

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
CIÊNCIAS E ENGENHARIA DE PETRÓLEO**

**Simulação por Linhas de Corrente com
Compressibilidade e Variação Espacial e
Dinâmica de Composição de Óleo**

Autor: **Valcir Tadeu Beraldo**
Orientador: **Denis José Schiozer**
Co-orientador: **Martin Julian Blunt**

01/2008

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO**

Simulação por Linhas de Corrente com Compressibilidade e Variação Espacial e Dinâmica de Composição de Óleo

Autor: **Valcir Tadeu Beraldo**
Orientador: **Denis José Schiozer**
Co-orientador: **Martin Julian Blunt**

Curso: Ciências e Engenharia de Petróleo

Tese de doutorado apresentada à Subcomissão de Pós-Graduação Interdisciplinar de Ciências e Engenharia de Petróleo (FEM e IG), como requisito para a obtenção do título de Doutor em Ciências e Engenharia de Petróleo.

Campinas , 2008
S.P. - Brasil

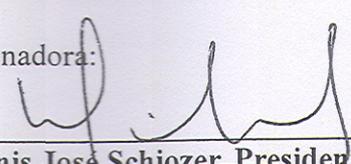
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

TESE DE DOUTORADO

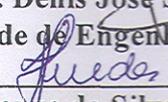
**Simulação por Linhas de Corrente com
Compressibilidade e Variação Espacial e
Dinâmica de Composição de Óleo**

Autor: **Valcir Tadeu Beraldo**
Orientador: **Prof. Denis José Schiozer**
Co-orientador: **Martin Julian Blunt**

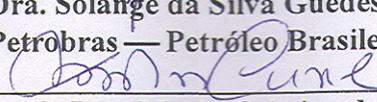
Banca Examinadora:



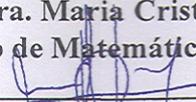
Prof. Dr. Denis José Schiozer, Presidente
Faculdade de Engenharia Mecânica — UNICAMP



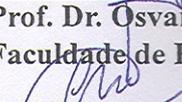
Dra. Solange da Silva Guedes
Petrobras — Petróleo Brasileiro S.A.



Profª. Dra. Maria Cristina de Castro Cunha
Instituto de Matemática, Estatística e Computação — UNICAMP



Prof. Dr. Osvair Vidal Trevisan
Faculdade de Engenharia Mecânica — UNICAMP



Prof. Dr. Célio Maschio
Faculdade de Engenharia Mecânica — UNICAMP

Campinas, 19 de março de 2008.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

B45s Beraldo, Valcir Tadeu
Simulação por linhas de corrente com compressibilidade e
variação espacial e dinâmica de composição de óleo / Valcir
Tadeu Beraldo. --Campinas, SP: [s.n.], 2008.

Orientadores: Denis José Schiozer, Martin Julian Blunt
Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas,
Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto de Geociências.

1. Reservatórios (Simulação). 2. Engenharia de petróleo -
Métodos de simulação. 3. Reservatórios - Modelos
matemáticos. 4. Compressibilidade. I. Schiozer, Denis José. II.
Blunt, Martin Julian. II. Universidade Estadual de Campinas.
Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Instituto de
Geociências. IV. Título.

Titulo em Inglês: Streamline based simulation with compressibility and spatial and
dynamic variation of oil composition

Palavras-chave em Inglês: Simulation, Streamline, Compressibility, API tracking,
Compositional variation

Área de concentração: Reservatórios e Gestão

Titulação: Doutor em Ciências e Engenharia de Petróleo

Banca examinadora: Solange da Silva Guedes, Maria Cristina de Castro Cunha, Osvaldo
Vidal Trevisan, Célio Maschio

Data da defesa: 19/03/2008

Programa de Pós-Graduação: Ciências e Engenharia de Petróleo

Dedicatória

Esta tese é dedicada, com muito amor, à minha mãe, que foi quem apontou o caminho para eu chegar até aqui...

Agradecimentos

Agradeço, em primeiro lugar, à minha querida esposa, Rita, por me apoiar em todos os momentos; mesmo sendo obrigada a me “dividir com a tese” durante três anos e meio. Da mesma forma, agradeço, pela minha determinação, aos exemplos de meu pai, com quem tive a oportunidade de compartilhar momentos inesquecíveis nos últimos meses. Agradeço à minha irmã, Sílvia, e ao Léo, assim como ao Marquinho, pelo imenso apoio.

Agradeço à Petrobras, por proporcionar esta preciosa oportunidade, à Unicamp e ao Departamento de Ciências de Terra e Engenharia do Imperial College de Londres; onde fui extremamente bem acolhido, durante o ano em que lá permaneci.

Aos integrantes da banca examinadora e aos meus orientadores, agradeço pela inestimável ajuda na condução deste trabalho. Em especial, ao Professor Martin Blunt, por apresentar ferramentas teóricas imprescindíveis, por autorizar a utilização de códigos de programação e por toda amizade e paciência demonstradas.

Na Petrobras, tenho que agradecer, entre muitas outras pessoas, à Maria, do Suporte Técnico, à Alba Regina e ao Juarez, da área de Recursos Humanos, e ao Bruno, dos Serviços Compartilhados. Também devo agradecer a todos os meus colegas de trabalho e amigos; em especial: Solange, Eliane, João, Ana Augusta e Bogado, Fábio e José Roberto.

Na Unicamp agradeço aos professores, funcionários e estagiários do Departamento de Engenharia de Petróleo e a todos os colegas com quem tive oportunidade de conviver durante esses anos.

Na Inglaterra, fiz grandes amizades, que muito ajudaram a mim e à Rita, em nossa ambientação em um país estranho. Entre essas pessoas, gostaria de agradecer, em especial, ao Don, à Ruth e à Ran. Também devo lembrar, Matthew, Simone, Xie, Huiyun, Caroline, John Dennis, Daphne, Branko e Su Peneycad.

Agradeço à “Dona Seda”, pelo carinho inestimável, à Mariléa, pela ajuda na revisão do texto e à Liliane pelo providencial cafezinho, sempre na hora certa

“Viva como se fosse morrer amanhã e aprenda como se fosse viver para sempre”

Mohandas Karamchand Gandhi

(Mahatma Gandhi)

Resumo

BERALDO, Valcir Tadeu. *Simulação por Linhas de Corrente com Compressibilidade e Variação Espacial e Dinâmica de Composição de Óleo*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia de Petróleo, Universidade Estadual de Campinas, 2008, 227 p. Tese (Doutorado).

A variação espacial da composição inicial do óleo é um fenômeno que aparece em alguns reservatórios e que deve ser considerada nas simulações. O objetivo desta tese é implementar uma formulação que considera essa variação em simuladores por linhas de corrente. Esse tipo de simulação pode, em muitas situações, ser mais rápido que os simuladores por diferenças finitas.

Uma das limitações importantes da simulação por linhas de corrente é o tratamento de compressibilidades de rocha e fluido. Por isso, foi também implementada uma formulação que considera compressibilidade com variação da qualidade do óleo.

Inicialmente um simulador bifásico por linhas de corrente para sistema incompressível foi alterado para trabalhar com dois componentes na fase óleo, permitindo assim considerar a variação das propriedades desta fase. Em seguida, o simulador foi modificado, incorporando a formulação para sistemas compressíveis com variação de qualidade de óleo. Foi necessário criar, nesta fase, alguns procedimentos para tornar o programa estável nas diversas situações testadas.

As implementações foram validadas através de comparações com simuladores comerciais por diferenças finitas em uma série de modelos que representam situações normalmente

encontradas. Os testes mostraram que, em ambas formulações, foi possível a reprodução satisfatória dos resultados, utilizando os simuladores por linha de corrente.

Na formulação para sistema compressível, foi feita uma análise de sensibilidade do tempo de execução e da qualidade da solução a alguns parâmetros de controle numérico que foram definidos no código computacional.

Em modelos de sistemas compressíveis com variação nas propriedades de óleo, heterogêneos e refinados, os resultados mostraram que a combinação adequada de parâmetros permite a simulação por linhas de corrente em tempos sensivelmente menores que a simulação por diferenças finitas, mantendo-se a qualidade dos resultados.

Palavras Chave:

- Reservatórios (Simulação), Engenharia de petróleo - Métodos de simulação, Reservatórios - Modelos matemáticos, Compressibilidade.

Abstract

BERALDO, Valcir Tadeu. *Streamline Based Simulation with Compressibility and Spatial and Dynamic Variation of Oil Composition*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia de Petróleo, Universidade Estadual de Campinas, 2008, 227 p. Tese (Doutorado).

Spatial oil composition variation can be found in some reservoirs and it has to be considered in simulations. The goal of this thesis is to implement a formulation that considers this variation in streamline simulators, which can be, in many situations, faster than finite difference simulators.

One of the important restraints of streamline simulations is the treatment of rock and fluid compressibility. Therefore, a formulation that considers oil quality variation with compressibility has also been implemented.

At first, a two phase streamline simulator for incompressible system was modified to work with two components in the oleic phase, allowing consideration of property variations on this phase. Then, the simulator was modified in order to incorporate the formulation for compressible system with oil quality variation.

The implementations have been validated by comparisons with a finite difference commercial simulator in several compressible reservoir models, showing good results.

Using the formulation for compressible systems, it has been done a sensitivity analysis of execution time and quality of solution with the variation of some numerical parameters that have been defined in the computational code.

In models of heterogeneous and very refined reservoirs with oil property variation, the results showed that the appropriate combination of numerical parameters allows running the streamline simulation much faster than finite difference simulation, while keeping the quality of the results.

Key Words:

- Simulation, Streamline, Compressibility, API Tracking, Compositional Variation

Índice

Dedicatória.....	iv
Agradecimentos.....	v
Resumo.....	viii
Abstract.....	x
Índice.....	xii
Lista de Figuras.....	xv
Lista de Tabelas.....	xxi
Nomenclatura.....	xxiii
Capítulo 1	1
Introdução.....	1
1.1 Objetivos.....	2
1.2 Estrutura da Tese.....	3
Capítulo 2	5
Revisão Bibliográfica.....	5
2.1 Variação Composicional do Óleo.....	5
2.2 Simulação por Linhas de Corrente.....	6
2.3 Modelos Composicionais.....	8
2.4 Compressibilidade.....	9
2.5 Outras Propostas.....	11
2.6 Aplicações de Simulação por Linhas de Corrente.....	15
Capítulo 3	17
Fundamentação Teórica.....	17
3.1 Simulação por Linhas de Corrente.....	18

3.2	Variação Espacial e Dinâmica das Propriedades do Óleo em Simuladores Black-Oil.....	20
3.3	Equações Básicas para Simulação por Linhas de Corrente.....	22
3.4	Solução da Pressão.....	27
3.5	Construção das Linhas de Corrente.....	29
3.6	Solução do Transporte de Massa para Sistema Incompressível.....	32
3.7	Solução de Transporte de Massa para Sistema Compressível.....	35
Capítulo 4	42
Simulador para Sistema Incompressível.....		42
4.1	Fluxograma.....	43
4.2	Entrada de Dados.....	46
4.3	Determinação das Concentrações dos Componentes.....	47
4.4	Definição dos Poços.....	48
4.5	Solução da Pressão.....	48
4.6	Solução do Transporte de Massa nas Linhas de Corrente.....	51
4.7	Gravidade.....	61
Capítulo 5	64
Simulador para Sistema Compressível.....		64
5.1	Fluxograma.....	66
5.2	Determinação das Concentrações dos Componentes.....	68
5.3	Solução da Pressão.....	70
5.4	Solução do Transporte de Massa nas Linhas de Corrente.....	76
5.5	Gravidade.....	98
5.6	Intervalo de Tempo para Solução da Pressão.....	99
5.7	Correção de Intervalo de Tempo para Erros de Balanço de Massa.....	107
Capítulo 6	110
Aplicações.....		110
6.1	Sistema Incompressível.....	111
6.2	Sistema Compressível.....	116
Capítulo 7	128
Resultados.....		128

7.1 Sistema Incompressível.....	128
7.2 Sistema Compressível.....	135
Capítulo 8	180
Conclusões e Recomendações.....	180
8.1 Conclusões.....	180
8.2 Recomendações.....	187
Referências Bibliográficas.....	190
Anexo 1	198
Fluxograma do Código para Simulação Incompressível.....	198
Anexo 2	201
Fluxograma do Código para Simulação Compressível.....	201
Anexo 3	208
Análise do Impacto da Consideração de Grau API Variável.....	208
Modelos.....	209
Otimização dos Planos de Drenagem.....	212
Resultados.....	214

Lista de Figuras

Figura 3.1: Exemplo de traçado de linhas de corrente em um modelo compressível com um poço injetor (INJ-1) e dois poços produtores (PROD-1 e PROD-2).....	19
Figura 3.2: Esquema de passos de tempo para simulação por linhas de corrente.....	19
Figura 3.3: Seção esquematizada de um reservatório com variação horizontal e vertical de qualidade de óleo (Grau API).....	20
Figura 3.4: Componentes da velocidade de uma fase (Blunt, 2007).....	26
Figura 3.5: Determinação das coordenadas de saída de uma linha de corrente em uma célula.....	30
Figura 3.6: Tubo de corrente associado a uma linha de corrente.....	37
Figura 4.1: Fluxograma simplificado do código de simulação por linhas de corrente para sistema incompressível.....	44
Figura 4.2: Definição de nó de linha de corrente lançada de um poço injetor. O primeiro nó corresponde ao centro da célula injetora.....	51
Figura 4.3: Linhas de corrente saindo de um poço injetor (em vermelho) e tubos de corrente associados (delimitados pelas linhas tracejadas azuis).....	53
Figura 4.4: Exemplo representativo do processo de regularização da linha de corrente.....	55
Figura 4.5: Mapeamento da saturação e da concentração.	60
Figura 5.1: Fluxograma simplificado do código de simulação por linhas de corrente para sistemas compressíveis.....	66
Figura 5.2: Comparação entre evolução do máximo erro de soma de saturações.....	74
Figura 5.3: Tipos de linhas de corrente.....	77
Figura 5.4: Exemplo mostrando linhas de corrente e tipo de células encontradas.....	78
Figura 5.5: Vazão adimensional (QsD) e Tempo de Vôo (τ) ao longo de uma linha de corrente com grande variação de velocidade.....	81
Figura 5.6: Exemplo simbólico de divisão de linha de corrente em região com vazão	

adimensional inferior a $1,0 \times 10^{-3}$	82
Figura 5.7: Possíveis situações em um poço produtor.....	92
Figura 5.8: Possíveis situações em um poço produtor com duas completações.....	95
Figura 5.9: Máximo erro de soma de saturações em uma simulação de um caso homogêneo.....	99
Figura 5.10: Erro de soma de saturações em uma simulação de um caso muito heterogêneo derivado do Caso SPE10, com 1,2 milhões de células com passos de tempo constantes.....	100
Figura 5.11: Controle de passo de tempo por relação linear em modelo altamente heterogêneo derivado do Caso Comparativo SPE10.....	101
Figura 5.12: Aplicação de uma equação de segundo grau para determinação do Máximo erro de soma de saturações previsto.....	102
Figura 5.13: Controle de passo de tempo por relação linear com erro estimado por equação de segundo grau em modelo altamente heterogêneo derivado do Caso Comparativo SPE10.....	102
Figura 5.14: Controle de passo de tempo em caso homogêneo com 1500 células através de erro esperado.....	103
Figura 5.15: Controle de passo de tempo por monitoração do máximo erro de soma de saturações em modelo altamente heterogêneo derivado do Caso Comparativo SPE10.....	105
Figura 6.1: Distribuição inicial de porosidade do modelo incompressível.....	110
Figura 6.2: Distribuição da permeabilidade horizontal (direção x) do modelo incompressível.....	110
Figura 6.3: Curvas de permeabilidades relativas utilizadas nos casos incompressíveis.....	111
Figura 6.4: Localização dos poços do modelo.....	112
Figura 6.5: Distribuição inicial de Grau API de óleo do Caso Degrau Incompressível.....	113
Figura 6.6: Distribuição inicial de Grau API de óleo do Caso Gradual Incompressível.....	114
Figura 6.7: Distribuição inicial de Grau API de óleo do Caso Degrau Homogêneo Compressível.....	115
Figura 6.8: Localização dos poços do Caso Degrau Homogêneo Compressível.....	116
Figura 6.9: Grau API de óleo do Caso Gradual Homogêneo Compressível.....	117
Figura 6.10: Localização dos poços do Caso Gradual Homogêneo Compressível.....	118
Figura 6.11: Permeabilidade horizontal do Campo de Namorado Modificado ($10^{-3} \mu\text{m}^2$).....	119
Figura 6.12: Permeabilidade vertical do Campo de Namorado Modificado ($10^{-3} \mu\text{m}^2$).....	120
Figura 6.13: Grau API de óleo do Caso Campo de Namorado Modificado.....	121

Figura 6.14: Saturação Inicial de Água do Modelo do Campo de Namorado Modificado.....	122
Figura 6.15: Distribuição inicial de porosidade do Caso Comparativo SPE10 Modificado.....	123
Figura 6.16: Distribuição da permeabilidade horizontal (direção x) do Caso Comparativo SPE10 Modificado.....	125
Figura 6.17: Grau API de óleo do Caso Comparativo SPE10 Modificado.....	125
Figura 7.1: Comparação entre saturação de água após 3.000 dias de produção no Caso Degrau Incompressível.....	127
Figura 7.2: Comparação entre Grau API de óleo após 3.000 dias de produção no Caso Degrau Incompressível.....	127
Figura 7.3: Curvas de produção de óleo e produção total dos poços do Caso Degrau Incompressível.....	128
Figura 7.4: Curvas de produções acumuladas de óleo e água (N_p e W_p) e Volume de Óleo In Situ do Caso Degrau Incompressível.....	129
Figura 7.5: Comparação entre saturação de água após 3.000 dias de produção no Caso Gradual Incompressível.....	129
Figura 7.6: Comparação entre Grau API de óleo após 3.000 dias de produção no Caso Gradual Incompressível.....	130
Figura 7.7: Curvas de produção de óleo e produção total dos poços do Caso Degrau Incompressível.....	131
Figura 7.8: Curvas de produções acumuladas de óleo e água (N_p e W_p) e Volume de Óleo In Situ do Caso Gradual Incompressível.....	132
Figura 7.9: Comparação entre curvas de produção de óleo e produção total dos poços dos Casos Gradual Incompressível e Uniforme Incompressível.....	133
Figura 7.10: Comparação entre saturação de água após 3.000 dias de produção no Caso Degrau Homogêneo Compressível.....	135
Figura 7.11: Comparação entre Grau API de óleo após 3.000 dias de produção no Caso Degrau Homogêneo Compressível.....	135
Figura 7.12: Curvas de produção de óleo e produção total dos poços do Caso Degrau Homogêneo Compressível.....	136
Figura 7.13: Curvas de produções acumuladas de óleo e água (N_p e W_p) e volume de óleo in situ	

do Caso Degrau Homogêneo Compressível.....	137
Figura 7.14: Curvas de pressão média nas células dos poços injetores do Caso Degrau Homogêneo Compressível.....	138
Figura 7.15: Comparação entre saturação de água, aos 25 dias de produção, na primeira camada do Caso Degrau Homogêneo. Simulação por linhas de corrente utilizando $A = 2,0$ e regularização por tempo de vôo.....	139
Figura 7.16: Comparação entre saturação de água, aos 25 dias de produção, na primeira camada do Caso Degrau Homogêneo. Simulação por linhas de corrente utilizando $A = 50,0$ e regularização por volume de linha de corrente.....	141
Figura 7.17: Curvas de pressão média nas células dos poços e curvas de corte de água do Caso Degrau Homogêneo Compressível.....	142
Figura 7.18: Comparação entre saturação de água após 3.000 dias de produção no Caso Gradual Homogêneo Compressível.....	143
Figura 7.19: Comparação entre Grau API de óleo após 3.000 dias de produção no Caso Gradual Homogêneo Compressível.....	143
Figura 7.20: Curvas de produção de óleo e produção total dos poços do Caso Gradual Homogêneo Compressível.....	144
Figura 7.21: Curvas de pressão média nas células do poço injetor do Caso Gradual Homogêneo Compressível.....	145
Figura 7.22: Curvas de produções acumuladas de óleo e água (N_p e W_p) e Volume de Óleo In Situ do Caso Gradual Homogêneo Compressível.....	145
Figura 7.23: Comparação entre saturação de água após 3.000 dias de produção no Caso Gradual Heterogêneo Compressível.....	147
Figura 7.24: Comparação entre Grau API de óleo após 3.000 dias de produção no Caso Gradual Heterogêneo Compressível.....	147
Figura 7.25: Curvas de produção de óleo e produção total dos poços do Caso Gradual Heterogêneo Compressível.....	148
Figura 7.26: Curvas de produções acumuladas de óleo e água (N_p e W_p) e volume de óleo in situ do Caso Gradual Heterogêneo Compressível.....	149
Figura 7.27: Curvas de pressão média nas células do poço injetor do Caso Gradual Heterogêneo	

Compressível.....	149
Figura 7.28: Curvas de pressão média de todas as células do Caso Gradual Heterogêneo Compressível.....	150
Figura 7.29: Comparação entre saturação de água após 3.000 dias de produção no Caso Gradual Heterogêneo Compressível com regularização de linha de corrente por volume e parâmetro A igual a 3,0.....	151
Figura 7.30: Curvas de pressão média nas células do poço injetor do Caso Gradual Heterogêneo Compressível.....	151
Figura 7.31: Análise de sensibilidade do Índice de Similaridade e do Tempo de Execução ao parâmetros M.....	154
Figura 7.32: Comparação de evolução do erro máximo de soma de saturações e do passo de tempo com $M = 0,05$ e $M = 0,5$	155
Figura 7.33: Análise de sensibilidade da qualidade e do tempo de execução em relação ao número de linhas de corrente lançadas na Fase 1.....	157
Figura 7.34: Número de linhas de corrente lançadas na Fase 3 e tempo de simulação em função de número de linhas de corrente lançadas na Fase 1.....	158
Figura 7.35: Análise de sensibilidade da qualidade e do tempo de execução em relação aos parâmetros A e B.....	160
Figura 7.36: Comparação entre saturação de água após 5.000 dias de produção no Campo de Namorado Modificado.....	161
Figura 7.37: Comparação entre Grau API após 5.000 dias de produção no Campo de Namorado Modificado.....	162
Figura 7.38: Curvas de produção de óleo e produção total dos poços do Campo de Namorado Modificado.....	163
Figura 7.39: Curvas de pressão na célula em poços do Campo de Namorado Modificado.....	164
Figura 7.40: Curvas de produções acumuladas de óleo e água (N_p e W_p) e Volume de Óleo In Situ do Campo de Namorado Modificado.....	165
Figura 7.41: Análise de sensibilidade da qualidade e do tempo de execução em relação aos parâmetros A (Campo de Namorado Modificado).....	167
Figura 7.42: Análise de sensibilidade da qualidade e do tempo de execução em relação ao número	

de linhas de corrente lançadas de células “fonte”.....	168
Figura 7.43: Comparação entre saturação de água após 3.000 dias de produção no Caso Comparativo SPE10 Modificado.....	170
Figura 7.44: Comparação entre Grau API de óleo após 3.000 dias de produção no Caso Comparativo SPE10 Modificado.....	170
Figura 7.45: Curvas de produção de óleo e produção total dos poços do Caso Gradual Comparativo SPE10 Modificado.....	171
Figura 7.46: Curvas de pressão média nas células do poço injetor do Caso SPE10 Modificado.	172
Figura 7.47: Curvas de produções acumuladas de óleo e água (N_p e W_p) e Volume de Óleo In Situ do Caso Comparativo SPE10 Modificado.....	172
Figura 7.48: Comparação entre saturação de água após 3000 dias de produção no Caso Comparativo SPE10 Modificado, utilizando-se $A = 1,5$ e regularização com base em volume de linha de corrente.....	173
Figura 7.49: Comparação entre curvas de produção de óleo do Caso SPE10 Modificado com diferentes compressibilidades.	175
Figura 7.50: Comparação entre curvas de produção de óleo do Caso SPE10 Modificado com diferentes compressibilidades.	176

Lista de Tabelas

Tabela 6.1: Permeabilidades Relativas.....	111
Tabela 6.2: Propriedades do Óleo nos	112
Tabela 6.3: Propriedades Extremas de Óleo dos.....	116
Tabela 6.4: Cronograma de Entrada de Poços no Modelo Campo de Namorado Modificado.....	124
Tabela 7.1: Parâmetros de Controle Numérico Utilizados nos Casos Degrau Homogêneo Compressível e Gradual Homogêneo Compressível.....	135
Tabela 7.2: Parâmetros de Controle Numérico Utilizados no Casos Degrau Homogêneo para Análise da Influência da Regularização de Linha de Corrente na Pressão de Injeção.....	140
Tabela 7.3: Parâmetros de Controle Numérico Utilizados no Caso Gradual Heterogêneo Compressível.....	146
Tabela 7.4: Parâmetros Fixos de Controle Numérico na Análise de Número de Linhas de Corrente da Fase 1 (Caso Gradual Heterogêneo Compressível).....	153
Tabela 7.5: Análise de Sensibilidade ao Multiplicador M da Estratégia “Gatilho” de Controle de Passo de Tempo de Pressão.....	153
Tabela 7.6: Parâmetros Fixos de Controle Numérico na Análise de Número de Linhas de Corrente da Fase 1 (Caso Gradual Heterogêneo Compressível).....	156
Tabela 7.7: Análise de Sensibilidade ao Número de Linhas de Corrente Lançadas na Fase 1.....	156
Tabela 7.8: Parâmetros Fixos de Controle Numérico na Análise dos Parâmetros A e B (Caso Gradual Heterogêneo Compressível).....	158
Tabela 7.9: Análise de Sensibilidade aos Parâmetros A e B e ao Tipo de Regularização de Linha de Corrente.....	160
Tabela 7.10: Parâmetros Fixos de Controle Numérico Utilizados no Campo de Namorado Modificado.....	161

Tabela 7.11: Parâmetros Fixos de Controle Numérico Utilizados na Análise de Sensibilidade ao Parâmetro A.....	166
Tabela 7.12: Análise de Sensibilidade ao Parâmetro A e ao Tipo de Regularização no Modelo Campo de Namorado Modificado.....	166
Tabela 7.13: Análise de Sensibilidade ao Número de Linhas de Corrente Lançadas de Células “Fonte” e ao Tipo de Regularização no Modelo Campo de Namorado Modificado.....	168
Tabela 7.14: Parâmetros Fixos de Controle Numérico Utilizados no Caso Comparativo SPE10 Modificado.....	169
Tabela 7.15: Parâmetros de Controle Numérico Utilizados no Caso Comparativo SPE10 Modificado.....	173
Tabela 7.16: Casos Definidos para Análise de Efeito de Compressibilidade.....	174
Tabela 7.17: Tempos de Execução na Análise de Efeito da Compressibilidade (Caso Gradual Heterogêneo Compressível).....	174
Tabela 7.18: Comparação Entre Tempos de Processamento.....	177
Tabela 8.1: Parâmetros de Controle Numérico Sugeridos para Novos Modelos.....	187

Nomenclatura

Símbolos

M_c	concentração de massa do componente c por unidade de volume rocha (kg/m^3).
\mathbf{F}	fluxo de massa por unidade de área ($\text{kg}/\text{m}^2\text{s}$).
\dot{m}	vazão mássica por unidade de volume ($\text{kg} / \text{m}^3\text{s}$).
S	saturação (adimensional).
S_{w_i}	saturação de água irreduzível.
S_{o_r}	saturação de óleo residual.
ϕ	porosidade (adimensional).
C	concentração de massa por volume de fluido (kg/m^3).
C^{vol}	concentração em volume de componente por volume de fluido (adimensional).
\mathbf{u}	velocidade aparente de fluido em meio poroso (m/s).
u	módulo da velocidade aparente de fluido em meio poroso (m/s).
v	módulo da velocidade intersticial de fluido em meio poroso (m/s).
$\vec{\mathbf{D}}$	tensor dispersão (adimensional).
$\vec{\mathbf{K}}$	tensor de permeabilidade (m^2).
K	permeabilidade absoluta (m^2).
K_r	permeabilidade relativa (adimensional).
μ	viscosidade dinâmica ($\text{Pa}\cdot\text{s}$).
x	distância na direção x (m).
y	distância na direção y (m).
z	distância na direção z (m).
s	distância ao longo de uma linha de corrente (m).
t	tempo (s).
τ	tempo de vôo em uma linha de corrente (s).
p	pressão (Pa).
ρ	massa específica (kg/m^3).
\mathbf{g}	vetor aceleração de gravidade (m / s^2).
g	módulo da aceleração de gravidade (m / s^2).
λ	mobilidade ($\text{m s} / \text{kg}$).
q	vazão por volume de rocha ($1/\text{s}$).
f	fluxo fracionário (adimensional)
c	compressibilidade ($1/\text{Pa}$).
h	gradiente de variação de velocidade no interior da célula ($1/\text{s}$).

r_d	divergente (1/s).
Q	vazão (m^3/d).
Q_{flux}	vazão associada a uma linha de corrente (m^3/d).
Q_{sl}	vazão em uma posição da uma linha de corrente (m^3/d).
Q_d	vazão adimensional em uma posição da uma linha de corrente (adimensional).
Q_{inj}	vazão de injeção de fase p (m^3/d).
V	volume (m^3).
B	fator de formação de volume ($m^3/std\ m^3$).
b	inverso do fator de formação de volume ($std\ m^3/m^3$).
R	razão de solubilidade (m^3/m^3).
API	grau API do óleo ($^\circ$).
M	multiplicador para determinação do intervalo de tempo necessário para redução do máximo erro de soma de saturações.
A	multiplicador para determinação do número de elementos da linha de corrente regularizada.
B	parâmetro de acréscimo de número de elementos da linha de corrente regularizada em regiões compressíveis.

Super-escritos

$^\circ$	condições padrão.
c	choque.
sat	na pressão de saturação.
$*$	definição modificada para compressibilidade.
n	início do passo de tempo de pressão.
$n+1$	final do passo de tempo de pressão.
m	início do passo de tempo de solução de linha de corrente.
$m+1$	final do passo de tempo de solução de linha de corrente.

Subscritos

c	componente.
p	fase.
r	rocha, residual.
t	transferência.
0	inicial ou na entrada de um segmento.
l	final ou na saída de um segmento.
i	entrada, irreduzível.
e	saída.
x	direção x .

y direção y.
z direção z.
s direção da linha de corrente.
w fase água.
o fase óleo.
h óleo pesado.
l óleo leve.
grav relativo à gravitacional.
cap relativo à pressão capilar.

Siglas

API	American Petroleum Institute.
TOF	Tempo de Vôo (<i>Time of Flight</i>).
VOL	Volume.
IMPES	<i>Implicit Pressure Explicit Saturation</i>
PERM	Petroleum Engineering and Rock Mechanics Group.
RAM	<i>Random Access Memory</i> .
VOIS	Volume de Óleo <i>In Situ</i> .
IS	Indicador de Similaridade
JCG	<i>Conjugate Gradient Method</i>
AMG	<i>Algebraic Multigrid</i>

Capítulo 1

Introdução

A composição inicial do óleo em muitos reservatórios não é uniforme e pode variar com a profundidade e a localização. Em reservatórios com grandes dimensões, essas variações podem ter um efeito considerável na definição dos planos de desenvolvimento. Por exemplo, a produtividade dos poços e a transmissibilidade entre poços produtores e injetores são funções diretas das propriedades do óleo. Além disso, a composição do óleo que chega ao poço produtor pode variar, podendo afetar a sua produtividade no tempo. Por tudo isso, é de se esperar que a consideração de propriedades variáveis de óleo em um modelo numérico possa melhorar significativamente a qualidade das previsões de produção. Alguns simuladores comerciais baseados em diferenças finitas possuem uma opção que permite esse tipo de modelagem sem a necessidade de uma formulação composicional.

Para a adequada modelagem de reservatórios, torna-se necessária a caracterização geológica detalhada, com consideração de heterogeneidades de fácies, porosidades e permeabilidades, usando células de dimensões relativamente pequenas. A combinação de reservatórios extensos com a necessidade de melhor caracterização leva à utilização de malhas de simulação com um número muito grande de células, tendo como consequência o crescimento dos tempos de simulação e atrasos na definição de projetos de produção ou restrição na quantidade de alternativas de desenvolvimento analisadas. Os reservatórios extensos são também os que possuem maior probabilidade de apresentar variações tridimensionais nas propriedades iniciais

do óleo.

Nos últimos anos, uma nova linha de simuladores, chamada de simuladores por linhas de corrente, têm surgido como tecnologia efetiva e complementar aos simuladores convencionais. A solução neste tipo de simulador é baseada em linhas de corrente que representam tubos de escoamento. No Brasil esse tipo de simulação é mais conhecido, na área de petróleo, como simulação por “linhas de fluxo”. Entretanto, nesta tese, foi mantida a nomenclatura que é utilizada na área de mecânica dos fluidos, ou seja, “linhas de corrente”, ou *streamline* em inglês. Esses simuladores são especialmente aplicáveis, com grande redução de tempo de processamento, à solução de sistemas de grandes dimensões, heterogêneos e geologicamente complexos (Baker *et al.*, 2001; Samier *et al.*, 2001). Outra vantagem desses simuladores sobre os convencionais é a redução dos efeitos de orientação de malha. A visualização das linhas de corrente e a quantificação da relação entre poços injetores e poços produtores também são ferramentas muito úteis para a definição de malhas de drenagem e entendimento do comportamento dos reservatórios.

Apesar dessas vantagens, os simuladores por linhas de corrente também possuem limitações. A eficiência é prejudicada quando variações nas condições de produção são freqüentes. Isso ocorre, por exemplo, na fase de ajuste de histórico, onde as vazões são alteradas a cada mês, na medida que novos poços são paulatinamente acrescentados ao reservatório. Para sistemas em que a compressibilidade é grande, as implementações atuais desse tipo de simulação não são plenamente satisfatórias. Além disso, as versões comerciais não possuem nenhuma opção para a simulação eficiente da variação de propriedades de óleo.

1.1 Objetivos

Tendo-se em vista as dificuldades na modelagem refinada de reservatórios extensos e heterogêneos, com variações tridimensionais nas propriedades iniciais de óleo, utilizando-se os simuladores comerciais disponíveis atualmente, são propostas neste trabalho modificações em

simuladores por linhas de corrente, de modo a torná-los adequados à abordagem desse tipo de problema, mostrando que, em sistemas incompressíveis, tais modificações não são grandes e o impacto no tempo de processamento é pequeno. Será também mostrado que uma abordagem para sistemas compressíveis com variação das propriedades iniciais do óleo também pode ser implementada e que, ainda assim, o processo pode trazer vantagens em relação aos simuladores por diferenças finitas.

1.2 Estrutura da Tese

Para atingir os objetivos propostos, este texto é composto por oito capítulos. Uma revisão bibliográfica sobre os assuntos considerados é apresentada no Capítulo 2.

O Capítulo 3 apresenta a fundamentação teórica para os simuladores de linhas por corrente que foram desenvolvidos, tanto para sistemas incompressíveis, quanto compressíveis. Nos dois casos, também é apresentada a solução para a adequada caracterização da variação espacial e dinâmica das propriedades do óleo ao longo da simulação.

Nos Capítulos 4 e 5, são descritos os simuladores para sistemas incompressíveis e compressíveis que foram desenvolvidos, desde a discretização das equações apresentadas no Capítulo 3, até detalhes de programação importantes para o adequado funcionamento dos programas. Ambos os códigos foram desenvolvidos a partir de um programa em linguagem FORTRAN 95, disponibilizado pelo grupo de pesquisa PERM (Petroleum Engineering and Rock Mechanics Group) do Imperial College London. Este programa tinha, a princípio, somente a capacidade para simulação convencional por linhas de corrente e adaptações para simulação de injeção de CO₂.

No Capítulo 6, são descritos os vários casos utilizados para testes, avaliação e validação das implementações. Os resultados das simulações desses casos para os simuladores desenvolvidos e simuladores comerciais são apresentados e analisados no Capítulo 7.

No Capítulo 8, as conclusões e recomendações do trabalho são listadas, destacando-se a possibilidade de simulação por linhas de corrente com compressibilidade e a sua aplicação real e vantajosa em casos com grande número de células, mesmo quando existe variação das propriedades do óleo ao longo do reservatório.

No Anexo 3, é apresentado um estudo que teve por objetivo a análise do impacto de uma caracterização inadequada em reservatórios com propriedades de óleo horizontalmente variáveis, justificando assim o esforço em métodos que permitam modelagens rápidas e adequadas deste fenômeno.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

A revisão bibliográfica está dividida em seis seções: uma seção apresentando alguns trabalhos sobre o problema da variação composicional do óleo, outra apresentando os primeiros trabalhos relacionados à técnica de simulação por linhas de corrente e mais quatro seções relativas a modelos composicionais, compressibilidade, outras propostas e aplicações da técnica de simulação por linhas de corrente.

2.1 Variação Composicional do Óleo

Existem muitas referências sobre gradação vertical de composição de óleo em reservatórios. Como exemplos, pode-se citar: Montel e Gouel (1985), Avraham (1988), HØier e Whitson (2000) e Salehirad (2005).

Behrenbruch (1995) mostrou um campo marítimo de petróleo no Vietnam, no qual foram analisadas 30 amostras de petróleo, sendo 7 análises PVT. Neste campo, ocorrem variações laterais de Grau API entre 28 a 37, de razão de solubilidade entre 89 e 196 $\text{m}^3 \text{std}/\text{m}^3$ e de fator de formação de volume entre 1,3 e 1,8 $\text{m}^3/\text{m}^3 \text{std}$. Como o reservatório é muito compartimentado, não se pode afirmar com certeza que se trata de um caso de variação composicional no mesmo reservatório.

Pádua (1997) aplicou um novo modelo computacional de equilíbrio de fases, o qual considera gravidade e temperatura, para o entendimento e avaliação da conectividade de um grande campo de petróleo em águas profundas na costa brasileira. Os resultados sugerem que a temperatura do reservatório pode ter tanta influência na variação da composição do óleo quanto a gravidade. O volume de óleo *in situ* do reservatório estudado é de $1,3 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$. Quatro amostras PVT, obtidas a uma distância de 4 km uma da outra, apresentaram variação de Grau API entre 20 e 28. A variação de temperatura do reservatório (40°K) é explicada pela variação da profundidade de água e, conseqüentemente, da diferença de profundidades entre o reservatório e o leito marinho. Como o reservatório tem uma inclinação menor que o leito marinho, existe uma inversão no gradiente térmico, pois a temperatura é menor nas regiões em que o campo é mais profundo. O mesmo autor (1999) analisa o problema com mais profundidade utilizando simulação composicional com modelos de migração de óleo e conclui que o efeito do gradiente inverso de temperatura acentua a segregação dos componentes pesados do óleo. Esse efeito, junto com gravidade, estrutura geológica, gênese e processo de acumulação, pode explicar a variação lateral de composição encontrada no reservatório.

Wenger *et al.* (2002) mostraram que a biodegradação dos hidrocarbonetos e o resultante declínio na qualidade do óleo pode ser correlacionada com a temperatura do reservatório em regiões onde essa temperatura é inferior a 80°C .

Gibson (2006) caracterizou o óleo em um reservatório com variação lateral de propriedades, através de uma inicialização não equilibrada. Uma das características desse reservatório era a variação lateral da concentração de gás sulfídrico. Dois métodos baseados na combinação de um conjunto de pseudocomponentes foram utilizados na inicialização: um através de ajuste de superfície e outro por triangulação.

2.2 Simulação por Linhas de Corrente

A primeira descrição das equações analíticas que definem a função corrente e a função

potencial em domínio bidimensional para o escoamento de um fluido incompressível foi dada por Muskat (1937).

Higgins e Leighton (1962) usaram tubos de escoamento para modelar o escoamento 2D em um esquema *five-spot* de drenagem. O reservatório foi dividido em "tubos", dentro dos quais o escoamento bifásico unidimensional tinha sua solução mapeada através da teoria de Buckley-Leverett.

LeBlanc e Caudle (1970) mostraram, em reservatório de espessura constante e fluidos incompressíveis, como o fluxo em um tubo de corrente pode ser representado pela velocidade na linha de corrente central.

Thiele (1994) fez uma revisão da literatura existente até então sobre o assunto para a área de petróleo e para a área de águas subterrâneas. Nesse trabalho foi estudada a utilização de tubos de escoamento em seções de reservatório verticais heterogêneas. A função corrente foi definida através da solução de um sistema de equações a partir das transmissibilidades entre as células da malha. Os tubos de corrente são derivados da solução da função corrente. A não linearidade do escoamento foi abordada através de atualizações periódicas da geometria dos tubos. Foram estudados exemplos de escoamento de traçadores, escoamento imiscível, escoamento com miscibilidade de primeiro contato e escoamento composicional bifásico. Soluções analíticas no interior dos tubos de escoamento foram utilizadas e comparações com as soluções tradicionais por diferenças finitas, mostrando reduções de duas a cinco ordens de magnitude dos tempos de simulação foram apresentadas.

Bratvedt *et al.* (1996) mostraram como a técnica da decomposição do operador (*operator splitting*) pode ser usada para se considerar os efeitos gravitacionais em um simulador por linhas de corrente. Após a solução de um intervalo de tempo, a gravidade pode ser levada em conta através de um segundo passo convectivo com linhas de corrente verticais. Nesse trabalho também foram comparadas duas formas de transferência dos perfis de saturação das linhas entre um passo de solução de pressão e o passo seguinte. Uma forma é baseada nas saturações médias das células

da malha 3D, enquanto a outra se baseia em projeções de perfis de saturação de segmentos das linhas anteriores em segmentos das novas linhas. Foi provado que a transferência baseada em segmentos de linhas de corrente é muito mais acurada que a baseada na saturação média das células.

Batycky *et al.* (1996) e Batycky (1997) apresentaram o desenvolvimento e aplicação em escala de campo de um completo simulador de duas fases, tri-dimensional, baseado em linhas de corrente. O conceito de linha de corrente foi associado a trajetórias de partículas e traz simplificações na abordagem matemática, quando comparado ao conceito de tubos de corrente. As soluções apresentadas cobrem o caso de escoamento de traçadores, influxo de água, deslocamento imiscível e deslocamento com miscibilidade de primeiro contato. As soluções 1D nas linhas de corrente foram obtidas tanto analiticamente como numericamente. As soluções analíticas são extremamente rápidas e livres de problemas de difusão numérica, mas somente aplicáveis a um número limitado de situações. Por outro lado, a utilização de solução numérica permitiu a extensão do método para condições dinâmicas de produção dos poços, saturação inicial variável e efeitos gravitacionais. Este trabalho foi tomado como base para o desenvolvimento da presente tese.

2.3 Modelos Composicionais

A extensão de um simulador por linhas de corrente para o caso 3D composicional foi apresentada por Thiele *et al.* (1997). Nesse trabalho também é apresentada uma primeira abordagem visando a consideração da compressibilidade de fluido e variação de volume devida a mistura de componentes. Esses fatores são considerados através de um processo iterativo para solução de uma “velocidade adimensional” ao longo da linha de corrente. A solução da pressão é incompressível. Dois casos em uma seção heterogênea são analisados: um de injeção de gás, com três componentes, e outro de quatro componentes com condensação e vaporização. Outro caso em três dimensões e com 518.400 células também é apresentado. A solução desse caso requer em torno de 3 dias de processamento. A solução por diferenças finitas de uma malha, obtida por

transferência de escala, com apenas 28.800 células, tomou o mesmo tempo de processamento. As curvas de recuperação de óleo e fração do componente C_3 obtidas com a malha de 28.800 células, usando-se linhas de corrente e diferenças finitas, são razoavelmente semelhantes.

Uma outra abordagem para simulação composicional por linhas de corrente é apresentada por Jessen (2002). A compressibilidade e a variação de volume por mistura de componentes não são consideradas e a solução da linha de corrente se dá por um método analítico, o que se traduz em uma solução rápida e sem dispersão numérica. As curvas de recuperação obtidas não coincidem com as obtidas por Thiele *et al.* (1997), mas podem ser consideradas como resultados limites. Jessen e Orr (2004) também apresentaram uma extensão do método de simulação composicional por linhas de corrente incluindo gravidade através do método de decomposição do operador (*operator splitting*). Yan *et al.* (2004) mostraram a aplicação de simulação composicional por linhas de corrente em sistemas com três fases, onde uma fase é a água, considerada em um processo *Water Alternating Gas* (WAG). Algumas diferenças entre a simulação por linhas de corrente e a simulação por diferenças finitas, observadas no final da curva de produção de óleo, são atribuídas à solução incompressível da pressão.

Não foi encontrada nenhuma referência, exceto Beraldo *et al.* (2007), que abordasse especificamente a utilização de simuladores por linhas de corrente em reservatórios com variação espacial das propriedades do óleo.

2.4 Compressibilidade

A primeira abordagem visando a consideração da compressibilidade de fluido foi a apresentada por Thiele *et al.* em 1997. Este trabalho tinha como interesse principal a formulação composicional, assumindo grandes simplificações quanto a compressibilidade.

Ingebrigtsen *et al.* (1999) propuseram duas maneiras para contornar o problema de compressibilidade do gás em sistemas trifásicos; ambas envolvem consideráveis simplificações.

Alguns resultados de comparação com simuladores por diferenças finitas, com razoável semelhança, são apresentados para casos 2D e 3D.

Cheng *et al.* (2005) propuseram outra formulação para abordar o problema da compressibilidade. A principal diferença, em relação às propostas anteriores está na consideração de um termo relacionado à divergência da velocidade na solução das linhas de corrente. O método proposto foi aplicado a um modelo de 30.740 células e comparado com um simulador comercial por diferenças finitas e um simulador comercial por linhas de corrente. Como a pressão na simulação foi mantida acima da pressão de bolha, não existe fluxo de gás. Os resultados obtidos com a nova formulação foram mais próximos aos do simulador por diferenças finitas, que os obtidos pelo simulador comercial por linhas de corrente. A formulação utilizada no simulador comercial por linhas de corrente não é de domínio público. Segundo os autores, não houve nenhuma vantagem computacional na nova formulação em relação ao simulador por diferenças finitas. Cheng *et al.* (2006) usaram a mesma implementação em um método de ajuste de histórico automático baseado em simulador por linha de corrente. Foram ajustados corte de água e razão gás-óleo de um caso sintético tridimensional com 9.000 células e 25 poços produtores. A mesma formulação de Cheng *et al.* (2005) foi estendida a reservatórios fraturados (dupla porosidade) em sistemas trifásicos por Koslova *et al.* (2006). Neste trabalho, foi simulado um caso com 1.122.000 células por um período de 300 dias em em aproximadamente 25 horas. Recentemente, Osako e Datta-Gupta (2007) estenderam a formulação original de Cheng *et al.* (2005) para simulação composicional com efeitos gravitacionais, apresentando um caso de 21x21x4 células. Os tempos de processamento foram similares aos de um simulador comercial por diferenças finitas. Embora o desenvolvimento teórico apresentado nesta tese tenha semelhanças com os trabalhos de Cheng, Osako e Datta-Gupta, existem importantes diferenças quanto à forma de implementação, as quais tornaram possíveis os objetivos aqui propostos. Uma proposta de utilização de modelos analíticos de curvas de equilíbrio de fases e outras funções termodinâmicas, na solução das linhas de corrente em formulação composicional, visando reduzir o esforço computacional, é apresentada por Podgornova *et al.* (2007).

Analisando-se esses trabalhos, observa-se que todos assumem alguma simplificação quanto

à compressibilidade e que os únicos trabalhos que apresentam resultados para malhas de grande número de células reportam tempos de processamento semelhantes aos dos simuladores comerciais. Todos os trabalhos assumem que a compressibilidade da rocha é desprezível, quando comparada com a compressibilidade dos fluidos, o que não é real para sistemas óleo-água. Esses fatos levaram à extensão da proposta original desta tese para a abordagem de compressibilidade com variação tridimensional das propriedades do óleo.

2.5 Outras Propostas

Peddibhotla *et al.* (1997) propuseram melhoramentos para o processo de simulação por linhas de corrente. Trata-se de uma nova forma de transferência de perfis de saturações entre as linhas de corrente, baseada em interpolação 3D pelo método do inverso do quadrado das distâncias sobre pontos das linhas anteriores. Para a solução numérica ao longo das linhas de corrente, eles defenderam a utilização do esquema de alta ordem *total variation diminishing* (TVD) como forma de evitar dispersão numérica. Um exemplo de campo é apresentado mostrando razoável reprodução do histórico de produção de água, utilizando-se simulação por linhas de corrente com as modificações propostas.

Portella e Hewett (1997) apresentaram um simulador por linhas de corrente 3D para duas fases e efeitos gravitacionais desprezíveis, onde as linhas de corrente permanecem fixas ao longo da simulação e as vazões são atualizadas em função da perda de carga em cada linha.

Ponting (1998) propôs uma formulação para solução de pressão e fluxo nas linhas de corrente baseada em “densidades molares”, definidas como quantidade de moles por “volume poroso de referência”.

Uma idéia interessante apresentada por Gautier *et al.* (1999) torna os simuladores por linhas de corrente aptos para a solução de malhas de milhões de blocos. As células da malha refinada são agrupadas em uma malha grosseira, na qual se processa a solução da pressão. Em seguida a

pressão é recalculada dentro de cada um dos agrupamentos, usando a condição de fluxo constante na fronteira obtida da primeira solução. Esse processo permitiu o traçado preciso das linhas de corrente e o cálculo das saturações na escala da malha refinada. O método se mostrou 8,5 vezes mais rápido que um simulador por linhas de corrente convencional em um modelo heterogêneo de 99x99x99 células, com células da malha grosseira formadas por 3x3x3 células da malha refinada. Os resultados foram praticamente os mesmos. Em relação a um simulador por diferenças finitas, a razão entre os tempos de simulação foi da ordem de 1000.

Ruan *et al.* (2002) mostraram esforços na utilização de um simulador por linhas de corrente para duas fases e três dimensões, que utiliza um modelo de traçadores no ajuste de histórico e previsão de produção do processo WAG em sistema miscível e imiscível.

Prévost *et al.*, em 2002, generalizaram o método de mapeamento das linhas de corrente para malhas do tipo *corner point* estruturadas e não estruturadas.

Analisando tanto os termos alinhados, como os transversais à direção de escoamento dos fluidos, e propondo um algoritmo de correção para atualizar as saturações quanto ao escoamento transversal, Osako *et al.* (2003) apresentaram um método para seleção do intervalo de tempo na solução de pressão que garante a estabilidade numérica.

Rodriguez e Kindelan (2003) estenderam a utilização do método de decomposição do operador (*operator splitting*) para levar em conta, além da gravidade, a capilaridade dos fluidos. Esse mesmo método é incorporado a um simulador de linhas de corrente por Berenblyum *et al.* (2003), mostrando pequenas alterações nas trajetórias das linhas de corrente nas proximidades da frente de avanço da água.

Hastings *et al.* (2003) utilizaram o conceito de linhas de corrente para quantificar rapidamente o impacto de heterogeneidades de pequena escala em uma seção de um reservatório sintético com características de reservatório fluvial. As linhas de corrente são traçadas com base na heterogeneidade de maior escala. Em cada linha de corrente, as propriedades médias são

obtidas por transferência de escala, a partir de várias imagens com variações de heterogeneidade de pequena escala.

Um melhoramento na transferência das saturações da malha original para as linhas de corrente foi proposto por Mallison *et al.* (2004). Eles propuseram que a saturação seja interpolada linearmente entre a entrada e a saída da célula atravessada pela linha de corrente, deixando de ser representada por intervalos constantes. Para o cálculo das saturações das células a partir das linhas de corrente, foi proposto um método baseado em krigagem, que reduz o erro de balanço de materiais.

Di Donato *et al.* (2003) apresentaram um simulador por linhas de corrente para a modelagem de injeção de água em reservatórios fraturados. A transferência de fluidos entre a matriz e a rocha porosa foi representada por “fontes/sumidouros” na solução de transporte 1D. Diferentes formas de função de transferência foram estudadas. Resultados similares aos de simuladores por diferenças finitas para malhas de 100.000 e 1.000.000 foram obtidos, porém com velocidades uma ou duas ordens de grandeza maiores. Essa implementação foi posteriormente melhorada através da implementação de um esquema *Adaptive-Implicit* (AIM) na solução das linhas de corrente por Thiele *et al.* (2004).

Obi e Blunt (2006) desenvolveram um simulador por linhas de corrente bifásico com modelo de traçador para modelagem de escoamento de CO₂ e água. O programa considera escoamento da fase CO₂ e dissolução do CO₂ em água, além de adsorção nos poros da rocha e conseqüente alteração de porosidade e permeabilidade. O simulador foi utilizado para modelar seqüestro de CO₂ em um aquífero salino profundo do Mar do Norte, utilizando um modelo altamente heterogêneo, com aproximadamente um milhão de células. Qi *et al.* (2007) utilizaram simulação por linhas de corrente para simular uma estratégia de armazenamento de CO₂ baseada em capilaridade, onde injeta-se um volume de CO₂ misturado com água salgada, seguido por um volume exclusivamente de água salgada.

Matringe e Gerritsen (2004) e Matringe *et al.* (2005) propuseram métodos para controlar a

densidade de linhas de corrente no reservatório, em função da necessidade de solução mais acurada ou não, melhorando a eficiência do processo. Eles também analisaram o erro introduzido na construção das linhas de corrente devido aos seguintes motivos:

- esquema linear de interpolação de velocidade utilizado;
- critério de lançamento das linhas de corrente da célula com poço injetor e
- imprecisão no cálculo das velocidades nas faces das células.

Para reduzir esses erros são propostos dois métodos: um baseado em refinamento adaptativo da célula, que tem semelhanças com o método proposto por Gautier *et al.* (1999) e outro baseado em interpolação da velocidade ao longo das faces das células. Também é proposto um novo critério para lançamento das linhas de corrente. Por esse critério, as linhas de corrente são lançadas a partir de esferas envolvendo o ponto de injeção e não das faces da célula que contém esse ponto.

Jimenez *et al.* (2005) também fizeram uma análise detalhada de possíveis fontes de erro no balanço de massa. Foram analisados erros devidos à discretização espacial das linhas de corrente, ou seja, associados ao número e densidade de linhas de corrente, e erros associados à solução ao longo da linha. São analisadas, entre outras situações, malhas *corner point*, erros em representação de falhas e em malhas não estruturadas. O problema do cálculo de tempo de trajetória de uma partícula, que está associado ao erro de solução da linha de corrente, também foi abordado por Hægland, *et al.* (2007).

Uma formulação térmica, desenvolvida para a simulação de injeção de água quente em sistema bifásico, é apresentada por Pasarai e Arihara (2005). Comparações com um simulador térmico comercial são apresentadas para casos 1D e 2D. Como se trata de um trabalho inicial, os resultados ainda não são perfeitos, necessitando-se de novos desenvolvimentos nessa área.

A implementação de um método de malha refinada adaptativa (AMR — *Adaptive Mesh Refinement*) na solução da linha de corrente foi recentemente apresentada por Andrianov e Bratvedt (2007).

Kippe *et al.* (2007) propuseram uma correção a ser feita no tempo de trajetória de uma

partícula, a qual reduziria significativamente o erro de balanço de massa. Essa correção permitiria simulações com uma quantidade muito menor de linhas e, conseqüentemente, muito mais rápidas, embora sacrificando ligeiramente a qualidade das respostas obtidas.

2.6 Aplicações de Simulação por Linhas de Corrente

Existe uma série de trabalhos, dos quais apenas alguns estão aqui citados, que apresentam abordagens de ajuste de histórico baseado em simulação por linhas de corrente, beneficiando-se do menor tempo de processamento e das características desse tipo de simulação para a escolha das regiões relacionadas com a produção de cada poço. Emanuel e Milliken (1998) apresentaram pela primeira vez a utilização do conceito de linhas de corrente em ajuste de histórico. Maschio e Schiozer (2004) utilizaram um simulador por linhas de corrente em conjunto com um simulador por diferenças finitas em um processo automático de ajuste de histórico. A simulação por linhas de corrente proporcionava um método de escolha das regiões a terem suas propriedades alteradas automaticamente. Cheng *et al.* (2006) utilizaram a formulação proposta para compressibilidade de fluidos, no ajuste de histórico de corte de água e razão gás-óleo. Stenerud *et al.* (2007) propuseram a combinação de malhas multi-escaladas com linhas de corrente em um método “rápido e robusto” para ajuste de histórico de modelos geológicos caracterizados em alta resolução.

Christie *et al.* (2002) se beneficiaram da velocidade de um simulador por linhas de corrente em um processo de quantificação de incertezas baseado em imagens geo-estatísticas. Nesse trabalho, 984 imagens com mais de um milhão de células foram simuladas com um período de histórico de 300 dias em um total de 2,84 horas.

Maschio e Schiozer (2002) fizeram várias comparações entre um simulador comercial por diferenças finitas e um simulador comercial por linhas de corrente. Eles observaram que, para modelos homogêneos, o tempo de processamento obtido por linhas de corrente era superior ao obtido por diferenças finitas. Por outro lado, em modelos altamente heterogêneos, observou-se,

em relação ao número de células, um crescimento exponencial no tempo de processamento para diferenças finitas e um crescimento linear para linhas de corrente, mostrando a vantagem do método de linhas de corrente em determinadas situações. Ao tentarem utilizar a opção de compressibilidade, disponível na versão comercial do simulador por linhas de corrente, os autores observaram um acréscimo no tempo de simulação por um fator de aproximadamente duas vezes e meia, sem uma reprodução satisfatória dos resultados obtidos por diferenças finitas.

Ligero *et al.* (2003) fizeram comparações entre a utilização de simulação por linhas de corrente e redução do número de células de um simulador por diferenças finitas em uma análise de risco aplicada a um campo de petróleo. Observou-se que a utilização de técnicas mais rápidas de simulação, incluindo-se a simulação por linhas de corrente, pode reduzir o esforço computacional, sem afetar sensivelmente os resultados desse tipo de análise.

Guimarães *et al.* (2004) fizeram um exercício de utilização simultânea de simuladores por diferenças finitas e linhas de corrente na otimização de campos de petróleo maduros, aproveitando-se da facilidade que a simulação por linhas de corrente tem para a correlação entre poços injetores e poços produtores afetados pela injeção de cada poço injetor.

Capítulo 3

Fundamentação Teórica

Na simulação por linhas de corrente, as equações são colocadas de tal forma, que o campo de pressão em um determinado passo de tempo é resolvido independentemente da solução da movimentação de massa. Para determinar a movimentação de massa, e conseqüentemente as saturações das células, linhas de corrente são traçadas ao longo do reservatório e o escoamento é resolvido em cada linha, independentemente. Em seguida, a nova distribuição de massa ao longo das linhas é mapeada para a malha original e um novo passo de tempo é iniciado.

Neste trabalho, foi utilizada, na implementação da simulação para sistemas incompressíveis, a abordagem tradicional dada a simuladores por linhas de corrente onde, no cálculo da movimentação de massa, a principal variável levada em consideração é a saturação dos fluidos. Essa abordagem foi aqui expandida para englobar a variação da massa específica de óleo.

No caso compressível, adotou-se a abordagem em termos de concentrações de massa por unidade de volume de rocha (Blunt, 2008). As Seções 3.6 e 3.7 se concentram na movimentação de fluidos para os casos incompressível e compressível, respectivamente.

3.1 Simulação por Linhas de Corrente

A solução dos simuladores por linhas de corrente baseia-se em alguns princípios básicos (Thiele, 2003) :

1. traçado de linhas de corrente a partir da solução de pressão em uma malha 3D;
2. redefinição das equações de conservação de massa nas linhas de corrente em termos do tempo de percurso da partícula ou “tempo de vôo”;
3. atualização periódica das linhas de corrente;
4. solução numérica 1D do transporte de fluidos nas linhas de corrente;
5. tratamento dos efeitos gravitacionais e extensão a fluidos compressíveis.

Uma vez que o campo de pressão em um passo de tempo é calculado, pode-se determinar o campo de velocidade de escoamento e, a partir do mesmo, traçar-se as linhas de corrente. As linhas de corrente podem ser resolvidas numericamente, tendo cada uma o seu próprio passo de tempo, suficientemente pequeno para que haja estabilidade numérica. Um exemplo real de traçado de linhas de corrente em um modelo com um poço injetor e dois produtores, com sistema compressível, é mostrado na Figura 3.1.

A Figura 3.2 ilustra o processo de simulação por linhas de corrente no caso incompressível. Nesta figura, n (diagrama superior) refere-se ao passo de tempo da pressão, enquanto m refere-se ao passo de tempo da saturação em uma linha de corrente específica (diagrama inferior). Após a solução da saturação nas linhas de corrente, existe um processo de mapeamento, onde as saturações são mapeadas para a malha original, iniciando-se então, um novo passo de tempo de pressão.

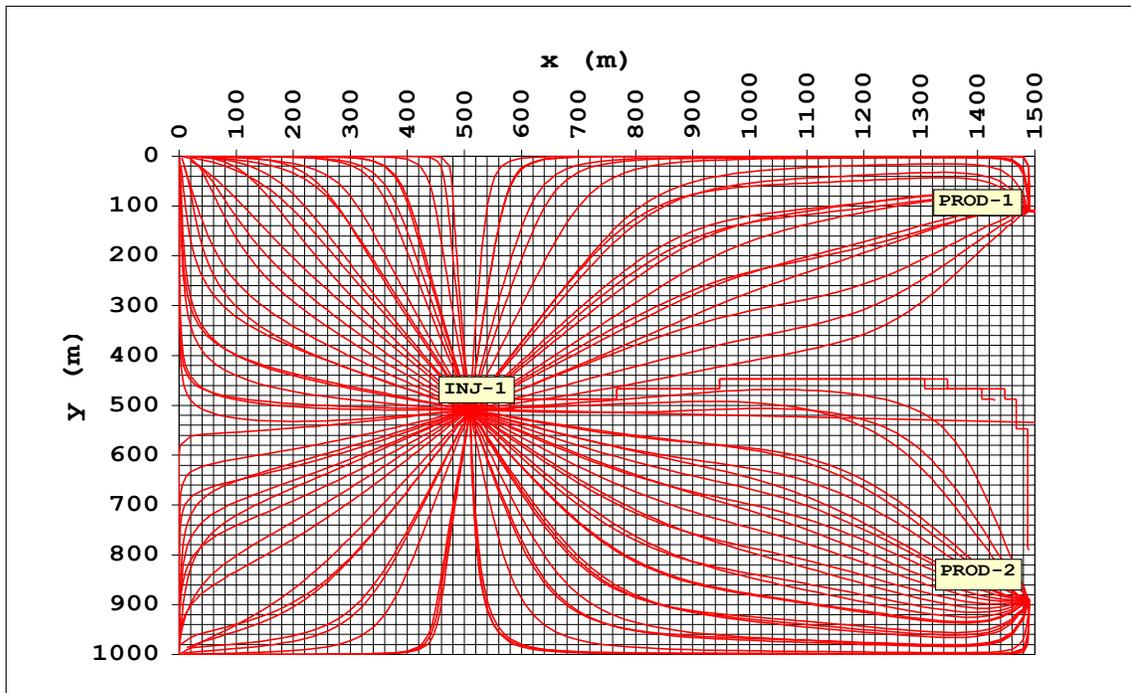


Figura 3.1: Exemplo de traçado de linhas de corrente em um modelo compressível com um poço injetor (INJ-1) e dois poços produtores (PROD-1 e PROD-2). Por ser um sistema compressível, algumas linhas de corrente acabam em células “sumidouro” nos cantos esquerdos do modelo.

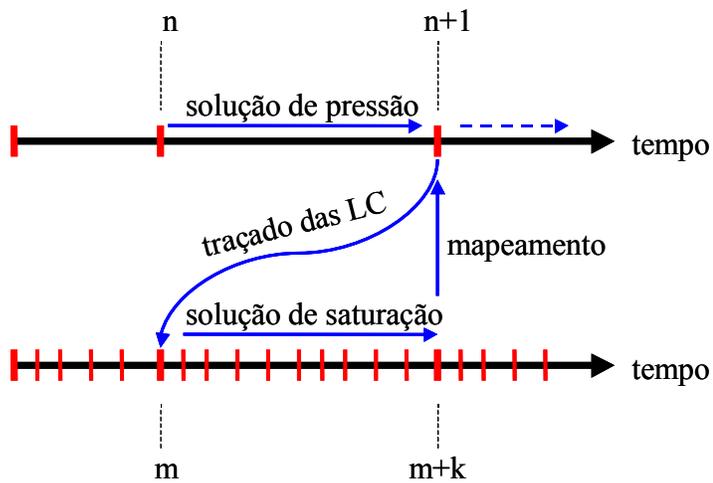


Figura 3.2: Esquema de passos de tempo para simulação por linhas de corrente.

3.2 Variação Espacial e Dinâmica das Propriedades do Óleo em Simuladores *Black-Oil*

Em alguns reservatórios extensos, uma variação contínua das propriedades iniciais do óleo em função da localização e da profundidade traz uma nova dificuldade para a adequada caracterização (Figura 3.3). Até hoje, na grande maioria dos casos onde esse tipo de reservatório foi encontrado, utilizaram-se simuladores de diferenças finitas do tipo *Black-Oil*. Esses simuladores são geralmente muito lentos para a solução das malhas de milhões de células necessárias em grandes modelos numéricos. Nos principais simuladores *Black-Oil* a opção para a modelagem de variação nas propriedades de óleo é chamada *API Tracking*. Grau API é um escala desenvolvida pelo API (American Petroleum Institute) para definição de densidade relativa em condições padrão de vários hidrocarbonetos líquidos (Society of Petroleum Engineers, 2004). Usando-se a opção *API Tracking*, um campo inicial em Grau API é estabelecido e convertido em massas específicas. A cada passo de tempo, as massas específicas são recalculadas em função da movimentação de óleo no reservatório (CMG, 1999 e Geoquest Reservoir Technologies, 2002).

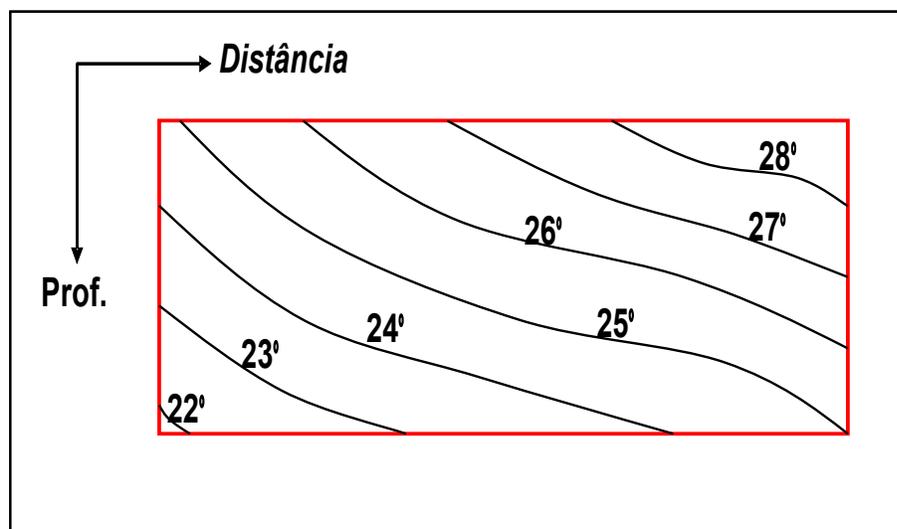


Figura 3.3: Seção esquematizada de um reservatório com variação horizontal e vertical de qualidade de óleo (Grau API).

Em reservatórios onde é comprovada a variação das características do óleo, pode-se dispor das seguintes formas de modelagem (CMG, 1999 e Geoquest Reservoir Technologies, 2002):

1. adotar uma tabela PVT única para todo o reservatório;
2. dividir o reservatório em várias regiões, representadas por tabelas PVT específicas;
3. adotar a opção *API Tracking*, com Grau API definido em função da profundidade;
4. adotar a opção *API Tracking*, informando-se a Grau API do óleo célula a célula.

Se as variações observadas são grandes, a opção 1, que é muito utilizada, fará com que ocorram desvios nas estimativas do potencial de produção dos poços, prejudicando as otimizações de planos de drenagem. O Anexo 3 apresenta um estudo, cujo objetivo foi avaliar o impacto dessa consideração. Isso se explica porque o espaçamento entre um poço injetor e um poço produtor depende da transmissibilidade do sistema, a qual depende da viscosidade do óleo. Quanto menor a transmissibilidade, menor deveria ser a distância entre esses poços. A opção 2 cria descontinuidades entre células que não são desejáveis do ponto de vista numérico. A opção 3 é adequada para reservatórios que não sejam extensos ou em casos em que esteja comprovada que a variação das propriedades do óleo é função apenas da profundidade. Usando-se esta opção, as propriedades do óleo são atualizadas em função do seu movimento, o que não ocorre na opção 2. Nos casos de reservatórios com variação horizontal das propriedades iniciais do óleo, não é possível caracterizar o sistema adequadamente usando-se a opção 3, sendo necessária então, a definição das propriedades do óleo célula a célula, como na opção 4. Para isso, é necessária a inicialização do modelo através de um pré-processamento, pois os simuladores exigem, neste caso, que sejam alimentadas, além das propriedades iniciais do óleo, todas as saturações e pressões. Uma outra opção seria utilizar simuladores composicionais, o que acarretaria tempos de processamento excessivos.

O princípio de aplicação da opção *API Tracking* é semelhante nos principais simuladores *Black-Oil* comerciais. São informadas duas ou mais tabelas PVT, às quais são associados valores de densidade de óleo. A distribuição inicial de propriedades pode ser estabelecida de duas formas: informando-se o Grau API do óleo em cada célula da simulação ou especificando-se gradientes verticais para cada região do reservatório. As duas tabelas PVT, cujo intervalo de densidade contém a densidade de determinada célula, são interpoladas para a determinação das demais propriedades. Na solução, a massa específica do óleo de cada célula é mantida constante durante

o intervalo de tempo. Quando ocorre a convergência da solução e são determinados os fluxos entre as células, o princípio de conservação de massa é utilizado para determinar as novas massas específicas, as quais são usadas no próximo passo de tempo. Embora essa seja uma simplificação do processo, a rapidez deste tipo de procedimento, comparada com simulação composicional, permite que maior esforço computacional seja utilizado em outros pontos importantes da modelagem, como, por exemplo, no refinamento da malha.

Uma opção do tipo *API Tracking* nos simuladores por linhas de corrente é altamente desejável, tendo em vista as vantagens já comprovadas desse tipo de modelagem. Como na simulação por linhas de corrente já existe uma etapa de mapeamento das quantidades de fluidos em cada célula após o intervalo de tempo convectivo, a implementação da opção Grau API variável não é tão complexa e não eleva de modo significativo o esforço computacional.

3.3 Equações Básicas para Simulação por Linhas de Corrente

A equação de conservação de massa no escoamento de um determinado componente c é definida por:

$$\frac{\partial M_c}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}_c = \dot{m}_c, \quad (1)$$

onde M_c é a concentração do componente c , definida como massa por unidade de volume, \mathbf{F}_c é o fluxo mássico por unidade de área (vetorial) e \dot{m}_c é a vazão mássica de injeção do componente c por unidade de volume (Blunt, 2008). Se existe mais de uma fase fluindo em um meio poroso, associa-se M_c às saturações das fases, através da concentração de massa do componente c por volume da fase j (C_{jc}):

$$M_c = \phi \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} S_j C_{jc}, \quad (2)$$

onde ϕ é a porosidade da rocha, S_j é a saturação da fase j .

O fluxo de massa é dado pela soma dos fluxos mássicos do componente em todas as fases:

$$\mathbf{F}_c = \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \mathbf{F}_{jc}, \quad (3)$$

ou:

$$\mathbf{F}_c = \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} (\mathbf{u}_j C_{jc} - \phi S_j \vec{\mathbf{D}}_{jc} \nabla C_{jc}), \quad (4)$$

onde \mathbf{u}_j é a velocidade aparente de fase j e $\vec{\mathbf{D}}_{jc}$ é o tensor dispersão do componente c na fase j . Admitindo-se que a dispersão é desprezível, tem-se das Equações (1) e (4) a seguinte equação que descreve o escoamento e a acumulação de cada componente:

$$\frac{\partial (M_c)}{\partial t} + \nabla \cdot \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} (\mathbf{u}_j C_{jc}) = \dot{m}_c. \quad (5)$$

Substituindo-se a Equação (2) obtêm-se a mesma equação em termos de saturação das fases:

$$\sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \frac{\partial (\phi S_j C_{jc})}{\partial t} + \nabla \cdot \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} (\mathbf{u}_j C_{jc}) = \dot{m}_c, \quad (6)$$

A equação que descreve a quantidade de massa do componente c presente em uma única fase p é dada por:

$$\frac{\partial (\phi S_p C_{pc})}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}_p C_{pc}) = \dot{m}_{pc} + \dot{m}_{ic}, \quad (7)$$

onde \dot{m}_{pc} é a velocidade de injeção da massa do componente c , dissolvida na fase p , e \dot{m}_{ic} é a velocidade de transferência de massa do componente c , de todas as outras fases para a fase p .

Por definição, a soma das concentrações de todos os componentes de uma fase é igual à massa específica dessa fase:

$$\rho_p = \sum_{i=1}^{n \text{ comp}} C_{pi}. \quad (8)$$

Somando-se a Equação (7), definida para todos os componentes que podem compor a fase p , obtêm-se a equação que descreve a massa de uma fase:

$$\frac{\partial(\phi S_p \rho_p)}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}_p \rho_p) = q_p \rho_p + \dot{m}_p, \quad (9)$$

onde \dot{m}_p corresponde à velocidade de transferência de massa das outras fases para a fase p e:

$$q_p = \frac{\dot{m}_p}{\rho_p}. \quad (10)$$

A velocidade de uma fase \mathbf{u}_p é dada pela lei de Darcy, aplicada ao escoamento multifásico:

$$\mathbf{u}_p = - \frac{\vec{\mathbf{K}} K_{rp}}{\mu_p} \cdot (\nabla p_p - \rho_p \mathbf{g}), \quad (11)$$

ou também

$$\mathbf{u}_p = - \frac{\vec{\mathbf{K}} K_{rp}}{\mu_p} \cdot (\nabla p_p - \rho_p \mathbf{g} \nabla z), \quad (12)$$

onde z é a profundidade (positiva na direção descendente).

Substituindo-se a Equação (12) na Equação (6) obtém-se a Equação (13) (em destaque), que descreve o escoamento e acumulação do componente c em função dos campos de pressão das fases nas quais este componente se encontra dissolvido:

$$\boxed{\sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \frac{\partial(\phi S_j C_{jc})}{\partial t} - \nabla \cdot \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \left[\frac{\vec{\mathbf{K}} K_{rj}}{\mu_j} (\nabla p_j - \rho_j \mathbf{g} \nabla z) C_{jc} \right]} = \dot{m}_c. \quad (13)$$

Substituindo-se a Equação (12) na Equação (9), obtém-se a equação que descreve o escoamento e acumulação da fase p em função do campo de pressão desta fase:

$$\boxed{\frac{\partial(\phi S_p \rho_p)}{\partial t} - \nabla \cdot \left[\frac{\vec{\mathbf{K}} K_{rp}}{\mu_p} (\nabla p_p - \rho_p \mathbf{g} \nabla z) \rho_p \right]} = q_p \rho_p + \dot{m}_p. \quad (14)$$

Fazendo-se a somatória das velocidades de todas as fases definidas pela Equação (11), obtém-se a velocidade total do fluido:

$$\mathbf{u}_t = \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \mathbf{u}_j = -\vec{\mathbf{K}} \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} [\lambda_j \nabla p_j - \lambda_j \rho_j \mathbf{g}], \quad (15)$$

onde a mobilidade da fase λ_j é definida como a relação entre permeabilidade relativa e viscosidade da fase j .

Tomando-se uma das fases (p) como base e usando-se as pressões capilares entre esta fase e as demais, definidas por $p_{cpj} = p_j - p_p$:

$$\mathbf{u}_t = -\vec{\mathbf{K}} \left[\sum_{j=1}^{n \text{ fases}} (\lambda_j \nabla p_p) + \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} (\lambda_j \nabla p_{cpj}) - \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} (\lambda_j \rho_j \mathbf{g}) \right], \quad (16)$$

ou,

$$\mathbf{u}_t = -\vec{\mathbf{K}} (\lambda_t \nabla p_p) - \vec{\mathbf{K}} \left[\sum_{j=1}^{n \text{ fases}} (\lambda_j \nabla p_{cpj}) - \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} (\lambda_j \rho_j \mathbf{g}) \right]; \quad (17)$$

onde λ_t é a mobilidade total:

$$\lambda_t = \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \lambda_j. \quad (18)$$

Da Equação (17) segue:

$$-\vec{\mathbf{K}} \nabla p_p = \frac{\mathbf{u}_t}{\lambda_t} + \frac{\vec{\mathbf{K}}}{\lambda_t} \left[\sum_{j=1}^{n \text{ fases}} (\lambda_j \nabla p_{cpj}) - \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} (\lambda_j \rho_j \mathbf{g}) \right]. \quad (19)$$

Substituindo-se a Equação (19) na Equação (11) e reagrupando-se os termos:

$$\mathbf{u}_p = \lambda_p \left\{ -\vec{\mathbf{K}} \nabla p_p \right\} + \vec{\mathbf{K}} \lambda_p \rho_p \mathbf{g}, \quad (20)$$

$$\mathbf{u}_p = \lambda_p \left\{ \frac{\mathbf{u}_t}{\lambda_t} + \frac{\vec{\mathbf{K}}}{\lambda_t} \left[\sum_{j=1}^{n \text{ fases}} (\lambda_j \nabla p_{cpj}) - \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} (\lambda_j \rho_j \mathbf{g}) \right] \right\} + \vec{\mathbf{K}} \lambda_p \rho_p \mathbf{g}, \quad (21)$$

$$\mathbf{u}_p = \frac{\lambda_p}{\lambda_t} \mathbf{u}_t - \vec{\mathbf{K}} \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \left(\frac{\lambda_p \lambda_j}{\lambda_t} \nabla p_{cpj} \right) - \vec{\mathbf{K}} \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \left(\frac{\lambda_p \lambda_j}{\lambda_t} \rho_j \right) \mathbf{g} + \vec{\mathbf{K}} \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \left(\frac{\lambda_p \lambda_j}{\lambda_t} \rho_p \right) \mathbf{g}, \quad (22)$$

$$\mathbf{u}_p = \frac{\lambda_p}{\lambda_t} \mathbf{u}_t - \vec{\mathbf{K}} \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \left(\frac{\lambda_p \lambda_j}{\lambda_t} \nabla p_{cpj} \right) - \vec{\mathbf{K}} \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \left(\frac{\lambda_p \lambda_j}{\lambda_t} (\rho_j - \rho_p) \right) \mathbf{g}, \quad (23)$$

$$\mathbf{u}_p = f_p \mathbf{u}_t + \mathbf{u}_{grav\ p} + \mathbf{u}_{cap\ p}; \quad (24)$$

onde $f_p = \lambda_p/\lambda_t$ é o fluxo fracionário da fase p ,

$$\mathbf{u}_{cap\ p} = -\vec{\mathbf{K}} \sum_{j=1}^{n\ fases} \left(\frac{\lambda_p \lambda_j}{\lambda_t} \nabla p_{cjp} \right), \quad (25)$$

$$\mathbf{u}_{grav\ p} = -\vec{\mathbf{K}} \sum_{j=1}^{n\ fases} \left(\frac{\lambda_p \lambda_j}{\lambda_t} \Delta \rho_{pj} \right) \mathbf{g}, \quad (26)$$

$$\Delta \rho_{pj} = \rho_j - \rho_p \quad \text{e} \quad \Delta p_{cjp} = p_j - p_p. \quad (27)$$

A Equação (24) diz que a velocidade de uma fase é a soma dos três componentes ilustrados na Figura 3.4:

- velocidade paralela à velocidade total ($f_p \mathbf{u}_t$);
- velocidade vertical devida à segregação gravitacional ($\mathbf{u}_{grav\ p}$) e
- velocidade devida aos efeitos da pressão capilar ($\mathbf{u}_{cap\ p}$).

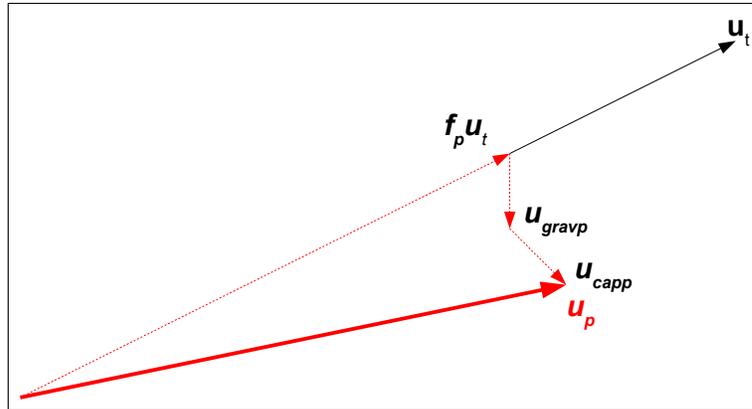


Figura 3.4: Componentes da velocidade de uma fase (Blunt, 2007).

Na simulação por linhas de corrente, a movimentação de fluidos é calculada primeiramente em linhas de corrente paralelas a \mathbf{u}_t e em seguida na direção vertical, para a solução do escoamento gravitacional devido a velocidade \mathbf{u}_{gravp} . Em casos onde a capilaridade não é significativa, \mathbf{u}_t pode ser considerado como função de um único campo de pressões.

3.4 Solução da Pressão

A solução por linhas de corrente usa o esquema IMPES (*Implicit Pressure Explicit Saturation*). As equações são arranjadas de tal forma a se obter o campo de pressões no final do passo de tempo, independentemente das saturações das fases. Em seguida, as composições e, conseqüentemente, as saturações são explicitamente movidas, usando-se os novos gradientes de pressão. Após o cálculo da movimentação de massa, novas propriedades de fluidos e mobilidades são calculadas e usadas no próximo passo de tempo.

Neste trabalho, são considerados componentes que, ao serem misturados para formar uma fase, não têm o seu volume alterado. Admite-se também que não existe transferência de massa entre as fases. Tomando-se um componente c , em um sistema com essas características, pode-se definir a “saturação” deste componente (S_c) como a razão entre o volume que o componente ocuparia sozinho no sistema e o espaço poroso. A concentração do componente c , M_c , pode ser definida tanto em termos da Equação (2) como em termos de S_c :

$$M_c = \phi \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} S_j C_{jc} = \phi S_c \rho_c, \quad (28)$$

onde ρ_c é a massa específica que o componente teria nessas condições. Obtém-se, então, a seguinte relação:

$$S_c \rho_c = \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} S_j C_{jc}. \quad (29)$$

A Equação (13), que descreve escoamento e acumulação de um componente, também pode ser escrita como:

$$\frac{\partial \left[\phi \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} (S_j C_{jc}) \right]}{\partial t} - \nabla \cdot \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \left[\frac{\vec{K} K_{rj}}{\mu_j} (\nabla p_j - \rho_j g \nabla z) C_{jc} \right] = \dot{m}_c \quad (30)$$

e portanto:

$$\frac{\partial (\phi S_c \rho_c)}{\partial t} - \nabla \cdot \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \left[\frac{\vec{K} K_{rj}}{\mu_j} (\nabla p_j - \rho_j g \nabla z) C_{jc} \right] = \dot{m}_c. \quad (31)$$

Desmembrando-se o primeiro termo da equação:

$$\begin{aligned} & \phi S_c \frac{\partial(\rho_c)}{\partial t} + \phi \rho_c \frac{\partial(S_c)}{\partial t} + S_c \rho_c \frac{\partial(\phi)}{\partial t} \\ & - \nabla \cdot \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \left[\frac{\vec{K} K_{rj}}{\mu_j} (\nabla p_j - \rho_j g \nabla z) C_{jc} \right] = \dot{m}_c, \end{aligned} \quad (32)$$

e dividindo-se por ρ_c :

$$\begin{aligned} & \phi S_c \frac{1}{\rho_c} \frac{\partial(\rho_c)}{\partial t} + \phi \frac{\partial(S_c)}{\partial t} + S_c \frac{\partial(\phi)}{\partial t} + \\ & - \frac{1}{\rho_c} \nabla \cdot \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \left[\frac{\vec{K} K_{rj}}{\mu_j} (\nabla p_j - \rho_j g \nabla z) C_{jc} \right] = \frac{\dot{m}_c}{\rho_c}. \end{aligned} \quad (33)$$

A porosidade se relaciona diretamente com a pressão através da compressibilidade da rocha:

$$c_r = \frac{1}{\Phi} \frac{d\Phi}{dp}. \quad (34)$$

Considerando que um componente tem sua composição invariável e que não existe variação no volume do componente devido a mistura com outros componentes, a variação do volume específico do componente é correlacionada com a pressão através da sua compressibilidade:

$$c_c = -\frac{1}{v_c} \frac{dv_c}{dp}, \quad (35)$$

onde v_c é o volume específico do componente c . O produto da massa específica pelo volume específico é constante igual a 1. Portanto:

$$d(v_c \rho_c) = v_c d\rho_c + \rho_c dv_c = 0, \quad (36)$$

$$\frac{d\rho_c}{\rho_c} = -\frac{dv_c}{v_c} \quad (37)$$

e

$$c_c = \frac{1}{\rho_c} \frac{d\rho_c}{dp}. \quad (38)$$

Portanto:

$$\phi S_c (c_c + c_r) \frac{\partial p}{\partial t} + \phi \frac{\partial(S_c)}{\partial t} - \frac{1}{\rho_c} \nabla \cdot \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \left[\frac{\vec{K} K_{rj}}{\mu_j} (\nabla p_j - \rho_j g \nabla z) C_{jc} \right] = q_c, \quad (39)$$

onde q_c é a vazão injetada do componente c .

Fazendo-se a somatória da Equação (39) aplicada a todos os componentes e considerando

que a soma das vazões de todos os componentes é igual à soma das vazões de todas as fases, obtêm-se a seguinte equação para a solução da pressão em um caso compressível:

$$\boxed{\phi \left[c_r + \sum_{i=1}^{n\text{comp}} (S_i c_i) \right] \frac{\partial p}{\partial t} + \phi \sum_{i=1}^{n\text{comp}} \frac{\partial S_i}{\partial t} - \sum_{i=1}^{n\text{comp}} \frac{1}{\rho_i} \nabla \cdot \sum_{j=1}^{n\text{fases}} \left[\frac{\vec{K} K_{rj}}{\mu_j} (\nabla p_j - \rho_j g \nabla z) C_{ji} \right]} = \sum_{j=1}^{n\text{fases}} q_j. \quad (40)$$

A somatória das variações de saturação no segundo termo poderia ser cancelada uma vez que a soma das saturações é igual a um, por definição. Porém, por razões numéricas, como será explicado na Seção 5.3, esse termo foi aqui mantido.

No caso incompressível, os termos que envolvem compressibilidade devem ser eliminados, obtendo-se a seguinte equação para a solução da pressão:

$$\boxed{- \sum_{i=1}^{n\text{comp}} \frac{1}{\rho_i} \nabla \cdot \sum_{j=1}^{n\text{fases}} \left[\frac{\vec{K} K_{rj}}{\mu_j} (\nabla p_j - \rho_j g \nabla z) C_{ji} \right]} = \sum_{j=1}^{n\text{fases}} q_j. \quad (41)$$

Neste caso, não é necessária a manutenção do termo das variações da saturação, pois o método utilizado na solução convectiva garante que a somatória das saturações seja unitária.

3.5 Construção das Linhas de Corrente

Para se traçar as linhas de corrente utiliza-se o método de Pollock (Pollock, 1988). Discretizando-se o reservatório em células ortogonais, a velocidade do fluido dentro de uma célula, na direção x , pode ser aproximada linearmente por:

$$v_x = v_x(x_0) + h_x(x - x_0), \quad x_0 \leq x \leq x_0 + \Delta x, \quad (42)$$

onde v_x é a velocidade intersticial do fluido na direção x , x_0 é a coordenada x de uma face da célula e h_x é o gradiente de velocidade no interior da célula (Figura 3.5).

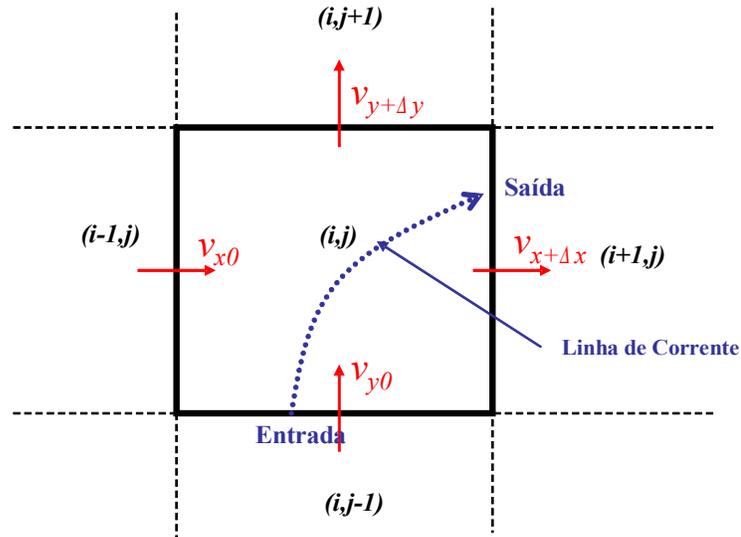


Figura 3.5: Determinação das coordenadas de saída de uma linha de corrente em uma célula.

O tempo para o cruzamento da célula na direção x é determinado pela integração de dx/v_x :

$$\Delta t_{ex} = \int_{x_i}^{x_0 + \Delta x} \frac{dx}{v_x}; \quad (43)$$

onde x_i é a coordenada x de entrada da linha de corrente na célula. Usando-se a Equação (42):

$$\Delta t_{ex} = \int_{x_i}^{x_0 + \Delta x} \frac{1}{v_x} \left(\frac{dx}{dv_x} \right) dv_x = \frac{1}{h_x} \int_{x_i}^{x_0 + \Delta x} \frac{1}{v_x} dv_x = \frac{1}{h_x} \ln \frac{v_{(x_0 + \Delta x)}}{v_{(x_i)}}, \quad (44)$$

Usando-se a Equação (44), os tempos necessários para cruzamento da célula nas três direções podem ser calculados por:

$$\Delta t_{ex} = \frac{1}{h_x} \ln \left[\frac{v_x(x_0) + h_x \Delta x}{v_x(x_0) + h_x(x_i - x_0)} \right], \quad (45)$$

$$\Delta t_{ey} = \frac{1}{h_y} \ln \left[\frac{v_y(y_0) + h_y \Delta y}{v_y(y_0) + h_y (y_i - y_0)} \right], \quad (46)$$

$$\Delta t_{ez} = \frac{1}{h_z} \ln \left[\frac{v_z(z_0) + h_z \Delta z}{v_z(z_0) + h_z (z_i - z_0)} \right]. \quad (47)$$

O menor dos três tempos de cruzamento, Δt_{min} , corresponde ao instante em que a linha de corrente atinge a face de saída da célula. Conhecendo-se Δt_{min} , é possível calcular a coordenada de saída na direção x , utilizando-se a relação:

$$\Delta t_{min} = \frac{1}{h_x} \ln \left[\frac{v_x(x_0) + h_x (x_e - x_0)}{v_x(x_0) + h_x (x_i - x_0)} \right] = \frac{1}{h_x} \ln \left[\frac{v_x(x_0) + h_x (x_e - x_0)}{v_x(x_i)} \right], \quad (48)$$

onde x_e é a coordenada de saída.

Isolando-se as coordenadas de saída da linha de corrente nas três direções:

$$x_e = x_0 + \frac{1}{h_x} \left[v_x(x_i) e^{h_x \Delta t_{min}} - v_x(x_0) \right], \quad (49)$$

$$y_e = y_0 + \frac{1}{h_y} \left[v_y(y_i) e^{h_y \Delta t_{min}} - v_y(y_0) \right], \quad (50)$$

$$z_e = z_0 + \frac{1}{h_z} \left[v_z(z_i) e^{h_z \Delta t_{min}} - v_z(z_0) \right]. \quad (51)$$

Usando este conceito em todas as células atravessadas, é possível a construção da trajetória de uma linha de corrente. Em sistemas incompressíveis, todas as linhas se iniciam nos pontos de injeção de fluidos e terminam em algum ponto de produção. Quando existe compressibilidade, podem existir células do tipo “fonte” onde, devido à expansão dos fluidos ou contração do espaço poroso, as direções de escoamento são, em todas as faces, em direção ao exterior da célula. Nesse caso, linhas de corrente também devem ser lançadas das paredes dessas células. Também podem existir células do tipo “sumidouro”, onde o fluxo é, em todas as faces, em direção ao interior da célula e onde as linhas de corrente terminam, sem atingir um ponto de produção de fluidos.

Ao se traçarem as linhas de corrente, também é calculado o "tempo de vôo" (*time of flight* — TOF), que é definido como o tempo médio de percurso das partículas de uma linha de corrente

até uma posição determinada:

$$\tau_s = \int_0^s \frac{1}{v_{s(\zeta)}} d\zeta = \int_0^s \frac{\phi(\zeta)}{u_{s(\zeta)}} d\zeta. \quad (52)$$

onde v é a velocidade intersticial e u á a velocidade aparente. Na forma discretizada:

$$\tau_{s n} = \sum_{i=1}^n \Delta t_{min i}. \quad (53)$$

3.6 Solução do Transporte de Massa para Sistema Incompressível

Considerando-se que ao longo de uma linha de corrente não existe injeção ou produção de fluidos e admitindo-se que não exista transferência de massa entre as fases, a movimentação de massa em uma fase é descrita ela Equação (7), sem os termos de injeção e transferência de massa:

$$\frac{\partial(\phi S_p C_{cp})}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}_p C_{pc}) = 0. \quad (54)$$

Para rocha incompressível, a equação é:

$$\frac{\partial(S_p C_{cp})}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \nabla \cdot (\mathbf{u}_p C_{pc}) = 0. \quad (55)$$

Fazendo-se a somatória das equações de todos os componentes presentes na fase

$$\frac{\partial(S_p \rho_p)}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \nabla \cdot (\mathbf{u}_p \rho_p) = 0; \quad (56)$$

e para fluidos incompressíveis:

$$\frac{\partial(S_p)}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \nabla \cdot \mathbf{u}_p = 0. \quad (57)$$

Substituindo-se a velocidade pelos seus componentes na Equação (55) e desconsiderando pressão capilar:

$$\frac{\partial(S_p C_{pc})}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \nabla \cdot [(f_p \mathbf{u}_t + \mathbf{u}_{grav p}) C_{pc}] = 0, \quad (58)$$

com $\mathbf{u}_{grav p}$ definido pela Equação (26). Conhecendo-se o campo de velocidades \mathbf{u}_t , essa equação pode ser resolvida através do método da decomposição do operador (*operator splitting*),

introduzido em simulação por linhas de corrente por Bratvedt *et al.* (1996). Nesse método, a equação é resolvida seqüencialmente nas duas direções do sistema de coordenadas (s e z).

$$\begin{cases} \frac{\partial(S_p C_{pc})}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \nabla \cdot (f_p \mathbf{u}_t C_{pc}) = 0, \\ \frac{\partial(S_p C_{pc})}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \nabla \cdot (\mathbf{u}_{grav p} C_{pc}) = 0. \end{cases} \quad (59)$$

Uma solução intermediária, obtida com a solução da primeira equação do Sistema (59), é utilizada como condição inicial na solução da segunda equação.

Desmembrando-se o segundo termo da primeira equação do Sistema (59):

$$\frac{\partial(S_p C_{pc})}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \nabla \cdot (f_p \mathbf{u}_t C_{pc}) = \frac{\partial(S_p C_{pc})}{\partial t} + \frac{1}{\phi} [\mathbf{u}_t \cdot \nabla (f_p C_{pc}) + f_p C_{pc} \nabla \cdot \mathbf{u}_t] = 0. \quad (60)$$

Como em escoamento incompressível $\nabla \cdot \mathbf{u}_t$ é igual a zero, escreve-se a Equação (59) na forma:

$$\begin{cases} \frac{\partial(S_p C_{pc})}{\partial t} + \frac{\mathbf{u}_t \cdot \nabla (f_p C_{pc})}{\phi} = 0, \\ \frac{\partial(S_p C_{pc})}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \nabla \cdot (\mathbf{u}_{grav p} C_{pc}) = 0. \end{cases} \quad (61)$$

O mesmo raciocínio aplicado à Equação (57) que considera a soma de todos os componentes da fase leva ao sistema de equações que não envolve a concentração:

$$\begin{cases} \frac{\partial(S_p)}{\partial t} + \frac{\mathbf{u}_t \cdot \nabla (f_p)}{\phi} = 0, \\ \frac{\partial(S_p)}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \nabla \cdot (\mathbf{u}_{grav p}) = 0. \end{cases} \quad (62)$$

É conveniente substituir a distância ao longo de uma linha de corrente pelo tempo de vôo. Da Equação (52):

$$\frac{d\tau}{ds} = \frac{\phi}{u_s}. \quad (63)$$

Como \mathbf{u}_t é paralelo à linha de corrente:

$$\mathbf{u}_t \cdot \nabla = u_s \frac{\partial}{\partial s} = u_s \frac{d\tau}{ds} \frac{\partial}{\partial \tau}. \quad (64)$$

Portanto:

$$\mathbf{u}_t \cdot \nabla = \phi \frac{\partial}{\partial \tau}. \quad (65)$$

A componente gravitacional de velocidade $\mathbf{u}_{grav\ p}$ é alinhada com a coordenada z. Os dois sistemas de equações do método de decomposição de operadores podem então ser expressos por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial(S_p)}{\partial t} + \frac{\partial(f_p)}{\partial \tau} = 0, \\ \frac{\partial(S_p)}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial(u_{grav\ p})}{\partial z} = 0. \end{array} \right. \quad (66)$$

e

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial(S_p C_c)}{\partial t} + \frac{\partial(f_p C_c)}{\partial \tau} = 0, \\ \frac{\partial(S_p C_{pc})}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial(u_{grav\ p} C_{pc})}{\partial z} = 0. \end{array} \right. \quad (67)$$

onde $\mathbf{u}_{grav\ p}$ é dado por [Equação (26)]:

$$\mathbf{u}_{grav\ p} = -K_z \sum_{j=1}^{n\ fases} \left(\frac{\lambda_p \lambda_j}{\lambda_t} \Delta \rho_{pj} \right) \mathbf{g}. \quad (68)$$

O Sistema (66) é em geral resolvido numericamente para a determinação da movimentação das saturações. O campo de velocidades é determinado logo após a solução da pressão e usado tanto para o traçado das linhas como na determinação do tempo de vôo.

Para o tratamento de propriedades de óleo variável, objetivo dessa tese, considerou-se o óleo como uma mistura de dois componentes. Na solução das linhas de corrente, a equação superior do Sistema (67) é resolvida logo após a solução da equação superior do Sistema (66). O mesmo procedimento é adotado no termo gravitacional com as equações inferiores dos Sistemas de Equações (66) e (67).

A primeira equação do Sistema (67) pode ainda ser desmembrada e simplificada, usando-se

a equação superior do Sistema (66):

$$S_p \frac{\partial(C_c)}{\partial t} + f_p \frac{\partial(C_c)}{\partial \tau} + C_c \left(\frac{\partial S_p}{\partial t} + \frac{\partial f_p}{\partial \tau} \right) = 0, \quad (69)$$

$$\frac{\partial(C_{pc})}{\partial t} + \left(\frac{f_p}{S_p} \right) \frac{\partial(C_{pc})}{\partial \tau} = 0. \quad (70)$$

Entretanto, essa forma da equação não foi utilizada no programa, pois, assim, não seria possível um esquema de solução numérica com estrita conservação de massa, como ocorre na formulação do Sistema (67).

3.7 Solução de Transporte de Massa para Sistema Compressível

A saturação está associada aos volumes das fases, os quais, no caso compressível, são dependentes da pressão. Por essa razão, o equacionamento da parte convectiva do problema se torna mais fácil utilizando-se concentração de massa por volume de rocha. A solução total é dividida nas seguintes etapas:

- solução da pressão, consistente com o método IMPES;
- adequação da porosidade e das saturações ao novo campo de pressão, mantendo-se constantes os campos de concentração de massa M_c ;
- solução da movimentação de massa em termos de M_c e
- nova adequação da porosidade e das saturações ao novo campo de pressão.

Substituindo-se a velocidade pelos seus componentes na Equação (5), desconsiderando-se a pressão capilar e considerando que não existe injeção/produção de fluidos ao longo de uma linha de corrente:

$$\frac{\partial(M_c)}{\partial t} + \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \nabla \cdot [(f_j \mathbf{u}_t + \mathbf{u}_{grav \ p}) C_{jc}] = 0. \quad (71)$$

Aplicando-se a decomposição do operador entre a direção da linha de corrente e a direção vertical:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial(M_c)}{\partial t} + \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \nabla \cdot (f_j \mathbf{u}_t C_{jc}) = 0, \\ \frac{\partial(M_c)}{\partial t} + \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \nabla \cdot (\mathbf{u}_{\text{grav } j} C_{jc}) = 0. \end{array} \right. \quad (72)$$

Uma das maneiras de se resolver a equação superior é desmembrando o segundo termo:

$$\frac{\partial(M_c)}{\partial t} + \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} [f_j C_{jc} \nabla \cdot \mathbf{u}_t + \mathbf{u}_t \nabla (f_j C_{jc})] = 0. \quad (73)$$

Aplicando-se as mesmas transformações usadas na Seção 3.6, obtém-se:

$$\frac{\partial(M_c)}{\partial t} + \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \left[f_j C_{jc} r_d + \phi \frac{\partial(f_j C_{jc})}{\partial \tau} \right] = 0, \quad (74)$$

onde $r_d = \nabla \mathbf{u}_t$, que na solução numérica pode ser obtido a partir do campo de velocidades, já determinado (Cheng *et al.*, 2005).

Uma outra alternativa para solução das equações, a qual foi adotada na presente implementação por permitir um esquema numérico com conservação de massa, consiste na utilização do fluxo mássico do componente c:

$$\sum_{j=1}^{n \text{ fases}} f_j \mathbf{u}_t C_{jc} = \mathbf{F}_c^s, \quad (75)$$

onde \mathbf{F}_c^s é a componente do fluxo mássico \mathbf{F}_c na direção da linha de corrente s . Considerando que toda linha de corrente está associada a um tubo de escoamento imaginário (Figura 3.6):

$$\mathbf{F}_c^s = |\mathbf{F}_c^s| = \frac{\sum_{j=1}^{n \text{ fases}} Q_s f_j C_{jc}}{A}, \quad (76)$$

onde Q_s é vazão que cruza a área A em determinada posição. Embora, em teoria, trate-se de um tubo de corrente, em termos práticos, todas as variáveis desse tubo são obtidas a partir da linha de corrente que o representa, não sendo necessário, portanto, o conhecimento real da sua geometria. A equação superior do Sistema (72) é então:

$$\frac{\partial(M_c)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}_c^s = 0. \quad (77)$$

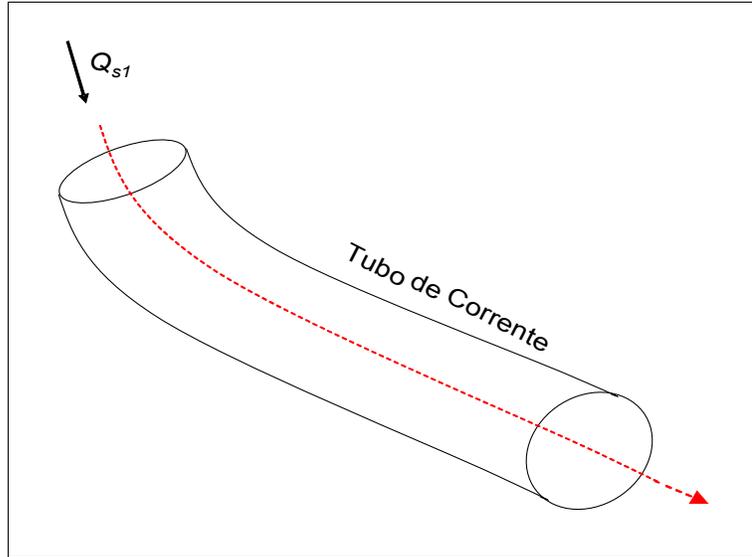


Figura 3.6: Tubo de corrente associado a uma linha de corrente.

Aplicando-se o Teorema de Gauss a um segmento finito do tubo de escoamento:

$$\int_{\Delta V_s} \nabla \cdot \mathbf{F}_c^s dV_s = \int_A \mathbf{F}_c^s \cdot d\mathbf{A}. \quad (78)$$

Utilizando-se (77):

$$-\int_{\Delta V_s} \frac{\partial M_c}{\partial t} dV_s = \int_A \mathbf{F}_c^s \cdot d\mathbf{A}. \quad (79)$$

Em uma seção do tubo de escoamento:

$$\left[\frac{\partial \bar{M}_c}{\partial t} \right] + \frac{(A F_c^s)_2 - (A F_c^s)_1}{\Delta V_s} = 0, \quad (80)$$

onde \bar{M}_c é a concentração mássica média, 1 corresponde à face de entrada do escoamento e 2, à face de saída. Substituindo-se \mathbf{F}_c^s , dado pela Equação (76) e considerando que a velocidade gravitacional, $\mathbf{u}_{grav p}$, é alinhada com a coordenada z, obtém-se, quando o volume tende a zero, o

seguinte sistema de decomposição do operador, o qual substitui o Sistema (72), originalmente deduzido:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial M_c}{\partial t} + \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} \frac{\partial (Q_s f_j C_{jc})}{\partial V_s} = 0, \\ \frac{\partial M_c}{\partial t} + \sum_{p=1}^{n \text{ fases}} \left[\frac{\partial (u_{grav\ p} C_{pc})}{\partial z} \right] = 0. \end{array} \right. \quad (81)$$

com $u_{grav\ p}$ dado pela Equação (68).

Para a solução do Sistema de Equações (81), necessita-se expressar o volume de rocha e a vazão total da linha de corrente em função da distância percorrida. Essas grandezas podem ser obtidas ao longo da linha de corrente em função do divergente r_d e do tempo de vôo τ (Blunt, 2008). A variação do tempo de vôo entre o início e o fim de um segmento infinitesimal de linha de corrente corresponde ao tempo necessário para o preenchimento do volume poroso:

$$d\tau = \frac{Q_s}{dV_s \phi}. \quad (82)$$

Obtêm-se, então, uma equação para a determinação do volume ao longo da linha em função de Q_s e τ .

$$dV_s = \frac{Q_s d\tau}{\phi}. \quad (83)$$

Quando uma linha de corrente é lançada, a vazão total de injeção Q_{flux} no início da mesma é determinada. Em um escoamento incompressível, a vazão Q_s é constante, igual a Q_{flux} , e o tempo de vôo é proporcional ao volume poroso acumulado até uma determinada posição. Porém, se o escoamento é compressível, a vazão varia ao longo da linha de corrente e essa proporcionalidade deixa de existir.

O divergente de um escoamento compressível, em um segmento infinitesimal de tubo de corrente, está associado com a vazão por:

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_i = r_d = \frac{\partial Q_s}{\partial V_s} \quad (84)$$

e

$$r_d = \frac{\partial Q_s}{\partial \tau} \frac{d\tau}{dV_s}. \quad (85)$$

Combinando-se (85) e (82) definimos uma equação que relaciona Q_s e τ :

$$r_d = \frac{\phi}{Q_s} \frac{\partial Q_s}{\partial \tau}. \quad (86)$$

Como durante a solução convectiva, as velocidades se mantêm constantes no tempo, pode-se considerar derivadas simples:

$$\frac{dQ_s}{Q_s} = \frac{r_d}{\phi} d\tau, \quad (87)$$

$$\ln Q_s = \ln Q_{flux} + \int_0^\tau \frac{r_d}{\phi} d\tau. \quad (88)$$

Isolando-se Q_s na Equação (87) e substituindo-se na Equação (83), pode-se também expressar o volume do tubo de corrente associado:

$$dV_s = \frac{dQ_s}{r_d}. \quad (89)$$

O volume de um segmento de tubo de escoamento pode ser determinado por:

$$\Delta V_{12} = \int_{Q_{s1}}^{Q_{s2}} \frac{dQ_s}{r_d}. \quad (90)$$

Em um segmento no qual r_d e ϕ são constantes:

$$\ln Q_{s2} = \ln Q_{s1} + \frac{r_d \Delta \tau}{\phi}, \quad (91)$$

$$\Delta V_{12} = \frac{(Q_{s2} - Q_{s1})}{r_d}. \quad (92)$$

Essas relações são muito importantes na regularização das linhas de corrente, na solução

numérica e no mapeamento das novas concentrações de massa para a malha de simulação original.

O tempo de vôo entre o primeiro nó da linha de corrente, correspondendo ao centro da célula injetora e o segundo nó, correspondendo à face da célula, deve ser o tempo necessário para o preenchimento do espaço poroso da célula pela vazão de injeção do poço. Pode-se determinar esse tempo, idealizando-se uma única linha de corrente que se inicia no centro dessa célula. Neste caso, obtêm-se das Equações (91) e (92) o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} Q_{s2} = Q_{flux} + r_d V_{ijk} \\ Q_{s2} = Q_{flux} e^{\left(\frac{r_d \Delta \tau_2}{\phi}\right)} \end{cases} \quad (93)$$

onde $\Delta \tau_2$ é o tempo de vôo no interior da célula injetora, Q_{s2} é a vazão na face da célula, correspondendo ao segundo nó, Q_{flux} é a vazão de injeção no primeiro nó de linha de corrente e V_{ijk} é o volume total da célula injetora. Desse sistema, determinamos:

$$\Delta \tau_2 = \frac{\phi}{r_d} \ln \left(1 + \frac{r_d V_{ijk}}{Q_{flux}} \right) \quad (94)$$

A função exponencial da segunda equação do Sistema de Equações (93) estabelece uma razão entre a vazão no ponto de injeção e a vazão na face da célula. Como todos os elementos do argumento da função exponencial (r_d , $\Delta \tau_2$, ϕ) são independentes da definição da linha de corrente, pode-se, para qualquer número de linhas de corrente, estabelecer a seguinte relação para calcular a vazão no ponto de injeção, conhecendo-se a vazão na face da célula:

$$Q_{flux} = Q_{s2} e^{\left(-\frac{r_d \Delta \tau_2}{\phi}\right)} \quad (95)$$

O mesmo raciocínio deve ser aplicado para determinar-se o tempo de vôo dentro da célula produtora.

Para a solução numérica do Sistema de Equações (81), f_p , que é função das saturações,

necessita ser freqüentemente calculado. Portanto, na implementação desse equacionamento, é necessário definir alguma forma de equação de estado para a estimativa da saturação em função da pressão e da composição do fluido.

Capítulo 4

Simulador para Sistema Incompressível

O simulador desenvolvido teve como base um código já disponível, o qual permite a modelagem de sistemas bifásicos incompressíveis em malha tridimensional Cartesiana e regular, com possibilidade de definição de células inativas.

Grande parte das modificações realizadas envolveram a entrada de dados, a solução para o Sistema de Equações (67) e o mapeamento de propriedades para a malha de simulação.

O programa final trabalha com as fases óleo e água. Para considerar variação da densidade do óleo, definiu-se a fase óleo com dois componentes. Esses componentes foram arbitrariamente nomeados de “óleo leve” e “óleo pesado” e devem compreender todo o intervalo de densidades de óleo encontradas no reservatório. Entretanto não é necessário que os componentes sejam estritamente óleo leve ou pesado, como foram nomeados. As propriedades PVT devem ser definidas para cada componente do óleo. Admite-se aqui que não existe variação de volume total de óleo quando os dois componentes são misturados.

Estas foram as modificações mais significativas feitas no programa:

- mudança no critério de ordenamento para pesquisa de células não atingidas por linhas de corrente regulares, como será explicado a seguir;
- leitura de propriedades de dois tipos extremos de óleo;

- leitura do campo de densidade de óleo em Grau API;
- armazenamento do campo de concentração volumétrica de óleo pesado (C_h^{vol}) com valores iniciais calculados em função do Grau API do óleo;
- alteração no processo de interpolação para cálculo de fluxo fracionário, incluindo-se viscosidade de óleo como função de C_h^{vol} ;
- mapeamento de C_h^{vol} da malha de simulação para as linhas de corrente;
- solução de C_h^{vol} nas linhas de corrente;
- mapeamento de C_h^{vol} das linhas de corrente para a malha de simulação.

A aplicação do método de decomposição do operador em simulação por linhas de corrente consiste na divisão do processo de solução do transporte de massa em duas etapas distintas:

1. solução do transporte de massa na direção paralela ao escoamento total em todo o reservatório e
2. solução de movimentação vertical devida à gravidade.

A Seção 4.6 aborda a etapa de solução paralela ao escoamento total, enquanto a etapa relativa à gravidade é abordada na Seção 4.7.

4.1 Fluxograma

A Figura 4.1 mostra o fluxograma simplificado do programa para sistemas incompressíveis, apresentando as principais fases da simulação após as modificações realizadas. No Anexo 1, é apresentado outro fluxograma do mesmo programa, porém com um nível bem maior de detalhes. Embora o programa tenha, originalmente, outras opções de simulação, os fluxogramas mostrados se concentram na parte relativa à simulação com variação de densidade de óleo.

A inicialização consiste, entre outras coisas, na leitura dos dados da simulação, na numeração das células ativas e na construção da matriz de conexão entre blocos.

Por não ser o foco do trabalho, não existe para a formulação incompressível um processo automático de definição de intervalos de tempo de solução da pressão. Esses tempos são estabelecidos através da definição de tempo final da simulação, número de passos desejado e histórico de alterações de restrições de produção e injeção. Aumentando-se o número de passos, obtém-se uma solução mais acurada, devido ao tratamento explícito da saturação e do aumento da frequência de soluções gravitacionais, como será explicado adiante. Por outro lado, isso acarreta um aumento do tempo de processamento, sendo necessário que se procure uma definição dos parâmetros de controle de passo de tempo que seja um bom compromisso entre velocidade de processamento e qualidade dos resultados.

A solução de pressão se dá através de diferenciação da equação para sistemas incompressíveis, obedecendo-se às restrições de operação dos poços. Após a solução da pressão, as velocidades de escoamento, necessárias para construção das linhas de corrente, são calculadas em todas as faces de células conectadas.

Inicialmente, um conjunto de linhas de corrente regulares é lançado de todas as faces das células pertencentes aos poços injetores. O processo de construção das linhas, regularização, solução numérica e mapeamento das novas propriedades para a malha de simulação é realizado linha a linha.

Após o lançamento de todas as linhas regulares, pode acontecer de células não serem atingidas por nenhuma linha (Batycky, 1997), o que é explicado adiante com mais detalhes. Por essa razão, existe um processo adicional de varrimento de todas as células, procurando-se células não atingidas. Quando uma célula não atingida é encontrada, linhas complementares são lançadas desta célula, em direção contrária à velocidade, até que uma célula injetora seja encontrada.

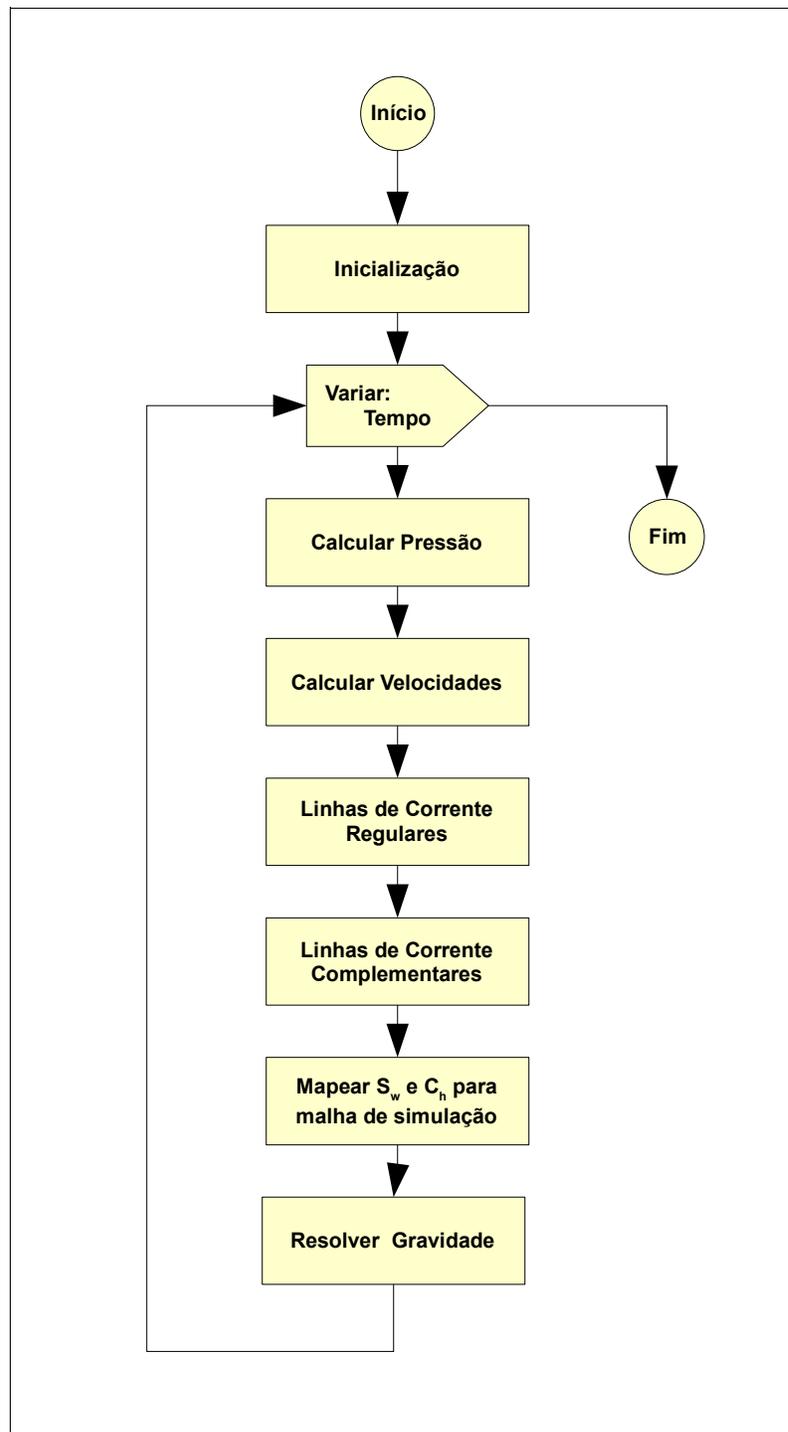


Figura 4.1: Fluxograma simplificado do código de simulação por linhas de corrente para sistema incompressível.

Após o lançamento de todas as linhas regulares e complementares, os novos valores de S_w e C_h^{vol} a serem atribuídos a cada célula são calculados a partir de médias ponderadas pelo tempo de vôo entre as linhas que atravessam cada célula.

Finalmente, após a solução das linhas de corrente e mapeamento das propriedades na malha de simulação, existe um processo de solução gravitacional, realizado em todas as colunas de células, de acordo com a técnica de decomposição do operador, apresentada na Fundamentação Teórica (Capítulo 3).

4.2 Entrada de Dados

Devem ser informados ao programa a geometria da malha de simulação, o número e as dimensões das células nas direções x , y e z , podendo-se também informar, porosidades, permeabilidades nas três direções e indicador de célula ativa para cada célula do modelo. Também são informadas as propriedades da água e do óleo, permeabilidades relativas da rocha e saturação inicial de água. Existem alguns parâmetros adicionais que necessitam ser informados, destacando-se o número de linhas de corrente regulares que se deseja que sejam lançadas.

No caso de simulação com variação nas propriedades do óleo, devem também ser fornecidos valores de Grau API para cada célula do modelo. Dois conjuntos de propriedades PVT, correspondentes aos componentes do óleo, também devem ser informados. Para cada componente deve ser informado: Grau API, pressão de saturação (p_{sat}), fator de formação de volume (B_o), razão de solubilidade (R_s) e viscosidade (μ_o) na pressão de saturação e taxa de variação da viscosidade com a pressão. A definição de Grau API das células é convertida em concentração volumétrica de óleo pesado em condições de reservatório, como será explicado na próxima seção.

4.3 Determinação das Concentrações dos Componentes

Nas implementações realizadas, o óleo foi dividido em dois componentes: um componente chamado “óleo pesado”, identificado nas equações pela letra h , e outro chamado “óleo leve”, identificado nas equações pela letra l .

Se os componentes da fase óleo são incompressíveis, pode-se substituir a concentração dada em massa por volume C_{oh} do Sistema de Equações (67) por concentração volumétrica do óleo pesado C_{oh}^{vol} .

Da fórmula que define Grau API, define-se a seguinte relação numérica para o cálculo da massa específica do óleo em condições padrão:

$$\rho_o^\circ = \frac{141.500,0}{131,5 + API} \text{ (kg/m}^3\text{)}. \quad (96)$$

Conhecendo-se a massa específica, a concentração volumétrica de óleo pesado \hat{C}_h^{vol} em condições padrão é dada por:

$$\hat{C}_h^{vol} = \frac{(\hat{\rho}_o - \hat{\rho}_{ol})}{(\hat{\rho}_{oh} - \hat{\rho}_{ol})}. \quad (97)$$

onde $\hat{\rho}_{ol}$ e $\hat{\rho}_{oh}$ correspondem às massas específicas em condições padrão dos componentes “leve” e “pesado”, respectivamente. O fator de formação de volume de uma mistura de óleos é dado por:

$$B_o = \hat{C}_h^{vol} B_{oh} + (1 - \hat{C}_h^{vol}) B_{ol}. \quad (98)$$

Considerando-se certo volume de óleo “pesado” V_{oh} – parte de um volume V_o da fase óleo, em condições de reservatório – a concentração volumétrica de óleo “pesado” é dada por:

$$C_h^{vol} = \frac{V_{oh}}{V_o} = \frac{(\hat{V}_o \hat{C}_h^{vol}) B_{oh}}{\hat{V}_o B_o} = \hat{C}_h^{vol} \frac{b}{b_h}, \quad (99)$$

onde b é o inverso de B_o e pode ser calculado a partir de C_h^{vol} por:

$$b = C_h^{vol} + (1 - C_h^{vol}) b_l. \quad (100)$$

Usando-se as equações acima, é possível a conversão de Grau API para concentração volumétrica de óleo “pesado” e vice-versa.

Para a estimativa da viscosidade do óleo no reservatório, adotou-se a média aritmética dos inversos das viscosidades, ponderada pela concentração volumétrica, o que é coerente com a formulação adotada na versão comercial do simulador por diferenças finitas utilizado nas validações:

$$\frac{1}{\mu_o} = C_h^{vol} \frac{1}{\mu_{oh}} + (1 - C_h^{vol}) \frac{1}{\mu_{ol}}. \quad (101)$$

Desejando-se gerar um relatório de razão de solubilidade, a mesma pode ser calculada por:

$$R_s = \overset{\circ}{C}_h^{vol} R_{sh} + (1 - \overset{\circ}{C}_h^{vol}) R_{sl}. \quad (102)$$

4.4 Definição dos Poços

Os poços podem ser controlados por pressão de fundo ou vazão total em condições de reservatório. É possível a definição de poços que atravessam várias células vizinhas alinhadas nas direções x , y e z . Mais detalhes sobre as condições de contorno e produtividade dos poços podem ser encontrados em Batycky (1997).

4.5 Solução da Pressão

Na solução da pressão, são consideradas somente as permeabilidades da diagonal do tensor de permeabilidades (K_x , K_y e K_z). A solução da pressão no simulador para sistema incompressível não necessita de um campo inicial de pressão, uma vez que a Equação (41) envolve somente gradientes de pressão. Além disso, as propriedades de rocha e fluidos também são independentes da pressão. Entretanto, para que haja uma solução única, pelo menos um dos poços deve ser controlado por pressão.

Discretização:

Aplicando-se a Equação (41) para o sistema óleo-água, com “óleo pesado” e “óleo leve” como componentes do óleo e considerando que a pressão capilar é desprezível:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{\rho_w} \nabla \cdot \left[\frac{\vec{K} K_{rw}}{\mu_w} (\nabla p - \rho_w g \nabla z) \rho_w \right] + \\
 & -\frac{1}{\rho_h} \nabla \cdot \left[\frac{\vec{K} K_{ro}}{\mu_o} (\nabla p - \rho_o g \nabla z) C_{oh} \right] + \\
 & -\frac{1}{\rho_l} \nabla \cdot \left[\frac{\vec{K} K_{ro}}{\mu_o} (\nabla p - \rho_o g \nabla z) C_{ol} \right] = q_o + q_w.
 \end{aligned} \tag{103}$$

Por simplicidade, foi admitido no programa para sistemas incompressíveis que o efeito do gradiente da concentração dos componentes é insignificante na solução da pressão. Aplicando-se essa simplificação e a consideração da incompressibilidade dos fluidos:

$$-\nabla \cdot \left[\frac{\vec{K} K_{rw}}{\mu_w} (\nabla p - \rho_w g \nabla z) \right] - \nabla \cdot \left[\frac{\vec{K} K_{ro}}{\mu_o} (\nabla p - \rho_o g \nabla z) \right] = q_o + q_w. \tag{104}$$

Para o cálculo da pressão nas células, a discretização da Equação (104) em uma malha Cartesiana regular e horizontal é dada por:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\Delta x} \left\{ \left[K_x \left(\frac{K_{rw}}{\mu_w} + \frac{K_{ro}}{\mu_o} \right) \right]_{i+1/2} \frac{(p_{i+1} - p_i)}{\Delta x} - \left[K_x \left(\frac{K_{rw}}{\mu_w} + \frac{K_{ro}}{\mu_o} \right) \right]_{i-1/2} \frac{(p_i - p_{i-1})}{\Delta x} \right\} + \\
 & \frac{1}{\Delta y} \left\{ \left[K_y \left(\frac{K_{rw}}{\mu_w} + \frac{K_{ro}}{\mu_o} \right) \right]_{j+1/2} \frac{(p_{j+1} - p_j)}{\Delta y} - \left[K_y \left(\frac{K_{rw}}{\mu_w} + \frac{K_{ro}}{\mu_o} \right) \right]_{j-1/2} \frac{(p_j - p_{j-1})}{\Delta y} \right\} + \\
 & \frac{1}{\Delta z} \left\{ \left[K_z \left(\frac{K_{rw}}{\mu_w} + \frac{K_{ro}}{\mu_o} \right) \right]_{k+1/2} \frac{(p_{k+1} - p_k)}{\Delta z} - \left[K_z \left(\frac{K_{rw}}{\mu_w} + \frac{K_{ro}}{\mu_o} \right) \right]_{k-1/2} \frac{(p_k - p_{k-1})}{\Delta z} \right\} + \\
 & \frac{1}{\Delta z} \left\{ \left[K_z g \left(\frac{K_{rw} \rho_w}{\mu_w} + \frac{K_{ro} \rho_o}{\mu_o} \right) \right]_{k+1/2} (z_{k+1} - z_k) - \right. \\
 & \left. \left[K_z g \left(\frac{K_{rw} \rho_w}{\mu_w} + \frac{K_{ro} \rho_o}{\mu_o} \right) \right]_{k-1/2} (z_k - z_{k-1}) \right\} = q_{w(ijk)} + q_{o(ijk)}.
 \end{aligned} \tag{105}$$

As vazões por unidade de volume podem ser expressas por:

$$q_{w(ijk)} = \frac{Q_{winj(ijk)}}{(\Delta x \Delta y \Delta z)} - \frac{Q_{w(ijk)}}{(\Delta x \Delta y \Delta z)} \quad (106)$$

e

$$q_{o(ijk)} = \frac{-Q_{o(ijk)}}{(\Delta x \Delta y \Delta z)}, \quad (107)$$

onde $Q_{winj(ijk)}$ é a vazão de água injetada na célula (i,j,k) . $Q_{o(ijk)}$ e $Q_{w(ijk)}$ correspondem, respectivamente, às vazões produzidas de óleo e água. Multiplicando-se a equação pelo volume da célula:

$$\begin{aligned} & (T_x)_{i+1/2}(p_{i+1}-p_i) - (T_x)_{i-1/2}(p_i-p_{i-1}) + \\ & (T_y)_{j+1/2}(p_{j+1}-p_j) - (T_y)_{j-1/2}(p_j-p_{j-1}) + \\ & (T_z)_{k+1/2}(p_{k+1}-p_k) - (T_z)_{k-1/2}(p_k-p_{k-1}) + \\ & G_{k+1/2}(z_{k+1}-z_k) - G_{k-1/2}(z_k-z_{k-1}) = \\ & Q_{winj(ijk)} - Q_{w(ijk)} - Q_{o(ijk)}, \end{aligned} \quad (108)$$

onde a transmissibilidade total na interface é calculada pela média harmônica entre as células:

$$(T_x)_{i+1/2} = \frac{2}{\frac{1}{(T_x)_i} + \frac{1}{(T_x)_{i+1}}} \quad (109)$$

e

$$(T_x)_i = \left[\frac{A_x K_x (\lambda_w + \lambda_o)}{\Delta x} \right]_i. \quad (110)$$

$$A_x = \Delta y \Delta z, \quad (111)$$

$$\lambda_w = \frac{k_{rw}}{\mu_w} \quad \text{e} \quad \lambda_o = \frac{k_{ro}}{\mu_o}. \quad (112)$$

As expressões das transmissibilidades para as outras direções são análogas.

O termo de gravidade é também é calculado pela média harmônica:

$$G_{(k+1/2)} = \frac{1}{\frac{1}{G_k} + \frac{1}{G_{k+1}}}, \quad (113)$$

onde:

$$G_k = g \left[\frac{A_z K_z (\lambda_{gw} + \lambda_{go})}{\Delta z} \right]_k, \quad (114)$$

$$\lambda_{gw} = \frac{k_{rw} \rho_w}{\mu_w} \quad \text{e} \quad \lambda_{go} = \frac{k_{ro} \rho_o}{\mu_o} \quad (115)$$

A Equação (108), aplicada a todas as células, forma um sistema linear que, no programa desenvolvido, é resolvido por um dos métodos iterativos: gradiente conjugado (JCG) e *multigrid* (AMG). O método *multigrid* apresentou maior estabilidade e velocidade de solução, sendo utilizado em todas as comparações apresentadas na Capítulo 7. Maiores detalhes sobre a solução do sistema linear também podem ser encontrados em Batycky, 1997.

Determinação do Campo de Velocidades:

Uma vez que as pressões foram definidas, calcula-se, pela lei de Darcy, a velocidade total aparente u em todas as interfaces entre células. Na direção vertical:

$$(u_x)_{k+1/2} = \frac{(T_z)_{k+1/2}}{\Delta x \Delta y} (p_k - p_{k+1}) - \frac{(G)_{k+1/2}}{\Delta x \Delta y} (z_k - z_{k+1}). \quad (116)$$

As demais direções são análogas, porém, nas direções horizontais x e y , o termo de gravidade não é considerado. Para cada célula, as seis velocidades aparentes são divididas pela porosidade para obter-se a velocidade intersticial v que é armazenada e utilizada na construção das linhas de corrente e determinação dos tempos de vôo.

4.6 Solução do Transporte de Massa nas Linhas de Corrente

As linhas de corrente regulares são lançadas a partir das faces de todas as células que possuem poços injetores. O número total de linhas desejado é rateado entre as faces, em proporção à vazão total da face. As linhas de corrente são construídas e resolvidas uma a cada vez visando economia de memória RAM (*Random Access Memory*). Em cada face, os pontos de lançamento de linhas de corrente são distribuídos igualmente na direção horizontal e aleatoriamente na direção vertical. A variação aleatória dos pontos de lançamento das linhas faz com que, no decorrer da simulação, um número maior de células seja atingido por linhas

regulares, melhorando a qualidade da solução.

Uma vez determinado o ponto de lançamento de uma linha de corrente, traça-se toda a trajetória usando-se o método de Pollock, explanado na Seção 3.5, até que uma célula pertencente a um poço produtor seja encontrada. Ao mesmo tempo são determinados pela Equação (53) os tempos de vôo em cada nó da linha de corrente. Nó significa a posição em que a linha de corrente passa de uma célula para a célula seguinte (Figura 4.2). Por definição, em células com poço injetor, o primeiro nó da linha de corrente corresponde ao centro da célula. O tempo de vôo entre o centro da célula injetora e a sua face corresponde ao tempo necessário para o preenchimento do volume poroso da célula pela vazão de injeção, o que assegura o balanço de massa da solução. O mesmo critério é aplicado ao último nó, quando se atinge o poço produtor. Além dos tempos de vôos, as saturações de água e concentrações de óleo pesado das células atravessadas também são armazenadas, estabelecendo-se assim um perfil inicial dessas propriedades como condição inicial para a solução da linha.

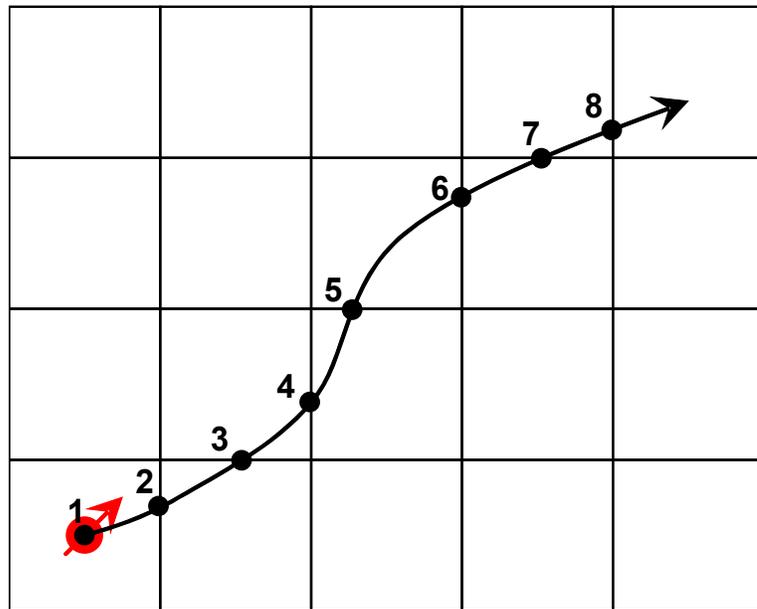


Figura 4.2: Definição de nó de linha de corrente lançada de um poço injetor. O primeiro nó corresponde ao centro da célula injetora.

Uma vez que a linha de corrente foi construída, os seguintes processos são executados:

1. regularização de linha de corrente em intervalos iguais de tempo de vôo;
2. solução simultânea de S_w e C_h^{vol} ;
3. cálculo do volume de água e do componente óleo pesado transferidos ao poço produtor;
4. mapeamento entre a linha regularizada e a linha original e
5. transferência da informação de S_w e C_h^{vol} para a malha de simulação.

A Figura 4.3 ilustra como as linhas de corrente representam a solução de tubos de corrente associados. Em um sistema incompressível, a soma dos volumes dos tubos de corrente lançados de todas as células injetoras corresponde ao volume total do reservatório. Como, apenas as trajetórias das linhas de corrente são consideradas, algumas células podem ficar sem solução após o lançamento das linhas regulares (células em branco na Figura 4.3). Por esta razão existe um processo adicional de pesquisa de células não atingidas. Para cada célula ainda não atingida por uma linha de corrente que é encontrada, uma linha complementar é lançada do centro dessa célula em direção contrária à velocidade, até que uma célula de um poço injetor seja atingida. Quando isso ocorre, a ordem dos nós da linha complementar é invertida e executam-se os mesmos processos executados com as linhas regulares. Para melhor desempenho do programa, somente são mapeadas informações das linhas complementares para a malha original em células que não tenham sido previamente atingidas pelas linhas regulares, evitando-se médias que envolvam tipos diferentes de linhas.

Uma das modificações realizadas no programa original diz respeito ao critério de ordenamento para busca de células não atingidas. Procurou-se evitar a ocorrência de direções preferenciais de linhas e ao mesmo tempo otimizar o lançamento das linhas complementares, atingindo-se um número maior de blocos em cada linha. O critério estabelecido consistiu em ordenar-se as células em função de uma distância média até as células injetoras. Essa distância média é calculada pela média harmônica, em unidade de número de blocos atravessados, entre cada célula do modelo e todas as células injetoras, ponderadas pelas respectivas vazões de injeção. Assim, as células mais distantes dos poços injetores, e mais propensas a não ser atingidas por nenhuma linha regular, são as primeiras a serem testadas.

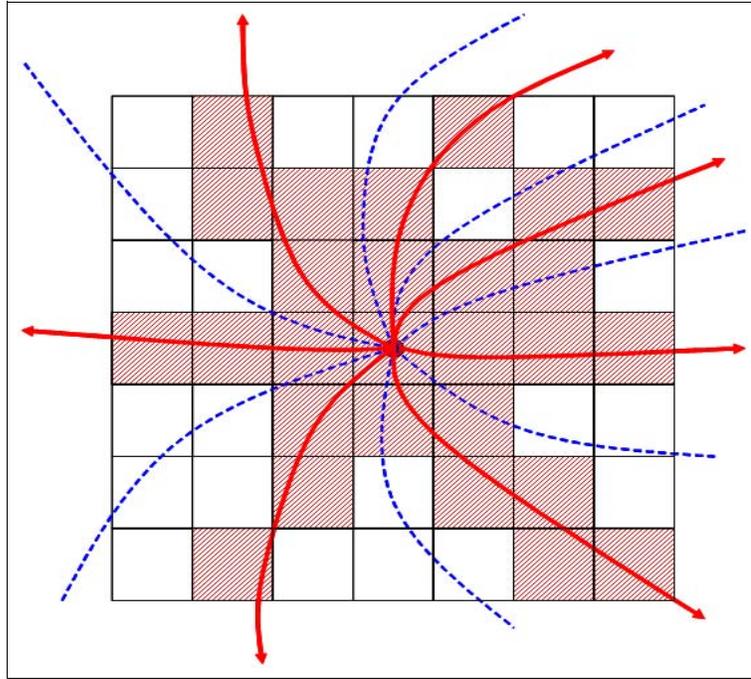


Figura 4.3: Linhas de corrente saindo de um poço injetor (em vermelho) e tubos de corrente associados (delimitados pelas linhas tracejadas azuis). As células em branco não são atingidas por nenhuma linha de corrente.

Discretização:

Para a solução da saturação de água e da concentração volumétrica de óleo pesado em um sistema bifásico, as seguintes equações, correspondentes às partes superiores dos Sistemas de Equações (66) e (67), devem ser resolvidas:

$$\frac{\partial(S_w)}{\partial t} + \frac{\partial(f_w)}{\partial \tau} = 0 \quad (117)$$

e

$$\frac{\partial[S_o C_h^{vol}]}{\partial t} + \frac{\partial[f_o C_h^{vol}]}{\partial \tau} = 0. \quad (118)$$

Como o sistema é bifásico:

$$S_o = 1 - S_w \quad \text{e} \quad f_o = 1 - f_w. \quad (119)$$

Foi mantido, para a solução numérica, o método explícito de discretização por ponto simples a montante, utilizado no programa original. A equação discretizada para a solução da

saturação em um segmento de linha de corrente i é:

$$(S_w)_i^{m+1} = (S_w)_i^m - \frac{\Delta t}{\Delta \tau} [(f_w)_i^m - (f_w)_{i-1}^m], \quad (120)$$

onde m é o indicador do passo de tempo, Δt é o intervalo de tempo utilizado na solução da linha de corrente, $\Delta \tau$ é o intervalo de tempo de vôo da linha de corrente após a regularização e $(f_w)_{i-1}$ e $(f_w)_i$ são os fluxos fracionários de água a montante e à jusante do segmento, os quais são função da saturação.

Imediatamente após a determinação da saturação de água em um segmento, o produto da concentração de óleo pesado pela saturação de óleo é determinado por:

$$(S_o C_h^{vol})_i^{m+1} = (S_o C_h^{vol})_i^m - \frac{\Delta t}{\Delta \tau} [(S_o C_h^{vol})_i^m - (S_o C_h^{vol})_{i-1}^m] \quad (121)$$

e a nova concentração de óleo pesado é calculada utilizando-se a nova saturação, já determinada:

$$(C_h^{vol})_i^{m+1} = \frac{(S_o C_h^{vol})_i^{m+1}}{S_o^{m+1}}. \quad (122)$$

Regularização das Linhas de Corrente:

Antes da solução numérica por diferenças finitas é necessário um processo de regularização das linhas de corrente em intervalos de tempo de vôo constantes. A Figura 4.4 representa o problema da regularização. Na parte superior da figura está esquematizada uma linha de corrente original, com os seus segmentos correspondendo aos intervalos entre os nós. Na parte inferior está esquematizada a linha de corrente após a regularização. O segmento regularizado n° 3, destacado em vermelho, à esquerda, engloba mais de um intervalo da linha original, enquanto que o segmento n° 4 está todo contido dentro de um único intervalo da linha original. Quando não existe coincidência entre os limites dos segmentos, o intervalo de linha original é dividido, como pode ser observado em relação ao intervalo n° 7 da linha original.

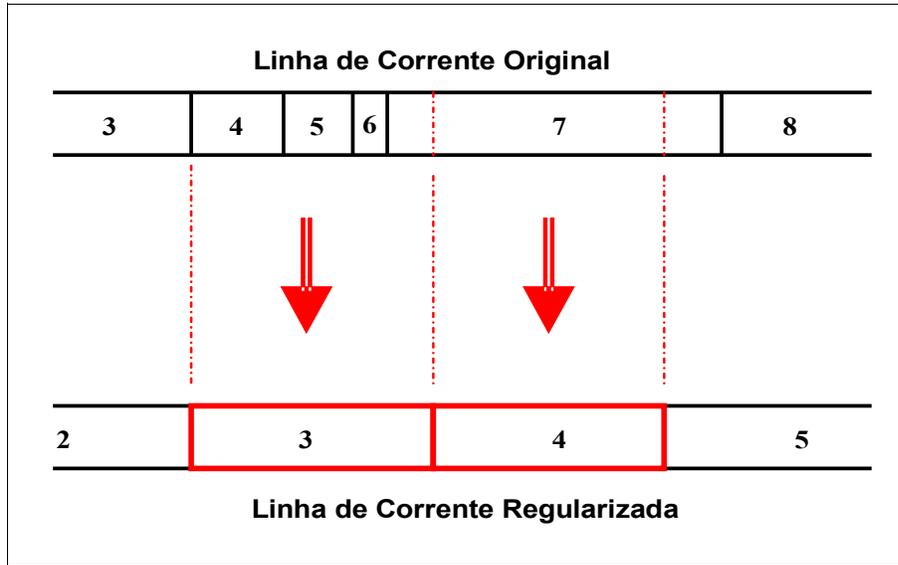


Figura 4.4: Exemplo representativo do processo de regularização da linha de corrente. O segmento regularizado nº 3 engloba os intervalos nº 4, nº 5, nº 6 e parte do intervalo nº 7 da linha original. Por outro lado, o segmento regularizado nº 4 está inteiramente contido no intervalo nº 7 da linha original.

O número de elementos da linha regularizada é um múltiplo do número original de nós da linha. Para problemas incompressíveis observa-se que dois é um multiplicador adequado. A regularização é realizada de tal forma que haja conservação das massas das fases envolvidas na simulação. Quando o escoamento é incompressível, a vazão na linha é uniforme em toda a sua extensão. Sabemos da Equação (83) que, neste caso, o tempo de vôo é proporcional ao volume poroso, portanto as seguintes expressões, que possuem conservação de massa, são usadas no processo de regularização:

$$\left[\int_{\tau_1}^{\tau_2} S_w d\tau \right]_{regular} = \left[\int_{\tau_1}^{\tau_2} S_w d\tau \right]_{irregular}, \quad (123)$$

$$\left[\int_{\tau_1}^{\tau_2} (1-S_w) C_h^{vol} d\tau \right]_{regular} = \left[\int_{\tau_1}^{\tau_2} (1-S_w) C_h^{vol} d\tau \right]_{irregular}. \quad (124)$$

A saturação de água e a concentração de óleo pesado são obtidos através da integração numérica das Equações (123) e (124). Na situação em que um trecho regularizado engloba vários nós, as médias são obtidas por:

$$(S_w)_i = \frac{\sum_j S_w(\tau_j - \tau_{j-1})}{\Delta \tau_i} \quad (125)$$

e

$$(C_h^{vol})_i = \frac{\sum_j C_h^{vol} S_o(\tau_j - \tau_{j-1})}{\sum_j S_o(\tau_j - \tau_{j-1})}. \quad (126)$$

Quando o trecho regularizado está contido no intervalo entre dois nós, a saturação e a concentração do intervalo são simplesmente copiadas para o trecho regularizado.

O mesmo procedimento é utilizado após a solução da linha, para a transferência dos novos perfis de saturação e concentração das linhas de corrente para as células da malha original.

Condições de Contorno:

Necessita-se de condições de contorno para a solução das Equações (120) e (121).

As condições iniciais são dadas pelas distribuições iniciais de saturação e concentração de óleo pesado, que são obtidas a partir da malha de simulação no processo de regularização.

Como se trata de simulação de injeção de água, utiliza-se para a primeira equação as seguintes condições de fronteira no ponto de injeção da linha:

$$(f_w)_{i=0}^m = 1 \quad \text{e} \quad (f_o C_h^{vol})_{i=0}^m = 0. \quad (127)$$

Intervalo de Tempo de Solução de Linhas de Corrente:

Uma das vantagens da simulação por linhas de corrente é a possibilidade de se utilizar o intervalo de tempo mais adequado na solução de cada linha. A estabilidade da solução de (120) é obtida pelo critério de Courant-Fredrich-Lewy com $N_c^{sl} \leq 1$ (Courant *et al.*, 1967; Batycky, 1997):

$$\Delta t_{sl} = \frac{N_c \Delta \tau_{sl}}{v_{max}^c}, \quad (128)$$

onde v_{max}^c representa a máxima velocidade de choque esperada. Quando existe somente óleo e

água, v_{max}^c pode ser estimado a partir da curva de fluxo fracionário. Entretanto, no programa original, esse valor é calculado a partir do perfil de saturação da própria linha de corrente:

$$(v_{max}^c)^{sat} = \frac{[(f_w)_i - (f_w)_{i-1}]}{[(S_w)_i - (S_w)_{i-1}]} \Big|_{máximo}. \quad (129)$$

Como a concentração é resolvida no mesmo passo de tempo que a saturação, o intervalo de tempo também é restrito pela velocidade da frente de concentração, a qual pode ser determinada por:

$$dC = \frac{\partial C_c}{\partial t} dt + \frac{\partial C_c}{\partial \tau} d\tau = 0, \quad (130)$$

$$\frac{d\tau}{dt} = - \frac{\left[\frac{\partial C_c}{\partial t} \right]}{\left[\frac{\partial C_c}{\partial \tau} \right]}. \quad (131)$$

Usando-se a Equação (70):

$$(v_{max}^c) = \frac{(f_o)_i}{(S_o)_i} \Big|_{máximo}. \quad (132)$$

O máximo intervalo de tempo utilizado é calculado por:

$$\Delta t_{sl} = \frac{N_c \Delta \tau_{sl}}{máximo[(v_{max}^c)^{sat}, (v_{max}^c)^C]}. \quad (133)$$

Cada linha de corrente é resolvida várias vezes, obedecendo-se o máximo intervalo de tempo para estabilidade, até que o intervalo de tempo utilizado na solução de pressão seja atingido (Figura 3.2).

Composição Média no Poço Produtor:

Em um passo de tempo de pressão, o fluxo fracionário de um poço produtor é calculado por uma média entre os fluxos fracionários das linhas de corrente que chegam a esse poço:

$$(f_w)_{prod} = \frac{\sum_{sl=1}^{nlin} (Q_{flux})_{sl} (\bar{f}_w)_{sl}}{\sum_{sl=1}^{nlin} (Q_{flux})_{sl}}, \quad (134)$$

onde n_{lin} é o número de linhas de corrente que atinge a célula e $(\bar{f}_w)_{sl}$ é o fluxo fracionário acumulado na linha de corrente sl no intervalo de tempo de solução de pressão.

$$(\bar{f}_w)_{sl} = \frac{\sum_{m=1}^{nsol} [\Delta t^m (f_w)_{i=N}^m]}{\Delta t^{pres}}, \quad (135)$$

onde $nsol$ é o número de soluções internas de uma linha de corrente, N é o número de segmentos da linha regularizada, Δt^m é o intervalo de tempo de uma solução de linha de corrente e Δt^{pres} é o intervalo de tempo da solução de pressão.

Da mesma forma, a composição de óleo é calculada por:

$$(C_h^{vol})_{prod} = \frac{\sum_{sl=1}^{nlin} (Q_{flux})_{sl} (\bar{f}_o)_{sl} (\bar{C}_h^{vol})_{sl}}{\sum_{sl=1}^{nlin} (Q_{flux})_{sl} (\bar{f}_o)_{sl}}, \quad (136)$$

$$(\bar{C}_h^{vol})_{sl} = \frac{\sum_{m=1}^{nsol-1} [\Delta t^{m+1} (f_o)_{i=N}^m (C_h^{vol})_{i=N}^m]}{(f_o)_{i=N}^m \Delta t^{pres}}. \quad (137)$$

Esta forma de cálculo garante o valor correto da composição média produzida, mesmo quando a solução das linhas de corrente exige muitas iterações.

Mapeamento para Malha Original:

Quando diversas linhas de corrente atravessam uma célula, é interessante a determinação da nova saturação e da nova concentração de óleo pesado desta célula através de média ponderada (Figura 4.5). A base de ponderação para essa média é, em teoria, o volume poroso dos tubos de escoamento associados a cada linha dentro da célula, para o mapeamento da saturação, e volume de óleo, para mapeamento da concentração de óleo pesado. Em sistemas incompressíveis, o volume poroso associado a uma linha de corrente entre dois pontos é, por definição, igual ao produto da vazão da linha pelo intervalo de tempo de vôo. Para a saturação, Batycky (1997) propõe uma média ponderada pelo “comprimento” do tempo de vôo de cada linha dentro de uma célula. Entretanto, as variações entre as vazões associadas a cada linha podem alterar levemente o resultado. A consideração dessas variações não acarreta aumento significativo de esforço

computacional e, por essa razão, a saturação e a concentração média de uma célula atravessada por linhas de corrente são calculadas nesta implementação por:

$$(S_w)_{ijk}^{(n+1)^{inter}} = \frac{\sum_{sl} (\Delta \tau^{sl} Q_{flux}^{sl} S_w^{sl})}{\sum_{sl} (\Delta \tau^{sl} Q_{flux}^{sl})}, \quad (138)$$

$$(\bar{C}_h^{vol})_{ijk}^{(n+1)^{inter}} = \frac{\sum_{sl} (\Delta \tau^{sl} Q_{flux}^{sl} S_o^{sl} C_h^{vol})}{\sum_{sl} (\Delta \tau^{sl} Q_{flux}^{sl} S_o^{sl})}. \quad (139)$$

onde $\Delta \tau^{sl}$ significa o intervalo de tempo de vôo da linha de corrente sl dentro da célula calculada e $(n+1)^{inter}$ indica que a solução corresponde ao final do intervalo de tempo de pressão, porém é intermediária no processo de decomposição do operador. No caso das linhas de corrente complementares, cujas vazões não são determinadas, manteve-se o critério de média ponderada pelo tempo de vôo:

$$(S_w)_{ijk}^{(n+1)^{inter}} = \frac{\sum_{sl} (\Delta \tau^{sl} S_w^{sl})}{\sum_{sl} (\Delta \tau^{sl})}, \quad (140)$$

$$(C_h^{vol})_{ijk}^{(n+1)^{inter}} = \frac{\sum_{sl} (\Delta \tau^{sl} S_o^{sl} C_h^{vol})}{\sum_{sl} (\Delta \tau^{sl} S_o^{sl})}. \quad (141)$$

Após a determinação dos fluxos fracionários em cada completção de um poço produtor, as produções de fases e componentes são somadas para a determinação dos valores totais do poço.

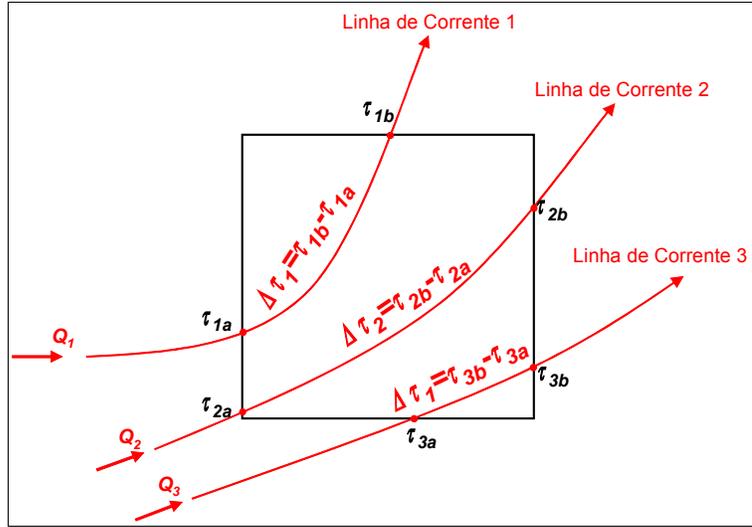


Figura 4.5: Mapeamento da saturação e da concentração.

4.7 Gravidade

As saturações e concentrações mapeadas para a malha original, após a resolução das linhas de corrente, correspondem às soluções intermediárias do método de decomposição do operador. Após essa etapa o movimento gravitacional dos fluidos, determinado pelas equações inferiores dos Sistemas de Equações (66) e (67) deve ser resolvido em cada coluna de células.

Discretização:

A discretização das equações inferiores dos Sistemas de Equações (66) e (67) é feita em um esquema explícito de ponto simples, de forma semelhante à resolução das linhas de corrente:

$$(S_w)_k^{n+1} = (S_w)_k^{(n+1)^{inter}} - \frac{1}{\phi_k} \frac{\Delta t}{\Delta z} \left[(u_{grav_w})_{k+1/2}^{(n+1)^{inter}} - (u_{grav_w})_{k-1/2}^{(n+1)^{inter}} \right], \quad (142)$$

$$(S_o C_h^{vol})_k^{n+1} = (S_o C_h^{vol})_k^{(n+1)^{inter}} - \frac{1}{\phi_k} \frac{\Delta t}{\Delta z} \left[(u_{grav_o} C_h^{vol})_{k+1/2}^{(n+1)^{inter}} - (u_{grav_o} C_h^{vol})_{k-1/2}^{(n+1)^{inter}} \right], \quad (143)$$

$$(C_h^{vol})_k^{n+1} = \frac{(S_o C_h^{vol})_k^{n+1}}{S_o^{n+1}}. \quad (144)$$

A velocidade da água devida à gravidade é calculada pela Equação (26):

$$(u_{\text{grav}_w})_{k+1/2} = \left[\frac{(K \lambda_w \lambda_o)}{(\lambda_t)} \right]_{k+1/2} (\rho_o - \rho_w)_{k+1/2} g. \quad (145)$$

As propriedades na interface dependem da direção de corrente (Batycky, 1997). Se o escoamento de água é descendente ($\rho_w > \rho_o$), todas as propriedades relativas ao escoamento de água, são tomadas na célula superior enquanto as propriedades relativas à fase óleo são tomadas na célula inferior. Considerando-se um sistema de coordenadas onde o eixo z aponta para baixo:

$$\left[\frac{(K \lambda_w \lambda_o)}{(\lambda_t)} \right]_{k+1/2} = \left[\frac{(K \lambda)_w (K \lambda)_o}{(K \lambda)_w + (K \lambda)_o} \right]_{k+1/2}, \quad (146)$$

$$\left[\frac{(K \lambda_w \lambda_o)}{(\lambda_t)} \right]_{k+1/2} = \frac{(K K_{rw})_k (K K_{ro})_{k+1}}{(K K_{rw})_k (\mu_o)_{k+1} (K K_{ro})_{k+1} (\mu_w)_k}, \quad (147)$$

$$(\rho_o - \rho_w)_{k+1/2} = (\rho_o)_{k+1} - (\rho_w)_k. \quad (148)$$

Caso o escoamento de água seja ascendente, os índices das camada devem ser trocados. Pode-se observar que o termo de mobilidade é o mesmo para as duas fases, o que leva à relação:

$$u_{\text{grav}_o} = -u_{\text{grav}_w}. \quad (149)$$

A concentração de óleo pesado a ser usada na Equação (143) também irá depender da direção de escoamento do óleo. No caso de água com escoamento descendente e óleo com escoamento ascendente:

$$(C_h^{\text{vol}})_{k+1/2} = (C_h^{\text{vol}})_{k+1}, \quad (150)$$

$$(C_h^{\text{vol}})_{k-1/2} = (C_h^{\text{vol}})_k.$$

Intervalos de Tempo na Solução Gravitacional:

Assim como no escoamento ao longo das linhas de corrente, o intervalo de tempo utilizado na solução gravitacional para garantir estabilidade é:

$$\Delta t_{sl} = \frac{N_c \Delta z}{\text{máximo}[(v_{\text{max}})^{\text{sat}}, (v_{\text{max}})^C]}, \quad (151)$$

onde as velocidades (se o escoamento de água for descendente), são dadas por:

$$(v_{\text{max}})^{\text{sat}} = \frac{1}{\phi_k} \left[\frac{(u_w^{\text{grav}})_{k+1/2} - (u_w^{\text{grav}})_{k-1/2}}{[(S_w)_k - (S_w)_{k+1}]} \right]_{\text{máximo}} \quad (152)$$

e

$$(v_{max})^C = \frac{1}{\phi_k} \frac{(u_o)_i}{(S_o)_i} \Big|_{\text{máximo}}, \quad (153)$$

onde:

$$(u_o)_k = -[(u_w)_{k-1/2} + (u_w)_{k+1/2}]. \quad (154)$$

Correção de Intervalo de Tempo para Erros de Balanço de Massa:

Os mapeamentos de saturação e concentração entre as células da malha e as linhas de corrente não garantem a estrita conservação de massa. Em vista disso, após a solução convectiva e cálculo dos novos volumes “*in situ*”, uma correção, do mesmo tipo da apresentada por Batycky (1997), é efetuada no intervalo de tempo garantindo-se balanço global de massa. O intervalo de tempo real é calculado pela vazão média de produção de água e variação do volume de água no reservatório, assegurando-se a conservação do volume desta fase:

$$\Delta t_{\text{corrigida}}^{n+1} = \frac{W^0 + W_{inj} - W_p - W^n}{Q_w - Q_{winj}}, \quad (155)$$

onde W^0 e W^n são os volumes de água no reservatório inicial e anterior ao passo de tempo, W_p e W_{inj} são os volumes de água produzidos e injetados e Q_w e Q_{winj} são as vazões médias de produção e injeção no intervalo de tempo.

Capítulo 5

Simulador para Sistema Compressível

Aplicando-se o desenvolvimento teórico apresentado no Capítulo 3, foi desenvolvido um simulador por linhas de corrente para sistemas com compressibilidade de rocha e fluidos e variação espacial das propriedades iniciais do óleo. A construção desse programa teve por base o programa para sistemas incompressíveis. Porém muitas rotinas foram especialmente criadas ou tiveram que sofrer grandes mudanças.

Até onde chega o conhecimento do autor, os métodos utilizados na regularização e solução das linhas de corrente e no controle de passo de tempo de solução de pressão descritos neste capítulo são originais.

Como explicado na Seção 3.7, em vez da solução em termos de saturação de água, utilizada usualmente em simuladores por linhas de corrente para sistema incompressível, a movimentação de fluidos foi tratada em termos de concentrações de massa por volume de rocha. O princípio básico da simulação por linhas de corrente com compressibilidade aplicado aqui consiste nos seguintes passos:

1. solução da pressão com consideração de compressibilidade, independente da solução de movimentação de fluidos;
2. cálculo do novo campo de porosidades e saturações, mantendo-se o campo de concentrações de massa;

3. solução da movimentação de massa e
4. determinação das novas saturações, em função das novas concentrações mássicas, compressibilidades e pressões das células.

Assim como na implementação para sistemas incompressíveis, são considerados as fases água e óleo, sendo que a fase óleo é composta por um componente “óleo pesado” (h) e outro “óleo leve” (l). Foi admitido, na formulação implementada, que os componentes do óleo não sofrem mudança de volume pelo fato de se alterar a proporção de mistura entre eles.

No traçado de linhas de corrente com compressibilidade, é importante observar a possibilidade da ocorrência de células “fonte” (Blunt, 2008; Thiele, 2003), de onde linhas de corrente adicionais devem ser lançadas, e células “sumidouro”, onde todos os fluxos são em direção ao seu interior, interrompendo as linhas de corrente que as atingem.

Além dos dados necessários para a simulação incompressível, devem ser informados: compressibilidade de poros, compressibilidade dos componentes do óleo e da água, taxas de variação de viscosidade dos componentes do óleo com pressão, pressão inicial e profundidade de referência. Os dois últimos dados não são necessárias na simulação de sistemas incompressíveis.

Na simulação com compressibilidade surgem muitos problemas numéricos que não ocorrem em casos incompressíveis e para os quais alguns cuidados devem ser tomados em termos de programação. São mostradas nas seções a seguir as principais ações que foram tomadas neste programa e que foram essenciais para se chegar a um código suficientemente estável para a solução de casos relativamente complexos, como os que são apresentados no Capítulo 7.

O programa também dispõe de uma opção para simulação de sistema incompressível, mantendo-se a formulação em termos de concentrações mássicas.

Como existem muitas similaridades entre este programa e o código para sistemas incompressíveis, este capítulo aborda primordialmente as diferenças entre os dois programas.

5.1 Fluxograma

O fluxograma simplificado do programa para simulação em sistemas compressíveis pode ser visto na Figura 5.1. Um fluxograma detalhado é apresentado no Anexo 2. A estrutura do fluxograma é semelhante à do programa para sistema incompressível. Em relação àquele, é acrescentada uma etapa de cálculo de novas porosidades, logo após a solução da pressão, uma etapa de lançamento de linhas de corrente de células “fonte” e duas etapas de cálculo de saturações nas células, em função das concentrações mássicas dos componentes, uma antes e outra após a solução da gravidade.

Na etapa de inicialização são determinadas as relações volumétricas entre os componentes do óleo nas células, em função do campo de Grau API. Em seguida estabelece-se o equilíbrio inicial de pressão e as composições iniciais de óleo.

Logo após a solução da pressão as porosidades e as saturações são recalculadas em função das novas pressões e da compressibilidade da rocha. O campo de porosidade é utilizado na determinação do tempo de vôo das linhas de corrente e no cálculo dos divergentes de velocidade que são utilizados na solução convectiva.

As variáveis referentes à movimentação de fluidos são as concentrações mássicas por volume de rocha M_w , M_h e M_l . As novas concentrações mássicas são obtidas na solução das linhas de corrente e mapeadas para a malha de simulação.

Existem três etapas de cálculo de saturações nas células da malha de simulação. A primeira, logo após a solução de pressão, considera a variação devida às compressibilidades de rocha e fluidos e não possui impacto significativo nos resultados. As outras duas etapas de cálculo de saturações são importantes para a determinação das corretas mobilidades das células, antes da solução da gravidade e da nova solução de pressão.

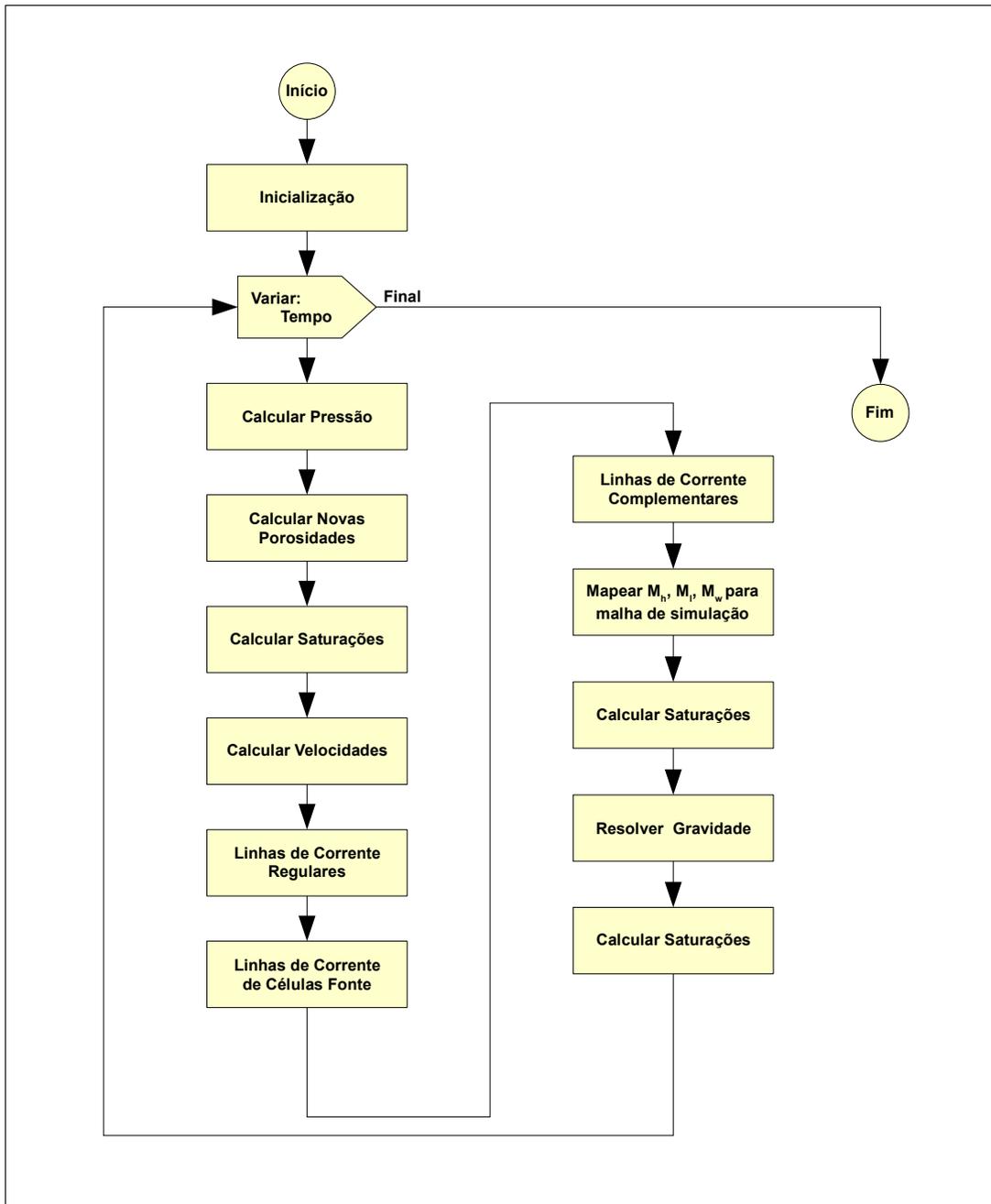


Figura 5.1: Fluxograma simplificado do código de simulação por linhas de corrente para sistemas compressíveis.

5.2 Determinação das Concentrações dos Componentes

As Equações (96) a (100) ainda são válidas para sistemas compressíveis. Porém os fatores de formação de volume dos componentes do óleo, B_{oh} e B_{ol} não são mais constantes, pois dependem da pressão da célula. Além disso, deve-se que trabalhar com concentrações em massa do componente c por volume da fase p , C_{pc} , e concentrações por volume de rocha, M_c . Admite-se aqui, como em todo o trabalho, que não existe variação de volumes em função de mistura de componentes.

Na formulação que foi adotada para sistema compressível define-se as propriedades dos componentes óleo pesado e óleo leve em suas pressões de saturação (p_h^{sat} e p_l^{sat}). A massa específica de gás liberado do óleo em condições padrão, ρ_g^o , também deve ser definida.

A compressibilidade isotérmica do óleo, acima da pressão de saturação, é definida por:

$$c_o = -\frac{1}{v_o} \frac{dv_o}{dp}, \quad (156)$$

onde, v_o é o volume específico. Como o volume específico é proporcional a B_o :

$$c_o = -\frac{1}{B_o} \frac{dB_o}{dp}. \quad (157)$$

Em uma determinada pressão, o fator de formação de volume de um componente pode ser explicitado, em função da pressão por:

$$B_{oc} = B_{oc}^{sat} e^{[-c_o(p-p_c^{sat})]}. \quad (158)$$

Nas escalas de valores com que se trabalha em reservatórios de petróleo, o função exponencial pode ser substituída pelos dois primeiros termos da sua série de Taylor, sem perda significativa de precisão. Portanto, os fatores de formação dos dois componentes são dados por:

$$B_{oh} = B_{oh}^{sat} [1 - c_o(p - p_h^{sat})] \quad (159)$$

e

$$B_{ol} = B_{ol}^{sat} [1 - c_o(p - p_l^{sat})]. \quad (160)$$

A concentração do componente óleo pesado em condições de reservatório pode ser expressa por:

$$C_{oh} = \frac{(\text{massa de óleo pesado})}{(\text{volume de óleo})} = \frac{\dot{V}_h \dot{\rho}_h + \dot{V}_h R_{sh} \rho_g}{\dot{V}_o B_o}, \quad (161)$$

onde \dot{V}_o significa um volume arbitrário de óleo em condições padrão. Da relação entre os volumes:

$$C_{oh} = \frac{\dot{C}_h^{vol} (\dot{\rho}_h + R_{sh} \rho_g)}{B_o}, \quad (162)$$

onde B_o é calculado pela Equação (98), com os fatores de formação de volume dos componentes dados pelas Equações (159) e (160). Da mesma forma, para o componente óleo leve:

$$C_{ol} = \frac{\dot{C}_l^{vol} (\dot{\rho}_l + R_{sl} \rho_g)}{B_o}. \quad (163)$$

A massa específica do óleo é dada por:

$$\rho_o = C_{oh} + C_{ol}. \quad (164)$$

A massa específica da água é calculada em função de uma massa específica de referência ρ_w^{ref} por:

$$\rho_w = \rho_w^{ref} [1 - c_w (p - p^{ref})]. \quad (165)$$

As concentrações dos componentes água, óleo leve e óleo pesado em função de volume de rocha são calculadas, respectivamente, por:

$$M_w = \Phi S_w \rho_w, \quad M_l = \Phi (1 - S_w) C_{ol}, \quad \text{e} \quad M_h = \Phi (1 - S_w) C_{oh}. \quad (166)$$

Como essas concentrações são as variáveis resolvidas na simulação, necessita-se, para fins de mapas de saída, de uma relação para convertê-las em Grau API. As massas dos componentes do óleo podem ser expressas tanto em condições padrão, como em condições de reservatório:

$$m_h = \dot{V}_h (\dot{\rho}_h + R_{sh} \rho_g) = C_{oh} V_o \quad \text{e} \quad m_l = \dot{V}_l (\dot{\rho}_l + R_{sl} \rho_g) = C_{ol} V_o; \quad (167)$$

$$\dot{V}_h = \frac{C_{oh} V_o}{(\dot{\rho}_c + R_{sc} \rho_g)} \quad \text{e} \quad \dot{V}_l = \frac{C_{ol} V_o}{(\dot{\rho}_l + R_{sl} \rho_g)}. \quad (168)$$

A concentração volumétrica do óleo pesado em condições padrão é dada por:

$$\hat{C}_h^{vol} = \frac{\hat{V}_h}{(\hat{V}_h + \hat{V}_l)}. \quad (169)$$

Das equações acima:

$$\hat{C}_h^{vol} = \frac{C_h(\hat{\rho}_l + R_{sl}\rho_g)}{C_h(\hat{\rho}_l + R_{sl}\rho_g) + C_l(\hat{\rho}_h + R_{sh}\rho_g)}, \quad (170)$$

que também pode ser expressa em termos de M_c , devido à proporcionalidade entre as grandezas:

$$\hat{C}_h^{vol} = \frac{M_h(\hat{\rho}_l + R_{sl}\rho_g)}{M_h(\hat{\rho}_l + R_{sl}\rho_g) + M_l(\hat{\rho}_h + R_{sh}\rho_g)}. \quad (171)$$

Conhecendo-se a razão volumétrica \hat{C}_h^{vol} , a dedução do Grau API é imediata, usando-se as Equações (96) e (97).

A viscosidade do óleo é dada pela Equação (101) onde as viscosidades dos componentes são funções lineares da pressão:

$$\mu_{oh} = \mu_{oh}^{sat} + c_{vh}(p - p_h^{sat}) \quad \text{e} \quad \mu_{ol} = \mu_{ol}^{sat} + c_{vl}(p - p_l^{sat}), \quad (172)$$

onde c_{vc} é a taxa de variação da viscosidade do componente c com a pressão.

5.3 Solução da Pressão

Ao contrário do caso compressível, a solução da pressão necessita de um campo de pressão inicial e, neste caso, pode-se definir todos os poços controlados por vazão.

Na implementação que foi feita, assim como no caso incompressível, somente as permeabilidades da diagonal do tensor de permeabilidades são consideradas.

Inicialização:

Uma vez que a pressão hidrostática é função da massa específica dos fluidos, a qual em fluidos compressíveis depende da pressão, torna-se necessário um processo iterativo para inicialização da simulação. Essa inicialização é feita independentemente para cada coluna de células.

Os valores de Grau API atribuídos a cada célula do modelo são convertidos em concentração volumétrica de óleo pesado em condições padrão através das Equações (96) e (97).

Para inicialização, a pressão inicial média e sua correspondente profundidade devem ser informadas. Essa pressão é transferida para as profundidades médias das camadas de simulação logo acima e logo abaixo do contato óleo-água, considerando massa específica média de óleo ou água, dependendo das profundidades. Em seguida, o equilíbrio em cada coluna de células é estabelecido iterativamente acima e abaixo do contato óleo-água. Acima do contato, é utilizada a massa específica de óleo calculada pelas Equações (159) a (164). Admite-se aqui que o óleo é a fase contínua no meio poroso acima do contato óleo-água.

Quando a densidade inicial do óleo varia horizontalmente, existe um pequeno desequilíbrio entre colunas adjacentes. Admite-se que as propriedades do óleo foram alteradas por alguma razão após a sua migração, não estando na realidade em perfeito equilíbrio no reservatório (Gibson, 2006; Dindoruk e Al Kindi, 2007). Pode-se, porém, observar por simulações, que o tempo necessário para que esse equilíbrio ocorra é infinitamente superior aos períodos de produção de um campo de petróleo.

Discretização:

Apesar de existirem na formulação IMPES vários métodos para abordar a variação das transmissibilidades com o tempo (Aziz e Settari, 1979), adotou-se por simplicidade neste trabalho transmissibilidades definidas no início do passo.

Como não existe transferência de massa entre fases e como o volume dos componentes do óleo não se altera quando ocorre mistura, a Equação (40) se aplica a este modelo. Aplicando-se esta equação para as fases água e óleo composto pelos componentes “óleo pesado” e “óleo leve” e considerando solução para casos onde a pressão capilar é desprezível:

$$\begin{aligned}
& \phi c_t \frac{\partial p}{\partial t} + \phi \left[\frac{\partial (S_w + S_h + S_l)}{\partial t} \right] + \\
& - \frac{1}{\rho_w} \nabla \cdot \left[\frac{\vec{K} K_{rw}}{\mu_w} \left(\nabla p - \rho_w \frac{g}{g_c} \nabla z \right) \rho_w \right] + \\
& - \frac{1}{\rho_h} \nabla \cdot \left[\frac{\vec{K} K_{ro}}{\mu_o} \left(\nabla p - \rho_o \frac{g}{g_c} \nabla z \right) C_{oh} \right] + \\
& - \frac{1}{\rho_l} \nabla \cdot \left[\frac{\vec{K} K_{ro}}{\mu_o} \left(\nabla p - \rho_o \frac{g}{g_c} \nabla z \right) C_{ol} \right] = \sum_{j=1}^{n \text{ fases}} q_j,
\end{aligned} \tag{173}$$

onde:

$$c_t = c_r + S_w c_w + S_o c_o, \tag{174}$$

$$c_o = C_{oh}^{vol} c_h + C_{ol}^{vol} c_l. \tag{175}$$

Ao contrário da formulação para sistemas incompressíveis, na formulação para compressibilidade, os gradientes de concentração devem ser mantidos.

A discretização da Equação (173) tem forma similar à discretização para sistemas incompressíveis (108), acrescida de termos de acumulação e variação de saturações:

$$\begin{aligned}
& \frac{(V \phi c_t)_{ijk}}{\Delta t} (p_i^{n+1} - p_i^n) + \frac{(V \phi e_s)_{ijk}}{\Delta t} + \\
& (T_x^n)_{i+1/2} (p_{i+1}^{n+1} - p_i^{n+1}) - (T_x^n)_{i-1/2} (p_i^{n+1} - p_{i-1}^{n+1}) + \\
& (T_y^n)_{j+1/2} (p_{j+1}^{n+1} - p_j^{n+1}) - (T_y^n)_{j-1/2} (p_j^{n+1} - p_{j-1}^{n+1}) + \\
& (T_z^n)_{k+1/2} (p_{k+1}^{n+1} - p_j^{n+1}) - (T_z^n)_{k-1/2} (p_k^{n+1} - p_{k-1}^{n+1}) + \\
& G_{k+1/2}^n (z_{k+1} - z_j) - G_{k-1/2}^n (z_k - z_{k-1}) = \\
& Q_{winj(ijk)} - Q_{w(ijk)} - Q_{o(ijk)},
\end{aligned} \tag{176}$$

onde e_s é o erro de soma de saturações na última solução convectiva (Trangenstein e Bell, 1989; Blunt, 2008).

No cálculo de transmissibilidades médias da presente implementação, foram mantidas aproximações baseadas em médias harmônicas, utilizadas no programa original. As definições de T e G diferem da definição no caso incompressível por incluir as concentrações e as massas específicas da água e do óleo:

$$(T_x)_{i+1/2} = (T_{wx})_{i+1/2} + (T_{hx})_{i+1/2} + (T_{lx})_{i+1/2}, \quad (177)$$

com:

$$(T_{wx})_{i+1/2} = \frac{1}{(\rho_w)_i} \left[\frac{2}{\frac{1}{(T_{wx}^*)_i} + \frac{1}{(T_{wx}^*)_{i+1}}} \right], \quad (T_{cx})_{i+1/2} = \frac{1}{(\rho_c)_i} \left[\frac{2}{\frac{1}{(T_{cx}^*)_i} + \frac{1}{(T_{cx}^*)_{i+1}}} \right], \quad (178)$$

$$(T_{wx}^*)_i = \left(\frac{A_x K_x \lambda_w \rho_w}{\Delta x} \right)_i, \quad (T_{cx}^*)_i = \left(\frac{A_x K_x \lambda_o C_{oc}}{\Delta x} \right)_i, \quad (179)$$

$$\lambda_w = \frac{k_{rw}}{\mu_w} \quad \text{e} \quad \lambda_o = \frac{k_{ro}}{\mu_o}. \quad (180)$$

Deve-se observar que, como a transmissibilidade entre as células i e $i+1$ tem os termos divididos pela ρ_i , Equação (178), enquanto a transmissibilidade entre as células $i+1$ e i tem os termos divididos por ρ_{i+1} , a matriz do sistema de equações não é simétrica, o que impede a utilização de somente uma triangular na sua solução.

O termo de gravidade é calculado por:

$$G_{k+1/2} = (G_w)_{k+1/2} + (G_h)_{k+1/2} + (G_l)_{k+1/2}, \quad (181)$$

onde:

$$(G_w)_{k+1/2} = \frac{1}{(\rho_w)_k} \left[\frac{2}{\frac{1}{(G_w^*)_k} + \frac{1}{(G_w^*)_{k+1}}} \right], \quad (G_c)_{k+1/2} = \frac{1}{(\rho_c)_k} \left[\frac{2}{\frac{1}{(G_c^*)_k} + \frac{1}{(G_c^*)_{k+1}}} \right], \quad (182)$$

$$(G_w^*)_k = g \left[\frac{A_z K_z \lambda_w \rho_w^2 g}{\Delta x} \right]_k, \quad \text{e} \quad (G_c^*)_k = g \left[\frac{A_z K_z \lambda_o \rho_o g C_{oh}}{\Delta x} \right]_k. \quad (183)$$

Na solução convectiva, são calculadas novas concentrações mássicas de água, “óleo pesado” e “óleo leve” ao final do passo de tempo de pressão. Essas novas concentrações não possuem, salvo por aproximações numéricas, erros de balanço de massa. Com essas concentrações, são calculadas, em função das compressibilidades e da pressão ao final do passo, saturações teóricas de água e de óleo em todas as células (\tilde{S}_c). Para um componente c :

$$(\tilde{S}_c)_{ijk} = \frac{(V_c)_{ijk}}{V_{ijk}} = \left[\frac{(m_c / \rho_c)_{ijk}}{V_{ijk} \phi_{ijk}} \right] = \frac{1}{\phi_{ijk}} \frac{(M_c)_{ijk}}{\rho_c (p_{ijk})}, \quad (184)$$

onde $(V_c)_{ijk}$ é o volume do componente na célula ijk , $(V_p)_{ijk}$ e V_{ijk} são os volumes poroso e total da célula e m_c é a massa do componente c . Aplicando-se a Equação (184), obtém-se saturações teóricas, que contemplam a quantidade de massa de cada componente em cada célula e as novas pressões calculadas. Entretanto, uma vez que, no método IMPES, a solução da pressão e a solução da movimentação de massa são independentes, não se pode assegurar que a soma das saturações calculadas pela Equação (184) seja unitária ou, em outras palavras, que a massa existente em cada célula possua, na nova pressão, um volume exatamente igual ao espaço poroso.

Para cálculos de fluxo multifásico e relatórios de saída do programa, as saturações de óleo e de água são normalizadas, de modo que a soma seja 1,0:

$$(S_w)_{ijk} = \frac{(\tilde{S}_w)_{ijk}}{(\tilde{S}_w + \tilde{S}_h + \tilde{S}_l)}, \quad (185)$$

$$(S_o)_{ijk} = \frac{(\tilde{S}_h + \tilde{S}_l)_{ijk}}{(\tilde{S}_w + \tilde{S}_h + \tilde{S}_l)}. \quad (186)$$

Calcula-se, também, o erro de soma de saturações de cada célula, o qual é utilizado na Equação (176) para solução do próximo passo de tempo:

$$(e_s)_{ijk} = (1 - \tilde{S}_w - \tilde{S}_h - \tilde{S}_l)_{ijk}. \quad (187)$$

Este erro, ao ser utilizado no passo de tempo seguinte, tem o efeito de compensar a diferença entre as soluções de pressão e de movimentação de massa, estabilizando, assim, a solução do problema (Trangenstein e Bell, 1989). Em cada célula, pode-se calcular a diferença entre o volume poroso e o volume teórico que os fluidos ocupariam na nova pressão:

$$(V_{erro})_{ijk} = V_{ijk} \phi_{ijk} - V_{ijk} \phi_{ijk} (\tilde{S}_w + \tilde{S}_h + \tilde{S}_l)_{ijk} = V_{ijk} \phi_{ijk} (e_s)_{ijk}. \quad (188)$$

A utilização do erro e_s na solução de pressão também pode ser imaginada como se essas diferenças de volumes fossem “injetadas” ou “produzidas” nas respectivas células, tentando, assim, corrigir a solução da pressão no próximo passo, em função das massas existentes nas

células. Se essa correção não for feita, as diferenças entre volumes de fluidos e volumes porosos tenderão a se elevar a cada passo de tempo, levando a soluções irreais. A Figura 5.2 mostra uma comparação real da evolução do máximo erro de soma de saturações entre as células do modelo, sem a utilização do termo e_s e com a utilização desse termo. Durante este teste, os passos de tempo foram mantidos constantes. A simulação sem a utilização de e_s foi interrompida antes de 400 dias, devido a instabilidade numérica.

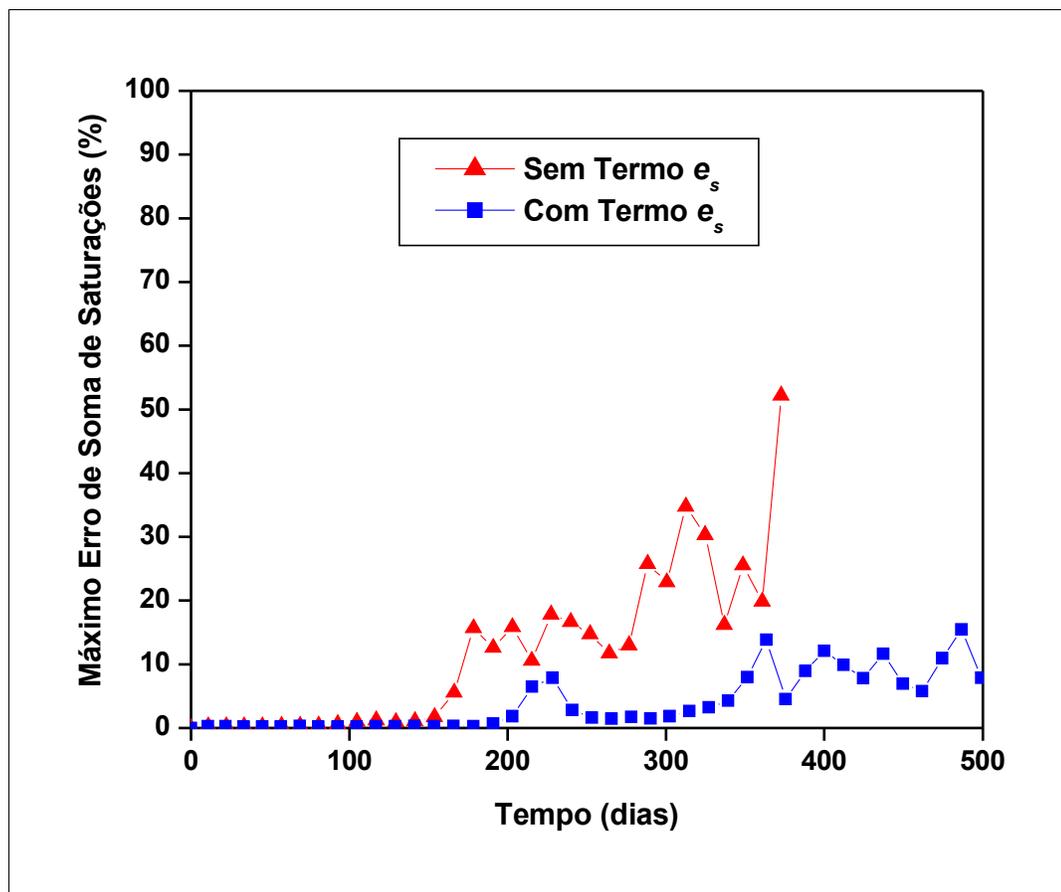


Figura 5.2: Comparação entre evolução do máximo erro de soma de saturações. Vermelho: sem utilização do termo e_s na solução da pressão. Azul: utilizando-se o termo e_s .

Determinação dos Campos de Velocidades e Divergentes de Velocidade:

A solução convectiva deve representar o campo de velocidades ao final do passo de tempo de pressão ($n+1$). A mesma Equação (116), utilizada no caso incompressível, é utilizada na determinação das velocidades aparentes nas interfaces de todas as células (u). Uma vez que a compressibilidade de rocha está sendo considerada, deve-se utilizar a porosidade em $n+1$ na determinação da velocidade intersticial v para que a solução seja correta:

$$v = \frac{u}{\phi^{n+1}}. \quad (189)$$

Por essa razão, existe no programa uma etapa de atualização das porosidades logo após a solução de pressão.

O divergente da velocidade pode ser calculado numericamente em cada célula por (Cheng, 2005):

$$(r_d)_{ijk} = (\nabla \cdot \mathbf{u}_t)_{ijk} = \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)_{ijk} \simeq \frac{(u_x)_{i+1/2} - (u_x)_{i-1/2}}{\Delta x_i} + \frac{(u_y)_{j+1/2} - (u_y)_{j-1/2}}{\Delta y_j} + \frac{(u_z)_{k+1/2} - (u_z)_{k-1/2}}{\Delta z_k}. \quad (190)$$

Ao se traçarem as linhas de corrente, o divergente das células é utilizado no cálculo de vazões e volumes ao longo das linhas, como será explicado adiante.

5.4 Solução do Transporte de Massa nas Linhas de Corrente

A solução de transporte de massa para sistemas compressíveis tem características comuns com a solução para sistemas incompressíveis (Seção). As principais diferenças entre os métodos são:

1. variação da vazão total da linha de corrente com a distância, devida ao divergente da velocidade;
2. possibilidade de interrupção da linha de corrente;
3. lançamento de linhas de corrente a partir de células “fonte”;

4. solução das variáveis M_w , M_h e M_l , em vez de S_w e C_h^{vol} e
5. cálculo das saturações normalizadas, a partir de M_w , M_h e M_l .

Lançamento e Construção das Linhas de Corrente:

Quando se considera compressibilidade, as linhas de corrente não necessariamente se iniciam em um ponto de injeção e terminam em um ponto de produção, como em sistema incompressível. Uma célula pode ter o escoamento de fluidos em direção ao exterior em todas as faces, sendo portanto, uma célula “fonte”, ou em direção ao interior, sendo então uma célula “sumidouro” (Figura 5.3). No primeiro caso, linhas adicionais devem ser lançadas dessas células. No segundo caso, as linhas que atingem essas células são interrompidas. No código que foi desenvolvido existem três fases de lançamento de linhas de corrente. Nas três etapas, as linhas de corrente são interrompidas quando células “sumidouro” são encontradas.

Fase 1: Nesta fase são lançadas linhas de corrente de células que possuem um poço injetor. Os mesmos critérios de lançamento utilizados no código para sistema incompressível foram mantidos. No código desenvolvido, esta etapa é sempre executada e, portanto, existe a necessidade de que pelo menos um poço injetor seja definido.

Fase 2: Na segunda fase, todas as células que não foram atravessadas por linhas de corrente na primeira fase são testadas. Caso essas sejam do tipo “fonte”, um número determinado de linhas de corrente é lançado dessa célula. O número de linhas por face é proporcional à vazão da face, com um mínimo de uma linha por face. No programa desenvolvido, o número de linhas de corrente a ser lançado de uma célula fonte é um parâmetro numérico que deve ser fornecido.

Fase 3: Nesta fase, uma nova pesquisa é feita em todas as células, em ordem inversa à distância média aos poços injetores, como no caso incompressível, verificando-se se as células já foram cruzadas por alguma linha de corrente das fases anteriores. Caso negativo, temos uma célula “perdida” e uma linha de corrente complementar é lançada do centro desta célula, em direção contrária à velocidade total, até que alguma célula com poço injetor ou célula “fonte” seja encontrada.

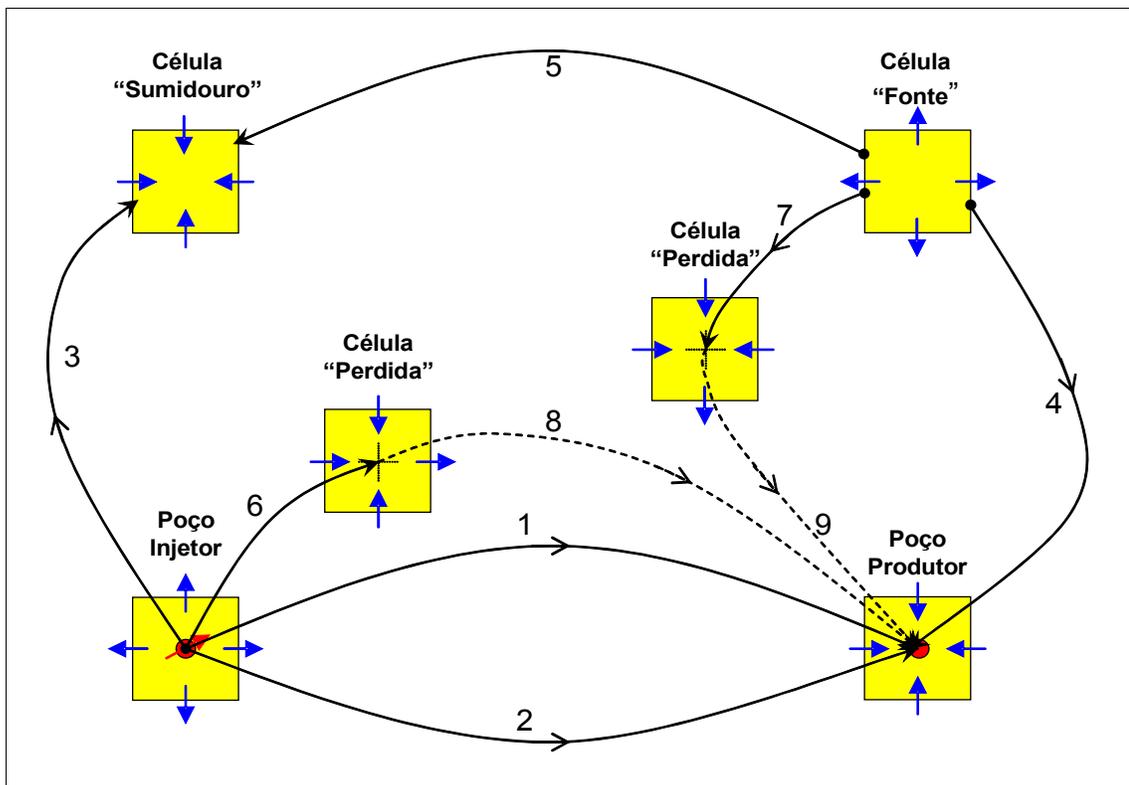


Figura 5.3: Tipos de linhas de corrente: 1 e 2 linhas regulares de um poço injetor a um poço produtor; 3 linha lançada de um poço injetor que atinge uma célula "sumidouro"; 4 - linha lançada de uma célula "fonte" que atinge um poço produtor; 5 linha lançada de uma célula "fonte" que atinge uma célula "sumidouro"; 6 - linha complementar lançada de uma célula "perdida" em direção reversa atingindo um poço injetor; 7 - linha complementar lançada de uma célula "perdida" em direção reversa atingindo uma célula "fonte"; 8 e 9 - continuações de linhas complementares (não consideradas).

Após as três fases de lançamento de linhas de corrente, pode-se classificar qualquer célula do reservatório em uma das seguintes categorias (Figura 5.4):

1. células "injetoras", que possuem completção de poço injetor,
2. células "produtoras", que possuem completção de poço produtor,
3. células "regulares da Fase 1", atravessadas por linhas de corrente originárias das células injetoras;
4. células "fonte";
5. células "regulares da Fase 2", atravessadas por linhas de corrente originárias de células "fonte";
6. células "perdidas";

7. células “regulares da Fase 3”, atravessadas por linhas de corrente originárias de células “perdidas” e
8. células “isoladas”, onde a velocidade de escoamento é insignificante e que não são atravessadas por nenhuma linha de corrente.

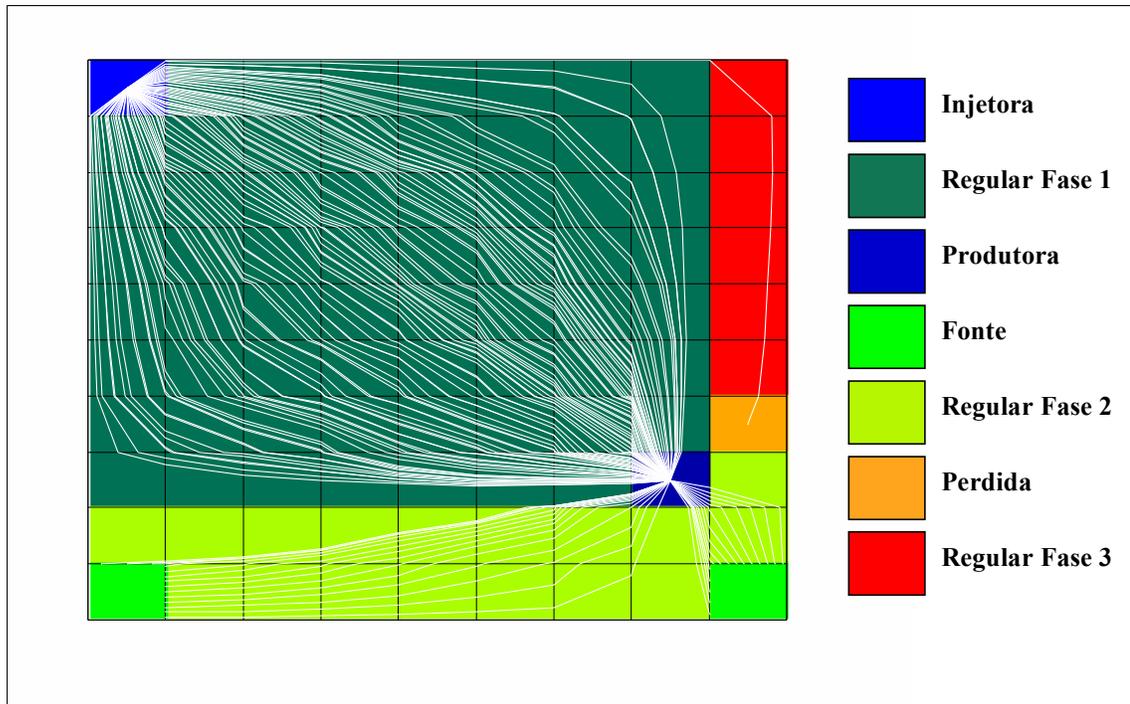


Figura 5.4: Exemplo mostrando linhas de corrente e tipo de células encontradas. Neste exemplo não aparecem células “sumidouro” ou “isoladas”.

Considerações Sobre o Lançamento das Linhas de Corrente:

Assim como no caso incompressível, o método de Pollock (Pollock, 1988) foi utilizado no lançamento e construção das linhas de corrente. Para resolver a forma discretizada da equação superior do Sistema de Equações (81), são determinados na construção da linha, além do tempo de vôo τ , a vazão total de fluidos Q_s e o volume acumulado desde o ponto de injeção V . O primeiro nó de uma linha de corrente lançada a partir de um poço injetor corresponde ao centro da célula de injeção e o segundo nó à face desta célula (Figura 4.2). A vazão no segundo nó é igual à vazão total da face, dividida pelo número de linhas de corrente lançadas a partir desta

face. O tempo de vôo do segundo nó e a vazão no ponto de injeção são determinados pelas Equações (94) e (95). A partir do terceiro nó, τ é calculado pela Equação (53), Q_s é calculado pela Equação (91) e V é calculado pela Equação (92). O número de referência da célula atravessada a cada nó, a partir do qual as demais propriedades podem ser obtidas, também é armazenado.

Por conveniência, são armazenados no programa desenvolvido vazões adimensionais (Q_{sD}) em vez de vazões absolutas (Q_s). As vazões adimensionais são definidas como a vazão em um ponto da linha de corrente, dividida pela vazão no seu primeiro nó (ponto de injeção). Nas Fases 1 e 2 as vazões absolutas de qualquer nó podem ser obtidas por multiplicação pela vazão absoluta no primeiro nó.

No processo de construção e atribuição de vazões às linhas de corrente que foi adotado, toda a vazão injetada no reservatório e todas as vazões que atravessam as paredes das células “fonte” são distribuídas entre as origens das linhas de corrente das Fases 1 e 2:

$$\sum_{\text{linhas}}^{Fase1} Q_{flux} = \sum_{\text{poços}}^{n_{injet.}} Q_{wi} \quad (191)$$

e

$$\sum_{\text{linhas}}^{Fase2} Q_{flux} = \sum_{\text{células}}^{n_{cel. fonte}} Q_{fonte}, \quad (192)$$

onde Q_{flux} é a vazão total atribuída ao primeiro nó de uma linha de corrente, Q_{wi} é a vazão de injeção de um poço em condições de reservatório, e Q_{fonte} é a soma das vazões totais de fluidos das faces de uma célula “fonte”. Se não existem regiões estagnadas, a soma dos volumes dos tubos de corrente, associados à linhas de corrente dessas fases, é igual ao volume total do reservatório.

Na Fase 3, não é possível atribuir uma vazão à linha de corrente, a qual possibilite o cálculo de volumes representativos para a média ponderada. Porém, ao se discretizar a Equação (81), a solução das concentrações mássicas se torna dependente da relação entre o volume e a variação de vazão no segmento de linha de corrente. Como esta relação depende somente do divergente na célula atravessada [Equação (92)], a solução da linha de corrente é, na verdade, independente dos

valores absolutos dos volumes e das vazões. Por essa razão, considera-se, na Fase 3, que a vazão no primeiro nó em todas as linhas de corrente é igual a $1,0 \text{ m}^3/\text{d}$, ou seja, utiliza-se o valor numérico da vazão adimensional na Equação (92).

Na fase de mapeamento das concentrações M_w , M_h e M_l das linhas de corrente das Fases 1 e 2 para a malha original, são utilizadas médias aritméticas, ponderadas pelo volume de cada segmento de linha de corrente que atravessa uma célula. Os volumes dos segmentos de linhas de corrente são associados à vazão de entrada e de saída através da Equação (92). Como na Fase 3 as vazões e, conseqüentemente, os volumes não são representativos para a média ponderada, utiliza-se nesta fase média aritmética simples no mapeamento das concentrações. A média aritmética simples acarreta algum erro de aproximação, porém, como a Fase 3 tende a abranger regiões do reservatório onde o escoamento é menos significativo, a aproximação nos resultados globais não é impactante nos resultados.

Linhas de Corrente com Grande Compressibilidade:

Devido à compressibilidade da rocha e dos fluidos, a variação da vazão ao longo de uma única linha de corrente, pode ser de várias ordens de magnitude. Na Figura 5.5, são mostradas a vazão adimensional e o tempo de vôo de uma linha de corrente típica, que liga um poço injetor a um poço produtor, em função do volume da linha. A vazão adimensional tem valor inferior a $1,0 \times 10^{-3}$, entre os volumes de 5500 m^3 e 8500 m^3 . O menor valor de vazão adimensional encontrado neste exemplo é de $1,03 \times 10^{-5}$. A variação do tempo de vôo neste intervalo corresponde a 98% do tempo de vôo total. Conclui-se que esse intervalo é uma região onde o escoamento é praticamente estagnado, sem variações significativas de composição de fluidos. Se a regularização da linha é feita com base em tempo de vôo, com multiplicação do número de elementos por 2, ocorre um problema sério de dispersão, pois mais de 10 células, entre os volumes de 0 e 5500 m^3 , são agrupadas em um único segmento de linha de corrente. Como esse é um padrão facilmente encontrado em escoamentos com compressibilidade, decidiu-se utilizar uma estratégia especial para evitar problemas numéricos ou cálculos que aumentariam desnecessariamente o tempo de CPU. Considerou-se, para tal, que, se a vazão em uma determinada posição de linha de corrente é muito pequena, em relação à vazão no ponto de

injeção, pode-se, sem prejuízo da qualidade da solução global, desconsiderar a movimentação de fluidos nesta posição. No código desenvolvido, as posições da linha de corrente onde a vazão é inferior a 0,1% ($1,0 \times 10^{-3}$) da vazão no início da linha são suprimidas, substituindo-se essa linha de corrente por duas novas linhas (Figura 5.6). Como mostram os resultados das validações que serão apresentadas nos Capítulos 7 e 8, esse valor de corte se mostrou adequado para as aplicações em reservatórios de petróleo.

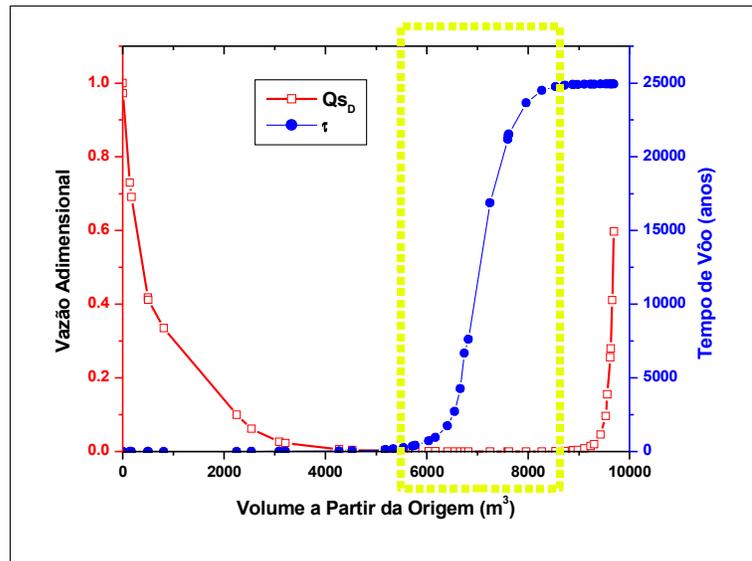


Figura 5.5: Vazão adimensional (Q_{s_D}) e Tempo de Voo (τ) ao longo de uma linha de corrente com grande variação de velocidade. Cada marca corresponde a um nó da linha de corrente. A vazão adimensional dentro da caixa amarela é inferior a $1,0 \times 10^{-3}$.

Além da divisão da linha de corrente em regiões com vazão adimensional inferior a $1,0 \times 10^{-3}$, outra estratégia teve que ser utilizada, com o objetivo de evitar problemas numéricos e processamento desnecessário. Para isso, a construção de qualquer linha é interrompida passando-se para as outras fases da solução, sempre que uma vazão adimensional inferior a um limite muito pequeno, no caso $1,0 \times 10^{-9}$, é calculada. Considera-se que, a partir desse ponto, o escoamento de fluidos não é mais significativo. A mesma estratégia é utilizada, quando se traçam as linhas de corrente complementares, a partir das células “perdidas”. Ao mesmo tempo, verifica-se se a célula a ser atravessada possui característica de célula “sumidouro”, o que também provoca a

interrupção da linha. Pode-se argumentar que, não sendo uma célula “sumidouro”, a vazão adimensional poderia, caso a linha não fosse interrompida, voltar a crescer algumas células após o ponto de interrupção e que, neste caso, uma parte do reservatório estaria sem solução. Entretanto, isto não ocorre porque as células que possuem escoamento significativo e que não foram atingidas pelas linhas da Fase 1 são, necessariamente, atingidas na Fase 3, ao se traçarem as linhas complementares.

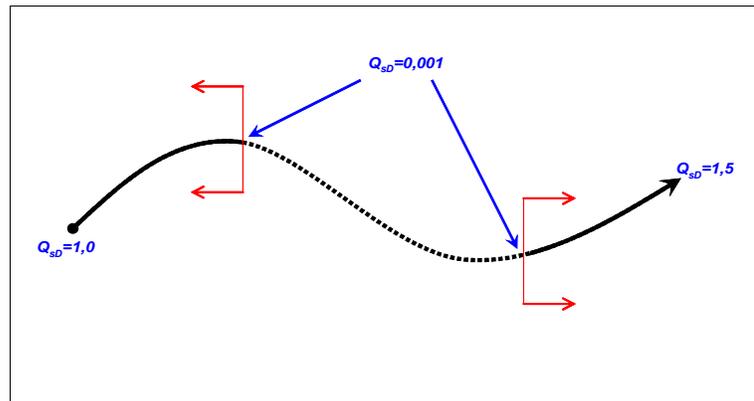


Figura 5.6: Exemplo simbólico de divisão de linha de corrente em região com vazão adimensional inferior a $1,0 \times 10^{-3}$. Somente as linhas de corrente externas (linha cheia) são utilizadas na simulação.

Discretização:

A discretização da equação superior do Sistema de Equações (81) por ponto simples a montante, para os componentes utilizados no simulador, é imediata:

$$M_w^{m+1} = M_w^m - \Delta t \frac{Q_{flux}}{\Delta V_i} \left[(Q_{sD} f_w \rho_w)_i^m - (Q_{sD} f_w \rho_w)_{i-1}^m \right], \quad (193)$$

$$M_h^{m+1} = M_h^m - \Delta t \frac{Q_{flux}}{\Delta V_i} \left[(Q_{sD} f_o C_{oh})_i^m - (Q_{sD} f_o C_{oh})_{i-1}^m \right], \quad (194)$$

$$M_l^{m+1} = M_l^m - \Delta t \frac{Q_{flux}}{\Delta V_i} \left[(Q_{sD} f_o C_{ol})_i^m - (Q_{sD} f_o C_{ol})_{i-1}^m \right], \quad (195)$$

onde m é o indicador do passo de tempo na solução de linhas de corrente, Q_{flux} é a vazão total absoluta no primeiro nó e $(Q_{sD})_i$ é a vazão adimensional na saída do segmento i . O cálculo dos

fluxos fracionários (f_w e f_o) é função das saturações, as quais dependem das concentrações, como será explicado adiante.

As concentrações por volume de fluido (C_c) se relacionam com as concentrações por volume de rocha (M_c) por:

$$M_w = \phi S_w \rho_w, \quad M_l = \phi(1 - S_w) C_{ol} \quad \text{e} \quad M_h = \phi(1 - S_w) C_{oh}. \quad (166)$$

Estimativa das Saturações:

Para a solução das Equações (193) a (195) necessita-se do fluxo fracionário e, conseqüentemente, das saturações atualizadas em cada passo de tempo de linha de corrente (m). A saturação em cada segmento da linha de corrente é estimada em função das massas específicas e das concentrações dos componentes por:

$$S_w = \frac{\tilde{S}_w}{(\tilde{S}_w + \tilde{S}_h + \tilde{S}_l)}, \quad (196)$$

onde as pseudo saturações dos componentes (\tilde{S}_c) são calculadas dividindo-se o volume do fluido pelo volume poroso:

$$\tilde{S}_c = \frac{1}{(V \phi)} \left(\frac{V M_c}{\rho_c} \right). \quad (197)$$

Para os componentes considerados têm-se:

$$\tilde{S}_w = \frac{M_w}{\rho_w^* \phi}, \quad \tilde{S}_h = \frac{M_h}{\rho_h^* \phi} \quad \text{e} \quad \tilde{S}_l = \frac{M_l}{\rho_l^* \phi}. \quad (198)$$

As massas específicas teóricas da água e dos componentes do óleo (ρ_c^*) são dadas por:

$$\rho_w^* = \rho_w^{ref} [1 + c_w(p - p^{ref})], \quad (199)$$

$$\rho_h^* = \frac{\hat{\rho}_h + R_{sh} \rho_g}{B_h}, \quad (200)$$

$$\rho_l^* = \frac{\hat{\rho}_l + R_{sl} \rho_g}{B_l}. \quad (201)$$

Os fatores de formação de volume dos componentes do óleo são função da pressão do segmento.

A mesma rotina utilizada nesta etapa também é usada para calcular as saturações das células da malha de simulação, assim como os erros de soma de saturações [Equação (187)], os quais são utilizados na Equação (176) do próximo passo de tempo de solução de pressão.

Condições de Contorno:

As condições de contorno iniciais para a solução da linha de corrente correspondem às distribuições iniciais dos componentes M_h , M_l e M_w , obtidas da malha original de simulação através no processo de regularização que será explicado adiante.

Necessita-se, como condição de fronteira na solução da equação superior do Sistema de Equações (81), conhecer o fluxo fracionário da água (f_w), as concentrações dos componentes na fase óleo (C_h e C_l) e a concentração da água na fase água (C_w) no ponto de injeção das linhas de corrente. A composição da água na fase água é igual à sua massa específica, calculada por compressibilidade na pressão da célula onde se origina a linha de corrente. As composições dos componentes do óleo também são obtidas da célula onde se origina a linha de corrente através da Equação (166):

$$C_{oh} = \frac{M_h}{\phi(1-S_w)} \quad \text{e} \quad C_{ol} = \frac{M_l}{\phi(1-S_w)}. \quad (202)$$

Quando a célula onde se origina a linha de corrente é uma célula que possui um poço injetor, o fluxo fracionário de água é unitário. Caso contrário, o fluxo fracionário é calculado em função da saturação de água e das viscosidades na célula onde a linha de corrente se origina, seja a linha originária de uma célula fonte ou da divisão de uma linha de corrente com regiões de baixa velocidade de escoamento (Figura 5.6).

Regularização das Linhas de Corrente:

Assim como na simulação para sistemas incompressíveis, as linhas de corrente devem ser regularizadas em intervalos constantes antes da solução por diferenças finitas (Figura 4.4). A formulação que foi adotada para sistemas compressíveis permite que a regularização seja

facilmente estabelecida por dois critérios diferentes: por intervalos de tempos de vôo constantes ou por intervalos de volume de linha de corrente constante. Utilizando-se volumes constantes, os problemas de dispersão da solução, associados a agrupamento de células devido a variação de vazão (Figura 5.5), podem ser diminuídos, porém ao se aplicar o critério de Courant-Fredrich-Lewy (Courant *et al.*, 1967) para determinação do passo de tempo máximo, pode-se perder eficiência, pois a velocidade dos fluidos é maior nos segmentos de linha de corrente com alta vazão, obrigando a utilização de um reduzido passo de tempo. Por outro lado, como a relação entre a velocidade adimensional e o volume da linha de corrente é linear dentro de uma célula, o processo de regularização por volumes não necessita de cálculo de função exponencial, o que pode compensar a perda de eficiência. No programa desenvolvido, é possível especificar um dos dois critérios de regularização através de arquivo de dados.

Mesmo interrompendo-se as linhas de corrente nas regiões onde a vazão total é insignificante, ainda foram observados problemas de regularização em casos em que, devido à compressibilidade, ocorriam variações grandes de vazão total em uma pequena extensão das linhas. Por essa razão, foi estabelecido um critério para determinação do número de elementos da linha regularizada, o qual leva em conta a compressibilidade do sistema na região atravessada pela linha de corrente. No programa para sistema compressível o número de elementos da linha regularizada é estabelecido por:

$$n_{regular} = \left[A + B \left| \log_{10} \left(\frac{máxima(Q_{sD})}{mínima(Q_{sD})} \right) \right| \right] n_{irregular}, \quad (203)$$

onde $n_{irregular}$ é o número de intervalos entre nós da linha original, $máxima(Q_{sD})$ e $mínima(Q_{sD})$ são as máximas e as mínimas vazões adimensionais, dentre os nós da linha de corrente a ser resolvida, e A e B são parâmetros de controle a serem fornecidos. Testes realizados mostraram que a utilização de $A = 1$ e $B = 0,5$ são valores adequados para a simulação da maioria dos casos estudados. Com esses fatores, a linha de corrente regularizada teria o mesmo número de elementos da linha original, se todas as vazões adimensionais fossem 1,0 (incompressível), e 3,0 vezes o número de elementos da linha original, se a razão entre a máxima e a mínima vazão fosse 10.000. Estabelece-se, assim, uma espécie de refinamento adaptativo de linha de corrente, em função da compressibilidade na região atravessada. Deve-se observar que a velocidade da

simulação é sensível a esses parâmetros, uma vez que, não só o número de elementos da linha regularizada é alterado, mas também o volume médio dos elementos, o que impacta no máximo passo de tempo para estabilidade da solução.

Os parâmetros necessários para a solução da linha regularizada são obtidos com as relações dadas entre as Equações (88) e (92). A vazão na saída de um segmento regularizado, localizado entre os pontos de entrada (1) e de saída (2), é dada por:

$$[Q_s]_2 = [Q_s]_1 e^{\left[\int_1^2 \frac{r_d \tau}{\phi} \right]_{irregular}} = [Q_s]_1 e^{\sum_j \left(\frac{r_d \tau}{\phi} \right)_j}, \quad (204)$$

onde j indica intervalos contidos entre nós da linha de corrente original. As propriedades r_d e ϕ são constantes entre dois nós da linha original, conhecidas através do número de referência da célula atravessada. Embora, no programa, os valores armazenados sejam de vazão adimensional, a vazão real pode ser obtida por multiplicação pela vazão no primeiro nó da linha de corrente, a qual é conhecida nas Fases 1 e 2 de lançamento. Na Fase 3, como foi anteriormente explicado, considera-se vazão unitária no primeiro nó da linha de corrente. Obtendo-se a vazão de saída, o volume de rocha de um segmento da linha regularizada é determinado por:

$$[\Delta V]_{regular} = \int_1^2 \frac{dQ_s}{dr_d} = \sum_j \frac{(Q_s)_j - (Q_s)_{j-1}}{(r_d)_j} \quad (205)$$

e o volume poroso por:

$$[\Delta V_p]_{regular} = \int_1^2 \phi dV = \sum_j \phi_j \Delta V_j. \quad (206)$$

Os demais parâmetros necessários à solução são calculados por:

$$[\phi]_{regular} = \frac{[\Delta V_p]_{regular}}{[\Delta V]_{regular}}, \quad (207)$$

$$[S_w]_{regular} = \frac{1}{[\Delta V_p]_{regular}} \int_1^2 S_w dV_p = \frac{\sum_j (S_w \Delta V \phi)_j}{[\Delta V_p]_{regular}}, \quad (208)$$

$$[p]_{regular} = \frac{1}{[\Delta V_p]_{regular}} \int_1^2 p dV_p = \frac{\sum_j (p \Delta V \phi)_j}{[\Delta V_p]_{regular}}, \quad (209)$$

$$[M_h]_{regular} = \frac{1}{[\Delta V]_{regular}} \int_1^2 M_h dV = \frac{\sum_j (M_h \Delta V)_j}{[\Delta V]_{regular}}, \quad (210)$$

$$[M_l]_{regular} = \frac{1}{[\Delta V]_{regular}} \int_1^2 M_l dV = \frac{\sum_j (M_l \Delta V)_j}{[\Delta V]_{regular}}, \quad (211)$$

$$[M_w]_{regular} = \frac{1}{[\Delta V]_{regular}} \int_1^2 M_w dV = \frac{\sum_j (M_w \Delta V)_j}{[\Delta V]_{regular}}. \quad (212)$$

Utilizando-se a opção de intervalos de volume de linha de corrente constantes, não existe a necessidade de se calcular ΔV pela Equação (205). Neste caso, a vazão na saída de um segmento regularizado entre os pontos 1 e 2 é dada pela Equação (92):

$$[Q_s]_2 = [Q_s]_1 + \sum_j (\Delta V r_d)_j. \quad (213)$$

Transferência da Solução da Linha de Corrente Regularizada para a Linha de Corrente Original:

Antes do mapeamento para a malha original, deve-se fazer a transferência dos novos perfis de concentração de massa das linhas de corrente regularizadas para as linhas de corrente originais. Como existem variações de porosidade entre as células, deve-se tomar um cuidado adicional neste processo. No caso em que um segmento de linha de corrente engloba vários intervalos entre nós da linha original, a nova concentração de massa por volume de um componente M_c dos intervalos entre nós deve ser calculada, distribuindo-se a massa do segmento, em proporção aos volumes porosos dos intervalos:

$$[M_c]_{irregular} = \left(\frac{1}{[V]_{irregular}} \right) ([M_c]_{regular} [V]_{regular}) \frac{[V_p]_{irregular}}{[V_p]_{regular}}, \quad (214)$$

$$[M_c]_{irregular} = \frac{[\phi]_{irregular}}{[\phi]_{regular}} [V]_{irregular} [M_c]_{regular}. \quad (215)$$

No caso em que os segmentos da linha regularizada estão contidos entre dois nós da linha original os valores da porosidade são os mesmos nas duas linhas. Pode-se, portanto, generalizar a

transferência dos componentes para a linha original por:

$$[M_c]_{irregular} = [\Phi]_{irregular} \sum_i \left(\frac{[V]_{regular} [M_c]_{regular}}{[\Phi]_{regular}} \right)_i. \quad (216)$$

Intervalo de Tempo de Solução de Linhas de Corrente:

As Equações (193), (194) e (195) são resolvidas independentemente uma da outra, utilizando-se um passo de tempo próprio para cada componente.

A velocidade de frente de avanço na equação superior do Sistema de Equações (81), em volume de linha de corrente por tempo, é determinada estabelecendo-se a equação da diferencial de M_c e igualando a zero:

$$dM_c = \frac{\partial M}{\partial V} dV + \frac{\partial M}{\partial t} dt = 0. \quad (217)$$

A velocidade de uma frente com composição constante é dada por:

$$v^c = \frac{dV}{dt} = - \frac{(\partial M / \partial t)}{(\partial M / \partial V)}. \quad (218)$$

Aplicando-se a equação superior do Sistema de Equações (81):

$$v^c = \frac{\partial(Q_s f_p C_{pc}) / \partial V}{\partial M / \partial V} = \left[\frac{d(Q_s f_p C_{pc})}{dM} \right]_{t=constante}. \quad (219)$$

Discretizando-se essa equação, temos a velocidade média em um segmento:

$$(v^c)_i = \frac{(Q_s f_p C_{pc})_i - (Q_s f_p C_{pc})_{i-1}}{(M_c)_i - (M_c)_{i-1}}. \quad (220)$$

O passo de tempo mínimo para solução da linha que atende o critério de Courant-Fredrich-Lewy (Courant *et al.*, 1967) é dado por:

$$\Delta t_{sl}^{vel} = \left(\frac{\Delta V}{v^c} \right) \Big|_{\text{mínimo}}. \quad (221)$$

Substituindo-se a Equação (220) na Equação (221):

$$\Delta t_{sl}^{vel} = \frac{(\Delta V)_i [(M_c)_i - (M_c)_{i-1}]}{(Q_s f_p C_{pc})_i - (Q_s f_p C_{pc})_{i-1}} \Big|_{\text{mínimo}} \quad (222)$$

Para uma aplicação eficiente do critério no programa desenvolvido, o termo da variação das concentrações com o tempo nas Equações discretizadas (193), (194) e (195) é inicialmente calculado para todos os segmentos da linha de corrente:

$$\alpha_i = \frac{Q_{flux} [(Q_{SD} f_p C_{pc})_i - (Q_{SD} f_p C_{pc})_{i-1}]}{\Delta V_i} ; \quad i = 2, 3, \dots \quad (223)$$

Em seguida, o limite de passo de tempo pelo critério de velocidade da avanço de frente é calculado por:

$$\Delta t_{sl}^{vel} = \left. \frac{[(M_c)_i - (M_c)_{i-1}]}{\alpha_i} \right|_{\text{mínimo}} \quad (224)$$

Se não existe diferença de concentração entre um segmento e o anterior, o passo de tempo desse segmento não é considerado na determinação do mínimo.

Além da análise da velocidade de frente de avanço, é realizado um teste para verificar se a solução de um segmento não gera valores irreais de M_w , M_h e M_l . Esta etapa é importante para estabelecer um limite de estabilidade para os segmentos onde não existe diferença de concentração em relação ao anterior. Por este critério, o passo de tempo da linha de corrente tem uma limitação adicional em cada segmento, a qual irá depender das atuais saturações das fases. Como não existe uma maneira precisa de se estabelecer os limites a serem aplicados, foi desenvolvida uma série de regras envolvendo os valores da saturação. Os limites de M_w , M_h e M_l são aplicados considerando a proporcionalidade entre concentração do componente e a saturação da fase. Para o componente água a concentração deverá estar limitada por:

$$M_w^{min} = (M_w^m)_i \frac{(S_w)_{min}}{(S_w^m)_i}, \quad (225)$$

$$M_w^{max} = (M_w^m)_i \frac{(S_w)_{max}}{(S_w^m)_i}, \quad (226)$$

onde $(M_w^m)_i$ e $(S_w^m)_i$ correspondem à concentração e à saturação de água do segmento no início do passo de tempo. O seguinte critério foi estabelecido para a determinação de limites no caso de o valor da saturação ser superior à saturação irreduzível de água Sw_i e inferior à saturação correspondente ao óleo residual $(1-So_r)$:

$$(S_w)_{min} = 0,9 S_{w_i} + 0,1 S_w^m, \quad (227)$$

$$(S_w)_{max} = 0,9 (1 - S_{o_r}) + 0,1 S_w^m. \quad (228)$$

Essas expressões representam uma média entre a saturação no início do passo de tempo e as saturações extremas, com peso 1 para a saturação no início e 9 para as saturações extremas. Caso a saturação de água seja inferior à saturação irreduzível, o que pode ocorrer devido à expansão/contração de poros e fluidos, utiliza-se:

$$(S_w)_{min} = 0,9 (S_w^m)_i \quad (229)$$

e, caso a saturação de água seja superior a $(1 - S_{o_r})$, o que ocorre quando o óleo penetra numa zona abaixo do contato óleo-água:

$$(S_w)_{max} = 1,0. \quad (230)$$

Para os componentes do óleo são usadas as seguintes restrições:

$$M_c^{min} = (M_c^m)_i \frac{(S_o)_{min}}{(S_o^m)_i}, \quad (231)$$

$$M_c^{max} = (M_c^m)_i \frac{(S_o)_{max}}{(S_o^m)_i}. \quad (232)$$

Se a saturação de água estiver entre os valores da saturação irreduzível de água S_{w_i} e saturação residual de óleo $(1 - S_{o_r})$:

$$(S_o)_{min} = 0,9 S_{o_r} + 0,1 (S_o^m)_i, \quad (233)$$

$$(S_o)_{max} = 0,9 (1 - S_{w_i}) + 0,1 (S_o^m)_i. \quad (234)$$

Caso a saturação de água seja inferior à saturação irreduzível:

$$(S_o)_{max} = 1,1 (S_o^m)_i \quad (235)$$

e caso a saturação de água seja superior a $(1 - S_{o_r})$:

$$(S_o)_{min} = 0,0. \quad (236)$$

Com os valores de concentrações máximas e mínimas determina-se um novo limite de passo de tempo para um segmento, utilizando-se os termos de variação das concentrações com o tempo, já calculados:

$$(\Delta t_{sl}^{lim})_i = \frac{[M_c^{max} - (M_c^m)_i]}{\alpha_i}, \quad \text{se } \alpha_i > 0; \quad (237)$$

$$(\Delta t_{sl}^{lim})_i = \frac{[M_c^{min} - (M_c^m)_i]}{\alpha_i}, \text{ se } \alpha_i < 0. \quad (238)$$

O limite de passo de tempo para toda a linha de corrente é dado por:

$$\Delta t_{sl}^{lim} = (\Delta t_{sl}^{lim})_{i_{minimo}}. \quad (239)$$

Finalmente, o menor dos limites de passos de tempos é multiplicado por N_c , definido nos arquivos de dados e adotado na solução numérica:

$$\Delta t_{sl} = N_c \text{ mínimo}(\Delta t_{sl}^{vel}, \Delta t_{sl}^{lim}). \quad (240)$$

Tratamento de Poços Produtores:

Em uma simulação por linhas de corrente com compressibilidade, podem existir quatro situações básicas em relação a uma célula pertencente a um poço produtor, as quais são ilustradas na Figura 5.7:

- A) todas as linhas de corrente que deveriam chegar à célula que possui o poço produtor efetivamente atingem a célula e a soma das vazões nos últimos nós das linhas de corrente é igual à vazão total do poço, calculada na solução da pressão;
- B) somente parte das linhas de corrente que deveriam atingir a célula tem vazão significativa em toda a sua extensão e a soma das vazões das linhas de corrente é inferior à vazão total do poço;
- C) todas as linhas de corrente que deveriam atingir a célula produtora, possuem algum ponto de baixíssima vazão, ocasionando a sua interrupção antes de atingir esta célula;
- D) a célula que possui o poço produtor é uma célula isolada ou uma célula que não possui fluxo em direção ao seu interior em nenhuma face e, portanto, não é atingida por nenhuma linha de corrente. Neste caso a produção do poço deve-se primordialmente à expansão de fluidos ou contração do espaço poroso da própria célula que possui o poço.

Nas situações **A** e **B**, o fluxo fracionário e a composição do óleo produzido no poço podem ser calculado utilizando-se o mesmo procedimento da formulação para sistema incompressível, adaptando-se as Equações (134) a (137) para a determinação de fluxo fracionário e das composições. Entretanto, no caso **B**, a vazão total a ser considerada para o poço deve ser a vazão

que foi calculada na etapa de solução da pressão e não a soma das vazões das linhas de corrente. Nos casos **A** e **B**, a composição final da célula “produtora” é obtida automaticamente na fase de mapeamento da solução das linhas de corrente para a malha original.

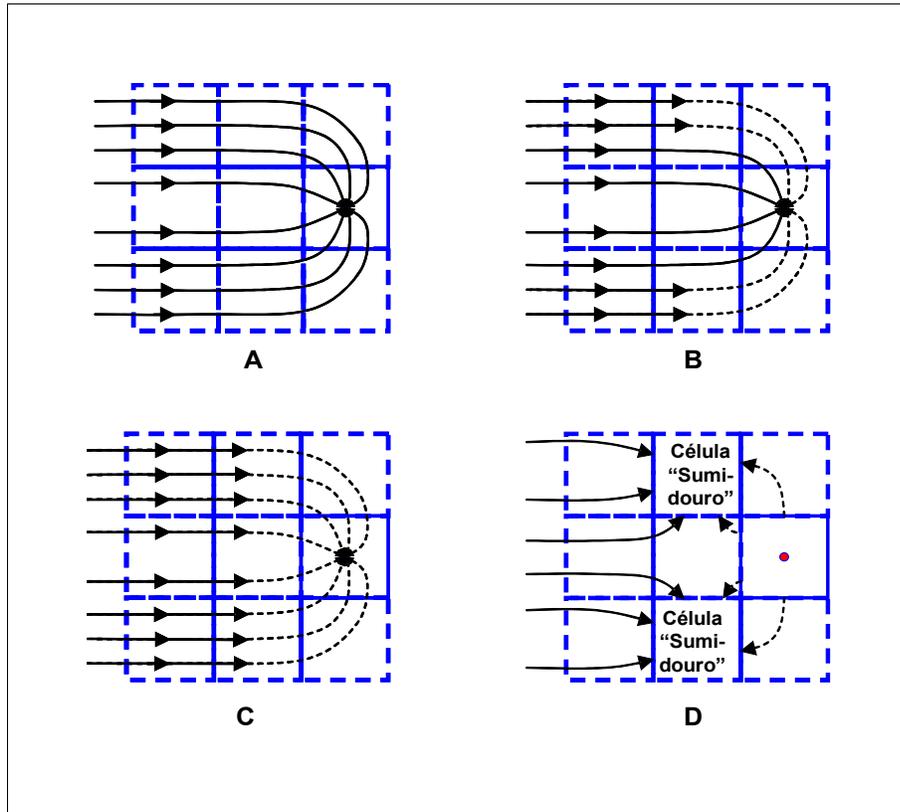


Figura 5.7: Possíveis situações em um poço produtor: A - Todas as linhas de corrente atingem o poço; B - Parte das linhas que deveriam atingir a célula são interrompidas; C - Todas as linhas são interrompidas; D - Não existe linha de corrente chegando na célula do poço produtor.

As situações **C** e **D** necessitam ser tratadas com mais cuidado, pois não é possível utilizar as informações das linhas de corrente para estabelecer o fluxo fracionário e a composição do óleo produzido. Além disso, este é um caso especial em que, ao final da solução convectiva, existem células que, embora possuindo variação importante de massa, não foram atravessadas por nenhuma linha de corrente. O procedimento adotado para contornar esse problema foi utilizar as saturações e as concentrações da própria célula no início do passo de tempo (n) para se

determinar o fluxo fracionário e as concentrações no poço produtor:

$$(f_w)_{\text{prod}} = f_w((S_w^n)_{ijk}), \quad (241)$$

$$(\rho_w)_{\text{prod}} = \left(\frac{M_w}{\Phi S_w} \right)_{ijk}^n, \quad (242)$$

$$(C_{oh})_{\text{prod}} = \left(\frac{M_h}{\Phi S_o} \right)_{ijk}^n, \quad (243)$$

$$(C_{ol})_{\text{prod}} = \left(\frac{M_l}{\Phi S_o} \right)_{ijk}^n, \quad (244)$$

onde ijk refere-se à célula “produtora”. Essas situações tendem a ocorrer em poços com produtividade muito pequena, o que justifica a utilização de saturações e concentrações no início do passo de tempo de pressão.

Como não existem linhas de corrente atravessando a célula “produtora”, as variações de concentração da célula devem ser estimadas por balanço de massa. Neste caso, torna-se necessário calcular o fluxo de cada componente em cada face da célula. A variação da massa de água no interior da célula é calculada por:

$$(\Delta m_w)_{ijk} = \Delta t \left[\sum_{\text{face}=1}^6 (u A f_w \rho_w)_{\text{face}} - (Q_t f_w \rho_w)_{\text{prod}} \right]. \quad (245)$$

Por definição, a velocidade aparente em cada face (u_{face}) é positiva se o sentido de fluxo for da célula vizinha para a célula produtora ou negativa, em caso contrário. A massa específica e o fluxo fracionário da água a serem considerados na Equação (245) são definidos por:

$$\begin{aligned} (\rho_w)_{\text{face}} &= (\rho_w)_{\text{vizinha}}, \quad \text{se } u_{\text{face}} > 0; \\ (\rho_w)_{\text{face}} &= (\rho_w)_{ijk}, \quad \text{se } u_{\text{face}} < 0. \end{aligned} \quad (246)$$

$$\begin{aligned} (f_w)_{\text{face}} &= f_w((S_w^n)_{\text{vizinha}}), \quad \text{se } u_{\text{face}} > 0; \\ (f_w)_{\text{face}} &= f_w((S_w^n)_{ijk}), \quad \text{se } u_{\text{face}} < 0. \end{aligned} \quad (247)$$

A variação de massa calculada pela Equação (245) é utilizada na fase de mapeamento das concentrações por volume de rocha da malha original de simulação. Aplicando-se o mesmo critério para os demais componentes:

$$(\Delta m_h)_{ijk} = \Delta t \left[\sum_{face=1}^6 (u A f_o C_{oh})_{face} - (Q_t f_o C_{oh})_{prod} \right], \quad (248)$$

$$(\Delta m_l)_{ijk} = \Delta t \left[\sum_{face=1}^6 (u A f_o C_{ol})_{face} - (Q_t f_o C_{ol})_{prod} \right], \quad (249)$$

onde:

$$\begin{aligned} (C_{oc})_{face} &= (C_{oc})_{vizinha}, \quad \text{se } u_{face} > 0; \\ (C_{oc})_{face} &= (C_{oc})_{ijk}, \quad \text{se } u_{face} < 0. \end{aligned} \quad (250)$$

Além das situações básicas apresentadas, existem mais duas situações especiais, que foram observadas em alguns casos, onde existem poços com completações vizinhas (Figura 5.8). Na situação **E**, nenhuma das completações recebe uma linha de corrente e a mesma abordagem das situações **C** e **D** é utilizada. Na situação **F**, essa abordagem não é adequada, pois a produção na completação vizinha não é pequena e as saturações e concentrações da célula vizinha variam de forma significativa durante o passo de tempo de solução de pressão. Esse problema foi contornado assumindo-se nas Equações (245), (248) e (249) que o fluxo fracionário médio e as concentrações médias do fluxo que cruza a faces da célula, vindo da célula vizinha, durante o passo de tempo de pressão, são iguais aos valores produzidos na completação daquela célula, ou seja: os valores calculados pelas Equações (134) a (137) para a completação vizinha. Para o balanço de massa da situação **F**, também precisa ser levado em conta, que o volume de fluidos que entra na célula “produtora” através do contato com a célula vizinha pode ser muito maior que o próprio volume poroso desta célula. Neste caso, não é possível tomar os parâmetros para o cálculo do poço produtor no início do passo de tempo de pressão, pois a variação do fluxo fracionário e das concentrações no poço ao longo do passo de tempo pode ser muito grande.

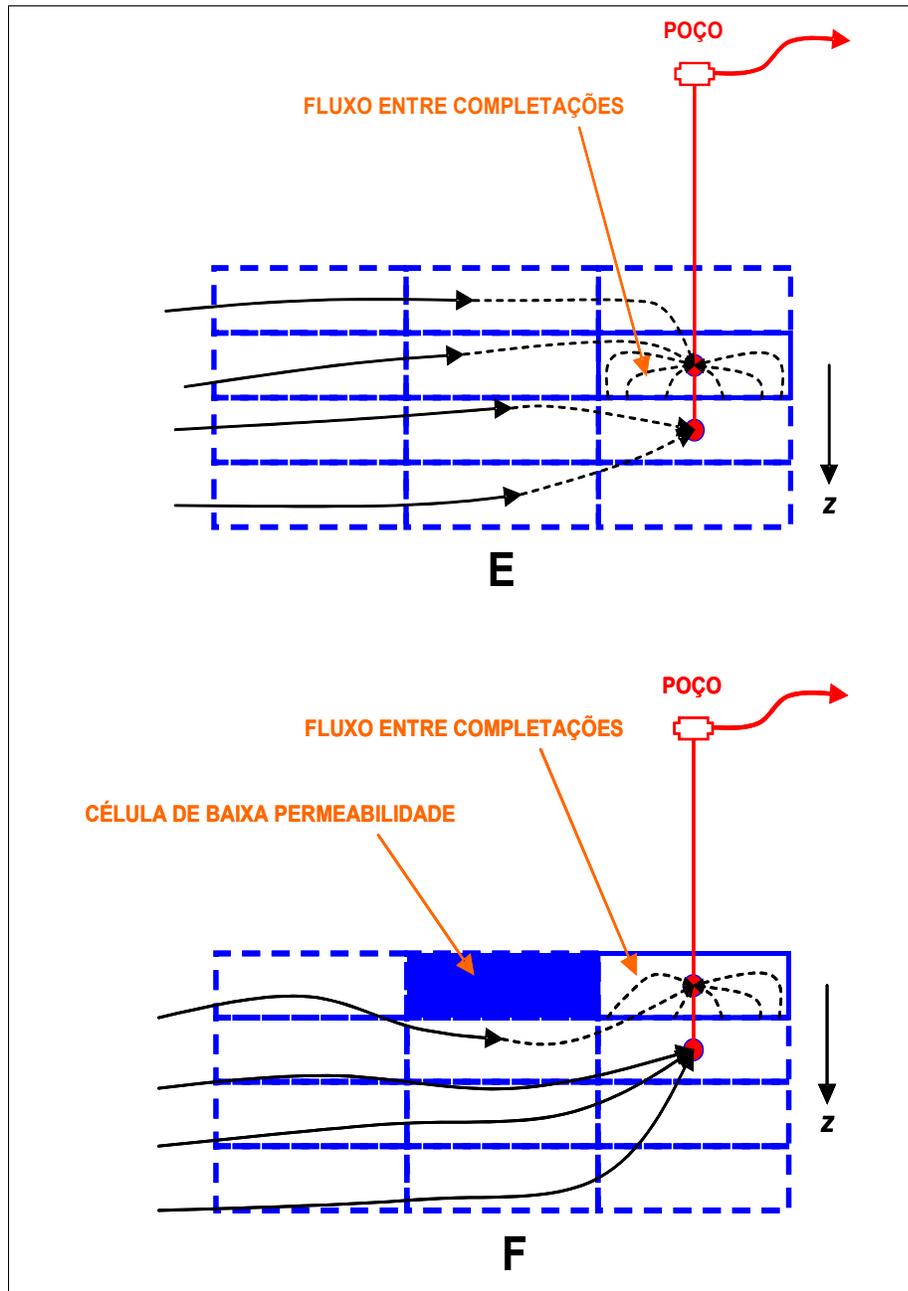


Figura 5.8: Seções mostrando possíveis situações em um poço produtor com duas completações: E – Nenhuma linha de corrente atinge o poço; F – Uma das completações tem vazão suficiente para receber alguma linha de corrente.

No programa desenvolvido, utilizam-se as propriedades da célula no início do passo de tempo, apenas quando o volume total vindo das células vizinhas for inferior a 50% do volume poroso. Caso contrário, o fluxo fracionário e as concentrações do poço produtor são iguais ao fluxo fracionário e as composições médias de todo o volume de fluidos que entra na célula “produtora”, vindo das células vizinhas.

Mapeamento para Malha Original:

Na formulação utilizada, as variáveis que necessitam ser transferidas, após a solução das linhas de corrente, para a malha de simulação são as concentrações por volume de rocha, M_w , M_h e M_l . Para as células “produtoras”, “injetoras”, “regulares de Fase 1” e “regulares da Fase 2”, essas concentrações são estimadas pela divisão entre a somatória das massas de todas as linhas de corrente que atravessam a célula pela somatória dos respectivos volumes, ou seja, atribui-se à célula as concentrações médias do volume pertencente aos tubos representados pelas linhas de corrente que atravessam essa célula:

$$(M_c)_{ijk}^{(n+1)^{inter}} = \frac{\sum_{sl} (\Delta V^{sl} M_c^{sl})}{\sum_{sl} (\Delta V^{sl})}, \quad (251)$$

onde $(n+1)^{inter}$ indica que a solução corresponde ao final do intervalo de tempo de pressão, porém é intermediária no processo de decomposição do operador.

Uma vez que, na Fase 3, os volumes dos segmentos das linhas de corrente não possuem sentido físico, as células dos tipos “perdidas” e “regulares da Fase 3” têm as suas concentrações estimadas por simples médias aritméticas das concentrações das linhas de corrente que as cortam:

$$(M_c)_{ijk}^{(n+1)^{inter}} = \frac{\sum_{sl}^{num_{sl}} (M_c^{sl})}{num_{sl}}. \quad (252)$$

Para as células do tipo “fonte”, computa-se a variação de massa de cada componente em função das vazões das linhas de corrente lançadas a partir da célula:

$$(\Delta m_w)_{ijk} = - \Delta t \sum_{sl} (Q_{flux} f_w \rho_w)_{sl}, \quad (253)$$

$$(\Delta m_h)_{ijk} = - \Delta t \sum_{sl} (Q_{flux} f_o C_{oh})_{sl}, \quad (254)$$

$$(\Delta m_l)_{ijk} = - \Delta t \sum_{sl} (Q_{flux} f_o C_{ol})_{sl}, \quad (255)$$

onde f_w, f_o, ρ_w, C_{oh} e C_{ol} são calculadas usando-se as concentrações da célula no início do passo de tempo (n). Para as células “produtoras” que não são atingidas por nenhuma linha de corrente, as variações de massa são dadas pelas Equações (245), (248) e (249). As novas concentrações dessas células são então calculadas por balanço de massa:

$$(M_c)_{ijk}^{(n+1)^{inter}} = \frac{V_{ijk} (M_c)_{ijk}^n + (\Delta m_w)_{ijk}}{V_{ijk}}. \quad (256)$$

5.5 Gravidade

Após o mapeamento das concentrações para a malha original, é necessário resolver o movimento gravitacional dos fluidos, governado pelas equações inferiores do Sistema de Equações (81).

Discretização:

Discretizando-se a equações inferiores do Sistema de Equações (81) pelo esquema explícito de ponto simples, para cada componente utilizado no programa, obtém-se

$$(M_w)_{ijk}^{(n+1)^{inter}} = (M_w)_{ijk}^{(n+1)^{inter}} - \frac{\Delta t}{\Delta z} \left[(u_{grav_w} \rho_w)_{k+1}^{(n+1)^{inter}} - (u_{grav_w} \rho_w)_k^{(n+1)^{inter}} \right], \quad (257)$$

$$(M_h)_{ijk}^{(n+1)^{inter}} = (M_h)_{ijk}^{(n+1)^{inter}} - \frac{\Delta t}{\Delta z} \left[(u_{grav_o} C_{oh})_{k+1}^{(n+1)^{inter}} - (u_{grav_o} C_{oh})_k^{(n+1)^{inter}} \right], \quad (258)$$

$$(M_l)_{ijk}^{(n+1)^{inter}} = (M_l)_{ijk}^{(n+1)^{inter}} - \frac{\Delta t}{\Delta z} \left[(u_{grav_o} C_{ol})_{k+1}^{(n+1)^{inter}} - (u_{grav_o} C_{ol})_k^{(n+1)^{inter}} \right]. \quad (259)$$

As velocidades u_{grav_w} e u_{grav_o} são calculadas da mesma forma que no programa para sistema incompressível, através das Equações (145) e (149).

Intervalos de Tempo na Solução Gravitacional:

Na solução gravitacional do programa para sistema compressível, adotaram-se os mesmos critérios para determinação de intervalo de tempo máximo utilizados na solução das linhas de corrente para sistema compressível — Equação (240).

5.6 Intervalo de Tempo para Solução da Pressão

Existem algumas propostas com fundamento teórico para estabelecimento de passos de tempo de solução de pressão em simulação por linhas de corrente (Osako *et al*, 2003; Blunt, 2008 etc). Apesar da existência dessas propostas, optou-se neste trabalho por diferentes abordagens que tem como base a observação do máximo erro de soma de saturações do passo anterior:

$$e_s^{max} = (e_s)_{ijk} \Big|_{máximo}, \quad (260)$$

onde $(e_s)_{ijk}$ é definido como:

$$(e_s)_{ijk} = (1 - \tilde{S}_w - \tilde{S}_h - \tilde{S}_l)_{ijk}, \quad (261)$$

pois, entende-se que este parâmetro é um bom indicador da acuidade e da estabilidade da solução. Observou-se que para problemas homogêneos e relativamente pequenos (milhares de células), o máximo erro é estável, mantendo-se, a depender das características do problema, menor que 1%. Um exemplo de um caso homogêneo com 1500 células é mostrado na Figura 5.9.

A Figura 5.10 mostra um caso de mais de um milhão de células, derivado do Caso Comparativo SPE10 (Christie e Blunt, 2001), onde a heterogeneidade é muito alta. Observa-se, que neste caso, a manutenção dos passos de tempo não assegura a estabilidade do problema, pois o máximo erro de soma de saturações é sempre crescente. Logo após 200 dias de produção a simulação é interrompida devido a problemas numéricos, provocados por altos erros de soma de saturações.

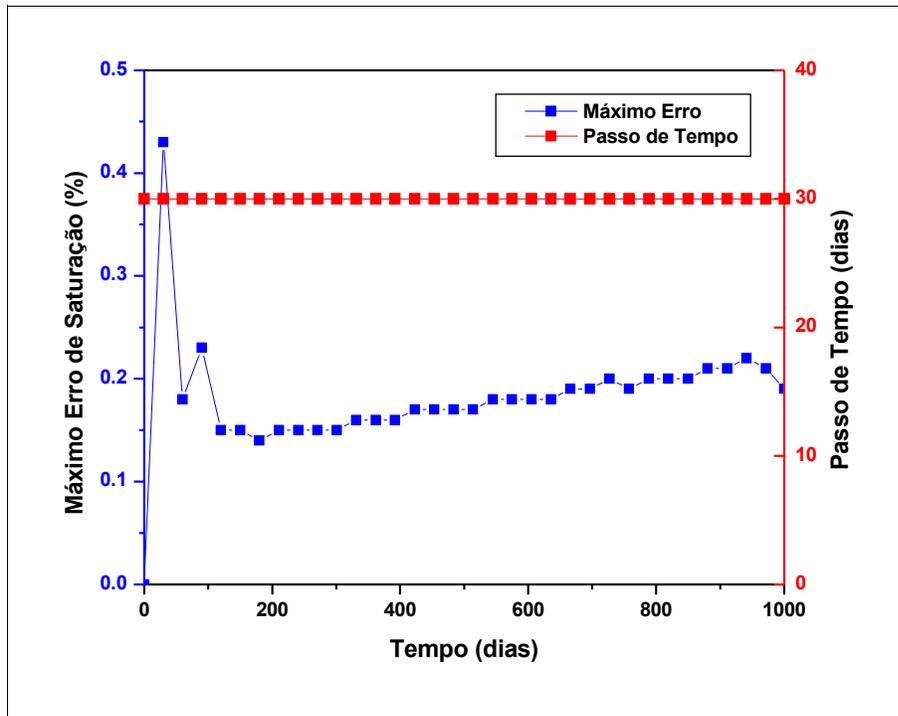


Figura 5.9: Máximo erro de soma de saturações em uma simulação de um caso homogêneo com 1500 células com passos de tempo constantes.

A primeira abordagem tentada para contornar o problema de instabilidade do máximo erro de soma de saturações em casos heterogêneos consiste em estabelecer-se um erro máximo “alvo” (e_s^{alvo}) e definir o intervalo de tempo do próximo passo ($n+1$) através de uma relação linear com o passo concluído (n):

$$(\Delta t_{pres})^{n+1} = (\Delta t_{pres})^n \frac{e_s^{alvo}}{(e_s^{max})^n}. \quad (262)$$

A Figura 5.11 mostra um exemplo desta abordagem em um caso derivado do Caso Comparativo SPE10. Pode-se observar que ocorre um comportamento oscilatório e instável, o qual não permite a adequada solução do problema. Foi observado que a ocorrência de erros de saturação superiores a 50% leva freqüentemente a uma grande instabilidade numérica, com cálculo de resultados irreais e interrupção da simulação.

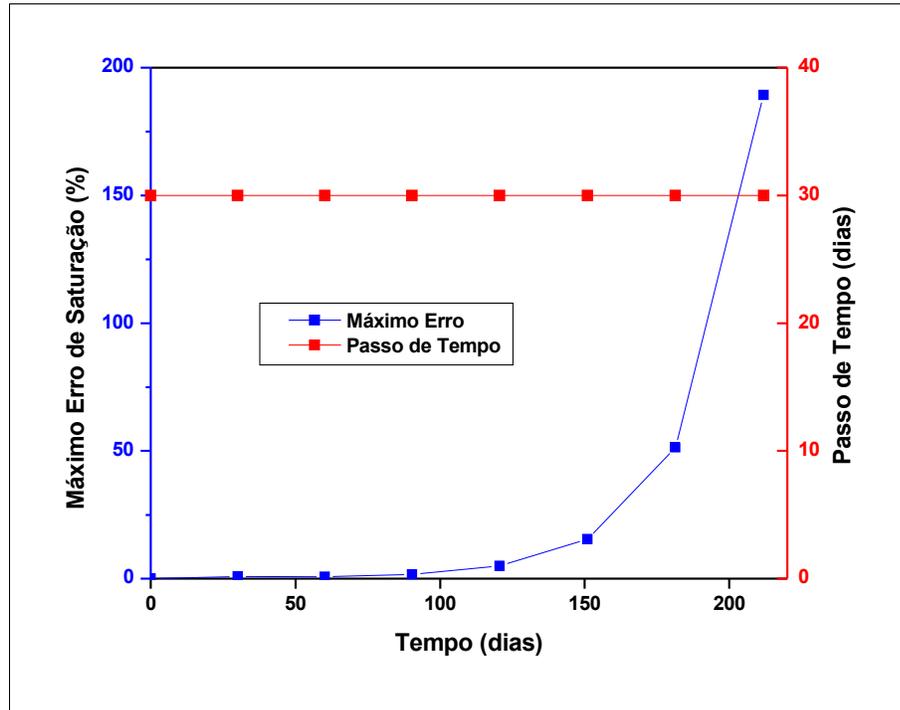


Figura 5.10: Erro de soma de saturações em uma simulação de um caso muito heterogêneo derivado do Caso SPE10, com 1,2 milhões de células com passos de tempo constantes.

Analisando-se melhor a Figura 5.10 e a Figura 5.11, observa-se que a taxa de crescimento do máximo erro com o tempo não é constante, porém crescente, mesmo quando se utiliza passo de tempo constante. Em vista dessa observação, a próxima abordagem que foi testada, consiste em utilizar, na determinação do próximo intervalo de tempo, não o último erro de cálculo de saturações, mas sim uma estimativa desse erro, mantendo-se o mesmo intervalo de tempo:

$$(\Delta t_{pres})^{n+1} = (\Delta t_{pres})^n \frac{e_s^{alvo}}{(e_s^{max})^{previsto}}. \quad (263)$$

O erro do passo de tempo seguinte é estimado considerando-se uma equação de segundo grau passando pelos erros dos dois últimos passos (Figura 5.12):

$$(e_s^{max})^{previsto} = (e_s)^{n-2} + b x + c x^2, \quad (264)$$

onde:

$$x = (\Delta t_{pres})^{n-1} + 2(\Delta t_{pres})^n \quad (265)$$

e b e c são os coeficientes de uma equação de segundo grau que se ajusta à origem e aos últimos dois erros de saturação, dados por:

$$b = \frac{\frac{x_2}{x_1} y_1 + \frac{x_1}{x_2} y_2}{(x_2 - x_1)}, \quad (266)$$

$$c = \frac{\frac{(e_s)^n}{x_1} + \frac{(e_s)^{n-1}}{x_2}}{(x_2 - x_1)}, \quad (267)$$

com:

$$x_1 = (\Delta t_{pres})^{n-1}, \quad (268)$$

$$x_2 = (\Delta t_{pres})^{n-1} + (\Delta t_{pres})^n, \quad (269)$$

$$y_1 = (e_s)^{n-1} - (e_s)^{n-2}, \quad (270)$$

$$y_2 = (e_s)^n - (e_s)^{n-2}. \quad (271)$$

No programa, foi implementado um esquema onde, para garantir maior estabilidade, a Equação (264) é usada sempre que os coeficientes b e c são ambos maiores que zero. Em caso contrário, uma estimativa linear é utilizada. O resultado obtido com essa abordagem no caso derivado do Caso Comparativo SE10 pode ser visto na Figura 5.13 onde, para efeito de comparação com a Figura 5.11, as escalas dos eixos foram mantidas. O método permite a simulação com maiores intervalos de tempo e menor número de passos.

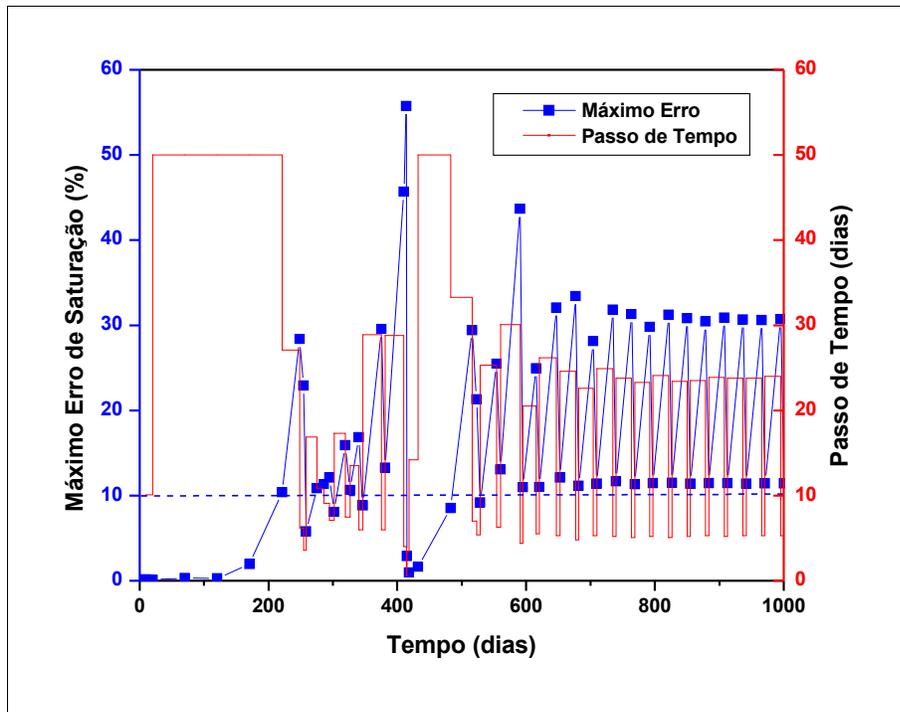


Figura 5.11: Controle de passo de tempo por relação linear em modelo altamente heterogêneo derivado do Caso Comparativo SPE10. Máximo erro de soma de saturações alvo: 10%. Máximo intervalo de tempo permitido: 50 dias.

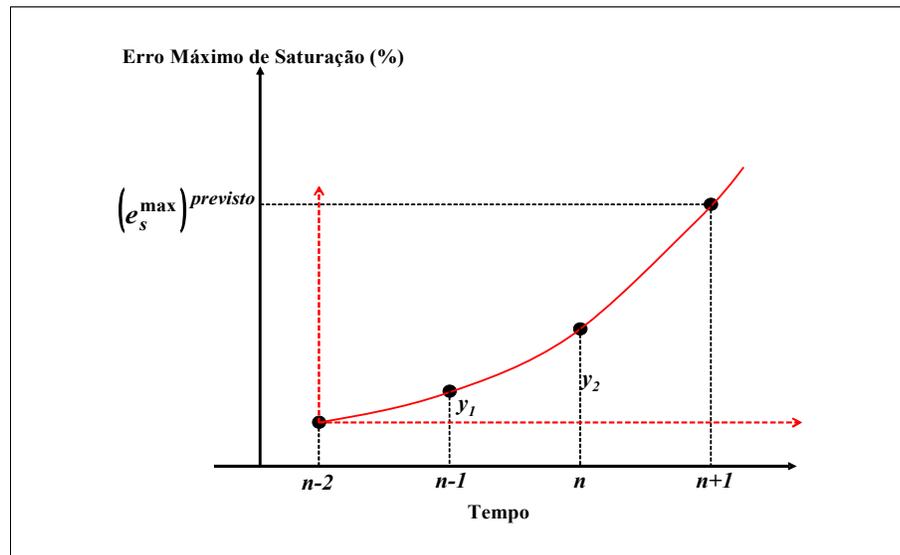


Figura 5.12: Aplicação de uma equação de segundo grau para determinação do Máximo erro de soma de saturações previsto.

Observa-se também que, embora o controle dos picos da oscilação tenha sido efetivo, o caráter oscilatório do controle continua a existir. Essa abordagem se mostrou mais eficiente para casos homogêneos (Figura 5.14), razão pela qual foi mantida como opção do programa.

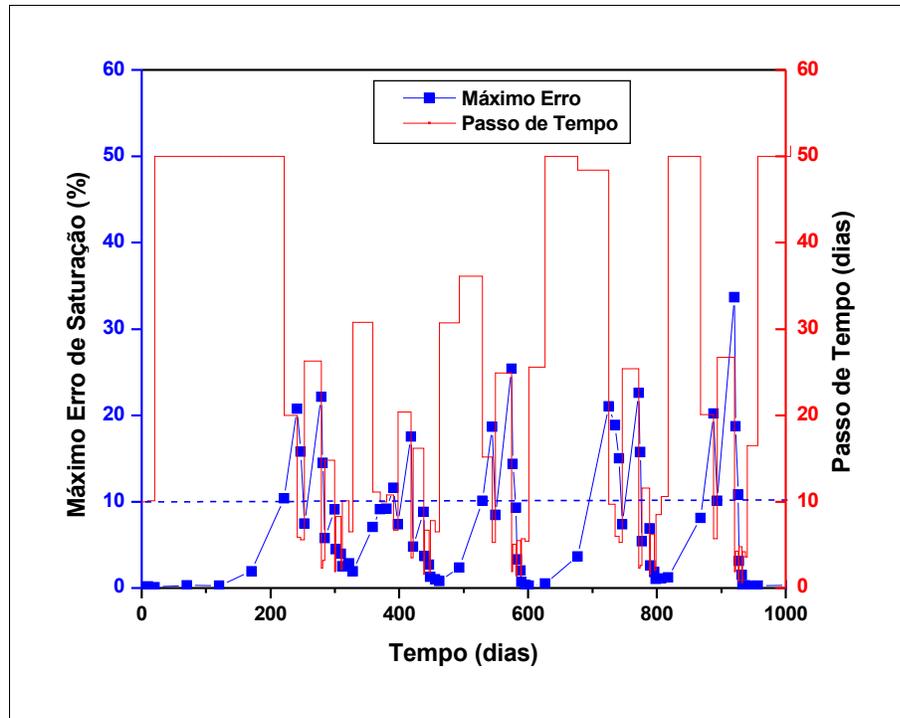


Figura 5.13: Controle de passo de tempo por relação linear com erro estimado por equação de segundo grau em modelo altamente heterogêneo derivado do Caso Comparativo SPE10. Máximo erro de soma de saturações alvo = 10%. Máximo intervalo de tempo permitido: 50 dias.

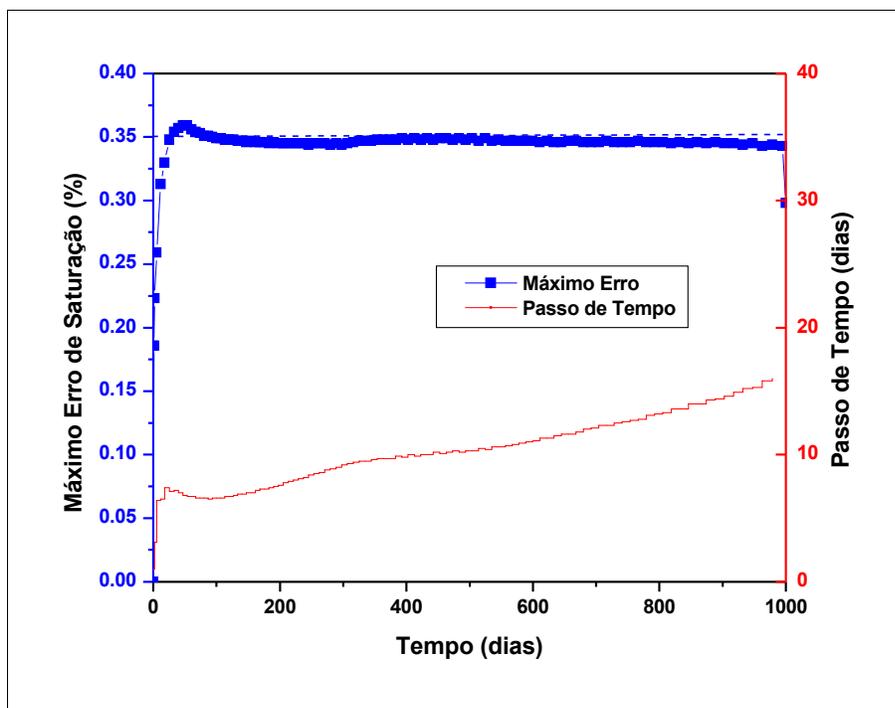


Figura 5.14: Controle de passo de tempo em caso homogêneo com 1500 células através de erro esperado. Máximo erro de soma de saturações alvo = 0,35%.

Uma vez que nenhuma das estratégias de controle de intervalo de tempo apresentadas até este ponto foi plenamente eficiente para a solução de um caso muito heterogêneo, procurou-se uma nova abordagem para o problema. Como o máximo erro de soma de saturações mostrou um caráter cumulativo, a nova abordagem consiste em manter o intervalo de tempo constante e monitorar o máximo erro, até que um valor limite seja atingido. Quando o valor limite é superado, utiliza-se, no passo seguinte, um intervalo de tempo relativamente pequeno, visando criar uma grande redução na grandeza dos erros de soma de saturações. Ao se realizar este passo de tempo, fixa-se a condição de regularização das linhas de controle para regularização por volumes iguais com multiplicador igual a 2,0 de modo a minimizar o efeito de dispersão provocada por aglutinação de várias células em um único segmento regularizado de linha de corrente. Essa estratégia de controle de passo de tempo é aqui denominada de “gatilho”. Na implementação, o intervalo de tempo necessário para a redução do erro de soma de saturações é determinado em função do critério de Courant-Fredrich-Lewy. Para a determinação deste passo

de tempo, utiliza-se um múltiplo do menor dos tempos de cruzamento de célula entre todas as células do reservatório, calculado pela mesma equação utilizada no método de Pollock:

$$\Delta t_{\text{red}} = M \left\{ \frac{1}{h_l} \ln \left[\frac{u_{l,0}^{\text{inter}} + h_l \Delta l}{u_{l,0}^{\text{inter}}} \right] \right\}_{\text{mínimo}}, \quad (272)$$

onde l , significa qualquer das três dimensões, x , y ou z , h_l é o gradiente de velocidade no interior da célula e M é o parâmetro de multiplicação que deve ser especificado ao se executar o programa. O menor tempo de cruzamento de célula não atende, a rigor, o critério de Courant-Fredrich-Lewy, pois a velocidade da frente é diferente da velocidade intersticial, porém, ele ainda é útil como referência para a determinação do intervalo de tempo a ser utilizado.

No programa desenvolvido, não existe nenhuma opção para se repetir um passo que tenha gerado um elevado aumento no máximo erro de soma de saturações. Entretanto, em determinadas situações, essa poderia ser uma estratégia útil.

No Capítulo 7, é apresentada uma análise de sensibilidade ao parâmetro M para um dos casos estudados. Observou-se que, se o valor de M é muito pequeno, podem ocorrer problemas na solução da pressão. Esses problemas, devem-se à utilização do termo $(V\phi_{e_s})$, que como foi anteriormente explicado, corresponde a volumes que são injetados ou produzido durante o passo de tempo, visando a eliminação dos erros acumulados. Esses volumes são independentes do intervalo de tempo. A redução do intervalo de tempo corresponde, portanto, a um incremento em ordem inversa na vazão representada pelos volumes, o que pode acarretar cálculo de pressões irreais. Por outro lado, um valor de M excessivamente alto, fará com que o passo de tempo utilizado no “gatilho” não seja suficientemente pequeno para efetivamente reduzir o máximo erro de soma de saturações. De modo geral, observou-se que o valor adequado de M possui ordem de grandeza de 10^{-1} .

Na presente implementação, um intervalo de tempo inicial deve ser especificado. Durante os primeiros passos, o intervalo é sucessivamente multiplicado por 1,5 até que um valor máximo seja atingido. Então esse valor de passo de tempo é mantido. O máximo erro de soma de

saturações é monitorado desde o início da simulação. Observou-se que a estratégia de “gatilho” é eficiente. O resultado obtido com o caso derivado do Caso Comparativo SPE10 pode ser visto na Figura 5.15, onde fica claro como a execução de um passo de tempo, com pequeno intervalo, faz com que o máximo erro de soma de saturações sofra uma grande redução. Nos testes que foram feitos, obteve-se tempos totais de processamento da ordem de 1/3 dos tempos obtidos com as estratégias anteriores, mantendo-se o controle sobre o máximo erro de soma de saturações.

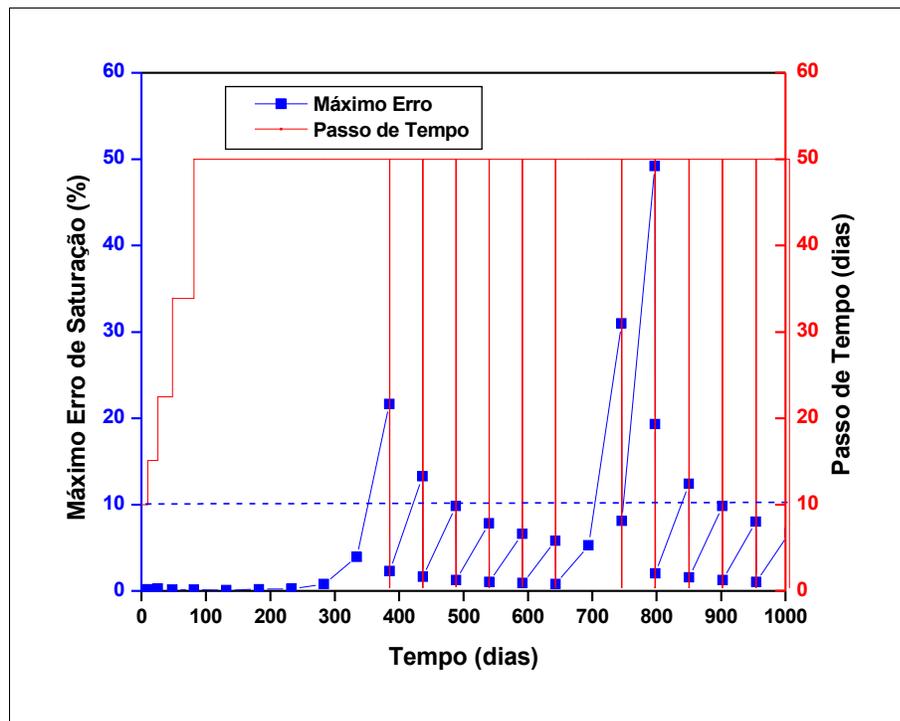


Figura 5.15: Controle de passo de tempo por monitoração do máximo erro de soma de saturações em modelo altamente heterogêneo derivado do Caso Comparativo SPE10. Máximo erro de soma de saturações alvo = 10%; Multiplicador $M = 0,05$; Máximo passo de tempo = 50 dias.

5.7 Correção de Intervalo de Tempo para Erros de Balanço de Massa

No capítulo sobre simulação para sistemas incompressíveis foi apresentada uma correção no tempo reportado, proposta por Batycky (1997), que visa a correção dos erros inerentes à

simulação por linhas de corrente. O mesmo tipo de correção deve ser feito para sistemas compressíveis. Porém, enquanto que, para sistemas incompressíveis, essa correção é feita em termos de volumes, para sistemas compressíveis ela deve ser feita em termos de massa.

Na implementação desenvolvida, é possível calcular e reportar os erros ocorridos em cada componente e fase. Os erros de massa relativos a cada passo de tempo para componente “óleo pesado”, componente “óleo leve” e as fases óleo e água são definidos, respectivamente, como:

$$(EBM_h^{passo})^n = \frac{(m_h^{n-1} - m_h^n) - (m_h)_{passo}^n}{(m_h)_{passo}^n}, \quad (273)$$

$$(EBM_l^{passo})^n = \frac{(m_l^{n-1} - m_l^n) - (m_l)_{passo}^n}{(m_l)_{passo}^n}, \quad (274)$$

$$(EBM_o^{passo})^n = \frac{[(m_h + m_l)^{n-1} - (m_h + m_l)^n] - [(m_h) + (m_l)]_{passo}^n}{(m_h)_{passo}^n + (m_l)_{passo}^n}, \quad (275)$$

$$(EBM_w^{passo})^n = \frac{(m_w^{n-1} - m_w^n) - (m_w)_{passo}^n}{(m_w)_{passo}^n}, \quad (276)$$

m_c^n é a massa existente no reservatório no instante n e $(m_c)_{passo}^n$ é a massa do componente ou fase c produzida no passo de tempo n . Os erros acumulados são definidos por:

$$(EBM_h^{acum})^n = \frac{(m_h^0 - m_h^n) - \sum_{passo=1}^n (m_h)_{passo}^n}{\sum_{passo=1}^n (m_h)_{passo}^n}, \quad (277)$$

$$(EBM_l^{acum})^n = \frac{(m_l^0 - m_l^n) - \sum_{passo=1}^n (m_l)_{passo}^n}{\sum_{passo=1}^n (m_l)_{passo}^n}, \quad (278)$$

$$(EBM_o^{acum})^n = \frac{(m_h^0 + m_l^0 - m_h^n - m_l^n) - \sum_{passo=1}^n (m_h + m_l)_{passo}^n}{\sum_{passo=1}^n (m_h + m_l)_{passo}^n}, \quad (279)$$

$$(EBM_w^{acum})^n = \frac{(m_w^0 - m_w^n) - \sum_{passo=1}^n (m_l)_{passo}^n}{\sum_{passo=1}^n (m_w)_{passo}^n}. \quad (280)$$

Considerando um fator F de correção do intervalo de tempo, definido de tal modo a anular o erro acumulado de massa de óleo, pode-se deduzir:

$$F = \frac{\Delta t_{corrigida}^n}{\Delta t^n}. \quad (281)$$

Aplicando-se a correção sobre a massa de óleo produzida no último passo, têm-se:

$$m_o^o - m_o^n = \sum_{i=1}^{n-1} (m_o)_i^{passo} + F (m_o)_n^{passo}, \quad (282)$$

$$F = \frac{m_o^o - m_o^n - \sum_{i=1}^{n-1} (m_o)_i^{passo}}{(m_o)_n^{passo}}. \quad (283)$$

de onde se define:

$$F = \frac{(m_h^0 + m_l^0 - m_h^n - m_l^n) - \sum_{i=1}^{n-1} [(m_h)_i^{passo} + (m_l)_i^{passo}]^i}{[(m_h)_n^{passo} + (m_l)_n^{passo}]^n}. \quad (284)$$

O novo intervalo de tempo a ser reportado e o valor das massas dos componentes produzidas/injetadas no passo de tempo são corrigidos, multiplicando-os pelo fator F .

Foram observados erros instantâneos na maioria dos casos estudados inferiores a 2%. Uma vez feita a correção com base na massa de óleo, os erros instantâneos dos demais componentes são em geral inferiores a 1%.

Capítulo 6

Aplicações

Visando validar os programas que foram desenvolvidos, alguns modelos de reservatório foram preparados e simulados, tanto nos simuladores por linhas de corrente, quanto em um simulador comercial por diferenças finitas que possui a opção “*API Tracking*” (Geoquest Reservoir Technologies, 2002). Considera-se que a capacidade de reprodução dos resultados de um simulador comercial por diferenças finitas, o qual já foi amplamente testado na área de engenharia de reservatórios, é suficiente para validar as implementações. Por outro lado, uma vez que existe uma grande diferença entre os métodos de solução, não se espera que a reprodução dos resultados seja perfeita em todas as situações.

Foram feitas validações para as formulações incompressível e compressível. Uma vez que a formulação compressível tem um nível de complexidade maior, foram criados para esta formulação dois modelos adicionais de grandes dimensões e grande heterogeneidade, objetivando aumentar a confiabilidade das validações executadas.

A comparação entre tempos de CPU não era um dos objetivos, uma vez que o simulador por diferenças finitas utilizado para comparação é um programa comercial amplamente testado e otimizado ao longo dos anos. Entretanto, observou-se que, para casos maiores pode-se reproduzir os resultados da simulação por diferenças finitas utilizando-se simulação por linhas de corrente com um tempo de CPU sensivelmente menor.

6.1 Sistema Incompressível

Três modelos de reservatório hipotéticos foram utilizados para a validação da formulação incompressível (Beraldo *et al.*, 2007). Os três casos são baseados em um modelo derivado do segundo conjunto de dados dos Casos Comparativos SPE10 (Christie e Blunt, 2001). O caso SPE10 original corresponde a uma malha Cartesiana que representa um bloco de 365,760 m de largura por 670,560 m de comprimento e 51,816 m de espessura. São definidas 85 camadas de simulação de 60 por 220 células, em um total de 1.122.000 células. Cada célula tem as dimensões horizontais de 6,096 m por 3,048 m, com espessura de 0,610 m. O modelo tem grande heterogeneidade, sendo que as 35 camadas superiores representam um ambiente de progradação marinha sobre o sistema fluvial, representado pelas demais camadas.

No modelo adotado, foram feitas transferências de escala da porosidade e da permeabilidade para uma malha de 20 por 55 células na direção horizontal, mantendo-se o número de 85 camadas, em um total de 93.500 células. Visando tornar o modelo mais representativo dos campos de petróleo marítimos encontrados no Brasil, o volume poroso foi aumentado em aproximadamente nove vezes, definindo-se células de 60 x 40 x 0,5 m. O modelo adotado representa, portanto, um bloco de 1200 x 2200 x 42,5 m. A porosidade, após a transferência de escala, é mostrada na Figura 6.1. O logaritmo (base 10) da permeabilidade horizontal pode ser visto na Figura 6.2. O relação entre as escalas vertical e horizontal em todas as figuras é igual a quatro.

As permeabilidades relativas ao óleo e à água correspondem às originais do modelo SPE10, multiplicadas, respectivamente, por 0,8 e 0,5; visando melhor representar os reservatórios alvo. A Tabela 2 apresenta as permeabilidades relativas utilizadas. As respectivas curvas são mostradas na Figura 6.3.

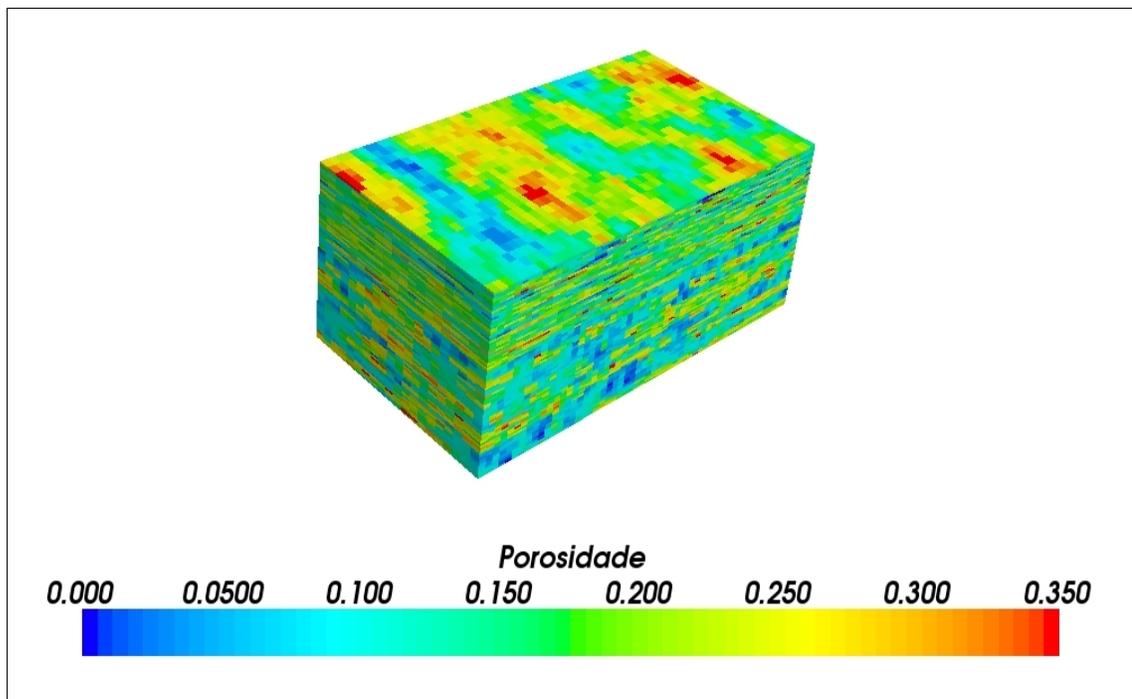


Figura 6.1: Distribuição inicial de porosidade do modelo incompressível.

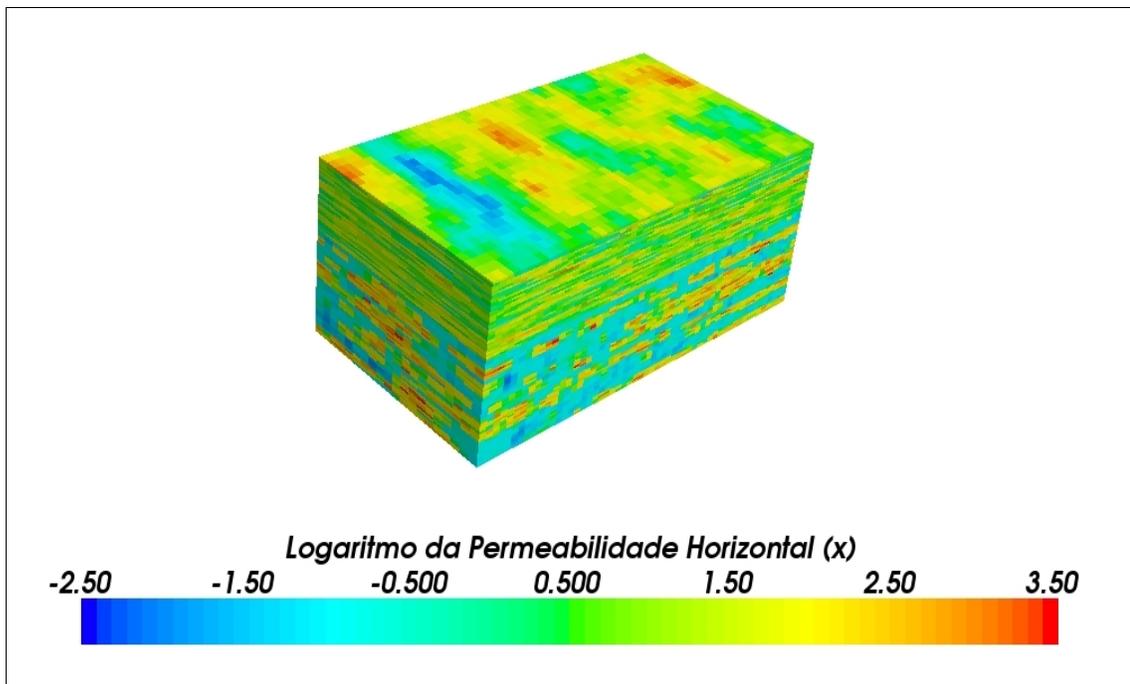


Figura 6.2: Distribuição da permeabilidade horizontal (direção x) do modelo incompressível. A escala de cores corresponde ao logaritmo na base 10 da permeabilidade dada em $10^{-3} \mu\text{m}^2$ ($10^{-3} \mu\text{m}^2 = 1,01325 \text{ mD}$).

Tabela 1: Permeabilidades Relativas

Sw(%)	k_{ro}	k_{rw}
0,000	1,000	0,000
0,200	0,800	0,000
0,250	0,672	0,003
0,300	0,556	0,014
0,350	0,450	0,031
0,400	0,356	0,056
0,450	0,272	0,087
0,500	0,200	0,125
0,550	0,139	0,170
0,600	0,089	0,222
0,650	0,050	0,281
0,700	0,022	0,347
0,750	0,006	0,420
0,800	0,000	0,500
1,000	0,000	1,000

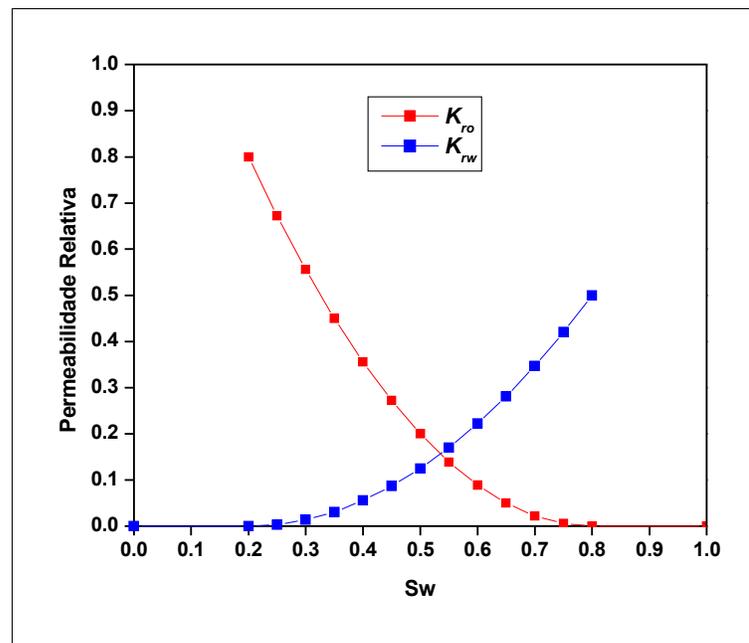


Figura 6.3: Curvas de permeabilidades relativas utilizadas nos casos incompressíveis.

A Tabela 2 mostra as propriedades de óleo que foram usadas nos casos incompressíveis. A viscosidade e o fator de formação de volume da água são, respectivamente, $0,7 \times 10^{-3}$ Pa.s e $1,010 \text{ m}^3/\text{std m}^3$.

Tabela 2: Propriedades do Óleo nos Casos Incompressíveis

API	Bo ($\text{m}^3/\text{std m}^3$)	μ_o (Pa.s)
19	1,100	$6,0 \times 10^{-3}$
31	1,200	$2,0 \times 10^{-3}$

Assim como no Caso Comparativo SPE10, foram considerados 4 poços produtores nos cantos do modelo com um poço injetor no centro (Figura 6.4). Todos os poços são completados do topo até a base. O poço localizado no centro tem uma vazão de injeção em condições de reservatório constante, igual a $1.000 \text{ m}^3/\text{d}$. Os poços produtores operam com pressão de fundo de 27.000 kPa . Foi simulado um período de três mil dias de produção.

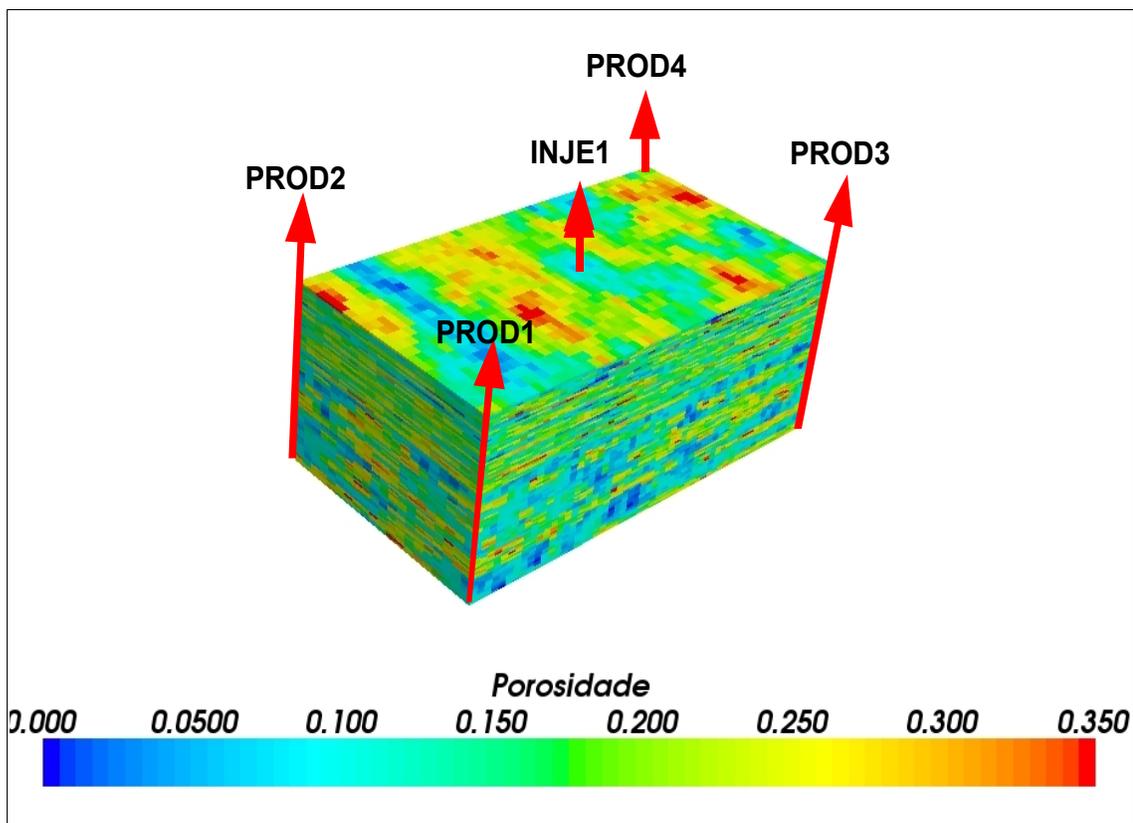


Figura 6.4: Localização dos poços do modelo.

Uma pequena compressibilidade igual a $0,01 \times 10^{-30} \text{ kPa}^{-1}$ foi utilizada na simulação por diferenças finitas, uma vez que o simulador utilizado exige compressibilidade diferente de zero.

a) Caso Degrau Incompressível:

Este caso hipotético foi criado visando comparar as soluções obtidas por linhas de corrente e por diferenças finitas, quando existem descontinuidades nas condições iniciais. O modelo, derivado do Caso Comparativo SPE10, descrito acima, foi dividido em três regiões na sua maior direção, portando óleo com Grau API de 20, 25 e 30 (Figura 6.5).

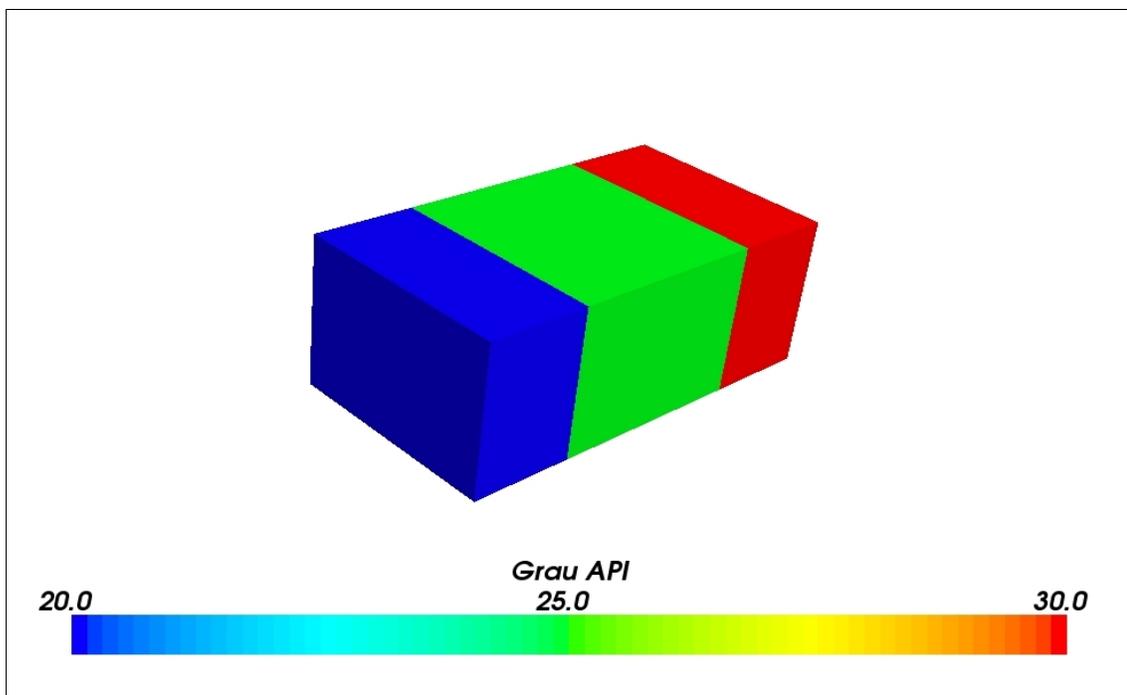


Figura 6.5: Distribuição inicial de Grau API de óleo do Caso Degrau Incompressível.

b) Caso Gradual Incompressível:

Este caso representa a situação mais realista, onde o Grau API do óleo varia gradualmente na direção de maior extensão entre Graus API de 20 e 30. Na direção vertical, a diferença entre o Grau API do óleo na base e no topo é três (Figura 6.6).

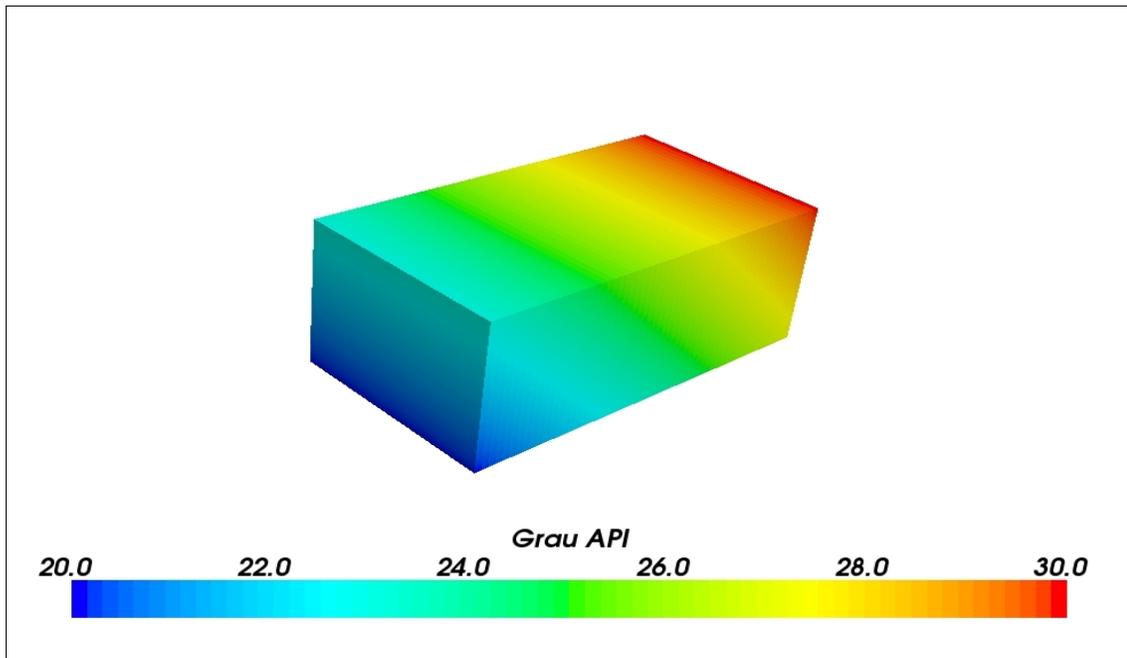


Figura 6.6: Distribuição inicial de Grau API de óleo do Caso Gradual Incompressível.

c) Caso Uniforme Incompressível:

Visando analisar a influência da variação da qualidade do óleo, foi criado um terceiro modelo, com as mesmas características dos anteriores, onde o Grau API do óleo é constante, igual a 25, em todo o reservatório.

6.2 Sistema Compressível

Foram utilizados inicialmente, na formulação compressível, dois modelos simples e homogêneos, com apenas três camadas, para a análise das situações de descontinuidade e de gradação de Grau API. Em seguida foi estudado um caso heterogêneo, com o mesmo número de células dos casos utilizados na formulação incompressível. Além desses, foram construídos um caso que utiliza a malha completa do Caso Comparativo SPE10 e outro baseado em um modelo de um campo de petróleo real. Para comparação, todos os casos foram executados tanto no simulador por linhas de corrente, como no simulador comercial por diferenças finitas.

O caso heterogêneo foi utilizado para análise da influência dos parâmetros de regularização

e do número de linhas de corrente lançadas na Fase 1. O mesmo caso também propiciou a análise do efeito do parâmetro M , o qual controla o passo de tempo necessário para reduzir o erro de soma de saturações, e o efeito da compressibilidade na curva de produção simulada.

Os parâmetros relacionados à regularização das linhas de corrente também foram estudados com o caso baseado no campo de petróleo real, pois esta é uma situação especial onde existe contato óleo-água.

a) Caso Degrau Homogêneo Compressível:

Este caso possui três camadas de 100 x 50 células com lados de 20 m e espessura de 10 m. A Figura 6.7 mostra a distribuição inicial de Grau API para este caso.

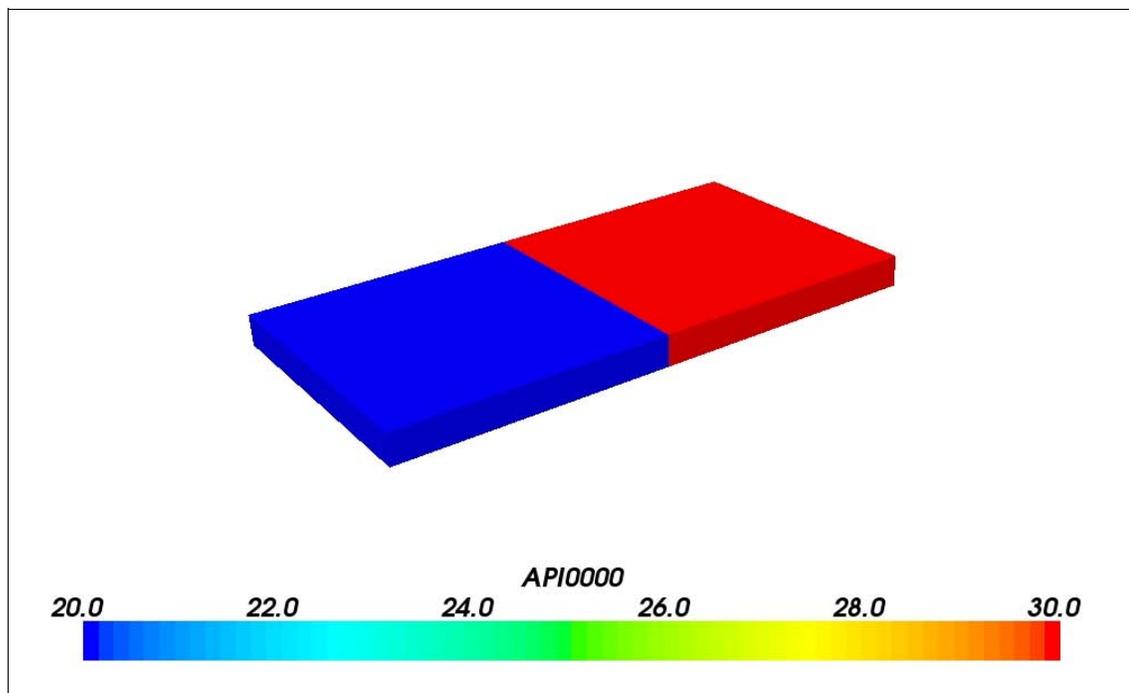


Figura 6.7: Distribuição inicial de Grau API de óleo do Caso Degrau Homogêneo Compressível.

O caso é homogêneo com permeabilidade horizontal de $500,0 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$ e vertical de $10,0 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$. A porosidade é uniforme, igual a 25%.

As compressibilidades da água e dos poros são, respectivamente, $0,40 \times 10^{-6} \text{kPa}^{-1}$ e

$1,0 \times 10^{-6} \text{ kPa}^{-1}$. As propriedades extremas de óleo são mostradas na Tabela 3. A última coluna da tabela representa a taxa de variação relativa de viscosidade com a pressão.

Tabela 3: Propriedades Extremas de Óleo dos Casos Degrau e Gradual Compressíveis

API	B_o (m ³ / std m ³)	p_{sat} (kPa)	c (kPa) ⁻¹	μ_o (Pa.s)	$(d\mu/dp)/\mu^{sat}$ (kPa) ⁻¹
31	1,300	15.000	$0,80 \times 10^{-6}$	$2,0 \times 10^{-3}$	$0,200 \times 10^{-6}$
19	1,100	10.000	$0,60 \times 10^{-6}$	$6,0 \times 10^{-3}$	$0,333 \times 10^{-6}$

Considera-se topo do reservatório a 2.500 m e pressão inicial de 29.000 kPa, na profundidade de 2.515 m.

Visando observar a deformação da região de descontinuidade entre os óleos de diferentes qualidades, foram definidos dois poços injetores e dois poços produtores, em posições tais, que ocorresse inversão da direção de escoamento dos fluidos ao longo dessa região (Figura 6.8). Os poços injetores operam com vazão em condições de reservatório de 700 m³/d e os poços produtores, com pressão mínima de 27.000 kPa.

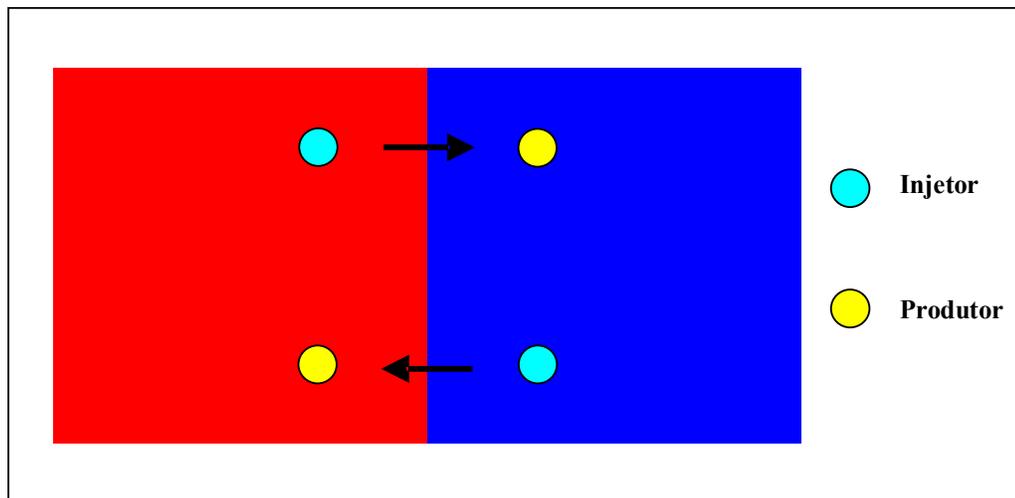


Figura 6.8: Localização dos poços do Caso Degrau Homogêneo Compressível.

b) Caso Gradual Homogêneo Compressível:

Em termos de reservatório, a única diferença entre este caso e o anterior é a distribuição inicial de Grau API do óleo, a qual é mostrada na Figura 6.9.

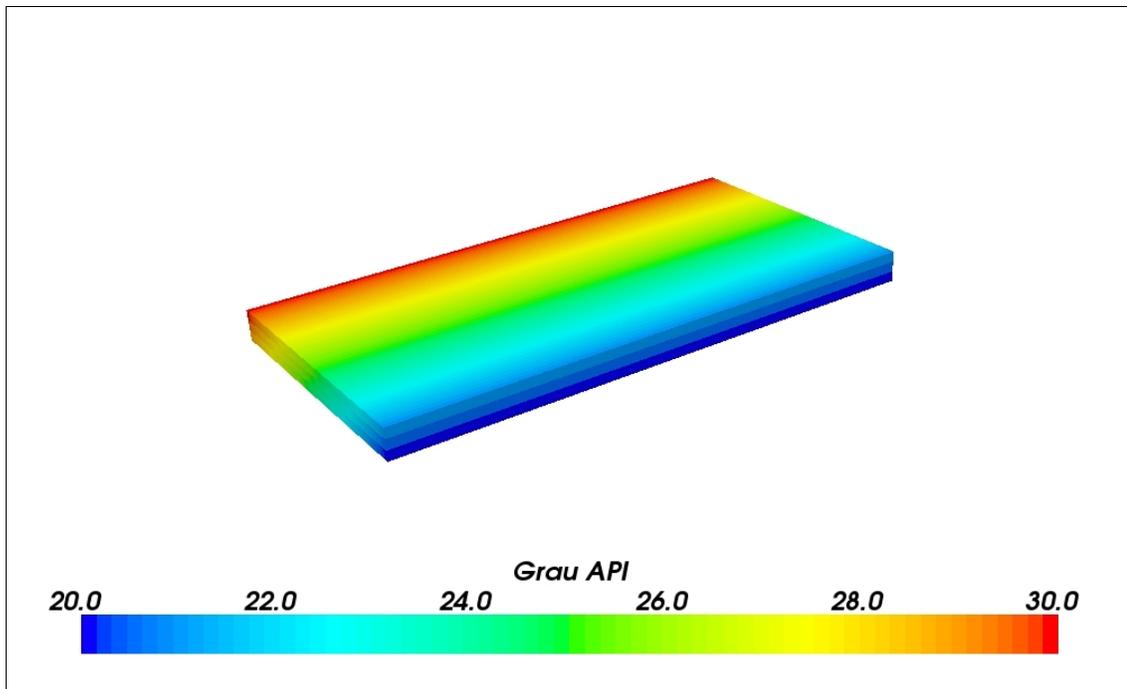


Figura 6.9: Distribuição inicial de Grau API de óleo do Caso Gradual Homogêneo Compressível.

Foi definido, neste caso, um poço injetor e dois poços produtores com as mesmas características do caso anterior. Os poços foram localizados de forma a reproduzir o efeito de variação da produtividade do poço em função da variação da qualidade do óleo produzido ao longo do tempo (Figura 6.10).

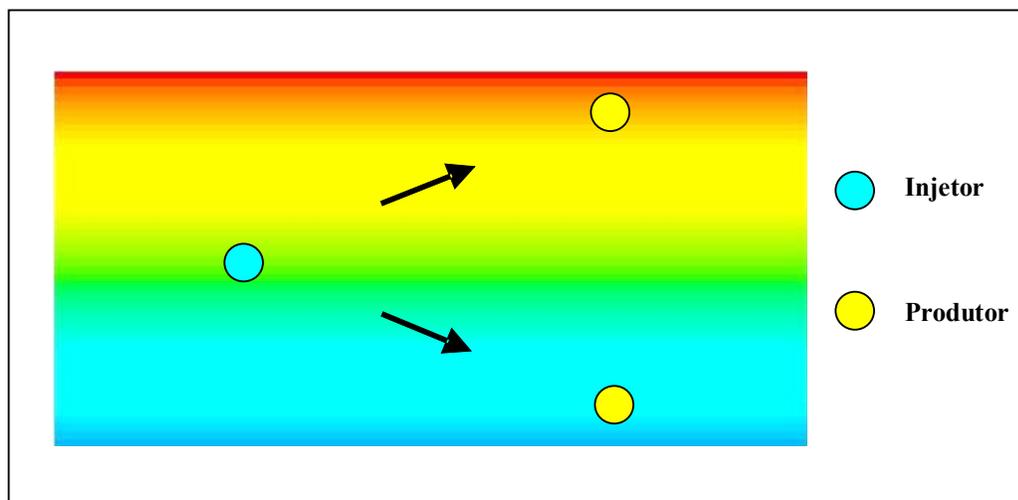


Figura 6.10: Localização dos poços do Caso Gradual Homogêneo Compressível.

c) Caso Gradual Heterogêneo Compressível:

Este caso possui a mesma malha do Caso Gradual Incompressível. Entretanto, as dimensões das células foram escolhidas de modo que as dimensões totais do modelo se aproximassem do Caso Comparativo SPE original. As células possuem dimensões de 18 x 12 x 0,6 m e as dimensões totais do modelo são 360 x 660 x 85 m. A distribuição de Grau API do óleo a configuração dos poços também é a mesma do Caso Gradual Incompressível.

d) Campo de Namorado Modificado:

Este caso foi derivado de um modelo já existente, o qual utiliza dados do Campo de Namorado, disponibilizados pela Petrobras. O objetivo deste estudo foi verificar o comportamento do simulador compressível, quando todas as características de um campo real são consideradas. Entre essas características, está a morfologia externa de um reservatório real, caracterizada através da utilização de células inativas, a presença de um contato óleo-água e grande quantidade de poços, entrando em produção segundo um cronograma específico. Deve-se salientar que, embora o modelo seja derivado do Campo de Namorado, ele não é representativo do mesmo, pois importantes características, como espessura porosa, contato óleo-água e propriedades de fluido e propriedades de rocha, foram definidas apenas para efeito de comparação entre a formulação por linhas de corrente e por diferenças finitas.

O modelo possui 80 x 45 células de 100 m de lado na direção horizontal e 79 camadas de 5 m de espessura. O número de células, após a desativação de células para reprodução da morfologia do reservatório, é 43.323.

No modelo utilizado, existe heterogeneidade de porosidade e permeabilidade. Os campos de permeabilidade horizontal e permeabilidade vertical são mostrados na Figura 6.11 e na Figura 6.12, respectivamente.

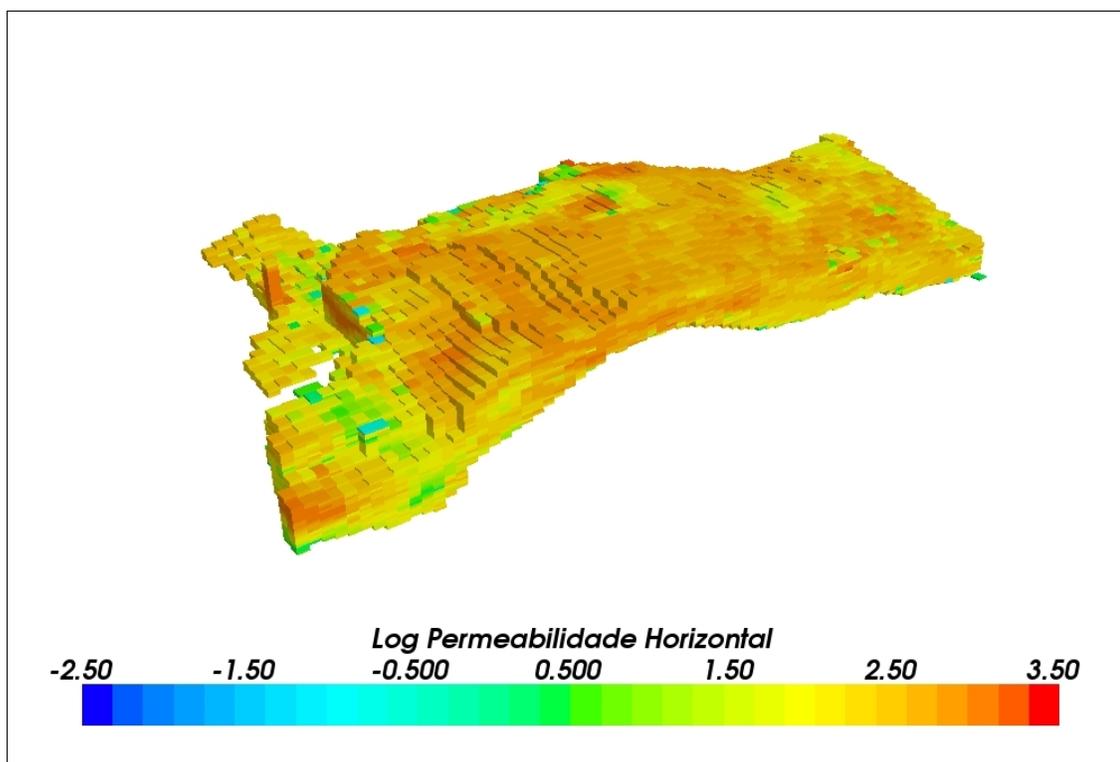


Figura 6.11: Permeabilidade horizontal do Campo de Namorado Modificado ($10^{-3} \mu\text{m}^2$)

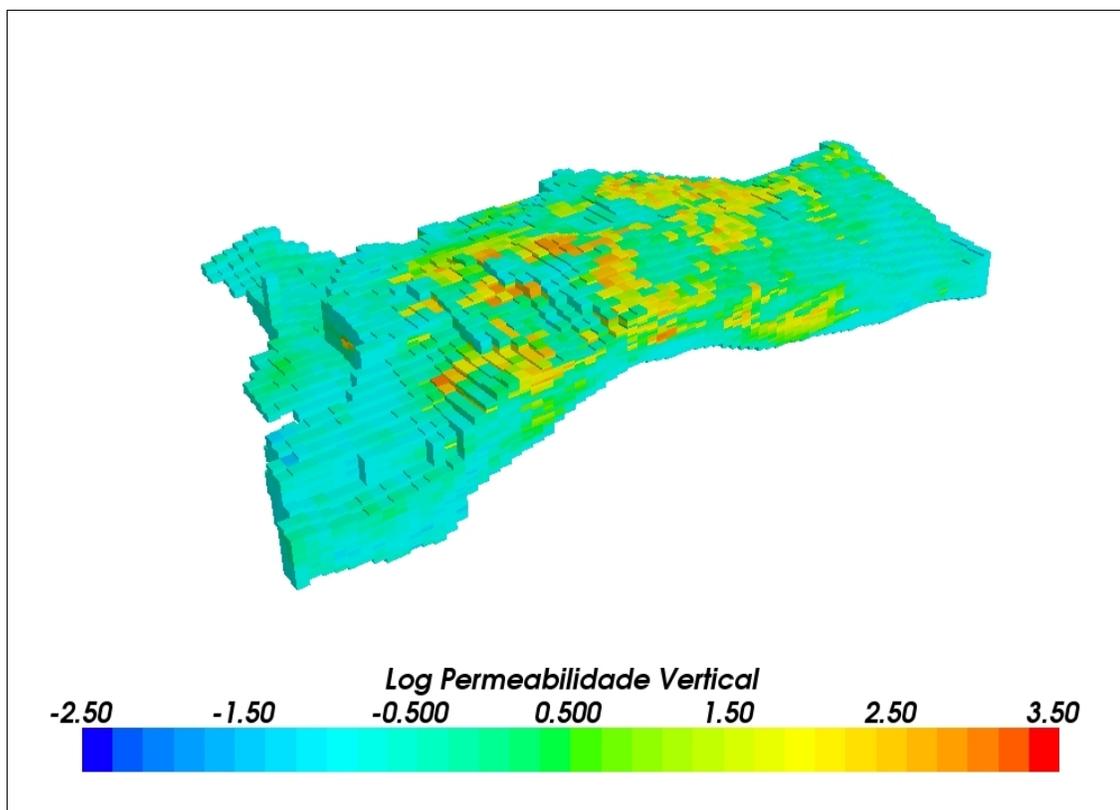


Figura 6.12: Permeabilidade vertical do Campo de Namorado Modificado ($10^{-3} \mu\text{m}^2$)

Foi considerada uma distribuição inicial hipotética de Grau API de óleo que varia gradualmente de 20 a 30, ao longo do maior eixo do campo (Figura 6.13).

As curvas de permeabilidades relativas utilizadas foram as mesmas dos modelos anteriores (Tabela 2 e Figura 6.3).

A compressibilidades de rocha considerada foi $1,0 \times 10^{-6} \text{ kPa}^{-1}$ e da água $0,40 \times 10^{-6} \text{ kPa}^{-1}$. As propriedades extremas de óleo são as mesmas dos casos anteriores, mostradas na Tabela 3.

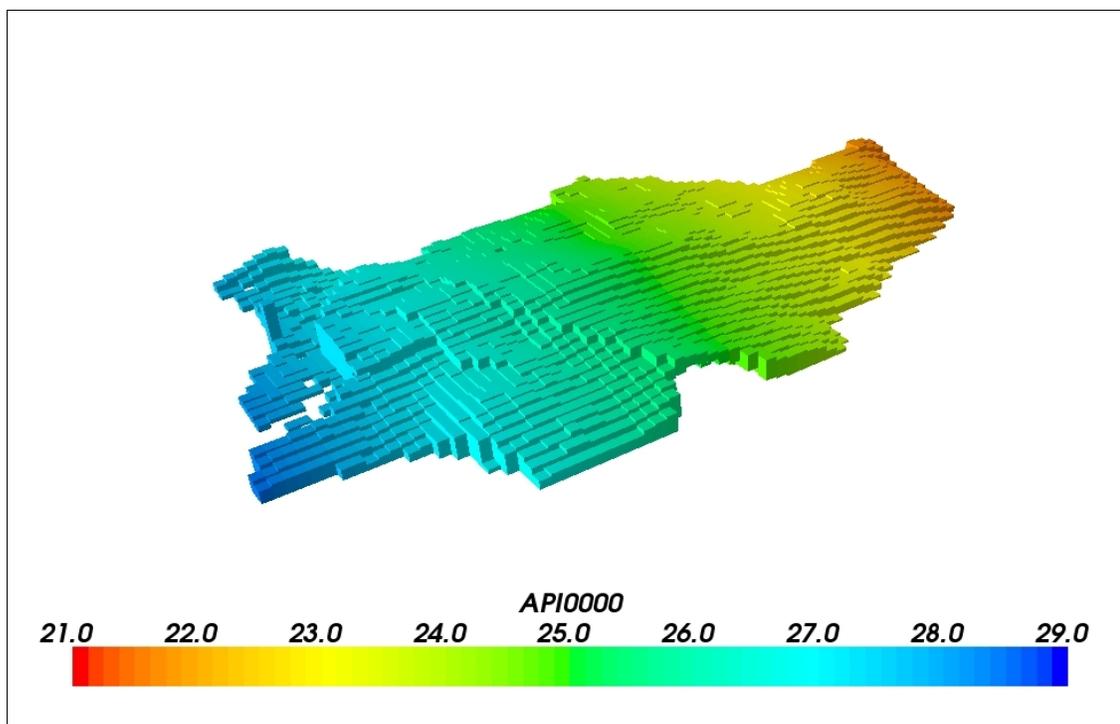


Figura 6.13: Distribuição inicial de Grau API de óleo do Caso Campo de Namorado Modificado

O reservatório, incluindo a região abaixo do contato óleo água, está a localizado entre as profundidades de 2938 m e 3328 m. O modelo foi inicializado com pressão média de 29.000 kPa, na profundidade de 3025,5 m. Existe um contato óleo-água definido na profundidade de 3118 m. A Figura 6.14, que mostra a saturação inicial de água, permite a visualização do contato em relação ao reservatório.

Todos os poços são verticais e seus intervalos de comunicação com o reservatório são baseados nas completações reais dos poços do Campo de Namorado. Os poços injetores operam com vazão constante em condições de reservatório de 500 m³/d e os poços produtores, com pressão mínima de 22.000 kPa. Foi implementada no programa a opção de fechamento automático dos poços produtores, quando uma vazão mínima de óleo é atingida. Neste modelo, a vazão mínima considerada foi de 5 m³/d.

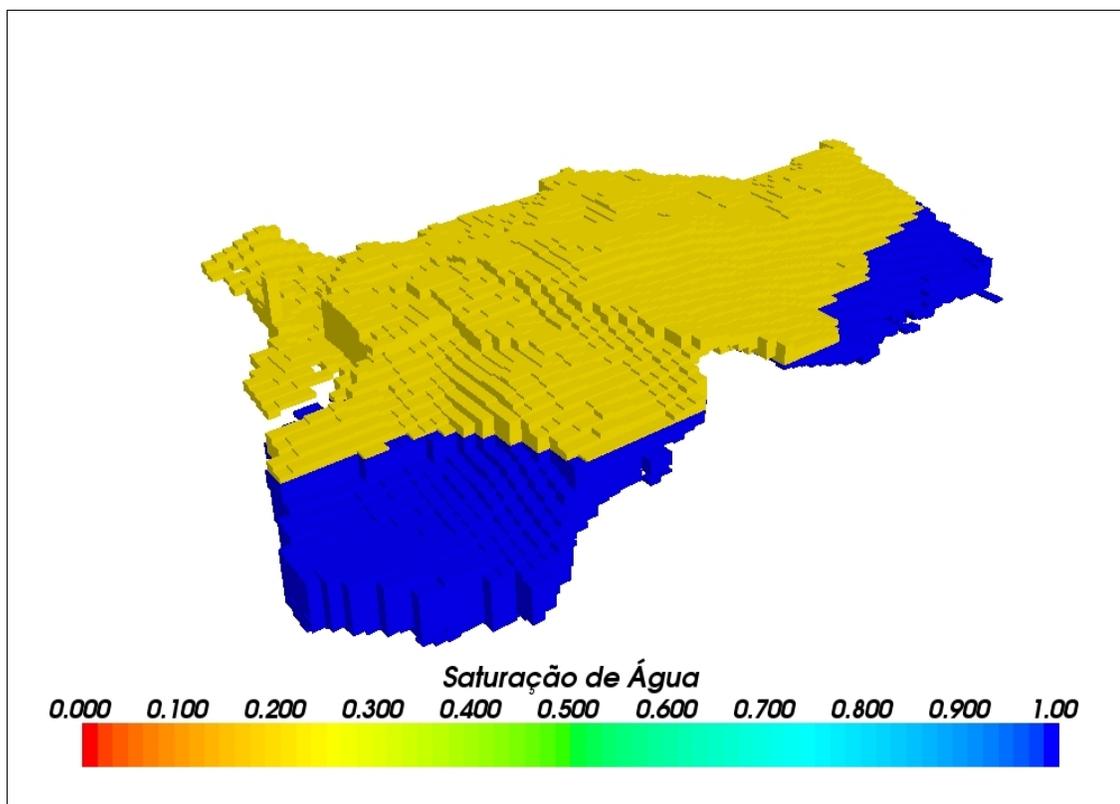


Figura 6.14: Saturação Inicial de Água do Modelo do Campo de Namorado Modificado.

A Tabela 4 mostra o cronograma de entrada dos poços. Observa-se que o poço produtor NA-001 produz durante um mês no início de produção do campo, sem que haja injeção de água. Essa é uma situação impossível de ser simulada com um simulador onde a formulação utilizada não considera compressibilidade. Para simular essa situação utilizando linhas de corrente, foi necessário, apenas, impor-se uma vazão de injeção desprezível no modelo. No caso, considerou-se o primeiro poço injetor do cronograma (NA-06I), injetando $0,1 \text{ m}^3/\text{d}$, durante o primeiro mês.

e) Caso Comparativo SPE10 Modificado:

Desejava-se comparar o desempenho da simulação compressível por linhas de corrente com a simulação por diferenças finitas em um modelo com um número de células da ordem de milhões. Foram feitas simulações em um modelo semelhante ao Caso Gradual Incompressível, mantendo-se, entretanto, o mesmo número de células do Caso Comparativo SPE10, ou seja, uma malha de $60 \times 220 \times 85$, num total de 1.122.000 células. As células possuem dimensões laterais

de 6 x 3 m, e espessura de 1 metro, o que significa que as dimensões horizontais do modelo são 360 x 660 m e a espessura, 85 m.

Os campos originais de porosidade e permeabilidade horizontal são mostrados na Figura 6.15 e na Figura 6.16. Existem no modelo original regiões com grandes contrastes de permeabilidade entre células, com valores de permeabilidade de até $20 \mu\text{m}^2$, o que faz com que a solução numérica seja muito difícil. No modelo utilizado para o teste da simulação por linhas de corrente e comparação com simulação por diferenças finitas, a permeabilidade máxima foi limitada a $3 \mu\text{m}^2$. Visando evitar quebras excessivas de intervalos de tempo na simulação por diferenças finitas foram, também, desativadas todas células com porosidade inferior a 10%. A distribuição inicial de Grau API, com visualização somente das células ativas, pode ser vista na Figura 6.17.

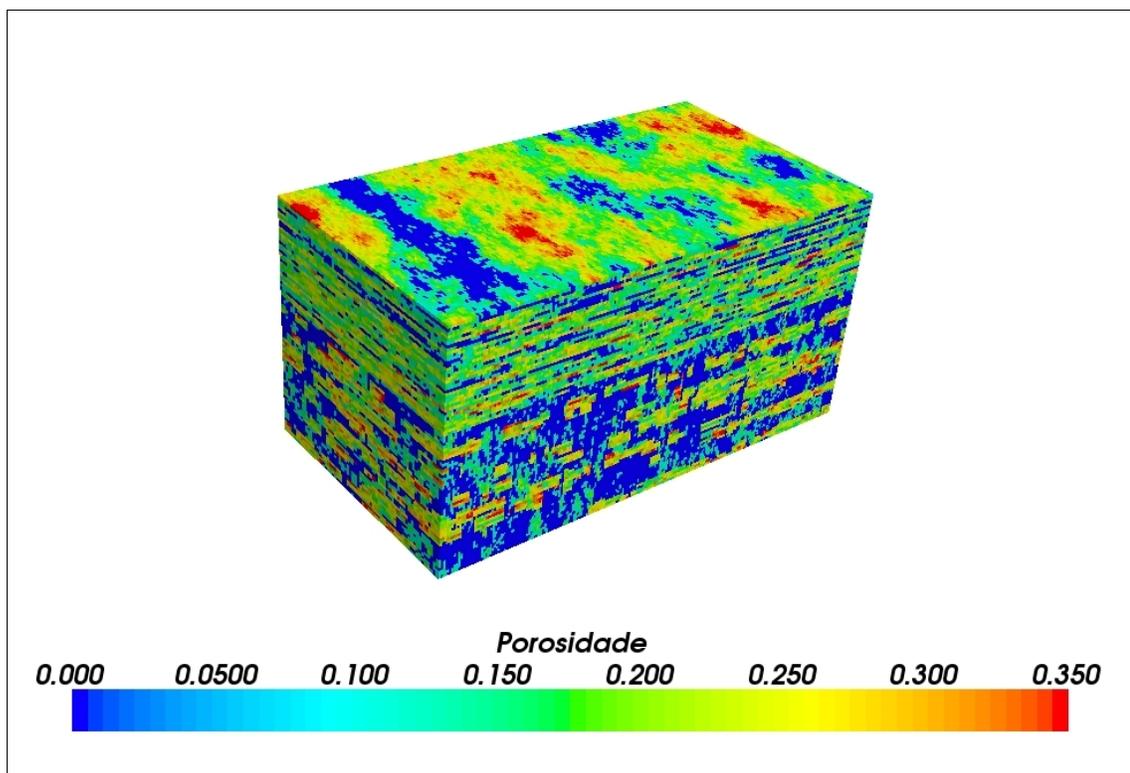


Figura 6.15: Distribuição inicial de porosidade do Caso Comparativo SPE10 Modificado.

Tabela 4: Cronograma de Entrada de Poços
no Modelo Campo de Namorado
Modificado

Tempo(dias)	Poço	Tipo
0.0	NA-001	PRODUTOR
30.0	NA-006I	INJETOR
60.0	NA-002	PRODUTOR
90.0	NA-009I	INJETOR
120.0	NA-003	PRODUTOR
150.0	NA-018I	PRODUTOR
180.0	NA-007	PRODUTOR
210.0	NA-020I	INJETOR
240.0	NA-008	PRODUTOR
270.0	NA-023I	PRODUTOR
300.0	NA-009	PRODUTOR
330.0	NA-024I	PRODUTOR
390.0	NA-027I	INJETOR
420.0	NA-010	INJETOR
450.0	NA-031I	INJETOR
480.0	NA-012	PRODUTOR
510.0	NA-032I	INJETOR
540.0	NA-015	PRODUTOR
570.0	NA-033I	PRODUTOR
660.0	NA-024	PRODUTOR
690.0	NA-038I	INJETOR
720.0	NA-025	INJETOR
750.0	NA-039I	PRODUTOR
780.0	NA-026	INJETOR
840.0	NA-030	INJETOR
870.0	NA-031	PRODUTOR
900.0	NA-033	PRODUTOR
930.0	NA-034	PRODUTOR
960.0	NA-035	INJETOR
1020.0	NA-037	PRODUTOR
1050.0	NA-038	INJETOR
1080.0	NA-039	PRODUTOR
1110.0	NA-040	PRODUTOR
1140.0	NA-041	INJETOR
1170.0	NA-042	PRODUTOR
1230.0	NA-044	PRODUTOR
1260.0	NA-045	PRODUTOR
1290.0	NA-046	PRODUTOR
1320.0	NA-047	PRODUTOR
1350.0	NA-048	PRODUTOR
1380.0	NA-049	PRODUTOR
1410.0	NA-050	PRODUTOR
1440.0	NA-051	PRODUTOR

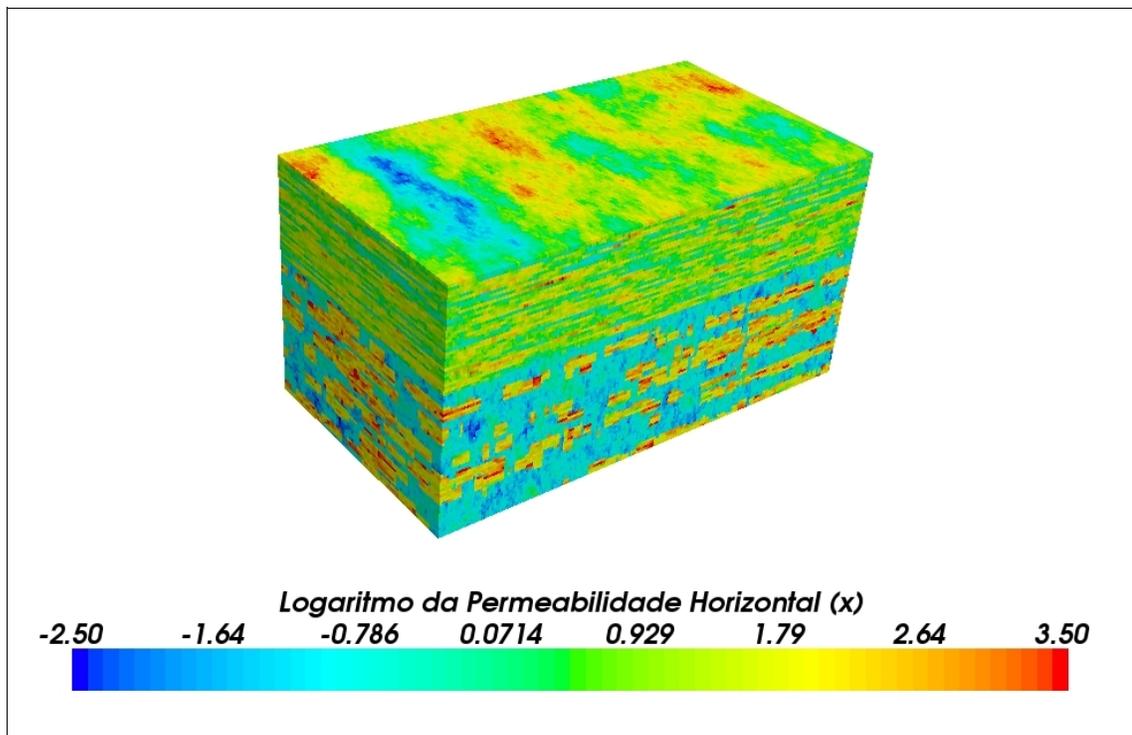


Figura 6.16: Distribuição da permeabilidade horizontal (direção x) do Caso Comparativo SPE10 Modificado.

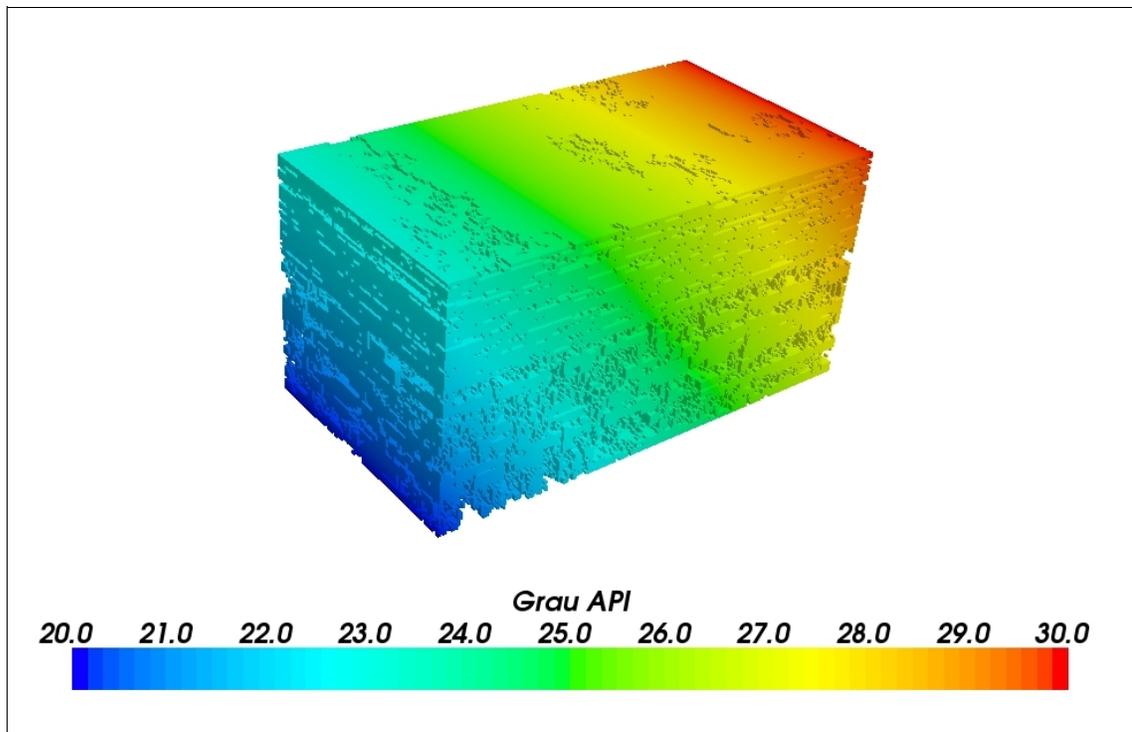


Figura 6.17: Distribuição inicial de Grau API de óleo do Caso Comparativo SPE10 Modificado. Somente as células do modelo que não foram desativadas estão visíveis.

Capítulo 7

Resultados

Neste capítulo, são mostradas comparações entre resultados de simulações por linhas de corrente e por diferenças finitas dos casos compressíveis e incompressíveis definidos no capítulo anterior. Também são apresentados estudos de sensibilidade a alguns parâmetros de controle numérico da simulação por linhas de corrente.

Os melhores valores para os parâmetros de controle numérico dependem do problema a ser resolvido. As análises que são apresentadas neste trabalho visam mostrar o comportamento geral da qualidade da solução e do tempo de processamento com a alteração desses parâmetros.

7.1 Sistema Incompressível

As simulações por linhas de corrente realizadas nos casos incompressíveis utilizaram a formulação que foi apresentada na fundamentação teórica (Capítulo 3) e na descrição do simulador incompressível (Capítulo 4).

Utilizou-se uma máquina com processador duplo e frequência de 3 GHz em todas as execuções em sistema incompressível. Em todas as simulações por linhas de corrente, foram lançadas 40.000 linhas na Fase 1.

a) Caso Degrau Incompressível:

Na Figura 7.1, pode-se ver os resultados da distribuição de saturação de água ao final de 3.000 dias de produção, utilizando-se tanto o simulador por linhas de corrente, quanto o simulador comercial. A coluna de cruzamento entre os planos verticais corresponde à localização do poço injetor. A mesma comparação para a distribuição final de Grau API é mostrada na Figura 7.2. Pode-se ver que os resultados são muito parecidos. Próximo ao poço injetor, a dispersão de saturação de água é maior na simulação por linhas de corrente. Explica-se essa dispersão pelo fato de que, nessa região, a velocidade dos fluidos é maior, o que faz com que várias células da malha original sejam englobadas em um único segmento regularizado de linha de corrente, uma vez que a divisão é feita em intervalos constantes de tempo de vôo (Beraldo, 2007).

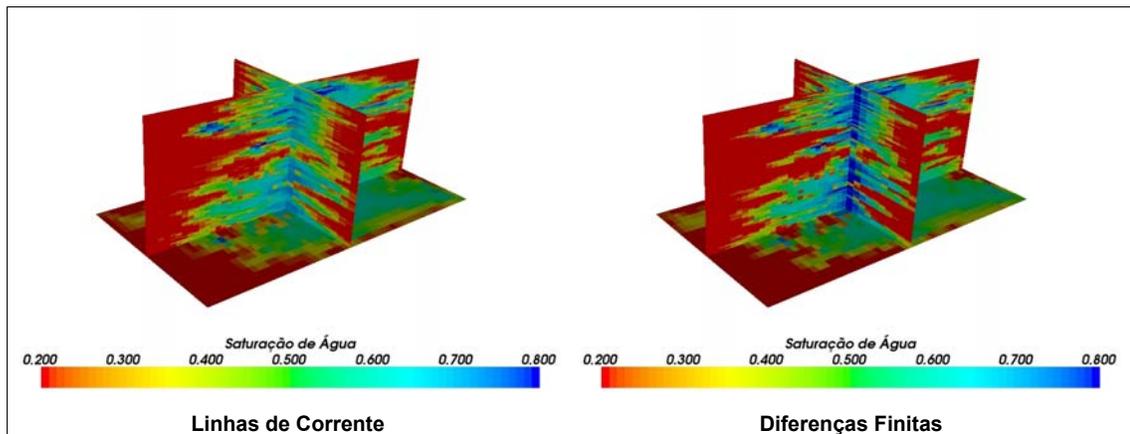


Figura 7.1: Comparação entre saturação de água após 3.000 dias de produção no Caso Degrau Incompressível.

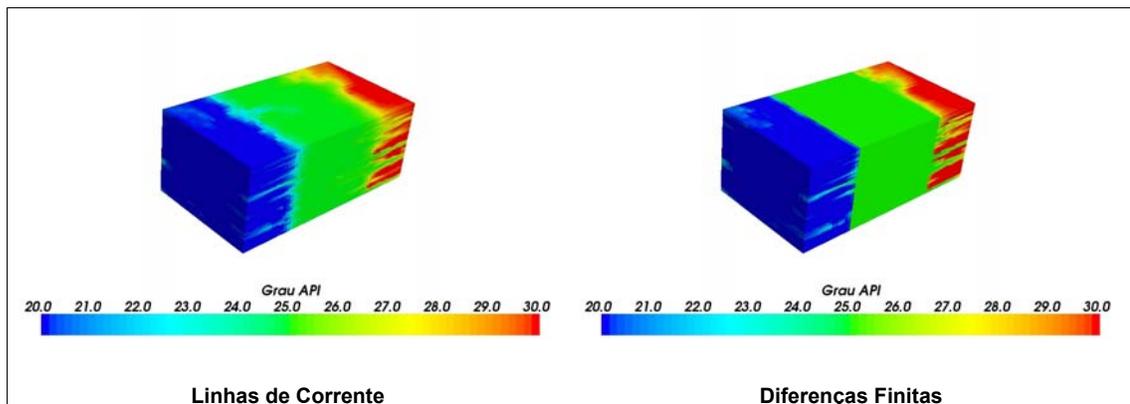


Figura 7.2: Comparação entre Grau API de óleo após 3.000 dias de produção no Caso Degrau Incompressível.

As curvas de produção de óleo e produção total de cada um dos poços, obtidas com simulação por linhas de corrente e com simulação por diferenças finitas, são mostradas nos gráficos da Tabela 7. Observa-se a coerência muito boa entre os resultados, tanto em relação a tempo de irrupção de água e elevação do corte de água, como em relação à produtividade dos poços. As curvas de volumes *in situ* e produções acumuladas são mostradas na Figura 7.4 e comprovam a reprodução dos resultados do simulador comercial.

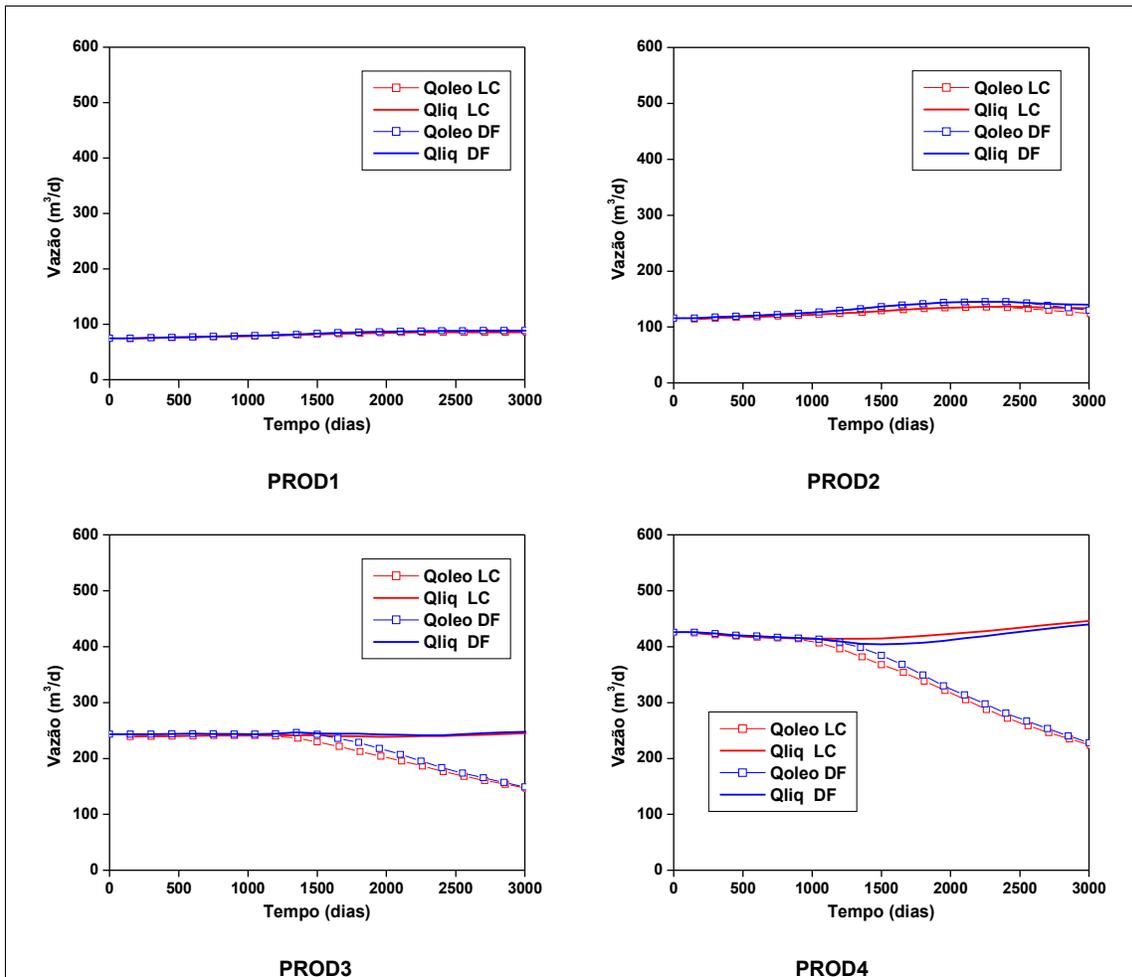


Figura 7.3: Curvas de produção de óleo e produção total dos poços do Caso Degrau Incompressível

Os tempos de execução foram de 48 minutos, para simulação por linhas de corrente, e 46 minutos, para simulação por diferenças finitas.

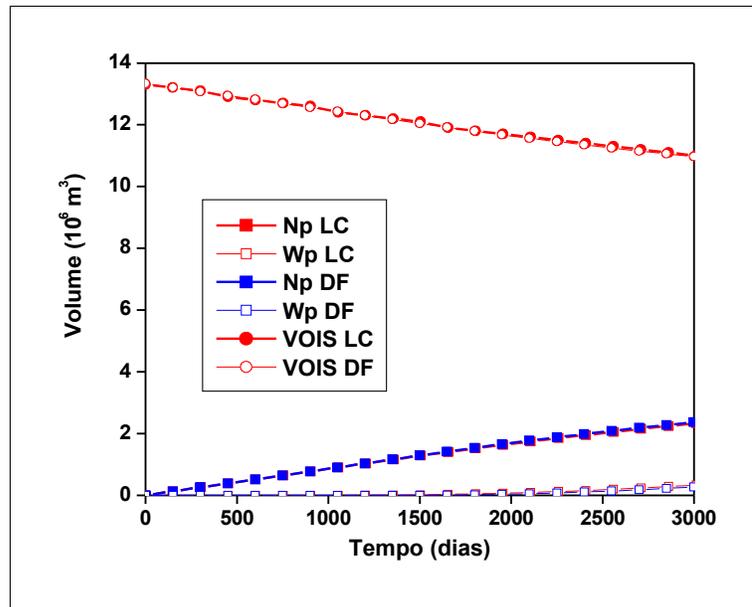


Figura 7.4: Curvas de produções acumuladas de óleo e água (Np e Wp) e Volume de Óleo *In Situ* do Caso Degrau Incompressível.

b) Caso Gradual Incompressível:

As mesmas comparações feitas para o Caso Degrau Incompressível também foram feitas para o Caso Gradual Incompressível. As comparações entre as distribuições de saturação de água e de Grau API de óleo são mostradas na Figura 7.5 e na Figura 7.6. Assim como no caso Degrau, foi observada maior dispersão de saturação de água, nas proximidades do poço injetor.

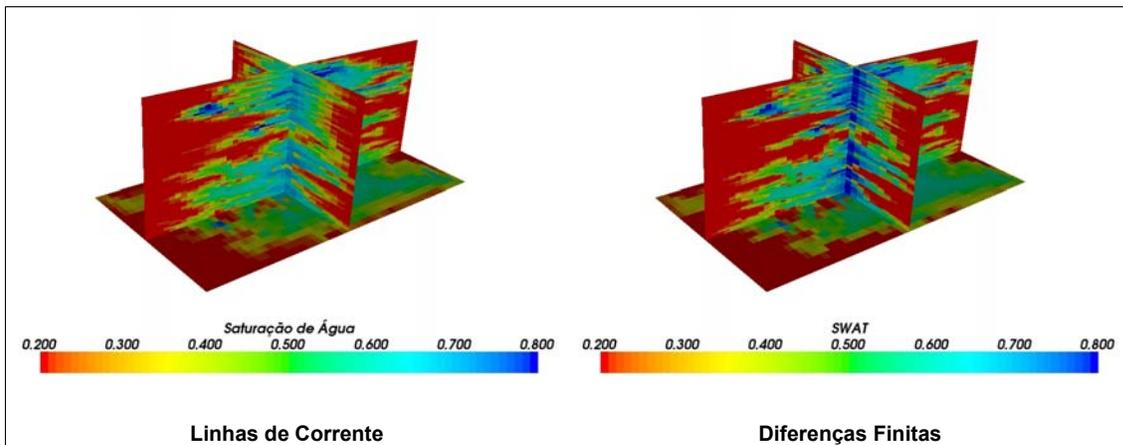


Figura 7.5: Comparação entre saturação de água após 3.000 dias de produção no Caso Gradual Incompressível.

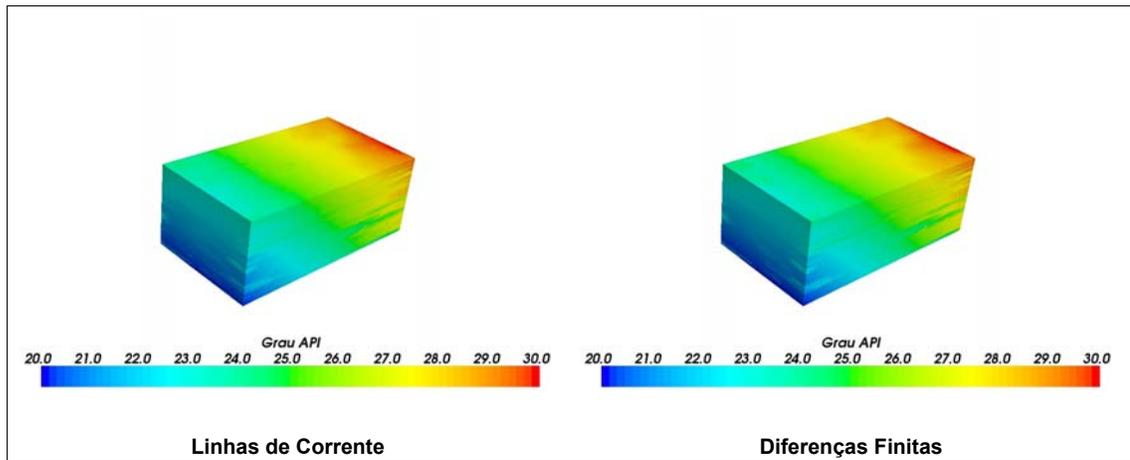


Figura 7.6: Comparação entre Grau API de óleo após 3.000 dias de produção no Caso Gradual Incompressível.

As comparações entre as curvas de produção dos poços são mostradas na . O poço com maior produção de água é o PROD4. Neste poço, a irrupção de água, quando se utiliza linhas de corrente, ocorre aproximadamente 450 dias antes da irrupção observada quando se utiliza diferenças finitas. As curvas de volumes acumulados e *in situ* podem ser vistas na Figura 7.8. As mesmas observações feitas sobre os resultados de Caso Degrau Incompressível também se aplicam ao Caso Gradual Incompressível.

Os tempos de execução foram de 49 minutos, para simulação por linhas de corrente, e 42 minutos, para simulação por diferenças finitas.

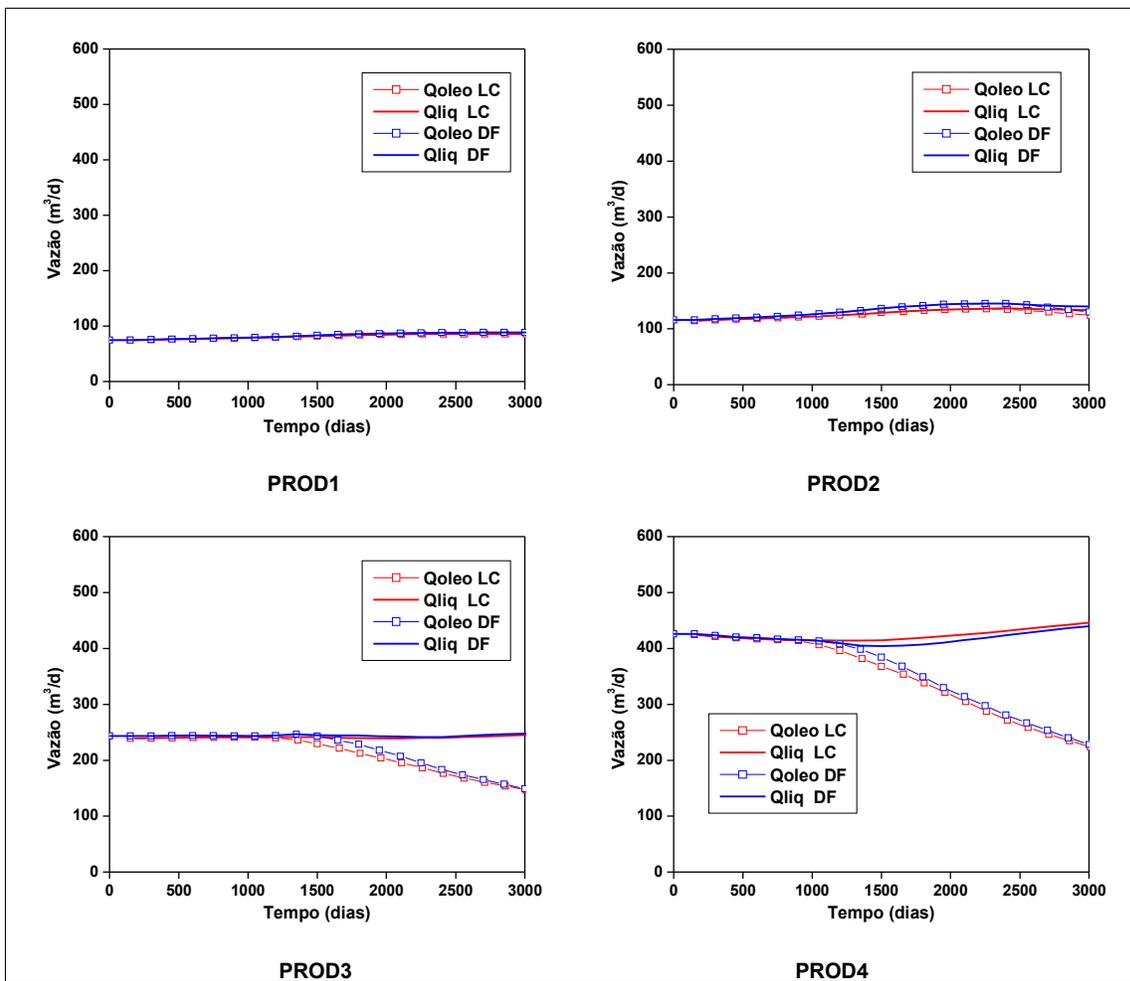


Figura 7.7: Curvas de produção de óleo e produção total dos poços do Caso Degrau Incompressível

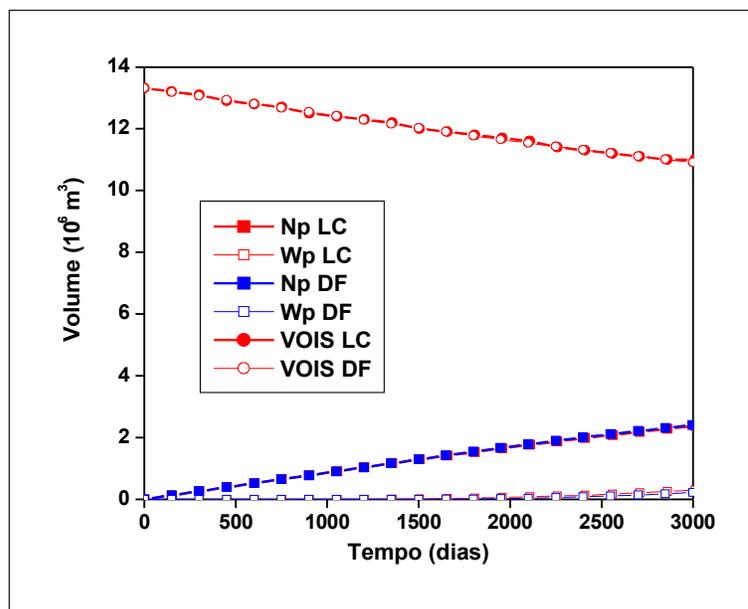


Figura 7.8: Curvas de produções acumuladas de óleo e água (Np e Wp) e Volume de Óleo In Situ do Caso Gradual Incompressível.

c) Caso Uniforme Incompressível:

A Figura 7.9 mostra comparações entre as curvas de produção de óleo e total deste caso e do caso anterior. As diferenças observadas são explicadas pela variação na viscosidade do óleo, que é função do seu Grau API. Os poços PROD1 e PROD2, que se localizam na face de menor Grau API, têm as suas produtividades superestimadas, quando se considera propriedades de óleo uniformes, ocorrendo o inverso em relação aos poços PROD3 e PROD4. Esses resultados reforçam a importância da caracterização da variação das propriedades do óleo, onde ela ocorrer.

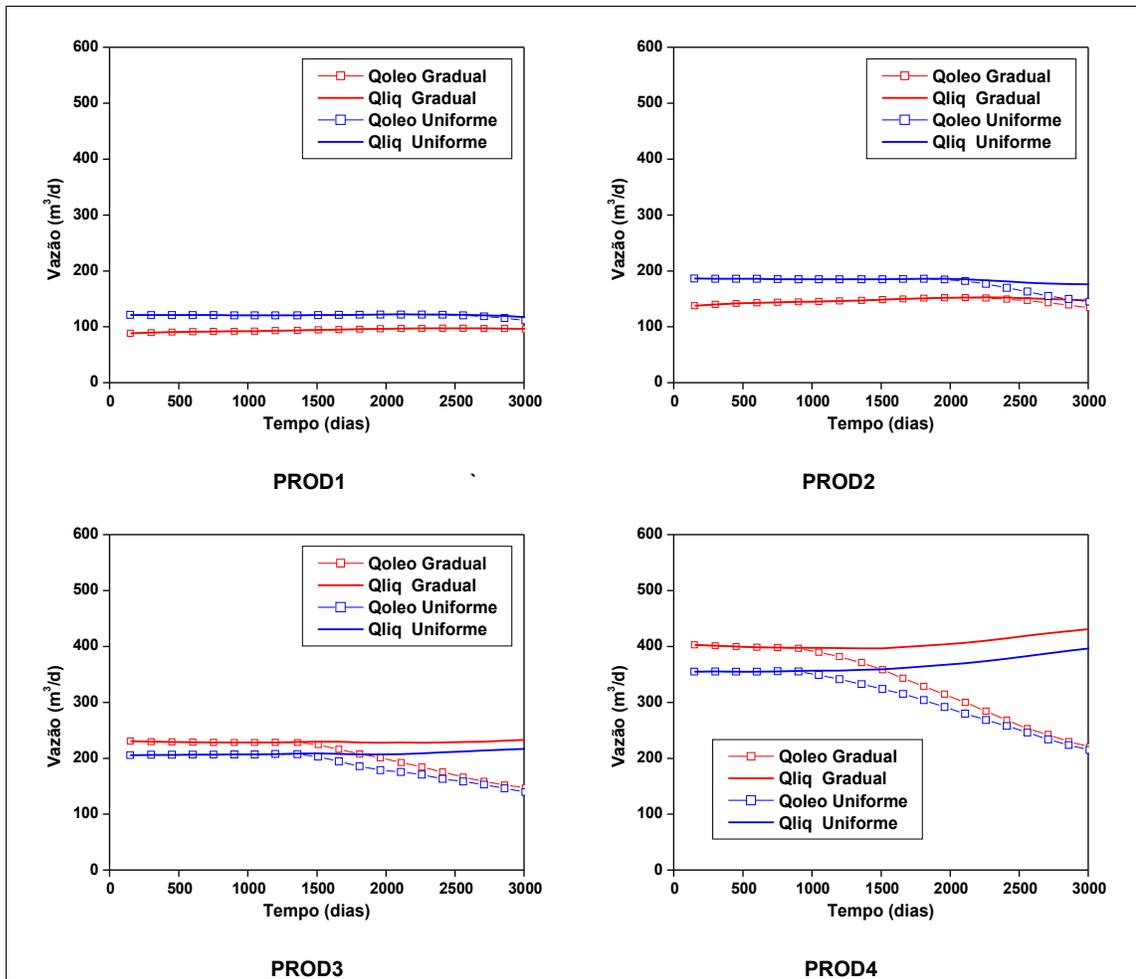


Figura 7.9: Comparação entre curvas de produção de óleo e produção total dos poços dos Casos Gradual Incompressível e Uniforme Incompressível.

7.2 Sistema Compressível

As simulações por linhas de corrente realizadas nos casos compressíveis utilizaram a formulação apresentada nos Capítulos 3 e 5.

Na abordagem com compressibilidade, os modelos homogêneos tiveram como objetivo a validação da formulação em situações simples.

Os modelos baseados no Campo de Namorado e no Caso Comparativo SPE10 validaram a

formulação em situações especiais de morfologia de reservatório, contato óleo-água, grande heterogeneidade e grande número de células.

O Caso Gradual Heterogêneo Compressível, assim como o Campo de Namorado Modificado, foram utilizados para análises de sensibilidade aos parâmetros que controlam a solução numérica por linhas de corrente. O Caso Gradual Heterogêneo Compressível também foi utilizado para comparações entre diferentes compressibilidades.

Utilizou-se, nas comparações de tempo de simulação com simulador comercial, uma máquina com processador duplo AMD Opteron 64, com frequência de 2GHz, 8 Gb de memória e sistema operacional LINUX, distribuição CentOS 4.4. Nas análises de sensibilidade a parâmetros de controle numérico de solução foi utilizado um processador duplo INTEL T2250, com frequência de 1,73GHz e 2 Gb de memória RAM com sistema Microsoft Windows XP.

a) Caso Degrau Homogêneo Compressível:

A Tabela 5 mostra os parâmetros de controle numérico utilizados na simulação deste caso. A regularização das linhas de corrente foi feita com base em tempos de vôo (TOF). A estratégia “gatilho” de controle de passo de tempo de pressão foi utilizada com intervalo de tempo máximo de 50 dias. Entretanto, devido à grande estabilidade do erro de soma de saturações para casos homogêneos, o passo de tempo se torna fixo, após atingir o valor máximo.

A Figura 7.10 e a Figura 7.11 mostram as comparações das distribuições finais de saturação de água e Grau API. Pode-se observar nas figuras de saturação de água uma dispersão um pouco maior da simulação por linhas de corrente nas proximidades dos poços injetores.

Tabela 5: Parâmetros de Controle Numérico Utilizados nos Casos Degrau Homogêneo Compressível e Gradual Homogêneo Compressível

Parâmetro	Valor
Tipo de Regularização	TOF
Linhas na Fase 1	10.000
Linhas de Células “Fonte”	30
<i>A</i>	2,0
<i>B</i>	2,0
<i>M</i>	0,1

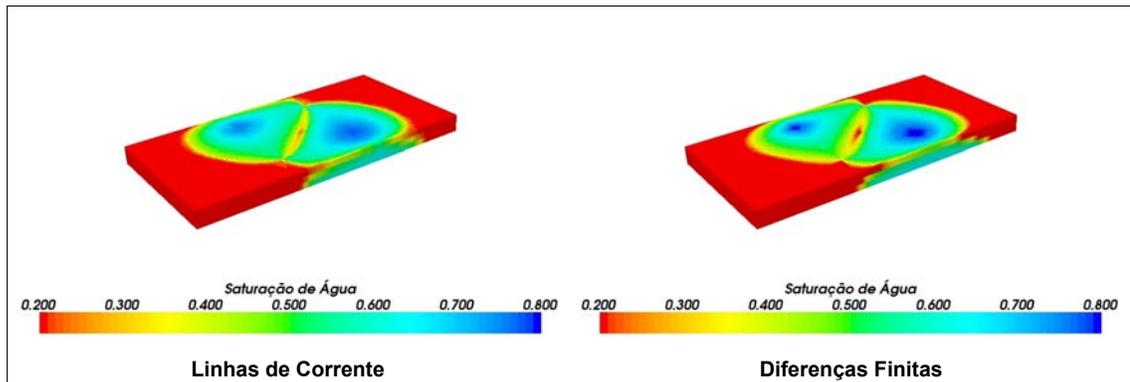


Figura 7.10: Comparação entre saturação de água após 3.000 dias de produção no Caso Degrau Homogêneo Compressível.

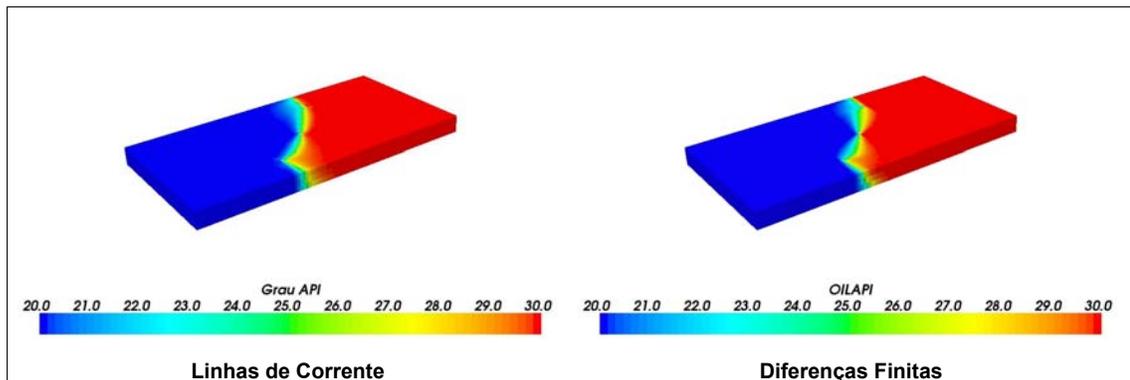


Figura 7.11: Comparação entre Grau API de óleo após 3.000 dias de produção no Caso Degrau Homogêneo Compressível.

As comparações das produções de óleo e produção total são mostradas na Figura 7.12. A diferença mais importante entre as curvas refere-se ao momento de irrupção de água. Em ambos os poços, a irrupção de água na simulação por linhas de corrente ocorre, aproximadamente, 200 dias após a irrupção na simulação por diferenças finitas.

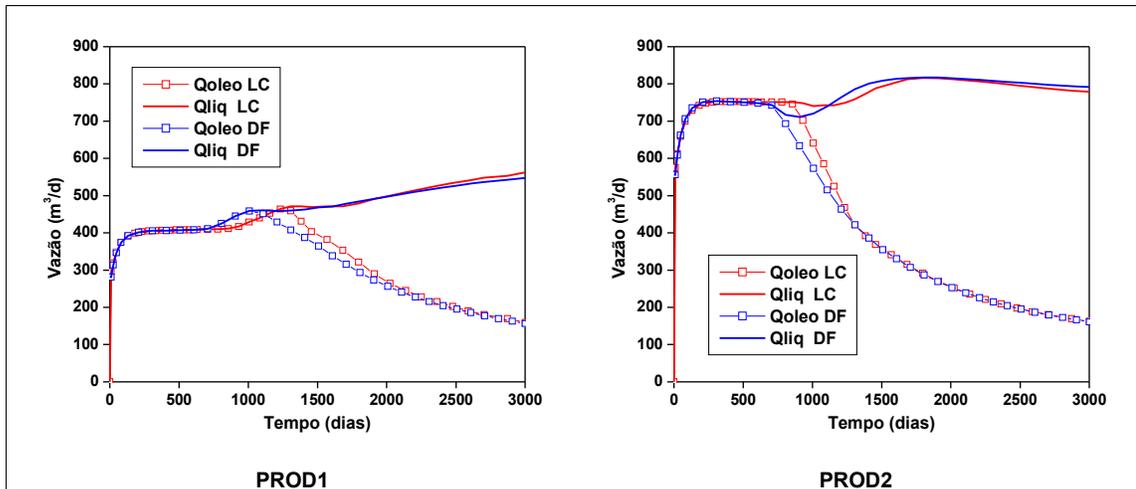


Figura 7.12: Curvas de produção de óleo e produção total dos poços do Caso Degrau Homogêneo Compressível

A Figura 7.13 mostra a comparação de volumes produzidos e de óleo *in situ*. As curvas obtidas com os dois tipos de simulação são praticamente coincidentes.

A Figura 7.14 apresenta comparações entre as curvas de pressão nas células injetoras. As curvas representam uma média das pressões das células injetoras em que o poço está completado. No início da injeção do poço INJE2, a pressão de injeção calculada por linhas de corrente é 800 kPa superior à pressão da simulação por diferenças finitas. Na Figura 7.15, são comparados mapas de saturação de água na segunda camada do modelo aos 25 dias de produção/injeção. Observa-se nos dois poços injetores que, enquanto na simulação por diferenças finitas, existe um grande contraste de saturação entre a célula injetora e as células vizinhas, este contraste é muito menos acentuado na simulação por linhas de corrente. No poço INJE1, observa-se também uma assimetria no mapa de saturação, a qual não é observada na simulação por diferenças finitas. Essas diferenças se devem ao processo de regularização das linhas de corrente, que tende a

englobar mais de uma célula nos segmentos regularizados próximos aos poços. Quando se faz regularização por tempo de vôo, a junção de mais de uma célula em um único segmento ocorre devido à maior velocidade de escoamento, próximo aos poços injetores. Por outro lado, quando se usa regularização por volume, a junção ocorre devido a redução das áreas transversais das linhas de corrente, quando se aproxima de algum poço produtor ou injetor.

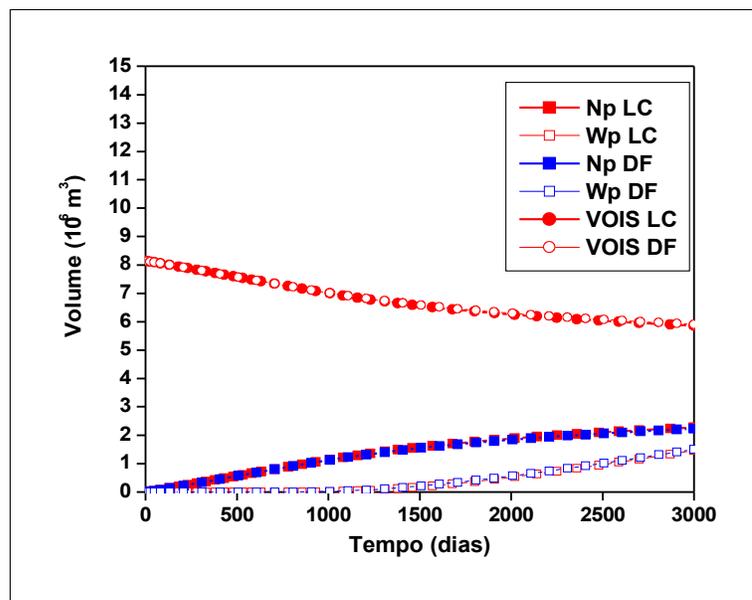


Figura 7.13: Curvas de produções acumuladas de óleo e água (Np e Wp) e volume de óleo *in situ* do Caso Degrau Homogêneo Compressível.

A assimetria observada é explicada pela diferença entre as velocidades nas faces das células injetoras. Na face de maior velocidade, ocorre maior deslocamento de água, o que faz com que o primeiro segmento regularizado de cada linha lançada a partir desta face tenha uma saturação maior. No mapeamento da solução para a malha de simulação, a célula vizinha, conectada a esta face, acaba sofrendo uma elevação de saturação de água maior que as outras células vizinhas, provocando a anisotropia observada. Apesar da diferença na distribuição de saturação de água, a solução ainda é correta, do ponto da vista de balanço de massa. As diferenças entre as distribuições de saturação explicam as diferenças de pressão de injeção observadas na Figura

7.14, pois afetam as permeabilidades relativas e, conseqüentemente, as transmissibilidades entre as células.

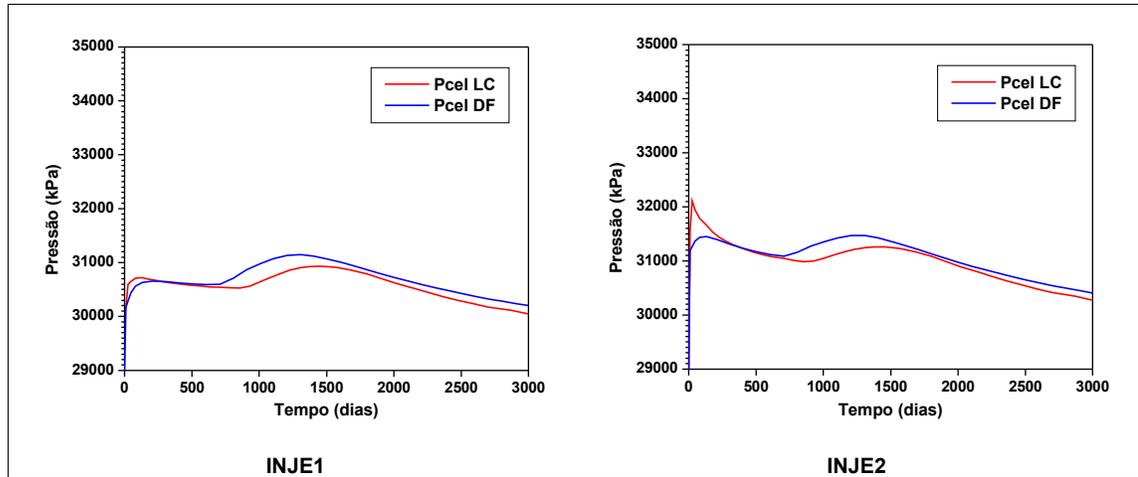


Figura 7.14: Curvas de pressão média nas células dos poços injetores do Caso Degrau Homogêneo Compressível

Na Figura 7.15 também pode ser observado como o efeito de orientação de malha é maior na simulação por diferenças finitas, fazendo com que a região lavada tenha uma forma mais próxima a um quadrado, enquanto a simulação por linhas de corrente apresenta formato circular, como era de se esperar. A influência da orientação de malha nos resultados da simulação por diferenças finita não foi avaliada.

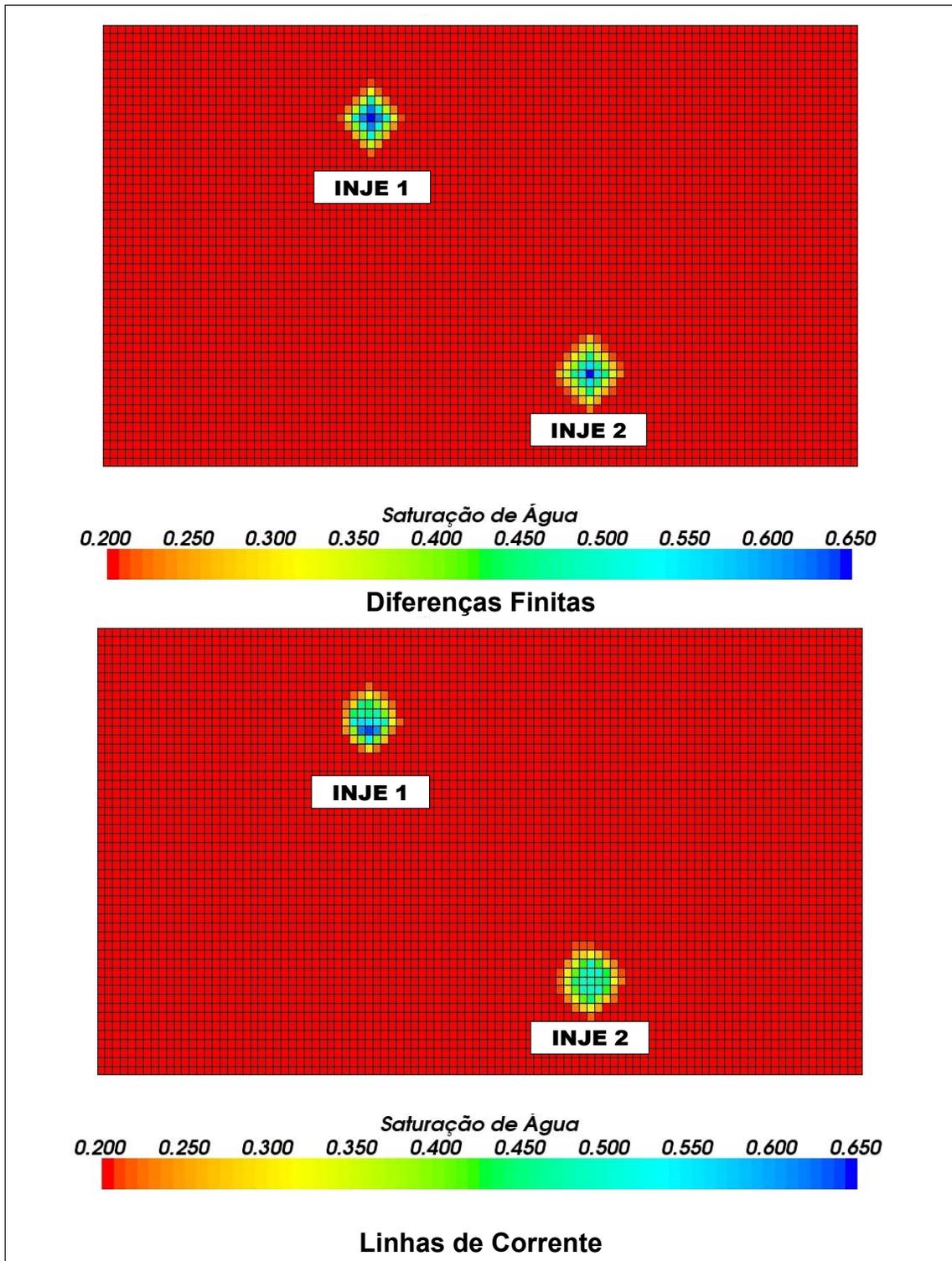


Figura 7.15: Comparação entre saturação de água, aos 25 dias de produção, na primeira camada do Caso Degrau Homogêneo. Simulação por linhas de corrente utilizando $A = 2,0$ e regularização por tempo de voo.

Para comprovar a hipótese da influência da distribuição de saturação na pressão de injeção, fez-se uma nova simulação, com refinamento de linhas de corrente suficiente para assegurar que o primeiro segmento regularizado de linha estivesse sempre contido dentro da célula injetora. Testes mostraram que a utilização de esquema de regularização de linha de corrente por volume (VOL), com parâmetro A igual a 50 seria suficiente para atingir esse objetivo neste modelo (Tabela 6). Esta nova rodada teve um tempo de execução aproximadamente 20 vezes superior ao tempo da rodada anterior. A Figura 7.16 mostra a comparação entre o mapa de saturação de água, obtido com esta nova simulação e o mapa obtido por diferenças finitas. Observa-se que o fenômeno de dispersão na proximidade do poço injetor é sensivelmente reduzido, não se vendo mais assimetria no poço INJE1.

Tabela 6: Parâmetros de Controle Numérico Utilizados no Casos Degrau Homogêneo para Análise da Influência da Regularização de Linha de Corrente na Pressão de Injeção

Parâmetro	Valor
Tipo de Regularização	VOL
Linhas na Fase 1	10.000
Linhas de Células “Fonte”	30
A	50
B	2,0
M	0,1

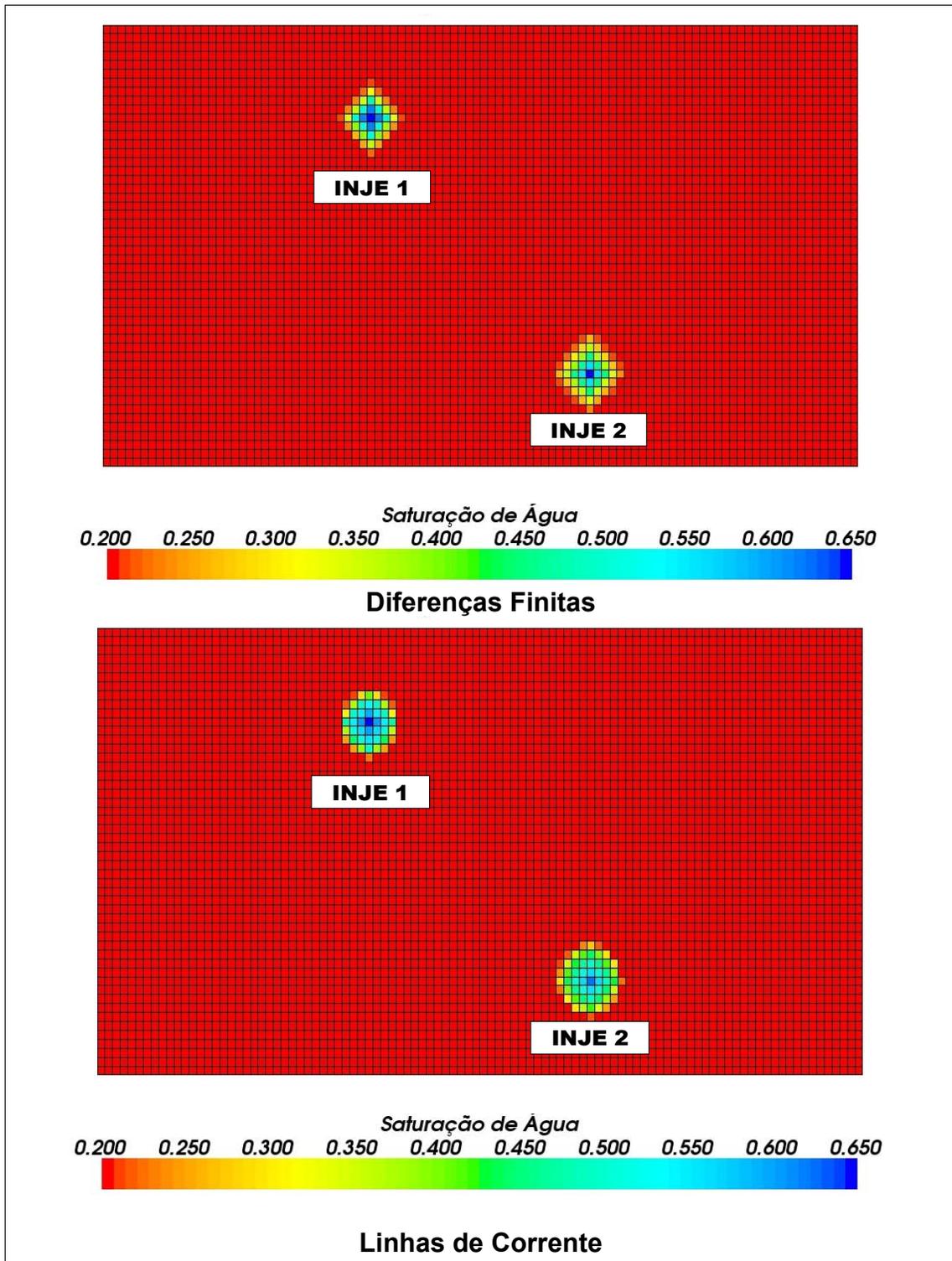


Figura 7.16: Comparação entre saturação de água, aos 25 dias de produção, na primeira camada do Caso Degrau Homogêneo. Simulação por linhas de corrente utilizando $A = 50,0$ e regularização por volume de linha de corrente.

As novas comparações de curvas de pressão de injeção são mostradas na Figura 7.17. Observa-se que a diferença entre as pressões do poço INJE2 no início da injeção desapareceu, o que comprova a influência da dispersão na pressão de injeção. Por outro lado, permanece uma diferença de pressão de ambos os poços entre 800 e 1400 dias, onde a pressão da simulação por linhas de corrente é inferior. Essa diferença atinge um máximo de aproximadamente 400 kPa. Considerando que a pressão inicial do modelo é 29.000 kPa e que, neste momento, a pressão média de células injetoras na simulação por diferenças finitas é 31.300 kPa, calcula-se um erro relativo de 17%, em relação à pressurização da célula, a qual é de 2.300 kPa.

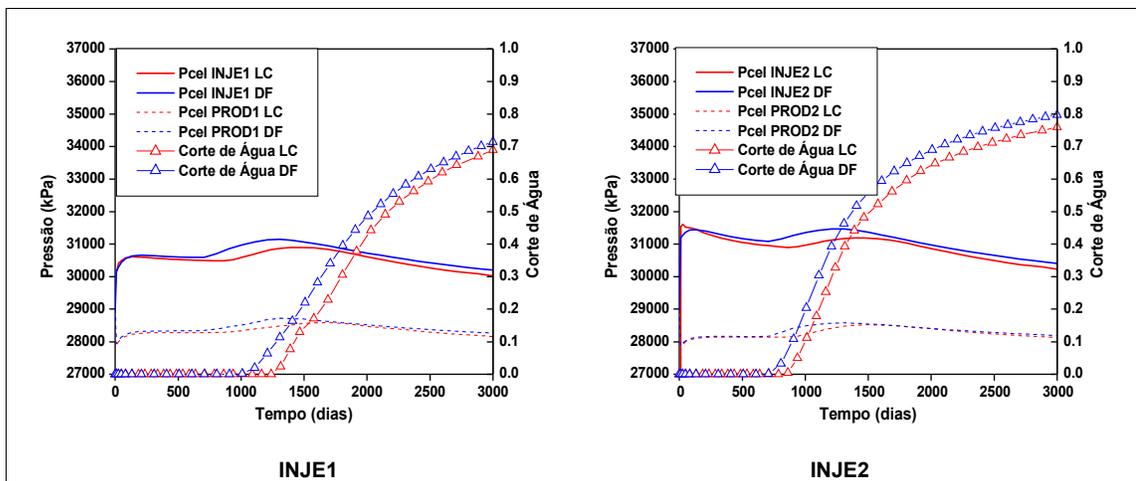


Figura 7.17: Curvas de pressão média nas células dos poços e curvas de corte de água do Caso Degrau Homogêneo Compressível

Existem duas prováveis causas para essa diferença na resposta de pressão dos simuladores: diferença nos tratamentos dados às transmissibilidades entre células e efeito da diferença entre os tempos de irrupção de água dos dois simuladores. Na mesma Figura 7.17, são mostradas as pressões dos poços produtores mais próximos e as curva de corte de água do poço produtor correspondente. As curvas sugerem forte correlação entre a irrupção de água e a elevação da pressão nas células. Pode-se observar que, para os dois simuladores, o início da elevação da pressão nos poços produtores e injetores corresponde ao tempo de irrupção de água no poço PROD2, aproximadamente aos 700 dias de produção na simulação por diferenças finitas e 900 dias na simulação por linhas de corrente. Essa correlação sugere o efeito da produtividade dos poços produtores, quando ocorre a irrupção de água, provocando elevação da pressão em todo o

modelo.

b) Caso Gradual Homogêneo Compressível:

Neste caso foram utilizados os mesmos parâmetros de controle numérico do Caso Degrau Homogêneo Compressível (Tabela 5). As mesmas comparações que foram inicialmente feitas no Caso Degrau Homogêneo Compressível são apresentadas para o Caso Gradual Homogêneo Compressível entre a Figura 7.18 e a Figura 7.22.

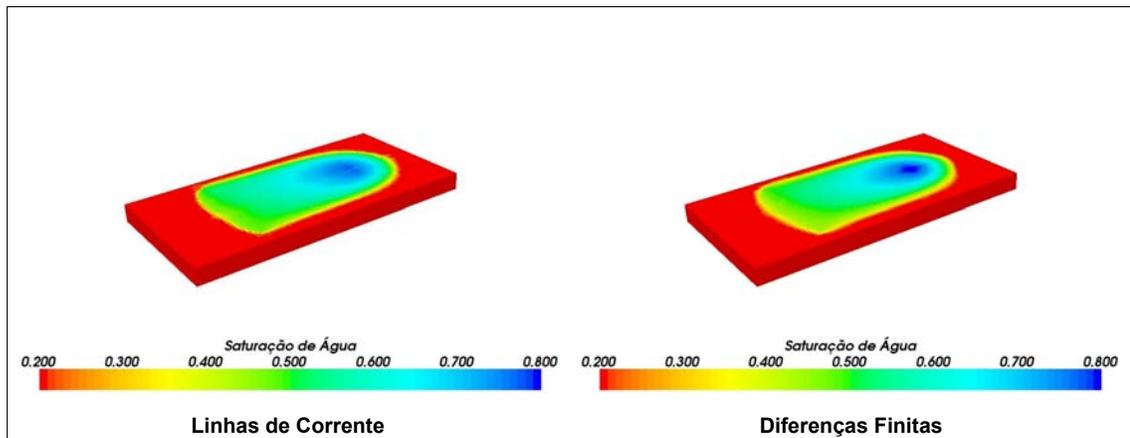


Figura 7.18: Comparação entre saturação de água após 3.000 dias de produção no Caso Gradual Homogêneo Compressível.

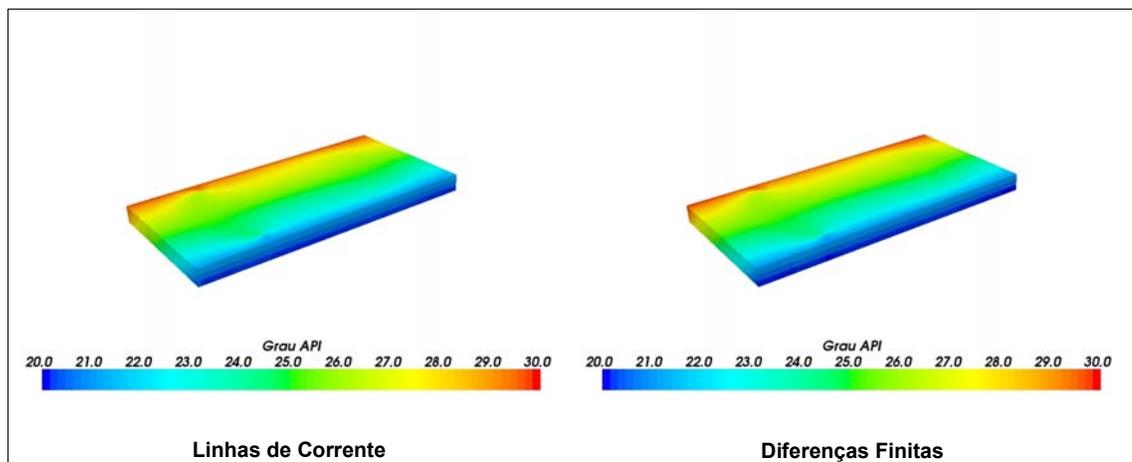


Figura 7.19: Comparação entre Grau API de óleo após 3.000 dias de produção no Caso Gradual Homogêneo Compressível.

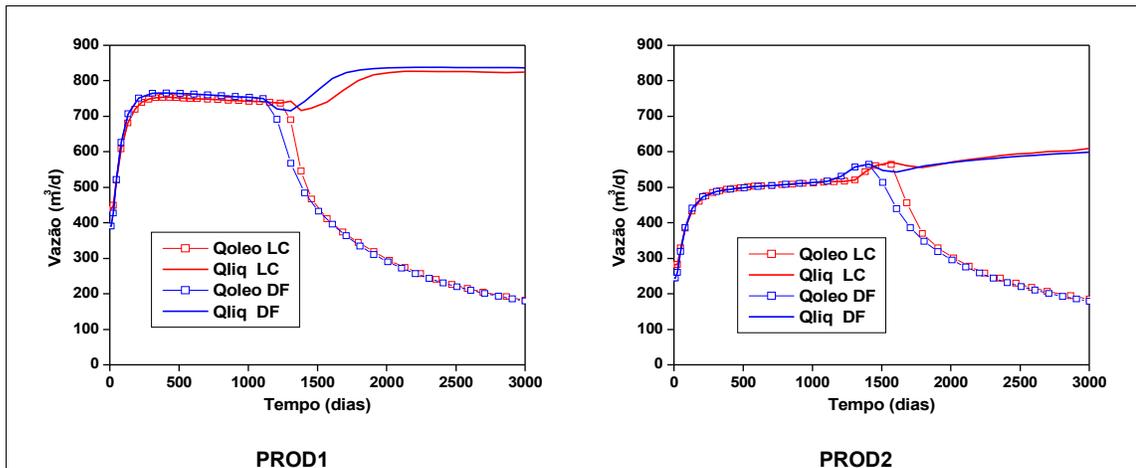


Figura 7.20: Curvas de produção de óleo e produção total dos poços do Caso Gradual Homogêneo Compressível

Na Figura 7.20, observa-se, tanto na simulação por diferenças finitas, quanto na simulação por linhas de corrente, uma elevação na produção do poço PROD2, aproximadamente 150 dias antes da irrupção de água. Esse poço se localiza próximo à face de óleo de menor Grau API. A elevação da produtividade deve-se à redução da viscosidade média do óleo, a qual é consequência do deslocamento de óleo da maior Grau API para esta região.

Na Figura 7.21 observa-se que a pressão de injeção da simulação por linhas de corrente é inferior a pressão da simulação por diferenças finitas em uma parte considerável do período simulado. Observa-se aqui, também, um período de estabilização de pressão, que se inicia no momento em que ocorre irrupção de água nos poços produtores.

Assim como no Caso Degrau Homogêneo Compressível, as curvas de volumes acumulados e *in situ* são praticamente coincidentes.

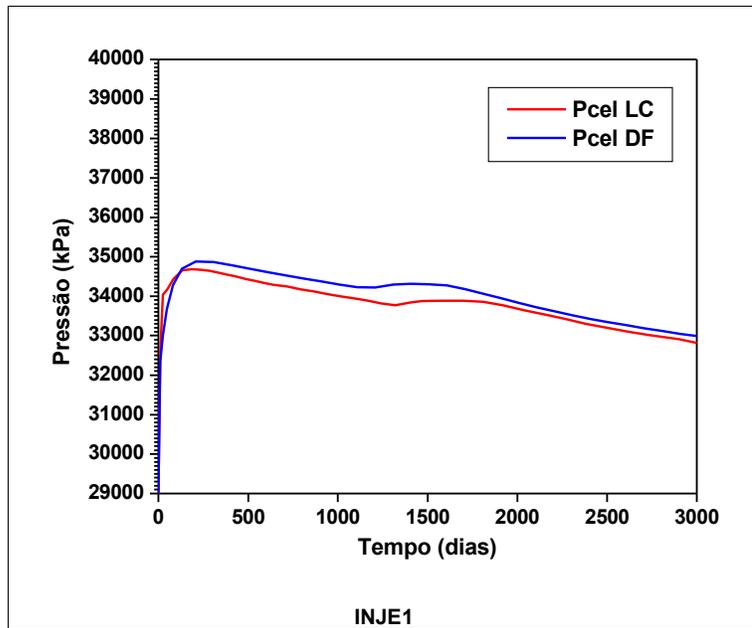


Figura 7.21: Curvas de pressão média nas células do poço injetor do Caso Gradual Homogêneo Compressível

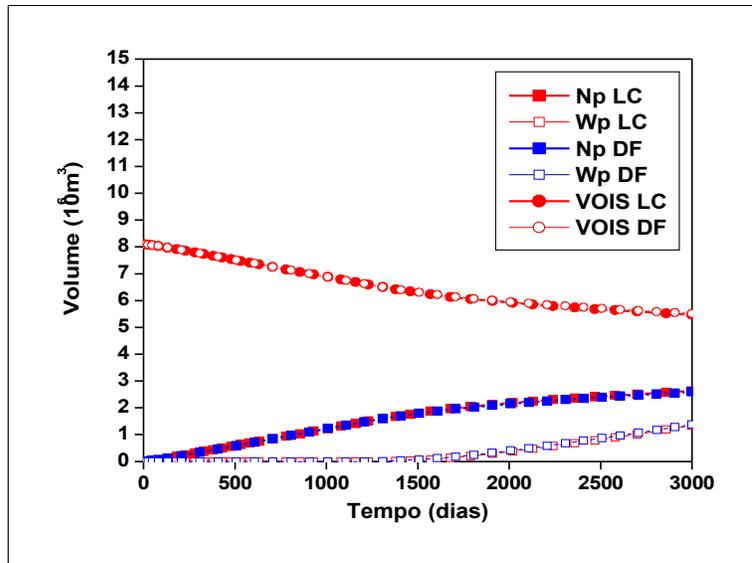


Figura 7.22: Curvas de produções acumuladas de óleo e água (Np e Wp) e Volume de Óleo *In Situ* do Caso Gradual Homogêneo Compressível.

c) Caso Gradual Heterogêneo Compressível:

Nesta execução do Caso Gradual Heterogêneo Compressível foram utilizados os parâmetros de controle numéricos mostrados na Tabela 7.

A Figura 7.23 mostra a comparação da distribuição de saturação de água ao final da simulação e a Figura 7.24 mostra a comparação de Grau API de óleo. Observa-se que, com os parâmetros numéricos utilizados, a dispersão na saturação de água obtida com a simulação por linhas de corrente é sensivelmente maior que a dispersão obtida por diferenças finitas.

Tabela 7: Parâmetros de Controle Numérico Utilizados no Caso Gradual Heterogêneo Compressível

Parâmetro	Valor
Tipo de Regularização	TOF
Linhas na Fase 1	10.000
Linhas de Células “Fonte”	30
<i>A</i>	1,0
<i>B</i>	0,5
<i>M</i>	0,1

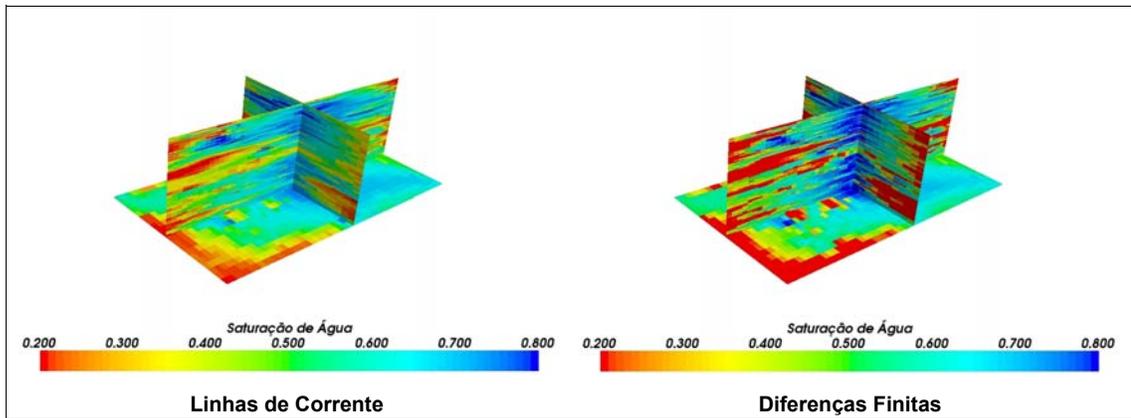


Figura 7.23: Comparação entre saturação de água após 3.000 dias de produção no Caso Gradual Heterogêneo Compressível.

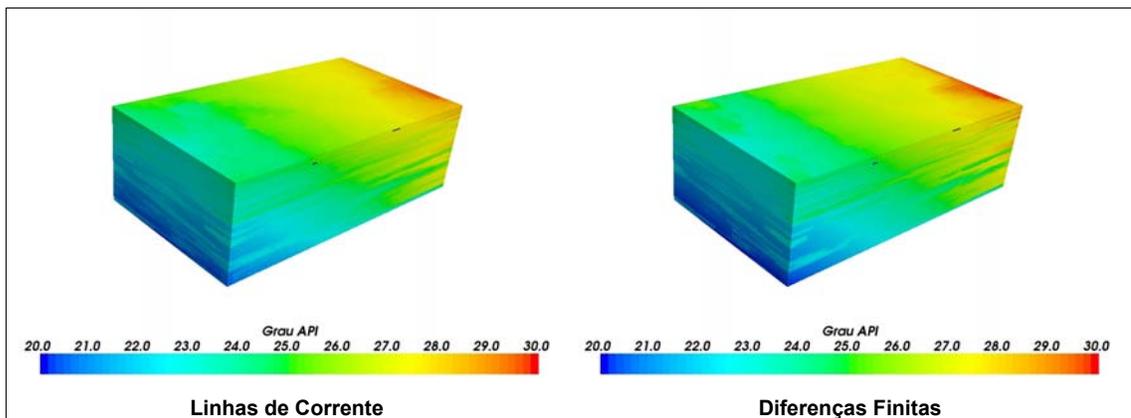


Figura 7.24: Comparação entre Grau API de óleo após 3.000 dias de produção no Caso Gradual Heterogêneo Compressível.

A execução deste caso no simulador comercial levou 95,0 minutos, com esquema de solução implícito, e 25,8 minutos, com esquema IMPES. Os resultados obtidos com o esquema implícito e IMPES são muito similares. Nas análises que se seguem, são utilizadas as soluções do esquema implícito, como base de comparação com a simulação por linhas de corrente. Na mesma máquina, o tempo de execução da simulação por linhas de corrente, com os parâmetros apresentados na Tabela 7, foi de 21,0 minutos.

Embora a distribuição final de saturação de água tenha apresentado dispersão maior que a simulação por diferenças finitas, essa variação não teve, neste caso, grande impacto nas curvas de

produção dos poços, as quais podem ser vistas na Figura 7.25. A Figura 7.26 mostra a comparação de volumes produzidos e de óleo *in situ*. A curva de pressão média nas células injetoras pode ser vista na Figura 7.27. A diferença máxima entre as pressões representa 9% da pressurização das células injetoras. A causa mais provável para essa diferença está no tratamento dado às transmissibilidades entre células.

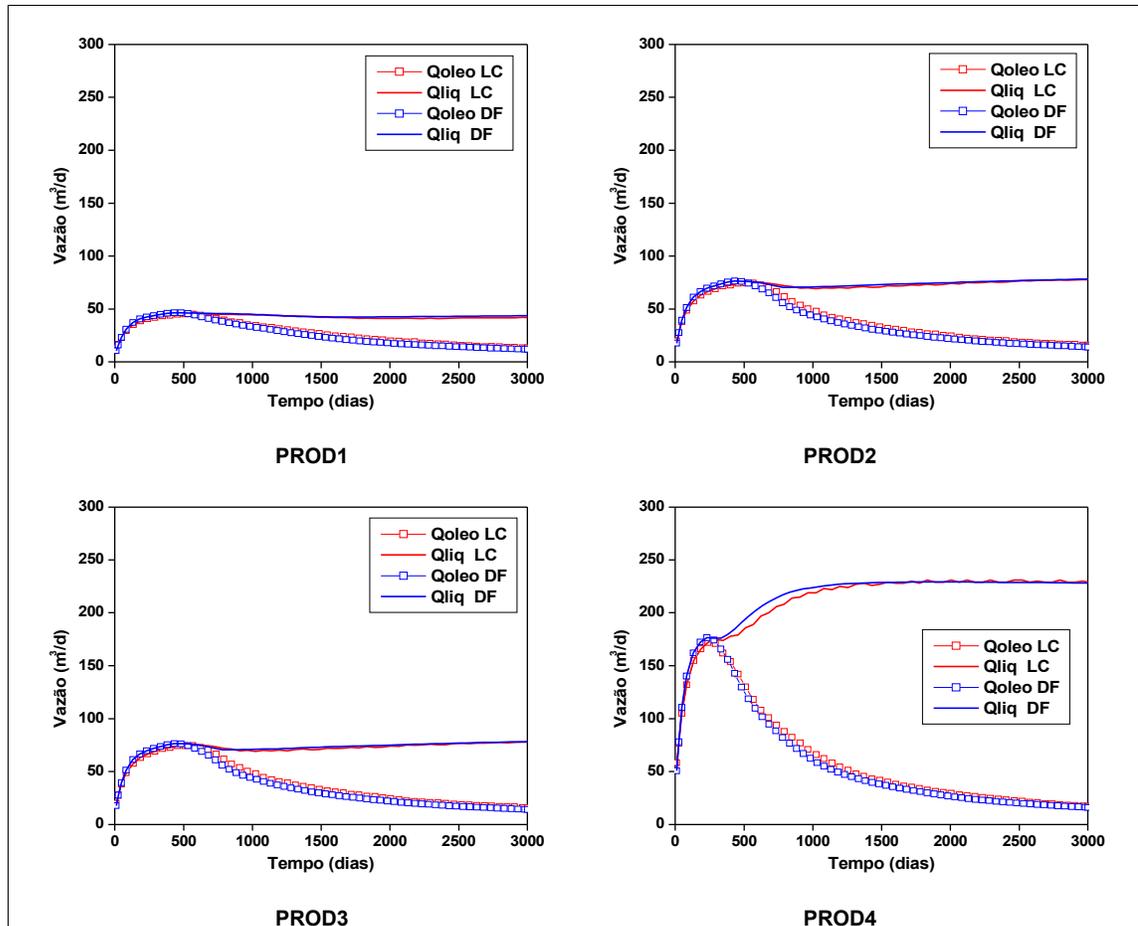


Figura 7.25: Curvas de produção de óleo e produção total dos poços do Caso Gradual Heterogêneo Compressível.

A Figura 7.28 compara as curvas das pressões médias das células em todo o modelo, ponderadas pelo espaço poroso. O comportamento da pressão média é semelhante ao comportamento da pressão no poço injetor, apresentado na Figura 7.27. A reprodução deste tipo de comportamento de pressão, com variação em relação à pressão original superior a 20%, não

seria possível em um simulador para sistemas incompressíveis, onde, em condições de reservatório, a vazão de produção é igual à vazão de injeção.

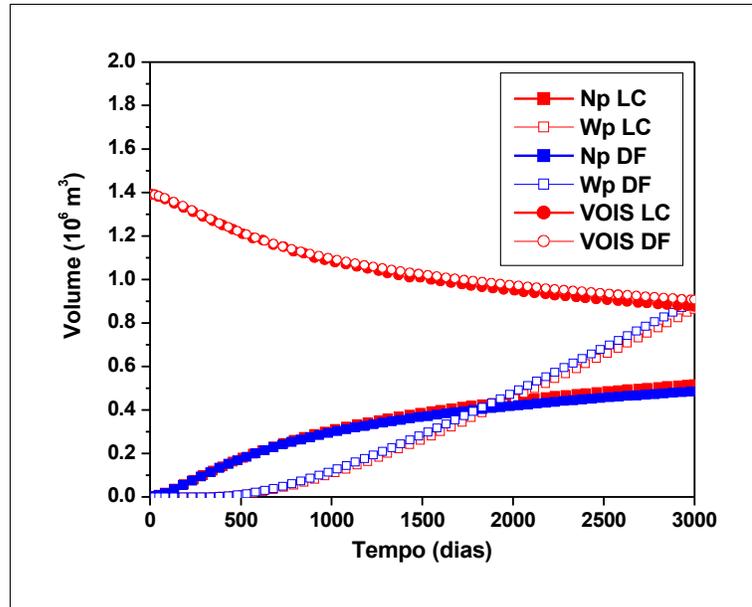


Figura 7.26: Curvas de produções acumuladas de óleo e água (Np e Wp) e volume de óleo *in situ* do Caso Gradual Heterogêneo Compressível.

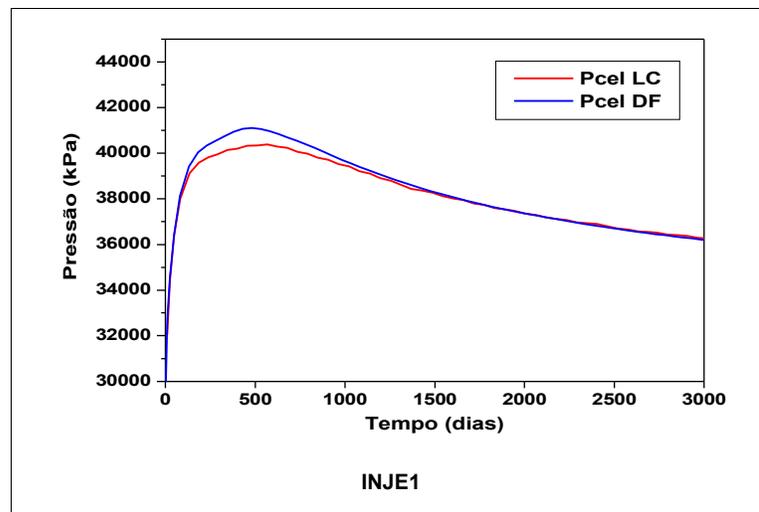


Figura 7.27: Curvas de pressão média nas células do poço injetor do Caso Gradual Heterogêneo Compressível.

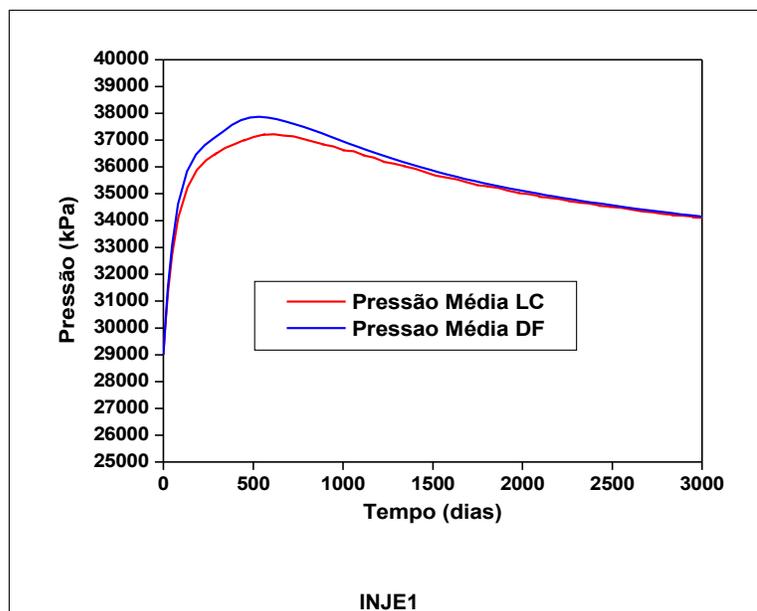


Figura 7.28: Curvas de pressão média de todas as células do Caso Gradual Heterogêneo Compressível.

Com o objetivo de comprovar a relação entre o esquema de regularização da linha de corrente e a dispersão da saturação de água, uma nova simulação foi realizada. Nesta nova execução empregou-se regularização de linhas de corrente com base em volume (VOL), alterando-se o parâmetro A , que controla o refinamento das linhas de corrente regularizadas, de 1,0 para 3,0. A Figura 7.29 mostra a comparação da distribuição de saturação de água com os novos parâmetros de regularização. O nível de similaridade com o simulador comercial é consideravelmente maior que o observado na Figura 7.23, comprovando a relação entre a dispersão e o esquema de regularização. Enquanto que, na execução original, o tempo de processamento foi de 20,5 minutos, após a alteração do parâmetro A , o tempo passou a ser de 43,7 minutos.

A diminuição da dispersão de água nesta execução teve o efeito de provocar uma pequena redução na pressão nas células injetoras, como pode ser visto ao se comparar a Figura 7.27 com a Figura 7.30.

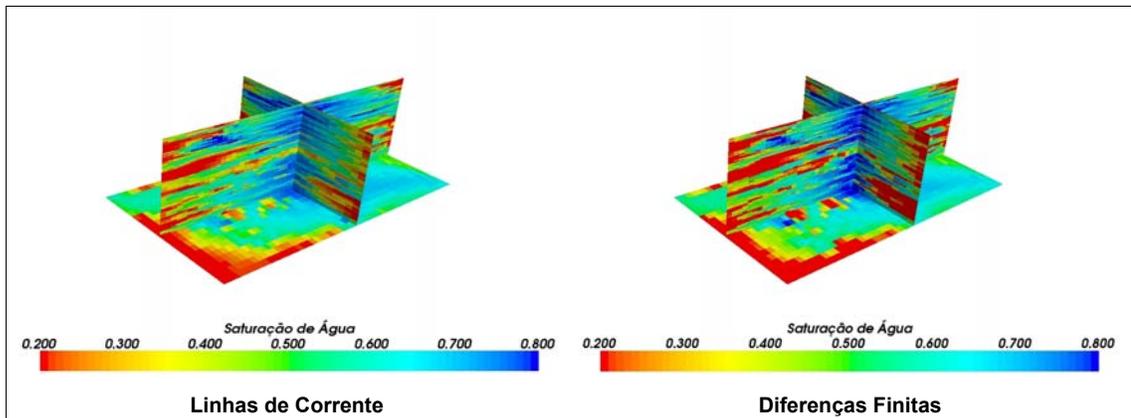


Figura 7.29: Comparação entre saturação de água após 3.000 dias de produção no Caso Gradual Heterogêneo Compressível com regularização de linha de corrente por volume e parâmetro A igual a 3,0.

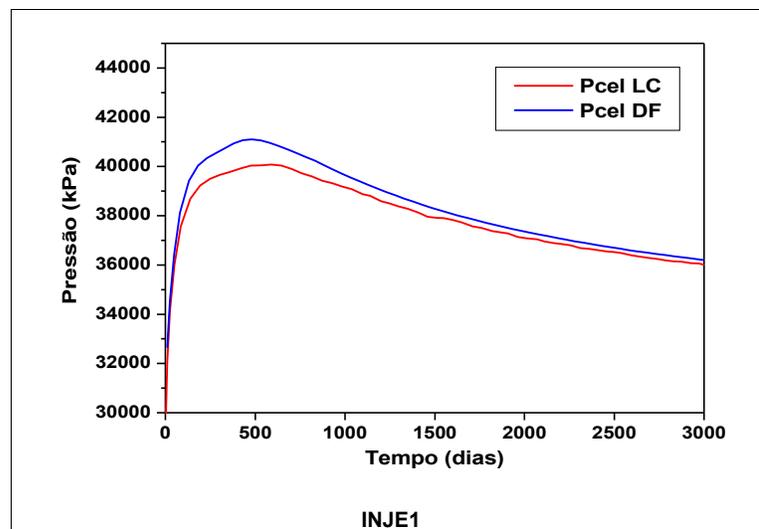


Figura 7.30: Curvas de pressão média nas células do poço injetor do Caso Gradual Heterogêneo Compressível

Utilizando-se o Caso Gradual Heterogêneo Compressível, foi feito um estudo da influência dos parâmetros de controle numérico no tempo de processamento e no grau de similaridade entre as soluções obtidas por diferenças finitas e por linhas de corrente. Os parâmetros estudados foram:

- multiplicador do menor tempo de cruzamento de célula para redução do erro máximo de

soma de saturações (M) utilizado na Equação (272);

- número de linhas de corrente lançadas na Fase 1;
- tipo de regularização de linha de corrente (“TOF” para tempo de vôo / “VOL” para volume);
- relação básica entre o número de segmentos da linha de corrente regularizada e o número de nós da linha de corrente original (A) utilizada na Equação (203) e
- parâmetro relacionado ao acréscimo no multiplicador devido à compressibilidade (B) utilizado na Equação (203).

Para possibilitar as análises, um indicador de similaridade IS entre as soluções por linhas de corrente e por diferenças finitas foi definido para o Caso Gradual Heterogêneo Compressível:

$$IS = 1 - \frac{\sum_{\text{produtores}} |Np_{\text{poço}}^{DF} - Np_{\text{poço}}^{LC}| + \sum_{\text{injetores}} |Wp_{\text{poço}}^{DF} - Wp_{\text{poço}}^{LC}|}{Np_{\text{campo}}^{DF} + Wp_{\text{campo}}^{DF}}, \quad (285)$$

onde DF significa resultado do simulador por diferenças finitas, LC significa resultado por linhas de corrente e Np e Wp significam produções acumuladas de óleo e água, ao final de simulação.

Todas as simulações desta análise foram feitas no esquema “gatilho” de controle de passo de tempo de pressão. O passo de tempo inicial foi de 10 dias e o passo de tempo máximo, 50 dias. O máximo erro da soma de saturações para disparo do “gatilho” foi 10%.

Inicialmente, foram mantidos constantes os parâmetros mostrados na Tabela 8, variando-se o valor do multiplicador M . A Tabela 9 apresenta os resultados da análise. Neste caso, não ocorreu problema de estabilidade, ao se reduzir o valor de M . Entretanto, pode-se observar a redução sensível do IS e aumento do tempo de execução, quando M é reduzido a 0,0001.

Tabela 8: Parâmetros Fixos de Controle Numérico na Análise de Número de Linhas de Corrente da Fase 1 (Caso Gradual Heterogêneo Compressível)

Parâmetro	Valor
Tipo de Regularização	TOF
Linhas na Fase 1	10.000
Linhas de Células “Fonte”	30
<i>A</i>	1,0
<i>B</i>	0,5
<i>M</i>	-

Tabela 9: Análise de Sensibilidade ao Multiplicador *M* da Estratégia “Gatilho” de Controle de Passo de Tempo de Pressão

Multiplicador <i>M</i>	Tempo de Execução (min)	IS (%)
0,0001	33,73	82,75
0,001	31,84	91,91
0,01	38,14	92,37
0,02	19,64	96,05
0,03	19,74	95,85
0,05	17,38	95,55
0,10	19,28	95,50
0,20	14,93	95,21
0,30	-	*
0,50	-	*
1,00	-	*
2,00	-	*
5,00	-	*
10,00	-	*

* Simulação interrompida devido instabilidade numérica.

Na Figura 7.31 são mostrados os valores de *IS* em função do tempo de execução. As melhores situações correspondem aos pontos mais próximos ao canto superior esquerdo do gráfico, pois se deseja obter boa similaridade e baixo tempo de execução. As duas melhores opções são, neste caso, valores de $M = 0,05$ com tempo de execução de 17,38 s, e $M = 0,20$, com

tempo de execução igual a 14,93 s. Nas análises apresentadas a seguir, foi adotado o valor de $M = 0,05$. É interessante observar que, se o valor de M for excessivamente alto, a estratégia de “gatilho” deixa de ser efetiva, pois não ocorre redução do erro de soma de saturações. A Figura 7.32 mostra a evolução do erro ao longo do tempo, para os valores de $M = 0,05$ e $M = 0,50$. Analisando-se essa figura, pode-se ver como a utilização do passo de tempo reduzido deixa de ser efetiva para redução do máximo erro de soma de saturações, quando se usa $M = 0,50$.

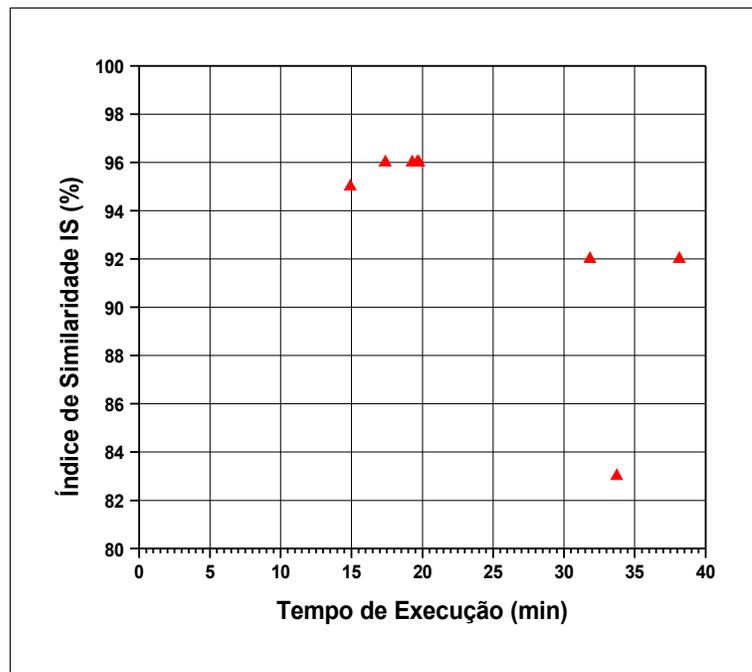


Figura 7.31: Análise de sensibilidade do Índice de Similaridade e do Tempo de Execução ao parâmetros M .

Na análise de sensibilidade ao número de linhas de corrente a serem lançadas na Fase 1, todos os parâmetros da Tabela 10 foram mantidos constantes, alterando-se apenas o número de linhas de corrente. A Tabela 11 e a Figura 7.33 mostram os resultados dessa análise.

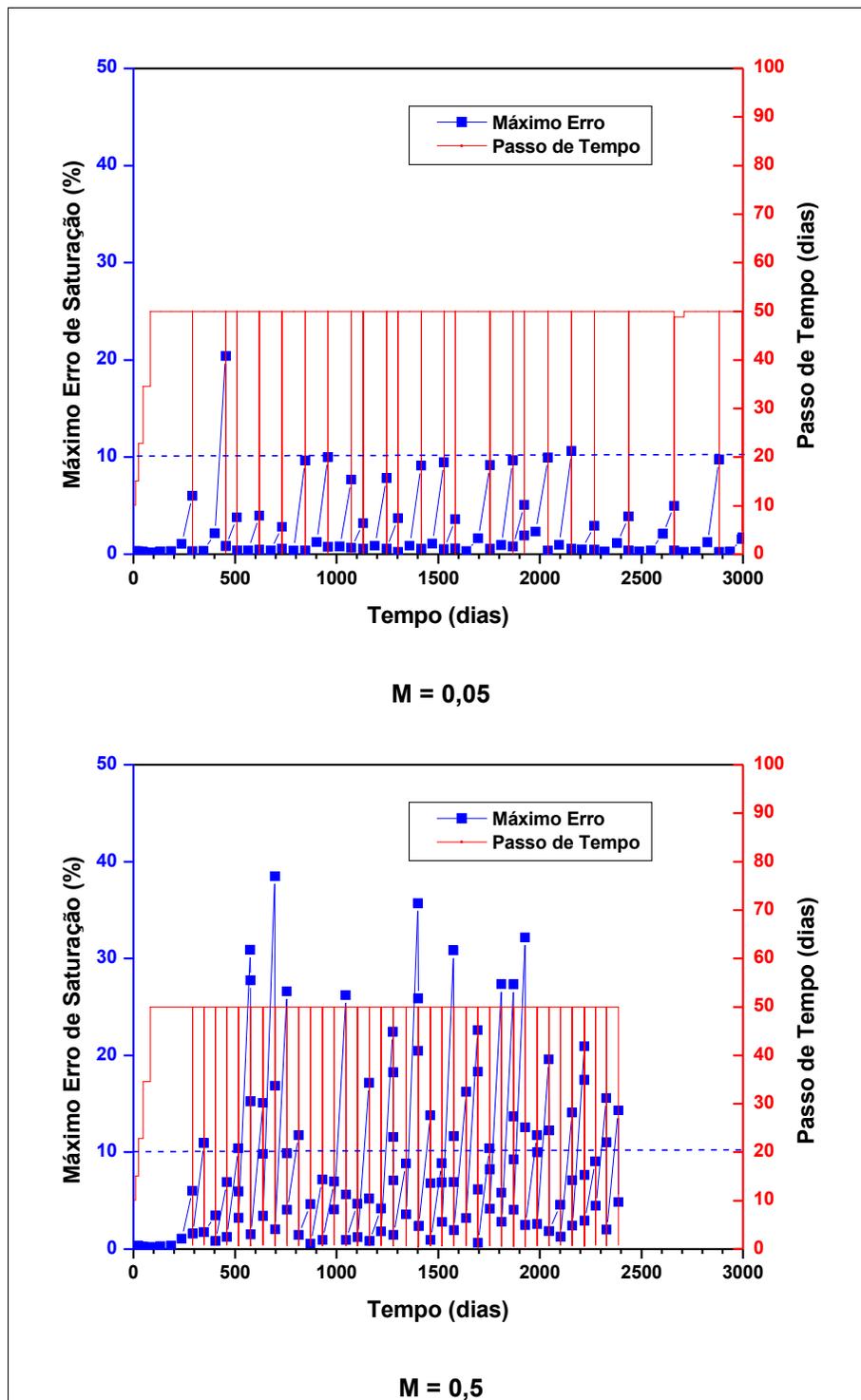


Figura 7.32: Comparação de evolução do erro máximo de soma de saturações e do passo de tempo com $M = 0,05$ e $M = 0,5$. A simulação com $M = 0,5$ foi interrompida por problema numérico antes de atingir 2.400 dias simulados.

Tabela 10: Parâmetros Fixos de Controle Numérico na Análise de Número de Linhas de Corrente da Fase 1 (Caso Gradual Heterogêneo Compressível)

Parâmetro	Valor
Tipo de Regularização	TOF
Linhas na Fase 1	-
Linhas de Células “Fonte”	30
<i>A</i>	1,0
<i>B</i>	0,5
<i>M</i>	0,05

Tabela 11: Análise de Sensibilidade ao Número de Linhas de Corrente Lançadas na Fase 1

Número de Linhas na Fase 1	Número de Linhas na Fase 3 (1° passo de tempo)	Tempo de Execução (min)	IS (%)
100	11.185	14,22	94,23
500	10.962	13,71	95,78
1000	10.702	14,21	95,74
2000	10.539	13,98	95,79
5000	10.172	14,03	95,41
10000	10.014	17,38	95,55
20000	9.917	24,77	94,55
50000	9.866	48,97	94,34

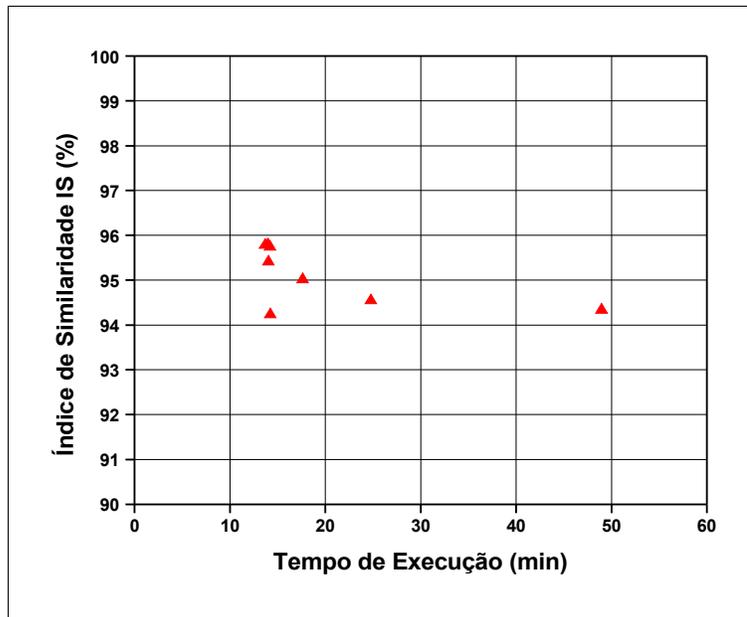


Figura 7.33: Análise de sensibilidade da qualidade e do tempo de execução em relação ao número de linhas de corrente lançadas na Fase 1.

Na segunda coluna da Tabela 11 são apresentados os números de linhas automaticamente geradas na Fase 3 no segundo passo de tempo de pressão, quando estão em operação um poço produtor e um poço injetor. A Figura 7.34 mostra como o número de linhas de corrente da Fase 3, geradas a partir de células “perdidas”, se reduz, à medida que o número de linhas de corrente lançadas da Fase 1 é aumentado. Pode-se observar também, nessa figura, que o tempo de simulação só aumenta significativamente, quando o número de linhas de corrente é superior a 10.000. Esse comportamento é explicado pelo efeito compensador da geração de linhas de corrente na Fase 3. Observa-se que, para este caso, a utilização de 2.000 linhas de corrente na Fase 1, destacada na Tabela 11, é a opção com melhor qualidade de resposta e, ao mesmo tempo, com o segundo menor tempo de execução. Considerando que o modelo possui 93.500 células e admitindo-se que o número ótimo de linhas de corrente da Fase 1 é proporcional ao número de células ativas, pode-se inferir que 2% do número de células ativas é um valor razoável, a ser utilizado como ponto de partida em um processo de otimização deste parâmetro.

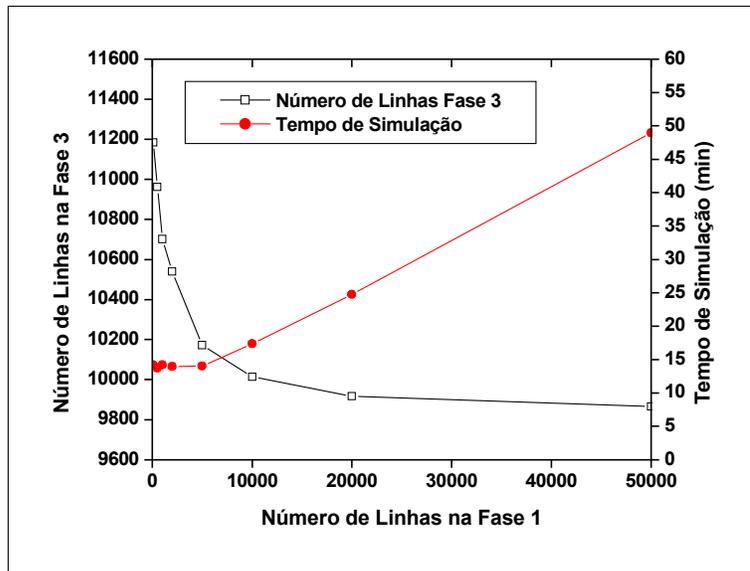


Figura 7.34: Número de linhas de corrente lançadas na Fase 3 e tempo de simulação em função de número de linhas de corrente lançadas na Fase 1.

Após a análise de sensibilidade ao parâmetro M e ao número de linhas de corrente, foram feitas execuções utilizando-se o Caso Gradual Heterogêneo Compressível, em diversas combinações entre os parâmetros A e B e o tipo de regularização de linhas de corrente (TOF ou VOL). Nessas rodadas, os valores de $M = 0,05$ e 2.000 linhas de corrente lançadas na Fase 1 foram mantidos fixos (Tabela 12).

Tabela 12: Parâmetros Fixos de Controle Numérico na Análise dos Parâmetros A e B (Caso Gradual Heterogêneo Compressível)

Parâmetro	Valor
Tipo de Regularização	-
Linhas na Fase 1	2.000
Linhas de Células “Fonte”	30
A	-
B	-
M	0,05

A Tabela 13 e a Figura 7.35 mostram os resultados de *IS* e tempo de execução obtidos com 24 combinações dos parâmetros. Uma vez que a estratégia “gatilho” de controle de passo de tempo foi utilizada, o tempo de processamento e a qualidade da solução são também influenciados pelas ocorrências de passos de redução de erros de soma de saturações, o que acrescenta algum grau de aleatoriedade aos resultados. Mesmo com essa aleatoriedade, algumas conclusões podem ser tiradas, ao se analisarem a Tabela 13 e a Figura 7.35:

- os tempos de execução são da mesma ordem de grandeza, quando se altera o tipo de regularização (TOF ou VOL), mantendo-se os demais parâmetros;
- das 12 comparações entre tipo de regularização realizadas, a qualidade da regularização por volume de linha de corrente (VOL) só é inferior à qualidade da regularização por tempo de vôo (VOL) em 2 casos;
- os três melhores pontos representam casos com regularização de linha de corrente por volume (VOL);
- os tempos de processamento tendem a crescer em todos os casos, quando se aumenta o parâmetro *A*;
- de modo geral, não ocorre um acréscimo substancial de qualidade de solução, quando se eleva o valor do parâmetro *B* acima de 0,5;
- o ponto com a melhor relação entre qualidade e tempo de processamento (em negrito na tabela) corresponde ao ponto $A = 0,5$ e $B = 0,5$, usando regularização por volume (VOL).

d) Campo de Namorado Modificado:

Nesta execução do modelo Campo de Namorado Modificado, foram utilizados os parâmetros de controle numérico mostrados na Tabela 14.

O tempo de execução foi de 14,6 minutos, utilizando-se simulação por linhas de corrente, e de 1,9 minutos, utilizando-se o simulador comercial por diferenças finitas em esquema de solução totalmente implícito.

Tabela 13: Análise de Sensibilidade aos Parâmetros *A* e *B* e ao Tipo de Regularização de Linha de Corrente

A	B	Tempo de Execução (min)		IS (%)	
		TOF	VOL	TOF	VOL
0,5	0,0	12,18	12,19	95,23	95,54
1,0	0,0	15,03	14,03	95,78	96,59
3,0	0,0	25,58	27,36	96,47	96,83
0,5	0,5	15,13	13,92	96,25	96,84
1,0	0,5	15,66	13,83	96,75	96,26
3,0	0,5	24,66	25,67	96,35	96,71
0,5	1,0	15,32	13,82	95,74	95,03
1,0	1,0	14,49	14,64	96,49	96,63
3,0	1,0	25,65	24,48	96,17	96,52
0,5	3,0	15,02	15,34	95,99	96,20
1,0	3,0	15,86	16,01	96,19	96,28
3,0	3,0	26,04	24,99	96,01	96,08

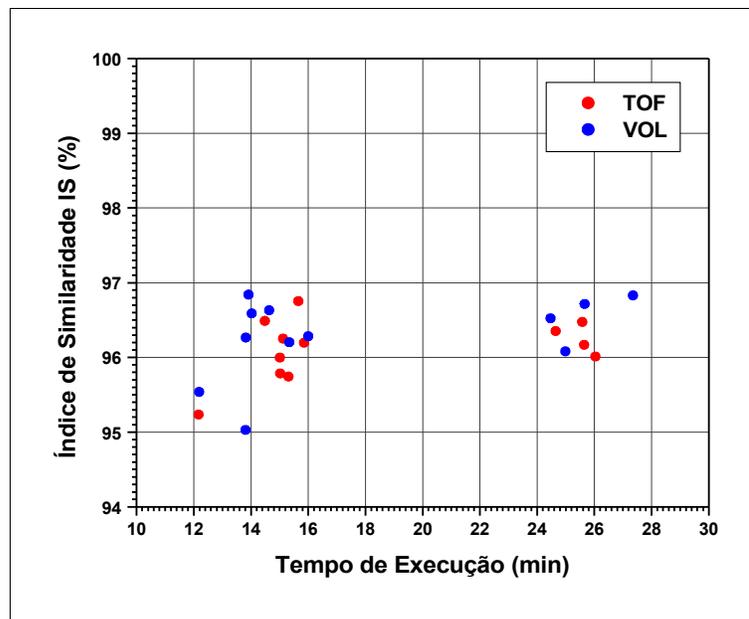


Figura 7.35: Análise de sensibilidade da qualidade e do tempo de execução em relação aos parâmetros *A* e *B*.

A Figura 7.36 mostra a comparação da distribuição de saturação de água ao final da simulação. Observa, na profundidade do contato óleo-água, a tendência da simulação por linhas de corrente de criar maior dispersão que a simulação por diferenças finitas. A Figura 7.37 mostra a comparação de Grau API de óleo. A comparação de Grau API não se aplica abaixo do contato óleo água, uma vez que a saturação de óleo é nula nessa região.

Tabela 14: Parâmetros Fixos de Controle Numérico Utilizados no Campo de Namorado Modificado

Parâmetro	Valor
Tipo de Regularização	VOL
Linhas na Fase 1	20.000
Linhas de Células “Fonte”	60
<i>A</i>	3,0
<i>B</i>	0,5
<i>M</i>	0,1

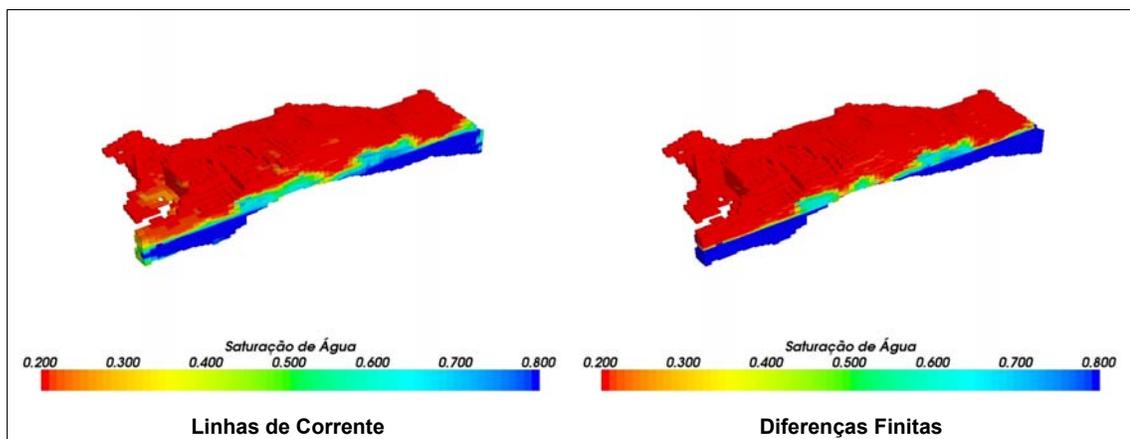


Figura 7.36: Comparação entre saturação de água após 5.000 dias de produção no Campo de Namorado Modificado.

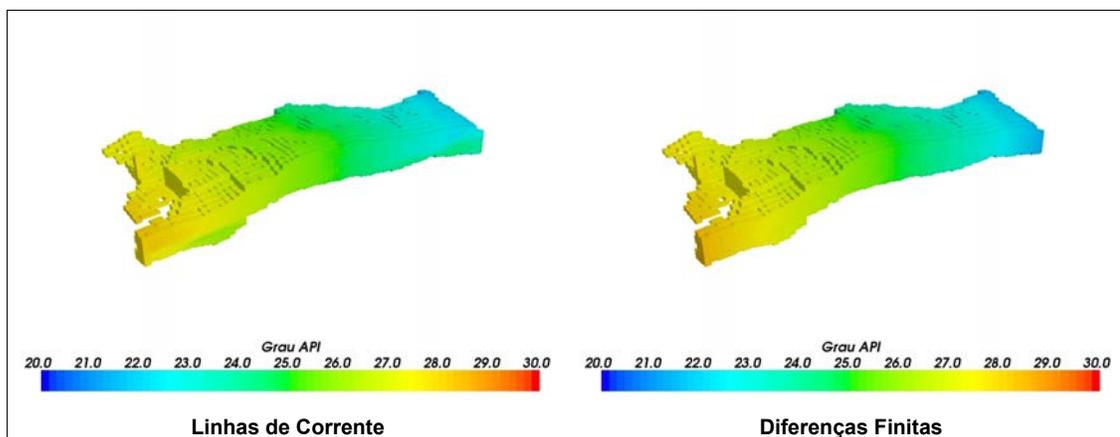


Figura 7.37: Comparação entre Grau API após 5.000 dias de produção no Campo de Namorado Modificado.

A Figura 7.38 mostra comparações de curvas de produção de óleo e produção total de alguns dos poços existentes no campo. Apesar da diferença na dispersão de saturação de água, as curvas de produção total e de óleo são muito similares às obtidas por diferenças finitas na maioria dos poços do campo. Os gráficos de pressão média nas células injetoras, mostrados na Figura 7.39, mostram concordância com a simulação por linhas de corrente, o que é explicado pelo fato de a maioria das células injetoras se encontrar abaixo do contato óleo água, neutralizando possíveis diferenças de tratamento de transmissibilidades.

As curvas de volumes de óleo *in situ* e de produções acumuladas de óleo e de água, vistas na Figura 7.40, comprovam que, em termos de reservatório, os resultados são praticamente coincidentes.

As sensibilidades ao parâmetro A de controle numérico, utilizado na Equação (203), e ao tipo de regularização de linha de corrente também foram analisadas com o modelo do Campo de Namorado Modificado.

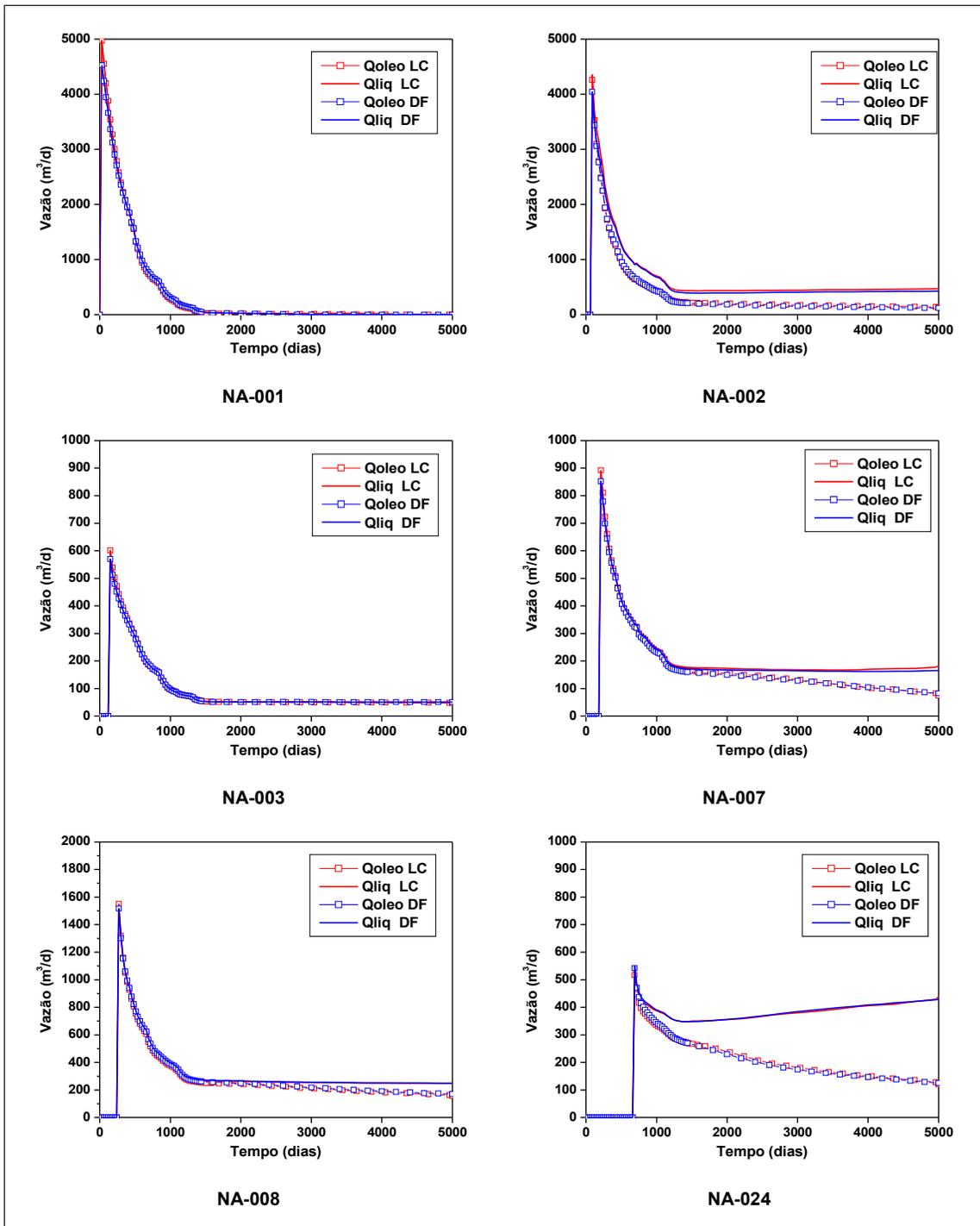


Figura 7.38: Curvas de produção de óleo e produção total dos poços do Campo de Namorado Modificado

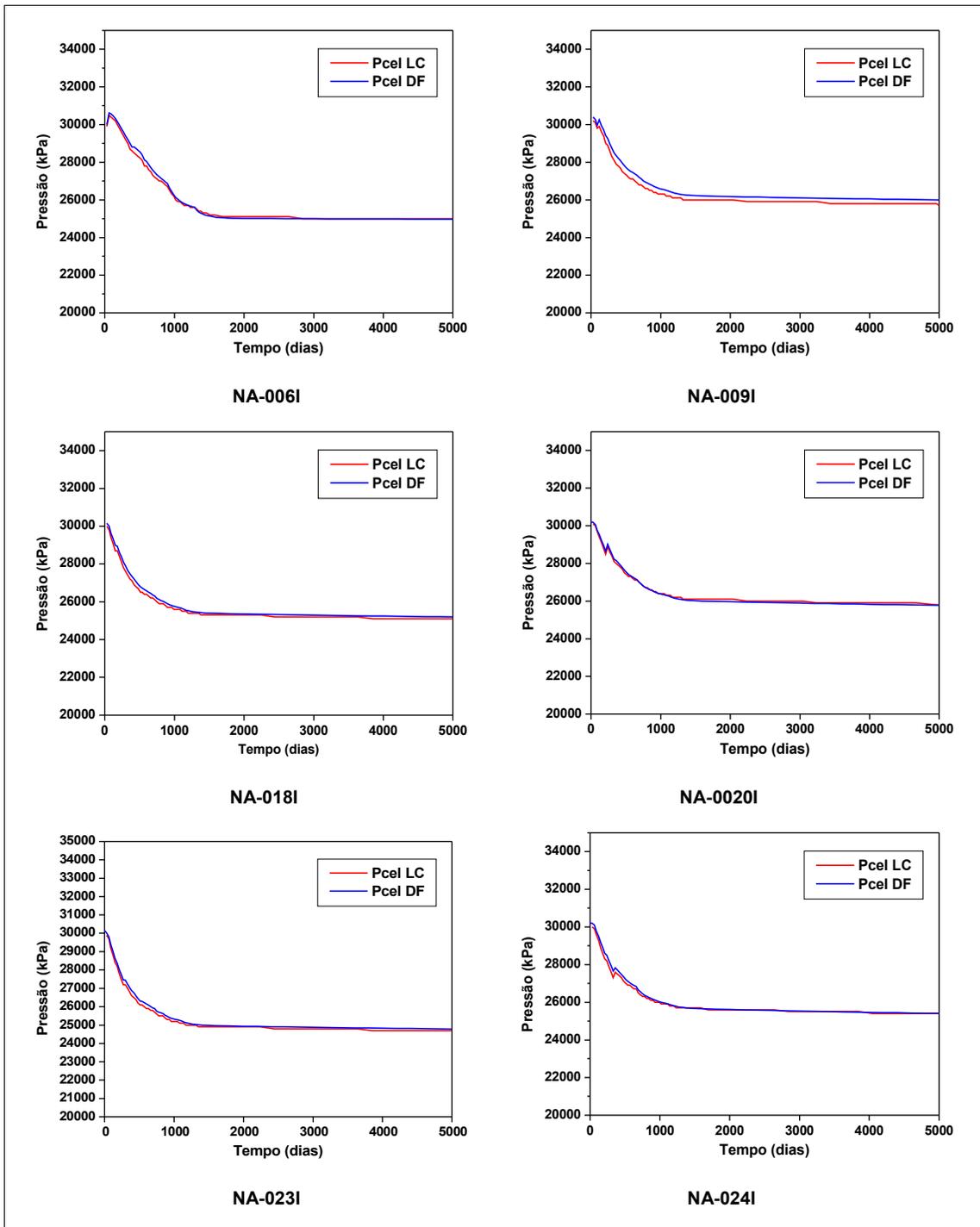


Figura 7.39: Curvas de pressão na célula em poços do Campo de Namorado Modificado.

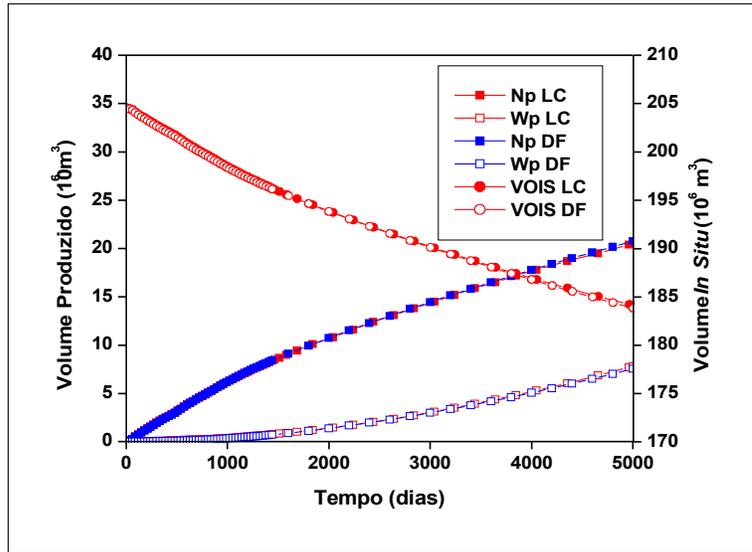


Figura 7.40: Curvas de produções acumuladas de óleo e água (N_p e W_p) e Volume de Óleo *In Situ* do Campo de Namorado Modificado.

No Campo de Namorado Modificado, a qualidade da solução foi quantificada em termos de similaridade com a solução por diferenças finitas, através de um indicador de similaridade IS , definido por:

$$IS = 1 - \frac{|Np_{campo}^{DF} - Np_{campo}^{LC}| + |Wp_{campo}^{DF} - Wp_{campo}^{LC}|}{Np_{campo}^{DF} + Wp_{campo}^{DF}}, \quad (286)$$

onde DF significa resultado da simulação por diferenças finitas e LC significa resultado da simulação por linhas de corrente. Visando diminuir o tempo despendido nas análises de sensibilidade, foi considerado um tempo simulado de apenas 3.000 dias.

Empregou-se o esquema “gatilho” de controle de passo de tempo de pressão, com máximo passo de tempo de 200 dias. Os parâmetros numéricos mantidos fixos na análise de sensibilidade são mostrados na Tabela 15.

Tabela 15: Parâmetros Fixos de Controle Numérico Utilizados na Análise de Sensibilidade ao Parâmetro A

Parâmetro	Valor
Tipo de Regularização	-
Linhas na Fase 1	20.000
Linhas de Células “Fonte”	60
A	-
B	0,5
M	0,1

A Tabela 16 e a Figura 7.41 apresentam os resultados da análise de sensibilidade. Observe-se nessa tabela que a qualidade da solução é mais sensível ao parâmetro A de regularização da linha de corrente, que no Caso Gradual Heterogêneo, e que a qualidade do resultado é, em todos os casos, consideravelmente melhor para regularização com base em volume de linha de corrente (VOL).

Tabela 16: Análise de Sensibilidade ao Parâmetro A e ao Tipo de Regularização no Modelo Campo de Namorado Modificado

Parâmetro A	Tempo de Execução (min)		IS (%)	
	TOF	VOL	TOF	VOL
0,5	10,92	10,60	79,64	83,68
1,0	11,86	11,06	89,04	92,51
3,0	15,95	14,08	96,51	99,48

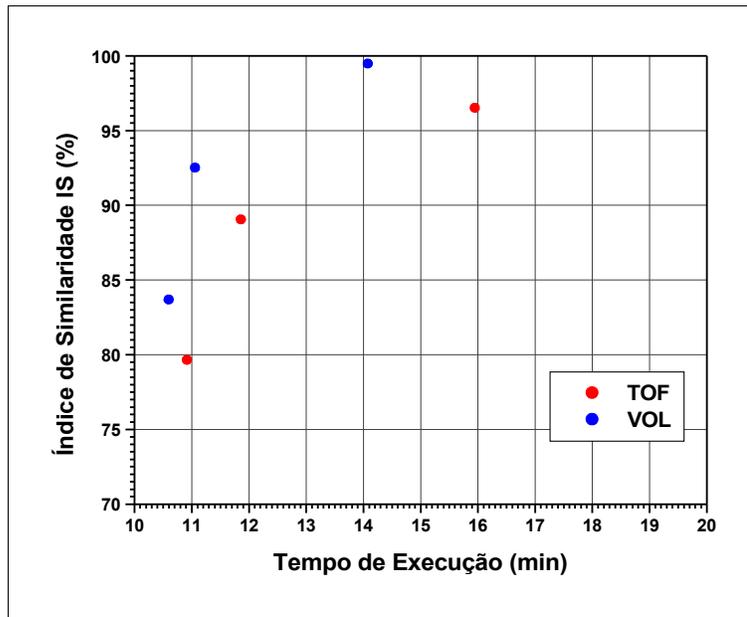


Figura 7.41: Análise de sensibilidade da qualidade e do tempo de execução em relação aos parâmetros A (Campo de Namorado Modificado)

Uma vez que no primeiro mês de produção não existe injeção (Tabela 4), a solução é muito dependente da existência de células “fonte”. Por esta razão, o caso foi tomado para análise do número de linhas de corrente a serem lançadas das células fonte. A Tabela 17 e a Figura 7.42 mostram os resultados obtidos. Observa-se que o melhor Índice de Similaridade ocorre quando são usadas 30 linhas de corrente por célula “fonte”, com regularização por tempo de vôo, e 36, com regularização por volume. Observa-se também que, para qualquer quantidade de linhas de corrente lançadas das células “fonte”, a regularização por volume propicia sempre maior Índice de Similaridade e menor tempo de execução.

Tabela 17: Análise de Sensibilidade ao Número de Linhas de Corrente Lançadas de Células “Fonte” e ao Tipo de Regularização no Modelo Campo de Namorado Modificado

Linhas de Corrente de Células “Fonte”	Tempo de Execução (min)		IS (%)	
	TOF	VOL	TOF	VOL
6	13,37	11,47	96,28	99,12
12	13,39	11,96	95,89	99,37
30	14,74	12,45	96,4	99,67
36	14,63	12,82	95,83	99,76
42	14,92	12,95	95,75	99,66
48	15,15	13,83	96,08	99,27
60	15,95	14,08	96,51	99,48

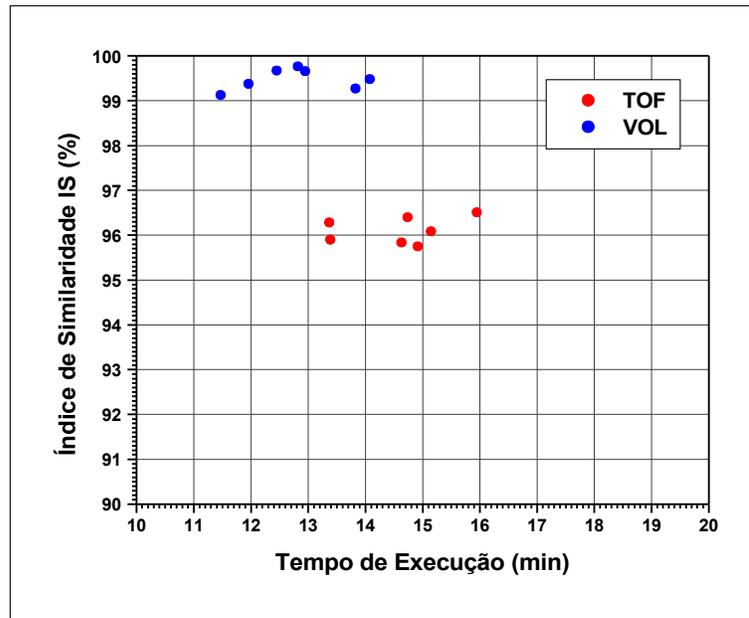


Figura 7.42: Análise de sensibilidade da qualidade e do tempo de execução em relação ao número de linhas de corrente lançadas de células “fonte”.

e) Caso Comparativo SPE10 Modificado:

Os parâmetros de controle numérico utilizados na simulação por linhas de corrente neste caso são apresentados na Tabela 18. Alguns testes iniciais mostraram que, em termos de comparação com simulação por diferenças finitas, pode-se obter bons resultados neste modelo

com parâmetro A igual a 0,5.

Tabela 18: Parâmetros Fixos de Controle Numérico Utilizados no Caso Comparativo SPE10 Modificado.

Parâmetro	Valor
Tipo de Regularização	TOF
Linhas na Fase 1	200.000
Linhas de Células “Fonte”	12
A	0,5
B	0,5
M	0,1

O tempo de execução da simulação por linhas de corrente, com os parâmetros de controle numérico apresentados na Tabela 18, foi de 10 horas e 46 minutos (646 minutos). Nesta mesma máquina, a execução com o simulador comercial por diferenças finitas em esquema IMPES dispendeu 72 horas e 16 minutos (4.336 minutos). A execução em diferenças finitas com esquema totalmente implícito foi interrompida e abandonada sem conclusão após 120 horas de execução.

As distribuições finais de saturação de água, obtidas com as simulações por linhas de corrente e por diferenças finitas, são mostradas na Figura 7.43. Observa-se que, apesar do baixo valor do parâmetro A utilizado (0,5), não se observa, visualmente, uma diferença significativa no nível de dispersão entre os dois tipos de simulação. Isso é explicado pelo alto grau de refinamento da malha de simulação (células de 6 x 3 x 1 m). A Figura 7.44 mostra a semelhança entre as distribuições finais de Grau API, obtidas com os dois tipos de simulação.

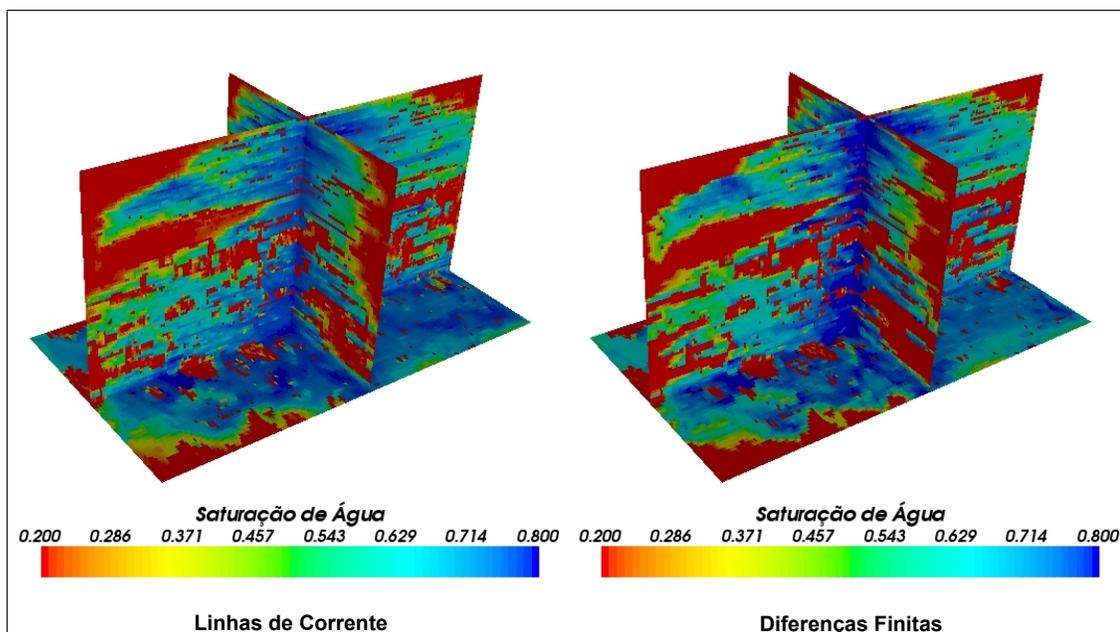


Figura 7.43: Comparação entre saturação de água após 3.000 dias de produção no Caso Comparativo SPE10 Modificado.

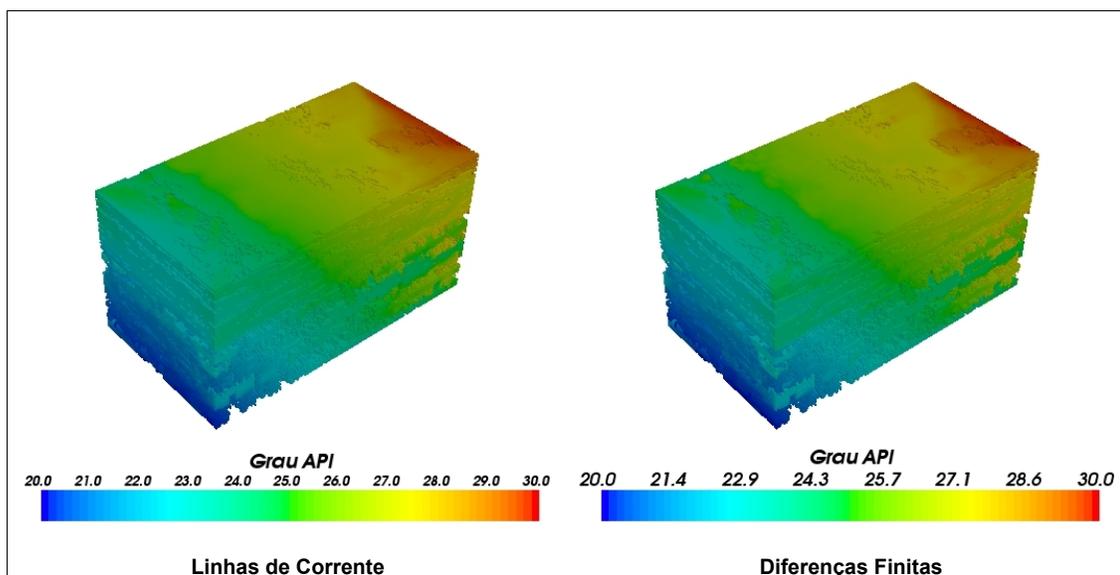


Figura 7.44: Comparação entre Grau API de óleo após 3.000 dias de produção no Caso Comparativo SPE10 Modificado.

Na Figura 7.45 e na Figura 7.46 são apresentadas comparações entre as curvas de produção de óleo e produção total e comparação das curvas de pressão médias nas células dos poços injetores. As curvas de volume de óleo *in situ* e volumes produzidos de óleo e de água são

apresentadas na Figura 7.47.

Com o objetivo de analisar o impacto da alteração dos parâmetros numéricos, visando reduzir o nível de dispersão, foi executada uma nova rodada com o parâmetro $A = 1,5$ e regularização de linha de corrente por volume (Tabela 19). Neste caso, o tempo de execução se elevou para 34,0 horas, ainda inferior às 72 horas e 16 minutos, necessárias para execução por diferenças finitas. A distribuição de saturação de água deste caso é comparada com a distribuição do simulador comercial na Figura 7.48. Apesar da redução do nível de dispersão, os resultados em termos de curvas de produção e pressão de injeção são praticamente os mesmos obtidos com os parâmetros da Tabela 18.

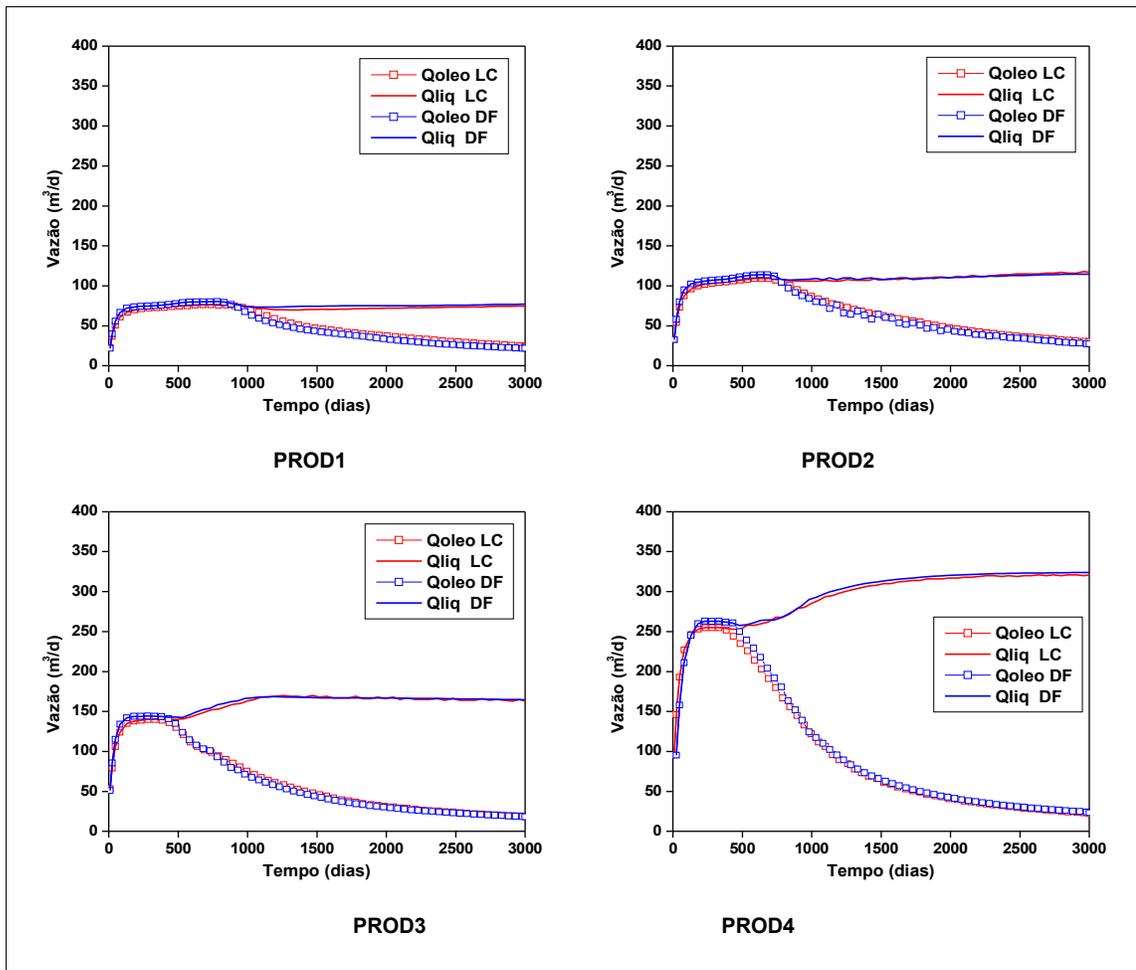


Figura 7.45: Curvas de produção de óleo e produção total dos poços do Caso Gradual Comparativo SPE10 Modificado.

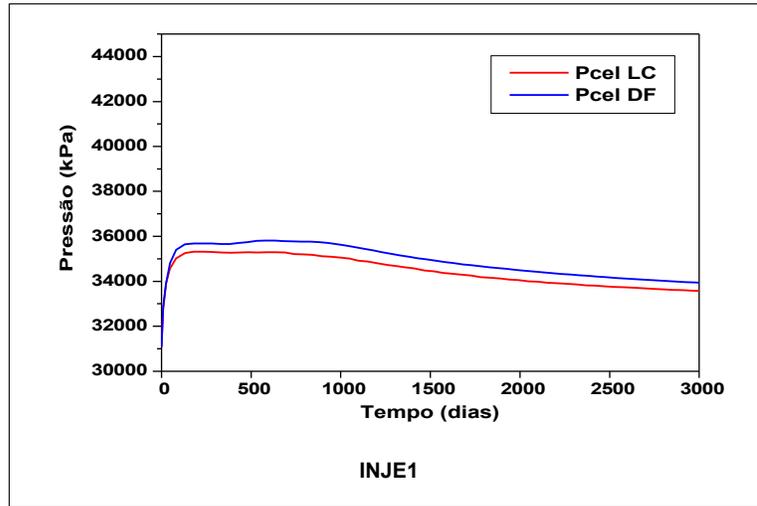


Figura 7.46: Curvas de pressão média nas células do poço injetor do Caso SPE10 Modificado.

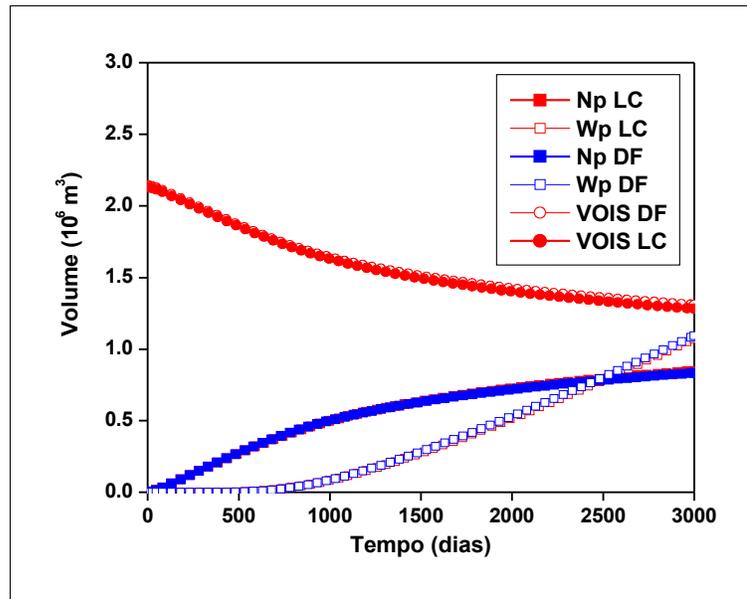


Figura 7.47: Curvas de produções acumuladas de óleo e água (N_p e W_p) e Volume de Óleo *In Situ* do Caso Comparativo SPE10 Modificado.

Tabela 19: Parâmetros de Controle Numérico Utilizados no Caso Comparativo SPE10 Modificado.

Parâmetro	Valor
Tipo de Regularização	VOL
Linhas na Fase 1	200.000
Linhas de Células “Fonte”	12
A	1,5
B	0,5
M	0,1

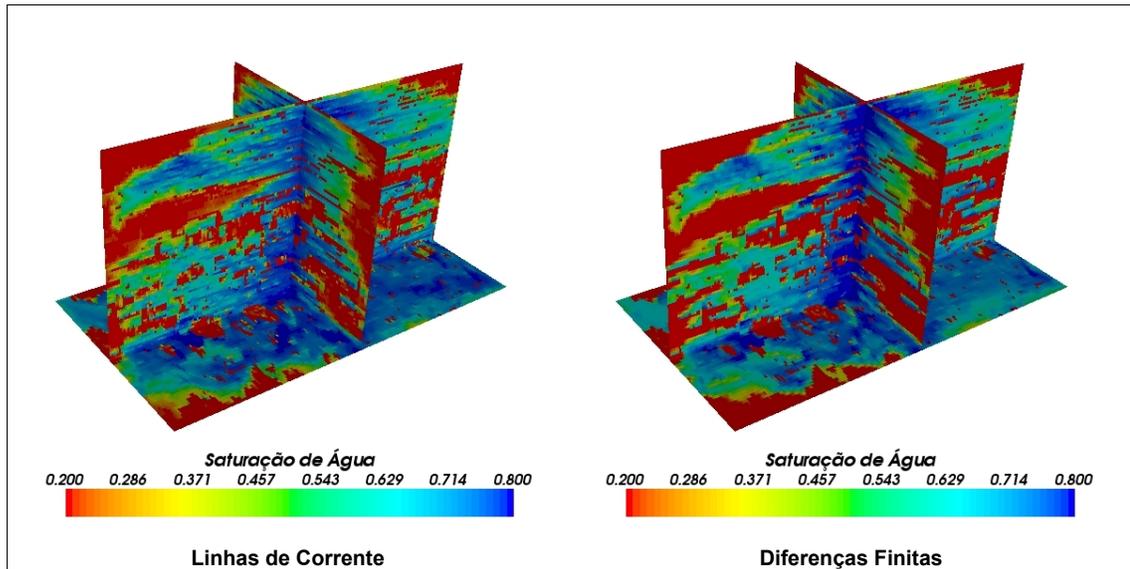


Figura 7.48: Comparação entre saturação de água após 3000 dias de produção no Caso Comparativo SPE10 Modificado, utilizando-se $A = 1,5$ e regularização com base em volume de linha de corrente.

Comparações com Diferentes Compressibilidades:

Com o objetivo de comparar os resultados e os desempenhos dos simuladores, quando as compressibilidades são diferentes, utilizou-se modelos derivados do Caso Gradual Heterogêneo Compressível.

Além das compressibilidades originais do Caso Gradual Heterogêneo Compressível, referenciado aqui como “Compressível”, foi simulado um caso onde os valores das compressibilidades são a metade das compressibilidades originais, referenciado aqui como “Semi-compressível”, e outro, onde as compressibilidades originais foram divididas por 1.000 e referenciado aqui como “Incompressível” (Tabela 20).

Tabela 20: Casos Definidos para Análise de Efeito de Compressibilidade (Caso Gradual Heterogêneo Compressível)

Caso	Compressibilidade de Poros (kPa) ⁻¹	Compressibilidade de Água (kPa) ⁻¹	Compressibilidade de Óleo Leve (kPa) ⁻¹	Compressibilidade de Óleo Pesado (kPa) ⁻¹
Compressível	1,00x10 ⁻⁶	0,40x10 ⁻⁶	0,80x10 ⁻⁶	0,60x10 ⁻⁶
Semi-compressível	0,50x10 ⁻⁶	0,20x10 ⁻⁶	0,40x10 ⁻⁶	0,30x10 ⁻⁶
Incompressível	1,00x10 ⁻⁹	0,40x10 ⁻⁹	0,80x10 ⁻⁹	0,60x10 ⁻⁹

A Tabela 21 mostra os tempos de processamento. Devido a problemas numéricos, não foi possível a execução do caso “Incompressível” no simulador por diferenças finitas. Observa-se que ao se dividir a compressibilidade por dois, o tempo de processamento por linha de corrente teve um acréscimo correspondente a 11%, enquanto que o tempo de processamento por diferenças finitas sofreu um acréscimo de 44%.

Tabela 21: Tempos de Execução na Análise de Efeito da Compressibilidade (Caso Gradual Heterogêneo Compressível)

Caso	Linhas de Corrente (min)	Diferenças Finitas (min)
Compressível	21,0	25,8
Semi-compressível	23,4	31,5
Incompressível	20,4	-

A Figura 7.49 mostra curvas de vazões de óleo do modelo nos primeiros 500 dias de produção, que é o período onde predominam as diferenças entre as compressibilidades. Para melhor comparação, as vazões apresentadas nessa figura representam médias dos passos de tempo reportados. Nessa figura, também são mostradas as curvas de produção obtidas com o simulador por diferenças finitas para os casos “Compressível” e “Semi-compressível”.

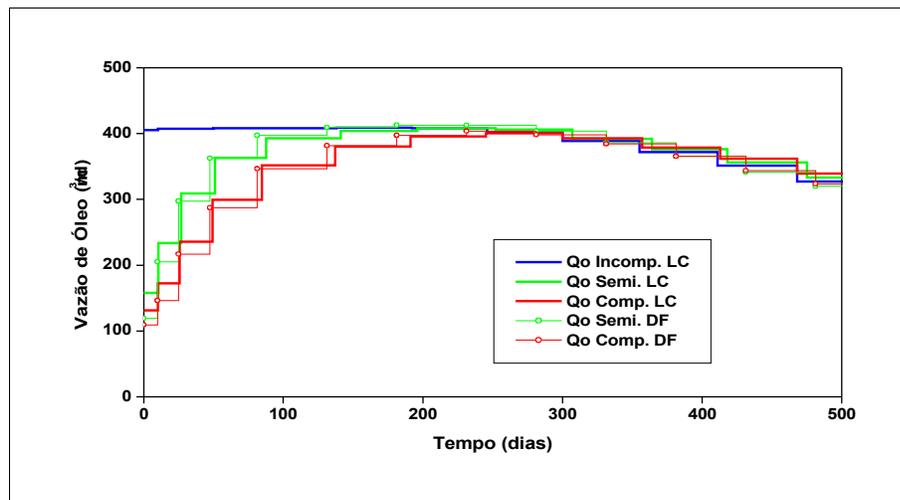


Figura 7.49: Comparação entre curvas de produção de óleo do Caso SPE10 Modificado com diferentes compressibilidades.

As curvas de produções acumuladas de óleo, para os três níveis de compressibilidade, são mostradas na Figura 7.50. Uma vez que os primeiros anos de produção são os que possuem maior peso nas análises econômicas, conclui-se, da Figura 7.49 e da Figura 7.50, que a consideração da compressibilidade é vital para a correta avaliação de alternativas de produção em um reservatório de petróleo.

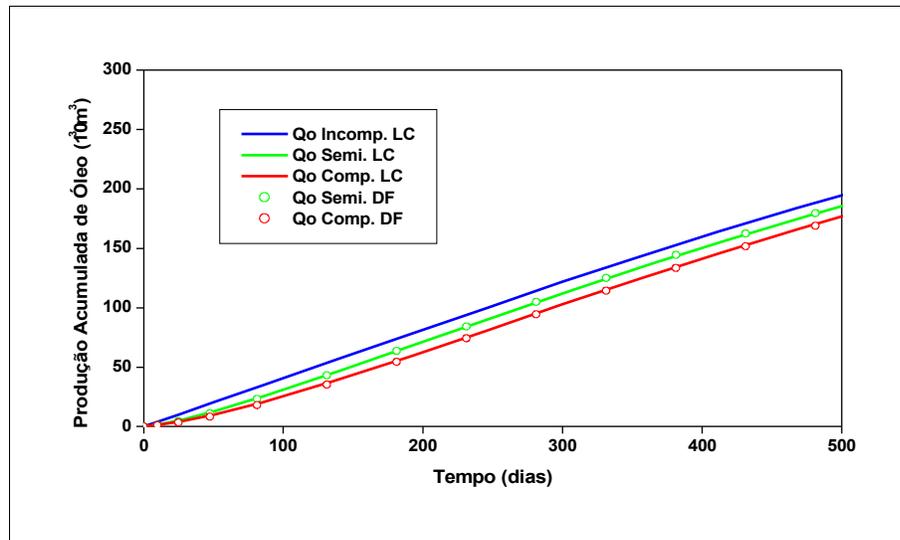


Figura 7.50: Comparação entre curvas de produção de óleo do Caso SPE10 Modificado com diferentes compressibilidades.

Comparação Entre Tempos de Processamento

A Tabela 22 apresenta um resumo dos tempos de processamento dos casos mais importantes estudados. Essa comparação foi feita com o único objetivo de se avaliar o potencial do método de simulação por linhas de corrente como uma opção rápida à simulação convencional. Deve-se ter em mente que esses tempos dependem muito dos parâmetros numéricos a serem considerados, tanto na simulação por linhas de corrente, como na simulação por diferenças finitas, e não podem, portanto, ser tomados como base definitiva para comparação de velocidade de processamento entre os dois processos.

Nos dois casos incompressíveis, não existe diferença significativa entre os tempos de processamento por linhas de corrente ou por diferenças finitas.

Na caso baseado no Campo de Namorado, a diferença de tempo foi bastante favorável à simulação por diferenças finitas, o que se explica pela consideração de um cronograma de entrada de poços que impede a utilização de grandes intervalos de tempo na simulação por linhas de corrente.

Tabela 22: Comparação Entre Tempos de Processamento

Caso	Células Ativas	Processador	Diferenças Finitas (IMPES)	Diferenças Finitas (EXPLÍCITO)	Linhas de Corrente
Degrau Incompressível	93500	Duo 3 GHz	-	48 min	46 min
Gradual Incompressível	93500	Duo 3 GHz	-	49 min	42 min
Campo de Namorado Modificado	43323	AMD 2 GHz	-	2 min	15 min
Caso Comparativo SPE10	1122000	AMD 2 GHz	72,3 h	> 120 h	10,8 h
Gradual Heterogêneo Compressível	93500	AMD 2 GHz	26 min	95 min	21 min
Gradual Heterogêneo Semi-Compressível	93500	AMD 2 GHz	32 min	-	23 min
Gradual Heterogêneo Incompressível	93500	AMD 2 GHz	Sem convergência	-	20 min

O caso baseado no Caso Comparativo SPE 10 mostrou grande vantagem da simulação por linhas de corrente. O tempo de processamento da simulação por diferenças finitas foi superior a 7 vezes o tempo obtido por linhas de corrente, mesmo utilizando-se formulação IMPES.

Na comparação entre diferentes compressibilidades, observa-se que a redução das compressibilidades pela metade fez com que o tempo de simulação por diferenças finitas se elevasse em 6 minutos, enquanto o tempo simulação por linhas de corrente se elevasse apenas dois minutos. Não se conseguiu convergência na simulação por diferenças finitas, quando as compressibilidades foram divididas por 1000.

Capítulo 8

Conclusões e Recomendações

Foi implementada uma formulação para tratar o problema de variação espacial das propriedades iniciais do óleo em um código de simulação por linhas de corrente em sistema incompressível. Em seguida, com base no código para sistema incompressível, um novo programa foi desenvolvido, o qual, além de tratar o problema de variação das propriedades do óleo, inclui a formulação para sistemas compressíveis, proposta por Blunt (2008).

Os objetivos propostos para o trabalho foram atingidos, obtendo-se programas que reproduzem os resultados de um simulador comercial, validando as formulações teóricas e suas implementações.

A seguir são apresentadas as principais conclusões e recomendações para futuros desenvolvimentos.

8.1 Conclusões

As conclusões estão divididas em específicas para sistema incompressível, específicas para sistema compressível e conclusões gerais.

Sistema Incompressível:

A formulação tradicional para simulação por linhas de corrente em sistema incompressível

foi estendida, de forma bastante simples, para considerar óleo com propriedades variáveis, utilizando dois componentes na fase oléica.

Foi observada na validação do programa uma pequena dispersão na saturação de água nas proximidades dos poços injetores. Essa dispersão é explicada pela alta velocidade dos fluidos nessa região, o que faz com que várias células sejam agrupadas em um único segmento regularizado de linha de corrente.

A distribuição de Grau API de óleo obtida com o programa, após um período significativo de produção, reproduz os resultados de um simulador comercial com a opção *API Tracking*.

Os tempos de execução de um modelo com 93.500 células foram praticamente iguais na simulação por linhas de corrente e na simulação por diferenças finitas.

Sistemas Compressíveis:

A formulação que utiliza a solução convectiva desenvolvida em termos de concentração mássica se mostrou adequada para simulação em sistema compressível, onde os volumes são dependentes da pressão.

Na solução da pressão, foram assumidas duas hipóteses simplificadoras no tratamento das transmissibilidades: transmissibilidades definidas no início do passo e transmissibilidades entre células baseadas em médias harmônicas. Essas simplificações não impediram a validação da formulação que foi proposta para simulação por linha de corrente com compressibilidade.

A restrição da solução das linhas de corrente somente às posições onde existe fluxo significativo, é uma estratégia aplicável para a prevenção de problemas numéricos e redução de processamento desnecessário.

Na implementação desenvolvida para simulação com compressibilidade, podem existir células de poços produtores que não recebem todas as linhas de corrente que, teoricamente,

deveriam receber. Nesses casos, a soma das vazões das linhas de corrente é inferior à vazão total do poço, calculada na solução da pressão. Foi utilizado, nesses casos, um tratamento numérico especial, baseado em balanço de massa, o qual se mostrou satisfatório.

A utilização do conceito de erro de soma de saturações na solução da pressão melhora a estabilidade do problema. Utilizando-se esse conceito, observou-se que em modelos homogêneos, o máximo erro de soma de saturações é estável, enquanto que, em modelos heterogêneos, tende a ser crescente, podendo comprometer a solução.

Duas estratégias de controle de passo de tempo de pressão foram implementadas no programa. A estratégia “alvo” só é eficiente quando o máximo erro de saturação é estável. Conseguiu-se, no entanto, contornar o problema de crescimento do máximo erro de soma de saturações, utilizando-se a estratégia “gatilho” de controle de passo de tempo, onde a simulação se dá por passos de tempo constantes, até que um limite de erro máximo seja atingido. Quando isso ocorre, um passo com intervalo de tempo suficientemente pequeno é executado. Essa ação tem o efeito de reduzir consideravelmente o erro máximo, permitindo o prosseguimento da simulação. No programa, o passo de tempo para redução do erro é igual ao menor tempo de cruzamento das células do modelo, multiplicado por um parâmetro M , o qual deve ser especificado. Testes mostraram que valores de M na faixa de 0,05 e 0,1 são adequados à maioria dos casos. Entende-se que uma estratégia, onde não ocorram grandes contrastes de intervalos de tempos em passos subsequentes, poderia ser mais eficiente que a estratégia “gatilho” adotada.

A implementação pode ser estendida a um número maior de fases e componentes. Entretanto, não se pode afirmar, sem que testes sejam realizados, que essa extensão seja bem sucedida, principalmente quando a fase gás estiver presente.

Problemas de dispersão provocados pelo processo de regularização das linhas de corrente merecem estudos adicionais. A redução do volume dos segmentos regularizados pode diminuir a dispersão. Entretanto, pela natureza explícita do método de solução unidimensional nas linhas de corrente, essa redução acarreta um aumento considerável no número de iterações e no tempo de

processamento. A utilização de um método implícito de solução unidimensional, mesmo demandando mais memória, pode ser uma opção a ser considerada.

A seguir são apresentadas conclusões obtidas ao se analisar os casos de validação da formulação para compressibilidade:

Caso Degrau Homogêneo Compressível:

- São observadas, no início da simulação, diferenças importantes nos mapas de saturação de água nas proximidades dos poços injetores, com grande dispersão e assimetria na simulação por linhas de corrente. A dispersão é explicada pelo fato de os segmentos regularizados das linhas de corrente abrangerem diversas células nas proximidades dos poços injetores.
- Também ficam claros os efeitos de orientação de malha na simulação por diferenças finitas.
- Foi mostrado, neste caso, que a dispersão próxima aos poços injetores pode alterar substancialmente as pressões de injeção. Em um caso em que os poços fossem controlados por pressão de fundo, esse fenômeno alteraria a vazão injetada.
- Neste caso, assim como na maioria dos casos estudados, a irrupção de água na simulação por linhas de corrente ocorre após a irrupção na simulação por diferenças finitas. Não foram determinadas as causas para esse resultado, entretanto o efeito de orientação de malha, inerente à simulação por diferenças finitas, não está descartado.
- A irrupção de água nos poços produtores provoca, neste modelo, redução do índice de produtividade e conseqüente aumento de pressão em todo o reservatório. Por isso, a diferença nos tempos de irrupção com os dois tipos de simulação se reflete nas curvas de pressão dos poços injetores.

Caso Gradual Homogêneo Compressível:

- Este caso comprovou que o deslocamento de óleo de menor viscosidade para uma região do reservatório com óleo de viscosidade maior pode elevar a produtividade dos poços dessa região. Conclui-se que o oposto também ocorre, quando óleo de maior viscosidade

migra para uma região de viscosidade menor.

Caso Gradual Heterogêneo Compressível:

- A utilização do parâmetro A , que controla o refinamento das linhas de corrente regularizadas, igual a 0,5 permitiu a simulação por linhas de corrente em menor tempo que o simulador comercial. Embora a reprodução das curvas de produção e pressão de injeção tenha sido aceitável, os mapas de saturação de água mostraram dispersão consideravelmente maior. Conclui-se que, em termos de análises de curvas de produção, podem existir situações onde seja vantajoso ter uma velocidade maior de simulação utilizando linhas de corrente, ao custo de maior dispersão de saturação.
- A pressão de injeção na simulação por linhas de corrente foi, de modo geral, inferior à pressão na simulação por diferenças finitas. Essa diferença não se deve à dispersão, pois manteve-se significativa em uma nova simulação onde os parâmetros foram alterados para se obter menor dispersão. Aparentemente, essa diferença está associada com a diferença nos tempos de irrupção de água, afetando a produtividade dos poços produtores e, como consequência, a pressão em todo o modelo.
- A análise de sensibilidade ao parâmetro M , que controla o passo de tempo para redução do erro máximo de soma de saturações, mostrou, neste caso, que valores inferiores a 0,02 prejudicam o tempo de execução e a qualidade de resposta. Por outro lado, valores de M superiores a 0,3 fazem com que o processo de redução de erro deixe de ser efetivo.
- Como primeiro teste de um novo modelo, recomenda-se, a partir dos resultados de análise de sensibilidade, utilizar um número de linhas de corrente da Fase 1 igual a, aproximadamente, 2% do número de células ativas.
- A diferença entre tempos de processamento obtidos com regularização de linhas de corrente por tempo de vôo ou por volume, mantendo-se constantes os demais parâmetros, não é substancial neste caso.
- Em 83% das análises realizadas, a reprodução dos resultados obtidos por diferenças finitas foi melhor quando se utilizou regularização por volume.
- Como era esperado, o tempo de execução das simulações aumenta, quando o valor do parâmetro A é elevado.

- Em termos do compromisso entre tempo de execução e qualidade de resposta, a melhor opção de controle numérico foi a utilização do valor de 0,5, tanto para o parâmetro A , que é o multiplicador usado para definição do número de segmentos da linha regularizada, quanto para o parâmetros B , que faz com que haja refinamento adicional em linhas de corrente onde existe maior compressibilidade. O melhor método de regularização foi a regularização por volume (VOL).
- A utilização de valores superiores a 0,5 para o parâmetro B não apresenta vantagens.

Campo de Namorado Modificado:

- Pelo fato de os poços injetores estarem completados primordialmente abaixo do contato óleo-água, onde não existem efeitos de dispersão, as diferenças entre pressões de injeção obtidas com os dois tipos de simulação foram pequenas.
- Observou-se, neste modelo, que a qualidade das soluções é mais sensível ao parâmetro A e ao tipo de regularização, que no modelo Gradual Heterogêneo Compressível. Pode-se concluir que a maior sensibilidade se deve à existência de um contato óleo-água, cuja elevação é melhor representada quando o nível de discretização é maior.
- O número de linhas a serem lançadas de células fonte tem pouca influência nos resultados. Observou-se que 30 linhas é um valor adequado para este parâmetro.
- Foi comprovada a possibilidade da simulação por linhas de corrente sem nenhuma injeção de água, usando-se uma formulação para compressibilidade consistente.

Caso Comparativo SPE10 Modificado:

- Como se observara anteriormente em outros estudos [Maschio e Schiozer (2002)], a vantagem da simulação por linhas de corrente se acentua quando se trabalha com casos maiores e mais heterogêneos. Neste caso, com 1,122 milhões de células, a simulação por linhas de corrente teve um tempo de execução de aproximadamente 11 horas, utilizando-se parâmetro $A = 0,5$, e 34 horas, utilizando-se $A = 1,5$, enquanto o simulador comercial por diferenças finitas teve um tempo de processamento de mais de 72 horas.
- Este caso mostrou que, quando a malha de simulação tem um alto nível de refinamento, as linhas de corrente podem ter segmentos regularizados englobando diversas células de

simulação, sem perda de qualidade na representação do campo de saturações. Por essa razão a utilização do parâmetro $A = 0,5$ foi, neste caso, suficiente para obtenção de bons resultados. A elevação de A para 1,5 com regularização por volume, alterou muito pouco as distribuições finais de saturação e, praticamente, não alterou as respostas de produção e pressão.

Comparação entre Diferentes Compressibilidades:

- Ao se dividir as compressibilidades à metade, o tempo de execução por diferenças finitas se elevou em 45%, enquanto o tempo por linhas de corrente teve um acréscimo de 11%. Esse resultado indica que a relação entre velocidades de simulação se torna mais favorável aos simuladores por linhas de corrente, quando o sistema a ser representado é menos compressível.
- A alteração da compressibilidade afetou sensivelmente os primeiros 500 dias de produção.
- Nos primeiros seis meses, o modelo com compressibilidade reduzida à metade mostra uma produção acumulada de óleo 18% superior ao modelo original, enquanto o modelo sem compressibilidade mostra uma produção acumulada de óleo 33% superior ao modelo original. Essas diferenças podem afetar bastante uma análise econômica onde modelos incompressíveis sejam adotados.

Conclusões Gerais:

A Revisão Bibliográfica e o Anexo 3 comprovam que a variação das propriedades iniciais do óleo com a profundidade e com a posição no reservatório é uma característica importante, que necessita ser levada em conta nos estudos de reservatórios. Não foi encontrada nenhuma referência prévia a implementação dessa opção em simuladores por linhas de corrente.

Devido à simplicidade da solução numérica unidimensional, a implementação de outros modelos de sistemas rocha-fluido se torna consideravelmente mais fácil em simuladores por linhas de corrente.

Como não existe dependência entre as linhas de corrente, este tipo de simulação é um

candidato natural ao processamento paralelo. Nas Fases 1 e 2 de lançamento, os poços injetores e as células “fonte” poderiam ser distribuídos entre os diferentes processadores, aumentando-se assim a velocidade da simulação. Na fase 3, poder-se-iam criar estratégias de pesquisa de células “perdidas” específicas para diferentes regiões do modelo e atribuir cada região a um processador.

Devido ao processo de mapeamento de resultados entre as linhas de corrente e a malha de simulação, existe, tanto no caso incompressível, como no caso compressível, a necessidade de correção do tempo acumulado, para ajuste do balanço global de massa.

A simulação por linhas de corrente é hoje uma opção muito interessante, quando respostas rápidas sobre o reservatório são necessárias. Novos desenvolvimentos podem fazer com que esse tipo de simulação venha a ser, em alguns reservatórios, a principal ferramenta de estudo.

Os resultados que foram obtidos comprovam que a implementação do tratamento de variação nas propriedades do óleo em simuladores por linha de corrente é possível e adiciona uma opção útil a este tipo de simulação.

Os casos de validação estudados comprovam que a formulação proposta para compressibilidade é válida e que a simulação por linhas de corrente em sistemas compressíveis é uma opção viável.

Em modelos de milhões de células, a simulação por linhas de corrente em sistema compressível pode ser mais rápida que a simulação por diferenças finitas, mesmo quando essa comparação é feita com programas comerciais testados e otimizados, por muitos anos.

8.2 Recomendações

Em vista dos testes realizados, sugere-se utilizar os parâmetros de controle numérico mostrados na Tabela 23 na simulação inicial de um novo modelo. Em seguida, testes devem ser

feitos, procurando-se otimizar esses parâmetros para o modelo específico. Sugere-se, na presente implementação, utilizar a estratégia “gatilho” de controle de passo de tempo de pressão, com erro máximo de soma de saturações de 10%. Os passos de tempo iniciais e máximos dependem do problema a ser resolvido.

Tabela 23: Parâmetros de Controle Numérico Sugeridos para Novos Modelos

Parâmetro	Valor
Tipo de Regularização	VOL
Linhas na Fase 1	20% do número de células ativas
Linhas de Células “Fonte”	30
<i>A</i>	1,0
<i>B</i>	0,5
<i>M</i>	0,05

Os seguintes desenvolvimentos adicionais são sugeridos para futuras implementações:

- Busca de soluções para o problema de dispersão nas regiões de alta velocidade de fluidos, incluindo outras formas de regularização de linhas de corrente.
- Estudo de outras possibilidades de solução numérica unidimensional, como TVD (*total variation diminishing*) e solução implícita.
- Aperfeiçoamento do critério de controle de passo de tempo da solução de pressão, evitando-se contraste entre intervalos de tempo de passos subsequentes e prevendo, em determinadas situações, a repetição de passos para redução, do máximo erro de soma de saturações.
- Consideração da razão de solubilidade dos componentes do óleo, permitindo previsão de razão gás-óleo ao longo do tempo, em função do Grau API do óleo produzido. Essa implementação seria imediata nos códigos atuais.
- Aumento do número de fases e de componentes.
- Consideração de transferência de massa entre as fases.

- Consideração da variação de volume da mistura em função da sua composição.
- Utilização de malhas do tipo *corner point*.
- Implementação de restrição simultânea de vazão e pressão para a operação dos poços.
- Opção que permita a simulação sem a definição de nenhum poço injetor.
- Extensão do programa para sistemas compressíveis para simulação de injeção e armazenamento de dióxido de carbono, com base nas propostas de Obi e Blunt, 2006 e Qi *et al*, 2007.
- Análises de sensibilidade ao critério utilizado para interrupção das linhas de corrente nas posições onde ocorre baixíssima vazão.

Além das sugestões anteriores, os seguintes pontos são muito importantes e merecem ser estudados com mais profundidade:

- crescimento do máximo erro de soma de saturações nos modelos heterogêneos;
- critérios de tratamento das transmissibilidades entre células;
- aproximações das transmissibilidades no tempo;
- razão para as diferenças entre o avanço da saturação de água nos simuladores por linhas de corrente e nos simuladores por diferenças finitas;
- implementação de processamento paralelo na solução das linhas de corrente.
- possibilidade de utilização de fluxo fracionário como função direta das concentrações mássicas, sem necessidade de determinação das saturações, o que poderia trazer redução de tempo de processamento.

Referências Bibliográficas

1. ANDRIANOV, N.; BRATVEDT, K. Acceleration of Streamline Simulation Using Adaptive Mesh Refinement Along Streamlines. *In: 2007 SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM*, 2, 2007, Houston, Texas, USA. SPE 106181.
2. AVRAHAM, H. Role of Asphaltenes in Compositional Grading of a Reservoir's Fluid Column. **Journal of Petroleum Technology**, v. 40, n. 1, 1, 1988. SPE 13171.
3. AZIZ, K.; SETTARI, A. **Petroleum Reservoir Simulation**. Essex, UK: Applied Science Publishers, 1979, 476p.
4. BAKER, R. *et al.* Full-Field Modeling Using Streamline-Based Simulation: 4 Case Studies. **SPE Reservoir Evaluation & Engineering**, v. 5, n. 2, p. 126-134, abril 2002. (Originalmente *In: 2001 SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM*, 2, 2001, Houston, Texas, USA. SPE 66405).
5. BATYCKY, R. P.; BLUNT, M. J.; THIELE, M. R. A 3D Field Scale Streamline Simulator With Gravity and Changing Well Conditions. *In: 1996 ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION*, 10, 1996, Denver, Colorado, USA. SPE 36726.
6. BATYCKY, R. P. **A Three-Dimensional Two-Phase Field Scale Streamline Simulator**. Stanford: Dept. of Petroleum Engineering, Stanford University, 1997, 163 f. Tese (PhD)
7. BEHRENBRUCH, P. The Significance of Large Variations in Oil Properties of the Dai Hung Field, Vietnam. *In: ASIA PACIFIC OIL & GAS CONFERENCE*, 3, 1995, Kuala Lumpur, Malaysia, SPE 29302.
8. BERALDO, V. T. *et al.* Streamline Simulation with an API Tracking Option. *In: 2007 SPE EUROPEC/EAGE ANNUAL CONFERENCE AND EXHIBITION*, 07, 2007,

Londres, UK. SPE 107496.

9. BERENBLYUM, R. A. *et al.* Black Oil Streamline Simulator With Capillary Effects. *In: 2003 SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXIHIBITION*, 10, 2003, Denver, Colorado, USA. SPE 84037.
10. BLUNT, M. J. **Streamline-Based Reservoir Simulation**, London: Department of Earth Science and Engineering, Imperial College, London, UK, 2008. No prelo.
11. BRATVEDT, F.; GIMSE, T.; TEGNANDER, C. Streamline Computations for Porous Media Flow Including Gravity. **Transport in Porous Media**, v. 25, n. 1, p. 63-78, 10, 1996.
12. CHENG, H.; OSAKO, I.; DATTA-GUPTA, A. A Rigorous Compressible Streamline Formulation for Two- and Three-Phase Black-Oil Simulation. *In: 2005 SPE TECHNICAL CONFERENCE AND EXIHIBITION*, 10, 2005, Dallas, Texas, USA. SPE 96866.
13. CHENG, H. *et al.* Compressible Streamline and Three-Phase History Matching. *In: 2006 SPE/DOE SYMPOSIUM ON IMPROVED OIL RECOVERY*, 4, 2006, Tulsa, Oklahoma, USA. SPE 99465.
14. CHRISTIE, M. A. *et al.* Quantifying Prediction Uncertainty in Reservoir Modeling Using Streamline Simulation, *In: 15th ASCE Engineering Mechanics Conference*, 6, 2002, New York, NY, USA.
15. CHRISTIE, M. A.; BLUNT, M. L. Tenth SPE Comparative Solution Project: A Comparison of Upscaling Techniques, **SPE Reservoir Evaluation & Engineering**, v. 4, n. 4, p. 308-317, agosto 2001.
16. CMG (COMPUTER MODELING GROUP), **IMEX User's Manual**, Calgary, Alberta, Canada, 1999.
17. COURANT, R.; FRIEDRICHS, O, K.; LEWY, H. On the Partial Difference Equations of Mathematical Physics, **IBM Journal**, n. 11, p. 215-234, 1967.
18. DI DONATO, GINEBRA; HUANG, W. BLUNT, M. Streamline-Based Dual Porosity Simulation of Fractured Reservoirs. *In: 2003 SPE ANNUAL TECHNICAL*

- CONFERENCE AND EXHIBITION, 10, 2003, Denver, Colorado, USA. SPE 84036.
19. DINDORUK, B.; AL KINDI, A. Dynamic Modeling of Multiple Regionally Extensive Reservoirs Using a Unified Fluid Description. *In: 2007 SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION*, 11, 2007, Anaheim, CA, USA. SPE 109284.
 20. EMANUEL, A. S.; MILLIKEN, W. J. History Matching Finite Difference Models With 3D Streamlines. *In: 1998 ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION*, 9, 1998, New Orleans, Luisiana, USA. SPE 4900.
 21. GAUTIER, Y.; BLUNT, M. J.; CHRISTIE, M.A. Nested Gridding and Streamline-Based Simultion for Fast Reservoir Performance Prediction. *In: 1999 RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM*, 2, 1999, Houston, Texas, USA. SPE 51931.
 22. GEOQUEST RESERVOIR TECHNOLOGIES, **Eclipse Technical Manual (2003a)**, Houston, Texas, USA. 2002.
 23. GIBSON, A. *et al.* New Methods for the Nonequilibrium of Reservoir Models With Lateral and Vertical Variations in the Initial Fluid Composition. *In: 2006 ABU DHABI INTERNATIONAL PETROLEUM EXIHIBITION AND CONFERENCE*, 11, 2006, Abu Dhabim UAE. SPE 101247.
 24. GUIMARÃES, M. S.; MASCHIO, C.; SCHIOZER, D. J. Aplicação da Simulação por Linhas de Fluxo no Gerenciamento de Campos Maduros. *In: 10° Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering — ENCIT 2004*, 12, 2004, Rio de Janeiro, Brasil. CIT04-0325.
 25. HÆGLAND, H. *et al.* Improved Streamline and Time-of-Flight for Streamline Simulation on Irregular Grids. **Advances in Water Resources**, v. 30, n. 4, 2007, p. 1027-1045.
 26. HASTINGS J. J.; MUGGERIDGE, A. H.; BLUNT, M. J. A New Streamline Method for Evaluating Uncertainty in Small-Scale, Two-Phase Flow Properties. **SPE Journal**, v. 8, n. 1, 3, 2003. SPE 83671.
 27. HIGGINS, R. V.; LEIGHTON A. J. A Computer Method to Calculate Two-Phase Flow in Any Irregularly Bounded Porous Medium. **Journal of Petroleum Tchnology**, v. 14, p.

- 679-683, 6, 1962.
28. HØIER, L.; WHITSON, C. H. Compositional Grading — Theory and Practice. *In*: 2000 ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION, 10, 2000, Dallas, Texas, USA. SPE 63085.
 29. INGEBRIGTSEN, L.; BRATVEDT, F.; BERGE, J. A Streamline Based Approach To Solution of Three-Phase Flow. *In*: 1999 SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM, 2, 1999, Houston, Texas, USA. SPE 51904.
 30. JESSEN K.; ORR Jr. F. M. Compositional Streamline Simulation. *In*: 2002 SPE ANUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXIHIBITION, 10, 2002, San Antonio, Texas, USA. SPE 77379.
 31. JESSEN K.; ORR Jr. F. M. Gravity Segregation and Compositional Streamline Simulation. *In*: 2004 SPE/DOE FOURTEENTH SYMPOSIUM ON IMPROVED OIL RECOVERY, 4, 2004, Tulsa, Oklahoma, USA. SPE 89448.
 32. JIMENEZ, E.; DATTA-GUPTA, A.; KING, M. J. Spatial Error and Convergence in Streamline Simulation. *In*: 2005 SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM, 2, 2005, The Woodlands, Texas, USA. SPE 92873.
 33. KIPPE, V.; HÆGLAND, H.; LIE, K.-A. A Method to Improve the Mass Balance in Streamline Methods. *In*: 2007 SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM, 2, 2007, Houston, Texas, USA. SPE 106250.
 34. KOSLOVA, A. *et al.* A Three-Phase Compressible Dual-Porosity Model for Streamline Simulation. *In*: 2006 SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXIHIBITION, 9, 2006, San Antonio, Texas, USA. SPE 102549.
 35. LEBLANC, J.L.; CAUDLE, B. H. A Streamline Model for Secondary Recovery. *In*: NINTH BIENAL PRODUCTION TECHNIQUES SYMPOSIUM, 5, 1970, Wichita Falls, Texas, USA. SPE 2865.
 36. LIGERO, E. L.; MASCHIO, C.; SCHIOZER, D. J. Quantifying the Impact of Grid Size, Upscaling, and Streamline Simulation in the Risk Analysis Applied to Petroleum Field

- Development. *In: SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM, 2, 2003, Houston, Texas, USA. SPE 79677.*
37. MALLISON, B.T.; GERRITSEN, M.G.; MATRINGE, S. F. Improved Mappings for Streamline-Based Simulation. *In: 2004 SPE/DOE FOURTEENTH SYMPOSIUM ON IMPROVED OIL RECOVERY, 4, 2004, Tulsa, Oklahoma, USA. SPE 89352.*
 38. MASCHIO, C.; SCHIOZER, D. J. Analysis of the Performance of Streamline Simulation. *In: 2nd MEETING ON RESERVOIR SIMULATION, 5-6, 2002, Buenos Aires, Argentina.*
 39. MASCHIO, C.; SCHIOZER, D. J. Integration of Streamline Simulation and Automatic History Matching. 2004 *In: 2004 SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXIHIBITION, 7, 2004, Houston, Texas, USA. SPE 89850.*
 40. MATRINGE, S.F.; GERRITSEN, M. G. On Accurate Tracing of Streamlines. *In: 2004 SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXIHIBITION, 9, 2004, Houston, Texas, USA. SPE 89920.*
 41. MATRINGE, S.F.; GERRITSEN, M. G.; MALLISON, B. T. Optimizing Streamline Coverage for Efficiency and Accuracy. *In: 2005 SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM, 2, 2005, Houston, Texas, USA. SPE 93306.*
 42. MONTEL, F.; GOUEL, P. L. Prediction of Compositional Grading in a Reservoir Fluid Column. *In: 60th ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXIHIBITION, 9, 1985, Las Vegas, NV, USA. SPE 14410.*
 43. MUSKAT, M. **Flow in Homogeneous Fluids**, International Human Resources Development Corporation, 1937.
 44. OBI, E.-O. I.; BLUNT, M. Streamline-based simulation of carbon dioxide storage in a North Sea aquifer, **Water Resour. Res.**, v. 42, 2006, 13 p., W03414.
 45. OSAKO, I.; DATTA-GUPTA, A.; KING, M. Timestep Selection During Streamline Simulation Via Transverse Flux Correction. *In: 2003 SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM, 2, 2003, Houston, Texas, USA. SPE 79688.*
 46. OSAKO, I.; DATTA-GUPTA, A. A composicional Streamline Formulation With

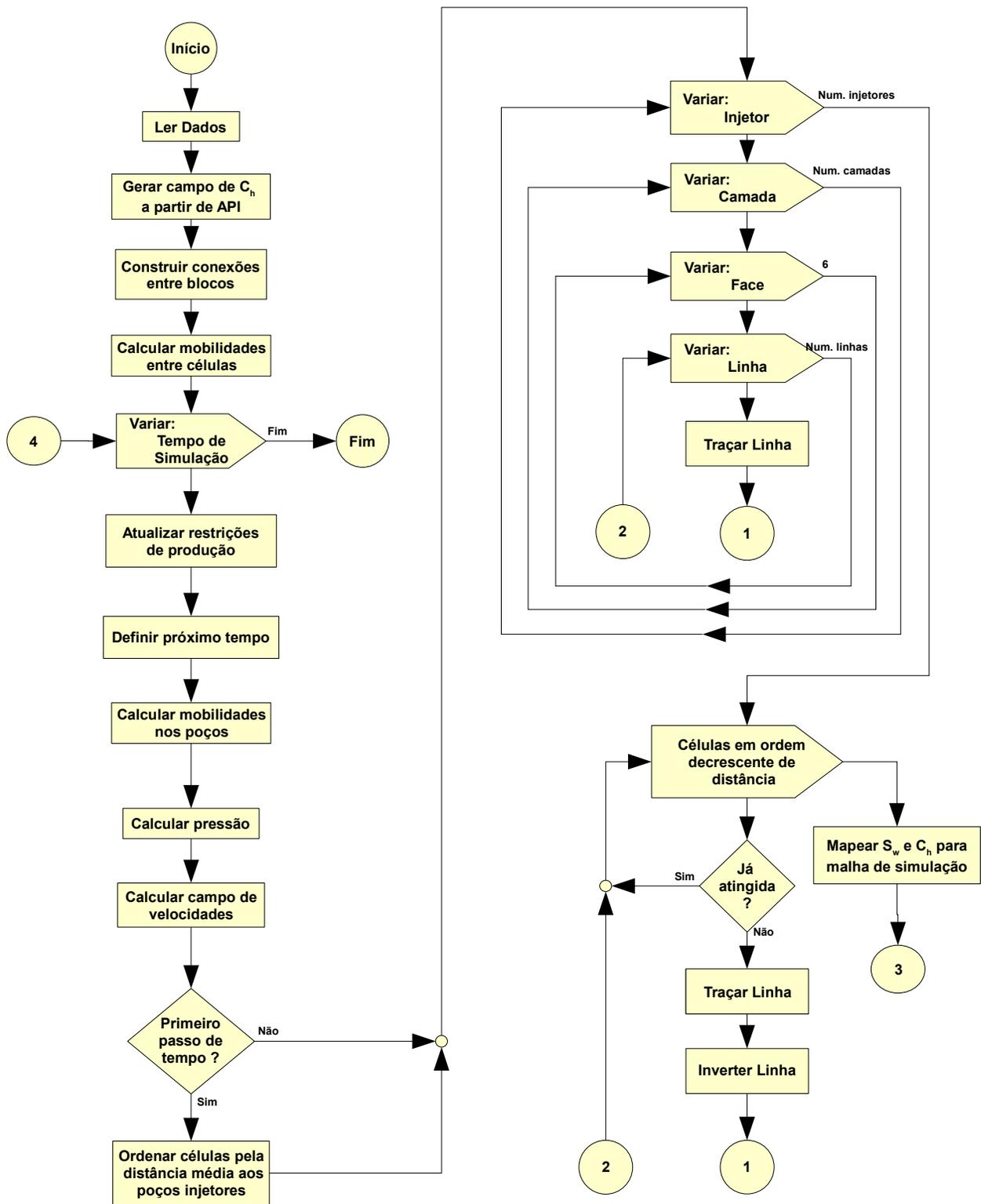
- Compressibility Effects. *In*: 2007 RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM, 2, 2007, Houston, Texas, USA. SPE 106148.
47. QI, R. *et al.* Design of Carbon Dioxide Storage in a North Sea Aquifer Using Streamline-Based Simulation. *In*: 2007 ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXIHIBITION, 11, 2007, Anaheim, CA, USA. SPE 109905.
48. PÁDUA, K. G. O. Oil Composition Variation in a Large Deep Water Field. *In*: FIFTH LATIN AMERICAN AND CARIBBEAN PETROLEUM ENGINEERING CONFERENCE AND EXIHIBITION, 8-9, 1997, Rio de Janeiro. SPE 38948.
49. PÁDUA, K. G. O. Nonisothermal Gravitational Composition Variation in a Large Deep-water Field. **SPE Journal**, v. 4, n. 2, 6, 1999, p. 109-117. SPE 56407.
50. PASARAI, U.; ARIHARA, N. Application of Streamline Method to Hot Waterflooding Simulation for Heavy-Oil Recovery. *In*: 2005 SPE ASIA PACIFIC OIL & GAS CONFERENCE AND EXIHIBITION, 4, 2005, Jakarta, Indonesia. SPE 93149.
51. PEDDIBHOTLA, S.; DATTA-GUPTA, A.; GUOPING XUE. Multiphase Streamline Modeling in Three Dimensions: Futher Generalizations and a Field Application. *In*: 1997 RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM, 6, 1997, Dallas, Texas, USA. SPE 38003.
52. PODGORNOVA, O.; MYASNIKOV A.; BRATVEDT, K. Thermodynamically Consistent Analytical Approach for Streamline Simulations of Multicomponent Hydrocarbon Reservoirs. *In*: 2007 SPE EUROPEC/EAGE ANNUAL CONFERENCE AND EXIHIBITION, 6, 2007, London, UK. SPE 107511.
53. POLLOCK, D. W. Semianalytical Computation of Path Lines for Finite-Diference Models. **Ground Water**, v. 26, p. 743-750, 11-12, 1988.
54. PONTING, D. K. Hybrid Streamline Methods. *In*: 1998 ASIA PACIFIC CONFERENCE ON INTEGRATED MODELLING FOR ASSET MANAGEMENT, 3, 1998, Kuala Lumpur, Malaysia. SPE 39756.
55. PORTELLA, R. C. M.; HEWETT, T. A. Fast 3-D Reservoir Simulation and Applications Using Streamlines. *In*: FIFTH LATIN AMERICAN AND CARIBBEAN PETROLEUM

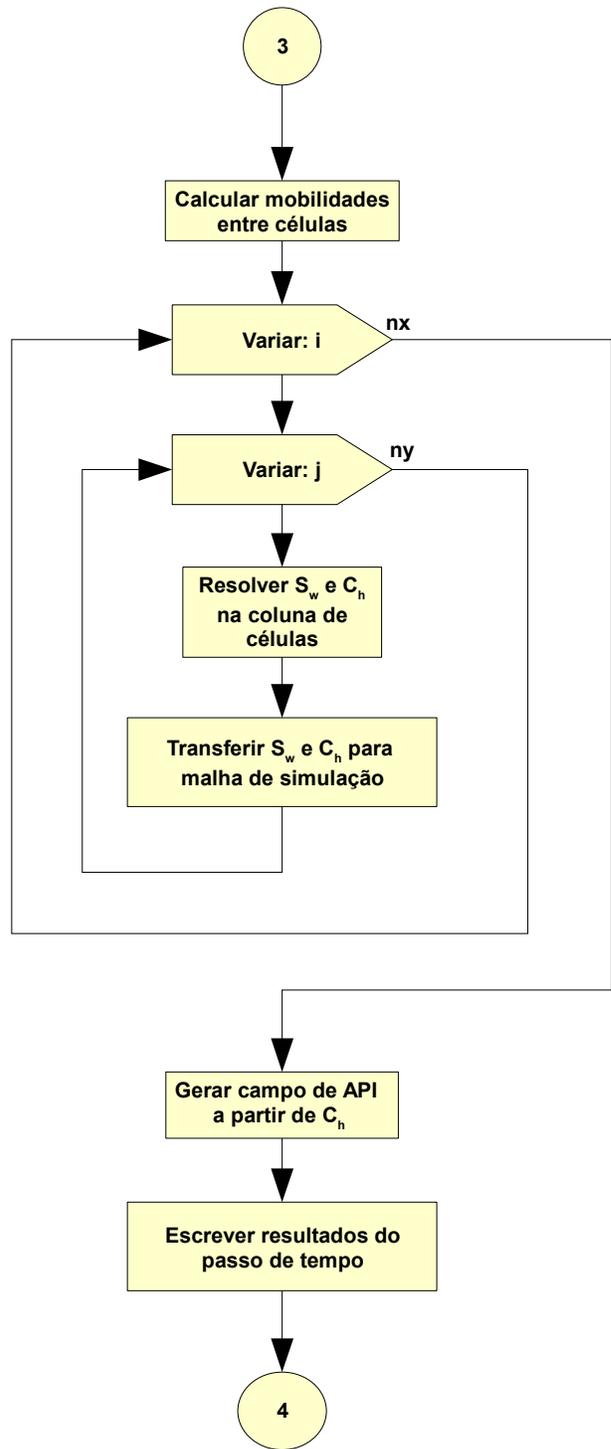
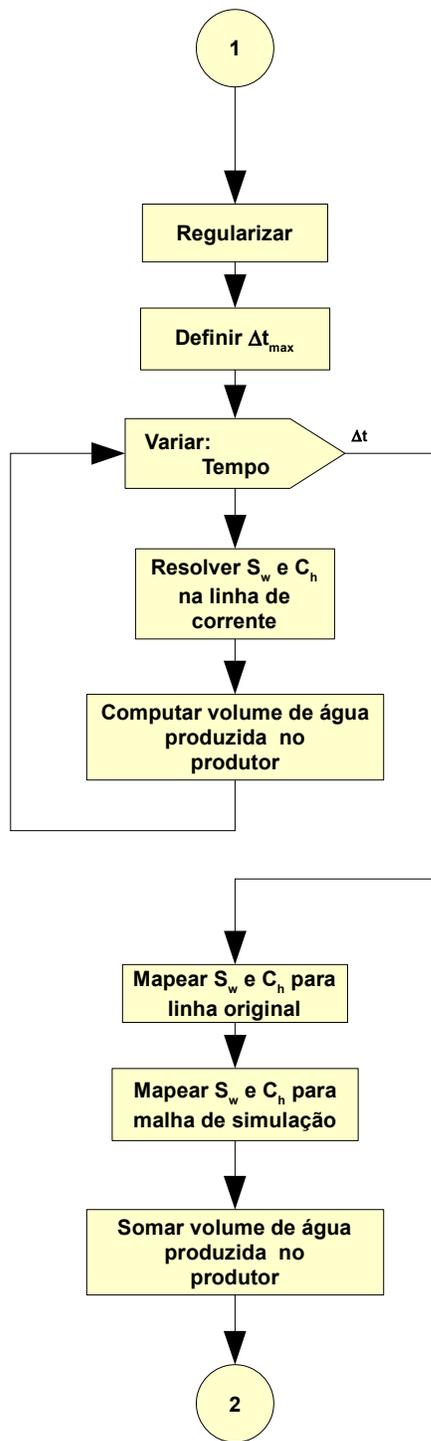
- ENGINEERING CONFERENCE AND EXIHIBITION, 8-9, 1997, Rio de Janeiro. SPE 39061.
56. PRÉVOST, M; EDWARDS, M. G.; BLUNT, M. J. Streamline Tracing on Curvilinear Structured and Unstructured Grids. **SPE Journal**, v. 7, n. 2, 6, 2002. SPE 78663.
57. RODRIGUEZ, P.; KINDELAN, M. Streamline Methodology Using an Efficient Operator Splitting for Accurate Modeling of Capillary and Gravity Effects. *In*: 2003 SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM, 2, 2003, Houston, Texas, USA. SPE 79693.
58. RUAN, F. *et al.* An Overview of Streamline Tracer Modeling of Miscible/Imiscible WAG Injection IOR. *In*: SPE/DOE IMPROVED OIL RECOVERY SYMPOSIUM, 4, 2002, Tulsa, Oklahoma, USA.
59. SALEHIRAD, Y. Effect of Compositional Grading on Reservoir Fluid Characterization: Case Study. *In*: 2005 ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXIHIBITION, 10, 2005, Dallas, Texas, USA. SPE 94848.
60. SAMIER, P.; QUETTIER, L; THIELE, M. Applications of Streamline Simulations to Reservoir Studies. *In*: 2001 SPE RESERVOIR SIMULATIONS SYMPOSIUM, 2, 2001, Hoston, Texas, USA. SPE 66362.
61. SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS: The SI Metric System of Units and SPE METRIC STANDARD, Segunda Impressão, USA, 6, 2004.
62. STENERUD, V. R.; KIPPE, V.; LIE, K., -A.; DATTA-GUPTA, A. Adaptive Multiscale Streamline Simulation and Inversion for High-Resolution Geomodels. *In*: 2007 SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM, 2, 2007, Houston, Texas, USA. SPE 106228.
63. THIELE, M. R. **Modeling Multiphase Flow in Heterogeneous Media Using Streamtubes**. Stanford: Dept. of Petroleum Engineering, Stanford University, 10, 1994, 203 f. Tese (PhD).
64. THIELE, M. R., BATYCKY, R. P & BLUNT, M. J. A Streamline-Based 3D Field-Scale Compositional Reservoir Simulator. *In*: 1997 ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE

- AND EXHIBITION, 10, 1997, San Antonio, Texas, USA. SPE 38889.
65. THIELE, M. R. Streamline Simulation. *In: 7th INTERNATIONAL FORUM ON RESERVOIR SIMULATION*, 6, 2003, Baden-Baden, Alemanha.
66. THIELE, M. R. *et al.* Extension of Streamline-Based Dual Porosity Flow Simulation to Realistic Geology. *In: 9th EUROPEAN CONFERENCE ON THE MATHEMATICS OF OIL RECOVERY*, 8-9, 2004, Cannes, France.
67. TRANGENSTEIN, J.; BELL, J. B. Mathematical Structure of the Black-Oil Model for Petroleum Reservoir Simulation. **SIAM Journal on Applied Mathematics**, 06, 1989, v.49 , n. 3, p. 749-783.
68. WENGER, L. M.; DAVIS, C. L.; ISAKSEN, G. H. Multiple Controls on Petroleum Biodegradation and Impact on Oil Quality. **SPE Reservoir Evaluation & Engineering**, 10, 2002, v.5 , n. 5, p. 375-383. SPE 80168.
69. YAN, W. *et al.* Three-phase Compositional Streamline Simulation and Its Application to WAG. 4, 2004, Tulsa, Oklahoma, USA. SPE 89440.

Anexo 1

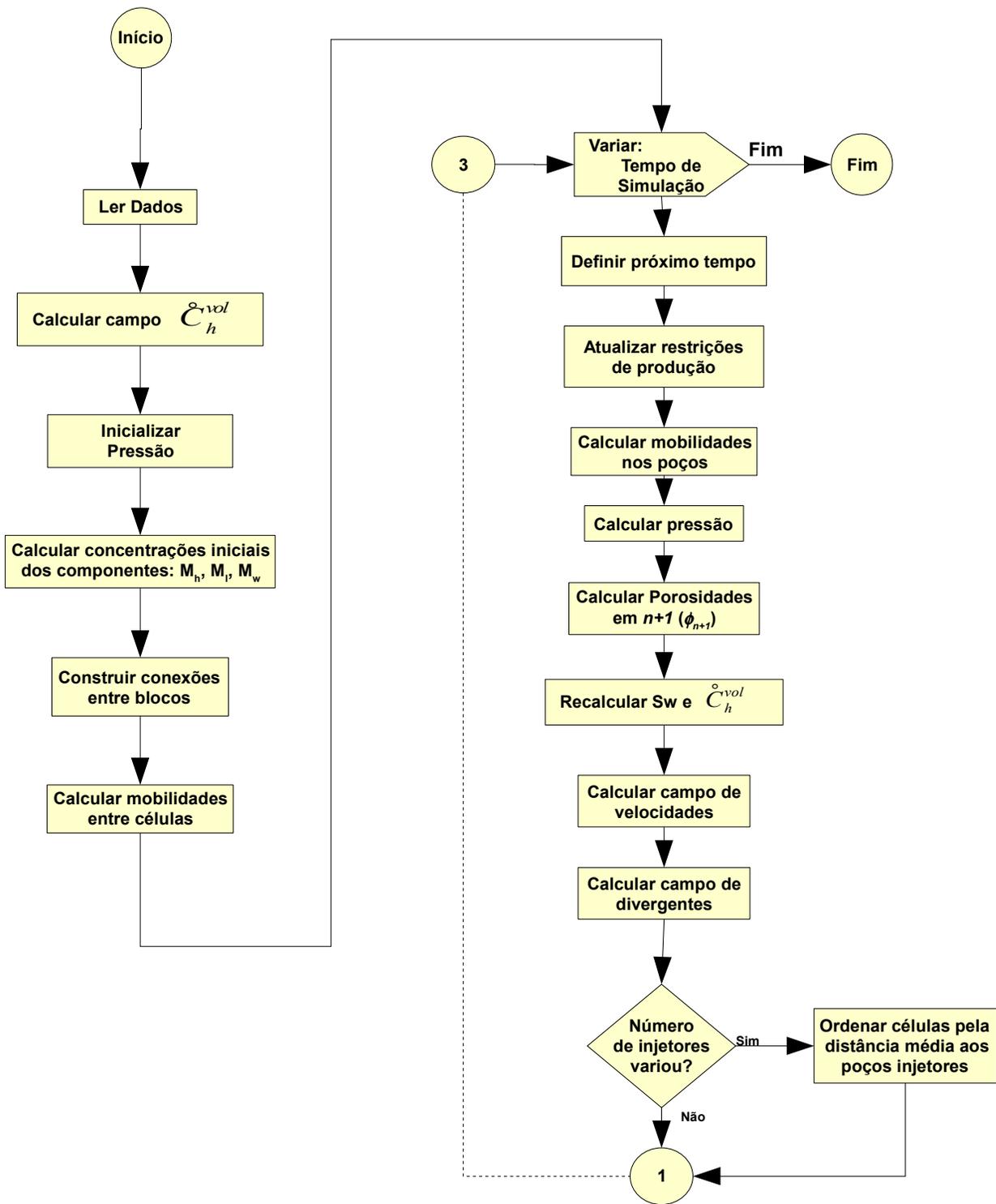
Fluxograma do Código para Simulação Incompressível

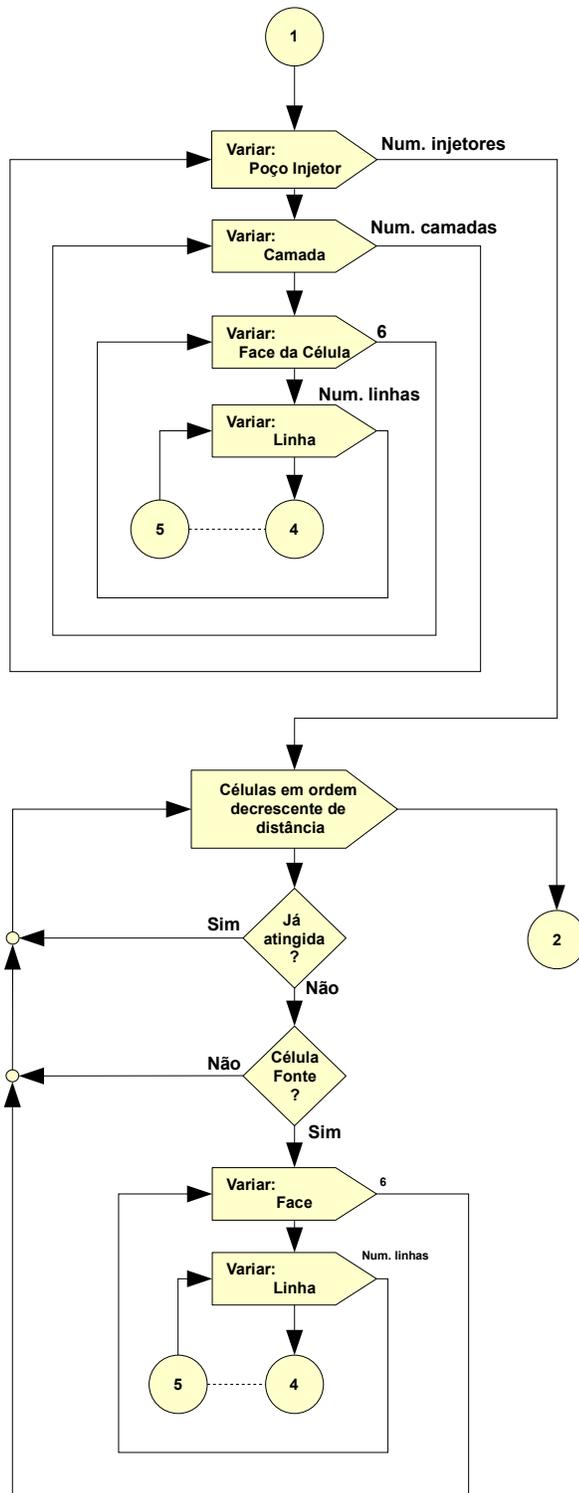


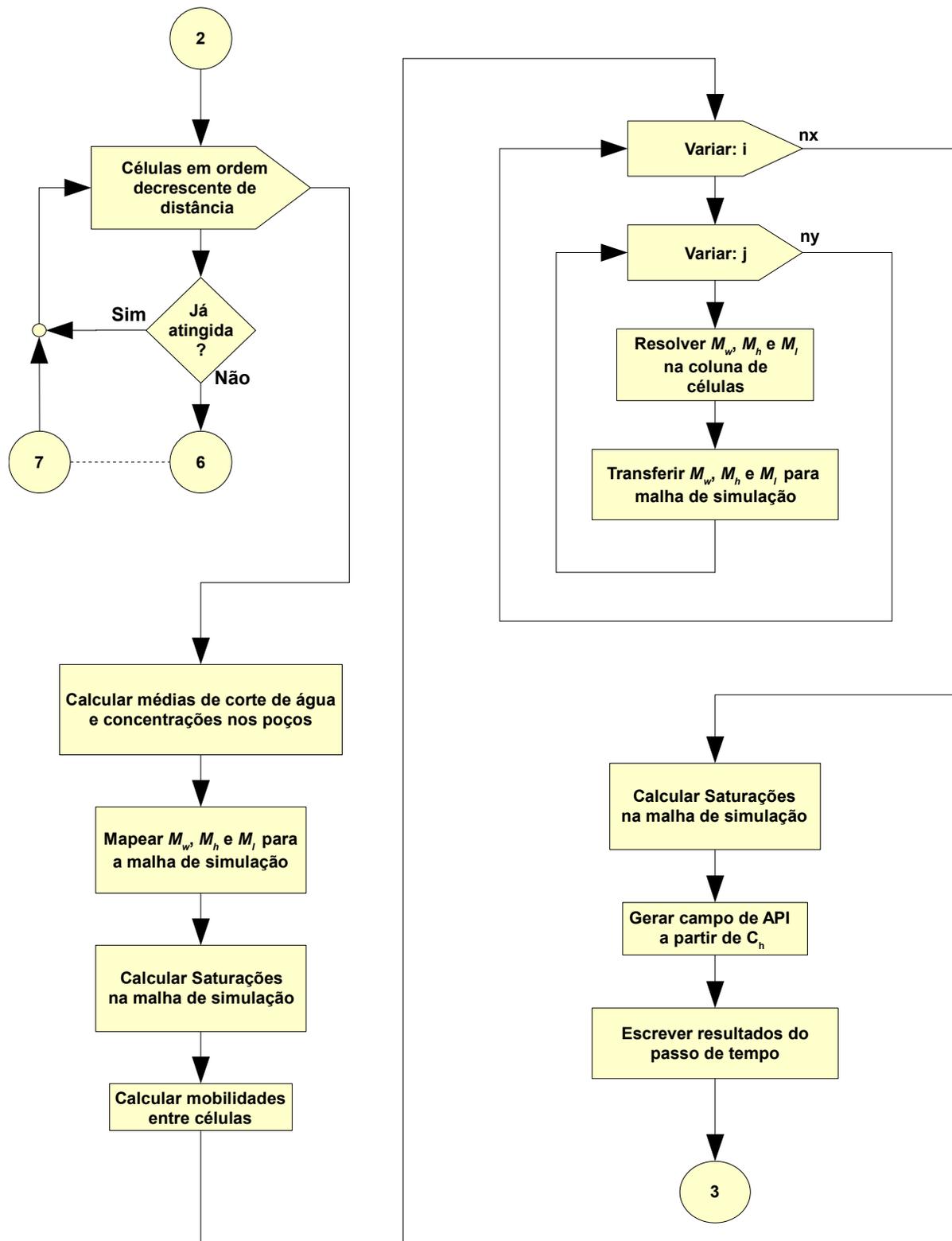


Anexo 2

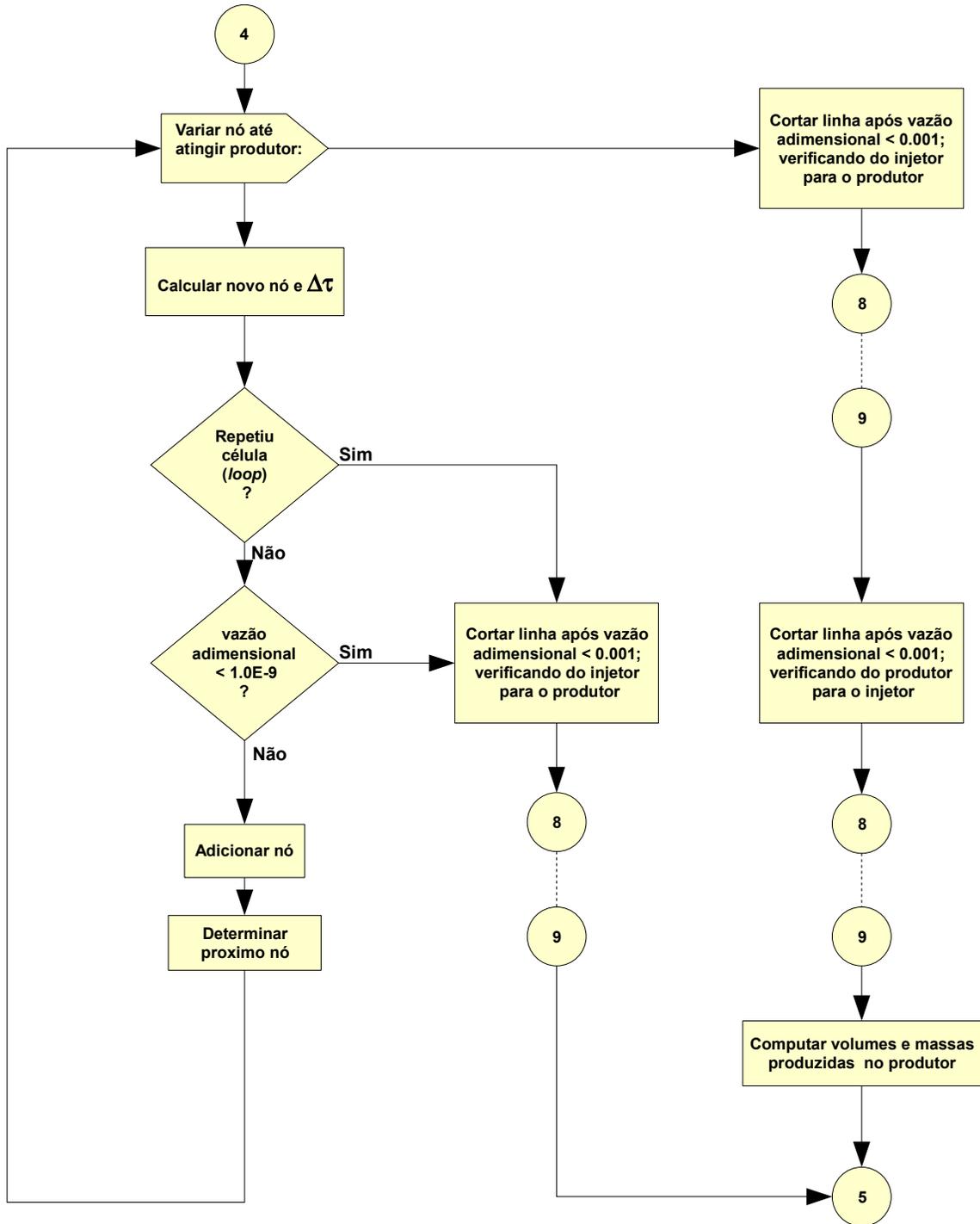
Fluxograma do Código para Simulação Compressível



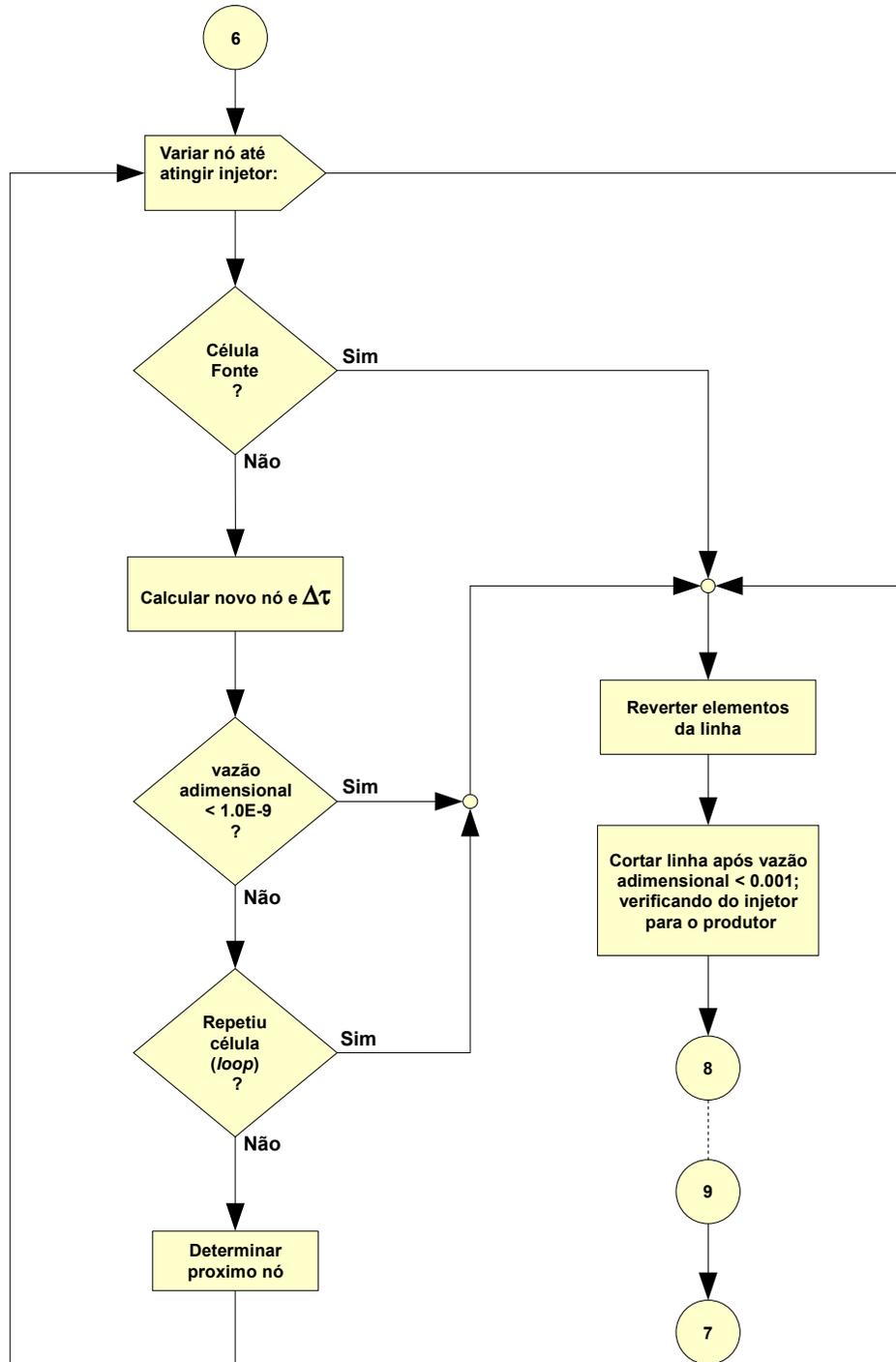




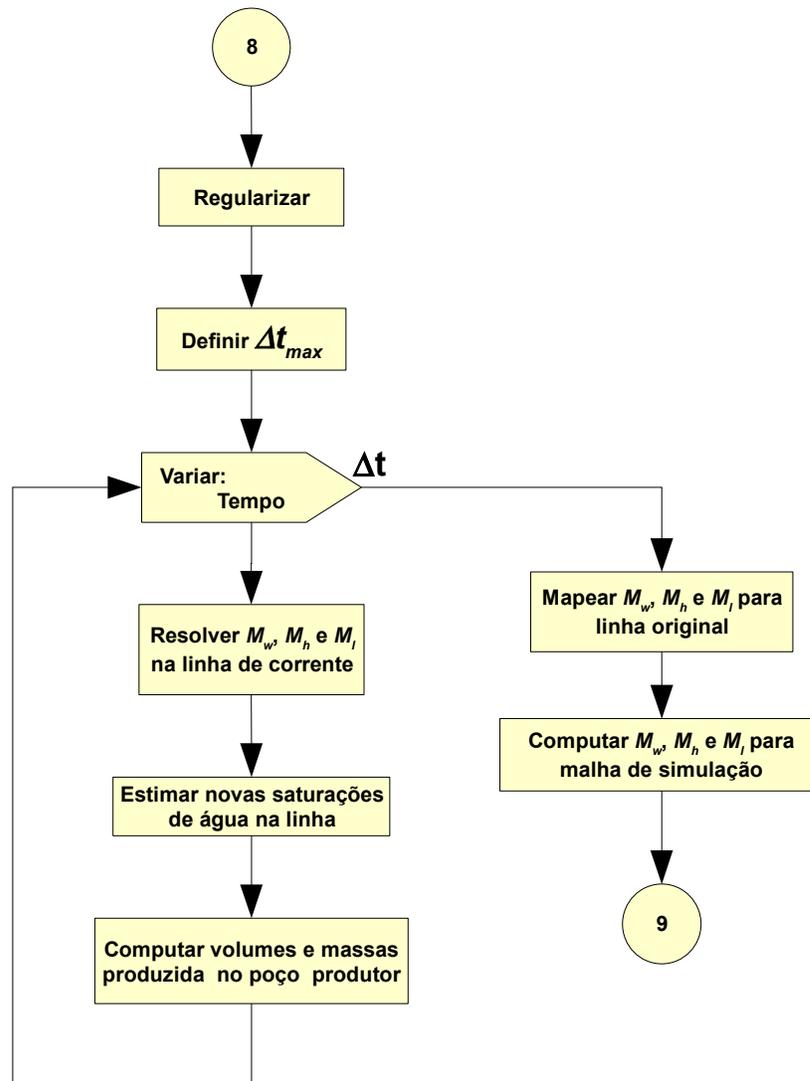
LINHA DE CORRENTE REGULAR



LINHA DE CORRENTE COMPLEMENTAR



SOLUÇÃO DA LINHA DE CORRENTE



Anexo 3

Análise do Impacto da Consideração de Grau API Variável

Análise do Impacto da Consideração de Grau API Variável

Valcir Tadeu Beraldo

PRIMEIRA PARTE

Desejava-se quantificar o impacto da consideração de Grau API variável na definição de um projeto de exploração de petróleo. A abordagem adotada foi a de definir um caso fictício com reservatório retangular, com parâmetros compatíveis com campos de petróleo reais. Foram montados três modelos baseados em um reservatório inclinado: um considerando que as propriedades do óleo podem ser aproximadas por uma PVT única; um com variação nas propriedades do óleo, cujo gradiente seria da direção de um vértice inferior para o vértice superior do lado oposto e, finalmente, um modelo com gradiente contrário ao do segundo caso.

Modelos

Todos os modelos montados são compostos por 5 camadas de 48 x 60 células com 50 m de extensão e 10 m de espessura total, definindo um retângulo de 2400 m por 3000 m. A profundidade de topo varia entre 2750 m na face $I = 1$ até 2835 m na face $I = 48$, como pode ser visto na Figura 1.

Foi introduzida alguma heterogeneidade através das definições das espessuras porosas, variando-se a opção *net do gross* (NTG) aleatoriamente (distribuição uniforme), entre 0,6 e 0,9. Cada valor gerado foi aplicado a um bloco de 2 x 2 x 1 células (Figura 2). Adotou-se uma permeabilidade constante, igual a 5000 mD, o que não torna o modelo homogêneo, uma vez que as relações NTG que entram no cálculo das transmissibilidades não são constantes.

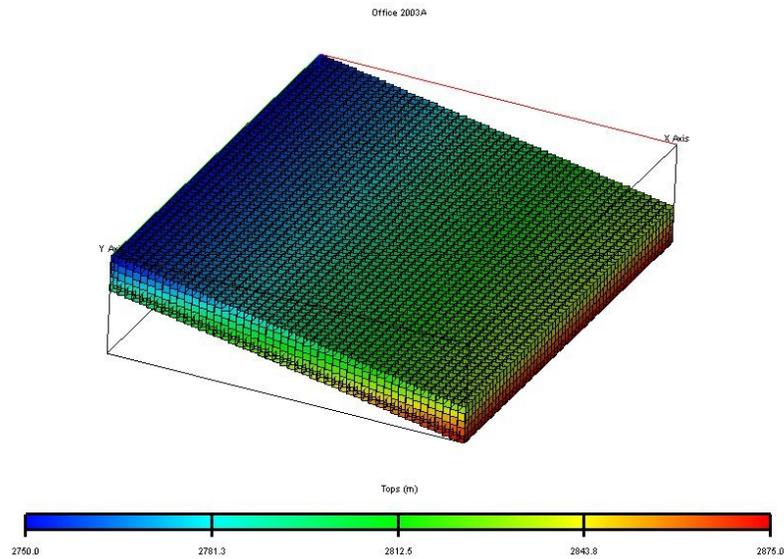


Figura 1 - Malha de Simulação - Topo de Reservatório

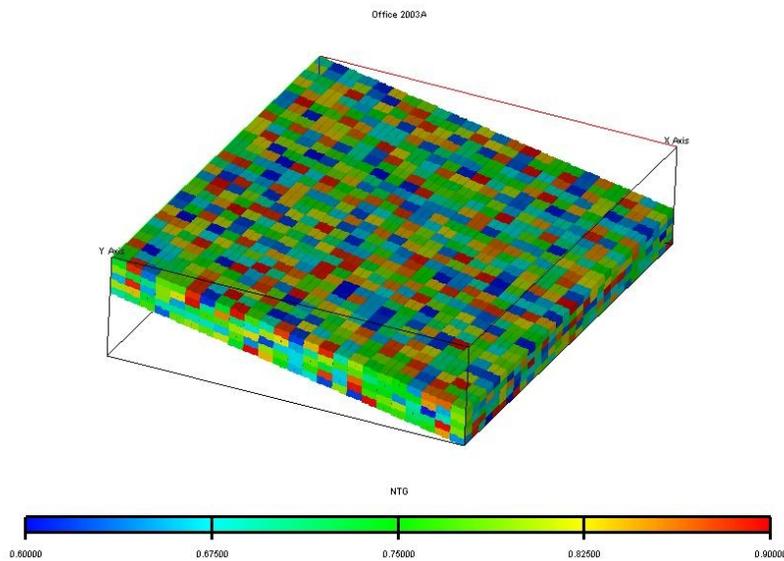


Figura 2 - Malha de Simulação – NTG

Foram definidos dois casos: um com Grau API variável e outro com Grau API médio. Nos dois casos foram usadas tabelas PVT para Graus API extremos: 17,0 e 22,6. Para inicialização dos modelos foi construído um programa onde o Grau API de cada célula é calculada em função

da sua coordenada JK (Figura 3). Para a inicialização de pressão, parte-se da pressão inicial na célula (1,1,1) e calcula-se a pressão em todas as células com base em uma célula vizinha, usando-se a média das massas específicas em condições de reservatório. A razão de solubilidade (R_s) é calculada por interpolação, em função da massa específica em condições de superfície. Para o caso sem variação de densidade do óleo, foi usada uma tabela interpolada para um valor de Fator Volume de Formação (B_o) tal que o Volume de Óleo *In Situ* (VOIS) não fosse alterado. Em todos os modelos o VOIS foi de 52,1 MMm³.

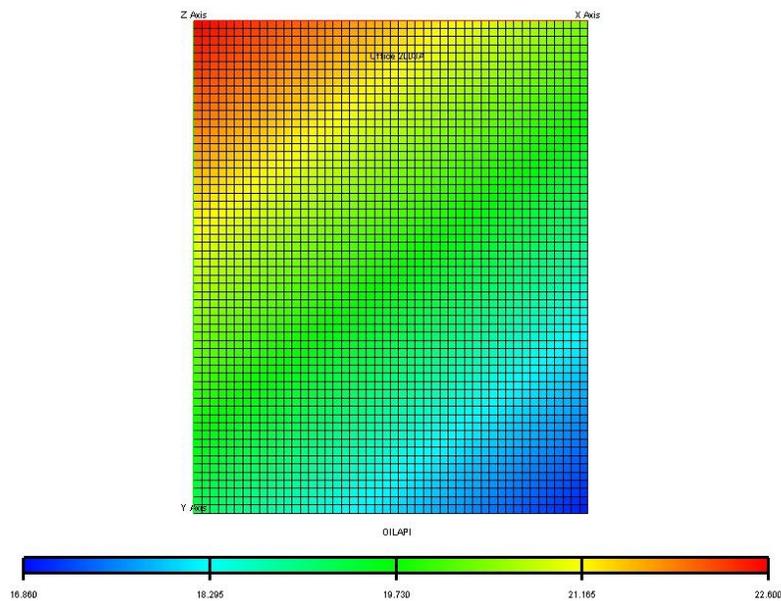


Figura 3 - Mapa de Grau API no Topo do Reservatório – Caso RETANGULO

Otimização dos Planos de Drenagem

A análise foi feita através de otimizações de planos de drenagem nos dois modelos de distribuição de propriedades de óleo. Desejava-se testar a hipótese de que o modelo de distribuição de propriedades de óleo pode afetar significativamente a escolha da alternativa de produção.

Para a drenagem do reservatório, foram colocados três pares de poços horizontais (injetor x produtor) com 500 m de extensão. Esses poços foram inicialmente colocados em posições que intuitivamente seriam adequadas para a drenagem de um reservatório com características do óleo constante (Figura 4). Os poços produtores produzem com pressão de fundo fixa, enquanto os poços injetores têm sua cota automaticamente ajustada para manter a pressão média do campo em um nível desejado, pouco abaixo da pressão original. Para isso se fez uso da palavra-chave "GPMAINT" disponível no simulador utilizado (ECLIPSE).

Como se desejava estudar o impacto de uma caracterização inadequada em um projeto de produção, procurou-se uma forma de otimizar as posições desses poços nos três casos criados. Existem várias propostas de métodos para otimização de locações. O método que foi utilizado aqui parte do plano inicial de locações e se estabiliza no primeiro ponto de mínimo (ou máximo) de alguma função objetivo. Esse é um processo que se assemelha ao que ocorre na definição de um projeto: faz-se uma alteração por vez na posição de cada poço, a qual deveria melhorar os resultados, e aceita-se essa modificação caso a melhora realmente ocorra. Por simplificação adotou-se aqui o critério de otimizar as posições dos poços produtores, sem alteração na posição dos poços injetores, para em seguida otimizar as posições dos injetores, mantendo-se os produtores nas posições otimizadas. O processo poderia se repetir para aprimorar a otimização, no entanto isto não foi feito neste estudo. Na otimização são feitos movimentos horizontais de duas células em cada um dos poços produtores, num total de 12 movimentos em cada ciclo (4 direções em cada poço). Os poços produtores ficaram localizados na camada superior e os injetores, na camada inferior em todas as rodadas. Em seguida, o melhor resultado das 12 rodadas passa a ser o centro do próximo grupo de movimentos e o processo é repetido até que não haja

mais incremento na função objetivo. Para evitar simulações desnecessárias, foi colocada uma restrição para que o caso base de um ciclo não fosse novamente rodado no ciclo seguinte. A função objetivo utilizada foi a produção acumulada de óleo após 10 anos de produção (N_p). A Figura 7 ilustra o processo utilizado e a Figura 8 mostra o crescimento da N_p durante a otimização dos três casos estudados. Em média, cada rodada levou 13 minutos para ser concluída.

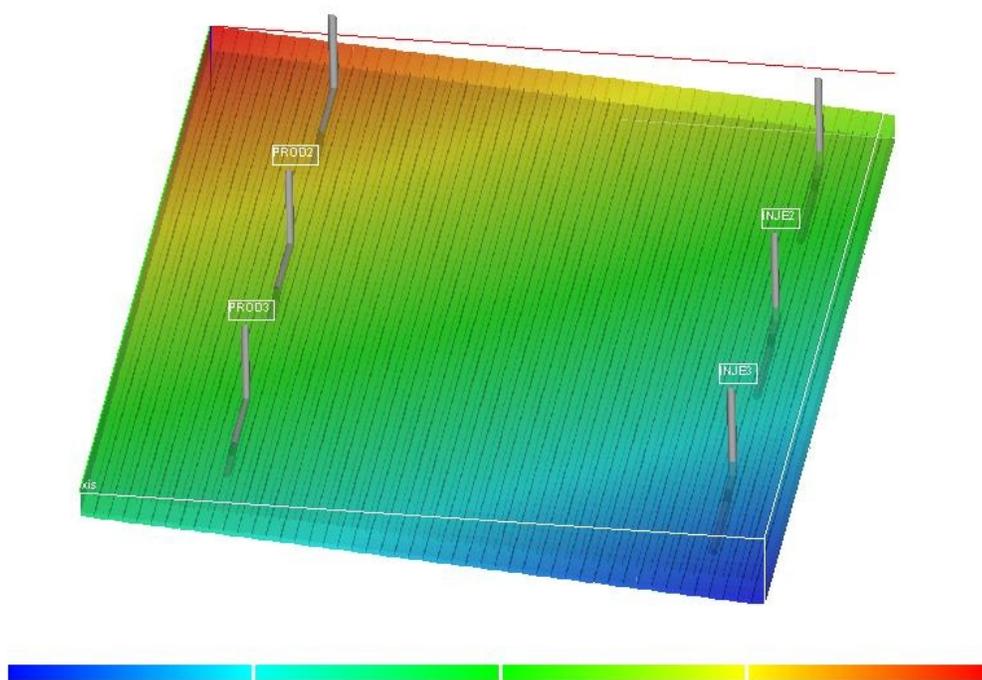


Figura 4: Posição Inicial dos Poços

Uma dificuldade que existe na otimização de projetos com poços horizontais é a abordagem simultânea da posição e da orientação desses poços. Para contornar essa dificuldade, adotou-se neste estudo o conceito de poços "circulares" que seriam independentes de orientação. Uma vez definida as posições dos poços, a orientação dos mesmos pode ser definida de modo determinístico, analisando-se mapas de saturação de água. No caso presente, os poços horizontais são modelados através de 10 células. Os poços "circulares" foram representados por uma célula no centro mais 16 células que formam a trajetória do poço (Figura 5). Para minimizar alterações

na produtividade modelada, usou-se a palavra-chave WPIMULT = 0.588 (10.0/17.0) nos arquivos de simulação.



Figura 5: Representação Circular dos Poços

Resultados

As Figuras 9, 10 e 11 mostram os planos de drenagem dos três casos otimizados, com os poços já orientados. Os resultados das simulações em termos de N_p são apresentados na Tabela 1. A Tabela 2 mostra os resultados em Valor Presente Líquido (VPL). Como a função objetivo utilizada na otimização foi N_p , não ocorre aumento dos valores de VPL, em relação ao caso base. Para a estimativa desses valores, foi usado o programa WAPT do UNISIM, com os seguintes parâmetros:

- Taxa de Atratividade: 15%
- Custo de Produção de Água: US\$ 12,6 / m³;
- Custo de Produção de Óleo: US\$ 37,7 / m³;
- Custo de Injeção de Água: US\$ 1,9 / m³,
- Preço de venda do óleo: US\$ 113,2 /m³.

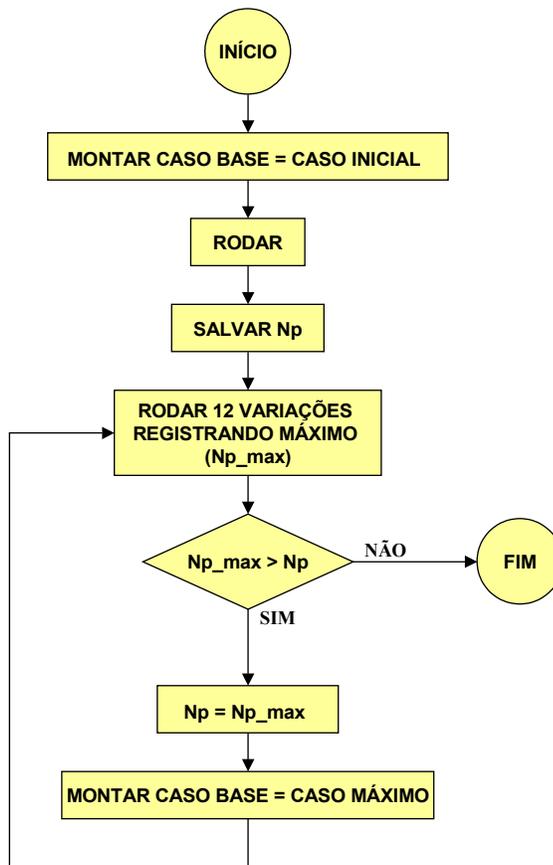


Figura 7: Fluxograma do Processo de Otimização

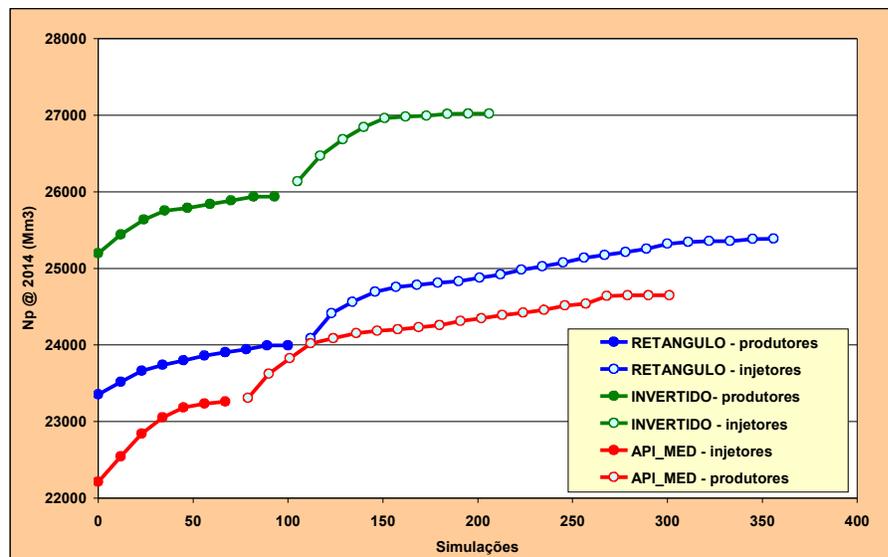


Figura 8: Evolução da Np no Processo de Otimização

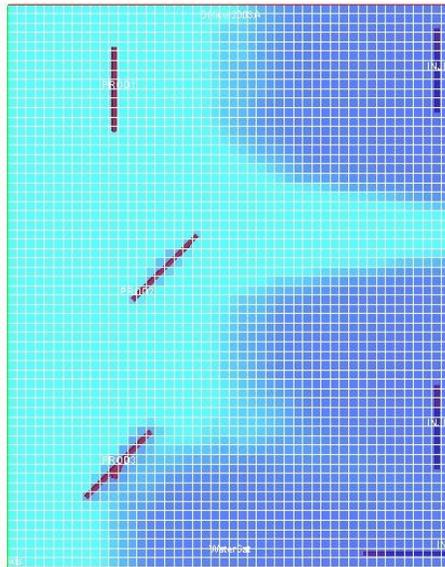


Figura 9: Plano Otimizado para o Caso RETÂNGULO - Sw com 6 anos de produção

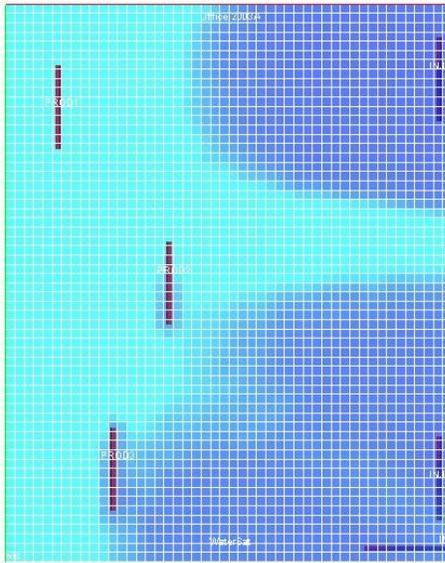


Figura 10: Plano Otimizado para o Caso INVERTIDO - Sw com 6 anos de produção

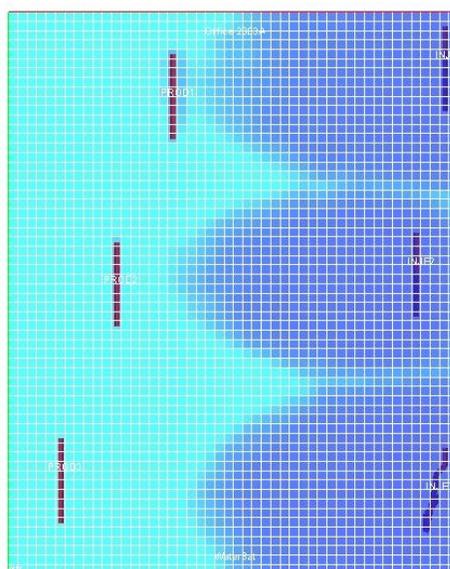


Figura 11: Plano Otimizado para o Caso de Grau API_MEDIO - Sw com 6 anos de produção

Tabela 2: Resultados das Otimizações - Np

Modelo	Plano de Locações Utilizado	
	Base (10^6 m ³)	Otimizado (10^6 m ³)
RETÂNGULO	21,12	23,35
INVERTIDO	22,45	23,80
API MEDIO	24,12	25,58

Tabela 2: Resultados das Otimizações - VPL

Modelo	Plano de Locações Utilizado	
	Base (10^6 dolares)	Otimizado (10^6 dolares)
RETÂNGULO	124,2	111,8
INVERTIDO	133,1	117,7
API MEDIO	148,9	138,7

Após esses resultados, foram feitas mais duas rodadas para exemplificar o que pode ocorrer quando, em um reservatório onde existe gradação da qualidade do óleo, é utilizado um modelo de simulação com PVT única. O plano de drenagem otimizado do caso com densidade de óleo constante foi simulado nos dois outros modelos. Os resultados em termos de Np e VPL são

mostrados na Tabela 3. Observamos que embora os resultados não tenham indicados uma redução significativa na produção acumulada, temos uma redução de VPL de 9,8 milhões de dólares no caso RETÂNGULO e de 16,9 milhões de dólares no caso invertido. Os resultados apontam para a necessidade de se repetir o processo, usando desta vez o VPL como função objetivo, em vez da N_p . Os resultados obtidos aqui ainda não são totalmente conclusivos, mas já indicam que o impacto da caracterização das propriedades do óleo nos resultados pode ser muito importante.

Tabela 3: Resultados da aplicação do Plano Otimizado para API_MEDIO aos outros modelos - N_p

Modelo	N_p (10^6 m^3)	VPL (10^6 dolares)
RETÂNGULO	23,71	107,9
INVERTIDO	25,54	121,8

Para descartar problemas de mínimo local, relativos ao processo de otimização utilizado, foi iniciado um outro processo de otimização, dessa vez envolvendo somente os poços produtores, onde são testadas todas as alternativas possíveis dentro de certos critérios de disposição de poços. Para gerar esse conjunto de planos de drenagem, foi construído outro programa. Nas rodadas realizadas até o momento, considerou-se a possibilidade de se gerar localizações de centro de poços com I variando entre 5 e 25 e J variando entre 5 e 55. As posições possíveis dos poços podem variar de 10 em 10 células nas direções I ou J e a distância mínima permitida entre dois poços é de 20 células (1000 m). Com essa configuração foram gerados 248 planos possíveis, os quais estão sendo simulados para os casos RETANGULO e API_MED.

O modelo API_MED também foi reproduzido no simulador 3DSL, porém ainda não se conseguiu adequar o nível de produção dos poços com os observados no simulador ECLIPSE. Nos testes realizados até o momento as rodadas têm demorado em torno de 7 minutos. A mostra as linhas de corrente durante a simulação do caso API_MED, com o plano original de drenagem. Como os simuladores de LF têm a característica de serem mais rápidos que os convencionais, eles são extremamente adequados para processos de otimização como os usados aqui. Merece

estudo a possibilidade de se usar resultados das linhas de corrente, tais como saturação e Tempo de Vôo, como subsídios a funções objetivos que seriam assim obtidas em tempos extremamente pequenos, permitindo grande avanço no processo de otimização.

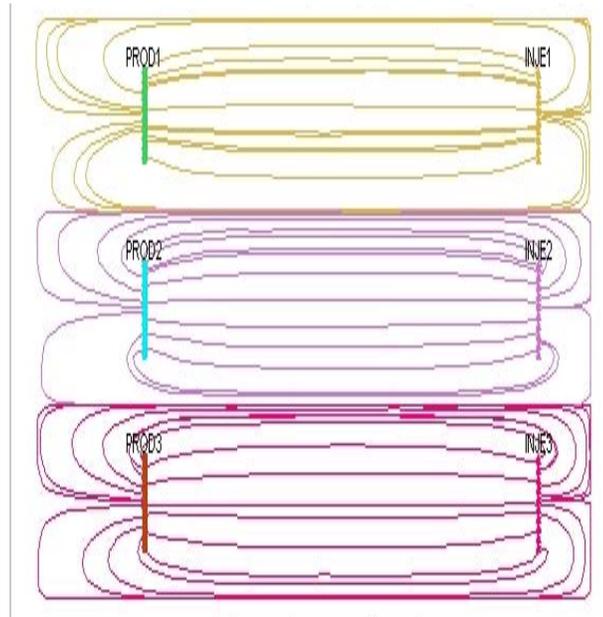


Figura 12: Linhas de Corrente do Caso API_MEDIO

Comparando-se as produções acumuladas de óleo dos dois modelos observamos que na maioria das simulações o resultado obtido com o modelo de API variável (APITRACK) é melhor que o resultado do mesmo plano no modelo com Grau API uniforme. Observamos também, principalmente entre os planos com menores produções acumuladas, uma grande dispersão dos resultados, ou seja um grande erro de estimativa ao se fazer previsões com o modelo de Grau API uniforme.

SEGUNDA PARTE

Os resultados obtidos anteriormente no estudo do impacto da variação das propriedades do óleo não foram conclusivos. Por esta razão o estudo foi refeito com algumas alterações no processo.

Os modelos utilizados foram exatamente os mesmos do estudo anterior, com a diferença de que, desta vez, trabalhou-se apenas com um modelo de grau API variável e um de grau API uniforme. Também por simplicidade, foram utilizados nessa revisão apenas dois poços injetores, os quais não tiveram as suas posições otimizadas.

A Figura 1 mostra o modelo utilizado onde pode-se observar a posição dos poços injetores.

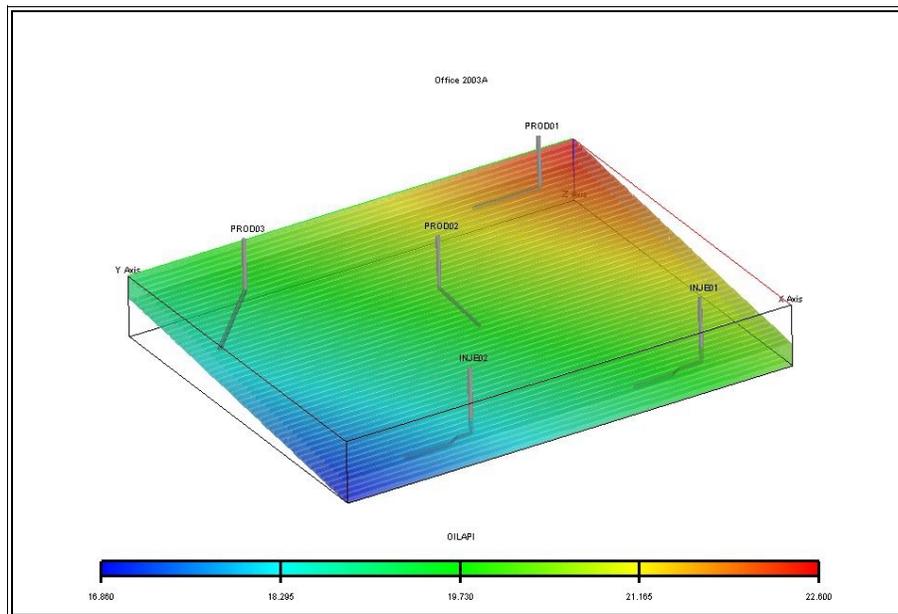


Figura 1: Modelo Utilizado no Estudo — Propriedade: Grau API

O modelo tem as mesmas características do modelo anterior:

- Simulador: ECLIPSE 100

- 48 x 60 x 5 células de 50 x 50 m e 1 m de espessura (total de 14440 células)
- Porosidade: 28%
- Saturação de Água Inicial: 15%
- Permeabilidade Horizontal: 5000 md
- NTG: distribuição uniforme entre 0,7 e 0,9
- API: 19,9 no modelo contante e entre 17 e 22,6 no modelo variável
- Volume Inicial de Óleo: 52,1 MM m³ std

Um ponto que foi alterado em relação ao primeiro estudo foi a consideração de um limite de produção bruta para o campo, no caso de 50.000 barris por dia. A Figura 2 mostra curvas de produção, injeção e pressão típicas em uma rodada com este modelo.

Observou-se no primeiro estudo que os resultados não eram conclusivos porque as otimizações caíam em mínimos locais. Para evitar que isso ocorresse, foi desta vez empregado um procedimento em que todos os planos de drenagem possíveis dentro de certas premissas fossem simulados. No caso trabalhou-se com posições dos poços produtores variando entre $I = 6$ e $I = 42$, na direção x e $J = 6$ a $J = 54$, na direção y . Nas duas direções, as posições para os poços variaram de 12 em 12 células. Dentro dessas premissas foram gerados 1.140 planos de drenagem, os quais foram testados em ambos os modelos.

Assim como no primeiro estudo, foram considerados poços "circulares" para isolar o efeito de orientação dos poços horizontais.

Comparando-se as produções acumuladas de óleo dos dois modelos (Figura 3) observamos que, na maioria das simulações, o resultado obtido com o modelo de API variável (APITRACK)

é melhor que o resultado do mesmo plano no modelo com API uniforme. Observamos também, principalmente entre os planos com menores produções acumuladas, uma grande dispersão dos resultados, ou seja um grande erro de estimativa ao se fazer previsões com o modelo de API uniforme.

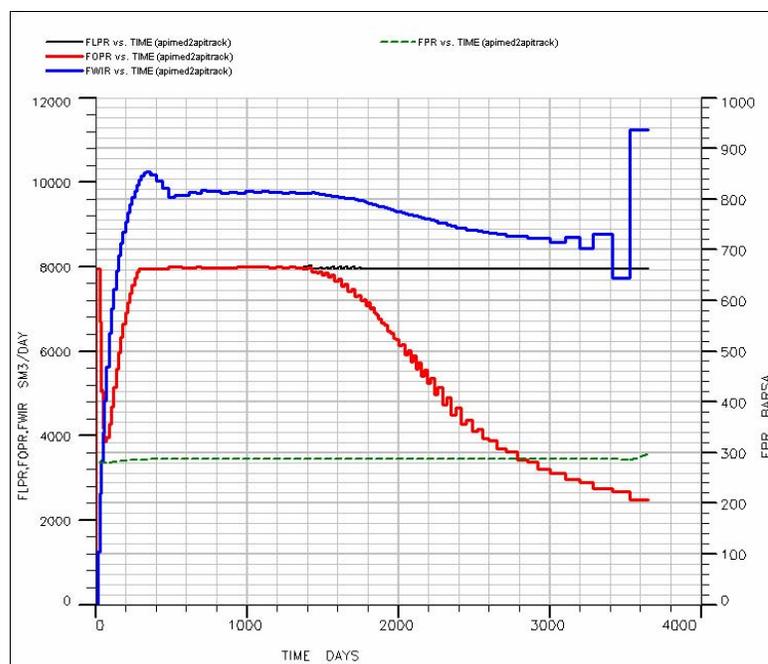


Figura 2: Curvas de Produção e Injeção Típicas

A mesma tendência observada na produção acumulada pode ser vista quando analisamos produção acumulada atualizada por uma taxa de desconto de 15% ao ano (Figura 4). Neste caso também observamos que o melhor resultado de um modelo não corresponde ao melhor resultado do outro, comprovando a hipótese de que a adequada caracterização do óleo é importante para se obter o melhor um plano ótimo de drenagem. Considerando um preço por barril de óleo de US\$ 20, seria escolhido, ao se utilizar o modelo de grau API constante, um plano com uma receita 71 milhões de dólares inferior ao que seria possível neste modelo (Figura 5).

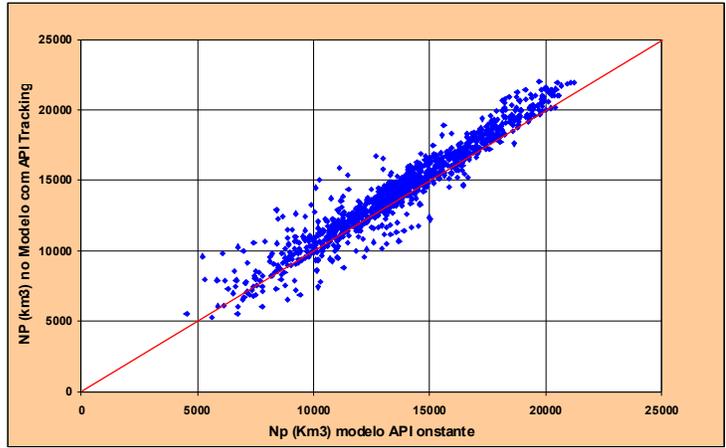


Figura 3: Análise da Produção Acumulada dos Dois Modelos

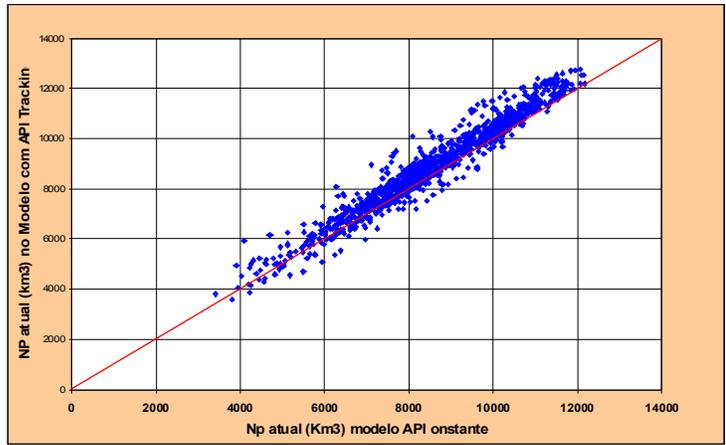


Figura 4: Análise da Produção Acumulada Atualizada dos Dois Modelos

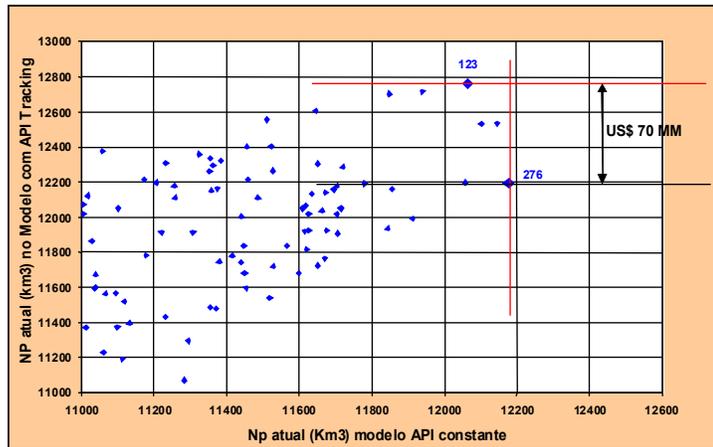


Figura 5: Detalhe das melhores Produções Acumuladas Atualizadas dos Dois Modelos

A Figura 6 mostra os melhores planos de drenagem obtidos com os dois modelos. Esses planos foram tomados como planos iniciais para uma segunda fase de otimização, onde o mesmo método utilizado no primeiro estudo foi adotado. Dessa forma a possibilidade de ocorrência de mínimos locais fica muito reduzida. Após otimização, os poços foram deslocados ligeiramente, chegando-se aos planos de drenagem que são mostrados na Figura 7.

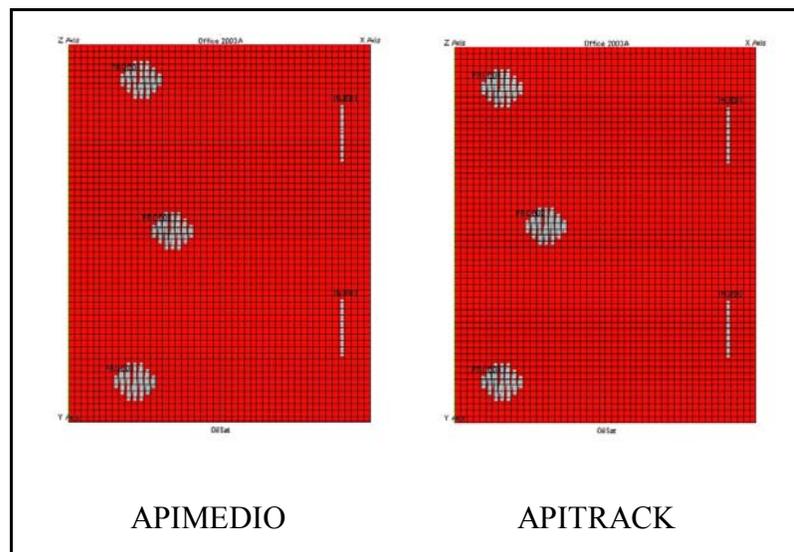


Figura 6: Melhores Planos de Drenagem

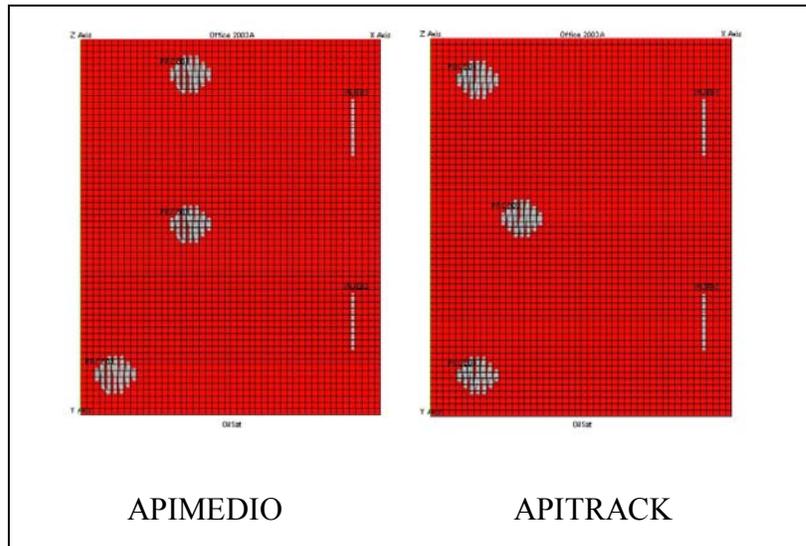


Figura 7: Melhores Planos de Drenagem após Otimização

A Figura 8 mostra os mapas de saturação de água na camada intermediária dos dois modelos, após cinco anos de produção, juntamente com o caso em que o melhor plano do modelo de API uniforme é utilizado no modelo de API variável. Podemos ver claramente como a drenagem do reservatório é prejudicada pela utilização de um modelo de caracterização de óleo que não é o adequado para reservatórios com variação de densidade. Observa-se que a irrupção de água é antecipada no poço superior e no poço central.

Na Tabela 1, são apresentados os resultados das melhores rodadas de cada caso e da utilização do melhor plano do caso uniforme no modelo de API variável. Conclui-se desta tabela que a utilização do modelo de API uniforme para determinar o melhor plano de drenagem de um campo com essas características levaria a uma perda de quase 2% no Fator de Recuperação e de mais de US\$ 30 milhões de dólares na receita do projeto.

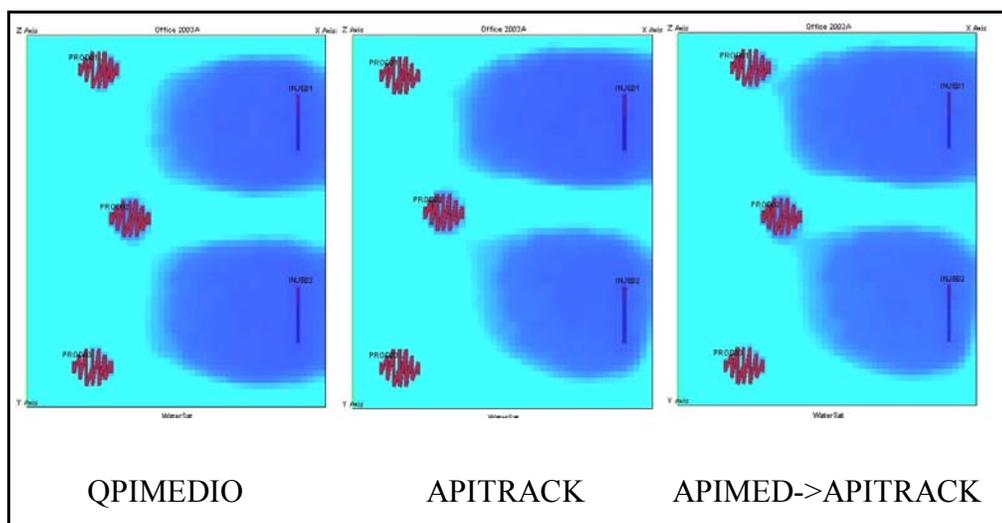


Figura 8: Planos de Drenagem sobre Mapas de Saturação de Água

Tabela 1: Resultados das Otimizações

Simulação	Np (10 ³ m ³)	Np atual (10 ³ m ³)	Receita (10 ⁶ m ³)	Fator de Recuperação (%)
(1) Melhor plano com API constante	21.151	12.491	1.571	40,6
(2) Melhor plano com API variável	22.239	12.939	1.628	42,7
(3) Melhor plano com API constante aplicado ao modelo com API variável	21.233	12.696	1.597	40,8
Perda (2) - (3)	1.006	243	31	1,9

A Figura 9 é similar à Figura 8, com a diferença de que neste caso os poços "circulares" já foram substituídos por poços horizontais reais. A orientação dos poços foi escolhida de modo a minimizar a perda de eficiência de varrido horizontal.

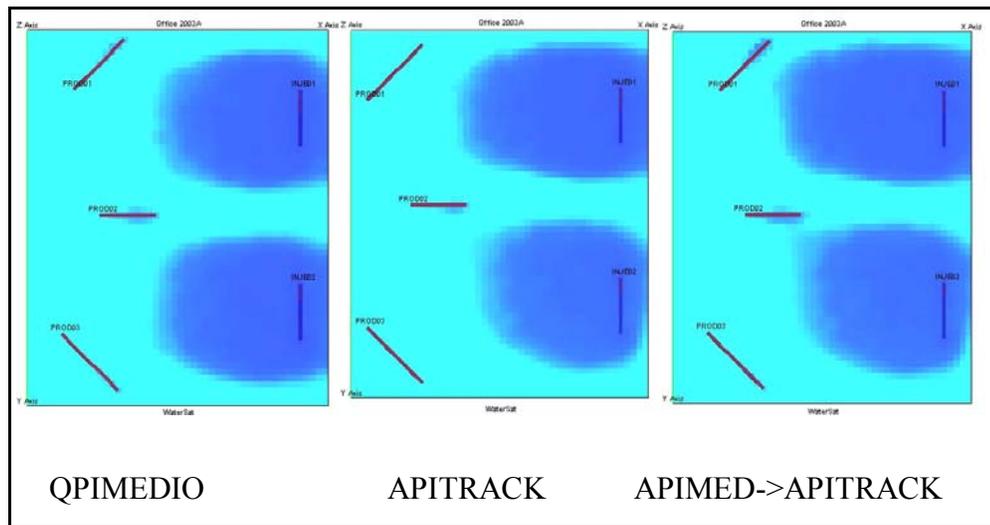


Figura 9: Planos de Drenagem com Poços Reais sobre Mapas de Saturação de Água

Os resultados levam à conclusão de que, em um reservatório onde exista variação considerável nas propriedades iniciais do óleo no espaço, o estabelecimento de um plano de drenagem sob a hipótese de propriedades uniformes, pode significar sensível perda de fator de recuperação e desempenho econômico inferior ao que poderia ser obtido com uma caracterização mais adequada.