

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR ALBERTO KURY
Oehlmeier..... E APROVADA
PELA COMISSÃO JULGADORA EM 05/09/2008
Renato Pavanello
.....
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Instabilidade de Freios a Disco por Análise de Autovalor Complexo

Autor: Alberto Kury Oehlmeier

Orientador: Prof. Dr. Renato Pavanello

Co-Orientador: Prof. Dr. Janito Vaqueiro Ferreira

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL

Instabilidade de Freios a Disco por Análise de Autovalor Complexo

Autor: **Alberto Kury Oehlmeyer**

Orientador: **Prof. Dr. Renato Pavanello**

Co-Orientador: **Prof. Dr. Janito Vaqueiro Ferreira**

Curso: Engenharia Mecânica

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Dissertação de Mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2008

S.P. - Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Oe5i Oehlmeyer, Alberto Kury
Instabilidade de freios a disco por análise de
autovalor complexo / Alberto Kury Oehlmeyer. --
Campinas, SP: [s.n.], 2008.

Orientadores: Renato Pavanello, Janito Vaqueiro
Ferreira.

Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Ruído. 2. Freios . 3. Vibração. 4. Autovalores. I.
Pavanello, Renato. II. Ferreira, Janito Vaqueiro. III.
Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
Engenharia Mecânica. IV. Título.

Título em Inglês: Disc brake noise analysis using instability of complex eigenvalue

Palavras-chave em Inglês: Noise, Automobiles brakes, Squeal, Vibration, Complex
eigenvalue

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Pablo Siqueira Meirelles, Roberto Jordan

Data da defesa: 05/09/2008

Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

Instabilidade de Freios a Disco por Análise de Autovalor Complexo

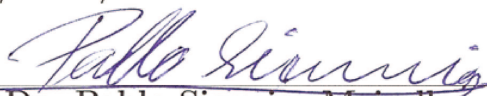
Autor: Alberto Kury Oehlmeyer

Orientador: Prof. Dr. Renato Pavanello

Co-Orientador: Prof. Dr. Janito Vaqueiro Ferreira



Prof. Dr. Renato Pavanello
DMC/FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Pablo Siqueira Meirelles
DMC/FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Roberto Jordan
EMC/UFSC

Campinas, 05 de setembro de 2008.

Dedicatória

Dedico esse trabalho as pessoas que fizeram, e fazem de mim o que sou hoje:

À minha mãe (Maria Antonia), pela força e carinho dado a mim em momentos difíceis;

A meu pai (Vail), pela luta para educar minha família, e pelo exemplo de homem digno;

Às minha irmãs (Camila e Luciana), por terem me apoiado e ajudado na ausência dos meus pais;

À minha avó (Vitória), pelo exemplo de sensatez e amor dedicado a uma grande família;

À Maria Fernanda, por ter transformado minha vida, pela paciência em meus momentos de ausência e pelo amor incondicional dado a mim, Te Amo.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer às pessoas e instituições que colaboraram neste trabalho:

À Robert Bosch, pelo financiamento do projeto e pelos materiais e informações cedidas.

Aos professores e funcionários da Faculdade de Engenharia Mecânica, agradeço pelo acolhimento recebido e pela atenção nunca negada.

Aos funcionários do laboratório por ajudarem em todos os experimentos e contratempos ocorridos.

Aos meus amigos de laboratório e adjuntos, Ricardo, Rafael, Léo, Marcel, Carlão, Mestre, Modelo, Renan, Martim, Elson, Cavaguti, Flavio, Dalmas, Ilson e Labaki.

Aos amigos que mesmo distantes acompanharam e torceram por esse trabalho, Mour, Nandão, Fael, Ratão, Lê, Passarinho, Pereira, Takao, Rep. do Mario e todos da PiorTur.

À minha família pelo apoio dado durante esse período difícil em que fiquei ausente.

A todos os amigos da Bosch, Jeferson, Elton e Dalton, e aos amigos da engenharia. Também ao Paulo Lourente, Gavioli e especialmente ao João, por ter acreditado em mim.

Ao Professor Renato Pavanello por ter sido sempre muito atencioso, profissional e amigo. Exemplo de caráter e dedicação, tenho muito a agradecer-lo pelos grandes ensinamentos profissionais e pessoais, muito obrigado Professor.

*“O principal é que quem conhece as próprias deficiências tem de atinar, desatinar e,
encontrando, desencontrar-se”*

Tom Zé

Resumo

Kury Oehlmeyer, Alberto, *Instabilidade de Freios a Disco por Análise de Autovalor Complexo*. Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2008, 119 p. Dissertação (Mestrado).

Entender, modelar e mitigar os problemas de ruído de freio a disco ainda é um dos grandes desafios da indústria automotiva. É importante para fabricantes e fornecedores predizer o ruído de freios automotivos ainda na fase de projeto. O *Squeal* é um ruído de freio em uma faixa de frequência entre 1 e 15 kHz, e pode ser definido como uma vibração auto-excitada em um problema de atrito, que pode gerar instabilidades. Este trabalho resume como modelar e validar um modelo para predizer o *Squeal*, bem como fazer uma análise paramétrica do modelo. Este trabalho pode ser dividido em 3 partes conforme a idealização adotada: um modelo de 2 graus de liberdade, um modelo de 5 graus de liberdade, e um modelo de elementos finitos. O primeiro é usado para explicar uma instabilidade divergente, e o segundo para explicar e encontrar uma instabilidade vibracional. Então, o modelo numérico é criado, composto por disco e pastilhas. O atrito é incorporado usando o modelo de Coulomb, com elementos discretos entre as áreas de contato, considerando malhas conformes entre os corpos. Essas molas formam uma matriz de rigidez não-simétrica, tornando a matriz de rigidez global também não-simétrica e gerando autovalores complexos. As frequências instáveis são definidas pela parte real do autovalor. Se a parte real for positiva, então o sistema é instável. Finalmente uma análise paramétrica é realizada para se demonstrar a influência de alguns parâmetros nos autovalores.

Palavras chaves:

Freio, Disco, Elementos Finitos, Squeal, Ruído, Autovalores Complexos.

Abstract

Kury Oehlmeyer, Alberto, *Disc Brake Noise Analysis Using Instability of Complex Eigenvalue*. Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2008, 119p. Dissertação (Mestrado).

To understand, model and mitigate disc brake noise is still one of the greatest challenges for the automotive industry. It is substantially important for manufacturers and suppliers to predict the disc brake noise in a design phase. Squeal is a brake noise in the 1-15 kHz frequency range, and can be defined as a self-excited friction problem, which can generate instabilities. This work comprises how to design and validate a model to predict Squeal, as well as a parametric analysis of such model. This work can be divided in 3 parts: a 2 degree of freedom model, a 5 degree of freedom model, and a finite element model. The first one is used to explain a divergent instability, and the second one to explain and find flutter instability. Then the numeric model is created with a rotor and two pads. The friction is incorporated using the Coulomb model, with spring elements between the contact areas, using mapped and conform meshes. These spring elements form a non-symmetric stiffness matrix, thus the global stiffness matrix will be non-symmetric and yield complex eigenvalues. The unstable frequencies are found through the real part of the eigenvalues. If the real part is positive, then the system is unstable. Finally, a parametric analysis is carried out to depict the influence of some parameters in the eigenvalues.

Key words:

Brake, Disc, Finite Elements, Squeal, Noise, Complex Eigenvalue.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Motivações e objetivos	5
1.2	Estrutura da Dissertação	6
2	Revisão Bibliográfica	8
2.1	Terminologia de vibração e ruído em freios	12
2.1.1	Ruídos de baixa frequência	12
2.1.2	Squeal de baixa frequência	13
2.1.3	Squeal de alta frequência	13
2.1.4	Outros Tipos de Ruídos	14
2.2	Mecanismos para geração de ruído	15
2.2.1	Principais teorias no estudo do Squeal	15
2.2.2	O Fenômeno Stick-slip	16
2.2.3	O Fenômeno Sprag-slip	17
2.2.4	Coeficiente de atrito variando com a velocidade combinado com Sprag-slip .	19
2.2.5	Vibração auto-excitada com coeficiente de atrito constante	19
2.2.6	Separação de modos duplos	20
2.2.7	Martelamento por batimento das pastilhas	21
2.3	Modelos Analíticos	21
2.3.1	Modelo de Jarvis e Mills	22
2.3.2	Modelos de pino-disco de Earles	24
2.3.3	Os modelos de parâmetros concentrados de North e Millner	25
3	Modelagem do Problema	27
3.1	Modelos Analíticos a Parâmetros Concentrados	27

3.1.1	Modelo de parâmetros concentrados com 2 graus de liberdade	28
3.1.2	Modelo de parâmetros concentrados com 5 graus de liberdade	31
3.2	Modelo de elementos finitos	37
3.2.1	Disco de Freio	37
3.2.2	Pastilha de Freio	41
3.2.3	Acoplamento com elementos discretos	43
3.2.4	Metodologia para predição do ruído de Squeal	45
3.3	O conceito de estabilidade por autovalor complexo	50
3.3.1	Estabilidade usando um modelo de elementos finitos	52
4	Análise Experimental e Validação do Modelo Numérico	54
4.1	Calibração	57
4.2	Análise Experimental do Disco de Freio	59
4.3	Análise Experimental da Pastilha de Freio	67
4.4	Ajuste do Modelo Numérico	69
4.4.1	Avaliação do Modelo de Disco de Freio	72
4.4.2	Avaliação do Modelo da Pastilha de Freio	79
5	Avaliação da Estabilidade e Discussão dos Resultados	83
5.1	Avaliação da instabilidade usando o modelo de 2 graus de liberdade	84
5.2	Avaliação da Instabilidade usando o modelo de 5 graus de liberdade	87
5.3	Análise do Squeal usando um modelo de elementos finitos	92
5.3.1	Avaliação do Elemento de Atrito	92
5.3.2	Avaliação do Conjunto Disco-Pastilhas	95
5.4	Análises Paramétricas	97
6	Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos	103
6.1	Conclusões	103
6.2	Propostas de trabalhos futuros	106
A	Atrito	112
B	Dimensões dos Componentes	115

Lista de Figuras

1.1	Conjunto de Freio a Disco Explodido	2
1.2	Discos de Freio Sólido e Ventilado	3
2.1	Modelo representativo do efeito <i>stick-slip</i>	17
2.2	Modelo representativo do efeito <i>sprag-slip</i>	18
2.3	Zona de Contato Disco-Pastilha - ponto pivô de contato	18
2.4	Modelo de parâmetros concentrados com 2 graus de liberdade de North	19
2.5	Modelo proposto por Jarvis e Mills	23
2.6	Modelo Pino-disco proposto por Earles e Lee	24
2.7	Modelo de 8 graus de liberdade proposto por North	25
3.1	Modelo de 2 graus de liberdade com atrito	28
3.2	Interface de contato entre as superfícies Disco e Pastilha	32
3.3	Modelo de parâmetros concentrados com 5 graus de liberdade e sem atrito	32
3.4	Diagrama de Corpo Livre do sistema de 5 graus de liberdade sem o acoplamento por atrito	33
3.5	Diagrama de corpo livre do sistema de 5 graus de liberdade com o acoplamento por atrito - Forças de atrito incorporadas	36
3.6	Disco de Freio e a representação de suas partes	38
3.7	Elemento Hexaédrico de 20 nós - SOLID95	39
3.8	Refinamento de malha do disco de freio - Malha mais grosseira e mais refinada	40
3.9	Erro Relativo para diferentes refinamentos de malha do disco de freio	41
3.10	Pastilha de Freio - Plaqueta + Material de Atrito	42
3.11	Malha da Pastilha de Freio e modelo sólido	43
3.12	Elemento de interface de contato	44
3.13	Metodologia adotada para o estudo das instabilidades	47

3.14	Acoplamento do sistema disco-pastilha	48
3.15	Exemplo de Instabilidade, ou resposta divergente	51
3.16	Exemplo de Instabilidade vibratória	51
4.1	Esquema de equipamentos para obtenção da Função Resposta em Freqüência	55
4.2	Experimento realizado com o bloco de calibração	58
4.3	Resposta do bloco de calibração - Função Resposta em Freqüência	59
4.4	Placa Anular representando o Disco de Freio	60
4.5	Foto da Excitação Perpendicular à Pista do Disco de Freio	61
4.6	Função Resposta em Freqüência do Disco de Freio sob Excitação Transversal - Resultado Experimental	62
4.7	Diagrama de Fase do Disco de Freio sob Excitação Transversal - Resultado Experimental	62
4.8	Curva de Coerência obtida durante medições do Disco de Freio	63
4.9	Foto da Excitação Radial do Disco de Freio	63
4.10	Função Resposta em Freqüência do Disco sob Excitação Radial - Resultado Experimental	64
4.11	Diagrama de Fase do Disco sob Excitação Radial - Resultado Experimental	65
4.12	Figura representativa para a excitação tangencial à Pista do Disco de Freio	65
4.13	Função Resposta em Freqüência Experimental do Disco sob Excitação Tangencial	66
4.14	Diagrama de Fase Experimental do Disco sob Excitação Tangencial	66
4.15	Foto da Plaqueta de freio preparada para o experimento	67
4.16	Função Resposta em Freqüência Experimental da Plaqueta	68
4.17	Diagrama de Fase Experimental da Plaqueta	68
4.18	Curva de Coerência obtida durante medições da Plaqueta	69
4.19	Função Resposta em Freqüência do Disco de Freio sob Excitação Transversal (Faixa do <i>Squeal</i> de Baixa Freqüência)	73
4.20	Função Resposta em Freqüência do Disco sob Excitação Transversal (Toda a Faixa de Freqüência)	74
4.21	Diagramas de Fase do Disco sob Excitação Transversal	74
4.22	Função Resposta em Freqüência do Disco sob Excitação Radial (Faixa do <i>Squeal</i> de Baixa Freqüência)	76

4.23 Função Resposta em Frequência do Disco sob Excitação Radial (Toda a Faixa de Frequência)	76
4.24 Diagramas de Fase do Disco sob Excitação Radial	77
4.25 Função Resposta em Frequência do Disco sob Excitação Tangencial (Toda a Faixa de Frequência)	78
4.26 Diagramas de Fase do Disco sob Excitação Tangencial	78
4.27 Função Resposta em Frequência da Plaqueta (Faixa do <i>Squeal</i> de Baixa Frequência)	80
4.28 Função Resposta em Frequência da Plaqueta (Toda a Faixa de Frequência)	80
4.29 Diagramas de Fase da Plaqueta	81
5.1 Condição de estabilidade do sistema de dois graus de liberdade em função dos parâmetros de rigidez k_1 e k_2)	85
5.2 Parte real dos autovalores encontrados para o modelo de 2 graus de liberdade, segundo a variação do coeficiente de atrito	86
5.3 Frequências Naturais encontradas para variação do parâmetro K_c no modelo de 5 graus de liberdade	88
5.4 Parte real dos autovalores encontradas para variação do parâmetro K_c no modelo de 5 graus de liberdade	88
5.5 Frequências Naturais do modelo de 5 graus de liberdade, em função de uma variação de μ	90
5.6 Parte real dos autovalores do modelo de 5 graus de liberdade, em função da variação de μ	91
5.7 Variação dos autovalores, parte real e imaginária, em função de μ	91
5.8 Modelo de 2 graus de liberdade implementado no software Ansys	93
5.9 Parte real do modelo de 2 graus de liberdade no Ansys em função do coeficiente de atrito	95
5.10 Autovalores encontrados para o modelo numérico, disco-pastilhas	96
5.11 Parte Real do Autovalor de um modo de vibrar do modelo de elementos finitos	98
5.12 Autovalores em função da variação do coeficiente de atrito no modelo de elementos finitos	99
5.13 Modo instável de 5200 Hz	99
5.14 Autovalores em função da variação do coeficiente de atrito - de 7 a 8 kHz	100

5.15	Autovalores em função da variação da espessura do material de atrito	101
5.16	Autovalores em função da variação da espessura da plaqueta	102
A.1	Massa-mola escorregando sobre uma superfície com coeficiente de atrito μ	113
B.1	Dimensões do disco de freio	115
B.2	Dimensões da pastilha de freio	116

Lista de Tabelas

3.1	Variação das Frequências Naturais para as Respectivas Malhas	39
4.1	Valores de λ_{ij}^2 em função das dimensões a e b, e dos modos do disco	60
4.2	Modos de flexão da pista do disco de freio encontrados numericamente	75
4.3	Modos no plano da pista de um disco encontrados numericamente	79
4.4	Modos da plaqueta de freio	82
5.1	Autovalores do modelo de 2 graus de liberdade na região de instabilidade	87
5.2	Propriedades dos componentes do modelo de 5 graus de liberdade	89
5.3	Modos Instáveis do conjunto disco-pastilhas	97
B.1	Propriedades do material do disco de freio	116
B.2	Propriedades do material da pastilha de freio	117

Nomenclatura

Letras Latinas

N - Força normal

I - Momento de inércia do disco

j - parte imaginária ($\sqrt{-1}$)

A - Amplitude

t - Tempo

E - Módulo de Elasticidade

d - Densidade

y - Deslocamento vertical

c - Amortecimento

k - Rigidez da mola

x - Deslocamento horizontal

u - Deslocamento genérico

$\{u\}$ - Vetor dos deslocamentos

$\{\dot{u}\}$ - Vetor dos velocidades

$\{\ddot{u}\}$ - Vetor das acelerações

P - Força de contato

$[K]$ - Matriz de rigidez

$[M]$ - Matriz de massa

$[C]$ - Matriz de amortecimento

h - Espessura

p - Fator de refinamento de malha

Letras Gregas

ω - Frequência Natural

μ - Coeficiente de atrito

α - Fase

ϕ - Autovetor

λ - Autovalor

σ - Parte Real do Autovalor

$\{\phi\}$ - Vetor representando o modo de vibrar

ν - Coeficiente de Poisson

$[\lambda^2]$ - Matriz diagonal dos autovalores

$[\phi]$ - Matriz dos autovalores

Termos com Subscritos

F_f - Força de atrito

M_d - Massa do disco

L_p - Comprimento da pastilha de freio

K_p - Rigidez da pastilha

k_c - Rigidez da mola de acoplamento

$[K_c]$ - Matriz de rigidez da mola de acoplamento

v_r - Velocidade entre as superfícies de contato

Convenções

Subíndice “p” indica pastilha de freio

Subíndice “d” indica disco de freio

Subíndice “c” indica mola de acoplamento

$\dot{}$ - sobre a variável indica sua primeira derivada temporal

$\ddot{}$ - sobre a variável indica sua segunda derivada temporal

Siglas

DMC - Departamento de Mecânica Computacional

FRF - Função de resposta em frequência

GDL - Grau de liberdade

MEF - Método dos elementos finitos

FFT - Algoritmo da Transformada de Fourier

APDL - *Ansys Parametric Design Language*

S.I. - Sistema Internacional

FEM - Faculdade de Engenharia Mecânica

Capítulo 1

Introdução

O sistema de freio, em uma visão macroscópica, é composto pelo pedal, cilindro mestre, *booster*, tubulação hidráulica e conjunto de freio. Os conjuntos de freios mais comuns em veículos automotivos são o freio a tambor e o freio a disco. Esse trabalho é aplicado em sistemas de freio a disco.

O freio a disco vem sendo desenvolvido desde 1890 aproximadamente, e a primeira patente surgiu em 1902, registrada pelo engenheiro britânico Frederick William Lanchester (1868-1946) (Kinkaid *et al.* 2003). Desde então muitos avanços tecnológicos vêm sendo alcançados pelas comunidades acadêmicas e industriais de pesquisa. O escopo deste trabalho trata de freios de veículos automotivos de pequeno e médio porte, e desta forma serão apresentados tipos e aplicações de freios baseados nesse contexto.

O conjunto freio a disco básico é formado por diversos componentes que podem ser vistos na Figura 1.1, tais como: pinça, êmbolo, anel de vedação, pastilhas de freio, pino deslizante, parafuso sangrador, mola anti-ruído, suporte e guarda-pó. Dentre esses componentes, os que estão mais diretamente ligados aos mecanismos de geração de ruído são: molas da pastilha, *shim* e bucha do pino.

O princípio de funcionamento de um freio a disco é relativamente simples. Depois que a pressão hidráulica foi gerada, o fluido de freio passa pela entrada hidráulica da pinça e através do êmbolo transforma a pressão hidráulica em força mecânica, que induz o contato da pastilha de freio contra o disco de freio. Por ação e reação a pinça, através dos pinos, desliza na direção contrária e pressiona a pastilha externa na outra face do disco de freio. Devido ao atrito, das pastilhas em contato com o disco, a energia cinética do veículo é transformada em calor e o veículo perde velocidade. Assim sendo, o disco de freio deve ser capaz de suportar altas temperaturas e esforços mecânicos.

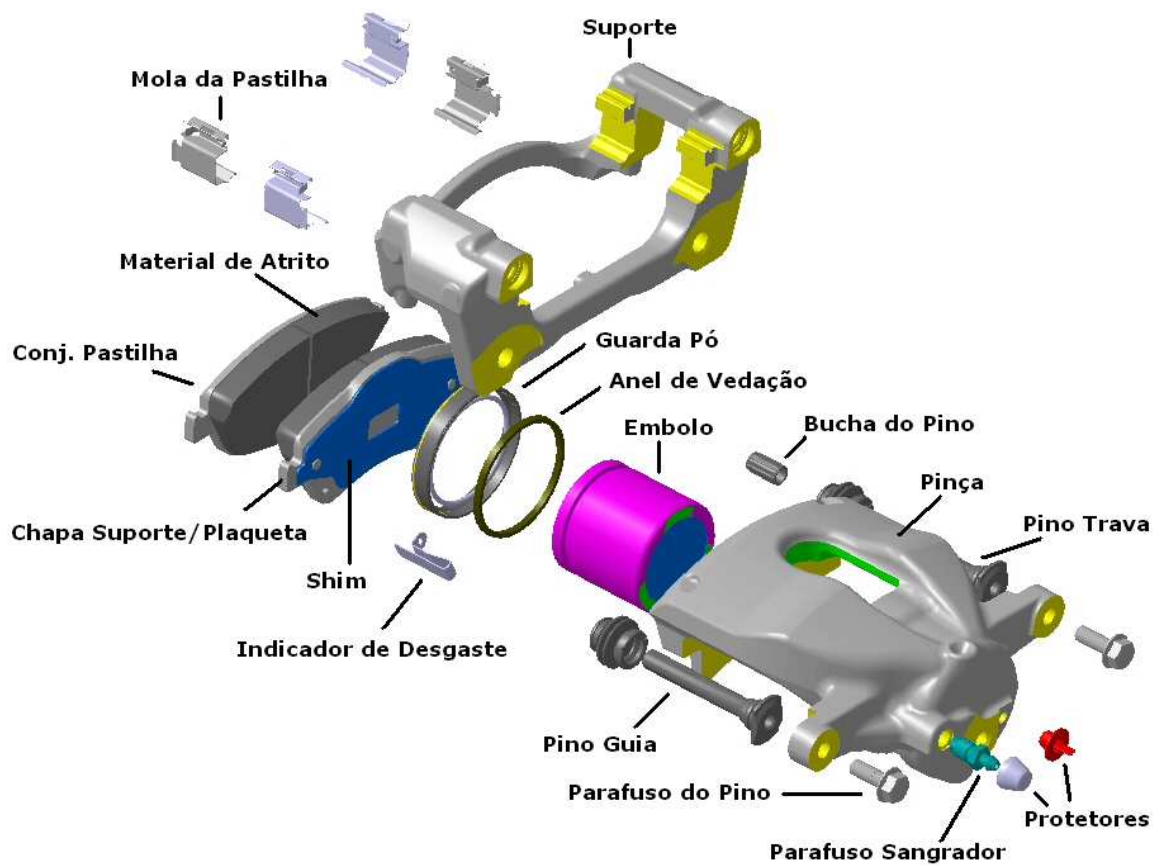


Figura 1.1: Conjunto de Freio a Disco Explodido

Na maioria dos freios automotivos, o disco é de ferro fundido cinzento, que tem uma boa resistência a desgaste. Comumente o disco de freio é composto pelo chapéu (parte situada acima da pista de contato), furos para fixação na manga de eixo (localizados na parte superior do chapéu) e a pista de contato (onde ocorre o atrito entre as pastilhas e o disco). Os discos de freio podem ser divididos em duas categorias: ventilados e sólidos conforme mostrado na Figura 1.2. A grande diferença entre eles é que o disco ventilado tem as duas pistas separadas por aletas, cuja principal função é auxiliar na troca de calor do disco com o ambiente. Os discos também podem variar em função de espessura da pista, altura do chapéu, diâmetros, número de furos, e outras dimensões de forma geral.

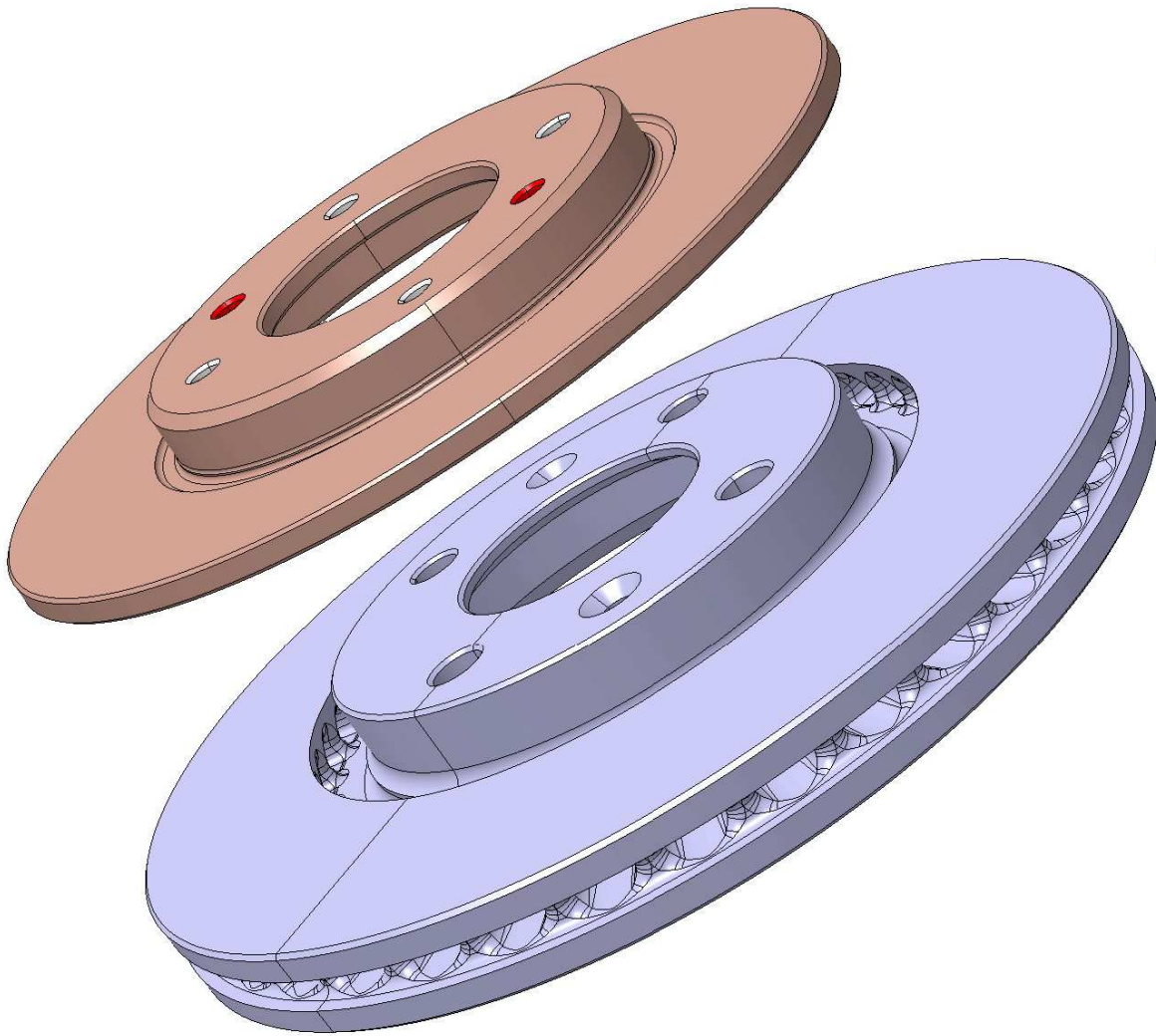


Figura 1.2: Discos de Freio Sólido e Ventilado

O suporte é um componente do conjunto freio a disco que fixa todo o conjunto ao veículo, e sua função principal é receber todo esforço da pastilha, contendo assim seu movimento e consequentemente reduzindo a velocidade do veículo.

O material de atrito das pastilhas é formado por uma composição de uma grande diversidade de materiais, tais como, fibras naturais e sintéticas (amianto, algodão, vidro, aramidas, aço), aglomerantes (resinas), materiais abrasivos (óxido de alumínio, sílica), lubrificantes (grafite natural, sintética), dentre outros. As pastilhas também existem dos mais diferentes formatos e tipos, e muitas vezes as pastilhas podem ser chanfradas no material de atrito, e em diferentes posições do mesmo. Pode-se também acoplar às pastilhas, os *shims*, que são placas sobrepostas, normalmente com duas camadas de lâminas de aço e uma camada de material viscoelástico, conforme ilustrado na Figura 1.1. Sua principal função é absorver a vibração e consequentemente amenizar o ruído. A

rigidez da pastilha pode ser variada por sua geometria, como é mostrado no trabalho de (Dunlap *et al.* 1999). Nesse trabalho várias configurações de geometria são analisadas, até que se encontre uma configuração de conjunto pastilha que reduza o ruído gerado pelo sistema. Essa rigidez também pode ser afetada pela pressão hidráulica exercida pelo sistema, onde quanto maior a compressão maior a rigidez da pastilha (Trichês *et al.* 2004).

Apesar do perfil da pinça conter diversas variações, para veículos comuns ele é basicamente de dois tipos: cilindro simples e duplo. Em alguns casos de pinça não deslizante o freio pode conter um êmbolo na parte interna e um na parte externa do disco.

Os outros componentes exercem funções secundárias, para o sistema de freio. O anel de vedação, por exemplo, além de assegurar o não vazamento do fluido contido na câmara, auxilia no retorno do êmbolo.

O projeto de um freio envolve questões complexas, pois o freio é um componente do automóvel que está a todo momento sofrendo grandes esforços. O freio deve ser capaz de parar um veículo e dissipar todo o calor gerado durante a frenagem o mais rápido possível, estando pronto para uma próxima frenagem. Assim um projeto de freio envolve a avaliação e o controle de diversas grandezas físicas tais como: esforços, tensões, trocas de calor, desgaste, vibração, ruído entre outras. Além disso, o engenheiro também deve se preocupar com a influência do ambiente no sistema, controlando e avaliando os efeitos térmicos, de umidade, sujeira, por exemplo. Todos esses fatores devem ser levados em consideração, além é claro das exigências da legislação. Durante o projeto e o desenvolvimento de um novo modelo de freio são realizados diversos tipos de ensaios e simulações. As simulações podem ser de âmbito estrutural, térmico, modal, acústico etc. E ainda algumas combinações e associações das mesmas, onde é estudado o freio e suas interações no campo vibratório e acústico. Dentro deste contexto ainda pode-se realizar por exemplo, simulações de ruído de impacto, para análise do batimento dos pinos guias, ruído chamado de *Rattle*.

Neste trabalho, busca-se analisar o ruído gerado na interface pastilha-disco, bem como a influência dos componentes do sistema no fenômeno de Squeal. O ruído de freio existe desde a criação dos freios, e apesar de, na maioria dos casos não representar falha na performance (na verdade muitas vezes a performance é superior), o ruído não é agradável e provoca uma grande insatisfação de usuários e consumidores. Desta maneira muito se tem feito para o combate ou ainda a eliminação desse tipo de ruído. Nos últimos anos muitos estudos vêm sendo realizados principalmente para se entender melhor o fenômeno. Porém ainda são encontrados com grande

freqüência freios ruidosos.

1.1 Motivações e objetivos

“Uma pesquisa conduzida na cidade de Nova York, em meados de 1930, apontou os ruídos de freio como um dos 10 maiores problemas de ruído, sendo uma significativa fonte de irritações para a população”, (Akay 2002).

O problema de ruído em freios automotivos é um desafio de muitos anos, tanto no meio acadêmico como no industrial devido a sua grande complexidade. Embora muito progresso tenha sido feito nos últimos anos, ainda estamos longe de encontrar um freio que não gere ruídos indesejáveis. Com os avanços computacionais, a tecnologia de simulação do ruído tem aumentado, principalmente com o uso do método dos elementos finitos e do método dos elementos de contorno.

Com o intuito de reduzir a ocorrência ou ainda diminuir a intensidade do ruído, muitas vezes o freio, depois de concebido e construído, é testado para se caracterizar do ponto de vista do comportamento acústico e vibratório. São realizadas então diversas tentativas (baseadas geralmente no método de tentativas e erros e em experiências anteriores) para que o ruído possa ser minimizado. Este processo, além de lento e trabalhoso, tem um alto custo, onde várias tentativas são executadas até que seja encontrado um freio menos ruidoso. “A necessidade de prever-se a geração de ruído e vibrações destes sistemas ainda na fase de projeto fez com que grandes esforços fossem dirigidos para o desenvolvimento de modelos numéricos utilizando o método dos elementos finitos (MEF)”, (Jordan *et al.* 2003).

O objetivo geral deste trabalho é estudar, compreender e implementar uma metodologia de análise para diagnóstico do fenômeno de *Squeal*. Os objetivos secundários envolvem a realização de uma pesquisa bibliográfica, em um âmbito geral, sobre os ruídos em freios a disco automotivos, o estudo de modelos analíticos para avaliar o fenômeno de *Squeal* em freios, e uma implementação em elementos finitos incluindo validação experimental e análise de sensibilidade de parâmetros. O desenvolvimento de modelos numéricos que representem adequadamente o comportamento dinâmico e acústico de sistemas de freio a disco, e que portanto seja capaz de prever a ocorrência de *Squeal*, é o principal desafio da metodologia proposta.

Sabe-se que a partir do acoplamento de um elemento de atrito em um modelo mecânico a parâmetros concentrados ou contínuo, o sistema pode tornar-se instável, e essa verificação de instabilidade pode ser feita com uma análise de autovalor complexo. Assim analisa-se a condição

de instabilidade do sistema de freio a disco, determinando-se as frequências instáveis dos modelos mecânicos propostos.

A análise de estabilidade para ruído de freio vem sendo estudada nas últimas décadas e muitas dessas pesquisas são baseadas no método dos elementos finitos. Porém, um modelo analítico adequado pode ajudar no entendimento do comportamento dinâmico deste tipo de sistema. A metodologia para predição de ruído, envolve a modelagem do sistema como um todo, sendo que os componentes são analisados previamente, desacoplados do sistema, e são incorporados sucessivamente ao modelo global do sistema, com o objetivo de se verificar o comportamento do conjunto, e a influência de cada componente. Na implementação numérica, usou-se o software comercial Ansys, onde um elemento de atrito é incluído usando-se a linguagem APDL, *Ansys Parametric Design Language*, que é uma linguagem proprietária da Ansys INC.

1.2 Estrutura da Dissertação

O conteúdo deste trabalho está organizado em 6 capítulos. Dentro do contexto tem-se a descrição do problema, embasamentos teóricos, descrição da modelagem, estudo e validação do modelo, e ainda resultados e conclusões encontrados.

No Capítulo 2 é apresentada a revisão bibliográfica. Primeiramente é apresentada uma terminologia usual no estudo de ruído em freios automotivos, mostrando grande parte dos ruídos encontrados nessa área. A seguir são apresentados os principais mecanismos para explicar o fenômeno de *Squeal*, bem como alguns modelos analíticos baseados nesses mecanismos.

O Capítulo 3 consiste do procedimento usado para a modelagem do fenômeno de *Squeal*. Para essa modelagem, partiu-se de modelos com baixo número de graus de liberdade, para modelos mais complexos. Sendo assim, é apresentado um modelo de 2 graus de liberdade, seguido de um modelo com 5 graus de liberdade. Por fim, é apresentado o modelo de elementos finitos composto por disco e pastilhas de freio.

No Capítulo 4, uma avaliação experimental dos componentes do modelo é apresentada. Essa avaliação consiste, primeiramente, de uma calibração do sistema, seguida de ajustes dos modelos de elementos finitos dos componentes usados na análise numérica do conjunto disco de freio - pastilhas estudado.

No Capítulo 5, é descrita a análise de estabilidade dos modelos apresentados no Capítulo 3. Esses modelos (2 graus de liberdade, 5 graus de liberdade e elementos finitos), são avaliados

pelos seus autovalores para que se encontre uma possível instabilidade. No final deste capítulo, é realizada uma análise paramétrica usando o modelo de elementos finitos.

Finalmente no Capítulo 6 são apresentadas as conclusões pertinentes deste trabalho, bem como algumas sugestões para trabalhos que dêem continuidade a este.

O trabalho ainda contém 3 Apêndices. O primeiro contém uma introdução à modelagem do fenômeno de atrito, o segundo as medidas dos componentes usados na análise numérica, e o terceiro contém algumas soluções encontradas na bibliografia que podem ajudar a minimizar o ruído de *Squeal*. As referências bibliográficas também podem ser encontradas ao fim do trabalho.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Nesse capítulo será apresentada uma revisão bibliográfica a respeito do tema ruídos em freios automotivos sobre os diferentes tipos de ruídos. Diversas classificações relativas aos freios automotivos são encontradas na literatura. Pfeifer, por exemplo, classifica a vibração e o ruído de freio em três categorias: ruído de freio a disco e a tambor, *Groan* e *Judder*, (Pfeifer 2006). Pode-se também classificar em ruído de baixa frequência, *Squeal* de baixa frequência e *Squeal* de alta frequência. Ruídos de baixa frequência mais comuns são: *Judder*, *Groan* e *Moan*. Uma classificação mais detalhada dos diversos tipos de ruídos será apresentada na próxima seção.

Dentre os tipos de ruídos relacionados a freios, com certeza o que vem gerando um maior interesse de pesquisadores é o *Squeal*, que é um ruído causado por atrito induzido, auto-excitado, e vibração auto-sustentável por um curto período de tempo, (Tan e Chen 2005). O *Squeal* vem gerando desafios para pesquisadores e engenheiros desde 1930, por causa de sua extrema complexidade que envolve múltiplas disciplinas como: dinâmica não-linear, mecanismos de contato e tribologia/nanotribologia.

Existem várias teorias para explicar o fenômeno de *Squeal*. Algumas características dessas teorias podem ser vistas na revisão de (Kinkaid *et al.* 2003). Para a predição do *Squeal*, duas teorias vêm sendo fortemente estudadas: o atrito do tipo *stick-slip* e o acoplamento modal entre os componentes.

No modelo de *stick-slip* considera-se basicamente que através da variação do coeficiente de atrito com respeito à velocidade relativa entre as superfícies em contato, o sistema se auto-excita provocando maiores amplitudes de vibração e, por conseguinte, a emissão de ruído (Kinkaid *et al.* 2003; Tan e Chen 2005; Balvedi e Gerges 2003). Na hipótese do acoplamento modal, considera-se que quando há ocorrência de modos com frequências próximas entre os componentes do sistema

de freio, ou até entre o sistema e outras partes do veículo (tais como suspensão), o conjunto pode tornar-se instável provocando o ruído (Trichês *et al.* 2004). Um estudo mais detalhado sobre *stick-slip* foi realizado por Tan e Chen (2005) e será mostrado na Seção 2.2.2.

Um dos fatores de influência no conforto do motorista é sem dúvida o ruído. O ruído gerado pelo freio, além de causar desconforto, pode provocar insegurança quanto a existência de falha mecânica no sistema de freio.

A investigação de ruído em freios tem levado a várias análises analíticas, numéricas e experimentais. Esse trabalho apresenta os mesmos três tipos de análises, porém um maior foco é dado a análise numérica pelo método dos elementos finitos.

Entre as pesquisas sobre a modelagem do ruído e da análise dinâmica de sistemas de freio a disco, pode-se encontrar os mais diversos tipos de modelos de parâmetros concentrados. Foram encontrados modelos uni, bi e tridimensionais durante essa pesquisa e alguns desses modelos serão mais detalhadamente explicados nas Seções 2.2 e 2.3

Dentre as diversas metodologias encontradas na literatura muitos estudos concentram-se na avaliação da instabilidade do sistema a partir do estudo dos autovalores complexos, e uma grande parte desses modelos tem mostrado que mesmo com um coeficiente de atrito constante, o sistema pode tornar-se instável.

Nos últimos anos, devido ao grande avanço computacional, muitos pesquisadores vêm usando o método dos elementos finitos para lidar com o fenômeno de ruído em freios automotivos. Segundo Ouyang *et al.* (2005) as simulações e métodos de análise de *Squeal* basicamente podem ser divididos em duas grandes categorias: análise de autovalores complexos no domínio da frequência e análise transiente no domínio do tempo. Na análise de autovalor complexo podem-se encontrar alguns, ou todos os autovalores complexos de uma vez, enquanto em uma análise transiente o programa deve ser executado várias vezes, até um movimento ciclo-limite ser encontrado. Portanto, a análise de autovalor complexo induz geralmente custos computacionais menores. Em uma análise transiente, em teoria, não são necessárias tantas aproximações, tais como: área de contato constante entre disco e pastilhas, lei de atrito linear e propriedades dos materiais independentes do tempo. Essas e outras vantagens e desvantagens foram colocadas por (Ouyang *et al.* 2005).

Liles (1989) foi um dos primeiros a modelar os componentes de freio por elementos finitos e validar esses modelos experimentalmente, gerando assim um maior interesse dos pesquisadores nesse tipo de análise. Nesse mesmo modelo, o autor considerou o atrito por acoplamento geométrico

e a matriz de rigidez nesse acoplamento foi construída utilizando o deslocamento relativo entre as superfícies de contato.

Nack (2000) apresenta detalhadamente um método de obtenção da matriz de rigidez considerando atrito por acoplamento geométrico. O autor determinou algumas condições necessárias para que o sistema se torne instável e observou que a amplitude de um evento de *Squeal* cresce exponencialmente no início e então se estabiliza de alguma forma. Isso pode ser explicado considerando um ciclo-limite para o fenômeno em um modelo não-linear.

É importante observar que, nos modelos de (Liles 1989) e (Nack 2000), são necessários nós coincidentes nas superfícies de contato. A partir dessas pesquisas, outros modelos de elementos finitos foram criados para se analisar a instabilidade de um sistema. Alguns autores ainda mostraram que quando dois modos se acoplam sob a influência de atrito, o sistema se torna instável; esse fenômeno será discutido neste trabalho.

A formulação de um problema de contato aplicada a um disco de freio foi apresentado por Yuan (1996). A formulação de Yuan (1996) resultou em uma matriz de rigidez menor que a de Liles (1989), para um mesmo problema, convergindo para um melhor condicionamento numérico. Os resultados apresentados por Yuan (1996), mostraram que com uma rigidez da mola de contato na ordem de 10^9 N/m, os resultados de ambos os autores, (Yuan 1996) e (Liles 1989), são muito próximos.

Guan e Jiang (1998) construíram um modelo de elementos finitos de cada componente de um sistema de freio a disco, montando um modelo de multi corpos reduzido do sistema. Eles calcularam, a partir de uma análise dos autovetores do sistema, o fator de participação modal, ou seja, a influência dos modos dos componentes em determinados modos de *Squeal*. Esse tipo de informação pode ser útil para que se encontrem maneiras de suprimir certos modos indesejáveis, e assim reduzir a propensão ao *Squeal*. Os resultados mostraram que existem mais de um componente dominante na ocorrência do *Squeal*, porém o disco tem grandes contribuições no fenômeno.

As análises experimentais, assim como analíticas e numéricas, têm grande importância no estudo de ruído em freios automotivos. As análises experimentais, além de serem usadas para validar os resultados obtidos analítica e numericamente, são freqüentemente usadas no ciclo de desenvolvimento de produtos. Em 1978 foi realizado por Felske um experimento por holografia, onde puderam ser encontrados os modos de vibrar do sistema durante a ocorrência de *Squeal*, (Felske *et al.* 1978). Esse experimento acelerou o interesse dos pesquisadores em resultados experimentais

de *Squeal*.

Entre os experimentos mais comuns estão: testes em dinamômetros e testes em veículos. Dentre as técnicas de medição mais usadas, destacam-se as de holografia acústica e holografia a laser. Medições por holografia acústica podem mostrar a radiação acústica e assim verificar o comportamento do sistema durante a ocorrência do ruído. “Uma grande vantagem desse processo é que se podem captar eventos transientes de curta duração, mostrando como é o comportamento do sistema durante o início da geração do ruído”, (Flint e Hald 2003).

A holografia a laser é uma ferramenta muito poderosa para o estudo de ruído em freios, e é uma técnica que permite determinar o campo de deslocamento do corpo vibrando. Segundo Fieldhouse *et al.* (2005) a principal vantagem dessa técnica é que a resolução das imagens é superior em todos os aspectos, e torna possível observar desde um conjunto de freio globalmente até uma pequena área para uma análise local mais aprofundada.

Os testes de dinamômetro muitas vezes conseguem reproduzir bem o comportamento do veículo. Exemplos deste tipo de teste podem ser encontrados nas normas SAE J2521 e AK *Noise test*. Os testes de dinamômetros reproduzem com severidade a frenagem e oferecem uma grande gama de variedades quanto à temperatura, pressão, e diversas outras condições de operação. Dinamômetro de ruído de freio é uma ferramenta efetiva para identificar a frequência do ruído, bem como a faixa de temperatura e pressão em que o mesmo ocorre (Balvedi e Gerges 2003), mantendo-se o controle sob as demais variáveis do problema

Segundo Dessouki *et al.* (2003) o dinamômetro de ruído é a ferramenta preferida para realizar o teste de *Squeal* e sua diagnose, porém muitas vezes não se consegue através dele identificar as causas do problema. O ruído em freios automotivos é também afetado por condições ambientais, tais como, condições relativas de temperatura e umidade. No entanto, modelos mais modernos de dinamômetros fornecem a possibilidade de controle desses parâmetros (Thompson 2005).

Dentre os testes de veículos, o mais conhecido é o *Los Angeles City Traffic*, onde uma rota específica apresenta várias condições de frenagem. Nesse teste não estão inclusos condições de baixa temperatura e longas inclinações, tais como decidas de serra. No veículo também é possível obter a velocidade, pressão e temperatura da ocorrência do ruído, além de se obter a frequência do ruído nessas condições. Maiores detalhes do *Los Angeles City Traffic* pode ser encontrado no trabalho de Abdelhamid e Denys (Abdelhamid e Denys 2005). Uma boa correlação entre o teste de dinamômetro e o teste de veículo em rota pode ser vista no trabalho de Luo e Lock (Luo e Lock

2005).

Baseando-se nas bibliografias consultadas nota-se que qualquer metodologia para análise, simulação e projeto de sistemas de freio considerando-se o problema de *Squeal* deve incluir modelagem analítica e numérica e procedimentos experimentais para ajustes dos modelos e teste dos protótipos concebidos.

2.1 Terminologia de vibração e ruído em freios

Durante os últimos anos foram descobertos diversos tipos de ruídos gerados pelo sistema de freio e várias terminologias foram usadas. De acordo com a frequência predominante do ruído, pode-se classificar os mesmos em três categorias: ruído de baixa, de média e de alta frequência. Akay em seu trabalho cita que durante sua pesquisa foram encontradas 25 ou mais designações para descrever ruídos e vibrações em freios automotivos, (Akay 2002).

Ouyang *et al.* (2005) classifica o ruído de acordo com o mecanismo de geração em três categorias. Creep-Groan, que é causado pelo movimento *stick-slip* entre o material de atrito e a superfície do disco, (Abdelhamid 1995; Brecht *et al.* 1997). *Hot Judder* ou *Rumble* que é causado por imperfeições periódicas na superfície do disco e que resultam em torques de frenagem cíclicos, (Abdelhamid 1995; Swartzfager e Seingo 1998; Kubota *et al.* 1998). O terceiro tipo de ruído é o *Squeal*, ruído com uma frequência dominante acima de 1 kHz, ou ainda acima do primeiro modo de vibrar fora do plano do disco (Pfeifer 2006; Kinkaïd *et al.* 2003; Ouyang *et al.* 2005).

Dessouki *et al.* (2003) classifica o *Squeal* em três outras categorias: *Squeal* induzido pela pinça, induzido pela pastilha ou, pelo disco. Nesse trabalho os ruído de freios automotivos são classificados conforme sua frequência, e assim serão descritos nos próximos subítens.

2.1.1 Ruídos de baixa frequência

Os ruídos de baixa frequência ocorrem preponderantemente entre 100 e 1000 Hz. Exemplos típicos deste tipo de ruído são: *Moan*, *Groan* e *Judder*. O mecanismo de geração para esses ruídos é a excitação do atrito gerado entre o disco e o material de atrito, fornecendo energia ao sistema. Essa energia é então transmitida por uma resposta vibratória do conjunto de freio e acoplada com componentes da suspensão e chassis, (Trichês *et al.* 2004);

O modo da falha típico do *Groan* ocorre a uma faixa de desaceleração entre 0,15 a 0,62 g, faixa de temperatura entre 65 a 121 °C, velocidade do veículo entre 16 - 32 km/h e o ruído normalmente

é emitido durante toda a parada (Dunlap *et al.* 1999). O *Groan* típico tem frequência entre 10 e 30 Hz com harmônicas que alcançam até 500 Hz. O *Groan* pode ser explicado por uma instabilidade geométrica da pastilha que possibilita o *stick-slip* e excita modos ressonantes de baixa frequência do sistema, (Akay 2002). Ainda segundo o autor, existe uma relação importante entre a posição da pastilha em relação ao disco, quanto maior a inclinação relativa entre eles, maior a possibilidade de ocorrer *Groan*.

Judder é uma vibração de baixa frequência com frequências múltiplas da velocidade de rotação da roda, (Akay 2002). Esse tipo de vibração é transmitida pelo chassis e volante, causando desconforto no condutor. Ainda segundo Akay, o *Judder* é uma consequência da não uniformidade da força de atrito na interface pastilha-disco, e essa não uniformidade pode ser resultado da variação da espessura circunferencial, revestimento irregular pelo material de atrito, e variação na superfície acabada.

2.1.2 Squeal de baixa frequência

Na região do espectro denominada de *Squeal* de baixa frequência, encontram-se os ruídos que ocorrem preponderantemente entre 1 e 7 kHz. Esse tipo de ruído está numa faixa de frequência onde o disco normalmente vibra em modos axi-simétricos com 1 a 4 diâmetros nodais. Esses diâmetros nodais representam os modos de vibrar de flexão da pista do disco, onde o número de diâmetros nodais representa o número de linhas nodais radiais que o disco tem durante determinado modo de vibrar. O modo de falha desse tipo de ruído pode estar associado com o fenômeno chamado de *modal locking*, que basicamente é o acoplamento dos modos de duas ou mais estruturas ((Dunlap *et al.* 1999). Segundo Kinkaid *et al.* (2003), na região do *Squeal* de baixa frequência, o espaçamento nodal é maior que o comprimento da pastilha, desta forma, tratar a pastilha como um elemento rígido é aceitável.

2.1.3 Squeal de alta frequência

Na região do espectro denominada de *Squeal* de alta frequência, os ruídos manifestam-se principalmente entre 5 e 16 kHz. *Squeal* de alta frequência envolve modos vibratórios de alta ordem, de 5 a 10 diâmetros nodais, assim sendo, a distância nodal entre esses modos pode ser comparável ou menor que o comprimento da pastilha.

Normalmente esse tipo de ruído tem uma frequência bem característica, que permanece cons-

tante para um tipo particular de disco independente dos outros componentes do sistema, por isso, o disco é um elemento determinante para esse tipo de ruído (Dunlap *et al.* 1999). Ainda segundo Dunlap a frequência do ruído em muitos casos coincide com as frequências de ressonância dos modos circunferenciais ou longitudinais do disco de freio.

Quaglia e Chen mostraram em seu recente trabalho que desacoplando os modos *in-plane* (no plano da pista do disco) e *out-of-plane* (modos de flexão da pista) do disco diminui-se a probabilidade de ocorrência de *Squeal*, (Quaglia e Chen 2005). Segundo Kinkaid *et al.* (2003), nesse tipo de *Squeal*, Lang e Smales mostraram que as linhas nodais dos modos do disco estão muito próximas uns dos outros e a flexão da pastilha se torna importante. Eles ainda recomendam que esse tipo de problema seja tratado com o efeito de *sprag-slip*, assim como foi feito no modelo de pino-disco de Earles, que será mostrado a seguir.

2.1.4 Outros Tipos de Ruídos

Os ruídos apresentados anteriormente, são os mais comumente encontrados na prática, porém, existem diversos outros tipos de ruídos, ou designações diferentes que serão apresentadas abaixo conforme o trabalho de Pfeifer (2006).

O ruído chamado de *Screech* ou *Wire Brush*, é um ruído de alta frequência que ocorre normalmente numa faixa de 10 a 15 kHz. Este ruído está dentro da faixa do *Squeal* de alta frequência, porém tem algumas características que o diferenciam do *Squeal*. O *Wire Brush* é um ruído criado por uma rápida oscilação instável entre vários modos vibratórios de alta frequência.

São encontrados também algumas terminologias para diferenciar certos tipos de ruído. Para o ruído de *Squeal* e *Groan* existem peculiaridades que fazem os mesmos serem reconhecidos por outras designações. No caso do *Squeal* foram encontradas mais duas designações: *Chirp* e *Drag Chirp*. O *Chirp*, ou *Chirp* durante frenagem como é chamado, nada mais é que um ruído de *Squeal* que ocorre com interrupções. Esse tipo de *Squeal* ocorre de forma breve a cada revolução do disco de freio e com pressão aplicada. O ruído chamado de *Drag Chirp*, ou *Chirp* sem frenagem como é chamado, é um ruído similar ao *Chirp*, porém como o próprio nome diz, esse ruído é sem pressão aplicada no sistema de freio.

No caso do ruído de *Groan*, também existem algumas designações e variações desse tipo de ruído, que são: *Groan* dinâmico, *Creep Groan*, *Groan* de fim de parada e *Groan* de alívio. No caso *Groan* dinâmico, são necessárias algumas pré-condições para que esse ruído ocorra. Por exemplo,

algumas vezes é necessário que sejam realizadas frenagens até que o freio aqueça e resfrie, só então numa próxima aplicação de frenagem esse ruído ocorrerá. No entanto essas pré-condições podem variar significativamente de veículo para veículo.

O *Creep Groan* é um tipo de ruído que ocorre em veículos com transmissão automática. Esse tipo particular de ruído ocorre quando o veículo já está parado, e a pressão no sistema de freio é liberada até um valor baixo. Com isso o torque ocioso da transmissão pode mover o veículo para trás. Quando esse movimento ocorre, se for mantida uma pressão de frenagem próxima a 3 bar, e o veículo estando a uma velocidade muito baixa, o fenômeno *stick-slip* entra em processo. O fenômeno *stick-slip* será explicado na Seção 2.2.2 com mais detalhes. Conseqüentemente, esse fenômeno que ocorre entre a pastilha e o disco pode provocar o ruído, que normalmente, tem sua frequência entre 1 e 20 Hz.

O ruído chamado de *Groan* de fim de parada ou *Crunch*, é um tipo de *Groan* que leva esse nome pois ocorre na última revolução da roda antes de sua parada. Mais especificamente, esse ruído ocorre a cerca de 1/3 na última revolução e com a pressão aplicada no sistema. O *Groan* de alívio ou *Grunt* é um ruído ouvido quando o veículo já está parado e a pressão no sistema de frenagem é liberada. Acredita-se que esse ruído seja causado pela liberação da suspensão.

Dentre todos os ruídos e designações encontrados na bibliografia, o ruído estudado nesse trabalho é o *Squeal* e maiores detalhes sobre esse ruído, bem como mecanismos que explicam o fenômeno, serão apresentados a seguir.

2.2 Mecanismos para geração de ruído

Nesta seção primeiramente são apresentados alguns modelos dinâmicos, modelos de parâmetros concentrados, encontrados na bibliografia para o estudo de ruído de *Squeal* em freios automotivos. Esses modelos serão estudados a fim de demonstrar e estudar o comportamento do sistema bem como sua reação sob a variação de alguns parâmetros. Por fim são avaliadas as limitações de cada modelo e, quais os resultados possíveis de se obter com cada um deles.

2.2.1 Principais teorias no estudo do Squeal

Existem na literatura diversos modelos e também diversas teorias para explicar o surgimento do *Squeal*. Nesse momento serão explicadas as teorias centrais do tema e as considerações de cada uma. Segundo Kinkaid *et al.* (2003) existem 6 hipóteses principais da geração de *Squeal*, e elas podem

ser agrupadas da seguinte maneira: *Stick-slip*, *Sprag-slip*, Coeficiente de atrito variando com a velocidade combinado com *Sprag-slip*, Vibração auto-excitada com coeficiente de atrito constante, Separação de modos duplos e Martelamento. Essas hipóteses serão mais detalhadamente explicadas nas próximas seções.

Segundo Tan e Chen (2005), diversas tentativas foram feitas para associar o fenômeno de *Squeal* com uma das teorias acima e determinar as causas do problema; no entanto, nenhuma das teorias pode explicar completamente o fenômeno. Em alguns casos, *stick-slip* pode explicar melhor o fenômeno e em outros o martelamento parece estar mais próximo de resultados experimentais, por exemplo. Porém pode-se afirmar que o mecanismo dominante para provocar o ruído depende tanto das características do sistema quanto das condições de operação.

2.2.2 O Fenômeno Stick-slip

A teoria *stick-slip* tem como principal característica a consideração de que para que o sistema seja auto-excitado, deve-se considerar um coeficiente de atrito que varia em função da velocidade de deslizamento entre as duas superfícies em contato.

Mills, em 1938, examinou várias combinações de sistemas de freio a tambor e de material de atrito onde o coeficiente de atrito μ_k decaía em função da velocidade de escorregamento v_s , (Kinikaid *et al.* 2003). Sabe-se que sistemas onde μ_k decai com a velocidade podem ter amortecimento negativo e conseqüentemente oscilações instáveis. Segundo Tan e Chen (2005), o coeficiente de atrito pode variar com o tempo, dependendo das condições de operação, assim como devido a mudanças na área de contato, variações de temperatura, flutuações da velocidade de escorregamento e outras condições.

O exemplo mais simples para se entender o fenômeno *stick-slip*, é assumindo a pastilha como um corpo rígido em um disco com velocidade constante. Desta forma o sistema pode ser representado como uma massa conectada por uma mola em contato com um disco, como mostra a Figura 2.1. Inicialmente a força da mola é menor que a força de atrito estática, sendo assim a massa move-se com o disco. Conforme a deformação da mola aumenta, a força elástica também aumenta até chegar a um valor igual ou maior que a força de atrito estática, então a massa começa a escorregar em relação ao disco. Com a massa deslizando a força de atrito passa a ser governada pelo coeficiente de atrito dinâmico (que é menor que o coeficiente de atrito estático), e a força da mola decai até a massa parar de escorregar e o ciclo se repetir.

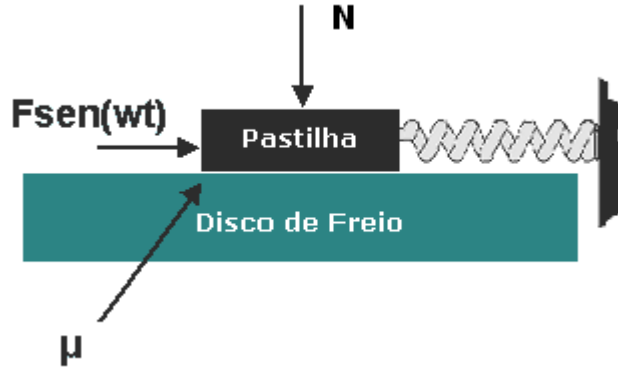


Figura 2.1: Modelo representativo do efeito *stick-slip*

2.2.3 O Fenômeno Sprag-slip

O fenômeno *sprag-slip* foi apresentado primeiramente no trabalho de Spurr (1961). Essa teoria é aplicada mesmo quando o coeficiente de atrito é independente da velocidade de escorregamento, e o sistema pode ter oscilações instáveis. Segundo o próprio autor o ruído de *Squeal* em freios ocorre, em geral, devido a um contato em uma determinada posição do material de atrito, conforme ilustrado na Figura 2.2. Devido às características geométricas da montagem do sistema de freio, essa força de atrito pode alcançar um valor acima do valor que a mesma teria para uma condição perfeitamente rígida do sistema, nesse caso a viga mostrada na Figura 2.2. O sistema, então, deforma-se elasticamente, reduzindo a força de atrito e retornando ao estágio inicial, para que o ciclo repita-se.

Pode-se perceber que apesar do coeficiente de atrito ser constante, a força de atrito varia pelo fato da força normal variar. Spurr (1961), usou o modelo da Figura 2.2 para explicar o fenômeno. Assumindo $F_f = \mu N$, do equilíbrio tem-se:

$$N = \frac{L}{(1 - \mu \tan(\theta))}, F_f = \frac{\mu L}{(1 - \mu \tan(\theta))} \quad (2.1)$$

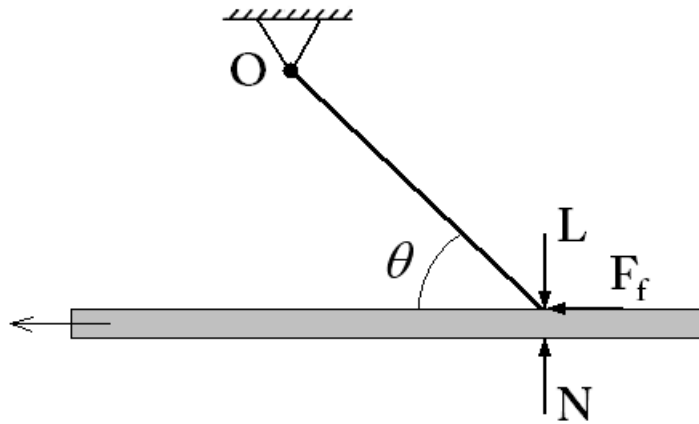


Figura 2.2: Modelo representativo do efeito *sprag-slip*

Sendo L uma força externa, μ é o coeficiente de atrito, N é a força normal e F_f é a força de atrito atuante no ponto de contato. Com o uso da Equação 2.1 pode-se mostrar que quando $\theta \rightarrow \tan^{-1}(1/\mu)$, então $F_f \rightarrow \infty$. Esse caso crítico foi então chamado de *spragging*. Desta forma, para relacionar o *spragging* ao *Squeal*, Spurr (1961) examinou pastilhas cuja zona de contato com o disco de freio tinha um ponto pivô, como mostrado na Figura 2.3, assim pode-se ter grandes forças de contato. A flexibilidade dos componentes permite que eles saiam da condição de *spragging* escorregando, depois de terem sido suficientemente deformados pela alta força normal e força de atrito. Uma vez fora dessa condição de *spragging* e com o contato original restabelecido, as forças de contato começam novamente a crescer e o ciclo *sprag-slip* está formado.

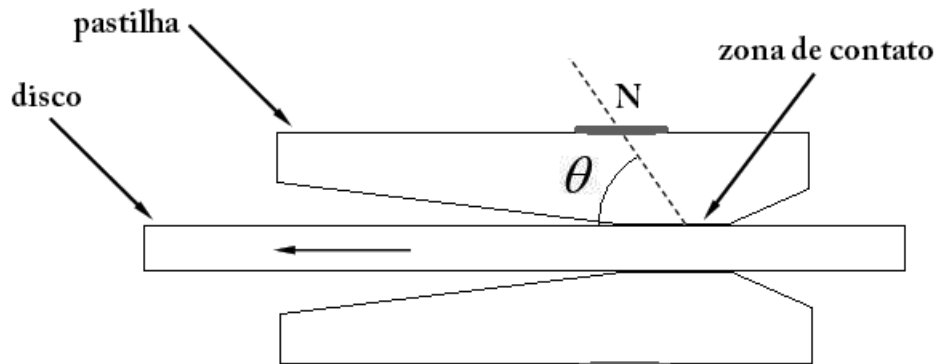


Figura 2.3: Zona de Contato Disco-Pastilha - ponto pivô de contato

2.2.4 Coeficiente de atrito variando com a velocidade combinado com Sprag-slip

Murakami fez uma hipótese em seu trabalho de que o *Squeal*, era gerado por um mecanismo onde o coeficiente de atrito decai com a velocidade, combinado com a teoria *sprag-slip*, (Kinkaid *et al.* 2003). O autor considerou o *Squeal* como uma vibração auto-excitada dos componentes do sistema de freio a disco, e mostrou que para induzir o *Squeal*, é preciso uma correta combinação entre resposta ao atrito, geometria e propriedade do material do conjunto de freio a disco. Murakami mostrou que o disco, a pinça e as pastilhas são os elementos chaves na geração do ruído, enquanto a vibração correspondente a suspensão e eixo são desprezíveis.

2.2.5 Vibração auto-excitada com coeficiente de atrito constante

Segundo Kinkaid *et al.* (2003), aparentemente, o primeiro pesquisador a considerar o *Squeal* como uma vibração auto-excitada com coeficiente de atrito constante foi North em (1972). O primeiro modelo de North tinha oito graus de liberdade e representa um sistema de freio em particular, no entanto primeiramente será mostrado o modelo de 2 graus de liberdade apresentado por North em 1976, Figura 2.4.

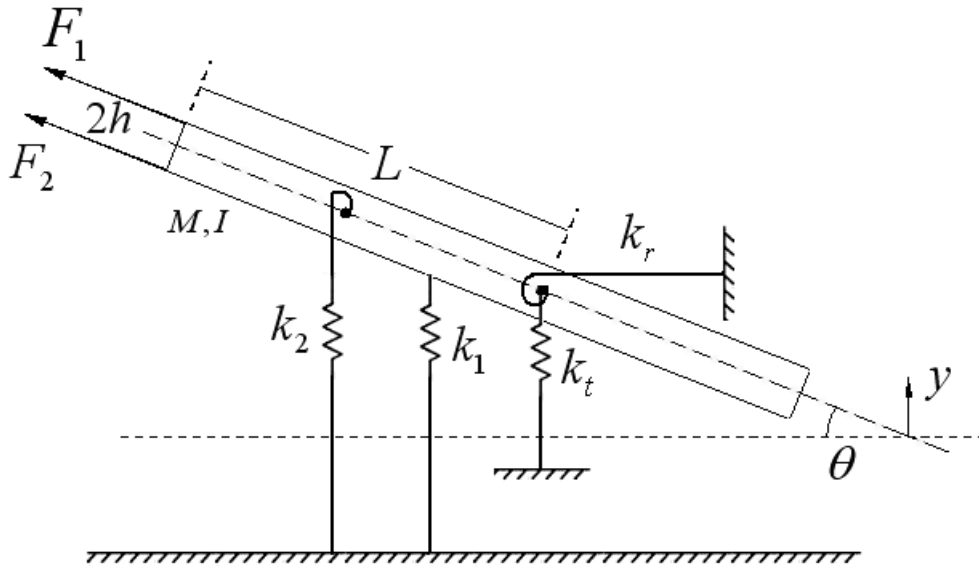


Figura 2.4: Modelo de parâmetros concentrados com 2 graus de liberdade de North

Neste modelo o disco é modelado como um corpo rígido de massa M , espessura $2h$, momento de inércia I e possui dois graus de liberdade, y e θ . O disco está entre duas pastilhas de comprimento

L e rigidez total k_1 . As forças de atrito F_1 e F_2 atuando no disco são:

$$F_1 = \mu (k_1 y + N), F_2 = \mu (-k_1 y + N) \quad (2.2)$$

As forças de atrito foram incorporadas como forças circulatorias e N é a pré-carga entre as pastilhas e o disco. As equações de movimento podem ser escritas na forma:

$$[M] \{\ddot{u}\} + [K] \{u\} = 0 \quad (2.3)$$

com,

$$\{u\} = \begin{bmatrix} y \\ \theta \end{bmatrix}, [M] = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, [K] = \begin{bmatrix} k_t + k' & 2\mu N \\ -2\mu h k' & k_r + k' L^2/3 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Sendo que k_t e k_r representam as rigidezes de translação e rotação do disco e $k_2 = k_1 L^2/3$. Quando o equilíbrio do sistema é estável, os autovalores são pares complexos conjugados e puramente imaginários $\lambda_{1,2} = \pm i\omega_1$, $\lambda_{3,4} = \pm i\omega_2$, porém variando-se os parâmetros do sistema é possível que os pares se unam e dividam-se em quatro autovalores, $\lambda_{1,2} = \sigma \pm i\omega_1$, $\lambda_{3,4} = \sigma \pm i\omega_2$, neste caso tem-se um equilíbrio instável. Sendo assim North (1976) definiu um critério de instabilidade, mostrado abaixo:

$$\frac{1}{MI} \left((k_t + k_1) I - \left(k_r + \frac{k_1 L^2}{3} \right) M \right)^2 \leq 16\mu^2 h k_1 N \quad (2.5)$$

Pode-se perceber pela equação que o aumento de μ pode induzir a instabilidade, fato evidenciado na maioria dos trabalhos dentro desta linha de pesquisa. Depois de North, diversos outros trabalhos foram desenvolvidos com o uso de um coeficiente de atrito constante. É importante notar que os modelos usados para desenvolver e entender o ruído de *Squeal* em freios empregando um coeficiente constante são suficientemente complexos para que a variação da força de atrito seja alcançada. No trabalho de North, isso é conseguido modelando o contato entre as pastilhas e o disco com elementos discretos, Equação 2.2.

Em outros trabalhos, como o de Ouyang *et al.* (2000), uma análise por elementos finitos é feita onde a flexibilidade do rotor e da pastilha são considerados, desta forma, como os corpos deformam-se durante a vibração do conjunto de freio, a variação das forças normais ocorrem. Isto, por sua vez, faz com que a força de atrito também varie, mesmo com μ constante.

2.2.6 Separação de modos duplos

Na conferência ASME de 1992, Mottershead e Chan apresentaram uma contribuição sobre a modelagem do *Squeal* usando análise modal como base teórica. A teoria tem como base a separação

da frequência de modos duplos em discos simétricos, quando uma força de fricção é aplicada. Essa separação pode levar a uma instabilidade associada ao *Squeal*, (Kinkaid *et al.* 2003).

Basicamente eles desenvolveram um modelo de elementos finitos onde o disco engastado era carregado por uma força circulatória tangencial. Essa força estava relacionada com a pressão de contato e com o coeficiente de atrito. Quando a pressão varia de 0 a P, percebeu-se um ponto limiar onde alguns autovalores duplos do disco sem carregamento tendem a se afastar, e esse ponto está associado a uma oscilação instável.

2.2.7 Martelamento por batimento das pastilhas

Ao perceber que a frequência do *Squeal* muitas vezes coincide com a frequência natural dos componentes do sistema de freio, Rhee *et al.* (1989) propôs um modelo de impacto chamado de martelamento, que é caracterizado como um mecanismo de excitação. O martelamento pode ocorrer devido a imperfeições do disco que provocam batimentos da pastilha. As ondulações macroscópicas existentes na superfície do disco de freio podem ser causadas pela formação de pontos quentes locais durante as frenagens, por exemplo, provocando repetitivos impactos no disco que podem excitar em uma determinada frequência, e provocar o ruído.

O autor ainda diz que o martelamento é, de fato, compatível com o *sprag-slip*, onde interações instáveis entre vários elementos do sistema (como no *spragging*) podem causar martelamento. Relacionando o martelamento com a teoria *stick-slip*, Rhee *et al.* (1989) afirmam que a interação do *stick-slip* associada com ondas de desprendimento (ou ondas de Schallamach), também podem ser vistas como uma série de impulsos agindo na interface de contato, e esses impulsos podem excitar as frequências naturais dos componentes do sistema de freio.

2.3 Modelos Analíticos

Para o estudo dos modelos analíticos existentes na literatura, faz-se uma breve revisão histórica da bibliografia. No review de (Kinkaid *et al.* 2003) foram mostrados diversos modelos para o estudo de *Squeal* em ordem cronológica. Os primeiros modelos encontrados na literatura são: modelo de Jarvis e Mills (1963) e modelos de pino-disco de Earles e co-autores publicados entre 1971 e 1987. Esses modelos de parâmetros concentrados levam em consideração a teoria *sprag-slip*. Destacam-se também os modelos de parâmetros concentrados propostos por North (1972,1976) e Millner (1978), já analisados e citados.

Em 1984, Murakami, Tsunada e Kitamura apresentaram um modelo de sete graus de liberdade onde uma combinação do *stick-slip* e *sprag-slip* é considerada. O primeiro modelo de elementos finitos aparece somente no final da década de 80, apresentado por Liles em 1989. Alguns dos modelos citados anteriormente, podem ser vistos nas próximas seções. Nos anos seguintes apareceram modelos de parâmetros concentrados com um maior número de graus de liberdade, porém eles não serão aprofundados nesse trabalho, sendo eles: modelo de três graus de liberdade de Matsui, Murakami et al. (1992), e modelo de doze graus de liberdade de Brooks, Crolla, Lang e Shafer (1993). Destacam-se também alguns modelos de parâmetros concentrados que surgiram posteriormente, são eles: modelos de Nishiwaki (1993), modelo de Hulten e Flint (1999), modelo de Chowdhary, Bajaj e Krousgrill (2001), modelo de três graus de liberdade de McDaniel, Li Moore e Chen (2001), e modelo de quatorze graus de liberdade de Rudolph e Popp (2001). Bem como modelos de elementos finitos: modelo de Chargin, Dunne e Herting (1997) e modelo de elementos finitos de Ouyang, Mottershead et al. (1999-2000).

Pode-se perceber o grande número de modelos encontrados na literatura, bem como a diversidade de hipóteses e considerações. Esse trabalho não tem como foco explicar detalhadamente cada modelo, no entanto será apresentado os princípios básicos de alguns modelos representativos, indicando as suas limitações/aproximações.

2.3.1 Modelo de Jarvis e Mills

O primeiro modelo detalhado para o estudo de *Squeal* foi apresentado por Jarvis e Mills. Esse modelo tem três graus de liberdade, e foi idealizado por uma simplificação dos experimentos de Fosberry e Holubecki. O modelo é baseado na teoria *sprag-slip*, e pode ser visto no esquema da Figura 2.5. Esse modelo é composto por um disco e uma viga em contato.

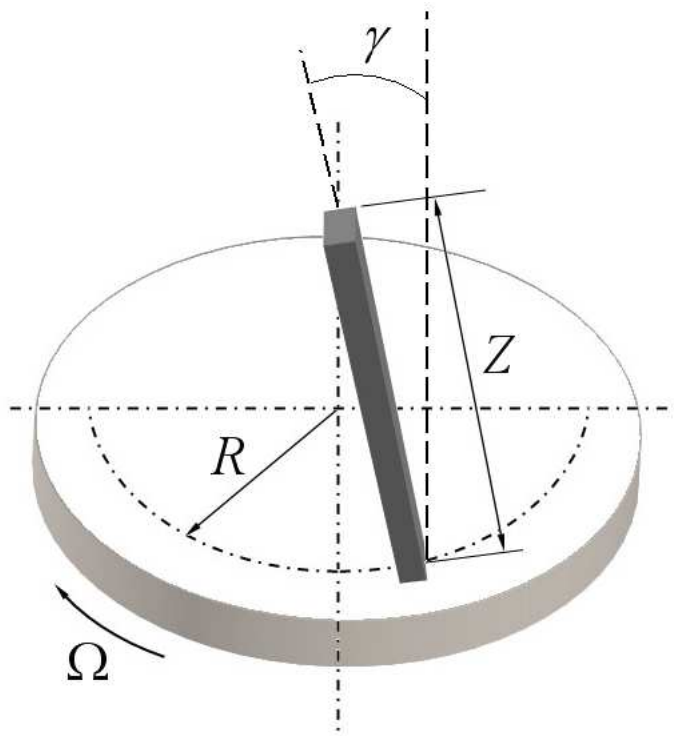


Figura 2.5: Modelo proposto por Jarvis e Mills

Através de resultados experimentais e analíticos os autores chegaram a seguinte constatação com relação a vibração do disco em contato com a viga: “Na prática, não existem nós verdadeiros e, se a vibração for medida ao longo do disco, verifica-se que a amplitude varia em torno de um valor médio e a fase muda constantemente. Este comportamento é explicado se é assumido que pelo menos duas vibrações de modos de mesma ordem existem simultaneamente com fases diferentes no tempo e no espaço”, (Kinkaid *et al.* 2003).

Essa importante constatação levou outros autores a interpretar seus modelos, por exemplo, Brooks et al. e Millner apud Kinkaid (2003), usaram essa definição para indicar que a vibração do disco de um sistema de freio durante o ruído pode ser considerada como a superposição de duas ondas estacionárias relativas a um observador fixo. Além disso eles observaram que, se o número de diâmetros nodais é assumido pequeno, então as pastilhas vibram como um corpo rígido, desta forma a pastilha e o disco podem ser modeladas como massas concentradas. O modelo simplificado de Jarvis e Mills, não obteve um grande sucesso quando comparado com resultados experimentais, o que é um grande desafio até hoje entre os pesquisadores da área.

2.3.2 Modelos de pino-disco de Earles

Earles e vários co-autores, buscaram através de modelos chamados de pino-disco investigar o mecanismo *sprag-slip*, mais especificamente, eles investigaram como o amortecimento e o fenômeno influenciam no ruído de *Squeal*. Em alguns desses experimentos o disco rotacionava a uma velocidade constante e entrava em contato com um pino sustentado por uma viga engastada flexível. Esses experimentos eram correlacionados, em alguns casos, com o modelo da Figura 2.6. Na Seção 3.1.2 também será mostrado e analisado um modelo pino-disco.

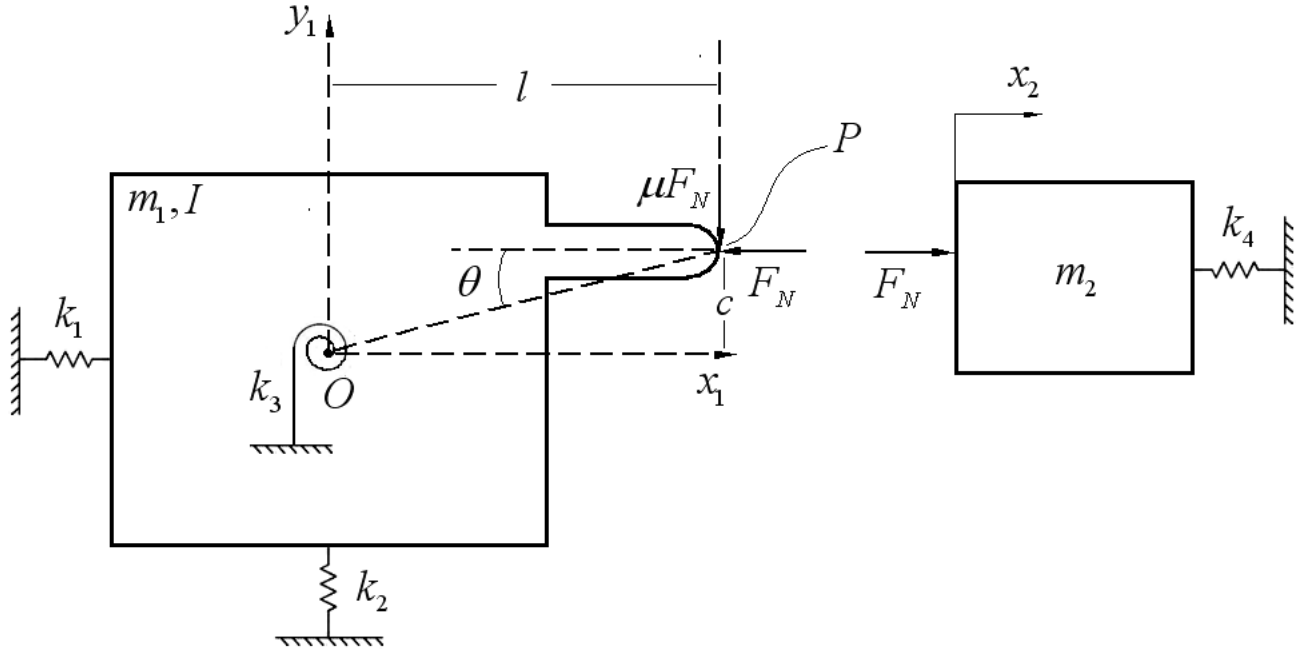


Figura 2.6: Modelo Pino-disco proposto por Earles e Lee

Segundo Kinkaid *et al.* (2003), trabalhos posteriores de Badi, Earles e Chambers consideraram sistemas onde dois pinos estavam em contato com o disco, e uma análise de estabilidade linear foi feita. Como resultado dessa análise pôde-se perceber que pelo menos um pino do sistema deve possuir uma configuração onde o contato com o disco provoque a ocorrência de *Squeal*. Finalmente Earles constatou que o amortecimento do pino (modelo correspondente à pastilha) poderia aumentar as regiões de instabilidade, enquanto que o amortecimento do disco sempre reduzia essas regiões instáveis. Esse fato também pode ser visto no trabalho de Ouyang, (Ouyang *et al.* 2000).

2.3.3 Os modelos de parâmetros concentrados de North e Millner

North desenvolveu, em 1972, um modelo de parâmetros concentrados para o sistema de freio. Esse modelo tem oito graus de liberdade, e é composto por quatro corpos rígidos sendo dois graus de liberdade para cada corpo (y e θ). Pastilha interna (y_1, θ_1), pastilha externa (y_2, θ_2), pinça (y_3, θ_3) e o disco (y_0, θ_0), como está ilustrado na Figura 2.7. As forças normais agindo no disco, N_1 e N_2 , são linearmente dependentes do pré-carregamento estático N_0 , dos deslocamentos y_0 , y_1 e y_2 , bem como de suas respectivas velocidades. Esse modelo não tem restrições holonômicas e o coeficiente de atrito na interface pastilha-disco é considerado constante.

North incorporou as forças de atrito como forças circulatorias e pela primeira vez desde então, o sistema foi representado por uma matriz de rigidez não simétrica. Variando os parâmetros do sistema o autor examinou quando o sistema se tornava instável, utilizando como critério a parte real do autovalor. Esse critério será demonstrado na Seção 3.3.

Segundo Kinkaid *et al.* (2003), embora bons resultados comparativos entre o modelo analítico e os experimentos tenham sido obtidos, uma das principais contribuições de seu trabalho foi correlacionar o aumento do amortecimento com a diminuição da tendência à geração de ruído de *Squeal*.

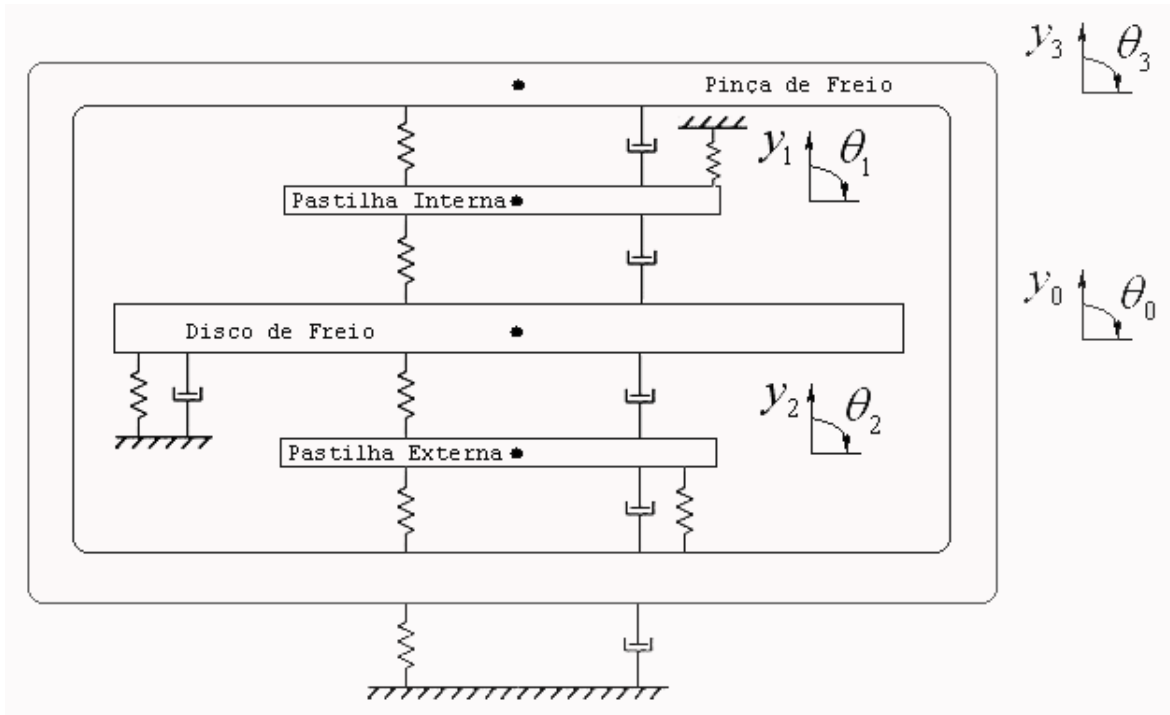


Figura 2.7: Modelo de 8 graus de liberdade proposto por North

Em 1978, (Millner apud Kinkaid *et al.* 2003) desenvolveu um modelo, usando simetria, onde apenas o disco, uma pastilha e metade da pinça foram modelados. Cada um dos componentes com dois graus de liberdade (translação e rotação), e uma simples restrição holonômica imposta no movimento entre pastilha e pinça de freio. Esse modelo possui um grande número de parâmetros de entrada que eram obtidos através de experimentos. Millner mostrou que a geometria tem um papel importante e que instabilidades poderiam ser excitadas para quase todas as configurações de contato, desde que o coeficiente de atrito dinâmico possuía um valor alto o suficiente e a rigidez da pinça estivesse dentro de uma determinada faixa. A massa da pinça também foi considerada como um parâmetro importante nessa análise.

Na próxima seção serão apresentados os modelos usados neste trabalho, bem como o procedimento de modelagem realizado para cada um.

Capítulo 3

Modelagem do Problema

Na bibliografia, podem ser encontrados diversos modelos aplicados ao problema de previsão de *Squeal*. Destacam-se desde modelos analíticos com poucos graus de liberdade, lineares e com massas concentradas, até modelos mais complexos, não-lineares e contínuos. Os modelos de elementos finitos também são aplicados à modelagem do fenômeno do *Squeal*, representando-se desde modelos apenas com o disco e uma barra gerando atrito sob o disco até modelos que incluem a suspensão do veículo e suas interações com o sistema de freio.

Modelos analíticos e numéricos são capazes de simular diferentes estruturas, composições de materiais e condições de operação dos sistemas de freio. Os resultados teóricos podem fornecer orientações para um experimento, ajudando na interpretação dos resultados experimentais encontrados, assim como podem ser usados como ferramenta de projeto. Desta forma, aqui, serão apresentados dois modelos analíticos e uma modelagem por elementos finitos, onde a complexidade nos modelos será gradualmente inserida.

No problema de ruído de freio, o atrito é essencial no estudo, e, desta forma um estudo específico desse fenômeno físico foi realizado e pode ser encontrado no Apêndice A. Em todos os modelos apresentados aqui, o atrito considerado é o atrito proposto no modelo de Coulomb com coeficiente de atrito constante.

3.1 Modelos Analíticos a Parâmetros Concentrados

Os modelos de massa concentrada foram exaustivamente estudados nas últimas décadas e aqui serão apresentados dois modelos representativos. O primeiro com dois graus de liberdade e o segundo com cinco graus de liberdade. Com esse estudo de modelos analíticos simplificados pode-se avaliar de forma global alguns parâmetros importantes no sistema de freio, inclusive uma possível

instabilidade dinâmica que pode ser usada como indicador de ocorrência de *Squeal*.

3.1.1 Modelo de parâmetros concentrados com 2 graus de liberdade

Nesse seção será apresentado um modelo de dois graus de liberdade, com atrito acoplado, conforme mostra o esquema da Figura (3.1). Esse modelo, da forma como foi analisado, pode ser utilizado para a detecção de um corportamento instável do sistema, conforme será discutido na Seção 3.3.

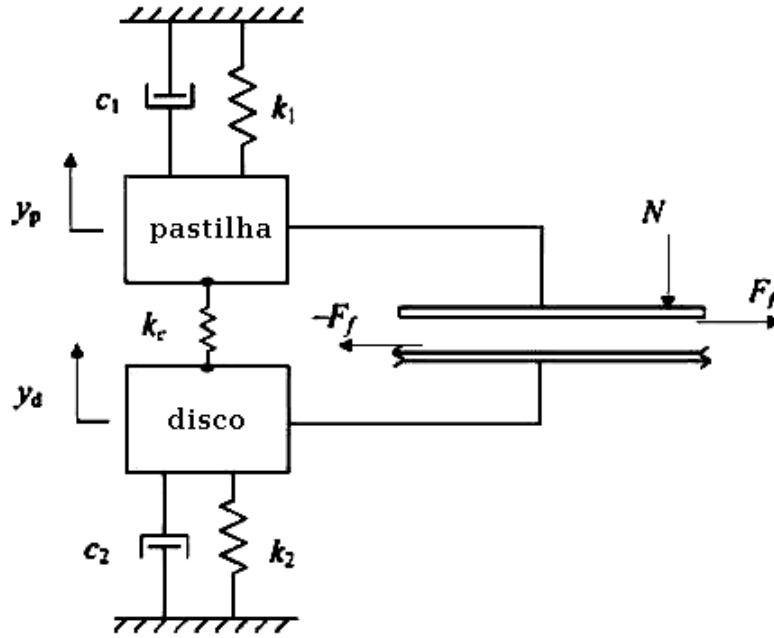


Figura 3.1: Modelo de 2 graus de liberdade com atrito

A instabilidade dinâmica de um freio a disco está fortemente relacionada a uma oscilação auto-excitada induzida pela interação do atrito na interface de contato. O modelo estudado, de dois graus de liberdade, é baseado nos trabalhos de (Shin *et al.* 2002) e de (Oh *et al.* 2005). O modelo considera duas massas, uma do disco e outra da pastilha, que estão fixas por conjuntos mola-amortecedor que representam as rigidezes e amortecimentos dos respectivos componentes do sistema de freio a disco. Na região de contato, considera-se a existência de uma força normal N de contato, e forças F_f de atrito, conforme mostrado na Figura 3.1. Primeiramente, Shin *et al.* (2002) estudaram um modelo onde o coeficiente de atrito é função da velocidade de escorregamento relativa entre as superfícies de contato, então Oh *et al.* (2005) aprimoraram esse modelo e desenvolveram outro onde o movimento transversal à superfície de contato é considerado, com o coeficiente de

atrito variando em função da força normal às superfícies de contato. O coeficiente de atrito, variando com a velocidade, é inversamente proporcional a velocidade relativa dos corpos. Quando essa relação é considerada, tem-se um termo onde μ multiplica a primeira derivada temporal do deslocamento, correspondente à velocidade. Assim a matriz de amortecimento é afetada, pois essa matriz também multiplica a primeira derivada temporal do deslocamento.

Mostra-se que o mecanismo de atrito age como um amortecimento negativo na vibração quando o coeficiente de atrito varia com a velocidade, e os parâmetros de amortecimento, tanto da pastilha como do disco, devem ser suficientemente grandes para suprir o efeito do amortecimento negativo que pode surgir nessas condições. Ao contrário do modelo onde μ depende da velocidade de escorregamento, no modelo onde μ depende da força normal, o mecanismo de atrito age como uma rigidez negativa, sendo a rigidez um parâmetro essencial para avaliar o comportamento dinâmico do sistema. Dentro deste tipo de modelagem, uma análise de instabilidade de autovalor complexo pode ser realizada para evidenciar o comportamento do sistema com a variação de determinados parâmetros. A instabilidade é avaliada a partir do sinal da parte real do autovalor complexo, e indica a tendência de ocorrência do *Squeal*.

Se o coeficiente de atrito é também dependente da força normal, a matriz de rigidez torna-se dependente do deslocamento entre os corpos e o problema torna-se não-linear. Esse fato não será aqui evidenciado, já que estaremos analisando apenas modelos lineares e uma posterior implementação em um modelo de elementos finitos.

Na Figura (3.1), tem-se duas massas concentradas que representam a pastilha e o disco de freio com apenas um grau de liberdade cada um. Primeiramente é considerado que o coeficiente de atrito é função da velocidade relativa, e da força normal. A força de atrito está na direção do plano de contato, e considera-se o acoplamento do movimento no plano da superfície de atrito com o movimento no plano normal à pastilha, pela mudança do coeficiente de atrito. Fazendo-se o diagrama de corpo livre desse sistema de dois graus de liberdade, tem-se forças normais e forças de atrito tangenciais, agindo em ambas as massas. As forças normais às superfícies deslizantes podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} N_p &= k_c (y_p - y_d) \\ N_d &= -k_c (y_p - y_d) \end{aligned} \tag{3.1}$$

sendo N_p e N_d as forças normais, e os subíndices “p” e “d” indicam pastilha e disco respectivamente. O termo y representa o deslocamento vertical das massas, e k_c é a rigidez da mola de contato situada entre as massas. Conseqüentemente, a partir das Equações 3.1, as forças de atrito podem

ser escritas como sendo:

$$\begin{aligned} F_{f,p} &= -\mu(v_r, N_p) k_c (y_p - y_d) \\ F_{f,d} &= -\mu(v_r, N_d) k_c (y_p - y_d) \end{aligned} \quad (3.2)$$

sendo v_r a velocidade relativa entre as superfícies em contato, F_f as forças de atrito e μ o coeficiente de atrito dependente de v_r e N . A equação de movimento desse sistema de dois graus de liberdade, escrita matricialmente, fica na forma:

$$[M] \{\ddot{y}\} + [C] \{\dot{y}\} + [K + K_c(y)] \{y\} = 0 \quad (3.3)$$

sendo $[M]$, $[C]$ e $[K]$, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente. Os termos y , $\dot{y}$ e $\ddot{y}$ representam o deslocamento e sua primeira e segunda derivada temporal respectivamente. Na equação de movimento, a matriz de rigidez pode ser encontrada através da equação (3.2), diferenciando-se os termos de forças desequilibradas dessa equação, o que conduz a:

$$[K_c(y)] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_{f,p}}{\partial y_p} & \frac{\partial F_{f,p}}{\partial y_d} \\ \frac{\partial F_{f,d}}{\partial y_p} & \frac{\partial F_{f,d}}{\partial y_d} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Resolvendo as derivadas parciais pode-se chegar a matriz de rigidez $K_c(y)$.

$$[K_c] = -\mu(v_r, N) \begin{bmatrix} k_c & -k_c \\ -k_c & k_c \end{bmatrix} - k_c^2 (y_p - y_d) \begin{bmatrix} \frac{\partial \mu}{\partial N} & -\frac{\partial \mu}{\partial N} \\ \frac{\partial \mu}{\partial N} & -\frac{\partial \mu}{\partial N} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Para essa condição pode-se analisar dois casos: um onde o coeficiente de atrito depende apenas da velocidade de escorregamento, e outro onde o coeficiente depende da força normal ortogonal à superfície de contato. No primeiro caso temos que $\partial \mu / \partial N = 0$, e a matriz de rigidez se reduz a:

$$[K_c] = -\mu(v_r) \begin{bmatrix} k_c & -k_c \\ -k_c & k_c \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Nesse momento tem-se o coeficiente de atrito dependente da velocidade, fazendo com que ocorra uma auto-excitação no sistema. Porém simplificando novamente o sistema, fazendo-se $\mu = cte$, tem-se uma variação da força normal provocando uma variação da força de atrito, e assim excitando o sistema. Ainda como a estabilidade nesse caso é fortemente dependente dos parâmetros de rigidez, o amortecimento não será considerado, e a equação (3.3) fica na forma:

$$[M] \{\ddot{y}\} + [K + K_c(y)] \{y\} = 0 \quad (3.7)$$

Tendo a equação de movimento do problema, escreve-se o problema de autovalor, e encontra-se a equação característica:

$$\lambda^4 + (k_{11} + k_{22})\lambda^2 + k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21} = 0 \quad (3.8)$$

Sendo:

$$\begin{aligned} k_{11} &= \frac{k_1 - \mu k_c}{m_1} \\ k_{12} &= \frac{\mu k_c}{m_1} \\ k_{21} &= \frac{\mu k_c}{m_2} \\ k_{22} &= \frac{k_2 - \mu k_c}{m_2} \end{aligned} \quad (3.9)$$

As raízes desse polinômio de quarta ordem podem ser escritas na forma:

$$\lambda_1^2 = \frac{-b_1 - \sqrt{b_1^2 - 4b_2}}{2}; \quad (3.10)$$

$$\lambda_2^2 = \frac{-b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4b_2}}{2}; \quad (3.11)$$

Sendo $b_1 = k_{11} + k_{22}$ e $b_2 = k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21}$. Tendo os autovalores do problema, pode-se analisar a instabilidade. No Capítulo 5, os resultados e a avaliação da instabilidade serão mostrados.

3.1.2 Modelo de parâmetros concentrados com 5 graus de liberdade

Usando um modelo de parâmetros concentrados baseado no trabalho de (Dai e Lim 2006) analisa-se o acoplamento das vibrações dos componentes do freio em função do atrito. O atrito tem a peculiaridade de não ter uma característica de reciprocidade, ou seja, uma alteração da força normal provoca uma alteração da força tangencial, porém uma alteração na força tangencial não gera uma mudança na força normal. Para tanto será proposto um conjunto de molas não recíprocas para a representação do atrito. Essas molas foram uniformemente distribuídas na região de contato disco-pastilha. No entanto, sabe-se que a distribuição de carga na superfície de contato de um sistema de freio é não-linear. Representando esse contato por uma força concentrada, o modelo passa a ter um “ângulo de contato” devido à presença dessa força que não passa no centróide da pastilha. A distribuição de carga no contato pode ser visualizada na Figura 3.2, onde o disco e uma pastilha de freio estão em contato direto. A força N representa uma força normal agindo

no sistema de freio a disco. Esse contato não linear é representado por Dai e Lim (2006), como um pino de contato, seguindo a representação pino-disco de Spurr, apresentando na seção 2.2.3. O modelo estudado pode ser visto na Figura 3.3, composto por três massas com cinco graus de liberdade no total.

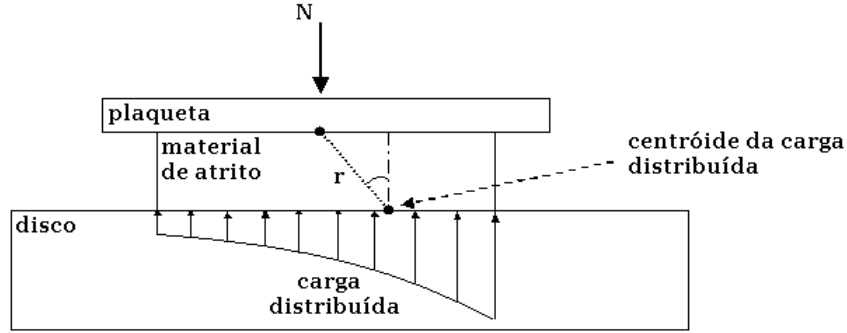


Figura 3.2: Interface de contato entre as superfícies Disco e Pastilha

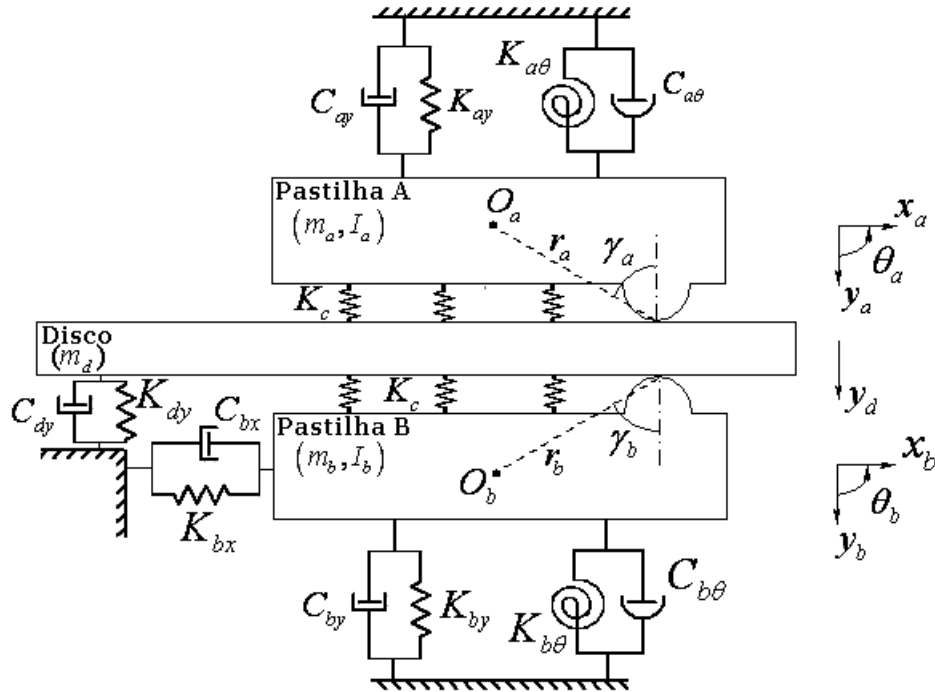


Figura 3.3: Modelo de parâmetros concentrados com 5 graus de liberdade e sem atrito

A descrição física do fenômeno *sprag-slip*, controlando a dinâmica da interação disco pastilha, foi primeiramente estudado por (Spurr 1961). Nos últimos anos, muitos estudos foram desenvolvidos

com o uso dessa teoria, e o modelo que será estudado traz o *sprag-slip*, baseado na teoria de duplo-pino. Como pode ser visto na Figura 3.3, as pastilhas são “pivotadas” contra um par de pinos rígidos de contato. O modelo estudado é composto pelo disco e pelas duas pastilhas, interna e externa. O disco tem um grau de liberdade, apenas translação vertical, e as pastilhas dois graus de liberdade cada uma, uma rotação e duas translações, como mostra a Figura 3.3. As molas ligadas as pastilhas e ao disco representam as rigidezes dos componentes. O acoplamento do atrito se dá através das molas K_c , distribuídas por toda superfície de contato, onde as forças resultantes dessas molas, $N_f(a)$ e $N_f(b)$, estão alinhadas com os centróides das pastilhas, O_a e O_b . Primeiramente o modelo foi considerado sem atrito, para evidenciar a diferença do problema quando a matriz torna-se não-simétrica. Na figura abaixo, que representa o diagrama de corpo livre do sistema, os pinos rígidos de contato sofrem forças de reação dadas por P_a e P_b . Os pinos transferem apenas forças normais.

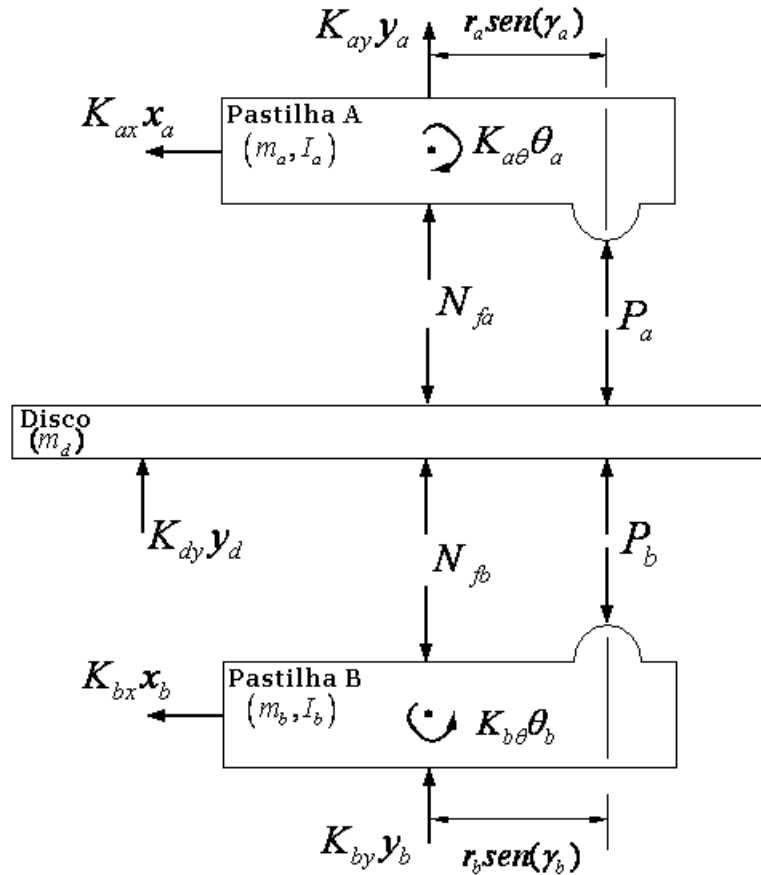


Figura 3.4: Diagrama de Corpo Livre do sistema de 5 graus de liberdade sem o acoplamento por atrito

Na Figura 3.4 a força de atrito ainda não foi incluída, e a partir do Diagrama de corpo livre, as equações de movimento do sistema foram encontradas:

$$\begin{aligned}
m_a \ddot{y}_a + C_{ay} \dot{y}_a + K_{ay} y_a + N_{fa} &= -P_a \\
m_a \ddot{x}_a + C_{ax} \dot{x}_a + K_{ax} x_a &= 0 \\
I_a \ddot{\theta}_a + C_{a\theta} \dot{\theta}_a + K_{a\theta} \theta_a - P_a r_a \sin(\gamma_a) &= 0 \\
m_b \ddot{y}_b + C_{by} \dot{y}_b + K_{by} y_b + N_{fb} &= P_b \\
m_b \ddot{x}_b + C_{bx} \dot{x}_b + K_{bx} x_b &= 0 \\
I_b \ddot{\theta}_b + C_{b\theta} \dot{\theta}_b + K_{b\theta} \theta_b + P_b r_b \sin(\gamma_b) &= 0 \\
m_d \ddot{y}_d + C_{dy} \dot{y}_d + K_{dy} y_d + N_{fb} - N_{fa} + P_b - P_a &= 0
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Os pinos estão em contato direto com o disco, fazendo com que as coordenadas, y do disco, y da pastilha e rotação da pastilha, se relacionem. Como há dependência entre as variáveis, as sete equações de movimento podem ser reduzidas a cinco através das equações abaixo:

$$\begin{aligned}
y_a &= y_d + \theta_a r_a \sin(\gamma_a) \\
e \\
y_b &= y_d + \theta_b r_b \sin(\gamma_b)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

As forças normais N_{fa} e N_{fb} , na interface de contato são escritas da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
N_{fa} &= K_c (y_a - y_d) \\
N_{fb} &= K_c (y_d - y_b)
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Substituindo as Equações 3.13 e 3.14 na Equação 3.12, pode-se finalmente obter as equações de movimento do sistema na forma matricial:

$$[M] \{\ddot{u}\} + [C] \{\dot{u}\} + [K] \{u\} = 0 \tag{3.15}$$

Sendo:

$$\begin{aligned}
[M] &= \begin{bmatrix} m_a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_a r_a \text{sen}(\gamma_a) & m_a r_a^2 \text{sen}(\gamma_a)^2 + I_a & 0 \\ 0 & 0 & m_b r_b \text{sen}(\gamma_b) & 0 & m_b r_b^2 \text{sen}(\gamma_b)^2 + I_b \\ 0 & 0 & m_d + m_b + m_a & m_a r_a \text{sen}(\gamma_a) & m_b r_b \text{sen}(\gamma_b) \end{bmatrix} \\
[C] &= \begin{bmatrix} C_{ax} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{bx} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{ay} r_a \text{sen}(\gamma_a) & C_{ay} r_a^2 \text{sen}(\gamma_a)^2 + C_{a\theta} & 0 \\ 0 & 0 & C_{by} r_b \text{sen}(\gamma_b) & 0 & C_{by} r_b^2 \text{sen}(\gamma_b)^2 + C_{b\theta} \\ 0 & 0 & C_{dy} + C_{by} + C_{ay} & C_{ay} r_a \text{sen}(\gamma_a) & C_{by} r_b \text{sen}(\gamma_b) \end{bmatrix} \\
[K] &= \begin{bmatrix} K_{ax} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{bx} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{ay} r_a \text{sen}(\gamma_a) & K_{34} & 0 \\ 0 & 0 & K_{by} r_b \text{sen}(\gamma_b) & 0 & K_{45} \\ 0 & 0 & K_{dy} + K_{by} + K_{ay} & K_{ay} r_a \text{sen}(\gamma_a) & \end{bmatrix} \quad (3.16) \\
\{u\} &= \begin{bmatrix} y_a \\ y_b \\ y_d \\ \theta_a \\ \theta_b \end{bmatrix} \quad \{\dot{u}\} = \begin{bmatrix} \dot{y}_a \\ \dot{y}_b \\ \dot{y}_d \\ \dot{\theta}_a \\ \dot{\theta}_b \end{bmatrix} \quad \{\ddot{u}\} = \begin{bmatrix} \ddot{y}_a \\ \ddot{y}_b \\ \ddot{y}_d \\ \ddot{\theta}_a \\ \ddot{\theta}_b \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{34} &= K_{ay} r_a^2 \text{sen}(\gamma_a)^2 + K_{cr_a^2} \text{sen}(\gamma_a)^2 + K_{a\theta} \\
K_{45} &= K_{by} r_b^2 \text{sen}(\gamma_b)^2 + K_{cr_b^2} \text{sen}(\gamma_b)^2 + K_{b\theta}
\end{aligned}$$

Após a implementação do modelo sem atrito, foram acrescentadas as forças de atrito para verificação da influência desse parâmetro no sistema. O acoplamento se dá através das forças de atrito na direção “x”, como mostra a Figura 3.5, onde F_{fa} e F_{fb} representam as forças de atrito.

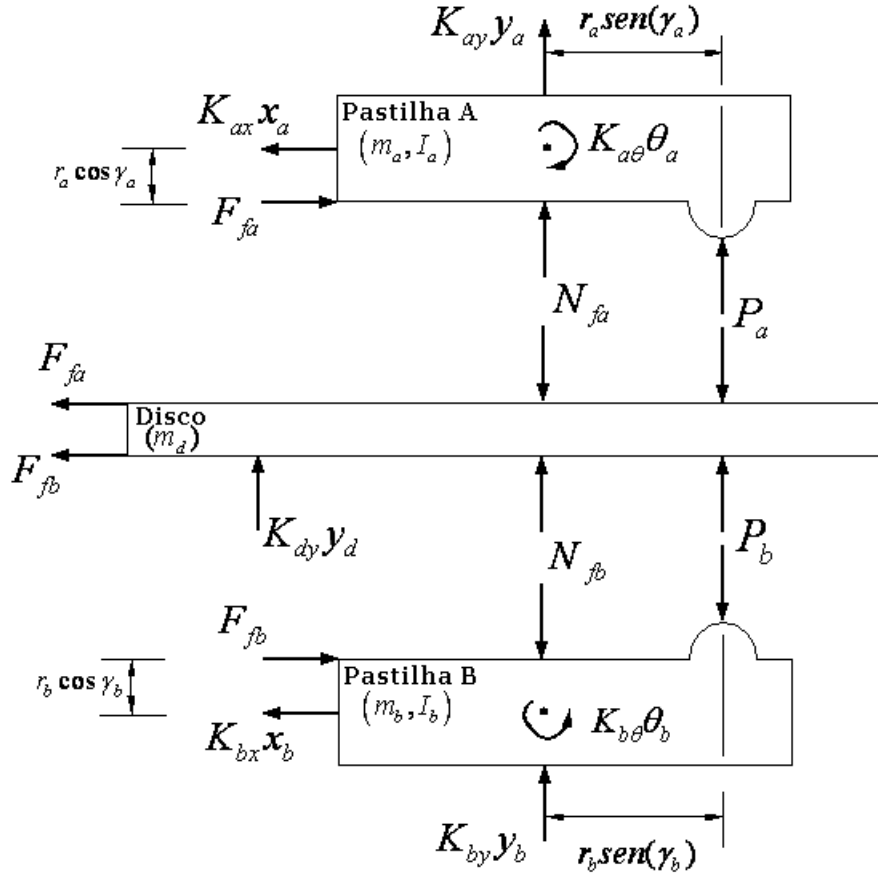


Figura 3.5: Diagrama de corpo livre do sistema de 5 graus de liberdade com o acoplamento por atrito - Forças de atrito incorporadas

A partir da Figura 3.5 pode-se escrever as novas equações:

$$\begin{aligned}
 m_a \ddot{y}_a + C_{ay} \dot{y}_a + K_{ay} y_a + N_{fa} &= -P_a \\
 m_a \ddot{x}_a + C_{ax} \dot{x}_a + K_{ax} x_a &= F_{fa} \\
 I_a \ddot{\theta}_a + C_{a\theta} \dot{\theta}_a + K_{a\theta} \theta_a - P_a r_a \sin(\gamma_a) &= F_{fa} r_a \cos \gamma_a \\
 m_b \ddot{y}_b + C_{by} \dot{y}_b + K_{by} y_b + N_{fb} &= P_b \\
 m_b \ddot{x}_b + C_{bx} \dot{x}_b + K_{bx} x_b &= F_{fb} \\
 I_b \ddot{\theta}_b + C_{b\theta} \dot{\theta}_b + K_{b\theta} \theta_b + P_b r_b \sin(\gamma_b) &= -F_{fb} r_b \cos \gamma_b \\
 m_d \ddot{y}_d + C_{dy} \dot{y}_d + K_{dy} y_d + N_{fb} - N_{fa} + P_b - P_a &= 0
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Sendo as forças de atrito F_{fa} e F_{fb} escritas na forma:

$$\begin{aligned}
 F_{fa} &= \mu \cdot K_c (y_a - y_d) \\
 F_{fb} &= \mu \cdot K_c (y_d - y_b)
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Fazendo-se uso novamente das Equações 3.13, 3.14 e 3.18, e substituindo-as na Equação 3.17 a

nova matriz de rigidez pode ser encontrada:

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{ax} & 0 & 0 & K_{14} & 0 \\ 0 & K_{bx} & 0 & 0 & K_{25} \\ 0 & 0 & K_{ay}r_a \text{sen}(\gamma_a) & K_{34} & 0 \\ 0 & 0 & K_{by}r_b \text{sen}(\gamma_b) & 0 & K_{45} \\ 0 & 0 & K_{dy} + K_{by} + K_{ay} & K_{ay}r_a \text{sen}(\gamma_a) & K_{55} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} K_{14} &= -\mu K_c r_a \text{sen}(\gamma_a) \\ K_{25} &= \mu K_c r_b \text{sen}(\gamma_b) \\ K_{34} &= K_{ay} r_a^2 \text{sen}(\gamma_a)^2 + K_c r_a^2 \text{sen}(\gamma_a)^2 + K_{a\theta} - \mu K_c r_a^2 \text{sen}(\gamma_a) \cos(\gamma_a) \\ K_{45} &= K_{by} r_b^2 \text{sen}(\gamma_b)^2 + K_c r_b^2 \text{sen}(\gamma_b)^2 + K_{b\theta} - \mu K_c r_b^2 \text{sen}(\gamma_b) \cos(\gamma_b) \\ K_{55} &= K_{by} r_b \text{sen}(\gamma_b) - K_c r_b \text{sen}(\gamma_b) \end{aligned}$$

Tendo as matrizes do problema, os autovalores podem ser extraídos e a análise de instabilidade pode ser realizada, como será mostrado no Capítulo 5.

3.2 Modelo de elementos finitos

Os métodos de análise e simulação do *Squeal* usando o método dos elementos finitos podem ser divididos em duas grandes categorias: análise de autovalor complexo no domínio da frequência e análise transiente no domínio do tempo. Nessa seção a modelagem de elementos finitos será mostrada, onde o conjunto disco-pastilhas foi modelado com o uso do software Ansys. Posteriormente será realizada uma análise de autovalor complexo nesse sistema.

Para a construção do modelo completo, adotou-se uma metodologia de validação e análise do comportamento dinâmico de cada componente separadamente. O disco e pastilhas podem acoplar-se aumentando um efeito vibratório do sistema. Sendo assim, características de malha, propriedades intrínsecas das estruturas, bem como frequências naturais, devem estar bem caracterizadas. Tendo cada componente bem caracterizado, pode-se modelar o conjunto para uma análise de instabilidade através da extração dos autovalores.

3.2.1 Disco de Freio

O primeiro componente a ser estudado é o disco de freio. O disco é basicamente composto por duas partes: pista e chapéu, mostrados na Figura 3.6. Uma vez que esse componente está diretamente ligado com a geração de ruído, ele deve ser bem caracterizado em toda faixa de frequência de interesse.

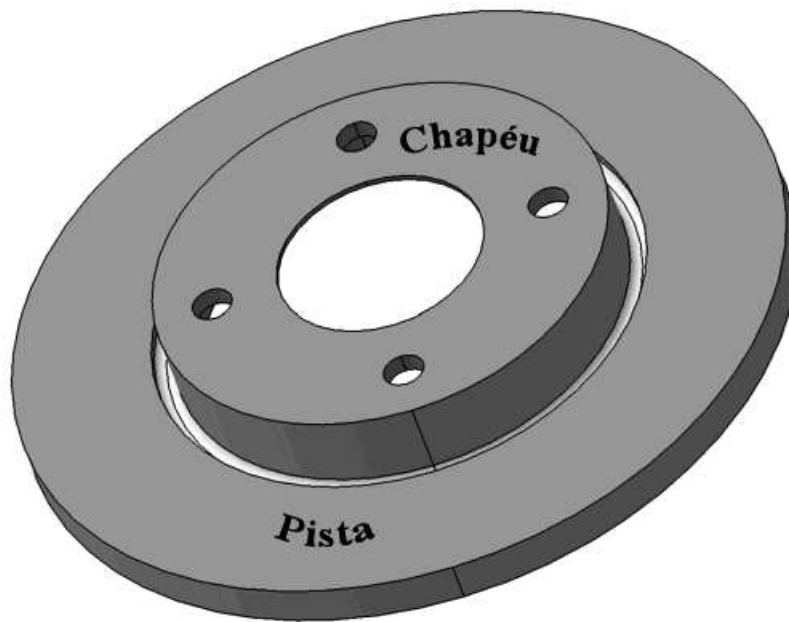


Figura 3.6: Disco de Freio e a representação de suas partes

Os modelos de elementos finitos dos discos, de alguns anos atrás, restringiam-se ao uso de elementos de placas. No entanto, com o desenvolvimento de tecnologia em sistemas computacionais e processadores, os modelos de disco de freio puderam ser modelados com elementos sólidos, possibilitando a representação de certas complexidades geométricas da estrutura no modelo. Atualmente, apesar do grande desenvolvimento computacional, os modelos não são 100 % precisos devido à necessidade de malhas bastante refinadas para uma boa abrangência em altas frequências.

Do disco, não foram considerados alguns rebaixos e detalhes para a simulação e a malha de elementos finitos foi gerada com elementos hexaédricos de 20 nós através do software Ansys. Esse elemento está ilustrado na Figura 3.7.

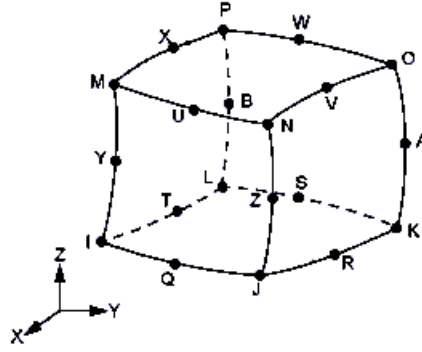


Figura 3.7: Elemento Hexaédrico de 20 nós - SOLID95

De forma a escolher uma malha para o disco de freio, que combine resultados aceitáveis com um custo computacional não muito alto, foram realizadas diversas análises com diferentes tamanhos de elementos. O tamanho foi variado através de um parâmetro p , parâmetro que limita o comprimento do elemento, assim, quanto menor esse valor, mais refinada é a malha e a convergência pode ser analisada. Foram realizadas análises com valores de p igual a: 20, 15, 10, 8, 6, e 5 mm. Adotou-se uma malha mapeada evitando-se distorções geométricas nos elementos.

Os resultados de uma análise modal do disco para as diferentes malhas são mostradas na 3.1, e na Figura 3.8 pode-se ver a malha mais grosseira e a mais refinada, respectivamente. As frequências naturais foram obtidas de uma análise modal na faixa de frequência de 0 a 12800 Hz, e com o disco sob condição de contorno livre-livre.

Tabela 3.1: Variação das Frequências Naturais para as Respectivas Malhas

p [mm]	20	15	10	8	6	5
modo 1	1103	1101	1098	1097	1096	1096
modo 2	1837	1821	1803	1798	1793	1793
modo 3	2305	2300	2293	2291	2289	2289
modo 4	2646	2624	2599	2592	2585	2585
modo 5	3734	3730	3721	3719	3717	3717
modo 6	5499	5495	5484	5482	5480	5480
modo 7	7563	7561	7546	7543	7541	7541
modo 8	9882	9881	9860	9856	9854	9854
modo 9	12415	12413	12383	12378	12375	12375

Os modos descritos na tabela representam os modos de flexão da pista do disco de freio, onde a numeração de um a nove representa a ordem dos modos mostrados na Figura 3.9, modos de flexão da pista do disco de freio. Os discos, bem como os discos de freio, tem alguns modos característicos

que podem ser divididos em famílias. Esses modos podem ser divididos em: modos de flexão com diâmetros nodais, modos de flexão com círculos nodais, modos no plano de torção e modos no plano de contração-expansão. Os modos de flexão com diâmetros nodais, podem também ser chamados de modos de flexão da pista, onde ocorre basicamente uma flexão da pista de contato. Os modos de flexão com círculos nodais são os modos onde o disco de freio sofre uma flexão onde os nós localizam-se em círculos que percorrem radialmente o plano do disco. Dentro dos modos no plano do disco, as famílias representam modos de torção angular e modos de contração-expansão das circunferências de borda do disco.

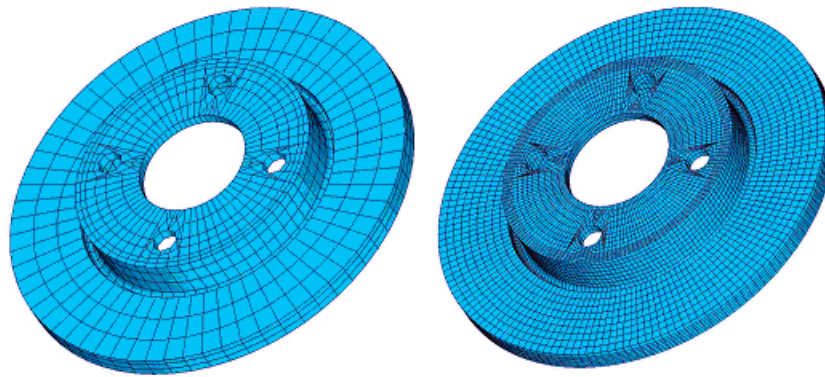


Figura 3.8: Refinamento de malha do disco de freio - Malha mais grosseira e mais refinada

De posse dessas variações de malha, e das frequências naturais correspondentes, foi calculado o erro relativo para buscar-se um tamanho de elemento aceitável para análise. Foram extraídas as frequências naturais do disco, para analisar a convergência do modelo e o erro foi calculado em relação a malha mais refinada, com $p = 5$. A evolução do erro em função do grau de refinamento adotado pode ser vista na Figura 3.9.

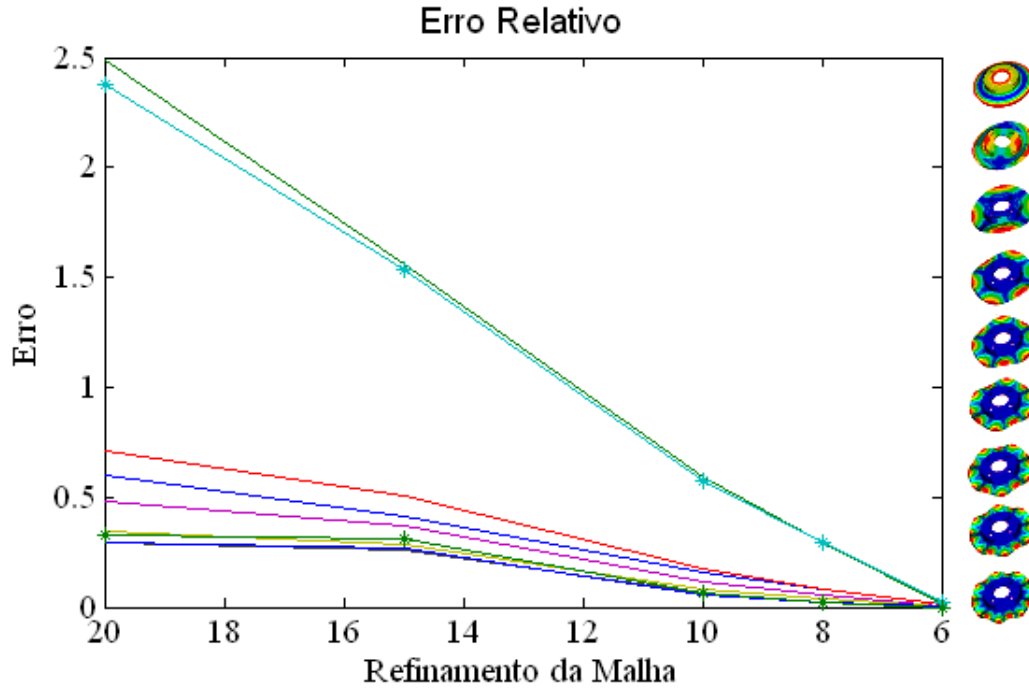


Figura 3.9: Erro Relativo para diferentes refinamentos de malha do disco de freio

Pode-se verificar que uma malha com $p=8$ tem um erro relativo máximo de aproximadamente 0,6% que foi considerado aceitável para a análise em questão, e com um custo computacional razoável. Sendo assim essa malha será adotada para representar o disco. Usar um número de elementos capaz de representar adequadamente o disco de freio é importante para que não provoque, por exemplo, um efeito de aumento da rigidez da estrutura com o uso de malha grosseira. Para a análise dinâmica em questão, considerando a convergência das frequências até 12800 Hz, chegou-se a uma malha com 7736 elementos, o que corresponde à 928320 equações ou graus de liberdade.

3.2.2 Pastilha de Freio

As pastilhas de freio, tanto a interna como a externa, são componentes que farão parte dessa análise e sendo assim também devem ser caracterizadas. As pastilhas de freio são compostas basicamente por duas partes: a plaqueta e o material de atrito.

A plaqueta é normalmente de aço e tem a função de segurar o material de atrito, bem como responder aos esforços de frenagem ao tocar o suporte de freio quando solicitada. Na plaqueta ainda podem-se identificar duas regiões principais, que são as orelhas e o corpo em si. As orelhas da pastilha ficam localizadas nas extremidades e no momento da frenagem, como estão tocando o suporte, guiam o conjunto pastilha até o disco para que o contato ocorra. Quando uma frenagem é

feita o pistão da pinça empurra o corpo da pastilha interna pressionando-a contra o disco, enquanto isso a pastilha externa é pressionada pelos dedos da pinça na outra extremidade.

O material de atrito é um composto de materiais, que incluem materiais orgânicos, inorgânicos, aglomerantes, etc. Desta forma sua caracterização é mais complexa por ser um material muito heterogêneo, não ser isotrópico e com grande variabilidade nas propriedades. O material de atrito é preso à plaqueta através dos furos da plaqueta e cola. Nesse trabalho só serão modelados os dois tipos de materiais, desconsiderando-se a presença de cola, e supondo-se adesão perfeita entre estes domínios. A Figura 3.10 mostra o conjunto pastilha de freio explodido, composto por plaqueta, à esquerda, e material de atrito à direita.

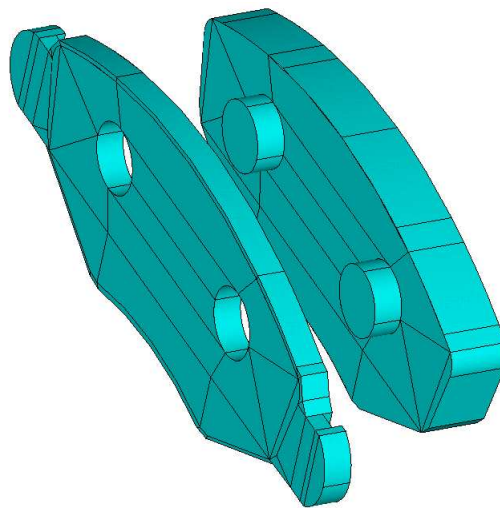


Figura 3.10: Pastilha de Freio - Plaqueta + Material de Atrito

A pastilha é um componente com geometria relativamente complexa, foi modelada com os mesmos elementos sólidos usados para o disco de freio. Sabe-se que o Squeal envolve uma grande faixa de frequência e que frequências muito altas podem causar problemas de modelagem; no entanto o tamanho da pastilha permite um bom refino da malha. Apesar de não ter sido realizada uma análise de convergência para a malha da pastilha, assim como foi realizado para o disco de freio, pode-se encontrar durante este trabalho um refinamento aceitável para uma faixa de frequência que abrangesse o *Squeal* de alta frequência.

A Figura 3.11 mostra a malha do modelo da pastilha de freio, bem como seu sólido correspondente. Sabe-se que a determinação das propriedades e modelagem do material de atrito são processos complexos. Jordan *et al.* (2003), em seu trabalho, propõe um método para caracterização

desse tipo de material, porém as propriedades do material de atrito utilizadas nesse trabalho serão valores da bibliografia. A partir de então pode-se retirar a curva resposta em frequência da plaqueta para que no próximo capítulo seja feita a comparação entre os resultados numérico e experimental.

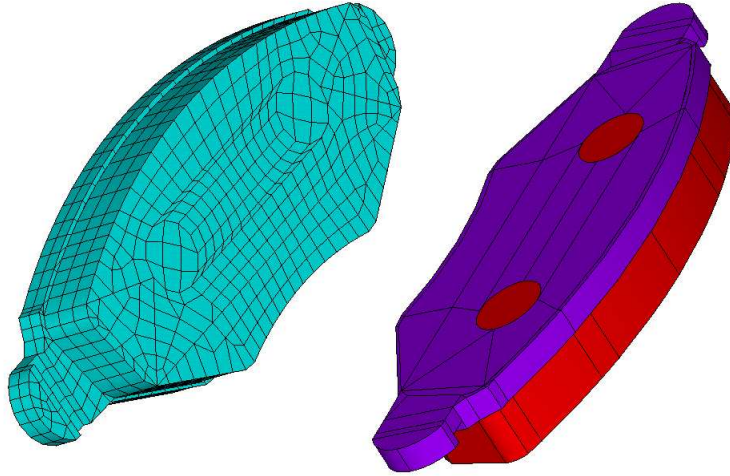


Figura 3.11: Malha da Pastilha de Freio e modelo sólido

3.2.3 Acoplamento com elementos discretos

Na modelagem de um problema de ruído em freio a disco, um ponto crítico refere-se à interface de contato, onde o atrito age no disco e pastilhas provocando a parada do veículo. Existem algumas formas de incorporar o atrito em um sistema para o estudo de *Squeal*. Pode-se, por exemplo, modelar o atrito como uma força seguidora (North 1976; Chan *et al.* 1994; Mottershead *et al.* 1994; Ouyang *et al.* 2000), e esse tipo de modelagem gerou uma linha de pesquisa própria. Yuan (1995) incorporou o gradiente negativo atrito-velocidade, acoplamento geométrico e as forças seguidoras em um mesmo modelo de elementos finitos, obtendo bons resultados. Outra forma de se modelar o atrito, a mais comum utilizada atualmente, é através do acoplamento geométrico, onde uma mola é usada para ligar o par de nós correspondentes na superfície do disco e da pastilha em contato.

Desta forma um elemento de atrito entre os nós correspondentes do disco e pastilha faz-se necessário, considerando-se as forças e o coeficiente de atrito entre as faces. A geração de instabilidades dinâmicas em sistemas de fricção com coeficiente de atrito constante poderá ser comprovada através dos resultados dos modelos analíticos propostos, onde a força de atrito variável provém de uma força normal variável.

Em um sistema de um único nó, a força de contato normal, N_1 , pode ser calculada como o produto da rigidez da mola K_c , e o deslocamento nodal vertical y :

$$N_1 = K_c y \quad (3.20)$$

A Equação 3.20, para o caso de dois nós, pode ser escrita na forma matricial. Assumindo então duas superfícies representando o contato, as forças normais podem ser escritas na forma:

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_c & -K_c \\ -K_c & K_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_A \\ y_B \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

sendo N_1 e N_2 as forças normais dos nós A e B, representados pelos subíndices, e y_A e y_B os deslocamentos correspondentes. Assumindo o atrito de Coulomb agindo entre as superfícies, aparecerá uma força F_f agindo nos corpos:

$$F_f = \mu K_c y \quad (3.22)$$

O elemento de fricção irá representar a força de atrito gerada pelo escorregamento das superfícies de contato e a força normal entre os corpos, bem como a variação da primeira em relação a uma parcela da força normal proporcional ao deslocamento dos nós das superfícies. Uma representação do elemento de interface pode ser vista na Figura 3.12, onde dois sólidos, um representando a pastilha e um representando o disco, estão ligados por uma mola representativa. À direita, na mesma figura, têm-se as forças atuantes nessa mola.

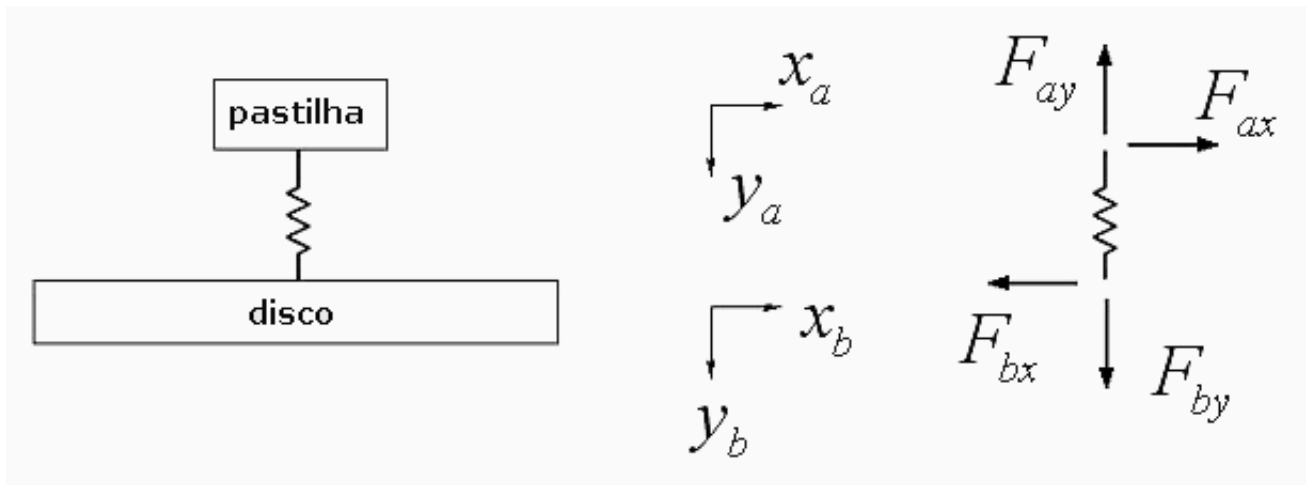


Figura 3.12: Elemento de interface de contato

As forças normais e de atrito, mostradas na Figura 3.12, podem ser escritas na forma:

$$\begin{aligned} F_{ay} &= k_c (y_b - y_a) \\ e \\ F_{ax} &= \mu \Delta y k_c = \mu k_c (y_b - y_a) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Pela Equação 3.23 nota-se que a força de atrito depende da força normal, que por sua vez depende da rigidez de contato k_c e da diferença dos deslocamentos normais do disco (y_b) e da pastilha (y_a). Quando a pista do disco oscila ocorre uma redução e um aumento alternados da força normal, e conseqüentemente, a força de atrito também irá variar introduzindo energia vibratória no sistema, uma característica própria de mecanismos auto-excitados e que pode tornar o sistema instável.

A matriz do elemento de interface, escrita através das equações das forças normais e de atrito, pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} F_{ax} \\ F_{ay} \\ F_{bx} \\ F_{by} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\mu k_c & 0 & \mu k_c \\ 0 & k_c & 0 & -k_c \\ 0 & \mu k_c & 0 & -\mu k_c \\ 0 & -k_c & 0 & k_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_a \\ y_a \\ x_b \\ y_b \end{Bmatrix} \quad (3.24)$$

Este modelo foi implementado no software Ansys e avaliado no contexto de uma análise de instabilidade. A seguir será mostrada uma proposta para a metodologia de análise de *Squeal* baseada em um modelo de elementos finitos.

3.2.4 Metodologia para predição do ruído de *Squeal*

A metodologia proposta nesse trabalho para análise de *Squeal* através de um modelo numérico será agora apresentada. Essa metodologia tem como objetivo disponibilizar uma ferramenta de projeto baseada em um modelo de elementos finitos para predição do ruído de *Squeal*.

Primeiramente o modelo deve ser idealizado, ou seja, o projetista deve definir quais serão os componentes que serão usados para a análise numérica. Deve-se, assim, eliminar possíveis componentes que possam encarecer computacionalmente a análise, e que não tenham grande influência na geração do ruído.

Definido os componentes que serão usados na simulação, devem-se caracterizar dinamicamente esses componentes. Para tal, a extração das Funções Resposta em Freqüência - FRF experimentais de cada componente é de grande valia, bem como uma análise modal experimental que caracterize os modos de vibrar de cada um. Esses resultados experimentais podem ser utilizados primeiramente com dois objetivos: ajuste dos modelos numéricos e uma primeira identificação de possíveis ruídos.

Para o ajuste dos modelos numéricos, deve-se buscar modelos que forneçam bons resultados, resguardando-se uma boa eficiência computacional. Para tanto, pequenos detalhes que não afetarão modos e frequências naturais devem ser desprezados. Parâmetros como propriedades de materiais e dimensões geométricas, cujos valores são incertos, podem nesse momento serem ajustados para que se encontre uma boa correlação de resultados numéricos e experimentais.

Como dito anteriormente, esses resultados experimentais também podem ajudar em uma primeira predição do ruído. Sabe-se que componentes com frequências próximas fazem com que o sistema tenha uma maior propensão à ocorrência de altas amplitudes de vibração, que em muitos casos podem gerar ruído. Também, as FRF's dos componentes podem ser usadas para o ajuste do modelo.

Existem muitas técnicas para ajuste dos modelos, destacando-se a identificação paramétrica, e a identificação dos modelos. No primeiro caso busca-se a solução de um problema inverso onde as incógnitas são parâmetros físicos do problema. No segundo caso, busca-se um ajuste do modelo numérico diretamente, sem preocupação da representatividade física dos parâmetros. Neste trabalho, fez-se um ajuste preliminar dos parâmetros, sem fazer uso de métodos específicos, pela técnica de tentativa e erro.

O disco de freio é uma das grandes fontes de alta amplitude de vibração e ruído, sendo que frequências de modos *in-plane* e *out-of-plane* do disco muito próximas, também provocam uma maior propensão do sistema para ocorrência de ruído e devem ser evitadas. Portanto, uma comparação das FRF's do disco em diversas direções, como será mostrado no Capítulo 4, é relevante para este tipo de análise.

Após a verificação desses pontos iniciais e ajuste dos modelos dos componentes, o conjunto idealizado pode ser montado para a análise de autovalores complexo. A interface disco-pastilha, onde o atrito age diretamente, deve ser bem caracterizada nesse tipo de análise. Nesse trabalho, propõe-se o uso de molas de acoplamento que incluam o efeito do atrito, conforme mostrado na Seção 3.2.3.

Nesse trabalho, os componentes idealizados para uma análise de autovalor complexo foram o disco e as pastilhas, interna e externa. Esses componentes são os elementos que mais influem no comportamento mecânico do conjunto quando deseja-se realizar uma análise do *Squeal*. Considerando os modelos ajustados em função dos dados experimentais, faz-se o acoplamento das pastilhas com o disco usando-se as molas de acoplamento para coeficiente de atrito constante.

Para a análise da instabilidade, faz-se uso de uma análise dos autovalores complexos do sistema. Esses autovalores podem ser obtidos através de uma análise modal do conjunto freio a disco idealizado, Seção 3.3.1. Um esquema resumido que represente essa metodologia pode ser visto na Figura 3.13.

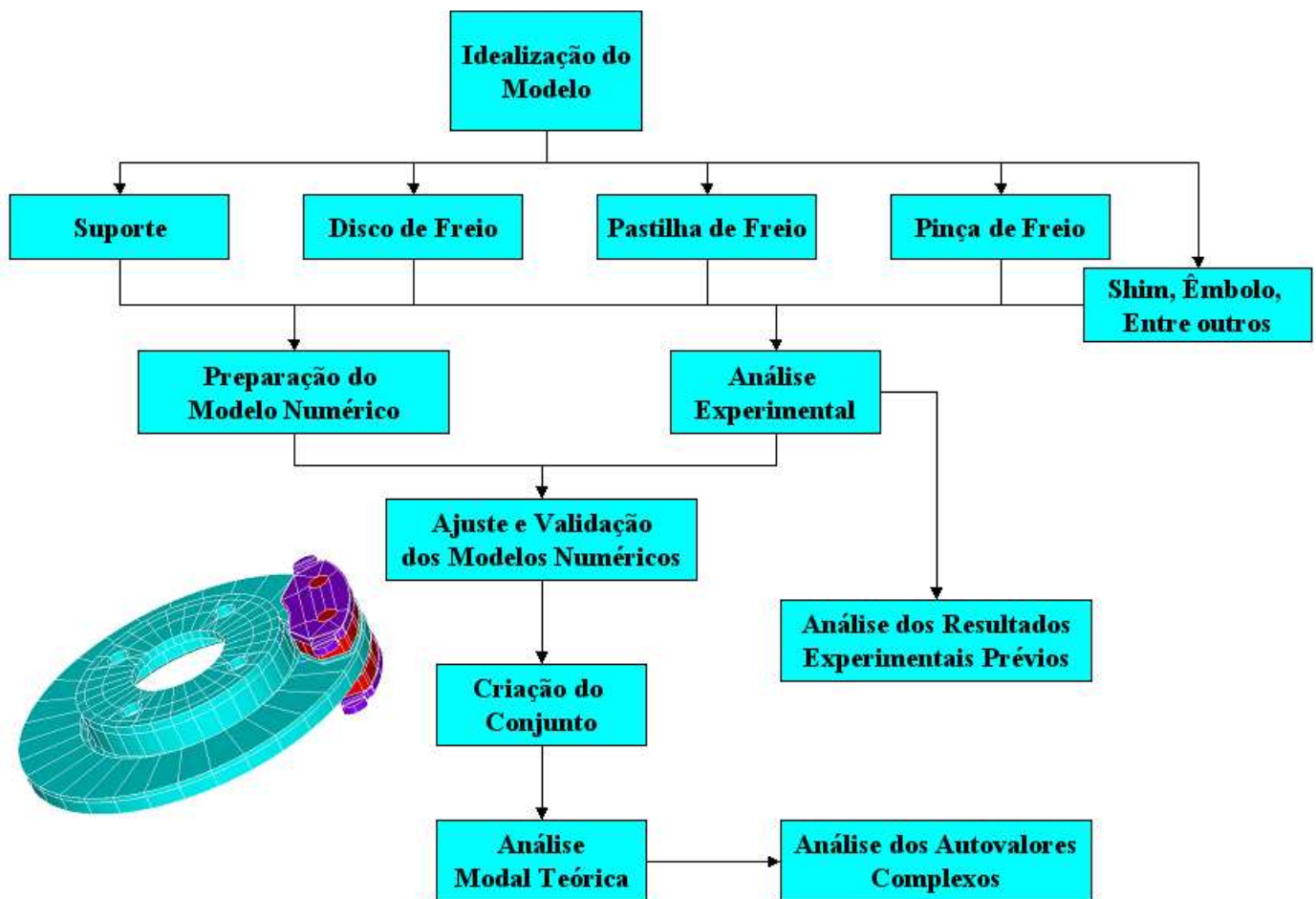


Figura 3.13: Metodologia adotada para o estudo das instabilidades

A predição de frequências instáveis é feita pela verificação da parte real dos autovalores extraídos da análise modal. Após a predição do *Squeal*, pode-se fazer uso de algumas medidas mitigadoras do *Squeal* mostradas no Apêndice C. De posse do modelo global, pode-se realizar uma análise paramétrica para que sejam identificadas as variáveis de projeto que influem mais no comportamento vibratório e acústico do sistema.

Optou-se por um acoplamento uniforme entre as malhas das pastilhas e do disco usando-se molas de atrito, onde os nós nas superfícies de contato tem coordenadas coincidentes no plano da pista do disco. Para tal, toda a malha foi mapeada, tanto da pastilha como do disco.

A implementação no software Ansys é feita usando-se o elemento MATRIX27, um elemento que permite a definição das forças de atrito que agem na interface. Esse elemento é arbitrário, sem definição geométrica e com suas propriedades elástica e dinâmica definidas pela matriz de rigidez que relaciona o deslocamento de dois nós, cada um tendo 6 graus de liberdade. Como foi mostrado anteriormente, a matriz de rigidez torna-se não-simétrica quando a força de atrito é inserida ao problema. A Figura 3.14 mostra como foram acoplados os componentes do freio a disco, disco e pastilhas.

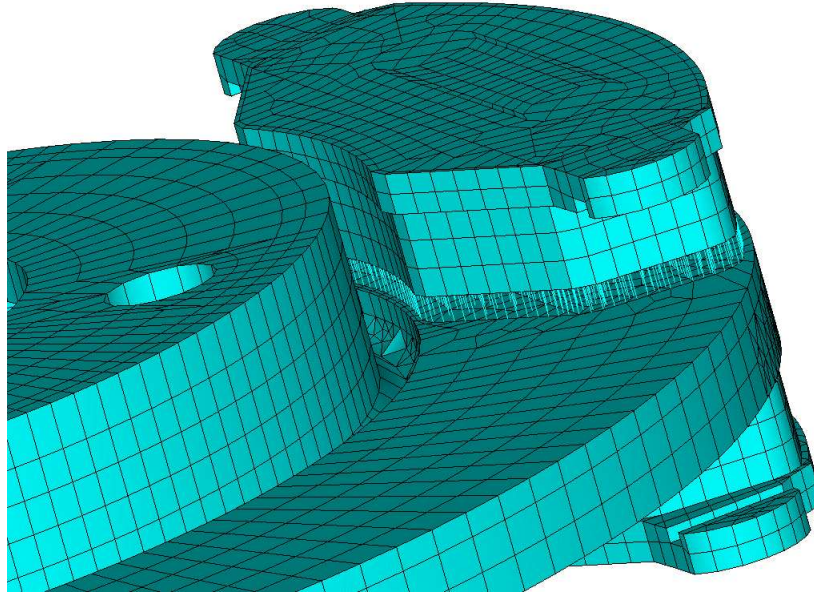


Figura 3.14: Acoplamento do sistema disco-pastilha

O disco tem quatro furos na parte superior do chapéu, onde fica preso à roda por parafusos. Para a análise, as áreas internas dos furos foram engastadas. Já as orelhas das plaquetas estão livres na direção transversal à superfície do disco apenas.

A análise modal de um sistema de freio, acoplado desta forma, é realizada usando-se a equação de movimento a seguir, desprezando-se o amortecimento para simplificação:

$$[M] \{\ddot{u}\} + [K] \{u\} = \{F_f\} \quad (3.25)$$

onde $[M]$ é a matriz de massa, $\{\ddot{u}\}$ é o vetor das acelerações, $\{u\}$ é o vetor dos deslocamentos e $[K]$ é a matriz de rigidez desacoplada.

Usando a rigidez de contato com o atrito de Coulomb, a força de atrito variável é expressa em

função do deslocamento relativo entre as duas superfícies de contato:

$$\{F_f\} = [K_f] \{u\} \quad (3.26)$$

onde $[K_f]$ é a matriz de rigidez associada com o elemento de interface MATRIX27 usado.

Combinando-se as Equações 3.25 e 3.26, a equação de movimento pode ser escrita na forma:

$$[M] \{\ddot{u}\} + [K - K_f] \{u\} = \{F_f\} \quad (3.27)$$

A solução da equação diferencial de segunda ordem, Equação 3.27, é:

$$\{u\} = \{\phi\} e^{\lambda t} \quad (3.28)$$

onde λ é o autovalor, ϕ é o autovetor e t representa o tempo.

O problema de autovalor pode ser reduzido a:

$$([M] \lambda^2 + [K - K_f]) \{\phi\} = \{0\} \quad (3.29)$$

sendo que o vetor ϕ representa o movimento oscilatório relativo a cada modo de vibrar do sistema.

Uma matriz de rigidez não-simétrica irá resultar em autovalores e autovetores complexos.

Usando a forma convencional para extrair os autovalores, eles consistirão de uma parte real e uma imaginária. Um autovetor do i ésimo modo particular pode ser escrito na forma:

$$\lambda_i = \sigma_i \pm j\omega_i \quad (3.30)$$

sendo σ_i é a parte real e ω_i é a parte imaginária do i ésimo autovalor, com $j = \sqrt{-1}$.

A inserção do i ésimo autovalor encontrado na Equação 3.29 permite a montagem de um conjunto de equações lineares, que permitem a avaliação do autovetor complexo correspondente. O movimento do i ésimo modo pode ser representado em termos do autovalor e autovetor complexos:

$$\{u_i\} = \{\phi_i\} e^{j\sigma_i t} (e^{j\omega_i t} + e^{-j\omega_i t}) \quad (3.31)$$

Usando a identidade exponencial $\cos \omega_i t = \frac{(e^{j\omega_i t} + e^{-j\omega_i t})}{2}$ o deslocamento relativo pode ser representado como uma função senoidal:

$$\{u_i\} = \{\phi_j\} 2e^{j\sigma_i t} \cos \omega_i t \quad (3.32)$$

A seguir, será mostrado o conceito de análise de estabilidade através dos autovalores complexos.

3.3 O conceito de estabilidade por autovalor complexo

Normalmente nos problemas de vibrações os parâmetros físicos m , c e k são todos considerados positivos na equação de movimento, desta forma a solução da equação pode ser classificada em três grupos: sub-amortecido, criticamente amortecido e super-amortecido. No caso em que $c=0$ tem-se um sistema não-amortecido. Existem algumas situações, no entanto nas quais os coeficientes não são positivos, e nesses casos, o comportamento vibratório pode ser instável. Afim de ilustrar este comportamento, parte-se da equação do movimento de um sistema elementar de 1 grau de liberdade, massa, mola, amortecedor:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = 0 \quad (3.33)$$

No caso do sistema não amortecido sem excitação, por exemplo, a solução tem a forma $u(t) = A \sin(\omega_n t + \alpha)$, e a resposta no sistema é limitada. Neste caso A é a amplitude, ω_n a frequência natural e α é o ângulo de fase. Pode ser visto na Equação (3.34), que $|u(t)|$ tem sempre um valor finito e a solução tem um comportamento estável. Ou seja, $|u(t)|$ é sempre menor que um valor finito, para qualquer variação de t e escolhas de condições iniciais e funções carregamento finitas.

$$|u(t)| \leq A |\sin(\omega_n t + \alpha)| \Rightarrow A = \frac{1}{\omega_n} \sqrt{\omega_n^2 x_0^2 + v_0^2} \quad (3.34)$$

No entanto, se o valor de k é negativo e m é positivo a solução é na forma da Equação (3.35), abaixo:

$$u(t) = A \sinh(\omega_n t) + B \cosh(\omega_n t) \quad (3.35)$$

Nesse caso, um aumento de t provoca um aumento indefinido de amplitude $u(t)$, sendo assim, o sistema é dito instável ou divergente. No caso de sistemas amortecidos com todos os termos da equação de movimento positivos, a solução se aproxima de zero exponencialmente com o aumento de t . No entanto, assim como nos sistemas conservativos, se c ou k são negativos e m positivo, o movimento cresce sem limite e se torna instável. Para sistemas amortecidos, o movimento pode ser instável de duas formas, ele pode crescer sem limite e não oscilar, e então ele é chamado de instabilidade divergente, ou o movimento pode crescer sem limite e oscilar, nesse caso ele é chamado de instabilidade vibratória. Os dois casos podem ser vistos nas Figuras (3.15) e (3.16) respectivamente. O caso de instabilidade vibratória ocorre em diversos problemas de engenharia e, normalmente estão relacionados com uma vibração auto-excitada, e requer alguma fonte de energia, (Inman 2001).

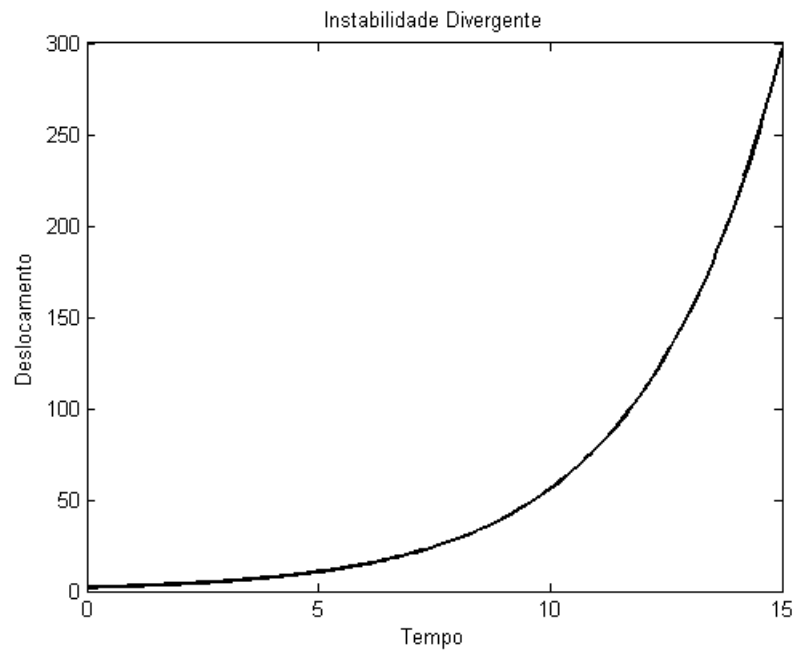


Figura 3.15: Exemplo de Instabilidade, ou resposta divergente

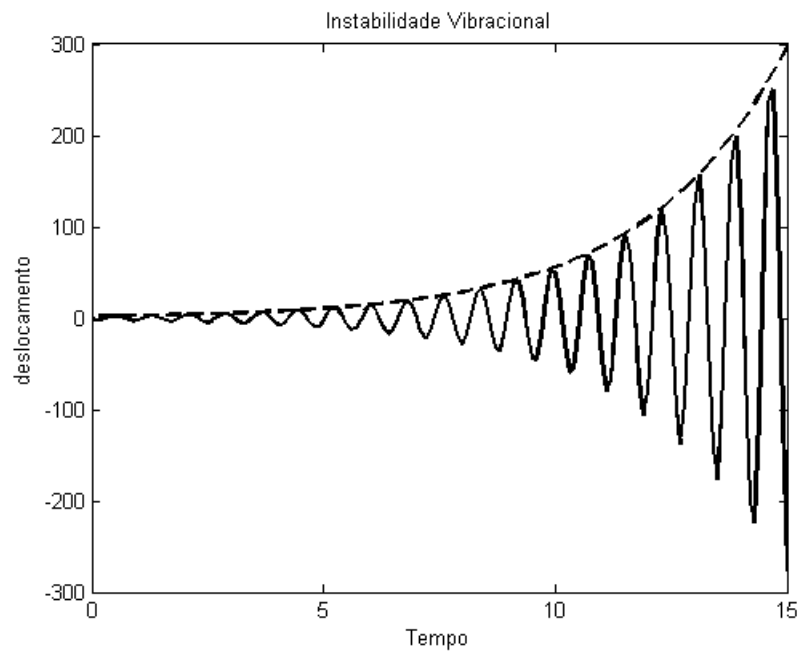


Figura 3.16: Exemplo de Instabilidade vibratória

Comumente, para a análise de instabilidade de um sistema de freio, uma análise de autovalor complexo é feita.

3.3.1 Estabilidade usando um modelo de elementos finitos

No contexto de um modelo baseado no método de elementos finitos, os autovalores e autovetores são obtidos através da solução da equação de movimento para o caso de vibrações livres, e então as prováveis regiões de instabilidade podem ser verificadas. Na prática essas regiões instáveis correspondem às faixas de frequência onde o sistema poderá gerar ruído e vibrações instáveis.

A raízes complexas revelam quais modos do sistema são instáveis e ,assim, diversas medidas podem ser tomadas para que se evite o ruído, como por exemplo, aumentar o amortecimento em determinada região. No caso de um modelo de elementos finitos, com vários graus de liberdade, a equação do movimento é dada por:

$$[M] \{\ddot{u}\} + [C] \{\dot{u}\} + [K] \{u\} = \{0\} \quad (3.36)$$

Uma extração de autovalores da Equação (3.36), onde as matrizes $[K]$, $[M]$ e $[C]$ podem ser reais ou complexas, simétricas ou assimétricas, pode gerar autovalores complexos, que podem ser dados conforme a Equação (3.37).

$$\lambda_i = \sigma_i \pm j\omega_i \quad (3.37)$$

sendo σ_i é a parte real do i -ésimo autovalor, que representa o amortecimento, e ω_i a parte imaginária que representa a i -ésima frequência natural do sistema. Quando a parte real do autovalor (σ_i) for negativa, o sistema será estável. Quando a parte real do autovalor (σ_i) for positiva a amplitude do sistema crescerá exponencialmente e o mesmo é considerado instável.

O método de resolução do problema de autovalores e autovetores no software Ansys que permite o uso de matrizes não simétricas e a extração de autovalores complexos é o QRDAMP. Esse método é um procedimento para determinar os autovalores complexos e os correspondentes autovetores de sistemas lineares, permitindo matrizes de rigidez $[K]$ e amortecimento $[C]$ não simétricas. Basicamente o método simetriza a matriz de rigidez rearranjando a contribuição não simétrica, isto é, a matriz de rigidez original é dividida em uma parte simétrica e uma não-simétrica. O QRDAMP aplica a transformação para coordenada modal ortogonal nas matrizes do sistema, resultando num problema de autovalor quadrático e encontra esses autovalores.

Sabe-se que o método de superposição modal tem maior eficiência computacional que o método de autovalor completo. A matriz de rigidez pode ser simetrizada rearranjando a contribuição não simétrica, ou seja, a matriz global pode ser dividida em duas partes, uma simétrica e uma não

simétrica. Reduzindo a matriz de rigidez é formulado o problema de autovalor e resolvido pelo algoritmo Block Lanczos. A transformação de coordenada usada para transformar o problema de autovalor em superposição modal pode ser vista abaixo:

$$\{u\} = \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} y_i \quad (3.38)$$

sendo $\{\phi_i\}$ o i-ésimo autovetor normalizado pela matriz de massa $[M]$, e y_i é a coordenada modal. Através do uso da Equação 3.38, na Equação 3.36, pode-se escrever a equação de movimento do problema na forma abaixo:

$$[I] \{\ddot{y}\} + [\phi]^T [C] [\phi] \{\dot{y}\} + \left([\Lambda^2] + [\phi]^T [K_{\tilde{n}simetrico}] [\phi] \right) \{y\} = \{0\} \quad (3.39)$$

onde $[\Lambda^2]$ é a matriz diagonal que contém as primeiras “n” frequências naturais do sistema. A matriz de rigidez não simétrica associada a matriz de rigidez global é projetada em superposição modal para que seja calculada a matriz de rigidez modal não simétrica reduzida $[\phi]^T [K_{\tilde{n}simetrico}] [\phi]$. Introduzindo a formulação de estado a equação pode ser reescrita na forma:

$$[I] \{\dot{z}\} = [D] \{z\} \quad (3.40)$$

onde:

$$\begin{aligned} \{z\} &= \begin{Bmatrix} \{y\} \\ \{\dot{y}\} \end{Bmatrix} \\ [D] &= \begin{bmatrix} -[\Lambda^2] - [\phi]^T [K_{\tilde{n}simetrico}] [\phi] & -[\phi]^T [C] [\phi] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.41)$$

No software, o problema de autovalor 2-n, é calculado usando o algoritmo QR. Finalmente o sistema original é reescrito com o uso da Equação 3.42:

$$\{\Psi\} = [\phi] \{z\} \quad (3.42)$$

Desta forma tem-se a extração dos autovalores e autovetores complexos para que se possa analisar a instabilidade do sistema. A associação da instabilidade do sistema com a geração de ruído de *Squeal* foi estabelecida por Liles (Liles 1989) e é amplamente utilizada atualmente.

Capítulo 4

Análise Experimental e Validação do Modelo Numérico

Nesse capítulo serão mostrados os procedimentos adotados para a análise experimental dos componentes do conjunto disco-pastilhas, bem como a forma de validação dos modelos de elementos finitos desses componentes, visando uma análise de instabilidade via autovalor complexo para predição da ocorrência de *Squeal*.

Os sistemas de aquisição e processamento de sinal tem mudado consideravelmente nos últimos anos como resultado dos avanços computacionais e tecnológicos. Neste capítulo apresentam-se os elementos básicos para extração da função resposta em frequência de uma estrutura qualquer. Um esquema de um sistema de aquisições, pode ser visto na Figura 4.1; nela pode-se verificar a presença de todos os elementos básicos para uma aquisição, tais como, a fonte de excitação (para gerar e controlar uma excitação de entrada desejada na estrutura), os transdutores (capazes de converter movimento mecânico da estrutura em sinais elétricos), um condicionador de sinais (para ligar as características do transdutor e impulsos eletrônicos, ao sistema de aquisição de dados), um amplificador, e o sistema de aquisição e processamento de dados.

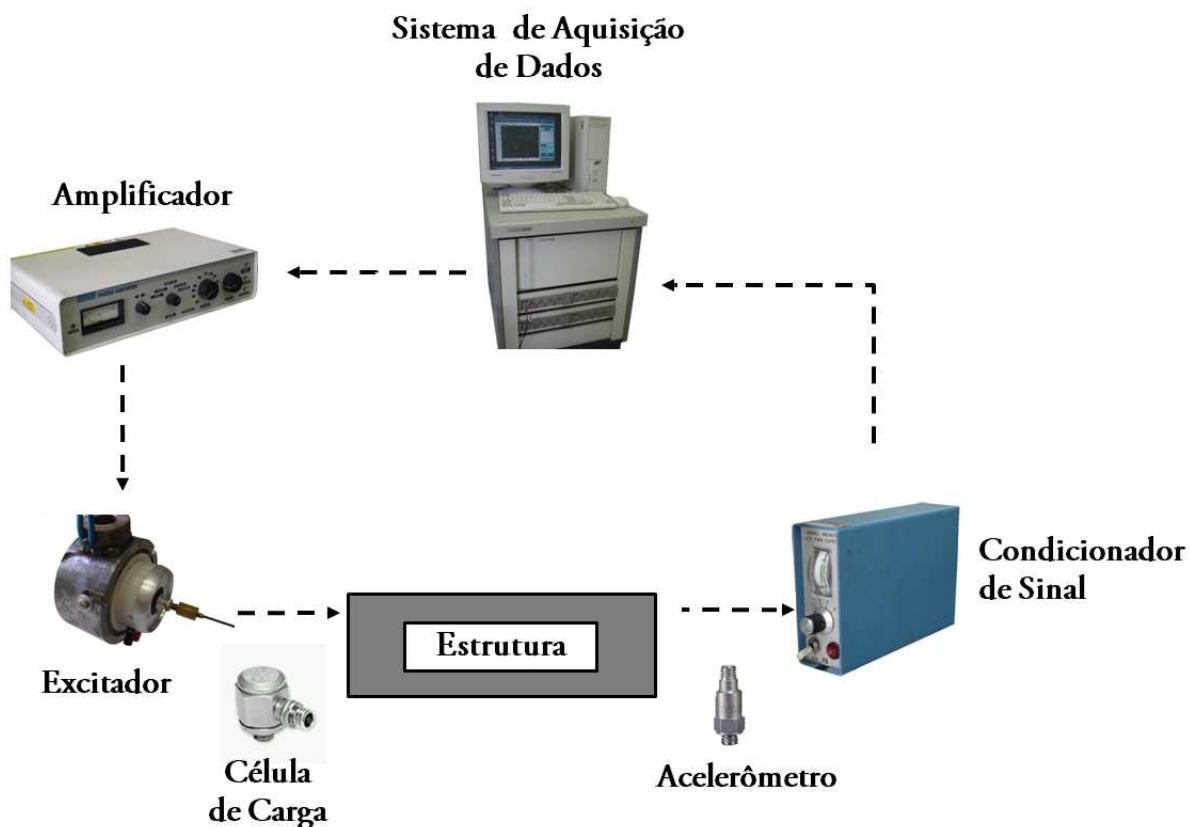


Figura 4.1: Esquema de equipamentos para obtenção da Função Resposta em Frequência

O sistema de excitação é usado para gerar de forma controlada a força de entrada. Os dois excitadores normalmente usados em ensaios de vibrações são o *shaker* (eletromagnético ou eletrohidráulico) e o martelo de impulso. O sinal de excitação pode ser dividido em: periódico, transiente e randômico, sendo os mais usuais, uma varredura senoidal (*swept sine*), randômica, ou impacto. Segundo Ferreira (1998), uma excitação senoidal é a técnica mais comum para obter uma função de resposta em frequência (FRF) por sua singularidade e precisão. Para estruturas lineares, quando a entrada é uma senóide, a resposta também é, com a mesma frequência, porém com diferente amplitude e fase. Nesse trabalho, será usada uma excitação periódica do tipo *swept sine*, onde o sinal fornecido ao *shaker* é senoidal discreto com amplitude e frequência fixas. De modo a englobar toda a faixa de frequência de interesse, a frequência do sinal é variada constantemente obtendo-se uma densidade de pontos necessária para a curva de resposta em frequência. Invariavelmente o sinal é emitido ao *shaker*, e a força de excitação e a resposta são medidas. A cada incremento de frequência a estrutura deve alcançar a condição de estacionaridade antes da amplitude e fase serem medidas. Nesse trabalho a varredura de frequência ocorreu entre 100 e

12800 Hz, com uma resolução de 636 pontos na curva da função resposta em frequência.

O excitador eletrodinâmico é basicamente um motor elétrico linear consistindo de bobinas de metal cercando um eixo por um campo magnético. Uma corrente alternada aplicada à bobina provoca uma força no eixo, o qual transfere a força para a estrutura. O sinal elétrico de entrada no excitador normalmente é uma voltagem que causa uma força proporcional a ser aplicada na estrutura. Assim um gerador de sinal pode ser usado para expandir uma grande variedade de sinais de entrada na estrutura. Neste trabalho foi utilizado um *shaker* da *Gearing and Watson Eletronics*, modelo IV46.

Como os excitadores são presos à estrutura, e como eles podem ter uma massa significativa, deve-se escolher um *shaker* de tamanho apropriado, bem como um método adequado para acoplá-lo à estrutura. No entanto, esse efeito de adição de massa pode ser minimizado com o uso de uma haste de aplicação. Essa haste consiste de uma barra pequena e fina (normalmente feita de aço ou nylon) ligando o eixo de excitação do excitador a um transdutor de força montado diretamente à estrutura. As hastes de aplicação tem a função de reduzir a adição de massa, e fazer com que a força seja transmitida axialmente, controlando a direção da força aplicada com maior precisão, (Inman 2001).

Os transdutores piezoelétricos, podem ser divididos comumente em três tipos: de força, acelerômetro e impedância, sendo o último uma combinação dos anteriores, (Ewins 2000). No transdutor de força a força transmitida é diretamente aplicada em todo cristal, o qual gera uma carga correspondente e proporcional à força. Os acelerômetros consistem de duas massas, uma delas presa à estrutura e separadas por um material piezoelétrico que age como uma mola rígida. Sendo assim, o acelerômetro possui uma frequência de ressonância, onde a maior frequência de análise não deve ultrapassar uma certa fração da primeira frequência de ressonância do acelerômetro, (Inman 2001). Tanto o transdutor de força, quanto o acelerômetro usados nos experimentos deste trabalho são da *PCB Piezotronics*, sendo o transdutor de força modelo 208 e acelerômetro modelo 353B68.

O sistema de aquisição de dados e pós-processamento, basicamente, mede os sinais gerados pelos sensores e processa as magnitudes e fases dos sinais da célula de carga (entrada) e acelerômetro (saída). Os analisadores mais comuns são baseados no algoritmo da Transformada de Fourier (FFT) e gera medidas diretas das Funções Resposta em frequência (FRF). O algoritmo FFT, essencialmente, converte os sinais no domínio do tempo para o domínio da frequência. Neste trabalho foi utilizado um sistema de aquisição e processamento de sinais da *Hewlett-Packard*

modelo HP3566A.

Ainda foram utilizados nos experimentos para obtenção das funções resposta em frequência, um amplificador da *Gearing and Watson Eletronics*, modelo PA100, e um condicionador de sinal da marca *PCB Piezotronics* modelo 482A05.

4.1 Calibração

A prática de testes vibracionais é, de certa forma, muito sensível a diversos parâmetros. Nunca existirá uma única maneira correta de se realizar o ensaio. Na maioria dos casos, o suporte, o equipamento de excitação, ou os transdutores irão influenciar no comportamento dinâmico da estrutura sob teste (Munhoz 2006). Conseqüentemente uma correta calibração do sistema deve ser realizada para que se minimizem os erros experimentais.

Existem basicamente duas formas de se conseguir a calibração de um sistema de medição. A primeira consiste no uso das cartas de calibração dos transdutores individuais. O segundo tipo é a calibração da sensibilidade geral do sistema de instrumentação, sem examinar a performance de cada componente individualmente. Nesse tipo de calibração consideram-se diversos outros parâmetros do sistema, e portanto tende a ser mais precisa.

Neste trabalho realizou-se uma calibração de todo o sistema de medição. Os canais de força e aceleração são voltagens associadas com entidades físicas, e nesse caso a calibração se dá pela razão das duas sensibilidades, (Ewins 2000). Sendo o parâmetro de resposta a aceleração, então a FRF obtida será a inertância (ou acelerância) de unidade $1/\text{massa}$.

Assim ao medir-se a inertância de um sistema que hipoteticamente contém apenas massa, o resultado obtido deve ser uma magnitude constante em toda faixa de frequência. Nesse caso como a resposta é obtida na base logarítima a constante deve ter o valor de $20\log(1/\text{massa})$, e conseqüentemente a escala dB fica referenciada em kg^{-1} . A Figura 4.2 mostra como foi realizada a calibração, com uma massa de 6,185 kg, e uma faixa de frequência de 100 a 12800 Hz.

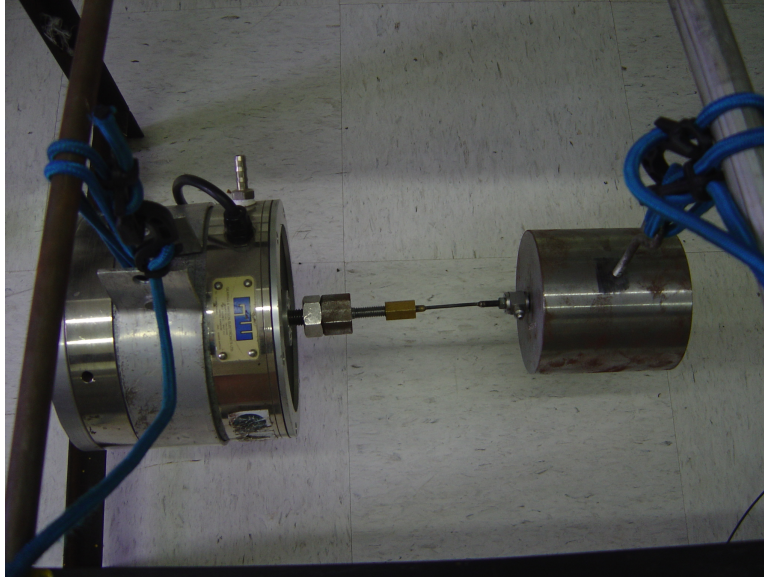


Figura 4.2: Experimento realizado com o bloco de calibração

Considerando a massa mostrada tem-se que $20\log(1/6,185) = -36,4dB$. O processo de calibração usado tem a vantagem de ser de fácil execução e pode ser realizado para o sistema todo de uma vez, ele é realizado da mesma forma que se obtém a FRF do sistema. A Figura 4.3 mostra a curva de resposta obtida para a calibragem. Foram obtidos resultados próximos ao valor esperado, principalmente na faixa de frequência até 6000 Hz, onde todos os equipamentos respondem bem, pois a sensibilidade é menor.

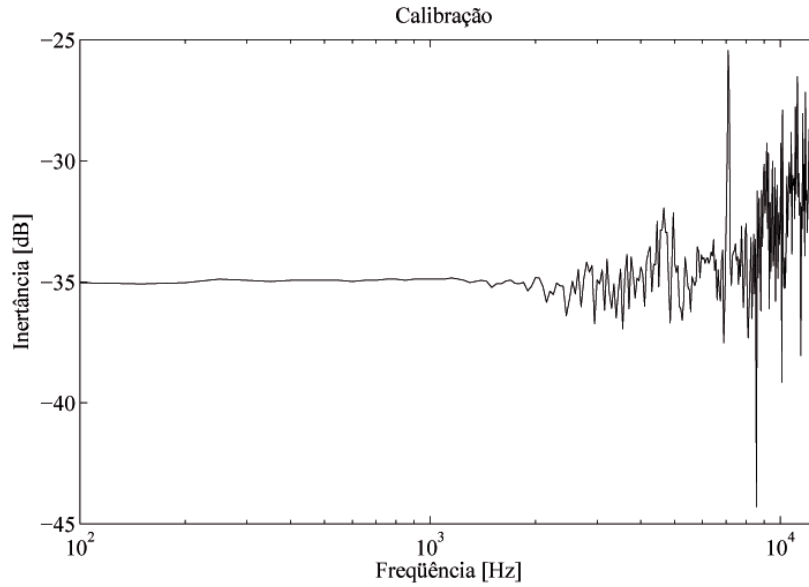


Figura 4.3: Resposta do bloco de calibração - Função Resposta em Frequência

No caso da pastilha de freio, como será mostrado a seguir, a excitação foi realizada com um martelo de impacto, e para tal as cartas de calibrações do transdutor de força e do acelerômetro foram usadas na calibração. Nas próximas seções serão mostrados os procedimentos adotados para obtenção das funções resposta em frequência experimentais.

4.2 Análise Experimental do Disco de Freio

Sabe-se que os discos de freio são elementos-chave para uma análise de instabilidade e ruído, e portanto devem ser bem caracterizados. Para tal o sistema foi calibrado com uma massa de valor próximo à do disco, e é claro com os mesmos equipamentos usados para análise experimental do disco de freio.

Os discos de freio podem ter sua geometria definida pela espessura da pista, diâmetro interno e externo, altura e espessura do chapéu, número de furos no chapéu, e ainda se for ventilado, número, forma e localização das aletas. Essas propriedades, adicionadas à escolha do material e das condições de contorno, irão definir as frequências naturais e modos de vibrar do disco. Nessa seção a vibração de discos será abordada para as condições de flexão e torção no plano do disco.

As características de vibração de discos de freio podem ser, como uma primeira aproximação, idealizadas como discos ou placas. Seja a placa da Figura 4.4, plana, delgada e com espessura constante, onde C indica engastado e F livre. E, ainda, considerando o material homogêneo, isotrópico

e com elasticidade linear. Segundo Blevins (1979), se a inércia rotacional e a deformação por cisalhamento são desprezadas, as frequências naturais podem ser encontradas através da Equação 4.1 e da tabela 4.1.

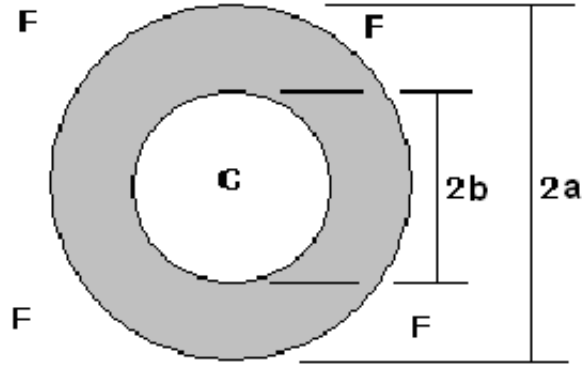


Figura 4.4: Placa Anular representando o Disco de Freio

A equação seguinte fornece os valores das frequências naturais:

$$\omega_{ij} = \frac{\lambda_{ij}^2}{2\pi a^2} \left[\frac{Eh^3}{12\gamma(1-\nu^2)} \right]^{1/2} \quad (4.1)$$

Tabela 4.1: Valores de λ_{ij}^2 em função das dimensões a e b , e dos modos do disco

		b/a			
i	j	0.1	0.3	0.5	0.7
0	0	4,23	6,66	13,0	37,0
1	0	3,14	6,33	13,3	37,5
2	0	5,62	7,95	14,7	39,3
3	0	12,4	13,3	18,5	42,6
0	1	25,3	42,6	85,1	239

Na Tabela 4.1, tem-se: a - raio externo; b - raio interno; h - espessura; $i = 0, 1, 2, \dots$ - número de diâmetros nodais; $j = 0, 1, 2, \dots$ - número de círculos nodais; E - módulo de elasticidade; γ - massa por unidade de área e; ν - coeficiente de Poisson.

Nessa primeira aproximação são desconsiderados o chapéu, furos, etc. e pode-se analisar as frequências dos modos de flexão do disco. Pode-se perceber nesse momento duas famílias de modos do disco, de diâmetros nodais e círculos nodais. No entanto, o disco de freio real tem uma geometria mais complexa, a qual neste trabalho é considerada.

Para essa análise experimental um disco de freio sólido foi cedido pela Robert Bosch, sendo que e as funções resposta em frequência foram obtidas no laboratório do Departamento de Mecânica Computacional da FEM/Unicamp. Partindo do princípio que o disco de freio tem tanto modos no plano como modos fora do plano, foram necessárias excitações da estrutura em mais de uma direção.

Primeiramente mediram-se as frequências naturais dos modos fora do plano, ou de flexão da pista. O disco foi suspenso por elásticos flexíveis simulando as condições de contorno livre-livre, e excitado perpendicularmente à sua pista por um *shaker*, conforme ilustrado na Figura 4.5.

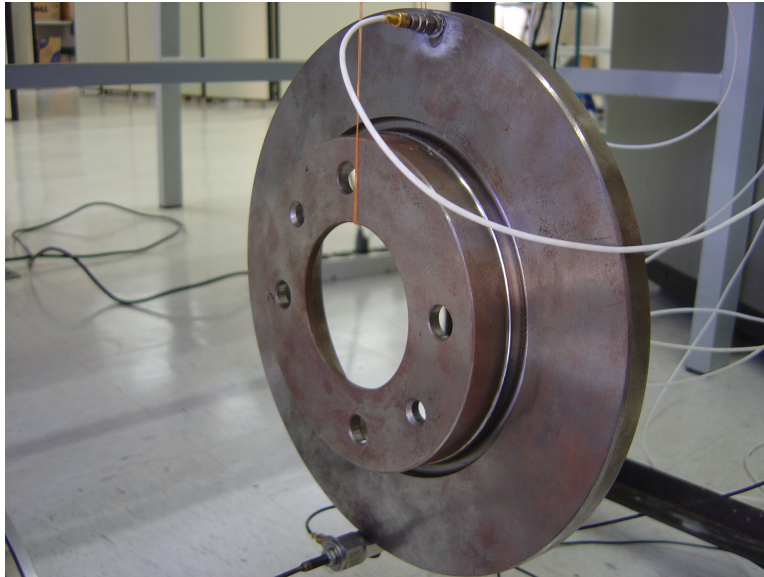


Figura 4.5: Foto da Excitação Perpendicular à Pista do Disco de Freio

Medindo-se a saída com um acelerômetro piezoelétrico, obteve-se a função de resposta em frequência (FRF) experimental para ser usada no ajuste do modelo numérico de elementos finitos, Figuras 4.6 e 4.7.

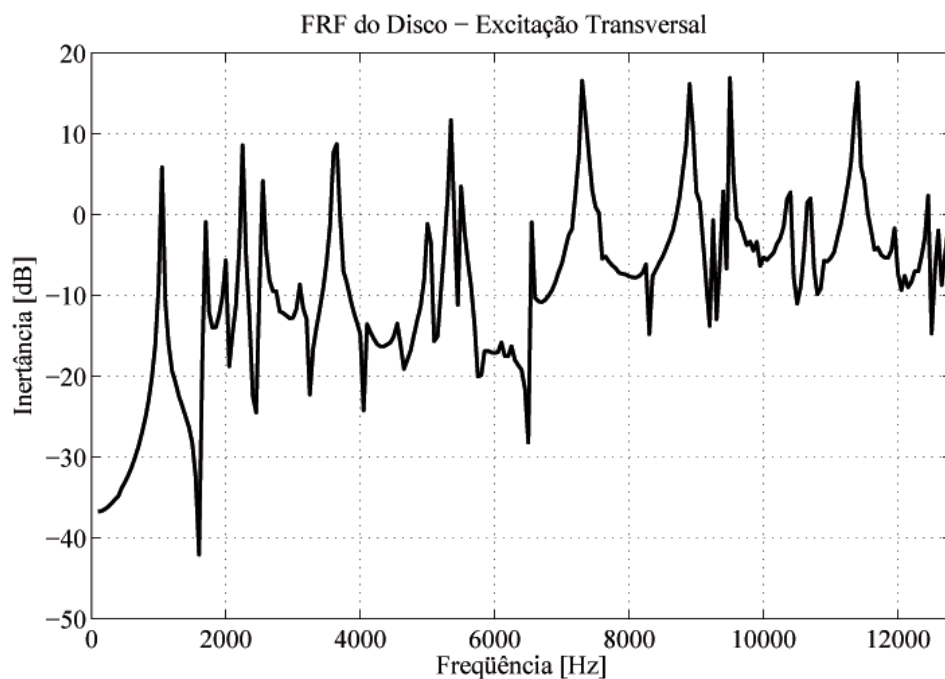


Figura 4.6: Função Resposta em Frequência do Disco de Freio sob Excitação Transversal - Resultado Experimental

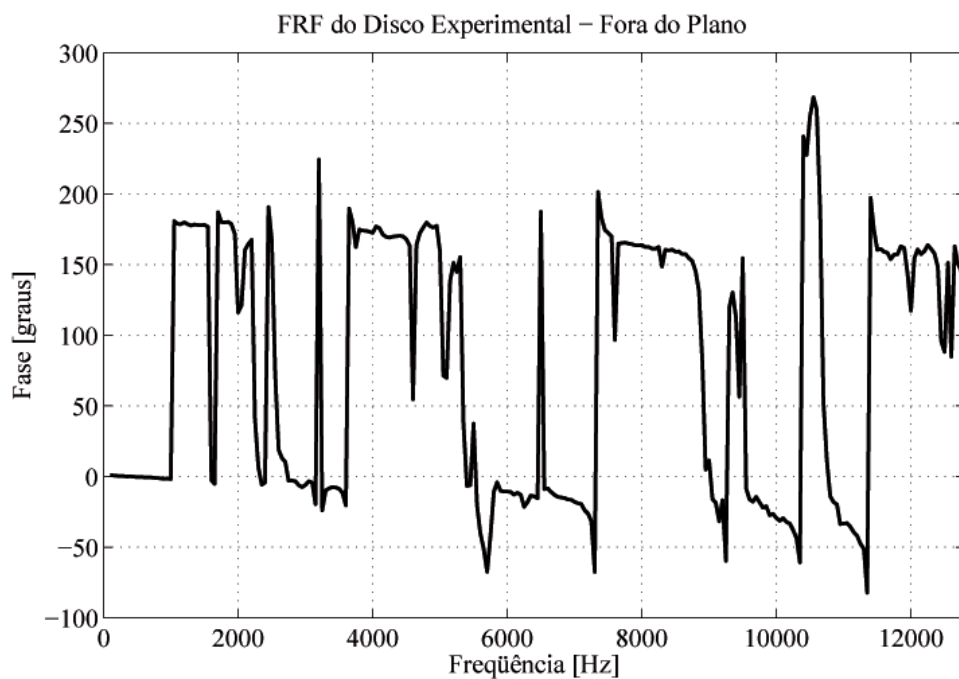


Figura 4.7: Diagrama de Fase do Disco de Freio sob Excitação Transversal - Resultado Experimental

Observa-se que existem muitos modos que são excitados nesta faixa de frequência, o que di-

ficulta sobremaneira a análise dos resultados. Nota-se também, que os resultados até 6000 Hz, aproximadamente, são menos influenciados por ruídos de medição. Na Figura 4.8 pode-se ver uma curva de coerência obtida mostrando o comportamento do sistema de medição como um todo.

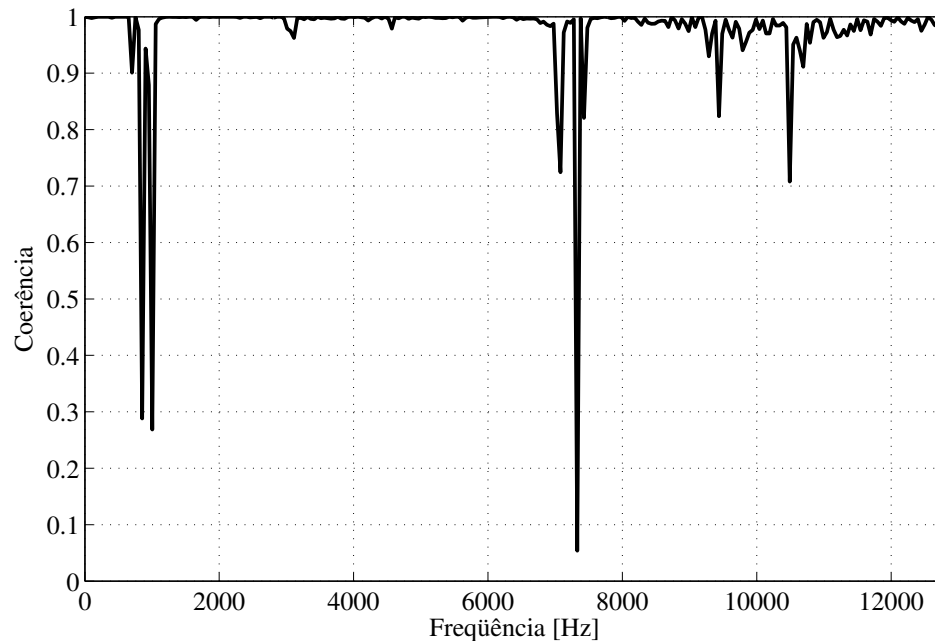


Figura 4.8: Curva de Coerência obtida durante medições do Disco de Freio

Após a obtenção das frequências para os modos fora do plano, obtiveram-se as frequências dos modos no plano do disco. Para tal serão realizados dois experimentos: o primeiro excitando o disco radialmente, e o segundo excitando-o tangencialmente à sua pista.

Em ambos os casos o disco de freio estava suspenso por fios flexíveis, simulando a condição de contorno livre-livre. A Figura 4.9 mostra como o experimento foi realizado.



Figura 4.9: Foto da Excitação Radial do Disco de Freio

No caso da excitação radial, na outra extremidade do disco de freio, também na direção radial,

um acelerômetro foi posicionado para obtenção da resposta do sistema. Os resultados obtidos a partir dessa excitação podem ser vistos nas Figuras 4.10 e 4.11, onde são mostradas a amplitude e a fase da FRF, respectivamente.

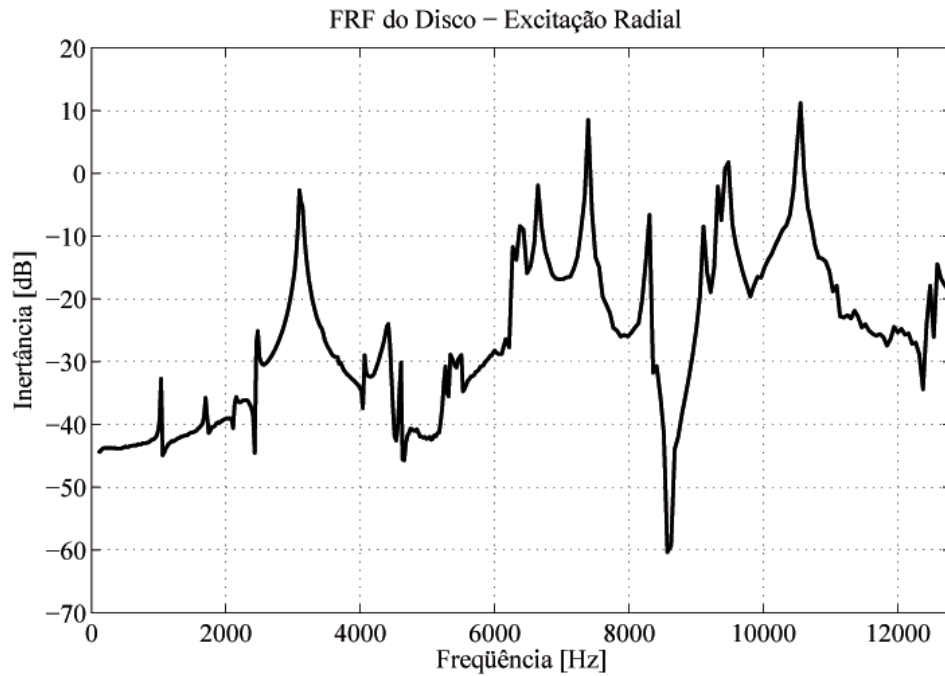


Figura 4.10: Função Resposta em Frequência do Disco sob Excitação Radial - Resultado Experimental

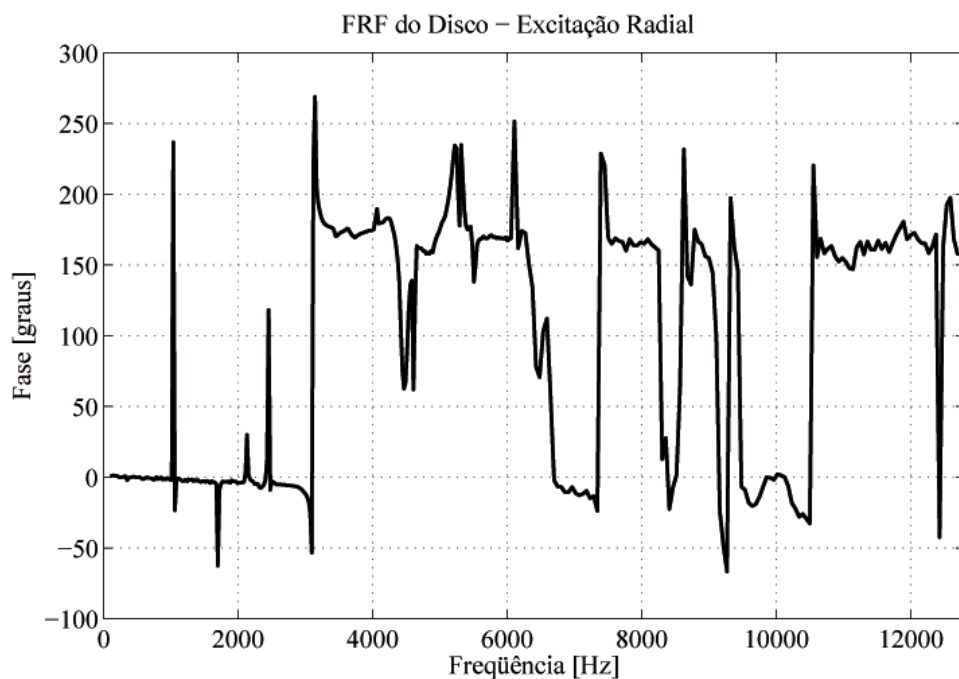


Figura 4.11: Diagrama de Fase do Disco sob Excitação Radial - Resultado Experimental

O mesmo procedimento foi realizado para uma excitação tangencial, porém para esta excitação foi necessário a fixação de uma peça na extremidade da pista, viabilizando a aplicação da força. A Figura 4.12 ilustra esse detalhe. A peça foi feita de alumínio para que não houvesse um maior acréscimo de massa, e foi fixada através de um parafuso.

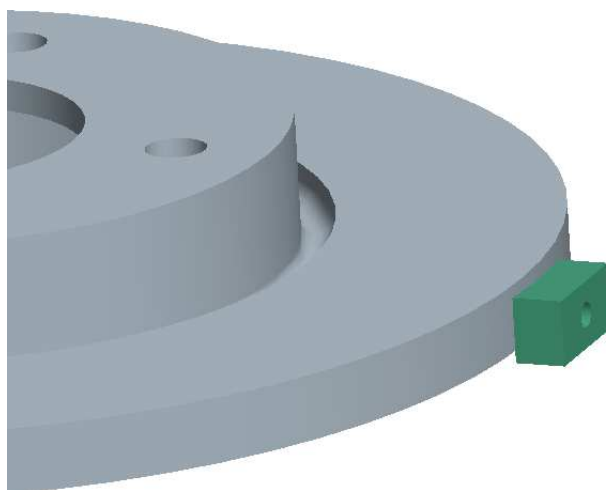


Figura 4.12: Figura representativa para a excitação tangencial à Pista do Disco de Freio

O transdutor de força foi preso a essa peça para que o disco fosse excitado tangencialmente, e

o acelerômetro foi preso na extremidade oposta da peça para obtenção da resposta. Os resultados de amplitude e fase podem ser vistos nas Figuras 4.13 e 4.14, respectivamente.

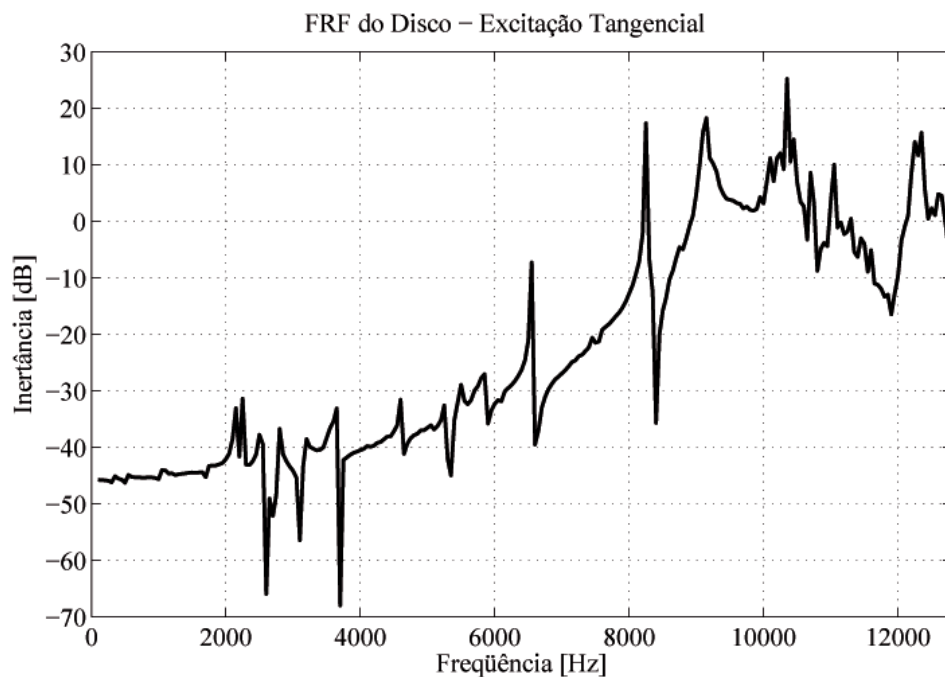


Figura 4.13: Função Resposta em Frequência Experimental do Disco sob Excitação Tangencial

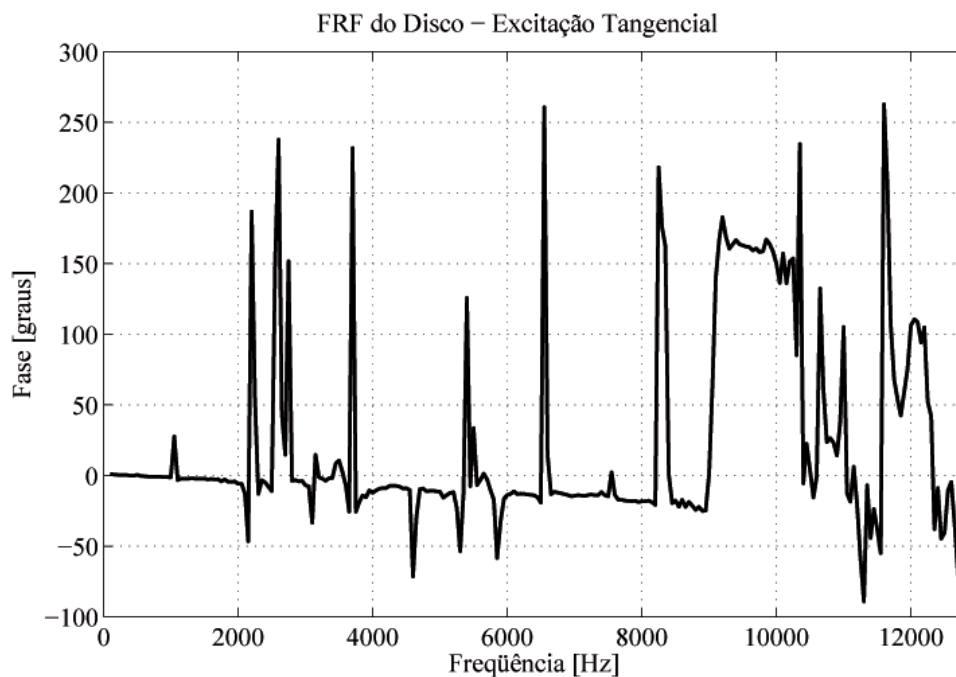


Figura 4.14: Diagrama de Fase Experimental do Disco sob Excitação Tangencial

Todos os resultados experimentais, serão usados nas seções seguintes para que se possa ajustar o modelo de elementos finitos do disco de freio mostrado no Capítulo 3.

4.3 Análise Experimental da Pastilha de Freio

A pastilha de freio é um componente de difícil caracterização, principalmente devido à presença do material de atrito, que é um material composto. Na indústria automobilística o material de fricção orgânico é o mais usado. Esse material pode conter até 25 componentes misturados que podem ser classificados em cinco categorias: matriz, fibras, agentes de fricção, enchimento mineral, e lubrificantes sólidos, (Bergman *et al.* 1999) e (Jacko *et al.* 1984). A matriz é composta por um ligante e outros materiais. Os agentes de fricção são materiais presentes na pastilha que, normalmente acrescentam partículas metálicas no material de atrito.

Para o experimento da plaqueta, para obtenção de suas FRF's, ela foi suspensa por cabos flexíveis simulando uma condição livre-livre, como mostra a Figura 4.15. Tendo em vista as dimensões da estrutura, optou-se por excitar a plaqueta usando um martelo de impacto e sua resposta foi medida por um acelerômetro na face oposta da estrutura.



Figura 4.15: Foto da Plaqueta de freio preparada para o experimento

Um acelerômetro foi colocado em uma das extremidades da plaqueta, e a estrutura foi excitada, através do uso de um martelo de impacto, no lado oposto do acelerômetro. Nesse caso, a calibração

foi realizada através do uso das cartas de calibrações dos equipamentos de medição. As respostas em amplitude e fase obtidas podem ser vistas nas Figuras 4.16 e 4.17, mostradas abaixo.

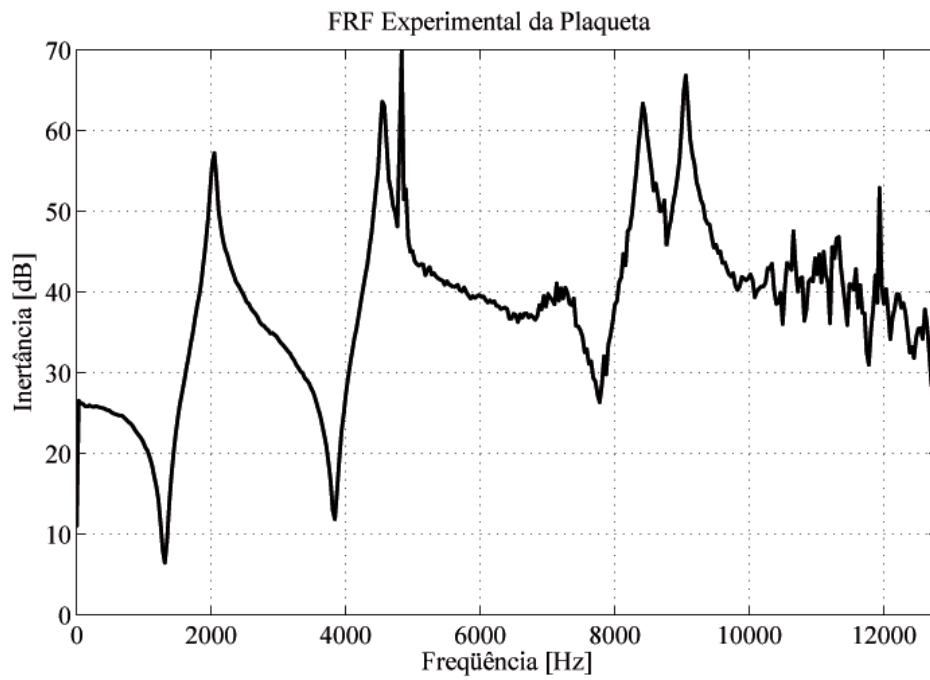


Figura 4.16: Função Resposta em Freqüência Experimental da Plaqueta

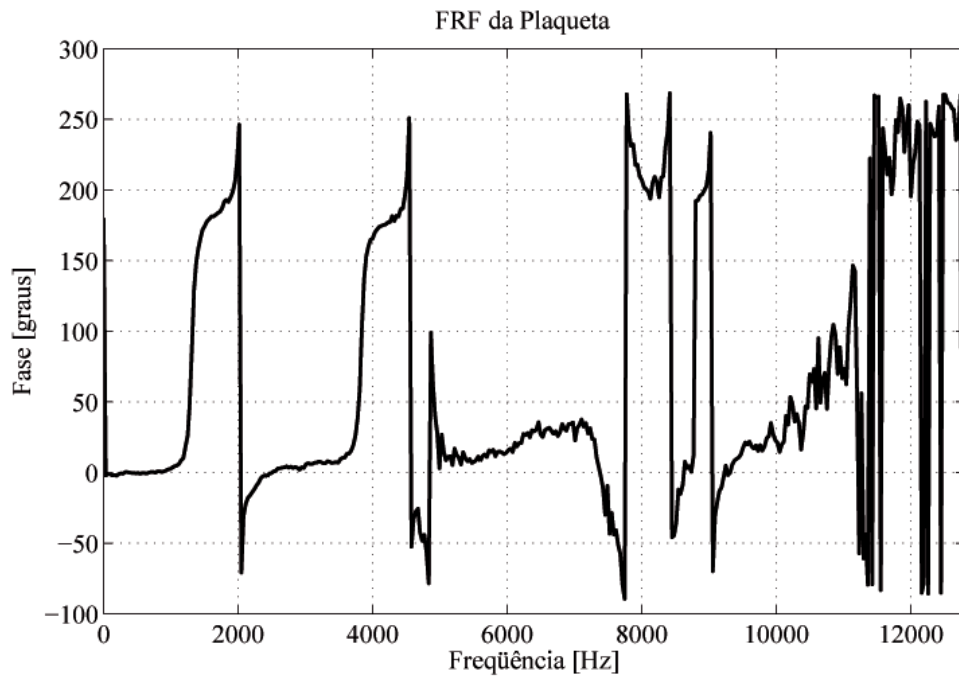


Figura 4.17: Diagrama de Fase Experimental da Plaqueta

A Figura 4.18 mostra a curva de coerência obtida durante a medição, mostrando o comportamento do sistema de medição como um todo.

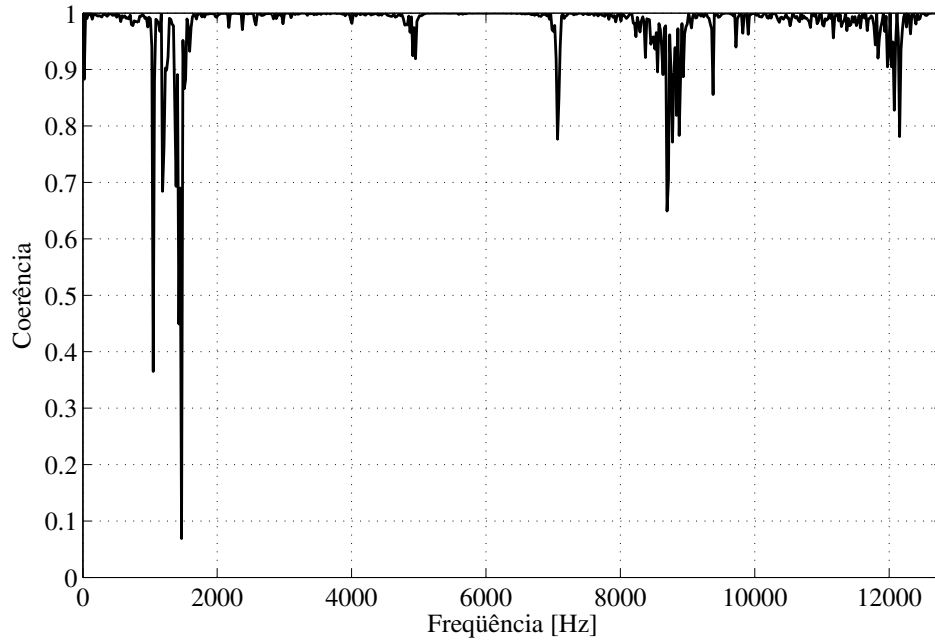


Figura 4.18: Curva de Coerência obtida durante medições da Plaqueta

Como dito anteriormente, os resultados experimentais obtidos, e mostrados nessa seção serão utilizados para um posterior ajuste e validação da plaqueta modelada numericamente.

4.4 Ajuste do Modelo Numérico

Após a medição das funções resposta em frequência dos componentes, disco e plaqueta, podem-se calcular as respostas usando o modelo numérico dos componentes, e realizar uma comparação dos resultados. Esse processo de obtenção das FRF's dos modelos numéricos pode ser feita através de uma análise harmônica, que permite a obtenção da resposta de uma estrutura qualquer a partir de uma excitação conhecida.

Os modelos dos componentes do sistema de freio a disco serão validados através de análises comparativas de suas FRF's, experimentais e numéricas. Sendo assim, apresenta-se inicialmente uma breve introdução deste tipo de análise, conforme (Meirocitch 1986). Em uma análise modal a equação de movimento mostrada abaixo (Equação 4.2), é analisada considerando o lado direito da equação nulo. Porém quando deseja-se obter a resposta dinâmica de um sistema excitado por uma força qualquer, é realizada uma análise harmônica. Considerando a equação de movimento

com seu lado direito não nulo, como descrita abaixo:

$$[M] \{\ddot{u}\} + [C] \{\dot{u}\} + [K] \{u\} = \{F\} \quad (4.2)$$

sendo $\{F\}$ o vetor das forças de excitação. Supondo-se um deslocamento harmônico escrito na forma:

$$\{u\} = \{u_{\max} e^{j\alpha}\} e^{j\Omega t} \quad (4.3)$$

sendo $u_{\max}$ o deslocamento máximo, Ω a frequência de excitação da força imposta ao sistema em radianos/tempo, e α a fase. O deslocamento está escrito na forma exponencial de um número complexo, portanto $u_{\max} e^{j\alpha}$ pode ser escrito como $u_1 + ju_2$ e da mesma forma a força pode também ser escrita conforme a Equação 4.4:

$$\{F\} = (\{F_1\} + j \{F_2\}) e^{j\Omega t} \quad (4.4)$$

Substituindo a Equação 4.3 e 4.4 na Equação 4.2, tem-se:

$$(-\Omega^2 [M] + j\Omega [C] + [K]) (\{u_1\} + j \{u_2\}) e^{j\Omega t} = (\{F_1\} + j \{F_2\}) e^{j\Omega t} \quad (4.5)$$

Pode-se agora dividir toda a equação por $e^{j\Omega t}$ e chega-se a equação final:

$$([K] - \Omega^2 [M] + j\Omega [C]) (\{u_1\} + j \{u_2\}) = (\{F_1\} + j \{F_2\}) \quad (4.6)$$

sendo u_1 e F_1 as partes reais do deslocamento e da força de excitação e u_2 e F_2 as suas partes imaginárias. Para resolver a Equação 4.6, existem diversos métodos. Na implementação do Ansys pode-se utilizar o método Direto, Reduzido, e Superposição Modal. O método Direto resolve diretamente a Equação 4.6, que pode ser reescrita na forma:

$$[K_c] \{u_c\} = \{F_c\} \quad (4.7)$$

onde a letra c indica uma matriz ou vetor complexo. Esse sistema é resolvido da mesma forma usada para problemas estáticos, porém considerando aritmética complexa. Neste caso, para cada valor de Ω resolve-se um sistema linear.

Neste trabalho foi usado o método de Superposição Modal. Esse método utiliza as frequências naturais e modos de vibrar da análise modal, para calcular a resposta a uma excitação senoidal.

Faz-se uso das coordenadas modais, ou autovetores do sistema não amortecido $\{\phi_i\}$ na Equação 4.8, e na Equação 4.2, assim pode-se reescrever a equação na forma da Equação 4.9:

$$\{u\} = \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} y_i \quad (4.8)$$

$$[M] \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} \ddot{y}_i + [C] \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} \dot{y}_i + [K] \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} y_i = \{F\} \quad (4.9)$$

Pré multiplicando por $\{\phi_j\}^T$ tem-se:

$$\{\phi_j\}^T [M] \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} \ddot{y}_i + \{\phi_j\}^T [C] \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} \dot{y}_i + \{\phi_j\}^T [K] \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} y_i = \{\phi_j\}^T \{F\} \quad (4.10)$$

A condição ortogonal dos modos de vibrar impõe que com $j \neq i$, e inda considerando um amortecimento do tipo proporcional, tem-se:

$$\begin{aligned} \{\phi_j\}^T [M] \{\phi_i\} &= 0 \\ \{\phi_j\}^T [C] \{\phi_i\} &= 0 \\ \{\phi_j\}^T [K] \{\phi_i\} &= 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

Aplicando essas condições na Equação 4.10, apenas os termos $i = j$ não são nulos.

$$\{\phi_i\}^T [M] \{\phi_i\} \ddot{y}_i + \{\phi_i\}^T [C] \{\phi_i\} \dot{y}_i + \{\phi_i\}^T [K] \{\phi_i\} y_i = \{\phi_i\}^T \{F\} \quad (4.12)$$

Adotando-se uma normalização unitária dos autovetores com relação a matriz de massa, tem-se:

$$\{\phi_i\}^T [M] \{\phi_i\} = 1 \quad (4.13)$$

Nesse caso, considerando o amortecimento como no caso de um grau de liberdade:

$$\{\phi_i\}^T [C] \{\phi_i\} = 2\xi_i \omega_i \quad (4.14)$$

E a partir da análise modal, ou seja, Equação 4.15, pode-se reescrever o último termo da equação de movimento na forma da Equação 4.16:

$$(-\omega_i^2 [M] + [K]) \{\phi\}_i = \{0\} \quad (4.15)$$

$$[K] \{\phi\}_i = -\omega_i^2 [M] \{\phi\}_i \quad (4.16)$$

E ainda, pré-multiplicando por $\{\phi\}_i^T$, tem-se:

$$\{\phi\}_i^T [K] \{\phi\}_i = -\omega_i^2 \{\phi\}_i^T [M] \{\phi\}_i \quad (4.17)$$

, ou seja:

$$\{\phi\}_i^T [K] \{\phi\}_i = \omega_i^2 \quad (4.18)$$

Reescrevendo assim a Equação 4.12, substituindo os termos adequados e escrevendo na forma modal tem-se:

$$\ddot{y}_i + 2\omega_i\xi_i\dot{y}_i + \omega_i^2 y_i = f_j \quad (4.19)$$

onde i representa o modo, e a Equação 4.19, representa as equações desacopladas. Supondo uma excitação e resposta harmônicas:

$$\begin{aligned} f_i &= f_{ic}e^{j\Omega t} \\ y_i &= y_{ic}e^{j\Omega t} \end{aligned} \quad (4.20)$$

onde novamente c indica complexo. Fazendo-se as derivadas necessárias e substituindo na Equação 4.19, tem-se:

$$-\Omega^2 y_{ic}e^{j\Omega t} + 2\omega_i\xi_i (j\Omega y_{ic}e^{j\Omega t}) + \omega_i^2 y_{ic}e^{j\Omega t} = f_{ic}e^{j\Omega t} \quad (4.21)$$

E portanto:

$$(-\Omega^2 + 2\omega_i\xi_i j\Omega + \omega_i^2) y_{ic} = f_{ic} \quad (4.22)$$

Para a análise harmônica queremos obter a resposta y_{ic} , ou seja:

$$y_{ic} = \frac{f_{ic}}{(\omega_i^2 - \Omega^2) + i(2\omega_i\xi_i\Omega)} \quad (4.23)$$

Com o uso da Equação 4.22 pode-se então calcular o valor de y_{ic} para diversos valores de frequência f_{ic} . Nas análises mostradas a seguir o método usado foi o de superposição modal.

4.4.1 Avaliação do Modelo de Disco de Freio

Para a comparação dos resultados experimentais e numéricos, o disco foi modelado no programa Ansys, conforme mostrado na Seção 3.2.1. As dimensões do disco de freio adotadas podem ser vistas no Apêndice B. Buscou-se, na análise numérica, uma representação de condições de contorno similares à do experimento, portanto o disco foi simulado na condição de contorno livre-livre, e excitado na mesma posição do transdutor de força do experimento. Esse modelo numérico possui 7736 elementos com propriedades de material ajustadas: Módulo de Elasticidade, $E =$

$1,3 \cdot 10^{11}[N/m^2]$; Poisson, $\nu = 0,26$; e Densidade, $d = 7200[Kg/m^3]$. A Figura 4.19 mostra a comparação das curvas na faixa de frequência de ocorrência do *Squeal* de baixa frequência, e a Figura 4.20 mostra toda a faixa de frequência, cuja limitação de 12800 Hz, é devido ao próprio equipamento de aquisição.

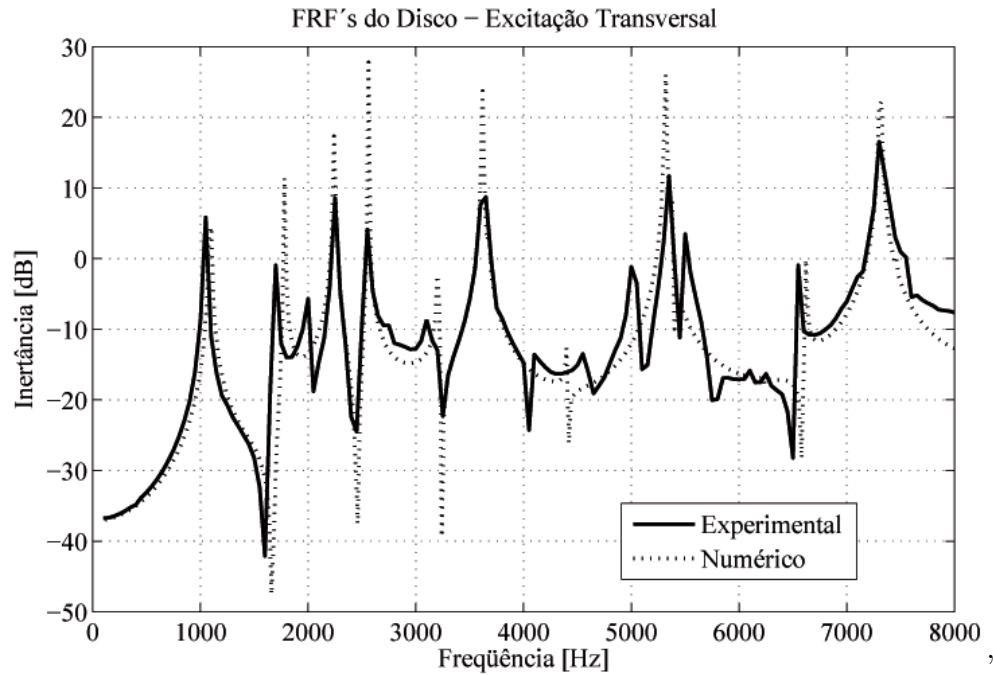


Figura 4.19: Função Resposta em Frequência do Disco de Freio sob Excitação Transversal (Faixa do *Squeal* de Baixa Frequência)

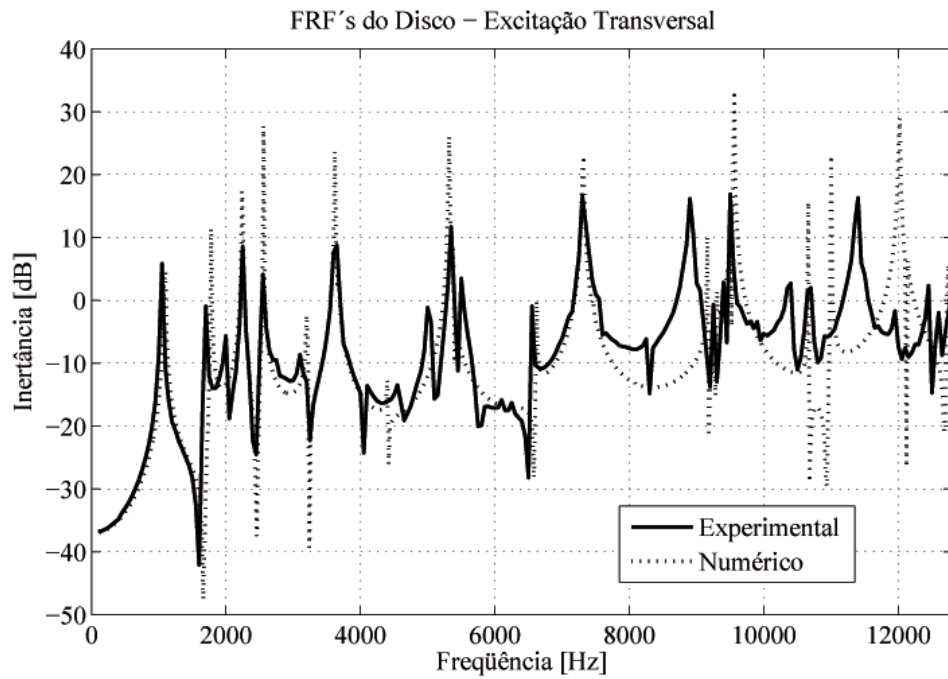


Figura 4.20: Função Resposta em Frequência do Disco sob Excitação Transversal (Toda a Faixa de Frequência)

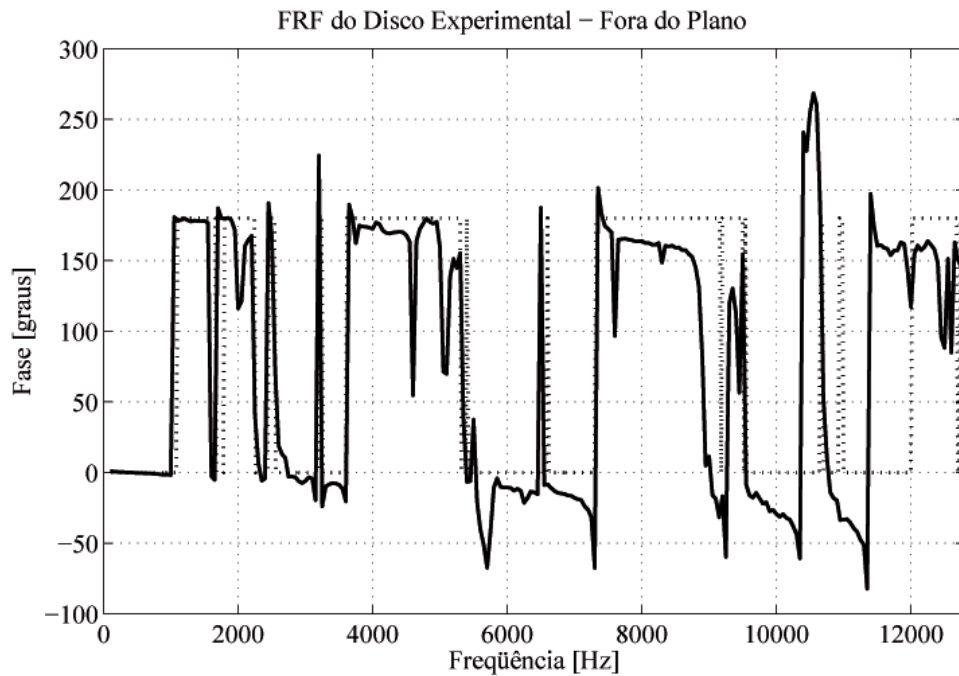


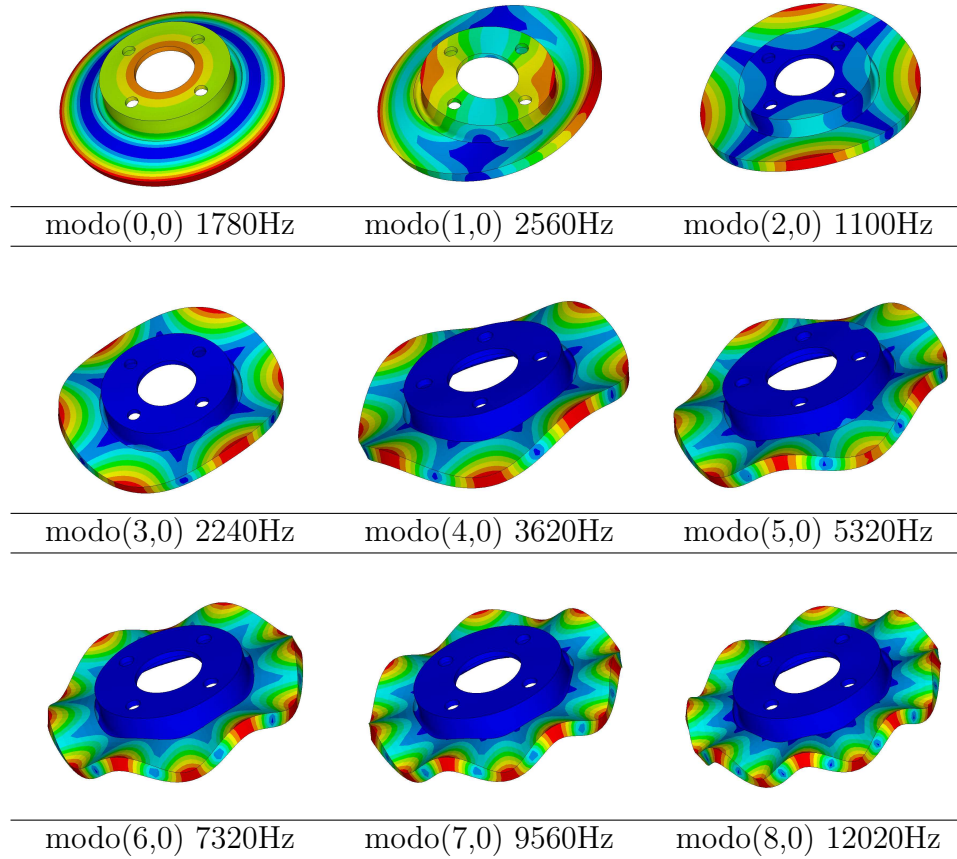
Figura 4.21: Diagramas de Fase do Disco sob Excitação Transversal

Pode-se verificar que para a primeira faixa de frequência houve uma correlação satisfatória entre

os resultados numérico, do modelo ajustado, e experimental. Na faixa de alta frequência, apesar do resultado mostrar algumas discrepâncias, também se pode perceber uma boa representação do disco de freio nessa direção.

Os modos de flexão da pista obtidos da análise numérica podem ser vistos na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Modos de flexão da pista do disco de freio encontrados numericamente



Da mesma forma como foi realizado para a excitação perpendicular à pista, as FRF's experimentais e numéricas, para uma excitação radial, foram comparadas com as FRF's calculadas do modelo de elementos finitos, conforme indicado na Figura 4.22, para a primeira faixa de frequência de *Squeal* de baixa frequência e na Figura 4.23, para a faixa de 0 a 12800 Hz.

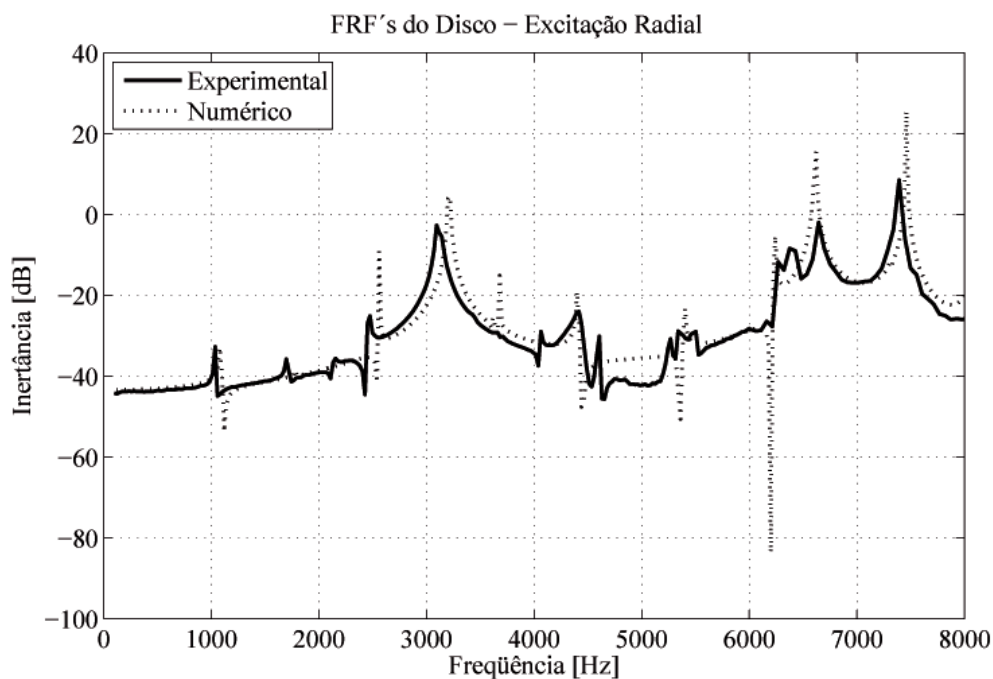


Figura 4.22: Função Resposta em Frequência do Disco sob Excitação Radial (Faixa do *Squeal* de Baixa Frequência)

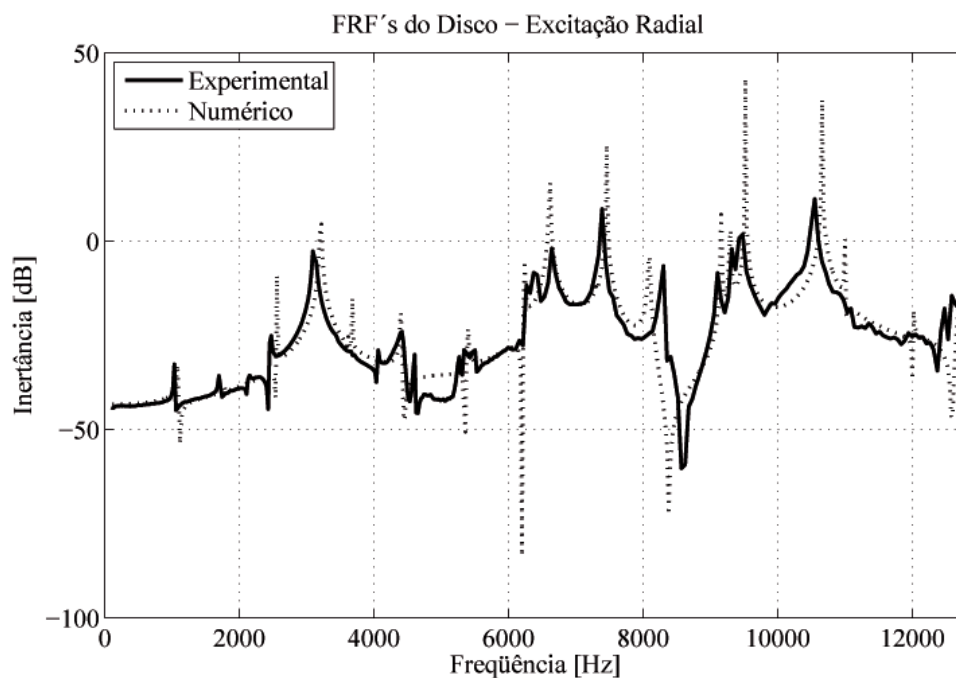


Figura 4.23: Função Resposta em Frequência do Disco sob Excitação Radial (Toda a Faixa de Frequência)

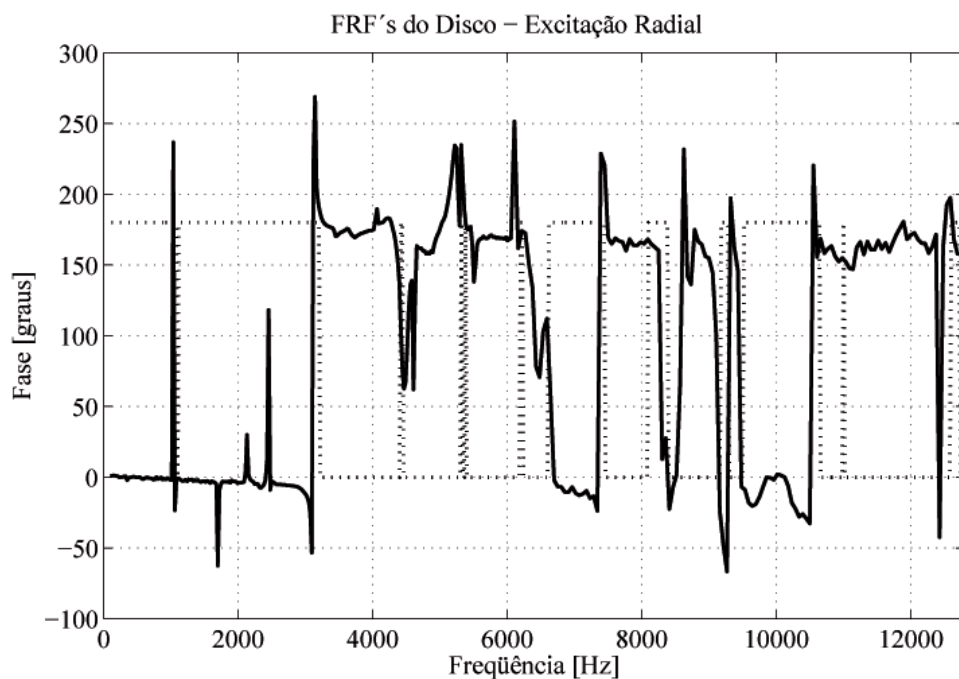


Figura 4.24: Diagramas de Fase do Disco sob Excitação Radial

Na medição das frequências no plano com excitação radial, obtiveram-se resultados satisfatórios para as frequências do *Squeal* de baixa frequência, e para o de alta frequência a resposta também mostra uma boa concordância com os resultados numéricos de elementos finitos.

A FRF numérica do disco de freio sob excitação tangencial foi então obtida e sua comparação com os resultados experimentais de elementos finitos pode ser visto na Figura 4.25.

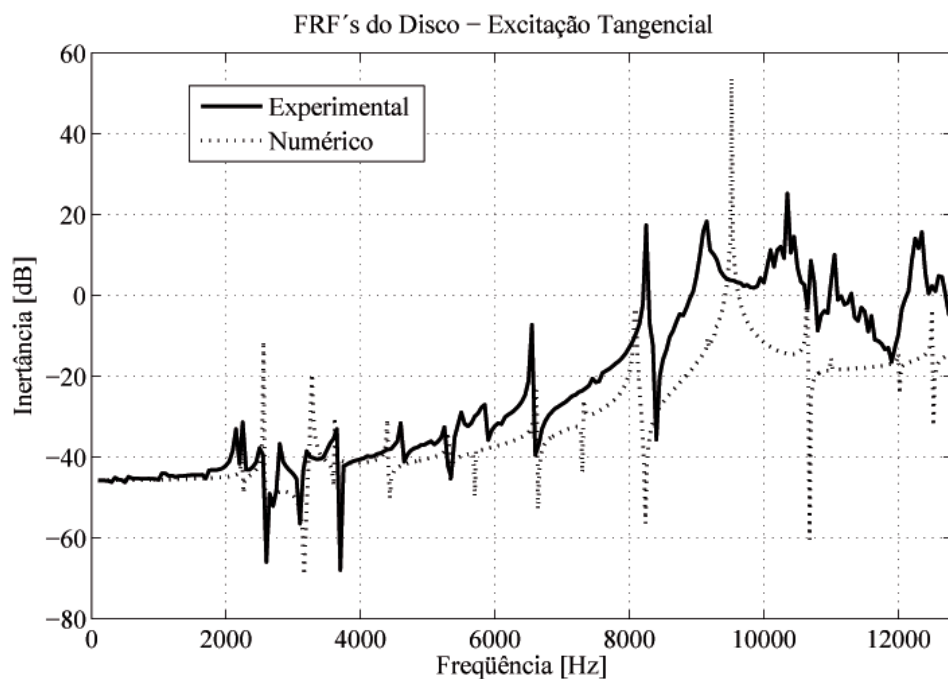


Figura 4.25: Função Resposta em Frequência do Disco sob Excitação Tangencial (Toda a Faixa de Frequência)

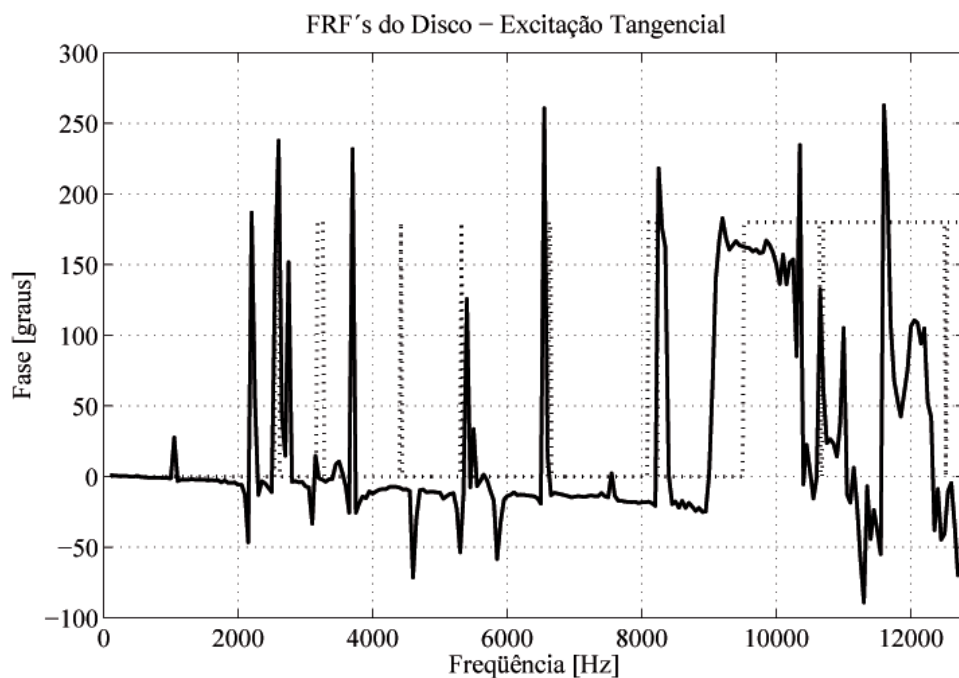
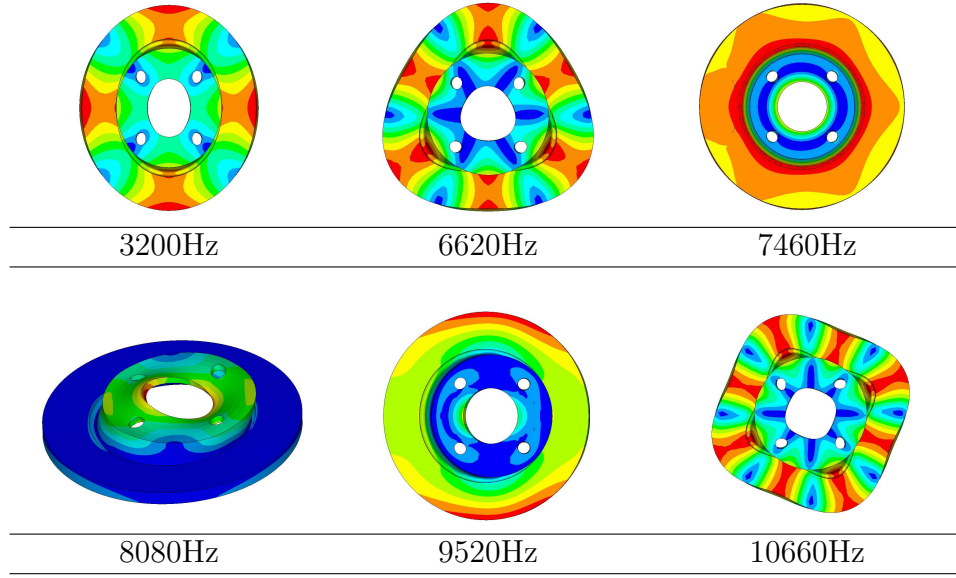


Figura 4.26: Diagramas de Fase do Disco sob Excitação Tangencial

Os modos no plano do disco obtidos da análise numérica podem ser vistos na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Modos no plano da pista de um disco encontrados numericamente



Além da análise das curvas de resposta em frequência, foram feitas análises qualitativas dos principais modos de vibração, buscando-se confirmar a correlação modal teórica e experimental. Uma análise modal experimental dos componentes poderá ser realizada posteriormente, para confirmação dos modos teóricos.

Tendo o modelo do disco ajustado com relação às medidas dinâmicas, com as FRF's do modelo numérico próximas das medidas experimentalmente, deve-se validar a pastilha de freio.

4.4.2 Avaliação do Modelo da Pastilha de Freio

Neste item considera-se o ajuste do modelo numérico mostrado na Seção 3.2.2. A plaqueta foi excitada aproximadamente na mesma posição em que foi excitada experimentalmente, e foi simulada sob condições de contorno livre-livre. O modelo numérico ajustado da plaqueta contém 988 elementos, cujas propriedades relativas ao material são: Módulo de Elasticidade, $E = 1,9 \cdot 10^{11}[N/m^2]$; Poisson, $\nu = 0,29$; e Densidade, $d = 7800[Kg/m^3]$. As FRF's da plaqueta obtidas experimentalmente foram comparadas com a análise numérica para a faixa de *Squeal* de baixa frequência na Figura 4.27 e para toda a faixa na Figura 4.28.

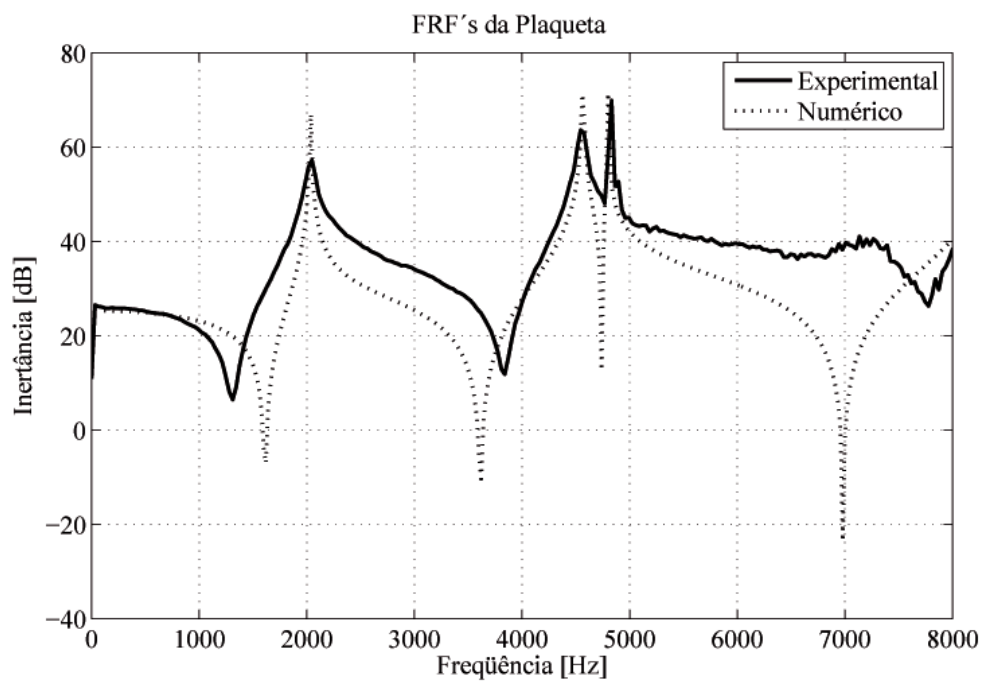


Figura 4.27: Função Resposta em Frequência da Plaqueta (Faixa do *Squeal* de Baixa Frequência)

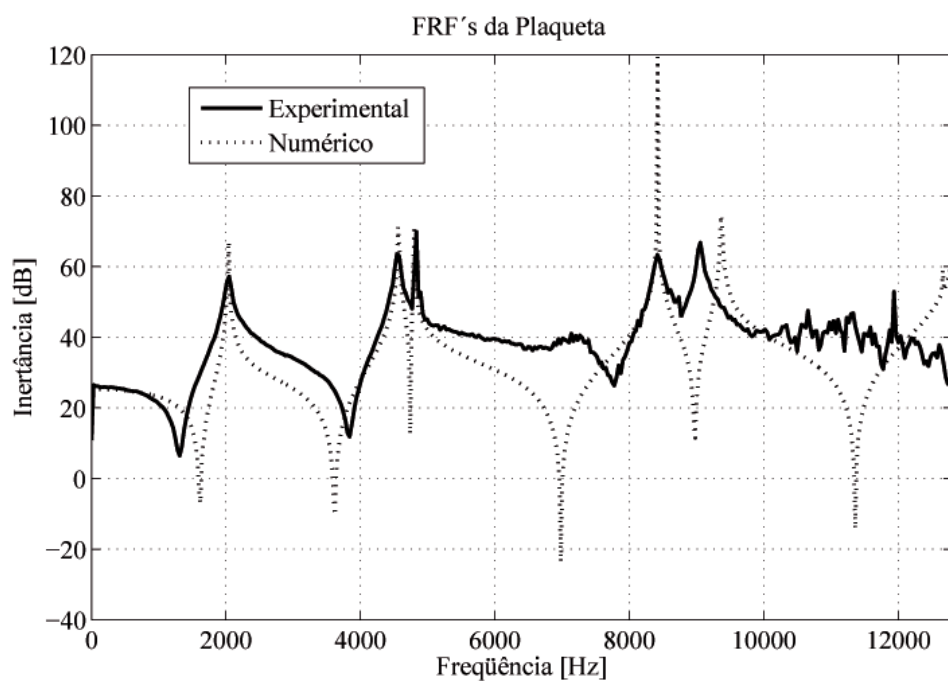


Figura 4.28: Função Resposta em Frequência da Plaqueta (Toda a Faixa de Frequência)

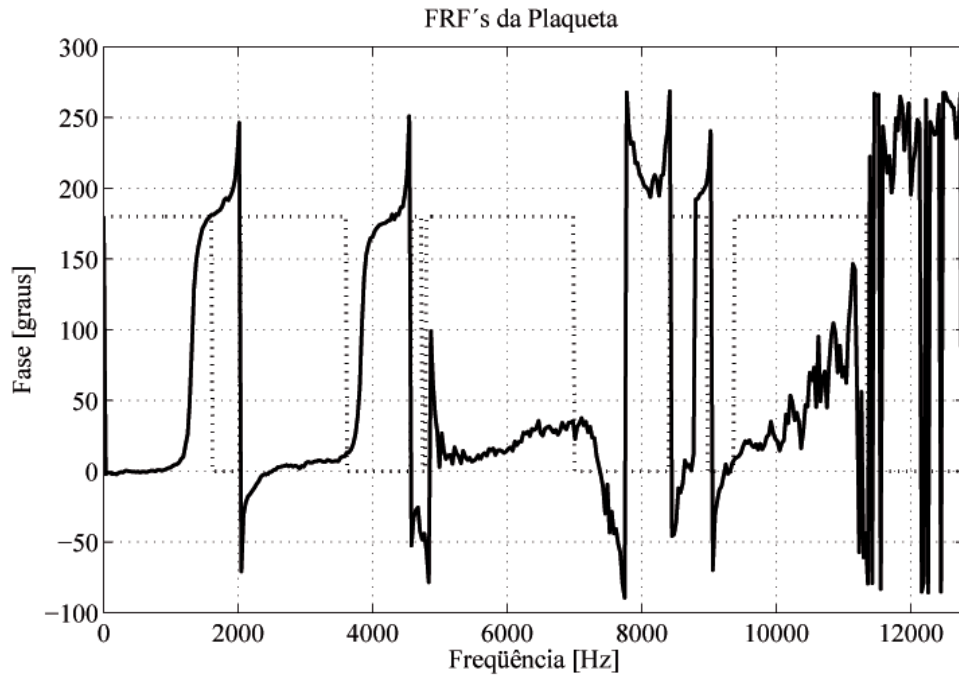
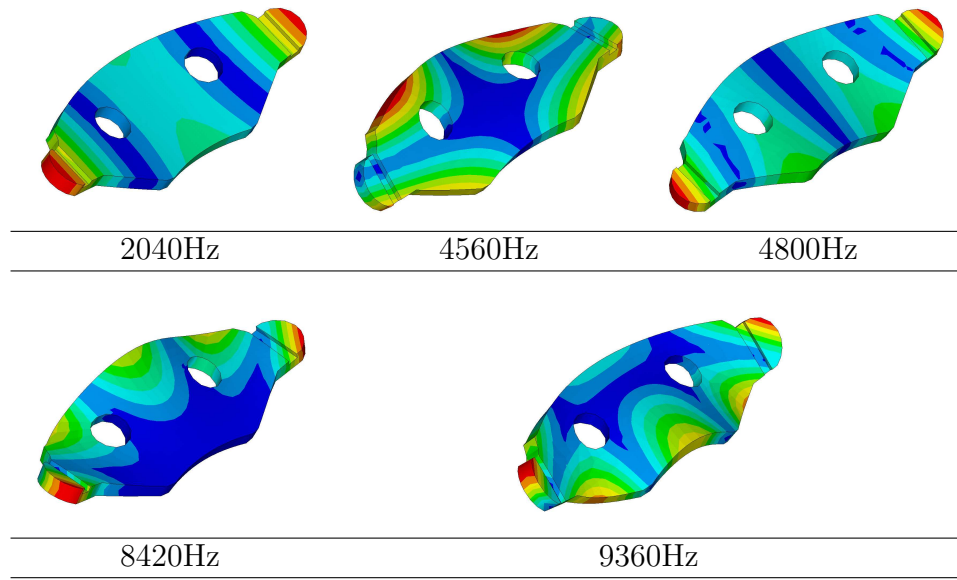


Figura 4.29: Diagramas de Fase da Plaqueta

Pode-se perceber uma correlação satisfatória entre as curvas, principalmente na faixa do *Squeal* de baixa frequência. Durante a etapa de ajuste, pôde-se perceber que alguns detalhes da pastilha, tal como o chanfro nas orelhas, é uma medida geométrica que não pode ser desprezada no modelo pois altera significativamente algumas frequências naturais. Assim, o modelo numérico envolveu um nível de detalhes importante, que ajudou na validação desse componente.

Da mesma forma que foi feito com o disco de freio, os modos da plaqueta foram obtidos do modelo numérico ajustado e podem ser vistos na Tabela 4.4. Além da plaqueta ser um elemento mais rígido que o material de atrito, a distribuição do material de atrito na plaqueta ocorre em quase toda sua superfície e uniformemente, sendo assim, os modos de vibrar da plaqueta sozinha permanecem mesmo após uma adição de material. Isso pôde ser verificado através da análise modal da pastilha com as propriedades adotadas.

Tabela 4.4: Modos da plaqueta de freio



Apesar de não ter sido feita uma análise modal, durante os experimentos houve algumas mudanças no posicionamento do acelerômetro que evidenciaram os modos existentes, tanto para a pastilha como para o disco. Assim, os componentes da modelagem numérica foram ajustados com base nos dados experimentais e serão avaliados no modelo final. O modelo final da pastilha é composto pelo material de atrito e pela plaqueta. O modelo de elementos finitos do material de atrito segue o padrão de malha adotado para a plaqueta e as propriedades foram adotadas da bibliografia, conforme será mostrado adiante neste trabalho.

Capítulo 5

Avaliação da Estabilidade e Discussão dos Resultados

Nesse capítulo, os modelos apresentados no Capítulo 3 e ajustados no Capítulo 4 serão analisados segundo sua instabilidade, ou parte real do autovalor. Conhecer os modos instáveis pode facilitar diversas decisões; frequências naturais podem ser movidas alterando os componentes ou amortecimento pode ser adicionado para que o modo em questão se torne estável. Usando a análise de autovalor complexo, faz-se nas próximas seções, a aplicação dos modelos de massas concentradas e de elementos finitos.

Uma análise modal pode ser feita em uma única solução numérica, enquanto em uma análise transiente são necessárias varias iterações. Desta forma, uma análise modal envolve geralmente um custo computacional menor, porém inclui uma série de linearizações que nem sempre são aceitáveis para a resolução do problema de *Squeal*.

Esta dissertação limitou-se a análise da instabilidade a partir da análise modal complexa. Segundo Ouyang (2005), a análise de instabilidade através dos autovalores complexos, indica apenas uma tendência de divergência do movimento, mas não o valor real desse movimento vibratório. No entanto, a intensidade da parte real do autovalor também é de grande importância em análises de estabilidade. Dados experimentais mostram que sistemas com parte real grande tem uma maior tendência ao surgimento de ruído em sistemas de freio a disco, (Kinkaid *et al.* 2003; Trichês *et al.* 2004). Também segundo AbuBakar *et al.* (2006), a parte real positiva de um autovalor complexo indica o grau de instabilidade (frequências instáveis e modos instáveis) de um conjunto de freio a disco e indica a probabilidade da ocorrência de *Squeal*.

5.1 Avaliação da instabilidade usando o modelo de 2 graus de liberdade

O objetivo desse modelo é avaliar o comportamento de um sistema simplificado na presença de uma mola que inclui efeitos de atrito, e também verificar uma instabilidade divergente desse sistema. A partir do modelo de dois graus de liberdade apresentado no Capítulo 3, é possível escrever o problema de autovalor associado, e podem-se encontrar os autovalores e os autovetores complexos desse modelo de 2 GDL. Tendo em vista a equação característica encontrada no Capítulo 3, e mostrada abaixo:

$$\lambda^4 + (k_{11} + k_{22})\lambda^2 + k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21} = 0 \quad (5.1)$$

sendo:

$$\begin{aligned} k_{11} &= \frac{k_1 - \mu k_c}{m_1} \\ k_{12} &= \frac{\mu k_c}{m_1} \\ k_{21} &= \frac{\mu k_c}{m_2} \\ k_{22} &= \frac{k_2 - \mu k_c}{m_2} \end{aligned} \quad (5.2)$$

encontram-se as raízes desse polinômio de quarta ordem, que são os autovalores do problema, que podem ser escritos na forma:

$$\lambda_1^2 = \frac{-b_1 - \sqrt{b_1^2 - 4b_2}}{2}; \quad (5.3)$$

$$\lambda_2^2 = \frac{-b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4b_2}}{2}; \quad (5.4)$$

sendo $b_1 = k_{11} + k_{22}$ e $b_2 = k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21}$

De forma a analisar agora a instabilidade do sistema, pode-se fazer uso do critério de Routh-Hurwitz. Para se garantir que o sistema seja estável, pelo critério de Routh-Hurwitz, existem duas condições fundamentais, $b_1 > 0$ e $b_1 \geq \sqrt{b_1^2 - 4b_2}$. Desta forma λ_n^2 será negativo e o autovalor λ será complexo e imaginário. No entanto se λ_n^2 for positivo, resultará em um autovalor λ_n real e positivo, caracterizando uma instabilidade divergente. Das duas condições de estabilidade mostradas

acima, chega-se as condições de estabilidade em função dos parâmetros do sistema:

$$\left(\frac{m_2}{m_1+m_2}\right) \bar{k}_1 + \left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right) \bar{k}_2 > 1$$

$$\frac{1}{\bar{k}_1} + \frac{1}{\bar{k}_2} \leq 1$$
(5.5)

sendo $\bar{k}_1 = k_1/\mu k_c$ e $\bar{k}_2 = k_2/\mu k_c$. Resolvendo o problema para as duas condições mostradas na Equação 5.5, pode-se encontrar a condição de estabilidade do problema em questão:

$$\bar{k}_1 + \bar{k}_2 \leq \bar{k}_1 \bar{k}_2$$
(5.6)

A condição de instabilidade de Routh-Hurwitz encontrada para o sistema de 2 GDL, pode ser ilustrada conforme mostrado na Figura 5.1, onde a linha representa o limiar que divide a região estável da região instável. Também pode-se notar que a instabilidade do sistema avaliada por este critério não depende dos parâmetros de massa do sistema.

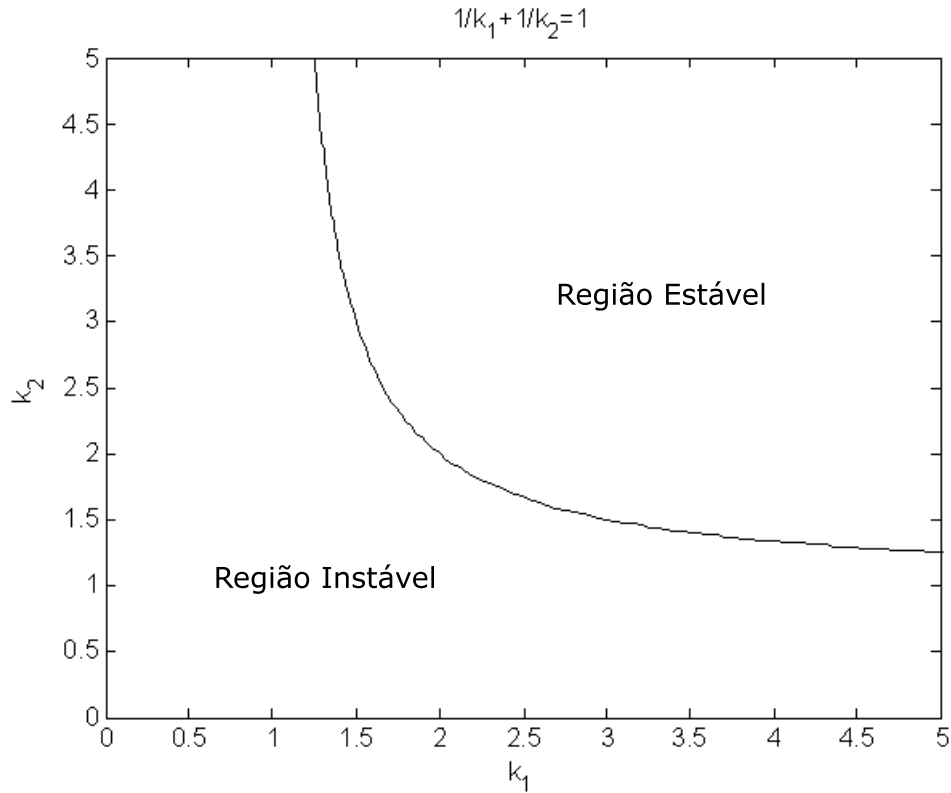


Figura 5.1: Condição de estabilidade do sistema de dois graus de liberdade em função dos parâmetros de rigidez k_1 e k_2)

Na prática, para evidenciar o comportamento instável do problema, pode-se encontrar os autovalores do sistema e verificar a parte real dos mesmos. Como, nos modelos analíticos apresentados

nesse trabalho, os parâmetros são difíceis de serem encontrados, foram usados valores de referência para rigidez e massa, baseando-se em estudos similares encontrados na literatura, (Shin *et al.* 2002; Oh *et al.* 2005). Os valores adotados para as rigidezes k_1 , k_2 e k_c são 1, 2 e 1 N/m^2 respectivamente. Os valores de massa adotados foram: $m_1 = m_2 = 1kg$, e o coeficiente de atrito μ foi variado de 0,1 a 1 com incremento de 0,05. Na Figura 5.2 mostra-se a variação da parte real do autovalor em função do coeficiente de atrito μ

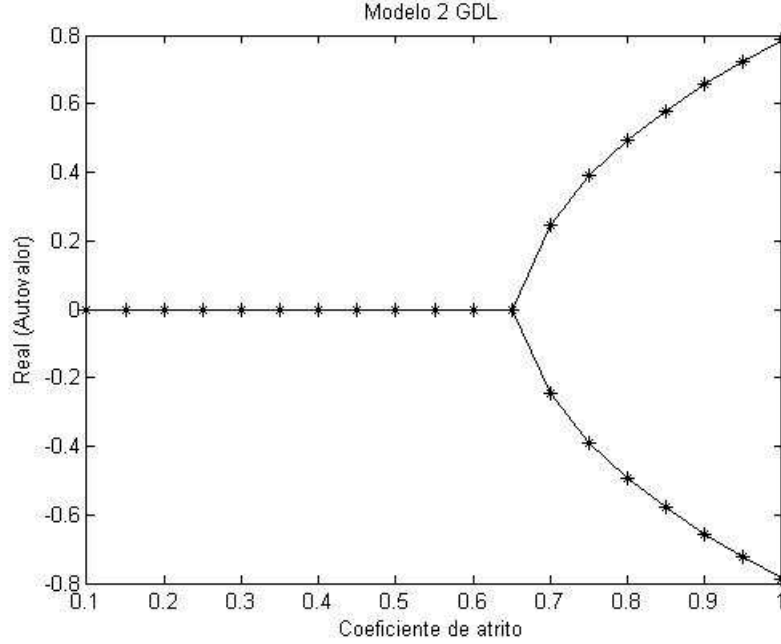


Figura 5.2: Parte real dos autovalores encontrados para o modelo de 2 graus de liberdade, segundo a variação do coeficiente de atrito

Observa-se que a parte real de um dos autovalores do sistema é sempre nula para valores de coeficiente de atrito entre 0,1 e 0,65. No entanto para um valor do coeficiente de atrito acima de $\mu = 0,65$, a parte real de um dos autovalores torna-se positiva. Este comportamento indica que o sistema se desestabiliza com o aumento do coeficiente de atrito. Nesse caso específico a parte real do autovalor é positiva e a parte imaginária é nula, mostrando uma instabilidade divergente do primeiro modo do sistema, modo de oposição de fase onde há influência do atrito.

Nesse sistema de 2 GDL, os autovetores encontrados mostram a presença de dois modos de vibrar do sistema, um onde as duas massas deslocam-se juntas, e portanto a mola k_c não trabalha, e outro onde as duas massas estão em oposição de fase, ou seja, vibrando em deslocamentos de mesma direção e sentidos opostos. Nesse caso a mola k_c se deforma. Esse modo de oposição de

fase, que provava deslocamento dos nós da mola k_c , é o modo que desestabiliza com o aumento do coeficiente de atrito μ .

Os autovalores para valores de μ entre 0,6 e 0,75, na região onde o sistema se desestabiliza, são mostrados na tabela abaixo:

Tabela 5.1: Autovalores do modelo de 2 graus de liberdade na região de instabilidade

	μ			
Modo	0,6	0,65	0,7	0,75
Modo 1	$0 + 0,3449i$	$0 + 0,1730i$	0,2454	0,3891
Modo 2	$0 + 1,2965i$	$0 + 1,2923i$	$0 + 1,2885i$	$0 + 1,2851i$

Os modos 1 e 2 da tabela representam os modos em fase e de oposição de fase explicados anteriormente, sendo Modo 1 (em oposição de fase) e Modo 2 (em fase). Percebe-se na Tabela 5.1 que a partir de $\mu = 0,7$ o autovalor do modo 1 é real e positivo, mostrando uma instabilidade divergente. Assim mostrou-se que para esse sistema de 2 GDL, com o uso de uma mola de atrito para acoplamento, o sistema torna-se instável, e tem uma instabilidade divergente (Seção 3.3), ou seja, os autovalores passam de puramente imaginários para reais e positivos com o aumento do coeficiente de atrito. Mostra-se também que o coeficiente de atrito é um parâmetro do sistema diretamente proporcional a instabilidade.

5.2 Avaliação da Instabilidade usando o modelo de 5 graus de liberdade

Nessa seção analisa-se o comportamento do modelo de cinco graus de liberdade. Esse modelo é composto por três massas, representando disco e pastilhas. Um contato por duplo pino-disco e molas, entre as superfícies de contato é estabelecido. O objetivo desse modelo é avaliar e entender o comportamento das matrizes do sistema, quando o atrito é incorporado em um sistema mais complexo. Avalia-se também a instabilidade vibratória do modelo, onde o autovalor com parte real positiva pode indicar uma frequência instável, que conseqüentemente pode indicar uma frequência de *Squeal*. Para o modelo de 5 GDL, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez foram encontradas, o problema de autovalor foi estabelecido e podem-se extrair esses autovalores. Em uma primeira análise, os autovalores foram encontrados para diversos valores de k_c . Na Figura 5.3 mostra-se um gráfico com a variação das frequências naturais em função do parâmetro k_c . Na Figura 5.4 é mostrado o gráfico com a variação da parte real dos autovalores em função do

parâmetro k_c .

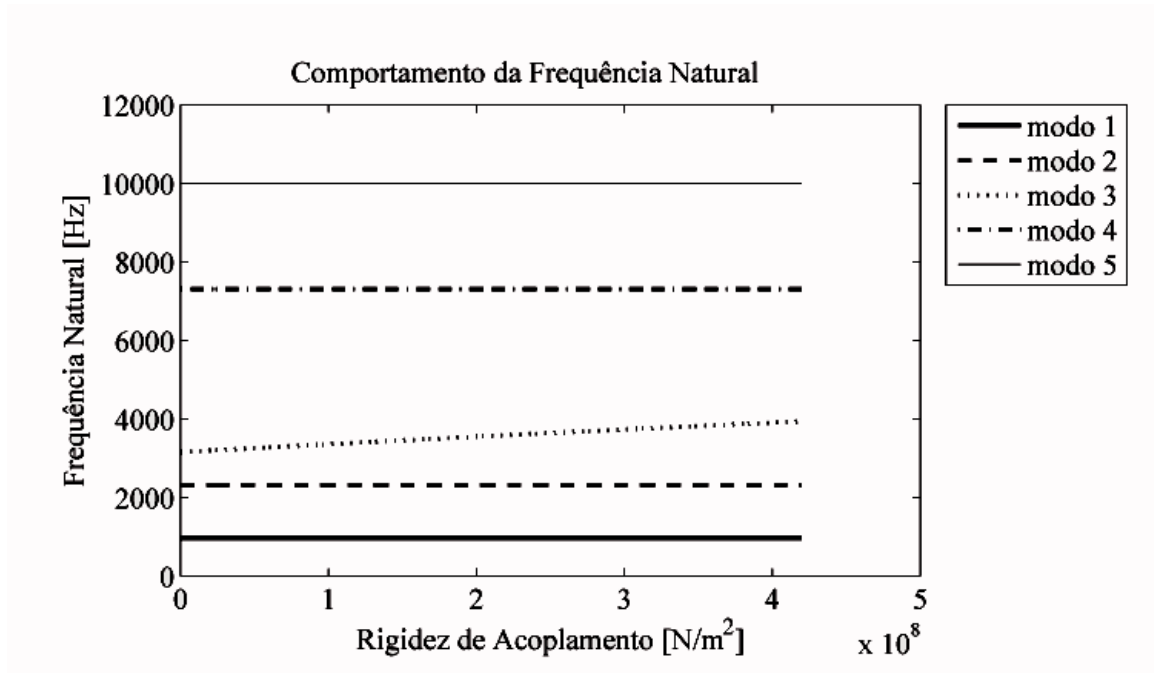


Figura 5.3: Frequências Naturais encontradas para variação do parâmetro K_c no modelo de 5 graus de liberdade

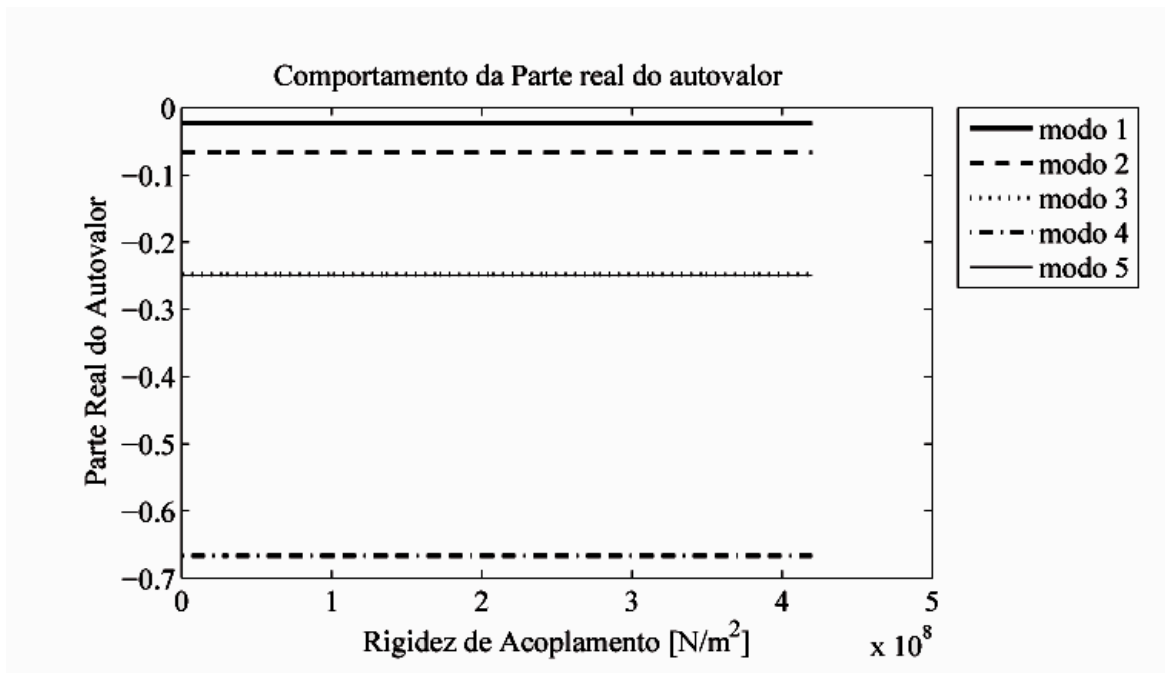


Figura 5.4: Parte real dos autovalores encontradas para variação do parâmetro K_c no modelo de 5 graus de liberdade

Percebe-se nos gráficos apenas mudanças muito pequenas, tanto nas frequências naturais, como na parte real dos autovalores, para a faixa de variação de k_c considerada. Na Figura 5.3, a frequência que corresponde ao terceiro modo de vibrar sofre uma maior alteração em seu valor. Esse modo é o modo onde a rotação da pastilha inferior é predominante. No entanto, a parte real do autovalor não é afetada, concluindo-se que o sistema não se torna instável.

Da mesma forma do modelo de 2 GDL, para esse modelo também foram usados valores de referência para as propriedades dos componentes, (Dai e Lim 2006; Flint e Hald 2003). Na maioria dos trabalhos essas propriedades são difíceis de serem encontradas, sendo assim alguns valores usados foram escolhidos de forma a ficar dentro de uma faixa coerente para os componentes. Os valores de massa, amortecimento e rigidez desse modelo, Figura 2.6, podem ser vistos na tabela abaixo:

Tabela 5.2: Propriedades dos componentes do modelo de 5 graus de liberdade

Propriedade	Valor em S.I.	Propriedade	Valor em S.I.
m_a	0,75	C_{by}	0,1
m_b	0,75	C_{ax}	0,1
r_a	0,02	C_{bx}	0,1
γ_a	$\pi/12$	C_{dy}	0,1
I_a	0,2	K_{ay}	$4e^7$
r_b	0,02	K_c	$4e^8$
γ_b	$\pi/12$	K_{by}	$4e^6$
I_b	0,2	K_{ax}	$2e^6$
m_d	5	$K_{a\theta}$	$2e^7$
$C_{a\theta}$	0,1	K_{bx}	$2e^6$
$C_{b\theta}$	0,2	$K_{b\theta}$	$2e^6$
C_{ay}	0,1	K_{dx}	$2e^6$

Analisando as Figuras 5.3 e 5.4, pode-se perceber que o sistema não se torna instável, pois todos os autovalores têm parte real negativa. Desta forma, caracteriza-se um movimento oscilatório amortecido, onde sua amplitude irá decair com o tempo. Como segundo passo da análise, pode-se agora adicionar atrito ao modelo e, da mesma maneira que foi realizado para o modelo de 2 GDL, no modelo de 5 GDL o valor do coeficiente de atrito foi variado. Variou-se o coeficiente de atrito μ entre 0,5 e 0,9, com incremento de 0,01. Nas Figuras 5.5 e 5.6 é mostrado como as partes imaginária e real dos autovalores são afetadas pelo valor do coeficiente de atrito μ entre o disco e a pastilha. Observa-se nas Figuras 5.5 e 5.6 que dois fenômenos surgem simultaneamente para $\mu = 0,64$. O primeiro refere-se ao acoplamento dos modos 1 e 2, que aparecem inicialmente em

aproximadamente 1100 Hz e 2200 Hz respectivamente, e à medida que μ se aproxima de 0,64 os dois modos tendem a aparecer na mesma frequência.

Com pequenos valores de coeficiente de atrito, o modo 1 é um modo onde o deslocamento do disco na direção y é dominante. Para o modo 2, o deslocamento vertical da pastilha é o que domina o modo. No entanto, quando ocorre um acoplamento desses dois modos, que passam a ter a mesma frequência natural, ambos ficam com o modo de vibrar do deslocamento vertical do disco sendo dominante. Ou seja, os dois modos passam a vibrar da mesma forma do modo 1.

Na Figura 5.7 pode-se verificar a variação tanto da parte real como da parte imaginária dos autovalores, em função de uma mudança do coeficiente de atrito. No momento em que os modos acoplam-se, a parte real torna-se positiva e o sistema torna-se instável, conforme ilustrado na Figura 5.7.

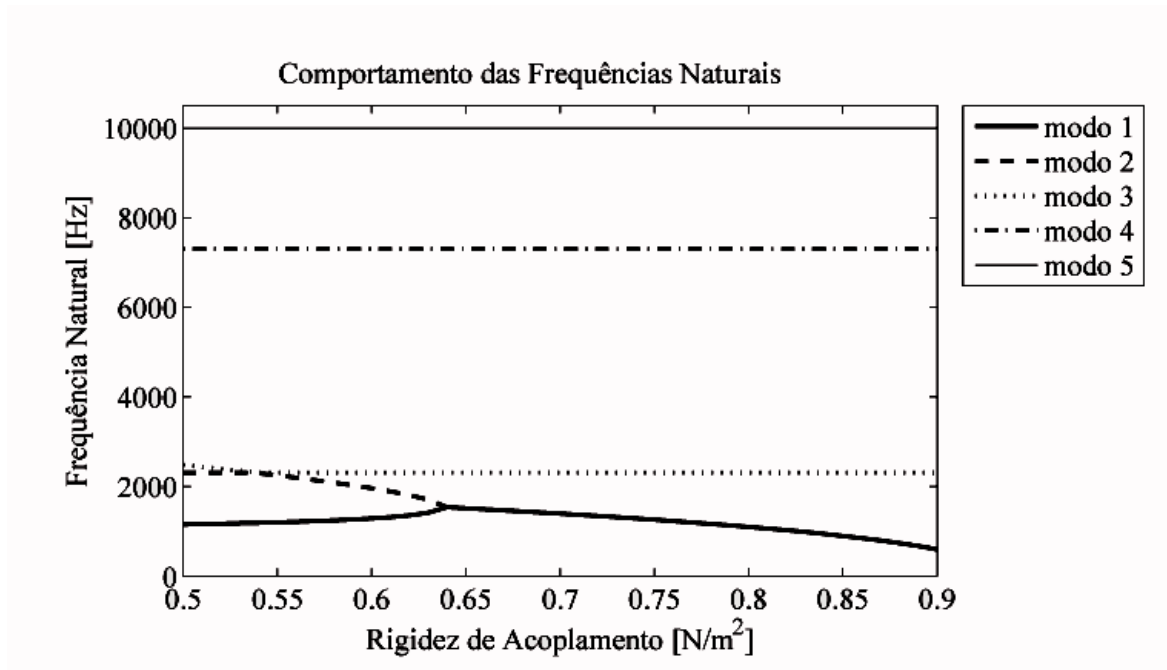


Figura 5.5: Frequências Naturais do modelo de 5 graus de liberdade, em função de uma variação de μ

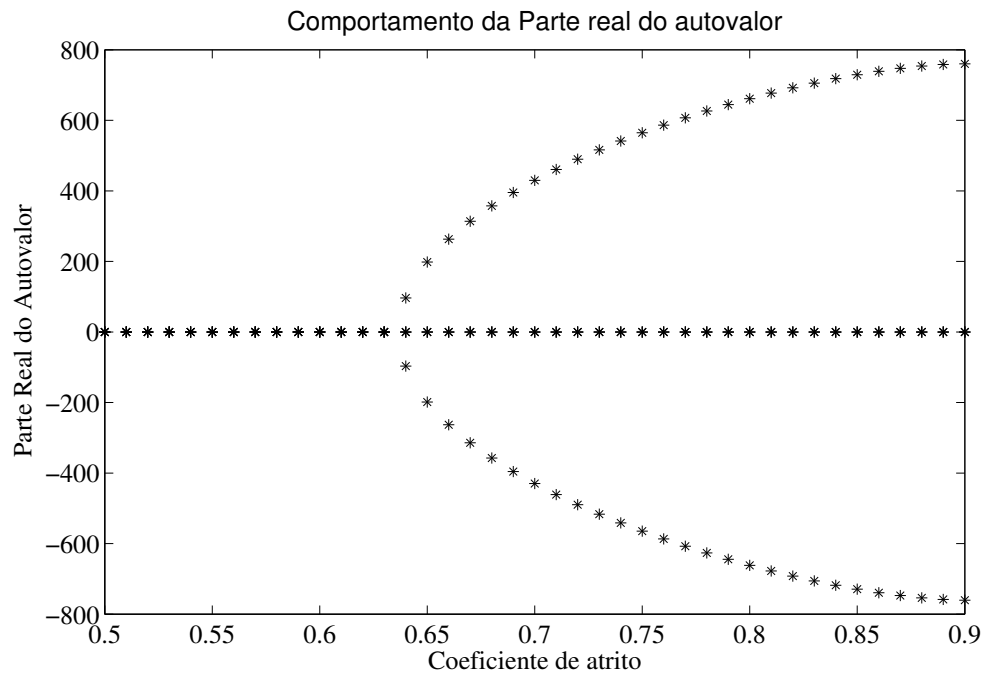


Figura 5.6: Parte real dos autovalores do modelo de 5 graus de liberdade, em função da variação de μ

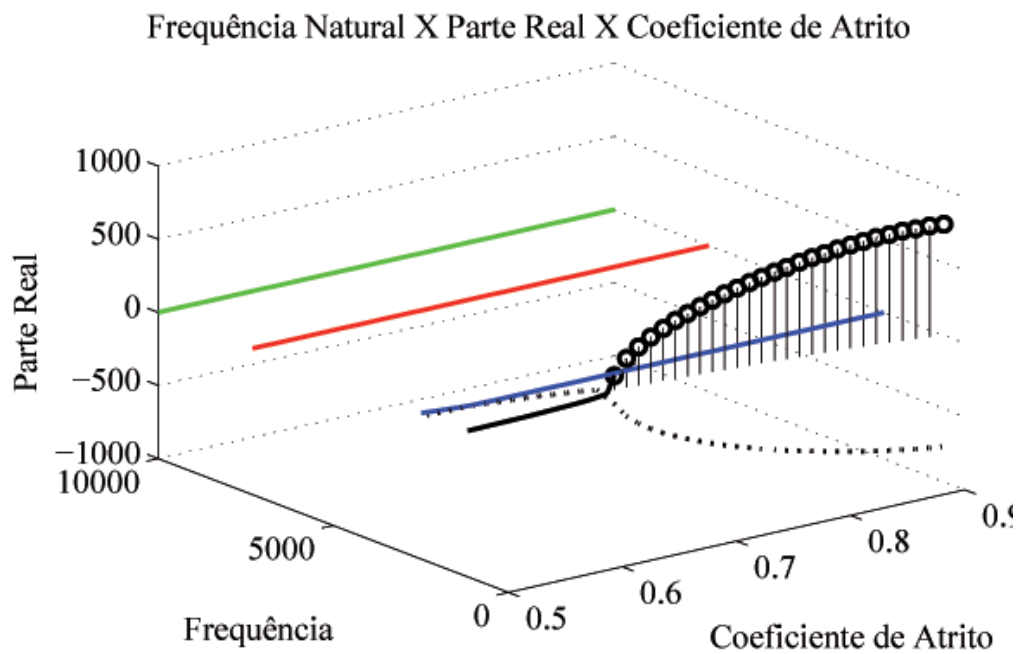


Figura 5.7: Variação dos autovalores, parte real e imaginária, em função de μ

Na Figura 5.7 agrupam-se as três informações: coeficiente de atrito μ , frequências naturais do sistema ω_n e parte real dos autovalores σ . Nesta figura observa-se como as partes reais dos autovalores mantêm-se abaixo do plano zero X-Y (Coeficiente de Atrito - Frequência Natural), até que os modos acoplem-se e a parte real torne-se positiva. No gráfico da Figura 5.7, isso pode ser verificado pelas linhas verticais que ultrapassam o plano horizontal de cota nula da parte real. Conclui-se que esse modelo é capaz de indicar frequências instáveis, ou seja, os autovalores com partes reais positivas indicam suas partes imaginárias como possíveis frequências de *Squeal*. Na próxima seção será analisada a instabilidade do modelo numérico.

5.3 Análise do Squeal usando um modelo de elementos finitos

Neste capítulo, uma análise do *Squeal* com o uso de um modelo numérico implementado é apresentada. O modelo idealizado foi apresentado na Seção 3.2 e é composto pelo disco e pastilhas, interna e externa acoplados com elementos discretos. A metodologia que consiste em uma validação dos modelos separadamente (Capítulo 4), e montagem do acoplamento, será agora avaliada em um software de elementos finitos. Em seguida, são mostradas as possibilidades de uso desta ferramenta computacional em problemas propostos, avaliando-se a influência de parâmetros numéricos e físicos dos modelos.

5.3.1 Avaliação do Elemento de Atrito

Para que fosse verificada a possibilidade do uso do elemento de contato proposto, no software Ansys, bem como do método de solução adotados, primeiramente uma análise com um modelo de 2 GDL foi realizada. O modelo é similar ao apresentado na Seção 3.1.1, envolvendo duas massas, duas molas lineares e um elemento de contato com atrito conforme esquema mostrado na Figura 5.8.

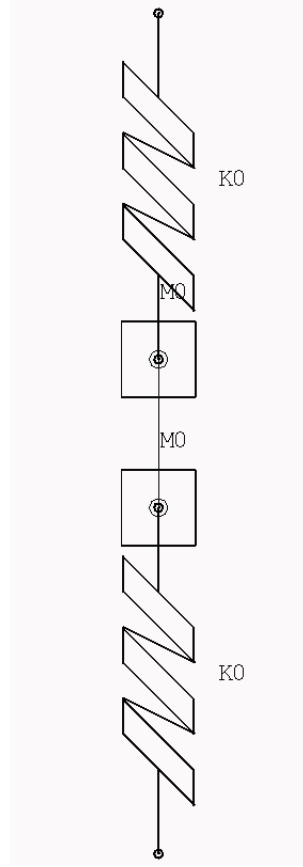


Figura 5.8: Modelo de 2 graus de liberdade implementado no software Ansys

O elemento representado pela Equação 5.7 foi implementado no Ansys, e está localizado entre os dois elementos de massa concentrada, da mesma forma apresentada anteriormente no modelo de 2 GDL. A matriz de rigidez desse elemento foi construída como mostrado na Seção 3.2.3. Pode-se escrever a matriz de rigidez da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} F_{ax} \\ F_{ay} \\ F_{bx} \\ F_{by} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\mu k_c & 0 & \mu k_c \\ 0 & k_c & 0 & -k_c \\ 0 & \mu k_c & 0 & -\mu k_c \\ 0 & -k_c & 0 & k_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_a \\ y_a \\ x_b \\ y_b \end{Bmatrix} \quad (5.7)$$

Essa matriz pode ser implementada no software através do elemento MATRIX27. Esse elemento tem dois nós, com seis graus de liberdade cada um, e permite também a construção de uma matriz de rigidez não simétrica. Os coeficientes da matriz de rigidez da Equação 5.7, foram colocados na matriz de rigidez do elemento do Ansys. A matriz do elemento MATRIX27 é da ordem 12 por 12

e pode ser vista abaixo:

$$[K_{MATRIX27}] = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_3 & . & . & . & . & . & . & . & . & C_{12} \\ C_{79} & C_{13} & C_{14} & . & . & . & . & . & . & . & . & C_{23} \\ C_{80} & C_{81} & C_{24} & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ C_{82} & C_{83} & C_{84} & C_{34} & . & . & . & . & . & . & . & . \\ C_{85} & C_{86} & . & C_{88} & C_{43} & . & . & . & . & . & . & . \\ C_{89} & . & . & . & C_{93} & C_{51} & . & . & . & . & . & . \\ C_{94} & . & . & . & . & C_{99} & C_{58} & . & . & . & . & . \\ C_{100} & . & . & . & . & . & C_{106} & C_{64} & . & . & . & . \\ C_{107} & . & . & . & . & . & . & C_{114} & C_{69} & . & . & . \\ C_{115} & . & . & . & . & . & . & . & C_{123} & C_{73} & . & . \\ C_{124} & . & . & . & . & . & . & . & C_{132} & C_{133} & C_{76} & . \\ C_{134} & C_{135} & C_{136} & C_{137} & C_{138} & C_{139} & C_{140} & C_{141} & C_{142} & C_{143} & C_{144} & C_{78} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Os graus de liberdade correspondentes para essa matriz de rigidez do software podem ser vistos no vetor abaixo:

$$\{V\} = \begin{Bmatrix} U_{XA} \\ U_{YA} \\ U_{ZA} \\ \theta_{XA} \\ \theta_{YA} \\ \theta_{ZA} \\ U_{XB} \\ U_{YB} \\ U_{ZB} \\ \theta_{XB} \\ \theta_{YB} \\ \theta_{ZB} \end{Bmatrix} \quad (5.9)$$

O elemento de acoplamento deve ser capaz de representar as forças normais e forças de atrito.

Assim, ajustando a matriz da Equação 5.7 para a matriz da Equação 5.8, tem-se:

$$[K_c] = \begin{bmatrix} k_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu k_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu k_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu k_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu k_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Ainda para que a análise seja efetivada, deve-se escolher um método de solução adequado. Para tal, conforme mostrado na Seção 3.3.1, o método escolhido foi o QRDAMP, que permite o uso de matrizes não-simétricas, bem como a extração de autovalores complexos. A instabilidade desse modelo de 2 GDL no software Ansys foi avaliada e pode ser vista na Figura 5.9, onde é mostrado a variação da parte real do autovalor σ , em função da variação do coeficiente de atrito μ .

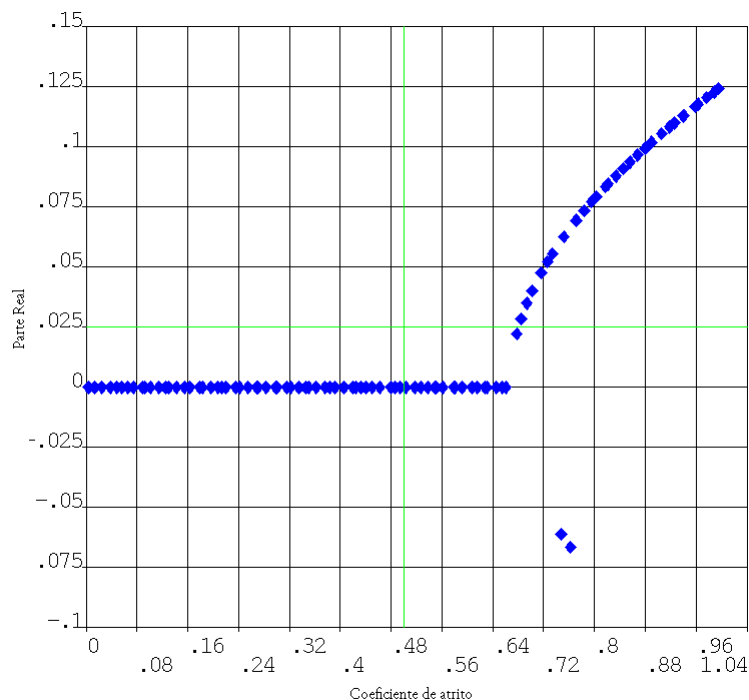


Figura 5.9: Parte real do modelo de 2 graus de liberdade no Ansys em função do coeficiente de atrito

Na Figura 5.9, o coeficiente de atrito μ foi variado de 0 a 1, e percebe-se que a parte real dos autovalores mantém-se zero até aproximadamente $\mu = 0,65$. Após esse valor, assim como mostrado anteriormente no modelo de 2 GDL, a parte real torna-se positiva, caracterizando uma instabilidade. A partir dos resultados desta análise prévia, pode-se afirmar que a implementação do elemento de mola e atrito foram validados no programa Ansys.

5.3.2 Avaliação do Conjunto Disco-Pastilhas

O conjunto disco-pastilhas foi modelado e acoplado com elementos discretos representando o atrito, Seção 5.3.1. Esse modelo tem por objetivo a avaliação de frequências instáveis de um conjunto de freio comumente usado em automóveis. Busca-se assim frequências instáveis, bem

como uma análise do comportamento dos autovalores em função de determinados parâmetros do sistema. Trichês *et al.* (2008) mostra alguns métodos possíveis para a determinação das propriedades do material de atrito e rigidez da mola de contato. No entanto esse tipo de ensaio não foi possível durante essa pesquisa. Sendo assim, para o material de atrito, bem como para a rigidez de contato, foram usadas as seguintes propriedades obtidas da literatura: Módulo de Elasticidade, $E = 1,03 \cdot 10^9 [N/m^2]$; Poisson, $\nu = 0,1$; Densidade, $d = 2200,0 [Kg/m^3]$; e $K_c = 1,3 \cdot 10^9$. A Figura 5.10 mostra a parte real dos autovalores no eixo das ordenadas e a parte imaginária no eixo das abscissas.

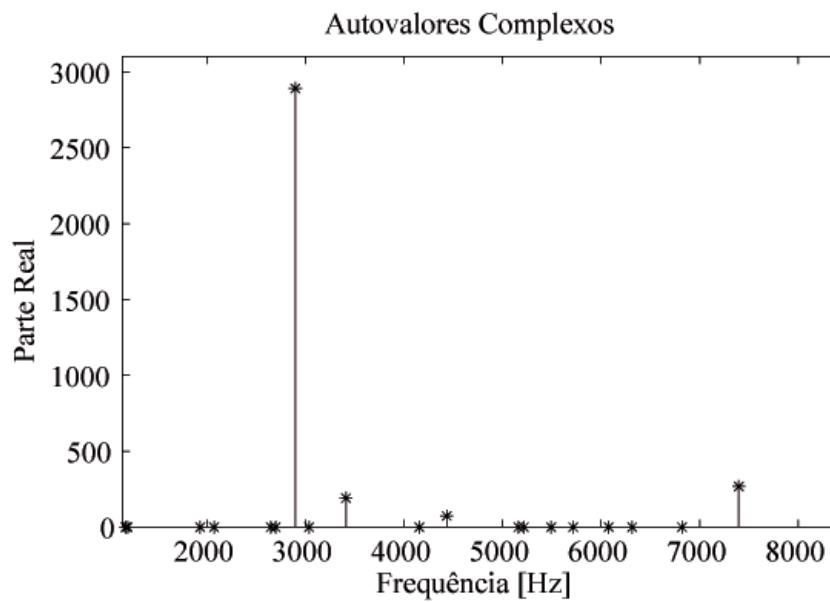
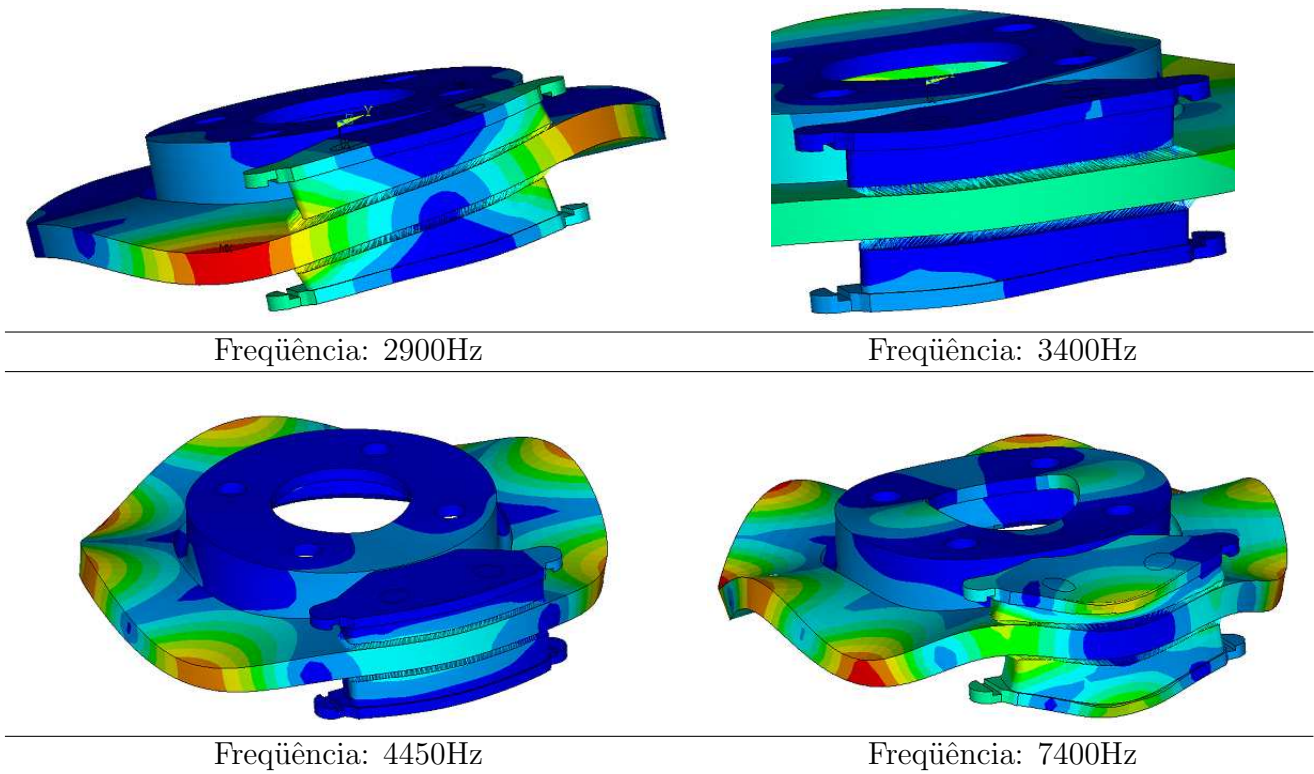


Figura 5.10: Autovalores encontrados para o modelo numérico, disco-pastilhas

Pode-se ver na figura quatro modos onde a parte real ultrapassa o eixo das abscissas. Esses modos têm frequências iguais a 2900 Hz, 3400 Hz, 4450 Hz e 7400 Hz, e cujas partes reais têm portanto valores positivos, caracterizando modos instáveis do sistema. Esses modos podem ser vistos na Tabela 5.3.

Tabela 5.3: Modos Instáveis do conjunto disco-pastilhas



No primeiro modo mostrado, percebe-se um acoplamento entre pastilha e disco, e a pastilha vibra em seu primeiro modo de flexão. Para o segundo caso, modo com frequência de 3400 Hz, percebe-se que a pastilha e disco estão deslocando relativamente no plano da pista do disco, e sabe-se que modos *in-plane* são modos com grande propensão à ocorrência de *Squeal*. No modo acoplado de 4450 Hz, o disco vibra com quatro diâmetros nodais, e percebe-se que não há um grande acoplamento entre os componentes, e também a magnitude da parte real é a mais baixa entre todos os modos. Por fim, no modo de vibrar do conjunto de 7400 Hz, o disco vibra a oito diâmetros nodais e há um grande acoplamento entre os componentes. Mostrou-se assim que esse modelo é capaz de indicar frequências instáveis de um conjunto de freio a disco, podendo então ser analisado parametricamente.

5.4 Análises Paramétricas

Nessa seção é mostrado o comportamento dos autovalores com a variação de determinados parâmetros. O comportamento do sistema mostrado em uma análise paramétrica pode ajudar em diversas decisões de projeto.

O primeiro parâmetro variado é o coeficiente de atrito, assim como foi feito para a análise dos modelos de parâmetros concentrados. Pode-se mostrar, da mesma forma que foi feito para os modelos de parâmetros concentrados, que o comportamento da parte real do autovalor é alterado em função da variação do coeficiente de atrito. A Figura 5.11 mostra o comportamento da parte real de um modo do conjunto disco-pastilhas em função do parâmetro μ .

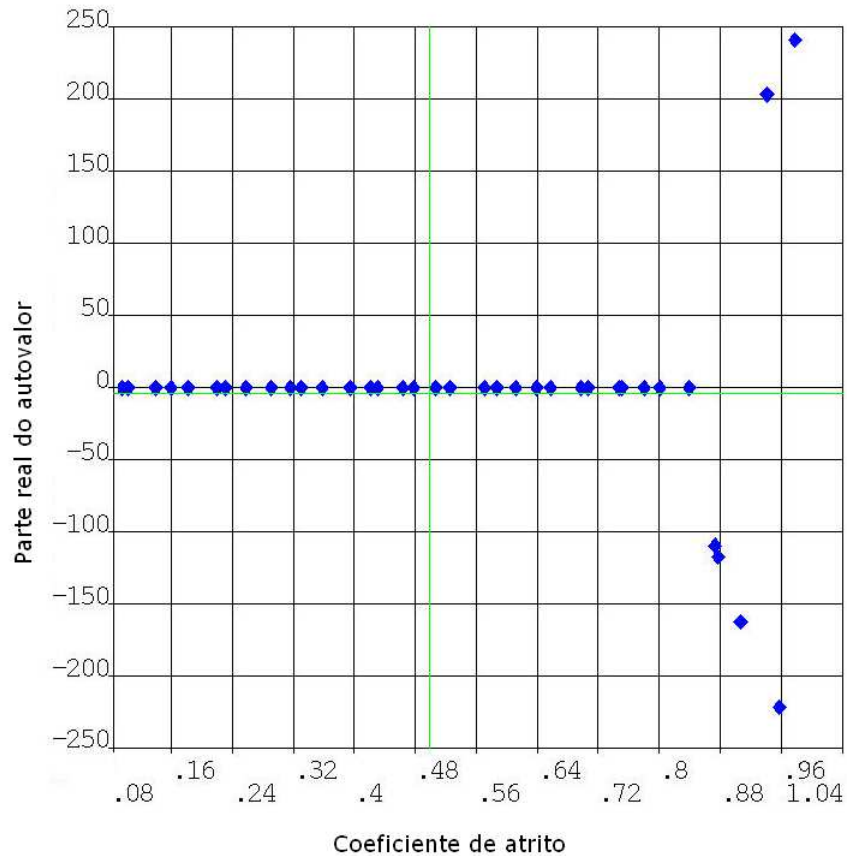


Figura 5.11: Parte Real do Autovalor de um modo de vibrar do modelo de elementos finitos

Percebe-se pela figura que, novamente, o coeficiente de atrito provoca a instabilidade desse modo de vibrar à frequência de 6100 Hz. Porém, para o modelo disco-pastilha de elementos finitos, o número de modos dentro da faixa de frequência adotada (0 a 12800 Hz) é muito grande e esse tipo de análise torna-se complexa. Desta forma, uma análise paramétrica será realizada com um número de valores discretos limitado. Além disso, nota-se que o modo tornou-se instável para $\mu > 0,8$, o que é um valor fora da faixa esperada.

A Figura 5.12 mostra todos os autovalores encontrados para coeficientes de atrito variando entre 0,1 e 0,6.

Figura 5.12: Autovalores em função da variação do coeficiente de atrito no modelo de elementos finitos

Pode-se verificar na figura que a parte real dos autovalores aumenta com o aumento do coeficiente de atrito, assim como é evidenciado em vários trabalhos da literatura. Além disso, com o aumento do coeficiente de atrito, surge mais um modo instável de aproximadamente 5200 Hz. A Figura 5.13 mostra esse modo. Comprovou-se desta forma que um aumento do coeficiente de atrito deixa o sistema mais instável, podendo ser este mais ruidoso, fato evidenciado na prática.

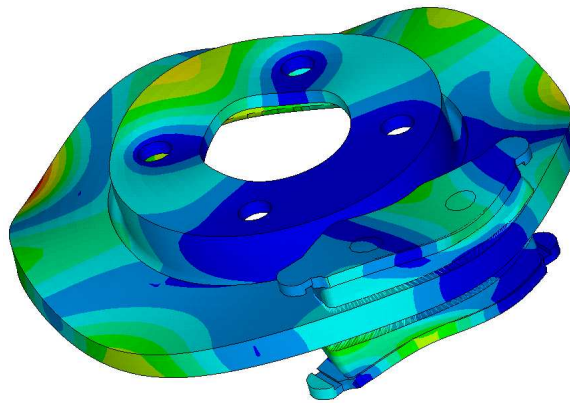


Figura 5.13: Modo instável de 5200 Hz

Na Figura 5.14 pode-se verificar mais detalhadamente como varia o autovalor do modo de 7400 Hz, com a variação do coeficiente de atrito.

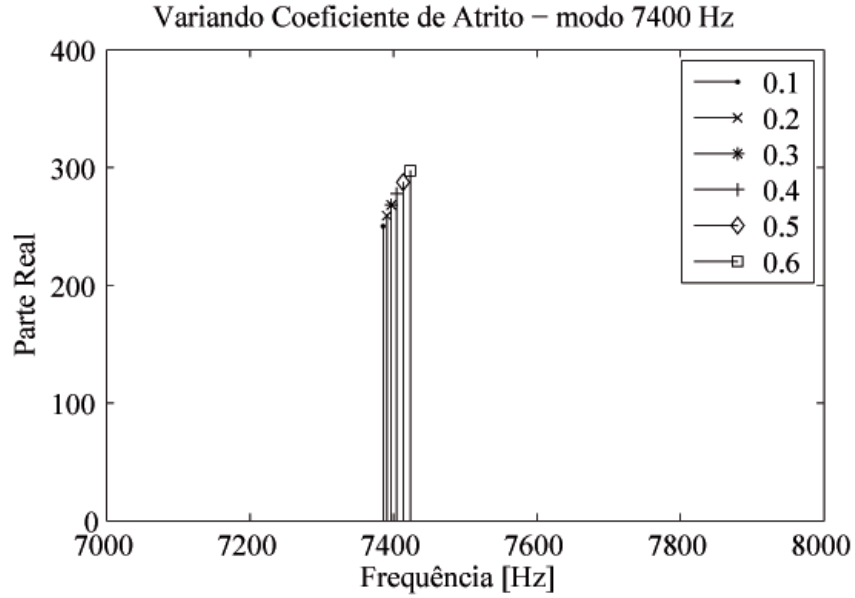


Figura 5.14: Autovalores em função da variação do coeficiente de atrito - de 7 a 8 kHz

Tanto nesse modo como nos outros, a parte real do autovalor tem um aumento de seu valor, mostrando uma maior instabilidade.

Avalia-se também o comportamento dos autovalores com a variação da espessura do material de atrito. Três espessuras para o material de atrito foram adotadas, pastilha gasta $h = 1mm$, meia-gasta $h = 5,75mm$ e nova $h = 11,5mm$. Essas condições são normalmente usadas quando o sistema de freio é submetido a ensaios de forma geral. Os autovalores foram encontrados para as três configurações usando um coeficiente de atrito de $\mu = 0,3$, e os resultados são mostrados no gráfico da Figura 5.15.

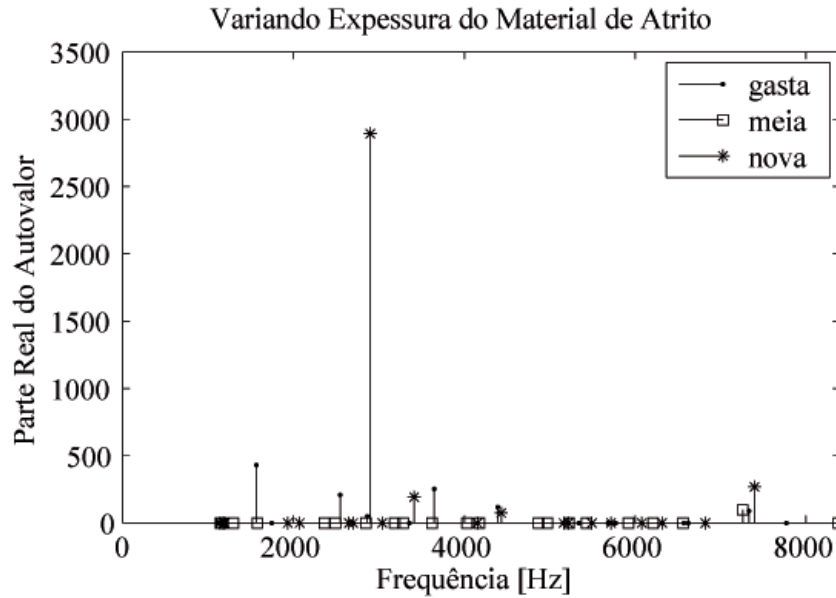


Figura 5.15: Autovalores em função da variação da espessura do material de atrito

Na Figura 5.15 pode-se ver que com a pastilha nova existem 4 modos instáveis, com valor de frequência igual a 2900 Hz, 3400 Hz, 4450 Hz e 7400 Hz. No entanto com a pastilha gasta, alguns desses modos podem desaparecer, e outros podem surgir. Como nesse caso, onde o modo de 2900 Hz por exemplo, deixa de ocorrer para a pastilha meia gasta, enquanto que podem surgir modos instáveis, por exemplo um modo a aproximadamente 1600 Hz. Com a pastilha de freio meia-gasta, o mesmo fenômeno pode acontecer. Isso se deve ao fato das frequências naturais sofrerem mudança com a variação do material de atrito, e alguns modos podem a partir de então deixar de existir, ou passar a se acoplar com determinados modos de vibrar do disco de freio. Este tipo de comportamento pode ser encontrado nos ensaios em veículos, onde por exemplo, alguns freios apresentam maior nível de ruído com pastilha gasta, ou ainda algum ruído deixa de ocorrer na condição de pastilha meia-gasta.

Outro parâmetro avaliado nesse trabalho foi a espessura da plaqueta da pastilha. A espessura foi variada em torno de seu valor real e os autovalores foram encontrados, e os resultados estão resumidos no gráfico da Figura 5.16.

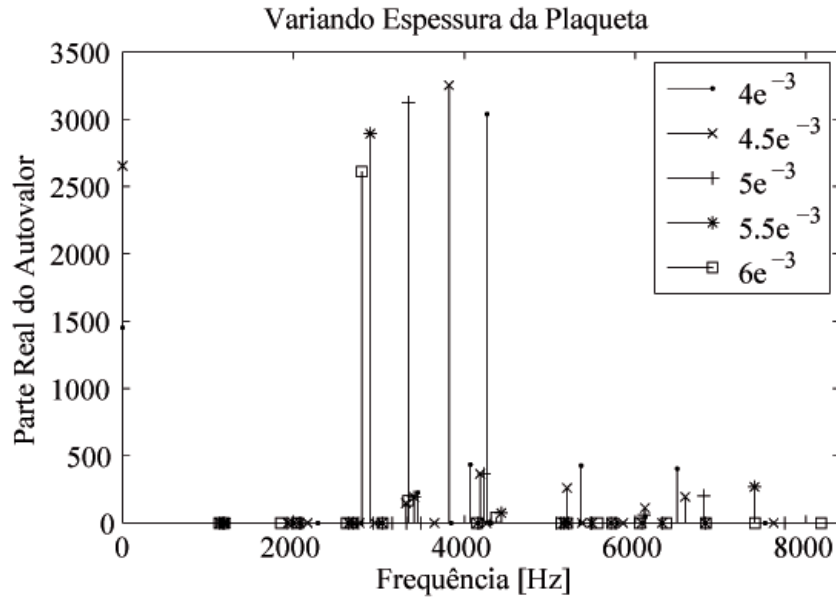


Figura 5.16: Autovalores em função da variação da espessura da placa

Da mesma forma que ocorreu com o material de atrito, nesse caso também podem surgir modos instáveis. Analisando ainda um modo qualquer pela sua parte real, pode-se perceber que esse parâmetro não afeta a instabilidade em proporção direta. Analisando o modo de 2900 Hz, pode-se verificar que a diminuição da espessura provoca inicialmente um aumento da instabilidade, e a partir de certo valor a instabilidade começa a diminuir. A variação desse parâmetro pode provocar um maior ou menor acoplamento modal, afetando assim a instabilidade.

Nestes casos houve uma grande variação no valor das frequências naturais, pois a espessura da placa é um parâmetro importante para definir as frequências dos modos de vibrar de flexão da placa.

Para esse trabalho, como já foi dito, a modelagem foi realizada no software Ansys usando linguagem APDL, permitindo assim uma melhor parametrização de todas as variáveis envolvidas na simulação. Sendo assim, diversos outros parâmetros podem ser facilmente estudados e avaliados em uma análise paramétrica, ajudando em decisões de engenharia.

Capítulo 6

Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos

Neste capítulo são apresentadas as principais conclusões da dissertação, e sugestões de continuidade. A metodologia proposta é avaliada tendo em vista os resultados alcançados, e uma crítica às limitações da técnica proposta é feita.

6.1 Conclusões

Sabe-se que mesmo com diversos estudos envolvendo ruídos em freios automotivos, o problema de projetar dispositivos de frenagem a disco, livres de ruído do tipo *Squeal*, ainda permanece em aberto. No entanto, os estudos da área vêm ajudando no desenvolvimento de projetos menos ruidosos, tendo em vista o avanço nas técnicas de identificação de ruídos e o uso de novos materiais.

Nesse trabalho buscou-se um esclarecimento do fenômeno de geração de ruído do tipo *Squeal* em freios a disco, a caracterização dos mecanismos de atuação, um estudo de sensibilidade dos componentes, e a utilização de uma ferramenta de predição do comportamento dinâmico do sistema.

Buscou-se primeiramente estudar e organizar diversos tipos de ruídos relacionados a freio a disco. Esses dados podem ajudar numa melhor caracterização e identificação dos ruídos. Nessa organização de dados pode-se encontrar tanto ruídos de baixa frequência como de alta frequência, e também alguns detalhes de cada tipo. Porém, na prática, existem mais designações para os ruídos em freios automotivos. Portanto os dados aqui apresentados devem ser continuamente atualizados, para que se tenham dados mais completos de cada tipo de ruído, bem como mais tipos de ruídos caracterizados.

Em seguida fez-se o levantamento de alguns modelos que explicassem o fenômeno e a instabilidade em sistemas de freio a disco, com o objetivo principal de avaliar o *Squeal*. Pôde-se assim

avaliar o uso de alguns modelos de parâmetros concentrados, cuja aplicação em projeto e concepção inicial pode ser efetiva.

O modelo de 2 graus de liberdade adotado mostrou-se capaz de ilustrar uma instabilidade divergente. Mesmo com o uso de um coeficiente de atrito constante o sistema tornou-se instável. Neste caso, a variação da força de atrito ocorre, não devido a uma mudança no coeficiente de atrito, mas sim a uma variação da força normal. Dentro deste escopo a rigidez é um parâmetro essencial na avaliação dos autovalores complexos. Esse modelo, no entanto, não foi capaz de mostrar uma frequência instável, isso é, detectou-se uma instabilidade divergente e portanto torna-se difícil correlacioná-lo com um possível ruído de *Squeal*.

No modelo de 5 graus de liberdade tem-se uma maior complexidade, devido a um maior número de graus de liberdade e devido a um contato direto entre pastilhas e disco, chamado de contato pino-disco. Esse modelo mostrou ter um bom potencial para prever frequências instáveis, e ilustrar uma instabilidade vibratória. O modelo de 5 GDL está de acordo com outros modelos pino-disco da literatura, e permite mostrar o fenômeno *sprag-slip*.

No entanto, os parâmetros que compõem o sistema são difíceis de serem determinados na prática, sendo assim uma correlação dos resultados encontrados, com um conjunto de freio real pode se tornar inviável. O modelo de 5 GDL pode ser usado em uma análise paramétrica, verificando a influência de seus parâmetros de massa e rigidez nos autovalores e na instabilidade.

Para a validação dos modelos numéricos, disco e pastilhas, foram realizadas análises experimentais com cada componente separadamente. De posse dos resultados experimentais, os modelos numéricos foram ajustados, de forma que fosse conseguida uma concordância razoável entre os resultados numérico e experimental.

A avaliação experimental foi importante para que se encontrasse um modelo numérico mais próximo do real, ou seja, um modelo numérico ajustado no que se refere às primeiras frequências naturais e modos próprios do sistema. No entanto, para uma completa caracterização dinâmica dos componentes, deve-se realizar uma análise experimental modal, que não foi possível durante essa pesquisa.

A FRF mostrou ser um método rápido para se estimar e ajustar frequências naturais de modelos. As FRF's obtidas, através de excitações em diversas direções, ajudaram na caracterização do modelo como um todo. Sendo assim, puderam-se caracterizar as frequências tanto dos modos fora do plano, como dos modos no plano do disco. Além disso, pôde-se comprovar que frequências no

plano e fora do plano muito próximas, podem contribuir para eventuais instabilidades que foram previstas na análise de instabilidade.

Essa observação pode ser usada como um passo inicial para evitar modos instáveis, ou seja, podem-se realizar mudanças no disco de freio, ainda na fase de projeto, para que o mesmo não tenha frequências fora, e no plano muito próximas.

Um método numérico como o dos Elementos Finitos, estudado e aplicado nesta dissertação, pode auxiliar no estudo do fenômeno de *Squeal*. O conjunto formado por disco e pastilhas é o passo inicial para o estudo de ruído e instabilidades em freios. O modelo de elementos finitos pode representar adequadamente, com boa precisão de detalhes, a geometria dos componentes, assim como as suas frequências naturais. Sendo assim, com base nos resultados teóricos e experimentais, pode-se afirmar que o modelo de elementos finitos representa adequadamente o comportamento dinâmico de um freio a disco. Porém, como foram simulados numericamente somente o disco e a pastilha, não se pode nesse modelo verificar ruídos provocados por outros componentes, bem como avaliar a influência desses componentes nos autovalores e na instabilidade do sistema. Os desvios encontrados nos modos que puderam ser identificados, são inferiores a 3,35% para as frequências naturais da plaqueta, na faixa de frequência analisada, e de 5,43% para as frequências naturais do disco nessa mesma faixa. Estes valores precisam ser melhor avaliados, fazendo-se uma análise modal experimental dos componentes.

O elemento de mola representando o atrito na interface disco-pastilha, tornando a matriz de rigidez não-simétrica, fez com que, através do método adotado, fossem extraídos autovalores complexos. Conseqüentemente alguns desses autovalores podem ter parte real positiva, caracterizando um modo instável. A frequência desse modo poderá então ser comparada a uma frequência de ruído encontrada no freio estudado.

Como o modelo numérico mostrou ser capaz de representar frequências instáveis, pode-se fazer uso de uma análise paramétrica para verificar o comportamento e sensibilidade do conjunto, com a variação de determinados parâmetros. Essa análise de sensibilidade pode ajudar na tomada de decisões de projeto, e ajudar no projeto de freios menos ruidosos. A mudança de parâmetros ainda na fase de projeto, além de diminuir o custo com ensaios e protótipos, ajuda na obtenção de freios com um menor número de modos instáveis, ou ainda de freios menos ruidosos.

6.2 Propostas de trabalhos futuros

O fechamento e validação da metodologia proposta envolve a comparação das frequências de ocorrência de ruído do tipo *Squeal* encontradas em ensaios de dinamômetros, ou mesmo em veículo, com as predições realizadas nesta dissertação. Todavia, a execução destes ensaios depende de equipamentos sofisticados não disponíveis para a realização desta pesquisa. Esta validação em dinamômetro deve ser realizada em trabalhos futuros.

Para o aperfeiçoamento do modelo sugere-se um estudo adicional nos seguintes aspectos: modelagem do amortecimento, modelagem de não-linearidades como as presentes no material de atrito, modelagem dos demais componentes de freio, inclusão dos efeitos da temperatura, e do coeficiente de atrito variável. O modelo pode ficar mais complexo e caro computacionalmente com o acréscimo de outros componentes do conjunto freio a disco; no entanto, desta forma pode-se avaliar a influência desses componentes no âmbito de estudo dos autovalores complexos. Mesmo os outros componentes não tendo uma relação tão forte e direta com o ruído, os contatos entre esses componentes e acoplamentos modais podem alterar a ocorrência de *Squeal*.

Num âmbito experimental, uma análise modal de todos os componentes envolvidos faz-se necessária, para uma confirmação dos modos encontrados pelos modelos numéricos adotados. Uma completa caracterização de todos os componentes poderá ser realizada em um trabalho futuro, assim pode-se obter modelos mais precisos e de melhor representação do fenômeno real, e conseqüentemente boa correlação com resultados experimentais.

A implementação de uma metodologia baseada em soluções no domínio do tempo seria de grande interesse, não apenas para que sejam verificadas as limitações e embasamentos desse tipo de análise, mas também para que os resultados aqui encontrados, com a metodologia adotada, possam ser comparados com outras metodologias.

Pode-se ainda adicionar ao sistema efeitos que, verificados na prática, podem alterar a geração de ruído, tais como: influência da pressão de frenagem, influência da temperatura e umidade, velocidade de frenagem e influência de um contato não uniforme e não-linear entre as superfícies.

Na modelagem numérica, pode-se acrescentar o efeito da interação vibro-acústica, mostrando como é o comportamento do ruído de freio a disco, no que se refere ao campo acústico gerado e radiado. Experimentalmente, pode-se por meio de holografia determinar e medir campos acústicos, ajustando um modelo vibro-acústico e ajudando a conhecer o fenômeno de *Squeal* durante uma operação de frenagem.

Referências

- Abdelhamid, M. (1995). “Creep-groan of disc brakes.” *SAE Paper*, 951282.
- Abdelhamid, M. e Denys, E. (2005). “Disc brake squeal: Mechanisms, analysis, evaluation, and reduction/prevention. sae book monograph.” *Cap.10 Los Angeles City Traffic (LACT) Testing*, 229–248.
- AbuBakar, A. R., AbdulHamid, M. K., Mohamad, M., Dzakaria, A., e AbdGhani, B. (2006). “Numerical analysis of disc brake squeal considering temperature dependent friction coefficient.” *Faculty of Mechanical Engineering, Universiti Teknologi Malaysia, 81310 UTM Skudai*.
- Akay, A. (2002). “Acoustics of friction.” *Journal of Acoustical Society of America*, 111(4), 1525–1548.
- Balvedi, A. e Gerges, S. (2003). “Application of sound intensity and acoustical measurements in the analisys of brake squeal noise mechanisms.” *6th International Brake Colloquium and Engineering Display, Caxias do Sul - RS: SAE - Brasil*.
- Bergman, F., Eriksson, M., e Jacobson, S. (1999). “Influence of disk topography on generation of brake squeal.” *Wear*, 225 Number 1, 621–628.
- Blevins, D. R. (1979). *Formulas for natural frequency and mode shape*. Ed. Litton Educational Publishing, New York.
- Brecht, J., Hoffrichter, W., e Dohle, A. (1997). “Mechanisms of brake creep-groan.” *SAE Paper*, 973026.
- Chan, S., Mottershead, J., e Cartmell, M. (1994). “Parametric resonances at subcritical speeds in discs with rotating frictional loads.” *Proceedings of IMechE*, PartC208, 417–425.

- Dai, Y. e Lim, T. C. (2006). “Suppression of brake squeal noise applying finite element brake and pad model enhanced by spectral-based assurance criteria.” *Applied Acoustics*, (in-press).
- Dessouki, O., Drake, G., Lowe, B., e Chang, W. (2003). “Disc brake squeal: Diagnosis and prevention.” *Noise and Vibration Conference and Exhibition Traverse City, Michigan - USA: SAE*.
- Dunlap, K., Riehle, M., e Longhouse, R. (1999). “An investigative overview of automotive disc brake noise.” *International Congress and Exposition Detroit, Michigan - USA: SAE*.
- Ewins, D. J. (2000). *Theory, Practice and Application*. Research Studies Press Ltd, Baldock.
- Felske, A., Hoppe, G., e Matthai, H. (1978). “Oscillations in squealing disc brakes-analysis of vibration modes by holographic interferometry.” *SAE Paper, 780333*.
- Ferreira, J. V. (1998). “Dynamic response analysis of structures with nonlinear components,” PhD thesis, University of London.
- Fieldhouse, J. D., Ettemeyer, A., e Chen, F. (2005). “Disc brake squeal: Mechanisms, analysis, evaluation, and reduction/prevention. sae book monograph.” *Cap.14 Laser Metrology and its Applications to Brake Squeal*, 329–371.
- Flint, J. e Hald, J. (2003). “Traveling waves in squealing disc brakes measured with acoustic holography.” *21th Annual Brake Colloquium and Exhibition Hollywood, Flórida - USA: SAE*.
- Guan, D. e Jiang, D. (1998). “A study on disc brake squeal using finite element methods.” *SAE Paper, 980597*.
- Hibbeler, R. C. (2006). *Estática, Mecânica para Engenharia*. Pearson, São Paulo.
- Inman, D. J. (2001). *Engineering Vibration*. Prentice Hall, New Jersey.
- Jacko, M. G., Tsang, P. H., e Rhee, S. K. (1984). “Automotive friction materials evolution during the past decade.” *Wear*, 100, 503–515.
- Jordan, R., Jr., M. T., e Gerges, S. (2003). “Determinação de propriedades mecânicas de materiais de fricção de pastilhas de freio através de ensaios dinâmicos.” *6th International Brake Colloquium and Engineering Display, Caxias do Sul - RS: SAE - Brasil*. 41–47.

- Kinkaid, N., O'Reilly, O., e Papadopoulos, P. (2003). "Automotive disc brake squeal: Review." *Journal of Sound and Vibration*, 267, 2003.
- Kubota, M., Suenaga, T., e Doi, K. (1998). "A study of the mechanism causing high-speed brake judder." *SAE Paper*, 980594.
- Liles, G. (1989). "Analysis of disc brake squeal using finite element methods." *SAE Paper*, 891150.
- Luo, J. e Lock, A. (2005). "Disc brake squeal: Mechanisms, analysis, evaluation, and reduction/prevention. sae book monograph." *Cap.11 Noise Dinamometer and Vehicle Test Correlation*, 249–272.
- Meirocitch, L. (1986). *Elements of Vibration Analysis*. McGraw-Hill, Inc., U.S.A.
- Mottershead, J., Ouyang, H., Cartmell, M., e Friswell, M. (1994). "Parametric resonances in annular disc, with rotating system of distributed mass and elasticity; and the effects of friction and damping." *Proceedings of the Royal Society of London*, 453 N1, 1–19.
- Munhoz, E. O. (2006). "Estudo em análise modal de uma lavadora de roupas de eixo vertical. Master's thesis, Escola de Engenharia de São Carlos.
- Nack, W. (2000). "Brake squeal analysis by the finite element method." *International Journal of Vehicle Design*, 23 Nos. 3-4, 263–275.
- North, N. (1976). "Disc brake squeal." *Proceedings os IMechE*, C38/76, 169–174.
- Oh, J.-E., Joe, Y.-G., e Shin, K. (2005). "Analysis of out-of-plane motion of a disc brake system using a two-degree-of-freedom model with contact stiffness." *Journal Automobile Engineering*, 219, Part D.
- Ouyang, H. (2005). "Disc brake squeal: Mechanisms, analysis, evaluation, and reduction/prevention. sae book monograph." *Cap.3 Parametric Vibration Induced by Moving Loads*, 49–78.
- Ouyang, H., Mottershead, J., Brookfield, D., James, S., e Cartmell, M. (2000). "A methodology for the determination of dynamic instabilities in a car disc brake." *International Journal of Vehicle Design*, 23 (3/4), 241–262.

- Ouyang, H., Nack, W., Yuan, Y., e Chen, F. (2005). “Numerical analysis of automotive disc brake squeal: a review.” *International Journal of Vehicle Noise and Vibration*, 1, 3/4.
- Pfeifer, J. (2006). “Noise and vibration terminology.” *U.S. Working Group - NVH*.
- Quaglia, R. L. e Chen, F. (2005). “Disc brake squeal: Mechanisms, analysis, evaluation, and reduction/prevention. sae book monograph.” *Cap.15 Squeal Reduction and Prevention*, 373–389.
- Rhee, S., Tsang, Y., e Wang, Y. (1989). “Friction-induced noise and vibration of disc brakes.” *Wear*, 133, 39–45.
- Shin, K., Brennan, M. J., e Oh, J.-E. (2002). “Analysis of disc brake noise using a two-degree-of-freedom model.” *Journal of Sound and Vibration*, 254, 837–848.
- Silva, M. E., Santos, W., e Dias, P. (2003). “Atrito: salvando aparências.” *XV Simpósio Nacional de Ensino de Física*. 593–601.
- Spurr, R. T. (1961). “A theory of brake squeal.” *Proceedings of the Automobile Division*, 1, 33–52.
- Swartzfager, D. e Seingo, R. (1998). “Relationship of the transfer film formed under low pressure drag conditions and torque variation.” *SAE Paper*, 982255.
- Tan, C. e Chen, F. (2005). “Disc brake squeal: Mechanisms, analysis, evaluation, and reduction/prevention. sae book monograph.” *Cap.1 Mechanisms and Causes of Disc Brake Squeal*, 1–25.
- Thompson, J. K. (2005). “Disc brake squeal: Mechanisms, analysis, evaluation, and reduction/prevention. sae book monograph.” *Cap.9 Dinamometer Testing*, 215–228.
- Tolstoi, D. M. (1967). “Significance of the normal degree of freedom and natural normal vibrations in contact friction.” *Wear*, 10(3), 199–213.
- Trichês, J. M., Gerges, S., e Jordan, R. (2004). “Reduction of squeal noise from disc brake systems using constrained layer damping.” *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, Rio de Janeiro - RJ - Brazil*, XXVI, 340–348.
- Trichês, J. M., Gerges, S. N. Y., e Jordan, R. (2008). “Analysis of brake squeal noise using the finite element method: a parametric study.” *Applied Acoustics*, 69, 147–162.

- Wickert, J. (2005). “Disc brake squeal: Mechanisms, analysis, evaluation, and reduction/prevention. sae book monograph.” *Cap.7 Vibration of Disc Brake Rotors*, 161–185.
- Yuan, Y. (1995). “A study of the effects of negative friction-velocity gradient on brake squeal.” *Des. Eng. Tech. Conf.*, 84-1, 1153–1162.
- Yuan, Y. (1996). “An eigenvalue analysis approach to brake squeal problem.” *Proceeding of the 29th ISATA Conference Automotive Braking Systems*.

Apêndice A

Atrito

As primeiras evidências do atrito ocorreram quando Leonardo Da Vinci (1452-1519), percebeu que havia uma força que impedia os movimentos mecânicos, reconhecendo assim a importância da resistência ao atrito não apenas nos sólidos, mas também nos gases e líquidos. Da Vinci estudou o comportamento de alguns sistemas e criou leis empíricas para representar o atrito (Silva *et al.* 2003). As hipóteses básicas adotadas indicavam que a resistência de fricção: muda com a natureza das superfícies em contato, depende do grau de polimento das superfícies, é independente da área da superfície em contato, cresce em proporção direta à carga, e pode ser reduzida interpondo elementos de rolamento ou fluidos lubrificantes entre superfícies de contato.

Porém, Leonardo não divulgou seus experimentos, e em 1699 o cientista Amonton mostrou publicamente que a força de atrito é independente da área de contato e é diretamente proporcional à força normal. Em consequência disso, o coeficiente de atrito μ foi considerado independente da força normal. Somente em 1875 Coulomb mostrou que μ poderia ser função da velocidade de escorregamento, e fez uma clara distinção entre o coeficiente de atrito estático e o dinâmico.

Existem ainda diversas outras teorias que descrevem o fenômeno de fricção entre superfícies, tais como a teoria de adesão de Bowden e Tabor, leis de fricção variável e a teoria de Suh e Sin. No entanto, devido ao fato dos modelos de freios serem complexos e com comportamento dinâmico variável, essas teorias ainda não foram completamente absorvidas em pesquisas na área. (Kinkaid *et al.* 2003).

O atrito pode ser definido como uma força de resistência que atua em um corpo, evitando ou retardando seu deslizamento em relação a um segundo corpo ou a uma superfície com a qual ele está em contato. Essa força sempre atua tangente à superfície em pontos de contato com outros corpos e seu sentido é oposto a um possível ou existente movimento de um corpo em relação a

esses pontos (Hibbeler 2006).

Um movimento amortecido comum que ocorre em máquinas em geral, pode ser causado pelo escorregamento com atrito ou atrito seco, sendo assim chamado de amortecimento de Coulomb. Problemas de vibrações com atrito de Coulomb são exemplos típicos de não-linearidade, e conseqüentemente são problemas mais complexos. Um exemplo simples desse tipo de problema pode ser visto na figura (A.1).

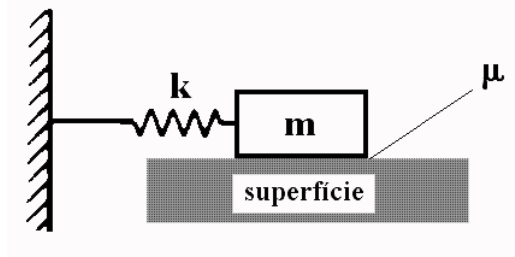


Figura A.1: Massa-mola escorregando sobre uma superfície com coeficiente de atrito μ

A equação de movimento desse sistema pode ser escrita da seguinte forma:

$$m\ddot{x} + \mu \cdot mg \cdot \text{sgn}(\dot{x}) + kx = 0 \quad (\text{A.1})$$

sendo m a massa do corpo, k a rigidez da mola, g a aceleração da gravidade, μ o coeficiente de atrito, x o deslocamento e “sgn” indicando o sinal.

Essa equação diferencial de segunda ordem não-linear pode ser resolvida numericamente, dividindo em intervalos que correspondam as mudanças de direção do movimento da massa m , e resolvendo-se esses intervalos separadamente. No modelo acima pode-se chegar a conclusões interessantes de um sistema massa-mola com atrito de Coulomb. Primeiro, a amplitude do movimento desse tipo de problema decai linearmente e não exponencialmente (como é visto em sistemas com amortecimento viscoso). Segundo, o movimento sob atrito de Coulomb chega a uma parada completa em uma posição de equilíbrio diferente da inicial, ou seja, não oscila em torno da posição $x = 0$. E, finalmente, a frequência de oscilação de um sistema com atrito de Coulomb é a mesma de um caso não-amortecido, enquanto o amortecimento viscoso altera essa frequência.

No estudo de ruído de freio, freqüentemente é adotada a condição do coeficiente de atrito variando com a velocidade de escorregamento. No entanto segundo Tolstoi (1967), a dependência da força de fricção com o deslocamento normal entre os corpos em contato pode, em muitos casos, ser a fonte aparente da dependência de μ com a velocidade de escorregamento. Assim, isso também

pode explicar o fato de muitos estudos hoje em dia usarem o coeficiente de atrito constante, porém considerando a flexibilidade da pastilha e discos.

Outro fato que dificulta uma análise com o coeficiente de atrito variando com a velocidade, são as fontes de variação de μ . O coeficiente de atrito varia também com a pressão de frenagem e com a temperatura, e devido a essas grandes variações, sua determinação é complicada, principalmente quando tenta-se levar em consideração sua variação com a velocidade de escorregamento. Além desses fatores, sabe-se que o coeficiente de atrito varia com o desgaste do sistema de freio.

Akay em seu trabalho mostrou os diversos tipos de sons encontrados, desde a engenharia até a natureza, provocados pelo atrito. Segundo o autor, a condição sob a qual o atrito fornece mais energia ao sistema, do que o mesmo pode dissipar, constitui a base para a maioria das instabilidades observadas em vibrações excitadas por atrito, e é a principal fonte de radiação sonora resultante, (Akay 2002).

Apêndice B

Dimensões dos Componentes

Nessa seção são apresentadas as dimensões dos componentes do sistema de freio em questão. O disco de freio é do tipo sólido, com quatro furos no chapéu, e pode ser visto na Figura B.1. Todas as dimensões da figura estão em milímetros [mm].

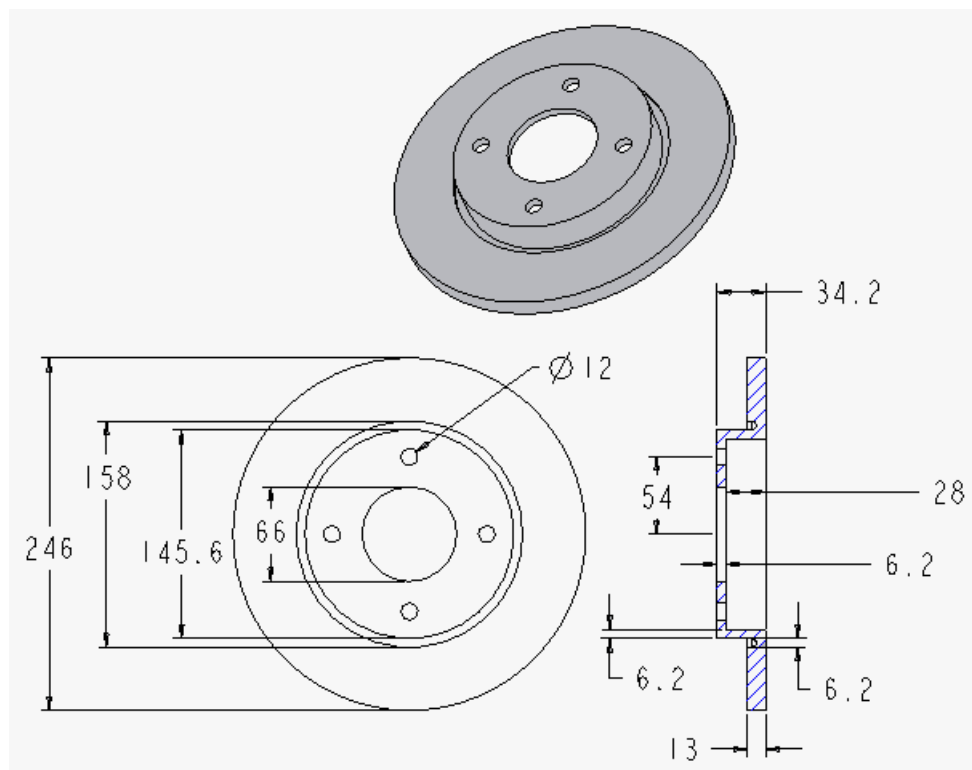


Figura B.1: Dimensões do disco de freio

Abaixo é apresentada uma tabela com as propriedades ajustadas para simulação com o disco de freio em questão.

Tabela B.1: Propriedades do material do disco de freio

Propriedade	Valor [S.I.]
Módulo de Elasticidade	$E = 1,3 \cdot 10^{11} [N/m^2]$
Poisson	$\nu = 0,26$
Densidade	$d = 7200 [Kg/m^3]$

A pastilha de freio, composta por plaqueta e material de atrito, pode ser vista na Figura B.2. Todas as dimensões da figura estão em milímetros [mm].

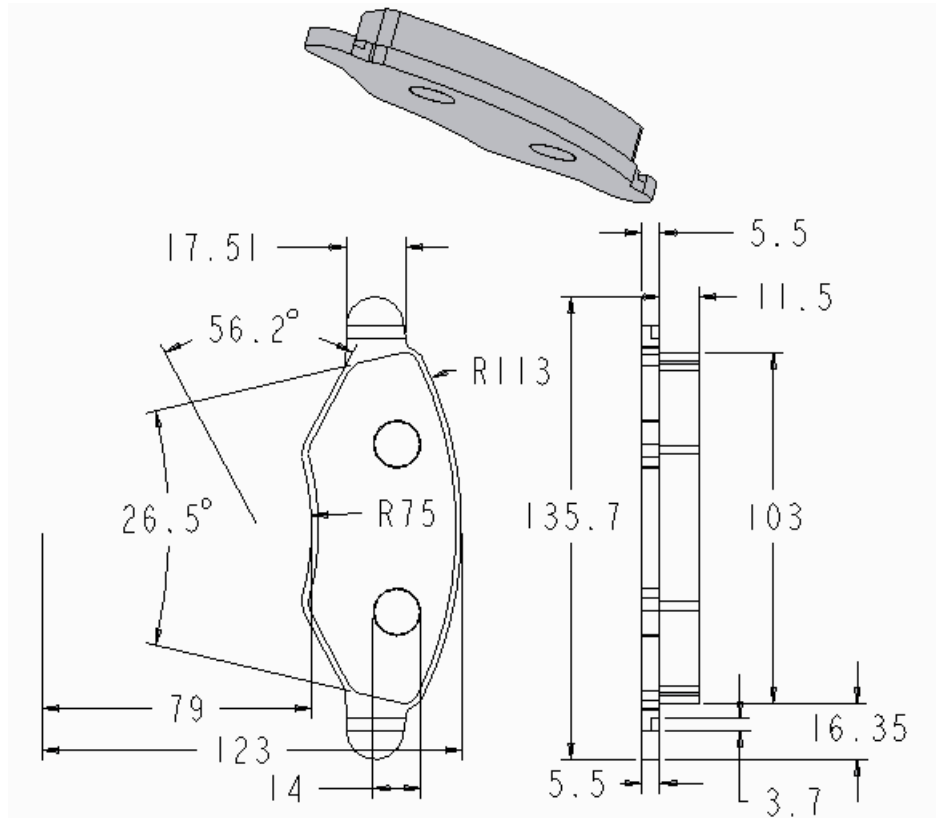


Figura B.2: Dimensões da pastilha de freio

Da mesma forma que foi feito para o disco de freio, na Tabela B.2 são encontradas as propriedades tanto da plaqueta como do material de atrito adotados.

Tabela B.2: Propriedades do material da pastilha de freio
Plaqueta

Propriedade	Valor [S.I.]
Módulo de Elasticidade	$E = 1,9 \cdot 10^{11} [N/m^2]$
Poisson	$\nu = 0,29$
Densidade	$D = 7800 [Kg/m^3]$

Material de Atrito

Propriedade	Valor [S.I.]
Módulo de Elasticidade	$E = 1,03 \cdot 10^9 [N/m^2]$
Poisson	$\nu = 0,1$
Densidade	$d = 2200 [Kg/m^3]$

Apêndice C

Medidas que podem ajudar a minimizar o Squeal

Nessa seção serão mostradas algumas soluções, exemplos de mudanças realizadas em freios a disco, encontradas durante a pesquisa bibliográfica, que podem ajudar a minimizar o ruído. Essas informações podem ajudar engenheiros a tomar decisões para a construção de freios menos ruidosos. Algumas dessas soluções, no entanto, apresentam dificuldades em termos de implementação.

Como muitas vezes esse tipo de informação é sigilosa, não se tem maiores detalhes de como certas medidas podem auxiliar na redução do ruído. Porém conceitos introdutórios serão agora apresentados.

Akay (2002), mostrou em seu trabalho duas soluções interessantes para a diminuição da amplitude do ruído de *Squeal*. A primeira se refere a um rasgo estreito e reto, feito radialmente na superfície do disco de freio. Ele ainda mostrou que quanto maior o comprimento do rasgo, maior a redução no pico de amplitude da função de transferência do disco. Esse método mostrou-se efetivo, principalmente para ruído de *Squeal* de alta frequência.

A segunda solução é o uso de anéis de amortecimento ao redor da circunferência do disco. A inclusão de anéis em discos pode ser vista também no trabalho de (Wickert 2005), onde o anel eliminou completamente os picos da função de transferência das ondas de flexão do disco de freio. Esses anéis agem reduzindo as vibrações através do atrito entre o anel e o disco.

Dessouki *et al.* (2003), cita algumas alterações que ajudam na diminuição do *Squeal*. Para o *Squeal out-of-plane* algumas ações são: chanfros, pastilhas mais curtas, e *shims*.

O autor também mostrou que a assimetria do disco, obtida através de ranhuras, aletas, entre outros, pode desacoplar as raízes duplas, aumentando a dificuldade para excitar o disco. No entanto o grau de assimetria necessário para eliminar a excitação do disco irá resultar em uma

assimetria significativa, analisando-se uma perspectiva de massa, o que não é desejado. Esse é um dos principais motivos de muitas vezes não se encontrar discos não-simétricos na prática.

Enrijecendo o disco, o número de modos axiais na faixa de frequência audível e a magnitude da resposta é diminuída. O enrijecimento do disco na direção axial pode ser obtido através de: aumento da espessura da pista, aumento no número de aletas e aumento da espessura da aleta. O amortecimento do disco de freio pode ser conseguido de diferentes maneiras, tais como: mudança no material (aumento do carbono equivalente) e o aumento do amortecimento de Coulomb, através do uso de molas, *shims* ou anéis no lado ventilado do disco.

Segundo o autor, *Squeal* de alta frequência é resultado principalmente de uma excitação dos modos tangenciais, *in-plane*, do disco. Sendo assim, uma forma de se eliminar esses modos é fazendo um rasgo na superfície de contato do disco na direção radial. Porém isso pode causar um contato desigual da pastilha, ou ainda um empenamento da face do disco bem como uma diminuição de sua durabilidade. Uma outra alternativa é limitar o nível de resposta desses modos, aumentando a espessura da pista ou acrescentando amortecimento ao disco, como explicado anteriormente.

Outro modo *in-plane* problemático, porém não muito comum, é encontrado exclusivamente em discos de freio ventilados, e é um modo onde ocorre um deslocamento relativo entre as pistas do disco. Sendo assim, os primeiros parâmetros para controle dos ruídos causados por esses modos são: o número de aletas, a espessura das mesmas, e a relação altura-espessura das aletas.

O autor ainda apresenta algumas medidas para se realizar, conforme a frequência de ruído se relaciona. Se a frequência em questão estiver alinhada com os modos de flexão do *tie bar* pode-se usar como medida de projeto, um aumento ou uma diminuição da seção do *tie bar*, e/ou acrescentar massa ao *tie bar*.

No entanto, se a frequência em questão estiver alinhada com as frequências dos modos *in-plane* tangenciais do disco pode-se: aumentar a rigidez do disco (aumentar a espessura da pista), aumentar amortecimento do disco (anéis), fazer uso de discos de freio não-simétricos (rasgos, peso, etc.), e/ou diminuir o valor do coeficiente de atrito do material de atrito da pastilha.

Por fim, se a frequência do ruído está alinhada com os modos axiais do disco algumas medidas são: fazer chanfros no material de atrito da pastilha, diminuir o comprimento das pastilhas de freio, adicionar *Shims* (adicionam amortecimento à pastilha), fazer uso de discos não-simétricos, aumentar o amortecimento do disco, alterar a rigidez fora do plano do disco (espessura da pista), e/ou diminuir o coeficiente de atrito do material de atrito

Fosberry e Holubecki apud Kinkaid et al. (2003) listaram alguns métodos que ajudam a eliminar o *Squeal*, porém os autores não publicaram maiores detalhes. Esses métodos estão listados abaixo:

1. Uso de um produto *anti-Squeal* entre a plaqueta e a pinça. Basicamente esse produto é uma mistura de água, polímero, etc.
2. Aplicação de graxa, o que permite uma maior liberdade na área de contato pistão-plaqueta.
3. Uso de *shims*.
4. Chanfros e rasgos no material de atrito.
5. Lixamento nas superfícies do disco.
6. Lubrificação dos pinos guia e trava.

Outra medida comumente mencionada é o fato de que as frequências naturais dos componentes: pastilhas, disco e pinça, devem ser bem espaçadas para que se diminua uma propensão ao *Squeal*.

Cunefare e Graf apud Kinkaid et al. (2003) propuseram o uso de atuadores piezoelétricos em contato com a plaqueta interna do sistema de freio. Esse atuador tem a função de atenuar o efeito das forças de atrito através de uma perturbação de alta frequência. O transdutor pode ser colocado dentro do pistão e então uma voltagem de alta frequência é aplicada ao transdutor fazendo com que a pastilha vibre. A título de exemplo, para eliminar um *Squeal* de 5,6 kHz, os autores excitaram o transdutor acima de 20 kHz com voltagens acima de 177 V rms.

Dunlap *et al.* (1999) fizeram diversas investigações em um sistema de freio. Em um estudo de caso de *Squeal* de baixa e de alta frequência os autores verificaram pontos interessantes para uma diminuição do ruído.

Os ensaios em veículo feito pelos autores mostraram um ruído de *Squeal* entre 2500 e 2600 Hz. Sendo que o disco de freio e a pinça tinham frequências naturais de 2640 Hz e 2546 Hz. A solução sugerida foi desacoplar esses modos de frequências próximas. No entanto, devido a restrições de projeto, não foram feitas mudanças geométricas, mas sim de material. O ferro fundido cinzento foi substituído por um outro ferro fundido de maior amortecimento, buscando assim uma diminuição da amplitude de resposta do disco através de um acréscimo de amortecimento. O amortecimento, nesse caso, não apenas colaborou com a eliminação do ruído, como também alterou a frequência natural do disco, que caiu em aproximadamente 400 Hz.

No estudo de um caso de *Squeal* de alta frequência os autores mediram o ruído de um conjunto freio a disco em um dinamômetro, e foram encontradas 3 frequências de ruídos. Para esse caso, as FRF's do disco também foram obtidas, nas direções transversal e tangencial a superfície do disco. Os autores identificaram que as frequências dos ruídos estavam diretamente relacionadas com as frequências obtidas da excitação tangencial do disco, para tal buscou-se desacoplar os modos fora do plano e no plano.

No caso do modelo numérico proposto nessa dissertação, algumas das medidas aqui citadas podem ser realizadas nos componentes, para uma posterior avaliação da influência dessas mudanças nos autovalores e na instabilidade do sistema.