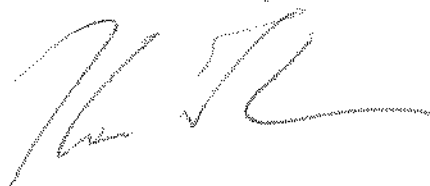


UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS

*Este exemplar corresponde à redação  
final da Tese de autoria de Fausto  
Rodrigues Filho e aprovada pela  
comissão julgadora em 27/01/1984*



ESTUDO DA ESTABILIDADE DINÂMICA DE  
VEÍCULOS FERROVIÁRIOS  
ATRAVÉS DA SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO DE  
UMA LOCOMOTIVA

088/83

Ms. Eng<sup>o</sup> Fausto Rodrigues Filho  
Depto. de Eng<sup>a</sup> Mecânica

\* Tese apresentada como parte -  
dos requisitos para obtenção -  
do título de Doutor em Engenha  
ria Mecânica



UNICAMP

FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS  
Departamento de Engenharia Mecânica

ESTUDO DA ESTABILIDADE DINÂMICA DE  
VEÍCULOS FERROVIÁRIOS ATRAVÉS DA  
SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO DE UMA LOCOMOTIVA

\* Tese de Doutorado apresentada à Faculda  
de de Engenharia de Campinas pelo Eng<sup>o</sup> Ms.  
FAUSTO RODRIGUES FILHO em Dezembro de 1983  
e defendida em 27 janeiro de 1984, tendo  
sido APROVADA com grau A .

\* Banca Examinadora:

Prof. Dr. Hans Ingo Weber (Presidente) *H. I. Weber*

Prof. Dr. Carlos Amadeu Pallerosi *Carlos Amadeu Pallerosi*

Prof. Dr. Douglas Eduardo Zampieri *D. E. Zampieri*

Prof. Dr. Moysés Zindeluk

Prof. Dr. Rosalvo Thiago Ruffino *R. T. Ruffino*

Suplentes:

Prof. Dr. João Plaza *João Plaza*

Prof. Dr. José Roberto de França Arruda *J. R. de França Arruda*

Campinas, 27 de Janeiro de 1.984

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS

TESE DE DOUTORAMENTO

ESTUDO DA ESTABILIDADE DINÂMICA DE VEÍCULOS  
FERROVIÁRIOS ATRAVÉS DA SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO  
DE UMA LOCOMOTIVA

AUTORIA

Ms. ENG<sup>o</sup> FAUSTO RODRIGUES FILHO

ORIENTAÇÃO

PROF. DR. ENG<sup>o</sup> HANS INGO WEBER

COLABORAÇÃO

FERROVIA PAULISTA S.A.

REALIZAÇÃO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA  
GEPROM - LABORATÓRIO DE PROJETO MECÂNICO

## AGRADECIMENTOS

Prof. Dr. Hans Ingo Weber - Orientador

Fepasa - Ferrovía Paulista S.A., através dos Eng<sup>os</sup>. José Osvaldo Cruz e Jean Carlos Pejo, pela colaboração recebida

Laisez J.C. Puya - Datilógrafa

Armando Arruda - Desenhista

Vlademir A. Campos Sidronio - Bolsista

E a todos os colegas do GEPRON (Professores, técnicos, etc., ) que de alguma forma colaboraram na execução deste trabalho.

## Í N D I C E

APRESENTAÇÃO .....	1
RESUMO.....	2
ABSTRACT .....	3
1 - INTRODUÇÃO .....	4
2 - BASES MATEMÁTICAS .....	14
3 - MODELOS FÍSICOS .....	22
4 - MODELOS MATEMÁTICOS .....	28
4.1. Contate Roda/Trilho	
4.2. Equações do movimento	
4.3. Autovalores e Autovetores	
5 - ROTINAS DE CÁLCULO .....	45
5.1. Programa Pincipal	
5.2. Sub-rotina INVR	
5.3. Sub-rotina DYMAT	
5.4. Sub-rotina EIGENP	
5.5. Sub-rotina CALCØ	
5.6. Opções Gerais	
5.7. Entrada e Saída de Dados e Resultados	
5.8. Implantação do "Software" utilizado	
5.9. Considerações Finais	
6 - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO .....	65
6.1. Exemplo de Locomotiva com 4 eixos	
6.2. Exemplo de Locomotiva com 6 eixos	

7 - SIMULAÇÃO DE UMA LOCOMOTIVA EM USO NO PAÍS .....	103
7.1. Obtenção dos Valores Básicos dos Parâmetros	
7.2. Simulação com o Modelo de 7 Graus de Liberdade	
7.3. Simulação com o Modelo de 17 graus de Liberdade	
7.4. Considerações Sobre os Resultados Obtidos com os Valores Básicos	
7.5. Influência da Variação dos Parâmetros	
7.6. Análise dos Resultados Obtidos com a Locomotiva CM	
8 - CONCLUSÕES .....	155
8.1. Desgaste das Rodas	
8.2. Placa de Desgaste	
8.3. Rigidez Transversal das Molas Helicoidais	
8.4. Considerações Finais	
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	163
APÊNDICES	
A.1. Identificação dos Movimentos e Relação dos Graus de Liberdade .....	168
A.2. Derivação das Equações do Movimento .....	171
A.3. Sub-rotinas de Cálculo.....	179
A.4. Organização dos Dados de Entrada do Programa de Simulação.....	198
A.5. Equivalência de Amortecedores.....	203

## A P R E S E N T A Ç Ã O

Este trabalho foi totalmente realizado no Laboratório de Projeto Mecânico - GEPRON, vinculado ao Setor de Projeto Mecânico do Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia de Campinas - UNICAMP, onde autor e orientador exercem suas atividades em Regime de Dedicção Exclusiva à Docência e à Pesquisa.

Realizado exclusivamente com recursos próprios, utilizou o sistema de computação de uso geral da UNICAMP ( Computador PDP - 10 - no sistema "time-sharing"), equipamentos e instalações do GEPRON e contou com a colaboração da FEPASA - Ferrovia Paulista S.A., principalmente na obtenção dos dados sobre a locomotiva utilizada e outras informações facilitadas pelo profícuo relacionamento desenvolvido na execução do Convênio UNICAMP/FEPASA - Treinamento.

O trabalho insere-se entre as atividades desenvolvidas no Plano de Atuação do Departamento de Engenharia Mecânica da FEC na área de Engenharia Ferroviária.

Campinas, Novembro de 1.983

MSc. Eng<sup>o</sup> FAUSTO RODRIGUES FILHO

## R E S U M O

Estuda-se a dinâmica de veículos ferroviários com particular interesse sobre o movimento lateral. Um programa de simulação de locomotivas foi implantado no sistema computacional PDP-10 da UNICAMP, desenvolvendo-se métodos para a obtenção prática dos valores dos parâmetros necessários. A simulação foi aplicada a uma locomotiva real, investigando-se o seu comportamento dinâmico e estabelecendo-se critérios para o desenvolvimento dessa análise.

Analisa-se o "estado da arte no Brasil", apresentam-se os modelos físicos e matemáticos utilizados e se discute sobre o programa de simulação.

A simulação foi aplicada preliminarmente a 2 modelos de locomotiva para se explorar os recursos do programa e as relações entre os parâmetros. Escolheu-se uma locomotiva da Fepasa para ser simulada, procedendo-se à obtenção dos valores dos parâmetros e à simulação com esses valores. Verificou-se a influência dos diversos parâmetros, discutindo-se os resultados obtidos e concluindo-se com algumas sugestões de trabalhos experimentais que se consideram seja a continuação natural do trabalho realizado.



## A B S T R A C T

Lateral dynamic of railway vehicles is investigated. A simulation program for locomotives was implanted at the PDP - 10 computer system of UNICAMP. Methods for the obtention of the values of the parameters in practice were developed. Application for a real locomotive is presented. Criteria for the analysis of the behavior of this locomotive are investigated.

Physical and mathematical models are established; the computation program is presented and discussed.

The state of the art in Brazil is analysed. The simulation is applied on 2 locomotive models to explore the numerical capabilities and the physical relations.

A specific locomotive of FEPASA railway was selected and the methods how the parameters for the simulation were obtained is shown. The influence of the parameters is investigated.

Results are discussed and some suggestions of experimental analysis are presented with some important remarks.

## 1 - INTRODUÇÃO

A estabilidade dinâmica dos veículos ferroviários, os movimentos oscilatórios do veículo e do truque, a interação veículo-via e as consequências daí advindas tanto para o veículo em si, para a própria via permanente como para o desempenho geral do sistema de transporte ferroviário são assuntos já muito conhecidos e que vêm sendo estudados cada vez com maior empenho e profundidade.

Assim é que uma grande quantidade de publicações pode ser encontrada sobre os assuntos ferroviários desde o século passado e início deste século, abordando os mais diversos temas. Por exemplo, Marié [35], em seu Tratado de Estabilidade do Material das Estradas de Ferro, publicado em 1924, aborda os problemas relacionados com o veículo, com a via permanente e a interação veículo-via, incluindo fórmulas para cálculo de "velocidade crítica", condições de descarrilhamento e resultados de diversas experiências práticas, tudo evidentemente dentro das condições e conhecimentos disponíveis à época, referenciando-se ainda a 11 trabalhos de sua própria autoria publicados desde 1905.

Diversos itens do projeto de veículos ferroviários trazem consequências sobre aspectos diferentes. Dessa forma a suspensão, geometria do truque, formato do perfil da roda, etc., são inter-relacionados e seus efeitos se fazem sentir em alguns casos de forma conflitante conforme o ponto de vista abordado. Por exemplo, a conicidade do perfil da roda, obrigatória para permitir a centragem e reduzir o desgaste dos frisos, deve ser aumentada para produzir bons resultados sob estes aspectos, porém isto reduz a estabilidade dinâmica dos veículos, que atingiria seu ponto ótimo com rodas perfeitamente cilíndricas. Da mesma forma aumenta os esforços sobre os trilhos. Por outro lado o desgaste das rodas provoca alterações no formato desse perfil, com reflexos sobre o desempenho do veículo, a frenagem e a manutenção. Tudo isso tem gerado muitos estudos e polémicas, como já observado em 1941 por Sillcox [41] e ainda não completamente resolvidos até nossos dias, como se conclui das diversas ci-

tações mais recentes contidas neste trabalho, confirmando as afirmações explícitas de Cooperrider [10] e Doyle e Prause [13] neste mesmo sentido.

Os movimentos oscilatórios dos veículos ferroviários identificados na análise dinâmica são os movimentos de corpo rígido correspondentes aos graus de liberdade possíveis para o veículo em si, neste trabalho denominado pelo termo usual "caixa" do veículo, para o truque e para o conjunto constituído pelo eixo, rodas e engrenagem, neste trabalho denominado pelo termo também usual "rodeiro".

Estes movimentos também chamados "movimentos parasitas", são os mesmos identificados para os veículos aeronáuticos e marítimos, nos quais apenas são verificados para o veículo como um todo devido à própria concepção e não têm denominação característica firmada na língua portuguesa, como ocorre por exemplo nas línguas francesa e inglesa. Nesta última, em que se apresenta a maior parte das publicações referenciadas neste trabalho, o movimento retilíneo vertical é denominado "bounce" e o movimento retilíneo lateral é denominado "hunting" não havendo identificação para o movimento retilíneo longitudinal por ser sempre excluído da análise. O movimento oscilatório de rotação em torno do eixo vertical é denominado "yaw", do eixo horizontal transversal "pitching" e do eixo horizontal longitudinal "swing" ou "roll", conforme o eixo se situe acima ou abaixo do centro de gravidade, respectivamente. Uma ilustração gráfica desses movimentos é apresentada nas figuras do Apêndice 1.

Todos os assuntos relacionados com a estabilidade dinâmica dos veículos ferroviários têm sido estudados e pesquisados nos últimos anos com maior ou menor ênfase conforme o estágio já atingido em cada um, os resultados já alcançados, sua especificidade em relação à engenharia ferroviária e a complexidade envolvida. Na bibliografia referenciada encontram-se assim trabalhos e pesquisas sobre as suspensões primária e secundária de locomotivas, suspensão de carros e vagões, desempenho geral de veículos ferroviários, modelos para simulação, influência de determinados parâmetros e otimização de projetos.

Particular destaque deve ser dado às teorias específicas sobre os problemas oriundos do contato roda/trilho, como os coeficientes de "creep", tensões de contato e desgaste das rodas. Muitos estudos e teorias têm sido desenvolvidos sendo os mais importantes e frequentemente referenciados os de Joly [28], Kalker [29], King [32, 33] e Wickens [44] e mais recentemente Blader [3], que apresenta fórmulas simplificadas para os coeficientes geométricos do contato-rodas/trilho.

Muitos estudos qualitativos foram desenvolvidos nas 2 últimas décadas visando o entendimento desses fenômenos, como observam Hull e Cooperrider [26], criando-se um grande número de "ferramentas analíticas" nem sempre acompanhadas de aplicações práticas reais, o que levou RamaChandran e outros [38] a estabelecer um programa de testes e ensaios com a finalidade precípua de estabelecer critérios de validação para os modelos teóricos oferecidos. Este programa, porém, encontrou uma série de dificuldades experimentais reconhecidas pelos autores que conduziram a divergências em certos casos muito grandes entre os resultados experimentais e as previsões teóricas, em contraposição às conclusões de todos os autores que procuraram por si próprios fazer essa comparação, como por exemplo, Rinehart [39] e Rus [40], apesar de surgirem nas experiências alguns efeitos não previstos no modelo teórico, como observa este último.

As divergências por vezes verificadas, as experiências levadas a efeito para a determinação dos valores de certos parâmetros e os trabalhos mais específicos sobre alguns fenômenos condiziram à elaboração de modelos matemáticos mais complexos, envolvendo teorias não lineares. Cooperrider [10, 26], Gilchrist [18], Keizer [30] e Sweet [42], trabalham com modelos não-lineares e identificam as principais fontes de não-linearidades no contato roda/trilho ocorrendo na região do friso da roda, na concavidade do perfil da roda devida ao desgaste e no atrito existente na suspensão do veículo. Os parâmetros mais dependentes de efeitos não-lineares são os coeficientes de "creep", em primeiro lugar, e os coeficientes geométricos do contato roda/trilho. Todos esses autores reconhecem que os modelos não-lineares são bastante complexos, e "tornam o processa -

mento muito extenso, até mesmo proibitivo para processos iterativos ou simulação do comportamento dinâmico", como comenta Sweet. Os autores adotam para este tipo de análise modelos e coeficientes lineares ou linearizados e consideram satisfatórios os resultados obtidos. Cooperrider [10] apresenta uma solução intermediária de "Quase-linearização" que consiste em recalcular intermediariamente o valor dos parâmetros não-lineares durante o processamento de uma simulação com modelos lineares ou linearizados.

Os modelos matemáticos e programas de simulação encontrados são os mais variados. Partindo do estudo apenas do truque, do veículo completo ou de apenas metade do veículo como faz Hadden [22] devido à simetria e incluindo ou não alguns dos movimentos correspondentes resultam modelos com número de graus de liberdade variável.

Uma observação importante é que na maior parte dos trabalhos de análise do comportamento dinâmico de veículos o movimento dominante é um movimento de "hunting". Cooperrider [10], Garg [16, 17] e Rinehart [39] designam o "hunting" da caixa como "hunting primário" e o "hunting" dos truques e dos eixos como "hunting secundário", atribuindo a este importância muito maior que no primeiro. Talvez isso possa ser uma explicação para a designação genérica de "hunting" encontrada em diversos autores para se referir ao fenômeno da instabilidade dinâmica de veículos ferroviários ou ao seu próprio estudo, independentemente de qual seja o movimento dominante.

Não se deve esperar dos veículos ferroviários o mesmo comportamento dinâmico em trechos retos e nas curvas, pois neste caso as condições geométricas do contato roda/trilho, que passa a ser na região do friso, e a carga nominal sobre as rodas externas e internas tornam-se diferentes, modificando-se os valores dos parâmetros envolvidos e introduzindo-se novas variáveis no sistema. Estudos específicos são desenvolvidos para uma situação e outra, como se verifica nos trabalhos de Byrne [6], Garg [16] e Gilchrist [18], entre outros. Neste trabalho, a exemplo de Ahlbeck [2], será abordada a condição de trecho reto da via.

O estudo da influência dos parâmetros sobre a estabilidade, realizado por autores diferentes, leva a resultados nem sempre concordantes, o que confere grande importância às conclusões de Doyle [13] e Hadden [22] de que a influência de um certo parâmetro frequentemente depende do valor de outras características do veículo e por isso varia conforme o truque. Isto fica mais fácil de se entender e aceitar mediante a conclusão de Rus [40] de que alguns parâmetros não exercem influência em certas faixas de valores e influem bastante em outras, o que também justifica a necessidade de simular o comportamento de cada veículo em particular. Fritzen e Nordmann [14], estudando a estabilidade de rotores, identificam a influência de cada parâmetro sobre os autovalores e depois procuram estabelecer equações que indiquem a sensibilidade dos autovalores do sistema aos parâmetros que exercem maior influência. No caso de veículos ferroviários esse princípio precisa ser ponderado juntamente com a consideração de Hannebrink [23] de que o estudo mais detalhado de cada parâmetro será bastante longo e consiste em objetos de trabalhos específicos.

A influência da dinâmica dos veículos na deterioração dos trilhos, no desgaste prematuro das rodas e dos elementos dos truques, no alargamento da bitola e na deterioração do assentamento da via são inegáveis e comprovados por Ahlbeck [2], Kumar [34], Rinehart [39] e Rus [40], entre outros, efeitos esses decorrentes principalmente do aumento excessivo das forças laterais. Essas consequências implicam não apenas nos custos de conservação e reparo dos veículos e da via permanente mas também nas condições de operação e segurança do transporte ferroviário. Kumar atribui ao aumento da capacidade de carga ocorrida nos Estados Unidos e consequente deterioração da via um aumento de 106% no índice de acidentes registrados entre 1966 e 1974 e um índice de 78% dos 5868 acidentes registrados em 1977 aos fenômenos relacionados à interação roda/trilho.

Reconhecendo o alto significado com que o estudo da dinâmica dos veículos ferroviários contribui no encaminhamento e solução de tais questões, a Southern Pacific Transportation Company iniciou

em 1971 a elaboração de um plano de pesquisa sob contrato com a As sociation of American Railroads - AAR. Completado o plano no início de 1972, entrou em execução um programa planejado inicialmente para ser desenvolvido em 3 fases no prazo de 10 anos e que despertou o interesse do governo americano, governo do Canadá e indústrias fornecedoras de materiais e equipamentos ferroviários do continente e da Europa. Dessa forma, o plano inicial transformou-se num Programa Internacional de Pesquisas Governo-Indústria, denominado "Track - Train Dynamics" - TTD Program, sob a responsabilidade da AAR, representando as empresas de transporte ferroviário, apoio e participação do governo americano através da Federal Railroad Administration - FRA, Ministério dos Transportes do governo canadense através da - Transportation Development Agency - TDA e empresas fornecedoras - através do Railway Progress Institute - RPI. O intercâmbio com os grupos europeus é feito por meio da Union Internationale des Che - mins de Fer.

Também universidades e institutos de pesquisa participam - desse programa ou possuem programas próprios complementares, como é o caso por exemplo da Johns Hopkins University, Princeton University [42], Battelle's Columbus Laboratories [24], Clenson University - [22], Arizona State University [26], Transportation Test Center em Puebla-Denver, Wyle Laboratories [38] e muitos outros.

Também o Japão, França, Inglaterra e Alemanha desenvolvem - programas de pesquisa e desenvolvimento, assim como outros países - da Europa e cujos exemplos julgamos dispensável continuar a enumerar.

Mas o problema da instabilidade dos veículos ferroviários - não se deve apenas à grande carga por eixo utilizada nos sistemas - norte-americanos. Também para os sistemas europeus com baixa carga por eixo e velocidade elevadas a instabilidade é importante. Guille - mard [20] apresenta em particular as características fundamentais - dos trens-unidade TGV 001 e TGV 002, construídos para altas velocidades segundo projetos modernos, com amortecedores hidráulicos na suspensão primária e suspensão secundária mista composta de sistema

pneumático associado a "sandwiches" de lâminas metálicas e borracha e amortecedor transversal hidráulico. Todas essas inovações são no sentido de assegurar condições de conforto e segurança no transporte rápido de passageiros. Também no modelo RTG essas considerações são ponderadas para assegurar fácil operação a 260 Km/h. Garante-se assim a estabilidade e a qualidade do transporte com o controle desses fenômenos e as frequências de vibração no interior dos veículos são mantidas abaixo de 1,0 Hz na direção vertical e 0,8 Hz na direção lateral, limites estabelecidos pela S.N.C.F. como condição de conforto.

\*

Essa aparente dicotomia entre cargas altas a baixas velocidades e cargas baixas a altas velocidades, que poderia comparar nos suas condições e tendências às situações americanas, em contraposição com as européias, fica comprometida com os valores apresentados nos trabalhos experimentais de Byrne e Andresen [6], desenvolvidos pela FRA e Southern Pacific com veículos de 64 toneladas de capacidade de carga a velocidades até 127 Km/h (79 MPH), ainda no regime estável e condições de segurança, ao menos quando comparadas com as velocidades abaixo de 50 Km/h usuais no transporte de carga das ferrovias brasileiras.

O Brasil é um país que não possui uma tradição ou experiência em pesquisas e trabalhos de desenvolvimento de porte na área da engenharia ferroviária, em que pese a indústria de materiais e equipamentos aqui instalada. Tendo implantado a quase totalidade de sua malha ferroviária até meados do século, quando de certa forma também acompanhou o desenvolvimento pela aquisição de equipamentos, nos últimos 25 a 30 anos pouco ou quase nenhum progresso se registrou até mesmo sob este aspecto. A excessão da implantação do sistema de metrô em São Paulo e no Rio de Janeiro nossas ferrovias não receberam sequer condições para a manutenção do estágio que já haviam alcançado.

Engenheiros e técnicos ligados à área ferroviária têm desenvolvido em suas atividades algumas tentativas. Assim sendo cumpre destacar o artigo de Mendes [36] e a obra de Brina [4], citados neste



trabalho, como exemplos individuais e lembrar a existência de outros autores de trabalhos sobre temas diferentes. Institucionalmente sabe-se de uma tentativa havida de se estabelecer um programa de formação de pessoal entre a Universidade Federal da Paraíba e a Rede Ferroviária Federal S.A, mas que parece não se ter concretizado. Destaca-se também a oportunidade dos esforços de nacionalização de componentes levados a efeito pela Cia. do Metropolitano de São Paulo e o desenvolvimento de técnicas de planejamento e controle de tráfego em convênio entre essa Empresa e a Unicamp, nos anos 70.

Um plano de pesquisa, desenvolvimento tecnológico e formação de recursos humanos chegou a ser formulado e iniciado no Estado de São Paulo, com a participação da Fepasa, IPT e a Unicamp, através da Faculdade de Engenharia de Campinas, mas que também não recebeu o apoio devido. Um convênio objetivando a participação da Unicamp nos programas de treinamento da Fepasa foi estabelecido em 1979, vigorando até hoje e através do qual houve um intercâmbio bastante útil para ambas as instituições, sendo possível atualmente o desenvolvimento de planos de pesquisa conjuntos, para o que já se têm tomado algumas iniciativas a respeito de determinados temas.

Também o Centro de Tecnologia da Unicamp vem realizando trabalhos de análise de solicitações em truques ferroviários através de convênio com a República Federal da Alemanha.

É dentro deste contexto que surge o presente trabalho. Tendo-se verificado a importância do estudo da estabilidade dinâmica dos veículos ferroviários, entre outros assuntos da competência da área de projeto mecânico, foi este eleito para se iniciar um trabalho de pesquisa e formação acadêmica na área de engenharia mecânica ferroviária, no âmbito do Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia de Campinas. Anteriormente uma dissertação de mestrado foi desenvolvida nesse Departamento como aplicação da análise dinâmica ao estudo do movimento vertical ferroviário visando as condições de conforto do transporte de passageiros [45].

A existência de muitos modelos matemáticos já desenvolvidos,

apresentados e discutidos e a disponibilidade de "software" desenvolvido por entidades de renome e responsabilidade respeitáveis motivou partir-se da utilização do modelo matemático e "software" designado "Locomotive Truck Hunting", adquirido da AAR e desenvolvido através do Track Train Dynamics Program, evitando-se assim a repetição de esforços para acrescentar talvez apenas mais um modelo aos já existentes.

Objetivou-se com isso uma contribuição mais significativa - pelo aproveitamento e reconhecimento dos resultados já alcançados e disponíveis, e um trabalho que conduzisse mais rapidamente a resultados práticos aplicáveis em nossas ferrovias.

Procurou-se, com a realização deste trabalho, inicialmente adquirir conhecimentos sobre os fenômenos envolvidos na análise dinâmica de veículos ferroviários, implantar um sistema de simulação e torná-lo disponível de forma prática, eficiente e confiável. Em seguida buscou-se estabelecer métodos e critérios para a obtenção dos valores dos parâmetros necessários para a simulação de locomotivas em uso no país, a partir das condições reais existentes, de forma rápida, simples e eficiente. Finalmente procurou-se dominar a técnica de simulação e análise do desempenho dinâmico de locomotivas, obtenção de todas as suas características e de orientação na sua interpretação e utilização dos resultados.

Pode-se afirmar que esses objetivos foram plenamente alcançados e em certos aspectos até mesmo suplantados, em vista de resultados adicionais não esperados e do acréscimo de resultados de análise até então não verificados, como é o caso por exemplo do comportamento do grau de estabilidade em todo o campo de velocidades e a identificação de uma região de máxima estabilidade, de importância em muitos casos maior que o próprio limite de estabilidade do veículo.

Depois desta introdução onde se procurou localizar o assunto apresentam-se as bases matemáticas e os modelos físicos de veículos com 4 e com 6 eixos, sobre os quais se constroem os modelos ma-

temáticos apresentados em seguida e se realiza a análise dinâmica. Apresentam-se alguns comentários sobre as rotinas computacionais, com uma análise das mais importantes e comentam-se as dificuldades e problemas enfrentados na sua implantação, adaptação, correção e aperfeiçoamento. Apresentam-se também as relações dos parâmetros e variáveis utilizadas, a organização dos dados de entrada e as opções para listagem dos resultados.

Os resultados de 2 exemplos de aplicação utilizados na fase de implantação dos programas computacionais são analisados sob pontos de vista diferentes dos usualmente encontrados na literatura.

Descrevem-se os métodos e critérios utilizados na obtenção dos valores dos parâmetros da locomotiva escolhida e os resultados obtidos na simulação, verificando-se a influência de cada um dos parâmetros segundo critérios também devidamente justificados.

Sendo muito grande a quantidade dos resultados obtidos, procede-se à análise e formulação das conclusões específicas sobre cada um deles logo após sua apresentação, ficando para o final do trabalho apenas as observações e conclusões de ordem mais geral.

## 2. BASES MATEMÁTICAS

Quando um sistema dinâmico recebe uma excitação externa de pequena amplitude, três situações podem se manifestar: O sistema vibra com amplitudes constantes enquanto a excitação estiver presente, diminuindo gradativamente essa amplitude até retornar à sua configuração inicial depois de retirada a excitação e neste caso o sistema é dito estável e a vibração convergente; o sistema vibra com amplitudes constantes mas não modifica seus efeitos após a retirada da perturbação e neste caso se diz apresentar estabilidade indiferente ou estar na condição limite de estabilidade; ou então o sistema amplifica os efeitos das perturbações recebidas, aumentando espontânea e continuamente as amplitudes das oscilações, mesmo após cessar a interferência das perturbações e por menor que tenham sido inicialmente, seus efeitos são levados a valores cada vez maiores; neste caso a vibração é dita divergente e o sistema é instável. Normalmente existem limites físicos naturais para essas amplitudes amplificadas, mas outros efeitos podem ser provocados por essas oscilações quando esses limites são atingidos, ou antes mesmo que o sejam.

Um sistema dinâmico pode apresentar características estáveis sob certas condições de operação e passar à instabilidade quando essas condições forem modificadas. O estudo de estabilidade de um sistema consiste fundamentalmente em identificar os limites entre os quais essas condições podem ser variadas para que o sistema apresente características estáveis e estabelecer um índice para avaliar a estabilidade apresentada. Esse estudo é feito normalmente em duas etapas: na primeira procuram-se estabelecer os limites de estabilidade e o comportamento geral do sistema para um conjunto de valores iniciais dos parâmetros que o caracterizam, identificando-se as possíveis causas dessa limitação e na segunda etapa procura-se identificar a influência da variação dos parâmetros envolvidos e que podem, de alguma forma, serem alterados.

Os limites de estabilidade e o comportamento geral do sistema são determinados pela análise da equação geral do movimento na

sua forma matricial e para o particular problema de veículos ferroviários o procedimento usual consiste em determinar a máxima velocidade de percurso, chamada "velocidade crítica" ou simplesmente "limite de estabilidade", para a qual o sistema oscila de forma convergente.

Com base em modelos físicos que representam o modelo real - identificam-se os parâmetros e movimentos característicos do veículo. Feitas as hipóteses simplificadoras necessárias, criam-se os modelos matemáticos pela associação das variáveis correspondentes e se estabelecem as equações gerais do movimento. Estas formam um sistema de equações diferenciais simultâneas com tantas equações quantos são os graus de liberdade escolhidos e que pode ser compactamente representado na forma matricial

$$[M] \{\ddot{x}\} + [C'] \{\dot{x}\} + [K'] \{x\} = \{Q\} \quad (2.1)$$

Nessa equação, sendo  $n$  o número total de graus de liberdade do sistema,  $\{x\}$  é um vetor de dimensão  $(n)$  representando os deslocamentos absolutos lineares e angulares de cada grau de liberdade,  $[M]$  é uma matriz simétrica, frequentemente diagonal, de dimensão  $(n \times n)$  contendo as massas, momentos e produtos de inércia de cada componente do sistema,  $[C']$  é uma matriz simétrica  $(n \times n)$  com termos formados pelos coeficientes de amortecimento, admitidos viscosos, dos movimentos relativos entre os componentes,  $[K']$  é uma matriz simétrica  $(n \times n)$  contendo os coeficientes de rigidez e  $\{Q\}$  é um vetor de dimensão  $(n)$  contendo as forças de excitação do sistema.

Como será visto no capítulo 4, as forças contidas em  $\{Q\}$ , devidas ao contato roda/trilho, são escritas na forma de combinações lineares de  $\{x\}$  e  $\{\dot{x}\}$ . Assim, seus termos em  $\underline{x}$  se subtraem de  $[K'] \{x\}$  na equação geral do movimento (2.1) e os termos em  $\dot{x}$  se subtraem de  $[C'] \{\dot{x}\}$ , reduzindo o sistema à forma homogênea

$$[M] \{\ddot{x}\} + [C] \{\dot{x}\} + [K] \{x\} = \{0\} \quad (2.2)$$

Esta equação de segunda ordem com  $n$  variáveis pode ser convertida numa equação de primeira ordem com  $2n$  variáveis. Pré-multiplicando-a por  $[K]^{-1}$  e adotando-se o vetor das variáveis-estado do sistema na forma

$$\{z\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{x}\} \\ \{x\} \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

de dimensão  $(2n)$  e substituindo-se, resulta

$$\{z\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{x}\} \\ \{x\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[K]^{-1}[M] & -[K]^{-1}[C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{x}\} \\ \{\dot{x}\} \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$

adotando-se a notação simplificadora

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[K]^{-1}[M] & -[K]^{-1}[C] \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

a equação (2.4) fica

$$\{z\} = [A] \{\dot{z}\} \quad (2.6)$$

Se em lugar de  $[K]^{-1}$  a equação (2.2) for pré-multiplicada por  $[M]^{-1}$  e adotando-se o mesmo vetor  $\{z\}$ , resulta

$$\{\dot{z}\} = \begin{Bmatrix} \{\ddot{x}\} \\ \{\dot{x}\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -[M]^{-1}[C] & -[M]^{-1}[K] \\ [I] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{x}\} \\ \{x\} \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

A matriz da equação (2.7) é exatamente a inversa  $[A]^{-1}$  da matriz  $[A]$  definida na equação (2.5), obtendo-se

$$\{\dot{z}\} = [A]^{-1} \{z\} \quad (2.6-a)$$

que é a própria equação (2.6) escrita de outra forma.

Uma solução para a equação (2.6) é a função

$$\{z\} = \{W\}e^{\lambda t} \quad (2.8)$$

que substituída naquela equação resulta

$$[A] \{W\} - \lambda^{-1}\{W\} = [A - \lambda^{-1}I] \{W\} = [0] \quad (2.9)$$

a qual só admite solução não nula para  $\{W\}$  se for nulo o determinante

$$|A - \lambda^{-1} I| = 0 \quad (2.10)$$

sendo esta expressão chamada "equação característica" do sistema e constituindo-se em um polinômio de ordem  $2n$  na variável  $\lambda$ .

Resultados equivalentes se obtêm com as equações (2.6-a) e a solução da equação (2.8):

$$[A]^{-1} \{W\} - \lambda [I] \{W\} = [A^{-1} - \lambda I] \{W\} = \{0\} \quad (2.9-a)$$

e a equação característica

$$|A^{-1} - \lambda I| = 0 \quad (2.10-a)$$

A equação característica, na sua expressão (2.10) ou (2.10-a), admite  $2n$  raízes  $\lambda_i$  que são chamadas os autovalores do sistema.

A substituição de cada autovalor  $\lambda_i$  na equação (2.9) ou (2.9-a) conduz às correspondentes soluções  $\{W\}_i$ , que são então chamadas os autovetores do sistema e representam um perfil do modo de vibrar do sistema, ou seja, uma relação entre as amplitudes das variáveis quando o sistema vibra no modo correspondente.

Lembrando que a inversa de uma matriz  $[B]$  é dada por

$$[B]^{-1} = \frac{1}{|B|} \text{adj } [B]$$

e prē-multiplicando esta igualdade por  $|B| [B]$

$$|B| [B] [B]^{-1} = |B| [B] \frac{1}{|B|} \text{adj } [B]$$

donde

$$|B| [I] = [B] \text{adj } [B]$$

que aplicado à matriz  $[B] = [A - \lambda^{-1} I]$  da equação (2.9) resulta em

$$|A - \lambda^{-1} I| [I] = [A - \lambda^{-1} I] \text{adj } [A - \lambda^{-1} I]$$

onde a substituição de  $\lambda$  por um autovalor  $\lambda_i$  leva a

$$[A - \lambda_i^{-1} I] \text{adj } [A - \lambda_i^{-1} I] = [0]$$

resultado que comparado à expressão (2.9)

$$[A - \lambda_i^{-1} I] \{W\}_i = \{0\}$$

leva à conclusão que a matriz  $\text{adj } [A - \lambda_i^{-1} I]$  é composta de colunas proporcionais a  $\{W\}_i$ , que são os autovetores.

Lembrando ainda que a matriz adjunta é a transposta da matriz cofator

$$\text{adj } [A - \lambda_i^{-1} I] = [C [A - \lambda_i^{-1} I]]^T = \begin{bmatrix} C_{1,1} & C_{2,1} & \dots & C_{2n,1} \\ C_{1,2} & C_{2,2} & & C_{2n,2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_{1,2n} & C_{2,2n} & & C_{2n,2n} \end{bmatrix}$$

onde  $C_{jk}$  são os cofatores de  $[A - \lambda_i^{-1} I]$ , um autovetor  $\{W\}_i$  se-



rã dado por qualquer coluna de cofatores

$$\{W\}_i = \left\{ \begin{array}{l} C_j \ 1 \\ C_j \ 2 \\ \vdots \\ C_j \ 2n \end{array} \right\}$$

As mesmas conclusões acima são obtidas se o procedimento for aplicado à matriz  $[B] = [A^{-1} - \lambda I]$  da equação (2.9-a).

O problema dos autovalores pode ser resolvido tanto com a utilização de  $[K]^{-1}$  como de  $[M]^{-1}$  sendo que, conforme o caso, a matriz  $[A]$  ou  $[A]^{-1}$  é utilizada e chamada "Matriz Dinâmica".

Assumindo que a solução geral da equação (2.6) ou (2.6-a) seja da forma

$$\{z\} = \{W\} e^{\lambda t}$$

a solução completa será uma combinação linear das soluções correspondentes a cada um dos autovalores:

$$\{z(t)\} = \sum_{i=1}^{2n} g_i \{W_i\} e^{\lambda_i t}$$

onde  $g_i$  são constantes que dependem das condições iniciais,  $\lambda_i$  são os autovalores e  $\{W_i\}$  são os autovetores. Levando-se este resultado à equação (2.3):

$$\{z(t)\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{x}(t)\} \\ \{x(t)\} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{2n} g_i \begin{Bmatrix} \{U_i\} \\ \{V_i\} \end{Bmatrix} e^{\lambda_i t}$$

A solução da equação do movimento será então a parte inferior desta equação:

$$\{x(t)\} = \sum_{i=1}^{2n} g_i \{V_i\} e^{\lambda_i t}$$

Os autovalores  $\lambda_i$  ocorrem em pares complexos conjugados da forma

$$\lambda_i = \alpha_i + j \beta_i$$

para cada modo de vibrar e a solução da equação do movimento fica, para cada grau de liberdade de ordem  $k$  no  $i$ -ésimo modo:

$$x_k(t) = \sum_{i=1}^{2n} g_i V_{ki} e^{(\alpha_i \pm j\beta_i)t} = \sum_{i=1}^{2n} g_i V_{ki} \cos(\omega_{di}t + \theta_{ki}) e^{-\xi_i \omega_{ni}t}$$

ou genericamente

$$\{x(t)\} = \sum_{i=1}^{2n} g_i \{V_i \cos(\omega_{di}t + \theta_i)\} e^{-\xi_i \omega_{ni}t}$$

onde são definidos, para cada auto valor, conforme Doyle e Prause [13]

$$\xi_i = -\frac{\alpha_i}{\omega_{ni}} = \text{razão de amortecimento}$$

$$\omega_{ni} = \sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2} = \text{frequência natural}$$

$$\omega_{di} = |\beta_i| = \text{frequência amortecida}$$

$$\theta_i = \arctg \frac{\beta}{\alpha} = \hat{\text{ângulo de fase}}$$

Isto significa que a amplitude total de cada movimento  $x_k$  é resultado de uma combinação linear das amplitudes correspondentes - em cada um dos  $2n$  modos de vibrar fundamentais definidos pelos auto-vetores. Em cada um desses modos de vibrar a frequência é determinada por  $\omega_{di}$  e as amplitudes dos movimentos são proporcionais às coordenadas do vetor  $\{V_i\}$ , estão defasadas entre si de um ângulo  $\theta_{ki}$ , tendo seus valores modificados exponencialmente com o tempo em função da razão de amortecimento  $\xi_i$ .

Valores positivos da razão de amortecimento provocam a atenuação das amplitudes com o tempo, até sua anulação, tornando o movimento convergente. Se todos os modos de vibrar tiverem razão de amortecimento  $\xi_i$  positivos, ou seja, se todos os autovalores tiverem sua parte real  $\alpha_i$  negativos, todos os movimentos serão con-

vergentes e o sistema será estável. Bastará entretanto haver um autovalor com parte real  $\alpha_i$  positiva para que os movimentos tenham suas amplitudes amplificadas, instabilizando o sistema que oscilará com movimentos harmônicos divergentes na frequência  $\omega_{di}$  correspondente a esse autovalor.

Resumindo-se, os autovalores fornecem informações sobre a estabilidade do movimento e os autovetores sobre as amplitudes relativas e fases dos movimentos referentes aos graus de liberdade associados com cada particular autovalor. A parte real dos autovalores representa o amortecimento e a parte imaginária a frequência das vibrações.

O limite de estabilidade pode ser determinado pela inversão de sinal da razão de amortecimento, como apresentado por Doyle e Prause [13] e Hadden [21,22] ou simplesmente pelo sinal da parte real dos autovalores, como efetuado por Grag [17], Rinehart [39] e Rus [40].

Valores nulos da parte imaginária dos autovalores implicam em frequências nulas, correspondendo a modos de vibrar não excitados e razão de amortecimento unitária para qualquer valor da parte real. Isto significa, na prática, a redução de um modo de vibrar, cuja análise deixa de ter qualquer sentido.

Valores negativos da parte real dos autovalores porém muito próximos de zero caracterizam o sistema como sendo estável, porém muito pouco amortecido. A estabilidade do sistema é tanto maior quanto menores forem os valores da parte real. Um indicador adequado para essa avaliação é o "grau de estabilidade", definido por:

$$GE = \text{Max} \left[ - \text{Re} (\lambda_i) \right]$$

para cada velocidade considerada. Outros indicadores podem ser também utilizado, como a razão de amortecimento nos trabalhos de Hadden [21,22] e o decremento logarítmico, adotado por Keizer [30].

### 3. MODELOS FÍSICOS

A análise dinâmica de um sistema é efetuada a partir da fixação do número de graus de liberdade, associação do movimento correspondente a cada grau de liberdade fixado e identificação dos parâmetros e variáveis que definirão o modelo matemático a ser utilizado. Essa identificação nem sempre é fácil de se proceder diretamente sobre o modelo real, principalmente quando o número de graus de liberdade começa a crescer, tornando mais complexos os modelos e as relações entre as variáveis.

Os modelos físicos, passo intermediário entre o modelo real e o modelo matemático, auxiliam de sobremaneira o desenvolvimento desse processo. Constituem-se assim de esquemas ou diagramas que procuram representar mais convenientemente os parâmetros e variáveis do sistema que os elementos físicos materiais em si mesmos.

Assim sendo, a figura 3.1 é uma representação esquemática de uma locomotiva com 6 eixos, com a indicação de alguns dos principais parâmetros envolvidos na análise dinâmica.

Um veículo ferroviário é sempre entendido como constituído de uma caixa apoiada sobre dois truques, que por sua vez se apoiam sobre os rodeiros. A caixa pode ser considerada rígida ou flexível, e neste trabalho será considerada rígida, com liberdade de movimentos de pequena amplitude na direção lateral, rotação sobre o eixo vertical e rotação sobre o eixo longitudinal. São de interesse para a análise os parâmetros e variáveis correspondentes, ou seja a massa  $M_b$  do corpo do veículo e o deslocamento lateral  $y_b$  do seu centro de massa, o momento de inércia  $I_b$  e o deslocamento angular  $\psi_b$  em relação ao eixo vertical, o momento de inércia  $J_b$  e o deslocamento angular  $\phi_b$  em relação ao eixo longitudinal.

Da mesma forma, os truques são iguais e instalados de forma simétrica em relação à caixa, como indicado na figura 3.1. São constituídos de uma estrutura considerada rígida que se apoia sobre os eixos, com liberdade de movimentos nas mesmas 3 direções do corpo do veículo. Os parâmetros e variáveis correspondentes são a massa  $M_t$  e o deslocamento lateral  $y_t$ , o momento de inércia  $I_t$  e o deslocamento

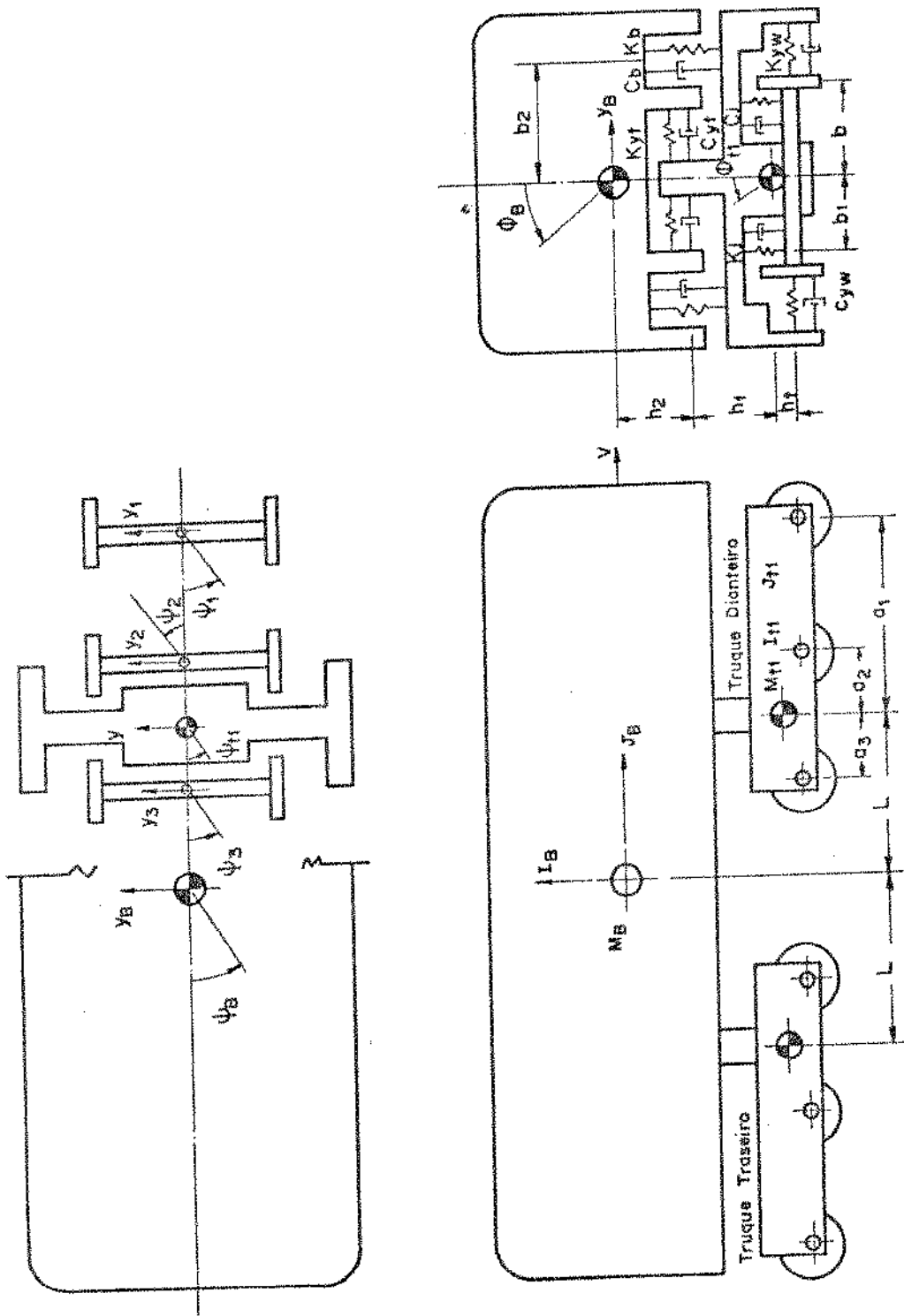


Fig. 3.1. - Modelo de locomotiva com 6 eixos.

angular  $\psi_t$  em relação ao eixo vertical, o momento de inércia  $J_t$  e o deslocamento angular  $\phi_t$  em relação ao eixo longitudinal.

Os eixos por sua vez são considerados solidários às rodas, constituindo-se o conjunto eixo-rodas um único corpo rígido também denominado "rodeiro", com liberdade de movimentos na direção lateral e rotação sobre o eixo vertical (a rotação própria, sobre o eixo lateral é desconsiderada). A massa  $M_w$  e o momento de inércia  $I_w$  em relação ao eixo vertical são os parâmetros considerados para o conjunto eixo-rodas, juntamente com as variáveis deslocamento lateral  $y$  e deslocamento angular  $\psi$  em relação ao eixo vertical.

Os valores das massas e momentos de inércia podem ser considerados iguais para ambos os truques ou não, adotando-se o índice 1 para o truque dianteiro (no sentido do movimento do veículo) e 2 para o truque traseiro. Da mesma forma adotam-se índices 1, 2 e 3 para os eixos do truque dianteiro, começando pelo mais externo, e índices 4, 5 e 6 para os correspondentes eixos do truque traseiro. Os valores dos deslocamentos dos truques e dos eixos resultam dos autovetores correspondentes e são identificados, na nomenclatura, por esses mesmos índices.

Os truques das locomotivas se apoiam sobre os rodeiros através dos elementos da suspensão primária. Estes elementos apresentam características das quais derivam os valores dos parâmetros relacionados aos movimentos dos eixos e que são a rigidez e o amortecimento laterais primários  $K_{yw}$  e  $C_{yw}$  por eixo, para o movimento lateral; e a rigidez e o amortecimento longitudinais primários  $K_{xw}$  e  $C_{xw}$  por eixo, dos quais derivam a rigidez e o amortecimento torcionais primários  $K_{\psi w}$  e  $C_{\psi w}$ , para o movimento de rotação vertical.

Estes parâmetros afetam também os movimentos da estrutura do truque, que deve prover as reações às solicitações originárias dos eixos. O conjunto de parâmetros da suspensão primária fica completo com a adição da rigidez vertical e amortecimento vertical primários  $K_j$  e  $C_j$ , para cada lado do truque, dos quais derivam a rigidez e o amortecimento primários  $K_{\theta w} = 2 K_j b_1^2$  e  $C_{\theta w} = 2 C_j b_1^2$  relativos ao eixo longitudinal.

Os elementos da suspensão secundária, entre a caixa e o truque, fornecem os valores dos parâmetros remanescentes: rigidez lateral secundária  $K_{yt}$ , vertical  $K_b$  e rotacional sobre o eixo vertical  $K_{\psi t}$  por truque, bem como os correspondentes amortecimentos secundários lateral  $C_{yt}$ , vertical  $C_b$  e rotacional  $C_{\psi t}$  sobre o eixo vertical. A rigidez e o amortecimento longitudinais secundários  $K_{\theta t}$  e  $C_{\theta t}$  derivam respectivamente de  $K_b$  e  $C_b$ :  $K_{\theta t} = 2 K_b b_2^2$  e  $C_{\theta t} = 2 C_b b_2^2$ .

O modelo fica completamente caracterizado com as dimensões geométricas  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $b$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $h_b$ ,  $h_t$ ,  $h_1$ ,  $h_2$ , e  $L$  indicados na figura 3.1.

Os motores de tração são montados entre as rodas, apoiados de um lado sobre dispositivo próprio na estrutura do truque e do outro por meio de mancais de escorregamento sobre o eixo da locomotiva. Para movimentos verticais essa montagem permite considerar os motores parcialmente suspensos pela estrutura do truque mas para movimentos laterais eles podem ser obrigados a acompanhar os eixos, em maior ou menor escala, dependendo das folgas nos mancais [39]. Em vista de escopo do presente trabalho a influência dos motores de tração será negligenciada.

Locomotivas com 4 eixos são representadas pelo modelo mostrado na figura 3.2, que difere do modelo anterior pela existência de apenas 2 eixos por truque, com a substituição das distâncias  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  por um único valor  $a$ , correspondente à metade da distância entre eixos.

Toda excitação sobre o sistema é introduzida através do contato roda/trilho.

A análise dos problemas daí oriundos é bastante complexa e tem sido pesquisada sob vários aspectos sendo que resultados disponíveis ainda não podem ser considerados definitivos. Este problema que será discutido no capítulo seguinte, necessita dos seguintes parâmetros geométricos, visualizados na figura 3.3: distância  $2b$  entre os pontos de contato das rodas com os trilhos, raio  $r$  das rodas

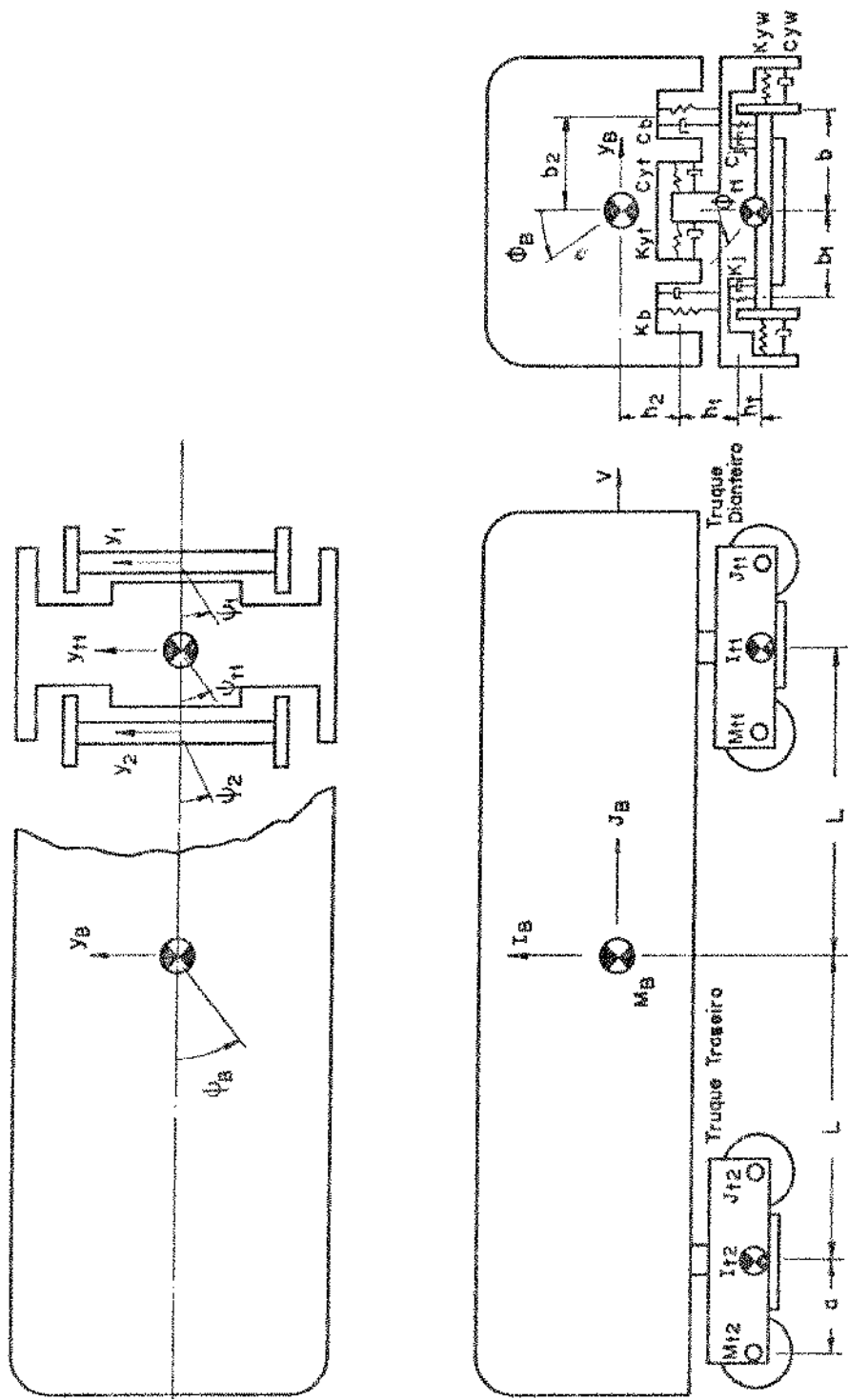


Fig. 3.2. - Modelo de locomotiva com 4 eixos.



no ponto de contato com os trilhos, raio de curvatura  $R$  dos flancos das rodas, raio de curvatura  $R'$  da cabeça dos trilhos no ponto de contato com o flanco das rodas, conicidade efetiva não mostrada na figura e ângulo  $\delta$  do plano de contato.

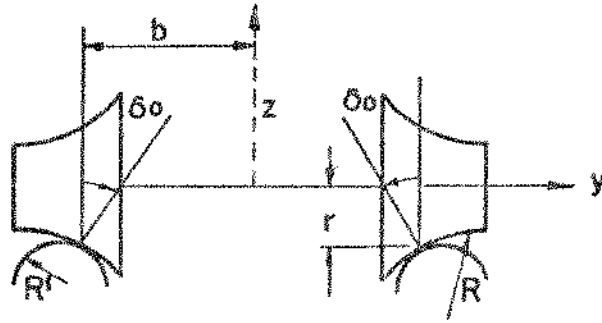


Fig. 3.3 - Parâmetros geométricos no contato roda/trilho

#### 4. MODELOS MATEMÁTICOS

A utilização criteriosa dos recursos matemáticos existentes, a manipulação das equações de movimento e a exploração das informações que se podem obter através da solução dessas equações devem ser associadas aos modelos físicos sobre os quais se analisam e interpretam os fenômenos e a partir dos quais se identificam os parâmetros e variáveis necessários para se proceder à análise dinâmica.

Neste trabalho a caixa do veículo, a estrutura do truque e os rodeiros são considerados completamente rígidos e somente seus movimentos de corpos rígidos são analisados. Todas as flexibilidades e amortecimentos são concentrados nos elementos dos sistemas de suspensão primária e secundária. Considera-se que os eixos rodam livremente sobre mancais sem atrito e que não hajam folgas laterais entre os eixos e a estrutura do truque.

Todos os deslocamentos são considerados pequenos, as molas e amortecedores lineares e o veículo é simétrico em relação ao plano vertical. As relações entre as variáveis devidas ao contato roda/trilho são lineares ou linearizadas.

Dessas considerações resultam equações de movimento com deslocamentos verticais, laterais e longitudinais desacoplados [17]. As equações são válidas e a análise subsiste enquanto os movimentos permanecerem dentro de suas limitações naturais de amplitude, ou seja, os elementos da suspensão não atinjam os limitadores de curso e não haja contato dos frisos das rodas com o boleto dos trilhos e ainda o limite de aderência entre as rodas e os trilhos não haja sido ultrapassado.

Os modelos matemáticos, com essas considerações, representam os modelos físicos sobre os quais se baseiam e que foram apresentados no capítulo anterior. O problema pode ser visto então por uma das 5 maneiras seguintes:

a) Um sistema eixo-rodas com liberdade de movimento em 2 direções, constituindo um modelo com 2 graus de liberdade. Este modelo pressupõe um apoio inercial para o eixo, ou seja, ele será válido nas situações onde a vibração dos demais elementos for considerada nula.

b) Um truque com 2 eixos, cada qual com liberdade de movimentos independentes apresentando  $2 \times 2 = 4$  graus de liberdade, mais a estrutura rígida do truque com liberdade de movimento em 3 direções, conforme descrito nos modelos físicos, completando assim um modelo com 7 graus de liberdade.

c) Um truque com 3 eixos que, feitas as mesmas considerações, adiciona 2 graus de liberdade ao modelo anterior, constituindo um modelo com 9 graus de liberdade. Da mesma forma que no caso a, pressupõe-se que a caixa do veículo não reage às solicitações do truque, nestes 2 modelos.

d) Um veículo completo, composto por uma caixa com 3 graus de liberdade e dois truques com 2 eixos cada um e acrescentando  $2 \times 7 = 14$  graus de liberdade, resultando num modelo com 17 graus de liberdade.

e) Um veículo completo como no caso anterior mas com 6 eixos, 3 em cada truque, do que resulta então um modelo com  $3 + 2 \times 9 = 21$  graus de liberdade.

Existem então 1 modelo para os movimentos dos eixos, 2 modelos para os movimentos dos truques (com 2 e com 3 eixos) e 2 modelos para a locomotiva (com 4 e com 6 eixos). Observa-se ainda que os modelos são recorrentes, ou seja, os modelos de locomotivas contêm os modelos de truque e estes contêm o modelo de eixo. A relação dos graus de liberdade de cada modelo associados aos movimentos analisados é apresentada no Apêndice 1. As direções dos movimentos são identificadas abreviadamente como MOVIMENTO LATERAL o deslocamento lateral (hunting), MOVIMENTO VERTICAL o deslocamento angular sobre o eixo vertical (yaw) e MOVIMENTO HORIZONTAL o deslocamento an

gular sobre o eixo horizontal longitudinal (roll).

O modelo matemático se baseia no desenvolvimento da equação do movimento básico

$$[M] \{\ddot{x}\} + [C'] \{\dot{x}\} + [K'] \{x\} = \{Q\} \quad (4.1)$$

apresentado no capítulo 2. O valor  $n$  das dimensões dessas matrizes é o próprio número de graus de liberdade do modelo em estudo, assumindo então um dos valores 2, 7, 9, 17 ou 21 conforme o caso.

#### 4.1. CONTATO RODA/TRILHO

As superfícies de rolamento das rodas de veículos ferroviários são tradicionalmente produzidas com uma certa conicidade, com o objetivo de se obter um efeito de auto-alinhamento em operação. Estudos realizados por King [32, 33], demonstram que essas rodas sofrem um desgaste inicial muito rápido, até atingir um perfil desgastado - estável que não sofre mais alterações significativas. Da mesma forma o perfil da cabeça dos trilhos sofre um desgaste até atingir um perfil desgastado estável, como observam Hull e Cooperrider [26], sendo que tanto o perfil final da roda como do trilho independem do formato original. Dessa forma roda e trilho possuem superfícies de rolamento cujos perfis apresentam raios de curvatura bem definidos - nas regiões próximas ao ponto de contato e que para pequenos deslocamentos podem ser assumidos constantes. Podem então ser representados por duas superfícies cilíndricas de raios  $R$  (roda) e  $R'$  (trilho), como já anteriormente indicado na figura 3.3. Considerações no mesmo sentido sobre a curvatura dos perfis da roda e do trilho são apresentadas por Keizer [30] e Rus [40].

Estando o veículo alinhado com a direção dos trilhos e na posição central, ambas as rodas têm o mesmo raio de rolagem  $r$ , as forças de contato ocorrem na direção da normal comum às superfícies, são simétricas em relação à direção longitudinal e as componentes verticais se somam para equilibrar o peso do veículo. Quando porém o

veículo se movimenta e junto com ele os truques e os eixos, o sistema todo se desalinha fazendo com que apareçam forças de contato adicionais que são originadas por dois efeitos: forças devidas à nova posição geométrica, que tendem a restabelecer o equilíbrio e a posição original, e forças devidas às deformações elásticas (creep) nas regiões de contato entre as rodas e os trilhos.

#### 4.1.1. CONDIÇÕES GEOMÉTRICAS

Quando o veículo está alinhado na posição central a geometria do sistema é totalmente simétrica em relação à linha de centro que passa pelo ponto E, centro geométrico do eixo, como se vê na figura 4.1: as rodas se apoiam sobre os trilhos nos pontos T, têm o mesmo raio de rolagem  $r$ , o ângulo do plano de contato  $\delta_0$  e a distância horizontal  $b$  entre os pontos de contato e a linha de centro são iguais. Quando o eixo sofre um pequeno deslocamento lateral  $y$ , como indicado na mesma figura 4.1, todos esses parâmetros têm seus valores alterados: os contatos ocorrem em novos pontos  $T_1$  e  $T_2$ , o raio de rolagem  $r$  e o ângulo do plano de contato  $\delta$  assumem valores  $r_1$  e  $\delta_1$ , maiores no lado do deslocamento e valores  $r_2$  e  $\delta_2$  menores no lado oposto, enquanto a distância  $b$  assume um valor  $b_1$  menor no lado do deslocamento e um valor  $b_2$  maior no lado oposto.

Estes fatos podem ser observados na figura 4.2, onde se representam: o perfil do trilho e o perfil de uma roda na posição central, com o ponto de contato T, os centros de curvatura C e B respectivamente do trilho e da roda, o ângulo do plano de contato  $\delta_0$ , o ponto E sobre o eixo, a distância  $b$  e o raio de rolagem  $r$ ; e o perfil da roda após um deslocamento lateral  $y$ , com as novas posições do ponto de contato  $T_1$ , o centro de curvatura  $B_1$ , o ângulo  $\delta_1$ , o ponto  $E_1$ , a distância  $b_1$  e o raio de rolagem  $r_1$ .

A obtenção desta posição deslocada na fig. 4.2 pode ser melhor entendida se o deslocamento for considerado em três etapas: 1<sup>a</sup> - o eixo sofre uma translação vertical com os deslocamentos dos pontos E - E', B - B' e não havendo contato roda/trilho; 2<sup>a</sup> - o

eixo sofre uma translação lateral até a roda tocar o trilho novamente, num ponto  $T''$ , com os deslocamentos  $E' - E''$  e  $B' - B''$ ; 3<sup>a</sup> - o perfil da roda rola sobre o perfil do trilho, até a roda do outro lado (não indicada na figura) tocar o trilho, com os deslocamentos  $E'' - E_1$ ,  $B'' - B_1$  e com o surgimento do novo ponto de contato  $T_1$ .

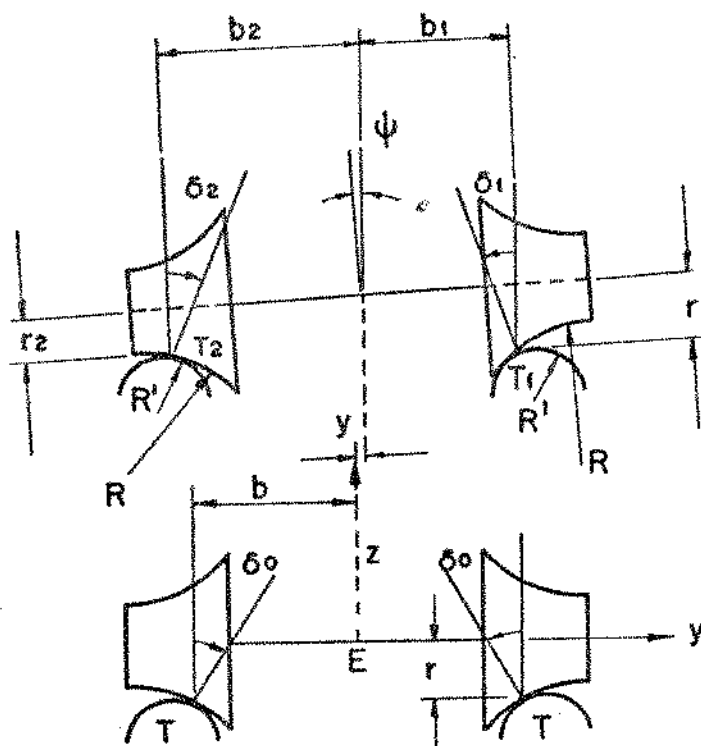


Fig. 4.1. - Variação dos parâmetros geométricos no contato roda/trilho com o deslocamento lateral  $y$  do eixo

Analisando-se estes 3 deslocamentos (duas translações e um rolamento) é possível deduzir as relações entre os valores iniciais (posição central) e finais (posição deslocada) do ângulo  $\delta$ , do raio  $r$  e da distância  $b$ . Estas relações foram desenvolvidas por Joly [28], que apresenta os seguintes resultados, já linearizados:

$$\delta_1 = \delta_0 + \epsilon \frac{y}{b} \quad \text{e} \quad \delta_2 = \delta_0 - \epsilon \frac{y}{b}, \quad \text{sendo} \quad \epsilon = \frac{b}{R-R'} \left( \frac{b+R\delta_0}{b-r\delta_0} \right) \quad (4.2)$$

$$r_1 = r + \lambda y \quad \text{e} \quad r_2 = r - \lambda y, \quad \text{sendo} \quad \lambda = \frac{R\delta_0}{R-R'} \left( \frac{b+R'\delta_0}{b-r\delta_0} \right) \quad (4.3)$$

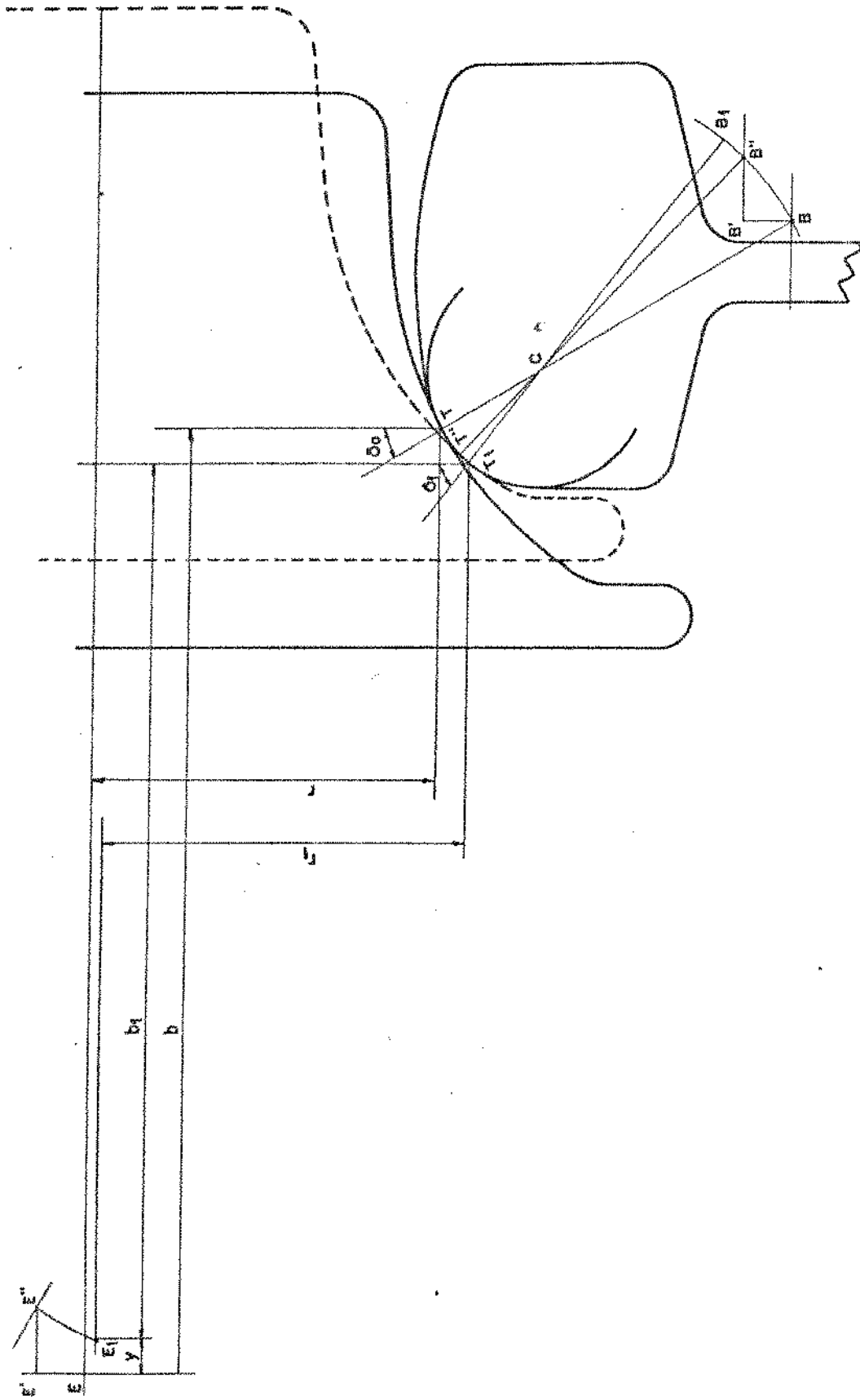


Fig. 4.2. - Representação do deslocamento lateral y do rodeiro em 3 etapas.

$$b_1 = b - \zeta y \text{ e } b_2 = b + \zeta y, \text{ sendo } \zeta = \frac{R}{R-R'} \left( \frac{b + R' \delta o}{b - r \delta o} \right) \quad (4.4)$$

Nas expressões anteriores surgem 3 novos parâmetros:  $\varepsilon$ ,  $\lambda$  e  $\zeta$ , calculáveis a partir de outros parâmetros geométricos anteriormente estabelecidos, mas que possuem um significado especial e são assim definidos:

$\varepsilon$  - é a variação da inclinação do plano de contato em função do deslocamento lateral.

$\lambda$  - conhecida como "conicidade efetiva", é a variação do raio da roda no ponto de contato em função do deslocamento lateral.

$\zeta$  - é a variação da distância entre a linha de centro e os pontos de contato roda/trilho em função do deslocamento lateral.

Juntamente com o deslocamento lateral  $y$ , o eixo sofre uma rotação  $\psi$ , como mostrado na fig 4.1. Deste movimento resulta uma elevação do eixo de uma altura  $z$  que pode ser expressa por:

$$z = \frac{y^2}{2(R-R')} \left( \frac{b + R \delta o}{b - r \delta o} \right)^2 - \delta o \frac{\psi^2}{2} (b - (R + 2r) \delta o) \quad (4.5)$$

Esta elevação é reduzida às custas do trabalho da força lateral  $F_{yg}$  e do momento  $M_g$  resultantes, trabalho este expresso pela variação da energia potencial do sistema

$$\Delta V = Wz = \frac{Wy^2}{2(R-R')} \left( \frac{b + R \delta o}{b - r \delta o} \right)^2 - W \delta o \frac{\psi^2}{2} (b - (R + 2r) \delta o) \quad (4.6)$$

Derivando essa expressão em relação a  $y$  ou a  $\psi$  obtêm-se respectivamente a força  $F_{yg}$  e o momento  $M_g$ :

$$F_{yg} = \frac{\partial}{\partial y} (\Delta V) = W \frac{y}{(R-R')} \left( \frac{b + R \delta o}{b - r \delta o} \right)^2 \quad (4.7)$$

$$M_g = \frac{\partial}{\partial \psi} (\Delta V) = -W \delta o \psi (b - (R + 2r) \delta o) \quad (4.8)$$



Destas últimas expressões verifica-se que a força lateral -  $F_{yg}$  e o momento  $M_g$  variam linearmente com os respectivos deslocamentos  $y$  e  $\psi$ . As razões de variação são conhecidas por rigidez gravitacional lateral

$$K_g = \frac{F_{yg}}{y} = \frac{W}{(R - R')} \left( \frac{b + R \delta o}{b - r \delta o} \right)^2 \quad (4.9)$$

e rigidez gravitacional vertical

$$C_g = \frac{M_g}{\psi} = -W \delta o (b - (R + 2r) \delta o) \quad (4.10)$$

Desprezando-se os efeitos de  $\delta o r/b$  e  $\delta o^2$ , os coeficientes geométricos acima definidos se reduzem às seguintes expressões:

$$\epsilon = \frac{b}{R - R'} \left( \frac{b + R \delta o}{b - r \delta o} \right) = \frac{b}{R - R'} \left( \frac{1 + R \delta o/b}{1 - r \delta o/b} \right) = \frac{b}{R - R'} (1 + R \delta o/b) \quad (4.11)$$

$$\zeta = \frac{R}{R - R'} \left( \frac{b + R' \delta o}{b - r \delta o} \right) = \frac{R}{R - R'} (1 + R' \delta o/b) \quad (4.12)$$

sendo  $R' < r$  e  $r \delta o/b =$  desprezível, também  $R' \delta o/b =$  desprezível;

$$\zeta = \frac{R}{R - R'}$$

$$\lambda = \frac{R \delta o}{R - R'} \left( \frac{b + R' \delta o}{b - r \delta o} \right) = \zeta \delta o = \frac{R}{R - R'} \delta o \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} K_g &= \frac{W}{R - R'} \left( \frac{b + R \delta o}{b - r \delta o} \right)^2 = W \frac{1}{R - R'} \left( \frac{b + R \delta o}{b - r \delta o} \right) \left( \frac{1 + R \delta o/b}{1 - r \delta o/b} \right) = \\ &= W \frac{\epsilon}{b} (1 + R \delta o/b) \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} C_g &= -W \delta o (b - (R + 2r) \delta o) = -W \delta o b + W \delta o^2 (R + 2r) = \\ &= -W b \delta o \end{aligned} \quad (4.16)$$

Para uma roda perfeitamente cônica, ou seja, com  $R \rightarrow \infty$  :

$$\epsilon = \frac{b}{R - R'} + \frac{R}{R - R'} \delta o \rightarrow \epsilon = \delta o \quad (4.17)$$

$$\zeta = \frac{R}{R - R'} = 1 \quad (4.18)$$

$$\lambda = \zeta \delta o = \delta o \quad (4.19)$$

As expressões de  $\epsilon$ ,  $\zeta$  e  $\lambda$  apresentadas nas equações (4.2) a (4.4) são também conhecidas por "equações de Joly - Wickens". Expressões simplificadas são também fornecidas por Blader [3] :

$$\epsilon = \frac{b}{R - R'} \quad (4.20)$$

$$\zeta = 2 (R + r) / (R - R') \quad (4.21)$$

#### 4.1.2 FORÇAS ELÁSTICAS

O surgimento dos movimentos oscilatórios lateral e vertical do rodeiro provocam não apenas modificação na direção da velocidade - das rodas em relação aos trilhos como também faz com que esse movimento relativo deixe de ser rolamento puro e passe a ter uma componente de deslizamento. As forças de contato, agora acrescidas de uma componente de atrito, provocam deformações elásticas de amplitudes diferentes nos trilhos e nas rodas. Essas diferenças de deformações provocam por sua vez o surgimento de novos componentes de forças que são - chamadas forças elásticas ou forças de deformação ("creep forces")

A existência do fenômeno de "creep" com as forças, momentos e deformações associados é conhecida há tempos, tendo já sido desenvolvidos trabalhos tanto de caráter teórico como experimental sobre o assunto. Entretanto Cooperrider et al. [10] consideram o tema ainda - muito controverso, ou não completamente firmado e os resultados ainda não são considerados definitivos. Entre as dificuldades identifi-

casas por Gilchrist e Hobbs [18] e confirmadas por Doyle e Prause [13] está a variação a que estão sujeitos os resultados em função das condições da via. Concorrem também para isso as não-linearidades simultâneas e decorrentes de fatores diferentes, ainda sendo investigadas.

As forças elásticas desempenham papel importante na estabilidade dos movimentos oscilatórios sendo essa importância reconhecida por Carter [9], que pela primeira vez apresentou uma previsão quantitativa da existência de uma velocidade crítica do veículo.

Admite-se pelas teorias existentes que as forças e momentos resultantes das deformações elásticas são diretamente proporcionais às velocidades relativas linear e angular entre as rodas e os trilhos e inversamente proporcionais à velocidade de translação do veículo.

Um dos estudos de maior importância sobre o assunto é o de Kalker [29], que demonstrou serem as forças elásticas, para pequenas deformações, proporcionais às deformações totais, sendo as constantes de proporcionalidade chamadas "coeficientes de creep".

Os deslocamentos relativos e correspondentes deformações e forças são analisados separadamente nas direções lateral, longitudinal e rotacional (Spin). As velocidades, forças e momentos envolvidos são mostradas na fig. 4.3, com a identificação da simbologia correspondente. As deformações são definidas, conforme Carter [9] e Wickens [44], por:

$$CT = \frac{Vt}{V} \quad (\text{longitudinal}) \quad (4.22)$$

$$CL = \frac{Vn}{V} \quad (\text{lateral}) \quad (4.23)$$

$$SPIN = \frac{\omega n}{V} \quad (\text{rotação}) \quad (4.24)$$

As forças e momentos correspondentes são:

$$T_t = CT * F_t \quad (4.25)$$

$$T_n = CL * f_L + SPIN * f_{s23} \quad (4.26)$$

$$M = CL * f_{s23} + SPIN * f_{s33} \quad (4.27)$$

onde  $f_t$  e  $f_L$  são respectivamente chamados "coeficientes de creep" longitudinal e lateral,  $f_{s23}$  e  $f_{s33}$  são os "coeficientes de creep" rotacionais (spin).

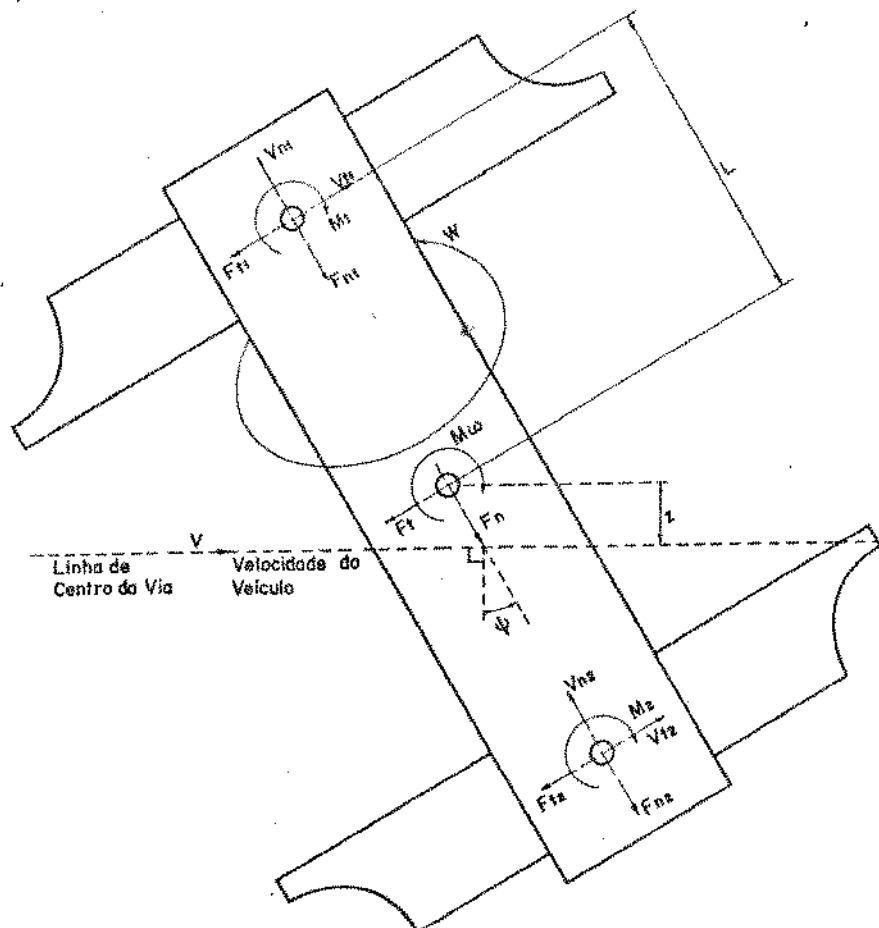


Fig. 4.3. - Forças elásticas no contato roda/trilho

Observando-se a figura 4.3 verifica-se que as forças totais exercidas pelos trilhos sobre o conjunto eixo/rodas é a soma dos efeitos sobre cada roda e assumem os seguintes valores:

$$\text{força longitudinal: } F_t = F_{t1} + F_{t2} \quad (4.28)$$

$$\text{força lateral : } F_n = F_{n1} + F_{n2} \quad (4.29)$$

$$\text{momento vertical : } M_\omega = M_1 + M_2 - (F_{t1} - F_{t2})l \quad (4.30)$$

### 4.1.3 CONSIDERAÇÕES GERAIS

O modelo aqui apresentado considera os efeitos do contato - roda/trilho sob os dois aspectos descritos, geometria e deformações, através de modelos linearizados tradicionais e universalmente aceitos. Trabalhos mais recentes foram desenvolvidos em 1979 e que, devido aos resultados e conclusões, assim o justificam.

Dessa forma Sweet e Sivak [42] apresentam um modelo resultante da soma de três efeitos: o contato de rolamento analisado pela teoria de Kalker, a geometria do contato como função do deslocamento lateral e a cinemática do conjunto eixo/roda. Utilizam-se dos recursos da teoria de quase-linearização e consideram que os trabalhos computacionais envolvidos para simulação ou obtenção iterativa do equilíbrio são exagerados, frequentemente proibitivos. Da comparação dos resultados experimentais obtidos através de modelos em escala concluem que a teoria linear sobre as forças de contato é suficientemente precisa para ângulos pequenos e para as amplitudes de deslocamento consideradas.

Um modelo muito semelhante ao do presente trabalho é apresentado por Doyle e Prause [13], com 21 graus de liberdade para um veículo com 4 eixos onde se inclui a flexibilidade do eixo e consideram-se exatamente os mesmos efeitos do contato roda/trilho, ou seja, os "coeficientes de creep" segundo Carter e Kalker e os coeficientes de rigidez gravitacional segundo Wickens.

Técnicas de quase-linearização são desenvolvidas por Hull e Cooperrider [26] para a investigação da influência de parâmetros não-lineares do contato roda/trilho na estabilidade de veículos ferroviários. Embora a utilização dessas técnicas permita simulações muito completas de sistemas complexos, reconhecem que sua praticidade fica comprometida pelo tempo computacional muito grande requerido e pela necessidade de simulação com condições iniciais variando em faixas muito largas. Utilizam os coeficientes de creep lineares segundo Kalker e concluem que, para a determinação de velocidades críticas a descrição linear do contato roda/trilho é suficiente.

Resumindo-se estas considerações pode-se afirmar que as teorias lineares utilizadas no presente trabalho são suficientes para o estudo dos limites de estabilidade do veículo, não se justificando, para essa finalidade, o emprego de teorias não lineares que entretanto se mostram indispensáveis para o estudo isolado de certos fatores de influência, para o entendimento de alguns fenômenos, para o reconhecimento das não-linearidades de alguns parâmetros e ainda para o estudo dos movimentos laterais de amplitudes suficientemente grandes para atingir o limite estabelecido pelo contato do friso das rodas com os trilhos.

#### 4.2 EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

No capítulo anterior foram apresentados os modelos físicos de veículos com 4 e 6 eixos, com a identificação dos movimentos absolutos e parâmetros envolvidos.

No desenvolvimento das equações do movimento aqueles parâmetros e variáveis devem ser afetados de índices para especificar exatamente a quais elementos se referem. Assim, os sistemas eixo/rodas têm os movimentos lateral  $y_i$  e angular vertical  $\psi_i$ , com  $i = [1, 6]$  ou  $i = [1, 4]$  conforme o modelo considerado. Daqui em diante o desenvolvimento será apresentado para o modelo de veículo com 6 eixos, por ser o mais completo. O desenvolvimento para o modelo de veículo com 4 eixos ou para os modelos de truque são obtidos eliminando-se as equações correspondentes aos graus de liberdade eliminados e rearranjando os índices necessários conforme as relações estabelecidas no apêndice 1.

Os truques têm os movimentos lateral  $y_{tj}$ , angular vertical  $\psi_{tj}$  e angular horizontal  $\phi_{tj}$ , com  $j = 1$  para o truque dianteiro e  $j = 2$  para o truque traseiro. O corpo do veículo sendo único, as variáveis correspondentes aos seus movimentos lateral  $Y_b$ , vertical  $\psi_b$  e horizontal  $\phi_b$  não necessitam ser afetados por qualquer índice.

Cada eixo ou truque pode apresentar valores diferentes dos parâmetros associados, correspondentes às respectivas massas, momentos de inércia, etc., e esta possibilidade é mantida na análise, mas

será ignorada no presente desenvolvimento para simplicidade de nota-ção e uma vez que isto não prejudica o desenvolvimento ou seu entendimento.

A análise cinemática do modelo apresentado na fig. 3.1 conduz aos seguintes resultados:

a) Deslocamentos relativos entre os eixos e os truques:

$$u_i = y_i - (y_{ti} \pm a_i \psi_{ti} + h_{ti} \phi_{ti}) \quad (\text{lateral}) \quad (4.31)$$

$$w_i = \psi_i - \psi_{ti} \quad (\text{vertical}) \quad (4.32)$$

com  $i = [1; 6]$  e o sinal inferior no movimento lateral para o eixo posterior ( $i = 3$  e  $i = 6$ )

b) Deslocamentos relativos entre os truques e o corpo:

$$u_{tj} = y_{tj} - h_1 \phi_{tj} - (y_b \pm L \psi_b + h_2 \phi_b) \quad (\text{lateral}) \quad (4.33)$$

$$w_{tj} = \psi_{tj} - \psi_b \quad (\text{vertical}) \quad (4.34)$$

$$\theta_{tj} = \phi_{tj} - \phi_b \quad (\text{horizontal}) \quad (4.35)$$

com  $j = [1; 2]$  e o sinal inferior no movimento lateral para o truque posterior ( $j = 2$ )

Toda a excitação é introduzida através das forças e momentos provenientes do contato roda/trilho, expressos pelas equações de Wickens [44] com a utilização dos coeficientes geométricos e coeficientes de "creep" apresentados anteriormente no item 4.1. Essas forças e momentos constituem então as forças  $\{Q\}$  da equação geral (4.1)

$$[M] \{\ddot{x}\} + [C'] \{\dot{x}\} + [K'] \{x\} = \{Q\}$$

Utilizando-se os índices correspondentes aos movimentos relacionados no apêndice 1, as equações das forças são dadas por:

$$Q_i = -2 f_L \left( \frac{\dot{y}_i}{v} - \dot{\psi}_i \right) - K_g y_i - \frac{2 f_{s23}}{v} \psi_i \quad (4.36)$$

$$Q_{i+3} = -2 f_T \left( \frac{\lambda b}{r} y_i + \frac{b^2}{v} \dot{\psi}_i \right) + C_g \psi_i + \frac{2 f_{s33} \epsilon}{br} y_i - \frac{2 f_{s33}}{v} \dot{\psi}_i \quad (4.37)$$

para  $i = [1; 3]$ , correspondentes ao truque dianteiro. Para  $i = [4; 6]$  correspondentes ao truque traseiro as forças  $Q_i + 9$  e  $Q_i + 12$  tem as mesmas expressões acima referentes respectivamente a  $Q_i$  e  $Q_i + 3$ . As demais forças  $Q_i$  para  $i = [7; 12]$  e  $i = [19; 21]$  são nulas, pois correspondem aos movimentos dos truques e do corpo do veículo.

Utilizando-se as coordenadas  $x_i = (y_1, y_2, y_3, \psi_1, \psi_2, \psi_3, y_{t1}, \psi_{t1}, \phi_{t1}, y_b, \psi_b, \phi_b, y_4, y_5, y_6, \psi_4, \psi_5, \psi_6, y_{t2}, \psi_{t2}, \phi_{t2})$  a matriz das forças  $\{Q\}$  da equação geral do movimento é constituída de termos nulos e termos com parcelas proporcionais a  $x_i$  e  $\dot{x}_i$ . Substituindo-se estes valores na equação geral (2.1) resulta a expressão (2.2)

$$[M] \{\ddot{x}\} + [C] \{\dot{x}\} + [K] \{x\} = \{0\}$$

As matrizes de massa  $[M]$ , amortecimento  $[C]$  e rigidez  $[K]$  podem ser obtidas através da equação de Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_i} + \frac{\partial V}{\partial x_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_i} = Q_i \quad (4.38)$$

onde as energias cinética  $T$ , potencial  $V$  e dissipativa  $D$  para o sistema são, respectivamente

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 (M_w \dot{y}_i^2 + I_w \dot{\psi}_i^2) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 (M_t \dot{y}_{tj}^2 + I_t \dot{\psi}_{tj}^2 + J_t \dot{\phi}_{tj}^2) + \frac{1}{2} (M_b \dot{y}_b^2 + I_b \dot{\psi}_b^2 + J_b \dot{\phi}_b^2) \quad (4.39)$$

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 (K_{yw} u_i^2 + K_{\psi w} w_i^2) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 K_{\theta w} \phi_{tj}^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 (K_{yt} u_{tj}^2 + K_{\psi t} \omega_{tj}^2 + K_{\theta t} \theta_{tj}^2) \quad (4.40)$$

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 (C_{yw} \dot{u}_i^2 + C_{\psi w} \dot{w}_i^2) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 C_{\theta w} \dot{\theta}_{tj}^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 (C_{yt} \dot{u}_{tj}^2 + C_{\psi t} \dot{\omega}_{tj}^2 + C_{\theta t} \dot{\theta}_{tj}^2) \quad (4.41)$$



O sistema completo das equações de movimento e as matrizes de massa, rigidez e amortecimento da equação homogênea são fornecidos no apêndice 2.

#### 4.3 AUTOVALORES E AUTOVETORES

Todos os parâmetros referentes a uma locomotiva têm seus valores estabelecidos pela sua geometria e especificações de projeto, ou são determinados fisicamente de alguma forma, inclusive aqueles referentes às forças devidas ao contato roda/trilho, exceto pelo fato de serem estes proporcionais à velocidade de percurso do veículo. Assim sendo, todo o sistema estabelecido em função desta única variável livre e para cada valor que a ela se atribuir, o sistema apresentará um conjunto de autovalores diferentes.

Fazendo-se variar o valor dessa velocidade e calculando-se os autovalores do sistema correspondentes a cada ponto, obtém-se o limite de estabilidade que vem a ser o menor valor da velocidade para o qual todos os autovalores apresentam parte real negativa. Para um valor imediatamente superior a esse limite haverá ao menos um autovalor com parte real positiva. O autovetor correspondente será uma representação das relações entre as amplitudes dos movimentos e o movimento dominante será aquele que corresponder à maior das coordenadas desse autovetor e que deve ser tido como causador da instabilidade. Alterações em parâmetros diretamente relacionados a esse movimento têm grande chance de provocarem alterações nos limites de estabilidade, embora outros parâmetros também possam alterar a estabilidade sem estarem de forma aparente diretamente relacionado.

O estudo da estabilidade de um sistema, apresentado de forma genérica no capítulo 2, pode ser particularizado com algum detalhamento para o caso de veículos ferroviários:

a) Determinação do limite de estabilidade do veículo com suas características iniciais, através dos autovalores.

b) Identificação dos movimentos dominantes através dos autovetores associados aos autovalores que instabilizam o sistema.

c) Análise do grau de estabilidade, definido no capítulo 2, em todo o campo de velocidades.

d) Verificação da influência das variações dos diversos parâmetros sobre o limite de estabilidade e sobre o grau de estabilidade, com possíveis sugestões para sua elevação a níveis mais adequados quando necessário ou conveniente.

## 5. ROTINAS DE CÁLCULO

A determinação dos limites de estabilidade e o estudo do comportamento geral do sistema obedecem a uma seqüência de operações - que pode ser rotinizada da seguinte forma:

a) Escolha do número de graus de liberdade  $n$  e do modelo correspondente.

b) Estabelecimento dos valores dos parâmetros referentes ao veículo em estudo, inclusive os referentes ao contato roda/trilho

c) Estabelecimento de uma faixa de velocidades (velocidade-máxima e mínima) que deve ser pesquisada e de um incremento para cada variação da velocidade.

d) Formação das matrizes de massa  $[M]$ , amortecimento  $[C]$  e rigidez  $[K]$ , conforme estabelecido nos capítulos 2 e 4, para a velocidade mínima.

e) Inversão da matriz  $[K]$  ou  $[M]$ , conforme escolha prévia, de acordo com as possibilidades discutidas no capítulo 2;

f) Formação da matriz dinâmica  $[D]$  na forma  $D=A$  ou  $D=A^{-1}$ .

g) Determinação dos auto valores e auto vetores do sistema.

h) Verificação da estabilidade pelo teste do sinal da parte real de cada um dos auto valores.

i) Soma do valor do incremento de velocidade ao valor corrente e retorno ao Item d até esgotar o intervalo estabelecido ou ser encontrado um valor da velocidade que instabilize o sistema.

Esta seqüência básica de operações pode ser codificada em um programa computacional e se constituir, com o auxílio de sub-rotinas e outros recursos adicionais, em um programa geral para a determinação do limite de estabilidade de um veículo dentro de uma faixa de velocidades e com uma posição pré-estabelecidas.

Neste trabalho tal programa recebeu o nome de DRIVER e tem um fluxograma geral mostrado na figura 5.1 onde é visualizada a se-

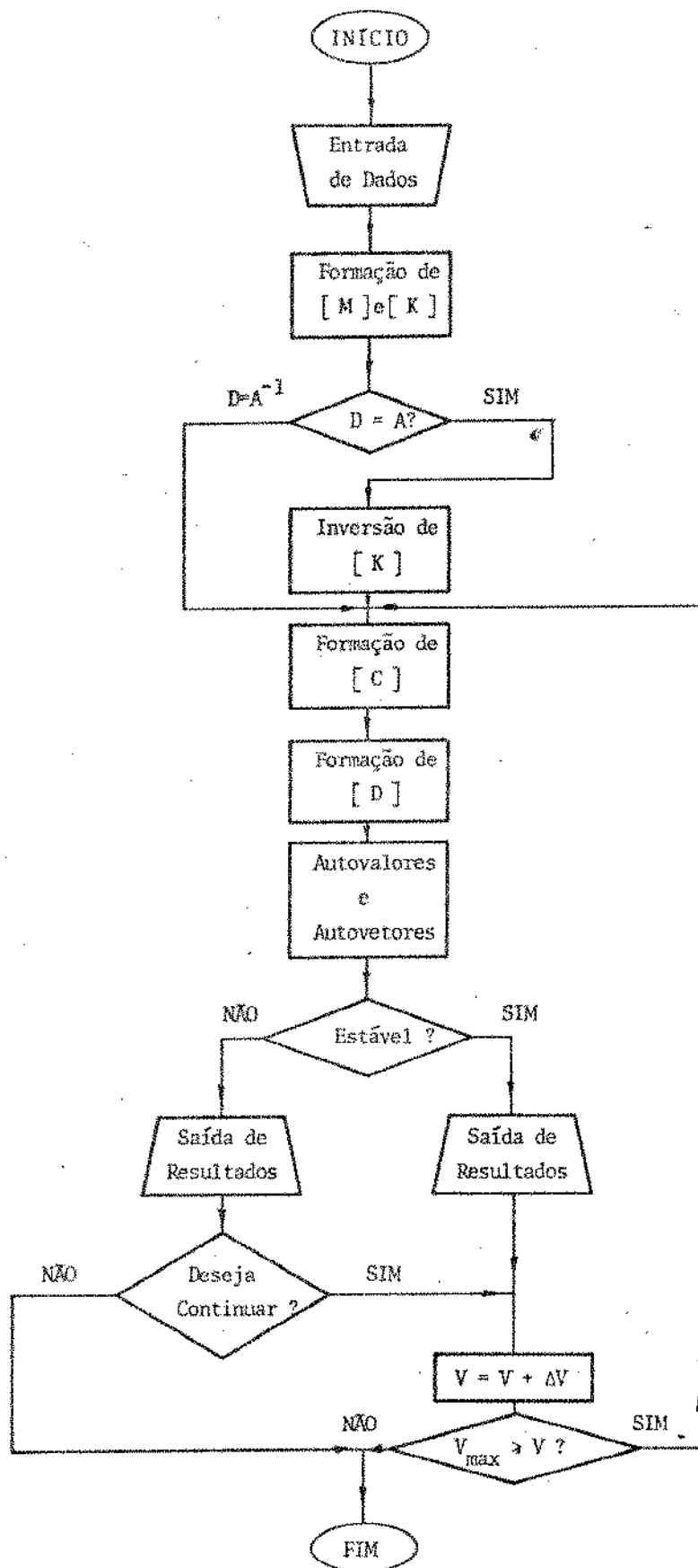


Fig. 5.1 - Fluxograma Geral das funções básicas de operação do programa DRIVER.

quência básica acima descrita com as tomadas de decisão mais importantes. O programa apresenta diversas outras opções de saída de resultados intermediários, aqui omitidos, por não serem importantes para a análise realizada. Estas opções são apresentadas e discutidas na análise mais detalhada que se apresenta sobre as sub-rotinas mais importantes, nos itens seguintes deste mesmo capítulo.

### 5.1 PROGRAMA PRINCIPAL

O programa principal, denominado DRIVER, inicia-se com a leitura dos dados de entrada, que é feita em duas etapas e por meio de duas sub-rotinas: INOUT e INPUT.

Na primeira parte são lidos os dados gerais e iniciais do problema, tais como título, número de graus de liberdade, velocidade inicial, número e valor do incremento de velocidade etc, além dos códigos utilizados para impressão ou não de alguns resultados intermediários. Estes valores são lidos e impressos com os respectivos significados pela sub-rotina INOUT e entre eles se destaca a informação sobre a formação da matriz dinâmica  $[D]$  pela inversão de  $[K]$  ou de  $[M]$

Na segunda parte são lidos pela sub-rotina INPUT os demais dados, referentes ao veículo e ao problema em si, como valores das massas, inércias, distâncias, coeficientes de rigidez e de amortecimento etc, que constituem os parâmetros característicos do veículo para se obter as equações do movimento. Uma terceira sub-rotina OUTPUT imprime os valores lidos pela sub-rotina anterior com os respectivos significados.

A matriz de massa  $[M]$  é montada a partir dos dados do problema por uma sub-rotina MMAT, bem como a matriz de rigidez  $[K]$  é montada por uma sub-rotina SMAT.

Caso se tenha optado pela formação da matriz dinâmica  $[D]$  com a inversa da matriz  $[K]$  esta inversão é feita através da sub-rotina INVR. No caso de se optar pela utilização da inversa da matriz de massa  $[M]$  a inversão não precisa ser feita por sub-rotina, uma vez que esta é uma matriz diagonal, bastando operar com o inverso de seus

elementos.

As matrizes  $[M]$  e  $[K]$ , bem como a inversa  $[K]^{-1}$  e o determinante de  $[K]$  podem ser impressos ou não, conforme as opções iniciais do programa. Ocorrendo ser a matriz de rigidez  $[K]$  considerada singular o programa imprime uma mensagem dizendo que a inversão não obteve sucesso e o processamento é encerrado.

Não ocorrendo o fato acima, um ciclo de processamento é iniciado com a velocidade de percurso assumindo o valor inicial da faixa de valores escolhida. Esta velocidade, lida pela sub rotina INOUT em Km/h ou MPH, é convertida para m/seg e uma sub rotina DMAT é chamada para formar a matriz de amortecimento  $[C]$ .

A matriz dinâmica  $[D]$  é formada pela sub rotina DYMAT com a inversa de  $[K]$  ou com a inversa de  $[M]$ , conforme a opção inicial adotada. Ainda conforme aquelas opções de impressão, a matriz dinâmica será ou não impressa pelo programa principal.

A sub-rotina EIGENP opera sobre esta matriz dinâmica para calcular os autovalores e autovetores do sistema, que são retornados ao programa principal na forma de números complexos conjugados cartesianos (parte real e parte imaginária) juntamente com informações sobre os resultados obtidos. Os autovalores e autovetores podem ser impressos nesta forma pelo programa principal, enquanto as informações paralelas serão apenas utilizadas na continuidade do processamento.

Nesta continuidade a sub-rotina CALCØ inicialmente verifica se foi encontrada solução para o problema dos autovalores e autovetores. Em caso negativo imprime uma mensagem sobre esta situação e encerra o programa. Em caso positivo normaliza os autovalores, verifica a estabilidade pelo sinal da parte real de cada um deles e imprime uma mensagem sobre a estabilidade à velocidade considerada, juntamente com o valor desta velocidade.

Os autovalores e autovetores podem novamente ser impressos ou não, conforme as opções, e neste ponto o programa permite duas alternativas:

a) Soma-se ao valor da velocidade o valor do incremento e se repete o ciclo até o final do intervalo escolhido, qualquer que seja a condição encontrada de estabilidade ou instabilidade.

b) O processamento será interrompido tão logo seja atingida a instabilidade do sistema.

Uma relação completa de todas as sub-rotinas utilizadas é apresentada no apêndice 3, bem como a listagem do programa principal - DRIVER e das sub-rotinas DYMAT e EIGENP, esta uma das principais e - que sofreu maior número de alterações.

Observa-se nesta listagem a existência de quatro sub-rotinas MMAT cujo nome é completado com um número 7, 9, 17 ou 21, correspondendo aos graus de liberdade possíveis, sendo em cada caso utilizada a sub-rotina correspondente.

O mesmo acontece com as sub-rotina SMAT e DMAT. Para os casos de 2 graus de liberdade a sub-rotina AXLE substitui a ação de MMAT e SMAT, enquanto DMAT é substituída por AXLE 1.

As sub-rotinas SCALE, HESQR, REALVE e COMPVE são auxiliares de EIGENP e as demais que aparecem na relação do Anexo 3 são basicamente sub-rotinas para impressão sistematizada de resultados.

## 5.2. SUB-ROTINA INVR

É uma sub-rotina para uso generalizado, apresentada por Carnahan [7] com o nome SIMUL, que permite resolver um sistema de equações lineares, calcular a inversa da matriz dos coeficientes e seu determinante. Neste trabalho é utilizada apenas para inverter a matriz de rigidez  $[K]$  e calcular seu determinante.

Utilizando o método de eliminação completa de Gauss-Jordan com a estratégia do pivô de máximo valor apresentado por Fröberg [15], retêm os índices da posição de cada pivô escolhido em dois vetores. As posições das colunas eliminadas são utilizadas, em cada passo, para gerar a matriz sobrescrita sem permutações de linhas ou colunas durante o processo de eliminação. Essas permutações são efetuadas todas

de uma só vez ao final do processo, contando-se o número delas para estabelecer o sinal do determinante da matriz.

O método e a estratégia adotados implicam em um tempo de processamento maior, mas conduzem a um resultado mais confiável pela redução dos erros de arredondamento e a uma economia de memórias, pois não necessita de outra matriz ( $n \times n$ ) para o resultado como destaca Westlake [43]. Mesmo assim, o resultado da inversão é considerado na sub-rotina como uma primeira aproximação da inversa, justamente devido aos erros de arredondamento, e é utilizado para iniciar um processo iterativo que conduzirá a uma inversa com o grau de precisão que houver sido pré-estabelecido.

A matriz  $[A]$  a ser invertida é dividida por um fator de normalização antes de se iniciar o processo de Gauss-Jordan. A inversa  $[A]^{-1}$  e o determinante são ao final igualmente afetados por esse mesmo fator.

Cada pivô escolhido tem seu valor absoluto comparado com um valor  $\epsilon > 0$  pré-estabelecido e caso seja menor, a matriz é considerada singular. A sub-rotina retorna o código de erro IERR=1, o determinante nulo e a matriz original inalterada.

Não sendo a matriz  $[A]$  considerada singular, podem ou não ser computadas a solução  $X(n)$  do sistema de equações lineares e a inversa  $[A]^{-1}$  da matriz  $[A]$ , conforme as opções ao se chamar a sub-rotina.

Caso a inversa não seja desejada, computa-se apenas a solução  $X(n)$  e se retorna com os resultados. Caso se deseje a inversa, o resultado do processo de eliminação de Gauss-Jordan é completado com as permutações de linhas e colunas, conforme as posições dos pivôs e o resultado assim obtido é considerado uma aproximação da inversa para iniciar um processo iterativo que pode seguir segundo duas opções:

a) A inversa é obtida por

$$A^{-1} = A^{-1} = A^{-1} * (2I - A * A^{-1})$$

$k \qquad k-1 \qquad k-1$



onde  $A_k^{-1}$  é a matriz obtida depois de  $k$  iterações. O processo de eliminação de Gauss-Jordan é utilizado apenas uma vez para se obter a primeira aproximação, de ordem zero, notada por  $A_0^{-1}$  e a sub-rotina realiza pelo menos uma iteração para obter  $A_1^{-1}$ .

b) A inversa é obtida por

$$A^{-1} = A_k^{-1} * A_{k-1}^{-1} * A_{k-2}^{-1} * \dots * A_1^{-1}$$

onde  $A_1^{-1}$ , é o resultado do processo de Gauss-Jordan aplicado sobre a matriz inicial  $A$  e  $A_k^{-1}$  é o resultado do mesmo processo aplicado sobre  $A_{k-1}^{-1} * \dots * A_1^{-1} * A$ . O processo de eliminação é utilizado a cada iteração e sua primeira aplicação sobre a matriz original  $A$  é considerada como a primeira iteração, para a obtenção de  $A_1^{-1}$ .

Em qualquer dos casos o erro máximo é verificado a cada iteração através do módulo do elemento de maior valor absoluto da matriz  $[A^{-1} * A - I]$ . O processo iterativo é interrompido quando este erro for menor ou igual a um valor  $\epsilon_1$  pré-estabelecido, retornando a sub-rotina com o código de erro IERR = 0, o valor do determinante e a matriz  $A^{-1}$  em lugar de  $A$ . Caso isso não ocorra até que se tenha atingido o número máximo de iterações pré-estabelecido a sub-rotina retorna com o código de erro IERR = 1, o valor do determinante e a matriz original  $A$  inalterada.

A sub-rotina utiliza ao todo 3 matrizes de dimensão  $(n \times n)$  e 5 vetores de dimensão  $(n)$ . É chamada com os seguintes valores dos argumentos:

N = número de graus de liberdade do sistema

RA = matriz de rigidez  $[K]$  a ser invertida

REPS= limite inferior para o valor de qualquer pivô abaixo do qual a matriz é considerada singular

INDIC= parâmetro para se optar por: apenas inverter RA, - se  $< 0$ ; resolver o sistema linear representado por RA

NRC = limite para o número de graus de liberdade, neste trabalho igual a 21

IPRINT = número da unidade lógica de impressão  
 IDET = 1 para calcular o valor do determinante, ou 0 para não calcular  
 IDEVI = expoente do fator de normalização (10 \*\* IDEVI)  
 ITEST = 1 para verificar se a sub-rotina obteve sucesso, ou 0 para não verificar  
 REPS 1 = limite  $\epsilon_1$  para o máximo erro nos processos iterativos  
 ILOOP = limite para o número de iterações, com o seguinte código: se ILOOP < 0

$$A_K^{-1} = A_{K-1}^{-1} * (2I - A_{K-1}^{-1} * A);$$

se ILOOP > 0,  $A_K^{-1} = A_K^{-1} * A_{K-1}^{-1} \dots * A_1^{-1}$

A sub-rotina retorna com os seguintes valores dos argumentos:

IERR = 0 se obtiver êxito  
 = 1 se não obtiver êxito  
 RSIMUL = Det A se IDET = 1 e a matriz não for singular :  
 = 0.0 se IDET = 0 ou se a matriz for singular  
 RA =  $RA^{-1}$  (no caso  $[K]^{-1}$ ) se obtiver êxito  
 = RA (no caso  $[K]$ ) em caso contrário

A solução do sistema de equações lineares (não utilizada neste trabalho) não retorna ao programa principal, sendo apenas possível de se calcular e imprimir os resultados dentro da própria sub-rotina

### 5.3. SUB-ROTINA DYMAT

É uma sub-rotina bastante simples, utilizada para montar a matriz dinâmica  $[D]$  com a inversa da matriz de rigidez  $[K]^{-1}$ , previamente obtida através da sub-rotina INVR, ou com a inversa da matriz de massa  $[M]^{-1}$ , conforme escolha prévia.

No primeiro caso a matriz dinâmica é escrita na forma da equação (2.5)

$$[D] = \left[ \begin{array}{c|c} [0] & [I] \\ \hline - [K]^{-1} [M] & - [K]^{-1} [C] \end{array} \right]$$

atribuindo-se aos elementos  $D(i+n, j)$  os valores correspondentes - ao produto  $[K]^{-1} [M]$  com o sinal invertido, aos elementos  $D(i+n, j+n)$  os valores correspondentes ao produto  $[K]^{-1} [C]$  com o sinal invertido, aos elementos  $D(i, i+n)$  o valor unitário e aos demais elementos  $D(i, j)$  o valor nulo.

No segundo caso a matriz dinâmica é escrita na forma da equação (2.7)

$$[D] = \left[ \begin{array}{c|c} - [M]^{-1} [C] & - [M]^{-1} [K] \\ \hline [I] & [0] \end{array} \right]$$

atribuindo-se aos elementos  $D(i, j)$  o valor  $-\frac{C(i, j)}{M(i, j)}$ , aos elementos  $D(i, j+n)$  o valor  $-\frac{K_{i, j}}{M_{i, j}}$ , aos elementos  $D(i+n, i)$  o valor unitário e aos demais elementos  $D(i+n, j)$  o valor nulo.

Sendo chamada com os valores dos argumentos

XMASS = matriz de massa  $[M]$

STIF = matriz de rigidez  $[K]$  ou sua inversa  $[K]^{-1}$

DAMP = matriz de amortecimento  $[C]$

N = número de graus de liberdade

N2 = dobro do número de graus de liberdade

INV = código para formar a matriz dinâmica segundo a equação (2.5) ou segundo a equação (2.7)

IDOF = limite para o número de graus de liberdade

IDOF2 = dobro de IDOF

a sub-rotina retorna apenas com o valor

D = matriz dinâmica

#### 5.4. SUB-ROTINA EIGENP

Operando com precisão estendida em alguns parâmetros críticos, esta sub-rotina é utilizada para calcular os autovalores e autovetores da matriz dinâmica  $[D]$  e para isso recorre a quatro outras sub-rotinas auxiliares de processamento

Inicialmente a matriz dinâmica é condicionada de forma que suas linhas e colunas sejam aproximadamente equilibradas e em seguida é normalizada para que sua norma euclídeana seja igual à unidade.

Isto é feito com o auxílio da sub-rotina SCALE que condiciona uma matriz  $[A]$  de modo que o quociente  $Q = \frac{C}{L}$  entre a soma  $C = \sum_{j=1}^n |A_{j,i}|$ , ( $i \neq j$ ) dos valores absolutos dos elementos de uma mesma coluna de ordem  $i$  e a soma  $L = \sum_{j=1}^n |A_{i,j}|$  ( $i \neq j$ ) dos valores absolutos da linha correspondente de mesma ordem  $i$ , excluindo-se em ambas as somas o elemento  $A_{ii}$  da diagonal principal, esteja no intervalo  $0,75 < Q < \frac{1}{0,75} = 1,33$ .

Depois de condicionada a matriz  $[A]$  é normalizada ainda na sub-rotina SCALE, de modo que sua norma euclídeana seja igual à unidade. Esta sub-rotina retorna a EIGENP, além da matriz condicionada e normalizada, um vetor PFACT contendo, em cada coordenada PFACT ( $i$ ), o fator de condicionamento referente à linha e à coluna de ordem  $i$  e ainda o fator de normalização ENORM com o valor da norma euclídeana antes da normalização.

Em seguida a matriz dinâmica já condicionada e normalizada é operada pela sub-rotina HESQR, que tem por finalidade calcular os autovalores de uma matriz geral  $[A]$  pelo método das transformações  $Q - R$ . Inicialmente a sub-rotina reduz a matriz original à forma superior de Hessenberg por meio das transformações de similaridade do método de Householder [25] o que é feito em  $n-2$  estágios, sendo  $n$  a ordem da matriz.

A parte superior da matriz reduzida é examinada para se saber se é nula ou muito próximo de zero, caso em que não se necessita aplicar o processo Q-R, adotando-se os elementos da diagonal principal como autovalor. Caso contrário o processo é aplicado iterativamente, decompondo-se primeiro a matriz de ordem  $n$  em matrizes de ordem inferior e calculando-se os autovalores por partes para cada submatriz. A decomposição ocorre quando algum elemento da subdiagonal tiver módulo muito pequeno, ou seja seu módulo for menor que um valor  $\epsilon$  definido na sub-rotina.

O processo se realiza até um máximo de 10 vezes para cada submatriz e caso não obtenha sucesso, a sub-rotina retorna com o código  $INDIC(i) = 0$ , indicando que os autovalores não foram obtidos. Caso isto não ocorra, ou seja, o processo obtenha sucesso antes de 10 iterações, a sub-rotina retorna com a parte real dos autovalores nas ordenadas do vetor  $VECR$ , a parte imaginária nas ordenadas do vetor  $VECI$  e o código  $INDIC(i) = 1$ , indicando que os autovalores foram conseguidos e a sub-rotina obteve sucesso.

A sub-rotina  $EIGENP$  verifica cada um dos códigos  $INDIC(i)$  e para aqueles com valor igual a 1, indicando que o autovalor de ordem  $i$  foi encontrado pela sub-rotina  $HESQR$ , verifica o módulo da parte imaginária  $VECI(i)$ . Se este for considerado nulo, o autovalor é um número real e o autovetor correspondente será também real, sendo calculado através da sub-rotina  $REALVE$ . Se  $VECI(i)$  não for considerado nulo o autovalor é complexo e o autovetor correspondente será também complexo, utilizando-se então a sub-rotina  $COMPVE$  para sua determinação.

Como os autovalores complexos ocorrem sempre aos pares, o cálculo dos autovetores correspondentes é efetuado apenas uma vez, não sendo repetido para o autovalor conjugado.

Os autovetores reais são normalizados de modo que seu módulo seja unitário e os autovetores complexos de modo que a componente de maior módulo tenha sua parte real unitária e sua parte imaginária nula.

Finalmente a matriz original é reconstruída com auxílio dos

fatores de condicionamento  $PRFACT(i)$  gerados na sub-rotina  $SCALE$ , os autovetores correspondentes são normalizados e os autovalores da matriz reduzida são transformados nos autovalores da matriz original não condicionada.

Desta forma a sub-rotina  $EIGENP$  retorna ao programa principal com a matriz dinâmica original  $[D]$ , seus autovalores com a parte real no vetor  $EVR$  e a parte imaginária (nula se o autovalor for real) no vetor  $EVI$ , os autovetores correspondentes com a parte real no vetor  $VECR$  e a parte imaginária no vetor  $VECI$  e ainda um vetor de códigos  $INDIC$ , cujas coordenadas sendo igual a 2 indicam que os autovalores e autovetores foram encontrados; sendo igual a 1, que apenas os autovalores foram encontrados e os autovetores não; e sendo igual a zero, indicam que não foram encontrados os autovalores.

#### 5.5. SUB-ROTINA $CALC\emptyset$

Os autovalores e autovetores são calculados na sub-rotina  $EIGENP$ , que pode opcionalmente imprimir as matrizes intermediárias, em diversos estágios do processamento, bem como os próprios autovalores e autovetores, porém nada informa sobre o sucesso ou não de seus processos iterativos.

A sub-rotina  $CALC\emptyset$  opera sobre os resultados de  $EIGENP$ , verificando o seu sucesso, a estabilidade do sistema (que representa a estabilidade do veículo à velocidade considerada), imprime as mensagens respectivas e ainda os autovalores e autovetores conforme as opções do programa principal.

Inicialmente o sucesso do problema dos autovalores e autovetores é verificado através do vetor  $INDIC$  gerado por  $EIGENP$ . Se for verificada a existência de algum valor  $INDIC(i)$  nulo, uma mensagem é impressa informando que o programa foi encerrado em  $CALC\emptyset$  e que os autovalores e autovetores não foram encontrados. A sub-rotina retorna com o código  $IGO = 1$  que faz o programa principal ser encerrado. Se algum valor  $INDIC(i)$  for igual a 1, o código  $NOVEC$  assume o

valor 1, indicando que os autovalores foram encontrados, porém os - autovetores não o foram e isto será informado em mensagens posteriores. Caso nada disso ocorra, todos os valores INDIC(i) terão valor 2 e a sub-rotina prossegue com os códigos IGO = 2 e NOVEC = 0.

Em seguida a estabilidade é verificada através do sinal da parte real de cada autovalor, que devem ser todos negativos para - que o veículo seja estável. Caso haja pelo menos um autovalor com a parte real positiva, o sistema será considerado instável. Uma mensagem sobre a estabilidade à velocidade considerada será sempre impressa.

Finalmente os autovalores e autovetores serão impressos ou não conforme as opções adotadas no programa principal. Convém aqui- anotar que algumas opções de impressão provocam a impressão já na subrotina CALCØ, enquanto outras opções acionarão a impressão na - sub-rotina OUT, que é utilizada apenas para imprimir valores refe- rentes aos autovalores e autovetores, chamada pelo programa princi- pal depois de CALCØ.

## 5.6. OPÇÕES GERAIS

Em decorrência da complexidade e amplitude do problema, que trabalha com um conjunto grande de parâmetros e situações, associa- das com a forma com que o programa e as sub-rotinas foram montados, uma quantidade ampla de opções é apresentada ao usuário.

Estas opções podem ser de dois tipos: opções operacionais e opções de impressão de resultados e em ambos os casos são lidas pe- lo programa na forma de valores de parâmetros, através da sub-roti- na INOUTØ.

### 5.6.1. OPÇÕES OPERACIONAIS

Estas opções dizem respeito à forma como o programa e as - sub-rotinas adotam as decisões para determinar o seu prosseguimento quando são atingidos determinados pontos do processamento e são li-

das como valores dos seguintes parâmetros:

N = Número de graus de liberdade

VINIT = Velocidade inicial

VINC = Valor do incremento de velocidade

NINT = Número máximo de incrementos de velocidade

IAXL = Número de eixos por truque (compatível com N)

IUNT = Unidades em MPH, LB, Inches, Sec ou KM/H, Newtons ,  
CM, seg

IDYN = Matriz Dinâmica formada com  $[K]^{-1}$  ou  $[M]^{-1}$

ITEST(6) = Expoente de  $\epsilon_1 = EPS1 = 10.0 ** ITEST(6)$

ITEST(7) = Expoente de  $\epsilon = EPS = 10.0 ** (-ITEST(7))$   
se  $< 0.0 \rightarrow \epsilon = \emptyset.\emptyset$

ITEST(8) = 1 para verificar e imprimir o máximo erro na sub-rotina INVR, =  $\emptyset$  para ignorar o erro ocorrido

ITEST(9) = 1 Para calcular e imprimir o valor do Determinante da matriz na sub-rotina INVR, =  $\emptyset$  para não o fazer

ITEST(10) = Expoente do fator de normalização na sub-rotina INVR =  $10 ** ITEST(10)$

ITEST(11) = Limite para o número de iterações na sub-rotina INVR (=ILOOP), indicando ainda, através do sinal, qual deve ser o método iterativo

ITEST(14) =  $\emptyset$  para encerrar o processamento quando o sistema se tornar instável, = 1 para continuar até o último incremento em qualquer situação.

### 5.6.2. OPÇÕES PARA IMPRESSÃO

Os dados importantes para a identificação do problema são os valores das grandezas geométricas do veículo, dos parâmetros do contato roda/trilho, das inércias, dos elementos de suspensão e o



campo de variação de velocidade, além do número de graus de liberdade. O resultado primordial é saber se o veículo é estável ou não em uma certa velocidade. Estes valores e resultados, são sempre obrigatoriamente impressos, bem como as mensagens sobre condições que levam a interromper o processamento antes de seu término, como por exemplo a tentativa de se inverter uma matriz de rigidez considerada singular.

Outras informações e resultados intermediários, assim como os autovalores e autovetores, são disponíveis para impressão mediante as seguintes opções:

IPRM = 1 para imprimir a matriz de massa

IPRS = 1 para imprimir a matriz de rigidez

IPRD = 1 para imprimir a matriz de amortecimento

ITEST(1) = 1 para imprimir a matriz de diagnóstico ITEST(i) e seus significados

ITEST(2) = 1 para imprimir a matriz dinâmica

ITEST(3) = 1 para imprimir os autovalores e autovetores logo depois da sub-rotina EIGENP

ITEST(4) = 1 para imprimir os autovalores depois de normalizados pela sub-rotina CALCØ

ITEST(5) = 1 para imprimir os autovetores normalizados pela sub-rotina CALCØ

ITEST(12) = 1 para imprimir os autovalores mesmo que os autovetores não tenham sido encontrados.

ITEST(13) = 1 para não imprimir os complexos conjugados

ITEST(15) = 1 para imprimir as mensagens sobre estabilidade também por terminal

ITEST(19) = 1 para imprimir apenas os autovalores, ao final do processamento

= 2 para imprimir apenas a mensagem sobre estabilidade.

- = 3 para imprimir os autovalores, os autovetores e uma relação do significado dos graus de liberdade
- ITEST(21) = 1 para permitir acesso às opções seguintes -  
(ITEST(22) a ITEST(40) e imprimir seus significados na forma ICHK (J) = ITEST (J + 20), na sub-rotina EIGENP
- ITEST(22) = 1 para imprimir a matriz condicionada após a sub-rotina SCALE
- ITEST(23) = 1 para imprimir a matriz transformada após a sub-rotina HESQR
- ITEST(24) = 1 para imprimir a matriz antes da sub-rotina REALVE
- ITEST(25) = 1 para imprimir após REALVE
- ITEST(26) = 1 para imprimir após COMPVE
- ITEST(27) = 1 para imprimir a matriz reconstruída em EIGENP antes de computar os autovalores da matriz original não condicionada
- ITEST(28) = 1 para imprimir a matriz depois de normalizados os autovetores e computados os autovalores da matriz original não-normalizada
- ITEST(29) = 1 para imprimir a matriz antes de COMPVE
- ITEST(31) = 1 para imprimir antes de reconstruir a matriz original
- ITEST(36) = 1 para imprimir a matriz em suas diversas fases , durante o processamento da sub-rotina SCALE
- ITEST(37) = 1 idem, durante a sub-rotina HESQR
- ITEST(38) = 1 idem, durante a sub-rotina REALVE
- ITEST(39) = 1 idem, durante a sub-rotina COMPVE

## 5.7. ENTRADA E SAÍDA DE DADOS E RESULTADOS

Todos os dados e informações necessários para a execução do programa são previamente estabelecidos e armazenados num arquivo denominado FOR22.DAT. Os resultados são todos sequencialmente escritos num arquivo denominado FOR23.DAT e conhecidos mandando-se imprimir o conteúdo desse arquivo. Apenas a inversa  $[K]^{-1}$  da matriz de rigidez, quando calculada, é escrita num arquivo denominado FOR24.DAT. Opcionalmente, como já foi visto, a mensagem sobre a estabilidade do sistema pode ser impressa através do terminal durante o processamento.

No apêndice 4 apresentam-se a sequência como os dados devem ser organizados no arquivo FOR22.DAT.

## 5.8. IMPLANTAÇÃO DO "SOFTWARE" UTILIZADO

O sistema computacional utilizado para a simulação foi o computador DIGITAL PDP-10 do Centro de Computação da Universidade Estadual de Campinas - CCUEC, com capacidade de 256 K de memória central, operando no sistema "time-sharing" e "core" variável conforme o horário. Na fase inicial de análise e adaptação das sub-rotinas o "core" mínimo de 45K dos horários de pico foram insuficientes, havendo necessidade de se trabalhar apenas nos horários menos carregados, quando o "core" é elevado para um mínimo de 51K. Da mesma forma o espaço em disco disponível de 300 blocos para saída e 600 para operação foi insuficiente, tendo-se conseguido melhores condições apenas após se ampliar a área para 600 e 1.300 blocos respectivamente para saída e operação.

Foram utilizados tanto terminais de vídeo VT $\phi$ 5 como teletipo LA3 $\phi$ , unidade de fita magnética (MTA) e impressora rápida (LPT - Spooler).

O "software" básico utilizado foi o "Locomotive Truck Hunting", desenvolvido pelo TTD - Track-Train Dynamics Research Program, adquirido em fita magnética gravada em computador IBM/370 com

as seguintes características: MTA $\phi$ : IN/MODE: EBCDIC/REC:80/TRACK :  
9/DENSITY: 800/NOBLOCK/INDUSTRY.

A primeira providência necessária foi a leitura e conversão da fita para características compatíveis com o sistema PDP-10 utilizado e armazenamento em disco: DSK: /MODE:ASCII/RECORD:80, o que foi feito com auxílio do utilitário CHANGE [31]. Isto porém não é suficiente para tornar as sub-rotinas plenamente disponíveis, havendo sempre a necessidade mínima de examinar cada uma delas e introduzir as alterações necessárias devidas às diferenças entre os sistemas monitores. Já durante esta fase foram identificados, enquanto se procediam a essas adaptações, alguns erros de programação

A plena utilização dos programas computacionais só se tornou possível depois de um trabalho bastante grande para sua implantação e adaptação. Para isso foi desenvolvido um exame exaustivo de todas as sub-rotinas, uma a uma, para alterações de detalhes de programação. Em alguns casos foram introduzidas apenas alterações normais para ajustes devidos ao sistema monitor enquanto em outros foram processadas modificações operacionais de maior vulto ou mesmo a correção de erros reais de programação.

No caso particular de algumas sub-rotinas esses erros conduziam a resultados distorcidos e interpretações falsas, o que despertou suspeitas de erros até mesmo no procedimento teórico, em vista dos resultados obtidos em alguns testes realizados. Felizmente essas suspeitas não foram confirmadas, mas foram constatados erros reais de programação sobre aspectos operacionais, sintaxe, formatos e desenvolvimento do fluxograma.

Outro fator que contribuiu de forma decisiva para a efetivação desses exames foi o fato de certas opções de processamento não apresentarem, em alguns casos, os resultados na forma desejada ou esperada, chegando-se a identificar opções para listagem de resultados impossíveis de se acionar na forma como as sub-rotinas foram elaboradas.

Algumas modificações, por sua vez, foram introduzidas não por necessidade de correções mas por conveniência de processamento-

e apresentação dos resultados de forma a facilitar sua análise.

Após a análise desenvolvida e a introdução das correções, adaptações e modificações julgadas convenientes, o programa foi considerado implantado e resultou prático, operacional e confiável, permitindo facilidades de manuseio e flexibilidade na listagem dos resultados de forma a facilitar a análise desses resultados conforme a fase de trabalho que se esteja desenvolvendo.

O programa juntamente com as sub-rotinas na forma de "programa - fonte" em linguagem FORTRAN ocupa 227 blocos de espaço em disco, que somados ao espaço do Diretório totalizam 314 blocos. A compilação de todo o conjunto é muito demorada, variando conforme a carga de trabalho do sistema "time-shearing", tendo ocorrido demoras entre 30 minutos e quase 1 hora. Os programas relocáveis gerados ocupam 326 blocos que totalizam 406 com o Diretório, exigindo assim espaços muito grandes. Estes problemas foram resolvidos depois de efetuadas todas as modificações nos "programas fonte", compilando-os, carregando-os na memória e arquivando-se o conjunto todo como um único arquivo na forma de "programa objeto", que recebeu o nome LOCOTH-SAV e ocupa apenas 151 blocos, mais 2 para o Diretório, sendo os programas-fonte arquivados em fita magnética. Sua utilização é imediata, pois não necessita ser compilado, montado e carregado na memória, dispendendo-se tão somente o tempo necessário para execução, que fica sempre resumido à ordem de poucos minutos, dependendo do número de pontos e de graus de liberdade do modelo utilizado.

Os resultados assim obtidos foram analisados e em certos casos agrupados em tabelas ou organizados para apresentação na forma de gráficos, como se verá nos capítulos 6 e 7 seguintes. Tais gráficos foram construídos com auxílio do "plotter" da calculadora de mesa HP 9845-A através de 3 pequenos programas cujas listagens são apresentadas também no Apêndice 3.

O primeiro deles, designado ARQ, apenas recebe os valores das coordenadas a serem utilizadas, uma de cada vez e os armazena em fita magnética no arquivo cujo NOME se estipular, na forma de vetor para o caso das velocidades e de matriz para o caso das partes

real e imaginária ou frequência dos autovalores. O vetor de velocidade tem dimensão  $n$  e as matrizes  $m \times n$ , onde  $n$  é o número de pontos e  $m$  o número de curvas em cada gráfico.

O programa REIM constrói os gráficos de comportamento dos autovalores no plano complexo (Re x Im) e o programa REVEL, idealizado para construir os gráficos da parte real dos autovalores em função da velocidade, pode ser utilizado da mesma forma para os gráficos da parte imaginária ou da frequência em função da velocidade, com pequenas adaptações. REIM e REVEL operam sobre os dados arquivados por ARQ.

### 5.9. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Como já anteriormente justificado, utilizam-se nestes programas de simulação digital as equações e teorias lineares ou linearizadas. Conforme Gilchrist e Hobbs [18], os processos não-lineares são resolvidos por "tentativa e erro", iteração ou graficamente (este caso apenas excepcionalmente), associados a testes para determinação experimental de parâmetros. As técnicas de computação analógica exigem capacidade exagerada e não disponível dos equipamentos para números tão grandes de graus de liberdade. A teoria não-linear requer processamentos muito extensos, até mesmo proibitivos, nos termos de Sweet, Sivak e Putnam [42], para processos iterativos ou simulação do comportamento dinâmico, convindo explorar aproximações simplificadas como as de Kalker, também confirmadas por ensaios experimentais.

A verificação das equações de movimento e matrizes analíticas mostradas no Apêndice 2 e no trabalho de Rus [40], associada às considerações acima sobre os processos iterativos e de simulação convence-nos de sua afirmação sobre a impossibilidade da solução analítica ou ao menos de modo mais prudente sobre a afirmação de Gilchrist de que "o processo analítico para otimização não é viável presentemente".

## 6. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Durante a fase de implantação e adaptação das rotinas computacionais, duas locomotivas cujos parâmetros são encontrados nas publicações da AAR [17] foram escolhidas para testar a própria operacionalidade do sistema computacional e para servir, no final, como exemplos de aplicação. Pelos primeiros motivos uma dessas locomotivas, identificada por LF - 1, com 4 eixos (2 por truque) foi utilizada para testar as sub-rotinas referentes aos modelos matemáticos com 7 e com 17 graus de liberdade e a outra, identificada por LS-2, para os modelos com 9 e com 21 graus de liberdade.

Nessa fase esses exemplos foram utilizados para explorar a potencialidade dos programas, verificar as correções necessárias e introduzir as alterações que se mostraram convenientes, tanto no aspecto corretivo como no de otimização operacional e obtenção de resultados adicionais ou numa disposição mais adequada, como foi visto no capítulo anterior. Quando finalmente todo o sistema foi considerado implantado e definitivo, esses exemplos foram analisados sobretudo quanto a aspectos não abordados nos trabalhos dos quais foram extraídos.

Por esse motivo estes aspectos terão aqui uma abordagem maior na apresentação dos resultados obtidos, enquanto aqueles terão uma citação mais rápida, sobretudo em termos de comparação de resultados.

O interesse maior desse trabalho, porém reside na identificação prática dos valores dos parâmetros de um modelo real de locomotiva em uso no país e nos resultados da simulação de seu desempenho dinâmico através do sistema computacional disponível, a partir dos seus valores básicos e da variação dos valores de parâmetros selecionados de forma dirigida.

Assim sendo, a estes resultados foi dada maior ênfase e sobre eles se trabalhou no sentido de retirar conclusões de interesse para a investigação nessa área.

## 6.1. EXEMPLO DE LOCOMOTIVA COM QUATRO EIXOS

Foi escolhida para primeiro exemplo a locomotiva Modelo LF-1, cujos valores básicos dos parâmetros são apresentados na tabela 6.1 e para os quais o limite de estabilidade é 139 MPH.

### 6.1.1 MODELO COM 7 GRAUS DE LIBERDADE

Utilizando-se o modelo de simulação de 7 graus de liberdade e fazendo-se variar a velocidade entre 20 e 200 MPH com incrementos de 20 MPH obtêm-se os resultados representados nas figuras 6.1 a 6.3.

Desde logo observa-se o seguinte:

a) O veículo se torna instável a 140 MPH com a inversão do sinal da parte real do par de autovalores de ordem #2,3.

b) Existem 2 autovalores reais, ou seja, cuja parte imaginária é nula, que são os de ordem # 1 e # 6, com parte real distinta em todo campo de velocidades considerado.

c) Os demais autovalores apresentam-se na forma de pares complexos conjugados.

d) Nas velocidades mais baixas (20 e 40 MPH) os pares de autovalores de ordem # 7,8 e #11,12 tornam-se reais ( $Im = 0$ ) e os valores da parte real do par #11,12 se separam de forma que um deles é crescente e o outro decrescente..

e) O par de autovalores de ordem #9,10 não varia com a velocidade, assumindo o valor constante  $(-80 \pm 100 i)$ .

f) Os autovalores de ordem #1 a #5 apresentam valores da parte real da ordem da unidade ou inferiores em todo campo de velocidades, enquanto os demais apresentam valores da ordem de dezenas ou centenas, chegando a ultrapassar o valor de milhar para as velocidades mais baixas.

Conforme foi comentado no Capítulo 2, a cada par de autovalores reais corresponde um modo de vibrar de frequência nula, ou seja, é um modo em que o sistema não vibra. Assim sendo, os autovalores de ordem #1 e #6 sendo reais diminuem um modo de vibrar em todo campo de velocidades, reduzindo na prática a 6 o número de modos de vibrar do sistema. Da mesma forma os pares de ordem # 7,8 e # 11,12 sendo reais para velocidades baixas e complexos para velocidades maiores correspondem a modos de vibrar que apenas são excitados a partir dessas velocidades em que a parte imaginária é diferen



### 1 - DIMENSÕES

A = 54, 0 in	HB = 61, 0 in
B = 29, 5 in	HT = 2, 0 in
B1 = 39, 5 in	H1 = -4, 5 in
B2 = 38, 0 in	H2 = 63, 5 in
L = 204, 0 in	RO = 20, 0 in

### 2 - MASSAS E INÉRCIAS

MB = 546, 0 lb. sec <sup>2</sup> /in	IB = 19 800 000 lb.in.sec <sup>2</sup>
MT = 19, 4 lb. sec <sup>2</sup> /in	JB = 11 700 000 lb.in.sec <sup>2</sup>
MW = 22, 1 lb. sec <sup>2</sup> /in	IT = 20 000 lb.in.sec <sup>2</sup>
	JT = 8 120 lb.in.sec <sup>2</sup>
	IW = 12 000 lb.in.sec <sup>2</sup>

### 3. SUSPENSÃO

KYW = 8 000 lb/in	CYW = 0 lb.sec/in
KXW = 1.000 000 lb/in	CXW = 0 lb.sec/in
KYT = 2 240 lb/in	CYT = 10 lb.sec/in
KYAT = 0 lb.in/rad	CYAT = 0 lb.in.sec/rad
KJ = 16 152 lb/in	CJ = 0 lb.sec/in
KB = 11 300 lb/in	CB = 450 lb.sec/in

### 4. COMPLEMENTOS

FL=FT = 3 000 000 lb	FS23 = FS33 = 0
ZETA = 1, 00	RHO = 0, 05
EPS1 = 0, 05	LAMD = 0, 05
W = 65 000 lb	

Tabela 6.1 - Valores básicos dos parâmetros para a locomotiva LF 1, com 4 eixos

te de zero.

A figura 6.1.a mostra a variação dos autovalores no plano-complexo. Foram considerados apenas os autovalores com parte imaginária negativa, pois a figura é simétrica em relação ao eixo imaginário. Observa-se um grande vazio na parte esquerda do gráfico, a partir de  $\text{Re} < -350$ , onde ocorrem os valores correspondentes às velocidades mais baixas ( $V < 40 \text{ km/h}$ ). Esta região corresponde às vibrações de frequência nula e altamente amortecidas e não apresenta maior interesse. Na parte direita observa-se o valor fixo do par de ordem #9,10 =  $(-80 \pm 100i)$ ; a variação dos pares de ordem #7,8, #11,12 e #13,14; e a concentração dos pares de ordem #2,3 e #4,5 na parte superior direita.

Observam-se ainda o surgimento das curvas correspondentes aos pares de ordem #7,8 e #11,12 que possuem parte imaginária nula para as velocidades mais baixas,

A figura 6.1.b é uma ampliação da parte superior direita da figura 6.1.a, correspondente a  $\text{Re} > -400$  e  $\text{Im} > -40$ , onde se observa o comportamento do par de ordem #7,8 para velocidades a partir de 60 MPH, o brusco surgimento de uma nova vibração através do par de ordem #11,12 a 40 MPH e o comportamento dos pares de ordem #2,3 e #4,5. A figura 6.1.c mostra mais claramente estes dois últimos pares, com o par #2,3 invertendo o sinal da parte real e instabilizando o sistema.

O aspecto das curvas correspondentes aos pares de ordem #2,3, #4,5, #11,12 e #13,14 sugere um ponto onde os modos de vibrar correspondentes possuem um amortecimento máximo, que ocorre em velocidades próximas para os diversos autovalores, caracterizando uma região de máxima estabilidade.

Quando ocorrem curvas com este aspecto, o ponto de mínimo da curva mais próxima do eixo imaginário costuma indicar o máximo grau de estabilidade do sistema, que no caso presente seria o ponto assinalado na figura 6.1.c, correspondente à parte real do par de autovalores de ordem #2,3 para a velocidade 80 MPH. O exame da listagem dos resultados, porém, indica ser outro o valor do máximo

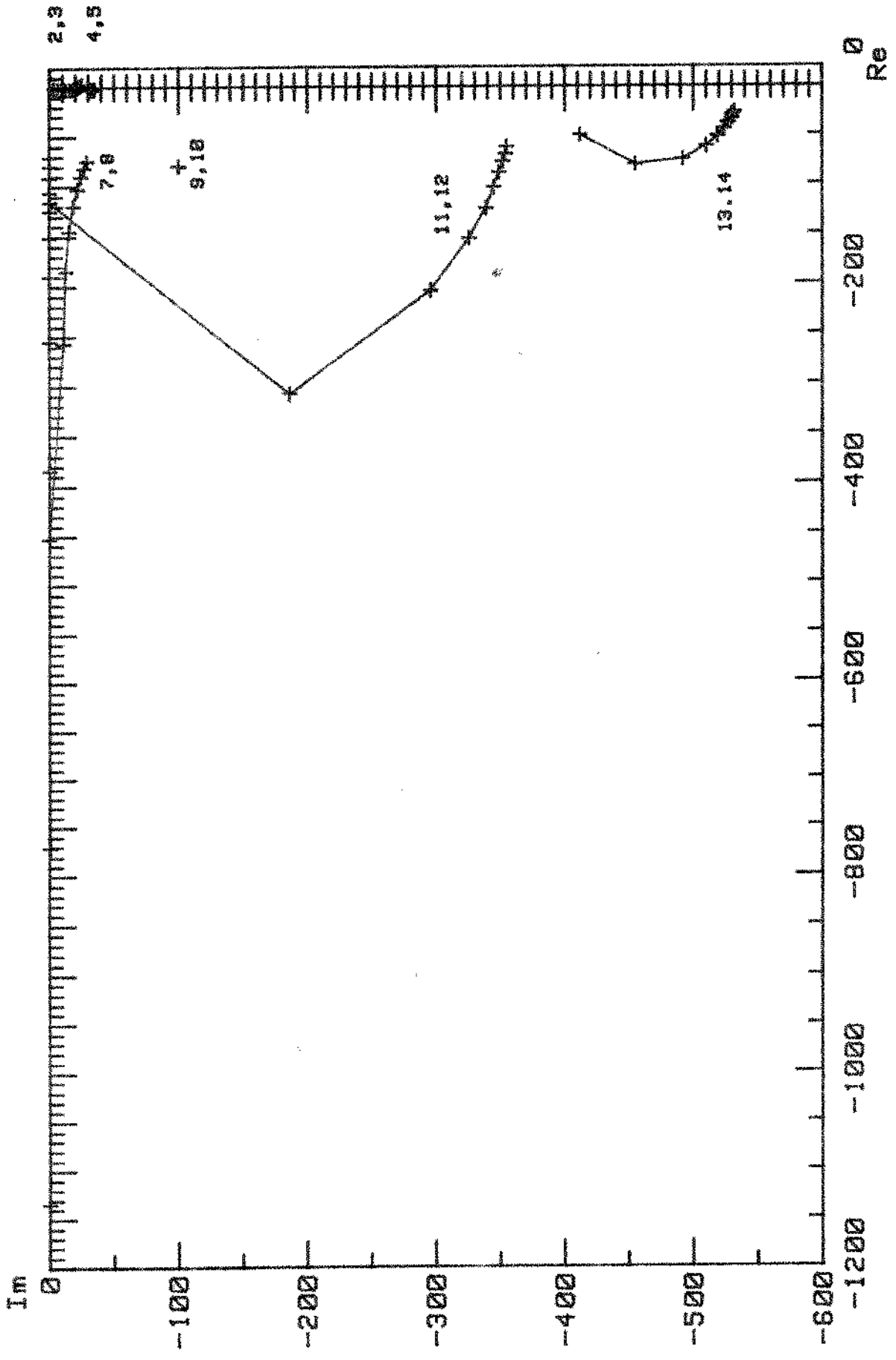


Fig. 6.1.a - Comportamento dos autovalores no plano complexo, para os valores basicos da locomotiva LF-1, mod. 7 GL.

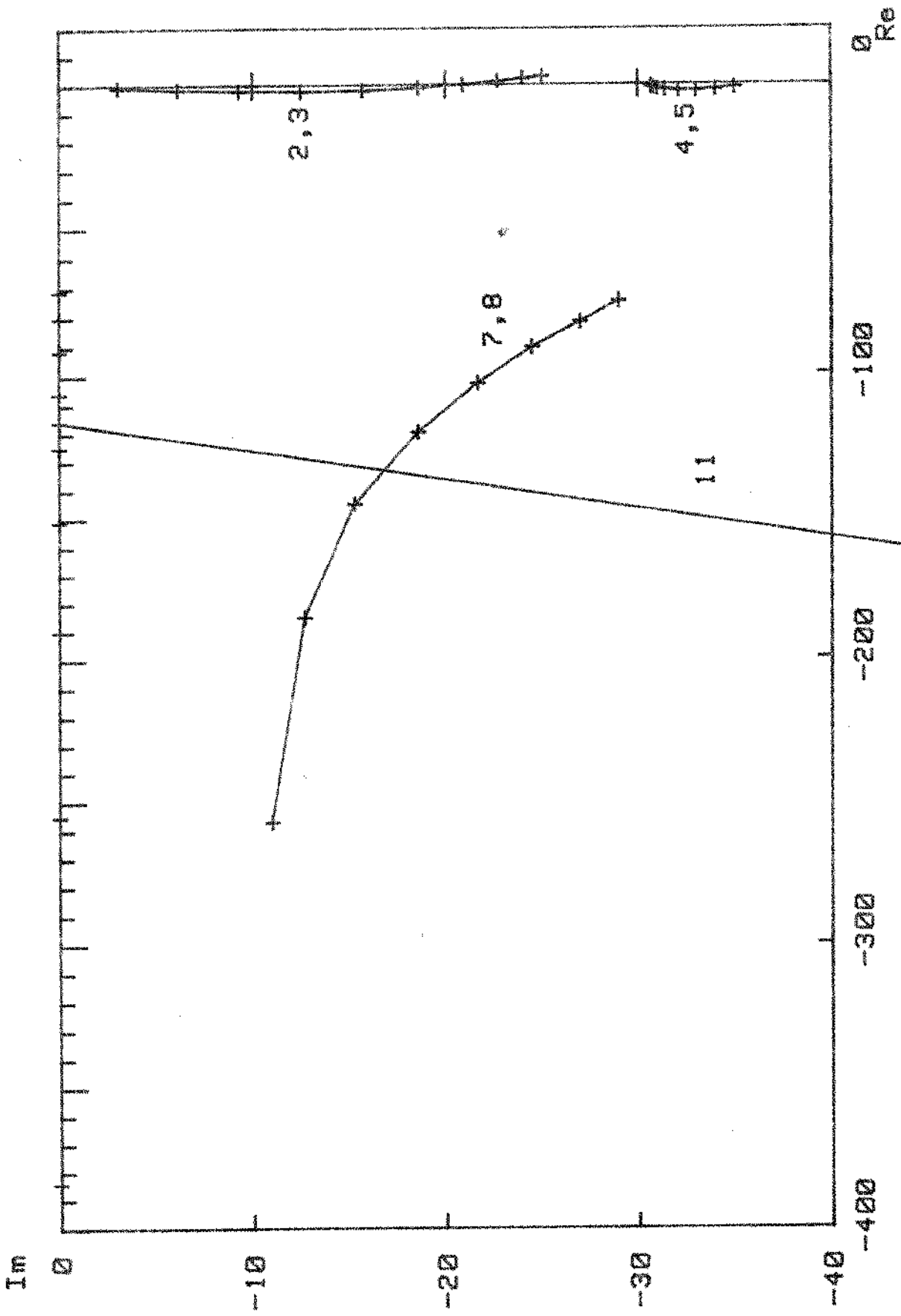


Fig. 6.1.b - Ampliacao da regio superior direita da fig. 6.1.a.

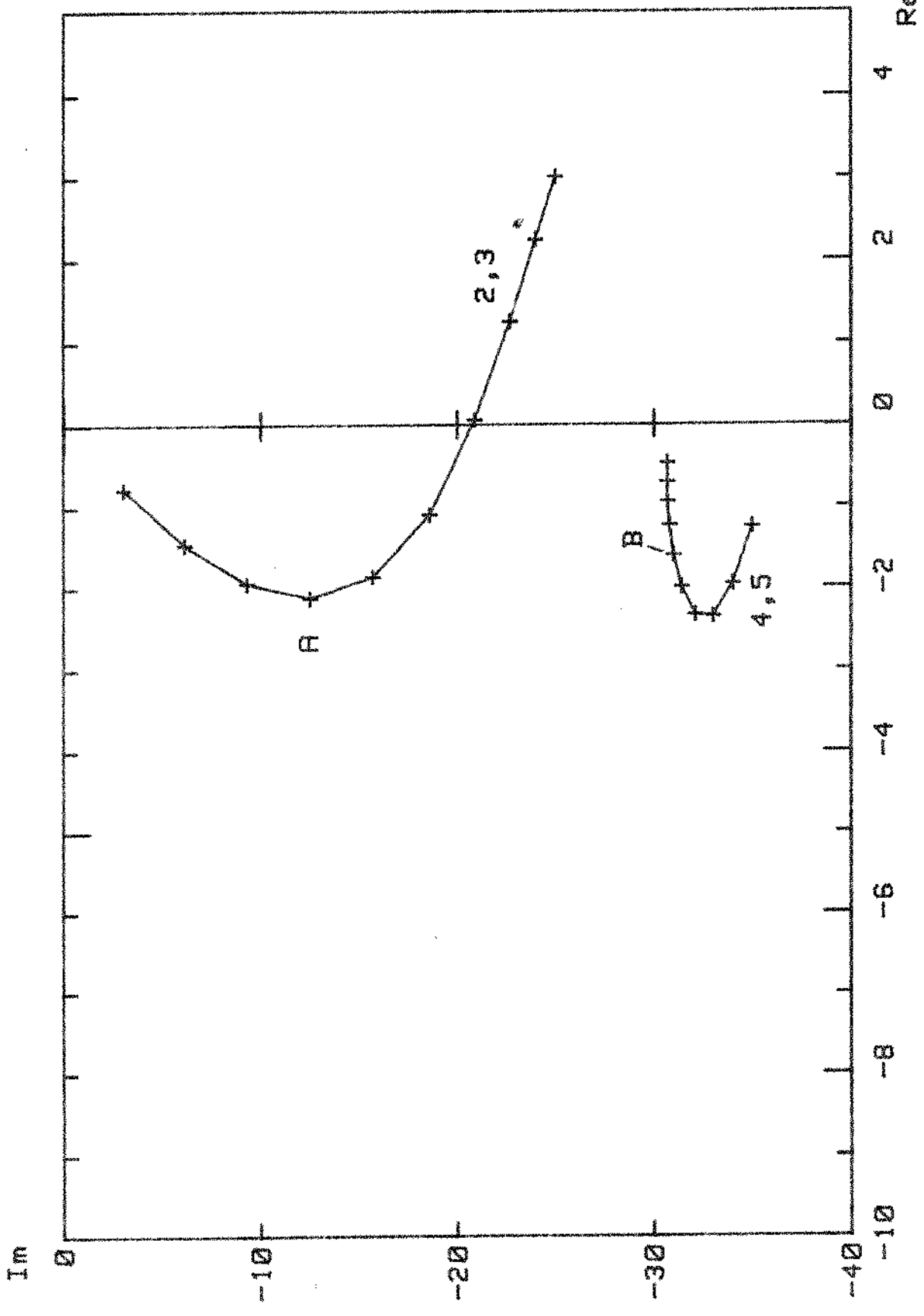


Fig. 6.1.c - Autovalores de maior interesse da locomotiva LF-1, mod. 7 GL, no plano complexo.

grau de estabilidade, justamente o valor da parte real do par de autovalores de ordem # 4,5 para a velocidade 100 MPH e correspondente ao ponto B da figura 6.1.c. Conclui-se assim que curiosamente o ponto de máximo grau de estabilidade não é um ponto de mínimo de uma das curvas dos autovalores no plano complexo. Isto será mais facilmente visualizado na análise das figuras seguintes e deve-se à diferente evolução dessas duas curvas num mesmo intervalo de variação da parte real.

Uma forma mais interessante de analisar esses resultados é construindo gráficos separados da parte real e da parte imaginária dos autovalores em função da velocidade, que são mostrados nas figuras 6.2 e 6.3.

A figura 6.2 a mostra a variação da parte real dos autovalores, para velocidades de 20 a 200 MPH em intervalos de 20 em 20 MPH onde se pode observar claramente o seguinte:

a) O valor extremamente alto da parte real dos autovalores de ordem # 6, # 7,8 e # 12 para as velocidades mais baixas.

b) A separação da parte real do par de ordem # 11,12 em valores divergentes para velocidades decrescentes a partir de 40 MPH, quando a parte imaginária se anula bruscamente

c) A continuidade da parte real do par de ordem # 7,8 em contra posição ao par de ordem # 11,12 para as mesmas condições.

d) A ocorrência de um valor máximo para  $|Re|$  dos autovalores de ordem # 11,12 e # 13,14 em velocidades em torno de 50 MPH.

e) A convergência do valor da parte real de todos esses autovalores para uma faixa cada vez mais restrita em torno de  $Re = -70$  exceto do autovalor de ordem # 13,14 que mesmo assim permanece bastante baixo ( $Re = -27$  para 200 MPH).

f) Os autovalores de ordem # 1, # 2,3 e # 4,5 possuem parte real de módulo muito pequeno, tornando-se imperceptíveis nesta figura.

As figuras 6.2b e 6.2c são ampliações da parte superior da figura anterior, de forma a se observar a variação da parte real dos auto-

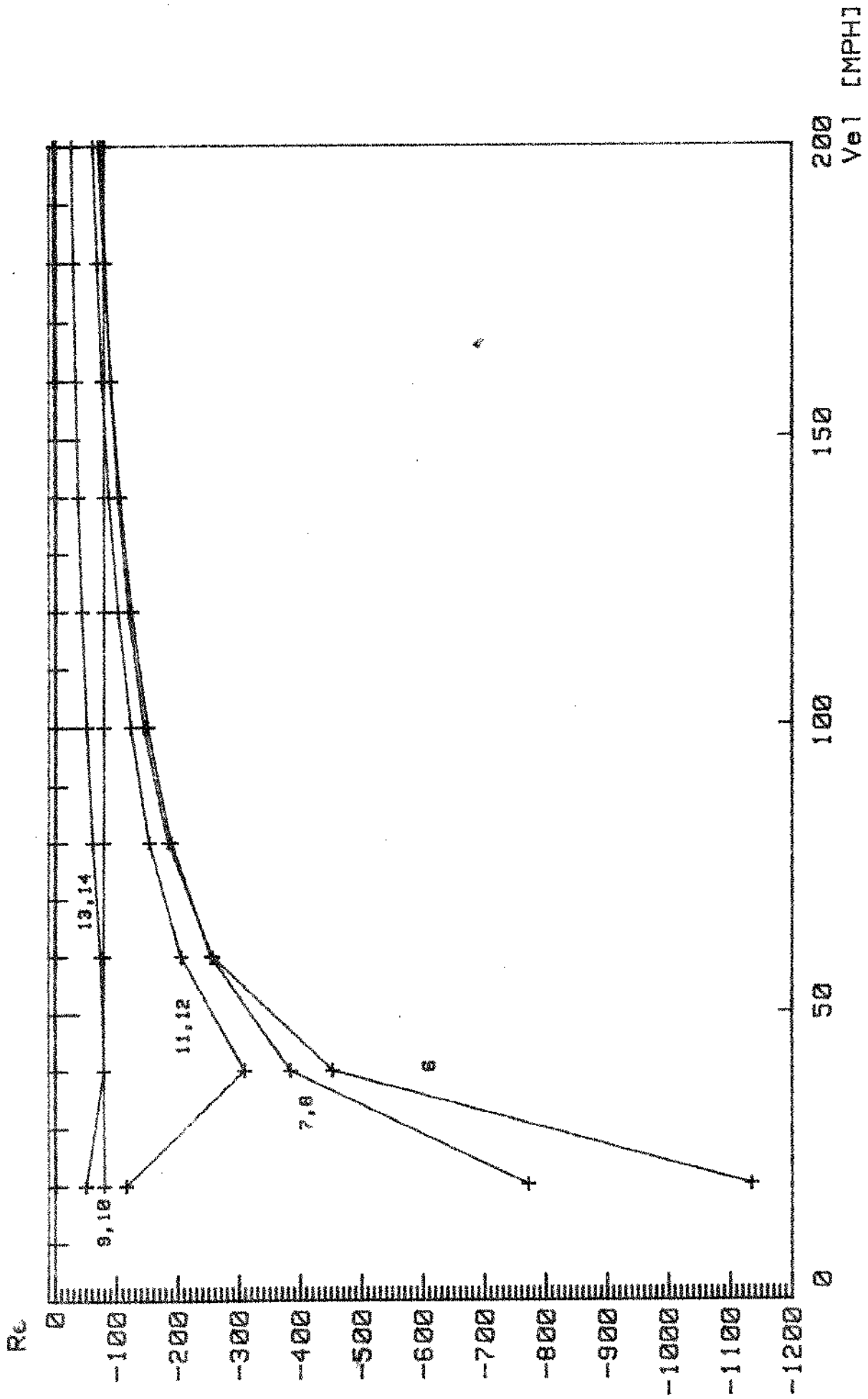


Fig. 6.2.a - Parte real dos autovalores da locomotiva LF-1, mod. 7 GL, em funcao da velocidade.

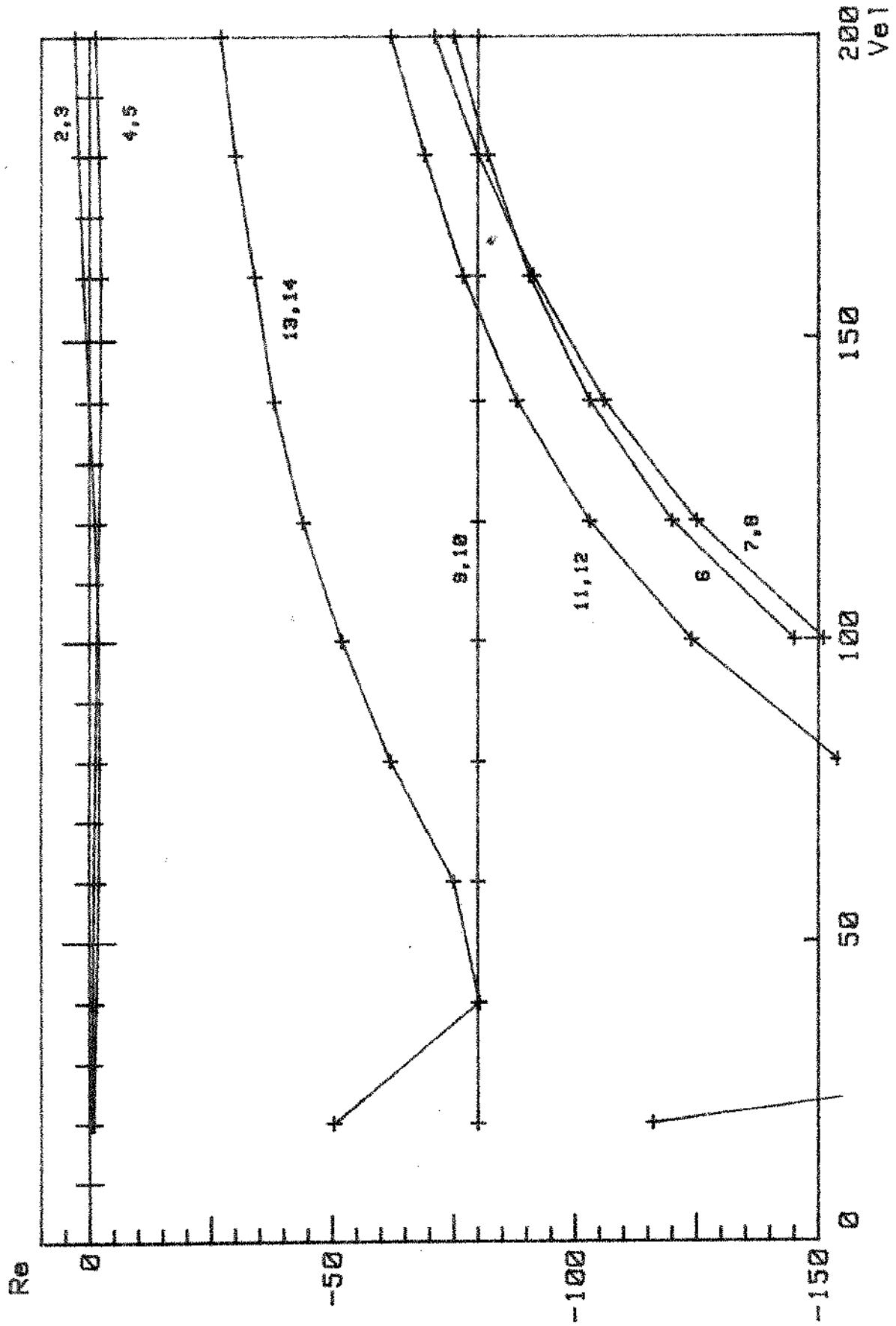


Fig. 6.2.b - Ampliacao da parte superior da fig. 6.2.a.



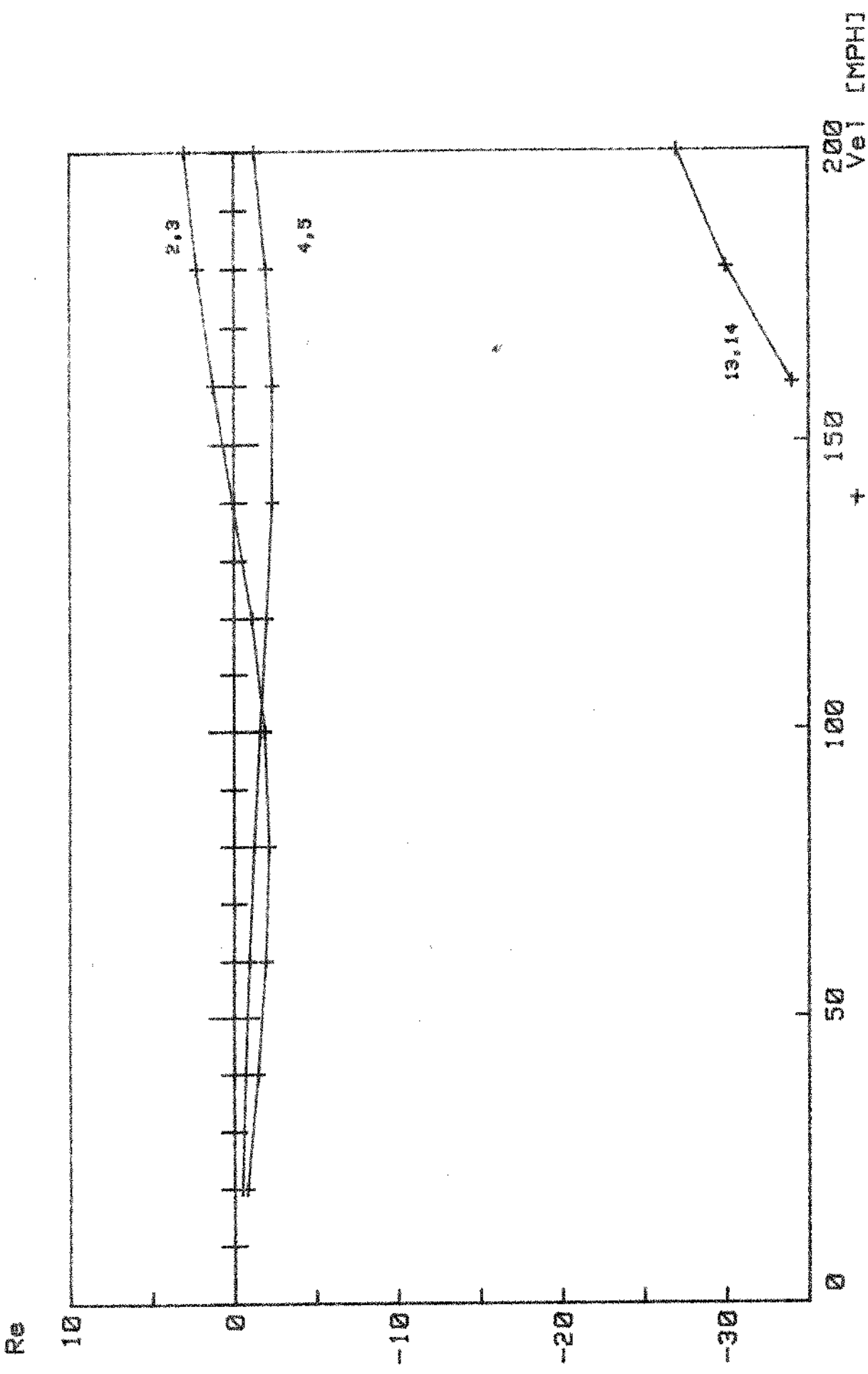


Fig. 6.2.c - Parte real dos autovalores de maior interesse da locomotiva LF-1, mod. 7 GL, em funcao da velocidade.

valores de ordem # 2,3 e #4,5. Aqui são dignas de registro a inversão de sinal da parte real do par de autovalores de ordem # 2,3 a 139 MPH, a existência de um valor mínimo de  $Re = - 2,14$  a 80 MPH para esse par e o fato de  $|Re|$  do par de ordem # 4,5 ser inferior ao do par # 2,3 para velocidades inferiores aproximadamente a 105 MPH. Isto implica em que o grau de estabilidade do sistema seja determinado pelo par de autovalores de ordem # 4,5 para velocidades inferiores a 105 MPH e pelo par de ordem # 2,3 para velocidades superiores a esse valor. Explica-se assim a localização do ponto correspondente ao máximo grau de estabilidade na figura 6.1.c, determinado pela interseção das duas curvas da figura 6.2.c

A figura 6.3 a mostra a variação da parte imaginária dos autovalores com a velocidade e sendo a parte imaginária proporcional à frequência, isto é o aspecto também da variação da frequência dos modos de vibrar correspondentes. A figura 6.3 b é uma ampliação da parte superior da figura anterior onde se percebe melhor o comportamento da parte imaginária dos pares de autovalores de ordem # 2,3 - #4,5 e # 7,8. Percebe-se nestas figuras uma tendência crescente com a velocidade para as frequências de todos os modos de vibrar, exceto para o de ordem # 9,10 que permanece constante. O modo de vibrar de ordem #4,5 varia pouco e os modos de ordem # 11,12 e #13,14 que são os que apresentam maior frequência, tendem a se estabilizar para velocidades superiores a 80 MPH. Destaca-se também o brusco surgimento das frequências dos modos de ordem # 7,8 e # 11,12, respectivamente a 60 e 40 MPH.

A dificuldade na identificação correta dos autovalores nas velocidades mais baixas e a existência de um valor máximo para  $|Re|$  sugerem um refinamento da análise nessa faixa, o que foi feito variando-se a velocidade de 5 em 5 MPH na faixa de 20 a 60 MPH. Isto permitiu a perfeita identificação do comportamento de cada autovalor para a análise anterior e a construção das figuras 6.4 e 6.5, onde se observa mais convenientemente o comportamento da parte real e da parte imaginária de cada autovalor nas velocidades baixas. Permite também verificar o surgimento das frequências dos modos de ordem #7,8 e # 11,12 de forma mais suave, respectivamente a 55 e 35 MPH. Um novo refinamento entre 30 e 35 MPH e 50 e 55 MPH deverá mostrar

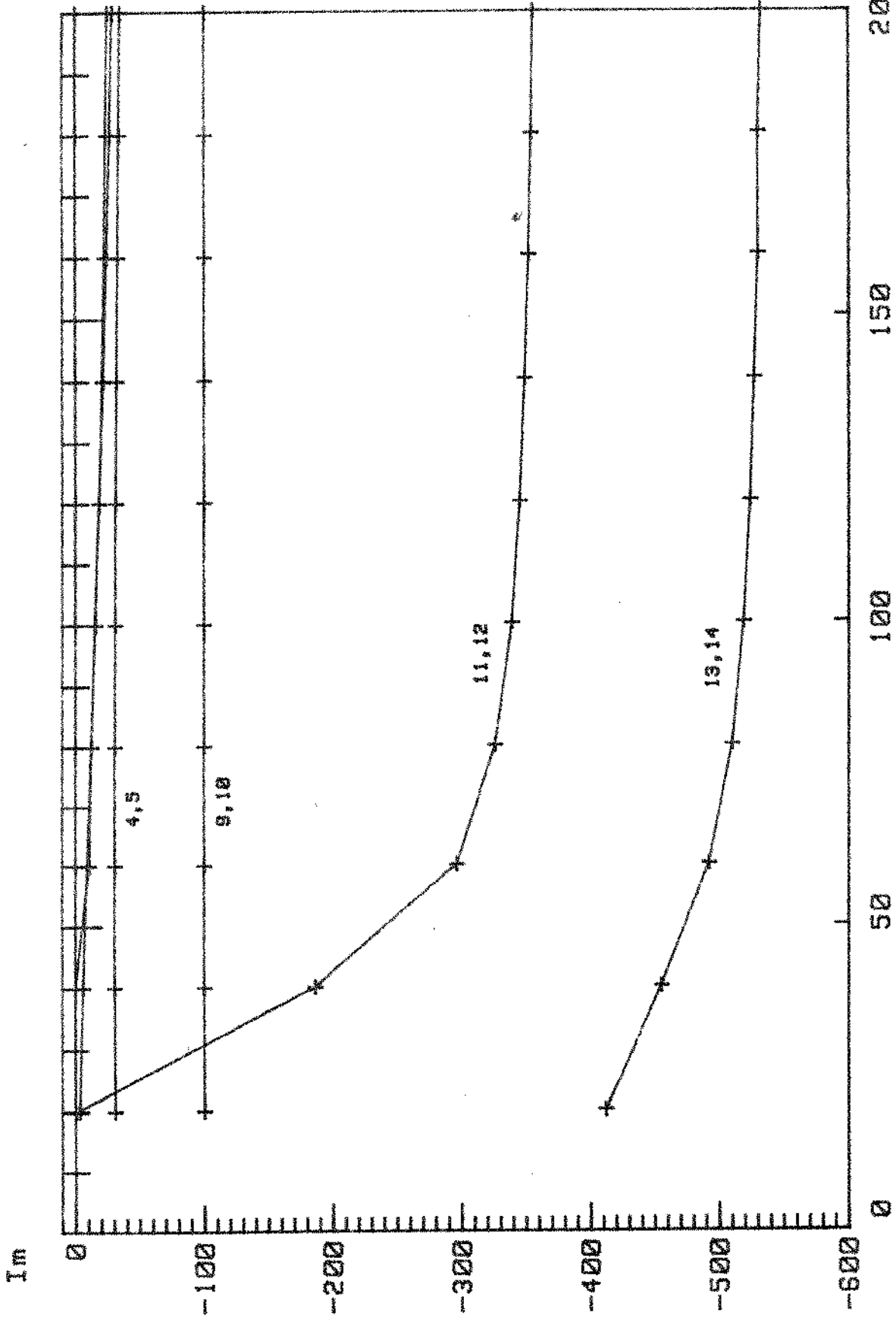


Fig. 6.3.a - Parte imaginaria dos autovalores da locomotiva LF-1, mod. 7 GL, em funcao da velocidade.

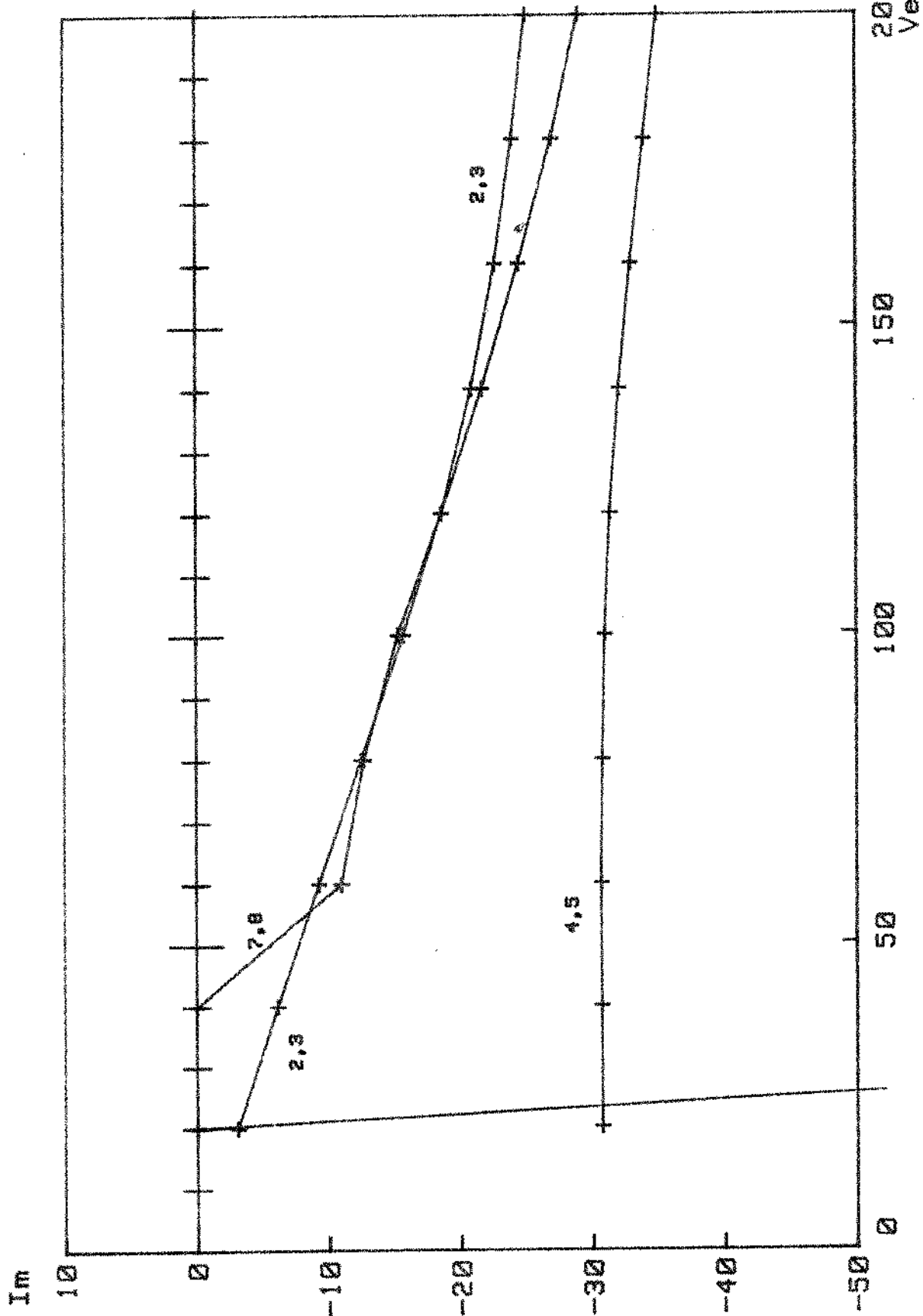


Fig. 6.3.b - Ampliacao da parte superior da fig. 6.3.a.

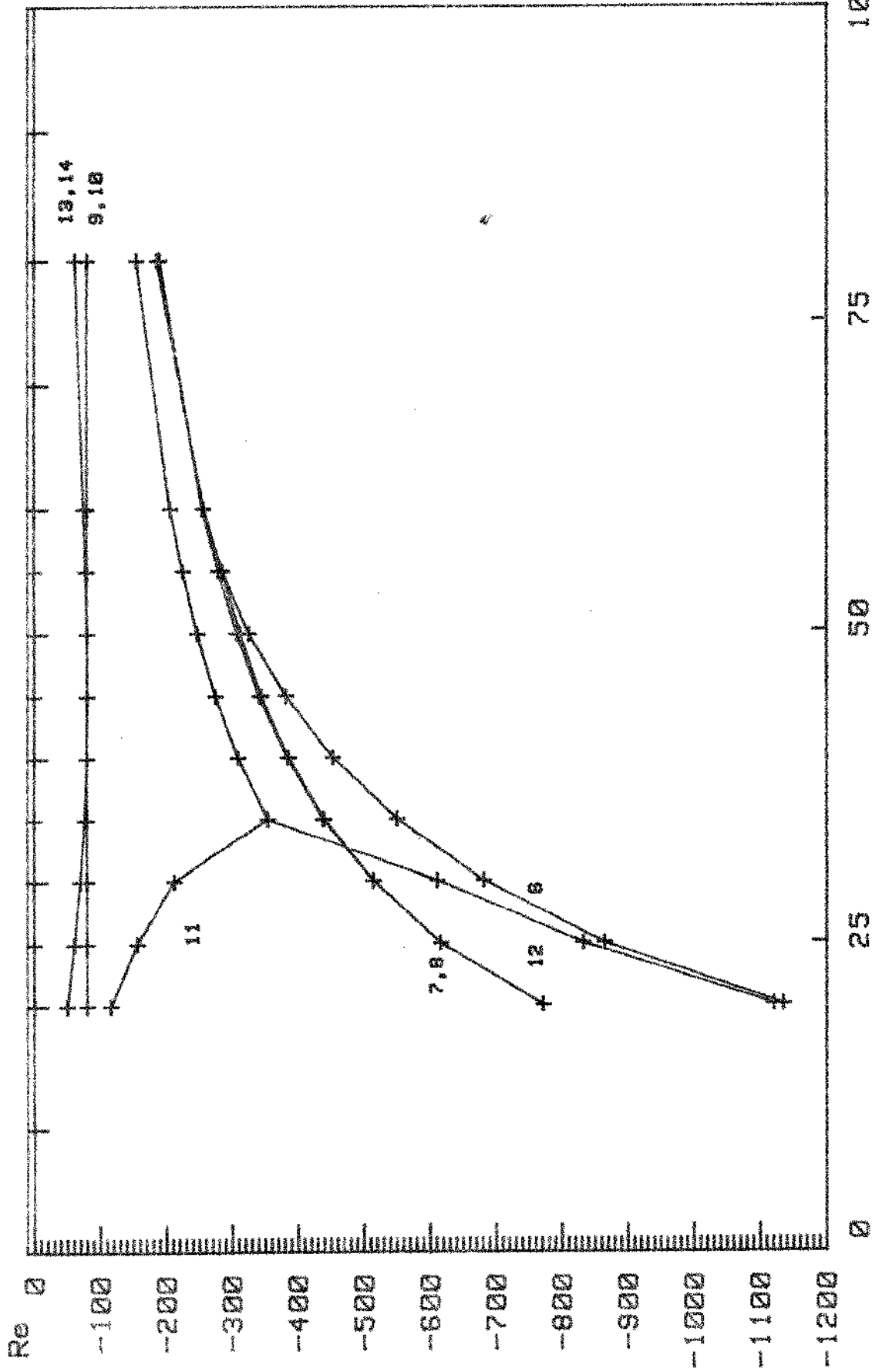


Fig. 6.4 - Parte real dos autovalores da locomotiva LF-1, mod. 7 GL, nas velocidades mais baixas.

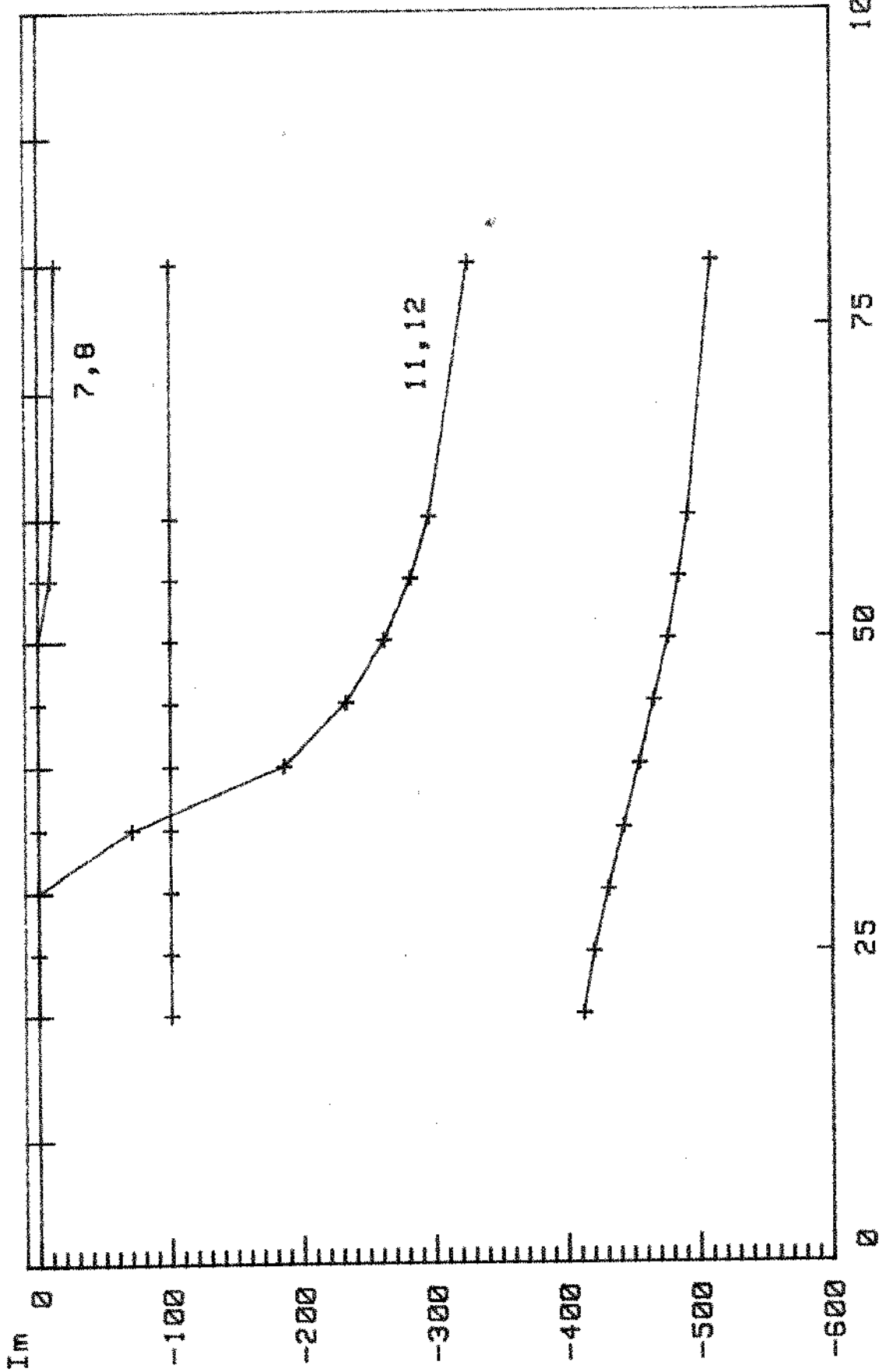


Fig. 6.5 - Parte imaginaria dos autovalores da locomotiva LF-1, mod. 7 GL, nas velocidades mais baixas.

este surgimento progressivo, com a frequência desses modos de vibrar aumentando rapidamente a partir de zero.

Finalmente um refinamento nas velocidades entre 120 e 140 MPH permite definir o limite de estabilidade a 139 MPH, uma vez que a essa velocidade o par de autovalores de ordem ~~#~~ 2,3 ainda é positivo e para 140 MPH já ocorre a inversão de sinal. A análise dos autovectores correspondentes mostra ser o movimento lateral do truque do minante, com os movimentos laterais dos eixos apresentando amplitudes da ordem de 60% do primeiro e praticamente em fase, sendo os de mais movimentos desprezíveis. A frequência de vibração do modo instável é de 3,33 Hz.

#### 6.1.2 MODELO COM 17 GRAUS DE LIBERDADE

Como já foi visto nos capítulos 4 e 5, o modelo com 7 graus de liberdade comporta apenas os movimentos de um truque (3 G L) e dos respectivos eixos (4 G L) enquanto o modelo com 17 graus de liberdade reúne os 14 movimentos referentes aos 2 truques mais 3 movimentos referentes ao corpo da locomotiva.

A utilização do modelo com 17 graus de liberdade pode, assim, apresentar novidades quando comparados os seus resultados com os do modelo anterior.

Procurando-se o limite de estabilidade para a locomotiva - LF 1 com os valores básicos não se encontrou qualquer diferença entre os resultados obtidos com este modelo e com o anterior, o mesmo ocorrendo quando se procurou a influência da variação dos parâmetros sobre esse limite. Observa-se, isto sim, que todos os autovalores presentes no modelo de truque (7 G L) aparecem repetidos - duas vezes no modelo da locomotiva completa (17 G L), surgindo também 3 pares de autovalores sem correspondentes no modelo anterior e que correspondem à presença do corpo da locomotiva. Destaca-se nes-ses resultados o fato de a parte real desses autovalores, apresentarem módulo bastante baixo e com variação desprezível.

Estudando-se a variação desses autovalores a partir de - 20 MPH observa-se que eles permanecem com a parte real muito próxi-

Ve [MPH]	#	1,2	3,4	5,6	9,10,11,12	13,14,15,16
20	Re	-0,039	-0,015	-0,055	-0,76	-0,47
	Im	1,78	2,81	3,03	3,1	30,7
25	Re	-0,039	+0,0024	-0,024	-0,97	-0,52
	Im	1,78	2,83	3,05	3,8	30,7
30	Re	-0,039	+0,0024	-0,021	-1,15	-0,58
	Im	1,78	2,84	3,06	4,6	30,7
35	Re	-0,039	+0,0008	-0,023	-1,31	-0,63
	Im	1,78	2,85	3,07	5,4	30,7
40	Re	-0,040	-0,005	-0,024	-1,47	-0,69
	Im	1,78	2,85	3,07	6,1	30,7
60	Re	-0,040	-0,0035	-0,027	-1,96	-0,94
	Im	1,78	2,86	3,08	9,3	30,7
80	Re	-0,040	-0,0050	-0,028	-2,14	-1,24
	Im	1,78	2,86	3,08	12,5	30,8
100	Re	-0,040	-0,0060	-0,029	-1,88	-1,60
	Im	1,78	2,86	3,08	15,6	31,0
120	Re	-0,040	-0,0069	-0,030	-1,11	-2,00
	Im	1,78	2,86	3,08	18,6	31,4
140	Re	-0,040	-0,0077	-0,031	+0,047	-2,34
	Im	1,78	2,87	3,09	20,9	32,1

Tabela 6.2 - Variação dos autovalores para a locomotiva LF 1 no modelo 17 GL sem correspondentes no modelo 7 GL e dos autovalores mais próximos do eixo imaginário, em função da velocidade.



ma de zero em todo campo de velocidades, como se verifica na tabela 6.2, determinando sempre um grau de estabilidade bastante precário. Particularmente para as velocidades 25, 30 e 35 MPH o sistema torna-se instável, com o par de autovalores de ordem # 3,4 apresentando - parte real positiva.

A análise dos autovetores correspondentes a esses 3 pares - de autovalores revela ser o movimento lateral da locomotiva também - denominado "hunting primário" e correspondente ao G L 8, o movimen - to dominante em dois deles (# 1,2 e #5,6). No primeiro (#1,2), com frequência 0,28 Hz, todos os demais movimentos têm amplitudes des - prezíveis e no segundo (#5,6), com frequência 0,49 Hz, o movimento lateral dos truques apresenta amplitude 0,18 e ambos em fase com o movimento dominante. O par de autovalores de ordem # 3,4 é sempre o que apresenta parte real mais próxima de zero e determina, assim, o grau de estabilidade em todo campo e ainda instabiliza o sistema - nas velocidades baixas entre 25 e 40 MPH. Com frequência de 0,45 Hz apresenta como movimento dominante o lateral dos truques ( G L 5 e 15) em oposição de fase entre si e os eixos acompanhando os respec - tivos truques com amplitudes da ordem de 15% e defasagem de até 40° atrasados.

Sobre a instabilidade verificada a baixas velocidades - Garg [16] observa que frequentemente 2 tipos muito diferentes de "hunting" podem ocorrer: o "hunting primário" ou da caixa e o "hun - ting secundário" ou do truque. O primeiro se caracteriza por movi - mentos violentos do veículo, assemelha-se aos fenômenos de ressonân - cia e pode ser eliminado aumentando-se adequadamente o amortecimen - to entre o truque e a caixa. O segundo é inerente ao projeto e se caracteriza por oscilações do truque ou dos rodeiros. Rama Chandran [38] destaca uma explicação apresentada por Wickens [44] segundo a qual a instabilidade da caixa é devida à interação com o truque - através da suspensão secundária e pode ser completamente eliminada, se o truque e o rodeiro forem estáveis, através do amortecimento la - teral que não deve ser muito grande nem muito pequeno. Rinehart [39] considera o "hunting" do truque mais sério que o da caixa porque ge - ra forças laterais excessivas sobre a via e sendo auto-sustentado ,

resulta em desgastes prematuros.

Hannebrink [23] confirma que o "hunting" da caixa a velocidades baixas é mais fácil de controlar e nas velocidades altas as amplitudes são limitadas pelo friso, tornando-se mais violentas e provocando o descarrilhamento. Observa ainda que o fenômeno é comum a vagões, carros e locomotivas.

### 6.1.3 INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DE PARÂMETROS

Foram processadas alterações em alguns dos parâmetros utilizando-se ambos os modelos (com 7 e com 17 graus de liberdade) e verificada a influência sobre o limite de estabilidade. Os resultados obtidos confirmam as conclusões apresentadas no trabalho do qual o exemplo foi retirado [17] e dentre eles destacam-se a influência marcante da rigidez lateral da suspensão primária  $K_{yw}$  e do ângulo de inclinação do perfil da roda  $\delta_o$  (RHO), este com reflexos nos coeficientes  $\xi$  (ZETA),  $\epsilon$  (EPSI) e  $\lambda$  (LAMD). Essa influência pode ser visualizada nas figuras 6.6, onde se mostra a variação do limite de estabilidade em função desses parâmetros.

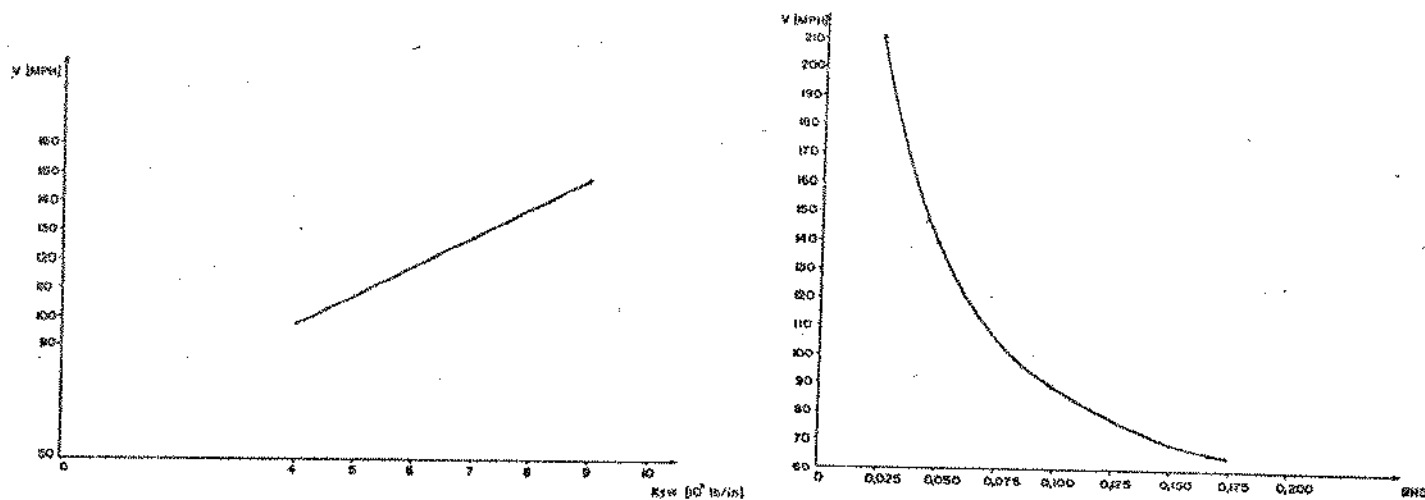


Fig. 6.6, - Variação do limite de estabilidade da locomotiva LF-1: à esquerda, em função da rigidez  $K_{yw}$ ; à direita, em função da conicidade  $\delta$  do perfil da roda.

É interessante observar também que a variação do momento de inércia do corpo da locomotiva em relação ao eixo vertical IB não exerce qualquer influência no limite de estabilidade, o mesmo ocorrendo com a rigidez vertical das suspensões primária KJ e secundária KB. A influência do momento de inércia do truque IT é desprezível.

A instabilidade verificada no modelo completo, com 17 graus de liberdade, para velocidades baixas pode ser eliminada pela alteração de alguns parâmetros, como por exemplo a conicidade do perfil da roda, que entretanto reduz também o limite de estabilidade para as velocidades altas. Isto é explicado pela forma diferente com que um mesmo parâmetro influi sobre cada um dos autovalores. No caso, por exemplo, o aumento da conicidade das rodas provoca uma redução da parte real dos autovalores referentes aos 3 graus de liberdade da locomotiva, ao mesmo tempo que aumenta a parte real dos autovalores de ordem # 9, 10, 11, 12, como se observa nas tabelas 6.3. Sendo estes os autovalores que levam o sistema à instabilidade, o aumento da sua parte real provoca a redução do limite de estabilidade.

#### 6.1.4. CONCLUSÕES SOBRE A LOCOMOTIVA LF 1

O estudo dessa locomotiva permitiu a adaptação, modificação e a implantação das rotinas de cálculo para locomotivas com 4 eixos. Convém salientar que praticamente todo trabalho aqui realizado foi igualmente aproveitado para a implantação dos modelos para locomotivas com seis eixos.

O modelo com 7 graus de liberdade se mostra bastante útil no estudo da influência de grande parte dos parâmetros, principalmente sobre o limite de estabilidade, visto que os resultados obtidos com esse modelo coincidiram com os obtidos com o modelo completo de 17 graus de liberdade, sempre que comparados. A vantagem deste modelo é operar com menor número de variáveis, exigindo menor capacidade de memória e espaço em disco, além de maior rapidez de processamento e menor espaço para arquivamento e listagem dos resulta-

VEHICLE IS UNSTABLE AT SPEED= 0.35000E+02

EIGENVALUES ARE PRINTED OUT

I	ALPHA	BETA	DAMPING RATIO	FREQUENCY
1	.1686E+01	.0000E+00	-.1000E+01	.0000E+00
2	.1686E+01	.0000E+00	-.1000E+01	.0000E+00
3	.3927E+01	.1780E+01	-.2297E-01	.2832E+00
4	.3927E+01	.1780E+01	-.2297E-01	.2832E+00
5	.8100E-01	.2851E+01	-.2826E-03	.4537E+00
6	.8100E-01	.2851E+01	-.2826E-03	.4537E+00
7	-.2256E-01	.3070E+01	-.7348E-02	.4887E+00
8	-.2256E-01	.3070E+01	-.7348E-02	.4887E+00
9	-.1315E+01	.5372E+01	-.2378E+00	.8550E+00
10	-.1315E+01	.5372E+01	-.2378E+00	.8550E+00
11	-.1152E+01	.5311E+01	-.2378E+00	.8548E+00
12	-.1152E+01	.5311E+01	-.2378E+00	.8548E+00
13	-.6303E+00	.3070E+02	-.2072E-01	.4885E+01
14	-.6303E+00	.3070E+02	-.2072E-01	.4885E+01
15	-.6353E+00	.3070E+02	-.2071E-01	.4885E+01
16	-.6353E+00	.3070E+02	-.2071E-01	.4885E+01
17	-.8008E+02	-.1001E+03	-.6248E+00	.1593E+02
18	-.8008E+02	-.1001E+03	-.6248E+00	.1593E+02
19	-.8003E+02	-.1002E+03	-.6241E+00	.1595E+02
20	-.8003E+02	-.1002E+03	-.6241E+00	.1595E+02
21	-.7682E+02	-.1142E+03	-.1709E+00	.7048E+02
22	-.7682E+02	-.1142E+03	-.1709E+00	.7048E+02
23	-.3532E+03	-.7139E+02	-.9802E+00	.1138E+02
24	-.3532E+03	-.7139E+02	-.9802E+00	.1138E+02
25	-.7682E+02	-.1142E+03	-.1709E+00	.7048E+02
26	-.7682E+02	-.1142E+03	-.1709E+00	.7048E+02
27	-.3532E+03	-.7139E+02	-.9802E+00	.1138E+02
28	-.3532E+03	-.7139E+02	-.9802E+00	.1138E+02
29	-.4360E+03	.0000E+00	-.1000E+01	.0000E+00
30	-.4360E+03	.0000E+00	-.1000E+01	.0000E+00
31	-.5495E+03	.0000E+00	-.1000E+01	.0000E+00
32	-.5495E+03	.0000E+00	-.1000E+01	.0000E+00
33	-.4380E+03	.0000E+00	-.1000E+01	.0000E+00
34	-.4380E+03	.0000E+00	-.1000E+01	.0000E+00

Tab.6.3. - Autovalores para a locomotiva LF 1 a 35 MPH. À esquerda, com os valores básicos; à direita, com  $\delta_0 = 0,10$  e  $\epsilon, \zeta, \lambda$  segundo Joly-Wickens.

EIGENVALUES ARE PRINTED OUT

I	ALPHA	BETA	DAMPING RATIO	FREQUENCY
1	-.1297E+01	.0000E+00	-.1000E+01	.0000E+00
2	-.1297E+01	.0000E+00	-.1000E+01	.0000E+00
3	-.4042E-01	.1780E+01	-.2274E-01	.2833E+00
4	-.4042E-01	.1780E+01	-.2274E-01	.2833E+00
5	-.8423E-02	.2851E+01	-.2939E-02	.4561E+00
6	-.8423E-02	.2851E+01	-.2939E-02	.4561E+00
7	-.3111E-01	.3085E+01	-.1011E-01	.4911E+00
8	-.3111E-01	.3085E+01	-.1011E-01	.4911E+00
9	-.1216E+01	.8336E+01	-.1444E+00	.1327E+01
10	-.1216E+01	.8336E+01	-.1444E+00	.1327E+01
11	-.1216E+01	.8336E+01	-.1444E+00	.1327E+01
12	-.1216E+01	.8336E+01	-.1444E+00	.1327E+01
13	-.6532E+00	.3070E+02	-.2147E-01	.4886E+01
14	-.6532E+00	.3070E+02	-.2147E-01	.4886E+01
15	-.6529E+00	.3070E+02	-.2146E-01	.4886E+01
16	-.6529E+00	.3070E+02	-.2146E-01	.4886E+01
17	-.8008E+02	-.1001E+03	-.6248E+00	.1593E+02
18	-.8008E+02	-.1001E+03	-.6248E+00	.1593E+02
19	-.8003E+02	-.1002E+03	-.6241E+00	.1595E+02
20	-.8003E+02	-.1002E+03	-.6241E+00	.1595E+02
21	-.7680E+02	-.1142E+03	-.1709E+00	.7048E+02
22	-.7680E+02	-.1142E+03	-.1709E+00	.7048E+02
23	-.3550E+03	-.6945E+02	-.9814E+00	.1105E+02
24	-.3550E+03	-.6945E+02	-.9814E+00	.1105E+02
25	-.7680E+02	-.1142E+03	-.1709E+00	.7048E+02
26	-.7680E+02	-.1142E+03	-.1709E+00	.7048E+02
27	-.3550E+03	-.6945E+02	-.9814E+00	.1105E+02
28	-.3550E+03	-.6945E+02	-.9814E+00	.1105E+02
29	-.5421E+03	.0000E+00	-.1000E+01	.0000E+00
30	-.5421E+03	.0000E+00	-.1000E+01	.0000E+00
31	-.5495E+03	.0000E+00	-.1000E+01	.0000E+00
32	-.5495E+03	.0000E+00	-.1000E+01	.0000E+00
33	-.4355E+03	.0000E+00	-.1000E+01	.0000E+00
34	-.4355E+03	.0000E+00	-.1000E+01	.0000E+00

dos.

O modelo de locomotiva completa, com 17 graus de liberdade, ocupa maiores espaços e consome maior tempo de processamento. Apresenta, porém, alguns resultados que não se podem obter com o modelo reduzido de 7 graus de liberdade, quando isto se faz sentir sobre os movimentos do corpo da locomotiva, como foi o caso verificado com o movimento lateral para essa locomotiva em velocidades baixas.

Neste caso, a análise feita apenas com o modelo de 7 graus de liberdade mostra o truque estável numa faixa de velocidades onde ocorre a instabilidade devida ao "hunting primário", que não pode ser obtido pelo modelo menor. E ainda mais, uma estabilidade que se pode considerar "precária" em todo o campo de velocidades, dado o baixo valor do grau de estabilidade determinado pelos autovalores que não aparecem nesse modelo com apenas 7 graus de liberdade.

Sobre os resultados obtidos em si cabe destacar:

a) O surgimento, a partir de certas velocidades, de modos de vibrar que não se manifestavam a velocidades mais baixas por corresponderem a autovalores reais e portanto com frequências nulas, conforme as figuras 6.3.a e 6.3.b

b) A tendência dos modos de vibrar mais amortecidos a uma configuração estável, com a parte real dos autovalores aproximando-se de um valor comum com o aumento da velocidade, conforme a figura 6.2.a.

c) O tipo de comportamento dos autovalores de ordem #2,3 e #4,5 do modelo com 7 G L. conforma figuras 6.1.c e 6.2.c.

d) O grau de estabilidade ser determinado, no modelo com 7 graus de liberdade, pelo par de autovalores de ordem #4,5 para velocidades mais baixas e pelo par de ordem #2,3 para velocidades a partir de aproximadamente 105 MPH até a instabilidade.

e) A existência de duas regiões interessantes, uma em torno dessa velocidade de 105 MPH onde ocorre o máximo grau de estabilidade para o modelo com 7 graus de liberdade e outra entre 35 e 45 MPH

onde surgem os modos de vibrar correspondentes aos autovalores de ordem # 7,8 e #11,12.

f) O comportamento dos 3 pares de autovalores correspondentes ao corpo da locomotiva no modelo com 17 graus de liberdade, do que decorrem uma região de instabilidade entre 25 e 35 MPH, e uma "estabilidade precária" em todo o restante do campo de velocidades.

g) A influência marcante de alguns parâmetros e a não influência de outros que em princípio se esperava pudessem apresentar influência maior, como é o caso dos momentos de inércia.

h) A diferença de influência que a variação de um parâmetro pode exercer sobre diversos autovalores de uma mesma locomotiva.

i) A nítida separação dos autovalores praticamente em três blocos: um primeiro constituído pelos autovalores reais em todo campo de velocidades, reduzindo na prática os modos de vibrar; um segundo constituído de autovalores com partes real e imaginária muito afastadas dos eixos, caracterizando modos de vibrar com frequências altas e fortemente amortecidos; e um terceiro constituído de autovalores bastante próximos da origem, caracterizando modos de vibrar com frequências baixas pouco amortecidas e sobre os quais se deve concentrar a atenção.

## 6.2 EXEMPLO DE LOCOMOTIVA COM SEIS EIXOS

Da mesma forma que no exemplo anterior, foi escolhida a locomotiva LS 2 com 3 eixos por truque e cujos valores básicos dos parâmetros são apresentados na tabela 6.4.

### 6.2.1 MODELO COM 9 GRAUS DE LIBERDADE

Trabalhando com o modelo de 9 graus de liberdade sobre os valores básicos dos parâmetros da locomotiva LS 2 de forma semelhante à adotada no exemplo anterior, ou seja variando a velocidade de 20 a 200 MPH com incrementos de 20 MPH e depois refinando-os, obtêm-

1 - DIMENSÕES

$A_1 = 79,38$ in	HB = 57,70 in
$A_2 = -1,25$ in	HT = 2,50 in
$A_3 = 85,00$ in	$H_1 = 5,00$ in
B = 29,50 in	$H_2 = 50,20$ in
$B_1 = 39,50$ in	L = 276,00 in
$B_2 = 35,12$ in	RO = 20,00 in

2- MASSAS E INÉRCIAS

MB = 766,0 lb.sec <sup>2</sup> /in	IB = 39 600 000 lb.in.sec <sup>2</sup>
MT = 40,0 lb.sec <sup>2</sup> /in	JB = 17 200 000 lb.in.sec <sup>2</sup>
MW = 30,0 lb.sec <sup>2</sup> /in	IT = 178 000 lb.in.sec <sup>2</sup>
	JT = 56 000 lb.in.sec <sup>2</sup>
	IW = 16 500 lb.in.sec <sup>2</sup>

3- SUSPENSÃO

KYW = 5 000 lb/in	CYW = 400,0 lb.sec/in
KXW = 500 000 lb/in	CXW = 12,5 lb.sec/in
KYT = 22 000 lb/in	CYT = 600,0 lb.sec/in
KYAT = 10 000.000 lb/in/rad	CYAT = 200 000,0 lb.in.sec/rad
KJ = 19 800 lb/in	CJ = 150,0 lb.sec/in
KB = 250 000 lb/in	CB = 250,0 lb.sec/in

4- COMPLEMENTOS

FL = FT = 4 000 000 lb	FS23 = FS33 = 0
ZETA = 1,00	RHO = 0,05
EPSI = 0,05	LAMD = 0,05
W = 66 000 lb	

Tabela 6.4 - Valores básicos dos parâmetros para a locomotiva LS - 2, com 6 eixos.

se resultados semelhantes aos do exemplo anterior que podem ser resumidos da seguinte forma:

a) O veículo se torna instável a 118 MPH com a inversão do sinal do par de autovalores de ordem # 3,4.

b) Existe um par de autovalores com a parte imaginária nula em todo campo de velocidades e com a parte real sempre coincidente e mais dois autovalores com parte imaginária nula e parte real - com valores distintos reduzindo-se assim 2 modos de vibrar que não são excitados.

c) Existem 2 modos de vibrar coincidentes, pela coincidência total de 2 pares de autovalores, de ordem # 12,13 e #17,18 que apenas divergem na parte real para velocidades baixas, quando a parte imaginária se anula. Isto na prática reduz mais um modo de vibrar e o sistema fica então com apenas 6 modos de vibrar distintos.

d) Dois pares de autovalores, os de ordem # 5,6 e #8,9 não variam com a velocidade, assumindo os valores constantes  $22,3 \pm 20,5 i$  e  $18,2 \pm 11,8 i$ , respectivamente

e) Além do par de autovalores de ordem # 1,2, que é real, apenas o par de ordem # 3,4 apresenta módulo da parte real da ordem da unidade e é este que levará o sistema à instabilidade. Todos os demais apresentam parte real com módulo da ordem de dezenas, ou seja, os modos de vibrar são bastante amortecidos.

f) O movimento dominante no limite de estabilidade é o lateral dos eixos (G L 1, 2 e 3), sendo o movimento lateral do truque - de amplitude da ordem de 60% e em fase com o dos eixos. Os demais movimentos são desprezíveis. A frequência do modo instável é de 2,4 Hz.

Na figura 6.7 observa-se a variação dos autovalores no plano complexo, onde da mesma forma que no exemplo anterior, existe um grande vazio na parte esquerda, pois os autovalores com parte real apresentando módulo muito alto são aqueles que têm a parte imaginária anulada nas baixas velocidades. Na parte direita dessa figura - observa-se o surgimento dos pares de autovalores de ordem #12,13 e #17,18 para coincidirem por todo o campo a partir de quando a par-



te imaginária se torna não nula. Verifica-se também o comportamento dos demais autovalores, com destaque para os pares de ordem # 5,6 e #8,9 constantes e a concentração do par de ordem # 3,4 na parte superior direita. A figura 6.7 b é uma ampliação da parte superior direita onde se verifica a variação desses últimos autovalores, com destaque para a inversão do sinal da parte real do par de autovalor de ordem # 3,4, tornando instável o sistema.

Nas figuras 6.8 observa-se a variação da parte real dos autovalores com a velocidade, destacando-se três fatos: os dois pares #5,6 e #8,9 constantes, a ocorrência de uma região de máxima estabilidade entre 50 e 80 MPH para os modos correspondentes aos pares de autovalores de ordem # 10,11 e # 12,13 no momento em que esses modos passam a existir e a mesma tendência de convergir a parte real para um valor comum e estável verificada no exemplo anterior. Na figura 6.8, b observa-se o comportamento da parte real dos pares de autovetores de ordem # 1,2, que a rigor não apresenta maior interesse por serem autovalores reais, e # 3,4 que é o que apresenta maior interesse por levar o sistema à instabilidade a 118 MPH.

O grau de estabilidade é sempre determinado pelo par de autovalores de ordem # 3,4, atingindo o valor máximo 1,16 a 60 MPH.

Na figura 6.9, a observa-se a variação da parte imaginária dos autovalores com a velocidade. Despertam atenção o comportamento do par de autovalores de ordem # 10,11 e o surgimento do modo de vibrar correspondente aos pares de autovalores de ordem # 12,13 e # 17,18 coincidentes. O comportamento do par de ordem # 14,15 é melhor observado na figura 6.9, b que revela o surgimento brusco desse modo de vibrar a 55 MPH, com a frequência diminuindo rapidamente de 1,45 Hz a 0,29 Hz entre 55 e 70 MPH para depois aumentar lentamente com o aumento da velocidade. A frequência do modo de vibrar que se torna instável e corresponde ao par de autovalores de ordem # 3,4 cresce continuamente com a velocidade.

#### 6.2.2. MODELO COM 21 GRAUS DE LIBERDADE

Os resultados obtidos com o modelo de 21 graus de liberdade

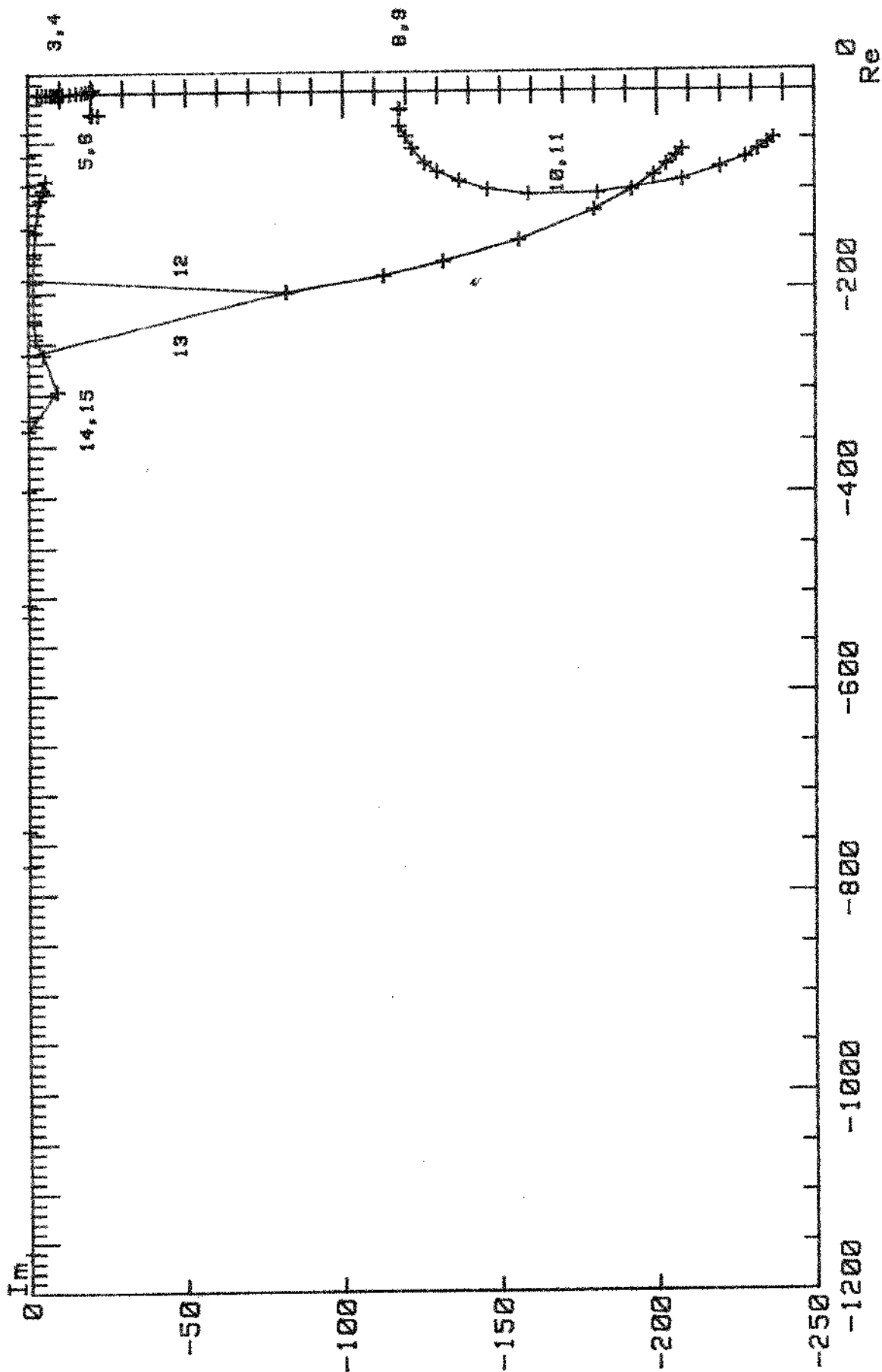


Fig. 6.7.a - Autovalores da locomotiva LS 2, mod. 9 GL, no plano complexo.

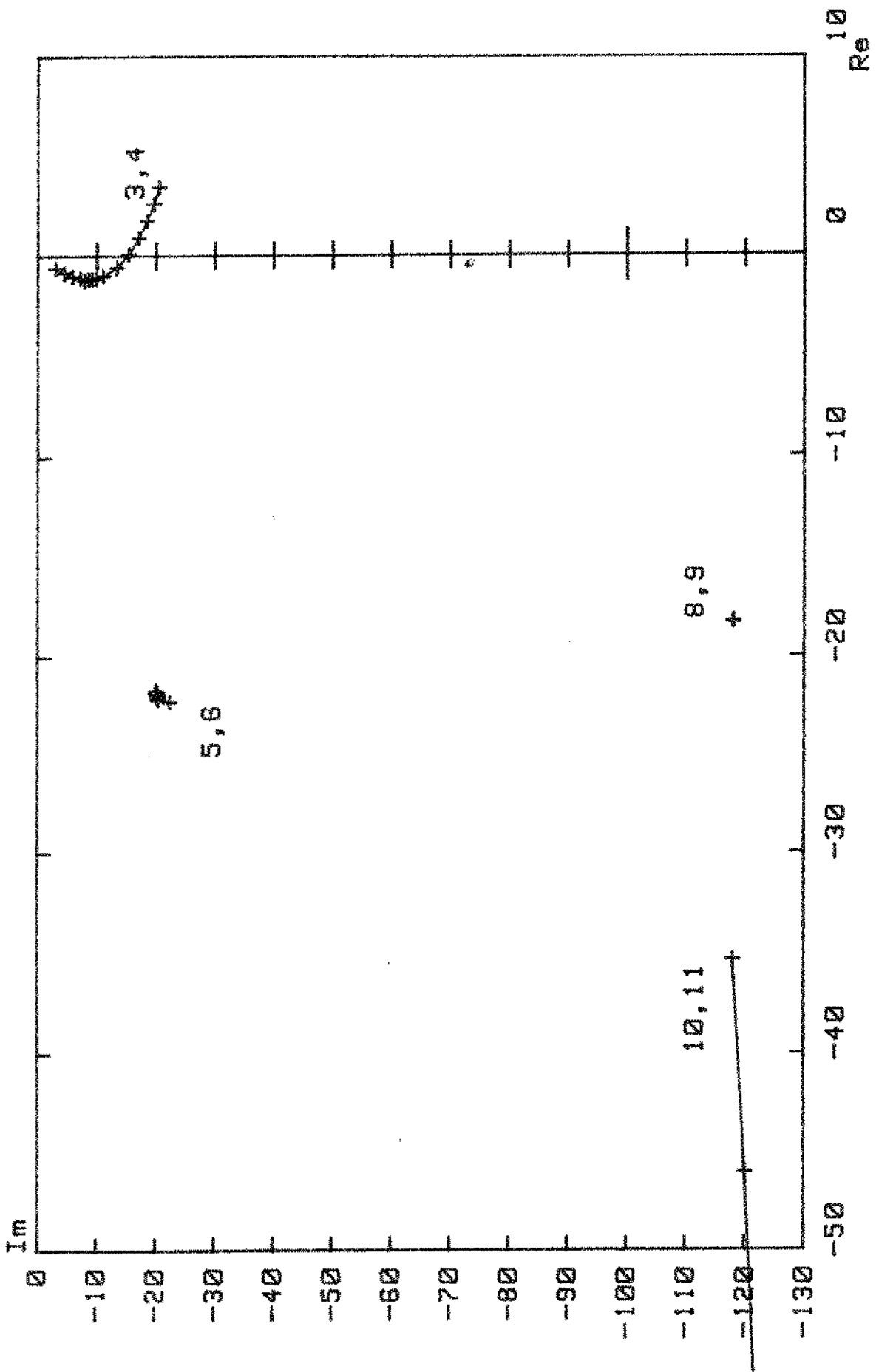


Fig. 6.7.b - Ampliacao da parte superior direita da figura anterior.

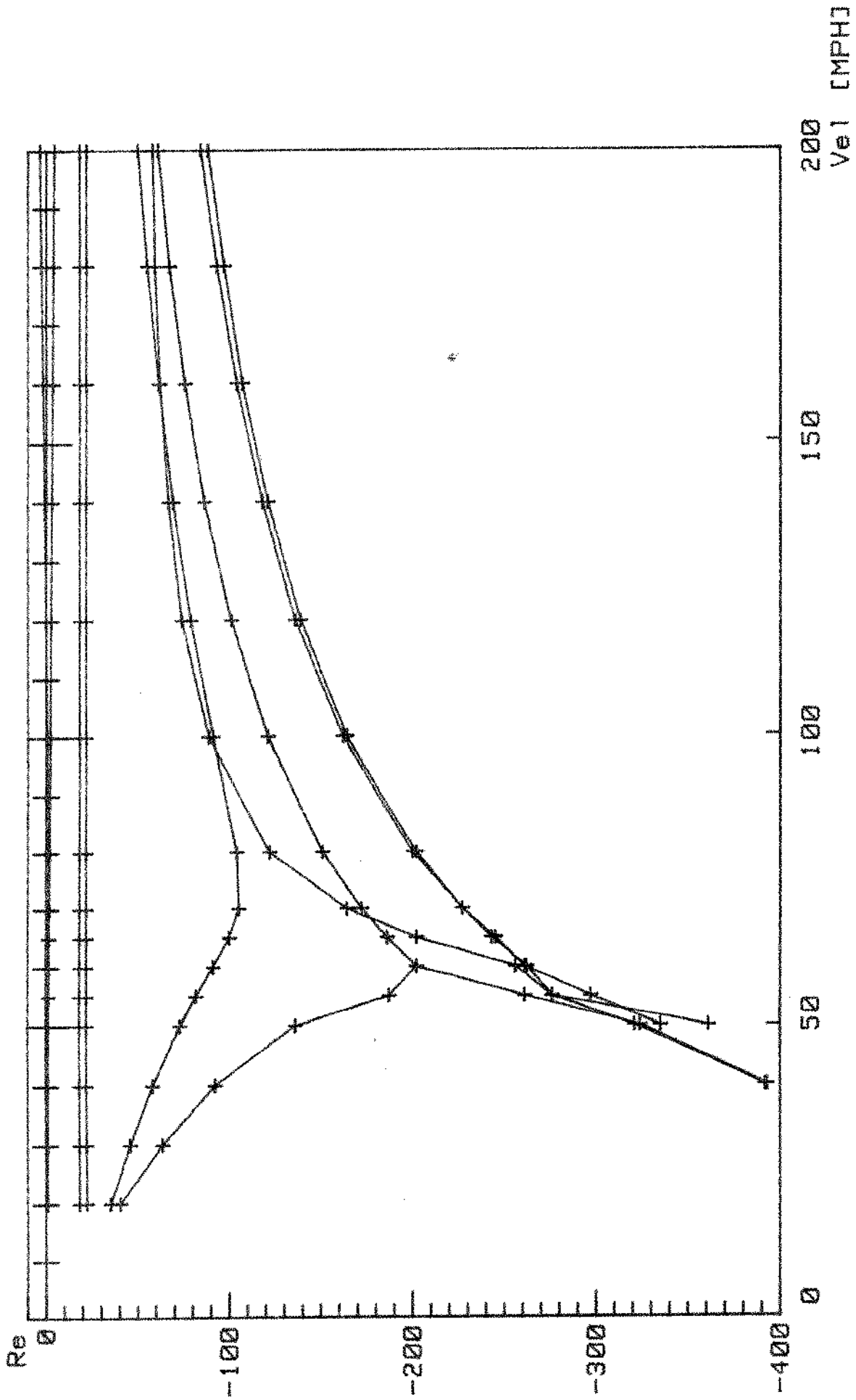


Fig. 6.8.a - Parte real dos autovalores da locomotiva LS 2, mod. 9 GL, em função da velocidade.

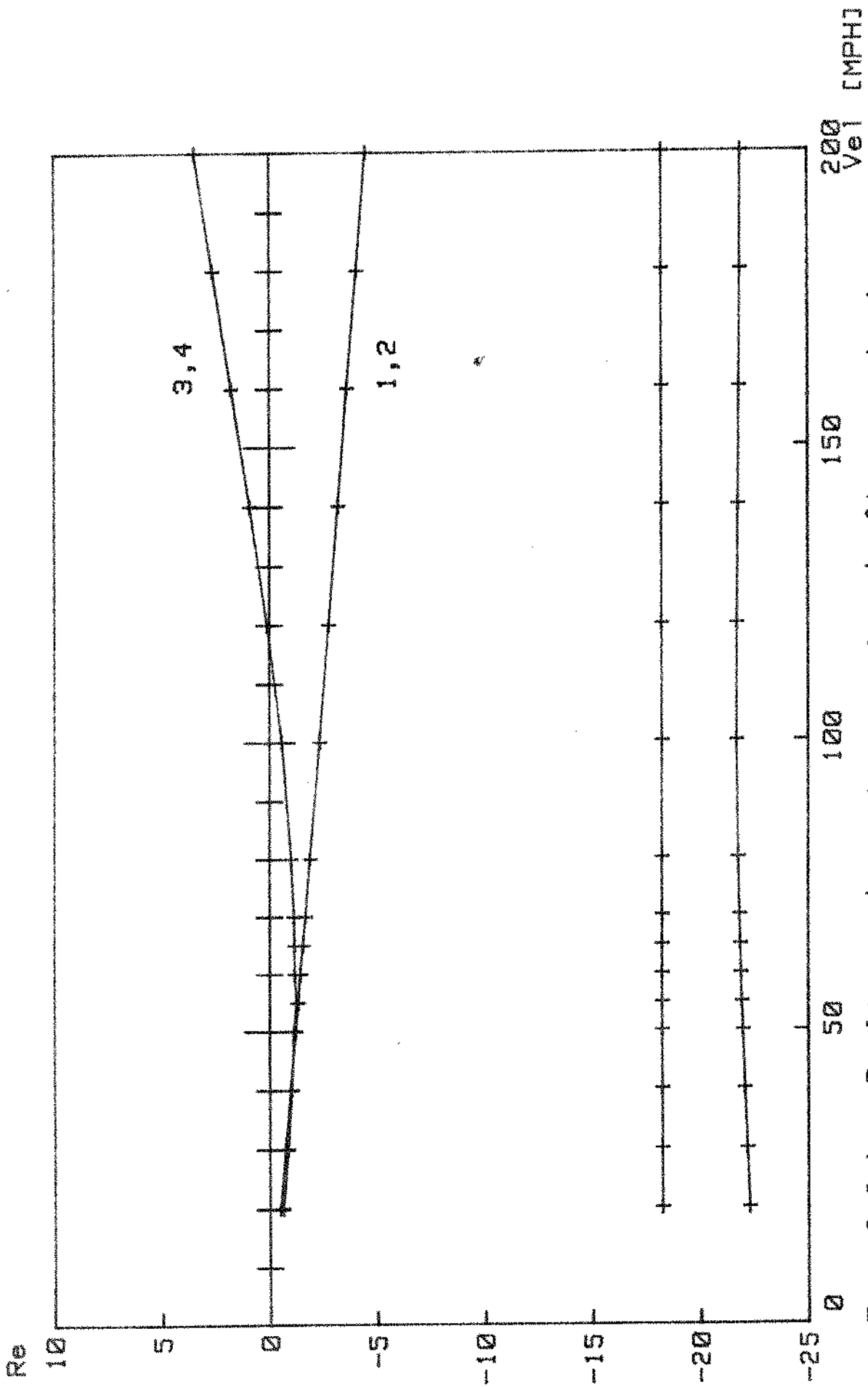


Fig. 6.8.b - Ampliacao da parte superior da figura anterior.

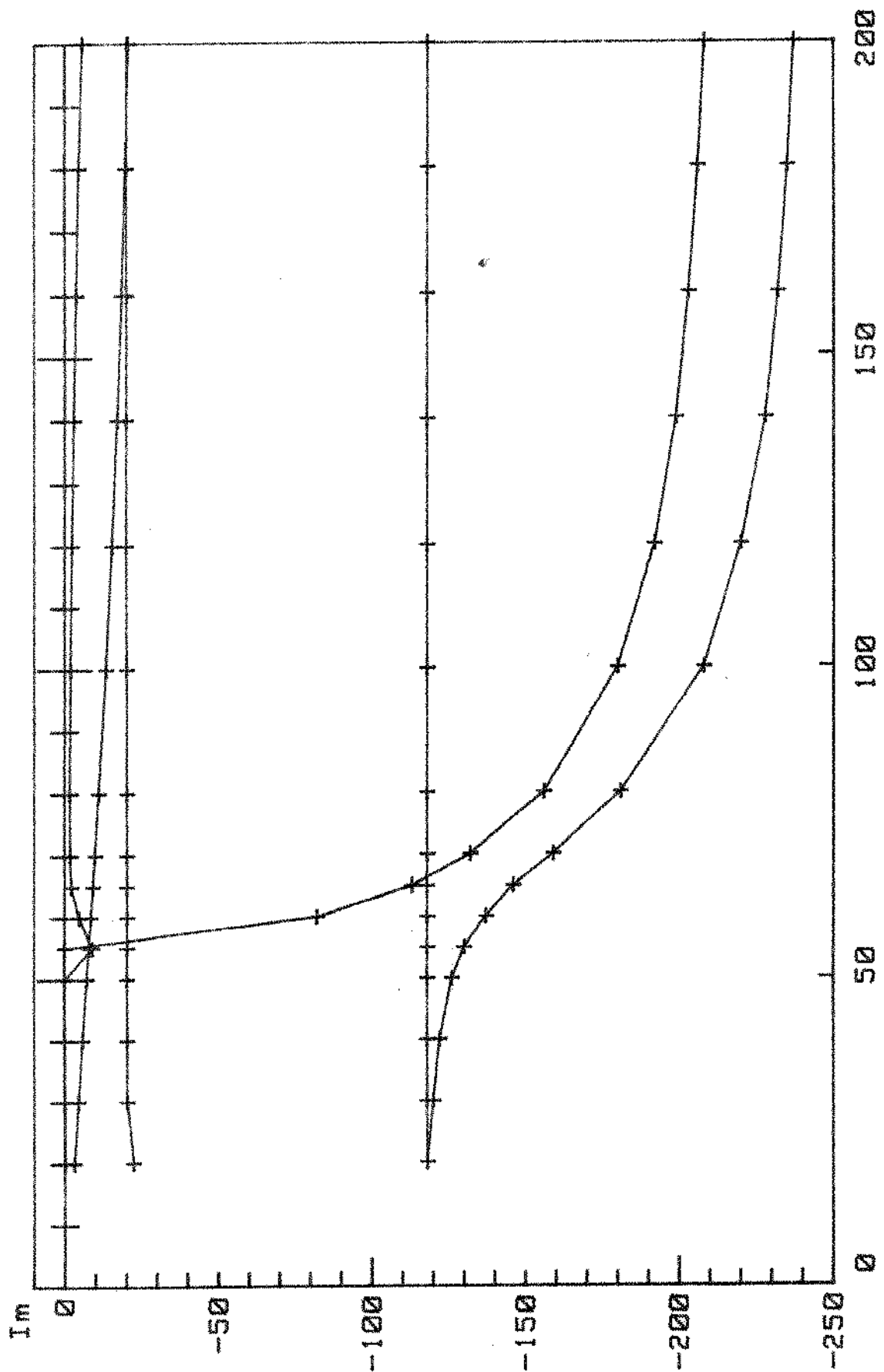


Fig. 6.9.a - Parte imaginaria dos autovalores da locomotiva LS 2, mod. 9 GL, em funcao da velocidade.

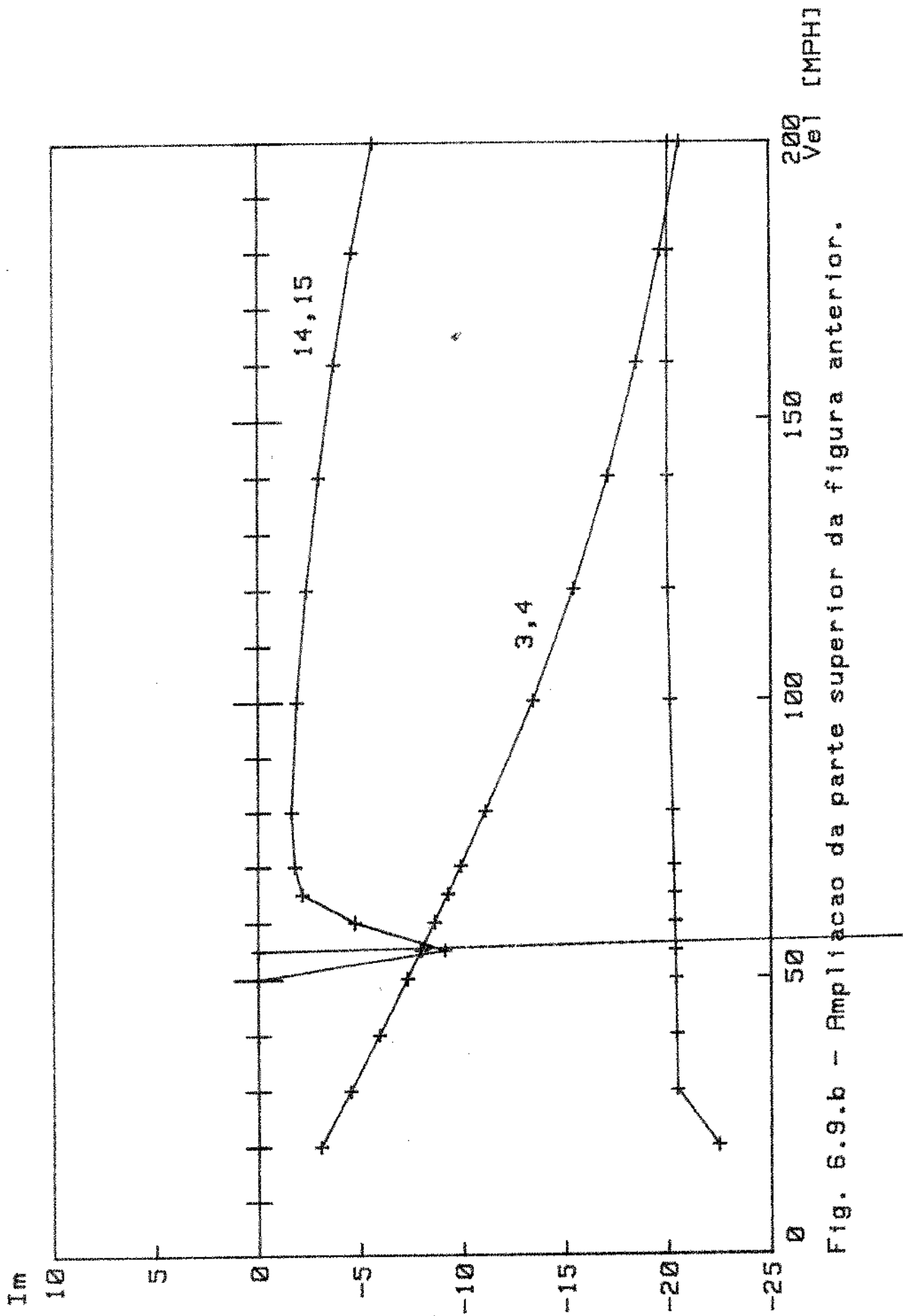


Fig. 6.9.b - Ampliacao da parte superior da figura anterior.

apresentam em alguns casos diferenças desprezíveis em relação aos obtidos com o modelo anterior na busca dos limites de estabilidade. Assim, por exemplo, o limite de estabilidade com os valores básicos foi 115 MPH enquanto com o modelo com 9 graus de liberdade foi 117 MPH.

Na tabela 6.5 verifica-se, como exemplo, a variação do limite de estabilidade em função de  $K_{yw}$  para ambos os modelos.

Os 3 pares de autovalores sem correspondentes no modelo anterior apresentam partes real e imaginária com módulos pequenos, representando assim frequências baixas e pouco amortecidas, da mesma forma que no exemplo anterior, sem contudo aproximar-se tanto de zero como naquele caso. Na listagem dos resultados são os pares de ordem # 1,2, # 6,7 e # 8,9, sendo os de ordem # 11, 12, 13, 14 os correspondentes ao par de ordem # 3,4 do modelo anterior.

O comportamento desses autovalores em função da velocidade é visualizado na figura 6.10. O par de ordem # 1,2 permanece praticamente constante a partir de 50 MPH e determina o grau de estabilidade até pouco mais de 110 MPH. Os pares de ordem # 6,7 e # 8,9 crescem tanto na parte real como na imaginária até 80 MPH e depois permanecem constantes. Estes três pares de autovalores são os mais próximos do eixo imaginário até serem ultrapassados pelos autovalores de ordem # 11, 12, 13, 14 que levam o sistema à instabilidade a 115 MPH. Estes têm o mesmo tipo de comportamento que seus correspondentes no modelo com 9 graus de liberdade.

O limite de estabilidade para os valores básicos é determinado pelos autovalores de ordem # 11, 12, 13, 14, correspondentes ao par de ordem # 2,3 do modelo anterior e o movimento dominante - nesta condição não se altera.

### 6.2.3 INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS

Neste exemplo não se procurou tanto a influência da variação dos parâmetros. Apenas foi confirmada a forte influência da concidência do perfil das rodas e da rigidez lateral da suspensão pri-



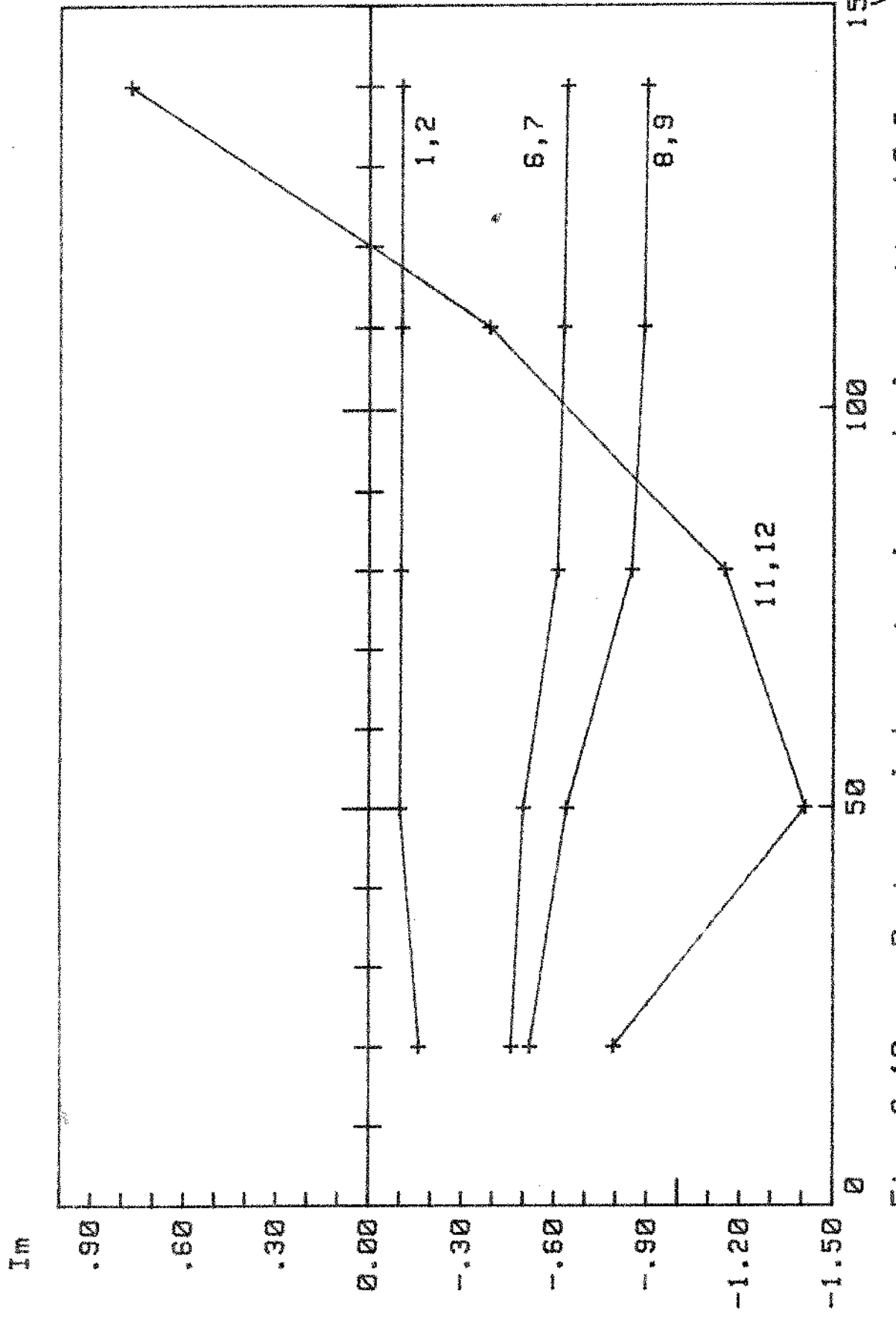


Fig. 6.10.a - Parte real dos autovalores da locomotiva LS 2, mod. 21 GL, em funcao da velocidade.

BC/5367

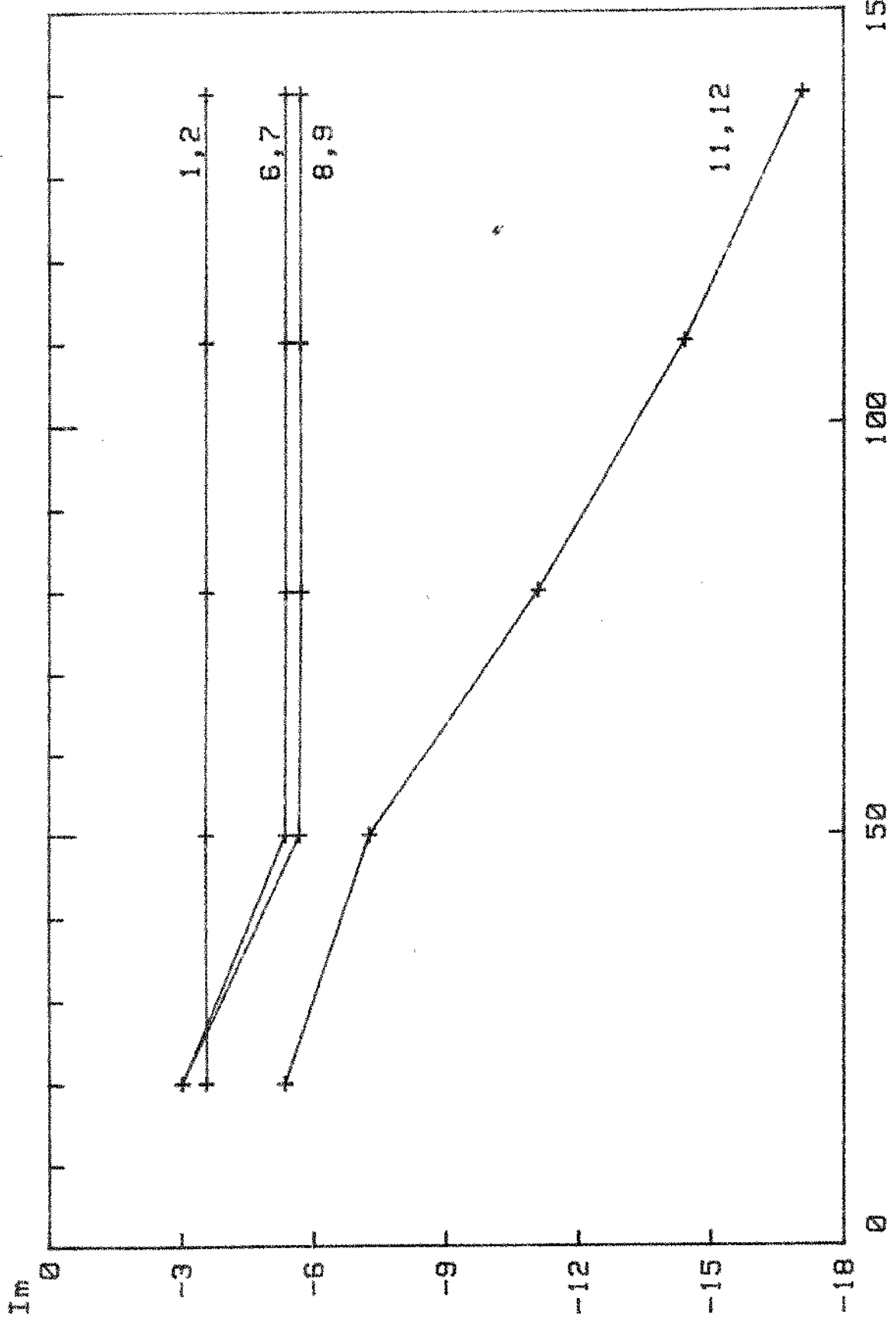


Fig. 6.10.b - Parte imaginaria dos autovalores da locomotiva LS 2, mod. 21 GL, em funcao da velocidade.

mária, cujos resultados obtidos com os modelos de 9 e 21 graus de liberdade são mostrados na tabela 6.5 para efeitos comparativos das diferenças citadas nos sub-ítem 6.2.1 e 6.2.2

Kyw	DOF = 09	DOF = 21
4.000	107	104
* 5.000	117	115
6.000	126	125
7.000	135	134
8.000	143	143

Tabela 6.5 - Variação do limite de estabilidade da locomotiva LS 2 em função de Kyw, utilizando-se os modelos com 9 e com 21 graus de liberdade. Unidades: Kyw = [lb/in] , vel. = [ MPH ]

#### 6.2.4 CONCLUSÕES SOBRE A LOCOMOTIVA L S 2

O comportamento dos autovalores desta locomotiva é semelhante ao dos autovalores do exemplo anterior nos seguintes aspectos:

a) A quase totalidade dos autovalores do modelo simplificado, contendo apenas 1 truque e os rodeiros (9 graus de liberdade) - apresenta frequências altas fortemente amortecidas com os valores da parte real convergindo para um valor estável comum mas ainda com módulo bastante alto. Apenas 1 par de autovalores complexos apresenta parte real da ordem da unidade e leva o sistema à instabilidade.

b) 4 autovalores são reais em todo campo de velocidades, correspondentes a 2 modos de vibrar que não são excitados.

c) 4 modos de vibrar, 2 dos quais são coincidentes, não são excitados nas velocidades mais baixas, surgindo apenas nas velocidades acima de 50 MPH.

d) No modelo completo da locomotiva (21 graus de liberdade) os 3 autovalores sem correspondentes no modelo simplificado (9 - graus de liberdade) apresentam frequências mais baixas e menos amortecidas que as demais, determinando o grau de estabilidade em quase todo o campo de velocidades, exceto próximo do limite de estabilidade, que é determinado pelos autovalores correspondentes àqueles que o determinaram no modelo com 9 graus de liberdade.

e) O movimento dominante na instabilidade é também o lateral dos eixos, com todos os eixos de um mesmo truque apresentando praticamente a mesma amplitude e em fase entre si. O movimento lateral dos truques apresenta amplitude da ordem da metade do movimento dos respectivos eixos e em fase com eles, sendo desprezível os demais movimentos em ambos os modelos.

Embora apresente limite de estabilidade mais baixo (115 MPH) que a locomotiva do exemplo anterior (139 MPH), esta apresenta desempenho mais satisfatório, pois não manifesta região instável nas velocidades mais baixas e o grau de estabilidade é bem mais elevado em todo o campo de velocidade estáveis.

## 7. SIMULAÇÃO DE UMA LOCOMOTIVA EM USO NO PAÍS

Havendo em operação no país uma variedade muito grande de locomotivas, tanto com 4 como com 6 eixos, a escolha da locomotiva a ser utilizada foi realizada com a colaboração de engenheiros da Fepasa - Ferrovia Paulista S.A., que colaboraram também nos trabalhos para a obtenção dos valores dos parâmetros da locomotiva escolhida.

Levando-se em consideração diversos fatores, dentre os quais se destacam a importância do tipo de locomotiva na Empresa, o índice de sua utilização e a disponibilidade de elementos de informação para a obtenção dos dados necessários foi escolhida a locomotiva fabricada pela General Motors com tração diesel-elétrica, 4 eixos, bitola larga (1,60), identificada pelo código GM-GP9 / GP18.

Não foram consideradas, para esta escolha, as locomotivas de manobra mas apenas as utilizadas em composições de longo percurso.

### 7.1. OBTENÇÃO DOS VALORES BÁSICOS DOS PARÂMETROS

Sendo relativamente grandes a quantidade e a variedade dos parâmetros cujos valores se necessitam obter, percebeu-se desde logo que os mesmos poderiam ser agrupados em 4 tipos, em função da maior facilidade ou dificuldade existente apresentada para sua obtenção, a saber:

- Parâmetros com valores nominais já previamente definidos e obtidos de catálogos, desenhos técnicos e outros documentos referentes à locomotiva.
- Parâmetros obtidos diretamente por meio de cálculos, medições ou ensaios com razoável confiabilidade nos resultados.
- Parâmetros estimados a partir de cálculos e considerações indiretas.
- Parâmetros cujos valores foram adotados por comparação -

com os de outras locomotivas, por não se dispor e não se justificar, no momento, de outros meios mais razoáveis para sua determinação.

Convém esclarecer que esta classificação não é rígida e foi estabelecida em função da locomotiva em estudo, do estágio atual do nível de informações disponível e do contexto em que se insere o presente trabalho, tendo como finalidade única facilitar o entendimento dos procedimentos aqui adotados. Estes procedimentos servem como orientação inicial para futuros trabalhos em continuação, podendo e devendo ser modificados em função das particularidades de cada locomotiva e da própria evolução das condições de trabalho. Procedimentos semelhantes são relatados por RamaChandran [38] que se valeu de "estimativas de engenharia" para a determinação do valor de diversos parâmetros.

Assim sendo foram imediatamente obtidos, da documentação técnica ou por medições simples, os valores nominais dos seguintes parâmetros:

Identificação = GM - GP9 / GP 18

Número de eixos por truque = 2

Velocidade máxima = 90 Km/h

Distância entre os eixos de um truque =  $2xA = 2438\text{mm}$

Distância transversal entre os centros da suspensão

Primária =  $2xB_1 = 2190\text{ mm}$

Distância transversal entre os centros da suspensão

Secundária =  $2xB_2 = 2200\text{mm}$

Distância entre os centros dos truques =  $2xL = 9449\text{mm}$

Diâmetro nominal das rodas =  $2xR0 = 1016\text{mm}$

Massa da caixa =  $MB = 75452\text{ Kg}$

Massa do truque =  $MT = 4728\text{ Kg}$

Massa do rodeiro =  $MW = 2178\text{ Kg}$

Ângulo entre o plano de contato e o plano vertical para o rodeiro na posição central =  $RHO = 0,05\text{ rad}$

Carga por eixo =  $W = 27660$  Kgf

Raio do perfil da roda =  $RT = \infty$

Raio do boleto do trilho =  $RR = 355,6$  mm

O raio do boleto do trilho foi adotado para trilhos TR-50 e TR-55, que é predominante nos trechos de interesse da Fepasa onde - trafegam as locomotivas GM - GP9 / GP18 e o ângulo entre o plano de contato e o plano vertical foi adotado o próprio ângulo do perfil - da roda, uma vez que para o rodeiro na posição central o contato roda/trilho ocorre na região onde o perfil é retilíneo.

Os demais parâmetros tiveram seus valores obtidos da forma - descrita a seguir:

a) Distância entre os pontos de contato

Conhecendo-se a bitola da linha, a distância entre as faces internas das rodas e dispondo-se dos desenhos em escala do perfil - da roda e da secção do trilho [11], a distância entre os pontos de contato pode ser determinada pela superposição dos dois desenhos , como mostrado na figura 7.1, obtendo-se diretamente o valor deseja-

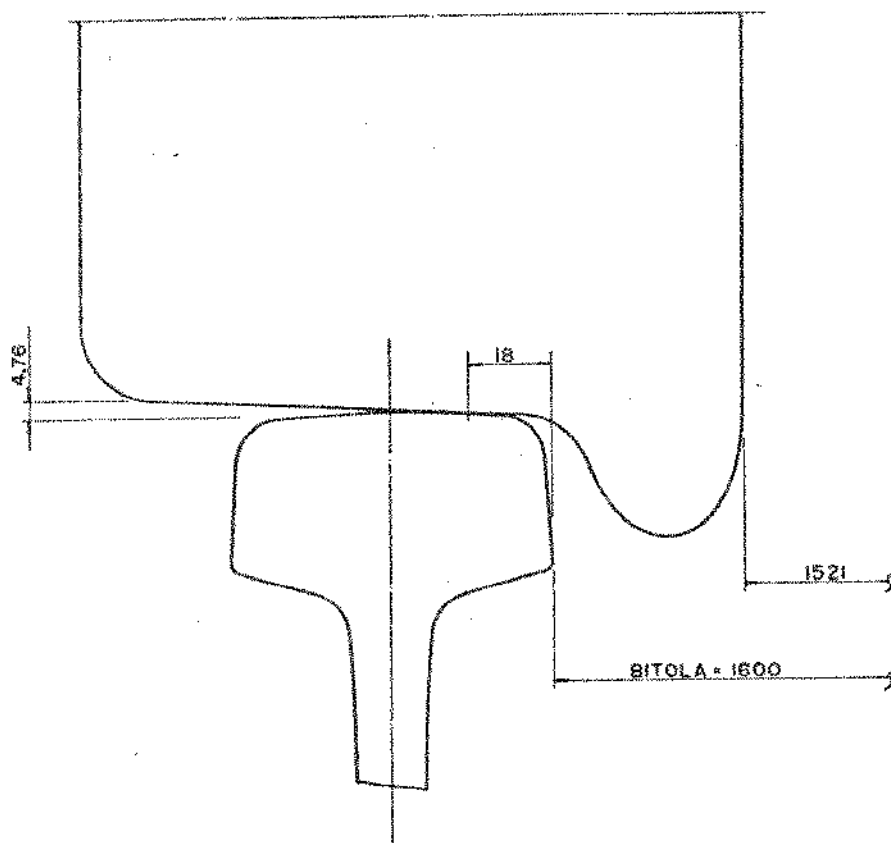


Fig.7.1. - Determinação da distância entre os pontos de contato roda/trilho

do no programa, que é a metade da distância entre os pontos de contato B = 818 mm.

b) Altura do Centro de Gravidade da Caixa

A caixa da locomotiva foi considerada composta dos elementos maiores e mais pesados abaixo identificados mais a estrutura da caixa. Esta foi considerada com peso igual ao peso total da caixa, obtido na documentação, menos o peso dos demais elementos considerados. O centro de gravidade da estrutura foi adotado localizar-se a 1/3 da sua altura total a partir da superfície inferior do estrado e a altura do centro de gravidade de cada elemento em seu centro geométrico. O tanque de combustível, com capacidade para 6 250 litros, foi considerado cheio.

Adotando-se para origem das cotas a superfície inferior do estrado e medindo-se as distâncias necessárias obtêm-se os dados constantes na tabela 7.1 e com eles a altura do centro de gravidade da caixa por:

$$HB = \frac{\sum P_i h_i}{\sum P_i} + 74,7 = 155,0 \text{ cm}$$

ELEMENTO	PÊSO [Kgf]	h [cm]
Motor Diesel	14.850	104,5
Gerador Elétrico	4.722	80,0
Contra-Pêso	2.895	146,0
Tanque de combustível	5.250	-72,5
Tanque de Areia	643	235,0
Estrutura	47.092	83,73
Linha de centro dos eixos		- 74,7
Peso total da caixa	75.452	--

Tabela 7.1 - Pêso e cota dos elementos da caixa da locomotiva  
GM - GP9 / GP 18



c) Altura do centro de gravidade do truque.

O truque é uma estrutura fundida, com muitas partes vazadas, variações de espessura e geometria acidentada. Apresenta, porém, simetria em relação aos planos transversal e longitudinal, o que define um eixo de simetria vertical passando por seu centro. A posição do centro de gravidade foi determinada experimentalmente levantando-se o truque por dois pontos laterais simétricos e assinalando-se a intersecção do plano vertical assim definido com o eixo de simetria anteriormente identificado.

Montando-se o truque na locomotiva com o centro de gravidade assinalado, a cota em relação ao centro dos eixos foi medida, obtendo-se o valor  $HT = 12,0$  cm.

d) Altura do centro da suspensão secundária

O centro da suspensão secundária foi assinalado na locomotiva montada e medida sua cota em relação ao centro dos eixos. Conhecendo-se  $HB$  e  $HT$  obteve-se o valor de  $H1 = 12,5$  cm e sendo  $H2 = HT - H1$  resulta  $H2 = 130,5$  cm.

e) Momentos de inércia da caixa

Considerando os mesmos elementos da alínea b, seus pesos, dimensões e posições os movimentos de inércia da caixa podem ser calculados como a soma dos momentos de inércia de cada elemento.

Sendo o momento de inércia uma medida da distribuição da massa, a estrutura da caixa foi inicialmente desdobrada em dois elementos: estrado e carroceria. Adicionando-se às informações já disponíveis as medidas efetuadas na locomotiva obtêm-se os dados constantes na tabela 7.2 e com eles pode-se calcular o momento de inércia em relação ao eixo vertical

$$I_B = \sum_{i=1}^7 I_i = \sum_{i=1}^7 (I_{oi} + M_i r_i^2) \text{ donde}$$

$$I_B = M_m \left( \frac{L_m^2 + b_m^2}{12} + r_m^2 \right) + M_g \left( \frac{3 R_g^2 + L_g^2}{12} + r_g^2 \right) + \\ + M_p \left( \frac{L_p^2 + b_p^2}{12} + r_p^2 \right) + M_t \left( \frac{L_t^2 + b_t^2}{12} + r_t^2 \right) +$$

$$+ M_a \left( \frac{R_a^2}{2} + r_a^2 \right) + M_e \frac{2}{3} \left( \frac{L_e^2 + b_e^2}{12} \right) +$$

$$+ M_c \frac{1}{3} \left( \frac{L_c^2 + b_c^2}{12} \right)$$

donde resulta o valor  $IB = 119.203 \times 10^3 \text{ N seg}^2 \text{ cm}$ .

Para o cálculo do momento de inércia em relação ao eixo longitudinal considerou-se a conveniência de subdividir a carroceria em duas partes: paredes e teto, calculando-se:

$$JB = \sum_{i=1}^8 JB_i = \sum_{i=1}^8 (JB_{oi} + M_i y_i^2)$$

$$JB = M_m \left( \frac{b_m^2 + h_m^2}{12} + y_m^2 \right) + M_g \left( \frac{R_g^2}{2} + y_g^2 \right) +$$

$$+ M_p \left( \frac{b_p^2 + h_p^2}{12} + y_p^2 \right) + M_t \left( \frac{b_t^2 + h_t^2}{12} + y_t^2 \right) +$$

$$+ M_a \left( \frac{3R_a^2 + h_a^2}{12} + y_a^2 \right) + M_e \left( \frac{b_e^2 + h_e^2}{12} + y_e^2 \right) +$$

$$+ 2M_{cp} \left( \frac{h_{cp}^2}{12} + r_{cp}^2 \right) + M_{ct} \left( \frac{b_{ct}^2}{12} + y_{ct}^2 \right)$$

donde resulta o valor  $JB = 10.616 \times 10^3 \text{ Nxseg}^2 \text{ xcm}$

Elemento	i	M	L	b	h	R	r	y
Motor	M	14850	380	135	175	-	194	24,2
Gerador	g	4722	140	-	-	77	106	-0,3
Contra-peso	p	2895	110	100	102	-	552	65,7
Tanque Comb.	t	5250	632	296	64	-	61	-152,8
Tanque Areia	a	643	-	-	100	29,5	682	154,7
Estrado	e	31395	1588	305	26	-	0	-67,3
Carroceria	c	15697	1460	183	-	-	0	-
Paredes	cp	5581	-	-	225	-	108,5	-
Teto	ct	4535	-	183	-	-	-	212

Tabela 7.2 - Valores utilizados para o cálculo dos Momentos de Inércia IB e JB.  $M = [\text{Kg}]$ , medidas lineares =  $[\text{cm}]$ ,  $i = \text{índice}$ , dimensões: L = longitudinais, b = transversais, h = alturas, R = raios, r = distâncias, y = cotas.

## f) Momentos de inércia do truque

Os momentos de inércia do truque em relação aos eixos vertical (IT) e longitudinal (JT) foram determinados experimentalmente - através de ensaios de frequência natural.

Apoiando-se um dos lados do truque sobre molas de constante  $K$  e o outro lado diretamente sobre o piso, como indicado no esquema da figura 7.2, medindo-se as distâncias indicadas e registrando-se as oscilações livres do sistema em torno do eixo de rotação A obtêm-se:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_t}{I_o}}$$

sendo  $K_t = \frac{T}{\theta}$

onde  $\begin{cases} T = FL = KyL \\ \theta = \arctg \frac{y}{L} \end{cases}$

donde  $K_t = K L^2$

resulta  $f_n = \frac{L}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{I_o}}$

e daí  $I_o = \left( \frac{L}{2\pi f} \right)^2 K$

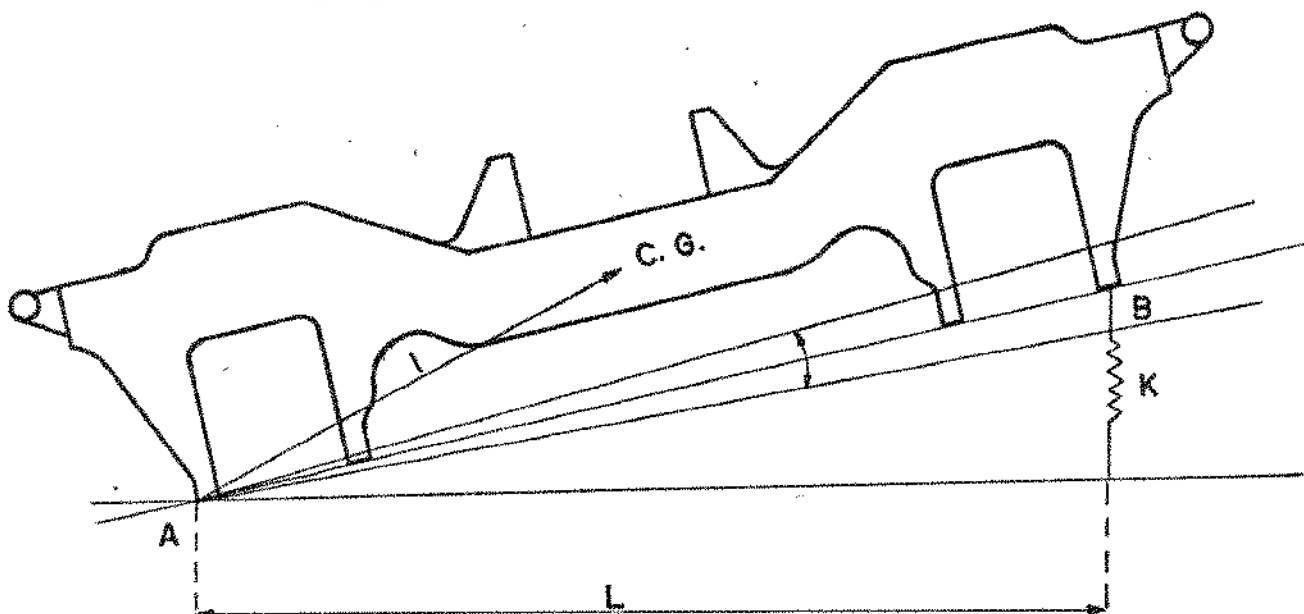


Fig. 7.2 - Esquema para o ensaio de  $f_n$ , para determinação do Momento de Inércia do truque.

Sendo que se deseja o momento de inércia em relação ao centro de gravidade, da relação

$$I_o = I + Ml^2$$

se obtém

$$I = I_o - Ml^2$$

Este procedimento conduz exatamente ao momento de inércia - em relação ao eixo transversal. Ensaio semelhante com o truque apoiado nos pontos A e B, fornece o momento de inércia em relação ao eixo longitudinal. Um ensaio semelhante com o truque na posição vertical conduziria ao momento de inércia em relação ao eixo vertical, porém isto é bastante difícil e perigoso, tendo em vista o peso e a geometria do truque. Igualmente um ensaio com o truque totalmente - suspenso na sua posição normal se mostra, em princípio, bastante difícil.

Optou-se assim, devido às suas dimensões, por considerá-lo com alturas pequenas em relação ao comprimento e à largura, utilizando-se então a relação

$$IT = I_1 + I_2$$

com  $I_1$  e  $I_2$  referentes aos eixos longitudinal e transversal. Foram utilizadas as molas da própria suspensão primária para a realização dos ensaios, obtendo-se os resultados constantes da tabela 7.3 e dos quais resultam:

$$\begin{aligned} I_1 &= 4170 \text{ Kgm}^2 & &= 417\,000 \text{ N seg}^2 \text{ cm} \\ I_2 &= 3339 \text{ Kgm}^2 & &= 333\,900 \text{ N seg}^2 \text{ cm} \\ IT &= I_1 = 4170 \text{ Kgm}^2 & &= 417\,000 \text{ N seg}^2 \text{ cm} \\ IT &= I_1 + I_2 = 7509 \text{ Kgm}^2 & &= 750\,900 \text{ N seg}^2 \text{ cm} \end{aligned}$$

## g) Momento de inércia do rodeiro

O mesmo procedimento experimental foi utilizado com o rodeiro, obtendo-se já neste caso diretamente dos ensaios o momento de inércia em relação ao eixo vertical  $I_W = 3075 \text{ Kg m}^2 = 307\,500 \text{ N seg}^2 \text{ cm}$ . Os valores e resultados dos ensaios são mostrados na tabela 7.3 juntamente com os resultados referentes aos truques.

Elemento	Direção	L [M]	f [Hz]	$I_o$ [Kgm <sup>2</sup> ]	M [Kg]	L [Cm]	I [Kgm <sup>2</sup> ]
Rodeiro	-	1,865	5,21	5254	2178	0,891	$I_W = 3075$
Truque	Longit.	2,390	4,46	11796	4728	1,270	$I_1 = 4170$
Truque	Trans.	2,930	4,86	14904	4728	1,564	$I_2 = 3339$

Tabela 7.3 - Valores obtidos na determinação experimental dos momentos de inércia do truque e rodeiro com 2 molas de suspensão primária em paralelo, com  $K = 2 \times 8105 \text{ N/cm}$

## h) Rigidez das suspensões primária e secundária

A suspensão primária é composta de 2 conjuntos de 3 molas helicoidais concêntricas na direção vertical entre o truque e a caixa de mancais de cada eixo, perfazendo um total de 4 conjuntos de cada lado do truque.

As molas de cada conjunto possuem constantes de valor  $8.105 \text{ N/cm}$ ,  $3\,238 \text{ N/cm}$  e  $1\,354 \text{ N/cm}$ , donde resulta.

$$KJ = 4 (8\,105 + 3\,238 + 1\,354) = 50\,789 \text{ N/cm}$$

A suspensão secundária, por sua vez, é composta de 1 conjunto de 3 molas helicoidais concêntricas de constantes  $16\,540 \text{ N/cm}$ ,

6 738 N/cm e 1 619 N/cm de cada lado do truque na direção vertical,

$$KB = 16\ 540 + 6\ 738 + 1\ 619 = 24\ 897\ \text{N/cm}$$

Não existem molas diretamente na direção horizontal na suspensão primária nem na suspensão secundária. Existe porém uma liberdade de movimento lateral em ambos os casos e como as molas verticais estão comprimidas, pode-se associar a esse movimento lateral uma rigidez correspondente à rigidez transversal de uma mola helicoidal. Esta rigidez transversal, por sua vez, depende da geometria da mola que varia para cada unidade do conjunto da suspensão primária e da suspensão secundária. Foi adotado para constituir os valores básicos da rigidez lateral uma estimativa da ordem de 10% do valor da rigidez vertical, ou seja adotaram-se

$$KYW = 5\ 000\ \text{N/cm} \quad e$$

$$KYT = 2\ 500\ \text{N/cm}$$

As locomotivas fabricadas pela General Electric Co., apoiam o bolster sobre "sandwiches" compostos por placas metálicas e de borracha alternadas, com alta rigidez vertical e baixa rigidez lateral. Rinehart [39] também considera esse efeito para a rigidez lateral no trabalho que realiza sobre a locomotiva U 30 C.

Na direção longitudinal a caixa de mancais do rodeiro está em contato direto com a estrutura do truque, de forma que  $KXW$  deveria assumir valor infinito enquanto na suspensão secundária não há reação do movimento de rotação do truque em relação à caixa. Assim foram adotados  $KXW = 3\ 000\ 000\ \text{N/cm}$ , cerca de 60 vezes o valor de  $KJ$ , para simular o conceito matemático de um valor "infinito" como sendo um valor "muito grande", e  $KYAT = 0$

#### i) Amortecimento nas suspensões primária e secundária

Não existe qualquer tipo de amortecimento na suspensão primária, exceto aquele devido ao atrito interno do material das molas

e um eventual atrito sêco no contato entre a caixa de mancais do eixo e a estrutura do truque, onde a força normal é totalmente aleatória. Assim, decorre serem nulos os valores de CYW, CXW e CJ.

Igualmente o assentamento do "pião" da caixa sobre o "prato" do bolster é lubrificado para apresentar baixo atrito, sendo este o único amortecimento que se poderia considerar no movimento de rotação do bolster e pode ser também desconsiderado, tornando nulo o valor de CYAT.

O bolster é mantido em contato com o truque pressionado pela ação de uma mola sobre uma peça de composição sintética, denominada "pistão de fricção", havendo entre esta peça e o bolster uma placa metálica chamada "placa de atrito" ou "placa de desgaste", conforme indicado na figura 7.3. O atrito aí existente é mantido -

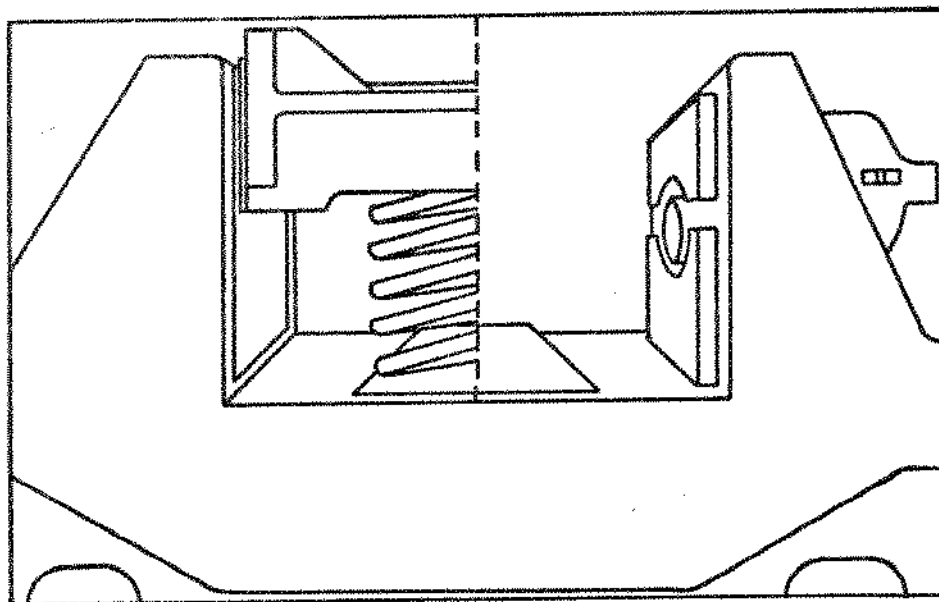


Fig. 7.3. - Esquema do contato do bolster com o truque

propositalmente alto opõe-se aos movimentos vertical e lateral do bolster, funcionando como um amortecedor de atrito sêco com ação combinada nessas duas direções.

O modelo matemático descrito nos capítulos precedentes pressupõe a existência de amortecimento do tipo viscoso, como tam-

bem os diversos modelos encontrados na literatura, tais como os propostos por Hadden [21] e Doyle e Prause [13], por exemplo. Veículos com atrito de Coulomb na suspensão são estudados por Bullock e Cooley [5] e Hull e Cooperrider [26].

A comparação do efeito desses dois tipos de amortecedores - permite estabelecer uma equivalência entre eles a partir da energia absorvida em cada ciclo de oscilação, conforme desenvolvimento apresentado no Apêndice 5 que conduz ao mesmo resultado apresentado por Bullock e Cooley [5].

$$C_{eq} = \frac{4F_o}{\pi A \omega} = \frac{2F_o}{\pi^2 A f}$$

onde  $C_{eq}$  = coeficiente de atrito viscoso equivalente a um amortecedor de atrito seco

$F_o$  = força de atrito na direção do movimento

$A$  = amplitude do movimento

$f$  = frequência do movimento

e do qual se depreende ser a equivalência dependente da amplitude e da frequência do movimento. Não se pode, assim, falar de uma equivalência genérica entre os dois tipos mas procurar a equivalência - para uma situação muito bem caracterizada. Não sendo isto no caso - possível "a priori", foi adotado o procedimento descrito a seguir.

A mola apresenta coeficiente  $K = 3\ 889$  N/cm como valor nominal na documentação da locomotiva [19] e uma deformação  $\Delta l = 14,64$  mm quando montada com pistão de fricção e placa de desgaste novos, resultando uma força normal  $F = K \cdot \Delta l = 5\ 694$  N. O coeficiente de atrito entre a placa e o pistão foi medido em laboratório com a técnica de plano inclinado, obtendo-se o ângulo de atrito  $\alpha = 34^\circ$ , donde resulta o coeficiente de atrito  $\mu = \text{tg } 34^\circ = 0,67$ .

Sendo a força de atrito  $F_o = \mu F$  e adotando-se os valores unitários para a amplitude e frequência, obtêm-se um valor

$$C = 773 \text{ N seg/cm}$$



que poderá ser modificado posteriormente dividindo-se-o pelo valor da amplitude, possível de se obter apenas por meios experimentais - com a locomotiva trafegando, ou pelo valor da frequência, que pode ser obtido na simulação por um processo iterativo e posterior comparação em ensaios experimentais.

Este valor é atribuído, em princípio, para a direção do movimento composto. O movimento é possível nas direções horizontal - (lateral) e vertical. Da mesma forma a força de atrito apresenta - duas componentes nestas mesmas direções, do que resultam as seguintes proporções, obtidas da semelhança entre os triângulos de força e deslocamento, representados na figura 7.4:

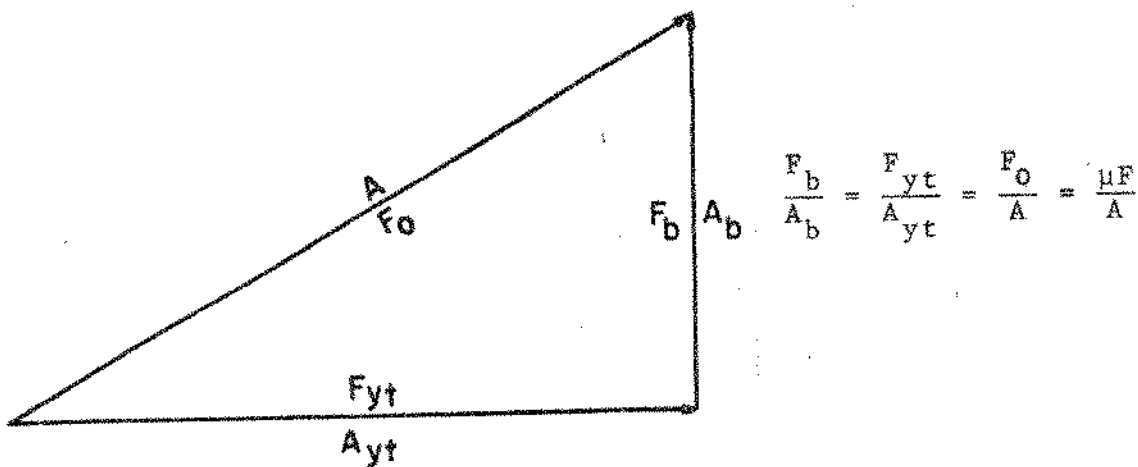


Figura 7.4 - Forças de atrito e deslocamentos na placa de atrito do bolster.

O amortecimento nessas condições será dado por

$$CB = \frac{2F_b}{\pi^2 A_b f} \quad , \quad CYT = \frac{2F_{yt}}{\pi^2 A_{yt} f} \quad , \quad C_{eq} = \frac{2\mu F}{\pi^2 A f}$$

e, em vista das relações anteriores, decorre

$$CB = CYT = C_{eq} = \frac{2\mu F}{\pi^2 A f} = 773 \text{ N seg/cm}$$

qualquer que seja a relação entre as amplitudes do movimento em cada direção, para frequência e amplitudes unitárias.

j) Coeficientes

Os valores dos coeficientes de creep FL e FT foram adotados por comparação dos parâmetros da locomotiva GM - GP9/GP18 em estudo com os das locomotivas LS 1, LS 2, LF 1 e ACT 1 apresentadas em documentação da AAR [17], que sugere também os valores nulos para os coeficientes FS 23 e FS 33 e ainda comparando com a locomotiva U30C estudada por Rinehart [39] que também adota, por princípio, valores iguais para os coeficientes de creep lateral e longitudinal.

Os demais coeficientes foram calculados pelas equações de Joly - Wickens [28, 44], apresentados por Garg [17] a partir dos valores já conhecidos dos parâmetros envolvidos:

$$\begin{aligned} \text{EPSI} = \epsilon &= \frac{b}{(R - R')} \cdot \frac{b + R \delta o}{b - r \delta o} \\ \text{ZETA} = \zeta &= \frac{R}{(R - R')} \cdot \frac{b + R \delta o}{b - r \delta o} \\ \text{LAMD} = \lambda &= \frac{R \delta o}{(R - R')} \cdot \frac{b + R \delta o}{b - r \delta o} = \zeta \delta o \end{aligned}$$

$$\text{RHO} = \delta o$$

onde  $b = B$ ,  $R = RT$ ,  $R' = RR$ ,  $r = RO$

Nestas equações, quando  $R \rightarrow \infty$  e desprezando-se o valor de  $r \delta o / b \rightarrow 0$ , resultam, para os valores desses parâmetros:

$$\begin{aligned} \epsilon + \delta o &= 0,05 \\ \zeta &= 1,05 \\ \lambda &= \zeta \delta o \rightarrow 0,0527 \end{aligned}$$

Estes parâmetros foram adotados com os valores acima para valores nominais e são recalculados cada vez que se alteram os valores envolvidos na sua determinação, notadamente no estudo da variação da conicidade da roda RHO.

1- DIMENSÕES

A	=	121,90 cm	HB	=	155,0 cm
B	=	81,8 cm	HT	=	12,0 cm
B <sub>1</sub>	=	109,5 cm	H <sub>1</sub>	=	12,5 cm
B <sub>2</sub>	=	110,00 cm	H <sub>2</sub>	=	130,5 cm
L	=	472,45 cm	RO	=	50,8 cm

2- MASSAS E INÉRCIAS

MB	=	754,52 N seg <sup>2</sup> /cm	IB	=	119 203 369 N seg <sup>2</sup> cm
MT	=	47,28 N seg <sup>2</sup> /cm	JB	=	10 616 413 N seg <sup>2</sup> cm
MW	=	21,78 N seg <sup>2</sup> /cm	IT	=	750 900 N seg <sup>2</sup> cm
			JT	=	417 000 N seg <sup>2</sup> cm
			IW	=	307 500 N seg <sup>2</sup> cm

3 - SUSPENSÃO

KYW	=	5 000 N/cm	CYW	=	0 N seg/cm
KXW	=	3 000 000 N/cm	CXW	=	0 N seg/cm
KYT	=	2 500 N/cm	CYT	=	500 N seg/cm
KYAT	=	0 N cm/rad	CYAT	=	0 N seg cm/rad
KJ	=	50 789 N/cm	CJ	=	0 N seg/cm
KB	=	24 897 N/cm	CB	=	500 N seg/cm

4- COMPLEMENTOS

FL	=	FT = 10 600 000	FS23	=	FS33 = 0
ZETA	=	1,05	RHO	=	0,05
EPSI	=	0,05	LAMD	=	0,0527
W	=	271 345 N	RT	=	∞
			RR	=	35,56 cm

Tabela 7.4 - Valores básicos dos parâmetros para a locomotiva GM - GP9/GP18

## k) Valores Básicos para a locomotiva GM - GP9/GP18

Os valores básicos dos parâmetros ficam assim determinados, exceto para CYT e CB. Utilizando-se esses valores, apresentados na tabela 7.4 e fazendo-se varia CYT = CB entre 300 e 600 N seg/cm no modelo com 7 graus de liberdade, com a velocidade variando de 10 em 10 Km/h, observa-se o seguinte:

- O limite de estabilidade ocorre entre 90 e 110 Km/h, aumentando com o valor do amortecimento e é determinado pelo par de autovalores de ordem #2,3.

- A frequência desses autovalores aumenta com a velocidade mas não varia para a mesma velocidade, com o amortecimento.

- A variação observada na parte real do par de autovalores de ordem #2,3 sugere que o limite de estabilidade deverá ocorrer próximo à velocidade de 100 Km/h.

Calculando-se a frequência correspondente a cada valor de CYT = CB =  $C_{eq}$  por

$$f = \frac{773}{C_{eq}}$$

e procurando-se o limite de estabilidade para esses valores de amortecimento pode-se construir a tabela 7.5, onde  $f_{2,3}$  é a frequência do par de autovalores de ordem #2,3 quando o veículo se torna instável.

$f$ [Hz]	$C_{eq}$ [N seg / cm]	Limite [Km/h]	$f_{2,3}$ [Hz]
2,59	300	96	1,500
1,93	400	98	1,526
1,55	500	100	1,553
1,29	600	102	1,581
1,10	700	105	1,624

Tabela 7.5 - Valores da frequência  $f$  correspondentes a  $C_{eq}$  e  $f_{2,3}$  após o limite de estabilidade encontrado com  $C = C_{eq}$ .

Verifica-se nessa tabela que para valores crescentes de  $f$  os valores de  $f_{2,3}$  decrescem, coincidindo para  $C_{eq} = 500 \text{ N seg/cm}$ , o que permite adotar este valor do amortecimento como valor básico de  $CYT = CB$  e considerar a velocidade 100 Km/h como limite de estabilidade para essa condição.

Completa-se desta forma a obtenção dos valores básicos apresentados na tabela 7.4.

## 7.2 - SIMULAÇÃO COM O MODELO DE 7 GRAUS DE LIBERDADE

Variando-se a velocidade de 20 em 20 Km/h no intervalo de 20 a 120 Km/h e utilizando-se os valores básicos da locomotiva GM apresentados na tabela 7.4 com o modelo de 7 graus de liberdade observa-se o seguinte:

a) 6 pares de autovalores são complexos conjugados, sendo deles, o de ordem #13, 14 real ( $R_e \pm 0i$ ) em todo campo de velocidades.

b) Os 2 autovalores restantes, de ordem #1 e #6, são reais com valores distintos em todo campo de velocidades.

c) O par de autovalores de ordem #2,3 determina o grau de estabilidade em todo campo de velocidades e sua parte real decresce com o aumento da velocidade até o valor mínimo - 0,30 a 60 Km/h para tornar a crescer e inverter o sinal acima de 100 Km/h, instabilizando o sistema. A frequência cresce quase linearmente de 0,31 Hz a 1,82 Hz a 100 Km/h, que já se sabe ser o limite de estabilidade, e  $f = 0,93$  Hz a 60 Km/h onde a estabilidade é máxima.

d) O par de autovalores de ordem #4,5 apresenta pequena variação, praticamente desprezível, em torno de  $-5,5 \pm 15,5 i$ , correspondendo à frequência  $f = 2,5$  Hz e o par de ordem #7,8 permanece absolutamente constante, com valor  $-14,60 \pm 84,12 i$ , correspondendo à frequência 13,39 Hz.

e) O par de autovalores de ordem #9,10 apresenta parte real com um valor mínimo - 208 a 40 Km/h, permanecendo sempre muito afastado do eixo imaginário, com o valor - 70 a 20 e 120 Km/h. A frequência apresenta o mesmo comportamento, com um valor mínimo 43Hz a 40 Km/h e valores iguais a 53 Hz a 20 e 120 Km/h.

f) O par de ordem #11, 12 apresenta parte real muito afastada do eixo imaginário e frequência nula a 20 Km/h. A parte real cresce com a velocidade, permanecendo porém ainda abaixo de - 30 para 120 Km/h e a frequência já surge com valor 64 Hz a 40 Km/h, crescendo até 72 Hz a 120 Km/h.

g) Os demais autovalores, de ordem #1, #6 e #13,14 são reais e não necessitam ser analisados, observando-se porém que apresentam o mesmo tipo de comportamento que os autovalores reais dos exemplos anteriores (locomotivas LF 1 e LS 2).

O comportamento desses autovalores pode ser visualizado nas figuras 7.5 e 7.6 e revela que o estudo da estabilidade com esse modo de 7 graus de liberdade pode se restringir ao par de autovalores de ordem # 2,3.

Variando-se a velocidade de 5 em 5 Km/h a parte real destes autovalores apresenta o comportamento mostrado na figura 7.7, onde se observa um decrescimento quase linear entre 20 e 40 Km/h, quando atinge o valor - 0,27 para permanecer numa região de máxima estabilidade até 70 Km/h e a partir daí crescer rapidamente para se tornar positiva e instabilizar o sistema a 100 Km/h. O máximo grau de estabilidade ocorre a 55 Km/h com o valor  $|R_{e2,3}| = 0,30$ .

O exame do autovetor correspondente a esse modo de vibrar mostra como movimento dominante na região de máxima estabilidade (55 Km/h) o lateral dos eixos, sendo estes praticamente acompanhados do movimento lateral do truque, que apresenta amplitude relativa da ordem de 86% e fase  $13^\circ$ . Os demais movimentos têm amplitudes desprezíveis. O modo de vibrar se caracteriza então pelo movimento lateral do truque como um todo, incluindo a estrutura e os rodeiros em relação à via e à caixa.

Com o aumento da velocidade a amplitude relativa do movimento lateral do truque aumenta, tornando-se o movimento dominante. Ao se atingir a instabilidade a 101 Km/h os eixos praticamente acompanham o truque com amplitudes de 91% e 96% e defasagem  $31^\circ$ . Aumentando ainda mais a velocidade a amplitude relativa dos eixos diminuiu e a defasagem aumenta, assumindo os valores 86%, 91% e  $43^\circ$ , respectivamente, a 120 Km/h. A situação dos demais movimentos não se altera.

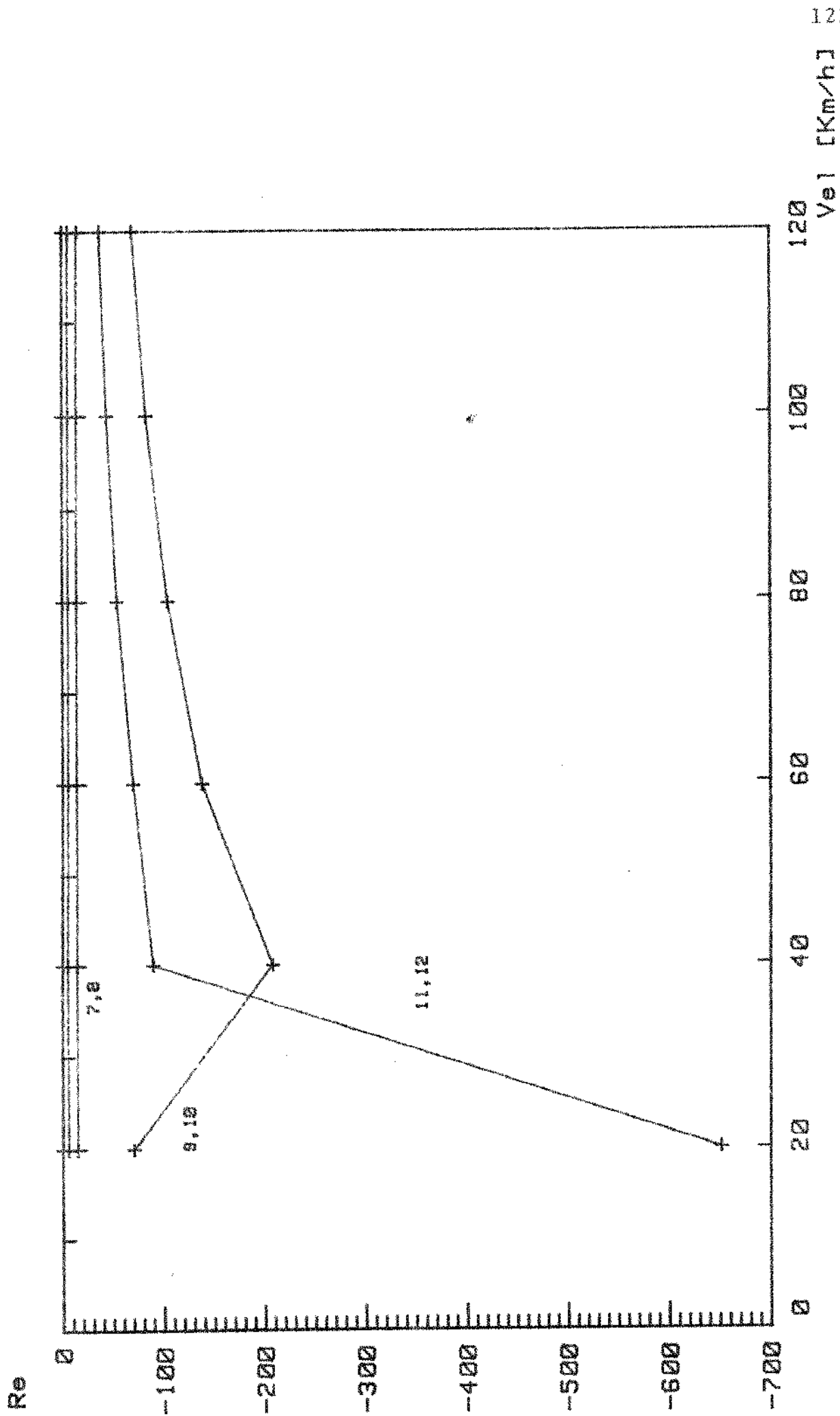


Fig. 7.5.a - Parte real dos autovalores da locomotiva GM, mod. 7 GL, em funcao da velocidade.



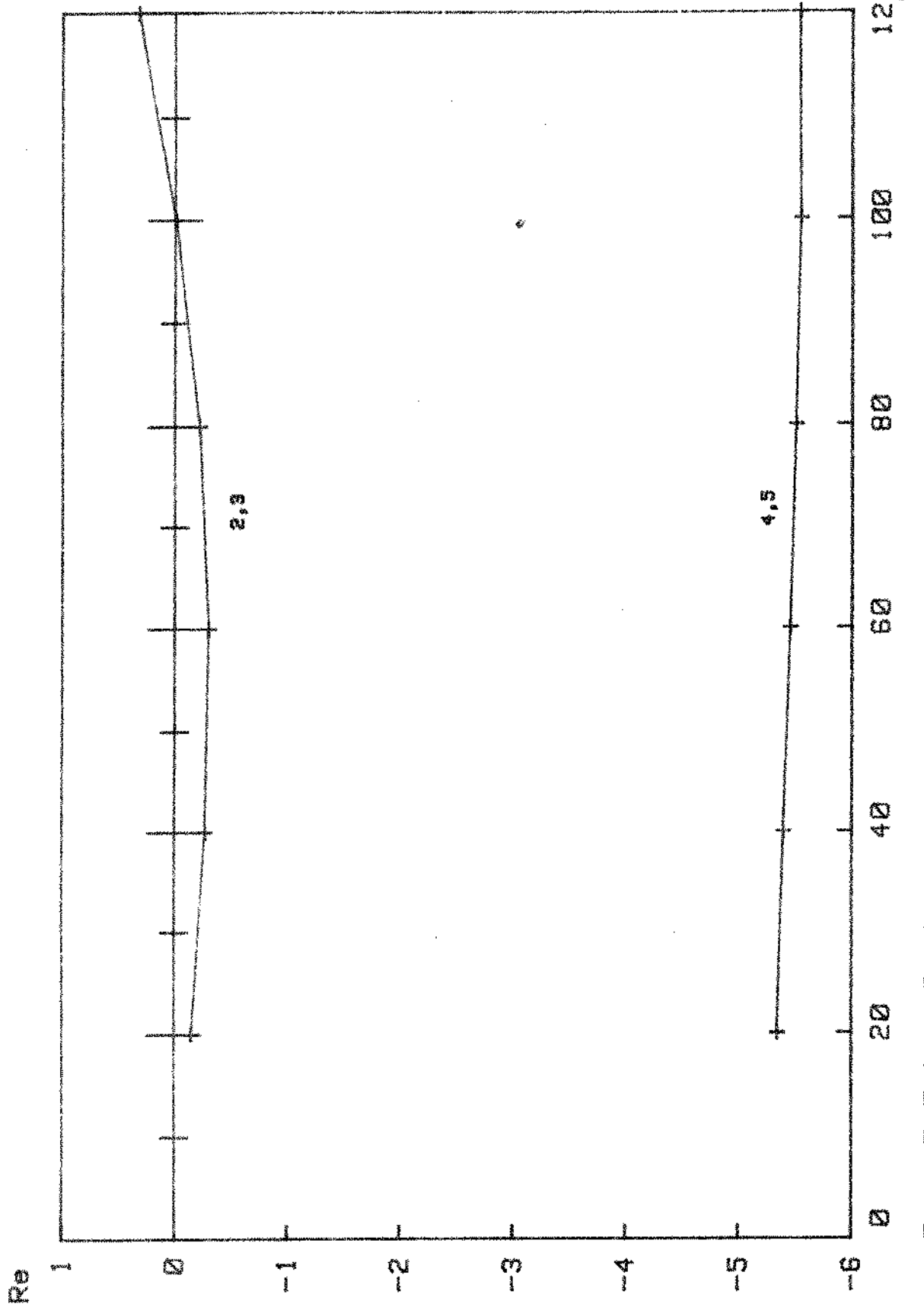


Fig. 7.5.b - Ampliacao da parte superior da fig. anterior.

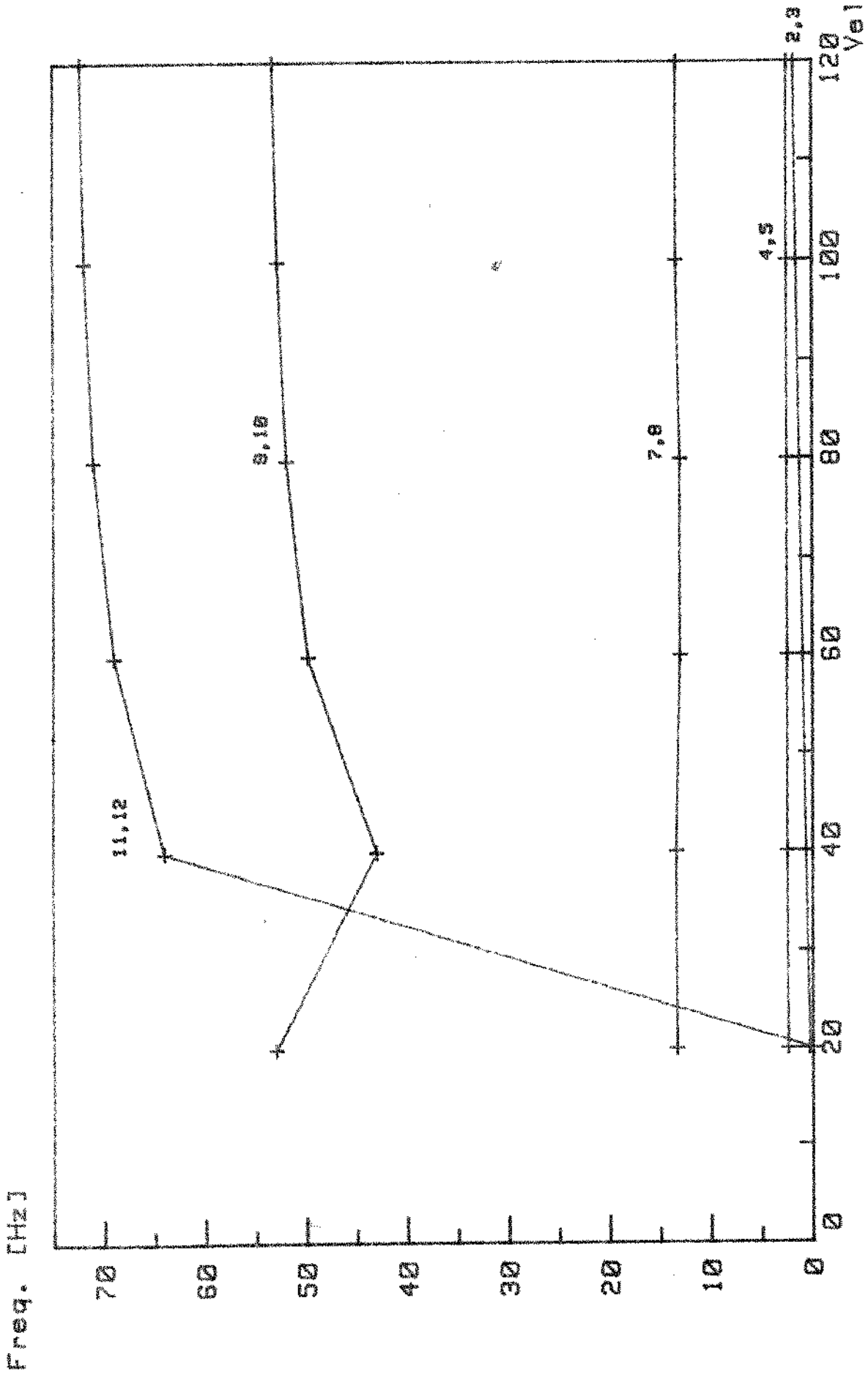


Fig. 7.6 - Frequencia dos autovalores da locomotiva GM, mod. 7 GL, em funcao da velocidade.

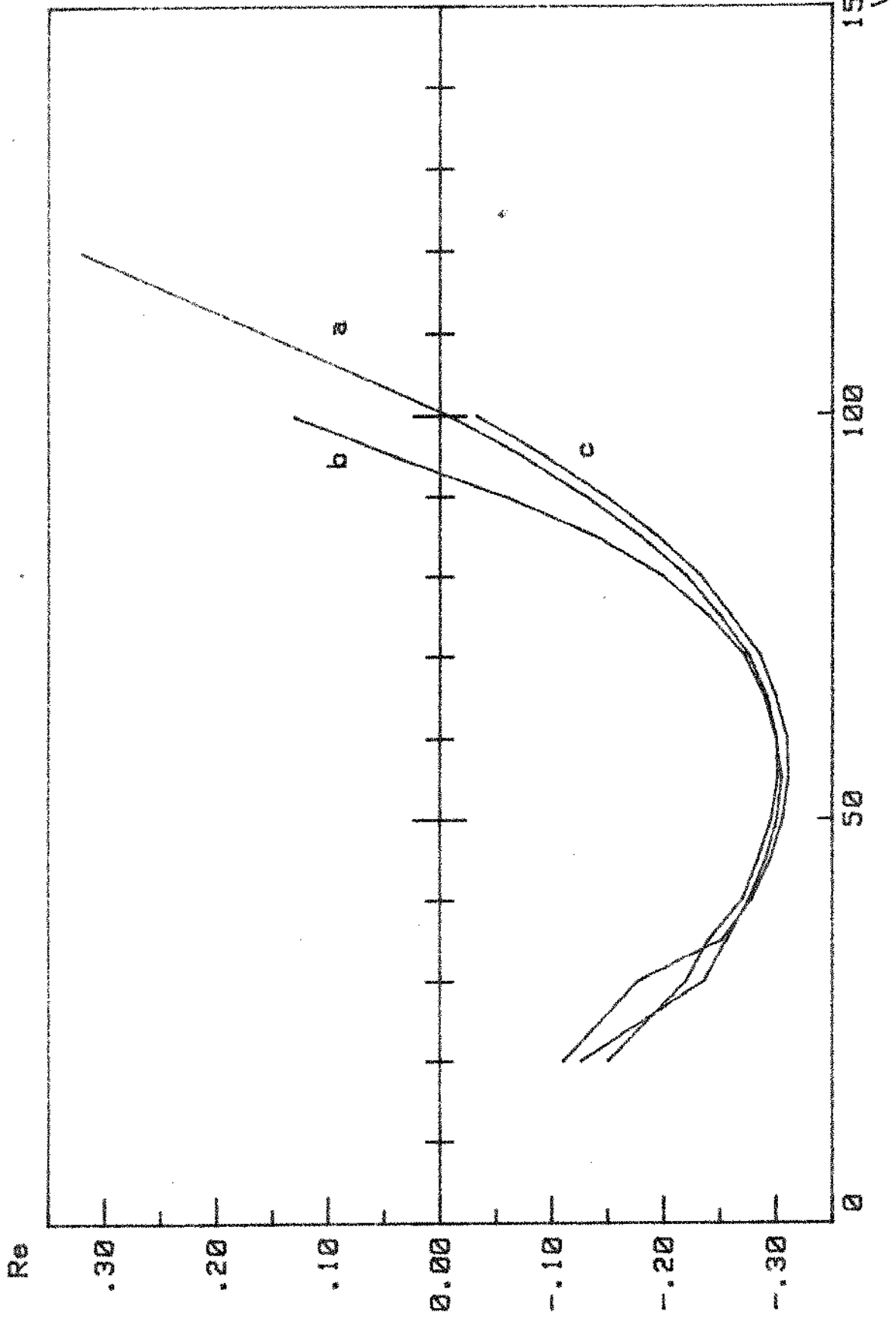


Fig. 7.7 - Parte real dos autovalores # 2,3 da locomotiva GM, mod. 7 GL (a) e seus correspondentes no mod. 17 GL (b,c).

### 7.3 - SIMULAÇÃO COM O MODELO DE 17 GRAUS DE LIBERDADE

Os autovalores presentes no modelo de 7 graus de liberdade apresentam-se neste modelo repetidos 2 vezes como nos exemplos anteriores, com pequenas diferenças na parte real dos autovalores mais próximos ao eixo imaginário. Estas diferenças são desprezíveis, exceto para os autovalores correspondentes ao par de ordem # 2,3 do modelo anterior, que são os que determinam o grau de estabilidade e levam o sistema à instabilidade também neste modelo.

A figura 7.7 mostra a variação, em função da velocidade, da parte real do par de autovalores de ordem #2,3 no modelo de 7 graus de liberdade e seus correspondentes no modelo de 17 graus de liberdade.

Os autovalores decorrentes da presença da caixa da locomotiva e por conseguinte sem correspondentes no modelo anterior são os pares de ordem # 3,4, # 5,6 e # 11,12. O primeiro deles permanece praticamente constante, com variação desprezível em torno de  $-0,36 + 2,2 i$  ( $f = 0,35$  Hz), da mesma forma que o segundo em torno de  $-0,6 + 2,7 i$  ( $f = 0,43$  Hz). O terceiro apresenta parte real levemente decrescente, variando de  $-1,08$  a  $-1,29$  no intervalo de 20 a 100 Km/h, e frequência constante de 1,6 Hz.

A estabilidade continua assim sendo determinada pelos autovalores correspondentes àqueles que a determinavam no modelo anterior. Não se verifica diferença sensível na região de máxima estabilidade, porém o grau de estabilidade diminui fora dessa região. O limite de estabilidade ocorre a 93 Km/h, 7% abaixo do limite para o modelo anterior.

O movimento dominante, a 55 Km/h, onde ocorre o máximo grau de estabilidade, verificado no autovetor correspondente aos autovalores de ordem # 7,8, continua sendo o movimento lateral dos eixos, como no modelo anterior, acompanhado do movimento lateral dos truques com amplitude relativa de 88%. Os truques estão em oposição de fase entre si ( $24,6^\circ$  e  $-155,4^\circ$ ), praticamente acompanhando os respectivos eixos com pequeno atraso.

Nessa mesma velocidade o autovetor # 3, correspondente ao autovalor que mais se aproxima do grau de estabilidade, mostra como movimento dominante naquele modo de vibrar o lateral da locomotiva, seguido do movimento lateral dos truques com amplitude relativa de 20%, sendo os demais desprezíveis.

Ao atingir a instabilidade a 94 Km/h o movimento lateral dos truques é dominante, como no modelo anterior, sendo a amplitude relativa dos eixos 79% e 74%. Os dois truques estão em fase entre si, bem como os eixos entre si e com os truques e a frequência do modo instável é 1,45 Hz.

#### 7.4 - CONSIDERAÇÕES SOBRE OS RESULTADOS OBTIDOS COM OS VALORES BÁSICOS.

Os resultados obtidos trabalhando com os dois modelos sobre os valores básicos da locomotiva GM - GP9/GP18 conduzem às conclusões apresentadas a seguir.

O modelo com 7 graus de liberdade apresenta apenas 5 modos de vibrar, correspondentes aos 5 pares de autovalores complexos, pois os demais autovalores são reais, logo com frequências nulas, correspondendo a modos de vibrar não excitados e portanto sem interesse.

Todo estudo pode ser feito neste modelo sobre o par de autovalores de ordem # 2,3, que determina o grau de estabilidade em todo o campo de velocidades o leva o sistema à instabilidade a 100Km/h uma vez que todos os outros estão muito distantes do eixo imaginário.

Os 3 pares de autovalores do modelo com 17 graus de liberdade de ordem #3,4, # 5,6 e # 11,12 sem correspondentes no modelo com 7 graus de liberdade, não variam com a velocidade e não alteram os resultados do estudo de estabilidade obtidos com o outro modelo. Apenas se deve observar o movimento dominante no modo de vibrar de ordem #3,4 na região próxima a 55 Km/h, onde este autovalor se tor

na próximo do grau de estabilidade que nesse ponto alcança seu valor máximo.

O limite de estabilidade pode ser fixado, nesta fase, com o modelo de 7 graus de liberdade, pois com o modelo de 17 graus de liberdade os resultados ficam apenas 7% abaixo. RamaChandran [38] estabelece uma tolerância de 10% em seus critérios de validação dos modelos.

O veículo não apresenta instabilidade devida ao "hunting primário" mas sim uma região de máxima estabilidade razoavelmente grande entre 40 e 70 Km/h, onde o grau de estabilidade varia apenas 10%, de 0,27 a 0,30 e igualmente identificado em ambos os modelos.

O movimento dominante na região de máxima estabilidade é o lateral dos eixos, seguido do movimento lateral dos truques com amplitude relativa de 86%, resultado igualmente obtido com ambos os modelos. Os eixos estão em fase com os respectivos truques que por sua vez estão em oposição de fase entre si e a frequência do modo de vibrar menos amortecido é 0,86 Hz.

Com o aumento da velocidade o movimento dos truques aumenta e passa a ser dominante, com o movimento dos eixos apresentando amplitude relativa de 96% e 91% na instabilidade (101 km/h), no modelo com 7 GL. Essa inversão é mais rápida no modelo com 17GL, que apresenta instabilidade a 94 Km/h, com a amplitude relativa do movimento lateral dos eixos 79% e 74%. A frequência do modo instável a 94 Km/h é 1,45 Hz e a 100 Km/h é 1,54 Hz.

O movimento lateral da caixa não pode ser desprezado por ser o de maior amplitude no modo de vibrar #3,4 do modelo com 17GL pois a parte real desse autovalor está bastante próxima do grau de estabilidade a 55 Km/h. A frequência desse modo é 0,35 Hz a 55 Km/h.

A tabela 7.6 apresenta de forma resumida a parte real e frequência dos autovalores na região de máxima estabilidade (55 Km/h) e os graus de liberdade correspondentes aos movimentos de maior amplitude em cada modo de vibrar,

AUTOVALOR	$R_e$	Freq.	GL COM A=1,00	GL	A	GL	A	GL	A
1	- 0,46	0							
2,3	- 0,30	0,86	1	2	0,94	5	0,86		
4,5	- 5,44	2,46	5						
6	- 1,52	0							
7,8	-14,6	13,4	5	7	0,59				
9,10	- 151	49	1	2	1,00	3,4	0,20		
11,12	- 75	68	2	1	0,96	3,4	0,31	6	0,28
13,14	- 636	0							
3,4	- 0,36	0,35	8	5,15	0,20				
5,6	- 0,60	0,44	5,15						
11,12	- 1,10	1,60	5,15	8	0,14				

Tabela 7.6 - Em cima: Valores da parte real e da frequencia dos autovalores do mod. 7 GL e movimentos dominantes correspondentes, para a locomotiva GM.

Em baixo: Idem para os autovalores do mod. 17GL sem correspondentes no mod. anterior.

## 7.5 - INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS

Cada um dos parâmetros teve sua influência verificada através da variação de seu valor, a partir do valor básico e segundo - critérios próprios para cada parâmetro.

### 7.5.1 - VARIAÇÃO DOS AMORTECIMENTO

Inicialmente os 6 coeficientes de amortecimento devem ser considerados em 3 grupos, a saber:\*

- CYT e CB, referentes ao amortecimento na suspensão secundária devido à placa de desgaste, discutidos no início deste capítulo sub-ítem 7.2-i e 7.2-k.

- CYW e CJ, na suspensão primária, adotados nulos na discussão do Ítem 7.2 mas possíveis de serem aumentados.

- CXW e CYAT, também adotados nulos e sem maior interesse - no caso desta locomotiva, motivo pelo qual não foi considerada sua variação

a - Influência de CYT e CB

Um primeiro estudo da influência dos coeficientes CYT e CB já foi levado a efeito no início do capítulo, para a determinação - de seus valores nominais, quando se verificou ser pequena sua influência sobre o limite de estabilidade.

Fazendo-se estes parâmetros assumirem o valor  $CYT = CB = C_{eq} = 773 \text{ N seg/cm}$ , correspondente à frequência  $f = 1,0 \text{ Hz}$  que ocorre para os autovalores de ordem # 2,3 a 65 Km/h e examinando-se a região de máxima estabilidade (40 a 70 Km/h) através do modelo com 7GL verifica-se que há um rebaixamento na parte real dos autovalores de ordem #2,3, # 4,5 e # 7,8. Assim, para a velocidade de 50 Km/h, esses autovalores sofrem as seguintes variações:

$R_e$  (# 2,3), de - 0,296 para - 0,304

$R_e$  (# 4,5), de - 5,5 para - 8,3

$R_e$  (# 7,8), de - 14,6 para - 22,5



Os demais autovalores não sofrem qualquer alteração, bem como as frequências destes. O grau de estabilidade continua sendo determinado pelos autovalores # 2,3 e a influência é maior para as velocidades mais altas, sendo que a 40 Km/h o grau de estabilidade não se altera.

Adotando-se para cada velocidade os valores de  $CYT = CB$  - igual a  $C_{eq}$  calculado para a frequência dos autovalores de ordem # 2,3 obtêm-se os resultados mostrados na tabela 7.7. Verifica-se que há uma ampliação da região de máxima estabilidade, com pequena elevação do máximo grau de estabilidade, que continua ocorrendo entre 50 e 60 Km/h. O limite de estabilidade não se altera, nem as condições em que ocorre, uma vez que os valores básicos foram adotados para a frequência desse mesmo limite. Na figura 7.8, contruída com os dados da tabela 7.7, visualiza-se o real comportamento do grau de estabilidade, representado por essa variação do amortecimento em função da velocidade, comparado com o resultado obtido com o amortecimento mantido fixo igual aos valores básicos.

v	40	50	60	70	80	90	100
$f_{2,3}$	0,62	0,78	0,93	1,09	1,24	1,39	1,54
$C_{eq}$	1247	991	831	709	623	556	502
C	1250	990	830	700	620	550	500
G.E. <sub>i</sub>	0,28	0,31	0,32	0,29	0,24	0,14	0
G.E. <sub>b</sub>	0,27	0,29	0,30	0,28	0,22	0,13	0
Dif. (%)	4%	6%	7%	7%	8%	9%	-

Tabela 7.7. - Variação da frequência e do grau de estabilidade em função da velocidade e do amortecimento na suspensão secundária para a locomotiva GM.

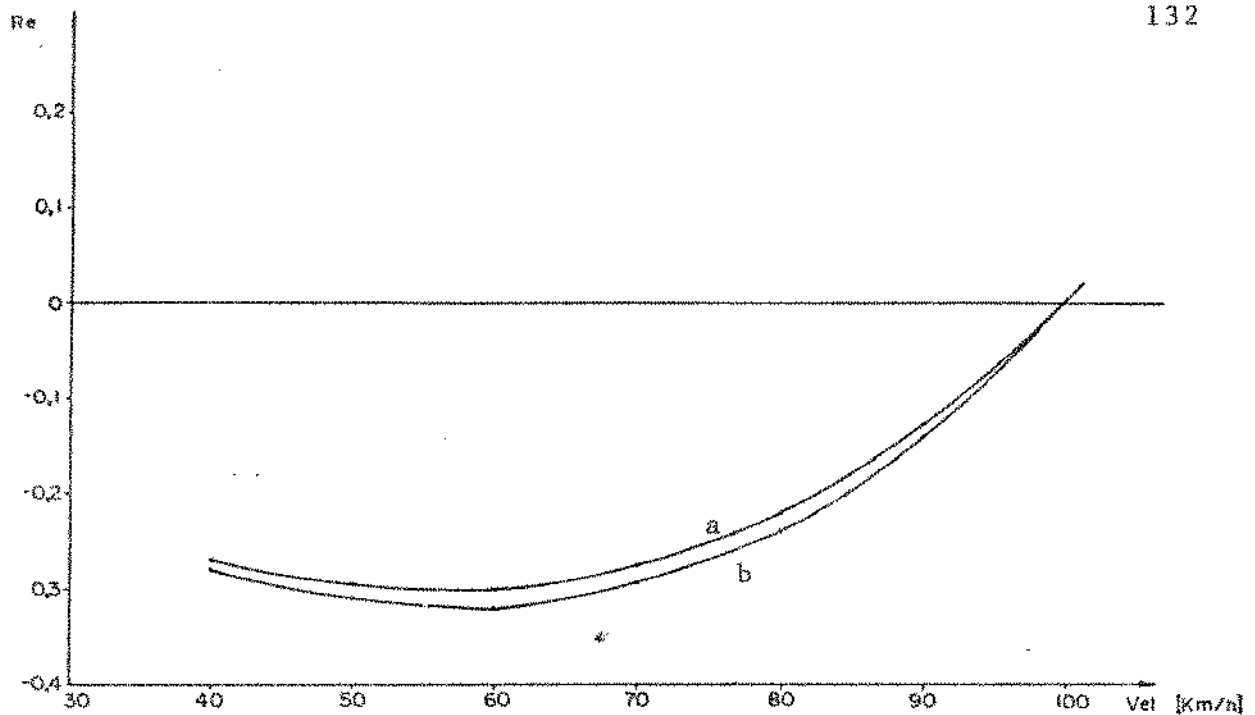


Fig. 7,8, - Variação do grau de estabilidade da locomotiva GM em função da velocidade: a curva a, para os valores básicos dos parâmetros; curva b, para  $CB = CYT = C_{eq}(f)$

O amortecimento pode ser aumentado na suspensão secundária conjuntamente em ambas as direções, por exemplo, pelo aumento da força da mola, ou separadamente acrescentando-se amortecedores na locomotiva.

Aumentando-se o amortecimento em 50% apenas na direção vertical ( $CB = 750 \text{ N seg/cm}$ ), não se verifica qualquer influência sobre o limite de estabilidade ou sobre o grau de estabilidade a 55 Km/h, tanto com o modelo de 7 graus de liberdade como no de 17. Também os movimentos dominantes não se alteram. No modelo de 7 graus de liberdade apenas os autovalores # 7,8 têm sua parte real alterada passando de - 14,60 para - 21,85, a 55 Km/h. No modelo de 17 graus de liberdade essa variação é acompanhada também pelos autovalores # 11,12, sem correspondentes no modelo de 7 graus de liberdade, cuja parte real a 55 Km/h passa de -1,10 para -1,49.

O mesmo procedimento em relação à direção lateral provoca elevação desprezível (4%) no grau de estabilidade e afasta os autovalores # 4,5 do modelo de 7 GL do eixo imaginário com a parte -

real passando de - 5,5 para -8,1. Neste modelo o limite de estabilidade é elevado para 106 Km/h e o movimento dominante deixa de ser o lateral do truque para ser o lateral dos eixos, o que não é uma alteração significativa em vista das amplitudes desses movimentos estarem sempre muito próximos. No modelo de 17 GL, além dos autovalores correspondentes aos # 4,5 anteriores, os autovalores # 3,4 e #5,6 reduzem suas partes reais para a velocidade de 55 Km/h da seguinte forma:

# 3,4 : de - 0,361 para - 0,565

# 5,6 : de - 0,60 para - 0,97

É conveniente observar que os autovalores # 3,4, que mais se aproximam do grau de estabilidade, com o aumento do amortecimento ficam mais distantes e os autovalores # 11,12 não se alteram. Neste modelo, porém, o limite de estabilidade e os movimentos dominantes não sofrem qualquer alteração.

Concluí-se, sobre a elevação do amortecimento na suspensão secundária:

- A elevação de CB não afeta o limite de estabilidade ou os modos de vibrar, apenas aumentando cerca de 50% o amortecimento dos autovalores # 7,8 do modelo com 7 GL e #11,12 do modelo com 17 GL, cujo movimento de maior amplitude nos correspondentes modos é o movimento lateral dos truques.

- A elevação de CYT também não afeta a estabilidade e o modo de vibrar instável, mas aumenta o amortecimento do movimento lateral dos truques em cerca de 50% nos modos de vibrar # 4,5 do modelo com 7 GL e # 5,6 do modelo com 17 GL. Neste modelo o movimento lateral da locomotiva também é amortecido em cerca de 50% no modo de vibrar # 3,4.

Esses resultados são sintetizados na tabela 7.8, que apresenta também os resultados obtidos com a redução do valor do amortecimento na suspensão secundária. Essa redução poderá ocorrer simultaneamente em ambas as direções pela deterioração do sistema de atrito motivada pelo enfraquecimento da mola, desgaste da placa, etc.

AMORTECIMENTO		MOD 7 GL					MOD 17 GL					
		V = 55 Km/h			LIMITE		V = 55 Km/h				LIMITE	
		#2,3	#4,5	#7,8	V	#	#3,4	#5,6	# <sup>7,8</sup> <sub>9,10</sub>	# <sub>11,12</sub>	V	#
	750	-0,30	-5,5	-21,85	100	2,3	-0,36	-0,60	-0,31	-1,49	93	7,8
750		-0,31	-8,1	-14,64	106	2,3	-0,56	-0,97	-0,31	-1,10	93	7,8
500	500	-0,30	-5,5	-14,60	100	2,3	-0,36	-0,60	-0,31	-1,10	93	7,8
400	400	-0,30	-4,4	-11,7	98	2,3	-0,28	-0,47	-0,31	-0,90	92	7,8
250	250	-0,29	-2,8	- 7,3	95	2,3	-0,17	-0,28	-0,31	-0,58	91	7,8
100	100	-0,29	-1,3	- 2,9	93	2,3	-0,06	-0,11	-0,31	-0,24	90	7,8
50	50	-	-	-	-	-	-0,03	-0,05	-0,29	-0,13	90	7,8
0	0	-0,29	-0,2	-0,0001	92	2,3	-	-	-	-	21	3,4

Tabela 7.8 - Influência da variação de CY e CB sobre o limite de estabilidade e sobre os autovalores na região de máxima estabilidade, para a locomotiva CM - GP9/GP18

Verifica-se que o limite de estabilidade é pouco afetado pela variação de CYT e CB, podendo-se praticamente considerá-lo insensível mesmo para redução de até 90% em ambos os modelos matemáticos sendo que para o modelo com 7 GL isto é levado ao extremo de se anular CYT e CB que o limite de estabilidade ainda permanece em 92 Km/h, determinado pelos mesmos autovalores #2,3. Para o modelo com 17 GL uma redução de 90% do amortecimento praticamente não afeta o limite de estabilidade, que continua sendo determinado pelos autovalores #7,8 e o amortecimento anulando-se completamente provoca a redução brusca desse limite para 21 Km/h, determinado pelos autovalores #3,4.

A mesma influência verificada para o aumento do amortecimento sobre os autovalores na região de máxima estabilidade é também verificada para sua redução. Assim, os autovalores #2,3 do modelo com 7 GL e seus correspondentes #7,8,9,10 no modelo com 17 GL praticamente permanecem constantes mesmo para a anulação do amortecimento, enquanto os autovalores #4,5 e #7,8 do modelo com 7 GL e #3,4, #5,6 e #11,12 do modelo com 17 GL têm sua parte real aproximando-se de zero. Isto faz com que o grau de estabilidade passe a ser determinado pelos autovalores #3,4 na região de máxima estabilidade (55 Km/h).

Com o amortecimento nulo, além da queda brusca do limite de estabilidade, muitos autovalores apresentam parte real nula, implicando em movimentos não amortecidos. A variação do grau de estabilidade a 55 Km/h é mostrada na figura 7.9.

Os movimentos em cada modo de vibrar não se alteram, o que implica em ser dominante o lateral dos truques no limite quando se reduz o amortecimento de 80%, determinado pelos autovalores #11,12 e passa a ter maior importância o lateral da locomotiva na região de maior estabilidade quando o grau de estabilidade do sistema é reduzido e determinado pelos autovalores #3,4.

Conclui-se deste estudo que embora o limite de estabilidade não seja afetado pela elevação de 50% ou queda de 80% do valor do amortecimento representado por CYT e CB a influência desses parâmetros é grande, pois o grau de estabilidade é sensivelmente reduzido

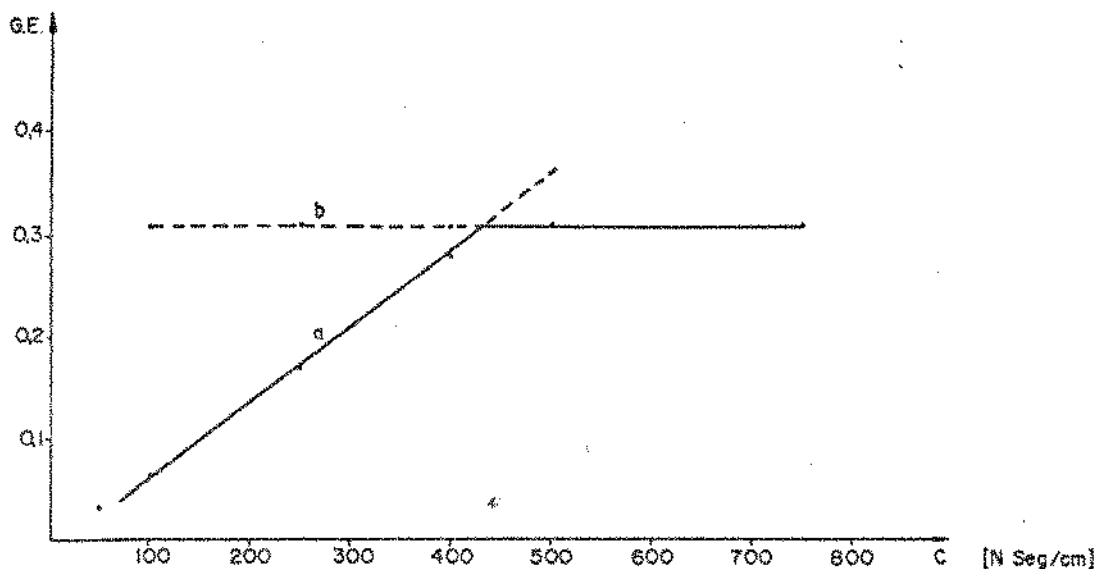


Fig. 7.9. - Grau de estabilidade da locomotiva GM a 55 Km/h em função do amortecimento na suspensão secundária

na região de operação regular do veículo, que é também a região de maior estabilidade, quando o valor desses parâmetros é reduzido muito abaixo dos valores básicos. O movimento lateral da locomotiva - passa a ser o de maior importância nessas condições, seguido do movimento lateral dos truques. A estabilidade fica comprometida com a deterioração progressiva do amortecimento e o colapso total, representado por  $CYT = CB = 0$ , reduz bruscamente o limite de estabilidade para 21 Km/h, apresentando muitos movimentos não amortecidos. Estas condições são possíveis de ocorrer devido à deterioração ou destruição do pistão de fricção, fatores estes em alguns casos verificados na prática.

#### b) Influência de CYW e CJ

Como já foi verificado no Ítem 7.1, o truque não apresenta qualquer amortecimento nas posições referentes a esses parâmetros, a não ser o atrito interno do material das molas e um pequeno atrito dos mancais, valores esses que apresentam certas dificuldades na sua determinação mas que se sabem de antemão pequenos ou até mesmo desprezíveis.

Para se verificar a influência que poderiam apresentar esses parâmetros foi adotado o valor 50 N Seg/cm, correspondendo a 10% dos valores básicos de CYT e CB já analisados e muito superior ao valor real, efetivamente presente.

Examinando-se ambos os modelos verifica-se que estes parâmetros não exercem qualquer influência no grau de estabilidade ou no limite de estabilidade. A única alteração registrada foi uma pequena elevação no módulo da parte real dos autovalores # 4,5 e # 6,7 do modelo com 7 GL, que passaram de - 5,44 e - 17,50 com os valores básicos para - 6,50 e - 17,50, respectivamente, com a elevação do amortecimento.

O mesmo resultado se obtém no modelo com 17 GL, concluindo-se que não há influência de maior interesse na variação desses parâmetros, justificando-se a adoção dos seus valores básicos nulos, dispensando-se a necessidade de maiores cuidados.

#### 7.5.2. - VARIAÇÃO DA RIGIDEZ

Da mesma forma que no caso do amortecimento, também os valores da rigidez foram agrupados para análise, porém com critérios diferentes, a saber:

- Rigidez vertical nas suspensões primária e secundária KJ e KB, cujos valores básicos foram determinados pela composição dos valores nominais das molas de cada jogo.

- Rigidez lateral nas suspensões primária e secundária - KYW e KYT, adotados como porcentual da rigidez vertical.

- Rigidez rotacional na suspensão secundária KYAT, adotada nula e sem maior interesse em sua variação, para o presente trabalho.

- Rigidez longitudinal da suspensão primária KXW, adotada com valor considerado muito grande para simular numericamente o conceito de "valor infinito."

## a) Influência de KYW e KYT

Os valores básicos desses parâmetros foram adotados como sendo 10% dos valores de KJ e KB. A rigidez transversal de uma mola helicoidal, porém, depende da geometria da mola [12], mais precisamente da relação D/L, onde D é o diâmetro das espiras e L o comprimento de trabalho. Para esta locomotiva o valor adotado é razoável, mas pode-se alterá-los tanto para valores superiores como inferiores. A influência dos valores desses parâmetros pode ser verificada apenas pelo seu aumento, como se depreende dos resultados aqui obtidos. A influência foi verificada isoladamente para cada um deles.

Duplicando-se o valor de KYW ocorre um aumento substancial no limite de estabilidade verificado por ambos os modelos, com 7 e com 17 GL, que passa de 100 Km/h e 93 Km/h, respectivamente, para 138 Km/h e 136 Km/h. O movimento lateral dos truques continua sendo dominante no limite de estabilidade, seguido do movimento lateral dos eixos cuja amplitude relativa diminui cerca de 20%.

A região de maior estabilidade é bastante ampliada até cerca de 100 Km/h, com o máximo grau de estabilidade no modelo com 7 GL ocorrendo a 80 Km/h e assumindo o valor 0,78. O grau de estabilidade é aumentado em todo campo de velocidades sendo sempre determinado, neste modelo, pelos autovalores # 2,3, que levam o sistema à instabilidade. No modelo com 17 GL os autovalores correspondentes apresentam o mesmo comportamento. O grau de estabilidade porém é determinado na região de maior estabilidade pelos autovalores # 3,4, cuja parte real permanece praticamente constante e igual a -0,44. Depois de 110 Km/h os autovalores # 9,10 passam a determinar o grau de estabilidade. Os 3 pares de autovalores sem correspondentes no modelo com 7 GL têm o módulo da parte real aumentado entre 20% (#5,6) a 50% (#3,4). O comportamento desses autovalores em função da velocidade pode ser observado e comparado com os obtidos para os valores básicos na figura 7.11.

Triplmando-se o valor de KYW os resultados se manifestam com o mesmo sentido, com o limite de estabilidade ocorrendo a 170 Km/h em ambos os modelos. Os autovalores que levam à instabili-



dade são os mesmos e continuam dominantes os movimentos laterais - dos truques, seguidos dos movimentos laterais dos eixos que entre - tanto não variam a amplitude relativa se comparados com o resulta - do anterior.

A região de máxima estabilidade torna-se ainda mais ampla , porém o máximo grau de estabilidade, determinado pelos autovalores - #3,4 do modelo com 17 GL, aumenta pouco, passando a 0,80 e ocorren - do a 100 Km/h.

A figura 7.10 apresenta a variação quase linear do limite - de estabilidade em função de KYW para ambos os modelos e a conclu - são a que se chega é que a rigidez transversal das molas da suspen - são primária adotada como valor da rigidez lateral, exerce influên - cia altamente significativa na estabilidade do veículo, exigindo - maior atenção para a determinação do valor desse parâmetro.

Adotando-se o mesmo procedimento com KYT, ou seja duplican - do-se e triplicando-se o seu valor, o limite de estabilidade não se altera com nenhum dos 2 modelos matemáticos. O movimento dominante - continua sendo o lateral dos truques com elevação desprezível (3% ) da amplitude relativa do movimento lateral dos eixos. O grau de es - tabilidade a 55 Km/h é determinado pelos mesmos autovalores e aumen - tado em apenas 10% para KYT triplicado, resultado este desprezível.

A conclusão é que a influência da variação de KYT é total - mente desprezível, não havendo motivos para preocupações sobre o êr - ro ou acerto na determinação de seu valor, ao contrário de KYW.

#### b) Influência de KJ e KB

A deterioração das molas verticais levará a uma redução da rigidez das suspensões primárias e secundárias nessa direção. Redu - zindo-se separadamente cada um desses parâmetros a 80%, 60% e 50 % não se verifica, com o modelo de 7 GL, qualquer alteração no limite de estabilidade ou nos autovalores a 55 e a 100 Km/h. Os movimentos dominantes também permanecem os mesmos. Com o modelo de 17 GL a va - riação de 4% no limite de estabilidade, obtida com a redução de KJ em 50%, é desprezível e a redução de KB na mesma proporção eleva o

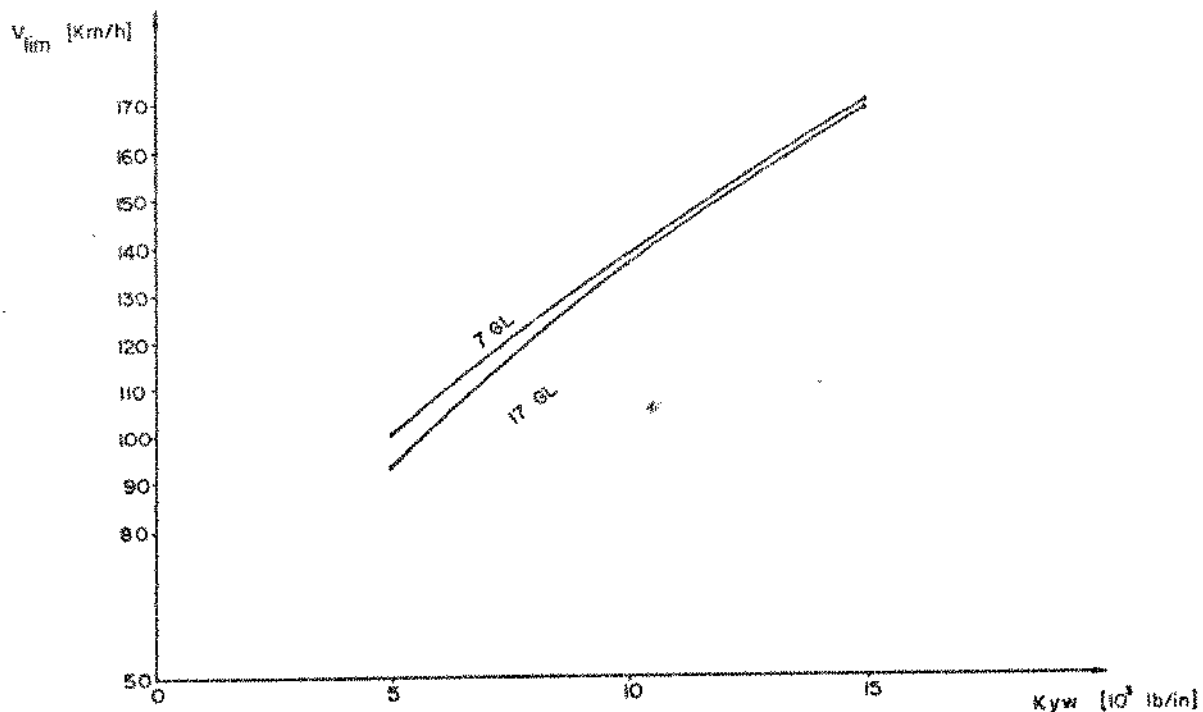


Fig. 7.10. - Limite de estabilidade da locomotiva GM em função da rigidez  $K_{yw}$  nos modelos 7GL e 17GL

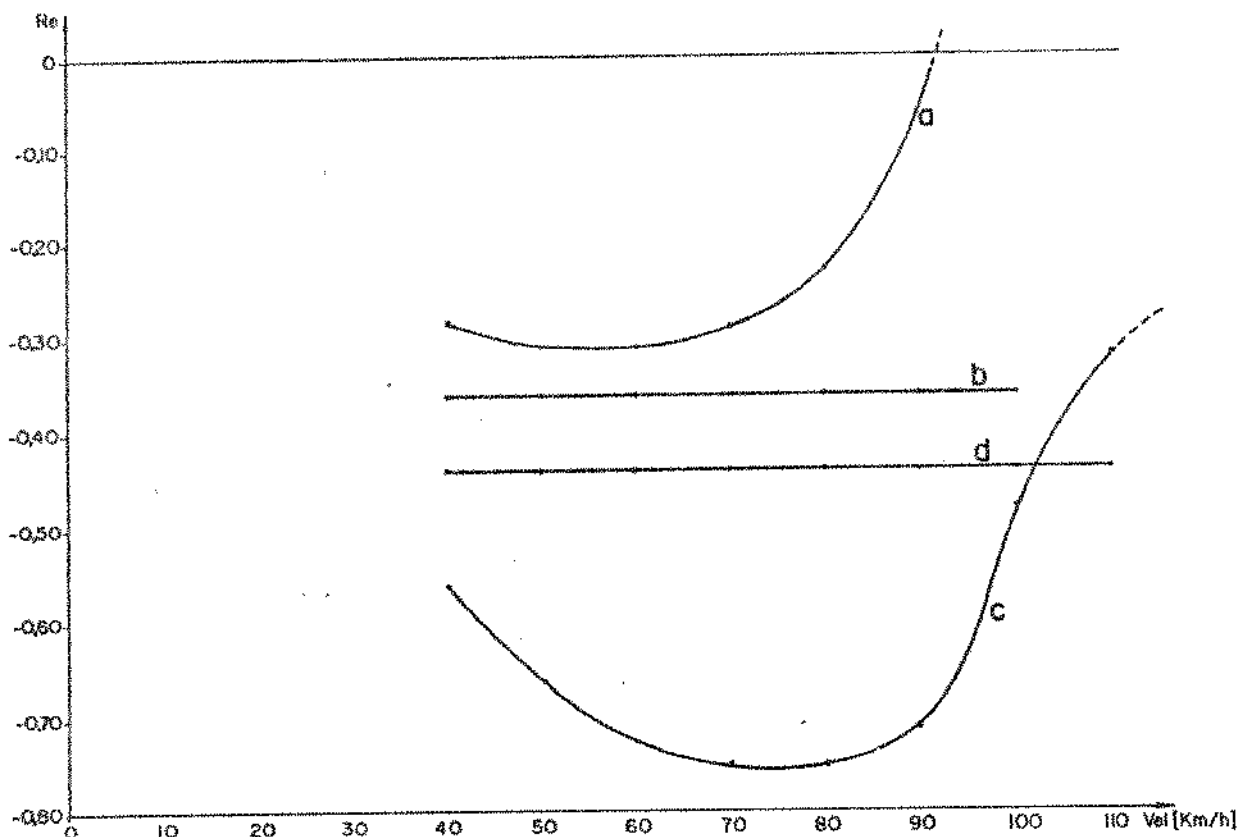


Fig. 7.11. - Parte real dos autovalores #9,10 (curva a) e #3,4 (curva b) da locomotiva GM, mod. 17GL, em função da velocidade. Curvas c e d: ídem para  $-v_{yw}$  duplicado

limite de estabilidade para 100 Km/h, igualando-se ao valor encontrado com o modelo de 7 GL, não ocorrendo qualquer outra influência com a variação desses parâmetros.

Conclui-se que a deterioração das molas verticais é importante apenas na suspensão primária, devido à influência preponderante da rigidez lateral adotada como proporcional à vertical, pois os valores de KJ e KB nada ou quase nada influem, bem como o valor de KYT.

### c) Influência de KXW

A caixa de rolamento do rodeiro está em contato direto com a estrutura do truque na direção longitudinal de forma que não há movimento relativo entre as partes. Assim, KXW deve ser assumido "infinito" e para simular numericamente esse conceito matemático foi adotado o valor  $KXW = 3\ 000\ 000\ \text{N/cm}$ , aproximadamente 60 vezes a maior rigidez do sistema, que é  $KJ = 50\ 789\ \text{N/cm}$ .

Reduzindo-se o valor de KXW a 1/3 desse valor e depois a 1/6 não se verifica qualquer influência em ambos os modelos matemáticos, donde se conclui que o valor adotado pode ser mantido pois representa efetivamente um valor infinito.

### 7.5.3 - VARIAÇÃO DOS MOMENTOS DE INÉRCIA

Os valores dos momentos de inércia podem apresentar alguma margem de erro devido à forma como foram obtidos: alguns por ensaios e outros por cálculos aproximados. Fazendo-se variar em aproximadamente 20% cada um desses valores, observa-se que a influência é absolutamente nula para IB e JT e totalmente desprezível a variação do limite observada para JB, IT e IW em ambos os modelos. A região de máxima estabilidade não apresenta qualquer alteração com a variação de qualquer um deles.

Admitindo-se que a margem de erro deverá com certeza ser inferior a 20% e não se tendo observado qualquer influência dentro dessa margem, conclui-se que não há necessidade de determinação mais precisa dos valores desses parâmetros.

#### 7.5.4 - VARIAÇÃO DAS DIMENSÕES GEOMÉTRICAS

Também as dimensões geométricas podem ser agrupadas em conjuntos de parâmetros para efeito desta análise. O critério utilizado foi o seguinte:

- Alturas dos centros de gravidade, sujeitas a erros na sua determinação da mesma forma que os momentos de inércia e outros parâmetros.

- Raio da roda, reduzido por usinagem nas operações de reperfilamento.

- Distância entre os pontos de contato, sujeita a variações na linha e a modificações no assentamento, além de alguma possibilidade de erro na sua determinação.

- Outras dimensões adotadas pelos valores nominais, admitidas corretas e sem possibilidade física de alteração senão pela substituição ou reprojeto do truque ou da locomotiva, que por isso não serão abordados.

##### a) Influência de HT, H1, H2 e HB

Admita-se nesses parâmetros erros de até 20% na sua determinação. Lembrando a relação existente  $HB = H1 + H2 + HT$ , a variação de cada um destes do lado direito da igualdade deve ser acompanhado da variação de igual amplitude de HB. Fazendo-se estes parâmetros em 20% dos seus valores básicos não se observa nenhuma influência sobre o limite de estabilidade, autovalores ou movimentos dominantes, seja através do modelo com 7 GL ou com 17 GL.

##### b) Influência do Raio da Roda.

As rodas passam por operações de usinagem para correção do perfil sempre que o desgaste alcança valores estabelecidos por normas. Essas operações reduzem o raio nominal das rodas que pode atingir o valor mínimo de 47,00 cm para a locomotiva em estudo. Este novo valor levado aos 2 modelos matemáticos provoca pequena redução, da ordem de 4%, no limite de estabilidade, sem afetar entretanto os

autovalores e o movimento dominante, seja no limite como na região de maior estabilidade.

#### c-) Influência de B

O erro na determinação da distância entre os pontos de contato pode ser admitido da ordem de milímetros, sem alcançar a dezena. O mesmo limite de variação pode ser considerado devido a diferenças de bitola que eventualmente possam ser verificadas ao longo da via. Assim sendo a maior variação possível de B fica limitada - aquela verificada pelo assentamento dos trilhos com inclinação 1:20 igual à conicidade do perfil da roda, que aumenta o valor desse parâmetro para  $B = 83,5$  cm.

Verifica-se pela simulação que essa variação não provoca qualquer alteração dos resultados obtidos com os valores básicos, seja no limite de estabilidade, modos de vibrar ou grau de estabilidade.

Convém lembrar que uma variação de bitola em um trecho reto ao longo da via provoca uma perturbação adicional que se soma às forças  $\{Q\}$  discutidas nos capítulos iniciais e sem aquelas características, o que tornaria a equação geral não-homogênea. Neste trabalho estuda-se apenas a estabilidade do sistema, sendo que este problema de alargamento da via é objeto de estudos específicos, como o de Ahlbeck [2]. O interesse no presente caso se restringe ao que foi analisado, sobretudo no que se refere ao grau de estabilidade, pois um sistema reage às perturbações com amplitudes maiores quando o grau de estabilidade é mais baixo.

#### 7.5.5 MUDANÇA DE BITOLA

Algumas locomotivas, como a U20, fabricada pela General Electric, por exemplo, podem ser fornecidas para trafegar em bitolas diferentes pela substituição adequada dos truques. Sem entrar no mérito da questão mas apenas por curiosidade científica, convém simular a mudança da bitola da locomotiva em estudo.

Conservando todos os demais parâmetros e a concepção do truque, a mudança de bitola deve provocar no mínimo a alteração da distância B entre os pontos de contato e das distâncias  $B_1$  e  $B_2$  entre as suspensões primária e secundária. A passagem da bitola larga (1,60m) original para a bitola métrica (1,00) impõe a redução de 30 cm em cada um desses 3 parâmetros.

Verifica-se com isso uma redução sensível no limite de estabilidade que cai para 84 Km/h em ambos os modelos matemáticos, sendo determinados pelos mesmos autovalores e sem alterar os movimentos dominantes. Os autovalores # 7,8,9,10 têm o módulo de sua parte real aumentado na região de maior estabilidade e reduzido fora dela enquanto os autovalores # 3,4 o têm reduzido na ordem de 20% em todo campo de velocidades. O grau de estabilidade apresenta assim o valor constante 0,31, determinado pelos autovalores # 3,4 até 70 Km/h e a partir dessa velocidade valores decrescentes determinados pelos autovalores # 7,8,9,10 até o limite de estabilidade.

Os autovalores # 5,6 não apresentam alterações e aos autovalores # 11,12 apresentam alterações sem maior importância. Os demais autovalores têm, na sua maioria, a parte real reduzida da ordem de 50%.

As frequências dos autovalores # 7,8,9,10 também são aumentadas, de modo que o limite de estabilidade ocorre com a frequência 1,63 Hz.

A conclusão é que a mudança de bitola reduz sensivelmente a estabilidade do veículo em todo campo de velocidades, reduz o limite de estabilidade e aumenta a frequência do modo instável. A figura 7.12 apresenta o comportamento da parte real dos autovalores de maior interesse em função da velocidade, para a bitola métrica.

#### 7.5.6 - VARIAÇÃO DOS COEFICIENTES

Duas espécies de coeficientes são utilizadas como parâmetros para esta simulação: os coeficientes de "creep" e os coeficientes geométricos. Os primeiros pela forma como foram determinados ,

devem ter sua influência investigada para indicar qual o nível de preocupação que se deve ter na sua consideração e os últimos relacionados entre si pelas próprias definições, representam objeto de estudo específico sobre o qual muito se tem trabalhado.

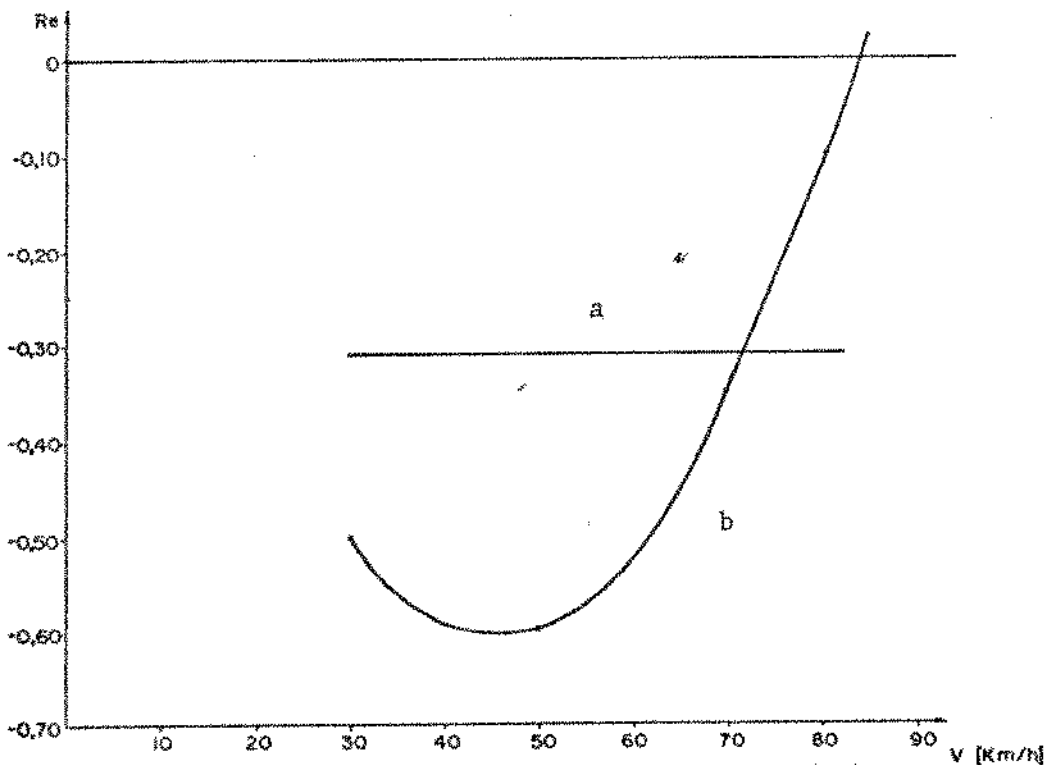


Fig. 7.12, - Parte real dos autovalores # 3,4 (curva a) e # 7,8, 9, 10 (curva b) da locomotiva GM, - mod. 17GL, para bitola métrica.

Lembrando a forma como os coeficientes de "creep" foram adotados, convém inicialmente destacar as observações de Doyle e Prause [13] que afirmam ser verificada na prática uma variação de  $\pm 50\%$  no valor desses parâmetros para uma dada configuração. As fórmulas de Kalker e Wickens não são fáceis de se implementar e nem sempre correspondem aos resultados experimentais. Além disso os coeficientes de "creep" dependem das condições ambientais, sendo menores para condições úmidas que para condições secas. Isto é confirmado por Abbott, Morosow e Macpherson [1], segundo os quais esses coeficientes dependem das condições gerais da via (poeira, óleo, etc), não ocorrendo o "hunting" quando os trilhos estão molhados pela chuva. Também Gilchrist e Hobbs [18] confirmam uma variabilidade de  $\pm 50\%$  dos

coeficientes de "creep" conforme as condições da via. Finalmente deve-se destacar que os efeitos dos coeficientes de "creep" dependem muito das demais características do veículo, conforme Doyle e Prause.

Utilizando-se o modelo com 17 GL verifica-se que a variação dos coeficientes de "creep" FL e FT, estudadas separadamente, afetam apenas a parte real dos autovalores # 7,8,9,10, sem apresentar alterações sensível sobre todos os demais autovalores ou sobre as frequências.

Reduzindo-se FL em 20%, o limite de estabilidade passa de 93 Km/h para 91 Km/h, mantendo-se inalterados os movimentos dominantes. Uma redução de 50% do valor deste parâmetro provoca apenas uma redução do limite de estabilidade para 89 Km/h e um aumento do grau de estabilidade a 55 Km/h da ordem de 10%.

A redução do valor de FT em 50% provoca efeito inverso no limite de estabilidade, que aumenta para 97 Km/h. Os movimentos dominantes também não se alteram na região de maior estabilidade a influência sobre os autovalores # 7,8,9,10 é muito mais pronunciada. A 55 Km/h esta parte real assume o valor -0,57 e como todos os outros autovalores não são também afetados, como no caso de FL, o grau de estabilidade aumenta para 0,36, uma vez que fica sendo determinado pelos autovalores # 3,4.

Em vista destes resultados pode-se considerar desprezível a influência de FL e muito pequena a de FT, para o caso desta locomotiva.

Lembrando as definições e relações existentes entre os coeficientes geométricos  $\zeta$ ,  $\epsilon$ ,  $\lambda$  e  $\delta$  já apresentados em 7.1, os 3 primeiros foram recalculados pelas equações de Joly - Wickens em função do último cada vez que se alterou o seu valor, tornando-se este o único coeficiente com variação independente.

Na determinação dos valores básicos dos parâmetros, o efeito de  $r \delta_0/b$  foi desprezado e R admitido "infinito" naquelas equações. Neste estudo da influência dos parâmetros, o efeito desta re-



lação foi considerado e o valor "infinito" de R foi simulado atribuindo-se-lhe o valor  $R = 35\,350 = 1\,000 R'$  admitido "muito grande" em relação aos demais valores envolvidos, principalmente o valor de  $R'$ .

Antes de proceder ao estudo da variação de  $\delta_0$ , estes 2 fatores foram examinados. Processando-se os dados dessa forma, com  $\zeta$ ,  $\epsilon$  e  $\lambda$  calculados internamente ao programa, não se verificou qualquer alteração em relação aos resultados inicialmente obtidos com os valores básicos do veículo. Reduzindo-se o valor de R para  $R = 3\,556 = 100 R'$  também não se observou absolutamente qualquer alteração, o que permite afirmar ser o valor adotado conveniente para simular  $R \rightarrow \infty$ .

Outro teste realizado foi a alteração do valor de  $R' = 35,56$  cm, corresponde aos trilhos TR - 50 e TR - 55, para  $R' = 25,40$  cm, correspondente ao trilho TR-57 [11], o que também não provoca qualquer alteração nos resultados, donde se conclui que o comportamento do veículo não depende do tipo de trilho da via.

Os múltiplos efeitos da conicidade do perfil das rodas são de longa data conhecidos, conforme Sillcox [41] e Marié [35], tendo gerado já muito trabalho de investigação e muita polêmica devidos aos efeitos de sentido contrário de acordo com o ponto de vista abordado, conforme Doyle e Prause [13]. Diversos autores citam esses efeitos, e a influência da conicidade principalmente sobre as tensões no contato roda/trilho, como Brina [4], Hopper [24], Raeber e Grandchamp [37] e outros.

Diversas referências são encontradas sobre o desgaste das rodas [4], [23], [24], [27], [30], [36], [38], [41] e consequente alteração do perfil, do que decorre a variação da conicidade. Hull e Cooperrider [26], ainda se preocupam com o desgaste dos trilhos e Rus [40] identifica o perfil curvo como fonte de vibração. Doyle e Prause [13] estudam a influência da conicidade entre 1:20 (perfil novo) e 1:5 (perfil desgastado) e Garg [17] afirma que experimentalmente o desgaste leva a um perfil com conicidade entre 1:10 e 1:6. Tendo em vista ainda as considerações sobre rodas cilíndricas ou

com conicidade reduzida [17], [41], [4], efetuou-se o estudo da variação deste parâmetro a partir de 1:100 até 1:6.

Os resultados confirmam a influência apresentada por todos os autores citados anteriormente no sentido de uma redução da estabilidade com o aumento da conicidade. Este efeito deve ser analisado sob 2 aspectos: a redução do limite de estabilidade, como ilustrado na figura 7.13, e a redução do grau de estabilidade, que entretanto só apresenta maior influência para  $\delta_0$  maior que 1:20, como se verifica na figura 7.14.

Este último resultado é devido à influência da conicidade sobre os autovalores nas velocidades abaixo do limite de estabilidade. Os autovalores #3,4, #5,6 e #11,12 não são praticamente afetados pela variação da conicidade enquanto os autovalores #7,8,9,10, responsáveis pela instabilidade do sistema, experimentam elevação tanto da parte real como da frequência com o aumento da conicidade.

Verifica-se ainda que os movimentos dominantes e os modos de vibrar, de forma geral, não apresentam alteração, mas a frequência do modo instável aumenta, para uma mesma velocidade, com o aumento da conicidade, de forma que para a velocidade 60 Km/h, por exemplo, se obtêm os seguintes valores dessa frequência:

$$\delta_0 = 1:40 \quad f_7 = 0,64 \text{ Hz}$$

$$\delta_0 = 1:20 \quad f_7 = 0,93 \text{ Hz}$$

$$\delta_0 = 1:10 \quad f_7 = 1,36 \text{ Hz}$$

Observa-se ainda um resultado interessante, decorrente dessa influência: a frequência do modo instável permanece praticamente constante e igual a 1,5 Hz na velocidade limite para qualquer valor da conicidade.

Esses resultados são obtidos para a hipótese do raio do perfil da roda  $R \rightarrow \infty$ . Na verdade o desgaste provoca o aumento da conicidade simultaneamente com a quebra da linearidade do perfil, ou seja, o raio  $R$  deixa de ser infinito para assumir um valor finito. - Cooperrider [10], Hopper [24], Keizer [30], Mendes [36] e Rus [40]

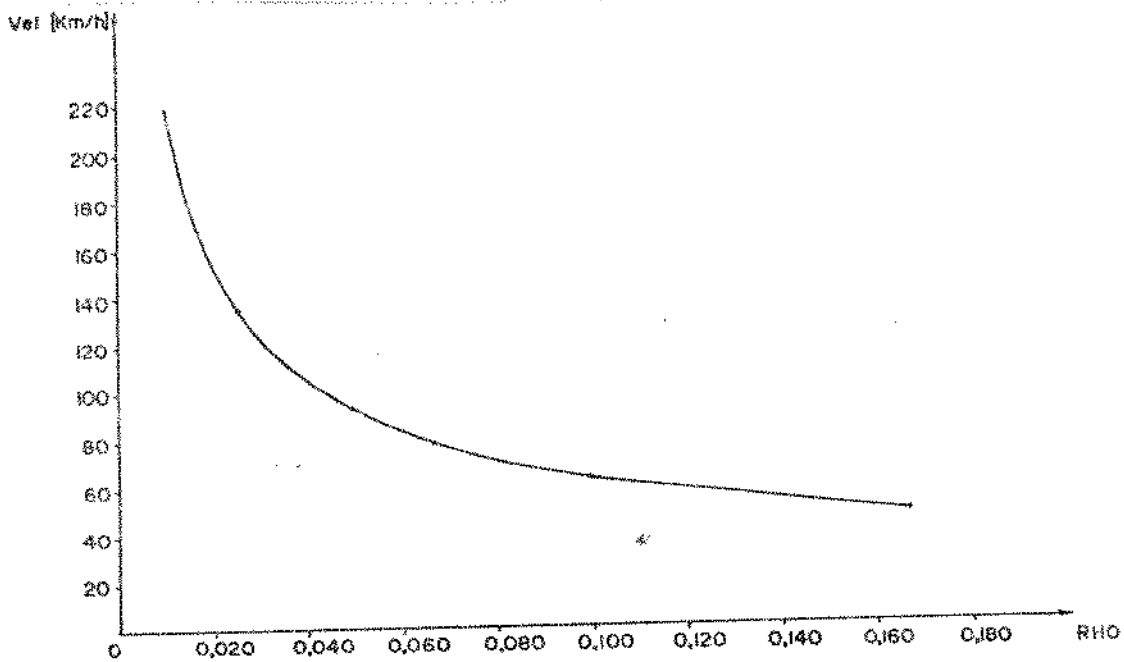


Fig. 7.13. - Limite de estabilidade da locomotiva GM em função da conicidade do perfil da roda.

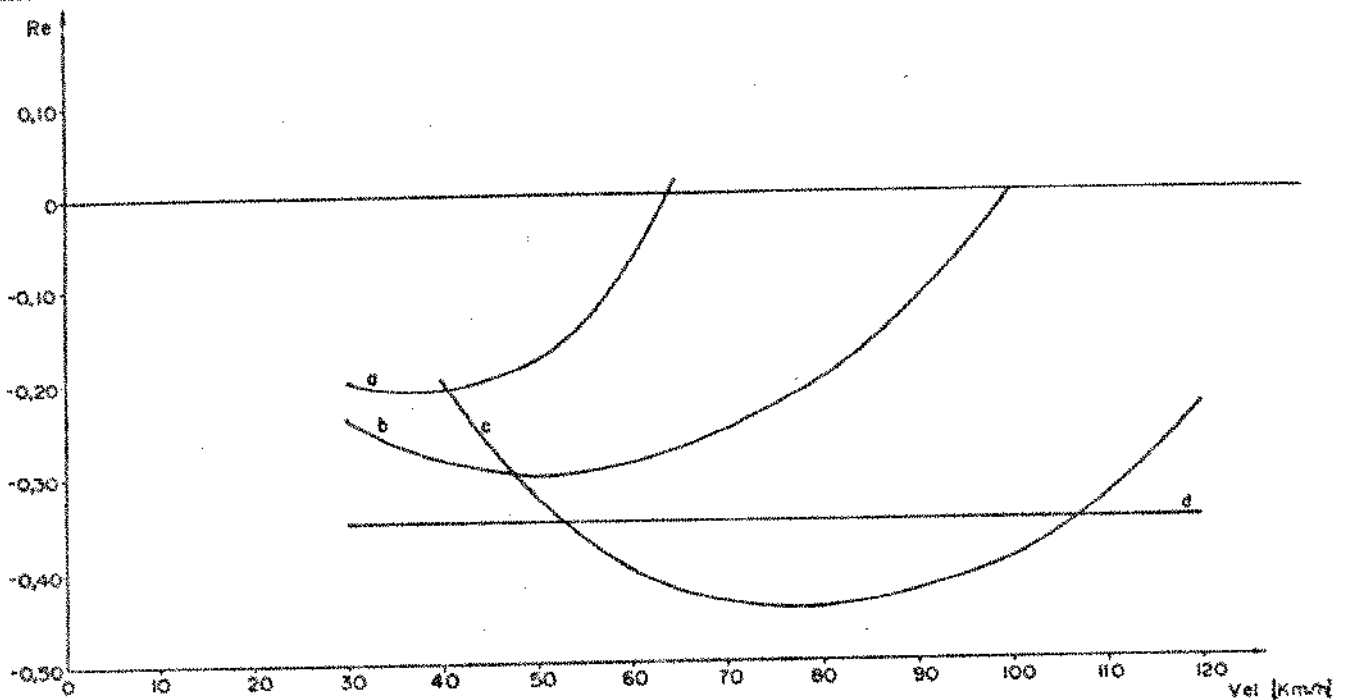


Fig. 7.14. - Grau de estabilidade da locomotiva GM em função de  $\delta_0$ : a, autovalores # 7, 8, 9, 10 para  $\delta_0 = 1/10$ ; b, idem para  $\delta_0 = 1/20$ ; c, idem para  $\delta_0 = 1/40$ ; d, autovalores # 3,4 para qualquer valor de  $\delta_0$ .

referem-se à curvatura do perfil desgastado e à sua influência sobre a estabilidade, sem contudo apresentar valores sobre o raio de curvatura. Mendes propõe um processo de medição e estudo do perfil desgastado através do qual se poderá obter tanto a inclinação como o raio de curvatura.

Para simular essa dupla condição de perfil desgastado foi adotado o valor de conicidade 1:15 = 0,0667, fazendo-se variar o valor do raio de curvatura R, com o qual se obtêm os resultados mostrados na tabela 7.9. Verifica-se que para  $R = 10R'$  há uma redução pequena do limite de estabilidade, que continua diminuindo de 79 Km/h quando  $R \rightarrow \infty$  até 74 Km/h quando  $R = 4 R'$ , para aumentar bruscamente ao se alcançar  $R = 3 R'$ .

R [CM]	R/R'	LIM. ESTAB. [KM/H]
$\infty$	1 000	79
355,6	10	77
177,8	5	75
142,24	4	74
106,68	3	84
71,12	2	83

Tabela 7.9 - Variação do limite de estabilidade em função de R para  $\delta_0 = 1:15$ , na locomotiva GM - GP9/CP18

Este resultado, bastante curioso, chama a atenção e sugere uma investigação mais cuidadosa do perfil desgastado e das condições de estabilidade considerando-se estes dois parâmetros: conicidade e raio de curvatura.

Finalmente foi simulada a condição de contato do friso da roda com o boleto do trilho, que poderá ocorrer em trechos retos quando a amplitude do movimento lateral dos eixos atingir amplitudes muito grandes, ou quando o veículo adentrar um trecho de curva da via. Examinando-se novamente os desenhos do perfil padronizado da roda e do perfil do trilho, foram adotados os valores  $\delta_0 = 1:4$ ,  $R = 1,746$  cm e  $R' = 0,485$  cm. Verificou-se que o veículo permanece estável até velocidades superiores a 300 Km/h, sem qualquer indício de tendência à instabilidade, pois a parte real dos autovalores permanece quase constante, com variações muito pequenas.

Este resultado conduzirá à conclusão de não haver motivo de preocupação com a estabilidade dinâmica, sob o aspecto das vibrações ou "movimentos parasitas" nos trechos curvos da via, bem como com a amplitude das vibrações tornar-se excessiva e deixar de haver validade para o modelo considerado devido ao contato roda/trilho ocorrer nesta região. Este assunto, porém, não pode ser abordado de forma tão simplista, pois o contato roda/trilho na região do friso é um dos principais aspectos não lineares, como evidenciado por Keizer [30] e Sweet e Sirvak [42], colocando em discussão a própria validade dos modelos linearizados para essa condição. Também Ahlbeck [2] e Hannebrink [23] abordam a influência do contato do trilho com o friso das rodas.

#### 7.6 ANÁLISE GERAL DOS RESULTADOS OBTIDOS COM A SIMULAÇÃO DA LOCOMOTIVA GM - GP9/GP18

O limite de estabilidade é alcançado aos 93 Km/h no mod. 17 GL e aos 100 Km/h no mod. 7 GL, sendo o movimento dominante o lateral dos truques seguido do lateral dos eixos, com amplitude da mesma ordem de grandeza. Os demais movimentos podem ser desprezados em comparação a esses, que estão todos aproximadamente em fase. A frequência de vibração desse modo é de 1,5 Hz.

Existe uma região de máxima estabilidade entre 40 e 70 Km/h, em que o grau de estabilidade varia lentamente e não se afasta mais que 10% do valor máximo, que é alcançado aos 55 Km/h e vale 0,30. Nessa região o movimento dominante é o lateral dos eixos, seguido do lateral dos truques com amplitude também da mesma ordem de grandeza. Os truques porém estão em oposição de fase e os eixos praticamente acompanham os respectivos truques. Os demais movimentos têm amplitude desprezível neste modo de vibrar, que a 55 Km/h apresenta a frequência de 0,85 Hz.

O mesmo modo de vibrar se apresenta também com uma variação: os truques estão em fase e o movimento lateral da locomotiva tem amplitude da ordem de 30% do movimento dominante, praticamente em oposição de fase com o movimento dos truques e eixos.

Os autovalores presentes no modelo 7GL apresentam-se repetidos quase identicamente no modelo 17GL, possibilitando estabelecer uma correspondência entre os autovalores de um modelo e de outro, exceto para 3 pares de autovalores complexos conjugados do modelo 17GL que não possuem correspondentes no modelo 7GL.

Em 2 desses modos de vibrar, cujos amortecimentos são altos se comparados com o grau de estabilidade, o movimento dominante é ainda o lateral dos truques, sendo desprezíveis todos os demais inclusive o lateral dos eixos. O terceiro é mais relevante pois na região de máxima estabilidade o módulo da parte real desse autovalor se aproxima bastante do grau de estabilidade com os valores básicos da locomotiva e com a variação de alguns parâmetros passa a determiná-lo. O movimento dominante neste modo, que vibra a 0,35 Hz praticamente em qualquer velocidade de percurso, é o lateral da locomotiva, sendo desprezível todos os demais exceto o lateral dos truques que se apresentam praticamente em fase e com amplitude 20% do movimento dominante.

Os 5 pares de autovalores complexos ( $\text{Im} \neq 0$ ) do modelo com 7GL caracterizam 5 modos de vibrar em cada truque que somados entre si e com os 3 referentes à locomotiva totalizam 13 modos de vibrar no modelo de locomotiva completa com 17GL. Os demais autovalores -

são reais ( $\text{Im} = 0$ ) e correspondem a modos de vibrar com frequência nula, ou não excitados,

O estudo da variação dos valores dos parâmetros permite agrupá-los nas seguintes classes:

a) Não tiveram sua influência analisada:

- as distâncias A e L
- as massas MB, MT e MW
- a rigidez KYAT
- os amortecimentos CXW\* e CYAT
- os coeficientes FS23 e FS33

b) Não apresentam qualquer influência:

- a distância B para a mesma bitola
- as distâncias H1, H2, HT e HB
- a rigidez KJ
- todos os momentos de inércia
- o raio do perfil do trilho RR

c) Os valores básicos adotados simulam um "valor infinito":

- a rigidez KXW
- o raio de curvatura do perfil da roda RT

d) Apresentam influência muito pequena ou desprezível:

- os amortecimentos CB, CYW e CJ
- as rigidezes KYW e KB
- os coeficientes FL e FT

e) Apresentam influência marcante:

- o amortecimento CYT
- a rigidez lateral KYW
- o raio de rolamento da roda R0
- a bitola da via (B, B1 e B2 conjuntamente)
- o desgaste da roda (RHO e RT)

O valor básico adotado para a rigidez KXW parece ser razoável, enquanto o valor adotado para o raio do perfil da roda RT parece exagerado, pois embora simulando bem um valor infinito, poderia -

ser tomado 10 vezes menor que ainda seria adequado.

Todos os movimentos dominantes ou de amplitudes consideráveis são movimentos laterais ("hunting"), sendo que os movimentos de rotação ("yaw e roll") têm amplitudes desprezíveis em todos os modos de vibrar analisados. Isto explica a influência nula de todos os momentos de inércia.

Era de esperar que a curvatura do perfil do trilho RR não apresentasse influência quando em contato com uma roda com perfil novo ( $RT \rightarrow \infty$ ). Ao se estudar mais cuidadosamente o comportamento do veículo com rodas desgastadas e RT assumindo um valor finito bem determinado esse parâmetro poderá apresentar influência significativa.

Igualmente esperava-se uma influência significativa na redução da bitola, como de fato se verificou. Outros fatores não considerados na análise feita, como a redução das massas e momentos de inércia dos truques e rodeiros, por exemplo, deverão acentuar ainda mais essa influência.

Dentre os parâmetros que apresentam maior influência sobre a estabilidade do veículo são preponderantes a rigidez lateral da suspensão primária KYW e a conicidade do perfil das rodas RHO. Segue-se em importância o amortecimento lateral da suspensão secundária CYT, que reduz o grau de estabilidade na região de maiores estabilidade e utilização do veículo, ficando por último o raio de rolamento da roda RO, que abaixa o limite de estabilidade sem afetar o comportamento nas velocidades inferiores. A mudança de bitola, quando realmente efetuada, implicará na utilização de um outro truque, com projeto e características diferentes.



## 8 - CONCLUSÕES

Mesmo considerando as dificuldades encontradas na implantação das sub-rotinas computacionais para o programa de simulação, fica comprovada a conveniência da utilização, quando possível, dos resultados já alcançados e métodos desenvolvidos por outros autores, consubstanciados em instrumentos de análise disponíveis, adotadas que sejam as devidas precauções.

A exploração de aspectos ainda não abordados e a utilização desses instrumentos aos problemas próprios traz uma contribuição muito maior que o desenvolvimento de novos métodos ou instrumentos que levariam aos mesmos resultados ou a resultados equivalentes, talvez com alguma precisão maior ou outra característica de interesse, mas com alcance pouco significativo em termos de aplicação-prática. No caso presente a análise do grau de estabilidade em todo o campo de velocidades, a comparação das 3 locomotivas e o conhecimento do comportamento de locomotivas em uso nas nossas ferrovias são exemplos.

As dificuldades na implantação do "software" conduziram à detecção de erros de programação e outras deficiências que demonstram a necessidade de extremo cuidado na seleção, aquisição e utilização de "pacotes tecnológicos", seja na forma de "hardware" ou de "software" como no caso presente. Corrigidos os erros e procedidas às alterações necessárias, mais algumas modificações foram consideradas convenientes e introduzidas, obtendo-se ao final um programa prático, operacional e confiável, permitindo fácil utilização e obtenção dos resultados de forma mais adequada em cada fase do trabalho.

O procedimento adotado na determinação dos valores básicos dos parâmetros para a locomotiva GM-GP9/GP18 foi de modo geral adequado para uma primeira fase de trabalho e suficiente para a identificação do tipo de comportamento do veículo e da influência maior ou menor de cada parâmetro. Verifica-se que um trabalho

maior na determinação mais precisa do valor de muitos desses parâmetros não se justifica devido sua influência nula ou muito pequena nos resultados obtidos, devendo-se concentrar as atenções sobre aqueles parâmetros que apresentam influência mais decisiva nos resultados que se pretendem analisar.

Da mesma forma fica demonstrado que a influência da variação dos valores dos parâmetros não deve ser sistematizada de forma única, por exemplo fixando-se uma porcentagem de variação para todos eles, devendo-se isto sim verificar qual a faixa possível e de interesse para a variação de cada um deles em cada caso.

A existência de 2 modelos para uma mesma locomotiva, um abrangendo apenas os graus de liberdade de um truque e respectivos rodeiros e outro abrangendo os 2 truques mais os movimentos da caixa mostrou-se conveniente, pois foi verificada a possibilidade de se estudar o comportamento do veículo e a influência de diversos parâmetros utilizando-se o modelo do truque, mais simples e reduzido, que é processado com maior rapidez e necessitando muito menor espaço em disco e na memória para o arquivamento dos resultados. Grande parte do trabalho pode ser desenvolvida utilizando-se este modelo e confirmando-se os resultados com o modelo completo, o que se torna também necessário devido aos 3 graus de liberdade referentes à caixa e também para se verificar o comportamento relativo de ambos os truques, através do exame dos autovalores.

Neste trabalho os 4 modelos foram reunidos em um único programa que foi compilado, carregado na memória e armazenado na forma de "programa objeto", o que permite uma grande economia de espaço em disco e tempo de processamento. Obriga, porém, a manter parâmetros para a seleção do modelo desejado e impõe a necessidade de recompilar, carregar e salvar novamente todo o sistema (programa principal e sub-rotinas) no caso de se proceder a qualquer tipo de modificação nos "programas fonte". Um outro procedimento pode ser adotado, eliminando-se no programa principal e em diversas sub-rotinas todos os comandos necessários para a identificação do modelo

utilizado, simplificando-os e implementando 4 programas principais - específicos, cada um para um dos modelos matemáticos. Este procedimento poderá se revelar mais interessante em certas condições.

O estudo dos limites de estabilidade e dos modos de vibrar instáveis em cada uma das 3 locomotivas analisadas conduziria à conclusão de ser a primeira delas (LF 1) a mais estável por apresentar maior limite de estabilidade (139 MPH = 224 Km/h) e a última (GM) a menos estável, pois é a que apresenta mais baixo limite (93 Km/h), sendo em todos os casos o movimento lateral dos truques e dos eixos dominante no limite de estabilidade, com todos os demais praticamente desprezíveis. O exame do grau de estabilidade em todo campo de velocidades levado a efeito neste trabalho conduz à conclusão exatamente inversa, indicando ser a locomotiva GM a que apresenta melhor desempenho qualitativo, pois é a que possui maior grau de estabilidade (0,30) e uma região significativamente ampla onde esse indicador varia pouco, decrescendo rapidamente para se anular e determinar o limite de estabilidade. Em outros termos a estabilidade se mantém até velocidades razoavelmente próximas do limite. Já para a locomotiva LF 1 o grau de estabilidade é praticamente nulo em todo campo de velocidades, sendo que 3 modos de vibrar apresentam-se praticamente sem amortecimento. Ocorre ainda, a baixas velocidades, uma instabilidade do movimento lateral dos truques. Tudo isto caracteriza uma instabilidade precária não detectável se se limitar à procura dos limites de estabilidade para as velocidades mais altas. A locomotiva LS 2 apresenta grau de estabilidade 0,10 nas velocidades baixas e intermediárias e um limite de estabilidade 117 MPH = 188 Km/h.

O desempenho das locomotivas LS 2 e GM são comparáveis, pois enquanto a primeira apresenta maior limite de estabilidade, a segunda apresenta maior grau de estabilidade nas velocidades intermediárias. Ambas são inegavelmente superiores à locomotiva LF 1 que embora apresente limite de estabilidade mais elevado o grau de estabilidade é praticamente nulo em todo campo de velocidades.

De modo geral os parâmetros apresentam influências diversas em cada veículo. O momento de inércia dos truques, por exemplo, influencia a locomotiva LS 2 e não tem qualquer influência na locomotiva GM. A rigidez lateral da suspensão primária e a conicidade do perfil das rodas, revelaram-se predominantes em todos os 3 veículos. O amortecimento lateral da suspensão secundária apresentou importância muito maior na locomotiva GM que nas demais.

Estes resultados confirmam as observações de Doyle [19] e Hadden [22] segundo as quais o efeito dos parâmetros varia conforme o truque, pois dependem das características globais do veículo. Embora alguns parâmetros tenham influência predominante e sempre no mesmo sentido em todos os veículos, a intensidade dessa influência varia de um veículo para outro. Isto se complementa com as observações de Rus [40] de que, para um mesmo veículo, alguns parâmetros não exercem influência em certas faixas de valores e influem bastante em outras. Torna-se necessário, assim, simular o comportamento de cada veículo individualmente e ao final estabelecer as conclusões. Ganha destaque também a observação de Hannebrink [23] de que o estudo mais detalhado de cada parâmetro será bastante longo e consiste objeto de trabalhos específicos, como de resto se observa em grande parte das publicações referenciadas neste trabalho.

Algumas conclusões particularmente válidas para a locomotiva GM devem ser destacadas:

a) Os parâmetros mais importantes são a rigidez lateral da suspensão primária, o amortecimento lateral da suspensão secundária e a conicidade das rodas.

b) A mudança de bitola reduz a estabilidade, como esperado.

c) Os momentos de inércia não exercem qualquer influência sobre a estabilidade.

d) O padrão de comportamento do veículo é excelente, embora o limite de estabilidade possa ser considerado baixo, o que não -

traz maiores consequências em vista das condições normais de utilização dessa locomotiva.

e) A utilização da locomotiva em trens de passageiros com velocidades de 70 a 80 Km/h recomenda um estudo mais cuidadoso, com a investigação de alguns parâmetros, como a rigidez lateral da suspensão primária e o amortecimento na placa de desgaste do bolster.

f) O desempenho do veículo não se altera com a variação da curvatura do boleto do trilho, que ocorre com o desgaste ou com a mudança de trilho (TR 55 e TR 50 são os mais utilizados).

g) o desgaste das rodas e da placa de desgaste do bolster são dois fatores de primordial importância, juntamente com a condição da suspensão primária.

Sobre este último item algumas considerações mais amplas são apresentadas em 8.1. a 8.3.

#### 8.1. - DESGASTE DAS RODAS

Diversas referências são encontradas sobre o desgaste das rodas [4, 17, 24, 36, 41], a conseqüente alteração do perfil com o aumento da conicidade e a influência dessa conicidade sobre o limite de estabilidade. Este trabalho demonstrou ainda que essa influência se faz sentir de maneira mais geral sobre o grau de estabilidade em todo o campo de velocidade e não apenas no limite.

Garg [17] e Brina [4], entre outros, referem-se a um "perfil desgastado estável" da roda depois de um desgaste inicial bastante rápido e pronunciado, que aparentemente não depende do perfil original, dos trilhos ou do tipo de veículo, sem contudo revelar a conicidade resultante para esse perfil.

O desgaste da roda não produz apenas o aumento da conicidade mas também destrói o perfil linear, que passa a apresentar um raio de curvatura de valor finito e passível de se determinar, em

bora sobre isso também não se tenha obtido maiores informações.

Essas 2 consequências do desgaste, aumento da conicidade e redução do raio de curvatura, concorrem no mesmo sentido para a redução da estabilidade do veículo, o que justifica a realização de estudos específicos sobre este perfil desgastado, como proposto - por Brina, embora com motivações diferentes e que poderão conduzir a conclusões que se contrapõem àqueles objetivos, que seriam a adoção do perfil desgastado nas operações de reperfilamento das rodas por medidas de economia, ou então reforçá-los, conforme os resultados que se venha a obter.

## 8.2. - PLACA DE DESGASTE

A importância desse sistema de atrito ficou demonstrada neste trabalho por ser ele na verdade o único sistema de amortecimento presente na locomotiva e responsável pelo amortecimento lateral da suspensão secundária, um dos parâmetros de importância predominante na estabilidade do veículo.

Estes resultados indicam no sentido de se proceder a uma avaliação mais cuidadosa dos valores dos parâmetros envolvidos na determinação do amortecimento proporcionado por tal sistema, incluindo-se aqui ensaios de laboratórios e a utilização dos conceitos de equivalência entre amortecedores desse tipo e amortecedores de atrito viscoso. Como se recorda, essa equivalência envolve a frequência e a amplitude da vibração. A primeira pode ser avaliada, como o foi, pelos resultados da própria simulação mas a amplitude somente poderá ser determinada através de ensaios com a locomotiva em operação.

## 8.3. - RIGIDEZ TRANSVERSAL DAS MOLAS HELICOIDAIS DAS SUSPENSÕES PRIMÁRIA E SECUNDÁRIA

Conforme descrito e comentado no capítulo 7, as molas heli-

coidais apresentam uma rigidez transversal possível de se determinar por cálculos teóricos e que dependem da geometria das molas , mais especificamente da relação R/L. Neste trabalho a rigidez lateral das suspensões primária e secundária foram assumidas 10% da rigidez vertical, esta definida por conjuntos de molas helicoidais concêntricas. Esta estimativa é razoável, tendo-se em vista o cálculo teórico efetuado para as molas externas, que são as que apresentam maior contribuição. Os resultados mostraram que a rigidez da suspensão secundária não exige maior atenção em ambas as direções mas na suspensão primária a rigidez lateral é predominante.

Sendo conhecidos os fatos de poder haver variação da rigidez das molas e de haver com segurança avarias nestes elementos, à vista das considerações acima parece conveniente que se procedam a ensaios com as molas da suspensão primária, montadas em conjuntos como no truque, determinando-se experimentalmente a rigidez em ambas as direções.

#### 8.4. - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tendo em vista os resultados obtidos com as 3 locomotivas simuladas, em especial a locomotiva GM-GP9/GP18 e as conclusões que deles se podem extrair, reconhecida que esteja a importância do estudo da estabilidade dinâmica de locomotivas, as seguintes proposições podem ser formuladas:

a) Desenvolvimento de estudos teóricos e experimentais específicos sobre o amortecimento na suspensão secundária da locomotiva GM e equivalência de amortecedores.

b) Desenvolvimento de pesquisa científica e tecnológica sobre o desgaste das rodas sob o ponto de vista do perfil desgastado estável e os valores da conicidade e raio de curvatura da superfície de rolamento.

c) Estudo experimental da rigidez axial e transversal dos

conjuntos de molas da suspensão primária.

d) Instrumentação e teste da locomotiva GM para obtenção experimental do seu desempenho, comparando-se os resultados assim obtidos com os resultados da simulação.

e) Aplicação dos conhecimentos e experiência adquiridas para analisar outras locomotivas de interesse, tais como a GE-U20C, que constitui a maior frota da FEPASA.

f) Identificação dos elementos de informação extraídos dos resultados obtidos nesses trabalhos para a elaboração de recomendações a serem consideradas na manutenção, operação de tráfego, inspeção e análise do desempenho global das locomotivas atualmente em utilização. Em particular essas informações serão úteis para a elaboração de novo quadro de tração e lotação de carga em bases atualizadas e científicas.

g) Formulação de exigências referentes ao desempenho dinâmico na especificação para aquisição de novas locomotivas, compatíveis com a aplicação prevista. Simulação dessas locomotivas a partir de informações requisitadas ao fornecedor e teste de desempenho dinâmico alertado já pela simulação, durante os ensaios de recepção dos protótipos ou das primeiras unidades.

h) Desenvolvimento de trabalhos de pesquisa teóricos e experimentais de análise do comportamento da locomotiva considerando as solicitações provenientes das condições da via permanente e outras perturbações.

\* \* \* \* \*

\* \* \* \* \*

\* \* \* \* \*

\* \* \* \* \*

\* \* \* \* \*

\* \* \* \*

\* \* \*

\* \*

\*



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1- ABBOTT, P.W., MOROSOW, G e MACPHERSON, J. "Track Train Dynamics", Denver Research Institute, University of Denver, publ. nº 751058 - Denver, USA, Jun, 1977.
- 2- AHLBECK, D.R., HARRISON, H.D. e NOBLE, S.L. "An Investigation of Factors Contributing to Wide Gage on Tangent Railroad Track", J. of Eng. for Industry (Trans. ASME) - USA, Feb. 1977.
- 3- BLADER, F.B. e KURTZ, E.F., Jr. "Dynamic Stability of Cars in Long Freight Trains", Rail Transportation Division, ASME - USA, Nov. 1973.
- 4- BRINA, H.L. "Estradas de Ferro", 2 vol., Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. - Rio de Janeiro, 1982.
- 5- BULLOCK, R.L. e COOLEY, D.B., "Optimizing Railroad, Freight Car Truck Suspension Systems Having Coulomb Damping", J. of Eng. for Industry (Trans. ASME), vol. - 100, nº 3 - USA, Aug. 1981.
- 6- BYRNE, R. e ANDRESEN, J.A. "Performance Characteristics of Freight Car Trucks Determined Through Road Testing", J. of Eng. for Industry (Trans. ASME) - USA, Feb. 1977.
- 7- CARNAHAN, B., LUTHER, H.A. e WILKES, J.O. "Applied Numerical Methods", J. Wiley & Sons, Inc.-New York, N.Y. 1969.
- 8- CARTER, F.W. "Railway Electric Traction", Arnold - London, 1982.
- 9- CARTER, F.W. "On the Stability of Running Locomotives" , Proceedings of Royal Society, Series A - London, 1938.
- 10- COOPERRIDER, N.K., HEDRICK, J.K., LAW, E.H. e MALSTRON, C.W. "The Application of Quasi-Linearization to the Prediction of Nonlinear Railway Vehicle Response" , Proceedings of IUTAM Symposium - Delft, The Netherlands, Aug. 1975.

- 11- CSN - "Catálogo de Produtos Siderúrgicos", Companhia Siderúrgica Nacional - Rio de Janeiro, 1968.
- 12- DEUTSCHMAN, A.D., MICHELS, W.J. e WILSON, C.E. "Machine Design - Theory and Practice", MacMillan Pub. Co., - Inc., - New York, N.Y., 1975.
- 13- DOYLE, Jr, G.R e PRAUSE, R.H. "Hunting Stability of Rail Vehicles With Torsionally Flexible Wheelsets", J. of Eng. for Industry (Trans. ASME) - USA, Feb. 1977.
- 14- FRITZEN, C.P. e NORDMANN, R. "Sensitivity of Eigenvalues of Rotors to Parameter Modifications", Proceedings of the IFTOMM Conference on Rotordynamic Problems - in Power Plants" - Rome, Italy, Sep. 1982.
- 15- FRÖBERG, C.E. "Introduction of Numerical Analysis", Addison - Wesley Publishing Co., Inc., - Tokio, Japan, 1966.
- 16- GARG, V.K. "Computer Models for Railway Vehicle Operation", Rail International - USA, Jun. 1978.
- 17- GARG, V.K., HARTMANN, P.W. e MARTIN, G.C. "Locomotive Truck Hunting Model", 2 vol. Track Train Dynamics, AAR, FRA, RPI, TDA - USA, 1977.
- 18- GILCHRIST, A.O. e HOBBS, A.E.W. "The Guidance of Railway Vehicles", Proceedings of IUTAM Symposium - Delf, The Netherlands, Aug, 1975.
- 19- GM - "Catálogo M.I. - Part List", General Motors Co. - USA, 1956.
- 20- GUILLERMARD, M. "Les Bogies Modernes Pour Les Tres Grandes Vitesses", Proceedings of the Second International Conference on Vehicles Mechanics - Paris, 1971.
- 21- HADDEN, J.A. "The Effects of Truck Design and Component Flexibility on the Lateral Stability of Railway Freight Vehicles", MS Thesis, Depart. of Mechanical Engineering, Clemson University - Clemson, SC-USA, 1976.

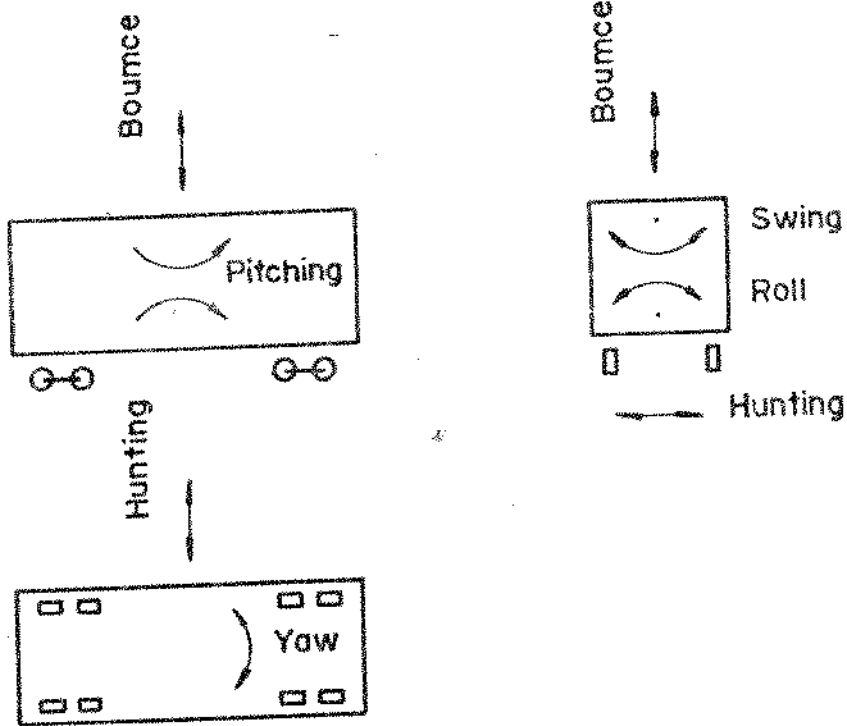
- 22- HADDEN, J.A. e LAW, E.H. "Effects of Truck Design on -  
Hunting Stability of Railway Vehicles", J. of Eng. -  
for Industry (Trans. ASME) - USA, Feb. 1977.
- 23- HANNEBRINK, D.N., LEE, H.S.H., WEINSTOCK, H., HEDRICK, J.  
K. "Influence of Axle Load, Track Gage and Wheel Pro  
file on Rail Vehicle Hunting", J. of Eng. for Indus -  
try (Trans. ASME) - USA, Feb. 1977.
- 24- HOPPER, A.T. et alii- "Wheel Research - Vol. I, Elastic  
Stress Analysis" - Battelle Columbus Laboratories and  
AAR - Columbus, Ohio, USA, 1977.
- 25- HOUSEHOLDER, A.S. - "The Theory of Matrices in Numerical  
Analysis", Dover Publications, Inc. - New York, NY, -  
1975.
- 26- HULL, R., COOPERRIDER, N.K. "Influence of Nonlinear -  
Wheel/Rail Contact Geometry on Stability of Rail Ve-  
hicles", J. of Eng. for Industry (Trans. ASME) - USA,  
Feb. 1977.
- 27- JOHNSON, M.R., WELCH, R.E., YEUNG, K.S. "Analysis of -  
Thermal Stress and Residual Stress Changes in Rail -  
road Wheels Caused by Severe Drag Braking", J. of -  
Eng. for Industry (Trans. ASME) - USA, Feb. 1977.
- 28- JOLY, R. "Study of the Transverse Stability of a Rail -  
way Vehicle Running at High Speed", Rail Internatio -  
nal - USA, Feb. 1972.
- 29- KALKER, J.J. "Transmission of a Force and Couple Be-  
tween Two Elastically Similar Rolling Spheres", -  
Koninkl Ned Akad Wetenschap, Proc. (Series B)- 1964.
- 30- KEIZER, C.P. "Recent Calculations on the Hunting Moti -  
ons of Railway Vehicles Running on 4-Wheeled Bogies",  
Proceedings of IUTAM Symposium - Delft, The Netherlan -  
ds, Aug. 1975.

- 31- KIARSIS, D. "Change", DECUS Publ. n° 10-153a, DECUS - Program Library, Digital Equipment Cop. - MASS, USA , 1973.
- 32- KING, B.L. "An Assessment of the Contact Conditions Between Worn Tyres and New Rails in Straight Track" , DYN/42 , British Railway Research Dept. - Derby, England, Dec. 1966.
- 33- KING, B.L. "An Evaluation of the Contact Conditions Between a Pair of Worn Wheels and Worn Rails in Straight Track", DYN/37, British Railway Research Dept. - Derby, England, Sept. 1966
- 34- KUMAR, S. e RAJKAMAR, B.R. "Laboratory Investigation of Wheel Rail Contact Stress for U.S. Freight Cars", J. of Eng. for Industry (Trans. ASME) vol 103 - USA , - May 1981.
- 35- MARIÉ, G. "Traité de Stabilité du Matériel des Chemins-de Fer", Librairie Polytechnique Ch. Béranger - Paris et Liège, 1924.
- 36- MENDES, F.B.G. "Proposta para um Estudo de Melhoria do Perfil da Roda", Revista Ferrovia - Brasil, 1983.
- 37- RAEBER, V. e GRANDCHAMP, F. "Sécurité au Renversement du Véhicules Ferroviaires", Bulletin Technique Vevey-Vevey, Suisse, 1983.
- 38- RAMACHANDRAN, P.V. et alii. "Validation of Rail Vehicle System Dynamic Models", Int. J. of Vehicle Design, - vol 3, n° 2.- U.K., 1982.
- 39- RINEHART, R.E. "Hunting Stability of the Three Axle Locomotive Truck", paper n° 78 - RT - 6, ASME Headquarters - USA, May 1978.
- 40- RUS, L. "Running Stability and Railway Vehicle Transfer Function in Lateral Direction", Proceedings of IUTAM Symposium - Delft, The Netherlands, Aug. 1975.

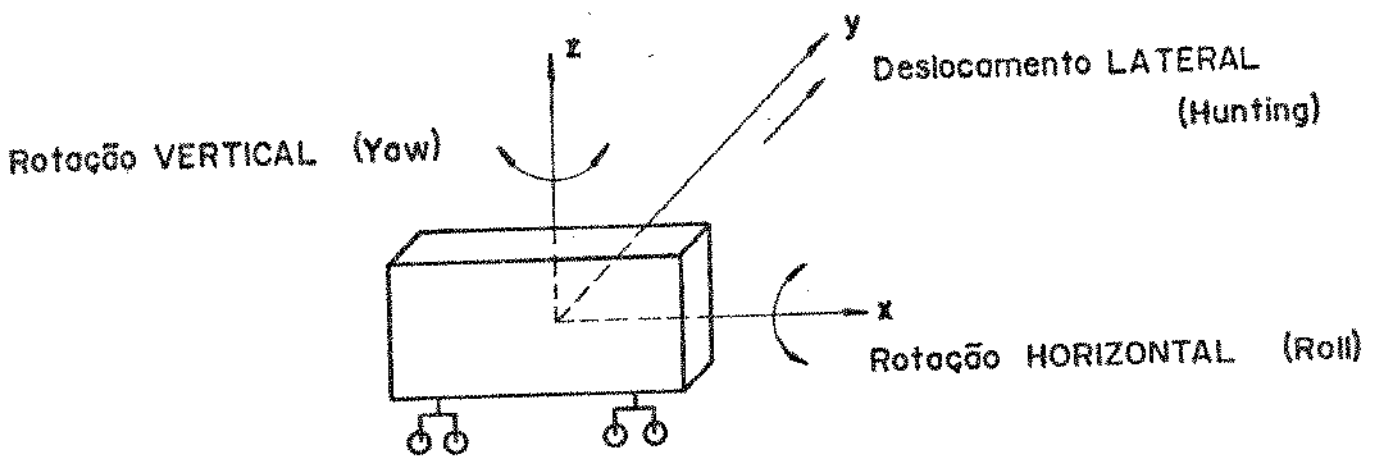
- 41- SILLCOX, L.K. "Mastering Momentum", Simmons - Boardman-Publ. Corp. - New York, N.Y. 1941.
- 42- SWEET, L.M., SIVAK, J.A. e PUTMAN, W.F. "Nonlinear Wheel set Forces in Flange Contact", J. of Dynamic Systems, Measurement and Control (Trans. ASME), vol. 101 - USA Sept 1979.
- 43- WESTLAKE, J.R. "A Handbook of Numerical Matrix Inversion and Solution of Linear Equations", J. Wiley & Sons, Inc - New York, N.Y. 1968.
- 44- WICKENS, A.H. "The Dynamics of Railway Vehicles on Straight Tracks: Fundamental Considerations of Lateral Stability", Proc. Inst. Mech. Eng., vol 180 - London, 1965-66
- 45- ZAMPIERI, D.E. "Estudo Analítico de um Veículo sobre Trilhos", Dissertação de Mestrado - Depto. Eng. Mecânica, FEC - UNICAMP, 1975.

A P Ê N D I C E 1

IDENTIFICAÇÃO DOS MOVIMENTOS VIBRATÓRIOS E RELAÇÃO DOS GRAUS DE LI  
BERDADE DE CADA UM DOS MODELOS ASSOCIADOS AOS MOVIMENTOS.



IDENTIFICAÇÃO DOS MOVIMENTOS



## IDENTIFICAÇÃO DOS GRAUS DE LIBERDADE

- . Conjunto EIXO-RODAS com 2 graus de liberdade
- . TRUQUES com 2 eixos (7GL) e com 3 eixos (9GL)
- . LOCOMOTIVAS com 4 eixos (17GL) e com 6 eixos (21GL)

# GRAU DE LIBERDADE					EIXO	TRUQUE	CAIXA	MOVIMENTO
2	MODELO (GL)							
	7	9	17	21				
1	1	1	1	1	1	1	-	LATERAL
-	2	2	2	2	2	1	-	LATERAL
-	-	3	-	3	3	1	-	LATERAL
2	3	4	3	4	1	1	-	VERTICAL
	4	5	4	5	2	1	-	VERTICAL
	-	6	-	6	3	1	-	VERTICAL
	5	7	5	7	-	1	-	LATERAL
	6	8	6	8	-	1	-	VERTICAL
	7	9	7	9	-	1	-	HORIZONTAL
			8	10	-	-	SIM	LATERAL
			9	11	-	-	SIM	VERTICAL
			10	12	-	-	SIM	HORIZONTAL
			11	13	1	2	-	LATERAL
			12	14	2	2	-	LATERAL
			-	15	3	2	-	LATERAL
			13	16	1	2	-	VERTICAL
			14	17	2	2	-	VERTICAL
			-	18	3	2	-	VERTICAL
			15	19	-	2	-	LATERAL
			16	20	-	2	-	VERTICAL
			17	21	-	2	-	HORIZONTAL



A P Ê N D I C E 2

DERIVAÇÃO DAS EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

Fazendo corresponder as coordenadas generalizadas  $\{x_i\}$  aos movimentos e graus de liberdade estabelecidos no Apêndice 1, o modelo de veículo com seis eixos e 21 graus de liberdade apresenta - as seguintes correspondências:

G.L.	ELEMENTO	MOVIMENTO	INÉRCIA	COORDENADA GENERALIZADA
1	EIXO 1	LATERAL	$M_{w1}$	$y_1$
2	EIXO 2	LATERAL	$M_{w2}$	$y_2$
3	EIXO 3	LATERAL	$M_{w3}$	$y_3$
4	EIXO 1	VERTICAL	$I_{w1}$	$\psi_1$
5	EIXO 2	VERTICAL	$I_{w2}$	$\psi_2$
6	EIXO 3	VERTICAL	$I_{w3}$	$\psi_3$
7	TRUQUE 1	LATERAL	$M_{t1}$	$y_{t1}$
8	TRUQUE 1	VERTICAL	$I_{t1}$	$\psi_{t1}$
9	TRUQUE 1	HORIZONTAL	$J_{t1}$	$\phi_{t1}$
10	CAIXA	LATERAL	$M_B$	$y_B$
11	CAIXA	VERTICAL	$I_B$	$\psi_B$
12	CAIXA	HORIZONTAL	$J_B$	$\phi_B$
13	EIXO 4	LATERAL	$M_{w4}$	$y_4$
14	EIXO 5	LATERAL	$M_{w5}$	$y_5$
15	EIXO 6	LATERAL	$M_{w6}$	$y_6$
16	EIXO 4	VERTICAL	$I_{w4}$	$\psi_4$
17	EIXO 5	VERTICAL	$I_{w5}$	$\psi_5$
18	EIXO 6	VERTICAL	$I_{w6}$	$\psi_6$
19	TRUQUE 2	LATERAL	$M_{t2}$	$y_{t2}$
20	TRUQUE 2	VERTICAL	$I_{t2}$	$\psi_{t2}$
21	TRUQUE 2	HORIZONTAL	$J_{t2}$	$\phi_{t2}$

O movimento relativo entre cada eixo e o truque é composto de duas partes:

a) movimento lateral, com as equações:

$$u_1 = y_1 - (y_{t1} + a_1 \psi_{t1} + h_t \phi_{t1})$$

$$u_2 = y_2 - (y_{t1} + a_2 \psi_{t2} + h_t \phi_{t1})$$

$$u_3 = y_3 - (y_{t1} - a_3 \psi_{t3} + h_t \phi_{t1})$$

$$u_4 = y_4 - (y_{t2} + a_1 \psi_{t2} + h_t \phi_{t2})$$

$$u_5 = y_5 - (y_{t2} + a_2 \psi_{t2} + h_t \phi_{t2})$$

$$u_6 = y_6 - (y_{t2} - a_3 \psi_{t2} + h_t \phi_{t2})$$

b) movimento vertical.

$$\omega_1 = \psi_1 - \psi_{t1}$$

$$\omega_2 = \psi_2 - \psi_{t1}$$

$$\omega_3 = \psi_3 - \psi_{t1}$$

$$\omega_4 = \psi_4 - \psi_{t2}$$

$$\omega_5 = \psi_5 - \psi_{t2}$$

$$\omega_6 = \psi_6 - \psi_{t2}$$

O movimento relativo entre os truques e o corpo do veículo é composto de 3 partes

c) movimento lateral

$$U_{t1} = y_{t1} - h_1 \phi_{t1} - (y_B + L \psi_B + h_2 \phi_B)$$

$$U_{t2} = y_{t2} - h_1 \phi_{t2} - (y_B - L \psi_B + h_2 \phi_B)$$

d) movimento vertical

$$\omega_{t1} = \psi_{t1} - \psi_B$$

$$\omega_{t2} = \psi_{t2} - \psi_B$$

e) movimento horizontal

$$\Theta_{t1} = \phi_{t1} - \phi_B$$

$$\Theta_{t2} = \phi_{t2} - \phi_B$$

A energia cinética  $T$  do sistema completo é a soma das energias cinéticas de cada elemento em movimentos de translação e rota-

tação  $\frac{1}{2} (\sum_i M_i \dot{x}_i^2 + \sum_i I_i \dot{x}_i^2)$  e se escreve

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 M_{wi} \dot{y}_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 I_{wi} \dot{\psi}_i^2 \\ & + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 M_{tj} \dot{y}_{tj}^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 I_{tj} \dot{\psi}_{tj}^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 J_{tj} \dot{\phi}_{tj}^2 \\ & + \frac{1}{2} M_B \dot{y}_B^2 + \frac{1}{2} I_B \dot{\psi}_B^2 + \frac{1}{2} J_B \dot{\phi}_B^2 \end{aligned}$$

A energia potencial  $V$  do sistema é a soma das energias potenciais de cada elemento da suspensão.

$$\begin{aligned} V = & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 K_{yw} u_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 K_{\psi w} \omega_i^2 \\ & + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 K_{yt} u_{tj}^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 K_{\psi t} \omega_{tj}^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 K_{\Theta t} \Theta_{tj}^2 \\ & + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 K_{\Theta w} \phi_{tj}^2 \end{aligned}$$

Da mesma forma a energia dissipativa do sistema completo é a soma das energias dissipativas dos elementos da suspensão:

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 C_{yw} \dot{u}_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 C_{\psi w} \dot{\omega}_i^2 \\
 &+ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 C_{yt} \dot{u}_{tj}^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 C_{\psi t} \dot{\omega}_{tj}^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 C_{\theta t} \dot{\theta}_{tj}^2 \\
 &+ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 C_{\theta w} \dot{\phi}_{tj}^2
 \end{aligned}$$

As equações das forças generalizadas que atuam no contato - roda/trilho são dadas por Wickens [30] :

$$Q_1 = -2f_L \left( \frac{\dot{y}_1}{v} - \dot{\psi}_1 \right) - K_g y_1 - \frac{2f_{S23}}{v} \dot{\psi}_1$$

$$Q_2 = -2f_L \left( \frac{\dot{y}_2}{v} - \dot{\psi}_2 \right) - K_g y_2 - \frac{2f_{S23}}{v} \dot{\psi}_2$$

$$Q_3 = -2f_L \left( \frac{\dot{y}_3}{v} - \dot{\psi}_3 \right) - K_g y_3 - \frac{2f_{S23}}{v} \dot{\psi}_3$$

$$Q_4 = -2f_T \left( \frac{\lambda b}{r} y_1 + \frac{b^2}{v} \dot{\psi}_1 \right) + c_g \psi_1 + \frac{2f_{S33} \epsilon}{b r} y_1 - \frac{2f_{S33}}{v} \dot{\psi}_1$$

$$Q_5 = -2f_T \left( \frac{\lambda b}{r} y_2 + \frac{b^2}{v} \dot{\psi}_2 \right) + c_g \psi_2 + \frac{2f_{S33} \epsilon}{b r} y_2 - \frac{2f_{S33}}{v} \dot{\psi}_2$$

$$Q_6 = -2f_T \left( \frac{\lambda b}{r} y_3 + \frac{b^2}{v} \dot{\psi}_3 \right) + c_g \psi_3 + \frac{2f_{S33} \epsilon}{b r} y_3 - \frac{2f_{S33}}{v} \dot{\psi}_3$$

$$Q_{13} = -2f_L \left( \frac{\dot{y}_4}{v} - \dot{\psi}_4 \right) - K_g y_4 - \frac{2f_{S23}}{v} \dot{\psi}_4$$

$$Q_{14} = -2f_L \left( \frac{\dot{y}_5}{v} - \dot{\psi}_5 \right) - K_g y_5 - \frac{2f_{S23}}{v} \dot{\psi}_5$$

$$Q_{15} = - 2f_L \left( \frac{\dot{y}_6}{v} - \psi_6 \right) - K_g y_6 - \frac{2f_{S23}}{v} \dot{\psi}_6$$

$$Q_{16} = - 2f_T \left( \frac{\lambda b}{r} y_4 + \frac{b^2}{v} \dot{\psi}_4 \right) + c_g \psi_4 + \frac{2f_{S33} \epsilon}{b r} y_4 - \frac{2f_{S33}}{v} \dot{\psi}_4$$

$$Q_{17} = - 2f_T \left( \frac{\lambda b}{r} y_5 + \frac{b^2}{v} \dot{\psi}_5 \right) + c_g \psi_5 + \frac{2f_{S33} \epsilon}{b r} y_5 - \frac{2f_{S33}}{v} \dot{\psi}_5$$

$$Q_{18} = - 2f_T \left( \frac{\lambda b}{r} y_6 + \frac{b^2}{v} \dot{\psi}_6 \right) + c_g \psi_6 + \frac{2f_{S33} \epsilon}{b r} y_6 - \frac{2f_{S33}}{v} \dot{\psi}_6$$

Utilizando-se as coordenadas generalizadas  $\{x_i\}$  apresentadas no início deste Apêndice e aplicando-se a equação de Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_i} + \frac{\partial V}{\partial x_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_i} = Q_i$$

para cada coordenada  $x_i$  obtêm-se, para cada modelo com  $N$  graus de liberdade,  $N$  equações diferenciais simultâneas a partir das quais - se podem identificar as matrizes  $[M]$ ,  $[C]$  e  $[K]$  da equação geral do movimento na forma matricial

$$[M] \{\ddot{x}\} + [C] \{\dot{x}\} + [K] \{x\} = \{0\}$$

A título de exemplo, apresentam-se essas matrizes e o vetor  $\{x\}$  para o modelo de truque com 7 graus de liberdade.

$$\begin{bmatrix} m_w & & & & & & \\ & m_w & & & & & \\ & & I_w & & & & \\ & & & I_w & & & \\ & & & & m_t & & \\ & & & & & I_t & \\ & & & & & & J_t \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{yw} + K_g & 0 & -2f_L & 0 & -K_{yw} & -aK_{yw} & -h_t K_{yw} \\ 0 & K_{yw} + K_g & 0 & -2f_L & -K_{yw} & aK_{yw} & -h_t K_{yw} \\ K_{31} & 0 & K_{\psi w} - C_g & 0 & 0 & -K_{\psi w} & 0 \\ 0 & K_{42} & 0 & K_{\psi w} - C_g & 0 & -K_{\psi w} & 0 \\ K_{yw} & -K_{yw} & 0 & 0 & 2K_{yw} + K_{yt} & 0 & 2h_t K_{yw} - h_l K_{yt} \\ -aK_{yw} & aK_{yw} & -K_{\psi w} & -K_{\psi w} & 0 & 2K_{\psi w} + K_{\psi t} & 0 \\ -h_t K_{yw} & -h_t K_{yw} & 0 & 0 & K_{75} & 0 & K_{77} \end{bmatrix}$$

$$\text{onde } \begin{cases} K_{\psi w} = b_1^2 K_{xw} & K_{\theta t} = 2b_2^2 K_b \\ K_{31} = K_{42} = 2 \left( \epsilon_T \frac{\lambda b}{r} - f_{s33} \frac{\epsilon}{br} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} K_{75} = 2h_t K_{yw} - h_l K_{yt} \\ K_{77} = K_{\theta w} + K_{\theta t} + h_l^2 K_{yt} + 2h_t^2 K_{yw} \end{cases}$$

$$[c] = \begin{bmatrix} (C_{yw} + \frac{f_L}{v}) & 0 & (2 \frac{f_{s23}}{v}) & 0 & -C_{yw} & -aC_{yw} & -h_t C_{yw} \\ 0 & (C_{yw} + \frac{f_2}{v}) & 0 & (2 \frac{f_{s23}}{v}) & -C_{yw} & aC_{yw} & h_t C_{yw} \\ -(2 \frac{f_{s23}}{v}) & 0 & (C_{33}) & 0 & 0 & -C_{\psi w} & 0 \\ 0 & -(2 \frac{f_{s23}}{v}) & 0 & (C_{44}) & 0 & -C_{\psi w} & 0 \\ -C_{yw} & -C_{yw} & 0 & 0 & 2C_{yw} + C_{yt} & 0 & 2h_t C_{yw} - h_l C_{yt} \\ -aC_{yw} & aC_{yw} & -C_{\psi w} & -C_{\psi w} & 0 & C_{66} & 0 \\ -h_t C_{yw} & -h_t C_{yw} & 0 & 0 & C_{75} & 0 & C_{77} \end{bmatrix}$$

$$\text{onde } \begin{cases} C_{\psi w} = b_1^2 C_{xw} & C_{\theta t} = 2b_2^2 C_b \\ C_{33} = C_{44} = C_{\psi w} + 2 \left( \epsilon_T \frac{b^2}{v} + \frac{f_{s33}}{v} \right) \\ C_{66} = C_{\psi t} + 2 (C_{\psi w} + a^2 C_{yw}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_{75} = 2h_t C_{yw} - h_l C_{yt} \\ C_{77} = C_{\theta w} + C_{\theta t} + 2h_t^2 C_{yw} + h_l^2 C_{yt} \end{cases}$$

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 y_1 \\
 y_2 \\
 \psi_1 \\
 \psi_2 \\
 y_t \\
 \psi_t \\
 \phi_t
 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l}
 \text{deslocamento lateral do eixo 1} \\
 \text{deslocamento lateral do eixo 2} \\
 \text{rotação vertical (yaw) do eixo 1} \\
 \text{rotação vertical (yaw) do eixo 2} \\
 \text{deslocamento lateral do truque} \\
 \text{rotação vertical (yaw) do truque} \\
 \text{rotação longitudinal (roll) do truque}
 \end{array} \right.
 \end{array}$$



A P Ê N D I C E 3

SUB - ROTINAS DE CÁLCULO

SÃO APRESENTADOS A SEGUIR, NESTE APÊNDICE:

- 1-) Relação das sub-rotinas utilizadas no programa de simulação, na forma de "pró<sup>g</sup>rama-fonte" (extensão "F4") , com indicação do espaço em disco ocupado por cada uma e total da área.
- 2-) Idem, para as sub-rotinas na forma "relocável" (extensão "REL"), isto é, depois da compilação.
- 3-) Listagem do programa principal "DRIVER" e das sub-rotinas "DYMAT" e "EIGENP" em linguagem FORTRAN.
- 4-) Listagem dos programas utilizados na calculadora - HP 9845 para construção dos gráficos representativos do comportamento dos autovalores em linguagem BASIC.

## .DIR

DRIVER	F4	15	<057>	26-JUL-78	DSKA: [3107,3434]
INOUT0	F4	7	<057>	26-JUL-78	
INPUT	F4	13	<057>	26-JUL-78	
OUTPUT	F4	9	<057>	26-JUL-78	
INVR	F4	13	<057>	26-JUL-78	
CALC0	F4	6	<057>	26-JUL-78	
OUT	F4	7	<057>	23-AUG-78	
DMAT	F4	3	<057>	26-JUL-78	
AXLE1	F4	2	<057>	26-JUL-78	
DMAT7	F4	4	<057>	26-JUL-78	
DMAT9	F4	5	<057>	26-JUL-78	
DMAT17	F4	7	<057>	26-JUL-78	
DMAT21	F4	9	<057>	26-JUL-78	
MMAT7	F4	2	<057>	26-JUL-78	
MMAT9	F4	3	<057>	26-JUL-78	
MMAT17	F4	3	<057>	26-JUL-78	
MMAT21	F4	3	<057>	26-JUL-78	
AXLE	F4	2	<057>	26-JUL-78	
SMAT7	F4	4	<057>	26-JUL-78	
SMAT9	F4	5	<057>	26-JUL-78	
SMAT17	F4	7	<057>	26-JUL-78	
SMAT21	F4	10	<057>	26-JUL-78	
EIGENP	F4	21	<057>	26-JUL-78	
SCALE	F4	8	<057>	26-JUL-78	
HE50R	F4	16	<057>	26-JUL-78	
REALVE	F4	11	<057>	26-JUL-78	
COMPWE	F4	20	<057>	23-AUG-78	
OUTE	F4	2	<057>	26-JUL-78	
OUTM	F4	2	<057>	26-JUL-78	
OUTMR	F4	2	<057>	26-JUL-78	
OUTMM	F4	2	<057>	26-JUL-78	
OUTMAT	F4	1	<057>	26-JUL-78	
IGMAT	F4	3	<057>	26-JUL-78	
LOCOTH	CM0	1	<057>	19-JAN-78	

TOTAL OF 228 BLOCKS IN 34 FILES ON DSKA: [3107,3434]

## .R QUOLST

USER:	3107,3434				
STR	USED	LEFT:	<IN>	<OUT>	<SYS>
DSKA:	316	884	64	454	

27-OCT-83

DIR

DRIVER	REL	14	<057>	27-OCT-83	DSKA: [3107,3434]
INOUT0	REL	10	<057>	27-OCT-83	
INPUT	REL	15	<057>	27-OCT-83	
OUTPUT	REL	15	<057>	27-OCT-83	
INVR	REL	12	<057>	27-OCT-83	
CALCO0	REL	10	<057>	27-OCT-83	
OUT	REL	13	<057>	27-OCT-83	
DMAT	REL	5	<057>	27-OCT-83	
AXLE1	REL	4	<057>	27-OCT-83	
DMAT7	REL	8	<057>	27-OCT-83	
DMAT9	REL	10	<057>	27-OCT-83	
DMAT17	REL	14	<057>	27-OCT-83	
DMAT21	REL	18	<057>	27-OCT-83	
MMAT7	REL	5	<057>	27-OCT-83	
MMAT9	REL	5	<057>	27-OCT-83	
MMAT17	REL	7	<057>	27-OCT-83	
MMAT21	REL	7	<057>	27-OCT-83	
AXLE	REL	5	<057>	27-OCT-83	
MMAT7	REL	8	<057>	27-OCT-83	
MMAT9	REL	10	<057>	27-OCT-83	
MMAT17	REL	14	<057>	27-OCT-83	
MMAT21	REL	18	<057>	27-OCT-83	
EIGENP	REL	17	<057>	27-OCT-83	
SCALE	REL	9	<057>	27-OCT-83	
HESQR	REL	19	<057>	27-OCT-83	
REALVE	REL	10	<057>	27-OCT-83	
COMPVE	REL	20	<057>	27-OCT-83	
OUTE	REL	5	<057>	27-OCT-83	
OUTM	REL	3	<057>	27-OCT-83	
OUTMR	REL	4	<057>	27-OCT-83	
OUTMM	REL	4	<057>	27-OCT-83	
OUTMAT	REL	3	<057>	27-OCT-83	
COMAT	REL	4	<057>	27-OCT-83	

TOTAL OF 326 BLOCKS IN 33 FILES ON DSKA: [3107,3434]

R QUOLST

USER:	3107,3434				
STR	USED	LEFT	(IN)	(OUT)	(SYS)
DSKA:	406	794		-6	436

\*\*\*\*\* DRIVER \*\*\*\*\*  
PROGRAM HAS 5 MODELS TO CHOOSE FROM.

2 DOF

7 DOF

9 DOF

17 DOF

21 DOF

\*\*\* SUBROUTINE THAT GENERATES MASS MATRIX  
\*\*\* SUBROUTINE THAT GENERATES STIFFNESS MATRIX  
\*\*\* SUBROUTINE THAT GENERATES DAMPING MATRIX  
\*\*\* SUBROUTINE INVE INVERTS STIFFNESS MATRIX  
\*\*\* SUBROUTINE DYNAT FORMULATES DYNAMIC MATRIX  
\*\*\* SUBROUTINE EIGENP COMPUTES EIGEN VALUES AND EIGEN VECTORS

DIMENSION D(42,42),AMP(42,42),ANGLE(42,42),VECR(42,42),  
IVECI(42,42)

\*\*\*\*\* 2 DOF

Y(1) = LATERAL DISP. OF AXLE  
Y(2) = YAW DISP. OF AXLE

DIMENSION SVR(42),LVI(42),INDIC(42),BETA(42),ALPHA(42),DR(42),  
IFREQ(42)

\*\*\*\*\* 7 DOF

Y(1) = LATERAL DISP. OF LEAD AXLE OF LEAD TRUCK  
Y(2) = LATERAL DISP. OF TRAILING AXLE OF LEAD TRUCK  
Y(3) = YAW DISP. OF LEAD AXLE OF LEAD TRUCK  
Y(4) = YAW DISP. OF TRAILING AXLE OF LEAD TRUCK  
Y(5) = LATERAL DISP. OF LEAD TRUCK  
Y(6) = YAW DISP. OF LEAD TRUCK  
Y(7) = ROLL DISP. OF LEAD TRUCK

DIMENSION XMAS(21,21),STIF(21,21),DAMP(21,21)

\*\*\*\*\* 9 DOF

Y(1) = LATERAL DISP. OF LEAD AXLE OF LEAD TRUCK  
Y(2) = LATERAL DISP. OF MIDDLE AXLE OF LEAD TRUCK  
Y(3) = LATERAL DISP. OF TRAILING AXLE OF LEAD TRUCK  
Y(4) = YAW DISP. OF LEAD AXLE OF LEAD TRUCK  
Y(5) = YAW DISP. OF MIDDLE AXLE OF LEAD TRUCK  
Y(6) = YAW DISP. OF TRAILING AXLE OF LEAD TRUCK  
Y(7) = LATERAL DISP. OF LEAD TRUCK  
Y(8) = YAW DISP. OF LEAD TRUCK  
Y(9) = ROLL DISP. OF LEAD TRUCK

INTEGER TJOB  
DIMENSION TJOB(19)

\*\*\*\*\* 17 DOF

Y(1) = LATERAL DISP. OF LEAD AXLE OF LEAD TRUCK  
Y(2) = LATERAL DISP. OF TRAILING AXLE OF LEAD TRUCK  
Y(3) = YAW DISP. OF LEAD AXLE OF LEAD TRUCK  
Y(4) = YAW DISP. OF TRAILING AXLE OF LEAD TRUCK

Y(6) = LATERAL DISP. OF LEAD TRUCK  
 Y(7) = YAW DISP. OF LEAD TRUCK  
 Y(8) = ROLL DISP. OF LEAD TRUCK  
 Y(9) = LATERAL DISP. OF CAR BODY  
 Y(10) = YAW DISP. OF CAR BODY  
 Y(11) = ROLL DISP. OF CAR BODY  
 Y(12) = LATERAL DISP. OF LEAD AXLE OF TRAILING TRUCK  
 Y(13) = LATERAL DISP. OF TRAILING AXLE OF TRAILING TRUCK  
 Y(14) = YAW DISP. OF LEAD AXLE OF TRAILING TRUCK  
 Y(15) = YAW DISP. OF TRAILING AXLE OF TRAILING TRUCK  
 Y(16) = LATERAL DISP. OF TRAILING TRUCK  
 Y(17) = YAW DISP. OF TRAILING TRUCK  
 Y(18) = ROLL DISP. OF TRAILING TRUCK

## DIMENSION TEST(40)

\*\*\*\*\* 21 DOF

Y(1) = LATERAL DISP. OF LEAD AXLE OF LEAD TRUCK  
 Y(2) = LATERAL DISP. OF MIDDLE AXLE OF LEAD TRUCK  
 Y(3) = LATERAL DISP. OF TRAILING AXLE OF LEAD TRUCK  
 Y(4) = YAW DISP. OF LEAD AXLE OF LEAD TRUCK  
 Y(5) = YAW DISP. OF MIDDLE AXLE OF LEAD TRUCK  
 Y(6) = YAW DISP. OF TRAILING AXLE OF LEAD TRUCK  
 Y(7) = LATERAL DISP. OF LEAD TRUCK  
 Y(8) = YAW DISP. OF LEAD TRUCK  
 Y(9) = ROLL DISP. OF LEAD TRUCK  
 Y(10) = LATERAL DISP. OF CAR BODY  
 Y(11) = YAW DISP. OF CAR BODY  
 Y(12) = ROLL DISP. OF CAR BODY  
 Y(13) = LATERAL DISP. OF LEAD AXLE OF TRAILING TRUCK  
 Y(14) = LATERAL DISP. OF MIDDLE AXLE OF TRAILING TRUCK  
 Y(15) = LATERAL DISP. OF TRAILING AXLE OF TRAILING TRUCK  
 Y(16) = YAW DISP. OF LEAD AXLE OF TRAILING TRUCK  
 Y(17) = YAW DISP. OF MIDDLE AXLE OF TRAILING TRUCK  
 Y(18) = YAW DISP. OF TRAILING AXLE OF TRAILING TRUCK  
 Y(19) = LATERAL DISP. OF TRAILING TRUCK  
 Y(20) = YAW DISP. OF TRAILING TRUCK  
 Y(21) = ROLL DISP. OF TRAILING TRUCK

COMMON/DATA/A,A1,A2,A3,H,R1,B2,CB,CJ,CKG(6),CROT,CROW,CXW,CYAT,  
 ICYAW,CYT,CYW,H1,H2,HB,HT,JREAD,JPRINT,  
 SEPS1(6),FL(6),FT(6),FS23(6),FS33(6),  
 ZIPRM,IPRS,IPRD,IAXL,IUNT,RHO(6),RO(6),W(6),XIB,XIT,XIW(6),XJB,XJT,  
 XAKB,AKG(6),XKJ,XKROT,XKROW,XXW,XKYAT,XKYAW,XKYT,XKYW,XL,  
 XLAND(6),XMB,XMT,XM(6),ZETA(6)

COMMON/DATA1/IPRINT,IREAD

COMMON/DATA2/IDOF,IDOF2

COMMON/DATA3/MDOF,MDOF2

IPRINT IS THE NUMBER FOR THE PRINTER  
 IREAD IS THE NUMBER FOR THE CARD READER

NTJOB=19

CALL INOUT0(VINIT,VINC,NINT,NIMX,IDYN,  
 ITEST,TJOB,NTJOB,  
 240)

... TEST SELF INFORMATION  
 IF(MDOF.LE.IDOF)GO TO 4

```

WRITE(IPRINT,5)MDOF,IDOOF
5 FORMAT(1H1,///,10X,'PROGRAM EXECUTION TERMINATED IN DRIVER',/,
110A,'SIZE OF THE MATRICES =',15,' WHICH IS LARGER THAN THE MAXIMU
2M SIZE =',15)
STOP
4 CONTINUE
NR = MDOF
N = MDOF
N1 = MDOF*2
N2 = MDOF*2

IF(IAAL.EQ.4)GO TO 2016
CALL INPUT
CALL OUTPUT
IF(MDOF.NE.2)GO TO 2010
CALL SALL(STIF,XMASS,IDOOF)
GO TO 1002
2010 CONTINUE
IF(MDOF.NE.7)GO TO 2011
CALL SMAT7(XMASS,IDOOF)
CALL SMAT7(STIF,IDOOF)
GO TO 1002
2011 CONTINUE
IF(MDOF.NE.9)GO TO 2012
CALL SMAT9(XMASS,IDOOF)
CALL SMAT9(STIF,IDOOF)
GO TO 1002
2012 CONTINUE
IF(MDOF.NE.17)GO TO 2013
CALL SMAT17(XMASS,IDOOF)
CALL SMAT17(STIF,IDOOF)
GO TO 1002
2013 CONTINUE
IF(MDOF.NE.21)GO TO 2014
CALL SMAT21(XMASS,IDOOF)
CALL SMAT21(STIF,IDOOF)
GO TO 1002
2014 CONTINUE
STOP
2016 CONTINUE
NINC=1
NINT=1
NIMX=1
VINC=1.
VISIT=1.
V=1.
IF(IDYN.EQ.2 .OR. IDYN.EQ.3)GO TO 1004
CALL IOMAT(1,XMASS,IDOOF,MDOF,1,IPRM,IPRINT,IREAD)
CALL IOMAT(2,STIF,IDOOF,MDOF,1,IPRS,IPRINT,IREAD)
1002 CONTINUE
IF(IDYN.EQ.1)GO TO 60
*****
**** INVERT THE STIFFNESS MATRIX STIF(I,J)
*****
EPS1 = 10.0**ITEST(6)
IF(ITEST(7).LT.0) EPS = 0.0
IF(ITEST(7).GE.0) EPS = 1.0/10.0**ITEST(7)
IF(ITEST(11).EQ.0)ITEST(11)=1
CALL INVR(N,STIF,EPS,-1,IDOOF,DET,IPRINT,
2ITEST(9),ITEST(10),ITEST(8),

```

```

IPRNT,IPRNT,ITEST(11))
IF(IIPRNT(9),NE,1) GO TO 901
WRITE(IPRINT,900)ORP
900 FORMAT(///,20X,'DET FROM IIVR =',F12.0)
901 CONTINUE
IF(IERR,NE,1) GO TO 66
WRITE(IPRINT,1)
1 FORMAT(1H1,///,10X,'PROGRAM EXECUTION TERMINATED IN DRIVER',/,
110X,'INVERSION OF THE STIFFNESS MATRIX WAS NOT SUCCESSFUL')
STOP
C
66 CONTINUE
      THREE WAS NO ERROR IN STIFF INVERSE
      WRITE(24,NSB)
888   FORMAT(///,5X,'*** MATRIX INVERSA DE STIFF ***',//)
      CALL OUTMAT(IDOF,NN,STIF,24)
      DO 2 NINC=1,NINT
      V = VINIT + (NINC-1)*VINC
      V IS THE VELOCITY OF THE RUN *
      CONVERTING TO THE CORRECT SYSTEM OF UNITS
      IF(IUNT,EQ,0) VI=V*1.467*12.0
      IF(IUNT,EQ,1) VI=V*1000./36.
      IF(IAXL,EQ,0)GO TO 2025
      IF(MDOF,NE,2)GO TO 2020
      CALL *ALB1(VI,DAMP,IDOF)
      GO TO 1004
2020 CONTINUE
      IF(MDOF,NE,7)GO TO 2021
      CALL *MAT7(VI,DAMP,IDOF)
      GO TO 1004
2021 CONTINUE
      IF(MDOF,NE,9)GO TO 2022
      CALL *MAT9(VI,DAMP,IDOF)
      GO TO 1004
2022 CONTINUE
      IF(MDOF,NE,17)GO TO 2023
      CALL *MAT17(VI,DAMP,IDOF)
      GO TO 1004
2023 CONTINUE
      IF(MDOF,NE,21)GO TO 2024
      CALL *MAT21(VI,DAMP,IDOF)
      GO TO 1004
2024 CONTINUE
      STOP
2025 CONTINUE
      CALL *OMAT(3,DAMP,IDOF,MDOF,1,IPRU,IPRINT,IREAD)
1004 CONTINUE
      FORMATION OF DYNAMIC MATRIX
      CALL DYMAT(X*ASS,STIF,DAMP,N,D,N2,IDYN,IDOF,DOF2)
C***** THE STATEMENTS BETWEEN THIS CARD AND THE NEXT ***CARD CHECKS
      IF(ITEST(2)-1)600,601,600
601 WRITE(IPRINT,340)
340 FORMAT(1H1)
      WRITE(IPRINT,602)
602 FORMAT(///,6X,'DYNAMIC MATRIX')
      CALL OUTMAT(IDOF2,N2,D,IPRINT)
600 CONTINUE
C*****
C      T IS THE NUMBER OF BINARY DIGITS IN THE MANTISSA OF A
C      SINGLE PRECISION FLOATING POINT NUMBER

```



2/7/83

Q.

```

N= 21.
NOUN=1
IF(10.GT(13).EQ.1) NCONJ=2
C*****
C COMPUTE EIGENVALUES AND EIGENVECTORS
C*****
CALL EIGENP(N2,NM,D,T,EVR,EVI,VECR,VECI,INDIC,IPRINT
1,NINC,NINT,NIX,ITEST,IDOF2)
C***** CHECKOUT *****
IF(10.GT(13)-1)704,705,704
705 NOUT=(IPRINT,704)
706 FORMAT(//,10X,'I',10X,'EVR(I)',10X,'EVI(I)')
DO 709 IP=1,N
WRITE(IPRINT,709) IP,EVR(IP),EVI(IP)
709 FORMAT(9A,12,5X,612.5,4X,612.5)
701 CONTINUE
WRITE(IPRINT,702)
702 FORMAT(/,5X,'VECR=')
CALL SUBRAT(IDOF2,N,VECR,IPRINT)
WRITE(IPRINT,703)
703 FORMAT(/,5X,'VECI=')
CALL SUBRAT(IDOF2,N,VECI,IPRINT)
704 CONTINUE
C*****
C
CALL CALCO(
INSTR,NOVEC,N2,IG0,LDYN,IRAD,IPRINT,IDOF2,
N,INC,NINT,NIX,
INDIC,EVR,EVI,VECR,VECI,
NCONJ,BETA,DR,FREQ,AMP,ANGLE,
D1,LS1)
IF(100.EQ.0)GO TO 3
IF(100.EQ.1)STOP
C
CALL OUT(NOVEC,IPRINT,N2,NCONJ,NDOF,ALPHA,BETA,DR,FREQ,VECR,VECI,
1A,AMP,ANGLE,IPRINT,ITEST(19),IDOF2,NSIBL)
3 CONTINUE
IF(ITEST(14).EQ.1)GO TO 2
IF(100.NE.0)STOP
2 CONTINUE
END

```

```

SUBROUTINE DYMAT(XMASS,STIF,DAMP,N,D,N2,INV,IDOF,IDOF2)
DIMENSION D(IDOF2,IDOF2)
DIMENSION XMASS(IDOF,IDOF),DAMP(IDOF,IDOF),STIF(IDOF,IDOF)
COMMON/ATA1/IPRINT,IREAD
C     .... FORMULATES THE DYNAMIC MATRIX
C     IF(INV.NE.0)GO TO 10
C
C     .... PREVIOUSLY STIF = INVERSE OF STIF
C     ....
C     ....
C     ....
C     U = (
C     ( 0.0          1          )
C     (-STIF*XMASS  -STIF*DAMP )
C     ....
C     **** INITIALIZE MATRIX D(I,J)
C     DO 1 I=1,N2
C     DO 1 J=1,N2
C     1 D(I,J) = 0.0
C     *** FORMULATE PRODUCT OF INVERSE OF STIF(I,J) AND XMASS(I,J)
C     DO 2 I=1,N
C     IPN = I + N
C     DO 2 J=1,N
C     DO 2 K=1,N
C     2 D(IPN,J) = D(IPN,J) - STIF(I,K)*XMASS(K,J)
C     *** FORMULATE PRODUCT OF INVERSE OF STIF(I,J) AND DAMP(I,J)
C     DO 3 I= 1,N
C     IPN = I + N
C     DO 3 J= 1,N
C     JPN = J + N
C     DO 3 K=1,N
C     3 D(IPN,JPN) = D(IPN,JPN) - STIF(I,K)*DAMP(K,J)
C     DO 4 I= 1,N
C     4 D(I,I+N) = 1.0
C     GO TO 9
C 10 CONTINUE
C     IF(INV.NE.1)GO TO 5
C
C     ( -INV(XMASS)*DAMP          -INV(XMASS)*STIF )
C     D = (
C     (          I          0.0      )
C
C     DO 100 I=1,N
C     DO 100 J=1,N
C     IPN = I + N
C     JPN = J + N
C     D(I,J) = -(1.0/XMASS(I,I)) * DAMP(I,J)
C     D(I,JPN) = -(1.0/XMASS(I,I)) * STIF(I,J)
C     D(IPN,J) = 0.0
C     D(IPN,I) = 1.0
C     D(IPN,JPN) = 0.0
C 100 CONTINUE
C     GO TO 9
C     5 CONTINUE
C     IF(INV.NE.2 .AND. INV.NE.3)GO TO 9
C     J=INV-2
C     CALL 10MAT(4,D,IDOF2,N2,1,J,IPRINT,IREAD)
C     9 CONTINUE
C     RETURN
C     END

```

```

SUBROUTINE EIGENP(N,NM,A,T,EVR,EVI,VECR,VECI,INDIC,IPRINT
1,BINC,NINT,NIMX,ITEST,IDOFP2)
DOUBLE PRECISION D1,D2,D3,PRFACT
INTEGER I,IVEC,J,K,K1,KON,L,LI,M,N,NM
REAL ENORM,EPS,EX,R,R1,T
DIMENSION A(IDOFP2,IDOFP2),VECR(IDOFP2,IDOFP2),VECI(IDOFP2,IDOFP2)
DIMENSION EVR(IDOFP2),EVI(IDOFP2),INDIC(IDOFP2)
DIMENSION IWORK(42),LOCAL(42),PRFACT(42),SUBDIA(42),
1,WORK(42),WORK1(42),WORK2(42)
2,ICHR(20),ITEST(40)

```

SOURCE: COMMUNICATIONS OF THE ACM VOL 11 / #12 / DECEMBER, 1968  
ALGORITHM 343  
EIGENVALUES AND EIGENVECTORS OF A REAL GENERAL MATRIX (F2)

J. GAO AND M. A. BREBNER

THIS SUBROUTINE FINDS ALL THE EIGENVALUES AND THE  
EIGENVECTORS OF A REAL GENERAL MATRIX OF ORDER N.

FIRST IN THE SUBROUTINE SCALE THE MATRIX IS SCALED SO THAT  
THE CORRESPONDING ROWS AND COLUMNS ARE APPROXIMATELY  
BALANCED AND THEN THE MATRIX IS NORMALIZED SO THAT THE  
VALUE OF THE EUCLIDIAN NORM OF THE MATRIX IS EQUAL TO ONE

THE EIGENVALUES ARE COMPUTED BY THE QR DOUBLE-STEP METHOD  
IN THE SUBROUTINE HESQR.

THE EIGENVECTORS ARE COMPUTED BY INVERSE ITERATION IN  
THE SUBROUTINE REALVE, FOR THE REAL EIGENVALUES, OR IN THE  
SUBROUTINE COMPE, FOR THE COMPLEX EIGENVALUES.

EPSLN=0.0

THE ELEMENTS OF THE MATRIX ARE TO BE STORED IN THE FIRST N  
ROWS AND COLUMNS OF THE TWO DIMENSIONAL ARRAY A. THE  
ORIGINAL MATRIX IS DESTROYED BY THE SUBROUTINE.  
N IS THE ORDER OF THE MATRIX.

NM DEFINES THE FIRST DIMENSION OF THE TWO DIMENSIONAL  
ARRAYS A, VECR, VECI AND THE DIMENSION OF THE ONE  
DIMENSIONAL ARRAYS EVR, EVI AND INDIC. THEREFORE THE  
CALLING PROGRAM SHOULD CONTAIN THE FOLLOWING DECLARATION

```

1 DIMENSION A(NM,NM),VECR(NM,NM),VECI(NM,NM),

```

```

EVR(NM),EVI(NM),INDIC(NM)

```

WHERE NM AND NN ARE ANY NUMBERS EQUAL TO OR GREATER THAN N

THE UPPER LIMIT FOR NM IS EQUAL TO 42 BUT MAY BE  
INCREASED TO THE VALUE MAX BY REPLACING THE DIMENSION  
STATEMENT:

```

DIMENSION IWORK(42),LOCAL(42), ... ,WORK(42)

```

IN THE SUBROUTINE EIGENP WITH

```

DIMENSION IWORK(MAX),LOCAL(MAX), ... ,WORK(MAX)

```

NM AND NN ARE OF COURSE BOUNDED BY THE SIZE OF THE STORE.

THE REAL PARAMETER T MUST BE SET EQUAL TO THE NUMBER OF  
BINARY DIGITS IN THE MANTISSA OF A SINGLE PRECISION  
FLOATING-POINT NUMBER.

N2=N

THE REAL PARTS OF THE N COMPUTED EIGENVALUES WILL BE FOUND

C IN THE FIRST N PLACES OF THE ARRAY EVR AND THE IMAGINARY  
 C PARTS IN THE FIRST N PLACES OF THE ARRAY EVI.  
 C THE REAL COMPONENTS OF THE NORMALISED EIGENVECTOR I  
 C (I=1,2,3,...,N) CORRESPONDING TO THE EIGENVALUE STORED IN  
 C EVR(I) AND EVI(I) WILL BE FOUND IN THE FIRST N PLACES OF  
 C THE COLUMN 1 OF THE TWO DIMENSIONAL ARRAY VECR AND THE  
 C IMAGINARY COMPONENTS IN THE FIRST N PLACES OF THE COLUMN 1  
 C OF THE TWO DIMENSIONAL ARRAY VECI.

C THE REAL EIGENVECTOR IS NORMALISED SO THAT THE SUM OF THE  
 C SQUARES OF THE COMPONENTS IS EQUAL TO ONE.  
 C THE COMPLEX EIGENVECTOR IS NORMALISED SO THAT THE  
 C COMPONENT WITH THE LARGEST VALUE IN MODULUS HAS ITS REAL  
 C PART EQUAL TO ONE AND THE IMAGINARY PART EQUAL TO ZERO.

C THE ARRAY INDIC INDICATES THE SUCCESS OF THE SUBROUTINE  
 C EIGENP AS FOLLOWS

VALUE OF INDIC(I)	EIGENVALUE I	EIGENVECTOR I
0	NOT FOUND	NOT FOUND
1	FOUND	NOT FOUND
2	FOUND	FOUND

C IF(ITEST(21).EQ.1) GO TO 2000  
 C DO 2001 IU=1,20

2001 ICHK(IU)=0  
 C GO TO 2002

2000 CONTINUE  
 C DO 2003 IU=1,20

2003 ICHK(IU)=ITEST(IU+20)  
 2002 CONTINUE

C IF(N.NE.1) GO TO 1  
 C EVR(1) = A(1,1)  
 C EVI(1) = 0.0  
 C VECR(1,1) = 1.0  
 C VECI(1,1) = 0.0  
 C INDIC(1) = 2  
 C GO TO 25

C 1 CALL SCALE(N,NM,A,VECI,PRFACT,ENORM,ICLK(16),IPRINT,IDOF2)  
 C THE COMPUTATION OF THE EIGENVALUES OF THE NORMALISED  
 C MATRIX.

C \*\*\*\*\* THE STATEMENTS BETWEEN THIS CARD AND THE NEXT \*\*\*CARD CHECKS  
 C .....PRINT OUT ICHK

C IF(ICLK(1).NE.1)GO TO 220  
 C WRITE(IPRINT,221)

221 FORMAT(/,30X,'ICLK',/,2X,'SUBSCRIPT',2X,'VALUE',10X,'MEANING')  
 C WRITE(IPRINT,222)(ICLK(II),II=1,20)

222 FORMAT(  
 10X,'1',7X,I3,11X,'IF 1 THEN WILL TEST',/,  
 228X,'IF 0 THEN WILL NOT TEST',/,  
 36X,'2',7X,I3,11X,'IF 1 THEN OUTPUT AFTER SCALE',/,  
 46X,'3',7X,I3,11X,'IF 1 THEN OUTPUT AFTER HESQR',/,  
 56X,'4',7X,I3,11X,'IF 1 THEN OUTPUT BEFORE REALVE',/,  
 66X,'5',7X,I3,11X,'IF 1 THEN OUTPUT AFTER REALVE',/,  
 76X,'6',7X,I3,11X,'IF 1 THEN OUTPUT AFTER COMPVE',/,  
 86X,'7',7X,I3,11X,'IF 1 THEN OUTPUT AFTER 15',/,  
 96X,'8',7X,I3,11X,'IF 1 THEN OUTPUT AFTER 23',/,  
 10X,'9',7X,I3,11X,'IF 1 THEN OUTPUT BEFORE COMPVE',/,  
 26X,'10',5X,I3, /,

```

30A, '11', 6X, 13, 11X, 'IF 1 THEN OUTPUT MISC.', /,
40A, '12', 6X, 13, /, 6X, '13', 6X, 13, /, 6X, '14', 6X, 13, /,
50A, '15', 6X, 13, /,
60A, '16', 6X, 13, 11X, 'IF 1 THEN OUTPUT INSIDE SCALE', /,
70A, '17', 6X, 13, 11X, 'IF 1 THEN OUTPUT INSIDE HESQR', /,
80A, '18', 6X, 13, 11X, 'IF 1 THEN OUTPUT INSIDE REALVE', /,
90A, '19', 6X, 13, 11X, 'IF 1 THEN OUTPUT INSIDE COMPVE', /,
10A, '20', 6X, 13)

```

```
220 CONTINUE
```

```
IF(ICHK(2).NE.1) GO TO 115
```

```
WRITE(IPRINT,116) ENORM
```

```
116 FORMAT(/, 6X, 'LAST CALL SCALE IN EIGENP', 10X, 'ENORM =', E10.3)
```

```
CALL CUTE(A, VECR, VECI, EVR, EVI, PREFACT, SUBDIA, WORK, WORK1, WORK2,
```

```
11WORK, INDIC, N, IPRINT, IDOF2)
```

```
15 CONTINUE
```

```
C *****
```

```
EX = EXP(-1 * ALOG(2.0))
```

```
CALL HESQR (N, NM, A, VECI, EVR, EVI, SUBDIA, INDIC, EPS, EX, IPRINT
```

```
1, ICHK(17), IDOF2)
```

```
C
```

```

C THE POSSIBLE DECOMPOSITION OF THE UPPER-HESSSENBERG MATRIX
C INTO THE SUBMATRICES OF LOWER ORDER IS INDICATED IN THE
C ARRAY LOCAL. THE DECOMPOSITION OCCURS WHEN SOME
C SUBDIAGONAL ELEMENTS ARE IN MODULUS LESS THAN A SMALL
C POSITIVE NUMBER EPS DEFINED IN THE SUBROUTINE HESQR. THE
C AMOUNT OF WORK IN THE EIGENVECTOR PROBLEM MAY BE
C DIMINISHED IN THIS WAY.

```

```
C ..... ADDED FOR DRIVER TRUCK HUNT JUST DETERMINE STABILITY
```

```
IF(NINC.LE.NIMX) GO TO 801
```

```
IF(NINC-NINT)807, 801, 25
```

```
807 CONTINUE
```

```
DO 802 I=1, NM
```

```
IF(EVR(I))802, 801, 801
```

```
802 CONTINUE
```

```
GO TO 25
```

```
801 CONTINUE
```

```
C ***** THE STATEMENTS BETWEEN THIS CARD AND THE NEXT ***CARD CHECKS
```

```
IF(ICHK(3).NE.1) GO TO 109
```

```
WRITE(IPRINT,110)EX
```

```
110 FORMAT(/, 6X, 'LAST CALL HESQR IN EIGENP', 10X, 'EX =', E10.3)
```

```
CALL CUTE(A, VECR, VECI, EVR, EVI, PREFACT, SUBDIA, WORK, WORK1, WORK2,
```

```
11WORK, INDIC, N, IPRINT, IDOF2)
```

```
109 CONTINUE
```

```
C *****
```

```
C
```

```
THE EIGENVECTOR PROBLEM.
```

```
C
```

```

C TRANSFER OF AN UPPER-HESSSENBERG MATRIX OF THE ORDER M FROM
C THE ARRAYS VECI AND SUBDIA INTO THE ARRAY A.

```

```
J=N
```

```
I=1
```

```
LOCAL(I)=1
```

```
IF(J.EQ.1) GO TO 4
```

```
2 IF(ABS(SUBDIA(J-1)).GT.EPS) GO TO 3
```

```
I=I+1
```

```
LOCAL(I)=0
```

```
3 J=J-1
```

```
LOCAL(I) = LOCAL(I)+1
```

```
IF(J.EQ.1) GO TO 2
```

```
C
```

```

4 K=1
  KUN = 0
  L = LOCAL(1)
  M = N
  DO 10 I=1,N
    IVEC = N-I+1
    IF(1.LE.L) GO TO 5
    K = K+1
    M = N-L
    L = L + LOCAL(K)
5  IF(INDIC(IVEC).EQ.0) GO TO 10
    IF( ABS( EVI( IVEC ) ) .GT. EPSLN) GO TO 8
    DO 7 K1=1,M
      DO 6 L1=K1,M
6   A(K1,L1) = VECI(K1,L1)
      IF(K1.EQ.1) GO TO 7
      A(K1,K1-1) = SUBDIA(K1-1)
7  CONTINUE
C *****
  IF(1CHK(4).NE.1) GO TO 2019
  *WRITE(IPRINT,2018)
  CALL QUTE(A,VECR,VECI,EVR,EVI,PRFACT,SUBDIA,WORK,WORK1,WORK2,
    IWORK,INDIC,N,IPRINT,IDO2)
2018 FORMAT(///,20X,'BEFORE CALL REALVE IN EIGENP')
2019 CONTINUE
C *****
C
C THE COMPUTATION OF THE REAL EIGENVECTOR IVEC OF THE UPPER-
C HESSENBERG MATRIX CORRESPONDING TO THE REAL EIGENVALUE
C EVR(IVEC).
  CALL REALVE (N,NM,M,IVEC,A,VECR,EVR,EVI,IWORK,
    IWORK,INDIC,EPS,EX,IPRINT
    2,1CHK(18),IDO2)
C ***** THE STATEMENTS BETWEEN THIS CARD AND THE NEXT ***CARD CHECKS
  IF(1CHK(5).NE.1) GO TO 119
  *WRITE(IPRINT,119)
119 FORMAT(/,5X,'PAST CALL REALVE IN EIGENP')
  CALL QUTE(A,VECR,VECI,EVR,EVI,PRFACT,SUBDIA,WORK,WORK1,WORK2,
    IWORK,INDIC,4,IPRINT,IDO2)
119 CONTINUE
C *****
  GO TO 10
C
C THE COMPUTATION OF THE COMPLEX EIGENVECTOR IVEC OF THE
C UPPER-HESSENBERG MATRIX CORRESPONDING TO THE COMPLEX
C EIGENVALUE EVR(IVEC) + I*EVI(IVEC). IF THE VALUE OF KON IS
C NOT EQUAL TO ZERO THEN THIS COMPLEX EIGENVECTOR HAS
C ALREADY BEEN FOUND FROM ITS CONJUGATE.
  8 IF(KON.NE.0) GO TO 9
  KUN =1
C *****
  IF(1CHK(9).NE.1) GO TO 2025
  *WRITE(IPRINT,2027)
2027 FORMAT(//,'BEFORE COMPVE IN EIGENP')
  CALL QUTE(A,VECR,VECI,EVR,EVI,PRFACT,SUBDIA,WORK,WORK1,WORK2,
    IWORK,INDIC,N,IPRINT,IDO2)
2025 CONTINUE
C *****
  CALL COMPVE (N,NM,M,IVEC,A,VECR,VECI,EVR,EVI,INDIC,
    IWORK,SUBDIA,WORK1,WORK2,WORK,EPS,EX,IPRINT

```

```

      2, ICHK(19), IDOF2)
C ***** THE STATEMENTS BETWEEN THIS CARD AND THE NEXT ***CARD CHECKS
      IF(ICBK(6).NE.1) GO TO 121
22  WRITE(IPRINT,123)1
23  FORMAT(/,6X,'PAST CALL COMPVE IN EIGENP',6X,'I=',I4,6X)
      CALL GUTE(A,VECR,VECI,EVR,EVI,PRFACT,SUBDIA,WORK,WORK1,WORK2,
      11WORK,INDIC,N,IPRINT,IDOF2)
21  CONTINUE
C *****
      GO TO 10
      9  KON = 0
      10 CONTINUE
C
C THE RECONSTRUCTION OF THE MATRIX USED IN THE REDUCTION OF
C MATRIX A TO AN UPPER-HESSENBERG FORM BY HOUSEHOLDER METHOD
C ***** THE STATEMENTS BETWEEN THIS CARD AND THE NEXT ***CARD CHECKS
      IF(ICBK(11).NE.1) GO TO 103
104 WRITE(IPRINT,105)
105 FORMAT(6X,'PAST 10 EIGENP')
      CALL GUTE(A,VECR,VECI,EVR,EVI,PRFACT,SUBDIA,WORK,WORK1,WORK2,
      11WORK,INDIC,N,IPRINT,IDOF2)
103 CONTINUE
C *****
      DO 12 I=1,N
      DO 11 J=I,N
      A(I,J) = 0.0
11  A(J,I) = 0.0
12  A(I,I) = 1.0
      IF(N.LE.2) GO TO 15
      M = N-2
      DO 14 K=1,M
      L = K+1
      DO 14 J=2,N
      D1 = 0.0
      DO 13 I=L,N
      D2 = VECI(I,K)
13  D1 = D1 + D2*A(J,I)
      DO 14 I=L,N
14  A(J,I) = A(J,I)-VECI(I,K)*D1
C
C THE COMPUTATION OF THE EIGENVECTORS OF THE ORIGINAL NON-
C SCALED MATRIX.
15 KON = 1
C ***** THE STATEMENTS BETWEEN THIS CARD AND THE NEXT ***CARD CHECKS
      IF(ICBK(7).NE.1) GO TO 100
101 WRITE(IPRINT,102)
102 FORMAT(6X,'PAST 15 EIGENP')
      CALL GUTE(A,VECR,VECI,EVR,EVI,PRFACT,SUBDIA,WORK,WORK1,WORK2,
      11WORK,INDIC,N,IPRINT,IDOF2)
100 CONTINUE
C *****
      DO 24 I=1,N
      L = 0
      IF( ABS( EVI( I ) ) .LE. EPSLN) GO TO 16
      L=1
      IF(KON.EQ.0) GO TO 16
      KON = 0
      GO TO 24
16  DO 18 J=1,N
      D1=0.

```

```

D2=0.
DO 17 K=1,N
D3 = A(J,K)
D1 = D1+D3*VECR(K,I)
IF(L.EQ.0) GO TO 17
D2 = D2 +D3*VECR(K,I-1)
17 CONTINUE
WORK(J) = D1/PRFACT(J)
IF(L.EQ.0) GO TO 18
SUBDIA(J) = D2/PRFACT(J)
18 CONTINUE
C THE NORMALISATION OF THE EIGENVECTORS AND THE COMPUTATION
C OF THE EIGENVALUES OF THE ORIGINAL NON-NORMALISED MATRIX.
IF(L.EQ.1) GO TO 21
D1 = 0.0
DO 19 M=1,N
19 D1 = D1 + WORK(M)**2
D1 = DSQRT(D1)
DO 20 M=1,N
VECI(M,1) = 0.
20 VECR(M,1) = WORK(M)/D1
EVR(I) = EVR(I)*ENORM
GO TO 24
C
21 KON = 1
EVR(I) = EVR(I)*ENORM
EVR(I-1) = EVR(I)
EVI(I) = EVI(I)*ENORM
EVI(I-1) = -EVI(I)
R = 0.
DO 22 J=1,N
R1 = WORK(J)**2 +SUBDIA(J)**2
IF(R.GE.R1) GO TO 22
R =R1
L =J
22 CONTINUE
D3 =WORK(L)
R1 =SUBDIA(L)
DO 23 J=1,N
D1=WORK(J)
D2=SUBDIA(J)
VECR(J,I) = (D1*D3+D2*R1)/R
VECI(J,I) = (D2*D3-D1*R1)/R
VECR(J,I-1) = VECR(J,I)
23 VECI(J,I-1) =-VECI(J,I)
C *****
IF(ICHK(8).NE.1) GO TO 24
WRITE(IPRINT,2024)
2024 FORMAT(/,6X,'PAST 23 IN EIGENP')
CALL CUTE(A,VECR,VECI,EVR,EVI,PRFACT,SUBDIA,WORK,WORK1,WORK2,
11WORK,INDIC,N,IPRINT,IDOF2)
C *****
24 CONTINUE
C
25 RETURN
END

```



```
10 ! ARG = ARQUIVA OS DADOS DE F(X,Y) EM FITA
20 ! "NOME" (COM # 150,160) DEVE SER = "REAL" OU "IMAG"
30 OPTION BASE 1
40 SHORT F(15,10)
41 ! NO CASO: 15=N, 10=C
50 INPUT "Numero de Pontos = ",N
60 INPUT "Numero de Curvas = ",C
70 FOR I=1 TO N
80 FOR J=1 TO C
90 PRINT "F(";I;J;")"
100 INPUT F(I,J)
110 NEXT J
120 PRINT "TERMINADO O PONTO ";I;"/";N
130 PAUSE
140 NEXT I
150 CREATE "NOME",3,256
151 ! ACIMA: 10x15=150, 150x4=600, 600/256=3
160 ASSIGN #1 TO "NOME"
170 PRINT #1;F(*)
171 PRINT "TERMINADA A EXECUCAO DE 'ARG'"
180 END
```

```

10  OPTION BASE 1
20  SHORT Re(10,7),Im(10,7)
30  INPUT "Numero de pontos",N
31  INPUT "Numero de Curvas",C
90  ASSIGN #1 TO "RELFL"
100 READ #1;Re(*)
110 PAUSE
120 ASSIGN #2 TO "IMLF"
130 READ #2;Im(*)
150 INPUT "COR DA PENNA",P
160 PLOTTER IS 7,5,"9872A"
170  LIMIT 15,200,20,190
180  PEN P
190  LOCATE 12,135,9,89
200  FRAME
201  INPUT "Xmin",Xmin
202  INPUT "Xmax",Xmax
210  INPUT "Ymin",Ymin
211  INPUT "Ymax",Ymax
220  SCALE Xmin,Xmax,Ymin,Ymax
230  AXES 10,10,0,0,5,10,5
240  AXES 50,50,Xmin,Ymin,5,10,5
250  LDIR 0
260  LORG 6
270  CSIZE 3
280  UNCLIP
281  Z=-Xmin+Xmax
290  FOR I=0 TO Z STEP 100
291  M=I+Xmin
300  MOVE M,Ymin*1.03
310  LABEL USING "DDDDD";M
320  NEXT I
330  MOVE Xmax,Ymin*1.07
340  LORG 6
350  LABEL USING "K";"Re"
360  LORG 8
370  Z=-Ymin+Ymax
380  FOR J=0 TO Z STEP 100
390  M=J+Ymin
400  MOVE Xmin-2,M
410  LABEL USING "DDDDD";M
420  NEXT J
430  MOVE Xmin,Ymax+2
440  LORG 1
450  LABEL USING "K";"Im"
460  LORG 5
470  CSIZE 3
480  FOR J=1 TO C
490  FOR I=1 TO N
500  MOVE Re(I,J),Im(I,J)
510  LABEL USING "1A";"+"
520  NEXT I
530  FOR I=1 TO N
540  PLOT Re(I,J),Im(I,J)
550  NEXT I
551  PRINT "CURVA ";J;">";C
552  PENUP
553  PAUSE
560  NEXT J
570  PEN 0
580  END

```

! REIM

I REVEL

```

10  OPTION BASE 1
20  DIM V(15),R(15,15)
30  INPUT "Numero de pontos",N
40  FOR I=1 TO N
50  PRINT "V(";I;")"
60  INPUT V(I)
70  NEXT I
80  INPUT "Curvas",C
90  ASSIGN #1 TO "NOME"
100 READ #1;R(*)
110 INPUT "COR DA PENHA",P
120 PLOTTER IS 7,5,"9872A"
130  LIMIT 15,280,20,190
140  PEN P
150 LOCATE 12,135,9,89
160 FRAME
170 INPUT "Ymin",Ymin
180 SCALE 0,200.0,Ymin,10
190 AXES 10,10,0,0,5,10,5
200 AXES 50,100,0,Ymin,5,10,5
210 LDIR 0
220 LORG 6
230 CSIZE 3
240 UNCLIP
250 FOR I=0 TO 200.0 STEP 50
260 MOVE I,Ymin*1.03
270 LABEL USING "DDD";I
280 NEXT I
290 MOVE 210,Ymin*1.07
300 LORG 6
310 LABEL USING "K";"Ve1 [MPH]"
320 LORG 8
330 Z=-Ymin+10
340 FOR J=0 TO Z STEP 100
350 M=J+Ymin
360 MOVE -2,M
370 LABEL USING "DDDDD";M
380 NEXT J
390 MOVE -8,12
400 LORG 1
410 LABEL USING "K";"Re"
420 LORG 5
430 CSIZE 3
440 FOR J=1 TO C
450 FOR I=1 TO N
460 MOVE V(I),R(I,J)
470 LABEL USING "1A";"#"
480 NEXT I
490 FOR I=1 TO N
500  PLOT V(I),R(I,J)
510  NEXT I
520  PRINT "CURVA ";J;"/";C
530  PENUP
540  PAUSE
550  NEXT J
560  PEN 0
570  END

```

A P Ê N D I C E 4

ORGANIZAÇÃO DOS DADOS DE ENTRADA DO PROGRAMA DE SIMULAÇÃO.

Y 10112 184

VALORES BÁSICOS DA LOCOMOTIVA GR - GP9/SP18										87
55.	70	1	10	1	1	1	2	1	0	
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1										
101.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
101.0	12.0	12.5	150.0	472.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
0000.0	0000000	2500.0	0.0	00789.	24897.					
00.0	0.0	000.0	0.0	0.0	000.0					
754.0	47.1	01.0	119201370.	10618413.	750530	417000	30750			
000000	10000000	0.0	0.0							
1.00	0.00	0.00	0.0027	271345.	0					

- 1<sup>a</sup> LINHA: FORMATO 19 A4, I4 = Título e nºs de Graus de Liberdade
- 2<sup>a</sup> LINHA: FORMATO 2F10.0, 8I5 = VINIT, VINC, NINT, NIMX, IPRM, IPRS, IPRS, IPRD, IAXL, IUN, IDYN
- 3<sup>a</sup> LINHA: FORMATO 40I2 = ITEST (I), I = 1,40
- 4<sup>a</sup> LINHA: FORMATO 7F8.2 = A, A1, A2, A3, B, B1, B2
- 5<sup>a</sup> LINHA: FORMATO 6F8.2 = HB, HT, H1, H2, XL, RO
- 6<sup>a</sup> LINHA: FORMATO 6F10.2 = KXY, KXW, KYT, KYAT, KJ, KB
- 7<sup>a</sup> LINHA: FORMATO 6F8.2 = CYW, CXW, CYT, CYAT, CJ, CB
- 8<sup>a</sup> LINHA: FORMATO 3F8.2, 2F13.1, 3F10.2 = MB, Mt, MW, IB, JB, IT, JT, IW
- 9<sup>a</sup> LINHA: FORMATO 4F10.2 = FL, FT, FS23, FS33
- 10<sup>a</sup> LINHA: Em branco porque FS23 e FS33 são nulos
- 11<sup>a</sup> LINHA: IDEM
- 12<sup>a</sup> LINHA: FORMATO 5F10.0, I5, 2F10.0 = ZETA, RHO, EPSI, XLAND, W

As variáveis acima representam os parâmetros cujo significado foi apresentado no texto do trabalho e se encontram identificados a seguir.

## RELAÇÃO DOS PARÂMETROS

### 1- DADOS DIMENSIONAIS

A = Distância entre o centro do truque e os eixos (para truques com 2 eixos)

A1 = Distância entre o centro do truque e o eixo anterior (para truques com 3 eixos)

A2 = Distância entre o centro do truque e o eixo intermediário.

A3 = Distância entre o centro do truque e o eixo posterior

2B = Distância entre os pontos de contato

2B1 = Distância transversal entre a suspensão primária

2B2 = Idem para a suspensão secundária

HB = Altura do C.G. da caixa acima do centro dos eixos

HT = Altura do C.G. do truque acima do centro dos eixos.

H1 = Altura do centro da suspensão secundária acima do C.G. do truque

H2 = Altura do C.G. da caixa acima do centro da suspensão secundária

HB = Altura do C.G. da caixa acima do centro dos eixos

L = Distância entre os centros dos truques

RO = Raio nominal das rodas

### 2- MASSAS E MOMENTOS DE INÉRCIA

MB = Massa da caixa

MT = Massa do truque

MW = Massa do rodeiro

IB = Momento de inércia da caixa em relação ao eixo vertical  
 JB = Momento de inércia da caixa em relação ao eixo longitudinal  
 IT = Momento de inércia do truque em relação ao eixo vertical  
 JT = Momento de inércia do truque em relação ao eixo longitudinal  
 IW = Momento de inércia do rodeiro em relação ao eixo vertical

### 3- SUSPENSÃO

KYW = Rigidez lateral da suspensão primária  
 KXW = Rigidez longitudinal da suspensão primária  
 KYT = Rigidez lateral da suspensão secundária  
 KYAT = Rigidez rotacional da suspensão secundária  
 KJ = Rigidez vertical da suspensão primária em cada lado do truque  
 KB = Rigidez vertical da suspensão secundária em cada lado do truque  
 CYW = Amortecimento lateral da suspensão primária  
 CXW = Amortecimento longitudinal da suspensão primária  
 CYT = Amortecimento lateral da suspensão secundária  
 CYAT = Amortecimento rotacional da suspensão secundária  
 CJ = Amortecimento vertical da suspensão primária em cada lado do truque  
 CB = Amortecimento vertical da suspensão secundária em cada lado do truque

### 4 - DADOS COMPLEMENTARES

FL = Coeficiente de "creep" lateral  
 FT = Coeficiente de "creep" longitudinal

FS23 e FS33 = Coeficientes de "creep" rotacional

ZETA ( $\zeta$ ) = Coeficiente de variação dos pontos de contato

EPSI ( $\epsilon$ ) = Coeficiente de variação da inclinação do plano de contato

RHO ( $\delta$ ) = Inclinação do plano de contato na posição central

LAMD ( $\lambda$ ) = Conicidade efetiva

W = Carga por eixo

RT (R) = Raio de curvatura do perfil da roda

RR (R') = Raio de curvatura do perfil do trilho



A P Ê N D I C E 5

EQUIVALÊNCIA DE AMORTECEDORES

## EQUIVALÊNCIA ENTRE AMORTECEDORES

Os modelos matemáticos lineares ou linearizados utilizados na análise dinâmica de sistemas mecânicos pressupõem sempre a existência de amortecimento do tipo viscoso, expresso como uma força que opõe ao movimento com amplitude variável e proporcional à velocidade.

$$F_v = C \dot{x} \quad (A5.1)$$

Tradicionalmente o amortecimento encontrado nas suspensões dos veículos ferroviários é do tipo de atrito sêco, ou atrito de Coulomb, expresso como uma força que se opõe ao movimento com amplitude constante, independente da velocidade ou de qualquer característica relacionado com o tempo.

$$F_s = F_0 = \text{cte} \quad (A5.2)$$

Este tipo de amortecimento é uma das fontes de não-linearidade do sistema e sua influência tem sido estudada por diversos autores, tais como Cooperrider et alii [10, 26] e Guillemard [20] referenciados no trabalho.

A identificação dos valores a se adotar nos modelos linearizados pode ser feita por um processo de equivalência entre um amortecedor do tipo de atrito seco e o coeficiente de amortecimento - que deve apresentar um amortecedor do tipo viscoso para produzir o mesmo efeito no sistema. O valor desse coeficiente assim determinado será chamado "amortecimento equivalente".

O efeito que se espera de um amortecedor é reduzir as amplitudes do movimento, o que se traduz no final de qualquer análise - na redução da energia de vibração do sistema. A forma que se mostra assim adequada para estabelecer a equivalência desejada consiste em igualar a energia absorvida pelo amortecedor existente e o

amortecedor equivalente procurado, forma esta também utilizada - por Bullock e Cooley [5].

### 1 - AMORTECIMENTO VISCOZO

A solução que geralmente se apresenta para as equações de movimento dos sistemas lineares ou linearizados resulta em movimentos harmônicos que podem, para os efeitos aqui desejados, serem expressos de forma simplificada por\*

$$x = A \cos \omega t \quad (\text{A5.3})$$

A energia absorvida por um amortecedor do tipo viscoso, considerada a equação (A5.1), é dada por

$$E = \int F dx = \int C \dot{x} dx = \int C \dot{x}^2 dt \quad (\text{A5.4})$$

onde  $dx$  foi substituído por  $dx = \dot{x}dt$ . Derivando a equação (A5.3) e substituindo em (A5.4) obtêm-se

$$E = \frac{1}{2} C A^2 \omega (\omega t - \sin \omega t \cos \omega t) \quad (\text{A5.5})$$

Fazendo-se o tempo igual ao período da oscilação, resulta a energia absorvida em 1 ciclo:

$$t = T + \omega t = \omega T = 2\pi$$

$$E_c = \pi C A^2 \omega \quad (\text{A5.6})$$

## 2 - AMORTECIMENTO POR ATRITO SECO

O amortecedor por atrito seco apresenta uma característica teórica ideal representada por uma força constante, expressa por (A5.2) e representada na figura A.1, onde o ciclo é percorrido no sentido anti-horário e sugere a expressão

$$F = F_0 \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} \quad (\text{A5.7})$$

A energia absorvida por um amortecedor desse tipo será dada por

$$E = \int F dx = F_0 \int_{-A}^{+A} dx - F_0 \int_{+A}^{-A} dx = 4F_0 A \quad (\text{A5.8})$$

sendo este já o resultado para um ciclo.

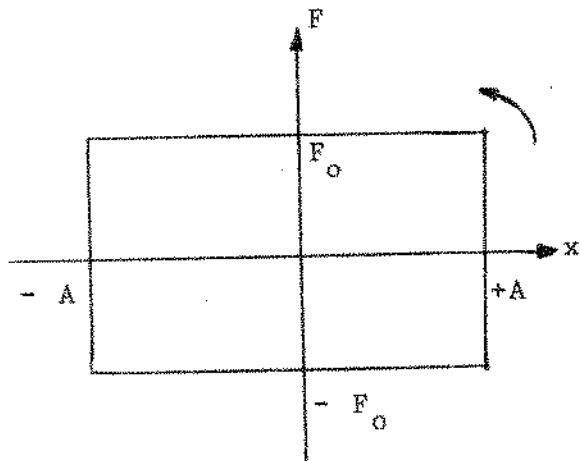


Fig. A.1 - Relação teórica entre força e deslocamento em um amortecedor por atrito seco.

## 3 - AMORTECEDORES EQUIVALENTES

Igualando-se a energia absorvida em um ciclo para cada tipo de amortecedores, expressa pelas equações (A5.6) e (A5.8)

$$\pi C A^2 \omega = 4 F_0 A$$

donde se obtêm o coeficiente de amortecimento  $C_{eq}$  de um amortecedor do tipo viscoso equivalente a um amortecedor do tipo de atrito seco

$$C_{eq} = \frac{4 F_0}{\pi A \omega}$$

que, lembrando-se ser  $\omega = 2\pi f$ , resulta finalmente

$$C_{eq} = \frac{2F_0}{\pi^2 A f} \quad (A5.9)$$

Nesta expressão observa-se que o amortecimento equivalente não depende apenas da característica de força de amplitude constante  $F_0$  mas também da amplitude  $A$  dos deslocamentos e da frequência  $f$  das oscilações

Fixado o valor  $F_0$  característico do amortecedor, o amortecimento equivalente será proporcional ao inverso do produto  $A \times f$ . Para uma dada amplitude de oscilação  $A$ , a relação entre  $C_{eq}$  e  $f$  será regida por uma curva com o aspecto mostrado na figura A.2, e para amplitudes diferentes obtêm-se uma família de curvas semelhantes. O amortecimento equivalente poderá se manter constante se o produto  $A \times f$  também se mantiver constante. Estabelecendo-se o valor de  $K = F_0/A$ , pode-se determinar a curva da família mostrada na figura A.2 que representa o amortecedor considerado para se determinar  $C_{eq}$  em função da frequência, que fica sendo determinada por

$$C_{eq} = \frac{2}{\pi^2} K \frac{1}{f} \quad (A5.10)$$

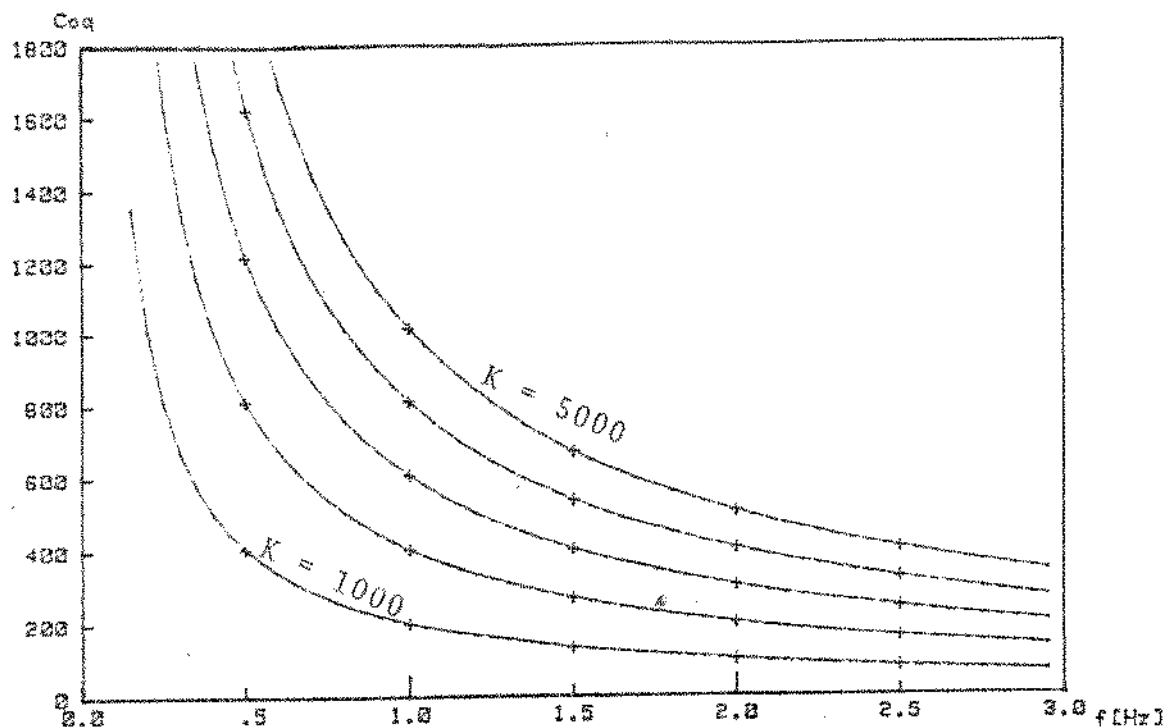


Fig. A.2. - Amortecimento equivalente em função da frequência e de  $K = F_0/A$

Verifica-se assim que não se pode, a rigor dizer que 2 amortecedores sejam equivalentes a não ser para uma determinada condição de operação, caracterizada pela amplitude do movimento e pela frequência das oscilações.

#### 4 - ENSAIO DE UM AMORTECEDOR DE LOCOMOTIVA

Foram realizados ensaios de laboratório com um amortecedor vertical da locomotiva GE-U20C para a determinação da força  $F_0$ . O amortecedor teve uma das extremidades fixada à estrutura e a outra acionada por um atuador hidráulico, impondo-se-lhe a amplitude, frequência e forma de onda do movimento, obtendo-se como resultado a força  $F_0$ .

Foi utilizado para esse ensaio o sistema de atuadores hidráulicos e controladores MTS-820 SYSTEM, do GEPRON, e um registrador X-Y modelo HP 7044A, para se construir os gráficos Força/deslocamento mostrados nas figuras seguintes.

A figura A.3 mostra o resultado obtido para movimento senoidal com amplitude  $\pm 1/2''$  e frequência 1,0 Hz. A figura A.4 mostra o resultado obtido baixando-se a frequência para 0,5 Hz.

Três observações importantes são registradas sobre esses resultados:

a) A deformação da figura na inversão do movimento bastante acentuada com a frequência de 1,0 Hz. A redução desse efeito com a frequência de 0,5 Hz é resultado esperado.

b) A força não permanece constante durante o movimento, mas passa por um valor mínimo em uma posição próxima ao centro. Esse valor mínimo não ocorre "antes" ou "depois" do centro, em cada sentido, mas na mesma posição em ambos os casos.

c) O valor da força varia com a frequência, sendo maior para a frequência mais baixa.

Os mesmos efeitos podem ser observados na figura A.5, onde, se manteve a frequência de 0,50 Hz, variando-se a amplitude do deslocamento entre  $1,00''$  e  $0,15''$ .

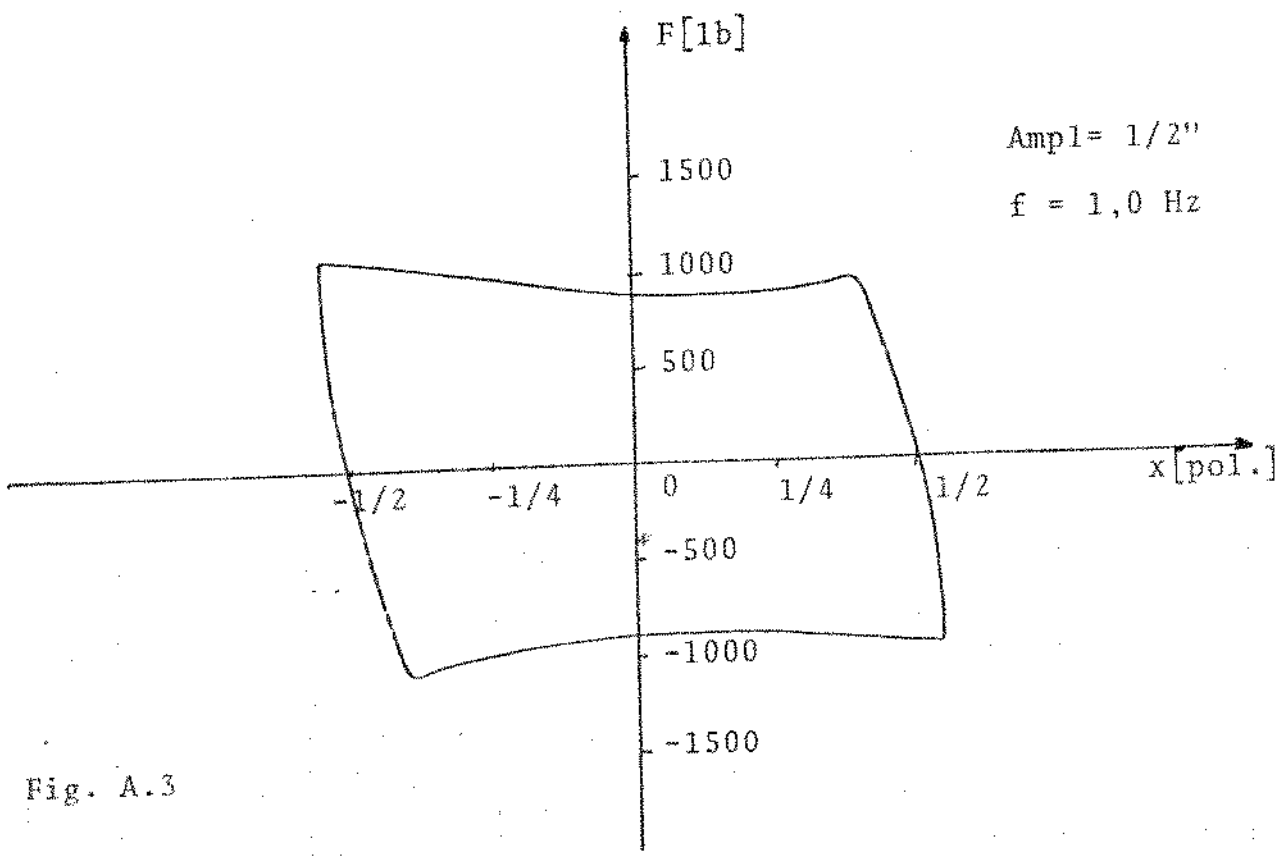


Fig. A.3

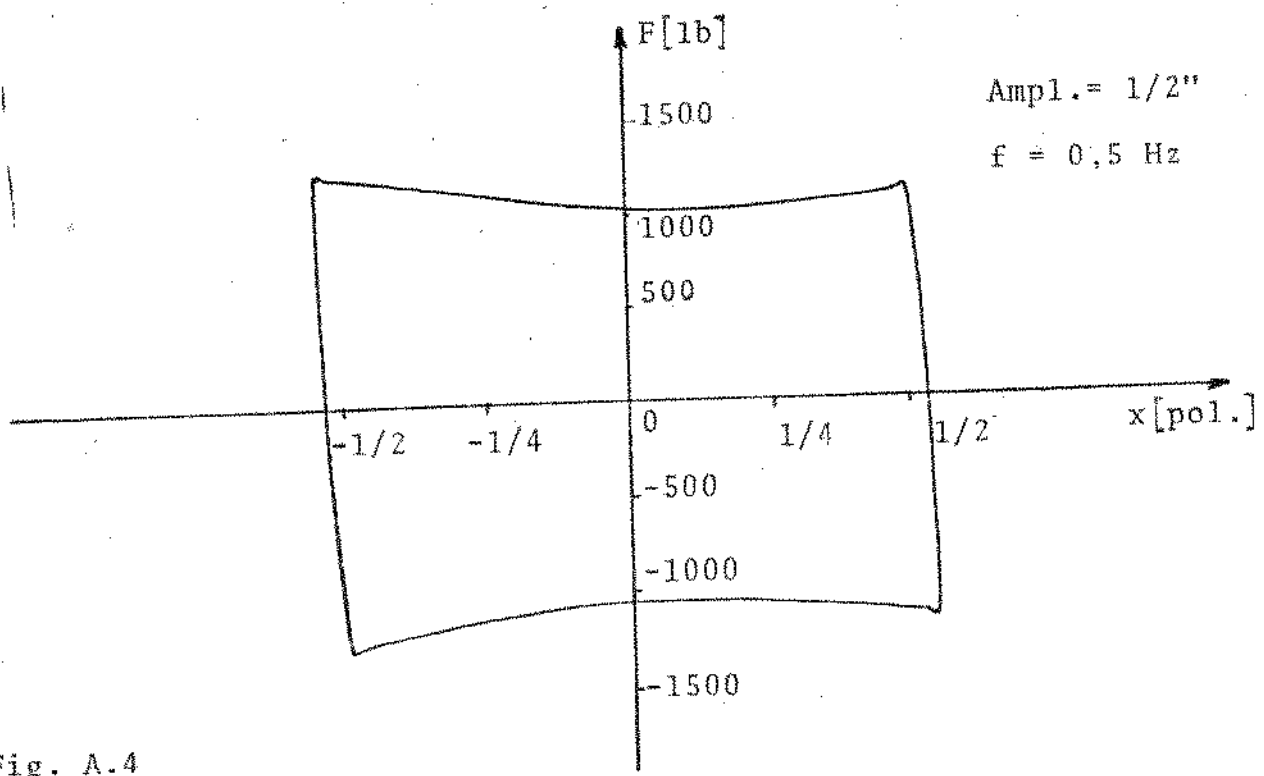
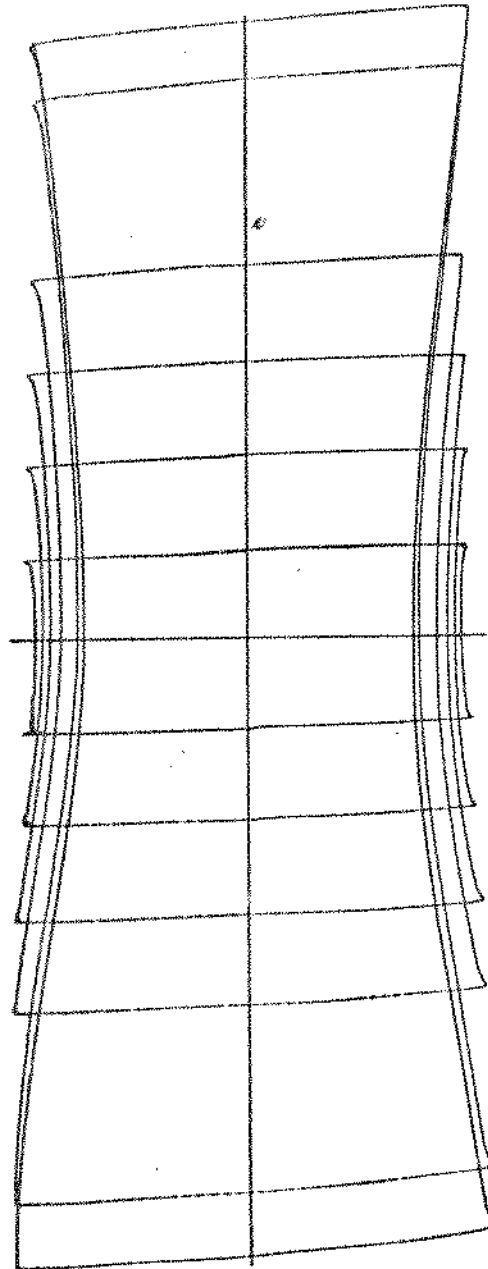


Fig. A.4

Figuras A.3 e A.4 - Ensaio de amortecedores de atrito seco utilizados em locomotivas.





e

Figura A.5 - Ensaio de um amortecedor de atrito seco usado em locomotiva com freq. = 0,50 Hz e amplitudes entre 1,00" e 0,15".