ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR Marcelo Henrique
Bizarro Mirisola E APROVADA
PELA COMISSÃO JULGADORA EM 26/02/2009
Alberto Luiz Serpa.
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Otimização da superfície de contato do olhal menor de uma biela utilizando elementos finitos

Autor: Marcelo Henrique Bizarro Mirisola

Orientador: Alberto Luiz Serpa

23/2009

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL

Otimização da superfície de contato do olhal menor de uma biela utilizando elementos finitos

Autor: Marcelo Henrique Bizarro Mirisola
Orientador: Alberto Luiz Serpa

Curso: Engenharia Mecânica
Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2009
SP - Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

	Mirisola, Marcelo Henrique Bizarro
M677o	Otimização da superfície de contato do olhal menor de uma biela utilizando elementos finitos / Marcelo Henrique Bizarro Mirisola. --Campinas, SP: [s.n.], 2009. Orientador: Alberto Luiz Serpa. Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica. 1. Mecânica do contato. 2. Metodo dos elementos finitos. 3. Otimização estrutural. I. Serpa, Alberto Luiz. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Optimization of the connecting-rod small end contact surface using the finite element method
Palavras-chave em Inglês: Contact mechanics, Finite element method, Structural optimization
Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico
Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica
Banca examinadora: Jonas de Carvalho, Marco Lúcio Bittencourt
Data da defesa: 26/02/2009
Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

Otimização da superfície de contato do olhal menor de uma biela utilizando elementos finitos

Autor: Marcelo Henrique Bizarro Mirisola

Orientador: Alberto Luiz Serpa

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta dissertação:

Alberto Luiz Serpa.

Prof. Dr. Alberto Luiz Serpa, presidente
Faculdade de Engenharia Mecânica – UNICAMP

Prof. Dr. Jonas de Carvalho
Departamento de Engenharia Mecânica – EESC-USP

Marco Bittencourt

Prof. Dr. Marco Lúcio Bittencourt
Faculdade de Engenharia Mecânica – UNICAMP

Campinas, 26 de fevereiro de 2009.

Agradecimentos

Agradeço à *ThyssenKrupp Metalúrgica Campo Limpo Paulista* pelo apoio técnico e financeiro dedicado a este trabalho.

Resumo

MIRISOLA, Marcelo Henrique Bizarro, *Otimização da superfície de contato do olhal menor de uma biela utilizando elementos finitos*, Tese de Mestrado, FEM, UNICAMP, 2009.

Nesta dissertação é abordado o tema otimização estrutural em componentes sob efeito de contato. O objetivo é otimizar a distribuição das pressões de contato atuantes no olhal menor de uma biela. Para alcançar este objetivo, são apresentadas técnicas de otimização estrutural baseadas no método dos elementos finitos, são estudados conceitos relacionados à problemas de otimização e problemas de contato, e é explorado o acoplamento entre problemas de otimização e de contato. O software de elementos finitos ANSYS 10.0 é aplicado em problemas de otimização, em problemas de contato, e em problemas de otimização com contato. O foco do trabalho é mantido nas técnicas de otimização paramétrica e de forma. Este trabalho propõe um método combinando os dois métodos de otimização presentes no módulo *Design optimization* do ANSYS. Os resultados mostram que o método combinado proposto é capaz de evitar pontos de mínimo local e apresenta uma boa relação entre a qualidade dos resultados e o "custo computacional". Também é proposta uma técnica de parametrização baseada na posição dos nós da malha de elementos finitos. Esta técnica apresenta a vantagem de não necessitar de um modelo em elementos finitos parametrizado da estrutura que se deseja otimizar. Exemplos de validação são apresentados e um modelo aproximado do problema das pressões de contato atuantes no olhal menor de uma biela é criado e otimizado, atingindo uma redução de 45% da máxima pressão de contato.

Palavras chave: biela, pressões de contato, otimização de forma, problemas de contato, método dos elementos finitos, ANSYS.

Abstract

MIRISOLA, Marcelo Henrique Bizarro, *Optimization of the connecting-rod small end contact surface using the finite element method*, Master Thesis, FEM, UNICAMP, 2009.

This dissertation deals with the issue of structural optimization of components under contact effects. The aim is to optimize the contact pressure distribution acting in the connecting-rod small end. To achieve this goal, techniques of structural optimization based on the finite element method are presented, the basis of optimization and contact problems are briefly reviewed and the coupling of these problems is explored. The finite element software ANSYS 10.0 is applied in optimization problems, contact problems, and optimization problems with contact. The focus of the work is parametric and shape optimization techniques. This work proposes a method coupling the two optimization methods within the *Design optimization* module of ANSYS. The results show that the proposed combined method is able to avoid local minima and achieve a good relation between the quality of results and the computational cost. It is also proposed a parameterization technique based on the node positions in the finite element mesh. This technique has the advantage of not needing a parameterized finite element model of the structure to be optimized. Examples for validation purposes are presented and an approximated model of the problem of the contact pressure distribution acting in the connecting-rod small end is designed and optimized, reaching a reduction of 45% in the maximum contact pressure.

Keywords: connecting-rod, contact pressures, shape optimization, contact problems, finite element method, ANSYS.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Nomenclatura

Símbolos latinos

Símbolo	Significado
APDL	linguagem de programação do ANSYS (*Ansys Parametric Design Language*)
C	parâmetro dependente do número de configurações infactíveis utilizadas na criação do problema aproximado durante o método SPA (valor definido automaticamente pelo ANSYS entre 0 e 1)
C_P	parâmetro de penalidade utilizado no método das penalidades
C_{PB} e C_{PP}	parâmetros de penalidade referentes às funções de penalidade interior e exterior, respectivamente
CRT	referente à variável do ANSYS $CPU\ RUN\ TIME$ (tempo de cálculo computacional utilizado pelo ANSYS)
d	vetor que indica uma direção de descida (vide Apêndice B.1)
$DELTA$	variável utilizada no método FOO, relativa à opção *Percent forward diff.*
$Default$	valor padrão das opções do ANSYS (vide Apêndice D)
DV	variável de projeto (*Design Variable*)
E	módulo de Young
f	valor da função objetivo de um problema de otimização
$f(x)$	função dependente de x
FOO	referente ao método *First-order optimization* presente no ANSYS
$g(x)$	função que indica o valor de uma restrição de desigualdade
$h(x)$	função que indica o valor de uma restrição de igualdade
I	intervalo de incerteza
l	número de restrições de igualdade ($h(x)$) de um problema
m	número de restrições de desigualdade ($g(x)$) de um problema
n	número de variáveis de projeto de um problema de otimização
n_d	número de configurações calculadas existentes

. . . continua na próxima página . . .

. . . continuação . . .

Símbolo	Significado
$P(x)$	função penalizadora
$p(x)$	função aproximada utilizada no método da busca unidimensional por ajuste quadrático (Apêndice C.1.2)
PC_{max}	valor da maior pressão de contato
$Q(x)$	função penalizada
$SIZE$	variável utilizada no método FOO, relativa à opção *Percent step size*
SPA	referente ao método *Subproblem aproximation* presente no ANSYS
SUMT	técnica de minimização irrestrita utilizada pelo ANSYS
SV	variável de estado (*State Variable*), referente às restrições de um problema de otimização no ANSYS
V	referente ao valor do volume de uma estrutura em um problema
w	restrições de não interpenetração entre os corpos em um problema de contato
x	variável unidimensional independente
x	vetor formado por n variáveis unidimensionais independentes, $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n]^T$

Símbolos gregos

Símbolo	Significado
α	valor que define o tamanho do passo em uma busca unidimensional
β	fator de correção utilizado no exemplo da seção 5.2.1, $\beta = \frac{E}{2(1-\nu^2)}$
δ	passo utilizado no método das diferenças finitas (Apêndice B.3)
ϵ	valor da tolerância definida para uma variável de projeto em um problema de otimização
γ	valor da tolerância de um método de busca
$\nabla f(\mathbf{x})$	gradiente de $f(\mathbf{x})$
ν	coeficiente de Poisson
Π	energia potencial total de um corpo
φ	razão áurea, $\varphi = 0{,}618034$
σ_{adm}	tensão máxima admissível

. . . continua na próxima página . . .

. . . continuação . . .

Símbolo	**Significado**
σ_{max}	máxima tensão de von Mises global de um problema
$\sigma_{max,biela}$	máxima tensão de von Mises atuante na biela da seção 6.2.1
$\sigma_{max,pino}$	máxima tensão de von Mises atuante no pino da seção 6.2.1
τ	valor da tolerância definida para a função objetivo em um problema de otimização

Índices

Índice	**Significado**
k	relativo à iteração atual de um algoritmo
$*$	relativo à melhor configuração encontrada até o momento por um algoritmo de otimização
$\frown$	relativo à uma função aproximada

Comandos APDL

Os comandos em linguagem APDL apresentados durante o trabalho são identificados pelo uso de letras maiúsculas e aspas.

Capítulo 1

Introdução e revisão bibliográfica

1.1 Motivação

Nos motores à combustão interna convencionais, dois componentes se destacam pelo alto nível de esforços mecânicos a que são submetidos: o pistão e a biela (Figura 1.1). Estes sofrem a ação de solicitações significativas provenientes da combustão e a ação de forças inerciais devido ao movimento alternativo. Em particular para o sistema formado pelo pistão e biela, o modo como as pressões de contato são distribuídas exerce um papel fundamental no desgaste [11, 12].

Figura 1.1: Ilustração do sistema formado por um pistão e uma biela

Um fator motivador para o estudo deste assunto é que uma melhora considerável pode ser alcançada quando se trabalha com a otimização de superfícies que sofrem contato. Estudos mostram que, em alguns casos, mudanças, mesmo que pequenas, na forma da superfície de contato podem ter efeitos significativos na distribuição das pressões de contato [14]. Outro fator motivador são as novas técnicas de usinagem desenvolvidas nos últimos anos, como a usinagem a laser, que permitem a fabricação de superfícies com formas mais complexas [26].

Neste trabalho, as técnicas de otimização baseadas em simulação computacional por elementos finitos foram escolhidas para otimizar as pressões de contato atuantes na biela. O software ANSYS foi utilizado por ser considerado uma ferramenta consagrada e difundida mundialmente dentro do contexto de simulações computacionais por elementos finitos. Este permite que sejam executadas simulações envolvendo superfícies em contato, e apresenta ferramentas de otimização [2].

Este trabalho teve como órgão financiador a empresa ThyssenKrupp Metalúrgica Campo Limpo Paulista Ltda. Espera-se que esta possa utilizar os resultados deste trabalho dentro do seu contexto industrial.

1.2 Objetivos do trabalho

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma metodologia de otimização que possa ser aplicada em problemas estáticos contendo superfícies em contato sem atrito com o intuito de aliviar as concentrações de pressões de contato indesejadas. O módulo de otimização e o módulo de contato do software comercial de elementos finitos ANSYS são estudados, e o acoplamento destes dois módulos é explorado.

A metodologia desenvolvida é aplicada na otimização da forma da superfície de contato do olhal menor de uma biela com o propósito de atenuar as concentrações de pressões de contato (conforme o problema apresentado na seção 1.3).

1.3 Situação atual do problema das pressões de contato atuantes no olhal menor de uma biela

O sistema de interesse deste trabalho apresenta três componentes principais: um pistão, um pino de ligação e uma biela. Atualmente, um quarto componente chamado bucha é agregado ao sistema. Estes são posicionados conforme ilustrado na Figura 1.2.

A bucha, no sistema de interesse, é uma peça bi-metálica e é ajustada no olhal menor da biela sob efeito de interferência. Sua função pode ser considerada como a de um componente de sacrifício, pois ela sofre parte do desgaste no lugar da biela e do pino.

Entretanto, o sistema composto pela bucha apresenta um limite máximo de carga. Caso este limite seja ultrapassado, a bucha pode se desprender da biela causando danos ao motor. Estudos[1] mostram que diante da tendência de motores cada vez mais potentes e mais leves este limite de máxima carga poderá em breve se tornar um fator limitante no projeto de motores.

Uma alternativa para acabar com este fator limitante é a eliminação da bucha e o emprego dos componentes pino e biela em contato direto. Porém, ocorre uma concentração de pressões

[1] Estudos realizados por uma empresa fabricante de bielas.

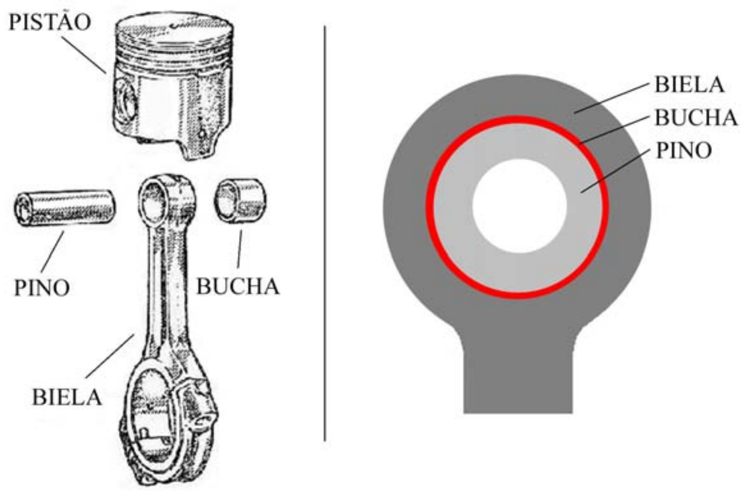


Figura 1.2: Ilustração do posicionamento dos componentes pistão, pino, bucha e biela

de contato nos pontos indicados com a letra P na Figura 1.3 no caso em que estes são aplicados com suas formas atuais (não otimizadas), levando à diminuição da resistência mecânica dos componentes devido aos altos níveis de tensão, e prejudicando a formação adequada do filme de óleo lubrificante. Esta concentração é causada por uma flexão do pino no momento em que o sistema recebe a ação da carga máxima F proveniente da combustão (representada na Figura 1.3).

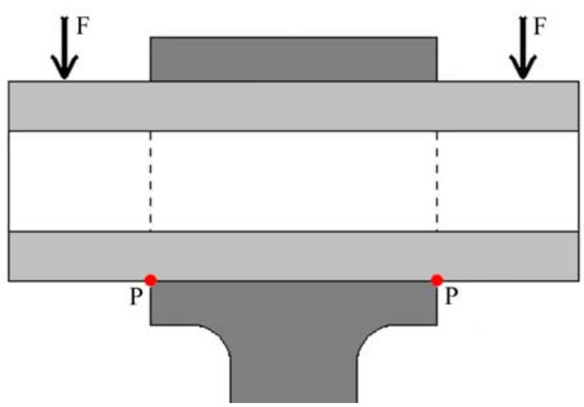


Figura 1.3: Ilustração da carga aplicada no pino no momento de explosão na câmara de combustão

Neste contexto, surge a necessidade de se estudar a distribuição das pressões de contato atuantes no sistema, e buscar formas otimizadas das superfícies que permitam a eliminação da bucha e a aplicação destes componentes em contato direto sem perdas em termos de rendimento mecânico.

1.4 Revisão bibliográfica

1.4.1 Otimização de estruturas

De acordo com Porto (2006) [22], o marco inicial da otimização estrutural moderna pode ser atribuído ao trabalho de Michell em 1904 que teve foco em estruturas treliçadas. Na década de 60 problemas envolvendo a determinação da localização ótima de juntas de treliças e armações já eram resolvidos com segurança. Em 1973, Rossow e Taylor estudaram a otimização dimensional de estruturas de casca e placa. Ainda em 1973, Zienkiewicz e Campbell resolveram problemas envolvendo otimização geométrica utilizando o método dos elementos finitos.

Dentro da área de resolução de problemas de otimização, os trabalhos de Arora (1989) [3], Belegundu (1999) [4] e Hemp (1973) [13] apresentam uma importante base de referência à respeito das formulações e conceitos matemáticos envolvidos. Em Wu (2005) [27] são apresentados conceitos básicos importantes sobre problemas de otimização e é proposto um método não baseado no gradiente.

No trabalho de Meske, Sauter e Schnack (2005) [17] são apresentados métodos de otimização que costumam ser empregados em problemas de otimização de forma, tais como: métodos probabilísticos, métodos aproximados, métodos de programação matemática e métodos de critério de otimalidade. Também são apresentados exemplos de aplicação prática destas metodologias.

Ultimamente, percebe-se um grande número de autores estudando a técnica de otimização topológica, que considera a distribuição de material como variável de otimização (vide seção 2.3.1) [10, 21].

1.4.2 Otimização de estruturas com contato

A revisão bibliográfica sobre problemas de contato neste trabalho busca apenas informações essenciais para a resolução deste tipo de problema. Neste contexto, o trabalho de Khoei (2007) [15] apresenta informações à respeito das formulações básicas, e os trabalhos de Serpa (1996) [23] e Fancello (1989) [7] tratam da formulação do problema e apresentam exemplos para comparação. Sobre o uso do software ANSYS aplicado em problemas de contato, as referências [1, 2] apresentam informações que podem ser úteis para a compreensão dos procedimentos adotados neste trabalho.

De acordo com Yantheendhar (1993) [28], até o início da década de 70 a otimização era aplicada apenas em problemas em que as condições de contorno eram conhecidas e invariáveis ao longo das iterações de otimização. Os problemas de otimização envolvendo contato apresentavam a dificuldade das condições de contorno se modificarem quando a geometria era otimizada ao longo das iterações. Os primeiros trabalhos mesclando otimização de estruturas e problemas de contato foram apresentados por Conry e Seireg no ano de 1971, e por Hang e Kwak em 1978. No ano de

1981, Taylor e Benedict deram continuidade ao estudo abordando problemas simples e genéricos. Em 1986, Haslinger e Neittaanmaki investigaram a existência de formas geométricas ótimas para problemas com contato. Problemas de aplicação prática na engenharia passaram a ser abordados com sucesso no início da década de 90.

Em Páczelt e Szabó (1994) [20], os autores mostram que uma abordagem por programação linear poderia ser utilizada para solucionar simultaneamente o problema de contato e o problema de otimização, assumindo-se que a distância entre as superfícies de contato fosse uma função linear da pressão de contato e de modificações no formato das superfícies de contato. Estes também propõem algoritmos diretos e iterativos para resolver o problema por esta abordagem.

Em Fancello (1994) [8] são tratados problemas bi-dimensionais de otimização com contato sem atrito. O autor se utiliza de um gerador automático de malha de elementos finitos e apresenta a base matemática relacionada a este tipo de problema.

Fancello, Haslinger e Feijóo (1995) [9] apresentam uma abordagem bi-dimensional utilizando curvas *B-splines* para a definição das geometrias de contato. A função energia potencial total é utilizada como função objetivo. Os autores mostram que a presença do problema de contato torna mais complexa a convergência dos algoritmos de otimização.

O trabalho de Hilding, Klarbring e Petersson (1999) [14] apresenta uma revisão geral sobre o assunto da otimização de estruturas com contato, com ênfase em estruturas lineares elásticas e contato sem atrito.

Em Meske, Mulfinger e Warmuth (2002) [16] um problema de otimização do modelo tridimensional de uma biela de uso comercial é estudado levando-se em consideração a variação das condições de contato durante as iterações. Neste caso, o objetivo é reduzir as tensões máximas no corpo da biela. Resultados satisfatórios são alcançados.

No trabalho de Meske, Sauter e Schnack (2005) [17] são comentados exemplos de otimização de estruturas com contato de aplicação prática para a indústria, como o caso de estruturas com encaixe sob interferência.

Em Fancello (2006) [10] problemas de otimização de estruturas com contato são resolvidos através da técnica de otimização topológica.

Embora Yatheendhar afirme que melhoras expressivas em relação aos efeitos de contato podem ser alcançadas através da otimização da forma de estruturas que sofrem contato [28], de acordo com Meske, Sauter e Schnack [17], até 2005, era evidente a baixa quantidade de trabalhos que tratavam do assunto.

1.4.3 Sistema formado pela biela, pino e pistão

Em Fessler e Padgham (1968) [11] é feita uma análise das tensões resultantes no pino de ligação entre a biela e o pistão, concluindo que o ponto crítico de maior pressão de contato atuante no pino se localiza em sua superfície externa, na região de contato com a borda da superfície interna do olhal menor da biela. Os autores comentam que a maioria dos trabalhos encontrados na área até a época assumiam pressões de contato uniformemente distruibuídas pela superfície do olhal menor da biela e forças concentradas no centro da superfície de contato do pino com o pistão. Estes também comentam que, até a época, costumava-se tratar o pino como uma viga simples sob efeito dos carregamentos citados acima.

Fessler e Hyde (1997) [12] executam uma análise mais detalhada das tensões resultantes no pino de ligação e comentam sobre uma possível escassez de trabalhos relacionados ao tema.

Pelo trabalho de Strozzi e De Bona (2005) [25] fica evidente a discrepância entre os resultados encontrados por diversos autores para a distribuição das pressões e tensões de contato resultantes no olhal menor da biela na condição onde a biela sofre tração. Os autores comparam resultados de diversos outros autores e encontram grandes diferenças, mostrando, assim, que o problema ainda não estava completamente resolvido pelo meio científico.

Dentro do campo de otimização de bielas, é evidente o maior número de trabalhos que buscam minimizar as tensões resultantes no corpo da biela em comparação à trabalhos que têm como objetivo otimizar as tensões de contato. Em Shenoy (2004) [24] faz-se a otimização de uma biela com o objetivo de diminuir sua massa e seu custo. O autor também analisa as forças atuantes no problema e cria um modelo tridimensional em elementos finitos.

Ainda no contexto de minimizar as tensões atuantes no corpo da biela, o trabalho de Meske, Mulfinger e Warmuth (2002) [16] apresenta um exemplo de otimização de uma biela comercial considerando o problema de contato da mesma com o pino de ligação. Este trabalho não apresenta dados comparativos, pois as modificações realizadas na geometria da biela não são apresentadas.

1.5 Organização do texto

Este trabalho está estruturado da seguinte forma:

- Capítulo 1: apresenta uma introdução geral, uma revisão bibliográfica, e descreve os principais objetivos;
- Capítulo 2: apresenta conceitos relacionados à problemas de otimização estrutural;
- Capítulo 3: apresenta conceitos relacionados ao módulo de otimização *Design optimization* do ANSYS e suas particularidades;
- Capítulo 4: apresenta conceitos fundamentais relacionados à formulação de problemas de contato, às principais classificações de problemas de contato no ANSYS e à formulação de problemas de otimização com contato;

- Capítulo 5: apresenta exemplos de problemas de otimização, de contato e de otimização com contato para validação do uso do software ANSYS;

- Capítulo 6: apresenta informações técnicas relevantes sobre o sistema formado pela biela, pino de ligação e pistão, e os resultados da otimização das pressões de contato atuantes no olhal menor de uma biela utilizando um modelo em elementos finitos deste sistema;

- Capítulo 7: apresenta as conclusões gerais do trabalho;

- Apêndices: são apresentados conceitos e informações de interesse relacionados ao tema do trabalho, como: concentração geométrica de tensões, direção de descida de uma função, vetor gradiente, método das diferenças finitas para o cálculo do gradiente, métodos de busca univariável, métodos de busca multivariável, valores *Default* do ANSYS e os códigos em linguagem APDL utilizados.

Capítulo 2

Problemas de otimização estrutural

2.1 Formulação matemática de problemas de otimização

2.1.1 Introdução

A maior parte dos problemas de otimização podem ser expressos da seguinte forma:

$$\begin{cases} minimizar & f(\mathbf{x}) & \\ sujeito\ a & g_i(\mathbf{x}) \leq 0 & i = 1,...,m \\ & h_j(\mathbf{x}) = 0 & j = 1,...,l \end{cases} \tag{2.1}$$

onde $\mathbf{x} = [x_1,x_2,x_3,...,x_n]^T$ é um vetor que contém as variáveis de projeto do problema, $f(\mathbf{x})$ é a função objetivo (ou função custo), $g_i(\mathbf{x})$ uma das m restrições de desigualdade e $h_j(\mathbf{x})$ uma das l restrições de igualdade.

A função objetivo $f(\mathbf{x})$ é relacionada com o que se quer minimizar. No caso de uma peça mecânica a função objetivo pode ser, por exemplo, a máxima tensão de von Mises, a menor freqüência de ressonância, ou o volume da peça, entre outros.

As restrições de desigualdade, $g_i(\mathbf{x})$, podem representar os limites de máxima tensão, limites de máximo deslocamento, máximo volume, e também podem representar possíveis limites em relação ao valor das variáveis de projeto (por exemplo, a maior largura admissível de uma seção transversal). As restrições de igualdade, $h_j(\mathbf{x})$, podem ser utilizadas, por exemplo, no caso de se procurar um certo valor para o deslocamento em um determinado ponto de interesse.

As variáveis de projeto são os parâmetros que podem ser alterados na otimização. Podem ser as dimensões da peça, os parâmetros matemáticos de uma curva ou superfície que representa a forma da peça, a distribuição de material no domínio da peça, uma característica do material, entre outros.

Uma configuração $\mathbf{x}$ que respeite todas as restrições é chamada de configuração factível ou admissível. Caso não respeite as restrições, esta é chamada de infactível ou não-admissível.

2.1.2 Minimização irrestrita

Quando um problema de otimização não apresenta nenhuma restrição tem-se um problema de minimização irrestrita. Neste tipo de problema todas as configurações de **x** são admissíveis. Estes problemas ainda podem ser divididos em dois grupos: problemas de uma única variável (univariáveis) e problemas multivariáveis.

Minimização irrestrita univariável

A minimização de uma função de uma única variável é também conhecida como busca unidimensional, ou busca linear (*linear search*), e é usualmente uma das etapas de diversos métodos de minimização. Este tipo de problema pode ser simplificado pela representação:

$$\left\{ \; minimizar \quad f(x) \right. \tag{2.2}$$

onde $f(x)$ é contínua e diferenciável neste trabalho.

As condições de mínimo neste caso são:

- $\nabla f(x) = \frac{df(x)}{dx} = 0$;
- $\frac{d^2 f(x)}{dx^2} \geq 0$.

Existem diversos métodos numéricos utilizados para se resolver este tipo de problema, dentre eles o método da busca dicotômica, o método Fibonacci, o método da seção áurea (vide Apêndice C.1.1) e o método da busca por ajuste quadrático (vide Apêndice C.1.2) [4].

Minimização irrestrita multivariável

No caso dos problemas de minimização irrestrita multivariável o problema padrão pode ser representado como:

$$\left\{ \; minimizar \quad f(\mathbf{x}) \right. \tag{2.3}$$

onde $f(\mathbf{x})$ é considerada contínua e diferenciável neste trabalho.

O vetor gradiente da função objetivo, $\nabla f(\mathbf{x})$, é perpendicular à curva de nível e sua direção indica a direção de maior crescimento da função objetivo, conforme é apresentado no Apêndice

B.2. Este fato pode ser utilizado nos métodos baseados no gradiente para se encontrar as direções de descida da função.

Dentre os métodos de resolução deste tipo de problema pode-se citar o método de Newton, o método do gradiente (vide Apêndice C.2.1), o método do gradiente conjugado e o método das direções conjugadas (vide Apêndice C.2.2) [4].

Um fato a se destacar em relação aos métodos de minimização irrestrita multivariável é que estes geralmente executam sub-iterações de busca unidimensional como etapa intermediária de suas iterações para determinar o passo a ser empregado na respectiva direção de descida.

2.1.3 Minimização restrita

Os problemas de minimização restrita normalmente são mais complexos de se resolver do que os problemas de minimização irrestrita. Neste tipo de problema busca-se o ponto de menor valor da função objetivo dentro da região factível.

Os métodos de resolução deste tipo de problema geralmente se baseiam nas chamadas condições de otimalidade e/ou nas condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) [3, 4].

Uma outra forma de se resolver este tipo de problema é transformá-lo em um problema de minimização irrestrita "equivalente" através da aplicação dos métodos de penalidade e aplicar técnicas usuais de minimização irrestrita à função penalizada. Mais informações sobre os métodos de penalidades podem ser encontrados na seção 2.2.

2.2 Método das penalidades

Esta seção tem como referência o trabalho de Belegundu [4].

Seja um problema de minimização restrita do tipo padrão, conforme apresentado na equação (2.1).

Uma das maneiras de se resolver este problema é transformá-lo em um problema de minimização irrestrita através da aplicação do método das penalidades.

O método das penalidades adiciona à função objetivo $f(\mathbf{x})$ uma função penalizadora $P(\mathbf{x})$ referente às restrições existente no problema. Assim, o problema inicial de minimizar $f(\mathbf{x})$ sujeito a restrições passa a ser:

$$\left\{ \; minimizar \quad Q(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + C_P P(\mathbf{x}) \right. \tag{2.4}$$

onde $Q(\mathbf{x})$ é a função objetivo do problema de minimização irrestrito equivalente, $P(\mathbf{x})$ a função penalizadora, e $C_P > 0$ o parâmetro de penalidade utilizado na minimização.

Existem dois tipos de funções de penalidades que podem ser aplicadas: funções de penalidade exterior e funções de penalidade interior.

2.2.1 Funções de penalidade exterior

A aplicação das funções de penalidade exterior (*exterior penalty functions*), ou somente funções de penalidade, visa penalizar o problema quando uma restrição é violada, aumentando o valor da função objetivo do problema equivalente naquele ponto. O valor do parâmetro de penalidade C_P é determinado de forma a forçar que a restrição não seja violada para uma certa tolerância e que a solução seja um ponto factível.

Uma das funções penalizadoras mais comum é a função quadrática, definida como:

$$P(\mathbf{x}) = \Sigma_i[max(0,g_i(\mathbf{x}))]^2 + \Sigma_j[h_j(\mathbf{x})]^2 \tag{2.5}$$

Note que $P(\mathbf{x})$ contém termos relacionados às restrições violadas, ou seja, $g_i(\mathbf{x}) > 0$ e $h_j(\mathbf{x}) \neq 0$.

Os principais passos envolvidos na resolução de um problema de minimização com restrições usando o método de penalidade exterior são:

1. Dado o problema de minimização com restrições apresentado na equação (2.1);
2. Iniciar o contador de iterações: $k = 1$;
3. Definir o parâmetro de penalidade inicial C_P^0 e o ponto inicial $\mathbf{x}^0$;
4. Montar a função penalizadora $P(\mathbf{x})$;
5. Minimizar a função penalizada $Q(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + C_P P(\mathbf{x})$, partindo de $\mathbf{x}^{k-1}$ e obtendo $\mathbf{x}^k$;
6. Verificar o critério de convergência, por exemplo, $\left\|\mathbf{x}^k - \mathbf{x}^{k-1}\right\| \leq \gamma$, onde γ é a tolerância do problema. Se o critério de convergência for satisfeito, termine e $\mathbf{x}^k$ é a resposta do problema. Se não, continue para o próximo passo;
7. Atualizar parâmetro de penalidade, sendo $C_P^{k+1} \geq C_P^k$;
8. Incrementar o contador de iterações: $k = k + 1$;
9. Voltar para 4.

2.2.2 Funções de penalidade interior

A aplicação das funções de penalidade interior (*extended-interior penalty functions*), também conhecidas como funções de barreira, visam impedir que o ponto **x** saia da região admissível, ou seja, tendo a minimização se iniciado dentro da região admissível, as funções de barreira aumentam o valor da função penalizada quando **x** se aproxima de uma fronteira da região admissível. Este tipo de penalização só pode ser aplicado no caso de problemas com restrições de desigualdade. A solução do problema irrestrito se aproxima da solução do problema com restrições quando o parâmetro de penalidade C_P se aproxima de zero.

Neste caso, o tipo mais comum de função penalizadora é:

$$P(\mathbf{x}) = \Sigma_i \frac{1}{g_i(\mathbf{x})} \tag{2.6}$$

Os principais passos envolvidos na resolução de um problema de otimização com restrições através do método de penalidade interior são:

1. Dado o problema de minimização com restrições apresentado na equação (2.1);
2. Iniciar o contador de iterações: $k = 1$;
3. Definir o parâmetro de penalidade inicial $C_P^0 > 0$ e o ponto inicial $\mathbf{x}^0$;
4. Montar a função penalizadora $P(\mathbf{x})$;
5. Minimizar a função penalizada $Q(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + C_P P(\mathbf{x})$, partindo de $\mathbf{x}^{k-1}$ e obtendo $\mathbf{x}^k$;
6. Verificar o critério de convergência, por exemplo, $\left\|\mathbf{x}^k - \mathbf{x}^{k-1}\right\| \leq \gamma$, onde γ é a tolerância do problema. Se o critério de convergência é satisfeito então, termine e $\mathbf{x}^k$ é a resposta do problema. Se não, continue para o próximo passo;
7. Atualizar parâmetro de penalidade, sendo $0 < C_P^{k+1} \leq C_P^k$;
8. Incrementar o contador de iterações: $k = k + 1$;
9. Voltar para 4.

2.3 Resolução de problemas de otimização estrutural

2.3.1 Técnicas de otimização para corpos sólidos

Três técnicas podem ser citadas como usuais para se abordar um problema de engenharia como um problema padrão de otimização estrutural: a otimização paramétrica, a otimização de forma e a otimização topológica. Nesta seção, uma breve descrição de cada uma delas é apresentada, baseada em [18]. Para tal, será considerado, como exemplo, um problema genérico de otimização: a minimização da massa de uma viga fixada em uma das extremidades e sujeita a uma força F na outra extremidade, como ilustrado na Figura 2.1. Neste problema considera-se uma restrição de máxima tensão. Na Figura 2.2 são ilustrados os tipos de solução esperados para cada uma das técnicas.

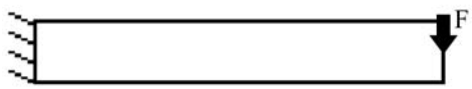


Figura 2.1: Ilustração da configuração inicial de uma viga em um problema de otimização

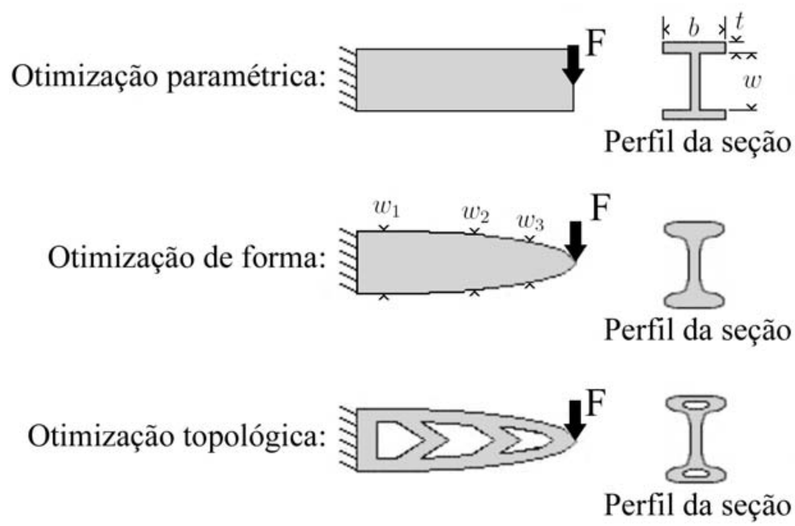


Figura 2.2: Ilustração de prováveis tipos de solução encontrados por diferentes técnicas de otimização aplicadas no problema da viga em flexão

As características básicas das técnicas citadas anteriormente são:

- **Otimização paramétrica:** assume-se uma forma geométrica pré-definida para a estrutura, por exemplo uma viga em "I", e se define como variáveis de projeto dimensões (ou razão entre as dimensões) que caracterizam a estrutura, como por exemplo b, w, e t na viga ilustrada na Figura 2.2. Então, utilizando-se de métodos de otimização, são determinados os valores ótimos destas variáveis que fornecem a menor massa possível e que satisfazem a restrição de tensão imposta;

- **Otimização de forma:** nesta abordagem, uma superfície de contorno (interna ou externa) da estrutura é alterada. No exemplo apresentado na Figura 2.2, tem-se o contorno da viga definido por uma curva quadrática que passa pelos pontos definidos pelas espessuras w_1, w_2, e w_3, definidas em três pontos de interesse da viga. Também neste caso a função objetivo é minimizada levando-se em conta as restrições do problema;

- **Otimização topológica:** a última técnica mostrada na Figura 2.2 consiste em se encontrar a distribuição ótima de material dentro de uma região de interesse, levando-se em conta as restrições do problema. Neste caso, as variáveis de projeto podem ser definidas como a presença ou não de material em cada ponto do domínio.

2.3.2 Métodos de resolução de problemas de otimização estrutural

Dentre os métodos de resolução de problemas de otimização estrutural, dois grupos podem ser destacados: os métodos baseados no gradiente (*Gradient-based methods*) e os métodos que não utilizam o gradiente (*Gradient-less methods*) [27].

Os métodos baseados no gradiente se baseiam em informações obtidas do vetor gradiente para definir a estratégia de otimização. Estes executam a chamada análise de sensibilidade, que avalia o comportamento do sistema quando as variáveis de projeto são modificadas. Neste grupo, o cálculo do gradiente geralmente representa uma grande parcela do "custo computacional" [17]. Dentre os métodos desta categoria pode-se citar o método do gradiente (Apêndice C.2.1), o método de Newton e o método do gradiente conjugado [3].

Os métodos não baseados no gradiente não necessitam do cálculo do vetor gradiente. Estes geralmente se comportam melhor do que os métodos baseados no gradiente quando o problema a ser resolvido apresenta diversos pontos de mínimo local [17]. Como exemplo destes métodos pode-se destacar os métodos evolucionários, comos os métodos baseados em algoritmos genéticos [21], e os métodos probabilísticos, como o método de Monte Carlo [17].

2.4 Técnicas de parametrização do modelo em elementos finitos

Neste trabalho, duas técnicas de parametrização do modelo em elementos finitos foram implementadas em linguagem APDL[1]: a técnica de parametrização pelo modelo geométrico e a

[1] Os comandos em linguagem APDL referentes às técnicas de parametrização são apresentados junto dos códigos dos exemplos no Apêndice E.

técnica de parametrização pela posição de nós. Estas são apresentadas nas seções 2.4.1 e 2.4.2, respectivamente.

2.4.1 Parametrização pelo modelo geométrico

A técnica de parametrização pelo modelo geométrico define as dimensões do modelo geométrico através das variáveis de projeto. Em cada iteração de otimização, a geometria do problema é modificada e uma nova malha de elementos finitos é criada.

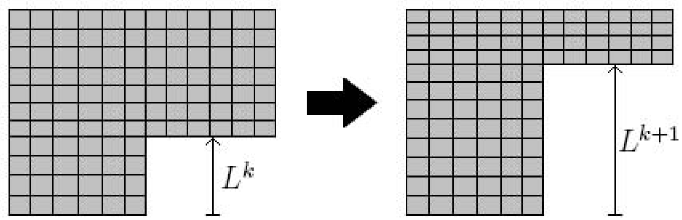


Figura 2.3: Ilustração do modelo geométrico e da malha de elementos finitos em duas iterações consecutivas de otimização utilizando a técnica de parametrização pelo modelo geométrico (L^k e L^{k+1} representam a variável de projeto em duas iterações consecutivas)

Esta técnica pode ser mais adequada para os casos em que a geometria do modelo em elementos finitos pode ser parametrizada e/ou quando as mudanças resultantes na geometria são grandes quando comparadas ao tamanho dos elementos da malha.

A utilização desta técnica exige que a malha de elementos finitos seja regerada à cada iteração de otimização, o que pode tornar o processo "caro computacionalmente".

Os valores das variáveis de projeto podem definir características do modelo geométrico que sejam de interesse do usuário, como por exemplo, comprimentos, ângulos, diâmetro e posição de furos, espessuras, curvatura de superfícies, entre outros.

Os exemplos de otimização apresentados na seção 5.1 e o exemplo de otimização com contato da seção 5.3.1 utilizam esta técnica de parametrização.

2.4.2 Parametrização pela posição de nós

A técnica de parametrização pela posição de nós define a posição de um conjunto de nós de interesse através das variáveis de projeto. Antes de se iniciar a otimização, uma malha de elementos finitos inicial é definida. Então, em cada iteração de otimização, a posição dos nós de interesse é modificada, alterando a estrutura da malha inicial, e a solução do problema de elementos finitos é recalculada. Este esquema de parametrização é ilustrado na Figura 2.4.

Esta técnica se mostra mais adequada para os casos onde o modelo geométrico do componente não foi construído de forma parametrizada ou para os casos onde é inviável a parametrização

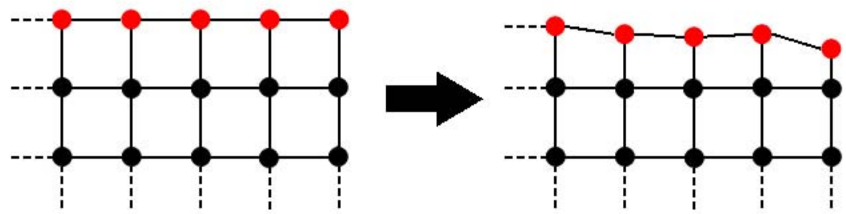


Figura 2.4: Ilustração da malha de elementos finitos em duas iterações consecutivas de otimização de um exemplo utilizando a técnica de parametrização pela posição de nós (em destaque os nós de interesse)

da geometria. Nestas situações, basta uma malha de elementos finitos inicial do modelo para que seja possível executar a otimização. Além disso, não se faz necessário reconstruir a malha ao longo das iterações, diminuindo o custo computacional.

Como desvantagem, esta técnica distorce os elementos finitos da malha. Vale observar que apenas a posição dos nós de interesse é modificada, enquanto a posição dos demais permanece inalterada. Este fato pode causar perda de qualidade dos resultados caso a relação entre o tamanho dos elementos e o tamanho das mudanças propostas não seja adequada.

Neste trabalho são propostos dois esquemas de modificação utilizando a técnica de parametrização pela posição de nós: o esquema de modificação por pontos e o esquema de modificação por curva. Estes esquemas são apresentados à seguir:

- **Esquema de modificação por pontos**

  Neste esquema de modificação, cada variável de projeto controla a posição de um nó de interesse da malha de elementos finitos. A posição dos nós de interesse intermediários aos nós controlados é definida de acordo com a posição destes, criando uma nova forma para uma superfície (por exemplo, pode-se definir superfícies planas "ligando" os nós controlados). É importante observar que cada nó controlado pode ser modificado independentemente do resto do modelo.

  A Figura 2.5 ilustra a malha de elementos finitos em duas iterações consecutivas utilizando este esquema de modificação. As variáveis $L1$, $L2$ e $L3$ são as variáveis de projeto. Cada uma controla a posição de um nó de interesse. A posição dos nós de interesse adjacentes aos nós controlados é definida de forma a criar uma reta entre estes.

  O esquema de modificação por pontos é aplicado no exemplo da seção 6.3.2.

- **Esquema de modificação por curva**

  Neste esquema de modificação, o valor das variáveis de projeto definem uma curva que serve como base para o formato de uma superfície. A posição dos nós de interesse é modificada

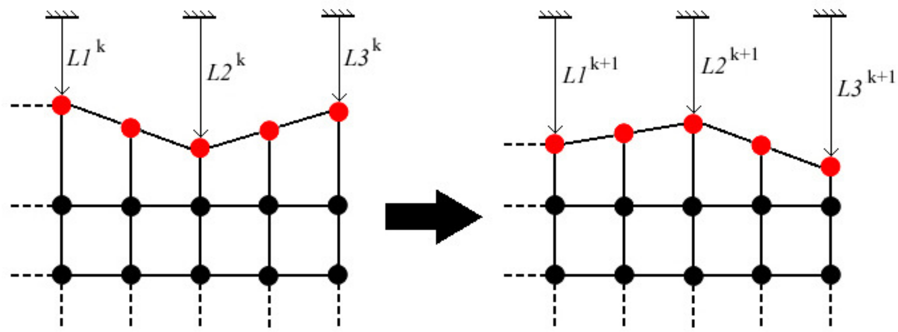


Figura 2.5: Ilustração da malha de elementos finitos em duas iterações consecutivas de otimização utilizando o esquema de modificação por pontos

para coincidir com esta curva, definindo assim a superfície do modelo.

O tipo de curva e a relação entre esta e as variáveis de projeto são definidos pelo usuário. Por exemplo, pode ser definido que a posição vertical dos nós de uma superfície é definida por uma curva do tipo $y(x) = Ax^2 + Bx + C$, onde A, B e C são as variáveis de projeto e x a distância horizontal de cada nó em relação a um ponto de referência.

A Figura 2.6 ilustra a malha de elementos finitos em duas iterações consecutivas de otimização de um exemplo utilizando este esquema de modificação. A variável L é a variável de projeto. Esta define o coeficiente de uma curva do tipo $y(x) = Le^x$. A posição dos nós de interesse é definida de forma que estes coincidam com esta curva de acordo com sua posição no eixo x.

O esquema de modificação por curva é aplicado nos exemplos da seções 5.3.2 e 6.3.3.

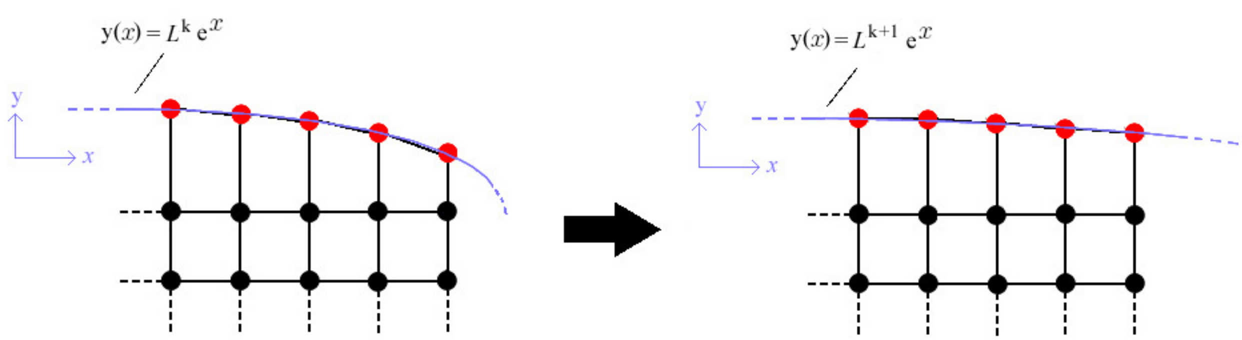


Figura 2.6: Ilustração da malha de elementos finitos em duas iterações consecutivas de otimização utilizando o esquema de modificação por curva

O esquema de modificação por pontos é mais geral do que o esquema por curva por permitir qualquer tipo de superfície ou perfil como resposta, já que a posição de cada nó de interesse controlado independe da posição dos demais, enquanto o esquema de modificação por curva não permite que seja aplicada qualquer outra distribuição dos nós que não seja a descrita pela mesma. Por outro lado, geralmente o esquema de modificação por curva necessita de um número menor de variáveis de projeto, o que traz vantagens em termos de custo computacional.

2.5 Comentários sobre o objetivo de um problema de otimização estrutural

Pode-se dizer que o objetivo final de um problema de otimização estrutural é uma geometria que em operação atinja uma distribuição de tensão constante por todo o corpo, sendo este valor definido pelo projeto [27].

Em um problema de minimização de massa (ou volume), este conceito faz sentido quando se considera que uma região que apresenta tensão mais baixa do que o limite máximo estabelecido está super-dimensionada para esta situação. Uma região ou estrutura super-dimensionada utilizará mais material e, conseqüentemente, terá um custo maior do que o necessário. Por outro lado, quando se obtém uma distribuição uniforme de tensões tem-se um bom aproveitamento das propriedades mecânicas do material em toda estrutura.

Em um problema de minimização de máxima tensão ou pressão de contato, uma distribuição de tensões (ou pressão de contato) uniforme indica que os esforços que a estrutura sofre em operação são igualmente distribuídos pelo volume da estrutura, e que nenhuma região está sobrecarregada em relação a outra.

Capítulo 3

Problemas de otimização no ANSYS (*Design optimization*)

3.1 Aspectos gerais de problemas de otimização no ANSYS

Este capítulo tem como objetivo discutir os principais aspectos de funcionamento do módulo *Design optimization* do software ANSYS. Informações adicionais podem ser encontradas no guia do usuário do ANSYS [2].

O software ANSYS apresenta duas técnicas fundamentais de otimização: a otimização paramétrica e a otimização topológica, e um módulo específico para cada técnica: o *Design optimization* e o *Topological optimization*, respectivamente. Embora não haja um módulo específico para a técnica de otimização de forma, esta pode ser implementada representando uma superfície por parâmetros e resolvendo este problema como se fosse um problema de otimização paramétrica.

3.2 Introdução ao *Design optimization*

Para a aplicação da técnica de otimização paramétrica através do módulo *Design optimization* do ANSYS é necessário definir três tipos de variáveis:

- **Variáveis de projeto (*Design Variables* - DVs):** são as variáveis que são modificadas em busca da melhor configuração da estrutura. Para cada variável deve-se definir o valor inicial, valor mínimo, valor máximo e a tolerância (utilizada nos critérios de convergência do problema);

- **Variáveis de estado (*State Variables* - SVs):** representam as restrições do problema e indicam quando um ponto é factível ou infactível. São consideradas variáveis dependentes, pois variam de acordo com os valores das variáveis de projeto. Para cada uma delas deve-se definir sua relação com as variáveis de projeto, o valor mínimo admissível, o valor máximo admissível e a tolerância (limite além dos valores máximo e mínimo admissíveis em que o valor da função de restrição ainda é considerado aceitável);

- **Função objetivo (*Objective Function*):** representa a função que deve ser minimizada. Deve-se definir a sua expressão em função das variáveis de projeto e a sua tolerância (utilizada nos critérios de convergência do problema).

Durante as iterações do processo de otimização são criadas configurações. Cada configuração apresenta uma combinação de valores para as variáveis de projeto, e valores correspondentes para as restrições e para a função objetivo. Uma configuração será considerada factível se todas as restrições respeitarem os limites e tolerâncias admissíveis. Dentro das configurações factíveis, aquela que apresenta o menor valor da função objetivo é considerada a melhor configuração. No caso da obtenção de todas as configurações infactíveis, a melhor será aquela em que os valores das variáveis de estado são mais próximos dos limites factíveis.

O módulo *Design optimization* possui dois métodos para a resolução de problemas de otimização estrutural: o método *Subproblem aproximation* e o método *First-order optimization*. Neste trabalho o método *Subproblem aproximation* é indicado pela sigla SPA e o método *First-order optimization* pela sigla FOO. Estes são descritos nas seções 3.3 e 3.4, respectivamente.

Para efetuar uma análise de otimização pelo *Design optimization* é necessário criar um arquivo, chamado neste trabalho de arquivo de análise, com as linhas de comando em linguagem APDL (*ANSYS Parametric Design Language*) com informações da modelagem, da parametrização do modelo e das opções para a resolução do problema.

Os principais comandos em linguagem APDL que podem ser utilizados em um problema de otimização são apresentados ao longo do texto junto de suas funções[1].

As principais etapas envolvidas para se efetuar um processo de otimização no ANSYS são:

1. Criação e identificação do arquivo de análise com as definições do modelo de elementos finitos, da parametrização do modelo e da resolução;

2. Definição das variáveis que serão utilizadas na otimização (variáveis de projeto, restrições e função objetivo);

3. Aplicação dos métodos de otimização;

4. Análise dos resultados da otimização e, se necessário, nova aplicação dos métodos de otimização.

3.2.1 Etapas básicas de uma iteração de otimização pelo *Design optimization*

Os métodos de resolução do *Design optimization* fazem a busca pela melhor configuração através de iterações. As principais etapas de uma iteração são:

[1]Os comandos em linguagem APDL são identificados pelo uso de letras maiúsculas e aspas.

1. Inicialização da otimização (determinação do ponto de partida inicial, cálculo de configurações iniciais[2], aplicação do método das penalidades[3]);

2. Determinação de um novo ponto de mínimo seguindo a estratégia de otimização do método aplicado;

3. Cálculo do problema de elementos finitos[4] no novo ponto de mínimo encontrado na etapa anterior;

4. Checagem da convergência. Se os critérios de convergência não são satisfeitos, volta-se para a segunda etapa.

Na Figura 3.1 é apresentada uma ilustração do esquema iterativo de resolução do *Design optimization*.

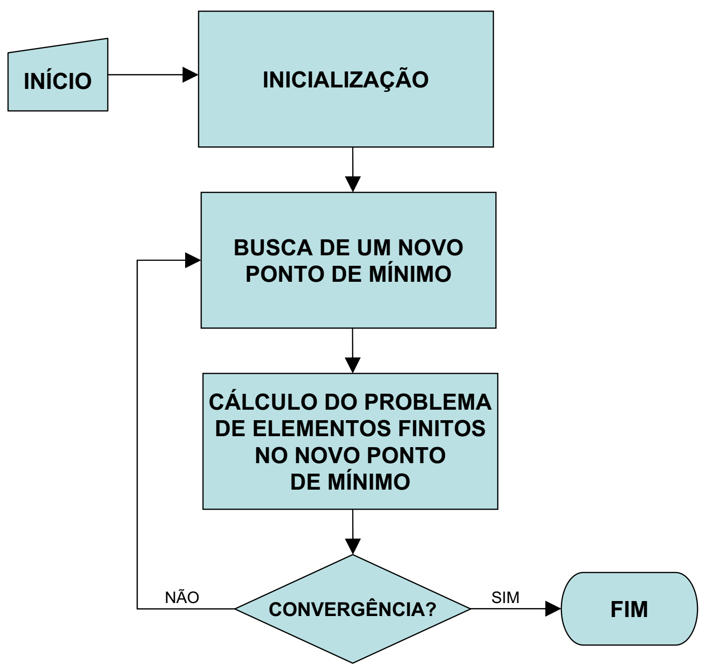


Figura 3.1: Esquema iterativo de resolução de um problema de otimização pelo *Design optimization*

[2]Etapa do método SPA.
[3]Etapa do método FOO.
[4]Neste trabalho são considerados apenas problemas de equilíbrio estático.

3.3 Método de otimização do ANSYS: SPA (*Subproblem aproximation*)

3.3.1 Informações gerais sobre o método SPA

O método SPA[5] de resolução de problemas de otimização é classificado como um método não baseado no gradiente. Este método utiliza os valores das variáveis dependentes (restrições e função objetivo) calculados em certas configurações das variáveis de projeto.

De uma forma geral, em uma iteração do método, o problema inicial de minimização restrita é representado por um problema restrito aproximado através da criação de funções aproximadas por interpolação do valor das variáveis dependentes (restrições e função objetivo) em configurações específicas para valores das variáveis de projeto. Em seguida, este problema restrito aproximado é transformado em um problema irrestrito equivalente através do uso do método das penalidades. Este último problema é, então, resolvido encontrando-se um ponto de mínimo para o problema irrestrito equivalente. Este ponto é utilizado para criar uma nova configuração para o problema real.

A criação das funções aproximadas por interpolação necessita de valores iniciais calculados em uma quantidade mínima de configurações. Considerando n o número de variáveis de projeto presentes no problema, o método necessita de $n + 2$ configurações iniciais[6]. A criação destas configurações iniciais pode ser executada manualmente pelo usuário através de ferramentas de otimização existentes no ANSYS [2], ou, caso o número de configurações não seja suficiente, as configurações serão geradas aleatoriamente.

As opções disponíveis para o método SPA[7] são:

- ***Maximum Iterations:*** número máximo de iterações;
- ***Max infeasible sets:*** número máximo de configurações infactíveis, levando-se em conta as configurações já existentes. Se este número for alcançado, o método termina sem convergência;
- ***For Objective:*** forma da função aproximada que será criada através de interpolação para representar a função objetivo do problema. Pode-se escolher entre:
    - *Linear* (1): função aproximada à partir de interpolação linear;
    - *Quadratic* (2): função aproximada à partir de interpolação quadrática;
    - *Quadrtc + X-Term* (3): função aproximada à partir de interpolação quadrática com termos cruzados;

[5]Na linguagem APDL, o método SPA pode ser utilizado através do comando "OPTYPE, SUBP".

[6]Note que quando $n = 1$, serão necessárias 3 configurações iniciais, número que permite interpolações de segunda ordem.

[7]Na Tabela D.1 são mostrados os valores *Default* e os códigos em linguagem APDL correspondentes de cada opção.

- ***For State Variables:*** forma da função aproximada que será criada através de interpolação para representar as restrições do problema. Pode-se escolher entre as mesmas opções de interpolação existentes para a função objetivo (opção *For Objective* descrita anteriormente);

- ***Weighting Scheme:*** define as ponderações utilizadas na criação das funções aproximadas do problema por meio de interpolação. Esta opção permite que a maneira como são conduzidas as interpolações seja alterada. Suas opções são:

  - *Compound Weigths* (0): Combinação das técnicas 2, 3, e 4 apresentadas à seguir;
  - *Unity Weigths* (1): Todos os pesos são unitários, ou seja, todos as configurações existentes são igualmente ponderadas;
  - *Distance based* (2): As configurações mais próximas da melhor configuração anterior recebem maiores pesos;
  - *Obj Fn. based* (3): As configurações com os menores valores da função objetivo recebem maiores pesos;
  - *Feasibility based* (4): As configurações factíveis recebem maiores pesos do que as infactíveis;

- ***Reform Frequency:*** define a freqüência com que as funções aproximadas são recalculadas. Sendo u o valor escolhido, as funções serão recalculadas à cada u iterações de otimização[8].

O processo de otimização é conduzido inicialmente até que o número mínimo de configurações iniciais exigido seja obtido. Então, o processo é finalizado se alcançado o valor máximo de iterações ou configurações infactíveis, ou se os critérios de convergência forem satisfeitos (qual ocorrer primeiro).

A convergência ocorre se a configuração atual (k), a configuração anterior ($k-1$) ou a melhor configuração ($*$) é factível, e se uma das seguintes condições for satisfeita:

$$\begin{array}{ll} \left|f^k - f^{k-1}\right| \leq \tau; & \left|x_w^k - x_w^{k-1}\right| \leq \epsilon_w; \\ \left|f^k - f^*\right| \leq \tau; & \left|x_w^k - x_w^*\right| \leq \epsilon_w; \end{array} \tag{3.1}$$

onde $w = (1,2,3,...,n)$, n é o número de variáveis de projeto, τ é o valor definido como a tolerância da função objetivo, f é o valor da função objetivo na configuração indicada pelo seu sobre-índice, e ϵ_w é o valor da tolerância definida para a variável de projeto x_w.

[8] A escolha $u = 0$ indica que as funções deverão ser atualizadas em todas as iterações.

3.3.2 Algoritmo básico do método SPA

Considere o problema padrão de otimização apresentado na equação (2.1). O algoritmo básico do método SPA pode ser descrito como:

1. Iniciar contador de iterações: $k = 1$;
2. Verificar se o número de configurações iniciais existentes n_d é suficiente para iniciar o método:
   - Se $n_d < n+2$: Executar o problema com valores aleatórios para as variáveis de projeto até que o número mínimo de configurações iniciais seja alcançado ($n_d = n + 2$). Para cada nova configuração criada faz-se $k = k + 1$;
   - Se $n_d \geq n + 2$: Continuar.
3. Definir o ponto $\mathbf{x}^k = \mathbf{x}^*$, onde $\mathbf{x}^*$ é a melhor configuração encontrada até o momento;
4. Criar as funções aproximadas para a função objetivo e para as restrições[9], obtendo um problema de otimização aproximado;
5. Transformar o problema aproximado restrito criado no item anterior em um problema aproximado penalizado irrestrito através da aplicação de funções de penalidades (vide seção 2.2), criando a função penalizada $Q^k(\mathbf{x})$;
6. Minimizar a função $Q^k(\mathbf{x})$ através da técnica de minimização seqüencial irrestrita SUMT[10], utilizando $\mathbf{x}^k$ como ponto de partida. O novo ponto encontrado é definido como $\widehat{\mathbf{x}}^k$;
7. Criar um nova configuração no ponto $\widehat{\mathbf{x}}^k$, calculando $f(\widehat{\mathbf{x}}^k)$, $g_i(\widehat{\mathbf{x}}^k)$ e $h_j(\widehat{\mathbf{x}}^k)$;
8. Verificar os critérios de convergência. Se estes estiverem satisfeitos, então $\mathbf{x}^*$ (melhor configuração encontrada até o momento) será a solução do problema. Se não, continuar;
9. Calcular o novo ponto $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^* + C(\widehat{\mathbf{x}}^k - \mathbf{x}^*) = (1-C)\mathbf{x}^* + C\widehat{\mathbf{x}}^k$, onde C é um parâmetro[11] dependente do número de configurações infactíveis utilizadas na criação do problema aproximado;
10. Atualizar o contador de iterações: $k = k + 1$ e voltar para a etapa 4.

A Figura 3.2 representa o esquema iterativo de resolução do método SPA.

[9] A maneira como é feita a aproximação é dependente das opções *For Objective*, *For State Variables* e *Weighting Scheme* citadas na seção 3.3.1.

[10] *Sequential Unscontrained Minimization Technique*, que corresponde ao método das penalidades.

[11] C varia entre 0 e 1 e é um parâmetro automático do ANSYS. Note que dependendo do valor de C, $\mathbf{x}^{k+1}$ será mais próximo de $\mathbf{x}^*$ ou $\widehat{\mathbf{x}}^k$.

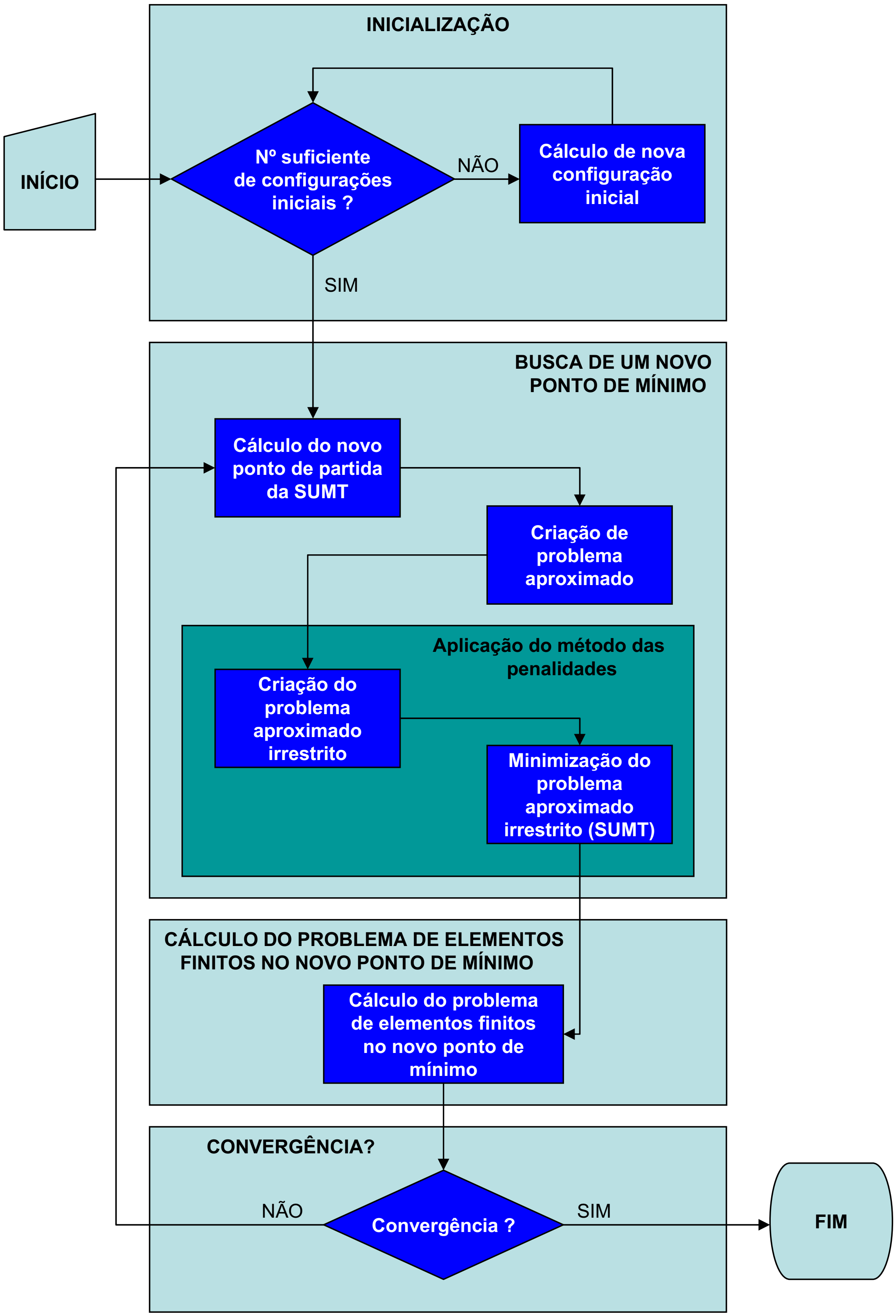


Figura 3.2: Esquema iterativo de resolução do método SPA

3.4 Método de otimização do ANSYS: FOO (*First-order optimization*)

3.4.1 Informações gerais sobre o método FOO

O FOO[12] é um método iterativo de resolução de problemas de minimização baseado no gradiente.

Neste método, o problema inicial de minimização restrita é transformado em um problema de minimização irrestrita através da adição de funções de penalidade referentes às restrições do problema (vide seção 2.2). Após esta etapa, inicia-se um processo iterativo em busca do ponto de mínimo do problema penalizado.

Em cada iteração, parte-se de um ponto inicial, define-se a direção de descida da função através do vetor gradiente, e em seguida, são executadas sub-iterações de busca pelo ponto de mínimo nesta direção (busca unidimensional) até que a convergência seja alcançada.

Para a aplicação do método, o usuário pode definir três opções[13]:

- ***Maximum Iterations:*** número máximo de iterações;
- ***Percent step size:*** define um limite para o passo da busca unidimensional[14]. O limite máximo que pode ser utilizado, α_{max}, é determinado automaticamente em função dos limites definidos para as variáveis de projeto, assegurando que estes limites sejam respeitados. O limite para o passo utilizado nos cálculos será dado por $\alpha_{limite} = SIZE * \alpha_{max}$, onde $SIZE$ é o valor definido pelo usuário (em porcentagem). Neste trabalho, esta opção é chamada de $SIZE$;
- ***Percent forward diff.:*** valor percentual $DELTA$ que define a perturbação δ utilizada no método das diferenças finitas para o cálculo do gradiente (vide Apêndice B.3). O valor do parâmetro δ é definido em função da diferença entre os limites máximo e mínimo de cada variável de projeto e pelo valor de $DELTA$, ou seja, $\delta = DELTA * (|x_{max} - x_{min}|)$.

As iterações são executadas até que se complete o número máximo de iterações ou até que a convergência ocorra. A convergência é verificada comparando-se o valor da função objetivo encontrada na iteração atual, f^k, com o valor encontrado na iteração anterior, f^{k-1}, e com o valor da função objetivo na melhor configuração encontrada até então, f^*. A convergência ocorre se:

$$\left|f^k - f^{k-1}\right| \leq \tau \quad e \quad \left|f^k - f^*\right| \leq \tau; \tag{3.2}$$

[12] Na linguagem APDL, o método FOO pode ser utilizado através do comando em liguagem APDL "OPTYPE, FIRST".

[13] Na Tabela D.2 são mostrados os valores *Default* e os códigos em linguagem APDL correspondentes de cada opção.

[14] O passo utilizado na busca deve ser menor do que este limite.

onde τ é o valor definido como a tolerância da função objetivo.

3.4.2 Algoritmo básico do método FOO

Considere o problema padrão de otimização apresentado na equação (2.1), e um ponto inicial de partida $\mathbf{x}^0$. As principais etapas do método FOO são:

1. Transformar o problema de minimização restrita inicial em um problema penalizado de minimização irrestrita através do uso de funções de penalidades, criando a função penalizada $Q(\mathbf{x})$ (vide seção 2.2);

2. Definir o contador de iterações $k = 0$;

3. Calcular $Q(\mathbf{x}^k)$ e o gradiente $\nabla Q(\mathbf{x}^k)$ através do método das diferenças finitas (vide Apêndice B.3);

4. Definir a direção de descida $\mathbf{d}^k$ à partir do ponto $\mathbf{x}^k$. Dois métodos são utilizados no ANSYS[15] para definir a direção de descida: o método do gradiente e o método das direções conjugadas baseado em Polak-Ribieri, apresentados no Apêndice C.2;

5. Realizar uma busca unidimensional na direção $\mathbf{d}^k$ para definir o passo ótimo $\alpha > 0$ tal que $Q(\mathbf{x}^k + \alpha\mathbf{d}^k) < Q(\mathbf{x}^k)$. Utiliza-se uma combinação do método da seção áurea (*Golden section*) e do método da busca unidimensional por ajuste quadrático (*Linear quadratic fitting*), apresentados no Apêndice C.1;

6. Calcular o próximo ponto: $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \alpha\mathbf{d}^k$;

7. Cálculo do problema de elementos finitos no ponto $\mathbf{x}^{k+1}$;

8. Verificar os critérios de convergência. Se estes estiverem satisfeitos, então terminar e $\mathbf{x}^*$ (melhor configuração até o momento) é a solução do problema[16];

9. Incrementar o contador de iterações: $k = k + 1$ e voltar para a etapa 3.

A Figura 3.3 representa o esquema iterativo de resolução do método FOO.

[15] Na primeira e na última iteração é utilizado o método do gradiente. Nas demais iterações intermediárias é utilizado o método das direções conjugadas baseado em Polak-Ribieri (ver Apêndice C.2.2).

[16] Após a convergência, o ANSYS executa uma iteração adicional utilizando o método do gradiente (vide Apêndice C.2.1) com o objetivo de confirmar a convergência.

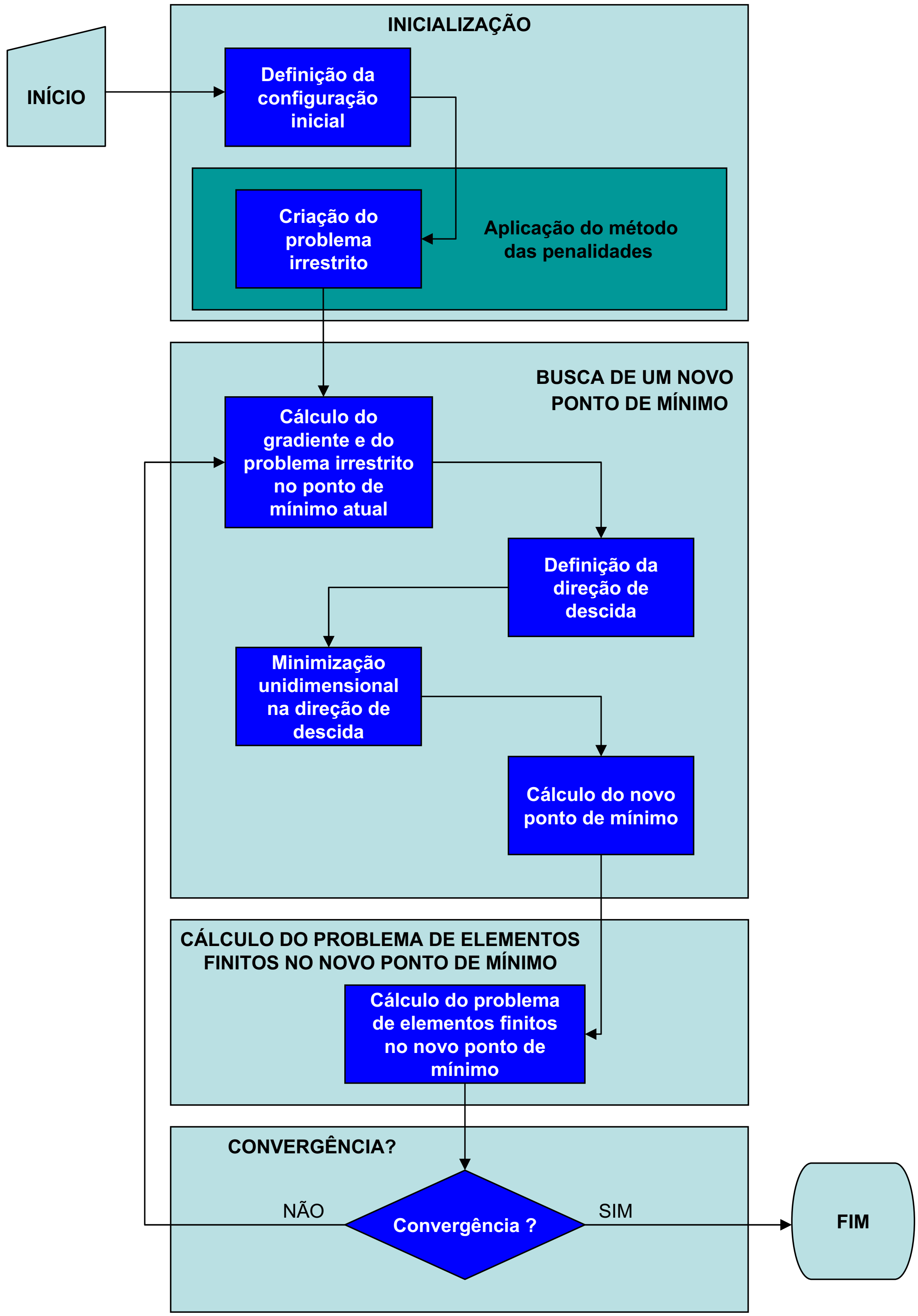


Figura 3.3: Esquema iterativo de resolução do método FOO

3.5 Método combinado: combinação entre método SPA e método FOO

Neste trabalho, foi proposto um método de resolução combinando os dois métodos de otimização do ANSYS de forma seqüencial. O objetivo é aproveitar as características positivas de ambos.

Inicialmente aplica-se o método SPA, e em seguida o método FOO a partir do resultado encontrado pelo primeiro método. Esta estratégia parte do presuposto de que o método SPA é mais eficaz em evitar pontos de mínimo local, e que o método FOO é mais eficaz para encontrar resultados mais refinados.

O método combinado foi utilizado nos exemplos apresentados nas seções 5.1.3, 5.1.4, 5.3.2 e 6.3.

A Figura 3.4 ilustra a busca pelo ponto de mínimo de um função $f(x)$ que apresenta pontos de mínimo local utilizando o método SPA. É esperado que este método seja capaz de evitar as regiões de mínimo local e que o resultado encontrado esteja dentro do intervalo A, ou seja, próximo do ponto de mínimo global do problema. Vale observar que caso este exemplo fosse resolvido pelo método FOO, dependendo do ponto de partida definido para a minimização, o mesmo teria alta probabilidade de encontrar como resposta um ponto de mínimo local.

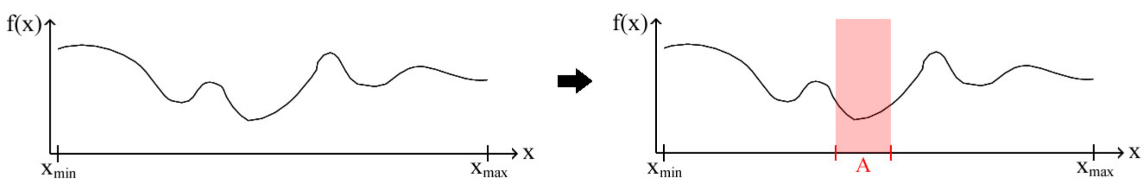


Figura 3.4: Ilustração do intervalo A onde se espera que esteja o ponto de mínimo encontrado pelo método SPA em um problema que apresenta pontos de mínimo local (nota-se que este intervalo é próximo da região de mínimo global do problema)

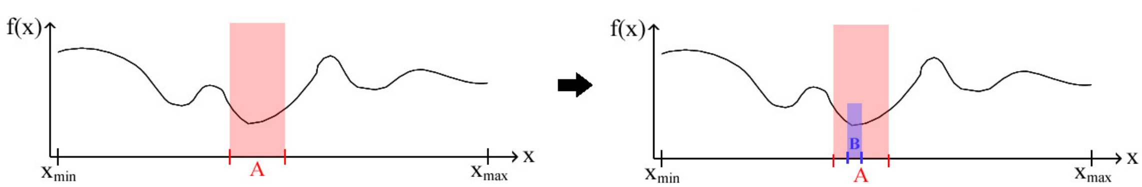


Figura 3.5: Ilustração do intervalo B onde se espera que esteja o ponto de mínimo encontrado pelo método FOO tendo como ponto de partida um ponto dentro do intervalo A (intervalo próximo do ponto de mínimo global do problema)

A Figura 3.5 ilustra a minimização do mesmo exemplo utilizando o método FOO e tendo como ponto de partida o resultado encontrado pelo método SPA, ou seja, um ponto dentro do intervalo A. Neste caso, espera-se que o valor da função objetivo na melhor configuração encontrada esteja dentro do intervalo B e que este seja menor do que o encontrado pelo método anterior.

Outra característica positiva do método combinado se refere ao "custo computacional". O método FOO costuma necessitar de um alto "custo computacional" quando iniciado em um ponto distante do ponto de mínimo do problema. Espera-se que esta influência negativa do ponto de partida seja minimizada com o uso do método combinado, já que o método FOO geralmente é inicializado em um ponto já próximo do resultado do problema quando este é aplicado.

3.6 Observações sobre o método das penalidades no ANSYS

O software ANSYS utiliza o método das penalidades[17] em seu módulo *Design optimization* como metodologia de resolução para o problema de otimização.

O método SPA aplica somente funções de penalidade interior para transformar o problema de minimização restrita em irrestrita. A transformação é feita adicionando-se as funções penalizadoras à função aproximada $\widehat{f}(\mathbf{x})$, obtendo-se uma função aproximada do problema e penalizada na forma:

$$Q(\mathbf{x}) = \widehat{f}(\mathbf{x}) + f_0 C_{PB}[\Sigma P_x(x_i) + \Sigma P_g(g_i(\mathbf{x})) + \Sigma P_h(h_j(\mathbf{x}))] \tag{3.3}$$

onde f_0 é um fator adicionado para regularizar unidades, C_{PB} é o parâmetro de penalidade para as funções de penalidade interior. P_x, P_g e P_h são as funções de penalidade interior referentes aos limites das variáveis de projeto, e às restrições de desigualdade e de igualdade. Vale observar que estas funções de penalidade são criadas à partir de funções aproximadas dos limites e restrições do problema.

Já o método de otimização FOO aplica uma mistura entre funções de penalidade interior e exterior. Neste caso, são utilizadas funções de penalidade exterior para substituir as restrições de limite máximo e mínimo das variáveis independentes, e funções de penalidade interior para substituir as demais restrições do problema. Assim, a equação da função objetivo $f(\mathbf{x})$ é substituída por uma função objetivo penalizada da forma:

$$Q(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + C_{PB}\Sigma P_x(x_i) + C_{PP}[\Sigma P_g(g_i(\mathbf{x})) + \Sigma P_h(h_j(\mathbf{x}))] \tag{3.4}$$

onde C_{PB} e C_{PP} são os parâmetros de penalidade para as funções de penalidade interior e exterior, respectivamente. P_x são as funções de penalidade interior referentes aos limites das variáveis de otimização. P_g e P_h são, respectivamente, as funções de penalidade exterior referentes às restrições de desigualdade e de igualdade.

[17] O método das penalidades é apresentado na seção 2.2.

Capítulo 4

Problemas de otimização com contato

4.1 Formulação de problemas de equilíbrio com contato

Esta seção é baseada no trabalho de Serpa [23].

Os problemas de contato envolvem não linearidades pelo fato de as tensões e a região de contato não serem previamente conhecidas. Este tipo de problema pode ser tratado como um problema de otimização restrita, onde a função objetivo corresponde à energia potencial total dos corpos em contato, Π, e as restrições correspondem às condições cinemáticas de não interpenetração dos corpos. Então, um problema de contato pode ser descrito como:

$$\begin{cases} minimizar & \Pi(\mathbf{u}) \\ sujeito\ a & \mathbf{w}(\mathbf{u}) \leq 0 \end{cases} \tag{4.1}$$

onde $\mathbf{u}$ representa o vetor de deslocamentos do problema de elementos finitos, e $\mathbf{w}(\mathbf{u})$ as condições de não interpenetração entre os corpos (restrições do problema). Portanto, um problema de contato representa o equilíbrio dos corpos em contato sujeito à restrição de que não pode haver interpenetração dos mesmos.

Os problemas de contato presentes neste trabalho são resolvidos utilizando o método do Lagrangiano Aumentado presente no ANSYS [2]. Este método resolve um problema de otimização restrita através da resolução de sucessivos problemas de otimização irrestrita. Trata-se de um método que combina conceitos do método das penalidades com métodos baseados nas condições de otimalidade da minimização da função lagrangiana [3, 23].

4.2 Classificações de problemas de contato no ANSYS

Uma breve descrição das classificações de problemas de contato presentes no ANSYS é apresentada nesta seção [1, 2]. As versões mais recentes do ANSYS apresentam uma ferramenta chamada *Contact Wizard* que agiliza o processo de caracterização do problema de contato.

4.2.1 Pares de contato

A primeira classificação que deve ser feita na criação de um problema de contato é quanto aos pares de contato (*contact pairs*). Deve-se definir os pares de corpos que poderão entrar em contato, e definir qual deles será o corpo de contato (*contact body*) e qual será o corpo alvo (*target body*). Esta definição pode ser feita através da indicação de superfícies, de linhas ou de nós.

Os algoritmos de resolução do ANSYS consideram um corpo em "movimento" (corpo de contato) e o outro "imóvel" (corpo alvo) e checam as distâncias ou penetrações entre eles durante as iterações. De uma forma geral, o corpo de contato deve representar o corpo que mais se desloca durante as iterações, e o corpo alvo deve representar aquele que deve permanecer imóvel. Quando esta classificação não pode ser feita com clareza pode-se optar pela opção de par de contato simétrico, em que o software alterna a classificação de cada corpo durante as iterações [1].

4.2.2 Classes de contato

Os problemas de contato podem ser classificados em duas classes gerais: rígido-flexível (*rigid-to-flexible*) ou flexível-flexível (*flexible-to-flexible*).

Na classe rígido-flexível ocorre a interação entre corpos flexíveis e corpos considerados rígidos. A classe flexível-flexível é mais comumente utilizada. Nesta classe os corpos em contato são deformáveis.

4.2.3 Elementos de contato

O ANSYS disponibiliza diversos tipos de elementos de contato, cada um com características que o fazem mais apropriado para um tipo específico de aplicação [2]. Os elementos de contato são aplicados nas regiões onde se pressupõe que haverão interações de contato. A resolução do problema se dará pelo monitoramento destas regiões durante as iterações de cálculo para se verificar onde ocorre e onde não ocorre contato entre os componentes da simulação.

4.2.4 Modelos de contato

O software ANSYS suporta quatro tipos de modelos de contato: nó-nó (*node-to-node*), nó-superfície (*node-to-surface*), superfície-superfície (*surface-to-surface*) e linha-linha (*line-to-line*).

Para definir qual o modelo mais apropriado deve-se atentar ao tipo de interação que deverá ocorrer entre os componentes do problema. Por exemplo, se esta interação acontecer em uma pequena região de uma superfície poderá ser mais apropriado considerar apenas os nós desta região no cálculo. Porém, se a interação se der em uma área maior de uma superfície poderá ser mais apropriado utilizar outro tipo de modelo. Mais informações à respeito da escolha do melhor modelo de contato podem ser encontradas no guia sobre problemas de contato do ANSYS [1].

4.3 Formulação de problemas de otimização estrutural com contato

Um problema de otimização com contato pode ser descrito como[1]:

$$\begin{cases} minimizar & f(\mathbf{x},\mathbf{u}) & \\ sujeito\ a & g_i(\mathbf{x}) \leq 0 & i = 1,...,m \\ & h_j(\mathbf{x}) = 0 & j = 1,...,l \\ & \mathbf{w}(\mathbf{u}) \leq 0 & \\ & \text{Equações de equilíbrio} & \end{cases} \tag{4.2}$$

onde $\mathbf{x} = [x_1,x_2,x_3,...,x_n]^T$ é um vetor que contêm todas as variáveis de projeto do problema de otimização, $\mathbf{u}$ representa o vetor de deslocamento do problema de elementos finitos, $f(\mathbf{x},\mathbf{u})$ é a função objetivo, $g_i(\mathbf{x})$ uma das m restrições de desigualdade do problema de otimização, $h_j(\mathbf{x})$ uma das l restrições de igualdade do problema de otimização e $\mathbf{w}(\mathbf{u})$ representa as restrições de não interpenetração entre os corpos, a ser satisfeita juntamente com as equações de equilíbrio do problema.

Neste trabalho, o problema de contato atua como uma sub-etapa da otimização, onde o módulo de otimização envia uma configuração do vetor $\mathbf{x}$ e recebe os valores das restrições $g_i(\mathbf{x})$ e $h_j(\mathbf{x})$ e o valor da função objetivo $f(\mathbf{x},\mathbf{u})$ nesta configuração[2].

Esta abordagem apresenta a vantagem de permitir atualizações frequentes das condições de contato durante as iterações e de ser "simples" para implementar, já que exige poucas alterações em relação ao processo de otimização aplicado em problemas sem contato. Como desvantagem, esta exige que sejam resolvidos um grande número de problemas de contato, prejudicando o "custo computacional" da otimização.

As principais etapas de uma iteração de otimização em problemas com contato são:

1. Inicialização da otimização (determinação do ponto de partida inicial, cálculo de configurações iniciais[3], aplicação do método das penalidades[4]), e resolução de problemas de contato;

2. Determinação de um novo ponto de mínimo seguindo a estratégia de otimização do método aplicado. O método FOO resolve problemas de contato nesta etapa;

3. Cálculo do problema de contato no novo ponto de mínimo encontrado na etapa anterior;

[1] O trabalho de Páczelt e Szabó (1994) [20] apresenta uma formulação semelhante.
[2] As configurações geradas satisfazem as condições de equilíbrio do problema de contato.
[3] Etapa do método SPA.
[4] Etapa do método FOO.

4. Checagem da convergência. Se os critérios de convergência não são satisfeitos, volta-se para a segunda etapa.

Na Figura 4.1 é apresentado uma ilustração do esquema iterativo utilizado na otimização de problemas de contato.

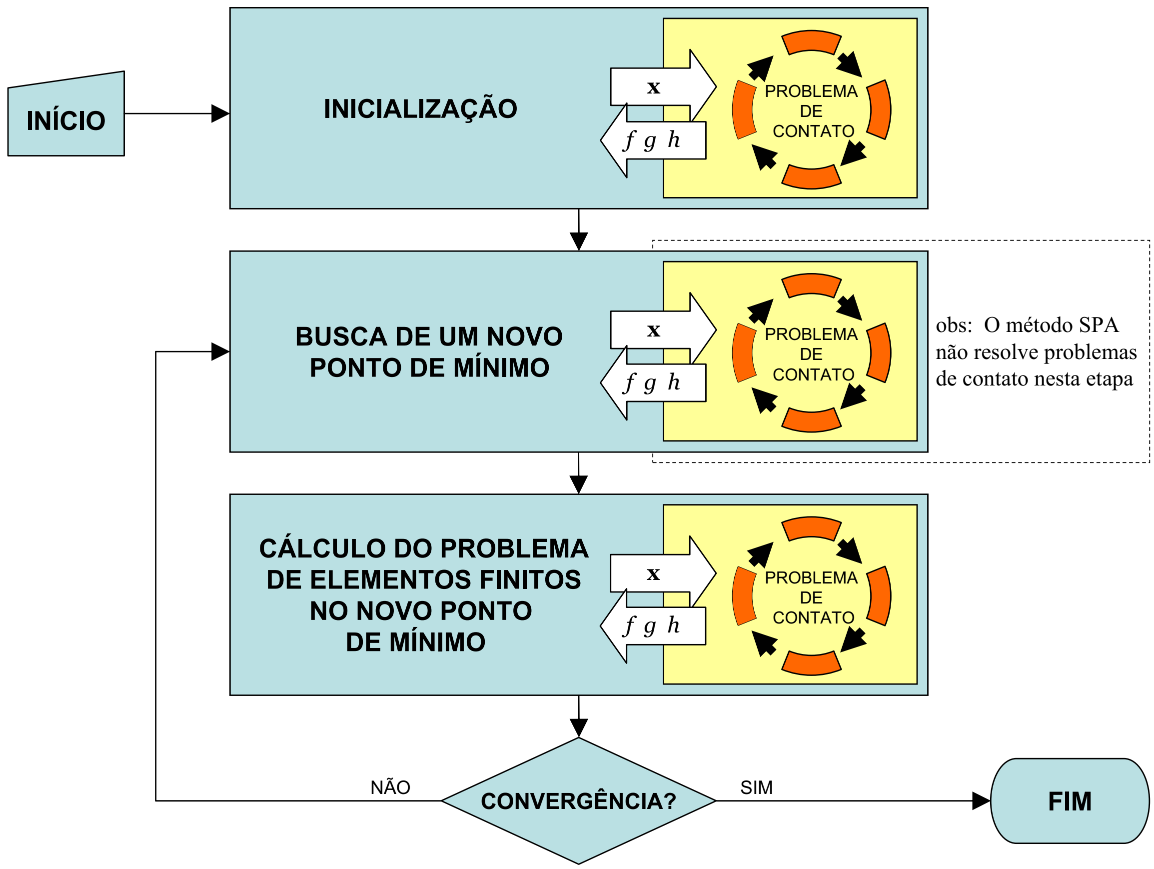


Figura 4.1: Esquema iterativo utilizado na otimização de problemas de contato: o problema de contato atua como uma sub-etapa da otimização, onde o módulo de otimização envia uma configuração do vetor $\mathbf{x}$ e recebe os valores das restrições $g_i(\mathbf{x})$ e $h_j(\mathbf{x})$ e o valor da função objetivo $f(\mathbf{x},\mathbf{u})$ nesta configuração

Capítulo 5

Exemplos de validação

5.1 Exemplos de problemas de otimização no ANSYS

5.1.1 Exemplo da placa plana com furo central (1 variável de projeto)

O objetivo deste exemplo é comparar o comportamento dos métodos de resolução FOO e SPA. O código em linguagem APDL utilizado para a criação deste exemplo encontra-se no Apêndice E.1.

As dimensões estão todas em centímetros e as forças em Newtons. Trata-se de uma placa plana quadrada de dimensões $10cm \times 10cm$ em estado plano de tensões. Considera-se espessura unitária. Em sua configuração inicial, a placa apresenta um furo central de raio $R = 1cm$ e é tracionada por uma carga distribuída $qv = 1000N/cm^2$. As condições de simetria foram utilizadas com o intuito de simplificar o modelo, que pode ser observado na Figura 5.1. O objetivo da otimização neste exemplo é encontrar o menor valor para o volume total respeitando o limite máximo de tensão admissível $\sigma_{adm} = 6000N/cm^2$. O raio R é a variável de projeto.

O modelo de elementos finitos foi criado utilizando elementos bi-dimensionais com 2 graus de liberdade por nó e com 8 nós por elemento do tipo *SOLID82* do ANSYS [2]. O material utilizado apresenta módulo de Young $E = 100000N/cm^2$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0{,}3$. A malha de elementos finitos pode ser observada na Figura 5.2.

Duas variáveis foram definidas para a otimização: σ_{max}, referente ao valor da máxima tensão de von Mises, e V, que representa o volume total da estrutura. Neste exemplo, foram computados os tempos de cálculo através da variável *CPU RUN TIME*[1], CRT, disponível no ANSYS.

Na Tabela 5.1 podem ser observadas as variáveis de otimização utilizadas neste exemplo, seus limites e tolerâncias, e também os valores definidos para a configuração inicial utilizada.

Este exemplo foi resolvido através dos métodos FOO e SPA, ambos em com suas opções nos valores $Default$.

[1] A variável *CPU RUN TIME* não representa o tempo real de cálculo. Seus valores são apenas representativos para comparação entre os métodos aplicados.

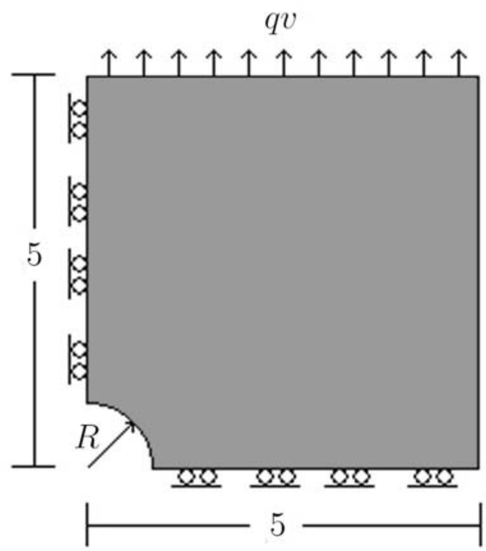


Figura 5.1: Modelo utilizado no exemplo da placa plana com furo central $[cm]$

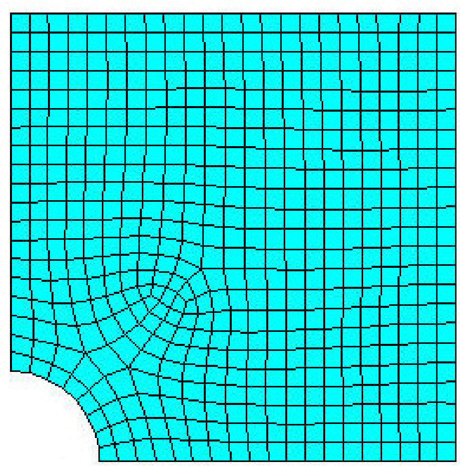


Figura 5.2: Malha de elementos finitos utilizada no exemplo da placa plana com furo central

Tabela 5.1: Variáveis e valores definidos para o exemplo da placa plana com furo central (1 variável de projeto)

Variável	**Tipo**	**Limites**	**Tolerância**	**Config. Inicial**
R	Variável de projeto	$0{,}5 \leq R \leq 4{,}0$	0,0035	1,00
σ_{max}	Variável de restrição	$\sigma_{max} \leq 6000$	60	3284
V	Função objetivo	-	0,10	24,21

A distribuição final das tensões de von Mises encontrada pelo método FOO pode ser observada na Figura 5.3. O valor de σ_{max} excede o valor máximo definido ($6000 N/cm^2$), mas a configuração é considerada factível porque o valor está dentro do limite estabelecido para a tolerância de σ_{max}.

A distribuição final das tensões de von Mises encontrada pelo método SPA pode ser observada na Figura 5.4.

Os resultados encontrados para este exemplo podem ser observados na Tabela 5.2.

Tabela 5.2: Resultados do exemplo da placa plana com furo central (1 variável de projeto)

Variável	**FOO**	**SPA**
R	2,42	2,41
σ_{max}	6023	5977
V	20,41	20,45
CRT	43,31	5,6
Nº iterações	6	6

Conclusões do exemplo da placa plana com furo central (1 variável de projeto)

Pelos resultados conclui-se que o método FOO exigiu mais tempo para executar a otimização do que o método SPA ($CRT = 43{,}31s \times 5{,}6s$). Por outro lado, o mesmo encontrou um resultado melhor comparando-se o volume final ($20{,}41mm^3 \times 20{,}45mm^3$).

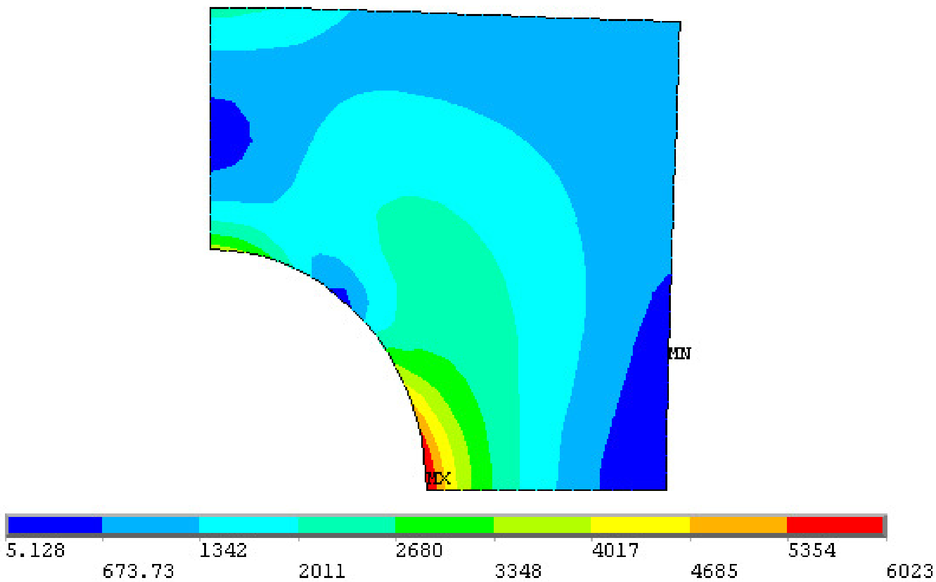


Figura 5.3: Distruibuição de tensões de von Mises da melhor configuração encontrada pelo método FOO $[N/cm^2]$

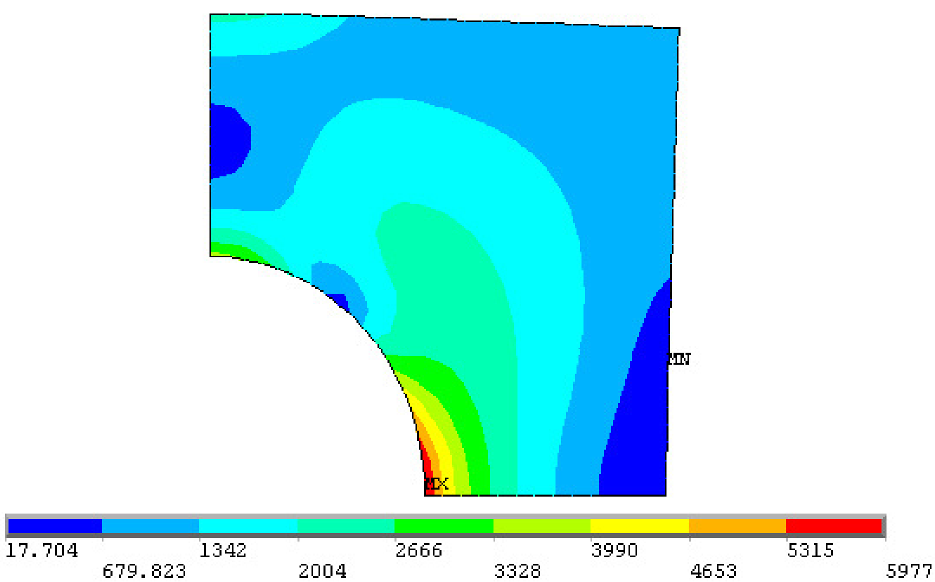


Figura 5.4: Distruibuição de tensões de von Mises da melhor configuração encontrada pelo método SPA $[N/cm^2]$

5.1.2 Exemplo da placa plana com 2 variáveis de projeto

O objetivo deste exemplo é discutir a importância da escolha da configuração inicial do processo de otimização. As dimensões apresentadas estão todas em centímetros e as forças em Newtons. O código em linguagem APDL utilizado encontra-se no Apêndice E.2.

O modelo de elementos finitos segue o modelo apresentado na seção 5.1.1, porém, neste exemplo é adicionado um outro furo à placa e as variáveis de projeto são R e RI. O esquema do modelo utilizado e suas dimensões podem ser observados na Figura 5.5.

O objetivo é diminuir o volume total da estrutura V, respeitando o limite máximo de tensão admissível $\sigma_{adm} = 6000N/cm^2$.

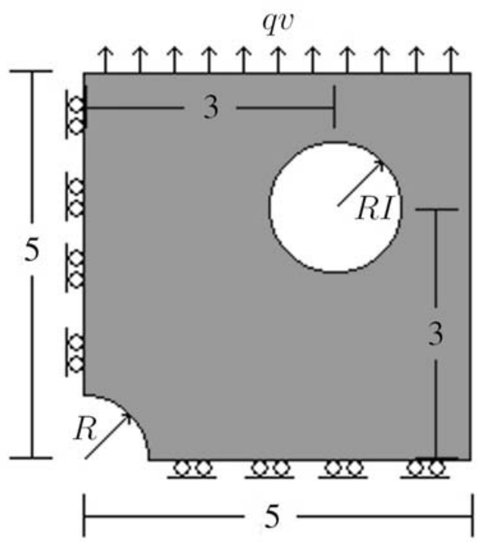


Figura 5.5: Modelo utilizado no exemplo da placa plana com 2 variáveis de projeto $[cm]$

Na Tabela 5.3 podem ser observadas as variáveis de otimização utilizadas neste exemplo, seus limites e tolerâncias e também os valores definidos para as configurações iniciais utilizadas. Neste exemplo foram utilizadas duas configurações iniciais: A e B.

Tabela 5.3: Variáveis e valores definidos para o exemplo da placa plana com 2 variáveis de projeto

Variável	**Tipo**	**Limites**	**Tolerância**	**Config. Inicial A**	**Config. Inicial B**
RI	Variável de projeto	$0{,}5 \leq RI \leq 1{,}75$	0,0125	0,50	1,50
R	Variável de projeto	$0{,}5 \leq R \leq 2{,}45$	0,0195	2,45	0,50
σ_{max}	Variável de restrição	$\sigma_{max} \leq 6000$	60	6610	10386
V	Função objetivo	-	0,15	19,50	17,74

Este exemplo foi resolvido através dos métodos FOO e SPA, ambos em com suas opções nos valores $Default$.

As distribuições de tensão de von Mises encontradas pelo método FOO partindo da configuração inicial A e da configuração inicial B podem ser observadas nas Figuras 5.6 e 5.8, respectivamente.

As distribuições de tensão de von Mises encontradas pelo método SPA partindo da configuração inicial A e da configuração inicial B podem ser observadas nas Figuras 5.7 e 5.9, respectivamente.

Os resultados encontrados para este exemplo podem ser observados na Tabela 5.4.

Tabela 5.4: Resultados do exemplo da placa plana com 2 variáveis de projeto

	Config. Inicial A		**Config. Inicial B**	
Variável	**FOO**	**SPA**	**FOO**	**SPA**
RI	0,58	1,09	1,08	1,13
R	2,14	1,48	1,58	1,42
σ_{max}	5844	5757	5884	5962
V	20,35	19,52	19,40	19,41
Nº iterações	9	7	9	14

Conclusões do exemplo da placa plana com 2 variáveis de projeto

Analisando-se os resultados percebe-se que o método FOO encontrou resultados diferentes quando iniciado à partir das configurações A e B. Este fato demonstra que o método é sensível à definição do ponto inicial. Pode-se dizer que o método encontrou um ponto de mínimo local quando foi iniciado à partir da configuração A. Já o método SPA obteve resultados próximos para ambas as configurações iniciais.

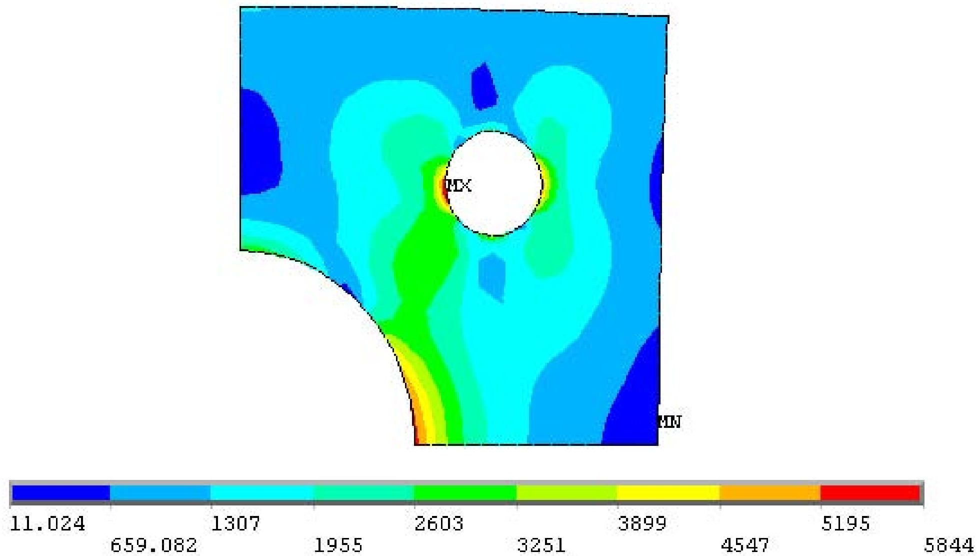


Figura 5.6: Distruibuição de tensões de von Mises da melhor configuração encontrada pelo método FOO, partindo da configuração inicial A $[N/cm^2]$

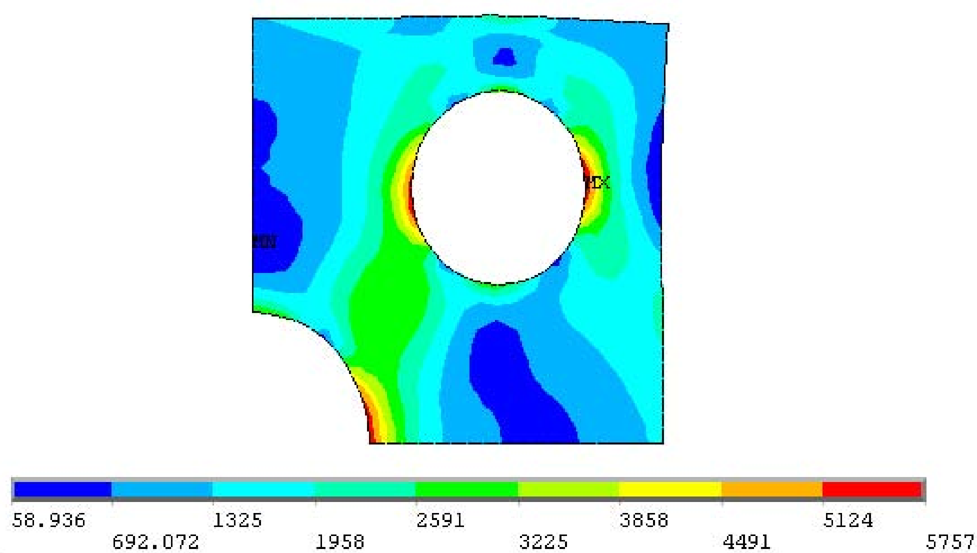


Figura 5.7: Distruibuição de tensões de von Mises da melhor configuração encontrada pelo método SPA, partindo da configuração inicial A $[N/cm^2]$

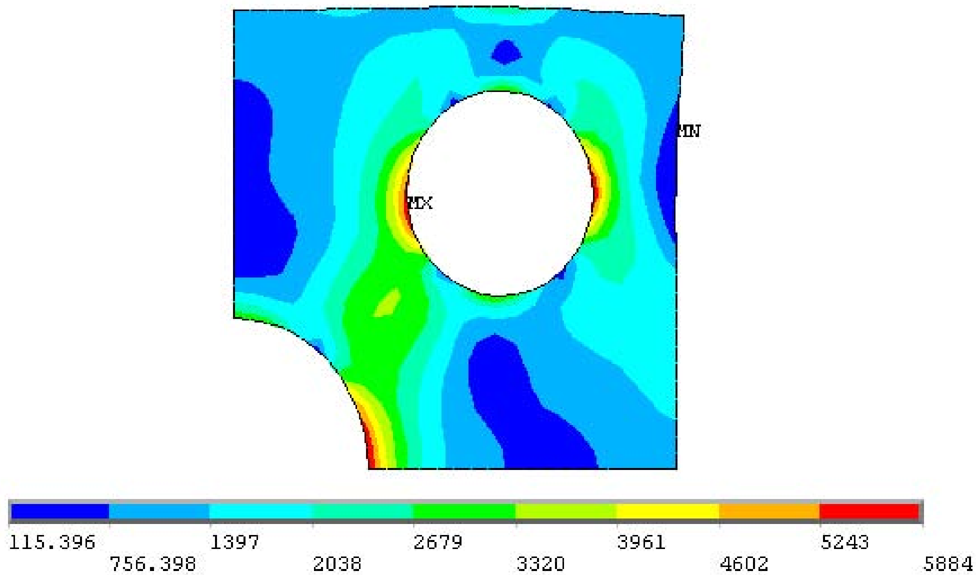


Figura 5.8: Distruibuição de tensões de von Mises da melhor configuração encontrada pelo método FOO, partindo da configuração inicial B $[N/cm^2]$

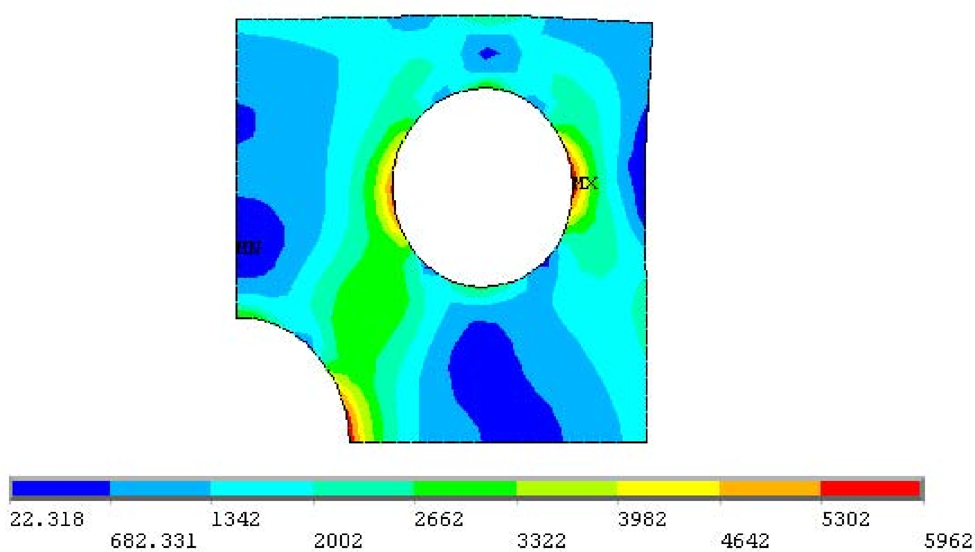


Figura 5.9: Distruibuição de tensões de von Mises da melhor configuração encontrada pelo método SPA, partindo da configuração inicial B $[N/cm^2]$

5.1.3 Exemplo da placa plana com 8 variáveis de projeto

O objetivo deste exemplo é observar a influência das opções básicas presentes nos métodos, e também o comportamento destes em um problema com um número maior de variáveis de projeto.

As dimensões são dadas em centímetros e as forças em Newtons. O código em linguagem APDL utilizado para a criação do exemplo encontra-se no Apêndice E.3.

O modelo de elementos finitos utilizado apresenta as mesmas características do modelo do exemplo da seção 5.1.1, porém neste caso foram adicionadas novas variáveis de projeto. O modelo utilizado, suas dimensões e as variáveis de projeto ($L1$, $L2$, $L3$, $L4$, Rx, Ry, $RAIOx$, e $RAIOy$) podem ser observadas na Figura 5.10.

O objetivo do problema é diminuir o volume total V. A restrição é dada pelo limite máximo de tensão admissível $\sigma_{adm} = 6000 N/cm^2$.

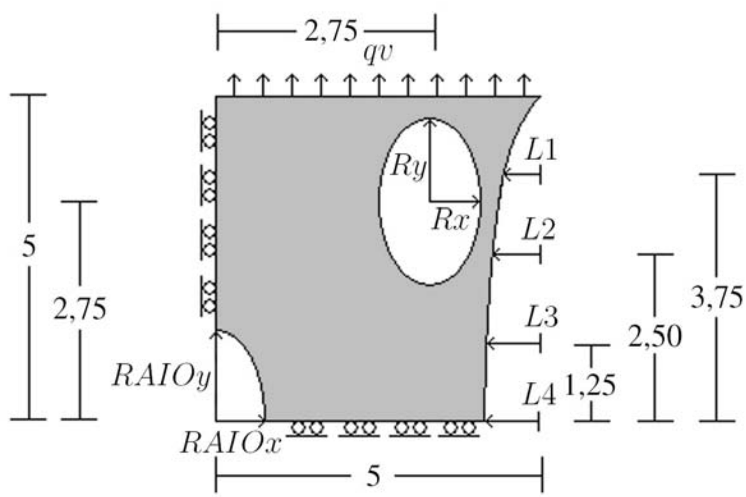


Figura 5.10: Modelo utilizado no exemplo da placa plana com 8 variáveis de projeto $[cm]$

Na Tabela 5.5 podem ser observadas as variáveis de otimização utilizadas neste exemplo, seus limites e tolerâncias, e também os valores definidos para a configuração inicial utilizada.

O problema foi resolvido utilizando-se os métodos FOO e SPA. Para observar a influência das opções básicas presentes nos métodos estas foram modificadas e os resultados foram comparados.

No método FOO, a opção $DELTA$ é relacionada com a diferença δ entre os pontos utilizados no cálculo do gradiente pelo método das diferenças finitas, a opção $SIZE$ é relacionada com os limites da busca unidimensional. No método SPA, a opção *Weighting Scheme* define a importância das configurações existentes na criação da função aproximada utilizada pelo método. Mais informações à respeito destas opções podem ser encontradas nas seções 3.3 e 3.4.

Os seguintes casos foram analisados[2]:

[2]Os valores $Default$ são apresentados nas Tabelas D.1 e D.2.

Tabela 5.5: Variáveis e valores definidos para o exemplo da placa plana com 8 variáveis de projeto)

Variável	Tipo	Limites	Tolerância	Config. Inicial
$L1$	Variável de projeto	$0 \leq L1 \leq 1{,}25$	0,0125	0,25
$L2$	Variável de projeto	$0 \leq L2 \leq 1{,}25$	0,0125	0,35
$L3$	Variável de projeto	$0 \leq L3 \leq 1{,}50$	0,0150	0,45
$L4$	Variável de projeto	$0 \leq L4 \leq 1{,}50$	0,0150	0,55
Rx	Variável de projeto	$0{,}25 \leq Rx \leq 0{,}90$	0,0065	0,50
Ry	Variável de projeto	$0{,}25 \leq Ry \leq 2{,}15$	0,0190	0,50
$RAIOx$	Variável de projeto	$0{,}25 \leq RAIOx \leq 2{,}00$	0,0175	1,00
$RAIOy$	Variável de projeto	$1{,}00 \leq RAIOy \leq 4{,}50$	0,0350	1,00
σ_{max}	Variável de restrição	$\sigma_{max} \leq 6000$	60	4161
V	Função objetivo	-	0,01	21,81

- **Caso 1 - método FOO, $Default$:**

  Nas Figuras 5.11 e 5.12 podem ser observadas a distribuição final de tensões encontrada e a evolução dos valores das variáveis de projeto ao longo das iterações, respectivamente.

- **Caso 2 - método FOO, $DELTA = 1$:**

  Nas Figuras 5.13 e 5.14 podem ser observadas a distribuição final de tensões encontrada e a evolução dos valores das variáveis de projeto ao longo das iterações, respectivamente.

- **Caso 3 - método FOO, $DELTA = 1$, $SIZE = 20$:**

  Nas Figuras 5.15 e 5.16 podem ser observadas a distribuição final de tensões encontrada e a evolução dos valores das variáveis de projeto ao longo das iterações, respectivamente.

- **Caso 4 - método SPA, $Default$:**

  Nas Figuras 5.17 e 5.18 podem ser observadas a distribuição final de tensões encontrada e a evolução dos valores das variáveis de projeto ao longo das iterações, respectivamente.

- **Caso 5 - método SPA, *Weighting Scheme* = *Obj.Fn.based*:**

  Nas Figuras 5.19 e 5.20 podem ser observadas a distribuição final de tensões encontrada e a evolução dos valores das variáveis de projeto ao longo das iterações, respectivamente.

- **Caso 6 - método combinado: método SPA, $Default$ e método FOO, $DELTA = 1$:**

  Nas Figuras 5.21 e 5.22 podem ser observadas a distribuição final de tensões encontrada e a evolução dos valores das variáveis de projeto ao longo das iterações, respectivamente.

Os resultados encontrados no exemplo da placa plana com 8 variáveis de projeto estão representados na Tabela 5.6.

Tabela 5.6: Resultados do exemplo da placa plana com 8 variáveis de projeto

Variável	**Caso 1**	**Caso 2**	**Caso 3**	**Caso 4**	**Caso 5**	**Caso 6**
$L1$	0,64	0,71	0,75	0,66	0,53	0,75
$L2$	0,95	0,98	0,78	0,52	0,98	0,84
$L3$	1,22	1,20	1,11	1,18	1,23	1,00
$L4$	0,01	0,86	0,76	1,31	1,39	1,15
Rx	0,69	0,69	0,72	0,62	0,56	0,73
Ry	1,95	1,94	1,96	1,63	1,71	1,94
$RAIOx$	1,56	1,54	1,54	1,67	1,70	1,53
$RAIOy$	4,50	4,50	4,41	4,49	4,45	4,49
σ_{max}	5994	6058	6017	5914	5956	6056
V	10,53	10,16	10,43	11,37	10,99	10,31
Nº iterações	45	29	33	34	49	34 + 47

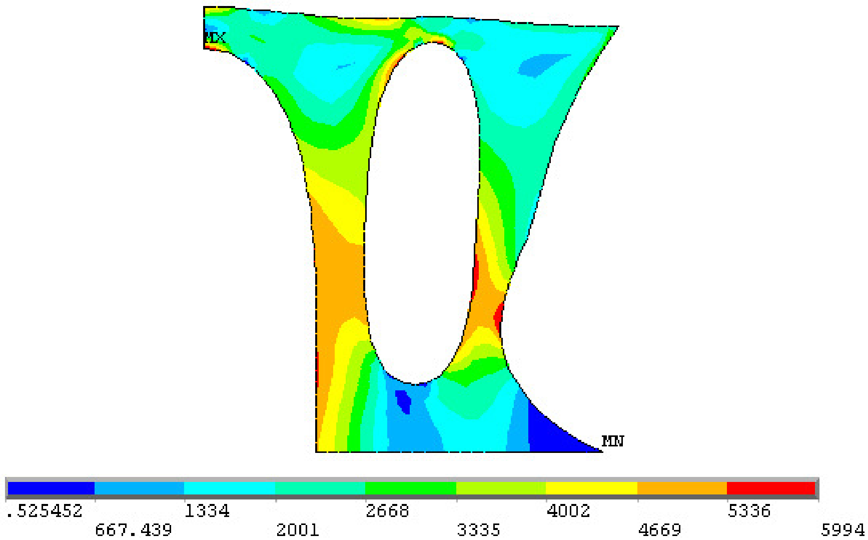


Figura 5.11: Distruibuição de tensões de von Mises para a melhor configuração calculada pelo método FOO, $Default$ (caso 1) $[N/cm^2]$

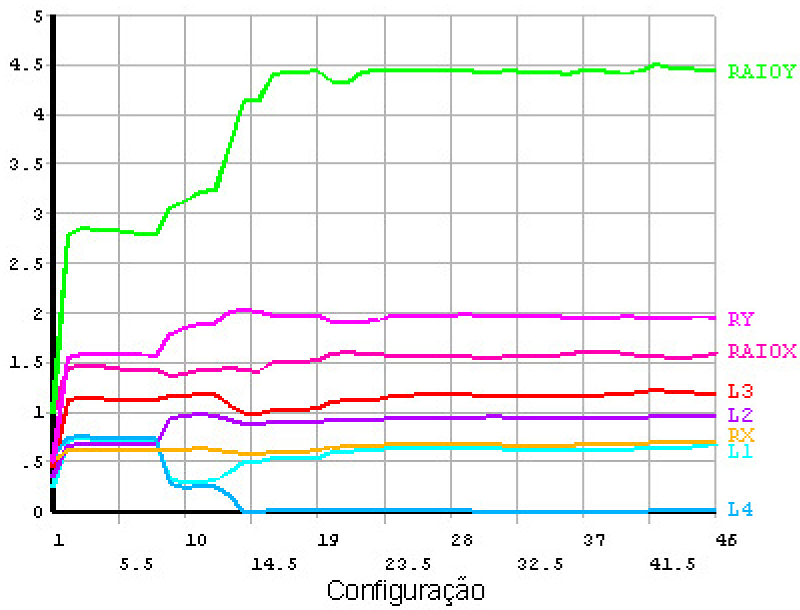


Figura 5.12: Evolução dos valores das variáveis de projeto ao longo das iterações do método FOO, $Default$ (caso 1)

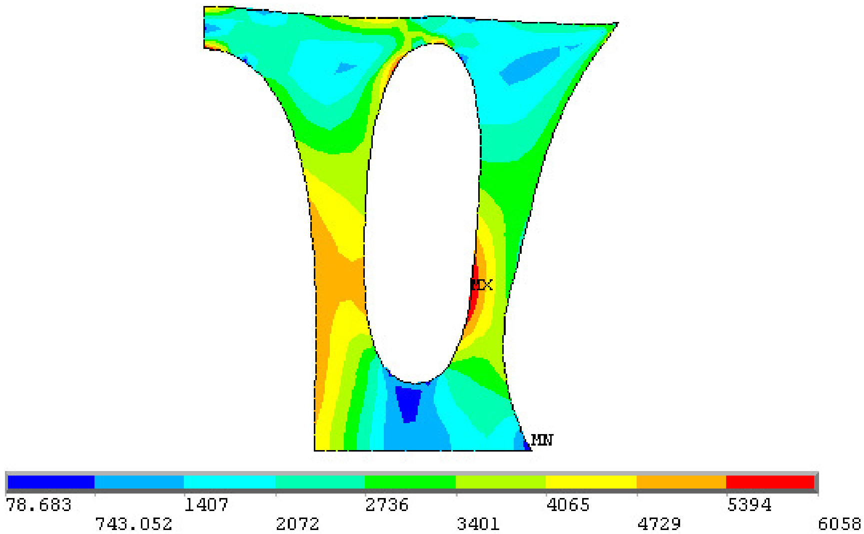


Figura 5.13: Distruibuição de tensões de von Mises para a melhor configuração calculada pelo método FOO, $DELTA = 1$ (caso 2) $[N/cm^2]$

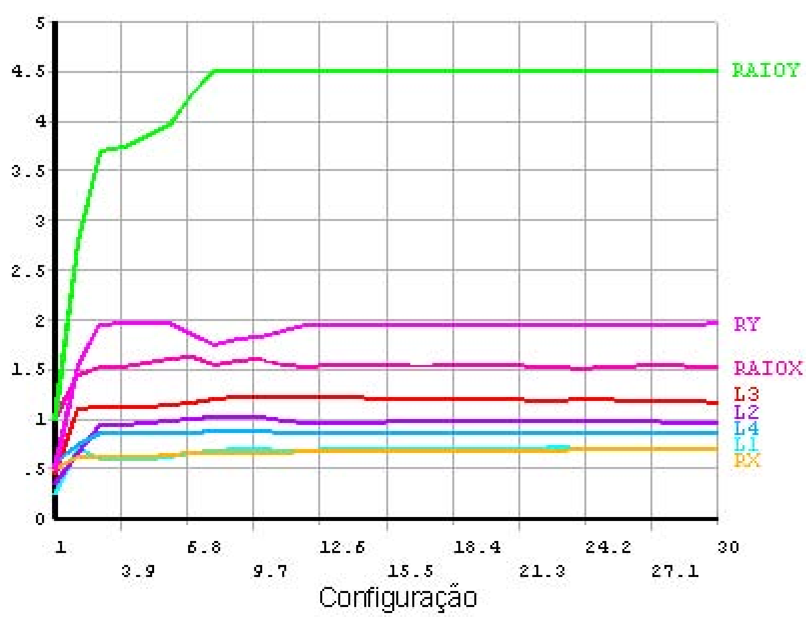


Figura 5.14: Evolução dos valores das variáveis de projeto ao longo das iterações do método FOO, $DELTA = 1$ (caso 2)

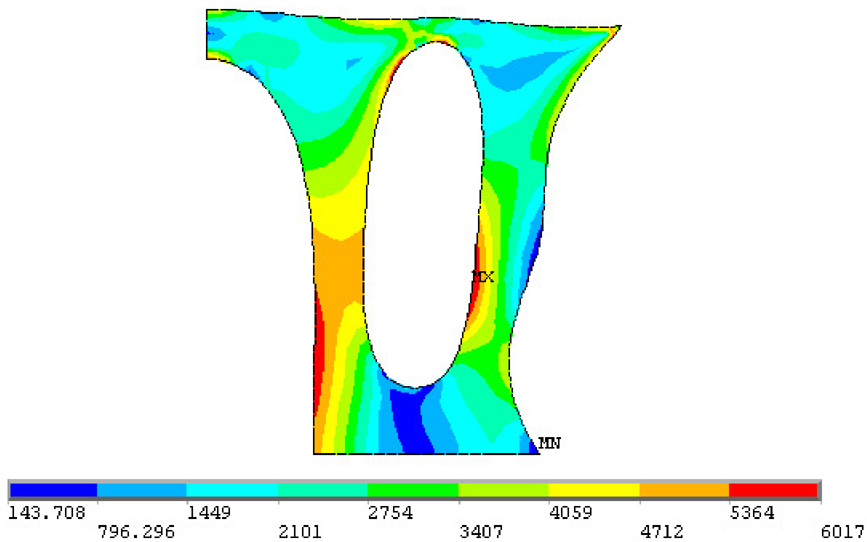


Figura 5.15: Distruibuição de tensões de von Mises para a melhor configuração calculada pelo método FOO, $DELTA = 1$ e $SIZE = 20$ (caso 3) $[N/cm^2]$

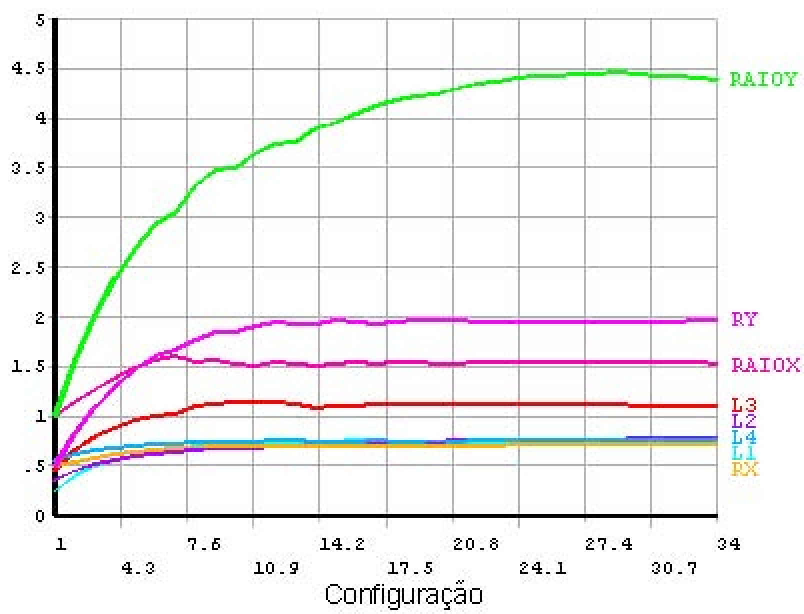


Figura 5.16: Evolução dos valores das variáveis de projeto ao longo das iterações do método FOO, $DELTA = 1$ e $SIZE = 20$ (caso 3)

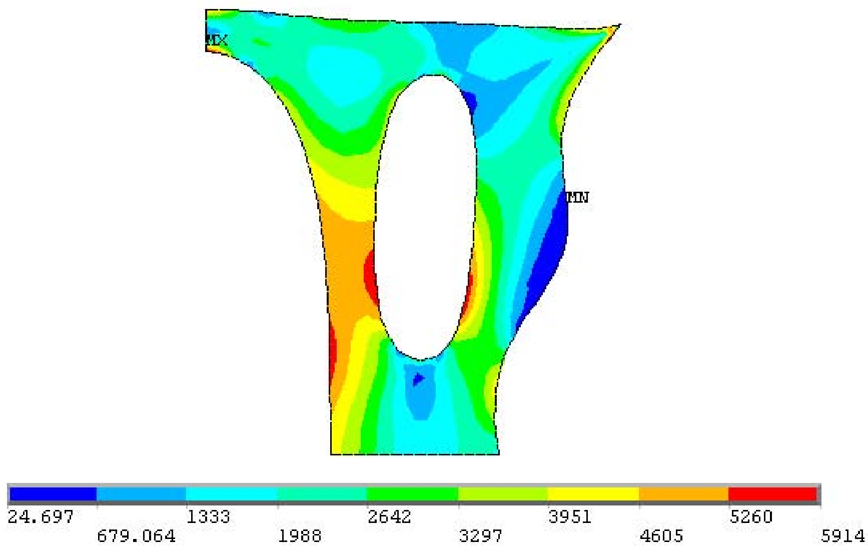


Figura 5.17: Distruibuição de tensões de von Mises para a melhor configuração calculada pelo método SPA, $Default$ (caso 4) $[N/cm^2]$

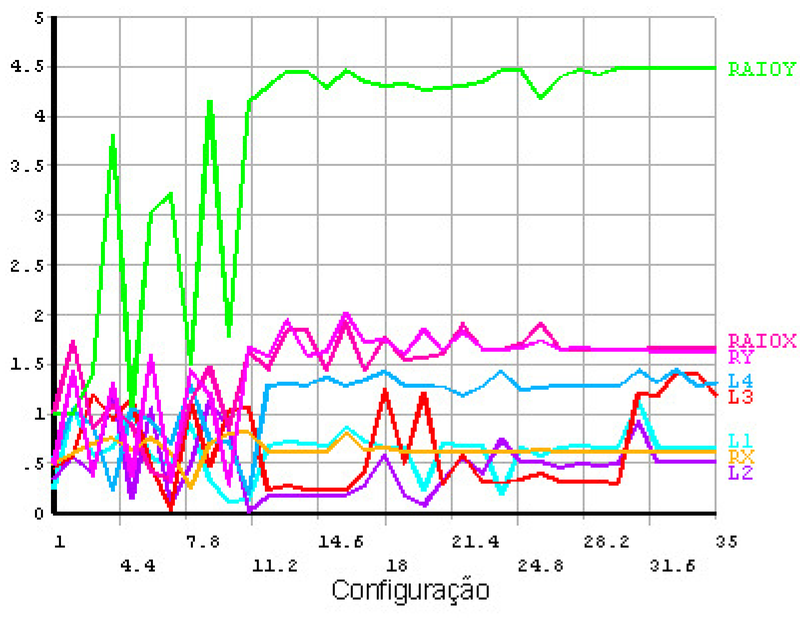


Figura 5.18: Evolução dos valores das variáveis de projeto ao longo das iterações do método SPA, $Default$ (caso 4)

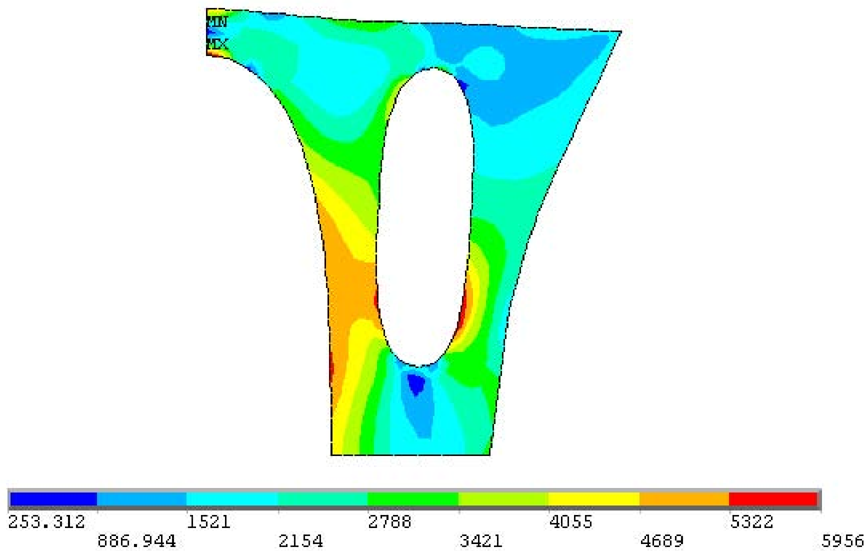


Figura 5.19: Distruibuição de tensões de von Mises para a melhor configuração calculada pelo método SPA, *Weighting Scheme* = *Obj.Fn.based* (caso 5) $[N/cm^2]$

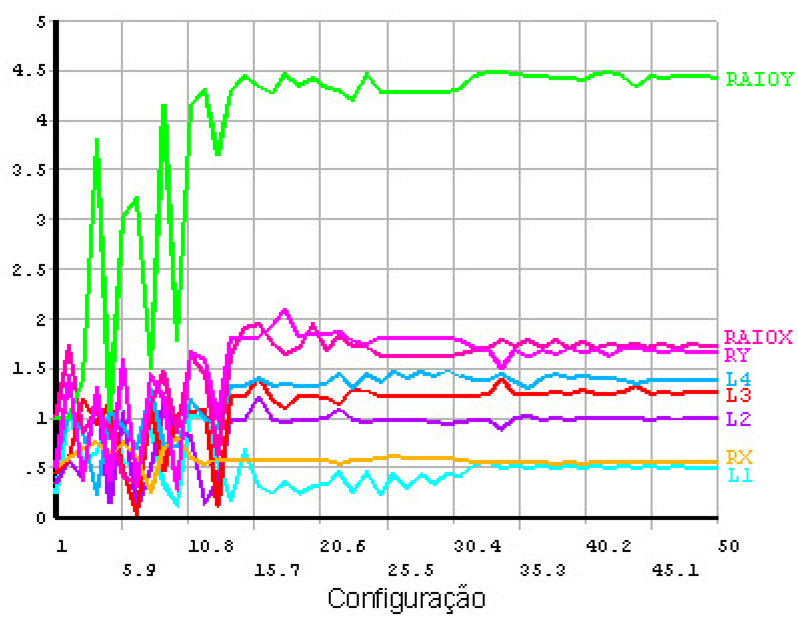


Figura 5.20: Evolução dos valores das variáveis de projeto ao longo das iterações do método SPA, *Weighting Scheme* = *Obj.Fn.based* (caso 5)

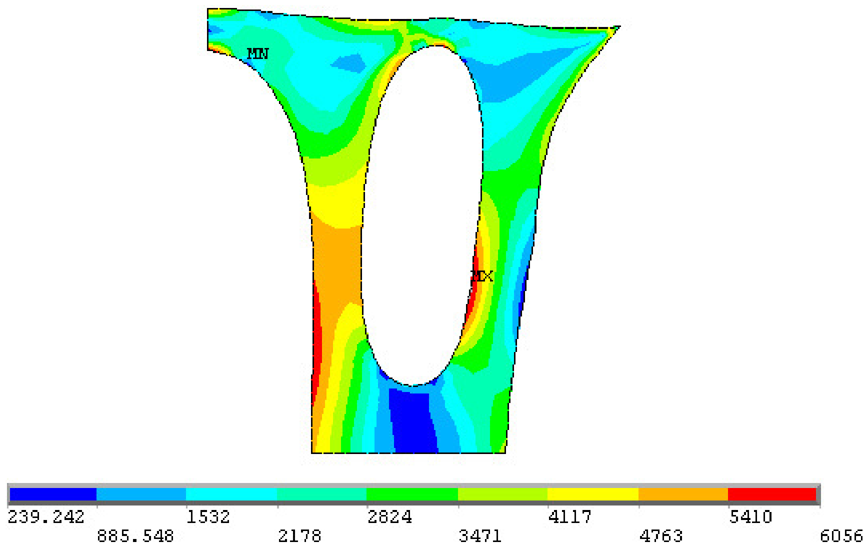


Figura 5.21: Distruibuição de tensões de von Mises para a melhor configuração calculada pelo método combinado: método SPA, $Default$ e método FOO, $DELTA = 1$ (caso 6) $[N/cm^2]$

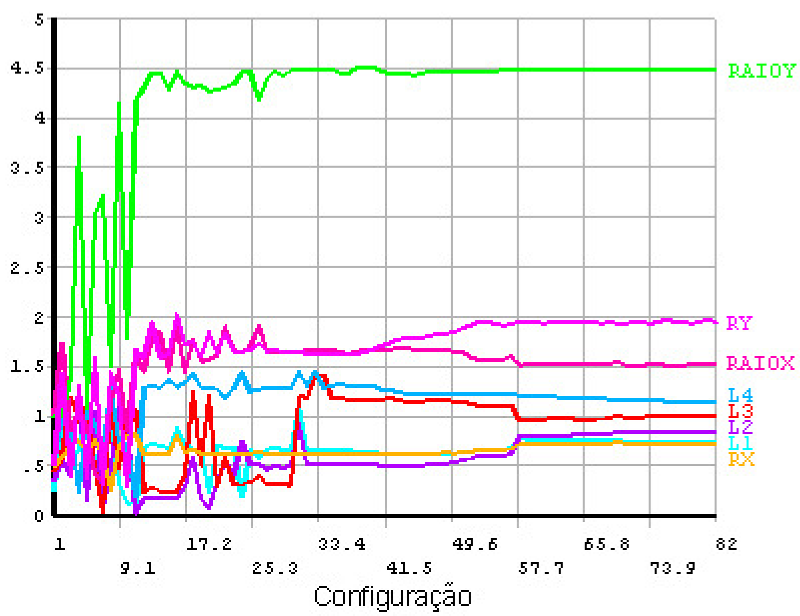


Figura 5.22: Evolução dos valores das variáveis de projeto ao longo das iterações do método combinado: método SPA, $Default$ e método FOO, $DELTA = 1$ (caso 6)

Conclusões do exemplo da placa plana com 8 variáveis de projeto

Comparando-se os resultados calculados (vide Tabela 5.6) pelo método FOO (casos 1, 2 e 3) pode-se dizer que o uso do $DELTA = 1$ no lugar do $DELTA = 0{,}2$ ($Default$) levou a uma estrutura com menor volume ($10{,}16cm^3 \times 10{,}53cm^3$). Também se pode observar pelas Figuras 5.12 e 5.14 que as variáveis de projeto se aproximaram mais rapidamente do ponto ótimo calculado, e que a convergência ocorreu com menos iterações (29×45).

Nas Figuras 5.14 e 5.16 pode-se observar a influência da opção $SIZE$ do método FOO. No cálculo em que se utilizou $SIZE = 20$ a aproximação do ponto de convergência ocorreu de uma forma mais gradual. No geral, o uso do $SIZE = 20$ levou a um pequeno aumento no número de iterações (33×29) e a um resultado menos otimizado ($10{,}43cm^3 \times 10{,}16cm^3$). Também se pode dizer que a convergência ocorreu de uma forma mais suave, já que não houveram mudanças bruscas de uma iteração para outra.

Comparando-se os resultados obtidos (vide Tabela 5.6) pelo método SPA (casos 4 e 5) pode-se perceber que o uso do *Weighting Scheme* = *Obj.Fn.based* levou à um resultado melhor do que a opção $Default$ ($10{,}99cm^3 \times 11{,}37cm^3$). Por outro lado ocorreu um aumento significativo no número de iterações necessárias para a convergência (49×34).

Quando são comparados os dois métodos utilizados, pode-se dizer que o método FOO encontrou resultados mais otimizados. Por outro lado, o método SPA foi mais rápido[3].

No último cálculo executado (caso 6) foi utilizado primeiramente o método SPA, seguido do método FOO. Esta estratégia não levou ao menor volume entre todas as outras ($10{,}31cm^3 \times 10{,}16cm^3$), porém a estrutura encontrada (Figura 5.21) apresenta contornos mais suaves e mais próximos do esperado quando comparada às demais. Por outro lado, demandou um número maior de iterações (81 iterações).

A partir das Figuras 5.12, 5.14, 5.16, 5.18, 5.20 e 5.22, pode-se observar que quando o método FOO é utilizado, as variáveis de projeto não costumam apresentar variações bruscas ao longo das iterações. Para o método SPA, as variáveis de projeto costumam apresentar maiores oscilações em seus valores. Também são perceptíveis mudanças na evolução da resposta durante as iterações quando as opções são modificadas.

[3]O desempenho dos métodos foi comparado no exemplo da seção 5.1.1.

5.1.4 Exemplo da minimização de tensão

O objetivo deste exemplo é apresentar um problema de minimização da máxima tensão em uma estrutura e comparar o uso de opções dos métodos de otimização do ANSYS e o método combinado (apresentado na seção 3.5). As dimensões aplicadas estão todas em centímetros e as forças em Newtons. O código em linguagem APDL utilizado para a criação do exemplo encontra-se no Apêndice E.4.

Trata-se de uma estrutura bidimensional em estado plano de tensões. Considera-se espessura unitária. O modelo utilizado pode ser observado na Figura 5.23. Uma carga distribuída $qv = 120000 N/cm^2$ foi aplicada. $Y1$, $Y2$ e $Y3$ são as variáveis de projeto. A superfície que passa pelos pontos $P1$, $P2$, $P3$, $P4$ e $P5$ foi definida como uma *spline* de segunda ordem [2]. O objetivo deste problema é encontrar os valores das variáveis de projeto em que a estrutura apresente o menor valor para a tensão máxima de von Mises.

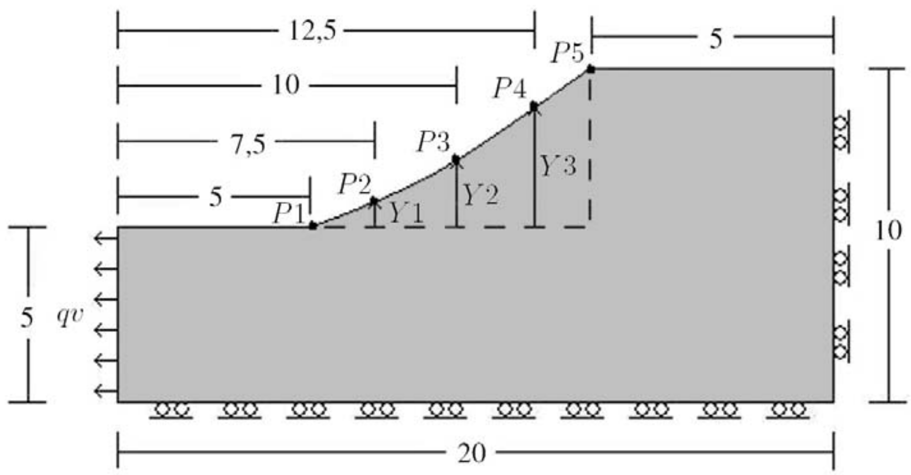


Figura 5.23: Ilustração do modelo utilizado no exemplo da minimização de tensão $[cm]$

O modelo de elementos finitos criado utilizou elementos bi-dimensionais com 2 graus de liberdade por nó e com 8 nós por elemento do tipo *SOLID82* do ANSYS [2]. O material utilizado apresenta módulo de Young $E = 20 \times 10^6 N/cm^2$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0{,}3$. A malha de elementos finitos pode ser observada na Figura 5.24. A variável σ_{max} representa o valor da máxima tensão de von Mises. A variável *CPU RUN TIME* (chamada aqui de CRT) disponível no ANSYS foi utilizada para computar os tempos de cálculo computacional.

Na Tabela 5.7 podem ser observadas as variáveis de otimização utilizadas neste exemplo, seus limites e tolerâncias, e também os valores definidos para a configuração inicial utilizada.

Este exemplo foi resolvido através dos seguintes casos[4]:

[4]Os valores $Default$ são apresentados nas Tabelas D.1 e D.2.

- **Caso 1 - método FOO,** $Default$**:**

  Na Figura 5.27 pode ser observada a distribuição final de tensão encontrada para o caso 1.

- **Caso 2 - método FOO,** $DELTA = 1$**:**

  Na Figura 5.28 pode ser observada a distribuição final de tensão encontrada para o caso 2.

- **Caso 3 - método SPA,** $Default$**:**

  Na Figura 5.29 pode ser observada a distribuição final de tensão encontrada para o caso 3[5].

- **Caso 4 - método SPA, *Weighting Scheme* = *Distance based*:**

  Na Figura 5.30 pode ser observada a distribuição final de tensão encontrada para o caso 4[6].

- **Caso 5 - método combinado: método SPA,** $Default$ **e método FOO,** $Default$**:**

  Na Figura 5.31 pode ser observada a distribuição final de tensão encontrada para o caso 5.

- **Caso 6[7] - método FOO,** $SIZE = 20$**:**

  Na Figura 5.32 pode ser observada a distribuição final de tensão encontrada para o caso 6.

Os resultados encontrados no exemplo de minimização de tensão estão representados na Tabela 5.8. A Figura 5.25 compara o valor da função objetivo encontrado e os tempos de cálculo em segundos de cada caso executado[8] e a Figura 5.26 apresenta a evolução da função objetivo ao longo das iterações em cada caso.

Tabela 5.7: Variáveis e valores definidos para o exemplo da minimização de tensão

Variável	Tipo	Limites	Tolerância	Config. Inicial
$Y1$	Variável de projeto	$0 \leq Y1 \leq 5{,}0$	0,05	2,00
$Y2$	Variável de projeto	$0 \leq Y2 \leq 5{,}0$	0,05	3,00
$Y3$	Variável de projeto	$0 \leq Y3 \leq 5{,}0$	0,05	4,00
σ_{max}	Função objetivo	-	Casos 1 a 5: 1000 Caso 6: 1	326219

[5]Resultados semelhantes foram encontrados através do método SPA com a opção *Weighting Scheme* = *Obj.Fn.based*.

[6]Resultados semelhantes foram encontrados através do método SPA com a opção *Weighting Scheme* = *Unity Weights* e também com a opção *Weighting Scheme* = *Feasibilty based*.

[7]Para o caso 6 a tolerância da função objetivo foi definida igual a 1.

[8]Utilizando computador Pentium4 2,66GHz, 480MB de RAM.

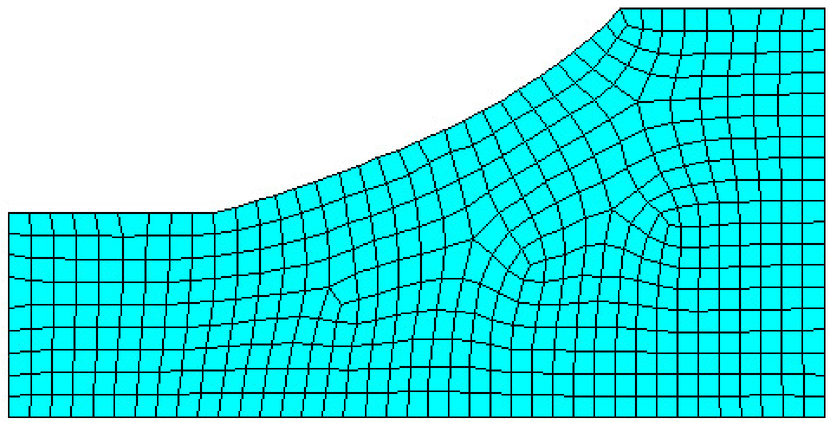


Figura 5.24: Ilustração da malha de elementos finitos utilizada no exemplo da minimização de tensão

Tabela 5.8: Resultados encontrados nos casos no exemplo de minimização de tensão

Variável	**Caso 1**	**Caso 2**	**Caso 3**	**Caso 4**	**Caso 5**	**Caso 6**
$Y1$	0,30	0,35	0,35	1,60	0,32	0,26
$Y2$	0,96	1,57	1,01	3,96	1,02	0,89
$Y3$	2,11	5,00	2,13	2,91	2,13	2,22
σ_{max}	143255	151240	147565	222852	144084	139539
Nº iterações	9	8	14	7	14 + 5	130
CRT	72,47	65,30	13,34	7,22	54,38	1929,67

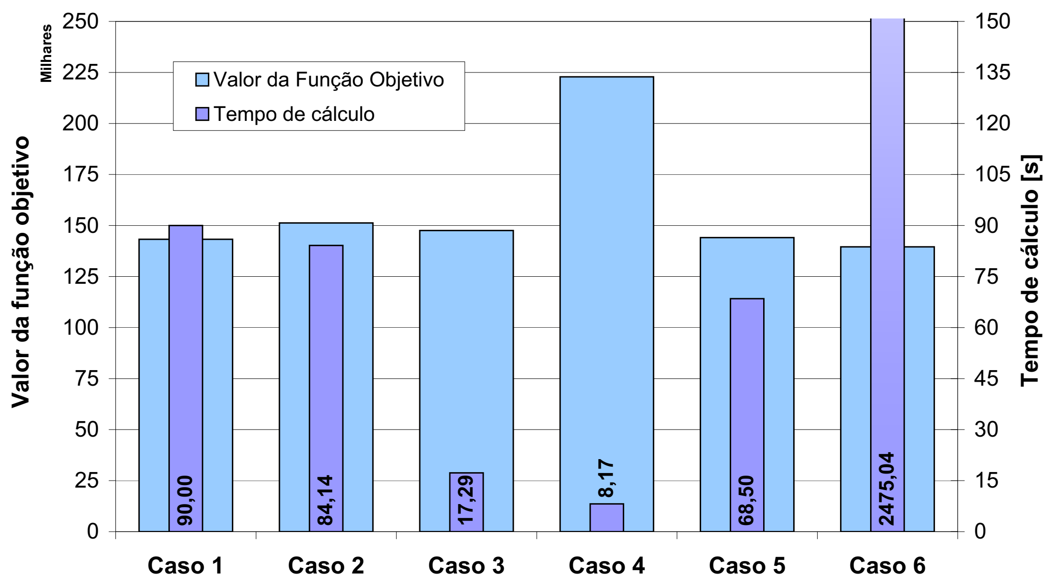
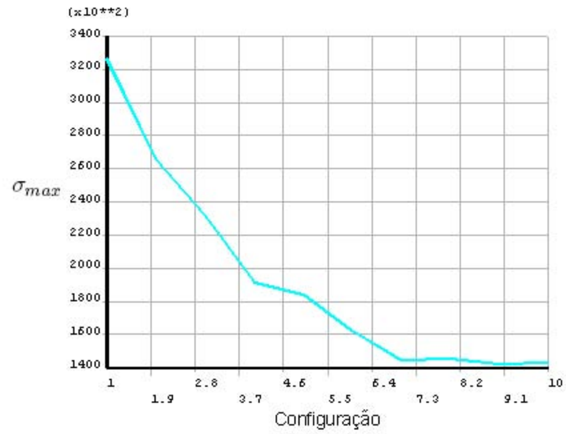
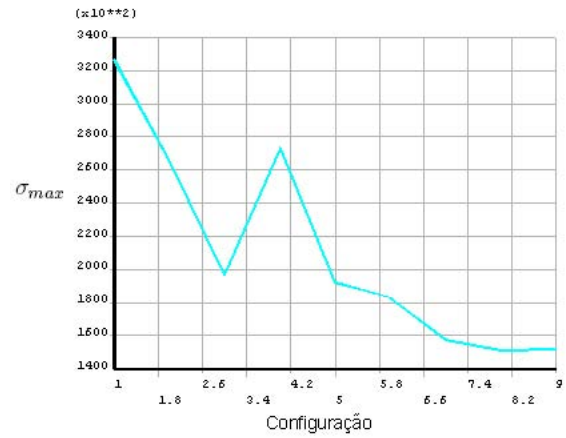


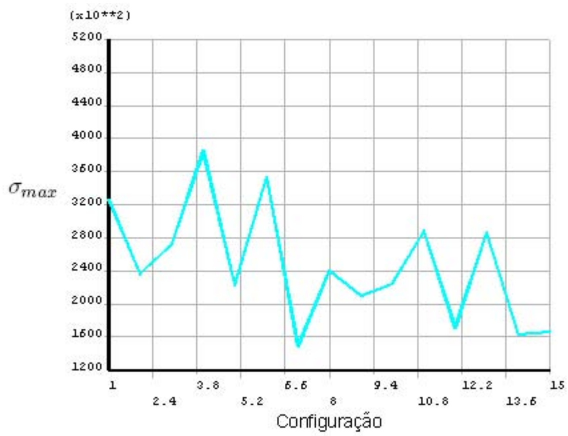
Figura 5.25: Valor da função objetivo na melhor configuração encontrada e o tempo de cálculo para cada caso do exemplo da minimização de tensão



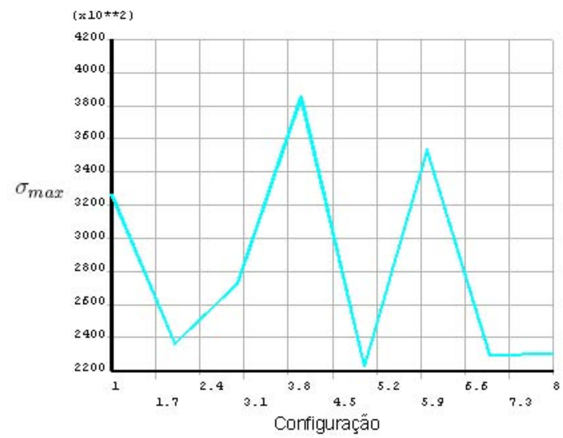
(a) Caso 1



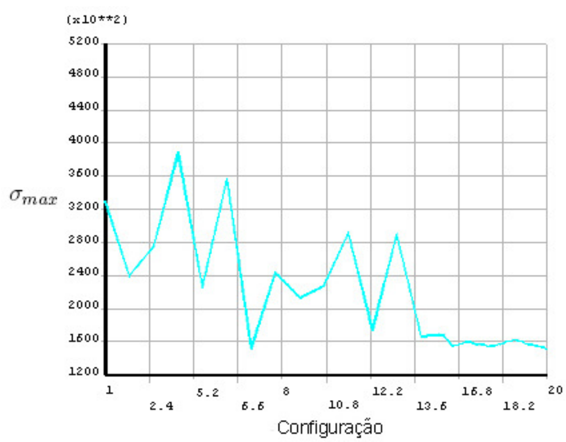
(b) Caso 2



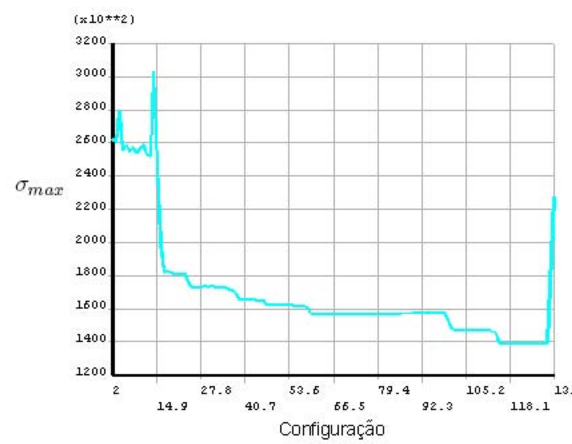
(c) Caso 3



(d) Caso 4



(e) Caso 5



(f) Caso 6

Figura 5.26: Evolução do valor da função objetivo ao longo das iterações de otimização para os casos executados no exemplo da minimização de tensão

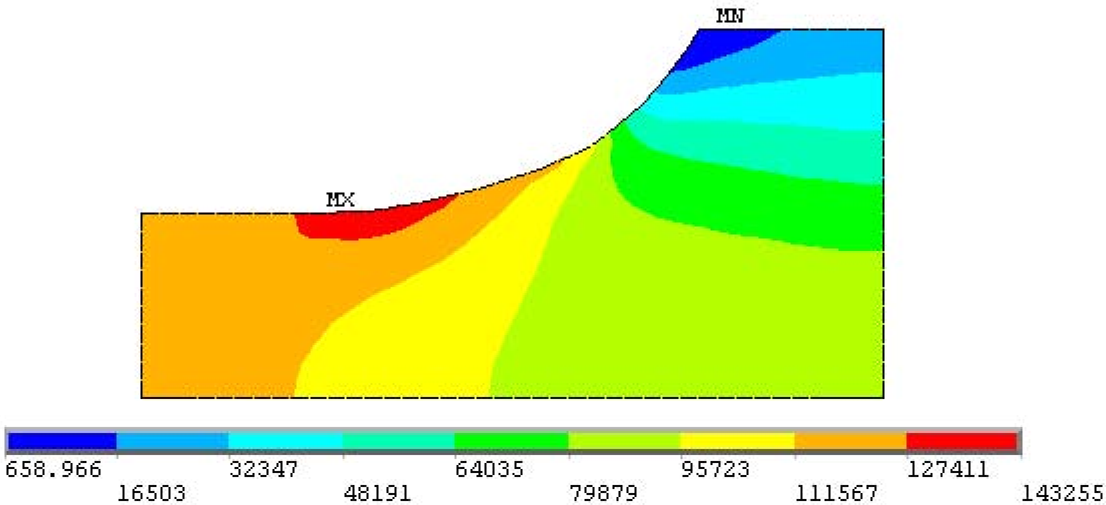


Figura 5.27: Distribuição de tensões de von Mises da melhor configuração calculada pelo método FOO, $Default$ (caso 1) $[N/cm^2]$

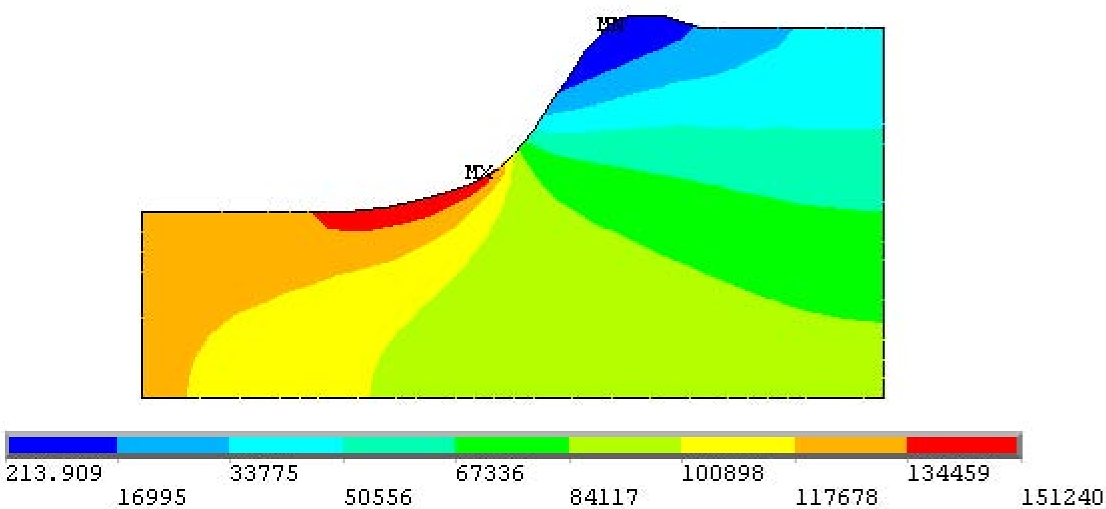


Figura 5.28: Distribuição de tensões de von Mises da melhor configuração calculada pelo método FOO, $DELTA = 1$ (caso 2) $[N/cm^2]$

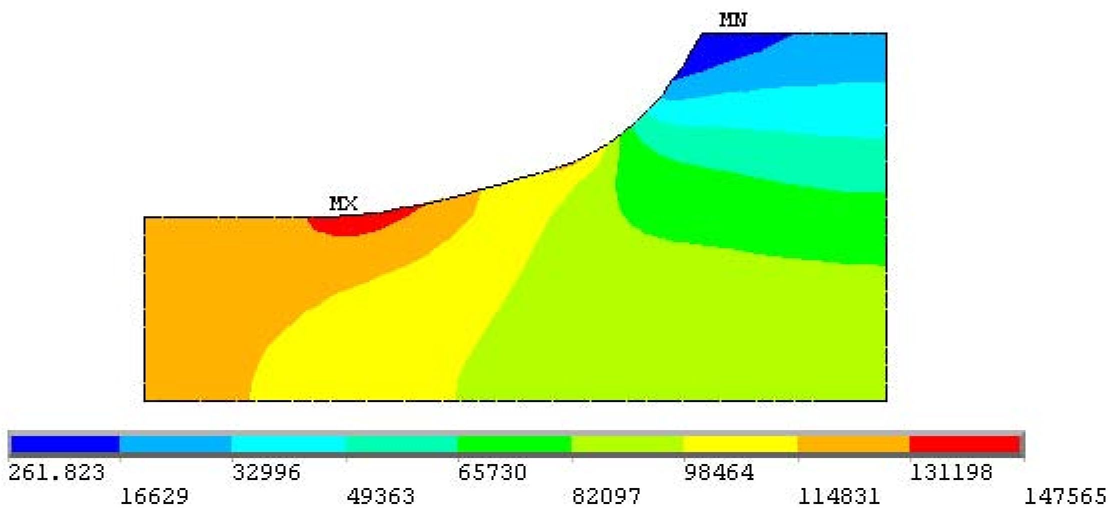


Figura 5.29: Distribuição de tensões de von Mises da melhor configuração calculada pelo método SPA, $Default$ (caso 3) $[N/cm^2]$

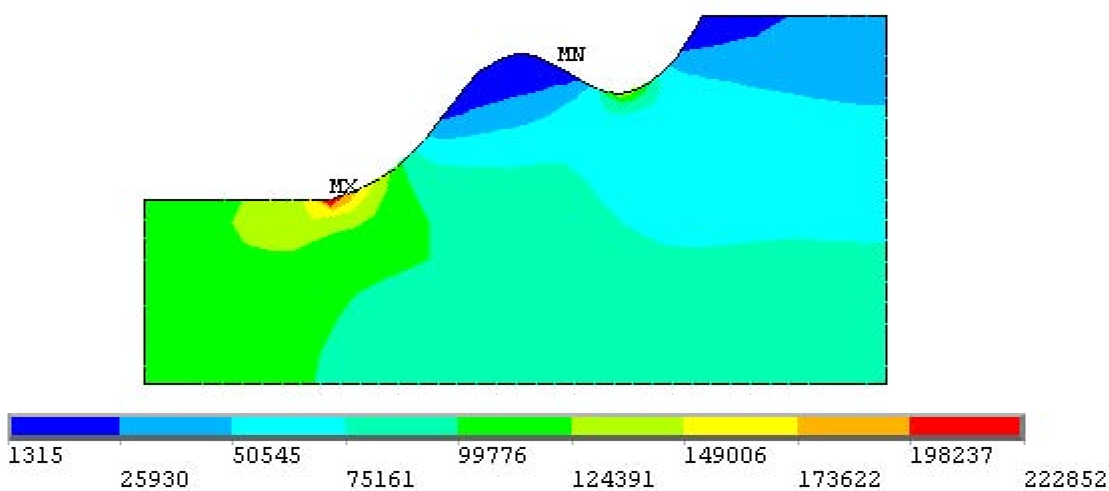


Figura 5.30: Distribuição de tensões de von Mises da melhor configuração calculada pelo método SPA, *Weighting Scheme* = *Distance based* (caso 4) $[N/cm^2]$

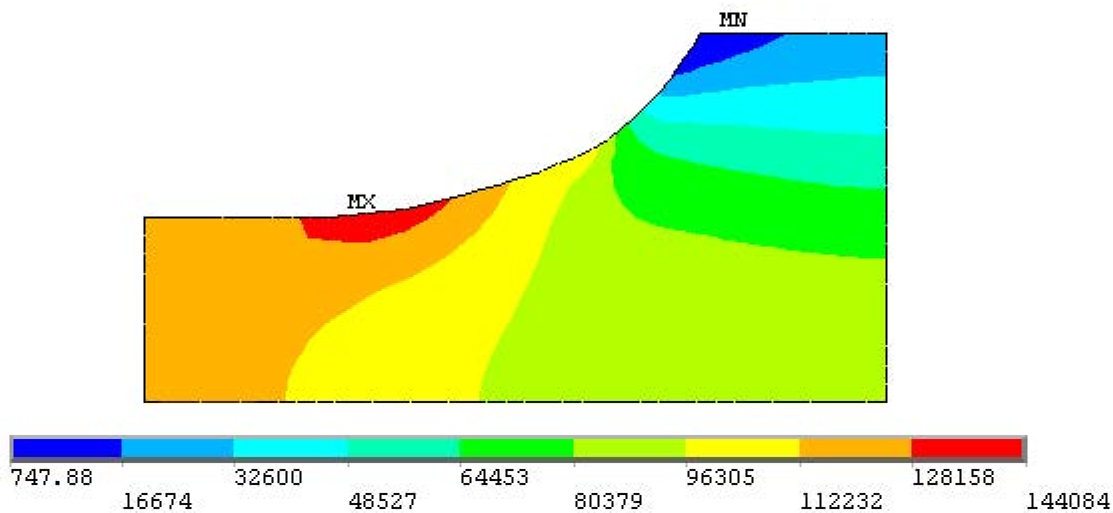


Figura 5.31: Distribuição de tensões de von Mises da melhor configuração calculada pelo método combinado: método SPA, $Default$ e método FOO, $Default$ (caso 5) $[N/cm^2]$

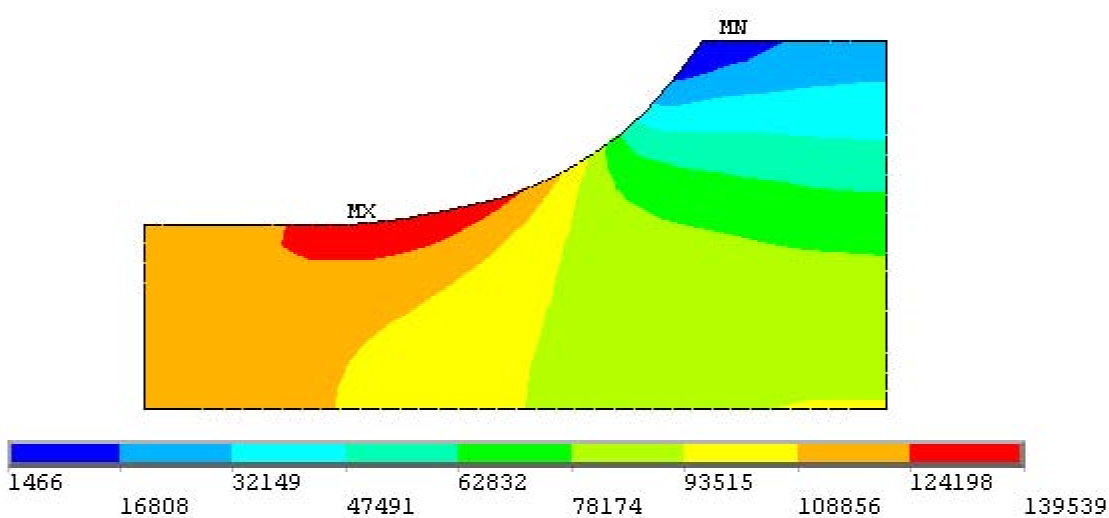


Figura 5.32: Distribuição de tensões de von Mises da melhor configuração calculada pelo método FOO, $SIZE = 20$, tolerância da função objetivo = 1 (caso 6) $[N/cm^2]$

Conclusões do exemplo da minimização de tensão

O resumo dos resultados encontrados neste exemplo é apresentado na Tabela 5.8. Nos casos 1 (Figura 5.27), 3 (Figura 5.29) , 5 (Figura 5.31) e 6 (Figura 5.32) foram encontrados resultados condizentes com o que se espera fisicamente deste problema. Enquanto que nos casos 2 (Figura 5.28) e 4 (Figura 5.30) a melhor configuração encontrada não apresenta a forma esperada como solução.

Comparando-se os resultados calculados nos casos 1 e 2, ambos pelo método FOO, percebe-se que o uso da opção $DELTA = 1$ levou a um resultado pior em termos do valor da função objetivo (caso 1: $\sigma_{max} = 143255 N/cm^2$ $\times$ caso 2: $\sigma_{max} = 151240 N/cm^2$). Comparando-se os resultados calculados pelo método SPA (casos 3 e 4) percebe-se que o resultado foi melhor utilizando suas opções nos valores $Default$ (caso 3: $\sigma_{max} = 147565 N/cm^2$ $\times$ caso 4: $\sigma_{max} = 222852 N/cm^2$).

A configuração com o menor valor da função objetivo foi encontrada no caso 6 ($\sigma_{max} = 139539 N/cm^2$). Este caso utilizou um valor para a tolerância da função objetivo menor do que os demais casos (1×1000). Entretanto, neste caso foi necessário um número de iterações muito superior aos demais (130), assim como um tempo de cálculo consideravelmente superior (vide Figura 5.25).

No caso 5 foi utilizado o método combinado apresentado na seção 3.5, onde os métodos SPA e FOO são utilizados de forma sequencial. Pela Figura 5.25 pode-se observar que o resultado encontrado neste caso ($\sigma_{max} = 144084 N/cm^2$) foi pior do que no caso 1 e no caso 6. Por outro lado, este necessitou de um tempo de cálculo sensivelmente inferior à estes casos. Desta forma, pode-se dizer que o método combinado utilizado no caso 5 apresentou uma boa relação entre o resultado encontrado e o tempo de cálculo utilizado.

A Figura 5.26 apresenta como evoluiu o valor da função objetivo ao longo das iterações de otimização nos casos considerados neste exemplo. Nota-se que no caso 5 (Figura 5.26(e)) primeiramente o valor da função objetivo oscila consideravelmente enquanto o método SPA é utilizado e no final estas oscilações diminuem no momento em que o método FOO é aplicado.

5.2 Exemplos de problemas de contato utilizando o ANSYS

5.2.1 Exemplo do semicilindro em contato com plano rígido

O objetivo deste exemplo é estudar o comportamento de um corpo flexível em contato com um plano rígido, e então comparar os resultados encontrados com a solução analítica, que é conhecida neste caso [23]. As dimensões são dadas em milímetros e as forças em Newtons. O código em linguagem APDL utilizado no exemplo é encontrado no Apêndice E.5.

Trata-se do contato sem atrito entre um semicilindro flexível sob efeito de um carregamento distribuído de valor $qv = 30N/mm^2$ e um bloco rígido. O semicilindro apresenta raio de valor $8mm$ e é considerado longo. As propriedades do material são: homogêneo, isotrópico, módulo de elasticidade $E = 1000N/mm^2$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0{,}3$. O bloco apresenta largura de $100mm$ e altura de $50mm$. O problema é considerado sem atrito, bidimensional e em estado plano de deformações.

O sistema em estudo apresenta simetria. Dessa forma o modelo geométrico criado representa apenas metade do sistema e apresenta restrições de simetria, além das restrições físicas. O modelo geométrico criado pode ser observado na Figura 5.33.

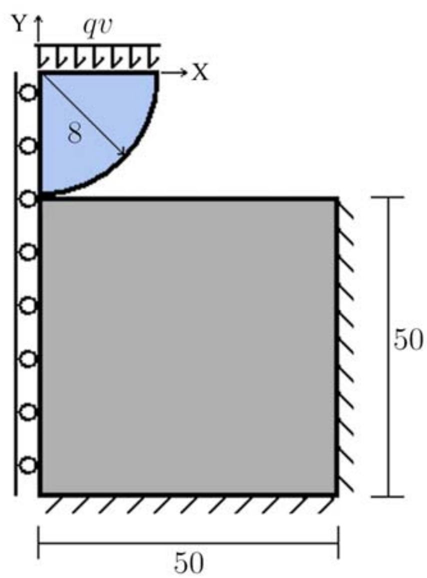


Figura 5.33: Modelo geométrico do exemplo do semicilindro em contato com plano rígido $[mm]$

Para a criação da malha de elementos finitos, primeiramente considerou-se que o bloco representa um corpo rígido e dessa forma não requer uma malha de elementos. Para o semicilindro, que é tratado como um corpo flexível, foi criada uma malha de elementos finitos de acordo com a Figura 5.34. Foram usados elementos do tipo *SOLID42* da biblioteca do ANSYS [2], que são elementos bidimensionais, com 4 nós por elemento e 2 graus de liberdade por nó.

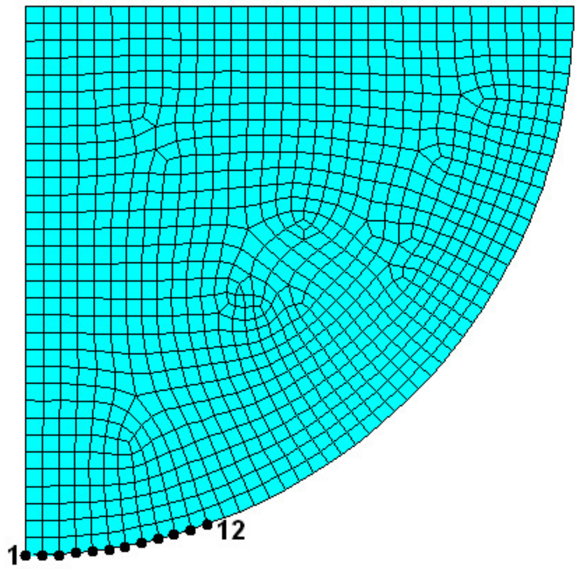


Figura 5.34: Malha de elementos finitos utilizada no exemplo do semicilindro em contato com plano rígido (em destaque os nós selecionados para o contato)

Os elementos de contato foram criados utilizando-se da ferramenta *Contact Wizard*. As seguintes opções do ANSYS [2] foram usadas:

- Classe de contato: *rigid-to-flexible*;
- Modelo de contato: *node-to-surface*;
- *Target body*: superfície superior do bloco;
- *Contact body*: 12 primeiros nós da linha inferior do semicilindro (ilustrados na Figura 5.34);
- *Normal Penalty Stiffness* $= 1{,}0$ (referente à rigidez de contato normal [9])[10].

Na Figura 5.35 pode-se observar a distribuição de tensões de von Mises obtida neste exemplo.

A Tabela 5.9 apresenta as pressões de contato resultantes nos nós de contato, e as posições iniciais e finais dos mesmos. É importante salientar que quando se trabalha com o modelo de contato *node-to-surface* o ANSYS lista como resultado forças de contato nos nós. Para o cálculo das pressões de contato em um nó dividiu-se o valor da força de contato pelo comprimento característico de influência de cada nó (espessura unitária), conforme ilustrado na Figura 5.36.

[9] A rigidez de contato normal tem influência na tolerância de penetração entre os corpos, e no condicionamento do problema [2].

[10] A definição da opção *Normal Penalty Stiffness* foi baseada no critério de não variação maior que 2% da maior tensão de contato ao se aumentar o valor da opção.

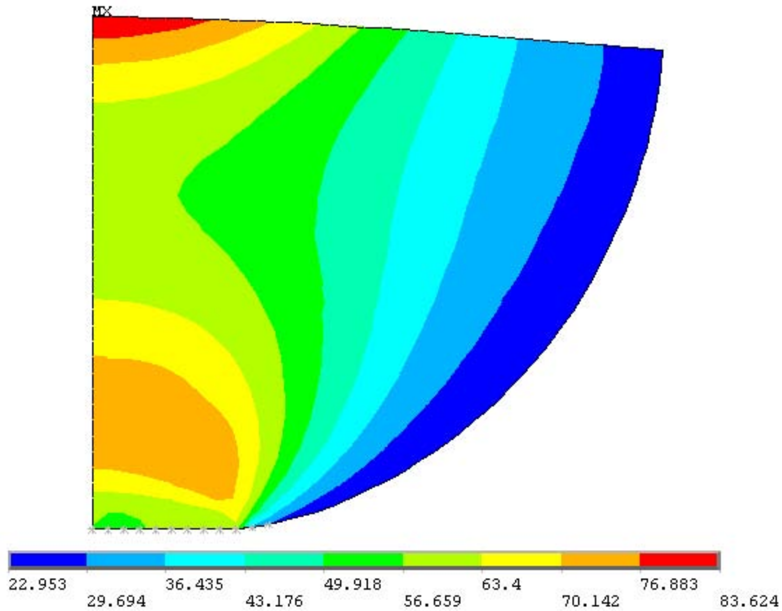


Figura 5.35: Distribuição de tensões de von Mises encontrada no exemplo do semicilindro em contato com plano rígido $[N/mm^2]$

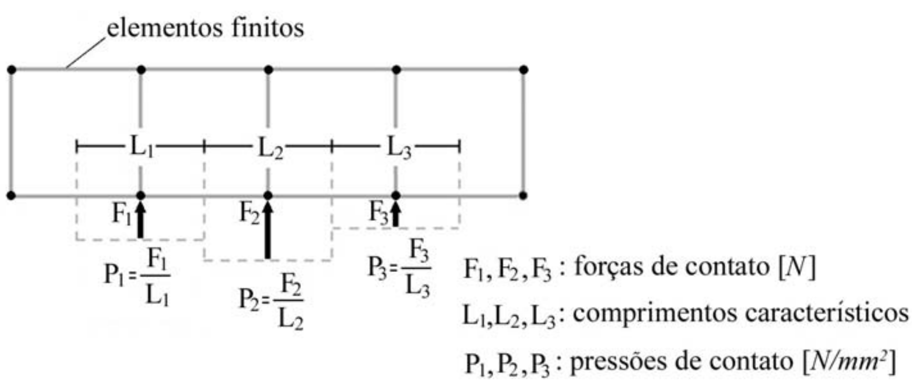


Figura 5.36: Cálculo das tensões de contato em função das forças de contato (considerando espessura unitária)

Tabela 5.9: Pressões de contato e posições iniciais e finais no eixo X dos nós de contato

Nó	**Pressão de contato** $[N/mm^2]$	**Posição inicial em X** $[mm]$	**Posição final em X** $[mm]$
1	144,846	0,0000	0,0000
2	140,614	0,2460	0,2313
3	138,037	0,4920	0,4630
4	133,536	0,7380	0,6952
5	126,789	0,9830	0,9272
6	117,506	1,2270	1,1594
7	104,368	1,4690	1,3911
8	86,369	1,7110	1,6249
9	57,637	1,9513	1,8601
10	4,772	2,1893	2,0988
11	0,000	2,4252	2,3425
12	0,000	2,6588	2,5805

Os resultados foram generalizados e comparados com a solução analítica de tensões de contato deste problema [23]. Para tal, os valores das pressões de contato foram divididos pelo fator $\beta = \frac{E}{2(1-\nu^2)}$ e as posições iniciais dos nós no eixo X foram dividos pelo raio do semicilindro. Os resultados generalizados e a solução analítica são apresentados para comparação na Figura 5.37.

Conclusões do exemplo do semicilindro em contato com plano rígido

Conclui-se que os cálculos executados são consistentes, pois a resposta calculada é bastante semelhante à resposta analítica (vide Figura 5.37).

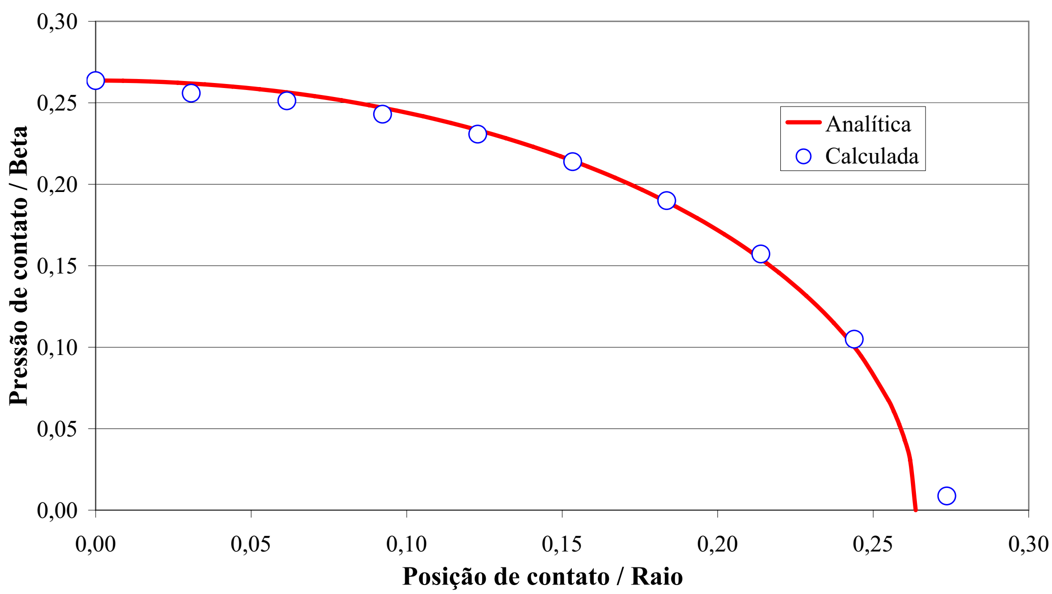


Figura 5.37: Pressões de contato calculadas em comparação com a resposta analítica (Beta= β)

5.3 Exemplos de problemas de otimização com contato no ANSYS

5.3.1 Exemplo da viga em contato com corpo rígido

Este exemplo tem como objetivo mostrar o funcionamento do software ANSYS em um problema de otimização com contato entre um corpo flexível e um corpo rígido. Todas as dimensões do problema estão em centímetros e as forças em Newtons. O código em linguagem APDL utilizado para a criação do modelo de elementos finitos pode ser observado no Apêndice E.6.

Trata-se de uma problema bidimensional, em estado plano de tensões. Considera-se espessura unitária. O objetivo da otimização é diminuir a máxima pressão de contato entre os corpos. Condições de simetria são utilizadas e o contato é considerado sem atrito. O modelo utilizado pode ser observado na Figura 5.38. O corpo I é flexível e apresenta módulo de Young $E = 1 \times 10^6 N/cm^2$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0{,}3$. O corpo II é considerado rígido, e sua linha superior é formada por uma *spline* de 2ª ordem passando pelos pontos $P3$, $P1$ e por um ponto simétrico à $P3$. A técnica de parametrização pelo modelo geométrico (seção 2.4.1) é utilizada, onde L é a variável de otimização e define a forma da linha superior do corpo II. A pressão aplicada na extremidade do corpo I tem magnitude $qv = 1000N/cm^2$.

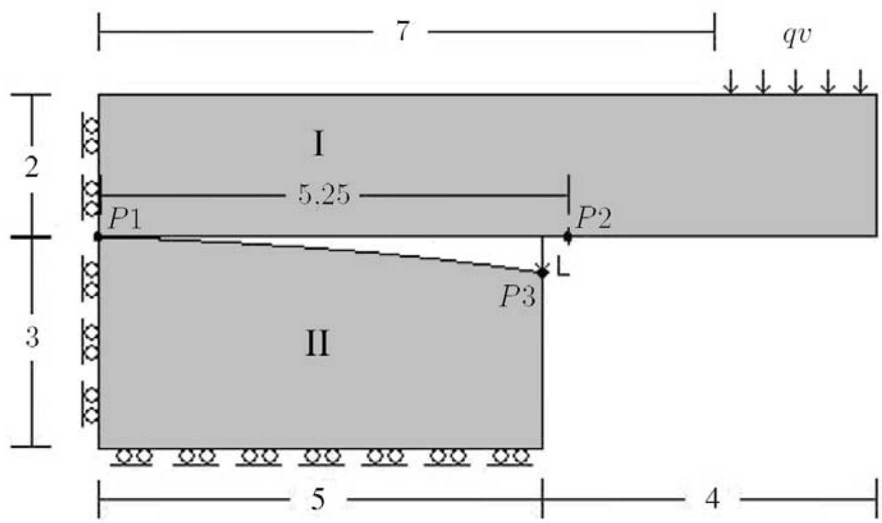


Figura 5.38: Modelo utilizado no exemplo da viga em contato com corpo rígido $[cm]$

No modelo de elementos finitos foram utilizados elementos bi-dimensionais com 2 graus de liberdade por nó e com 8 nós por elemento do tipo *SOLID82* [2]. A malha de elementos finitos foi criada apenas no corpo I (o corpo II não necessita de malha por ser um corpo rígido) e pode ser observada na Figura 5.39.

Os elementos de contato foram criados utilizando-se as seguintes opções do ANSYS [2]:

- Classe de contato: *rigid-to-flexible*;

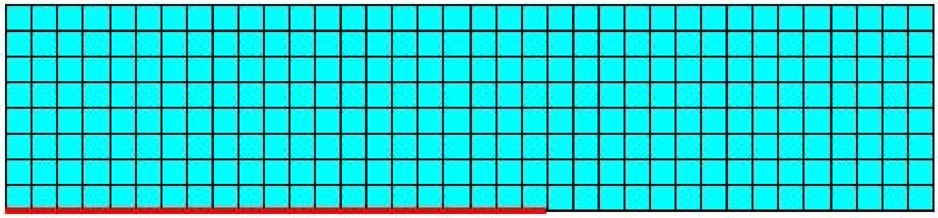


Figura 5.39: Malha de elementos finitos utilizada no exemplo da viga em contato com corpo rígido, em destaque a região de potencial contato do corpo I

- Modelo de contato: *surface-to-surface*;
- *Target body*: linha superior do corpo II;
- *Contact body*: linha do corpo I entre os pontos $P1$ e $P2$ da Figura 5.38;
- *Normal Penalty Stiffness* $= 0{,}5$ (referente à rigidez de contato)[11];
- *Inicial Penetration*= *Exclude everything* (para que não seja considerada qualquer interferência inicial entre os corpos);
- *Automatic contact adjustment*= *Close gap* (para que os elementos de contato que inicialmente se apresentam distantes sejam aproximados e considerados nos cálculos).

A variável dependente PC_{max} foi criada. Esta representa o valor da máxima pressão de contato entre os corpos.

Na Tabela 5.10 podem ser observadas as variáveis e valores definidos para o exemplo da viga em contato com corpo rígido e a configuração inicial utilizada.

Tabela 5.10: Variáveis e valores definidos para o exemplo da viga em contato com corpo rígido e a configuração inicial utilizada

Variável	**Tipo**	**Limites**	**Tolerância**	**Config. Inicial**
L	Variável de projeto	$0 \leq L \leq 0{,}50$	0,0050	0
PC_{max}	Função objetivo	-	10	8206

A distribuição das tensões de von Mises na configuração inicial pode ser observada na Figura 5.40.

Este exemplo foi resolvido utilizando o método FOO com suas opções $Default$. A distribuição das tensões de von Mises na melhor configuração calculada pode ser observada na Figura 5.41. A Tabela 5.11 apresenta os resultados obtidos.

[11] A definição da opção *Normal Penalty Stiffness* foi baseada no critério de não variação maior que 2% da maior tensão de contato ao se aumentar o valor da opção.

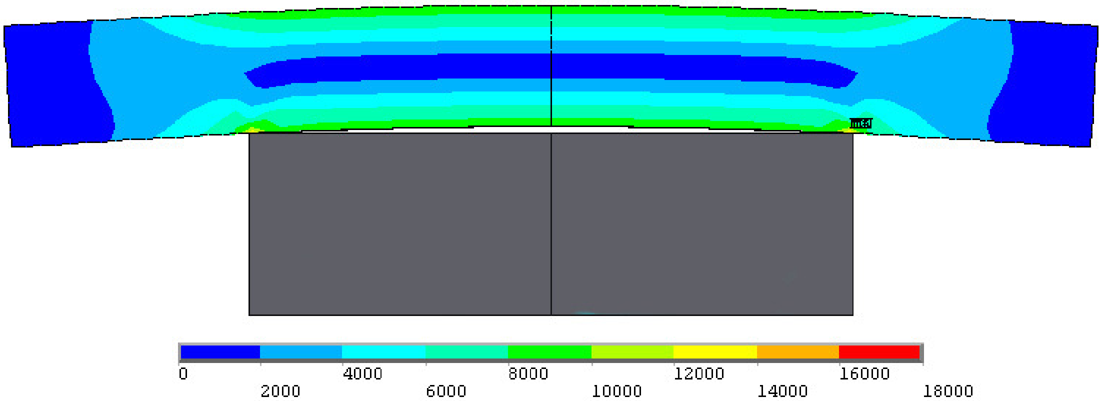


Figura 5.40: Distribuição das tensões de von Mises na configuração inicial do problema (o valor da maior tensão foi de 13195) $[N/cm^2]$

Tabela 5.11: Resultados encontrados nos casos no exemplo da viga em contato com corpo rígido

Variável	**FOO**
L	0,2277
PC_{max}	917
Nº iterações	4

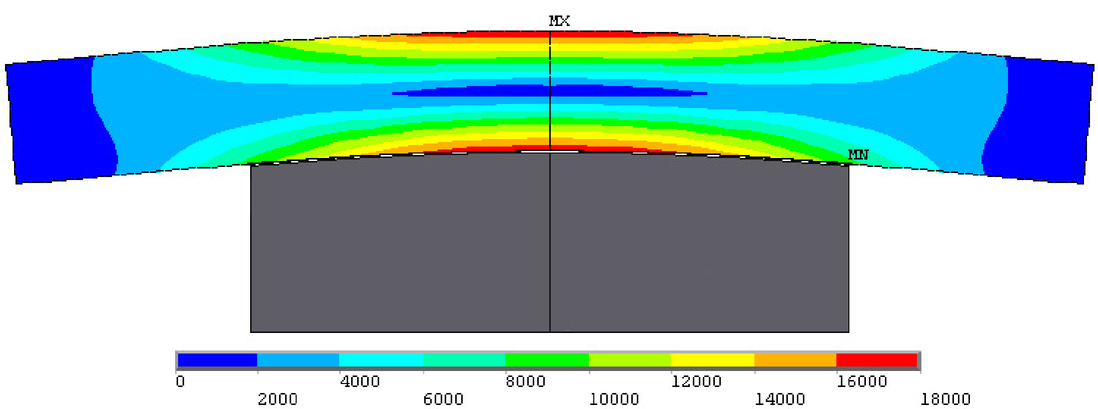


Figura 5.41: Distribuição das tensões de von Mises na melhor configuração encontrada pelo método FOO (o valor da maior tensão foi de 17600) $[N/cm^2]$

As pressões de contato resultantes na superfície de contato na configuração inicial e na melhor configuração encontrada pelo método FOO podem ser observadas na Figura 5.42. A posição 0 indica o centro da região de contato e a posição $5{,}25$ indica a extremidade da região de contato.

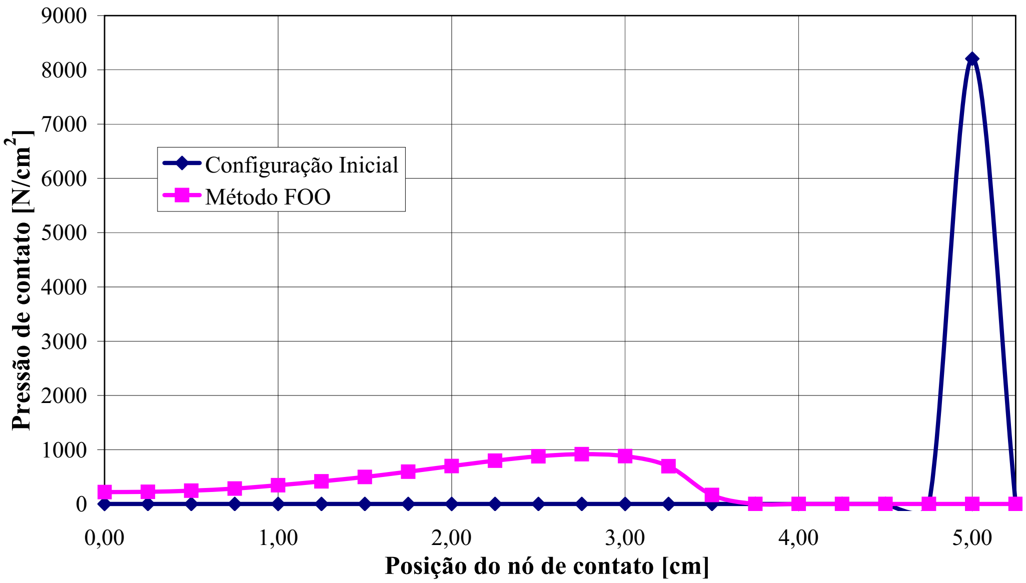


Figura 5.42: Distribuição das pressões de contato da configuração inicial e da melhor configuração encontrada pelo método FOO

Conclusões do exemplo da viga em contato com corpo rígido

Observa-se que foi possível resolver um problema de otimização com contato utilizando o ANSYS seguindo a metodologia apresentada na seção 4.3. O resultado otimizado levou a uma significativa redução da máxima pressão de contato (de $8206N/cm^2$ para $917N/cm^2$).

O fato da forma do corpo rígido variar durante as iterações de otimização levou a dificuldades de convergência para o cálculo do problema de contato. Fez-se necessário configurar as opções do problema de contato de uma maneira que a convergência ocorresse em qualquer valor de L dentro dos limites da variável. Neste exemplo, a opção *Automatic contact adjustment*= *Close gap* foi utilizada com o intuito de facilitar a convergência. Esta opção faz com que os corpos sejam aproximados antes que os cálculos de equilíbrio sejam iniciados.

Pelas Figuras 5.40 e 5.41 percebe-se que a modificação da região de contato permitiu que a estrutura tivesse uma maior flexão, levando à maiores tensões de von Mises, embora a pressão de contato tenha sido reduzida de forma significativa.

Pelos resultados percebe-se que na configuração inicial apenas os pontos extremos da superfície rígida (corpo II) se mantêm em contato com o corpo I, gerando uma alta concentração de tensões nesta região. Já na melhor configuração calculada, ocorre uma melhor distribuição das pressões de contato por toda a superfície de contato, embora, alguns pontos ainda continuam sem contato. Outras formas de superfície, diferentes da *spline* de segunda ordem utilizada neste exemplo, poderiam ser avaliadas no sentido de encontrar um perfil cuja distribuição de tensão fosse mais uniforme.

5.3.2 Exemplo do contato entre corpos flexíveis

O objetivo deste exemplo é trabalhar com o módulo de otimização *Design optimization* em um problema que apresenta contato entre dois corpos flexíveis. Todas as dimensões do problema estão em centímetros e e as forças em Newtons. O código em linguagem APDL utilizado para a criação do modelo de elementos finitos pode ser observado no Apêndice E.7.

Trata-se de um problema bidimensional em estado plano de tensões. Considera-se espessura unitária. O objetivo da otimização é diminuir a máxima pressão de contato entre os corpos. O modelo utilizado pode ser observado na Figura 5.43. Foram utilizadas condições de simetria para simplificar o problema e o contato é considerado sem atrito. A pressão aplicada no corpo I tem magnitude $qv = 1000N/cm^2$.

A técnica de parametrização pela posição de nós apresentada na seção 2.4.2 é utilizada. A malha de elementos finitos inicial apresenta as superfícies dos corpos retas. As posições dos nós da superfície de contato do corpo I são modificadas ao longo das iterações de forma que o perfil desta superfície respeite uma curva exponencial do tipo: $\frac{A}{1000}e^x$, onde A é a variável de projeto e x a distância relativa ao plano central dos corpos. Ocorre uma distorção geométrica dos elementos adjacentes à superfície de contato, porém esta distorção é pequena neste exemplo (o tamanho do elemento é bastante superior ao movimento dos nós) e os resultados ainda podem ser considerados aceitáveis.

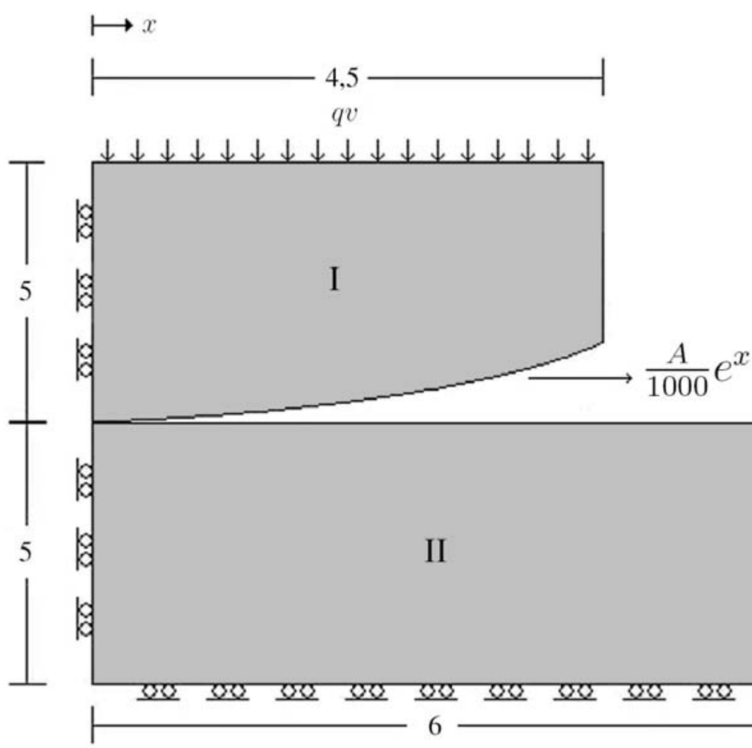


Figura 5.43: Modelo utilizado no exemplo de otimização com contato entre corpos flexíveis $[cm]$

Os corpos apresentam módulo de Young $E = 1{\times}10^5 N/cm^2$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0{,}3$. Os elementos finitos utilizados são bi-dimensionais, com 2 graus de liberdade por nó e com 8 nós por elemento do tipo *SOLID82* [2]. A malha de elementos finitos pode ser observada na Figura 5.44.

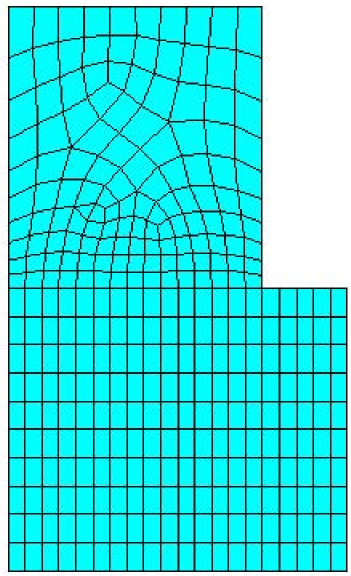


Figura 5.44: Malha de elementos finitos utilizada no exemplo de otimização com contato entre corpos flexíveis

Os elementos de contato foram criados utilizando-se as seguintes opções do ANSYS [2]:

- Classe de contato: *flexible-to-flexible*;
- Modelo de contato: *surface-to-surface*;
- *Target body* e *contact body*: simétrico (corpos se alternam entre *target body* e *contact body*). Foram selecionadas a linha inferior do corpo I e a linha superior do corpo II;
- *Normal Penalty Stiffness* $= 0{,}5$ (referente à rigidez de contato)[12];
- *Inicial Penetration* $=$ *Exclude everything* (para que não seja considerada qualquer interferência inicial entre os corpos);
- *Automatic contact adjustment* $=$ *Close gap* (para que os elementos de contato que inicialmente se apresentam distantes sejam aproximados e considerados nos cálculos).

[12] A definição da opção *Normal Penalty Stiffness* foi baseada no critério de não variação maior que 2% da maior tensão de contato ao se aumentar o valor da opção.

A variável dependente PC_{max} representa o valor da máxima pressão de contato entre os corpos e é a função objetivo deste exemplo.

Na Tabela 5.12 podem ser observadas as variáveis e valores definidos para o exemplo da viga em contato com corpo rígido e a configuração inicial utilizada.

Tabela 5.12: Variáveis e valores definidos para o exemplo do contato entre corpos flexíveis e a configuração inicial utilizada

Variável	**Tipo**	**Limites**	**Tolerância**	**Config. Inicial**
A	Variável de projeto	$0 \leq A \leq 0{,}500$	$0{,}00500$	0
PC_{max}	Função objetivo	-	1	1691

A distribuição das tensões de von Mises na configuração inicial pode ser observada na Figura 5.45. Nota-se a concentração de tensões nas extremidades do bloco superior.

Este problema foi resolvido aplicando o método combinado apresentado na seção 3.5. O método SPA foi aplicado primeiramente com suas configurações $Default$, e o método FOO foi aplicado em seguida com a opção $SIZE = 20$ e partindo do resultado encontrado pelo primeiro método.

A distribuição das tensões de von Mises na melhor configuração encontrada pode ser observada na Figura 5.46. A Tabela 5.13 apresenta os resultados obtidos.

Tabela 5.13: Resultados encontrados no exemplo do contato entre corpos flexíveis

Variável	Método combinado
A	0,273
PC_{max}	1023

As pressões de contato resultantes na superfície de contato do corpo I na configuração inicial e na melhor configuração encontrada podem ser observadas na Figura 5.47. A posição 0 indica o plano central da região de contato e a posição $4{,}50$ indica a extremidade da região de contato.

Conclusões do exemplo do contato entre corpos flexíveis

Foi possível resolver um problema de otimização envolvendo o contato entre dois corpos flexíveis. Assim como no exemplo anterior (seção 5.3.1), o fato da geometria do bloco I ser modificada ao longo das iterações tornou mais difícil a convergência do problema de contato ao longo das iterações de otimização. Os casos mais críticos foram as configurações onde o valor da variável A assume valores maiores (nestes casos o contato inicial acontece em uma região pequena). Também neste exemplo, a opção *Automatic contact adjustment= Close gap* facilitou a convergência do problema[13].

[13]Esta opção faz com que os corpos sejam aproximados antes que os cálculos de equilíbrio sejam iniciados.

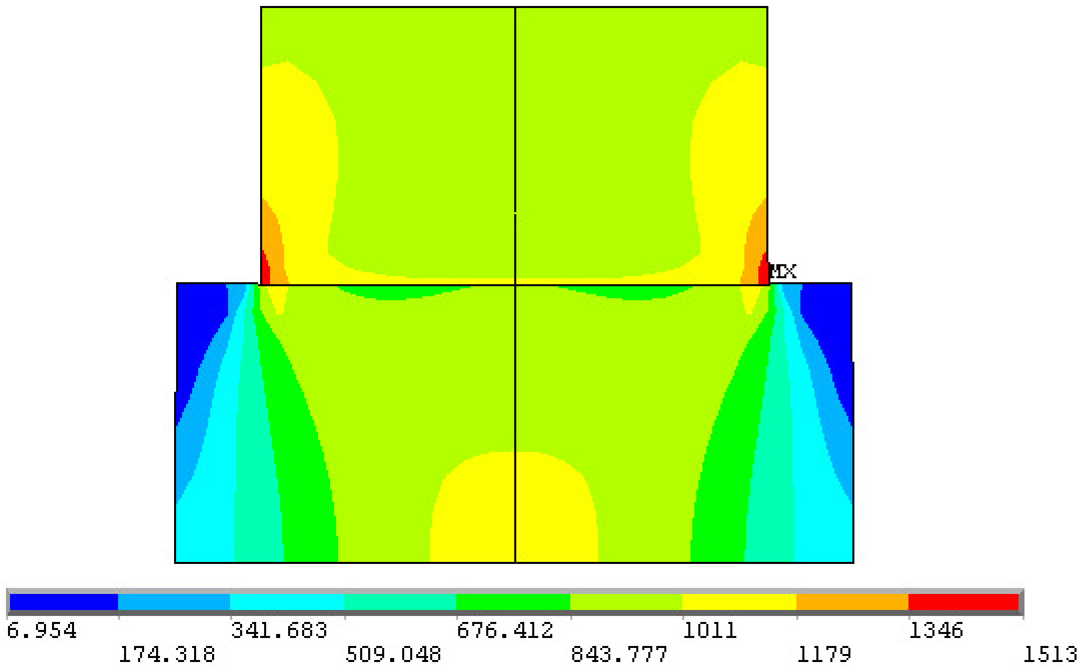


Figura 5.45: Tensões de von Mises na configuração inicial do problema (o valor da maior tensão foi de 1513) $[N/cm^2]$

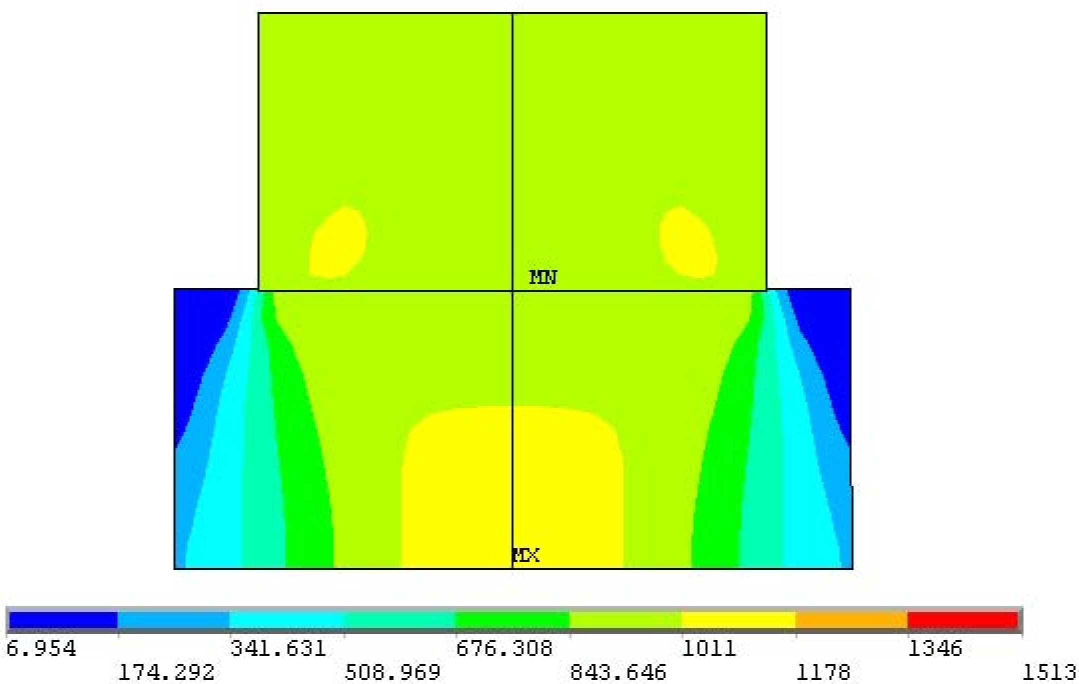


Figura 5.46: Tensões de von Mises na melhor configuração calculada pelo método combinado (o valor da maior tensão foi de 1106) $[N/cm^2]$

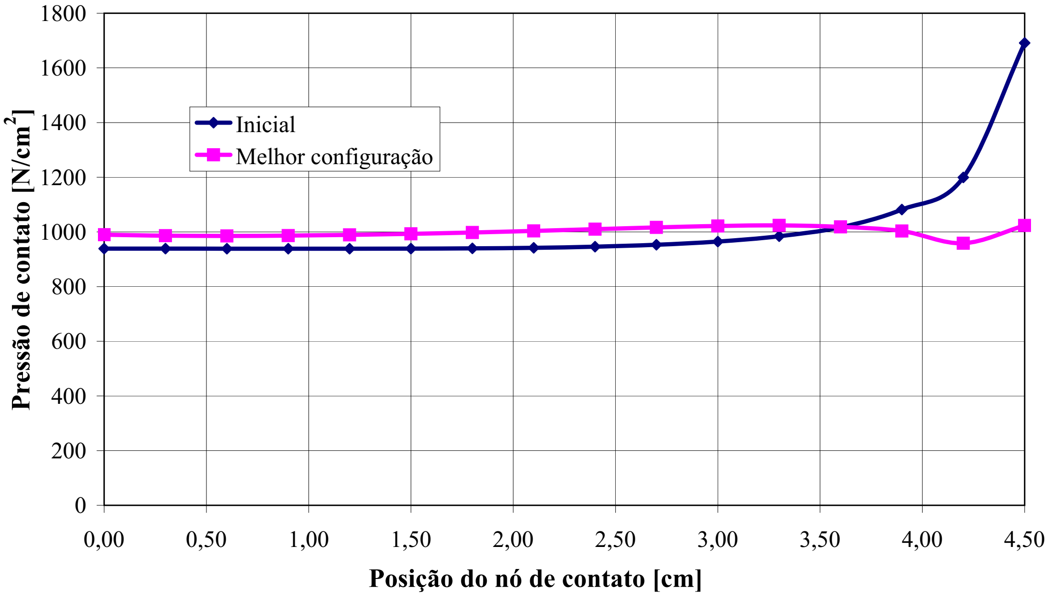


Figura 5.47: Pressões de contato resultantes na configuração inicial e na melhor configuração encontrada pelo método combinado

Em relação às tensões de von Mises resultantes, Figuras 5.45 e 5.46, percebe-se que a melhor configuração encontrada pela otimização apresenta uma melhor distribuição das tensões do que a inicial.

Em relação às pressões de contato resultantes do contato entre os corpos I e II, ocorreu uma melhora na distribuição destas. Pela Figura 5.47 percebe-se que na configuração inicial ocorre uma concentração de tensões na extremidade da região de contato entre os corpos, assim como era esperado (vide Apêndice A). Esta concentração é reduzida na configuração encontrada pela otimização, que apresenta uma distribuição mais equilibrada por toda a região de contato.

O resultado otimizado apresenta uma distribuição de tensão que pode ser considerada boa em termos do equilíbrio da distruibuição. Desta forma, pode-se concluir que a forma proposta para a superfície de contato do corpo I, uma curva exponencial, foi capaz de resolver adequadamente este problema, assim como era esperado de acordo com o Apêndice A.

Capítulo 6

Estudo de caso: otimização das pressões de contato do olhal menor de uma biela

6.1 Aspectos técnicos relacionados ao problema das pressões de contato atuantes no olhal menor de uma biela

Nesta seção são apresentados alguns aspectos técnicos relacionados ao sistema formado pelo pistão, pino de ligação e biela. Estes aspectos podem ajudar na análise dos resultados da otimização do problema apresentado na seção 1.3.

Os componentes em questão são posicionados conforme as Figuras 1.1 e 1.2. O pino de ligação tem a função de conectar o pistão à biela.

De acordo com Fessler (1997) [12], as forças resultantes da combustão e as forças de inércia[1] são os esforços significativos que atuam no sistema, sendo as forças resultantes da combustão as mais severas. As forças de combustão geralmente atuam com uma pequena inclinação em relação ao eixo vertical do sistema (eixo perpendicular ao pino), porém é usual considerá-las verticais para simplificar o problema [12]. Vale observar que também existem forças laterais atuantes, porém, estas constumam ser desconsideradas por apresentarem baixo valor comparadas às demais citadas [12].

O sistema em funcionamento apresenta movimento circular ao redor do pino. Como consequência, é necessário que haja uma folga entre o diâmetro externo do pino e o diâmetro interno do pistão e/ou da biela. Segundo o trabalho de Strozzi e De Bona [25], a dimensão desta folga tem pouca influência nas tensões resultantes no sistema. É mostrado que um aumento de 100% no valor da folga resulta em um aumento próximo a 20% nos valores de tensão, essencialmente uma consequência da diminuição da região de contato entre os corpos. Os autores sugerem que o valor da folga seja definido dentro do intervalo de $0{,}0008$ a $0{,}003$ vezes o raio do pino.

Outra característica deste sistema é que o pino tende a se ovalizar sob carregamento. Em

[1] O nível das forças de inércia será proporcional à massa dos componentes, desta forma, espera-se que a massa dos componentes seja a menor possível. Esta é uma das razões que motivam o pino de ligação ser tubular ao invés de um pino maciço [12].

funcionamento, o pino de ligação recebe forças verticalmente opostas provenientes do contato com o pistão e do contato com a biela, que tendem a achatá-lo. Esta ovalização resulta em altas tensões na superfície interna do pino na altura próxima do eixo horizontal e tem influência na distribuição das pressões de contato entre o pino e a biela [25].

De acordo com a revisão bibliográfica executada por Strozzi e De Bona [25], quando o sistema é carregado no sentido de tracionar a biela, as pressões de contato resultantes entre o pino de ligação e a biela se mantém razoavelmente constantes na região de contato ao longo do arco formado quando se percorre o pino em um movimento angular. Normalmente, ocorrem mudanças mais significativas nos valores destas pressões apenas ao longo do eixo axial do pino.

Segundo Fessler [11, 12], quando o sistema em questão recebe as forças resultantes da combustão, ou seja, quando a biela sofre compressão, três pontos críticos de elevada tensão se destacam no pino. O primeiro ponto se localiza próximo à borda da superfície de contato entre o pino e a biela (ponto A da Figura 6.1) e o segundo ponto próximo da borda da superfície de contato entre o pino e o pistão (ponto B da Figura 6.1), ambos relativos à concentração de tensão causada por uma possível má distribuição das pressões de contato. As tensões nestes pontos críticos podem ser reduzidas otimizando-se as superfícies de contato. O terceiro ponto crítico constuma ser encontrado na superfície interna do pino, na altura próxima do eixo horizontal, e próximo da região de transição entre a biela e o pistão (ponto C da Figura 6.1). Ainda segundo o trabalho de Fessler, o valor desta tensão crítica é praticamente independente do tamanho do oríficio do pino.

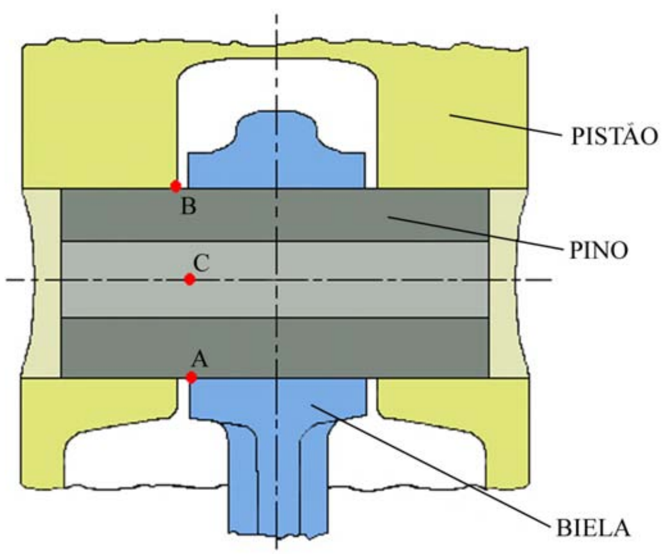


Figura 6.1: Pontos críticos atuantes no pino de ligação entre a biela e o pistão quando estes sofrem a ação das forças provenientes da combustão

6.2 Modelo 3D do sistema formado pela biela e pino de ligação utilizando o ANSYS

O objetivo deste modelo de elementos finitos é simular a situação crítica em termos de carregamento do sistema formado por um pistão, um pino de ligação e uma biela sob efeito da máxima força de combustão. Trata-se de um modelo simplificado em termos de certos detalhes geométricos como chanfros e raios de concordância. As dimensões e a carga utilizadas foram baseadas em uma situação real obtida com apoio da *ThyssenKrupp Metalúrgica Campo Limpo Paulista*. As dimensões estão em milímetros e as forças em Newtons.

O algoritmo em linguagem APDL utilizado nesta seção pode ser encontrado no Apêndice E.8. Neste mesmo algoritmo estão presentes os códigos utilizados nos processos de otimização que serão apresentados nas seções 6.3.2 e 6.3.3.

Trata-se de um modelo tridimensional e foram consideradas condições de simetria. O significado e o valor das variáveis dimensionais podem ser observados na Figura 6.2 e na Tabela 6.1.

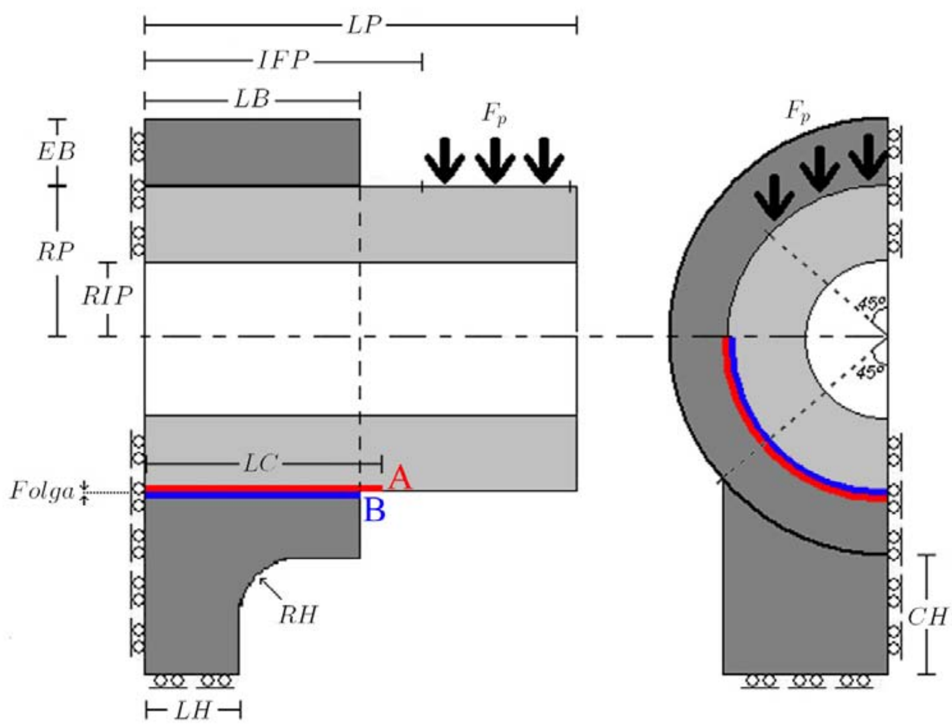


Figura 6.2: Dimensões utilizadas no modelo em elementos finitos

Apenas a parte da haste da biela localizada próxima ao olhal menor foi considerada no modelo. O comprimento CH foi definido de modo que o resultado não é alterado significativamente quando este comprimento é aumentado. Uma restrição ao movimento vertical foi imposta na área inferior da haste da biela, como pode ser observado na Figura 6.2.

Considerou-se que a força total vertical exercida pelo pistão no pino de ligação é $F_{Total} =$

Tabela 6.1: Valores e significados das variáveis dimensionais utilizadas no modelo 3D do sistema formado pela biela e pino de ligação $[mm]$

Variável	Valor	Significado
RP	20,013	Raio do pino
RIP	9,500	Raio interno do pino
LP	45,100	Largura do pino
$Folga$	0,018	Folga geométrica entre o pino e a biela
LB	19,400	Largura da biela
EB	10,387	Espessura da parede da biela
LH	10,150	Largura da haste
CH	20,000	Comprimento da haste
RH	5,000	Raio da haste
LC	19,900	Largura da região de contato da biela
IFP	22,500	Ponto de início da força exercida pelo pistão
F_p	40000	Valor total da força aplicada (em Newtons)

$160000N$. Como são consideradas condições de simetria, a força aplicada no modelo é $F_p = \frac{160000}{4} = 40000N$. A força F_p foi uniformemente distribuída nos nós da região aproximada de contato entre o pino de ligação e o pistão, em destaque na Figura 6.2[2].

O material considerado para a biela e o pino apresenta módulo de Young $E = 210 \times 10^3 N/mm2$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0{,}3$. Considerou-se contato sem atrito [25].

No modelo de elementos finitos foram utilizados elementos tri-dimensionais, com 3 graus de liberdade por nó, do tipo *SOLID186* [2]. Os elementos do olhal da biela são hexaédricos com 20 nós por elemento e os elementos da haste da biela são tetraédricos com 10 nós por elemento[3]. A malha de elementos finitos pode ser observada na Figura 6.3. A malha utilizada apresenta 3157 elementos e 12851 nós.

Os elementos de contato foram criados utilizando-se as seguintes opções do ANSYS [2]:

- Classe de contato: *flexible-to-flexible*;
- Modelo de contato: *surface-to-surface*;
- *Target body*: superfície de contato da biela, área indicada pela letra B na Figura 6.2;
- *Contact body*: superfície de contato do pino, área indicada pela letra A na Figura 6.2;
- *Normal Penalty Stiffness* $= 20$ (referente à rigidez de contato)[4];

[2] A região de aplicação da força F_p foi definida através de informações da empresa *ThyssenKrupp Metalúrgica Campo Limpo Paulista*.

[3] Os elementos do tipo *SOLID186* do ANSYS podem ser utilizados como hexaédricos ou como tetraédricos [2].

[4] A definição da opção *Normal Penalty Stiffness* foi baseada no critério de não variação maior que 2% da maior tensão de contato ao se aumentar o valor da opção.

- *Inicial Penetration= Exclude everything* (para que não seja considerada qualquer interferência inicial entre os corpos);
- *Automatic contact adjustment= No automated adjustment* (para que não seja efetuado nenhum ajuste inicial).

A região de contato potêncial do modelo foi definida de acordo com as áreas indicadas pelas letras A e B da Figura 6.2. Esta região foi definida apenas como "a parte inferior do olhal menor" porque é esperado[5] que não ocorra contato na "parte superior" [25].

O objetivo da otimização deste modelo é obter uma distribuição uniforme das pressões de contato ao longo da região de contato entre o pino e a biela, segundo o que foi apresentado na seção 2.5. A variável PC_{max} representa o valor da máxima pressão de contato resultante na região de contato entre os corpos e é a função objetivo da otimização. Espera-se que uma distribuição mais uniforme seja alcançada ao se reduzir o valor da máxima pressão de contato PC_{max}.

O problema é resolvido em dois passos de carregamento (*Load Steps*). No primeiro passo é imposto um deslocamento suficiente para que o pino e a biela entrem em contato. Então, no segundo passo, esta restrição de deslocamento é retirada e a força F_p é aplicada. Esta sequência foi definida neste exemplo com o intuito de evitar problemas de convergência causados por erro de movimento de corpo rígido.

A qualidade da discretização da malha utilizada no modelo e o valor das forças desbalanceadas resultantes são checados nas seções 6.2.1, 6.2.2 e 6.2.3. Para a realização destas verificações, uma condição geométrica padrão foi definida de forma a representar uma condição de cálculo esperada durante o processo de otimização que será apresentado na seção 6.3. A condição geométrica padrão definida utiliza a técnica de parametrização e o esquema de modificação que são apresentados na seção 6.3.3, considerando $A = 0{,}050$.

O tempo necessário para resolver um problema de contato na condição geométrica padrão definida foi de 1051 segundos (utilizando um computador Pentium4 2,66GHz e 480MB de RAM). Nesta mesma condição, a variável CRT ($CPU\ RUN\ TIME$) do ANSYS registrou 749,17s.

6.2.1 Verificação da malha de elementos finitos

A malha de elementos finitos utilizada no modelo pode ser observada na Figura 6.3.

Ao criá-la, buscou-se um nível de discretização que não afetasse consideravelmente a precisão e que não tornasse o modelo excessivamente "caro" computacionalmente. Três parâmetros principais foram utilizados para gerar a malha:

[5]Cálculos preliminares confirmaram que existe uma folga entre o pino e a biela na "parte superior" na situação não deformada e na situação deformada para as condições de contorno consideradas.

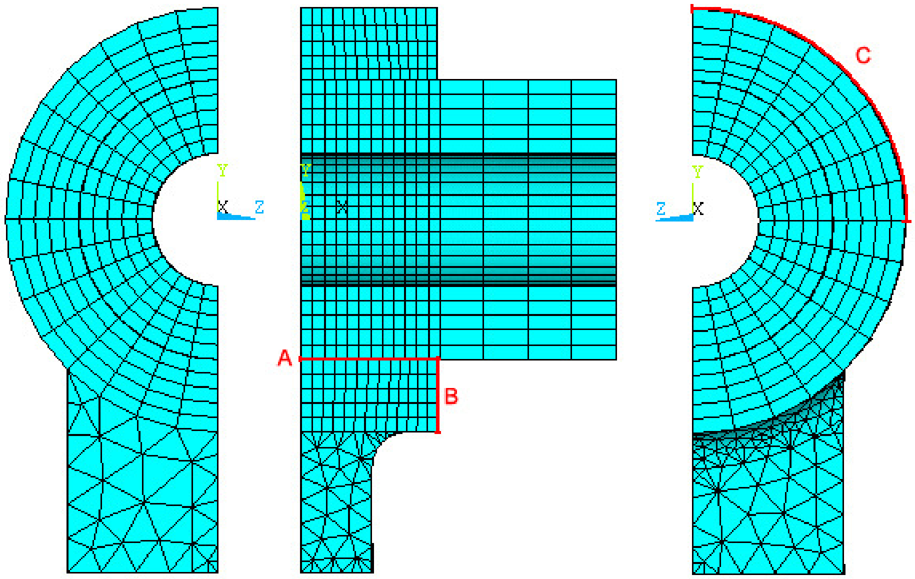


Figura 6.3: Malha de elementos finitos utilizada no modelo 3D do sistema formado pela biela e pino de ligação, e os parâmetros de controle da malha utilizados

- $ELECONTATO$: parâmetro que define o número de elementos de contato, exemplificado na Figura 6.3 pela letra A.[6]

- $ELELATERAL$: parâmetro que define o número de elementos aplicados na lateral da biela, exemplificado na Figura 6.3 pela letra B.

- $ELEANGULAR$: parâmetro que define o número de elementos de uma seção de 90º na direção angular, exemplificado na Figura 6.3 pela letra C.[7]

A escolha destes valores foi feita através da análise da influência de cada parâmetro individualmente (mantendo os demais constantes) nos resultados do problema. Foram analisados os valores da máxima tensão de von Mises no pino ($\sigma_{max,pino}$), da máxima tensão de von Mises na biela ($\sigma_{max,biela}$), e da máxima pressão de contato (PC_{max}). Os resultados da análise podem ser observados nas Figuras 6.4, 6.5, e 6.6.[8]

Os valores definidos para os parâmetros da malha são mostrados na Tabela 6.2. Estes valores foram escolhidos em função dos resultados não apresentarem variação significativa ao se aumentar a discretização.

[6]Este parâmetro pode assumir apenas valores multiplos de três para que a divisão das arestas do modelo seja feita corretamente.

[7]Este parâmetro pode assumir apenas valores pares para que a divisão das arestas do modelo seja feita corretamente.

[8]Os cálculos foram executados utilizando a condição geométrica padrão definida na seção 6.2.

Tabela 6.2: Valores definidos para os parâmetros da malha utilizados no modelo 3D do sistema formado pela biela e pino de ligação

Parâmetro	**Valor**
$ELECONTATO$	12
$ELELATERAL$	5
$ELEANGULAR$	8

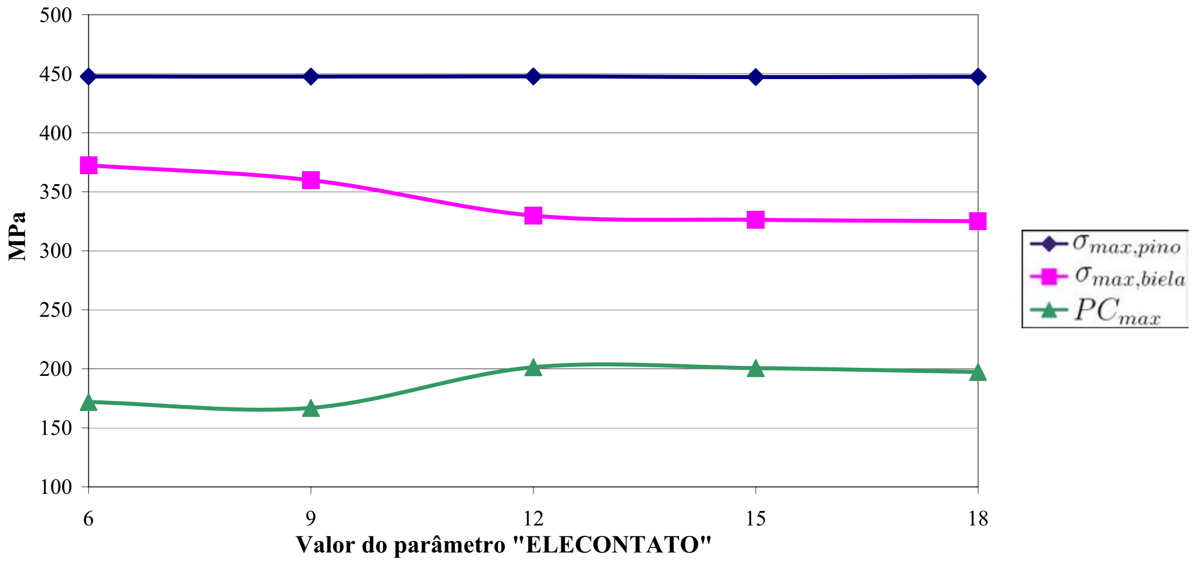


Figura 6.4: Máxima tensão de von Mises no pino e na biela, e a máxima pressão de contato, ao se variar o parâmetro da malha $ELECONTATO$, com $ELELATERAL = 5$ e $ELEANGULAR = 8$

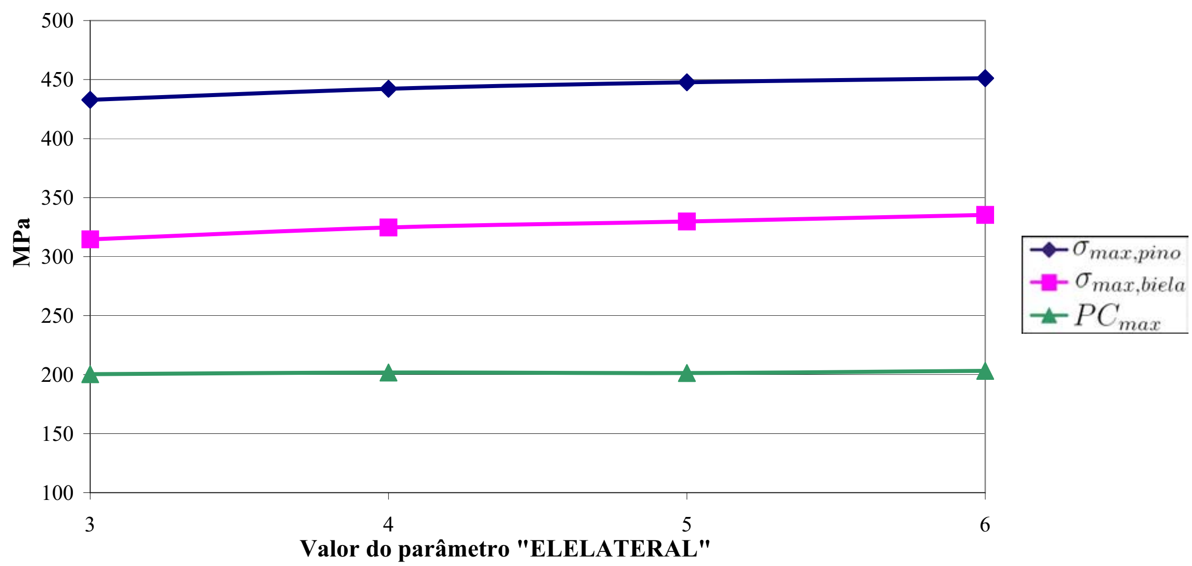


Figura 6.5: Máxima tensão de von Mises no pino e na biela, e a máxima pressão de contato, ao se variar o parâmetro da malha $ELELATERAL$, com $ELECONTATO = 12$ e $ELEANGULAR = 8$

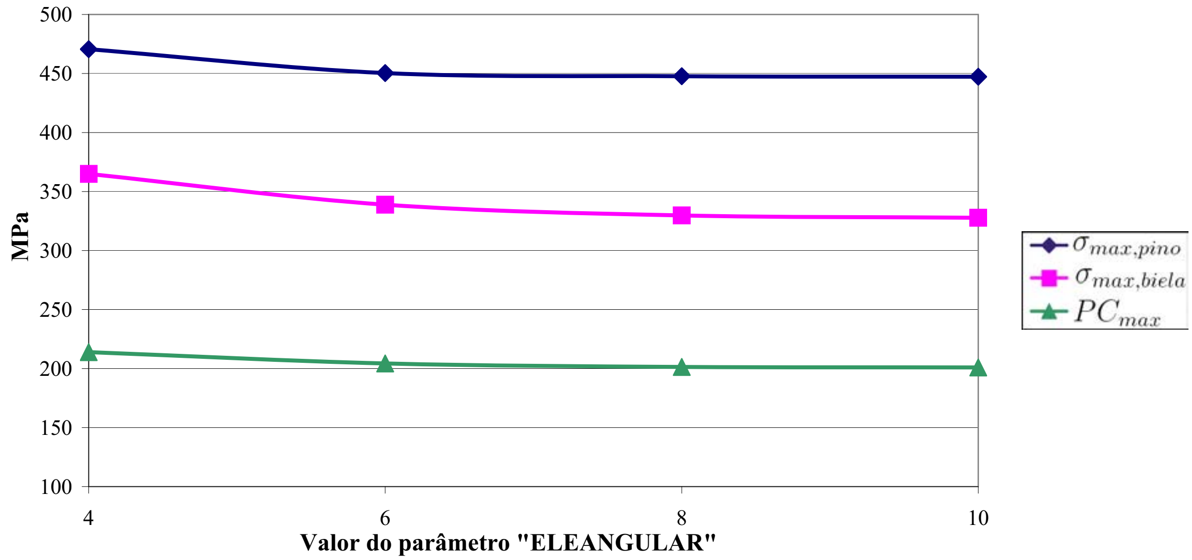


Figura 6.6: Máxima tensão de von Mises no pino e na biela, e a máxima pressão de contato, ao se variar o parâmetro da malha $ELEANGULAR$, com $ELECONTATO = 12$ e $ELELATERAL = 5$

6.2.2 Estimativa do erro devido à discretização

A qualidade da malha de elementos finitos utilizada em uma análise linear estática[9] pode ser verificada através dos valores encontrados pelo estimador de erro devido à discretização[10] [2].

As descontinuidades de tensões entre elementos vizinhos permitem avaliar uma estimativa para o erro de discretização da malha. Este erro em tensão pode ser calculado para cada elemento finito à partir da diferença entre a tensão do elemento e a tensão média dos seus vizinhos. Com base no erro em tensão, é possível calcular o erro em energia de deformação para cada elemento finito. O erro em energia do elemento finito pode ser normalizado pela energia total de deformação do modelo, permitindo uma representação em uma escala de 0 a 1 [2, 29].

Na Figura 6.7 é apresentado o erro estimado devido à discretização resultante na biela, e na Figura 6.8 o erro resultante na região próxima do contato entre a biela e o pino (foco do trabalho).[11] Os resultados do pino não são representados pois os erros encontrados no mesmo não foram significativos (menores que 1%).

Na Figura 6.7 observa-se que os maiores erros foram encontrados próximos da região de transição entre o olhal menor da biela e sua alma, com um erro máximo próximo de 27%. Os erros encontrados são relativamente altos, porém se encontram em uma região distante da região de contato, foco deste trabalho. O fato de ocorrer transição entre elementos tetraédricos e elementos hexaédricos nesta região pode ter contribuído para os altos valores encontrados.

Pela Figura 6.8 observa-se valores de erro de cerca de 7% próximo à quina da região de contato da biela. Este valor pode ser justificado considerando-se que são esperados altos valores de descontinuidade nas chamadas regiões de singularidade, como a quina da região de contato.

[9] O estimador de erro devido à discretização não verifica o erro relativo ao problema de contato entre as estruturas [2]. Neste trabalho, este é avaliado na seção 6.2.3.

[10] No ANSYS o erro estimado devido à discretização pode ser verificado através do comando “PLESOL,SERR”.

[11] Os cálculos foram executados utilizando a condição geométrica padrão definida na seção 6.2.

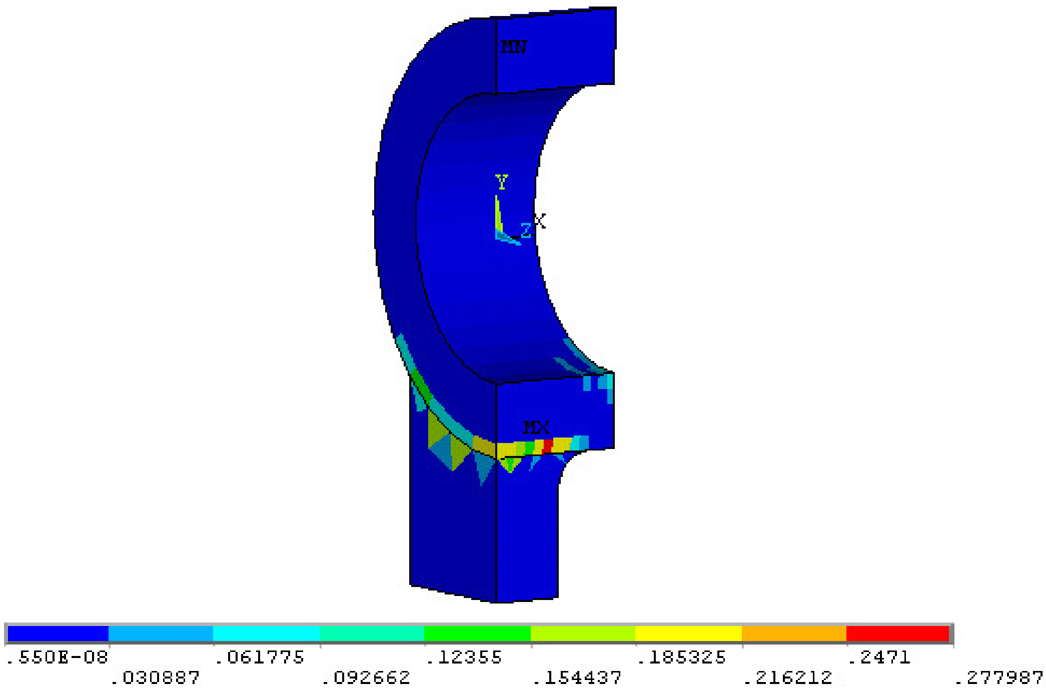


Figura 6.7: Erro estimado devido à discretização na biela

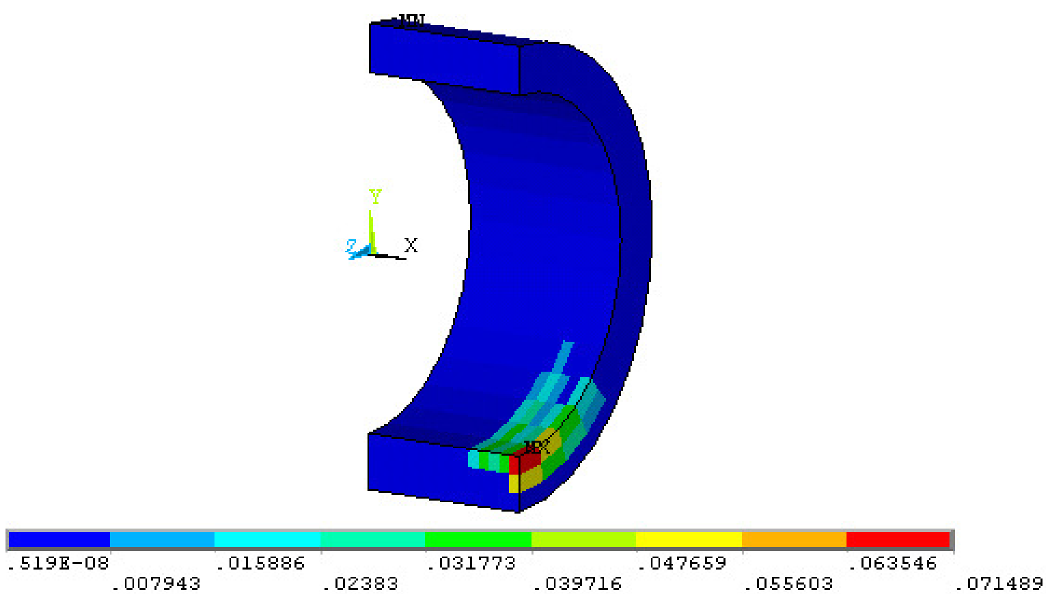


Figura 6.8: Erro estimado devido à discretização na região da biela próxima ao contato com o pino

6.2.3 Verificação das forças desbalanceadas

A solução de problemas de contato utilizando o método do Lagrangiano Aumentado requer a solução de um sistema de equações, que é resolvido no ANSYS pelo método de Newton-Raphson [4]. A qualidade do resultado encontrado por este método pode ser avaliada verificando-se as chamadas forças desbalanceadas, ou forças residuais, resultantes[12]. O valor das forças desbalanceadas indica a diferença entre as forças internas e as forças externas que conduzem ao equilíbrio do corpo. Quanto maior esta diferença, pior é a qualidade do resultado [2].

Na Figura 6.9 são mostradas as forças desbalanceadas mais significativas encontradas na parte inferior da biela. Este cálculo foi executado utilizando a condição geométrica padrão definida na seção 6.2.

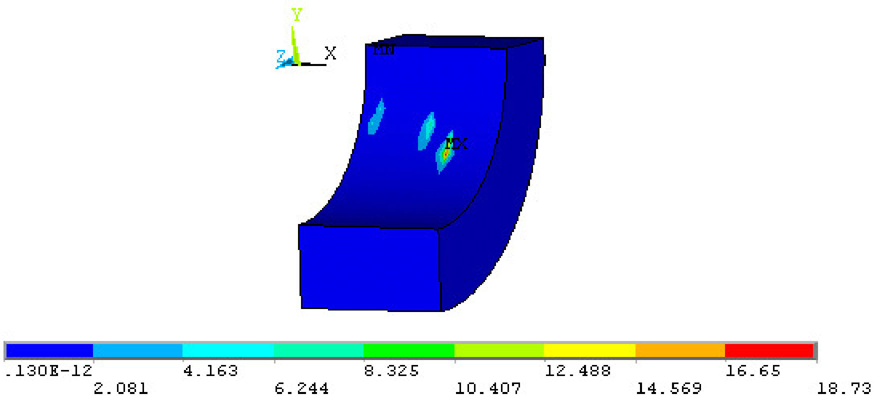


Figura 6.9: Distribuição das forças desbalanceadas na parte inferior da biela do modelo 3D do sistema formado pelo pino de ligação e o olhal menor da biela

O valor da máxima força desbalanceada foi de $18{,}73N$. A força aplicada no modelo é $F_p = 40000N$. Comparando-se estes valores pode-se concluir que o valor das forças desbalanceadas é pequeno (cerca de $0{,}05\%$), como desejado, indicando uma boa solução do problema de equilíbrio.

6.3 Otimização da superfície de contato entre o olhal menor da biela e o pino

6.3.1 Introdução

Nesta seção pretende-se otimizar a distribuição das pressões de contato atuantes no olhal menor da biela. Utiliza-se o modelo apresentado na seção 6.2. O objetivo da otimização é diminuir o valor da variável PC_{max} (máxima pressão de contato).

Utiliza-se a técnica de parametrização pela posição de nós (apresentado na seção 2.4.2). Nesta técnica de parametrização, parte-se de uma malha de elementos finitos inicial (Figura 6.3) e

[12] No ANSYS as forças desbalanceadas podem ser verificadas através do comando “PLNSOL,NRRES,FNRM,,,”.

se modifica a posição dos nós de contato.

Dois esquemas de modificação do modelo[13] são utilizados: um baseado na posição de três pontos (seção 6.3.2) e outro baseado em uma curva quadrática (seção 6.3.3).

6.3.2 Otimização da superfície de contato entre o olhal menor da biela e o pino através do esquema de modificação por pontos

Neste esquema de modificação do modelo, as variáveis de projeto são $L1$, $L2$ e $L3$, que definem a posição dos pontos de mesmo nome apresentados na Figura 6.10. Os pontos $L0$, $L1$, $L2$ e $L3$ são conectados através de retas, definindo o perfil da superfície de contato do olhal menor da biela (Figura 6.10).

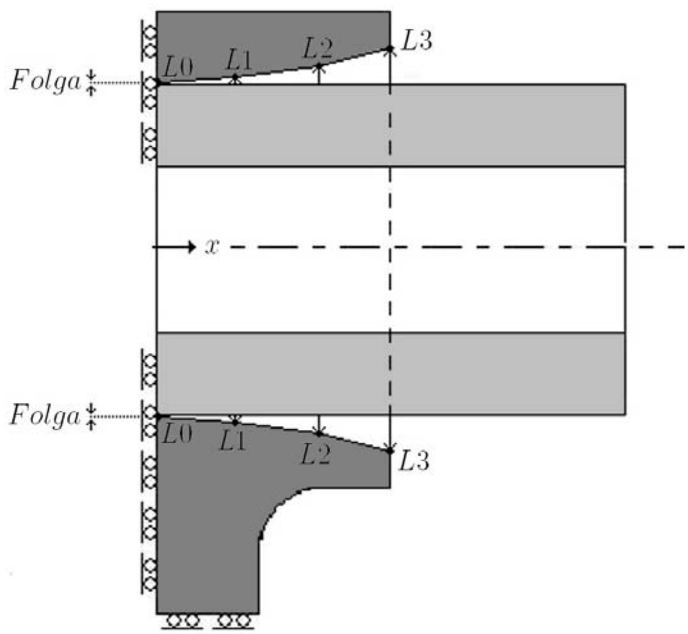


Figura 6.10: Ilustração do esquema de parametrização por pontos

O modelo 3D do sistema formado pela biela e pelo pino de ligação, apresentado na seção 6.2, foi utilizado na otimização. O algoritmo em linguagem APDL utilizado neste processo pode ser observado no Apêndice E.8.

Na Tabela 6.3 podem ser observadas as variáveis de otimização utilizadas neste exemplo, seus limites e tolerâncias, e também os valores definidos para a configuração inicial utilizada.

A distribuição das tensões de von Mises, das tensões de von Mises atuantes na região inferior do olhal menor da biela e das pressões de contato na configuração inicial podem ser observadas nas Figuras 6.11, 6.12 e 6.13, respectivamente.

[13] Estes esquemas são apresentados na seção 2.4.2.

Tabela 6.3: Variáveis e valores definidos para a otimização da superfície de contato entre o olhal menor da biela e o pino através do esquema por pontos

Variável	**Tipo**	**Limites**	**Tolerância**	**Config. Inicial**
$L1$	Variável de projeto	$0 \leq L1 \leq 0{,}005$	0,00005	0
$L2$	Variável de projeto	$0 \leq L2 \leq 0{,}015$	0,00015	0
$L3$	Variável de projeto	$0 \leq L3 \leq 0{,}035$	0,00035	0
PC_{max}	Função objetivo	-	1	318,31

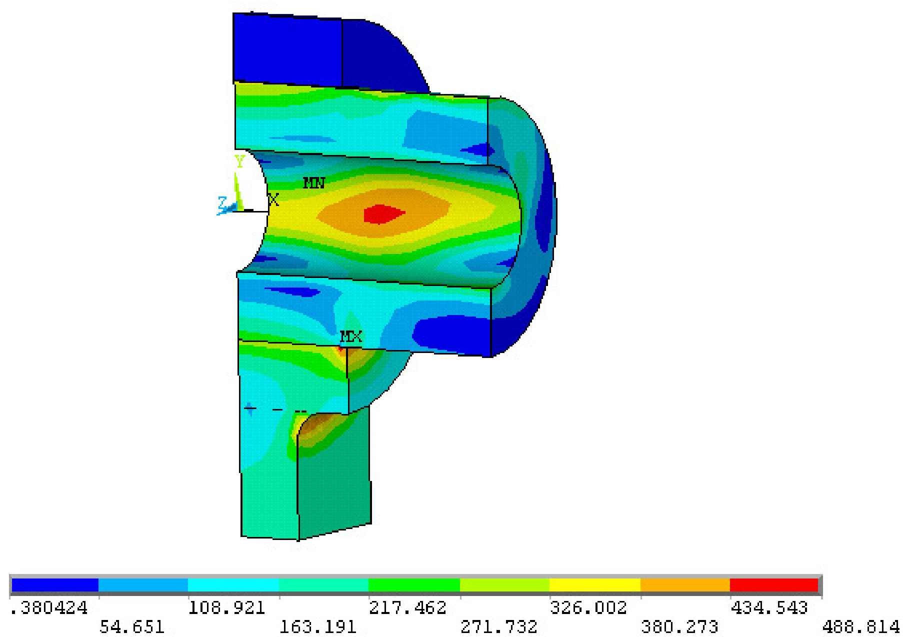


Figura 6.11: Tensões de von Mises na configuração inicial do problema $[N/mm^2]$

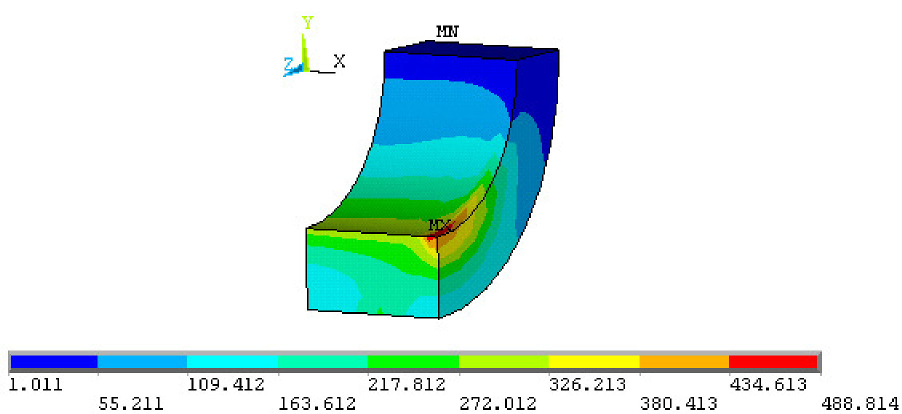


Figura 6.12: Tensões de von Mises atuantes na região inferior do olhal menor da biela na configuração inicial do problema $[N/mm^2]$

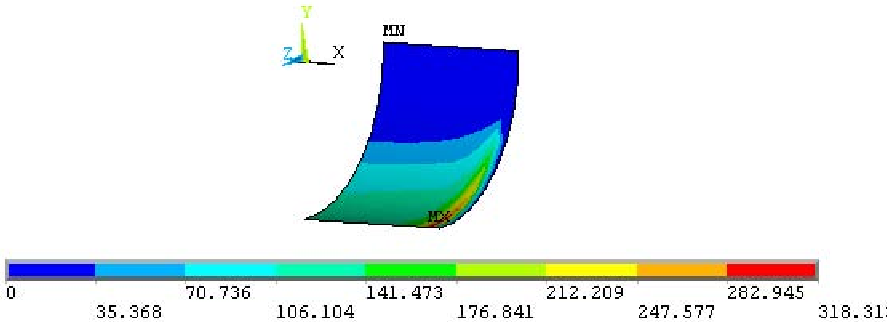


Figura 6.13: Pressões de contato na configuração inicial do problema (área indicada pela letra A na Figura 6.2) $[N/mm^2]$

A otimização da superfície de contato entre o olhal menor da biela e o pino através do esquema por pontos foi executada utilizando o método combinado (vide seção 3.5). Primeiramente o método SPA foi aplicado com suas configurações $Default$, e em seguida o método FOO foi aplicado com suas opções $Default$ partindo do resultado encontrado pelo primeiro método. Foram necessários 13 horas e 36 minutos para a execução completa da otimização em um computador Pentium4 2,66GHz e 480MB de RAM.

A distribuição das tensões de von Mises, das tensões de von Mises atuantes na região inferior do olhal menor da biela e das pressões de contato na melhor configuração encontrada pelo esquema por pontos podem ser observadas nas Figuras 6.14, 6.15 e 6.16, respectivamente.

A Tabela 6.4 apresenta os resultados da otimização da superfície de contato entre o olhal menor da biela e o pino através do esquema por pontos. Foram necessárias 17 iterações do método SPA e 3 iterações do método FOO.

Na Figura 6.17 pode-se observar o perfil da superfície de contato do olhal menor da biela resultante dos valores de $L1$, $L2$ e $L3$ na melhor configuração encontrada pelo esquema por pontos. Nesta mesma figura é ilustrada uma curva quadrática criada fixando-se o ponto inicial em $L0$ e o ponto final em $L3$. Comparando-se as duas curvas plotadas, pode-se dizer que o perfil encontrado pelo esquema por pontos se aproxima de uma curva quadrática.

Tabela 6.4: Resultados da otimização da superfície de contato entre o olhal menor da biela e o pino através do esquema por pontos

Variável	Método combinado
$L1$	0,001903
$L2$	0,007665
$L3$	0,020774
PC_{max}	182,74
Nº Iterações	$17 + 3$

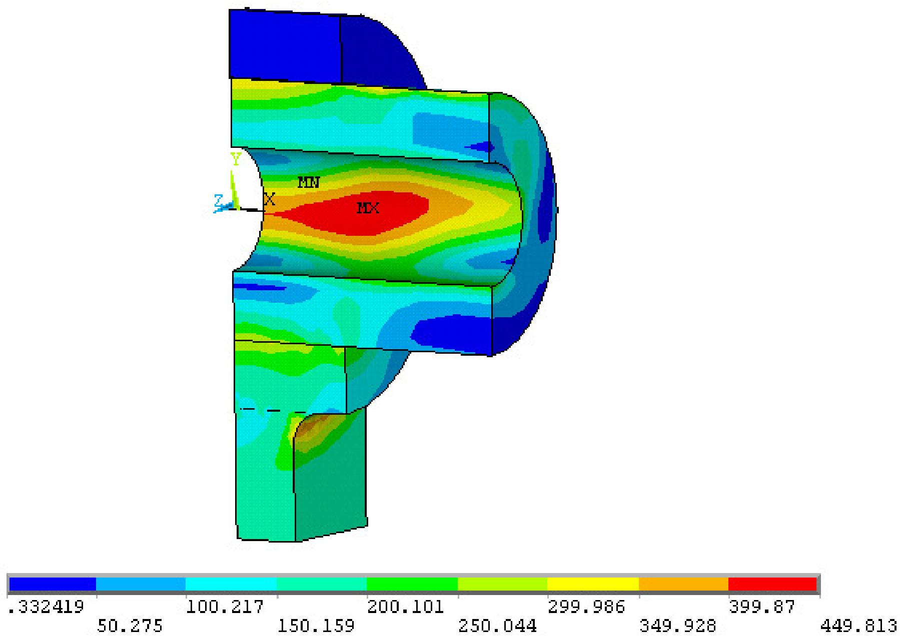


Figura 6.14: Tensões de von Mises na melhor configuração encontrada pelo esquema por pontos $[N/mm^2]$

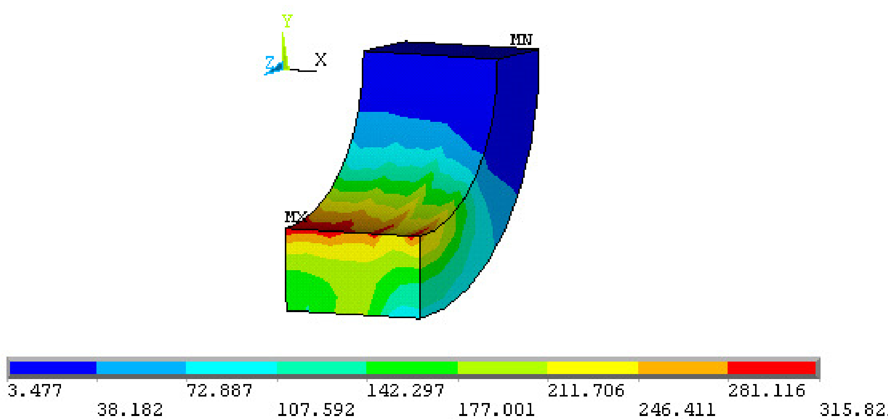


Figura 6.15: Tensões de von Mises atuantes na região inferior do olhal menor da biela na melhor configuração encontrada pelo esquema por pontos $[N/mm^2]$

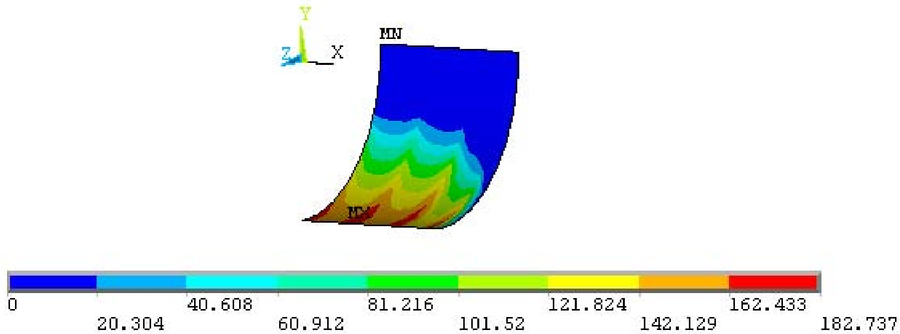


Figura 6.16: Pressões de contato na melhor configuração encontrada pelo esquema por pontos (área indicada pela letra A na Figura 6.2) $[N/mm^2]$

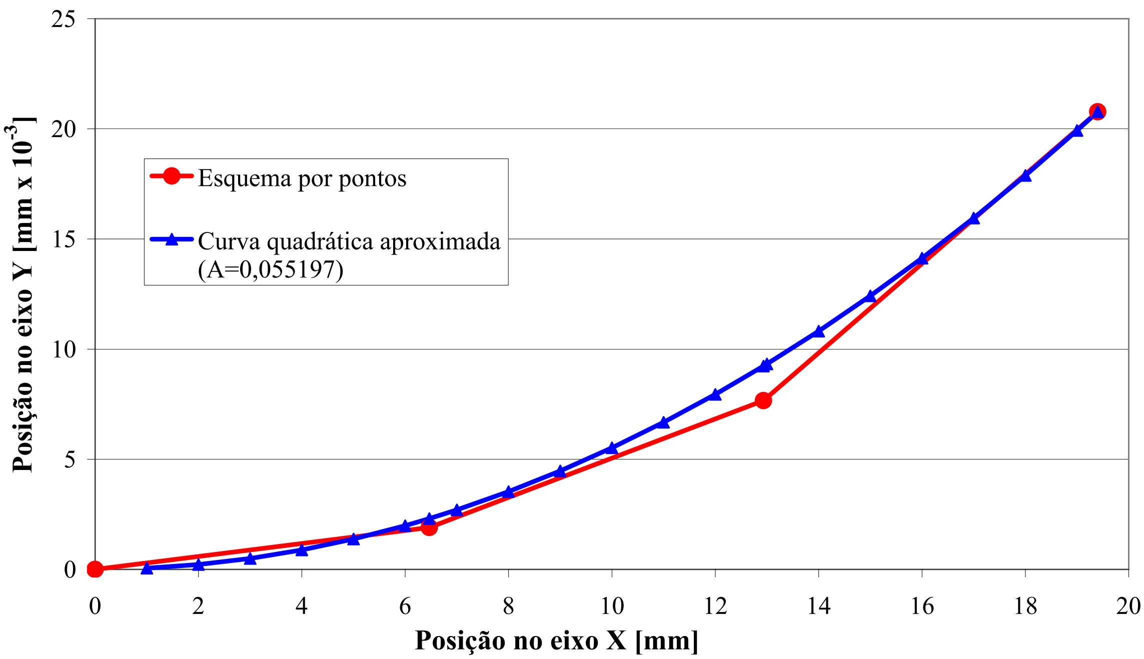


Figura 6.17: Perfil da superfície de contato do olhal menor da biela resultante dos valores de $L1$, $L2$ e $L3$ encontrados na melhor configuração calculada pelo esquema por pontos, e uma curva quadrática do tipo $\frac{A}{1000}x^2$ criada fixando-se o ponto inicial e o ponto final aos respectivos pontos da primeira curva (pode-se consider as curvas plotadas semelhantes)

6.3.3 Otimização da superfície de contato entre o olhal menor da biela e o pino através do esquema de modificação por curva

Neste esquema de modificação do modelo, a forma da superfície de contato é definida apenas com uma variável de projeto, A, que define o coeficiente de uma curva quadrática que se inicia no centro da região de contato. A posição dos nós é dada pela curva $\frac{A}{1000}x^2$, conforme ilustrado na Figura 6.18.

O tipo de curva foi definido tomando como base o resultado da Figura 6.17, de forma a gerar um perfil semelhante ao encontrado na seção 6.3.2.

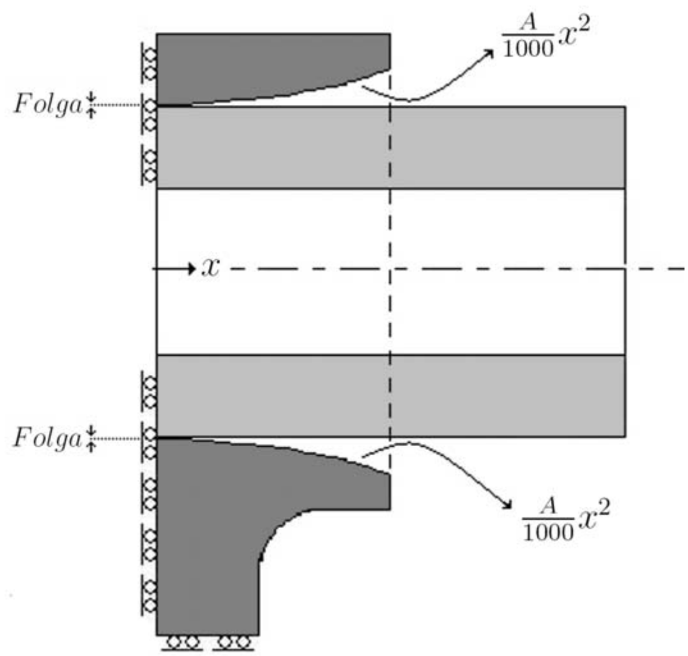


Figura 6.18: Ilustração do esquema de parametrização por curva quadrática

O modelo 3D do sistema formado pela biela e pelo pino de ligação, apresentado na seção 6.2, foi utilizado na otimização. O algoritmo em linguagem APDL utilizado neste processo pode ser observado no Apêndice E.8.

Na Tabela 6.5 podem ser observadas as variáveis de otimização utilizadas neste exemplo, seus limites e tolerâncias, e também os valores definidos para a configuração inicial utilizada.

Tabela 6.5: Variáveis e valores definidos para a otimização da superfície de contato entre o olhal menor da biela e o pino através do esquema por curva quadrática

Variável	**Tipo**	**Limites**	**Tolerância**	**Config. Inicial**
A	Variável de projeto	$0 \leq A \leq 0{,}150$	0,0015	0
PC_{max}	Função objetivo	-	1	318,31

A configuração inicial utilizada é geometricamente igual à configuração inicial utilizada no esquema por pontos (seção 6.3.2). A distribuição das tensões de von Mises, das tensões de von Mises atuantes na região inferior do olhal menor da biela e das pressões de contato na configuração inicial podem ser observadas nas Figuras 6.11, 6.12 e 6.13, respectivamente.

A otimização da superfície de contato entre o olhal menor da biela e o pino através do esquema por curva quadrática foi executada utilizando o método combinado (vide seção 3.5). Primeiramente o método SPA foi aplicado com suas configurações $Default$, e em seguida o método FOO foi aplicado com suas opções $Default$ partindo do resultado encontrado pelo primeiro método. Foram necessários 11 horas e 12 min para a execução completa da otimização em um computador Pentium4 2,66GHz e 480MB de RAM.

A distribuição das tensões de von Mises, das tensões de von Mises atuantes na região inferior do olhal menor da biela e das pressões de contato na melhor configuração encontrada pelo esquema por curva quadrática podem ser observadas nas Figuras 6.19, 6.20 e 6.21, respectivamente.

A Tabela 6.6 apresenta os resultados da otimização da superfície de contato entre o olhal menor da biela e o pino através do esquema por curva quadrática. Foram necessárias 5 iterações do método SPA e 4 iterações do método FOO.

Tabela 6.6: Resultados encontrados nos casos da otimização da superfície de contato entre o olhal menor da biela e o pino através do esquema por curva quadrática

Variável	Método combinado
A	0,061975
PC_{max}	175,73
Nº Iterações	5 + 4

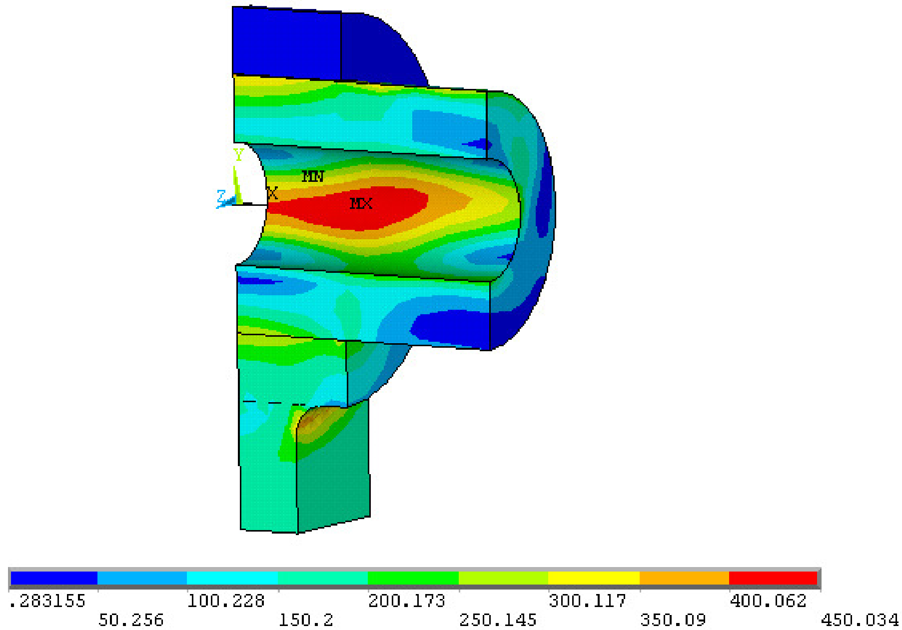


Figura 6.19: Tensões de von Mises na melhor configuração encontrada pelo esquema por curva quadrática $[N/mm^2]$

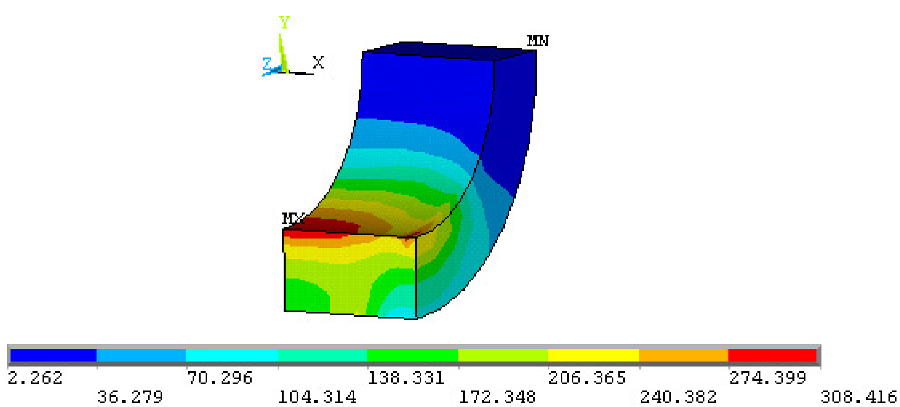


Figura 6.20: Tensões de von Mises atuantes na região inferior do olhal menor da biela na melhor configuração encontrada pelo esquema por curva quadrática $[N/mm^2]$

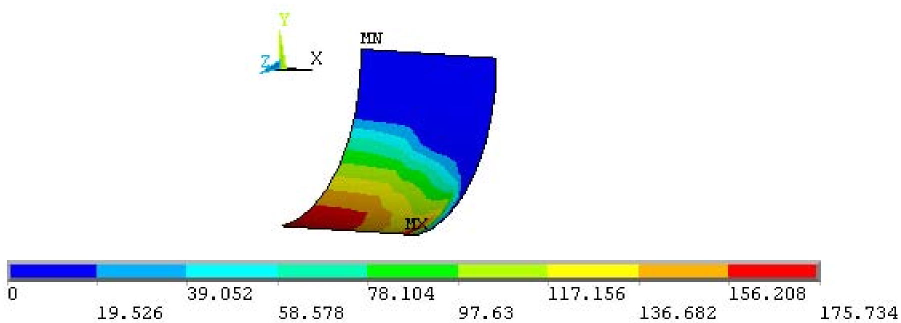


Figura 6.21: Pressões de contato na melhor configuração encontrada pelo esquema por curva quadrática (área indicada pela letra A na Figura 6.2) $[N/mm^2]$

6.3.4 Conclusões sobre a otimização das pressões de contato atuantes em uma biela

O problema da otimização da distribuição das pressões de contato no olhal menor da biela foi resolvido através da técnica de parametrização pela posição dos nós e por dois esquemas de modificação: o esquema baseado em pontos e o esquema baseado em uma curva quadrática. Ambos foram capazes de encontrar resultados otimizados. O uso da técnica de parametrização pela posição de nós permitiu que o problema fosse solucionado sem exigir que o modelo em elementos finitos criado fosse parametrizado para a otimização, este fato diminuiu o tempo de preparação para a otimização.

Na Figura 6.22 são comparados os perfis encontrados pelos dois esquemas utilizados. Percebe-se que estes se assemelham. Na Figura 6.23 são apresentadas as pressões de contato ao longo da linha inferior da região de contato entre a biela e o pino para a configuração inicial e para os resultados encontrados pelo esquema por pontos e pelo esquema por curva quadrática.

Na Tabela 6.7 são comparados os resultados encontrados pelos dois esquemas utilizados e os valores relativos à configuração inicial. Percebe-se que o esquema por curva quadrática alcançou um valor menor para a função objetivo com um menor número de iterações e com um tempo de cálculo inferior. Porém, é importante notar que a escolha do tipo de curva que foi utilizada dependeu do resultado encontrado pelo esquema por pontos. Em relação à máxima tensão de von Mises, os dois esquemas encontraram resultados semelhantes e cerca de 8% menor que o valor inicial.

Tabela 6.7: Tabela comparativa entre a configuração inicial e os resultados encontrados pelos esquemas utilizados no processo de otimização das seções 6.3.2 e 6.3.3

Resultado Comparado	**Configuração Inicial**	**Esquema por pontos**	**Esquema por curva quadrática**
Função objetivo (PC_{max}) $[N/mm^2]$	318,31	182,74 (-43%)	175,73 (-45%)
Máxima tensão de von Mises $[N/mm^2]$	488,81	449,81 (-8%)	450,03 (-8%)
Número de iterações	-	20	9
Tempo de cálculo	-	13h36min	11h12min

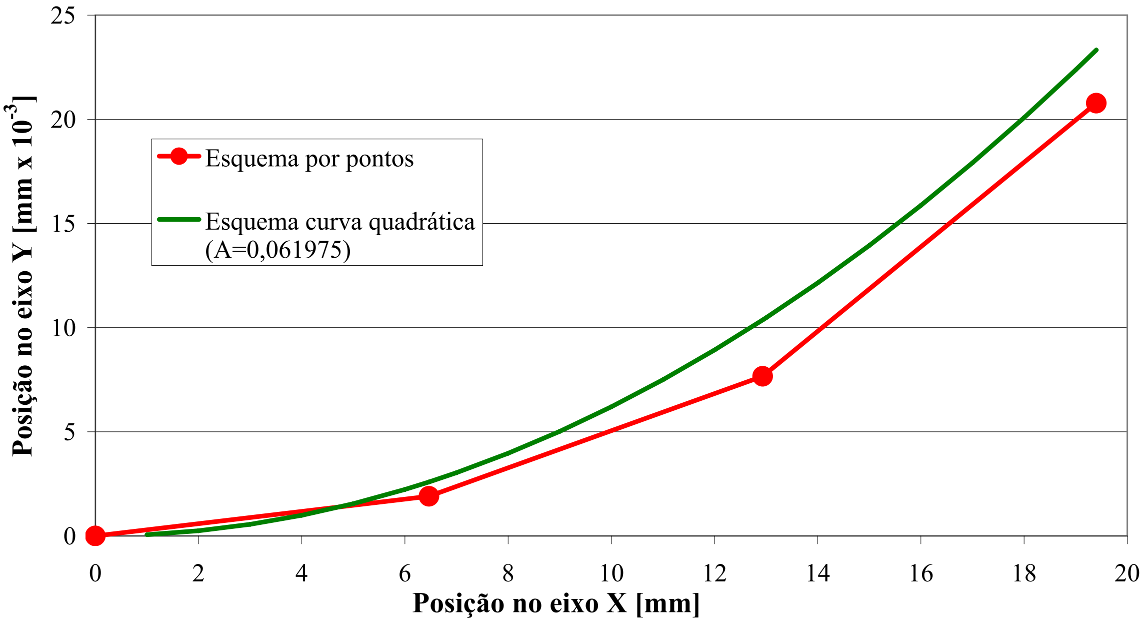


Figura 6.22: Comparação dos resultados encontrados pelo esquema por pontos e pelo esquema por curva quadrática

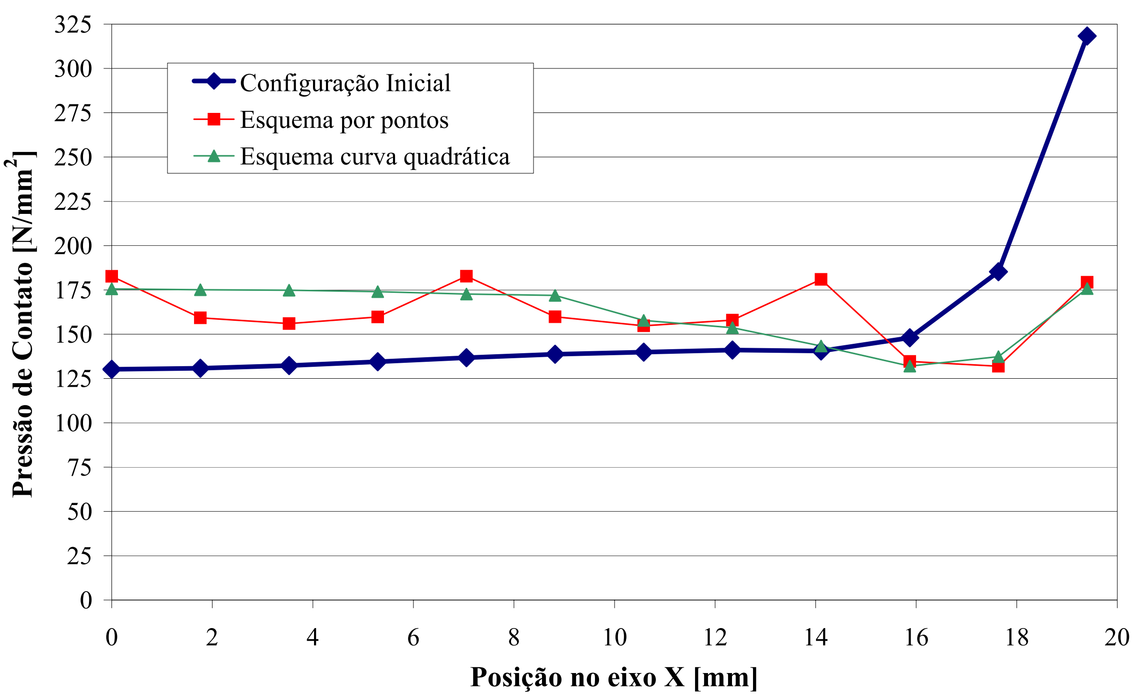


Figura 6.23: Comparação da distribuição de pressão de contato ao longo da linha inferior da região de contato entre a biela e o pino para a configuração inicial e para os resultados encontrados pelo esquema por pontos e pelo esquema por curva quadrática

Capítulo 7

Conclusões

Neste trabalho, foram abordados aspectos relacionados à otimização geométrica de componentes mecânicos, aspectos relacionados a problemas de contato, e aspectos relacionados à otimização de problemas que envolvem contato. O módulo de otimização *Design optimization* do ANSYS foi utilizado e optou-se pelas técnicas de otimização paramétrica e de forma. Um método de otimização combinando os métodos presentes no ANSYS e uma técnica de parametrização baseada na posição de nós da malha de elementos finitos foram propostos. Efetuou-se a otimização das pressões de contato atuantes no olhal menor de uma biela através de um modelo de elementos finitos baseado em uma situação real.

As principais contribuições do trabalho foram:

- Exploração dos módulos de otimização e de contato acoplados (seção 4.3);
- Aplicação da técnica de parametrização pela posição de nós (seção 2.4.2);
- Aplicação do método combinado proposto (seção 3.5);
- Verificação do potencial da otimização da superfície de contato do olhal menor de uma biela (seção 6.3).

7.1 Conclusões sobre problemas de otimização no ANSYS

7.1.1 Comentários gerais

Nos exemplos apresentados na seção 5.1, o método FOO encontrou sempre resultados mais otimizados, porém utilizou mais tempo computacional do que o método SPA, conforme citado em [2]. Por outro lado, o método FOO foi mais sensível à presença de pontos de mínimo local.

O processo completo de otimização resolve o problema de elementos finitos diversas vezes, e o custo computacional deste processo será diretamente proporcional ao custo de resolução deste problema de elementos finitos. Desta forma, deve-se procurar simplificar o problema antes de se iniciar um processo de otimização para que o custo computacional não seja proibitivo.

De uma maneira geral, conclui-se que o módulo de otimização *Design optimization* do ANSYS foi capaz de minimizar a função objetivo em todos os exemplos apresentados.

7.1.2 Comentários sobre o método SPA

As configurações conhecidas existentes no início de cada iteração de otimização definem a função aproximada utilizada na iteração. Desta forma, a precisão da aproximação será influenciada pela estratégia utilizada para definir estas configurações. É possível, por exemplo, eliminar as configurações infactíveis em busca de mais pontos factíveis, ou eliminar as configurações mais distantes da região que se espera conter o ponto de mínimo com o intuito de focalizar o método nesta região, etc.

7.1.3 Comentários sobre o método FOO

O método FOO parte de uma configuração inicial em busca do ponto de mínimo do problema, e esta configuração pode influenciar o tempo de processamento e o resultado do método de forma significativa. Em alguns casos, principalmente quando o ponto de início se localiza próximo a um ponto de mínimo local, o método pode encontrar um mínimo local como resposta.

O método FOO pode encontrar uma configuração infactível como resposta, o que pode significar que o problema não apresenta soluções factíveis, ou que foi encontrado um ponto de mínimo local fora da região factível do problema. Neste caso, aconselha-se a aplicação do método SPA, que apresenta maior abrangência do espaço definido pelos limites das variáveis de projeto do problema. Outra estratégia pode ser a modificação do ponto de partida do método.

A convergência do método FOO no ANSYS independe dos valores de tolerância definidos para as variáveis de projeto. Esta depende apenas do valor da tolerância definido para a função objetivo do problema.

7.1.4 Comentários sobre o método combinado

Neste trabalho foi proposto o uso do método combinado para a resolução de problemas de otimização. Este método se utiliza dos métodos SPA e FOO em sequência (o segundo tendo como ponto de partida o resultado do primeiro) para encontrar o ponto de mínimo da otimização (vide seção 3.5). Esta estratégia é adotada porque se espera que o método SPA seja mais eficaz em evitar pontos de mínimo local, e que o método FOO encontre resultados refinados com menor "custo computacional" partindo de um ponto mais próximo da solução.

No exemplo da seção 5.1.4, este método é comparado com a aplicação direta dos métodos presentes no ANSYS. Através dos resultados encontrados, pode-se dizer que o mesmo foi capaz de evitar os pontos de mínimo do problema e apresentou uma boa relação entre o valor da função objetivo na melhor configuração e o "custo computacional" necessário na otimização.

O método combinado se mostrou robusto nos exemplos realizados e pode ser considerado como uma opção para o aperfeiçoamento de novos pacotes de elementos finitos.

7.2 Conclusões sobre problemas de otimização com contato

Os problemas de otimização envolvendo contato foram resolvidos considerando o problema de contato como uma sub-etapa da otimização. Nesta abordagem, o problema de contato indica os valores das restrições e da função objetivo para determinadas condições de geometria que forem necessárias durante as iterações de otimização.

Foram apresentados exemplos de problemas de otimização com contato entre um corpo flexível e outro rígido (*rigid-to-flexible*) e com contato entre dois corpos flexíveis (*flexible-to-flexible*). Todos os exemplos foram resolvidos com sucesso utilizando o ANSYS como ferramenta de otimização.

Nota-se que este tipo de problema pode apresentar dificuldade de convergência, pois a cada iteração as condições e geometrias envolvidas com o problema de contato são modificadas. A opção *Automatic contact adjustment= Close gap* foi utilizada nos exemplos da seção 5.3 com o objetivo de amenizar esta dificuldade.

Outra dificuldade presente em problemas de otimização envolvendo contato se refere ao esforço computacional. Problemas de contato são não-lineares e geralmente exigem um alto custo computacional. Quando se trabalha com este tipo de problema, é aconselhável simplifica-lo aos requisitos de interesse. Também é aconselhável definir com cautela os critérios de convergência de modo que o custo computacional seja viável.

7.2.1 Comentários sobre as técnicas de parametrização propostas

Foram utilizados duas técnicas de parametrização neste trabalho (vide seção 2.4). A primeira técnica de parametrização modifica o modelo geométrico durante as iterações e uma nova malha de elementos finitos é criada de acordo com este modelo. A segunda parte sempre de uma mesma malha de elementos finitos inicial e modifica a posição dos nós de interesse durante as iterações.

A técnica de parametrização pelo modelo geométrico se mostrou mais adequada para os casos em que a geometria do modelo em elementos finitos pode ser parametrizada e/ou quando as mudanças resultantes na geometria são grandes quando comparadas ao tamanho dos elementos da malha de elementos finitos, já que esta não provoca distorções na malha.

A técnica de parametrização pela posição dos nós se mostrou mais adequada para os casos onde é inviável a parametrização da geometria do modelo (esta necessita apenas da malha de elementos finitos do modelo). Como desvantagem, esta técnica distorce os elementos, o que pode causar perda de qualidade dos resultados caso a relação entre o tamanho dos elementos e o tamanho das mudanças propostas não seja adequada.

7.3 Conclusões sobre o problema das pressões de contato atuantes em um biela

Na seção 6.2 foi criado um modelo de elementos finitos simplificado do problema das pressões de contato atuantes no olhal menor de uma biela. Os resultados deste modelo foram verificados através de uma análise quanto a variação dos parâmetros de controle da malha (seção 6.2.1), quanto ao erro estimado devido à discretização (seção 6.2.2), e quanto às forças desbalanceadas resultantes (seção 6.2.3).

A otimização das pressões de contato atuantes no olhal menor da biela foi executada à partir do modelo de elementos finitos apresentado na seção 6.2. A técnica de parametrização pela posição dos nós foi utilizada e dois esquemas de modificação do modelo foram aplicados: o primeiro utilizando a posição de três pontos da superfície do olhal da biela como referência (seção 6.3.2), e o segundo utilizando a equação de uma curva quadrática como referência (seção 6.3.3). Ambos se mostraram adequados ao tipo de problema. O segundo esquema obteve uma redução de 45% no valor da máxima pressão de contato, de $318{,}313 N/mm^2$ para $175{,}730 N/mm^2$.

Acredita-se que a fabricação de bielas para uso comercial com os perfis propostos seja viável através de novas técnicas de usinagem já inseridas no mercado, como a usinagem a laser.

Outras conclusões à respeito deste problema podem ser encontradas na seção 6.3.4.

7.4 Sugestões para trabalhos futuros

Dando continuidade a este trabalho, poderia ser proposta a resolução do mesmo problema através de outros métodos de otimização, como por exemplo os métodos evolucionários e os métodos probabilísticos [17], através da técnica de otimização topológica [10], ou através de outro software. A metodologia também poderia ser aplicada em outros problemas que envolvam contato, como cálculo de mancais e engrenagens.

Um outro aspecto que pode ser investigado em trabalhos futuros é a otimização de problemas que envolvam contato em que o efeito do atrito deva ser considerado.

O ANSYS permite que usuário desenvolva seu próprio método de otimização através da linguagem APDL. Novos trabalhos poderiam ser desenvolvidos neste contexto.

Em Edke (2006) [6] o assunto da otimização de projeto é tratado em paralelo com otimização de processos. Esta abordagem poderia servir de base para novos desenvolvimentos na área industrial.

Referências Bibliográficas

[1] ANSYS Contact Technology Guide, ANSYS Release 10.0, 2005.

[2] ANSYS help, ANSYS Release 10.0, 2005.

[3] Arora J., Introduction to Optimun Design, McGraw-Hill, 1989.

[4] Belegundu A., Chandrupatla T., Optimization Concepts and Applications in Engineering, Prentice Hall, 1999.

[5] Driemeier L., Aplicação do Conceito de Derivada Topológica na Otimização Estrutural de Problemas da Elasticidade, Tese de Mestrado, FEM, UNICAMP, 2002.

[6] Edke M., Chang K., Shape Optimization of Heavy Load Carrying Components for Structural Performance and Manufacturing Cost, Structural and Multidisciplinary Optimization, vol. 31, pp. 344-354, 2006.

[7] Fancello E., Formulação Variacional do Problema de Contato com Atrito; Resolução via Regularização, Tese de Mestrado, COPPE - UFRJ, 1989.

[8] Fancello E., Shape Optimization in Frictionless Contact Problems, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 37, pp. 2311-2335, 1994.

[9] Fancello E., Haslinger J., Feijóo R., Numerical Comparison Between Two Cost Functions in Contact Shape Optimization, Structural Optimization, vol. 9 (1), pp. 57-68, 1995.

[10] Fancello E., Topology Optimization for Minimum Mass Design Considering Local Failure Constraints and Contact Boundary Conditions, Structural and Multidisciplinary Optimization, vol. 32, pp. 229-240, 2006.

[11] Fessler H., Padgham H., A Contribution to the Stress Analysis of Piston Pins, Journal of Strain Analysis, vol. 1, pp. 422-428, 1968.

[12] Fessler H., Hyde T., Stress Distribution in Gudgeon Pins, Journal of Strain Analysis, vol. 32, pp. 375-386, 1997.

[13] Hemp W., Optimum Structures, Claredon Press, 1973.

[14] Hilding D., Klarbring A., Petersson J., Optimization of Structures in Unilateral Contact, Applied Mechanics Reviews, vol. 52 (4), pp. 139-160, 1999.

[15] Khoei A., Nikbakht M., An Enriched Finite Element Algorithm for Numerical Computation of Contact Friction Problems, Internacional Journal of Mechanical Sciences, vol. 49, pp. 183-199, 2007.

[16] Meske R., Mulfinger F., Warmuth O., Topology and Shape Optimization of Components and Systems with Contact Boundary Conditions, In: Modellieren von Baugrupen und Verbindungen fur FE-Berechnungen, Wiesbaden, NAFENS, April 2002.

[17] Meske R., Sauter J., Schnack E., Nonparametric Gradient-less Shape Optimization for Real-world Applications, Structural and Multidisciplinary Optimization, vol. 30, pp. 201-218, 2005.

[18] Nelli Silva E., Técnicas de Otimização Aplicadas no Projeto de Peças Mecânicas, USP - Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos. Disponível em: *www.poli.usp.br/d/pmr5215/otimizacao.pdf*, novembro de 2007.

[19] Norton R., Projeto de Máquinas, Bookman, 2ª edição, 2006.

[20] Páczelt L., Szabó T., Optimal Shape Design for Contact Problems, Structural Optimization, vol. 7, pp. 66-75, 1994.

[21] Pizzirani F., Otimização Topológica de Estruturas Utilizando Algoritmos Genéticos, Tese de Mestrado, FEM, UNICAMP, 2003.

[22] Porto E., Método da Homogeneização Aplicado à Otimização Estrutural Topológica, Tese de Mestrado, FEM, UNICAMP, 2006.

[23] Serpa A., Problema de Contato com Atrito Utilizando o Método do Lagrangiano Aumentado, Tese de Doutorado, FEM, UNICAMP, 1996.

[24] Shenoy P., Dynamic Load Analysis and Optimization of Connecting Rod, Tese de Doutorado, University of Toledo, 2004.

[25] Strozzi A., De Bona F., Hoop Stresses in the Con-rod Small End, Proceedings of the I MECH E Part D: Journal of Automobile Engineering, vol. 219, pp. 1331-1345, 2005.

[26] Weingaertner W., Schroeter R., Santos I., Desenvolvimento de Tecnologia de Usinagem de Ultra-precisão, VII Congreso Nacional de Ingenieria Mecânica, Valdivia, Chile, pp. 411-416, 1996.

[27] Wu Z., An Efficient Approach for Shape Optimization of Components, International Journal of Mechanical Sciences, vol. 47, 2005.

[28] Yatheendhar M., Shape Optimal Design of Bodies in Elastic Contact, Tese de Doutorado, Pennsylvania State University, 1993.

[29] Zienkiewicz O. C., Zhu J. Z., A Simple Error Estimator and Adaptive Procedure for Practical Engineering Analysis, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 24, pp. 337-357, 1987.

Apêndice A

Concentração geométrica de tensões em corpos em contato

A concentração geométrica de tensão, CGT, pode ocorrer quando uma peça do contato é menor do que a outra, gerando concentrações de tensão nas bordas do contato, conforme ilustrado na Figura A.1.(a). Nesta seção é apresentada uma síntese deste efeito baseada em Norton (2006) [19].

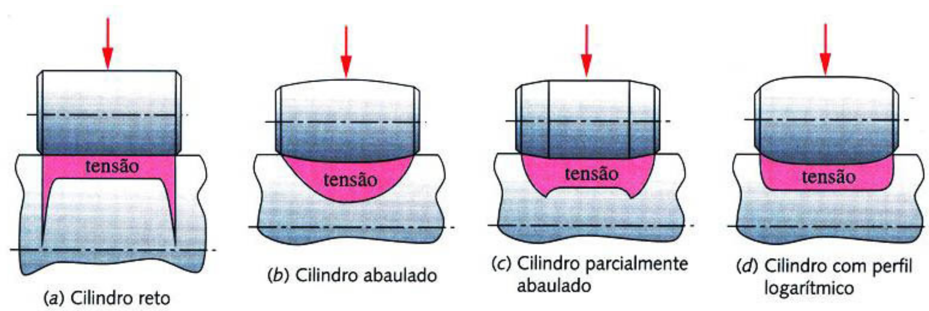


Figura A.1: Pressões de contato entre dois cilindros de tamanhos diferentes e sob diferentes formas geométricas [19]

A CGT pode ser atenuada modificando-se a geometria das peças em contato. Uma solução comumente utilizada é o abaulamento da superfície menor como ilustrado na Figura A.1.(b). Esta solução é eficaz quando o carregamento de contato pode ser previsto, pois desta forma o raio de abaulamento pode ser determinado adequadamente. Outra solução pode ser a implementação de uma superfície parcialmente abaulada, conforme na Figura A.1.(c). Porém neste caso, a concentração de tensão ainda ocorrerá, mesmo que de uma forma menos severa. Para este problema específico, pesquisas citadas por Norton [19] mostram que uma curva logarítmica gerará uma distribuição mais uniforme das tensões para variados níveis de carregamento como mostrado na Figura A.1.(d).

A distribuição de pressão de contato pode ser modificada consideravelmente através da variação da forma das superfícies de contato. Contudo, na maior parte dos problemas pode ser difícil identificar a forma ótima das superfícies, ou quando esta forma é identificada, pode ser difícil reproduzí-la na peça real.

Apêndice B

Fundamentos matemáticos de otimização

B.1 Direção de descida de uma função

Esta seção é baseada em Arora [3]. Seja uma função $f(\mathbf{x})$, onde $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n]^T$. Uma direção é considerada uma direção de descida $\mathbf{d}$ a partir do ponto $\mathbf{x}^0$, se:

$$f(\mathbf{x}^0 + \alpha\mathbf{d}) < f(\mathbf{x}^0), \forall\alpha \in (0{,}\xi), \xi > 0 \tag{B.1}$$

Em outras palavras, uma direção é considerada uma direção de descida se a função apresentar um valor menor do que o inicial quando for possível realizar um passo $\alpha > 0$ nesta direção.

B.2 Vetor gradiente

Esta seção é baseada em Arora [3]. Dada uma função $f(\mathbf{x})$, onde $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n]^T$, o vetor gradiente calculado em um ponto $\mathbf{x}^p$ será:

$$\nabla f(\mathbf{x}^p) = \left.\left[\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n}\right]^T\right|_{\mathbf{x}^p} \tag{B.2}$$

O vetor gradiente indica a direção de maior subida de uma função no ponto considerado e conseqüentemente pode ser utilizado no cálculo das direções de descida da mesma. Outra característica do vetor gradiente é que este é nulo quando se atinge um ponto de mínimo ou máximo de uma função contínua e diferenciável.

B.3 Método das diferenças finitas para o cálculo do gradiente

O método das diferenças finitas [3] pode ser utilizado para se calcular uma aproximação do vetor gradiente $\nabla f(\mathbf{x})$ de uma função $f(\mathbf{x})$ em um ponto de interesse $\mathbf{x}^0$, onde $\mathbf{x} = [x_1,x_2,x_3,...,x_n]^T$. Através deste método o valor de um termo do vetor gradiente será dado por:

$$\frac{\partial f}{\partial x_w} = \frac{f(x_1^0,x_2^0,x_w^0+\delta,...,x_n^0) - f(x_1^0,x_2^0,x_w^0,...,x_n^0)}{\delta}, \qquad w = 1,...,n \tag{B.3}$$

onde δ é a variação considerada pelo usuário.

Apêndice C

Métodos de minimização irrestrita

C.1 Métodos de minimização irrestrita univariável (busca linear)

C.1.1 Método da seção áurea (Golden section)

O método da seção áurea, também conhecido como método *Golden section*, é utilizado na busca do ponto de mínimo de uma função unidimensional. Trata-se de um método de busca direta (o gradiente não é utilizado) [3, 4].

Dada uma função univariável $f(x)$, como a apresentada na Figura C.1, os métodos de busca direta se utilizam do seguinte esquema iterativo:

1. Definição de um intervalo de incerteza I^0 que contenha o ponto de mínimo x^*;
2. Redução do intervalo de incerteza através de iterações até que $I^{k+1} \leq \gamma$, onde γ é um valor de tolerância especificado para o problema.

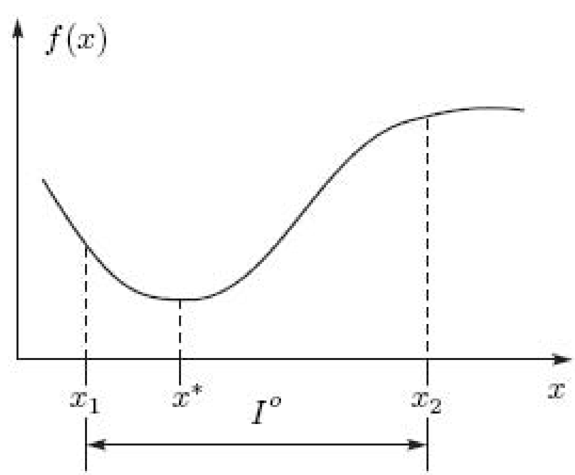


Figura C.1: Ilustração do intervalo de incerteza inicial utilizado no método da seção áurea

No método *Golden section* a razão entre os intervalos definidos em duas iterações seguidas é igual à chamada razão áurea, $\varphi = 0{,}618034$, ou seja:

$$\frac{I^{k+1}}{I^k} = \varphi = 0{,}618034 \qquad \text{(C.1)}$$

A estratégia utilizada para a redução do intervalo de incerteza pode ser melhor compreendida através da Figura C.2. Considerando um intervalo de incerteza I^k definido entre os pontos 1 e 4, os pontos 2 e 3 e o valor da função nestes dois pontos são calculados. Então se chega em dois casos:

- CASO 1: $f_2 < f_3$ - o novo intervalo I^{k+1} será dado pelos pontos 1 e 3;
- CASO 2: $f_2 > f_3$ - o novo intervalo I^{k+1} será dado pelos pontos 2 e 4.

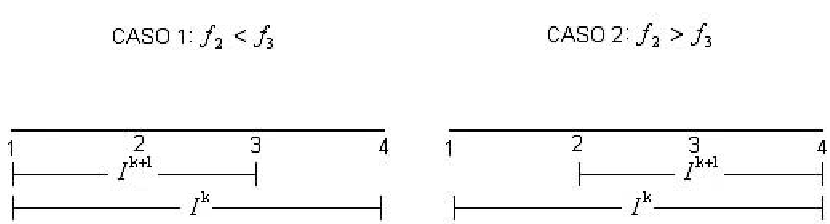


Figura C.2: Esquema da definição dos novos intervalos de incerteza

O algoritmo básico para o método *Golden section* pode ser dado por:

1. Iniciar contador de iterações: $k = 0$;
2. Definição do intervalo de incerteza inicial $I^0 = [x_1, x_4]$;
3. Definição do valor da tolerância ϵ e do número máximo de iterações i_{max};
4. Atualização do contador de iterações: $k = k + 1$;
5. Definição dos pontos intermediários: $x_2 = x_1\varphi + x_4(1-\varphi)$ e $x_3 = x_4\varphi + x_1(1-\varphi)$;
6. Cálculo do valor da função nos pontos x_2 e x_3;
7. Se $f_2 \leq f_3$, então $x_4 = x_3$;
   Se $f_2 > f_3$, então $x_1 = x_2$;
8. $I^k = [x_1, x_4]$;
9. Verificar os critérios de parada: $I^k \leq \gamma$ ou $k = k_{max}$.
   Se um dos critérios for alcançado: Fim: $x^* = \frac{x_1+x_4}{2}$;
   Se nenhum dos critérios for alcançado: Voltar para 4.

C.1.2 Busca unidimensional por ajuste quadrático (*Linear quadratic fitting*)

O método da busca unidimensional por ajuste quadrático, também chamado de método *Linear quadratic fitting*, executa a minimização de funções unidimensionais [3, 4]. Em suas iterações, são utilizadas funções aproximadas, $p(x)$, para minimizar uma função $f(x)$. Estas funções aproximadas são criadas através da interpolação dos valores da função $f(x)$ calculada em três pontos distintos (Figura C.3).

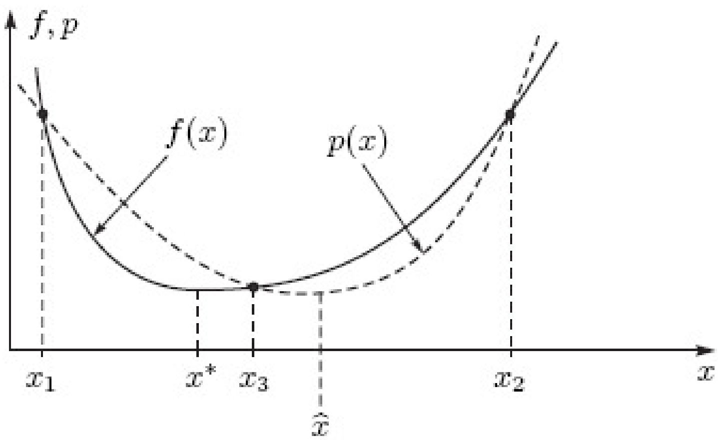


Figura C.3: Ilustração do método *Linear quadratic fitting*

Este método pode ser descrito como a seguir:

1. Definição de três pontos de interesse, $(x_1,f(x_1))$, $(x_2,f(x_2))$, e $(x_3,f(x_3))$, dentro do intervalo de incerteza em que deve estar o ponto de mínimo da função;

2. Determinação do polinômio de segundo grau $p(x)$ que passa por estes três pontos;

3. Cálculo do mínimo de $p(x)$, $\widehat{x}$, sabendo que $\nabla p(\widehat{x}) = \frac{dp(\widehat{x})}{d\widehat{x}} = 0$ e $\frac{d^2p(\widehat{x})}{d\widehat{x}^2} \geq 0$. Este ponto será considerado uma aproximação para o mínimo de $f(x)$;

4. Checagem dos critérios de convergência. Por exemplo $\frac{df(\widehat{x})}{d\widehat{x}} \leq \gamma$, onde γ é um valor de tolerância definido pelo usuário. Se os critérios de convergência tiverem sido alcançados $\widehat{x}$ será o resultado do problema, caso contrário continuar as iterações;

5. Definição dos novos pontos de interesse e do novo intervalo de incerteza:

   - CASO 1: $x_1 < \widehat{x} < x_3$:
     Se $f(\widehat{x}) < f(x_3)$, então os novos pontos serão $[x_1,\widehat{x},x_3]$;
     Se $f(\widehat{x}) > f(x_3)$, então os novos pontos serão $[\widehat{x},x_3,x_2]$.

- CASO 2: $x_3 < \widehat{x} < x_2$:
  Se $f(x_3) < f(\widehat{x})$, então os novos pontos serão $[x_1,x_3,\widehat{x}]$;
  Se $f(x_3) > f(\widehat{x})$, então os novos pontos serão $[x_3,\widehat{x},x_2]$.

6. Checar critérios de convergência. Se não ocorreu convergência, então reiniciar o algoritmo.

C.2 Métodos de minimização irrestrita multivariável

C.2.1 Método do gradiente (*Steepest descent*)

Seja uma função genérica $f(\mathbf{x})$ que se deseja minimizar. Pelo método do gradiente a direção de descida é estabelecida como sendo a direção inversa do gradiente [3, 4], ou seja:

$$\mathbf{d}^k = -\nabla f(\mathbf{x}^k) \tag{C.2}$$

O algoritmo do método do gradiente é o mesmo apresentado para o método FOO, na seção 3.4.

C.2.2 Método das direções conjugadas - Polak-Ribieri (*Conjugate directions*)

Segundo o guia do usuário do ANSYS [2], o método das direções conjugadas apresentado por Polak-Ribieri, também conhecido como método do gradiente conjugado de Polak-Ribieri, é bastante similar ao método do gradiente, com a vantagem de geralmente levar à convergência mais rapidamente.

O método proposto por Polak-Ribieri, e utilizado no ANSYS, faz modificações nas direções de descida com o intuito de aumentar a velocidade de convergência. Outras informações podem ser encontradas na literatura [3].

Apêndice D

Valores *Default* do ANSYS

O ANSYS define um valor padrão para as opções existentes dos métodos de otimização quando este não é definido pelo usuário. Estes valores são chamados de valores *Default*.

Os valores *Default* das principais opções do método SPA (*Subproblem aproximation*) e do método FOO (*First-order optimization*) são apresentados na Tabela D.1 e na Tabela D.2, respectivamente. Os códigos em linguagem APDL correspondentes de cada opção também são mostrados nestas tabelas.

Tabela D.1: Valores *Default* das principais opções do método SPA e os códigos em linguagem APDL correspondentes

Opção	**Valor *Default***	**Código APDL**
Maximum Iterations	30	“OPSUBP, NITR”
Max infeasible sets	7	“OPSUBP, NINFS”
For Objective	3	“OPEQN, KFOBJ”
For State Variables	2	“OPEQN, KFSV”
Weighting Scheme	0	“OPEQN, KWGHT”
Reform Frequency	0	“OPEQN, INOPT”

Tabela D.2: Valores *Default* das principais opções do método FOO e os códigos em linguagem APDL correspondentes

Opção	**Valor *Default***	**Código APDL**
Maximum Iterations	10	“OPFRST, NITR”
Percent step size ($SIZE$)	100%	“OPFRST, SIZE”
Percent forward diff. ($DELTA$)	0,2%	“OPFRST, DELTA”

Apêndice E

Códigos em linguagem APDL utilizados no trabalho

Os códigos apresentados nesta seção têm como objetivo servir de base para que o leitor possa reproduzir os exemplos apresentados neste trabalho. Nos exemplos de otimização, os códigos ilustram os comandos necessários para se iniciar o uso dos métodos de otimização. A relação entre o nome das variáveis utilizadas no trabalho e as variáveis utilizadas nos códigos é dada na Tabela E.1.

Tabela E.1: Relação entre o nome das variáveis utilizadas no trabalho e as variáveis utilizadas nos códigos em linguagem APDL

Variável do texto	**Variável do código**
PC_{max}	CPMAX
σ_{max}	SMAX
V	VOLUME

E.1 Exemplo seção 5.1.1

```
/NOPR
/PMACRO
FINISH
/CLEAR,NOSTART

WPSTYLE,,,,,,,,0

!Definindo o valor inicial da DV
*SET,R,1

/PREP7

!Definindo tipo de elemento
ET,1,PLANE82

!Definindo as propriedades do material
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,100000
MPDATA,PRXY,1,,0.3

!Criando Geometrias do problema
RECTNG,0,5,0,5,
PCIRC,R,0,0,90,
ASBA,1,2

!Criando malha de elementos finitos
SMRT,3
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,0
AMESH,3

FINISH

/SOLU

!Criando restrições de simetria
DL,9, ,UX
DL,8, ,UY

!Criando pressão
SFL,3,PRES,-1000,

!Resolvendo configuração inicial
SOLVE

FINISH

/POST1

!Calculando Variaveis da OTIM (VOLUME e SMAX)
ETABLE,Vol,VOLU,
SSUM
*GET,Volume,SSUM, ,ITEM,VOL
!*
NSORT,S,EQV
*GET,SMAX,SORT, ,MAX

FINISH

!Escrevendo arquivo DB para na Otimizacao
LGWRITE,'DBparaOtimizacao','lgw','',COMMENT

!Definindo o arquivo base para a otimização
/OPT
OPANL,'DBparaOtimizacao','lgw',' '

!Variaveis de design (DVs)
OPVAR,R,DV,0.5,4,0.0035,

!Variaveis de restricao (SVs)
OPVAR,SMAX,SV,,6000, ,

!Variavel a ser minimizada
OPVAR,VOLUME,OBJ, , ,0.10,
```

E.2 Exemplo seção 5.1.2

```
/NOPR
/PMACRO
FINISH
/CLEAR,NOSTART

WPSTYLE,,,,,,,,0

!Definindo o valor inicial das DVs
!configuração A
*SET,RI,0.5
*SET,R,2.45

/PREP7

!Definindo tipo de elemento
ET,1,PLANE82

!Definindo propriedades do material
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,100000
MPDATA,PRXY,1,,0.3

!Criando Geometrias do problema
RECTNG,0,5,0,5,

PCIRC,R,0,0,90,
ASBA,       1,       2

PCIRC,RI,0,0,360,
FLST,3,1,5,ORDE,1
FITEM,3,1
AGEN, ,P51X, , ,3,3,0, , ,1
ASBA,       3,       1

!Criando malha de elementos finitos
SMRT,3
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,0
AMESH,2

FINISH

/SOLU

!Criando restricoes de simetria
DL,9, ,UX
DL,8, ,UY

!Criando pressao
SFL,3,PRES,-1000,

!Resolvendo configuracao inicial
SOLVE

FINISH
```

```
/POST1

!Calculando variaveis da otimizacao
!VOLUME
ETABLE,Vol,VOLU,
SSUM
*GET,Volume,SSUM, ,ITEM,VOL
!*
!SMAX
NSORT,S,EQV
*GET,SMAX,SORT, ,MAX

FINISH

!Escrevendo arquivo base da otimizacao
LGWRITE,'DBparaOtimizacao','lgw','',COMMENT

!Definindo o arquivo base para a otimizacao
/OPT
OPANL,'DBparaOtimizacao','lgw',' '

!Variaveis de projeto (DVs)
OPVAR,RI,DV,0.5,1.75, ,
OPVAR,R,DV,0.5,2.45, ,

!Variaveis de restricao (SVs)
OPVAR,SMAX,SV,,6000, ,

!Variavel a ser minimizada
OPVAR,VOLUME,OBJ, , ,0.15,
```

E.3 Exemplo seção 5.1.3

```
/NOPR
/PMACRO
FINISH
/CLEAR,NOSTART

WPSTYLE,,,,,,,,0

!Definindo o valor inicial das DVs
*SET,L1,0.25
*SET,L2,0.35
*SET,L3,0.45
*SET,L4,0.55
*SET,rx,0.50
*SET,rY,0.50
*SET,Raiox,1.00
*SET,Raioy,1.00

/PREP7

!Definindo tipo de elemento
ET,1,PLANE82

!Definindo propriedades do material
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,100000
MPDATA,PRXY,1,,0.3

!Definindo Kpoints do furo
K,1,2.75+rx,2.75,0
K,2,2.75,2.75+ry,0
K,3,2.75-rx,2.75,0
K,4,2.75,2.75-ry,0
spline,1,2,3,4,1

!Definindo Kpoints do furo central
K,5,Raiox,0,0
K,6,0,Raioy,0
K,7,-Raiox,0,0
K,8,0,-Raioy,0
spline,5,6,7,8,5

!Definindo Kpoints do retangulo
K,9,0,0,0
K,10,5-L4,0,0
K,11,5,5,0
K,12,0,5,0
L,9,10,
L,11,12,
L,12,9,

!Definindo kpoints da lateral
K,13,5-L3,1.25,0
K,14,5-L2,2.5,0
K,15,5-L1,3.75,0
spline,10,13,14,15,11

!Criando Geometrias do problema
!retangulo
AL,9,12,13,14,15,10,11

!Furo central
AL,5,6,7,8
ASBA,1,2

!Furo extra
AL,1,2,3,4
ASBA,3,1

!Criando malha de elementos finitos
SMRT,3
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,0
AMESH,2

FINISH

/SOLU

!Criando restricoes de simetria
DL,17, ,UX
DL,16, ,UY

!Criando pressão
SFL,10,PRES,-1000,

!Resolvendo configuracao inicial
SOLVE

FINISH

/POST1

!Calculando variaveis da otimizacao
!VOLUME
ETABLE,Vol,VOLU,
SSUM
*GET,Volume,SSUM, ,ITEM,VOL
!*
!SMAX
NSORT,S,EQV
*GET,SMAX,SORT, ,MAX
```

```
FINISH

!Escrevendo arquivo base da otimizacao
LGWRITE,'DBparaOtimizacao','lgw','',COMMENT

!Definindo o arquivo base para a otimizacao
/OPT
OPANL,'DBparaOtimizacao','lgw',' '

!Variaveis de projeto (DVs)
OPVAR,L1,DV,0,1.25, ,
OPVAR,L2,DV,0,1.25, ,
OPVAR,L3,DV,0,1.50, ,
OPVAR,L4,DV,0,1.50, ,
OPVAR,rx,DV,0.25,0.90, ,
OPVAR,ry,DV,0.25,2.15, ,
OPVAR,Raiox,DV,0.25,2.00, ,
OPVAR,Raioy,DV,1,4.5, ,

!Variaveis de restricao (SVs)
OPVAR,SMAX,SV,,6000, ,

!Variavel a ser minimizada
OPVAR,VOLUME,OBJ, , ,0.01,
```

E.4 Exemplo seção 5.1.4

```
/NOPR
/PMACRO
FINISH
/CLEAR,NOSTART

WPSTYLE,,,,,,,,0

!Definindo o valor inicial das Dvs
*SET,y1,2
*SET,y2,3
*SET,y3,4

/PREP7

!Definindo tipo de elemento
ET,1,PLANE82

!Definindo propriedades do material
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,20e6
MPDATA,PRXY,1,,0.3

!Definindo Kpoints da estrutura
K,1,0,0,0
K,2,20,0,0
K,3,20,10,0
K,4,15,10,0
K,5,5,5,0
K,6,0,5,0

!Linhas da estrutura
L,1,2
L,2,3
L,3,4
L,5,6
L,6,1

!Definindo Kpoints da spline
K,7,7.5,5+y1,0
K,8,10,5+y2,0
K,9,12.5,5+y3,0

!Definindo spline quadratica
spline,5,7,8,9,4

!Criando Geometrias do problema
AL,1,2,3,9,8,7,6,4,5

!Criando malha de elementos finitos
SMRT,3
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,0
AMESH,1

FINISH

/SOLU

!Criando restricoes de simetria
DL,2, ,UX
DL,1, ,UY

!Criando pressao
SFL,5,PRES,-120000,

!Resolvendo configuracao inicial
SOLVE

FINISH

/POST1

!Calculando variaveis da otimizacao
!VOLUME
ETABLE,Vol,VOLU,
SSUM
*GET,Volume,SSUM, ,ITEM,VOL
!*
!SMAX
NSORT,S,EQV
*GET,SMAX,SORT, ,MAX

FINISH

!Escrevendo arquivo base da otimizacao
LGWRITE,'DBparaOtimizacao','lgw','',COMMENT

!Definindo o arquivo base para a otimizacao
/OPT
OPANL,'DBparaOtimizacao','lgw',' '

!Variaveis de projeto (DVs)
OPVAR,y1,DV,0,5, ,
OPVAR,y2,DV,0,5, ,
OPVAR,y3,DV,0,5, ,

!Variaveis de restricao (SVs)

!Variavel a ser minimizada
OPVAR,SMAX,OBJ, , ,1000,
```

E.5 Exemplo seção 5.2.1

```
/NOPR
/PMACRO
FINISH
/CLEAR,NOSTART
```

```
WPSTYLE,,,,,,,,0

/PREP7

!Definição das geometrias
PCIRC,8,0,270,360,
RECTNG,0,50,-8,-58,

!Definição do tipo de elemento
ET,1,PLANE42
KEYOPT,1,3,2

!Definição propriedades material
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,1000
MPDATA,PRXY,1,,0.3

!Malha de elementos finitos
LESIZE,1,0.25, , , , , , ,1
LESIZE,2,0.25, , , , , , ,1
LESIZE,3,0.25, , , , , , ,1
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,0
AMESH,1

!Criação do par de contato
CM,_NODECM,NODE
CM,_ELEMCM,ELEM
CM,_KPCM,KP
CM,_LINECM,LINE
CM,_AREACM,AREA
CM,_VOLUCM,VOLU
/GSAV,cwz,gsav,,temp
MP,MU,1,
MAT,1
MP,EMIS,1,7.88860905221e-031
R,3
REAL,3
ET,2,169
ET,3,175
R,3,,,1.0,0.1,0,
RMORE,,,1.0E20,0.0,1.0,
RMORE,0.0,0,1.0,,1.0,0.5
RMORE,0,1.0,1.0,0.0,,1.0
RMORE,10.0
KEYOPT,3,10,2
LSEL,S,,,6
CM,_TARGET,LINE
TYPE,2
LATT,-1,3,2,-1
TYPE,2
LMESH,ALL
NSEL,NONE
NSEL,A,,,1
NSEL,A,,,3
NSEL,A,,,4
NSEL,A,,,5
NSEL,A,,,6
NSEL,A,,,7
NSEL,A,,,8
NSEL,A,,,9
NSEL,A,,,10
NSEL,A,,,11
NSEL,A,,,12
NSEL,A,,,13
CM,_CONTACT,NODE
TYPE,3
ESLN,S,0
ESURF
*SET,_REALID,3
ALLSEL
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
LSEL,S,REAL,,3
/PSYMB,ESYS,1
/PNUM,TYPE,1
/NUM,1
EPLOT
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
LSEL,S,REAL,,3
CMSEL,A,_NODECM
CMDEL,_NODECM
CMSEL,A,_ELEMCM
CMDEL,_ELEMCM
CMSEL,S,_KPCM
CMDEL,_KPCM
CMSEL,S,_LINECM
CMDEL,_LINECM
CMSEL,S,_AREACM
CMDEL,_AREACM
CMSEL,S,_VOLUCM
CMDEL,_VOLUCM
/GRES,cwz,gsav
CMDEL,_TARGET
CMDEL,_CONTACT
/MREP,EPLOT

FINISH
/SOL

!Menu "Sol'Controls"
NSUBST,500,1000,30
OUTRES,ERASE
OUTRES,ALL,ALL
AUTOTS,1
NEQIT,100
TIME,100

!Definindo restrições
DL,4, ,ALL,0
DL,5, ,ALL,0

!Definindo simetria em x
DL,3, ,UX,0
DL,7, ,UX,0

!Definindo pressão
SFL,2,PRES,30,

!Resolvendo
SOLVE

FINISH
```

E.6 Exemplo seção 5.3.1

```
/NOPR
/PMACRO
FINISH
```

```
/CLEAR,NOSTART

WPSTYLE,,,,,,,,0

!Definindo o valor inicial da DV
*SET,L,0

/PREP7

!BLOCO SUPERIOR
!Definindo Kpoints
K,1,0,0,0
K,2,9,0,0
K,3,9,2,0
K,4,7,2,0
K,5,0,2,0
K,6,5.25,0,0

!Definindo linhas
L,1,6
L,6,2
L,2,3
L,3,4
L,4,5
L,5,1

!Definindo area
AL,1,2,3,4,5,6

!BLOCO INFERIOR
!Definindo Kpoints
K,7,0,0,0
K,8,0,-3,0
K,9,5,-3,0
K,10,5,-L,0
K,11,-5,-L,0

!Definindo linhas
L,7,8
L,8,9
L,9,10
spline,10,7,11

!Definindo area
AL,7,8,9,10

!Definindo tipo de elemento
ET,1,PLANE82

!Definindo propriedades do material
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,1e6
MPDATA,PRXY,1,,0.3

!Definindo malha bloco superior
SMRT,3
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,0
AMESH,1

!Definindo par de contato
CM,_NODECM,NODE
CM,_ELEMCM,ELEM
CM,_KPCM,KP
CM,_LINECM,LINE
CM,_AREACM,AREA
CM,_VOLUCM,VOLU
/GSAV,cwz,gsav,,temp
MP,MU,1,
MAT,1
R,3,,,0.5,0.1,0,
REAL,3
ET,2,169
ET,3,172
KEYOPT,3,5,1
KEYOPT,3,9,1
KEYOPT,3,10,2
R,3,
RMORE,
RMORE,,0
RMORE,0
LSEL,S,,,10
CM,_TARGET,LINE
TYPE,2
LATT,-1,3,2,-1
TYPE,2
LMESH,ALL
LSEL,S,,,1
CM,_CONTACT,LINE
TYPE,3
NSLL,S,1
ESLN,S,0
ESURF
*SET,_REALID,3
ALLSEL
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
LSEL,S,REAL,,3
/PSYMB,ESYS,1
/PNUM,TYPE,1
/NUM,1
EPLOT
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
LSEL,S,REAL,,3
CMSEL,A,_NODECM
CMDEL,_NODECM
CMSEL,A,_ELEMCM
CMDEL,_ELEMCM
CMSEL,S,_KPCM
CMDEL,_KPCM
CMSEL,S,_LINECM
CMDEL,_LINECM
CMSEL,S,_AREACM
CMDEL,_AREACM
CMSEL,S,_VOLUCM
CMDEL,_VOLUCM
/GRES,cwz,gsav
CMDEL,_TARGET
CMDEL,_CONTACT
/MREP,EPLOT
/REPLOT,RESIZE

FINISH

/SOL
aplot

!Definindo restrição em y
DL,8, ,UY,0
```

```
!Definindo restrições em x
DL,6, ,UX,0
DL,7, ,UX,0

!Definindo pressao
SFL,4,PRES,1000,

!Solution Controls
NSUBST,20,50,10
OUTRES,ERASE
OUTRES,ALL,3
AUTOTS,1
TIME,100

!Resolvendo confi. inicial
SOLVE

FINISH

/POST1

!Definindo variavel CPMAX
NSORT,CONT,PRES
*GET,CPMAX,SORT, ,MAX

FINISH

!Escrevendo arquivo DB que para Otimizacao
LGWRITE,'DBparaOtimizacao','lgw','',COMMENT

!Definindo o arquivo base para a otimização
/OPT
OPANL,'DBparaOtimizacao','lgw',' '

!Variaveis de projeto (DVs)
OPVAR,L,DV,0,0.50, ,

!Variavel a ser minimizada
OPVAR,CPMAX,OBJ, , ,10,
```

E.7 Exemplo seção 5.3.2

```
/NOPR
/PMACRO
FINISH
/CLEAR,NOSTART

WPSTYLE,,,,,,,,0

!Definindo o valor do parâmetros
*SET,A,0.000

/PREP7

!BLOCO SUPERIOR
!Definindo Kpoints
K,1,1.5,0,0
K,2,3.0,0,0
K,3,4.5,0,0
K,4,4.5,5,0
K,5,0,5,0
K,6,0,0,0

!Definindo linhas
L,6,1
L,1,2
L,2,3
L,3,4
L,4,5
L,5,6

!BLOCO INFERIOR
!Definindo Kpoints
K,7,0,0,0
K,8,0,-5,0
K,9,6.0,-5,0
K,10,6.0,0,0
!Definindo linhas
L,8,9
L,9,10
L,10,7
L,7,8

!Criando Geometrias do problema
!Bloco superior
AL,1,2,3,4,5,6

!Bloco inferior
AL,7,8,9,10

!Definindo tipo de elemento
ET,1,PLANE82

!Definindo as propriedades do material
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,100000
MPDATA,PRXY,1,,0.3

!MESHING corpo superior
!Linhas do contato
LESIZE,1, , ,5, , , , ,1
LESIZE,2, , ,5, , , , ,1
LESIZE,3, , ,5, , , , ,1
!Linha superior
LESIZE,5, , ,10, , , , ,1
!Linhas laterais
LESIZE,4, , ,10,4, , , ,1
LESIZE,6, , ,10,0.25, , , ,1

MSHAPE,0,2D
MSHKEY,0
AMESH,1

!Meshing bloco inferior
!Linhas horizontais
LESIZE,7, , ,20, , , , ,1
LESIZE,9, , ,20, , , , ,1
!linhas verticais
LESIZE,8, , ,10, , , , ,1
LESIZE,10, , ,10, , , , ,1

MSHKEY,1
AMESH,2

/UI,MESH,OFF

!PAR DE CONTATO
!*
CM,_NODECM,NODE
CM,_ELEMCM,ELEM
CM,_KPCM,KP
CM,_LINECM,LINE
CM,_AREACM,AREA
CM,_VOLUCM,VOLU
/GSAV,cwz,gsav,,temp
```

```
MP,MU,1,
MAT,1
MP,EMIS,1,7.88860905221e-031
R,3
REAL,3
ET,2,169
ET,3,172
R,3,,,0.5,0.1,0,
RMORE,,,1.0E20,0.0,1.0,
RMORE,0.0,0,1.0,,1.0,0.5
RMORE,0,1.0,1.0,0.0,,1.0
KEYOPT,3,3,0
KEYOPT,3,4,0
KEYOPT,3,5,1
KEYOPT,3,7,0
KEYOPT,3,8,0
KEYOPT,3,9,1
KEYOPT,3,10,2
KEYOPT,3,11,0
KEYOPT,3,12,0
KEYOPT,3,2,0
!Target
LSEL,S,,,9
CM,_TARGET,LINE
TYPE,2
NSLL,S,1
ESLN,S,0
ESURF
CMSEL,S,_ELEMCM
!Contact
LSEL,S,,,1
LSEL,A,,,2
LSEL,A,,,3
CM,_CONTACT,LINE
TYPE,3
NSLL,S,1
ESLN,S,0
ESURF
R,4
REAL,4
ET,4,169
ET,5,172
R,4,,,0.5,0.1,0,
RMORE,,,1.0E20,0.0,1.0,
RMORE,0.0,0,1.0,,1.0,0.5
RMORE,0,1.0,1.0,0.0,,1.0
KEYOPT,5,3,0
KEYOPT,5,4,0
KEYOPT,5,5,1
KEYOPT,5,7,0
KEYOPT,5,8,0
KEYOPT,5,9,1
KEYOPT,5,10,2
KEYOPT,5,11,0
KEYOPT,5,12,0
KEYOPT,5,2,0
KEYOPT,4,3,0
TYPE,4
ESEL,S,TYPE,,3
NSLE,S
ESLN,S,0
ESURF
TYPE,5
ESEL,S,TYPE,,2
NSLE,S
ESLN,S,0
ESURF
ALLSEL
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
/PSYMB,ESYS,1
/PNUM,TYPE,1
/NUM,1
EPLOT
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
ESEL,A,TYPE,,4
ESEL,A,TYPE,,5
CMSEL,A,_NODECM
CMDEL,_NODECM
CMSEL,A,_ELEMCM
CMDEL,_ELEMCM
CMSEL,S,_KPCM
CMDEL,_KPCM
CMSEL,S,_LINECM
CMDEL,_LINECM
CMSEL,S,_AREACM
CMDEL,_AREACM
CMSEL,S,_VOLUCM
CMDEL,_VOLUCM
/GRES,cwz,gsav
CMDEL,_TARGET
CMDEL,_CONTACT
/MREP,EPLOT

!Movendo os nós

MODMSH,NOCHECK

*SET,Passo,0.1
*DO,I,0,4.5,Passo
ASEL,S, , ,1
NSLA,S,1
NSEL,R,LOC,X,I,(I+Passo-0.0001)
NSEL,R,LOC,Y,0,0
NMODIF,ALL, ,((exp(I+(Passo/2)))*(A/1000)), ,
ALLSEL,ALL
*ENDDO

FINISH

/SOL

aplot

!Definindo restrição em y
DL,7, ,UY,0

!Definindo symetria em x
DL,6, ,UX,0
DL,10, ,UX,0

!Definindo pressao
SFL,5,PRES,1000,

!Solution Controls
NSUBST,20,50,10
OUTRES,ERASE
OUTRES,ALL,3
AUTOTS,1
TIME,100
```

```
!SOLVING!
SOLVE

FINISH

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
/POST1

!Calculando Variaveis da OTIM

NSORT,S,EQV
*GET,SMAX,SORT, ,MAX

!CPMAXSUP (apenas nós do corpo I)
ESEL,S,TYPE,,3,3,1
NSORT,CONT,PRES
*GET,CPMAXSUP,SORT, ,MAX
ALLSEL,ALL

FINISH

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

!Escrevendo arquivo DB da Otimizacao
LGWRITE,'DBOtimizacao','lgw','',COMMENT
/OPT
OPANL,'DBOtimizacao','lgw',' '

!Variaveis de design (DVs)
OPVAR,A,DV,0,0.500, ,

!Variaveis de restricao (SVs)

!Variavel a ser minimizada
OPVAR,CPMAXSUP,OBJ, , ,1,
```

E.8 Exemplo seção 6.3

Neste código são apresentados os comandos utilizados nas seções 6.3.2 (Esquema por pontos) e 6.3.3 (Esquema por curva quadrática). Deve-se optar por um dos esquemas sempre que for indicado durante o código.

```
/NOPR
/PMACRO
FINISH
/CLEAR,NOSTART

WPSTYLE,,,,,,,,0

!Definindo valor inicial das var. de proj.
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!ATENCAO: DEFINIR ESQUEMA!!!!!!!!!!!!!!

!ESQUEMA OTIMIZACAO POR PONTOS
!*SET,L1,0
!*SET,L2,0
!*SET,L3,0

!OU

!ESQUEMA OTIMIZACAO POR CURVA QUADRATICA
*SET,A,0

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

!Definindo dados problema (para metade)
!em: [mm] e [N]
*SET,RP,(20.013)
*SET,RIP,(9.500)
*SET,LP,(45.100)
*SET,Folga,(0.018)
*SET,LB,(19.400)
*SET,EB,10.387
*SET,LC,(LB+0.50)
*SET,LH,10.150
*SET,CH,20.000
*SET,RH,5.000
*SET,IFP,LB+3.10
*SET,Ftotal,160000

/PREP7

!BIELA
!Definindo Kpoints
K,1,0,-(RP+Folga),0
K,2,0,-(RP+EB),0
K,3,LB,-(RP+EB),0
K,4,LB,-(RP+Folga),0
K,5,LB*(2/3),-(RP+Folga),0
K,6,LB*(1/3),-(RP+Folga),0

!Definindo linhas
L,1,2
L,2,3
L,3,4
L,1,6
L,6,5
L,5,4

!Definindo area
AL,1,2,3,4,5,6

!PINO
!Definindo Kpoints
K,7,0,-RP,0
K,8,LC,-RP,0
K,9,LC,-RIP,0
K,10,0,-RIP,0
K,11,LP,-RP,0
K,12,LP,-RIP,0

!Definindo areas
A,7,8,9,10
A,8,11,12,9

!VOLUMES (sem haste)
!Definindo volume revolucao
K,13,0,0,0
K,14,10,0,0
VROTAT,1,2,3,,,,13,14,180,2,

!HASTE
!Definindo Kpoints
K,101,0,-(RP+EB),0
K,102,0,-2*(RP+EB+CH),0
K,103,LH,-2*(RP+EB+CH),0
K,104,LH,-(RP+EB),0
K,105,LB,-(RP+EB),0

!Definindo linhas
L,101,102
L,102,103
```

```
L,103,104
L,104,105

!Definindo "fillet"
LFILLT,67,66,RH,,

!Definindo area para revolução
L,39,101
AL,64,65,66,68,69

!Definindo volume
VROTAT,36, , ,,,,13,14,45,1,
BLC4,0,0,LH*2,-(RP+EB+CH),-(0.707*(RP+EB))
VINV,7,8

!Colando os volumes da biela e da haste
VGLUE,1,9

!Merging
NUMMRG,NODE, , , ,LOW

!Definindo as propriedades do material
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,210e3 !GPa
MPDATA,PRXY,1,,0.3

FINISH

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!! MALHA DE ELEMENTOS !!!

/PREP7

!Definindo tipo de elemento
ET,1,SOLID186

!Malha de elementos !HEX/SWEEP
*SET,ELELATERAL,5
*SET,ELEANGULAR,8
*SET,ELECONTATO,12

!!! CONTROLE "MALHA ANGULAR" !!!
LESIZE,20, , ,ELEANGULAR, , , , ,1
LESIZE,22, , ,ELEANGULAR, , , , ,1
LESIZE,23, , ,ELEANGULAR, , , , ,1
LESIZE,30, , ,ELEANGULAR, , , , ,1
LESIZE,31, , ,ELEANGULAR, , , , ,1
LESIZE,32, , ,ELEANGULAR, , , , ,1
LESIZE,33, , ,ELEANGULAR, , , , ,1
LESIZE,37, , ,ELEANGULAR, , , , ,1
LESIZE,38, , ,ELEANGULAR, , , , ,1
LESIZE,45, , ,ELEANGULAR, , , , ,1
LESIZE,46, , ,ELEANGULAR, , , , ,1
LESIZE,47, , ,ELEANGULAR, , , , ,1
LESIZE,48, , ,ELEANGULAR, , , , ,1
LESIZE,55, , ,ELEANGULAR, , , , ,1
LESIZE,56, , ,ELEANGULAR, , , , ,1
LESIZE,57, , ,ELEANGULAR, , , , ,1
LESIZE,58, , ,ELEANGULAR, , , , ,1
LESIZE,62, , ,ELEANGULAR, , , , ,1
LESIZE,63, , ,ELEANGULAR, , , , ,1
LESIZE,65, , ,ELEANGULAR/2, , , , ,1
LESIZE,70, , ,ELEANGULAR/2, , , , ,1

!!! CONTROLE MALHA DO CONTATO !!!
!BIELA inferior p/ contato
LESIZE,1, , ,ELELATERAL, , , , ,1
LESIZE,3, , ,ELELATERAL, , , , ,1
LESIZE,14, , ,ELELATERAL, , , , ,1
LESIZE,16, , ,ELELATERAL, , , , ,1
LESIZE,4,LB/ELECONTATO, , , , , , ,1
LESIZE,5,LB/ELECONTATO , , , , , , ,1
LESIZE,6,LB/ELECONTATO, , , , , , ,1
LESIZE,66,LB/ELECONTATO, , , , , , ,1
LESIZE,71,LB/ELECONTATO, , , , , , ,1
!PINO inferior p/ contato
LESIZE,8, , ,ELELATERAL, , , , ,1
LESIZE,10, , ,ELELATERAL, , , , ,1
LESIZE,27, , ,ELELATERAL, , , , ,1
LESIZE,29, , ,ELELATERAL, , , , ,1
LESIZE,7,LB/ELECONTATO, , , , , , ,1

!!! CONTROLE MALHA DA HASTE !!!
LESIZE,64, , ,6, , , , ,1
LESIZE,66,LB/ELECONTATO, , , , , , ,1
LESIZE,100,LB/ELECONTATO, , , , , , ,1

!!! CONTROLE MALHA DO RESTANTE !!!
LESIZE,11, , ,4, , , , ,1
LESIZE,13, , ,4, , , , ,1
LESIZE,59, , ,4, , , , ,1
LESIZE,61, , ,4, , , , ,1
LESIZE,12, , ,ELELATERAL, , , , ,1
LESIZE,60, , ,ELELATERAL, , , , ,1
LESIZE,52, , ,ELELATERAL, , , , ,1
LESIZE,54, , ,ELELATERAL, , , , ,1
LESIZE,35, , ,ELELATERAL, , , , ,1
LESIZE,9,LB/ELECONTATO, , , , , , ,1
LESIZE,53,LB/ELECONTATO, , , , , , ,1
LESIZE,40,LB/ELECONTATO, , , , , , ,1
LESIZE,51,LB/ELECONTATO, , , , , , ,1
LESIZE,42,LB/ELECONTATO, , , , , , ,1
LESIZE,43,LB/ELECONTATO, , , , , , ,1
LESIZE,44,LB/ELECONTATO, , , , , , ,1

!!! CONTRUINDO MALHA !!!
!CoRPos do contato
VSWEEP,8,39,6
VSWEEP,2
!PINO
VSWEEP,3
VSWEEP,5
VSWEEP,6
!BIELA
VSWEEP,4,20,22
!Haste
SMRT,2
MSHAPE,1,3D
MSHKEY,0
VMESH,7
FINISH

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!! PAR DE CONTATO !!!!!!!!

/PREP7
!Par de contato
CM,_NODECM,NODE
CM,_ELEMCM,ELEM
CM,_KPCM,KP
CM,_LINECM,LINE
CM,_AREACM,AREA
CM,_VOLUCM,VOLU
/GSAV,cwz,gsav,,temp
MP,MU,1,
```

```
MAT,1
MP,EMIS,1,7.88860905221e-031
R,3
REAL,3
ET,2,170
ET,3,174 !174 Surf-to-Surf
R,3,,,20,0.1,0,
RMORE,,,1.0E20,0.0,1.0,
RMORE,0.0,0,1.0,,1.0,0.5
RMORE,0,1.0,1.0,0.0,,1.0
KEYOPT,3,4,0
KEYOPT,3,7,0
KEYOPT,3,8,0
KEYOPT,3,9,1
KEYOPT,3,10,2
KEYOPT,3,11,0
KEYOPT,3,12,0
KEYOPT,3,2,0
KEYOPT,2,5,0
! Generate the target surface
ASEL,S,,,7
ASEL,A,,,8
ASEL,A,,,9
CM,_TARGET,AREA
TYPE,2
NSLA,S,1
ESLN,S,0
ESLL,U
ESEL,U,ENAME,,188,189
ESURF
CMSEL,S,_ELEMCM
! Generate the contact surface
ASEL,S,,,11
CM,_CONTACT,AREA
TYPE,3
NSLA,S,1
ESLN,S,0
ESURF
ALLSEL
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
/PSYMB,ESYS,1
/PNUM,TYPE,1
/NUM,1
EPLOT
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
CMSEL,A,_NODECM
CMDEL,_NODECM
CMSEL,A,_ELEMCM
CMDEL,_ELEMCM
CMSEL,S,_KPCM
CMDEL,_KPCM
CMSEL,S,_LINECM
CMDEL,_LINECM
CMSEL,S,_AREACM
CMDEL,_AREACM
CMSEL,S,_VOLUCM
CMDEL,_VOLUCM
/GRES,cwz,gsav
CMDEL,_TARGET
CMDEL,_CONTACT
/MREP,EPLOT
FINISH

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!! MOVENDO OS NOS !!!

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!ATENCAO: DEFINIR ESQUEMA!!!!!!!!!!!!!!

!ESQUEMA OTIMIZACAO POR PONTOS

/PREP7

K,1001,0,0,0
K,1002,0,0,-1
K,1003,0,1,0

CSKP,11,1,1001,1002,1003

MODMSH,NOCHECK

*SET,Passo,0.010

!1º Trecho
*SET,AA,(L1-0)/(LB/3)
*SET,BB,0
*DO,I,(0/3)*LB,((1/3)*LB)-0.0001,Passo
*SET,x,I+(Passo/2)
VSEL,R, , ,8
VSEL,A, , ,4
NSLV,R,1
NSEL,R,LOC,X,RP+Folga,RP+Folga
NSEL,R,LOC,Z,I,(I+Passo-0.0001)
NMODIF,ALL,(RP+Folga)+(AA*(x-((0/3)*LB))+BB),,,
ALLSEL,ALL
*ENDDO

!2º Trecho
*SET,AA,(L2-L1)/(LB/3)
*SET,BB,L1
*DO,I,(1/3)*LB,((2/3)*LB)-0.0001,Passo
*SET,x,I+(Passo/2)
VSEL,R, , ,8
VSEL,A, , ,4
NSLV,R,1
NSEL,R,LOC,X,RP+Folga,RP+Folga
NSEL,R,LOC,Z,I,(I+Passo-0.0001)
NMODIF,ALL,(RP+Folga)+(AA*(x-((1/3)*LB))+BB),,,
ALLSEL,ALL
*ENDDO

!3º Trecho
*SET,AA,(L3-L2)/(LB/3)
*SET,BB,L2
*DO,I,(2/3)*LB,(3/3)*LB,Passo
*SET,x,I+(Passo/2)
VSEL,R, , ,8
VSEL,A, , ,4
NSLV,R,1
NSEL,R,LOC,X,RP+Folga,RP+Folga
NSEL,R,LOC,Z,I,(I+Passo-0.0001)
NMODIF,ALL,(RP+Folga)+(AA*(x-((2/3)*LB))+BB),,,
ALLSEL,ALL
*ENDDO

CSYS,0
```

```
FINISH

!OU

!ESQUEMA OTIMIZACAO POR CURVA QUADRATICA

/PREP7

K,1001,0,0,0
K,1002,0,0,-1
K,1003,0,1,0

CSKP,11,1,1001,1002,1003

MODMSH,NOCHECK

*SET,Passo,0.10

*DO,I,0,LB,Passo
*SET,x,I+(Passo/2)
VSEL,R, , ,8
VSEL,A, , ,4
NSLV,R,1
NSEL,R,LOC,X,RP+Folga,RP+Folga
NSEL,R,LOC,Z,I,(I+(Passo)-0.0001)
NMODIF,ALL,(RP+Folga)+((A*x*x)/1000),,,
ALLSEL,ALL
*ENDDO

CSYS,0

FINISH

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!


!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!! CONDICOES DE CONTORNO !!!!

/SOL

!Restricao em x
DA,14,UX,0
DA,20,UX,0
DA,30,UX,0
DA,36,UX,0
DA,39,UX,0

!Restricao em y
DA,52,UY,0

!Restricao em z
DA,26,UZ,0
DA,31,UZ,0
DA,35,UZ,0
DA,2,UZ,0
DA,3,UZ,0
DA,41,UZ,0
DA,38,UZ,0

FINISH

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

/SOL
!Menu "Sol'Controls"
NSUBST,4,5,1
OUTRES,ERASE
OUTRES,ALL,ALL
AUTOTS,1
NEQIT,100
TIME,100
FINISH

eplot

/SOL

DA,17,UY,-(Folga*1.3888)
DA,33,UY,-(Folga*1.3888)
lswrite,1,
DADELE,17,UY
DADELE,33,UY

FINISH

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!! CONDICOES DE FORCA !!!!!!

/SOL

!!!!!!!!!!!!!!!!
!Aplicando força

!Numero nós de simetria
ASEL,R, , ,      32
NSLA,R,1
NSEL,R,LOC,Z,0,0
NSEL,R,LOC,X,IFP,(LP-(LP*2.5/100))
*GET,NNSYMM,NODE,,COUNT, , , ,
ALLSEL,ALL

!Numero nós fora da simetria
ASEL,R, , ,      32
NSLA,R,1
NSEL,U,LOC,Z,0,0
NSEL,R,LOC,X,IFP,(LP-(LP*2.5/100))
NSEL,R,LOC,Y,(0.707*RP),RP
*GET,NNINTE,NODE,,COUNT, , , ,
ALLSEL,ALL

!Aplicando forca fora da simetria
ASEL,R, , ,      32
NSLA,R,1
NSEL,U,LOC,Z,0,0
NSEL,R,LOC,X,IFP,(LP-(LP*2.5/100))
NSEL,R,LOC,Y,(0.707*RP),RP
*SET,F,-Ftotal/(4*(NNINTE+(NNSYMM/2)))
F,All,FY,F
ALLSEL,ALL

!Aplicando forca fora da simetria
ASEL,R, , ,      32
NSLA,R,1
NSEL,R,LOC,Z,0,0
NSEL,R,LOC,X,IFP,(LP-(LP*2.5/100))
*SET,F,-Ftotal/(4*(NNINTE+(NNSYMM/2)))
F,All,FY,F/2
ALLSEL,ALL

FINISH

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

/SOL
```

```
!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!! RESOLVENDO !!!
/NERR,100,100,OFF
lswrite,2,
lssolve,1,2,1

FINISH

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

/POST1

!Calculando Variaveis da OTIM
NSORT,S,EQV
*GET,SMAX,SORT, ,MAX

NSORT,CONT,PRES
*GET,CPMAX,SORT, ,MAX

FINISH

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

!Escrevendo arquivo DB da Otimizacao
LGWRITE,'DBOtimizacao','lgw','',COMMENT
/OPT
OPANL,'DBOtimizacao','lgw',' '

!Variaveis de design (DVs)

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!ATENCAO: DEFINIR ESQUEMA!!!!!!!!!!!!!!

!ESQUEMA OTIMIZACAO POR PONTOS
!OPVAR,L1,DV,0,0.005, ,
!OPVAR,L2,DV,0,0.015, ,
!OPVAR,L3,DV,0,0.035, ,

!OU

!ESQUEMA OTIMIZACAO POR CURVA QUADRATICA
OPVAR,A,DV,0,0.150, ,

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

!Variaveis de restricao (SVs)

!Variavel a ser minimizada
OPVAR,CPMAX,OBJ, , ,1,
```