



Larissa Galera

**Análise da Influência das Características
Geométricas de Selos de Fluxo Aplicados a
Rotores**

103/2013

CAMPINAS

2013



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

Larissa Galera

Análise da Influência das Características Geométricas de Selos de Fluxo Aplicados a Rotores

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na Área de mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico.

Orientadora: Profa. Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedini

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO
FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELA
ALUNA LARISSA GALERA E ORIENTADA PELA
PROFA. DRA. KATIA LUCCHESI CAVALCA DEDINI.

Katia Lucchesi Cavalca
ASSINATURA DO ORIENTADOR

CAMPINAS

2013

iii

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

G132a Galera, Larissa, 1990-
Análise da influência das características geométricas de selos de fluxo aplicados a rotores / Larissa Galera. – Campinas, SP : [s.n.], 2013.

Orientador: Katia Lucchesi Cavalca Dedini.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Método dos volumes finitos. 2. Rotores - Dinâmica. 3. Rotores. 4. Escoamento turbulento. 5. Fluxo - Modelos matemáticos. I. Dedini, Katia Lucchesi Cavalca, 1963-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Analysis of the influence of fluid seals geometrical characteristics applied to rotating machinery

Palavras-chave em inglês:

Finite volume method

Rotors - Dynamics

Rotors

Turbulent flow

Flow - Mathematical models

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestra em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Katia Lucchesi Cavalca Dedini [Orientador]

Renato Pavanello

Gilberto Pechoto de Melo

Data de defesa: 31-10-2013

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

Análise da Influência das Características Geométricas de Selos de Fluxo Aplicados a Rotores

Autora: Larissa Galera

Orientadora: Profa. Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedini

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



Prof.^a Dr.^a Katia Lucchesi Cavalca Dedini
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP/FEM



Prof. Dr. Renato Pavanello
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP/FEM



Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo
Universidade Estadual Paulista – UNESP/FEIS

Campinas, 31 de outubro de 2013.

Dedico este trabalho aos meus pais, Sueli e Pedro Galera, por tudo o que representam para mim.

Agradecimentos

Esse trabalho não teria o mesmo valor se não fosse pelas pessoas as quais presto, agora, minha homenagem.

Agradeço em primeiro lugar, aos meus pais, Sueli Galera e Pedro Antonio Galera, pelo apoio incondicional durante todas as fases da minha vida.

Ao meu irmão, Diego Galera, por me proteger e me mostrar o caminho da engenharia.

Agradeço ao meu namorado, Antonio Carlos Carneiro, por tornar Campinas um lugar em que eu goste de estar e por toda a compreensão, ajuda e companheirismo durante este trabalho.

A todos os colegas do LAMAR, que sempre estavam dispostos a ajudar, em especial à Profa. Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedini, pelo suporte em todos os momentos no decorrer deste trabalho.

Ao CNPq e à FAPESP pelo apoio financeiro ao longo do mestrado e da iniciação científica.

*“I want adventure in the great wide somewhere
I want it more than I can tell
And for once it might be grand
To have someone understand
I want so much more than they’ve got planned”
Beauty and the Beast*

Resumo

A análise dinâmica de rotores visa prever o comportamento e identificar desvios caracterizados por meio das respostas dinâmicas do conjunto, fornecendo indicadores de mau funcionamento ou diagnóstico de falhas, e minimizando os riscos de paradas imprevistas no sistema. O estudo dinâmico de máquinas rotativas deve ser realizado considerando a interação entre os componentes envolvidos na sua construção, como por exemplo, rotores, eixos, mancais, selos de fluxo e estruturas de suporte. Os selos de fluxo causam forças de reação que podem ser representadas por coeficientes dinâmicos. Este componente é o principal responsável por diferenças entre um modelo usando apenas eixo-mancal e a vibração real do sistema, como por exemplo, em bombas centrífugas. Dentro deste contexto, este trabalho tem por objetivo a determinação dos coeficientes dinâmicos de três tipos de selos planos, sendo eles: cilíndrico, cônico e escalonado, os quais serão integrados ao modelo global de sistemas rotativos, de modo a tornar a análise do conjunto girante mais completa. A análise dos selos de fluxo será realizada utilizando o método de volumes finitos para determinar a distribuição de velocidade circunferencial e de pressão ao longo do selo, que caracterizam as forças de reação. Estas, por sua vez, podem ser representadas em coeficientes de rigidez, amortecimento e inércia. Além disso, será verificada a influência de diversos parâmetros geométricos e operacionais nestes coeficientes. A inserção dos coeficientes dinâmicos dos selos planos e a análise do conjunto girante, a partir do pacote computacional *Rotortest*®, permitirá verificar a influência desses tipos de selos no sistema rotativo, analisando como este elemento modifica as características do conjunto e como acopla o eixo à fundação.

Palavras-Chave: selos de fluxo, método dos volumes finitos, máquinas rotativas, coeficientes dinâmicos.

Abstract

The dynamic analysis of rotors aims to predict its behavior and identify deviations characterized by the dynamic response of the set, providing malfunction indications or failure diagnosis, and minimizing the risk of having unexpected halts on the system. The dynamic study of rotating machines must be conducted by taking in account the interactions between the components involved in its construction, such as rotors, shafts, bearings, fluid seals, and support structures. The fluid seals cause reaction-forces, which can be represented for dynamic coefficients. This component is mainly responsible for the differences between a model using only a rotor-bearing and the actual vibration of the set, for example in centrifugal pumps. In this context, this work aims the determination of the dynamic coefficients of three types of plain seals, namely: straight, tapered, and stepped seals, which will be integrated with the global model of rotating systems, in order to make the analysis of the rotating set more complete. The fluid seals analysis will be accomplished through the finite volume method in order to determine the circumferential velocity and pressure distribution along the seal, which characterizes the reaction forces. Those can be, in turn, represented by stiffness, damping, and inertia coefficients. Besides, it will be verified the influence of several geometric and operational parameters on these coefficients. The insertion of the dynamic coefficients of plain seals and the analysis of the rotating set in the computational package Rotortest®, will verify the influence of these seals on the rotating system, analyzing how this element modify the set's characteristics and the coupling of the shaft to the foundation.

Key-words: fluid seals, finite volume method, rotating machinery, dynamic coefficients.

Lista De Ilustrações

Figura 1: Exemplos de selos de fluxo do tipo labirinto em turbinas.	3
Figura 2: Selo mecânico axial, (MAYER, 1979).	14
Figura 3: Selo mecânico radial,(MAYER, 1979).	15
Figura 4: Primeiros tipos de selos, (HORVE, 1996).	15
Figura 5: Selo mecânico de construção mais simples, (MAYER, 1979).	16
Figura 6: Tipos de selos, (adaptado de HORVE, 1996).	17
Figura 7: Selos planos: (a) cilíndrico, (b) cônico, (c) escalonado.	18
Figura 8: Selos de anéis flutuantes, (VANCE, 1988).	19
Figura 9: Selos do tipo labirinto: (a) reto, (b) cônico, (c) escalonado.	20
Figura 10: O efeito de Lomakin em um selo plano, (VANCE, 1988).	21
Figura 11: Representação do sistema eixo – selo.	24
Figura 12: Geometria do selo cônico (adaptado de CHILDS e DRESSMAN, 1985).	26
Figura 13: Avaliação do produto escalar (adaptada de FOX e MCDONALD, 2006).	30
Figura 14: Configuração de um sistema e de um volume de controle (adaptada de FOX e MCDONALD, 2006).	31
Figura 15: (a) Geometria de um selo de fluxo; (b) Elemento de fluido diferencial. (CHILDS, 1993).	32
Figura 16: (a) Forças (na direção Z) do elemento de fluido diferencial. (b) Forças (na direção θ) do elemento de fluido diferencial (CHILDS, 1993).	33
Figura 17: (a) Velocidades circunferencial e axial do fluxo de massa (U e W) e rotação do eixo (ω). (b) Velocidade relativa do fluxo de massa no estator. (c) Velocidade relativa do fluxo de massa no rotor.	35
Figura 18: Distribuição de pressão ao longo do selo de fluxo cilíndrico.	42
Figura 19: Distribuição de pressão ao longo dos selos de fluxo (a) cônico, (b) escalonado.	43
Figura 20: Fluxograma de solução para u_0 , p_0 e W_0 para selos cilíndricos e cônicos.	45
Figura 21: Balanço de pressão em um volume de controle.	47

Figura 22: Fluxograma de solução para u_0 , p_0 e W_0 para selos escalonados.	49
Figura 23: Fluxograma para a solução de selos cilíndricos e cônicos aplicando uma pequena perturbação no sistema.	62
Figura 24: Fluxograma para a solução de selos escalonados aplicando uma pequena perturbação no sistema.	65
Figura 25: Coordenadas cilíndricas ($r-\theta$) e retangulares ($x-y$).	69
Figura 26: Esquematização da Montagem das Matrizes de Elementos Finitos. (Adaptada de EHRICH, 1992).	72
Figura 27: $u_0(z)$ para três condições iniciais	75
Figura 28: $u_0(z)$ para três condições iniciais (CHILDS, 1993).	76
Figura 29: $u_0(z)$ para três condições iniciais com rugosidades relativas diferentes para o rotor e o estator.	77
Figura 30: $u_0(z)$ para três condições iniciais com rugosidades relativas diferentes para o rotor e o estator (CHILDS, 1993).	77
Figura 31: $p_0(z)$ para três folgas radiais	79
Figura 32: $p_0(z)$ para três folgas radiais (CHILDS, 1993).	79
Figura 33: $p_0(z)$ para quatro razões L/D radiais.	80
Figura 34: $p_0(z)$ para quatro razões L/D radiais (CHILDS, 1993).	81
Figura 35: $p_0(z)$ para três rugosidades relativas da parede do estator.	82
Figura 36: $p_0(z)$ para três rugosidades relativas da parede do estator (CHILDS, 1993).	82
Figura 37: $p_0(z)$ para dois valores do coeficiente do fator de recuperação.	83
Figura 38: $p_0(z)$ para dois valores do coeficiente do fator de recuperação (CHILDS, 1993).	84
Figura 39: (a) Coeficientes de rigidez versus L/D ; (b) Coeficientes de amortecimento versus L/D ; (c) Coeficiente de inércia versus L/D .	86
Figura 40: (a) Coeficientes de rigidez versus L/D ; (b) Coeficientes de amortecimento versus L/D ; (c) Coeficiente de inércia versus L/D (CHILDS, 1993).	87
Figura 41: (a) Termos diretos de rigidez e amortecimento versus $(C_r)^{1/2}R$, (b) termo cruzado de rigidez versus $(C_r)^{1/2}R$, (c) termo cruzado de amortecimento versus $(C_r)^{1/2}R$,	89

(d) termo de inércia versus $(C_r) \overline{R}$. Considerando $L/D = 0,5$.	
Figura 42: Termos diretos de rigidez e amortecimento versus $\overline{C_r}/R$, considerando $L/D = 0,5$. (CHILDS, 1993).	90
Figura 43: (a) Termo direto de rigidez versus ξ , (b) termo cruzado de rigidez versus ξ , (c) termo direto de amortecimento versus ξ , (d) termo cruzado de amortecimento versus ξ , (e) termo de inércia versus ξ	92
Figura 44: Termo direto de rigidez versus ξ . (CHILDS, 1993).	92
Figura 45: (a) Termo direto de rigidez versus $(1-\xi e)$, (b) termo cruzado de rigidez versus $(1-\xi e)$, (c) termo direto de amortecimento versus $(1-\xi e)$, (d) termo cruzado de amortecimento versus $(1-\xi e)$, (e) termo de inércia versus $(1-\xi e)$. Considerando $L/D = 0,5$.	94
Figura 46: Termo direto de rigidez versus $(1-\xi e)$. Considerando $L/D = 0,5$. (CHILDS, 1993).	95
Figura 47: (a) Coeficientes de inércia, direto de rigidez e cruzado de amortecimento versus ϵ_s , (b) Coeficientes cruzado de rigidez e direto de amortecimento versus ϵ_s . Considerando $L/D = 1,0$.	96
Figura 48: Coeficientes de inércia, direto de rigidez e cruzado de amortecimento versus ϵ_s . Considerando $L/D = 1,0$. (CHILDS, 1993).	97
Figura 49: Coeficientes diretos de rigidez e de amortecimento e coeficiente cruzado de rigidez versus ΔP .	98
Figura 50: Coeficientes diretos de rigidez e de amortecimento e coeficiente cruzado de rigidez versus ΔP . (CHILDS, 1993).	98
Figura 51: (a) Coeficientes direto e cruzado de rigidez versus ω , (b) Coeficientes direto e cruzado de amortecimento versus ω .	100
Figura 52: (a) Coeficientes direto e cruzado de rigidez versus ω , (b) Coeficientes direto e cruzado de amortecimento versus ω . (CHILDS, 1993).	100
Figura 53: Distribuição de pressão, $p_0(z)$ para dois tipos de selos cônicos.	102
Figura 54: Coeficientes direto de rigidez, direto de amortecimento e cruzado de rigidez versus ΔP para o Selo 1.	104
Figura 55: Coeficientes direto de rigidez, direto de amortecimento e cruzado de rigidez	104

versus ΔP para o Selo 2.	
Figura 56: (a) Coeficientes direto e cruzado de rigidez versus ω , (b) Coeficientes direto e cruzado de amortecimento versus ω . Selo1.	106
Figura 57: (a) Coeficientes direto e cruzado de rigidez versus ω , (b) Coeficientes direto e cruzado de amortecimento versus ω .	107
Figura 58: Distribuição de pressão, $p_0(z)$ para os dois tipos de selos escalonados.	108
Figura 59: Coeficientes direto de rigidez, direto de amortecimento e cruzado de rigidez versus ΔP para o Selo 1.	110
Figura 60: Coeficientes direto de rigidez, direto de amortecimento e cruzado de rigidez versus ΔP para o Selo 2.	110
Figura 61: (a) Coeficientes direto e cruzado de rigidez versus velocidade de rotação, (b) Coeficientes direto e cruzado de amortecimento versus ω . Selo1.	112
Figura 62: (a) Coeficientes direto e cruzado de rigidez versus velocidade de rotação, (b) Coeficientes direto e cruzado de amortecimento versus ω . Selo1.	113
Figura 63: Bancada experimental do Laboratório de Máquinas Rotativas (LAMAR). (TUCKMANTEL, 2010).	114
Figura 64: Modelo analisado de rotor em elementos finitos	115
Figura 65: (a) Amplitude do nó 3, (b) Fase do nó 3.	117
Figura 66: (a) Amplitude do nó 7, (b) Fase do nó 7.	118
Figura 67: (a) Amplitude do nó 11, (b) Fase do nó 11.	119
Figura 68: Diagrama de Campbell.	120
Figura 69: Modo operacional do sistema na velocidade crítica (primeiro modo flexional do rotor) a 1345 rpm.	121
Figura 70: Coeficientes de rigidez do selo mecânico cilíndrico.	122
Figura 71: Coeficientes de amortecimento do selo mecânico cilíndrico	122
Figura 72: (a) Amplitude do nó 3, (b) Fase do nó 3.	123
Figura 73: (a) Amplitude do nó 7, (b) Fase do nó 7.	124
Figura 74: (a) Amplitude do nó 11, (b) Fase do nó 11.	125
Figura 75: Diagrama de Campbell.	126

Figura 76: Modo operacional do sistema a 5160 rpm.	127
Figura 77: (a) Amplitude em Y e Z no nó 3, (b) Amplitude em Y no nó 3 (c) Fase em Y e Z no nó 3.	128
Figura 78: (a) Amplitude do nó 7, (b) Fase do nó 7.	130
Figura 79: (a) Amplitude do nó 11, (b) Fase do nó 11.	131
Figura 80: Diagrama de Campbell.	132
Figura 81: Modo operacional do sistema a: (a) 1350 rpm. (b) 5160 rpm. (c) 5830,5 rpm.	134
Figura 82: Coeficientes de rigidez do selo mecânico cônico.	135
Figura 83: Coeficientes de amortecimento do selo mecânico cônico.	136
Figura 84: (a) Amplitude do nó 3, (b) Fase do nó 3.	137
Figura 85: (a) Amplitude do nó 7, (b) Fase do nó 7.	138
Figura 86: (a) Amplitude do nó 11, (b) Fase do nó 11.	139
Figura 87: Diagrama de Campbell.	140
Figura 88: Modo operacional a: (a) 1350 rpm. (b) 3810 rpm. (c) 4934 rpm.	141
Figura 89: (a) Amplitude do nó 3, (b) Amplitude do deslocamento y no nó 3 (c) Fase do nó 3.	143
Figura 90: (a) Amplitude do nó 7, (b) Fase do nó 7.	145
Figura 91: (a) Amplitude do nó 11, (b) Fase do nó 11	146
Figura 92: Diagrama de Campbell.	147
Figura 93: Modo operacional a: (a) 1350 rpm. (b) 3810 rpm. (c) 4934 rpm.	148
Figura 94: Coeficientes de rigidez do selo mecânico escalonado.	149
Figura 95: Coeficientes de amortecimento do selo mecânico escalonado.	149
Figura 96: (a) Amplitude do nó 3, (b) Fase do nó 3.	151
Figura 97: (a) Amplitude do nó 7, (b) Fase do nó 7.	152
Figura 98: (a) Amplitude do nó 11, (b) Fase do nó 11.	153
Figura 99: Diagrama de Campbell.	154
Figura 100: Modo operacional do sistema a: (a) 1350 rpm. (b) 5300 rpm. (c) 6279 rpm.	155
Figura 101: (a) Amplitude do nó 3, (b) Amplitude em Y no nó 3 (c) Fase do nó 3.	157
Figura 102: (a) Amplitude do nó 7, (b) Fase do nó 7.	158

Figura 103: (a) Amplitude do nó 11, (b) Fase do nó 11.	160
Figura 104: Diagrama de Campbell.	161
Figura 105: Modo operacional do sistema a: (a) 1350 rpm. (b) 5300 rpm. (c) 6279 rpm.	162
Figura A1: (a) Geometria de um selo de fluxo; (b) Elemento de fluido diferencial. (CHILDS, 1993).	172
Figura A2: Forças (na direção Z) do elemento de fluido diferencial (adaptada de CHILDS, 1993).	175
Figura A3: Forças (na direção θ) do elemento de fluido diferencial (CHILDS, 1993).	176
Figura C1: Coeficientes de rigidez do mancal cilíndrico.	186
Figura C2: Coeficientes de amortecimento no mancal cilíndrico.	186
Figura C3: (a) Amplitude do nó 3. (b) Fase do nó 3.	187
Figura C4: (a) Amplitude do nó 7. (b) Fase do nó 7.	188
Figura C5: (a) Amplitude do nó 11. (b) Fase do nó 11.	189
Figura C6: Diagrama de Campbell.	190
Figura C7: Modo operacional do sistema a: (a) 1121 rpm. (b) 1345 rpm. (c) 1681,8 rpm.	191
Figura C8: (a) Amplitude do nó 3. (b) Fase do nó 3.	192
Figura C9: (a) Amplitude do nó 7. (b) Fase do nó 7.	193
Figura C10: (a) Amplitude do nó 11. (b) Fase do nó 11.	194
Figura C11: Diagrama de Campbell	195
Figura C12: Modo operacional do sistema a: (a) 1121 rpm. (b) 1345 rpm. (c) 1681,8 rpm.	196
Figura C13: (a) Amplitude do nó 3. (b) Fase do nó 3.	198
Figura C14: (a) Amplitude do nó 7. (b) Fase do nó 7.	199
Figura C15: (a) Amplitude do nó 11. (b) Fase do nó 11.	200
Figura C16: Diagrama de Campbell	201
Figura C17: Modo operacional do sistema a: (a) 1350 rpm. (b) 5171 rpm. (c) 6054,75 rpm.	202
Figura C18: (a) Amplitude do nó 3. (b) Fase do nó 3.	203
Figura C19: (a) Amplitude do nó 7. (b) Fase do nó 7.	204
Figura C20: (a) Amplitude do nó 11. (b) Fase do nó 11.	205

Figura C21: Diagrama de Cambell 206

Figura C22: Modo operacional do sistema a: (a) 1350 rpm. (b) 5171 rpm. (c) 6054,75 rpm. 207

Lista De Tabelas

Tabela 1: Parâmetros do selo de fluxo anular para cálculos com o eixo centrado.	75
Tabela 2: Parâmetros do selo de fluxo cilíndrico para cálculos com o sistema perturbado.	84
Tabela 3: Valores calculados dos coeficientes dinâmicos.	85
Tabela 4: Parâmetros do selo de fluxo cônico para cálculos com o sistema perturbado.	101
Tabela 5: (a) e (b) Valores de folgas radiais de entrada (C0) e de saída (C1) para selos cônicos.	102
Tabela 6: Valores calculados dos coeficientes dinâmicos.	103
Tabela 7: Parâmetros do selo de fluxo escalonado para cálculos com o sistema perturbado.	108
Tabela 8: Valores de folgas radiais de entrada (C0) e de saída (C1) para selos escalonados.	108
Tabela 9: Valores calculados dos coeficientes dinâmicos.	109
Tabela 10: Discretização por elementos finitos.	115
Tabela 11: Dados da força de excitação causada por uma massa concentrada.	116
Tabela 12: Coeficientes dinâmicos para representação de mancais rígidos.	116
Tabela 13: Características do selo mecânico cilíndrico.	121
Tabela 14: Parâmetros da estrutura de fundação na direção vertical (z).	121
Tabela 15: Características do selo mecânico cônico.	135
Tabela 16: Características do selo mecânico escalonado.	149
Tabela C1: Características geométricas do mancal hidrodinâmico.	189

Lista De Abreviaturas e Siglas

Letras Latinas

F – Forças de restituição.	[N]
K – Coeficiente direto de rigidez.	[kg/s ²]
R – Raio do selo.	[m]
Y – Deslocamento do eixo na direção y.	[m]
X – Deslocamento na direção x.	[m]
y – Variável adimensional do deslocamento do eixo na direção y.	
x – Variável adimensional do deslocamento na direção x.	[m]
L – Comprimento axial do eixo.	[m]
$(C_r)^-$ – Folga radial média do selo.	[m]
D_h – Diâmetro hidráulico.	[m]
Área – Área da seção transversal.	[m ²]
Per – Perímetro molhado da seção.	[m]
Re – Número de Reynolds.	
p_1 – Pressão na entrada do selo.	[N/m ²]
p_2 – Pressão na saída do selo.	[N/m ²]
ΔP – Diferença de pressão na entrada e na saída do selo.	[N/m ²]
M – Coeficiente de inércia do fluido.	[kg]
C – Coeficiente direto de amortecimento.	[kg/s]
c – Coeficiente cruzado de amortecimento.	[kg/s]
K – Coeficiente direto de rigidez.	[kg/s ²]
k – Coeficiente cruzado de rigidez.	[kg/s ²]
N – Propriedade extensiva arbitrária	

$V \rightarrow$ – Velocidade linear.	[m/s]
Z – Direção axial.	
H – Folga variável em função da média entre folga máxima e folga mínima.	[m]
W – Velocidade axial.	[m/s]
U – Velocidade circunferencial.	[m/s]
$P \rightarrow$ – Quantidade de movimento linear.	[kg.m/s]
F_S – Forças de superfície.	[N]
F_B – Forças de campo.	[N]
C_0 – Folga do selo em relação ao eixo na entrada ($Z = 0$).	[m]
C_1 – Folga do selo em relação ao eixo na saída ($Z = L$).	[m]
Q' – Taxa de vazão volumétrica.	[m ³ /s]
P – Pressão.	[N/m ²]
W_0 – velocidade axial média.	[m/s]
T – Tempo de escoamento do fluido ao longo do eixo.	[s]
t – Tempo no instante analisado.	[s]
z – Variável adimensional de comprimento	
p – Variável de pressão adimensionalizada.	
u – Variável adimensional de velocidade circunferencial.	
w – Variável de velocidade axial adimensionalizada.	
h – Variável de folga adimensionalizada.	
b – Parâmetro adimensional.	
U^s – Velocidade relativa no estator.	[m]
U^r – Velocidade relativa no rotor.	[m]
u^s – Velocidade relativa adimensional no estator.	
u^r – Velocidade relativa adimensional no rotor.	
a_1 – Coeficiente para a solução por Moody.	
a_2^s – Coeficiente para a solução por Moody.	
a_2^r – Coeficiente para a solução por Moody.	
a_3 – Coeficiente para a solução por Moody.	

- e_s – Rugosidade absoluta do estator. [m]
- e_r – Rugosidade absoluta do rotor. [m]
- P_d – Pressão do fluido à montante do selo mecânico. [N/m²]
- p_d – Pressão adimensionalizada à montante do selo mecânico.
- $p(0)$ – Pressão adimensionalizada na entrada do selo de fluxo.
- $p(1)$ – Pressão adimensionalizada na saída do selo de fluxo.
- $p2(0)$ – Pressão adimensionalizada na entrada da segunda seção do selo de fluxo escalonado.
- $p2(1)$ – Pressão adimensionalizada na saída da segunda seção do selo de fluxo escalonado.
- P_e – Pressão na saída do selo mecânico após a recuperação de carga. [N/m²]
- p_e – Pressão adimensionalizada na saída do selo mecânico após a recuperação de carga.
- i – Índice da discretização em volumes finitos.
- f – Frequência adimensionalizada.
- R_0 – Raio de precessão do selo. [m]
- r_0 – Relação entre o raio de precessão do selo e a folga radial média entre o eixo e o selo.
- C_d – Coeficiente de arrasto.
- F_0 – Força auxiliar para a adimensionalização. [N]
- q_{3sen} – variável referente à parte imaginária da distribuição de pressão calculada para uma perturbação aplicada.
- q_{3cos} – variável referente à parte real da distribuição de pressão calculada para uma perturbação aplicada.
- F_{rad1} – Força radial. [N]
- $F_{\theta1}$ – Força tangencial. [N]
- \bar{M} – Variável adimensional de inércia.
- \bar{K} – Variável adimensional do coeficiente direto de rigidez.
- \bar{k} – Variável adimensional do coeficiente cruzado de rigidez.
- \bar{C} – Variável adimensional do coeficiente direto de amortecimento.
- \bar{c} – Variável adimensional do coeficiente cruzado de amortecimento.
- q_r – Vetor de deslocamento do rotor.

q_f – Vetor de deslocamento da fundação.

F_r – Força externa devido ao desbalanceamento do rotor.

.....

Letras Gregas

λ – Fator de fricção para o fluxo axial

ω – velocidade angular. [rad/s]

η – Propriedade intensiva correspondente a N, ou propriedade extensiva por unidade de massa

ρ – Massa específica. [kg/m³]

μ - Viscosidade cinemática. [m²/s]

τ – Tensão de cisalhamento. [N/m²]

τ – Variável adimensional de tempo.

\Re_0 – Número de Reynolds.

θ – Coordenada angular

ϵ_s – Rugosidade relativa do estator.

ϵ_r – Rugosidade relativa do rotor.

ξ – Coeficiente de perda na entrada do selo mecânico.

ξ_e – Coeficiente de recuperação na saída do selo mecânico.

σ – Fatores de atrito.

ϵ – Perturbação aplicada.

Ω – Velocidade de precessão do selo. [rad/s]

$\phi(f, z)$ – Matriz de transição.

.....

Superescritos

\ddot{x} – Segunda derivada em relação ao tempo.

\dot{x} – Primeira derivada em relação ao tempo.

.....

Subscritos

- r – Superfície rotativa.
- s – Superfície estacionária direção y.
- z – Componente na direção z.
- θ – Componente na direção circunferencial (de θ).
- 0 – Análise para o eixo centrado.
- 1 – Análise com perturbações em relação ao equilíbrio.
- x – Componente na direção x.
- y – Componente na direção y.

.....

Siglas

LAMAR – Laboratório de Máquinas Rotativas.

Rotortest® – Software de Projeto e Análise de Máquinas Rotativas.

SUMÁRIO

Lista de Ilustrações	xvii
Lista de Tabelas.....	xxv
Lista de Abreviaturas e Siglas.....	xxvii
Letras Latinas.....	xxvii
Letras Gregas	xxx
Siglas.....	xxxi
1 INTRODUÇÃO.....	1
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	6
3 SELOS DE FLUXO	13
3.1 Representação matemática de selos planos	20
3.2 Selos planos cônicos e escalonados	25
4 EQUAÇÕES GOVERNANTES	29
4.1 Adimensionalização das equações governantes.....	36
5 SOLUÇÃO POR VOLUMES FINITOS PARA EIXO CENTRADO.....	40
5.1 Simplificação das equações governantes.....	40
5.2 Solução por volumes finitos para selos cilíndricos e cônicos	45
5.3 Solução por volumes finitos para selos escalonados.....	48
6 SOLUÇÃO POR VOLUMES FINITOS PARA PERTURBAÇÕES EM RELAÇÃO AO EQUILÍBRIO	52
6.1 Simplificação das equações governantes.....	52

6.2 Método dos volumes finitos	57
6.2.1 Solução para selos escalonados	64
6.3 Determinação dos coeficientes dinâmicos	66
7 PROGRAMA COMPUTACIONAL ROTORTEST®	71
8 RESULTADOS E DISCUSSÕES	75
8.1 Selos Planos Cilíndricos	75
8.1.1 Velocidade circumferencial.....	76
8.1.2 Pressão	79
8.1.3 Coeficientes Dinâmicos	85
8.2 Selos planos cônicos	102
8.3 Selos planos escalonados.....	108
8.4 Sistema Completo: Eixo, mancal rígido, selos mecânicos e fundação.....	114
8.4.1. Sistema eixo – mancal rígido.....	117
8.4.2 Sistema eixo - mancal rígido – selo cilíndrico e fundação.	122
8.4.3 Sistema eixo - mancal rígido - selo cônico e fundação	135
8.4.4 Sistema eixo - mancal rígido – selo escalonado e fundação.....	149
9 CONCLUSÃO	164
9.1 Sugestões para trabalhos futuros.....	166
Referências Bibliográficas	167
Bibliografia Complementar.....	170
APÊNDICE A – Desenvolvimento Das Equações Governantes	172
APÊNDICE B – Desenvolvimento Das Equações Com Uma Pequena Perturbação .	180
APÊNDICE C – SIMULAÇÃO NUMÉRICA CONSIDERANDO MANCAIS CILÍNDRICOS E SELOS DE FLUXO.....	186
C1 Sistema Completo: Eixo, mancal cilíndrico, selos mecânicos e fundação.....	186

C1.1 Sistema eixo-mancal cilíndrico.....	186
C1.2 Sistema eixo-mancal cilíndrico-selo cilíndrico e fundação.	197

1 INTRODUÇÃO

O Brasil é um dos países que mais utilizam o recurso hídrico para a produção de eletricidade. De acordo com a Eletrobrás Cepel (Centro de Pesquisas de Energia Elétrica), em 2007, o Brasil gerava 11,4% do total mundial de hidroeletricidade, sendo superado apenas pelo Canadá (12%) e pela China (11,7%). O setor energético brasileiro depende fortemente das máquinas rotativas, como as turbinas hidráulicas, a vapor e a gás. Uma interrupção no sistema de geração de energia, devido a falhas mecânicas, acarreta uma considerável perda econômica e muitos transtornos para a sociedade.

Desta forma, é relevante a importância do conhecimento relacionado aos fenômenos típicos da operação e do comportamento de equipamentos e componentes integrantes das máquinas rotativas.

Atualmente, existe uma grande diversidade de aplicações de equipamentos rotativos, que envolve desde sistemas de grande porte, como em usinas hidrelétricas e termelétricas, até sistemas de pequeno porte, como turbocompressores. A presença de um componente rotativo transmitindo potência pode gerar uma série de problemas, encontrados nas mais variadas aplicações de máquinas rotativas, como partes integrantes de plantas de produção ou de geração de energia. Conseqüentemente, o desenvolvimento de modelos matemáticos para simular as características operacionais dessas máquinas é de significativa importância, pois tem como objetivo prever o comportamento e identificar desvios caracterizados por meio das respostas dinâmicas do conjunto, fornecendo indicadores de mau funcionamento ou diagnóstico de falhas, e minimizando os riscos de paradas imprevistas no sistema.

A determinação das características dinâmicas de sistemas rotativos é alcançada pela interação entre os componentes envolvidos na sua construção, como rotores, eixos, mancais, selos de fluxo e estruturas de fundação, entre outros.

Os selos de fluxo, também conhecidos como selos mecânicos, são imprescindíveis ao funcionamento de máquinas rotativas de grande e médio porte, pois são utilizados para controlar o vazamento do fluido de trabalho (Figura 1), e exercem uma influência significativa na dinâmica das máquinas rotativas de fluxo, devido à queda de pressão entre a entrada e a saída do selo, a qual é representada, no modelo matemático do sistema, através de coeficientes dinâmicos equivalentes de rigidez, amortecimento e inércia.

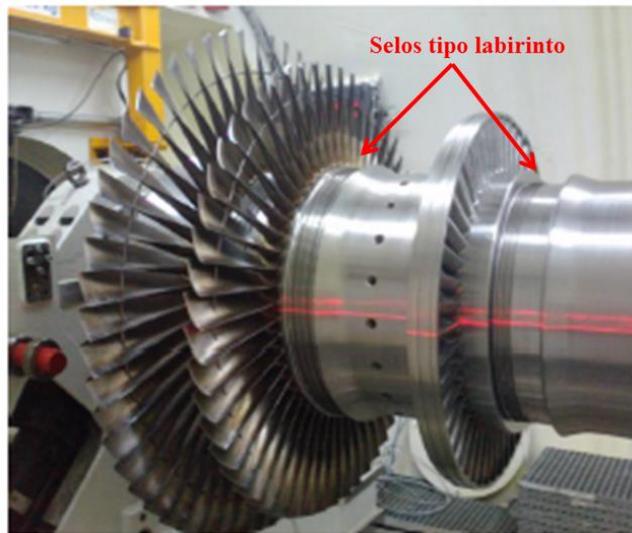




Figura 1: Exemplos de selos de fluxo do tipo labirinto em turbinas.

Portanto, a análise matemática deste componente é significativa para que os resultados encontrados nos modelos teóricos e computacionais possam, cada vez mais, ser aproximados às aplicações práticas. Segundo Lees, Sinha e Friswell (2009), determinar um modelo completo confiável, que possa prever o comportamento dinâmico de máquinas rotativas e suas possíveis falhas, é um desafio ainda a ser superado.

O tema em foco nesta dissertação de mestrado é, portanto, a determinação dos coeficientes dinâmicos para três tipos de selos planos, utilizando, neste caso, o método dos volumes finitos. São revisados conceitos de mecânica dos fluídos para aplicação direta na modelagem do escoamento em selos planos cilíndricos, cônicos e escalonados. A queda de pressão axial e a distribuição de pressão circunferencial nos selos resultam em componentes de forças radiais e tangenciais, os quais, por sua vez, atuam no eixo rotativo e, conseqüentemente, influenciam o comportamento dinâmico do mesmo.

A interação da mecânica do fluido de trabalho com aquela do sistema rotativo propriamente dito, composto basicamente por eixos, mancais e rotores, é realizada através da inserção de

coeficientes dinâmicos equivalentes no modelo matemático do rotor, sendo este último obtido pelo método dos elementos finitos.

Assim, são avaliados os coeficientes dinâmicos de inércia, rigidez e amortecimento dos selos planos aqui analisados, sob o ponto de vista da dependência com as características geométricas dos mesmos e das condições de operação da máquina. Em seguida, uma vez incorporados no modelo do sistema rotativo completo, os selos de fluxo são também analisados sob o ponto de vista de sua influência na resposta dinâmica global da máquina rotativa.

No capítulo seguinte, faz-se uma revisão dos trabalhos científicos envolvendo modelagem e análise de sistemas rotativos sob a influência dos selos mecânicos, assim como da modelagem desses componentes.

O capítulo 3 apresenta um pequeno histórico dos selos de fluxo e a representação matemática para os tipos de selos analisados neste trabalho. As deduções e formulações finais das equações governantes para fluidos são descritas no capítulo 4, bem como a adimensionalização das mesmas.

O capítulo 5 demonstra a solução das equações governantes pelo método dos volumes finitos considerando, para isso, o eixo e o selo de fluxo centrados. Apresenta, também, as condições de contorno iniciais e finais para a solução do sistema. Já o capítulo 6 descreve a solução por volumes finitos considerando uma pequena perturbação do sistema eixo-selo de fluxo. Neste capítulo novas simplificações nas equações devem ser feitas para eliminar a dependência do tempo. Além disso, este capítulo também apresenta as equações para a determinação das forças de reação, originadas a partir da distribuição de pressão ao longo do selo e, conseqüentemente, a obtenção dos coeficientes dinâmicos dos selos de fluxo.

Uma breve descrição e explicação do programa computacional, *Rotortest*®, desenvolvido pelo Laboratório de Máquinas Rotativas (LAMAR) é apresentada no capítulo 7.

O capítulo 8 apresenta os resultados e discussões referentes aos três tipos de selos planos analisados, sendo estes o cilíndrico, o cônico e o escalonado. Além disso, analisa-se, através do *Rotortest*®, um sistema formado por eixo-mancal-selo e fundação. Finalmente, o capítulo 9 apresenta as observações e conclusões finais desta dissertação, além de fornecer sugestões para futuros trabalhos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A origem da análise dos selos de fluxo remonta ao estudo de máquinas rotativas, e, sobretudo, ao desenvolvimento da teoria de lubrificação aplicada inicialmente aos mancais. Pois, a partir do equacionamento dessa teoria, houve a expansão do conhecimento e da aplicação para selos mecânicos.

Tower (1883) e Petrov (1885) foram os pioneiros no estudo sobre lubrificação hidrodinâmica. Apesar de não se conhecerem, os resultados experimentais obtidos, acerca da sustentação de um rotor por um filme de óleo, foram parecidos. Concluíram que o movimento relativo entre duas superfícies separadas por um filme de fluido gera um campo de pressão, e este campo gera uma força hidrodinâmica, a qual é suficiente para sustentar um eixo rotativo. (NORTON, 2006)

Em 1886, Reynolds simplificou as equações de Navier-Stokes, baseando-se no número de Reynolds e em argumentos físicos relacionados ao pequeno valor da relação entre a folga radial, existente entre o mancal e o eixo, e o raio do eixo (CHILDS, 1993). Essa simplificação permitiu determinar o perfil de pressões atuantes entre duas superfícies em movimento relativo, através de uma equação diferencial que descreve adequadamente esse perfil. Desta forma, a equação de Reynolds constitui a base da teoria de lubrificação moderna.

Este equacionamento, contudo, é ideal para escoamentos laminares e para fluidos Newtonianos, incompressíveis e que não apresentam alteração em sua viscosidade devido ao efeito térmico, e pode ser adequada para escoamento turbulento por meio de parâmetros de aproximação. Porém, esta manipulação pode gerar erros consideráveis. Os principais fatores que determinam a inaplicabilidade da teoria de Reynolds para os selos de fluxo são a elevada velocidade axial através destes, a folga radial, entre o eixo e o selo, relativamente grande e a

considerável perda de carga através do selo. Tais fatores violam a condição de escoamento laminar. Além disso, se o fluido de trabalho for um gás, os efeitos de compressibilidade também podem ser importantes. (VANCE, 1988).

Tao (1958) foi um dos primeiros a aproximar o problema de lubrificação turbulenta através da formulação de fluxo expandido, cuja vantagem está em não ser necessária a representação física do mecanismo de transporte turbulento. Hirs, em 1973, baseado na relação empírica entre a tensão de cisalhamento na parede da superfície sujeita a movimento relativo e a média da velocidade do fluxo relativa à mesma, publicou uma teoria de lubrificação turbulenta de fluxo expandido.

Lomakin (1958) investigou as causas e conseqüências das forças de restituição nos selos mecânicos. Devido à diferença de pressão na superfície frontal, surge um fluxo axial, o qual pode ser simétrico, se o eixo está centrado, ou apresentar uma distribuição de velocidade e de pressão assimétricas, se o selo de fluxo está excêntrico em relação ao eixo. A força resultante agindo no eixo tem uma direção igual, mas apresenta sentido oposto ao deslocamento do eixo. Como resultado, Lomakin obteve a rigidez direta devido ao salto de pressão no fluido entre a entrada e a saída do selo de fluxo.

Black (1969) foi um dos primeiros a considerar que se o deslocamento do eixo não ocorre em torno do ponto de equilíbrio, as forças de restituição podem apresentar termos de inércia e amortecimento, além dos termos de rigidez. Desenvolveu, também, um modelo linear, pela aproximação de um fator de atrito, para forças de fluidos em selos mecânicos planos com escoamento predominantemente axial. No entanto, neste trabalho, Black considerou o selo curto e, como conseqüência, o fluxo induzido de pressão no sentido circunferencial é desprezível em relação ao fluxo axial. Black é um dos grandes responsáveis por desenvolver o atual modelo empregado em selos de fluxo.

Black e Jensen, em 1970 e 1971, realizaram uma análise em selos de fluxo, que se aplica para pequenos movimentos do eixo em relação à posição centrada (zero de excentricidade). Assumiram uma distribuição de velocidade média circunferencial do fluido igual a metade da velocidade periférica do eixo, integraram a equação de conservação de massa para definir o campo de velocidade axial perturbado, e então, integraram a equação de quantidade de movimento axial para se obter o campo de pressão. A integração do campo de pressão resulta nas forças de reação. Também examinaram os efeitos do fluxo de pressão circunferencial induzida para selos longos.

Fleming (1977) mostrou que o termo direto de rigidez para selos planos do tipo cônico ou escalonado, com folga convergente, é de 2 a 14 vezes maior que para selos planos cilíndricos, sendo a folga do selo reto igual ao valor mínimo da folga dos selos convergentes.

De acordo com Childs, Childs e Dresden, (1980), Black, em 1978, considerou o desenvolvimento do campo de velocidade circunferencial como função da posição axial do selo. Seus resultados mostraram que a velocidade circunferencial se aproxima assintoticamente do valor de velocidade previamente assumido como 0,5, enquanto o fluido atravessa axialmente o selo. Além disso, verificou que, incluindo a dependência axial da velocidade circunferencial, pode-se reduzir os termos cruzados de rigidez.

Ainda neste trabalho, foi verificado que selos de fluxo anulares desenvolvem termos de rigidez hidrostática significantes, especificamente o termo direto de rigidez, que é calculado para o eixo centrado, ou seja, com excentricidade zero. Isso ocorre devido à alta taxa de escoamento axial e ao gradiente de pressão a este relacionado, que, por sua vez, são dependentes da folga entre o selo e o eixo.

Childs (1982) propôs uma teoria, baseado nas equações de Hirs, que considera os efeitos da turbulência de entrada no desenvolvimento do fluxo circunferencial do selo mecânico. Já em 1993, no capítulo: *Rotordynamic Models for liquid Annular Seals*, em seu livro *Turbomachinery*

Rotordynamics – Phenomena, Modeling, and Analysis, Childs determinou os coeficientes equivalentes de rigidez e amortecimento, e a matriz de inércia do fluido, em selos de fluxo cilíndricos, através de um modelo analítico com solução pelo método das perturbações. Para este trabalho, utilizaram-se as equações governantes dos fluidos, porém, como a razão C_r/R (folga radial [m] por raio do eixo [m]) é muito pequena, as curvaturas do eixo e do selo são desprezadas na análise do elemento diferencial de fluido do selo mecânico.

A partir dessas formulações, obteve-se a queda de pressão ao longo do selo, e assim determinaram-se as forças de restituição e os parâmetros do comportamento dinâmico deste componente (CHILDS, 1993). Esse método é o mais utilizado para a modelagem de selos de fluxo cilíndricos.

Além disso, Childs verificou que os termos de inércia são considerados apenas para o caso de selos em que o fluido é líquido, assim para fluidos gasosos esses termos podem ser desprezados.

Childs e Dressman, em 1985, analisaram o selo cônico, utilizando, para isso, a teoria de lubrificação de fluxo expandido de Hirs.

Nelson, 1985, também utilizou a teoria de lubrificação de Hirs para determinar os coeficientes dinâmicos de um selo mecânico cônico, no entanto, sua análise diverge da apresentada por Childs e Dressman (1985), pois não apresenta simplificações, ou seja, não assume a conicidade do selo muito pequena, e, ainda, considera que a velocidade axial sofre perturbação.

Vance (1988), em seu livro – *Rotordynamics of Turbomachinery* – reservou um capítulo para o estudo de selos de fluxo e de mancais – *Bearings and Seals*. Neste capítulo, Vance os caracteriza, determinando os diversos tipos de selos e suas principais aplicações. Além disso, descreve o efeito dos selos na dinâmica de rotores. Mais recentemente, Vance (2010), em seu

livro – *Machinery Vibration and Rotordynamics* – reserva, novamente, um capítulo particular para tratar desse componente e de seus efeitos na dinâmica de rotores - *Fluid Seals and their Effects on Rotordynamics*.

Marquette, Childs e San Andres, (1997), apresentaram dados de coeficientes dinâmicos para selos planos anulares. Para um selo na posição centrada, os resultados experimentais e teóricos apresentam uma excelente concordância, mesmo para termos diretos de inércia, que não apresentavam uma boa convergência em estudos passados. No entanto, os coeficientes dinâmicos são mais sensíveis a mudanças na excentricidade do selo mecânico do que o previsto. Assim, estes resultados sugerem que, em alguns casos, os selos anulares para bombas precisam ser tratados como mancais hidrodinâmicos, com os coeficientes válidos para uma pequena variação acerca da posição de equilíbrio e não independentes da excentricidade, como são usualmente tratados.

Ainda no contexto de selos planos anulares, Ha, Lee e Kim (2002), a partir da análise de selos planos anulares excêntricos, realizaram um estudo para selos de anéis flutuantes, com o propósito de determinar a posição de flutuação do anel, os coeficientes dinâmicos do rotor e os parâmetros de projeto, com a solução baseada no método da Transformada de Fourier de Nelson e Nguyen.

Kwanka (2000), relatou que a força desestabilizadora presente nos selos é causada pelos termos cruzados de rigidez, e estes são contrabalanceados pelos termos diretos de amortecimento, por isso, se faz necessário saber e levar em conta o amortecimento nos selos de fluxo.

Além disso, neste mesmo trabalho, verificou-se que os coeficientes conservativos, caracterizados pelos termos diretos de rigidez e cruzados de amortecimento, influenciam nas frequências vibracionais do sistema. Já os termos não conservativos, representados pelos termos cruzados de rigidez e diretos de amortecimento, alteram o limite de estabilidade do sistema.

Dereli e Eser (2006) determinaram os coeficientes dinâmicos de selos do tipo labirinto escalonados, considerando tanto a pressão de primeira ordem quanto as forças de cisalhamento em seu cálculo. Esses resultados foram comparados com valores obtidos anteriormente, que levavam em conta apenas a pressão para o cálculo dos coeficientes.

Shen, Jia, Zhao e Jing (2008) simularam um sistema composto de rotor, mancal, fundação e selo do tipo labirinto. As equações governantes foram descritas pelo método de elementos finitos. Após a análise teórica, testes experimentais foram realizados. Os resultados teóricos estavam de acordo com os obtidos experimentalmente.

Em 2011, Brol, em sua dissertação - *Modelagem e Análise de Selos de Fluxo Aplicados a Máquinas Rotativas* - caracterizou os diversos tipos de selos mecânicos, como os planos (cilíndrico, cônico e escalonado), do tipo labirinto, do tipo bucha, de anéis flutuantes, entre outros. O método de análise nesse trabalho foi baseado no livro de Childs, 1993. Nesta dissertação, Brol verificou seus resultados com aqueles encontrados na literatura (BROL, 2011).

Neste trabalho de mestrado serão analisados os selos mecânicos do tipo cilíndrico, cônico e escalonado, determinando, para tanto, os coeficientes dinâmicos de amortecimento, rigidez e inércia. Além disso, será verificada a influência de parâmetros físicos e operacionais do sistema em relação a estes elementos.

De acordo com Childs (1993), é possível estender a solução de selos cilíndricos para selos cônicos, sendo que, neste caso, a folga radial varia de acordo com a coordenada axial do selo. Além disso, o selo escalonado pode ser modelado como uma associação de selos cilíndricos, de diferentes folgas radiais, representando cada degrau por um coeficiente de perda de carga, devido à queda de pressão abrupta causada pelas perdas de entrada.

O grupo de pesquisa do Laboratório de Máquinas Rotativas (FEM-UNICAMP) tem se dedicado ao desenvolvimento de um pacote computacional, cujo objetivo principal é a análise

dinâmica de sistemas rotativos, modelando, para tanto, seus componentes e suas interações. A logística das informações é, portanto, complexa, uma vez que diferentes componentes e modelos podem ser utilizados (TUCKMANTEL, 2010).

Desta forma, o laboratório dispõe, atualmente, de uma base suficientemente abrangente e robusta para modelagem e análise de máquinas rotativas, disponível, para um contínuo desenvolvimento e aperfeiçoamento.

Portanto, a modelagem e análise dos selos de fluxo se inserem, de forma interessante e promissora, no contexto do tema de pesquisa global em máquinas rotativas, pois será possível inserir os efeitos decorrentes deste componente no modelo matemático completo do sistema rotativo, ou seja, no pacote computacional, até então desenvolvido para eixos, rotores, mancais e estruturas.

3 SELOS DE FLUXO

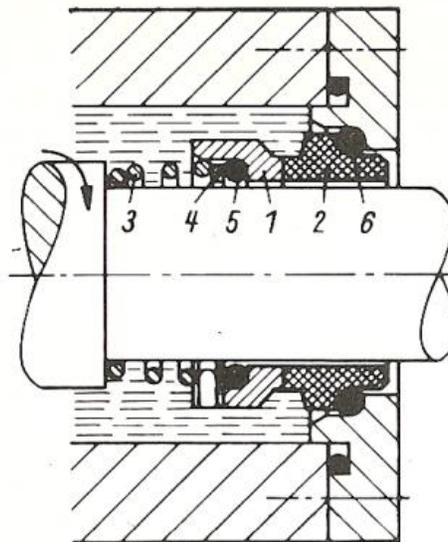
O setor industrial utiliza um grande número de vedações para diversas situações, tais como: indústria automobilística, aeronáutica e espacial, eletrodomésticos, geração de energia e fabricação de bombas. Estes componentes isolam, entre si, meios onde ocorrem pressões, temperaturas, ou onde estão contidos agentes propulsores diferentes. Além disso, são também utilizados para impedir a penetração de corpos estranhos nos meios onde se processam as operações ou o vazamento de lubrificantes através dos mancais. Existem diversos tipos de vedações, cada qual com uma especialidade. Para o caso de eixos rotativos o tipo mais utilizado é conhecido como selo mecânico, ou selo de fluxo.

Os selos de fluxo são imprescindíveis ao funcionamento de máquinas rotativas de grande e médio porte. Seu objetivo é criar e manter uma função estanque flexível entre uma superfície anular fixa e uma anular rotativa. Por isso, são utilizados para controlar o vazamento do fluido de trabalho ou lubrificante, exercendo uma influência significativa na dinâmica das máquinas rotativas de fluxo, devido à queda de pressão entre sua entrada e saída, a qual é representada, no modelo matemático do sistema, através de coeficientes dinâmicos equivalentes de rigidez, amortecimento e inércia. De acordo com Childs (1993), o selo mecânico pode representar a principal diferença entre uma simulação numérica, modelando apenas o conjunto rotor-mancal, e a vibração real de um sistema, como por exemplo, em bombas centrífugas.

No entanto, não é possível conter todo o vazamento, ou seja, não há como proporcionar um escape de fluido nulo no sistema, pois alguns vazamentos são inevitáveis e resultam das altas velocidades axiais do fluido ao longo do selo. Por isso, uma tentativa de evitar praticamente toda a vazão do fluido pode gerar elevados custos na fabricação deste componente. (VANCE, 1988), (HORVE, 1996). Porém, é necessário que o escape seja o menor possível, e, para isso, deve-se verificar qual o melhor tipo de selo, com contato ou sem contato, para determinada aplicação.

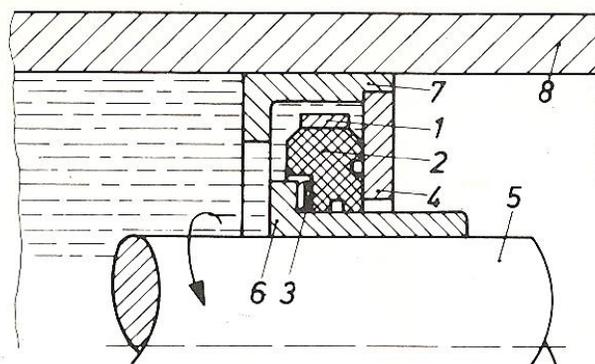
Para cada aplicação específica existe um tipo de selo mecânico que desempenha sua função de maneira mais satisfatória.

Os selos de fluxo podem ser divididos em dois grupos principais, conforme seu tipo de construção e aplicação: os axiais (Figura 2) e os radiais (Figura 3). No tipo axial, as forças exercidas nesse sentido atuam, principalmente, sobre o fluxo de vazamento que tende a penetrar em sentido radial através da interface de vedação. Já no tipo radial, o fluxo principal de vazamento forma-se entre o eixo e o selo, ou seja, o vazamento flui em sentido axial, (Mayer, 1979).



- | | |
|----------------------------|-----------------------|
| 1. anel corrediço rotativo | 4. arruela de pressão |
| 2. contra-anel fixo | 5. anel de vedação |
| 3. mola de pressão | 6. anel de mancal |

Figura 2: Selo mecânico axial, (MAYER, 1979).



- | | |
|----------------------|-----------------------|
| 1. bandagem metálica | 5. eixo da turbina |
| 2. anel de grafite | 6. camisa |
| 3. mola anular | 7. carcaça de vedação |
| 4. contra-anel fixo | 8. carcaça da turbina |

Figura 3: Selo mecânico radial,(MAYER, 1979).

De acordo com Horve (1996), durante a revolução industrial, que ocorreu no período de 1750 a 1850, foram criados, de forma muito primitiva, os primeiros tipos de selos mecânicos, feitos de fibras orgânicas (algodão ou linho) ou de couro, e configurados em forma de corda, para então, envolver o eixo.

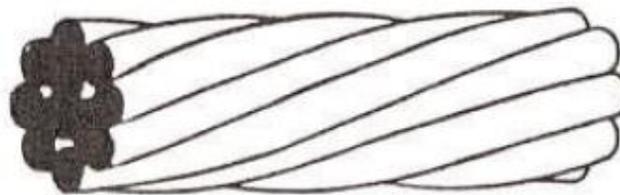
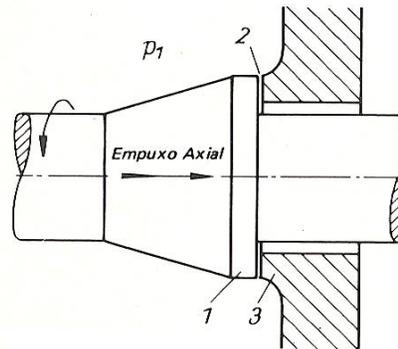


Figura 4: Primeiros tipos de selos, (HORVE, 1996).

De acordo com Mayer (1979), no início do século XX grandes inovações tecnológicas ocorriam, e as vedações frontais começaram a surgir de forma modesta na indústria mecânica a fim de superar, de forma construtiva e funcional, os engaxetamentos flexíveis e as caixas de empanque convencionais, nos problemas de vedação mais complicados. O sistema mais simples consistia em colocar o colar do eixo diretamente de encontro a uma superfície de carcaça, mas

esse tipo de vedação não foi amplamente aproveitado por falta de materiais e de equipamentos de usinagem adequados (Figura 5).



1. colar do eixo
2. interface da vedação
3. ressalto da carcaça

Figura 5: Selo mecânico de contato, (MAYER, 1979).

Somente a partir de 1920 houve uma larga utilização de selos axiais em instalações de refrigeração. Além disso, após a segunda guerra mundial, fabricantes de bombas e grandes indústrias petroquímicas passaram a utilizá-los de forma considerável. A indústria petrolífera chegou a recomendar o uso exclusivo de selos mecânicos em estações de bombeamento e navios petroleiros, por razões de segurança e economia.

Além dessa classificação, os selos mecânicos ainda podem ser divididos em estáticos e dinâmicos. Os selos estáticos são utilizados em situações em que não há movimento. Já os selos dinâmicos são utilizados quando há um movimento relativo, como em um eixo rotacionando e oscilando.

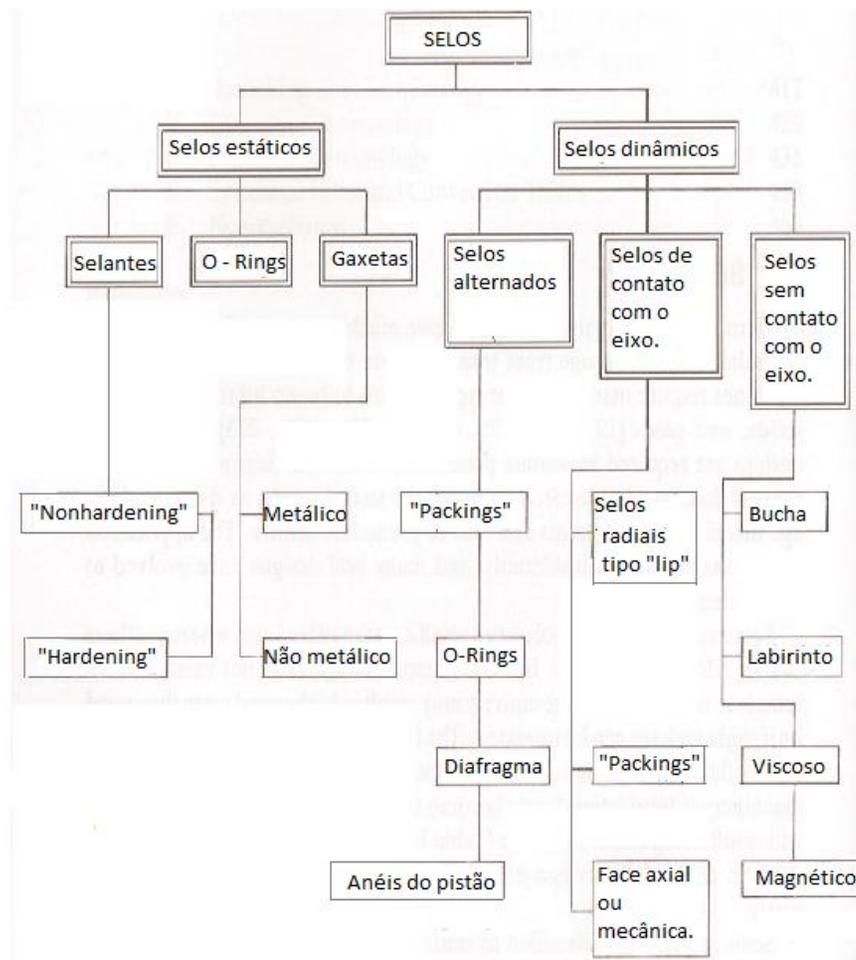


Figura 6: Tipos de selos, (adaptado de HORVE, 1996).

A seguir serão descritos alguns tipos de selos mecânicos mais comuns e desenhos esquemáticos serão apresentados para melhor compreensão.

- Selos planos:

Podem ser retos (*straight*), conhecidos como cilíndricos ou anulares (Figura 7a); cônicos (*tapered*) (Figura 7b); ou escalonados (*stepped*) (Figura 7c). Normalmente são utilizados em bombas. Sua geometria é similar a dos mancais, mas a razão entre a folga radial e o raio do eixo é usualmente de duas a dez vezes maior, para evitar o contato entre rotor e estator.

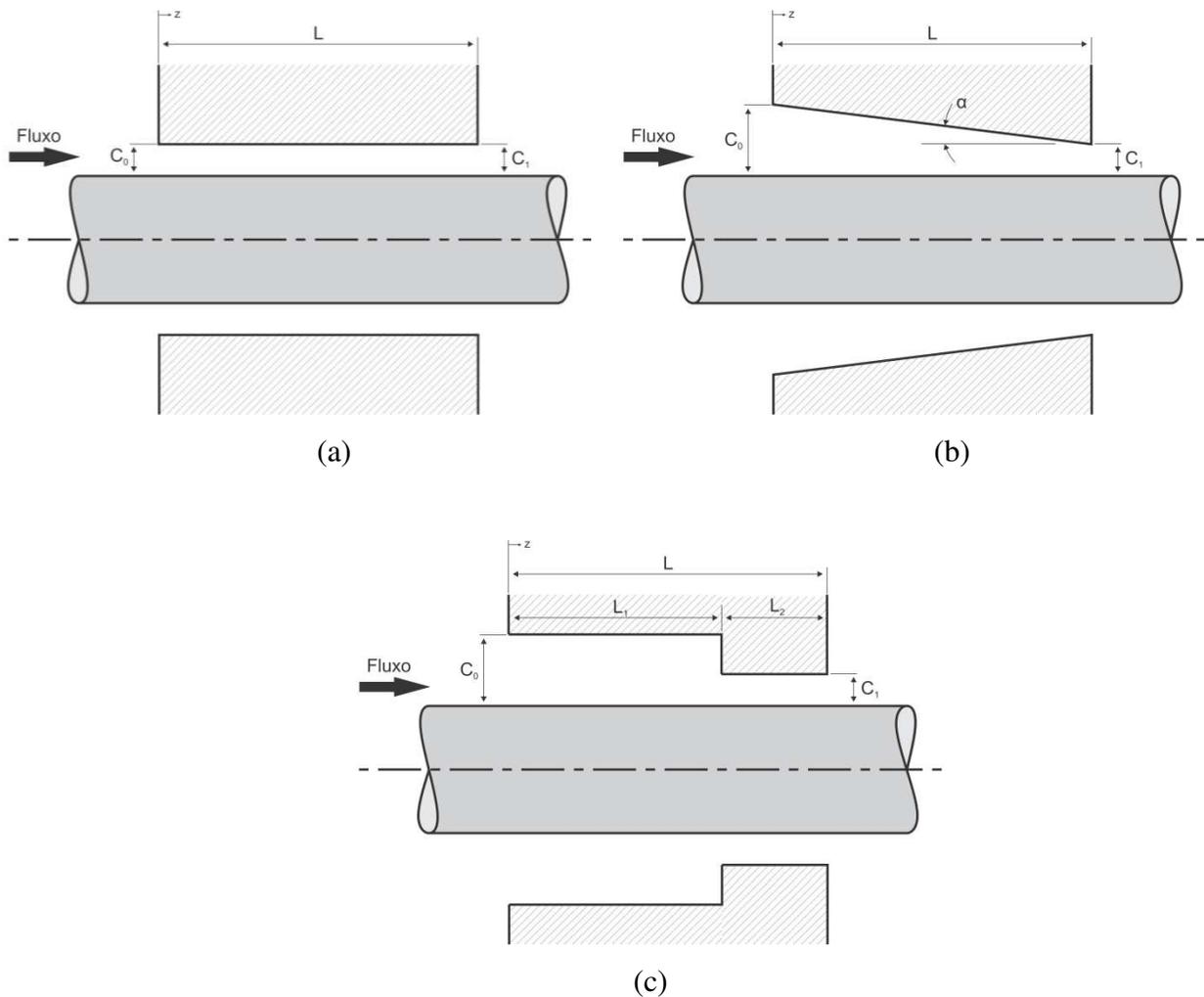


Figura 7: Selos planos: (a) cilíndrico, (b) cônico, (c) escalonado.

- Selos de anéis flutuantes:

São utilizados em compressores de alta pressão centrífuga. Óleo lubrificante é usado para preencher o espaço livre, reduzindo o vazamento. O anel orbita e vibra com o rotor, mas não realiza o *spin*, ou seja, não rotaciona em torno do próprio eixo. Assim, quando esses selos operam de maneira correta, podem ter um efeito favorável em atenuar o desbalanceamento em velocidades críticas.

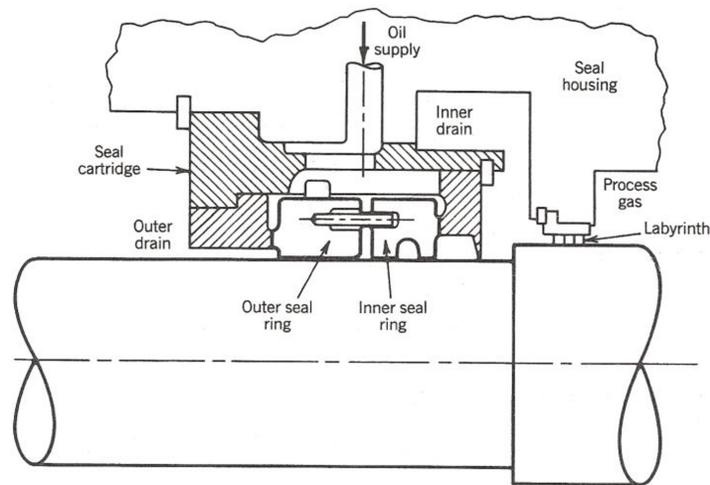
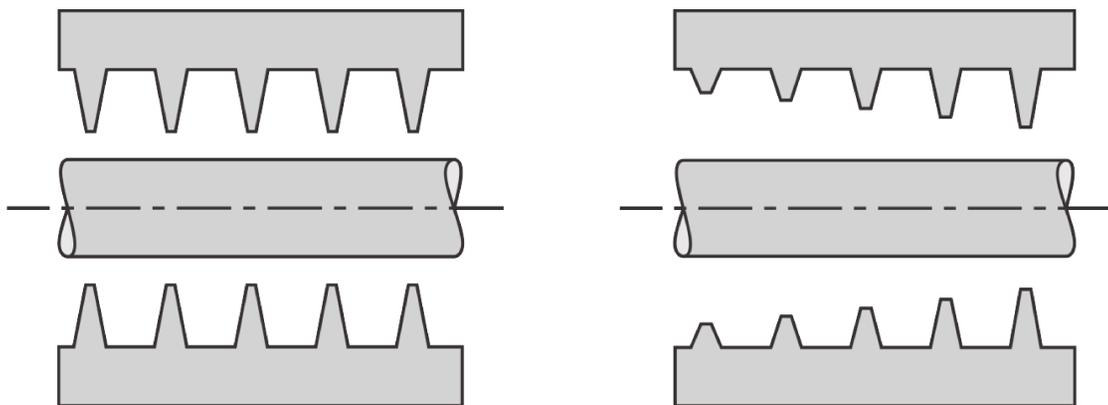


Figura 8: Selos de anéis flutuantes, (VANCE, 1988).

- Selos do tipo labirinto:

São utilizados em compressores, axiais ou circunferenciais, e em turbinas. Possuem lâminas circunferenciais alocadas em fileira no sentido axial do selo, produzindo uma “passagem tortuosa”, o que evita o vazamento do fluido. Essas lâminas podem ser colocadas no rotor, no estator ou em ambos. De acordo com Dereli e Eser (2006), existem três tipos de selos labirintos: retos (Figura 9a), cônicos (Figura 9b) e escalonados (Figura 9c).



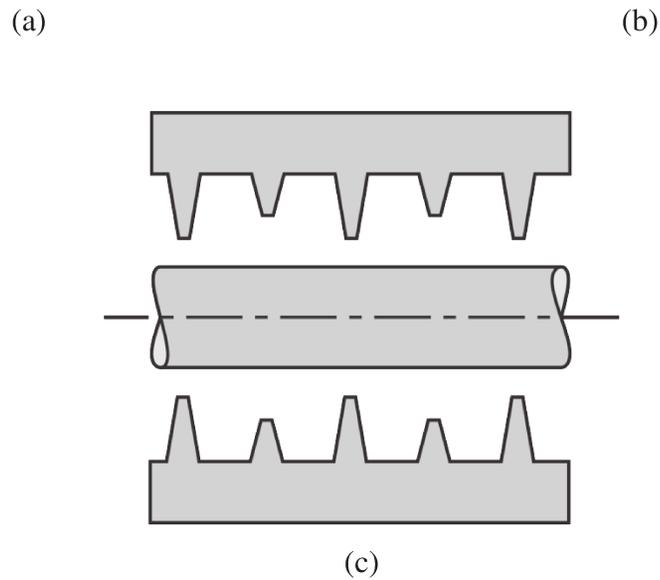


Figura 9: Selos do tipo labirinto: (a) reto, (b) cônico, (c) escalonado.

- Selos de contato:

Neste tipo de selo, não há folga projetada. Devido ao atrito, são normalmente utilizados em bombas de baixa velocidade ou onde o fluido de trabalho age como refrigerante.

Todos os tipos de selos, com exceção dos selos de contato, produzem forças no rotor que afetam sua dinâmica. Essas forças são funções do deslocamento do rotor, e de suas velocidade e aceleração na localização do selo e, por isso, podem ser representadas em termos de coeficientes de rigidez, amortecimento e inércia, (VANCE, 1988).

3.1 Representação matemática de selos planos

A perda de carga axial através do selo plano, causada pelas perdas na entrada e pelo atrito ao longo do comprimento do selo, faz com que este tenha rigidez radial, independente da rotação

do eixo. Um deslocamento, Y , no sentido radial do eixo, como mostrado na Figura 10, produz uma folga menor, entre o selo e o eixo, na direção desse deslocamento. A velocidade axial do fluido é, então, menor nessa região, se comparada com a região de maior folga. Assim, de acordo com Vance (1988), o princípio de Bernoulli produz, na região de menor velocidade, maiores pressões. Essa diferença de pressão, entre as duas regiões, produz uma força restauradora que se opõe ao deslocamento Y , representada pela Equação (1). A rigidez radial K é conhecida como rigidez direta de Lomakin (Equação (2)), a qual ocorre até para rotação nula do eixo. (VANCE, 1988).

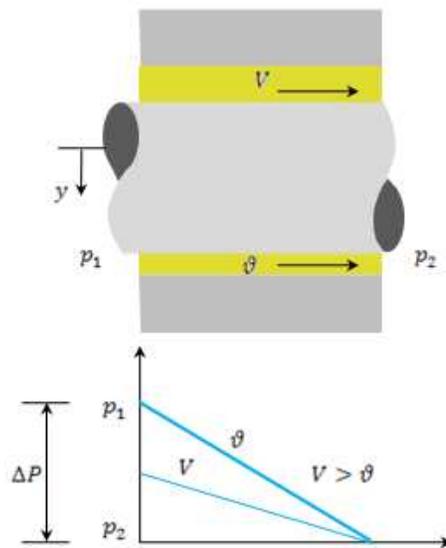


Figura 10: O efeito de Lomakin em um selo plano, (VANCE, 1988).

$$F_y = -KY \tag{1}$$

$$K = 4,7 R \left(\frac{\Delta P}{\lambda} \right) \left(\frac{\sigma}{1,5 + 2\sigma} \right)^2 \tag{2}$$

$$\sigma = \frac{\lambda L}{\bar{C}_r} \tag{3}$$

Sendo:

F_y	Força de restituição na direção y [N].
K	Coefficiente direto de rigidez (Rigidez direta de Lomakin) [N/m].
Y	Deslocamento do eixo na direção radial [m].
R	Raio do selo [m].
ΔP	Diferença de pressão entre a entrada e a saída do selo [Pa].
λ	Fator de fricção para o fluxo axial, sendo $\lambda = 0,079/R_e^{0,25}$ para fluxo turbulento, dependente do número de Reynolds.
L	Comprimento axial do selo [m].
\bar{C}_r	Folga radial média do selo [m].

De acordo com Fox e McDonald (2006), não se pode avaliar a queda de pressão, ΔP , em um escoamento turbulento, analiticamente. Por isso, é necessário uma correlação matemática para determinar a diferença de pressão entre a entrada e a saída do selo.

Black (1969) introduziu a definição do fator de atrito de Fanning, determinando a Equação (4).

$$\Delta P = 4\gamma_F \left(\frac{L}{2\bar{C}_r} \right) \rho \frac{V^2}{2} \quad (4)$$

Sendo:

γ_F	Fator de atrito de Fanning.
ρ	Massa específica do fluido [kg/m ³].
V	Velocidade linear ($R.\omega$) [m/s].

$2\bar{C}_r$, na Equação (4), caracteriza o diâmetro hidráulico, o qual representa uma correlação empírica para escoamentos em dutos não circulares. Esta correlação é dada pela Equação (5).

$$D_h = \frac{4 \cdot \text{Área}}{\text{Per}} \quad (5)$$

Onde:

D_h Diâmetro hidráulico [m].

Área Área da seção transversal [m²].

Per Perímetro molhado da seção [m].

Ainda de acordo com Fox e Mcdonald (2006), o fator de atrito de Fanning é pouco utilizado se comparado com o fator de atrito de Darcy, sendo este último obtido pelo diagrama de Moody, e a relação entre esses dois fatores é dada pela Equação (6).

$$\gamma_{DW} = 4\gamma_F \quad (6)$$

Onde:

γ_{DW} Fator de atrito de Darcy-Weisbach.

Portanto, a Equação (4) pode ser modificada a partir da Equação (6) resultando na Equação (7), em que o fator de atrito utilizado é o Darcy-Weisbach.

$$\Delta P = \gamma_{DW} \left(\frac{L}{D_h} \right) \rho \frac{V^2}{2} \quad (7)$$

Assim, a partir da Equação (4) ou Equação (7) é possível determinar a queda de pressão ao longo do selo para uma dada condição de operação do rotor.

A Figura 11 representa, de forma esquemática, o sistema eixo - selo de fluxo. Considera-se que o selo, de comprimento L, não se move, e que o eixo rotaciona com velocidade angular ω . O fluido escoar através do selo, apresentando uma pressão p_1 , na entrada, maior do que p_2 , na saída.

Quando o eixo se encontra em uma posição excêntrica em relação ao selo mecânico, surgem forças de restituição F_x e F_y , que atuam de forma a estabelecer a posição de equilíbrio do sistema.

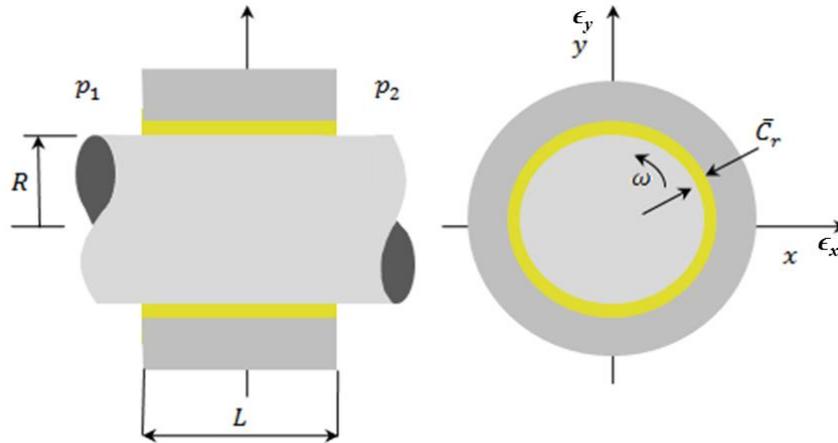


Figura 11: Representação do sistema eixo – selo.

No entanto, estas forças podem ser linearizadas para pequenos deslocamentos. Para variações ao redor de uma posição em que o eixo e o selo estão centralizados, a relação entre os deslocamentos e as forças de restituição determina a equação de movimento mostrada pela Equação (8).

$$-\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C & c \\ -c & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & k \\ -k & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} \quad (8)$$

Sendo:

p_1 Pressão na entrada do selo [Pa].

p_2 Pressão na saída do selo [Pa].

ω velocidade de rotação do eixo [rad/s].

F_x Força de restituição na direção x [N].

F_y Força de restituição na direção y [N].

M Termo de inércia do fluido [kg].

C	Coeficiente direto de amortecimento [N.s/m].
c	Coeficiente cruzado de amortecimento [N.s/m].
K	Coeficiente direto de rigidez [N/m].
k	Coeficiente cruzado de rigidez [N/m].
x	Deslocamento do eixo na direção x [m].
y	Deslocamento do eixo na direção y [m].
\dot{x}	Velocidade do eixo na direção x [m/s].
\dot{y}	Velocidade do eixo na direção y [m/s].
\ddot{x}	Aceleração do eixo na direção x [m/s ²].
\ddot{y}	Aceleração do eixo na direção y [m/s ²].

Apesar de o selo representado na Figura 11 ser do tipo plano cilíndrico, a Equação (8) é válida, também, para os selos planos cônicos e escalonados.

3.2 Selos planos cônicos e escalonados

O selo plano cônico pode ser representado como na Figura 12. Verifica-se que ao longo do selo, no sentido axial z, a folga radial entre o selo e o eixo varia, ou seja, diferentemente do selo cilíndrico, este apresenta uma folga radial variável, sendo descrita pela Equação (9). Além disso, o selo cônico ainda pode ser classificado em divergente ou convergente. Se a folga radial na saída (C_1) do selo for maior do que na entrada (C_0), tem-se um selo cônico divergente. Caso contrário, se C_1 for menor que C_0 , caracteriza-se um selo cônico convergente. Ressalta-se, também, que as simplificações consideradas devem-se ao fato de que toda a solução de um selo cônico é realizada a partir da consideração de um ângulo de inclinação, α , muito pequeno.

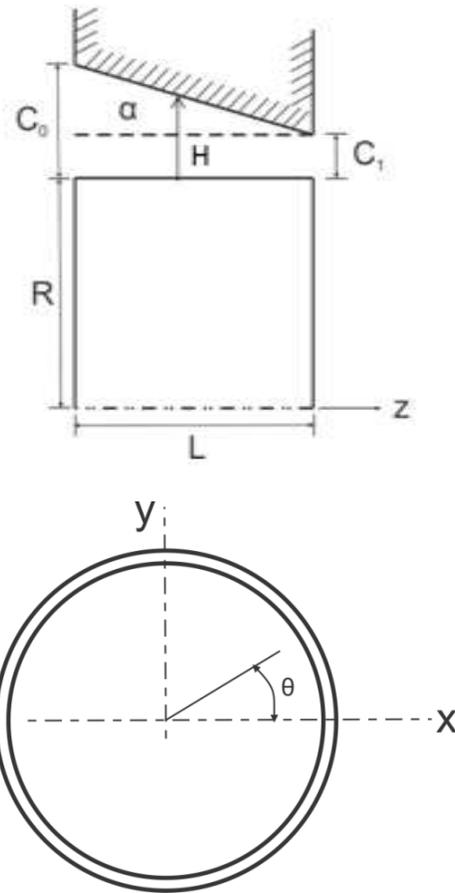


Figura 12: Geometria do selo cônico (adaptado de CHILS e DRESSMAN , 1985)

A partir da geometria do selo cônico representada na Figura 12, podem-se deduzir as Equações (9a) e (9b), que representam as relações das características geométricas entre si e em relação ao ângulo de inclinação do selo, α .

$$\frac{C_0 - C_1}{L} = \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\alpha}{1} \rightarrow C_0 - C_1 = \alpha L \quad (9a)$$

$$\frac{L - Z}{H - C_1} = \frac{L}{C_0 - C_1} \quad (9b)$$

O desenvolvimento da Equação (9b) resulta na Equação (9c):

$$(C_0 - C_1)L - (C_0 - C_1)Z = LH - C_1L \rightarrow H = C_0 - (C_0 - C_1)\frac{Z}{L} \quad (9c)$$

Pela Equação (10), tem-se:

$$C_0 = 2\bar{C}_r - C_1$$

Substituindo o valor de C_0 na Equação (9c) tem-se a Equação (9d):

$$H = 2\bar{C}_r - C_1 - \frac{\alpha LZ}{L} \rightarrow H = \bar{C}_r + \frac{(C_0 + C_1)}{2} - C_1 - \alpha Z \rightarrow H = \bar{C}_r + \frac{(C_0 - C_1)}{2} - \alpha Z \quad (9d)$$

Substituindo a Equação (9a) na Equação (9d), determina-se a Equação (9).

$$H = \left(\bar{C}_r + \frac{\alpha L}{2}\right) - \alpha Z = \bar{C}_r [(1 + q) - 2qz] = h\bar{C}_r \quad (9)$$

$$\bar{C}_r = \frac{(C_0 + C_1)}{2} \quad (10)$$

$$z = \frac{Z}{L} \quad (11)$$

$$q = \frac{\alpha L}{2\bar{C}_r} = \frac{C_0 - C_1}{C_0 + C_1} \quad (12)$$

$$h = [(1 + q) - 2qz] \quad (13)$$

Sendo:

C_0 Folga radial na entrada do selo [m].

C_1 Folga radial na saída do selo [m].

α Ângulo de inclinação do selo cônico (conicidade do selo).

H Folga variável em função da média entre folga máxima C_0 e folga mínima C_1 [m].

z Variável adimensional de comprimento.

h Variável de folga adimensional.

O selo escalonado, por sua vez, pode ser representado como uma associação de selos cilíndricos de diferentes folgas radiais. O ponto de associação destes selos pode ser representado por um coeficiente de perda de entrada, já que o segundo selo apresenta uma folga radial menor do que o primeiro, e por isso, há uma queda brusca de pressão neste ponto.

4 EQUAÇÕES GOVERNANTES

As equações governantes para a análise de fluidos, equação da conservação de massa e da quantidade de movimento, axial e circunferencial, são obtidas através de uma equação básica, na forma integral, apresentada por Fox e McDonald (2006), representada pela Equação (14).

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{sistema} = \frac{d}{dt} \int_{v.c.} \eta \rho dV + \int_{s.c} \eta \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (14)$$

Abaixo, segue a descrição dos termos da Equação (14):

N: Propriedade extensiva arbitrária;

η : Propriedade intensiva correspondente a N, ou propriedade extensiva por unidade de massa;

$v.c$: Volume de controle;

$s.c$: Superfície de controle;

ρ : Massa específica [kg/m^3];

\vec{V} : velocidade medida em relação à superfície do volume de controle [m/s];

dV : diferencial de volume [m^3];

$d\vec{A}$: diferencial de área [m^2];

$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{sistema}$: taxa de variação total da propriedade extensiva, N;

$\frac{d}{dt} \int_{v.c.} \eta \rho dV$: taxa de variação da propriedade extensiva, N, com o tempo, existente no volume de controle.

ρdV : elemento de massa existente no volume de controle [kg];

$\int_{v.c.} \eta \rho dV$: quantidade total da propriedade extensiva, N, existente no volume de controle;

$\int_{s.c} \eta \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$: taxa líquida de fluxo na propriedade extensiva, N, através da superfície de controle;

$\rho \vec{V} d\vec{A}$: taxa de fluxo através do elemento de área $d\vec{A}$. O sinal deste termo depende do sentido do vetor velocidade, \vec{V} , em relação ao vetor de área, $d\vec{A}$, como mostrado na Figura 13.

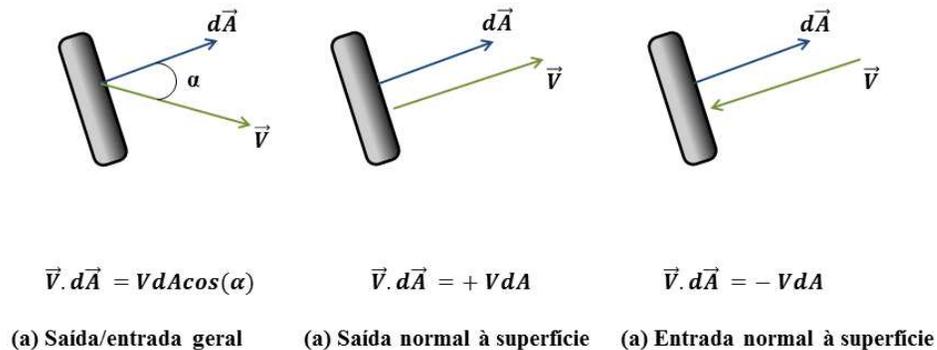


Figura 13: Avaliação do produto escalar (adaptada de FOX e MCDONALD, 2006).

De acordo com Moran e Shapiro (2002), um volume de controle, também conhecido por sistema aberto, é uma região do espaço envolta em um contorno prescrito, onde a massa esco, podendo cruzar sua fronteira. Já um sistema fechado, ou massa de controle, é caracterizado por certa quantidade de massa em estudo e sempre contém a mesma quantidade de matéria, ou seja, sua porção é fixa. A fronteira do sistema, por sua vez, denomina-se superfície de controle. Propriedade intensiva é uma grandeza dependente apenas do estado do sistema e não de sua massa, como por exemplo, temperatura, pressão e massa específica, enquanto a propriedade extensiva depende diretamente da massa do sistema, como volume e massa.

Assim, a Equação geral (14) representa uma relação genérica da taxa de variação de uma propriedade extensiva qualquer de um sistema e sua variação em um volume de controle, por isso é necessário que o volume de controle e o sistema sejam coincidentes no instante de tempo analisado. O volume de controle foi adotado para a análise da Equação (14), pois, por se tratar de um fluido, torna-se difícil identificar e seguir sua massa em diferentes instantes de tempo, uma

vez que esta pode estar se deformando. A Figura 14 apresenta a configuração de um volume de controle e de um sistema, as regiões I e II, unidas, representam o volume de controle, enquanto as regiões II e III, juntas, delimitam o sistema no instante $t_0 + \Delta t$.

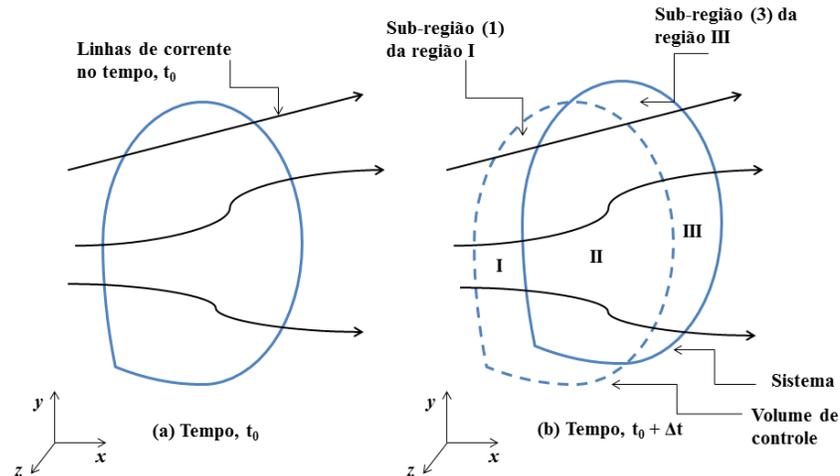
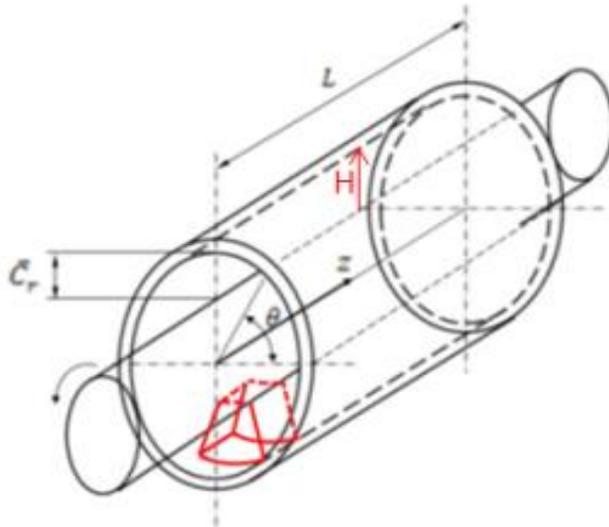


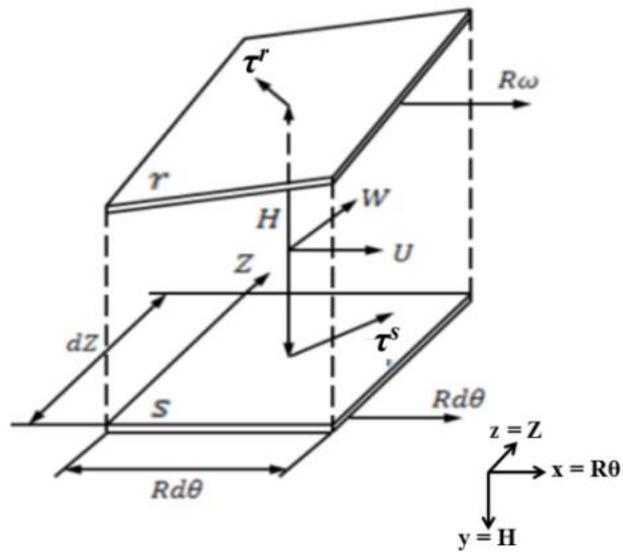
Figura 14: Configuração de um sistema e de um volume de controle (adaptada de FOX e MCDONALD, 2006).

Assim, é possível obter as equações de conservação de massa e de quantidade de movimento, e, após a formulação na forma integral, semelhante à Equação (14), pode-se desenvolvê-las na forma diferencial, apresentando-as na maneira mais adequada às configurações deste estudo, conforme Childs (1993).

A Figura 15 (a) apresenta as características geométricas de um selo de fluxo, sendo um elemento de fluido diferencial destacado na Figura 15(b).



(a)



(b)

Figura 15: (a) Geometria de um selo de fluxo; (b) Elemento de fluido diferencial.
(CHILDS, 1993).

Conforme mostrado na Figura 15 (b), W representa a componente de velocidade axial e U a componente de velocidade circunferencial ou tangencial, médias através do filme. ‘ r ’ e ‘ s ’

caracterizam, respectivamente, as faces do rotor e do estator, assim como τ^r e τ^s são as tensões de cisalhamento atuantes na interface do fluido rotativo e na interface estática.

Já as Figuras 16 (a) e (b) representam o diagrama de corpo livre para a determinação das forças atuantes no elemento diferencial de fluido, dado pela Figura 15 (b).

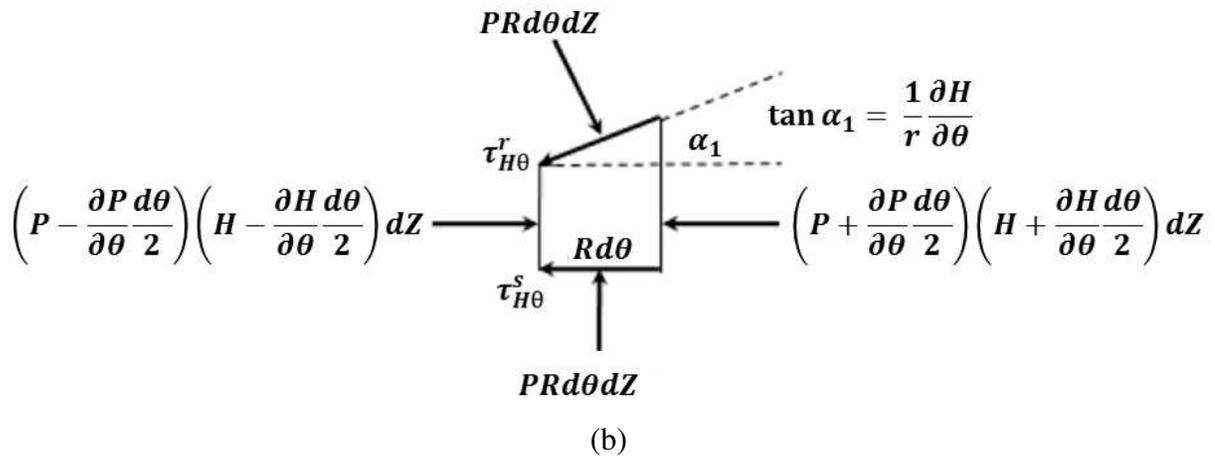
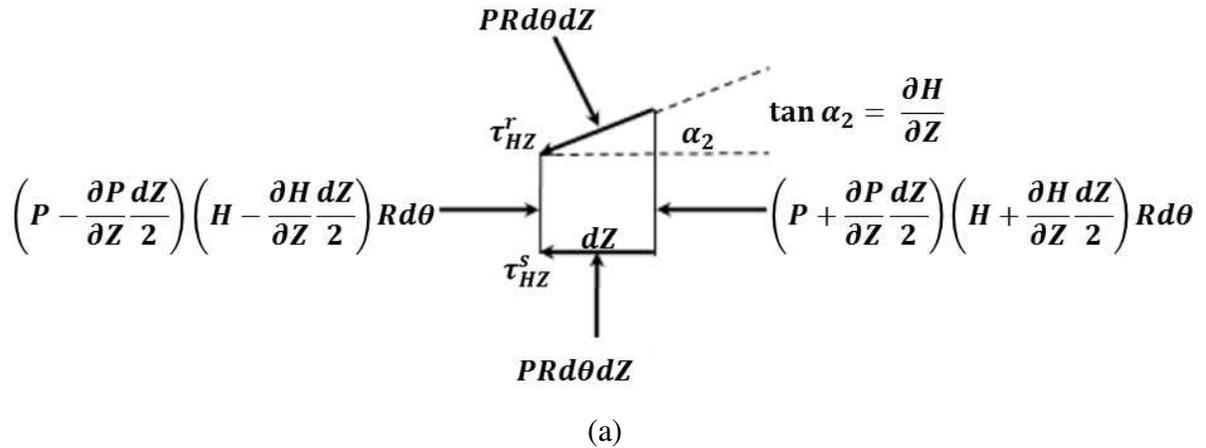


Figura 16: (a) Forças (na direção Z) do elemento de fluido diferencial. (b) Forças (na direção θ) do elemento de fluido diferencial (CHILDS, 1993).

O anexo A apresenta a dedução das equações governantes, representadas pelas Equações (15), (16) e (17), na forma diferencial, a partir da Equação (14). Estas formulações descrevem,

respectivamente, as equações da continuidade, de movimento axial e de movimento circunferencial.

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{R} \frac{\partial(HU)}{\partial \theta} + \frac{\partial(HW)}{\partial Z} = 0 \quad (15)$$

$$-H \frac{\partial P}{\partial Z} = \tau_{HZ}^r + \tau_{HZ}^s + \rho H \left(\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{U}{R} \frac{\partial W}{\partial \theta} + W \frac{\partial W}{\partial Z} \right) \quad (16)$$

$$-\frac{H}{R} \frac{\partial P}{\partial \theta} = \tau_{H\theta}^r + \tau_{H\theta}^s + \rho H \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{R} \frac{\partial U}{\partial \theta} + W \frac{\partial U}{\partial Z} \right) \quad (17)$$

As tensões de cisalhamento τ_{HZ}^r , τ_{HZ}^s , $\tau_{H\theta}^r$, $\tau_{H\theta}^s$ representam as componentes em Z e em θ na interface do fluido rotativo (τ^r) e na interface estática (τ^s). A partir das definições de Hirs (CHILDS, 1993), essas tensões são caracterizadas pelos fatores de atrito do estator e do rotor (γ^s, γ^r), e pelas velocidades relativas de fluxo de massa nas interfaces com o estator e com o rotor (U^s, U^r). Devido a essas tensões, as equações governantes para fluidos não podem ser simplificadas na equação de Reynolds, ao contrário do que ocorre em mancais lubrificados.

A Figura 17 demonstra a obtenção das velocidades relativas de fluxo de massa nas interfaces do rotor (U^r) e do estator (U^s). No estator há apenas a influência da velocidade circunferencial, U, e axial, W, do fluido. Já no rotor deve-se levar em conta, também, a influência da rotação do eixo, ω , gerando, no sentido circunferencial, uma velocidade do fluido relativa de ($U-R\omega$), que combinada com a velocidade axial fornece U^r .

$$\tau^s = \rho \gamma^s \frac{(U^s)^2}{2} \quad (18)$$

$$\tau^r = \rho \gamma^r \frac{(U^r)^2}{2} \quad (19)$$

$$U^s = (W^2 + U^2)^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

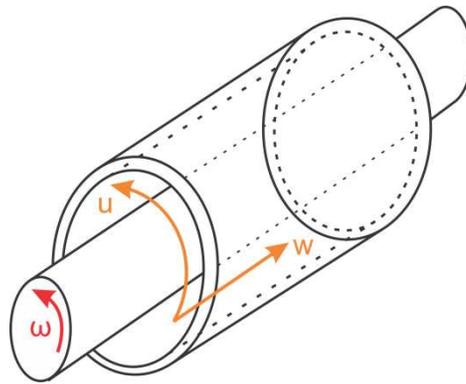
$$U^r = [W^2 + (U - R\omega)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

$$\tau_{HZ}^r = \tau^r \frac{W}{U^r} \quad (22)$$

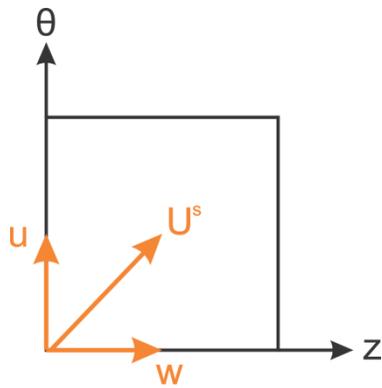
$$\tau_{H\theta}^r = \tau^r \frac{U - R\omega}{U^r} \quad (23)$$

$$\tau_{HZ}^s = \tau^s \frac{W}{U^s} \quad (24)$$

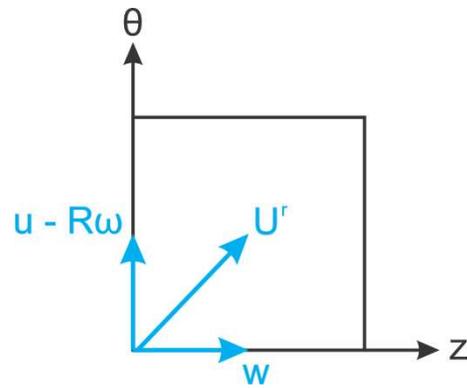
$$\tau_{H\theta}^s = \tau^s \frac{U}{U^s} \quad (25)$$



(a)



(b)



(c)

Figura 17: (a) Velocidades circunferencial e axial do fluxo de massa (U e W) e rotação do eixo (ω). (b) Velocidade relativa do fluxo de massa no estator. (c) Velocidade relativa do fluxo de massa no rotor.

As componentes de tensão de cisalhamento, ao longo das direções axial e circunferencial, do rotor e do estator, τ_{HZ}^r , $\tau_{H\theta}^r$, τ_{HZ}^s , $\tau_{H\theta}^s$, respectivamente, atuam em direção oposta às velocidades relativas U^r e U^s , e são representadas pelas Equações (22) a (25).

A partir das Equações (15), (16) e (17), adimensionalizadas, é possível determinar a distribuição de carga ao longo dos selos mecânicos bem como a distribuição de velocidade circunferencial, através do método de volumes finitos.

4.1 Adimensionalização das equações governantes

A adimensionalização das equações de conservação de massa e de quantidade de movimento, axial e circunferencial, é necessária para torná-las independentes dos parâmetros diretos do sistema, ou seja, diâmetro, folga e comprimento do selo, evitando assim, eventuais variações das equações em função desses parâmetros.

Além disso, o uso da formulação adimensional facilita a aplicação do método numérico empregado, já que é possível transformar a malha real em uma malha numérica uniforme.

Partindo das definições:

H	Função de folga ao longo de Z [m].
C_0	Folga do selo em relação ao eixo na entrada ($Z = 0$) [m].
C_1	Folga do selo em relação ao eixo na saída ($Z = L$) [m].
\bar{C}_r	Folga radial média [m].
\dot{Q}	Taxa de vazão volumétrica [m^3/s]
L	Comprimento axial do selo [m].

R	Raio do eixo [m].
U	Velocidade circunferencial média [m/s]
W	Velocidade axial média [m/s]
ω	Velocidade de rotação do rotor [rad/s]
P	Pressão [N/m ²]
$W_0 = \frac{\dot{Q}}{2\pi R \bar{C}_r}$	W_0 é a velocidade axial média[m/s];
T	Tempo de escoamento do fluido ao longo do eixo [s].

Conforme Childs (1993), as variáveis adimensionais são dadas pelas relações a seguir:

$z = Z/L$	Variável adimensional de comprimento
$\tau = t/T$	Variável adimensional de tempo.
$T = L/W_0$	Tempo de escoamento do fluido ao longo do eixo [s].
$p = P/\rho W_0^2$	Variável de pressão adimensionalizada.
$u = U/R\omega$	Variável adimensional de velocidade circunferencial.
$h = H/\bar{C}_r$	Variável de folga adimensionalizada.
$w = W/W_0$	Variável de velocidade axial adimensionalizada.
$b = R\omega/W_0$	Parâmetro adimensional.

As equações (26) a (28) representam, respectivamente, as equações de conservação de massa (15), de quantidade de movimento axial (16) e de quantidade de movimento circunferencial (17), na forma adimensional:

$$\frac{\partial h}{\partial \tau} + b \frac{L}{R} \frac{\partial(hu)}{\partial \theta} + \frac{\partial(hw)}{\partial z} = 0 \quad (26)$$

$$-h \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{w}{2} u^s \gamma^s \frac{L}{C_r} + \frac{w}{2} u^r \gamma^r \frac{L}{C_r} + h \left(\frac{\partial w}{\partial \tau} + b \frac{L}{R} u \frac{\partial w}{\partial \theta} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (27)$$

$$-\frac{h L}{b R} \frac{\partial p}{\partial \theta} = \frac{u}{2} u^s \gamma^s \frac{L}{C_r} + \frac{(u-1)}{2} u^r \gamma^r \frac{L}{C_r} + h \left(\frac{\partial u}{\partial \tau} + b \frac{L}{R} u \frac{\partial u}{\partial \theta} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (28)$$

Igualmente, tem-se a adimensionalização das velocidades relativas, dadas em (20) e (21), (Equações (29) e (30)), e dos fatores de atrito referentes ao modelo de Moody (Equações (31) e (32)), sendo estes, parâmetros necessários para a solução das equações (26) a (28).

$$u^s = (w^2 + b^2 u^2)^{1/2} \quad (29)$$

$$u^r = (w^2 + b^2 (u-1)^2)^{1/2} \quad (30)$$

$$\gamma^s = a_1 \left[1 + \left(\frac{a_2^s}{h} + \frac{a_3}{h u^s} \right)^{1/3} \right] \quad (31)$$

$$\gamma^r = a_1 \left[1 + \left(\frac{a_2^r}{h} + \frac{a_3}{h u^r} \right)^{1/3} \right] \quad (32)$$

Sendo que:

$$a_1 = 1,375 \cdot 10^{-3} \quad a_2^r = 2 \cdot 10^4 \epsilon^r;$$

$$a_2^s = 2 \cdot 10^4 \epsilon^s; \quad a_3 = 10^6 / \Re_0;$$

Coefficientes para a solução por Moody

$$\Re_0 = 2 \overline{C_r} W_0 \rho / \mu$$

Número de Reynolds

$$e^s$$

Rugosidade absoluta do estator [m]

$$e^r$$

Rugosidade absoluta do rotor [m]

$$\mu$$

Viscosidade absoluta [Pa.s]

$$\epsilon^s = e^s / 2 \overline{C_r}$$

Rugosidade relativa do estator

$$\epsilon^r = e^r / 2\overline{C_r}$$

Rugosidade relativa do rotor

Assim, a partir da forma adimensionalizada das equações de continuidade, quantidade de movimento axial e circunferencial, Equações (26), (27) e (28), respectivamente, é possível aplicar o método de volumes finitos, utilizando para isso uma malha uniforme e constante.

A grande vantagem da adimensionalização incide no fato de esta malha independe dos parâmetros físicos e operacionais do sistema, ou seja, para qualquer tipo de selo e qualquer condição de operação, o sistema é resolvido com a mesma malha. Uma vez finalizada a simulação numérica, o resultados adimensionais podem, então, ser convertidos em sua forma dimensional para análise da influência das variáveis de projeto dos selos de fluxo.

5 SOLUÇÃO POR VOLUMES FINITOS PARA EIXO CENTRADO

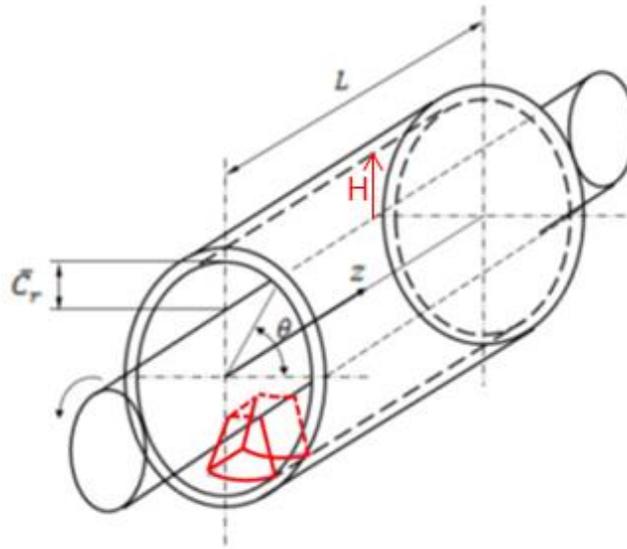
Uma das principais referências sobre o método de volumes finitos foi publicado por Patankar (1980), onde o autor abordou o tema de forma simples e direta, demonstrando os principais conceitos deste método.

Maliska, em 2004, publicou o livro *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional*, que descreve, de maneira clara, o procedimento a ser adotado para transformar as equações governantes do fluido analisado, na forma diferencial, para a forma em que se possa aplicar o método dos volumes finitos. Apresenta também, os diferentes tipos de formulações e condições de contorno para volumes finitos.

5.1 Simplificação das equações governantes

A partir das equações adimensionalizadas é possível resolver a primeira parte do problema, que consiste na determinação da diferença de pressão entre a entrada e a saída do selo de fluxo e a distribuição da velocidade circumferencial para um selo centrado.

Considera-se h constante em relação a θ uma vez que o selo e o eixo estão centrados. Além disso, para o selo cilíndrico e para o selo escalonado, assume-se que h é constante em relação a z , enquanto para o selo cônico essa relação é representada pela Equação (13). Nessa primeira etapa, considera-se que as variáveis de folga, velocidade axial, velocidade circumferencial e de pressão, não variam em relação ao tempo, e também que a velocidade circumferencial varia apenas em relação a z , não variando em relação a θ . Assim, a equação de continuidade, Equação (26), pode ser simplificada resultando na Equação (33):



(a)

Figura 15: (a) Geometria de um selo de fluxo (CHILDS, 1993).

$$\frac{\partial(h_0 w_0)}{\partial z} = h_0 \frac{\partial w_0}{\partial z} + w_0 \frac{\partial h_0}{\partial z} = h_0 \frac{\partial w_0}{\partial z} = 0 \quad (33)$$

Assim,

$$h_0 w_0 = \text{constante}$$

Desmembrando h_0 e w_0 :

$$\frac{H_0 W}{\bar{C}_r \dot{Q}} 2\pi R \bar{C}_r = \text{constante}$$

$$H_0 W 2\pi R = \dot{Q}$$

E portanto:

$$h_0 \cdot w_0 = 1 \quad (34)$$

O índice $_0$ nas equações indica a solução para um eixo centrado, pois, para determinar os coeficientes dinâmicos, é necessário aplicar uma perturbação no sistema eixo – selo mecânico e, novamente, resolver as equações (26), (27) e (28), para calcular as forças de restituição.

A partir da equação (34), as equações de quantidade de movimento axial e circunferencial, (27) e (28), respectivamente, podem ser simplificadas (Equações (35) e (36)) e são não lineares e acopladas, portanto, suas soluções devem ser obtidas através de um método iterativo para determinar $p_0(z)$, $u_0(z)$ e W_0 , sendo W_0 a velocidade média de escoamento.

$$\frac{dp_0}{dz} = -\frac{1}{2h_0^2} (\sigma^s u_0^s + \sigma^r u_0^r) + \frac{1}{h_0^3} \frac{dh_0}{dz} \quad (35)$$

$$\frac{du_0}{dz} = -\frac{1}{2} [\sigma^s u_0 u_0^s + \sigma^r (u_0 - 1) u_0^r] \quad (36)$$

$$\sigma^s = \gamma^s \left(\frac{L}{\bar{C}_r} \right) \quad (37)$$

$$\sigma^r = \gamma^r \left(\frac{L}{\bar{C}_r} \right) \quad (38)$$

Os coeficientes σ^s e σ^r , Equações (37) e (38), são parâmetros obtidos a partir dos fatores de atrito, γ^s e γ^r , representados pelas Equações (31) e (32).

Para a solução do problema, além das Equações (35) e (36), faz-se necessário determinar as condições de contorno do selo de fluxo. Essas condições são obtidas através da análise da perda ou recuperação de carga na entrada e na saída do selo.

Segundo a literatura, (DOMM, 1967) a distribuição de pressão ao longo do selo mecânico cilíndrico é dada pela Figura 18.

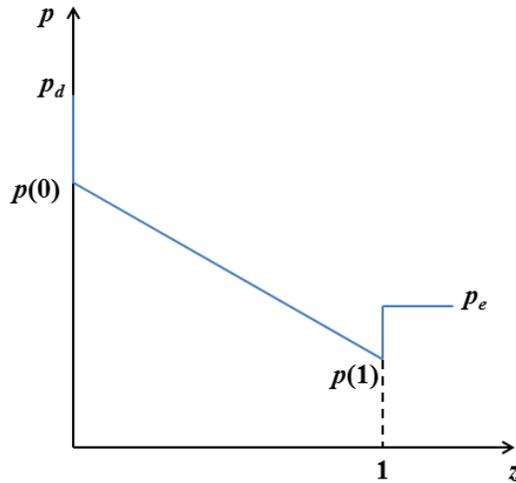


Figura 18: Distribuição de pressão ao longo do selo de fluxo cilíndrico.

Como é possível verificar na Figura 18, na entrada do selo há uma queda de pressão abrupta, causada pelas perdas de entrada, devido à dissipação de energia decorrente do choque do fluido na entrada do selo. Ao longo de seu comprimento, a queda de pressão é causada pela perda de atrito entre o fluido e as paredes do selo. Na saída do selo ocorre um fenômeno de recuperação de pressão que, conforme Domm et al. (1967), aumenta a rigidez direta do selo.

A distribuição de pressão ao longo de um selo cônico difere da Figura 18, referente ao selo cilíndrico, no intervalo entre $p(0)$ e $p(1)$, pois a perda por atrito entre o fluido e a parede do selo, será diferente, uma vez que o selo cônico apresenta uma folga radial variável ao longo de seu comprimento (Figura 19 (a)). No entanto, a mesma análise pode ser realizada, uma vez que, na entrada e na saída do selo, o mesmo fenômeno acontece. Já em selos escalonados, a variação de pressão será similar ao apresentado na Figura 19 (b), o que representa a junção de dois selos planos cilíndricos, sendo que, geralmente, o primeiro escalonamento do selo apresenta folga radial maior do que o segundo.

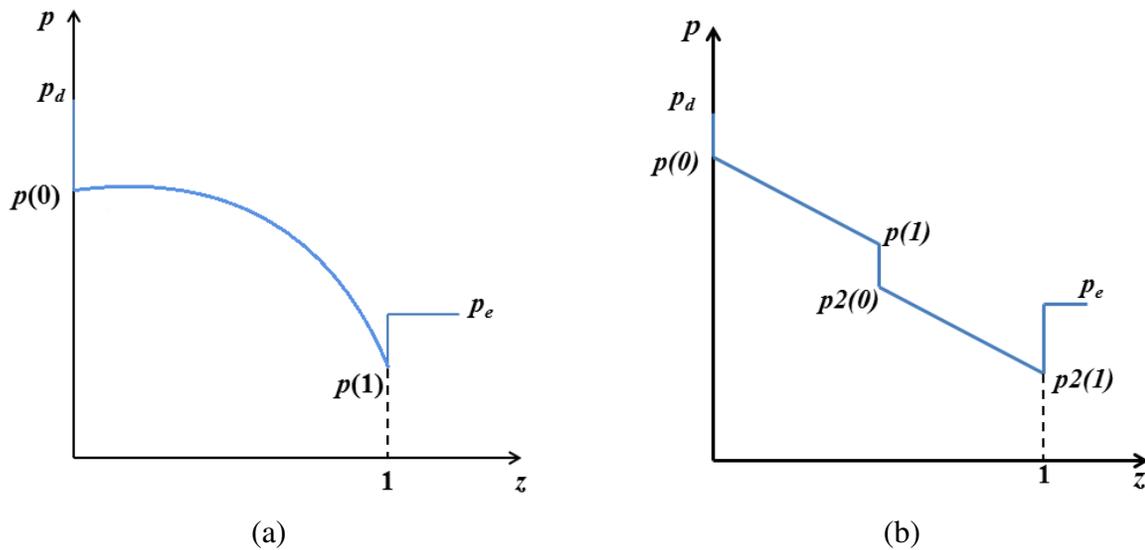


Figura 19: Distribuição de pressão ao longo dos selos de fluxo (a) cônico, (b) escalonado.

A solução das equações deve ser realizada considerando as condições de contorno na entrada e na saída do selo de fluxo. A condição na entrada é definida em termos dos coeficientes de perda na entrada.

$$P_d - P(0, \theta, t) = \frac{\rho}{2} (1 + \xi) W^2(0, \theta, t) \quad (39)$$

ξ é o coeficiente de perda na entrada

Valores padronizados para medições do coeficiente de perda na entrada, ξ , variam de 0 a 0,5, conforme recomendado em Childs (1993).

Esta mesma formulação, Equação (39), pode ser modificada para representar a queda brusca de pressão entre $p(1)$ e $p2(0)$ em um selo plano escalonado.

Domm et al. (1967) apresentaram a recuperação de pressão na saída do selo conforme a Equação (40).

$$P(1, \theta, t) + \frac{\rho(1 - \xi_e)}{2} W^2(1, \theta, t) = P_e \quad (40)$$

Sendo ξ_e o coeficiente de recuperação na saída.

As condições de contorno também devem ser adimensionalizadas, e suas formas adimensionais são:

$$p_a - p_0(0) = \frac{(1 + \xi)}{2} w_0^2(0) = \frac{(1 + \xi)}{2h_0^2(0)} \quad (41)$$

$$p_0(1) - p_e = -\frac{(1 - \xi_e)}{2} w_0^2(1) = -\frac{(1 - \xi_e)}{2h_0^2(1)} \quad (42)$$

De acordo com Childs (1993), a condição inicial $u_0(0)$ depende da função e localização do selo dentro da máquina rotativa analisada. Um valor típico considerado é de 0,5, considerando uma velocidade média entre uma superfície estacionária e uma com velocidade de rotação. Em alguns casos, pode-se considerar a condição inicial como sendo a unidade ($u_0(0) = 1$).

Para a solução iterativa das equações de quantidade de movimento utilizou-se a linguagem FORTRAN 90®, a fim de implementar o método desenvolvido para a obtenção dos resultados.

5.2 Solução por volumes finitos para selos cilíndricos e cônicos

O fluxograma da Figura 20 representa o esquema de solução empregado para selos planos cilíndricos e cônicos.

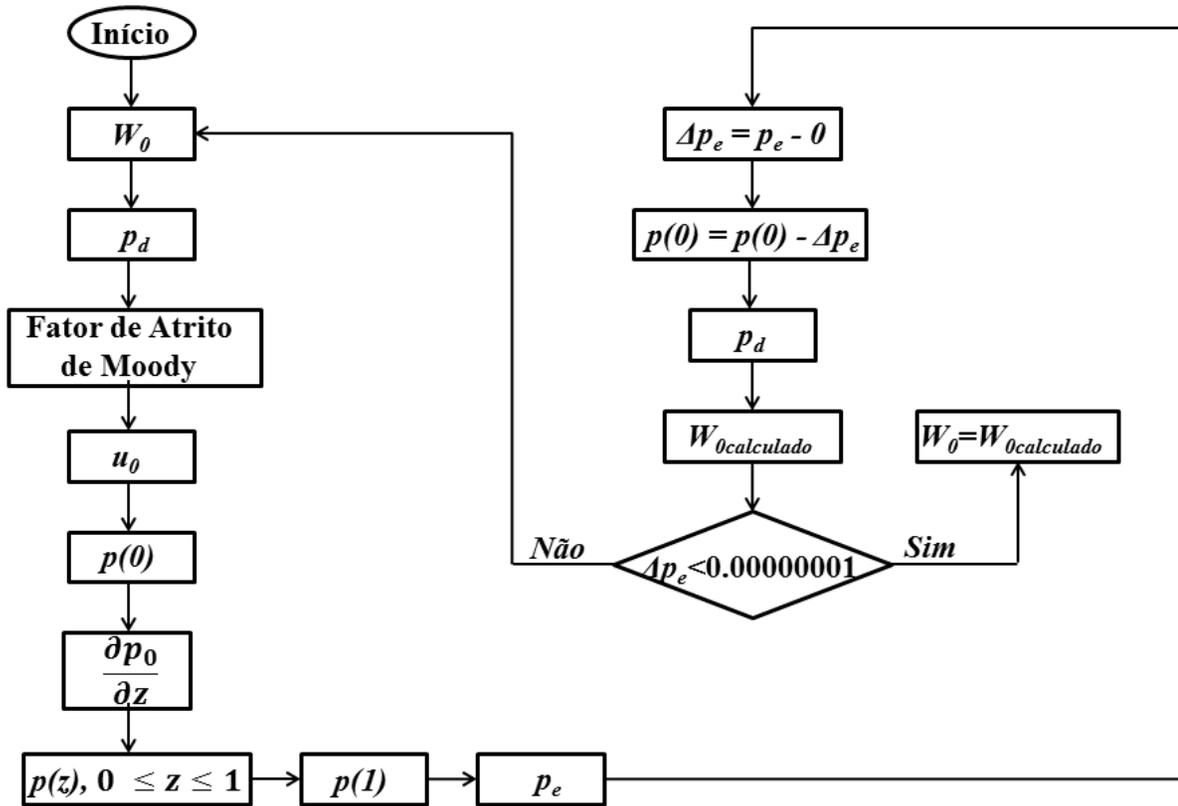


Figura 20: Fluxograma de solução para u_0 , p_0 e W_0 para selos cilíndricos e cônicos.

O primeiro passo é estimar a queda de pressão ΔP através da Equação (4) e, em seguida, arbitrar um valor de W_0 , e a partir do qual determina-se a pressão do fluido à montante do selo mecânico de fluxo, p_d . Considerando que p_e seja o valor da pressão atmosférica, ou seja, p_e é uma pressão manométrica cujo valor é nulo, então a diferença de pressão entre a entrada e a saída do selo de fluxo será, em módulo, o próprio p_d e, portanto, a relação da Equação (43) é válida. Esta relação representa a própria adimensionalização da variável pressão em função da diferença de pressão entre a entrada e a saída do selo de fluxo.

$$p_d = \frac{\Delta P}{\rho W_0^2} \quad (43)$$

A seguir, integra-se a equação de quantidade de movimento circunferencial, Equação (36), através de um integrador Runge-Kutta, utilizando o fator de atrito selecionado (Moody), para a obtenção de u_0 .

Então, através da condição de contorno na entrada do selo de fluxo, Equação (41), determina-se a pressão $p(0)$, como indicada na Figura 18. Utilizando o método de volumes finitos, integra-se a equação de quantidade de movimento axial, apresentada em (35), obtendo a variação de pressão ao longo do selo de fluxo, e conseqüentemente, determinando $p(1)$.

$$\int_{i-1}^i \frac{dp}{dz} dz = \int_{i-1}^i p'(z) dz \quad (44a)$$

$$p(i) = p(i-1) + p'(z)(i) \cdot z(i) - p'(z)(i-1) \cdot z(i-1) \quad (44)$$

$$p'(z)(i) = \left(\frac{-1}{2 \cdot h_0^2(i)} \right) \cdot (\sigma^s(i) \cdot u_0^s(i) + \sigma^r(i) \cdot u_0^r(i) + \frac{1}{h_0^3(i)} \cdot \frac{dh_0}{dz}) \quad (45)$$

As Equações (44) e (45) representam a equação de movimento axial escrita na forma de volumes finitos. O índice i representa a variação numérica dos termos em z , ou ainda, o índice dos nós referentes à discretização axial do selo. Como o eixo é considerado centrado, os termos analisados não variam com a coordenada θ , ou seja, a distribuição de pressão, velocidade axial e o perfil de velocidade circunferencial são constantes em toda a volta do selo. No entanto, essas grandezas variam com as posições de z (coordenada axial), ou seja, para z adimensional (Z/L) variando de 0 até 1, e neste caso, com incremento de 0,001, tem-se 1001 pontos, representados pelo índice i .

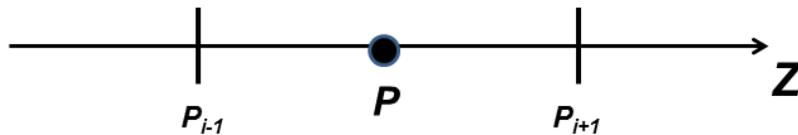


Figura 21: Balanço de pressão em um volume de controle.

O termo dh_0/dz da Equação (35) representa a derivada de h em relação a z , que é uma relação conhecida (termo fonte), uma vez que a geometria do selo é conhecida. Para selos cilíndricos essa relação é nula, uma vez que h é constante. Já para selos cônicos, este valor depende da relação das folgas radiais na entrada e na saída do selo, e pode ser determinada a partir da Equação (13). Os termos $\sigma^s, u_0^s, \sigma^r$ e u_0^r dependem do valor da velocidade circunferencial, que por sua vez, é integrada em relação à z , possuindo para cada nó i (Figura 21), um valor próprio.

A partir da condição de contorno na saída do selo mecânico, representada pela Equação (42), é possível estimar o valor de p_e . Calcula-se, então, a diferença de pressão entre o valor de p_e determinado e o valor inicial estimado. Como este valor foi considerado nulo (pressão manométrica), a diferença de pressão determinada será o próprio p_e calculado. O processo iterativo deve ocorrer até que p_e se aproxime do valor nulo.

O método de volumes finitos utilizado é conhecido por Upwind, (MALISKA, 2004), pois, neste caso, o método convencional não pode ser utilizado, já que não se impõe o valor na fronteira do volume, $p(1)$, calculado através de p_e pela condição de contorno, uma vez que p_e é a variável analisada para a convergência.

O próximo passo é descontar essa diferença de pressão no valor de $p(0)$, obtendo um novo valor para a pressão no início do selo. Assim, através da condição de contorno na entrada, estima-se o novo valor de p_s . Em face desse novo valor, recalcula-se W_0 , arbitrado anteriormente, também por meio da Equação (43). Verifica-se, dessa forma, a convergência para um erro da ordem de 10^{-8} , assumido para os exemplos aqui apresentados, em função da convergência do método.

5.3 Solução por volumes finitos para selos escalonados

Os selos planos escalonados podem ser representados como uma combinação de selos cilíndricos, sendo que, na junção destes selos ocorre outra queda abrupta de pressão devido à perda de entrada, referente ao segundo selo, que, no caso considerado, possui sempre folga radial menor que o primeiro selo.

A Figura 22 representa o fluxograma para a solução de selos planos escalonados.

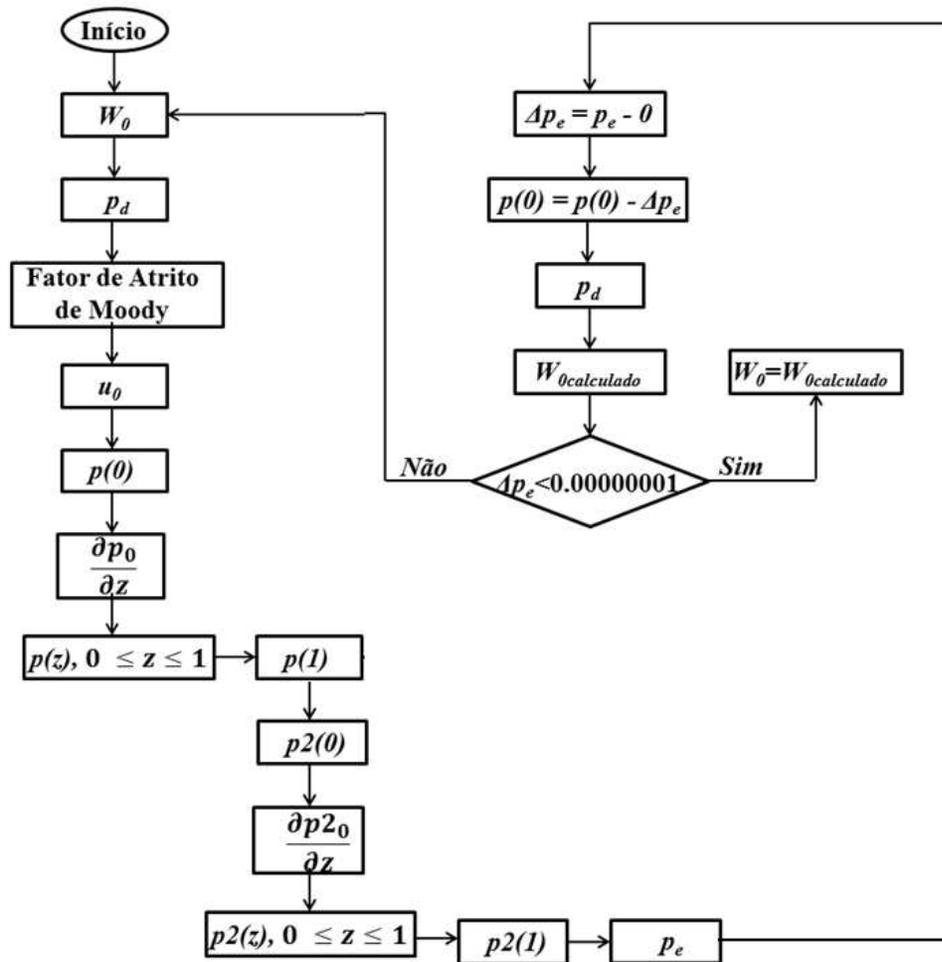


Figura 22: Fluxograma de solução para u_0 , p_0 e W_0 para selos escalonados.

Assim como para os selos planos cilíndricos e cônicos, a solução de selos escalonados inicia-se arbitrando um valor de W_0 , e, da mesma forma, determina-se o valor da pressão p_d a partir da Equação (43).

O mesmo modelo de fator de atrito, Moody, foi utilizado para comparações. O próximo passo é determinar o valor da velocidade circunferencial, integrando, novamente, a equação de quantidade de movimento circunferencial, Equação (36), através de um integrador Runge-Kutta. No entanto, para este tipo de selo, é necessário integrar duas vezes esta equação, cada uma referente a um selo cilíndrico, sendo que a velocidade inicial do segundo selo será a velocidade final calculada no primeiro selo.

O procedimento para a determinação da distribuição de pressão, ao longo do selo escalonado, assemelha-se, também, ao item 5.2. Assim, utilizam-se as Equações (44) e (45) e, por conseguinte, determina-se a pressão no final do primeiro selo, $p(1)$.

Após a análise da primeira seção do selo, é necessário acrescentar uma perda de carga brusca, causada pela entrada na segunda seção do selo, da mesma forma que ocorre na entrada já analisada. Portanto, a Equação (46) é utilizada para calcular $p_2(0)$. Esta equação é apenas uma modificação da Equação (41), a qual representa a condição de contorno na entrada do selo de fluxo.

$$p(1) - p_2(0) = \frac{(1 + \xi)}{2} w_2^2(0) = \frac{(1 + \xi)}{2 \cdot h_2^2(0)} \quad (46)$$

Em posse do valor de $p_2(0)$, o qual representa a pressão no início da segunda seção do selo, deve-se, mais uma vez, calcular a distribuição de pressão ao longo desta seção utilizando, para isso, a formulação de quantidade de movimento axial na forma de volumes finitos, representada pelas Equações (44) e (45).

Assim, a partir da Equação (42), a qual representa a condição de contorno na saída do selo de fluxo, estima-se o valor de p_e . Da mesma forma que para selos cilíndricos e cônicos, p_e foi considerado nulo, assim, a interação ocorre, de forma semelhante ao item 5.2, até que o valor calculado dessa variável aproxime-se do valor estimado (nulo), determinando, analogamente, um erro da ordem de 10^{-8} . Da mesma forma, o método de volumes finitos utilizado é o Upwind (MALISKA, 2004), uma vez que não se sabe o valor na fronteira do volume $p_2(1)$.

6 SOLUÇÃO POR VOLUMES FINITOS PARA PERTURBAÇÕES EM RELAÇÃO AO EQUILÍBRIO

A solução para o eixo centrado permitiu determinar a perda de carga e a distribuição de velocidade circunferencial para esta configuração. No entanto, para obterem-se os coeficientes dinâmicos, devido a um pequeno movimento do eixo em relação à posição central, faz-se necessária a aplicação de uma perturbação no sistema.

6.1 Simplificação das equações governantes.

Uma perturbação é aplicada nas variáveis de folga do selo (h), velocidade axial (w), velocidade circunferencial (u) e de pressão (p). As Equações (47) a (50) representam as variáveis de perturbação introduzidas, as quais serão substituídas nas Equações (26) a (28).

$$h = h_0 + \epsilon h_1 \quad (47)$$

$$w = w_0 + \epsilon w_1 \quad (48)$$

$$u = u_0 + \epsilon u_1 \quad (49)$$

$$p = p_0 + \epsilon p_1 \quad (50)$$

As substituições de variáveis e as manipulações matemáticas são apresentadas no apêndice B, o qual descreve a obtenção das equações de continuidade, quantidade de movimento axial e quantidade de movimento circunferencial, para um pequeno movimento do eixo em relação à posição central, Equações (51), (52) e (53) respectivamente.

$$b \frac{L}{R} h_0 \frac{\partial(u_1)}{\partial\theta} + \frac{\partial(h_0 w_1)}{\partial z} = -\frac{\partial h_1}{\partial\tau} - b \frac{L}{R} u_0 \frac{\partial(h_1)}{\partial\theta} + \frac{h_1}{h_0^2} \frac{\partial(h_0)}{\partial z} \quad (51)$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial z} + A_{2z} u_1 + A_{3z} w_1 + \left[\frac{\partial w_1}{\partial\tau} + \left(b \frac{L}{R} \right) u_0 \frac{\partial w_1}{\partial\theta} + w_0 \frac{\partial w_1}{\partial z} \right] = A_{1z} h_1 \quad (52)$$

$$\frac{1}{b} \left(\frac{L}{R} \right) \left(\frac{\partial p_1}{\partial\theta} \right) + A_{2\theta} u_1 + A_{3\theta} w_1 + \left[\frac{\partial u_1}{\partial\tau} + \left(b \frac{L}{R} \right) \left(u_0 \frac{\partial u_1}{\partial\theta} \right) + w_0 \frac{\partial u_1}{\partial z} \right] = A_{1\theta} h_1 \quad (53)$$

Os coeficientes das Equações (51), (52) e (53) são funções da solução do problema para o eixo centrado, e portanto, são conhecidos para este procedimento de cálculo.

O índice ₁ nas equações indica a solução do sistema considerando uma pequena perturbação, ou seja, este índice representa as variáveis perturbadas do conjunto eixo-selo de fluxo.

A solução para as equações governantes de fluidos foi resolvida utilizando o modelo de atrito de Moody, para comparação posterior com a referência bibliográfica específica, (CHILDS, 1993). Assim, segundo Childs (1993), os fatores A_{iz} e $A_{i\theta}$, para *Moody*, são definidos pelas Equações (54) a (59):

$$A_{1z} = \frac{w_0}{2h_0^2} \left\{ \sigma^s u_0^s \left[1 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{a_1}{\gamma^s} \right) \right] + \sigma^r u_0^r \left[1 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{a_1}{\gamma^r} \right) \right] \right\} \quad (54)$$

$$A_{2z} = \frac{w_0 b^2}{2h_0} \left[\frac{\sigma^s}{u_0^s} u_0 (1 + b^s) + \frac{\sigma^r}{u_0^r} (u_0 - 1)(1 + b^r) \right] \quad (55)$$

$$A_{3z} = \frac{1}{2h_0} \left\{ \frac{\sigma^s}{u_0^s} [(u_0^s)^2 + w_0^2 (1 + b^s)] + \frac{\sigma^r}{u_0^r} [(u_0^r)^2 + w_0^2 (1 + b^r)] - \frac{1}{h_0} \frac{dh_0}{dz} \right\} \quad (56)$$

$$A_{1\theta} = \frac{1}{2h_0^2} \left\{ \sigma^s u_0 u_0^s \left[1 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{a_1}{\gamma^s} \right) \right] + \sigma^r (u_0 - 1) u_0^r \left[1 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{a_1}{\gamma^r} \right) \right] \right\} \quad (57)$$

$$A_{2\theta} = \frac{1}{2h_0^2} \left\{ \frac{\sigma^s}{u_0^s} [(u_0^s)^2 + b^2 u_0^2 (1 + b^s)] + \frac{\sigma^r}{u_0^r} [(u_0^r)^2 + b^2 (u_0 - 1)^2 (1 + b^r)] \right\} \quad (58)$$

$$A_{3\theta} = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\sigma^s}{u_0^s} u_0 (b^2 u_0^2 - b^s w_0^2) + \frac{\sigma^r}{u_0^r} (u_0 - 1) [b^2 (u_0 - 1)^2 - b^r w_0^2] \right\} \quad (59)$$

Sendo:

σ^s e σ^r definidos pelas Equações (37) e (38), respectivamente.

γ^s e γ^r representam os fatores de atrito, definidos pelas Equações (31) e (32).

$$B_0^s = \frac{a_2^s}{h_0} + \frac{a_3}{h_0 u_0^s}$$

$$B_0^r = \frac{a_2^r}{h_0} + \frac{a_3}{h_0 u_0^r}$$

$$b^s = -\frac{1}{3B_0^s} \left(1 - \frac{a_1}{\gamma^s} \right) \left(\frac{a_3}{h_0 u_0^s} \right)$$

$$b^r = -\frac{1}{3B_0^r} \left(1 - \frac{a_1}{\gamma^r} \right) \left(\frac{a_3}{h_0 u_0^r} \right)$$

$b = R\omega/W_0$ Parâmetro adimensional descrito na página 33.

As Equações (51) a (53) ainda podem ser simplificadas, para que seja eliminada a dependência do tempo. Para isso, será considerada a solução aproximada por separação de variáveis de acordo com Childs (1984).

Assim, a função de folga, (Equação (47)), pode ser descrita em função de componentes vetoriais de deslocamento do selo:

$$h = h_0 - x(\tau)\cos\theta - y(\tau)\sen\theta \quad (60)$$

Sendo

$$x = \frac{X}{\bar{C}_r} \quad \text{Variável adimensional da direção x.}$$

$$y = \frac{Y}{\bar{C}_r} \quad \text{Variável adimensional da direção y.}$$

Então, a partir das Equações (47) e (60), é possível determinar a variável de perturbação para a folga do selo pela Equação (61):

$$\epsilon h_1 = -x(\tau)\cos\theta - y(\tau)\sen\theta \quad (61)$$

A partir da Equação (61), assume-se, para as outras variáveis perturbadas, a solução por separação de variáveis, (CHILDS, 1984), como mostrado nas Equações (62) a (64).

$$w_1(z, \tau, \theta) = w_{1\cos}(z, \tau)\cos\theta + w_{1\sen}(z, \tau)\sen\theta \quad (62)$$

$$u_1(z, \tau, \theta) = u_{1\cos}(z, \tau)\cos\theta + u_{1\sen}(z, \tau)\sen\theta \quad (63)$$

$$p_1(z, \tau, \theta) = p_{1\cos}(z, \tau)\cos\theta + p_{1\sen}(z, \tau)\sen\theta \quad (64)$$

As Equações (61) a (64) podem ser substituídas nas Equações (51), (52) e (53), de modo a fornecer seis equações reais em termos de coeficientes de cosseno e seno. Essas equações podem ser reduzidas a três equações complexas, introduzindo as variáveis complexas mostradas nas Equações (65) a (68).

$$\epsilon h_1 = -(x + j y) \quad (65)$$

$$w_1 = w_{1cos} + j w_{1sen} \quad (66)$$

$$u_1 = u_{1cos} + j u_{1sen} \quad (67)$$

$$p_1 = p_{1cos} + j p_{1sen} \quad (68)$$

A dependência do tempo nas equações governantes do fluido pode ser eliminada assumindo o movimento de precessão do selo, na forma da Equação (69).

$$\epsilon h_1 = -\left(\frac{R_0}{\bar{C}_r}\right) e^{j\Omega t} = -r_0 e^{jf\omega T\tau} \quad (69)$$

Onde:

$$f = \frac{\Omega}{\omega} \quad \text{Frequência adimensionalizada.}$$

$$\Omega \quad \text{Velocidade de precessão do selo [rad/s].}$$

$$R_0 \quad \text{Raio de precessão do selo [m].}$$

$$r_0 \quad \text{Relação entre o raio de precessão do selo e a folga radial média entre o eixo e o selo.}$$

Considerando a frequência de precessão do selo também para as outras variáveis, obtém-se as Equações (70) a (73).

$$h_1 = -\frac{r_0}{\epsilon} e^{jf\omega T\tau} \quad (70)$$

$$w_1 = \bar{w}_1 e^{jf\omega T\tau} \quad (71)$$

$$u_1 = \bar{u}_1 e^{jf\omega T\tau} \quad (72)$$

$$p_1 = \bar{p}_1 e^{jf\omega T\tau} \quad (73)$$

A partir da aplicação das Equações (70) a (73) nas Equações (51), (52) e (53), elimina-se a dependência no tempo, e além disso, as equações governantes do fluido resultam em três equações complexas, as quais podem ser representadas na forma matricial, como mostrado na Equação (74).

$$\frac{d}{dz} \begin{Bmatrix} \bar{w}_1 \\ \bar{u}_1 \\ \bar{p}_1 \end{Bmatrix} + [A(f, z)] \begin{Bmatrix} \bar{w}_1 \\ \bar{u}_1 \\ \bar{p}_1 \end{Bmatrix} = \frac{r_0}{\epsilon} \begin{Bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{Bmatrix} \quad (74)$$

Onde:

$$[A(f, z)] = \begin{bmatrix} \frac{1}{h_0} \frac{dh_0}{dz} & -j\omega T & 0 \\ h_0 A_{3\theta} & h_0(A_{2\theta} + j\Gamma T) & -j \frac{h_0}{b} \left(\frac{L}{R} \right) \\ \left(A_{3z} - \frac{1}{h_0^2} \frac{dh_0}{dz} + j\Gamma T \right) & A_{2z} + j \frac{\omega T}{h_0} & 0 \end{bmatrix} \quad (75)$$

$$\begin{Bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{h_0^3} \frac{dh_0}{dz} + j \frac{\Gamma T}{h_0} \\ -h_0 A_{1\theta} \\ -\left(A_{1z} - \frac{1}{h_0^4} \frac{dh_0}{dz} + j \frac{\Gamma T}{h_0^2} \right) \end{Bmatrix} \quad (76)$$

$$\Gamma T = \omega [f - u_0(z)] T \quad (77)$$

6.2 Método dos volumes finitos

Para a solução da Equação (74) são necessárias três condições de contorno, por ser um sistema de três equações diferenciais de primeira ordem. A primeira condição de contorno, e a mais simples, é dada pela Equação (78). Esta equação afirma que o movimento do selo não perturba a velocidade circunferencial imediatamente a montante do selo, (CHILDS, 1993).

$$u_1(0, \theta, \tau) = 0 \quad (78)$$

Utilizando a transformação de variável, para eliminar a dependência do tempo, essa primeira condição de contorno pode ser representada pela Equação (79).

$$\bar{u}_1(0) = 0 \quad (79)$$

As condições de contorno para as variáveis de pressão e velocidade axial perturbadas são obtidas a partir das equações de condições de contorno para a pressão, considerando o eixo centralizado, (Equações (41) e (42)).

O mesmo método para a obtenção das equações governantes é realizado, ou seja, substituem-se as variáveis de pressão, folga do selo, velocidade circumferencial e axial, pelas variáveis de perturbação (Equações (47) a (50)) nas Equações (41) e (42). As condições de contorno, aplicando uma perturbação no sistema, são descritas, então, pelas Equações (80) e (81). As manipulações matemáticas são descritas no Apêndice B.

$$p_1(0, \theta, \tau) = -\frac{(1 + \xi)}{h_0(0)} w_1(0, \theta, \tau) \quad (80)$$

$$p_1(1, \theta, \tau) = -\frac{(1 - \xi_e)}{h_0(1)} w_1(1, \theta, \tau) \quad (81)$$

Aplicando nas Equações (80) e (81) a variável de precessão que elimina a dependência em relação ao tempo, (Equações (70) a (73)), obtém-se as condições de contorno mostradas pelas relações (82) e (83).

$$\bar{p}_1(0) = -\frac{(1 + \xi)}{h_0(0)} \bar{w}_1(0) \quad (82)$$

$$\bar{p}_1(1) = -\frac{(1 - \xi_e)}{h_0(1)} \bar{w}_1(1) \quad (83)$$

De acordo com Meirovitch (1990), a Equação (74) pode ser resolvida através da aproximação pela matriz de transição, enquanto satisfaz as condições de contorno representadas pelas Equações (79), (82) e (83). Para isso, pode-se representar a Equação (74) na forma de estados, considerando que:

$$\vec{X} = \begin{Bmatrix} \bar{w}_1 \\ \bar{u}_1 \\ \bar{p}_1 \end{Bmatrix} \quad \text{Vetor de estados.}$$

$$\vec{y} = \begin{Bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{Bmatrix} \quad \text{Termo fonte.}$$

$$C = \frac{r_0}{\epsilon} \quad \text{Constante.}$$

Assim, é possível obter a Equação (84):

$$\frac{d\vec{X}}{dz} = -[A(f, z)]\vec{X} + C\vec{y} \quad (84)$$

Para obter a matriz de transição ($\phi(f, z)$) é necessário resolver a solução homogênea da Equação (84), (vetor \vec{X}), sucessivamente para as condições de contorno sendo (1,0,0); (0,1,0) e (0,0,1). Essas três condições de contorno a serem resolvidas representam a influência de cada variável, individualmente, na solução do problema. Como a análise é realizada toda de forma adimensional o valor máximo da influência que as condições de contorno podem causar é a própria unidade.

A matriz $\phi(f, z)$ é composta pelos vetores \vec{X} nas respectivas condições de contorno. Na realidade, não há razão para a solução da segunda condição de contorno, pois já é conhecido que

a velocidade circunferencial imediatamente na entrada do selo é igual à zero, (Equação (79)), (CHLDS, 1993).

Ainda de acordo com Childs, (1993), a solução particular deve ser resolvida com condições iniciais nulas e considerando $\frac{r_0}{\epsilon} = 1$, ou seja, que a relação entre o raio de precessão do selo e sua folga radial é igual ao valor da perturbação aplicada no sistema, obtendo, assim, o vetor $\vec{v}(f, z)$. É importante ressaltar que quando não há perturbação no sistema não há, também, o raio de precessão do selo, uma vez que este componente estará centralizado em relação ao eixo.

Assim, utilizando o método de volumes finitos, conhecido como Upwind, integra-se a equação homogênea e a particular. O método Upwind também é utilizado nesse caso, pois não se conhece a condição de contorno final do problema, apenas a inicial. Além disso, para esse problema, não é necessário resolver um método iterativo, pois a análise do sistema perturbado depende das variáveis do eixo centrado, que foram calculadas desse modo.

As Equações (85) e (86) representam, respectivamente, a equação homogênea e a equação particular, escritas na forma de volumes finitos. O vetor \vec{X}_{ini} representa os vetores de condições iniciais, previamente assumidos.

$$\vec{X}_i = [[I] + [A]_i z_i]^{-1} ([[I] + [A]_{i-1} z_{i-1}] \vec{X}_{i-1} + \vec{X}_{ini}) \quad (85)$$

$$\vec{X}_i = [[I] + [A]_i z_i]^{-1} ([[I] + [A]_{i-1} z_{i-1}] \vec{X}_{i-1} + C \vec{y}_i z_i - C \vec{y}_{i-1} z_{i-1}) \quad (86)$$

Após a solução da Equação (85), para as três condições iniciais especificadas, é possível obter uma matriz, conhecida como matriz de transição ($\phi(f, z)$) em que cada linha apresenta cada uma dessas soluções, respectivamente. A solução da Equação (86), por sua vez, fornece o vetor $\vec{v}(f, z)$, utilizado na solução global do sistema (Equação (88))

A solução global (Equação (87)) da Equação (84) é composta pela solução homogênea, (\vec{X}_h), que não considera o termo fonte, e pela solução particular, (\vec{X}_p), obtida resolvendo toda a equação.

$$\vec{X} = \vec{X}_h + \vec{X}_p \quad (87)$$

Assim, a solução completa para o sistema perturbado é dado pela Equação (88).

$$\begin{pmatrix} \bar{w}_1 \\ \bar{u}_1 \\ \bar{p}_1 \end{pmatrix} = [\phi(f, z)] \begin{pmatrix} \bar{w}_1(0) \\ \bar{u}_1(0) \\ \bar{p}_1(0) \end{pmatrix} + \left(\frac{r_0}{\epsilon}\right) \begin{pmatrix} v_1(f, z) \\ v_2(f, z) \\ v_3(f, z) \end{pmatrix} \quad (88)$$

A Equação (88) é função de f , relação entre a frequência de precessão do selo e a frequência de rotação do eixo, e pode ser resolvida no intervalo de $z = [0,1]$. Para um intervalo de z , é considerado um valor determinado de f , eliminando, assim, a dependência da solução em relação a esta variável.

No entanto, para a solução da Equação (88) é necessário conhecer os valores de $\bar{w}_1(0)$ e de $\bar{p}_1(0)$, porém, as equações de condição de contorno ((82) e (83)) não são suficientes para esta solução. Por isso, avalia-se a Equação (88) em $z=1$, aplicando a condição de contorno conhecida (Equação (79)), obtendo assim, as Equações (89) e (90).

$$\bar{w}_1(1) = \phi_{11}(1)\bar{w}_1(0) + \phi_{13}(1)\bar{p}_1(0) + \left(\frac{r_0}{\epsilon}\right) v_1(1) \quad (89)$$

$$\bar{p}_1(1) = \phi_{31}(1)\bar{w}_1(0) + \phi_{33}(1)\bar{p}_1(0) + \left(\frac{r_0}{\epsilon}\right) v_3(1) \quad (90)$$

Como existem duas incógnitas, precisa-se de duas equações para sua solução. A primeira delas já foi obtida e é representada pela Equação (82). Para determinar a segunda equação

substitui-se a Equação (83) na Equação (90), resultando na Equação (91), que combinada com a Equação (89), determina a Equação (92).

$$-\frac{(1-\xi_e)}{h_0(1)}\bar{w}_1(1) = \phi_{31}(1)\bar{w}_1(0) + \phi_{33}(1)\bar{p}_1(0) + \left(\frac{r_0}{\epsilon}\right)v_3(1) \quad (91)$$

$$\begin{aligned} \bar{w}_1(0) \left[\phi_{31}(1) + \frac{(1-\xi_e)}{h_0(1)}\phi_{11}(1) \right] + \bar{p}_1(0) \left[\phi_{33}(1) + \phi_{13}(1)\frac{(1-\xi_e)}{h_0(1)} \right] \\ = \left(\frac{r_0}{\epsilon}\right) \left[-v_3(1) - \frac{(1-\xi_e)}{h_0(1)}v_1(1) \right] \end{aligned} \quad (92)$$

As Equações (82) e (92) podem ser escritas na forma matricial, como mostra a Equação (93).

$$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{w}_1(0) \\ \bar{p}_1(0) \end{Bmatrix} = \left(\frac{r_0}{\epsilon}\right) \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} \quad (93)$$

Sendo

$$B_{11} = \frac{(1+\xi)}{h_0(0)}$$

$$B_{12} = 1$$

$$B_{21} = \phi_{31}(1) + \frac{(1-\xi_e)}{h_0(1)}\phi_{11}(1)$$

$$B_{22} = \phi_{33}(1) + \frac{(1-\xi_e)}{h_0(1)}\phi_{13}(1)$$

$$b_1 = 0$$

$$b_2 = -\frac{(1-\xi_e)}{h_0(1)}v_1(1) - v_3(1)$$

A solução da Equação (93) fornece as condições de contorno necessárias para resolver o problema global, dado pela Equação (88). O resultado final é obtido na forma complexa, já que as

variáveis de folga do selo, de pressão, velocidade axial e circunferencial, foram representadas conforme as Equações (70), (71), (72) e (73), e por isso, pode ser representado na forma da Equação (94).

$$\begin{Bmatrix} \bar{w}_1 \\ \bar{u}_1 \\ \bar{p}_1 \end{Bmatrix} = \left(\frac{r_0}{\epsilon} \right) \begin{Bmatrix} q_{1cos} + jq_{1sen} \\ q_{2cos} + jq_{2sen} \\ q_{3cos} + jq_{3sen} \end{Bmatrix} \quad (94)$$

O fluxograma da Figura 23 representa, de forma esquemática, a solução para selos planos cilíndricos e cônicos, mostrando as etapas descritas neste item.

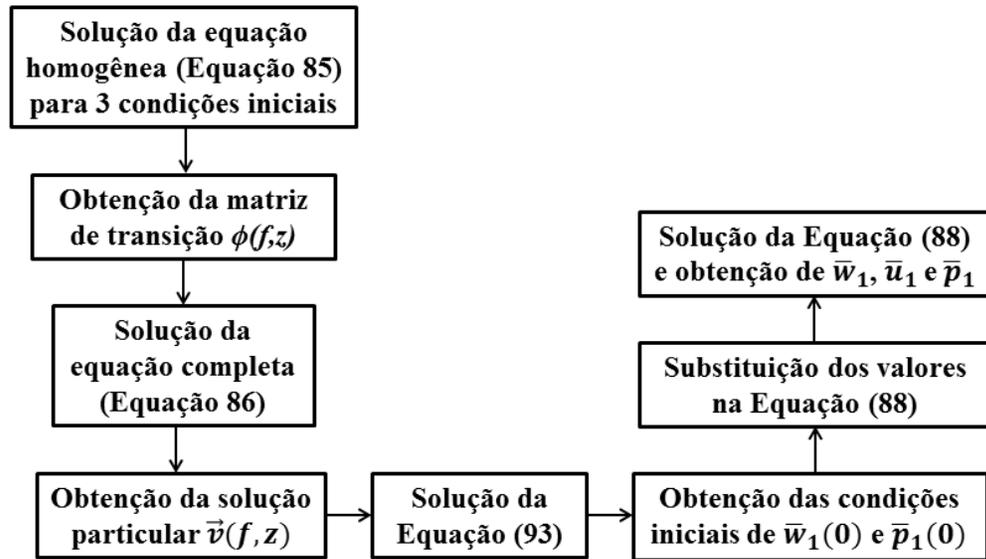


Figura 23: Fluxograma para a solução de selos cilíndricos e cônicos aplicando uma pequena perturbação no sistema.

6.2.1 Solução para selos escalonados

A solução para selos escalonados segue a mesma sequência apresentada no item 6.2. No entanto, como foi considerado para a análise que este modelo de selo é representado por duas seções de selos cilíndricos, estas devem ser analisadas individualmente, de modo a obter, para cada elemento, uma distribuição de pressão perturbada.

A primeira seção apresenta a condição inicial de velocidade circunferencial dada pela Equação (79), e por isso a solução deste elemento segue conforme já descrito. Já para a segunda seção do selo, essa condição é dada pelo valor de saída da velocidade circunferencial no primeiro selo. Desse modo se faz necessária, para a segunda seção, à solução da equação homogênea, Equação (85), para a condição inicial (0,1,0).

Como a segunda seção do selo apresenta uma condição inicial de velocidade circunferencial não nula, a formulação para a determinação das outras condições iniciais difere do item 6.2. Assim, avaliando a Equação (88) em $z = 1$, obtêm-se as Equações (95) e (96).

$$\bar{w}_1(1) = \phi_{11}(1)\bar{w}_1(0) + \phi_{12}(1)\bar{u}_1(0) + \phi_{13}(1)\bar{p}_1(0) + \left(\frac{r_0}{\epsilon}\right) v_1(1) \quad (95)$$

$$\bar{p}_1(1) = \phi_{31}(1)\bar{w}_1(0) + \phi_{32}(1)\bar{u}_1(0) + \phi_{33}(1)\bar{p}_1(0) + \left(\frac{r_0}{\epsilon}\right) v_3(1) \quad (96)$$

A primeira equação para a solução das condições iniciais continua sendo a Equação (82). E da mesma forma, para determinar a segunda equação substitui-se a Equação (83) na Equação (96), resultando na Equação (97), a qual combinada com a Equação (95), determina a segunda equação necessária, representada pela Equação (98).

$$-\frac{(1 - \xi_e)}{h_0(1)} w_1(1) = \phi_{31}(1)\bar{w}_1(0) + \phi_{32}(1)\bar{u}_1(0) + \phi_{33}(1)\bar{p}_1(0) + \left(\frac{r_0}{\epsilon}\right) v_3(1) \quad (97)$$

$$\begin{aligned} \bar{w}_1(0) \left[\phi_{31}(1) + \frac{(1-\xi_e)}{h_0(1)} \phi_{11}(1) \right] + \bar{p}_1(0) \left[\phi_{33}(1) + \phi_{13}(1) \frac{(1-\xi_e)}{h_0(1)} \right] = \\ \left(\frac{r_0}{\epsilon} \right) \left[-v_3(1) - \frac{(1-\xi_e)}{h_0(1)} v_1(1) \right] - \bar{u}_1(0) \left[\frac{(1-\xi_e)}{h_0(1)} \phi_{12}(1) + \phi_{32}(1) \right] \end{aligned} \quad (98)$$

Representando as Equações (82) e (98) da mesma forma que no item 6.2, ou seja, na forma matricial, tem-se a Equação (99).

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{w}_1(0) \\ \bar{p}_1(0) \end{Bmatrix} = \left(\frac{r_0}{\epsilon} \right) \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix} \quad (99)$$

Sendo

$$D_{11} = \frac{(1 + \xi)}{h_0(0)}$$

$$D_{12} = 1$$

$$D_{21} = \phi_{31}(1) + \frac{(1 - \xi_e)}{h_0(1)} \phi_{11}(1)$$

$$D_{22} = \phi_{33}(1) + \frac{(1 - \xi_e)}{h_0(1)} \phi_{13}(1)$$

$$d_1 = 0$$

$$d_2 = -\frac{(1 - \xi_e)}{h_0(1)} v_1(1) - v_3(1) - \frac{(1 - \xi_e)}{h_0(1)} \phi_{12}(1) \bar{u}_1(0) - \phi_{32}(1) \bar{u}_1(0)$$

O fluxograma da Figura 24, demonstra, de forma esquemática, a solução para selos planos escalonados, mostrando como proceder em relação aos dois elementos considerados.

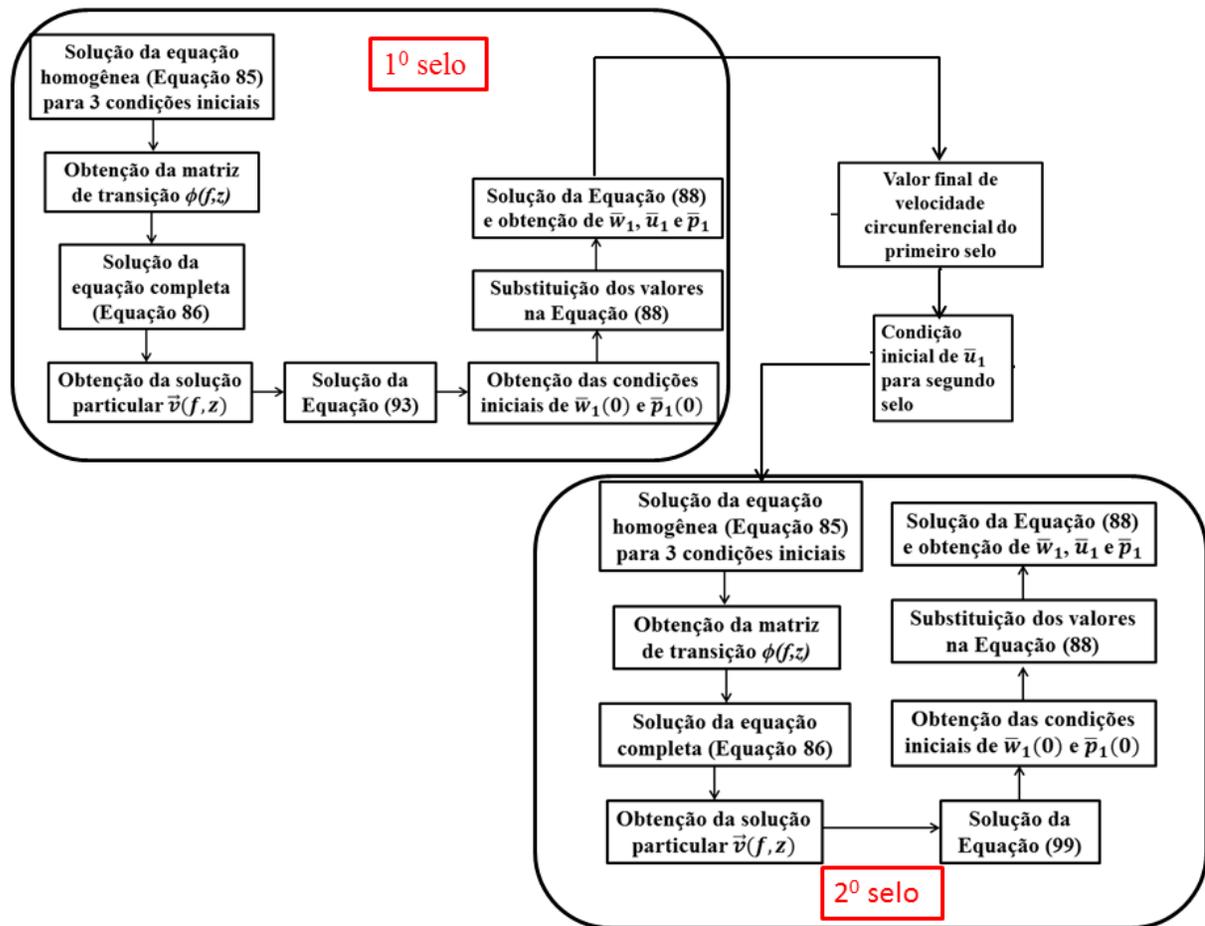


Figura 24: Fluxograma para a solução de selos escalonados aplicando uma pequena perturbação no sistema.

6.3 Determinação dos coeficientes dinâmicos

Após o cálculo da pressão, velocidade axial e circunferencial, para o sistema com uma pequena perturbação aplicada, deve-se calcular as forças de restituição, para, então, determinar os coeficientes dinâmicos de rigidez, amortecimento e inércia.

As forças de reações são definidas pelas Equações (100) e (101). Como mostrado na Figura 11, a qual está representada novamente aqui, as forças de restituição possuem sinal negativo, pois estão no sentido contrário da pequena perturbação aplicada, sendo esta no mesmo sentido dos eixos X e Y .

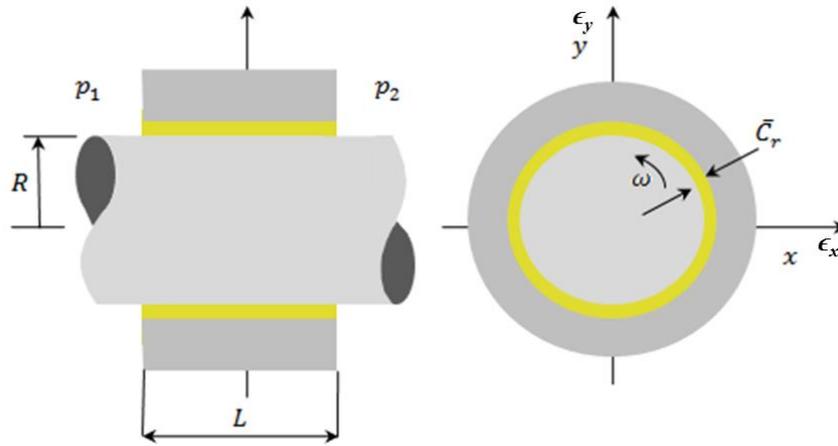


Figura 11: Representação do sistema eixo – selo.

$$F_{X1} = -\epsilon \int_0^L \int_0^{2\pi} P_1 \cos\theta R d\theta dZ \quad (100)$$

$$F_{Y1} = -\epsilon \int_0^L \int_0^{2\pi} P_1 \sin\theta R d\theta dZ \quad (101)$$

Ou, de forma adimensionalizada, pelas Equações (102) e (103).

$$\frac{F_{X1}}{F_0} = -\frac{\epsilon}{C_d} \int_0^1 \int_0^{2\pi} p_1(\theta, z, t) \cos\theta d\theta dz == -\frac{\epsilon\pi}{C_d} \int_0^1 p_{1\cos}(z, t) dz \quad (102)$$

$$\frac{F_{Y1}}{F_0} = -\frac{\epsilon}{C_d} \int_0^1 \int_0^{2\pi} p_1(\theta, z, t) \sin\theta d\theta dz == -\frac{\epsilon\pi}{C_d} \int_0^1 p_{1\text{sen}}(z, t) dz \quad (103)$$

Sendo:

$$F_0 = 2LR\Delta P$$

$$\Delta P = C_d \frac{\rho \bar{V}^2}{2}$$

C_d : Coeficiente de arrasto

\bar{V} : Velocidade média [m/s]

A partir das Equações (102) e (103) pode-se eliminar a dependência das forças de reação em relação ao tempo utilizando, assim como para as equações governantes, o movimento de precessão do selo. Portanto, as forças de reação no sistema são dadas pela Equação (104). A mudança de coordenada foi realizada uma vez que as coordenadas polares $r - \theta$ estão em movimento de precessão em conjunto com o rotor, a uma taxa $\Omega = f\omega$.

$$\frac{F_{rad1} + jF_{\theta1}}{F_0} = \frac{(F_{X1} + jF_{Y1})e^{-jf\tau}}{F_0} = -\frac{\epsilon\pi}{C_d} \int_0^1 (p_{1cos} + jp_{1sen})e^{-jf\tau} dz = -\frac{\epsilon\pi}{C_d} \int_0^1 \bar{p}_1 dz \quad (104)$$

Assim,

$$\frac{F_{rad1} + jF_{\theta1}}{F_0} = -\frac{\epsilon\pi}{C_d} \left(\frac{r_0}{\epsilon}\right) \int_0^1 (q_{3cos} + jq_{3sen}) dz$$

Portanto, pode-se calcular a partir da Equação (104), uma força radial, referente à parte real da variável pressão, e uma força tangencial, referente à parte imaginária do valor de pressão calculado, demonstradas nas Equações (105) e (106).

$$\psi_{rad1}(f) = \left(\frac{F_{r1}}{F_0}\right) = -r_0 \frac{\pi}{C_d} \int_0^1 q_{3cos}(f, z) dz \quad (105)$$

$$\psi_{\theta_1}(f) = \left(\frac{F_{\theta_1}}{F_0} \right) = -r_0 \frac{\pi}{C_d} \int_0^1 q_{3sen}(f, z) dz \quad (106)$$

As Equações (105) e (106) são calculadas para uma gama de valores de f , por efeito de comparação com a literatura específica, $f \in [0,2]$. A cada valor de f , obtém-se um valor para as forças, assim, após a análise desta gama de valores, utiliza-se o método dos mínimos quadrados, para interpolação linear e quadrática, a fim de se determinar os coeficientes dinâmicos, conforme as Equações (107) e (108).

$$\psi_{rad1}(f) = -(\bar{K} + f\bar{c} - f^2\bar{M}) \quad (107)$$

$$\psi_{\theta_1}(f) = \bar{k} - f\bar{C} \quad (108)$$

As Equações (107) e (108) foram obtidas a partir da Equação (8), reescrita a seguir, substituindo os termos de deslocamento, velocidade e aceleração em função do termo de frequência adimensionalizada, f , como descrito nas Equações (109) e (110).

$$-\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C & c \\ -c & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & k \\ -k & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$x = \bar{x}e^{-jf\tau}; \dot{x} = -\bar{x}jfe^{-jf\tau}; \ddot{x} = -\bar{x}f^2e^{-jf\tau} \quad (109)$$

$$y = \bar{y}e^{-jf\tau}; \dot{y} = -\bar{y}jfe^{-jf\tau}; \ddot{y} = -\bar{y}f^2e^{-jf\tau} \quad (110)$$

Além disso, utilizou-se a transformação de coordenadas retangulares para cilíndricas, como mostrada na Figura 25.

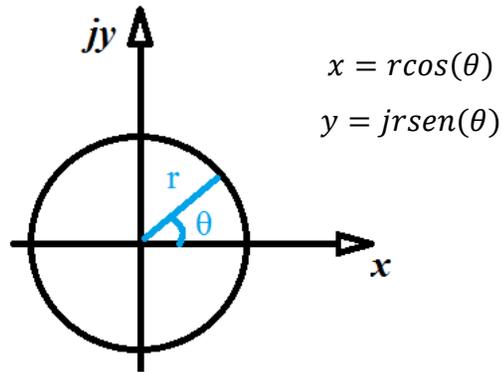


Figura 25: Coordenadas cilíndricas $(r-\theta)$ e retangulares $(x-y)$.

Os coeficientes presentes nas Equações (107) e (108) estão em suas formas adimensionais, as Equações (111) a (115) representam as relações entre os coeficientes adimensionais e os coeficientes dinâmicos a serem calculados.

$$\bar{K} = \frac{K\bar{C}_r}{F_0} \quad (111)$$

$$\bar{k} = \frac{k\bar{C}_r}{F_0} \quad (112)$$

$$\bar{C} = \frac{C\bar{C}_r\omega}{F_0} \quad (113)$$

$$\bar{c} = \frac{c\bar{C}_r\omega}{F_0} \quad (114)$$

$$\bar{M} = \frac{M\bar{C}_r\omega^2}{F_0} \quad (115)$$

Assim, após a aplicação de mínimos quadrados nas Equações (107) e (108) pode-se determinar os coeficientes da Equação (8) a partir das relações descritas em (111) a (115), representando, assim, um selo de fluxo plano em termos de coeficientes de rigidez, amortecimento e inércia.

7 PROGRAMA COMPUTACIONAL ROTORTEST®

O laboratório de máquinas rotativas conta com um pacote computacional para simulação de sistemas rotativos, o qual tem sido continuamente desenvolvido através de teses e dissertações vinculadas ao laboratório. Esse pacote, conhecido por *Rotortest*®, tem por objetivo analisar a dinâmica de sistemas rotativos, modelando, para isso, seus componentes e suas interações (TUCKMANTEL, 2010).

A interface do *Rotortest*® foi desenvolvida em Microsoft Visual Studio 2008 e suas rotinas de análise foram escritas na linguagem Fortran 11.0. O pacote computacional apresenta uma configuração de módulos distintos, mas dependentes entre si. Isso pode ser representado pelo seguinte exemplo: Para definir um eixo de um rotor, presente em um módulo, é necessário escolher o tipo do material do eixo para poder representar suas propriedades mecânicas nas matrizes de massa, rigidez e amortecimento proporcional do elemento. No entanto, este material deve ser previamente definido no módulo de materiais.

Além disso, o pacote também foi estruturado em dois blocos distintos, descritos a seguir, A fim de obter robustez e flexibilidade para incorporar novos modelos, (TUCKMANTEL, 2010).

- Interface: no pré-processamento, compreende a definição do problema e discretização do sistema e, no pós-processamento, a visualização dos resultados.
- Análises: Compreende o processamento dos dados e determinação dos resultados.

As análises realizadas no *Rotortest*® baseiam-se na modelagem do eixo por elementos finitos. Este método discretiza um sistema contínuo em diversos elementos, que individualmente, são considerados contínuos, assim, pode-se expressar o deslocamento de qualquer ponto do sistema em termos dos deslocamentos de um conjunto finito de nós, relacionados entre si por meio de matrizes equivalentes de massa, amortecimento, efeito giroscópico e rigidez. Nesta

modelagem, os graus de liberdade dos nós são determinados pelo tipo de elemento utilizado no modelo do sistema.

Na reestruturação do programa computacional, além dos modelos de viga de Bernoulli acrescentaram-se os modelos de viga de Timoshenko que levam em consideração o efeito de cisalhamento transversal, além do efeito giroscópico, (TUCKMANTEL, 2010). O *Rotortest*® também apresenta a possibilidade de escolher entre 3 tipos de mancais, sendo eles, multilobular, axial e segmentado, além de poder acrescentar elementos de disco rígido ao modelo de elementos finitos do eixo, excitação por desbalanceamento residual de massa e, também, considerar a estrutura de suporte na matriz global do sistema.

Portanto, o eixo a ser analisado no *Rotortest*® é discretizado em diversos elementos, do tipo viga ou disco. O elemento de disco é modelado considerando apenas os efeitos de inércia e giroscópico, enquanto o elemento de viga considera os efeitos de inércia, amortecimento, rigidez e giroscópico. Os mancais são acrescentados nos nós correspondentes e, nesses nós, deve-se levar em consideração os coeficientes de amortecimento e rigidez do mancal.

A rotina computacional de solução para selos mecânicos desenvolvida neste trabalho foi inserida no pacote computacional *Rotortest*® e sua metodologia assemelha-se à inserção dos mancais, ou seja, em um nó onde há um selo mecânico posicionado, devem-se somar os coeficientes dinâmicos do selo nas matrizes globais. Em um primeiro momento, os termos de inércia do selo de fluxo foram desconsiderados na montagem das matrizes, pois representam apenas 0,5% do peso atribuído ao nó correspondente.

A Figura 26 representa uma esquematização da montagem de uma matriz global do rotor. O quadrado destacado em vermelho representa a matriz de um elemento finito, que é delimitado pelos nós 2 e 3. O próximo elemento é delimitado pelos nós 3 e 4. Assim, ocorre a sobreposição das matrizes desses elementos no nó 3, mostrando a influência deste nó nos dois elementos adjacentes. Os quadrados destacados em cinza claro representam os nós onde estão alocados os

mancais, e por isso, nesses nós serão acrescentados os coeficientes de rigidez e amortecimento referentes ao mancal analisado. Já o quadrado destacado em cinza escuro descreve o nó onde se encontra um selo de fluxo, e da mesma maneira que para os mancais, este nó receberá as matrizes de rigidez e amortecimento do respectivo selo.

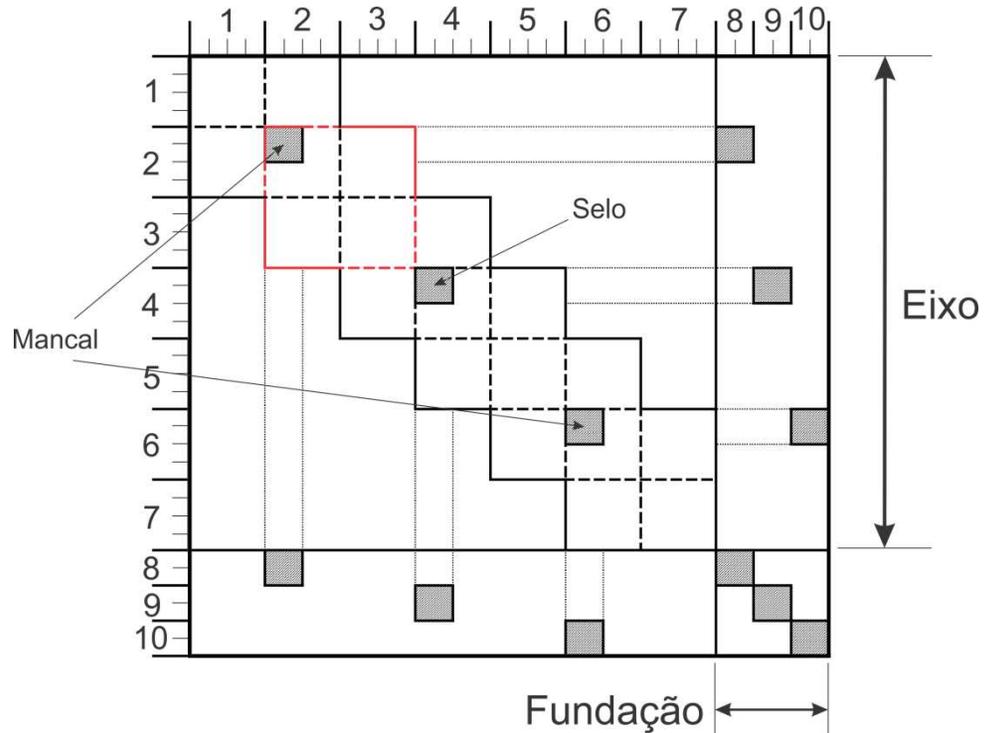


Figura 26: Esquematização da Montagem das Matrizes de Elementos Finitos. (Adaptada de Ehrich, 1992).

Aqui, utiliza-se o equacionamento apresentado por Tuckmantel (2010) para demonstrar a influência que o selo de fluxo causa entre o rotor e a fundação. Ou seja, quando se trabalha com uma fundação flexível, os coeficientes dinâmicos dos selos de fluxo acoplam os graus de liberdade do rotor e da fundação. Na Equação 116 são apresentados os coeficientes do rotor, do mancal, do selo mecânico e da fundação.

A equação do sistema acima descrito é baseada na equação do sistema rotor-mancais (CAVALCA,1993), a qual considera a inércia do rotor, amortecimento e rigidez do eixo, bem como os coeficientes dos mancais.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} [M_r] & [0] \\ [0] & [M_f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{q}_r(t)\} \\ \{\ddot{q}_f(t)\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_r + C_m + C_s] & [-C_m - C_s] \\ [-C_m - C_s] & [C_f + C_m + C_s] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{q}_r(t)\} \\ \{\dot{q}_f(t)\} \end{Bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} [K_r + K_m + K_s] & [-K_m - K_s] \\ [-K_m - K_s] & [K_f + K_m + K_s] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q_r(t)\} \\ \{q_f(t)\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_r\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (116)$$

Sendo:

$\ddot{q}_r, \dot{q}_r, q_r$ são os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento do rotor.

$\ddot{q}_f, \dot{q}_f, q_f$ são os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento dos nós de conexão entre rotor e fundação.

M_r, C_r, K_r são as matrizes de massa, amortecimento (com matriz giroscópica) e rigidez do rotor.

C_m, K_m são as matrizes de amortecimento e rigidez do filme de óleo dos mancais.

C_s, K_s são as matrizes de amortecimento e rigidez dos selos de fluxo.

M_f, C_f, K_f são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez da fundação.

F_r é a força externa devido ao desbalanceamento do rotor.

Pela Equação (116) verifica-se que para uma fundação rígida, apenas os primeiros termos de cada matriz serão utilizados, pois não haverá graus de liberdade na fundação. Uma vez que a fundação é flexível, os coeficientes dinâmicos do mancal e do selo agem de forma a acoplar o eixo a fundação, gerando as matrizes completas representadas na Equação (116).

Portanto, após a realização deste trabalho, o programa computacional *Rotortest*® apresenta três tipos de selos de fluxo, sendo estes planos cilíndrico, cônico e escalonado, que podem ser utilizados na análise do rotor tornando a simulação do sistema girante mais completa.

8 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O método para determinar os coeficientes dinâmicos de um selo de fluxo consiste em duas etapas. A primeira delas é referente à solução das equações governantes para fluidos, considerando o eixo centralizado em relação ao selo mecânico. A segunda parte, por sua vez, consiste na solução das mesmas equações, mas agora, considerando uma perturbação no sistema, o que faz com que o eixo oscile em relação à posição de equilíbrio eixo-selo de fluxo.

Na primeira parte da solução são obtidos os valores de velocidade circunferencial e de distribuição de pressão ao longo do comprimento do selo, além de convergir o valor da velocidade média axial. Já a análise considerando uma pequena perturbação determina as forças de reação atuantes no componente analisado, que por sua vez, caracterizam os coeficientes de inércia, rigidez e amortecimento equivalentes ao selo.

8.1 Selos Planos Cilíndricos

Para selos planos cilíndricos, os valores dos parâmetros necessários para o cálculo foram obtidos de Childs (1993), assim como os gráficos para a comparação e verificação dos resultados.

Os valores apresentados por Childs (1993) são representados na Tabela 1 nas mesmas unidades encontradas na literatura. Porém, para os cálculos, o sistema internacional de unidades foi adotado.

A variação de pressão ao longo do selo é normalizada, para melhor comparação dos resultados com a literatura.

Tabela 1: Parâmetros do selo de fluxo anular para cálculos com o eixo centrado.

ΔP [bars]	R [mm]	L [mm]	$C_0=C_1$ [mm]	ω [rpm]	μ [PaS]	ρ [Kg/m ³]	ξ	ξ_e	$\epsilon_s = \epsilon_r$
35	76,20	50,80	0,381	3000	$1,3 \times 10^{-3}$	1000	0,10	1,00	0,00

8.1.1 Velocidade circunferencial

A velocidade circunferencial foi determinada, em um primeiro momento, para três valores diferentes de condição inicial, $u_0(0) = 0,0$; $u_0(0) = 0,5$ e $u_0(0) = 1,0$, e, além disso, $L/D = 1$ e $\overline{C_r}/R = 0,005$, ou seja, $L = 152,4$ mm, e também $\epsilon_s = \epsilon_r = 0,01$. Os outros parâmetros possuem os mesmos valores apresentados na Tabela 1. As Figuras 27 e 28 ilustram esse caso.

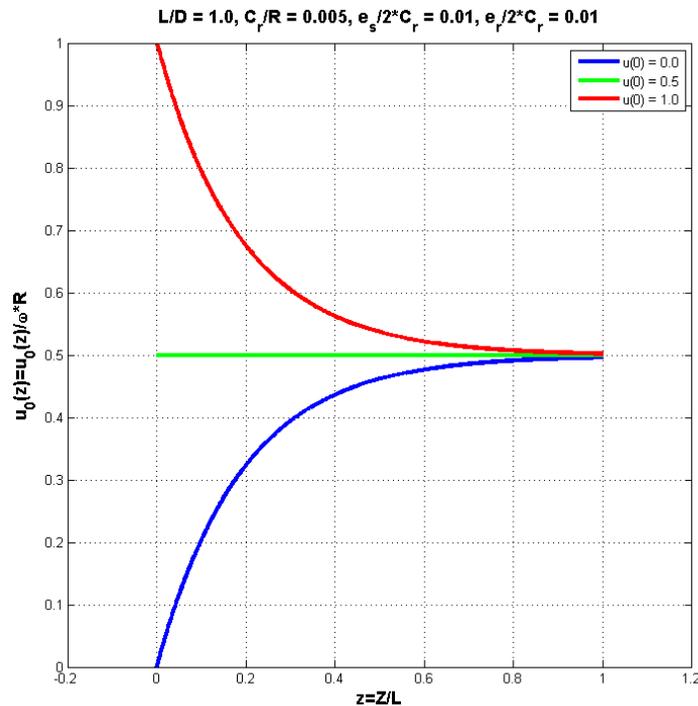


Figura 27: $u_0(z)$ para três condições iniciais.

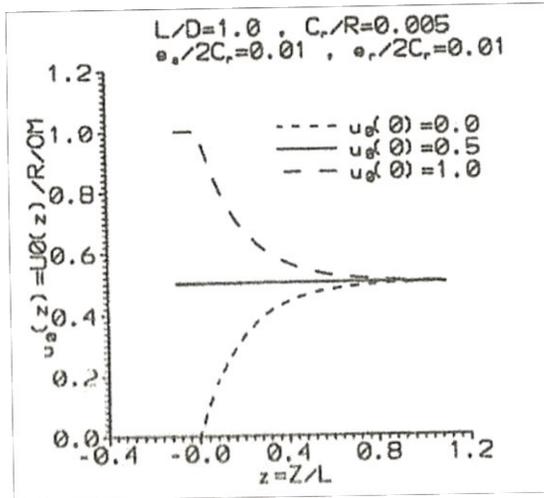


Figura 28: $u_0(z)$ para três condições iniciais (CHILDS, 1993).

Pode-se verificar que ambos os gráficos apresentam comportamento semelhante com soluções tendendo ao valor 0,5. Alterando os valores das rugosidades relativas do rotor e do estator, sendo $\epsilon_r = 0,00$ e $\epsilon_s = 0,05$, respectivamente, foram geradas curvas para as mesmas três condições iniciais, representadas pelas Figuras 29 e 30. Os demais parâmetros apresentam os mesmos valores citados para o caso das Figuras 27 e 28.

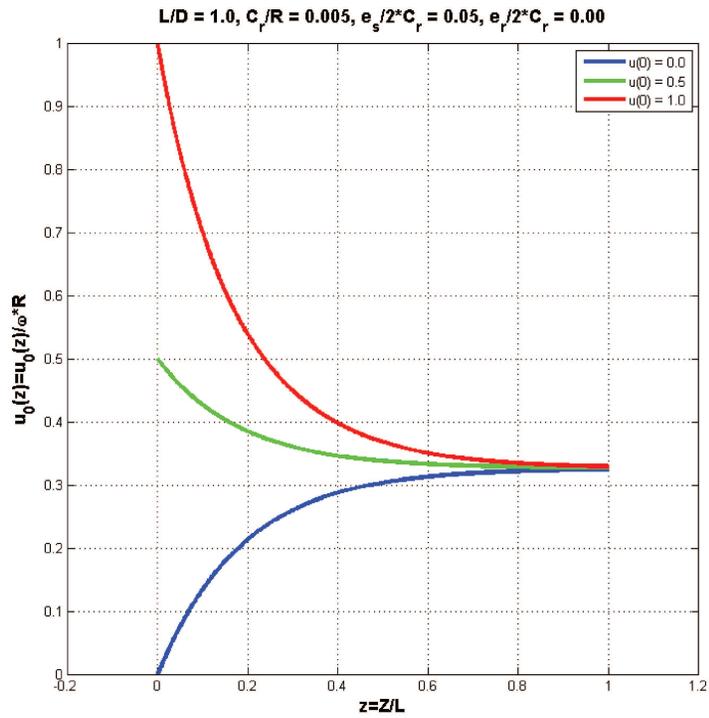


Figura 29: $u_0(z)$ para três condições iniciais com rugosidades relativas diferentes para o rotor e o estator.

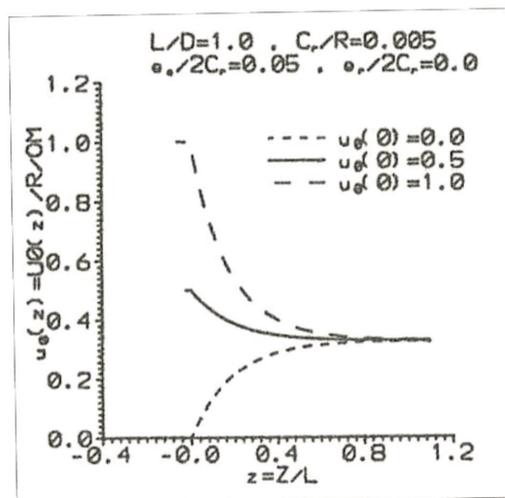


Figura 30: $u_0(z)$ para três condições iniciais com rugosidades relativas diferentes para o rotor e o estator (CHILDS, 1993).

Verifica-se que, para este caso, as soluções convergem para 0,33 e não para 0,5 como no primeiro caso. Isso ocorre porque nas Figuras 27 e 28, há uma tendência para que a convergência ocorra no valor da velocidade média entre as superfícies do rotor e do estator. Já nas Figuras 29 e 30, a convergência ocorre para uma velocidade inferior ao valor médio devido ao efeito de dissipação inserido pela rugosidade do estator, conforme esperado.

8.1.2 Pressão

A distribuição de pressão foi determinada considerando a variação de diferentes parâmetros. A primeira modificação feita refere-se à folga radial, C_r , cuja variação para três razões de C_r/R , gera, também uma mudança no número de Reynolds. Este último é indicado na legenda do gráfico, juntamente com o valor da razão $\overline{C_r}/R$. As Figuras 31 e 32 mostram os resultados obtidos na simulação por volumes finitos e os do livro de referência, Childs (1993), respectivamente.

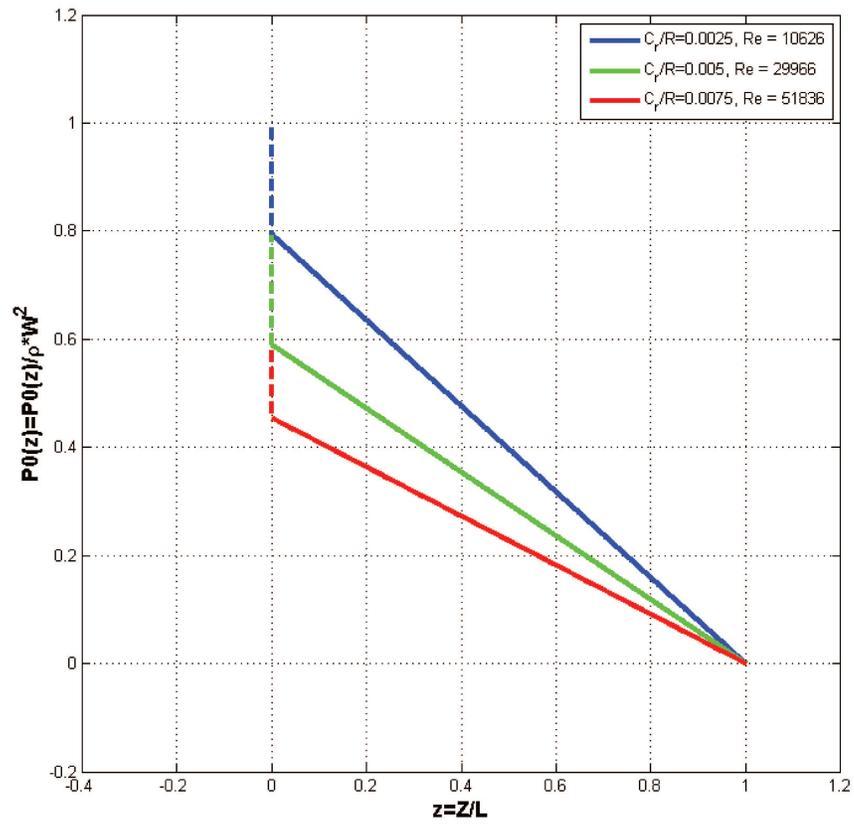


Figura 31: $p_0(z)$ para três folgas radiais.

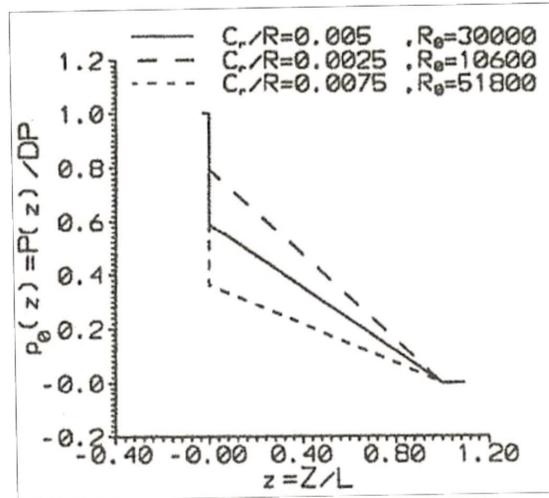


Figura 32: $p_0(z)$ para três folgas radiais (CHILDS, 1993).

A diferença entre os gradientes de pressão para os selos gera uma força de restauração que é oposta ao deslocamento do eixo, resultando em uma rigidez direta elevada. O primeiro a explicar esse mecanismo para a rigidez direta foi Lomakin (1958), e por isso este efeito é conhecido até hoje por efeito de Lomakin.

As Figuras 31 e 32 demonstram que o aumento da folga radial causa uma elevação no número de Reynolds e na velocidade média axial; para $\overline{C_r}/R = 0,0025$ tem-se $W_0 = 37,29$ m/s, para $\overline{C_r}/R = 0,005$ tem-se $W_0 = 53,96$ m/s e para $\overline{C_r}/R = 0,0075$ tem-se $W_0 = 63,31$ m/s; aumentando também a proporção de ΔP absorvida na entrada, sendo o contrário também válido.

O segundo parâmetro variado foi a relação L/D , como mostrado nas Figuras 33 e 34.

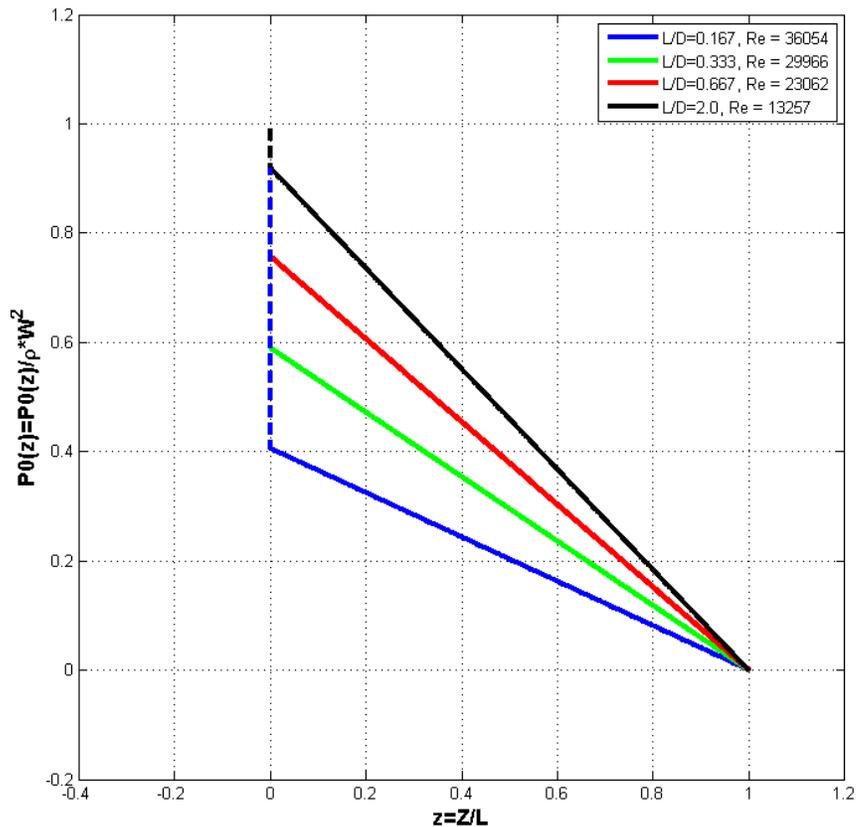


Figura 33: $p_0(z)$ para quatro razões L/D radiais.

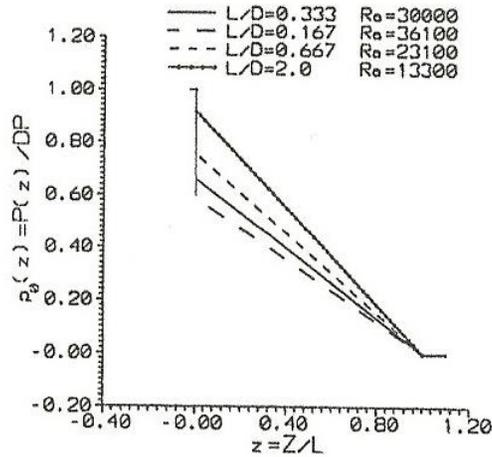


Figura 34: $p_0(z)$ para quatro razões L/D radiais (CHILDS, 1993).

É possível verificar, a partir das Figuras 33 e 34, que o aumento da razão L/D aumenta o gradiente de pressão ao longo do selo e, portanto, diminui a quantidade ΔP absorvida na entrada do selo de fluxo.

As Figuras 35 e 36 representam a distribuição de pressão variando a rugosidade relativa do estator em três valores ($\epsilon_s = 0,00$; $\epsilon_s = 0,01$; $\epsilon_s = 0,05$). O aumento da rugosidade diminui a quantidade ΔP absorvida na entrada do selo e aumenta o gradiente de pressão axial.

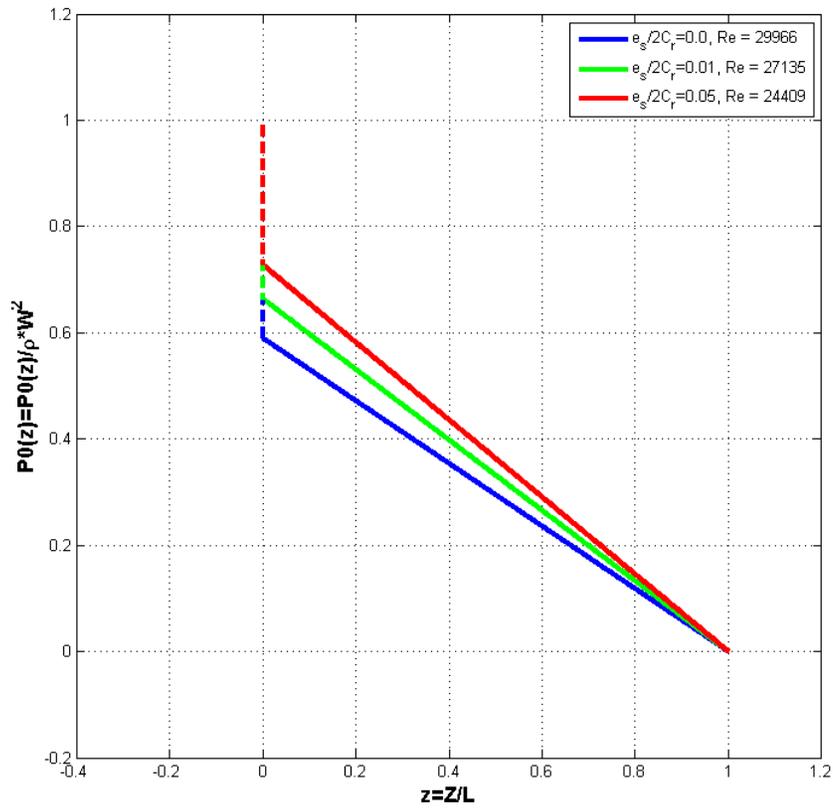


Figura 35: $p_0(z)$ para três rugosidades relativas da parede do estator.

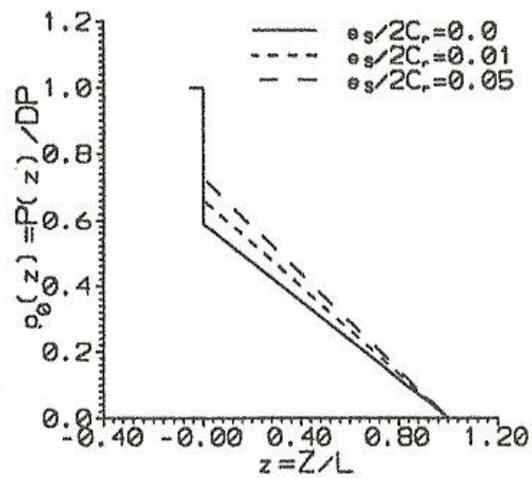


Figura 36: $p_0(z)$ para três rugosidades relativas da parede do estator (CHILDS, 1993).

As Figuras 37 e 38 representam a distribuição de carga ao longo do selo para dois valores de fator de recuperação na saída, ξ_e . ($\xi_e = 1,0$; $\xi_e = 0,75$). A redução desse fator causa um aumento na quantidade ΔP absorvida na entrada do selo e uma aumento no gradiente de pressão axial.

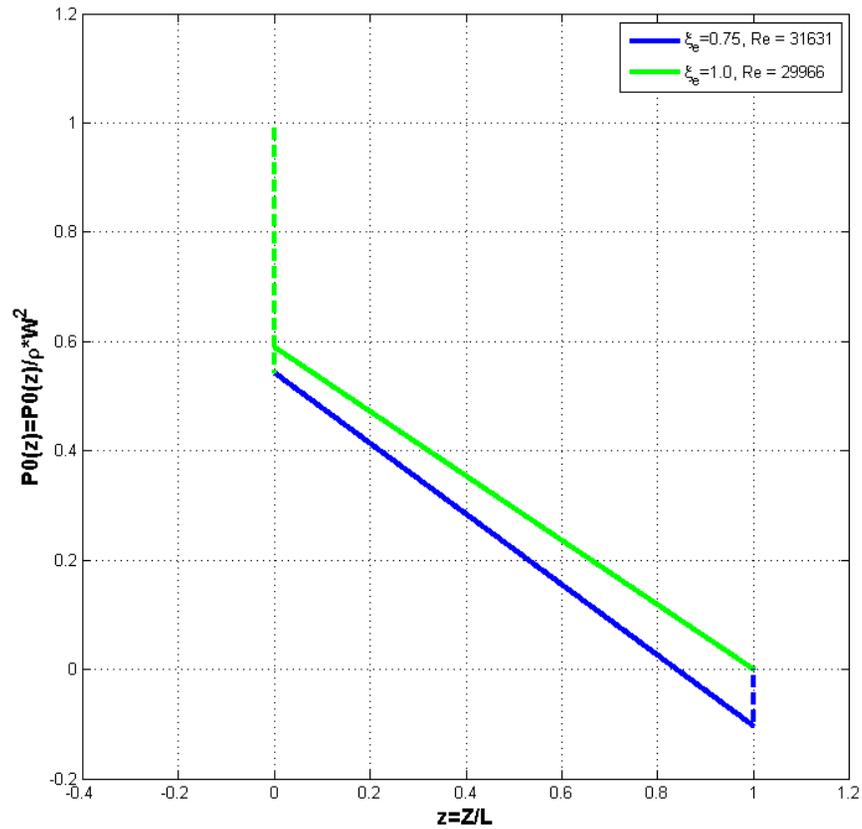


Figura 37: $p_0(z)$ para dois valores do coeficiente do fator de recuperação.

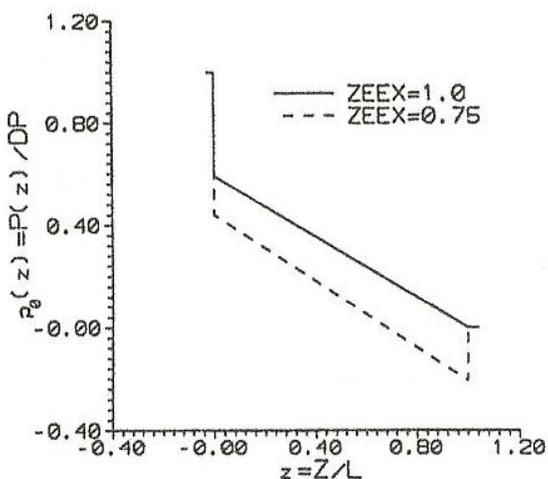


Figura 38: $p_0(z)$ para dois valores do coeficiente do fator de recuperação (CHILDS, 1993).

8.1.3 Coeficientes Dinâmicos

A solução da segunda etapa fornece a distribuição das forças tangencial e radial em função da frequência adimensional, que representa a relação entre a frequência de precessão do selo mecânico e a frequência de rotação do eixo, e, conseqüentemente, os coeficientes de rigidez, amortecimento e inércia referentes ao selo de fluxo.

Para o procedimento desta parte do problema, os valores dos parâmetros considerados são fornecidos na Tabela 2.

Tabela 2: Parâmetros do selo de fluxo cilíndrico para cálculos com o sistema perturbado.

ΔP [bars]	R [mm]	L [mm]	$C_0=C_1$ [mm]	ω [rpm]	μ [PaS]	ρ [Kg/m ³]	ξ	ξ_e	$\epsilon_s = \epsilon_r$
35	76,2	50,8	0,381	3000	$1,3 \times 10^{-3}$	1000	0,10	1,00	0,001

Pelas Equações (107) e (108), reescritas a seguir, é possível verificar que para determinar os coeficientes de inércia, cruzado de amortecimento e direto de rigidez deve-se realizar uma interpolação quadrática. Enquanto que, para determinar o coeficiente cruzado de rigidez e direto de amortecimento apenas uma interpolação linear é suficiente.

$$\psi_{rad1}(f) = -(\bar{K} + f\bar{c} - f^2\bar{M}) \quad (107)$$

$$\psi_{\theta1}(f) = \bar{k} - f\bar{C} \quad (108)$$

O sobrescrito – indica que os termos apresentados nas Equações (107) e (108) estão na forma adimensional.

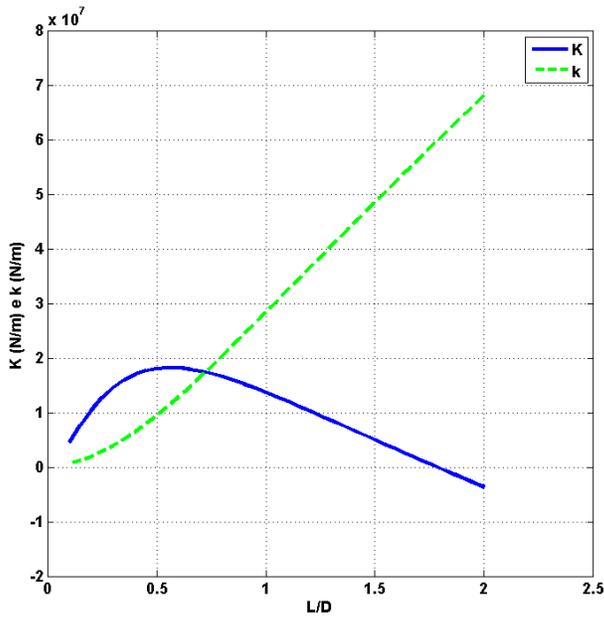
Os valores dos coeficientes dinâmicos calculados para os parâmetros da Tabela 2, são mostrados na Tabela 3, juntamente com os valores obtidos pela referência bibliográfica especializada, (CHILDS, 1993).

Tabela 3: Valores calculados dos coeficientes dinâmicos.

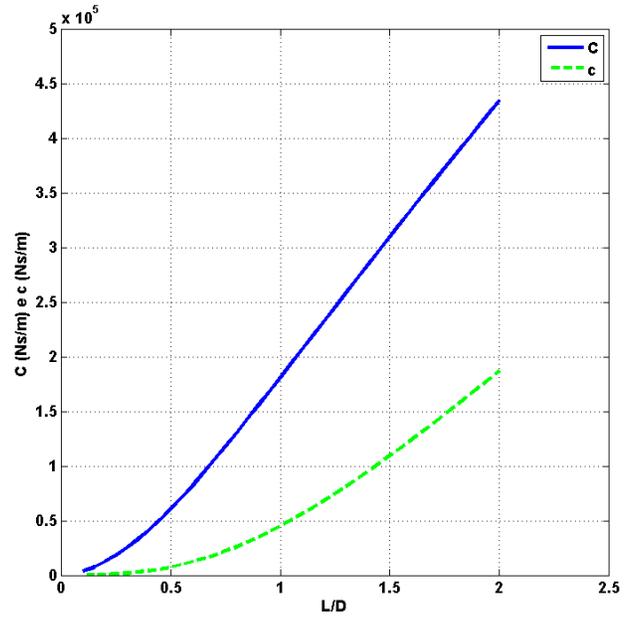
	K[x10⁷ N/m]	K[x10⁷ N/m]	C[x10⁵ N.s/m]	C[x10⁴ N.s/m]	M[kg]
Presente Trabalho	1,567	0,4728	0,301	0,2099	6,68
Childs (1993)	1,567	0,473	0,300	0,210	6,68

Além da comparação entre os resultados apresentados na Tabela 3, verificou-se a influência de diversos parâmetros físicos e operacionais na determinação dos coeficientes dinâmicos. Os parâmetros variados foram: relação entre o comprimento do selo e o diâmetro do eixo, L/D, relação entre a folga radial entre o eixo e o selo mecânico, e o raio do eixo, \bar{C}_r/R , coeficiente de perda de entrada, ξ , coeficiente de recuperação de saída, ξ_e , rugosidade relativa do estator, ϵ_s , queda de pressão ao longo do selo, ΔP , e velocidade de rotação do eixo, ω .

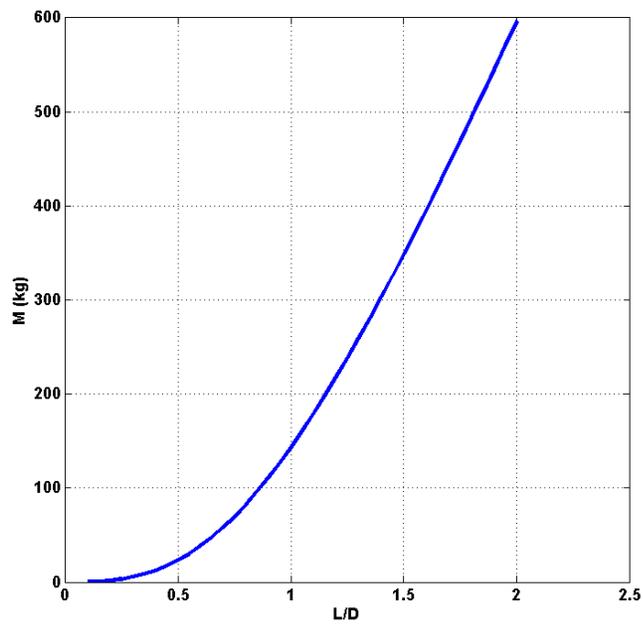
As Figuras 39 e 40 representam a dependência dos coeficientes dinâmicos em relação a L/D.



(a)



(b)



(c)

Figura 39: (a) Coeficientes de rigidez versus L/D ; (b) Coeficientes de amortecimento versus L/D ; (c) Coeficiente de inércia versus L/D .

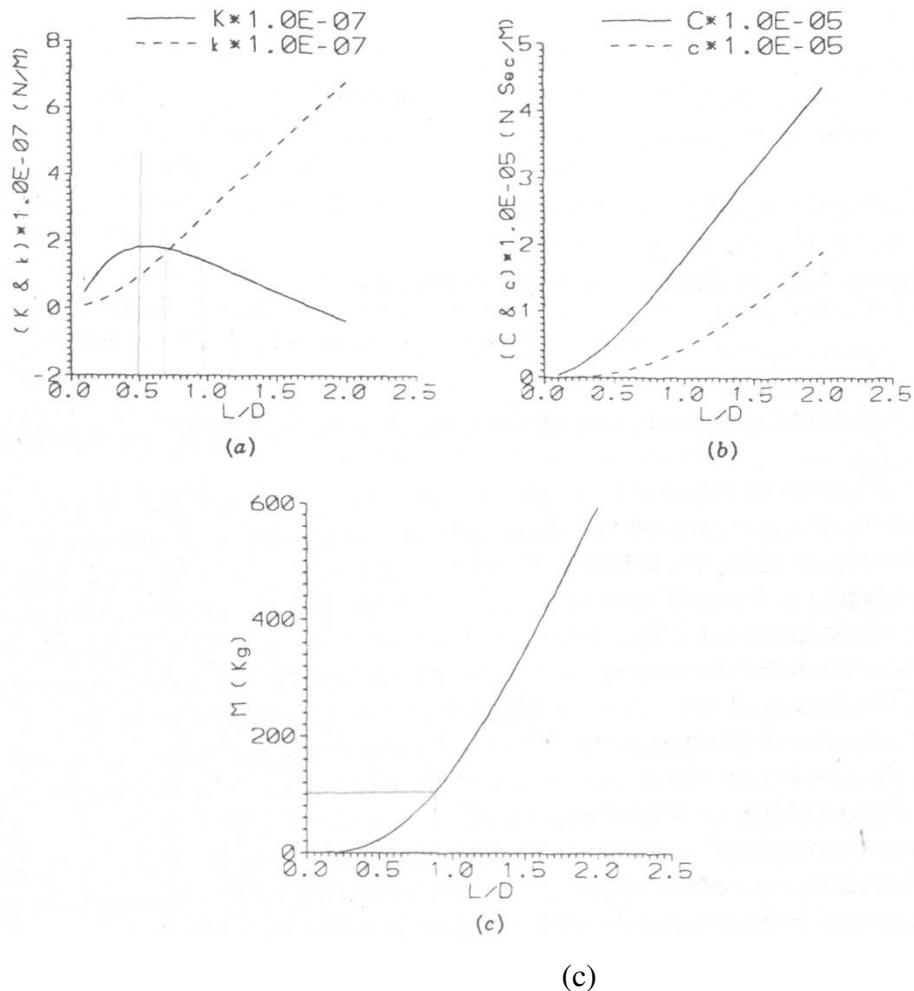
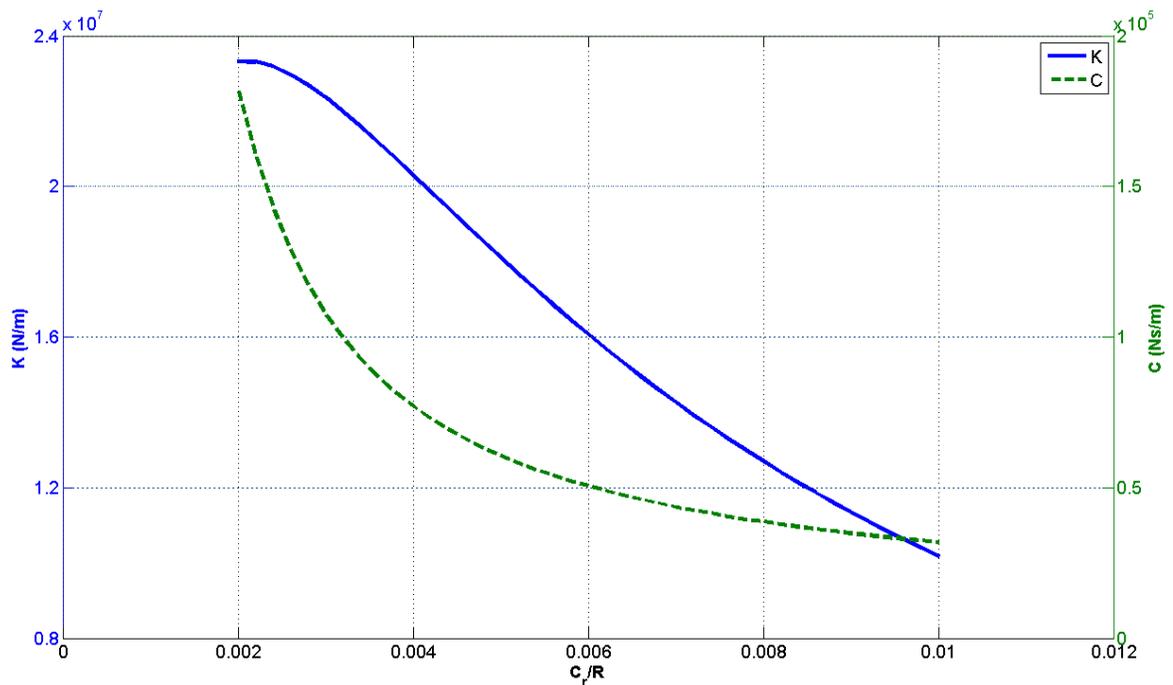


Figura 40: (a) Coeficientes de rigidez versus L/D; (b) Coeficientes de amortecimento versus L/D; (c) Coeficiente de inércia versus L/D (CHILDS, 1993).

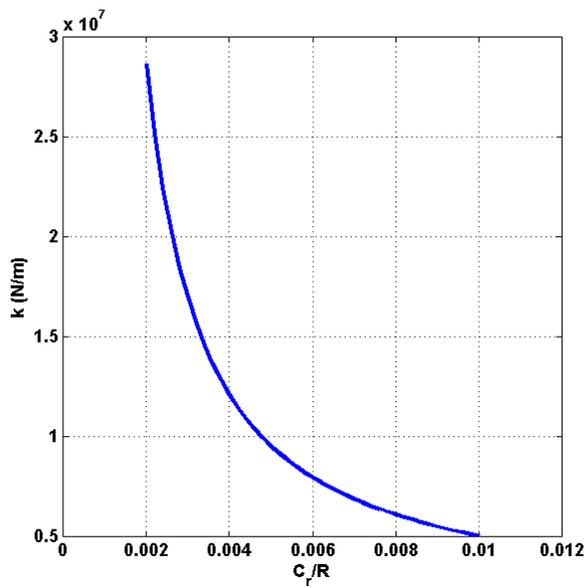
A Figura 39 mostra que os coeficientes de amortecimento, tanto direto como cruzado, os coeficientes cruzados de rigidez e o termo de inércia aumentam com o acréscimo da proporção L/D. No entanto, o coeficiente direto de rigidez apresenta um valor máximo em torno de $L/D = 0,5$ e então decresce até atingir um valor negativo em $L/D = 1,75$. Este efeito ocorre pois o aumento na razão L/D causa uma redução da influência da perda de carga na entrada do selo, na distribuição de pressão, como mostrado na Figura 33. Como consequência dessa redução, o

“efeito de Lomakin” diminui, e portanto, o termo de rigidez direta também apresenta uma redução. Além disso, é importante ressaltar que o termo de inércia assume valores muito altos para selos longos.

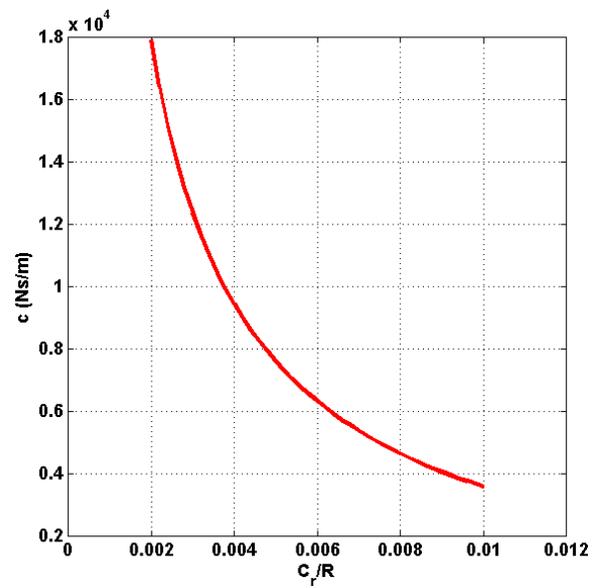
As Figuras 41 e 42 caracterizam os coeficientes dinâmicos em função da variação de \bar{C}_r/R , ou seja, da razão entre a folga radial entre o eixo e o selo mecânico, pelo raio do eixo. Para a análise desses dados foi considerado o comprimento do selo igual ao raio do eixo, assim $L/D = 0,5$ e $L = 76,2$ mm.



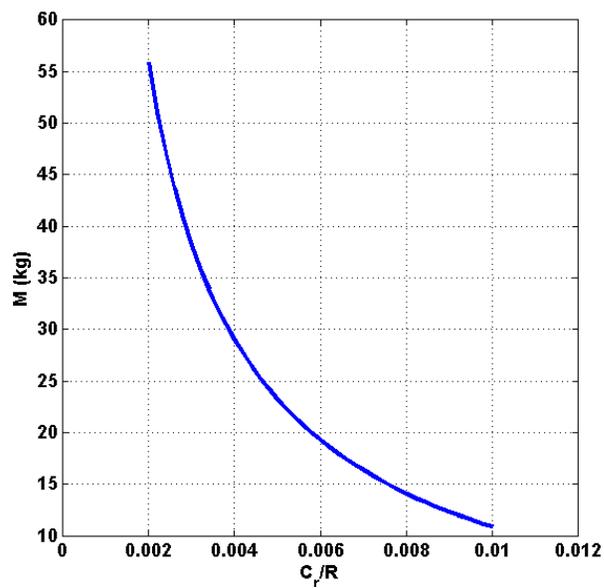
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 41: (a) Termos diretos de rigidez e amortecimento versus \overline{C}_r/R , (b) termo cruzado de rigidez versus \overline{C}_r/R , (c) termo cruzado de amortecimento versus \overline{C}_r/R , (d) termo de inércia versus \overline{C}_r/R . Considerando $L/D = 0,5$.

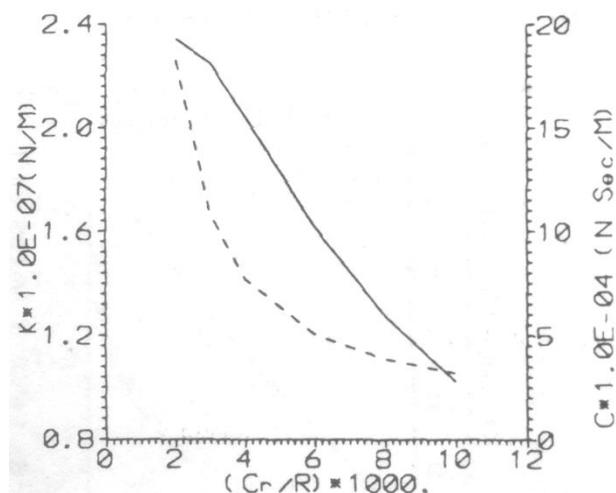
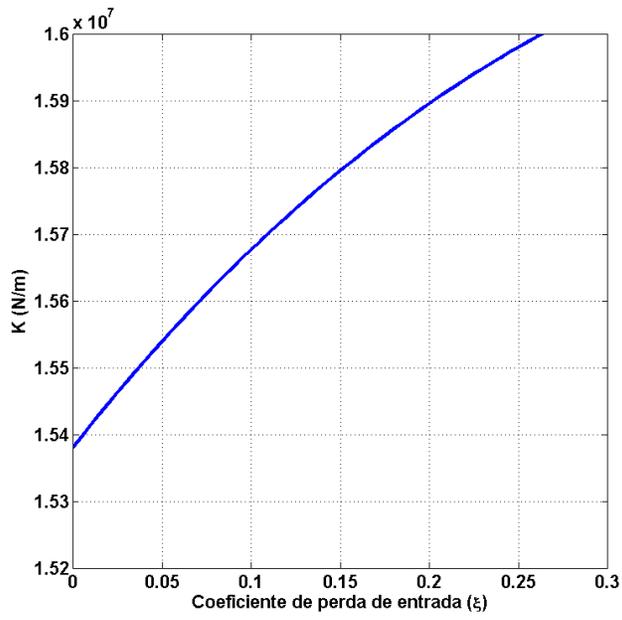


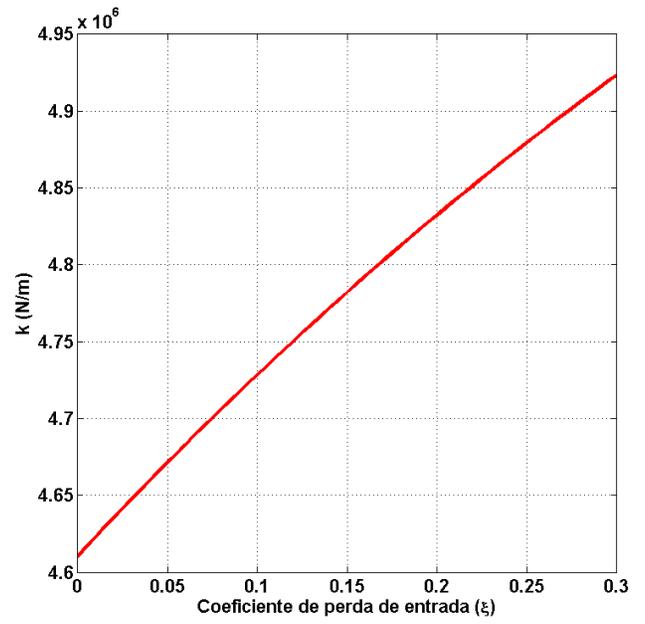
Figura 42: Termos diretos de rigidez e amortecimento versus \overline{C}_r/R , considerando $L/D = 0,5$.
(CHILDS, 1993).

Todos os coeficientes dinâmicos, mostrados na Figura 41, decrescem com o aumento da razão \overline{C}_r/R . De acordo com Childs (1993), especial importância deve ser dada aos termos diretos de rigidez e de amortecimento. A redução da rigidez direta pode causar uma mudança da velocidade crítica do sistema para a faixa de rotação operacional. Além disso, a queda no termo de amortecimento direto significa uma resposta do sistema muito mais acentuada em relação ao movimento do eixo.

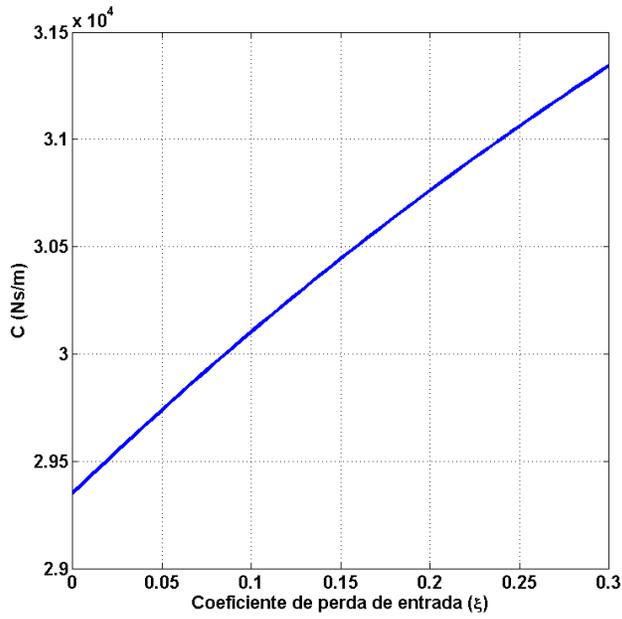
Os coeficientes dinâmicos sob a influência do coeficiente de perda de entrada (ξ) são apresentados nas Figuras 43 e 44.



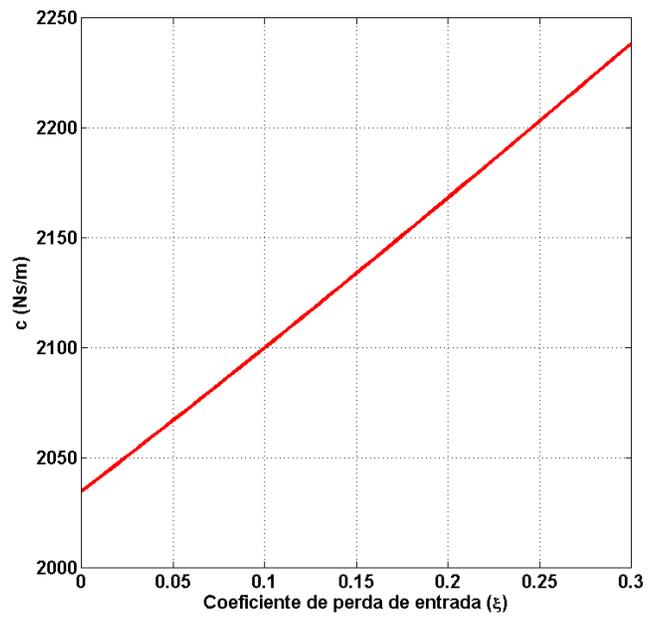
(a)



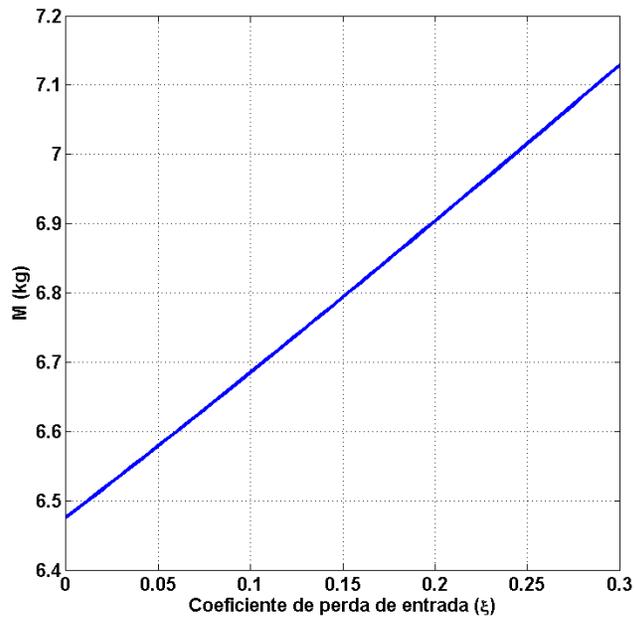
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 43: (a) Termo direto de rigidez versus ξ , (b) termo cruzado de rigidez versus ξ , (c) termo direto de amortecimento versus ξ , (d) termo cruzado de amortecimento versus ξ , (e) termo de inércia versus ξ .

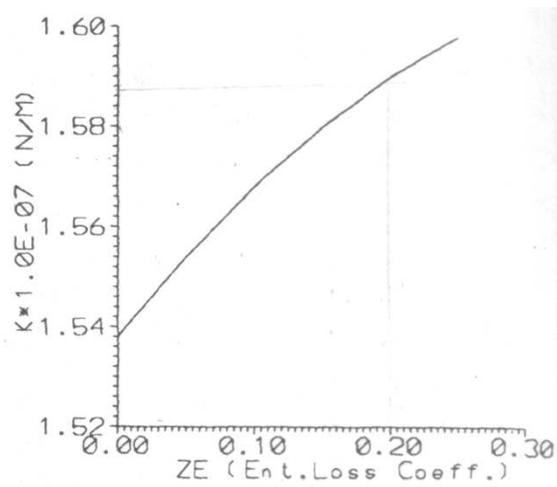
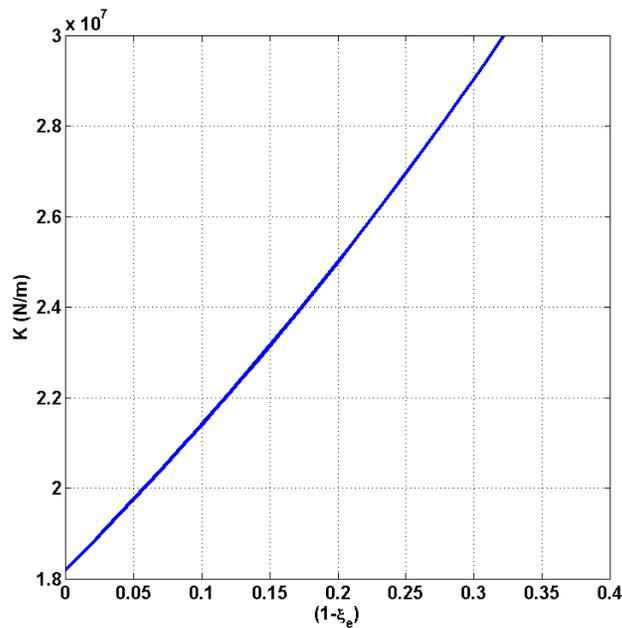


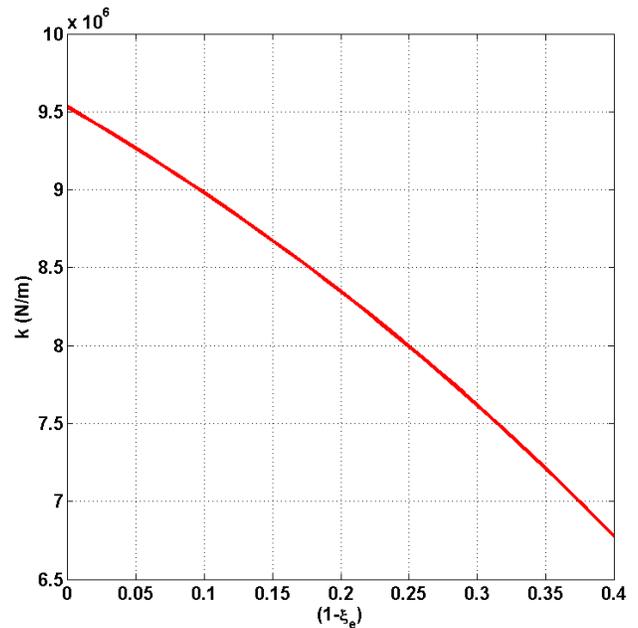
Figura 44: Termo direto de rigidez versus ξ . (CHILDS, 1993).

Como esperado, as Figuras 43 e 44 mostram um aumento nos coeficientes dinâmicos com o acréscimo do coeficiente de perda de entrada, ξ , já que a influência desse termo aumenta a quantidade de pressão absorvida na distribuição de perda de carga. No entanto, variando ξ de 0 a 0,25 o termo direto de rigidez só varia cerca de 4%, apesar da forte dependência do “efeito Lomakin”. Os demais coeficientes dinâmicos também apresentam uma variação percentual pequena sendo, em percentuais, 6%, 6%, 8% e 8% para k , C , c e M , respectivamente.

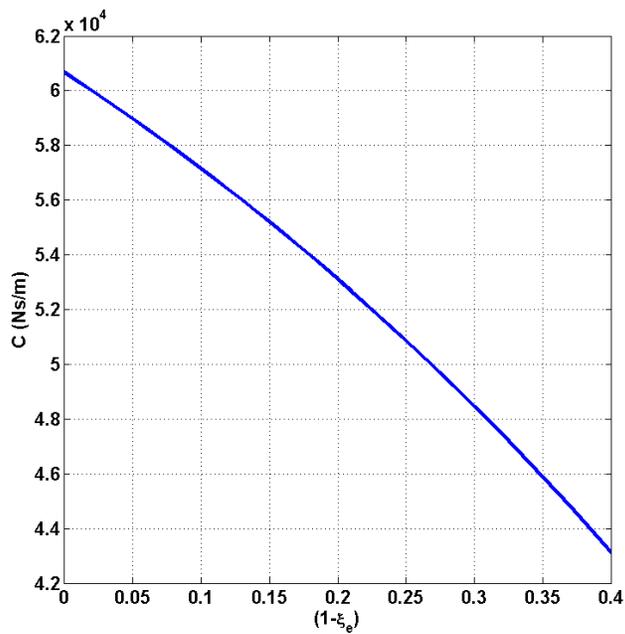
As Figuras 45 e 46 representam a influência do coeficiente de recuperação, ξ_e , nos coeficientes dinâmicos. O termo descrito no gráfico é $(1-\xi_e)$, uma vez que este é o termo apresentado nas equações de contorno. Assim, quando o coeficiente apresenta valor igual à unidade não há recuperação de carga, para qualquer valor abaixo de 1, ocorre essa recuperação.



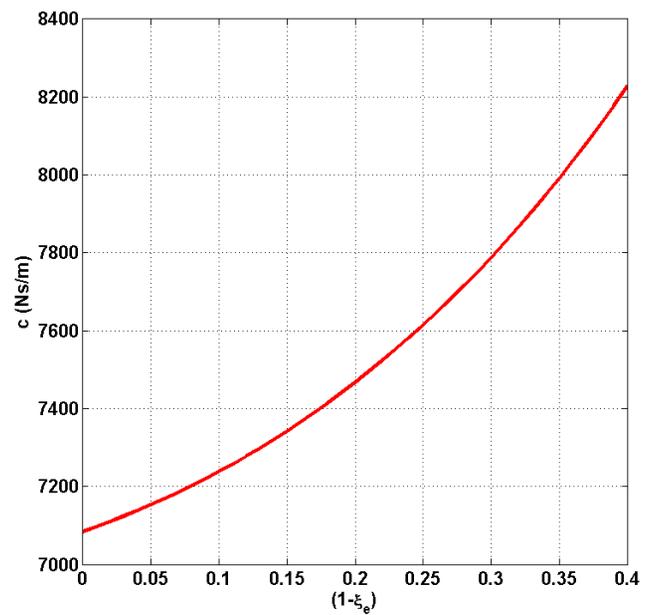
(a)



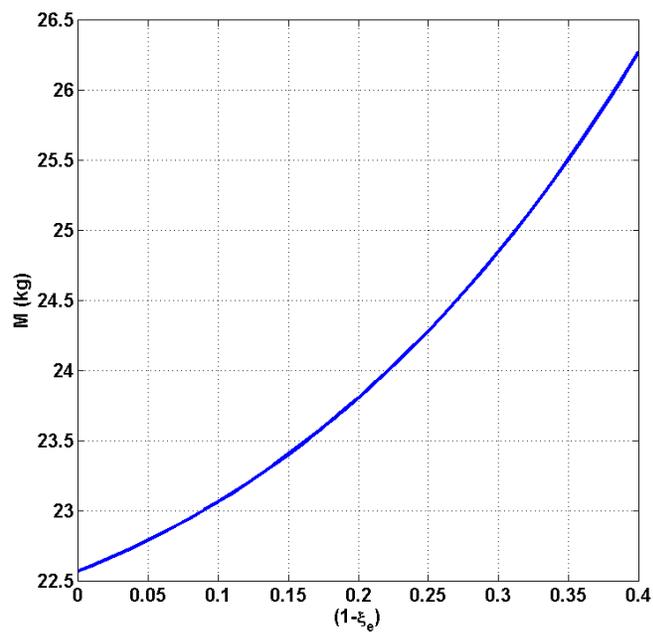
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 45: (a) Termo direto de rigidez versus $(1-\xi_e)$, (b) termo cruzado de rigidez versus $(1-\xi_e)$, (c) termo direto de amortecimento versus $(1-\xi_e)$, (d) termo cruzado de amortecimento versus $(1-\xi_e)$, (e) termo de inércia versus $(1-\xi_e)$. Considerando $L/D = 0,5$.

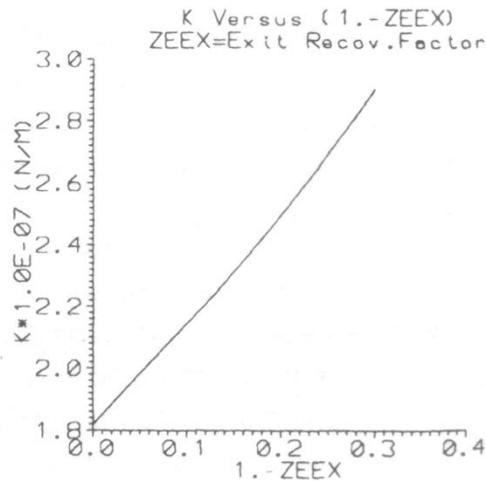
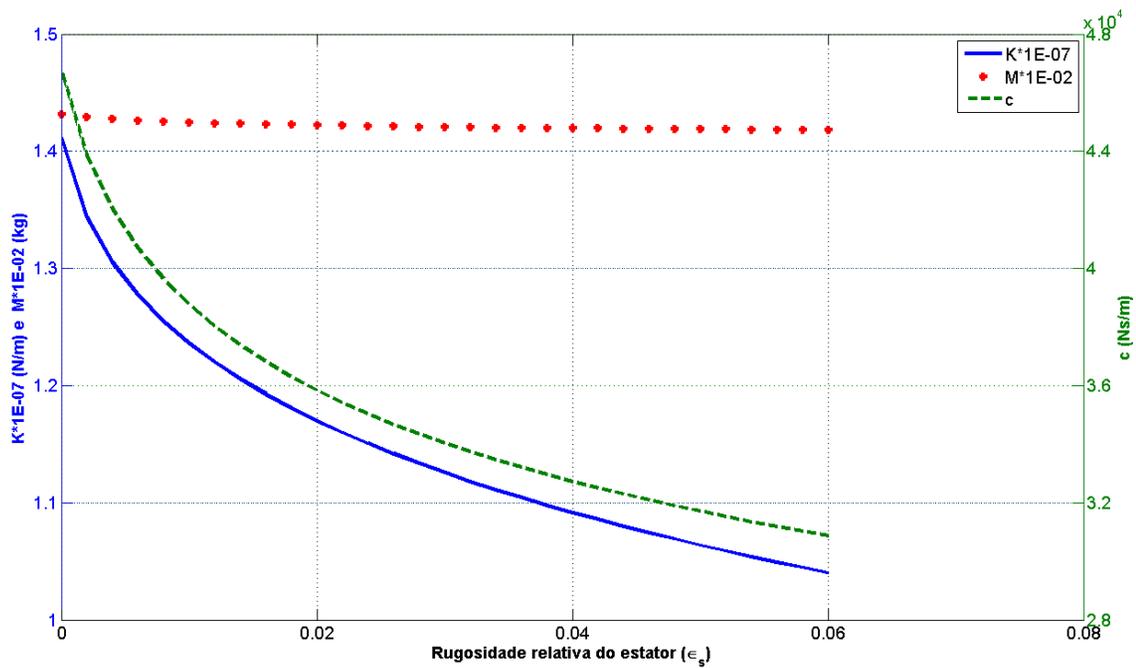


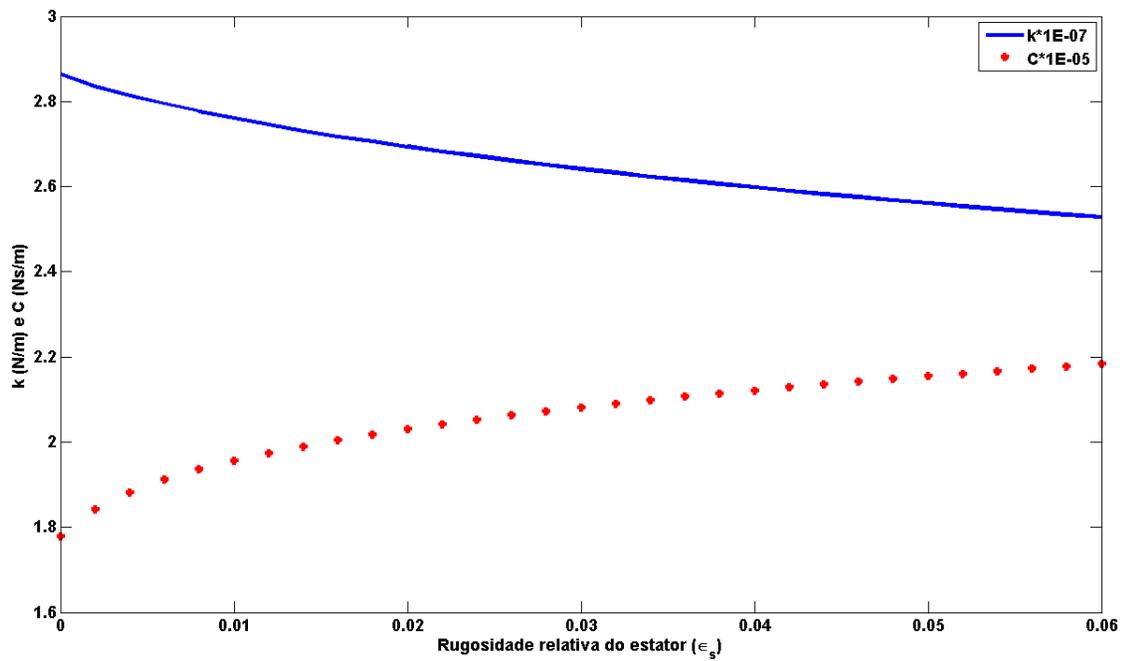
Figura 46: Termo direto de rigidez versus $(1-\xi_e)$. Considerando $L/D = 0,5$. (CHILDS, 1993).

Assim como descrito por Domm et al. (1967), quanto maior o efeito de recuperação de pressão, maior será o valor do termo direto de rigidez. Pelas Figuras 45 e 46 verifica-se que este termo apresenta uma variação em torno de 60%. Além disso, é importante observar que os termos relativos ao limite de estabilidade do sistema, k e C , decrescem, enquanto os termos referentes às frequências vibracionais, K e c , aumentam.

Os coeficientes dinâmicos em função da rugosidade relativa do estator estão representados nas Figuras 47 e 48. Para a obtenção desses dados considerou-se a razão $L/D = 1,0$, ou seja $L = 0,1524$ m.



(a)



(b)

Figura 47: (a) Coeficientes de inércia, direto de rigidez e cruzado de amortecimento versus ϵ_s , (b) Coeficientes cruzado de rigidez e direto de amortecimento versus ϵ_s . Considerando $L/D =$

1,0.

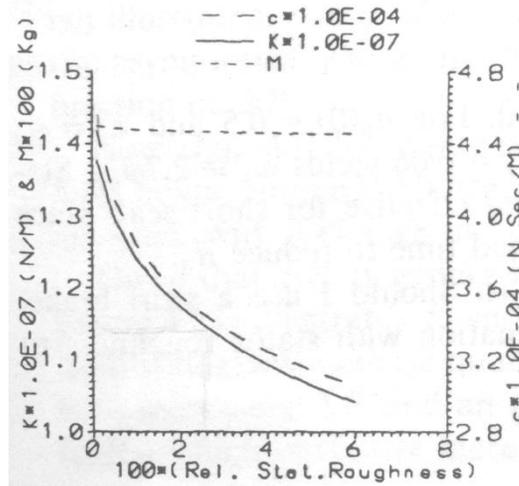


Figura 48: Coeficientes de inércia, direto de rigidez e cruzado de amortecimento versus ϵ_s .
Considerando $L/D = 1,0$. (CHILDS, 1993).

O comportamento do termo direto de rigidez está associado não só com a variação de ϵ_s , mas também com o comprimento do selo, que neste caso foi considerado igual ao tamanho do diâmetro do eixo. Como o selo é muito longo, a influência mostrada na Figura 39 (a) também deve ser considerada. Ou seja, aumentando a rugosidade relativa do rotor e o comprimento do selo, a quantidade de pressão absorvida na entrada do selo decresce, reduzindo assim o “efeito Lomakin”, e por conseguinte, diminuindo o termo de rigidez direta. No entanto, o termo de inércia é praticamente insensível à variação de ϵ_s , em contraste ao que acontece com a variação de L/D . Também se verifica que a diminuição no termo direto de amortecimento está acompanhada de um aumento na rigidez cruzada, o que pode significar uma alteração no limite de estabilidade do sistema.

As Figuras 49 e 50 mostram os coeficientes diretos de rigidez e amortecimento, e o coeficiente cruzado de rigidez em função da variação de ΔP .

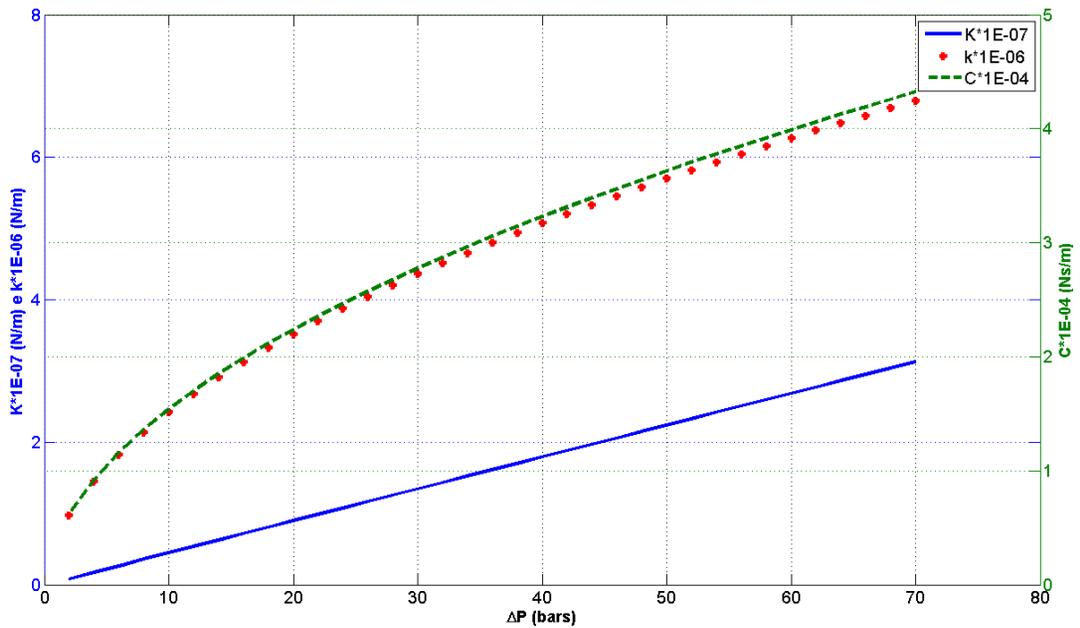


Figura 49: Coeficientes diretos de rigidez e de amortecimento e coeficiente cruzado de rigidez versus ΔP .

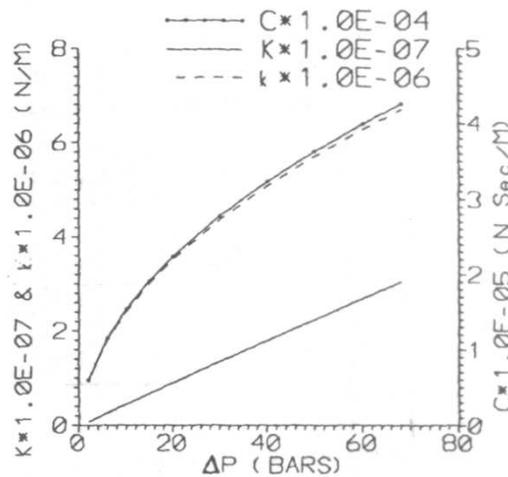
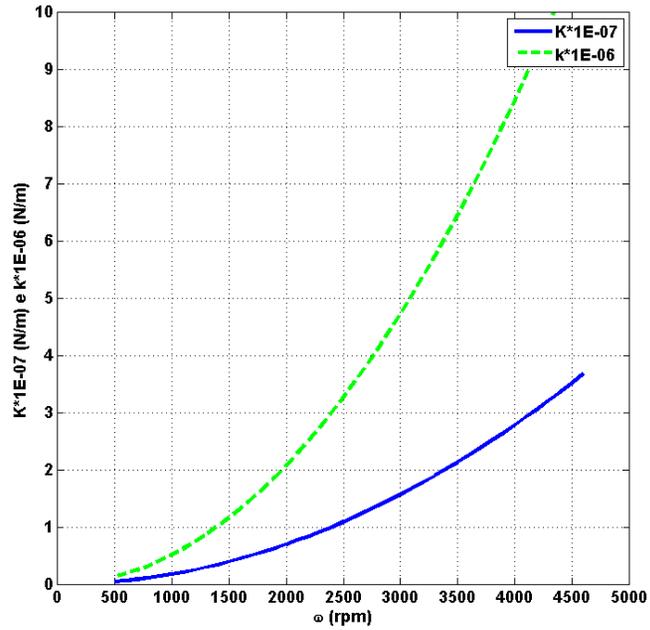


Figura 50: Coeficientes diretos de rigidez e de amortecimento e coeficiente cruzado de rigidez versus ΔP . (CHILDS, 1993).

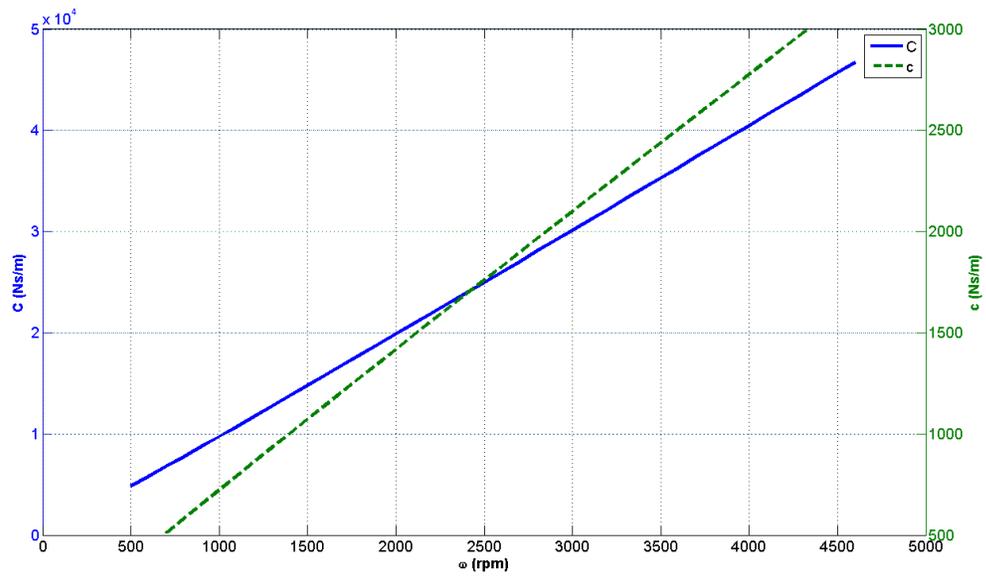
Os termos cruzados de amortecimento e de inércia não estão apresentados nas Figuras 49 e 50 pois são insensíveis às mudanças no gradiente de pressão. Já o termo direto de rigidez

aumenta linearmente em função da variação de ΔP , enquanto os termos direto de amortecimento e cruzado de rigidez também aumentam, mas não de maneira linear.

As Figuras 51 e 52 representam a variação dos coeficientes dinâmicos em relação à velocidade de rotação do eixo, ω .

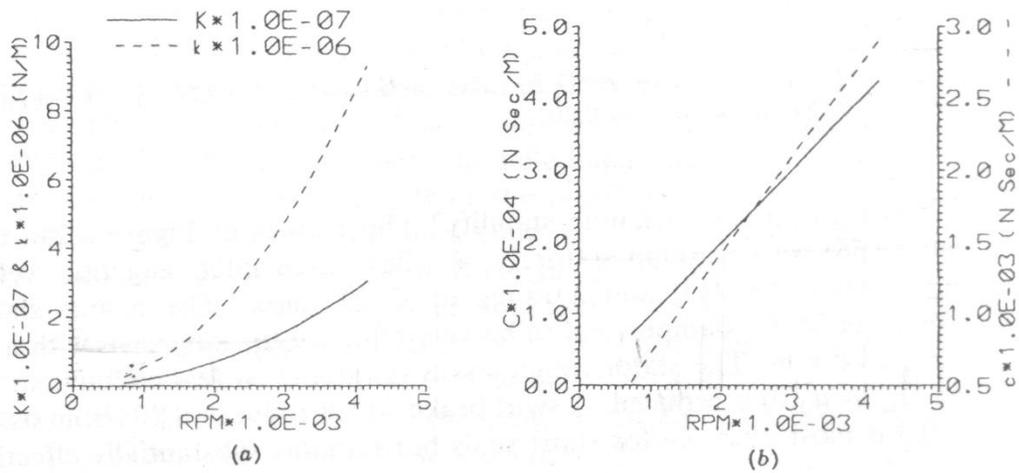


(a)



(b)

Figura 51: (a) Coeficientes direto e cruzado de rigidez versus ω , (b) Coeficientes direto e cruzado de amortecimento versus ω .



(a)

(b)

Figura 52: (a) Coeficientes direto e cruzado de rigidez versus ω , (b) Coeficientes direto e cruzado de amortecimento versus ω . (CHILDS, 1993).

É importante ressaltar que a queda de pressão do selo varia de maneira quadrática em função da rotação do eixo, assim sendo, para cada ω deve-se calcular um novo valor de ΔP . Novamente, o termo de inércia permanece constante, por isso não foi representado nas Figuras 51 e 52. Os termos de amortecimento variam de maneira linear enquanto os termos de rigidez seguem uma função parabólica.

Estes resultados e suas respectivas comparações permitem constatar que o método de volumes finitos apresenta um resultado promissor na análise de selos de fluxo.

8.2 Selos planos cônicos

A análise dos selos cônicos foi realizada para dois tipos de selos considerando, para isso, diferentes folgas radiais na entrada e na saída. Os demais dados geométricos e operacionais utilizados são similares aos correspondentes para os selos planos cilíndricos, e estão representados pela Tabela 4.

Tabela 4: Parâmetros do selo de fluxo cônico para cálculos com o sistema perturbado.

ΔP [bars]	R [mm]	L [mm]	ω [rpm]	μ [PaS]	ρ [Kg/m ³]	ξ	ξ_e	$\epsilon_s = \epsilon_r$
35	76,2	50,8	3000	$1,3 \times 10^{-3}$	1000	0,10	1,00	0,001

Os valores das folgas radiais utilizadas estão apresentados na Tabela 5, bem como os valores do ângulo de inclinação, α , para cada selo. É importante a análise deste parâmetro, pois, a teoria aplicada neste trabalho só é válida para ângulos muito pequenos (Equação (9a)). Assim, de acordo com a Tabela 5, verifica-se a aplicabilidade da teoria, uma vez que α é sempre menor que um grau.

Tabela 5: (a) e (b) Valores de folgas radiais de entrada (C_0) e de saída (C_1) para selos cônicos.

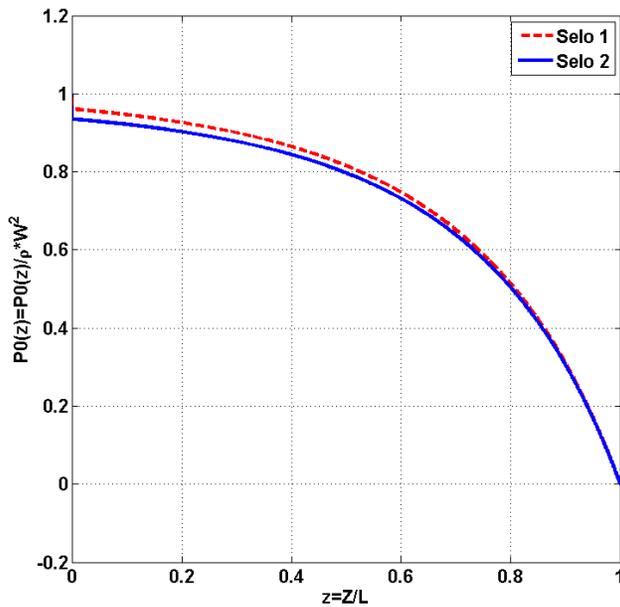
Selo 1	$C_0 = 0,381 \text{ mm}$	$\alpha = 0,22^\circ$
	$C_1 = 0,1905 \text{ mm}$	
Selos 2	$C_0 = 0,762 \text{ mm}$	$\alpha = 0,43^\circ$
	$C_1 = 0,381 \text{ mm}$	

(a)

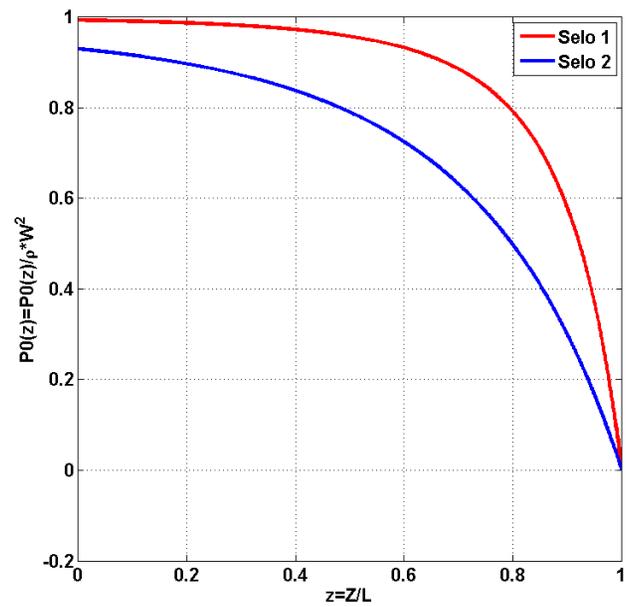
Selo 1	$C_0 = 0,762 \text{ mm}$	$\alpha = 0,65^\circ$
	$C_1 = 0,1905 \text{ mm}$	
Selos 2	$C_0 = 0,762 \text{ mm}$	$\alpha = 0,43^\circ$
	$C_1 = 0,381 \text{ mm}$	

(b)

A Figura 53 (a) e (b) descreve a distribuição de pressão ao longo do comprimento do selo, para os dois selos descritos nas Tabelas 4 e 5.



(a)



(b)

Figura 53: Distribuição de pressão, $p_0(z)$ para dois tipos de selos cônicos.

Conforme Figura 53, observa-se que a distribuição de pressão apresenta uma variação muito sutil em relação ao aumento da folga radial, quando mantida a razão C_0/C_1 , Figura 53 (a).

No entanto, para razões diferentes, Figura 53 (b), a diferença na distribuição de pressão se torna expressiva.

A Tabela 6 apresenta os valores dos coeficientes dinâmicos para os dois selos analisados na Figura 53 (a).

Tabela 6: Valores calculados dos coeficientes dinâmicos.

	K[x10⁷ N/m]	K[x10⁷ N/m]	C[x10⁵ N.s/m]	C[x10⁴ N.s/m]	M[kg]
Selo 1	1,512	0,455	0,289	0,295	9,41
Selo 2	0,931	0,232	0,147	0,143	4,54

De maneira similar, o aumento da folga radial resulta em uma queda no valor dos coeficientes dinâmicos. De acordo com Childs e Dressman (1985), a introdução de um ângulo no selo cilíndrico original, resultando em um selo cônico, causa uma redução no termo direto de amortecimento e um aumento no termo de inércia, mas o termo direto de rigidez continua praticamente constante. Comparando os valores da Tabela 6, para o Selo 1, com a Tabela 3, verifica-se que o termo de inércia é o que apresenta maior variação, na ordem de 40%, já o termo direto de amortecimento sofre uma redução de 4% enquanto o termo direto de rigidez apresenta um decréscimo na ordem de 3,5%.

As Figuras 54 e 55 mostram o comportamento dos termos diretos de rigidez e amortecimento e do termo cruzado de rigidez referente aos dois tipos de selo, representados na Tabela 5, em relação ao gradiente de pressão. Os outros coeficientes não são apresentados no gráfico pois permanecem praticamente constantes.

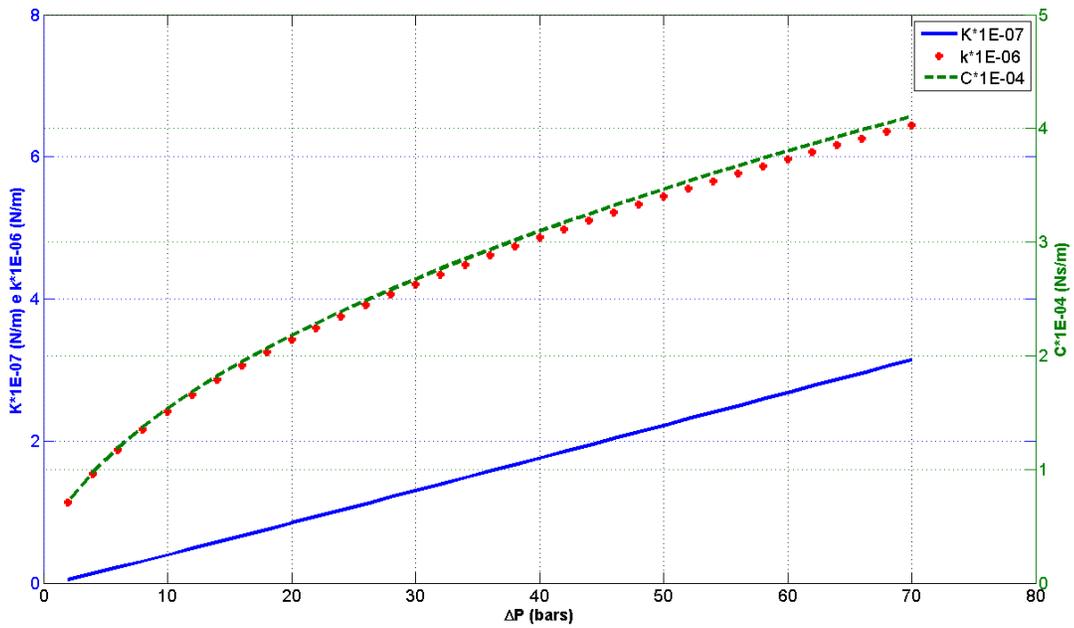


Figura 54: Coeficientes direto de rigidez, direto de amortecimento e cruzado de rigidez versus ΔP para o Selo 1.

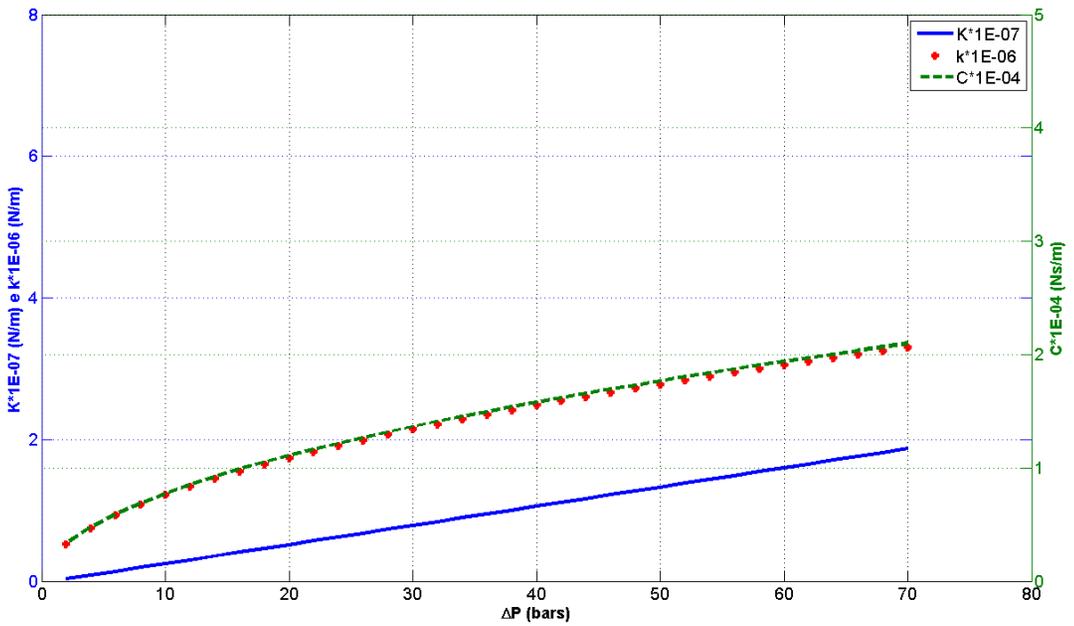
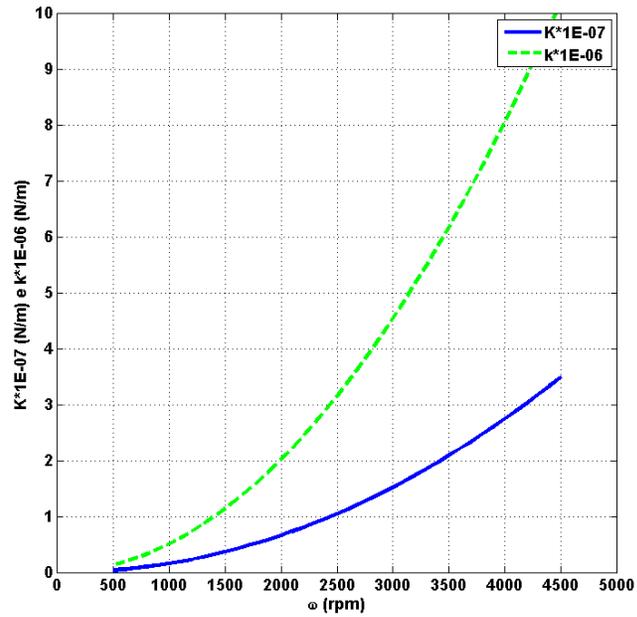
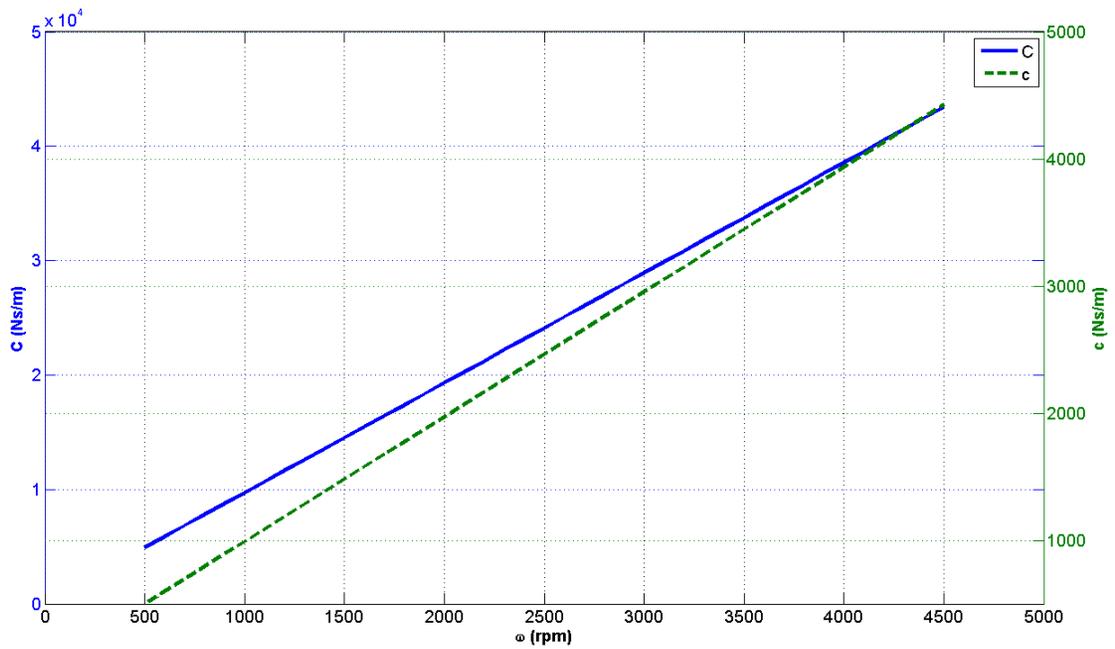


Figura 55: Coeficientes direto de rigidez, direto de amortecimento e cruzado de rigidez versus ΔP para o Selo 2.

A mesma tendência observada para os coeficientes nos selos cilíndricos está presente nos selos cônicos, mas para o Selo 2, o qual apresenta uma folga radial média maior que o Selo 1, os valores dos coeficientes dinâmicos são menores. As Figuras 56 e 57 descrevem o comportamento dos coeficientes dinâmicos em função da velocidade de rotação do eixo. Novamente, o termo de inércia não foi representado por ser constante em relação à velocidade de rotação.

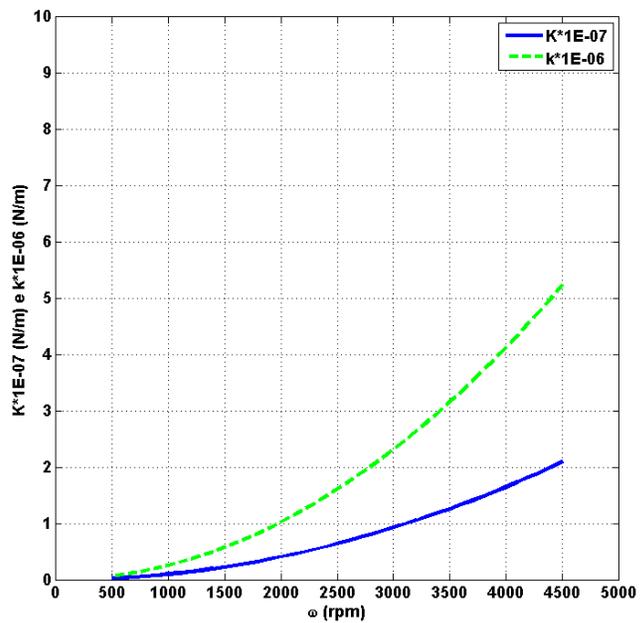


(a)



(b)

Figura 56: (a) Coeficientes direto e cruzado de rigidez versus ω , (b) Coeficientes direto e cruzado de amortecimento versus ω . Selo1.



(a)

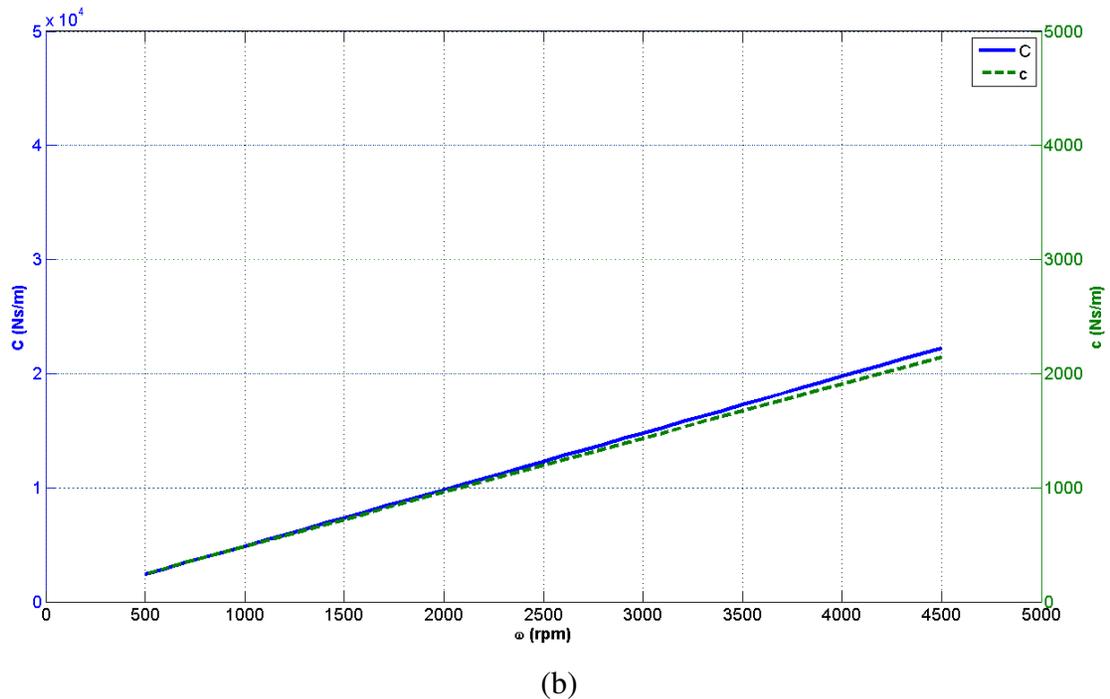


Figura 57: (a) Coeficientes direto e cruzado de rigidez versus ω , (b) Coeficientes direto e cruzado de amortecimento versus ω .

Assim como nas Figuras 54 e 55, os coeficientes dinâmicos seguem o mesmo comportamento dos selos cilíndricos em função da velocidade de rotação, como mostrado nas Figuras 56 e 57. E da mesma forma, a folga radial interfere nos valores dos coeficientes, decrescendo-os à medida que a relação folga radial e raio do eixo aumenta.

8.3 Selos planos escalonados

A mesma análise realizada para selos cônicos foi realizada para selos escalonados. Desse modo, dois tipos de selos foram considerados e suas especificações estão descritas nas Tabelas 7 e 8.

Tabela 7: Parâmetros do selo de fluxo escalonado para cálculos com o sistema perturbado.

ΔP [bars]	R [mm]	$L_1=L_2$ [mm]	ω [rpm]	μ [PaS]	ρ [Kg/m ³]	ξ	ξ_e	$\epsilon_s = \epsilon_r$
35	76,2	25,4	3000	$1,3 \times 10^{-3}$	1000	0,10	1,00	0,001

Tabela 8: Valores de folgas radiais de entrada (C_0) e de saída (C_1) para selos escalonados.

Selo 1	$C_{01}=C_{11} = 0,381$ mm
	$C_{02}=C_{12} = 0,1905$ mm
Selos 2	$C_{01}=C_{11} = 0,762$ mm
	$C_{02}=C_{12} = 0,381$ mm

A distribuição de pressão, ao longo da coordenada axial z , para os dois tipos de selos descritos nas Tabelas 7 e 8 é representada na Figura 58.

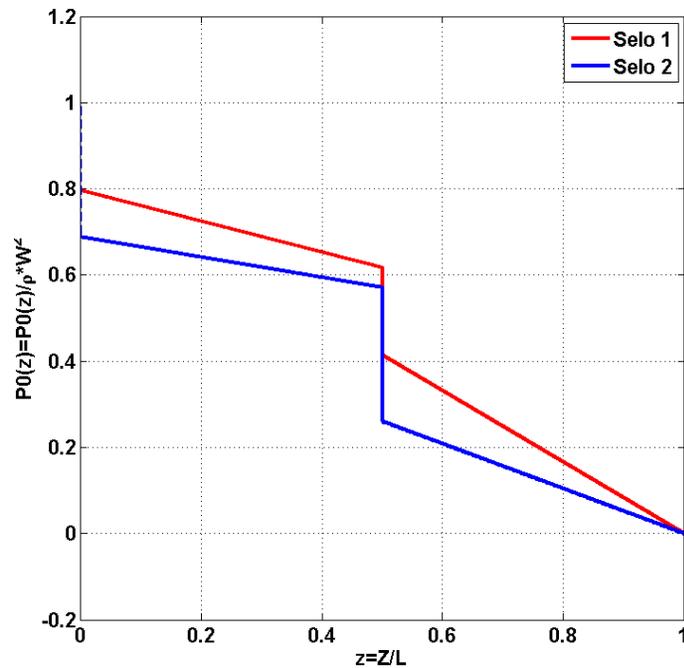


Figura 58: Distribuição de pressão, $p_0(z)$ para os dois tipos de selos escalonados.

De maneira similar aos casos estudados anteriormente, verifica-se que o aumento da folga radial no selo de fluxo escalonado aumenta a quantidade de pressão absorvida na entrada do selo. Como o selo escalonado é composto por duas seções de selos cilíndricos, este mesmo efeito aparece no ponto de junção das seções do selo.

Apesar do aumento do efeito Lomakin mostrado na Figura 58, os coeficientes dinâmicos, incluindo a rigidez direta, decrescem com crescimento do valor da folga radial. Os valores desses coeficientes dinâmicos estão apresentados na Tabela 9.

Tabela 9: Valores calculados dos coeficientes dinâmicos.

	K[x10⁷ N/m]	K[x10⁷ N/m]	C[x10⁵ N.s/m]	C[x10⁴ N.s/m]	M[kg]
Selo 1	2,685	0,402	0,256	0,4107	14,125
Selo 2	1,705	0,388	0,249	0,720	24,801

Algumas diferenças são encontradas analisando os coeficientes da Tabela 9 e os coeficientes dinâmicos para selos cilíndricos e cônicos. No caso de selos escalonados, com o aumento da folga radial, os termos direto e cruzado de rigidez e direto de amortecimento decrescem, enquanto os termos de inércia e cruzado de amortecimento crescem. Isso ocorre devido ao efeito da segunda seção cilíndrica do selo escalonado. Pois neste caso, a velocidade circunferencial possui uma condição inicial diferente de zero, que resulta do valor advindo da primeira seção. Além disso, uma outra perda de carga abrupta ocorre, o que eleva o termo direto de rigidez em relação aos selos analisados nos itens 7.1.1 e 7.1.2.

As Figuras 59 e 60 mostram a influência da queda de pressão nos coeficientes dinâmicos para cada um dos selos descritos nas Tabelas 7 e 8.

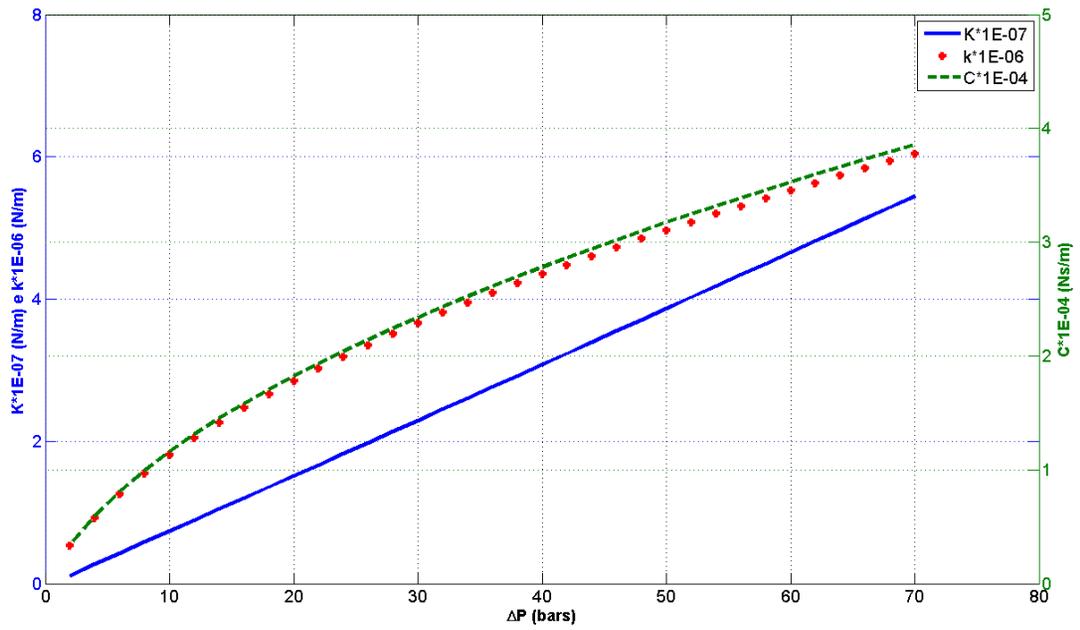


Figura 59: Coeficientes direto de rigidez, direto de amortecimento e cruzado de rigidez versus ΔP para o Selo 1.

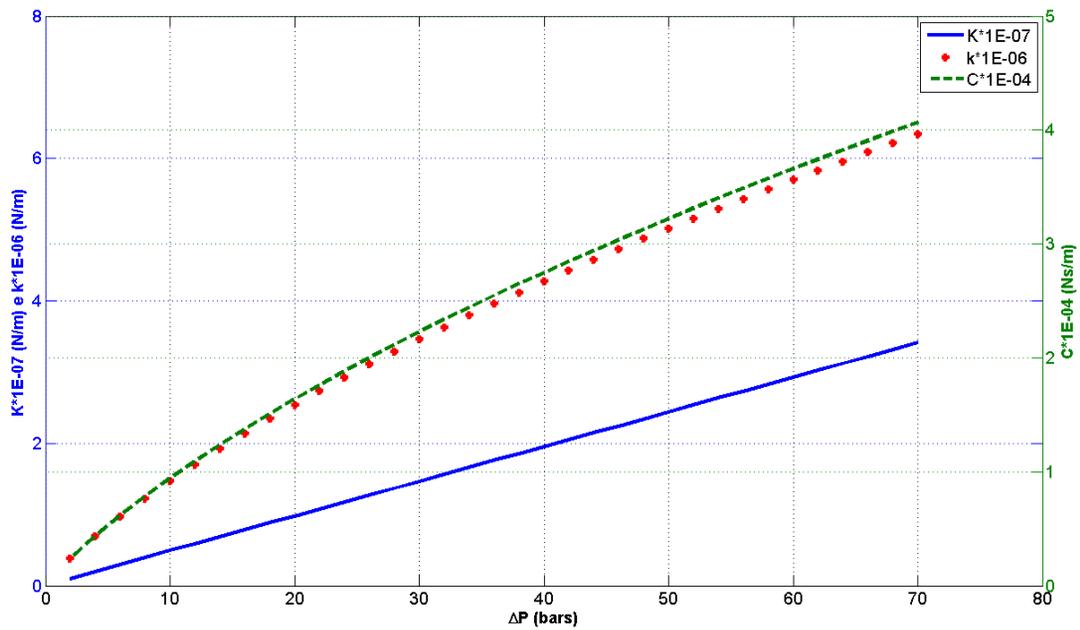
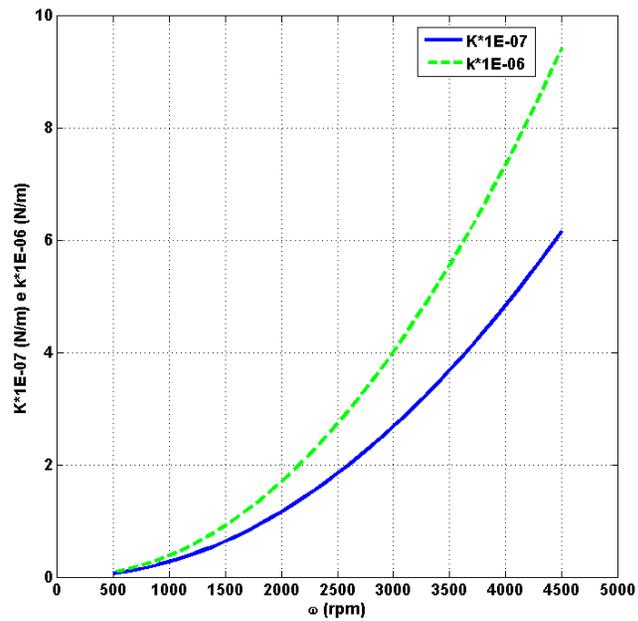


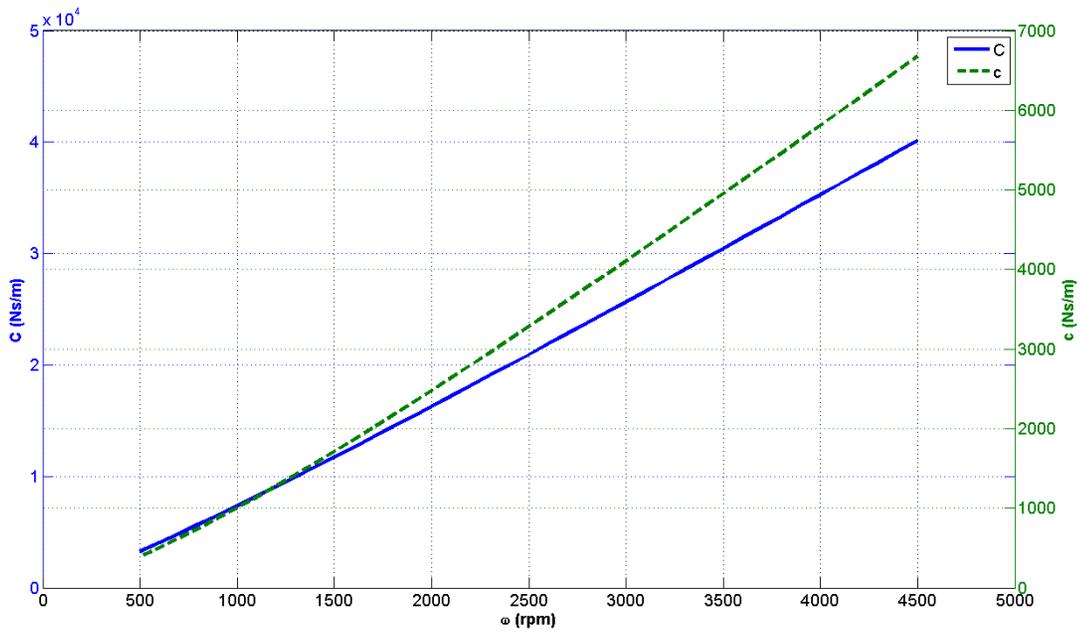
Figura 60: Coeficientes direto de rigidez, direto de amortecimento e cruzado de rigidez versus ΔP para o Selo 2.

O perfil da distribuição dos coeficientes representados nas Figuras 59 e 60 são similares aos selos cilíndricos e escalonados, porém, com o aumento da folga radial os termos direto de amortecimento e cruzado de rigidez não variam de forma significativa, já o termo direto de rigidez apresenta uma queda de 48%.

Os coeficientes dinâmicos em função da velocidade de rotação são apresentados nas Figuras 61 e 62 para o Selo 1 e o Selo 2, respectivamente.

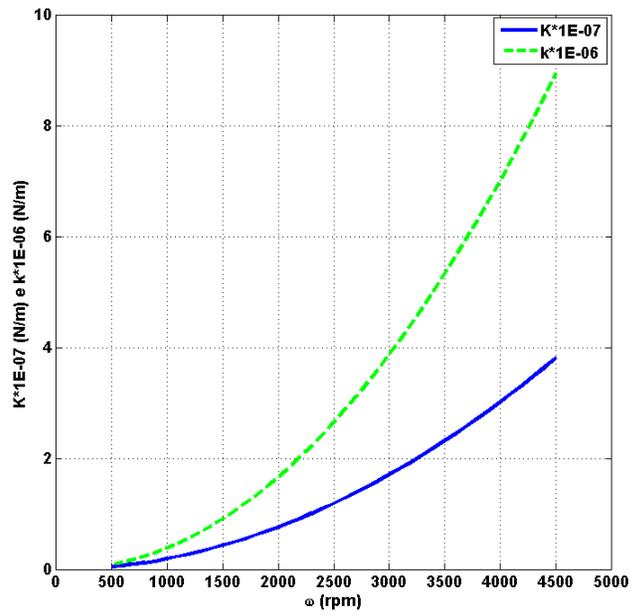


(a)



(b)

Figura 61: (a) Coeficientes direto e cruzado de rigidez versus velocidade de rotaç3o, (b) Coeficientes direto e cruzado de amortecimento versus ω . Selo1.



(a)

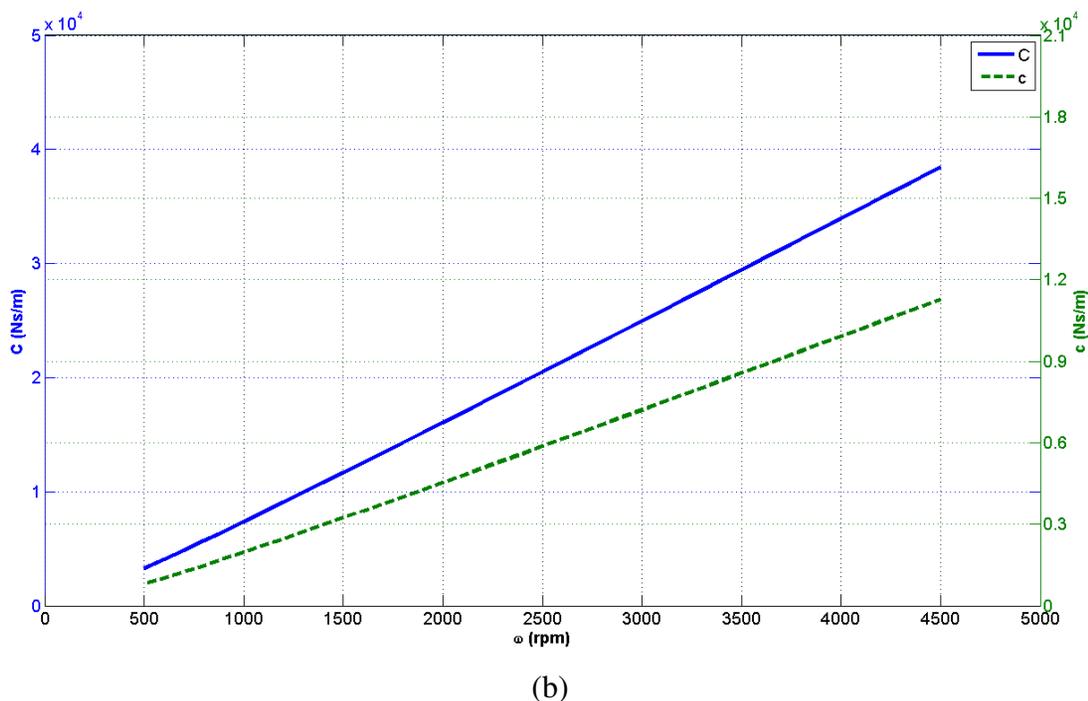


Figura 62: (a) Coeficientes direto e cruzado de rigidez versus velocidade de rotação, (b) Coeficientes direto e cruzado de amortecimento versus ω . Selo1.

Verifica-se, neste caso, que os coeficientes direto de amortecimento e cruzado de rigidez variam pouco quando modificada a folga radial, já o termo direto de rigidez apresenta uma considerável queda. Como já mencionado, devido às novas condições para a análise do selo escalonado, o valor do coeficiente cruzado de amortecimento cresce com um aumento da folga radial, mas ainda apresenta o mesmo comportamento linear em relação à variação da velocidade de rotação.

8.4 Sistema Completo: Eixo, mancal rígido, selos mecânicos e fundação

Para analisar a influência dos selos mecânicos no sistema rotativo, utilizou-se o programa computacional *Rotortest*®, que simula um rotor composto de eixo, mancais e selos, além de fornecer a opção de considerar a fundação flexível.

O Laboratório de Máquinas Rotativas apresenta, em uma de suas bancadas experimentais, um rotor Laval, o qual é composto por um eixo flexível e um disco rígido, que está situado equidistante dos mancais, sendo estes responsáveis pela sustentação do eixo rotativo. A Figura 63 apresenta a bancada experimental situada no LAMAR. (TUCKMANTEL, 2010)

Assim, a configuração geométrica do sistema escolhido para este estudo representa as dimensões deste modelo experimental. Porém, nos nós em que se inseriram selos mecânicos, acrescentou-se um munhão, a fim de aumentar o diâmetro do eixo nesses pontos, tornando mais realista a condição de operação do selo. Além disso, utilizou-se, nas simulações, um mancal rígido, para eliminar a influência deste elemento no sistema nas primeiras análises do sistema sob influência dos selos de fluxo.



Figura 63: Bancada experimental do Laboratório de Máquinas Rotativas (LAMAR).
(TUCKMANTEL, 2010).

O modelo em elementos finitos possui 21 nós, cada um contendo quatro graus de liberdade, sendo dois de translação e dois de rotação, representados na Figura 64, entre os quais estão alocados 20 elementos de viga e 1 elemento de disco. A dimensão e o tipo de cada elemento são apresentados na Tabela 10.

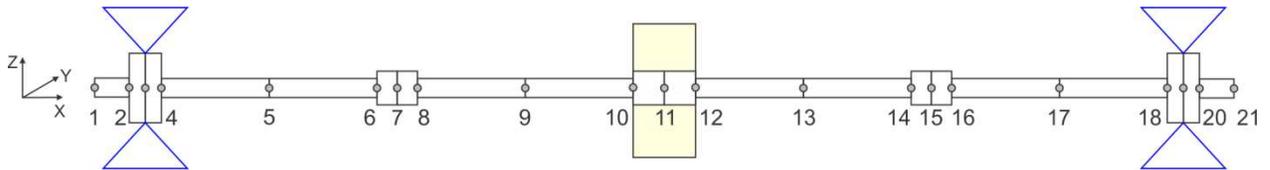


Figura 64: Modelo analisado de rotor em elementos finitos.

Tabela 10: Discretização por elementos finitos.

Elemento	Tipo de Elemento	Diâmetro [mm]	Comprimento axial [mm]
1	Viga	12	40
2	Viga	30	10
3	Viga	30	10
4	Viga	12	72,5
5	Viga	12	67,5
6	Viga	20	5
7	Viga	20	5
8	Viga	12	67,5
9	Viga	12	72,5
10	Viga	20	21,5
11	Disco	Di = 20; De = 90	43
12	Viga	20	21,5
13	Viga	12	72,5
14	Viga	12	67,5
15	Viga	20	5
16	Viga	20	5
17	Viga	12	67,5
18	Viga	12	72,5
19	Viga	30	10
20	Viga	30	10
21	Viga	12	40

O mancal é considerado rígido e foi acrescentado nos nós 3 e 19. Os selos mecânicos foram acrescentados nos nós 7 e 15 e foram analisados os três tipos de selos considerados neste trabalho. A excitação, causada devido ao disco rígido, é aplicada no nó 11 e apresenta as características demonstradas na Tabela 11.

Tabela 11: Dados da força de excitação causada por uma massa concentrada.

Massa residual [kg]	Excentricidade [m]	Ângulo [°]
1×10^{-3}	$3,7 \times 10^{-2}$	0

8.4.1. Sistema eixo – mancal rígido.

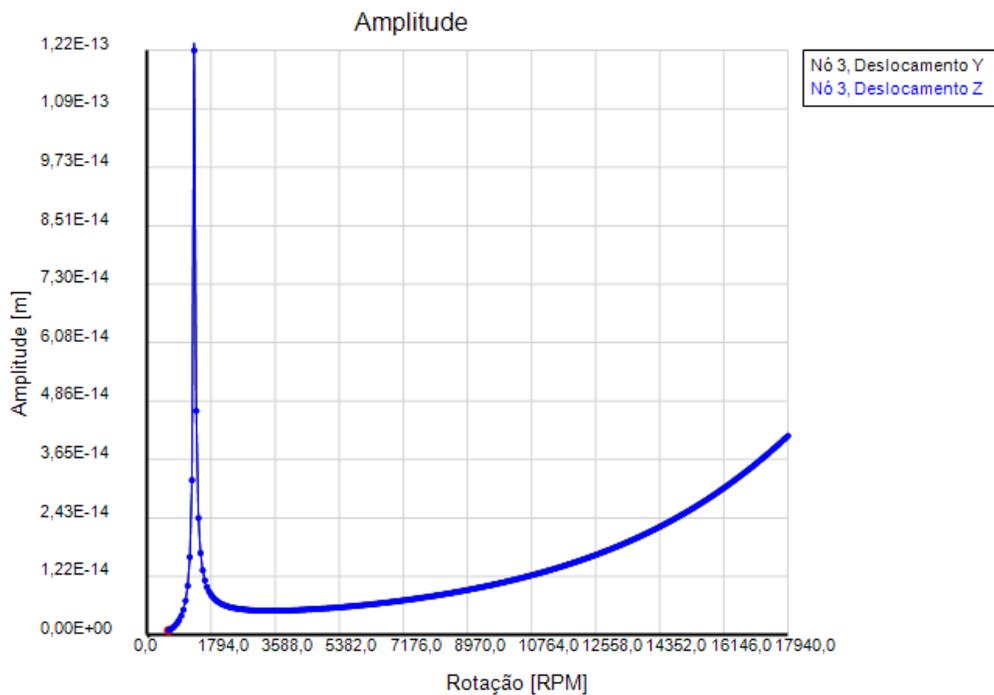
A primeira análise realizada considerou o rotor descrito na figura 64 sem o acréscimo de selos de fluxo. Assim, este primeiro estudo avaliou apenas o sistema eixo- mancal rígido, juntamente com o elemento de disco. Para todos os casos analisados, os mancais apresentam os mesmos coeficientes de rigidez e amortecimento apresentados, respectivamente, na Tabela 12, para toda a faixa de velocidade de rotação.

Tabela 12: Coeficientes dinâmicos para representação de mancais rígidos.

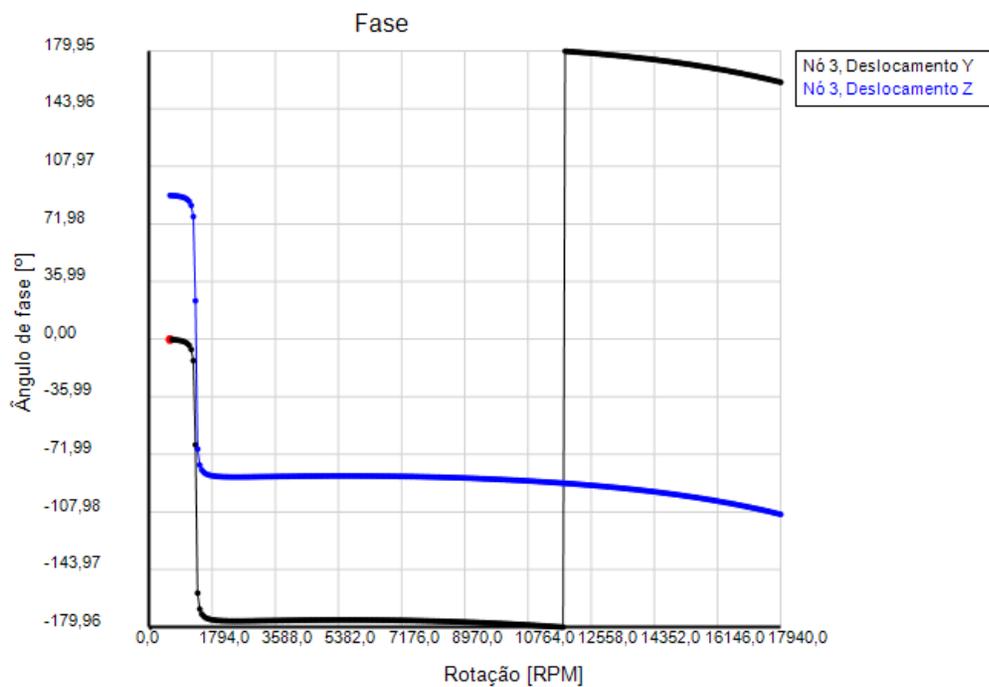
Coeficientes de Rigidez	Valores [N/m]	Coeficientes de amortecimento	Valores [N.s/m]
K_{yy}	10^{12}	C_{yy}	10^3
K_{zz}	10^{12}	C_{zz}	10^3
K_{yz}	0	C_{yz}	0
K_{zy}	0	C_{zy}	0

As Figuras 65 a 67 descrevem o comportamento de três nós, sendo eles, respectivamente, nó 3, referente ao primeiro mancal, nó 7, referente ao munhão onde será acrescentado o selo de

fluxo e, por fim, nó 11, em que se encontra o elemento de disco. As coordenadas Y e Z referem-se, nesta ordem, ao eixo horizontal e ao eixo vertical do sistema.

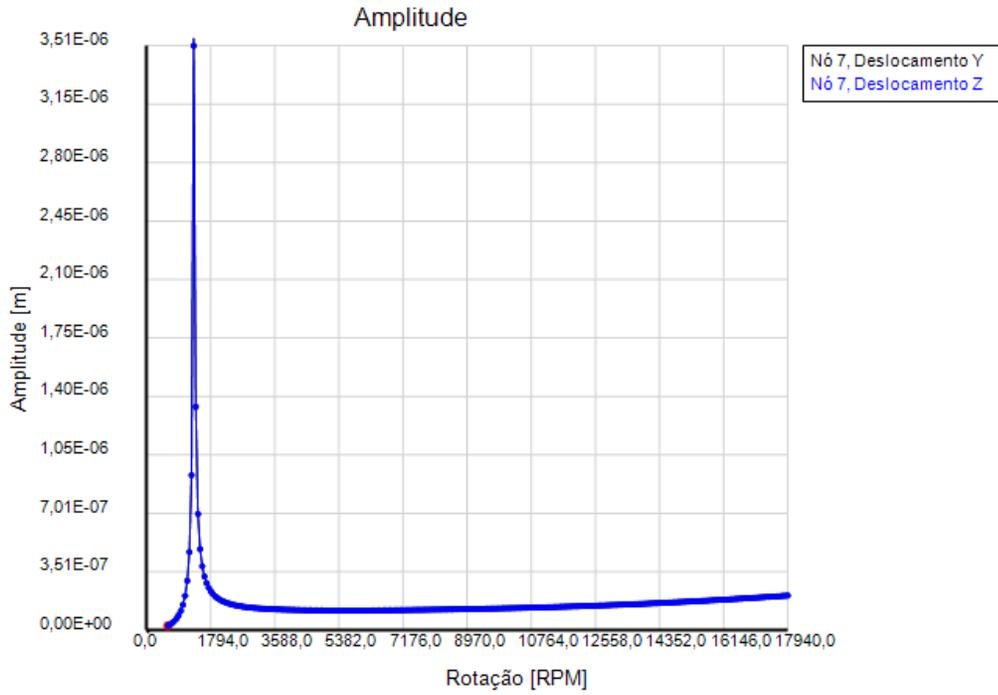


(a)

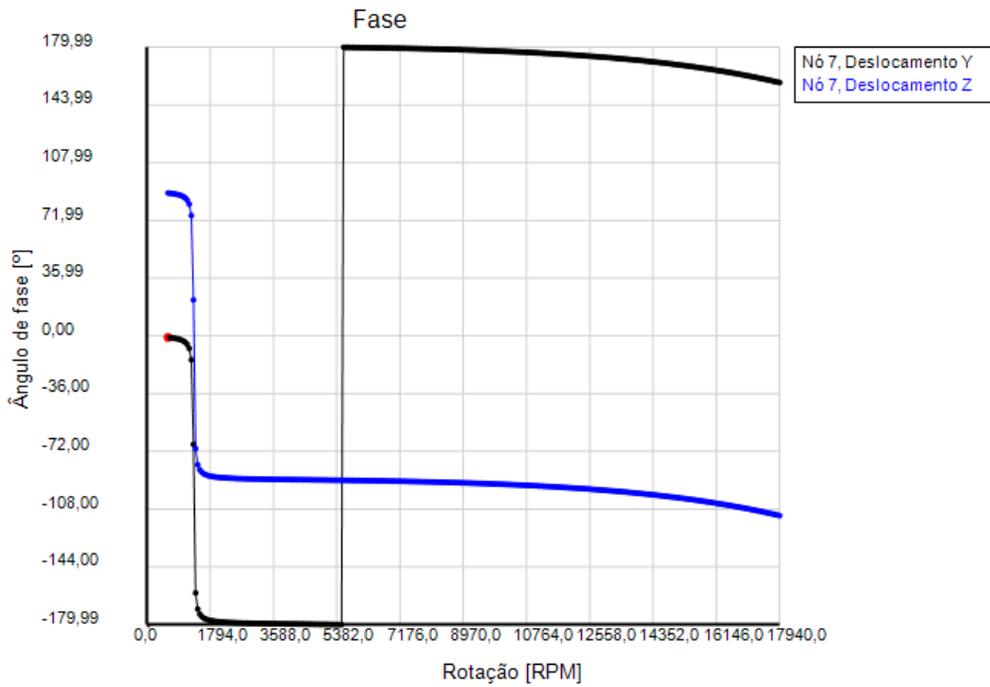


(b)

Figura 65: (a) Amplitude do nó 3, (b) Fase do nó 3.

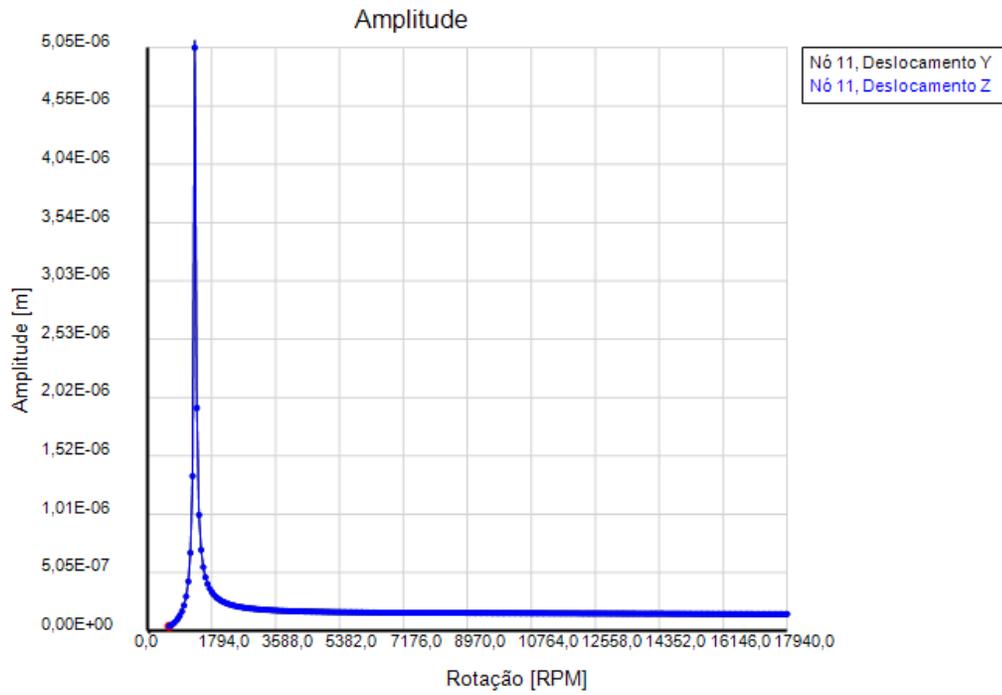


(a)

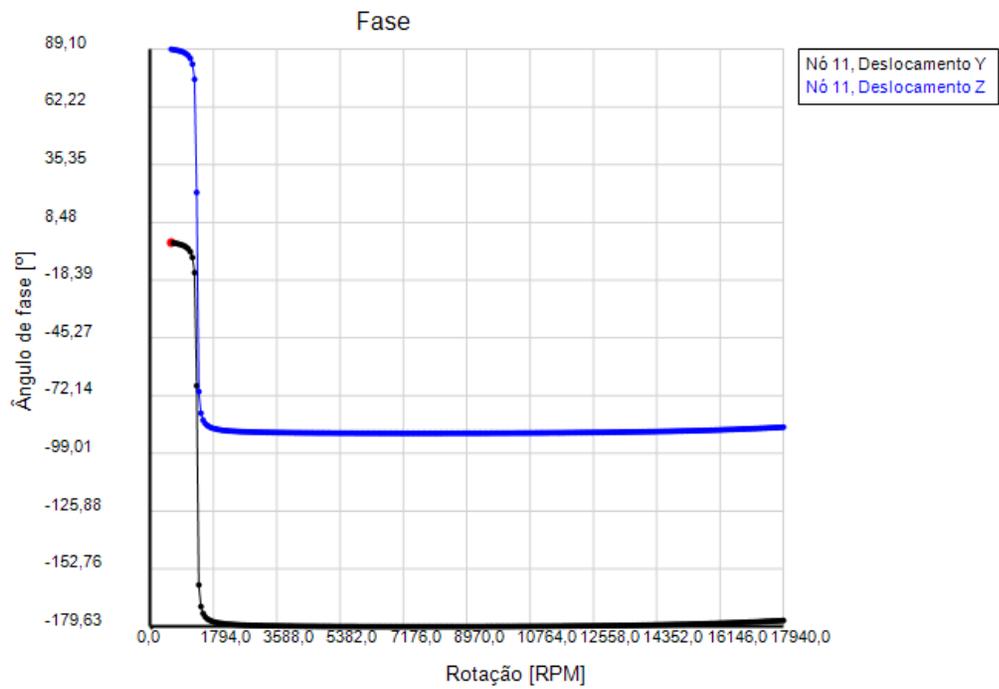


(b)

Figura 66: (a) Amplitude do nó 7, (b) Fase do nó 7.



(a)



(b)

Figura 67: (a) Amplitude do nó 11, (b) Fase do nó 11.

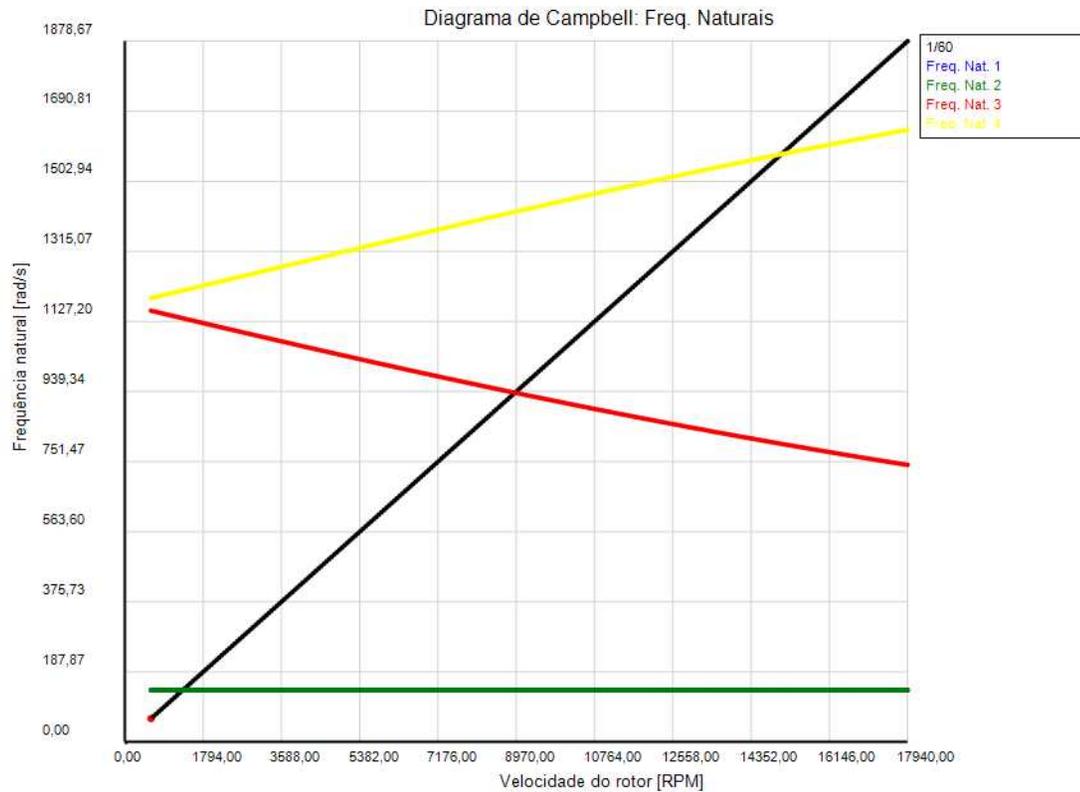


Figura 68: Diagrama de Campbell.

Verifica-se, também, que a frequência natural do sistema se encontra em torno de 1345 rpm (141 rad/s), e que as amplitudes em Y e Z são de mesma magnitude. A Figura 68 apresenta o diagrama de Campbell para esta análise, que representa as frequências naturais do sistema em função da velocidade de rotação do rotor. Verifica-se que a frequência natural observada na resposta ao desbalanceamento coincide com o cruzamento da linha da frequência de rotação com a curva das frequências naturais do primeiro modo, no diagrama de Campbell.

A Figura 69 descreve o modo operacional do sistema na frequência de 1345 rpm (141 rad/s). No entanto, esta representação é apenas qualitativa, uma vez que as órbitas apresentadas são consideradas sempre cilíndricas e a escala é normalizada pela maior amplitude.

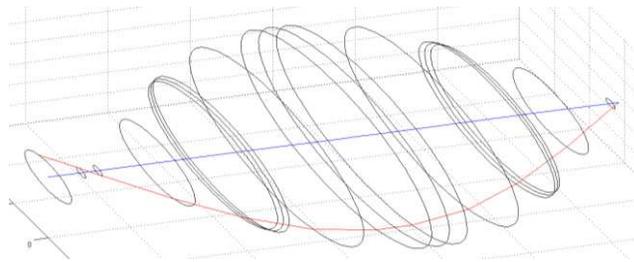


Figura 69: Modo operacional do sistema na velocidade crítica (primeiro modo flexional do rotor), a 1345 rpm.

8.4.2 Sistema eixo - mancal rígido – selo cilíndrico e fundação.

O selo de fluxo cilíndrico utilizado nessa análise está representado na Tabela 13. Dois casos foram analisados: o primeiro considera a fundação rígida e o segundo considera a fundação flexível em relação ao eixo vertical (eixo Z). Os parâmetros para este tipo de estrutura são apresentados na Tabela 14.

Tabela 13: Características do selo mecânico cilíndrico.

	Largura - L [mm]	Folga Radial Média - C_r [μm]	Variação de pressão – ΔP [bar]
Selo cilíndrico	10	50	13

Tabela 14: Parâmetros da estrutura de fundação na direção vertical (z).

M [kg]	C [N.s/m]	K [N/m]
7,5	300	1,5x10 ⁵

Os coeficientes de rigidez e de amortecimento para o selo de fluxo com as características apresentadas na Tabela 13 são dados pelas Figuras 70 e 71. Nota-se que os coeficientes diretos de rigidez são cerca de uma ordem de grandeza maior do que os termos cruzados, assim como para os termos de amortecimento. Isso ocorre uma vez que as razões L/D e C_r/R são relativamente pequenas, 0,5 e 0,005 respectivamente. Este comportamento também ocorre para os selos cônico e escalonado descritos nos tópicos a seguir.

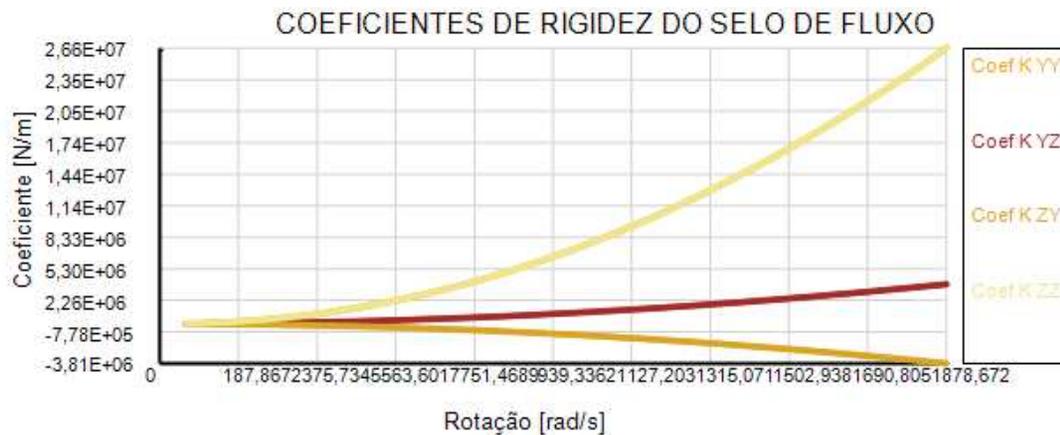


Figura 70: Coeficientes de rigidez do selo mecânico cilíndrico.

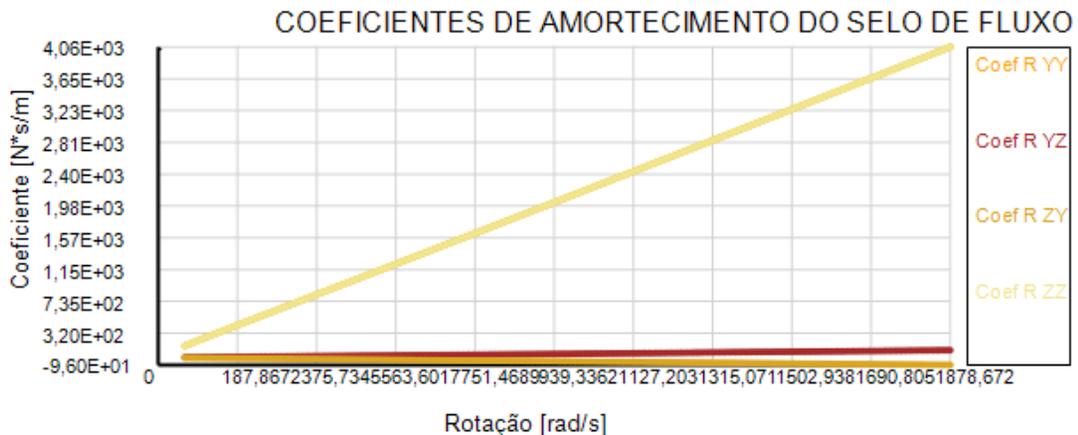
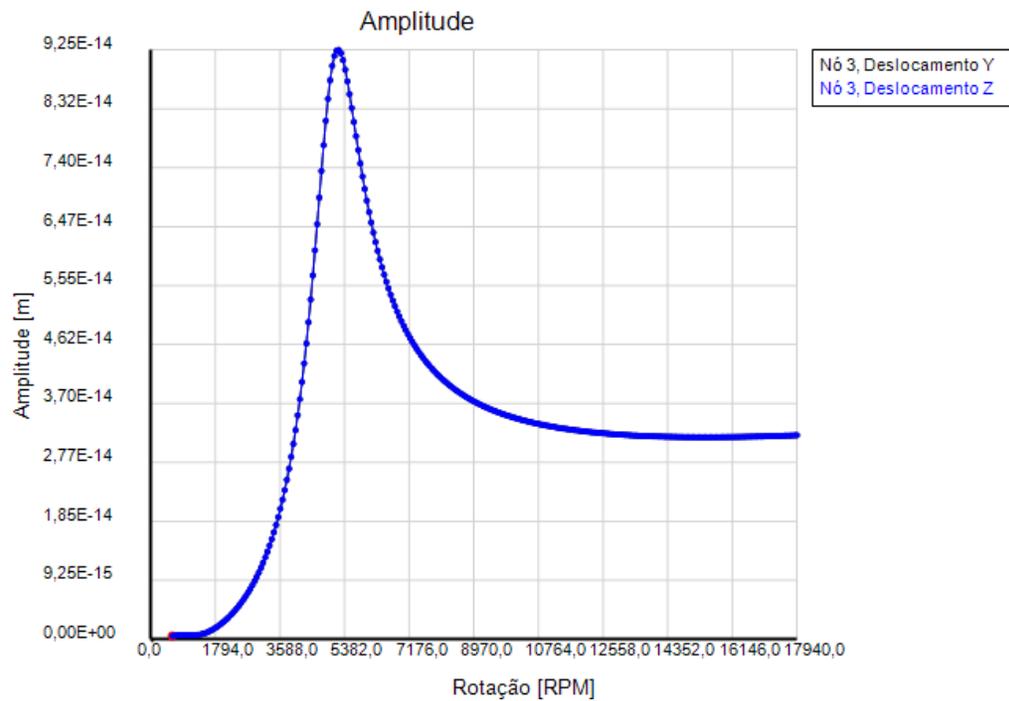
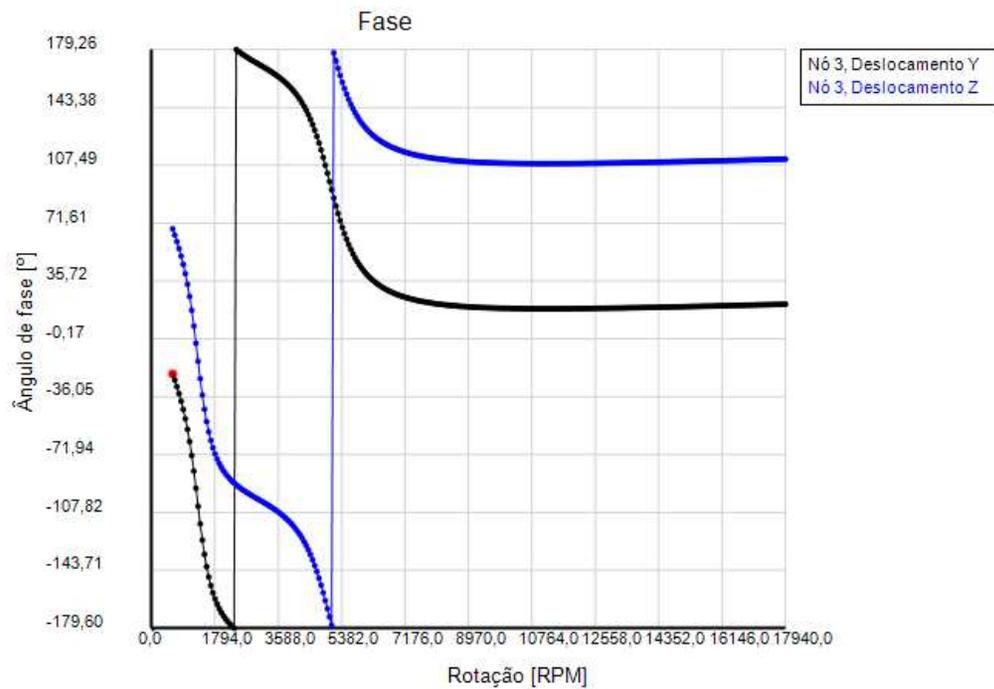


Figura 71: Coeficientes de amortecimento do selo mecânico cilíndrico

As amplitudes e fases dos nós relativos ao mancal (nó 3), ao selo (nó 7) e ao disco (nó 11) estão representadas nas Figuras 72 a 74. Assim como o diagrama de Campbell, na Figura 75.

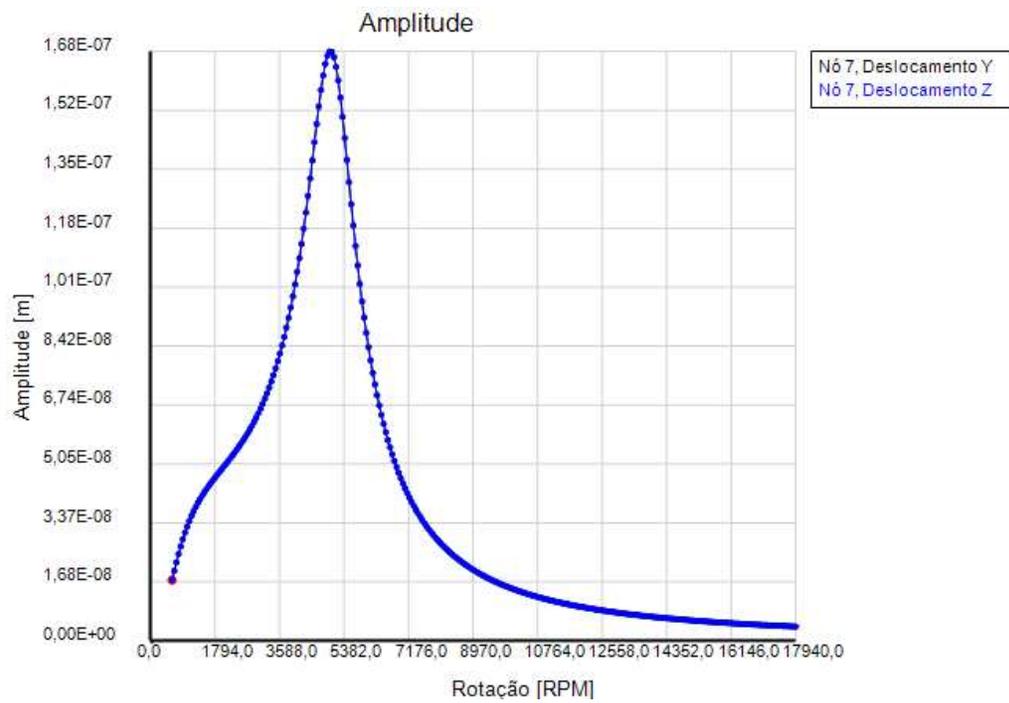


(a)

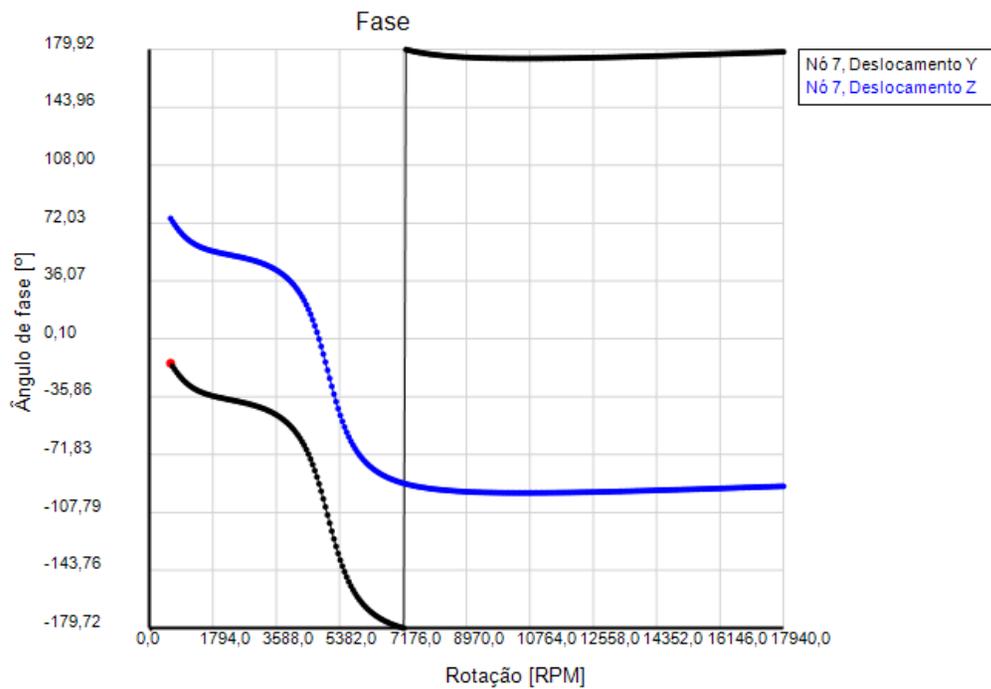


(b)

Figura 72: (a) Amplitude do nó 3, (b) Fase do nó 3.

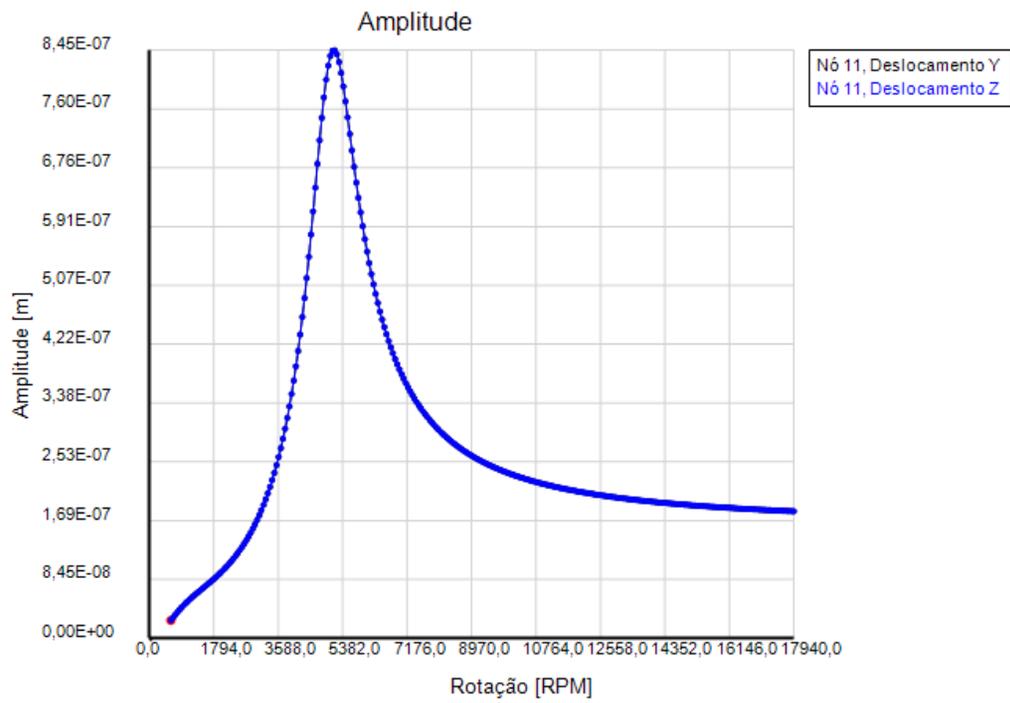


(a)

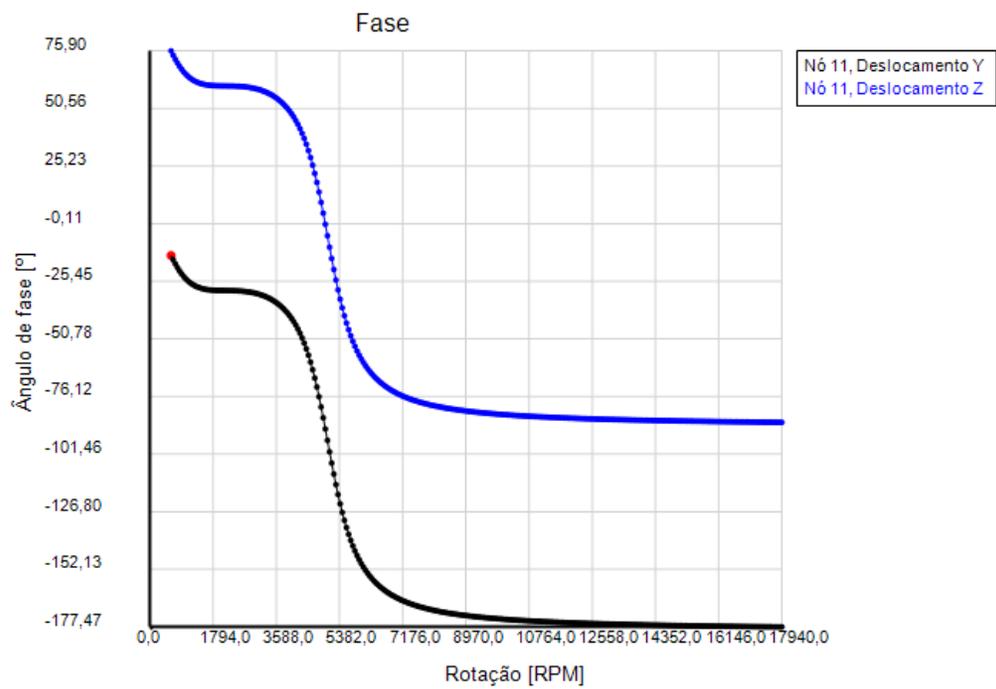


(b)

Figura 73: (a) Amplitude do nó 7, (b) Fase do nó 7.
125



(a)



(b)

Figura 74: (a) Amplitude do nó 11, (b) Fase do nó 11.
126

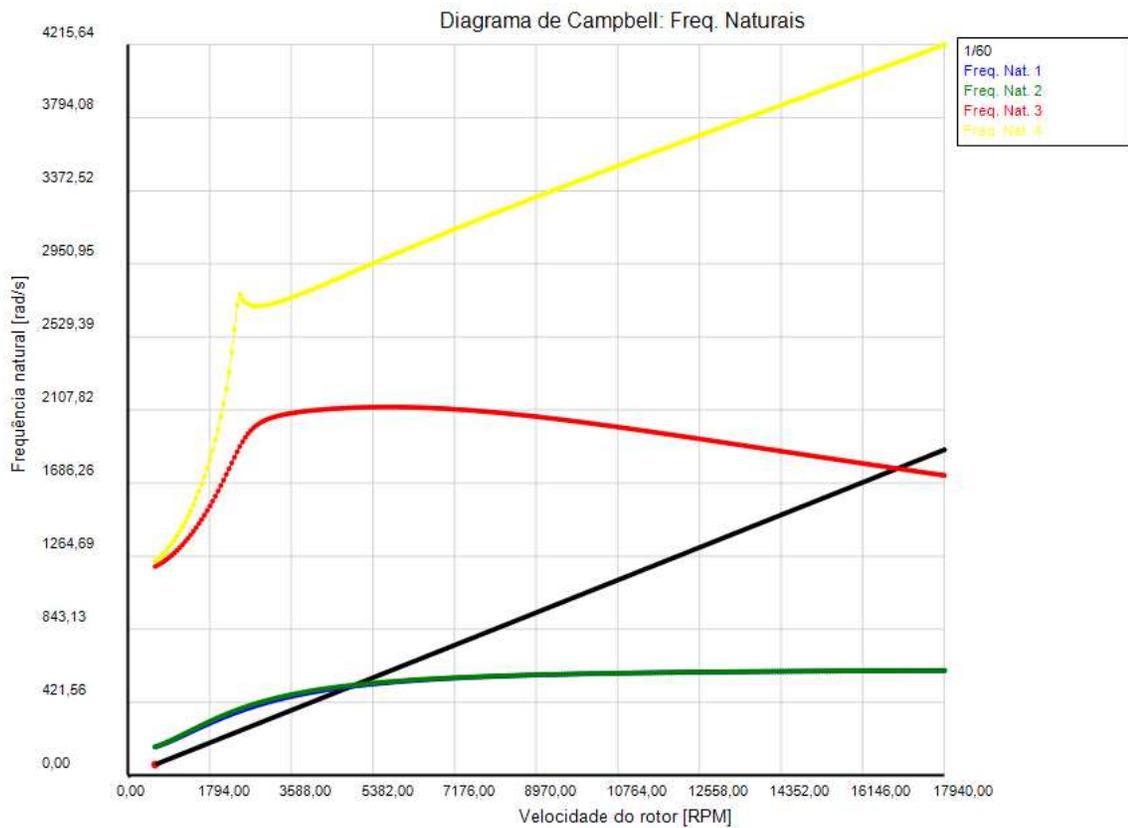


Figura 75: Diagrama de Campbell.

Pela comparação entre as Figuras 65 a 67 com as Figuras 72 a 74, pode-se notar que o acréscimo do selo de fluxo no sistema alterou a primeira frequência natural de 1345,5 rpm para 5160 rpm, ou em torno de 540 rad/s. A confirmação deste fato é verificada através dos diagramas de Campbell, Figuras 68 e 75, os quais demonstram, também, a alteração da segunda frequência natural, caracterizando um enrijecimento geral do sistema. Também ocorre um aumento no amortecimento no sistema, evidenciado pela diminuição dos picos de amplitude e pelo alargamento destes nos nós analisados.

A Figura 76 descreve o modo operacional do sistema eixo-mancal rígido-selo cilíndrico na frequência de ressonância do rotor com selos de fluxo e fundação rígida.

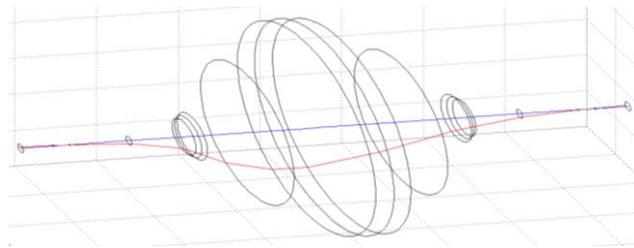
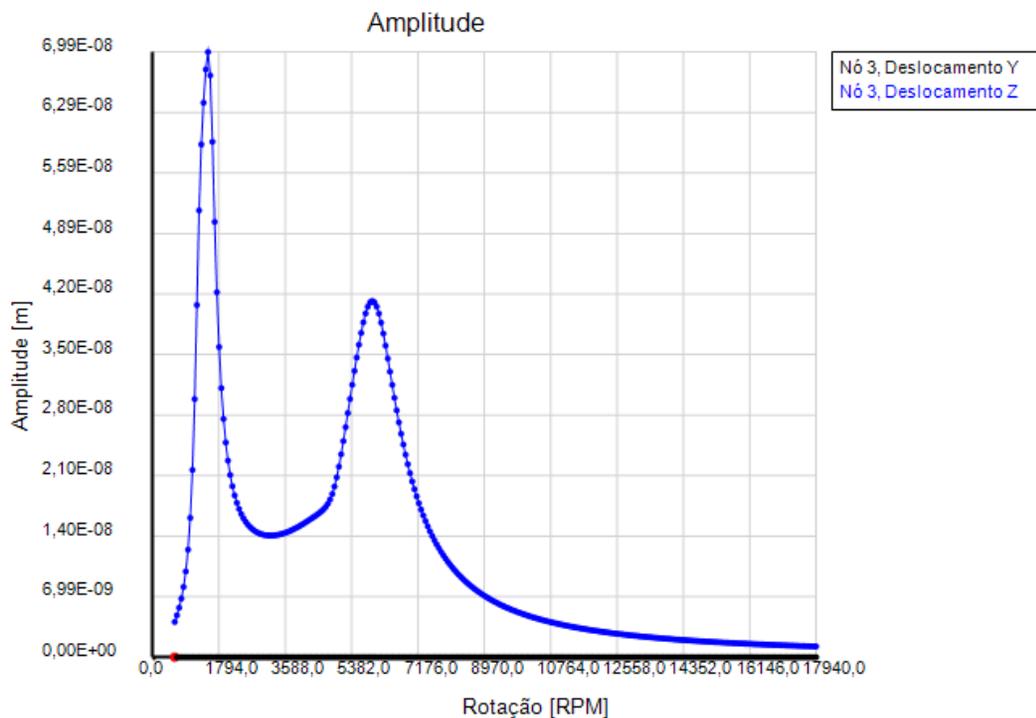


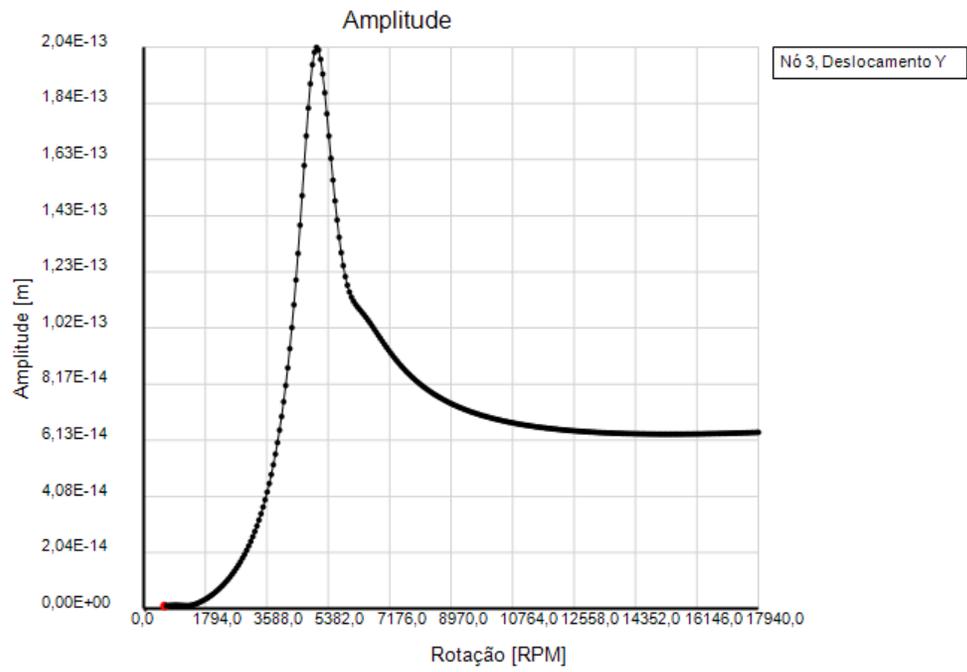
Figura 76: Modo operacional do sistema a 5160 rpm.

As Figuras 77 a 79 representam as amplitudes e fases dos nós analisados, considerando agora, a fundação flexível na coordenada vertical Z, neste caso com a influência do selo de fluxo. A Figura 80 descreve o diagrama de Campbell para esta condição.

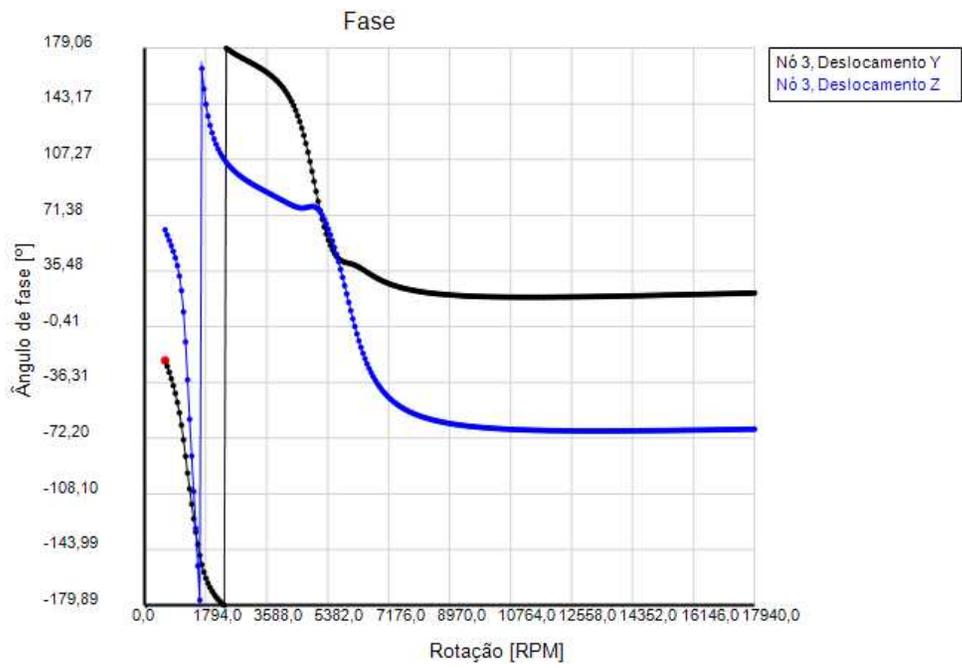
A frequência natural não amortecida da estrutura de fundação, cujos parâmetros são apresentados na Tabela 14, é de 141,1 rad/s ou ainda, 1350 rpm (22,5 Hz).



(a)



(b)

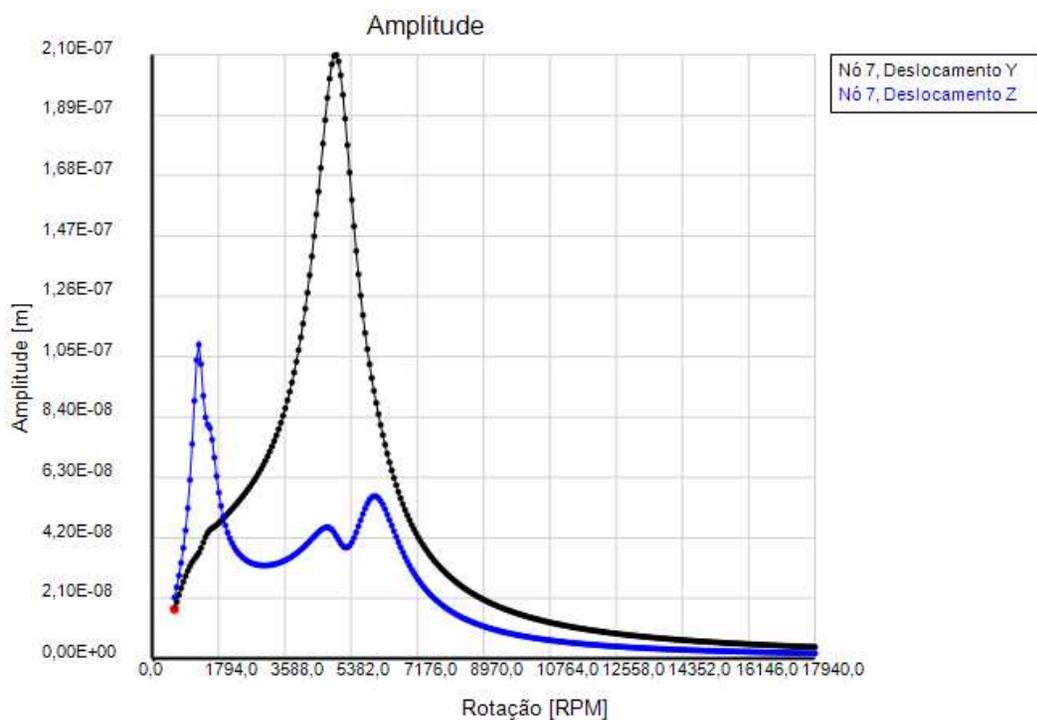


(c)

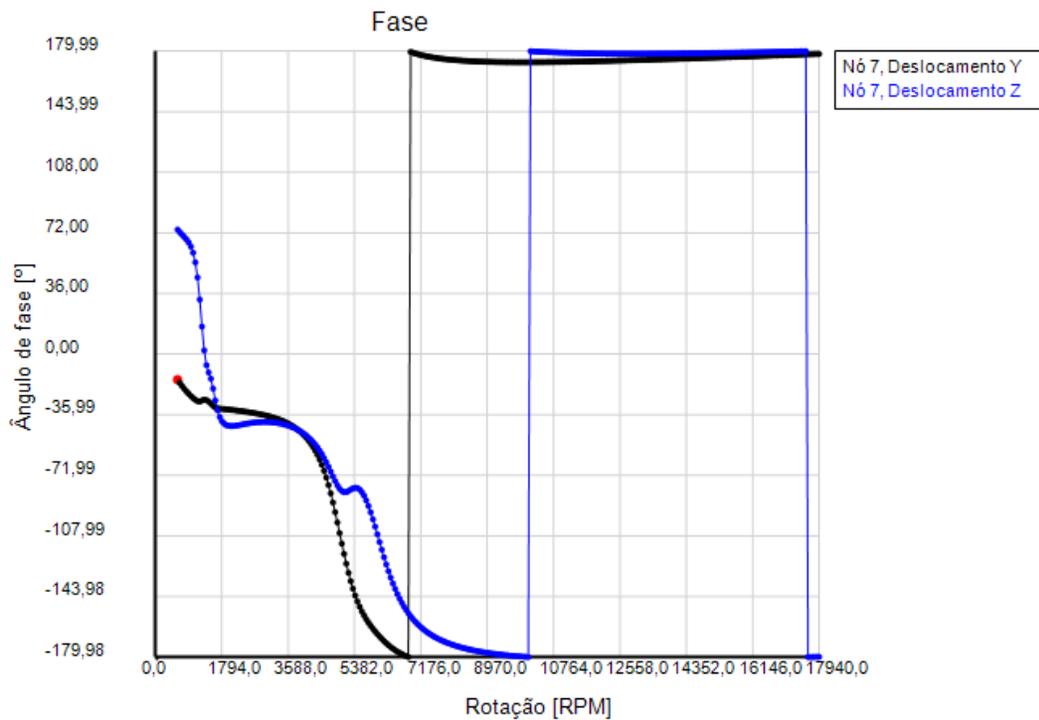
Figura 77: (a) Amplitude em Y e Z no nó 3, (b) Amplitude em Y no nó 3 (c) Fase em Y e Z no nó

3.

Verifica-se na Figura 77 (a) que a amplitude do deslocamento em Z cresce de forma notável, em relação ao caso precedente. Isso ocorre porque o mancal rígido conecta o eixo diretamente à fundação. Dessa forma, a flexibilidade da fundação na direção Z contribui de maneira acentuada na resposta nos nós de mancal. Outro ponto a ser destacado refere-se à frequência natural da fundação é flexível, cujo pico é maior do que aquele associado à flexibilidade do eixo e localizado a 5830,5 rpm (610,5 rad/s). Na coordenada horizontal Y, o pico de amplitude continua sendo como na Figura 72 (a), em 5160 rpm (540 rad/s).



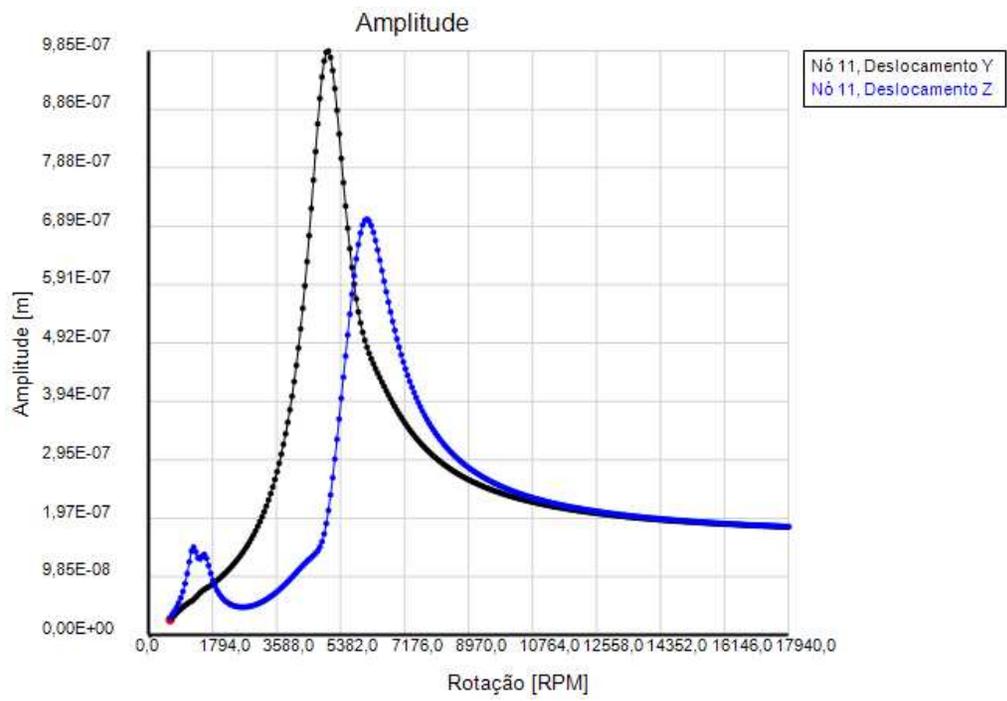
(a)



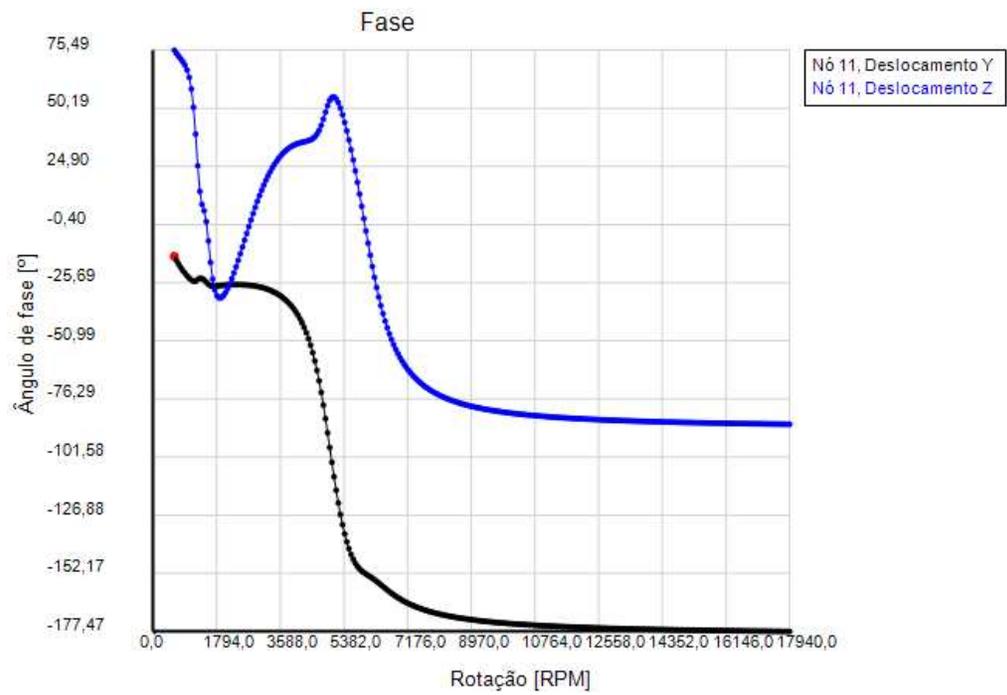
(b)

Figura 78: (a) Amplitude do nó 7, (b) Fase do nó 7.

A Figura 78 representa a amplitude e a fase do nó 7, que refere-se ao nó onde está inserido o selo mecânico cilíndrico. Verificam-se, três novas frequências identificadas na direção Z, sendo uma referente a frequência natural da fundação, com maior amplitude, a segunda a 5160 rpm (540 rad/s) e a terceira a 5830,5 rpm (610,5 rad/s), ambas devido à flexão do eixo. Para este nó, a frequência natural do sistema eixo-mancal-selo sofre um desdobramento em duas frequências muito próximas, devido à influência do efeito giroscópico dos munhões nos selos de fluxo, que estão acoplados à fundação. Essas duas frequências, de 5160 rpm e de 5830,5 rpm, caracterizam os modos de vibrar flexionais do sistema. Nota-se também que o deslocamento vertical (Z) apresenta amplitude menor do que o deslocamento horizontal (Y), diferentemente do que ocorre no nó do mancal.



(a)



(b)

Figura 79: (a) Amplitude do nó 11, (b) Fase do nó 11.

Novamente, para o nó referente ao elemento do disco, nó 11, o deslocamento da direção vertical apresenta dois picos, os quais são referentes as frequências de 1350 rpm (141,1 rad/s) e 5830,5 rpm (610,5 rad/s). No entanto, para este nó, o pico de maior amplitude está associado à frequência natural flexional do eixo.

Apesar de a fundação ser flexível apenas na direção z, a amplitude do deslocamento em y sofre uma discreta variação, mostrando que, mesmo um selo de pequenas dimensões acopla o sistema transmitindo os efeitos de uma direção para outra em todos os nós analisados. A frequência natural, contudo, permanece a 5160 rpm (540 rad/s) nesta direção.

Importante destacar que nos nós de mancal (3) e de selo de fluxo (7), o efeito da estrutura de fundação é mais expressivo, pois tais componentes conectam rotor e estrutura através de um filme de fluido de comportamento anisotrópico. Para o nó do disco, onde situa-se o desbalanceamento residual de massa, o efeito predominante é o da flexão do rotor.

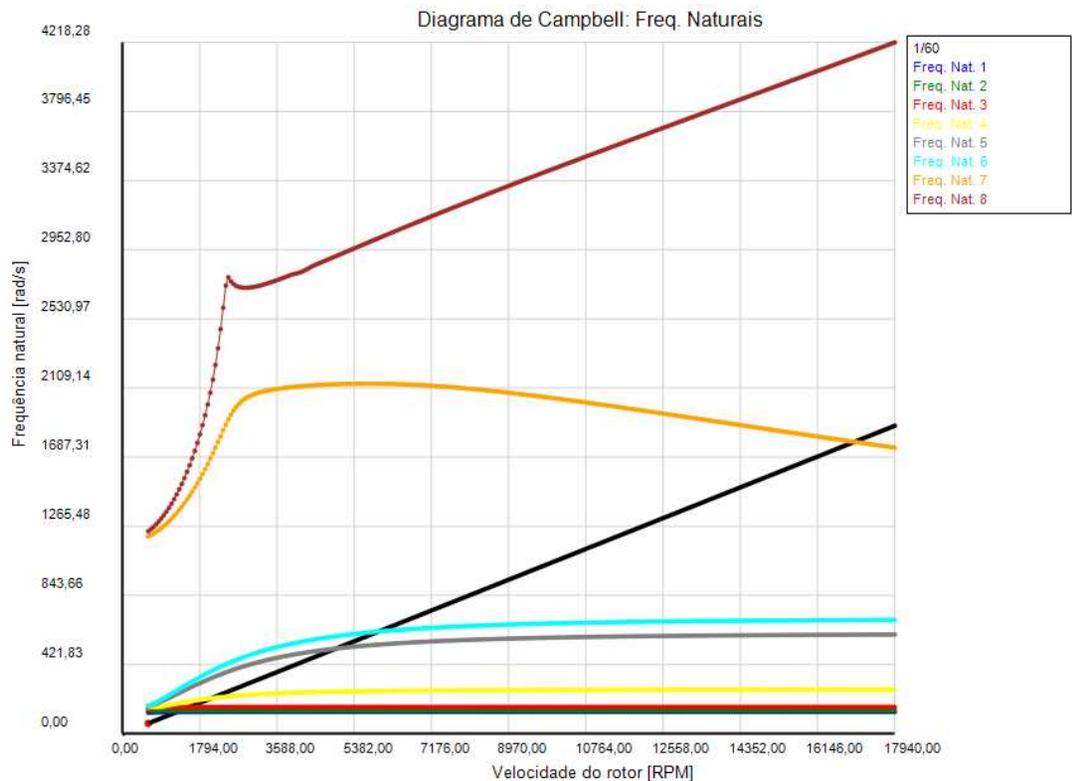
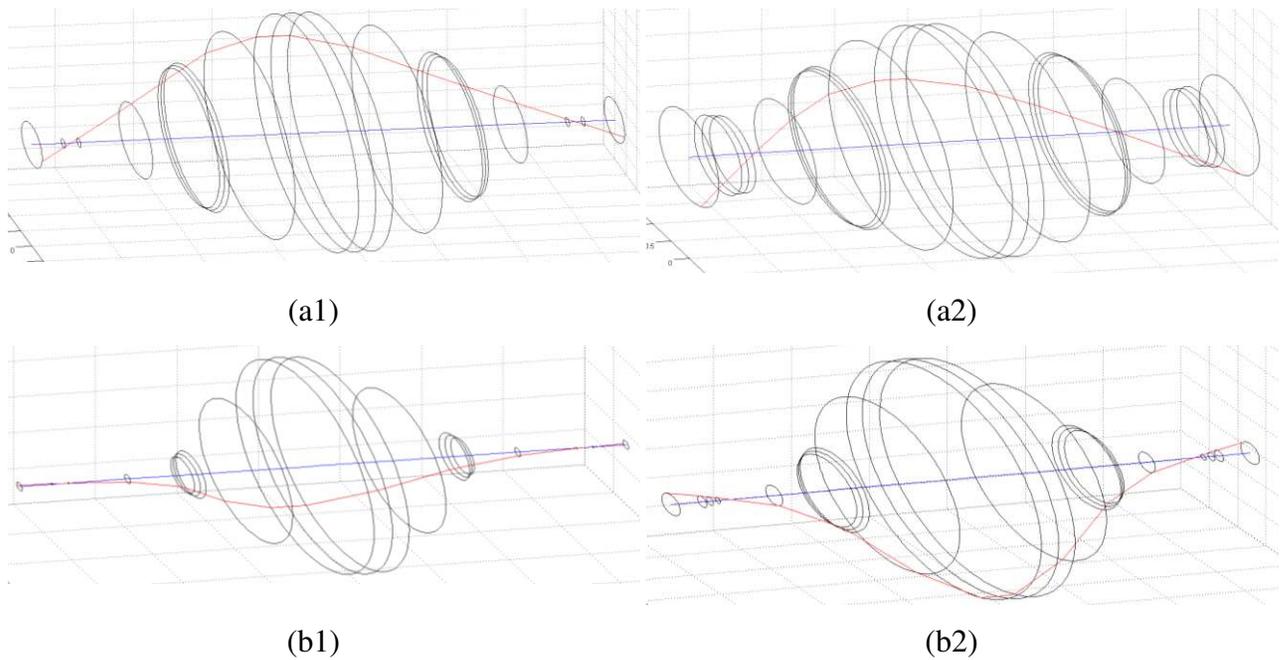


Figura 80: Diagrama de Campbell.

Pelo diagrama de Campbell verificam-se quatro novas curvas de frequência naturais, representando a fundação flexível em cada ponto de conexão com o sistema, sendo estes pontos os dois mancais e os dois selos. Verifica-se, também, que o primeiro modo do eixo, representado pelas frequências naturais 5 e 6, apresenta, agora, uma diferença perceptível entre os movimentos de precessão direta e retrógrada, o que não era observado antes da introdução da fundação flexível. Essa diferença causa a distinção das frequências naturais, sendo estas a de 5160 rpm (540 rad/s) e 5830,5 rpm (610,5 rad/s).

Os modos operacionais do sistema nas três frequências naturais excitadas são descritos pela Figura 81.



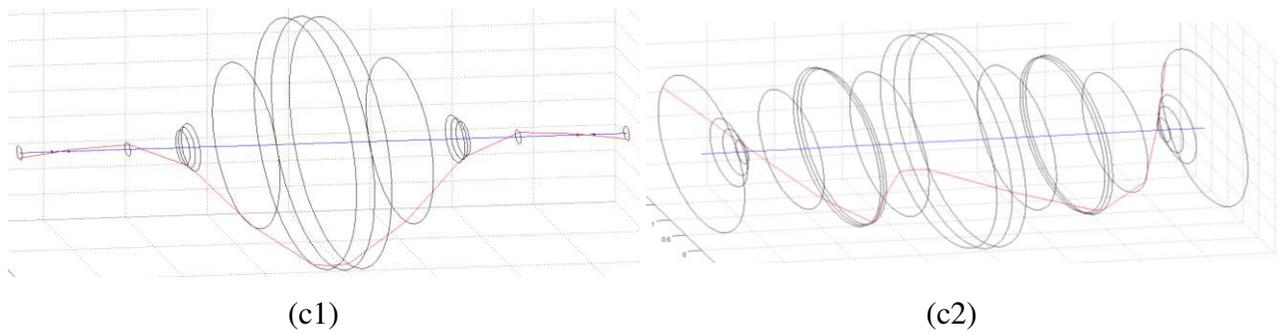


Figura 81: Modo operacional do sistema a: (a) 1350 rpm. (b) 5160 rpm. (c) 5830,5 rpm.

Nas Figuras 81 (a1) e (a2) observam-se os modos operacionais a 1350 rpm sem e com a fundação flexível, respectivamente. Observa-se que esta frequência está associada ao modo próprio da fundação flexível, a qual causa um deslocamento acentuado nos nós de mancais (Figura 81 (a2)). A Figura 81 (b1) e (b2) mostra o modo de flexão do rotor na coordenada Y a 5160 rpm, enquanto que a Figura 81 (c1) e (c2), o modo flexional em Z a 5830,5 rpm. Nota-se que a fundação flexível influencia de forma expressiva o modo flexional em Z (Figura 81(c2)), enquanto que na direção Y a frequência natural se mantém a 5160 rpm. (Figura 81 (b1) e (b2)).

8.4.3 Sistema eixo - mancal rígido - selo cônico e fundação

As especificações do selo cônico utilizado para esta análise estão representadas na Tabela 15. A mesma metodologia utilizada no item 8.4.2 foi utilizada aqui, ou seja, primeiro considerou o sistema eixo-mancal rígido-selo com a fundação rígida e, em seguida, avaliou o mesmo sistema com uma fundação flexível no sentido vertical, sendo seus parâmetros dados pela Tabela 13.

Tabela 15: Características do selo mecânico cônico.

	Largura - L [mm]	Folga Radial Inicial - C ₀ [μm]	Folga Radial Final- C ₁ [μm]	Varição de pressão ΔP [bar]
Selo cônico	10	100	25	13

Apesar de a folga inicial ser quatro vezes maior do que a folga radial final do selo, o ângulo de inclinação do selo (α) é muito pequeno, $\alpha = 0,43^\circ$, confirmando, assim, a aproximação do modelo empregado na análise (Capítulo 3).

As Figuras 82 e 83 representam, nesta ordem, os coeficientes de rigidez e de amortecimento do selo descrito na Tabela 15.

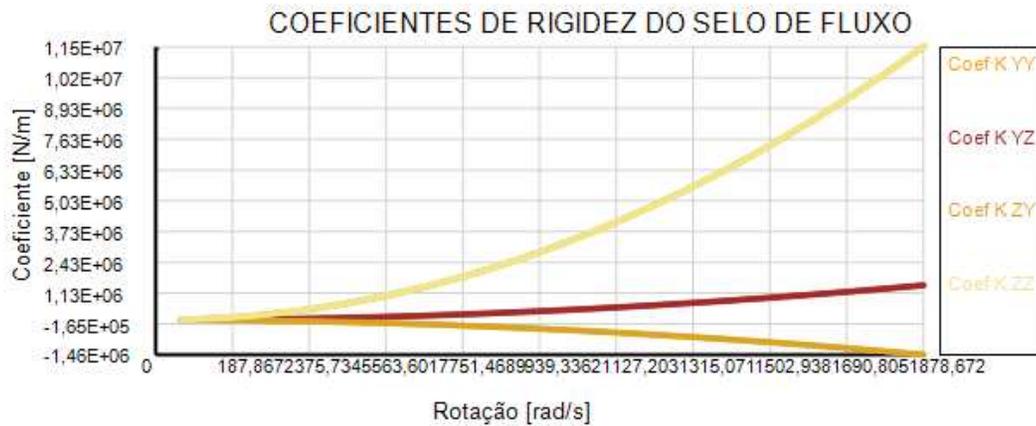


Figura 82: Coeficientes de rigidez do selo mecânico cônico.

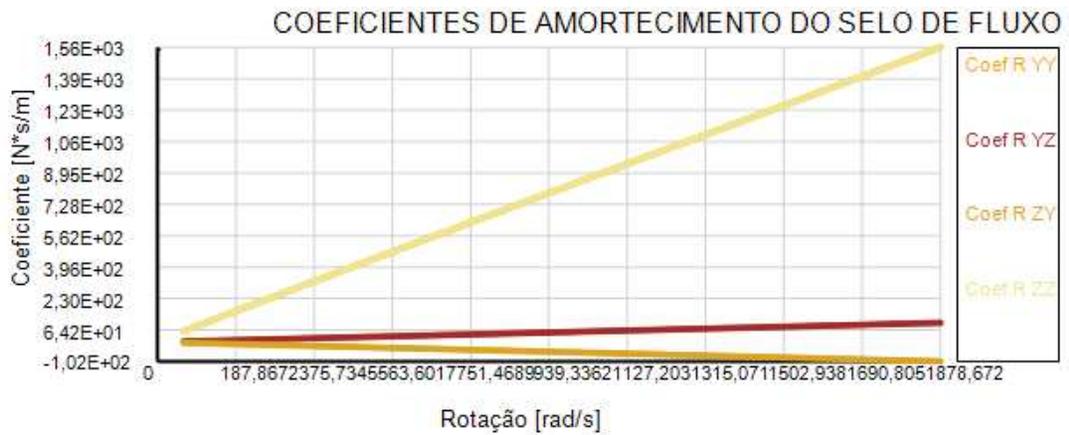
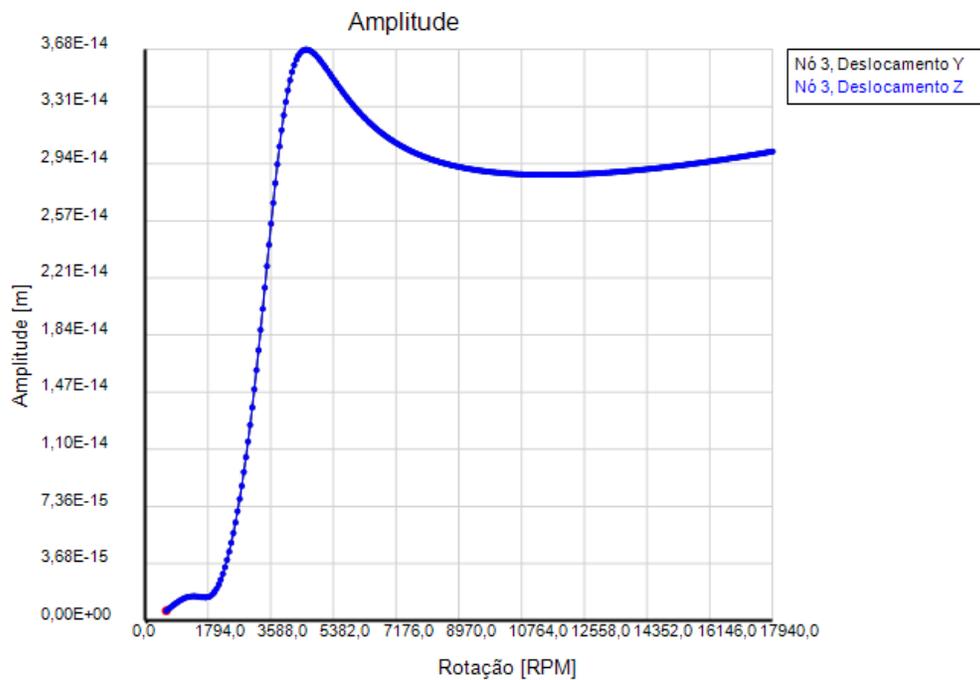
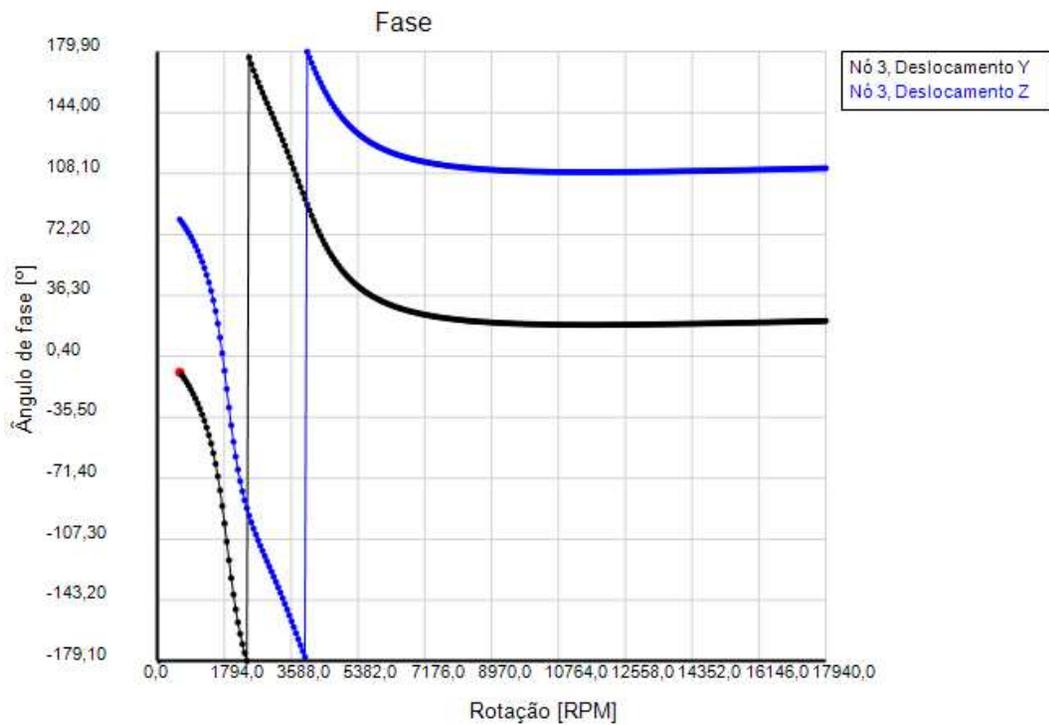


Figura 83: Coeficientes de amortecimento do selo mecânico cônico.

Na primeira análise não é incorporado o efeito de fundação flexível, somente são inseridos os selos de fluxo.

As Figuras 84 a 86 mostram amplitudes e fases dos nós 3, 7 e 11, respectivamente. A Figura 87 representa o digrama de Campbell do sistema.

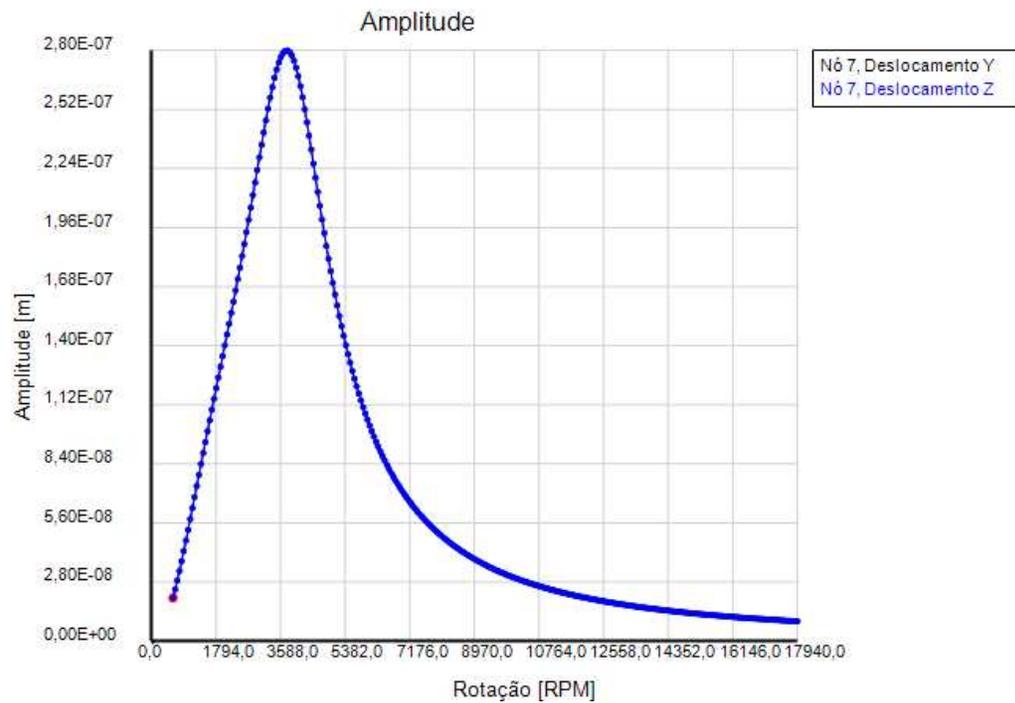




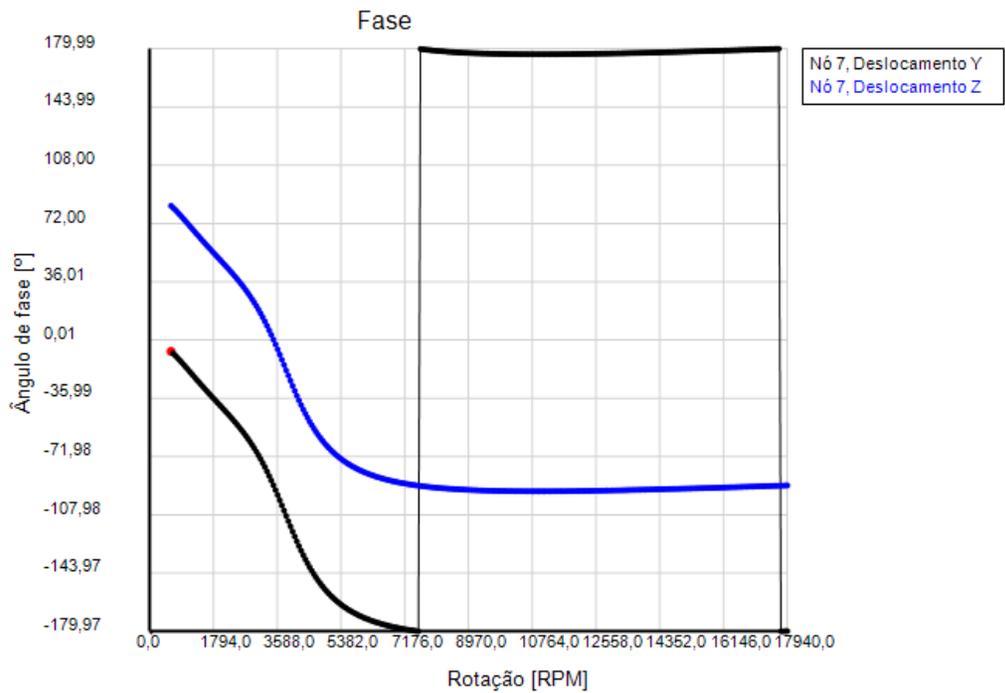
(b)

Figura 84: (a) Amplitude do nó 3, (b) Fase do nó 3.

Comparando a Figura 84 com a Figura 72, nota-se que o pico da amplitude do nó 3, com o acréscimo do selo cônico, diminui em relação ao sistema utilizando selo cilíndrico. No entanto, a amplitude após este pico apresenta um decaimento muito menor na Figura 84, de apenas 21%, enquanto que na Figura 72 essa redução é de 66%. Além disso, o pico de ressonância é deslocado para 3810 rpm (399 rad/s).

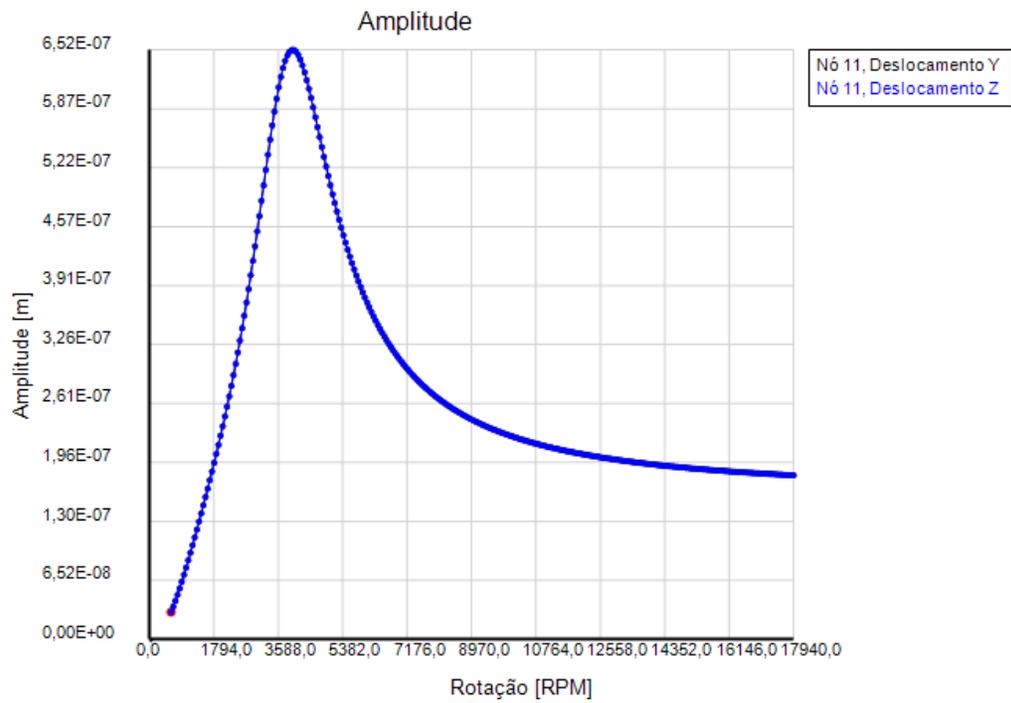


(a)

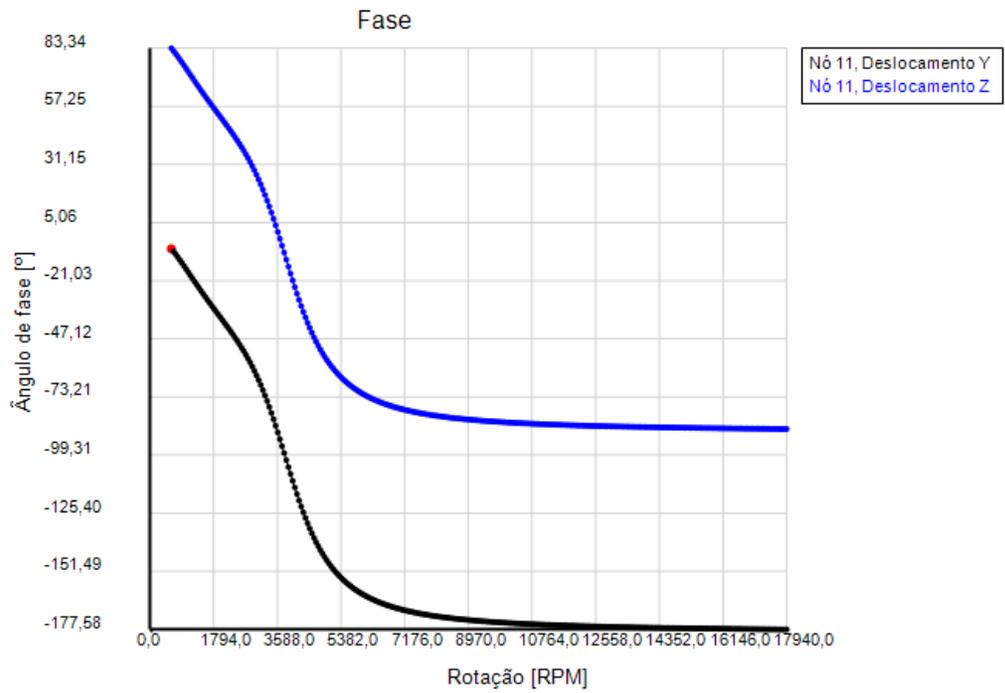


(b)

Figura 85: (a) Amplitude do nó 7, (b) Fase do nó 7.



(a)



(b)

Figura 86: (a) Amplitude do nó 11, (b) Fase do nó 11.
140

As Figuras 85 e 86 apresentam comportamento similar ao apresentado nas Figuras 75 e 76, porém o pico de amplitude varia, apresentando um pequeno acréscimo no nó 7 e um decréscimo no nó 11.

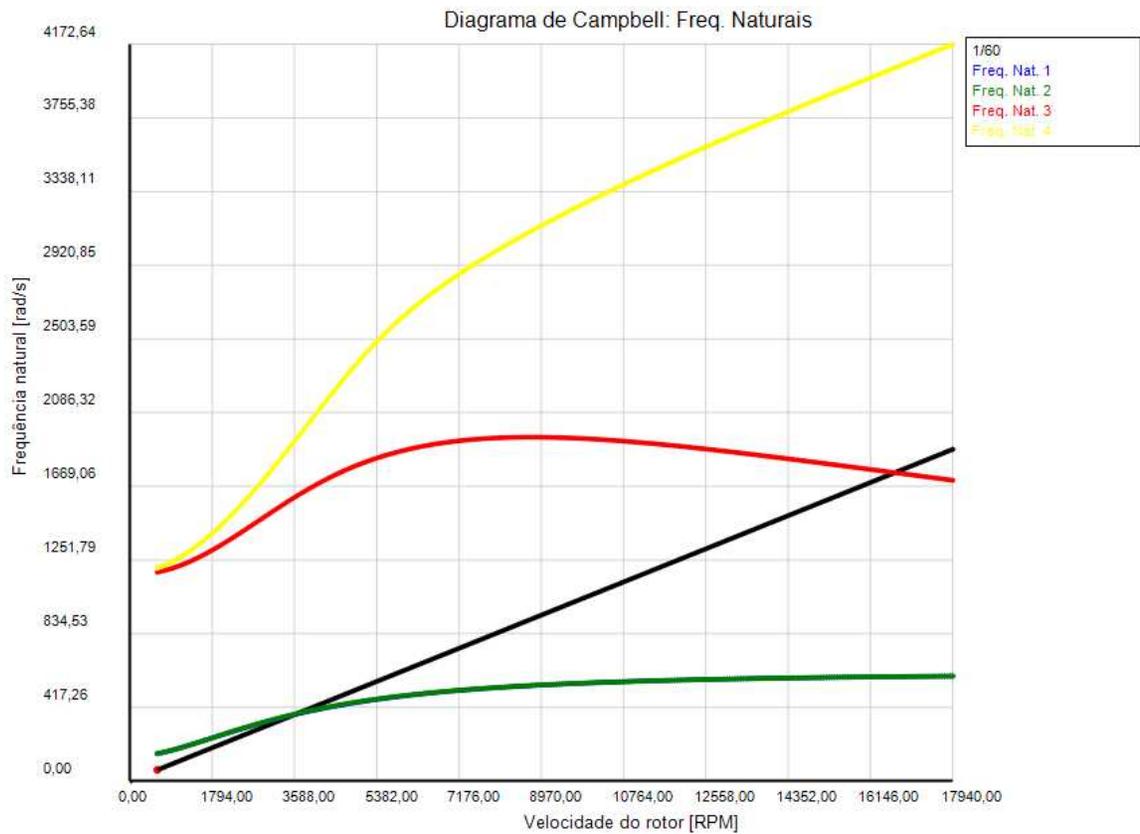


Figura 87: Diagrama de Campbell.

A Figura 87 mostra as frequências naturais do conjunto girante, e as condições de ressonância, representadas pelo cruzamento das linhas características dos modos de vibrar do sistema com a curva da frequência de rotação. Nota-se que a inserção do selo de fluxo cônico altera, novamente, a frequência natural do sistema. No entanto, para este caso, esta frequência (3810 rpm) é menor se comparada ao sistema com o selo cilíndrico (5160 rpm).

Além disso, comparando os deslocamentos dos nós 3, 7 e 11, Figuras 84(a), 85 (a) e 86 (a), respectivamente, com os deslocamentos do sistema eixo-mancal rígido, Figuras 65 (a), 66 (a) e 67 (a), verifica-se que a amplitude máxima em cada nó diminuiu e que há um alargamento dos picos, evidenciando o aumento de amortecimento no sistema. A frequência em que ocorre o pico de deslocamento, ou frequência natural, também foi alterada, como já ocorreu para selos cilíndricos, indicando um enrijecimento do sistema, já que esta frequência é maior do que no caso analisado com apenas o mancal rígido e sem a presença dos selos de fluxo. No entanto, esse enrijecimento é menor do que o ocorrido para selos cilíndricos, devido à menor magnitude dos termos de rigidez dos selos cônicos.

A Figura 88 apresenta o modo operacional do sistema para três frequências de operação, sendo a Figura 88 (b) característica da frequência natural do sistema com selos de fluxo cônicos e fundação rígida.

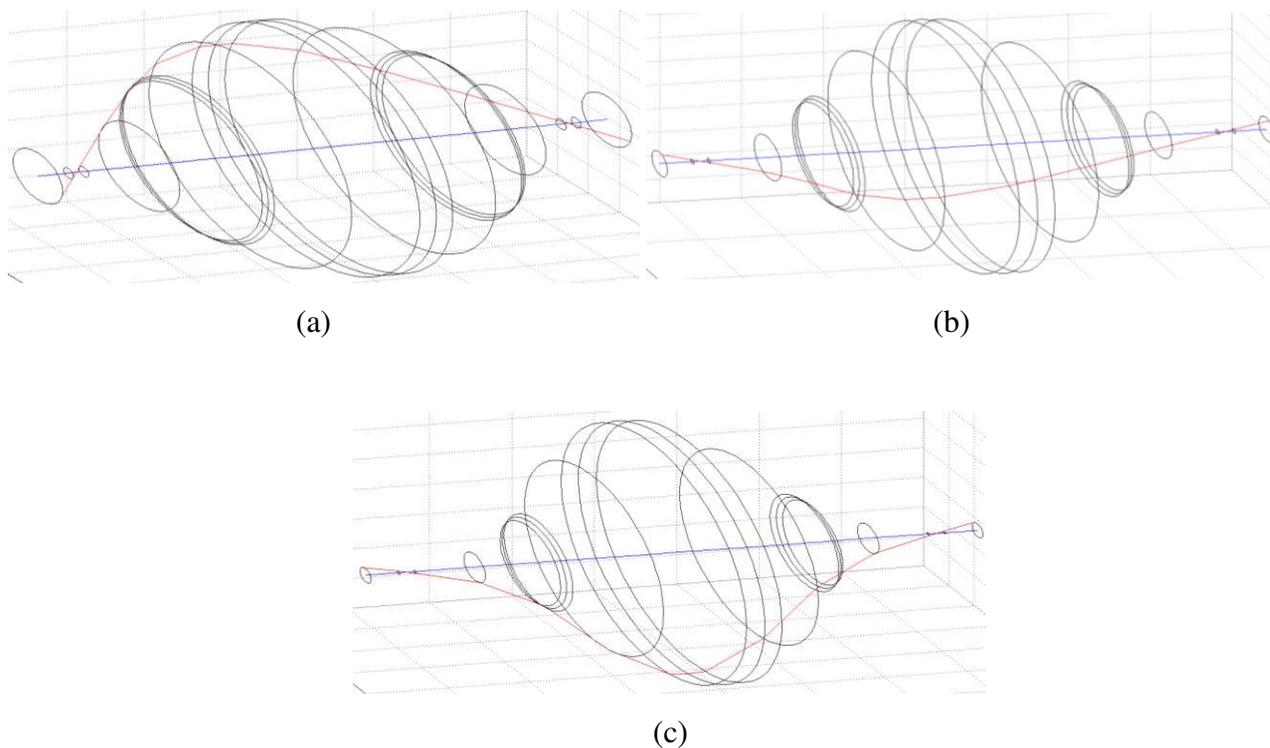
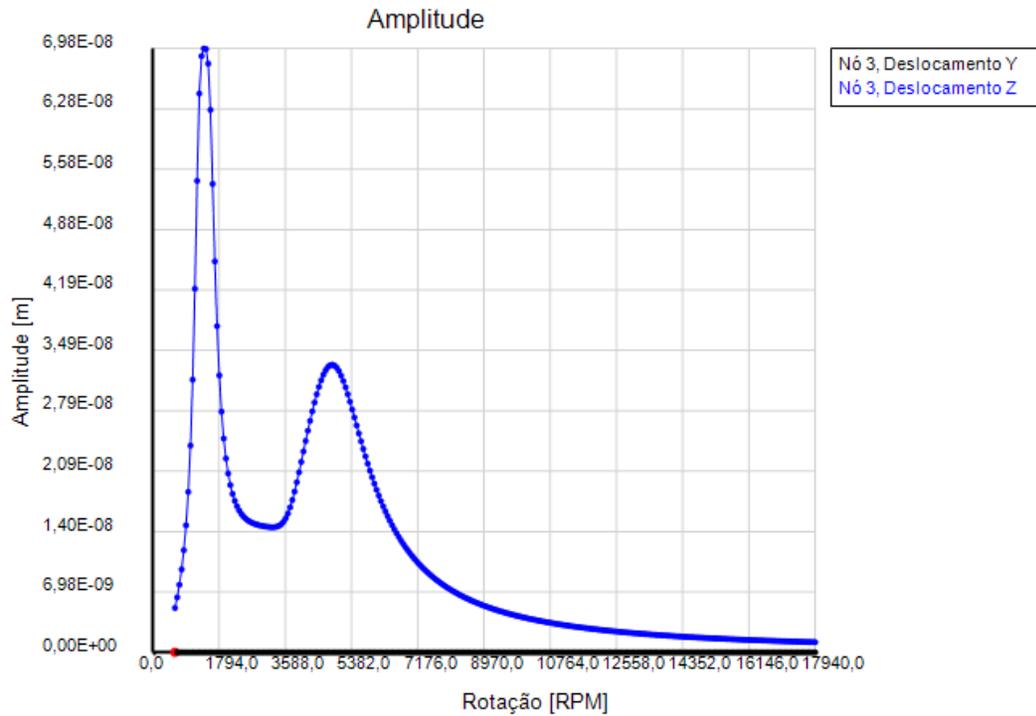
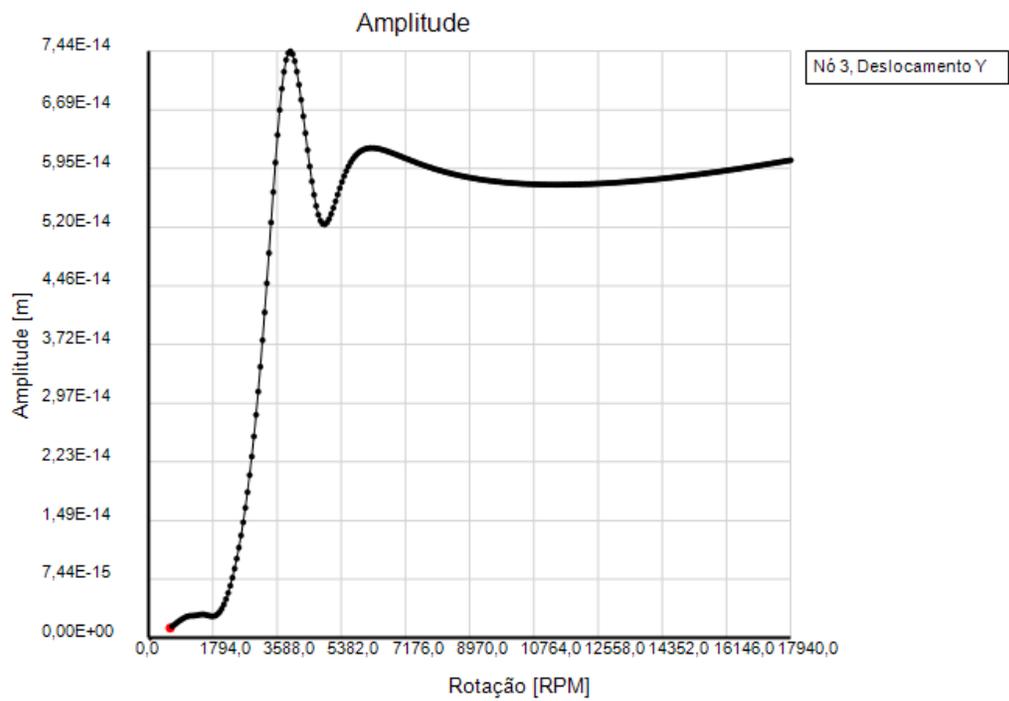


Figura 88: Modo operacional a: (a) 1350 rpm. (b) 3810 rpm. (c) 4934 rpm.

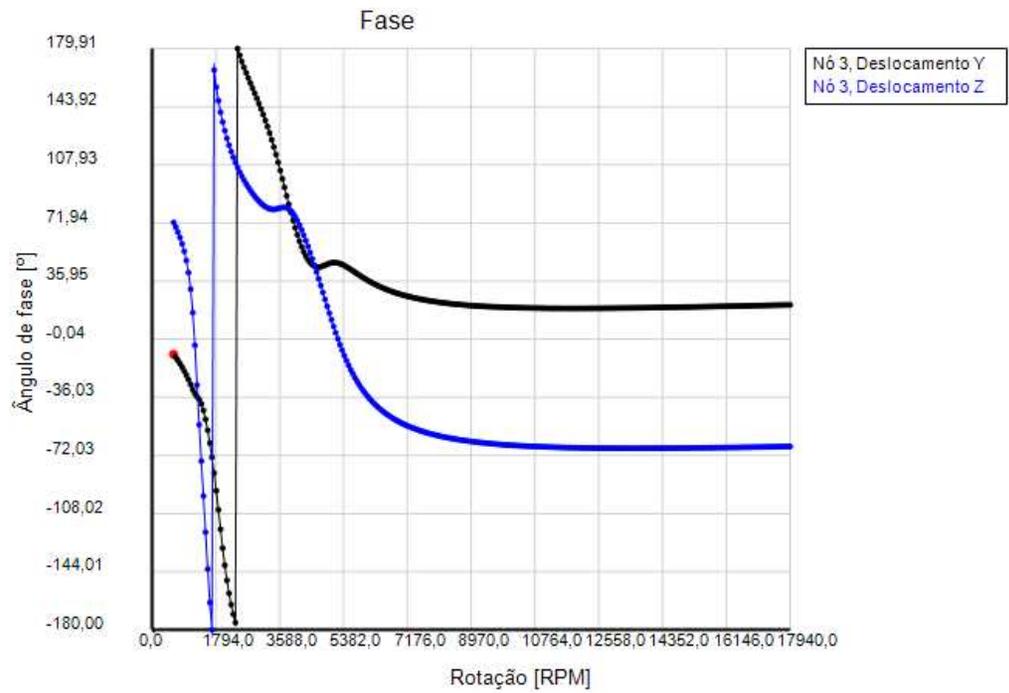
As Figuras 89 a 91 representam as amplitudes e as fases dos nós 3, 7 e 11, nesta ordem, considerando, para o sistema eixo-mancal rígido-selo cônico, uma fundação flexível na direção vertical com características dadas pela Tabela 14. A Figura 92 descreve o diagrama de Campbell para esta configuração.



(a)



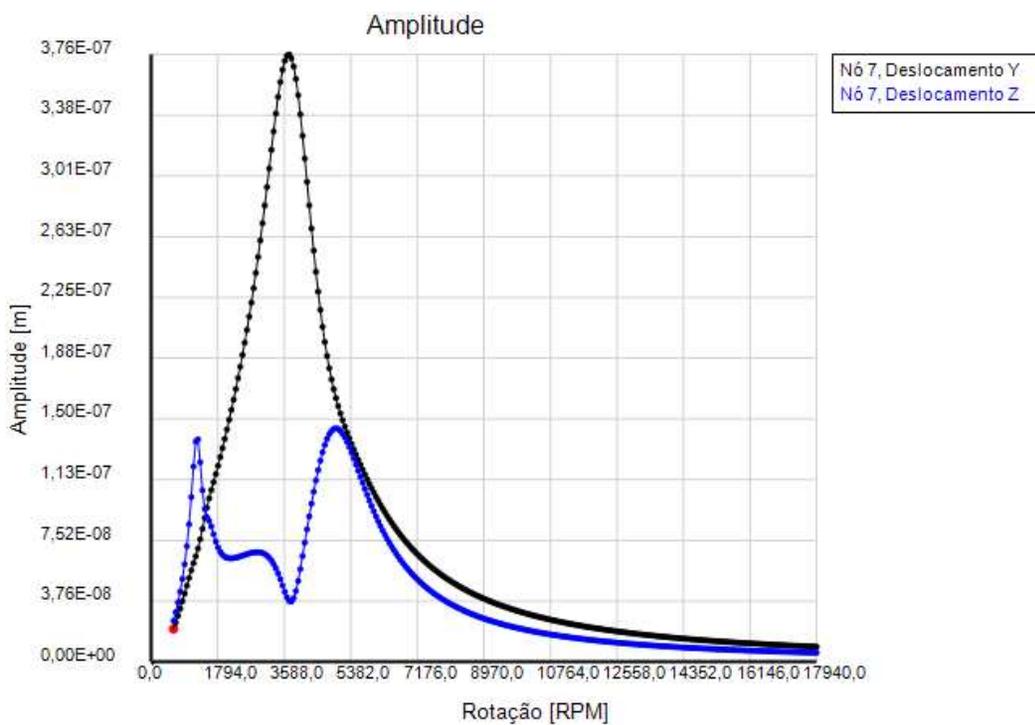
(b)



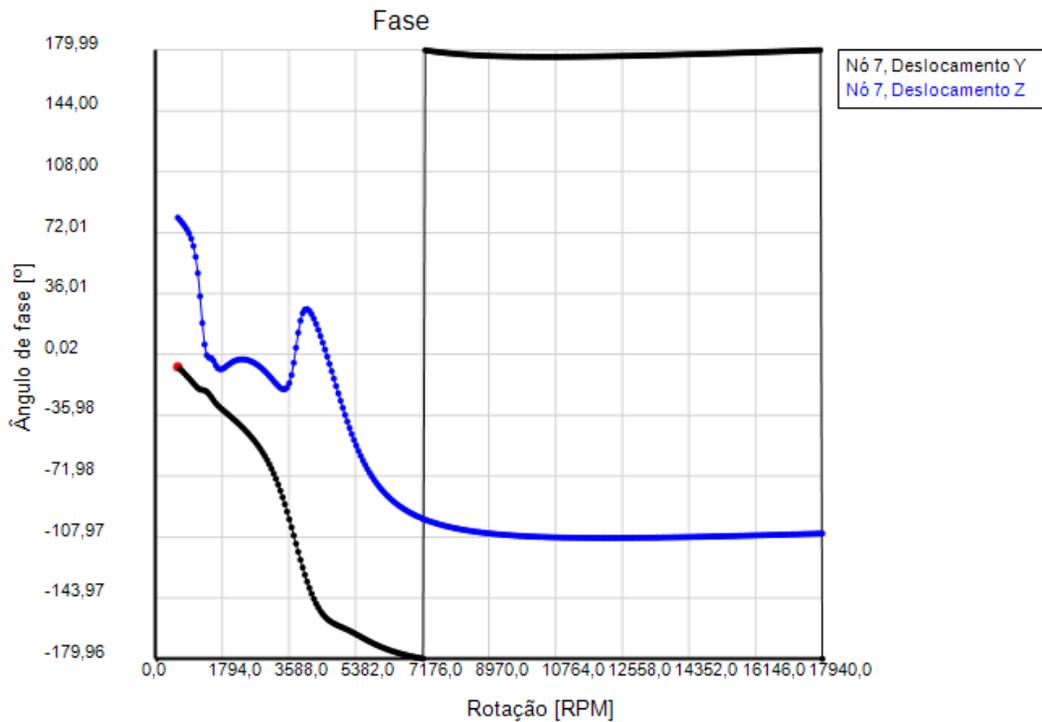
(c)

Figura 89: (a) Amplitude do nó 3, (b) Amplitude do deslocamento y no nó 3 (c) Fase do nó 3.

A influência do selo de fluxo cônico é facilmente percebida pela Figura 89 (b), uma vez que a fundação só é flexível na direção vertical (Z), mas seus efeitos são visíveis na direção Y, onde a amplitude apresenta dois picos, sendo o primeiro, e o maior, referente à frequência natural do eixo em flexão e o segundo, em torno de 4934 rpm (517 rad/s) referente à uma antiressonância com frequência na direção Z devido ao acoplamento pelos termos cruzados de rigidez. O deslocamento em Z mostra-se similar ao apresentado para selos cilíndricos. Neste nó a amplitude em Z é significativamente maior do que em Y.



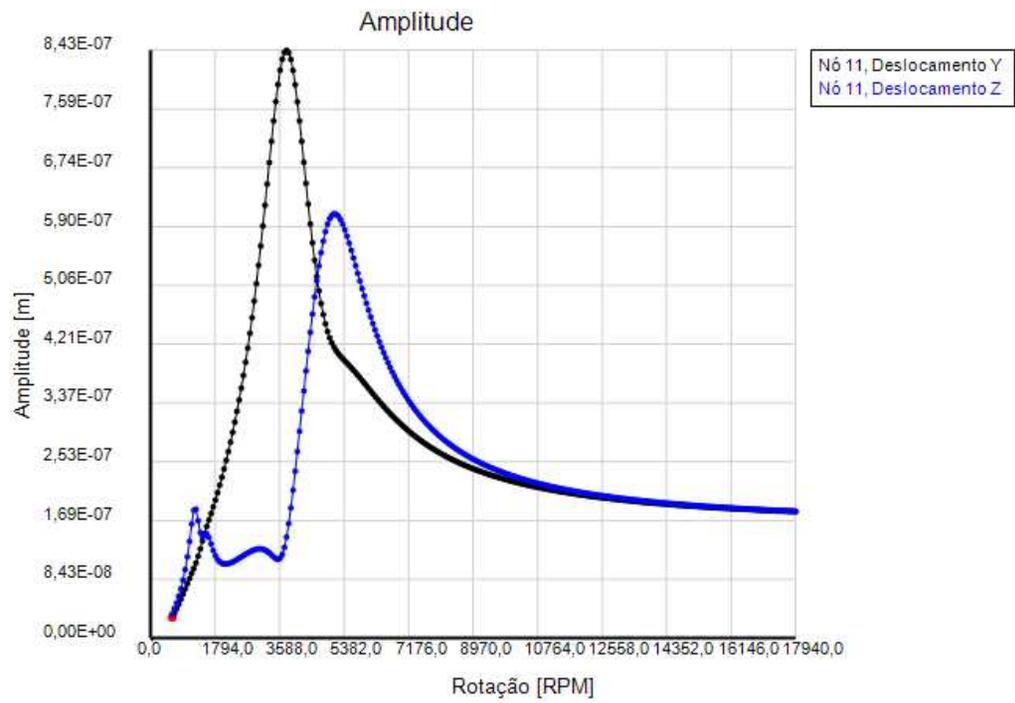
(a)



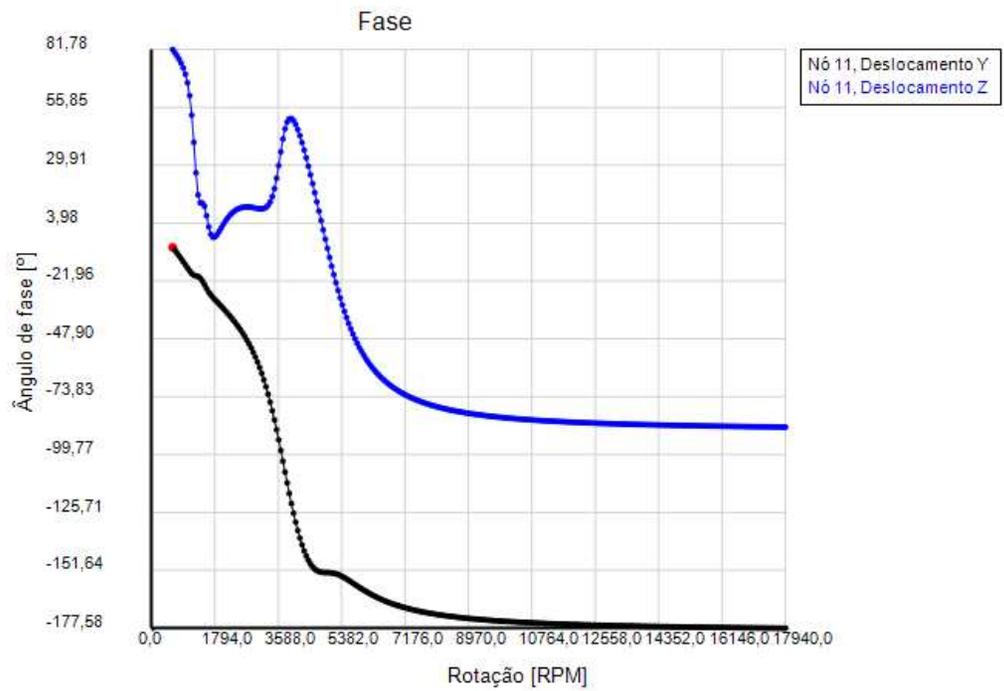
(b)

Figura 90: (a) Amplitude do nó 7, (b) Fase do nó 7.

Para o nó em que é alocado o selo de fluxo, o deslocamento na direção vertical apresenta uma forma similar ao demonstrado para selos cilíndricos. No entanto, o último pico, representado na Figura 88 (a) é praticamente o dobro do valor do pico apresentado na Figura 78 (a). Além disso, as frequências em que ocorrem os picos também são diferentes uma vez que dependem das frequências naturais do sistema. Assim, o primeiro pico apresentado na direção Z é influenciado pelas frequências naturais da fundação. O segundo pico, muito amortecido, e o terceiro estão relacionados aos modos flexionais do rotor, que sofre um desdobramento devido ao efeito da fundação.



(a)



(b)

Figura 91: (a) Amplitude do nó 11, (b) Fase do nó 11.
147

O deslocamento no nó referente ao disco rígido também é similar ao apresentado para selos cilíndricos, a amplitude na direção vertical apresenta dois picos expressivos na frequência excitada pela fundação flexível e pela segunda frequência do primeiro modo flexional do eixo. A influência da fundação é pouco expressivo frente a ressonância do eixo. A amplitude em Y continua similar ao apresentado para a fundação rígida, mas há um aumento no valor máximo do pico.

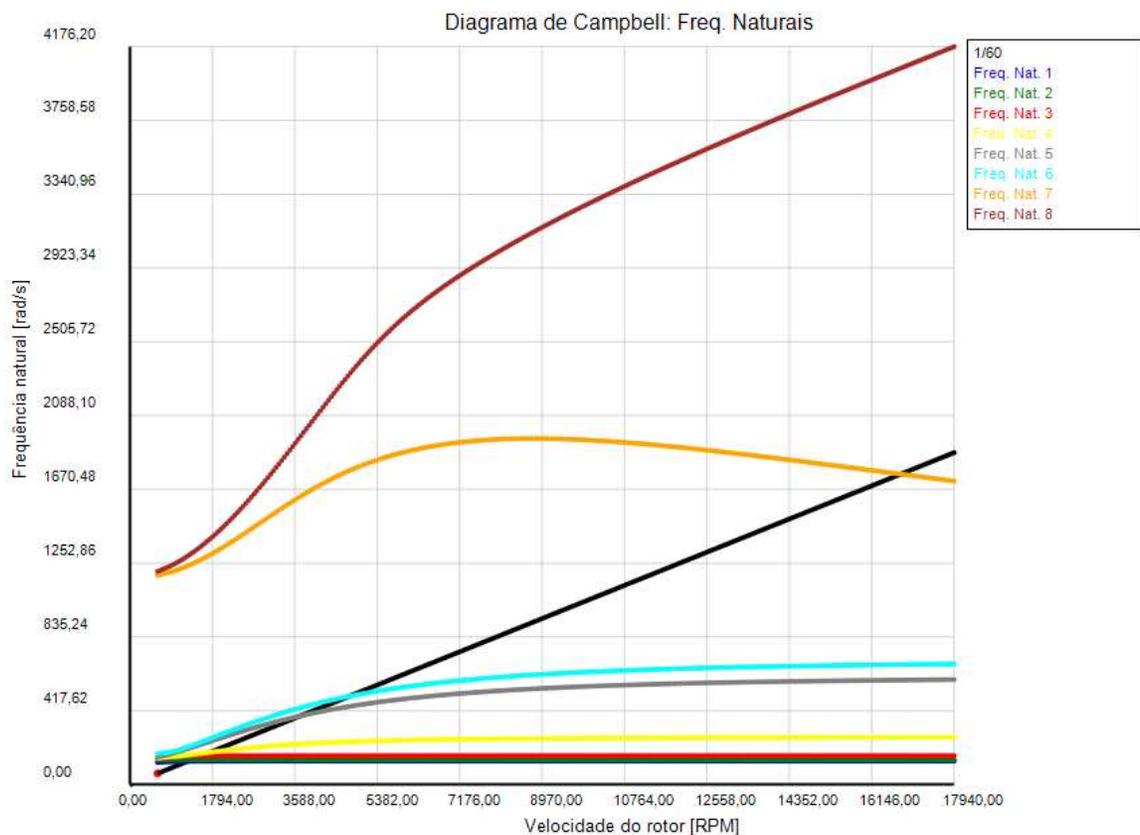


Figura 92: Diagrama de Campbell.

O diagrama de Campbell da Figura 92 representa as frequências naturais do sistema considerando uma fundação flexível. Em torno de 1350 rpm (141,4 rad/s) é excitada a frequência natural da fundação flexível. O modo de vibrar flexional do sistema apresenta um desdobramento

em duas frequências naturais, sendo estas frequências na ordem de 3810 rpm (399 rad/s) e 4934 rpm (517 rad/s).

Os modos operacionais referentes à frequência natural da fundação e às duas frequências naturais dos modos flexionais do eixo são representados na Figura 93.

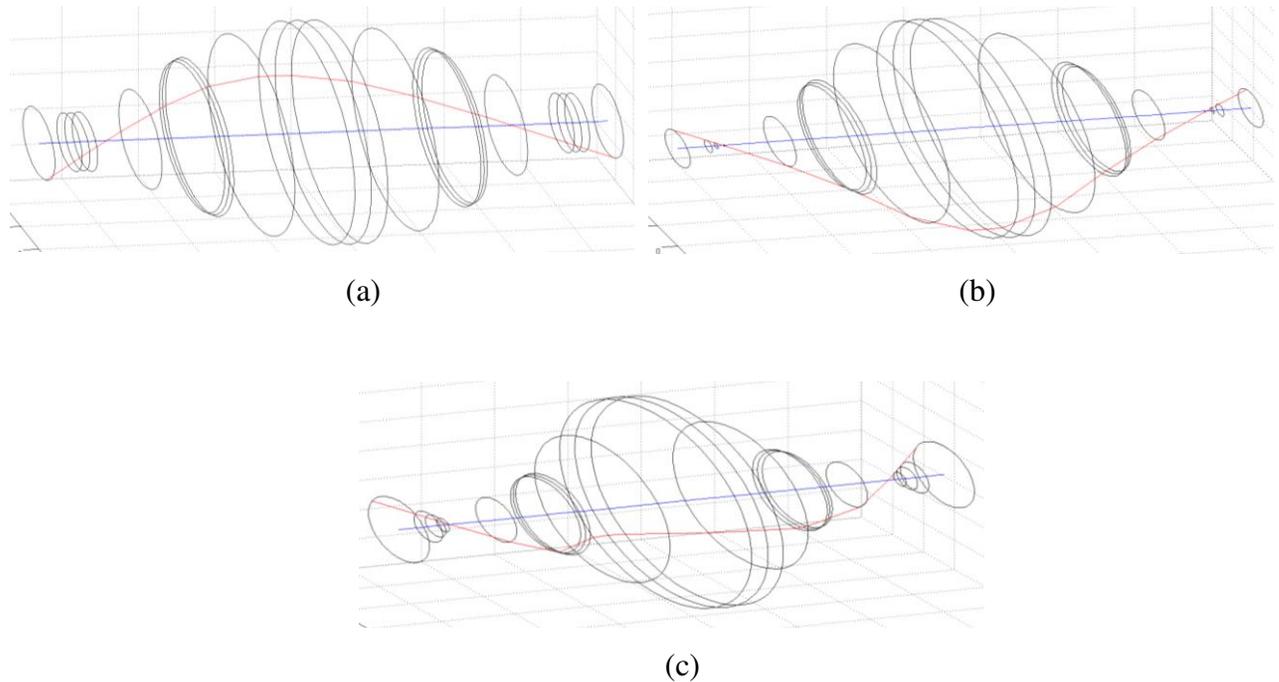


Figura 93: Modo operacional a: (a) 1350 rpm. (b) 3810 rpm. (c) 4934 rpm.

8.4.4 Sistema eixo - mancal rígido – selo escalonado e fundação

Neste tópico, as análises utilizando um selo de fluxo escalonado e uma fundação, ora rígida, ora flexível serão realizadas. As características do selo mecânico escalonado empregado são apresentadas na Tabela 16.

Tabela 16: Características do selo mecânico escalonado.

	Largura de cada seção- L [mm]	Folga Radial 1ª seção – C _r [μm]	Folga Radial 2ª seção- C _r [μm]	Variação de pressão ΔP [bar]
Selo escalonado	5	50	25	13

Os coeficientes de rigidez e amortecimento do selo descrito na Tabela 16 são apresentados nas Figuras 94 e 95. Assim como nos selos cilíndrico e cônico, os termos direto de rigidez e amortecimento são cerca de uma ordem de grandeza maiores do que os termos cruzados.

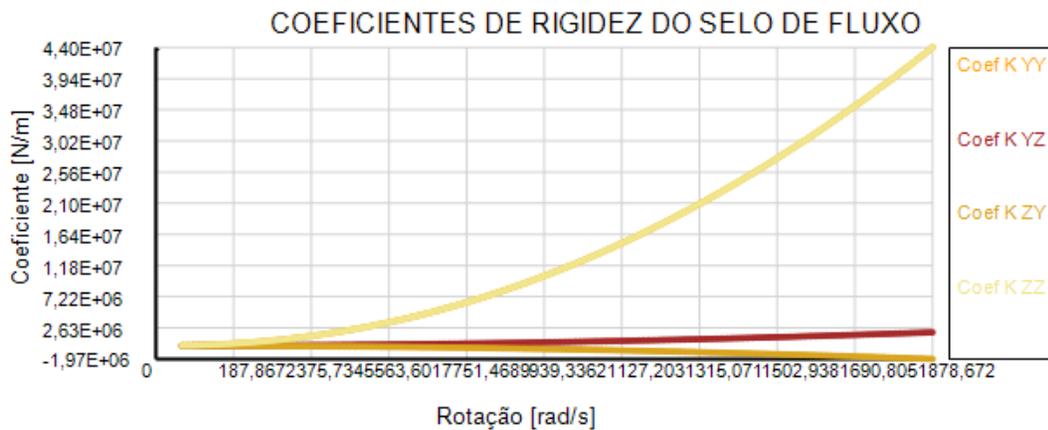


Figura 94: Coeficientes de rigidez do selo mecânico escalonado.

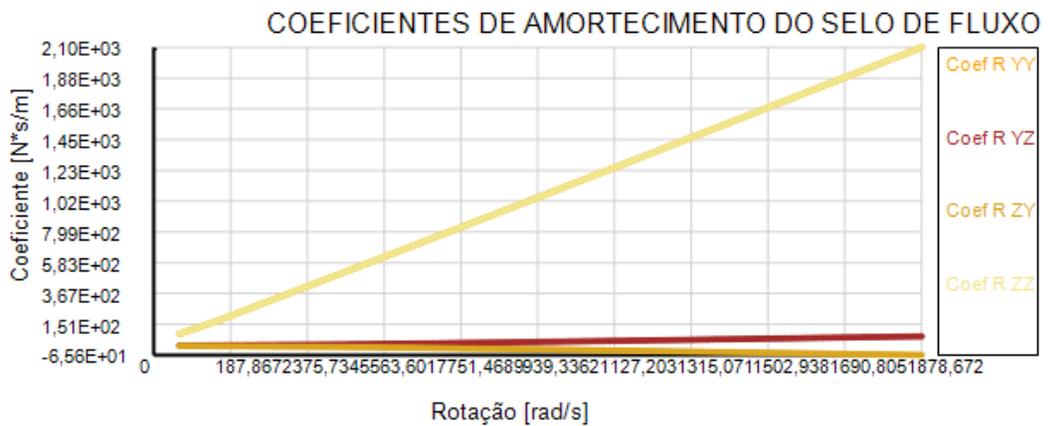
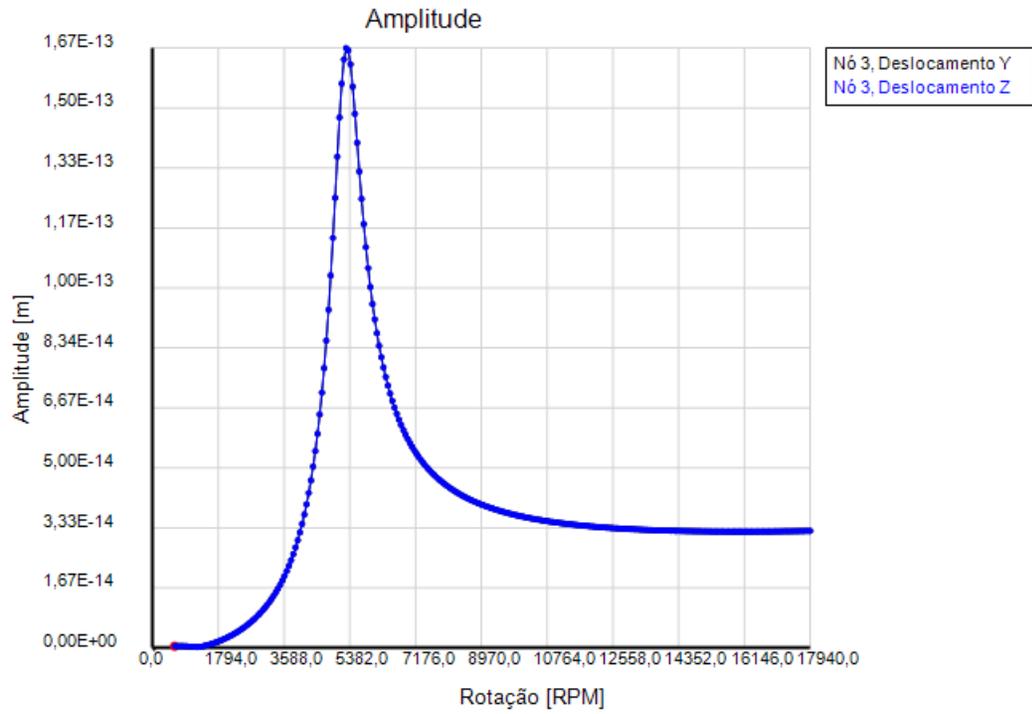
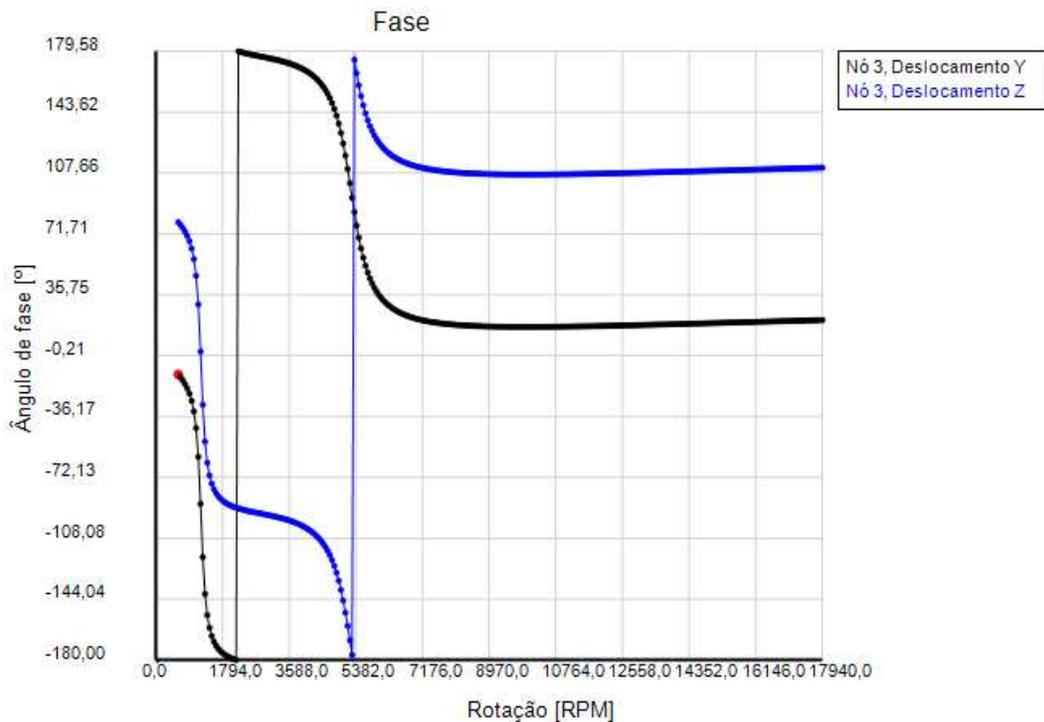


Figura 95: Coeficientes de amortecimento do selo mecânico escalonado.

As amplitudes e as fases dos nós referentes ao mancal (3), ao selo (7) e ao disco rígido (11) são representados pelas Figuras 96, 97 e 98.



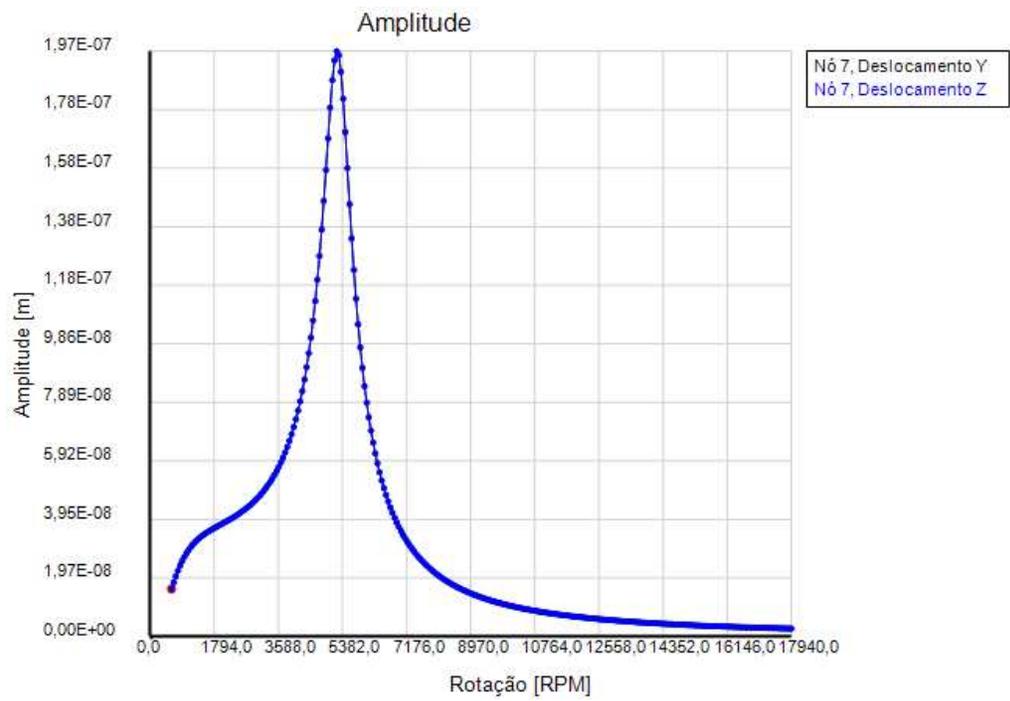
(a)



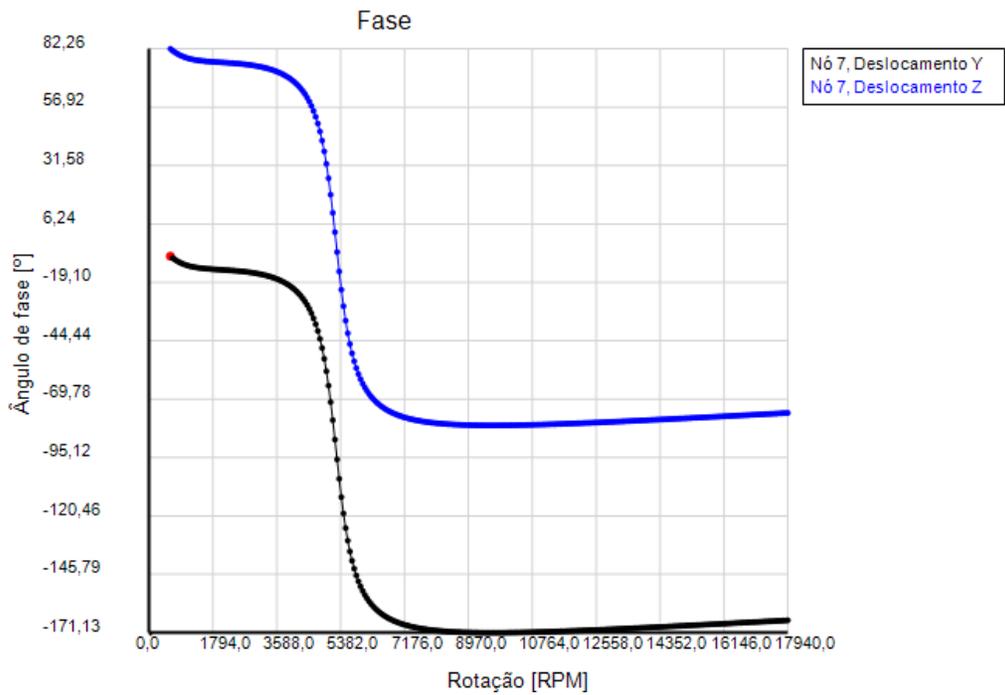
(b)

Figura 96: (a) Amplitude do nó 3, (b) Fase do nó 3.

O pico de amplitude do nó 3, apresentado na Figura 96 (a), é maior do que aqueles observados nas simulações precedentes. Verifica-se, também, que este pico é mais estreito do que os apresentados quando acrescentados selos cilíndricos ou cônicos. Desse modo, o selo do tipo escalonado é o que menos acrescenta amortecimento no sistema. O acréscimo de rigidez, porém, é parecido com o apresentado pelo selo de fluxo cilíndrico, uma vez que a primeira frequência natural foi deslocada para em torno de 5300 rpm (555 rad/s), como mostrado na Figura 99, tornando o sistema mais rígido.

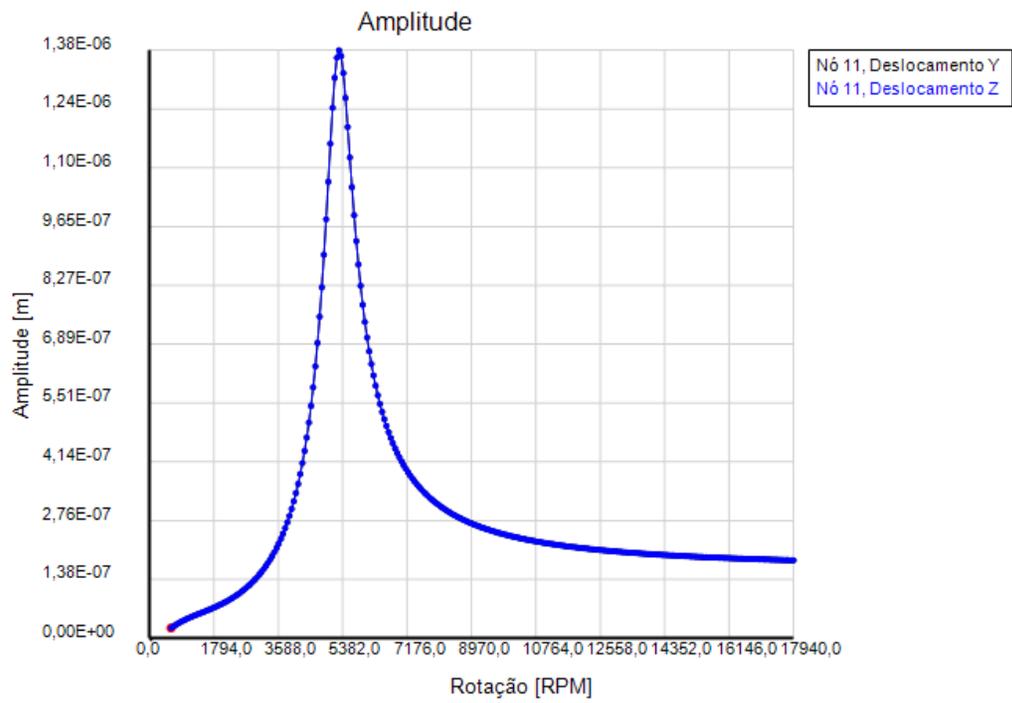


(a)

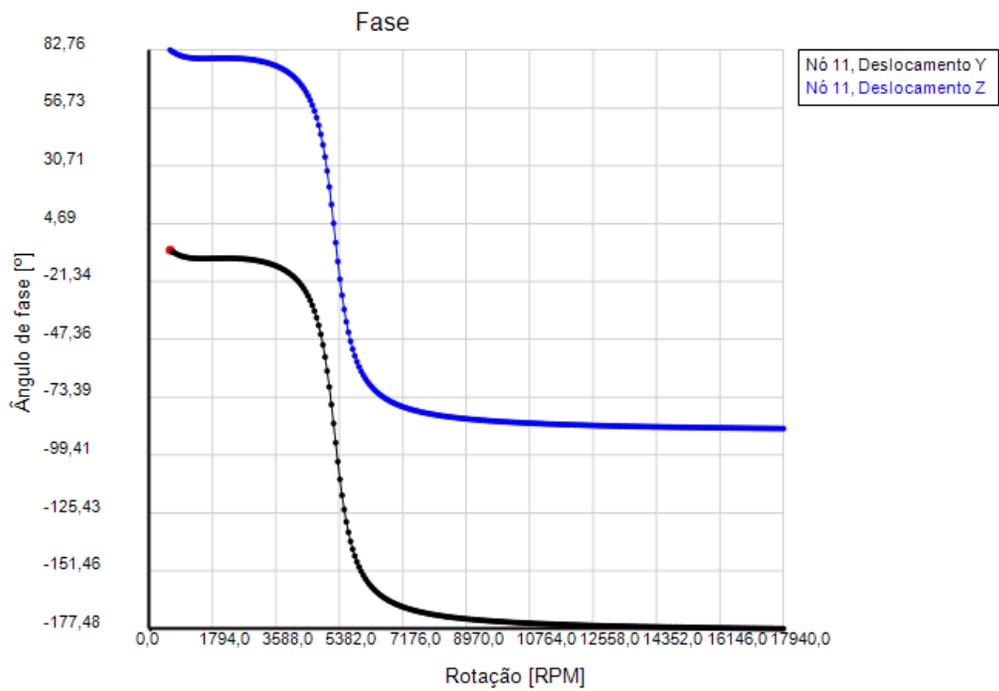


(b)

Figura 97: (a) Amplitude do nó 7, (b) Fase do nó 7.



(a)



(b)

Figura 98: (a) Amplitude do nó 11, (b) Fase do nó 11.
154

As amplitudes apresentadas nos nós 7 e 11 são similares ao analisado para os outros tipos de selos, porém com amplitudes maiores.

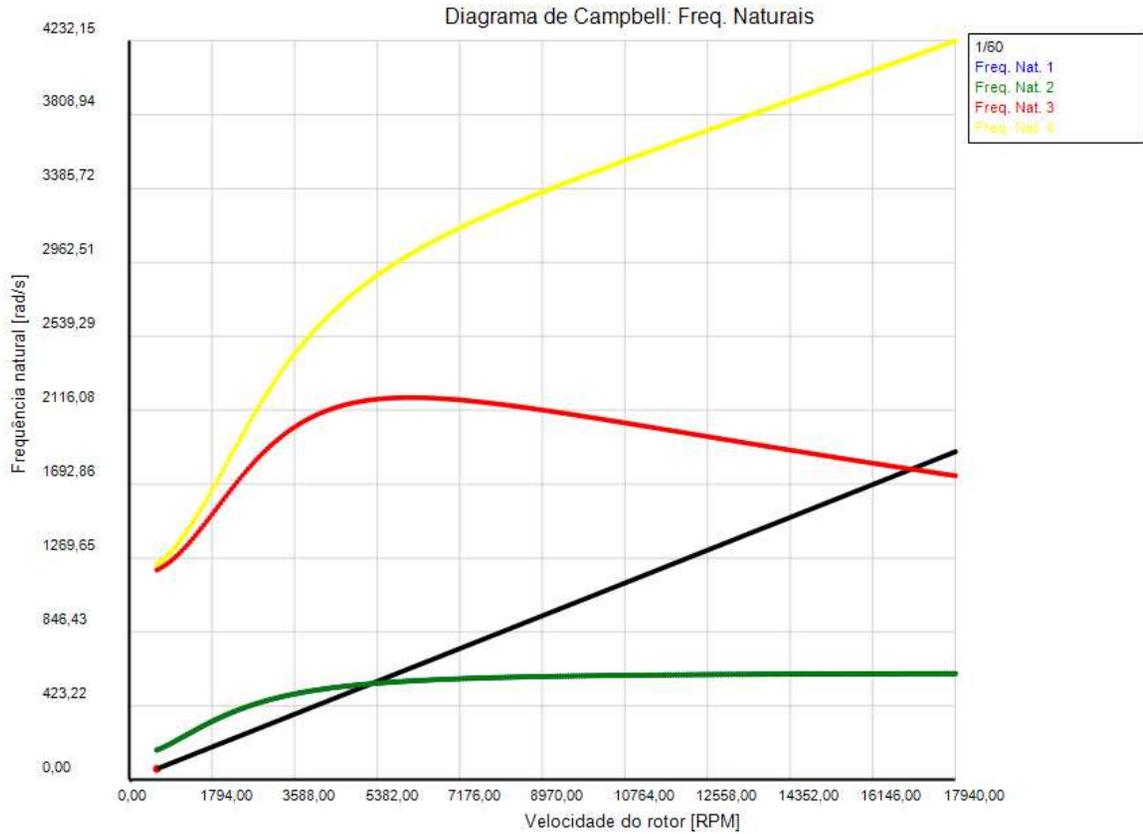


Figura 99: Diagrama de Campbell.

A Figura 99 apresenta as frequências naturais do sistema. A primeira frequência natural é na ordem de 5300 rpm (555 rad/s).

A deformada do sistema é representada pela Figura 100 para três frequências de operação com fundação rígida. A Figura 100 (b) descreve, de forma qualitativa, o modo operacional da frequência natural de flexão do rotor.

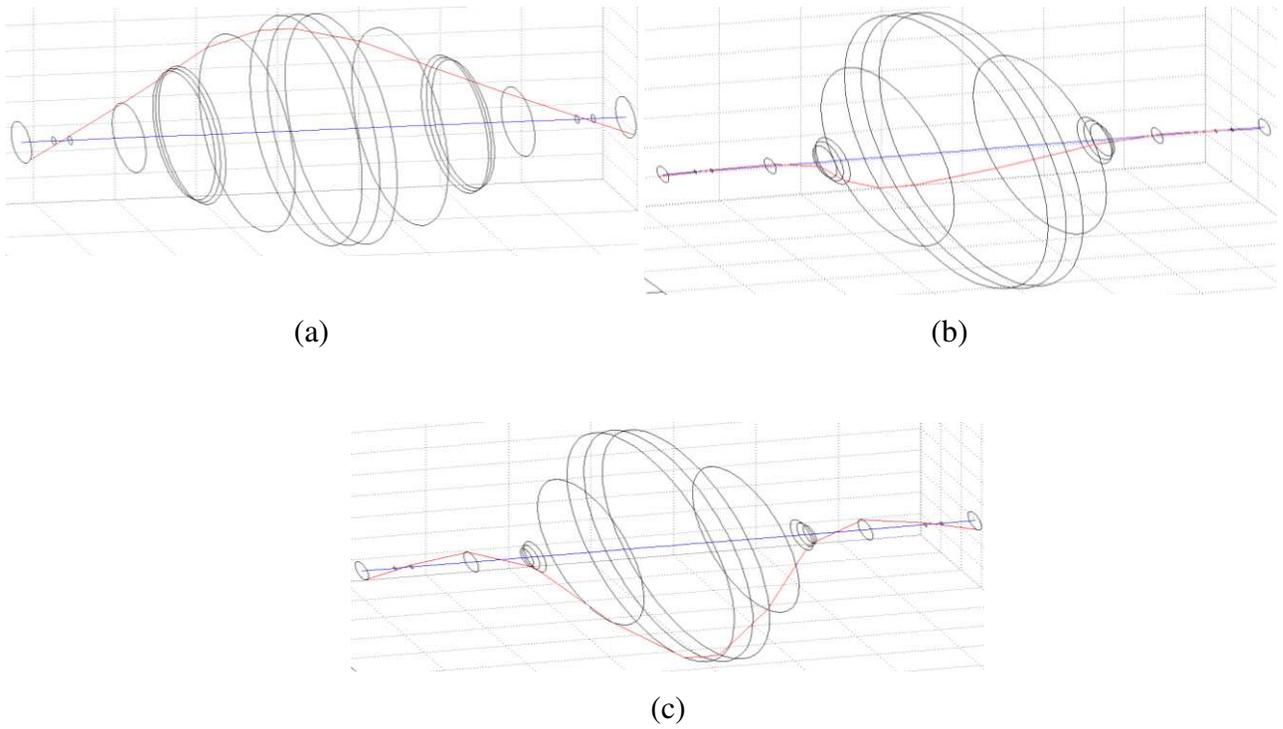
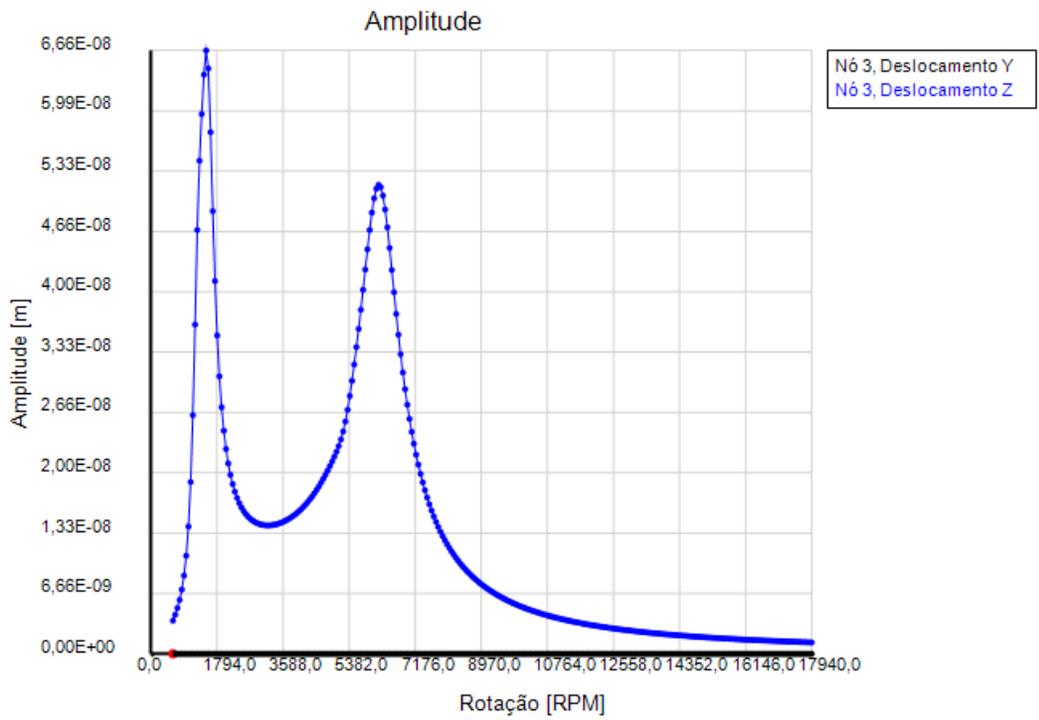
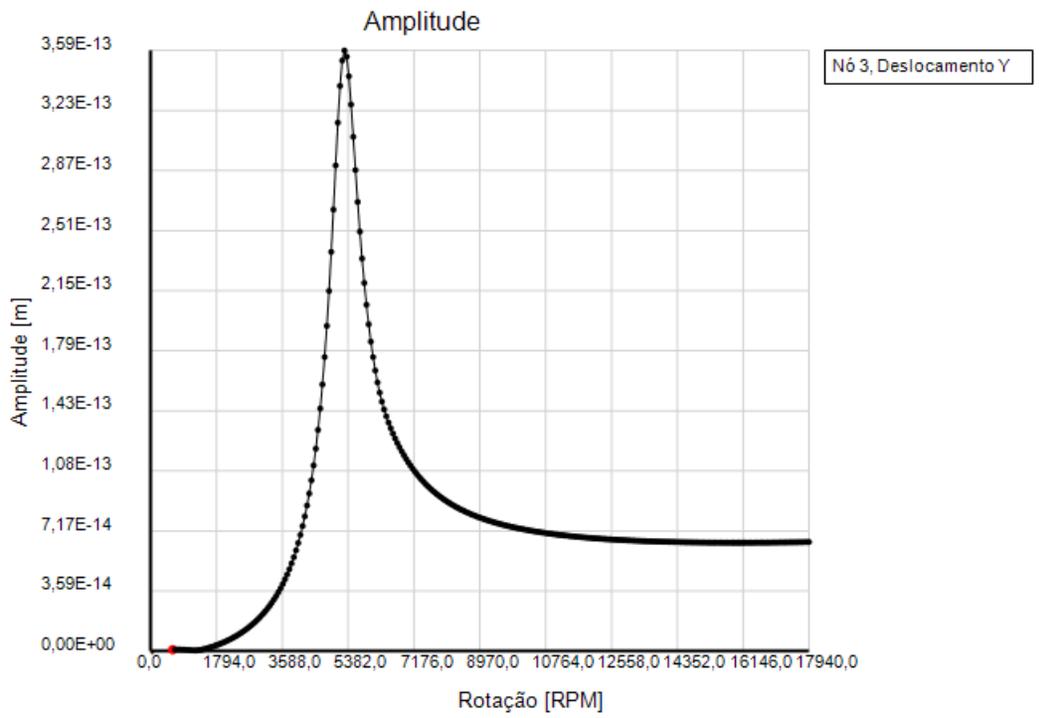


Figura 100: Modo operacional do sistema a: (a) 1350 rpm. (b) 5300 rpm. (c) 6279 rpm.

As Figuras 101 a 103 representam amplitudes e fases dos nós analisados considerando uma fundação flexível com características apresentadas na Tabela 14. A Figura 104 descreve o diagrama de Campbell para esta configuração.



(a)



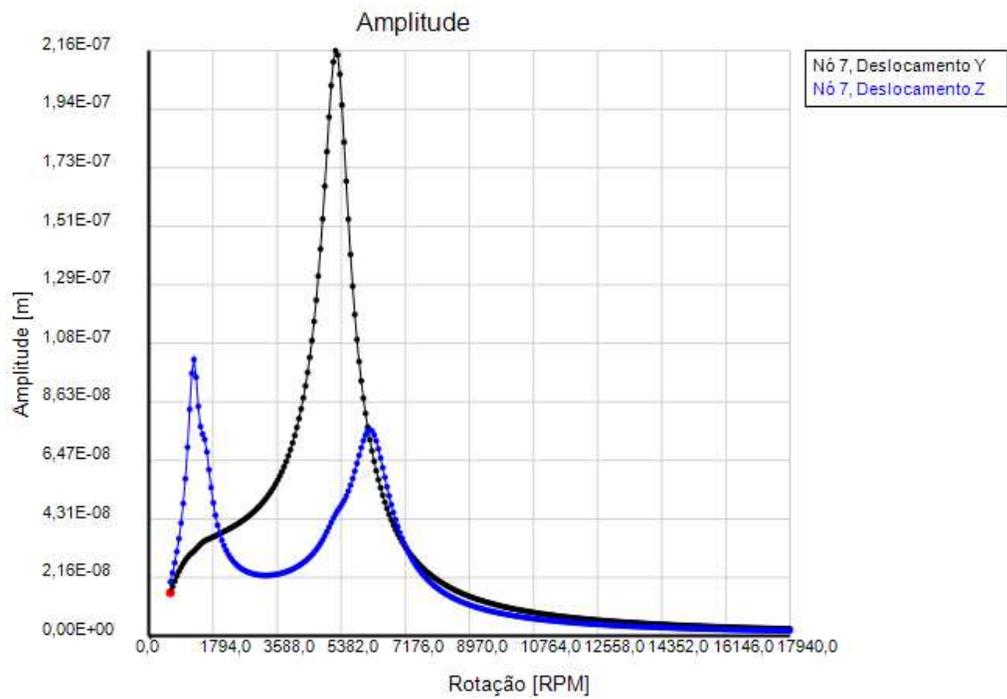
(b)



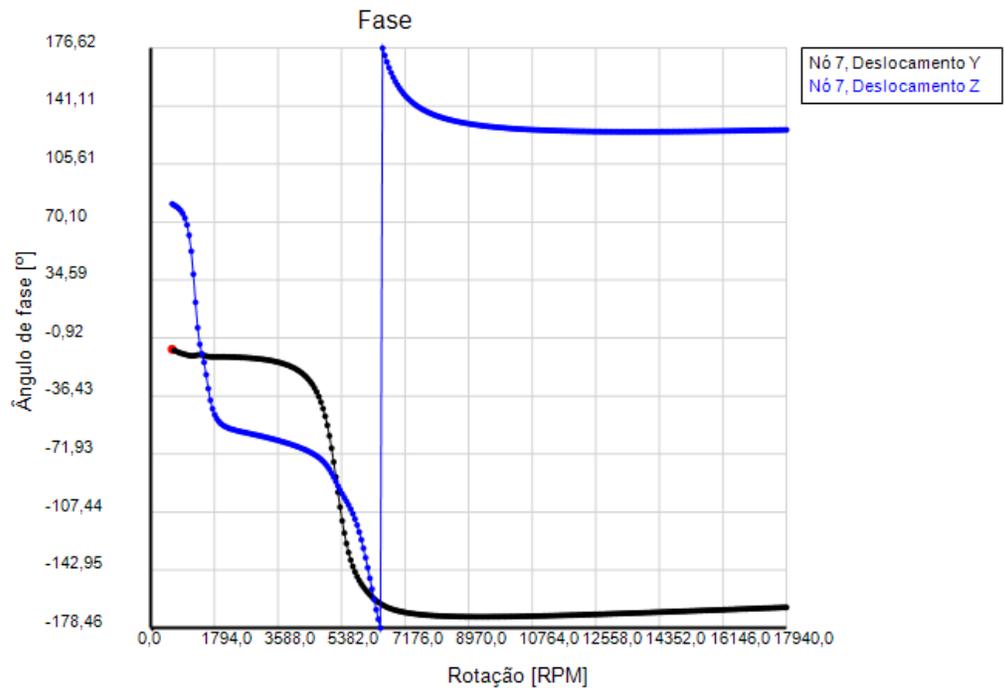
(c)

Figura 101: (a) Amplitude do nó 3, (b) Amplitude em Y no nó 3 (c) Fase do nó 3.

Os picos descritos no deslocamento na direção vertical, apresentados na Figura 101 (a), são referentes às frequências naturais devido à influência da fundação flexível e da frequência natural do primeiro modo de flexão do eixo. Este último pico é maior do que os apresentados para os outros dois selos analisados. Já o deslocamento na direção Y é excitado na primeira frequência natural do primeiro modo de flexão do eixo.



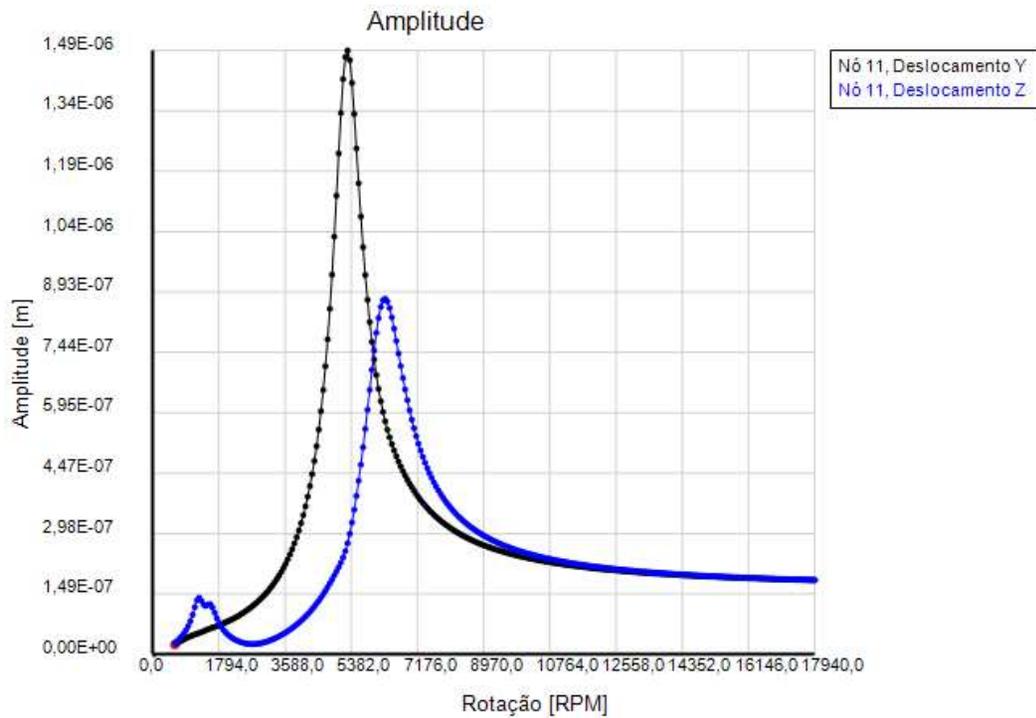
(a)



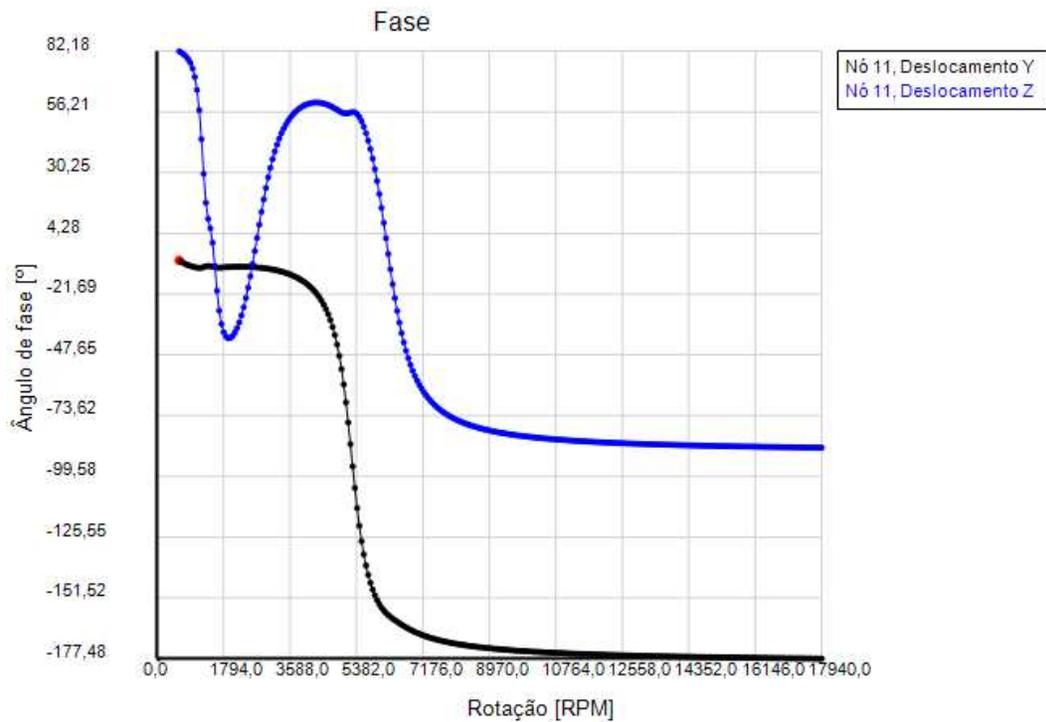
(b)

Figura 102: (a) Amplitude do nó 7, (b) Fase do nó 7.
159

Para o nó 7, o deslocamento na direção Z também apresenta picos nas mesmas frequências naturais excitadas no nó 3. Sendo o primeiro pico associado à fundação flexível e o segundo; ao primeiro modo de flexão do eixo a 5300 rpm (555 rad/s) e é representada por um pequeno desvio da curva na região correspondente, bem como pelo pico apresentado na direção Y.



(a)



(b)

Figura 103: (a) Amplitude do nó 11, (b) Fase do nó 11.

O nó correspondente ao disco rígido apresenta comportamento similar aos sistemas precedentes com outros tipos de selos analisados. Na direção Z, as mesmas duas frequências naturais, excitadas nas Figuras 101 e 102, são também excitadas na Figura 103, mas neste caso, o segundo pico é o de maior amplitude.

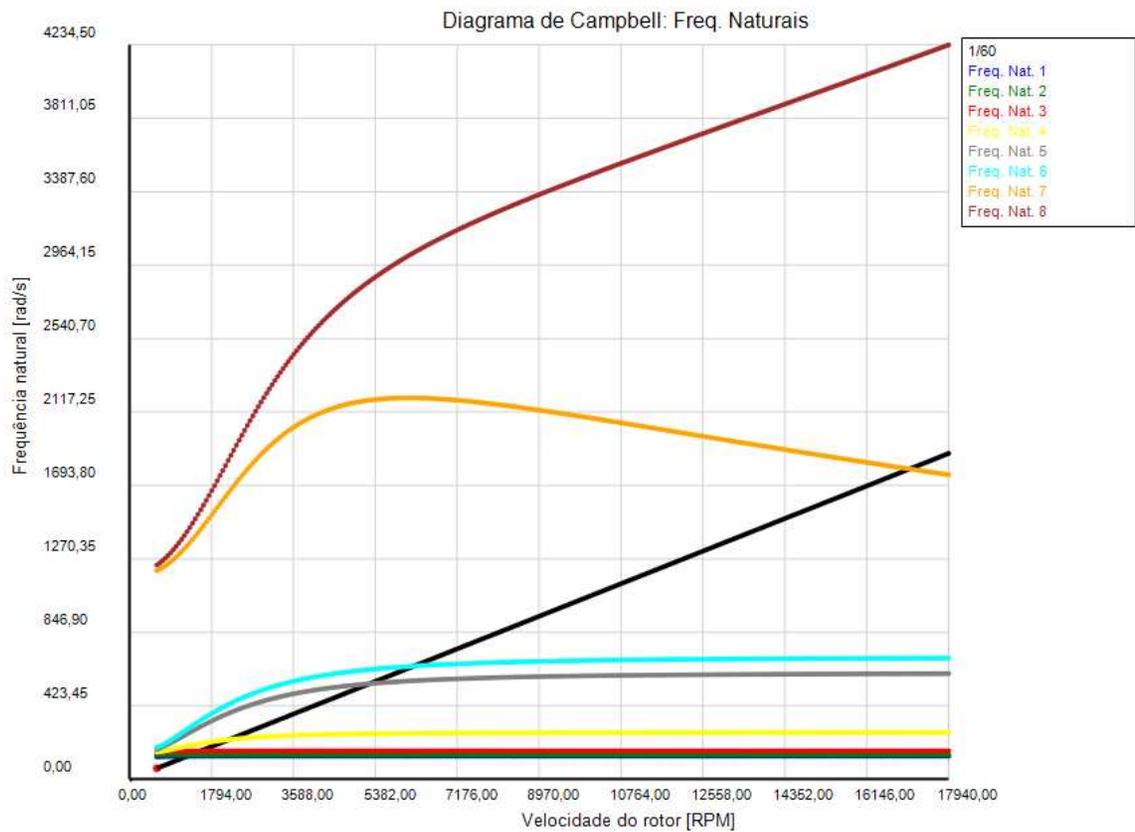


Figura 104: Diagrama de Campbell.

O diagrama de Campbell, apresentado na Figura 104, apresenta as frequências naturais do sistema, assim como a abertura do primeiro modo em duas frequências naturais próximas (5300 rpm e 6279 rpm), além do acréscimo das frequências naturais devido à fundação flexível (1350 rpm).

Os modos de vibrar do sistema nas frequências naturais apresentada pelo diagrama de Campbell são descritos na Figura 105, considerando agora os efeitos da fundação flexível.

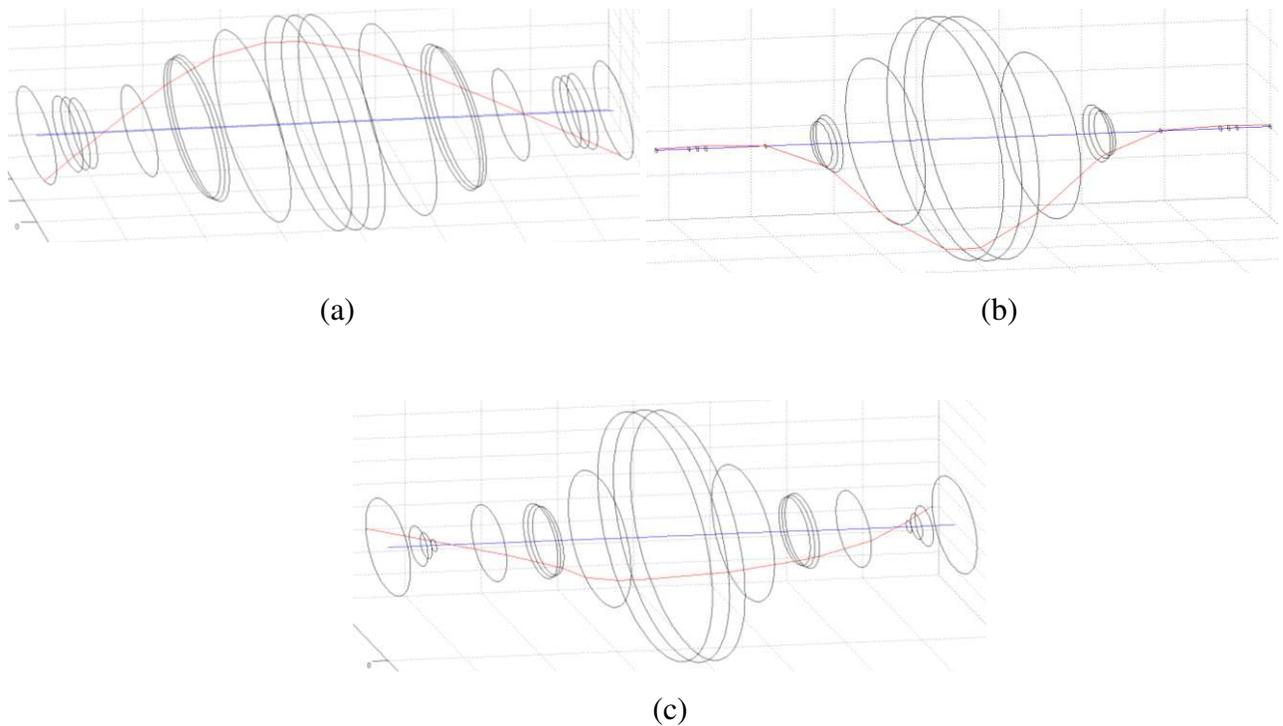


Figura 105: Modo operacional do sistema a: (a) 1350 rpm. (b) 5300 rpm. (c) 6279 rpm.

Novamente, na Figura 105 (a), observa-se a influência do modo de vibrar da fundação a 1350 rpm. A Figura 105 (b) exibe o modo flexional em y , mantido a 5300 rpm, e finalmente, a Figura 105 (c), o modo flexional em Z a 6279 rpm, com expressiva influência da fundação.

Os resultados de uma simulação com mancais hidrodinâmicos cilíndricos planos são apresentados no apêndice C, pois os efeitos observados para mancais rígidos na presença de selos de fluxo são semelhantes, neste caso.

9 CONCLUSÃO

Os selos de fluxo apresentam um comportamento turbulento, devido à folga radial, relativamente maior entre o selo e o eixo quando comparada àquela dos mancais lubrificados, à alta velocidade axial e à perda de carga que os atravessa, e por isso, não podem ser estudados a partir da teoria de Reynolds. Assim, as equações governantes para fluidos são necessárias para a análise das características do fluido ao longo do selo.

Foi realizada uma revisão bibliográfica, a fim de se entender os conceitos físicos envolvidos no sistema analisado, além de verificar a evolução nos estudos de selos de fluxo ao longo dos anos.

A partir da análise considerando o eixo centrado, foi possível verificar que as características geométricas dos selos mecânicos exercem grande influência nas distribuições de pressão e de velocidade circunferencial.

Já o estudo do sistema perturbado permitiu determinar os coeficientes, direto e cruzado, de rigidez e de amortecimento, além dos termos de inércia. A partir destes coeficientes, os selos mecânicos puderam ser integrados na análise numérica de um sistema girante. Essa integração foi realizada no Laboratório de Máquinas Rotativas (LAMAR), através do pacote computacional Rotortest®.

Verificou-se que a variação de parâmetros geométricos e operacionais, tais como, razão entre folga radial, entre o selo e o eixo, e o raio do eixo (C_r/R), razão entre o comprimento do selo e o diâmetro do eixo (L/D), rugosidade relativa (ϵ_s), coeficiente de perda na entrada do selo (ξ), coeficiente de recuperação na saída do selo (ξ_e), gradiente de pressão (ΔP) e velocidade de rotação do eixo (ω), podem alterar de maneira significativa os coeficientes dinâmicos dos selos de fluxo planos cilíndricos, e, conseqüentemente, podem afetar a condição de ressonância do

sistema rotativo. É importante ressaltar que o caso mais crítico ocorre quando a razão L/D se torna muito grande, pois o termo de inércia atinge valores muito elevados e o termo direto de rigidez fica cada vez menor, se tornando negativo no caso apresentado.

A análise dos selos cônicos permite observar que a relação entre a variação de pressão e os coeficientes dinâmicos não é linear, uma vez que aumentando a folga deste tipo de selo, mas mantendo a razão C_r/R , a distribuição de pressão permanece praticamente constante, enquanto os coeficientes dinâmicos apresentam uma variação notável de 40% para os termos diretos de rigidez, 50% para os termos cruzados de rigidez e direto de amortecimento e 52% para os termos cruzados de amortecimento e de inércia. Além disso, verifica-se que os três tipos de selos analisados apresentam comportamentos similares ao se variar parâmetros como a queda de pressão e a velocidade de rotação do eixo.

Os resultados obtidos para selos planos cilíndricos estão de acordo com os encontrados na literatura, destacando-se que todos os gráficos apresentados foram calculados com fator de atrito de Moody, o mesmo utilizado pela literatura de referência.

Verificou-se que a aplicação do método de volumes finitos apresenta um resultado satisfatório na análise de selos mecânicos, o que é muito promissor para o estudo futuro de selos de fluxo com geometria mais complexas, como o selo tipo labirinto e *honeycomb*.

As análises dos selos planos foram adicionadas ao programa computacional *Rotortest*®, possibilitando, assim, um estudo mais completo do sistema girante. Notou-se que a presença do selo de fluxo enrijece o sistema, alterando sua frequência natural. Além disso, este elemento representa mais um ponto de acoplamento entre o eixo e a fundação e, conseqüentemente, constitui mais um elemento de transferência do efeito de flexibilidade da estrutura para a resposta dinâmica do rotor.

9.1 Sugestões para trabalhos futuros

A análise de selos de fluxo é um tema promissor para o LAMAR, apresentando uma ampla variedade de novos trabalhos a serem desenvolvidos, sendo eles:

- Desenvolver relações para determinar os coeficientes de perda de entrada e de recuperação de saída do selo.
- Análise da estabilidade de um sistema eixo-mancal-selo.
- Desenvolvimento de novos modelos de selos mecânicos com geometrias mais complexas, como por exemplo, selos do tipo labirinto e *honeycomb*.
- Análise utilizando fluidos gasosos.
- Inclusão dos efeitos de momento para cálculo de selos longos

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BLACK, H. F. Effects of hydraulic forces in anular pressure seals on the vibrations of centrifugal pump rotors, **Journal of Mechanical Engineering Science**, v. 11, n. 2, pp. 206-213, 1969.
- BLACK, H. F.; JENSEN, D. N. Dynamic hybrid properties of annular pressure seals, **Proc. Mechanical Engineering**, v. 184, pp. 92-100, 1970.
- BLACK, H. F.; JENSEN, D. N. Effects of high pressure ring seals on pump rotor vibrations, **ASME Paper**, n. 71-WA/FF-38, 1971.
- BROL, K. B. **Modelagem e Análise de Selos de Fluxo Aplicados a Máquinas Rotativas**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2011.
- CHILDS, B. S.; CHILDS, W. D; DRESDEN, J. Estimation of seal bearing stiffness and damping parameters from experimental data. **IMEch E**, 1980
- CHILDS, D. Finite-length solutions for rotordynamic coefficients of constant-clearance and convergent-tapered annular seals. **Proceedings of the IMEchE 3th International Conference on Vibrations in Rotating Machinery**, York, England, 1984, p. 223-231.
- CHILDS, D. W. Dynamic analysis of turbulent annular seals based on Hirs lubrication equation. **Journal of Lubrication Technology, Transactions of ASME**, 1982.
- CHILDS, D. W. **Turbomachinery Rotordynamics: Phenomena, Modeling, and Anaysis**; John Wiley & Sons, New York, 1993.

DERELLI, Y.; ESER, D. Effects of shear stress forces to rotordynamic coefficients in staggered labyrinth seals. **Journal of Power and Energy**, v. 220, Part A, pp. 387-394, 2006.

DOMM, V.; DERNEDDE, R., HANDWERKWE, TH. Der Einfluss der Stufenabdichtung auf die Kritische Drehzahl von Kessel Speisepumpen. **VDI-Berichte**, n.113, 25-28 p, 1967.

EHRICH, F. F., **Handbook of Rotordynamics**. McGRAW-HILL, 1992.

Eletrobrás Cepel – Centro de Pesquisas de Energia Elétrica.

FLEMING, D. P. High stiffness seals for rotor critical speed control, **ASME Paper**, n. 77-DET-10, 1977.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. **Introdução à mecânica dos fluidos**; LTC, 6ª edição, 2006.

HA, T.; LEE, Y.; KIM, C. Leakage and rotordynamic analysis of a high pressure floating ring seal in the turbo pump unit of a liquid rocket engine. **Elsevier**, 2002.

HIRS, G. G. A bulk-flow theory for turbulence in lubricant films. **Journal of Lubrication Technology, Transactions of ASME**, series F, v. 95, n. 2, p. 137, 1973.

HORVE, L. A. **Shaft seals for dynamic applications**. Marcel Dekker, Inc. 1996.

KWANKA, K. Dynamic coefficients of stepped labyrinth gas seals. **Journal of Engineering for Gas Turbines and Power**, v. 122, pp. 473-477, July 2000.

- LEES, A. W.; SINHA, J. K.; FRISWELL, M. I. Model Based Identification of Rotating Machines. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 23, n. 6, pp. 1884-1893, 2009.
- LOMAKIN, A. A. Calculation of critical speeds and securing of the dynamic stability of hydraulic high-pressure machines with reference of the forces arising in the gap seals. **Energomashinostroenie**, 4.1, 1958.
- MALISKA, C. R., **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**; Editora LTC, 2º edição, Rio de Janeiro, Brasil, 2004.
- MARQUETTE, O. R.; CHILDS, D. W.; SAN ANDRES, L. Eccentricity Effects on the Rotordynamic Coefficients of Plain Annular Seals: Theory Versus Experiment. **Journal of Tribology**, v. 119, pp. 443-448, July 1997.
- MAYER, E. **Selos mecânicos axiais**; Editorial Euro-América Ltda., primeira edição brasileira, 1979
- MEIROVITCH, L. **Dynamics and control of structures**. New York, NY: John Wiley, c1990.
- MORAN, M. J.; SHAPIRO, H. N. **Princípios de termodinâmica para engenharia**; LTC, 4ª edição, 2002.
- NORTON, R. L. **Projeto de máquinas**, 2ª edição, São Paulo: Bookman, 2006.
- PAC – Programa de Aceleração do Crescimento, República Federativa do Brasil, 2011.
- PAC2 – Programa de Aceleração do Crescimento, República Federativa do Brasil, 2012.
- PATANKAR, S. V., **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**; McGraw-Hill, New York, 1980.

REYNOLDS, O., On the Theory of Lubrication and Its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil. **Philos. Trans. R. Soc. London**, Series A, Vol. 177, Part 1, 1886, pp.157-234

SHEN, X.Y.; JIA, J. H.; ZHAO, M.; JING, J. P. Numerical and experimental analysis of the rotor-bearing-seal system. **Journal of Mechanical Engineering Science** v. 222, part C, pp. 1435-1441, 2008.

TAO, L. N. A theory of lubrication in short journal bearings with turbulent flow. **Transactions of ASME**, p. 1734, 1958.

TUCKMANTEL, F. W. S. **Integração De sistemas rotor-mancais hidrodinâmicos-estruturas de suporte para resolução numérica**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.

VANCE, J. M. **Rotordynamics of Turbomachinery**; John Wiley & Sons, New York, 1988.

VANCE, J. M.; FOUAD Z.; MURPHY B. **Machinery Vibration and Rotordynamics**; John Wiley & Sons, New York, 2010.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

ALVES, D. S.; DANIEL, G. B.; CAVALCA, K. L. An investigation on thermohydrodynamic lubrication in journal bearings. **Proceedings of the 20th International Congress of Mechanical Engineering**, Gramado-RS, 2009.

CHENG, M.; MENG, G.; JING J. Numerical and experimental study of a rotor-bearing-seal system. **Mechanism and Machine Theory**, v.42, n.8, p. 1043-1057, 2007.

MACHADO, T. H.; CAVALCA, K. L. Evaluation of dynamic coefficients for fluid journal bearings with different geometries. **Proceedings of the 20th International Congress of Mechanical Engineering**, Gramado-RS, 2009.

NELSON, H. D. A Finite Rotating Shaft Element Using Timoshenko Beam Theory. **Journal of Mechanical Design**, v.102, pp.793-803, October 1980.

NELSON, C.; NGUYEN, D. Comparasion of Hirs' equation eith Moody's equation for determining rotordynamic coefficients of annular pressure seals. **Journal of tribology**, n. 109, p. 144-148, 1987.

VIEIRA, L. C.; CAVALCA, K. L. Hydrodynamic lubrication evaluation of sector trust bearings. **Proceedings of the 20th International Congress of Mechanical Engineering**, Gramado-RS, 2009.

WEI-ZHE, W.; YING-ZHENG, L. Numerical analysis of leakage flow through two labyrinth seal. **Journal of Hydrodynamics**, series B, v.9 , n.1 , p. 107-112, 2007.

APÊNDICE A – DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES

A partir da equação básica, na forma integral, representada e analisada no capítulo 4, aqui reescrita pela Equação (A1), é possível determinar as três equações governantes para fluidos, sendo elas: equação de continuidade, equação de quantidade de movimento axial e equação de quantidade de movimento circunferencial.

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{sistema} = \frac{d}{dt} \int_{v.c.} \eta \rho dV + \int_{s.c} \eta \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (A1)$$

Como já mencionado, a Equação geral (A1) representa uma relação genérica da taxa de variação de uma propriedade extensiva qualquer, N, de um sistema e sua variação em um volume de controle. Além disso, η representa a propriedade intensiva correspondente a N, ou propriedade extensiva por unidade de massa, ρ é a massa específica do fluido e \vec{V} representa a velocidade medida em relação à superfície do volume de controle.

O primeiro termo da equação descreve a taxa de variação total da propriedade extensiva, N. O segundo termo representa a taxa de variação da propriedade extensiva com o tempo, existente em um volume de controle, e finalmente, o terceiro termo descreve a taxa líquida de fluxo na propriedade extensiva através da superfície de controle.

A Figura A1 representa o elemento de fluido diferencial a ser analisado, bem como as características geométricas do selo de fluxo.

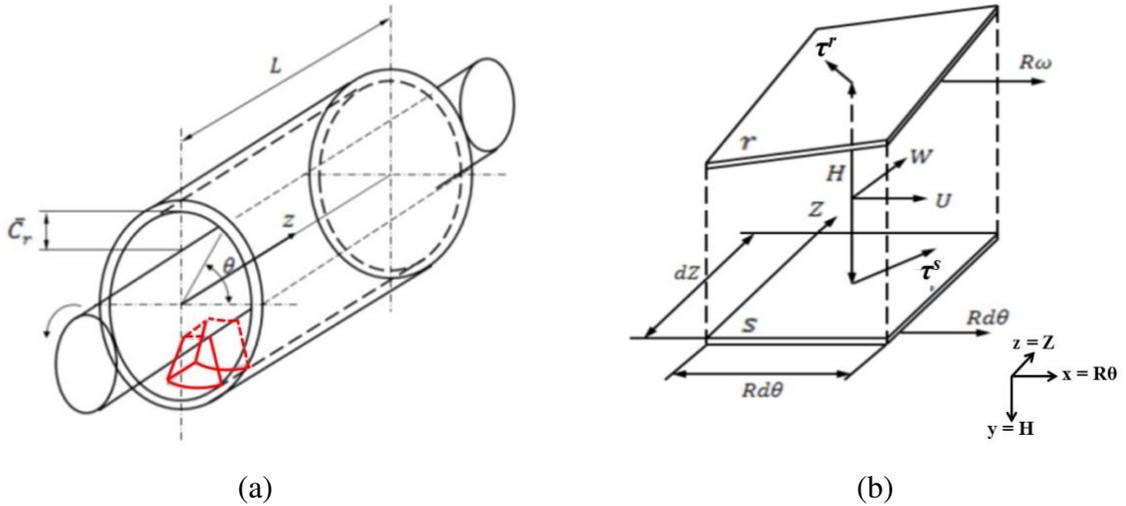


Figura A1: (a) Geometria de um selo de fluxo; (b) Elemento de fluido diferencial.

(CHILDS, 1993).

Conforme mostrado na Figura A1 (a), \bar{C}_r representa a folga radial média do selo de fluxo e L é seu comprimento. Já a Figura A1 (b) indica W , que representa a componente de velocidade axial e U a componente de velocidade circunferencial ou tangencial, médias através do filme. 'r' e 's' caracterizam, respectivamente, as faces do rotor e do estator, assim como τ^r e τ^s são as tensões de cisalhamento atuantes na interface do fluido rotativo e na interface estática, H representa a função de folga no selo de fluxo.

Assim, para o equacionamento da conservação de massa, define-se que a propriedade extensiva, N , é a massa do sistema, M , sendo, neste caso, a propriedade intensiva correspondente, η , igual a 1:

$$\eta = N/M = M/M = 1$$

Aplicando essas considerações na Equação (A1), obtêm-se:

$$\left(\frac{dM}{dt}\right)_{sistema} = \frac{d}{dt} \int_{v.c.} \rho dV + \int_{s.c} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (A2)$$

Um sistema fechado representa uma porção de matéria fixa, assim, a lei da conservação de massa, que determina não ser possível criar ou eliminar matéria, apenas transformá-la, seja em um sistema físico ou químico, exige que a massa desse sistema seja constante, ou seja, que sua taxa de variação temporal seja nula. Assim:

$$\left(\frac{dM}{dt}\right)_{sistema} = 0 \quad (A3)$$

A formulação final da conservação de massa, na forma integral, é:

$$0 = \frac{d}{dt} \int_{v.c.} \rho dV + \int_{s.c} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (A4)$$

A aplicação da Equação (A4) para o elemento diferencial da Figura A1 (b) resulta em:

$$\left[\left(\rho \frac{\partial W}{\partial Z} dH + W \frac{\partial \rho}{\partial Z} dH \right) + \left(\rho \frac{\partial U}{R \partial \theta} dH + U \frac{\partial \rho}{R \partial \theta} dH \right) \right] R d\theta dZ + R d\theta dZ \frac{\partial(\rho H)}{\partial t} = 0 \quad (A5)$$

A partir da propriedade de derivação conhecida como regra da cadeia e considerando que a massa específica do fluido, ρ , não varia em relação às coordenadas geométricas do selo e nem com o tempo, tem-se:

$$\rho \frac{\partial(WH)}{\partial Z} + \rho \frac{\partial(UH)}{R \partial \theta} + \rho \frac{\partial(H)}{\partial t} = 0 \quad (A6)$$

Considerando o fluido como incompressível, ou seja, $\rho = \text{constante}$, resulta na formulação a seguir:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{R} \frac{\partial(HU)}{\partial \theta} + \frac{\partial(HW)}{\partial Z} = 0 \quad (\text{A7})$$

O equacionamento para a quantidade de movimento define a propriedade extensiva, N , como a quantidade de movimento linear, \vec{P} , e a propriedade intensiva, η , como sendo a velocidade, \vec{V} , assim a equação (A1) torna-se:

$$\left(\frac{d\vec{P}}{dt}\right)_{\text{sistema}} = \frac{d}{dt} \int_{v.c.} \vec{V} \rho dV + \int_{s.c} \vec{V} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (\text{A8})$$

A segunda lei de Newton, também conhecida como princípio fundamental da dinâmica, estabelece que a resultante de todas as forças externas, \vec{F} , (o que inclui todas as forças de superfície, \vec{F}_S , e de campo, \vec{F}_B) atuantes sobre um sistema, é igual à taxa de variação de sua quantidade de movimento linear, então:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_S + \vec{F}_B = \left(\frac{d\vec{P}}{dt}\right)_{\text{sistema}} \quad (\text{A9})$$

Portanto, a equação de quantidade de movimento é da forma:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_S + \vec{F}_B = \frac{d}{dt} \int_{v.c.} \vec{V} \rho dV + \int_{s.c} \vec{V} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (\text{A10})$$

Esta equação descreve que a resultante de todas as forças atuantes sobre o volume de controle, não submetido à aceleração, é igual à soma da taxa de variação da quantidade de movimento no interior do volume de controle, com a taxa líquida do fluxo de quantidade de movimento saindo da superfície de controle. A equação da quantidade de movimento é vetorial, e, portanto, pode ser equacionada a partir do sistema de coordenadas Z- θ , empregado na Figura A1 (a), resultando na formulação da quantidade de movimento axial, dada pela Equação (A11):

$$\sum \vec{F}_Z = \frac{d}{dt} \int_{v.c.} W\rho dV + \int_{s.c} W\rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (A11)$$

E na formulação da quantidade de movimento circunferencial:

$$\sum \vec{F}_\theta = \frac{d}{dt} \int_{v.c.} U\rho dV + \int_{s.c} U\rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (A12)$$

As Figuras A2 e A3 representam o diagrama de corpo livre para a determinação das forças atuantes no elemento diferencial de fluido, dado pela Figura A1 (b).

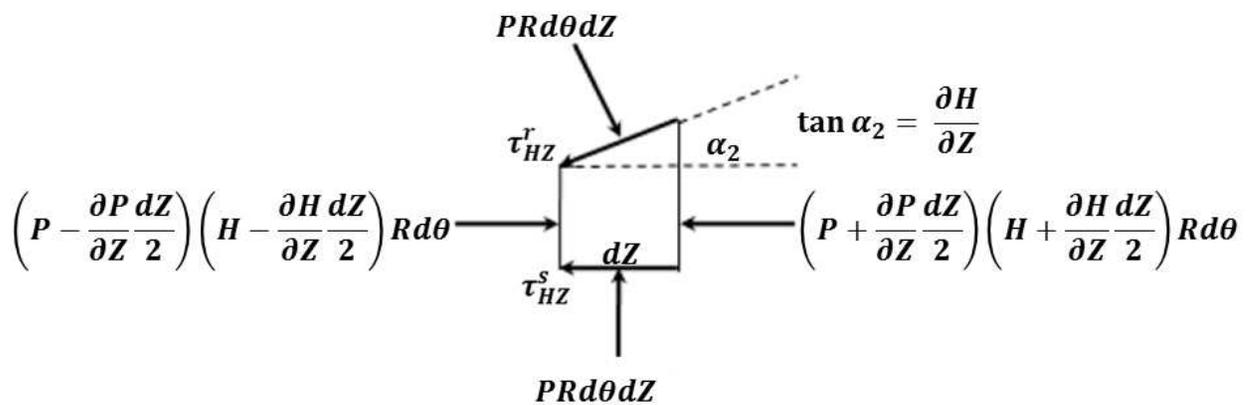


Figura A2: Forças (na direção Z) do elemento de fluido diferencial (adaptada de CHILDS, 1993).

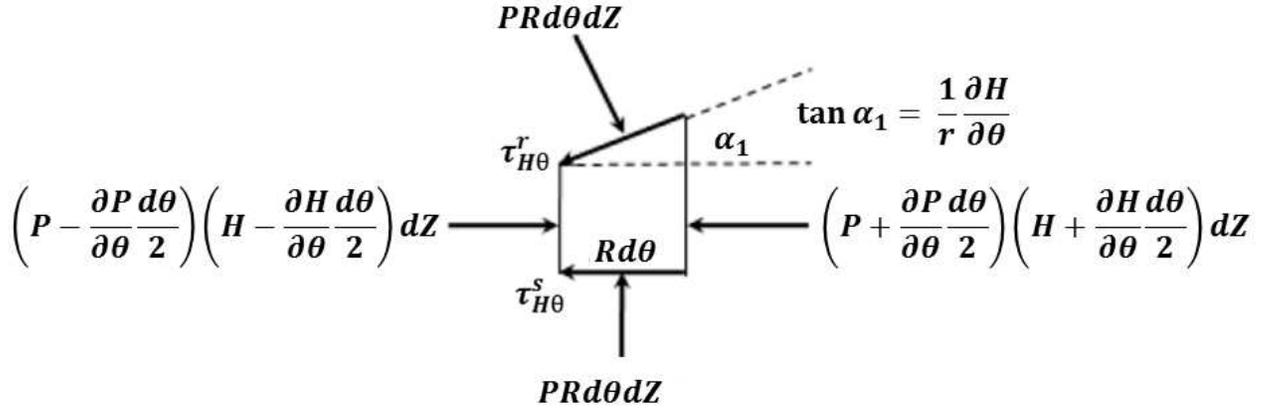


Figura A3: Forças (na direção θ) do elemento de fluido diferencial (CHILDS, 1993).

Assim, a partir das Figuras A2 e A3, a resultante das forças na direção Z e θ podem ser descritas pelas Equações (A13) e (A14), respectivamente.

$$\sum \vec{F}_Z = -Rd\theta dZ \left[H \frac{\partial P}{\partial Z} + (\tau_{HZ}^r + \tau_{HZ}^s) \right] \quad (A13)$$

$$\sum \vec{F}_\theta = -Rd\theta dZ \left[H \frac{\partial P}{\partial \theta} + (\tau_{H\theta}^r + \tau_{H\theta}^s) \right] \quad (A14)$$

A combinação das Equações (A11), (A12), (A13) e (A14) em um elemento como o da Figura A1 (b) na forma diferencial resulta nas Equações (A15) e (A16).

$$-Rd\theta dZ \left(H \frac{\partial P}{\partial Z} + \tau_{HZ}^r + \tau_{HZ}^s \right) = Rd\theta dZ \left(\frac{\partial(WH\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(HW^2\rho)}{\partial Z} + \frac{\partial(HUW\rho)}{R\partial\theta} \right) \quad (A15)$$

$$-Rd\theta dZ \left(\frac{H}{R} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \tau_{H\theta}^r + \tau_{H\theta}^s \right) = Rd\theta dZ \left(\frac{\partial(UH\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(HUW\rho)}{\partial Z} + \frac{\partial(HU^2\rho)}{R\partial\theta} \right) \quad (A16)$$

As equações de quantidade de movimento axial e movimento circunferencial, dadas pelas Equações (A15) e (A16), respectivamente, podem ser simplificadas utilizando a equação de

conservação de massa, Equação (A6). Para isso, deve-se multiplicar a Equação (A6) pela velocidade axial, W, resultando na Equação (A17), e subtrair da Equação (A15). Essa solução é dada pela Equação (A18).

$$\rho W \frac{\partial H}{\partial t} + \rho \frac{W}{R} \frac{\partial(HU)}{\partial \theta} + \rho W \frac{\partial(HW)}{\partial Z} = 0 \quad (\text{A17})$$

$$-H \frac{\partial P}{\partial Z} - (\tau_{HZ}^r + \tau_{HZ}^s) = -\rho W \frac{\partial H}{\partial t} - \rho W \frac{\partial(HU)}{R \partial \theta} - \rho W \frac{\partial(HW)}{\partial Z} + \rho \frac{\partial(HW)}{\partial t} + \rho \frac{\partial(HWU)}{R \partial \theta} + \rho \frac{\partial(HW^2)}{\partial Z} \quad (\text{A18})$$

Utilizando a regra da cadeia para simplificação, tem-se a Equação (A19).

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial(HW)}{\partial t} &= \rho W \frac{\partial H}{\partial t} + \rho H \frac{\partial W}{\partial t} \rightarrow \rho H \frac{\partial W}{\partial t} = \rho \frac{\partial(HW)}{\partial t} - \rho W \frac{\partial H}{\partial t} \\ \rho \frac{\partial(HWU)}{R \partial \theta} &= \rho W \frac{\partial(HU)}{R \partial \theta} + \rho HU \frac{\partial W}{R \partial \theta} \rightarrow \rho HU \frac{\partial W}{R \partial \theta} = \rho \frac{\partial(HWU)}{R \partial \theta} - \rho W \frac{\partial(HU)}{R \partial \theta} \\ \rho \frac{\partial(HW^2)}{\partial Z} &= \rho W \frac{\partial HW}{\partial Z} + \rho HW \frac{\partial W}{\partial Z} \rightarrow \rho HW \frac{\partial W}{\partial Z} = \rho \frac{\partial(HW^2)}{\partial Z} - \rho W \frac{\partial HW}{\partial Z} \\ -H \frac{\partial P}{\partial Z} &= \tau_{HZ}^r + \tau_{HZ}^s + \rho H \left(\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{U}{R} \frac{\partial W}{\partial \theta} + W \frac{\partial W}{\partial Z} \right) \end{aligned} \quad (\text{A19})$$

Já para a simplificação da Equação (A16), multiplica-se a Equação (A6) pela velocidade circunferencial, U, resultando na Equação (A20), e subtrai-se essa equação da parcela do lado direito da Equação (A16), derivando na Equação (A21).

$$\rho U \frac{\partial H}{\partial t} + \rho \frac{U}{R} \frac{\partial(HU)}{\partial \theta} + \rho U \frac{\partial(HW)}{\partial Z} = 0 \quad (\text{A20})$$

$$-H \frac{\partial P}{R \partial \theta} - (\tau_{HZ}^r + \tau_{HZ}^s) = -\rho U \frac{\partial H}{\partial t} - \rho U \frac{\partial(HU)}{R \partial \theta} - \rho U \frac{\partial(HW)}{\partial Z} + \rho \frac{\partial(HU)}{\partial t} + \rho \frac{\partial(HWU)}{\partial Z} + \rho \frac{\partial(HU^2)}{R \partial \theta} \quad (\text{A21})$$

Da mesma forma que para a equação de quantidade de movimento axial, é possível simplificar a Equação (A21) resultando na Equação (A22).

$$\begin{aligned}
\rho \frac{\partial(HU)}{\partial t} &= \rho U \frac{\partial H}{\partial t} + \rho H \frac{\partial U}{\partial t} \rightarrow \rho H \frac{\partial U}{\partial t} = \rho \frac{\partial(HU)}{\partial t} - \rho U \frac{\partial H}{\partial t} \\
\rho \frac{\partial(HWU)}{\partial Z} &= \rho U \frac{\partial(HW)}{\partial Z} + \rho HW \frac{\partial U}{\partial Z} \rightarrow \rho HW \frac{\partial U}{\partial Z} = \rho \frac{\partial(HWU)}{\partial Z} - \rho U \frac{\partial(HW)}{\partial Z} \\
\rho \frac{\partial(HU^2)}{R\partial\theta} &= \rho U \frac{\partial HU}{R\partial\theta} + \rho HU \frac{\partial U}{R\partial\theta} \rightarrow \rho HU \frac{\partial U}{R\partial\theta} = \rho \frac{\partial(HU^2)}{R\partial\theta} - \rho U \frac{\partial HU}{R\partial\theta} \\
-\frac{H}{R} \frac{\partial P}{\partial\theta} &= \tau_{H\theta}^r + \tau_{H\theta}^s + \rho H \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{R} \frac{\partial U}{\partial\theta} + W \frac{\partial U}{\partial Z} \right)
\end{aligned} \tag{A22}$$

APÊNDICE B – DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES COM UMA PEQUENA PERTURBAÇÃO

Como apresentado no Capítulo 6, uma pequena perturbação precisa ser aplicada no sistema eixo-selo mecânico para determinar as forças de reação. As variáveis de folga do selo (h), velocidade axial (w), velocidade circumferencial (u) e de pressão (p) perturbadas são apresentadas nas Equações (B1) a (B4). Essas variáveis devem ser substituídas nas Equações (B5) a (B7), que representam, respectivamente, as equações de conservação de massa, quantidade de movimento axial e quantidade de movimento circumferencial.

$$h = h_0 + \epsilon h_1 \quad (\text{B1})$$

$$w = w_0 + \epsilon w_1 \quad (\text{B2})$$

$$u = u_0 + \epsilon u_1 \quad (\text{B3})$$

$$p = p_0 + \epsilon p_1 \quad (\text{B4})$$

$$\frac{\partial h}{\partial \tau} + b \frac{L}{R} \frac{\partial (hu)}{\partial \theta} + \frac{\partial (hw)}{\partial z} = 0 \quad (\text{B5})$$

$$-h \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{w}{2} u^s \gamma^s \frac{L}{C_r} + \frac{w}{2} u^r \gamma^r \frac{L}{C_r} + h \left(\frac{\partial w}{\partial \tau} + b \frac{L}{R} u \frac{\partial w}{\partial \theta} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (\text{B6})$$

$$-\frac{h L}{b R} \frac{\partial p}{\partial \theta} = \frac{u}{2} u^s \gamma^s \frac{L}{C_r} + \frac{(u-1)}{2} u^r \gamma^r \frac{L}{C_r} + h \left(\frac{\partial u}{\partial \tau} + b \frac{L}{R} u \frac{\partial u}{\partial \theta} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (\text{B7})$$

Assim, a equação de conservação de massa ((B5)) pode ser representada na forma da Equação (B8)

$$\frac{\partial (h_0 + \epsilon h_1)}{\partial \tau} + b \frac{L}{R} \frac{\partial [(h_0 + \epsilon h_1)(u_0 + \epsilon u_1)]}{\partial \theta} + \frac{\partial [(h_0 + \epsilon h_1)(w_0 + \epsilon w_1)]}{\partial z} = 0 \quad (\text{B8})$$

Considerando h_0 e u_0 constantes em relação a θ , como feito para o eixo centrado, e desprezando os termos de ordem superior em ϵ , tem-se:

$$\frac{\partial h_1}{\partial \tau} + b \frac{L}{R} \left(h_0 \frac{\partial(u_1)}{\partial \theta} + u_0 \frac{\partial(h_1)}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial(h_0 w_1)}{\partial z} + \frac{\partial(h_1 w_0)}{\partial z} = 0 \quad (\text{B9})$$

Realocando os termos da Equação (B9) e lembrando que $w_0 = 1/h_0$, tem-se a Equação (B10).

$$b \frac{L}{R} h_0 \frac{\partial(u_1)}{\partial \theta} + \frac{\partial(h_0 w_1)}{\partial z} = -\frac{\partial h_1}{\partial \tau} - b \frac{L}{R} u_0 \frac{\partial(h_1)}{\partial \theta} + \frac{h_1}{h_0^2} \frac{\partial(h_0)}{\partial z} \quad (\text{B10})$$

A equação de quantidade movimento axial ((B6)), é apresentada na forma da Equação (B11), após as substituições das Equações (B1) a (B4).

$$\begin{aligned} -(h_0 + \epsilon h_1) \frac{\partial(p_0 + \epsilon p_1)}{\partial z} &= \frac{(w_0 + \epsilon w_1)}{2} u^s \gamma^s \frac{L}{\bar{C}_r} + \frac{(w_0 + \epsilon w_1)}{2} u^r \gamma^r \frac{L}{\bar{C}_r} \\ + (h_0 + \epsilon h_1) \left(\frac{\partial(w_0 + \epsilon w_1)}{\partial \tau} + b \frac{L}{R} (u_0 + \epsilon u_1) \frac{\partial(w_0 + \epsilon w_1)}{\partial \theta} + (w_0 + \epsilon w_1) \frac{\partial(w_0 + \epsilon w_1)}{\partial z} \right) & \end{aligned} \quad (\text{B11})$$

Da mesma forma que para a equação de conservação de massa, os termos de ordem superior também foram desprezados, bem como substituindo os termos que englobam apenas a análise do eixo centrado, pois estes termos já foram resolvidos. Assim, a equação de movimento axial pode ser representada pela Equação (B12).

$$\begin{aligned} -h_0 \frac{\partial p_1}{\partial z} - h_1 \frac{\partial p_0}{\partial z} &= \frac{w_1}{2} u^s \gamma^s \frac{L}{\bar{C}_r} + \frac{w_1}{2} u^r \gamma^r \frac{L}{\bar{C}_r} + h_0 \frac{\partial w_1}{\partial \tau} + h_1 \frac{\partial w_0}{\partial \tau} \\ + \left(b \frac{L}{R} \right) \left(u_1 h_0 \frac{\partial w_0}{\partial \theta} + u_0 h_1 \frac{\partial w_0}{\partial \theta} + u_0 h_0 \frac{\partial w_1}{\partial \theta} \right) &+ w_1 h_0 \frac{\partial w_0}{\partial z} + w_0 h_1 \frac{\partial w_0}{\partial z} + w_0 h_0 \frac{\partial w_1}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{B12})$$

Utilizando variáveis de atrito genéricas (γ^s e γ^r), que podem ser calculadas, através de expressões específicas, para qualquer modelo de atrito, neste caso Moody, e considerando que h_0 e u_0 são constantes em relação a θ e ao tempo, obtém-se a Equação (B13).

$$\frac{\partial p_1}{\partial z} + A_{2z}u_1 + A_{3z}w_1 + \left[\frac{\partial w_1}{\partial \tau} + \left(b \frac{L}{R} \right) u_0 \frac{\partial w_1}{\partial \theta} + w_0 \frac{\partial w_1}{\partial z} \right] = A_{1z}h_1 \quad (\text{B13})$$

Assim como para a equação de conservação de massa e de quantidade de movimento axial, a equação de quantidade de movimento circunferencial ((B7)), apresenta-se na forma da Equação (B14) após a substituição das Equações (B1) a (B4).

$$\begin{aligned} -\frac{(h_0 + \epsilon h_1)}{b} \frac{L}{R} \frac{\partial(p_0 + \epsilon p_1)}{\partial \theta} &= \frac{(u_0 + \epsilon u_1)}{2} u^s \gamma^s \frac{L}{\bar{C}_r} + \frac{[(u_0 + \epsilon u_1) - 1]}{2} u^r \gamma^r \frac{L}{\bar{C}_r} \\ + (h_0 + \epsilon h_1) \left[\frac{\partial(u_0 + \epsilon u_1)}{\partial \tau} + b \frac{L}{R} (u_0 + \epsilon u_1) \frac{\partial(u_0 + \epsilon u_1)}{\partial \theta} + (w_0 + \epsilon w_1) \frac{\partial(u_0 + \epsilon u_1)}{\partial z} \right] & \end{aligned} \quad (\text{B14})$$

Desprezando os termos de ordem superior e substituindo os termos exclusivamente para a solução do eixo centrado, tem-se a Equação (B15).

$$\begin{aligned} -\frac{1}{b} \left(\frac{L}{R} \right) \left(h_0 \frac{\partial p_1}{\partial \theta} + h_1 \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \right) &= \frac{u_1}{2} u^s \gamma^s \frac{L}{\bar{C}_r} + \frac{(u_1 - 1)}{2} u^r \gamma^r \frac{L}{\bar{C}_r} + h_1 \frac{\partial u_0}{\partial \tau} + h_0 \frac{\partial u_1}{\partial \tau} \\ + \left(b \frac{L}{R} \right) \left(u_0 h_1 \frac{\partial u_0}{\partial \theta} + u_1 h_0 \frac{\partial u_0}{\partial \theta} + u_0 h_0 \frac{\partial u_1}{\partial \theta} \right) &+ w_0 h_1 \frac{\partial u_0}{\partial z} + w_1 h_0 \frac{\partial u_0}{\partial z} + w_0 h_0 \frac{\partial u_1}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{B15})$$

Utilizando as mesmas variáveis genéricas, aplicadas na equação de quantidade de movimento axial, e as mesmas considerações pra o atrito, obtém-se a Equação (B16).

$$\frac{1}{b} \left(\frac{L}{R} \right) \left(\frac{\partial p_1}{\partial \theta} \right) + A_{2\theta}u_1 + A_{3\theta}w_1 + \left[\frac{\partial u_1}{\partial \tau} + \left(b \frac{L}{R} \right) \left(u_0 \frac{\partial u_1}{\partial \theta} \right) + w_0 \frac{\partial u_1}{\partial z} \right] = A_{1\theta}h_1 \quad (\text{B16})$$

Os coeficientes das Equações (B10), (B13) e (B16) são funções da solução do problema para o eixo centrado, e portanto, são conhecidos para este procedimento de cálculo.

A solução para as equações governantes de fluidos foi resolvida utilizando o modelo de atrito de Moody, para comparação posterior com a referência bibliográfica específica, (CHILDS, 1993). Assim, segundo Childs (1993), os fatores A_{iz} e $A_{i\theta}$, para *Moody*, são definidos pelas Equações (B17) a (B22):

$$A_{1z} = \frac{w_0}{2h_0^2} \left\{ \sigma^s u_0^s \left[1 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{a_1}{\gamma^s} \right) \right] + \sigma^r u_0^r \left[1 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{a_1}{\gamma^r} \right) \right] \right\} \quad (\text{B17})$$

$$A_{2z} = \frac{w_0 b^2}{2h_0} \left[\frac{\sigma^s}{u_0^s} u_0 (1 + b^s) + \frac{\sigma^r}{u_0^r} (u_0 - 1)(1 + b^r) \right] \quad (\text{B18})$$

$$A_{3z} = \frac{1}{2h_0} \left\{ \frac{\sigma^s}{u_0^s} [(u_0^s)^2 + w_0^2(1 + b^s)] + \frac{\sigma^r}{u_0^r} [(u_0^r)^2 + w_0^2(1 + b^r)] - \frac{1}{h_0} \frac{dh_0}{dz} \right\} \quad (\text{B19})$$

$$A_{1\theta} = \frac{1}{2h_0^2} \left\{ \sigma^s u_0 u_0^s \left[1 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{a_1}{\gamma^s} \right) \right] + \sigma^r (u_0 - 1) u_0^r \left[1 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{a_1}{\gamma^r} \right) \right] \right\} \quad (\text{B20})$$

$$A_{2\theta} = \frac{1}{2h_0^2} \left\{ \frac{\sigma^s}{u_0^s} [(u_0^s)^2 + b^2 u_0^2 (1 + b^s)] + \frac{\sigma^r}{u_0^r} [(u_0^r)^2 + b^2 (u_0 - 1)^2 (1 + b^r)] \right\} \quad (\text{B21})$$

$$A_{3\theta} = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\sigma^s}{u_0^s} u_0 (b^2 u_0^2 - b^s w_0^2) + \frac{\sigma^r}{u_0^r} (u_0 - 1) [b^2 (u_0 - 1)^2 - b^r w_0^2] \right\} \quad (\text{B22})$$

Sendo:

$$b = R\omega/W_0$$

$$\gamma^s = a_1 \left[1 + \left(\frac{a_2^s}{h} + \frac{a_3}{hu^s} \right)^{1/3} \right]$$

$$\gamma^r = a_1 \left[1 + \left(\frac{a_2^r}{h} + \frac{a_3}{hu^r} \right)^{1/3} \right]$$

$$B_0^s = \frac{a_2^s}{h_0} + \frac{a_3}{h_0 u_0^s}$$

$$B_0^r = \frac{a_2^r}{h_0} + \frac{a_3}{h_0 u_0^r}$$

$$b^s = -\frac{1}{3B_0^s} \left(1 - \frac{a_1}{\gamma^s}\right) \left(\frac{a_3}{h_0 u_0^s}\right)$$

$$b^r = -\frac{1}{3B_0^r} \left(1 - \frac{a_1}{\gamma^r}\right) \left(\frac{a_3}{h_0 u_0^r}\right)$$

$$a_1 = 1,375 \cdot 10^{-3} \quad a_2^r = 2 \cdot 10^4 \epsilon^r; \quad \text{Coeficientes para a solução por Moody}$$

$$a_2^s = 2 \cdot 10^4 \epsilon^s; \quad a_3 = 10^6 / \Re_0;$$

$$\Re_0 = \frac{2\bar{C}_r W_0 \rho}{\mu} \quad \text{Número de Reynolds}$$

Para a determinação das condições de contorno considerando uma pequena perturbação no sistema, as Equações (B1) a (B4) devem ser substituídas nas Equações (B23) e (B24), já representadas na forma adimensionalizada, aplicando assim, as variáveis perturbadas do sistema e por conseguinte, obtendo as Equações (B25) e (B26).

$$p_d - p(0) = \frac{(1 + \xi)}{2} w^2(0) \quad (\text{B23})$$

$$p(1) + \frac{(1 - \xi_e)}{2} w^2(1) = p_e \quad (\text{B24})$$

$$p_d - p_0(0) - \epsilon p_1(0) = \frac{(1 + \xi)}{2} w_0^2(0) + \frac{(1 + \xi)}{2} 2w_0 w_1 + \frac{(1 + \xi)}{2} \epsilon^2 w_1^2 \quad (\text{B25})$$

$$p_0 + \epsilon p_1 + \frac{(1 - \xi_e)}{2} w_0^2 + \frac{(1 - \xi_e)}{2} 2w_0 w_1 + \frac{(1 - \xi_e)}{2} \epsilon^2 w_1^2 = p_e \quad (\text{B26})$$

Eliminando os termos de ordem superior e substituindo a solução para o sistema centrado nas Equações (B25) e (B26), obtêm-se as Equações (B27) e (B28).

$$p_1(0, \theta, \tau) = -(1 + \xi)w_1(0, \theta, \tau)w_0(0) = -\frac{(1 + \xi)}{h_0(0)}w_1(0, \theta, \tau) \quad (\text{B27})$$

$$p_1(1, \theta, \tau) = -(1 - \xi_e)w_1(1, \theta, \tau)w_0(1) = -\frac{(1 - \xi_e)}{h_0(1)}w_1(1, \theta, \tau) \quad (\text{B28})$$

APÊNDICE C – SIMULAÇÃO NUMÉRICA CONSIDERANDO MANCAIS CILÍNDRICOS E SELOS DE FLUXO.

C1 Sistema Completo: Eixo, mancal cilíndrico, selos mecânicos e fundação.

Após avaliar apenas a influência dos selos mecânicos no sistema completo, considerando para isso um mancal rígido, verificou-se a interação entre um mancal cilíndrico hidrodinâmico e os selos planos cilíndricos, para tornar a análise do conjunto girante mais próxima da realidade. Além disso, ainda foi analisada a fundação, que pode ser rígida ou flexível na direção vertical.

O mesmo eixo, representado pelo modelo da Figura 64, é aqui analisado. Além disso, os demais parâmetros são mantidos, ou seja, a força de excitação, as características da fundação flexível e os coeficientes dos selos planos.

C1.1 Sistema eixo-mancal cilíndrico

Aqui, é verificada apenas a influência do mancal cilíndrico no rotor, sem considerar, portanto, os selos de fluxo. O mancal hidrodinâmico utilizado para esta análise é apresentado na Tabela C1. Os coeficientes diretos e cruzados de rigidez e amortecimento do mancal representado pela Tabela C1 são apresentados nas Figuras C1 e C2.

Tabela C1: Características geométricas do mancal hidrodinâmico.

Designação	L [mm]	D [mm]	Cr [μm]
Cilíndrico	20	30	90

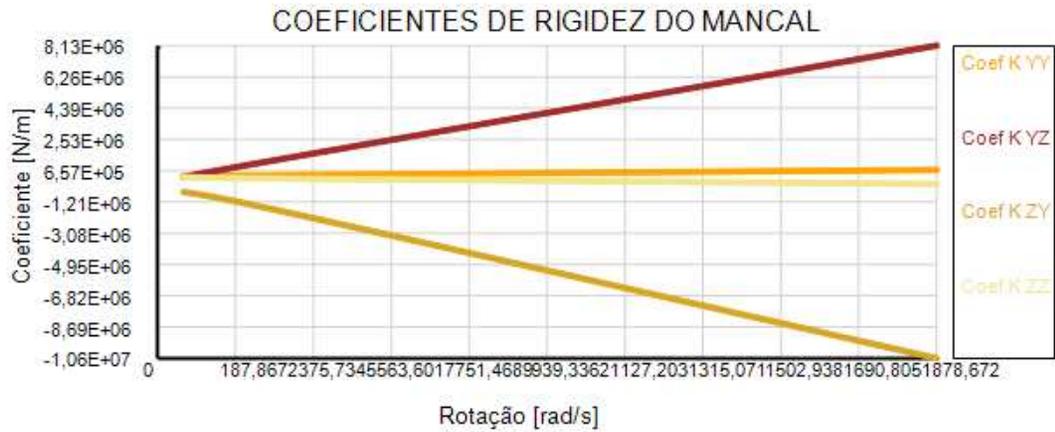


Figura C1: Coeficientes de rigidez do mancal cilíndrico.

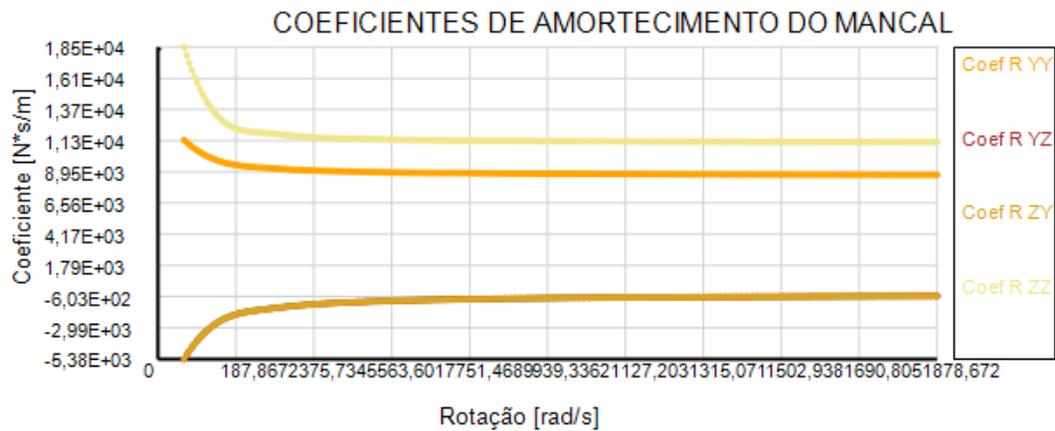
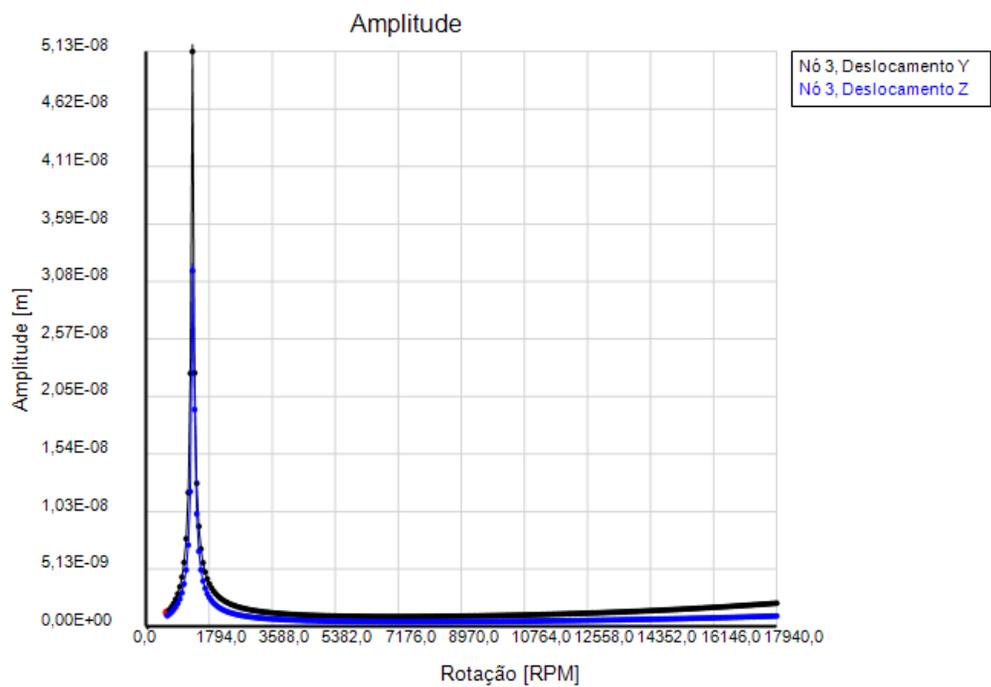
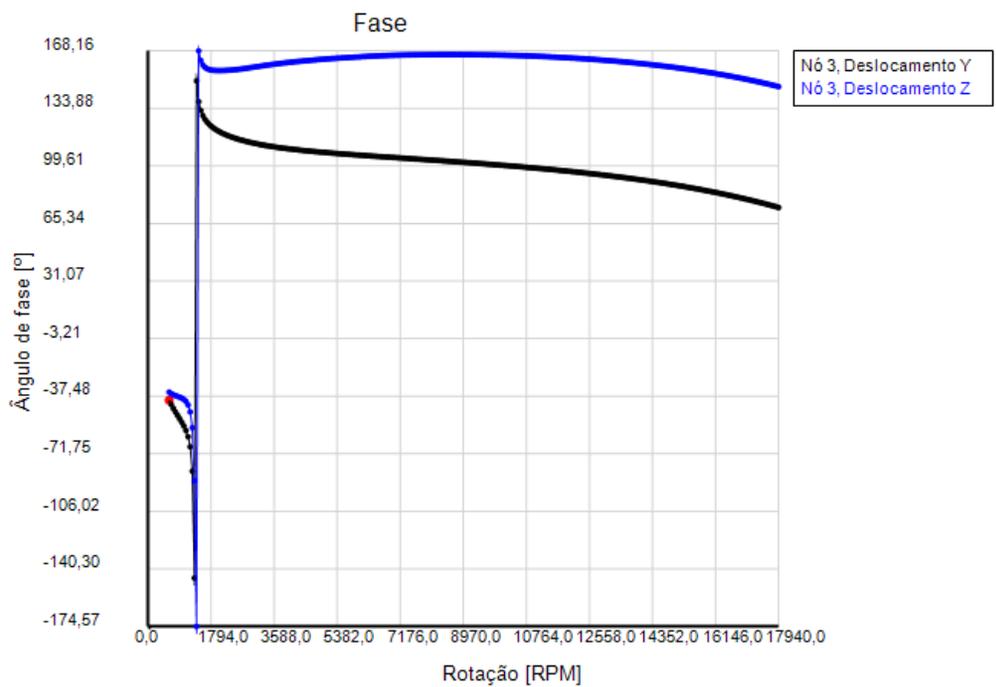


Figura C2: Coeficientes de amortecimento no mancal cilíndrico.

As Figuras C3 a C5 representam as amplitudes e as fases dos nós referentes ao mancal (nó 3), ao munhão onde se colocará um dos selos (nó 7) e o nó do disco rígido (nó 11). O diagrama de Campbell é apresentado pela Figura C6.

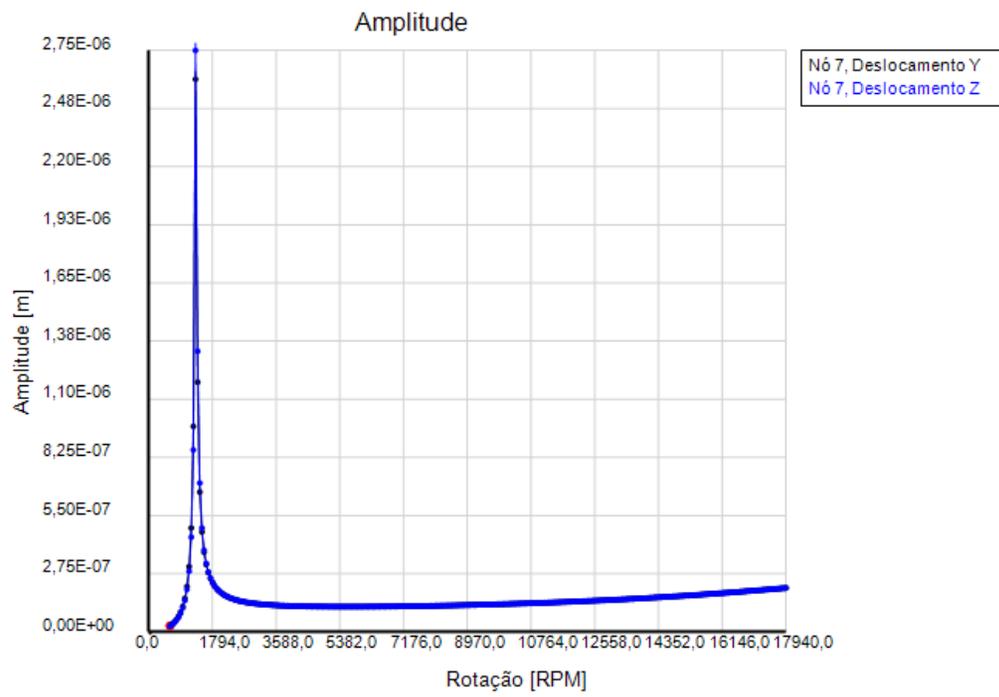


(a)

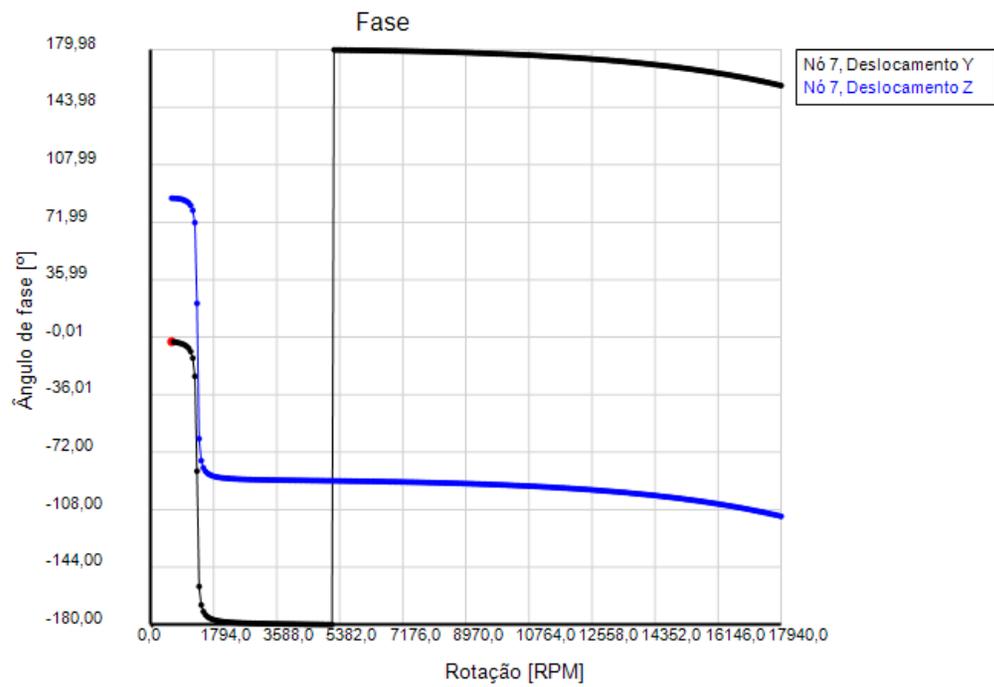


(b)

Figura C3: (a) Amplitude do nó 3. (b) Fase do nó 3.

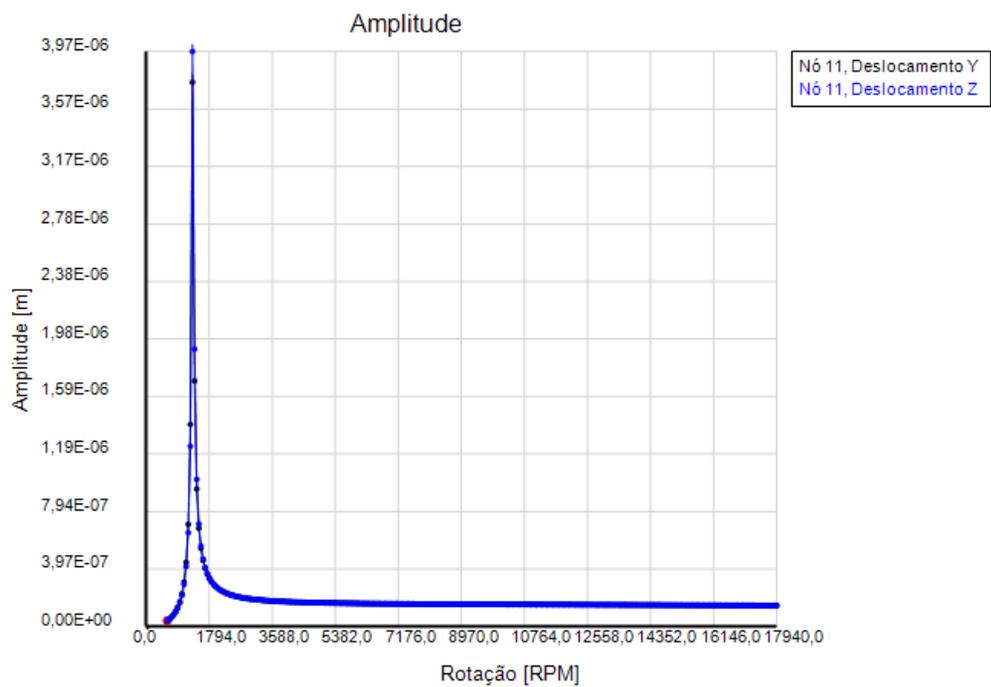


(a)

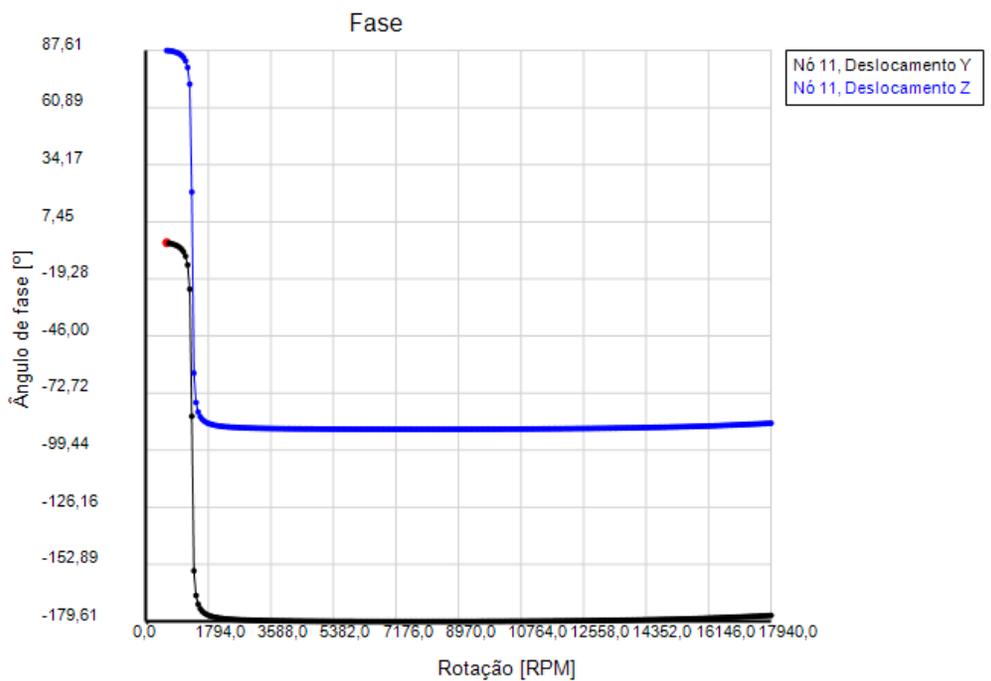


(b)

Figura C4: (a) Amplitude do nó 7. (b) Fase do nó 7.



(a)



(b)

Figura C5: (a) Amplitude do nó 11. (b) Fase do nó 11.

Pelas Figuras C3 a C5 nota-se que o pico de amplitude do sistema ocorre em torno de 1345 rpm (141 rad/s). Pela Figura C6 pode-se afirmar que este ponto refere-se à primeira frequência natural do sistema rotativo. No entanto, o uso de mancais ciliíndricos afeta a amplitude nas direções Y e Z. No nó 3, a amplitude na direção Z é menor do que na direção Y. Nos nós 7 e 11 a amplitude na direção em Y é a menor. De um modo geral, as amplitudes nos nós do selo de fluxo e da massa concentrada são menores que no caso do mancal rígrado.

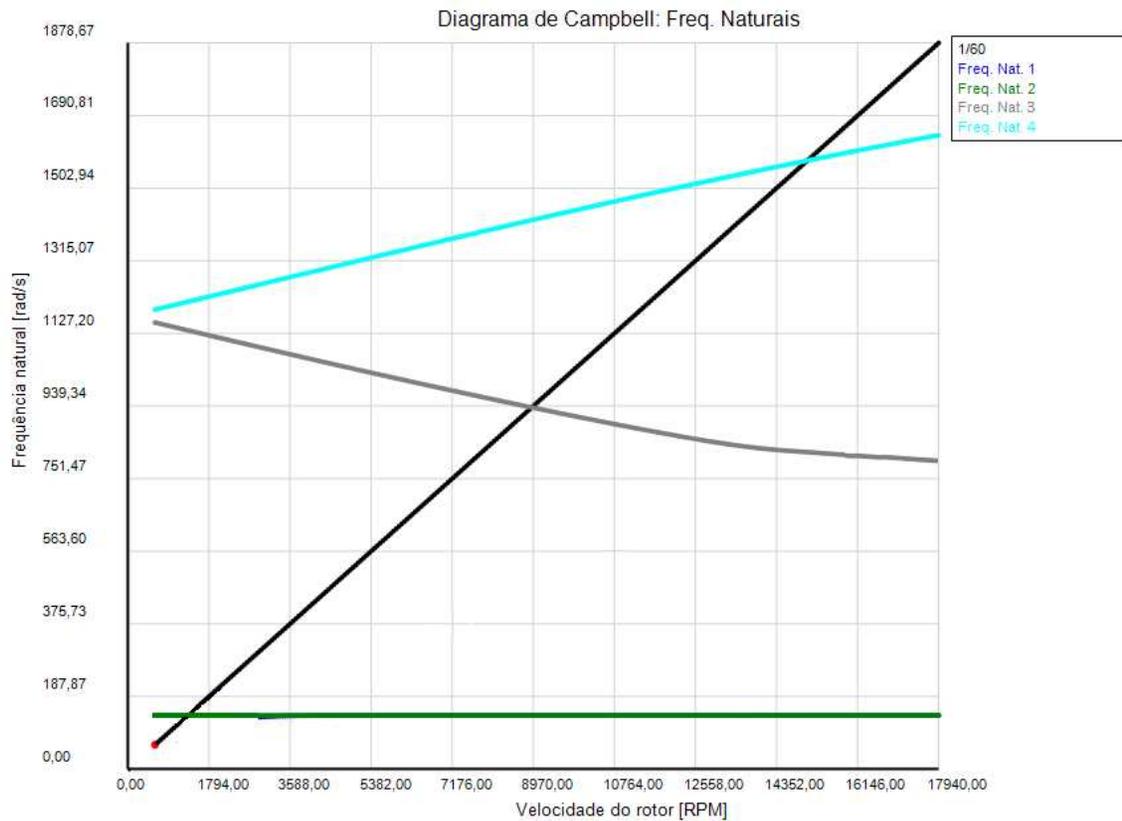


Figura C6: Diagrama de Campbell.

A Figura C6 representa as frequências naturais do sistema analisado.

A Figura C7 representa os modos operacionais do sistema em três frequências, sendo que a 1345 rpm encontra-se a frequência natural de flexão do eixo, Figura C7 (b).

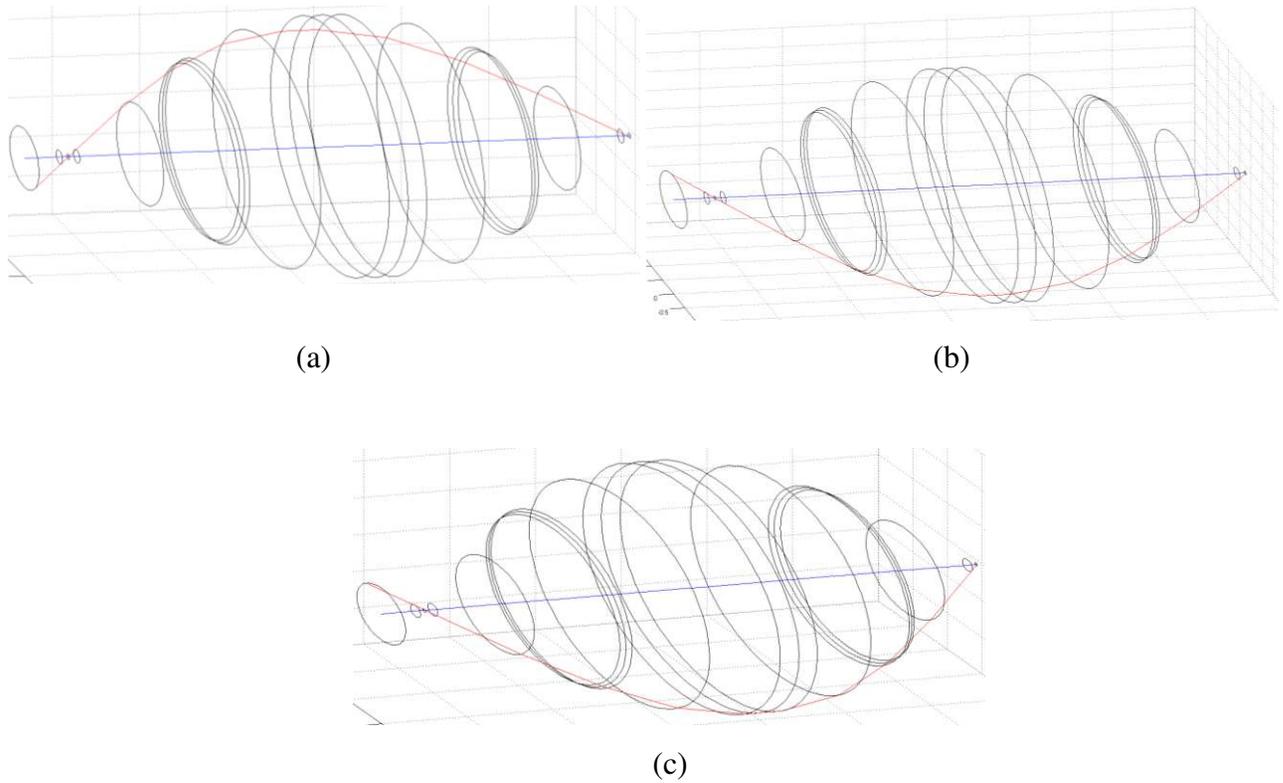
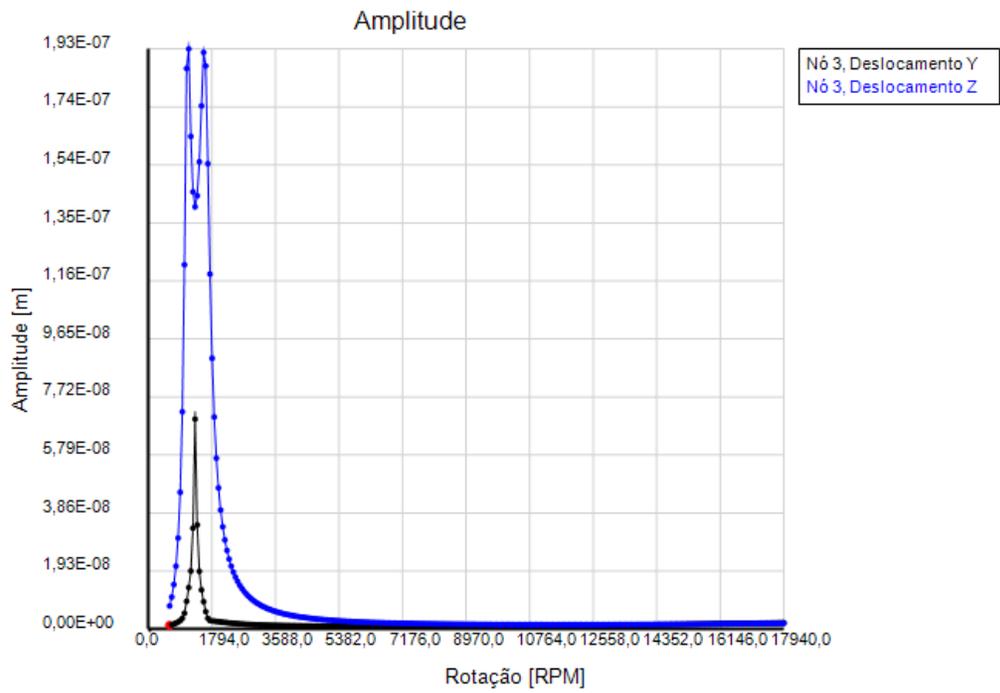
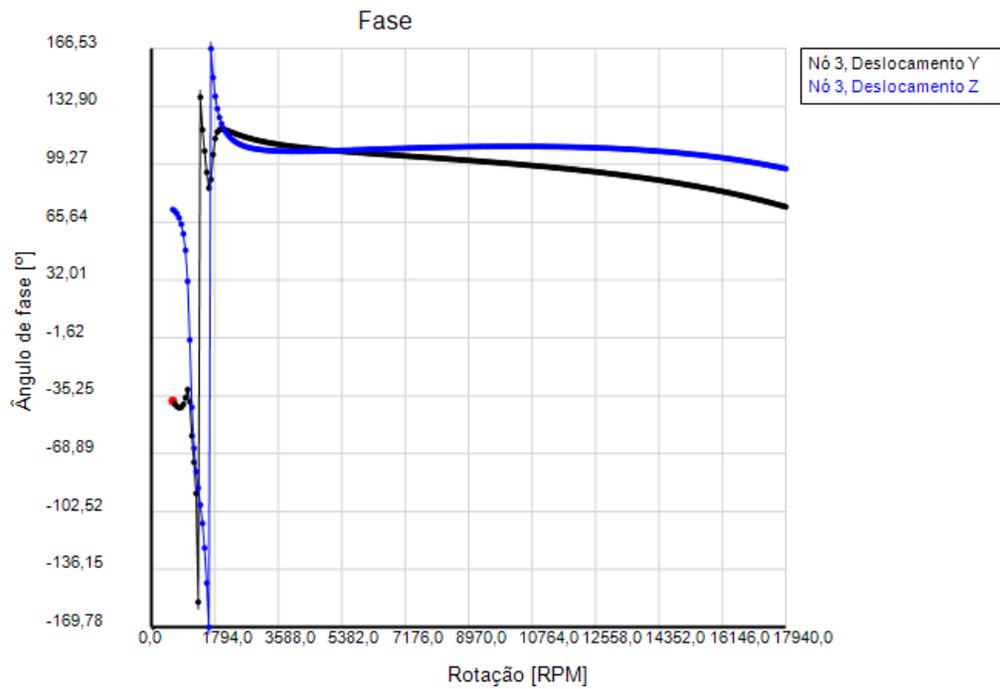


Figura C7: Modo operacional do sistema a: (a) 1121 rpm. (b) 1345 rpm. (c) 1681,8 rpm.

As Figuras C8 a C10 representam as amplitudes e fases do sistema eixo-mancal cilíndrico considerando, agora, uma fundação flexível na direção Z com características dadas pela Tabela 14.

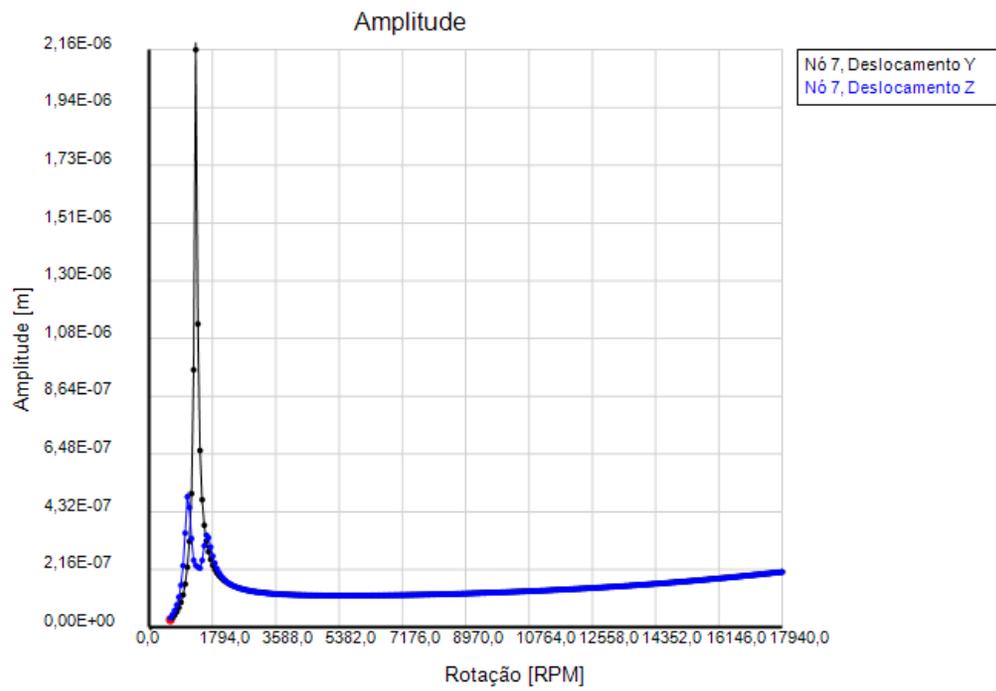


(a)

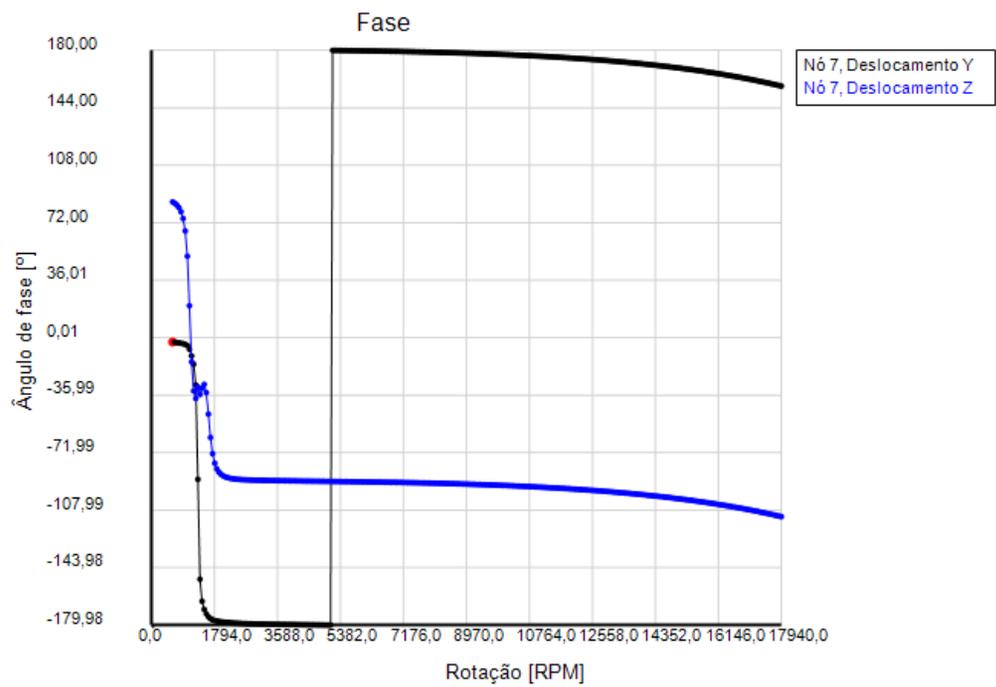


(b)

Figura C8: (a) Amplitude do nó 3. (b) Fase do nó 3.

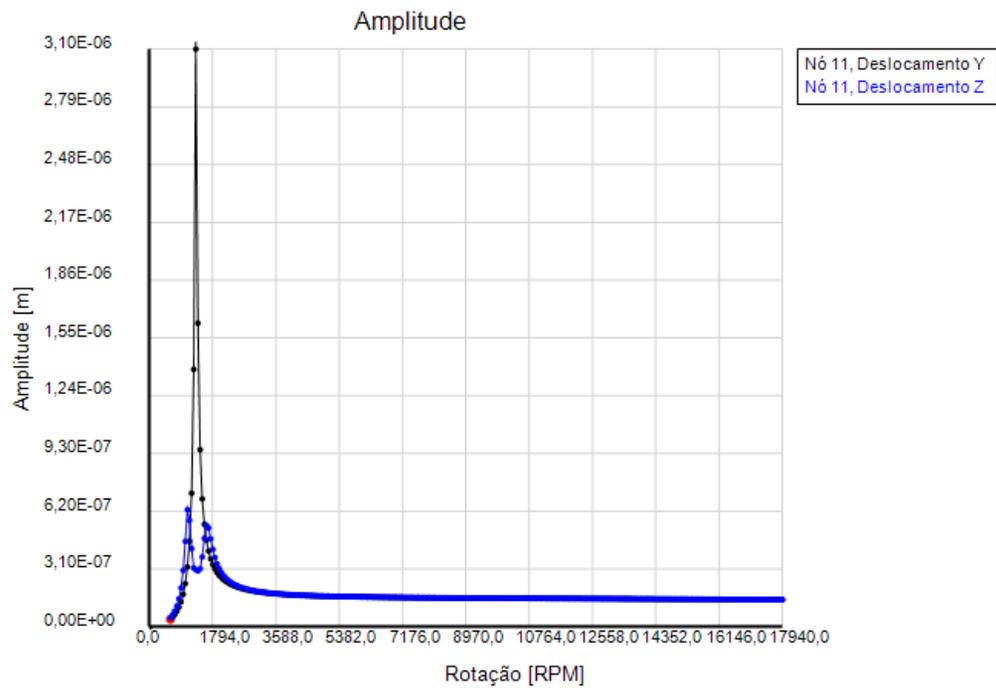


(a)

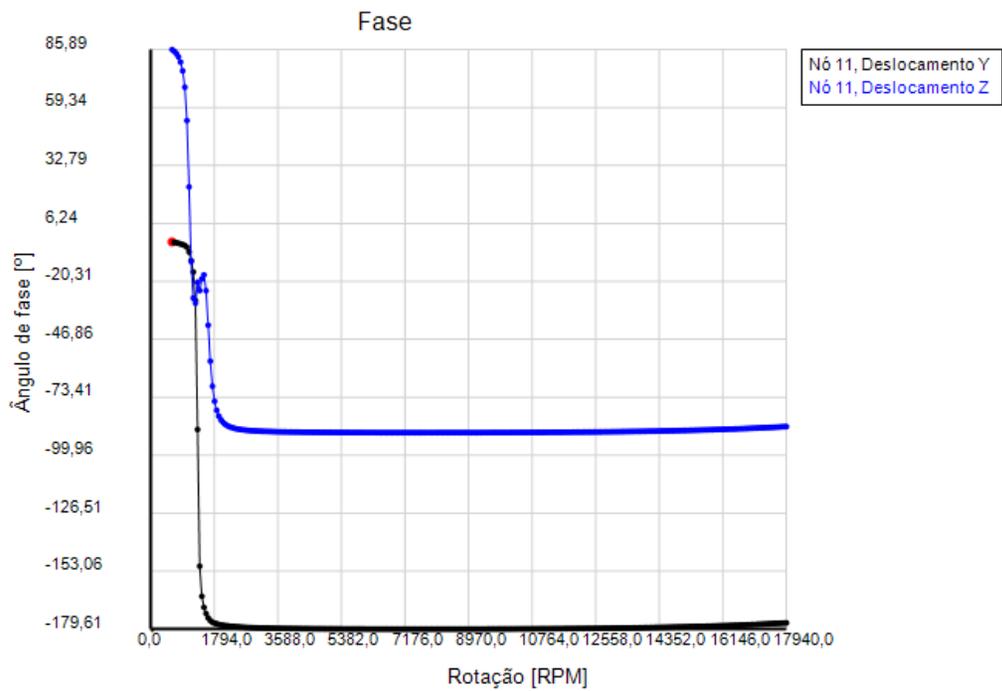


(b)

Figura C9: (a) Amplitude do nó 7. (b) Fase do nó 7.



(a)



(b)

Figura C10: (a) Amplitude do nó 11. (b) Fase do nó 11.

Nota-se, pelos picos apresentados nas Figuras 114 (a), 115 (a) e 116 (a), que as frequências naturais da fundação, representadas pelos dois picos da amplitude na direção Z, ocorrem em 1121 rpm (117 rad/s) e 1681,8 rpm (176,1 rad/s), sendo a primeira menor que a primeira frequência natural do sistema e a segunda maior. Além disso, nota-se que na direção vertical, a primeira frequência natural do sistema é representada por uma antiressonância. Como a fundação está conectada ao eixo através dos mancais, a amplitude deste elemento na direção em que a fundação é flexível (Z) é maior do que na direção Y, enquanto que para os outros nós a amplitude em Y é maior do que em Z.

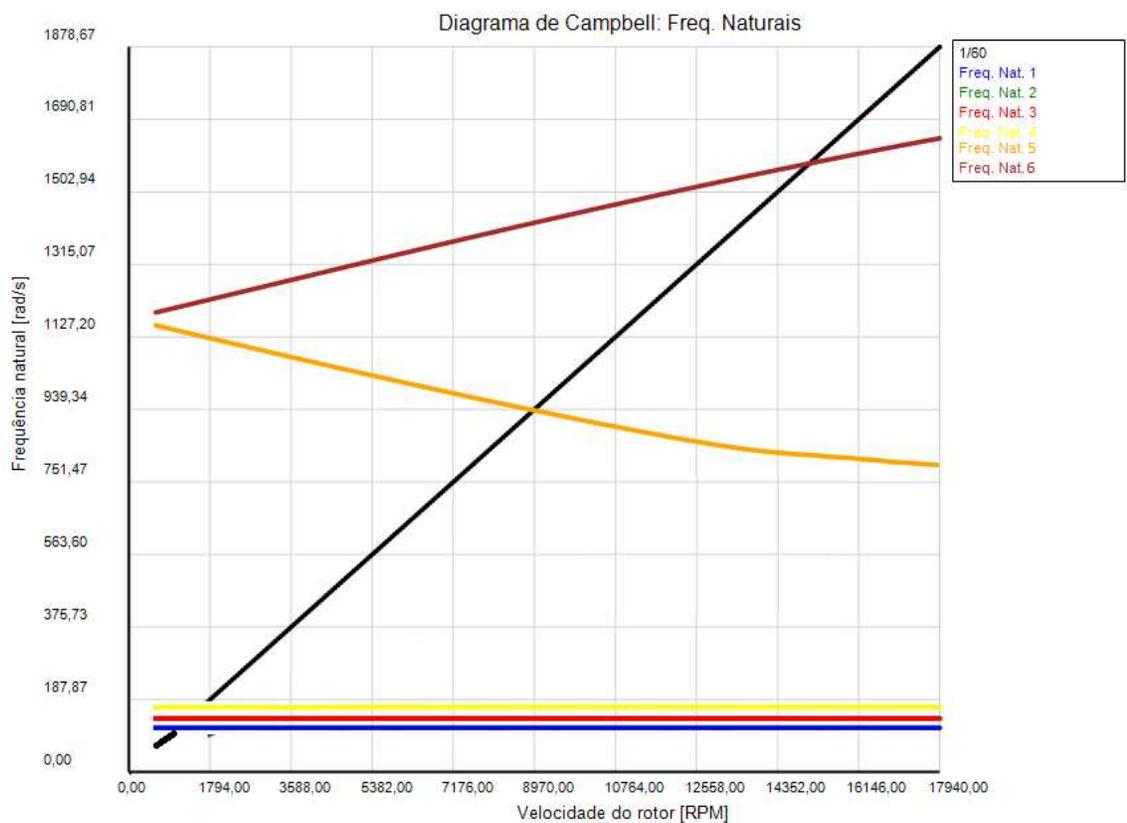


Figura C11: Diagrama de Campbell

Nota-se que duas novas curvas de frequências naturais surgiram na Figura C11, sendo estas características da fundação flexível, porque a fundação apresenta dois pontos de conexão (os mancais).

A Figura C12 representa as deformadas do sistema para as três frequências naturais excitadas, sendo duas referentes à fundação e uma ao primeiro modo flexional do eixo.

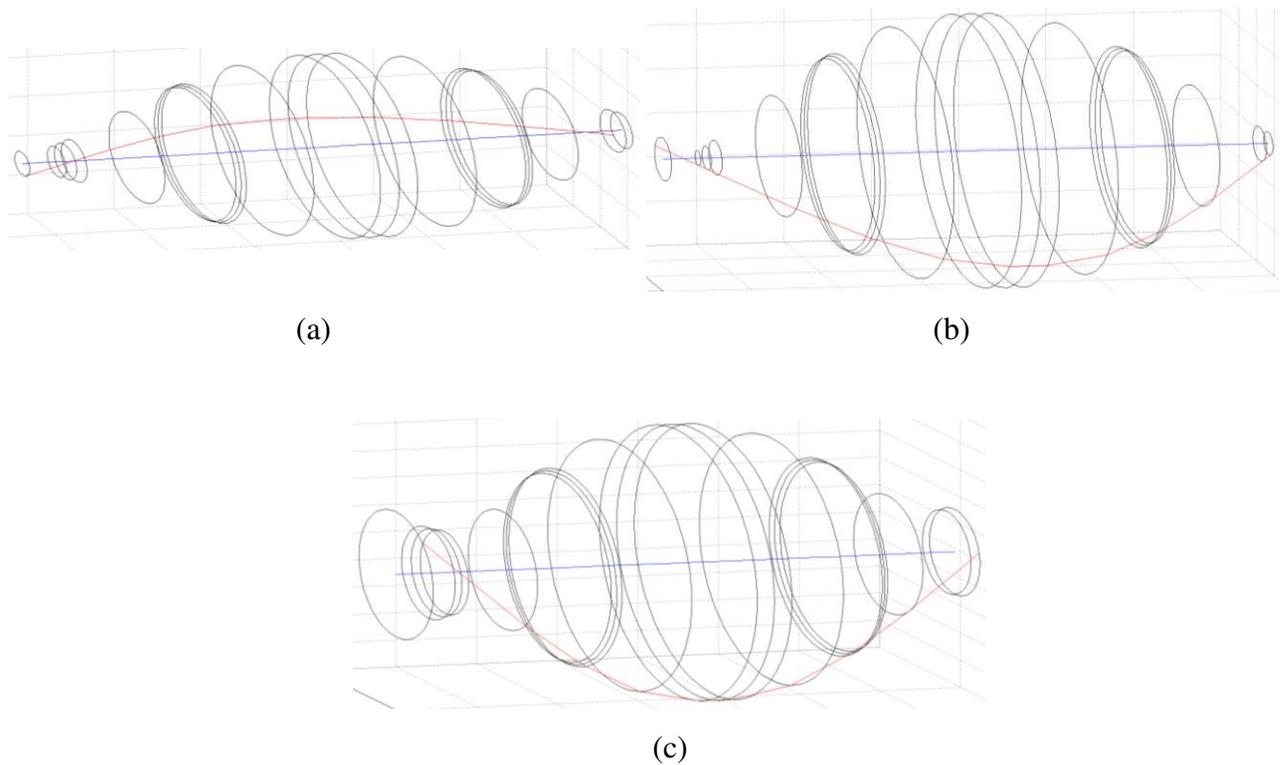
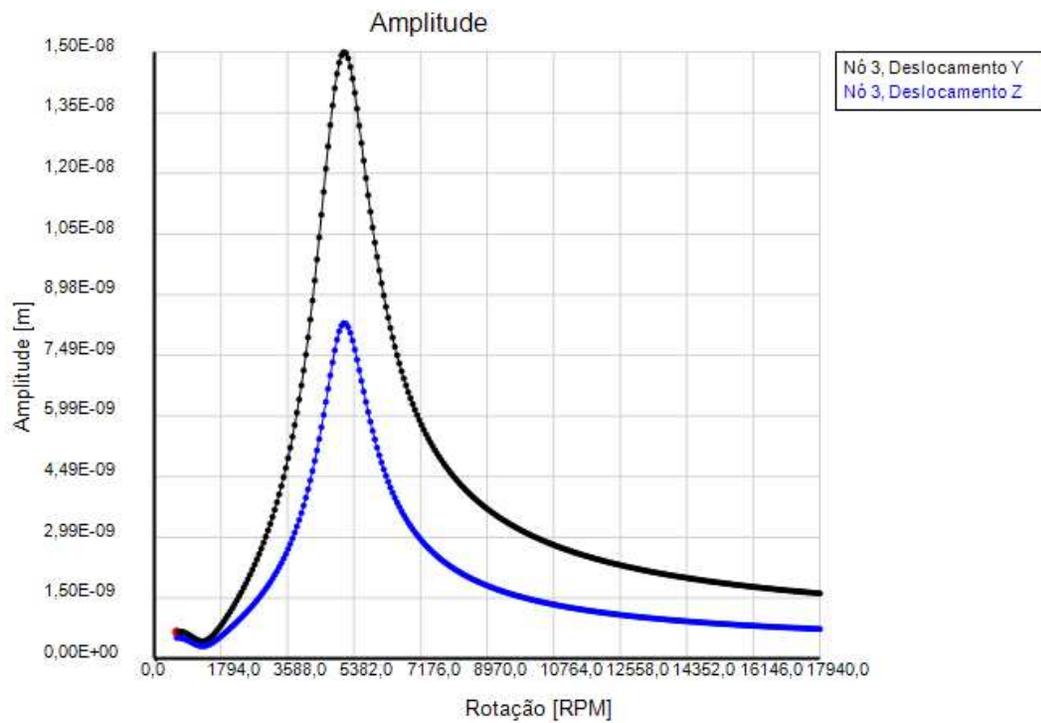


Figura C12: Modo operacional do sistema a: (a) 1121 rpm. (b) 1345 rpm. (c) 1681,8 rpm.

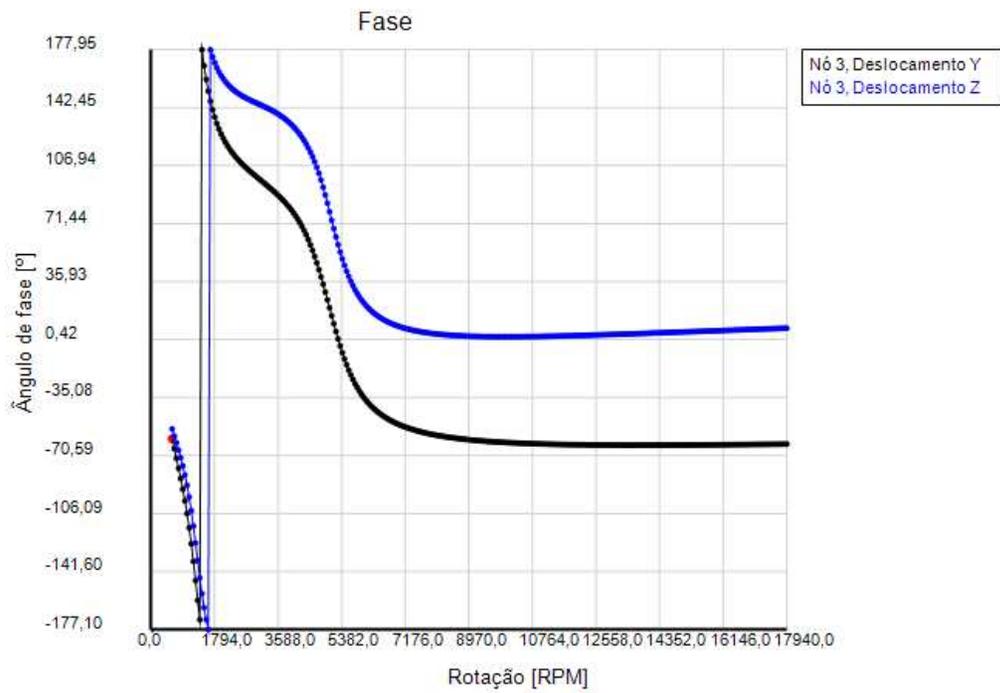
C1.2 Sistema eixo-mancal cilíndrico-selo cilíndrico e fundação.

Para comparar a influência dos selos mecânicos juntamente com o mancal cilíndrico utilizou-se o selo plano cilíndrico, com coeficientes de rigidez e amortecimento dados pelas Figuras 70 e 71.

As Figuras C13 a C15 descrevem as amplitudes e fases dos nós (3), (7) e (11). O diagrama de Campbell é representado pela Figura C16.

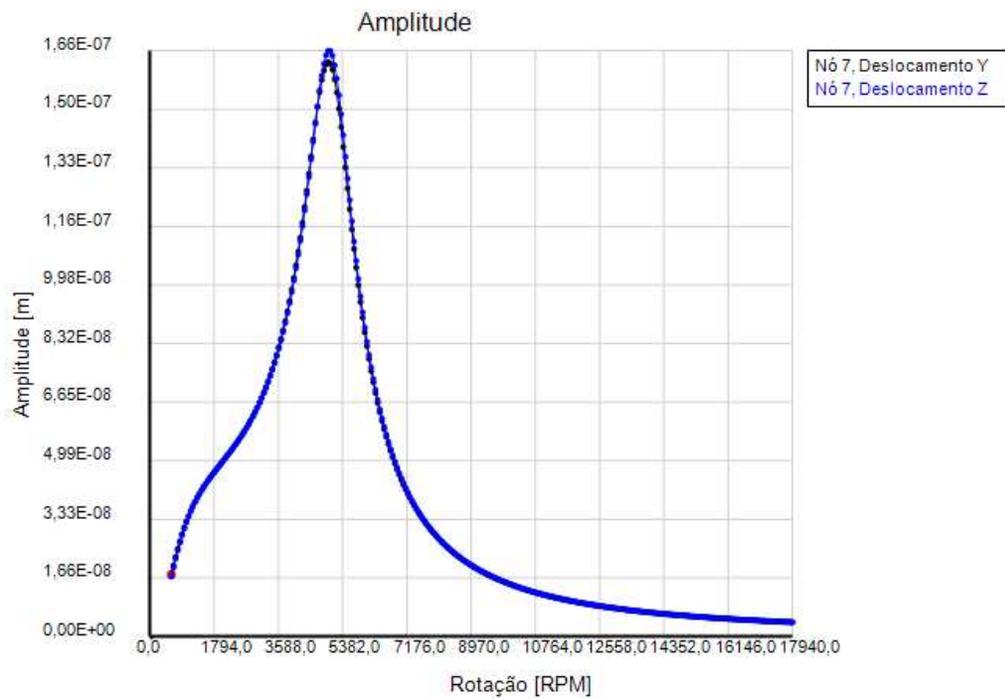


(a)

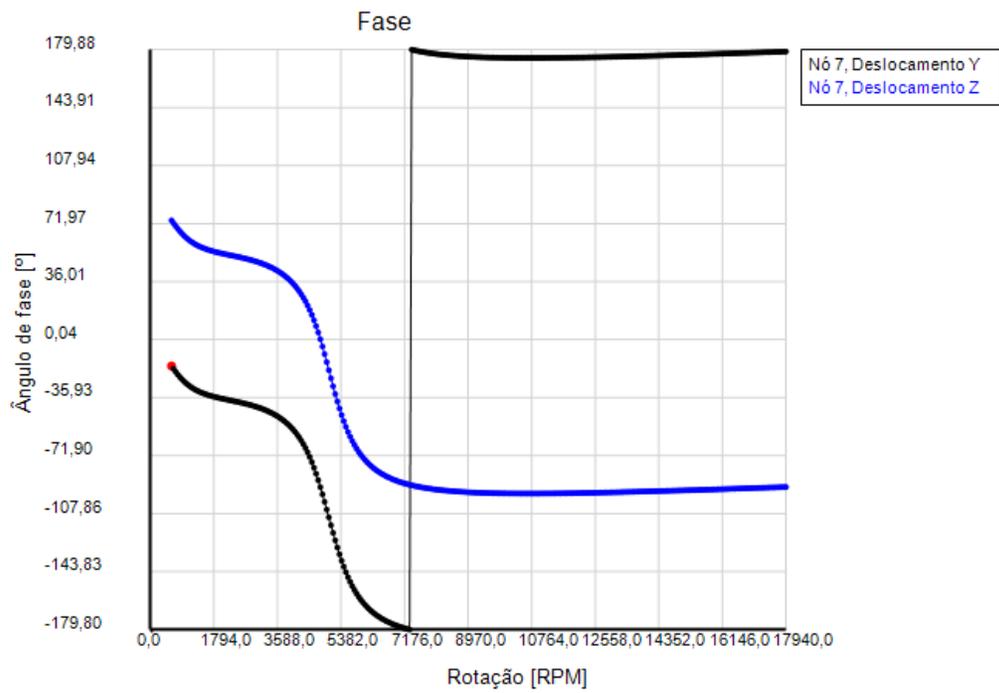


(b)

Figura C13: (a) Amplitude do nó 3. (b) Fase do nó 3.

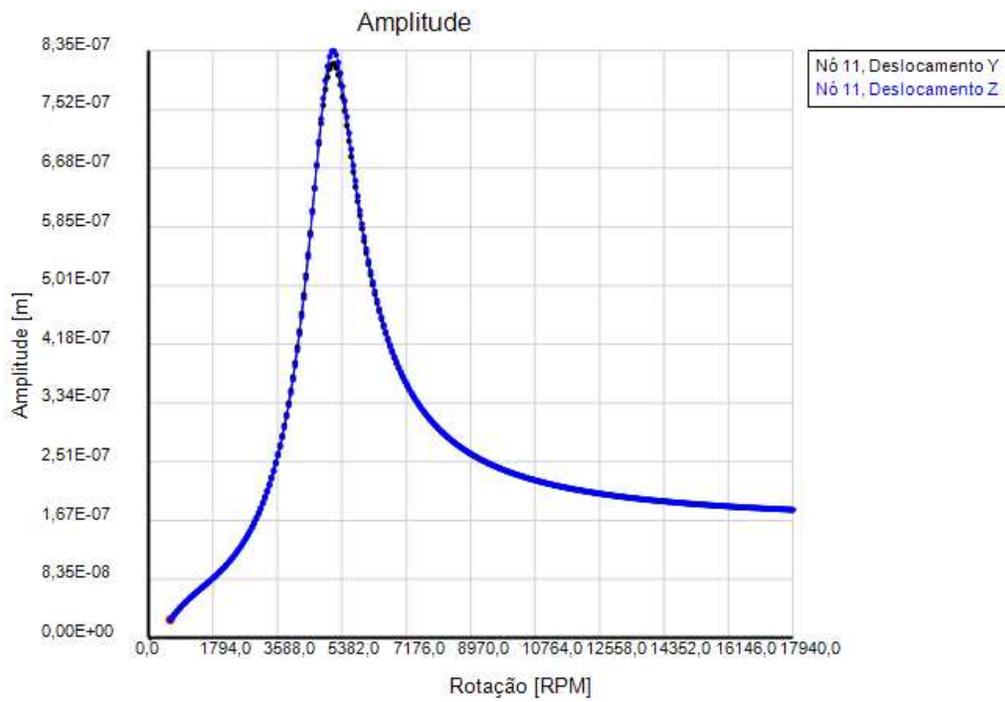


(a)

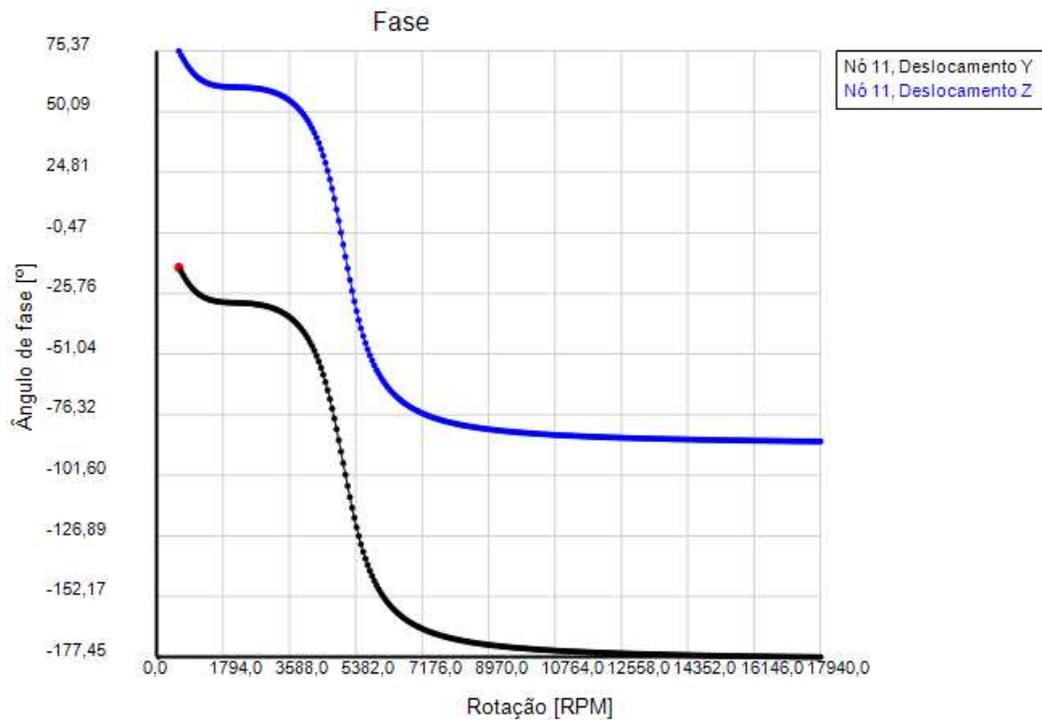


(b)

Figura C14: (a) Amplitude do nó 7. (b) Fase do nó 7.



(a)



(b)

Figura C15: (a) Amplitude do nó 11. (b) Fase do nó 11.

Como no caso utilizando mancais rígidos, a inserção dos selos de fluxo alteraram a frequência natural do sistema de 1345 rpm para 5171 rpm (541,5 rad/s), tornando o sistema mais rígido. Além disso, o aumento do amortecimento também é percebido pela diminuição do pico de amplitude, nos nós analisados, e pelo alargamento destes.

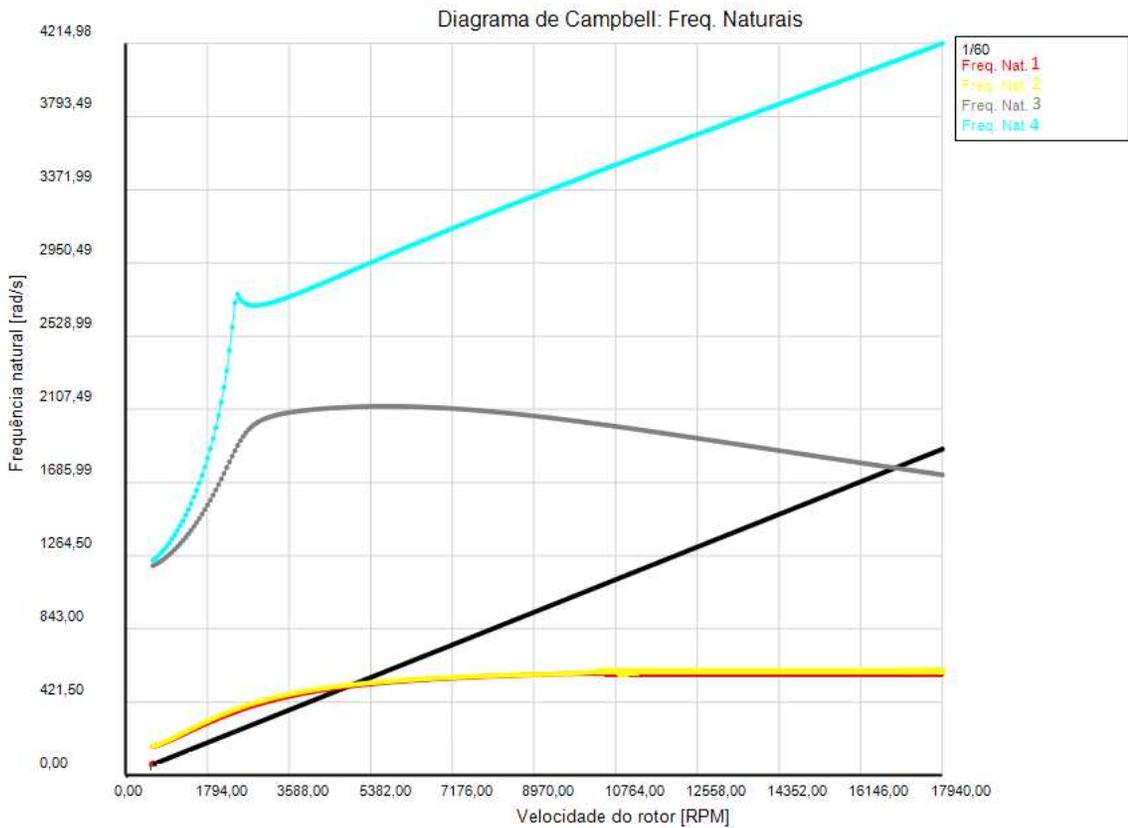


Figura C16: Diagrama de Campbell

Pelo diagrama de Campbell confirma-se o enrijecimento do sistema devido à presença dos selos.

A Figura C17 apresenta o modo operacional do conjunto girante considerando a fundação rígida para três frequências de operação, sendo a Figura C17 (b) característica da frequência natural de flexão do rotor.

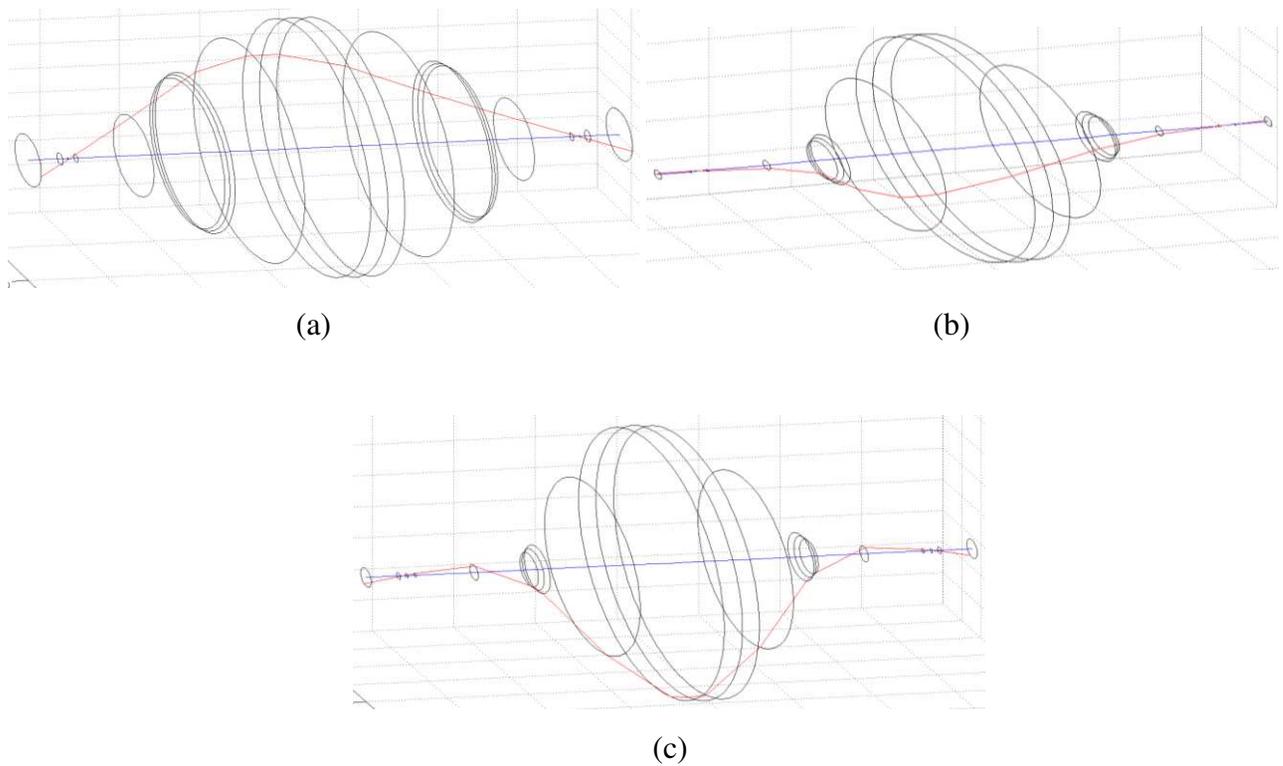
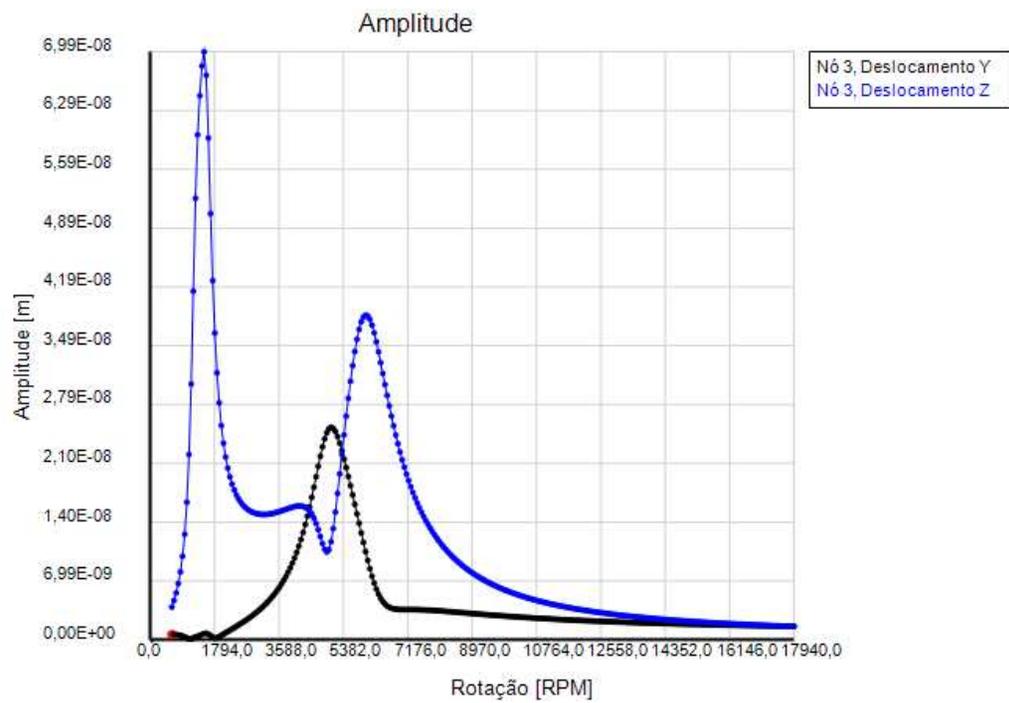
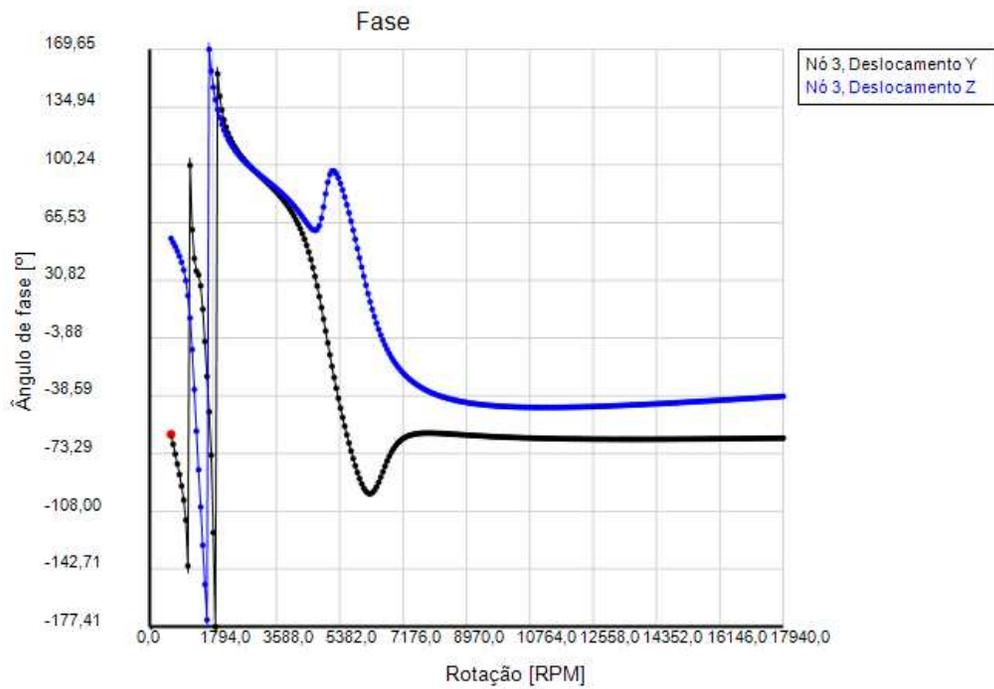


Figura C17: Modo operacional do sistema a: (a) 1350 rpm. (b) 5171 rpm. (c) 6054,75 rpm.

Após a análise da influência dos selos mecânicos, com a fundação rígida, considerou-se a fundação flexível e suas análises são apresentadas nas Figuras C18 a C20, que representam as amplitudes e fases dos nós referentes aos mancais (3), ao selo de fluxo (7) e ao disco rígido (11).

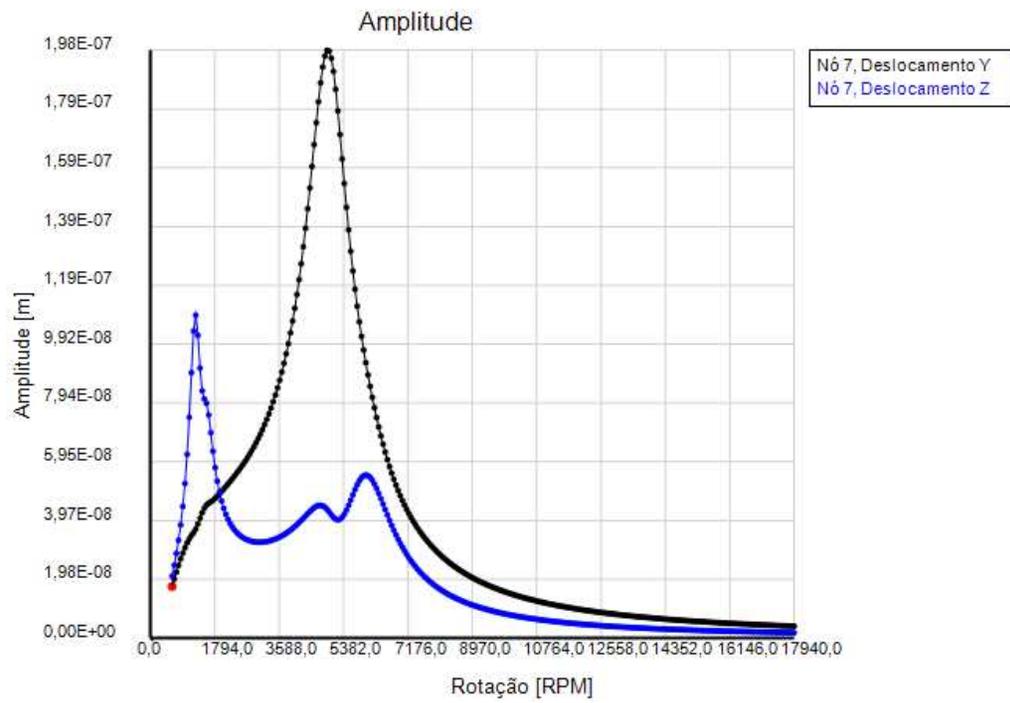


(a)

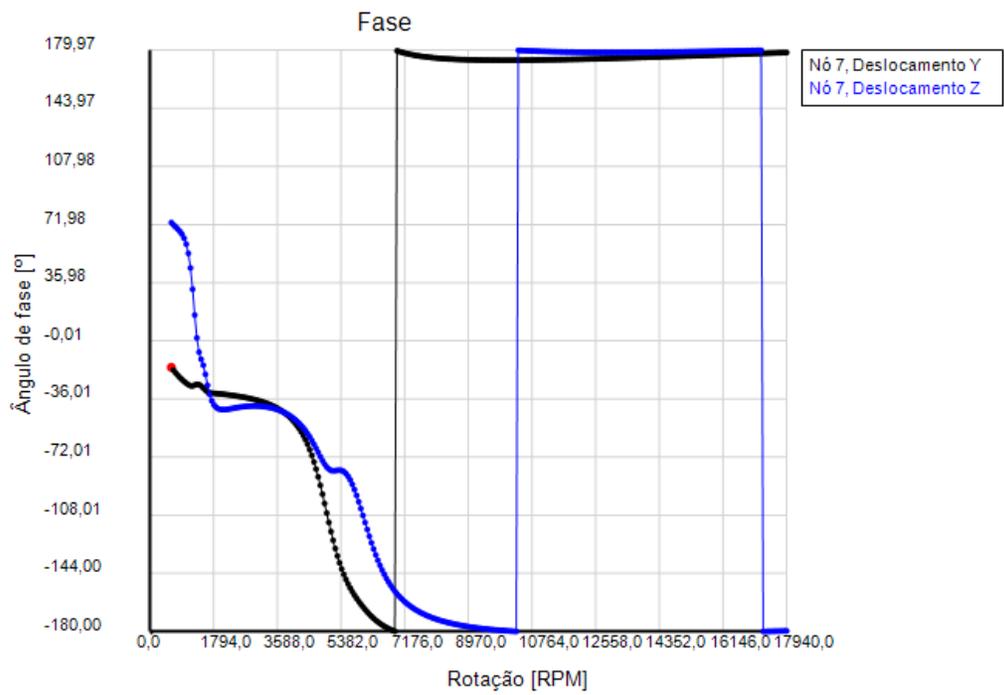


(b)

Figura C18: (a) Amplitude do nó 3. (b) Fase do nó 3.

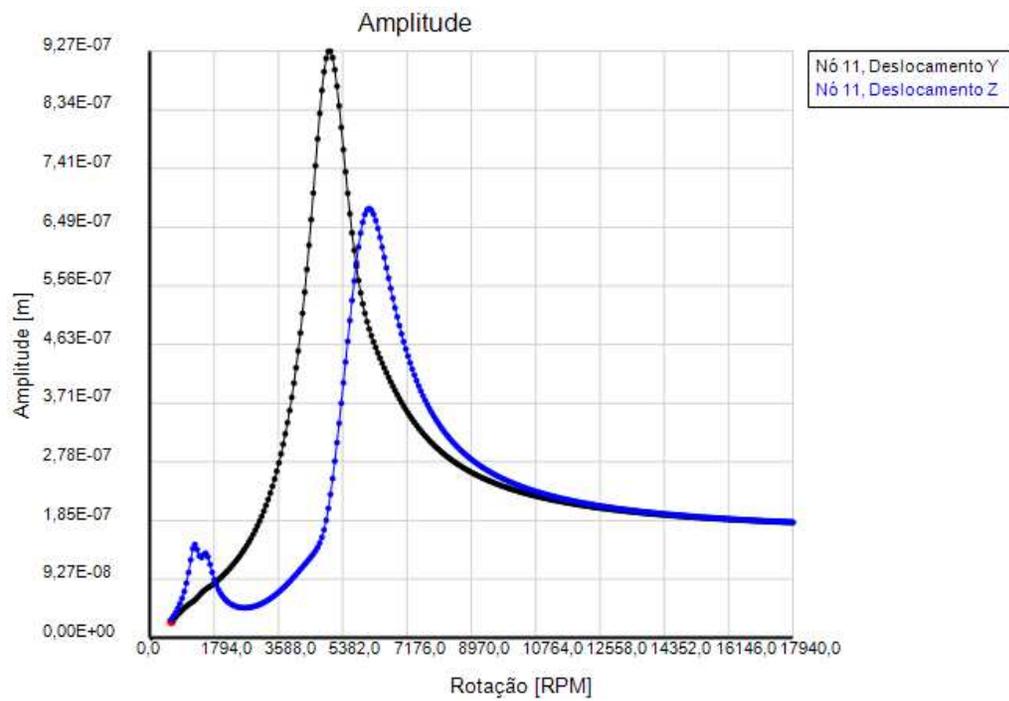


(a)

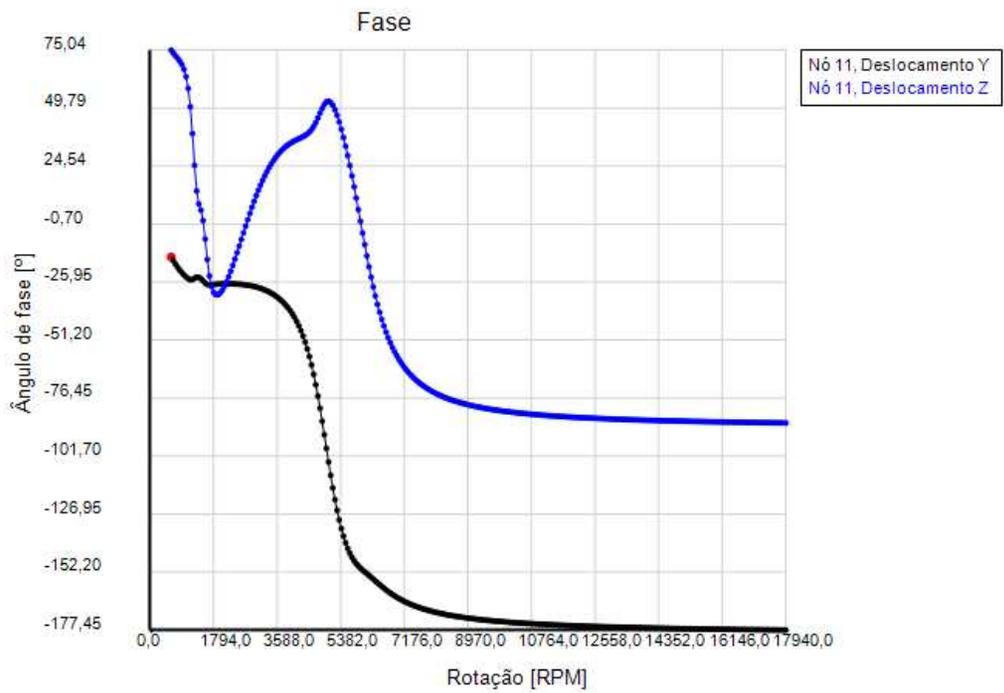


(b)

Figura C19: (a) Amplitude do nó 7. (b) Fase do nó 7.
205



(a)



(b)

Figura C20: (a)Amplitude do nó 11. (b) Fase do nó 11.
206

Há uma grande semelhança entre os resultados obtidos com os resultados considerando o mancal rígido. Uma frequência em torno de 1350 rpm (141,4 rad/s) é excitada pois representa a frequência natural da fundação, além disso, o primeiro modo flexional do sistema apresenta, agora, diferenças nas coordenadas *Y* e *Z*. No nó 3, para mancais rígidos, a direção *Z* é a direção que apresenta maiores amplitudes. No entanto, o uso dos mancais cilíndricos aproximou os valores das amplitudes nas duas direções (*Y* e *Z*). Para os nós 3 e 7, que representam pontos de acoplamento do eixo com a fundação, a frequência natural desta é a que apresenta o maior pico de amplitude. O nó referente ao disco rígido, por outro lado, sofre uma maior influência da frequência natural de flexão do rotor. Na direção *Y*, a amplitude sofre uma pequena variação mas, em todos os casos, continua sendo excitada pela primeira frequência natural, referente ao primeiro modo flexional do eixo.

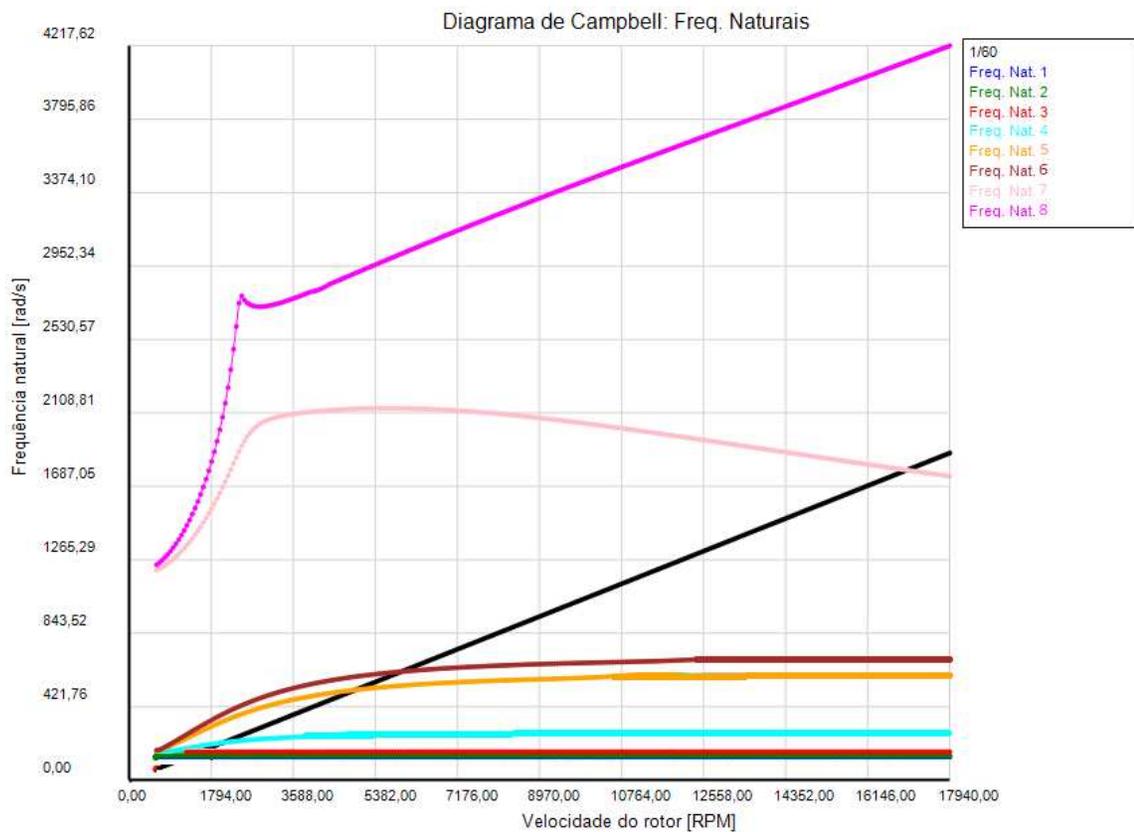


Figura C21: Diagrama de Cambell

A Figura C21 representa as frequências naturais do sistema, mostrando as duas frequências relativas ao primeiro modo, em torno de 5171 rpm (541,5 rad/s) e 6054,75 rpm (634 rad/s).

A Figura C22 descreve os modos operacionais do sistema considerando a fundação flexível.

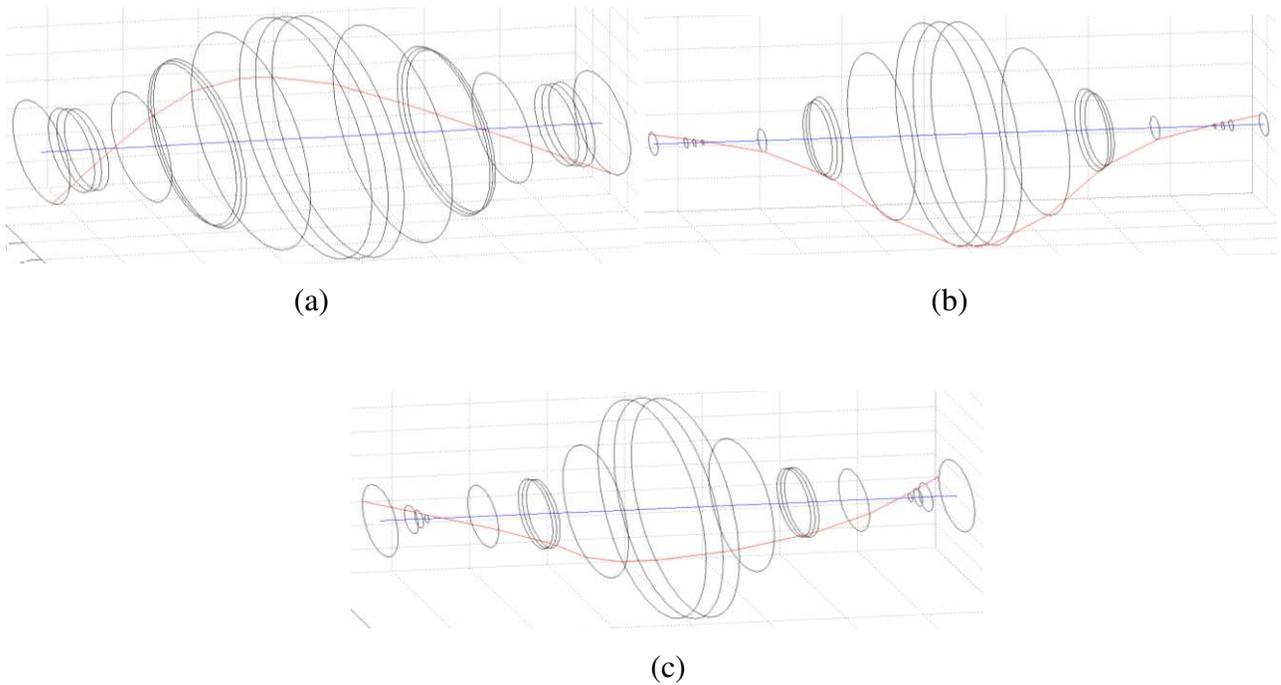


Figura C22: Modo operacional do sistema a: (a) 1350 rpm. (b) 5171 rpm. (c) 6054,75 rpm.

Pela Figura C22 (a) observa-se a influência da fundação nos nós de conexão com o eixo, representados pelos nós dos mancais e dos selos.