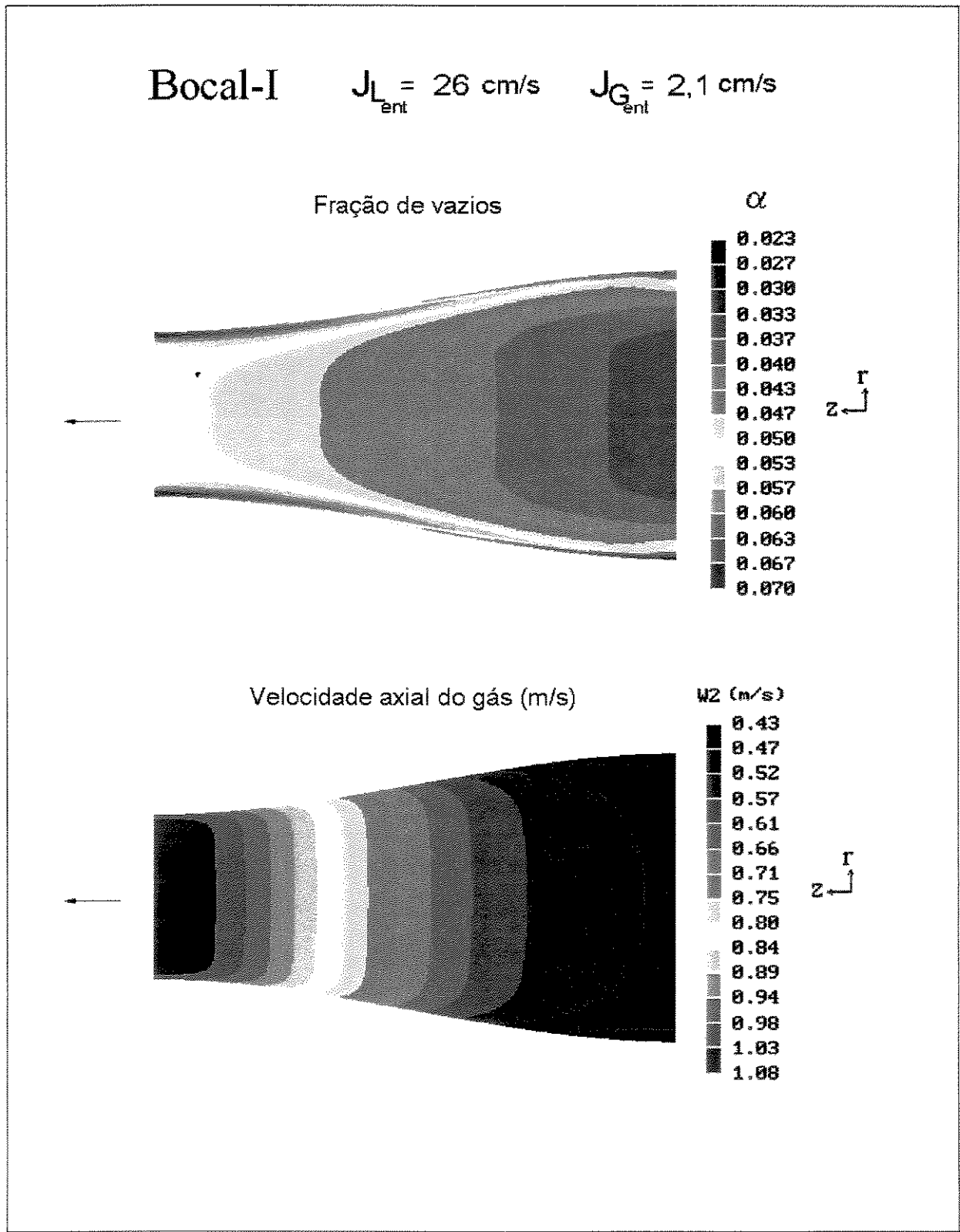


Figura 9.17: Gráficos da fração de vazios e velocidade axial do gás. Modelo Bidimensional. Bocal-I, $J_L = 26 \text{ cm/s}$ e $J_G = 2,1 \text{ cm/s}$.

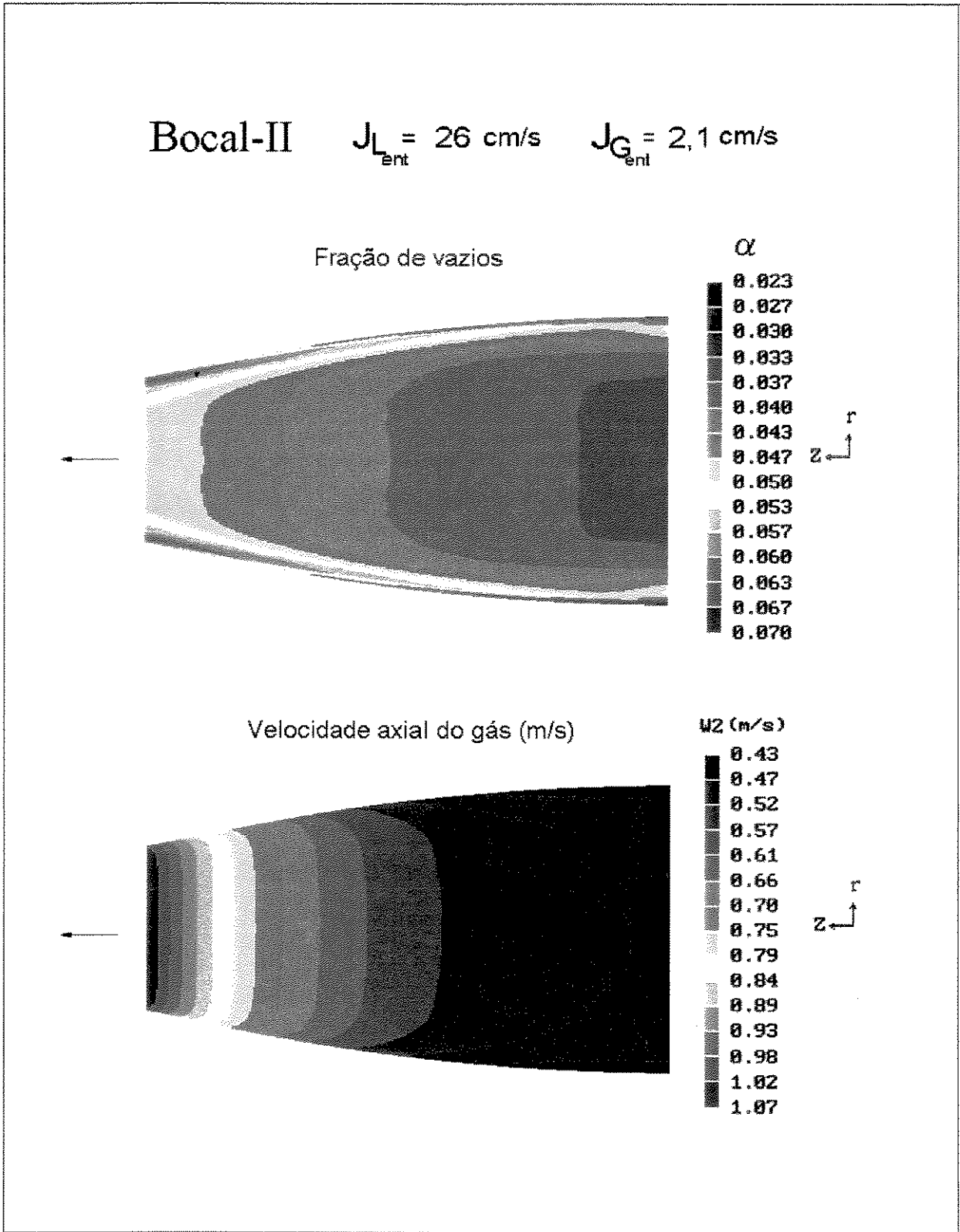


Figura 9.18: Gráficos da fração de vazios e velocidade axial do gás. Modelo Bidimensional. Bocal-II, $J_L = 26 \text{ cm/s}$ e $J_G = 2,1 \text{ cm/s}$.

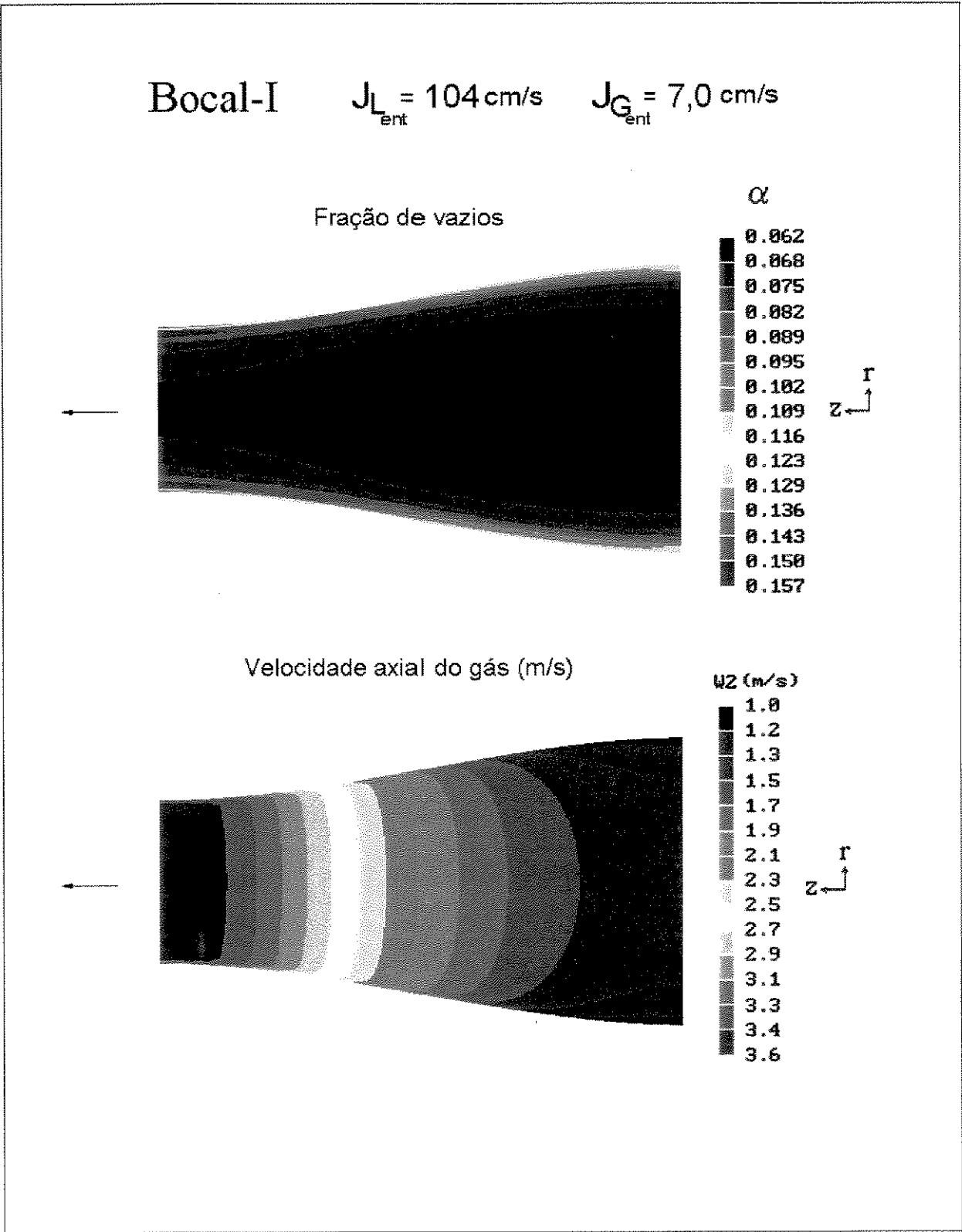


Figura 9.19: Gráficos da fração de vazios e velocidade axial do gás. Modelo Bidimensional. Bocal-I, $J_L = 104 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7,0 \text{ cm/s}$.

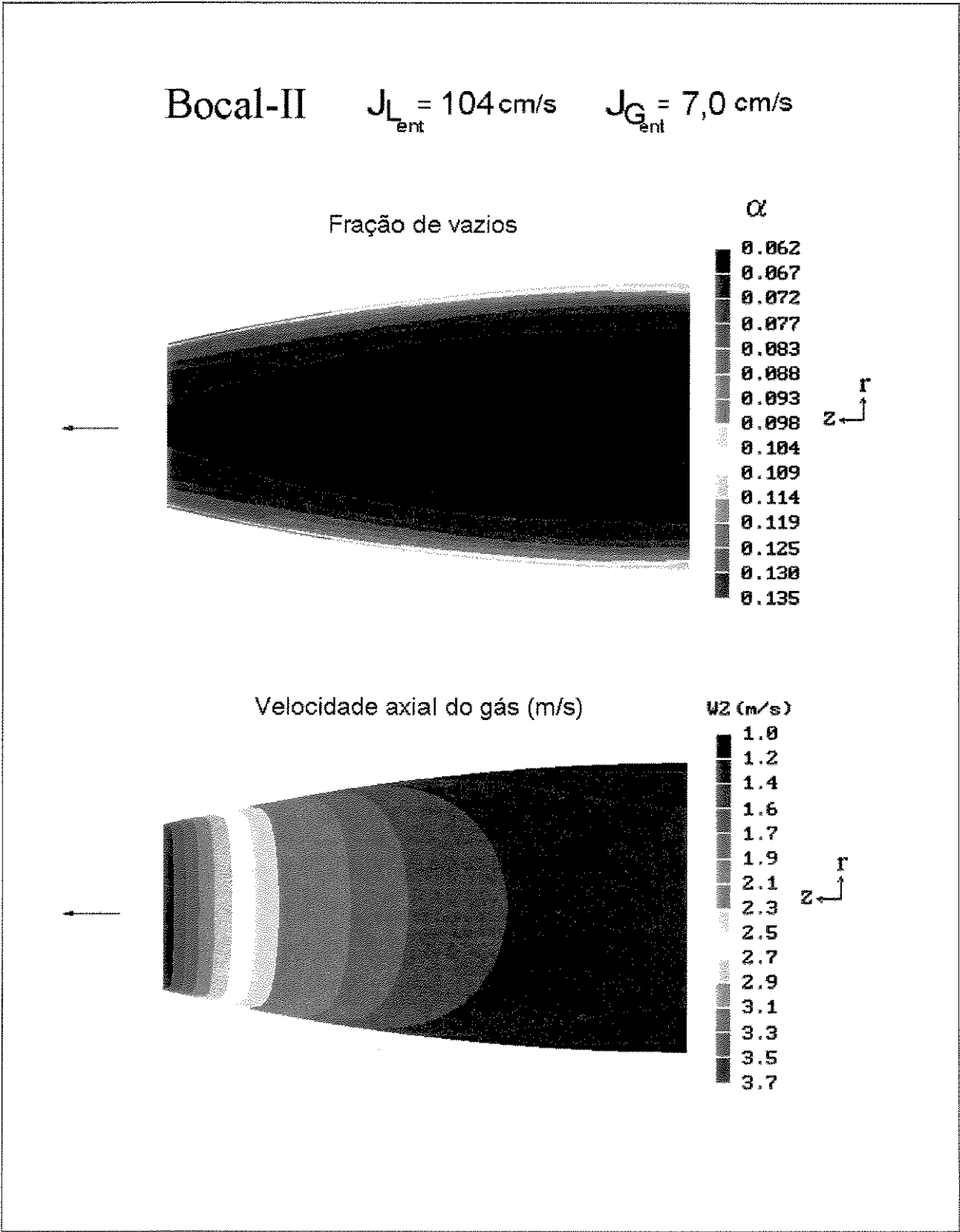


Figura 9.20: Gráficos da fração de vazios e velocidade axial do gás. Modelo Bidimensional. Bocal-II, $J_L = 104 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7,0 \text{ cm/s}$.

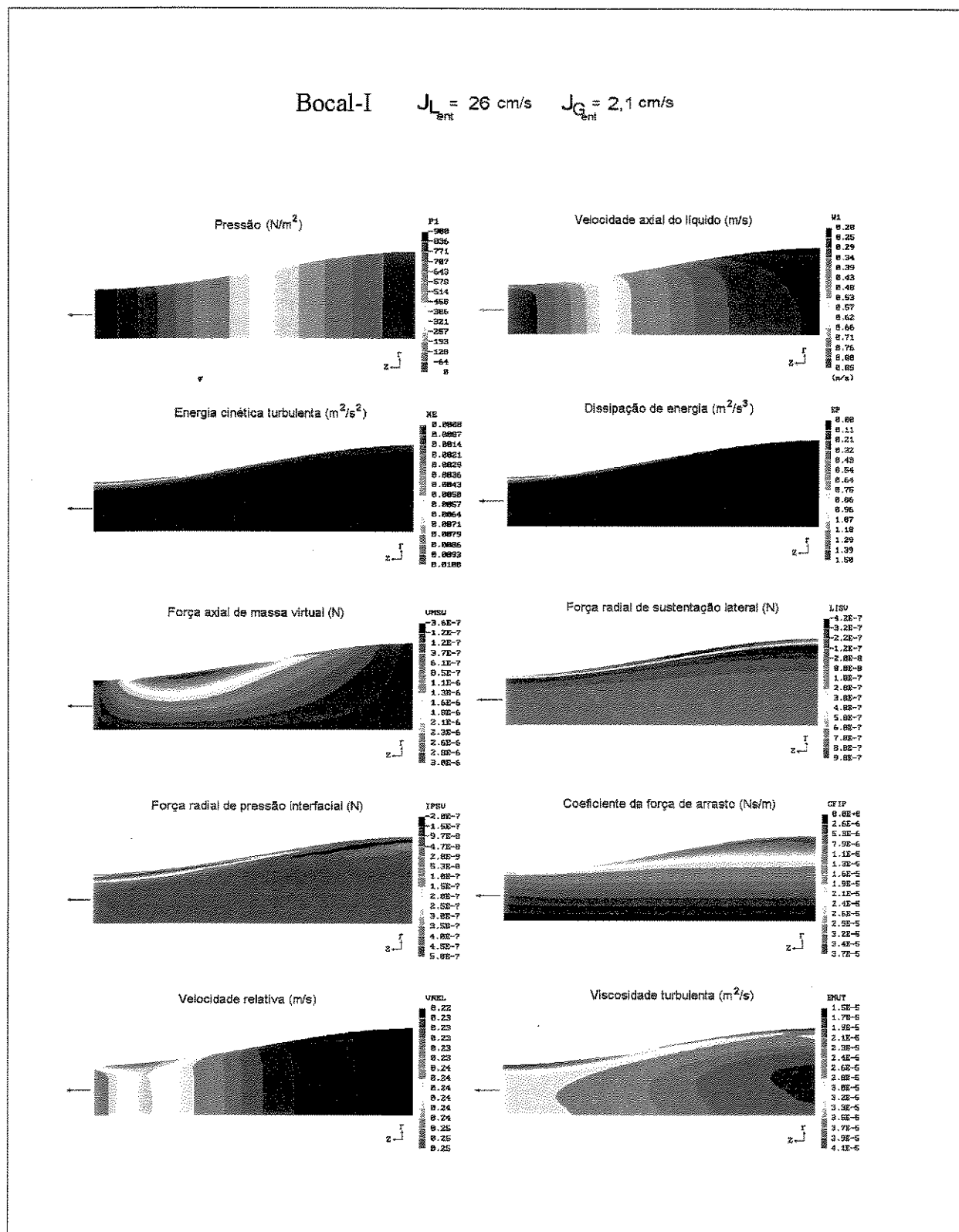


Figura 9.21: Gráficos de várias grandezas do escoamento. Modelo Bidimensional. Bocal-I, $J_L = 26 \text{ cm/s}$ e $J_G = 2,1 \text{ cm/s}$.

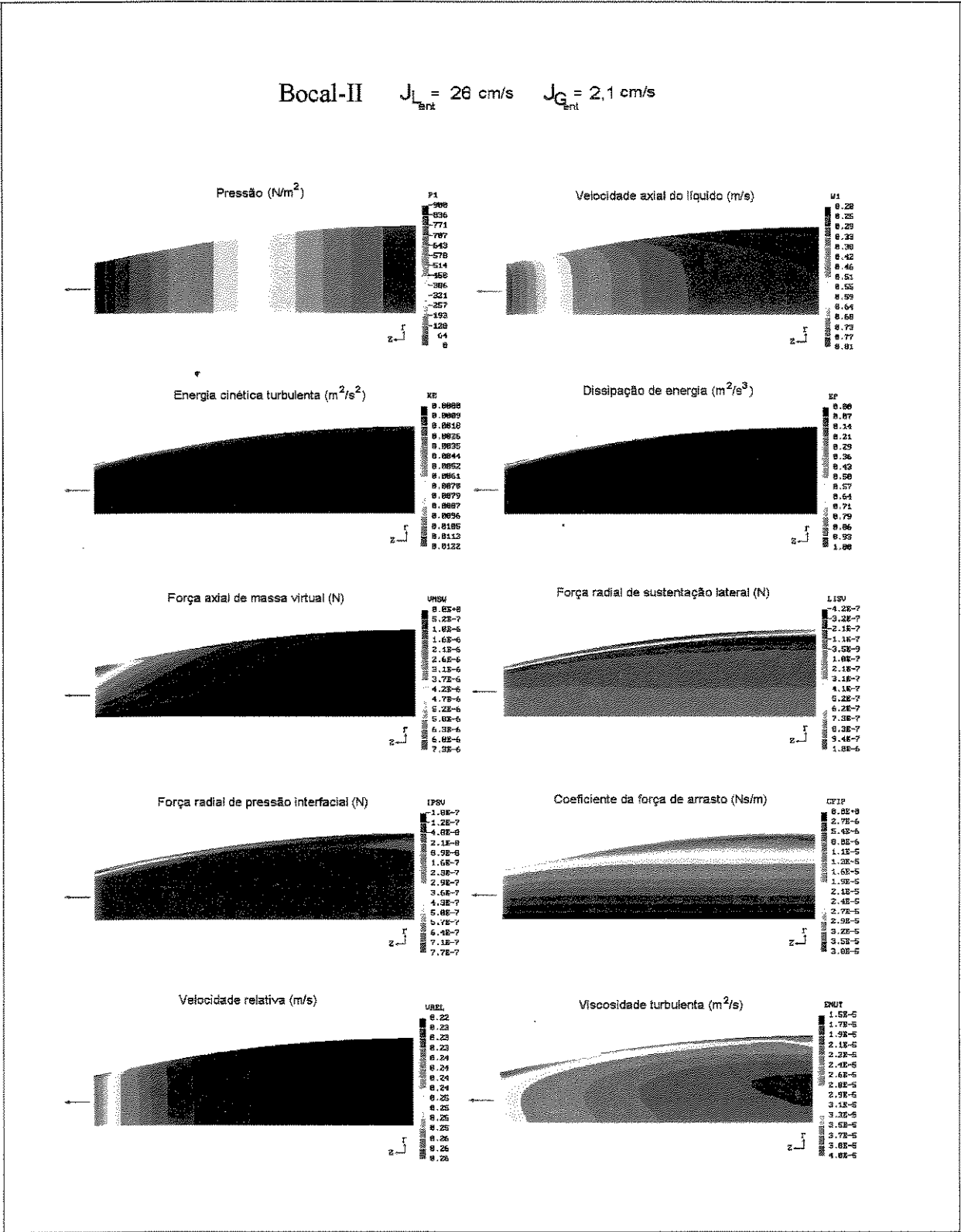


Figura 9.22: Gráficos de várias grandezas do escoamento. Modelo Bidimensional. Bocal-II, $J_L = 26 \text{ cm/s}$ e $J_G = 2,1 \text{ cm/s}$.

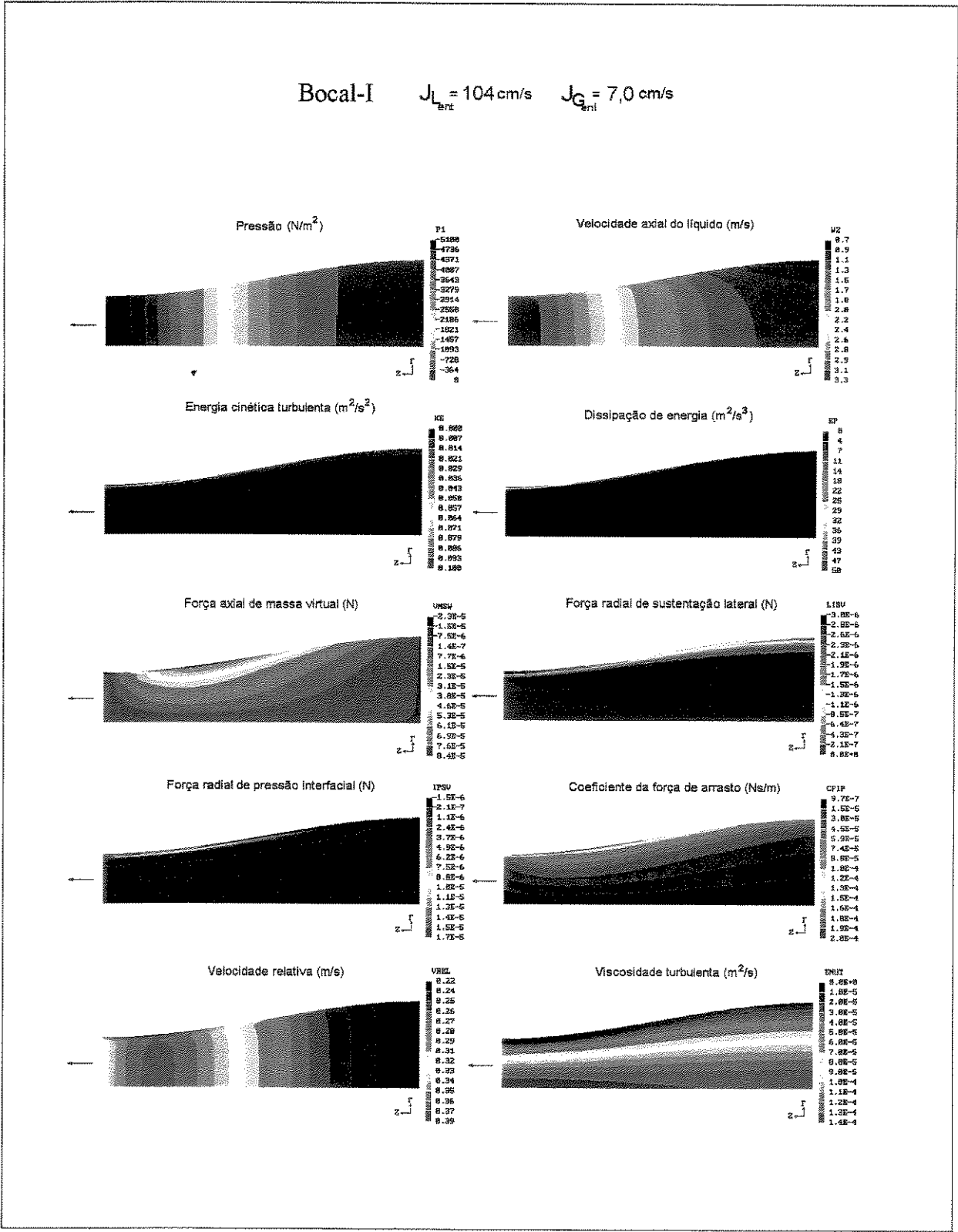


Figura 9.23: Gráficos de várias grandezas do escoamento. Modelo Bidimensional. Bocal-I, $J_L = 104 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7,0 \text{ cm/s}$.

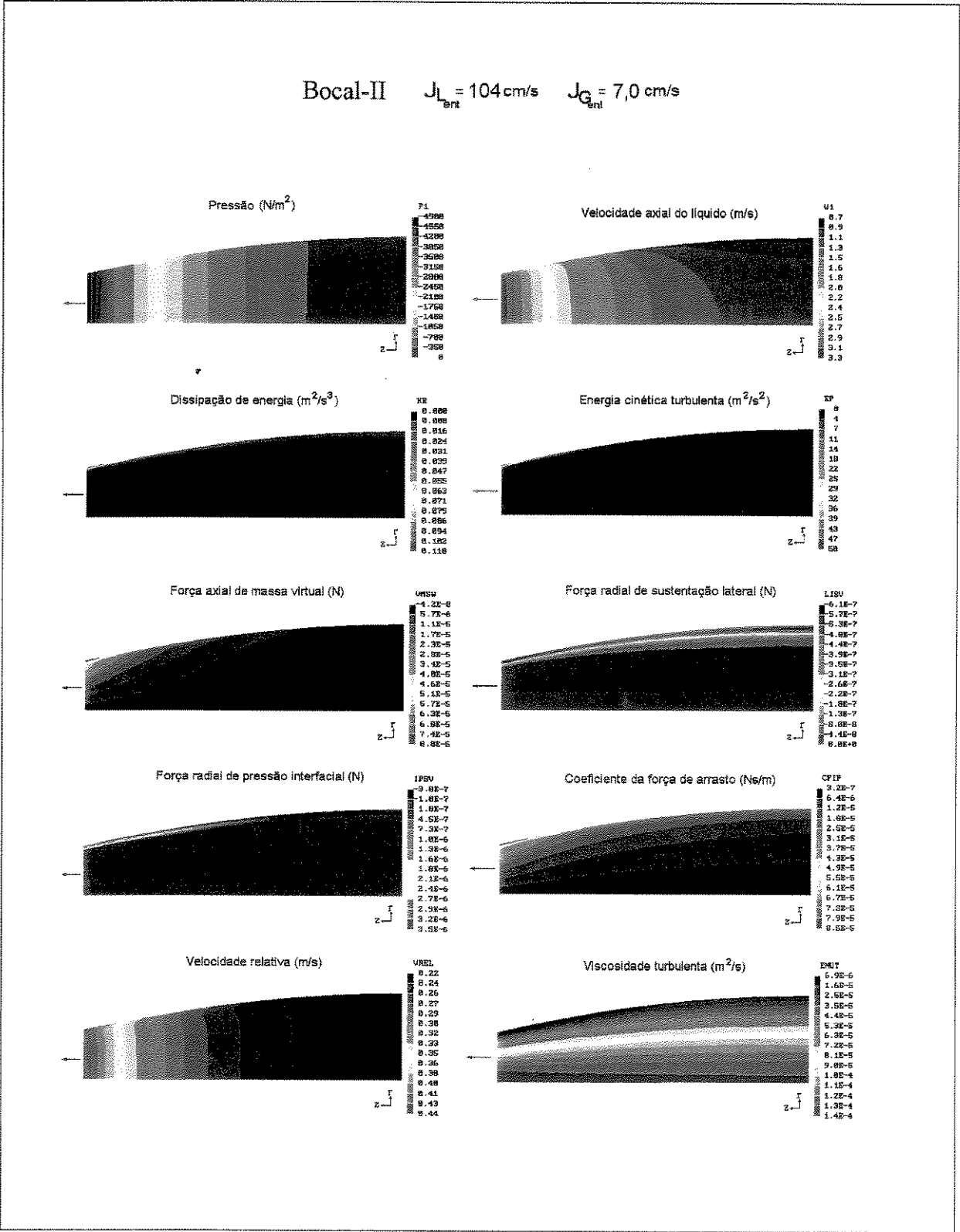


Figura 9.24: Gráficos de várias grandezas do escoamento. Modelo Bidimensional. Bocal-II, $J_L = 104 \text{ cm/s}$ e $J_G = 7,0 \text{ cm/s}$.

Capítulo 10

Conclusões e recomendações

10.1 Conclusões

A sonda elétrica dupla é um instrumento simples, de fácil construção, usada nos escoamentos bifásicos em que a fase contínua é eletricamente condutora para medir localmente a função residência de fases de dois pontos próximos no escoamento.

Embora a sonda elétrica dupla seja intrusiva, os resultados obtidos com uma sonda feita com fios de $127\ \mu m$ de diâmetro são bastante satisfatórios, mostrando que os desvios são pequenos. Com as medições efetuadas pela sonda é possível avaliar satisfatoriamente diversas grandezas do escoamento.

As medições obtidas pela sonda elétrica dupla dependem da escolha dos níveis de corte, que servem para definir as parcelas do sinal que correspondem a cada uma das fases. Os resultados experimentais mostram que o nível de corte diminui à medida em que a velocidade superficial do líquido aumenta. Isso provavelmente indique que a inércia do escoamento reduz os efeitos causados pela intrusividade nas medições.

A análise dos níveis de voltagem dos sinais adquiridos pela sonda elétrica permitem

definir um nível de voltagem de referência para o corte, no qual o fator de corte é igual a zero. Esse nível de voltagem é o menor valor que pode ser adotado para o nível de corte.

Escolhidos os níveis de corte, os sinais obtidos conduzem a distribuições aparentes de velocidades e de comprimento de cordas representativas do escoamento.

O método proposto neste trabalho determina localmente, a partir das distribuições aparentes, as distribuições reais de diâmetro e de velocidades reais das bolhas no escoamento. Outras grandezas são calculadas a partir dessas distribuições básicas, por exemplo: densidade de área interfacial, diâmetro médio de bolhas, velocidade superficial da fase gasosa, etc.

A proximidade entre a velocidade superficial da fase gasosa calculada pelo método proposto neste trabalho e as que são calculadas por duas outras formas, a primeira através da vazão medida na placa de orifício e, a segunda, integrando superficialmente o produto da fração de vazios pela velocidade local da fase gasosa, mostram a consistência dos dados medidos experimentalmente e a do método proposto.

Neste trabalho foi realizado um estudo do formato elementar dos sinais que são obtidos pela sonda elétrica. Uma análise semelhante à efetuada para as sondas óticas por Cartellier[15], sugere que a inclinação do trecho inicial do sinal obtido com a sonda elétrica é determinado pela hidrodinâmica da perfuração da bolha. Dessa maneira, está associado às grandezas do escoamento. Provavelmente, como sugerido pelo autor, a análise detalhada desses sinais forneçam grandezas importantes, tais como a velocidade média das interfaces.

A sonda elétrica dupla foi empregada para medir localmente diversas grandezas em escoamentos verticais ascendentes de misturas água-ar em padrão de bolhas, através de um tubo e de dois bocais convergentes.

As medições no tubo vertical foram realizadas em uma seção transversal em que

o escoamento é desenvolvido. Foi comprovado que a distribuição radial das grandezas dependem, principalmente, da velocidade superficial da fase líquida. Quando a vazão de líquido é maior, a frequência de bolhas próximo à parede é elevada, em consequência ocorre nessa região um pico de fração de vazios e de densidade de área interfacial. Os resultados também mostram que as bolhas de maior diâmetro tendem a migrar para essa região. Quando a velocidade superficial de líquido é pequena, até aproximadamente 25 cm/s , nas nossas condições operacionais, a maior concentração das grandezas citadas ocorrem no centro do tubo.

Foi observado, nos testes cujas velocidades superficiais de líquido são 25 cm/s e 50 cm/s , que a ocorrência de maior concentração de bolhas próximo à parede também depende da velocidade superficial da fase gasosa. Aumentando a vazão de ar, as bolhas migram para a parede.

O Modelo de Dois Fluidos empregado neste trabalho é capaz de reproduzir o comportamento observado experimentalmente. O modelo depende da constituição das forças interfaciais. As forças interfaciais atuantes que determinam a distribuição de fases são as de sustentação lateral, massa virtual, força de parede e de pressão interfacial. No escoamento desenvolvido a força de massa virtual não é atuante. Nos escoamentos ascendentes, a força de sustentação lateral atua promovendo a formação de um pico de concentração de bolhas próximo à parede, enquanto que as forças de pressão interfacial e de parede atuam no sentido contrário.

Concluimos que, no escoamento vertical ascendente, no âmbito deste estudo, é a força de sustentação lateral a maior responsável pela maior concentração de bolhas nas proximidades da parede do tubo.

A turbulência na fase líquida tem influencia na distribuição das fases. Na fase gasosa, a turbulência pode ser desprezada pois introduz forças muito menores do que as forças interfaciais e que os gradientes de pressão do escoamento.

A turbulência atua de três formas distintas. A primeira é introduzindo um gradiente radial de pressão, devido à diferentes intensidades da turbulência local. A segunda forma é modificando o perfil de velocidades das fases, principalmente o da fase contínua, que, por sua vez, atua sobre as forças interfaciais que dependem desse perfil, por exemplo a força de sustentação lateral. A terceira influência, que não é estudada neste trabalho, mas é citada na literatura, por exemplo em Bertodano *et al*[7], é devida à anisotropia da turbulência que induz movimentos secundários que influenciam a distribuição de fases.

Os coeficientes das forças interfaciais, ajustados para o escoamento desenvolvido em tubo vertical usando o Modelo Bidimensional, estão contidos nos seguintes intervalos: $0,07 < C_{SL} < 0,13$, $1,1 < C_{MV} < 2,0$ e $0,6 < C_{PI} < 1,0$. Esses coeficientes foram ajustados assumindo que a turbulência induzida pela passagem das bolhas no centro do tubo está relacionada com o coeficiente de massa virtual através das Equações 3.61 a 3.63, que são citadas na literatura. Também foi mantida a proporção que é calculada para o escoamento potencial entre os coeficientes de pressão interfacial e de massa virtual, ou seja igual a 0,5.

O pico de fração de vazios próximo à parede também ocorre no escoamento em bocais convergentes. Observa-se que, mesmo nos casos em que o perfil de fração de vazios é aproximadamente uniforme na seção de entrada do bocal, a distribuição evolui para um pico próximo à parede na seção de saída. Nos casos em que já ocorre um pico de fração de vazios na seção de entrada do bocal, o perfil de fração de vazios não é substancialmente alterado na seção de saída.

A fração de vazios média na seção de saída do bocal convergente depende da curvatura do bocal. O Bocal-II, côncavo, apresenta valores menores que os medidos no Bocal-I, côncavo-convexo, de mesma razão de contração, em condições de escoamento semelhantes na entrada dos bocais. Esse comportamento é atribuído ao aumento da velocidade relativa das bolhas devido aos gradientes locais de pressão, que são mais intensos no Bocal-II. Quando a velocidade relativa das bolhas aumenta, a fração de vazios média diminui.

O Modelo de Dois Fluidos Unidimensional simplificado, em que são considerados apenas os efeitos inerciais e as forças interfaciais de arrasto e de massa virtual, é capaz de prever o comportamento da fração de vazios média do escoamento, através dos bocais convergentes, que é observado experimentalmente.

Da mesma forma, o Modelo de Dois Fluidos Bidimensional também é capaz de reproduzir o comportamento observado experimentalmente. O uso do programa computacional PHOENICS[®] viabiliza a solução do Modelo de Dois Fluidos Bidimensional na forma completa, que considera os efeitos inerciais, viscosos, a turbulência e as forças interfaciais.

Porém a obtenção de soluções fisicamente coerentes exige inúmeras tentativas e um profundo conhecimento do problema em análise. Soluções fisicamente improváveis são frequentemente encontradas, o que faz considerar a possibilidade de não unicidade de solução, ou, de forma equivalente, de que a solução numérica possa convergir para pontos localmente estáveis, que seriam dependentes das condições iniciais ou, mesmo, das relaxações empregadas. Um estudo aprofundado desse tópico não foi abordado neste trabalho.

A opção de escoamento parabólico conduziu a soluções fisicamente coerentes, mesmo para bocais, e é uma boa opção computacional, uma vez que a convergência numérica é mais facilmente alcançada. O emprego da opção elíptica conduz a problemas de difícil convergência. Nos casos simulados para este trabalho, obtivemos sucesso apenas em alguns casos elípticos aplicados ao escoamento através de tubos. Ou seja, não foi obtida a convergência no escoamento através de bocais. As soluções elípticas que foram conseguidas para tubos são muito semelhantes às respectivas soluções parabólicas.

10.2 Recomendações

Visando reduzir a intrusividade da sonda elétrica, recomenda-se diminuir o seu tamanho. Para isso, deve-se empregar fios mais finos para os sensores, sendo que o material escolhido deve ter rigidez suficiente e ser pouco afetado pela oxidação ou deposição eletrostática. Neste trabalho, a manufatura de sondas com fios de tungstênio ou de aço inoxidável de pequenos diâmetros, até $40\ \mu\text{m}$, foi frustrada por não se conseguir aplicar na região dos sensores uma camada de material isolante fina e resistente. Sugere-se, para um trabalho futuro, tentar a deposição eletroquímica de um produto de baixa condutividade elétrica sobre as extremidades de fios finos.

Visando a medição da velocidade média local e da fração de vazios local, sugere-se desenvolver uma técnica para a interpretação dos dados obtidos por uma sonda elétrica simples. A tarefa se basearia na análise detalhada dos sinais adquiridos, visando selecionar as ocorrências representativas que possam ser associadas à velocidade média local do escoamento. Para isso, as bolhas devem ser identificadas e diversas grandezas, tais como a inclinação inicial do sinal, a duração, amplitude, etc, devem ser individualmente medidas. Essas grandezas devem ser correlacionadas à velocidade do escoamento, medida experimentalmente de forma independente.

Visando estudar a influência da força de massa virtual no escoamento em padrão de bolhas, sugere-se medir a distribuição de fração de vazios na saída de bocais com curvaturas semelhantes às deste trabalho, porém construídos com diferentes comprimentos, mais curtos, para ressaltar o efeito da massa virtual.

Visando aprimorar o estudo da influencia da turbulência na distribuição radial de fases, sugere-se, a exemplo do feito por Bertodano *et al*[7], em 1994, implementar no Modelo de Dois Fluidos o modelo de Naot e Rodi[85]. Dessa forma, pode-se avaliar a influência introduzida pela anisotropia da turbulência.

Visando aprimorar o Modelo de Dois Fluidos Unidimensional, sugere-se escolher

novos perfis para a fração de vazios e para as velocidades das fases, que melhor ajustem os dados experimentais. Isso pode ser feito, por exemplo, somando aos perfis adotados neste trabalho um termo proporcional à posição radial relativa elevado a um expoente de grande valor. Um termo com essa forma só modificaria a região próxima à parede. Neste trabalho, são usados perfis semelhantes aos comumente citados na literatura, cujas equações são mais simples. Porém, como é mostrado, o ajuste na região próxima à parede pode ser melhorado, conduzindo ao cálculo mais preciso das covariâncias e coeficientes.

Visando melhor entender a influência do tamanho das bolhas nos mecanismos de segregação radial das fases, sugere-se aprimorar o misturador água-ar, para controlar o tamanho das bolhas produzidas no experimento. Com isso, podem ser feitas medições de frações de vazios, velocidades e frequências de bolhas para condições semelhantes de escoamento, porém variando o tamanho das bolhas. Sugere-se, também, a mudança no diâmetro do tubo, para investigar a influência da relação entre os diâmetros da bolha e do tubo. Uma vantagem adicional, propiciada por um experimento que produza bolhas de tamanho constante, é o aumento de certeza nas comparações entre os valores medidos experimentalmente e os obtidos com os modelos.

Sugere-se estender as medições locais de fração de vazios para escoamentos com maiores velocidades superficiais de água. Dados preliminares obtidos em uma coluna de 35 mm de diâmetro mostraram que o pico de fração de vazios na parede do tubo desaparece em escoamentos com número de Reynolds elevado.

Sugere-se retomar o trabalho de Antal *et al*[3], de 1992, para estabelecer uma melhor formulação para a força de parede, inclusive em escoamentos turbulentos. Esse trabalho poderia ser auxiliado por medições experimentais detalhadas, com sondas menores e menos intrusivas, da fração de vazios próxima à parede, visando encontrar a posição de máxima fração de vazios. Nessa posição, poderia-se relacionar, ou mesmo igualar, a forças de sustentação lateral convencional com a de parede.

Visando aumentar a confiabilidade nas soluções numéricas obtidas com o uso do PHOENICS[®], especificamente aplicado no Modelo de Dois Fluidos, sugere-se um estudo

detalhado sobre a unicidade e convergência das soluções.

Visando uma melhor comparação entre as soluções obtidas numericamente, sugere-se procurar uma solução numérica elíptica para o Modelo de Dois Fluidos em tubos e bocais. Conforme citado, obtivemos sucesso em alguns casos de escoamento através de tubos, porém não foi obtida a convergência no escoamento através de bocais.

Referências

- [1] ABID, S., CHESTERS, A.K., CHEVAILLIER, J.P. The drainage and rupture of partially mobile films between colliding drops in liquid-liquid systems, *The 1992 ICHIME Research Event*.
- [2] ACHARD, J.L., CARTELLIER, A. Local characteristics of upward laminar bubbly flows, *PhysicoChemical Hydrodynamics*, v.6, n.5/6, p.841-852, 1985.
- [3] ANTAL, S.P., LAHEY JR, R.T., FLAHERTY, J.E. Analysis of phase distribution in fully developed laminar bubbly two-phase flow, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.17, n.5, p.635-652, 1991.
- [4] BENDAT, JULIUS S., PIERSON, ALLAN G. Random Data: Analysis and Measurement Procedures, Wiley Interscience, 1971.
- [5] BERTODANO, M.L. DE, LEE, S.J., LAHEY, R.T., DREW, D.A. The prediction of two-phase turbulence and phase distribution phenomena using a Reynolds stress model, *ASME J. Fluids Engng.*, v.112, p.107, 1990.
- [6] BERTODANO, M.L. DE, LAHEY JR, R.T., JONES, O.C. Development of a $k-\epsilon$ model for bubbly two phase flow, *Transactions of ASME, Journal of Fluids Engineering*, v.116, p.128-134, Mar 1994.
- [7] BERTODANO, M.L., LAHEY, R.T., JONES, O.C. Phase distribution in bubbly two-phase flow in vertical ducts , *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.20, n.5, p.805-818, 1994.
- [8] BERTODANO, M.L. Development of a two-phase law of the wall for bubbly flows, PROCEEDINGS OF THE 2nd INTERNATIONAL CONFERENCE ON MULTI-PHASE FLOW, Kyoto, Japan, April 3-7, PI 23-30, 1995.
- [9] BEYERLEIN, S.W., COSSMANN, R.K., RICHTER, H.J. Prediction of bubble concentration profiles in vertical turbulent two-phase flow, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.11, n.5, p.629-641, 1985.

- [10] BOYER, C., LEMONNIER, H. Design of a flow metering process for two-phase dispersed flows, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.22, n.4, p.713-732, 1996.
- [11] CAMELO-CAVALCANTI, E.S., LEMONNIER, H. and OCHTERBECK, J.M. Experimental and theoretical study of the effect of thermal non-equilibrium on two-phase two-component critical flow, *European Two-Phase Flow Group Meeting*, Piacenza, Italy, 1994.
- [12] CALABRESE, R.V., WANG, C.Y., BRYNER, N.P. Drop breakup in turbulent stirred-tank contactors. Part III: correlations for mean size and drop size distribution, *AIChE Journal*, v.32, n.4, p.677-681, Apr 1986.
- [13] CARTELLIER, A. Optical probes for local void fraction measurements: characterization of performance, *Rev.Sci.Instrum.*, v.61, n.2, p.874-886, Feb 1990.
- [14] CARTELLIER, A., ACHARD, J.L. Local phase detection probes in fluid/fluid two phase flows, *Rev.Sci.Instrum.*, v.62, n.2, p.279-303, Feb 1991.
- [15] CARTELLIER, A. Simultaneous void fraction measurement, bubble velocity, and size estimate using a single optical probe in gas-liquid two phase flows, *Rev.Sci.Instrum.*, v.63, n.11, Nov 1992.
- [16] CHEN, Q. Comparison of Different $k-\epsilon$ Models for Indoor Air Flow Computation, *Numerical Heat Transfer*, Part B, 28, 353-369, 1995.
- [17] CHESTERS, A.K. The modelling of coalescence processes in fluid-liquid dispersions: A review of current understanding, *Trans IchemE*, v.69, part A, p.259-270, Jul 1991.
- [18] CHESTERS, A.K., HOFMAN, G. Bubble coalescence in pure liquids, *Applied Scientific Research*, v.38, p.353-361, 1982.
- [19] CHIA-SHUN YIH Fluid Mechanics. a concise introduction to the theory, West River Press, 1979.
- [20] CLARK M.M. Drop breakup in turbulent flow-I. Conceptual and modeling considerations, *Chem. Eng. Sci.*, v.43, n.3, p.671-679, 1988.

- [21] CLARK M.M. Drop breakup in turbulent flow-II. Experiments in a small mixing vessel, *Chem. Eng. Sci.*, v.43, n.3, p.681-692, 1988.
- [22] CLARK N.N., TURTON R. Chord length distributions related to bubble size distributions in multiphase flows , *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.14, n.4, p.413-424, 1988.
- [23] CLIFT, R., GRACE J.R., WEBER, M.E. *Bubbles, Drops and Particles*, Academic Press Inc., 1978.
- [24] COOK, T.L., HARLOW, F.H. Virtual mass in multiphase flow, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.10, n.6, p.691-696, 1984.
- [25] CORRSIN, S., LUMLEY, J. On the equation of motion for a particle in turbulent fluid, *Applied Sci. Res.*, Section A, v.6, p.114-116, 1956.
- [26] CROWE, C.T., SHARMA, M.P., STOCK, D.E. The particle-source-in cell (PSI-Cell) model for gas-droplet flows, *Journal of Fluids Engineering*, p.325-332, Jun 1977.
- [27] DELHAYE, J.M. Equations fondamentales des écoulements diphasiques, CEA-R-3429, 1968.
- [28] DELHAYE, J.M., Hot-film anemometry, *Two-phase flow instrumentation*, ASME, 58-69, 1969.
- [29] DELHAYE, J.M., GALAUP, J.P. Hot-film anemometry in air-water flow, 4th BIENNIAL SYMPOSIUM ON TURBULENCE IN LIQUIDS, Proceedings... Rolla(Missouri), Zakin, J.L., and Patterson, G.K., Eds, Science Press, p.83-90, Sep 1975.
- [30] DIAS, S.G., FRANÇA, F.A., ROSA, E.S. A generalized approach to estimate the size and velocity distribution of spherical bubbles using intrusive-crossing probes, 4th WORLD CONFERENCE ON EXPERIMENTAL HEAT TRANSFER, FLUID MECHANICS AND THERMODYNAMICS, Proceedings... Brussels, June 2-6, v.2, p.957, 1997.

- [31] DODEMAND, E., PRUD HOMME, R., KUENTZMANN, P. Influence of unsteady forces acting on a particle in a suspension. Application to the sound propagation, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.21, n.1, p.27-51, 1995.
- [32] DREW, D., CHENG, L., LAHEY, R.T.JR. The analysis of virtual mass effects in two-phase flow, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.5, p.233-242, 1979.
- [33] DREW, D.A., LAHEY, R.T.JR. Application of general constitutive principles to the derivation of multidimensional two-phase flow equations, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.5, p.243-264, 1979.
- [34] DREW, D.A., LAHEY, R.T. A mixing length model for fully developed turbulent two-phase flows, *Trans. Am. Nucl. Soc.*, v.35, p.624-625, 1980.
- [35] DREW, D.A., LAHEY, R.T. Phase-distribution mechanisms in turbulent low-quality two-phase flow in a circular pipe, *J. Fluid Mechanics*, v.117, p.91-106, 1982.
- [36] DREW, D.A. Mathematical modeling of two-phase flow, *Annual Rev. Fluid Mech.*, v.15, p.261-291, 1983.
- [37] DREW, D.A., LAHEY, R.T. JR The virtual mass and lift force on a sphere in rotating and straining inviscid flow, *Int. Journal of Multiphase Flow*, V 13, n.1, p.113-121, 1987.
- [38] DREW, D.A. & LAHEY, R.T. JR Some supplemental analysis concerning the virtual mass and lift force on a sphere in a rotating and straining flow. *Int. Journal of Multiphase Flow*, V 16, n.6, pp.1127-1130, 1990.
- [39] EICHHORN, R., SMALL S. Experiments on the lift and drag of spheres suspended in a Poiseuille flow. *J. Fluid Mechanics*, v.20, n.3, p.513, 1964.
- [40] GANDHI, K.S., KUMAR, R. An elongational flow model for drop breakage in stirred turbulent dispersions, *Chem. Eng. Sci.*, v.45, n.9, p.2998-3001, 1990.
- [41] HAPPEL, J., BRENNER, H. Low Reynolds Number Hydrodynamics, Martinus Nishoff Publishers, 1986.
- [42] HERRINGE, R.A., DAVIS, M.R. Detection of instantaneous phase changes in gas-liquid mixtures, *J.Phys.E. Sci.Inst.*, v.7, p.807-812, 1974.

- [43] HERRINGE, R.A. On the motion of small spheres in oscillating liquids, *The Chemical Engineering Journal*, 11, p.89-99, 1976.
- [44] HERRINGE, R.A., DAVIS, M.R. Structural development of gas-liquid mixture flows, *J. Fluid Mechanics*, v.73, Part 1, p.97-123, 1976.
- [45] HIEMENZ, PAUL C. Principles of colloid and surface chemistry, Marcel Dekker, Inc., 1977.
- [46] HILGERT, W., HOFMANN, H. Characterization of gas phase flow in bubble columns of low superficial gas velocities with the aid of ultrasonic doppler techniques, *Gen. Chem. Engng* 9, p.180-190, 1986.
- [47] HINZE, J.O. Fundamentals of the hydrodynamic mechanism of splitting in dispersion processes, *AIChE Journal*, v.1, n.3, p.289-295, Sep 1955.
- [48] HUGHMARK, G.A. Drop breakup in turbulent flow, *AIChE Journal*, v.17, n.4, p.1000, July 1971.
- [49] ISHII, M. Thermo-fluid dynamics theory of two-phase flow, Eyrolles, France, 1975.
- [50] ISHII, M., ZUBER, N. Drag Coefficient and Relative Velocity in Bubbly, Droplet and Particulate Flows, *AIChE Journal*, v.25, n.5, p.843-855, sep 1979.
- [51] ISHII, M., MISHIMA, K. Two-fluid model and hydrodynamic constitutive relations, *Nuclear Engng and Design*, 82, p.107-126, 1984.
- [52] ISHII, M., REVANKAR, S.T. Measurement of local interfacial area and velocity in bubbly flow, *ANS Nat.Heat Transfer Conference*, p.181-189, 1991.
- [53] ISHII, M., REVANKAR, S.T., LEUNG, W.H. Multi-sensor probe method for local measurement of two-phase flow characteristics, Japan-U.S. Seminar on Two-Phase Flow Dynamics, p.443-460, Bekerley, CA, July, 1992.
- [54] ISHII, R., UMEDA, Y., MURATA, S., SHISHIDO, N. Bubbly flows through a converging-diverging nozzle, *Phys. Fluids A*, v.5, 7, July, 1993.
- [55] KARABELAS, A.J. Droplet size spectra generated in turbulent pipe flow of dilute liquid-liquid dispersions, *AIChE Journal*, v.24, n.2, p.170-180, Mar 1978.

- [56] KATAOKA, I., ISHII, M., SERIZAWA, A. Local formulation and measurements of interfacial area concentration in two-phase flow, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.12, n.4, p.505-529, 1986.
- [57] KATAOKA, I., SERIZAWA, A. Basic equations of turbulence in gas-liquid two-phase flow, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.15, p.843, 1989.
- [58] KITSCHA J., KOCAMUSTAFAOGULLARI G. Breakup criteria for fluid particles, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.15, n.4, p.573-588, 1989.
- [59] KOCAMUSTAFAOGULLARI, G., WANG, Z. An experimental study on local interfacial parameters in a horizontal bubbly two-phase flow, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.17, n.5, p.553-572, 1991.
- [60] KOWE, R., HUNT, J.C.R., HUNT, A. , COUET, B., BRADBURY, L.J.S. The effects of bubbles on the volume fluxes and the pressure gradients in unsteady and non-uniform flow of liquids, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.14, n.5, p.587-606, 1988.
- [61] KUBIE, J., GARDNER, G.C. Drop sizes and drop dispersion in straight horizontal tubes and in helical coils, *Chem. Eng. Sci.*, v.32, p.195-202, 1977.
- [62] KUO, J.T., WALLIS, G.B. Flow of bubbles through nozzles, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.14, n.5, p.547-564, 1988.
- [63] KUROSAKI, Y., SPALDING D.B. One-Dimensional Unsteady, Two-Phase Flows with Interphase Slip: A Numerical Study, *Multiphase Transport*, v.1, Hemisphere Publishing Corporation, 1979.
- [64] LAHEY, R.T.JR. The analysis of phase separation and phase distribution phenomena using two-fluid models, *Nuclear Engng & Design*, v.122, pp17, 1990.
- [65] LAHEY, R.T.JR., BERTODANO, M.L., JONES, O.C. Phase distribution in complex geometry conduits, *Nuclear Engng & Design*, v.141, p.177-201, 1993.
- [66] LANCE, M., BATAILLE, J. Turbulence in the liquid phase of a uniform bubbly air-water flow, *J. Fluid Mechanics*, v.222, p.95-118, 1991.

- [67] LAUNDER, B.E., SPALDING, D.B. The numerical computation of turbulent flows, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, p.269-289, 1974.
- [68] LEMONNIER, H., SELMER-OLSEN, S. Experimental investigation an physical modelling of two-phase two-component flow in a converging-diverging nozzle, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.18, n.1, p.1-20, 1992.
- [69] LEWIS, D.A., DAVIDSON, J.F. Pressure drop for bubbly gas-liquid flow through orifice plates and nozzles, *Chem. Eng. Res. Des.*, v.63, p.149-156, May, 1985.
- [70] LIU, W., CLARK, N.N. Relationship between distribution of chord lengths and distributions of bubble sizes includings their statistical parameters, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.21, p.1073-1089, 1995.
- [71] LOVALENTI, P.M., BRADY, J.F. The force on sphere in a uniform flow with small-amplitude oscillations at finite Reynolds number, *J. Fluid Mechanics*, v.256, p.607-614, 1993.
- [72] LOVALENTI, P.M., BRADY, J.F. The hydrodynamic force on a rigid particle undergoing arbitrary time-dependent motion at small Reynolds number, *J. Fluid Mechanics*, v.256, p.561-605, 1993.
- [73] MARIÉ, J.L., Modeling of the skin friction and heat transfer in turbulent two-component bubbly flow in pipes, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.13, n.3, p.309-326, 1987.
- [74] MARTINDALE, W.R., SMITH, R.V. Separated two-phase flow in a nozzle, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.8, n.3, p.217-226, 1982.
- [75] MAXEY, MARTIN R., RILEY, JAMES J. Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow, *Phys. Fluids*, 26(4), Apr 1983.
- [76] MICHİYOSHI, I., SERIZAWA, A. Turbulence in two-phase bubbly flow, *Nuclear Engineering and Design*, 95, p.253-267, 1986.
- [77] MLYNEK, Y., RESNICK, W. Drop Sizes in an agitated liquid-liquid system, *AIChE Journal*, v.18, n.1, p.122-127, Jan 1972.

- [78] MOURSALI, E., MARIE, J.L., BATAILLE, J. Law of the wall and turbulent intensity profiles in a bubbly boundary layer at low void fraction, 2nd INTERNATIONAL CONFERENCE ON MULTIPHASE FLOW, Proceedings... Kyoto, Japan, April 3-7, PI 17-21, 1995.
- [79] NEAL, L.G., BANKOFF, S.G. *J. Am. Inst. Chem. Engs*, v.9, p.490, 1963.
- [80] NIGMATULIN, R.I. Spatial averaging in the mechanics of heterogeneous and dispersed systems, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.5, p.353-385, 1979.
- [81] PARK, W.C., KLAUSNER, J.F., MEI, R. Unsteady forces on spherical bubbles, *Experiments in Fluids*, 19, p.167-172, 1995.
- [82] PATANKAR, SUHAS V. *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere publishing corporation, 1980.
- [83] PAUL, H.I., SLEICHER JR., C.A. The maximum stable drop size in turbulent flow: effect of pipe diameter, *Chem. Eng. Sci.*, v.20, p.57-59, 1965.
- [84] PERCY, J.S., SLEICHER, C.A. Drop breakup in the flow of immiscible liquids through an orifice in a pipe, *AIChE Journal*, v.29, n.1, p.161-163, Jan 1983.
- [85] RODI, W. *Turbulence Models and Their Application in Hydraulics*, A.A. Balkema, Rotterdam, Netherlands, 1993.
- [86] ROSTEN, H.I., SPALDING, D.B. PHOENICS Beginner's Guide and User's Manual, CHAM Technical Report TR-100, 1986.
- [87] SAFFMAN, P.G., TURNER, J.S. *On the collision of drops in turbulent clouds*, *J. Fluid Mechanics*, v.1, p.16-30, 1956.
- [88] SADA, E., AMENO, T. Effect of drop diameter on breakup of liquid drop in a simple shear field, *Journal of Chemical Engineering of Japan*, v.12, n.1, 1979.
- [89] SATO, Y., SADATOMI, M., SEKOGUCHI, K. Momentum and heat transfer in two-phase bubbly flow - I, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.7, 1981.

- [90] SARKAR, S., BOSE, T.K. Comparison of Different Turbulent Models for Prediction of Slot-Film Cooling: Flow and Temperature Field, Numerical Heat Transfer, Part B, 28, 217-238, 1995.
- [91] SPALDING, D.B. Numerical Simulation of Transient Two-Phase Flow, Transient Phenomena in Multiphase Flow, 1988.
- [92] SPALDING, D.B. Numerical Computation of Multi-Phase Fluid Flow and Heat Transfer, Recent Advances in Numerical Methods in Fluids, C.Taylor and K.Morgan Pineridge Press Limited, U.K., 1980.
- [93] SERIZAWA, A., KATAOKA, I., MICHİYOSHI, I. Turbulence structure of air-water bubbly flow - I. Measuring techniques, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.2, p.221-233, 1975.
- [94] SERIZAWA, A., KATAOKA, I., MICHİYOSHI, I. Turbulence structure of air-water bubbly flow - II. Local properties, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.2, p.235-246, 1975.
- [95] SERIZAWA, A., KATAOKA, I., MICHİYOSHI, I. Turbulence structure of air-water bubbly flow - III. Transport properties, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.2, p.247-259, 1975.
- [96] SERIZAWA, A., KATAOKA, I., MICHİYOSHI, I. Phase distribution in bubbly flow, 2nd INTERNATIONAL WORKSHOP ON TWO-PHASE FLOW FUNDAMENTALS, Proceedings... DS 24, 1986.
- [97] SEVIK, M., PARK, S.H. The splitting of drops and bubbles by turbulent fluid flow, ASME Journal of Fluids Engineering, p.53-60, Mar 1973.
- [98] SHEEN, H.J., LEE, Y.T., JOU, B.H. Effect of particle size on a two-phase turbulent jet, *Experimental thermal and fluid science*, v.8, p.315-327, 1994.
- [99] SNYDER, H.E., LEFEBVRE, A.H., SENSER, D.W. Mean drop sizes from fan spray atomizers, *ASME- Journal of Fluids Engineering*, v.111, p.342-347, Set 1989.

- [100] STUHMILLER, J.H. The influence of interfacial pressure forces on the character of two-phase flow model equations, *Int. Journal of Multiphase Flow*, vol.3, p.551, 1977.
- [101] SVENDSEN H.F., JAKOBSEN H.A., TORVIK, R. Local flow structures in internal loop and bubble column reactors, *Chem. Eng. Sci.*, v.47, n.13-14, p. 3297-3304, 1992.
- [102] SWARTZ J.E., KESSLER D.P. Single drop breakup in developing turbulent pipe flow, *AIChE Journal*, v.16, n.2, p.254-260, Mar 1970.
- [103] THANG, N.T., DAVIS, M.R. The structure of bubbly flow through venturis, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.5, pp 17-37, 1979.
- [104] TEYSSEDOU, A., TAPUCU, A. Impedance probe to measure local void fraction profiles, *Rev.Sci.Instrum.*, v.59, n.4, Apr, 1988.
- [105] TRUESDELL, C., TOUPIN, R., *Classical field theories. Handbuch der Physik*, Edited by FLUGGE, S., Springer, Berlin., 1963.
- [106] WALLIS, G.B. One-dimensional two-phase flow, McGraw-Hill Book Company, 1969.
- [107] WALLIS, G.B. The terminal speed of single drops or bubbles in an infinite medium, *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.1, p.491-511, 1974.
- [108] WANG, S.K., LEE, S.J., JONES JR, O.C., LAHEY JR, R.T. 3-D turbulence structure and phase distribution measurements in bubbly two-phase flows , *Int. Journal of Multiphase Flow*, v.13, n.3, p.327-343, 1987.
- [109] WOLFRAN, S. *Mathematica - A system for doing mathematics by computer*, Addison-Wesley Publishing Company, 1993.
- [110] YIANTSIOS, S.G., DAVIS, R.H. On the buoyancy-driven motion of a drop towards a rigid surface or a deformable interface, *J. Fluid Mechanics*, v.217, p.547-573, 1990.
- [111] ZUBER, N., FINDLAY, J.A. Average volumetric concentration in two-phase flow systems, *Trans. ASME, Journal of Heat Transfer*, p.453-468, nov 1965.

Apêndices

A Fotografias

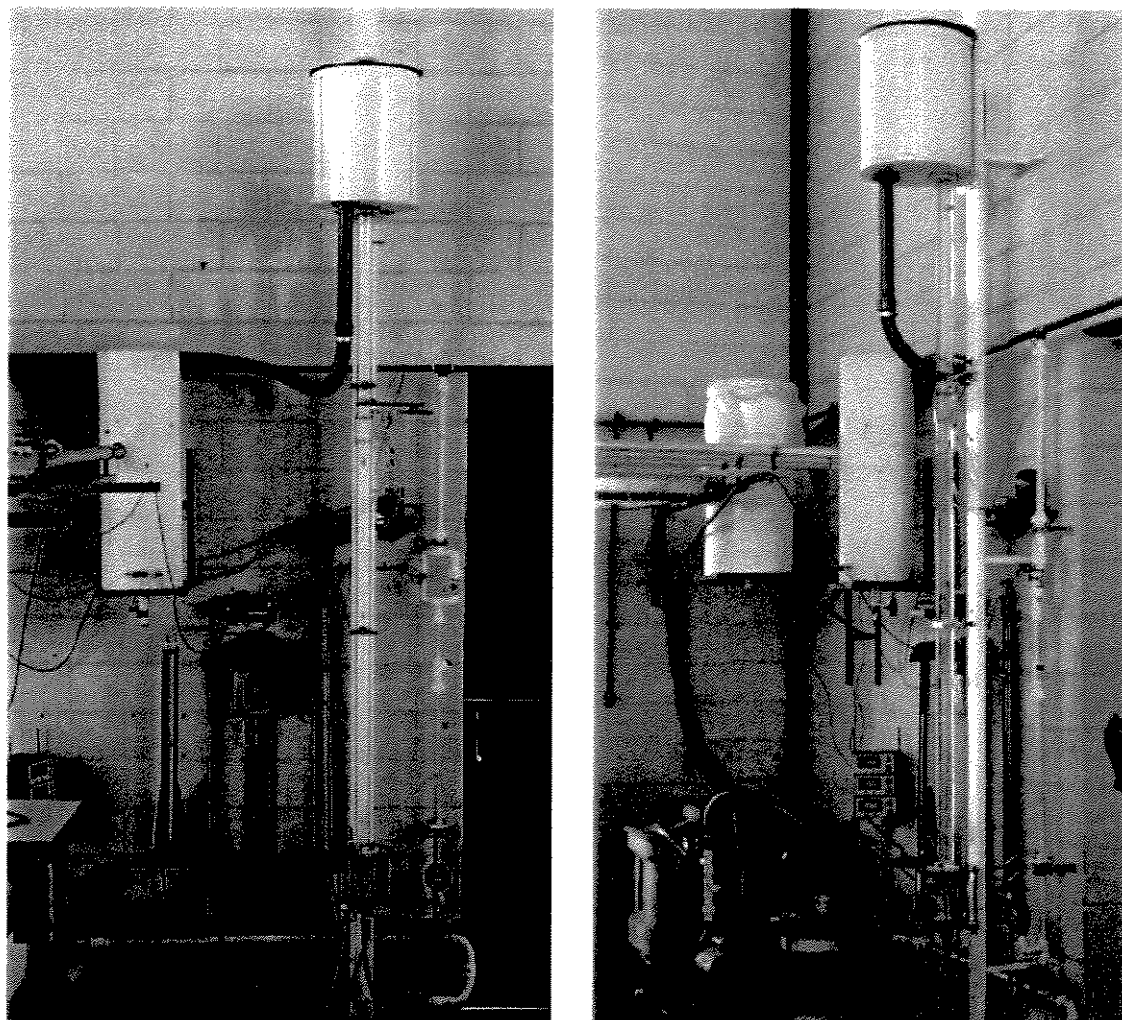


Figura A.1: Fotos do arranjo experimental.

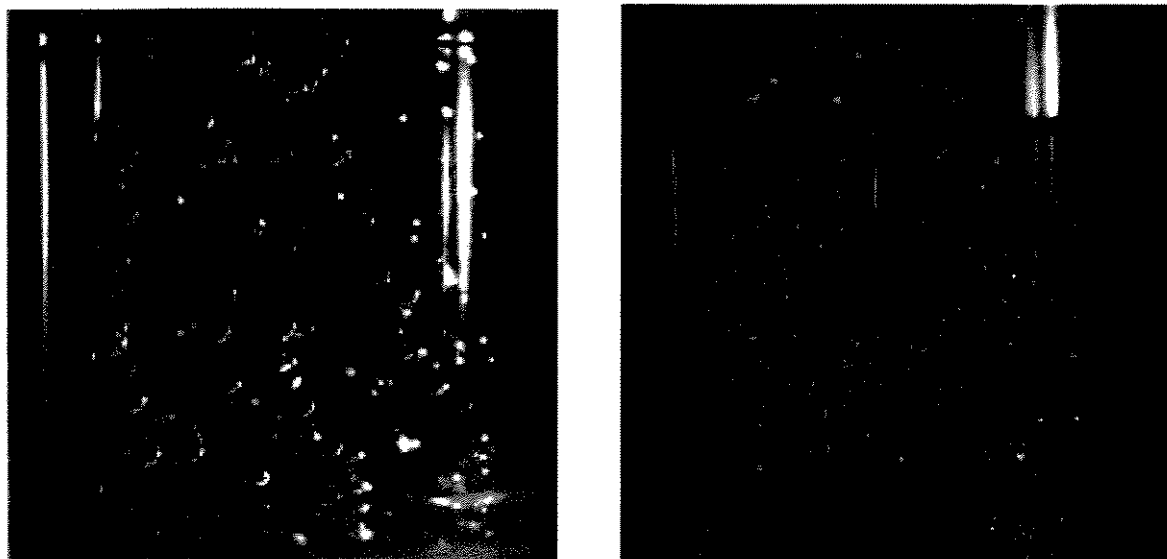


Figura A.2: Fotos do escoamento em padrão de bolhas no tubo vertical.

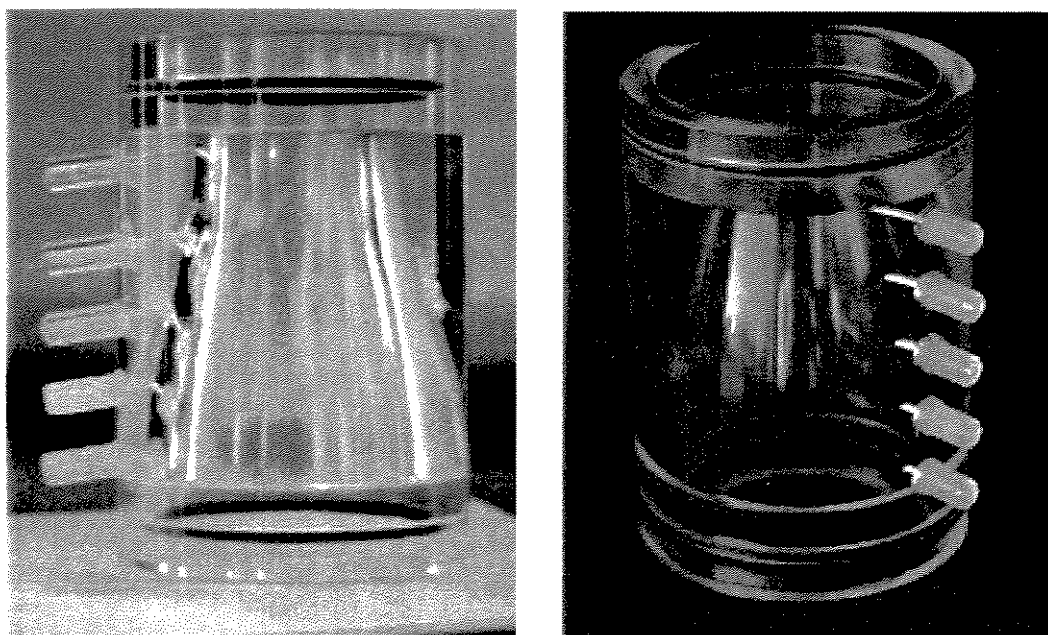


Figura A.3: Fotos do Bocal-I e Bocal-II.

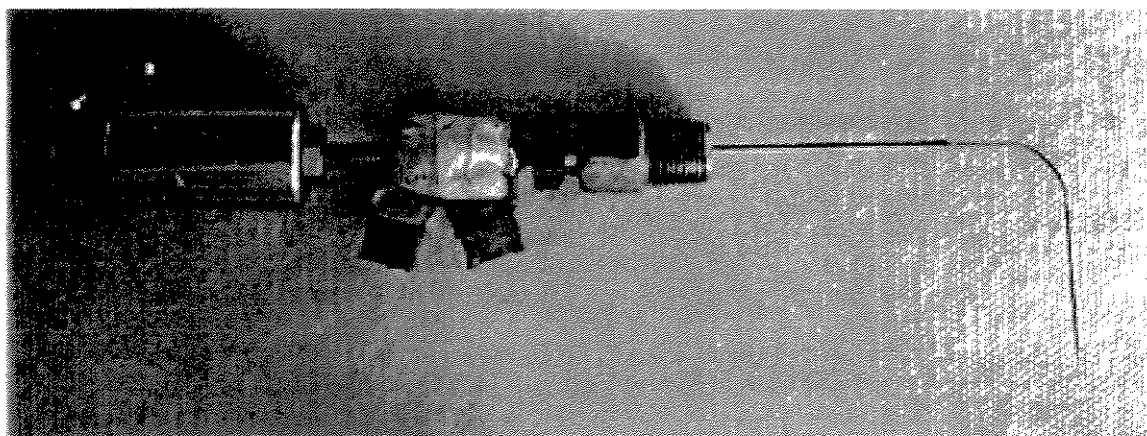


Figura A.4: Foto da sonda elétrica dupla.

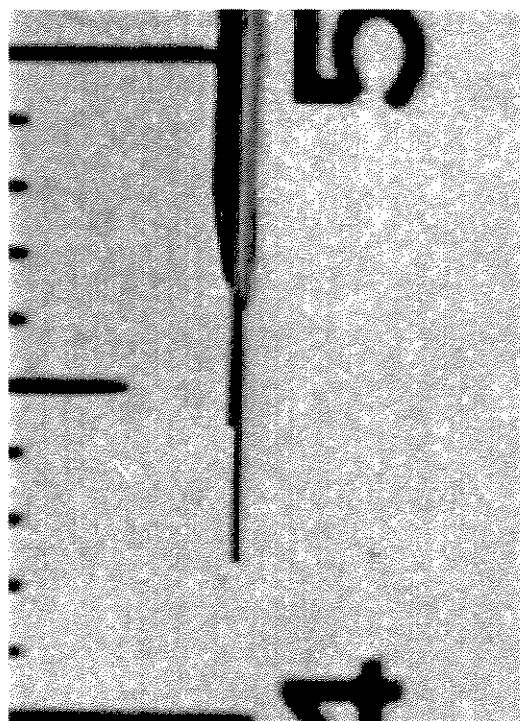
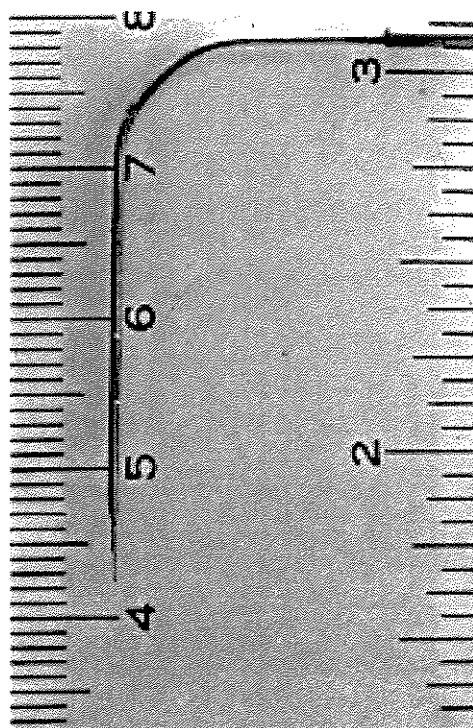


Figura A.5: Fotos de detalhes dos sensores da sonda.

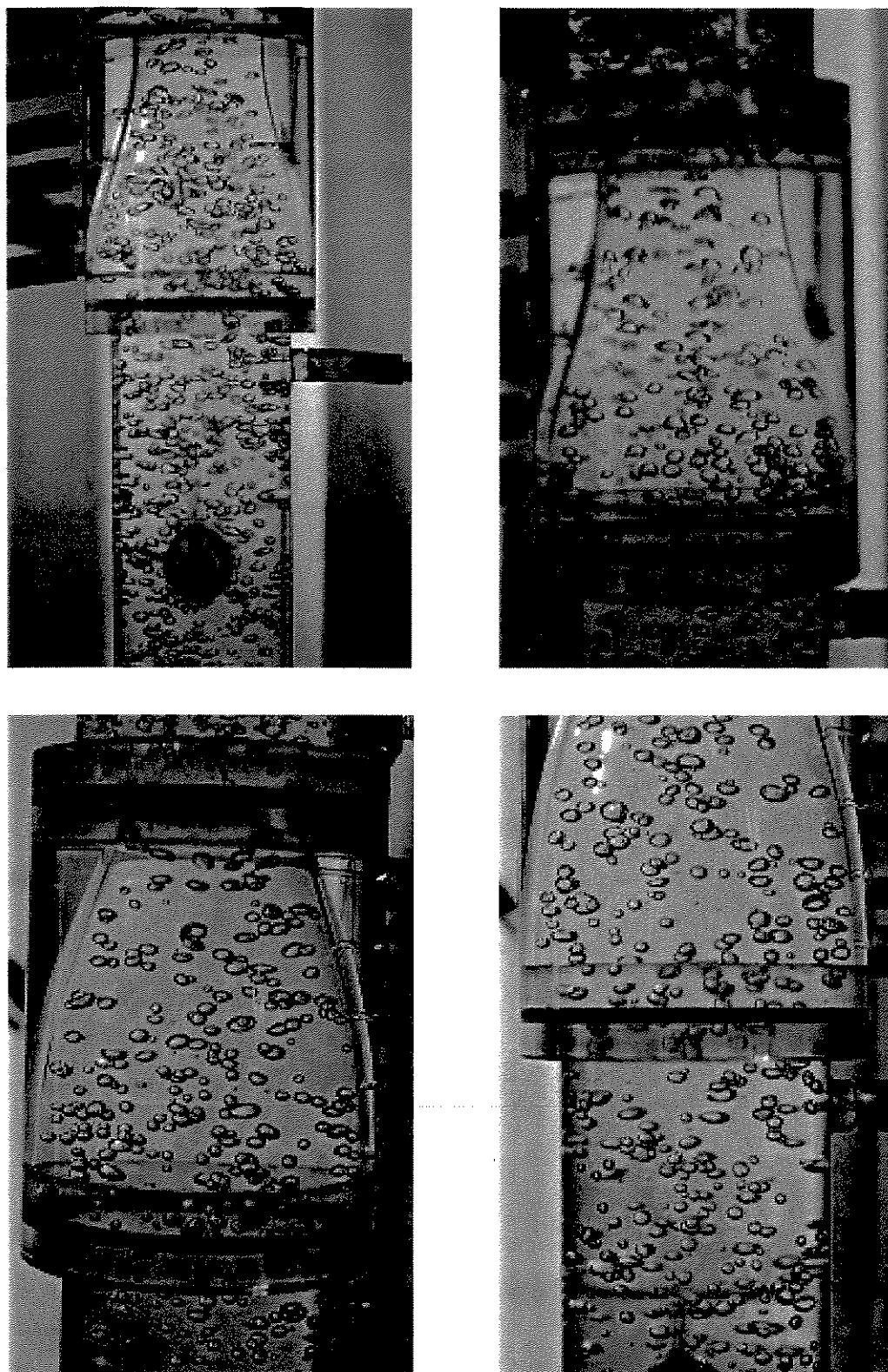


Figura A.6: Fotos do escoamento em padrão de bolhas nos bocais convergentes. $J_{L_{ent}} = 100 \text{ cm/s}$. Acima, $J_{G_{ent}} = 7,0 \text{ cm/s}$. Abaixo, $J_{G_{ent}} = 2,0 \text{ cm/s}$

B Método de solução do sistema linear com restrição

Seja o sistema formado pelas equações

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & \cdots & a_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & a_{m,3} & \cdots & a_{m,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}, \quad (\text{B.1})$$

em que valem as seguintes restrições ao vetor $\underline{x}_i$:

$$x_i \geq 0 \quad (\text{B.2})$$

e

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1. \quad (\text{B.3})$$

É procurada uma solução para $\underline{x}_i$ que minimize a função resíduo definida por

$$R = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \left(y_i - \sum_{j=1}^n a_{i,j} x_j \right)^2}{m}}. \quad (\text{B.4})$$

Para isso, é empregado um método numérico que efetua aproximações sucessivas a partir de uma estimativa inicial. Cada nova estimativa é calculada somando-se à anterior um incremento com módulo δ na direção do gradiente da função resíduo projetada no espaço vetorial definido pela Equação B.3. Resumidamente, os passos efetuados são os seguintes:

- adota-se para $\underline{x}_i$ uma estimativa inicial. Caso $n = m$, pode-se usar $\underline{x}_i = \underline{y}_i$;

- uma nova estimativa é calculada somando-se à anterior a variação $\Delta \underline{x}_i = \delta \frac{\left[\frac{\partial R}{\partial x_i} \right]_{proj}}{\left[\frac{\partial R}{\partial x_i} \right]_{proj}}$. Inicialmente δ é grande, mas a medida em que não ocorra melhoria no resíduo seu valor é reduzido gradativamente até que atinja um valor limite mínimo em que se aceita a solução como satisfatória.
- o termo $\left[\frac{\partial R}{\partial x_i} \right]_{proj}$ representa o gradiente da função resíduo, que é numericamente calculado, projetado sobre o hiperplano definido pela Equação B.3, no qual o vetor $\underline{x}_i$ precisa estar contido. Esse vetor é calculado de

$$\left[\frac{\partial R}{\partial x_i} \right]_{proj} = \nabla R - (\vec{e}_n \cdot \nabla R) \vec{e}_n, \quad (B.5)$$

sendo que $\vec{e}_n$ é o versor que define a direção normal ao hiperplano referente à Equação B.3 e igual a $\frac{1}{\sqrt{n}}(1, 1, 1, \dots, 1, 1)$.

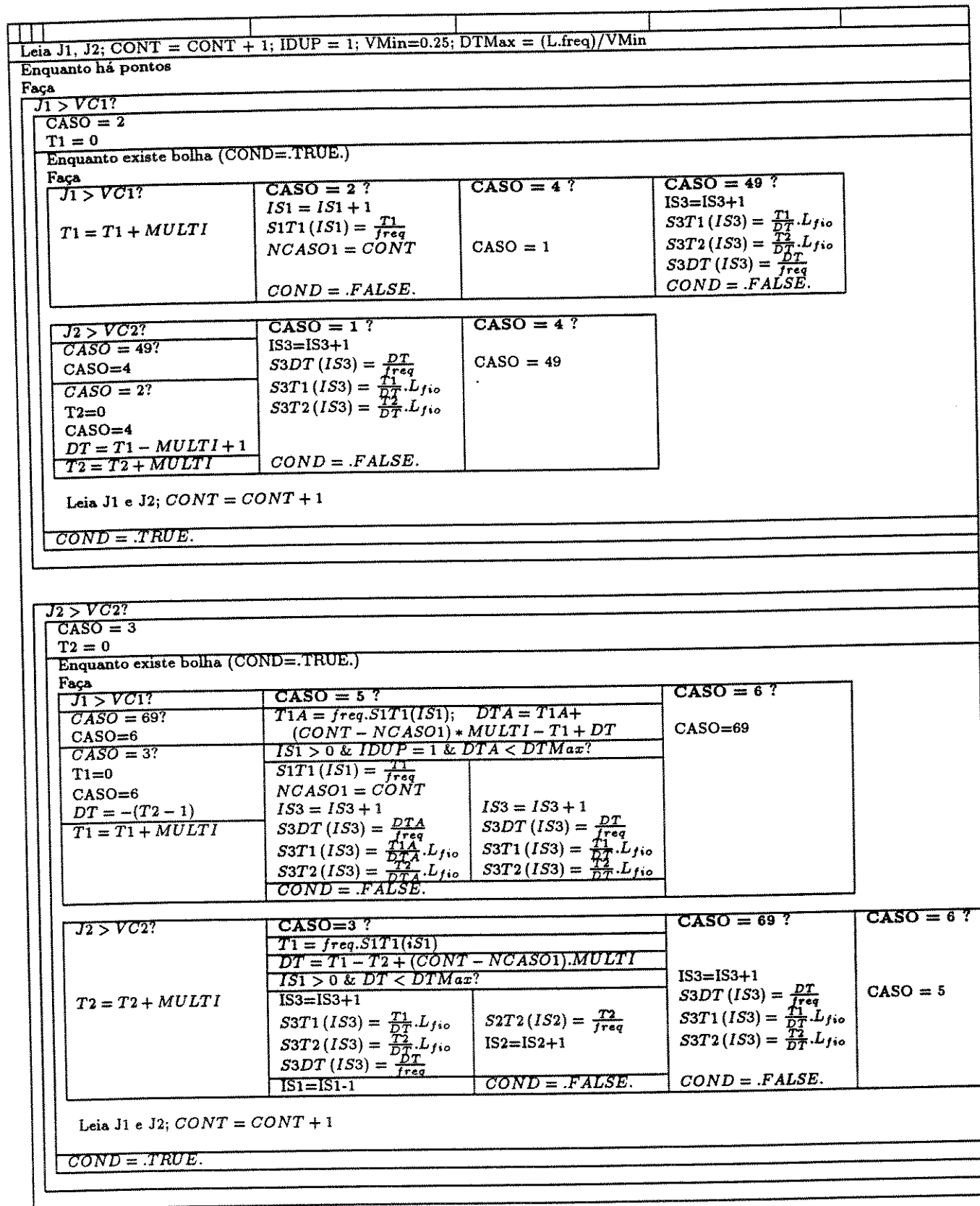
- Caso a nova estimativa não esteja restrita ao intervalo definido pela Equação B.2, ela é também projetada, agora na face em que foi ultrapassada a região domínio do problema, zerando o valor dessa componente. Para se obter a nova posição é somado ao vetor posição um vetor normal às faces ultrapassadas, da seguinte forma:

$$\underline{x}_{i_{atual}} = \underline{x}_i + \alpha(1, 1, 1, 1, \dots, (n-1), \dots, 1) \quad (B.6)$$

O termo $(n-1)\alpha$ é o que cancela a componente negativa, aqui supostamente representada na j -ésima posição, de modo que

$$\alpha = \frac{x_j}{n-1}. \quad (B.7)$$

C Algoritmo estruturado para a medição de bolhas



D Programas computacionais

D.1 Modelo de Bolha Isolada

Modelo simplificado de Kuo&Wallis(1988) Bolha isolada

```
Remove["Global'"]
Off[General::spell1]
Off[General::spell]
$DefaultFont={"Courier",8};

■ Define as condições do problema:
rl = 0.89;
q = rl s[0];
ibocal = 1;

db = 3/1000;
nu = 1./1000/1000;
rhol = 1000.;
q = 9.69;
sigma = 0.070;

■ Define os coeficientes:
cmv = 1.0;

■ Define as equações dos bocais;
R[x_] := a x^3 + b x^2 + c x + d
s[x_] := Pi R[x]^2

compr = 0.070;
re = 0.02625;
ri = 0.01515;
If[ibocal==1,
Do[a = 2 (re-ri)/compr^3;b=-3 (re-ri)/compr^2;c=0;d=re;],
If[ibocal==2,
Do[a = 0;b = (ri-re)/compr^2;c = 0;d = re;],
Do[a = 0;b = 0;c = 0;d = re;]];

■ Define números adimensionais;
nre[x_] := ( vq[x]- q/s[x]) * db/ nu;
nwe[x_] := rhol ( vq[x]- q/s[x] )^2 db/ sigma;

cd[x_] := If[Evaluate[nwe[x]>8],8/3,Evaluate[
If[Evaluate[nre[x]>2065.1/nwe[x]^2.6],
Evaluate[nwe[x]/3],Evaluate[6.3/nre[x]^0.385]]]];

vr0 = (q 4 sigma/rhol)^(0.25)

■ Define os termos e resolve a equação diferencial

termo1 = cmv vq[x] vq'[x] ;
termo3 = -(3/4)* cd[x] / db (vq[x]-q/s[x])^2;
termo2 = q - (1+cmv)q^2/s[x]^3 s'[x] ;
resp = NDSolve[ {termo1==termo2+termo3,
vq[0]==1+vr0},vq,{x,0,compr},
AccuracyGoal->10,PrecisionGoal->10,
WorkingPrecision->16]

■ A seguir, monta os gráficos e mostra os resultados
obtidos
. . .
```

D.2 Modelo de Dois Fluidos Unidimensional

Solução das equações diferenciais

```
Remove["Global`*"]  
Off[General::spell1]  
Off[General::spell]
```

■ Define as condições do problema:

```
n      = 11;  
k      = 1.937;  
alfa0  = 0.03193;  
jg     = 0.044;  
jl     = 0.890;  
ibocal = 1;  
  
db     = 3/1000;  
nu     = 1./1000/1000;  
rho1   = 1000.;  
g      = 9.69;  
sigma  = 0.070;  
  
k2[z_] := -(1-alfal[z]) k / alfal[z];
```

■ Define as covariâncias:

```

cmv = 2;
cvg = (n+1) (2k +n+2) (2k +3n+2) / (n+1+k ) ^2 / (3n+2);
cgar = (n+1) (2k +n+2) / (n+1+k ) / n;
carz[z_] := n^2 (3n+2+2k) / (n+2+2k) / (3n+2) / (n+1) +
            n^2 (3n+4+4k) R' [z] / 4 / (3n+4) / (n+4) / (n+2+2k)

cvl[z_] := (n+1) (2k2[z]+n+2) (2k2[z]+3n+2) /
            (n+1+k2[z]) ^2 / (3n+2);
clmv[z_] := (n+1) (2k2[z]+n+2) ^2 (2k+3n+2) /
            (n+1+k2[z]) ^2 / (3n+2) / (2k+n+2);
clar[z_] := (n+1) (2k2[z]+n+2) / (n+1+k2[z]) / n;

cag = (2+2k +n) / (n+2);
cal = (2+2(-alfa0 k) / (1-alfa0)+n) / (n+2);

vl0 = jl / ((1-alfa0)*cal);
vg0 = jg / (alfa0 * cag);

```

■ Define as equações dos bocais;

```

R[z_] := a z^3 + b z^2 + c z + d
compr = 0.070;
re = 0.02625;
ri = 0.01515;
If[ibocal==1,
Do[a = 2(re-ri)/compr^3;b = -3(re-ri)/compr^2;
c = 0;d = re;],

If[ibocal==2,
Do[a = 0;b = (ri-re)/compr^2;c = 0;d = re;],
Do[a = 0;b = 0;c = 0;d = re;]]];

```

■ Define números adimensionais;

```

nre[z_] := (n/(n+2)) * (cgar vg[z]-clar[z] vl[z]) * db/ nu;
nwe[z_] := rho1 ((n/(n+2)) * (cgar vg[z]-clar[z] vl[z]) ) ^2
            db/ sigma;

cd[z_] := If[Evaluate[nwe[z]>8],8/3,Evaluate[
            If[Evaluate[nre[z]>2065.1/nwe[z]^2.6],
            Evaluate[nwe[z]/3],Evaluate[6.3/nre[z]^0.385]] 1];

```

■ Define os termos e resolve a equação diferencial

```
termos1 = ( cvl[z] alfal[z] + cmv clmv[z]) *
           D[v1[z],z] v1[z] - cmv cvg * D[vg[z],z] vg[z];
```

```
termos2 = -alfal[z] g + 3/4 cd[z]/db *
           carz[z](cgar vg[z] - clar[z] v1[z])^2;
```

```
termos4 = rho1 alfal[z] (D[cvl[z] v1[z],z] v1[z] + g) +
           D[p[z],z];
```

```
equacao2 = D[vg[z] (1-alfal[z]) R[z]^2,z];
```

```
equacao3 = D[v1[z] alfal[z] R[z]^2,z];
```

```
vrc[z_] := n/(n+2) Sqrt[(cvl[z] alfal[z] v1'[z] v1[z] +
                        alfal[z] g) * (4/3 db / cd[z] / carz[z])]
```

```
resp = NDSolve[ {termos1==termos2,
                  equacao2==0, equacao3==0, termos4==0,
                  v1[0]==v10, vg[0]==vg0,
                  alfal[0]==1-cag*alfa0, p[0]==0},
                {v1, vg, alfal, p}, {z, 0, compr},
                AccuracyGoal->10,
                PrecisionGoal->10,
                WorkingPrecision->16,
                MaxSteps->1000]
```

■ A seguir monta os graficos com as soluções que estão em:

```
resp[[1,1]] -> v1[z],
resp[[1,2]] -> vg[z],
resp[[1,3]] -> alfag[z] e
resp[[1,4]] -> p[z]
```


D.3 Modelo Bidimensional - "Arquivo Q1"

```
TALK=T;NUN(1,1):VDO=VQAROUSE
```

```
*****
REAL(RNOL,RNQG,NUL,RDQ,ALFA2,ALFA1,VSG,VSL,THEIN,EPSIN)
REAL(VS,VL,VQ,FLOWL,FLOWG,IG,XIL,FRIC,RAIO,RAIOS)
REAL(DTUBO,CONPR,DBOLHA,ENUN,REYN,G)
REAL(CVM,CLIFT,CLIFTA,CPIP,CPIPA,CVNA)
REAL(REFO,RETS)
INTEGER(IBOCAL)
```

Valores das propriedades e demais grandezas

```
IBOCAL = 2
```

```
RNQG = 1.34 ; NUG = 1.8E-5 ;
RNOL = 1000. ; NUL = 1.E-3 ;
```

```
VSG = 0.021 ;
VSL = 0.260 ;
```

```
G = -9.69 ; RAIO = 0.02625 ; RAIOS = 0.015
+ CONPR = 0.07
```

```
DTUBO = 2*RAIO ;
DBOLHA = 0.0025 ;
```

```
VS = VSG+VSL ;
```

```
IX = 1; IY = 20; IZ = 70;
CARTES=F;KULAST=1.0
GRDPWR(Y,IY,RAIO,1.0)
GRDPWR(Z,IZ,CONPR,1.0)
```

Relaxacao:

```
REFO = 0.050
RETS = 0.050
```

Controla saida do arquivo PHI:

```
PARAB = 1
IDISPA = 1
IDISPB = 1
IDISPC = IZ
```

Define a geometria do bocal: (no GROUND)

```
AZTV = GROUND
```

Calcula as condicoes de entrada: (Se nao for lido no GROUND
fracoes de vazios com hipotese de nao escorreg

```
ALFA2 = VSG/VS
ALFA1 = 1. - ALFA2
```

```
VG = VSG/ALFA2
VL = VSL/ALFA1
FLOWL = RNOL*ALFA1*VL
FLOWG = RNQG*ALFA2*VG
ENUL = NUL/RNOL
ENUL = 0.0
IG = FLOWG/(FLOWL+FLOWG)
XIL = 1.-IG
```

estimativa para KE e EP (Se nao for lido no GR

```
ENUN = 1.0/(IG/RDQ+XIL/NUL)
```

Massa virtual

```
GRND2 faz Cvm = CVNA * (1-2.78 * min(0.2 , rd))
```

```
CVM = GRND2
```

```
CVM = 1.45
```

```
CVNA = 1.45
```

Pressao interfacial

```
GRND2 faz Cp = CPIPA * (1 + ALFA2) * ALFA1*2
CPIPA = 0.25 para bolhas esfericas (Potencial)
```

```
CPIP = CVNA/2
```

```
CPIPA = CVNA/2
```

```
INTSOR(LIFT,CLIFT,CLIFTA)
INTSOR(VMASS,CVM,CVNA)
INTSOR(INTPL,CPIP,CPIPA)
STORE(LISV,LISW,VMSV,VMSW,IPSV,IPSW)
RELAX(LISV,LINRLX,rafo)
RELAX(LISW,LINRLX,rafo)
RELAX(IPSV,LINRLX,rafo)
RELAX(IPSW,LINRLX,rafo)
RELAX(VMSV,LINRLX,rafo)
RELAX(VMSW,LINRLX,rafo)
RELAX(CD ,LINRLX,rafo)
RELAX(VREL,LINRLX,rafo)
RELAX(CPIP,LINRLX,rafo)
```

```
FIINIT(W1)=VL;FIINIT(W2)=VG;FIINIT(R1)=ALFA1;FIINIT(R2)=ALFA2
FIINIT(KE)=THEIN;FIINIT(EP)=EPSIN
FIINIT(P1)=1
```

Condicoes de entrada: Escolher entre condicoes uniformes ou
informar pelo GROUND.

```
INLET(ENT,LOW,1,IX,1,IY,1,1,1,1)
VALUE(ENT,P1,GRND2);VALUE(ENT,W1,GRND1)
VALUE(ENT,P2,GRND6);VALUE(ENT,W2,GRND6)
VALUE(ENT,KE,GRND3);VALUE(ENT,EP,GRND4)
VALUE(ENT,P1,rhol=vl*alfa1);VALUE(ENT,W1,v1)
VALUE(ENT,P2,rhog=vsg*alfa2);VALUE(ENT,W2,vg)
VALUE(ENT,KE,thein);VALUE(ENT,EP,epsin)
```

Turbulencia, caso prefira somar no termo de producao

```
PATCH(KEDISP,CELL,1,IX,1,IY,1,IZ,1,1)
COVAL(KEDISP,KE,FIXFLU,GRND3)
COVAL(KEDISP,EP,FIXFLU,GRND3)
ELIA = 0.025
STORE(PREB)
RELAX(PREB,LINRLX,REFO)
```

```
PATCH(GRAVITY,PHASEN,1,IX,1,IY,1,IZ,1,1)
COVAL(GRAVITY,W1,FIXFLU,G)
COVAL(GRAVITY,W2,FIXFLU,G)
WALL(WWALL,NORTH,1,IX,IY,1,IZ,1,1)
```

```
LITBVD=300;SELREYN=T;RESFAC=1E-10
LITFLX=5
```

```
RELAX(V1,LINRLX,RETS);RELAX(V2,LINRLX,RETS)
RELAX(W1,LINRLX,RETS);RELAX(W2,LINRLX,RETS)
```

```

REYN = (FLOWL*FLOWQ)/DTUBO/ENOV
FRIC = 0.3164/REYN**0.25
TKKIN = FRIC*VL*VL/8.
EPSIN = 0.1643*TKKIN**1.5/(0.1*RAIO)

```

```

+ ONEPNS=F;SOLVE(P1,V1,V2,W1,W2,S1,R2)
+ SOLUTN(R1,Y,N,V,N,N,N,Y)
+ SOLUTN(R2,Y,V,V,N,N,N,Y)

```

Turbulencia e a induzida por bolhas (Caso some direto em

```

+ TURMOD(KENODL);STORE(ENUT,CD,VREL)
+ ENUTB=1.0;
+ KELIN=3;

```

```

RHO1=RHOL;RHO2=RHOG

```

Forças interfaciais

.....

Arrasto. CFIPS escolhe a formula. No caso de GRND7, CFIPA eh a minima velocidade de escorregamento admitida CFIPD = 5.0 calcula o coeficiente Cd para 'dirty-water spherical bubble drag correlation'. CFIPD = 4.0 calcula o coeficiente Cd da mesma fo que em Kuo e Wallis(1988). CFIPC eh a tensao superficial entre os fluidos RLOLIN eh a menor fracao de vazio admitida. CFIPB eh o diametro da bolha. Se negativo, supri a fracao de liquido da correlacao.

```

+ CFIPS = GRND7
+ CFIPA = 1.E-3
+ CFIPB = -DBOLNA
+ CFIPC = 0.07
+ CFIPD = 4.0
+ RLOLIN= 0.001
+ STORE(CFIP)

```

Sustentacao Lateral

```

Sc = C1 * RHOL * ALFA2 *(VG-VL) x curl(VL)
CLIFT = C1 ou
CLIFT = GRND2 faz C1 = CLIFTA * (1-2.78 * mia(0.

```

```

CLIFT = 0.15
CLIFTA = 0.15

```

```

RELAX(R2,LINRLX,RYS)
RELAX(P1,LINRLX,0.30)
RELAX(KE,LINRLX,0.10)
RELAX(EF,LINRLX,0.10)
RELAX(ENUT,LINRLX,refo)

```

Opcoes e grandezas requeridas no GROUND:
Dimensoes do bocal, indicadores de impressao,
forca de parede etc.

```

SFUSER = 3*NZ*NY

```

```

LG(1) = F
LG(4) = T
LG(5) = F
if(ibocal.eq.1) then
+ RQ(1) = 2*(raio-raies)/compre=3
+ RQ(2) =-3*(raio-raies)/compre=2
+ RQ(3) = 0
+ RQ(4) = RAIO
endif
if(ibocal.eq.2) then
+ RQ(1) = 0
+ RQ(2) =-(raio-raies)/compre=2
+ RQ(3) = 0
+ RQ(4) = RAIO
endif
RQ(5) = RAIO
RQ(6) = VSG
RQ(7) = 0.25
RQ(8) = VVLAST
RQ(9) = 1.00
RQ(10) = 1.00
IG(1) = NZ
LG(2) = F
LG(3) = T
LG(6) = F
IG(2) = LITNYD
IG(3) = LITNYD/50

```

```

TSTSWP=LITNYD
LIBREV=218
HOWIPE=T
HSAVE = BOC1
STOP

```

E Exemplo de sinais originais adquiridos

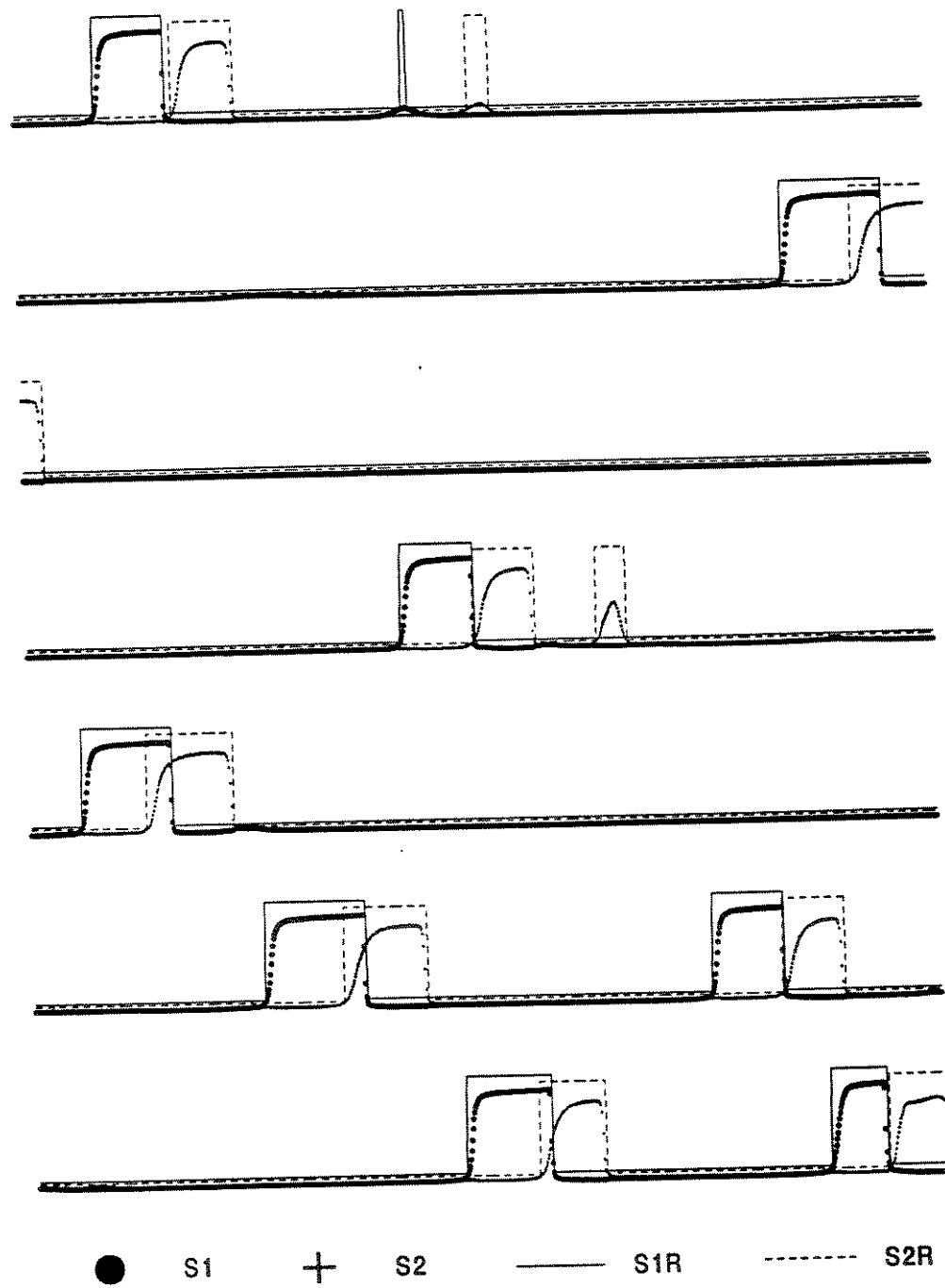


Figura E.1: Gráfico dos sinais adquiridos. Teste T338, intervalo de 0,14 segundo.

F Gráficos das medições com a sonda elétrica nos bocais

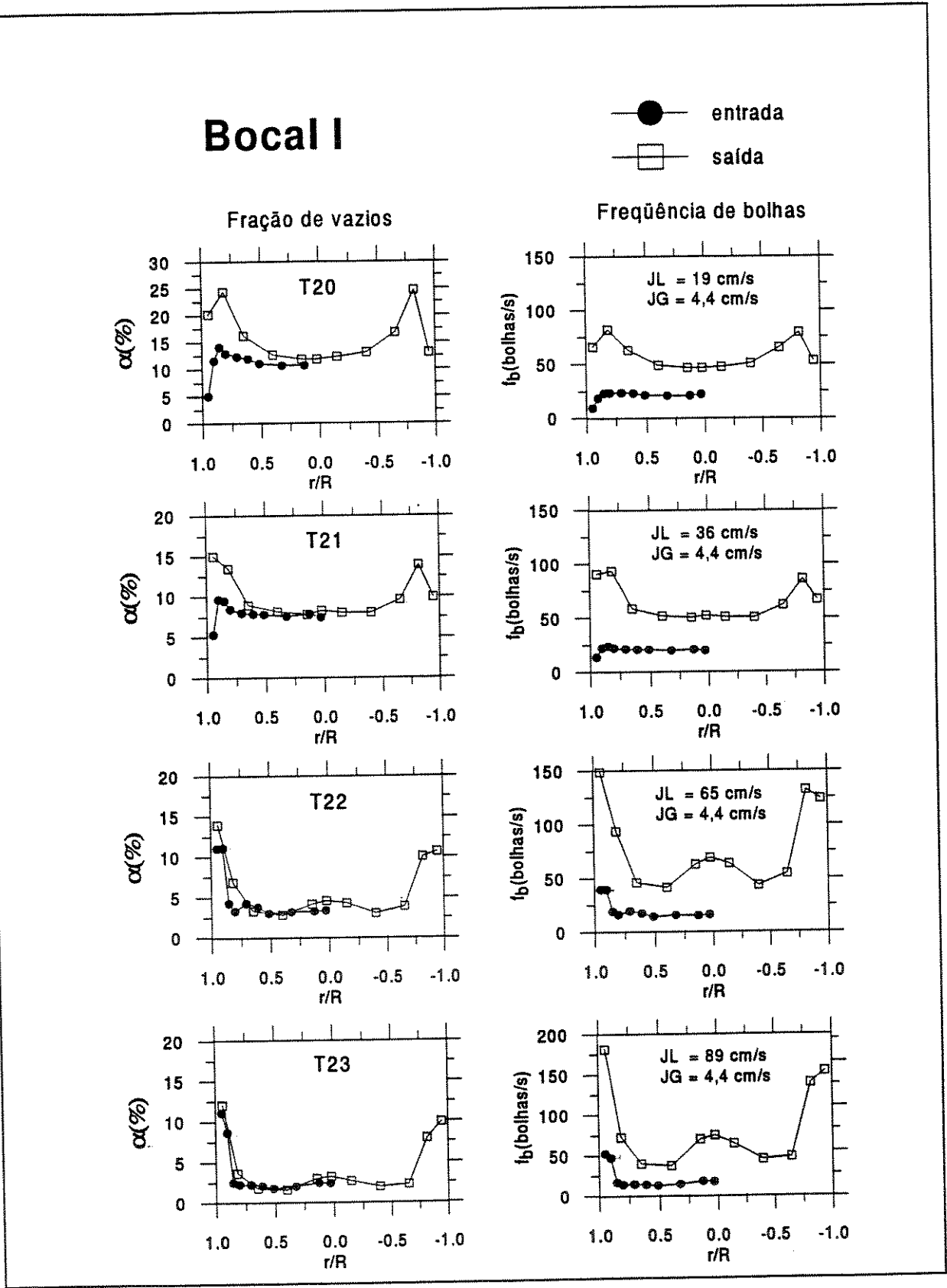


Figura F.1: Gráficos da fração de vazios e de frequência das bolhas nas seções de entrada e de saída do Bocal-I.

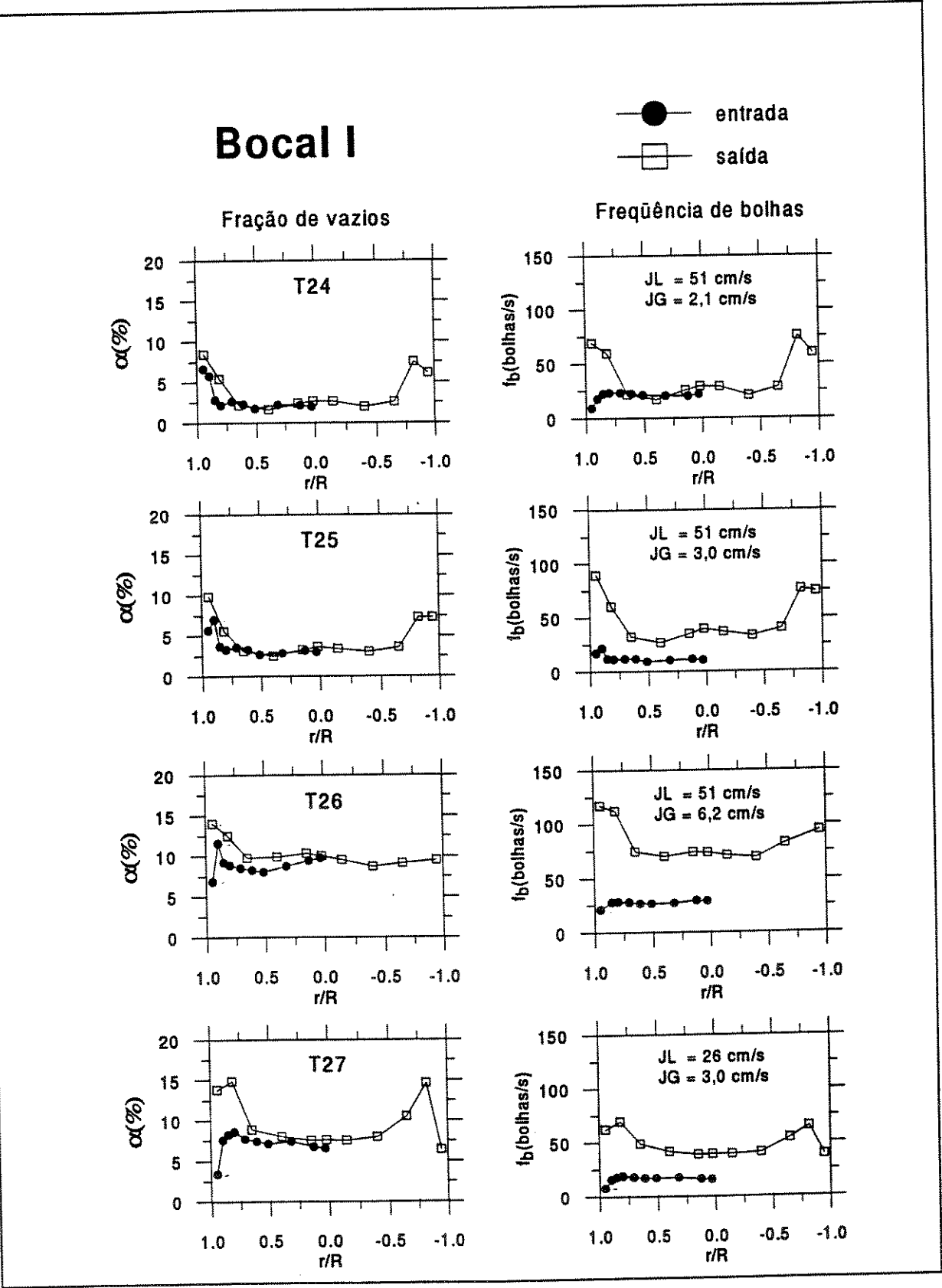


Figura F.2: Gráficos da fração de vazios e de frequência das bolhas nas seções de entrada e de saída do Bocal-I.

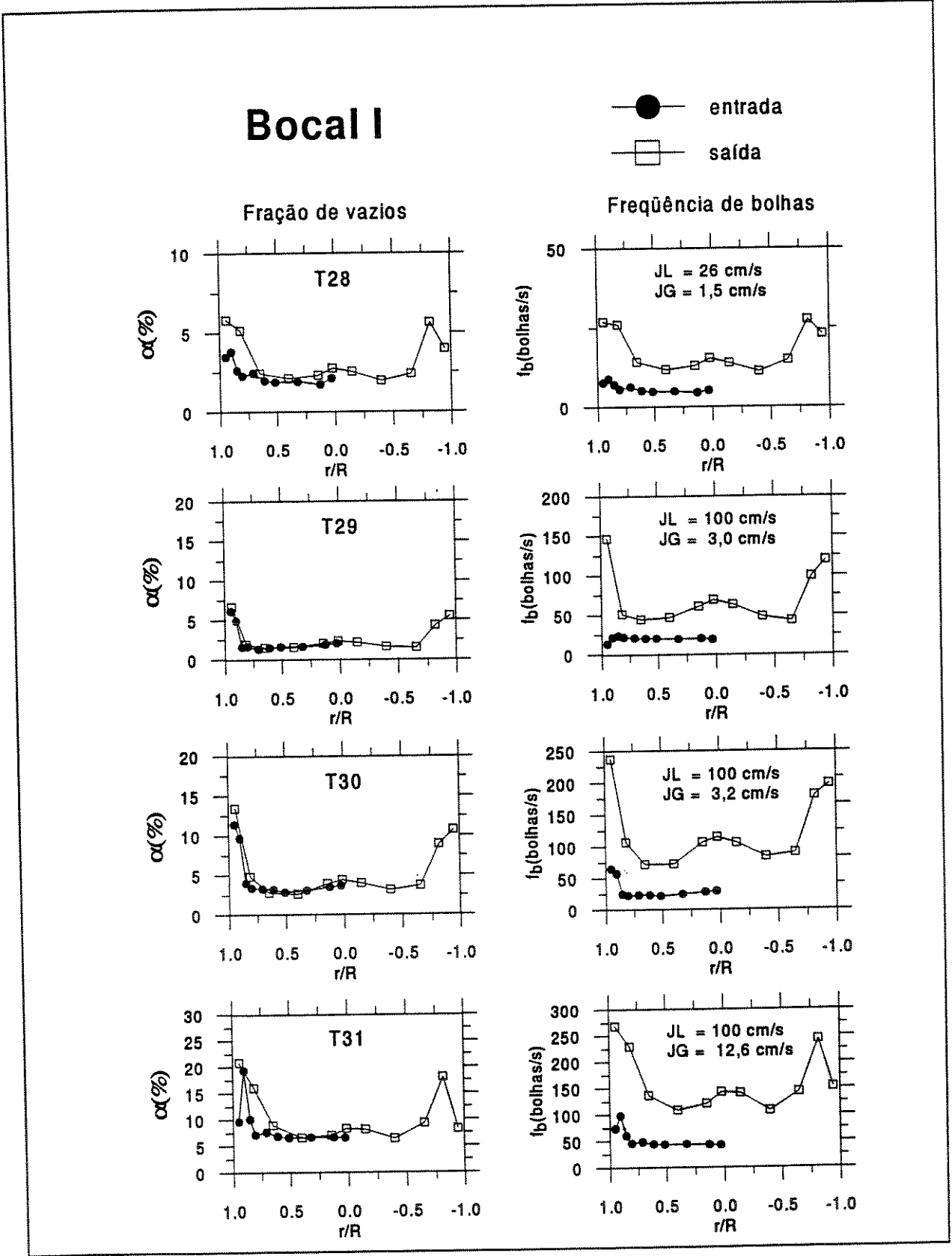


Figura F.3: Gráficos da fração de vazios e de frequência das bolhas nas seções de entrada e de saída do Bocal-I.

Bocal I

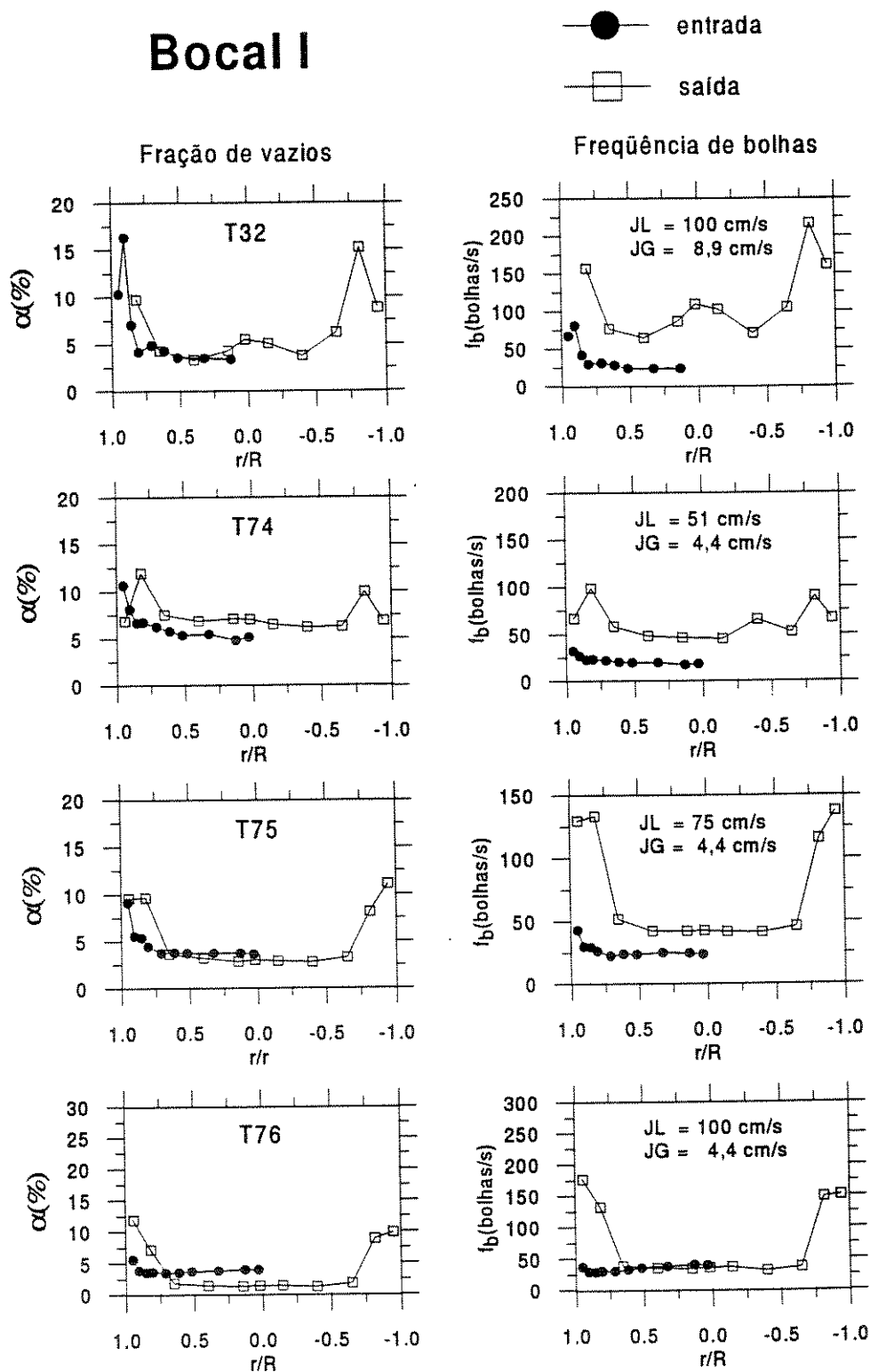


Figura F.4: Gráficos da fração de vazios e de frequência das bolhas nas seções de entrada e de saída do Bocal-I.

Bocal I

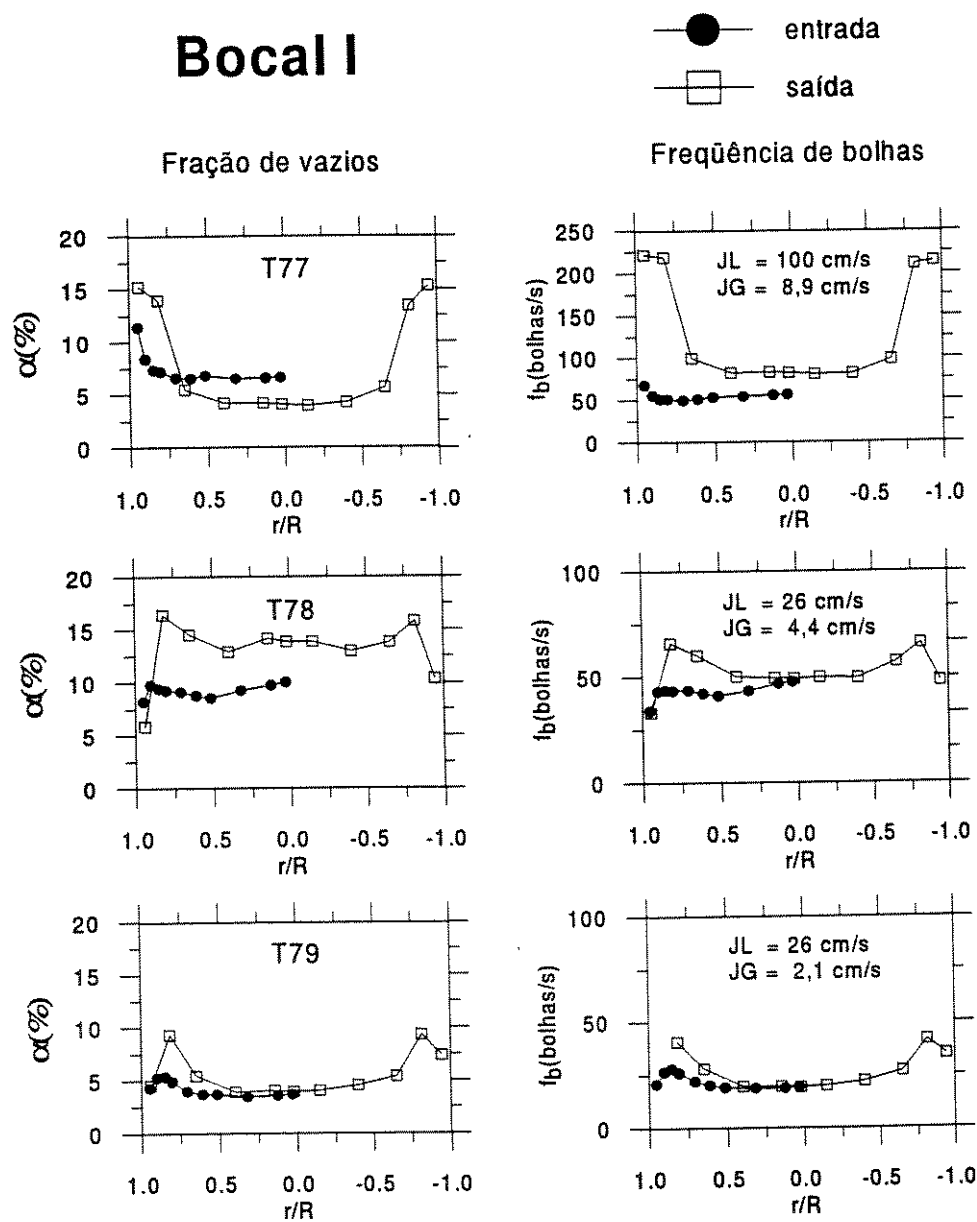


Figura F.5: Gráficos da fração de vazios e de frequência das bolhas nas seções de entrada e de saída do Bocal-I.

Bocal - II

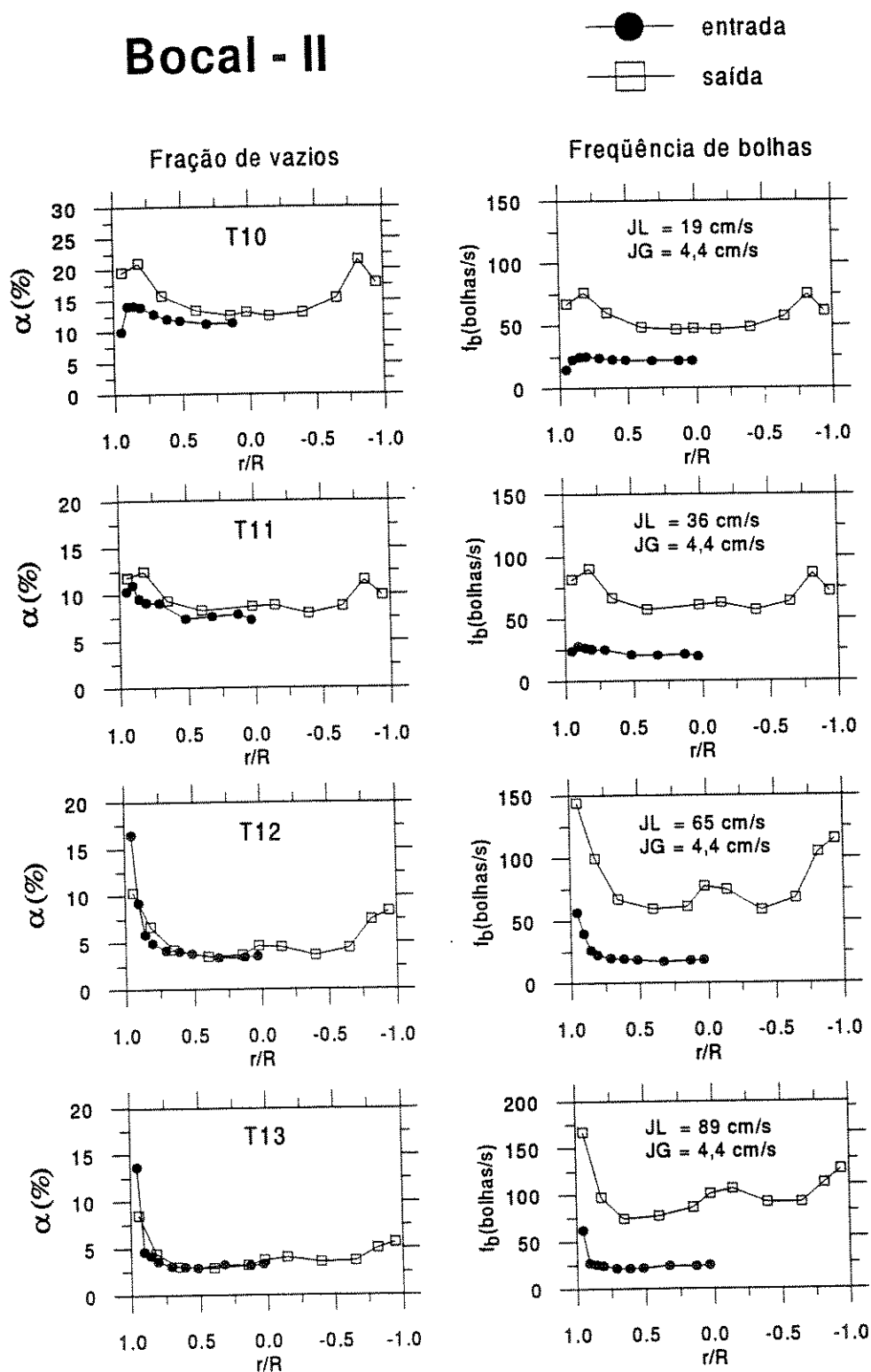


Figura F.6: Gráficos da fração de vazios e de frequência das bolhas nas seções de entrada e de saída do Bocal-II.

Bocal II

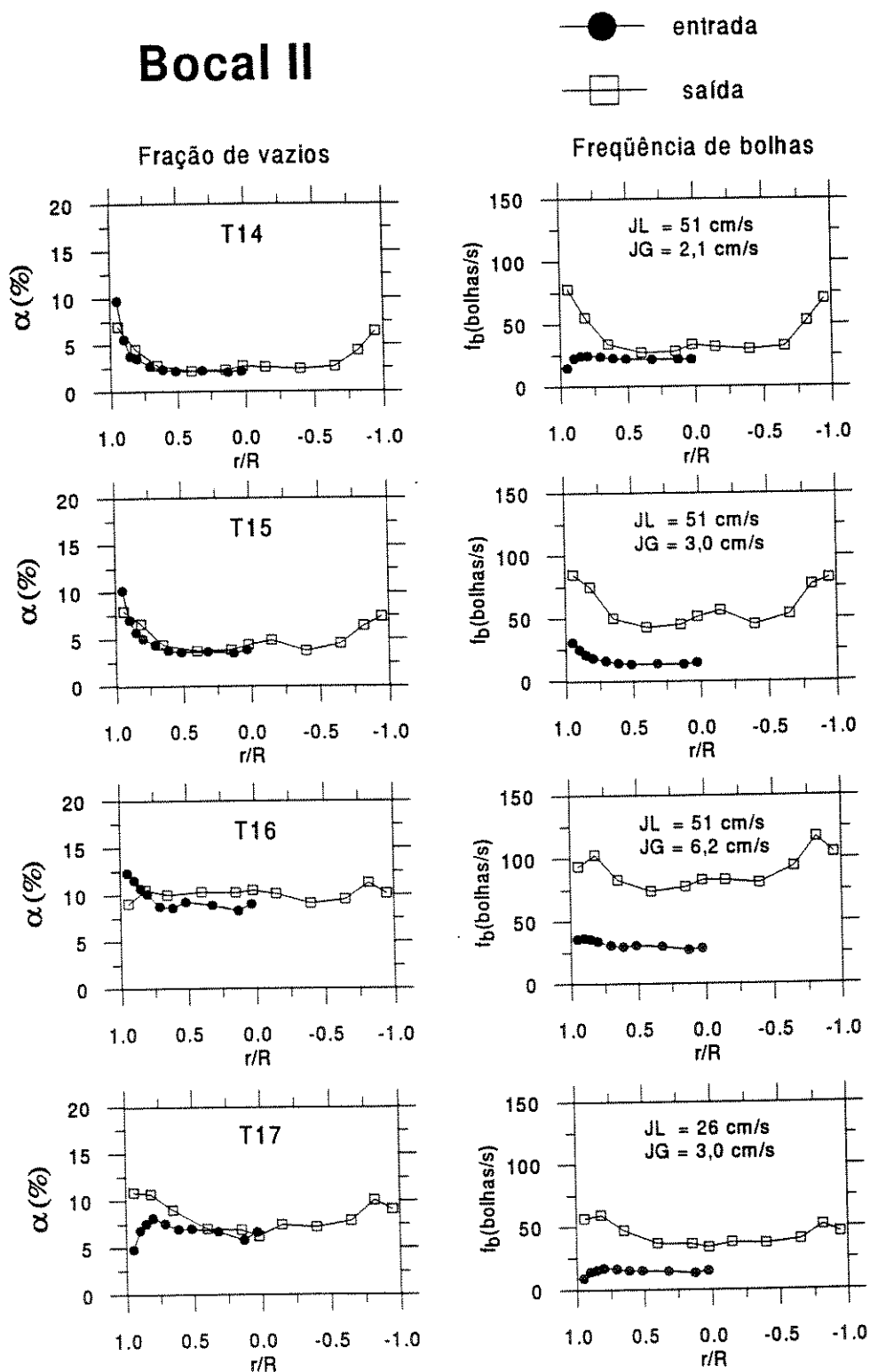


Figura F.7: Gráficos da fração de vazios e de frequência das bolhas nas seções de entrada e de saída do Bocal-II.

Bocal II

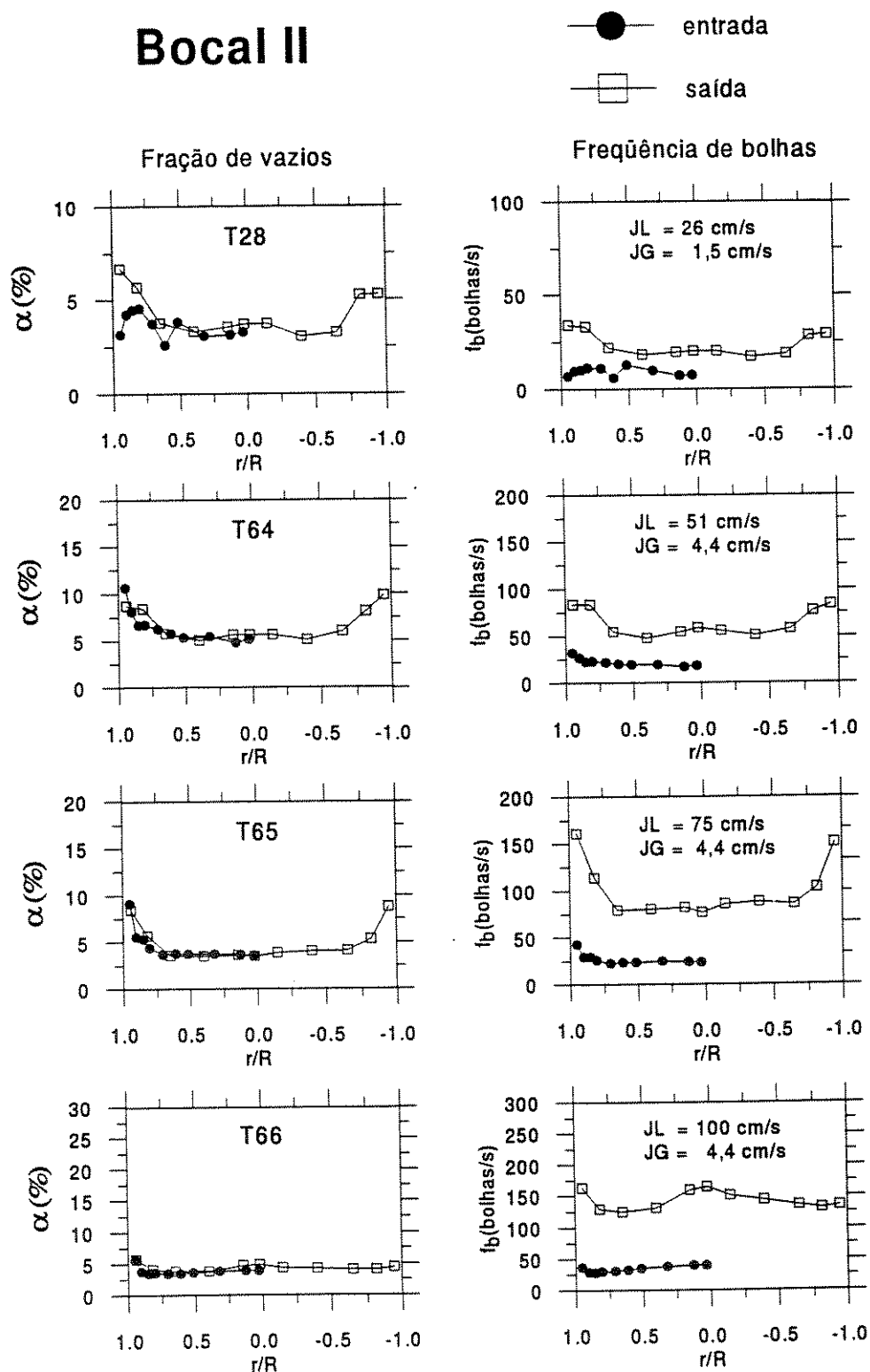


Figura F.8: Gráficos da fração de vazios e de frequência das bolhas nas seções de entrada e de saída do Bocal-II.

Bocal II

● entrada
□ saída

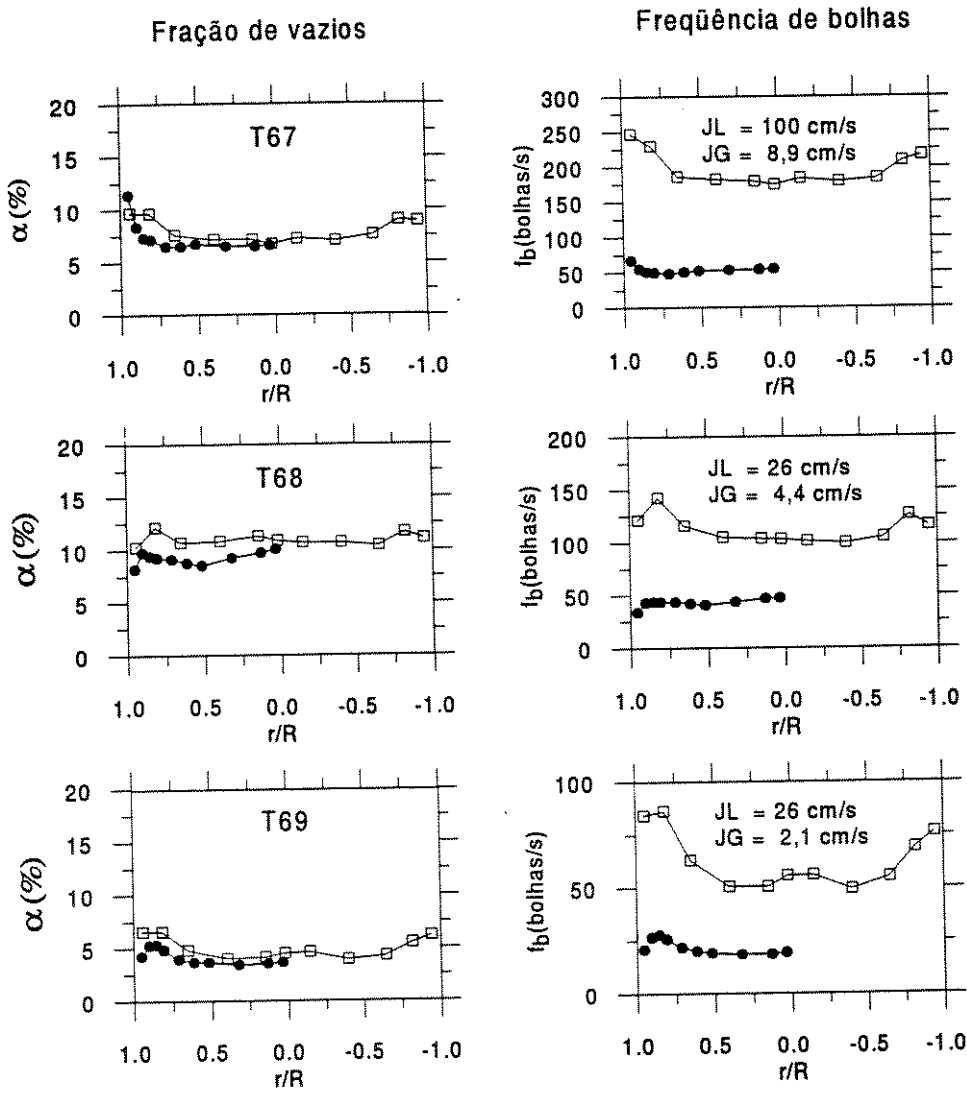


Figura F.9: Gráficos da fração de vazios e de frequência das bolhas nas seções de entrada e de saída do Bocal-II.

G Tabelas referentes à contagem de bolhas

Teste	r/R	α_{S1}	α_{S2}	f_b	t_{aq}	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
-	-	(%)	(%)	bol/s	s	-	-	-	-	-	-	-
T330	0,95	27,9	27,2	136,8	34	2438	622	494	16	138	15	1393
T331	0,90	17,6	17,4	101,7	46	2244	696	826	19	116	8	1613
T332	0,85	12,6	12,5	79,1	50	1920	544	616	6	48	4	1431
T333	0,81	12,2	12,0	76,1	50	1942	482	560	10	27	1	1344
T334	0,71	10,2	10,1	66,9	50	1620	453	497	3	22	0	1249
T335	0,61	9,4	9,3	64,2	50	1493	464	492	5	21	3	1224
T336	0,52	9,1	8,9	61,3	50	1402	456	474	4	25	0	1180
T337	0,32	8,4	8,1	57,1	50	1286	430	421	4	23	2	1111
T338	0,13	8,2	8,1	56,4	50	1225	409	449	2	15	3	1167
T339	0,03	8,0	7,7	55,2	50	1143	452	449	10	13	1	1142
T340	0,95	14,2	14,2	82,2	50	1525	647	742	24	96	10	1809
T341	0,90	7,5	7,4	47,5	50	1018	398	456	3	20	2	933
T342	0,85	6,5	6,3	41,1	50	950	286	327	1	15	1	802
T343	0,81	5,4	5,2	36,0	50	808	256	272	1	7	0	726
T344	0,71	4,0	3,9	27,8	50	556	220	224	1	4	0	611
T345	0,61	3,3	3,1	23,9	50	448	205	169	1	1	0	539
T346	0,52	2,9	2,7	21,3	50	399	208	177	0	3	0	456
T347	0,32	2,6	2,4	19,5	50	331	181	157	0	2	0	460
T348	0,13	2,3	2,1	17,8	50	269	174	148	0	1	0	445
T349	0,03	2,2	1,9	16,7	50	215	200	143	0	0	0	420
T350	0,95	6,6	6,6	36,9	50	631	391	517	12	25	2	786
T351	0,90	3,5	3,5	21,9	50	392	226	257	0	4	1	473
T352	0,85	3,0	3,0	20,3	50	343	174	197	1	6	0	489
T353	0,81	2,4	2,4	17,1	50	242	170	195	0	1	0	441
T354	0,71	1,9	1,9	14,6	50	185	150	166	1	2	0	393
T355	0,61	1,8	1,4	14,9	50	121	253	144	1	0	0	371
T356	0,52	2,0	1,4	16,7	50	129	280	119	0	3	0	423
T357	0,32	1,6	1,4	14,2	50	99	170	146	0	2	0	441
T358	0,13	1,5	1,1	13,6	50	72	224	164	2	0	0	382
T359	0,03	1,6	1,3	14,9	50	73	226	182	0	1	0	446

Tabela G.1: Grandezas obtidas na contagem das bolhas

Teste	r	α_{S1}	α_{S2}	f_b	t_{aq}	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
-	-	(%)	(%)	bol/s	s	-	-	-	-	-	-	-
T360	0,95	12,6	11,7	34,1	50	1093	518	453	1	16	3	76
T361	0,90	12,2	11,3	36,8	50	1125	567	561	2	30	2	113
T362	0,85	10,6	10,4	33,5	50	1062	457	502	1	17	3	134
T363	0,81	10,5	9,9	32,7	50	1040	449	432	2	24	1	121
T364	0,71	9,1	9,1	29,0	50	969	328	381	0	15	2	136
T365	0,61	9,0	8,6	29,2	50	942	347	327	1	15	2	152
T366	0,52	9,0	8,7	29,0	50	948	337	357	2	11	0	154
T367	0,32	8,8	8,3	28,5	50	925	347	331	1	13	2	139
T368	0,13	8,9	8,6	28,3	50	970	297	326	2	8	2	137
T369	0,03	8,8	8,6	28,2	50	935	285	328	0	10	1	178
T370	0,95	10,3	8,8	30,4	25	412	304	255	1	12	1	25
T371	0,90	9,4	8,0	29,5	50	884	505	680	5	20	1	58
T372	0,85	7,8	6,5	25,9	50	763	453	406	1	7	1	70
T373	0,81	7,1	5,3	24,0	50	685	465	310	1	6	0	43
T374	0,71	6,2	5,4	21,4	50	645	331	315	0	11	0	81
T375	0,61	5,9	5,4	20,1	50	652	268	312	1	3	2	80
T376	0,52	5,7	4,1	19,8	50	520	424	274	3	5	0	39
T377	0,32	5,4	4,2	18,6	50	534	334	252	5	6	0	49
T378	0,13	5,0	4,6	17,7	50	480	331	1226	5	6	1	64
T379	0,03	4,7	3,7	16,5	50	474	301	226	1	4	0	43
T380	0,95	4,6	4,0	14,9	50	368	340	313	0	4	0	31
T381	0,90	5,7	5,1	19,6	50	485	435	382	2	10	1	46
T382	0,85	6,1	5,5	20,8	50	541	443	433	4	9	0	45
T383	0,81	5,7	5,2	20,5	50	540	407	372	1	9	2	67
T384	0,71	4,6	4,4	16,7	50	469	277	308	1	6	0	84
T385	0,61	4,0	3,8	14,7	50	410	251	261	0	3	1	69
T386	0,52	3,5	3,4	13,3	50	352	244	276	0	1	0	67
T387	0,32	3,3	3,1	11,9	50	320	211	218	0	2	1	60
T388	0,13	3,2	2,9	11,9	50	311	231	214	0	2	0	51
T389	0,03	3,4	3,2	12,5	50	336	235	234	0	3	1	49
T390	0,95	19,1	18,8	108,3	45	1938	884	828	18	127	14	1903
T391	0,90	10,9	10,6	71,8	50	1375	520	567	6	45	1	1643
T392	0,85	9,9	9,2	67,3	50	1383	484	396	4	22	1	1473
T393	0,81	8,6	8,1	59,5	50	1301	378	381	8	6	2	1278
T394	0,71	7,2	7,1	52,6	50	1136	280	344	3	7	0	1203
T395	0,61	6,8	6,6	50,0	50	1047	285	321	4	14	0	1148
T396	0,52	6,3	5,4	46,4	50	918	395	223	3	2	0	1003
T397	0,32	5,7	5,5	43,3	50	891	245	284	2	3	0	1024
T398	0,13	5,6	5,3	41,7	50	870	237	217	1	4	0	971
T399	0,03	5,5	5,1	39,7	50	835	229	190	1	3	0	917
T400	0,95	3,5	2,9	13,8	50	180	479	433	0	10	4	15
T401	0,90	3,9	3,2	15,2	50	246	476	451	2	10	2	26
T402	0,85	3,9	3,1	15,9	50	253	495	438	3	8	0	34
T403	0,81	3,9	3,3	15,8	50	304	422	375	0	5	0	57
T404	0,71	3,3	2,8	14,1	50	283	365	338	1	3	0	54
T405	0,61	2,7	2,4	12,3	50	213	340	358	0	5	2	57
T406	0,52	2,3	1,8	10,2	50	173	286	231	1	3	0	45
T407	0,32	2,0	1,6	8,9	50	149	266	214	0	0	1	30
T408	0,13	2,0	1,5	9,0	50	146	265	202	0	1	1	37
T409	0,03	1,9	1,6	8,3	50	146	241	219	0	5	1	24

Tabela G.2: Grandezas obtidas na contagem das bolhas

Teste	r	α_{S1}	α_{S2}	f_b	t_{aq}	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
-	-	(%)	(%)	bol/s	s	-	-	-	-	-	-	-
T410	0,95	3,9	3,5	29,2	50	111	716	798	9	25	1	600
T411	0,90	2,9	2,5	24,2	50	86	414	431	1	10	4	696
T412	0,85	2,7	2,3	24,5	50	68	358	327	4	1	0	793
T413	0,81	2,7	2,5	24,6	50	92	292	310	7	2	2	836
T414	0,71	2,5	2,1	24,3	50	87	307	236	0	4	0	818
T415	0,61	2,4	2,1	24,3	50	78	277	263	0	4	0	858
T416	0,52	2,3	1,9	24,1	50	61	300	225	2	1	0	841
T417	0,32	2,0	1,7	23,1	50	64	298	201	0	1	0	791
T418	0,13	2,0	1,7	22,8	50	55	257	245	2	1	1	822
T419	0,03	1,8	1,6	21,3	50	72	234	179	0	0	1	760
T420	0,95	8,8	7,3	27,2	100	1463	504	348	12	6	0	733
T421	0,90	9,3	7,5	30,4	100	1613	576	402	6	21	1	828
T422	0,85	8,6	7,1	29,2	100	1587	519	434	10	5	2	800
T423	0,81	7,5	6,5	26,4	100	1497	441	417	5	8	0	686
T424	0,71	6,7	5,3	24,1	100	1276	478	393	3	4	0	652
T425	0,61	6,0	5,0	21,3	100	1184	361	289	3	4	0	579
T426	0,52	5,7	3,8	20,8	100	1024	605	100	1	1	0	451
T427	0,32	5,7	4,2	20,2	100	1052	455	152	1	2	0	513
T428	0,13	5,8	4,4	20,4	100	1064	450	159	3	1	0	521
T429	0,03	5,6	3,8	19,8	100	972	545	114	7	0	0	458
T430	0,95	19,0	18,0	67,2	66	3070	403	399	4	31	2	893
T431	0,90	17,0	16,3	67,1	66	2852	417	470	2	33	3	1110
T432	0,85	11,2	10,7	48,7	67	2050	296	323	4	12	1	887
T433	0,81	10,6	10,1	46,9	67	2030	286	278	0	5	1	806
T434	0,71	9,4	9,1	42,4	67	1820	244	286	1	10	0	753
T435	0,61	8,5	8,2	39,4	67	1638	247	233	1	3	0	739
T436	0,52	8,2	7,7	38,3	67	1548	248	234	0	2	0	756
T437	0,32	8,1	7,6	37,9	67	1541	254	239	1	5	0	727
T438	0,13	8,3	7,9	38,8	67	1578	242	226	0	8	0	758
T439	0,03	7,9	7,4	37,4	67	1452	241	235	0	7	0	796
T440	0,95	14,9	13,0	56,5	67	2215	646	370	3	28	2	875
T441	0,90	10,7	9,7	46,4	67	1693	461	359	5	18	2	915
T442	0,85	7,4	7,3	34,1	67	1336	259	368	3	11	2	664
T443	0,81	7,0	6,6	32,7	67	1250	267	249	0	8	0	654
T444	0,71	5,6	5,2	26,7	67	992	215	189	4	4	0	562
T445	0,61	5,4	5,1	25,6	67	984	178	158	0	4	0	542
T446	0,52	5,0	4,8	24,3	67	893	202	188	1	2	0	520
T447	0,32	5,0	4,6	24,5	67	879	216	161	1	1	0	538
T448	0,13	5,2	4,7	25,1	67	938	198	151	0	2	0	538
T449	0,03	5,3	5,0	25,3	67	951	183	166	0	2	0	552
T450	0,95	11,6	9,8	45,3	67	1526	637	415	7	27	5	821
T451	0,90	7,9	6,8	35,1	67	1172	439	256	3	6	1	721
T452	0,85	6,1	5,2	28,4	67	938	349	202	3	5	2	594
T453	0,81	5,4	4,6	26,0	67	859	299	186	1	5	1	569
T454	0,71	3,6	3,1	17,7	67	605	185	127	0	0	0	390
T455	0,61	3,2	2,8	16,1	67	522	172	101	0	2	1	374
T456	0,52	2,9	2,6	15,1	67	429	166	129	0	2	1	406
T457	0,32	2,9	2,5	14,8	67	427	179	123	1	1	1	379
T458	0,13	3,0	2,6	15,4	67	465	166	115	2	1	0	396
T459	0,03	2,9	2,6	15,1	67	456	143	146	2	1	0	406

Tabela G.3: Grandezas obtidas na contagem das bolhas

Teste	r	α_{S1} (%)	α_{S2} (%)	f_b bol/s	t_{aq} s	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
T460	0,95	7,5	6,2	31,5	67	844	565	412	6	14	0	674
T461	0,90	5,6	4,9	26,3	67	743	302	284	2	8	0	697
T462	0,85	4,7	4,1	22,8	67	686	255	211	0	1	0	578
T463	0,81	3,7	3,3	18,3	67	553	189	189	3	3	0	474
T464	0,71	2,6	2,2	13,6	67	386	178	107	0	0	0	343
T465	0,61	2,1	1,8	11,0	67	293	131	102	1	0	0	310
T466	0,52	2,0	1,8	10,8	67	292	122	81	0	0	0	308
T467	0,32	1,8	1,6	10,2	67	252	111	92	0	0	0	319
T468	0,13	1,8	1,5	10,3	67	243	124	86	1	0	0	317
T469	0,03	1,8	1,5	10,2	67	224	128	77	0	1	0	330
T470	0,95	8,0	6,0	37,2	67	853	692	341	7	16	2	912
T471	0,90	6,5	5,7	32,8	67	905	379	306	3	4	0	894
T472	0,85	5,2	4,9	27,6	67	803	271	313	1	3	2	762
T473	0,81	4,4	4,0	24,1	67	708	243	228	0	0	0	654
T474	0,71	3,3	3,0	18,5	67	521	176	168	2	0	0	533
T475	0,61	2,5	2,1	14,4	67	363	182	118	0	2	0	412
T476	0,52	2,2	1,8	13,2	67	309	176	104	0	2	0	390
T477	0,32	1,8	1,5	10,5	67	252	125	90	0	0	0	324
T478	0,13	1,5	1,3	9,2	67	188	112	94	0	2	0	311
T479	0,03	1,4	1,2	8,8	67	176	127	93	0	1	0	281
T480	0,95	13,4	11,5	23,4	100	1385	603	481	10	24	4	310
T481	0,90	13,2	11,4	24,7	100	1414	640	527	9	22	7	376
T482	0,85	13,4	11,6	26,5	100	1556	633	486	8	17	2	435
T483	0,81	13,2	11,5	26,4	100	1593	608	454	7	19	4	409
T484	0,71	12,8	11,2	26,5	100	1632	559	418	3	16	6	430
T485	0,61	12,6	11,5	26,1	100	1668	513	418	8	24	3	397
T486	0,52	13,5	12,3	27,9	100	1833	500	414	14	18	5	418
T487	0,32	14,1	13,2	28,8	100	1951	459	389	8	22	8	435
T488	0,13	14,3	13,3	29,3	100	1977	454	369	10	16	6	464
T489	0,03	14,0	12,9	28,5	100	1930	418	337	8	21	7	468
T490	0,95	11,4	9,9	21,2	100	1278	514	443	7	6	1	311
T491	0,90	12,1	10,4	24,4	100	1399	597	516	11	12	1	423
T492	0,85	11,9	10,2	24,8	100	1434	563	444	8	14	1	460
T493	0,81	11,4	10,0	24,4	100	1462	516	445	3	14	0	445
T494	0,71	10,3	9,1	22,8	100	1365	452	424	3	17	1	444
T495	0,61	9,6	8,6	21,1	100	1282	415	368	3	12	1	399
T496	0,52	9,2	8,4	20,6	100	1287	383	400	5	10	0	370
T497	0,32	9,0	8,3	20,0	100	1244	333	358	2	10	3	412
T498	0,13	8,8	7,8	19,8	100	1209	396	374	3	6	0	361
T499	0,03	8,6	7,7	19,1	100	1167	373	336	3	8	0	361
T500	0,95	8,4	7,6	16,6	100	969	396	430	5	13	0	277
T501	0,90	8,5	7,7	18,4	100	1051	432	444	1	12	1	339
T502	0,85	8,7	7,8	19,6	100	1093	449	402	5	13	1	403
T503	0,81	8,1	6,9	18,2	100	1019	461	356	4	7	1	329
T504	0,71	7,2	6,6	16,5	100	992	318	330	1	10	1	331
T505	0,61	6,8	6,0	15,9	100	905	370	301	1	5	1	309
T506	0,52	6,2	5,5	14,5	100	830	312	260	0	1	0	311
T507	0,32	6,2	5,5	14,5	100	819	331	289	1	3	0	297
T508	0,13	6,3	5,6	14,6	100	833	303	301	0	4	0	324
T509	0,03	5,9	5,4	14,1	100	789	319	340	1	9	0	294

Tabela G.4: Grandezas obtidas na contagem das bolhas

Teste	r	α_{S1}	α_{S2}	f_b	t_{aq}	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
-	-	(%)	(%)	bol/s	s	-	-	-	-	-	-	-
T510	0,95	3,1	2,7	6,2	100	325	177	151	0	1	0	117
T511	0,90	5,4	4,6	10,8	100	597	296	203	3	1	0	183
T512	0,85	5,8	5,0	12,2	100	664	324	281	3	3	1	226
T513	0,81	6,1	5,2	13,3	100	749	331	222	0	4	0	242
T514	0,71	5,1	4,5	11,4	100	650	258	190	1	2	1	224
T515	0,61	5,6	5,0	12,4	100	732	261	203	1	0	0	242
T516	0,52	4,9	4,3	10,7	100	638	231	193	1	0	0	199
T517	0,32	4,8	4,2	10,7	100	659	225	202	4	5	0	172
T518	0,13	4,8	4,3	10,8	100	661	223	169	1	1	0	194
T519	0,03	4,8	4,3	10,5	100	652	189	187	1	4	0	208
T520	0,95	1,1	1,1	1,3	100	67	49	59	2	1	0	6
T521	0,90	1,5	1,5	1,9	100	87	98	102	1	1	0	5
T522	0,85	1,7	1,7	2,2	100	111	96	110	0	3	0	9
T523	0,81	1,8	1,7	2,4	100	116	115	131	3	0	0	9
T524	0,71	1,8	1,8	2,8	100	114	143	142	0	1	0	19
T525	0,61	1,8	1,7	2,7	100	113	136	144	1	2	0	16
T526	0,52	1,4	1,4	2,1	100	93	109	111	0	0	0	12
T527	0,32	1,4	1,4	2,1	100	94	104	109	1	2	0	9
T528	0,13	1,5	1,5	2,3	100	96	107	111	0	1	1	23
T529	0,03	1,3	1,2	1,9	100	71	115	112	0	0	0	8
T530	0,95	2,1	2,1	2,2	100	97	103	141	3	1	0	14
T531	0,90	3,6	3,5	3,4	100	173	143	159	2	0	2	17
T532	0,85	4,5	4,4	4,8	100	253	197	232	3	4	1	23
T533	0,81	5,4	5,4	6,2	100	330	249	281	7	6	2	30
T534	0,71	5,6	5,5	6,7	100	390	243	283	6	5	1	25
T535	0,61	5,6	5,5	6,7	100	381	243	263	5	5	1	36
T536	0,52	6,1	6,0	7,2	100	410	256	262	6	2	5	40
T537	0,32	5,6	5,5	6,6	100	423	183	206	2	2	0	47
T538	0,13	5,7	5,6	7,0	100	443	195	232	2	3	3	52
T539	0,03	5,4	5,3	6,6	100	404	192	242	3	7	1	52

Tabela G.5: Grandezas obtidas na contagem das bolhas

Teste -	r -	α_{S1} (%)	α_{S2} (%)	f_b bol/s	t_{aq} s	C1 -	C2 -	C3 -	C4 -	C5 -	C6 -	C7 -
T640	-0,94	9,8	7,0	82,9	50	847	1015	259	16	19	4	2244
T641	-0,82	8,1	8,1	76,1	50	947	725	1061	22	62	12	2039
T642	-0,65	6,0	5,9	57,2	50	610	478	493	13	18	1	1741
T643	-0,40	5,1	4,4	50,5	50	356	507	329	7	12	1	1642
T644	-0,15	5,6	5,0	55,5	50	387	543	323	8	15	2	1821
T064	0,03	5,7	4,9	58,7	50	305	599	382	10	12	2	2009
T645	0,15	5,6	4,9	54,5	50	393	508	341	7	5	1	1811
T646	0,40	5,0	4,8	47,8	50	427	406	311	7	9	1	1538
T647	0,65	5,8	5,4	54,1	50	512	437	317	5	12	1	1739
T648	0,82	8,4	7,6	83,1	50	787	697	499	22	29	2	2620
T649	0,94	8,7	8,7	83,0	50	638	397	549	19	27	7	3061
T650	-0,94	8,8	6,9	150,3	50	475	1894	695	37	38	16	5056
T651	-0,82	5,3	5,3	102,7	50	376	1231	1379	23	52	20	3433
T652	-0,65	4,1	3,8	85,4	50	170	1087	794	16	15	11	2972
T653	-0,40	4,1	3,3	88,2	50	102	1220	652	9	10	2	3069
T654	-0,15	3,9	3,3	85,9	50	71	1075	730	15	15	3	3118
T065	0,03	3,5	3,2	76,8	50	63	907	704	7	9	0	2853
T655	0,15	3,6	3,3	82,4	50	70	949	676	12	9	5	3077
T656	0,40	3,5	3,0	80,2	50	57	1005	618	11	16	1	2918
T657	0,65	3,6	3,2	79,3	50	114	1000	676	10	12	1	2826
T658	0,82	5,7	5,0	113,5	50	300	1348	791	9	31	8	3981
T659	0,94	8,5	8,3	160,5	44	433	1060	1142	29	53	9	5476
T660	-0,94	4,4	2,9	134,8	50	106	2567	823	15	25	6	4022
T661	-0,82	4,0	4,0	131,0	50	175	2007	1743	18	37	9	4305
T662	-0,65	4,0	3,4	136,0	50	95	2256	1266	20	20	2	4408
T663	-0,40	4,2	3,4	144,0	50	61	2256	1175	25	21	5	4830
T664	-0,15	4,3	3,8	150,9	50	94	2331	1525	23	24	8	5064
T066	0,03	4,9	4,2	164,7	50	124	2411	1433	21	34	11	5632
T665	0,15	4,7	4,4	158,8	50	125	2101	1544	35	36	5	5640
T666	0,40	3,8	3,3	131,3	50	53	2026	1322	16	24	8	4438
T667	0,65	3,8	3,1	124,7	50	90	1818	1000	11	13	5	4296
T668	0,82	4,0	3,7	129,1	50	155	1891	1224	9	21	7	4373
T669	0,94	5,7	5,7	163,0	45	249	1288	1257	21	41	4	5685

Tabela G.6: Grandezas obtidas na contagem das bolhas

Teste	r	α_{S1}	α_{S2}	f_b	t_{aq}	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
-	-	(%)	(%)	bol/s	s	-	-	-	-	-	-	-
T670	-0,94	8,9	5,3	218,1	44	480	3594	725	47	31	5	5437
T671	-0,82	8,9	8,8	204,5	38	1145	1854	1849	46	81	27	4701
T672	-0,65	7,6	6,8	183,0	45	878	2135	1450	35	52	15	5020
T673	-0,40	7,0	6,5	179,3	45	753	2064	1427	31	42	17	5157
T674	-0,15	7,3	6,4	184,2	44	690	2030	1310	31	44	9	5226
T067	0,03	6,7	6,4	173,4	46	701	1989	1463	27	49	14	5209
T675	0,15	7,2	5,9	178,6	46	749	2287	1245	25	37	9	5180
T676	0,40	7,2	6,5	181,5	45	773	2094	1324	34	49	10	5134
T677	0,65	7,6	7,2	184,6	42	935	1745	1201	16	49	11	4989
T678	0,82	9,5	9,0	226,3	34	1004	1668	1153	22	59	17	4898
T679	0,94	9,7	9,6	246,3	30	689	1293	1216	33	84	17	5177
T680	-0,94	11,0	7,6	57,3	100	1188	1517	430	20	30	1	2973
T681	-0,82	11,7	11,5	62,0	100	1807	917	1377	48	126	20	3283
T682	-0,65	10,4	10,3	51,4	100	1624	716	1027	17	59	14	2708
T683	-0,40	10,7	9,9	48,6	100	1689	778	709	25	43	10	2315
T684	-0,15	10,7	10,3	49,3	100	1627	696	699	25	31	10	2544
T068	0,03	10,9	10,0	200,6	25	1538	713	606	21	29	6	2707
T685	0,15	11,3	10,8	50,7	100	1697	683	747	18	46	8	2622
T686	0,40	10,8	10,6	50,9	100	1648	583	690	21	28	5	2806
T687	0,65	10,7	9,1	57,1	100	1359	918	553	23	26	3	3384
T688	0,82	12,0	11,0	69,8	96	1381	688	823	31	52	7	4529
T689	0,94	10,3	10,2	60,2	100	1195	344	932	20	33	8	4417
T690	-0,94	6,1	4,8	38,0	100	469	1125	661	13	18	4	2171
T691	-0,82	5,5	5,4	34,3	100	592	727	1075	12	41	7	2047
T692	-0,65	4,3	3,9	27,3	100	377	642	701	9	16	2	1686
T693	-0,40	3,9	3,4	24,6	100	313	509	417	3	15	0	1616
T694	-0,15	4,6	4,2	27,8	100	459	484	447	6	13	2	1820
T069	0,03	4,5	4,2	111,0	25	399	480	520	4	13	2	1878
T695	0,15	4,1	3,7	25,2	100	354	454	442	3	5	3	1697
T696	0,40	4,0	3,6	25,2	100	358	436	393	6	9	0	1707
T697	0,65	4,8	4,2	31,4	100	378	530	442	4	6	1	2218
T698	0,82	6,5	5,8	42,9	100	528	432	590	11	20	2	3301
T699	0,94	6,5	6,3	41,9	100	499	263	596	8	22	1	3396
T740	-0,94	6,9	5,7	66,6	50	1178	454	147	45	8	1	1645
T741	-0,82	9,9	8,5	89,3	50	2229	592	162	3	13	3	1623
T742	-0,65	6,2	6,1	51,4	50	1495	211	119	2	4	5	851
T743	-0,40	6,0	6,0	45,5	50	1392	177	103	5	2	1	700
T744	-0,15	6,5	6,3	43,8	50	1407	158	121	5	4	3	612
T074	0,03	6,8	6,7	45,8	50	1512	175	86	0	5	1	596
T745	0,15	7,1	6,7	45,3	50	1456	203	120	7	4	1	593
T746	0,40	6,8	6,6	47,1	50	1469	166	112	8	5	0	707
T747	0,65	7,5	7,5	57,5	50	1709	178	137	4	2	2	980
T748	0,82	11,9	11,1	97,9	50	2870	368	142	6	9	0	1644
T749	0,94	6,9	5,7	66,6	50	1178	454	147	45	8	1	1645

Tabela G.7: Grandezas obtidas na contagem das bolhas

Teste	r	α_{S1}	α_{S2}	f_b	t_{aq}	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
-	-	(%)	(%)	bol/s	s	-	-	-	-	-	-	-
T750	-0,94	11,1	11,0	136,3	47	3698	428	404	8	26	3	2265
T751	-0,82	8,1	7,2	113,6	50	2456	871	235	5	7	0	2340
T752	-0,65	3,2	3,2	45,0	50	1102	272	135	1	2	1	873
T753	-0,40	2,7	2,6	40,8	50	880	207	110	1	2	0	949
T754	-0,15	2,9	2,8	41,4	50	926	190	108	2	0	0	951
T075	0,03	3,0	3,0	41,9	50	941	161	108	1	0	0	992
T755	0,15	2,8	2,7	41,8	50	883	201	97	2	1	0	1004
T756	0,40	3,2	3,2	41,3	50	1012	129	99	1	1	0	920
T757	0,65	3,6	3,5	50,9	50	1204	236	95	1	4	3	1097
T758	0,82	9,6	9,5	131,9	48	3029	366	252	6	13	1	2951
T759	0,94	9,6	8,9	127,8	50	2502	636	273	42	10	5	3194
T760	-0,94	9,8	9,7	148,2	43	3829	376	438	23	10	3	2135
T761	-0,82	8,8	8,7	144,9	46	3683	664	315	7	17	2	2291
T762	-0,65	1,7	1,6	36,0	50	745	256	128	2	0	0	799
T763	-0,40	1,2	1,2	30,9	50	442	202	123	0	2	0	897
T764	-0,15	1,4	1,4	35,9	50	423	201	103	0	0	0	1170
T076	0,03	1,3	1,3	35,5	50	417	159	111	0	0	0	1199
T765	0,15	1,3	1,3	33,3	50	372	175	99	0	1	0	1119
T766	0,40	1,4	1,3	34,7	50	445	151	89	0	0	0	1139
T767	0,65	1,7	1,7	37,7	50	691	168	87	0	0	0	1027
T768	0,82	7,1	7,1	129,6	50	3135	509	330	11	13	0	2811
T769	0,94	11,8	11,6	172,4	37	3691	427	262	18	8	2	2281
T770	-0,94	15,2	15,2	209,5	30	4004	334	395	17	13	2	1964
T771	-0,82	13,5	13,2	206,5	32	3859	694	276	14	12	2	2113
T772	-0,65	5,7	5,5	96,3	50	2595	571	270	9	3	1	1636
T773	-0,40	4,2	3,9	80,7	50	1845	459	167	4	3	2	1723
T774	-0,15	3,9	3,9	79,8	50	1667	350	183	2	2	1	1969
T077	0,03	4,1	3,9	80,9	50	1696	400	136	3	4	0	1942
T775	0,15	4,2	4,1	81,7	50	1753	343	167	2	1	0	1987
T776	0,40	4,2	4,2	81,1	50	1780	328	150	2	2	3	1942
T777	0,65	5,5	5,4	97,6	50	2440	392	252	4	6	1	2039
T778	0,82	14,0	13,9	215,6	30	3643	434	304	12	12	1	2332
T779	0,94	15,2	13,6	218,3	31	3335	706	231	24	9	0	2632
T780	-0,94	10,3	10,1	47,3	50	1655	184	231	3	9	1	515
T781	-0,82	15,8	15,0	64,2	50	2298	291	213	2	17	3	601
T782	-0,65	13,8	12,7	56,0	50	1902	307	198	5	13	2	570
T783	-0,40	12,9	12,3	48,2	50	1679	220	162	7	11	1	490
T784	-0,15	13,8	12,8	48,6	50	1687	254	150	4	5	2	480
T078	0,03	13,8	12,8	48,0	50	1681	248	165	9	7	2	454
T785	0,15	14,1	12,7	48,5	50	1704	279	146	6	4	4	430
T786	0,40	12,9	11,9	48,9	50	1651	242	183	12	3	1	535
T787	0,65	14,5	13,7	58,8	50	2012	264	230	3	10	3	646
T788	0,82	16,4	14,2	64,8	50	2254	420	153	6	11	0	551
T789	0,94	5,8	3,8	33,3	50	596	482	162	23	8	2	554

Tabela G.8: Grandezas obtidas na contagem das bolhas

Teste -	r -	α_{S1} (%)	α_{S2} (%)	f_b bol/s	t_{aq} s	C1 -	C2 -	C3 -	C4 -	C5 -	C6 -	C7 -
T790	-0,94	7,4	6,9	34,4	50	1190	188	173	0	0	0	341
T791	-0,82	9,3	8,2	41,2	50	1396	254	124	4	4	0	402
T792	-0,65	5,4	4,7	26,6	50	824	165	94	2	2	0	339
T793	-0,40	4,5	3,9	21,9	50	703	135	58	1	1	0	254
T794	-0,15	4,0	3,5	19,7	50	621	113	50	0	0	0	249
T079	0,03	3,9	3,4	19,1	50	615	121	68	0	1	0	216
T795	0,15	4,0	3,4	19,4	50	605	128	45	2	0	0	234
T796	0,40	3,9	3,3	19,3	50	592	129	73	2	0	0	241
T797	0,65	5,4	4,8	27,8	50	846	172	104	2	0	0	369
T798	0,82	9,3	8,1	40,1	50	1371	265	89	1	4	0	365
T799	0,94	4,5	2,8	25,6	50	399	412	169	23	4	0	441
T540	0,95	10,3	8,9	30,9	50	1097	394	257	2	14	0	37
T541	0,90	7,8	7,6	25,7	50	944	269	287	0	3	1	66
T542	0,85	6,5	5,9	21,9	50	815	228	191	0	1	0	53
T543	0,81	6,5	6,3	22,7	50	841	221	202	0	6	0	68
T544	0,71	6,0	5,8	21,4	50	794	208	178	0	2	0	68
T545	0,61	5,5	5,0	19,4	50	711	201	169	1	1	0	54
T546	0,52	5,2	4,9	18,7	50	654	208	191	0	1	0	70
T547	0,32	5,3	4,8	18,8	50	664	207	149	0	0	0	71
T548	0,13	4,6	4,1	16,4	50	583	181	142	1	0	0	53
T549	0,03	5,0	4,6	17,5	50	655	171	130	0	1	0	48
T550	0,95	9,1	8,9	42,5	50	1349	576	576	3	30	3	165
T551	0,90	5,6	5,2	29,5	50	901	393	345	0	6	0	176
T552	0,85	5,3	5,1	29,3	50	941	336	314	0	6	0	180
T553	0,81	4,4	4,2	25,8	50	785	326	280	1	4	0	172
T554	0,71	3,7	3,5	22,0	50	699	256	217	0	0	0	144
T555	0,61	3,8	3,6	23,5	50	741	286	259	0	2	0	147
T556	0,52	3,7	3,4	23,3	50	699	301	236	1	1	0	164
T557	0,32	3,7	3,6	24,5	50	751	284	274	1	4	1	183
T558	0,13	3,7	3,5	24,3	50	738	285	230	0	4	0	186
T559	0,03	3,6	3,4	23,4	50	736	256	224	0	3	0	174
T560	0,95	5,6	5,5	37,0	50	943	517	569	1	20	2	367
T561	0,90	3,8	3,5	28,6	50	733	380	326	0	3	0	316
T562	0,85	3,5	3,2	27,8	50	666	364	303	0	4	1	354
T563	0,81	3,5	3,3	29,6	50	752	351	317	1	8	1	366
T564	0,71	3,4	3,2	30,2	50	718	348	313	1	7	1	434
T565	0,61	3,5	3,2	32,5	50	797	343	331	1	3	0	482
T566	0,52	3,6	3,3	35,0	50	837	373	309	1	5	1	535
T567	0,32	3,7	3,4	37,4	50	865	455	351	0	4	0	548
T568	0,13	3,9	3,5	39,8	50	879	475	360	3	6	0	627
T569	0,03	3,9	3,5	39,1	50	835	457	402	3	6	1	652

Tabela G.9: Grandezas obtidas na contagem das bolhas

Teste -	r -	α_{S1} (%)	α_{S2} (%)	f_b bol/s	t_{aq} s	C1 -	C2 -	C3 -	C4 -	C5 -	C6 -	C7 -
T570	0,95	11,4	11,3	66,2	50	2051	717	840	3	55	6	480
T571	0,90	8,4	8,2	55,1	50	1696	565	551	3	17	3	471
T572	0,85	7,3	7,3	50,7	50	1615	459	513	1	9	2	449
T573	0,81	7,2	7,1	50,3	50	1586	415	461	1	14	3	497
T574	0,71	6,5	6,4	48,8	50	1525	424	447	4	16	0	473
T575	0,61	6,5	6,5	50,3	50	1523	411	506	0	6	1	575
T576	0,52	6,8	6,5	52,7	50	1625	473	428	1	11	1	526
T577	0,32	6,5	6,1	53,8	50	1549	530	455	3	12	1	595
T578	0,13	6,5	6,1	55,0	50	1591	513	444	2	14	0	630
T579	0,03	6,6	6,1	55,7	50	1612	512	451	2	9	0	648
T580	0,95	7,6	7,6	15,9	100	1102	320	337	16	9	8	136
T581	0,90	9,0	8,7	19,9	100	1412	335	302	23	3	6	207
T582	0,85	8,7	8,5	20,4	100	1442	333	300	15	5	3	244
T583	0,81	8,5	8,4	20,1	100	1489	307	292	11	1	0	207
T584	0,71	8,5	8,4	20,2	100	1513	266	268	13	6	3	223
T585	0,61	8,1	8,0	19,7	100	1488	254	239	12	3	2	207
T586	0,52	8,0	7,8	19,1	100	1476	219	227	21	5	2	185
T587	0,32	8,7	8,5	20,4	100	1615	230	199	14	4	2	172
T588	0,13	9,2	9,2	21,8	100	1730	224	239	13	6	1	208
T589	0,03	9,5	9,4	22,3	100	1814	218	224	5	1	3	187
T590	0,95	3,9	3,7	9,6	100	620	205	176	4	2	0	128
T591	0,90	4,7	4,6	12,0	100	800	236	240	1	3	0	161
T592	0,85	4,8	4,8	12,8	100	846	225	256	4	2	0	201
T593	0,81	4,4	4,3	11,7	100	795	201	213	0	3	0	168
T594	0,71	3,6	3,6	10,0	100	680	168	206	2	7	0	142
T595	0,61	3,4	3,3	9,2	100	636	125	136	9	2	0	145
T596	0,52	3,4	3,3	8,8	100	621	118	133	4	1	0	139
T597	0,32	3,1	3,1	8,3	100	595	129	146	4	0	1	101
T598	0,13	3,3	3,1	8,6	100	611	145	128	2	0	0	101
T599	0,03	3,4	3,2	9,0	100	630	155	119	2	1	0	110

Tabela G.10: Grandezas obtidas na contagem das bolhas

H Tabelas das grandezas locais calculadas

Teste	γ_0	$\frac{D}{l}$	$\overline{v}_s$	σ_s	$\left(\frac{\overline{I}}{\overline{v}_s}\right)$	$\overline{x}_s$	σ_x	$\overline{v}_b$	σ_b	ϵ_v	$\overline{v}_z$	σ_z	$\overline{D}$	σ_D	ϵ_D	$\overline{a}_i$	D_{SA}
-	-	-	m/s	m/s	s/m	mm	mm	m/s	m/s	.10 ³	m/s	m/s	mm	mm	.10 ³	m ⁻¹	mm
T330	11,0	1,64	1,23	0,25	0,78	2,53	0,99	1,19	0,04	0,26	1,17	0,04	3,46	0,86	0,30	458,7	3,98
T331	9,6	1,56	1,33	0,23	0,72	2,38	0,92	1,31	0,12	0,08	1,29	0,12	3,31	0,78	0,36	311,6	3,72
T332	8,0	1,52	1,40	0,22	0,71	2,31	0,85	1,39	0,12	0,17	1,38	0,12	3,25	0,62	0,46	228,5	3,48
T333	7,6	1,56	1,43	0,22	0,70	2,37	0,88	1,43	0,13	0,09	1,42	0,13	3,34	0,68	0,43	214,6	3,62
T334	8,0	1,52	1,47	0,23	0,68	2,32	0,87	1,46	0,11	0,18	1,45	0,11	3,26	0,69	0,47	184,1	3,55
T335	8,6	1,52	1,50	0,24	0,67	2,29	0,89	1,49	0,11	0,14	1,47	0,11	3,21	0,76	0,41	173,7	3,57
T336	8,4	1,52	1,49	0,22	0,67	2,30	0,89	1,48	0,09	0,13	1,46	0,09	3,18	0,73	0,43	166,4	3,52
T337	7,6	1,48	1,48	0,23	0,67	2,26	0,91	1,48	0,13	0,19	1,46	0,13	3,19	0,80	0,27	155,9	3,62
T338	8,0	1,48	1,49	0,23	0,67	2,25	0,94	1,48	0,13	0,09	1,47	0,13	3,15	0,87	0,45	153,3	3,68
T339	8,6	1,48	1,47	0,23	0,69	2,24	0,90	1,46	0,11	0,12	1,44	0,11	3,08	0,78	0,52	152,6	3,50
T340	9,0	1,40	1,19	0,19	0,81	2,12	0,83	1,17	0,04	0,28	1,15	0,04	2,97	0,71	0,31	281,8	3,36
T341	9,4	1,40	1,29	0,22	0,77	2,13	0,73	1,28	0,08	0,17	1,26	0,08	2,97	0,49	0,33	148,7	3,12
T342	7,4	1,44	1,34	0,20	0,74	2,19	0,73	1,34	0,11	0,16	1,33	0,11	3,05	0,42	0,64	123,3	3,17
T343	8,0	1,40	1,38	0,21	0,73	2,14	0,73	1,37	0,11	0,23	1,36	0,11	3,02	0,46	0,58	105,5	3,15
T344	8,8	1,36	1,41	0,22	0,72	2,10	0,77	1,40	0,11	0,14	1,38	0,11	2,91	0,54	0,48	80,2	3,11
T345	9,0	1,36	1,41	0,22	0,72	2,04	0,68	1,39	0,09	0,36	1,37	0,09	2,85	0,48	0,59	68,9	3,01
T346	9,0	1,36	1,41	0,23	0,71	2,05	0,67	1,40	0,12	0,20	1,38	0,12	2,85	0,47	0,40	61,2	3,01
T347	9,2	1,28	1,39	0,22	0,73	1,98	0,67	1,37	0,09	0,48	1,35	0,09	2,76	0,48	0,77	57,0	2,92
T348	9,2	1,24	1,38	0,22	0,73	1,91	0,62	1,37	0,11	0,31	1,35	0,11	2,67	0,43	0,52	52,1	2,81
T349	9,2	1,24	1,35	0,21	0,75	1,90	0,59	1,34	0,09	0,31	1,32	0,10	2,58	0,39	0,89	50,1	2,70
T350	8,2	1,32	1,08	0,16	0,91	2,00	0,78	1,05	0,03	0,78	1,04	0,02	2,82	0,65	0,30	140,8	3,12
T351	8,4	1,36	1,18	0,18	0,85	2,04	0,70	1,16	0,07	0,39	1,15	0,07	2,85	0,45	0,54	75,8	2,99
T352	9,0	1,28	1,23	0,19	0,81	1,93	0,66	1,21	0,07	0,47	1,20	0,07	2,72	0,47	0,31	67,1	2,86
T353	9,0	1,24	1,25	0,20	0,81	1,88	0,64	1,24	0,09	0,49	1,23	0,09	2,63	0,46	0,45	55,2	2,79
T354	8,4	1,20	1,31	0,19	0,76	1,82	0,63	1,30	0,09	0,30	1,29	0,09	2,56	0,47	0,64	45,0	2,71
T355	8,4	1,12	1,24	0,18	0,81	1,73	0,55	1,24	0,08	0,19	1,23	0,08	2,42	0,33	0,60	48,3	2,50
T356	9,0	1,12	1,28	0,19	0,79	1,72	0,56	1,28	0,10	0,45	1,26	0,09	2,37	0,38	0,56	52,6	2,49
T357	8,8	1,08	1,37	0,20	0,73	1,62	0,57	1,36	0,08	0,45	1,35	0,08	2,26	0,43	0,39	41,9	2,42
T358	8,6	1,08	1,33	0,19	0,76	1,62	0,52	1,33	0,07	0,22	1,32	0,07	2,24	0,30	0,59	40,9	2,31
T359	10,4	1,04	1,37	0,23	0,73	1,59	0,50	1,36	0,09	0,26	1,34	0,09	2,19	0,31	0,58	43,8	2,27
T360	12,0	1,96	0,71	0,17	1,44	2,86	0,83	0,68	0,09	0,26	0,67	0,09	3,69	0,50	1,05	202,5	3,84
T361	11,0	1,92	0,75	0,15	1,31	2,76	0,85	0,74	0,08	0,27	0,72	0,08	3,67	0,57	1,06	201,1	3,85
T362	11,0	1,92	0,82	0,17	1,23	2,81	0,92	0,80	0,07	0,22	0,78	0,07	3,77	0,59	0,86	169,6	3,96
T363	9,8	2,00	0,82	0,15	1,21	2,88	0,93	0,81	0,07	0,24	0,80	0,07	3,89	0,68	0,82	163,2	4,14
T364	9,6	2,00	0,87	0,16	1,16	2,88	1,02	0,85	0,07	0,54	0,84	0,07	3,94	0,82	0,75	137,0	4,27
T365	9,2	2,04	0,86	0,15	1,15	2,87	1,01	0,85	0,06	0,36	0,84	0,06	3,96	0,77	0,67	137,8	4,25
T366	9,4	2,00	0,88	0,16	1,14	2,90	1,06	0,86	0,06	0,33	0,85	0,06	4,04	0,85	0,54	135,2	4,39
T367	9,2	2,08	0,89	0,16	1,12	2,96	1,11	0,87	0,07	0,34	0,86	0,07	4,09	0,95	0,62	131,7	4,53
T368	9,2	2,12	0,90	0,16	1,12	3,01	1,08	0,89	0,05	0,33	0,87	0,05	4,17	0,89	0,65	128,5	4,57
T369	9,8	2,08	0,91	0,17	1,11	2,97	1,17	0,89	0,07	0,15	0,88	0,07	4,16	1,07	0,48	126,8	4,67

Tabela H.1: Grandezas locais calculadas com o método proposto

Teste	γ_0	$\frac{D}{T}$	$\bar{v}_s$	σ_s	$\left(\frac{1}{v_s}\right)$	$\bar{x}_s$	σ_x	$\bar{v}_b$	σ_b	ϵ_v	$\bar{v}_z$	σ_z	$\bar{D}$	σ_D	ϵ_D	$\bar{a}_i$	D_{SA}
-	-	-	m/s	m/s	s/m	mm	mm	m/s	m/s	$\cdot 10^3$	m/s	m/s	mm	mm	$\cdot 10^3$	m ⁻¹	mm
T370	11,0	1,88	0,69	0,14	1,43	2,69	0,79	0,67	0,06	0,49	0,66	0,06	3,42	0,37	1,65	182,6	3,51
T371	10,0	1,88	0,74	0,14	1,33	2,69	0,73	0,72	0,04	0,49	0,71	0,03	3,48	0,39	1,42	162,9	3,57
T372	9,0	1,84	0,77	0,13	1,30	2,63	0,69	0,75	0,03	0,48	0,74	0,03	3,42	0,28	1,42	138,2	3,47
T373	8,8	1,84	0,75	0,12	1,34	2,59	0,63	0,74	0,02	0,53	0,73	0,01	3,32	0,33	1,73	130,2	3,39
T374	9,6	1,84	0,82	0,14	1,22	2,63	0,78	0,80	0,04	0,49	0,79	0,04	3,54	0,44	1,12	106,7	3,65
T375	8,4	1,88	0,82	0,13	1,22	2,68	0,82	0,82	0,05	0,40	0,81	0,05	3,59	0,49	1,17	98,5	3,73
T376	8,4	1,88	0,76	0,11	1,31	2,64	0,68	0,75	0,02	0,75	0,73	0,01	3,46	0,39	1,57	106,5	3,55
T377	9,0	1,84	0,79	0,13	1,26	2,63	0,70	0,77	0,02	0,51	0,77	0,01	3,49	0,37	1,47	96,1	3,57
T378	9,4	1,84	0,82	0,14	1,21	2,66	0,82	0,80	0,05	0,53	0,79	0,05	3,58	0,52	1,20	89,3	3,72
T379	9,8	1,80	0,79	0,14	1,27	2,57	0,67	0,77	0,00	0,70	0,76	0,02	3,37	0,32	1,61	85,4	3,43
T380	10,4	1,76	0,70	0,14	1,44	2,57	0,68	0,69	0,09	0,54	0,68	0,08	3,33	0,36	1,62	87,4	3,42
T381	11,0	1,84	0,75	0,15	1,33	2,63	0,77	0,73	0,06	0,49	0,72	0,05	3,45	0,46	1,38	107,5	3,57
T382	9,4	1,88	0,77	0,14	1,30	2,69	0,82	0,75	0,06	0,42	0,74	0,05	3,49	0,50	1,47	111,1	3,64
T383	9,2	1,84	0,80	0,13	1,23	2,62	0,77	0,79	0,06	0,51	0,78	0,06	3,52	0,43	1,15	103,9	3,63
T384	9,2	1,84	0,85	0,14	1,18	2,63	0,85	0,84	0,07	0,54	0,83	0,07	3,65	0,57	0,85	80,3	3,81
T385	9,0	1,84	0,86	0,14	1,17	2,60	0,86	0,85	0,04	0,52	0,83	0,04	3,55	0,58	1,19	69,5	3,72
T386	9,0	1,84	0,86	0,14	1,18	2,61	0,92	0,86	0,06	0,55	0,84	0,06	3,57	0,66	1,07	62,3	3,79
T387	9,0	1,84	0,85	0,14	1,18	2,65	0,86	0,84	0,06	0,50	0,83	0,06	3,59	0,64	0,95	56,7	3,83
T388	9,2	1,84	0,83	0,14	1,21	2,59	0,80	0,82	0,03	0,70	0,80	0,03	3,49	0,47	1,02	58,4	3,61
T389	9,2	1,84	0,83	0,14	1,21	2,62	0,80	0,82	0,04	0,59	0,81	0,04	3,54	0,57	1,30	60,9	3,71
T390	10,2	1,48	1,18	0,22	0,81	2,14	0,89	1,15	0,07	0,37	1,13	0,07	2,94	0,77	0,53	378,2	3,38
T391	8,0	1,40	1,28	0,20	0,77	2,03	0,79	1,28	0,10	0,24	1,26	0,09	2,82	0,64	0,42	226,0	3,13
T392	8,6	1,44	1,34	0,20	0,75	2,06	0,80	1,33	0,07	0,24	1,32	0,07	2,86	0,65	0,35	203,0	3,15
T393	8,4	1,48	1,38	0,20	0,72	2,09	0,81	1,38	0,05	0,24	1,36	0,05	2,93	0,67	0,43	173,1	3,23
T394	7,0	1,44	1,45	0,20	0,69	2,06	0,81	1,45	0,11	0,11	1,44	0,11	2,94	0,70	0,32	145,5	3,27
T395	7,0	1,44	1,47	0,20	0,68	2,07	0,87	1,47	0,11	0,17	1,46	0,11	2,94	0,79	0,42	136,6	3,39
T396	6,6	1,44	1,41	0,17	0,71	2,06	0,82	1,42	0,08	0,22	1,41	0,08	2,89	0,68	0,43	131,5	3,23
T397	6,6	1,44	1,48	0,19	0,68	2,04	0,84	1,49	0,09	0,20	1,48	0,09	2,92	0,78	0,37	116,7	3,35
T398	6,8	1,44	1,47	0,20	0,68	2,05	0,86	1,47	0,10	0,18	1,46	0,10	2,92	0,78	0,26	113,5	3,37
T399	6,8	1,44	1,46	0,19	0,69	2,10	0,94	1,46	0,09	0,27	1,45	0,09	3,00	0,94	0,28	108,8	3,67
T400	14,8	1,56	0,69	0,18	1,37	2,34	0,63	0,65	0,01	0,83	0,63	0,02	2,85	0,24	2,64	84,5	2,89
T401	10,2	1,60	0,72	0,14	1,33	2,33	0,53	0,70	0,06	1,00	0,69	0,06	2,97	0,26	2,28	87,4	3,02
T402	10,0	1,60	0,73	0,14	1,33	2,32	0,62	0,72	0,07	0,42	0,71	0,07	2,92	0,30	2,21	88,4	2,99
T403	9,0	1,56	0,80	0,14	1,25	2,29	0,69	0,79	0,07	0,52	0,78	0,07	3,04	0,44	1,86	80,7	3,15
T404	8,6	1,64	0,82	0,12	1,21	2,34	0,69	0,81	0,05	0,74	0,80	0,05	3,12	0,36	1,66	69,7	3,21
T405	9,0	1,56	0,86	0,14	1,14	2,23	0,73	0,85	0,07	0,47	0,84	0,07	3,01	0,49	1,76	58,4	3,14
T406	8,8	1,56	0,82	0,12	1,20	2,23	0,66	0,82	0,07	0,74	0,81	0,07	3,04	0,26	1,43	50,0	3,08
T407	9,0	1,56	0,82	0,13	1,22	2,25	0,70	0,81	0,06	0,68	0,80	0,06	3,04	0,40	1,94	44,1	3,14
T408	9,0	1,60	0,81	0,13	1,23	2,27	0,69	0,81	0,05	1,03	0,80	0,05	3,03	0,45	1,94	44,4	3,15
T409	8,8	1,68	0,80	0,12	1,19	2,39	0,70	0,78	0,06	0,96	0,78	0,05	3,17	0,41	1,83	42,7	3,28

Tabela H.2: Grandezas locais calculadas com o método proposto

Teste	γ_0	$\frac{D}{T}$	$\overline{v_s}$	σ_s	$\left(\frac{1}{v_s}\right)$	$\overline{x_s}$	σ_x	$\overline{v_b}$	σ_b	ϵ_v	$\overline{v_z}$	σ_z	$\overline{D}$	σ_D	ϵ_D	$\overline{a_i}$	D_{SA}
-	-	-	m/s	m/s	s/m	mm	mm	m/s	m/s	$\cdot 10^3$	m/s	m/s	mm	mm	$\cdot 10^3$	m ⁻¹	mm
T410	11,6	1,00	1,05	0,19	0,89	1,45	0,66	1,01	0,03	1,65	0,99	0,00	2,02	0,69	0,23	115,7	2,49
T411	10,4	0,96	1,10	0,18	0,89	1,40	0,57	1,08	0,03	0,83	1,06	0,03	1,95	0,53	0,38	90,1	2,19
T412	10,6	0,96	1,14	0,19	0,88	1,41	0,49	1,13	0,06	0,51	1,11	0,06	1,95	0,39	0,16	87,1	2,10
T413	9,6	0,96	1,20	0,18	0,84	1,42	0,51	1,18	0,09	0,30	1,16	0,08	1,98	0,42	0,27	84,0	2,14
T414	9,0	0,96	1,25	0,18	0,80	1,41	0,52	1,24	0,08	0,44	1,23	0,07	1,97	0,44	0,10	78,6	2,17
T415	8,4	0,96	1,32	0,17	0,76	1,38	0,47	1,32	0,08	0,27	1,31	0,08	1,94	0,35	0,23	74,1	2,06
T416	8,0	0,96	1,34	0,17	0,75	1,37	0,50	1,34	0,07	0,22	1,33	0,07	1,92	0,37	0,41	72,2	2,04
T417	7,0	0,92	1,41	0,16	0,71	1,35	0,49	1,42	0,08	0,27	1,41	0,08	1,91	0,40	0,23	65,1	2,08
T418	6,4	0,92	1,44	0,16	0,69	1,36	0,47	1,45	0,07	0,30	1,44	0,07	1,92	0,35	0,29	63,0	2,04
T419	6,4	0,92	1,44	0,16	0,69	1,35	0,50	1,45	0,08	0,30	1,44	0,08	1,91	0,42	0,20	59,0	2,08
T420	11,2	1,56	0,67	0,14	1,52	2,28	0,78	0,66	0,07	0,16	0,65	0,07	3,14	0,56	0,46	167,0	3,31
T421	9,4	1,60	0,71	0,13	1,42	2,30	0,80	0,70	0,06	0,16	0,69	0,06	3,23	0,56	0,36	174,8	3,40
T422	8,8	1,60	0,75	0,13	1,35	2,32	0,82	0,74	0,06	0,12	0,73	0,06	3,25	0,59	0,41	159,0	3,44
T423	9,2	1,68	0,79	0,13	1,28	2,37	0,81	0,78	0,05	0,10	0,77	0,05	3,31	0,56	0,43	136,2	3,49
T424	8,4	1,60	0,78	0,13	1,29	2,31	0,81	0,78	0,07	0,11	0,77	0,07	3,24	0,56	0,44	125,3	3,43
T425	9,0	1,64	0,79	0,13	1,28	2,35	0,83	0,78	0,05	0,11	0,78	0,05	3,27	0,57	0,42	109,2	3,45
T426	8,4	1,64	0,74	0,11	1,36	2,32	0,69	0,74	0,03	0,29	0,73	0,03	3,15	0,41	0,71	112,8	3,27
T427	8,8	1,64	0,75	0,11	1,34	2,33	0,75	0,75	0,02	0,47	0,74	0,02	3,22	0,46	0,54	108,0	3,35
T428	8,8	1,64	0,75	0,12	1,34	2,34	0,79	0,75	0,02	0,28	0,74	0,02	3,26	0,53	0,53	109,5	3,43
T429	8,2	1,64	0,73	0,11	1,38	2,35	0,76	0,73	0,03	0,28	0,73	0,03	3,19	0,46	0,66	108,1	3,33
T430	11,0	1,92	0,98	0,20	1,03	2,75	0,97	0,96	0,07	0,12	0,94	0,07	3,81	0,73	0,33	282,1	4,13
T431	9,8	1,80	1,02	0,19	0,98	2,61	0,98	1,00	0,07	0,14	0,99	0,07	3,67	0,83	0,37	268,3	4,05
T432	9,0	1,76	1,08	0,17	0,94	2,51	0,93	1,06	0,04	0,19	1,05	0,04	3,56	0,75	0,34	183,8	3,85
T433	8,6	1,76	1,09	0,17	0,92	2,52	0,93	1,08	0,04	0,20	1,07	0,04	3,59	0,73	0,34	173,7	3,86
T434	8,2	1,76	1,12	0,16	0,90	2,51	0,91	1,11	0,04	0,21	1,10	0,04	3,59	0,69	0,28	153,5	3,84
T435	8,8	1,76	1,13	0,17	0,90	2,47	0,93	1,12	0,04	0,17	1,10	0,04	3,52	0,77	0,31	141,5	3,82
T436	8,6	1,72	1,11	0,17	0,91	2,42	0,88	1,10	0,04	0,18	1,09	0,03	3,44	0,68	0,35	139,3	3,68
T437	8,6	1,72	1,11	0,17	0,91	2,41	0,88	1,09	0,02	0,38	1,08	0,03	3,39	0,65	0,42	139,1	3,61
T438	8,4	1,72	1,10	0,16	0,91	2,44	0,89	1,09	0,02	0,25	1,08	0,03	3,46	0,69	0,30	142,3	3,73
T439	8,4	1,68	1,09	0,16	0,92	2,37	0,89	1,08	0,03	0,44	1,07	0,03	3,35	0,70	0,43	138,8	3,60
T440	9,6	1,68	0,90	0,17	1,12	2,44	0,83	0,89	0,09	0,27	0,88	0,09	3,36	0,55	0,51	257,6	3,55
T441	9,2	1,60	0,98	0,17	1,03	2,34	0,87	0,97	0,10	0,21	0,95	0,10	3,29	0,69	0,46	193,7	3,58
T442	9,4	1,64	1,05	0,18	0,95	2,38	0,80	1,04	0,06	0,19	1,02	0,06	3,33	0,54	0,41	131,7	3,49
T443	8,8	1,64	1,05	0,16	0,96	2,31	0,80	1,04	0,06	0,15	1,03	0,06	3,28	0,56	0,39	125,8	3,44
T444	8,8	1,60	1,06	0,16	0,95	2,29	0,82	1,05	0,06	0,17	1,03	0,06	3,23	0,60	0,49	102,2	3,43
T445	8,8	1,64	1,07	0,17	0,94	2,31	0,79	1,06	0,04	0,24	1,05	0,04	3,28	0,56	0,47	96,8	3,45
T446	8,8	1,64	1,06	0,16	0,95	2,31	0,84	1,06	0,06	0,23	1,04	0,06	3,27	0,66	0,36	92,1	3,52
T447	8,8	1,60	1,06	0,16	0,95	2,26	0,80	1,05	0,04	0,21	1,04	0,04	3,18	0,61	0,56	93,2	3,38
T448	8,8	1,56	1,06	0,16	0,95	2,24	0,81	1,05	0,03	0,32	1,03	0,02	3,19	0,66	0,33	96,0	3,40
T449	7,8	1,60	1,05	0,14	0,96	2,29	0,82	1,05	0,04	0,31	1,04	0,03	3,22	0,60	0,53	96,6	3,42

Tabela H.3: Grandezas locais calculadas com o método proposto

Teste	γ_0	$\frac{D}{T}$	$\bar{v}_s$	σ_s	$\left(\frac{1}{v_s}\right)$	$\bar{x}_s$	σ_x	$\bar{v}_b$	σ_b	ϵ_v	$\bar{v}_z$	σ_z	$\bar{D}$	σ_D	ϵ_D	$\bar{a}_i$	D_{SA}
-	-	-	m/s	m/s	s/m	mm	mm	m/s	m/s	$\cdot 10^3$	m/s	m/s	mm	mm	$\cdot 10^3$	m ⁻¹	mm
T450	11,0	1,56	0,86	0,17	1,17	2,28	0,81	0,84	0,06	0,26	0,83	0,06	3,10	0,57	0,59	216,7	3,31
T451	9,6	1,52	0,94	0,17	1,08	2,22	0,79	0,92	0,07	0,13	0,91	0,07	3,10	0,58	0,45	153,0	3,29
T452	9,0	1,56	0,96	0,15	1,04	2,20	0,75	0,96	0,06	0,22	0,94	0,06	3,07	0,49	0,38	119,0	3,21
T453	8,4	1,52	0,98	0,14	1,02	2,17	0,75	0,98	0,05	0,24	0,97	0,05	3,08	0,54	0,37	106,5	3,24
T454	8,4	1,52	0,99	0,14	1,02	2,15	0,71	0,99	0,06	0,21	0,98	0,06	3,04	0,44	0,50	71,9	3,15
T455	8,6	1,48	1,00	0,15	1,01	2,12	0,70	1,00	0,05	0,30	0,99	0,05	3,00	0,47	0,28	64,5	3,13
T456	7,2	1,44	1,01	0,15	0,99	2,08	0,76	1,01	0,08	0,36	1,01	0,08	2,92	0,62	0,44	59,8	3,15
T457	6,8	1,44	1,00	0,14	1,00	2,08	0,72	1,00	0,07	0,19	1,00	0,07	2,97	0,49	0,44	59,3	3,12
T458	8,8	1,44	1,01	0,15	1,00	2,06	0,72	1,00	0,03	0,29	0,99	0,04	2,91	0,53	0,34	61,7	3,07
T459	7,0	1,44	1,02	0,14	0,99	2,06	0,72	1,02	0,07	0,36	1,01	0,07	2,92	0,57	0,61	59,6	3,12
T460	10,0	1,44	0,84	0,15	1,19	2,09	0,72	0,82	0,06	0,32	0,81	0,05	2,88	0,47	0,49	153,9	3,01
T461	9,0	1,40	0,92	0,15	1,10	2,02	0,72	0,91	0,07	0,17	0,90	0,07	2,83	0,53	0,38	116,6	3,00
T462	8,0	1,44	0,95	0,14	1,07	2,06	0,69	0,94	0,08	0,17	0,93	0,08	2,88	0,47	0,39	97,3	3,02
T463	8,0	1,44	0,97	0,15	1,04	2,06	0,74	0,96	0,07	0,31	0,95	0,07	2,91	0,57	0,40	76,4	3,09
T464	6,8	1,40	0,99	0,13	1,02	2,03	0,70	0,99	0,07	0,26	0,98	0,07	2,89	0,53	0,52	55,2	3,05
T465	7,0	1,40	1,00	0,14	1,01	2,01	0,69	1,00	0,07	0,14	0,99	0,07	2,85	0,51	0,76	44,0	3,00
T466	7,0	1,36	1,01	0,14	1,00	1,99	0,71	1,01	0,07	0,47	1,00	0,07	2,82	0,53	0,46	43,2	3,00
T467	7,0	1,32	1,01	0,14	1,00	1,91	0,67	1,02	0,07	0,20	1,01	0,07	2,73	0,49	0,57	40,5	2,88
T468	6,8	1,32	1,00	0,13	1,00	1,89	0,66	1,00	0,06	0,35	1,00	0,06	2,69	0,49	0,53	41,2	2,85
T469	6,6	1,28	1,00	0,12	1,00	1,85	0,68	1,00	0,04	0,43	1,00	0,05	2,65	0,54	0,49	40,9	2,85
T470	11,2	1,36	0,87	0,17	1,15	2,00	0,66	0,85	0,06	0,23	0,84	0,06	2,72	0,36	0,56	175,1	2,81
T471	9,0	1,36	0,97	0,16	1,05	2,00	0,69	0,96	0,08	0,12	0,94	0,08	2,81	0,51	0,38	137,9	2,96
T472	8,2	1,40	1,04	0,16	0,97	2,03	0,70	1,03	0,09	0,26	1,02	0,09	2,87	0,52	0,41	107,8	3,04
T473	8,0	1,40	1,05	0,16	0,97	2,02	0,67	1,04	0,08	0,12	1,03	0,08	2,86	0,43	0,34	92,8	2,98
T474	8,0	1,40	1,09	0,16	0,93	2,01	0,66	1,08	0,09	0,21	1,07	0,09	2,82	0,42	0,39	68,7	2,94
T475	7,0	1,32	1,06	0,15	0,94	1,92	0,70	1,07	0,09	0,35	1,06	0,09	2,74	0,56	0,35	54,3	2,92
T476	7,0	1,32	1,06	0,15	0,94	1,93	0,70	1,07	0,08	0,31	1,06	0,08	2,75	0,55	0,50	49,5	2,95
T477	7,0	1,32	1,07	0,14	0,94	1,90	0,70	1,07	0,08	0,32	1,06	0,08	2,70	0,54	0,43	39,4	2,89
T478	7,0	1,28	1,05	0,14	0,95	1,85	0,64	1,06	0,07	0,14	1,05	0,07	2,60	0,49	0,57	34,9	2,78
T479	6,6	1,28	1,03	0,13	0,97	1,82	0,63	1,04	0,06	0,44	1,03	0,06	2,59	0,47	0,53	33,8	2,74
T480	16,6	1,92	0,50	0,16	2,13	2,88	1,08	0,46	0,08	0,30	0,44	0,08	3,83	0,94	0,42	209,1	4,26
T481	16,2	1,88	0,52	0,16	2,00	2,82	1,11	0,48	0,10	0,31	0,46	0,10	3,80	1,04	0,29	209,2	4,30
T482	15,4	1,88	0,56	0,17	1,89	2,84	1,15	0,52	0,10	0,22	0,50	0,10	3,86	1,09	0,23	208,4	4,44
T483	15,4	1,92	0,57	0,17	1,83	2,90	1,19	0,54	0,10	0,27	0,52	0,09	3,94	1,14	0,27	202,7	4,54
T484	14,4	1,92	0,59	0,17	1,75	2,89	1,17	0,56	0,10	0,22	0,54	0,10	3,96	1,12	0,24	192,9	4,55
T485	14,8	2,00	0,62	0,18	1,66	3,00	1,22	0,59	0,11	0,14	0,57	0,11	4,11	1,18	0,17	181,8	4,73
T486	14,8	2,08	0,66	0,19	1,59	3,08	1,28	0,62	0,12	0,25	0,60	0,11	4,22	1,25	0,19	184,9	4,90
T487	14,8	2,12	0,70	0,21	1,48	3,18	1,35	0,66	0,13	0,23	0,64	0,13	4,38	1,35	0,20	178,6	5,12
T488	14,0	2,08	0,68	0,19	1,51	3,11	1,34	0,65	0,12	0,17	0,63	0,12	4,30	1,36	0,18	184,4	5,09
T489	14,6	2,08	0,68	0,20	1,52	3,12	1,33	0,65	0,13	0,22	0,63	0,13	4,29	1,34	0,16	181,5	5,05

Tabela H.4: Grandezas locais calculadas com o método proposto

Teste	γ_0	$\frac{D}{T}$	$\bar{v}_s$	σ_s	$\left(\frac{1}{\bar{v}_s}\right)$	$\bar{x}_s$	σ_x	$\bar{v}_b$	σ_b	ϵ_v	$\bar{v}_z$	σ_z	$\bar{D}$	σ_D	ϵ_D	$\bar{a}_i$	D_{SA}
-	-	-	m/s	m/s	s/m	mm	mm	m/s	m/s	.10 ³	m/s	m/s	mm	mm	.10 ³	m ⁻¹	mm
T490	15,0	2,08	0,51	0,15	2,08	2,78	1,01	0,48	0,06	0,23	0,46	0,06	3,75	0,83	0,39	181,1	4,07
T491	14,0	1,84	0,53	0,14	1,97	2,71	1,03	0,50	0,07	0,34	0,49	0,07	3,70	0,90	0,27	198,5	4,09
T492	12,2	1,84	0,54	0,13	1,91	2,71	1,01	0,52	0,07	0,22	0,51	0,07	3,76	0,87	0,38	193,4	4,13
T493	13,0	1,84	0,56	0,14	1,84	2,70	1,00	0,54	0,07	0,27	0,52	0,07	3,73	0,86	0,21	184,2	4,10
T494	12,8	1,80	0,58	0,14	1,77	2,68	1,05	0,56	0,07	0,21	0,54	0,07	3,71	0,97	0,27	166,3	4,16
T495	12,4	1,84	0,59	0,14	1,75	2,74	1,06	0,57	0,09	0,21	0,55	0,08	3,83	0,95	0,23	151,3	4,27
T496	11,6	1,88	0,59	0,13	1,74	2,74	1,02	0,57	0,07	0,23	0,56	0,07	3,83	0,87	0,23	146,3	4,19
T497	11,8	1,84	0,59	0,14	1,73	2,73	1,07	0,57	0,07	0,25	0,56	0,07	3,81	0,98	0,25	142,4	4,29
T498	11,0	1,84	0,57	0,13	1,78	2,70	1,00	0,56	0,07	0,25	0,55	0,07	3,78	0,82	0,25	142,6	4,11
T499	11,4	1,84	0,57	0,13	1,78	2,69	1,01	0,56	0,06	0,21	0,54	0,06	3,76	0,88	0,29	139,0	4,14
T500	13,6	1,76	0,50	0,13	2,07	2,60	0,92	0,48	0,07	0,23	0,46	0,07	3,55	0,74	0,40	141,7	3,81
T501	12,8	1,72	0,53	0,13	1,93	2,56	0,93	0,51	0,06	0,26	0,49	0,06	3,52	0,77	0,41	145,4	3,80
T502	11,8	1,72	0,55	0,12	1,86	2,55	0,96	0,53	0,06	0,24	0,52	0,06	3,54	0,83	0,25	150,0	3,90
T503	11,8	1,76	0,54	0,12	1,88	2,58	0,91	0,52	0,04	0,38	0,51	0,04	3,57	0,73	0,42	140,0	3,83
T504	12,0	1,72	0,56	0,13	1,81	2,54	0,90	0,55	0,07	0,25	0,53	0,07	3,52	0,70	0,38	122,3	3,76
T505	11,4	1,76	0,56	0,12	1,81	2,56	0,95	0,55	0,06	0,25	0,54	0,06	3,56	0,80	0,43	116,8	3,85
T506	11,8	1,68	0,56	0,12	1,84	2,50	0,91	0,54	0,07	0,39	0,53	0,07	3,46	0,75	0,33	108,5	3,74
T507	11,2	1,72	0,56	0,12	1,83	2,54	0,94	0,54	0,06	0,33	0,53	0,05	3,53	0,76	0,44	107,8	3,81
T508	11,8	1,72	0,56	0,12	1,83	2,50	0,92	0,54	0,06	0,38	0,53	0,06	3,48	0,78	0,47	109,3	3,76
T509	11,8	1,72	0,57	0,13	1,79	2,51	0,93	0,55	0,05	0,43	0,54	0,05	3,47	0,79	0,32	103,7	3,75
T510	16,4	1,68	0,48	0,15	2,20	2,52	1,01	0,45	0,09	0,41	0,43	0,09	3,35	0,93	0,46	56,1	3,81
T511	14,2	1,76	0,50	0,13	2,11	2,60	0,94	0,48	0,08	0,22	0,46	0,08	3,55	0,79	0,50	92,9	3,86
T512	12,2	1,76	0,52	0,12	2,00	2,58	0,97	0,50	0,06	0,31	0,48	0,06	3,57	0,87	0,37	99,3	3,92
T513	13,2	1,76	0,53	0,13	1,96	2,59	1,01	0,51	0,07	0,31	0,49	0,07	3,52	0,87	0,37	105,9	3,88
T514	11,4	1,80	0,55	0,12	1,88	2,66	1,01	0,53	0,06	0,24	0,52	0,06	3,70	0,88	0,32	86,4	4,10
T515	11,0	1,84	0,56	0,12	1,83	2,71	1,08	0,55	0,07	0,18	0,54	0,07	3,83	1,00	0,31	91,2	4,29
T516	11,2	1,88	0,57	0,13	1,81	2,73	1,04	0,56	0,07	0,39	0,55	0,07	3,85	0,92	0,30	77,5	4,27
T517	11,2	1,88	0,57	0,13	1,80	2,77	1,03	0,56	0,07	0,23	0,54	0,07	3,87	0,87	0,34	77,7	4,23
T518	10,4	1,84	0,57	0,12	1,81	2,71	1,04	0,55	0,06	0,34	0,55	0,06	3,80	0,90	0,39	78,7	4,16
T519	12,0	1,84	0,57	0,13	1,78	2,68	1,06	0,55	0,06	0,25	0,54	0,06	3,73	0,98	0,33	76,8	4,18
T520	22,4	1,84	0,28	0,12	3,68	2,94	1,14	0,26	0,07	0,78	0,25	0,06	3,56	0,96	1,32	20,4	3,99
T521	28,2	1,76	0,30	0,16	3,50	2,98	0,96	0,25	0,12	1,19	0,23	0,12	3,40	0,64	1,04	29,6	3,64
T522	28,0	1,64	0,28	0,15	3,45	2,74	0,82	0,25	0,08	0,73	0,22	0,08	3,21	0,52	1,32	33,6	3,38
T523	23,2	1,68	0,33	0,14	3,41	2,70	0,77	0,29	0,09	0,85	0,26	0,08	3,33	0,55	1,23	35,7	3,49
T524	17,2	1,76	0,33	0,11	3,15	2,66	0,98	0,31	0,04	0,99	0,29	0,04	3,49	0,78	1,02	36,9	3,78
T525	23,0	1,60	0,33	0,14	3,06	2,56	0,88	0,29	0,08	0,81	0,27	0,07	3,21	0,71	1,21	35,2	3,45
T526	18,4	1,80	0,36	0,13	3,02	2,76	1,03	0,34	0,09	0,90	0,32	0,08	3,44	0,77	1,20	26,3	3,80
T527	23,4	1,64	0,31	0,13	3,19	2,62	0,78	0,28	0,01	0,97	0,26	0,01	3,25	0,50	1,30	29,5	3,39
T528	23,6	1,60	0,34	0,15	3,05	2,56	1,09	0,32	0,10	1,10	0,29	0,09	3,10	0,94	1,06	30,6	3,53
T529	23,2	1,72	0,33	0,14	3,16	2,76	1,01	0,29	0,01	1,71	0,26	0,00	3,42	0,85	1,06	27,2	3,82

Tabela H.5: Grandezas locais calculadas com o método proposto

Teste	γ_0	$\frac{D}{T}$	$\overline{v_s}$	σ_s	$\left(\frac{1}{v_s}\right)$	$\overline{x_s}$	σ_x	$\overline{v_b}$	σ_b	ϵ_v	$\overline{v_z}$	σ_z	$\overline{D}$	σ_D	ϵ_D	$\overline{a_i}$	D_{SA}
-	-	-	m/s	m/s	s/m	mm	mm	m/s	m/s	$\cdot 10^3$	m/s	m/s	mm	mm	$\cdot 10^3$	m ⁻¹	mm
T530	25,2	1,80	0,29	0,14	3,80	2,94	1,19	0,27	0,09	1,11	0,25	0,09	3,58	1,06	0,90	36,0	4,17
T531	29,6	1,84	0,26	0,14	4,01	3,16	1,13	0,22	0,11	0,58	0,19	0,10	3,66	0,88	0,87	62,4	4,09
T532	24,2	1,92	0,32	0,14	3,45	3,11	1,22	0,28	0,09	0,72	0,26	0,09	3,75	1,07	0,78	73,8	4,29
T533	25,2	1,88	0,32	0,15	3,37	3,08	1,14	0,28	0,12	0,50	0,26	0,11	3,75	0,96	0,80	93,7	4,21
T534	24,4	1,92	0,33	0,15	3,26	3,13	1,10	0,29	0,11	0,51	0,27	0,11	3,78	0,88	0,82	94,6	4,16
T535	20,6	2,00	0,32	0,12	3,25	3,11	1,15	0,29	0,07	0,63	0,27	0,07	3,92	1,00	0,77	94,9	4,37
T536	21,8	2,04	0,35	0,14	3,01	3,28	1,21	0,31	0,08	0,43	0,29	0,09	4,11	1,07	0,59	93,5	4,62
T537	18,6	2,08	0,36	0,13	3,04	3,18	1,22	0,33	0,08	0,49	0,31	0,07	4,15	1,10	0,66	83,9	4,66
T538	18,4	2,00	0,36	0,13	2,99	3,09	1,07	0,33	0,08	0,46	0,31	0,08	4,01	0,89	0,64	88,3	4,36
T539	19,8	1,96	0,35	0,13	3,01	3,06	1,13	0,32	0,08	0,49	0,30	0,08	3,92	0,97	0,56	85,3	4,34
T640	12,6	1,12	1,99	0,44	0,51	2,39	0,73	1,94	0,31	0,15	1,89	0,31	3,26	0,49	0,43	175,2	3,40
T641	14,0	1,08	2,25	0,56	0,44	2,30	0,85	2,19	0,45	0,20	2,12	0,44	3,15	0,78	0,31	145,5	3,47
T642	12,0	1,04	2,17	0,44	0,46	2,19	0,84	2,13	0,31	0,22	2,08	0,31	3,03	0,79	0,40	109,7	3,38
T643	11,2	0,96	2,02	0,38	0,50	2,05	0,79	1,98	0,26	0,27	1,95	0,25	2,84	0,75	0,25	103,5	3,18
T644	10,8	0,96	2,02	0,36	0,50	2,03	0,79	1,99	0,24	0,20	1,96	0,24	2,82	0,76	0,26	112,8	3,18
T064	9,8	0,92	1,98	0,32	0,51	1,97	0,77	1,96	0,20	0,24	1,93	0,20	2,74	0,74	0,29	121,0	3,11
T645	9,8	0,96	1,97	0,33	0,51	2,02	0,79	1,95	0,19	0,36	1,92	0,18	2,82	0,76	0,31	112,9	3,19
T646	9,8	1,00	2,04	0,33	0,49	2,12	0,81	2,02	0,19	0,35	1,99	0,19	2,95	0,76	0,42	95,4	3,29
T647	9,2	1,04	2,10	0,32	0,48	2,15	0,80	2,08	0,18	0,25	2,05	0,18	3,01	0,71	0,46	104,9	3,31
T648	9,8	1,00	2,16	0,36	0,46	2,14	0,82	2,14	0,23	0,25	2,11	0,23	2,98	0,77	0,30	157,3	3,32
T649	9,4	1,04	2,13	0,34	0,47	2,16	0,74	2,09	0,16	0,39	2,06	0,16	3,03	0,57	0,35	159,9	3,23
T650	11,0	0,88	3,08	0,56	0,33	1,89	0,68	3,04	0,42	0,16	2,98	0,41	2,62	0,59	0,16	204,0	2,88
T651	13,0	0,80	3,15	0,68	0,31	1,74	0,76	3,11	0,58	0,18	3,02	0,56	2,40	0,78	0,18	139,1	2,86
T652	10,6	0,76	3,04	0,53	0,33	1,60	0,69	3,02	0,40	0,14	2,97	0,39	2,21	0,70	0,15	116,1	2,63
T653	9,4	0,68	2,89	0,43	0,34	1,47	0,62	2,89	0,31	0,16	2,85	0,30	2,05	0,62	0,14	124,5	2,44
T654	9,0	0,68	2,86	0,40	0,35	1,43	0,59	2,86	0,27	0,17	2,83	0,26	1,99	0,57	0,30	122,0	2,32
T065	8,4	0,68	2,89	0,37	0,34	1,44	0,59	2,90	0,23	0,25	2,87	0,22	2,02	0,58	0,23	106,8	2,35
T655	8,2	0,68	2,90	0,37	0,34	1,41	0,59	2,91	0,22	0,21	2,88	0,22	1,97	0,59	0,19	114,3	2,33
T656	8,0	0,68	2,87	0,35	0,34	1,40	0,56	2,89	0,17	0,26	2,86	0,16	1,96	0,54	0,29	111,9	2,28
T657	8,4	0,72	2,96	0,38	0,33	1,50	0,65	2,97	0,16	0,33	2,94	0,17	2,10	0,66	0,26	107,3	2,52
T658	9,0	0,80	3,07	0,45	0,32	1,68	0,70	3,06	0,29	0,20	3,02	0,29	2,35	0,70	0,18	151,1	2,74
T659	9,2	0,80	3,12	0,46	0,32	1,72	0,69	3,10	0,28	0,30	3,06	0,28	2,40	0,66	0,16	210,1	2,76
T660	11,4	0,68	3,80	0,69	0,27	1,42	0,57	3,76	0,55	0,11	3,69	0,54	1,94	0,53	0,28	150,4	2,26
T661	13,0	0,64	3,95	0,84	0,26	1,39	0,66	3,90	0,72	0,16	3,80	0,70	1,93	0,71	0,26	145,1	2,44
T662	11,6	0,60	3,80	0,72	0,27	1,29	0,59	3,77	0,61	0,13	3,70	0,59	1,80	0,63	0,22	152,8	2,25
T663	10,0	0,60	3,67	0,58	0,27	1,24	0,55	3,68	0,42	0,26	3,62	0,42	1,73	0,56	0,19	161,5	2,11
T664	10,6	0,56	3,71	0,63	0,27	1,23	0,56	3,71	0,47	0,31	3,65	0,48	1,72	0,59	0,21	169,5	2,14
T066	9,8	0,60	3,67	0,56	0,27	1,25	0,59	3,70	0,34	0,32	3,64	0,34	1,74	0,62	0,20	182,8	2,20
T665	9,8	0,60	3,71	0,57	0,27	1,26	0,57	3,75	0,24	0,47	3,70	0,23	1,75	0,59	0,26	171,8	2,18
T666	9,8	0,60	3,73	0,58	0,27	1,24	0,54	3,76	0,33	0,41	3,70	0,33	1,73	0,55	0,23	142,9	2,09
T667	8,8	0,60	3,75	0,52	0,27	1,31	0,58	3,79	0,21	0,38	3,74	0,23	1,82	0,59	0,37	133,1	2,21
T668	10,4	0,68	3,92	0,64	0,26	1,43	0,66	3,92	0,40	0,27	3,86	0,39	1,98	0,69	0,29	136,3	2,45
T669	9,2	0,72	4,01	0,58	0,25	1,53	0,67	4,01	0,36	0,21	3,96	0,37	2,13	0,69	0,31	165,9	2,57

Tabela H.6: Grandezas locais calculadas com o método proposto

Teste	γ_0	$\frac{D}{T}$	$\bar{v}_s$	σ_s	$\left(\frac{1}{v_s}\right)$	$\bar{x}_s$	σ_x	$\bar{v}_b$	σ_b	ϵ_v	$\bar{v}_z$	σ_z	$\bar{D}$	σ_D	ϵ_D	$\bar{a}_i$	D_{SA}
-	-	-	m/s	m/s	s/m	mm	mm	m/s	m/s	.10 ³	m/s	m/s	mm	mm	.10 ³	m ⁻¹	mm
T670	12,6	0,80	3,78	0,79	0,27	1,68	0,73	3,71	0,61	0,12	3,62	0,60	2,31	0,75	0,28	250,2	2,77
T671	14,6	0,80	4,00	0,99	0,26	1,76	0,91	3,91	0,85	0,14	3,78	0,82	2,39	1,01	0,34	234,7	3,10
T672	13,0	0,76	3,88	0,84	0,26	1,63	0,83	3,82	0,70	0,15	3,72	0,68	2,24	0,92	0,27	207,9	2,93
T673	12,0	0,72	3,87	0,75	0,26	1,55	0,81	3,82	0,60	0,17	3,74	0,59	2,13	0,89	0,24	199,4	2,83
T674	11,2	0,72	3,80	0,68	0,26	1,53	0,78	3,79	0,47	0,26	3,71	0,47	2,11	0,86	0,20	202,8	2,77
T067	11,0	0,68	3,87	0,68	0,26	1,49	0,77	3,85	0,48	0,28	3,78	0,47	2,06	0,84	0,23	187,0	2,73
T675	11,2	0,72	3,75	0,68	0,27	1,51	0,78	3,75	0,41	0,39	3,68	0,41	2,08	0,86	0,25	198,1	2,76
T676	11,2	0,72	3,85	0,70	0,26	1,56	0,81	3,84	0,44	0,36	3,77	0,44	2,15	0,90	0,26	197,9	2,85
T677	10,8	0,80	3,97	0,69	0,25	1,67	0,86	3,98	0,35	0,37	3,91	0,35	2,31	0,95	0,36	190,8	3,01
T678	11,8	0,80	4,02	0,78	0,25	1,74	0,89	4,05	0,47	0,40	3,96	0,45	2,39	0,99	0,40	234,2	3,08
T679	10,6	0,80	4,09	0,70	0,24	1,68	0,82	4,09	0,40	0,27	4,02	0,40	2,33	0,89	0,36	248,8	2,94
T680	10,8	1,16	1,22	0,23	0,83	2,41	0,74	1,21	0,16	0,14	1,19	0,15	3,31	0,48	0,96	193,7	3,45
T681	11,6	1,12	1,36	0,27	0,71	2,33	0,84	1,35	0,22	0,16	1,32	0,21	3,23	0,73	0,60	190,4	3,50
T682	10,4	1,08	1,36	0,24	0,71	2,31	0,85	1,35	0,19	0,16	1,33	0,18	3,21	0,75	0,63	155,1	3,49
T683	10,2	1,12	1,33	0,23	0,74	2,33	0,88	1,32	0,16	0,16	1,30	0,16	3,23	0,80	0,58	149,8	3,55
T684	9,6	1,08	1,35	0,22	0,73	2,29	0,86	1,34	0,16	0,14	1,32	0,15	3,18	0,77	0,66	149,3	3,48
T068	16,2	1,00	1,26	0,36	0,20	2,20	0,90	1,23	0,36	1,01	1,18	0,34	2,97	0,91	0,57	703,9	3,40
T685	9,4	1,08	1,35	0,21	0,73	2,28	0,85	1,34	0,14	0,15	1,32	0,14	3,19	0,77	0,63	153,9	3,48
T686	8,6	1,08	1,36	0,20	0,72	2,24	0,86	1,36	0,13	0,14	1,34	0,13	3,15	0,78	0,60	151,7	3,46
T687	8,4	1,04	1,31	0,19	0,76	2,15	0,83	1,31	0,11	0,21	1,30	0,11	3,02	0,77	0,56	176,0	3,35
T688	8,0	1,12	1,36	0,18	0,72	2,13	0,80	1,35	0,09	0,30	1,34	0,09	3,02	0,70	0,61	207,1	3,30
T689	7,6	1,04	1,36	0,17	0,72	2,18	0,78	1,35	0,10	0,25	1,34	0,09	3,09	0,64	0,75	178,6	3,31
T690	10,6	1,04	1,27	0,23	0,80	2,19	0,73	1,26	0,16	0,24	1,23	0,16	3,04	0,56	0,69	123,3	3,22
T691	10,8	1,04	1,34	0,25	0,74	2,17	0,81	1,33	0,19	0,15	1,30	0,18	3,00	0,74	0,46	105,8	3,32
T692	10,4	1,00	1,31	0,23	0,76	2,12	0,77	1,29	0,16	0,30	1,27	0,16	2,95	0,67	0,53	86,0	3,22
T693	9,0	1,00	1,27	0,19	0,79	2,08	0,78	1,26	0,12	0,25	1,24	0,12	2,91	0,70	0,70	78,7	3,20
T694	8,6	1,04	1,28	0,18	0,77	2,17	0,77	1,27	0,11	0,32	1,26	0,11	3,04	0,65	0,75	88,2	3,28
T069	15,8	1,00	1,20	0,33	0,20	2,12	0,80	1,16	0,28	0,92	1,11	0,27	2,88	0,76	0,73	406,5	3,21
T695	8,0	1,04	1,26	0,17	0,79	2,15	0,76	1,25	0,10	0,19	1,24	0,09	3,02	0,62	0,83	80,7	3,24
T696	7,8	1,08	1,29	0,17	0,77	2,11	0,77	1,28	0,08	0,30	1,27	0,08	2,98	0,64	0,71	79,0	3,23
T697	7,0	1,00	1,30	0,16	0,77	2,05	0,75	1,29	0,08	0,31	1,28	0,08	2,91	0,62	0,69	97,3	3,15
T698	6,8	0,96	1,32	0,15	0,74	2,02	0,76	1,32	0,07	0,42	1,31	0,08	2,87	0,65	0,69	130,9	3,13
T699	6,6	1,00	1,32	0,15	0,75	2,04	0,73	1,31	0,07	0,47	1,29	0,07	2,91	0,58	0,77	128,6	3,11
T740	8,8	1,40	1,80	0,26	0,56	1,82	0,66	1,80	0,02	0,40	1,77	0,03	2,47	0,57	0,76	148,1	2,75
T741	7,2	1,52	1,88	0,24	0,53	1,99	0,77	1,89	0,03	0,42	1,87	0,00	2,84	0,69	0,24	189,4	3,16
T742	8,4	1,64	2,06	0,29	0,49	2,10	0,84	2,04	0,02	0,68	2,01	0,03	2,99	0,78	0,36	100,7	3,35
T743	8,0	1,68	2,06	0,29	0,49	2,13	0,85	2,04	0,02	0,72	2,01	0,03	3,05	0,79	0,40	89,3	3,41
T744	8,4	1,68	2,06	0,29	0,48	2,13	0,87	2,04	0,01	0,75	2,01	0,03	3,05	0,83	0,41	85,7	3,42
T074	8,4	1,68	2,03	0,29	0,49	2,15	0,84	2,01	0,03	0,72	1,99	0,00	3,08	0,77	0,39	91,0	3,41
T745	8,6	1,68	2,03	0,30	0,49	2,17	0,87	2,02	0,03	0,49	1,99	0,02	3,11	0,80	0,44	89,7	3,47
T746	7,2	1,64	2,03	0,26	0,49	2,10	0,87	2,04	0,02	0,54	2,02	0,03	3,02	0,82	0,30	92,5	3,40
T747	7,4	1,60	2,06	0,26	0,48	2,05	0,86	2,05	0,01	0,52	2,03	0,02	2,94	0,83	0,42	112,4	3,34
T748	6,6	1,60	1,90	0,21	0,53	2,08	0,77	1,93	0,01	0,60	1,91	0,03	2,99	0,63	0,42	203,5	3,24
T749	8,8	1,40	1,80	0,26	0,56	1,82	0,66	1,80	0,02	0,40	1,77	0,03	2,47	0,57	0,76	148,1	2,75

Tabela H.7: Grandezas locais calculadas com o método proposto

Teste	γ_0	$\frac{D}{T}$	$\bar{v}_s$	σ_s	$\left(\frac{1}{\bar{v}_s}\right)$	$\bar{x}_s$	σ_x	$\bar{v}_b$	σ_b	ϵ_v	$\bar{v}_z$	σ_z	$\bar{D}$	σ_D	ϵ_D	$\bar{a}_i$	D_{SA}
-	-	-	m/s	m/s	s/m	mm	mm	m/s	m/s	$\cdot 10^3$	m/s	m/s	mm	mm	$\cdot 10^3$	m ⁻¹	mm
T750	8,0	1,60	2,83	0,38	0,35	2,07	0,79	2,81	0,04	0,49	2,78	0,02	2,91	0,73	0,93	194,0	3,25
T751	7,2	1,48	2,76	0,37	0,36	1,91	0,82	2,79	0,02	0,66	2,78	0,02	2,72	0,83	0,78	162,7	3,18
T752	7,0	1,48	2,91	0,35	0,34	1,93	0,82	2,91	0,04	0,53	2,88	0,03	2,75	0,80	0,95	61,9	3,17
T753	6,6	1,36	2,86	0,31	0,35	1,78	0,76	2,86	0,01	0,62	2,85	0,03	2,55	0,74	0,79	56,9	2,96
T754	6,6	1,40	2,90	0,30	0,34	1,81	0,81	2,92	0,03	0,63	2,90	0,04	2,59	0,82	0,90	56,7	3,08
T075	6,4	1,36	2,90	0,28	0,34	1,77	0,81	2,91	0,04	0,68	2,89	0,04	2,53	0,83	0,91	57,6	3,05
T755	6,4	1,36	2,84	0,28	0,35	1,78	0,78	2,86	0,00	0,69	2,84	0,03	2,53	0,77	0,87	58,4	2,98
T756	6,4	1,44	2,89	0,29	0,34	1,85	0,82	2,90	0,04	0,85	2,88	0,03	2,64	0,82	0,97	56,9	3,11
T757	6,6	1,48	2,84	0,30	0,35	1,89	0,80	2,85	0,03	0,79	2,82	0,04	2,71	0,78	0,89	71,5	3,14
T758	6,6	1,44	2,81	0,29	0,35	1,88	0,84	2,86	0,00	0,81	2,84	0,04	2,69	0,85	0,67	184,4	3,18
T759	7,2	1,44	2,64	0,35	0,38	1,85	0,76	2,68	0,04	0,37	2,66	0,03	2,55	0,74	1,14	190,8	2,98
T760	8,0	1,64	3,67	0,51	0,27	2,10	0,88	3,71	0,05	0,40	3,67	0,02	3,01	0,84	0,60	160,0	3,41
T761	8,2	1,64	3,69	0,52	0,27	2,08	0,86	3,71	0,05	0,71	3,67	0,01	2,95	0,84	0,87	156,1	3,36
T762	7,2	1,40	3,72	0,50	0,27	1,83	0,77	3,73	0,20	0,27	3,70	0,20	2,60	0,75	1,02	38,8	3,01
T763	6,6	1,20	3,78	0,41	0,26	1,57	0,64	3,81	0,06	0,24	3,78	0,07	2,25	0,62	1,17	32,4	2,57
T764	6,4	1,16	3,72	0,35	0,27	1,51	0,59	3,77	0,03	0,68	3,73	0,04	2,16	0,53	1,28	38,1	2,43
T076	6,0	1,12	3,72	0,32	0,27	1,47	0,58	3,75	0,06	0,59	3,73	0,06	2,11	0,55	1,17	37,8	2,38
T765	6,2	1,16	3,71	0,33	0,27	1,49	0,57	3,75	0,06	0,66	3,73	0,05	2,12	0,48	1,16	35,5	2,35
T766	6,2	1,16	3,68	0,33	0,27	1,51	0,62	3,71	0,05	0,57	3,69	0,04	2,17	0,59	1,04	37,4	2,50
T767	6,6	1,28	3,66	0,39	0,27	1,68	0,74	3,68	0,04	0,46	3,66	0,00	2,40	0,73	0,92	41,0	2,83
T768	7,0	1,44	3,71	0,45	0,27	1,89	0,88	3,77	0,04	0,56	3,73	0,04	2,70	0,93	0,79	137,6	3,25
T769	7,2	1,60	3,46	0,45	0,29	2,09	0,84	3,51	0,04	0,56	3,48	0,01	2,97	0,80	0,92	196,7	3,35
T770	8,0	1,68	3,77	0,53	0,26	2,15	0,93	3,79	0,04	0,46	3,75	0,06	3,08	0,92	0,60	221,1	3,52
T771	9,2	1,64	3,77	0,59	0,27	2,11	0,93	3,85	0,00	0,94	3,80	0,05	2,99	0,94	0,77	214,8	3,47
T772	7,8	1,60	3,80	0,51	0,26	2,06	0,90	3,85	0,00	0,58	3,81	0,04	2,94	0,90	0,83	100,2	3,41
T773	6,8	1,44	3,74	0,41	0,27	1,88	0,84	3,78	0,04	0,63	3,74	0,04	2,69	0,86	0,86	85,5	3,20
T774	6,4	1,40	3,80	0,39	0,26	1,80	0,84	3,85	0,00	0,68	3,82	0,04	2,59	0,88	0,87	83,0	3,14
T077	6,4	1,40	3,74	0,37	0,26	1,81	0,83	3,79	0,04	0,87	3,76	0,03	2,61	0,84	0,96	85,5	3,13
T775	6,6	1,40	3,77	0,40	0,26	1,81	0,84	3,83	0,04	0,88	3,80	0,05	2,60	0,87	0,96	85,4	3,15
T776	6,4	1,40	3,79	0,37	0,26	1,82	0,84	3,83	0,04	0,80	3,80	0,05	2,61	0,87	0,88	84,7	3,15
T777	7,0	1,48	3,80	0,47	0,26	1,93	0,88	3,84	0,02	0,57	3,81	0,04	2,76	0,91	0,84	101,7	3,29
T778	7,2	1,60	3,79	0,48	0,26	2,05	0,95	3,85	0,00	0,64	3,83	0,03	2,95	0,99	0,69	224,2	3,49
T779	9,4	1,52	3,31	0,53	0,31	1,97	0,88	3,40	0,04	0,70	3,37	0,04	2,76	0,92	0,70	256,6	3,29
T780	9,6	1,80	1,18	0,21	0,85	2,32	0,78	1,17	0,11	0,20	1,15	0,11	3,28	0,56	0,28	163,5	3,44
T781	8,8	1,92	1,17	0,18	0,86	2,43	0,81	1,16	0,07	0,23	1,14	0,07	3,47	0,52	0,33	223,1	3,60
T782	8,8	1,84	1,19	0,19	0,84	2,34	0,83	1,18	0,07	0,24	1,17	0,07	3,35	0,64	0,31	190,6	3,55
T783	9,4	1,80	1,22	0,20	0,82	2,31	0,84	1,21	0,09	0,26	1,19	0,09	3,28	0,69	0,25	160,6	3,52
T784	9,4	1,84	1,20	0,20	0,84	2,36	0,86	1,18	0,08	0,32	1,17	0,08	3,35	0,72	0,36	164,9	3,60
T078	9,2	1,88	1,20	0,19	0,84	2,38	0,86	1,19	0,08	0,26	1,17	0,08	3,39	0,69	0,33	162,4	3,62
T785	9,2	1,84	1,18	0,19	0,86	2,37	0,83	1,16	0,08	0,19	1,15	0,08	3,37	0,66	0,36	167,9	3,58
T786	9,4	1,80	1,21	0,20	0,83	2,33	0,86	1,20	0,10	0,23	1,18	0,10	3,31	0,73	0,27	164,4	3,57
T787	8,6	1,80	1,20	0,18	0,84	2,32	0,84	1,19	0,07	0,17	1,18	0,07	3,31	0,68	0,31	197,8	3,54
T788	7,8	1,92	1,09	0,15	0,92	2,46	0,78	1,09	0,03	0,21	1,08	0,03	3,53	0,41	0,28	238,2	3,62
T789	10,0	1,48	1,05	0,19	0,96	1,93	0,68	1,03	0,10	0,27	1,02	0,10	2,65	0,58	0,62	130,2	2,91

Tabela H.8: Grandezas locais calculadas com o método proposto

Teste	γ_0	$\frac{D}{T}$	$\bar{v}_s$	σ_s	$\left(\frac{1}{v_s}\right)$	$\bar{x}_s$	σ_x	$\bar{v}_b$	σ_b	ϵ_v	$\bar{v}_z$	σ_z	$\bar{D}$	σ_D	ϵ_D	$\bar{a}_i$	D_{SA}
-	-	-	m/s	m/s	s/m	mm	mm	m/s	m/s	.10 ³	m/s	m/s	mm	mm	.10 ³	m ⁻¹	mm
T790	8,0	1,84	1,11	0,16	0,91	2,35	0,73	1,11	0,07	0,28	1,10	0,07	3,34	0,38	0,45	124,3	3,42
T791	6,8	1,92	1,09	0,14	0,92	2,42	0,79	1,09	0,04	0,32	1,08	0,04	3,48	0,47	0,38	151,9	3,59
T792	5,8	1,80	1,12	0,14	0,90	2,30	0,84	1,13	0,07	0,27	1,12	0,07	3,35	0,64	0,43	94,8	3,54
T793	5,8	1,80	1,11	0,13	0,90	2,31	0,78	1,12	0,05	0,31	1,11	0,05	3,34	0,49	0,51	78,4	3,47
T794	6,8	1,80	1,12	0,14	0,90	2,28	0,82	1,11	0,04	0,38	1,10	0,04	3,29	0,66	0,49	70,9	3,50
T079	5,6	1,80	1,10	0,13	0,91	2,30	0,79	1,11	0,06	0,34	1,10	0,06	3,33	0,55	0,44	69,2	3,48
T795	5,8	1,84	1,09	0,13	0,92	2,32	0,79	1,10	0,05	0,36	1,09	0,05	3,35	0,55	0,51	70,8	3,51
T796	5,8	1,76	1,09	0,13	0,92	2,25	0,77	1,09	0,06	0,21	1,09	0,06	3,26	0,54	0,45	70,7	3,41
T797	6,8	1,76	1,12	0,14	0,90	2,23	0,81	1,12	0,04	0,30	1,11	0,04	3,23	0,63	0,38	99,5	3,43
T798	5,6	1,92	1,06	0,12	0,94	2,44	0,78	1,06	0,03	0,20	1,06	0,03	3,52	0,40	0,35	150,9	3,61
T799	7,2	1,40	0,96	0,13	1,05	1,84	0,57	0,95	0,07	0,49	0,95	0,07	2,47	0,40	0,86	107,6	2,61
T540	12,0	2,25	0,67	0,17	1,54	2,45	0,72	0,64	0,10	0,24	0,63	0,10	3,22	0,39	0,80	194,1	3,32
T541	11,2	2,41	0,77	0,19	1,34	2,50	0,86	0,75	0,11	0,23	0,73	0,10	3,44	0,57	0,54	138,9	3,63
T542	10,6	2,37	0,78	0,18	1,34	2,45	0,77	0,76	0,10	0,20	0,75	0,10	3,37	0,46	0,62	117,6	3,50
T543	11,3	2,39	0,82	0,20	1,26	2,47	0,85	0,80	0,12	0,32	0,78	0,12	3,41	0,59	0,57	116,2	3,61
T544	11,2	2,40	0,85	0,20	1,22	2,49	0,86	0,82	0,11	0,19	0,81	0,11	3,43	0,64	0,59	105,7	3,67
T545	11,1	2,41	0,83	0,19	1,26	2,49	0,83	0,80	0,11	0,46	0,79	0,10	3,45	0,60	0,51	98,1	3,66
T546	11,3	2,42	0,83	0,20	1,25	2,47	0,89	0,81	0,10	0,24	0,79	0,10	3,46	0,69	0,51	93,9	3,74
T547	10,4	2,48	0,84	0,19	1,23	2,52	0,93	0,82	0,09	0,32	0,81	0,09	3,53	0,72	0,41	93,0	3,79
T548	10,5	2,43	0,81	0,18	1,27	2,48	0,92	0,80	0,11	0,22	0,79	0,11	3,46	0,74	0,65	83,3	3,76
T549	10,9	2,52	0,86	0,20	1,21	2,58	0,97	0,83	0,11	0,32	0,82	0,10	3,59	0,79	0,61	85,2	3,95
T550	11,8	1,94	0,90	0,24	1,13	2,07	0,71	0,87	0,16	0,24	0,85	0,15	2,78	0,47	0,82	200,2	2,93
T551	11,0	1,96	1,01	0,23	1,02	2,02	0,71	0,98	0,14	0,33	0,96	0,14	2,80	0,51	0,46	122,2	2,98
T552	10,5	1,97	1,05	0,24	0,98	2,01	0,68	1,03	0,14	0,19	1,01	0,14	2,80	0,46	0,49	115,6	2,95
T553	10,8	1,92	1,09	0,25	0,94	1,97	0,70	1,06	0,14	0,30	1,04	0,14	2,75	0,53	0,50	98,7	2,94
T554	10,2	1,92	1,10	0,22	0,93	1,96	0,64	1,07	0,10	0,23	1,05	0,11	2,73	0,41	0,50	83,0	2,85
T555	10,2	1,91	1,14	0,25	0,90	1,95	0,66	1,12	0,15	0,19	1,10	0,14	2,72	0,47	0,61	85,0	2,87
T556	9,9	1,92	1,14	0,24	0,90	1,94	0,67	1,11	0,13	0,42	1,09	0,13	2,73	0,47	0,48	85,2	2,89
T557	10,1	1,86	1,18	0,26	0,87	1,90	0,66	1,15	0,13	0,22	1,13	0,14	2,64	0,46	0,57	86,2	2,80
T558	9,7	1,86	1,18	0,25	0,87	1,89	0,65	1,15	0,15	0,41	1,13	0,15	2,64	0,43	0,41	85,7	2,77
T559	8,9	1,87	1,15	0,22	0,89	1,88	0,63	1,14	0,13	0,32	1,12	0,13	2,65	0,44	0,66	83,3	2,79
T560	10,1	1,64	1,06	0,22	0,94	1,69	0,64	1,04	0,13	0,37	1,02	0,13	2,33	0,47	0,61	144,4	2,50
T561	9,7	1,64	1,18	0,26	0,87	1,67	0,61	1,16	0,17	0,22	1,14	0,17	2,34	0,48	0,59	100,7	2,51
T562	8,4	1,63	1,22	0,25	0,84	1,62	0,58	1,19	0,16	0,49	1,18	0,16	2,31	0,45	0,30	94,8	2,47
T563	10,1	1,60	1,27	0,26	0,80	1,63	0,57	1,24	0,16	0,30	1,22	0,15	2,28	0,43	0,45	96,7	2,44
T564	9,0	1,57	1,32	0,27	0,77	1,60	0,57	1,30	0,18	0,24	1,29	0,18	2,22	0,43	0,50	94,0	2,39
T565	8,7	1,55	1,38	0,27	0,74	1,56	0,56	1,36	0,19	0,26	1,34	0,19	2,19	0,43	0,51	97,4	2,36
T566	8,7	1,55	1,42	0,28	0,72	1,55	0,56	1,41	0,20	0,24	1,39	0,20	2,19	0,42	0,38	101,4	2,34
T567	8,1	1,55	1,43	0,27	0,71	1,56	0,55	1,42	0,19	0,19	1,41	0,18	2,20	0,42	0,51	107,0	2,35
T568	8,8	1,50	1,44	0,28	0,71	1,52	0,51	1,43	0,20	0,22	1,41	0,20	2,13	0,36	0,39	113,5	2,25
T569	9,5	1,48	1,42	0,28	0,71	1,51	0,52	1,41	0,20	0,27	1,39	0,20	2,10	0,39	0,56	113,1	2,25

Tabela H.9: Grandezas locais calculadas com o método proposto

Teste	γ_0	$\frac{\rho}{T}$	$\bar{v}_s$	σ_s	$\left(\frac{1}{v_s}\right)$	$\bar{x}_s$	σ_x	$\bar{v}_b$	σ_b	ϵ_v	$\bar{v}_z$	σ_z	$\bar{D}$	σ_D	ϵ_D	$\bar{a}_i$	D_{SA}
-	-	-	m/s	m/s	s/m	mm	mm	m/s	m/s	$\cdot 10^3$	m/s	m/s	mm	mm	$\cdot 10^3$	m ⁻¹	mm
T570	11,2	1,99	1,14	0,28	0,87	2,06	0,85	1,10	0,16	0,19	1,08	0,15	2,85	0,75	0,39	243,6	3,26
T571	10,9	2,00	1,25	0,28	0,81	2,03	0,82	1,22	0,16	0,19	1,19	0,15	2,85	0,74	0,32	184,0	3,23
T572	10,6	2,00	1,32	0,29	0,78	2,04	0,84	1,28	0,16	0,20	1,26	0,16	2,84	0,77	0,35	160,6	3,25
T573	10,6	2,01	1,36	0,30	0,75	2,04	0,89	1,32	0,17	0,18	1,30	0,16	2,87	0,88	0,27	154,7	3,40
T574	10,1	1,96	1,41	0,29	0,72	2,01	0,88	1,38	0,17	0,18	1,35	0,16	2,79	0,81	0,35	143,9	3,27
T575	10,6	1,95	1,46	0,31	0,70	1,99	0,90	1,43	0,20	0,18	1,40	0,19	2,78	0,89	0,29	143,2	3,36
T576	9,8	1,98	1,47	0,30	0,69	2,03	0,92	1,44	0,17	0,16	1,42	0,17	2,81	0,88	0,33	148,6	3,39
T577	9,7	1,92	1,49	0,29	0,68	1,96	0,91	1,47	0,17	0,22	1,45	0,17	2,73	0,89	0,36	148,7	3,37
T578	9,9	1,88	1,50	0,30	0,68	1,92	0,89	1,48	0,17	0,22	1,45	0,17	2,67	0,88	0,34	151,1	3,30
T579	9,9	1,84	1,48	0,29	0,69	1,91	0,87	1,46	0,17	0,18	1,44	0,17	2,60	0,81	0,47	154,5	3,15
T580	14,9	2,61	0,54	0,17	1,91	2,75	1,13	0,51	0,10	0,16	0,50	0,10	3,78	1,06	0,22	128,5	4,35
T581	13,4	2,56	0,56	0,16	1,86	2,65	1,12	0,53	0,09	0,26	0,52	0,09	3,69	1,08	0,20	152,6	4,31
T582	12,7	2,62	0,61	0,17	1,70	2,69	1,16	0,58	0,09	0,18	0,57	0,09	3,76	1,14	0,27	143,8	4,40
T583	12,4	2,70	0,63	0,17	1,65	2,76	1,19	0,60	0,09	0,24	0,59	0,09	3,87	1,16	0,23	136,7	4,54
T584	12,7	2,75	0,66	0,18	1,57	2,81	1,23	0,63	0,10	0,14	0,62	0,10	3,95	1,23	0,18	131,0	4,66
T585	12,2	2,80	0,67	0,17	1,52	2,84	1,25	0,65	0,10	0,16	0,64	0,10	4,01	1,25	0,21	123,8	4,74
T586	12,1	2,85	0,69	0,17	1,49	2,88	1,29	0,67	0,10	0,19	0,66	0,10	4,07	1,29	0,33	116,7	4,82
T587	11,7	3,03	0,71	0,17	1,43	3,07	1,33	0,69	0,10	0,14	0,68	0,09	4,33	1,30	0,27	120,1	5,05
T588	11,4	3,13	0,75	0,18	1,36	3,13	1,41	0,73	0,11	0,19	0,72	0,11	4,46	1,42	0,25	121,9	5,27
T589	11,3	3,13	0,74	0,17	1,38	3,13	1,37	0,72	0,10	0,10	0,70	0,10	4,47	1,35	0,25	126,3	5,23
T590	13,1	2,21	0,54	0,15	1,93	2,29	0,93	0,52	0,09	0,42	0,51	0,09	3,19	0,89	0,32	75,8	3,63
T591	11,3	2,32	0,56	0,14	1,86	2,34	0,95	0,54	0,08	0,37	0,52	0,08	3,31	0,89	0,34	91,6	3,75
T592	12,1	2,26	0,58	0,14	1,76	2,31	0,95	0,56	0,06	0,16	0,55	0,06	3,25	0,91	0,24	92,2	3,69
T593	11,3	2,30	0,59	0,15	1,73	2,33	0,94	0,57	0,08	0,27	0,56	0,08	3,30	0,86	0,30	82,7	3,68
T594	11,5	2,34	0,62	0,15	1,65	2,38	1,01	0,60	0,09	0,39	0,59	0,08	3,36	0,97	0,33	68,0	3,88
T595	10,9	2,38	0,62	0,15	1,64	2,39	1,03	0,60	0,09	0,26	0,59	0,09	3,40	1,01	0,31	61,8	3,91
T596	12,0	2,47	0,63	0,16	1,64	2,52	1,11	0,61	0,10	0,26	0,59	0,10	3,54	1,11	0,23	59,3	4,15
T597	11,3	2,49	0,64	0,16	1,60	2,52	1,06	0,62	0,09	0,25	0,61	0,09	3,56	1,01	0,29	54,4	4,09
T598	11,3	2,55	0,63	0,15	1,64	2,57	1,05	0,61	0,09	0,28	0,60	0,09	3,64	0,98	0,29	57,4	4,13
T599	10,5	2,57	0,63	0,15	1,63	2,56	1,07	0,61	0,08	0,40	0,60	0,08	3,66	1,02	0,27	59,5	4,19

Tabela H.10: Grandezas locais calculadas com o método proposto

I Tabela das médias superficiais calculadas

Teste	f_T	D_1	D_2	D_3	$\overline{a_{i_T}}$	J_{GM}	$J_{G\alpha}$	$\overline{\alpha}$	$\overline{v_G}$	$\langle v_r \rangle$	$\overline{v_r}$	J_L
T33	20003	2,97	3,04	3,10	5790	14,4	15,6	11,8	132,2	21,4	12,0	104
T34	11174	2,65	2,72	2,78	2600	5,8	6,1	4,9	124,3	22,9	12,8	104
T35	8182	2,28	2,36	2,42	1434	2,8	2,9	2,5	115,1	16,1	6,4	104
T36	5861	3,53	3,64	3,74	2445	7,4	7,5	9,5	78,7	25,8	22,4	51
T37	4904	3,38	3,40	3,42	1782	4,8	4,7	6,5	72,6	20,9	18,1	51
T38	3669	3,25	3,34	3,41	1288	3,5	3,3	4,3	77,4	26,7	24,2	51
T39	19854	2,65	2,71	2,77	4576	10,2	10,6	8,2	129,5	26,9	17,3	103
T40	3853	2,87	2,92	2,95	1029	2,4	2,2	2,9	74,9	25,1	22,4	51
T41	18821	1,80	1,85	1,89	2017	3,1	2,9	2,4	118,1	19,3	12,5	103
T42	6670	2,94	3,04	3,10	1930	4,8	4,8	6,7	71,8	19,3	17,2	51
T43	11273	2,99	3,17	3,29	3550	9,7	10,4	10,3	101,7	21,9	17,0	76
T44	8968	2,78	2,94	3,04	2436	6,1	6,5	6,8	96,3	20,7	14,8	76
T45	7451	2,60	2,74	2,83	1758	4,1	4,2	4,7	90,3	17,4	10,6	76
T46	5875	2,53	2,64	2,71	1285	2,8	2,9	3,2	89,9	18,3	11,4	76
T47	7316	2,58	2,65	2,70	1611	3,5	3,4	3,6	96,1	24,2	17,3	76
T48	6354	2,91	3,26	3,51	2115	6,7	6,9	12,7	54,3	25,6	24,5	26
T49	5705	2,84	3,13	3,33	1752	5,1	5,1	9,8	51,8	24,5	23,0	26
T50	4573	2,77	3,01	3,18	1303	3,6	3,5	6,9	50,8	24,3	22,9	26
T51	2977	2,85	3,11	3,30	904	2,6	2,5	4,9	50,8	24,2	23,4	26
T52	656	2,78	2,96	3,08	180	0,5	0,4	1,5	26,6	27,1	26,6	0
T53	1359	3,06	3,34	3,53	475	1,5	1,3	4,8	27,1	27,1	27,1	0
T64	6729	2,65	2,75	2,84	1600	11,3	12,4	6,2	201,2	32,5	38,2	153
T65	19440	1,97	2,04	2,11	2534	13,3	12,9	4,4	294,5	50,5	59,2	225
T66	39863	1,64	1,70	1,76	3607	15,8	14,7	4,0	371,9	48,5	59,6	300
T67	41974	1,86	1,97	2,09	5130	28,0	28,0	7,4	377,5	37,7	53,5	300
T68	5652	2,76	2,88	2,98	1473	10,8	13,5	10,3	130,3	38,6	43,3	78
T69	3377	2,74	2,80	2,86	833	5,8	5,7	4,5	126,3	41,1	44,6	78
T74	7638	2,56	2,64	2,73	1678	11,3	13,7	7,0	195,4	24,2	30,8	153
T75	10795	2,31	2,40	2,49	1949	12,1	13,3	4,7	281,6	38,7	45,5	225
T76	11039	2,25	2,36	2,47	1925	12,1	12,9	3,5	366,7	47,2	55,8	300
T77	18276	2,33	2,46	2,59	3469	23,1	26,9	7,2	376,6	40,5	53,5	300
T78	4308	3,16	3,22	3,28	1404	11,0	14,8	12,8	115,7	23,4	26,3	78
T79	2294	3,16	3,22	3,26	745	5,8	5,8	5,4	109,2	24,5	26,8	78
T54	5042	3,21	3,27	3,32	1696	4,5	4,5	6,0	74,0	23,3	19,8	51
T55	9749	2,58	2,62	2,66	2104	4,4	4,4	4,4	99,4	26,2	19,9	76
T56	18800	2,10	2,13	2,17	2689	4,7	4,4	3,6	123,8	25,0	20,1	100
T57	21741	2,41	2,50	2,60	4267	9,2	9,0	7,0	128,4	26,7	20,9	100
T58	5125	2,78	3,13	3,40	1576	4,9	4,8	8,0	60,3	33,5	32,1	26
T59	3271	2,56	2,80	2,99	807	2,1	2,0	3,6	56,0	30,8	29,1	26

Tabela I.1: Grandezas médias superficiais calculadas

J Tabelas das pressões medidas nos bocais convergentes

Bocal-I				
J_L	J_G	M1	M2	M3
cm/s	cm/s	cm H ₂ O		
18,7	0,0	2,0	0,0	0,0
26,3	0,0	3,5	0,1	0,4
35,8	0,0	6,1	0,2	0,9
50,4	0,0	11,7	0,5	2,7
71,0	0,0	23,1	1,0	6,4
99,1	0,0	46,1	2,1	13,3
99,6	0,0	46,5	2,2	13,5
99,6	2,3	47,8	2,3	13,8
99,6	3,1	48,0	2,3	14,0
99,6	4,4	48,5	2,3	14,2
99,6	6,3	49,3	2,4	14,4
99,6	8,9	50,4	2,5	14,6
99,6	12,6	51,8	2,5	15,1
0,0	4,4	-3,9	-0,9	-0,4
18,7	4,4	0,8	0,4	-0,1
26,3	4,4	2,6	1,0	0,0
35,8	4,4	5,4	1,8	0,2
50,4	4,4	11,0	3,7	0,4
71,0	4,4	22,4	7,2	1,0
97,9	4,4	43,5	13,9	1,8
0,0	6,2	-5,3	-1,1	-1,1
18,7	6,2	0,6	0,4	-0,2
26,3	6,2	2,4	1,0	0,0
35,8	6,2	5,3	1,8	0,1
50,4	6,2	11,3	3,8	0,5
71,0	6,2	22,9	7,5	1,1
97,9	6,2	44,0	14,1	1,8
0,0	8,9	-6,4	-1,2	-1,0
18,7	8,9	0,6	0,3	-0,4
26,3	8,9	1,8	1,1	0,0
35,8	8,9	5,0	2,1	0,0
50,4	8,9	11,4	3,8	0,4
71,0	8,9	22,9	7,5	1,0
97,9	8,9	45,2	14,1	2,0

Bocal-II				
J_L	J_G	M1	M2	M3
cm/s	cm/s	cmH ₂ O		
41,3	4,4	5,0	0,0	0,6
50,4	4,4	7,7	0,1	1,0
58,1	4,4	10,5	0,2	1,6
64,9	4,4	13,7	0,2	2,1
71,0	4,4	16,0	0,3	2,6
76,6	4,4	18,5	0,4	3,1
81,9	4,4	21,5	0,4	3,6
89,1	4,4	25,6	0,5	4,4
95,8	4,4	29,8	0,6	5,1
99,2	4,4	31,7	0,6	4,5
18,7	0,0	1,2	0,0	0,0
29,3	0,0	2,8	0,0	0,3
41,3	0,0	5,3	0,1	0,7
50,4	0,0	7,8	0,1	1,2
58,1	0,0	10,3	0,2	1,6
64,9	0,0	12,9	0,2	2,1
71,0	0,0	15,5	0,3	2,5
76,6	0,0	18,3	0,4	3,1
81,9	0,0	20,7	0,4	3,5
89,1	0,0	24,9	0,5	4,2
95,8	0,0	28,3	0,6	4,9
99,2	0,0	31,1	0,7	5,3

Bocal-II				
J_L	J_G	M1	M2	M3
cm/s	cm/s	cmH ₂ O		
100,0	2,8	31,8	0,7	5,1
100,0	4,0	32,2	0,7	5,2
100,0	4,9	32,3	0,7	5,3
100,0	6,3	32,5	0,7	5,3
100,0	8,9	32,5	0,7	5,5
100,0	10,9	33,1	0,7	5,5
100,0	12,6	33,7	0,7	5,6
75,5	0,0	17,4	0,3	2,5
75,5	2,8	18,0	0,3	2,6
75,5	4,0	18,1	0,3	2,7
75,5	6,3	18,3	0,3	2,7
75,5	7,4	18,3	0,3	2,7
75,5	8,9	18,4	0,3	2,7
75,5	9,8	18,4	0,3	2,7
75,5	10,9	18,5	0,3	2,7
50,4	0,0	7,7	0,2	0,6
50,4	2,8	7,8	0,2	0,7
50,4	4,0	7,8	0,2	0,7
50,4	6,3	7,8	0,1	0,6
50,4	7,4	7,7	0,1	0,6
50,4	9,8	7,7	0,0	0,6
26,3	0,0	2,1	0,1	0,1
26,3	1,2	1,8	0,1	0,1
26,3	2,8	1,6	0,1	0,1
26,3	4,0	1,4	0,0	0,1
26,3	5,6	1,3	0,0	0,0

Tabela J.1: Tabelas com as reduções de pressão medidas nos bocais convergentes