LUAN GRÉGORI TOCHETTO

ESTUDO EXPERIMENTAL DE UM SUPRESSOR DE VIBRAÇÃO PTMD EM UM MODELO REDUZIDO DE JUMPER SUBMERSO

CAMPINAS
2013

UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
E INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

LUAN GRÉGORI TOCHETTO

ESTUDO EXPERIMENTAL DE UM SUPRESSOR DE VIBRAÇÃO PTMD EM UM MODELO REDUZIDO DE JUMPER SUBMERSO

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto de Geociências da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre, na área de Explotação.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Nascimento Bordalo

Este exemplar corresponde à versão final da dissertação defendida pelo aluno Luan Grégori Tochetto, e orientada pelo Prof. Dr. Sérgio Nascimento Bordalo.

Errata: Considerar o seguinte texto: Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto de Geociências da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Ciências e Engenharia de Petróleo na área de Explotação.

Prof. Dr. José Maria Campos dos Santos
Coordenador dos Cursos de Pós-Graduação da
Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP
Matrícula: 220833

CAMPINAS
2013

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

T562e

Tochetto, Luan Grégori, 1989-
Estudo experimental de um supressor de vibração PTMD em um modelo reduzido de jumper submerso / Luan Grégori Tochetto. – Campinas, SP : [s.n.], 2013.

Orientador: Sérgio Nascimento Bordalo.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto de Geociências.

1. Estruturas offshore. 2. Tubulações. 3. Petróleo. 4. Hidrodinâmica. 5. Vibração. I. Bordalo, Sérgio Nascimento,1956-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Experimental study of a PTMD vibration absorber in a scaled down submarine jumper model
Palavras-chave em inglês:
Offshore structures
Piping
Petroleum
Hydrodynamics
Vibration
Área de concentração: Explotação
Titulação: Mestre em Ciências e Engenharia de Petróleo
Banca examinadora:
Sérgio Nascimento Bordalo [Orientador]
Jose Ricardo Pelaquim Mendes
Luis Fernando Alzuguir Azevedo
Data de defesa: 30-08-2013
Programa de Pós-Graduação: Ciências e Engenharia de Petróleo

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
E INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

ESTUDO EXPERIMENTAL DE UM SUPRESSOR DE VIBRAÇÃO PTMD EM UM MODELO REDUZIDO DE JUMPER SUBMERSO

Autor: Luan Grégori Tochetto
Orientador: Prof. Dr. Sérgio Nascimento Bordalo

A banca examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta dissertação:

Prof. Dr. Sérgio Nascimento Bordalo, Presidente
DEP/FEM/UNICAMP

Prof. Dr. José Ricardo Pelaquim Mendes
DEP/FEM/UNICAMP

Prof. Dr. Luis Fernando Alzuguir Azevedo
DEM/PUC-RIO

Campinas, 30 de agosto de 2013

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha família.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a meu orientador Prof. Dr. Sérgio Nascimento Bordalo pela oportunidade e pelo constante apoio. Também ao Prof. Dr. Renato Pavanello e Prof. Dr. Celso Morooka pela orientação em passos importantes e contribuição ao desenvolvimento do trabalho. Ao Prof. Dr. Gangbing Song por compartilhar sua experiência com o absorvedor *PTMD*.

Ao Programa de Recursos Humanos PRH-15/PETROBRAS que financiou este projeto através da bolsa de estudo de mestrado, permitindo que pudesse me dedicar exclusivamente na realização do trabalho. Também à Cameron do Brasil pelo apoio à construção do aparato experimental.

Ao meu professor e amigo Rubens Stuginski Jr..

Aos amigos Jorge Biazussi, Jackerson Jevinski, Raphael Tsukada, Denis Shiguemoto, Maurício Suzuki, William Monte Verde e Jony Eckert, João Vissotto, Alexandre Buenos, Ismael Lara, Leandro Daun, Maurício Varon, Bruno Chagas, Lucas Sevillano e Renato Ribeiro pela grande ajuda, orientação e conclusão do trabalho.

Aos funcionários do Departamento de Engenharia de Petróleo (DEP), Laboratório de Pesquisas de Petróleo (LABPETRO) e Centro de Estudos de Petróleo (CEPETRO) pelo apoio prestado.

À minha mais que amada família.

Às pessoas que de maneira direta ou indireta me ajudaram e apoiaram.

“Em primeiro lugar vem a dedicação, depois a habilidade”

Leonardo da Vinci

RESUMO

TOCHETTO, Luan Gregori. Estudo Experimental de um Supressor de Vibração *PTMD* em um Modelo Reduzido de Jumper Submerso. 2013. 169p. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

Tubulações submarinas, tais como risers e jumpers, sofrem carregamentos estáticos e dinâmicos devido a forças ambientais, correntes marítimas e ondas, carregamentos devido aos deslocamentos da unidade flutuante de produção (plataformas ou navios), escoamento interno, além de outras causas. O controle dos deslocamentos oscilatórios dessas tubulações é fundamental para a confiabilidade e vida em fadiga desses sistemas, motivando projetos de pesquisa com tal propósito nos últimos anos. Uma tecnologia em consideração é o Pounding Tuned Mass Damper (*PTMD*), o qual é o assunto do presente trabalho. Este trabalho apresenta um estudo experimental de um absorvedor de vibrações - o *PTMD* - acoplado a um modelo de jumper submarino em escala reduzida. O aparato é composto de uma seção de tubo montada em um sistema de suspensão elástica para movimento em duas direções, propiciando similaridade dinâmica parcial entre o protótipo e o modelo. O modelo de *PTMD* é um sistema massa - mola anexado, similar a um supressor tuned mass damper (*TMD*), a não ser a adição de um envoltório de batimento, o qual limita o deslocamento da massa do *PTMD*, dissipando energia do tubo oscilante através do impacto da massa do *PTMD* contra esse envoltório. Experimentos de oscilação livre e forçada foram realizados na direção vertical, no seco e na água. Os resultados obtidos de amplitude versus frequência foram utilização para determinar a eficácia do absorvedor quando comparado com sua operação a seco. Os resultados deste trabalho são os primeiros passos no desenvolvimento de um dispositivo aplicável a uma real tubulação submarina de petróleo. Os dados adquiridos neste trabalho foram empregados na melhoria e desenvolvimento de um modelo numérico do sistema tubo - *PTMD* para um simulador computacional.

Palavras-chave: Estruturas Offshore, Tubulações, Petróleo, Hidrodinâmica, Vibração.

ABSTRACT

TOCHETTO, Luan Gregori. Experimental Study of a PTMD Vibration Absorber in a Scaled Down Submarine Jumper Model. 2013. 169p. Master Thesis. Mechanical Engineering Faculty, State University of Campinas, Campinas.

Submarine pipelines, such as jumpers and risers, suffer static and dynamic loads due to environmental forces - currents and waves, to the displacements of floating production units (platforms or ships) and to the internal flow, among other causes. Controlling the oscillatory displacements of the pipelines is critical to the reliability and fatigue of these systems, motivating research projects to deal with such issues in the past few years. One technology under consideration is the Pounding Tuned Mass Damper (PTMD), which is the subject of the present work.

The current work presents an experimental study of a vibration suppressor - the PTMD - attached to a scaled down submarine jumper model. The apparatus is composed of a test pipe section mounted on an elastic suspension harness for two directions of motion, providing partial dynamic similarity between the prototype and the model. The PTMD model is a lumped mass-spring attachment similar to a tuned mass dumper (TMD) suppressor, but with the addition of a pounding layer, which limits the motion of the PTMD mass, dissipating the energy of the oscillating pipe through the impact of the PTMD mass against that layer. So far, free and forced oscillation experiments were executed, in the vertical direction.

The tests were conducted in a water tank, where comparisons of amplitude versus frequency were made to determine the suppressor effectiveness, on air and underwater. The results of this work are the preliminary step on the development of a device applicable to an actual petroleum submarine pipeline. The data gathered from this work was employed in the improvement of a numerical model of the pipe-PTMD system for a computer simulator.

Key Word: Offshore Structures, Piping, Petroleum, Hydrodynamics, Vibration.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Letras Latinas

$\ddot{y}_{max}$	aceleração vertical máxima	$[m/s^2]$
$\dot{x}_1$	velocidade da massa do corpo primário	$[m/s]$
$\dot{x}_2$	velocidade da massa do corpo secundário	$[m/s]$
$\dot{y}$	velocidade vertical	$[m/s]$
$\dot{y}_{max}$	velocidade vertical máxima	$[m/s]$
A	amplitude de movimento	$[m]$
a	aceleração	$[m/s^2]$
A_y	amplitude vertical	$[m]$
c	coeficiente de amortecimento	$[Ns/m]$
c	constante de amortecimento crítico	$[Ns/m]$
c_a	coeficiente de amortecimento do absorvedor	
C_D	coeficiente de arrasto	
C_m	coeficiente de massa hidrodinâmica	
D	dimensão característica da estrutura	$[m]$
D_m	dimensão característica do modelo	$[m]$
D_p	dimensão característica do protótipo	$[m]$
E_d	Energia dissipada	$[kgm^2/s^2]$
E_T	Energia Total	$[kgm^2/s^2]$
F, F_d	força	$[N]$

F_0	amplitude de força $F(t)$	$[N]$
F_a	força atuando sobre a massa do absorvedor	$[N]$
f_{sm}	frequência de desprendimento de vórtices do modelo	$[Hz]$
f_{sp}	frequência de desprendimento de vórtices do protótipo	$[Hz]$
Fr	número de Froude	
g	aceleração da gravidade	$[m/s^2]$
K	Rigidez	$[N.m/s]$
k_a	rigidez do absorvedor	$[Nm/s]$
KC	número de Kaulegan Carpenter	
M	Massa	$[kg]$
m	massa	$[kg]$
m'	massa hidrodinâmica	$[kg]$
m_a	massa do absorvedor	$[kg]$
r	razão de frequências	
r_0	pressão atuando sobre o corpo	$[N/m^2]$
r_0	raio do corpo	$[m]$
r_c	fator de restituição	
Re	número de Reynolds	
St	número de Strouhal	
t	tempo	$[s]$
T_m	período de oscilação do escoamento do protótipo	$[s]$
T_p	período de oscilação do escoamento do protótipo	$[s]$
u	velocidade de corrente	$[m/s]$

u_m	velocidade de corrente do modelo . . . . $[m/s]$
u_p	velocidade de corrente do protótipo . . . . $[m/s]$
U_{cm}	velocidade média do escoamento do modelo . . . . $[m/s]$
U_{cp}	velocidade média do escoamento do protótipo . . . . $[m/s]$
X	amplitude de x(t) . . . . $[m]$
X	tensão cisalhante na parede do corpo . . . . $[N/m^2]$
x, y	deslocamento . . . . $[m]$
X_a	amplitude da massa do absorvedor . . . . $[m]$
x_a	deslocamento da massa do absorvedor
F_D	força de arrasto in-line total . . . . $[N]$
F_f	força devido ao atrito . . . . $[N]$
F_p	força devido à pressão . . . . $[N]$

Letras Gregas

β	Razão de frequências entre corpo principal e absorvedor
δ	decremento logarítmico
δ_{st}	deflexão estática . . . . $[m]$
ΔL_o	deslocamento inicial . . . . $[mm]$
ΔL_{max}	amplitude máxima . . . . $[mm]$
ΔL_{seg}	deslocamento de segurança . . . . $[mm]$
μ	razão de massa
ω_1	frequência natural corpo primário . . . . $[rad/s]$
ω_2	frequência natural corpo secundário . . . . $[rad/s]$

ω_a	frequência natural do absorvedor	$[rad/s]$
ω_b	frequência de batimento	$[rad/s]$
ω_d	frequência amortecida	$[rad/s]$
ω_p	Frequência natural do sistema	$[rad/s]$
ω_p	frequência de excitação	$[rad/s]$
ϕ	ângulo, ângulo de fase	$[rad]$
ρ	massa específica	$[kg/m^3]$
τ_b	período de batimento	$[s]$
ε	uma pequena quantidade	
ζ	fator de amortecimento	
ζ_m	fator de amortecimento misto	

Abreviações

max	máximo
seg	segurança

Siglas

(FLT)	Força, Comprimento e Tempo
(MLT)	Massa, Comprimento e Tempo
CEPETRO	Centro de Estudos de Petróleo
FPSO	Floating, Production, Storage and Offloading
IVA	Impact Vibration Absorber
LABPETRO	Laboratório de Estudos de Petróleo

PTMD	Pounding Tuned Mass Damper
RGB	Padrão de Cores (Red, Green, Blue)
TMD	Tuned Mass Damper
VIM	Movimentação Induzida por Vórtices
VIV	Vibração Induzida por Vórtices
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas

1 INTRODUÇÃO

Com a descoberta de reservas de hidrocarbonetos em lâminas d'água cada vez mais profundas, como no caso do pré-sal brasileiro, se intensifica a necessidade de aprimoramentos nos sistemas submarinos de produção para a garantia de sua vida útil.

Segundo Patel (1989), a evolução técnica da moderna indústria *offshore* pode ser medida através da profundidade na qual tem sido realizada a perfuração exploratória de petróleo e pelas embarcações as quais tornam essa perfuração possível.

Tubulações submarinas de petróleo são dutos que fazem a comunicação tanto dos poços produtores às linhas de exportação, *FPSOs*, plataformas e demais sistemas de estocagem e tratamento de petróleo na superfície, bem como a interligação de *risers* a unidades de tratamento no leito marinho como *manifolds* e separadores. Estes dutos sofrem diversos carregamentos, dentre eles pode-se citar os devidos à ação de correntes, induzidos pela unidade flutuante de produção, ondas, à expansão das linhas, variação de pressão e temperatura interna, também carregamentos influenciados pela própria oscilação dos dutos.

As forças estáticas originam-se dos carregamentos hidrostáticos, ventos, correntes marítimas e peso próprio. Os ventos predominantemente exercem forças regulares em partes expostas das estruturas, embora existam turbulências geradas por rajadas de vento, as quais acarretam altas forças locais instáveis. As correntes marítimas também acarretam amplas forças regulares em estruturas submersas, porém, os efeitos localizados de desprendimento de vórtices induzem componentes de força instáveis nos membros estruturais. As ondas, por sua vez, são as geradoras das maiores forças em grande parte das tubulações, sendo periódicas por natureza.

Um problema de grande preocupação na indústria petrolífera é a estimativa de sua vida útil sob estes carregamentos, sendo esses dutos uma barreira de segurança entre o sistema produtor e o meio ambiente.

De acordo com Bai (2001), dutos submarinos são utilizados para diversos propósitos no desenvolvimento de reservas de hidrocarbonetos *offshore*, as quais incluem:

- Tubulações de exportação (transporte);

- Linhas de transferência da unidade de produção para os dutos de exportação;
- Linhas para injeção de água e produtos químicos no reservatório;
- Linhas para transferência a produção entre plataformas, *manifolds* e poços satélites;
- Tubos Umbilicais.

Como exemplo de tubulação submarina comumente encontrada em campos de petróleo tem-se os *jumpers* submarinos, os quais têm como uma das principais funções fazer a conexão da base de um *riser* a uma linha de exportação ou sistema submarino de tratamento. Sua configuração depende das características e distribuição dos equipamentos submarinos de produção, como *manifolds*, cabeças de poço e sistema de *risers*. Geralmente têm grandes comprimentos suspensos e algumas curvaturas, a fim de diminuir a rigidez da estrutura e consequentemente minimizar as tensões em suas junções. Quando ligados a *risers* com base rotulada (*pinned riser base*), na qual sua rotação é permitida, eles sofrem grandes carregamentos oriundos a esses deslocamentos. As Figuras 1.1 e 1.2 apresentam exemplos de *jumpers* submarinos de petróleo no leito marinho.

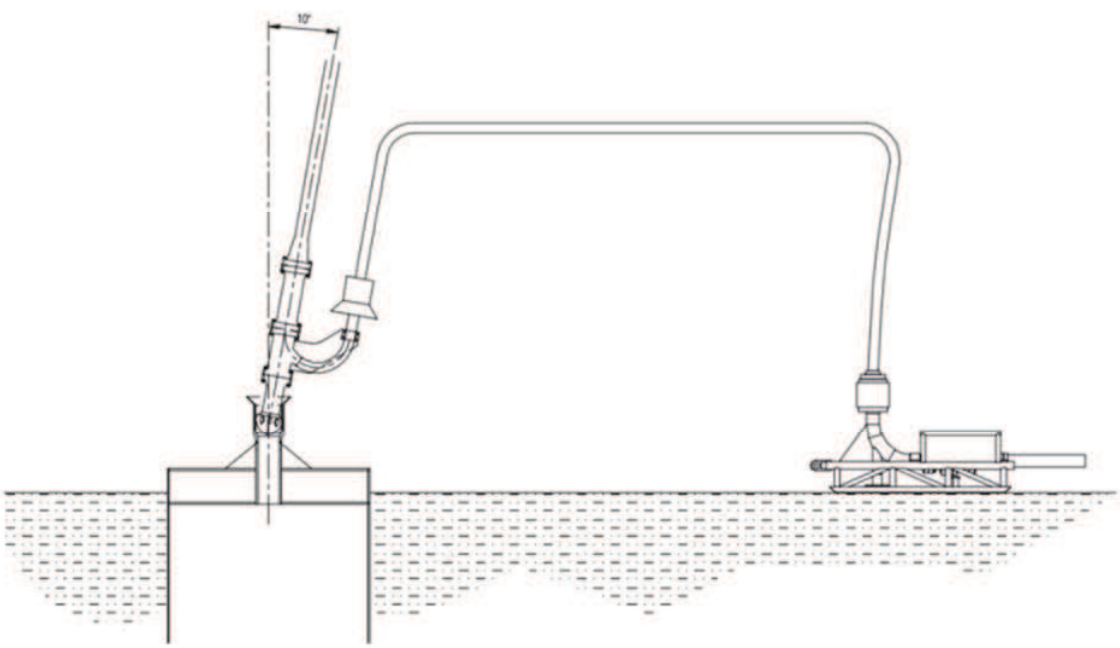


Figura 1.1: Representação de um jumper submarino de petróleo no leito marinho. (2H Offshore, 2011)

Há anos vêm se desenvolvendo rotinas computacionais e se realizando experimentos para a estimativa dos carregamentos atuantes nas tubulações submarinas a fim de se caracterizar seu comportamento estático e dinâmico. Por outro lado, grandes incertezas ainda se fazem presentes, como pode-se citar nos casos de Vibrações Induzidas por Vórtices (*VIV*). Dessa forma, todas as soluções capazes de minimizar os efeitos dos carregamentos induzidos ao sistema marítimo de produção são de grande valia na atual indústria do petróleo.

Figura 1.2: Diferentes dimensões de jumpers submarinos instalados no leito marinho. (Cameron do Brasil, 2012)

Na indústria de petróleo a atenuação das vibrações dos dutos geradas pelo escomamento é feita por equipamentos que alteram a maneira com que o fluido passa pelo corpo, consequentemente alterando seu comportamento e aumentando sua vida útil. Entretanto,na literatura científica encontram-se poucos trabalhos referentes a sistemas mecânicos de supressão de vibrações com aplicação em dutos submarinos de petróleo, motivando estudos na área e a realização do presente trabalho.

Com o intuito de se desenvolver um aparato experimental que sirva como base para testes e pesquisas de um possível sistema mecânico capaz de absorver as vibrações vindas destes diversos carregamentos, o projeto e construção de um sistema foi desenvolvido para a caracterização do comportamento dinâmico de um modelo reduzido de *jumper* submarino com um supressor de vibrações do tipo *Pounding Tuned Mass Damper* (*PTMD*) acoplado. Este supressor consiste em um sistema massa-mola secundário acoplado ao corpo principal, no caso um *jumper* em escala reduzida, com um anteparo que dissipa energia do sistema secundário através de choques, reduzindo a amplitude de vibração do *jumper*.

Devido ao custo reduzido de um modelo experimental em comparação a um sistema real, um tanque de provas no Laboratório de Pesquisas de Petróleo (LABPETRO)/ UNICAMP foi utilizado para experimentação e avaliação do seu comportamento.

Um sistema foi projetado a fim de se obter as respostas à oscilação livre e forçada, dentro e fora d'água, com e sem o supressor de vibrações *PTMD* ligado ao corpo de prova. Este trabalho é o primeiro passo no desenvolvimento de um possível dispositivo capaz de minimizar os deslocamentos de resposta de linhas submarinas de petróleo aos carregamentos impostos. No aparato experimental em questão também há a possibilidade de se realizar uma infinidade de outros experimentos de interesse relacionados ao assunto.

O presente trabalho divide-se da seguinte maneira:

No segundo capítulo são apresentados os conceitos e considerações importantes para entendimento e análise de experimentos envolvendo corpos vibratórios, efeitos hidrodinâmicos e fatores influentes no comportamento dinâmico do sistema como um todo.

No terceiro capítulo é detalhada a metodologia experimental, idealização do modelo em escala reduzida, seu projeto e montagem no tanque de provas e procedimento utilizado na aquisição e tratamento de dados.

No quarto capítulo constam os resultados obtidos com a experimentação e a discussão dos itens relevantes e comportamentos observados.

Finalmente, no quinto capítulo são discutidas as conclusões referentes ao trabalho e algumas sugestões para trabalhos futuros com a utilização do aparato experimental.

2 FUNDAMENTOS

Este capítulo tem o intuito de apresentar de forma detalhada os conceitos fundamentais para o entendimento dos experimentos realizados e também seus resultados. O capítulo está dividido na seguinte forma:

1. Descrição da configuração e tipos de sistemas vibratórios fundamentais, como é o caso de vibração livre e forçada, com e sem amortecimento e movimento harmônico;
2. Contextualização e alguns trabalhos envolvendo a análise experimental e teórica dos absorvedores dinâmicos de vibração;
3. Conceitos de hidrodinâmica e vibração de corpos submersos.

2.1 Vibração Forçada

Um sistema mecânico ou estrutural está sobre vibração forçada quando energia externa é fornecida durante a vibração, a qual pode ser por uma força ou um deslocamento imposto. A natureza da força ou deslocamento aplicado pode ser harmônica, não harmônica mas periódica, não-periódica ou aleatória. Como neste trabalho a excitação utilizada nos ensaios é utilizada com um excitador harmônico, será abordada somente a resposta do sistema à força harmônica.

2.1.1 Resposta de um sistema não amortecido à excitação harmônica

Aplicada uma força $F(t) = F_0 \cos \omega t$ sobre uma massa m de um sistema não amortecido, temos a seguinte equação do movimento

$$m\ddot{x} + kx = F_0 cos(\omega t) \tag{2.1}$$

e solução homogênea

$$x_h\left(t\right) = C_1 cos\omega_n t \ + C_2 sen\omega_n t \tag{2.2}$$

onde ω_n é a frequência natural do sistema, dada pela Equação (A.3). Como a excitação é harmônica, a solução particular também é harmônica e de mesma frequência ω, assim admite-se

$$x_p(t) = X \cos \omega t \tag{2.3}$$

sendo X uma constante que denota a máxima amplitude da função $x_p(t)$. Inserindo a mesma na Equação (2.1) e resolvendo para X obtemos

$$X = \frac{F_0}{k - m\omega^2} = \frac{\delta_{st}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \tag{2.4}$$

sendo δ_{st} a deflexão estática da massa devida à atuação da força F_0. Desse modo, temos a solução total da Equação (2.1)

$$x\,(t) = C_1 cos\omega_n t\ + C_2 sen\omega_n t\ + \frac{F_0}{k - m\omega^2} cos\omega t \tag{2.5}$$

que com as condições iniciais $x(t = 0) = x_0$ e $\dot{x}(t = 0) = \dot{x}_0$ e devidas substituições obtemos

$$\frac{X}{\delta_{st}} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \tag{2.6}$$

a qual denota a razão entre a amplitude dinâmica e a amplitude estática do movimento, chamada fator de amplificação. O coeficiente de amplificação X/δ_{st} varia com a razão de frequências $r = \omega/\omega_n$, como mostrado na Figura 2.1, constatando-se três tipos de resposta do sistema.

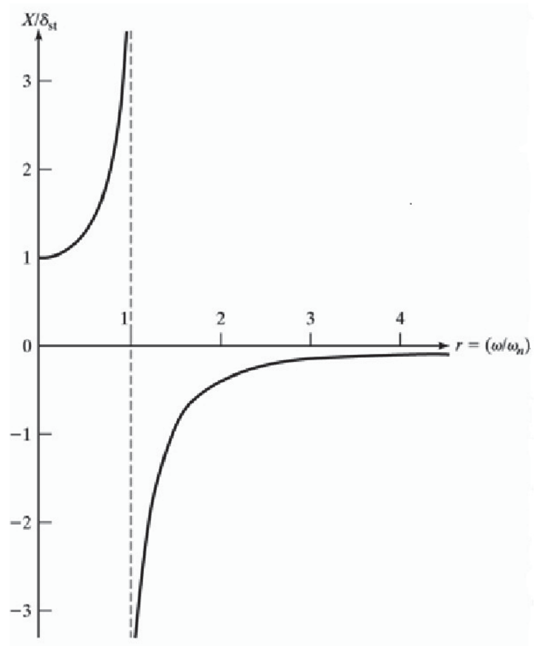


Figura 2.1: Coeficiente de amplificação para diferentes razões de frequência . (Rao, 2008)

Caso 1. Quando $0 < r < 1$**.**

O denominador da Equação (2.3) é positivo, sendo a resposta dada pela Equação (2.6) inalterada, considerada em fase com a força externa, mostrado na Figura 2.2a.

Caso 2. Quando $r > 1$

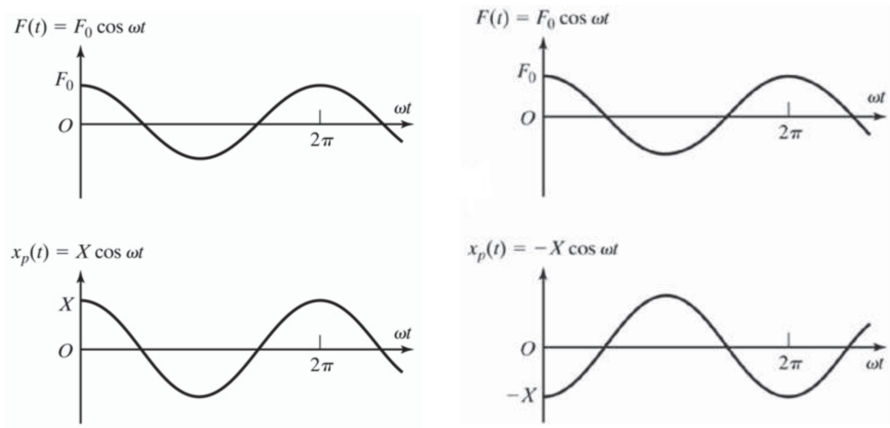
O denominador da Equação (2.3) é negativo, sendo a solução em regime permanente expressa como

$$x_p\left(t\right) = -Xcos\omega t \tag{2.7}$$

redefinindo-se a amplitude X para uma quantidade positiva

$$X = \frac{\delta_{st}}{\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 - 1} \tag{2.8}$$

A Figura 2.2b mostra as variações de $F(t)$ e $x_p(t)$ com o tempo, os quais têm sinais opostos, dizendo-se que estão defasados em $180°$ entre si. Além disso, quando $r \to \infty, X \to 0$.



a) b)

Figura 2.2: Caracterização da fase entre excitação e resposta. (Rao, 2008)

Caso 3. Quando $r = 1$

A amplitude dada pelas Equações 2.6 ou 2.7 torna-se infinita, tal condição chamada de ressonância. A partir da Equação (2.5), obtém-se

$$x\,(t) = x_0 cos\omega_n t \ + + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} sen\omega_n t + \delta_{st} \left[\frac{cos\omega t \ - cos\omega_n t}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right] \tag{2.9}$$

E após manipulações obtém-se a resposta do sistema na ressonância

$$x\,(t) = x_0 cos\omega_n t \ + + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} sen\omega_n t + \frac{\delta_{st}\omega_n t}{2} sen\omega_n t \tag{2.10}$$

A Figura 2.3 mostra o comportamento do último termo da equação da resposta do sistema, aumentando indefinidamente.

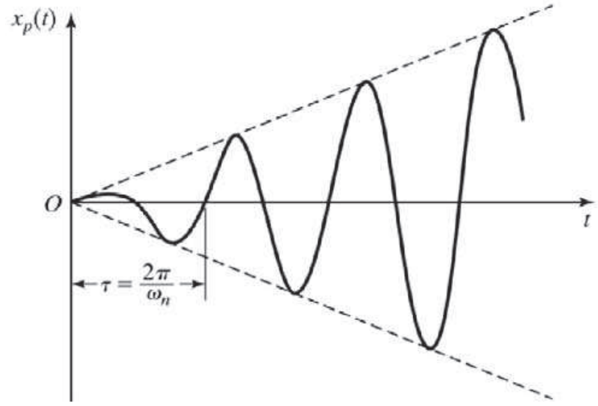


Figura 2.3: Resposta para r = 1. (Rao, 2008)

A resposta total do sistema também pode ser expressa para $r < 1$ como

$$x\left(t\right) = A\left(cos\omega_n t\ - \phi\right) + \frac{\delta_{st}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} cos\omega t \tag{2.11}$$

e para $r > 1$ como

$$x\left(t\right) = A\left(cos\omega_n t\ - \phi\right) - \frac{\delta_{st}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} cos\omega t \tag{2.12}$$

Onde A e ϕ são determinados como na Equação (A.14). A soma das curvas cossenóides de diferentes frequências é mostrada na Figura 2.4 e 2.5, com frequência forçante menor e maior que a frequência natural, respectivamente.

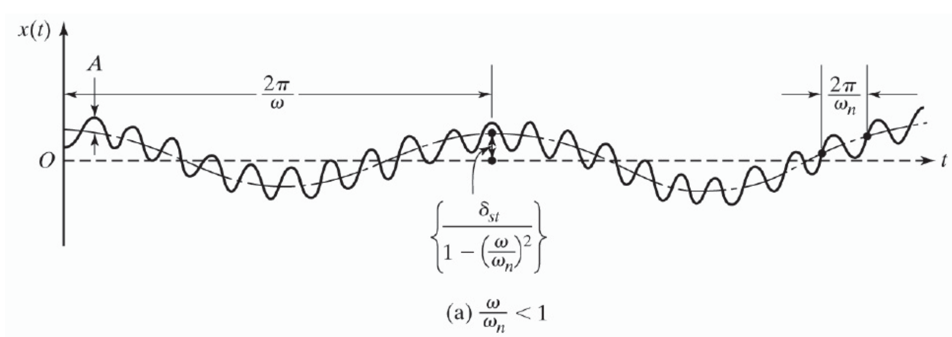


Figura 2.4: Resposta para $r < 1$. (Rao, 2008)

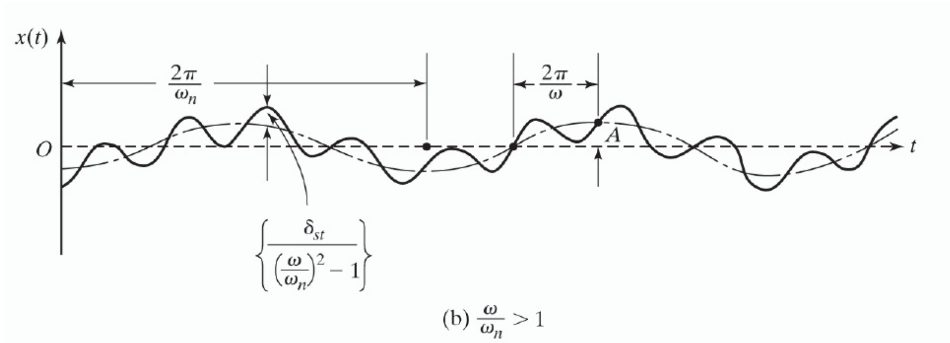


Figura 2.5: Resposta para $r > 1$. (Rao, 2008)

2.1.2 Resposta de um sistema amortecido à excitação harmônica

Dada a função forçante por $F\,(t) = F_0 cos(\omega t)($, tem-se a equação do movimento

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 cos\omega t \tag{2.13}$$

Admitindo-se uma solução particular também harmônica

$$x_p\,(t) = Xcos\,(\omega t - \phi) \tag{2.14}$$

sendo X e ϕ constantes a determinar. Substituindo a Equação (2.14) na Equação (2.13)

$$X\,\left[\left(k - m\omega^2\right) cos\,(\omega t - \phi) - c\omega sen\,(\omega t - \phi)\;\right] = F_0 cos(\omega t) \tag{2.15}$$

e usando relações trigonométricas chega-se a

$$x[(k - m\omega^2)\cos\phi + c\,\omega sen\;\phi] = F_0 \tag{2.16}$$

$$x[(k - m\omega^2) sen\;\phi + c\,\omega\cos c\omega] = 0 \tag{2.17}$$

obtendo-se a solução

$$X = \frac{F_0}{\left[\left(k - m\omega^2\right)^2 + c^2\omega^2\right]^{\frac{1}{2}}} \tag{2.18}$$

e

$$\phi = tan^{-1}\left(\frac{c\omega}{k - m\omega^2}\right) \tag{2.19}$$

Inserindo as Equações 2.19 e 2.18 na Equação (2.14) obtém-se a solução particular da Equação (2.13). Com devidas substituições de ω_n, ζ, δ_{st} e r obtém-se

$$\frac{X}{\delta_{st}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \tag{2.20}$$

e

$$\phi = tan^{-1}\left(\frac{2\zeta r}{1 - r^2}\right) \tag{2.21}$$

Como já mencionado anteriormente, $\frac{X}{\delta_{st}}$ denota o fator de amplificação, o qual neste caso, juntamente com o ângulo de fase ϕ variam com ζ e r, mostrado na Figura 2.6.

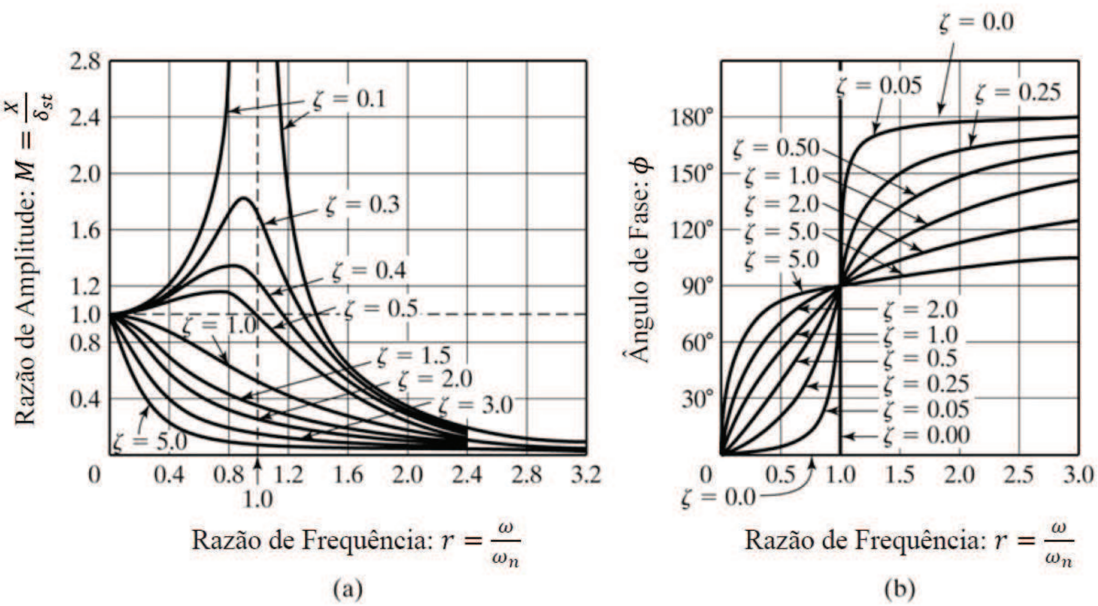


Figura 2.6: Comportamento do fator de amplificação e da fase em função da razão de frequências. (Rao, 2008)

A solução completa para um sistema subamortecido é obtida por $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$, obtendo-se

$$x\,(t) = X_0 e^{-\zeta\omega_n t} + cos\,(\omega_d t - \phi_0)\; + Xcos\,(\omega t - \phi) \tag{2.22}$$

onde

$$\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\omega_n \tag{2.23}$$

sendo X e ϕ dados pelas Equações 2.20 e 2.21. Para condições iniciais $x\,(t=0) = x_0$ e $\dot{x}\,(t=0) = \dot{x}_0$ e substituindo-se na Equação (2.22) obtém-se X_0 e ϕ_0.

2.1.3 Fenômeno de batimento

Quando a frequência for próxima, mas não exatamente a mesma da frequência natural do sistema, pode haver a ocorrência de um fenômeno conhecido como batimento. A amplitude do movimento neste caso, aumenta e diminui seguindo um padrão regular. Rao (2008) explica o fenômeno levando em conta a solução da equação homogênea de um sistema não amortecido, Equação (2.5) com as condições iniciais $x_0 = \dot{x}_0 = 0$, reduzindo-se a

$$x\,(t) = \frac{F_0/m}{\omega_n^2 - \omega^2}\left[2sen\frac{\omega+\omega_n}{2}\;t.sen\frac{\omega_n-\omega}{2}\;t\right] \tag{2.24}$$

Supõe-se que a frequência forçante ω seja ligeiramente menor que a frequência natural ω_n do sistema, onde ε é dada como uma quantidade pequena positiva, tem-se

$$\omega_n - \omega = 2\varepsilon \tag{2.25}$$

com $\omega_n \approx \omega$ e

$$\omega_n + \omega = 2\omega \tag{2.26}$$

multiplicando as Equações 2.25 e 2.23 e substituindo na Equação (2.24) chega-se à

$$x\,(t) = \left(\frac{F_0/m}{2\varepsilon\omega}sen\varepsilon t\right)sen\omega t \tag{2.27}$$

Sendo a quantidade ε pequena, a função $sen\;\varepsilon t$ tem variação linear e seu período $\frac{2\pi}{\varepsilon}$ é grande.

Desse modo, pode-se considerar a vibração com período $\frac{2\pi}{\omega}$ e amplitude variável igual a

$$\frac{F_0/m}{2\varepsilon\omega} sen\varepsilon t$$

O tempo entre os pontos de amplitude mínima e máxima é denominado período de batimento τ_b, dado por

$$\tau_b = \frac{2\pi}{2\varepsilon} = \frac{2\pi}{\omega_n - \omega} \tag{2.28}$$

e a frequência de batimento definida como

$$\omega_b = 2\varepsilon = \omega_n - \omega \tag{2.29}$$

A Figura 2.7 ilustra o fenômeno de batimento e suas componentes.

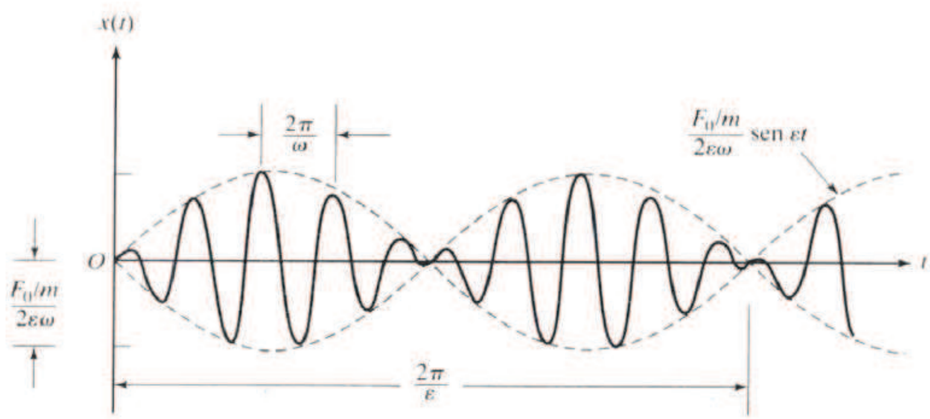


Figura 2.7: Fenômeno de batimento. (Rao, 2008)

2.2 Absorvedores dinâmicos de vibração

2.2.1 Absorvedor de Massa Sintonizada (*TMD*)

De acordo com Den Hartog (1984), o absorvedor dinâmico de vibração foi inventado por Frahm em 1909.

Beards (1983) comenta que os absorvedores de vibração são usualmente utilizados em sistemas que estão sendo excitados em sua frequência natural ou estão em ressonância, neste caso, a amplitude de vibração é elevada e muitas vezes indesejável. Por tratar-se de uma frequência única e constante, os absorvedores de vibração são uma boa alternativa para diminuir a vibração do sistema principal.

Segundo Inman (2001), um método para proteger um dispositivo ou sistema que está sendo excitado por uma força harmônica em uma frequência constante é através de um absorvedor de vibrações *Tuned Mass Damper (TMD)*. O mesmo consiste em uma segunda massa-mola acrescentada ao sistema principal para protegê-lo dos danos oriundos às vibrações. O principal efeito da adição do segundo sistema massa-mola é a mudança das características vibratórias do sistema principal. Considerando que o mesmo tenha um grau de liberdade, após a adição do segundo sistema massa-mola, o mesmo passa a ter dois graus de liberdade, portanto, duas equações do movimento e duas frequências naturais, uma para cada massa.

Adicionalmente existe um modo normal ou modo principal de vibração, o qual é determinado com a oscilação de máximo deslocamento simultâneo das massas e passagem simultânea pelos seus pontos de equilíbrio, ou seja, oscilam em fase com uma determinada frequência. Entre as duas frequências naturais do sistema existirá uma frequência de anti-ressonância, no qual o deslocamento da massa onde está sendo aplicada a força excitadora é nulo. É dessa maneira que o absorvedor de vibração atua sobre o sistema principal.

Na Figura 2.8 a linha tracejada mostra que o comportamento do sistema original sem o absorvedor apresenta um pico elevado de amplitude na frequência de excitação ω, neste caso, igual à frequência natural do sistema primário. Quando é adicionado o absorvedor (linha contínua), o sistema passa a apresentar dois picos de amplitudes elevadas, os quais coincidem com ω_1 e ω_2, que são as novas frequências naturais do sistema primário e secundário. Na frequência de excitação ω a amplitude é zero.

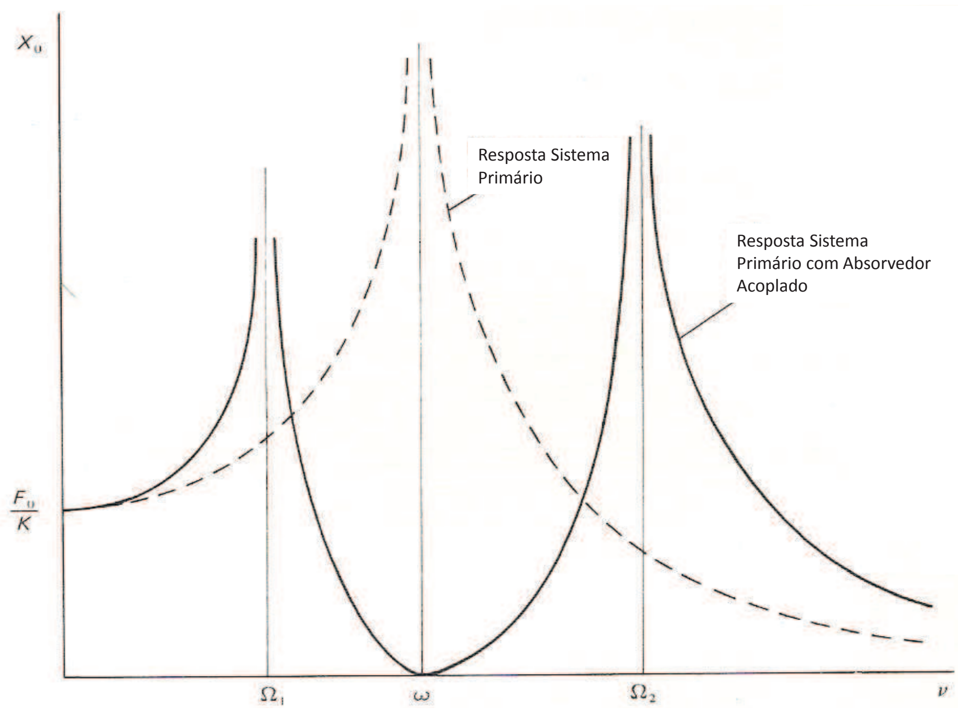


Figura 2.8: Resposta em amplitude e frequência para o sistema com e sem o absorvedor de vibrações. (Beards, 1983)

A Figura 2.9 ilustra o conceito do absorvedor de vibrações. Pode-se representar o sistema principal como sendo do tipo mossa-mola e o absorvedor de vibração um outro sistema massa-mola adicionado.

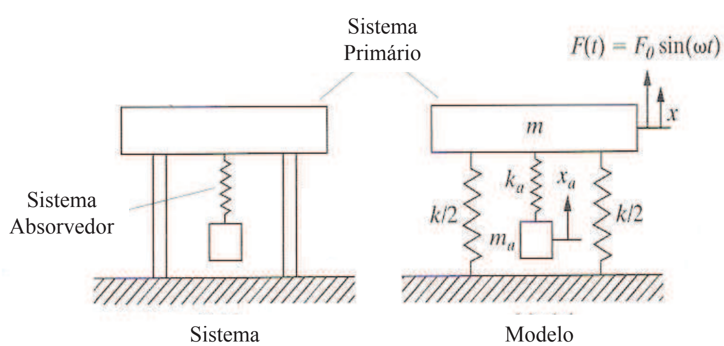


Figura 2.9: Absorvedor de Vibração *TMD*. (Inman, 2001)

A equação de movimento do é definida por

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x}_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k + k_a & -k_a \\ -k_a & k_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 sen\, \omega t \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.30}$$

Onde $x = x(t)$ é o deslocamento do sistema primário modelado possuindo massa m e rigidez k, x_a é o deslocamento da massa do absorvedor (massa m_a e rigidez k_a.) A força harmônica $F_0 sen(\omega t)$ é a excitação aplicada ao sistema primário.

A solução é obtida em termos dos parâmetros (m, k, m_a e k_a), os quais podem então ser resolvidos como parte do processo de projeto. Assim, admite-se a solução para $x(t)$ e $x_a(t)$ na seguinte forma

$$x(t) = X sen\, \omega t \tag{2.31}$$

$$x_a(t) = X_a sen\, \omega \tag{2.32}$$

Substituindo-se na Equação (2.30), após algumas simplificações tem-se

$$\begin{bmatrix} k + k_a - m\omega^2 & -k_a \\ -k_a & k_a - m_a\omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X_a \end{bmatrix} sen\omega t = \begin{bmatrix} F_0 sen\omega t \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

Para obtermos o vetor na forma $[X \ X_a]^T$ podemos dividir a Equação (2.30) por sen(ωt) e multiplicar o lado esquerdo pela inversa da matriz $[X \ X_a]^T$,obtendo-se

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} X \\ X_a \end{bmatrix} &= \tfrac{1}{(k+k_a-m\omega^2)(k_a-m_a\omega^2)-k_a^2} \begin{bmatrix} k_a - m_a\omega^2 & k_a \\ k_a & k + k_a - m\omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \tfrac{1}{(k+k_a-m\omega^2)(k_a-m_a\omega^2)-k_a^2} \begin{bmatrix} (k_a - m_a\omega^2)F_0 \\ k_a F_0 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2.34}$$

Desacoplando os termos de amplitudes X e X_a da Equação (**??**) obtem-se a magnitude de deslocamento do sistema principal

$$X = \frac{(k_a - m_a\omega^2)F_0}{(k + k_a - m\omega^2)(k_a - m_a\omega^2) - k_a^2} \tag{2.35}$$

e a magnitude de deslocamento da massa do absorvedor

$$X_a = \frac{k_a F_0}{(k + k_a - m\omega^2)(k_a - m_a\omega^2) - k_a^2} \tag{2.36}$$

Pela Equação (2.35), pode-se escolher os parâmetros k_a e m_a de tal maneira que a amplitude de vibração X do sistema primário seja nula, então, inserindo-se a força F_0 na Equação (2.35) obtemos

$$\omega^2 = \frac{k_a}{m_a} \tag{2.37}$$

Obtidos os parâmetros do absorvedor para que $X = 0$, busca-se então o deslocamento da massa do absorvedor a partir das Equações 2.36, 2.31 e 2.32, considerando $k_a = m_a\omega^2$, assim

$$x_a\left(t\right) = -\frac{F_0}{k_a} sen\omega t \tag{2.38}$$

desse modo, a massa do absorvedor oscila na frequência ajustada ω com amplitude $X_a = \frac{F_0}{k_a}$.

A amplitude da força atuando sobre a massa do absorvedor é $k_a x_a = k_a(-F_0/k_a) = -F_0$. Já que quando o absorvedor é sintonizado à frequência de ajuste e tem atingido o estado estacionário, a força fornecida pela massa do absorvedor é igual em magnitude e tem direção oposta à força de excitação. Como a força atuando sobre a massa do sistema primário é nula, este não vai oscilar, sendo a vibração absorvida pelo movimento da massa do absorvedor.

$$F_a = k_a x_a$$

$$x_a = -F_0/k_a$$

$$F_a = k_a(-F_0/k_a) = -F_o \tag{2.39}$$

Enquanto a força aplicada é completamente absorvida pela massa do absorvedor, o sistema não está em ressonância pois $\sqrt{k_a/m_a}$ não é a frequência natural do sistema de duas massas.

Conforme Inman (2001), o sucesso do absorvedor de vibração depende de vários fatores. Primeiro, a excitação harmônica tem que ser conhecida e não deve variar muito do seu valor constante. Se a frequência de ajuste varia muito, a condição de sintonia não será satisfeita e a massa primária experimentará algumas oscilações. É necessário observar que a frequência de excitação a ser absorvida não varie ao ponto de aproximar-se à frequência natural de um dos sistemas combinados, podendo um deles ser levado à ressonância e vir a falhar. A análise utilizada para projetar o sistema assume sua construção sem a introdução de amortecimento ao sistema. Caso contrário, as equações podem não ser desacopladas e a magnitude do deslocamento da massa primária não será zero. Na realidade, o efeito do amortecimento contrapõe-se ao propósito de um absorvedor de vibração sintonizado, sendo desejável somente se a faixa de frequência da força de excitadora é demasiadamente vasta para uma operação eficaz do sistema absorvedor.

Outro importante fator a ser considerado no projeto de um absorvedor é que a rigidez k_a da mola deve ser capaz de suportar toda força transmitida pela excitação, além de acomodar os deslocamentos correspondentes. Fatores os quais ditam a limitação geométrica no projeto do sistema absorvedor de vibrações.

A fim de evitar a ressonância no absorvedor no caso da variação da frequência de excitação, pode-se analisar a razão de massa μ, ou seja, razão entre a massa do absorvedor e a massa primária

$$\mu = \frac{m_a}{m} \tag{2.40}$$

Convenientemente, definindo-se as frequências naturais originais do sistema principal e do absorvedor, respectivamente

$$\omega_p = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{2.41}$$

$$\omega_a = \sqrt{\frac{k_a}{m_a}} \tag{2.42}$$

Levando em conta estas definições, tem-se que:

$$\frac{k_a}{k} = \mu \frac{\omega_a^2}{\omega_p^2} = \mu \beta^2 \tag{2.43}$$

onde β é a razão de frequências $\beta = \omega_a/\omega_p$. Substituindo os valores de μ, ω_p e ω_a na Equação (2.35) para a amplitude de vibração da massa primária, tem-se

$$\frac{Xk}{F_0} = \frac{1 - \omega^2/\omega_a^2}{[1 + \mu(\omega_a/\omega_p)^2 - (\omega/\omega_p)^2][1 - (\omega/\omega_a)^2] - \mu(\omega_a/\omega_p)^2} \tag{2.44}$$

A área sombreada da Figura 2.10 ilustra os valores de $\frac{\omega}{\omega_a}$ tal que $|X_k/F_0| \leq 1$. Isto ilustra que a faixa de operação do absorvedor compreende-se entre $0,908\omega_a < \omega < 1,118\omega_a$. Desse modo, se a frequência de excitação muda dentro desse intervalo, o projeto do absorvedor ainda oferece certa proteção ao sistema primário, reduzindo a sua magnitude de vibração.

O valor absoluto desta expressão é mostrado na Figura 2.11 para o caso $\mu = 0,25$. Neste tipo de gráfico é observada a variacão na frequência de excitação que pode ser tolerada pelo absorvedor. Note que se ω for $0,781\omega_a$ ou $1,28\omega_a$, o sistema combinado vai experimentar ressonância e falhar, já que estas são suas frequências naturais. De fato, se a frequência de excitação mudar tal que $|X_k/F_0| > 1$, a força transmitida ao sistema primário é amplificada e o absorvedor não é uma melhoria no comportamento do sistema primário.

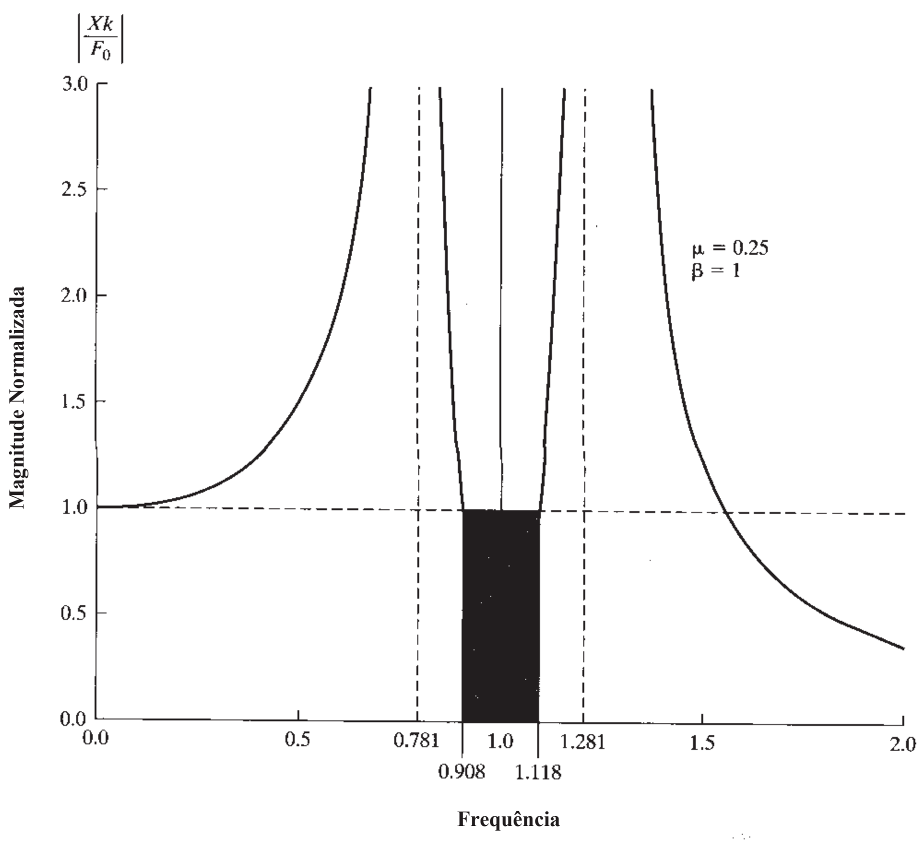


Figura 2.10: Relação da amplitude normalizada com a razão de frequências. (Inman, 2001)

O projeto de um absorvedor pode ainda ser avaliado pela razão de massas μ e pela razão de frequências β. Estas duas quantidades adimensionais especificam indiretamente a massa e a rigidez do sistema absorvedor. A equação de frequência (equação característica) para o sistema de duas massas é obtida numerando o determinante da matriz na Equação (2.33), ou seja, o denominador da Equação (2.34), como sendo zero e considerando ω como sendo a frequência natural ω_n do sistema. Substituindo o valor de β obtém-se

$$\beta^2 \left(\frac{\omega_n^2}{\omega_a^2}\right)^2 - \left[1 + \beta^2(1+\mu)\right] \frac{\omega_n^2}{\omega_a^2} + 1 = 0 \tag{2.45}$$

Que é uma equação quadrática em ($\omega_n{}^2/\omega_a{}^2$), solucionando-a obtém-se

$$\left(\frac{\omega_n}{\omega_a}\right)^2 = \frac{1+\beta^2(1+\mu)}{2\beta^2} \pm \frac{1}{2\beta^2}\sqrt{\beta^4(1+\mu)^2 - 2\beta^2(1-\mu) + 1} \tag{2.46}$$

O que ilustra a maneira com que as frequências naturais do sistema variam de acordo com a razão de massas μ e com a razão de frequências β. Para $\beta = 1$, como no gráfico da Figura 2.11, nota-se que enquanto μ é aumentado, as frequências naturais afastam-se e ficam mais distantes do ponto de operação $\omega = \omega_a$ do absorvedor. Portanto, se μ for muito pequeno, o sistema combinado não vai tolerar muita flutuação da frequência de excitação até sua falha. Como boa prática, μ é considerado entre $0,05$ e $0,25 (0,05 \leq \mu \leq 0,25)$. Os absorvedores de vibração também podem falhar por fadiga se $x_{á}(t)$ e as tensões associadas ao movimento do absorvedor são grandes. Daí muitas vezes são colocadas limites no valor máximo de X_a pelo projetista.

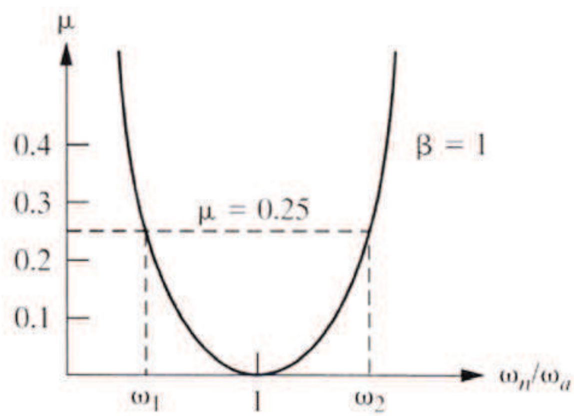


Figura 2.11: Relação de massas versus relação de frequência. (Inman, 2001)

2.2.2 Amortecimento em Absorvedores de Vibração

O amortecimento está presente em muitos dispositivos e tendem a diminuir a capacidade dos absorvedores de vibração de proteger o sistema primário, ou seja, diminuindo sua amplitude de vibração X_a a zero. O amortecimento é adicionado aos absorvedores para prevenir a ressonância e aumentar o intervalo em frequência de atenuação do absorvedor. Em alguns casos o amortecedor é usado como absorvedor de vibrações ao dissipar a energia da fonte de excitação, sendo chamados de amortecedores de vibração, não absorvedores.

A equação de movimento do sistema de dois graus de liberdade com amortecimento no sistema primário e secundário pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{x}_a(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c + c_a & -c_a \\ -c_a & c_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_a(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k + k_a & -k_a \\ -k_a & k_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_a(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} sen\omega t \tag{2.47}$$

Para calcular a solução no estado permanente a força de excitação é representada como $f_0 e^{i\omega t}$, a solução é suposta da forma

$$x(t) = X e^{j\omega t} = \begin{bmatrix} X \\ X_a \end{bmatrix} e^{i\omega t} \tag{2.48}$$

Onde X e a amplitude de vibração da massa do sistema primário, e X_a é a amplitude de vibração da massa do absorvedor. Substituindo-se na Equação (2.47) resulta em

$$\begin{bmatrix} (k + k_a - m\omega^2) + (c + c_a)\omega i & -k_a - c_a\omega i \\ -k_a - c_a\omega i & (k_a - m_a\omega^2) + c_a\omega i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X_a \end{bmatrix} e^{i\omega t} = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} e^{i\omega t} \tag{2.49}$$

Dividindo por $e^{i\omega t}$obtém-se uma equação do vetor $[X\ X_a]^T$, isolando-o obtém-se

$$\begin{bmatrix} X \\ X_a \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} (k_a - m_a\omega^2) + c_a\omega i & k_a + c_a\omega i \\ k_a + c_a\omega i & k + k_a - m\omega^2 + (c + c_a)\omega i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix}}{\det(K - \omega^2 M + \omega i C)} \tag{2.50}$$

O determinante do denominador é o determinante da matriz $[K - \omega^2 M + \omega i C]$

$$\det(K - \omega^2 M + \omega j C) = m m_a \omega^4 - (c_a c + m_a(k + k_a) + k_a m)\omega^2 + \\ k_a k + [(k c_a + c k_a)\omega - (c_a(m + m_a) + c m_a)\omega^3] i \tag{2.51}$$

As matrizes de coeficientes do sistema M, C, K são

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} c + c_a & -c_a \\ -c_a & c_a \end{bmatrix} K = \begin{bmatrix} k + k_a & -k_a \\ -k_a & k_a \end{bmatrix}$$

Simplificando o produto de matrizes tem-se

$$X = \frac{[(k_a - m_a\omega^2) + c_a \omega i] F_0}{\det(K - \omega^2 M + \omega i C)} \tag{2.52}$$

$$X_a = \frac{(k_a + c_a \omega i) F_0}{\det(K - \omega^2 M + \omega i C)} \tag{2.53}$$

Que expressam as amplitudes de resposta da massa primária e da massa do absorvedor. Estes valores são números complexos e tem informação de magnitude e fase. Analisando-se a Equação (2.52) é possível perceber que a resposta do sistema primário não pode ser exatamente zero, mesmo com a condição de sintonia do absorvedor satisfeita, ao contrário do absorvedor não amortecido.

No caso do amortecimento interno do sistema primário ser desprezível $(c = 0)$, o determinante da Equação (2.51) pode ser representado na forma complexa.

$$\det(K - \omega^2 M + \omega i C) = [(-m\omega^2 + k)(-m_a\omega^2 + k_a) - m_a k_a \omega^2] \\ +[(k - (m + m_a)\omega^2) c_a \omega] i \tag{2.54}$$

Substituindo a expressão do determinante na expressão do deslocamento da massa principal tem-se uma divisão de números complexos, neste caso representando a amplitude de resposta da massa do sistema primário, podendo ser escrita na forma real

$$\frac{X^2}{F_0^2} = \frac{(k_a - m_a\omega^2)^2 + \omega^2 c_a^2}{[(k - m\omega^2)(k_a - m_a\omega^2) - m_a k_a \omega^2]^2 + [k - (m + m_a)\omega^2]^2 c_a^2 \omega^2} \tag{2.55}$$

Examinando-se essa expressão em termos de razões adimensionais e a amplitude X em função da deflexão estática $\delta_{st} = F_0/k$, define-se a razão de amortecimento mista ζ_m.

$$\zeta_m = \frac{c_a}{2m_a\omega_p} \tag{2.56}$$

Onde $\omega_p = \sqrt{\frac{k}{m}}$é a frequência natural original do sistema primário sem o absorvedor.

Usando a razão de frequências $r = \omega/\omega_p$, a razão de frequências naturais $\beta = \omega_a/\omega_p$, e a razão de massas $u = m_a/m$, a Equação (2.56) pode ser escrita como

$$\frac{Xk}{F_0} = \frac{(2\zeta_m r)^2 + (r^2 - \beta^2)^2}{(2\zeta_m r)^2(r^2 - 1 + \mu r^2)^2 + [\mu r^2\beta^2\,(r^2 - 1)\,(r^2 - \beta^2)]^2} \tag{2.57}$$

a qual expressa a amplitude adimensional da massa do sistema primário, sendo determinada pelo valor de quatro parâmetros físicos:

- μ razão da massa do absorvedor em relação à massa do sistema primário
- β razão entre as frequências naturais
- r razão da frequência de excitação em relação à frequência do sistema primário
- ζ_m razão do amortecimento do absorvedor e $2m_a\omega_p$

Estes quatro números são considerados variáveis de projeto e são escolhidos a fim de se obter o menor valor possível na resposta X da massa primaria.

Na Figura 2.12 pode-se observar que com a adição de amortecimento ao absorvedor, há um aumento da faixa de frequência absorvida, não havendo uma absorção total da amplitude do sistema primário.

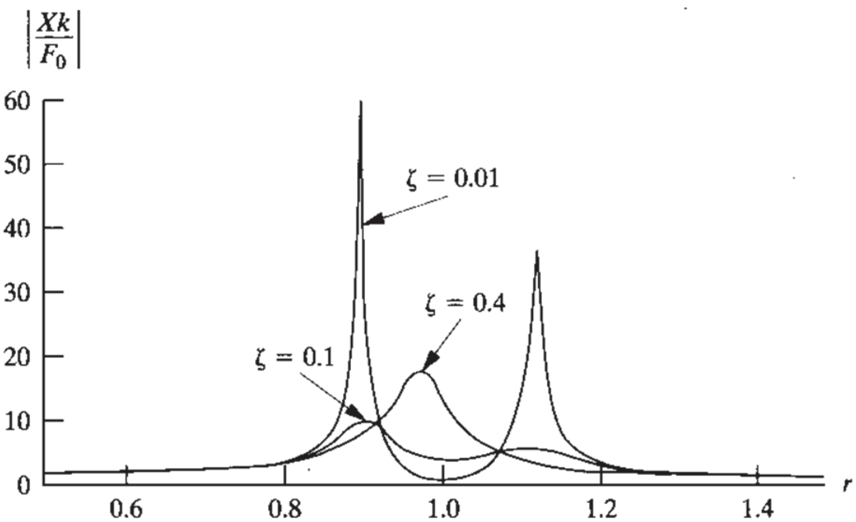


Figura 2.12: Relação da amplitude de vibração em função da razão de frequência com amortecimento. (Inman, 2001)

2.2.3 Absorvedores dinâmicos de vibração com impacto (*IVA*)

Não tendo um domínio acadêmico tão difundido como o absorvedor *TMD*, os absorvedores dinâmicos de vibração por impacto estão em constante desenvolvimento e pesquisa para o real entendimento de seu comportamento quando acoplado em um sistema vibratório primário.

Karayannis *et al.* (2008), realizaram um estudo paramétrico através de simulações numéricas comparando diferentes configurações de absorvedores lineares (*TMDs*) com acoplamento de anteparos para dissipação de energia por impacto. Foram estudados osciladores lineares com um e dois graus de liberdade, ambos com sistema de choque acoplado. O oscilador de um grau de liberdade com o absorvedor é mostrado na Figura 2.13. O corpo primário possui massa m, rigidez k e amortecimento viscoso c. Já o sistema absorvedor possui massa m_ε, rigidez k_1 e amortecimento viscoso c_1, além de dissipação de energia através de colisões inelásticas da massa m_ε nos anteparos de espaçamento e.

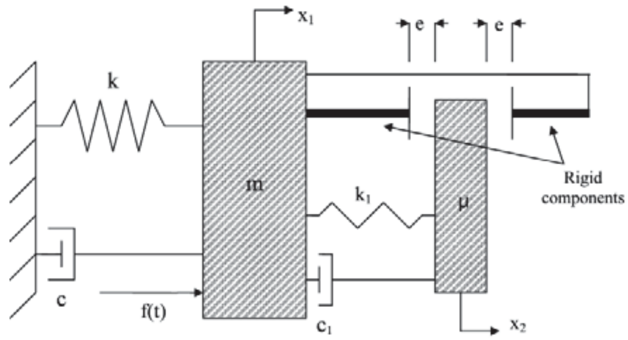


Figura 2.13: Oscilador com um grau de liberdade e absorvedor com impacto. (Karayannis *et al.*, 2008)

Os autores introduzem o termo r_c, denominado fator de restituição

$$r_c = \frac{\dot{x_1}^+ + \dot{x_2}^+}{\dot{x_1}^- + \dot{x_2}^-} \tag{2.58}$$

sendo $\dot{x_1}$ a velocidade da massa do sistema corpo primário e $\dot{x_2}$ a velocidade da massa do absorvedor acoplado, com sobrescritos $(+)$ e $(-)$ referindo-se às velocidades antes e após o impacto. Valores de $r_c = 1$ correspondem a choques perfeitamente elásticos e $r_c = 0$ choques puramente plásticos. De acordo com os autores, o absorvedor por impacto tem considerável diminuição nas amplitudes de resposta da massa primária em uma ampla faixa de frequências, comparando-se ao tradicional absorvedor *TMD*. Sua melhor eficiência foi observada para valores médios de espaçamento, pequenos acoplamentos de frequência e grandes razões de massa.

Ekwaro-Osire *et al.* (2006) realizaram um estudo experimental utilizando dois tipos de absorvedores de vibração por impacto na configuração de pêndulo, denominados *IVA* (*Impact Vibration Absorbers*). O intuito foi a comparação das características de absorção do dispositivo sobre a resposta do sistema principal, submetido à vibrações forçadas e transientes. Os autores também compararam a diferença no comportamento do sistema primário sob a ação dos dois tipos de absorvedores. O primeiro modelo é um *IVA* simples, no qual o absorvedor é conectado em uma estrutura externa ao sistema primário, ao contrário do *IVA* composto, o qual o é acoplado ao sistema primário. A Figura 2.14 ilustra a diferença entre ambos, sendo o item (a) e (b) simples e composto, respectivamente.

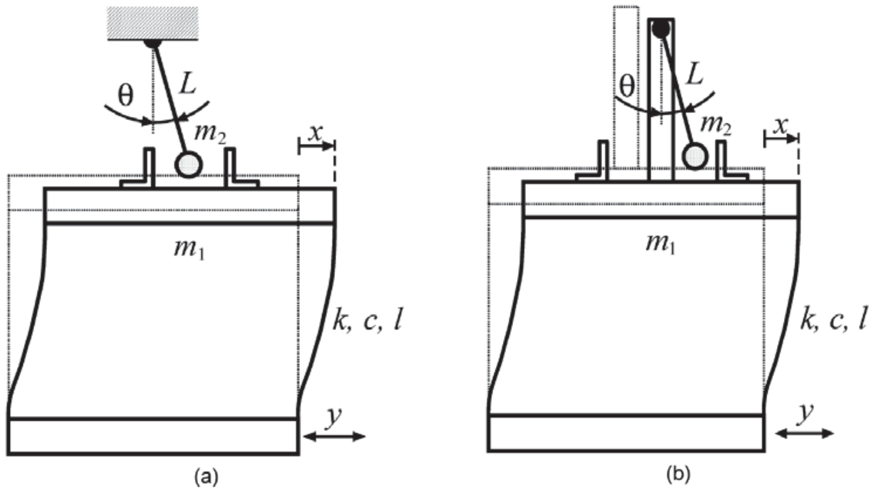


Figura 2.14: Absorvedores com impacto a) *IVA* simples b) *IVA* composto. (Ekwaro-Osire *et al.*, 2006)

Para o *IVA* simples os autores observaram uma maior região ineficiente de absorção em frequência comparando-se com o modelo composto, no qual é inexistente. Em contrapartida, o modelo simples mostrou-se mais eficiente. No modelo composto os menores espaçamentos promoveram uma maior absorção da resposta do corpo primário. Além do mais, a maior eficácia de ambos os sistemas foi observada para menores amplitudes de excitação e maiores razões de massa.

Polukoshko *et al.* (2010), apresenta um estudo em fase inicial de um absorvedor de vibração com impacto do tipo pêndulo. As análises se deram através de simulações numéricas variando a razão de massa e a amplitude de oscilação do pêndulo, ou seja, espaçamento do corpo secundário. Os autores também apresentam o coeficiente de restituição r_c para os choques.

Mikhlin e Reshetnikova (2006), através de simulações numéricas, examinaram o comportamento de um oscilador linear com grande massa, o qual é uma aproximação de um sistema elástico contínuo e um oscilador com impacto de uma pequena massa, caracterizado como o absorvedor das vibrações do sistema linear anterior, conforme mostrado na Figura 2.15. Foram analisadas as respostas em frequência e as regiões de estabilidade/instabilidade dos modos de vibração do sistema.

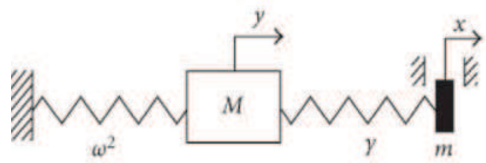


Figura 2.15: Modelo teórico de dois graus de liberdade utilizado por Mikhlin e Reshetnikova (2006)

Os autores concluíram que em um determinado modo apropriado para absorção, o sistema elástico principal e o absorvedor têm pequenas e significantes amplitudes de resposta, respectivamente.

2.3 Hidrodinâmica

Corpos submersos, tais como as linhas submarinas de produção de petróleo, estão sujeitos a carregamentos exercidos pelo meio fluido em que encontram-se inseridos. Forças surgem da ação do atrito viscoso na superfície da estrutura e suas magnitudes resultam da integração das tensões na superfície molhada. Também dependem da distribuição de tensões em volta do corpo sólido, os quais são altamente dependentes da geometria e do seu próprio movimento.

Sem movimento relativo da estrutura não devem haver tensões cisalhantes agindo sobre sua superfície, mas sim forças normais devidas ao gradiente de pressão hidrostático acima da mesma. A força vertical resultante desse gradiente de pressão hidrostático é chamada de empuxo, a qual, para um corpo em equilíbrio, é igual a força gravitacional agindo agindo sobre a estrutura. Segundo Chakrabarti (2005), essa força é igual ao peso de fluido deslocado pela estrutura, sendo zero em outras direções. Desse modo, fica explícita a dependência da geometria do corpo na determinação desse carregamento.

2.3.1 Arrasto e Sustentação

Um escoamento em torno de um cilindro cria forças sobre o mesmo. Essas forças estão divididas em duas componentes, uma devida a distribuição de pressão ao longo do corpo e outra devido ao atrito. A componente na direção do escoamento (*in line*) da força resultante devido à pressão por unidade de comprimento do cilindro é dada por

$$F_p = \int_0^{2\pi} p \cos \phi r_0 d\phi \tag{2.59}$$

Enquanto a força devido ao atrito é dada por

$$F_f = \int_0^{2\pi} \tau_0 sen\phi r_0 d\phi \tag{2.60}$$

Onde p é a pressão e τ_0 é a tensão cisalhante de parede na superfície do cilindro. Portanto a força *in-line* total é resultante da soma das componentes anteriores

$$F_D = F_p + F_f \tag{2.61}$$

Onde os termos F_p eF_f são denominados arrasto de forma e arrasto de atrito, respectivamentre.

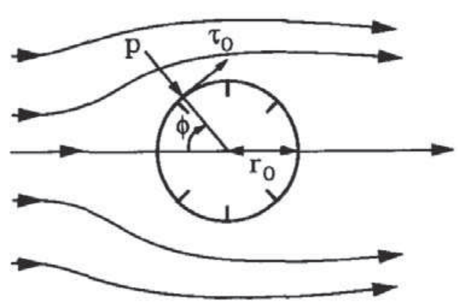


Figura 2.16: Esquema ilustrativo para determinação do arrasto de forma e arrasto de atrito. (Sumer e Fredsøe, 2006)

2.3.2 Massa Hidrodinâmica

Sumer e Fredsøe (2006) apresentam o conceito de massa hidrodinâmica fazendo uma suposição de que uma placa fina estacionária, de área transversal circular b, Figura 2.17, encontra-se imersa em um meio fluido em repouso e logo em seguida é acelerada. Se o sentido de movimento for no sentido de seu próprio plano, quase não existirá resistência, considerando os efeitos de atrito viscoso desprezível devido à pequena espessura da placa. Em contrapartida, se a placa for acelerada na direção transversal ao seu plano, a resistência ao movimento será muito maior. O motivo pelo qual a resistência é muito grande deve-se ao fato de não somente a placa, mas também o fluido em sua volta ser acelerado pela pressão vinda da mesma.

Sendo a massa hidrodinâmica denominada por m' e a massa do corpo por m, a força necessária para acelerar a massa total pode ser escrita da seguinte forma:

$$F = (m + m')a \tag{2.62}$$

Onde a é a aceleração imposta ao corpo.

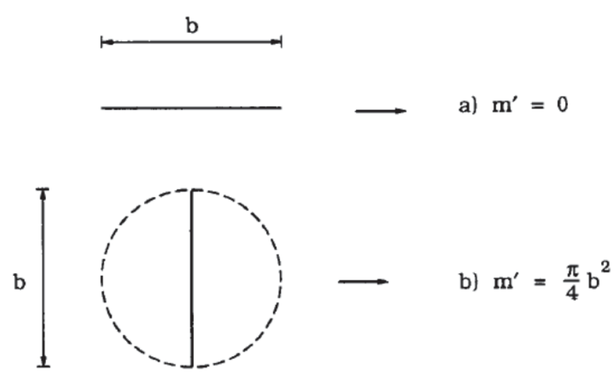


Figura 2.17: Diferente orientação do objeto ao escoamento e área considerada . (Sumer e Fredsøe, 2006)

O procedimento para a determinação da massa hidrodinâmica é apresentado nos passos a seguir:

- Acelerar um corpo imerso em um fluido estacionário (essa aceleração criará um diferencial de pressão em torno do corpo, resultando na força de massa hidrodinâmica);
- Calcular o campo de escoamento em torno do corpo;
- Calcular a pressão na superfície do corpo baseado no campo de escoamento anterior;
- Determinar a força atuando no corpo através das informações de pressão do passo anterior.

Portanto, massa hidrodinâmica é definida como a massa de fluido ao redor de um corpo a qual é acelerada com seu movimento devido à atuação da pressão.

No APÊNDICE A é mostrado o procedimento detalhado para a determinação da massa hidrodinâmica de um cilindro circular, bem como uma tabela com os coeficientes hidrodinâmicos para diversas geometrias.

2.3.3 Amortecimento em Meio Fluido Estacionário

Considera-se um sistema amortecido em vibração livre em um meio fluido estacionário, conforme é mostrado na Figura 2.18a e 2.18b.

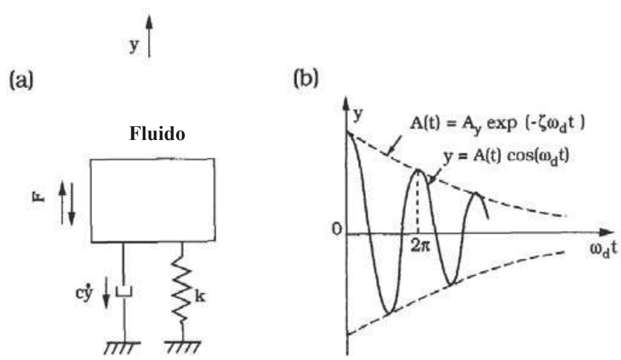


Figura 2.18: Sistema amortecido em vibração livre em meio fluido estacionário. (Sumer e Fredsøe, 2006)

As oscilações irão diminuir ao longo do tempo devido à presença de amortecimento, o qual não é somente estrutural, mas também causado pelo fluido em torno da estrutura, que somados resultam no amortecimento total. Durante a vibração da estrutura neste meio fluido, a mesma está submetida à ação de uma força hidrodinâmica chamada de força de Morison. Dessa forma, temos a seguinte equação do movimento para o sistema

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F \tag{2.63}$$

onde F é a força de Morison por unidade de comprimento da estrutura.

$$F = \frac{1}{2}\rho C_d D(-\dot{y})| - \dot{y}| + \rho C_m A(-\ddot{y}) \tag{2.64}$$

O termo $\rho C_m A(-\ddot{y})$ à direita da Equação (2.64) pode ser escrito na forma $-m'\ddot{y}$, no qual m' é a massa hidrodinâmica por unidade de comprimento, conforme apresentado anteriormente pela Equação (2.62). Dessa forma, a equação do movimento torna-se

$$(m + m')\ddot{y} + c\dot{y} + \frac{1}{2}\rho C_d D\dot{y}|\dot{y}| + ky = 0 \tag{2.65}$$

Pode-se observar que a massa da estrutura não é mais considera m, mas sim $m + m'$, além da adicional força de arrasto $1/2\rho C_d D\dot{y}|\dot{y}|$ contrária ao movimento, os quais afetam o amortecimento total do sistema. A solução da Equação (2.65) pode ser escrita na forma

$$y = A_y e^{-\zeta\omega_d t}\cos\omega_d t \tag{2.66}$$

onde ω_d é a frequência amortecida, como dado na Equação (A.45), e ζ é o fator de amortecimento.

A frequência natural de vibração do sistema passa a ser

$$\omega_d = \sqrt{\frac{k}{m + m'}} \tag{2.67}$$

Levando-se em consideração o fator de amortecimento ζ, o qual representa o total amortecimento sistema e calculado por

$$\zeta = \frac{1}{4}\frac{E_d}{E_T} \tag{2.68}$$

onde E_d é a energia dissipada em um ciclo de vibração e E_T é a energia total presente no sistema, dada por

$$E_T = \frac{1}{2}(m + m')\dot{y}^2_{max} \tag{2.69}$$

pela qual obtém-se E_d

$$E_d = \int_0^{2\pi} F_d dy \tag{2.70}$$

onde F_d é a total força de amortecimento oposta ao movimento, composta pelas forças de amortecimento estrutural e do fluido

$$F_d = c\dot{y} + \frac{1}{2}\rho C_d D\dot{y}|\dot{y}| \tag{2.71}$$

Substituindo a Equação (2.71) na Equação (2.70) e assumindo a amplitude amortecida $A(t)$ da Equação (2.66) como aproximadamente constante durante um ciclo de vibração, tem-se a seguinte expressão para o fator de amortecimento ζ

$$\zeta = \frac{c}{2(m + m')\omega_d} + \frac{\rho D^2}{4\pi(m + m')}\frac{8}{3}C_d\frac{A}{D} \tag{2.72}$$

O primeiro termo do lado direito da equação representa o amortecimento estrutural, já o segundo denota o amortecimento do fluido. Nomeando o primeiro termo como ζ_s e o segundo como ζ_f, tem-se

$$\zeta = \zeta_s + \zeta_f \tag{2.73}$$

onde

$$\zeta_s = \frac{c}{2(m + m')\omega_d} \tag{2.74}$$

e

$$\zeta_f = \frac{\rho D^2}{4\pi(m + m')}\frac{8}{3}C_d\frac{A}{D} \tag{2.75}$$

Como pôde-se perceber, o amortecimendo em um fluido estacionário é função da amplitude de vibração A, das dimensões da estrutura D, do coeficiente de arrasto C_d, da massa hidrodinâmica m' e da massa real da estrutura m.

2.3.4 Parâmetros Adimensionais

Geralmente a análise de vibrações em sistemas mecânicos é realizada no próprio conjunto ou máquina, a fim de se identificar as causas e os problemas relacionados à fadiga do sistema. Entretanto, em estruturas de grande porte as limitações geométricas para a medição e detecção das características fica limitada, tanto pelo custo quanto pela sua complexidade, restando os testes em escala reduzida como a alternativa mais viável.

Já quando se deseja investigar certo fenômeno vibratório em sistemas hidrodinâmicos, existem certos aspectos importantes para o projeto do modelo em escala. O mais importante é a apropriada relação dos dados coletados entre o modelo reduzido e o protótipo antes de serem interpretados e aplicados, requerendo conhecimento das corretas leis de redução de escala aplicáveis ao sistema em questão. Também a apropriada razão de escala entre modelo e protótipo é um fator crítico no projeto, fazendo com que as quantidades sejam medidas precisamente e que o modelo possa representar com fidelidade o comportamento e características fundamentais do protótipo. O propósito dos modelos físicos é a aproximação e antecipação do comportamento do protótipo através de certas leis de redução de escala prescritas.

Assim, a similaridade entre números adimensionais entre protótipo e modelo serve como uma medida da similaridade entre efeitos físicos relativos governantes de seu comportamento. A similaridade pode ser aplicada para realização de medidas no modelo, aplicando-as através de um fator de escala e obtendo-se a dimensão dos parâmetros correspondentes do fenômeno no protótipo em tamanho real.

Teorema Π de Buckingham

No método de Π de Buckingham as mais importantes variáveis influenciando na dinâmica do sistema são primeiramente identificadas, sendo o passo mais importante na análise de similaridade deste método. Se algum parâmetro é omitido, o resultado da lei de escala resultante será errôneo. Por outro lado, se muitos parâmetros são selecionados, a lei de escala resultante se torna muito complicada, muitas vezes difícil de ser satisfeita. Geralmente os parâmetros de menor significância são ignorados. Identificadas as variáveis importantes do problema, suas dimensões físicas são descritas, das quais são construídos parâmetros adimensionais independentes (termos Π). A igualdade desses termos entre protótipo e modelo resulta nos quesitos de similaridade ou leis de escala a serem satisfeitas, sendo os mesmos similares. No APÊNDICE C é descrito o procedimento para a determinação das leis de escala através do método Π de Buckingham.

Chakrabarti *et al.* (1994) detalham a obtenção de parâmetros adimensionais relevantes para a redução de escala e similaridade de fenômenos comuns em estruturas offshore.

Leis de Escala em Experimentos

No presente trabalho a relação de escala entre protótipo e modelo deu-se levando em consideração o comportamendo dinâmico dos sistemas no seco, já que não se dispunha de dados característicos de um protótipo ensaiado na água. Dessa forma, a principal preocupação foi manter a frequência natural em um valor aproximado entre protótipo e modelo através das corretas correlações de massa e rigidez.

Quando sistemas são submetidos a ensaios na água alguns parâmetros adimensionais se fazem presente, como citados a seguir:

Razão de Aspecto (L/D): A razão de aspecto é definida como a razão entre o comprimento característico do cilindro L e o seu diâmetro D.

Número de Froude (Fr): Consiste na razão entre os efeitos de inércia e os efeitos de gravidade, sendo definido por

$$Fr = \frac{u^2}{gD} \tag{2.76}$$

Número de Reynolds (Re): Consiste na razão entre os efeitos de inércia e os efeitos viscosos, sendo definido por

$$Re = \frac{\rho u D}{\mu} \tag{2.77}$$

Número de Strouhal (St): Determina que a frequência de desprendimento de vórtices f_s é dependende da velocidade do escoamento u passando por um corpo de dimensão característica D, sendo definido por

$$St = \frac{u}{f_s D} \tag{2.78}$$

Número de Kaulegan Carpenter (KC): Descreve a oscilação de um escoamento harmônico u com período de oscilação T passando por um cilindro fixo de dimensão característica D, dado por

$$KC = \frac{uT}{D} \tag{2.79}$$

Segundo Chakrabarti (2002) os problemas típicos de estruturas submetidas a correntes ou ondas envolvem os números de Froude (Fr) e Reynolds (Re). Já para estruturas oscilando em um meio fluido, o número de Strouhal (St) é importante. Também afirma que a lei de Froude é lei de escala mais apropriada para testes onde há interação fluido - estrutura.

A similaridade por Reynolds é igualmente importante, porém mais difícil de ser respeitada em modelos em escala reduzida. Segundo Fox *et al.* (2006), a simultânea obtenção de similaridade por Reynolds e Froude entre protótipo e modelo é quase impossível. Se o mesmo fluido for usado no modelo, temos segundo Reynolds

$$Re_p = Re_m \tag{2.80}$$

$$u_p D_p = u_m D_m \tag{2.81}$$

Ou seja, há a utilização de um fator de escala λ.

$$u_m = \lambda u_p \tag{2.82}$$

onde a velocidade de fluido utilizada no modelo deve ter um valor de λ vezes a velocidade do protótipo. Quanto maior o fator de escala λ, maior é a distorção, sendo difícil de alcançar a similaridade.

Quando se está avaliando os efeitos de vibrações induzidas por vórtices se faz uso da lei de Strouhal (St), a qual proporciona a similaridade para escoamentos não permanentes, requerendo que

$$\frac{u_p}{f_{sp}D_p} = \frac{u_m}{f_{sm}D_m} \tag{2.83}$$

sendo u a velocidade do escoamento, f_s a frequência de desprendimento de vórtices e D a dimensão característica da estrutura.

Alguns trabalhos na literatura descrevem a utilização de parâmetros adimensionais e seus efeitos em ensaios submersos, listados a seguir.

Lobo Carneiro (1996) descreve os parâmetros adimensionais para corpos submersos detalhando a obtenção dos termos Π.

de Wilde (2005), apresentam o desenvolvimento de um aparato de testes para elevados valores de Reynolds e determinação dos coeficientes de arrasto e *lift* em seções 2D de *risers* submarinos.

Ding *et al.* (2004) realizaram experimentos com um cilindro horizontal em um tanque de provas a fim de obter valores de *lift* e amortecimento em ocorrência de *VIV* para diversos valores de Reynolds, velocidade reduzida, frequências e amplitudes de vibração.

Kubota *et al.* (2005) apresentaram um modelo em escala de um riser tensionado pelo topo utilizando similaridade de Froude. Também mostra um estudo de caso para a correta seleção das dimensões do modelo levando em consideração o número de KC para efeitos de força de arrasto.

Valdivia *et al.* (2007) estudaram o comportamento dinâmico de um riser em escala reduzida em configuração de catenária com escoamento interno, no qual obtiveram a similaridade entre modelo e protótipo a partir da lei de Froude.

Tsukada (2009) estudou o comportamento dinâmico de um modelo reduzido *riser* em configuração de catenária devido à *VIV*. Foram utilizados Reynolds, Froude e KC para a redução de escala e similaridade entre modelo e protótipo.

MOe *et al.* (1994) realizaram experimentos em uma seção de riser submarino em escala suportado por molas, posteriormente utilizando os valores encontrados para análise do comportamento do sistema em escala real devido à movimentação induzida por vórtices (*VIM*).

Nishihara *et al.* (2005) realizaram experimentos com uma seção de tubo cilindro sob várias condições de escoamento, a fim de entender os parâmetros de força e padrão de esteira de vórtices.

Bourdier e Chaplin (2012) realizaram experimentos com um cilindro circular suspenso por molas para determinação e avaliação do comportamento da dinâmica do mesmo sob *VIV* com a utilização e placas em suas extremidades.

Sanchis *et al.* (2008) investigaram o comportamento dinâmico de um cilindro circular vertical suportado por molas de torção e liberdade de movimento na direções *in-line* e transversal ao escoamento. O objetivo principal do trabalho foi a determinação dos padrões de esteira de vórtices para diferentes números de Reynolds.

Coelho *et al.* (2007) realizaram experimentos com um cilindro vertical sob a ação de diferentes velocidades incidentes de escoamento para a avialiação da eficácia de um absorvedor de vibrações na redução das amplitudes de excitação de (*VIV*).

3 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Neste capítulo será apresentado todo o desenvolvimento do aparato experimental, sua construção e montagem, bem como os procedimentos, equipamentos e técnicas utilizadas na coleta e tratamento dos dados.

3.1 Parâmetros e Descrição do Experimento

3.1.1 Características do Protótipo

O protótipo utilizado como base para construção do modelo experimental consiste em um *jumper* em formato de “M”, fabricado em aço com 6 polegadas (6”) de diâmetro externo e parede com espessura de um quarto de polegada (1/4”) engastado em suas duas extremidades inferiores. As demais dimensões conforme Figura 3.1.

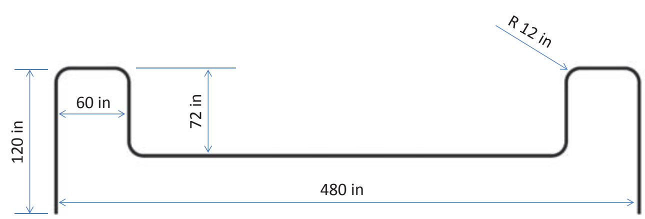


Figura 3.1: Dimensões gerais do jumper protótipo.

Os gráficos de decaimento no tempo na direção horizontal e vertical foram fornecidos e são mostrados pelas linhas azuis nas Figuras 3.2 e 3.3, respectivamente, a partir desses resultados foram obtidos os valores de frequência natural, conforme tabela 3.1.

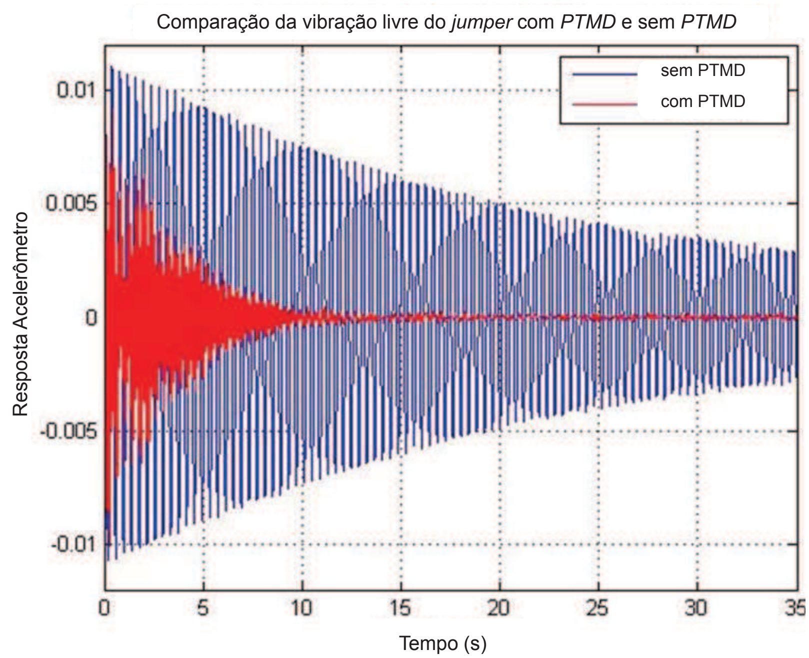


Figura 3.2: Gráfico do Decaimento Horizontal.

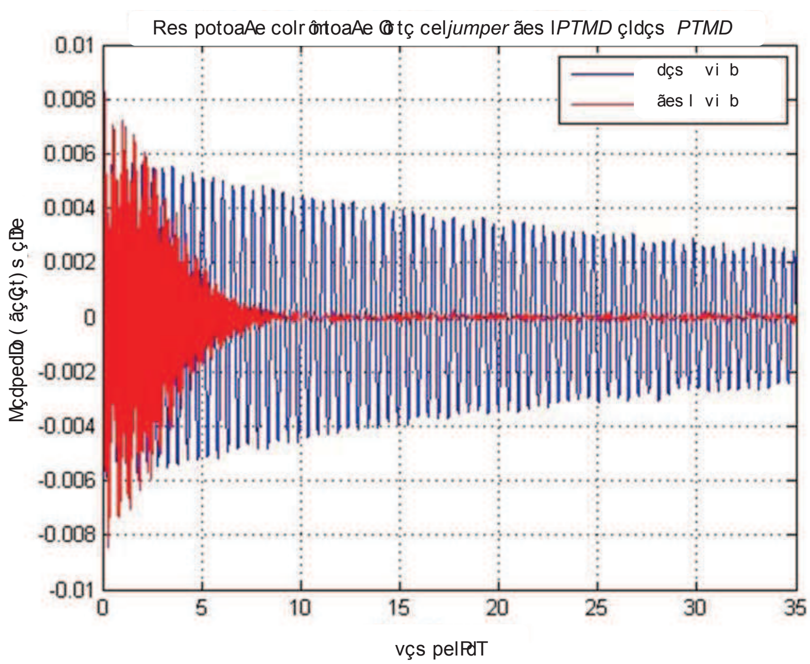


Figura 3.3: Gráfico do Decaimento Vertical.

Tabela 3.1: Frequências naturais do protótipo.

Orientação	Média de Picos	Frequência Média (Hz)
Horizontal	10	2,0
Vertical	12	2,4

Estas informações serviram com base para a idealização do modelo em escala reduzida, descrita ainda neste capítulo.

3.1.2 Redução de Escala e Similaridade

A similaridade e a apropriada redução de escala do protótipo experimental foram as tarefas envolvendo maiores cuidados na realização deste trabalho. A equivalência do comportamento dinâmico de ambos é fundamental para a posterior comparação dos resultados. Adicionalmente, minimizar os efeitos e interferências oriundos dos testes com o corpo de prova submerso mostrou-se uma complicação. A presença de diferentes fenômenos interligados, como é o caso da elasticidade/dinâmica do sistema e da hidrodinâmica do corpo de prova, levam à correta observação de parâmetros adimensionais que garantam a similaridade entre o modelo em escala e o protótipo em tamanho real.

A redução de escala para a realização dos experimentos foi analisada levando-se em consideração o comportamento dinâmico do sistema, com o intuito de aproximar suas frequências naturais seco às do protótipo . No decorrer do trabalho foram idealizadas três configurações até encontra-se uma apropriada para realização dos ensaios.

Primeiramente, um modelo com dois graus de liberdade e similaridade geométrica foi analisado. Consiste em um tubo cilíndrico em escala 1:12 com liberdade de movimento nas direções vertical e horizontal, suportado nas laterais por lâminas metálicas, as quais simulam a rigidez em ambos os sentidos. O projeto conceitual do modelo é mostrado nas Figuras 3.4 e 3.5

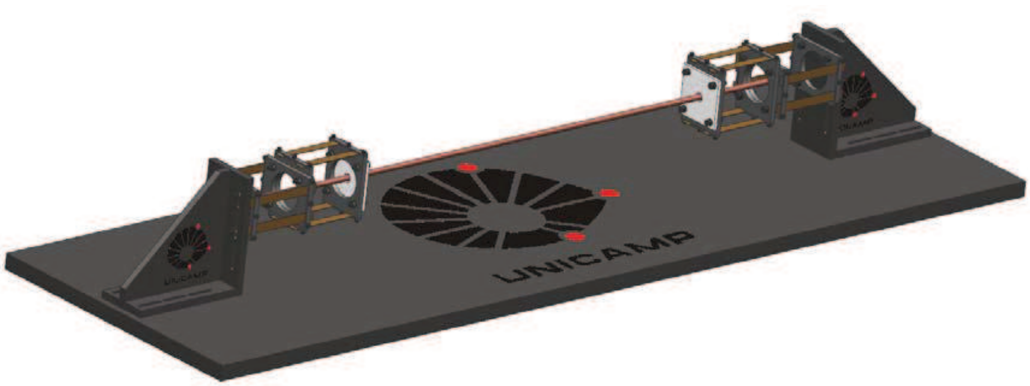


Figura 3.4: Modelo em escala reduzida com dois graus de liberdade e similaridade geométrica.

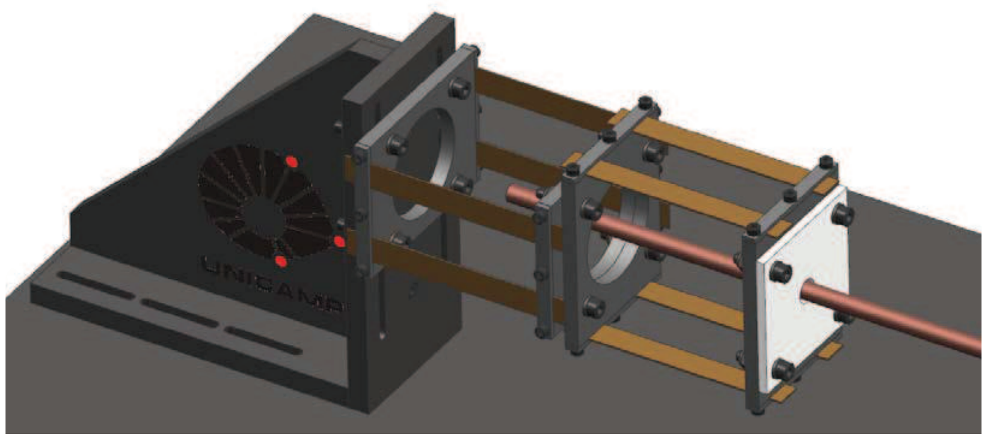


Figura 3.5: Detalhe de uma extremidade do modelo, suportes elásticos para movimento vertical e horizontal.

Este modelo apresentou boa representação elástica e geométrica em relação ao protótipo, sendo a rigidez controlada pela espessura e comprimento das lâminas, além de evitar o acoplamento de rigidez em uma determinada direção. Em contrapartida, a representação dos efeitos hidrodinâmicos quando submerso foi um fator complicante. A geometria dos suportes elásticos gerariam grandes incertezas quanto ao amortecimento causado pelo fluido, sendo difícil sua distinção em relação ao amortecimento causado somente pela geometria da parte de interesse, a cilíndrica. Adicionalmente, para realização dos testes com o absorvedor *PTMD* a construção de um exemplar muito pequeno seria feita, dificultando sua confecção e montagem no sistema experimental. Dessa forma, a idealização de outra configuração foi providenciada.

Um segundo modelo de *jumper* com total similaridade geométrica em relação ao protótipo, também com escala 1:12, porém com engaste em suas duas extremidades inferiores. A Figura 3.6 mostra sua configuração.

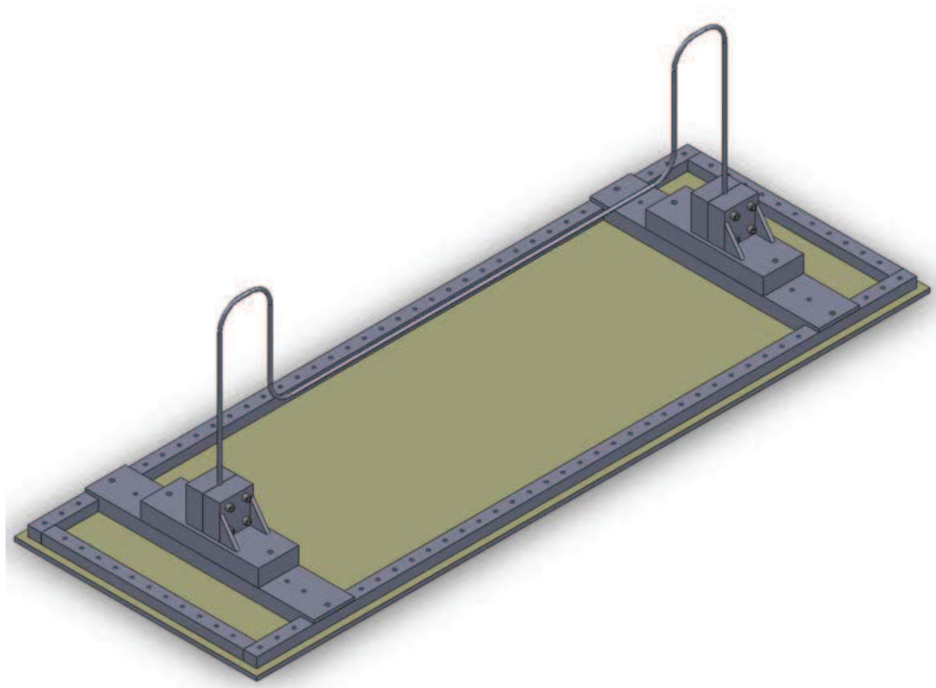


Figura 3.6: Representação do modelo com total similaridade geométrica em relação ao protótipo.

A principal vantagem desse segundo modelo em relação ao primeiro foi a melhor representação dos efeitos hidrodinâmicos quando submetido a testes submersos, pois os engastes nas duas extremidades inferiores não movimentam-se como os anteriores. Outra importante característica é sua boa representação elástica devido à geometria fiel ao protótipo. Entretanto, a necessidade de construção de um absorvedor *PTMD* em dimensões bastante reduzidas também se mostrou presente, dificultando sua aplicação.

Como terceira alternativa, analisou-se a utilização de um modelo com uma menor redução de escala, facilitando a construção e montagem do absorvedor e garantindo uma melhor similaridade hidrodinâmica em relação ao protótipo, além de facilitar a interpretação posterior dos resultados. Um tubo de seção circular em escala 1:2 e suspenso por molas nas duas extremidades mostrou-se uma boa alternativa, pois seu maior diâmetro garente uma melhor representação dos efeitos hidrodinâmicos quando submerso. As molas têm a função de garantir a rigidez equivalente nas duas direções, podendo ser projetadas e fabricadas de acordo com a necessidade e também oferecendo boa versatilidade na regulagem. Entretanto, seu movimento em meio ao fluido geraria incertezas e possíveis alterações dinâmicas no sistema, como foi o caso do primeiro modelo com lâminas. A solução surgiu com a colocação das molas na parte superior do aparato experimental, não entrando em contato com a água. A Figura 3.7 ilustra uma representação do sistema. Este modelo mostrou-se a melhor opção para a construção do aparato experimental.

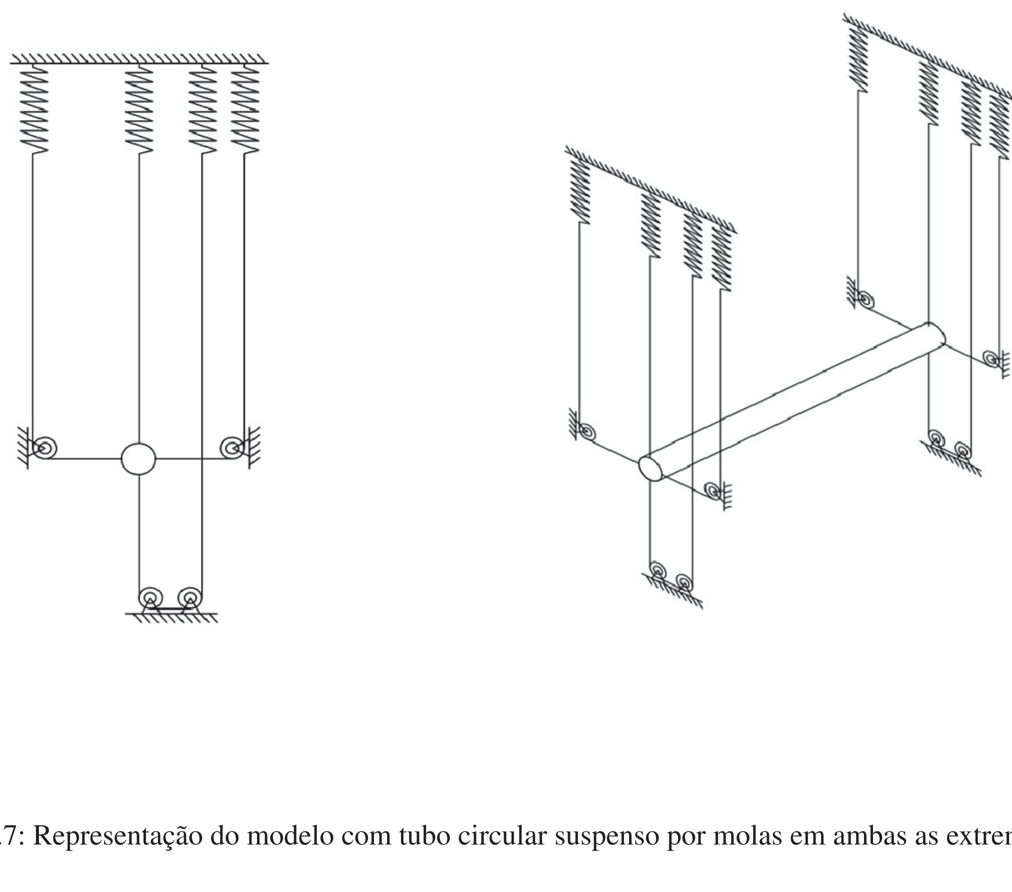


Figura 3.7: Representação do modelo com tubo circular suspenso por molas em ambas as extremidades.

As Tabelas 3.2 e 3.3 apresentam uma comparação das vantagens e desvantagens dos modelos idealizados até então.

Tabela 3.2: Vantagens dos modelos em escala reduzida.

Modelos Reduzidos		
Opção 1	**Opção 2**	**Opção 3**
Boa representação da elasticidade e geometria.Ótimo controle da elasticidade dos suportes elásticos em ambas as direções	Boa representação da elasticidade e geometria.Melhor representação dos engastes em relação a opção 1.	Melhor presentação da similaridade hidrodinâmica devido ao maior diâmetro.Absorvedor PTMD de tamanho maior, mais fácil construção.Menores incertezas hidrodinâmicas – molas não submersas.

Tabela 3.3: Desvantagens dos modelos em escala reduzida.

Modelos Reduzidos		
Opção 1	**Opção 2**	**Opção 3**
Difícil representação da similaridade hidrodinâmica.Grandes incertezas hidrodinâmicas dos suportes elásticos.Requer um absorvedor PTMD de tamanho muito reduzido.	Difícil representação da similaridade hidrodinâmica.Requer um absorvedor PTMD de tamanho muito reduzido.	Facilidade no ajuste da rigidez equivalente através das molas.

A Figura 3.8 ilustra o projeto conceitual do sistema experimental.

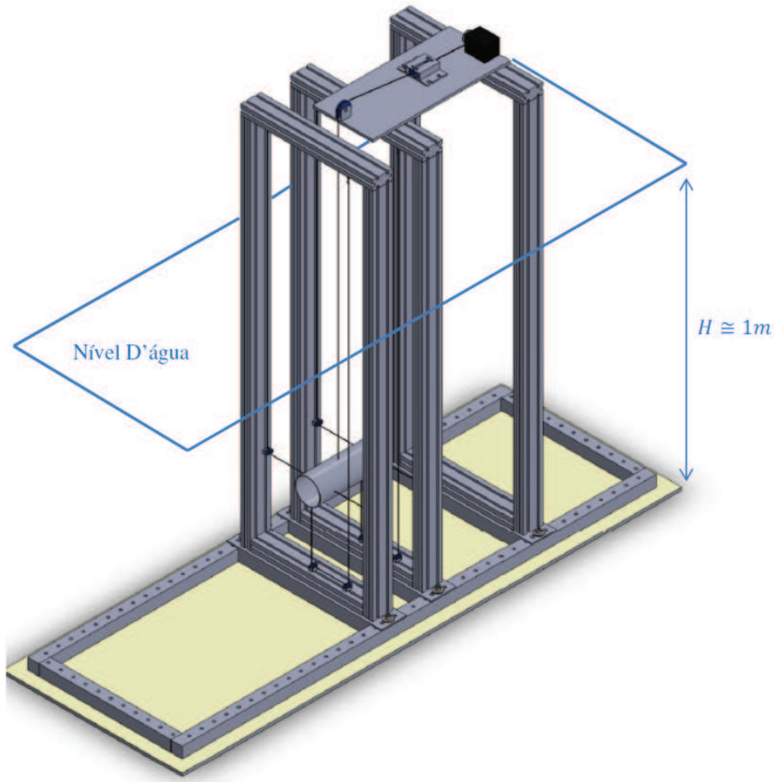


Figura 3.8: Representação do modelo experimental escolhido.

3.2 Projeto do Aparato Experimental

A rigidez equivalente para o projeto das molas e a massa do tubo circular foram determinadas a partir de resultados de simulações numéricas, a fim de garantir similar comportamento dinâmico em termos de frequências entre modelo e protótipo. Para que as frequências naturais nas direções horizontal e vertical ficassem nos valores de 2,0 Hz e 2,4 Hz respectivamente, os valores de rigidez teórica do sistema tiveram resultados conforme tabela 3.4.

Tabela 3.4: Rigidez equivalente do modelo teórico.

Rigidez Equivalente Vertical (N/m)	**Rigidez Equivalente Horizontal (N/m)**
4000	2000

Cada extremidade do corpo de provas é suspensa por duas molas verticais e duas horizontais, como foi mostrado na Figura 3.7. A rigidez equivalente total teórica em ambas as direções foi dividida entre essas molas, comportando-se como molas em paralelo. Cada mola horizontal tem rigidez teórica de 500 N/m, já as verticais 1000 N/m. Para que fosse realizado seu projeto, uma análise dos deslocamentos possíveis do corpo de provas teve que ser providenciada. Para isso se fez necessária a escolha do corpo de prova, o qual, através de resultado de simulações numéricas e da redução de escala, resultou em um diâmetro de três polegadas, possibilitando também a determinação das amplitudes dos testes.

As molas foram projetadas para uma deflexão máxima de seis polegadas (6”). Um deslocamento inicial de 3 polegadas (3”) é dada, a fim de deixar o sistema livre de folgas, garantir igual amplitude de deslocamento e evitar seu fechamento, o que comprometeria os resultados dos ensaios. A amplitude prevista para os ensaios foi de uma polegada e meia (1,5”) ou em relação ao diâmetro do corpo de provas, meio diâmetro (1/2 D), com a mesma dimensão de segurança para ambos os lados, totalizando 3 polegadas (3”) de amplitude limite.

Na Figura 3.9 é ilustrado um esquema de deslocamentos do corpo de prova. O termo Y_0 denota a posição estática após a montagem, ΔL_o é a tração inicial e $\Delta L_{Max.}$ é a máxima amplitude das molas.

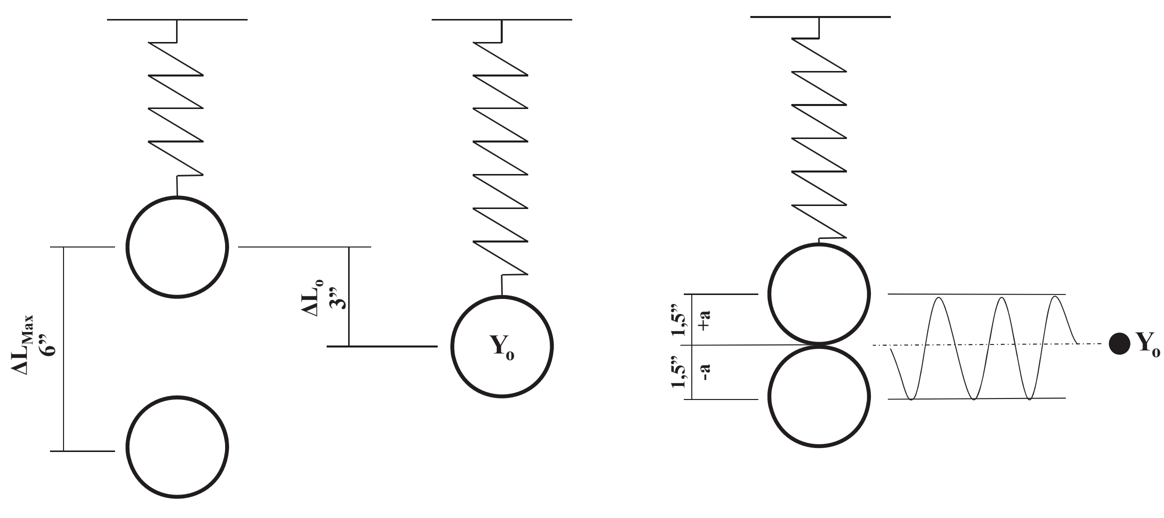


Figura 3.9: Representação do modelo experimental escolhido.

As características de projeto das molas são listadas na tabela 3.5.

Tabela 3.5: Características de projeto das molas.

Características	**Molas Verticais Superiores**	**Molas Verticais Inferiores**	**Molas Horizontais**
Material	Aço Inoxidável AISI 302	Aço Inoxidável AISI 302	Aço Inoxidável AISI 302
Comprimento Inicial (mm)	243	215	187
Diâmetro Externo (mm)	51,7	56,2	39,7
Número de Espiras	34	26	37
Deflexão Máxima (mm)	153	153	153
Rigidez (N/m)	1012	1.008	500
Força de Abertura (N)	55	46	23

Para a ideal caracterização do modelo experimental a aferição das molas foi realizada. Para cada mola foi levantada uma curva de tensão versus deformação, avaliando-se sua linearidade e força inicial de abertura. No ANEXO A encontram-se as curvas características de todas as molas. Na tabela 3.6 são dados os valores experimentais rigidez de cada mola, nomeadas de acordo com a Figura 3.10, onde são dados seus respectivos posicionamentos no aparato experimental.

Tabela 3.6: Dados experimentais das molas utilizadas no experimento.

	Rigidez (N/m)	**Força Abertura (N)**
Mola EVT	1203,0	91,8
Mola DVT	1245,7	84,2
Mola EVB	1234,3	69,3
Mola DVB	1182,6	70,6
Mola EHB	660,3	17,3
Mola EHF	624,7	10,7
Mola DHB	628,0	15,0
Mola DHF	601,1	16,1

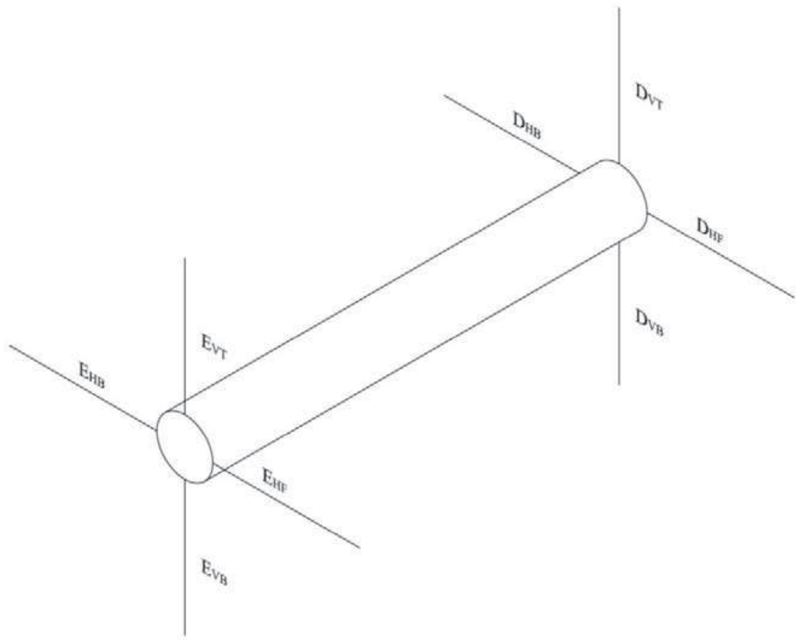


Figura 3.10: Representação esquemática do posicionamento e nomenclatura das molas em relação ao corpo de prova.

O tubo cilíndrico necessitou ser resistente à corrosão da água, sendo aço inoxidável o material escolhido. Devido ao custo elevado dos tubos de aço inoxidável comercialmente disponíveis as dimensões do tubo utilizado não foram idênticas às do tubo teórico, medindo 73,5 mm de diâmetro e 5,85 mm de espessura de parede, não 3" e 1/4" como o ideal. Respeitando-se a massa do corpo de provas teórico, um aumento no comprimento do tubo foi providenciado, medindo 1125 mm, não 1000 mm como o ideal. As características do corpo de provas teórico e ideal podem comparadas na Tabela 3.7.

Para que não houvesse a entrada de água no interior do corpo de provas, a construção de fechamentos em alumínio foi providenciada, a fim de se evitar a alteração da massa suspensa e a quantidade de movimento da água aprisionada em seu interior, consequentemente alterando as características dinâmicas do sistema experimental como um todo e afetando os resultados.

Tabela 3.7: Comparativo entre o corpo de provas ideal e experimental.

Características	**Características Tubo Cilíndrico Ideal**	**Características Tubo Cilíndrico Experimental**
Comprimento	1000 mm	1125 mm
Diâmetro Externo	3” - 76,2 mm	73,5 mm
Espessura de Parede	¼” - 6,35 mm	5,85 mm
Massa	11,3 kg	11,1 kg*
*** Valor incluindo a massa de ambos os fechamentos laterais.**		

Com a parte principal do sistema suspenso concluída, partiu-se para a configuração do sistema de excitação. Um disco excêntrico conectado a um motor elétrico proporciona o movimento harmônico, o qual é convertido em linear através de guias de alinhamento. Um cabo faz a conexão do disco até o corpo de prova com uma mola de rigidez 561 N/m conectada entre ambos, responsável pela tensão e eliminação de folgas no cabo excitador em todos os regimes de excitação. A Figura 3.11 mostra um esquema de todo o sistema.

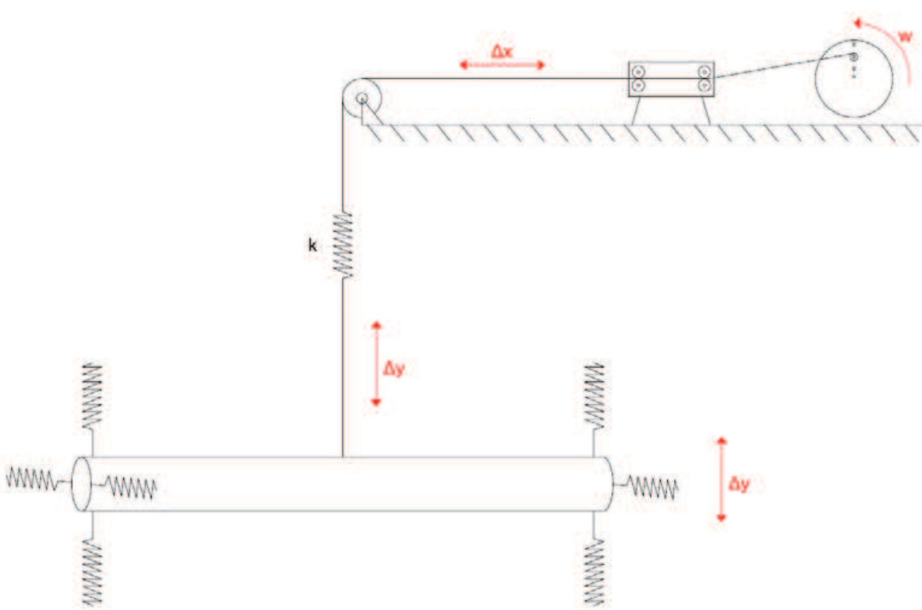


Figura 3.11: Representação esquemática do sistema de excitação.

O disco excêntrico possui furações diferentes ao longo de seu raio, proporcionando diferentes amplitudes de excitação, sendo elas normalizadas em relação ao diâmetro:

- $\frac{3}{4}D$;
- $\frac{1}{2}D$;
- $\frac{1}{4}D$;
- $\frac{1}{8}D$;

No APÊNDICE D encontra-se uma análise detalhada do comportamento do sistema de excitação.

O motor elétrico tem o controle de velocidade angular controlado por um inversor de frequência, podendo-se realizar ensaios em uma ampla faixa de frequências. Os dados do motor e inversor de frequência são dados na tabela 3.8.

Tabela 3.8: Equipamentos do sistema de excitação.

Equipamento	**Características**
Motor Elétrico WEG W22 Plus	Trifásico 220/380V, potência 1kW, 4 polos, frequência 60Hz, Rotação 3440 RPM.
Inversor de Frequência WEG CFW080073B2024PSZ	Marca WEG, controle de 0 – 300Hz, para motores de potência até 2 CV.

3.3 Absorvedor de Vibrações PTMD

O sistema massa-mola secundário anexado ao corpo de provas consiste em uma mola em configuração de viga em balanço com uma massa concentrada em sua extremidade. O ajuste do comprimento da viga proporciona a sintonização do absorvedor para trabalhar na frequência natural do corpo principal. A escolha dessa configuração deu-se pela facilidade do ajuste e pelo pequeno volume ocupado, não prejudicando consideravelmente os resultados quando testado embaixo da água.

A janela de batimento possui uma com folga pré-determinada, a qual é revestida com uma fita adesiva visco-elástica *VHB 3M*. Com o movimento da viga em balanço choques se fazem presente nessa folga revestida, dissipando energia do sistema.

As características do absorvedor são listadas na Tabela 3.9.

Tabela 3.9: Características do absorvedor *PTMD*.

Absorvedor *PTMD*	
Massa total	1,421 kg
Massa concentrada	0,5 kg
Volume	0,3 cm³
Comprimento viga	210mm
Largura Viga	6 mm
Espessura Viga	2 mm
Janela de Batimento	±16,6 mm
Espessura Revestimento	2 mm
Frequência Ajustada	3,6 Hz

3.4 Montagem do Experimento

O aparato experimental apresentado nestre trabalho foi montado no Laboratório de Estudos de Petróleo LABPETRO / CEPETRO UNICAMP.

O tanque de provas utilizado para a montagem do sistema possui fechamento frontal e de uma das laterais em vidro, a fim de facilitar a visualização dos ensaios. Já a parte traseira é totalmente construída em aço. A Figura 3.12 ilustra as características gerais e suas dimensões.

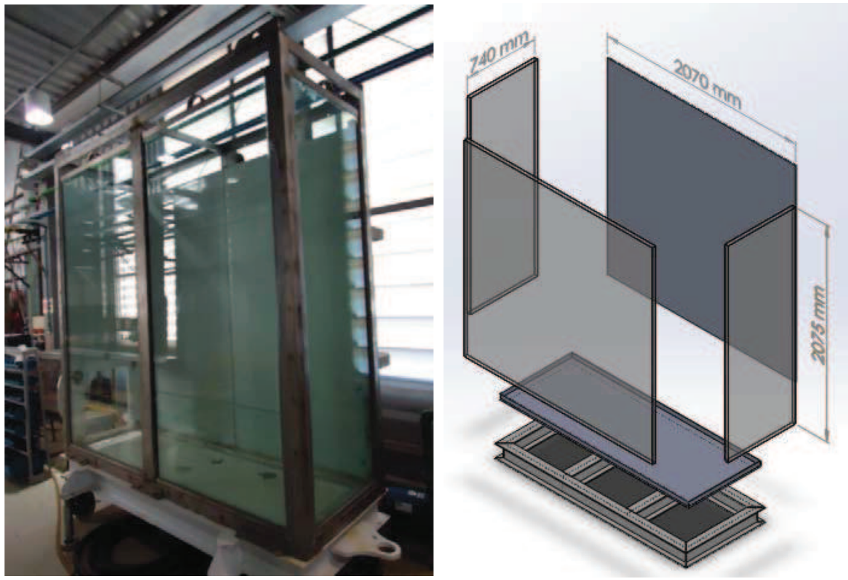


Figura 3.12: Visão geral do tanque de provas no laboratório.

A fixação do sistema na base do tanque consiste numa estrutura de barras de alumínio com 45mm x 45 mm, com furação roscada passante e equidistante ao longo de toda sua extensão, a fim de proporcionar versatilidade durante a montagem do restante do conjunto experimental. A estrutura é fixada com uma cola estrutural especial, garantindo a integridade da fixação.

O posicionamento longitudinal do sistema no interior do tanque é proporcionado por adaptadores transversais de alumínio com dimensões finais de 50 mm x 100 mm x 620 mm e furação para fixação na base colada. Esses adaptadores dão a sustentação para a montagem dos quadros verticais.

Os quadros verticais são construídos em perfis estruturais de alumínio com dimensões de 40 mm x 80 mm, garantindo estabilidade ao conjunto apesar de sua baixa massa. Possuem dimensões externas de 530 mm x 1540 mm, com a parte interna útil de 460 mm x 1460 mm para acomodação de todo o sistema de suspensão do corpo de provas. Foram utilizados três quadros no total, um para cada extremidade do tubo e outro para ajudar na estabilidade da montagem, posicionado na parte central do tanque. A opção de ser utilizado alumínio para a construção de todo o sistema se deu devido aos cuidados com a oxidação da água. A Figura 3.13 apresenta algumas imagens da montagem do sistema.

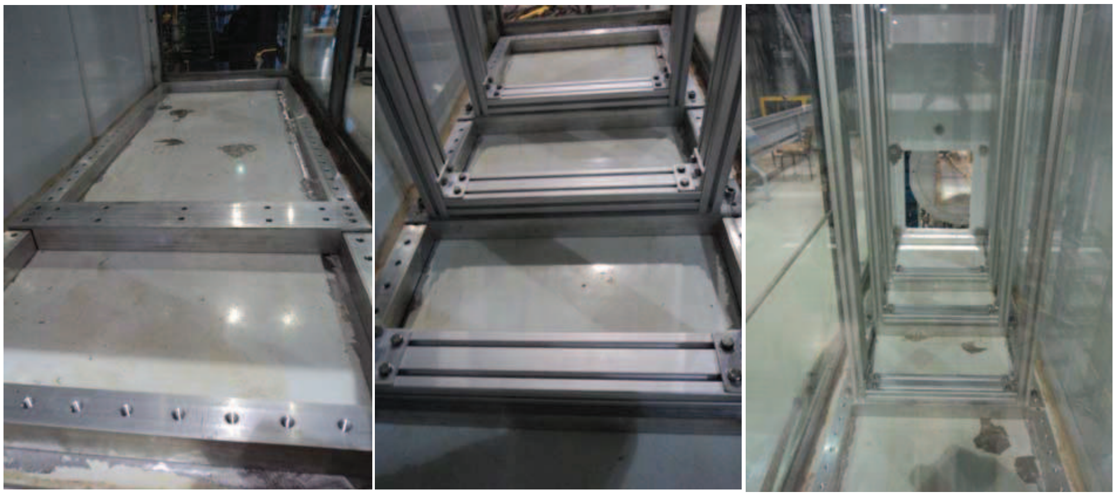


Figura 3.13: Detalhe do sistema de fixação na base do tanque.

Conhecido o espaçamento interno disponível dos quadros, bem como o comprimento útil do tanque, o passo seguinte na montagem do aparato experimental foi a alocação do sistema de suspensão do corpo de provas. As roldanas responsáveis pela ligação do tubo às molas através de cabos de aço foram posicionadas, bem como os esticadores superiores, os quais garantem o posicionamento e regulagem das molas de tração.

As roldanas são construídas em aço inoxidável, com estrutura de fixação em alumínio. Com o intuito de minimizar o amortecimento devido ao atrito nas mesmas, a utilização de rolamentos foi a melhor alternativa encontrada. utilizando-se rolamentos de esfera no seu interior. Os foram escolhidos esticadores de 90 mm para a tração e regulagem das molas.

O cabo de aço escolhido foi o de aço inoxidável AISI 304 1 mm x 19 fios. Sua maior quantidade de fios proporciona uma maior flexibilidade, sendo o aço inoxidável resistente à corrosão, permanecendo íntegro durante os testes com o sistema submerso.

Um estudo foi realizado para o correto posicionamento do corpo de provas no espaço útil no interior dos quadros, a fim de evitar algum choque com a estrutura e também facilitar o procedimento de montagem. O resultado final após montagem do sistema é representado nas Figuras 3.14, 3.15 e 3.16.

Figura 3.14: Montagem geral do sistema no seco.

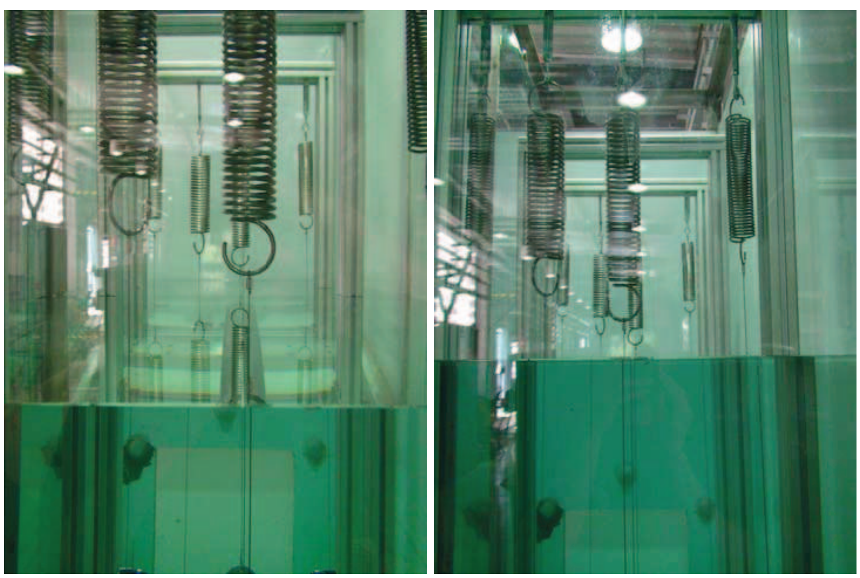


Figura 3.15: Detalhe do posicionamento das molas fora da água.

Figura 3.16: Visão geral do sistema submerso.

A Figura 3.17 detalha a montagem do absorvedor *PTMD* acoplado ao corpo de provas.

Figura 3.17: Absorvedor de Vibrações *PTMD* acolpado ao corpo de provas.

O motor foi posicionado acima do tanque de provas, fixado em uma viga transversal na estrutura do laboratório. O correto alinhamento vertical entre o corpo de prova e todo o conjunto de excitação, bem como o horizontal entre o motor e a roldana superior foi garantido. A Figura 3.18 mostra os detalhes da montagem do sistema excitador para testes forçados.

Figura 3.18: Detalhe do cabo e mola de excitação e controle de velocidade.

3.4.1 Aquisição de Dados

A obtenção dos dados para a caracterização do comportamento do sistema se deu principalmente através da coleta de deslocamentos por imagem. Acelerômetros também foram utilizados nos ensaios preliminares identificando-se com maior rapidez as frequências naturais do modelo experimental.

Uma câmera de alta velocidade foi utilizada para a captura das imagens. Para o seu tratamento foi utilizado o programa *LabVIEW 10* em conjunto com o pacote *IMAQ Vision National Instruments*, o qual proporciona inúmeras ferramentas para manipulação das imagens em função de cor, forma, posicionamento, entre outras, dependendo da aplicação.

Em uma das extremidades do corpo de prova foi criado uma espécie de alvo. Este tem um diâmetro de doze milímetros (12 mm) e é pintado em uma cor de tom avermelhado, a fim de destacar-se em meio à água e facilitar o processamento das imagens.

Com iluminação adequada, capaz de destacar ao máximo a parte vermelha de interesse, dá-se início á captura das imagens. A resolução utilizada foi de 1024 x 580 *pixels*.

Menezes Junior (2009) obteve resultados de deslocamento em um modelo experimental de riser em configuração catenária através da análises de imagens. Baseado em seu trabalho, foi criado o seguinte roteiro de tratamento no pacote *IMAQ Vision Assistant*.

1. **Escolha de um padrão de cor:** O padrão de cor utilizado foi o RGB, o qual é caracterizado pela combinação de três cores primárias, vermelho (*red*), verde (*green*), azul (*blue*), as quais combinadas formam as demais. É o padrão mais conveniente para programas de computação gráfica devido à forma como o sistema de visão humano reconhece as cores.

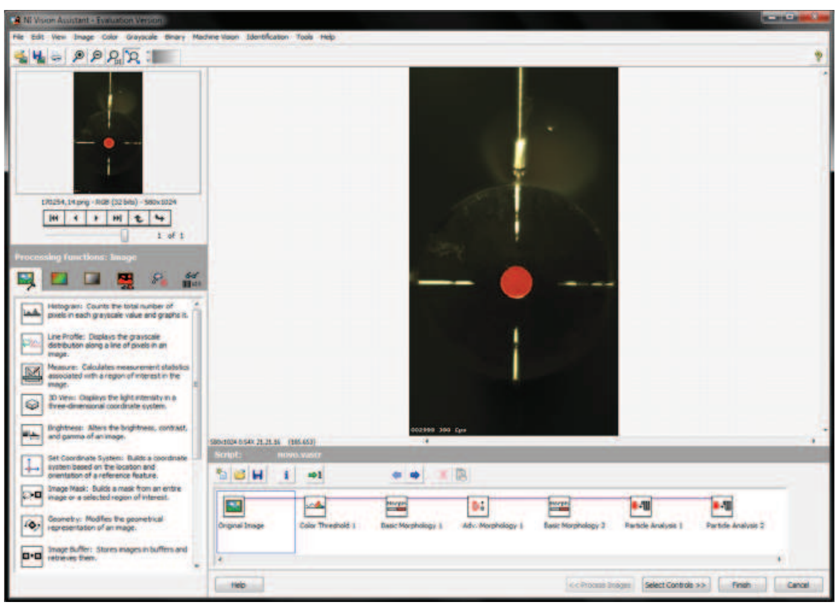


Figura 3.19: Imagem original sem tratamento de cor no pacote *IMAQ Vision Assistant*.

2. ***Thresholding*****:** Consiste em uma forma simples e eficiente de separar o alvo de outros componentes da imagem, removendo as cores que não são de interesse. Através da pintura de cor vermelha no alvo e controle de intensidade de cada nível de cor do padrão RGB, é possível se obter somente o ponto de interesse em cada imagem. A Figura 3.20 mostra os valores dos parâmetros de *thresholding* utilizados para selecionar o alvo vermelho no centro do corpo de provas.

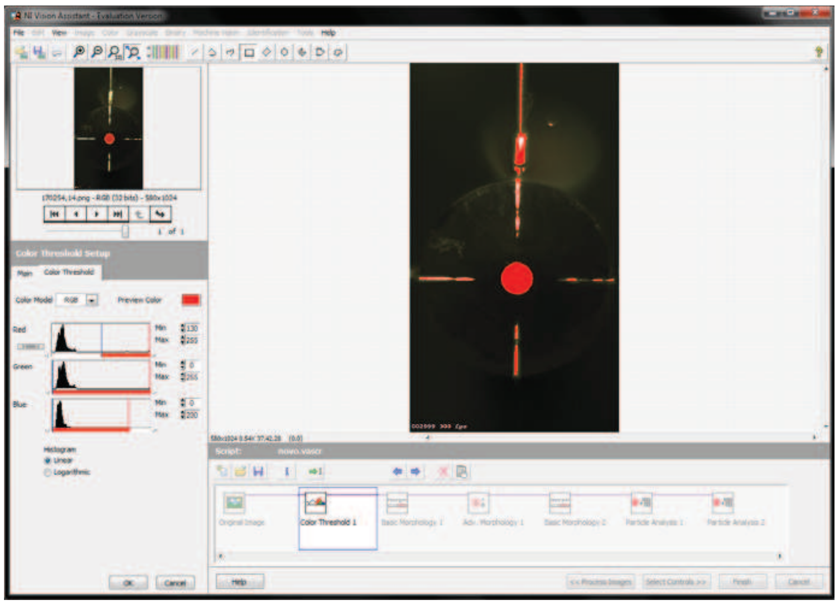


Figura 3.20: Procedimento de *Thresholding* utilizado no tratamento das imagens

3. **Erosão:** Verifica se os elementos da estrutura da imagem encaixam-se completamente em um conjunto de *pixels*. Se sim, todo o conjunto é trocado pelo valor mínimo do elemento de estrutura que está em volta do *pixel*, reduzindo as bordas da imagem. A Figura 3.21 mostra os parâmetros utilizados neste procedimento no tratamento das imagens do trabalho.

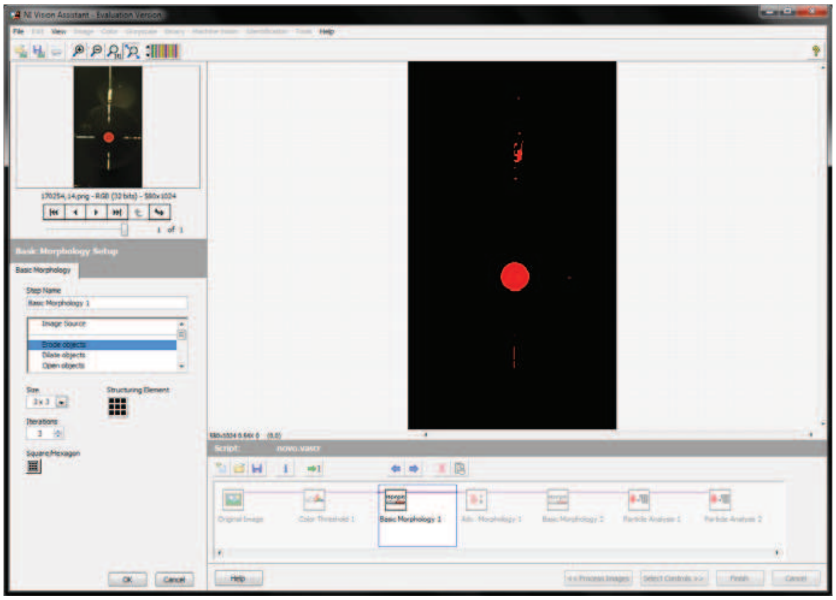


Figura 3.21: Processo de erosão utilizado no tratamento das imagens.

4. **Remoção de pequenos objetos:** Este recurso, como o próprio nome diz, promove a remoção de objetos de menor tamanho (*pixels*), restando somente os maiores, os quais são de interesse.

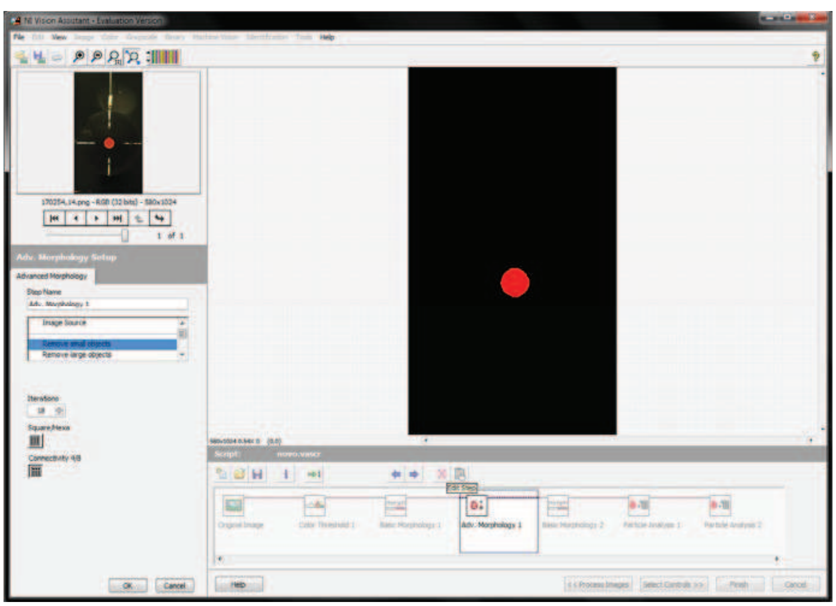


Figura 3.22: Procedimento de remoção de pequenos objetos utilizado no tratamento das imagens.

5. **Dilatação:** Ao contrário da erosão, aumenta o contorno das bordas através da troca do valor do *pixel* de referência pelo valor máximo do elemento de estrutura situado em sua volta. Os parâmetros de dilatação das imagens são mostrados na Figura 3.23.

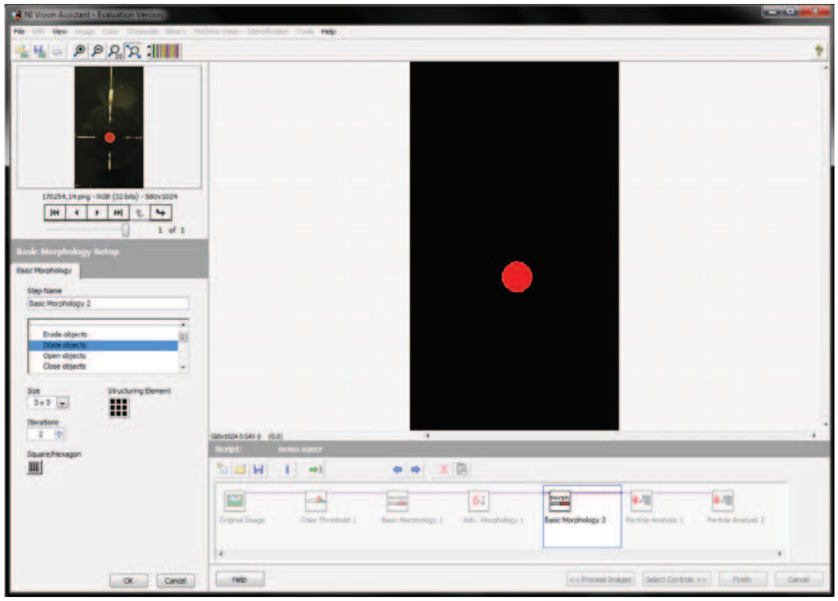


Figura 3.23: Procedimento de dilatação utilizado no tratamento das imagens.

6. **Centro geométrico e Área:** Obtém o centro geométrico em *pixels* nas direções horizontal e vertical do objeto resultante dos processos anteriores, bem como sua área. O resultado obtido no tratamento de uma imagem é mostrado na Figura 3.24.

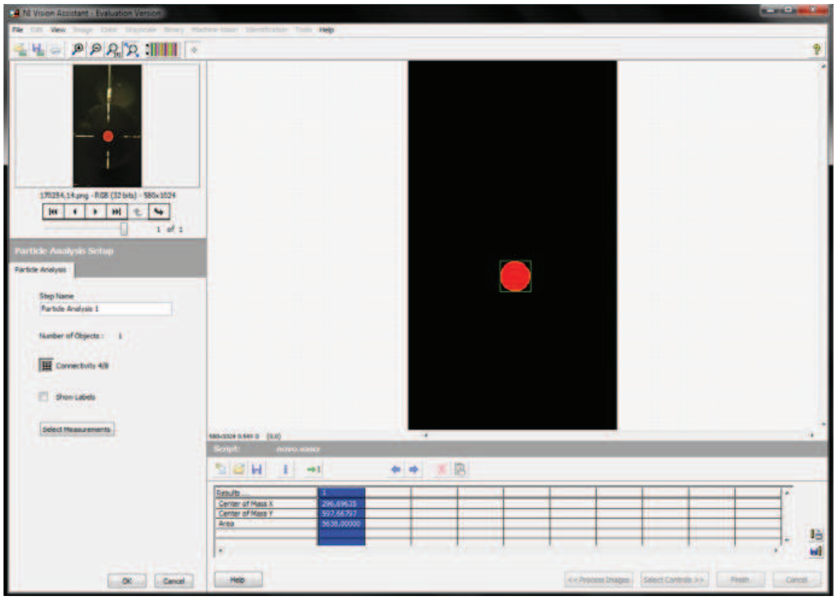


Figura 3.24: Dados de centro geométrico e área obtidos no tratamento de uma imagem.

A sequência de procedimentos utilizados no pacote *IMAQ Vision Assistant* é mostrado na Figura 3.25. Já a Figura 3.26 detalha os resultados das imagens após cada um deles.

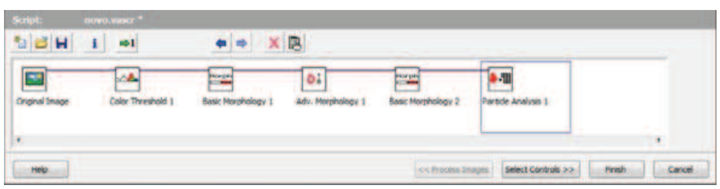


Figura 3.25: Sequência de procedimentos utilizados no tratamento das imagens.

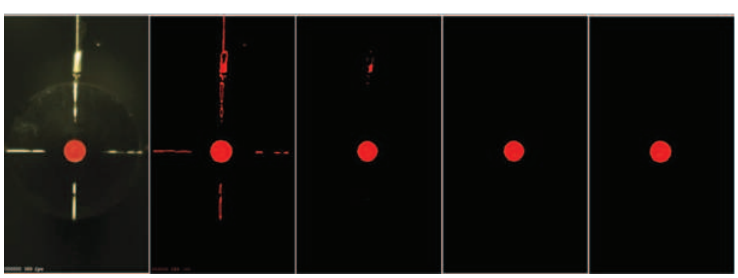


Figura 3.26: Resultados consecutivos do tratamento de imagens.

Florczyk (2005) aborda de forma detalhada todos os conceitos teóricos a respeito dos procedimentos utilizados no tratamento das imagens do presente trabalho.

Com a obtenção dos dados do centro geométrico e área do objeto central (alvo), pôde-se dar início à rotina para cálculo de amplitudes para cada frequência de ensaio.

O diâmetro do alvo vermelho possui doze milímetros. Através do tratamento de imagens consegue-se o valor da área das imagens capturadas, pela qual é obtido seu diâmetro em *pixels*. A cada imagem um valor é fornecido pela rotina, totalizando três mil pontos ao longo dos dez segundos de cada ensaio (frequência de aquisição de 300 Hz). Uma média aritmética desses três mil valores é obtida, sendo então usada para se determinar uma razão entre o diâmetro real do alvo e o diâmetro médio desses pontos (*pixel*/milímetro).

As informações do centro geométrico são fornecidas pelo tratamento de imagens e mostrados em função do tempo nas direções horizontal e vertical. Como a excitação em todos os ensaios é harmônica, temos uma curva senoidal, com picos e vales. A rotina reconhece seus valores ao longo dessa curva, resultando no deslocamento total do corpo de prova no ensaio em questão. Esse deslocamento é dividido pela metade, obtendo-se então a amplitude de resposta em *pixels*. Finalmente, o valor da amplitude de resposta é dividido pelo valor da razão *pixel*/milímetro, resultando no valor de amplitude em milímetros. O número de imagens e a frequência de aquisição são inseridos no painel frontal do aplicativo para reconhecimento da rotina. Os dados de tempo, centro geométrico e amplitudes em ambas as direções são exportados em um arquivo (.txt) pelo programa para posterior análise. A Figura 3.27 mostra o painel frontal do aplicativo para obtenção dos dados das imagens.

Para os ensaios de decaimento no tempo as imagens são tratadas da mesma maneira, porém, os dados obtidos não passam pelo aplicativo em *LabVIEW*, sendo tratados manualmente.

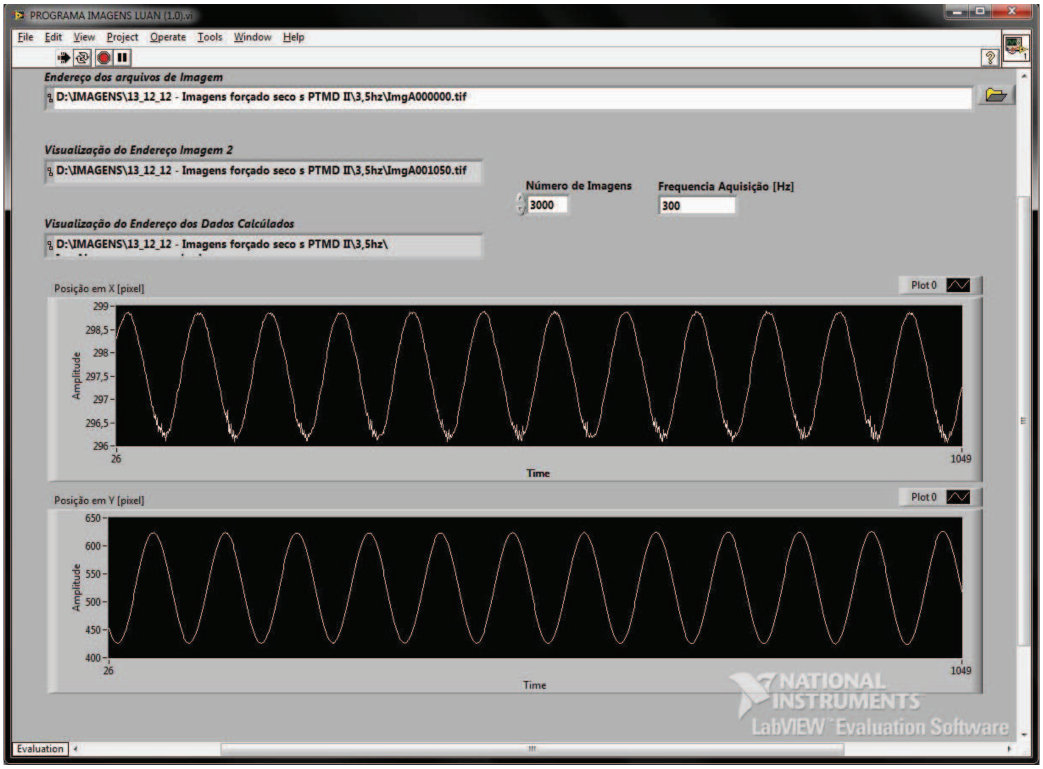


Figura 3.27: Painel frontal do aplicativo para tratamento dos dados das imagens.

Os dados técnicos dos equipamentos utilizados na aquisição de dados são apresentados no ANEXO B.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão mostrados os dados obtidos neste trabalho. As características do comportamento dinâmico do sistema experimental em experimentos de oscilação livre e forçado, no seco e submerso, com e sem o absorvedor *PTMD*.

Nos ensaios de oscilação livre busca-se a determinação das frequências características do sistema e o fator de amortecimento global. Um deslocamento inicial de 30 milímetros (30 mm) na direção vertical é dado ao corpo de provas e posteriormente liberado, onde seu deslocamento até o repouso ao longo do tempo é gravado. Em torno de cinco ensaios foram realizados para cada condição a fim de se validar os resultados.

Já nos ensaios forçados, uma varredura das amplitudes de resposta do sistema sob uma excitação de frequência e amplitude controlada é realizada. Partiu-se de uma frequência abaixo da natural até uma superior, passando-se pela tal, onde as amplitudes de resposta são as maiores. Todos os ensaios forçados tiveram amplitude de excitação de 9,8 milímetros (9,8 mm) e um intervalo em frequência de 0,05 Hz entre cada ponto.

Como não foram coletados os valores de força nos ensaios forçados, os gráficos para análise do fator de amplificação não puderam ser construídos. Dessa forma, foram plotados os deslocamentos de resposta do corpo de prova em função da frequência de excitação. Através da análise dos resultados de amplitude pode-se obter conclusões relevantes sobre a eficácia do absorvedor de vibrações *PTMD*, desde que sua principal função é na redução dos deslocamentos do corpo principal.

Cada ponto apresentado nos gráficos dos ensaios forçados é referente a uma frequência específica, onde foram coletadas imagens durante um intervalo de tempo e obtida sua amplitude média de resposta. Na Figura 4.1 é apresentado um exemplo de gráfico contendo um ensaio em questão.

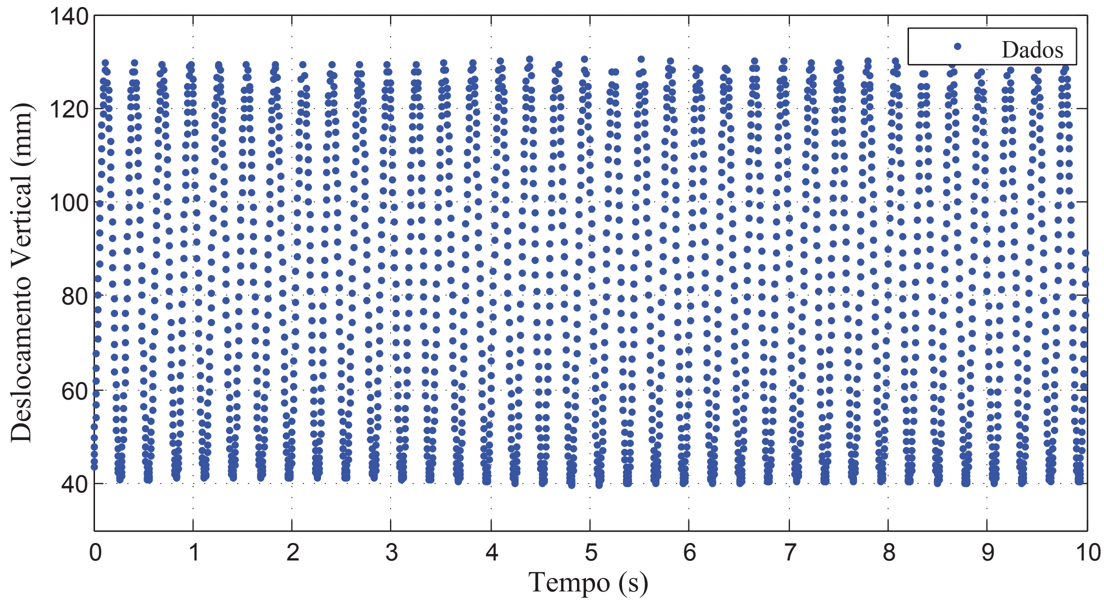


Figura 4.1: Gráfico resultante de um ensaio forçado, do qual é obtida a amplitude média de resposta do corpo de provas.

Todos os dados de deslocamento foram obtidos com a utilização de imagens, tempo de duração de dez segundos (10s) e taxa de aquisição de trezentos Hertz (300 Hz), totalizando três mil pontos a cada ensaio.

4.1 Ensaios sem o absorvedor *PTMD*

Os ensaios em questão referem-se ao sistema sem a massa concentrada na ponta da viga em balanço do absorvedor *PTMD*, ou seja, não ocorrem choques da viga com a estrutura nem a transferência de energia do corpo principal para o absorvedor. A única alteração é o acréscimo de massa estática "morta" do absorvedor ao corpo primário.

4.1.1 Oscilação livre no seco sem *PTMD*

Primeiramente foram realizados ensaios com o sistema no seco sem o absorvedor *PTMD* acoplado. A Figura 4.2 mostra o gráfico de decaimento no tempo.

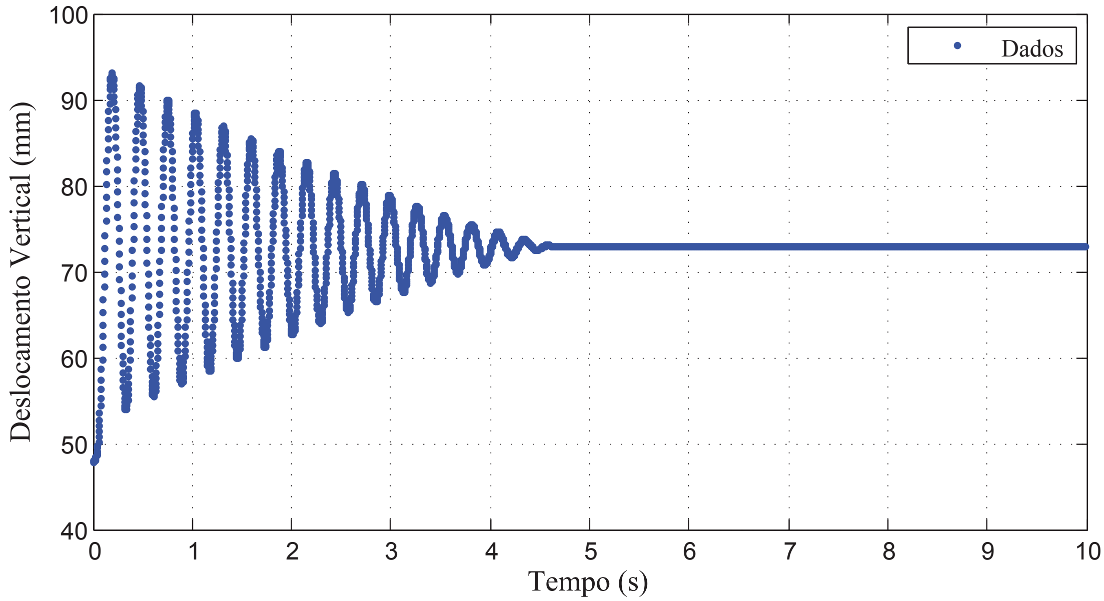


Figura 4.2: Resultados dos ensaios de decaimento no tempo com o sistema no seco sem *PTMD*.

Na Figura 4.3 são apresentados os resultados dos mesmos ensaios, porém no domínio da frequência. A frequência natural do sistema em todos os ensaios foi 3,6 Hz. O decremento logarítmico médio δ encontrado foi 0,57 e fator de amortecimento ζ foi 0,091, com um desvio padrão de 2%, considerado aceitável para os resultados experimentais.

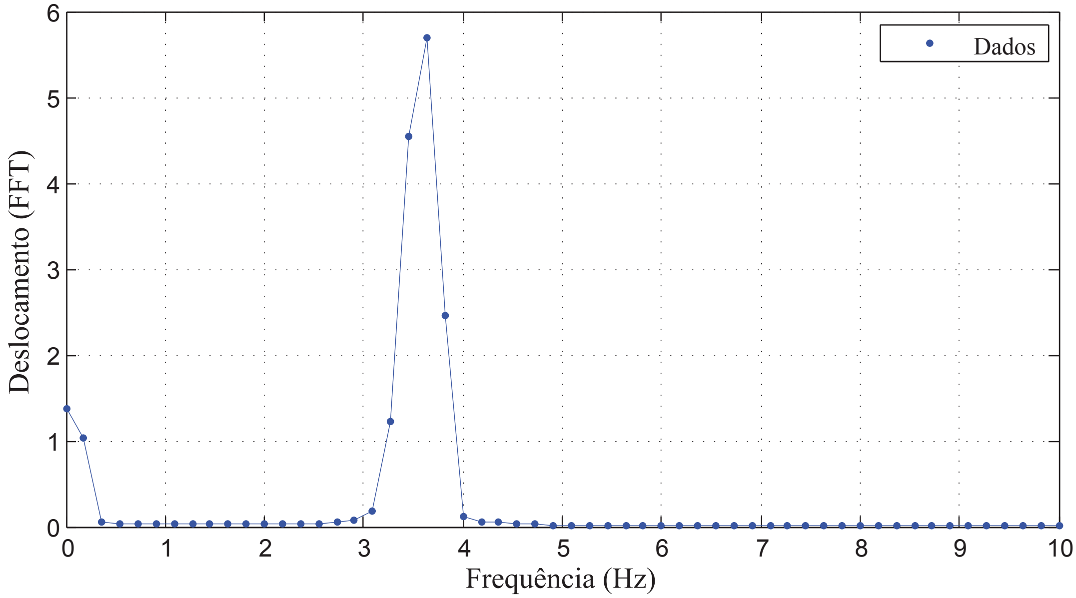


Figura 4.3: Resultados dos ensaios de decaimento no ar sem *PTMD* no domínio da frequência.

4.1.2 Oscilação livre na água sem PTMD

Da mesma maneira que os ensaios no seco foram realizados ensaios com o corpo de provas submerso em água. Todo o sistema foi reajustado devido à nova posição estática, elevada pelo empuxo do tubo cilíndrico. A Figura 1.4 mostra o gráfico de decaimento no tempo resultante dos ensaios. Na Figura 4.5 são apresentados os resultados dos mesmos ensaios, porém no domínio da frequência. A frequência registrada foi de 3 Hz, com decremento logarítmico médio δ de 0,64 e fator de amortecimento ζ igual a 0,102. O desvio padrão resultante dos cinco ensaios foi 3%. Como esperado, pôde-se perceber a influência do amortecimento devido ao meio fluido em torno do corpo de prova pela diminuição da frequência natural, atrelado à massa adicional do fluido.

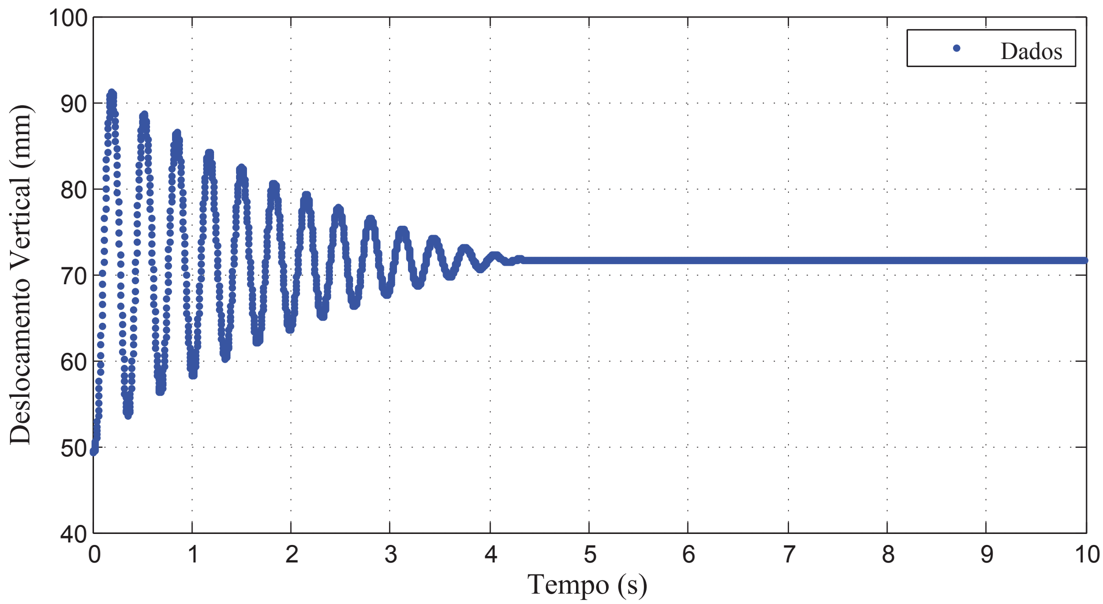


Figura 4.4: Resultados dos ensaios de decaimento no tempo com o sistema na água sem *PTMD*.

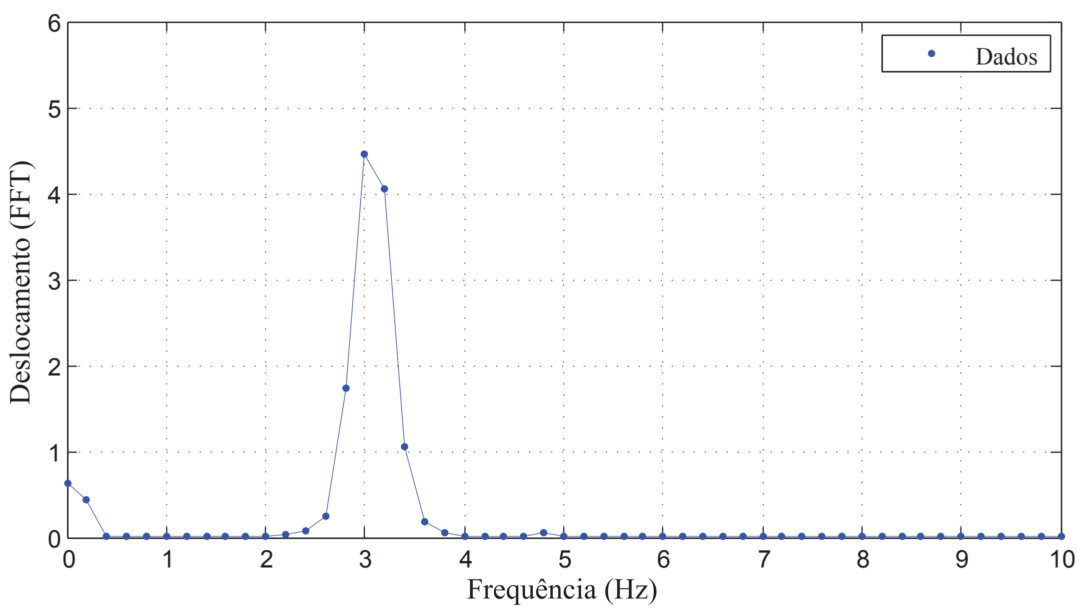


Figura 4.5: Resultados dos ensaios de decaimento na água sem *PTMD* no domínio da frequência.

4.1.3 Oscilação forçada no seco sem *PTMD*

Conhecida a frequência natural do sistema, pôde-se dar inicio aos ensaios forçados. O cabo ligado ao sistema de excitação foi conectado à parte central do corpo de provas, proporcionando o movimento vertical de frequência e amplitude controlada. As figuras 4.6,4.7,4.8,4.9 e 4.10 mostram as frequências principais de resposta do sistema, onde percebe-se uma amplitude mais baixa abaixo e acima da frequência natural.

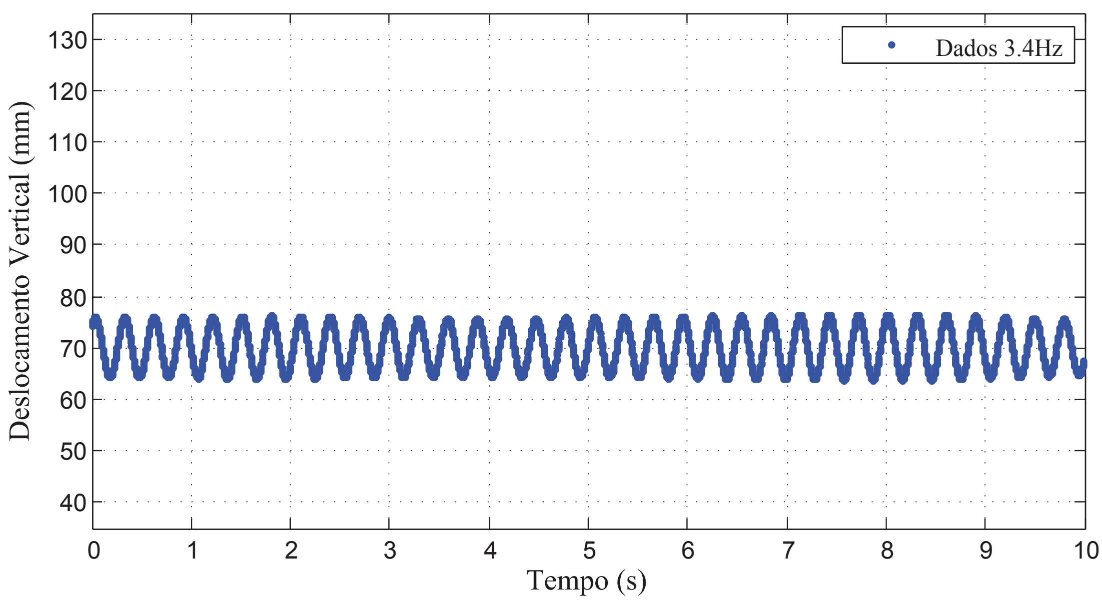


Figura 4.6: Resultados dos ensaios de oscilação forçada no seco sem *PTMD* a 3.4Hz.

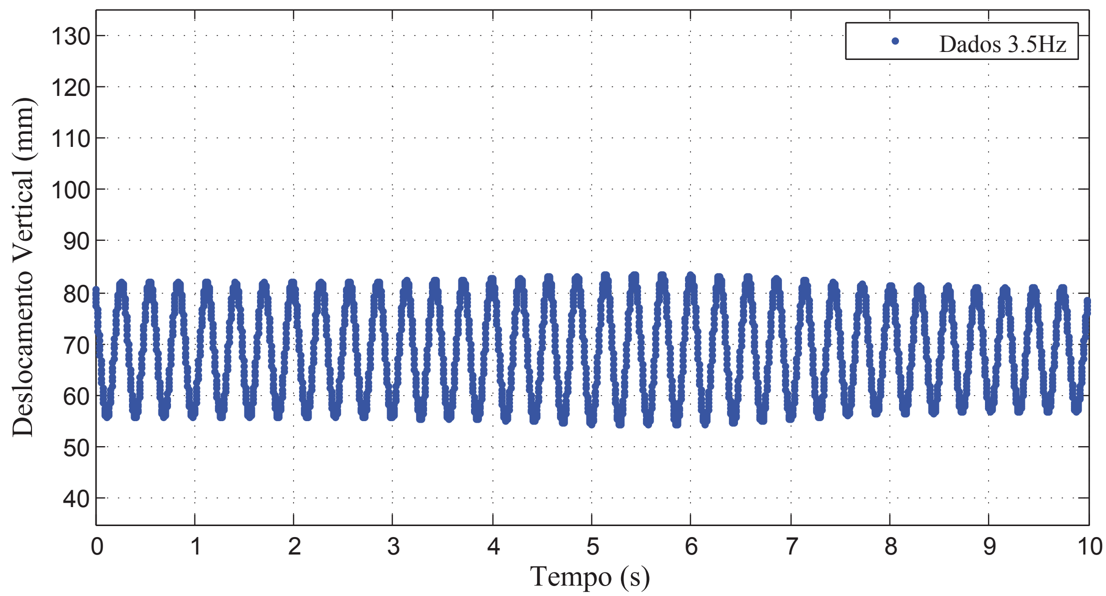


Figura 4.7: Resultados dos ensaios de oscilação forçada no seco sem *PTMD* a 3.5Hz.

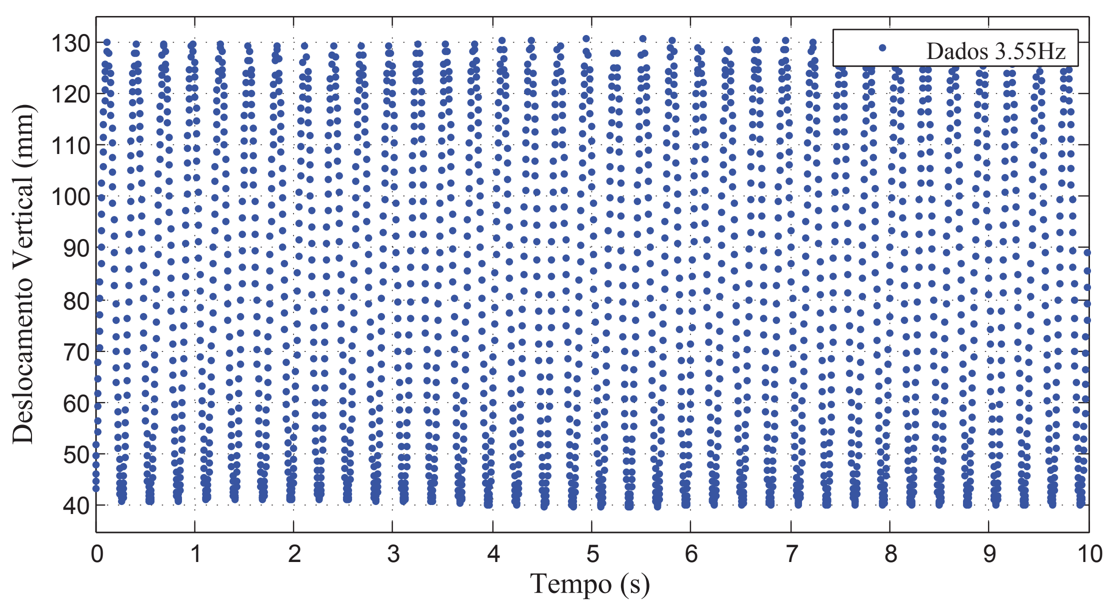


Figura 4.8: Resultados dos ensaios de oscilação forçada no seco sem *PTMD* a 3.55Hz.

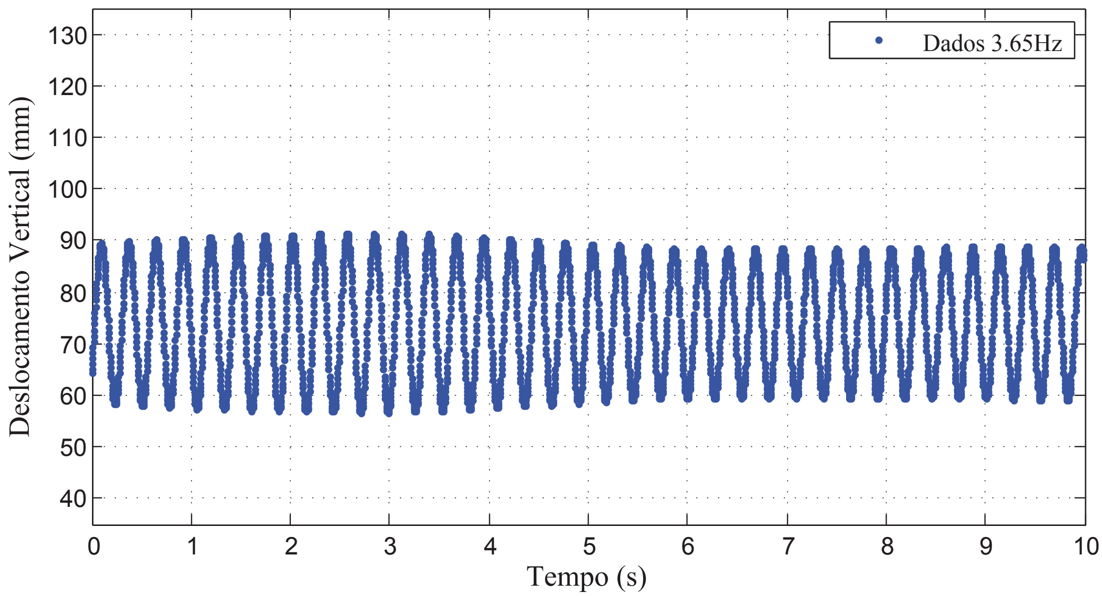


Figura 4.9: Resultados dos ensaios de oscilação forçada no seco sem *PTMD* a 3.65Hz.

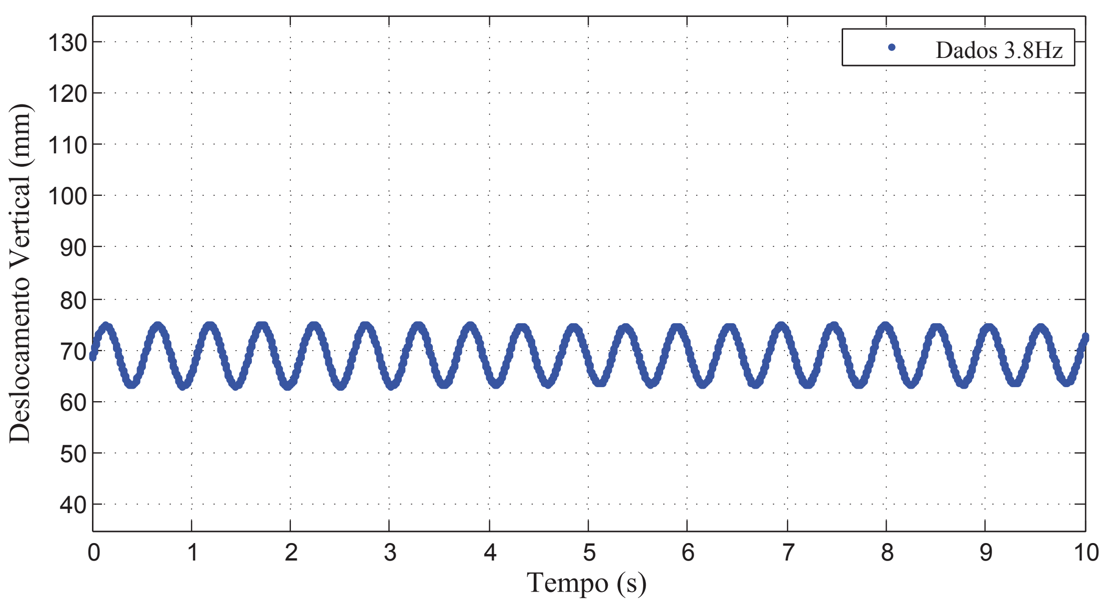


Figura 4.10: Resultados dos ensaios de oscilação forçada no seco sem *PTMD* a 3.8Hz.

A Figura 4.11 mostra um gráfico resultante das amplitudes de resposta do sistema em função da frequência de excitação.

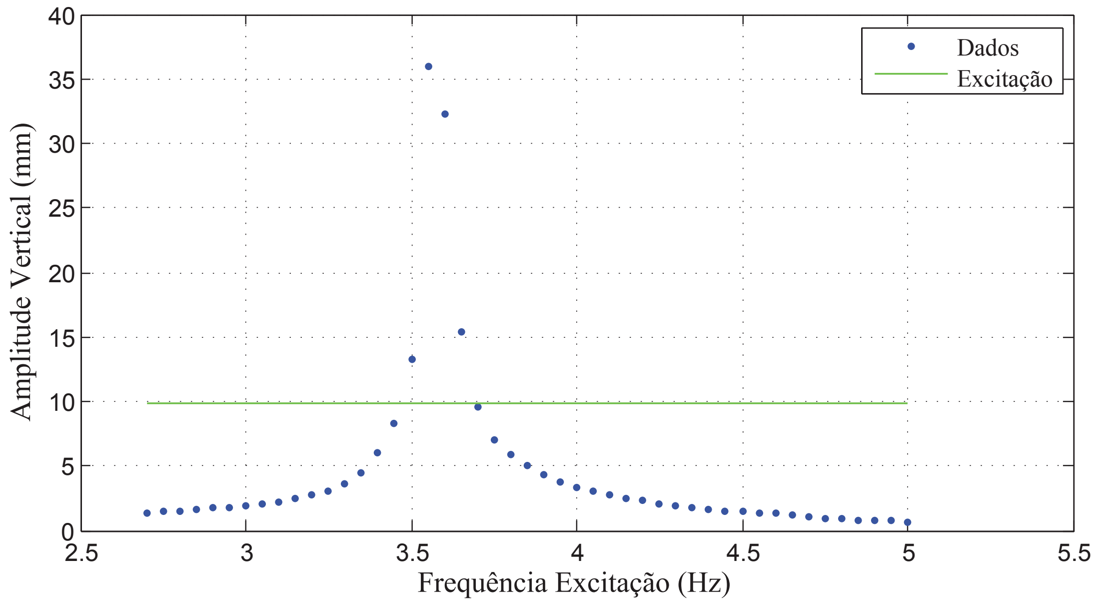


Figura 4.11: Resultados dos ensaios de oscilação forçada no seco sem *PTMD*.

Notou-se uma pequena alteração na frequência natural, passando de 3,6 Hz para 3,55 Hz. Entretanto, o sistema comportou-se como esperado em relação aos ensaios de decaimento no seco. A amplitude máxima de resposta foi de 36 milímetros (36 mm), aproximadamente a metade do diâmetro do tubo cilíndrico.

4.1.4 Oscilação forçada na água sem *PTMD*

Com o sistema já ajustado após os ensaios de oscilação livre para as condições na água, foram realizados os ensaios forçados. As figuras 4.12, 4.13, 4.14, 4.15 e 4.16 mostram o comportamento de resposta do sistema sob excitação na frequência natural, assim como abaixo e acima da mesma.

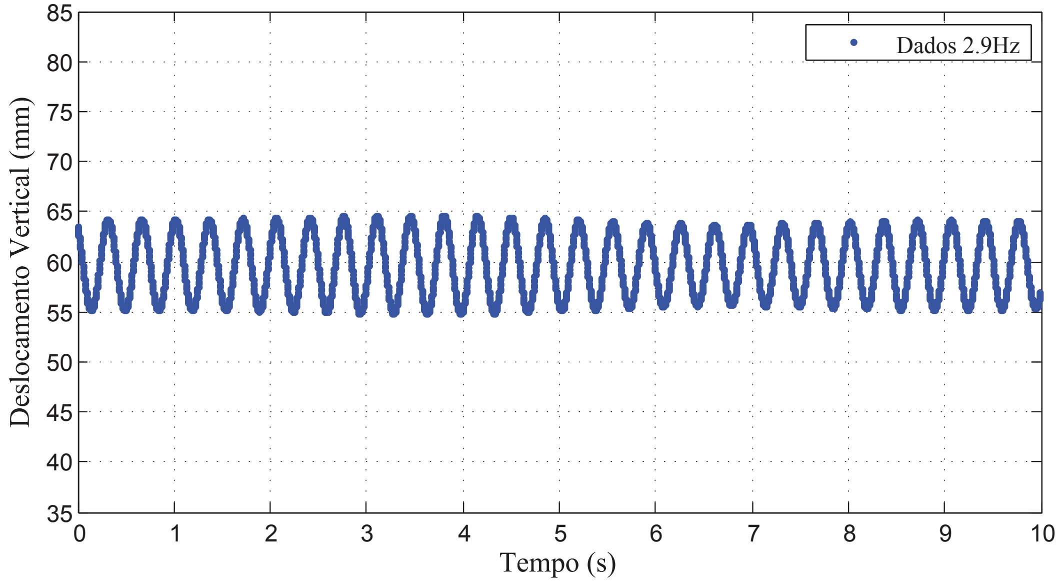


Figura 4.12: Resultados dos ensaios de oscilação forçada na água sem *PTMD* a 2,9Hz.

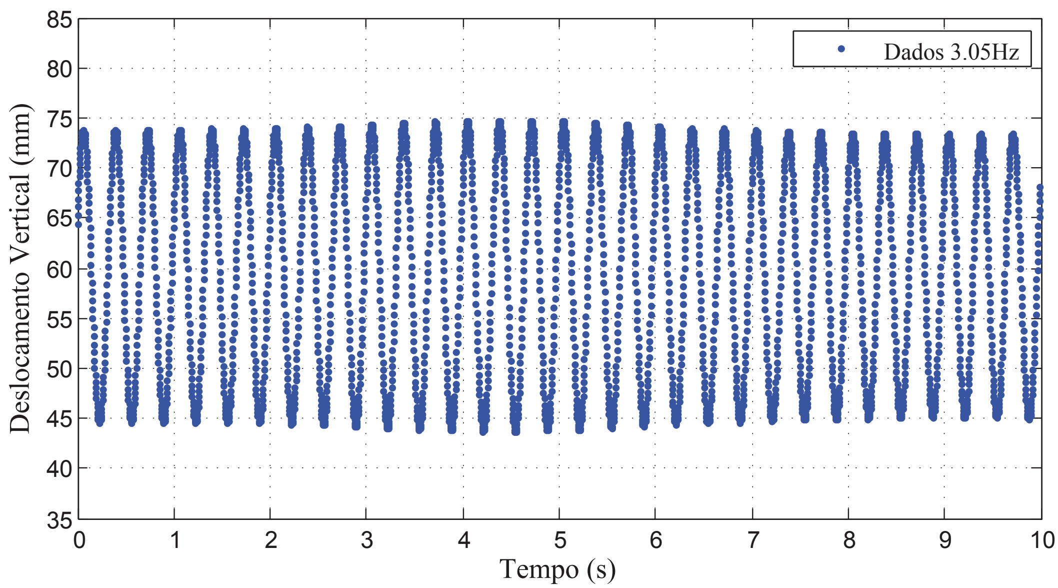


Figura 4.13: Resultados dos ensaios de oscilação forçada na água sem *PTMD* a 3,05Hz.

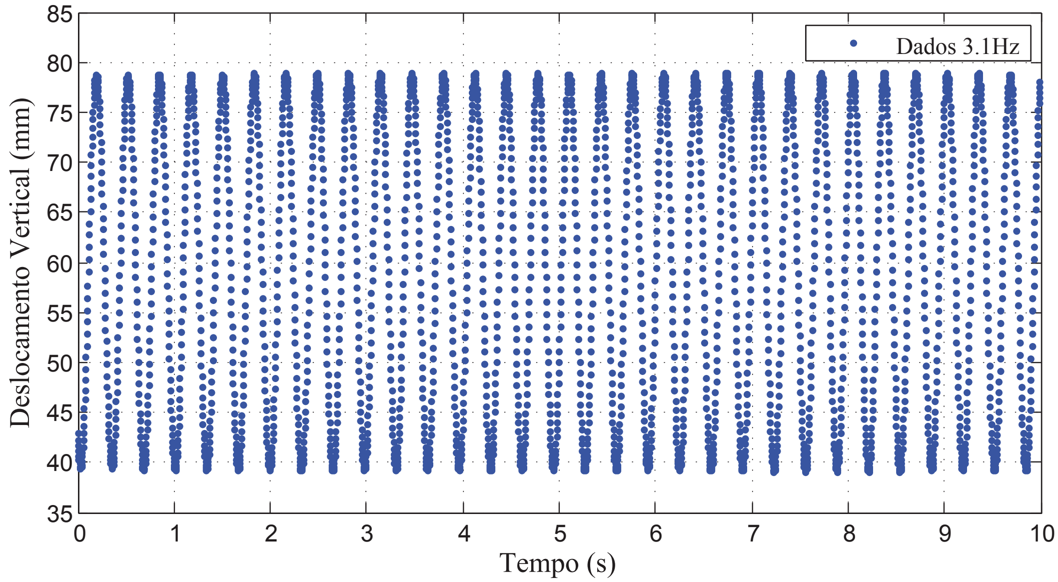


Figura 4.14: Resultados dos ensaios de oscilação forçada na água sem *PTMD* a 3,1Hz.

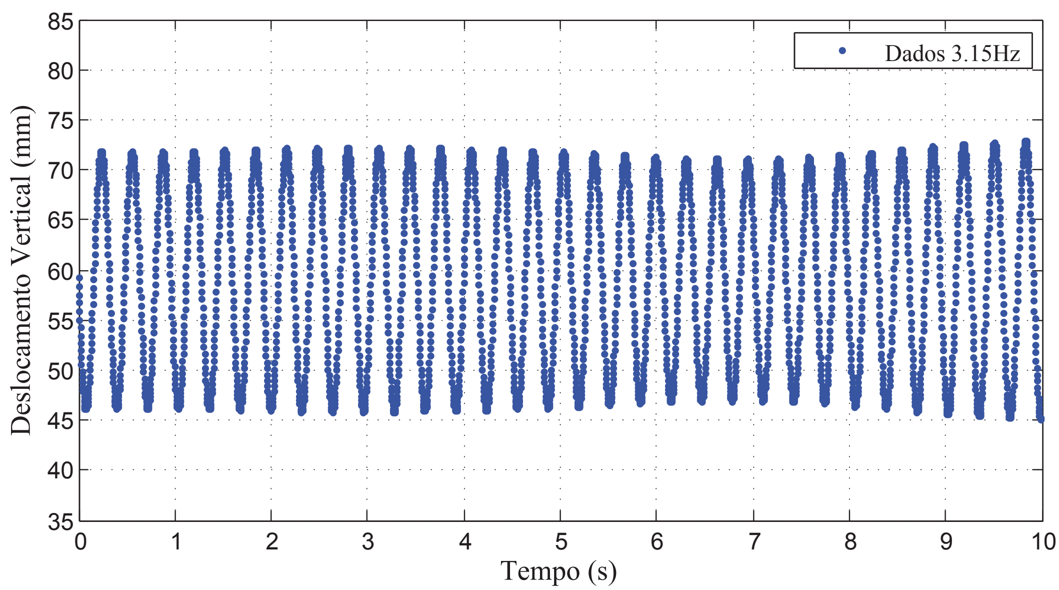


Figura 4.15: Resultados dos ensaios de oscilação forçada na água sem *PTMD* a 3,15Hz.

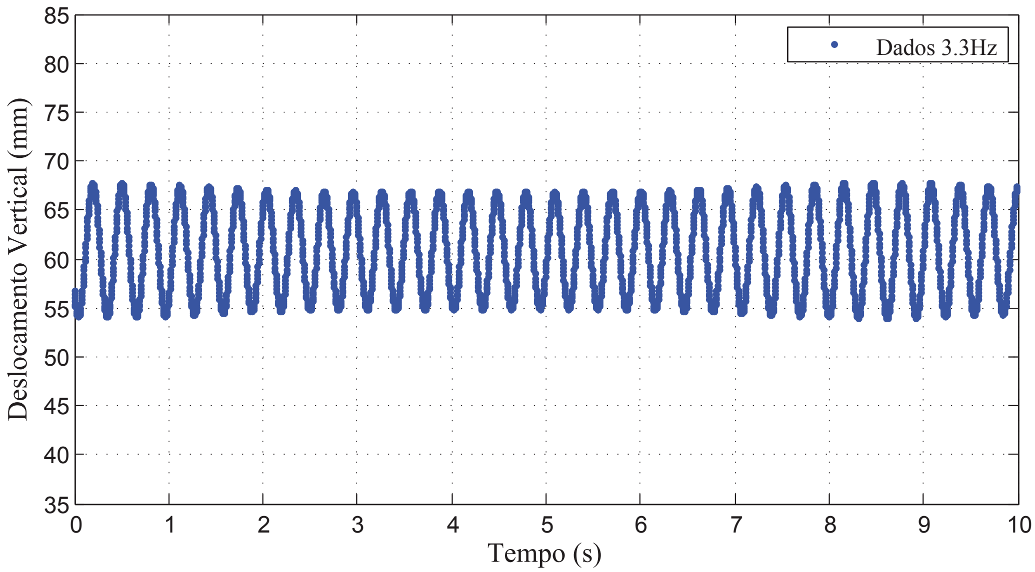


Figura 4.16: Resultados dos ensaios de oscilação forçada na água sem *PTMD* a 3,3Hz.

A Figura 4.17 mostra o gráfico resultante comportamento do sistema sob as várias frequências de excitação.

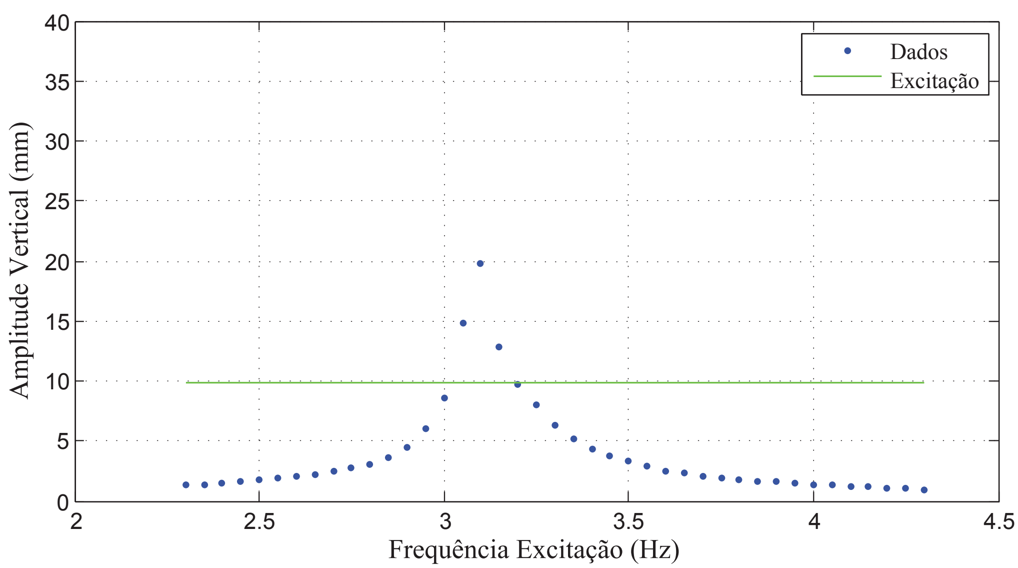


Figura 4.17: Resultados dos ensaios de oscilação forçada na água sem *PTMD*.

Percebeu-se uma alteração na frequência natural, saindo de 3,0 Hz para 3,1 Hz. A amplitude máxima registrada foi de 19,8 milímetros (19,8 mm), aproximadamente a quarta parte do diâmetro do corpo de provas e metade da amplitude dos ensaios no seco, evidenciando a dissipação do meio fluido sobre a resposta do sistema.

4.2 Ensaios com o absorvedor *PTMD*

Os próximos resultados apresentados foram coletados com a adição da massa concentrada na extremidade da viga em balanço do absorvedor *PTMD*. Foi esperado um maior decremento logarítmico e fator de amortecimento nos ensaios de oscilação livre, bem como uma menor amplitude de resposta nos ensaios forçados devido à dissipação de energia e amortecimento proporcionado pelos choques.

4.2.1 Oscilação livre no seco com *PTMD*

Assim como nos ensaios sem o absorvedor de vibrações, foram realizados ensaios de vibração livre no seco com o absorvedor. A Figura 4.18 mostra o gráfico de decaimento no tempo com o absorvedor acoplado.

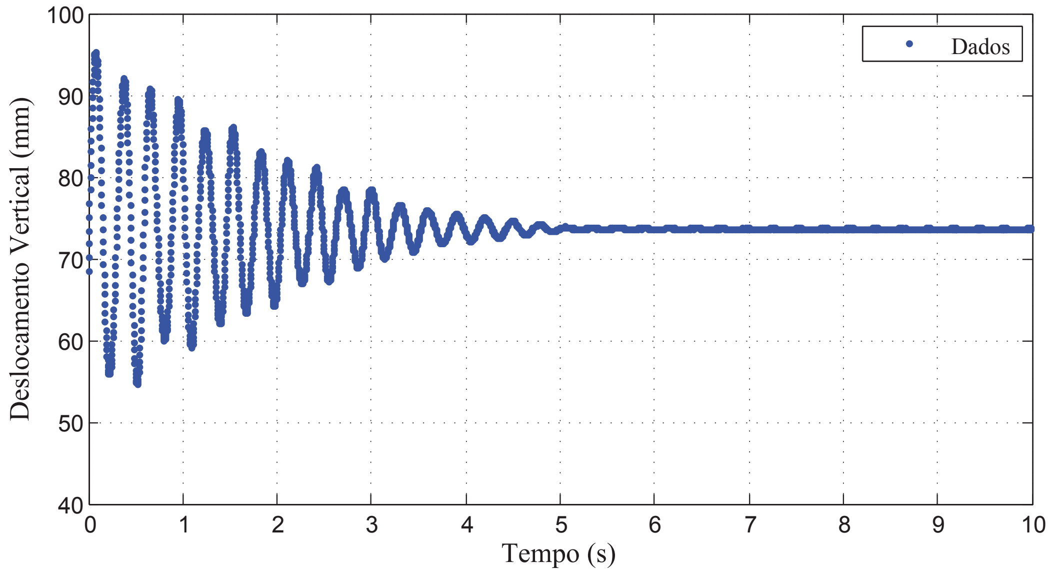


Figura 4.18: Resultados dos ensaios de decaimento no tempo com o sistema no seco com *PTMD*.

O mesmo ensaio é mostrado no domínio da frequência na Figura 4.19.

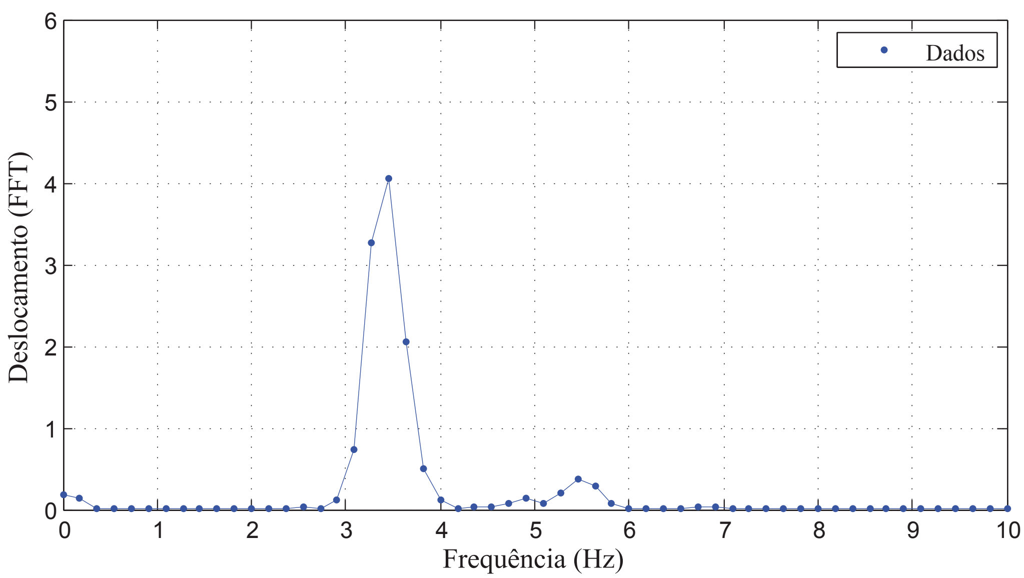


Figura 4.19: Resultados dos ensaios de decaimento no seco com *PTMD* no domínio da frequência

No gráfico de decaimento no tempo pode-se perceber que a curva exponencial não contém um decréscimo de amplitude constante, apresentando algumas distorções em alguns picos e vales. Tal fato deve-se aos choques resultantes da movimentação da massa do absorvedor de vibrações no anteparo de batimento, como esperado. Dois picos em frequência podem ser observados, 3,4 Hz e 5,4 Hz, oriundos das duas massas do sistema. O decremento logarítmico médio obtido nos ensaios foi de 0,76 com fator de amortecimento 0,12. O desvio padrão para os dados dos ensaios foi de 4%.

4.2.2 Oscilação livre na água com *PTMD*

O gráfico de decaimento no tempo do sistema submerso em água com o absorvedor de vibrações é mostrado na Figura 4.20.

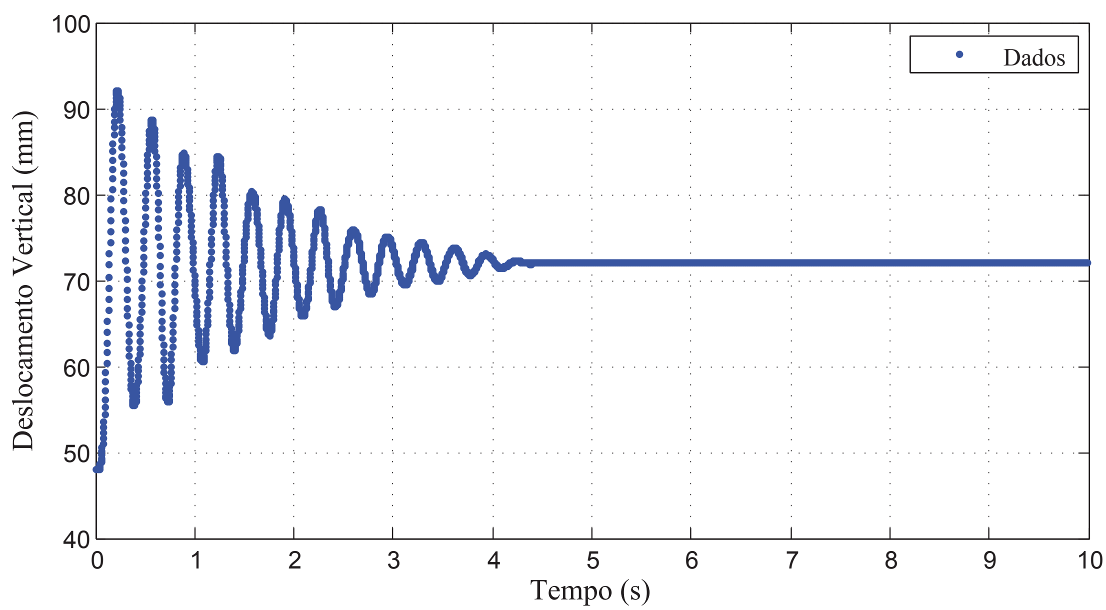


Figura 4.20: Resultados dos ensaios de decaimento no tempo com o sistema na água com *PTMD*.

O gráfico no domínio da frequência é mostrado na Figura 4.21.

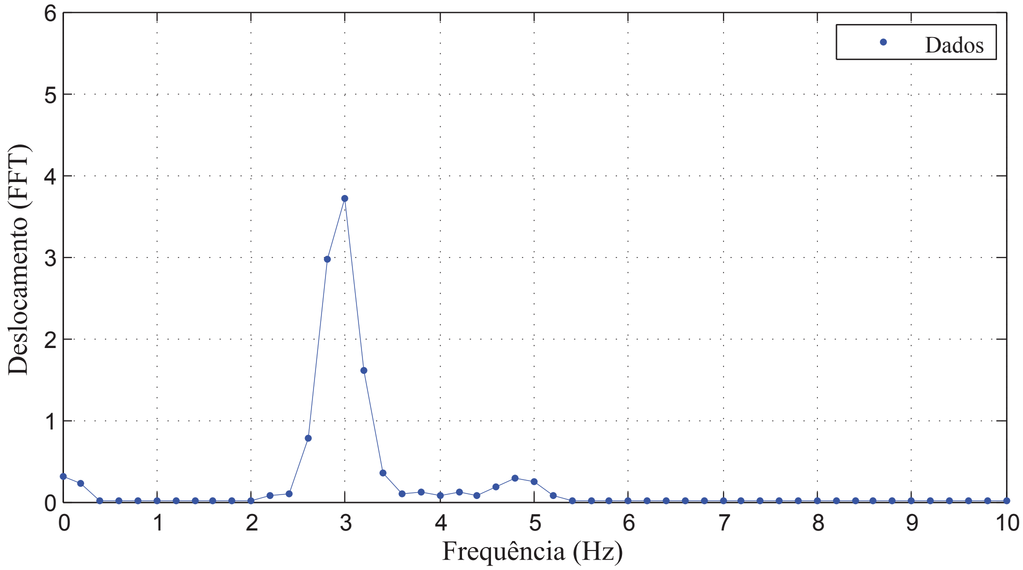


Figura 4.21: Resultados dos ensaios de decaimento na água com *PTMD* no domínio da frequência.

Pode-se notar o mesmo comportamento da curva de decaimento no seco, onde se fazem presentes os choques do absorvedor. Suas duas frequências resultaram em 3,0 Hz e 4,8 Hz. Obteve-se um decremento logarítmico médio de 0,77 e um fator de amortecimento de 012, com desvio padrão de 4%.

4.2.3 Oscilação forçada no seco com *PTMD*

Assim como nos ensaios forçados sem o absorvedor foram coletados dados que caracterizam a resposta do sistema sob várias frequências de excitação, como mostrado nas figuras **??**, **??**, **??**, **??** e **??**.

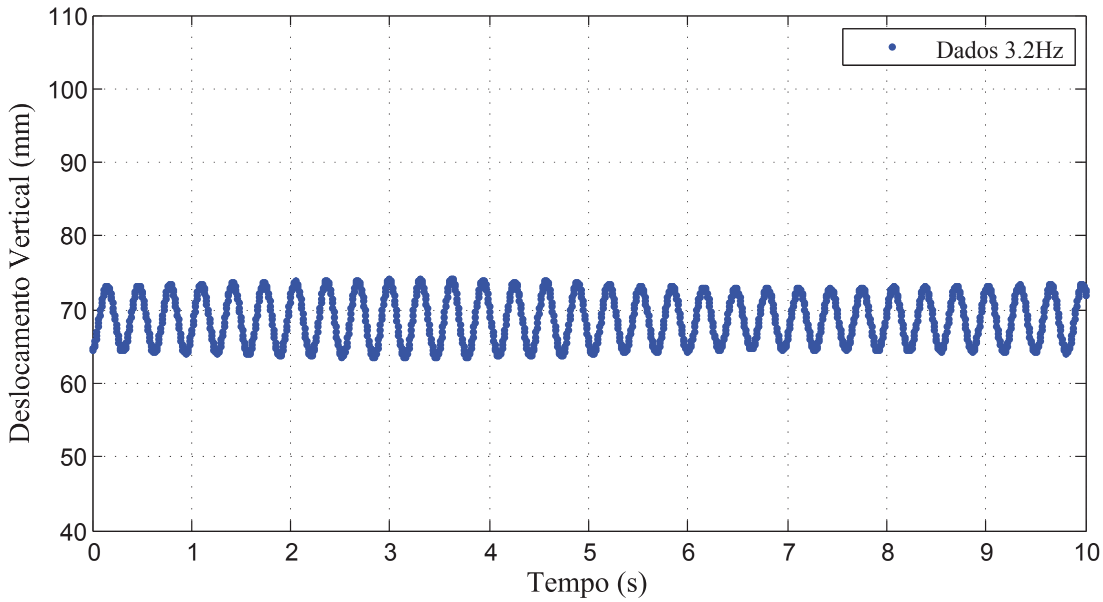


Figura 4.22: Resultados dos ensaios de oscilação forçada no seco com *PTMD* a 3,2Hz.

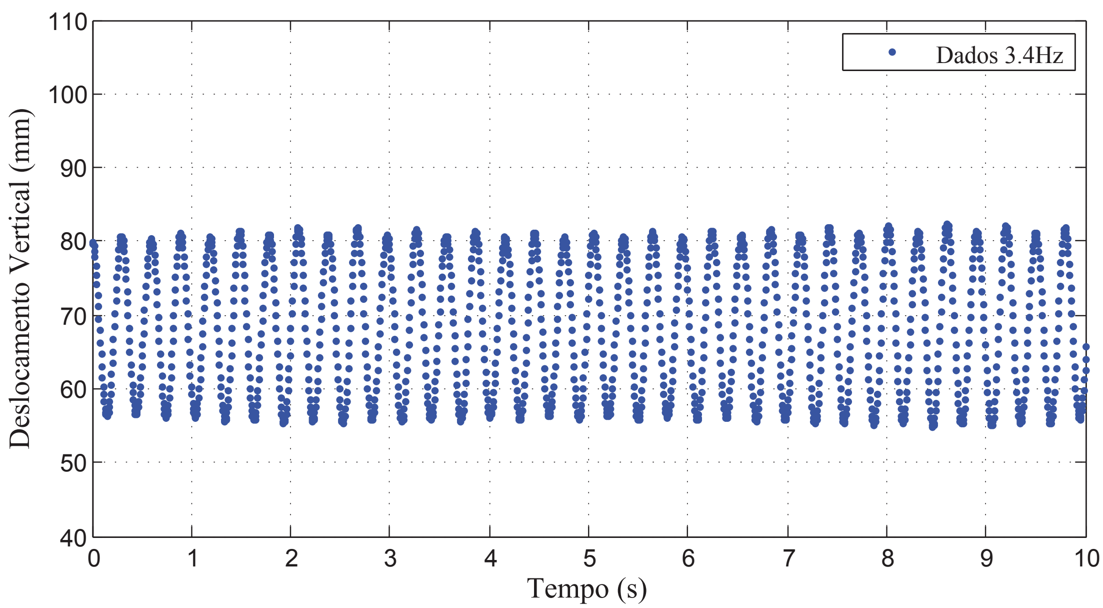


Figura 4.23: Resultados dos ensaios de oscilação forçada no seco com *PTMD* a 3,4Hz.

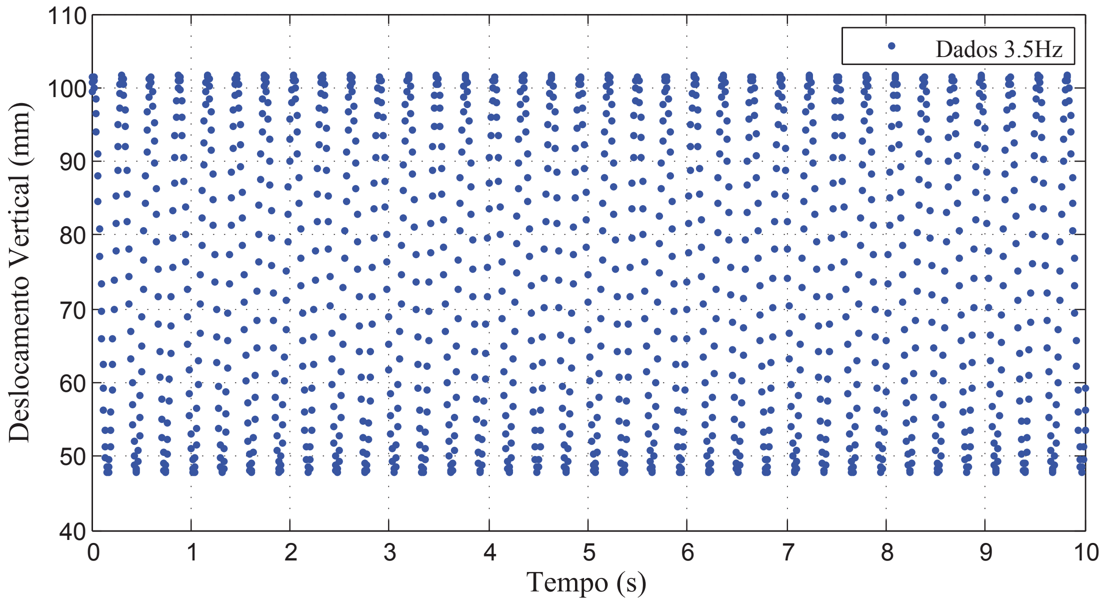


Figura 4.24: Resultados dos ensaios de oscilação forçada no seco com *PTMD* a 3,5Hz.

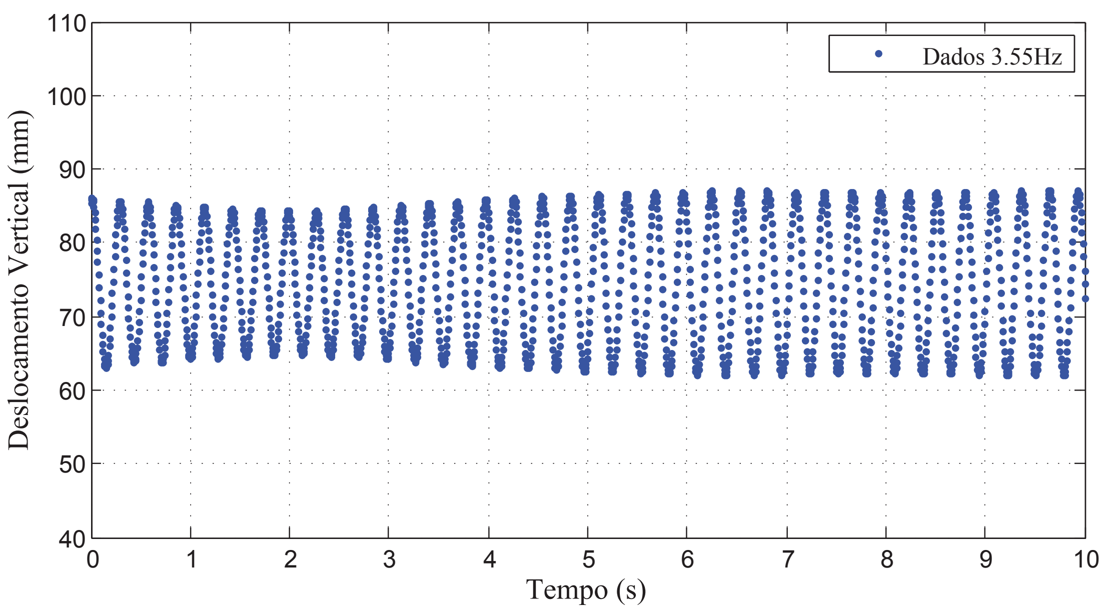


Figura 4.25: Resultados dos ensaios de oscilação forçada no seco com *PTMD* a 3,55Hz.

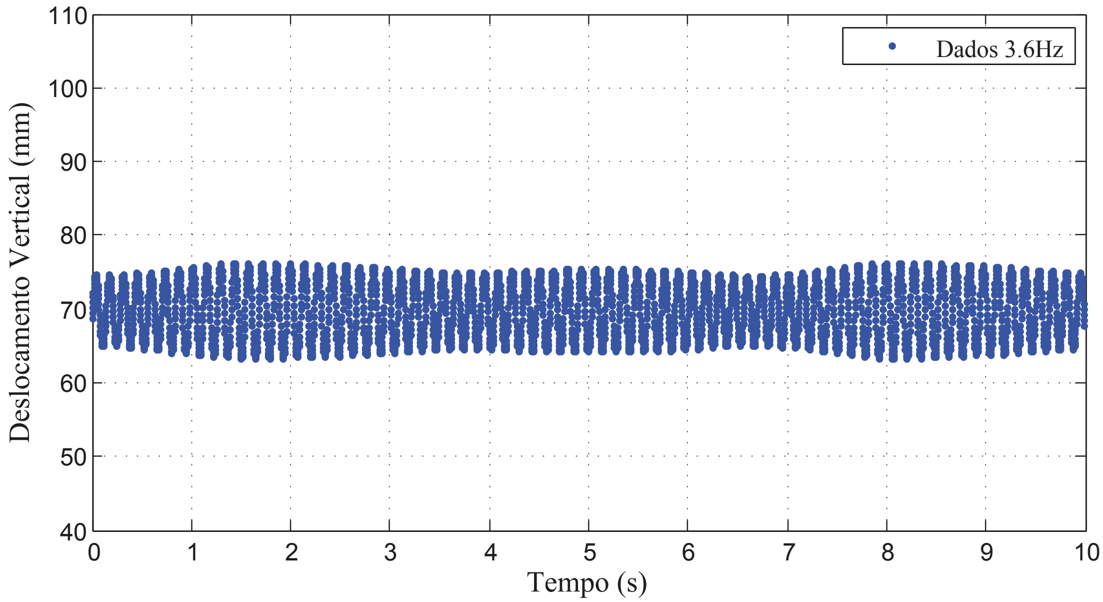


Figura 4.26: Resultados dos ensaios de oscilação forçada no seco com *PTMD* a 3,6Hz.

Nas frequências próximas à segunda frequência combinada, se deu presente o fenômeno de batimento, onde a amplitude oscila entre um máximo e um mínimo numa frequência própria. A Figura 4.27 apresenta um gráfico contendo os resultados de um ensaio onde o fenômeno apresenta a maior amplitude e frequência de 0,58 Hz.

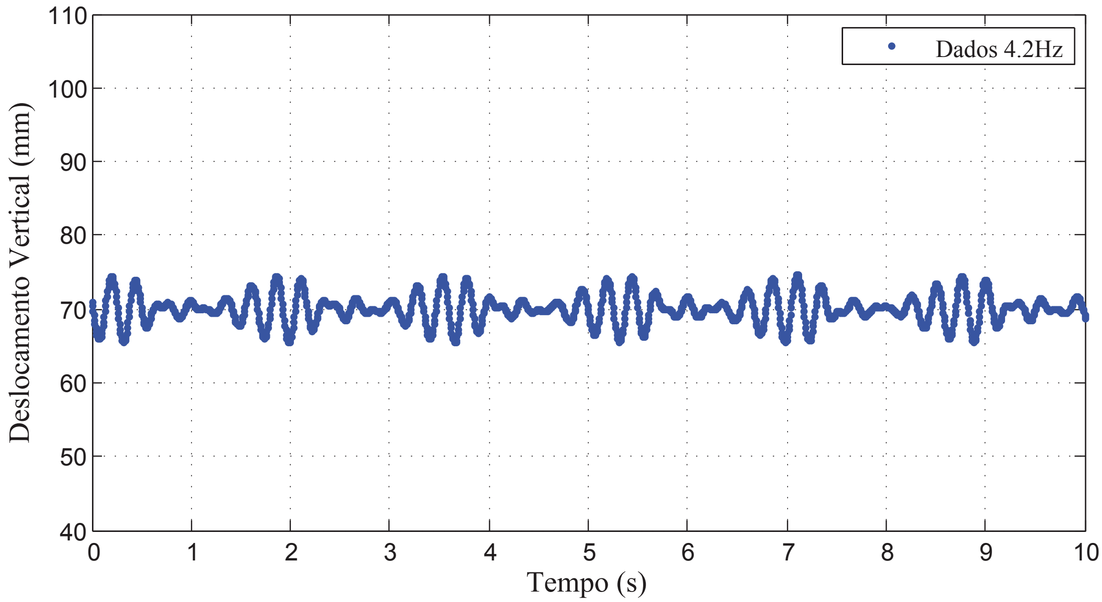


Figura 4.27: Gráfico obtido nos ensaios com *PTMD* no seco apresentando o fenômeno de batimento, 4,2Hz.

Os resultados dos ensaios forçados com o absorvedor *PTMD* acoplado podem ser vistos na Figura 4.28.

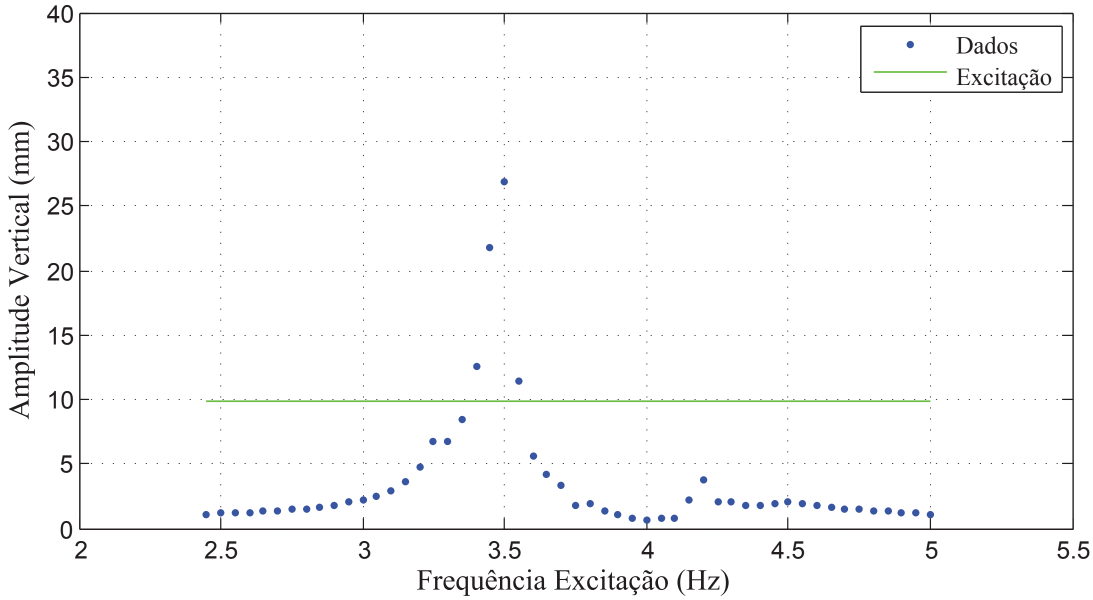


Figura 4.28: Resultados dos ensaios de oscilação forçada no seco com *PTMD*.

As maiores amplitudes de resposta se fizeram presentes nos dois picos em frequência obtidos nos ensaios de decaimento. No primeiro foi registrada uma amplitude de 27 milímetros (27 mm), no segundo 3,8 milímetros (3,8 mm).

4.2.4 Oscilação forçada na água com *PTMD*

Assim como nos ensaios sem o absorvedor, a dissipação do meio fluido diminui as amplitudes de resposta, obtendo-se 14 milímetros (14 mm) na primeira frequência, 3 Hz e 2,9 milímetros (2,9 mm) na segunda frequência, 3,75 Hz. A amplitude na frequência natural do corpo primário foi menor com a presença do absorvedor, assim como nos ensaios no seco. As figuras 4.29, 4.30, 4.31, 4.32 e 4.33 mostram o comportamento de resposta do sistema sob as principais frequências de excitação.

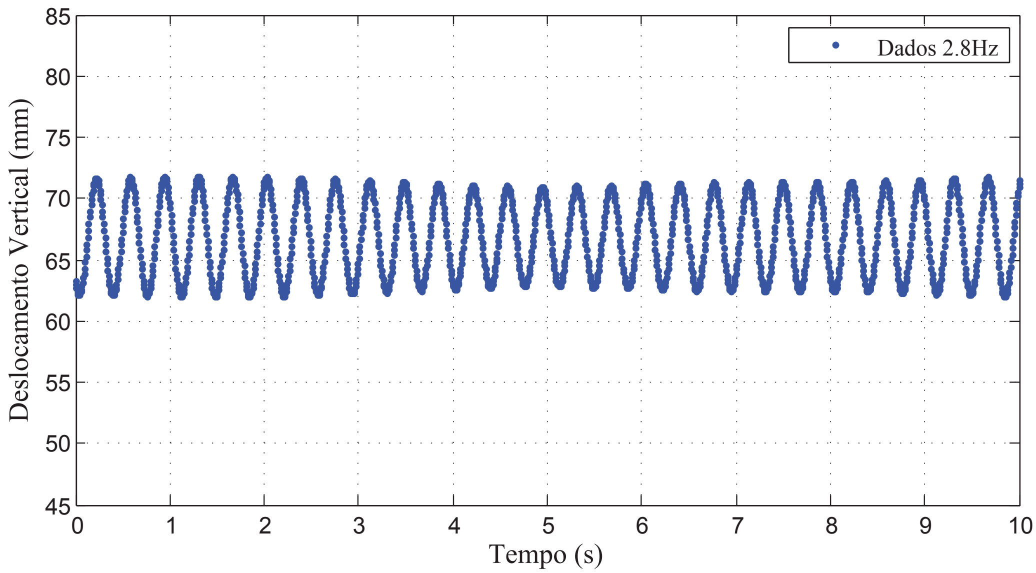


Figura 4.29: Resultados dos ensaios de oscilação forçada na água com *PTMD*a 2,8Hz

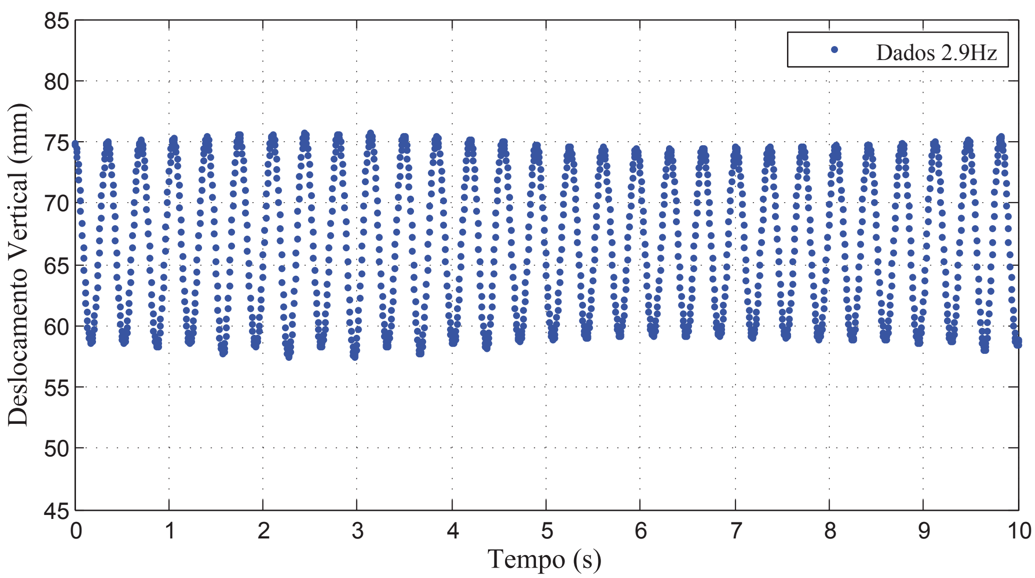


Figura 4.30: Resultados dos ensaios de oscilação forçada na água com *PTMD*a 2,9Hz

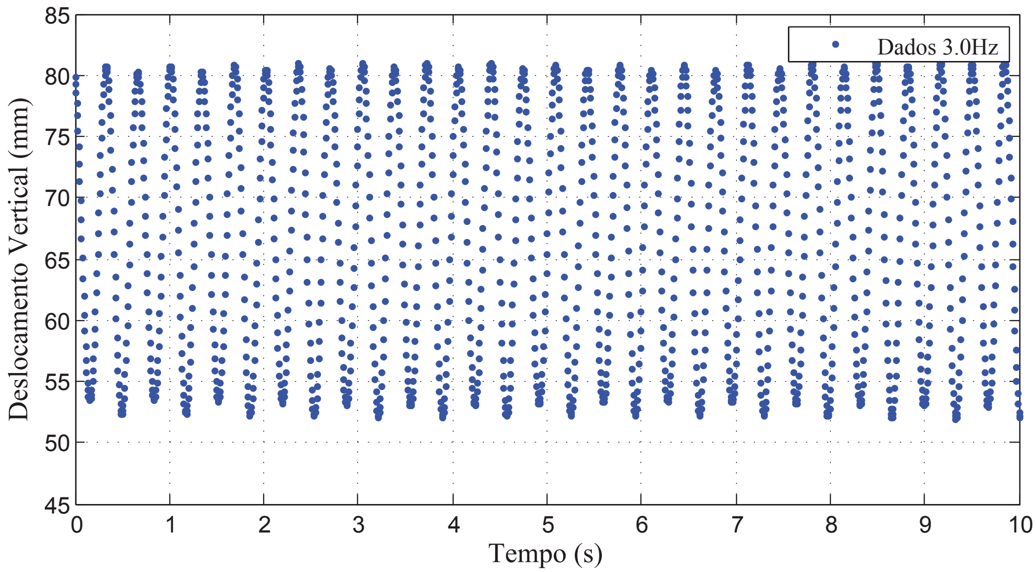


Figura 4.31: Resultados dos ensaios de oscilação forçada na água com *PTMD*a 3,0Hz

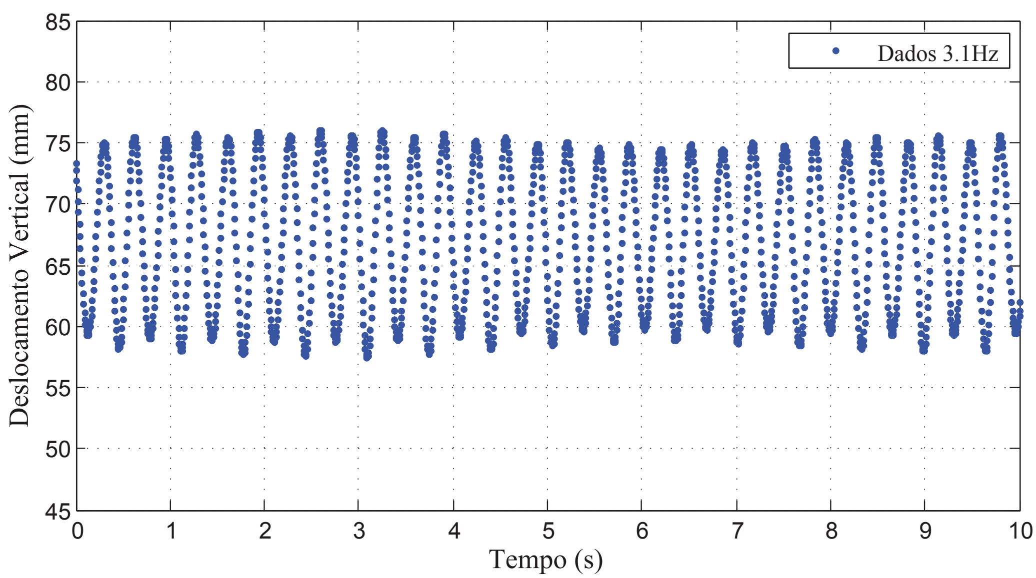


Figura 4.32: Resultados dos ensaios de oscilação forçada na água com *PTMD*a 3,1Hz

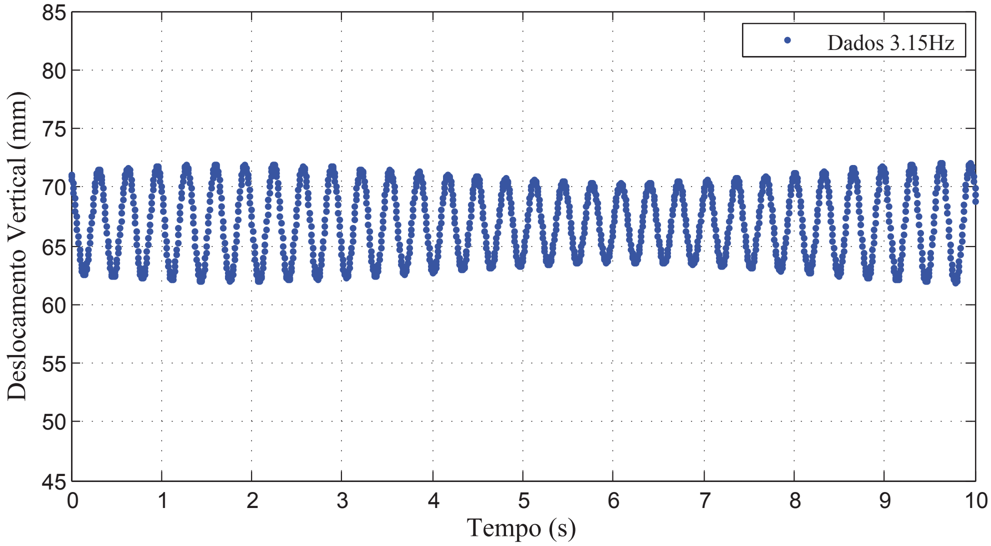


Figura 4.33: Resultados dos ensaios de oscilação forçada na água com *PTMD*a 3,15Hz

O fenômeno de batimento desta vez também se fez presente próximo à frequência secundária, com frequência de 0,48 Hz, como mostrado na Figura 4.34.

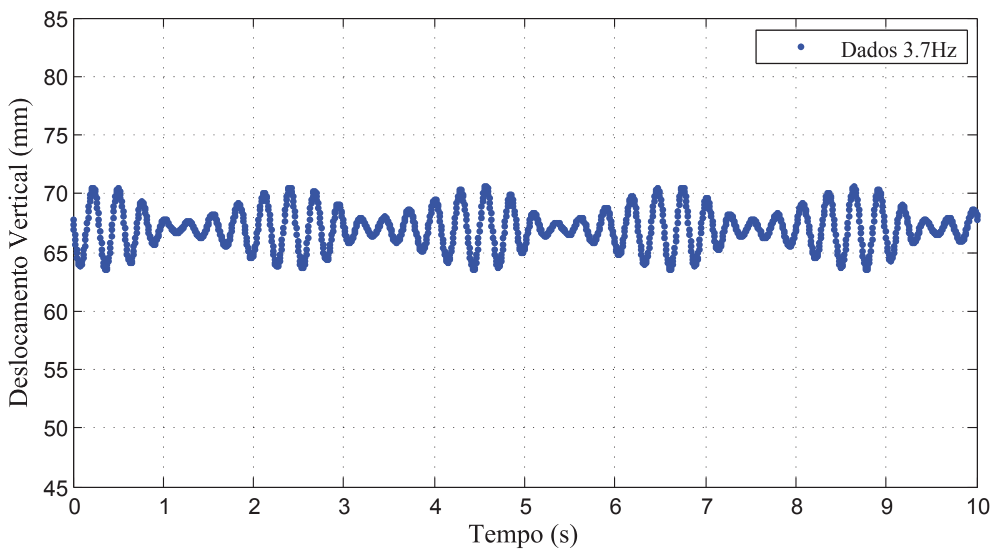


Figura 4.34: Gráfico obtido nos ensaios com *PTMD* na água apresentando o fenômeno de batimento, 3,7Hz.

A Figura 4.35 mostra os resultados dos ensaios forçados na água com *PTMD*.

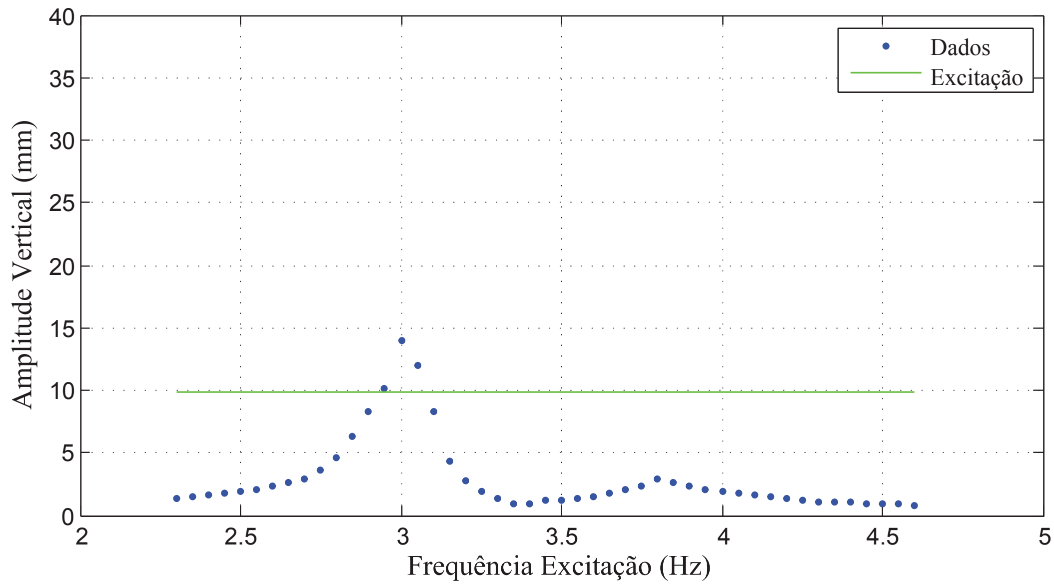


Figura 4.35: Resultados dos ensaios de oscilação forçada na água com *PTMD*

4.3 Comparações

A eficácia do absorvedor de vibrações *PTMD* pode ser apresentada somente com uma comparação entre os resultados obtidos nos ensaios. A diferenciação dos efeitos da dissipação da água e do absorvedor deve ser feita analisando-se os resultados separadamente.

Primeiramente serão discutidos os resultados dos ensaios de oscilação livre, servindo como base para posterior comparação entre os ensaios forçados.

4.3.1 Ensaios de oscilação livre

A tabela 4.1 contém os valores das frequências características, decremento logarítmico e fator de amortecimento de todos os ensaios de oscilação livre realizados.

Tabela 4.1: Valores dos ensaios de oscilação livre.

	Seco sem *PTMD*	**Seco com *PTMD***	**Água sem *PTMD***	**Água com *PTMD***
Frequências Características (Hz)	3,6	3,4 e 4,4	3,0	3,0 e 4,8
Decremento Logarítmico Médio $\bar{\delta}$	0,57	0,76	0,64	0,76
Fator de Amortecimento ζ	0,09	0,12	0,10	0,12

Seco sem *PTMD* x Água sem *PTMD*

A dissipação do fluido em torno do corpo de provas ficou aparente quando analisados os valores do decremento logarítmico, 0,57 no seco e 0,64 na água, um aumento de aproximadamente 12%. A partir das Figuras 4.36 e 4.37 pode-se notar a diminuição da sua amplitude e frequência natural na água, passando de 3,6 Hz para 3 Hz. O valor de massa adicionada foi calculado, ficando próximo a cinco quilogramas (5 kg), um aumento de quase 45% em relação à massa do corpo de provas.

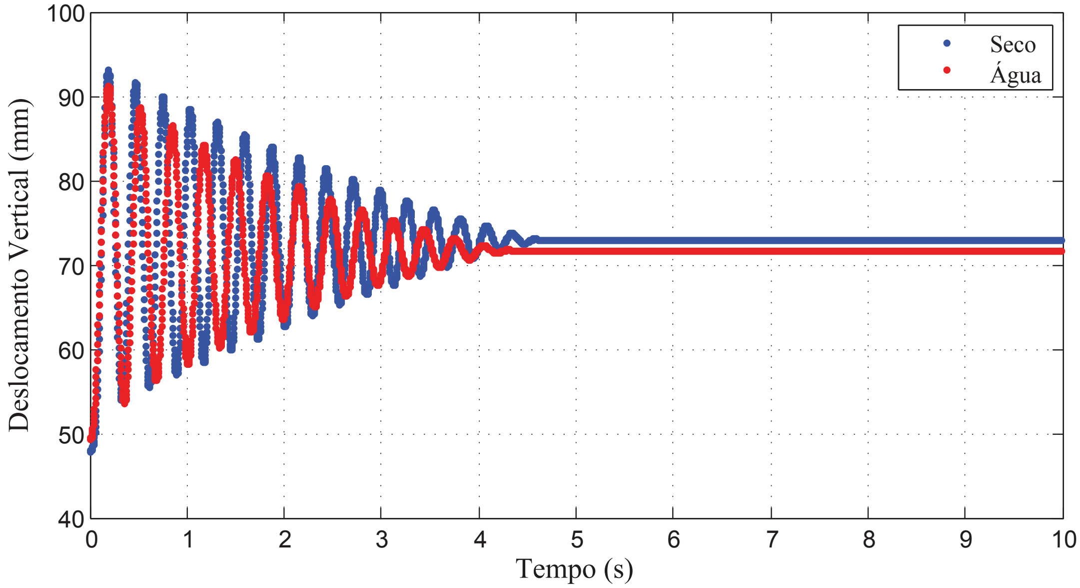


Figura 4.36: Gráfico comparativo dos ensaios de oscilação livre no tempo sem *PTMD*, no seco e na água

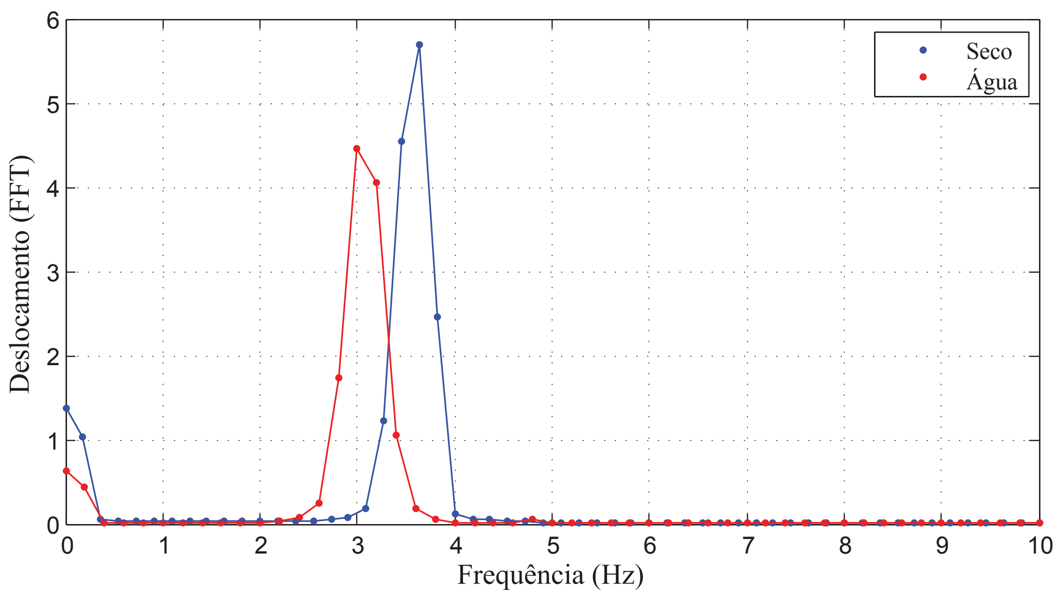


Figura 4.37: Gráfico comparativo dos ensaios de oscilação livre na frequência sem *PTMD*, no seco e na água.

Seco com *PTMD* x Água com *PTMD*

O comportamento do absorvedor PTMD pode ser analisado através das Figuras 4.38 e 4.39. Segundo a tabela 4.1, o decremento logarítmico resultante dos ensaios foi de 0,76 para ambos os casos. Rapidamente, conclui-se que a inserção do absorvedor não teve resultado algum sobre o sistema, porém, quando comparados com os valores de decremento logarítmico anteriores na ausência do mesmo percebe-se um aumento para ambos os casos, partindo de 0,57 para 0,76 no seco e de 0,64 para 0,76 na água, um aumento de 33% e 18%, respectivamente. Quanto às frequências naturais, houve a aparição de um segundo pico, referente à massa secundária (absorvedor). Os valores das frequências combinadas foram 3,45 Hz e 5,4 Hz para os ensaios no seco e 3,0 Hz e 4,8Hz para os ensaios na água. A diminuição da frequência combinada do corpo primário nos ensaios no seco foi mais pronunciada em relação à dos ensaios na água, com uma diminuição de 4%.

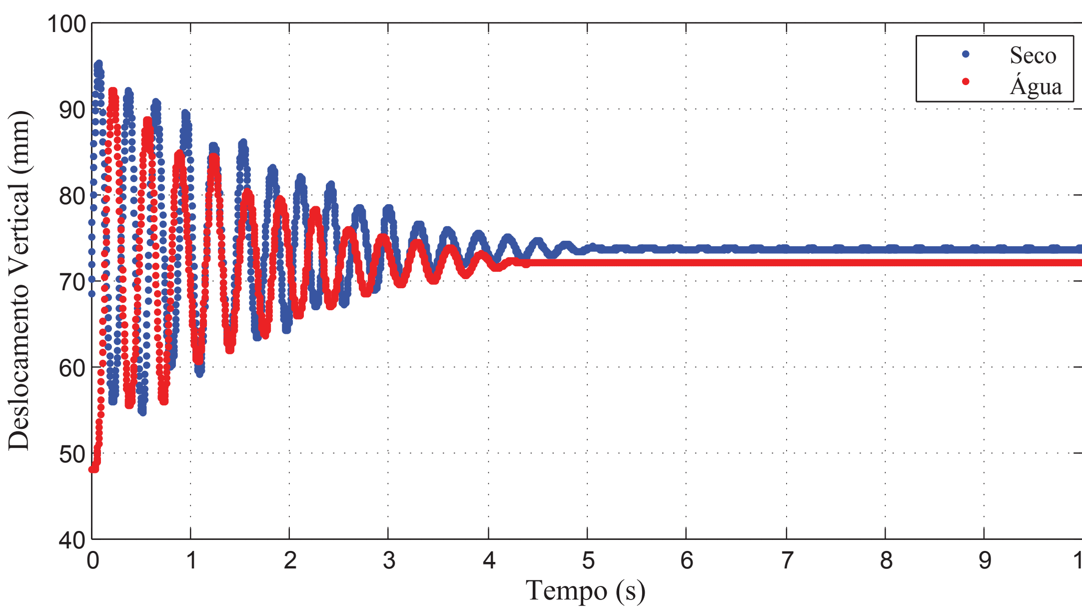


Figura 4.38: Gráfico comparativo dos ensaios de oscilação livre no tempo com *PTMD*, no seco e na água.

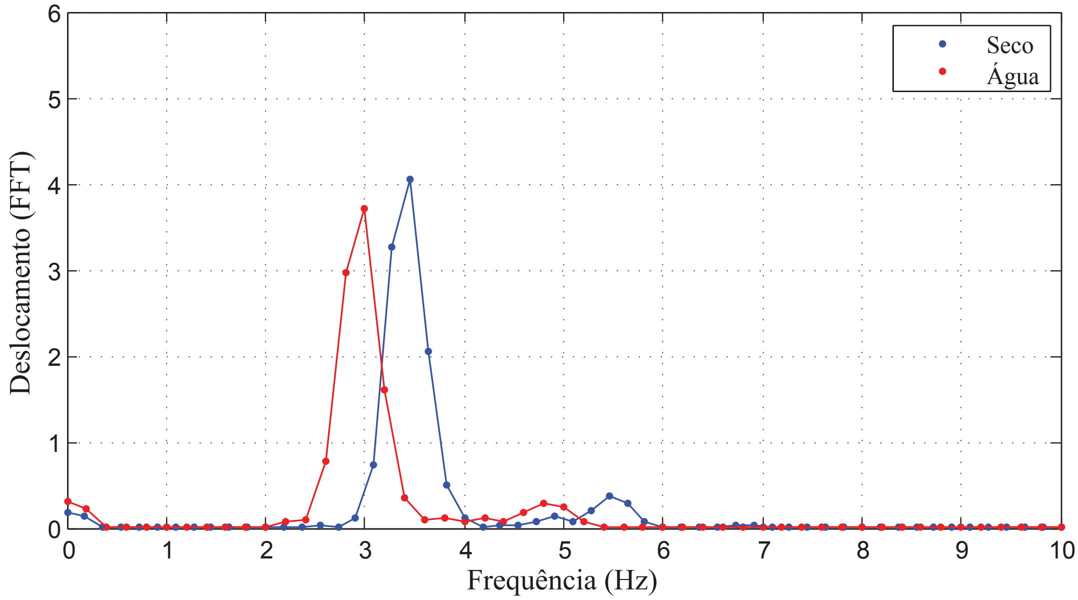


Figura 4.39: Gráfico comparativo dos ensaios de oscilação livre na frequência com *PTMD*, no seco e na água.

Seco sem *PTMD* x Seco com *PTMD*

O comportamento do absorvedor na resposta do sistema no seco em função do tempo apresentou-se na diminuição da amplitude, como pode ser visto na Figura 4.40. Também nota-se a não constância da curva com *PTMD* devido aos choques do absorvedor. Sua presença alterou a frequência natural do sistema original, diminuindo-a e causando o aparecimento da frequência combinada do corpo secundário, com valores de 3,45 Hz e 3,6 Hz, respectivamente. Os gráficos comparativos entre ambos os resultados podem ser observados nas Figuras 4.40 e 4.41.

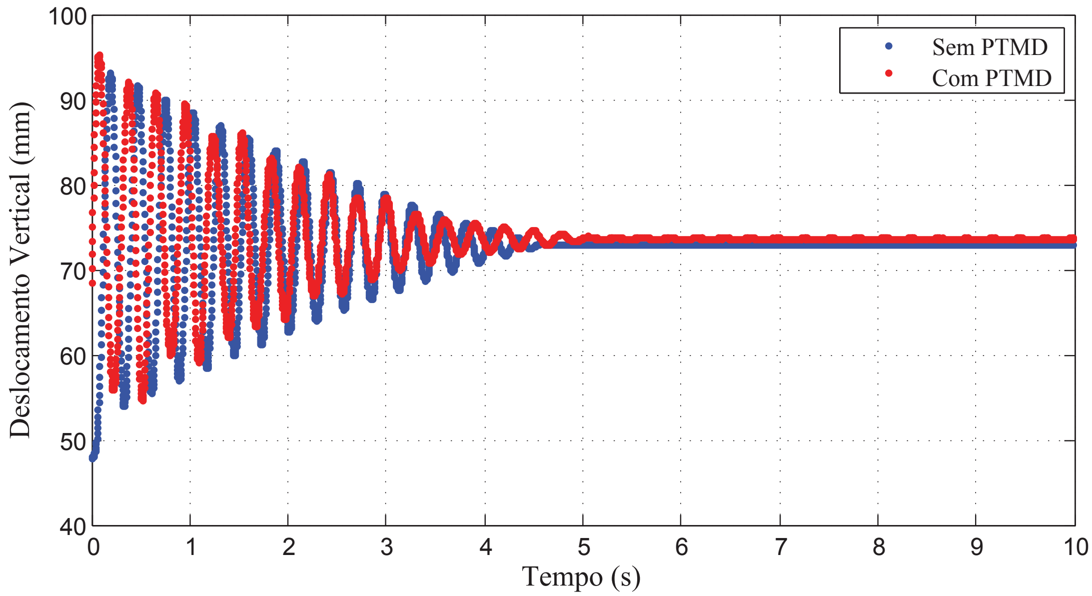


Figura 4.40: Gráfico comparativo dos ensaios de oscilação livre no tempo no seco, com e sem *PTMD*.

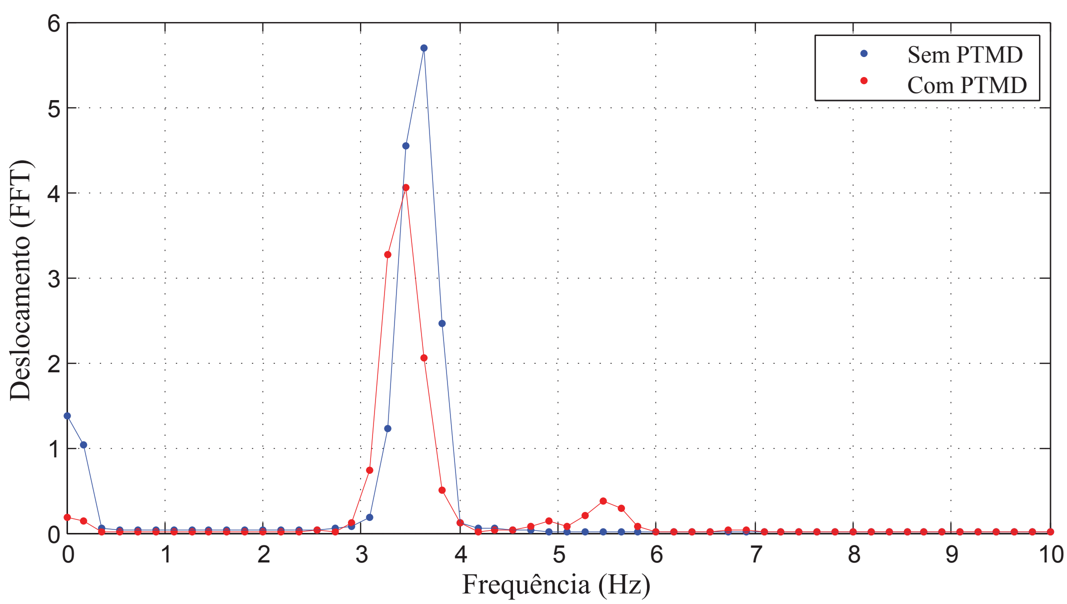


Figura 4.41: Gráfico comparativo dos ensaios de oscilação livre na frequência no seco, com e sem *PTMD*.

Água sem *PTMD* x Água com *PTMD*

O comportamento do sistema nos ensaios com o absorvedor na água é bastante similar aos ensaios no seco. O espaçamento da curva de decaimento no tempo também se fez presente, bem como as irregularidades entre picos e vales devido aos choques. A principal diferença foi a não diminuição do valor de frequência combinado do corpo primário, ficando no valor de 3,0 Hz e a do corpo secundário em 4,8 Hz, conforme mostrado nas Figuras 4.42 e 4.43.

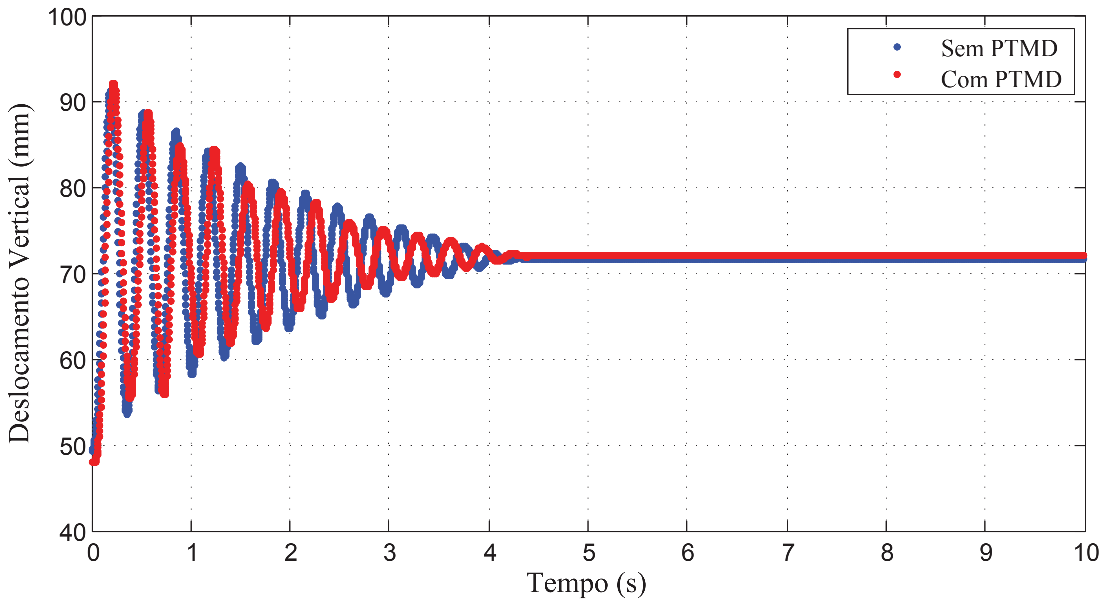


Figura 4.42: Gráfico comparativo dos ensaios de oscilação livre no tempo na água, com e sem *PTMD*.

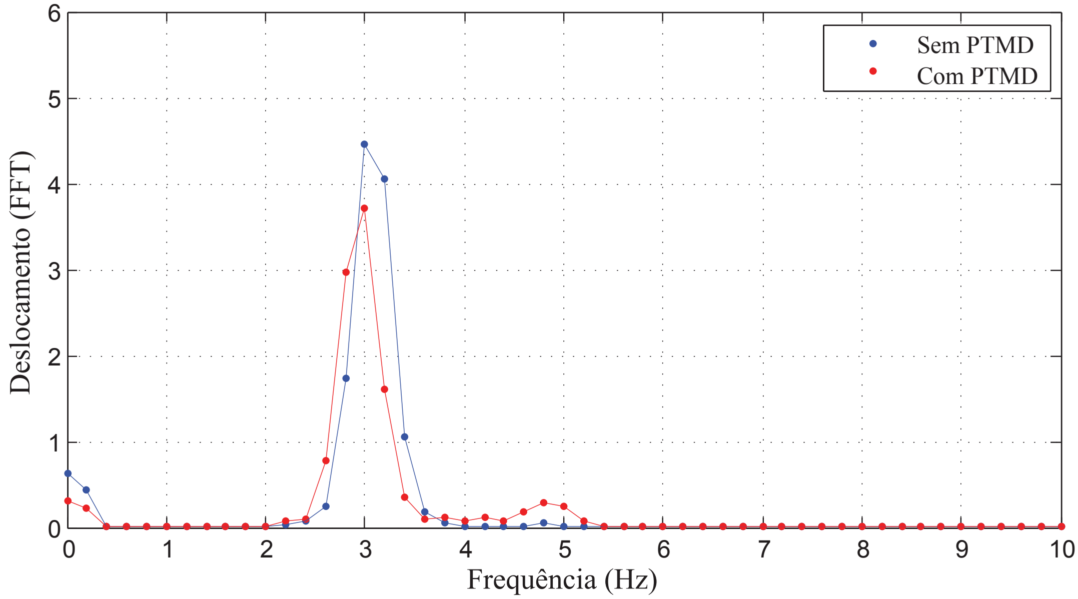


Figura 4.43: Gráfico comparativo dos ensaios de oscilação livre na frequência na água, com e sem *PTMD*.

4.3.2 Ensaios de Oscilação Forçada

A tabela 4.2 apresenta os valores das amplitudes e frequências características obtidos em todos os ensaios forçados realizados com o sistema experimental.

Tabela 4.2: Resultados obtidos nos ensaios forçados.

	Seco sem *PTMD*	**Seco com *PTMD***	**Água sem *PTMD***	**Água com *PTMD***
Frequências Características (Hz)	3,55	3,5 e 4,2	3,1	3,0 e 3,75
Amplitude Frequência Primária (mm)	35,9	26,9	19,8	14
Amplitude Frequência Secundária (mm)	-	3,8	-	2,9

Ensaios sem o absorvedor *PTMD*

Nos ensaios sem o absorvedor *PTMD* foi observada uma grande diferença de amplitudes de resposta, como pode ser observado na Figura 4.44. No seco o valor de amplitude na frequência natural do sistema (3,55 hz) foi de 35,9 milímetros (35,9 mm), já na frequência natural na água (3,0 Hz) foi de 19,8 milímetros (19,8 mm). Fica clara a diferença em termos de frequência natural dos efeitos da massa adicionada do fluido nos ensaios. Já nas amplitudes, pôde-se identificar com facilidade a presença da dissipação viscosa e arrasto de forma, com uma diminuição de quase 50% na água.

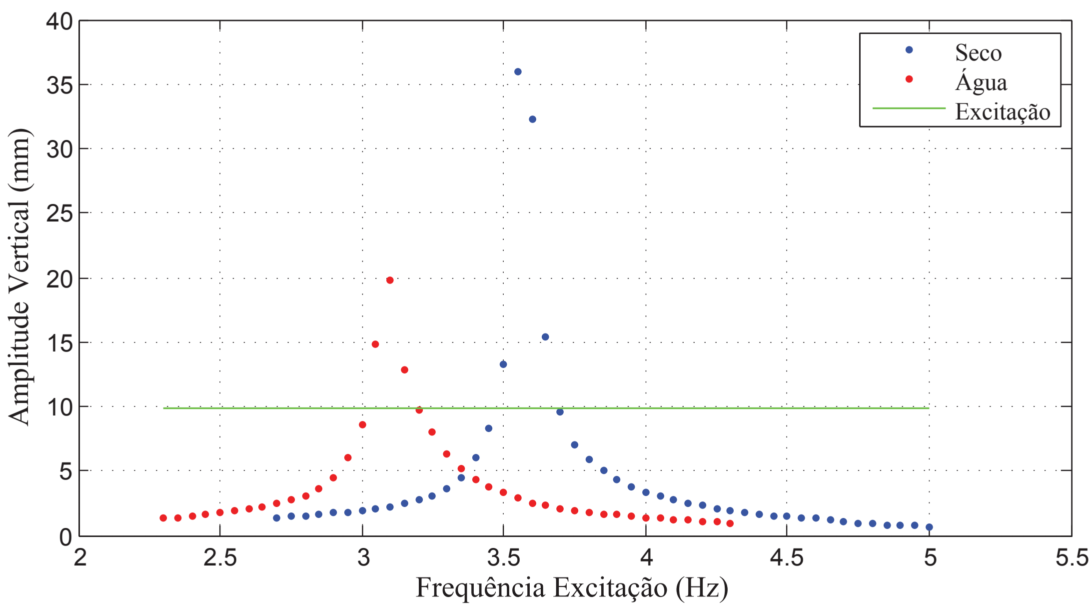


Figura 4.44: Gráfico comparativo entre os ensaios sem *PTMD* no seco e na água.

Ensaios com o absorvedor *PTMD*

Neste caso também observam-se os efeitos do fluido nos ensaios, porém, com o absorvedor *PTMD*. Também há uma redução nas amplitudes de resposta e de frequências características, tanto na primária quanto na secundária. No seco é apresentado na Figura 4.45 um valor de 26,9 milímetros (26,9 mm), já na água 14 milímetros (14 mm). Na segunda frequência o valor no seco foi de

3,8 milímetros (3,8 mm), já na água 2,9 milímetros (2,9 mm).

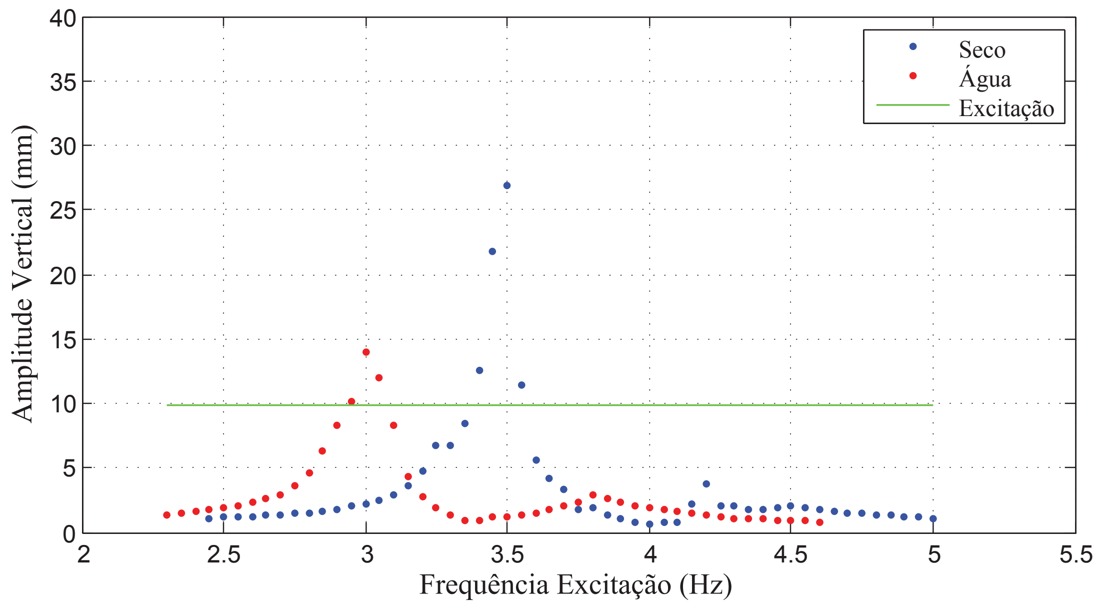


Figura 4.45: Gráfico comparativo entre os ensaios no com *PTMD*, no seco e na água.

Ensaios forçados no seco

A alteração no comportamento de resposta do sistema com a adição do absorvedor *PTMD* no seco pode ser observada na Figura 4.46. As duas frequências combinadas se fazem presente nos ensaios com o absorvedor. Na frequência natural dos ensaios sem *PTMD*, onde temos sua amplitude máxima, podemos notar uma diminuição de seu valor nos ensaios com *PTMD* tendendo a ser deslocada em direção à origem do eixo das frequências. O ideal seria o vale da curva com o absorvedor ficar exatamente no valor da frequência natural da curva sem *PTMD*, porém, alterações se fazem necessárias, como é o caso de uma diferente razão de massa entre absorvedor e corpo de prova, bem como um diferente espaçamento no anteparo de batimento, alterando a quantidade e intervalo dos choques. Também houve uma diminuição das amplitudes, tendo um máximo de 26,9 milímetros (26,9) com *PTMD* e 35,9 milímetros (35,9 mm) sem o mesmo.

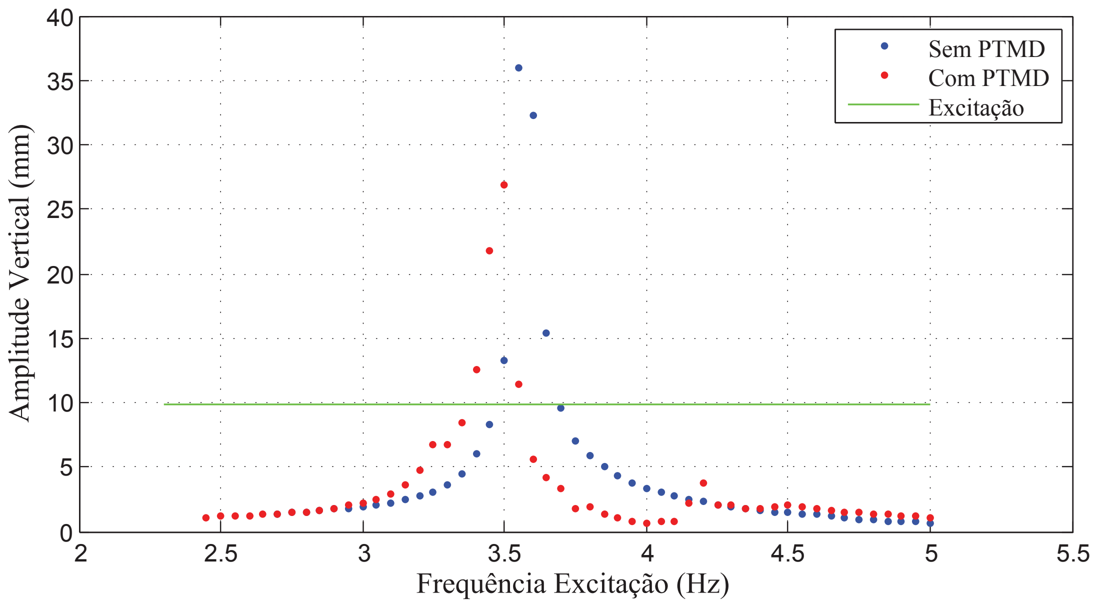


Figura 4.46: Gráfico comparativo entre os ensaios no seco, com e sem *PTMD*.

Ensaios forçados na água

A redução de amplitudes devido aos choques pode ser observada, partindo-se de 19,8 milímetros (19,8 mm) sem absorvedor para 14 milímetros (14 mm) com o mesmo, como é mostrado na Figura 4.47. Assim como no gráfico comparativo dos ensaios forçados no seco, o deslocamento da curva com PTMD em direção à origem do eixo das frequências e o aparecimento de outro pico em frequência pode ser notado. Adicionalmente, se comparados os valores de amplitude das duas curvas na frequência natural sem PTMD (3,1 Hz), observa-se um menor valor para a curva com PTMD. A correta configuração do absorvedor faria com que o valor da frequência natural da sem PTMD ficasse no menor valor de amplitude da curva com PTMD, entre suas frequências características.

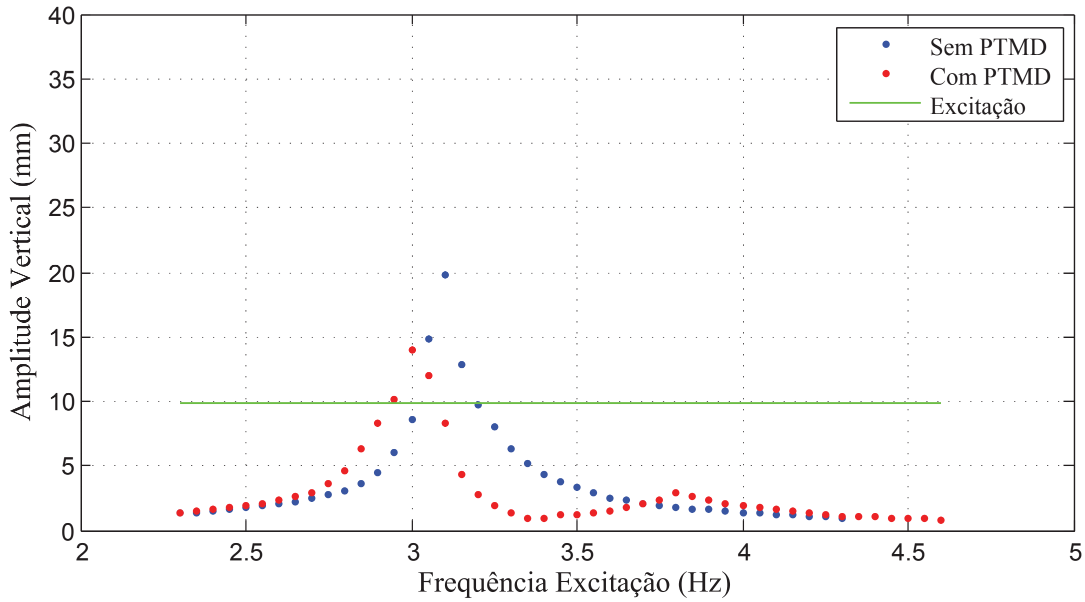


Figura 4.47: Gráfico comparativo entre os ensaios na água, com e sem *PTMD*.

5 CONCLUSÕES

Foi projetado e construído um aparato experimental para a análise do comportamento de um absorvedor de vibrações por impacto acoplado a um modelo reduzido de *jumper* submarino. Foram realizados ensaios de vibração livre e forçada, no seco e na água, na presença e ausência do absorvedor. O objetivo foi a obtenção dos valores de frequência natural, amplitudes de resposta e amortecimento para posterior comparação e avaliação do comportamento e da eficácia do absorvedor na diminuição das amplitudes de resposta do corpo de provas. Em relação ao trabalho obtêm-se as seguintes conclusões:

Todos os ensaios propostos no início do trabalho puderam ser realizados com a utilização do aparato experimental, cumprindo com os objetivos principais do e obtendo-se dados para uma avaliação inicial das características e comportamento do absorvedor de vibrações *PTMD*, principalmente submerso em água.

Todos os ensaios foram executados mais de uma vez, obtendo-se comportamentos e valores semelhantes, o que comprova a repetibilidade dos testes e confiabilidade do aparato.

As frequências naturais obtidas no sistema experimental não coincidiram com as do protótipo. Como principal causa tem-se a diferente rigidez das molas reais em relação às de projeto, tal fato aliado a desvios de fabricação.

Observou-se experimentalmente a real diminuição das amplitudes de resposta do corpo principal com a adição do absorvedor, tanto no seco quanto na água. As frequências combinadas do corpo principal e secundário comportaram-se como esperado, tendendo a se afastar da frequência natural sem o absorvedor (somente com a massa do corpo de provas), a qual fica situada entre ambas. Entretanto, a frequência natural sem absorvedor não ficou exatamente na região de menor amplitude entre as frequências combinadas, o que deixa explícito a necessidade de alteração dos parâmetros do absorvedor para correto funcionamento.

No seco o absorvedor *PTMD* apresentou uma maior eficácia. Acredita-se que tal fato deve-se à maior dissipação de energia durante os choques no seco, já que na água a movimentação da massa suspensa e da viga em balanço no meio fluido de maior massa específica e viscosidade diminua sua energia cinética devido às perdas por arrasto, comprometendo a eficácia dos choques.

Uma diminuição da janela de batimento se faz necessária, pois na frequência natural da massa primária (sem absorvedor) não existem choques do absorvedor *PTMD*, o que faz o mesmo comportar-se como um absorvedor *TMD*, porém de menor eficiência já que as amplitudes de resposta do corpo principal são maiores.

Como sugestões para trabalhos futuros se pode citar:

Obtenção de uma maior quantidade de dados do protótipo, como por exemplo, valores de amplitude, forças e valores de corrente no qual se encontra. Desse modo a real comparação dos resultados experimentais entre protótipo e modelo reduzido se faz viável, já que a similaridade e redução de escala são mais fiéis.

Utilização da aquisição de dados de aceleração juntamente com deslocamento, sendo possível a identificação exata do momento em que ocorrem os choques da massa secundária no anteparo de batimento e caracterizando melhor o comportamento do sistema. Também a medição de força no cabo excitador, podendo-se criar gráficos de fator de amplificação.

Realização de ensaios variando os parâmetros do absorvedor *PTMD*, com diferentes razões de massa, espaçamentos da janela de batimento, geometrias da massa suspensa e também comparação de resultados com o encapsulamento do absorvedor, o que evitaria as perdas devido à sua movimentação na água.

REFERÊNCIAS

BAI, Y. **Pipelines and risers**, Vol. 3. Elsevier Science, 2001.

BEARDS, C. **Structural vibration analysis: modeling, analysis and damping of vibrating structures**. Wiley Online Library, 1983.

BOURDIER, S. e CHAPLIN, J.R. Vortex-induced vibrations of a rigid cylinder on elastic supports with end-stops, part 1: Experimental results. **Journal of Fluids and Structures**, 2012.

CHAKRABARTI, S. **The theory and practice of hydrodynamics and vibration**, Vol. 20. World Scientific Publishing Company Incorporated, 2002.

CHAKRABARTI, S. **Handbook of Offshore Engineering (2-volume set)**. Elsevier Science, 2005.

CHAKRABARTI, S.; CHAKRABARTI, S.; ENGINEER, C. e CHAKRABARTI, S. **Offshore structure modeling**. World Scientific, 1994.

COELHO, M.F.; KOMATSUBARA FILHO, T.; FERNANDES, A.C. e FRANCISS, RICARDO, C.G.C.D. Dynamic absorbers in the supression of vortex induced vibrations of marine structures. **19th International Congress of Mechanical Engineering**, Novembro 2007.

DE WILDE, I.J.J. Laboratory tests for viv prediction of deepwater risers. **FLUID DYNAMICS**, Vol. 1, 1–500, 2005.

DEN HARTOG, J. **Mechanical vibrations**. Dover publications, 1984.

DING, Z.; BALASUBRAMANIAN, S.; LOKKEN, R. e YUNG, T. Lift and damping characteristics of bare and straked cylinders at riser scale reynolds numbers. In **Offshore Technology Conference**. 2004.

EKWARO-OSIRE, S.; OZERDIM, C. e KHANDAKER, M. Effect of attachment configuration on impact vibration absorbers. **Experimental mechanics**, Vol. 46, nº 6, 669–681, 2006.

FLORCZYK, S. **Robot vision**. Wiley Online Library, 2005.

FOX, R.W.; MCDONALD, A.T. e PRITCHARD, P. **Introdução à mecânica dos fluidos**. Livros Técnicos e Científicos, 2006.

INMAN, D. **Engineering vibrations**, Vol. 2001. 2001.

KARAYANNIS, I.; VAKAKIS, A. e GEORGIADES, F. Vibro-impact attachments as shock absorbers. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science**, Vol. 222, nº 10, 1899–1908, 2008.

KUBOTA, H.; SUZUKI, H. e MOROOKA, C. Evaluation of a top tensioned riser model for experiments. In **INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING, COBEM**, Vol. 18. 2005.

LOBO CARNEIRO, F. **Analise Dimensional e Teoria da Semelhança e dos Modelos Físicos**. 1996.

MENEZES JUNIOR, L. Processamento de imagens na analise dinamica de risers de produção de petroleo com modelo de escala reduzida em ambiente de laboratorio. 2009.

MIKHLIN, Y. e RESHETNIKOVA, S. Dynamical interaction of an elastic system and a vibro-impact absorber. **Mathematical Problems in Engineering**, Vol. 2006, 2006.

MOE, G.; HOLDEN, K. e YTTERVOLL, P. Motion of spring supported cylinders in subcritical and critical water flows. 1994.

NISHIHARA, T.; KANEKO, S. e WATANABE, T. Characteristics of fluid dynamic forces acting on a circular cylinder oscillated in the streamwise direction and its wake patterns. **Journal of fluids and structures**, Vol. 20, nº 4, 505–518, 2005.

PATEL, M.H. **Dynamics of offshore structures**. Stoneham, MA (USA); Butterworth Publishers, 1989.

POLUKOSHKO, S.; BOYKO, A.; KONONOVA, O.; SOKOLOVA, S. e JEVSTIGNEJEV, V. Impact vibration absorber of pendulum type. **Proceedings of the7th International DAAAM Baltic Conference of Industrial Engineering**, 2010.

RAO, S. **Vibrações Mecânicas**. São Paulo: Pearson Prentice-Hall, 2008.

SANCHIS, A.; SæLEVIK, G. e GRUE, J. Two-degree-of-freedom vortex-induced vibrations of a spring-mounted rigid cylinder with low mass ratio. **Journal of Fluids and Structures**, Vol. 24, nº 6, 907–919, 2008.

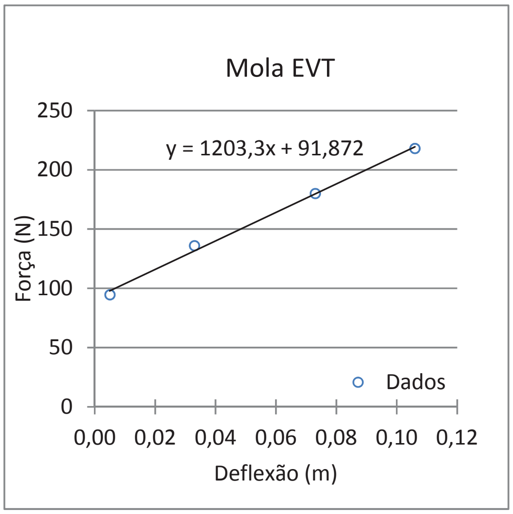
SUMER, B. e FREDSøE, J. **Hydrodynamics around cylindrical structures**, Vol. 12. World Scientific Publishing Company Incorporated, 2006.

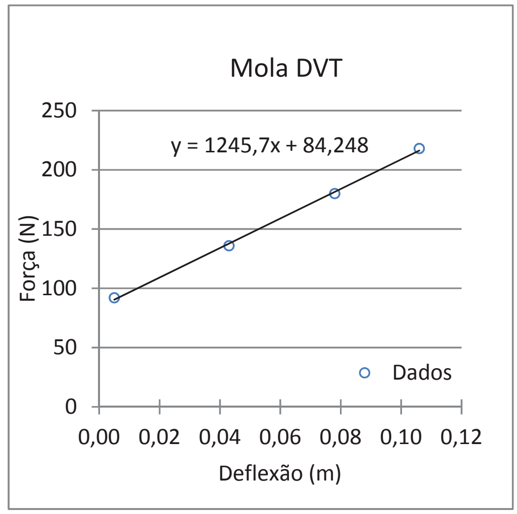
TSUKADA, Raphael Issamu. **Comportamento Dinâmico de Riser Rígido em Catenária Devido ao VIV em Águas Profundas**. 2009. Dissertação (Mestrado).

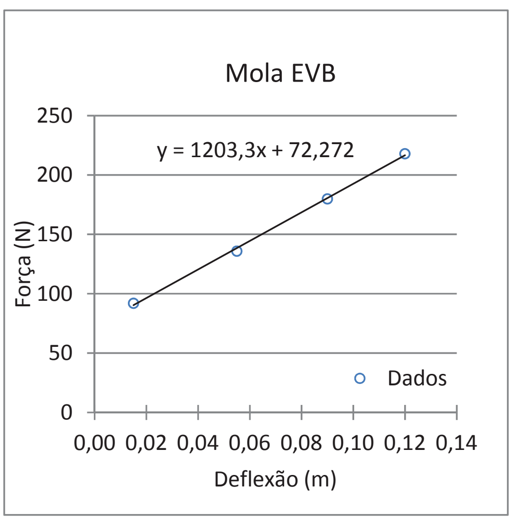
VALDIVIA, P.G.; MOROOKA, C.K.; BORDALO, S.N.; MATT, C.G. e FRANCISS, R. Resposta dinâmica de um riser rígido em catenária devido à excitação induzida pelo escoamento interno. In **Congresso Brasileiro de P&D e Gás**, Vol. 4. 2007.

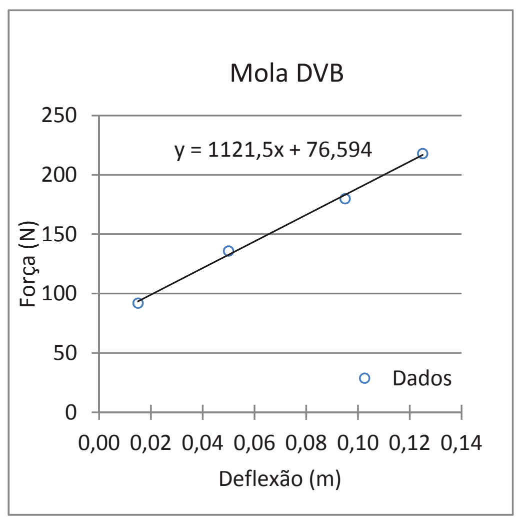
WHITE, F.M. **Mecânica dos Fluidos, 6 Edição**. Mc Graw Hill Inc, 2011.

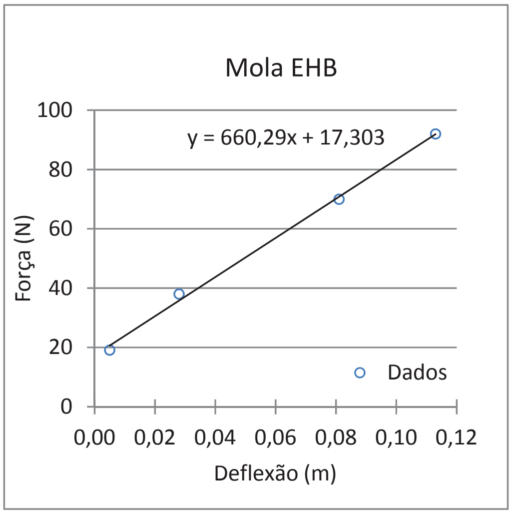
ANEXO A - GRÁFICOS RESULTANTES DOS ENSAIOS DE RIGIDEZ DAS MOLAS

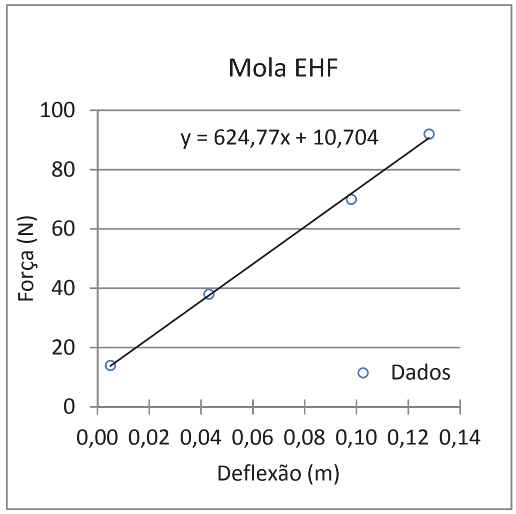


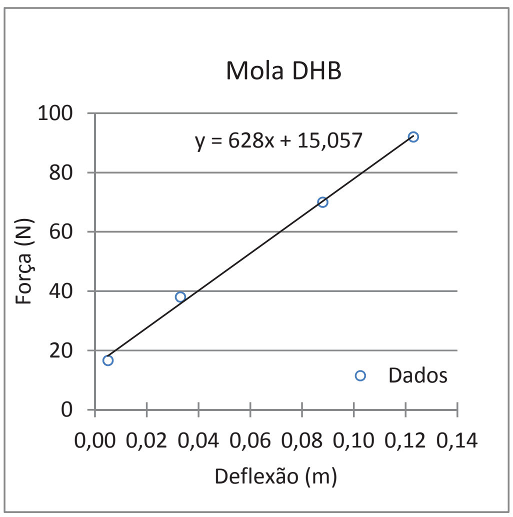


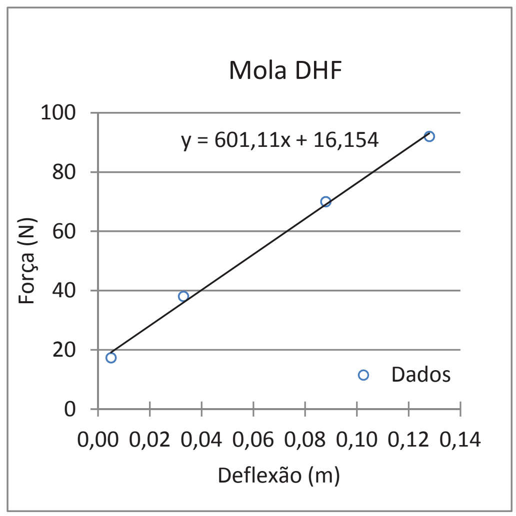





Mola EHB
y = 660,29x + 17,303
Força (N)
100
80
60
40
20
0
Dados
0,00 0,02 0,04 0,06 0,08 0,10 0,12
Deflexão (m)


Mola EHF
y = 624,77x + 10,704
Força (N)
100
80
60
40
20
0
Dados
0,00 0,02 0,04 0,06 0,08 0,10 0,12 0,14
Deflexão (m)


Mola DHB
y = 628x + 15,057
Força (N)
100
80
60
40
20
0
Dados
0,00 0,02 0,04 0,06 0,08 0,10 0,12 0,14
Deflexão (m)


Mola DHF
y = 601,11x + 16,154
Força (N)
100
80
60
40
20
0
Dados
0,00 0,02 0,04 0,06 0,08 0,10 0,12 0,14
Deflexão (m)

ANEXO B - EQUIPAMENTOS UTILIZADOS NA AQUISIÇÃO DE DADOS

Equipamento	Características
Câmera High Speed REDLAKE MotionPRO X3	Resolução de até 1280x1024, Taxa de aquisição de até 64000 fps.
Acelerômetro PCB W352C67	ICP, Alta sensibilidade 100mV/g, faixa de frequência de 0,5 Hz a 10 kHz, massa de 2 gramas, cabo acoplado de 6 metros resistente à água e carcaça selada hermeticamente.
Chassis SCXI 1001 National Instruments	Rack com entrada para 4 módulos de aquisição de dados SCXI National Instruments.
Módulo SCXI 1530	Módulo de entrada com 4 canais para aquisição simultânea de sinais de aceleração
Módulo SCXI 1600	Módulo multiplexador e conversor digital 16-bits, taxa de amostragem de até 200kS/s e interface USB.
Computador Dell	Processador Athlon AMD X2 2,6 GHz 64 bits, 4GB RAM, HD 250GB.
Programa National Instruments LabVIEW 10	Sistema específico para controle, aquisição e tratamento de dados.
Pacote National Instruments IMAQ Vision Assistant	Módulo para tratamento e aquisição de imagens, trabalha juntamente com o software LabVIEW 10.

Figura B.1: Acelerômetro PCB W352C67.

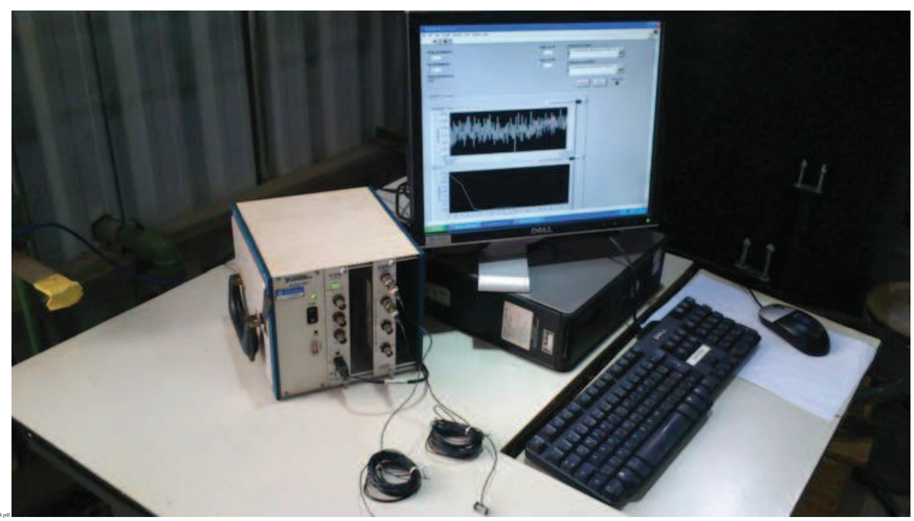


Figura B.2: Conjunto para aquisição de dados de aceleração.

B figura 5.pdf

Figura B.3: Câmera High Speed Redlake MotionPro X3.

APÊNDICE A - FUNDAMENTOS DE MECÂNICA VIBRATÓRIA

A.1 Vibração Livre

A.1.1 Vibração Livre não amortecida de Sistemas com Um Grau de Liberdade

Considera-se o sistema da Figura A.1, uma massa suspensa na extremidade inferior de uma mola, cuja extremidade superior é conectada a um suporte rígido. Em condições iniciais, a massa suspensa encontra-se na sua posição de equilíbrio estático, onde a força da mola na vertical equilibra a força peso oriunda da massa suspensa.

Aplicando-se a segunda Lei de Newton à massa, obtém-se a equação de movimento do sistema.

$$m\ddot{x} + kx = 0 \tag{A.1}$$

Onde m é a massa do sistema, $\ddot{x}$ a aceleração, k a rigidez e x o deslocamento. Quando a massa movimenta-se em determinada direção vertical, ignora-se seu peso, desde que x seja medido em relação à posição de equilíbrio estático δ_{st}.

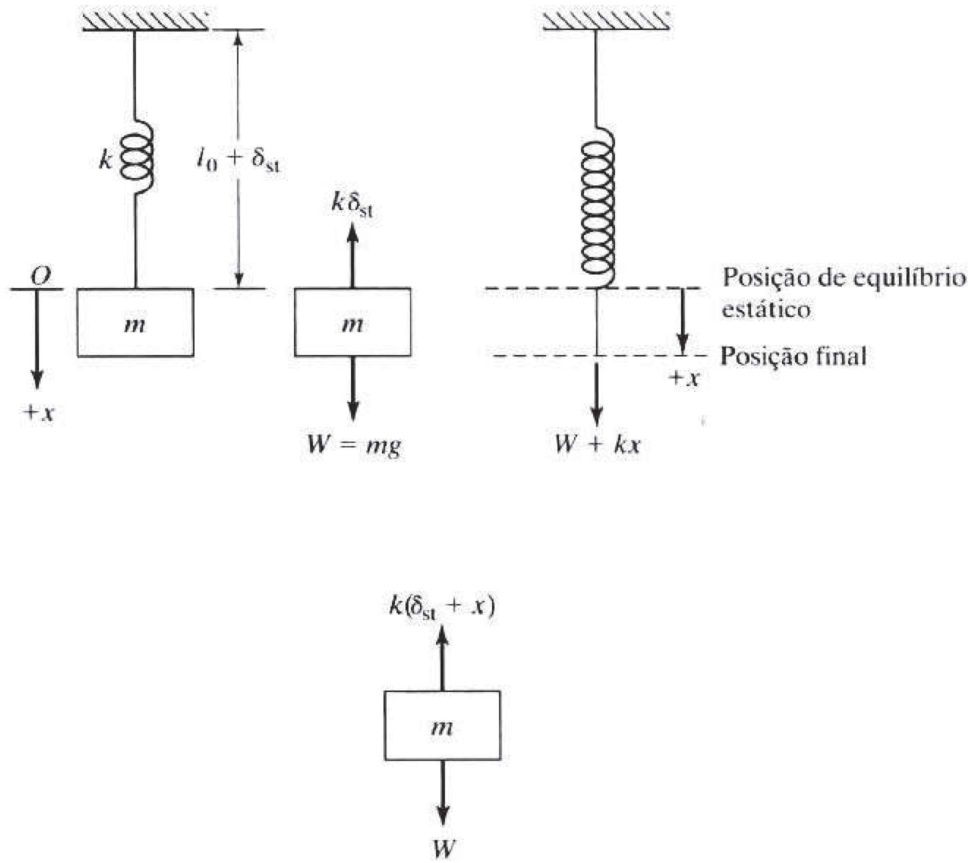


Figura A.1: Sistema massa-mola na posição vertical. (Rao, 2008)

A solução pode ser encontrada considerando-se

$$x\left(t\right) = Ce^{st} \tag{A.2}$$

Onde C e s são constantes a ser determinadas. Substituindo a Equação (A.2) na Equação (A.1) obtém-se

$$\omega_n = \left(\frac{k}{m}\right)^{1/2} \tag{A.3}$$

A a solução geral da Equação (A.1) pode ser definida por

$$x\left(t\right)=C_1e^{i\omega_n t}+C_2e^{-i\omega_n t} \tag{A.4}$$

Com constantes C_1 e C_2. Utilizando as identidades, também chamada de Equação de Euler

$$e^{\pm i\alpha t}=cos\alpha t\ \pm isen\alpha t \tag{A.5}$$

A Equação (A.4) pode ser reescrita como

$$x\left(t\right)=A_1cos\omega_n\, t+A_2sen\omega_n\, t \tag{A.6}$$

Com A_1 e A_2 sendo novas constantes, as quais juntamente com C_1 e C_2, denominadas condições iniciais do sistema.

Especificando-se duas condições iniciais, igualando-se à ordem da equação diferencial governante, Equação (A.1), x_0 e $\dot{x}_0$ para $t=0$, temos pela Equação (A.5),

$$x(t=0)=A_1=x_0 \tag{A.7}$$

$$\dot{x}(t=0)=\omega_nA_2=\dot{x}_0 \tag{A.8}$$

Consequentemente, $A_1=x_0$ e $A_2=\dot{x}_0/\omega_n$. Desse modo, a solução da Equação (A.1) é dada por

$$x\left(t\right)=x_0\cos\omega_n\, t+\frac{\dot{x_0}}{\omega_n}sen\omega_n\, t \tag{A.9}$$

A.1.2 Movimento harmônico

As Equações A.4, A.6 e A.9 são funções harmônicas do tempo. O movimento é simétrico em relação à posição de equilíbrio estático δ_{st} da massa m. Passando por essa posição, a velocidade atinge seu máximo e a aceleração seu mínimo. Nos deslocamentos extremos, a velocidade é nula e a aceleração é máxima, caracterizando o sistema massa-mola como um oscilador harmônico. A quantidade ω_n dada pela Equação (A.3) representa a frequência natural de oscilação do sistema.

Pode-se expressar a Equação (A.6) de uma forma diferente com a notação

$$A_1 = A\cos\phi \tag{A.10}$$

$$A_2 = A\ sen\ \phi \tag{A.11}$$

Sendo A e ϕ novas constantes, que expressas em termos de A_1 e A_2

$$A = \left(A_1^2 + A_2^2\right)^{\frac{1}{2}} = \left[x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_n}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{A.12}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\dot{x}_0}{x_0\omega_n}\right) \tag{A.13}$$

Substituindo a Equação (A.10) e Equação (A.11) na Equação (A.6), tem-se a solução escrita como

$$\mathrm{x}\left(\mathrm{t}\right) = \mathrm{A}\cos\left(\omega_{\mathrm{n}}\mathrm{t}-\phi\right) \tag{A.14}$$

Usando as relações

$$A_1 = A_0\cos\phi_0 \tag{A.15}$$

$$A_2 = A_0\ sen\ \phi_0 \tag{A.16}$$

A Equação (A.6) pode ser expressa como

$$\mathrm{x}\left(\mathrm{t}\right) = \mathrm{A}_0 sen\left(\omega_{\mathrm{n}}\mathrm{t}+\phi_0\right) \tag{A.17}$$

Onde

$$\mathrm{A}_0 = \mathrm{A} = \left[\mathrm{x}_0^2 + \left(\frac{\dot{\mathrm{x}}_0}{\omega_{\mathrm{n}}}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{A.18}$$

e

$$\phi_0 = tan^{-1}\left(\frac{x_0\omega_n}{\dot{x}_0}\right) \tag{A.19}$$

A representação da oscilação harmônica pode ser dada pela Figura A.2. O vetor $\vec{A}$ com magnitude *A*, o qual faz um ângulo $\omega_n t - \phi$ com o eixo vertical (*x*), então a solução da Equação (A.14) é dada pela projeção do vetor $\vec{A}$ sobre o eixo *x*. Já as constantes A_1 e A_2 da Equação (A.6), dadas pela Equação (A.14), são simplesmente as componentes retangulares de $\vec{A}$ ao longo dos eixos ortogonais que fazem os ângulos ϕ e $-\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right)$ em relação ao vetor $\vec{A}$. Tendo o ângulo $\omega_n t - \phi$ como uma função linear do tempo, o mesmo aumenta linearmente com o tempo, assim, todo diagrama gira em sentido anti-horário a uma velocidade angular ω_n. Enquanto o diagrama da figura A.2a gira, a projeção de $\vec{A}$ sobre o eixo *x* varia harmonicamente, de modo que o movimento repete-se toda vez que o vetor percorre um ângulo de 2π. Já a projeção de $\vec{A}$, ou seja, $x(t)$, é mostrada em gráfico como sendo uma função de $\omega_n t$ na figura A.2b e como uma função de *t* Figura **??**c O ângulo de fase ϕ pode ser também interpretado como o ângulo entre a origem e o primeiro pico do movimento.

No caso do sistema massa-mola estar em uma posição vertical, como dado pela figura A.1, a frequência natural circular pode ser expressa pela Equação (A.3). A constante elástica da mola, k, pode ser expressa em termos da massa m por

$$k = \frac{W}{\delta_{st}} = \frac{mg}{\delta_{st}} \tag{A.20}$$

Substituindo a Equação (A.20) na Equação (A.3) obtém-se

$$\omega_n = \left(\frac{g}{\delta_{st}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{A.21}$$

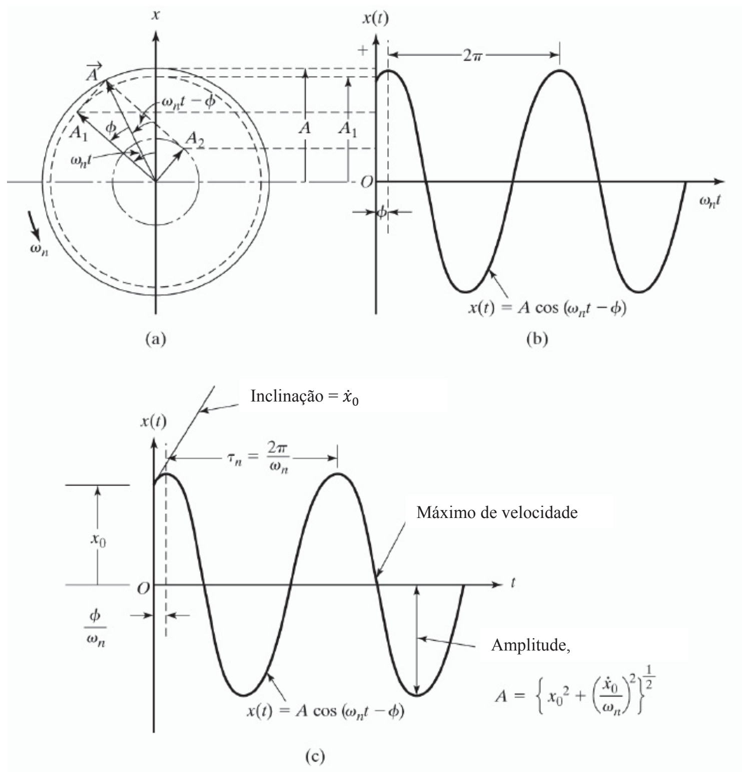


Figura A.2: Representação do movimento harmônico e suas características. (Rao, 2008)

Consequentemente, a frequência natural em ciclos por segundo e o período natural de oscilação do sistema são dados por

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{g}{\delta_{st}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{A.22}$$

e

$$\tau_n = \frac{1}{f_n} = \left(\frac{\delta_{st}}{g}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{A.23}$$

Dessa forma, pode-se medir a frequência natural e o período de oscilação pela simples medição da deflexão estática δ_{st}.

Pela Equação (A.14), a velocidade $\dot{x}(t)$e a aceleração $\ddot{x}(t)$ da massa m no tempo t podem ser obtidas como

$$\dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -\omega_n Asen\left(\omega_n t - \phi\right) = \omega_n Acos\left(\omega_n t - \phi + \frac{\pi}{2}\right) \tag{A.24}$$

$$\ddot{x}(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\omega_n^2 Acos\left(\omega_n t - \phi\right) = -\omega_n^2 A\, cos\left(\omega_n t - \phi + \pi\right) \tag{A.25}$$

O que mostra que a velocidade está adiantada em relação ao deslocamento por $\frac{\pi}{2}$ e a aceleração por π.

Dado o deslocamento inicial $x_0 = 0$, a Equação (A.14) torna-se

$$x(t) = \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} cos\left(\omega_n t - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} sen\omega_n t \tag{A.26}$$

Além disso, se a velocidade inicial $(\dot{x}_0) = 0$, a solução torna-se

$$x(t) = x_0 cos\omega_n t \tag{A.27}$$

A.1.3 Vibração de Sistemas com Um Grau de Liberdade com Amortecimento Viscoso

Quando um sistema mecânico vibra em um meio fluido, sua resistência ao corpo em movimento faz com que a energia seja dissipada. Nesse caso, a quantidade de energia dissipada é dependente de diversos fatores, entre eles o tamanho e forma e velocidade do corpo vibratório, a viscosidade do fluido e a frequência de vibração.

Sendo o amortecimento dependente da velocidade $\dot{x}$, a força de amortecimento pode ser expressa como

$$F = -c\dot{x} \tag{A.28}$$

onde c denota a constante de amortecimento, sendo o sinal negativo o indicador de que a força de amortecimento é oposta ao sentido da velocidade. Um sistema com um grau de liberdade com amortecimento é mostrado nas Figuras A.3a e A.3b.

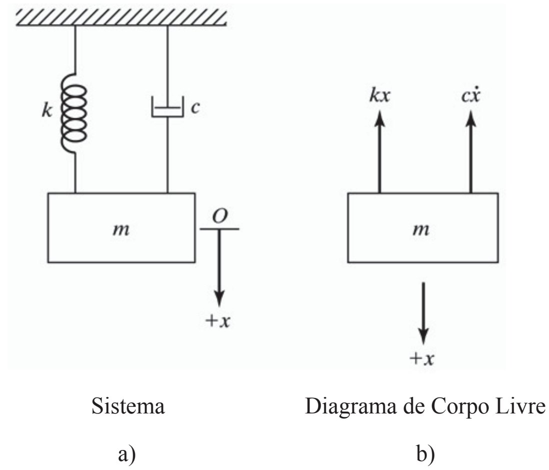


Figura A.3: Sistema com um grau de liberdade e amortecimento. (Rao, 2008)

Aplicando-se a lei de Newton sobre a massa m em relação à posição de equilíbrio a equação de movimento do sistema é dada por

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \tag{A.29}$$

Sua solução é dada na forma

$$x\left(t\right) = Ce^{st} \tag{A.30}$$

sendo C e s constantes indeterminadas. Inserindo-a na Equação (A.29) obtém-se a equação característica

$$ms^2 + cs + k = 0 \tag{A.31}$$

cujas raízes são

$$s_{1,2} = \frac{-c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \tag{A.32}$$

as quais resultam em duas soluções para a Equação (A.29)

$$x_1(t) = C_1 e^{s_1 t} \tag{A.33}$$

$$x_2(t) = C_2 e^{s_2 t} \tag{A.34}$$

que combinadas resultam na solução geral

$$x(t) = C_1 e^{-\frac{c}{2m}+\sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2-\frac{k}{m}}\,t} + C_2 e^{-\frac{c}{2m}+\sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2-\frac{k}{m}}\,t} \tag{A.35}$$

Onde C_1 e C_2 são constantes arbitrárias determinadas pelas condições iniciais do sistema.

Define-se o amortecimento crítico c_c como o valor da constante de amortecimento c para o qual o radical na Equação (A.32) torna-se zero

$$\left(\frac{c_c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} = 0 \tag{A.36}$$

ou

$$c_c = 2m\sqrt{\frac{k}{m}} = 2\sqrt{km} = 2m\omega_n \tag{A.37}$$

O fator de amortecimento ζ é definido como a razão entre as constantes de amortecimento e amortecimento crítico, para qualquer sistema amortecido, dado

$$\zeta = \frac{c}{c_c} \tag{A.38}$$

Pelas Equações A.38 e A.37, pode-se escrever

$$\frac{c}{2m} = \frac{c}{c_c}\frac{c_c}{2m} = \zeta\omega_n \tag{A.39}$$

e consequentemente,

$$s_{1,2} = \left(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\omega_n \tag{A.40}$$

Podendo-se reescrever a Equação (A.35) na forma

$$x(t) = C_1 e^{\left(-\zeta\pm\sqrt{\zeta^2-1}\right)\omega_n t} + C_2 e^{\left(-\zeta\pm\sqrt{\zeta^2-1}\right)\omega_n t} \tag{A.41}$$

A magnitude do amortecimento altera a natureza das raízes s_1 e s_2, por consequência o comportamento da solução. Além do caso onde $\zeta = 0$, ou seja, vibração não amortecida discutida anteriormente, admite-se três casos:

Caso 1. Sistema subamortecido ($\zeta < 1$ **ou** $c < c_c$ **ou** $c/2m < \sqrt{k/m}$)

Este é o único caso amortecido que resulta em um movimento oscilatório. Nele, $(\zeta^2 - 1)$ é negativo e as raízes s_1 e s_2 podem ser expressas como

$$s_1 = \left(-\zeta + i\sqrt{1-\zeta^2}\right)\omega_n \tag{A.42}$$

$$s_2 = \left(-\zeta - i\sqrt{1-\zeta^2}\right)\omega_n \tag{A.43}$$

e a solução, para condições iniciais $x(t=0) = x_0$ e $\dot{x}(t=0) = \dot{x}_0$, pode ser escrita na forma

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t}\; x_0 cos\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n t + \frac{\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0}{cos\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n} sin\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n t \tag{A.44}$$

A Equação (A.44) descreve um movimento harmônico amortecido de frequência angular $\sqrt{1-\zeta^2\omega_n}$, porém, devido ao fator $e^{-\zeta\omega_n t}$, a amplitude diminui exponencialmente com o tempo, como mostrado na Figura A.4.

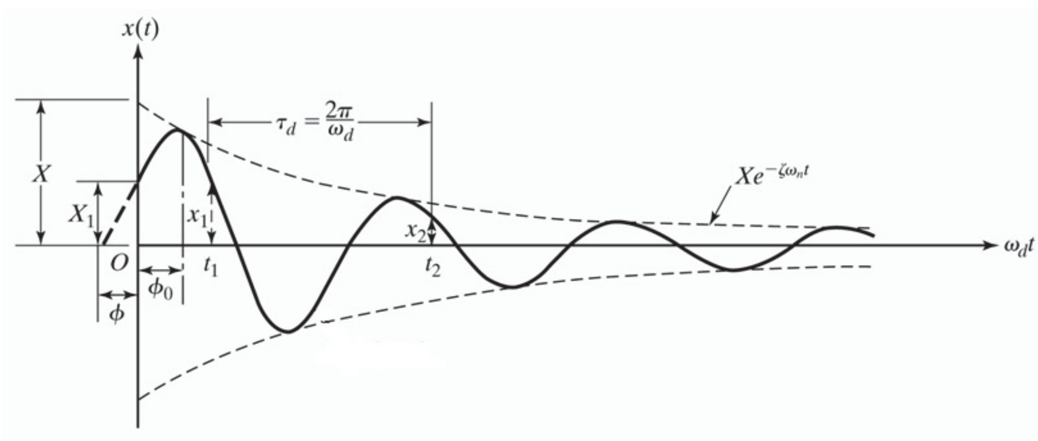


Figura A.4: Resposta característica de um sistema subamortecido. (Rao, 2008)

A frequência de vibração amortecida é dada pela quantidade

$$\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2 \omega_n} \tag{A.45}$$

a qual é sempre menor que a frequência natural de vibração não amortecida ω_n. A Figura A.5 mostra um gráfico representativo da diminuição da frequência de vibração amortecida com o aumento da quantidade de amortecimento.

Caso 2. Sistema criticamente amortecido ($\zeta = 1$ **ou** $c = c_c$ **ou** $c/2m = \sqrt{k/m}$)

Neste caso as raízes s_1 e s_2 são iguais

$$s_1 = s_2 = -\frac{c_c}{2m} = -\omega_n \tag{A.46}$$

Com a solução, dadas condições iniciais $x(t = 0) = x_0$ e $\dot{x}(t = 0) = \dot{x}_0$

$$x(t) = \left[x_0 + \left(\dot{x}_0 + \omega_n x_0\right) t\right] e^{-\omega_n t} \tag{A.47}$$

Como pode-se ver na Figura A.5 o movimento é aperiódico, visto que $e^{-\omega_n t} \to 0$ quando $t \to \infty$, diminuindo até zero.

Caso 3. Sistema superamortecido ($\zeta > 1$ **ou** $c > c_c$ **ou** $c/2m > \sqrt{k/m}$)

Pela Equação (A.40) nota-se que as raízes são reais e distintas, dadas por

$$s_1 = \left(-\zeta + i\sqrt{1 - \zeta^2}\right) \omega_n > 0 \tag{A.48}$$

$$s_2 = \left(-\zeta - i\sqrt{1 - \zeta^2}\right) \omega_n > 0 \tag{A.49}$$

com $s_2 << s_1$

A solução é dada na forma

$$x\left(t\right) = C_1 e^{\left(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\omega_n t} + C_2 e^{\left(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\omega_n t} \tag{A.50}$$

e com as condições iniciais $x(t = 0) = x_0$ e $\dot{x}(t = 0) = \dot{x}_0$, pode-se obter o valor das constantes

C_1 e C_2. O movimento é aperiódico, independentemente das condições iniciais. Visto que ambas as raízes são negativas, com o tempo o movimento diminui exponencialmente, como mostrado na Figura A.5

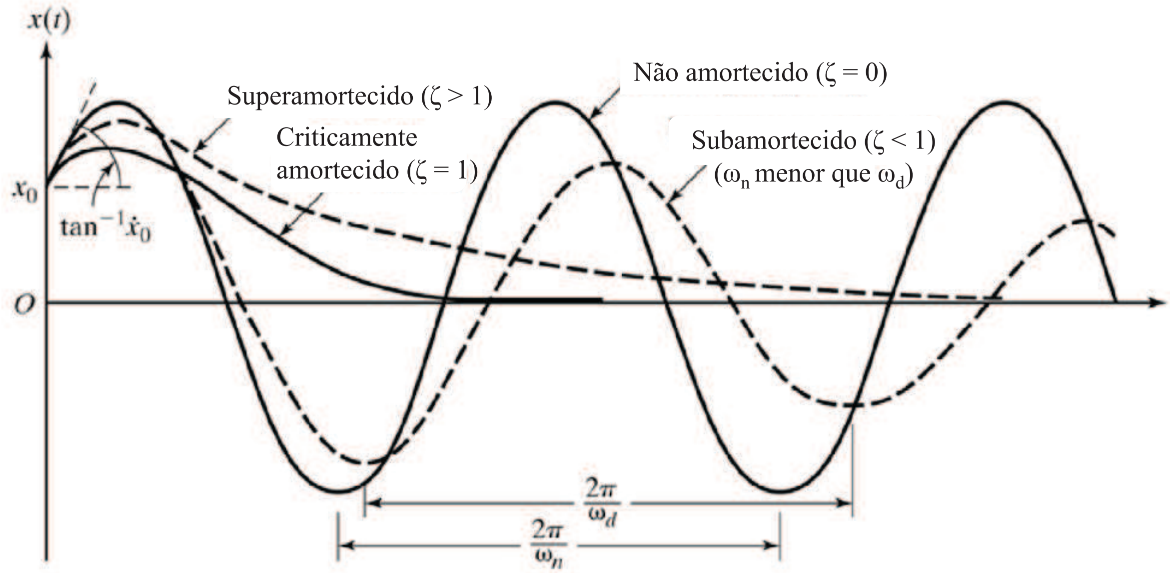


Figura A.5: Comparação de resposta de um sistema com vários tipos de amortecimento. (Rao, 2008)

APÊNDICE B - DETERMINAÇÃO DA MASSA HIDRODINÂMICA DE UM CILINDRO CIRCULAR

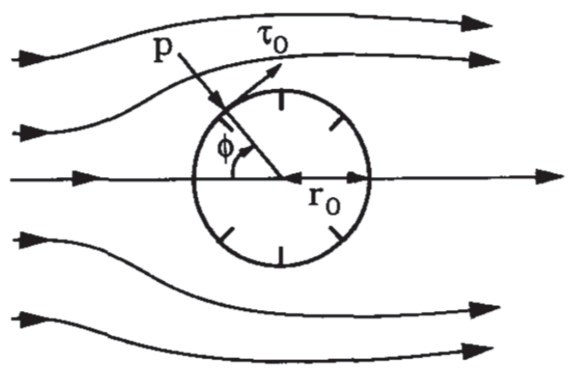


Figura B.1: Representação das componentes para determinação das forças de arrasto e "*lift*". Fonte:

Quando um cilindro é mantido em repouso e o fluido desloca-se com velocidade U na direção negativa do eixo x, o potencial de velocidade é dado por:

$$\phi = U\left(r + \frac{r_o^2}{r}\right)\cos\theta \tag{B.1}$$

Se imposta uma velocidade U a todo sistema na direção positiva do eixo x, o cilindro irá mover-se com velocidade U e o fluido estará em repouso no infinito, então ϕ é dado por: U na direção negativa do eixo x, o potencial de velocidade é dado por:

$$\phi = U\frac{r_o^2}{r}\cos\theta \tag{B.2}$$

Os componentes de velocidade

$$v_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta} = U\frac{r_o^2}{r}sen\theta \tag{B.3}$$

$$v_r = -\frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta} = U\frac{r_o^2}{r}cos\theta \tag{B.4}$$

A pressão em torno do cilindro pode ser calculada aplicando-se a equação geral de Bernoulli

$$\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}v^2 - \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = constante \tag{B.5}$$

onde v é a velocidade

$$v^2 = v_r^2 + v_\theta^2 \tag{B.6}$$

Na superfície do cilindro v^2 será

$$v^2 = U^2(sen^2\theta + cos^2\theta) = U^2 \tag{B.7}$$

Portanto a pressão na superfície do cilindro pode ser escrita como

$$\frac{p}{\rho} = \frac{\partial \phi}{\partial \theta} + constante \tag{B.8}$$

Onde no termo constante está incluso também $\frac{1}{2}U^2$, o qual não varia com as variáveis independentes r e θ. Este termo, de fato, não contribui na força resultante. Portanto, a pressão na superfície do cilindro pode ser escrita como

$$p = \rho\frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \rho\frac{\partial}{\partial \theta}\left(U\frac{r_o^2}{r}cos\theta\right) = \rho r_o cos\theta\frac{\partial U}{\partial t} \tag{B.9}$$

Ou

$$p = \rho r_o a cos\theta \tag{B.10}$$

Onde a é a aceleração.

A força resultante pode ser calculada pela integração da pressão em torno do cilindro

$$P = -\int_0^{2\pi} p cos\theta (r_o d\theta) \tag{B.11}$$

A componente vertical da força será zero devido à simetria. Portanto, a força resultante será

$$P = -a\rho r_o^2 \int_0^{2\pi} cos\theta d\theta \tag{B.12}$$

$$P = -a\rho r_o^2 a\pi \tag{B.13}$$

Em outras palavras, a força requerida para acelerar o cilindro com uma aceleração a em um meio fluido estacionário é dada por

$$F = ma + \rho r_o^2 \pi a = (m + m')a \tag{B.14}$$

Finalmente a massa hidrodinâmica de um cilindro circular é dada por

$$m' = \rho \pi r_o^2 \tag{B.15}$$

Tradicionalmente, a massa hidrodinâmica por unidade de comprimento do cilindro é escrita como

$$m' = \rho C_m A \tag{B.16}$$

Onde A é a área transversal do corpo e C_m é chamado de coeficiente de massa hidrodinâmica. Para um cilindro circular $C_m = 1$, conforme tabela abaixo.

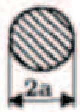
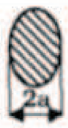
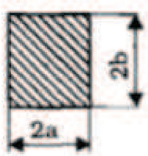
Seção transversal do corpo	Direção de Movimento	$\frac{a}{b}$	C_m	A
	↕		1,0	πa^2
	↕		1,0	πa^2
	↕		1,0	πa^2
	↕		1,0	πa^2
	↕	∞ 10,0 5,0 2,0 1,0 0,5 0,2 0,1	1,00 1,14 1,21 1,36 1,51 1,70 1,98 2,23	πa^2

Figura B.2: Coeficientes de massa adicional para diferentes geometrias Fonte: Sumer e Fredsøe (2006)

APÊNDICE C - DETERMINAÇÃO DO FATOR DE AMORTECIMENTO EM ENSAIO DE DECAIMENTO

A quantia de energia dissipada pelo de amortecimento presente em um sistema ou estrutura, dependendo de sua complexidade, é geralmente difícil de ser estimada. Dessa forma, a maneira mais apropriada para tal é a experimentação, como é o caso dos ensaios de decaimento, o qual pode ser realizado no ar ou em água.

O procedimento experimental utilizado nos ensaios segue abaixo:

- É aplicado um deslocamento inicial conhecido à estrutura e liberado em seguida;
- Registra-se a resposta da estrutura a este deslocamento;
- Encontra-se o amortecimento através da comparação dos valores dos ensaios com valores teoricamente estimados.

Considerando-se y_n e y_{n+1} duas amplitudes consecutivas em um resultado obtido por ensaio, sua razão é dada por

$$\frac{y_n}{y_{n+1}} = \frac{A_y e^{(-\zeta\omega_N t)}}{A_y e^{[-\zeta\omega_n(t+T_d)]}} = e^{\zeta\omega_n T_d} \tag{C.1}$$

Onde T_d é o período de oscilação amortecido, dado por

$$T_d = \frac{2\pi}{\omega_d} \tag{C.2}$$

Portanto, partindo das equações anteriores é determinado o amortecimento ζ do sistema através dos ensaios.

$$\zeta = \frac{1}{2\pi} ln\left(\frac{y_n}{y_{n+1}}\right) \tag{C.3}$$

A quantia $\delta = ln(Y_n/Y_{n+1})$ é chamada de decremento logarítmico, a qual representa a taxa de redução da amplitude de uma vibração livremente amortecida. Determinado a partir de

$$\delta = ln\frac{y_n}{y_{n+1}} = \zeta\omega_n T_d = \zeta\omega_n\frac{2\pi}{\sqrt{1-\zeta^2\omega_n}} = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \tag{C.4}$$

Muitas vezes usado para caracterizar o amortecimento em função de ζ, onde

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2+\delta^2}} \tag{C.5}$$

ou para pequenos amortecimentos

$$\zeta \sim \frac{\delta}{2\pi} \tag{C.6}$$

Como é caso do presente trabalho, onde o corpo de prova é submetido a ensaios no ar e submerso em água, uma prática usualmente não aceita seria a medição das frequências naturais em ambos os casos, ω e ω_d respectivamente, sendo posteriormente comparadas. Porém, para $\zeta > 0,2$, é considerado $\omega = \omega_d$.

APÊNDICE D - TEOREMA Π DE BUCKINGHAM

O teorema é um procedimento formalizado para a dedução dos grupos adimensionais apropriados para um dado problema físico. Segundo Fox *et al.* (2006) é um enunciado da relação entre uma função expressa em termos de parâmetros dimensionais e uma função correlata expressa em termos de parâmetros adimensionais.

Em um fenômeno físico, onde o parâmetro dependente é uma função de $n - 1$ parâmetros independentes, pode-se expressar a relação entre suas variáveis da seguinte maneira

$$q_1 = f(q_2, q_3, ..., q_n) \tag{D.1}$$

sendo q_1 o parâmetro dependente, e q_2, q_3,...,q_n os $n - 1$ parâmetros independentes. Pode-se expressar matematicamente de uma forma equivalente

$$g(q_1, q_2, ..., q_n) = 0 \tag{D.2}$$

sendo g uma função não especificada, diferente de f. Dada essa relação entre n parâmetros, que podem ser agrupados em $n - m$ razões adimensionais independentes, ou parâmetros Π, expressos na forma funcional por

$$F(\Pi_1, \Pi_2, ..., \Pi_{n-m}) = 0 \tag{D.3}$$

ou

$$\Pi_1 = F_1(\Pi_2, \Pi_3, ..., \Pi - n - m) \tag{D.4}$$

O número m geralmente é igual ao número mínimo, r, de dimensões independentes necessárias para especificar as dimensões de todos os parâmetros q_1, q_2,..., q_n. O teorema pré-determina a forma funcional F ou F_1. A relação funcional entre os parâmetros adimensionais Π independentes dever ser determinada experimentalmente, sendo os $n - m$ parâmetros adimensionais Π são independentes.

White (2011) lista seis passos típicos envolvidos na escolha dos parâmetros π:

- Listar e contar as n variáveis envolvidas no problema. Se estiver faltando qualquer variável importante, a análise dimensional falhará.

- Listar as dimensões de cada variável de acordo com o sistema (MLT) ou (FLT).
- Encontrar m. Inicialmente, escolher r igual ao número das diferentes dimensões persentes e procurar m variáveis que não formem um produto Π entre si. Se não for possível, reduzir r de 1 e procurar novamente.
- Selecionar m parâmetros de escala que não formem um produto Π. Certificar-se de que eles sejam satisfatórios e, se possível, tenham alguma generalidade, pois aparecerão em todos os grupos Π.
- Acrescentar mais uma variável às suas m variáveis repetitivas e formar um produto de potências. Determinar algebricamente os expoentes que tornam o produto adimensional. Arranjar as equações para que as variáveis de saída, ou dependentes apareçam no numerador, para que seus gráficos tenham melhor aparência. Fazer isso sequencialmente, acrescentando uma nova variável a cada vez. Assim, serão encontrados todos os $n - m$ produtos Π desejados.
- Escrever a função final adimensional e verificar os termos para ter certeza que todos os grupos Π são adimensionais.

APÊNDICE E - SISTEMA DE EXCITAÇÃO

O sistema de excitação harmônico foi escolhido pois possibilita um ótimo controle sobre a dinâmica dos testes e principalmente de simples construção, como foi o caso do disco graduado utilizado, que transforma o movimento circular do motor em linear do cabo conectado ao centro do corpo de provas. Porém, a utilização de um sistema de alinhamento se fez necessário, o qual gera um pequeno desvio na curva senoidal gerada pela rotação do disco.

Inicialmente, partindo da Figura E.1, a qual é uma representação do sistema de excitação, temos os parâmetros L_o e A, os quais denotam a distância do centro do disco e a amplitude de excitação, respectivamente.

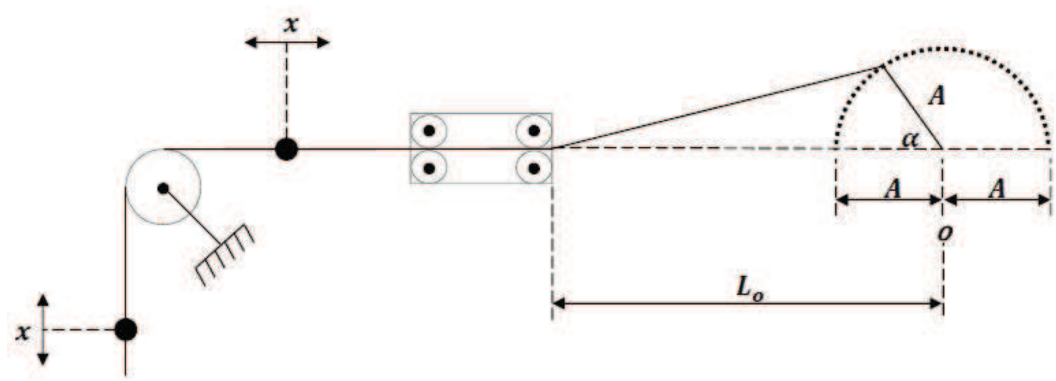


Figura E.1: Representação do sistema de excitação.

Adicionalmente, no sistema em questão temos os controles de rotação α, dada pela Equação Equação (E.1), onde ωt denota a fase e α_o a rotação inicial.

$$\alpha = \alpha_o + \omega t \tag{E.1}$$

A frequêmcia angular é dada pela Equação Equação (E.2), sendo f a frequência linear em (Hz) e T o período em (s).

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{60} n \tag{E.2}$$

Considerando as condições iniciais $\alpha = 0$, dadas pela Figura E.2, temos o valor da componente lc constante, conforme é dado pela Equação Equação (E.3), onde lo denota a distância entre o início do dispositivo alinhador até o início do disco de excitação e l_xo a distância entre o término do dispositivo alinhador até a ponta do cabo.

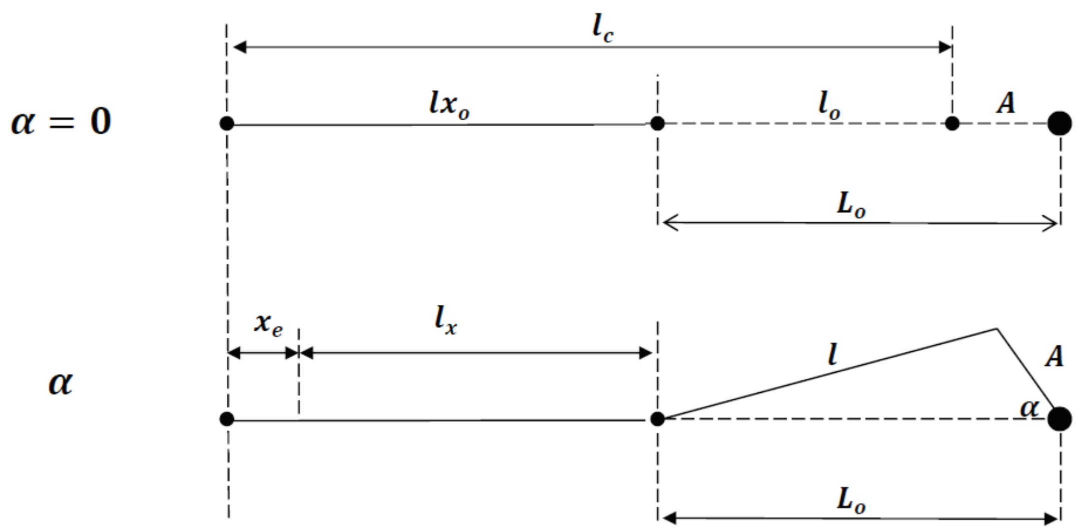


Figura E.2: Parâmetros do sistema de excitação.

$$l_c = l_x + l = constante \tag{E.3}$$

Com uma rotação inicial α do disco, o termo l_xo passa a ser l_x+x_e, onde x_e é o deslocamento do ponto inicial do cabo excitador, que conforme as simplificações a seguir

$$x_e = l_xo + l_x \tag{E.4}$$

sendo

$$l_xo = l_c - l_o \tag{E.5}$$

e

$$l_x = l_c - l \tag{E.6}$$

resulta em

$$x_e = l - l_o \tag{E.7}$$

com

$$l_o = L_o - A \tag{E.8}$$

Com l_o conhecido, para que se possa determinar o valor do deslocamento do ponto inicial do cabo x_e, necessita-se de uma equação para o valor de l, que através de simplificações trigonométrias resulta em

$$l^2 = {L_o}^2 + A^2 - 2L_oAcos\alpha \tag{E.9}$$

ou

$$l^2 = {l_o}^2 + 2L_oA(1 - cos\alpha) \tag{E.10}$$

Assim é possível se deteminar uma equação de x_e em função dos outros parâmetros do sistema

$$x_e = [{l_o}^2 + 2L_oA(1 - cos\alpha)]^{\frac{1}{2}} - l_o \tag{E.11}$$

ou

$$x_e = [{l_o}^2 + 2L_oA(1 - cos\alpha)]^{\frac{1}{2}} - l_o \tag{E.12}$$

A figura E.3 mostra um gráfico no tempo da razão entre o deslocamento do ponto inicial do cabo x e a distância L_o para um valor de $\frac{A}{L_o}$ de 0.1 e de $\frac{l_o}{L_o}$ de 0.9 e frequência angular ω de 0.31 rad/s. Pode-se observar que o comportamento do sistema é praticamente idêntico a uma excitação harmônica.

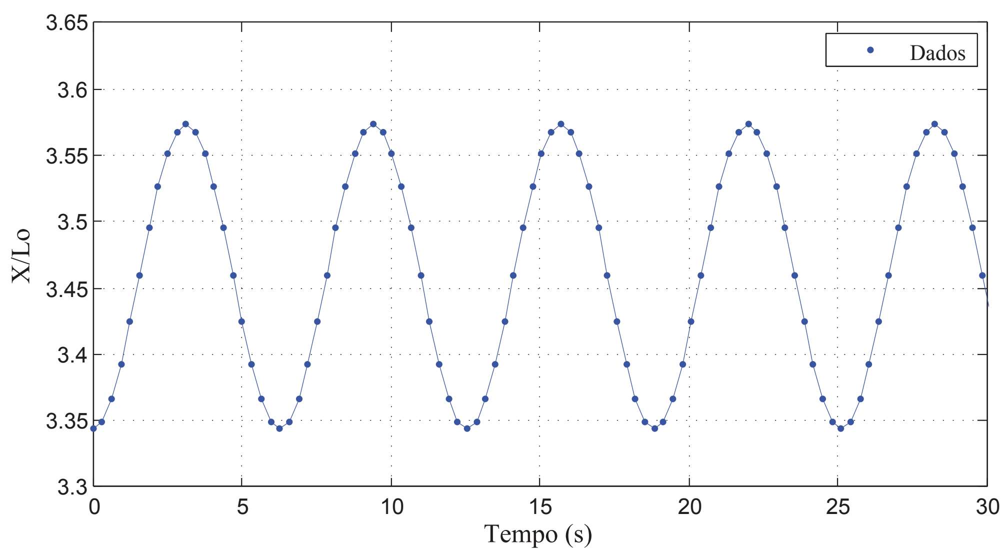


Figura E.3: Representação gráfica da excitação.