

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR MARCELO BRAZ
DE AQUINO E APROVADA
PELA COMISSÃO JULGADORA EM 22/02/2008


.....
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Detecção da Condição de *Rubbing* em Máquinas Rotativas Através da Transformada Wavelet

Autor: **Marcelo Braz de Aquino**
Orientador: Prof. Dr. Robson Pederiva

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETOS MECÂNICOS**

Detecção da Condição de *Rubbing* em Máquinas Rotativas Através da Transformada Wavelet

Autor: Marcelo Braz de Aquino
Orientador: Prof. Dr. Robson Pederiva

Curso: Engenharia Mecânica
Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projetos Mecânicos

Tese de Doutorado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2008
S.P. - Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Aq56d Aquino, Marcelo Braz de
Detecção da condição de *rubbing* em máquinas rotativas através da transformada Wavelet / Marcelo Braz de Aquino.-- Campinas, SP: [s.n.], 2008.

Orientador: Robson Pederiva
Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Fricção. 2. Wavelets (Matemática). 3. Vibração. 4. Rotores – Dinâmica. I. Pederiva, Robson. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Detection of rubbing condition on rotating machinery by wavelet transform

Palavras-chave em Inglês: Rubbing, Wavelets, Vibration, Rotors

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Doutor em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Valder Steffen Júnior, Gilberto Pechoto de Melo, Hans Ingo Weber, Kátia Lucchesi Cavalca Dedini

Data da defesa: 22/02/2008

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETOS MECÂNICOS**

TESE DE DOUTORADO

**Detecção da Condição de *Rubbing* em Máquinas
Rotativas Através da Transformada Wavelet**

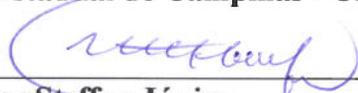
Autor: **Marcelo Braz de Aquino**

Orientador: **Prof. Dr. Robson Pederiva**

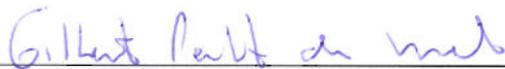
A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Tese:



Prof. Dr. Robson Pederiva, Presidente
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP/FEM/DPM



Prof. Dr. Valder Steffen Júnior
Universidade Federal de Uberlândia - UFU



Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo
Universidade Estadual Paulista – FEIS/UNESP



Dr. -Ing. Hans Ingo Weber
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP/FEM/DPM



Profa. Dra. Kátia Lucchesi Cavalca Dedini
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP/FEM/DPM

Campinas, 22 de Fevereiro de 2008.

Dedicatória:

Aos meus pais, Leonel e Uiara, por tudo.

Agradecimentos:

Acima de tudo, a Deus;

Ao Professor Dr. Robson Pederiva, pela orientação, oportunidades, e principalmente, a amizade;

Aos Professores do DPM/FEM/UNICAMP, em especial a Professora Dra. Kátia Lucchesi Cavalca Dedini, pelas oportunidades;

Ao Professor Dr. -Ing. Rainer Nordmann, pela orientação na Alemanha;

Aos técnicos do DPM/FEM/UNICAMP e da Oficina Mecânica, por auxiliarem de forma essencial com os trabalhos experimentais;

Aos colegas de Pós-Graduação da UNICAMP pelo companheirismo;

Ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) por financiar meus estudos no Brasil, e a CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), por financiar meus estudos no Exterior.

Aos meus familiares: Leonel, Uiara, Margareth, Márcia, Letícia, Herbert e Poli, pela compreensão e incentivo;

“Faça o que pode, com o que tem, onde estiver”.

Roosevelt

Resumo

AQUINO, Marcelo Braz, *Deteção da Condição de Rubbing em Máquinas Rotativas Através da Transformada Wavelet*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2008. 94p. Tese (Doutorado).

Este trabalho apresenta um procedimento de detecção do fenômeno de *rubbing* e seus efeitos em máquinas rotativas, aplicável para o regime estacionário e não-estacionário, utilizando como ferramenta de análise a Transformada de Wavelet. Primeiramente, aplica-se a Transformada de Wavelet Contínua (CWT) para sinais estacionários com o uso da wavelet Morlet Complexa como wavelet mãe, para extração de características intrínsecas da falha estudada. Aplica-se esta técnica para este regime de operação, pois, a análise multi-resolução é capaz de evidenciar possíveis transientes, mesmo no regime estacionário. Posteriormente, aplicou-se a Transformada de Wavelet Packet (WPT) visando-se analisar a variação da distribuição das energias contidas em bandas de frequências específicas para o regime não-estacionário. Diante da grande quantidade de informações contidas no sinal de partida e passagem pelas velocidades críticas do sistema, esta segunda técnica foi escolhida considerando-se sua habilidade de compactação de dados, viabilizando o uso de outras técnicas e também o monitoramento on-line de máquinas. Todas as análises em questão, CWT no regime estacionário e a WPT no não-estacionário, são através de simulações computacionais com auxílio do Método dos Elementos Finitos e para sinais reais proveniente de uma bancada experimental de testes.

Palavras Chave

Rubbing, Wavelets, Vibrações, Rotores.

Abstract

AQUINO, Marcelo Braz, *Detection of Rubbing Condition on Rotating Machinery by Wavelet Transform*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2008. 94p. Tese (Doutorado).

This work presents a detection procedure of the rubbing phenomenon and its effects in rotating machinery, applicable on the stationary and non-stationary regimes, using the Wavelet Transform as analysis tool. Firstly, the Continuous Wavelet Transform (CWT) is applied for stationary signals using the Complex Morlet wavelet as mother wavelet, for extracting of intrinsic features of the studied fault. The use of this technique and regime of operation is suitable, because, this multi-resolution analysis is able to evidence possible transients, even in the stationary regime. Afterward, the Wavelet Packet Transform (WPT) is applied for analyzing the variation of the energy distribution contained in bands of specific frequencies for the non-stationary regime. Related to the amount of information contained on the signal of run-up and while passing through the critical speeds of the system, this second technique was chosen by its ability of data compression that makes possible the use of another techniques as well as the on-line monitoring of machines. Both analyses, CWT in the stationary regime and WPT in the non-stationary one, are studied through computational simulations by the use of Finite Element Method and also through real signals got from the experimental test rig.

Key Words

Rubbing, Wavelets, Vibration, Rotors

Índice

Lista de Figuras.....	xi
Lista de Tabelas.....	xiv
Nomenclatura.....	xv
1 Introdução.....	1
1.1 <i>Objetivo do Trabalho</i>	5
1.2 <i>Descrição do Trabalho</i>	5
2 Revisão da Literatura.....	8
2.1 <i>O Fenômeno Rubbing e seus Efeitos</i>	8
2.2 <i>A Transformada Wavelet</i>	9
2.2.1 <i>Transformada Wavelet Contínua</i>	15
2.2.2 <i>Características da Transformada Wavelet</i>	17
2.2.3 <i>Transformada Wavelet Discreta e Wavelet Packet</i>	22
3 Forças de <i>Rubbing</i> para um Rotor Jeffcott.....	29
3.1 <i>Forças de Rubbing</i>	29
3.2 <i>Forças Hidrodinâmicas do Mancal</i>	36
4 Modelo Analítico.....	45
4.1 <i>Modelagem dos Elementos de Disco</i>	46
4.2 <i>Modelagem dos Elementos de Eixo</i>	49
4.3 <i>Modelagem dos Elementos de Mancal</i>	59
4.4 <i>Forças de Desbalanceamento</i>	60
4.5 <i>Equação do Movimento</i>	63
5 Resultados Numéricos.....	65

5.1 Aplicação da Transformada de Wavelet Contínua.....	68
5.2 Aplicação da Transformada de Wavelet Packet.....	71
6 Resultados Experimentais	76
6.1 Aplicação da Transformada de Wavelet Contínua.....	79
6.2 Aplicação da Transformada de Wavelet Packet.....	81
7 Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros.....	92
7.1 Conclusões	92
7.2 Sugestões para trabalhos futuros	94
Referências Bibliográficas.....	95

Lista de Figuras

Figura 1.1. Exemplo de movimento retrógrado.	3
Figura 2.1. Plano de resoluções tempo-freqüência da Transformada de Wavelet.	17
Figura 2.2. Simulação do sinal 1 em tempo (a) e em freqüência (b).	19
Figura 2.3. Simulação do sinal 2 em tempo (a) e em freqüência (b).	20
Figura 2.4. Transformada Wavelet Contínua do sinal 1. Morlet Real (a) e Morlet Complexa.....	21
Figura 2.5. Transformada Wavelet Contínua do sinal 2. Morlet Real (a) e Morlet Complexa.....	21
Figura 2.6. Algoritmo de análise multiresolução.	23
Figura 2.7. Árvore de Decomposição Wavelet.	25
Figura 2.8. <i>Wavelet</i> Daubechies de ordem 2.	27
Figura 2.9. <i>Wavelet</i> Daubechies de ordem 10.	27
Figura 2.10. Árvore de decomposição da Transformada de Wavelet Packet.	28
Figura 3.1. Esquema das forças de <i>rubbing</i> utilizadas no trabalho.	30
Figura 3.2. Sistema rotor-stator.	32
Figura 3.3. $k_R=5\times 10^2$ N/m, $f=0,2$. Deslocamento radial do disco na posição do estator em (a), e a componente vertical das forças de <i>rubbing</i> em (b).	34
Figura 3.4. $k_R=5\times 10^2$ N/m, $f=0,5$. Deslocamento radial do disco na posição do estator em (a), e a componente vertical das forças de <i>rubbing</i> em (b).	34
Figura 3.5. $k_R=1\times 10^3$ N/m, $f=0,2$. Deslocamento radial do disco na posição do estator em (a), e a componente vertical das forças de <i>rubbing</i> em (b).	35
Figura 3.6. $k_R=1\times 10^3$ N/m, $f=0,5$. Deslocamento radial do disco na posição do estator em (a), e a componente vertical das forças de <i>rubbing</i> em (b).	36
Figura 3.7. Esquema do mancal hidrodinâmico.	37
Figura 3.8. Sistema rotor-selo-mancal.	38

Figura 3.9. Componente vertical das forças de <i>rubbing</i> entre o eixo e o selo na posição do mancal. (Esquerda) $\Delta = 100 \mu\text{m}$, (Centro) $\Delta = 190 \mu\text{m}$, (Direita) $\Delta = 193 \mu\text{m}$	39
Figura 3.10. $K_R=1\times 10^4\text{N/m}$, $\Delta=10\mu\text{m}$. Deslocamento radial do eixo na posição do selo em (a), e a componente vertical das forças de <i>rubbing</i> em (b).	40
Figura 3.11. $K_R=1\times 10^4\text{N/m}$, $\Delta=45\mu\text{m}$. Deslocamento radial do eixo na posição do selo em (a), e a componente vertical das forças de <i>rubbing</i> em (b).	41
Figura 3.12. $K_R=1\times 10^5\text{N/m}$, $\Delta=10\mu\text{m}$. Deslocamento radial do eixo na posição do selo em (a), e a componente vertical das forças de <i>rubbing</i> em (b).	41
Figura 3.13. $K_R=1\times 10^5\text{N/m}$, $\Delta=35\mu\text{m}$. Deslocamento radial do eixo na posição do selo em (a), e a componente vertical das forças de <i>rubbing</i> em (b).	42
Figura 3.14. Simulação sem <i>rubbing</i> . Cascata do deslocamento do rotor em (a) e do deslocamento do eixo na posição do selo em (b).	43
Figura 3.15. Simulação Jeffcott_08. Cascata do deslocamento do rotor em (a) e do deslocamento do eixo na posição do selo em (b).	44
Figura 4.1. Sistema de coordenadas para o disco em um eixo flexível girante.	47
Figura 4.2. Modelo do elemento finito do eixo.	50
Figura 4.3. Coordenadas do centro geométrico C e um ponto arbitrário B no eixo.	54
Figura 4.4. Rigidez e amortecimento do mancal.	59
Figura 4.5. Esquema do desbalanceamento do rotor.	61
Figura 4.6. Modelo de Elementos Finitos utilizado.	63
Figura 5.1. Modelo do sistema adotado.	66
Figura 5.2. Deslocamentos no nó 6, na ausência de <i>rubbing</i> . Simulado (a) e (c), Real (b) e (d)..	67
Figura 5.3. Diagrama de Campbell do modelo analítico.	67
Figura 5.4. Simulações referentes à Tabela 5.1 (nó 6).	69
Figura 5.5. Visualização da força de <i>rubbing</i> para a simulação cwt_02.	70
Figura 5.6. Árvore de decomposição da Transformada de Wavelet Packet de um sinal arbitrário simulado numericamente.	72
Figura 5.7. Indicativos de falha por <i>rubbing</i> da simulação wpt_01: $f= 0,4$ e $\Delta=1,0 \text{ mm}$	73
Figura 5.8. Indicativos de falha por <i>rubbing</i> da simulação wpt_02: $f= 0,2$ e $\Delta=1,0 \text{ mm}$	74
Figura 5.9. Indicativos de falha por <i>rubbing</i> da simulação wpt_03: $f= 0,4$ e $\Delta=2,0 \text{ mm}$	74
Figura 5.10. Indicativos de falha por <i>rubbing</i> da simulação wpt_04: $f= 0,2$ e $\Delta=2,0 \text{ mm}$	74

Figura 6.1. Bancada experimental de testes.	76
Figura 6.2. Dispositivo utilizado para introduzir as forças de <i>rubbing</i>	77
Figura 6.3. Espectro do dispositivo com as hastes em 81 mm da base em (a) e 118 mm (b).	78
Figura 6.4. Material de contato em (a) e o sensor tipo <i>eddy-current</i> em detalhe em (b).	78
Figura 6.5. Experimentos referentes à Tabela 6.1.	80
Figura 6.6. Árvore de decomposição da WPT de um sinal experimental arbitrário.	82
Figura 6.7. Indicativos de falha por <i>rubbing</i> do experimento wpt_01.	84
Figura 6.8. Indicativos de falha por <i>rubbing</i> do experimento wpt_02.	84
Figura 6.9. Indicativos de falha por <i>rubbing</i> do experimento wpt_03.	85
Figura 6.10. Indicativos de falha por <i>rubbing</i> do experimento wpt_04.	86
Figura 6.11. Indicativos de falha por <i>rubbing</i> do experimento wpt_05.	86
Figura 6.12. Indicativos de falha por <i>rubbing</i> do experimento wpt_06.	87
Figura 6.13. Verificação de movimento <i>backward</i> para o experimento wpt_01. (a) Órbita no instante $t = 10,6$ segundos. (b) Órbita no instante $t = 12$ segundos.	88
Figura 6.14. Visualização da influência da inércia do dispositivo nas forças de <i>rubbing</i>	89
Figura 6.15. Indicativos de falha por <i>rubbing</i> do experimento wpt_07.	90
Figura 6.16. Indicativos de falha por <i>rubbing</i> do experimento wpt_08.	90

Lista de Tabelas

Tabela 2.1. Sinais simulados para verificação de característica da CWT.	19
Tabela 3.1. Simulações do sistema da Figura 3.2.	33
Tabela 3.2. Simulações do sistema da Figura 3.8.	39
Tabela 5.1. Simulação em rotação constante para análise CWT.	68
Tabela 5.2. Simulação transiente para análise WPT.	72
Tabela 6.1. Experimentos em rotação constante para análise CWT.	79
Tabela 6.2. Sinais experimentais com a massa do dispositivo posicionada a 81 mm da base.	83
Tabela 6.3. Sinais experimentais com a massa do dispositivo posicionada a 118 mm da base.	88

Nomenclatura

WT	Transformada de Wavelet
FFT	Transformada Rápida de Fourier
CWT	Transformada Contínua de Wavelet
DWT	Transformada Discreta de Wavelet
WPT	Transformada de Wavelet Packet
MRA	Análise Multi-Resolução
HWT	Transformada Harmônica de Wavelet
WPS	Wavelet Phase Espectrum
WVD	Distribuição de Wigner-Ville
HHT	Transformada de Hilbert-Huang
STFT	Transformada de Fourier de Curta Duração
$\psi(t)$	Wavelet mãe
$\psi_{s,\tau}(t)$	Wavelet filhas
s	Parâmetro de escala da wavelet
τ	Coefficiente de translação da wavelet
$\psi(\omega)$	Transformada de Fourier da wavelet
F_B	Parâmetro que controla a largura da wavelet
F_C	Frequência central da wavelet
Δt	Amostragem do sinal
2^j	Escala diática da DWT e WPT
$\phi_{j,k}(t)$	Função escala da wavelet
$\psi_{j,k}(t)$	Função wavelet

$h(n)$	Filtro passa-baixa
$g(n)$	Filtro passa-alta
$A[x(t)]$	Aproximação da wavelet discreta
$D[x(t)]$	Detalhe da wavelet discreta
$P_{j,k}$	Packet k no nível de decomposição j da wavelet discreta
F_s	Frequência de amostragem
F_N	Força Normal
F_T	Força Tangencial
R	Deslocamento radial
f	Coefficiente de atrito
Δ	Folga radial
k_R	Rigidez de contato
x	Deslocamento horizontal
z	Deslocamento vertical
θ, ψ	Ângulos de deflexão
ϕ	Deslocamento angular
$\dot{\phi}$	Velocidade angular
$\ddot{\phi}$	Aceleração angular
Ω	Rotação
e	Excentricidade de massa do rotor
m, c, k	Massa, amortecimento e rigidez
ω_n	Frequência natural
ξ	Fator de amortecimento
α	Aceleração angular
h	Espessura do filme de óleo
c_B	Folga do mancal hidrodinâmico
μ	Viscosidade do óleo
P	Pressão do óleo
B	Raio do mancal
T, U	Energias cinética e potencial

M, C, K	Matrizes de massa, amortecimento e rigidez
I	Momento e inércia
E	Módulo de elasticidade
G	Módulo de cisalhamento
ρ	Densidade do material
ν	Coefficiente de Poisson
$F(t)$	Forças de excitação
$\delta(t)$	Vetor de coordenadas generalizadas
$x(t)$	Sinal em função do tempo

Capítulo 1

Introdução

Cresce cada vez mais o número de pesquisas relacionadas ao diagnóstico e monitoramento de falhas em máquinas rotativas. Um dos grandes objetivos dos diversos estudos é encontrar um padrão que descreva o tipo de falha que se deseja estudar. E posteriormente, descrever os possíveis comportamentos dinâmicos que essa falha possa exercer no sistema como um todo por meio de simulações e análises experimentais com o auxílio de ferramentas estatísticas e de processamento de sinais, sendo elas no domínio do tempo ou da frequência.

O aumento da eficiência de máquinas rotativas, em especial as turbo-máquinas, está frequentemente ligado ao decréscimo da folga radial entre os elementos girantes e os estacionários ao longo do eixo. Tais sistemas estão expostos à ocorrência de contato quando a folga é alcançada por vibrações excessivas. Este fenômeno, conhecido por *rubbing*, juntamente com seus efeitos, provoca uma alteração no padrão de vibração do rotor, quando da sua ocorrência. Essas vibrações podem ainda ser auto-corretoras (estáveis) ou auto-propagáveis (instáveis), e no pior caso, a vibração pode inviabilizar a operação da máquina (Sawicki *et al*, 2003).

O contato entre rotores e estatores é um dos principais tipos de falhas que geralmente ocorre em máquinas rotativas (Chu & Zhang, 1998). O defeito é um fenômeno de vibração de elevada complexidade, incluindo não apenas componentes periódicas (síncronas e não síncronas), mas também quase-periódicas e movimentos caóticos.

Embora o *rubbing* entre o rotor e partes não rotativas gere vibrações de análise muito complexa, a classificação das mesmas pode seguir três parâmetros (Fatarella, 1999):

- 1) Duração do contato: quando o *rubbing* se dá de maneira permanente (*full annular rubbing*) ou de maneira intermitente (*partial rubbing*);
- 2) Direção da vibração quando comparada com a da rotação do eixo: movimento direto (*forward whirl*) ou retrógrado (*backward whirl*);
- 3) Carregamento do contato: quando o *rubbing* se dá de forma mais agravante (*heavy rubbing*) ou de forma mais leve (*light rubbing*).

Estudado como fenômeno eventual, espera-se que o contato mecânico não ocorra em situações normais de operação. Mas quando ocorrer, inicialmente será observado como contato parcial ou intermitente. Os elementos envolvidos podem ser interagidos uma ou várias vezes durante apenas um período de rotação. Alternadamente, esforços são criados no eixo e o sistema poderá exibir vibrações complexas de se investigar. A partir deste ponto, vibrações caóticas poderão ser encontradas em algumas circunstâncias. Um aumento na intensidade deste contato parcial levará ao contato total ou permanente levando ao aparecimento de vibrações ainda maiores (Chu & Lu, 2005).

Bartha (2000) comenta as principais características que o sistema pode adquirir como resultado do *rubbing*, entre eles cita-se:

- 1) Efeito *Newkirk*: ocorre quando o eixo, girando de forma estável, ligeiramente abaixo da primeira frequência crítica, toca o estator na posição onde a órbita exerce o maior deslocamento radial, também conhecido como *hot spot*. O calor gerado pela força de fricção leva à deformação local do eixo resultando em um desbalanceamento adicional, mudando vagarosamente sua localização. Este efeito também é conhecido como desbalanceamento termicamente induzido ou vibração espiral (*spiral vibration*);
- 2) Vibração síncrona do rotor e estator: Se o rotor exerce um movimento direto (*forward*), em contato contínuo com o estator, a rigidez adicional proveniente do estator com o aumento do deslocamento poderá aumentar a frequência natural do sistema, que por sua vez poderá levar a um estado crítico permanente;

- 3) Impactos: Sob certas condições de operação, o rotor pode desenvolver um comportamento de impactos que, junto com seu desbalanceamento, resulta em órbitas com características especiais, tal como movimentos periódicos ou comportamento caótico. O autor deixa claro que tais comportamentos foram principalmente encontrados em simulações;
- 4) Movimento retrógrado sem deslizamento: Se uma excitação gera o contato do rotor com seu estator, a força de fricção causa um aumento na velocidade tangencial do rotor na direção oposta da sua rotação. Uma vez que o rotor ganhar velocidade tangencial suficiente para ficar em contato permanente com a superfície interna do estator, a força de fricção invariavelmente acelera o movimento lateral ao longo da superfície interna do estator. Este tipo de movimento ocorre com mais frequência para contatos à seco e superfícies rugosas, possui comportamento instável e, teoricamente, não cessa até que ocorra o deslizamento.

Pode-se observar na Figura 1.1 a maneira com que o rotor realiza o movimento retrógrado (*backward whirl*) sem deslizamento. Observa-se que enquanto a revolução do rotor é de apenas 60 graus no sentido anti-horário, o movimento relativo entre o rotor e a parte não-rotativa é de um giro completo no sentido horário.

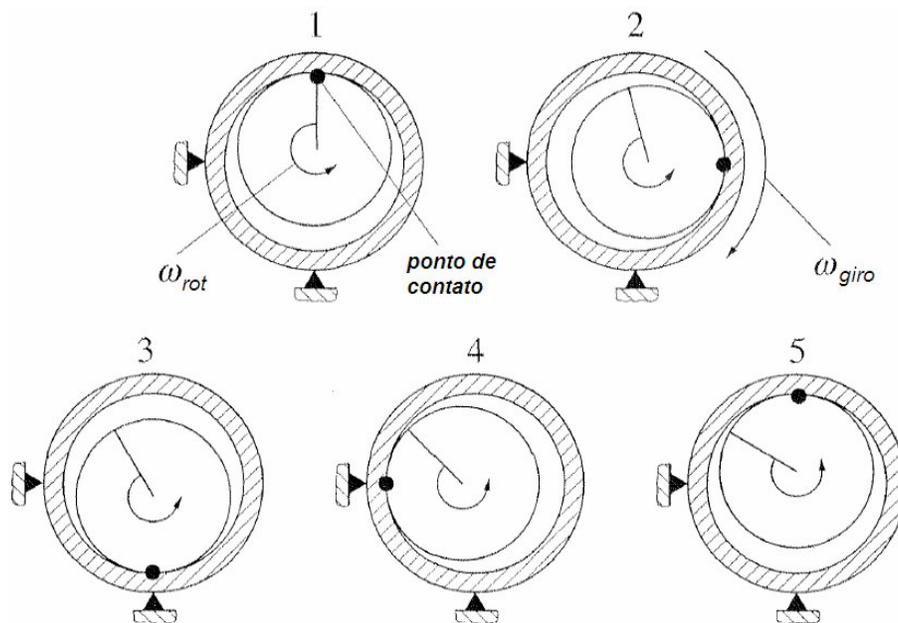


Figura 1.1. Exemplo de movimento retrógrado.

O *rubbing* será sempre uma causa secundária decorrente de uma primária que perturba a condição normal de operação da máquina (Fatarella, 1999; Chu & Lu, 2001 e Zhang *et al*, 2003). Como exemplo, podem-se citar o desbalanceamento, o desalinhamento de origem térmica ou devido à montagem errônea, além de forças fluido-dinâmicas que produzem instabilidades e vibrações auto-excitadas.

Uma análise detalhada deste fenômeno deve envolver vários aspectos como os mencionados a seguir (Piccoli, 1994): o exato momento em que o contato se inicia; se com impacto ou não; os parâmetros envolvidos como a elasticidade da situação do contato; a influência da fricção, os efeitos de natureza térmica originados pelo *rubbing*, e o comportamento dinâmico do contato.

Baseado nas pesquisas feitas nesta área, não é difícil de julgar se o sistema está sofrendo *rubbing* ou não, citando-se como um exemplo, a forma de onda da vibração do rotor mostrando órbitas de movimento retrógrado, que é um fato especial que distingue este tipo de falha das outras. No entanto, para o propósito de diagnóstico, sua localização continua sendo uma tarefa difícil. Mesmo em ambiente controlado de laboratório em bancada de testes, a realização de experimentos repetitivos é bastante difícil, considerando-se que este tipo de falha pode levar à deterioração do eixo e alargamento das folgas por desgaste e deformações por efeitos térmicos.

Enquanto que, por um lado, folgas radiais entre partes estacionárias e girantes vêm se tornando mais e mais estreitas para atenderem necessidades de projetos, por outro, o aumento em tamanho e potência de máquinas rotativas tem levado a um aumento dos problemas relacionados às vibrações excessivas. Ambas, folgas estreitas e vibrações de amplitudes excessivas, fazem do *rubbing* uma provável falha de ocorrer. No momento da partida e parada das máquinas, ao passarem por velocidades críticas, onde a vibração se dá de forma excessiva, as mesmas estarão mais intensamente sujeitas ao *rubbing* e seus efeitos (Aquino *et al*, 2006).

A resposta transiente obtida durante partida e a parada da máquina é de natureza não-estacionária. Para tratar esses tipos de sinais, fez-se necessário o desenvolvimento de algumas técnicas de análise conjunta em tempo-frequência (Transformada de Gabor, Wigner-Ville, etc.) e

tempo-escala (Transformada Wavelet). Segundo Santiago (2004), a Transformada Wavelet (WT) é uma ferramenta efetiva para o processamento de sinais estacionários e não-estacionários. Segundo o autor, a WT possibilita a extração de informações contidas no sinal simultaneamente no domínio do tempo e frequência, viabilizando a detecção dos fenômenos transientes.

1.1 Objetivo do Trabalho

O trabalho tem como objetivo detectar o defeito conhecido como *rubbing* em máquinas rotativas com o uso da Transformada Wavelet. Para tal, uma bancada experimental de testes foi projetada e introduzida ao trabalho, e através dela, sinais nos regimes estacionário e não-estacionário foram colhidos para diferentes parâmetros de entrada. Com a finalidade de aplicar as técnicas da Transformada Wavelet e detectar alterações nos sinais de vibrações, o sistema utilizado foi modelado numericamente pelo Método dos Elementos Finitos (FEM) para um melhor entendimento do comportamento dinâmico do sistema sob os efeitos do *rubbing*. Através da Transformada Wavelet Contínua (CWT), sinais no regime estacionário, sempre em rotação constante, foram estudados com o intuito de se observar possíveis transientes oriundos da falha. E por fim, sinais de partida do sistema e passagem pela velocidade crítica foram analisados com a Transformada Wavelet Packet (WPT). Pela forma em que o sinal é compactado, além de viabilizar o uso de outras técnicas e o monitoramento *on-line* de máquinas, esta segunda técnica foi utilizada para distribuir a energia do sinal em bandas específicas de frequências.

1.2 Descrição do Trabalho

No capítulo dois, faz-se um levantamento das pesquisas já realizadas acerca do comportamento dinâmico do fenômeno *rubbing* e como os autores investigaram os efeitos provenientes deste tipo de falha. Na sequência, citam-se também, os trabalhos mais recentes relacionados à Transformada Wavelet e os principais trabalhos publicados relacionados à aplicação desta ferramenta. Posteriormente, coloca-se a formulação da Transformada Wavelet e faz-se um estudo comparativo entre esta ferramenta e a consagrada técnica de análise em frequência, Transformada Rápida de Fourier (FFT). Por fim, apresentam-se as Transformadas Wavelet Contínua, Discreta e Packet.

No capítulo três, explica-se o modelo das forças de *rubbing* e como elas atuam no sistema. Em caráter ilustrativo, simula-se o *rubbing* entre o disco e o estator para um rotor do tipo Jeffcott. Posteriormente, diante da maior facilidade da implementação numérica de condições adversas perante a execução das mesmas em bancada experimental, introduz-se a combinação das forças de *rubbing* com as de filme de óleo dos mancais também para um rotor Jeffcott. As equações do movimento são integradas com o uso do integrador de Runge-Kutta, disponível no *software Matlab*[®], para sistemas rígidos.

No capítulo quatro, apresenta-se detalhadamente a modelagem numérica do sistema e a formulação matemática passo a passo e métodos utilizados. A condição transiente é simulada via aceleração constante do rotor partindo do repouso até certa velocidade acima da primeira crítica. As equações do movimento a partir dos elementos de eixo, disco e mancal são geradas matricialmente a partir do Método dos Elementos Finitos.

No capítulo cinco, geram-se respostas do sistema, provenientes da modelagem por Elementos Finitos, visando descrever a bancada experimental de testes da melhor maneira possível. Tais resultados servirão de entrada para programas desenvolvidos em linguagem *Matlab*[®] para a aplicação da análise de Multiresolução conhecida como Transformada Wavelet Contínua (CWT), e posteriormente, para analisar a energia contida em cada banda específica de frequência com o uso da Transformada Wavelet Packet (WPT). As equações do movimento são integradas com o uso do integrador de Newmark.

No capítulo seis, resultados reais de vibrações, deslocamento e força, oriundos da bancada experimental de testes, para várias condições de trabalho são analisados e discutidos. Assim como no capítulo cinco, a análise é feita com as técnicas CWT e WPT, para sinais estacionários e não estacionários, respectivamente. Os sinais de deslocamento são adquiridos com o auxílio de sensores de proximidade do tipo *eddy-current* localizados nas proximidades do dispositivo físico que introduz o fenômeno de *rubbing*. Os sinais de força são adquiridos com o auxílio de extensômetros (*strain gages*) colados estrategicamente no dispositivo de *rubbing*.

No capítulo sete, apresentam-se as conclusões do trabalho e algumas sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Revisão da Literatura

2.1 O Fenômeno Rubbing e seus Efeitos

O fenômeno de *rubbing* em máquinas rotativas, mais precisamente de rotores em estatores, tem sido largamente estudado nas últimas três décadas. Estes estudos mostram claramente vibrações caóticas e de comportamento imprevisíveis (Sawicki *et al*, 2003 e Zhang & Meng, 2006). Alguns autores são frequentemente mencionados como referência de pesquisas tratando de movimentos caóticos devidos ao *rubbing*, entre eles, encontra-se Muszynska e Bently (Bently *et al*, 2002a; Bently *et al*, 2002b e Muszynska & Goldman, 1995).

Grupos de estudos têm realizado testes experimentais confrontando-os com simulações numéricas na tentativa de descrever a influência do impacto no comportamento de rotores flexíveis interagindo com estatores também flexíveis, ver (Wegener & Markert, 1998; Wegener *et al*, 1998 e Ehehalt & Markert, 2002). Os autores concluíram que os impactos ocorrem durante a transição não-estacionária entre os estados de movimento com e sem contacto, e também se o estator estiver desalinhado em relação ao eixo. Em estudos mais recentes (Ehehalt *et al*, 2005), com avanços no modelo matemático, conseguiu-se chegar aos padrões de movimento que descrevem o contato entre rotores e estatores flexíveis, e ainda, Ehehalt *et al* (2006b) conseguiram comparar alguns padrões com resultados experimentais, mas para certas condições de instabilidade ocorreram resultados diferentes dos simulados.

Bedoor (2000) investigou as influências do *rubbing* por vibrações torcionais além das laterais e comentou que devido ao fato do rotor nunca estar perfeitamente balanceado, o contato entre partes girantes e estacionárias será mais esperado que ocorra no período de partida da máquina, quando o sistema passa pela velocidade crítica.

O movimento retrógrado (*backward whirl*) devido ao *rubbing* de rotores em estatores também foi alvo de estudo de alguns autores. Trabalhos pioneiros neste tópico relativo ao defeito, podem ser encontrados nas citações de Fatarella, 1999 e Bartha, 2000. Contudo, em trabalhos mais recentes, Eehalt *et al* (2006a) mostram por simulações numéricas que a frequência de giro retrógrada não depende da rotação do rotor, mas sim, dos parâmetros do sistema, especialmente da razão de rigidez entre o rotor e o estator. Alguns dos autores deste mesmo grupo, em parceria com outros, também investigaram os efeitos do movimento direto (*forward whirl*) e concluíram, através de simulações numéricas, que a fricção entre o rotor e o estator pode fazer com que o movimento direto síncrono se torne instável em certas faixas de velocidades do rotor (Eehalt *et al*, 2006c).

Vários pesquisadores (Goldman & Muszynska, 1995; Liebich, 1998; Goldman *et al*, 2000; Childs, 2001 e Sawicki *et al*, 2003) estudaram o efeito térmico, baseando-se no modelo de Kellenberger, referente ao contato, geralmente de eixos em selos, para rotações constantes. Basicamente, este efeito leva em consideração o calor introduzido e retirado do eixo (que depende de fatores de proporcionalidade para: calor específico, densidade e geometria) nas proximidades de onde ocorre o *rubbing*. Os autores verificaram que, em decorrência da geração de calor pela fricção do eixo, um efeito conhecido na literatura como vibração espiral (*spiral vibration*) é gerado.

2.2 A Transformada Wavelet

A análise de sinais é uma das mais importantes áreas de monitoramento de falhas em máquinas rotativas, onde o propósito principal é encontrar uma ferramenta que possa extrair as características da falha estudada para seu diagnóstico. Várias técnicas de análise de sinais têm sido utilizadas no monitoramento de máquinas, e entre elas, a Transformada Rápida de Fourier

(FFT) é largamente empregada. Uma grande desvantagem da expansão da FFT, porém, é que ela possui somente resolução em frequência sem resolução no tempo. Isto significa que, mesmo que seja possível identificar todas as frequências presentes no sinal, não é possível saber quando as mesmas aparecem.

Na tentativa de superar este problema, nas últimas décadas, várias soluções foram desenvolvidas para ser mais ou menos capazes de representar um sinal no tempo e na frequência simultaneamente. Uma saída seria a utilização da Transformada de Fourier de Curta Duração (STFT) para análise do sinal em tempo e frequência simultaneamente, mas seu problema está relacionado com a resolução sempre constante, já que uma única janela de largura fixa é usada para a análise de todo o sinal.

Buscando superar a desvantagem da STFT, a Transformada Wavelet (WT) utiliza como janela uma série de funções oscilantes com diferentes frequências. Embora a Transformada Wavelet seja similar a STFT, ela difere quanto à resolução. Na análise WT, a resolução depende da frequência do sinal. Em altas frequências, a Transformada Wavelet alcança boa resolução no tempo, mas baixa resolução em frequência, enquanto que em baixas frequências, a mesma fornece boa resolução em frequência e baixa resolução em tempo. Esta abordagem tem maior sentido quando o sinal a ser analisado possuir componentes em alta frequência de curta duração e componentes de baixa frequência de longa duração, como ocorre para a maioria dos fenômenos estudados em máquinas rotativas (Peng & Chu, 2004).

O problema da resolução é relatado como princípio da incerteza de Heisenberg, que em termos de processamento de sinal, afirma que é impossível saber exatamente qual frequência existe em qual instante de tempo, mas sim, apenas qual banda de frequência existe em dado intervalo de tempo. Isto mostra o quanto é importante saber como dividir o sinal para análise em tempo e frequência simultaneamente, e ainda, explica o porquê da preferência de alguns pesquisadores pela Transformada Wavelet, que nos dá resolução variável, ao invés da Transformada de Fourier de Curta Duração, que nos dá uma resolução fixa em todo o tempo.

O uso da escala da Transformada Wavelet resolve o problema da divisão do sinal. Uma primeira janela de largura fixa é deslocada ao longo do sinal no tempo, fechando um ciclo, com uma coluna de pontos no plano tempo-frequência. Por ser a mais estreita, esta primeira janela será um indicativo das maiores frequências do sinal. Então, este processo se repete várias vezes aumentando-se a largura da janela para cada novo ciclo. E com isso, frequências mais baixas já podem ser detectadas, até que para uma última largura de janela, a mais larga, o resultado será um plano de representação em tempo-frequência do sinal, com diferentes resoluções. Por esta razão, a Transformada Wavelet é comumente chamada de análise de Multiresolução. Além disso, ao se tratar de análise Wavelet, normalmente não se fala em representação tempo-frequência, mas sim, tempo-escala, considerando que frequência seja um termo reservado para a Transformada de Fourier.

A noção de escala na Transformada Wavelet foi introduzida como uma alternativa para frequência, levando-a a uma decomposição tempo-escala. Isto significa que um sinal pode ser mapeado num plano tempo-escala através de um escalograma. Isto é equivalente ao mapeamento tempo-frequência usado na STFT, através de um espectrograma. De fato, existe certa correspondência entre escala e frequência, e a Transformada Wavelet pode ser considerada como sendo uma representação em tempo-frequência (Adewusi & Bedoor, 2001).

Lin & Qu (2000) comentam que a análise por Wavelet é efetiva para o processamento do sinal e extração de características, nele presentes, quando o sinal possui baixa razão do sinal pelo ruído. Baseados na Wavelet Morlet, a resolução tempo-frequência foi adaptada para diferentes sinais de interesse além de introduzir detalhadamente o método de eliminação de ruídos desses sinais. Por fim, o método foi aplicado com êxito para mancais de rolamentos e caixas de engrenagens.

Wang & Chu (2001) mostraram um método baseado em emissão acústica para localizar o *rubbing* em um sistema rotor-mancal. Devido a ruídos produzidos durante o contato, naquele momento, não foi possível localizar onde tal falha ocorria apenas pelo uso do método da Correlação Cruzada (*Cross Correlation*) diretamente dos dados adquiridos experimentalmente. Entretanto, o estudo da localização foi realizado primeiramente decompondo em uma série de

sinais no domínio do tempo com o uso da Transformada Wavelet, e posteriormente, localizou-se a ocorrência do *rubbing* pelo método da Correlação Cruzada, mostrando grande eficiência nos resultados.

Prabhakar *et al* (2002) aplicaram a Transformada Wavelet Contínua (CWT) separadamente às respostas transientes de um rotor com trinca e desalinhamento no acoplamento para distinguir uma falha da outra. Concluíram que pelo ponto de vista de monitoramento, a CWT é mais útil para trinca do que para o desalinhamento, mas o estudo também mostrou que tal ferramenta também serve para distinguir os dois tipos de falhas para um sistema de rotores.

Luo *et al* (2003) calcularam a Transformada Wavelet Contínua em conjunto com a Auto-correlação para análise on-line de falhas em mancais. O sinal de vibração obtido era continuamente processado e monitorado com sinais de aviso ou alarmes sendo gerados quando níveis pré-programados eram excedidos.

Peng *et al* (2003) usaram os métodos *Scalogram* e *Wavelet Phase Spectrum* (WPS) para analisar sinais de vibração referentes ao contato de rotores em estatores. Na primeira parte do trabalho, foram simulados três sinais para ilustrar as características dos métodos empregados, que mostraram ser adequados para análise de sinais não-estacionários. Na parte final, foram estudados casos simulados e experimentais do referido tipo de falha para diferentes níveis de severidade. Contudo, algumas características foram alcançadas quanto aos impactos como segue:

- 1) quando um impacto leve ocorre, somente algumas componentes de baixas frequências existem continuamente no domínio do tempo, enquanto que, outras componentes de altas frequências são excitadas intermitentemente e suas amplitudes são geralmente menores.
- 2) quando um impacto severo ocorre, além de algumas componentes de baixas frequências, existirão mais componentes que poderão durar continuamente no domínio do tempo, e suas amplitudes mudarão ligeiramente com regularidades, mas outras componentes de altas frequências ainda serão excitadas intermitentemente.
- 3) quando um impacto ocorre, independente de ser leve ou severo, as bandas de frequências serão divididas irregularmente na área acima de três vezes a frequência de giro, para o referido método WPS.

Sekhar (2004) utilizou a Transformada Wavelet Contínua para a detecção e monitoramento de trinca transversal em um rotor Jeffcott com mancais hidrodinâmicos com o sistema passando pela velocidade crítica. Os autores concluíram que a CWT é uma ferramenta poderosa para detectar trincas, mesmo para pequenas profundidades, quando comparada com a resposta temporal.

Wan *et al* (2004) investigaram a vibração de um sistema, onde o eixo continha uma trinca e o rotor estava sujeito ao contato de um estator, com o uso da Transformada Wavelet Harmônica (HWT). Foram levados em consideração três fatores de não-linearidade que deixaram o comportamento do rotor ainda mais complexo: as forças de filme de óleo, as forças de contato entre rotor e estator e a presença da trinca. Tais fatores foram analisados simultaneamente em ambos os domínios do tempo e da frequência, sendo, contudo, capazes de revelar as características de cada falha em detalhes.

Zou & Chen (2004) apresentaram as diferenças e as características em tempo-frequência usando a Distribuição de Wigner-Ville (WVD) quando comparada com a Transformada Wavelet para sinais simulados de um sistema de rotor com trinca bem como sem trinca. Foram investigadas a sensibilidade à variação de rigidez, a influência do desbalanceamento e o ângulo de desbalanceamento para ambos os métodos. Os autores concluíram que as características em tempo-frequência são únicas e podem ser utilizadas como critério para identificação de trincas em sistemas de rotores.

Peng & Chu (2004) realizaram uma vasta revisão da literatura sobre Análise Wavelet. Diante da bibliografia investigada foi concluído que tal ferramenta é capaz de cobrir vários aspectos de diagnóstico de falhas. Na revisão, todas as aplicações foram divididas em vários aspectos principais, incluindo a análise tempo-frequência, extração das características das falhas, detecção de singularidades, extração de ruídos, compressão de dados dos sinais de vibração e identificação do sistema. O aspecto relacionado ao uso da Wavelet para resolver problemas não-lineares também foi introduzido no trabalho.

Cade *et al* (2005) apresentaram um método on-line de identificação de falhas em sistemas de rotores com mancais magnéticos. A condição e o início da falha foram observados pela comparação dos Coeficientes da Wavelet. A Wavelet mãe escolhida foi a Haar, já que seu formato é apropriado para mudanças no desbalanceamento e contatos de curta duração entre o rotor e o mancal auxiliar montado para validar o método.

Baseado na Transformada Wavelet Packet, Yan & Gao (2005) propuseram um método de monitoramento da condição de máquinas e diagnóstico. O sinal de vibração foi dividido em sub-bandas de frequências e usado como entrada de um classificador por Redes Neurais Artificiais. Quando comparado com métodos convencionais a partir do sinal original de vibração, os autores comentam que o método utilizado possui menor razão sinal-ruído e, conseqüentemente, mais eficácia levando a uma melhor avaliação da condição do sistema.

Zabel & Brehm (2005) fizeram um resumo da bibliografia relacionado à aplicação da Transformada Wavelet no monitoramento e detecção de falhas por meio de testes dinâmicos. Os sistemas mecânicos considerados nos trabalhos revisados são de grande variedade. Enquanto que algumas aproximações estão focadas em monitoramento de máquinas sob condições reais de serviço, outros métodos foram desenvolvidos para testes dinâmicos específicos que são realizados no contexto de inspeções regulares.

Peng *et al* (2005a) analisaram a presença de impactos entre um rotor e um estator por sinais simulados e experimentais comparando os métodos *Scalogram* e *Reassigned Scalogram*. Foi possível determinar que para impactos de severidade maior, os mesmos ocorriam em regiões de altas frequências. Nestas condições, o segundo método citado possuiu maior efetividade na detecção da anomalia, já que o primeiro não foi capaz de dispor das informações temporais necessárias para tal.

Peng *et al* (2005b) analisaram falhas experimentais em rolamentos pela comparação de um método melhorado da Transformada de Hilbert-Huang (HHT) com a Transformada Wavelet convencional. As comparações mostraram que:

- 1) o primeiro método possui melhor resolução em ambos os domínios do tempo e frequência quando comparado com o segundo método citado;
- 2) o primeiro método também possui maior eficiência computacional e
- 3) o espectro da HHT frequentemente possuiu o fenômeno *ripple* na estimação das frequências que, talvez, poderia tornar a análise errônea.

Zarei & Poshtan (2007) detectaram defeitos experimentais em mancais de rolamento, usando a Transformada Wavelet, selecionando a Wavelet Meyer na estrutura de Wavelet Packet e comparação de energia como índice de falha. Os autores comentam que uma vantagem do método proposto é a detecção prematura da falha. Foi comentado também que as bandas de frequência para detecção de defeitos são mais tolerantes, pois, a frequência de vibração do mancal defeituoso pode variar ligeiramente do valor predito, mesmo assim, a Transformada Wavelet Packet cobre tais bandas de frequência.

2.2.1 Transformada Wavelet Contínua

A Transformada Wavelet em tempo-frequência é um algoritmo de análise de multi-resolução, que é o produto interno do sinal e uma família de wavelets. Para a wavelet Mãe ou wavelet protótipo $\psi(t)$, existe uma família de wavelets correspondentes, que são chamadas de wavelets filhas $\psi_{s,\tau}(t)$. As séries de wavelets filhas são geradas por dilatação e translação da wavelet mãe de acordo com a teoria da Transformada Wavelet Contínua (CWT) como segue (Zou & Chen, 2004):

$$CWT(s, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi_{s,\tau}^*(t) dt \quad (2.1)$$

na qual

$$\psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi\left(\frac{(t-\tau)}{s}\right) \quad (2.2)$$

e * denota o complexo conjugado da função em questão. O parâmetro s é chamado de escala e τ é o mesmo utilizado na STFT chamado de coeficiente de translação. Ele simplesmente atrasa ou avança a posição da wavelet no eixo do tempo. O fator $1/\sqrt{|s|}$ das wavelet filhas é empregado para garantir que as energias das wavelets escalonadas pelo fator s sejam preservadas a partir da wavelet mãe. Por empregar as funções das janelas escalonadas, a CWT não supera o princípio da incerteza de Heisenberg, mas, pelo fato das mesmas possuírem comprimentos variáveis, a resolução também se torna variável, aumentando a performance de tal ferramenta de análise (Brennan *et al*, 1997).

Para que a função $\psi(t)$ seja uma wavelet mãe, é necessário que a seguinte condição de admissibilidade seja respeitada:

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Psi(w)|^2}{|w|} dw < \infty \quad (2.3)$$

onde $\Psi(w)$ é a Transformada de Fourier de $\psi(t)$. Esta restrição imposta à *wavelet* no domínio da frequência exige que $\psi(w)$ deve se anular na origem e implica em:

$$\psi(0) = 0 \quad (2.4)$$

E, por sua vez, acarreta que a *wavelet* deve ser oscilante e ter média igual a zero no domínio do tempo, o que se traduz em:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (2.5)$$

Santiago (2004) esclarece que o resultado da aplicação de tal ferramenta fornece uma matriz $CWT(s, \tau)$ de coeficientes reais ou complexos, os quais são funções da escala e posição. A $CWT(s, \tau)$ pode ser mais bem representada através de um mapa tempo-frequência ou tempo-escala, sendo que as linhas e colunas referem-se à variação de escala (relacionada a frequência) e

tempo, respectivamente. Esses coeficientes podem ser divididos em parte real, $R\{CWT(s, \tau)\}$, e parte imaginária, $I\{CWT(s, \tau)\}$; ou amplitude, $|CWT(s, \tau)|$, e fase, $\tan^{-1}[I\{CWT(s, \tau)\}/R\{CWT(s, \tau)\}]$. É também comumente mencionado o espectro de potência da Wavelet ou espectrograma, $|CWT(s, \tau)|^2$.

2.2.2 Características da Transformada Wavelet

A Figura 2.1 exibe como a resolução em tempo e frequência deve ser interpretada. Devemos relacionar as bases dos retângulos como sendo a resolução em tempo, e as alturas dos mesmos como a resolução em frequência. Cada bloco representa um valor da Transformada Wavelet no plano tempo-frequência. Todos os blocos possuem certo valor de área, o que implica que o valor de um ponto particular no plano tempo-frequência seja desconhecido. Mas todos os pontos no plano tempo-frequência, que estão dentro de um dos blocos, serão representados por um valor da Transformada Wavelet. Não se pode reduzir a área dos blocos tanto quanto se deseja (devido ao princípio de Heisenberg já explanado). Mas diante de um dado escalonamento, as dimensões dos blocos podem variar, enquanto que as áreas dos blocos são mantidas as mesmas.

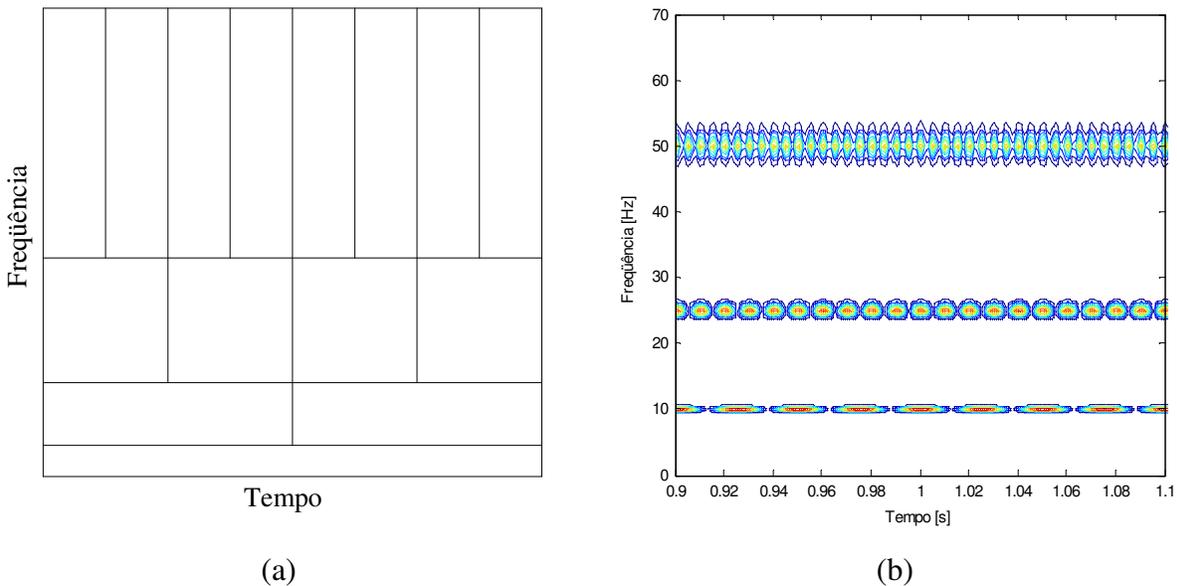


Figura 2.1. Plano de resoluções tempo-frequência da Transformada Wavelet.

Embora as bases (resolução em tempo) e as alturas (resolução em frequência) dos blocos da Figura 2.1a mudem, a área é constante, ou seja, cada bloco representa uma porção igual no plano tempo-frequência, mas fornece porções de tempo e frequência diferentes. Para uma análise em baixa frequência (parte inferior da Figura), tem-se uma boa resolução em frequência, já que as alturas dos retângulos são menores, mas uma pobre resolução em tempo, já que as bases dos blocos são maiores. Porém, a parte superior da Figura exhibe que, tem-se pior resolução em frequência, já que as alturas dos retângulos são maiores, e em contrapartida, as bases diminuem, isto é, a resolução no tempo melhora. Para exemplificar, a Figura 2.1b mostra, em detalhe, a Transformada Wavelet Contínua (CWT) de um sinal simulado numericamente, formado pela soma de três senos com frequências de 10, 25 e 50 Hz.

O *toolbox de wavelet do software Matlab*[®] disponibiliza várias funções wavelets reais e complexas que podem ser usadas como wavelet mãe. Dentre elas, as wavelets reais são: Haar, Daubechies, Biorthogonal, Coiflets, Symlets, Morlet, Mexican Hat e Meyer. Já as wavelets complexas são: Gaussiana, Morlet, B-Spline e Shannon.

Para a aplicação da Transformada Wavelet Contínua nos sinais simulados da Tabela 2.1, emprega-se como *wavelet* mãe a *wavelet* Morlet real e complexa. A função *wavelet* Morlet real do *Matlab*[®] é descrita segundo a seguinte expressão:

$$\psi(t) = e^{-t^2/2} \cos(5t) \quad (2.1)$$

A função wavelet Morlet complexa do *Matlab*[®] é descrita segundo a seguinte expressão:

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi F_B}} e^{2i\pi F_C t} e^{-t^2 / F_B} \quad (2.2)$$

onde F_B é um parâmetro que controla a largura da wavelet e F_C é um parâmetro chamado de frequência central. Através da relação exibida na Equação (2.3), é possível estabelecer uma relação entre a frequência central F_C e a pseudo-frequência F_A da wavelet, que é uma relação direta entre a escala e a frequência (Misiti *et al*, 2007).

$$F_A = \frac{F_C}{s \Delta_T} \quad (2.3)$$

onde s é a escala e Δ_T é o período de amostragem do sinal.

Para ilustrar uma característica particular da utilização da Transformada Wavelet, considera-se dois sinais simulados numericamente conforme mostra a Tabela 2.1.

Tabela 2.1. Sinais simulados para verificação de característica da CWT.

sinal 1	$\begin{cases} \text{sen}(2\pi 10t), & 0 \leq t \leq 1 \\ 2\text{sen}(2\pi 30(t-1)^2), & 1 \leq t \leq 2 \end{cases}$
sinal 2	$\text{sen}(2\pi 10t) + \text{sen}(2\pi 30(t+1)^2), \quad 0 \leq t \leq 1$

Ambos os sinais 1 e 2 contêm uma componente harmônica simples de frequência em 10 Hz e uma componente modulada, mas a duração das duas componentes é diferente para estes dois sinais. Todos os dois sinais são não-lineares e variantes no tempo. Verifica-se nas Figuras 2.2 e 2.3, os comportamentos dinâmicos dos sinais no domínio do tempo em (a) e no da frequência em (b). Para os referidos sinais, a componente com frequência de 10 Hz pode ser vista através dos espectros da Transformada Rápida de Fourier (FFT), mas é impossível saber se tal componente existe durante todo o tempo de simulação ou não. Além disso, a FFT também não fornece informação significativa acerca da frequência modulada ou não.

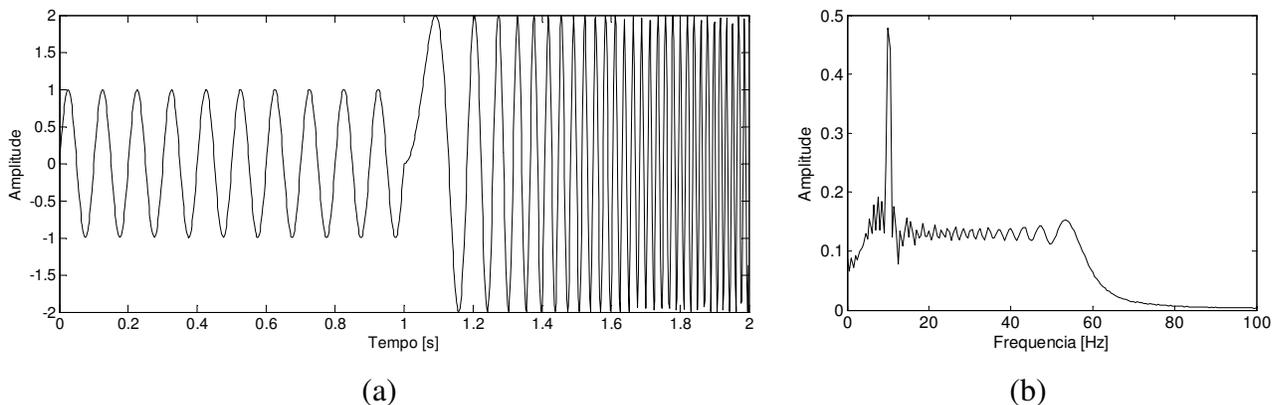


Figura 2.2. Simulação do sinal 1 em tempo (a) e em frequência (b).

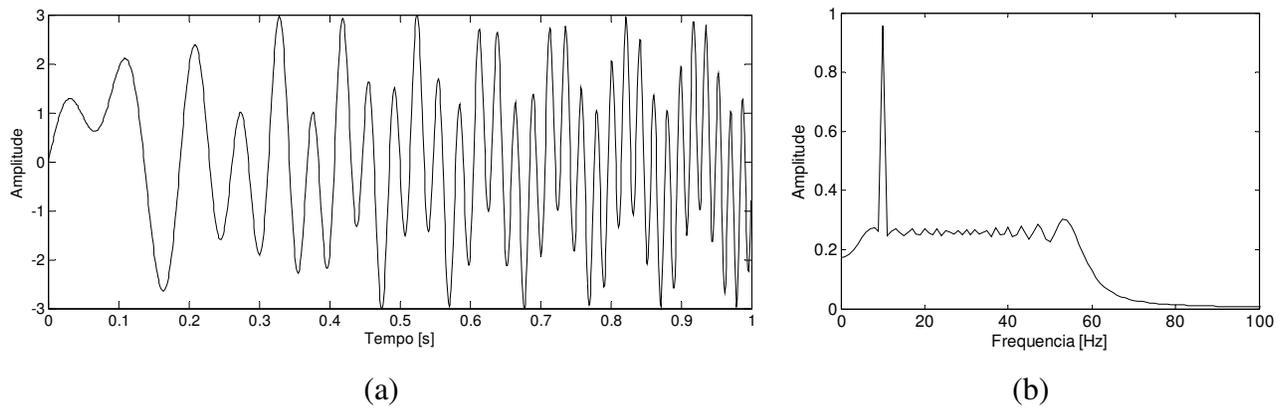


Figura 2.3. Simulação do sinal 2 em tempo (a) e em frequência (b).

As Figuras 2.4, 2.5 exibem as CWT's dos sinais 1 e 2 empregando-se a *wavelet* Morlet real em (a) e a complexa em (b). Para tais Figuras, mapeia-se o sinal em tempo e frequência simultaneamente, e a amplitude é medida pelo mapa de cores. Para a *wavelet* Morlet do *Matlab*[®], a frequência central F_C é fixa igual a 5 rad/s, e a largura de banda da *wavelet* F_B foi selecionada arbitrariamente igual a 10 rad/s.

Nota-se claramente a presença da componente com frequência de 10 Hz, e também a componente modulada dos sinais 1 e 2 através das CWT's para ambas as *wavelets* mães (Morlet real e complexa), nas Figuras 2.4 e 2.5. Tais componentes aparecem como um segmento de reta horizontal, e outra com certa inclinação, respectivamente. A reta horizontal implica que a frequência não muda com o tempo e a reta inclinada corresponde ao fato de que a frequência varia linearmente com o tempo. Além disso, a duração de cada componente também pode ser vista através dos escalogramas. Para o sinal 1, a duração da componente de 10 Hz está entre 0 e 1 segundo, e a componente modulada está entre 1 e 2 segundos. Para o sinal 2, as duas componentes do sinal estão presentes em todo o tempo de simulação.

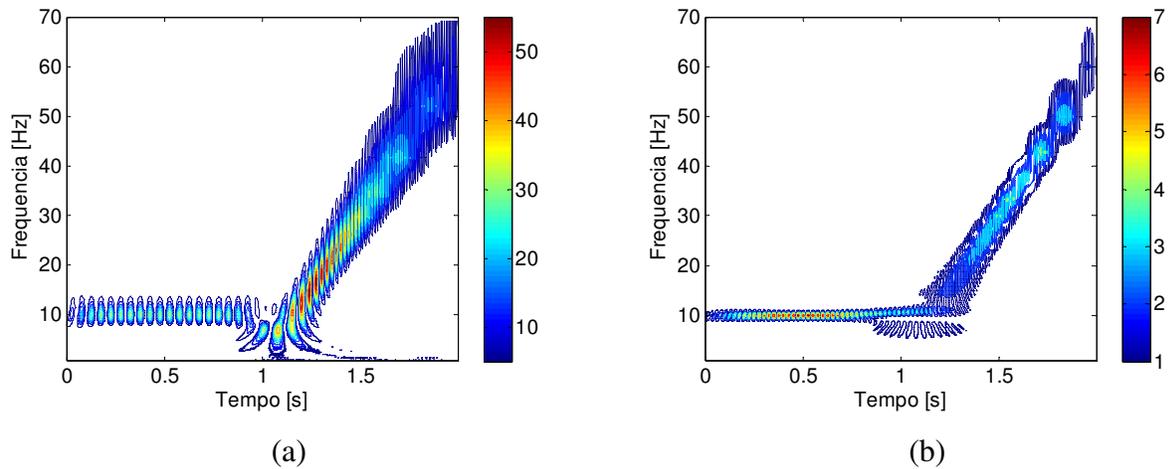


Figura 2.4. Transformada Wavelet Contínua do sinal 1. Morlet Real (a) e Morlet Complexa (b).

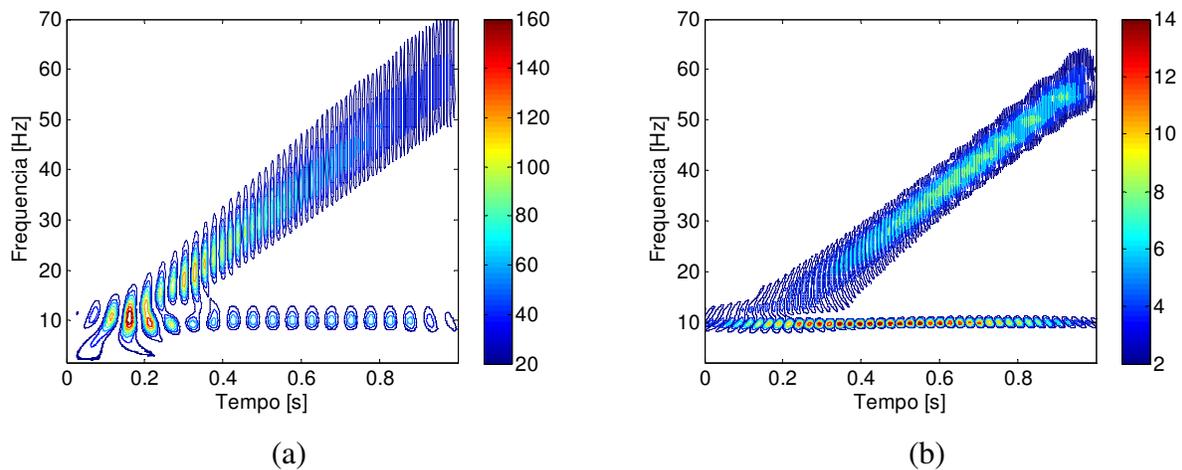


Figura 2.5. Transformada Wavelet Contínua do sinal 2. Morlet Real (a) e Morlet Complexa (b).

Analisando-se os escalogramas da CWT, verifica-se que a utilização da *wavelet* Morlet como *wavelet* mãe é viável para a extração de informações em sinais estacionários e transientes. Os escalogramas das CWT's para *wavelet* Morlet complexa mostraram, visualmente, uma boa resolução em tempo e freqüência para os sinais analisados, enquanto que a para a *wavelet* Morlet real, a resolução se mostrou mais empobrecida.

2.2.3 Transformada Wavelet Discreta e Wavelet Packet

A Transformada Wavelet Discreta (DWT) é uma ferramenta importante no que diz respeito ao tempo computacional. Diferindo da CWT, os parâmetros de escala s e translação τ permitem uma discretização na escala 2^j , chamada de escala diádica. Os novos parâmetros de escala e translação são, agora, substituídos por 2^j e $k2^j$, respectivamente, e a DWT é definida por:

$$DWT(j, k) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi_{j,k}^*(t) dt \quad (2.4)$$

onde $*$ denota o complexo conjugado da função em questão e

$$\psi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{(t - k2^j)}{2^j}\right) \quad (2.5)$$

O foco principal da DWT é o mesmo que da CWT. Uma representação tempo-escala de um sinal digital é obtida através das técnicas de filtragem digital. A CWT é uma correlação entre a wavelet, em escalas diferentes, e o sinal com escala (ou frequência) sendo usada como medida de similaridade. Esta ferramenta contínua é computada pela mudança em escala da janela de análise, variando a janela no tempo, multiplicando pelo sinal, e integrando no eixo do tempo. No caso da DWT, filtros de diferentes frequências de corte são usados para analisar o sinal em diferentes escalas. Passa-se o sinal por uma série de filtros passa-alta para analisar as altas frequências, e também, por uma série de filtros passa-baixa para analisar as baixas frequências.

A resolução do sinal, que é uma medida da quantidade de informação de detalhe no sinal, é mudada por operações de filtragem, e a escala é mudada por operações de aumentar a amostra (*upsampling*) ou diminuí-la (*downsampling* ou *subsampling*). Sub-amostrar um sinal significa reduzir a taxa de amostragem, ou remover algumas amostras do sinal. Por exemplo, a grosso modo, fazer a sub-amostragem de um sinal por 2, corresponde a tirar todas as outras amostras não múltiplas presentes no sinal. E assim, sub-amostrar pelo fator n significa reduzir o número de amostras do sinal n vezes.

O algoritmo do *toolbox de wavelet do Matlab*[®] utiliza um processo de filtragem passa-baixa e uma redução de amostras para análise em baixa frequência chamado de aproximação. Além disso, com o uso de um filtro passa-alta, o algoritmo realiza um processo semelhante para análise em alta frequência chamado detalhe. Esta decomposição do sinal original em aproximações e detalhes é também conhecida por análise Multiresolução (MRA). A Figura 2.6 exemplifica a operação do algoritmo (Misiti *et al*, 2007).

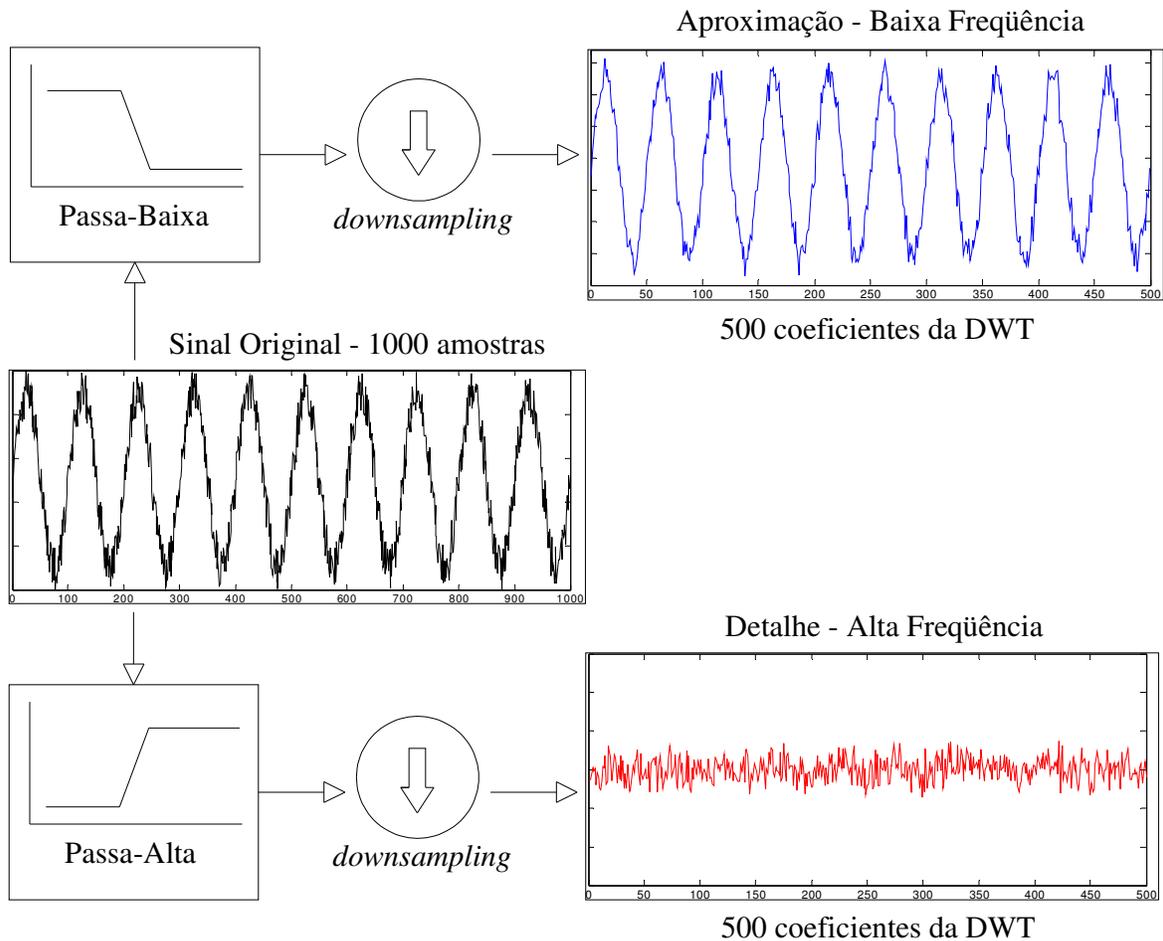


Figura 2.6. Algoritmo de análise multiresolução.

A análise de multiresolução consiste basicamente em decompor um sinal em j -ésimas resoluções ou níveis. A função wavelet $\psi_{j,k}(t)$ é correlacionada com um filtro passa-alta para fornecer os detalhes do sinal em diferentes níveis. Na análise multiresolução surge uma função adicional $\phi_{j,k}(t)$ chamada de função de escala, a qual é correlacionada com o filtro passa-baixa

para fornecer as aproximações do sinal em diferentes níveis. As funções wavelet $\psi_{j,k}(t)$ e escala $\phi_{j,k}(t)$ utilizadas neste trabalho podem ser vistas nas Figuras 2.8 e 2.9, e são explicadas mais adiante. Quando $j = 0$, $\phi_{j,k}(t)$ é o mesmo que o sinal original $x(t)$. Nesta análise, $A_j[x(t)]$ é chamada de aproximação e $D_j[x(t)]$ de detalhe do sinal, cujas expressões são dadas por (Santiago, 2004):

$$A_j[x(t)] = x(t) * \phi_{j,k}(t) \quad (2.5)$$

$$D_j[x(t)] = x(t) * \psi_{j,k}(t) \quad (2.6)$$

onde, $\phi_{j,k} = 1/\sqrt{2^j} \phi((t - k2^j)/2^j)$ são as funções de escala ortogonais e $*$ denota a operação de convolução. As funções $\psi_{j,k}(t)$ e $\phi_{j,k}(t)$ são correlacionadas através de um par de filtros $h(t)$ e $g(t)$ da seguinte maneira:

$$\phi_{j,k}(t) = h(t) * \phi_{j-1,k}(t) \quad (2.7)$$

$$\psi_{j,k}(t) = g(t) * \phi_{j-1,k}(t) \quad (2.8)$$

Uma importante propriedade da CWT é a relação entre os filtros passa-alta $g(t)$ e passa-baixa $h(t)$. Tal relação é dada por:

$$g[L - 1 - n] = (-1)^n h[n] \quad (2.9)$$

onde L é o comprimento do filtro (em número de pontos). A conversão de passa-baixa para passa-alta é feita pelo termo $(-1)^n$. Filtros que satisfazem esta condição são comumente usados em processamento de sinais, e são conhecidos como *Quadrature Mirror Filters* (QMF) (Polikar, 2001).

Então, combinando as Equações (2.7) e (2.8) com (2.5) e (2.6), a DWT é obtida por:

$$A_j[x(t)] = h(t) * A_{j-1}[x(t)] \quad (2.10)$$

$$D_j[x(t)] = g(t) * A_{j-1}[x(t)] \quad (2.11)$$

Ou ainda, reescrevendo com outra notação tem-se:

$$A_0[x(t)] = x(t) \quad (2.12)$$

$$A_j[x(t)] = \sum_n H(n-2t) * A_{j-1}[x(t)] \quad (2.13)$$

$$D_j[x(t)] = \sum_n G(n-2t) * A_{j-1}[x(t)] \quad (2.14)$$

onde, $n = 1, 2, \dots, N$; $j = 1, 2, \dots, J$; $H(n)$ e $G(n)$ são os filtros passa-baixa e passa-alta, respectivamente.

Com a realização sucessiva do algoritmo mostrado na Figura 2.6, alcançam-se aproximações de aproximações e detalhes de aproximações. Tal procedimento é conhecido por Decomposição de Múltiplos Níveis ou Árvore de Decomposição Wavelet. Neste caso o sinal original $x(t) = S$ pode ser reconstituído pela somatória dos detalhes com a aproximação do último nível (Misiti *et al*, 2007), como mostra a Figura 2.7.

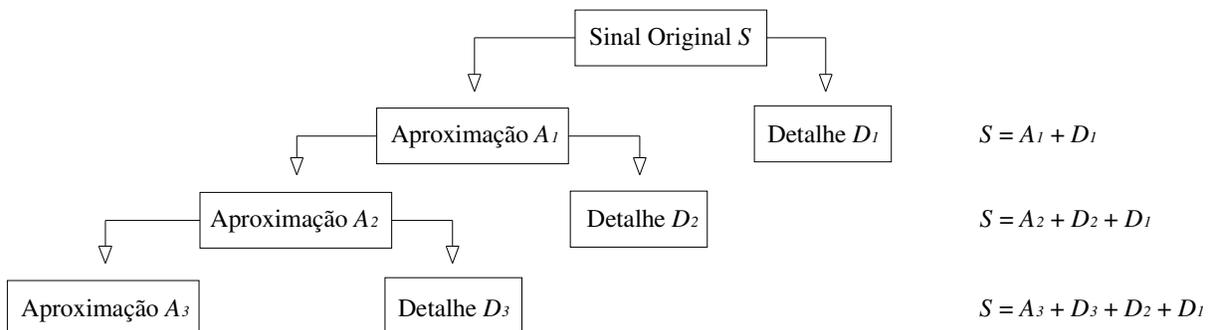


Figura 2.7. Árvore de Decomposição Wavelet.

Por se tratar de um processo iterativo, teoricamente, a decomposição poderia continuar indefinidamente. Contudo, de acordo com a redução das amostras a cada nível, a decomposição poderá proceder somente até que o último detalhe seja constituído de uma amostra única, ou no caso de imagens, um único *pixel*. Na prática, o melhor nível da decomposição é selecionado de acordo com a natureza do sinal ou por um critério conveniente tal como a energia do sinal.

Neste trabalho, os níveis de energia são estimados de acordo com a entropia normalizada de Shannon, que é descrita pela seguinte expressão (Misiti *et al*, 2007):

$$E_n(x) = -\sum_i x_i^2 \log(x_i)^2 \quad (2.15)$$

Teoricamente, a magnitude dos coeficientes da wavelet é proporcional ao quanto o sinal se assemelha com a característica em localização e escala particular da wavelet. É importante selecionar uma wavelet própria para um problema particular. Em geral, quanto menos suave for a função wavelet, melhores os resultados para sinais não-estacionários, com descontinuidades, impulsos e transientes. Funções wavelet mais suaves são melhores para sinais estacionários e regulares (Chendong *et al*, 2007).

As *wavelets* da família Daubechies do tipo *dbn*, são também conhecidas como filtros de Daubechies de ordem n . O parâmetro n das wavelets da família de Daubechies é responsável pela regularidade das funções escala $\phi_{j,k}(t)$ e wavelet $\psi_{j,k}(t)$. A função *wavelet* Morlet é um sinal formado por um sinal exponencialmente senoidal, e uma senoidal amortecida é a resposta comum para a maioria dos sistemas dinâmicos. E mais adiante, a função wavelet Morlet possui uma única frequência. Caso um sinal possa ser correlacionado com essa frequência, então, a wavelet será hábil para indicar tal frequência do sinal analisado com êxito (Peng *et al*, 2003).

Neste trabalho, usa-se apenas a função *wavelet* Morlet Complexa para análise da Transformada Wavelet Contínua. Já para a análise da Transformada Wavelet Packet, as funções wavelet escolhidas foram a Daubechies de ordem 2 e 10. As Figuras (2.8) e (2.9) ilustram as

funções escala $\phi_{j,k}(t)$ e wavelet $\psi_{j,k}(t)$ para as wavelets Daubechies de ordem 2 e Daubechies de ordem 10, respectivamente.

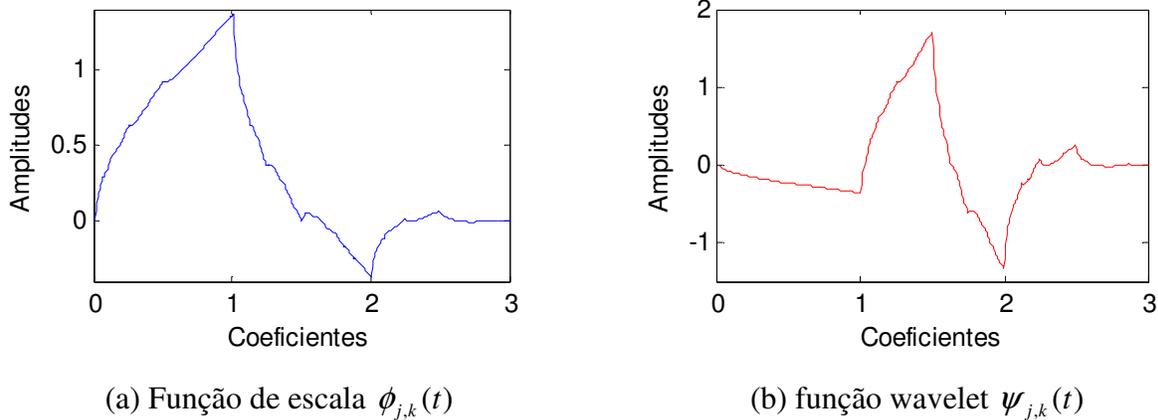


Figura 2.8. *Wavelet* Daubechies de ordem 2.

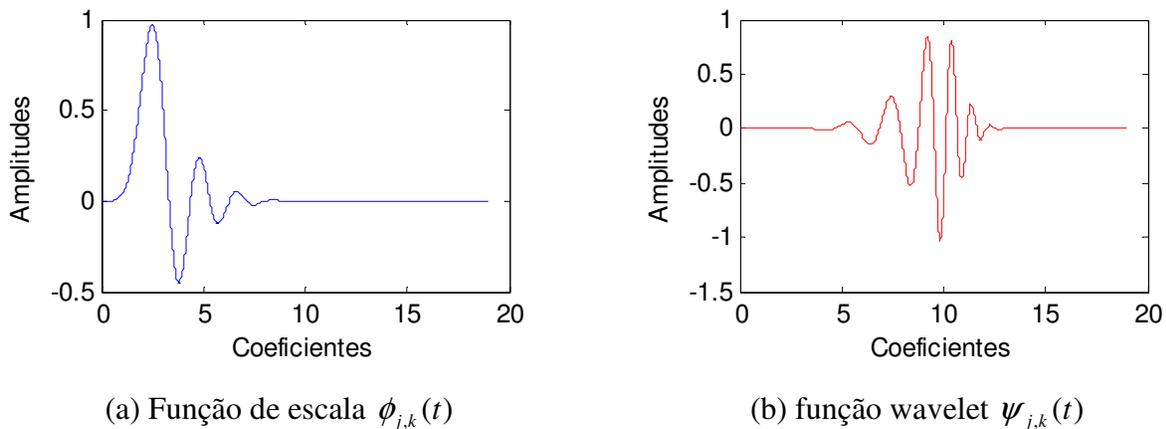


Figura 2.9. *Wavelet* Daubechies de ordem 10.

A Transformada Wavelet Packet (WPT) é uma generalização da DWT e oferece várias possibilidades de combinações do sinal sob análise. Enquanto que para a DWT, o sinal com nível n de decomposições possui apenas $n+1$ possibilidades de representações, a WPT permite 2^{n-1} possibilidades de representações do sinal decomposto. Exemplificando, a árvore de decomposição da WPT mostrada na Figura 2.10, por exemplo, permite que o sinal original S

possa ser representado por $P_{1,0} + P_{3,4} + P_{3,5} + P_{2,3}$. Tal representação, não seria possível na DWT clássica.

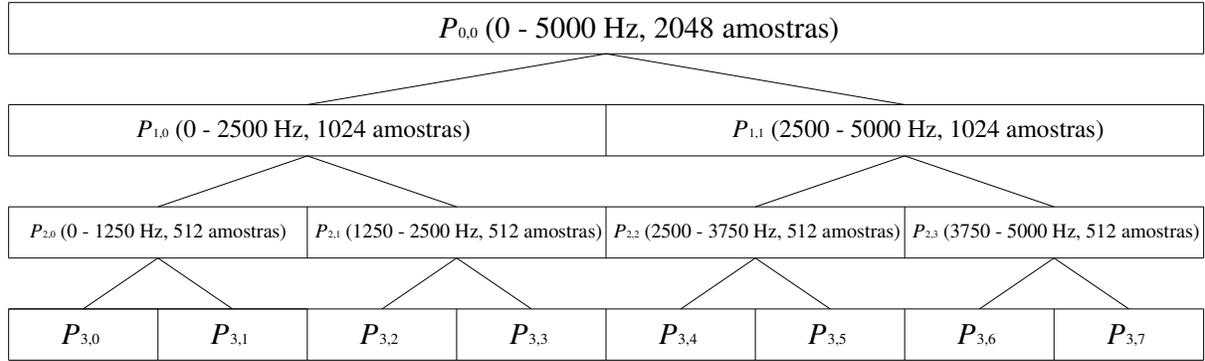


Figura 2.10. Árvore de decomposição da Transformada Wavelet Packet.

Nomeando-se j como o nível da decomposição, e k como a posição do packet em cada nível, cada vetor das aproximações A_j e detalhes D_j possuirão $N_t/2^j$ coeficientes cada, onde N_t é o comprimento do sinal S , e a banda de frequência analisada estará compreendida em $[0, F_s/2^{j+1}]$, sendo F_s a frequência de amostragem do sinal (Santiago, 2004). Em cada nível j , existem 2^j packets e suas ordens estão de acordo com $k = 0, 1, \dots, 2^j - 1$. Por exemplo, se a frequência de amostragem é de 10000 Hz e o número total de amostras é de 2048, o sinal será analisado na banda de frequência entre 0 e 5000 Hz com todas as 2048 amostras. No primeiro nível, o packet $P_{1,0}$ será analisado na banda de frequência entre 0 e 2500 Hz e possuirá 1024 amostras, o $P_{1,1}$ entre 2500 e 5000 Hz também com 1024 amostras. No segundo nível, $P_{2,0}$ entre 0 e 1250 Hz com 512 amostras, o $P_{2,1}$ entre 1250 e 2500 Hz com 512 amostras, e assim por diante.

Capítulo 3

Forças de *Rubbing* para um Rotor Jeffcott

Neste capítulo, explica-se o modelo das forças de *rubbing* e como elas atuam no sistema. Em caráter ilustrativo, simula-se o *rubbing* entre o disco e o estator para um rotor de Jeffcott. Posteriormente, diante da maior facilidade da implementação numérica de condições adversas perante a execução das mesmas em bancada experimental, também para um rotor Jeffcott, introduz-se a combinação das forças de *rubbing* com as hidrodinâmicas dos mancais. As equações do movimento são integradas com o uso do integrador de Runge-Kutta, disponível no *software Matlab*[®].

3.1 Forças de *Rubbing*

Alguns autores, como por exemplo Wegener & Marker (1998), modelaram o contato entre rotor e estator negligenciando a força tangencial e trabalharam apenas com a força normal de impacto em função do coeficiente de restituição e . Tal coeficiente é calculado pela seguinte expressão:

$$e = -\frac{\dot{r}_{WN} - \dot{r}_{BN}}{\dot{r}_{WN} + \dot{r}_{BN}} \quad (3.1)$$

onde, \dot{r}_{WN} e \dot{r}_{BN} são as componentes normais da velocidade imediatamente antes do impacto para o rotor e estator, respectivamente, e $\dot{\bar{r}}_{WN}$ e $\dot{\bar{r}}_{BN}$ são as componentes normais da velocidade imediatamente após do impacto para o rotor e estator, respectivamente.

Entretanto, um dos modelos de contato amplamente utilizado em análises numéricas considera a fricção do tipo Coulomb. Tal modelo é passível de algumas variações, de acordo com a análise que se deseja realizar. Bently *et al* (2002b) modelaram as forças de *rubbing* entre rotor e estator, por Coulomb, nas coordenadas complexas, conforme segue:

$$F_r = -\frac{K_S r}{2} (1 + jf) \left[\left(1 - \frac{c}{|r|} \right) + \left| 1 - \frac{c}{|r|} \right| \right] \quad (3.2)$$

onde, $j = \sqrt{-1}$, $r = x + jy$, K_S é a rigidez de contato, c é a folga radial e f é o coeficiente de fricção entre o rotor e o estator.

Neste trabalho, as forças de *rubbing* seguem o modelo de Coulomb usando-se coordenadas reais (x,z) . Assume-se a existência de uma folga radial inicial Δ entre a parte rotativa e a não-rotativa.

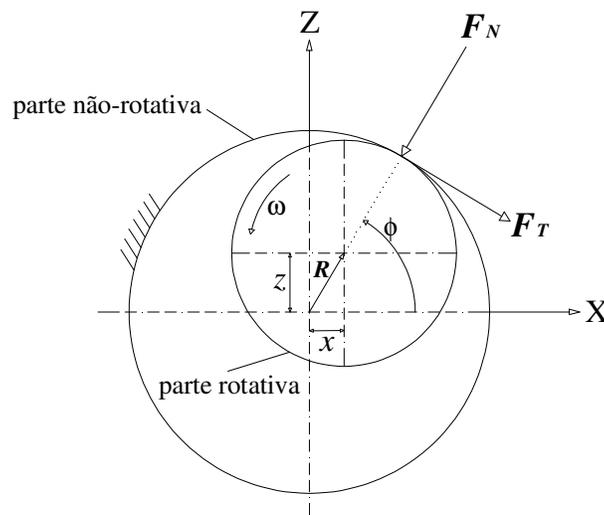


Figura 3.1. Esquema das forças de *rubbing* utilizadas no trabalho.

Quando o contato ocorre, como mostra a Figura 3.1, a força normal F_N e a tangencial F_T podem ser expressas como segue (Chu & Zhang, 1998):

$$F_N(x, z) = \begin{cases} 0, & (\text{para } R < \Delta) \\ (R - \Delta)k_R, & (\text{para } R \geq \Delta) \end{cases} \quad (3.3)$$

$$F_T = f F_N$$

onde, f é o coeficiente de atrito entre o eixo e a parte não-rotativa, k_R é a rigidez radial de contato e $R = \sqrt{x^2 + z^2}$ é o deslocamento radial do eixo em relação ao centro dos mancais. Estas duas forças podem, posteriormente, ser reescritas nas coordenadas x - z como segue:

$$\begin{aligned} F_x(x, z) &= -F_N \cos \phi + F_T \sin \phi \\ F_z(x, z) &= -F_N \sin \phi - F_T \cos \phi \end{aligned} \quad (3.4)$$

ou ainda:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_z \end{Bmatrix} = H(R - \Delta) \frac{(R - \Delta)k_R}{R} \begin{bmatrix} 1 & -f \\ f & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ z \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

onde H é uma função descrita por:

$$H(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

A Equação (3.5) indica que não haverá o *rubbing* quando o deslocamento radial R do eixo for menor que a folga estática Δ entre o eixo e a parte não-rotativa. Assim, as forças e seus efeitos serão nulos. Tais forças ocorrerão apenas quando o deslocamento radial do eixo alcançar o valor da folga estática.

Com o objetivo de ilustrar a maneira com que as forças de *rubbing* atuam em um sistema rotativo, considera-se o modelo exibido na Figura 3.2. Tal modelo descreve um rotor de Jeffcott com disco no centro do eixo, que pode girar sem restrições, com massa concentrada m . Considera-se ainda, o eixo elástico e de massa desprezível.

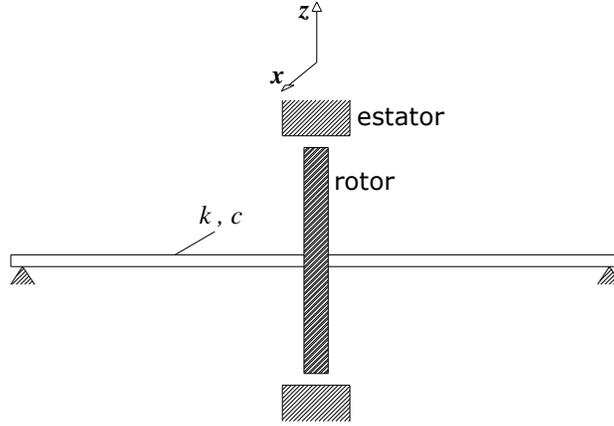


Figura 3.2. Sistema rotor-estator.

Assume-se a linha que une os centros dos mancais como origem das coordenadas e denota-se por (x, z) os deslocamentos do centro do disco. Atua no rotor a força da gravidade mg e a força de desbalanceamento. As interações do fenômeno *rubbing*, quando da sua ocorrência, serão verificadas quando a folga radial do estator Δ for alcançada pelo deslocamento do rotor, descritas pelas forças $F_x(x, z)$ e $F_z(x, z)$, segundo a Equação (3.7). Descreve-se o sistema rotor-estator pelas de equações diferenciais de movimento como segue:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx &= F_x(x, z) + mU(\ddot{\phi} \sin(\phi) + \dot{\phi}^2 \cos(\phi)) \\ m\ddot{z} + c\dot{z} + kz &= F_z(x, z) + mU(\dot{\phi}^2 \sin(\phi) - \ddot{\phi} \cos(\phi)) - mg \end{aligned} \quad (3.7)$$

onde, c é o coeficiente de amortecimento do eixo, k é o coeficiente de rigidez e U é a excentricidade da massa do rotor.

Partindo de uma velocidade angular ω_o , acelera-se o rotor com aceleração angular constante α passando pela velocidade crítica do sistema. O ângulo de rotação, a velocidade e a aceleração são dados por:

$$\phi = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_o t, \quad \dot{\phi} = \alpha t + \omega_o, \quad \ddot{\phi} = \alpha \quad (3.8)$$

Os parâmetros de rigidez de contato k_R e o coeficiente de atrito f foram escolhidos para representar variações das condições de simulação do sistema da Figura 3.2. Na Tabela 3.1

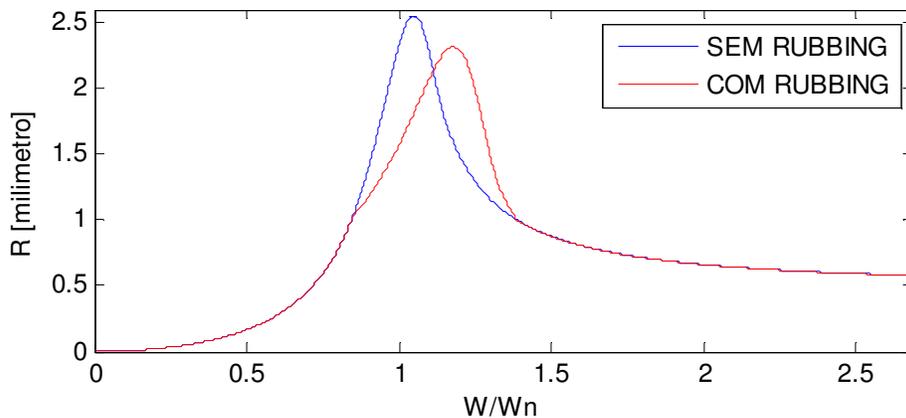
apresenta-se os casos simulados computacionalmente. O valor usado para a distância U do desbalanceamento da massa do rotor é igual a 5×10^{-4} m, $m = 2$ kg, $k = 1 \times 10^3$ Ns/m e fator de amortecimento ξ igual a 0,1. Portanto, a frequência natural $\omega_n = \sqrt{k/m}$ do sistema possui valor aproximado de 22,36 rad/s. Para efeito de simulação, foi desconsiderado o peso.

Tabela 3.1. Simulações do sistema da Figura 3.2.

Simulação	Rigidez de Contato [N/m]	Coefficiente de Atrito
Jeffcott_01	5×10^2	0,2
Jeffcott_02	5×10^2	0,5
Jeffcott_03	1×10^3	0,2
Jeffcott_04	1×10^3	0,5

Simulou-se numericamente a aceleração constante ($\alpha = 1 \text{ rad} / \text{s}^2$) com o propósito de manter a velocidade de giro do eixo crescendo linearmente com o tempo (assim como verificou-se nos experimentos), garantindo que a passagem pela velocidade crítica do sistema fosse feita de modo não-estacionário, semelhante à partida de uma máquina. Também, para todos os casos da Tabela 3.1, a folga radial Δ foi mantida em 1 mm.

Da Figura 3.3 à 3.6, ilustra-se o deslocamento radial R das coordenadas x_2 e z_2 do disco na posição do estator em (a), e a componente vertical das forças de *rubbing* em (b).



(a)

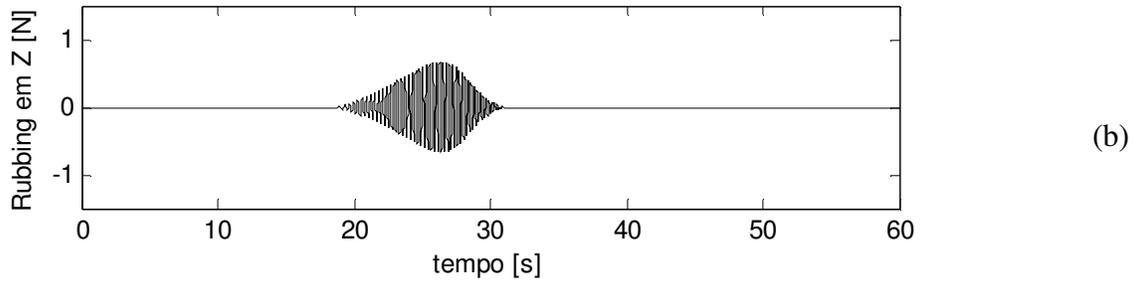


Figura 3.3. $k_R=5\times 10^2$ N/m, $f=0,2$. Deslocamento radial do disco na posição do estator em (a), e a componente vertical das forças de *rubbing* em (b).

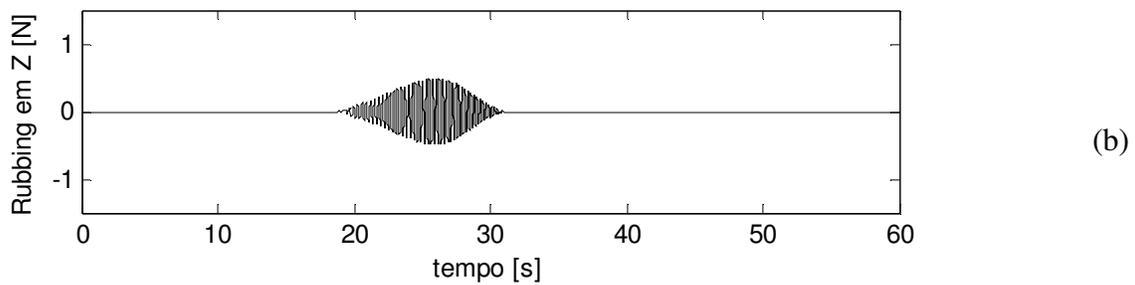
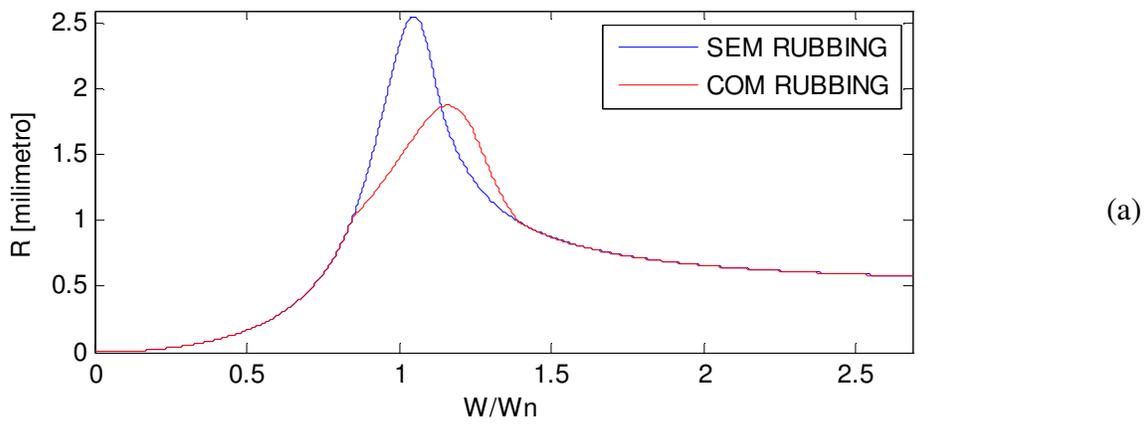
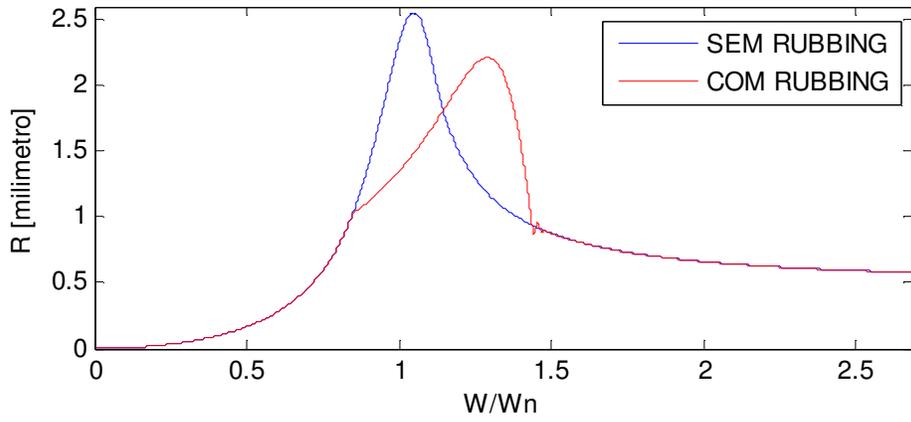
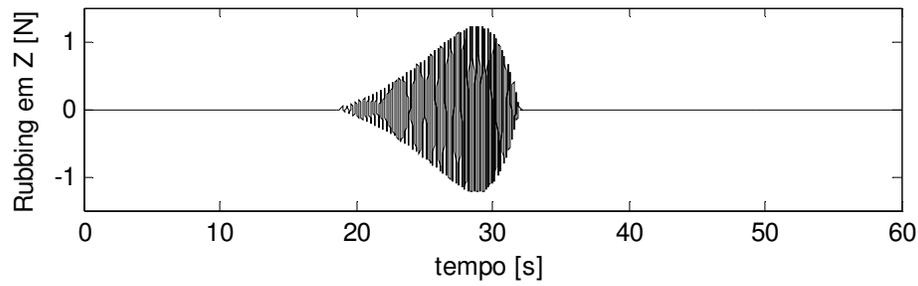


Figura 3.4. $k_R=5\times 10^2$ N/m, $f=0,5$. Deslocamento radial do disco na posição do estator em (a), e a componente vertical das forças de *rubbing* em (b).

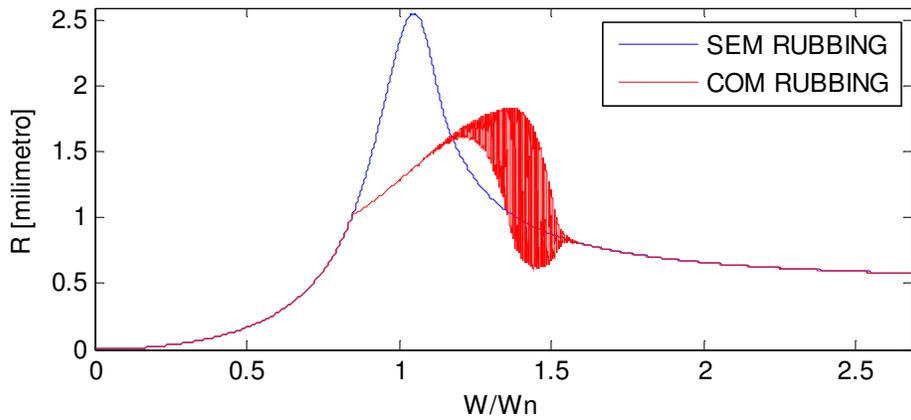


(a)



(b)

Figura 3.5. $k_R=1 \times 10^3$ N/m, $f=0,2$. Deslocamento radial do disco na posição do estator em (a), e a componente vertical das forças de *rubbing* em (b).



(a)

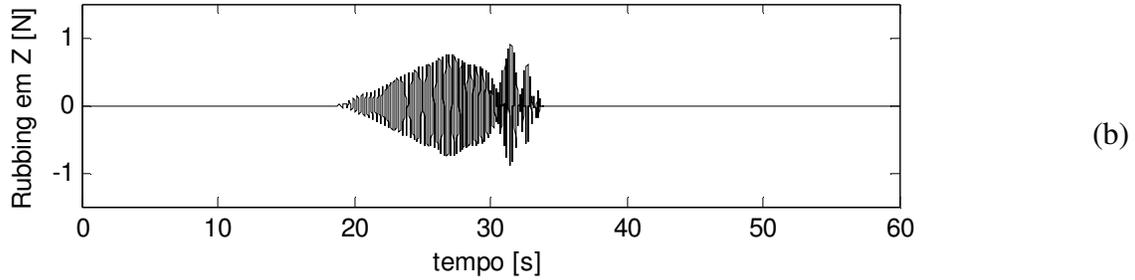


Figura 3.6. $k_R=1\times 10^3$ N/m, $f=0,5$. Deslocamento radial do disco na posição do estator em (a), e a componente vertical das forças de *rubbing* em (b).

Em todas as simulações, verifica-se um deslocamento do pico máximo para uma relação ω/ω_n maior que o caso sem *rubbing*. Porém, tais defasagens aumentam para maiores valores da rigidez de contato. Já a amplitude de vibração, para os casos analisados, verifica-se que o comportamento está inversamente relacionado: quanto maior o coeficiente de atrito, menor a amplitude. Contudo, para valores elevados da rigidez de contato e coeficiente de atrito, as figuras mostram regiões de instabilidades, claramente visíveis na Figura 3.6, para ω/ω_n entre 1,2 e 1,6. As órbitas das simulações da Tabela 3.1 foram analisadas, contudo, mesmo mostrando a instabilidade da Figura 3.6, nenhum movimento retrógrado foi verificado.

3.2 Forças Hidrodinâmicas do Mancal

A equação de Reynolds para aproximação de mancal curto é dada em ambas coordenadas fixas por (Chu & Zhang, 1997):

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right] = 6\omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.9)$$

onde, h é a espessura do filme dado por $h = c_B - x_2 \cos \theta - z_2 \sin \theta$, como mostra a Figura 3.7, θ é a medida angular do mancal, c_B é a folga do mancal, p é a pressão do filme de óleo e y a coordenada axial.

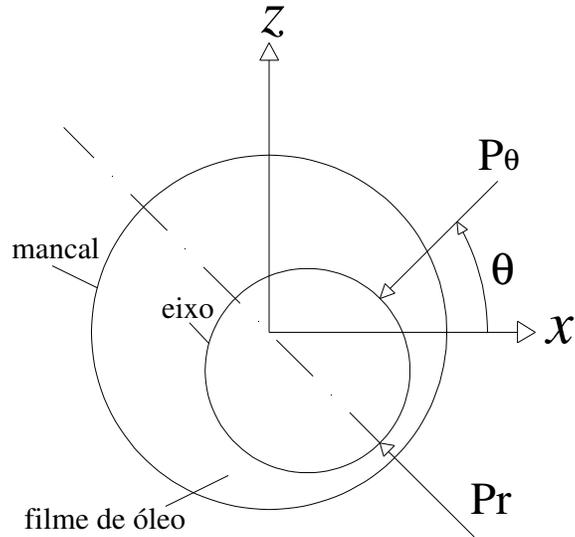


Figura 3.7. Esquema do mancal hidrodinâmico.

Integrando a Equação (3.9) em y , tem-se

$$p(\theta, y) = \frac{3\mu}{h^3} [y^2 - Ly] \left[\omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial h}{\partial t} \right] \quad (3.10)$$

onde, L é o comprimento do mancal e μ a viscosidade do óleo. Obtém-se as componentes totais das forças nas direções x e z pela integração da pressão sobre toda a superfície como segue:

$$\begin{Bmatrix} P_x(x_2, z_2, \dot{x}_2, \dot{z}_2) \\ P_y(x_2, z_2, \dot{x}_2, \dot{z}_2) \end{Bmatrix} = \int_0^{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} p(\theta, y) \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{Bmatrix} B dy d\theta \quad (3.11)$$

onde, B é o raio do mancal. Finalmente, definem-se as duas forças de sustentação do eixo exercidas pelo filme de óleo do mancal por

$$\begin{aligned}
P_x &= -\mu\pi BL^3 \left[\frac{\omega z_2 + 2\dot{x}_2}{2(c_B^2 - x_2^2 - z_2^2)^{3/2}} + \frac{3x_2(x_2\dot{x}_2 + z_2\dot{z}_2)}{(c_B^2 - x_2^2 - z_2^2)^{5/2}} \right] \\
P_z &= -\mu\pi BL^3 \left[\frac{2\dot{z}_2 + \omega x_2}{2(c_B^2 - x_2^2 - z_2^2)^{3/2}} + \frac{3z_2(x_2\dot{x}_2 + z_2\dot{z}_2)}{(c_B^2 - x_2^2 - z_2^2)^{5/2}} \right]
\end{aligned}
\tag{3.12}$$

Da mesma maneira como foi executado no item anterior deste mesmo capítulo, considere agora o modelo ilustrado pela Figura 3.8. Tal figura descreve um rotor de Jeffcott suportado por mancais hidrodinâmicos.

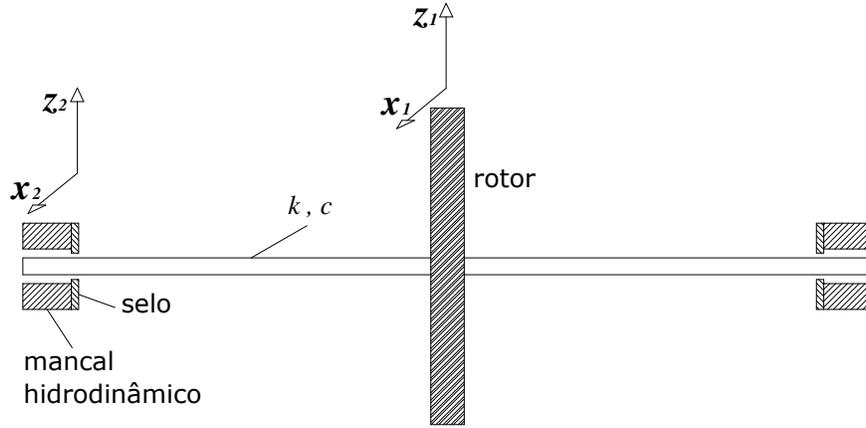


Figura 3.8. Sistema rotor-selo-mancal.

Tal sistema é descrito pelo conjunto de equações diferenciais ordinárias como segue:

$$\begin{aligned}
m\ddot{x}_1 + c(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k(x_1 - x_2) &= mU(\ddot{\phi} \sin(\phi) + \dot{\phi}^2 \cos(\phi)) \\
m\ddot{z}_1 + c(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) + k(z_1 - z_2) &= mU(\dot{\phi}^2 \sin(\phi) - \ddot{\phi} \cos(\phi)) - mg \\
c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k(x_2 - x_1) &= F_x(x_2, z_2) + P_x(x_2, z_2, \dot{x}_2, \dot{z}_2) \\
c(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + k(z_2 - z_1) &= F_z(x_2, z_2) + P_z(x_2, z_2, \dot{x}_2, \dot{z}_2)
\end{aligned}
\tag{3.13}$$

Exceto a rigidez de contato e a folga Δ entre o eixo e o selo, mostrados na Tabela 3.2, todos os outros parâmetros deste novo sistema foram mantidos a partir do sistema da Figura 3.2. Em adição, a folga c_B do mancal possui valor fixo igual a $200 \mu\text{m}$, $L = 0,02 \text{ m}$, $B = 0,01 \text{ m}$ e $\mu = 0,02 \text{ Ns/m}^2$.

Tabela 3.2. Simulações do sistema da Figura 3.8.

Simulação	Rigidez de Contato [N/m]	Folga [μm]
Jeffcott_05	1×10^4	10
Jeffcott_06	1×10^4	35
Jeffcott_07	1×10^5	10
Jeffcott_08	1×10^5	35

A Figura 3.9 exhibe o fato de que, devido às forças de filme de óleo do mancal, as forças de *rubbing* diminuem até a ausência total do contato de forma proporcional ao aumento do valor simulado da folga radial Δ do selo. A ausência do contato ocorre coerentemente para valores de Δ ligeiramente menores do que o valor da folga radial c_B do mancal. Pode-se notar a ausência do contato em todo o período de simulação como mostra o lado direito da mesma figura, onde o valor usado para Δ foi de $193\mu\text{m}$.

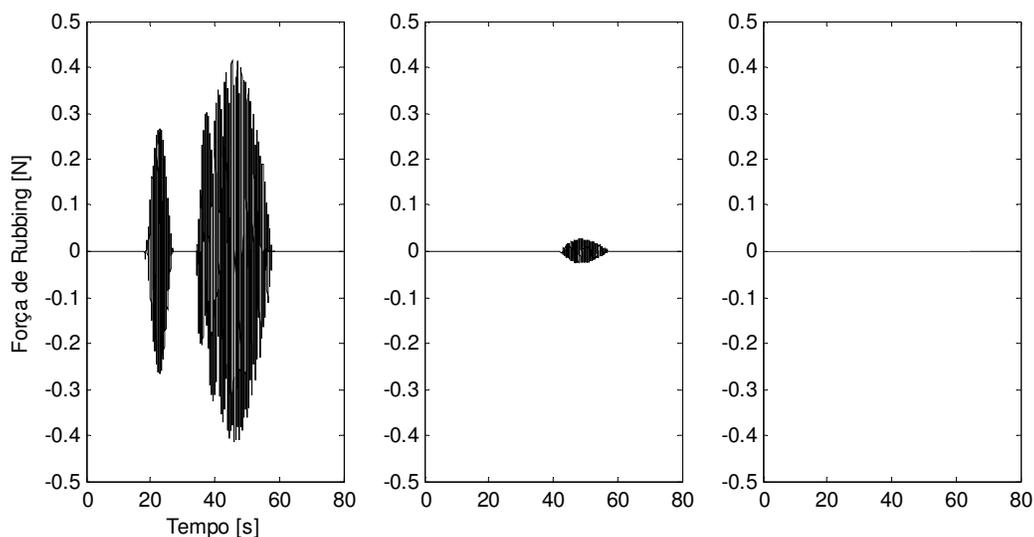


Figura 3.9. Componente vertical das forças de *rubbing* entre o eixo e o selo na posição do mancal. (Esquerda) $\Delta = 100 \mu\text{m}$, (Centro) $\Delta = 190 \mu\text{m}$, (Direita) $\Delta = 193 \mu\text{m}$.

Alguns pesquisadores realizaram testes experimentais visando a obtenção do valor do coeficiente de fricção f de determinados materiais para o uso em seus estudos. Em especial, Bartha (2000) obteve valores deste coeficiente para fricções lubrificadas (f aproximadamente igual a 0,2) e fricções a seco (f variando entre 0,2 e 0,6). O valor adotado para o coeficiente de fricção foi de 0,2 para todas as simulações.

As Figuras de 3.10 a 3.13 são similares às de 3.3 a 3.6, mas concernem à Tabela 3.2, mostrando o deslocamento radial do eixo na posição do selo em (a) e a componente vertical Z das forças de *rubbing* em (b). Para efeito de simulações, o peso não foi considerado.

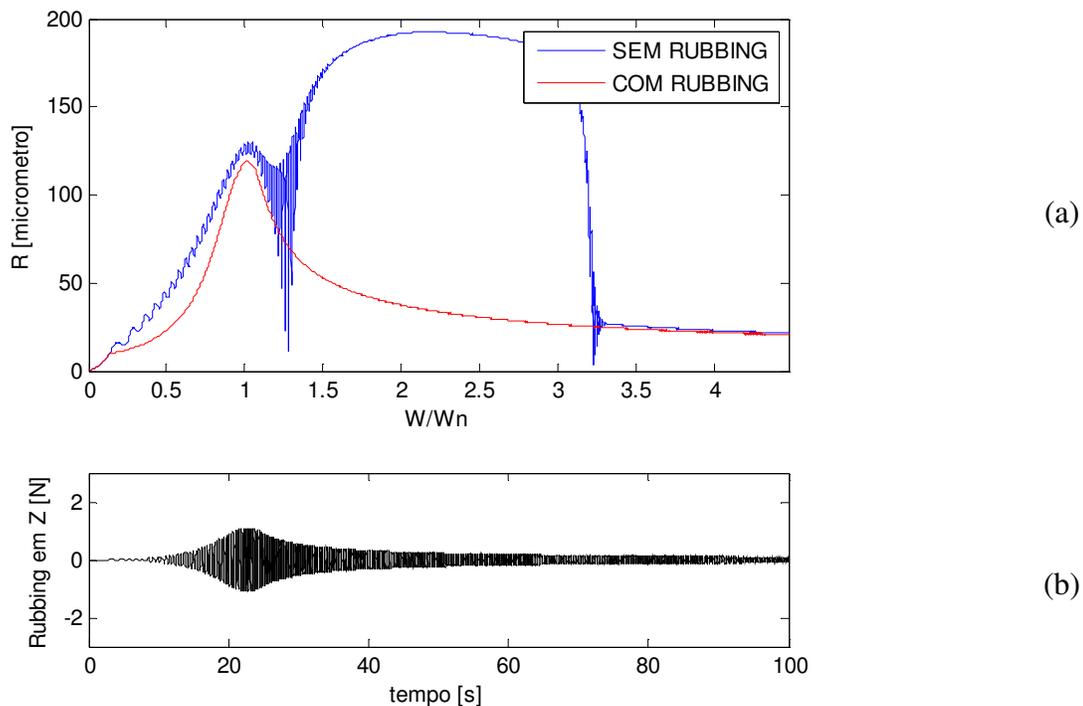
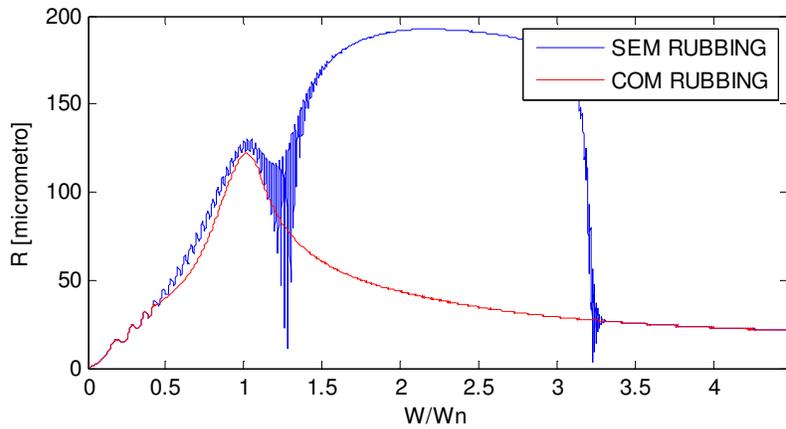
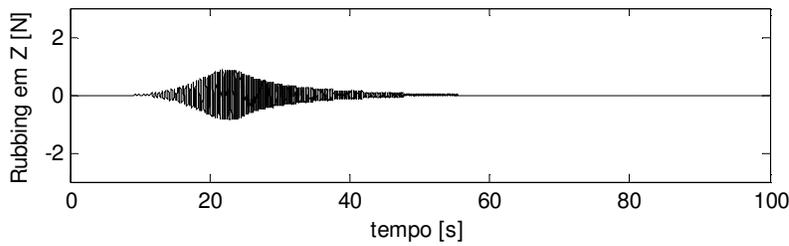


Figura 3.10. $K_R=1 \times 10^4 \text{ N/m}$, $\Delta=10 \mu\text{m}$. Deslocamento radial do eixo na posição do selo em (a), e a componente vertical Z das forças de *rubbing* em (b).

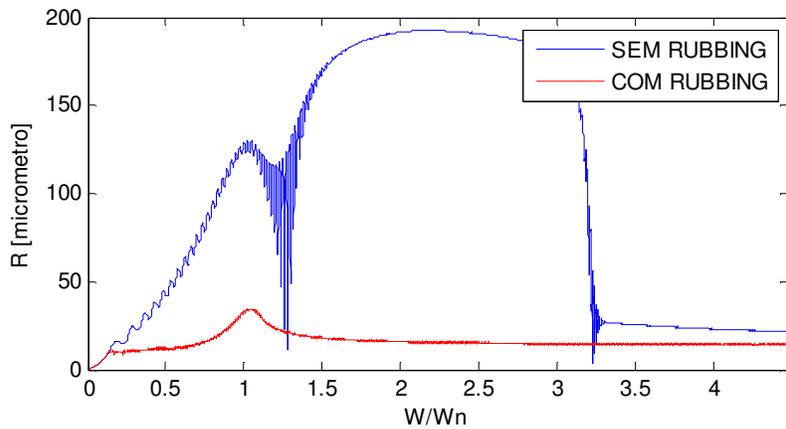


(a)

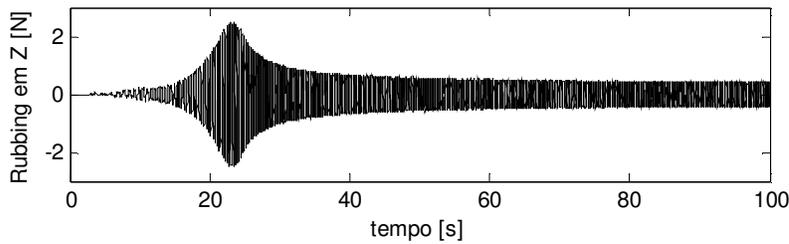


(b)

Figura 3.11. $K_R=1\times 10^4$ N/m, $\Delta=35\mu\text{m}$. Deslocamento radial do eixo na posição do selo em (a), e a componente vertical das forças de *rubbing* em (b).



(a)



(b)

Figura 3.12. $K_R=1\times 10^5$ N/m, $\Delta=10\mu\text{m}$. Deslocamento radial do eixo na posição do selo em (a), e a componente vertical das forças de *rubbing* em (b).

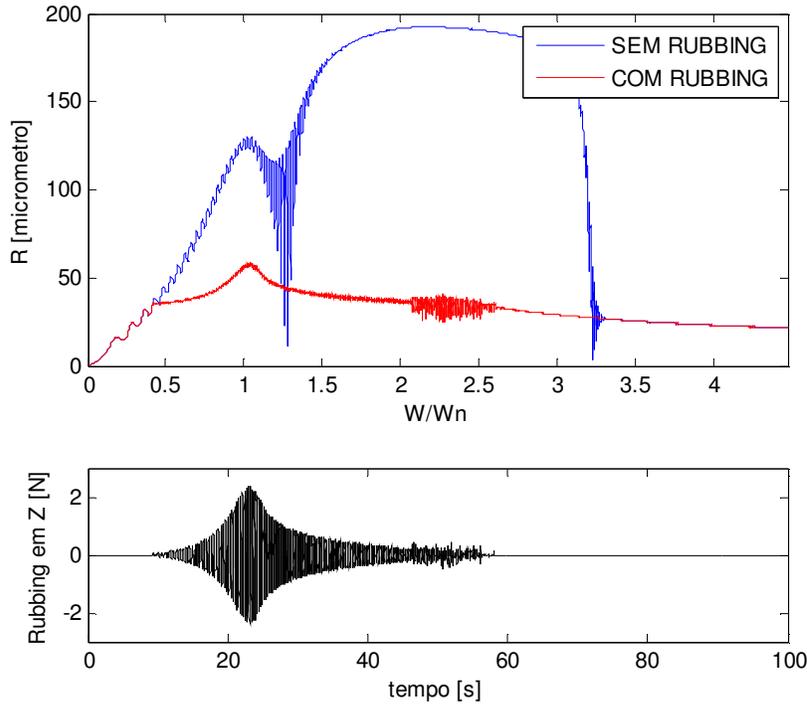


Figura 3.13. $K_R=1 \times 10^5 \text{ N/m}$, $\Delta=35 \mu\text{m}$. Deslocamento radial do eixo na posição do selo em (a), e a componente vertical das forças de *rubbing* em (b).

De acordo com Eehalt & Markert (2002), durante a partida da máquina, com o início do contato, o giro do eixo permanece por um período no mesmo sentido (*forward*) que se encontrava antes do contato. Repentinamente o movimento torna-se retrógrado (*backward*) alterando a amplitude de vibração. O problema relatado para este fenômeno está geralmente associado ao momento do início e do fim do contato que pode tornar o sistema instável. Para a combinação de parâmetros referente à Figura 3.13, verifica-se certa instabilidade na região aproximadamente entre 2,1 e 2,6 ω/ω_n . Neste instante, o eixo passa do *rubbing* de contato permanente para intermitente, e após o valor 2,6 da relação ω/ω_n , o eixo deixa de tocar o selo ao se auto-centrar. Tal fenômeno ocorre com menos vigor na simulação referente à Figura 3.12, mas ao invés de acontecer no instante em que o eixo deixa o selo, acontece no instante em que o deslocamento do eixo vence a folga do selo e o toca no começo do contato (aproximadamente entre 0,1 e 0,5 ω/ω_n). As órbitas das simulações da Tabela 3.2 foram analisadas, mas embora mostrassem as instabilidades citadas acima, nenhum movimento retrógrado foi encontrado.

Optou-se por não mostrar o deslocamento radial do rotor por não apresentar alterações visualmente detectáveis. Os diagramas de cascata, ou *waterfall plot*, exibem algumas modificações interessantes, como é verificado nas Figuras 3.14 e 3.15 relativas aos deslocamentos das coordenadas x_1 e z_1 na posição do rotor para o item (a), e também, das coordenadas x_2 e z_2 na posição do selo para o item (b). A Figura 3.14 é referente a uma simulação onde não ocorre o *rubbing*. Para tal simulação, a folga radial do selo foi ajustada para o um valor no qual o deslocamento do eixo não alcança a do selo ($\Delta = 193 \mu\text{m}$). Neste caso, todas as informações contidas na figura são decorrentes das não-linearidades das forças hidrodinâmicas do mancal que podem ser observadas nas Equações (3.12). Já a Figura 3.15, é relativa à simulação Jeffcott_08, onde $K_R = 1 \times 10^5 \text{ N/m}$ e $\Delta = 35 \mu\text{m}$.

A sub-síncrona que aparece sendo excitada em aproximadamente a metade da frequência de giro do eixo, na Figura 3.14, está relacionada com o efeito whirl do filme de óleo do mancal. Segundo Berry (2005) tal efeito é uma das causas mais comuns de instabilidade sub-síncronas que podem estar presentes em mancais hidrodinâmicos. Este efeito é fonte de excitação da sub-síncrona ligeiramente menor que a metade (entre 40 e 48%) da velocidade de giro do eixo, que pode ser induzido por uma série de condições. Também é comentado que, caso as amplitudes de vibração do eixo alcancem 40 a 50% da folga do mancal, ações corretivas deverão ser tomadas.

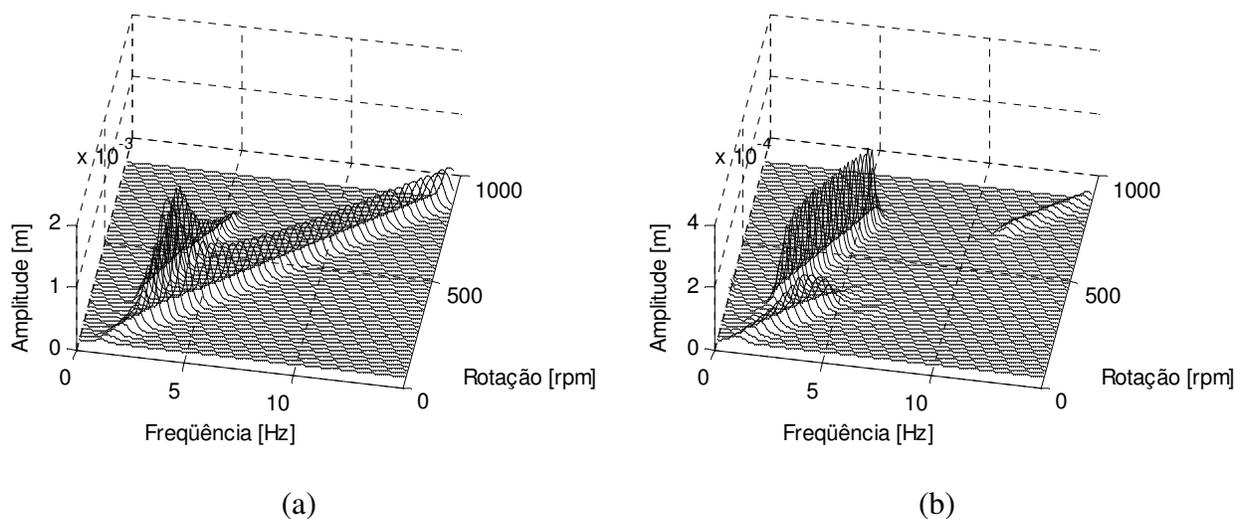


Figura 3.14. Simulação sem *rubbing*. Cascata do deslocamento do rotor em (a) e do deslocamento do eixo na posição do selo em (b).

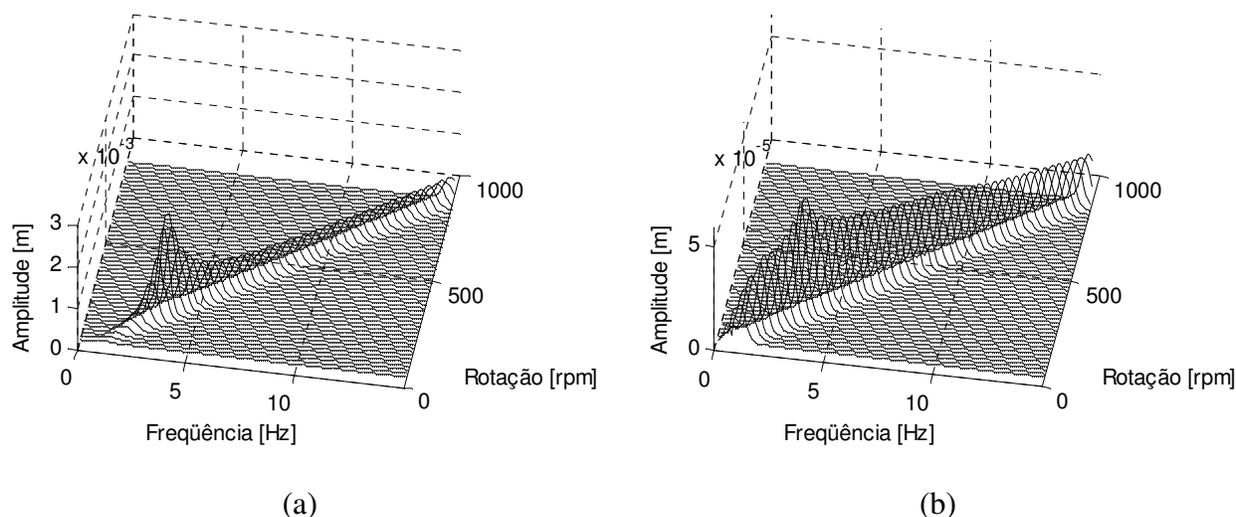


Figura 3.15. Simulação Jeffcott_08. Cascata do deslocamento do rotor em (a) e do deslocamento do eixo na posição do selo em (b).

Em cada uma das Figuras de 3.10 a 3.13, podem-se notar amplitudes de vibrações excessivas na faixa de valores entre 1,3 e 3,2 da relação ω/ω_n , para os sinais sem *rubbing* (de cor azul). Para estas simulações, tais amplitudes chegam até 95% da folga do mancal, o que faria do efeito *whirl*, um evento preocupante em casos reais. Contudo, analisando-se as mesmas Figuras, mas agora, os sinais com *rubbing* (de cor vermelha), nota-se que em todos os casos, os efeitos do filme de óleo são atenuados, e nos dois últimos casos, para uma rigidez de contato maior, até mesmo as vibrações na região da frequência natural do sistema, também foram reduzidas.

Verifica-se na Figura 3.15 que, diante da ocorrência do *rubbing*, as sub-síncronas do giro do eixo foram anuladas, ressaltando-se que as forças hidrodinâmicas dos mancais sempre atuam no sistema, independente do *rubbing*. Tal fato nos mostra que, mesmo o *rubbing* sendo considerado um defeito preocupante em máquinas rotativas, em alguns casos específicos, este fenômeno pode ser considerado como vantajoso.

Capítulo 4

Modelo Analítico

O conhecimento do modelo físico e matemático de sistemas rotativos possibilita prever através de simulações numéricas, o seu comportamento dinâmico, por exemplo, em situações de falhas que seriam impraticáveis de se executar, como empenamento de eixos, ou de riscos elevados como eixos trincados.

Neste capítulo, apresentam-se a formulação matemática e a modelagem física dos elementos mancal, eixo e disco do sistema rotativo. Para realização de tal tarefa, foi utilizado o Método dos Elementos finitos, e posteriormente, a equação geral do movimento foi gerada através da combinação dos efeitos de todos estes elementos em questão. Em alguns casos particulares, que não estão relacionados diretamente ao objetivo principal do trabalho, foram acrescentados ao modelo alguns efeitos de caráter ilustrativo como mancais hidrodinâmicos e efeitos térmicos. Entretanto, como objetivo principal do trabalho, a força de *rubbing* também foi implementada numericamente e detalhadamente estudada, já que este último tipo de falha foi reproduzido experimentalmente em bancada de testes para fins de análise comparativa.

O estudo do comportamento dinâmico e o diagnóstico de falhas em máquinas rotativas durante a partida, parada e passagem pelas velocidades críticas têm grande importância, principalmente em máquinas que são ligadas e desligadas frequentemente e que giram em faixas de velocidades acima de uma ou mais críticas do sistema. Logo, o monitoramento das vibrações durante o regime transiente pode revelar informações relacionadas a uma falha de natureza não-estacionária que dificilmente seriam diagnosticadas no regime estacionário.

Por fim, com um modelo analítico completo, capaz de simular o sistema em regime transiente, a resposta é obtida a partir da integração das equações diferenciais do movimento. Para realização de tal tarefa, utiliza-se o integrador de Newmark, diante da sua rapidez de convergência quando comparado ao integrador de Runge-Kutta do *software Matlab*[®].

Para se determinar as equações gerais de movimento, aplica-se a equação de Lagrange, conforme a Equação (4.1), nas equações de energia cinética e potencial, necessárias para descrever os elementos de disco, eixo e mancal.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Fq_i \quad (4.1)$$

onde, T e U são as energias cinética e potencial, respectivamente, e q_i e Fq_i são as coordenadas e as forças generalizadas, respectivamente.

Na seqüência, apresenta-se a modelagem individual de cada elemento (disco, eixo e mancal) através das expressões de energia cinética, potencial e trabalho virtual, necessárias para utilização do Método dos Elementos finitos.

4.1 Modelagem dos Elementos de Disco

Assumindo-se que o disco seja um elemento rígido, então, ele pode ser caracterizado apenas pela sua energia cinética. Define-se o sistema de coordenadas inerciais $R_0(X, Y, Z)$ e móvel $R(x, y, z)$, com origens no centro do disco. O sistema de coordenadas R está relacionado ao sistema de coordenadas R_0 pelos ângulos ψ , θ e ϕ , como mostra a Figura 4.2 (Lalanne & Ferraris, 1999).

$$\omega_{R/R_0}^R = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\psi} \cos \theta \sin \phi + \dot{\theta} \cos \phi \\ \dot{\phi} + \dot{\psi} \sin \theta \\ \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi + \dot{\theta} \sin \phi \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

O movimento do elemento de disco com centro geométrico em O é definido por quatro graus de liberdade: dois deslocamentos u e w nas direções horizontal e vertical, respectivamente; e duas rotações em torno de X e Z , que são θ e ψ , respectivamente. Portanto, o vetor de deslocamento nodal δ pode se escrito por

$$\delta = [u, w, \theta, \psi]^T \quad (4.4)$$

A massa do disco é igual a M_D e I_{Dx} , I_{Dy} e I_{Dz} são os momentos principais de inércia em relação a O nas direções x , y e z , respectivamente.

Deste modo, de acordo com Lalanne & Ferraris (1999), a equação de movimento do elemento de disco na forma matricial, no regime transiente é dada por:

$$[M_D] \{\ddot{\delta}\} + \dot{\phi} [C_D] \{\dot{\delta}\} + \ddot{\phi} [K_{DT}] \{\delta\} = \{0\} \quad (4.5)$$

onde, $[M_D]$ é a matriz de massa, dada por:

$$\begin{bmatrix} M_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{Dy} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$[C_D]$ é a matriz giroscópica, dada por:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{Dy} \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

e $[K_{DT}]$ é a matriz de rigidez do disco, dada por:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

4.2 Modelagem dos Elementos de Eixo

O eixo é modelado como uma barra com seção circular constante. O elemento finito utilizado possui dois nós, e por isso, as matrizes dos elementos serão de ordem oito por oito incluindo os quatro deslocamentos e as quatro rotações conforme a Figura 4.2 (Lalanne & Ferraris, 1999).

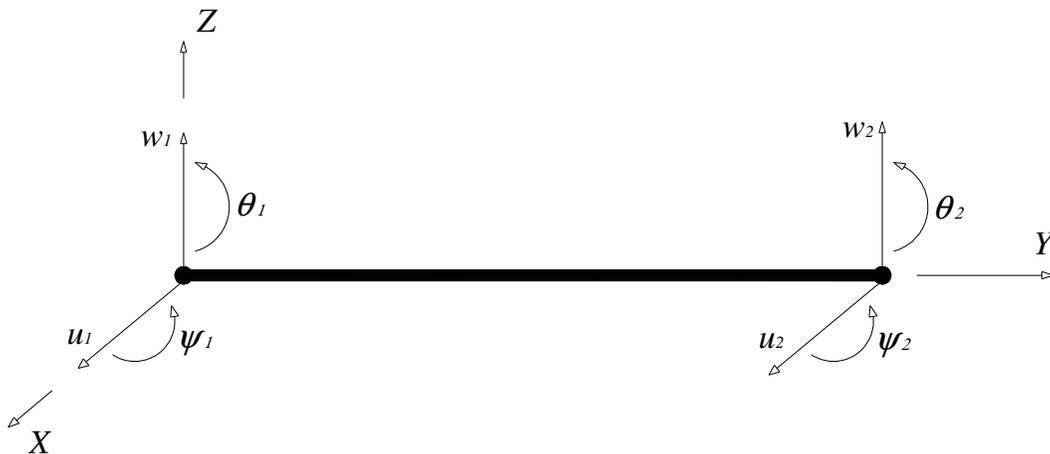


Figura 4.2. Modelo do elemento finito do eixo.

O elemento pode ser caracterizado pela energia cinética e potencial. Então, reescrevendo-se a expressão da energia cinética do disco, considerando-se o elemento de eixo, a nova expressão da energia cinética para o regime estacionário poderá ser escrita como segue:

$$T_s = \frac{\rho S}{2} \int_0^L (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dy + \frac{\rho L}{2} \int_0^L (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) dy + \rho I L \Omega^2 + 2 \rho I \Omega \int_0^L \dot{\psi} \theta dy \quad (4.9)$$

onde, L , ρ , S e I são o comprimento, a densidade de massa por unidade de volume, a área da seção transversal e o momento de inércia do elemento de eixo, respectivamente.

As relações entre as translações e rotações do elemento de eixo mostrado na Figura 4.2 são escritas como segue:

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial y} \quad (4.10)$$

$$\psi = -\frac{\partial u}{\partial y} \quad (4.11)$$

Consequentemente, o vetor dos deslocamentos nodais é:

$$\delta = [u_1, w_1, \theta_1, \psi_1, u_2, w_2, \theta_2, \psi_2]^T \quad (4.12)$$

que incluem os deslocamentos δ_u e δ_w correspondentes ao movimento nas direções X e Z , respectivamente, que podem ser escritos por:

$$\delta_u = [u_1, \psi_1, u_2, \psi_2]^T \quad (4.13)$$

$$\delta_w = [w_1, \theta_1, w_2, \theta_2]^T \quad (4.14)$$

O deslocamento em qualquer ponto do elemento finito de eixo, ao longo do seu comprimento, é descrito pelas seguintes relações:

$$u = N_1(y)\delta_u \quad (4.15)$$

$$w = N_2(y)\delta_w \quad (4.16)$$

onde, $N_1(y)$ e $N_2(y)$ são as funções de forma para uma viga submetida a flexão. Estas funções são definidas por:

$$N_1(y) = \left[1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; -y + \frac{2y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; \frac{y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2} \right] \quad (4.17)$$

$$N_2(y) = \left[1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; y - \frac{2y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; -\frac{y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2} \right] \quad (4.18)$$

A energia cinética do elemento de eixo dada pela Equação (4.9) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} T_s = & \frac{\rho S}{2} \int_0^L (\delta \dot{u}^T N_1^T N_1 \delta \dot{u} + \delta \dot{w}^T N_2^T N_2 \delta \dot{w}) dy \\ & + \frac{\rho L}{2} \int_0^L \left(\delta \dot{u}^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_1}{dy} \delta \dot{u} + \delta \dot{w}^T \frac{dN_2^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \delta \dot{w} \right) dy \\ & - 2\rho I \Omega \int_0^L \left(\delta \dot{u}^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \right) \delta w dy + \rho I L \Omega^2 \end{aligned} \quad (4.19)$$

Integrando-se a Equação (4.19), após a substituição das funções de forma dadas pelas Equações (4.17) e (4.18), obtém-se a expressão para a energia cinética do elemento de eixo para o regime estacionário:

$$T_s = \frac{1}{2} \delta \dot{u}^T [M_1] \delta \dot{u} + \frac{1}{2} \delta \dot{v}^T [M_2] \delta \dot{v} + \frac{1}{2} \delta \dot{u}^T [M_3] \delta \dot{u} + \frac{1}{2} \delta \dot{v}^T [M_4] \delta \dot{v} + \Omega \delta \dot{u}^T [M_5] \delta \dot{v} + \rho IL \Omega^2 \quad (4.20)$$

onde, $[M_1]$ e $[M_2]$ são as matrizes de translação e massa, $[M_3]$ e $[M_4]$ são as matrizes de inércia rotatória e $[M_5]$ é a matriz dos efeitos giroscópicos do eixo.

Consequentemente, a energia cinética do eixo descrita pela Equação (4.20), pode ser reescrita para descrever o regime transiente como segue:

$$T_s = \frac{1}{2} \delta \dot{u}^T [M_1] \delta \dot{u} + \frac{1}{2} \delta \dot{v}^T [M_2] \delta \dot{v} + \frac{1}{2} \delta \dot{u}^T [M_3] \delta \dot{u} + \frac{1}{2} \delta \dot{v}^T [M_4] \delta \dot{v} + \dot{\phi} \delta \dot{u}^T [M_5] \delta \dot{v} + \rho IL \dot{\phi}^2 \quad (4.21)$$

Pode-se, então, aplicar a equação de Lagrange na Equação (4.21) para obter-se a equação do movimento na forma matricial para o elemento de eixo

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_s}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial T_s}{\partial \delta} = [M + M_s] \{\ddot{\delta}\} + \dot{\phi} [C_s] \{\dot{\delta}\} + \ddot{\phi} [K_{ST}] \{\delta\} \quad (4.22)$$

onde, $[M]$ é a matriz de massa dada por:

$$\frac{\rho SL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$[M_s]$ é a matriz de inércia rotatória dada por:

$$\frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$[C_S]$ é a matriz giroscópica dada por:

$$\frac{\rho I}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

e $[K_{ST}]$ é a matriz de rigidez do elemento de eixo dada por:

$$\frac{\rho I}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

A energia potencial, é obtida a partir da expressão da deformação longitudinal ε de um ponto $B(x,z)$ localizado arbitrariamente na seção transversal do elemento de eixo, como pode ser visto na Figura 4.3.

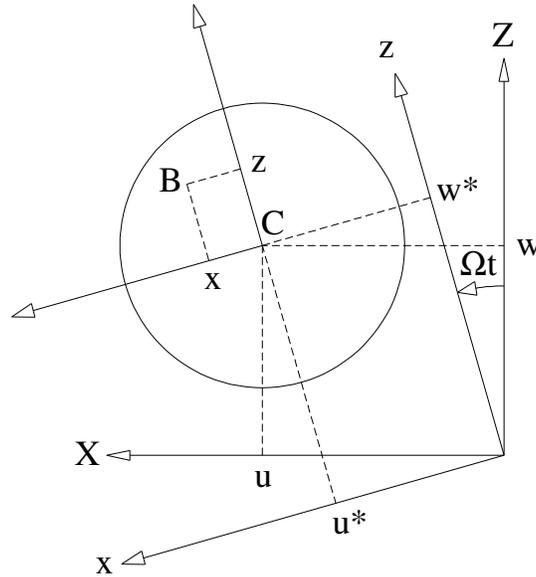


Figura 4.3. Coordenadas do centro geométrico C e um ponto arbitrário B no eixo.

onde, C é o centro geométrico do eixo, u^* e w^* são os deslocamentos do centro geométrico com relação aos eixos x e z , E é o módulo de Young (módulo de elasticidade transversal do material).

A deformação do ponto $B(x,z)$ é descrita como

$$\varepsilon = -x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \quad (4.27)$$

ou

$$\varepsilon = \varepsilon_L + \varepsilon_{NL} \quad (4.28)$$

onde, ε_L contém os termos lineares e ε_{NL} contém os termos não lineares da deformação. Contudo, a energia de deformação do elemento de eixo é:

$$U_1 = \frac{1}{2} \int_{\tau} \varepsilon^T \sigma d\tau \quad (4.29)$$

onde, σ e ε são as tensões e deformações, respectivamente. Como a relação entre a tensão e a deformação é dada por

$$\sigma = E\varepsilon \quad (4.30)$$

a Equação (4.29) pode ser reescrita e passa a assumir a seguinte forma:

$$U_1 = \frac{E}{2} \int_{\tau} (\varepsilon_L^2 + 2\varepsilon_L\varepsilon_{NL} + \varepsilon_{NL}^2) d\tau \quad (4.31)$$

A simetria devido à seção transversal da barra com respeito a x e z resulta em

$$\int_{\tau} \varepsilon_L \varepsilon_{NL} d\tau = 0 \quad (4.32)$$

O terceiro termo da integral na Equação (4.31) é desprezado por ser de segunda ordem. Portanto, a energia de deformação assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{E}{2} \int_0^L \int_S \left(-x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right) dS dy \\ &= \frac{E}{2} \int_0^L \int_S \left[x^2 \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + 2xz \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} + z^2 \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 \right] dS dy \end{aligned} \quad (4.33)$$

Devido à simetria, novamente, o segundo termo da integral da Equação (4.33) pode ser anulado. Introduzindo os momentos de inércia da seção transversal com relação a x e z como segue:

$$I_x = \int_S z^2 dS \quad (4.34)$$

$$I_z = \int_S x^2 dS \quad (4.35)$$

Então, a expressão da energia de deformação será:

$$U_1 = \frac{E}{2} \int_0^L \left[I_z \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (4.36)$$

Se o eixo está sujeito a uma força axial constante F_0 , existirá uma segunda contribuição da energia de deformação do eixo dada por:

$$U_2 = \int_0^L \frac{F_0}{S} (\varepsilon_L + \varepsilon_{NL}) d\tau \quad (4.37)$$

Mais uma vez devido à simetria transversal do elemento de eixo, o primeiro termo da integral desaparece, e então, usando as Equações (4.27) e (4.28), a segunda parcela da energia de deformação do eixo assumirá a seguinte forma:

$$U_2 = \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (4.438)$$

Somando-se as energias de deformação U_1+U_2 , tem-se a energia de deformação total U_S :

$$U_s = \frac{E}{2} \int_0^L \left[I_z \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (4.39)$$

Substituindo-se os momentos de inércia I_x e I_z por I , para o caso de eixo simétrico, a Equação (4.39) fica:

$$U_s = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (4.40)$$

Através das Equações (4.15) e (4.16), a energia total de deformação assume nova forma como segue:

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\delta u^T \frac{d^2 N_1^T}{dy^2} \frac{d^2 N_1}{dy^2} \delta u + \delta w^T \frac{d^2 N_2^T}{dy^2} \frac{d^2 N_2}{dy^2} \delta w \right] dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\delta u^T \frac{d^2 N_1^T}{dy^2} \frac{d^2 N_1}{dy^2} \delta u + \delta w^T \frac{d^2 N_2^T}{dy^2} \frac{d^2 N_2}{dy^2} \delta w \right] dy \quad (4.41)$$

Integrando-se a Equação (4.41), tem-se:

$$U = \frac{1}{2} \delta u^T [K_1] \delta u + \frac{1}{2} \delta w^T [K_2] \delta w + \frac{1}{2} \delta u^T [K_3] \delta u + \frac{1}{2} \delta w^T [K_4] \delta w \quad (4.42)$$

onde, $[K_1]$ e $[K_2]$ são matrizes de rigidez devido à flexão e $[K_3]$ e $[K_4]$ são as matrizes de rigidez devido ao esforço axial.

Geralmente, considera-se o efeito de cisalhamento a dado pela expressão (4.43). Para tal, gera-se uma matriz K_5 que não será demonstrada aqui. Ao invés disso, o efeito de cisalhamento será incluído na matriz K_C visualizada em (4.46) (Lalanne & Ferraris, 1999).

$$a = \frac{12EI}{GS_R L^2} \quad (4.43)$$

onde, S_R é a área reduzida da seção transversal do eixo, que é aproximada para a área primitiva da seção transversal do mesmo, e G é o módulo de cisalhamento, conforme a seguinte expressão:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (4.44)$$

onde, ν é o coeficiente de Poisson.

Por fim, sabendo-se que a energia potencial pode ser descrita pela energia de deformação, aplicando-se Lagrange na Equação (4.42), tem-se:

$$\frac{\partial U}{\partial \delta} = [[K_C] + [K_F]]\delta \quad (4.45)$$

onde, $[K_C]$ vem de $[K_1]$ e $[K_2]$ da Equação (4.42) e é descrita por:

$$\frac{EI}{(1+a)L^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & (4+a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (2-a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & (2-a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (4+a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

$[K_F]$ vem de $[K_3]$ e $[K_4]$ da Equação (4.42) e é descrita por:

$$\frac{F}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

4.3 Modelagem dos Elementos de Mancal

Os mancais deste trabalho são de rolamento e idênticos. Eles possuem rigidez e amortecimento viscoso de valores constantes tanto para o regime transiente quanto para o estacionário. A Figura 4.4 exemplifica o modelo do mancal.

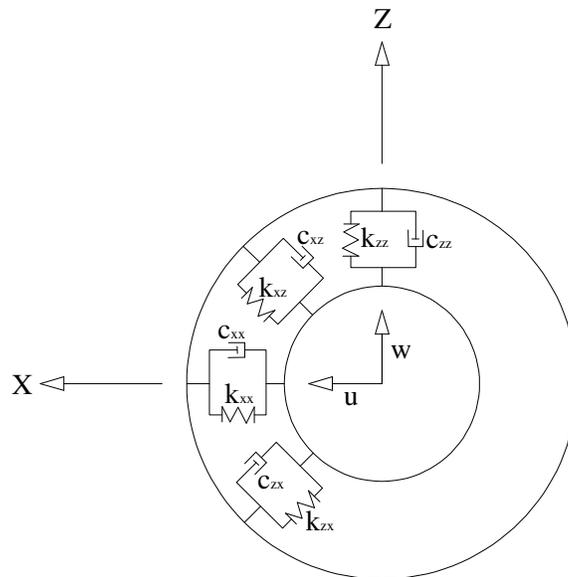


Figura 4.4. Rigidez e amortecimento do mancal.

O trabalho virtual δW das forças atuantes no eixo pode ser escrito como segue (Lalanne & Ferraris, 1999):

$$\begin{aligned}\delta W = & -k_{xx}u\delta u - k_{xz}w\delta u - k_{zz}w\delta w - k_{zx}u\delta w \\ & -c_{xx}\dot{u}\delta u - c_{xz}\dot{w}\delta u - c_{zz}\dot{w}\delta w - c_{zx}\dot{u}\delta w\end{aligned}\quad (4.48)$$

ou ainda,

$$\delta W = F_u\delta u + F_w\delta w \quad (4.49)$$

onde F_u e F_w são as componentes das forças generalizadas. Os momentos de rotação são desprezados, ou seja, $F_\theta = F_\psi = 0$. Na forma matricial, as Equações (4.48) e (4.49) são dadas por:

$$\begin{bmatrix} F_u \\ F_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xz} \\ c_{zx} & c_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Se os mancais são isotrópicos ($k_{xz} = k_{zx}$ e $c_{xz} = c_{zx}$), forças centrífugas devidas ao desbalanceamento fazem o eixo defletir e girar em torno do eixo neutro na velocidade de rotação do eixo Ω , seguindo uma órbita circular. Ou seja, a forma de deflexão do eixo permanece inalterada durante o movimento. Porém, se o rotor está apoiado sobre mancais anisotrópicos ($k_{xz} \neq k_{zx}$ e $c_{xz} \neq c_{zx}$), a órbita de giro é elíptica, fazendo com que as deformações variem proporcionalmente à diferença entre os eixos da elipse. Com isso, a rigidez e o amortecimento dos mancais são assimétricos de caráter anisotrópico (Chen & Lee, 1997).

4.4 Forças de Desbalanceamento

Uma das principais fontes de excitação é o desbalanceamento. O desbalanceamento pode ser causado por massas excêntricas localizadas em diferentes planos e posições angulares do disco. No regime estacionário, com velocidade angular constante Ω , o desbalanceamento é definido como uma massa m_u localizada a uma distância e do centro geométrico do eixo conforme mostra a Figura 3.6 (Lalanne & Ferraris, 1999).

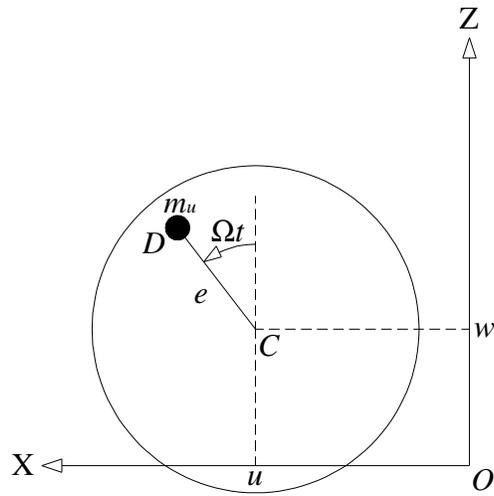


Figura 4.5. Esquema do desbalanceamento do rotor.

Assumindo que a posição da massa desbalanceada no eixo Y seja uma constante qualquer OY , assumida como zero, as coordenadas da massa excêntrica, em relação ao eixo de coordenadas inerciais $R_0(X,Y,Z)$, podem ser escritas na forma vetorial conforme segue:

$$OD = \begin{vmatrix} u + e \operatorname{sen} \Omega t \\ 0 \\ w + e \operatorname{cos} \Omega t \end{vmatrix} \quad (4.51)$$

Derivando a Equação (4.51) tem-se a velocidade da massa excêntrica:

$$V = \frac{d OD}{dt} = \begin{vmatrix} \dot{u} + e \Omega \operatorname{cos} \Omega t \\ 0 \\ \dot{w} + e \Omega \operatorname{sen} \Omega t \end{vmatrix} \quad (4.52)$$

Contudo, a energia cinética da massa de desbalanceamento do disco é:

$$T_u = \frac{m_u}{2} (\dot{u}^2 + \dot{w}^2 + \Omega^2 e^2 + 2\Omega e \dot{u} \operatorname{cos} \Omega t - 2\Omega e \dot{w} \operatorname{sen} \Omega t) \quad (4.53)$$

O termo $m_u \Omega^2 e^2 / 2$ é constante e não tem influência nas equações. A expressão da energia cinética (4.53) pode se aproximada para (Lalanne & Ferrais, 1999):

$$T_u \cong m_u e \Omega (\dot{u} \cos \Omega t - \dot{w} \operatorname{sen} \Omega t) \quad (4.54)$$

E para o regime não-estacionário, onde $\Omega = \dot{\phi}$, a energia cinética passa a ser descrita por:

$$T_u = m_u e \dot{\phi} (\dot{u} \cos \phi - \dot{w} \operatorname{sen} \phi) \quad (4.55)$$

Com a aplicação equação de Lagrange na Equação (4.55), finalmente obtém-se as duas parcelas da força de desbalanceamento F_u e F_w para o regime não-estacionário frequentemente utilizado neste trabalho:

$$F_u = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_u}{\partial \dot{u}} \right) - \left(\frac{\partial T_u}{\partial u} \right) = m_u e (\ddot{\phi} \cos \phi - \dot{\phi}^2 \operatorname{sen} \phi) \quad (4.56)$$

e

$$F_w = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_u}{\partial \dot{w}} \right) - \left(\frac{\partial T_u}{\partial w} \right) = m_u e (-\ddot{\phi} \operatorname{sen} \phi - \dot{\phi}^2 \cos \phi) \quad (4.57)$$

A força de desbalanceamento descreve o regime transiente por ser função da velocidade de rotação e aceleração angular. Geralmente, a velocidade de rotação $\dot{\phi}$ é considerada linearmente ou exponencialmente dependente do tempo. Neste trabalho, adotou-se a velocidade de rotação como uma função linear com o tempo. Partindo-se de uma velocidade angular ω_o , acelera-se o rotor com aceleração angular constante α até certo valor de velocidade acima da primeira crítica do sistema. O ângulo de rotação, a velocidade e a aceleração são expressos pelas seguintes relações:

$$\begin{aligned}
\phi &= \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_o t \\
\dot{\phi} &= \alpha t + \omega_o \\
\ddot{\phi} &= \alpha = cte
\end{aligned}
\tag{4.58}$$

4.5 Equação do Movimento

De acordo com a Figura 4.6, o modelo de elementos finitos discutido possui 2 discos, ambos com massa igual a 4 kg. Elementos de disco estão enumerados por 6 e 11 e podem girar sem restrições nas posições dos nós 4 e 8, respectivamente. O sistema está suportado em três mancais de rolamentos idênticos descritos pelos elementos 1, 3 e 14 situados nos nós 1, 2 e 10, respectivamente. Já os elementos de número 2, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 12 e 13 são todos elementos de eixo com diâmetro de 17×10^{-3} m. O elemento de eixo número 2 possui comprimento de 60×10^{-3} m, e todos os demais, 90×10^{-3} m. Cada um dos nós do modelo possui 4 graus de liberdade, sendo dois de translação e dois de rotação.

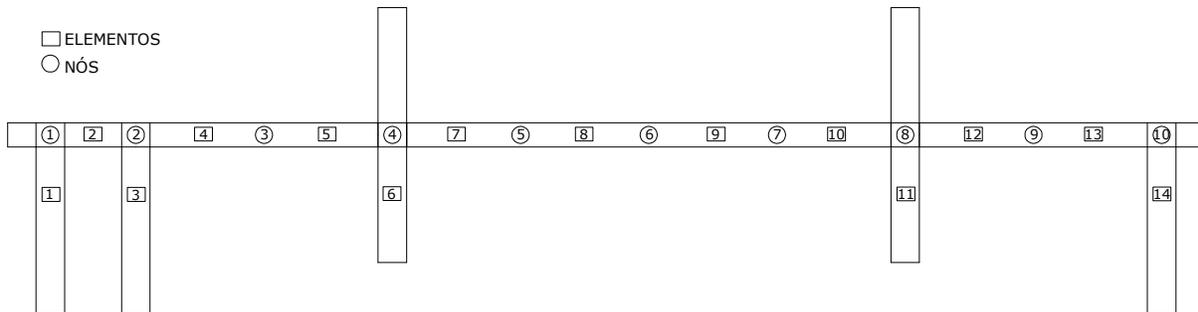


Figura 4.6. Modelo de Elementos Finitos utilizado.

O vetor $\delta(t)$ das coordenadas generalizadas, que contém todos os deslocamentos nodais do modelo discutido na Figura 4.6, é definido por:

$$\begin{aligned}
\delta &= [u_1, w_1, \theta_1, \psi_1, u_2, w_2, \theta_2, \psi_2, u_3, w_3, \theta_3, \psi_3, \dots, u_N, w_N, \theta_N, \psi_N]^T \\
&\text{para } N = 10
\end{aligned}
\tag{4.59}$$

As características individuais de todos os elementos (disco, eixo e mancal) do modelo, incluindo todos os graus de liberdade do sistema, fornecem a equação diferencial geral do movimento transiente, dada por:

$$[M_T]\ddot{\delta}(t) + [C_1 + \dot{\phi}(C_2)]\dot{\delta}(t) + [K_1 + \ddot{\phi}(K_2)]\delta(t) = F(t) \quad (4.60)$$

onde $[M_T] = [M_D] + [M] + [M_S]$ cujas Equações correspondentes são (4.6), (4.23) e (4.24), respectivamente; $[C_1] = [C_B]$ cuja Equação correspondente é a (4.50); $[C_2] = [C_D] + [C_S]$ cujas Equações correspondentes são (4.7) e (4.25), respectivamente; $[K_1] = [K_C] + [K_F] + [K_B]$ cujas Equações correspondentes são (4.46), (4.47) e (4.50), respectivamente, e $[K_2] = [K_{DT}] + [K_{ST}]$ cujas Equações correspondentes são (4.8), (4.26), respectivamente. E por fim, o vetor das forças $F(t)$ corresponde ao desbalanceamento de massa dos discos e ao fenômeno *rubbing* nos respectivos nós de atuação.

Capítulo 5

Resultados Numéricos

A idéia básica deste capítulo é a obtenção de respostas temporais provenientes da modelagem por Elementos Finitos, visando descrever a bancada experimental de testes da melhor maneira possível. Sinais estacionários servirão de entrada para programas desenvolvidos em linguagem *Matlab*[®] que visam aplicar a análise de Multiresolução através da Transformada Wavelet Contínua (CWT) descrita no capítulo 2. Posteriormente, respostas transientes são compactados com o uso da Transformada Wavelet Packet (WPT) e usados para verificar a presença do *rubbing* pela análise da energia contida em bandas específicas de frequências. As equações do movimento são integradas com o uso do integrador de Newmark.

O modelo de elementos finitos referente à Figura 4.6 pode ser mais bem visualizado na Figura 5.1, o qual representa a bancada real de testes que será detalhadamente descrita no capítulo dos resultados experimentais. O sistema é composto por um motor elétrico acoplado a um eixo flexível suportado por três mancais de rolamento idênticos possuindo dois discos também idênticos.

Além dos parâmetros do sistema que foram descritos no capítulo 4, serão também utilizados nas simulações o desbalanceamento de massa dos discos ($U=4\times 10^{-5}$ m), a rigidez ($k_{xx}=3\times 10^8$ N/m, $k_{zz}=2,5\times 10^7$ N/m) e o amortecimento dos mancais ($c_{xx}=7\times 10^4$ Ns/m, $c_{zz}=1\times 10^4$ Ns/m). Tais dados foram obtidos por aproximação entre FRF's medidas experimentalmente e

simuladas numericamente. Para esta bancada, no presente momento, ainda nenhum trabalho foi publicado com relação à obtenção de tais parâmetros.

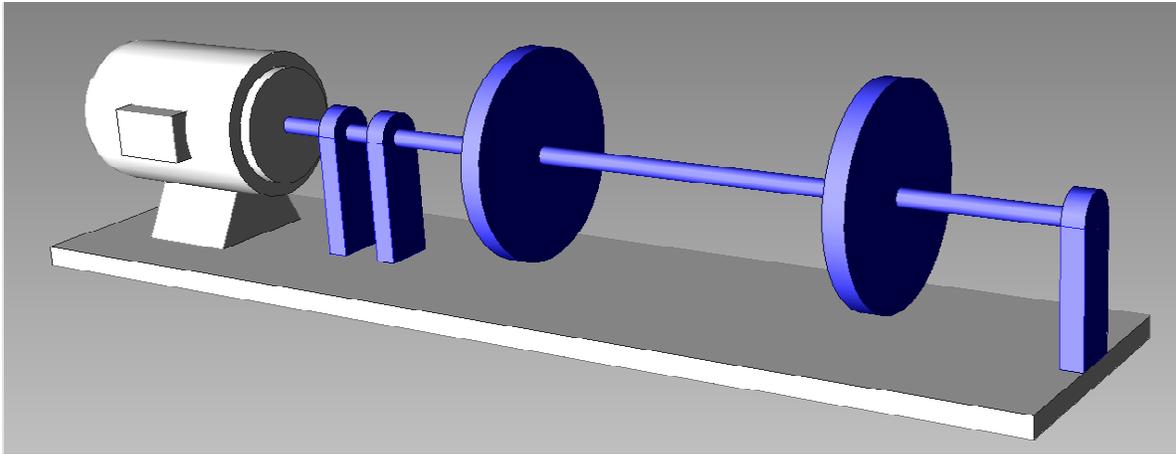
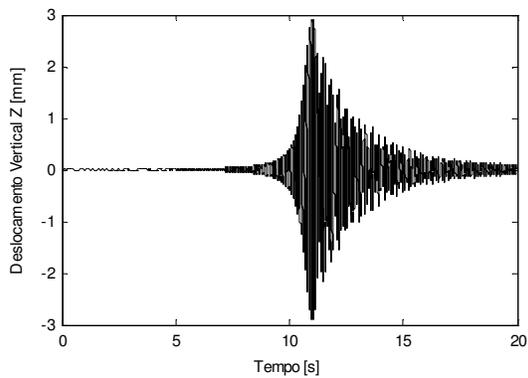
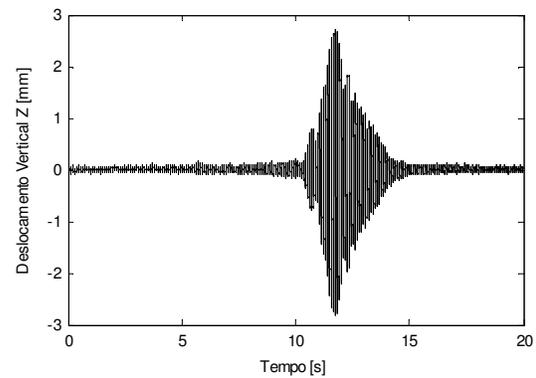


Figura 5.1. Modelo do sistema adotado.

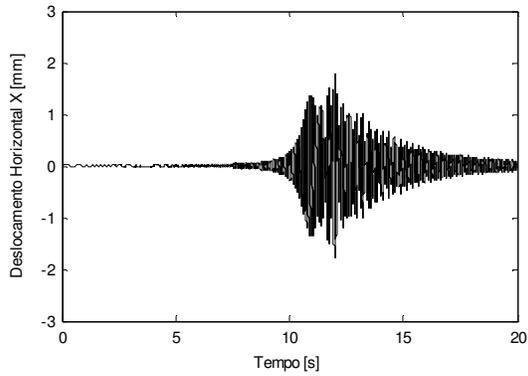
Com o propósito de comparação, as Figuras 5.2 (a) e (c) exibem os sinais simulados numericamente, e as Figuras 5.2 (b) e (d), os sinais reais extraídos da bancada experimental de testes. Ambos os sinais estão ausentes das forças de *rubbing*. As simulações foram feitas na posição do nó 6, eqüidistante em relação aos discos, que pode ser visualizada na Figura 4.6.



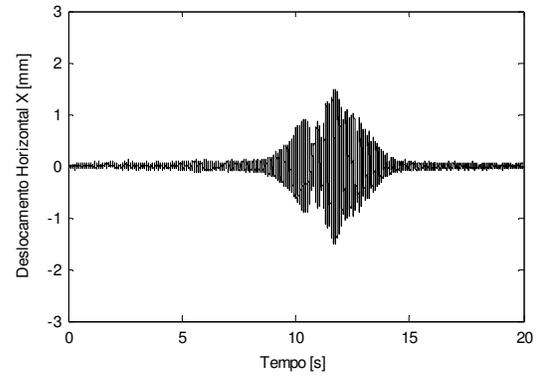
(a) Deslocamento Vertical simulado



(b) Deslocamento vertical real



(c) Deslocamento horizontal simulado



(d) Deslocamento horizontal real

Figura 5.2. Deslocamentos no nó 6, na ausência de *rubbing*. Simulado (a) e (c), Real (b) e (d).

A Figura 5.3 refere-se ao diagrama de Campbell do sistema adotado. Observam-se que as duas primeiras frequências naturais não possuem um único valor onde a rotação seja nula. A primeira frequência natural está, aproximadamente, entre 35 e 36 Hz. Este fato foi observado experimentalmente, e é verificado no diagrama graças às anisotropias impostas aos mancais do modelo analítico.

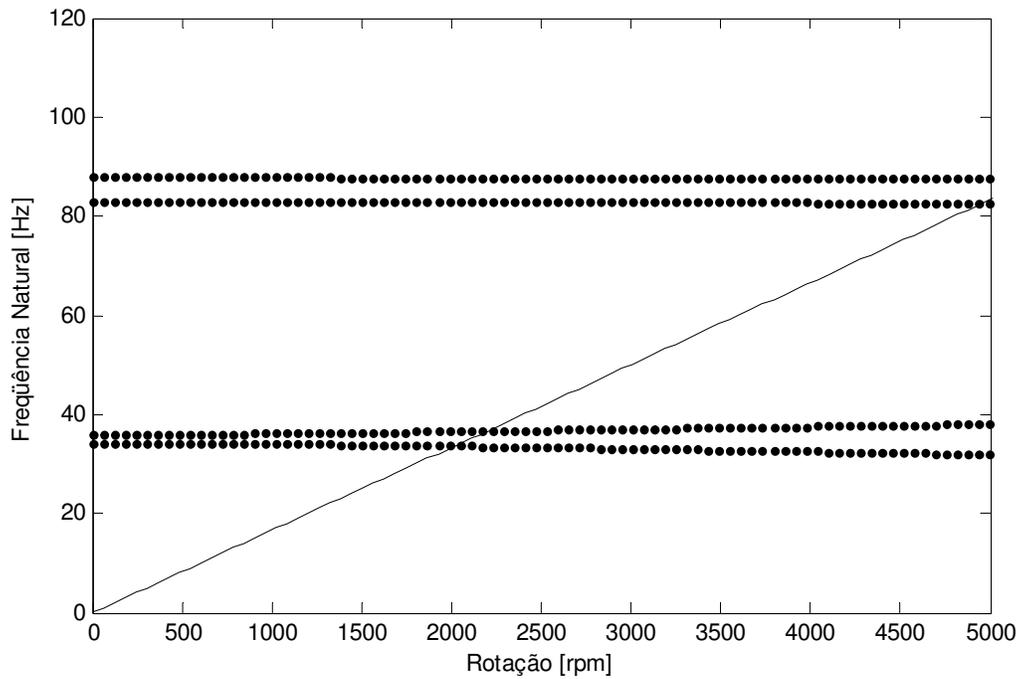


Figura 5.3. Diagrama de Campbell do modelo analítico.

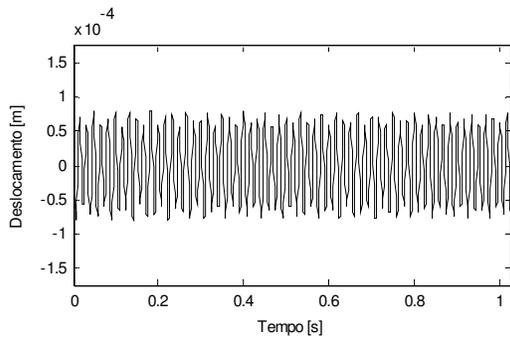
5.1 Aplicação da Transformada Wavelet Contínua

Dentre os parâmetros do sistema que podem ser variados, foram escolhidos para análise da Transformada Wavelet Contínua: a rotação do eixo, a folga Δ entre o eixo e o dispositivo que introduz o *rubbing* e o coeficiente de atrito f . A Tabela 5.1 mostra como tais parâmetros foram manipulados. Em todos os casos foi utilizado o valor de $2,8 \times 10^4$ N/m para a rigidez de contato k_R do dispositivo, valor este que garante a convergência do integrador, e as forças foram introduzidas no nó 6 do modelo de elementos finitos da Figura 4.6, que é o mesmo nó utilizado nos resultados experimentais.

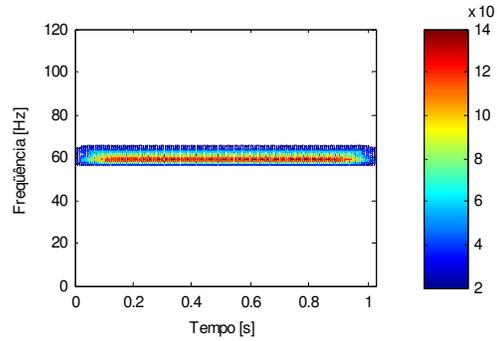
Tabela 5.1. Simulação em rotação constante para análise CWT.

Simulação	Rotação [Hz]	Folga [μm]	Coefficiente de Atrito
cwt_01	60	-	-
cwt_02	60	50	0,2
cwt_03	60	50	0,4
cwt_04	20	10	0,4

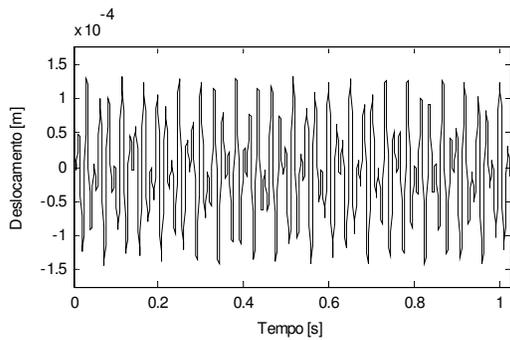
A primeira simulação (cwt_01) não possui valor definido para a folga, bem como para o coeficiente de atrito, pois, nesta simulação optou-se por mostrar um sinal sem a presença das forças de *rubbing* por motivos de comparação com outros sinais de mesma rotação (60 Hz). Optou-se pela utilização da wavelet Morlet Complexa na análise CWT por possuir boa resolução em tempo e em frequência, enquanto que, a wavelet Morlet Real possui resolução boa apenas no domínio do tempo, como estudado no capítulo 2.



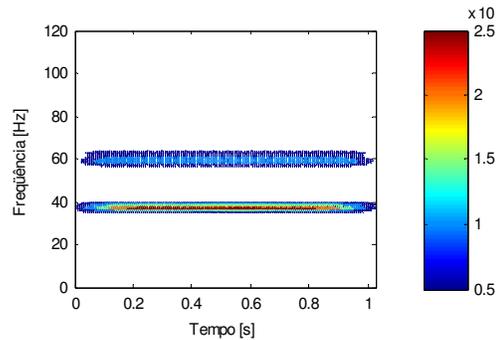
(a) Deslocamento vertical, $\Omega=60\text{Hz}$, sem *rubbing*



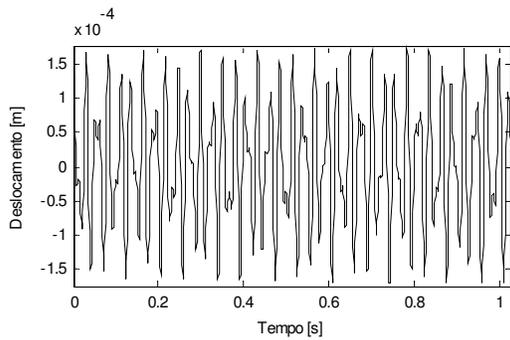
(b) CWT, $\Omega=60\text{Hz}$, sem *rubbing*



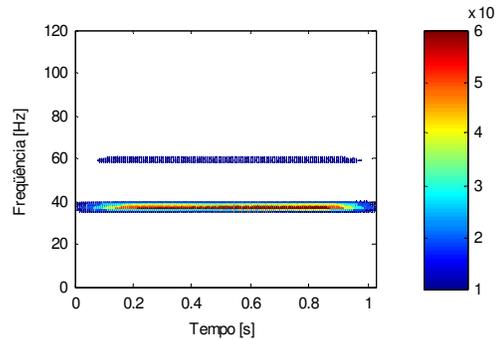
(c) Deslocamento vertical, $\Omega=60\text{Hz}$, $\Delta=50\mu\text{m}$, $f=0,2$



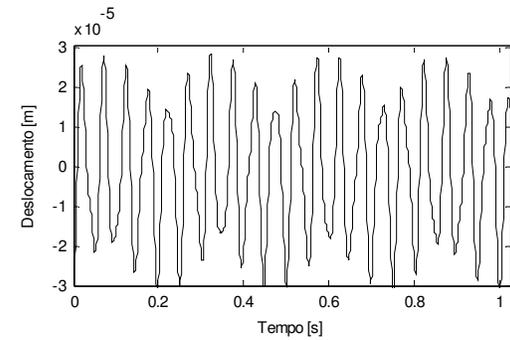
(d) CWT, $\Omega=60\text{Hz}$, $\Delta=50\mu\text{m}$, $f=0,2$



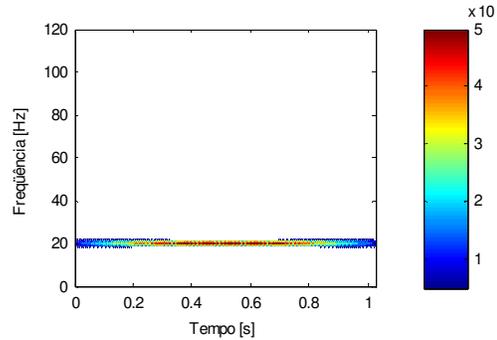
(e) Deslocamento vertical, $\Omega=60\text{Hz}$, $\Delta=50\mu\text{m}$, $f=0,4$



(f) CWT, $\Omega=60\text{Hz}$, $\Delta=50\mu\text{m}$, $f=0,4$



(g) Deslocamento vertical, $\Omega=20\text{Hz}$, $\Delta=10\mu\text{m}$, $f=0,4$



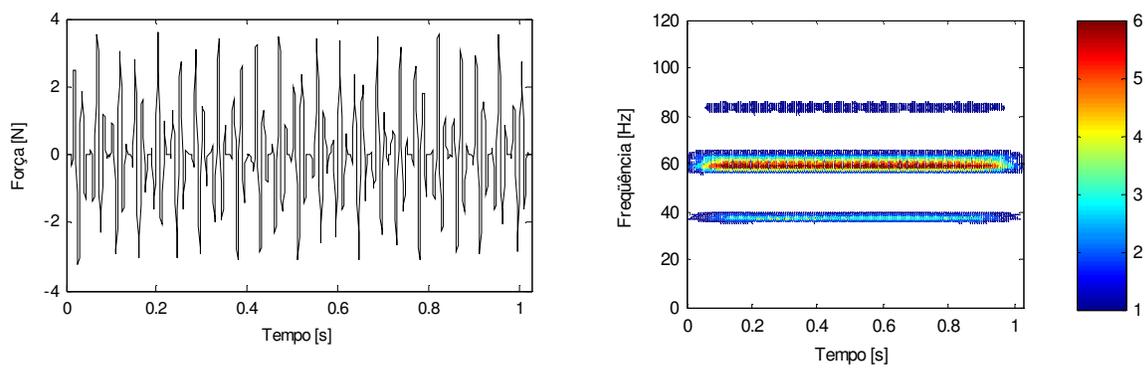
(h) CWT, $\Omega=20\text{Hz}$, $\Delta=10\mu\text{m}$, $f=0,4$

Figura 5.4. Simulações referentes à Tabela 5.1 (nó 6).

Com a aplicação da Transformada Wavelet Contínua no sinal ausente de forças de *rubbing* (Figura 5.4b), verifica-se que a frequência de giro (60 Hz) está predominante em todo instante da simulação. Diante da inserção de tais forças, mas para um coeficiente de atrito relativamente baixo (Figura 5.4d), verifica-se, pelo mapa de cores, que a frequência de giro passa a ser excitada com menos energia, e tem-se também o surgimento da primeira frequência natural do sistema, (aproximadamente em 36 Hz) que aparece de forma predominante na simulação. Na medida em que o coeficiente de atrito é aumentado (Figura 5.4f), a frequência de giro se enfraquece e a primeira natural do sistema passa a ser excitada com mais energia.

A simulação *cwt_04* é feita para uma rotação abaixo da primeira frequência natural do sistema. Com a aplicação da Transformada Wavelet contínua para esta última simulação, mesmo para uma folga relativamente apertada ($\Delta=10\mu\text{m}$), e um valor elevado do coeficiente de atrito ($f=0,4$), as forças de *rubbing* não foram capazes de excitar a primeira natural do sistema, como ocorreu para as duas primeiras simulações também na presença de tais forças.

Com o fim de visualização e esclarecimento, é mostrado na Figura 5.5, a componente vertical das forças de *rubbing* em (a) e a CWT desta mesma componente em (b), referente a simulação *cwt_02*.



(a) Componente vertical da força de *rubbing*

(b) CWT da força

Figura 5.5. Visualização da força de *rubbing* para a simulação *cwt_02*.

Realizando-se uma análise na Figura 5.5 (a), verifica-se que a força de *rubbing* possui valores nulos em alguns intervalos de tempo, os quais caracterizam a ausência do contato nos referidos intervalos. Pode-se dizer então, que este tipo de contato se dá de forma intermitente. Por outro lado, ao se analisar a Figura 5.5 (b), verifica-se que, além da frequência de giro ($\Omega=60\text{Hz}$) e da primeira natural do sistema (aproximadamente 36 Hz), a CWT da força também revelou o surgimento de uma terceira componente (aproximadamente 85 Hz), que, de acordo com o diagrama de Campbell, é a segunda frequência natural do sistema.

5.2 Aplicação da Transformada Wavelet Packet

Um segundo objetivo deste capítulo é mostrar a maneira na qual a Transformada Wavelet Packet pode ser utilizada como ferramenta de detecção do *rubbing* em máquinas rotativas. Para a realização desta tarefa, usam-se sinais que simulam a partida do repouso, o sistema acelera constantemente ($\alpha = 20 \text{ rad/s}^2$), durante 20 segundos até a velocidade de 400 rad/s de acordo com a Equação (3.8).

De acordo com a árvore de decomposição da Transformada Wavelet Packet exemplificada pela Figura 2.10, todas as simulações de sinais transientes desta seção serão dadas de maneira análoga. A Figura 5.6 exhibe a decomposição, de um sinal simulado arbitrário, até o nível 3 da WPT com 8 bandas específicas de frequências. O sinal original foi gerado com 50000 pontos a uma taxa de amostragem de 2500 Hz. Para estes valores, o sinal original será analisado até 1250 Hz. Com a realização da primeira decomposição, será gerado uma aproximação e um detalhe do sinal original, ambos com 25000 pontos. Esta única aproximação do nível 1 será uma banda de frequência analisada entre os limites de 0 e 625 Hz, e o respectivo detalhe, entre 625 e 1250 Hz. Com a realização de novas decomposições, novas aproximações e novos detalhes serão gerados de maneira que os números de amostras e bandas de frequências sejam sempre reduzidos pela metade.

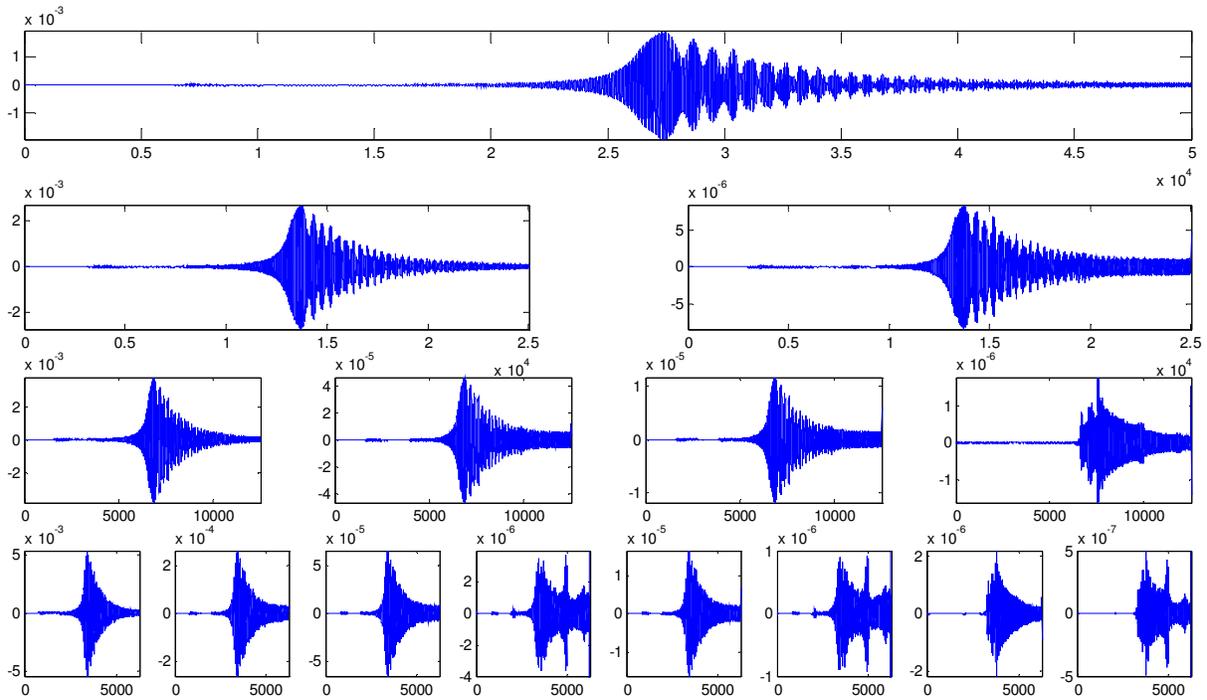


Figura 5.6. Árvore de decomposição da Transformada Wavelet Packet de um sinal arbitrário simulado numericamente.

A Tabela 5.2 exibe os sinais transientes simulados numericamente que serão usados na análise da Transformada Wavelet Packet. Para a realização desta análise, escolheu-se a folga Δ entre o eixo e o dispositivo que introduz as forças de *rubbing*, e o coeficiente de atrito f que simula a superfície de contato do material do dispositivo. Tais parâmetros foram escolhidos, pois, são os mesmos que podem ser modificados na bancada real de testes. Em todos os casos foi utilizado o valor de 1×10^5 N/m para a rigidez de contato k_R do dispositivo.

Tabela 5.2. Simulação transiente para análise WPT.

Simulação	Coefficiente de Atrito	Folga [mm]
wpt_01	0,4	1,0
wpt_02	0,2	
wpt_03	0,4	2,0
wpt_04	0,2	

As Figuras de 5.7 à 5.10, para os itens (b) e (c), exibem a análise da Transformada Wavelet Packet do deslocamento radial do eixo na posição onde as forças de *rubbing* foram introduzidas (nó 6 do modelo de elementos finitos mostrado na Figura 4.6). As wavelets Daubechies de ordem 2 e 10 foram usadas como wavelets mães, nos itens (b) e (c), respectivamente. A decomposição da WPT foi realizada até o nível 7. Neste nível, há 128 bandas específicas de frequências, cada uma com aproximadamente 9,8 Hz e 390 amostras. As simulações originais possuem frequência de amostragem de 2500 Hz com um total de 50000 amostras.

Optou-se por mostrar até o *packet* 20, pois, além de ser uma frequência relativamente elevada (aproximadamente 195 Hz) para análise do sistema em questão, também se verificou que praticamente toda a energia estava contida nas bandas de frequências abaixo deste valor. O primeiro *packet* de cada simulação não possui variações significantes. Com o intuito de mostrar as variações dos outros *packets*, as figuras estão em uma escala adequada para visualização dos *packets* superiores, considerando que o *packet* de número 1 contém uma porção de energia muito elevada. Todas as linhas de cor azul se referem às simulações ausentes de forças de *rubbing*, enquanto que, as vermelhas se referem às simulações da Tabela 5.2.

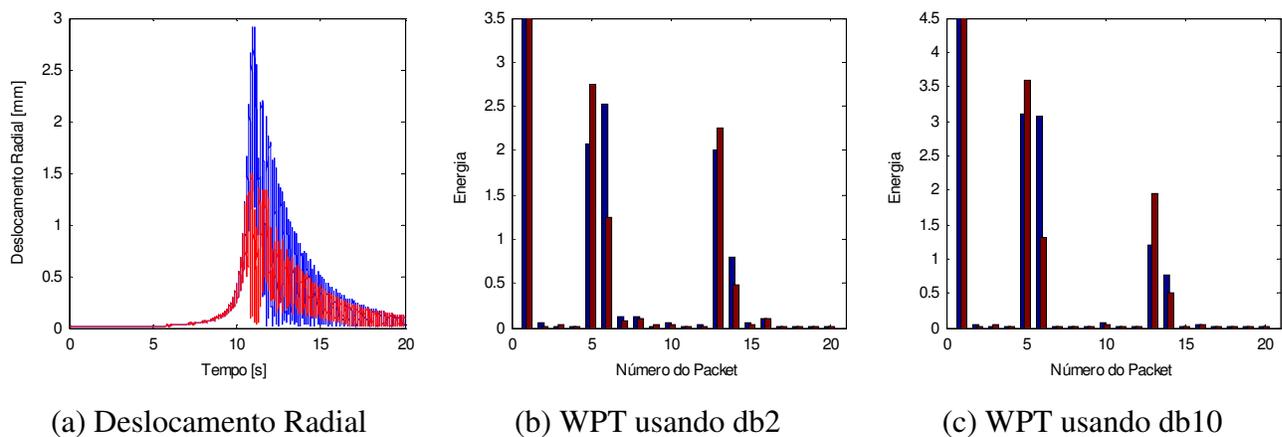


Figura 5.7. Indicativos de falha por *rubbing* da simulação wpt_01: $f=0,4$ e $\Delta=1,0$ mm.

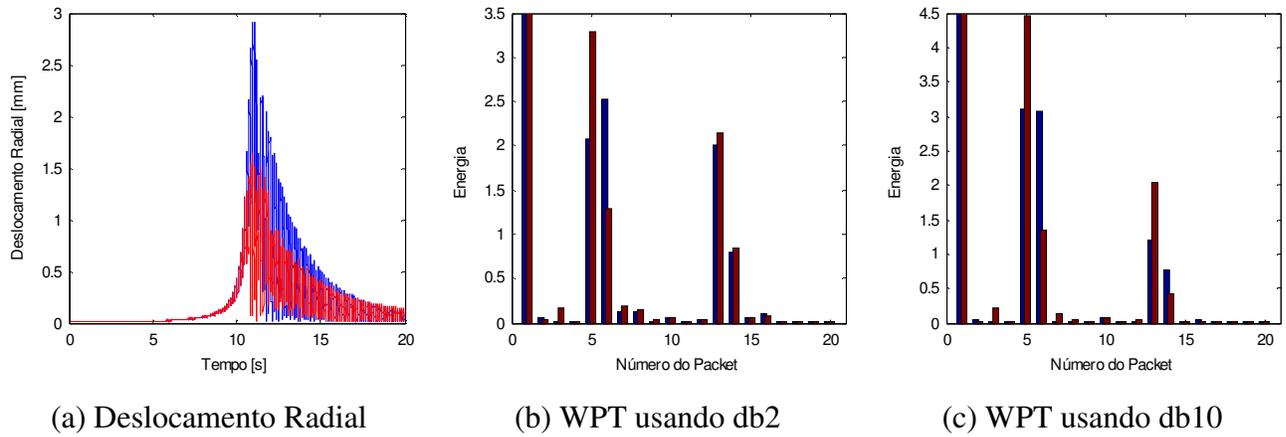


Figura 5.8. Indicativos de falha por *rubbing* da simulação wpt_02: $f=0,2$ e $\Delta=1,0$ mm.

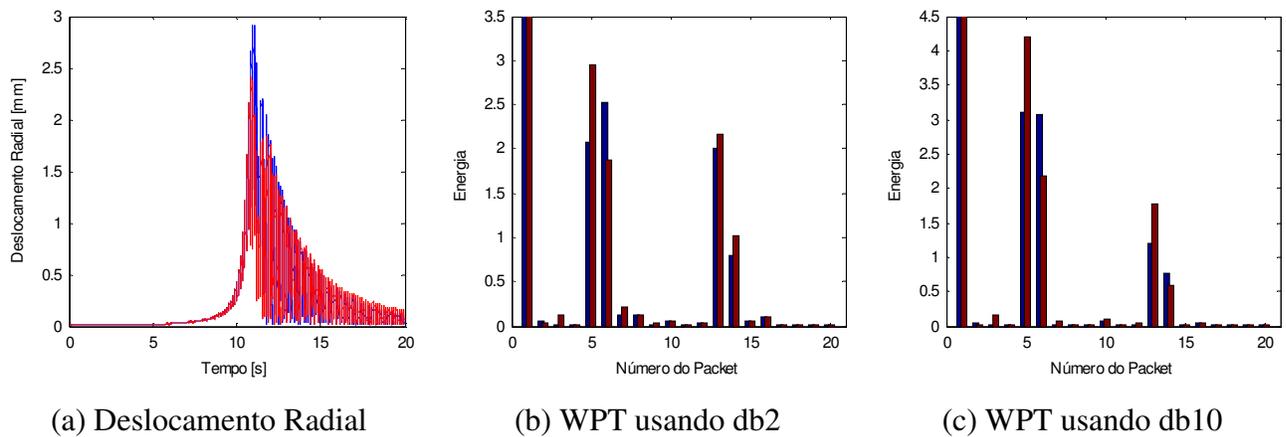


Figura 5.9. Indicativos de falha por *rubbing* da simulação wpt_03: $f=0,4$ e $\Delta=2,0$ mm.

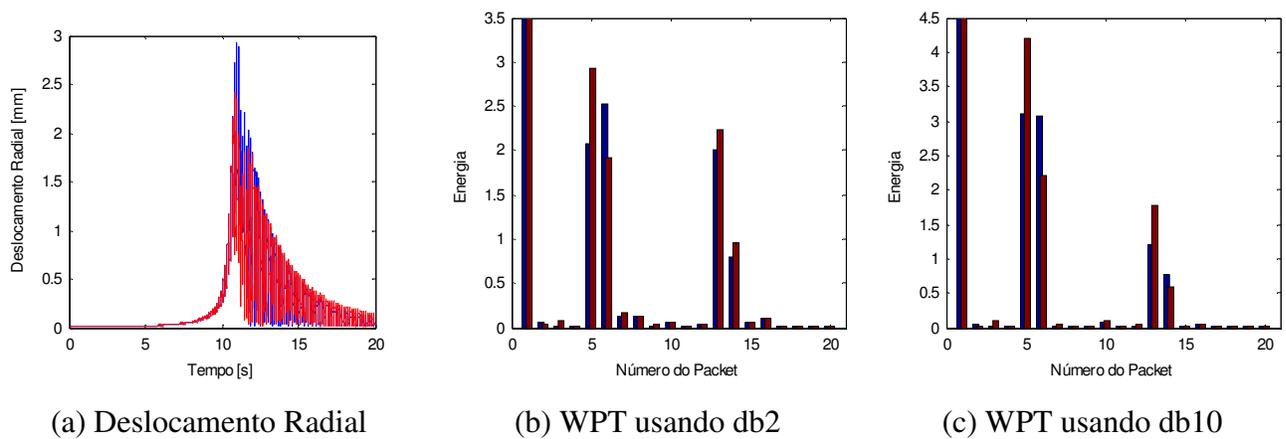


Figura 5.10. Indicativos de falha por *rubbing* da simulação wpt_04: $f=0,2$ e $\Delta=2,0$ mm.

Analisando-se o deslocamento radial de cada Figura, de 5.7 à 5.10, conclui-se que o coeficiente de atrito f do dispositivo de *rubbing* não tem influência visual significativa na faixa estudada. A modificação mais significativa se dá para a variação da folga Δ , já que, para folgas mais apertadas, os resultados mostram certa restrição e defasagem no deslocamento, quando comparado com a simulação na ausência das forças de *rubbing* (em azul). Verifica-se também que os deslocamentos vão muito além das folgas, mesmo para valores diferentes do coeficiente de atrito. Tal fato está relacionado com a não convergência do integrador para valores acima do utilizado na rigidez de contato do dispositivo.

Analisando-se as WPT's das Figuras de 5.7 à 5.10, verifica-se que as análises através da Transformada Wavelet Packet, usando a wavelet Daubechies de ordem 2 e 10, foram capazes de detectar uma variação no sistema diante da presença das forças de *rubbing*. Realizando-se uma análise mais detalhada, para as wavelets db2 e db10, ao se diminuir o coeficiente de atrito para folga de 1 mm (Figuras 5.7 e 5.8), nota-se apenas um aumento de energia no *packet* 5. Uma outra conclusão que pode ser feita em particular para a db2, é o fato de que, quando se aumenta a folga, o *packet* 14 aumenta sua energia, modificando o padrão da db10. E por fim, para folgas maiores, a técnica detecta o defeito, mas mostra que as energias dos sinais não sofrem grandes variações ao se modificar o coeficiente de atrito (Figuras 5.9 e 5.10).

Simulações das forças de *rubbing* e análise dos deslocamentos foram realizadas na posição de um dos discos (nó 8 da Figura 4.6). Para as mesmas simulações, também foram analisados os deslocamentos do mancal do nó 10, diante da influência das forças que agiam no disco. Contudo, optou-se por não mostrar tais resultados, pois, as variações de energia nos packets apresentaram características similares aos resultados aqui mostrados.

Capítulo 6

Resultados Experimentais

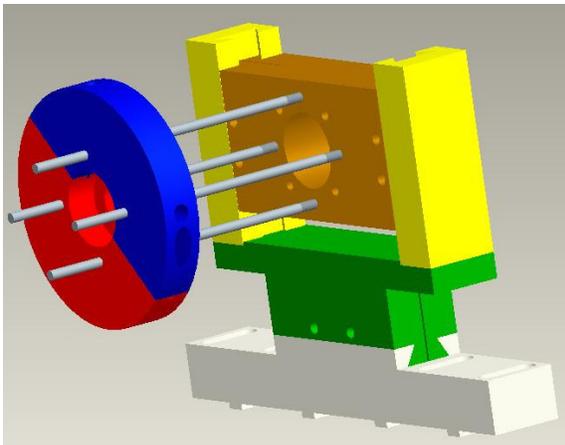
Neste capítulo, com a utilização de sinais experimentais provenientes de uma bancada real de testes, para sinais estacionários, visa-se aplicar a análise de Multiresolução através da Transformada Wavelet Contínua (CWT) descrita no capítulo 2. Posteriormente, sinais transientes são compactados com o uso da Transformada Wavelet Packet (WPT) e usados para verificar a presença do *rubbing* pela análise da energia contida em bandas específicas de frequências, assim como se fez no capítulo das simulações.

A bancada experimental pode ser observada na Figura 6.1. Um acoplamento flexível é usado para conectar o eixo e o motor elétrico WEG de corrente alternada, trifásico, 3 CV. A bancada possui características de estrutura simples de multi-rotor, podendo variar a rotação na faixa de 0 a 60 Hz, sendo estável e confiável na ausência de falhas.

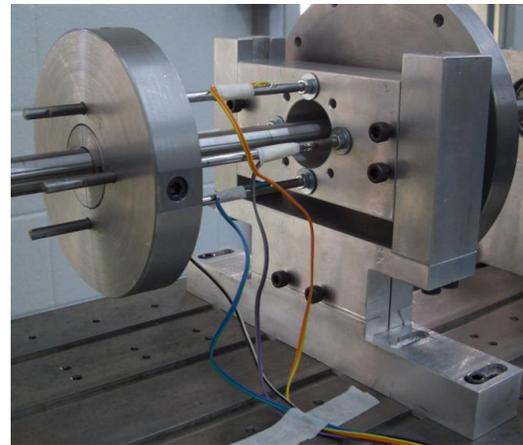


Figura 6.1. Bancada experimental de testes.

Com o intuito de introduzir as forças de *rubbing* da melhor forma possível, projetou-se o dispositivo da Figura 6.2 para a realização desta função. O dispositivo possui 4 barras com 5 mm de diâmetro e 150 mm de comprimento livre, que permite variar a rigidez do contato. É possível também, para determinadas configurações do dispositivo, obter-se uma boa aproximação dos valores das forças de *rubbing*, principalmente no caso do uso das hastes mais curtas, o que implica em frequências naturais do dispositivo mais altas. Por exemplo, ao se posicionar a massa do dispositivo a uma distância de 81 mm em relação à base, a frequência natural do dispositivo estará aproximadamente em 90 Hz, como pode ser observado na Figura 6.3 (a). Entretanto, para o uso de hastes longas, a medição da força fica comprometida, pois, têm-se frequências naturais do dispositivo próximas à primeira natural do sistema, como é o caso da Figura 6.3 (b), onde a frequência natural do dispositivo está aproximadamente em 40 Hz, para um posicionamento da massa do dispositivo a 118 mm em relação à base. Ressalta-se então, que as forças são mensuradas apenas para caráter qualitativo, já que, toda a análise das técnicas é feita apenas para os sinais de deslocamento.



(a) Projeto



(b) Real

Figura 6.2. Dispositivo utilizado para introduzir as forças de *rubbing*.

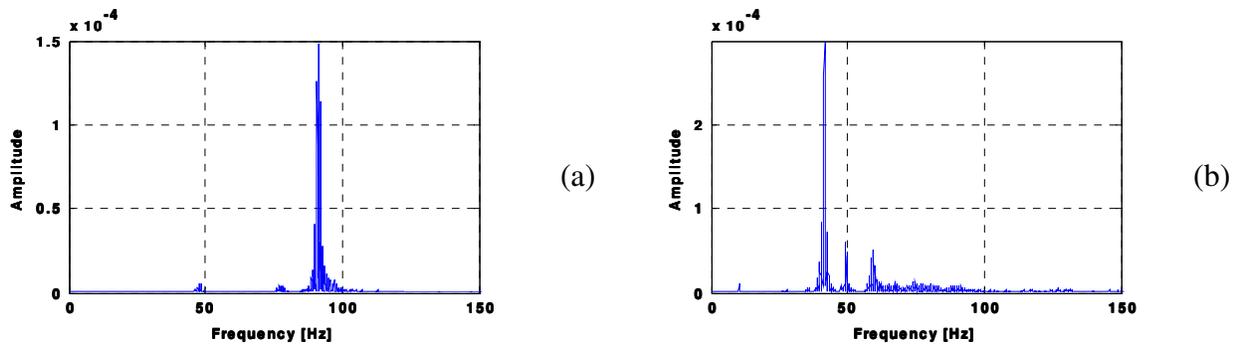


Figura 6.3. Espectro do dispositivo com as hastes em 81 mm da base em (a) e 118 mm (b).

Em cada uma das barras, um extensômetro uniaxial Kyowa KFC-1-C1-11 está colado longitudinalmente para verificar experimentalmente o momento em que o contato se dá. Os sinais de deslocamento são adquiridos com o auxílio de sensores de proximidade *eddy-current* Pepperl+Fuchs localizados próximo ao dispositivo físico que introduz o fenômeno de *rubbing*, conforme a Figura 6.4b. A velocidade do rotor é variada na faixa de 0 a 60 Hz por um inversor de frequência programável do tipo Newtronic FUJI FVR 040E7S-2EX, e um tacômetro, posicionado na extremidade oposta ao motor, verifica a velocidade real do sistema. Os dados experimentais são amplificados, de acordo com a necessidade, enviados para uma placa de aquisição National de 16 bits, 16 canais, frequência de amostragem de 1250 kHz, e gravados em computador.

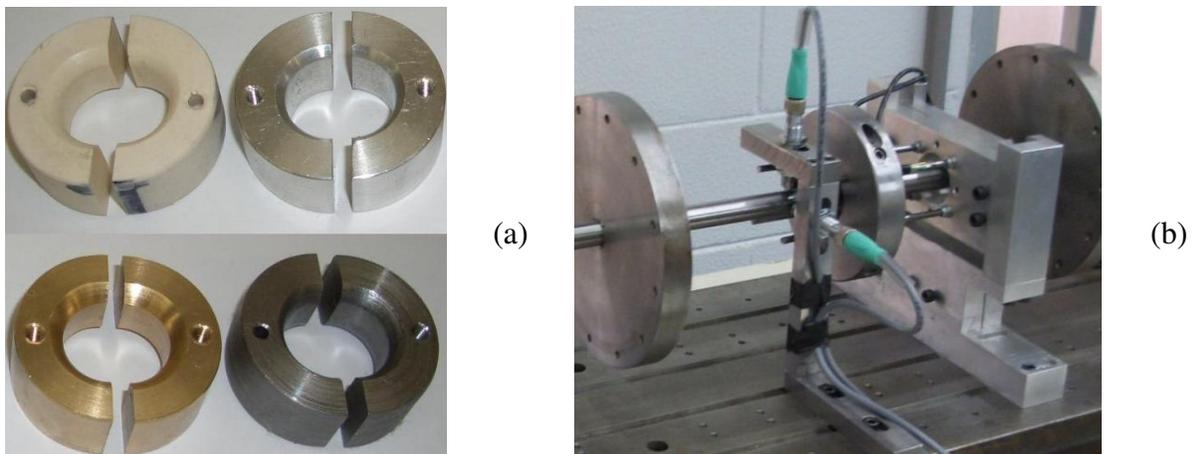


Figura 6.4. Material de contato em (a) e o sensor tipo *eddy-current* em detalhe em (b).

Entre as condições de trabalho estudadas, estão incluídas: a folga radial entre o eixo e o dispositivo de *rubbing*, o material que sofre a fricção (Figura 6.4a), a rigidez de contato entre o eixo e o dispositivo, a posição ao longo de eixo onde a força de *rubbing* é aplicada e a aceleração do sistema. Diante do elevado número parâmetros que se pode variar, adotou-se como invariável a posição onde a força é aplicada (referente ao nó 6 da Figura 4.6 do modelo de elementos finitos) para todos os experimentos, e a aceleração do sistema ($\alpha = 20 \text{ rad/s}^2$) para os experimentos analisados pela Transformada Wavelet Packet.

6.1 Aplicação da Transformada Wavelet Contínua

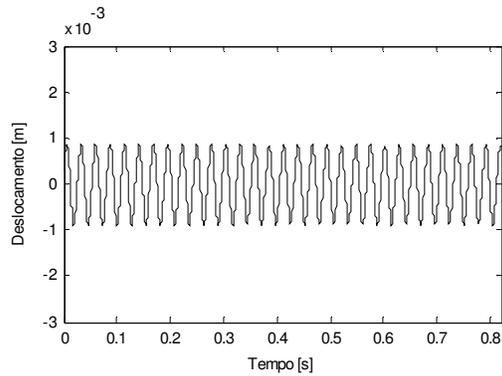
De maneira análoga à apresentada na seção 5.1 do capítulo das simulações, a análise através da Transformada Wavelet Contínua, agora, é feita para sinais experimentais provenientes da bancada experimental de testes visualizada na Figura 6.1. Os parâmetros experimentais da Tabela 6.2 são os mesmos que os das simulações, com exceção do material de contato que tem como finalidade substituir o coeficiente de atrito da Tabela 5.1.

Tabela 6.1. Experimentos em rotação constante para análise CWT.

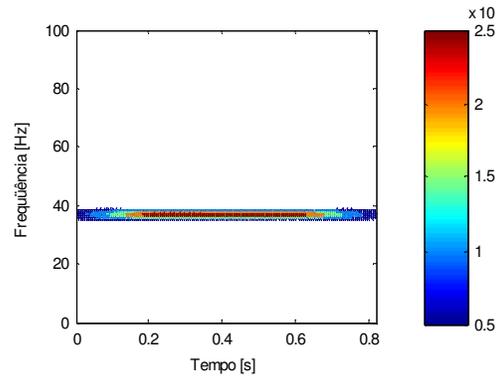
Experimento	Rotação [Hz]	Folga [mm]	Material de Contato
cwt_01	37	-	-
cwt_02	37	1,0	Alumínio
cwt_03	34	0,5	PVC

Durante o processo de *rubbing* para velocidades constantes, este fenômeno de carregamento leve resultará em desgaste com efeitos térmicos que mudarão o coeficiente de atrito, aumentando o desbalanceamento do rotor (Chu & Lu, 2005). A dificuldade de manter o sistema em rotação constante na presença das forças de *rubbing* levou a apresentação de apenas dois sinais experimentais sob tais forças (cwt_02 e cwt_03) para a aplicação da técnica de análise CWT.

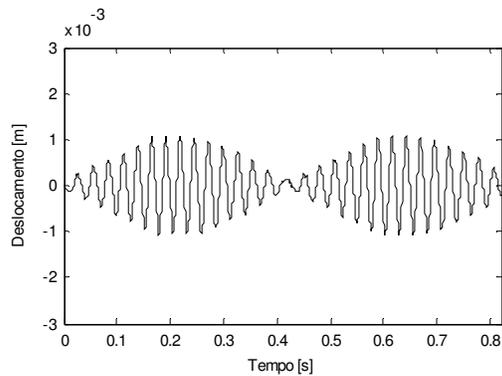
O primeiro experimento (cwt_01) está ausente das forças de *rubbing*. Optou-se pela utilização da wavelet Morlet Complexa na análise CWT por possuir boa resolução em tempo e em frequência, enquanto que, a wavelet Morlet Real mostrou uma resolução empobrecida, como estudado no capítulo 2.



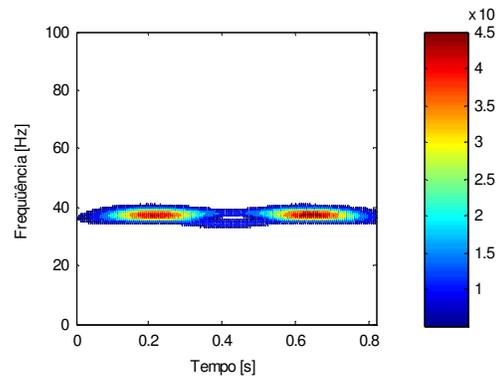
(a) Deslocamento vertical - experimento cwt_01



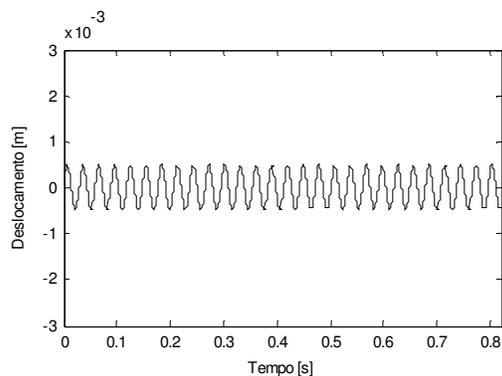
(b) CWT do experimento cwt_01



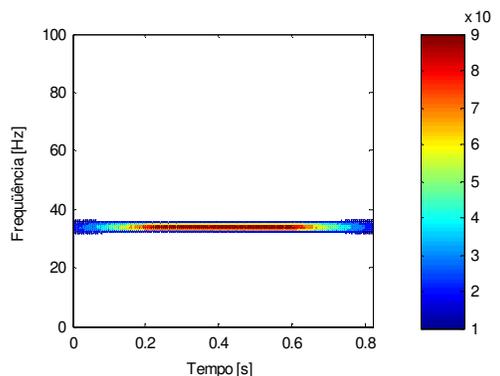
(c) Deslocamento vertical - experimento cwt_02



(d) CWT do experimento cwt_02



(e) Deslocamento vertical - experimento cwt_03



(f) CWT do experimento cwt_03

Figura 6.5. Experimentos referentes à Tabela 6.1.

Com a aplicação da Transformada Wavelet Contínua no sinal ausente de forças de *rubbing* (Figura 6.5b), verifica-se que a frequência de giro (37 Hz) está predominante em todo instante do experimento, da mesma forma como ocorreu para a simulação (Figura 5.4b). Nota-se também que, para o experimento realizado em rotação abaixo da primeira frequência natural do sistema (Figura 6.5f), as forças de *rubbing* não foram capazes de excitar a primeira natural do sistema, assim como na simulação (Figura 5.4h).

Deve-se esclarecer o fato de que, para simulações, existe uma maior facilidade para se ajustar a folga entre o eixo e o dispositivo que introduz as forças de *rubbing*, podendo-se citar, a folga de 10 μm da simulação *cwt_04* como exemplo. Contudo, a introdução de folgas muito apertadas nos experimentos mostrou ser uma tarefa complicada. Diante da inviabilidade de introdução de folgas apertadas nos experimentos, verificou-se que, para folgas maiores, as forças *rubbing* só ocorriam em rotações (34 e 37 Hz) próximas da primeira natural do sistema. Ainda assim, na região central da Figura 6.5d, por volta de 0,4 segundos, nota-se uma divisão da frequência. Dessa forma, de acordo com as simulações, esta região onde a primeira frequência natural do sistema está sendo excitada, o fenômeno *rubbing* se dá de forma mais agravante.

6.2 Aplicação da Transformada Wavelet Packet

Na tentativa de se evitar falhas secundárias devido ao *rubbing*, ao manter-se o sistema em velocidades próximas às críticas, toda a análise através da Transformada Wavelet Packet foi feita em aceleração constante ($\alpha = 20 \text{ rad/s}^2$) partindo do repouso até a velocidade de 400 rad/s em 20 segundos. Dessa forma, com o comportamento não-estacionário do sistema, as forças de *rubbing* serão aplicadas apenas quando o sistema passar pela primeira crítica, em um curto período de tempo.

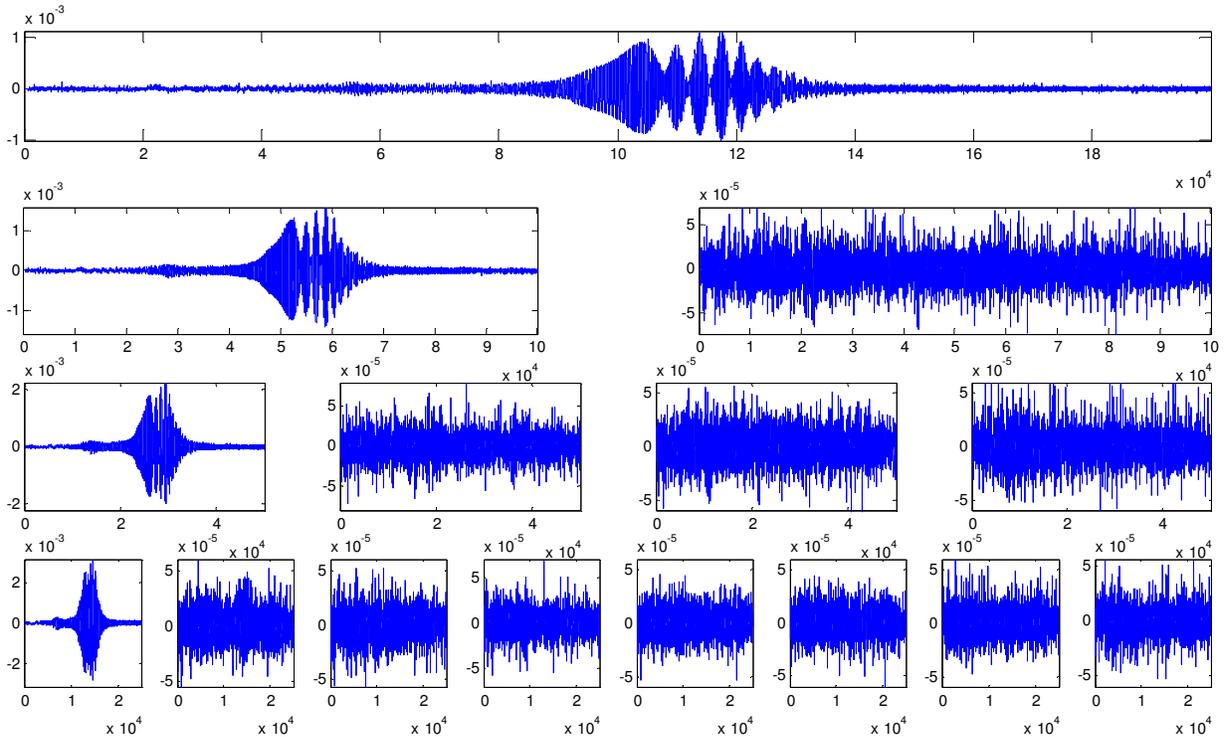


Figura 6.6. Árvore de decomposição da WPT de um sinal experimental arbitrário.

A teoria da Transformada Wavelet Packet foi mostrada no capítulo 2 e já utilizada no capítulo das simulações. Novamente, mas agora para casos reais oriundos da bancada experimental de testes, a técnica será aplicada conforme mostra a Figura 6.6. Tal Figura exhibe a decomposição, de um sinal experimental arbitrário, até o nível 3 da WPT com 8 bandas específicas de frequências. A aquisição deste sinal foi feita a uma frequência de amostragem de 10000 Hz com um total de 200000 pontos. Para estes valores, o sinal original será analisado até 5000 Hz. Com a realização da primeira decomposição, serão gerados uma aproximação e um detalhe do sinal original, ambos com 100000 pontos. Esta única aproximação do nível 1 será uma banda de frequência analisada entre os limites de 0 e 2500 Hz, e o respectivo detalhe, entre 2500 e 5000 Hz. Com a realização de novas decomposições, novas aproximações e novos detalhes serão gerados de maneira que os números de amostras e bandas de frequências sejam sempre reduzidos pela metade. Todos os sinais experimentais desta seção possuem características similares.

A Tabela 6.2 exibe a maneira com que os parâmetros experimentais foram manipulados para, posteriormente, serem analisados pela Transformada Wavelet Packet. Para a realização desta análise, escolheu-se a folga Δ entre o eixo e o dispositivo que introduz as forças de *rubbing*, e o material de contato que simula o coeficiente de atrito. Tais parâmetros foram escolhidos, pois, foram os mesmos utilizados no capítulo das simulações. A rigidez de contato está diretamente relacionada com a distância entre a massa (peça de cor azul e vermelha da Figura 6.2 (a)) e a base do dispositivo de *rubbing*. Para todos os experimentos da Tabela 6.2, a massa está posicionada a uma distância de 81 mm da base do dispositivo. Tal valor foi escolhido, pois, é a menor distância (maior rigidez de contato) que a massa pode ser posicionada ao longo das barras sem danificar os extensômetros.

Tabela 6.2. Sinais experimentais com a massa do dispositivo posicionada a 81 mm da base.

Experimento	Material de Contato	Folga [mm]
wpt_01	Aço	1,0
wpt_02	Alumínio	
wpt_03	PVC	
wpt_04	Aço	2,0
wpt_05	Alumínio	
wpt_06	PVC	

Os resultados mostrados pelas Figuras de 6.7 à 6.12, referentes aos itens (b) e (c), exibem a análise da Transformada Wavelet Packet do deslocamento radial do eixo na posição onde as forças de *rubbing* foram introduzidas (nó 6 do modelo de elementos finitos mostrado na Figura 4.6). As wavelets Daubechies de ordem 2 e 10 foram usadas como wavelets mães, nos itens (b) e (c), respectivamente. A decomposição da WPT foi realizada até o nível 9. Neste nível, há 512 bandas específicas de frequências, cada uma com aproximadamente 9,8 Hz e 390 amostras. As simulações originais possuem frequência de amostragem de 10000 Hz com um total de 200000 amostras.

Optou-se por mostrar até o *packet* 20, pois, além de ser uma frequência relativamente elevada (aproximadamente 195 Hz) para análise do sistema em questão, também se verificou que praticamente toda a energia estava contida nas bandas de frequências abaixo deste valor. O primeiro *packet* de cada simulação não possuiu variações significantes. Com o intuito de mostrar as variações dos outros *packets*, as figuras estão em uma escala adequada para visualização dos *packets* superiores, considerando que o *packet* de número 1 contém uma porção de energia muito elevada. Todas as linhas de cor azul se referem aos experimentos ausentes de forças de *rubbing*, enquanto que, as vermelhas se referem às simulações da Tabela 6.2.

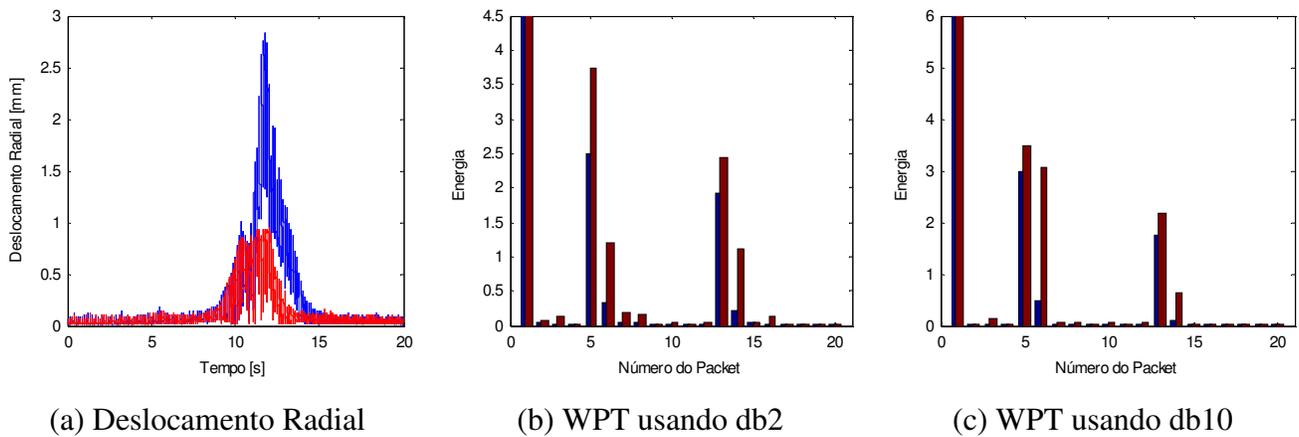


Figura 6.7. Indicativos de falha por *rubbing* do experimento wpt_01.

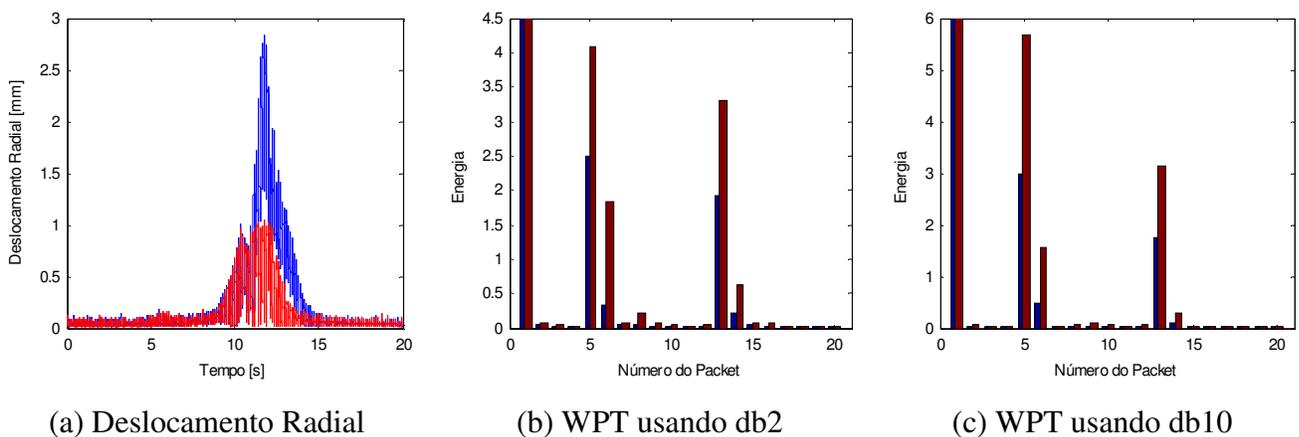


Figura 6.8. Indicativos de falha por *rubbing* do experimento wpt_02.

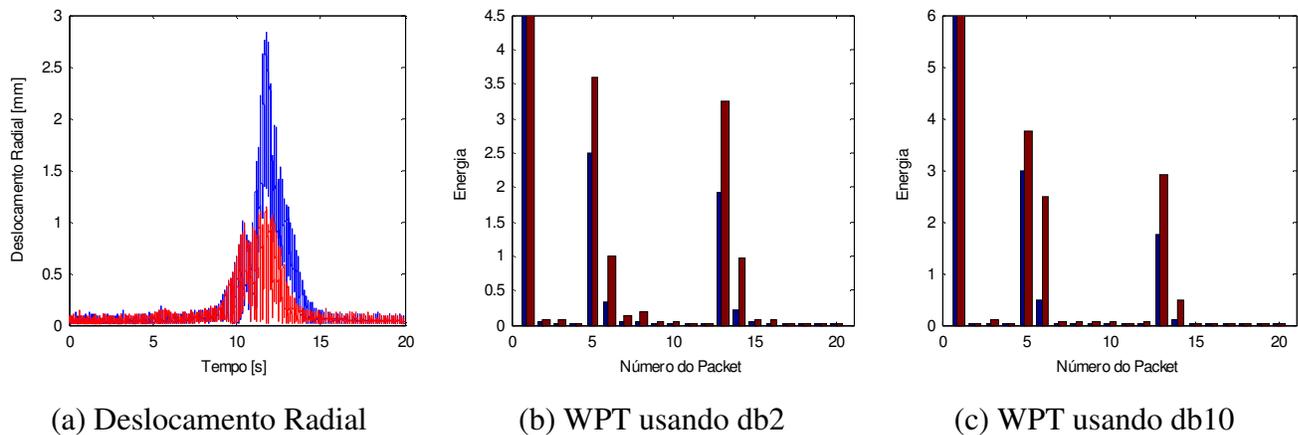


Figura 6.9. Indicativos de falha por *rubbing* do experimento wpt_03.

As Figuras de 6.7 a 6.9 possuem como folga o valor de 1 mm. Analisando-se o deslocamento radial destas três Figuras, observa-se que para cada tipo de material de contato utilizado, o deslocamento radial demonstra uma configuração particular semelhante entre uma e as outras, diferindo apenas acerca da defasagem em relação ao sinal ausente das forças de *rubbing*. Tal defasagem relativa entre os sinais se mostra mais evidente na Figura 6.7a referente ao Aço, sendo menor para o Alumínio e menor ainda para o PVC. Bartha (2000) comenta que se a velocidade tangencial do rotor em algum ponto diminuir, o rotor realizará um contato contínuo com o estator e o giro retrógrado (*backward whirl*) ocorrerá. E de fato, a presença do movimento retrógrado é verificada, mais adiante, pela análise das órbitas. Conclui-se então que, para a folga radial de 1 mm, as forças de *rubbing* são mais intensas e agravantes para Aço, seguido do Alumínio e PVC, respectivamente.

Analisando-se os itens (b) e (c) das Figuras de 6.7 a 6.9, verifica-se que, assim como para as simulações, as análises através da Transformada Wavelet Packet, usando a wavelet Daubechies de ordem 2 e 10, foram capazes de detectar uma variação no sistema diante da presença das forças de *rubbing*. Realizando-se uma análise mais detalhada, quando se usa o Alumínio como material de contato, os *packets* 5 e 6 usando a db2 e, em especial, o *packet* 5 usando a db10, verifica-se um aumento substancial na energia contida nas referidas bandas de frequências. Contudo, o *packet* 14 usando a db2 e o *packet* 6 usando a db10, mostram uma diminuição de energia. Entretanto, quando se usa o Aço e o PVC como materiais de contato,

nota-se certa similaridade entre os *packets* 5, 6 e 14, para o uso de ambas as wavelet de Daubechies, mas excetua-se o *packet* 13, que mostra uma maior concentração de energia para o material PVC.

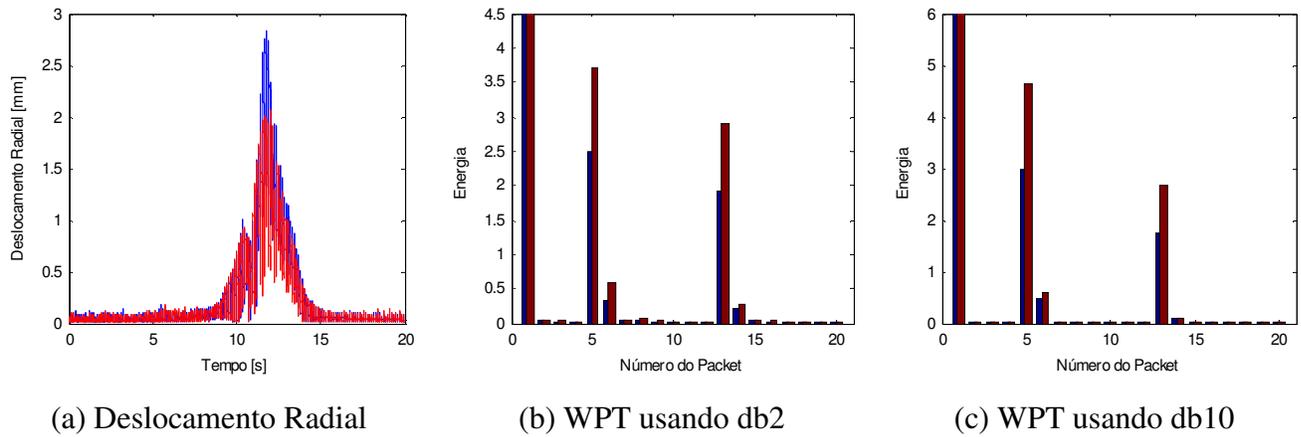


Figura 6.10. Indicativos de falha por *rubbing* do experimento wpt_04.

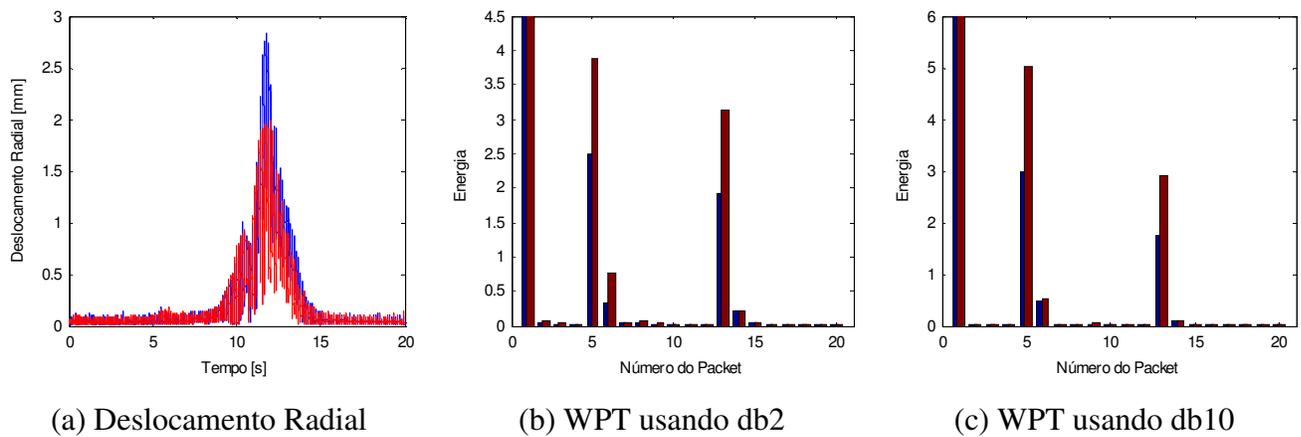


Figura 6.11. Indicativos de falha por *rubbing* do experimento wpt_05.

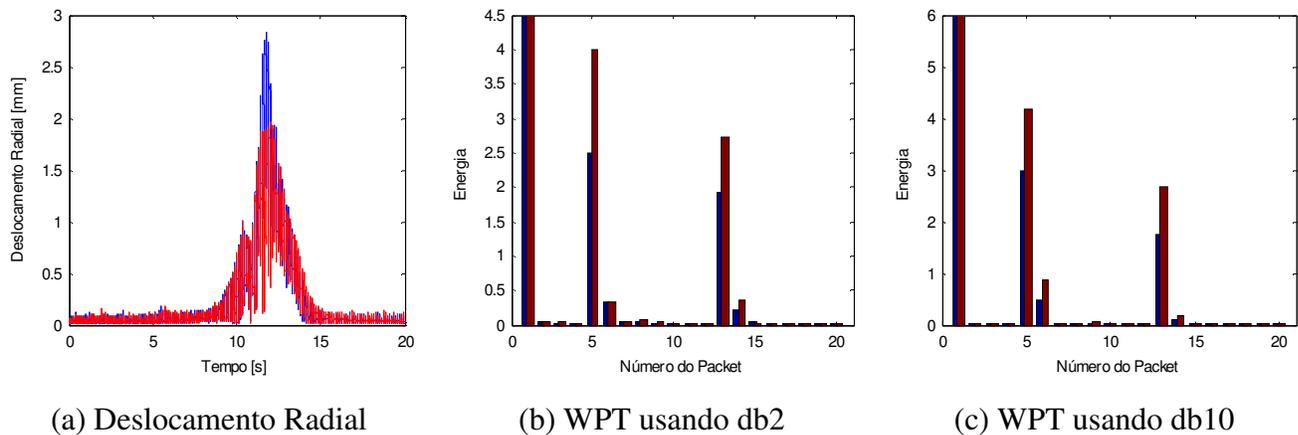


Figura 6.12. Indicativos de falha por *rubbing* do experimento wpt_06.

As Figuras de 6.10 a 6.12 possuem como folga o valor de 2 mm. Analisando-se o deslocamento radial destas três Figuras, observa-se que para cada tipo de material de contato utilizado, o deslocamento radial demonstra uma configuração particular semelhante entre uma e as outras. Com relação à defasagem relativa entre os sinais com e sem as forças de *rubbing*, verifica-se que esse parâmetro não apresenta mudanças substanciais como as ocorridas nos experimentos com folga de 1 mm. Além disso, para o experimento do material de contato PVC (wpt_06), esta defasagem é quase que imperceptível. Ou seja, os movimentos retrógrados (*backward*) possuem menor intensidade para folgas mais largas.

Analisando-se os itens (b) e (c) das Figuras de 6.10 à 6.12, novamente, verifica-se que as análises através da Transformada Wavelet Packet, usando a wavelet Daubechies de ordem 2 e 10, foram capazes de detectar uma variação no sistema diante da presença das forças de *rubbing*. Em análise mais detalhada, a técnica mostra que para folgas maiores, mesmo com a variação do material utilizado no contato, a característica da distribuição de energia nas bandas de frequências será equivalente. A maior diferença ocorre quando se usa no contato o material PVC. A Figura 6.12b exibe uma diminuição do nível de energia no *packet* 6, quando se usa a wavelet Daubechies de ordem 2, e um aumento no mesmo *packet*, quando se usa a db10.

Uma maneira simples para se verificar a presença do movimento retrógrado (*backward*) é a análise de órbitas. Para a Figura 6.13, foi imposto que o último valor da seqüência de pontos fosse igual a zero. Desta forma, verifica-se que o movimento do experimento wpt_01, no instante

de tempo $t = 9,25$ segundos, encontra-se no sentido horário. Analogamente, para o instante de tempo $t = 10,45$ segundos, a órbita exibe o movimento no sentido anti-horário.

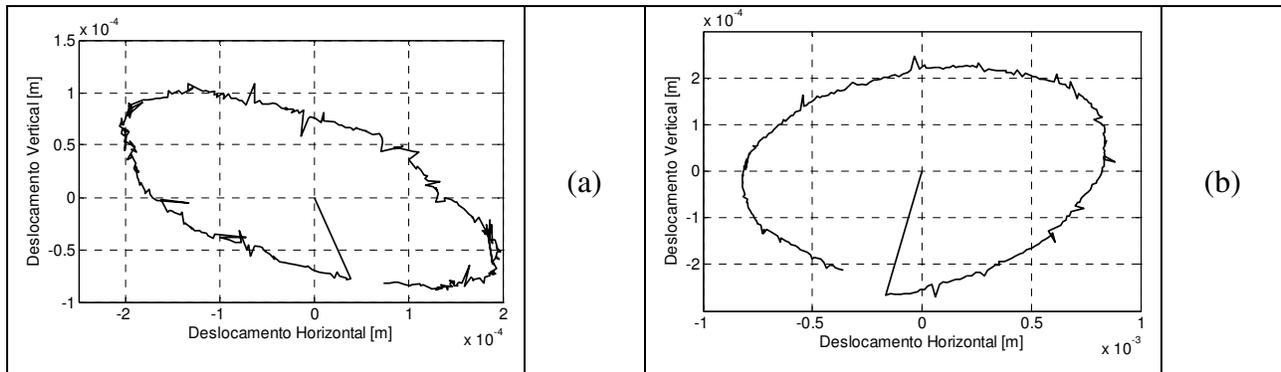


Figura 6.13. Verificação de movimento *backward* para o experimento wpt_01.

(a) Órbita no instante $t = 9,25$ segundos. (b) Órbita no instante $t = 10,45$ segundos.

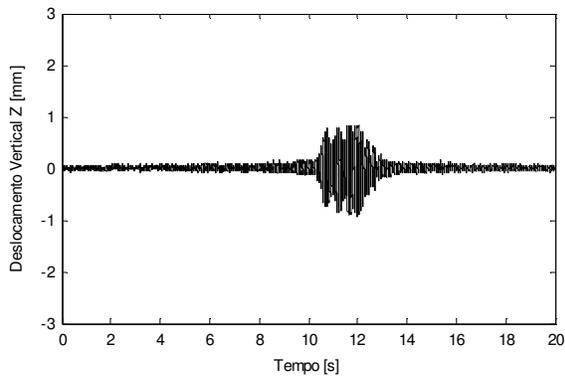
Para todos os experimentos da Tabela 6.3, a massa (peça de cor azul e vermelha da Figura 6.2a) está posicionada a uma distância de 118 mm da base no dispositivo de *rubbing*. Segundo a Figura 6.3b, para este comprimento das barras, a frequência natural do dispositivo de *rubbing* está bem próxima da frequência natural do sistema.

Tabela 6.3. Sinais experimentais com a massa do dispositivo posicionada a 118 mm da base.

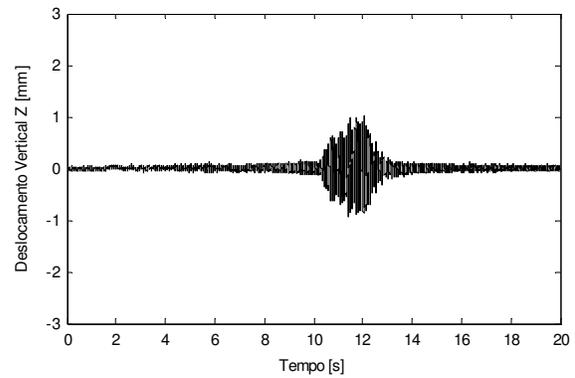
Experimento	Material de Contato	Folga [mm]
wpt_07	Aço	1,0
wpt_08	PVC	2,0

Apenas dois experimentos puderam ser aproveitados ao se posicionar a massa a uma distância maior, ao longo das barras, do que aquela usada na Tabela 6.2. Os experimentos da Tabela 6.3 estavam sujeitos a uma peculiaridade a se considerar. Devido à diminuição da rigidez de contato, a inércia da massa do dispositivo fez com que a frequência natural do dispositivo se aproximasse da primeira frequência natural do sistema. Verificou-se grande dificuldade e, principalmente, falta de segurança na realização dos experimentos. No momento que o sistema passava pela região da frequência natural, notavam-se vibrações excessivas e perigosas. Em

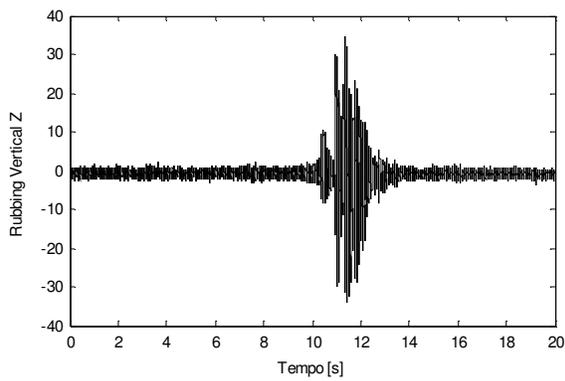
alguns casos, chegou-se ao rompimento do acoplamento do motor com o eixo do sistema diante da solicitação gerada pela inércia da massa do dispositivo de *rubbing*.



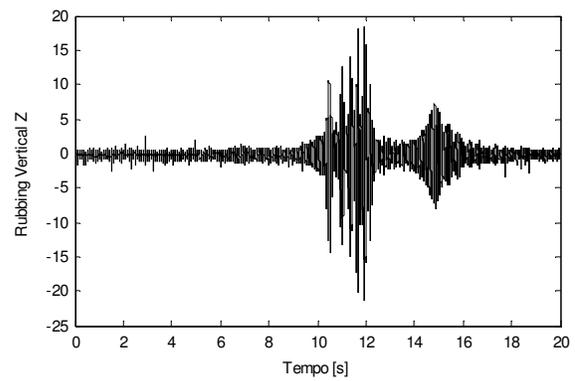
(a) Deslocamento vertical - wpt_01



(b) Deslocamento vertical - wpt_07



(c) *Rubbing* na vertical - wpt_01



(d) *Rubbing* na vertical - wpt_07

Figura 6.14. Visualização da influência da inércia do dispositivo nas forças de *rubbing*.

A Figura 6.14 serve como parâmetro de comparação entre dois experimentos utilizando-se o mesmo valor para a folga e material de contato, mas para diferentes valores da rigidez de contato. Na Figura 6.14d, visualiza-se claramente a influência da inércia do dispositivo entre 14 e 16 segundos, fato este, que não é observado para valores maiores da rigidez de contato (Figura 6.14c). Embora o deslocamento do experimento wpt_07 (Figura 6.14b) possua uma pequena variação de forma na região onde ocorre o contato quando comparado com o deslocamento do experimento wpt_01 (Figura 6.14a), a região onde a inércia afeta as forças de *rubbing* não é afetada no deslocamento. Pode-se concluir que, na região comentada, a massa do dispositivo vibra sem tocar o eixo.

As Figuras 6.15 e 6.16 exibem os resultados da aplicação da Transformada Wavelet Packet para os experimentos referentes à Tabela 6.3.

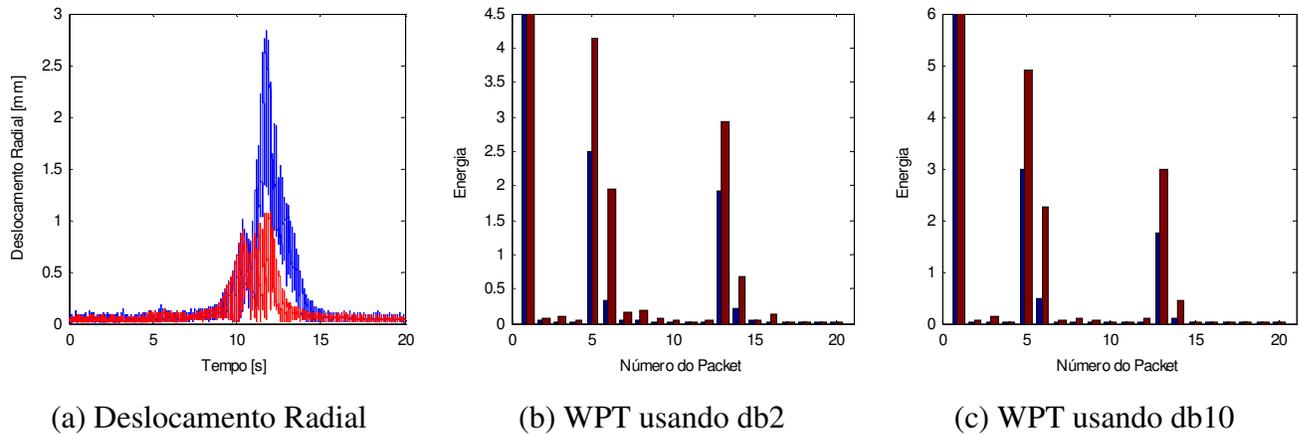


Figura 6.15. Indicativos de falha por *rubbing* do experimento wpt_07.

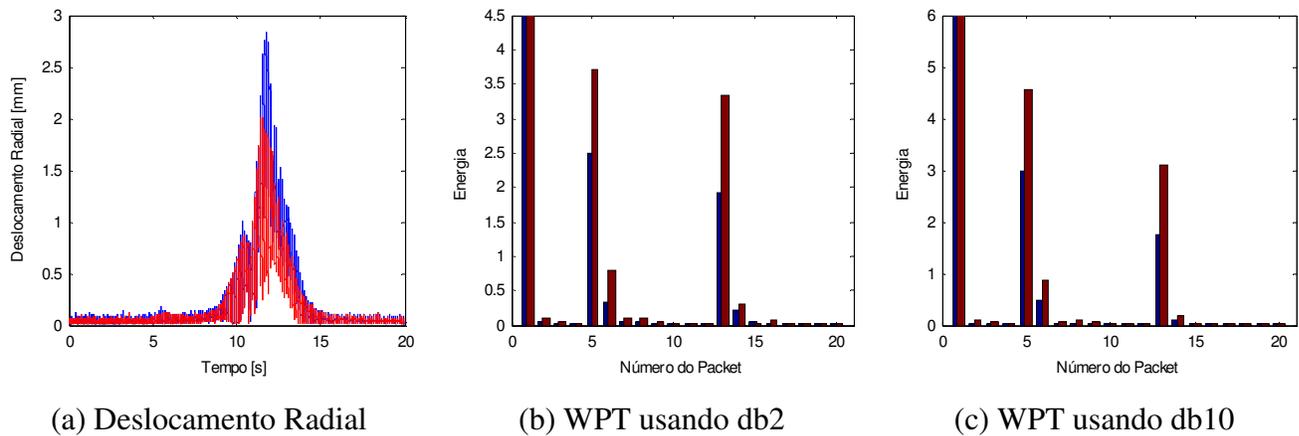


Figura 6.16. Indicativos de falha por *rubbing* do experimento wpt_08.

As Figuras 6.15 e 6.7 possuem os mesmos parâmetros experimentais, diferindo apenas quanto à rigidez de contato. Ao se comparar tais Figuras, não se observa grande influência da rigidez de contato entre os deslocamentos radiais na presença das forças de *rubbing*. As Figuras possuem características semelhantes. Porém, ao se comparar o resultado da aplicação da técnica WPT para as mesmas Figuras, tal influência pode ser notada pelo aumento da energia nos *packets* 5, 6 e 13 e diminuição no *packet* 14 com o uso da wavelet Daubechies de ordem 2. Já para a db10, nota-se um aumento nos *packets* 5 e 13, e diminuição nos de número 6 e 14.

As Figuras 6.16 e 6.12 também possuem apenas a rigidez de contato como parâmetro experimental variado. Ao se comparar tais Figuras, nota-se certa defasagem apenas na Figura 6.15a. Diante de tal defasagem, designado por Bartha (2000) como sendo resultado do movimento *backward*, e verificado experimentalmente pelas orientações das órbitas, conclui-se que para folgas maiores e valores de rigidez de contato menores, as forças de *rubbing* atuarão de forma mais agravante. A técnica da Transformada Wavelet Packet também revelou a influência da rigidez de contato diante das energias dos *packets*, sendo mais evidente no *packet* 6 usando a wavelet de Daubechies de ordem 2 (Figura 6.15b).

Capítulo 7

Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

7.1 Conclusões

Este trabalho apresentou com êxito um procedimento de detecção do fenômeno de *rubbing* e seus efeitos em máquinas rotativas, aplicável para o regime estacionário e não-estacionário, utilizando como técnica de análise a Transformada Wavelet. Primeiramente, aplicou-se a Transformada Wavelet Contínua (CWT) para sinais estacionários com o uso da wavelet Morlet Complexa na análise. Posteriormente, aplicou-se a Transformada Wavelet Packet (WPT) para verificar variações de energia em bandas específicas de frequências no regime não-estacionário obtido pela partida e passagem pelas velocidades críticas do sistema. Todas as análises em questão, CWT no regime estacionário e a WPT no regime não-estacionário, foram realizadas para sinais reais oriundos de uma bancada experimental de testes, e também, para sinais simulados computacionalmente a partir de um modelo de Elementos Finitos que descreve o sistema.

No capítulo 6, a CWT revelou que as forças de *rubbing* podem adquirir características transientes, mesmo quando o sistema opera em velocidades constantes. Todavia, a aplicação da CWT carece de um elevado tempo computacional e a extração das informações não têm uma forma compacta, são visuais (gráficos) e de difícil utilização em sistemas automáticos de monitoramento. Em contrapartida, a aplicação da Transformada Wavelet Packet permite estabelecer níveis numéricos para as características, tornando os dados compactos, e assim, encontrada para compactar os dados de saída e viabilizar, por exemplo, a aplicação de outras técnicas como Redes Neurais e Lógica Fuzzy.

Embora a Transformada Wavelet Contínua seja capaz de detectar o instante de tempo em que os fenômenos transientes ocorrem, como mostra a Figura 6.5d, a posição onde o *rubbing* ocorre não pode ser predita.

Com relação à inércia da massa do dispositivo que introduz as forças de *rubbing* no sistema, foi observado em alguns experimentos que, situações de risco podem ser geradas quando a frequência natural do dispositivo se aproxima da frequência natural do sistema, além de poder comprometer as medições. O ideal seria observar a influência da rigidez do contato, variando a frequência natural do dispositivo em faixas suficientemente distante das naturais do sistema.

O principal efeito que faz das forças de *rubbing* uma falha preocupante, em sistemas rotativos, é o movimento retrógrado (*backward*). Com a análise dos resultados experimentais e dos simulados computacionalmente, conclui-se que tal efeito ocorre com maior incidência para folgas mais apertadas. Podendo também ocorrer para rigidez de contato menor, mesmo para folgas maiores.

Comparando-se os resultados simulados computacionalmente com os experimentais, verifica-se grande regularidade entre eles diante da aplicação das técnicas em questão. Conclui-se então que o modelo de Elementos Finitos utilizado foi suficiente para descrever a bancada experimental de testes ao que se refere à análise do fenômeno *rubbing* do sistema em questão.

Por fim, com relação à falha por *rubbing* em máquinas rotativas, o trabalho deixa uma primeira contribuição quanto à obtenção de resultados experimentais que demonstram qualitativamente o fenômeno. Da mesma forma, outra contribuição está relacionada à aplicação da Transformada Wavelet Contínua com o uso da wavelet Morlet Complexa, que foi capaz de detectar efeitos transientes mesmo para sinais estacionários. E ainda, a mais importante contribuição, está relacionada à aplicação da Transformada Wavelet Packet usando a wavelet Daubechies de ordem 2 e 10, que além de detectar com êxito a falha em questão, resulta na compactação dos dados, facilitando a aplicação de outras técnicas de diagnóstico e monitoramento on-line de falhas.

7.2 Sugestões para trabalhos futuros

Na seqüência, são colocados alguns temas relacionados com este trabalho que poderão ser abordados futuramente:

1. Realizar estudos experimentais referentes ao fenômeno *rubbing* aplicados para sistemas mais simples, como rotor de Jeffcott, e também, quantificar o valor do coeficiente de atrito real de cada material de contato utilizando tais sistemas;

2. Explorar uma maneira de superar a dificuldade devida ao tempo computacional requerido na análise da CWT e aplicá-la para sinais não-estacionários, obtidos nas partidas e passagens do sistema pelas velocidades críticas.

3. Introduzir coordenadas torcionais no modelo e verificar se ocorrem variações significativas com a aplicação das técnicas CWT e WPT de detecção do *rubbing*;

Referências Bibliográficas

- Adewusi, S. A., Bedoor, B. O. Al-. Wavelet analysis of vibration signals of an overhang rotor with a propagating transverse crack. *Journal of Sound and Vibration*, v 246(5), pp. 777-793, 2001.
- Aquino, M. B., Nordmann, R. and Pederiva, R. Transient response simulation of shaft/seal rubs in a rotor supported by non-linear hydrodynamic forces. *7th IFToMM - International Conference on Rotor Dynamics*, Vienna, Austria, Paper ID 255, 2006.
- Bartha, A. R. *Dry friction backward whirl of rotors*. Zurich: Swiss Federal Institute of Technology Zurich, 2000, 212p. Ph.D. Thesis.
- Bedoor, B. O. Al-. Transient torsional and lateral vibrations of unbalanced rotors with rotor-to-stator rubbing. *Journal of Sound and Vibration*, v 229(3), pp. 627-645, 2000.
- Bently, D. E., Yu, J. J., Goldman, P. and Muszynska, A. Full annular rub in Mechanical Seals, Part I: Experimental results. *International Journal of Rotating Machinery*, v 8(5), pp. 319-328, 2002a.
- Bently, D. E., Goldman, P. and Yu, J. J. Full annular rub in Mechanical Seals, Part II: Analytical study. *International Journal of Rotating Machinery*, v 8(5), pp. 329-336, 2002b.
- Berry, J. E. Oil whirl and whip instabilities - within journal bearings. *Machinery Lubrication Magazine, Technical Associates of Charlotte*, Issue Number: 200505, 2005.

- Brennan, M. J., Chen, M. H., Reynolds, A. G. Use of vibration measurements to detect local tooth defects in gears. *Sound and Vibration*, pp. 12-17, 1997.
- Cade, I. S., Keogh, P. S. and Sahinkaya, N. Fault Identification in rotor/magnetic bearing systems using discrete time Wavelet coefficients. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v 10(6), pp. 648-657, 2005.
- Chen, J. H. and Lee, A. C. Identification of linearized dynamic characteristics of rolling element bearings. *Journal of Vibration and acoustics - Transactions of the ASME*, v 119(2), pp. 60-68, 1997.
- Chendong, D., Zhengjia, H. and Hongkai, J. A sliding window feature extraction method for rotanting machinery based on the lifting scheme. *Journal of Sound and Vibration*. v 299, pp. 774-485, 2007.
- Childs, D. W. A note on Kellenberger's model for spiral vibrations. *Journal of Vibration and Acoustics*, v 123, pp. 405-408, 2001.
- Chu, F. and Lu, W. Determination of the rubbing location in a multi-disk rotor system by means of dynamic stiffness identification. *Journal of Sound and Vibration*, v 248(2), pp. 235-246, 2001.
- Chu, F. and Lu, W. Experimental observation of nonlinear vibrations in a rub-impact rotor system. *Journal of Sound and Vibration*, v 283, pp. 621-643, 2005.
- Chu, F., and Zhang, Z. Periodic, quasi-periodic and chaotic vibrations of a rub-impact rotor system supported on oil film bearings. *International Journal of Engineering Science*, v35(10/11), pp. 963-973, 1997.

- Chu, F., and Zhang, Z. Bifurcation and chaos in rub-impact jeffcott rotor system. *Journal of Sound and Vibration*, v210(1), pp. 1-18, 1998.
- Ehehalt, U., Hahn, E. and Markert, R. Motion patterns at rotor stator contact. *Proceedings of IDETC/CIE - ASME*, Long Beach, California, USA, 13 p, 2005.
- Ehehalt, U. and Markert, R. Rotor motion during stator contact. *6th IFTOMM – International Conference on Rotor Dynamics*, Sydney, Australia, v II, pp. 913-920, 2002.
- Ehehalt, U., Hochlenert, D., Markert, R. and Weber, H. I. Approximate description of backward whirl at rotor-stator-contact. *Advances in vibration control and diagnostics, Polimetrica International Scientific Publisher*, Monza, Italy, pp. 65-82, 2006a.
- Ehehalt, U., Markert, R. and Hahn, E. Rotor stator contact – Measured Motion Patterns. *Advances in vibration control and diagnostics, Polimetrica International Scientific Publisher*, Monza, Italy, pp. 83-98, 2006b.
- Ehehalt, U., Markert, R. and Wegener, G. Synchronous forward whirl at rotor-stator-contact – stability investigation. *Advances in vibration control and diagnostics, Polimetrica International Scientific Publisher*, Monza, Italy, pp. 99-113, 2006c.
- Fatarella, F. *On the dynamics of reverse whirl due to rotor/stator interaction*. London: Imperial College of Science, Tecnology & Medicine, 1999, 195p. Ph.D. Thesis.
- Goldman, P. and Muszynska, A. Rotor-to stator, rub-related, thermal/mechanical effects in rotating machinery. *Chaos, Solutions & Fractals*, v 5(9), pp. 1579-1601, 1995.
- Goldman, P., Muszynska, A. and Bently, D. E. Thermal bending of the rotor due to rotor-to-stator rub. *International Journal of Rotating Machinery*, v 6(2), pp. 91-100, 2000.

- Lalanne, M. and Ferraris, G. *Rotordynamics prediction in engineering*. Chichester: John Wiley and Sons, 2nd ed., 1999, 254p.
- Liebich, R. Rub induced Non-linear vibrations considering the thermo-elastic effect. *5th IFToMM - International Conference on Rotor Dynamics*, pp. 802-815, 1998.
- Lin, J., Qu, L. Feature extraction based on Morlet wavelet and its application for mechanical fault diagnosis. *Journal of sound and vibration*, v 234(1), pp. 135-148, 2000.
- Luo, G. Y., Osypiw, D. and Irle, M. On-line vibration analysis with fast continuous wavelet algorithm for condition monitoring of bearing. *Journal of Vibration and Control*, v 9, pp. 931-947, 2003.
- Misiti, M., Misiti, Y., Oppenheim, G. and Poggi, J.-M. *Wavelet Toolbox – User’s Guide 4*. The MathWorks, Inc. 2007.
- Muszynska, A. and Goldman, P. Chaotic responses of unbalanced rotor/bearing/stator systems with looseness or rubs. *Chaos, Solitons & Fractals*, v 5, pp. 1683-1704, 1995.
- Peng, Z. K. and Chu, F. L. Application of the wavelet transform in machine condition monitoring and fault diagnostic: a review with bibliography. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v 18, pp. 199-221, 2004.
- Peng, Z. K., Chu, F. L. and Tse, P. W. Detection of the rubbing-caused impacts for rotor-stator fault diagnosis using reassigned scalogram”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, v 19, pp. 391-409, 2005a.
- Peng, Z. K., Tse, P. W. and Chu, F. L. A comparison study of improved Hilbert-Huang transform and wavelet transform: Application to fault diagnosis for rolling bearing. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v 19, pp 391-409, 2005b.

- Peng, Z., He, Y., Lu, Q. and Chu, F. Feature extraction of the rub-impact rotor system by means of Wavelet analysis. *Journal of Sound and Vibration*, v 259(4), pp. 1000-1010, 2003.
- Piccoli, H. C. *Observação de caos nas medições do movimento de um rotor sujeito a rubbing*. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 1994, 144p. Tese (Doutorado).
- Polikar, R. *The Wavelet Tutorial*. [citado em 15 de junho de 2007 às 10:00 horas]. URL: <http://users.rowan.edu/~polikar/WAVELETS/WTtutorial.html>.
- Prabhakar, S., Sekhar, A. S. and Mohanty, A. R. Crack versus coupling misalignment in a transient rotor system. *Journal of sound and vibration*, v 256(4), pp. 773-786, 2002.
- Santiago, D. F. A. Diagnóstico de falhas em máquinas rotativas utilizando Transformada Wavelet e Redes Neurais Artificiais. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2004, 117p. Tese (Doutorado).
- Sawicki, J. T., Bravo, A. M. and Gosiewski, Z. Thermomechanical behavior of rotor with rubbing. *International Journal of Rotating Machinery*, v 9(1), pp. 41-47, 2003.
- Sekhar, A. S. Detection and monitoring of crack in a coast-down rotor supported on fluid film bearings. *Tribology International*, v 37, pp. 279-287, 2004.
- Wan, F., Xu, Q. and Li, S. Vibration analysis of cracked rotor sliding bearing system with rotor-stator rubbing by harmonic wavelet transform. *Journal of Sound and Vibration*, v 271, pp. 507-518, 2004.
- Wang, Q. and Chu, F. Experimental determination of the rubbing location by means of acoustic emission and Wavelet Transform. *Journal of Sound and Vibration*, v 248(1), pp. 91-103, 2001.

- Wegener, G. and Markert, R. Influence of contact and impacts on the dynamics of an elastic rotor with an elastic retainer bearing. *V.I. Babitsky (Ed.): Dynamics of Vibro-Impact Systems - Proceedings of the EUROMECH Colloquium*, v(10), pp. 89-98, 1998.
- Wegener, G., Markert, R. and Pothmann, K. Steady-state-analysis of a multi-disk or continuous rotor with one retainer bearing. *5th IFToMM - International Conference on Rotor Dynamics*, pp. 816-828, 1998.
- Yan, R. and Gao, R. X. An efficient approach to machine health diagnosis based on harmonic wavelet packet transform. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, v 21, pp. 291-301, 2005.
- Zabel, V. and Brehm, M. Wavelet analysis in structural health monitoring and damage detection. *Proceedings of the SAMCO Summer Academy*, 05-09 September, Zell am See, Austria, 2005.
- Zarei, J. and Poshtan, J. Bearing fault detection using wavelet packet transform of induction motor stator current. *Tribology International*, v 40, pp. 763-769, 2007.
- Zhang, Y. M. and Meng, G. Stability, bifurcation and chaos of a high-speed rub-impact rotor system in MEMS. *Sensors and Actuators*, v 127, pp. 163-178, 2006.
- Zhang, Y. M., Wen, B. C. and Liu, Q. L. Reliability sensitivity for rotor-stator systems with rubbing. *Journal of Sound and Vibration*, v 259(5), pp. 1095-1107, 2003.
- Zou, J. and Chen, J. A comparative study on time-frequency feature of cracked rotor by Wigner-Ville distribution and Wavelet Transform. *Journal of Sound and Vibration*, v 276, pp. 1-11, 2004.