

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA  
TESE DEFENDIDA POR GREGORY BREGION  
DANIEL..... E APROVADA  
PELA COMISSÃO JULGADORA EM 29/07/2008

Katia Lucchesi Cavalca  
ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

# **Análise Dinâmica de um Sistema Pino-Pistão com Lubrificação Hidrodinâmica**

Autor: Gregory Bregion Daniel  
Orientadora: Katia Lucchesi Cavalca

81/2008

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

# **Análise Dinâmica de um Sistema Pino-Pistão com Lubrificação Hidrodinâmica**

Autor: Gregory Bregon Daniel  
Orientadora: Katia Lucchesi Cavalca

Curso: Engenharia Mecânica  
Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Dissertação de mestrado acadêmico apresentado à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2008  
S.P. – Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

D223a Daniel, Gregory Bregion  
Análise dinâmica de um sistema pino-pistão com  
lubrificação hidrodinâmica / Gregory Bregion Daniel. --  
Campinas, SP: [s.n.], 2008.

Orientadora: Katia Lucchesi Cavalca.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Automóveis – Motores – Sistemas de lubrificação.  
2. Mancais. I. Cavalca, Katia Lucchesi. II. Universidade  
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia  
Mecânica. III. Título.

Titulo em Inglês: Analysis of a piston pin system with hydrodynamic lubrication

Palavras-chave em Inglês: Piston, Conrod-crank, Hydrodynamic bearing,  
Hydrodynamic lubrication

Área de concentração: Mecânica dos sólidos e projeto mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Pablo Siqueira Meirelles, Marcelo Becker

Data da defesa: 29/07/2008

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**  
**DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADEMICO**

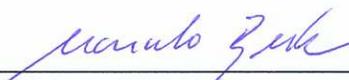
# **Análise Dinâmica de um Sistema Pino-Pistão com Lubrificação Hidrodinâmica**

Autor: Gregory Bregion Daniel  
Orientadora: Katia Lucchesi Cavalca

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dra. Katia Lucchesi Cavalca, Presidente  
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP/FEM

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Pablo Siqueira Meirelles  
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP/FEM

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Marcelo Becker  
Universidade de São Paulo – USP/EESC

Campinas, 29 de julho de 2008

## **Dedicatória:**

Dedico este trabalho aos meus pais, Dora e Beth.

## **Agradecimentos**

Este trabalho não poderia ser concluído sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

Aos meus pais, Dora e Beth, pelo incentivo em todos os momentos da minha vida.

À minha namorada Alline, pelo companheirismo ao longo desses anos.

À minha irmã Fernanda, pelo apoio incondicional.

À Professora Katia, pela orientação prestada tanto na área científica quanto na formação pessoal.

Aos Professores Antonio Carlos Bannwart e Pablo Siqueira Meirelles, pelas preciosas sugestões e conselhos no desenvolvimento do trabalho.

Aos Pesquisadores Eduardo Paiva Okabe e Helio Fiori de Castro, pelo auxílio no desenvolvimento deste trabalho.

Aos colegas do LAMAR Rogério, Denise, Rafael, Felipe, Pedro, Lucas, Ricardo, Diogo, Leonardo e Renato pela amizade e trocas de experiências.

À todos os professores e colegas do departamento, que ajudaram de forma direta e indireta na conclusão deste trabalho.

À CAPES, pela ajuda financeira prestada a este trabalho.

*“Seja você quem for,  
seja qual for a posição social que você tenha na vida,  
tenha sempre como meta muita força, muita determinação e  
sempre faça tudo com muito amor e com muita fé em Deus,  
que um dia você chega lá”*

Ayrton Senna da Silva

## Resumo

DANIEL, Gregory Bregion, *Análise Dinâmica de um Sistema Pino-Pistão com Lubrificação Hidrodinâmica*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2008. 125 p. Dissertação (Mestrado)

Este trabalho visa analisar o comportamento dinâmico do sistema pino pistão. Por esse motivo, foi desenvolvido um modelo matemático para o mecanismo biela-manivela, considerando a influência do mancal hidrodinâmico da junção biela-pistão. As análises dinâmicas desse sistema foram realizadas utilizando dois modelos distintos. O primeiro modelo foi usado para representar o sistema quando o pino pistão está em contato com a superfície do mancal, assumindo, nesta condição, um comportamento similar aos mancais rígidos (sem folga). O segundo modelo foi empregado para representar o sistema quando o pino pistão está em lubrificação hidrodinâmica. Nesta condição, o pino pistão tem um movimento relativo à biela, o que torna este sistema um problema de múltiplos graus de liberdade. Diante disso, o primeiro modelo foi desenvolvido através da Equação de Movimento de Eksergian, sendo o segundo modelo, desenvolvido a partir do método de Lagrange. O modelo matemático de lubrificação hidrodinâmica foi introduzido com o intuito de obter resultados mais realísticos sobre o comportamento dinâmico do sistema. Este modelo de lubrificação considera as mesmas suposições básicas da teoria de lubrificação de Reynolds. A partir do modelo desenvolvido neste trabalho foram obtidas as orbitas do pino pistão, as distribuições de pressão e as velocidades e acelerações do mecanismo biela-manivela, o que permitiu realizar uma análise preliminar do comportamento dinâmico desse sistema.

### *Palavras Chave*

Pino Pistão, Biela-Manivela, Mancal Hidrodinâmico, Lubrificação Hidrodinâmica.

## **Abstract**

DANIEL, Gregory Bregion, *Dynamic Analysis of a Piston Pin System with Hydrodynamic Lubrication*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2008. 125 p. Dissertação (Mestrado)

This work aims to analyze the dynamic behavior of the piston pin system. For this reason, a mathematical model for the slider-crank mechanism was developed, considering the influence of the hydrodynamic bearing of the piston-connecting rod joint. The dynamic analyses of the system applied two distinct models. The first represented the system when the piston pin was in contact with the bearing surface, assuming, in this condition, a similar behavior of rigid bearings (without clearance). The second model represented the system when the piston pin was in hydrodynamic lubrication. Under this condition, the piston pin presented a relative motion to the conrod, what turns this system into a multidegrees of freedom problem. Therefore, the first model was developed by Eksergian's Equation of Motion and the second model was developed by Lagrange method. The mathematical model of hydrodynamic lubrication was introduced to obtain more realistic results under the system's dynamic behavior. This lubrication model considers one of the basic assumptions of the Reynolds lubrication theory. From the model developed in this work were obtained the orbits of the piston pin, the pressure distributions and the velocities and accelerations of the slider-crank mechanism, what allows a preliminary analysis of the dynamic behavior of this system.

### *Key Words*

Piston Pin, Conrod-Crank, Hydrodynamic Bearing, Hydrodynamic Lubrication.

# Índice

Lista de Figuras .....	xi
Lista de Tabelas .....	xv
Nomenclatura .....	xvi
1. Introdução.....	1
2. Revisão da Literatura .....	5
3. Modelo do Mancal Hidrodinâmico .....	12
3.1 Características Geométricas .....	13
3.2 Cinemática do Mancal Hidrodinâmico .....	15
3.3 Problema de Lubrificação Hidrodinâmica .....	17
4. Modelo Dinâmico do Sistema Mecânico .....	29
4.1 Mecanismo Biela-Manivela com Mancal Rígido.....	30
4.1.1 Análise Cinemática do Sistema Biela-Manivela Padrão.....	31
4.1.2 Análise Cinemática dos Centros de Massa do Mecanismo.....	33
4.1.3 Modelo Dinâmico do Sistema Biela-Manivela Padrão.....	40
4.2 Mecanismo Biela-Manivela com Mancal Hidrodinâmico .....	50
4.2.1 Análise Cinemática do Sistema Biela-Manivela.....	52
4.2.2 Análise Cinemática dos Centros de Massa do Mecanismo.....	54
4.2.3 Modelo Dinâmico do Sistema Biela-Manivela com Mancais Hidrodinâmicos.....	59
4.2.4 Estrutura para Solução do Modelo Matemático.....	72
5. Análise dos Resultados.....	76
5.1 Resultados do Modelo de Lubrificação.....	77
5.1.1 Influência da Velocidade Angular da Manivela.....	77
5.1.2 Influência da Razão de Excentricidade .....	81

5.1.3	Influência da Relação entre o Comprimento da Biela e Raio do Mancal ( $L/R_b$ ) .....	84
5.2	Resultados do Modelo Biela-Manivela Padrão .....	87
5.3	Resultados do Modelo Biela-Manivela com Mancal Hidrodinâmico .....	93
5.3.1	Resultados obtidos na Simulação 1 .....	96
5.3.2	Resultados obtidos na Simulação 2 .....	103
5.3.3	Resultados obtidos na Simulação 3 .....	109
6.	Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros .....	117
6.1	Conclusões .....	117
6.2	Sugestões para trabalhos futuros .....	119
7.	Referências Bibliográficas .....	121

## Lista de Figuras

Figura 3.1 – Motor de Combustão Interna, (a) Vista geral, (b) Pino Pistão .....	13
Figura 3.2 – Vista Esquemática do Mancal Hidrodinâmico e suas Coordenadas.....	15
Figure 3.3 – Cinemática do Mancal Hidrodinâmico .....	16
Figura 3.4 – Dimensões Típicas de Mancais de Rotação Alternada.....	19
Figura 3.5 – Região de Equilíbrio do Eixo no Mancal, (a) Situações obtidas no Mancal Convencional, (b) Situações não obtidas no Mancal Convencional. ....	26
Figura 3.6 – Distribuição de Pressão, (a) Pino girando no sentido anti-horário, (b) Pino girando no sentido horário.....	27
Figura 4.1 – Representação Esquemática do Sistema Biela-Manivela Padrão. ....	31
Figura 4.2 – Sistema Biela-Manivela com Centro de Massa na Manivela, (a) Vista geral, (b) Vista detalhada do centro de massa da manivela.....	34
Figura 4.3 – Sistema Biela-Manivela com Centro de Massas na Biela, (a) Vista geral, (b) Vista detalhada do centro de massa da biela. ....	36
Figura 4.4 – Sistema Biela-Manivela com Centro de Massa do Pistão. ....	39
Figura 4.5 – Mecanismo Biela-Manivela com Força e Torque Externo Aplicado. ....	43
Figura 4.6 – Mecanismo Biela-Manivela com Centros de Massas e Esforços Externos.....	49
Figura 4.7 – Sistema Biela-Manivela com Mancal Hidrodinâmico, (a) Vista geral, (b) Vista expandida com as forças hidrodinâmicas e torque externo.....	51
Figura 4.8 – Subsistema composto pela Manivela e Biela com Centros de Massas, (a) Centro de massa da manivela, (b) Centro de massa da biela. ....	55
Figura 4.9 – Subsistema com Centros de Massas na Manivela e na Biela. ....	68
Figura 4.10 – Sistema Biela-Manivela com Mancal Hidrodinâmico, (a) Vista expandida, (b) Representação do pistão juntamente com as forças atuantes. ....	70

Figura 4.11 – Fluxograma para Solução do Modelo Matemático sem Avaliação da Razão de Excentricidade. ....	70
Figura 4.12 – Fluxograma para Solução do Modelo Matemático com Avaliação da Razão de Excentricidade. ....	70
Figura 5.1 – Distribuição de Pressão Instantânea no Mancal Hidrodinâmico durante Análise da Velocidade, (a) Parte Real, (b) Parte Imaginária. ....	78
Figura 5.2 – Distribuição da Tensão de Cisalhamento Instantânea do Fluido durante Análise da Velocidade, (a) Parte Real, (b) Parte Imaginária. ....	79
Figura 5.3 – Força Hidrodinâmica Instantânea em relação ao Referencial Inercial durante Análise da Velocidade, (a) Parte Real, (b) Parte Imaginária. ....	80
Figura 5.4 – Distribuição de Pressão Instantânea no Mancal Hidrodinâmico durante Análise da Razão da Excentricidade, (a) Parte Real, (b) Parte Imaginária. ....	81
Figura 5.5 – Distribuição da Tensão de Cisalhamento Instantânea do Fluido durante Análise da Razão da Excentricidade, (a) Parte Real, (b) Parte Imaginária. ....	82
Figura 5.6 – Força Hidrodinâmica Instantânea em relação ao Referencial Inercial durante Análise da Razão da Excentricidade, (a) Parte Real, (b) Parte Imaginária. ....	83
Figura 5.7 – Distribuição de Pressão Adimensional Instantânea no Mancal Hidrodinâmico durante Análise da relação $L/R_b$ , (a) Parte Real, (b) Parte Imaginária. ....	84
Figura 5.8 – Distribuição da Tensão de Cisalhamento Adimensional Instantânea durante Análise da relação $L/R_b$ , (a) Parte Real, (b) Parte Imaginária. ....	86
Figura 5.9 – Força Hidrodinâmica Adimensional Instantânea em relação ao Referencial Inercial durante Análise da relação $L/R_b$ , (a) Parte Real, (b) Parte Imaginária. ....	87
Figura 5.10 – Velocidade Angular da Manivela, (a) $\omega_o = 250$ rad/s, (b) $\omega_o = 700$ rad/s. ....	89
Figura 5.11 – Comportamento Dinâmico da Manivela, (a) Velocidade angular para $\omega_o = 1000$ rad/s, (b) Aceleração angular para $\omega_o = 250$ rad/s, $\omega_o = 700$ rad/s e $\omega_o = 1000$ rad/s. ....	90
Figura 5.12 – Análise do Deslocamento, (a) Deslocamento angular da biela, (b) Deslocamento linear do pistão. ....	91
Figura 5.13 – Análise da Velocidade, (a) Velocidade angular da biela, (b) Velocidade linear do pistão. ....	91

Figura 5.14 – Análise da Aceleração, (a) Aceleração angular da biela, (b) Aceleração linear do pistão. ....	92
Figura 5.15 – Órbita do Pino Pistão na Simulação 1, (a) Primeira volta, (b) Segunda volta. ....	96
Figura 5.16 – Análise da Manivela na Simulação 1, (a) Velocidade angular da manivela, (b) Aceleração angular da manivela. ....	97
Figura 5.17 – Análise da Biela na Simulação 1, (a) Deslocamento angular da biela, (b) Velocidade angular da biela. ....	98
Figura 5.18 – Análise do Pistão na Simulação 1, (a) Deslocamento do pistão, (b) Velocidade do pistão. ....	99
Figura 5.19 – Análise da Aceleração na Simulação 1, (a) Aceleração angular da biela, (b) Aceleração linear do pistão. ....	99
Figura 5.20 – Análise da Força $F_{XP}$ na Simulação 1, (a) Duas voltas, (b) Detalhe da Condição hidrodinâmica (180° a 197°). ....	100
Figura 5.21 – Análise da Força $F_{YP}$ na Simulação 1, (a) Duas voltas, (b) Detalhe da Condição hidrodinâmica (180° a 197°).. ....	101
Figura 5.22 – Distribuição de Pressão no Mancal na Simulação 1, (a) Vista 1, (b) Vista 2, (c) Órbita do Pino Pistão .....	102
Figura 5.23 – Órbita do Pino Pistão na Simulação 2, (a) Primeira volta, (b) Segunda volta. ....	103
Figura 5.24 – Análise da Manivela na Simulação 2, (a) Velocidade angular da manivela, (b) Aceleração angular da manivela. ....	104
Figura 5.25 – Análise da Biela na Simulação 2, (a) Deslocamento angular da biela, (b) Velocidade angular da biela. ....	105
Figura 5.26 – Análise do Pistão na Simulação 2, (a) Deslocamento do pistão, (b) Velocidade do pistão. ....	106
Figura 5.27 – Análise da Aceleração na Simulação 2, (a) Aceleração angular da biela, (b) Aceleração linear do pistão. ....	106
Figura 5.28 – Análise da Força $F_{XP}$ na Simulação 2, (a) Duas voltas, (b) Detalhe da Condição hidrodinâmica (180° a 204°).. ....	107
Figura 5.29 – Análise da Força $F_{YP}$ na Simulação 2, (a) Duas voltas, (b) Detalhe da Condição hidrodinâmica (180° a 204°).. ....	107

Figura 5.30 – Distribuição de Pressão no Mancal na Simulação 2, (a) Vista 1, (b) Vista 2, (c) Órbita do Pino Pistão. ....	108
Figura 5.31 – Órbita do Pino Pistão na Simulação 3, (a) Primeira volta, (b) Segunda volta. ....	110
Figura 5.32 – Análise da Manivela na Simulação 3, (a) Velocidade angular da manivela, (b) Aceleração angular da manivela. ....	111
Figura 5.33 – Análise da Biela na Simulação 3, (a) Deslocamento Angular da Biela, (b) Velocidade Angular da Biela. ....	111
Figura 5.34 – Análise do Pistão na Simulação 3, (a) Deslocamento do pistão, (b) Velocidade do pistão. ....	112
Figura 5.35 – Análise da Aceleração na Simulação 3, (a) Aceleração angular da biela, (b) Aceleração linear do pistão. ....	112
Figura 5.36 – Análise da Força $F_{XP}$ na Simulação 3, (a) Duas voltas, (b) Detalhe da Condição hidrodinâmica (180° a 210°).. ....	113
Figura 5.37 – Análise da Força $F_{YP}$ na Simulação 3, (a) Duas voltas, (b) Detalhe da Condição hidrodinâmica (180° a 210°).. ....	114
Figura 5.38 – Distribuição de Pressão no Mancal na Simulação 3, (a) Vista 1, (b) Vista 2, (c) Órbita do Pino Pistão. ....	115

## Lista de Tabelas

Tabela 5.1 – Dados do Mancal Hidrodinâmico.....	77
Tabela 5.2 - Dados do Mecanismo Biela-Manivela Padrão.....	88
Tabela 5.3 - Condições Iniciais do Mecanismo Biela-Manivela Padrão .....	88
Tabela 5.4 - Dados do Mecanismo Biela-Manivela com Mancal Hidrodinâmico.....	95
Tabela 5.5 – Condições Iniciais do Mecanismo Biela-Manivela com Mancal Hidrodinâmico.....	95

## Nomenclatura

### *Letras Latinas*

A	- Ângulo da Biela.
a	- Aceleração Escalar.
$\vec{a}$	- Aceleração Vetorial.
B	- Constante da Velocidade Radial referente às Condições de Contornos do Mancal.
C	- Distância do Centro do Curso do Pistão ao Centro de Giro da Manivela.
$C_r$	- Folga Radial no Mancal Hidrodinâmico.
D	- Diâmetro do Mancal.
DX	- Distância entre dois pontos na Direção X.
DY	- Distância entre dois pontos na Direção Y.
dA	- Área Diferencial.
$d\vec{F}_h$	- Força Hidrodinâmica Diferencial (Vetorial).
Ep	- Energia Potencial.
e	- Excentricidade do Eixo.
F	- Força (Escalar).
g	- Aceleração Gravitacional.
h	- Espessura de Filme de Óleo.
I	- Momento de Inércia de Massa.
$I_0$	- Momento de Inércia de Massa da Manivela em relação ao Eixo de Rotação
$K_1$	- Constante da Pressão referente às Condições de Contornos do Mancal.
$K_A$	- Coeficiente da Velocidade Angular da Biela.
$K_{Xpt}$	- Coeficiente da Velocidade Linear do Centro do Mancal do Pistão.
$K_x$	- Coeficiente de Velocidade na Direção X.

$K_y$	- Coeficiente de Velocidade na Direção Y.
$L$	- Comprimento da Biela.
$L_A$	- Derivada Parcial do Coeficiente da Velocidade Angular da Biela.
$L_{Xpt}$	- Derivada Parcial do Coeficiente da Velocidade Linear do Centro do Mancal.
$M$	- Massa.
$O$	- Centro Geométrico ou de Rotação.
$P$	- Amplitude da Pressão no Mancal.
$P_B$	- Posição do Centro de Massa da Biela.
$P_M$	- Posição do Centro de Massa da Manivela.
$P_{pt}$	- Posição do Centro de Massa do Pistão.
$P_{OT}$	- Potência
$p$	- Pressão Instantânea no Mancal.
$Q$	- Força Generalizada.
$q$	- Ângulo da Manivela.
$R$	- Comprimento da Manivela.
$R_b$	- Raio do Mancal.
$R_j$	- Raio do Eixo.
$r$	- Coordenada Radial
$T$	- Energia Cinética.
$T_E$	- Período da Manivela.
$t$	- Tempo.
$(U,V)$	- Coordenadas Retangulares do Referencial Móvel aplicado no Mecanismo.
$U_O$	- Amplitude da Velocidade Linear na Superfície do Eixo.
$V$	- Amplitude da Velocidade do Fluido.
$v$	- Velocidade Instantânea do Fluido.
$W$	- Trabalho.
$w$	- Largura do Mancal.
$X$	- Posição na Direção X.
$Y$	- Posição na Direção Y.
$(X,Y)$	- Sistema de Coordenadas Retangular Inercial no Mancal.
$(x,y)$	- Sistema de Coordenadas Retangular Móvel no Mancal.

$y$	- Coordenada Radial da Espessura de Filme de Óleo.
$(\theta, r)$	- Sistema de Coordenadas Cilíndrica no Mancal.
$[M]$	- Matriz de Massa do Mecanismo.
$[K]$	- Matriz dos Coeficientes de Velocidades.
$[K_C]$	- Matriz dos Coeficientes de Velocidades do Mecanismo.
$[L]$	- Matriz da Derivada Parcial dos Coeficientes de Velocidades.
$[N]$	- Matriz da Derivada Parcial da Energia Cinética.

### ***Letras Gregas***

$\varepsilon$	- Razão de Excentricidade.
$\omega$	- Velocidade Angular da Manivela.
$\nu$	- Viscosidade Cinemática do Fluido.
$\rho$	- Densidade de Massa do Fluido.
$\mu$	- Viscosidade Absoluta do Fluido.
$\zeta$	- Inércia Generalizada da Equação de Eksergian.
$\xi$	- Termo Centrípeto da Equação de Eksergian.
$\xi_C$	- Parâmetro adimensional do modelo de lubrificação.
$\Delta$	- Correspondente a Variação.
$\Phi$	- Ângulo de Equilíbrio das Forças Hidrodinâmicas.
$\tau$	- Tensão de Cisalhamento Adimensional.
$\tau_{ext}$	- Torque externo de Resistência do Sistema.

### ***Subscrito***

A	- Correspondente ao Ângulo da Biela.
B	- Correspondente a Biela.
b	- Correspondente ao Mancal.
ext	- Correspondente a Aplicação Externa.
i	- Correspondente a i-ésima coordenada ou equação.

j	- Correspondente ao Eixo.
M	- Correspondente a Manivela.
max	- Correspondente ao Valor Máximo.
min	- Correspondente ao Valor Mínimo.
o	- Correspondente a Inicial
PT	- Correspondente ao Pistão.
Pb	- Correspondente ao Centro de Massa da Biela.
Pm	- Correspondente ao Centro de Massa da Manivela.
Ppt	- Correspondente ao Centro de Massa do Pistão.
pmax	- Correspondente a Pressão Máxima
pt	- Correspondente ao Centro do Mancal do Pistão.
X	- Correspondente a Direção X do Referencial Inercial.
Xpt	- Correspondente a Posição do Centro do Mancal do Pistão.
x	- Correspondente a Direção x do Referencial Móvel.
Y	- Correspondente a Direção Y do Referencial Inercial.
X	- Correspondente a Direção y do Referencial Móvel.
0	- Correspondente a Velocidade Angular da Manivela tendendo a Zero

### ***Sobrescrito***

c	- Correspondente a Conservativo.
cn	- Correspondente a Não-Conservativo.
T	- Correspondente a Transposta
*	- Correspondente a Adimensional.

### ***Abreviações***

gdl	- Graus de Liberdade.
DPM	- Departamento de Projeto Mecânico.
LAMAR	- Laboratório de Máquinas Rotativas.

# Capítulo 1

## Introdução

Ao longo dos últimos anos, a indústria automobilística tem se destacado na economia nacional, devido a seu crescimento econômico, à constante quebra de recordes em produção e, conseqüentemente, à obtenção de elevados níveis de venda. Isso ocorreu, principalmente, devido às pressões competitivas (a busca pela melhoria da eficiência e o surgimento de uma boa condição de mercado) o que fez com que o país torna-se um grande laboratório para a indústria automobilística mundial. Com isso, a lógica da produção industrial, comercialização e de relacionamento entre empresas foi revista, o que acarretou em mudanças substanciais na configuração destas organizações no país.

Enquanto os grandes mercados amadurecidos, como Estados Unidos, Europa Ocidental e o Japão, estão em suave declínio, o Brasil tem apresentado um crescimento de 20% ao ano na indústria automobilística, tornando-o um dos quatro mercados estratégicos mundiais, juntamente com Rússia, China e Índia. Outro fator que tem favorecido ainda mais essa situação, é que o Brasil, comparado a outros países, não possui um elevado custo de produção, além de ser um país muito competitivo.

Entretanto, a competitividade nesse setor possibilitou não só o crescimento das vendas, como também o poder de escolha e as exigências do consumidor. Diante disso, essas indústrias têm investido fortemente, com o intuito de obter produtos que satisfaçam completamente às necessidades de seus clientes. Entre esses investimentos, pode-se destacar o novo pacote de investimentos que a Fiat fará no Brasil até 2010, no valor de 6 bilhões de reais, que será

direcionado para o aumento da capacidade produtiva, criação de novos centros de pesquisa e desenvolvimento de outras empresas do grupo. Devido a isso, o Brasil possuirá a maior planta do grupo em atividade em todo o mundo.

Grande parte dos investimentos dessas empresas visa pesquisar novas tecnologias, além de aprimorar as técnicas já existentes. Um dos grandes desafios da indústria automobilística é desenvolver veículos com alto rendimento e que operem sem degradar o meio ambiente. Desta forma, os motores de combustão interna têm sido um dos principais focos de pesquisa na área automobilística.

O processo de otimização dos motores de combustão tem se tornado constante na indústria automotiva, e visa melhorar a confiabilidade e o consumo de combustível, sem apresentar perda de potência. Vale ressaltar, que a perda de potência em motores de combustão interna ocorre, geralmente, devido ao funcionamento inadequado do sistema de lubrificação.

O sistema de lubrificação é de fundamental importância para o bom desempenho do motor, devido a suas inúmeras funções como, por exemplo, lubrificar e proteger os componentes, reduzir o atrito, além de limpar e resfriar o conjunto do motor. Este sistema requer uma regulagem adequada para operar, pois tanto o excesso quanto a escassez de lubrificação, podem trazer sérios danos ao motor. Quando o sistema opera em excesso, ocorre a carbonização excessiva, que ocasiona batimento de pino e perda de rendimento. Entretanto, quando opera em baixa lubrificação, ocorre desgaste elevado e superaquecimento, o que pode ocasionar falha em alguns componentes como tucho, biela, pistão, pino pistão, virabrequim, eixo de comando de válvulas, entre outros. Devido a isso, esses componentes mecânicos vêm sendo pesquisados intensamente nos últimos anos.

Entre os componentes mencionados anteriormente, o pino pistão é o que opera nas condições mais extremas, pois além de estar constantemente submetido a esforços elevados, esse componente é muito vulnerável ao desgaste.

Os pares pino pistão podem ser classificados de duas formas, Pino Fixo ou Pino Flutuante. O Pino Fixo opera fixado à menor extremidade da biela, enquanto o Pino Flutuante é montado livre no mancal hidrodinâmico da junção biela-pistão, sendo que cada tipo de pino apresenta vantagens e desvantagens específicas, quando comparados entre si. Desta forma, a decisão de qual tipo utilizar em um determinado projeto de motor, deve ser realizada levando-se em conta diversos fatores, como custo, potência do motor, vida útil, dimensões, etc.

Em relação ao comportamento dinâmico desses componentes, pode-se verificar que, diferente do que ocorre com o Pino Flutuante, o Pino Fixo possui restrição em seu movimento de rotação, por estar fixo a biela, tornando a junção biela-pistão um mancal hidrodinâmico de rotação alternada. Com isso, as condições de lubrificação desse elemento devem ser reavaliadas, visto que a teoria de lubrificação, aplicada em mancais hidrodinâmicos convencionais, leva em consideração a rotação completa do eixo. Além disso, a influência da resposta dinâmica do sistema virabrequim-biela-pistão, faz com que o pino não opere apenas na condição de lubrificação hidrodinâmica, pois em determinadas ocasiões, ocorre o contato do pino com a superfície do mancal.

Dessa forma, a determinação da condição de lubrificação dos pares pino pistão, levando-se em conta a dinâmica do sistema virabrequim-biela-pistão, é um trabalho complexo que envolve diversos fatores.

Diante disso, nesse trabalho, é proposto um modelo matemático capaz de representar o comportamento dinâmico do pino pistão fixo, possibilitando, assim, analisar as condições de lubrificação do componente durante sua operação. Para isso, foi modelado o sistema virabrequim-biela-pistão como um mecanismo biela-manivela. Entretanto, foram utilizadas duas abordagens distintas para o mecanismo biela-manivela, dependendo do posicionamento do pino no mancal hidrodinâmico.

Quando o pino está em contato com a superfície da parede, modelou-se o sistema como um mecanismo biela manivela padrão, no qual as junções entre os componentes desse mecanismo são compostas por mancais rígidos, ou seja, sem folga. O fato das junções serem compostas por

mancais rígidos, torna esse mecanismo um sistema de apenas um grau de liberdade, pois os mancais rígidos restringem o movimento do pino dentro dos mesmos. Diante disso, foi utilizada a metodologia de Eksergian para determinar a equação de movimento do sistema.

Outra condição avaliada na análise dinâmica é quando o pino está em lubrificação hidrodinâmica. Neste caso, o pino se desloca no interior do furo no pistão, tanto na direção horizontal quanto na direção vertical, devido à folga diametral do mancal hidrodinâmico. Assim, verifica-se que essa consideração aumenta o número de graus de liberdade do sistema, quando comparado com o sistema na condição de contato. Diante disso, foi utilizado o Método de Lagrange para determinar a equação de movimento deste modelo de múltiplos graus de liberdade.

Portanto, este trabalho apresenta contribuições na modelagem de mancais pino-pistão automotivos, além de mostrar o comportamento dinâmico não linear do pino pistão em mancais hidrodinâmicos.

A seguir é descrito as metodologias utilizadas neste trabalho e apresentado os resultados obtidos através do mesmo. Inicialmente, é apresentado um levantamento bibliográfico relacionado aos modelos de lubrificação hidrodinâmica. Nessa revisão da literatura visou-se analisar principalmente o comportamento dos mancais hidrodinâmicos da junção biela-pistão. Em seguida, na terceira seção, é apresentado o modelo matemático de lubrificação hidrodinâmica utilizado no desenvolvimento deste trabalho.

Na quarta seção é desenvolvido o modelo matemático do mecanismo biela-manivela convencional, e em seguida apresenta-se também o mecanismo biela-manivela considerando o mancal hidrodinâmico da junção biela-pistão.

E por fim, na quinta seção, apresentam-se os resultados obtidos neste trabalho. Primeiramente são apresentados os resultados referentes ao modelo de lubrificação e por último apresentam-se os resultados obtidos através do modelo dinâmico do mecanismo biela-manivela, tanto o convencional quanto o desenvolvido. Vale ressaltar que, todas as discussões dos resultados e conclusões são apresentadas na seção 6.

## Capítulo 2

### Revisão da Literatura

A Revolução Industrial foi um grande marco na engenharia, devido aos inúmeros avanços científicos conquistados. A intensa busca em substituir o trabalho braçal pelos maquinários, estimulou o desenvolvimento das máquinas a vapor, tornos, furadeiras, teares, etc. Entretanto, verificou-se que durante a realização dos projetos, havia também a necessidade de elaborar novos elementos mecânicos que pudessem desenvolver funções específicas na máquina. Desta forma, foi nessa época que surgiram vários dos elementos de máquinas empregados até hoje, como por exemplo, os mancais. Os mancais são definidos como sendo os elementos que fazem a interface entre partes que possuem movimento relativo entre si, sendo esse movimento de translação ou rotação (Norton, 1996).

Naquela época, constatou-se que o grande problema encontrado nesse elemento era o atrito, responsável por grandes perdas energéticas e elevados níveis de calor. Com isso, vários pesquisadores empenharam-se em resolver o problema do atrito entre os eixos e suportes das máquinas.

Diante disso, os pesquisadores buscaram maneiras de solucionar tal problema através da lubrificação, desenvolvendo para tanto métodos teóricos e/ou experimentais. E foi desta forma que os ingleses Tower e Reynolds, e o russo Petrov, obtiveram sucesso. Embora trabalhando separadamente e de maneira independente, eles resolveram os problemas fundamentais da hidrodinâmica, equacionando o comportamento do filme de óleo existente entre as partes móveis

e fixas das máquinas, surgindo, assim, um novo ramo de estudo na Engenharia, conhecido hoje como Tribologia.

Tower iniciou sua pesquisa analisando a influência do comportamento dinâmico dos mancais sobre as máquinas rotativas, nos anos de 1883 e 1885. Foi constatado que um rotor é sustentado pelo filme de óleo quando submetido corretamente em movimento de rotação. Nesse mesmo período, em 1886, Reynolds determinou a equação diferencial que representa o perfil de pressões entre duas superfícies em movimento, devido à variação da pressão interna no filme de fluido existente entre essas duas superfícies. Vale ressaltar que, a equação diferencial sugerida por Reynolds, foi obtida a partir de algumas simplificações nas equações de Navier-Stokes.

O trabalho desenvolvido por Reynolds, em 1886, foi de fundamental importância para Petrov e Tower, pois veio confirmar teoricamente seus resultados experimentais e explicar os fenômenos observados na lubrificação hidrodinâmica, que até então eram desconhecidos. A publicação desta equação é considerada um divisor expressivo no estudo dos mancais hidrodinâmicos.

A equação diferencial desenvolvida por Reynolds é do tipo parcial não homogênea, com coeficientes variáveis e de complexa solução analítica. Esta equação representa matematicamente o desenvolvimento da pressão interna nas direções circunferencial e axial do mancal. Durante muito tempo, a grande limitação existente para a obtenção da solução da equação de Reynolds, era o desconhecimento das condições de contorno necessárias para sua integração. Essas condições de contorno são diretamente relacionadas ao conhecimento da pressão do filme de óleo nas extremidades do mancal.

Reynolds introduziu muitos conceitos novos para o nível de conhecimento dos pesquisadores da época, abrangendo ainda mais o campo de pesquisa. Entre esses novos conceitos estava a folga radial, a relação com o fenômeno de cavitação nas partes divergentes dos mancais, e o próprio conceito de mancais infinitamente longos, que possibilita desprezar na formulação o termo referente ao fluxo do lubrificante e os gradientes de pressão na direção axial.

Em 1904, Sommerfeld publicou uma solução analítica para a equação de Reynolds, aplicadas a mancais longos. Esta solução foi obtida integrando a Equação de Reynolds a partir de novas condições de contorno, considerando, para tanto, a inexistência de perdas de óleos na extremidade do mancal. Desta forma, foi obtido a equação do perfil de pressão em função de parâmetros específicos, como por exemplo, posição angular, folga radial, razão de excentricidade, velocidade da superfície e viscosidade do fluido.

Embora já existisse uma solução para o mancal longo, a aplicação desses mancais apresentava ainda algumas restrições. Entre essas, destacam-se a possibilidade de redução da folga radial a zero, devido à ocorrência de pequenas deflexões do eixo ou também desalinhamentos. Com isso, houve a necessidade de estudar e analisar o comportamento hidrodinâmico em mancais curtos. Desta forma, Ocvirk propôs em 1952, uma solução da equação de Reynolds para aplicação em mancais curtos, no qual é considerado o termo de perdas nas extremidades. Essa solução negligencia o termo que leva em conta o fluxo circunferencial do mancal, por considerar o mesmo pequeno quando comparado ao fluxo na direção axial do eixo (fluxo de perda).

Com o auxílio dos computadores da época, Pinkus (1956) aplicou o método de diferenças finitas na modelagem das pressões de sustentação, o que possibilitou obter resultados da solução da Equação de Reynolds para mancais hidrodinâmicos elípticos. Três anos mais tarde, Pinkus (1959) publicou resultados obtidos de mancais trilobados, a partir de seu método de solução.

A contribuição mais relevante desses trabalhos realizados por Pinkus, é a aplicação de soluções numéricas para determinação das forças hidrodinâmicas, possibilitando a realização de soluções para problemas mais generalizados de mancais hidrodinâmicos.

Em 1958, Raimondi e Boyd publicaram um grande número de gráficos de projetos para aplicação em mancais de comprimento finito, cujos resultados foram obtidos através da resolução numérica da Equação de Reynolds.

Em 1987, por ocasião do centenário da publicação da teoria de lubrificação hidrodinâmica por Reynolds, dois artigos muito interessantes foram publicados por Dowson e Pinkus. O primeiro trabalho relata as origens da teoria da lubrificação e suas dificuldades inerentes, e o segundo é um extenso histórico sobre a teoria em si, abrangendo desde a origem até as linhas de pesquisa, atualmente em desenvolvimento. O trabalho relatou o esforço para a solução da equação diferencial proposta por Reynolds, para as mais diferentes configurações geométricas de mancais hidrodinâmicos.

Após mais de um século de intensa pesquisa, o comportamento dos mancais hidrodinâmicos já estava significativamente caracterizado, possibilitando, assim, obter-se, através de um processo de otimização, uma maior confiabilidade e tempo de vida útil, o que intensificou ainda mais suas aplicações.

Entre essas aplicações, destacam-se os automóveis modernos por possuírem cerca de 2.000 contatos tribológicos. Vale ressaltar que, grande parte dos mancais automotivos, está localizada nos subsistemas que compõem o motor de combustão interna, como por exemplo, comando de válvulas, virabrequim, biela-pistão, etc.

Dentre os inúmeros mancais automotivos, o da junção biela-pistão apresenta maior ênfase por fazer parte de uma nova classe de mancais, denominada Mancais de Movimento Rotacional Alternado. Este tipo de mancal, ao contrário dos mancais comuns, não desenvolve uma rotação completa.

A maioria das pesquisas, relacionadas ao mancal pino-pistão, tem sido desenvolvida pelo Instituto Musashi de Tecnologia. Na verdade, por mais de 10 anos, este Instituto tem desenvolvido e construído dispositivos para investigar a lubrificação e, especialmente, o atrito nos mancais pino-pistão. O primeiro trabalho foi publicado em 1993, no qual Takiguchi et al. (1993) realizaram um estudo sobre o movimento de rotação em pino pistão flutuante, aplicados em motores automotivos à gasolina. O método empregado neste trabalho tem o intuito de determinar a variação de uma resistência metálica fina, fixada em uma das extremidades do pino pistão, para enfim, obter a variação no movimento de rotação do pino pistão.

Três anos mais tarde, Takiguchi et al. (1996) desenvolveram um aparelho de medição, que determina as condições de lubrificação no mancal hidrodinâmico da junção biela-pistão, a partir das medidas da força de atrito. Os resultados obtidos indicaram claramente que a condição de lubrificação no mancal é caracterizada por lubrificação mista, contendo dois picos de força de atrito por ciclo. Verificou-se também, que a força de atrito no mancal pode ser considerada desprezível, quando utilizado um sistema sem carregamento. Porém, quando considerado um carregamento no sistema, ocorre o surgimento de um pico imediatamente após a compressão, no ponto morto superior, e um outro pico  $90^\circ$  após o ponto morto superior. Neste trabalho, foi demonstrado, através dos experimentos, que a condição de lubrificação pode ser transformada em lubrificação hidrodinâmica, empregando-se um fornecimento adequado de óleo lubrificante, pois a maior causa da lubrificação mista é o insuficiente fornecimento de fluido lubrificante.

Suhara et al., também membros do Instituto Musashi de Tecnologia, publicaram em 1997, um estudo sobre as condições de lubrificação no mancal pino-pistão, aplicados em motores automotivos à gasolina, considerando como parâmetro de análise o comprimento, o diâmetro interno e o material do pino pistão. Sendo que, neste trabalho, pode-se concluir que, tanto a redução do comprimento, quanto o aumento do diâmetro interno, tendem a aumentar o pico da força de atrito e, em contra partida, a utilização de materiais de baixa rugosidade para o pino, tende a diminuir o pico da força de atrito.

Mais recentemente, em 2004, Zhang et al. (2004a e 200b) desenvolveram algumas ferramentas para investigar o desgaste em mancais pino-pistão. Desta forma, foi possível verificar em suas análises de testes, a importância de reduzir a rugosidade e ter uma folga sustentável para prevenir o desgaste nos mancais pino-pistão em aplicações similares.

Em 2005, Gandara apresentou, em sua dissertação de mestrado, um modelo matemático para mancais hidrodinâmicos com movimento rotacional alternado, focando, principalmente, o mancal hidrodinâmico da junção biela-pistão. Esse estudo teve como ponto de partida, a análise do problema de lubrificação em placas inclinadas oscilantes, resultando no escoamento Couette e Poiseuille, que pode ser resolvido de acordo com o 2º problema de Stokes. Vale ressaltar que, na

realização deste trabalho, foram assumidas as mesmas considerações básicas da teoria de lubrificação de Reynolds.

Também em 2005, Ligier e Ragot analisaram o comportamento dos mancais pino-pistão, após implementar, em um refinado programa de lubrificação elasto-hidrodinâmica, um modelo de contato. Este trabalho visava determinar algumas características de operação desses mancais, mostrar a possibilidade de simular a lubrificação nesses mancais e, por fim, demonstrar a contribuição do modelo de contato no modelo de lubrificação mista, quando aplicado em mancais pino-pistão. Com isso, verificou-se que esse tipo de mancal opera essencialmente em condição hidrodinâmica, porém raramente apresenta-se em condição de lubrificação mista.

Um ano mais tarde, Ligier e Ragot (2006) apresentaram uma visão geral sobre como operam os mancais da junção biela-pistão em motores de quatro tempos, relatando, como ponto principal, a alimentação de óleo no mancal. A fim de solucionar os problemas causados no mancal, foi analisada a influência de alguns fatores chave como folga radial, velocidade de rotação e características específicas (diâmetro do furo, localização do furo e ranhuras). A partir deste trabalho, foi possível concluir que, a alimentação de óleo no mancal ocorre nos cursos baixos do pistão, antes do período de compressão, mostrando ainda que a oscilação da biela e a folga no mancal são fatores importantes na alimentação de óleo. Outros fatores que apresentaram grande influência foram a viscosidade e o diâmetro do furo do mancal. Ainda neste trabalho, Ligier e Ragot ressaltam que, apesar do progresso alcançado em tribologia e, particularmente, em lubrificação, a literatura ainda é pobre quando diz respeito ao comportamento dos mancais da junção biela-pistão.

Ainda em 2006, Bukovnik analisou diversos modelos de mancais hidrodinâmicos, aplicados em motores de combustão interna. Entre os modelos simulados, incluem-se os métodos clássicos de Holland (1959) e Buttenschoen (1976) e os métodos numéricos baseados em lubrificação hidrodinâmica (HD), Elasto-hidrodinâmica (EHD) e Termo-elasto-hidrodinâmica (TEHD), sendo que todos estes métodos foram fundamentados na equação de Reynolds. Os mancais investigados, neste trabalho, foram os mancais do virabrequim e o mancal da biela, tendo como parâmetros de análise, o pico de pressão no filme de óleo, a mínima espessura de filme de óleo e

o fluxo de óleo. Esse estudo possibilitou verificar que o modelo baseado na lubrificação hidrodinâmica apresenta o maior pico de pressão e o menor fluxo de óleo. Já os modelos baseados na lubrificação elasto-hidrodinâmica e termo-elasto-hidrodinâmica apresentam menores picos de pressão por considerar a elasticidade do mancal. A menor espessura de filme de óleo é obtida utilizando o modelo baseado na lubrificação termo-elasto-hidrodinâmica, por considerar redução de viscosidade local devido à alta temperatura. Apesar desse trabalho não ter sido realizado com mancais pino-pistão, seus resultados podem ser relevantes quando se deseja modelar o mesmo.

## Capítulo 3

### Modelo do Mancal Hidrodinâmico

Desde a segunda metade do século XX, há uma demanda no desenvolvimento de motores de combustão interna que pudessem ser mais compactos, robustos e eficientes na queima de combustível. Além disso, estes motores deveriam apresentar maior potência, menor consumo de combustível e gerar menos poluentes. Estes requisitos são diretamente relatados em pesquisas no campo de tribologia e, conseqüentemente, conduzem a novas especificações de projetos, menor tolerância de fabricação com relação a dimensões e geometria, novos padrões de qualidade e montagens cuidadosas.

Os motores de combustão interna, por natureza própria, são sujeitos a severas condições tribológicas, como alta temperatura e pressão, deficiência de lubrificação e condições de trabalho variáveis (Tung e McMillan, 2004; Bukovnik et al, 2006). Sendo que, independente do número de ciclos, suas classes de mobilidade (automotiva/estacionária) ou suas aplicações, as condições tribológicas que afetam o desempenho desses motores são as mesmas (Conway-Jones et al, 1995; Takiguchi et al, 1998; Xu, 1999).

Por isso, a importância da lubrificação nos mancais da junção biela-pistão é essencial para o conceito de tribologia nos motores de combustão interna (Ligier e Ragot, 2005, Ligier e Ragot, 2006), constituindo a principal motivação deste trabalho.

### 3.1 Características Geométricas

As principais características geométricas de um motor de combustão interna estão ilustradas na Figura 3.1.

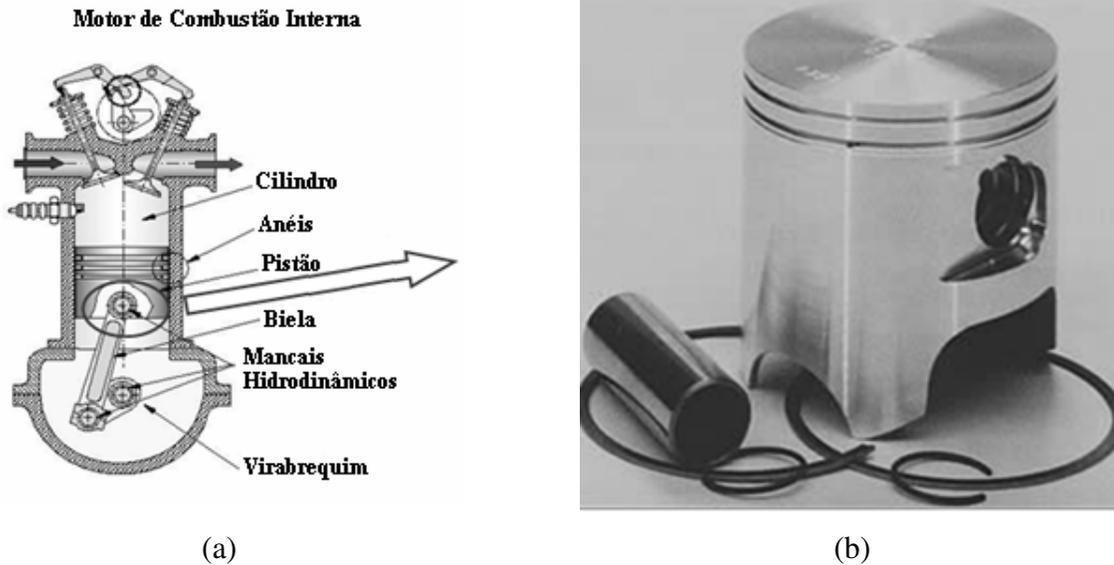


Figura 3.1 – Motor de Combustão Interna, (a) Vista Geral, (b) Pino Pistão (Heywood, 1988; Wang, 2004)

Conforme pode ser verificado na Figura 3.1, o pistão e a biela são mantidos juntos por um pino que é montado através dos furos no pistão. Além disso, a parte central do pino passa através do furo da extremidade menor da biela. Vale salientar que, no caso do pino fixo, que foi o considerado neste trabalho, o pino é fixado a extremidade menor da manivela. Diante disso, a massa da biela considerada na modelagem do sistema já inclui a massa do pino.

Esta junta articulada fornece uma transferência direta de pressão do pistão para a biela e, ao mesmo tempo, permite a biela girar relativamente ao eixo central do cilindro com um movimento alternado. O movimento alternado da biela durante as condições de operação tendem a esmagar o filme de óleo alternadamente, de um lado a outro do pino, sob condições semi-limite de lubrificação. Na extremidade maior da biela, há uma junção com o virabrequim, que é formada por um mancal hidrodinâmico de giro completo (Heisler, 1999).

O modelo matemático do mancal hidrodinâmico, apresentado neste trabalho, consiste, basicamente, do conhecimento adquirido a partir da mecânica dos fluidos clássica e suas aplicações para lubrificação de mancais com rotação alternada (Helmetag, 2004; Hamrock et al., 2004; Gresham, 2004). No desenvolvimento do modelo, considerou-se que o óleo lubrificante preenche completamente a folga entre o pistão e o pino pistão, sendo que, além disso, assumiu-se que o volume de óleo contido dentro da folga seja constante. Estas considerações podem ser obtidas através de um adequado sistema de alimentação de fluido lubrificante, no qual o óleo é bombeado para uma galeria de óleo principal e, a partir daí, para os mancais principais do trem de válvulas e virabrequim. O armazenamento de óleo no mancal é obtido a partir dos grampos de retenção (retentores) montados nas ranhuras internas do furo do pino pistão, operando como selos para o óleo lubrificante (Stone, 1995).

De acordo com o esquema do mancal hidrodinâmico apresentado na Figura 3.2, para uma excentricidade pequena, a espessura  $h$  de filme de óleo pode ser calculada como:

$$h(\theta) = C_r \cdot (1 + \varepsilon \cdot \cos(\theta)) \quad (3.1)$$

No qual,  $C_r$  é a folga radial,  $\varepsilon = e/C_r$  é a razão de excentricidade (excentricidade adimensional) e  $e$  é a excentricidade. Nesta figura,  $O_b$ ,  $R_b$  e  $O_j$ ,  $R_j$  são os centros e os raios do mancal e do eixo, respectivamente. A linha de centro passa através de  $O_b$  e  $O_j$ , definindo a origem da coordenada  $\theta$ , com  $h = h_{\max}$  em  $\theta = 0$  e  $h = h_{\min}$  em  $\theta = \pi$ . Assim, o sistema de coordenada retangular ( $x$ ,  $y$ ) pode ser definido, sendo que o eixo  $x$  é tangencial ao mancal e o eixo  $y$  passa através do centro do mancal.

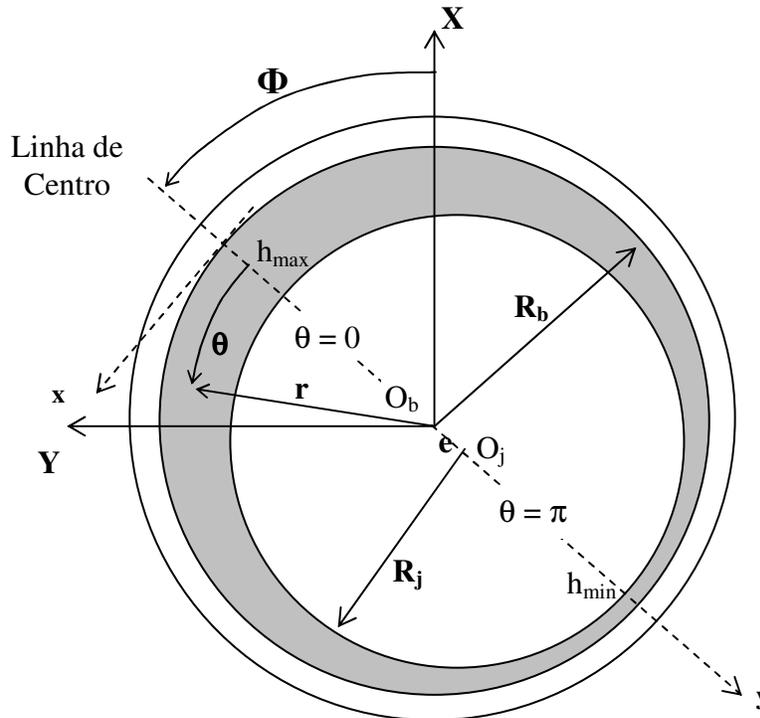


Figura 3.2 – Vista esquemática do mancal hidrodinâmico e suas coordenadas.

### 3.2 Cinemática do Mancal Hidrodinâmico

A Figura 3.3 mostra a cinemática do mecanismo biela-manivela, envolvendo o mancal hidrodinâmico da junção biela-pistão. De acordo com a Figura 3.3, a manivela realiza o giro completo, a velocidade de rotação constante, com período  $T_E = 2\pi/\omega$ , e o pistão translada alternadamente ao longo do eixo X, sendo que o ângulo A, entre a biela e a linha de centro, oscila ao redor do eixo X.

No ciclo da explosão, a força gerada pela pressão do gás causa uma aceleração translacional ao pistão, enquanto que nos outros três ciclos é a biela que exerce trabalho no pistão. Diante disso, como um primeiro passo na análise hidrodinâmica, uma expressão para a aceleração  $\vec{a}_{xy}(t)$  do sistema de coordenadas (x,y), mostrado na Figura 3.2, é requerido. Esta aceleração é o vetor soma da aceleração do pistão  $\vec{a}_p(t)$  e a aceleração tangencial  $\vec{a}_A(t)$  em relação a linha de centro.

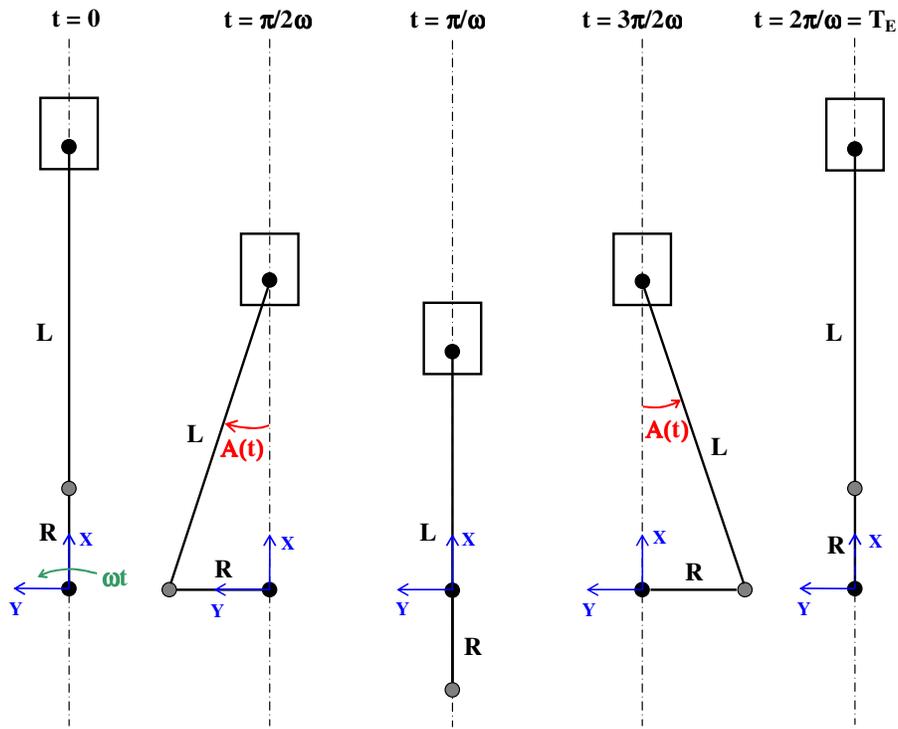


Figure 3.3 – Cinemática do Mancal Hidrodinâmico

A aceleração do pistão pode ser obtida a partir da cinemática de um mecanismo biela-manivela padrão (Doughty, 1988; Makino e Koga, 2002). De acordo com a Figura 3.3, a posição instantânea do pistão é:

$$X_p(t) = R \cdot \cos(\omega t) + L \cdot \cos(A(t)) \quad (3.2)$$

No qual:

$$A(t) = \sin^{-1} \left[ \frac{R}{L} \cdot \sin(\omega \cdot t) \right] \quad (3.3)$$

$$\cos(A(t)) = \sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2} \cdot \sin^2(\omega \cdot t)}$$

Considerando  $R \ll L$  então  $\cos(A(t)) \cong 1$ . Assim:

$$\begin{aligned}\dot{A}(t) &\cong \frac{U_o}{R_j} \cdot \cos(\omega.t) \\ \ddot{A}(t) &\cong -\frac{\omega.U_o}{R_j} \cdot \text{sen}(\omega.t)\end{aligned}\tag{3.4}$$

No qual  $U_o = \omega.R.R_b/L$ . Com isso, a aceleração no pistão torna-se:

$$a_p(t) = \ddot{X}_p(t) \cong -\omega^2.R \cdot \cos(\omega.t) = -\omega.U_o \cdot \frac{L}{R_b} \cdot \cos(\omega.t)\tag{3.5}$$

Desta forma, a aceleração do sistema (x,y) é:

$$\begin{aligned}\bar{a}_{xy}(t) &= -\omega.U_o \cdot \frac{L}{R_b} \cdot \cos(\omega.t) \hat{i} - \omega.U_o \cdot \text{sen}(\omega.t) \hat{\theta} \\ a_{xy,r}(\theta,t) &= -\omega.U_o \cdot \frac{L}{R_b} \cdot \cos(\omega.t) \cdot \cos(A+\theta) \\ a_{xy,r} &\cong -\omega.U_o \cdot \frac{L}{R_b} \cdot \cos(\omega.t) \cdot \cos(\theta) \\ a_{xy,\theta}(\theta,t) &= -\omega.U_o \cdot \frac{L}{R_b} \cdot \cos(\omega.t) \cdot \text{sen}(A+\theta) - \omega.U_o \cdot \text{sen}(\omega.t) \\ a_{xy,\theta}(\theta,t) &\cong -\omega.U_o \cdot \frac{L}{R_b} \cdot \cos(\omega.t) \cdot \text{sen}(\theta) - \omega.U_o \cdot \text{sen}(\omega.t)\end{aligned}\tag{3.6}$$

### 3.3 Problema de Lubrificação Hidrodinâmica

Apesar do foco principal do trabalho ser a interação dinâmica do sistema biela-manivela com o pistão, através do mancal hidrodinâmico da junção biela-pistão, faz-se aqui uma apresentação detalhada do modelo hidrodinâmico para mancais alternados, desenvolvido em parceria com o professor Antonio Carlos Bannwart (Gandara et al., 2005a e 2005b; Gandara, 2006).

O estudo da mecânica dos fluidos, com suas propriedades físicas e considerações, conduz à compreensão apropriada dos fenômenos envolvidos na lubrificação. A presente análise tem como

objetivo obter as distribuições de pressão e velocidade instantâneas no fluido lubrificante, o que permitiria determinar as forças hidrodinâmicas no mancal. Essa abordagem é baseada na analogia da rotação relativa entre dois cilindros excêntricos com a translação relativa de duas superfícies de placas inclinadas. Para isso, o tratamento do segundo problema de Stokes (White, 1991) foi empregado para a formulação no domínio complexo.

Considerando o mancal descrito na Figura 3.2, o eixo está rotacionando alternadamente em uma pequena folga preenchida com fluido lubrificante (usualmente óleo). As suposições básicas, originalmente propostas por Reynolds, em sua teoria de lubrificação, permanecem válidas quando o eixo desenvolve rotação alternada. Por esse motivo, considerou-se que a folga é muito estreita em comparação com o comprimento circunferencial do mancal,  $h \ll 2\pi R_b$ . Como consequência, a componente de velocidade radial é pequena quando comparada com a componente tangencial, i.e.  $V_r \ll V_\theta$ . Além disso, adotou-se também a suposição de inércia desprezível (Escoamento de Stokes), de forma que  $\frac{V_\theta C_r^2}{\nu R_b} \ll 1$ .

O fluido pode ser considerado incompressível e os possíveis efeitos de cavitação são negligenciados. Entretanto, o fluxo é periódico com a escala de tempo relacionada ao período da manivela ( $T_E = 2\pi/\omega$ ), assim, a suposição de fluxo de estado estacionário não pode ser mais adotada. Diante disso, o objetivo desta presente análise é investigar como o fluxo do filme lubrificante é afetado pela velocidade angular da manivela.

A Figura 3.4 mostra as dimensões típicas de um mancal da junção biela-pistão. Como pode ser observada, a relação  $w/D$  (largura/diâmetro) do mancal é quase 0,75, justificando as suposições de  $\frac{\partial}{\partial z} = 0$  e  $V_z = 0$ , conforme adotado em mancal infinito. Assim, o fluxo é bidimensional e pode ser representado em coordenadas polares.

De acordo com a Figura 3.2, a coordenada radial  $r$  pode ser relacionada ao eixo  $y$ , sendo que  $y = 0$  na parede do mancal e  $y = h(\theta)$  na parede do eixo. Além disso, a coordenada angular  $\theta$  é relacionada ao eixo  $x$  através de  $x = R_b \theta$ , desde que a folga seja muito pequena.



(a)



(b)

Figura 3.4 – Dimensões típicas de Mancais de Rotação Alternada.

O problema consiste em determinar as componentes tangencial e radial da velocidade, definidos pelo  $v_\theta(y, \theta, t)$  e  $v_r(y, \theta, t)$ , respectivamente, assim como o campo de pressão  $p(y, \theta, t)$  no fluido lubrificante. A partir das suposições mencionadas, a equação de conservação de massa pode ser escrita como:

$$-\frac{\partial v_r}{\partial y} + \frac{1}{R_b} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (3.7)$$

As equações de Navier-Stokes simplificam significativamente a suposição de escoamento de Stokes em uma folga fina (folga radial do mancal). Entretanto, um novo termo deve ser incluído para esclarecer o caráter não-inercial do sistema de coordenada local  $(x, y)$ , que se move junto a linha central. Desta forma, as equações de *momentum*, sem considerar os efeitos de gravidade, tornam-se:

Direção  $r$  :

$$0 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (3.8)$$

Direção  $\theta$  :

$$\frac{\partial v_{\theta}}{\partial t} + a_{xy,\theta}(\theta, t) = -\frac{1}{\rho R_b} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \nu \frac{\partial^2 v_{\theta}}{\partial y^2} \quad (3.9)$$

No qual,  $\rho$  e  $\nu$  são a massa específica do fluido e a viscosidade cinemática, respectivamente, e  $a_{xy,\theta}(\theta, t)$  é a aceleração do sistema, definida na Equação 3.6.

As condições de contornos deste sistema podem ser escritas como:

- Parede do Eixo:

$$v_{\theta}(h, \theta, t) = U_o \cos(\omega t) \quad (3.10)$$

$$v_r(h, \theta, t) = 0 \quad (3.11)$$

- Parede do Mancal:

$$v_{\theta}(0, \theta, t) = 0 \quad (3.12)$$

$$v_r(0, \theta, t) = 0 \quad (3.13)$$

A solução das Equações 3.7-3.9, sujeitas às condições de contorno apresentadas anteriormente, é considerada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} v_r(y, \theta, t) &= V_r(y, \theta) e^{i\omega t} \\ v_{\theta}(y, \theta, t) &= V_{\theta}(y, \theta) e^{i\omega t} \\ p(\theta, t) &= P(\theta) e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (3.14)$$

No qual,  $V_r$ ,  $V_{\theta}$  e  $P$  são amplitudes complexas. Portanto, substituindo a Equação 3.14 nas Equações 3.7-3.9, obtém-se:

$$-\frac{\partial V_r}{\partial y} + \frac{1}{R_b} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial^2 V_\theta}{\partial y^2} - V_\theta \frac{i\omega}{v} = \frac{1}{\mu R_b} \frac{dP_t}{d\theta} \quad (3.16)$$

Sujeito as seguintes condições de contornos:

$$V_\theta(h, \theta) = U_o \quad (3.17)$$

$$V_r(h, \theta) = 0 \quad (3.18)$$

$$V_\theta(0, \theta) = 0 \quad (3.19)$$

$$V_r(0, \theta) = 0 \quad (3.20)$$

Sendo que o termo  $P_t$ , apresentado na Equação 3.16, é obtido por:

$$P_t = P(\theta) + \rho\omega R_b U_o \left( \frac{L}{R_b} \cos\theta + i\theta \right) \quad (3.21)$$

A solução das Equações 3.15 e 3.16, sujeita às condições de contorno apresentadas nas Equações 3.17-3.20, é definida como:

$$V_\theta(y, \theta) = \frac{U_o \sinh \left[ (h(\theta) - y) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right]}{\sinh \left[ h(\theta) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right]} + \frac{v}{i\omega \mu R_b} \frac{dP_t}{d\theta} \left\{ \frac{\sinh \left[ (h(\theta) - y) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right] + \sinh \left( y \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right)}{\sinh \left[ h(\theta) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right]} - 1 \right\} \quad (3.22)$$

$$V_r(y,\theta) = \frac{U_o}{R_b} \frac{dh}{d\theta} \frac{\left[ \cosh \left( y \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right) - 1 \right]}{\sinh^2 \left[ h(\theta) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right]} + \frac{v}{i\omega \mu R_b^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{dP_t}{d\theta} B(y,\theta) \right] \quad (3.23)$$

No qual:

$$B(y,\theta) = \frac{\sqrt{\frac{v}{i\omega}} \left\{ -\cosh \left[ (h(\theta)-y) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right] + \cosh \left( y \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right) + \cosh \left[ h(\theta) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right] - 1 \right\}}{\sinh \left[ h(\theta) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right]} - y \quad (3.24)$$

Aplicando a condição de contorno, apresentada pela Equação 3.18, na Equação 3.23, pode-se determinar:

$$\left( \frac{v}{i\omega} \right)^{3/2} \frac{d}{R_b d\theta} \left\{ \frac{dP_t}{R_b d\theta} \left[ h(\theta) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} - \frac{2 \left[ \cosh \left( h(\theta) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right) - 1 \right]}{\sinh \left( h(\theta) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right)} \right] \right\} = \quad (3.25)$$

$$= \frac{\mu U_o \frac{dh}{R_b d\theta} \left[ \cosh \left( h(\theta) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right) - 1 \right]}{\sinh^2 \left( h(\theta) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right)}$$

Realizando a primeira integração, obtém-se:

$$\frac{dP_t}{R_b d\theta} = \mu U_o \frac{i\omega}{v} \frac{\tanh \left[ \frac{h(\theta)}{2} \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right] - K_1 \frac{C_r}{2} \sqrt{\frac{i\omega}{v}}}{h(\theta) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} - 2 \tanh \left[ \frac{h(\theta)}{2} \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right]} \quad (3.26)$$

No qual,  $K_1$  é uma constante a ser determinada.

Reintegrando a Equação 3.26, considerando a condição de contorno da pressão como  $P(0) = P(2\pi) = P_o$ , obtém-se:

$$\begin{aligned}
 P(\theta) = & P_o + \rho\omega R_b U_o \left[ \frac{L}{R_b} (1 - \cos\theta) - \theta i \right] + \\
 & + \mu R_b U_o \frac{i\omega}{v} \int_0^\theta \frac{\tanh \left[ \frac{h(\theta)}{2} \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right] - K_1 \frac{C_r}{2} \sqrt{\frac{i\omega}{v}}}{h(\theta) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} - 2 \tanh \left[ \frac{h(\theta)}{2} \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right]} d\theta
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

Sendo que:

$$K_1 = \frac{\int_0^{2\pi} \left\{ \frac{\tanh \left[ \frac{h(\theta)}{2} \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right]}{h(\theta) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} - 2 \tanh \left[ \frac{h(\theta)}{2} \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right]} - 1 \right\} d\theta}{\frac{C_r}{2} \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{h(\theta) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} - 2 \tanh \left[ \frac{h(\theta)}{2} \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right]}} \tag{3.28}$$

Diante disso, pode-se reescrever o perfil de velocidade da Equação 3.22, utilizando a Equação 3.28:

$$\begin{aligned}
 \frac{V_\theta(y, \theta)}{U_o} = & \frac{\sinh \left[ (h(\theta) - y) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right]}{\sinh \left[ h(\theta) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right]} + \\
 & + \frac{\tanh \left[ \frac{h(\theta)}{2} \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right] - K_1 \frac{C_r}{2} \sqrt{\frac{i\omega}{v}}}{h(\theta) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} - 2 \tanh \left[ \frac{h(\theta)}{2} \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right]} \left\{ \frac{\sinh \left[ (h(\theta) - y) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right] + \sinh \left( y \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right)}{\sinh \left[ h(\theta) \sqrt{\frac{i\omega}{v}} \right]} - 1 \right\}
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

A posição angular  $\theta_{\text{pmax}}$  representa o ângulo no qual a amplitude da pressão real é máxima. Assim, utilizando a Equação 3.30, pode-se determinar a posição angular onde ocorre a máxima amplitude da pressão real.

$$\text{Im} \left\{ \frac{\tanh \left[ \frac{h(\theta_{\text{pmax}})}{2} \sqrt{\frac{i\omega}{\nu}} \right] - K_1 \frac{C_r}{2} \sqrt{\frac{i\omega}{\nu}}}{h(\theta_{\text{pmax}}) \sqrt{\frac{i\omega}{\nu}} - 2 \tanh \left[ \frac{h(\theta_{\text{pmax}})}{2} \sqrt{\frac{i\omega}{\nu}} \right]} \right\} = \frac{L}{R_b} \text{sen}(\theta_{\text{pmax}}) \quad (3.30)$$

Analisando as equações precedentes para o caso limite onde  $\omega \rightarrow 0$ , as partes imaginárias dos termos complexos são eliminadas. Desta forma, as Equações 3.25-3.30 reduzem-se a:

$$\frac{d}{R_b d\theta} \left[ h^3(\theta) \frac{dP_{t,0}}{R_b d\theta} \right] = 6\mu U_o \frac{dh}{R_b d\theta} \quad (3.31)$$

$$\frac{dP_{t,0}}{R_b d\theta} = 6\mu U_o \frac{h(\theta) - K_{1,0} C_r}{h^3(\theta)} \quad (3.32)$$

$$P_o(\theta) = P_{t,0}(\theta) = P_o + 6\mu R_b U_o \int_0^\theta \frac{h(\theta) - K_{1,0} C_r}{h^3(\theta)} d\theta \quad (3.33)$$

$$K_{1,0} = \frac{\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{h^2(\theta)}}{C_r \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{h^3(\theta)}} = \frac{2(1-\varepsilon^2)}{2+\varepsilon^2} \quad (3.34)$$

$$\frac{V_{\theta,0}(y,\theta)}{U_o} = \left[ 1 - \frac{y}{h(\theta)} \right] \left\{ 1 - 3 \frac{y}{h(\theta)} \left[ 1 - \frac{K_{1,0} C_r}{h(\theta)} \right] \right\} \quad (3.35)$$

$$\theta_{\text{pmax}} = \cos^{-1} \left( -\frac{3\varepsilon}{2+\varepsilon^2} \right) \quad (3.36)$$

A determinação do perfil de velocidade e da distribuição de pressão no mancal de rotação alternada, Equação 3.22 e 3.27, depende de três parâmetros adimensionais, denominados: razão de velocidade  $\left(\xi_c = C_r \sqrt{\frac{\omega}{\nu}}\right)$ , razão de biela ( $L/R_b$ ) e excentricidade adimensional ( $\varepsilon$ ).

A raiz quadrada do primeiro parâmetro representa o número de Reynolds do movimento rotacional alternado, sendo que, para  $\xi_c \ll 1$ , os perfis de velocidade aproximam-se àqueles da teoria clássica de lubrificação e o mancal de rotação alternada comporta-se como um mancal convencional. A relação  $L/R_b$  é associada com a aceleração do pistão e exerce uma influência adicional na distribuição de pressão. E por fim, a relação de excentricidade  $\varepsilon$  representa o posicionamento do pino dentro do furo do pistão.

A força hidrodinâmica aplicada no eixo ( $y = h$ ), é escrita em relação ao sistema de coordenadas local ( $x, y$ ) como:

$$d\vec{F}_h = \begin{bmatrix} dF_x & dF_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dA_x & dA_y \end{bmatrix} T \quad (3.37)$$

Ou ainda:

$$d\vec{F}_h = \begin{bmatrix} w.R_j \cdot \text{sen}(\theta) \cdot d\theta & w.R_j \cdot \text{cos}(\theta) \cdot d\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -p & \mu \cdot \frac{\partial v_\theta}{\partial y} \\ \mu \cdot \frac{\partial v_\theta}{\partial y} & -p \end{bmatrix}_{y=h} \quad (3.38)$$

No qual o termo  $\mu \cdot \frac{\partial v_\theta}{\partial y}$  refere-se à tensão de cisalhamento no fluido lubrificante.

Assim, as componentes da força são determinadas como:

$$F_x(t) = w.R_j \cdot \int_0^{2\pi} \left( -p \cdot \text{sen}(\theta) + \mu \cdot \frac{\partial v_\theta}{\partial y} \cdot \text{cos}(\theta) \right)_{y=h} d\theta \quad (3.39)$$

$$F_y(t) = w \cdot R_j \cdot \int_0^{2\pi} \left( -p \cdot \cos(\theta) + \mu \cdot \frac{\partial v_\theta}{\partial y} \cdot \sin(\theta) \right)_{y=h} d\theta \quad (3.40)$$

A determinação da força hidrodinâmica segue o mesmo padrão dos modelos desenvolvidos para aplicação em mancais convencionais. Por esse motivo, as Equações 3.39 e 3.40 fornecem as forças hidrodinâmicas no pino pistão, apenas quando o sentido da velocidade angular e a região de equilíbrio do pino satisfazem as mesmas condições obtidas no mancal convencional.

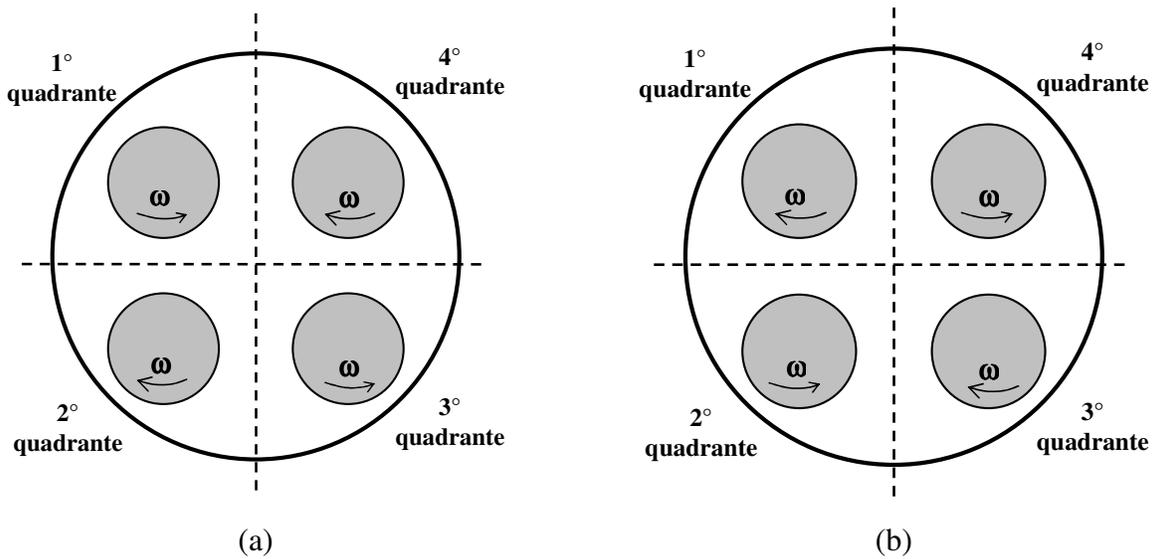


Figura 3.5 – Região de Equilíbrio do Eixo no Mancal, (a) Situações obtidas no Mancal Convencional, (b) Situações não obtidas no Mancal Convencional.

Conforme pode ser observado na Figura 3.5(a), os mancais hidrodinâmicos convencionais apresentam o seguinte comportamento:

- Quando o eixo gira no sentido anti-horário, a região de equilíbrio (região de posicionamento do eixo no mancal) situa-se no primeiro ou terceiro quadrante.
- Quando o eixo gira no sentido horário, a região de equilíbrio situa-se no segundo ou quarto quadrante.

Todavia, no caso do mancal hidrodinâmico da junção biela-manivela, a dinâmica do sistema virabrequim-biela-pistão pode submeter o pino pistão em uma condição que não é obtida nos modelos convencionais de lubrificação.

Devido a isso, quando o pino gira no sentido horário posicionado no primeiro ou terceiro quadrante, ou ainda, quando o pino gira no sentido anti-horário posicionado no segundo ou quarto quadrante, deve-se, então, corrigir o sentido das forças hidrodinâmicas calculadas a partir das Equações 3.39 e 3.40, visto que essas condições não satisfazem as condições obtidas no mancal hidrodinâmico convencional.

Conforme pode ser verificado nas Equações 3.22 e 3.27, o cálculo da distribuição de pressão e do perfil de velocidade leva em consideração apenas a rotação da manivela, sendo que a velocidade angular do pino foi descrita em função da velocidade angular da manivela, segundo apresentado na Equação 3.4. Diante disso, o sentido de rotação do pino é alterado apenas quando o sinal do termo  $\cos(\omega.t)$  da Equação 3.4 sofre alteração.

De acordo com a formulação apresentada neste modelo de lubrificação, quando se altera o sentido de rotação do pino pistão, inverte-se o sentido de aplicação das componentes da força hidrodinâmica. Entretanto, sabendo que as forças são obtidas a partir da integração do campo de distribuição de pressão, de acordo com a Figura 3.5, pode-se verificar que apenas a componente  $F_x$  tem seu sentido de aplicação invertido, pois o eixo  $y$  é simétrico a distribuição de pressão.

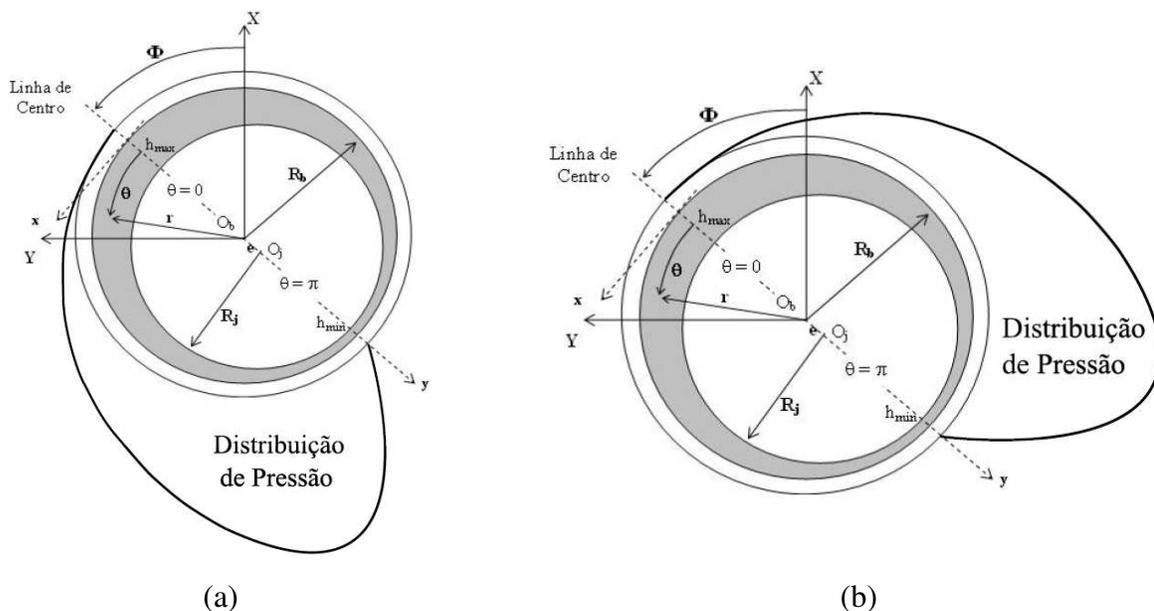


Figura 3.6 – Distribuição de Pressão, (a) Pino girando no sentido anti-horário, (b) Pino girando no sentido horário.

Desta forma, quando o pino gira no sentido anti-horário localizado no 3° quadrante, conforme apresentada na Figura 3.6(a), as forças hidrodinâmicas podem ser obtidas diretamente das Equações 3.39 e 3.40, pois essa condição é a mesma que apresentada nos mancais convencionais (Figura 3.5(a)). Entretanto, conforme apresentada na Figura 3.6(b), quando o pino gira no sentido horário localizado no 3° quadrante, as forças hidrodinâmicas são obtidas a partir das Equações 3.39 e 3.40, porém, deve-se corrigir o sentido de aplicação dessas forças, devido essa condição não ser obtida em mancais convencionais. A correção do sentido de aplicação das forças hidrodinâmicas, devido à alteração no sentido de rotação, é realizada, conforme descrito anteriormente, apenas invertendo o sentido de aplicação da componente  $F_x$ . Vale salientar, que durante a implementação do algoritmo foi necessário realizar essa análise para todos os quadrantes do mancal.

Após o ajuste das forças hidrodinâmicas no sistema de coordenada local (x,y), torna-se necessário obter as forças hidrodinâmicas no sistema de coordenada inercial (X,Y). A projeção da força hidrodinâmica no sistema de coordenada inercial (X,Y), pode ser realizada de acordo com as equações a seguir:

$$F_x(t) = -F_y(t) \cdot \cos(\Phi) - F_x(t) \cdot \sin(\Phi) \quad (3.41)$$

$$F_y(t) = -F_y(t) \cdot \sin(\Phi) + F_x(t) \cdot \cos(\Phi) \quad (3.42)$$

Vale ressaltar que, na realização da análise dinâmica do mecanismo biela-manivela (capítulo 4), foi utilizado apenas a parte real das forças hidrodinâmicas obtidas a partir das Equações 3.41 e 3.42.

## Capítulo 4

### Modelo Dinâmico do Sistema Mecânico

A obtenção de um modelo dinâmico completo para motores de combustão interna é um trabalho consideravelmente complexo, por envolver diversos parâmetros a serem ajustados. Desta forma, modelos dinâmicos específicos são desenvolvidos, os quais visam analisar parâmetros específicos do sistema. Um dos modelos mais utilizados para análise dinâmica de motores, é o mecanismo biela-manivela de um grau de liberdade, que representa, de forma simplificada, parte do conjunto virabrequim-biela-pistão.

O mecanismo biela-manivela padrão é composto por três componentes, manivela, biela e pistão, sendo que a ligação entre esses componentes é feita através de mancais rígidos, ou seja, mancais de deslizamentos sem folgas, o que facilita significativamente a análise dinâmica do mesmo. Entretanto, deve-se ressaltar que esse tipo de mecanismo apenas permite uma análise simplificada do conjunto virabrequim-biela-pistão, visto que a interação dos componentes no conjunto real é realizada através de mancais hidrodinâmicos.

Desta forma, algumas alterações podem ser consideradas nesse mecanismo, para que possam ser analisados alguns pontos mais específicos, ou ainda, obter resultados mais realísticos do problema. Com isso, visando obter um modelo capaz de representar o comportamento dinâmico do pino pistão, foi realizada, nesse trabalho, a modelagem do mecanismo biela-manivela considerando mancal hidrodinâmico na junção biela-pistão. Vale ressaltar, que esta

consideração torna esse novo modelo um sistema de múltiplos graus de liberdade, diferentemente do modelo do mecanismo biela-manivela padrão.

Neste capítulo é apresentada a modelagem matemática do mecanismo biela-manivela padrão, no qual foi utilizada a metodologia de Eksbergian para obtenção da Equação de Movimento. Além disso, apresenta-se também a modelagem do mecanismo biela-manivela considerando mancal hidrodinâmico na junção biela-pistão, sendo que, neste caso, por se tratar de um sistema de mais de um grau de liberdade, foi utilizado o método de Lagrange para determinar a Equação de Movimento.

#### **4.1 Mecanismo Biela-Manivela com Mancal Rígido**

No mecanismo biela-manivela padrão, são considerados mancais rígidos em suas junções, o que faz com que seu comportamento dinâmico fique restrito a apenas um grau de liberdade. Esse tipo de mecanismo tem como principal característica, transformar movimento rotacional em movimento linear oscilatório, o que permite descrever, de forma simplificada, o comportamento dinâmico dos pistões nos motores automotivos.

A Figura 4.1 apresenta um sistema biela-manivela padrão.

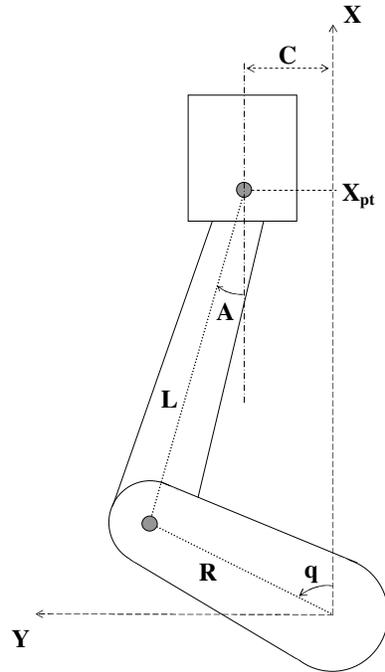


Figura 4.1 – Representação Esquemática do Sistema Biela-Manivela Padrão.

Na Figura 4.1,  $q$  é a posição angular da manivela,  $A$  é a posição angular da biela,  $X_{pt}$  é a posição do pino do pistão,  $R$  é o comprimento útil da manivela,  $L$  é o comprimento útil da biela e  $C$  é a distância do centro do curso do pistão ao centro de giro da manivela.

#### 4.1.1 Análise Cinemática do Sistema Biela-Manivela Padrão

O comportamento do sistema biela-manivela é descrito em função de uma única variável independente, por se tratar de um mecanismo de apenas um grau de liberdade. Desta forma, na realização deste trabalho, foi considerada como variável independente a posição angular da manivela ( $q$ ), e a partir dessa variável foram obtidas as coordenadas dependentes  $X_{pt}$  e  $A$ .

Conforme a Figura 4.1, as seguintes equações de *loop* do mecanismo são obtidas:

$$R \cdot \cos(q) + L \cdot \cos(A) - X_{pt} = 0 \quad (4.1)$$

$$R \cdot \sin(q) - L \cdot \sin(A) - C = 0 \quad (4.2)$$

A partir da Equação 4.1 obtém-se o deslocamento do pino pistão:

$$X_{pt} = R \cdot \cos(q) + L \cdot \cos(A) \quad (4.3)$$

Sendo que a posição angular da biela é descrita como:

$$A = \text{sen}^{-1} \left( \frac{R \cdot \text{sen}(q) - C}{L} \right) \quad (4.4)$$

Além disso, derivando as Equações 4.1 e 4.2 em relação ao tempo, obtém-se:

$$-R \cdot \dot{q} \cdot \text{sen}(q) - L \cdot \dot{A} \cdot \text{sen}(A) - \dot{X}_{pt} = 0 \quad (4.5)$$

$$R \cdot \dot{q} \cdot \cos(q) - L \cdot \dot{A} \cdot \cos(A) = 0 \quad (4.6)$$

Ou ainda:

$$\begin{bmatrix} -L \cdot \text{sen}(A) & -1 \\ -L \cdot \cos(A) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{A} \\ \dot{X}_{pt} \end{bmatrix} = \dot{q} \begin{bmatrix} R \cdot \text{sen}(q) \\ -R \cdot \cos(q) \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Rearranjando a Equação 4.7, obtém-se a velocidade do pino pistão e a velocidade angular da biela, em função da velocidade angular da manivela ( $\dot{q}$ ):

$$\dot{A} = \dot{q} \cdot \frac{R \cdot \cos(q)}{L \cdot \cos(A)} = \dot{q} \cdot K_A \quad (4.8)$$

$$\dot{X}_{pt} = \dot{q} \cdot (-R \cdot \text{sen}(q) - R \cdot \cos(q) \cdot \tan(A)) = \dot{q} \cdot K_{X_{pt}} \quad (4.9)$$

No qual,  $K_A$  é o coeficiente de velocidade angular da biela e  $K_{X_{pt}}$  é o coeficiente de velocidade do pino pistão.

A expressão da aceleração é obtida derivando-se as Equações 4.8 e 4.9 em relação ao tempo.

$$\ddot{A} = \ddot{q} \cdot K_A + \dot{q}^2 \cdot L_A \quad (4.10)$$

$$\ddot{X}_{pt} = \ddot{q} \cdot K_{X_{pt}} + \dot{q}^2 \cdot L_{X_{pt}} \quad (4.11)$$

No qual,  $L_A$  é a derivada parcial do coeficiente de velocidade angular da biela, expressa como:

$$L_A = \frac{dK_A}{dq} = -\frac{R \cdot \text{sen}(q)}{L \cdot \text{cos}(A)} + K_A^2 \cdot \tan(A) \quad (4.12)$$

Analogamente,  $L_{X_{pt}}$  é a derivada parcial do coeficiente de velocidade do pino pistão, definida como:

$$L_{X_{pt}} = \frac{dK_{X_{pt}}}{dq} = -R \cdot \text{cos}(q) - K_A^2 \cdot L \cdot \text{cos}(A) - L_A \cdot L \cdot \text{sen}(A) \quad (4.13)$$

#### 4.1.2 Análise Cinemática dos Centros de Massa do Mecanismo

Antes de analisar o comportamento dinâmico do mecanismo biela-manivela, torna-se necessário conhecer a cinemática dos centros de massa desse mecanismo, para que, enfim, possa ser calculada a energia cinética do sistema. Diante disso, foi realizada uma análise cinemática dos centros de massas localizados em posições arbitrárias do mecanismo, no qual considerou-se a Figura 4.2.

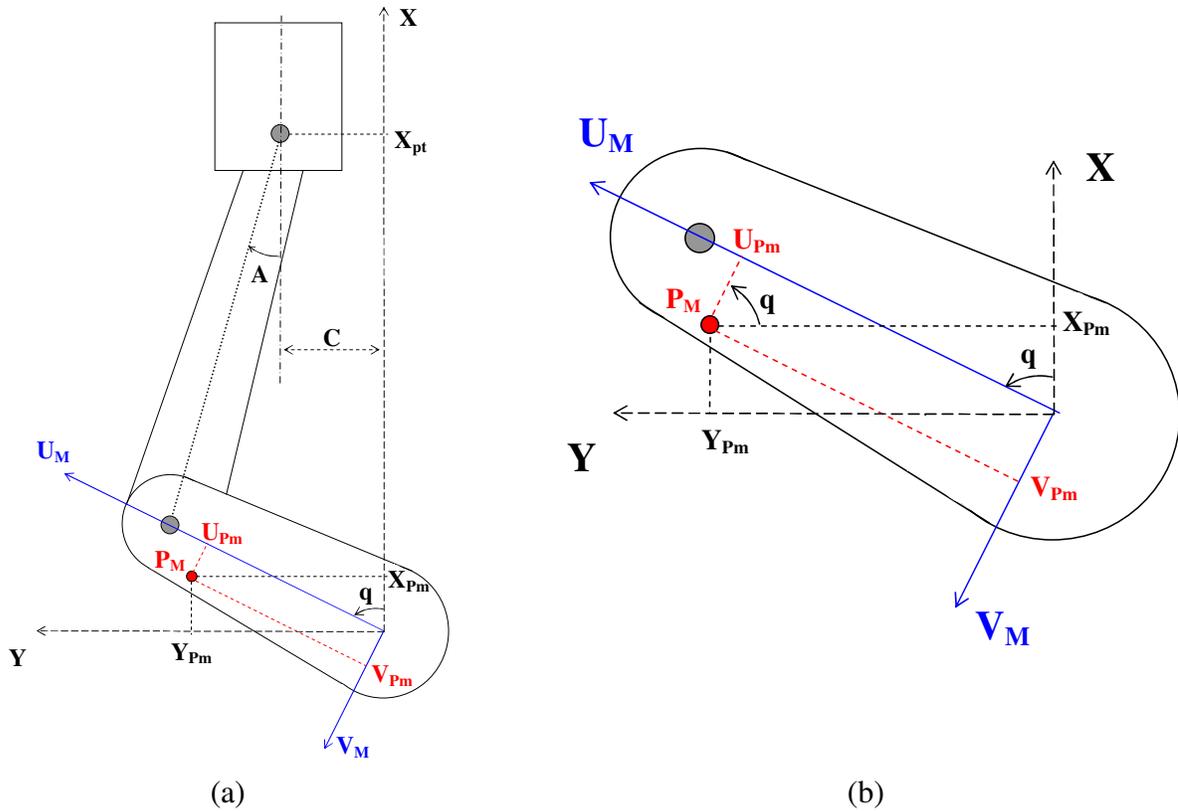


Figura 4.2 – Sistema Biela-Manivela com Centro de Massa na Manivela, (a) Vista Geral, (b) Vista detalhada do centro de massa da manivela.

A Figura 4.2 representa esquematicamente o mecanismo biela-manivela, considerando o centro de massa da manivela ( $P_M$ ) em uma posição arbitrária ( $U_{Pm}, V_{Pm}$ ) em relação ao sistema de coordenadas móveis ( $U_M, V_M$ ). A posição do centro de massa da manivela em relação ao sistema de coordenada inercial é denominada por ( $X_{Pm}, Y_{Pm}$ ), sendo obtido por:

$$X_{Pm} = U_{Pm} \cos(q) - V_{Pm} \sin(q) \quad (4.14)$$

$$Y_{Pm} = U_{Pm} \sin(q) + V_{Pm} \cos(q) \quad (4.15)$$

Assim, derivando as Equações 4.14 e 4.15 em relação ao tempo é possível determinar a velocidade do centro de massa da manivela:

$$\dot{X}_{Pm} = \dot{q} \cdot (-U_{Pm} \sin(q) - V_{Pm} \cos(q)) = \dot{q} \cdot Kx_{Pm} \quad (4.16)$$

$$\dot{Y}_{Pm} = \dot{q} \cdot (U_{Pm} \cos(q) - V_{Pm} \sin(q)) = \dot{q} \cdot K_{y_{Pm}} \quad (4.17)$$

Sendo que  $K_{x_{Pm}}$  é o coeficiente de velocidade do centro de massa da manivela na direção X e  $K_{y_{Pm}}$  é o coeficiente de velocidade do centro de massa da manivela na direção Y.

De forma similar, as Equações 4.16 e 4.17 foram derivadas para obter a expressão da aceleração do centro de massa da manivela.

$$\ddot{X}_{Pm} = \ddot{q} \cdot K_{x_{Pm}} + \dot{q}^2 \cdot L_{x_{Pm}} \quad (4.18)$$

$$\ddot{Y}_{Pm} = \ddot{q} \cdot K_{y_{Pm}} + \dot{q}^2 \cdot L_{y_{Pm}} \quad (4.19)$$

No qual,  $L_{x_{Pm}}$  é a derivada parcial do coeficiente de velocidade do centro de massa da manivela na direção X:

$$L_{x_{Pm}} = \frac{dK_{x_{Pm}}}{dq} = -U_{Pm} \cdot \cos(q) + V_{Pm} \cdot \sin(q) \quad (4.20)$$

E  $L_{y_{Pm}}$  é a derivada parcial do coeficiente de velocidade do centro de massa da manivela na direção Y:

$$L_{y_{Pm}} = \frac{dK_{y_{Pm}}}{dq} = -U_{Pm} \cdot \sin(q) - V_{Pm} \cdot \cos(q) \quad (4.21)$$

De forma análoga à realizada com a manivela, fez-se também uma análise cinemática do centro de massa da biela, considerando a Figura 4.3.

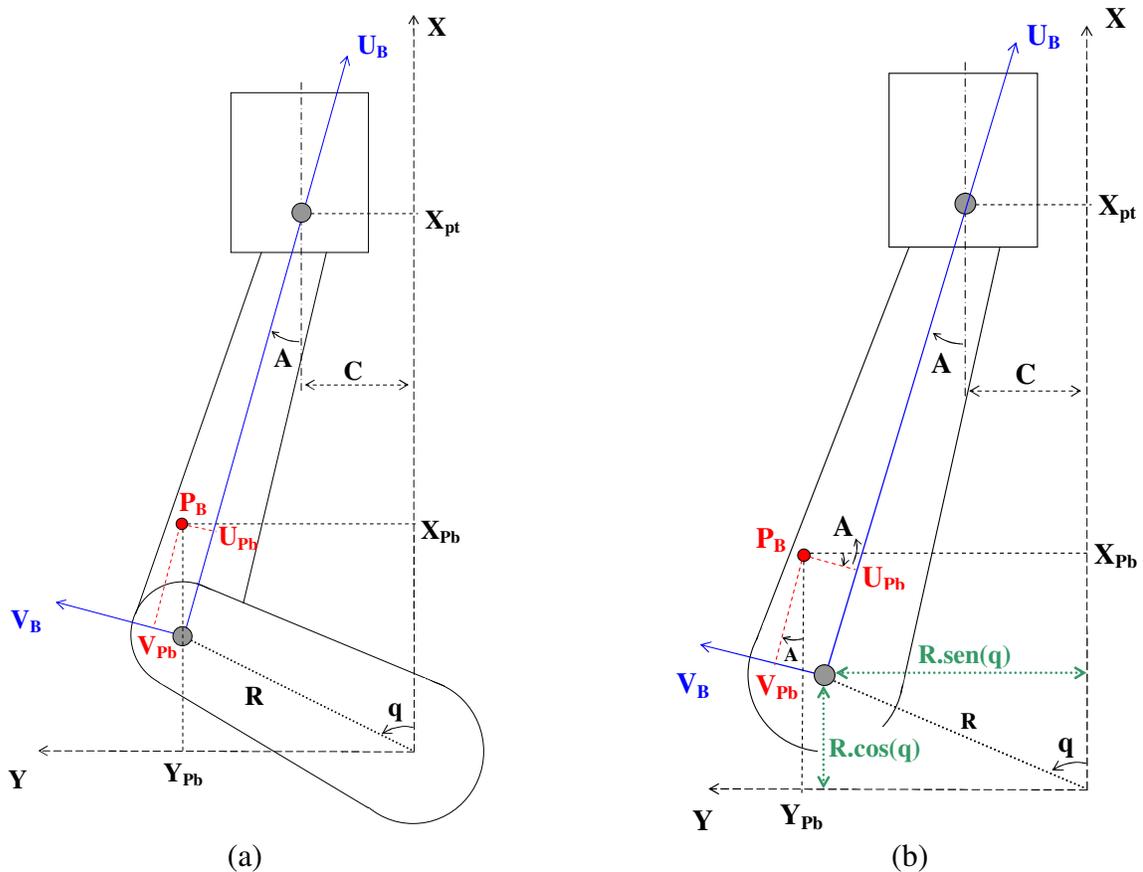


Figura 4.3 – Sistema Biela-Manivela com Centro de Massas na Biela, (a) Vista Geral, (b) Vista detalhada do centro de massa da biela.

A Figura 4.3 representa esquematicamente o mecanismo biela-manivela, considerando o centro de massa da biela (\$P\_b\$) em uma posição arbitrária (\$U\_{Pb}, V\_{Pb}\$) em relação ao sistema de coordenadas móveis (\$U\_B, V\_B\$), sendo que, neste caso, a origem do sistema de coordenadas móveis é o pino da junção biela-manivela.

A posição do centro de massa da manivela em relação ao sistema de coordenada inercial é definida por:

$$X_{Pb} = R \cdot \cos(q) + U_{Pb} \cdot \cos(A) + V_{Pb} \cdot \sin(A) \quad (4.22)$$

$$Y_{Pb} = R \cdot \sin(q) - U_{Pb} \cdot \sin(A) + V_{Pb} \cdot \cos(A) \quad (4.23)$$

Derivando a Equação 4.22, pode-se obter a velocidade do centro de massa da biela na direção X:

$$\dot{X}_{pb} = \dot{q} \left[ -R \cdot \text{sen}(q) - K_A \cdot (U_{pb} \text{sen}(A) - V_{pb} \cos(A)) \right] \quad (4.24)$$

Sendo que  $K_A$  é o coeficiente de velocidade angular da biela, conforme já apresentado na Equação 4.8. Pode-se ainda, reescrever a Equação 4.24 como:

$$\dot{X}_{pb} = \dot{q} \cdot K_{X_{pb}} \quad (4.25)$$

No qual  $K_{X_{pb}}$  é o coeficiente da velocidade do centro de massa da biela na direção X, sendo determinado por:

$$K_{X_{pb}} = \left[ -R \cdot \text{sen}(q) - K_A \cdot (U_{pb} \text{sen}(A) - V_{pb} \cos(A)) \right] \quad (4.26)$$

Derivou-se também a Equação 4.23 e obteve-se a velocidade do centro de massa da biela na direção Y:

$$\dot{Y}_{pb} = \dot{q} \cdot \left[ R \cdot \cos(q) - K_A \cdot (U_{pb} \cos(A) + V_{pb} \text{sen}(A)) \right] \quad (4.27)$$

Ou ainda:

$$\dot{Y}_{pb} = \dot{q} \cdot \left[ R \cdot \cos(q) - K_A \cdot (U_{pb} \cos(A) + V_{pb} \text{sen}(A)) \right] = \dot{q} \cdot K_{Y_{pb}} \quad (4.28)$$

No qual  $K_{Y_{pb}}$  é o coeficiente da velocidade do centro de massa da biela na direção Y.

A aceleração do centro de massa da biela na direção X é obtida derivando a Equação 4.25 em relação ao tempo. Desta forma, têm-se:

$$\ddot{X}_{pb} = \ddot{q} \cdot K_{X_{pb}} + \dot{q}^2 \cdot L_{X_{pb}} \quad (4.29)$$

No qual,  $L_{x_{pb}}$  é a derivada parcial do coeficiente de velocidade do centro de massa da biela na direção X, descrito como:

$$L_{x_{pb}} = -R \cdot \cos(q) - L_A \cdot (U_{pb} \cdot \sin(A) - V_{pb} \cdot \cos(A)) - K_A^2 \cdot (U_{pb} \cdot \cos(A) + V_{pb} \cdot \sin(A)) \quad (4.30)$$

Assim como calculado para a direção X, determinou-se também a aceleração do centro de massa da biela na direção Y. Com isso, derivando a Equação 4.28 em relação ao tempo, obtém-se:

$$\ddot{Y}_{pb} = \ddot{q} \cdot K_{y_{pb}} + \dot{q}^2 \cdot L_{y_{pb}} \quad (4.31)$$

Sendo que  $L_{y_{pb}}$  é a derivada parcial do coeficiente de velocidade do centro de massa da biela na direção Y, que pode ser obtido através da Equação 4.32:

$$L_{y_{pb}} = -R \cdot \sin(q) - L_A \cdot (U_{pb} \cdot \cos(A) + V_{pb} \cdot \sin(A)) - K_A^2 \cdot (-U_{pb} \cdot \sin(A) + V_{pb} \cdot \cos(A)) \quad (4.32)$$

E por fim, determinou-se a cinemática do centro de massa do pistão, considerando a Figura 4.4.

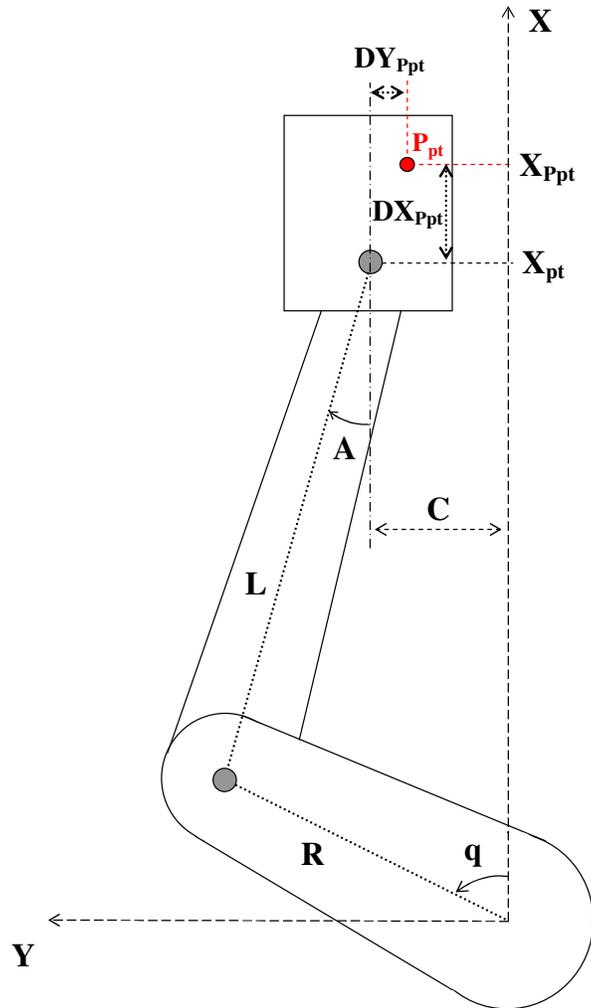


Figura 4.4 – Sistema Biela-Manivela com Centro de Massa do Pistão.

Conforme mostrado na Figura 4.4, o centro de massa do pistão ( $P_{pt}$ ) foi posicionado em uma posição arbitrária, cuja distância do pino é  $DX_{Ppt}$  e  $DY_{Ppt}$ , respectivamente na direção X e Y.

Diferentemente da biela e da manivela, o pistão não possui movimento de rotação, apresentando apenas movimento de translação ao longo do eixo X. Devido a isso, deve-se determinar a posição, a velocidade e a aceleração do centro de massa do pistão somente na direção X. Desta forma, o deslocamento do centro de massa do pistão pode ser descrito como:

$$X_{Ppt} = X_{pt} + DX_{Ppt} \quad (4.33)$$

No qual,  $X_{pt}$  é o deslocamento do pino pistão, apresentado na Equação 4.3.

A velocidade e a aceleração do centro de massa do pistão podem ser obtidas derivando a Equação 4.33 em relação ao tempo. Entretanto, sabendo que  $DX_{ppt}$  é constante e que o mancal da junção biela-pistão é rígido (sem folga), conclui-se, então, que a velocidade e a aceleração do centro de massa do pistão é a mesma que a do pino pistão. Assim, sabe-se que:

$$\dot{X}_{ppt} = \dot{X}_{pt} \quad (4.34)$$

$$\ddot{X}_{ppt} = \ddot{X}_{pt} \quad (4.35)$$

Sendo que  $\dot{X}_{pt}$  e  $\ddot{X}_{pt}$  são definidos nas Equações 4.9 e 4.11, respectivamente.

#### **4.1.3 Modelo Dinâmico do Sistema Biela-Manivela Padrão**

Após determinar a posição, a velocidade e a aceleração do centro de massa dos componentes que compõem o mecanismo biela-manivela, foi realizada uma análise dinâmica do mesmo, para que se pudesse obter a equação de movimento desse sistema.

Desta forma, por se tratar de um sistema de 1 grau de liberdade, utilizou-se a equação de movimento de Eksergian conforme proposto por Doughty (1988).

O equacionamento de Eksergian permite obter a equação de movimento de sistemas de um grau de liberdade, a partir do balanço de energia dos mesmos. Devido a isso, foi necessário determinar a energia cinética do mecanismo biela-manivela.

#### ***Energia Cinética do Mecanismo Biela-Manivela***

Problemas de mecanismos envolvem análises de múltiplos componentes de corpo rígido, no qual a energia cinética total do mecanismo pode ser considerada como a soma da energia cinética

dos componentes que o compõem. Desta forma, a energia cinética do mecanismo biela-manivela pode ser escrita como:

$$T=T_M+T_B+T_{PT} \quad (4.36)$$

Sendo que  $T$  representa a energia cinética do mecanismo,  $T_M$  é a energia cinética da manivela,  $T_B$  é a energia cinética da biela e  $T_{PT}$  é a energia cinética do pistão.

Conforme descrito em Doughty (1988), a energia cinética de um corpo rígido pode ser separada em dois termos, sendo que o primeiro depende da velocidade linear do centro de massa e o segundo depende da velocidade angular do corpo. Desta forma, utilizando a Equação 4.36 pode-se escrever:

$$T=0,5.M_M.(V_{Pm})^2+0,5.I_M.\dot{q}^2+0,5.M_B.(V_{pb})^2+0,5.I_B.\dot{A}^2+0,5.M_{PT}.(V_{Ppt})^2 \quad (4.37)$$

No qual,  $M_M$  é a massa da manivela,  $V_{Pm}$  é a velocidade do centro de massa da manivela,  $I_M$  é a inércia da manivela,  $M_B$  é a massa da biela,  $V_{pb}$  é a velocidade do centro de massa da biela,  $I_B$  é a inércia da biela,  $M_{PT}$  é a massa do pistão e  $V_{Ppt}$  é a velocidade do pistão.

A partir das Equações 4.16 e 4.17, pode-se escrever a velocidade do centro de massa da manivela como:

$$V_{Pm}^2=(\dot{X}_{Pm})^2+(\dot{Y}_{Pm})^2=\dot{q}^2.\left[(K_{X_{Pm}})^2+(K_{Y_{Pm}})^2\right] \quad (4.38)$$

Sendo que  $K_{X_{Pm}}$  e  $K_{Y_{Pm}}$  são os coeficientes de velocidade do centro de massa da manivela na direção  $X$  e  $Y$ , respectivamente. Vale ressaltar, que tais coeficientes foram descritos durante a análise cinemática dos centros de massa do mecanismo, apresentado na Seção 4.1.2.

De forma análoga, pode-se escrever a velocidade do centro de massa da biela e do pistão como:

$$V_{Pb}^2 = (\dot{X}_{Pb})^2 + (\dot{Y}_{Pb})^2 = \dot{q}^2 \cdot \left[ (K_{X_{Pb}})^2 + (K_{Y_{Pb}})^2 \right] \quad (4.39)$$

$$V_{Ppt}^2 = (\dot{X}_{Ppt})^2 = \dot{q}^2 \cdot (K_{X_{Ppt}})^2 \quad (4.40)$$

Substituindo as Equações 4.38, 4.39 e 4.40 na equação 4.37, obtém-se:

$$T = 0,5 \cdot \dot{q}^2 \cdot \left[ I_M + M_M \cdot \left( (K_{X_{Pm}})^2 + (K_{Y_{Pm}})^2 \right) + \dots \right. \\ \left. \dots + M_B \cdot \left( (K_{X_{Pb}})^2 + (K_{Y_{Pb}})^2 \right) + M_{PT} \cdot (K_{X_{Ppt}})^2 \right] + 0,5 \cdot I_B \cdot \dot{A}^2 \quad (4.41)$$

A velocidade angular da biela pode ser escrita em função da velocidade angular da manivela (variável independente), conforme já demonstrado na Equação 4.8. Devido a isso, substituindo a Equação 4.8 na Equação 4.41, determina-se:

$$T = 0,5 \cdot \dot{q}^2 \cdot \left[ I_M + M_M \cdot \left( (K_{X_{Pm}})^2 + (K_{Y_{Pm}})^2 \right) + \dots \right. \\ \left. \dots + M_B \cdot \left( (K_{X_{Pb}})^2 + (K_{Y_{Pb}})^2 \right) + M_{PT} \cdot (K_{X_{Ppt}})^2 + I_B \cdot (K_A)^2 \right] \quad (4.42)$$

Utilizando o teorema dos eixos paralelos, é possível reescrever o termo  $I_M + M_M \cdot \left( (K_{X_{Pm}})^2 + (K_{Y_{Pm}})^2 \right)$  por  $I_O$ , que representa o momento de inércia de massa da manivela em relação ao seu centro de rotação. Com isso, pode-se reescrever a Equação 4.42 como:

$$T = 0,5 \cdot \dot{q}^2 \cdot \left[ I_O + M_B \cdot \left( (K_{X_{Pb}})^2 + (K_{Y_{Pb}})^2 \right) + M_{PT} \cdot (K_{X_{Ppt}})^2 + I_B \cdot (K_A)^2 \right] = 0,5 \cdot \zeta(q) \cdot \dot{q}^2 \quad (4.43)$$

Na qual:

$$\zeta(q) = \left[ I_O + M_B \cdot \left( (K_{X_{Pb}})^2 + (K_{Y_{Pb}})^2 \right) + M_{PT} \cdot (K_{X_{Ppt}})^2 + I_B \cdot (K_A)^2 \right] \quad (4.44)$$

Vale ressaltar que, o termo  $\zeta(q)$  apresentado na Equação 4.44, representa a inércia generalizada do mecanismo biela-manivela.

### ***Forças Generalizadas aplicadas no Mecanismo Biela-Manivela***

Toda força atuante em um determinado sistema tem influência na resposta dinâmica do mesmo. Com isso, é necessário determinar uma única força generalizada  $Q$  que, quando atuando através de uma variação da coordenada virtual  $\delta q$ , fará um trabalho virtual  $Q \cdot \delta q$ , igual à soma dos trabalhos virtuais das forças atuantes, que se deslocam através dos seus deslocamentos virtuais associados (Doughty, 1988). A partir disso pode-se escrever:

$$\delta W = \sum_i F_i \cdot \delta r_i + \sum_i \tau_i \cdot \delta \alpha_i = Q \cdot \delta q \quad (4.45)$$

Diante disso, considerando a Figura 4.5, foram determinadas as forças generalizadas no mecanismo biela-manivela.

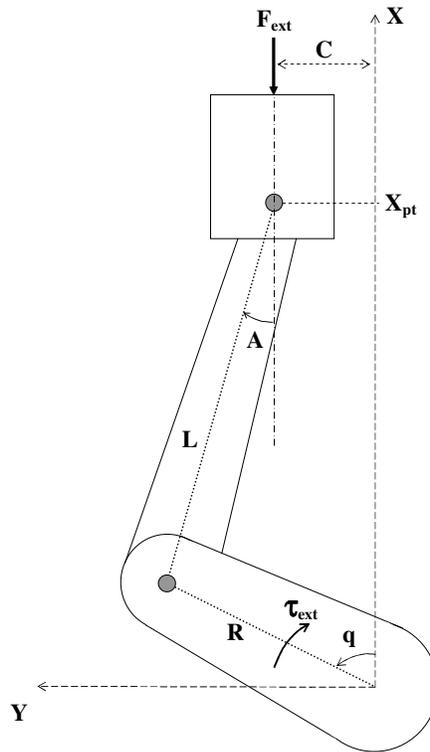


Figura 4.5 – Mecanismo Biela-Manivela com Força e Torque Externo aplicado.

A variável  $F_{\text{ext}}$  é uma força externa aplicada na cabeça do pistão. Essa força representa a força da explosão, devido ao processo de combustão dos motores automotivos. Já a variável  $\tau_{\text{ext}}$  é um torque externo aplicado na manivela, que representa o torque resistivo do sistema.

Desta forma, considerando a Equação 4.45, pode-se escrever o trabalho virtual devido a força externa ( $F_{\text{ext}}$ ) e o torque externo ( $\tau_{\text{ext}}$ ), como:

$$\delta W = F_{\text{ext}} \cdot \delta X_{\text{ext}} + \tau_{\text{ext}} \cdot \delta q \quad (4.46)$$

No qual,  $\delta X_{\text{ext}}$  representa o deslocamento virtual da cabeça do pistão.

Visto que, a junção biela-pistão é considerada, nesse modelo, como sendo rígida (sem folga), a variação da posição da cabeça do pistão é a mesma que a do pino pistão. Desta forma, pode-se reescrever a Equação 4.46 como:

$$\delta W = F_{\text{ext}} \cdot \delta X_{\text{pt}} = F_{\text{ext}} \cdot \frac{dX_{\text{pt}}}{dq} \cdot \delta q + \tau_{\text{ext}} \cdot \delta q = (F_{\text{ext}} \cdot K_{X_{\text{pt}}} + \tau_{\text{ext}}) \cdot \delta q = Q \cdot \delta q \quad (4.47)$$

Sendo que  $Q = F_{\text{ext}} \cdot K_{X_{\text{pt}}} + \tau_{\text{ext}}$  representa a força generalizada do sistema apresentado na Figura 4.5.

### ***Equação de Movimento do Mecanismo Biela-Manivela***

A equação de Eksergian tem como ponto de partida um dos teoremas básico da Dinâmica, no qual afirma que o trabalho realizado em um sistema mecânico é igual à variação da energia cinética no mesmo.

$$W = \Delta T \quad (4.48)$$

Ou ainda, pode-se dizer que a potência introduzida no sistema é igual à taxa da variação de energia cinética no tempo.

$$P_{OT} = \frac{\Delta T}{\Delta t} \quad (4.49)$$

A Equação 4.49 pode ser escrita na forma diferencial como:

$$P_{OT} = \frac{dT}{dt} \quad (4.50)$$

Sabendo que *Potência = Força x Velocidade*, então a potência introduzida no sistema pode ser determinada como:

$$P_{OT} = \sum_i (F_{Xi} \cdot \dot{X}_i + F_{Yi} \cdot \dot{Y}_i) = \sum_i (F_{Xi} \cdot K_{Xi} + F_{Yi} \cdot K_{Yi}) \cdot \dot{q} = Q \cdot \dot{q} \quad (4.51)$$

No qual Q é a força generalizada no sistema, calculada conforme apresentado na seção anterior.

A derivada da energia cinética em relação ao tempo foi obtida a partir da Equação 4.43.

$$\frac{dT}{dt} = \zeta(q) \cdot \dot{q} \cdot \ddot{q} + 0,5 \cdot \frac{d\zeta(q)}{dq} \cdot \dot{q} \cdot \dot{q}^2 \quad (4.52)$$

Substituindo as Equações 4.51 e 4.52 na Equação 4.50, obtém:

$$\zeta(q) \cdot \dot{q} + 0,5 \cdot \frac{d\zeta(q)}{dq} \cdot \dot{q}^2 = Q \quad (4.53)$$

A Equação 4.53 é denominada equação generalizada de movimento, que é aplicável em todos os sistemas de um grau de liberdade. Quando considerando a inércia generalizada constante, a equação de movimento se reduz à forma básica (Força = Inércia x Aceleração). Entretanto, quando a inércia generalizada não é constante, o segundo termo, conhecido como Termo Centrípeto, deve também ser incluído na equação generalizada de movimento (Doughty, 1988).

Renomeando o coeficiente do Termo Centrípeto, pode-se escrever:

$$\zeta(q) \cdot \ddot{q} + \xi(q) \cdot \dot{q}^2 = Q \quad (4.54)$$

A fim de aplicar a Equação 4.54 no mecanismo biela-manivela, calculou-se, então, o coeficiente do Termo Centrípeto a partir da Equação 4.44.

$$\begin{aligned} \xi(q) &= 0,5 \cdot \frac{d\zeta(q)}{dq} = \\ &= 0,5 \cdot \frac{d}{dq} \left[ I_O + M_B \cdot \left( (K_{X_{Pb}})^2 + (K_{Y_{Pb}})^2 \right) + I_B \cdot (K_A)^2 + M_{PT} \cdot (K_{X_{Ppt}})^2 \right] \end{aligned} \quad (4.55)$$

Ou ainda:

$$\xi(q) = 0,5 \cdot \frac{d(I_O)}{dq} + M_B \cdot (K_{X_{Pb}} \cdot L_{X_{Pb}} + K_{Y_{Pb}} \cdot L_{Y_{Pb}}) + I_B \cdot K_A \cdot L_A + M_{PT} \cdot K_{X_{pt}} \cdot L_{X_{pt}} \quad (4.56)$$

Antes de calcular  $\frac{d(I_O)}{dq}$ , é conveniente desenvolver melhor o termo  $I_O$  que representa o momento de inércia de massa da manivela em relação ao seu centro de giro. Desta forma, substituindo os coeficientes  $K_{X_{Pm}}$  e  $K_{Y_{Pm}}$ , apresentados na Equação 4.16 e 4.17, no termo  $I_O$ , obtém-se:

$$I_O = M_M \cdot \left[ \left( -U_{Pm} \sin(q) - V_{Pm} \cos(q) \right)^2 + \left( U_{Pm} \cos(q) - V_{Pm} \sin(q) \right)^2 \right] + I_M \quad (4.57)$$

Desenvolvendo analiticamente os termos ao quadrado, e rearranjando a equação, pode-se escrever:

$$I_O = M_M \cdot (U_{Pm})^2 + M_M \cdot (V_{Pm})^2 + I_M \quad (4.58)$$

Após reescrever o termo  $I_O$ , calcula-se então  $\frac{d(I_O)}{dq}$ :

$$\frac{d(I_O)}{dq} = \frac{d}{dq} \left( M_M \cdot (U_{Pm})^2 + M_M \cdot (V_{Pm})^2 + I_M \right) = 0 \quad (4.59)$$

Com isso, substituindo a Equação 4.59 na Equação 4.56, determina-se o Termo Centrípeto.

$$\xi(q) = M_B \cdot (K_{X_{pb}} \cdot L_{X_{pb}} + K_{Y_{pb}} \cdot L_{Y_{pb}}) + I_B \cdot K_A \cdot L_A + M_{PT} \cdot K_{X_{pt}} \cdot L_{X_{pt}} \quad (4.60)$$

Portanto, a equação de movimento do mecanismo biela-manivela pode ser obtida substituindo as Equações 4.44, 4.47 e 4.60 na Equação de Movimento de Eksergian (Equação 4.54):

$$\left[ I_O + M_B \cdot \left( (K_{X_{pb}})^2 + (K_{Y_{pb}})^2 \right) + M_{PT} \cdot (K_{X_{pt}})^2 + I_B \cdot (K_A)^2 \right] \cdot \ddot{q} + \dots \quad (4.61)$$

$$\dots + \left[ M_B \cdot (K_{X_{pb}} \cdot L_{X_{pb}} + K_{Y_{pb}} \cdot L_{Y_{pb}}) + I_B \cdot K_A \cdot L_A + M_{PT} \cdot K_{X_{pt}} \cdot L_{X_{pt}} \right] \cdot \dot{q}^2 = F_{ext} \cdot K_{X_{pt}} + \tau_{ext}$$

### ***Termo da Energia Potencial na Equação de Movimento***

O termo da energia potencial pode ser adicionado à Equação de Movimento de Eksergian como resultado da adição de forças conservativas nas forças generalizadas, sem deixar de considerar as forças não conservativas. Assim, considere que as forças aplicadas no sistema atuem em um determinado ponto  $r_i$ , e que essas forças aplicadas consistem de duas partes; uma parte conservativa e a outra não conservativa. E ainda, a força conservativa pode ser escrita como o gradiente negativo de sua função potencial associada, conforme mostrado na Equação 4.62.

$$F_i = F_i^c + F_i^{nc} = -\nabla E_{p_i} + F_i^{nc} \quad (4.62)$$

Utilizando a força apresentada na Equação 4.62 para calcular a força generalizada, obtém-se um resultado que consiste de dois termos:

$$Q = \sum_i F_i \cdot \frac{dr_i}{dq} = \sum_i \left( -\nabla E_{p_i} + F_i^{nc} \right) \cdot \frac{dr_i}{dq} \quad (4.63)$$

Ou ainda:

$$Q = -\sum_i \frac{dE_{p_i}}{dq} + \sum_i F_i^{nc} \cdot \frac{dr_i}{dq} = -\frac{dE_p}{dq} + Q^{nc} \quad (4.64)$$

No qual,  $E_p$  representa a energia potencial total do sistema e  $Q^{nc}$  é a força generalizada devido as forças não conservativas do sistema. Desta forma, substituindo a Equação 4.64, na Equação de Movimento de Eksergian, Equação 4.53, obtém-se:

$$\zeta(q) \cdot \ddot{q} + \xi(q) \cdot \dot{q}^2 + \frac{dE_p}{dq} = Q^{nc} \quad (4.65)$$

Portanto, a Equação 4.65 representa a Equação de Movimento de Eksergian, considerando também o termo da energia potencial do sistema  $\frac{dE_p}{dq}$ .

A fim de analisar a energia potencial do mecanismo, utilizou-se o esquema apresentado na Figura 4.6:

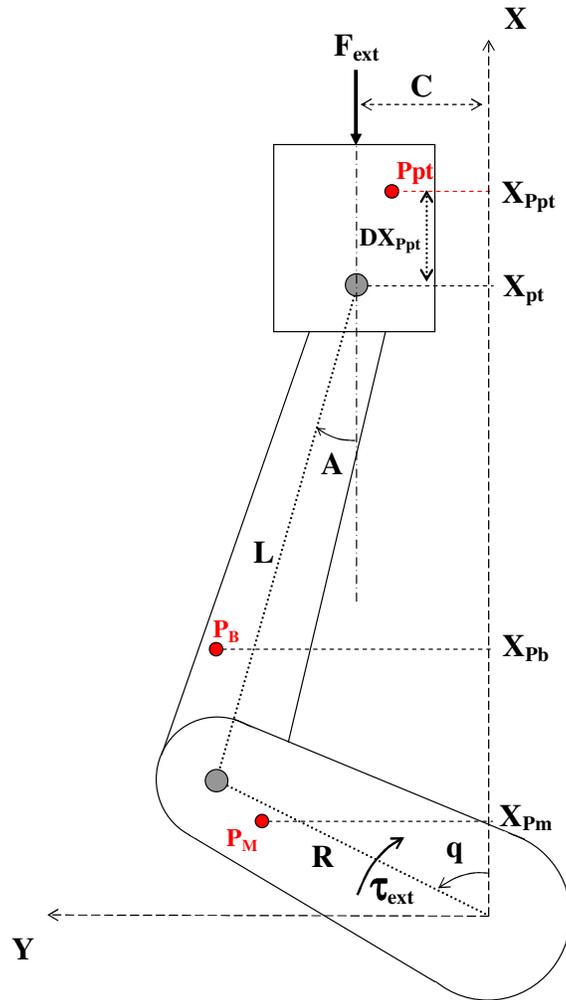


Figura 4.6 – Mecanismo Biela-Manivela com Centros de Massas e Esforços Externos.

Conforme descrito anteriormente,  $P_M$ ,  $P_B$  e  $P_{Ppt}$  é a posição do centro de massa da manivela, da biela e do pistão, respectivamente. Sendo assim, pode-se verificar na Figura 4.6 que a posição do centro de massa da manivela, da biela e do pistão na direção  $X$  é, respectivamente,  $X_{Pm}$ ,  $X_{Pb}$  e  $X_{Ppt}$ . Além disso, sabe-se que  $X_{Ppt} = X_{pt} + DX_{Ppt}$ .

Desta forma, pode-se calcular a energia potencial desse mecanismo como:

$$E_p = g \cdot (M_M \cdot X_{Pm} + M_B \cdot X_{Pb} + M_{PT} \cdot (X_{pt} + DX_{Ppt})) \quad (4.66)$$

No qual  $g$  é a aceleração gravitacional.

Então, utilizando a Equação 4.66, pode-se calcular o termo da Equação 4.65 referente à energia potencial do sistema. Desta forma, tem-se:

$$\frac{dE_p}{dq} = g \cdot (M_M \cdot K_{X_{pm}} + M_B \cdot K_{X_{pb}} + M_{PT} \cdot K_{X_{pt}}) \quad (4.67)$$

Por fim, substituindo as Equações 4.44, 4.47, 4.60 e 4.67 na Equação 4.65, obtêm-se a equação de movimento do mecanismo biela-manivela convencional.

$$\begin{aligned} & \left[ I_O + M_B \cdot ((K_{X_{pb}})^2 + (K_{Y_{pb}})^2) + M_{PT} \cdot (K_{X_{pt}})^2 + I_B \cdot (K_A)^2 \right] \cdot \ddot{q} + \dots \\ & \dots + \left[ M_B \cdot (K_{X_{pb}} \cdot L_{X_{pb}} + K_{Y_{pb}} \cdot L_{Y_{pb}}) + I_B \cdot K_A \cdot L_A + M_{PT} \cdot K_{X_{pt}} \cdot L_{X_{pt}} \right] \cdot \dot{q}^2 + \dots \\ & \dots + g \cdot (M_M \cdot K_{X_{pm}} + M_B \cdot K_{X_{pb}} + M_{PT} \cdot K_{X_{pt}}) = F_{ext} \cdot K_{X_{pt}} + \tau_{ext} \end{aligned} \quad (4.68)$$

A Equação 4.68 é uma equação diferencial de segunda ordem, fortemente não-linear, que tem por finalidade descrever o comportamento dinâmico do mecanismo biela-manivela convencional. Assim, utilizando-se das condições iniciais  $q_0$  e  $\dot{q}_0$ , pode-se obter a posição, a velocidade e a aceleração da manivela ( $q$ ,  $\dot{q}$  e  $\ddot{q}$ ) ao longo do tempo. A partir disso, aplicando-se as expressões cinemáticas, pode-se determinar a posição, a velocidade e a aceleração para os demais componentes do mecanismo.

## 4.2 Mecanismo Biela-Manivela com Mancal Hidrodinâmico

Nesta seção é apresentado o modelo matemático do mecanismo biela-manivela com mancal hidrodinâmico na junção biela-pistão. O mancal hidrodinâmico na junção biela-pistão permite que o pino se desloque no interior do furo do pistão, devido à folga diametral existente no mancal.

A Figura 4.7 representa esquematicamente o mecanismo biela-manivela com mancal hidrodinâmico na junção biela-pistão.

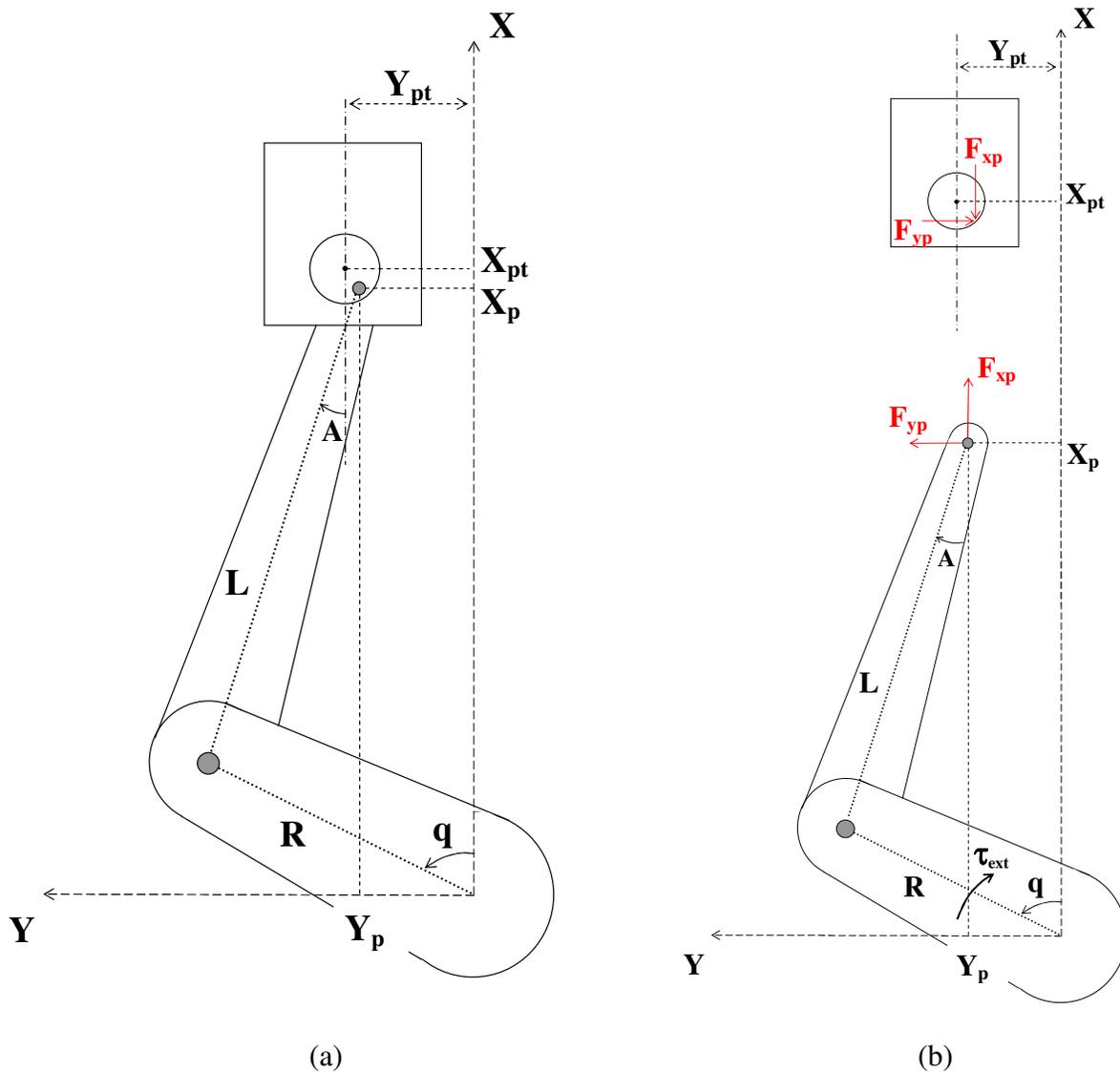


Figura 4.7 – Sistema Biela-Manivela com Mancal Hidrodinâmico, (a) Vista Geral, (b) Vista Expandida com as Forças Hidrodinâmicas e Torque Externo.

Conforme já descrito na Figura 4.1,  $R$  é o comprimento da manivela,  $L$  é o comprimento da biela,  $q$  é a posição angular da manivela e  $A$  é a posição angular da biela. As variáveis  $X_p$  e  $Y_p$  são, respectivamente, as posições do pino do pistão na direção  $X$  e  $Y$ , e ainda,  $X_{pt}$  e  $Y_{pt}$  são as posições do centro do furo do pistão na direção  $X$  e  $Y$ , respectivamente. A Figura 4.7(b) apresenta também  $F_{xp}$  e  $F_{yp}$  como sendo as forças hidrodinâmicas na direção  $X$  e  $Y$ . Vale ressaltar também, que as forças hidrodinâmicas exercidas no pino do pistão possuem mesma

intensidade que as forças hidrodinâmicas aplicada na parede do mancal, porém o sentido de aplicação é oposto.

Analisando a Figura 4.7, observa-se que, diferentemente do mecanismo biela-manivela convencional, o pino do pistão pode se deslocar tanto na direção X quanto na direção Y. Dessa forma, verifica-se que esse mecanismo biela-manivela é um sistema de múltiplos graus de liberdade, e assim, não pode ser modelado apenas em função da posição angular da manivela ( $q$ ), conforme feito no modelo precedente. Por esse motivo, o modelo do mecanismo biela-manivela com mancal hidrodinâmico foi desenvolvido em função da posição angular da manivela, da posição angular da biela e da posição do centro do furo do pistão.

#### 4.2.1 Análise Cinemática do Sistema Biela-Manivela

A partir da Figura 4.7, pode-se escrever a posição do pino pistão (extremidade da biela) como:

$$X_p = R \cdot \cos(q) + L \cdot \cos(A) \quad (4.69)$$

$$Y_p = R \cdot \sin(q) - L \cdot \sin(A) \quad (4.70)$$

Pode-se observar ainda que, a Equação 4.69 é similar a Equação 4.3, o que permite afirmar que a posição do pino pistão na direção X é determinada da mesma forma em ambos modelos. Entretanto, na Equação 4.69, a posição angular da biela representa uma variável independente, enquanto que na Equação 4.3 a posição angular da biela é obtida a partir da posição angular da manivela.

A velocidade do pino pistão pode ser obtida, derivando as Equações 4.69 e 4.70 em função do tempo.

$$\dot{X}_p = -R \cdot \dot{q} \cdot \sin(q) - L \cdot \dot{A} \cdot \sin(A) \quad (4.71)$$

$$\dot{Y}_p = R \cdot \dot{q} \cdot \cos(q) - L \cdot \dot{A} \cdot \cos(A) \quad (4.72)$$

Reescrevendo as Equações 4.71 e 4.72 na forma matricial, obtém:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_p \\ \dot{Y}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R \cdot \text{sen}(q) & -L \cdot \text{sen}(A) \\ R \cdot \text{cos}(q) & -L \cdot \text{cos}(A) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} = [K_p] \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

No qual  $[K_p]$  é a matriz dos coeficientes de velocidade do pino pistão, definida como:

$$[K_p] = \begin{bmatrix} -R \cdot \text{sen}(q) & -L \cdot \text{sen}(A) \\ R \cdot \text{cos}(q) & -L \cdot \text{cos}(A) \end{bmatrix} \quad (4.74)$$

Desta forma, derivando a Equação 4.73 em função do tempo, obtém a expressão da aceleração do pino pistão:

$$\begin{bmatrix} \ddot{X}_p \\ \ddot{Y}_p \end{bmatrix} = [K_p] \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{A} \end{bmatrix} + \dot{q} \cdot [L_{qp}] \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} + \dot{A} \cdot [L_{Ap}] \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

Sendo que:

$$[L_{qp}] = \frac{\partial}{\partial q} [K_p] = \begin{bmatrix} -R \cdot \text{cos}(q) & 0 \\ -R \cdot \text{sen}(q) & 0 \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

$$[L_{Ap}] = \frac{\partial}{\partial A} [K_p] = \begin{bmatrix} 0 & -L \cdot \text{cos}(A) \\ 0 & L \cdot \text{sen}(A) \end{bmatrix} \quad (4.77)$$

Substituindo as Equações 4.76 e 4.77 na Equação 4.75, e reorganizando os termos da equação, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \ddot{X}_p \\ \ddot{Y}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R \cdot \text{sen}(q) & -L \cdot \text{sen}(A) \\ R \cdot \text{cos}(q) & -L \cdot \text{cos}(A) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{A} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -R \cdot \text{cos}(q) & -L \cdot \text{cos}(A) \\ -R \cdot \text{sen}(q) & L \cdot \text{sen}(A) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}^2 \\ \dot{A}^2 \end{bmatrix} \quad (4.78)$$

A Equação 4.78 pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} \ddot{X}_p \\ \ddot{Y}_p \end{bmatrix} = [K_p] \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{A} \end{bmatrix} + [L_p] \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}^2 \\ \dot{A}^2 \end{bmatrix} \quad (4.79)$$

No qual,  $[K_p]$  é a matriz dos coeficientes de velocidade do pino pistão, conforme já definido na Equação 4.74, e  $[L_p]$  é a matriz da derivada parcial dos coeficientes de velocidade do pino pistão, definida como:

$$[L_p] = \begin{bmatrix} -R \cdot \cos(q) & -L \cdot \cos(A) \\ -R \cdot \sin(q) & L \cdot \sin(A) \end{bmatrix} \quad (4.80)$$

#### 4.2.2 Análise Cinemática dos Centros de Massa do Mecanismo

Analisando a Figura 4.8(a) e a Figura 4.2, pode-se verificar que as expressões cinemáticas de posição, velocidade e aceleração do centro de massa da manivela são as mesmas para ambos os modelos desenvolvidos. Isso ocorre porque essas expressões cinemáticas são obtidas em função da posição angular da manivela, que, por sua vez, é definida igualmente em ambos os modelos matemáticos.

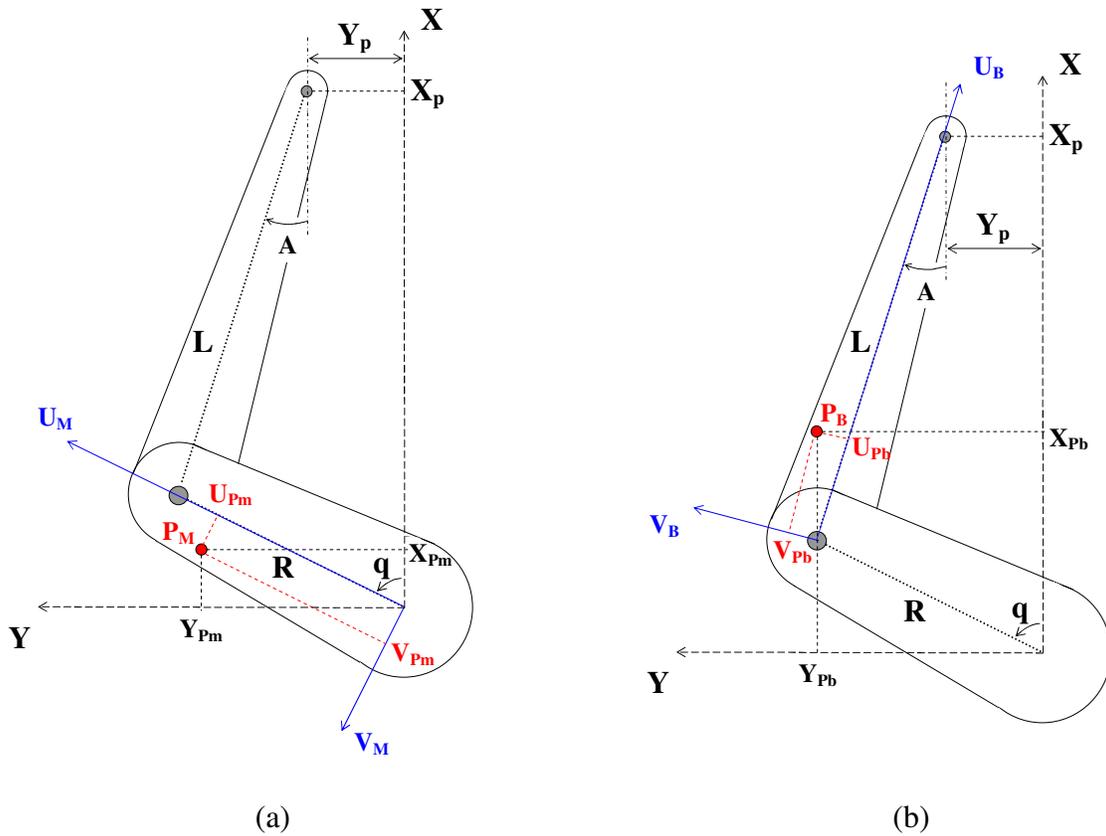


Figura 4.8 – Subsistema composto pela Manivela e Biela com Centros de Massas, (a) Centro de Massa da Manivela, (b) Centro de Massa da Biela.

Desta forma, conforme apresentado nas Equações 4.14 e 4.15, a posição do centro de massa da manivela é:

$$X_{Pm} = U_{Pm} \cdot \cos(q) - V_{Pm} \cdot \sin(q)$$

$$Y_{Pm} = U_{Pm} \cdot \sin(q) + V_{Pm} \cdot \cos(q)$$

E sabe-se ainda, que a velocidade do centro de massa da manivela é obtida a partir das Equações 4.16 e 4.17:

$$\dot{X}_{Pm} = \dot{q} \cdot (-U_{Pm} \sin(q) - V_{Pm} \cos(q))$$

$$\dot{Y}_{Pm} = \dot{q} \cdot (U_{Pm} \cos(q) - V_{Pm} \sin(q))$$

Reescrevendo as Equações 4.16 e 4.17 na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{Pm} \\ \dot{Y}_{Pm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_{Pm} \cdot \text{sen}(q) - V_{Pm} \cdot \text{cos}(q) & 0 \\ U_{Pm} \cdot \text{cos}(q) - V_{Pm} \cdot \text{sen}(q) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} = [K_{Pm}] \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} \quad (4.81)$$

Na qual  $[K_{Pm}]$  é a matriz de coeficientes de velocidade do centro de massa da manivela, definida como:

$$[K_{Pm}] = \begin{bmatrix} -U_{Pm} \cdot \text{sen}(q) - V_{Pm} \cdot \text{cos}(q) & 0 \\ U_{Pm} \cdot \text{cos}(q) - V_{Pm} \cdot \text{sen}(q) & 0 \end{bmatrix} \quad (4.82)$$

Assim, derivando a Equação 4.81, obtém-se a aceleração do centro de massa da manivela:

$$\begin{bmatrix} \ddot{X}_{Pm} \\ \ddot{Y}_{Pm} \end{bmatrix} = [K_{Pm}] \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{A} \end{bmatrix} + \dot{q} \cdot [L_{qPm}] \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} + \dot{A} \cdot [L_{APm}] \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} \quad (4.83)$$

Onde:

$$[L_{qPm}] = \frac{\partial}{\partial q} [K_{Pm}] = \begin{bmatrix} -U_{Pm} \cdot \text{cos}(q) + V_{Pm} \cdot \text{sen}(q) & 0 \\ -U_{Pm} \cdot \text{sen}(q) - V_{Pm} \cdot \text{cos}(q) & 0 \end{bmatrix} \quad (4.84)$$

$$[L_{APm}] = \frac{\partial}{\partial A} [K_{Pm}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.85)$$

Desta forma, substituindo as Equações 4.84 e 4.85 na Equação 4.83, e reorganizando os termos da equação, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \ddot{X}_{Pm} \\ \ddot{Y}_{Pm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_{Pm} \cdot \text{sen}(q) - V_{Pm} \cdot \text{cos}(q) & 0 \\ U_{Pm} \cdot \text{cos}(q) - V_{Pm} \cdot \text{sen}(q) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{A} \end{bmatrix} + \dots \\ \dots + \begin{bmatrix} -U_{Pm} \cdot \text{cos}(q) + V_{Pm} \cdot \text{sen}(q) & 0 \\ -U_{Pm} \cdot \text{sen}(q) - V_{Pm} \cdot \text{cos}(q) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}^2 \\ \dot{A}^2 \end{bmatrix} \quad (4.86)$$

Ou ainda, pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} \ddot{X}_{Pm} \\ \ddot{Y}_{Pm} \end{bmatrix} = [K_{Pm}] \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{A} \end{bmatrix} + [L_{Pm}] \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}^2 \\ \dot{A}^2 \end{bmatrix} \quad (4.87)$$

Na qual,  $[K_{Pm}]$  é a matriz dos coeficientes de velocidade do centro de massa da manivela, conforme já definido na Equação 4.82, e  $[L_{Pm}]$  é a matriz da derivada parcial dos coeficientes de velocidade do centro de massa da manivela, definida conforme a Equação 4.88:

$$[L_{Pm}] = \begin{bmatrix} -U_{Pm} \cdot \cos(q) + V_{Pm} \cdot \sin(q) & 0 \\ -U_{Pm} \cdot \sin(q) - V_{Pm} \cdot \cos(q) & 0 \end{bmatrix} \quad (4.88)$$

Assim, como ocorreu na manivela, analisando as Figuras 4.8(b) e a Figura 4.3, verificou-se que a expressão da posição do centro de massa da biela é a mesma, em ambos os modelos. Desta forma, sabe-se que a posição do centro de massa da biela é obtida através das Equações 4.22 e 4.23, conforme apresentadas na seção 4.1.2.

$$X_{pb} = R \cdot \cos(q) + U_{pb} \cdot \cos(A) + V_{pb} \cdot \sin(A)$$

$$Y_{pb} = R \cdot \sin(q) - U_{pb} \cdot \sin(A) + V_{pb} \cdot \cos(A)$$

Com isso, derivando as Equações 4.22 e 4.23 em relação ao tempo, obtém-se a velocidade do centro de massa da biela.

$$\dot{X}_{pb} = -\dot{q} \cdot R \cdot \sin(q) + \dot{A} \cdot (-U_{pb} \cdot \sin(A) + V_{pb} \cdot \cos(A)) \quad (4.89)$$

$$\dot{Y}_{pb} = \dot{q} \cdot R \cdot \cos(q) + \dot{A} \cdot (-U_{pb} \cdot \cos(A) - V_{pb} \cdot \sin(A)) \quad (4.90)$$

Portanto, reescrevendo as Equações 4.89 e 4.90 na forma matricial, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{Pb} \\ \dot{Y}_{Pb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R.\text{sen}(q) & -U_{Pb}.\text{sen}(A)+V_{Pb}.\text{cos}(A) \\ R.\text{cos}(q) & -U_{Pb}.\text{cos}(A)-V_{Pb}.\text{sen}(A) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} = [K_{Pb}] \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} \quad (4.91)$$

Sendo que  $[K_{Pb}]$  é a matriz dos coeficientes da velocidade do centro de massa da biela, obtida através da Equação 4.92.

$$[K_{Pb}] = \begin{bmatrix} -R.\text{sen}(q) & -U_{Pb}.\text{sen}(A)+V_{Pb}.\text{cos}(A) \\ R.\text{cos}(q) & -U_{Pb}.\text{cos}(A)-V_{Pb}.\text{sen}(A) \end{bmatrix} \quad (4.92)$$

Por fim, obtém-se a aceleração do centro de massa da biela, derivando a Equação 4.91 em relação ao tempo.

$$\begin{bmatrix} \ddot{X}_{Pb} \\ \ddot{Y}_{Pb} \end{bmatrix} = [K_{Pb}] \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{A} \end{bmatrix} + \dot{q} \cdot [L_{qPb}] \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} + \dot{A} \cdot [L_{APb}] \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} \quad (4.93)$$

Na qual:

$$[L_{qPb}] = \frac{\partial}{\partial q} [K_{Pb}] = \begin{bmatrix} -R.\text{cos}(q) & 0 \\ -R.\text{sen}(q) & 0 \end{bmatrix} \quad (4.94)$$

$$[L_{APb}] = \frac{\partial}{\partial A} [K_{Pb}] = \begin{bmatrix} 0 & -U_{Pb}.\text{cos}(A)-V_{Pb}.\text{sen}(A) \\ 0 & +U_{Pb}.\text{sen}(A)-V_{Pb}.\text{cos}(A) \end{bmatrix} \quad (4.95)$$

Substituindo as Equações 4.94 e 4.95 na Equação 4.93, e reorganizando os termos da equação, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \ddot{X}_{Pb} \\ \ddot{Y}_{Pb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R.\text{sen}(q) & -U_{Pb}.\text{sen}(A)+V_{Pb}.\text{cos}(A) \\ R.\text{cos}(q) & -U_{Pb}.\text{cos}(A)-V_{Pb}.\text{sen}(A) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{A} \end{bmatrix} + \dots \\ \dots + \begin{bmatrix} -R.\text{cos}(q) & -U_{Pb}.\text{cos}(A)-V_{Pb}.\text{sen}(A) \\ -R.\text{sen}(q) & +U_{Pb}.\text{sen}(A)-V_{Pb}.\text{cos}(A) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}^2 \\ \dot{A}^2 \end{bmatrix} \quad (4.96)$$

Desta forma, pode-se reescrever a Equação 4.96 como:

$$\begin{bmatrix} \ddot{X}_{Pb} \\ \ddot{Y}_{Pb} \end{bmatrix} = [K_{Pb}] \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{A} \end{bmatrix} + [L_{Pb}] \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}^2 \\ \dot{A}^2 \end{bmatrix} \quad (4.97)$$

Sendo que,  $[K_{Pb}]$  é a matriz dos coeficientes de velocidade do centro de massa da biela, conforme já apresentado na Equação 4.92, e  $[L_{Pb}]$  é a matriz da derivada parcial dos coeficientes de velocidade do centro de massa da biela, expressa como:

$$[L_{Pb}] = \begin{bmatrix} -R \cdot \cos(q) & -U_{Pb} \cdot \cos(A) - V_{Pb} \cdot \sin(A) \\ -R \cdot \sin(q) & +U_{Pb} \cdot \sin(A) - V_{Pb} \cdot \cos(A) \end{bmatrix} \quad (4.98)$$

### 4.2.3 Modelo Dinâmico do Sistema Biela-Manivela com Mancais Hidrodinâmicos

Visto que o mecanismo biela-manivela com mancais hidrodinâmicos representa um sistema mecânico de múltiplos graus de liberdade, foi utilizado o Método de Lagrange para obter a Equação de Movimento do mesmo.

O Método de Lagrange utilizado para a obtenção da Equação de Movimento, leva em consideração o balanço de energia do sistema. Por isso, torna-se necessário ter o conhecimento prévio da posição, velocidade e aceleração dos centros de massa dos componentes do sistema. Sabe-se ainda que, o Método de Lagrange pode também ser empregado em sistemas de um grau de liberdade, entretanto, nesse tipo de sistema, é mais conveniente a utilização da Equação de Movimento de Eksergian. Por isso, o mecanismo biela-manivela padrão foi modelado através da Equação de Movimento de Eksergian.

Em relação à modelagem do sistema, primeiramente analisou-se o comportamento dinâmico do subsistema formado pela manivela e pela biela (Figura 4.8), no qual obteve-se a equação de movimento do mesmo. E em seguida, determinou-se a equação de movimento do pistão. Desta forma, obteve-se um conjunto de equações que representam o comportamento dinâmico de todo o mecanismo biela-manivela com mancais hidrodinâmicos.

Vale ressaltar que, as forças hidrodinâmicas presentes na junção biela-pistão, responsáveis pela interação do subsistema manivela-biela com o pistão, foram obtidas a partir do modelo de lubrificação para mancais com movimento rotacional alternado, apresentado na seção 3.

### ***Energia Cinética do Subsistema Manivela-Biela***

Antes de calcular a energia cinética do subsistema formado pela manivela e pela biela, torna-se necessário escrever a velocidade dos centros de massa desse subsistema em uma forma geral. Assim, utilizando a Equação 4.81 e 4.91, pode-se escrever a velocidade do subsistema em uma forma geral.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{Pm} \\ \dot{Y}_{Pm} \\ \dot{X}_{Pb} \\ \dot{Y}_{Pb} \\ \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_{Pm} \cdot \text{sen}(q) - V_{Pm} \cdot \text{cos}(q) & 0 \\ U_{Pm} \cdot \text{cos}(q) - V_{Pm} \cdot \text{sen}(q) & 0 \\ -R \cdot \text{sen}(q) & -U_{Pb} \cdot \text{sen}(A) + V_{Pb} \cdot \text{cos}(A) \\ R \cdot \text{cos}(q) & -U_{Pb} \cdot \text{cos}(A) - V_{Pb} \cdot \text{sen}(A) \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} \quad (4.99)$$

A Equação 4.99 representa, de forma geral, a velocidade linear do centro de massa da manivela, a velocidade linear do centro de massa da biela, além da velocidade angular da manivela e biela, respectivamente. Pode-se ainda, reescrever a Equação 4.99 como:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{Pm} \\ \dot{Y}_{Pm} \\ \dot{X}_{Pb} \\ \dot{Y}_{Pb} \\ \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} = [K_C] \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} \quad (4.100)$$

Sendo que,  $[K_C]$  é a matriz dos coeficientes de velocidade do subsistema formado pela manivela e pela biela, que é definida como:

$$[K_c] = \begin{bmatrix} -U_{pm} \cdot \text{sen}(q) - V_{pm} \cdot \text{cos}(q) & 0 \\ U_{pm} \cdot \text{cos}(q) - V_{pm} \cdot \text{sen}(q) & 0 \\ -R \cdot \text{sen}(q) & -U_{pb} \cdot \text{sen}(A) + V_{pb} \cdot \text{cos}(A) \\ R \cdot \text{cos}(q) & -U_{pb} \cdot \text{cos}(A) - V_{pb} \cdot \text{sen}(A) \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.101)$$

Conforme descrito em Doughty (1988), a energia cinética de um sistema pode ser representada como:

$$T = 0,5 \cdot [\dot{q}_i]^T \cdot [K_c]^T \cdot [M] \cdot [K_c] \cdot [\dot{q}_i] \quad (4.102)$$

No qual,  $[\dot{q}_i]$  é o vetor de velocidades generalizada,  $[K_c]$  é a matriz de coeficientes de velocidade e  $[M]$  é a matriz de inércia do sistema.

Dessa forma, aplicando-se a Equação 4.102 ao subsistema manivela-biela, obtém-se:

$$T = 0,5 \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} & \dot{A} \end{bmatrix} \cdot [K_c]^T \cdot [M] \cdot [K_c] \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} \quad (4.103)$$

Sendo que  $[K_c]$  é a matriz de coeficientes de velocidade, conforme já definida na Equação 4.101 e  $[M]$  é a matriz de massa do sistema analisado.

A matriz de massa deve ser montada conforme a posição de cada componente na matriz de coeficientes de velocidade. Diante disso, pode-se escrever a matriz de massa desse subsistema como:

$$[M] = \begin{bmatrix} M_M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_M & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_B \end{bmatrix} \quad (4.104)$$

No qual,  $M_M$ ,  $M_B$ ,  $I_M$  e  $I_B$  são a massa da manivela, massa da biela, inércia da manivela e inércia da biela, respectivamente.

### ***Forças Generalizadas aplicadas no Subsistema Manivela-Biela***

As forças generalizadas podem ser obtidas através da matriz de coeficientes de velocidade do ponto onde as forças externas são aplicadas. Com isso, sabendo que as forças externas  $F_{xp}$  e  $F_{yp}$  são aplicadas no pino do subsistema analisado, portanto:

$$\begin{bmatrix} \partial X_p \\ \partial Y_p \end{bmatrix} = [K_p] \cdot \begin{bmatrix} \partial q \\ \partial A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R \cdot \text{sen}(q) & -L \cdot \text{sen}(A) \\ R \cdot \text{cos}(q) & -L \cdot \text{cos}(A) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \partial q \\ \partial A \end{bmatrix} \quad (4.105)$$

Desta forma, as forças generalizadas devido as forças hidrodinâmicas ( $F_{xp}$  e  $F_{yp}$ ) podem ser obtidas como:

$$\begin{bmatrix} Q_q \\ Q_A \end{bmatrix} = [K_p]^T \cdot \begin{bmatrix} F_{xp} \\ F_{yp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R \cdot \text{sen}(q) & R \cdot \text{cos}(q) \\ -L \cdot \text{sen}(A) & -L \cdot \text{cos}(A) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_{xp} \\ F_{yp} \end{bmatrix} \quad (4.106)$$

Por fim, considerando ainda o torque externo ( $\tau_{ext}$ ) aplicado na manivela, tem-se:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Q_q \\ Q_A \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -F_{xp} \cdot R \cdot \text{sen}(q) + F_{yp} \cdot R \cdot \text{cos}(q) \\ -F_{xp} \cdot L \cdot \text{sen}(A) - F_{yp} \cdot L \cdot \text{cos}(A) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_{ext} \\ 0 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} -F_{xp} \cdot R \cdot \text{sen}(q) + F_{yp} \cdot R \cdot \text{cos}(q) + \tau_{ext} \\ -F_{xp} \cdot L \cdot \text{sen}(A) - F_{yp} \cdot L \cdot \text{cos}(A) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.107)$$

### ***Equação de Movimento do Subsistema Manivela-Biela***

A fim de determinar a equação de movimento do subsistema manivela-biela, foi utilizada a segunda forma geral do método de Lagrange, pois leva em consideração a energia potencial do sistema. Desta forma, de acordo com o método de Lagrange têm-se:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j^{nc} \quad (4.108)$$

No qual L é chamada de função Lagrangeana e tem por finalidade representar a diferença entre a energia cinética e a energia potencial do sistema analisado. Desta forma, tem-se:

$$L = T - E_p \quad (4.109)$$

Sendo que T representa a energia cinética e  $E_p$  representa a energia potencial do sistema.

Após substituir a Equação 4.109 na Equação 4.108, obtém-se:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{d}{dt} \frac{\partial E_p}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial E_p}{\partial q_j} = Q_j^{nc} \quad (4.110)$$

A energia potencial de um sistema é obtida apenas em função da coordenada de posição do mesmo. A partir disso, tem-se:

$$\frac{\partial E_p}{\partial \dot{q}_j} = 0 \quad (4.111)$$

Com isso, pode-se simplificar a Equação 4.110, visto que a energia potencial não depende da velocidade do sistema.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial E_p}{\partial q_j} = Q_j^{nc} \quad (4.112)$$

O lado direito da Equação 4.112 é composto por um vetor coluna, que representa as forças generalizadas devido às forças não conservativas aplicadas no sistema. Já o lado esquerdo da equação, representa as forças conservativas do sistema, obtidas a partir das energias cinética e potencial do mesmo. A energia cinética do subsistema formado pela manivela e pela biela foi definida na Equação 4.103 como:

$$T = 0,5 \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} & \dot{A} \end{bmatrix} \cdot [\mathbf{K}_C]^T \cdot [\mathbf{M}] \cdot [\mathbf{K}_C] \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix}$$

Assim, utilizando a Equação 4.103, pode-se determinar o segundo termo da Equação 4.112, que representa a derivada da energia cinética em relação às coordenadas independentes  $q$  e  $A$ .

A Equação 4.113 e 4.114 representam as derivadas da energia cinética em relação as coordenadas  $q$  e  $A$ , respectivamente.

$$\frac{\partial T}{\partial q} = 0,5 \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} & \dot{A} \end{bmatrix} \cdot \left( [\mathbf{L}_q]^T \cdot [\mathbf{M}] \cdot [\mathbf{K}_C] + [\mathbf{K}_C]^T \cdot [\mathbf{M}] \cdot [\mathbf{L}_q] \right) \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} \quad (4.113)$$

$$\frac{\partial T}{\partial A} = 0,5 \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} & \dot{A} \end{bmatrix} \cdot \left( [\mathbf{L}_A]^T \cdot [\mathbf{M}] \cdot [\mathbf{K}_C] + [\mathbf{K}_C]^T \cdot [\mathbf{M}] \cdot [\mathbf{L}_A] \right) \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} \quad (4.114)$$

Sendo que,  $[\mathbf{L}_q]$  e  $[\mathbf{L}_A]$  são as matrizes das derivadas parciais dos coeficientes de velocidade do subsistema em função das coordenadas  $q$  e  $A$ , respectivamente. Desta forma, define-se:

$$[\mathbf{L}_q] = \frac{\partial}{\partial q} [\mathbf{K}_C] = \begin{bmatrix} -U_{pm} \cdot \cos(q) + V_{pm} \cdot \sin(q) & 0 \\ -U_{pm} \cdot \sin(q) - V_{pm} \cdot \cos(q) & 0 \\ -R \cdot \cos(q) & 0 \\ -R \cdot \sin(q) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.115)$$

$$[L_A] = \frac{\partial}{\partial A} [K_C] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -U_{pb} \cdot \cos(A) - V_{pb} \cdot \sin(A) \\ 0 & +U_{pb} \cdot \sin(A) - V_{pb} \cdot \cos(A) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.116)$$

As Equações 4.113 e 4.114 podem ainda ser reescritas conforme segue:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} = \begin{bmatrix} \dot{q} & \dot{A} \end{bmatrix} \cdot [N_q] \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} \quad (4.117)$$

$$\frac{\partial T}{\partial A} = \begin{bmatrix} \dot{q} & \dot{A} \end{bmatrix} \cdot [N_A] \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} \quad (4.118)$$

Nos quais:

$$[N_q] = 0,5 \cdot \left( [L_q]^T \cdot [M] \cdot [K_C] + [K_C]^T \cdot [M] \cdot [L_q] \right) \quad (4.119)$$

$$[N_A] = 0,5 \cdot \left( [L_A]^T \cdot [M] \cdot [K_C] + [K_C]^T \cdot [M] \cdot [L_A] \right) \quad (4.120)$$

Portanto, pode-se reescrever matricialmente as Equações 4.117 e 4.118 como:

$$\frac{\partial T}{\partial \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix}} = \left( \begin{bmatrix} \dot{q} & \dot{A} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot [N_q] + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \dot{q} & \dot{A} \end{bmatrix} \cdot [N_A] \right) \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} \quad (4.121)$$

A fim de determinar o primeiro termo da Equação 4.112, derivou-se a energia cinética (Equação 4.103) em função das coordenadas  $\dot{q}$  e  $\dot{A}$ , obtendo-se:

$$\frac{\partial T}{\partial \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix}} = ([K_C]^T \cdot [M] \cdot [K_C]) \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} \quad (4.122)$$

Após calcular a derivada da energia cinética em relação a  $\dot{q}$  e  $\dot{A}$ , derivou-se a expressão resultante (Equação 4.122) em relação ao tempo. Assim, obteve-se:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix}} &= [K_C]^T \cdot [M] \cdot [K_C] \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{A} \end{bmatrix} + \dot{q} \cdot \left( [L_q]^T \cdot [M] \cdot [K_C] + [K_C]^T \cdot [M] \cdot [L_q] \right) \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} + \dots \\ &\dots + \dot{A} \cdot \left( [L_A]^T \cdot [M] \cdot [K_C] + [K_C]^T \cdot [M] \cdot [L_A] \right) \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.123)$$

Substituindo as Equações 4.119 e 4.120 na Equação 4.123, pode-se escrever:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix}} = [K_C]^T \cdot [M] \cdot [K_C] \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{A} \end{bmatrix} + \left( 2 \cdot \dot{q} \cdot [N_q] + 2 \cdot \dot{A} \cdot [N_A] \right) \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} \quad (4.124)$$

Desta forma, é possível determinar a diferença entre o primeiro e o segundo termo da Equação 4.112, subtraindo a Equação 4.122 da Equação 4.124. Desta forma:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix}} - \frac{\partial T}{\partial \begin{bmatrix} q \\ A \end{bmatrix}} &= [K_C]^T \cdot [M] \cdot [K_C] \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{A} \end{bmatrix} + \left( 2 \cdot \dot{q} \cdot [N_q] + 2 \cdot \dot{A} \cdot [N_A] \right) \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} - \dots \\ &\dots - \left( \begin{bmatrix} \dot{q} & \dot{A} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot [N_q] + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \dot{q} & \dot{A} \end{bmatrix} \cdot [N_A] \right) \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.125)$$

Rearranjando a Equação 4.125, obtém-se:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix}} - \frac{\partial T}{\partial \begin{bmatrix} q \\ A \end{bmatrix}} = [K_C]^T \cdot [M] \cdot [K_C] \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{A} \end{bmatrix} + \left( \begin{bmatrix} \dot{q} & -\dot{A} \\ 0 & 2 \cdot \dot{q} \end{bmatrix} \cdot [N_q] + \begin{bmatrix} 2 \cdot \dot{A} & 0 \\ -\dot{q} & \dot{A} \end{bmatrix} \cdot [N_A] \right) \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} \quad (4.126)$$

Portanto, substituindo as Equações 4.107 e 4.126 na Equação 4.112, determina-se a equação de movimento do subsistema formado pela manivela e pela biela.

$$\begin{aligned}
 & [\mathbf{K}_C]^T \cdot [\mathbf{M}] \cdot [\mathbf{K}_C] \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{A} \end{bmatrix} + \left( \begin{bmatrix} \dot{q} & -\dot{A} \\ 0 & 2 \cdot \dot{q} \end{bmatrix} \cdot [\mathbf{N}_q] + \begin{bmatrix} 2 \cdot \dot{A} & 0 \\ -\dot{q} & \dot{A} \end{bmatrix} \cdot [\mathbf{N}_A] \right) \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} + \dots \\
 & \dots + \frac{\partial E_p}{\partial \begin{bmatrix} q \\ A \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} -F_{xp} \cdot R \cdot \text{sen}(q) + F_{yp} \cdot R \cdot \text{cos}(q) + \tau_{\text{ext}} \\ -F_{xp} \cdot L \cdot \text{sen}(A) - F_{yp} \cdot L \cdot \text{cos}(A) \end{bmatrix} \quad (4.127)
 \end{aligned}$$

A Equação 4.127 representa a Equação de Movimento do subsistema composto pela manivela e pela biela, obtida através da segunda forma geral do Método de Lagrange, que leva em consideração a energia potencial do sistema. Entretanto, caso seja desejado, pode-se escrever a Equação de Movimento do subsistema sem considerar a energia potencial como:

$$\begin{aligned}
 & [\mathbf{K}_C]^T \cdot [\mathbf{M}] \cdot [\mathbf{K}_C] \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{A} \end{bmatrix} + \left( \begin{bmatrix} \dot{q} & -\dot{A} \\ 0 & 2 \cdot \dot{q} \end{bmatrix} \cdot [\mathbf{N}_q] + \begin{bmatrix} 2 \cdot \dot{A} & 0 \\ -\dot{q} & \dot{A} \end{bmatrix} \cdot [\mathbf{N}_A] \right) \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} = \\
 & = \begin{bmatrix} -F_{xp} \cdot R \cdot \text{sen}(q) + F_{yp} \cdot R \cdot \text{cos}(q) + \tau_{\text{ext}} \\ -F_{xp} \cdot L \cdot \text{sen}(A) - F_{yp} \cdot L \cdot \text{cos}(A) \end{bmatrix} \quad (4.128)
 \end{aligned}$$

### ***Termo da Energia Potencial na Equação de Movimento***

A diferença entre as duas formas do Método de Lagrange, dadas pelas Equações 4.128 (1º forma) e 4.127 (2º forma), é que a segunda apresenta um termo adicional na Equação de Movimento, quando comparada com a primeira forma, referente à energia potencial do sistema analisado.

Diante disso, torna-se necessário determinar a energia potencial do subsistema formado pela manivela e pela biela, para calcular o termo  $\frac{\partial E_p}{\partial \begin{bmatrix} q \\ A \end{bmatrix}}$  da Equação 4.127.

A Figura 4.9 representa o subsistema formado pela manivela e pela biela, considerando o centro de massa dos componentes.

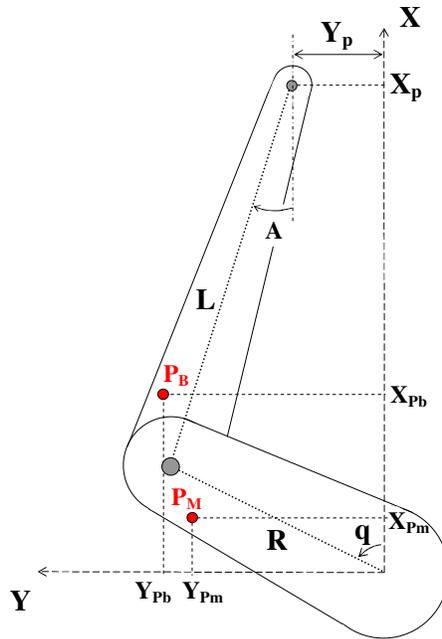


Figura 4.9 – Subsistema com Centros de Massas na Manivela e na Biela.

De acordo com a Figura 4.9, pode-se escrever:

$$E_p = g \cdot [(M_M \cdot X_{pm}) + (M_B \cdot X_{pb})] \quad (4.129)$$

Portanto, derivando a Equação 4.129 em função da posição angular da manivela ( $q$ ), tem-se:

$$\frac{\partial E_p}{\partial q} = g \cdot \left[ \left( M_M \cdot \frac{\partial X_{pm}}{\partial q} \right) + \left( M_B \cdot \frac{\partial X_{pb}}{\partial q} \right) \right] \quad (4.130)$$

Após substituir as Equações 4.14 e 4.22 na Equação 4.130, determinam-se as derivadas em relação a coordenada  $q$ , e por fim obtém-se a Equação 4.131:

$$\frac{\partial E_p}{\partial q} = g \cdot [M_M \cdot (-U_{pm} \cdot \sin(q) - V_{pm} \cdot \cos(q)) + M_B \cdot (-R \cdot \sin(q))] \quad (4.131)$$

De forma análoga, determina-se a derivada da Equação 4.129 em relação a posição angular da manivela (A).

$$\frac{\partial E_p}{\partial A} = g \cdot \left[ \left( M_M \cdot \frac{\partial X_{Pm}}{\partial A} \right) + \left( M_B \cdot \frac{\partial X_{Pb}}{\partial A} \right) \right] \quad (4.132)$$

Substituindo as Equações 4.14 e 4.22 na Equação 4.132 e determinando as derivadas em relação a coordenada A, obtém-se então:

$$\frac{\partial E_p}{\partial A} = g \cdot \left[ M_B \cdot (-U_{pb} \cdot \text{sen}(A) + V_{pb} \cdot \text{cos}(A)) \right] \quad (4.133)$$

Portanto, reescrevendo as Equações 4.131 e 4.133 na forma matricial, tem-se que:

$$\frac{\partial E_p}{\partial \begin{bmatrix} q \\ A \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} g \cdot (M_M \cdot (-U_{pm} \text{sen}(q) - V_{pm} \text{cos}(q)) + M_B \cdot (-R \cdot \text{sen}(q))) \\ g \cdot (M_B \cdot (-U_{pb} \cdot \text{sen}(A) + V_{pb} \cdot \text{cos}(A))) \end{bmatrix} \quad (4.134)$$

Desta forma, substituindo a Equação 4.134 na Equação 4.127, obtém-se a Equação de Movimento do subsistema manivela-biela, considerando a energia potencial devido aos centros de massa da manivela e da biela.

$$\begin{aligned} & [K_C]^T \cdot [M] \cdot [K_C] \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{A} \end{bmatrix} + \left( \begin{bmatrix} \dot{q} & -\dot{A} \\ 0 & 2 \cdot \dot{q} \end{bmatrix} \cdot [N_q] + \begin{bmatrix} 2 \cdot \dot{A} & 0 \\ -\dot{q} & \dot{A} \end{bmatrix} \cdot [N_A] \right) \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} + \dots \\ & \dots + \begin{bmatrix} g \cdot (M_M \cdot (-U_{pm} \text{sen}(q) - V_{pm} \text{cos}(q)) + M_B \cdot (-R \cdot \text{sen}(q))) \\ g \cdot (M_B \cdot (-U_{pb} \cdot \text{sen}(A) + V_{pb} \cdot \text{cos}(A))) \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} -F_{xp} \cdot R \cdot \text{sen}(q) + F_{yp} \cdot R \cdot \text{cos}(q) + \tau_{\text{ext}} \\ -F_{xp} \cdot L \cdot \text{sen}(A) - F_{yp} \cdot L \cdot \text{cos}(A) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.135)$$

### Equação de Movimento do Pistão

Após determinar a Equação de Movimento do sistema formado pela manivela e pela biela, analisa-se também o comportamento dinâmico do pistão.

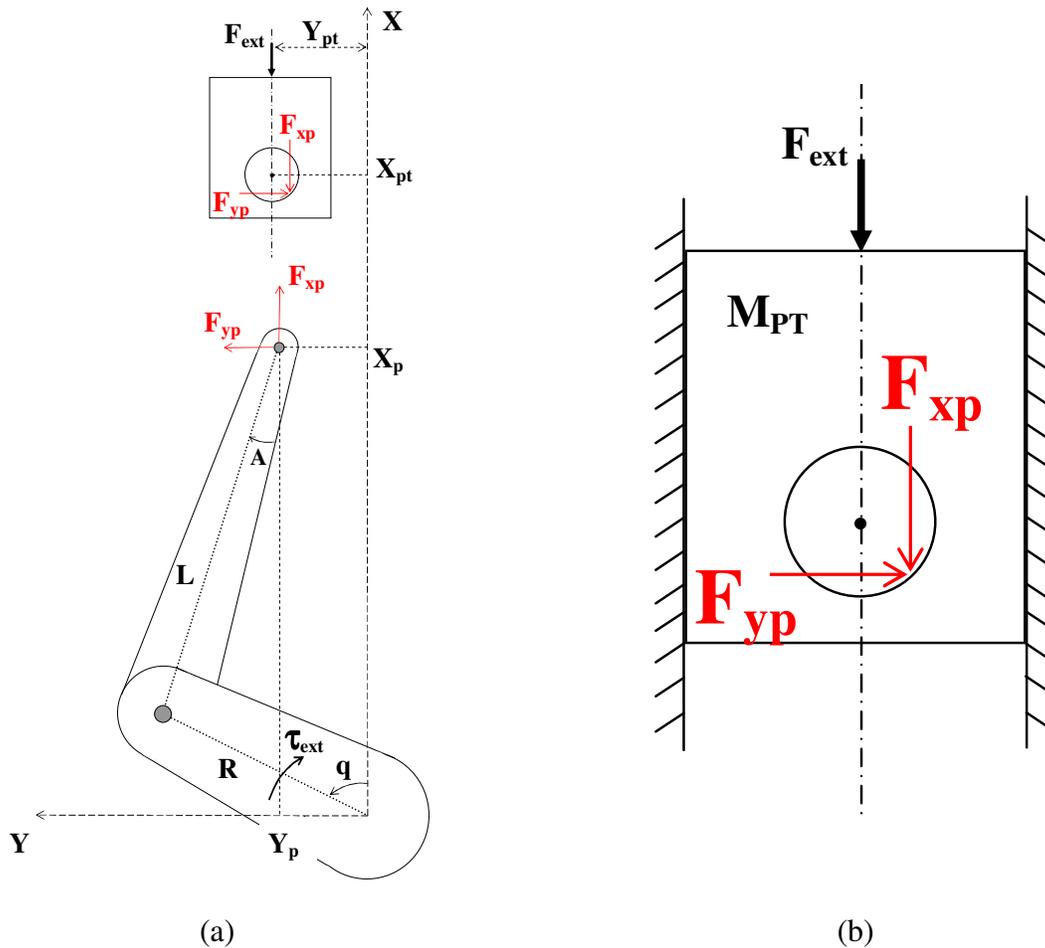


Figura 4.10 – Sistema biela-manivela com Mancal Hidrodinâmico, (a) Vista Expandida, (b) Representação do Pistão juntamente com as forças atuantes.

A Figura 4.10 apresenta o sistema biela-manivela com mancal hidrodinâmico na junção biela-pistão, na qual pode-se observar as forças que agem na ligação pistão-pino. Desta forma, considerando o esquema apresentado na Figura 4.10, realiza-se a análise dinâmica do pistão.

Conforme pode ser observado na Figura 4.10(b), o movimento do pistão é restrito na direção Y, considerando apenas o movimento na coordenada X. Por esse motivo, escreve-se:

$$M_{PT} \cdot \ddot{X}_{PT} = -F_{ext} - F_{xp} - (M_{PT} \cdot g) \quad (4.136)$$

Sendo que  $M_{PT}$  é a massa do pistão,  $F_{ext}$  é a força devido à combustão,  $F_{xp}$  é a força hidrodinâmica na direção X,  $g$  é a aceleração gravitacional e  $\ddot{X}_{PT}$  é a aceleração do pistão na direção X.

Por fim, agrupando as Equações 4.135 e 4.136, obtém-se a Equação de Movimento do sistema biela-manivela completo, ou seja, que considera o mancal hidrodinâmico na junção biela-pistão.

$$\begin{aligned} & [K_C]^T \cdot [M] \cdot [K_C] \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{A} \end{bmatrix} + \left( \begin{bmatrix} \dot{q} & -\dot{A} \\ 0 & 2 \cdot \dot{q} \end{bmatrix} \cdot [N_q] + \begin{bmatrix} 2 \cdot \dot{A} & 0 \\ -\dot{q} & \dot{A} \end{bmatrix} \cdot [N_A] \right) \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{A} \end{bmatrix} + \dots \\ & \dots + \begin{bmatrix} g \cdot (M_M \cdot (-U_{Pm} \cdot \sin(q) - V_{Pm} \cdot \cos(q)) + M_B \cdot (-R \cdot \sin(q))) \\ g \cdot (M_B \cdot (-U_{pb} \cdot \sin(A) + V_{pb} \cdot \cos(A))) \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} -F_{xp} \cdot R \cdot \sin(q) + F_{yp} \cdot R \cdot \cos(q) + \tau_{ext} \\ -F_{xp} \cdot L \cdot \sin(A) - F_{yp} \cdot L \cdot \cos(A) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.137)$$

$$M_{PT} \cdot \ddot{X}_{PT} = -F_{ext} - F_{xp} - (M_{PT} \cdot g)$$

A Equação 4.137 representa um sistema de equações diferenciais de segunda ordem, que descreve o movimento do sistema biela-manivela com mancal hidrodinâmico na junção biela-pistão.

Diferentemente da Equação de Movimento do sistema biela-manivela convencional (Equação 4.68), a Equação 4.137 tem a capacidade de descrever o movimento do pino no interior do furo do pistão, o que permite analisar as condições de lubrificação do mancal hidrodinâmico da junção biela-pistão.

Vale notar que, além da não-linearidade devido às equações que compõem esse sistema de equações diferenciais (Equação 4.137), há também o comportamento não-linear das forças hidrodinâmicas, obtidas a partir do modelo de lubrificação descrito na seção 3.

#### 4.2.4 Estrutura para Solução do Modelo Matemático

A seguir é apresentada a estrutura utilizada para a resolução do modelo matemático do mecanismo biela-manivela, considerando mancal hidrodinâmico na junção biela-pistão.

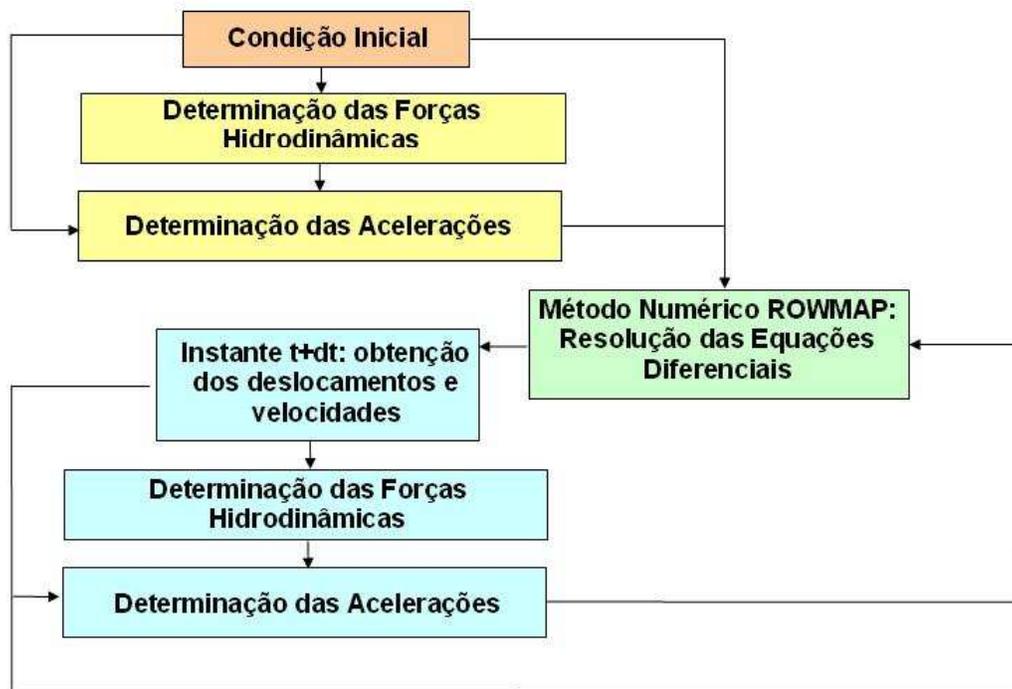


Figura 4.11 – Fluxograma para Solução do Modelo Matemático sem Avaliação da Razão de Excentricidade.

Conforme pode ser verificado na Figura 4.11, a partir das condições iniciais (deslocamento inicial e velocidade inicial do pino e do pistão) determinam-se as forças hidrodinâmicas iniciais no mancal através do modelo de lubrificação. Em seguida, utilizando-se das condições iniciais, das forças hidrodinâmicas iniciais e do modelo matemático (Equação 4.137), determinam-se as acelerações iniciais do pino e do pistão.

Uma vez conhecido o deslocamento, velocidade e aceleração inicial do pino e do pistão, utiliza-se um método numérico para resolver a equação de movimento do sistema (conjunto de equações diferenciais), obtendo assim o deslocamento e a velocidade do pino e do pistão para o instante seguinte. Após determinar o novo deslocamento e a nova velocidade do pino e do pistão, o processo repete-se sucessivamente, ou seja, determinam-se então as novas forças hidrodinâmicas, as novas acelerações e, por fim, obtém-se o deslocamento e a velocidade para o próximo instante.

Vale ressaltar que, a escolha do método numérico não foi tarefa fácil, devido ao nível de dificuldade em solucionar o conjunto de equações diferenciais, que compõem o modelo matemático do sistema biela-manivela com mancal hidrodinâmico. Para isso, inicialmente, utilizou-se o método Newmark (Bathe e Wilson, 1976), entretanto, este método não obteve convergência. Em seguida, utilizou-se o método Newmark operando conjuntamente com o método de busca Newton-Raphson, o que forneceu resultados mais coerentes. Todavia, apesar da melhora dos resultados, mesmo assim não foi possível obter uma resposta completa, pois a solução fornecida apresentava alguns pontos sem convergência. Por fim, empregou-se um método numérico desenvolvido especificamente para resolução de sistemas de equações rígidas, conforme as apresentadas no modelo do mecanismo biela-manivela com mancal hidrodinâmico. Esse método, denominado Rowmap (Weiner e Schmitt, 1995, Weiner et al., 1996), foi desenvolvido por um grupo de matemáticos do Instituto de Matemática Numérica da Universidade de Halle, Alemanha. Dessa forma, com o auxílio desse método, obtiveram-se soluções convergentes para todas as simulações analisadas ao longo desse trabalho.

Durante a realização das simulações computacionais, verificou-se que, em determinados instantes, a resposta obtida era incoerente fisicamente, pois a órbita do pino excedia o diâmetro do furo no pistão. Na verdade, durante as simulações, observou-se que o pino partia de uma posição inicial e se deslocava em direção a parede do mancal até atingir o contato. Esse comportamento ocorre, pois as forças hidrodinâmicas atuantes no mancal não são suficientes para promover um movimento relativo de separação entre o pino e a parede do mancal, de forma a evitar o contato. O fato das forças não serem suficientemente elevadas é consequência do modelo de lubrificação hidrodinâmica empregado neste trabalho, que leva em consideração apenas à

condição de lubrificação hidrodinâmica. Entretanto, sabe-se que quando o pino está muito próximo da parede do mancal (alta excentricidade), a condição de lubrificação é a elastohidrodinâmica, que leva em consideração os efeitos elástico do filme de óleo e dos componentes mecânicos (pino e parede do mancal), resultando em forças hidrodinâmicas significativamente mais elevadas.

Por esse motivo, houve a necessidade em corrigir a estrutura utilizada na solução do modelo apresentado. A Figura 4.12 apresenta o fluxograma da nova estrutura para solução do modelo matemático.

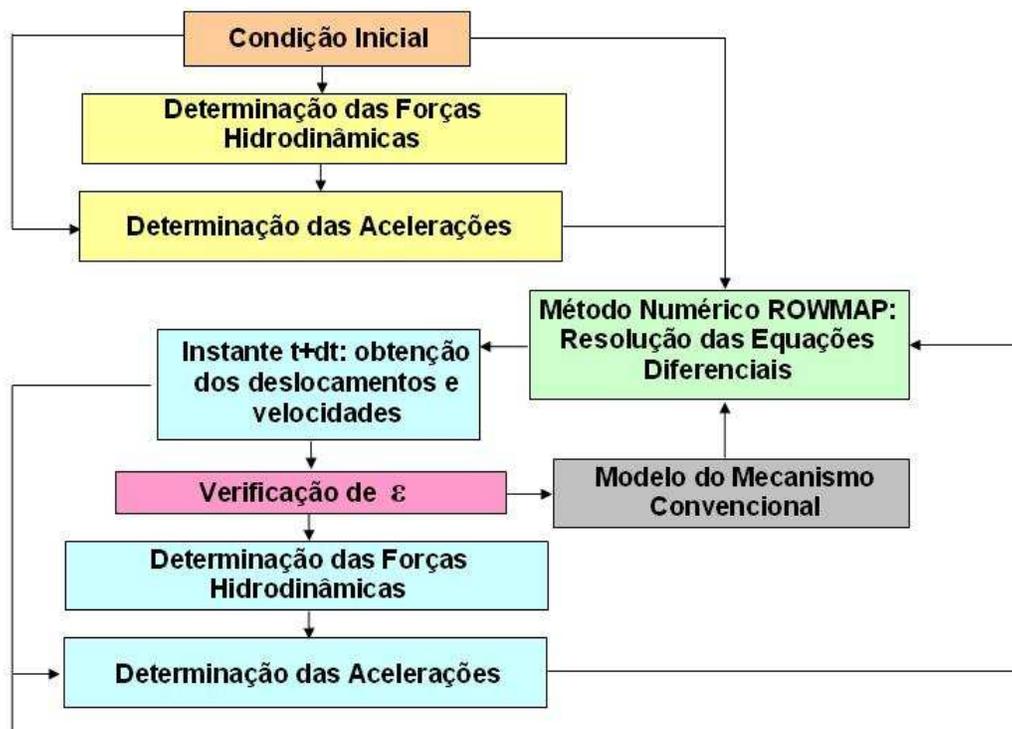


Figura 4.12 – Fluxograma para Solução do Modelo Matemático com Avaliação da Razão de Excentricidade.

Conforme pode ser verificado na Figura 4.12, a nova estrutura para solução é muito similar a apresentada anteriormente. Entretanto, com o objetivo de solucionar o problema do contato pino-mancal, foram realizadas algumas alterações. Diante disso, diferentemente que considerado na estrutura anterior, nesta estrutura considerou-se uma razão de excentricidade limite para a condição de lubrificação hidrodinâmica, sendo que excedendo essa excentricidade limite,

assume-se que o pino está em contato com a parede do mancal. Além disso, considerou que, estando o pino em contato com a parede do mancal, o comportamento dinâmico do sistema pode ser representado pelo mecanismo biela-manivela convencional, pois, nesta condição, o mancal hidrodinâmico não apresenta folga em relação ao pino, tornando similar a um mancal rígido (sem folga).

Por esse motivo, pode-se verificar na Figura 4.12, que após a determinação de cada novo ponto (ou instante), avalia-se então a razão de excentricidade correspondente. Caso essa razão de excentricidade seja menor que a razão de excentricidade limite, a resolução do sistema prossegue considerando a condição de lubrificação hidrodinâmica. Entretanto, caso essa nova razão de excentricidade seja maior que a razão de excentricidade limite, então prossegue a resolução do sistema considerando a condição de contato, sendo então utilizadas as equações da análise dinâmica do mecanismo biela-manivela convencional.

Uma vez que o sistema está sob a condição de contato, assumiu-se que o mesmo retornará a condição de lubrificação hidrodinâmica, quando houver a inversão de movimento do pistão ( $q = 180^\circ$  ou  $q = 360^\circ$ ), ou seja, uma vez o pino estando em contato com a parede do mancal, ele apenas irá descolar da parede quando ocorrer à inversão de movimento do pistão.

Conforme apresentado na Figura 4.12, a estrutura para solução do comportamento dinâmico do sistema pino pistão é relativamente simples, porém a complexidade na resolução das equações demanda um custo computacional significativo. Neste trabalho, as simulações computacionais foram realizadas utilizando um microcomputador com duplo processador de 1,8 GHz cada e o tempo necessário foi em torno de 7 horas, sendo que quanto mais o pino permanecia na condição de lubrificação, maior era o tempo gasto na simulação.

## Capítulo 5

### Análise dos Resultados

Com o intuito de analisar a consistência dos modelos apresentados neste trabalho, foram realizadas simulações computacionais.

Desta forma, foram analisados inicialmente os resultados obtidos do modelo de lubrificação de mancais com movimento de rotação alternada, o que permitiu investigar a distribuição de pressão no mancal, as tensões de cisalhamento e as forças hidrodinâmicas de sustentação. Além disso, analisou-se a influência de três parâmetros críticos do modelo: a velocidade angular da manivela, a razão de excentricidade e a relação  $L/R_b$ .

Em seguida, foi analisado o modelo matemático do mecanismo biela-manivela padrão. Nestas análises investigaram-se a dinâmica do mecanismo biela-manivela convencional, o que permitiu determinar o deslocamento, a velocidade e a aceleração dos componentes que compõem este sistema.

E por fim, foi investigado o comportamento dinâmico do mecanismo biela-manivela com mancal hidrodinâmico na junção biela-pistão. Assim, a partir dos resultados obtidos nesse modelo, foi possível analisar a condição de lubrificação hidrodinâmica na junção biela-pistão, assim como o comportamento dinâmico do sistema mecânico.

## 5.1 Resultados do Modelo de Lubrificação

A simulação computacional do modelo matemático de lubrificação hidrodinâmica foi realizada considerando os dados apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Dados do Mancal Hidrodinâmico.

Parâmetros e Unidades	Símbolo	Valor
Raio do Mancal [m]	$R_b$	0,010
Raio do Eixo [m]	$R_j$	0,00996
Largura do Mancal [m]	w	0,015
Folga Radial [m]	$C_r$	0,000020
Viscosidade Absoluta [Pa.s]	$\mu$	0,0117
Densidade de Massa [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]	$\rho$	887,8
Comprimento da Manivela [m]	R	0,0508

Desta forma, utilizando os dados apresentados na Tabela 5.1, realizou-se a simulação computacional do modelo de lubrificação. O algoritmo utilizado na simulação foi desenvolvido em Fortran<sup>®</sup>. Vale ressaltar, que foi necessário, para a implementação do modelo matemático de lubrificação, utilizar um método de integração numérica para determinar a distribuição de pressão e as forças hidrodinâmicas de sustentação. Por esse motivo, foi desenvolvida uma sub-rotina fundamentada no método da Quadratura Adaptativa de Gauss-Lobato (Gander et al., 2000).

### 5.1.1 Influência da Velocidade Angular da Manivela

Os resultados apresentados a seguir mostram a influência da velocidade angular da manivela na distribuição de pressão, na tensão de cisalhamento do fluido e nas forças hidrodinâmicas de sustentação. Portanto, considerando os dados da Tabela 5.1, a razão de excentricidade ( $\epsilon$ ) sendo 0,8 e o comprimento da biela como 0,2032 metros, analisou-se a distribuição de pressão para as condições de velocidade de 250 rad/s, 500 rad/s, 700 rad/s e 1000 rad/s.

Pode-se verificar na Figura 5.1, que a distribuição de pressão no mancal é significativamente sensível à velocidade angular da manivela, sendo que, conforme já esperado, quanto maior a velocidade, maior é a pressão distribuída ao longo do mancal.

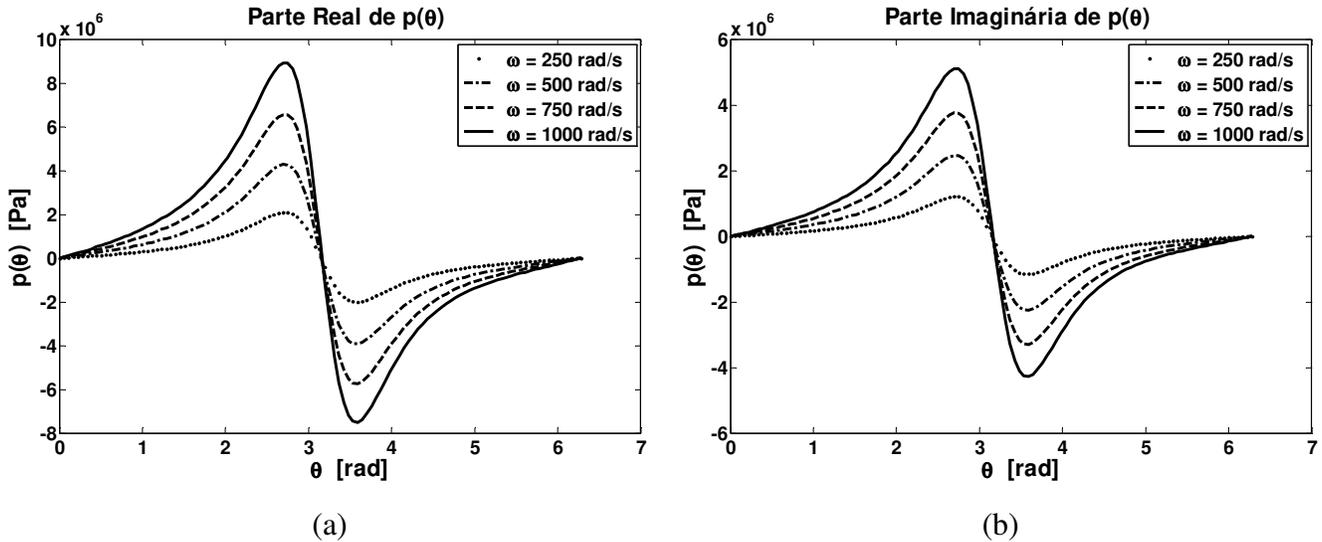


Figura 5.1 – Distribuição de Pressão Instantânea no Mancal Hidrodinâmico durante Análise da Velocidade, (a) Parte Real, (b) Parte Imaginária.

A Figura 5.1 apresenta a distribuição de pressão instantânea ao longo do mancal, sendo que, para isso, considerou-se a posição angular da manivela como  $30^\circ$ , ou seja,  $q = \omega.t = 0,5236$  rad.

Segundo descrito no capítulo 3, o modelo matemático de lubrificação é desenvolvido no domínio complexo, no qual tanto a parte real quanto a parte imaginária são consideradas para a obtenção das forças hidrodinâmicas.

A Figura 5.1(a) apresenta a parte real da distribuição de pressão, sendo que de  $0$  a  $\pi$  apresenta-se a pressão positiva e de  $\pi$  a  $2\pi$  apresenta-se a pressão negativa. Entretanto, considerando que o fluido preencha toda a folga do mancal, sabe-se que a pressão no trecho de  $\pi$  a  $2\pi$  pode ser considerada nula.

Por isso, as forças hidrodinâmicas são obtidas a partir da integração da pressão de 0 a  $\pi$  radianos, ou seja, apenas na região onde de fato há pressão positiva. Esta é a mesma suposição considerada na meia solução de Sommerfeld (Sommerfeld, 1904).

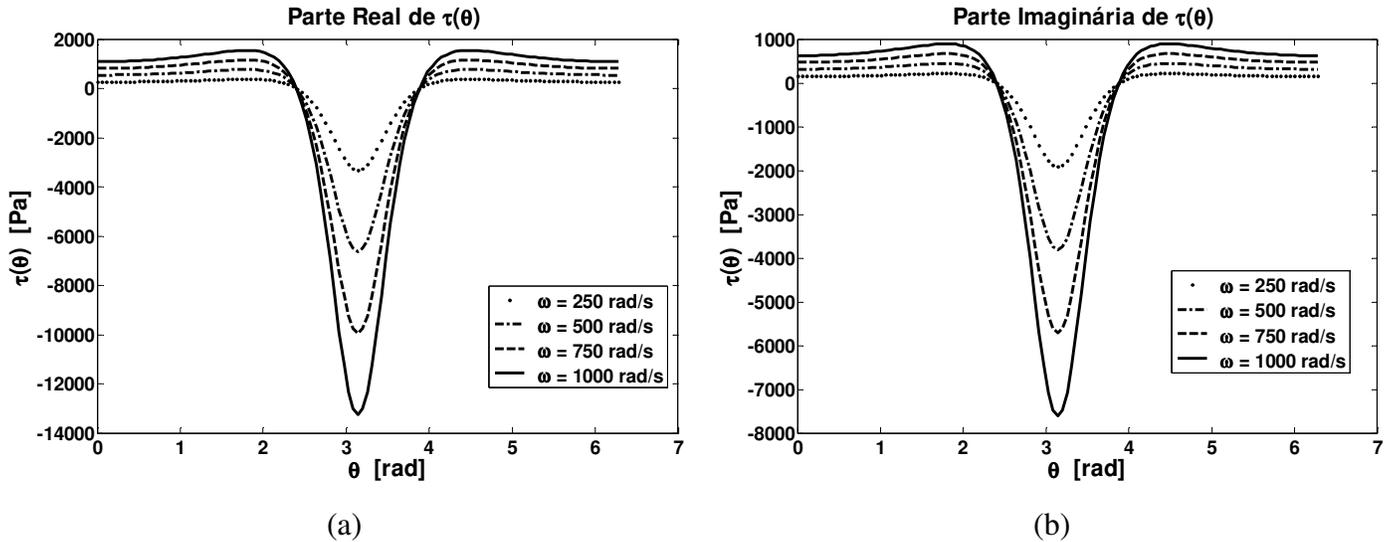


Figura 5.2 – Distribuição da Tensão de Cisalhamento instantânea do Fluido durante Análise da Velocidade, (a) Parte Real, (b) Parte Imaginária.

A Figura 5.2 mostra a tensão de cisalhamento no eixo do mancal (pino pistão), sendo determinada como  $\tau = \mu \cdot \left. \frac{\partial v_\theta}{\partial y} \right|_{y=h(\theta)}$ . Pode-se observar, ainda, que, conforme ocorrido com a pressão, a tensão de cisalhamento é diretamente dependente da velocidade angular da manivela. Além disso, verifica-se que, tanto na pressão quanto na tensão de cisalhamento, os valores apresentados variam proporcionalmente à variação da velocidade angular da manivela. Assim, os picos de pressão e tensão de cisalhamento máximo a 1000 rad/s são da ordem de 4 vezes maiores que os valores apresentados a 250 rad/s.

De acordo com a Equação 3.37, a força hidrodinâmica diferencial pode ser escrita como a multiplicação da área diferencial pelo tensor, sendo o tensor composto pela pressão hidrodinâmica e pela tensão de cisalhamento. Assim, as forças hidrodinâmicas são obtidas a partir da pressão e da tensão de cisalhamento. Entretanto, conforme pode-se verificar nas Figuras

5.1 e 5.2, a tensão de cisalhamento é significativamente menor que a pressão hidrodinâmica, podendo, então, ser negligenciada.

Vale ressaltar que, neste trabalho, a obtenção das forças hidrodinâmicas levou em consideração a tensão de cisalhamento do fluido, devido a facilidade de obtenção da mesma, apesar dos resultados sem a consideração da tensão de cisalhamento serem muito próximos (diferença <2%).

A seguir, a Figura 5.3 apresenta as forças hidrodinâmicas instantâneas de sustentação.

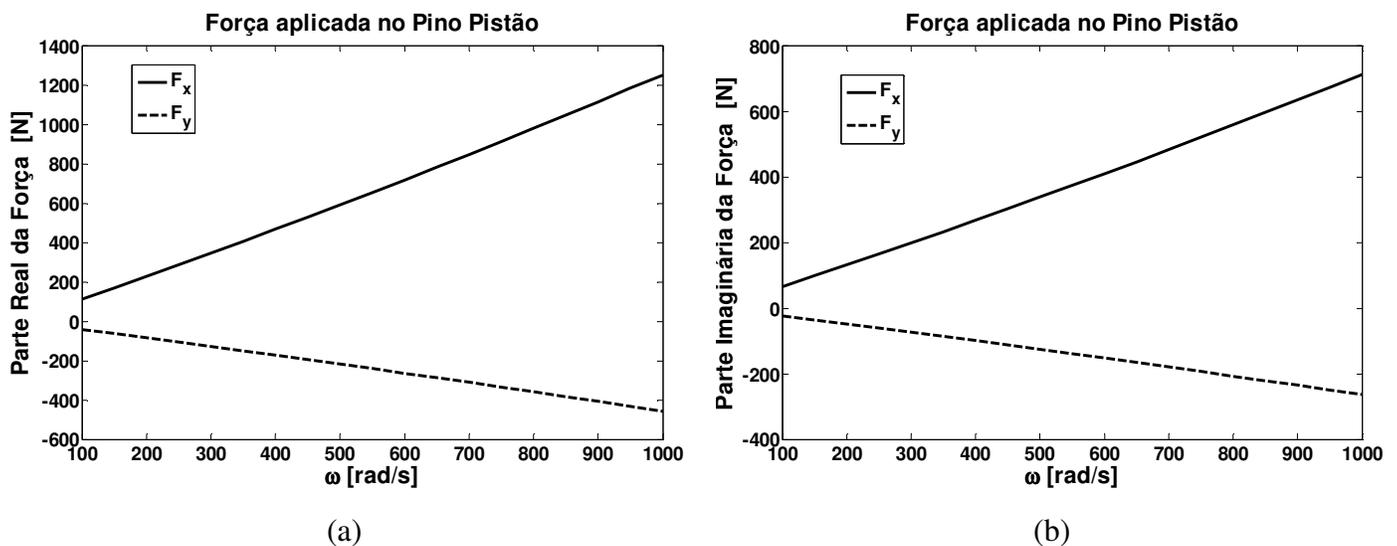


Figura 5.3 – Força Hidrodinâmica Instantânea em relação ao Referencial Inercial durante Análise da Velocidade, (a) Parte Real, (b) Parte Imaginária.

A determinação das forças hidrodinâmicas no referencial inercial foi obtida a partir das Equações 3.41 e 3.42, sendo que o ângulo de equilíbrio  $\Phi$  considerado foi de  $290^\circ$  (5,0615 rad), ou ainda,  $-70^\circ$  (-1,2217 rad).

Desta forma, o pino está localizado no 2º quadrante do mancal e rotacionando no sentido horário, conforme apresentado na Figura 3.5(a). Devido a isso, as forças hidrodinâmicas de sustentação tornam-se semelhantes às forças obtidas nos mancais convencionais.

Pode-se verificar, na Figura 5.3, que as forças hidrodinâmicas variam linearmente em relação a velocidade angular da manivela. Além disso, conforme esperado neste caso, observa-se que a força  $F_X$  é aplicada no sentido positivo da coordenada X, enquanto que a força  $F_Y$  é aplicada no sentido negativo da coordenada Y.

### 5.1.2 Influência da Razão da Excentricidade

Nesta seção, é apresentada a influência da razão de excentricidade na distribuição de pressão, na tensão de cisalhamento do fluido e nas forças hidrodinâmicas de sustentação. Para isso, foram considerados os dados da Tabela 5.1, a velocidade angular da manivela como 250 rad/s e o comprimento da biela como 0,2032 metros. E a partir daí, analisou-se a distribuição de pressão para as condições de razão de excentricidade ( $\epsilon$ ) de 0,3, 0,6 e 0,9.

Desta forma, pode-se verificar, na Figura 5.4, que a distribuição de pressão no mancal é diretamente dependente da razão de excentricidade, sendo que quanto maior a razão de excentricidade, maiores são os picos de pressão.

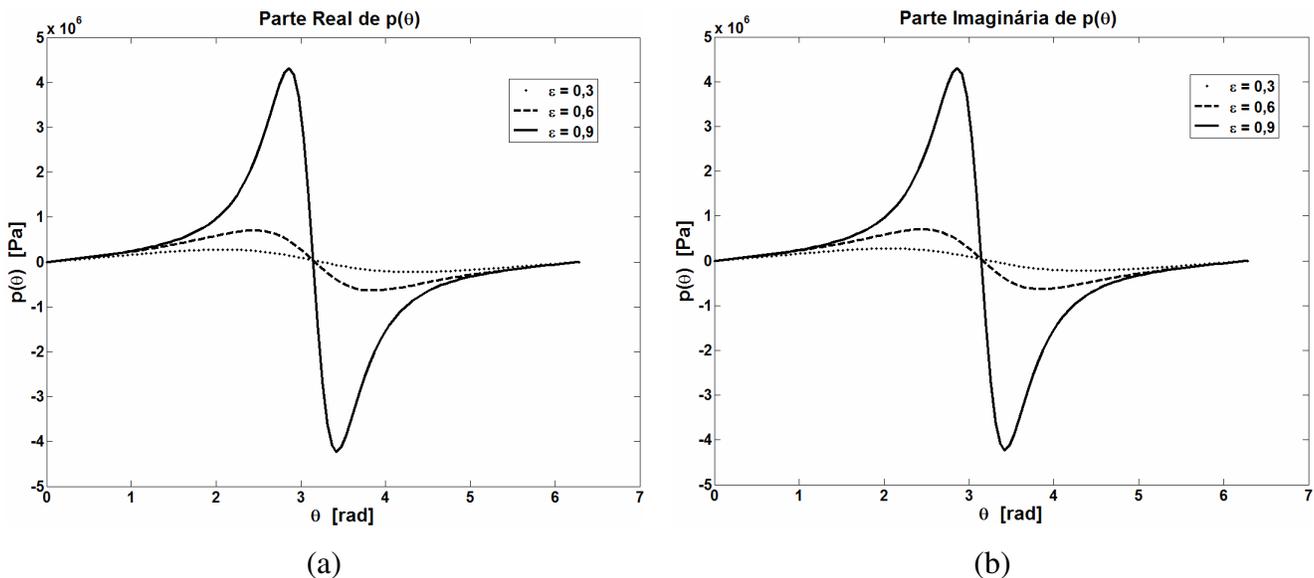


Figura 5.4 – Distribuição de Pressão Instantânea no Mancal Hidrodinâmico durante Análise da Razão da Excentricidade, (a) Parte Real, (b) Parte Imaginária.

A Figura 5.4 apresenta a distribuição de pressão instantânea ao longo do mancal, sendo que, para isso, considerou-se a posição angular da manivela como  $45^\circ$ , ou seja,  $q = \omega.t = 0,7854$  rad.

Entretanto, diferentemente do observado na seção 5.1.1, as variações na distribuição de pressão, devido aos diferentes valores utilizados para a razão de excentricidade, não apresentam um comportamento linear. Desta forma, verifica-se que a sensibilidade da distribuição de pressão é significativamente maior quando utilizados valores elevados para a razão de excentricidade.

Outro aspecto observado diz respeito a posição angular da máxima pressão. Conforme pode ser verificado na Figura 5.4, alterando a razão de excentricidade, varia-se também a posição angular do pico de pressão, o que não ocorreu durante a análise da influência da velocidade angular da manivela (Figura 5.1).

Assim como realizado na seção anterior, determinou-se também a tensão de cisalhamento

no eixo do mancal (pino pistão), definida como  $\tau = \mu \cdot \left. \frac{\partial v_\theta}{\partial y} \right|_{y=h(\theta)}$ .

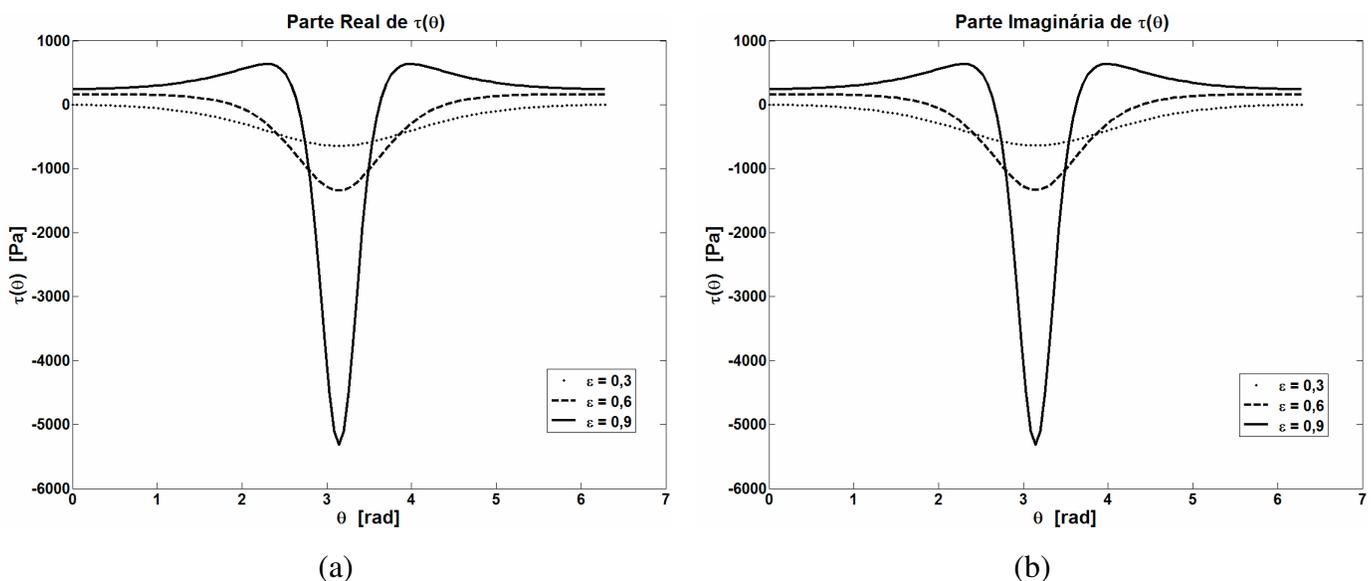


Figura 5.5 – Distribuição da Tensão de Cisalhamento instantânea do Fluido durante Análise da Razão da Excentricidade, (a) Parte Real, (b) Parte Imaginária.

A Figura 5.5 apresenta a tensão de cisalhamento ao longo do mancal, na qual pode-se observar que, assim como ocorrido com a pressão, a variação da tensão de cisalhamento devido aos diferentes valores da razão de excentricidade não é linear.

Entretanto, a forma da distribuição da tensão de cisalhamento ao longo do eixo é a mesma que obtida quando se variou a velocidade angular da manivela.

A seguir, a Figura 5.6 apresenta as forças hidrodinâmicas instantânea de sustentação.

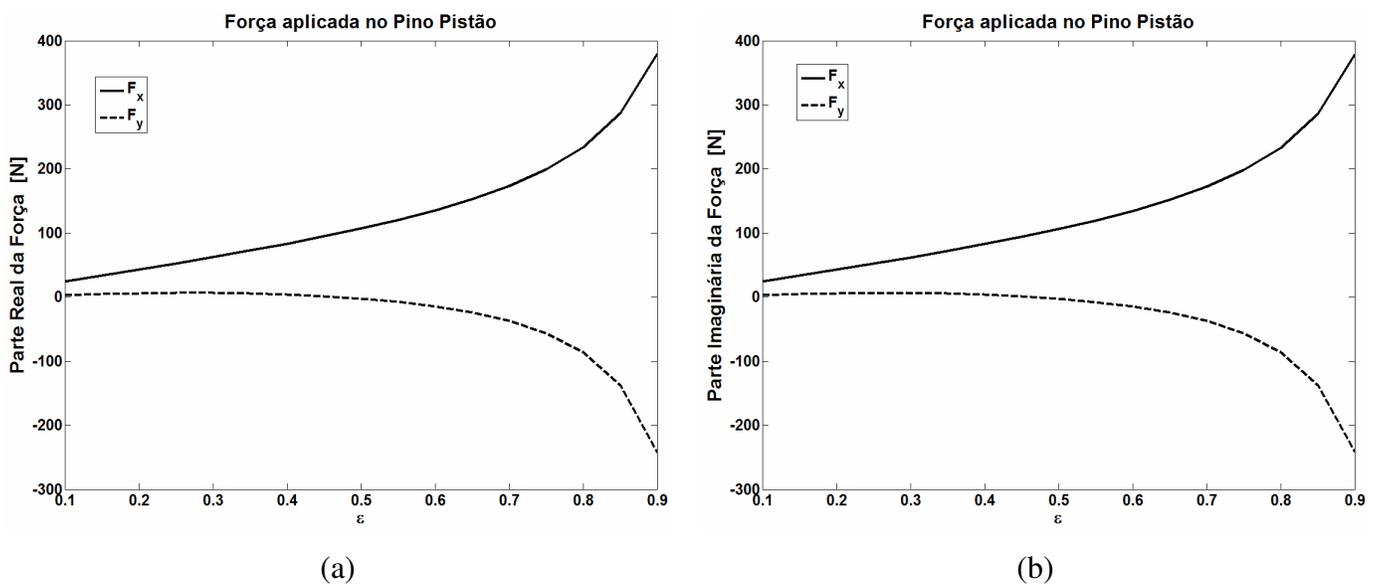


Figura 5.6 – Força Hidrodinâmica Instantânea em relação ao Referencial Inercial durante Análise da Razão da Excentricidade, (a) Parte Real, (b) Parte Imaginária.

As forças hidrodinâmicas apresentadas na Figura 5.6, foram obtidas considerando o mesmo ângulo de equilíbrio ( $\Phi$ ) utilizado na análise da seção 5.1.1 ( $270^\circ$  ou  $-70^\circ$ ).

Conforme observado na Figura 5.6, as forças hidrodinâmicas não variam linearmente em relação a razão de excentricidade ( $\epsilon$ ), diferentemente do que foi obtido na análise da influência da velocidade angular da manivela (seção 5.1.1). Entretanto, o sentido de aplicação das forças hidrodinâmicas de sustentação  $F_x$  e  $F_y$  não foi alterado.

### 5.1.3 Influência da Relação entre o Comprimento da Biela e Raio do Mancal ( $L/R_b$ )

Para finalizar as análises do modelo de lubrificação, apresenta-se, nesta seção, a influência da relação  $L/R_b$  na distribuição de pressão, na tensão de cisalhamento do fluido e nas forças hidrodinâmicas de sustentação. Para isso, foram considerados os dados da Tabela 5.1, a velocidade angular da manivela como 250 rad/s e a razão de excentricidade como 0,8. Diante disso, analisou-se a distribuição de pressão para as condições de relação  $L/R_b$  igual a 0, 10 e 20.

Desta forma, foi necessário analisar a distribuição de pressão, a tensão de cisalhamento e as forças hidrodinâmicas na forma adimensional, fazendo-se desnecessário o cálculo da velocidade  $U_0$ . Com isso, torna-se possível analisar a influência do movimento de translação do sistema pino-pistão na distribuição de pressão, ou seja, além do movimento de rotação do pino, considera-se também o movimento de translação do mesmo ao longo do eixo de coordenada X.

Reestruturando a Equação 3.27, escreve-se uma amplitude de pressão adimensional, definida como  $P^*(\theta) = \frac{P(\theta) - P_0}{\mu U_0 R_b / C_r^2}$ . E assim, substituindo na Equação 3.14, determina-se a distribuição de pressão instantânea  $p^*(\theta)$ , apresentada na Figura 5.7.

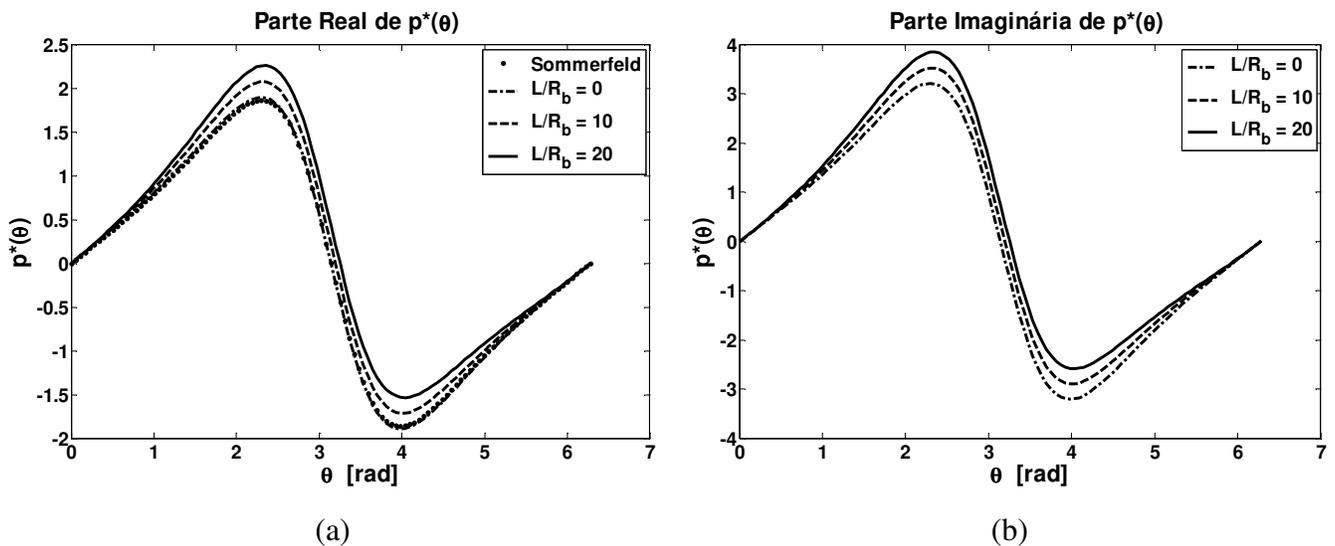


Figura 5.7 – Distribuição de Pressão Adimensional Instantânea no Mancal Hidrodinâmico durante Análise da relação  $L/R_b$ , (a) Parte Real, (b) Parte Imaginária.

A Figura 5.7 mostra a influência da relação  $L/R_b$  na distribuição de pressão, além de comparar com a distribuição de pressão obtida pela solução de Sommerfeld (Sommerfeld, 1904). Desta forma, foi possível verificar que quando é considerado apenas o movimento de rotação do eixo (pino pistão), ou seja, a relação  $L/R_b = 0$ , a distribuição de pressão obtida pelo modelo de lubrificação é igual a obtida pela solução de Sommerfeld.

Além disso, observa-se que quanto maior é a relação  $L/R_b$ , maior é o valor do pico da distribuição de pressão adimensional.

Assim como ocorreu na análise da influência da velocidade angular da manivela (seção 5.1.1), pode-se verificar, na Figura 5.7, que a variação da distribuição de pressão, devido aos diferentes valores da relação  $L/R_b$ , apresenta um comportamento linear. Outro aspecto coincidente com a análise realizada na seção 5.1.1, é que a posição angular do pico de pressão não é alterada quando se varia a relação  $L/R_b$ .

Vale ressaltar, ainda, que a distribuição de pressão adimensional instantânea, apresentada na Figura 5.7, foi determinada considerando a posição angular da manivela como  $60^\circ$ , ou seja,  $q = \omega.t = 1,0472$  rad.

Com o intuito de determinar a tensão de cisalhamento adimensional ao longo do eixo, tornou-se necessário determinar o perfil de velocidade adimensional  $V_\theta^*(y,\theta) = \frac{V_\theta(y,\theta)}{U_0}$ , conforme definido na Equação 3.29. Assim, substituindo  $V_\theta^*(y,\theta)$  na Equação 3.14, determina-se o perfil de velocidade adimensional instantâneo ao longo do mancal.

Desta forma, conhecendo o perfil de velocidade adimensional instantâneo ao longo do mancal, determina-se a tensão de cisalhamento adimensional instantânea no eixo como

$$\tau^* = \mu \cdot \left. \frac{\partial v_\theta^*}{\partial y} \right|_{y=h(\theta)}.$$

A Figura 5.8 apresenta a tensão de cisalhamento adimensional instantânea ao longo do eixo (pino pistão).

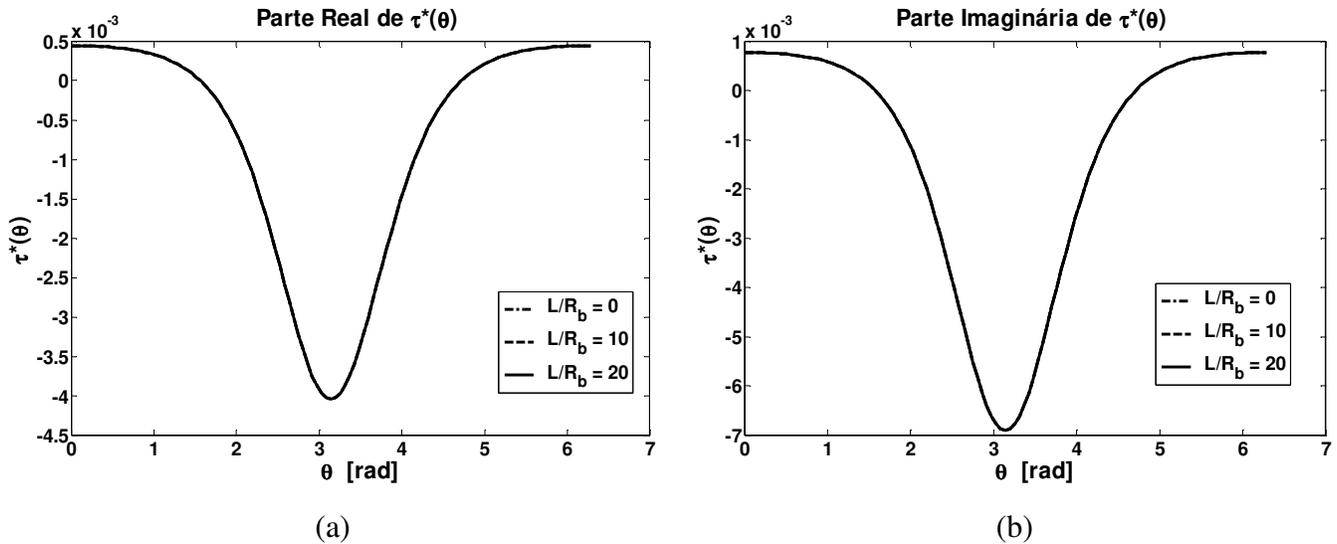


Figura 5.8 – Distribuição da Tensão de Cisalhamento Adimensional Instantânea durante a Análise da relação  $L/R_b$ , (a) Parte Real, (b) Parte Imaginária.

Conforme observado na Figura 5.8, a tensão de cisalhamento ao longo do mancal, não apresenta variação em função do valor da relação  $L/R_b$ , devido ao fato do perfil de velocidade do fluido na coordenada  $\theta$  não depender da relação  $L/R_b$ .

Por fim, conhecendo-se a distribuição de pressão e a tensão de cisalhamento, pode-se, então, determinar as forças hidrodinâmicas adimensionais.

A seguir, a Figura 5.9 apresenta as forças hidrodinâmicas adimensionais instantâneas de

sustentação, definida como 
$$\frac{F_{x,y}^*(t)}{(wR_j)\mu U_0 R_b / C_r^2}.$$

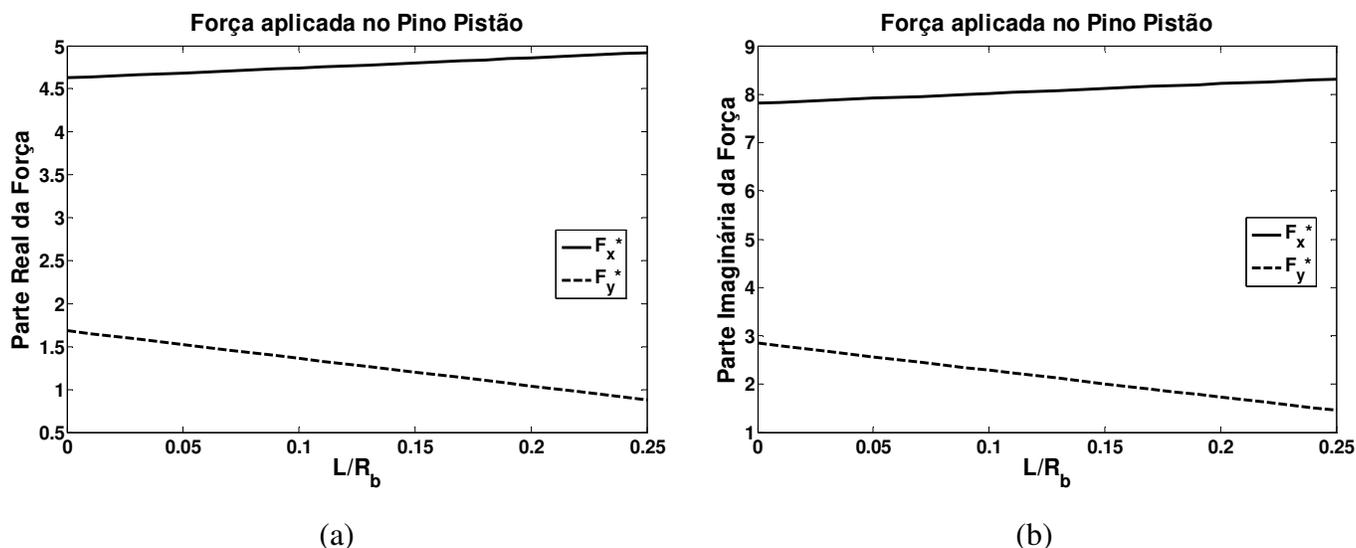


Figura 5.9 – Força Hidrodinâmica Adimensional Instantânea em relação ao Referencial Inercial durante Análise da relação  $L/R_b$ , (a) Parte Real, (b) Parte Imaginária.

Conforme observado na Figura 5.9, as forças hidrodinâmicas variam linearmente em função da relação  $L/R_b$ , de forma similar ao verificado na análise da influência da velocidade angular da manivela (seção 5.1.1). Além disso, o sentido de aplicação das forças hidrodinâmicas de sustentação  $F_x^*$  e  $F_y^*$  se manteve inalterado.

Vale ressaltar ainda, que as forças hidrodinâmicas apresentadas na Figura 5.9, foram obtidas considerando o mesmo ângulo de equilíbrio ( $\Phi$ ) utilizado na análise da seção 5.1.1 ( $290^\circ$ ).

## 5.2 Resultados do Modelo Biela-Manivela Padrão

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos da simulação computacional do sistema biela-manivela, considerando mancal rígido (sem folga) na junção biela-pistão. Assim como realizado na análise do modelo de lubrificação, esta simulação computacional foi desenvolvida em Fortran<sup>®</sup>.

Desta forma, com o objetivo de analisar o comportamento dinâmico desse mecanismo, tornou-se necessário resolver a Equação de Movimento do mesmo, definida na Equação 4.68.

Assim, foi preciso utilizar um método numérico para obtenção da solução de equações diferenciais.

Por esse motivo, foi implementado o método de Newmark (Bathe e Wilson, 1976), o que permitiu determinar a solução da Equação de Movimento do sistema e, a partir daí, analisar o comportamento dinâmico do mecanismo.

A simulação computacional do modelo matemático do mecanismo biela-manivela convencional foi realizada considerando os dados apresentados na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Dados do Mecanismo Biela-Manivela.

<b>Parâmetros e Unidades</b>	<b>Símbolo</b>	<b>Valor</b>
Comprimento da Manivela [m]	R	0,0508
Comprimento da Biela [m]	L	0,2032
Inércia da Manivela [kg.m]	$I_M$	0,006
Inércia da Biela [kg.m]	$I_B$	0,010
Massa da Manivela [kg]	$M_M$	0,8
Massa da Biela [kg]	$M_B$	1,36
Massa do Pistão [kg]	$M_{PT}$	0,907
Posição do CM da Manivela no eixo $U_M$ [m]	$U_{Pm}$	0
Posição do CM da Manivela no eixo $V_M$ [m]	$V_{Pm}$	0
Posição do CM da Biela no eixo $U_B$ [m]	$U_{pb}$	0,0508
Posição do CM da Biela no eixo $V_B$ [m]	$V_{pb}$	0
Descentralização do Curso do Pistão [m]	C	0
Força externa da explosão [N]	$F_{ext}$	0
Torque externo de resistência [N.m]	$\tau_{ext}$	0

Com o intuito de analisar a influência da velocidade angular da manivela no comportamento dinâmico do sistema, foram realizadas três simulações computacionais, sendo que, para cada simulação, foi considerada uma determinada velocidade angular inicial. A Tabela 5.3 apresenta as condições iniciais utilizadas para cada simulação computacional.

Tabela 5.3 - Condições Iniciais do Mecanismo Biela-Manivela Padrão.

<b>Condições Iniciais e Unidades</b>	<b>Símbolo</b>	<b>Simulação 1</b>	<b>Simulação 2</b>	<b>Simulação 3</b>
Posição Angular da Manivela [rad]	q	0	0	0
Velocidade Angular Inicial da Manivela [rad/s]	$\dot{q}$	250	700	1000

Nas simulações realizadas neste trabalho, foi considerada a força externa (força devido a explosão) aplicada na cabeça do pistão como sendo nula. Isso porque, o principal objetivo deste trabalho é realizar a análise dinâmica preliminar do sistema biela-manivela. Desta forma, este trabalho será utilizado como um passo inicial, para que no futuro possa ser aprimorado, a partir da inclusão de outras hipóteses e da otimização das suposições já consideradas, como por exemplo, o desenvolvimento de um modelo de combustão que permita analisar a dinâmica do sistema juntamente com a força de explosão.

Portanto, considerando os dados do sistema apresentado na Tabela 5.2, assim como as condições iniciais das simulações computacionais, Tabela 5.3, obteve-se a análise dinâmica do mecanismo biela-manivela.

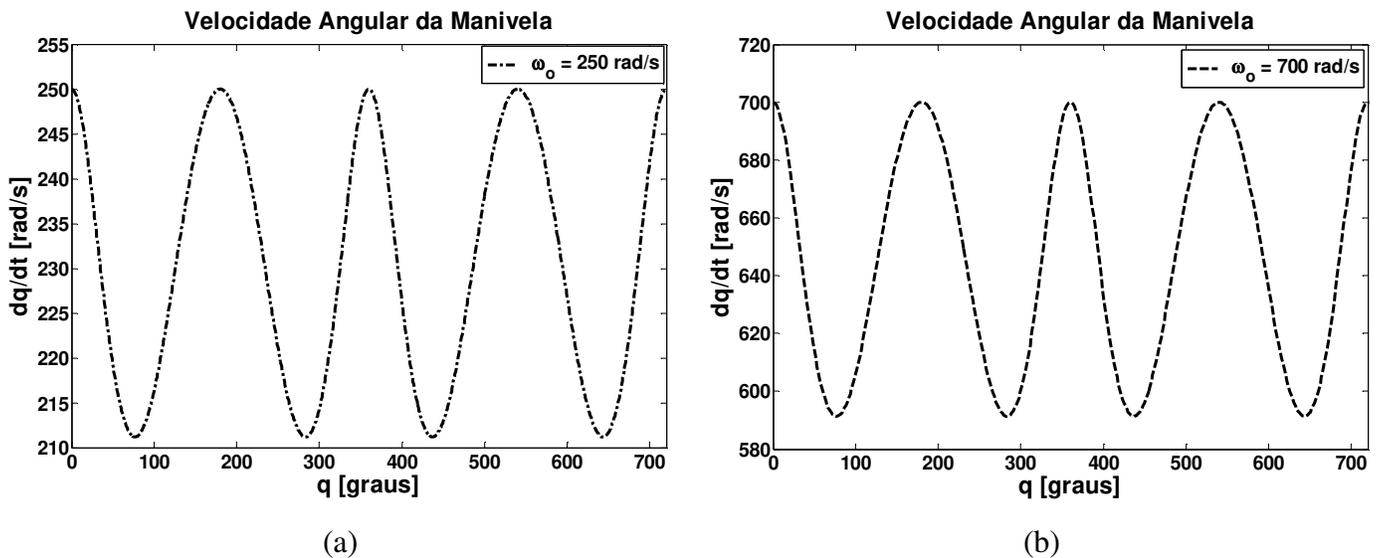


Figura 5.10 – Velocidade Angular da Manivela, (a)  $\omega_0 = 250$  rad/s, (b)  $\omega_0 = 700$  rad/s.

A Figura 5.10 apresenta o comportamento da velocidade angular da manivela durante as duas primeiras voltas. Verifica-se que, tanto quando considerada a velocidade angular inicial como 250 rad/s quanto 700 rad/s, as velocidades angulares apresentam oscilações durante os ciclos. Essas oscilações representam o efeito das inércias do mecanismo, que de certa forma, dependendo do trecho do ciclo que está sendo desenvolvido, podem favorecer ou resistir ao movimento do sistema.

O mesmo comportamento característico pode ser observado quando considerando a velocidade angular inicial da manivela como 1000 rad/s, conforme apresentado na Figura 5.11(a).

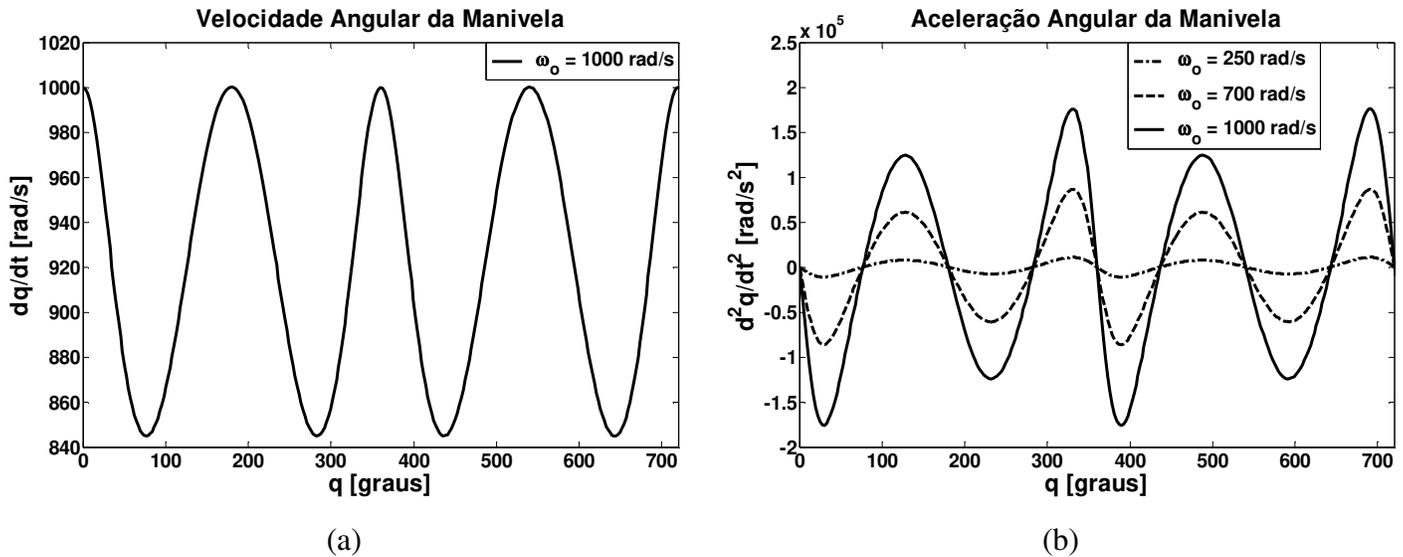


Figura 5.11 – Comportamento Dinâmico da Manivela, (a) Velocidade Angular para  $\omega_o = 1000$  rad/s, (b) Aceleração Angular para  $\omega_o = 250$  rad/s,  $\omega_o = 700$  rad/s e  $\omega_o = 1000$  rad/s.

A aceleração angular da manivela é apresentada na Figura 5.11(b). Da mesma forma que verificado no gráfico da velocidade, os efeitos de inércia também estão presentes na aceleração da manivela. Além disso, é possível comparar a ordem de grandezas das acelerações, quando utilizados diferentes valores para a velocidade angular inicial da manivela.

Analisando as Figuras 5.10 e 5.11, verifica-se que o comportamento, tanto da velocidade quanto da aceleração, se repetem igualmente a cada  $360^\circ$ , ou seja, a cada volta.

A Figura 5.12 mostra o deslocamento angular da biela e o deslocamento linear do pistão. Assim, pode-se concluir que independente da velocidade angular inicial da manivela utilizada para simulação, a biela e o pistão desenvolvem o mesmo percurso.

É possível observar ainda que, devido aos parâmetros utilizados na simulação (Tabela 5.2), o deslocamento angular da biela ocorre entre  $-15^\circ$  ( $q = 270^\circ$ ) e  $15^\circ$  ( $q = 90^\circ$ ), enquanto que o

deslocamento linear do pistão se desenvolve em 0,254 metros (Ponto Morto Superior) e 0,1524 metros (Ponto Morto Inferior).

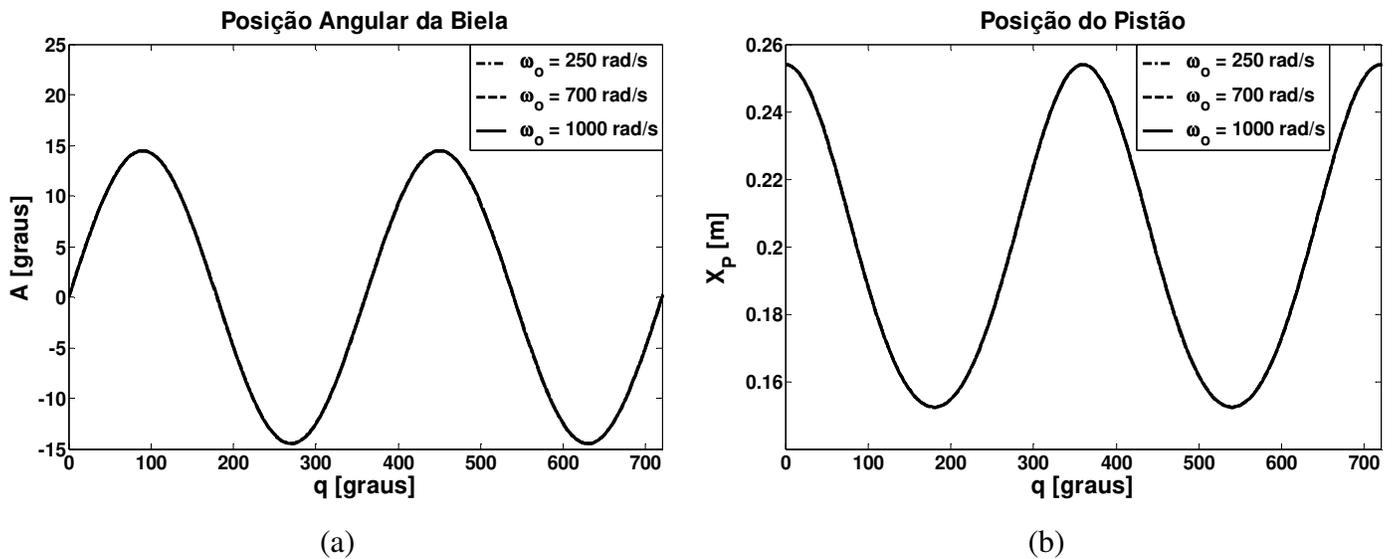


Figura 5.12 – Análise do Deslocamento, (a) Deslocamento Angular da Biela, (b) Deslocamento Linear do Pistão.

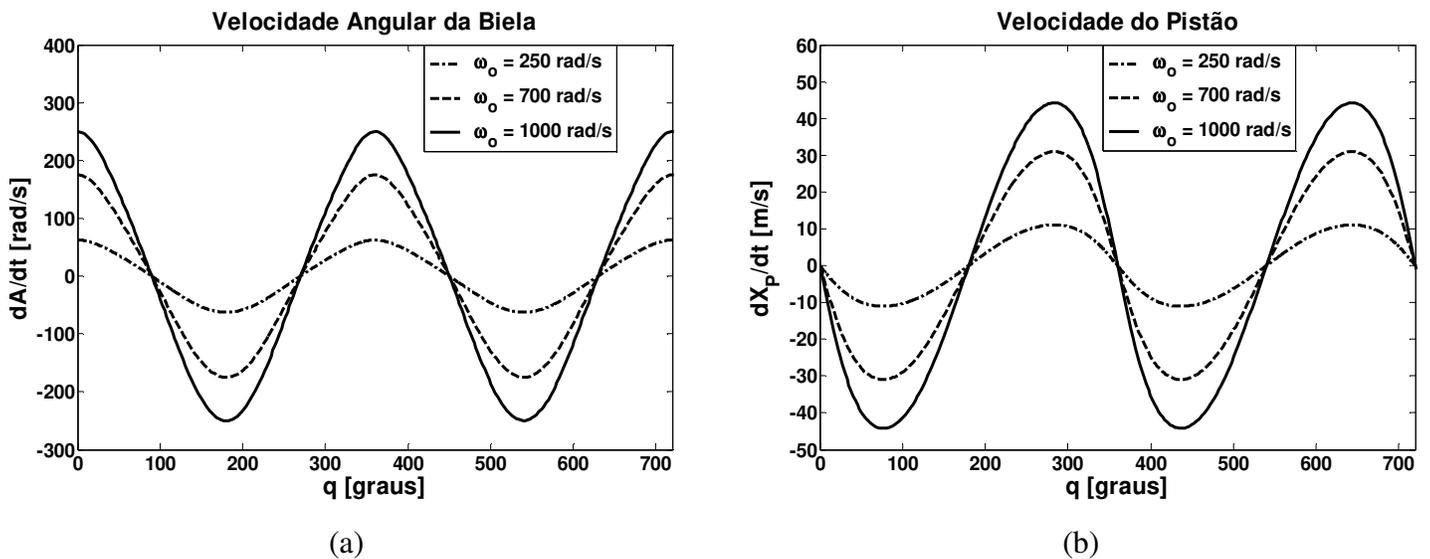


Figura 5.13 – Análise da Velocidade, (a) Velocidade Angular da Biela, (b) Velocidade Linear do Pistão.

A Figura 5.13 apresenta a velocidade angular da biela e a velocidade linear do pistão. Analisando a Figura 5.13(a), verifica-se que a velocidade angular inicial da biela é máxima, e que em seguida vai decaindo até ocorrer a inversão de movimento da biela ( $q = 90^\circ$ ), fazendo com que a velocidade passe a ser negativa (sentido inverso). Após a inversão de movimento a velocidade cresce até atingir seu valor máximo no ponto morto inferior ( $q = 180^\circ$ ), e em seguida decai até a nova inversão de movimento ( $q = 270^\circ$ ), passando a operar no sentido positivo novamente.

O comportamento da velocidade linear do pistão é similar, entretanto, devido a inversão de movimento do pistão ocorrer à  $180^\circ$  e  $360^\circ$ , a velocidade linear do pistão é negativa entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$  com pico máximo em  $90^\circ$  e positiva entre  $180^\circ$  e  $360^\circ$  com pico máximo em  $270^\circ$ . Vale ressaltar, que a velocidade linear do pistão é nula apenas no ponto morto superior ( $q = 0^\circ$ ) e no ponto morto inferior ( $q = 180^\circ$ ).

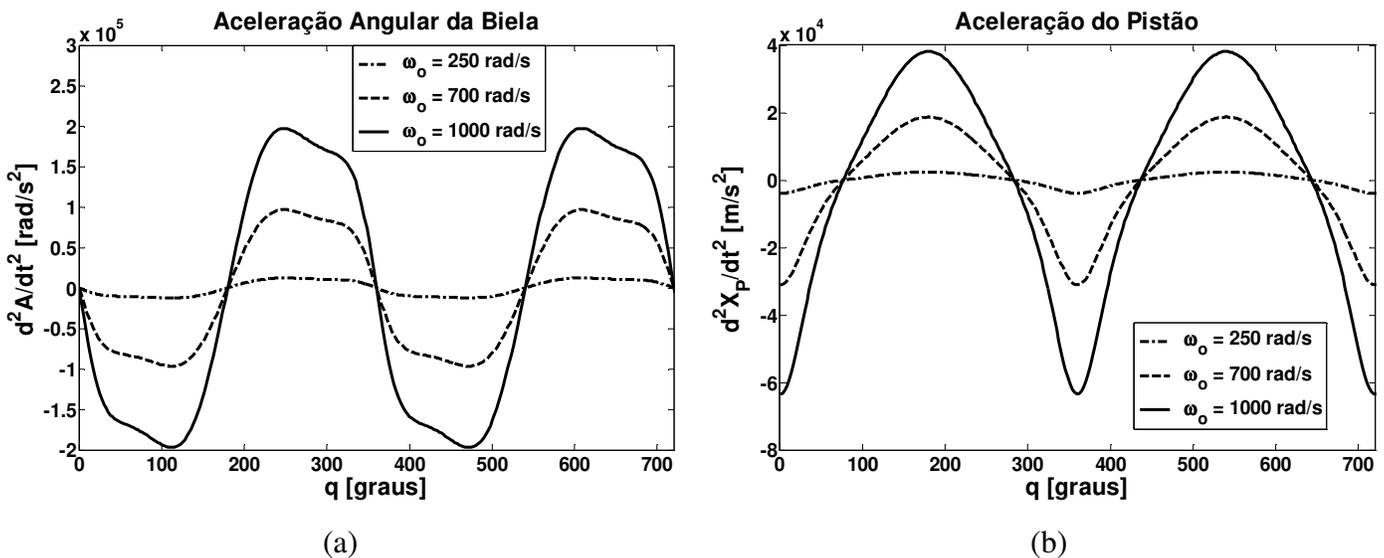


Figura 5.14 – Análise da Aceleração, (a) Aceleração Angular da Biela, (b) Aceleração Linear do Pistão.

E por fim, a Figura 5.14 apresenta a aceleração angular da biela e a aceleração linear do pistão. Conforme observado na figura, os valores obtidos para as acelerações são relativamente altos, o que pode ser explicado devido a alta rotação à qual o mecanismo é submetido. Além disso, observa-se também a repetição das curvas para cada volta desenvolvida pela manivela.

### 5.3 Resultados do Modelo Biela-Manivela com Mancal Hidrodinâmico

Após analisar o modelo de lubrificação e o modelo dinâmico do mecanismo biela-manivela com mancal sem folga, realizou-se a análise do modelo dinâmico do mecanismo biela-manivela com mancal hidrodinâmico na junção biela-pistão.

Conforme já descrito no desenvolvimento do modelo (seção 4.2), a grande vantagem dessa análise dinâmica é a capacidade de analisar o comportamento dinâmico do pino pistão dentro do furo do pistão, algo que não é possível analisar no modelo dinâmico do mecanismo biela-manivela convencional.

A simulação computacional desse modelo não é tarefa fácil, apresentando diversas dificuldades ao longo da implementação. Entre essas dificuldades, está a dificuldade de fazer interagir coerentemente o modelo dinâmico do mecanismo com o modelo de lubrificação, este último responsável por fornecer as forças hidrodinâmicas  $F_{XP}$  e  $F_{YP}$ .

A grande dificuldade encontrada nessa interação é que, em determinadas situações, a resposta dinâmica do sistema pode fornecer uma posição para o pino pistão fora do furo do pistão, o que é fisicamente incoerente. Entretanto, essa situação ocorria devido a necessidade de um modelo elasto-hidrodinâmico, que pudesse levar em consideração a deformação elástica do fluido, e assim, fornecer forças hidrodinâmicas significativamente mais elevadas quando o pino estivesse localizado muito próximo à parede do mancal. Dessa forma, devido aos seus elevados valores, essas forças poderiam empurrar o pino no sentido contrário, evitando o contato do pino com a superfície do mancal. Ou ainda, caso mesmo assim venha a ocorrer o contato entre o pino e a parede do mancal, é necessário desenvolver um modelo de contato, que permita analisar os efeitos dessa situação.

Por esse motivo, foram utilizados conjuntamente o modelo dinâmico do mecanismo biela-manivela convencional com o modelo do mecanismo biela-manivela com mancal hidrodinâmico na junção biela-pistão.

Visando evitar o contato do pino com a parede do mancal, conforme descrito anteriormente, foi estabelecida uma razão de excentricidade limite para que o modelo dinâmico com mancal hidrodinâmico possa ser empregado, sendo que, acima desse limite, considera-se que o pino não mais está em lubrificação hidrodinâmica, recaindo, assim, no modelo dinâmico do mecanismo biela-manivela com mancal rígido (sem folga).

A escolha da razão de excentricidade limite levou em consideração o quão significativo são os efeitos da deformação elástica do fluido em relação à razão de excentricidade, sendo assumido o valor 0,9.

Uma vez excedida a razão de excentricidade limite, passa a ser considerado o modelo dinâmico do mecanismo biela-manivela sem folga no mancal, sendo que o emprego do modelo dinâmico do mecanismo biela-manivela com mancal hidrodinâmico será novamente considerado quando ocorrer a inversão de movimento do pistão. Essa suposição foi assumida baseando-se no descolamento do pino junto a parede, que tende a ocorrer durante o processo de inversão de movimento do pistão.

Outra grande dificuldade encontrada na realização deste trabalho foi encontrar um método capaz de resolver o conjunto de equações diferenciais que descreve o comportamento dinâmico do mecanismo biela-manivela com mancal hidrodinâmico. Inicialmente, utilizou-se o método de Newmark (Bathe e Wilson, 1976), conforme realizado no modelo do mecanismo biela-manivela convencional. Entretanto, o método não obtinha convergência. Em seguida, utilizou-se o método de Newmark operando conjuntamente com o método de busca de Newton-Raphson. Isso melhorou significativamente a solução, porém, ainda havia pontos em que não era possível obter convergência. Por fim, empregou-se um método numérico desenvolvido especificamente para resolução de sistemas de equações rígidas, conforme se apresentam as do modelo do mecanismo biela-manivela com mancal hidrodinâmico. Esse método, denominado Rowmap (Weiner e Schmitt, 1995, Weiner et al., 1996), foi desenvolvido por um grupo de matemáticos do Instituto de Matemática Numérica da Universidade de Halle, Alemanha. A Tabela 5.4 apresenta os dados utilizados na simulação computacional.

Tabela 5.4 - Dados do Mecanismo Biela-Manivela com Mancal Hidrodinâmico.

<b>Parâmetros e Unidades</b>	<b>Símbolo</b>	<b>Valor</b>
Comprimento da Manivela [m]	R	0,0508
Comprimento da Biela [m]	L	0,2032
Inércia da Manivela [kg.m]	I <sub>M</sub>	0,006
Inércia da Biela [kg.m]	I <sub>B</sub>	0,010
Massa da Manivela [kg]	M <sub>M</sub>	0,8
Massa da Biela [kg]	M <sub>B</sub>	1,36
Massa do Pistão [kg]	M <sub>PT</sub>	0,907
Posição do CM da Manivela no eixo U <sub>M</sub> [m]	U <sub>Pm</sub>	0
Posição do CM da Manivela no eixo V <sub>M</sub> [m]	V <sub>Pm</sub>	0
Posição do CM da Biela no eixo U <sub>B</sub> [m]	U <sub>Pb</sub>	0,0508
Posição do CM da Biela no eixo V <sub>B</sub> [m]	V <sub>Pb</sub>	0
Descentralização do Curso do Pistão [m]	C	0
Raio do Mancal [m]	R <sub>b</sub>	0,010
Raio do Eixo [m]	R <sub>j</sub>	0,00996
Largura do Mancal [m]	w	0,015
Folga Radial [μm]	C <sub>r</sub>	20; 40; 20
Viscosidade Absoluta [Pa.s]	μ	0,0117
Densidade de Massa [kg/m <sup>3</sup> ]	ρ	887,8
Força externa da explosão [N]	F <sub>ext</sub>	0
Torque externo de resistência [N.m]	τ <sub>ext</sub>	0

Neste trabalho, foram realizadas três simulações computacionais, sendo que na primeira e na terceira foi considerado uma folga radial de 20 μm, enquanto que na segunda simulação foi utilizado uma folga radial de 40 μm. A Tabela 5.5 apresenta as condições iniciais utilizadas nas três simulação computacionais.

Tabela 5.5 – Condições Iniciais do Mecanismo Biela-Manivela com Mancal Hidrodinâmico.

<b>Condições Iniciais e Unidades</b>	<b>Símbolo</b>	<b>Simulação 1</b>	<b>Simulação 2</b>	<b>Simulação 3</b>
Posição Angular da Manivela [rad]	q	0	0	0
Velocidade Angular da Manivela [rad/s]	q̇	250	250	1000
Posição Angular da Biela [rad]	A	0	0	0
Velocidade Angular da Biela [rad/s]	Ā	62,5	62,5	250
Posição Linear do Pistão [m]	X <sub>PT</sub>	0,253988	0,253976	0,253988
Velocidade Linear do Pistão [m/s]	Ẋ <sub>PT</sub>	0	0	0

Após definidos os parâmetros físicos do sistema e as condições iniciais, são apresentados os resultados obtidos pelas simulações computacionais.

### 5.3.1 Resultados obtidos na Simulação 1

Considerando os parâmetros físicos do sistema apresentado na Tabela 5.4, a condição inicial apresentada na Tabela 5.5 e a folga radial do mancal sendo 20  $\mu\text{m}$ , realizou-se a análise dinâmica do sistema biela-manivela com mancal hidrodinâmico na junção biela-pistão.

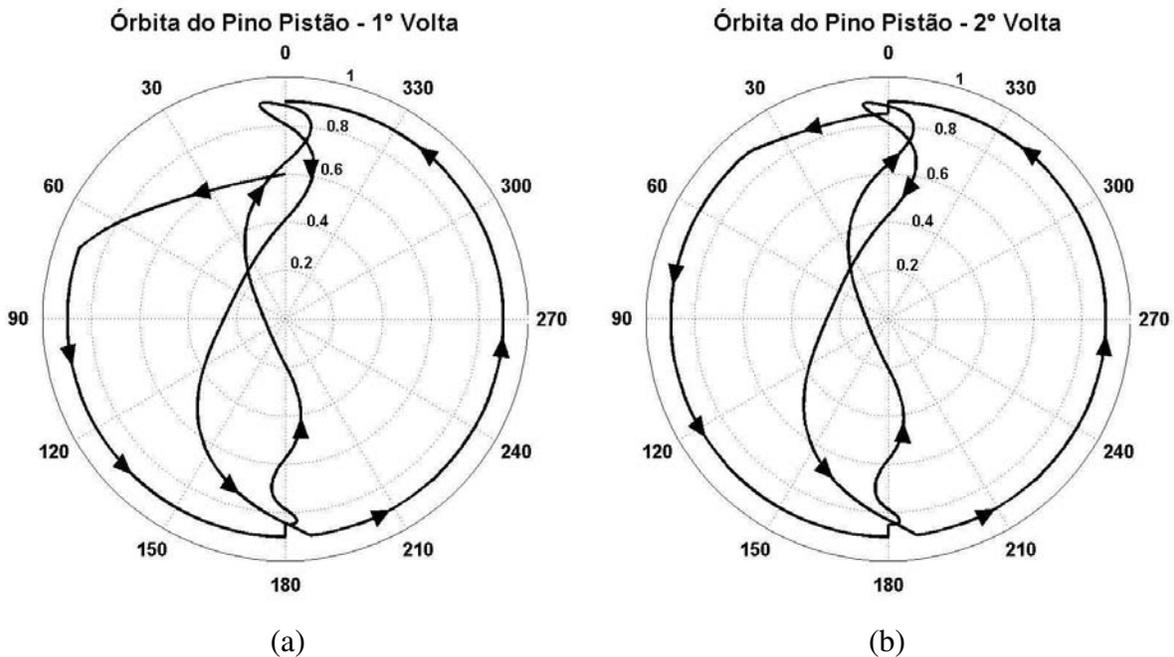


Figura 5.15 – Órbita do Pino Pistão na Simulação 1, (a) Primeira Volta, (b) Segunda Volta.

A Figura 5.15 apresenta as órbitas obtidas na primeira e segunda volta, respectivamente. Observa-se na Figura 5.15(a) que o pino apresenta uma razão de excentricidade inicial de 0,6. Após o início do movimento, o pino descreve um movimento para a esquerda até atingir a excentricidade limite, em seguida é suposto que o pino permaneça junto a parede do mancal até que ocorra a inversão do movimento do pistão. Quando ocorre essa inversão de movimento, o pino descola da parede e se desloca no interior do furo até quase atingir a parede do mancal do lado oposto. Entretanto, ao se aproximar da parede, as forças hidrodinâmicas empurram o pino e o pistão em direções opostas, realizando assim um movimento relativo entre eles. Isso faz com que o pino, se desloque atravessando o interior do furo e atingido novamente a razão de excentricidade limite, próximo ao ângulo 185° do mancal. Por fim, o pino permanece junto a parede do mancal até que a volta se complete.

A órbita que o pino descreve na segunda volta é similar a órbita apresentada na volta inicial. Entretanto, observa-se que a razão de excentricidade inicial é de 0,85, a qual representa o descolamento do pino em relação a parede, devido a inversão de movimento ocorrida no ponto morto superior.

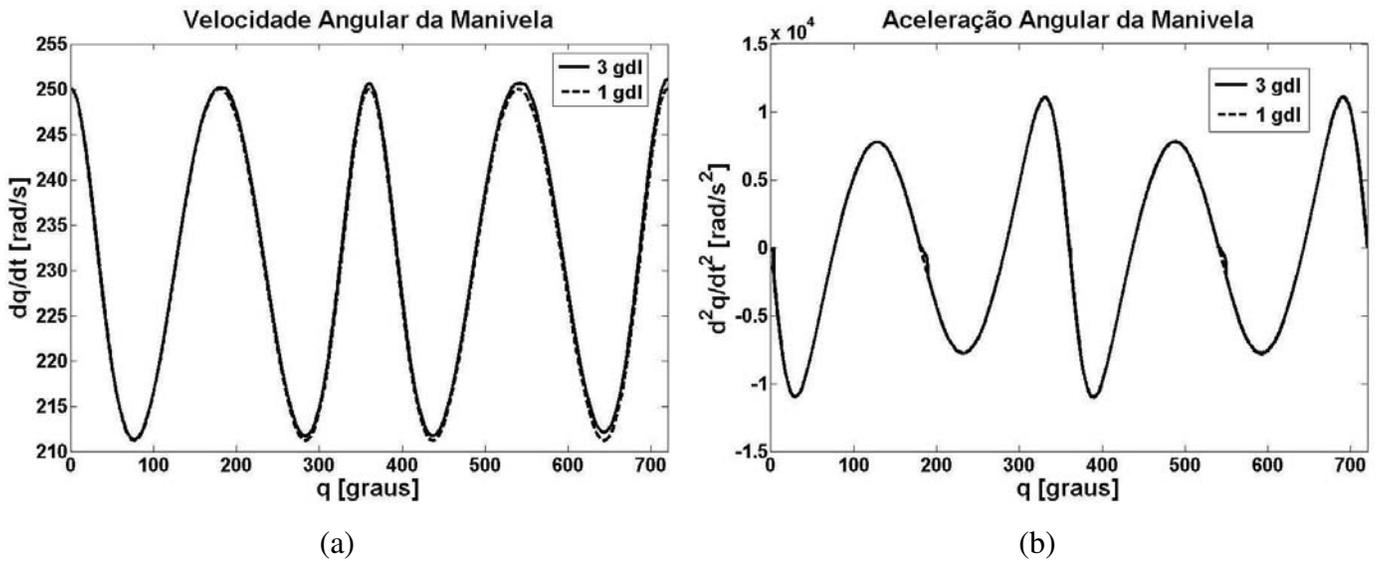


Figura 5.16 – Análise da Manivela na Simulação 1, (a) Velocidade Angular da Manivela, (b) Aceleração Angular da Manivela.

Analisando a Figura 5.16, observa-se que, tanto a forma da velocidade quanto a da aceleração do mecanismo biela-manivela com mancal hidrodinâmico (3 gdl), são similares às obtidas no mecanismo biela-manivela convencional (1 gdl). Entretanto, pode-se verificar que a velocidade angular da manivela tende a crescer, diferente do que foi obtido no mecanismo com mancal sem folga. Isso ocorre devido à transição entre os modelos utilizados.

Quando o pino atinge a razão de excentricidade limite, o último ponto analisado sob condição hidrodinâmica servirá como condição inicial para o modelo do mecanismo convencional (condição de contato). Assim, a partir dessa condição inicial é descrito o comportamento dinâmico do sistema. Entretanto, verificando que a diminuição da velocidade na condição hidrodinâmica não é a mesma que quando considerada em contato, a condição inicial obtida a partir do último ponto sobre condição hidrodinâmica não irá satisfazer a condição inicial

de movimento do mecanismo convencional. Por esse motivo, a velocidade angular da manivela cresce a cada transição de modelo, afetando assim as demais variáveis físicas do sistema analisado.

As pequenas oscilações apresentadas na Figura 5.16(b) representam o comportamento do pino sob condição hidrodinâmica.

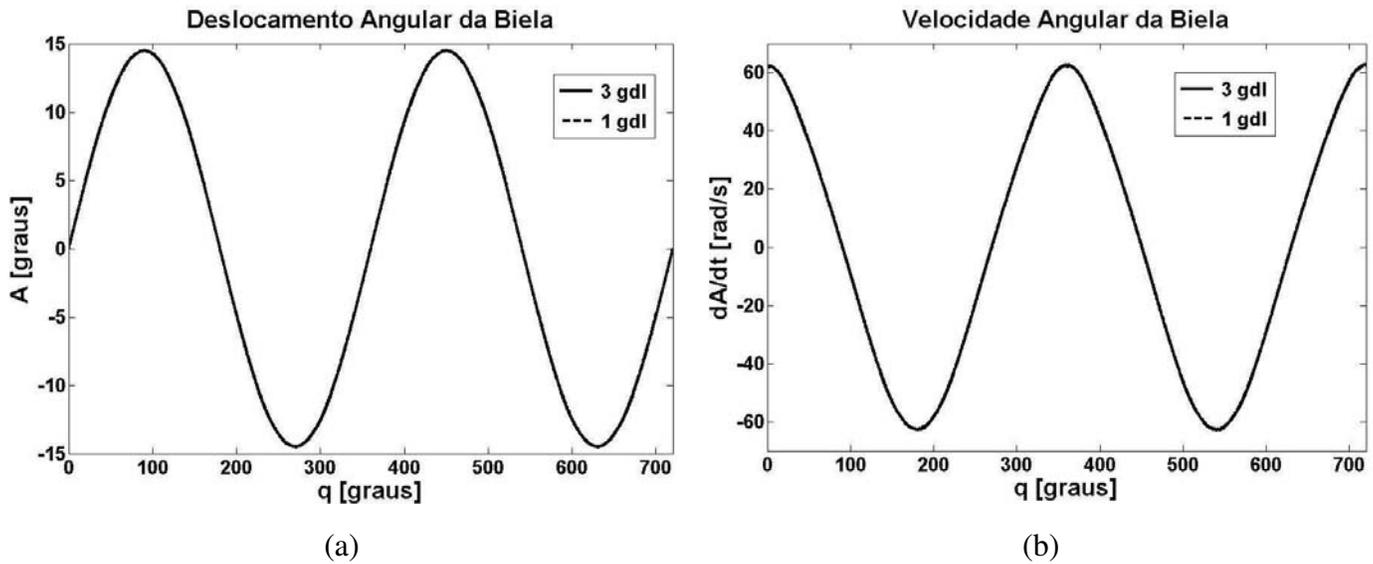


Figura 5.17 – Análise da Biela na Simulação 1, (a) Deslocamento Angular da Biela, (b) Velocidade Angular da Biela.

A Figura 5.17 apresenta o deslocamento e a velocidade angular da biela. Assim, analisando a figura pode-se verificar que as curvas apresentadas são significativamente similares as obtidas no modelo convencional (seção 5.2).

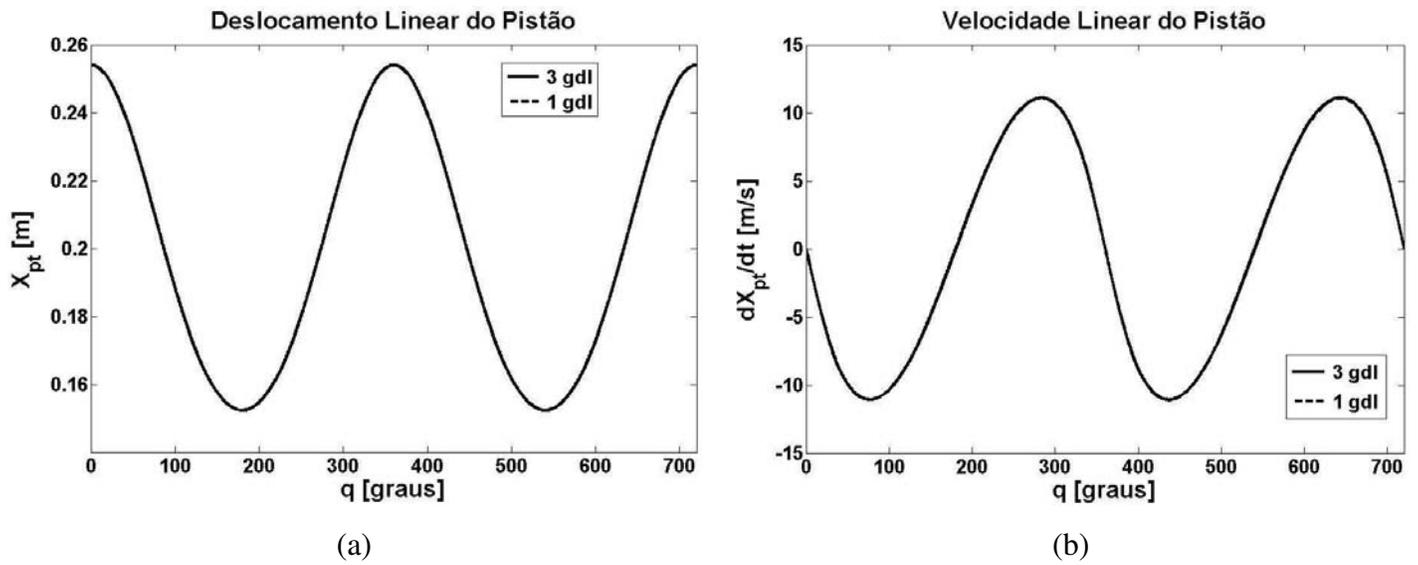


Figura 5.18 – Análise do Pistão na Simulação 1, (a) Deslocamento do Pistão, (b) Velocidade do Pistão.

Conforme pode ser observado na Figura 5.18, da mesma forma que com a biela, o comportamento dinâmico do pistão é muito similar ao obtido no modelo convencional.

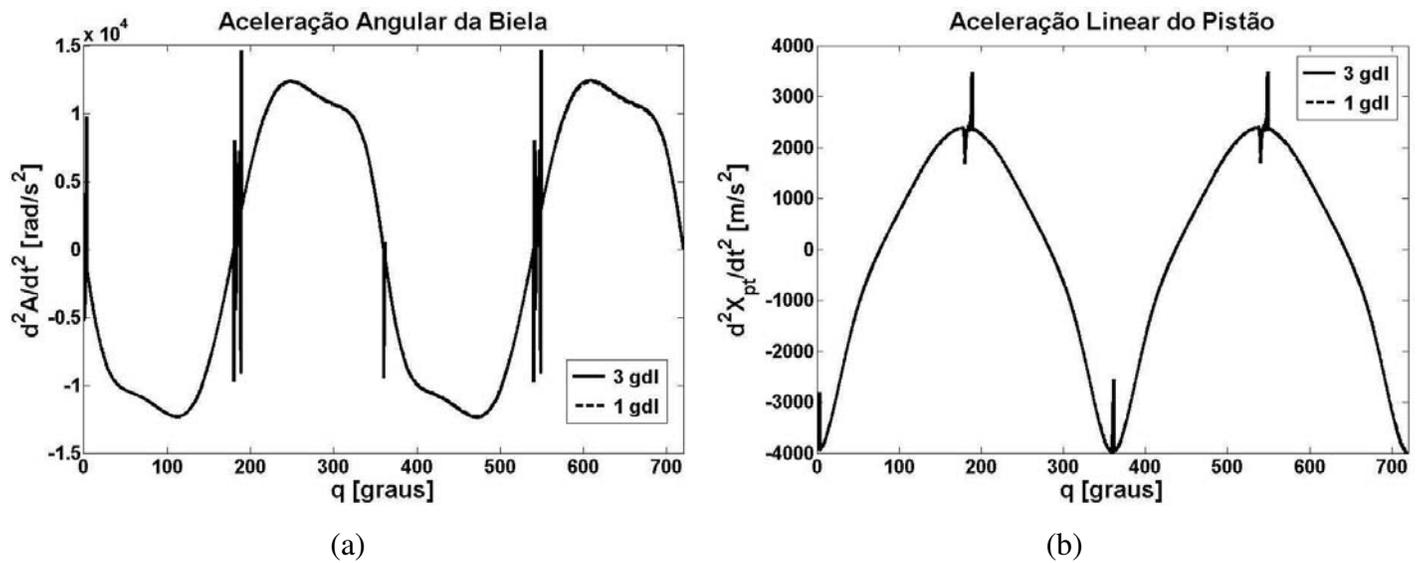


Figura 5.19 – Análise da Aceleração na Simulação 1, (a) Aceleração Angular da Biela, (b) Aceleração Linear do Pistão.

A Figura 5.19 apresenta a aceleração angular da biela e a aceleração linear do pistão, respectivamente. Assim, pode-se verificar que, embora as formas mantenham o mesmo padrão das curvas obtidas através do mecanismo biela-manivela com mancal rígido (sem folga), há oscilações, tanto na aceleração da biela quanto na aceleração do pistão, referentes ao comportamento do pino sobre a condição de lubrificação hidrodinâmica.

As Figuras 5.20 e 5.21 apresentam as forças hidrodinâmicas no pino pistão na direção X e na direção Y, respectivamente.

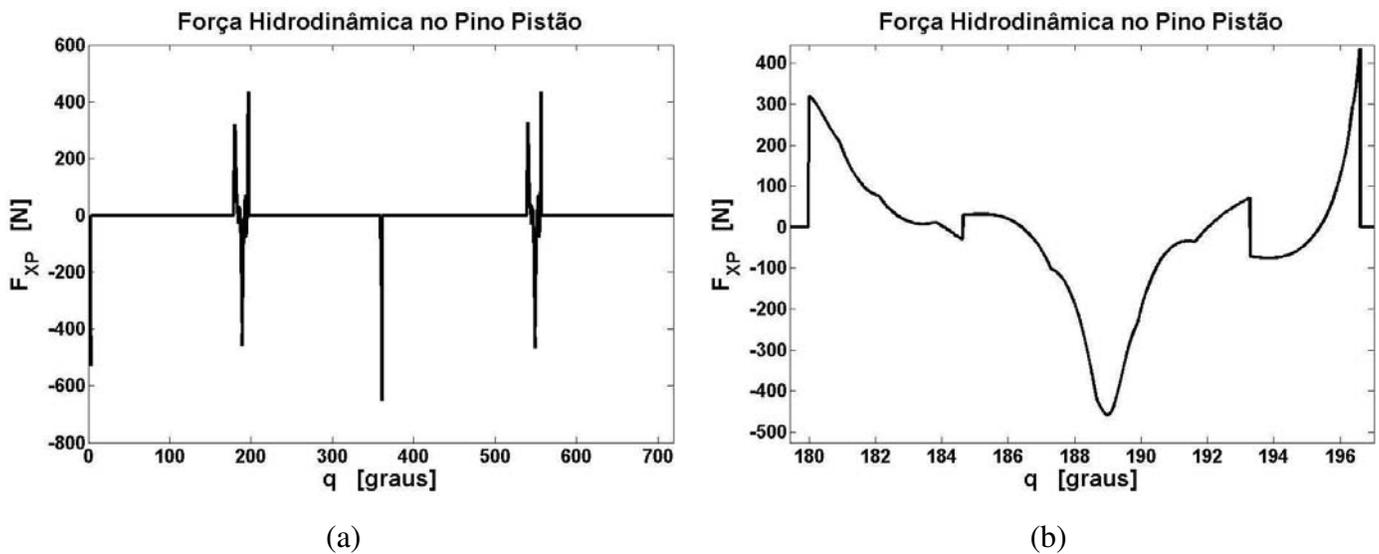


Figura 5.20 – Análise da Força  $F_{XP}$  na Simulação 1, (a) Duas Voltas, (b) Detalhe da Condição Hidrodinâmica (180° a 197°).

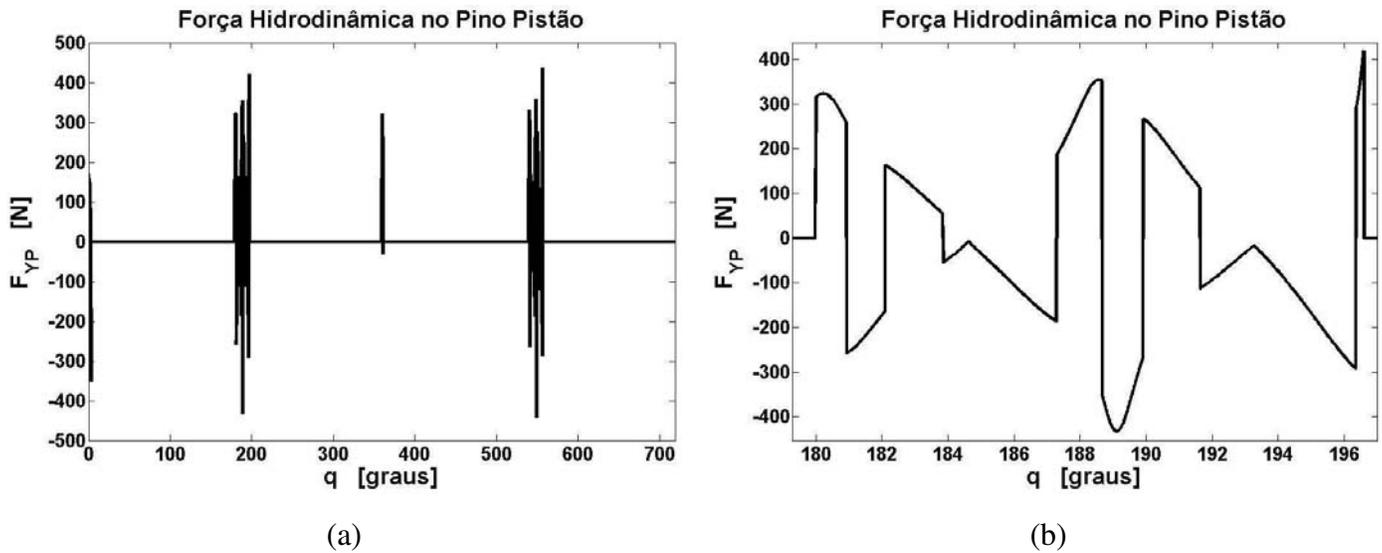
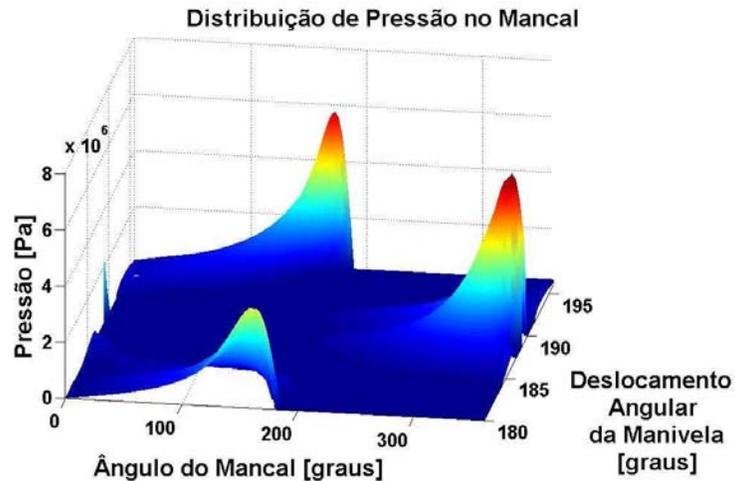


Figura 5.21 – Análise da Força  $F_{YP}$  na Simulação 1, (a) Duas Voltas, (b) Detalhe da Condição Hidrodinâmica ( $180^\circ$  a  $197^\circ$ ).

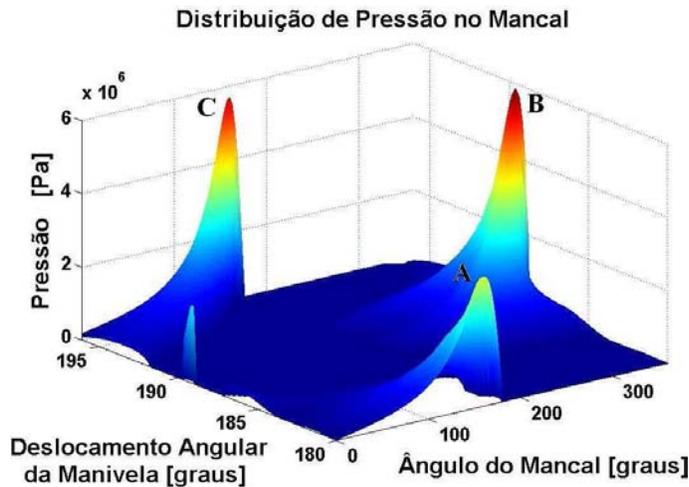
As Figuras 5.20(a) e 5.21(a) apresentam os valores das forças hidrodinâmicas durante as duas primeiras voltas da manivela, sendo que, os trechos nos quais a força hidrodinâmica é nula, representam o momento no qual o pino está em contato com a parede do mancal (pistão). Nessa condição, o comportamento dinâmico é descrito através do modelo do mecanismo biela-manivela com mancal rígido.

As inversões bruscas na direção das forças hidrodinâmicas apresentadas na Figura 5.20(b) e 5.21(b), ocorrem devido a transição de quadrantes do mancal. Quando o pino sai de um determinado quadrante do mancal e entra em outro, automaticamente muda o sentido da cunha de filme de óleo, gerando assim uma inversão na direção das forças hidrodinâmicas.

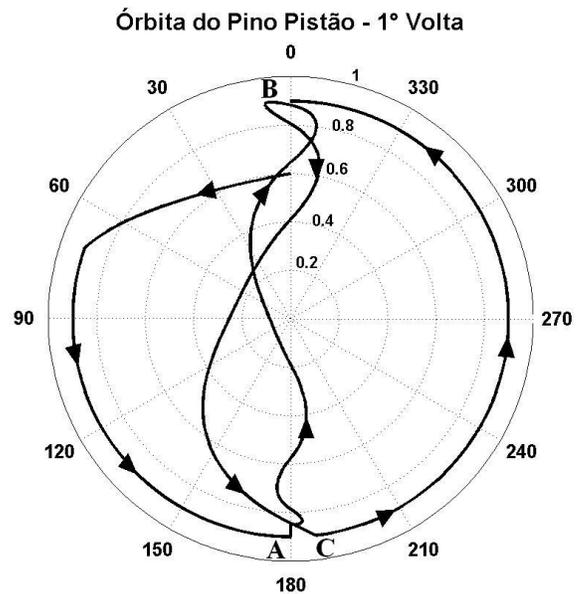
Por fim, a Figura 5.22 apresenta a distribuição de pressão no mancal após o descolamento do pino, devido a inversão de movimento do pistão no ponto morto inferior.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.22 – Distribuição de Pressão no Mancal na Simulação 1, (a) Vista 1, (b) Vista 2, (c) Órbita do Pino Pistão.

Analisando a Figura 5.22, verifica-se que logo após o descolamento do pino ( $q = 180^\circ$ ), o mancal apresenta uma distribuição de pressão devido uma razão de excentricidade de 0,85 próximo ao ângulo de  $180^\circ$  no mancal (Ponto A). Em seguida, o pino se desloca para o lado oposto do mancal, gerando um novo pico de pressão próximo ao ângulo  $360^\circ$  (ou  $0^\circ$ ) do mancal (Ponto B). Após isso, o pino se desloca à parte inferior do mancal, gerando um pico de pressão próximo ao ângulo de  $180^\circ$  no mancal (Ponto C). Entretanto, essa última distribuição de pressão

não produz força suficiente para empurrar o pino, o que faz com que o pino exceda a razão de excentricidade limite, ou seja, entre em contato com a parede do mancal.

### 5.3.2 Resultados obtidos na Simulação 2

A simulação computacional, apresentada nessa seção, foi realizada considerando uma folga radial no mancal de  $40\ \mu\text{m}$ , que representa o dobro da folga utilizada na simulação da seção anterior. Por esse motivo, foi necessário ajustar a posição inicial do pistão (Tabela 5.5), para que, assim, como utilizado na simulação 1, a razão de excentricidade inicial fosse de 0,6.

Os demais parâmetros físicos do mancal são os mesmos considerados na simulação 1, cujos valores foram apresentados na Tabela 5.4.

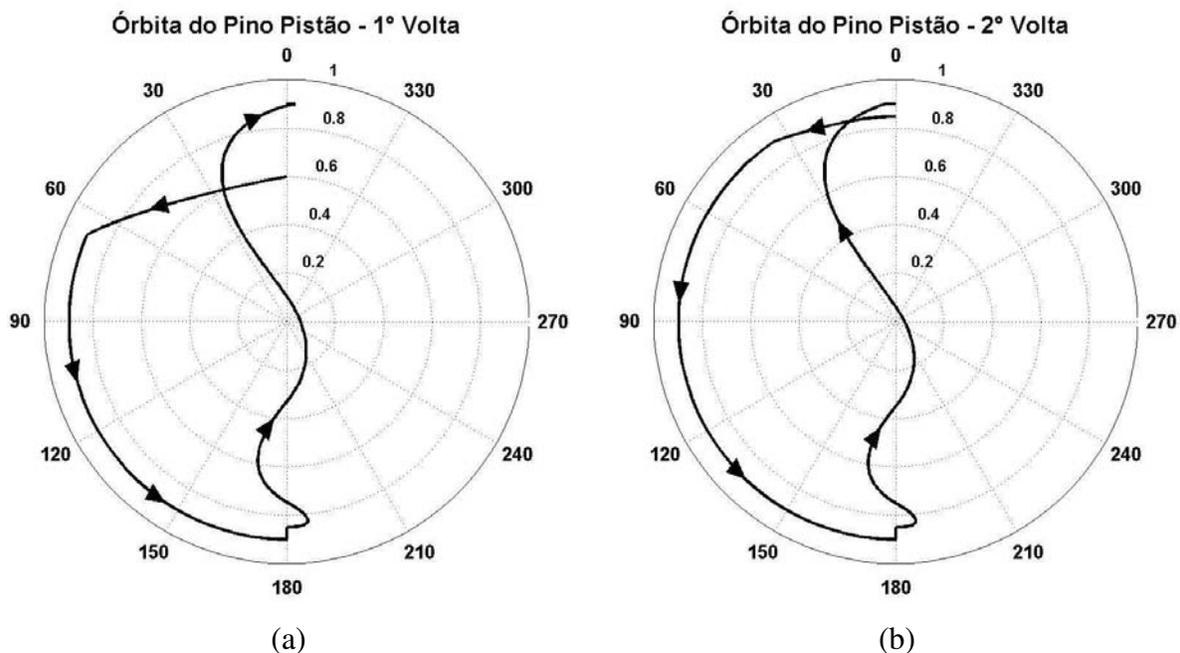


Figura 5.23 – Órbita do Pino Pistão na Simulação 2, (a) Primeira Volta, (b) Segunda Volta.

A Figura 5.23 apresenta as órbitas obtidas na primeira e segunda volta da manivela, respectivamente. Conforme descrito anteriormente, pode-se observar que o pino apresenta uma razão de excentricidade inicial de 0,6. Da mesma forma que ocorrido na simulação 1, após o

início do movimento, o pino descreve um movimento para a esquerda até atingir a excentricidade limite. Em seguida, assume-se que o pino permaneça junto a parede do mancal até que ocorra a inversão do movimento do pistão. Devido a inversão de movimento do pistão, o pino descola da parede e se desloca no interior do furo, atingindo a razão de excentricidade limite próximo ao ângulo  $0^\circ$  no mancal.

Dessa forma, verifica-se que, diferentemente do que havia ocorrido na simulação 1, as forças hidrodinâmicas não são suficientes a ponto de conseguir empurrar o pino para a parte inferior do mancal, o que evitaria o contato do pino com a parede próximo ao ângulo  $0^\circ$  do mancal. Por esse motivo, o pino entra em contato novamente, e a partir disso é considerado que o mesmo permaneça junto a parede do mancal até que termine a primeira volta da manivela. Vale salientar que esse resultado é coerente, visto que quando se aumenta a folga radial do mancal, automaticamente aumenta-se a cunha do filme de óleo, gerando assim uma diminuição das forças hidrodinâmicas.

Analisando a Figura 5.23(b), observa-se que a órbita que o pino descreve na segunda volta da manivela é similar a apresentada na volta inicial. Entretanto, verifica-se que a razão de excentricidade inicial é de 0,85, que representa o descolamento do pino em relação a parede, devido a inversão de movimento ocorrida no ponto morto superior.

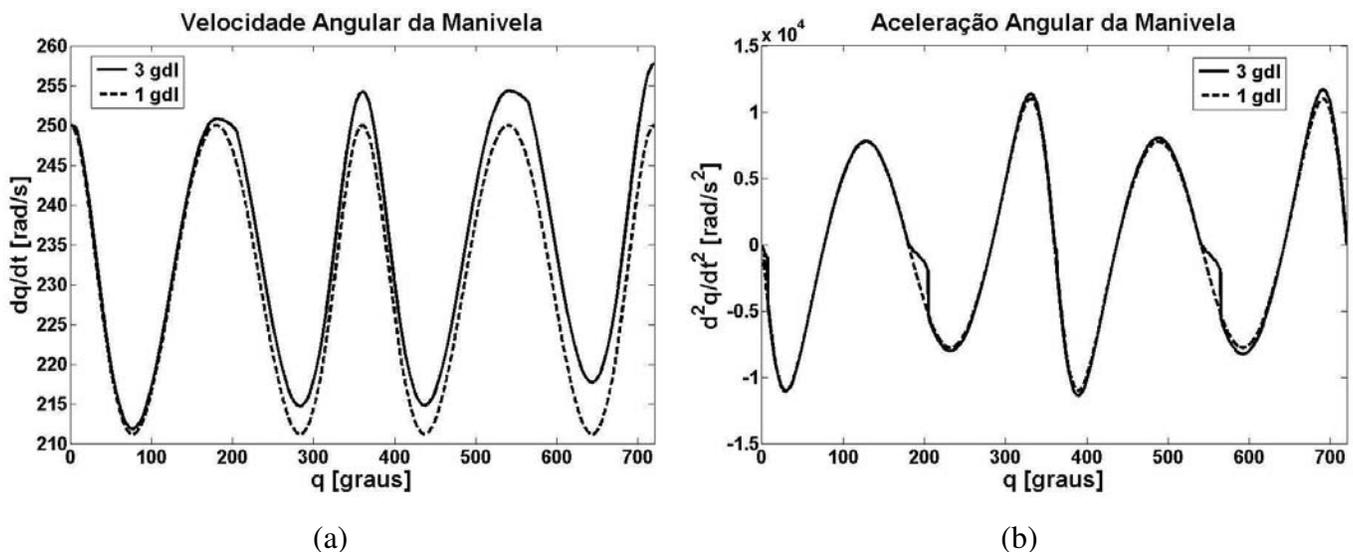


Figura 5.24 – Análise da Manivela na Simulação 2, (a) Velocidade Angular da Manivela, (b) Aceleração Angular da Manivela.

Na Figura 5.24, verifica-se que a velocidade e aceleração angular da manivela são similares as obtidas na simulação 1. Além disso, observa-se ainda que a velocidade angular da manivela também apresenta um crescimento, cujo fator de origem já foi explicado na simulação 1 (seção 5.3.1).

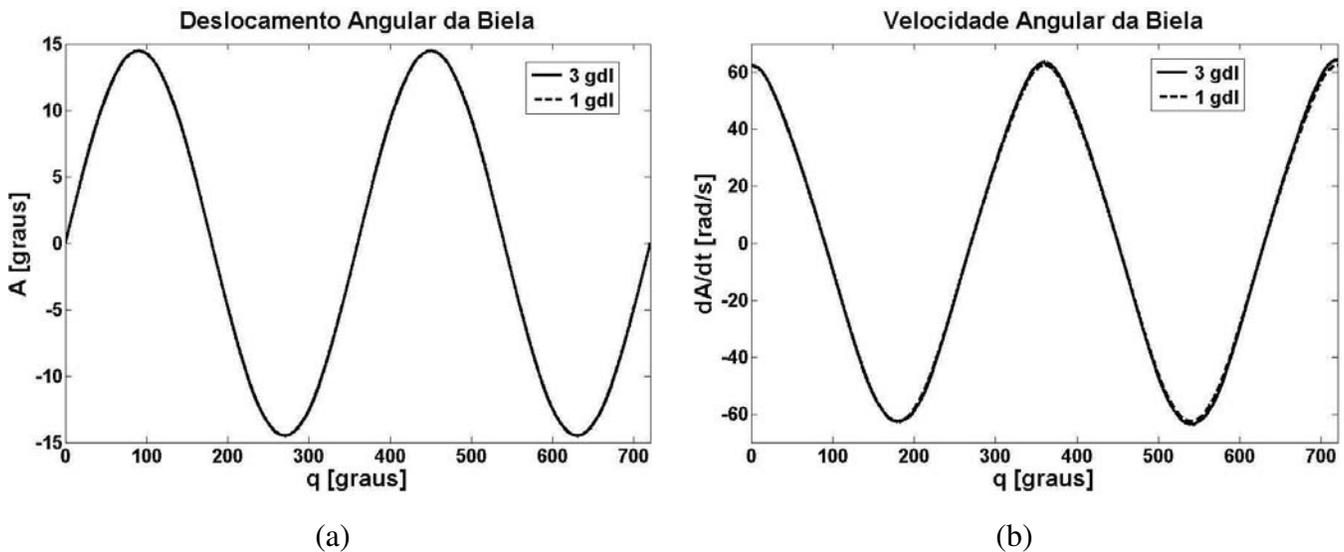


Figura 5.25 – Análise da Biela na Simulação 2, (a) Deslocamento Angular da Biela, (b) Velocidade Angular da Biela.

A Figura 5.25 apresenta o deslocamento e a velocidade angular da biela. Assim, pode-se observar que, da mesma forma que apresentado na simulação 1, o deslocamento e a velocidade angular da biela no mecanismo com mancal hidrodinâmico seguem a mesmo perfil apresentado na resposta do modelo convencional (seção 5.2).

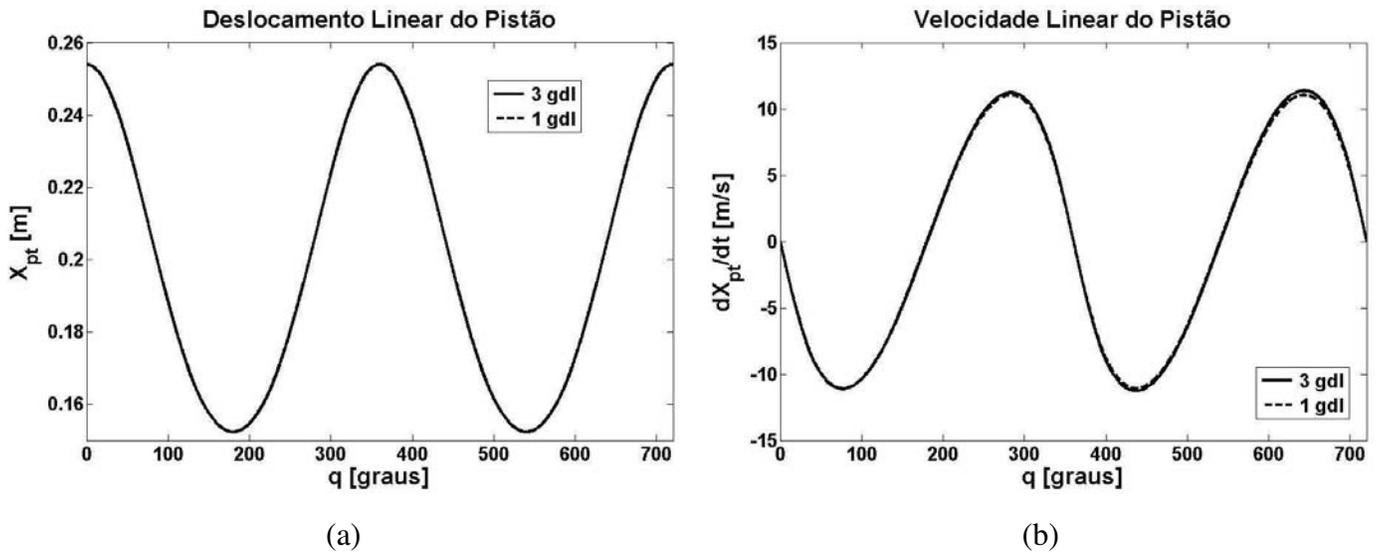


Figura 5.26 – Análise do Pistão na Simulação 2, (a) Deslocamento do Pistão, (b) Velocidade do Pistão.

Conforme pode ser observado na Figura 5.26, da mesma forma que ocorrido com a biela, o comportamento dinâmico do pistão é muito similar ao obtido no modelo do mecanismo biela-manivela convencional.

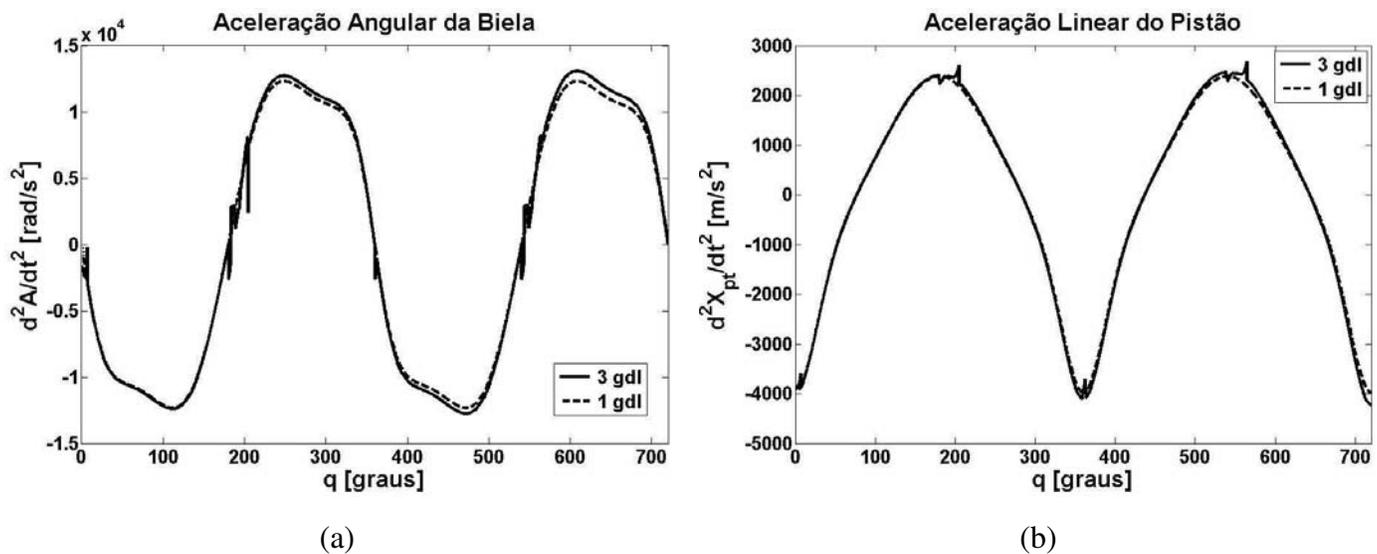


Figura 5.27 – Análise da Aceleração na Simulação 2, (a) Aceleração Angular da Biela, (b) Aceleração Linear do Pistão.

Conforme apresentado na Figura 5.27, a aceleração angular da biela e a aceleração linear do pistão mantêm o mesmo perfil da resposta obtida através do mecanismo biela-manivela com

mancal rígido (sem folga), sendo que as pequenas oscilações existentes são referentes ao comportamento do pino sob a condição de lubrificação hidrodinâmica.

A Figura 5.28 e 5.29 apresentam as forças hidrodinâmicas no pino pistão na direção X e na direção Y, respectivamente.

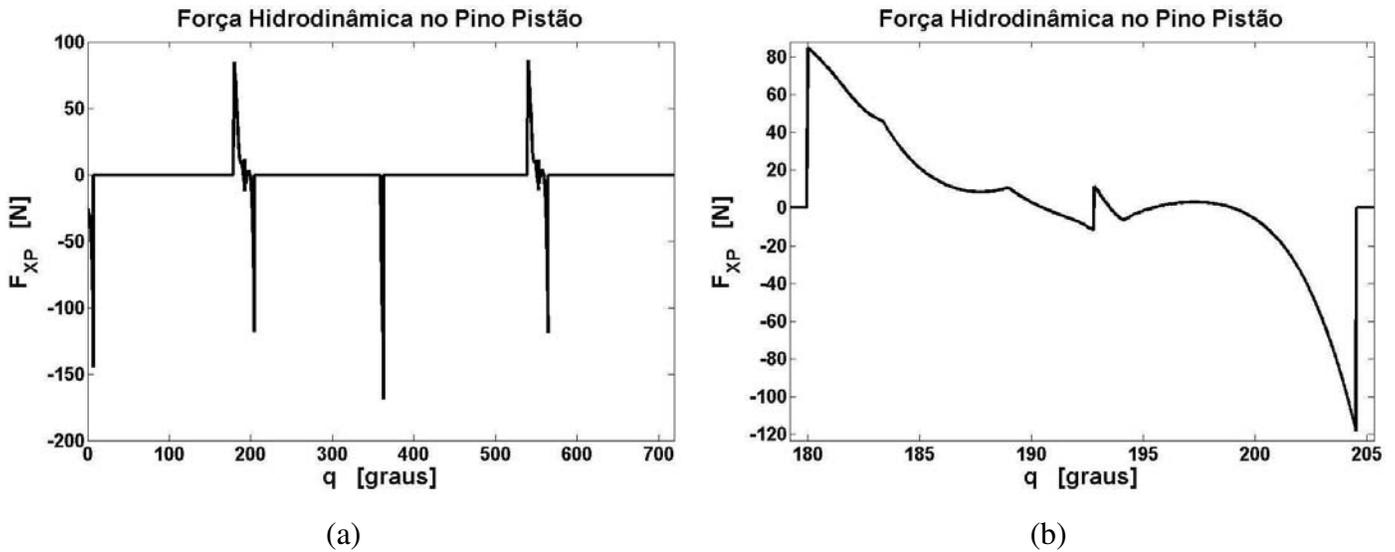


Figura 5.28 – Análise da Força  $F_{XP}$  na Simulação 2, (a) Duas Voltas, (b) Detalhe da Condição Hidrodinâmica ( $180^\circ$  a  $204^\circ$ ).

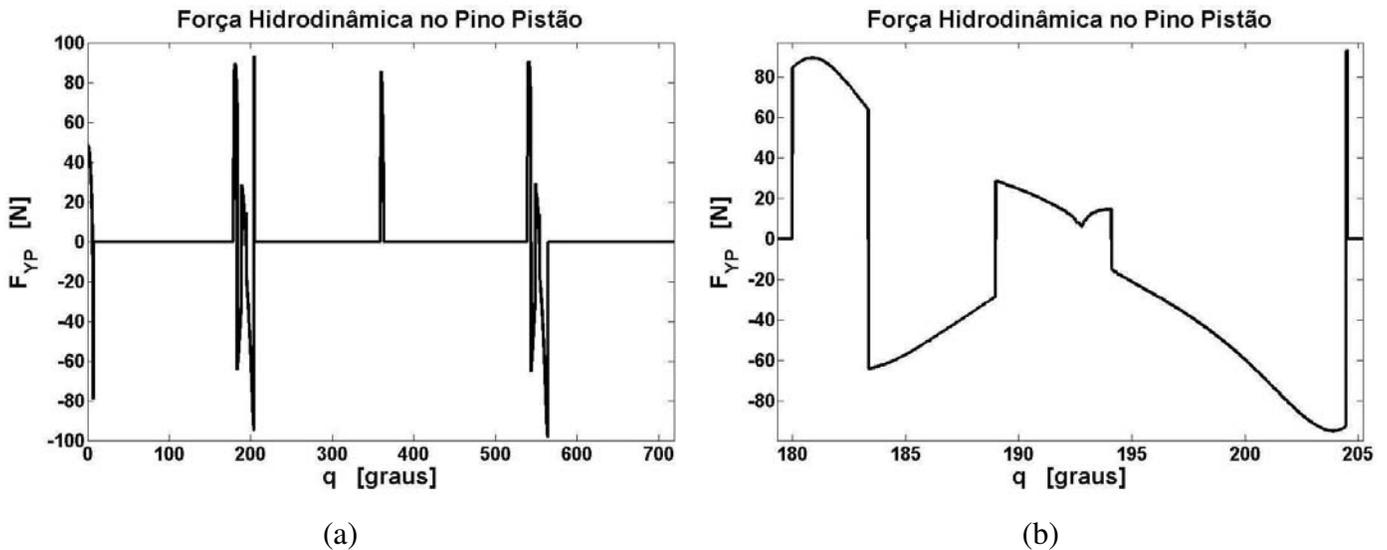
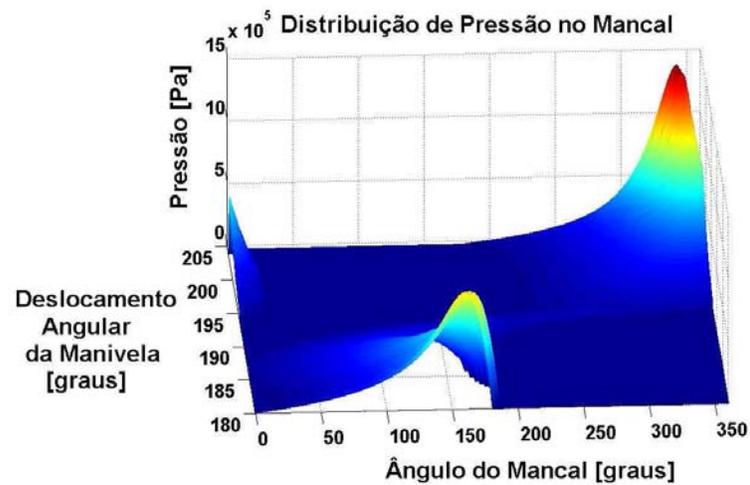
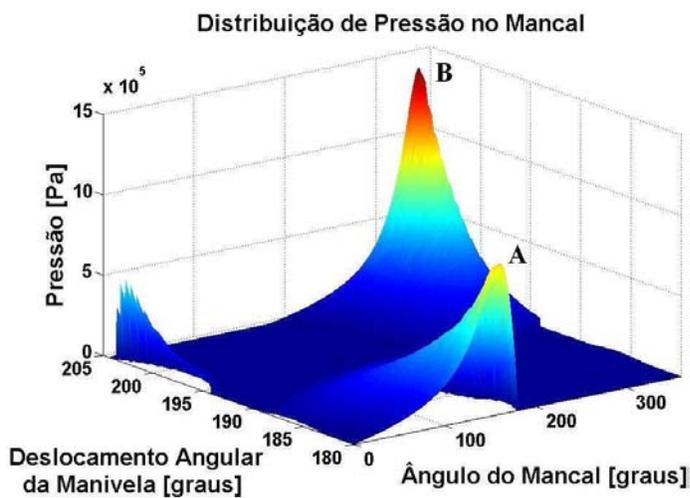


Figura 5.29 – Análise da Força  $F_{YP}$  na Simulação 2, (a) Duas Voltas, (b) Detalhe da Condição Hidrodinâmica ( $180^\circ$  a  $204^\circ$ ).

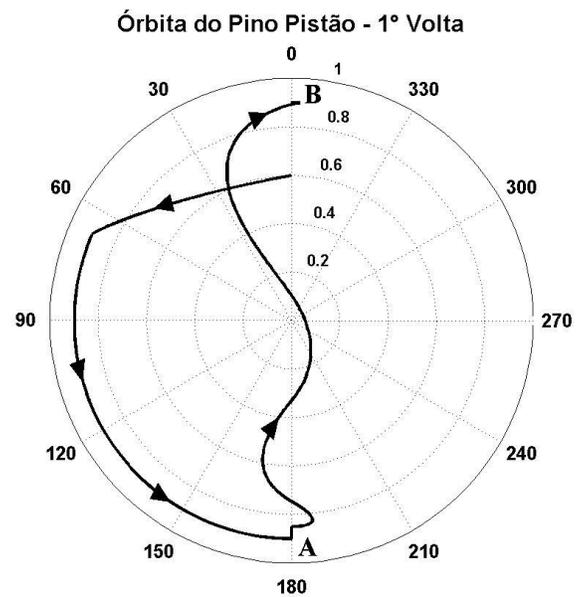
Por fim, a Figura 5.30 apresenta a distribuição de pressão no mancal após o descolamento do pino, devido a inversão de movimento do pistão no ponto morto inferior.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.30 –Distribuição de Pressão no Mancal na Simulação 2, (a) Vista 1, (b) Vista 2, (c) Órbita do Pino Pistão.

De acordo com a Figura 5.30, verifica-se que logo após o descolamento do pino ( $q = 180^\circ$ ), o mancal apresenta uma distribuição de pressão devido uma razão de excentricidade de 0,85 próximo ao ângulo de  $180^\circ$  no mancal (Ponto A). Em seguida, o pino se desloca ao lado oposto do mancal, gerando um novo pico de pressão próximo ao ângulo  $360^\circ$  (ou  $0^\circ$ ) do mancal (Ponto B). Entretanto, essa distribuição de pressão não produz força suficiente para empurrar o pino, fazendo com que o mesmo exceda a razão de excentricidade limite, ou seja, entre em contato com a parede do mancal.

Pode-se verificar, ainda, que a distribuição de pressão obtida na simulação 1 (Figura 5.22) é significativamente maior que a distribuição obtida na simulação 2, pois na simulação 1 é considerado uma menor folga radial do mancal, ou seja, apresenta uma menor cunha de filme de óleo.

### **5.3.3 Resultados obtidos na Simulação 3**

A simulação computacional realizada nessa seção considera a folga radial do mancal sendo  $20 \mu\text{m}$  e uma velocidade angular da manivela de  $1000 \text{ rad/s}$  como condição inicial (Tabela 5.5). A simulação 1 também considerou a folga radial do mancal sendo  $20 \mu\text{m}$ , entretanto a velocidade angular da manivela, na condição inicial, foi de  $250 \text{ rad/s}$ . Desta forma, nessa simulação é possível investigar a influência da velocidade angular inicial da manivela, no modelo do mecanismo biela-manivela com mancal hidrodinâmico na junção biela-pistão.

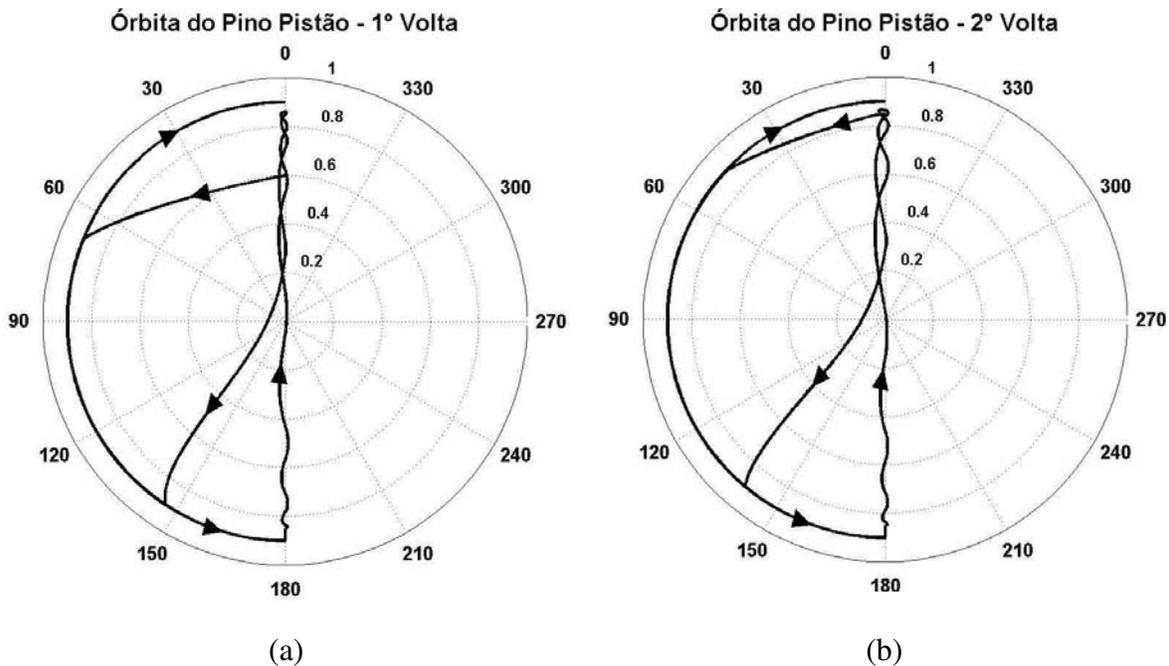


Figura 5.31 – Órbita do Pino Pistão na Simulação 3, (a) Primeira Volta, (b) Segunda Volta.

A Figura 5.31 apresenta as órbitas descritas na primeira e segunda volta da manivela, respectivamente. Assim, conforme observado na Figura 5.31(a), após o início do movimento, o pino se desloca para a esquerda até atingir a excentricidade limite, em seguida, assume-se que o pino permanece junto a parede do mancal até que ocorra a inversão do movimento do pistão. Quando ocorre essa inversão de movimento, o pino descola da parede e se desloca no interior do furo até quase atingir a parede do mancal do lado oposto. Entretanto, ao se aproximar da parede, as forças hidrodinâmicas empurram o pino e o pistão em direções opostas, realizando, assim, um movimento relativo entre eles. Isso faz com que o pino se desloque no interior do furo, atingindo novamente a razão de excentricidade limite próximo ao ângulo 145° do mancal. Por fim, o pino permanece junto a parede do mancal até o fim da primeira volta da manivela.

De acordo com a Figura 5.31(a), verifica-se que, devido o aumento da velocidade angular inicial da manivela, as forças hidrodinâmicas que agem nesta simulação são maiores, fazendo com que a órbita descrita não seja tão aberta quanto a órbita obtida na simulação 1. Além disso, observa-se que a distância mínima entre o pino e a parede do mancal próximo ao ângulo 0° do mancal, é maior que a distância mínima apresentada na simulação 1 (Figura 5.15).

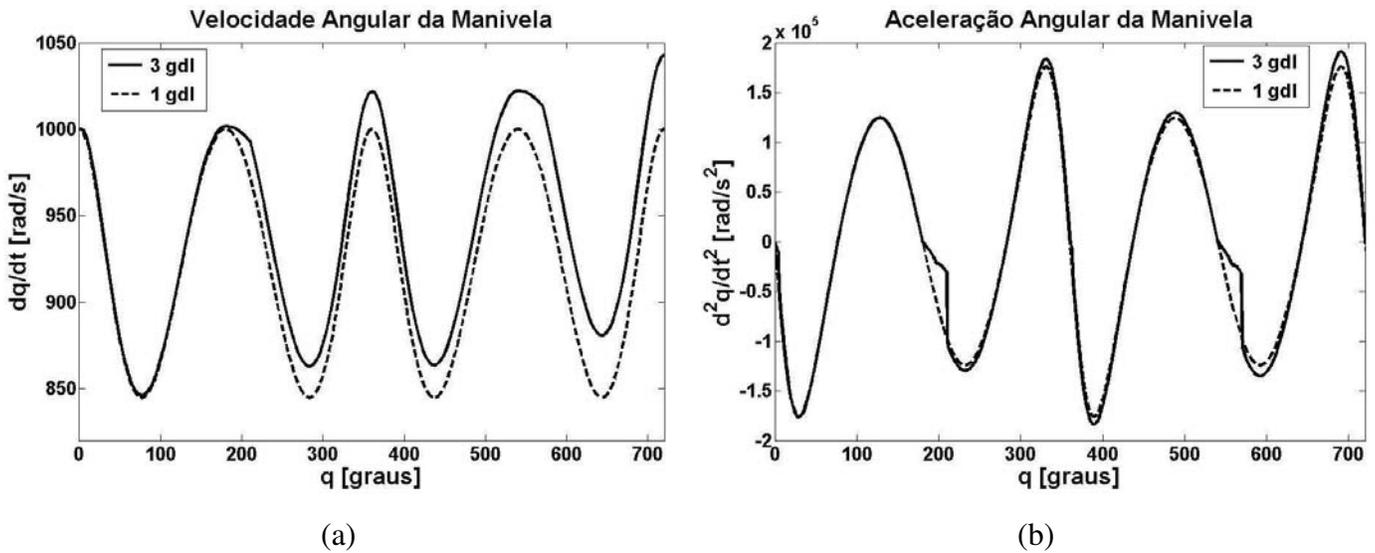


Figura 5.32 – Análise da Manivela na Simulação 3, (a) Velocidade Angular da Manivela, (b) Aceleração Angular da Manivela.

Conforme apresentado na Figura 5.32, os perfis da velocidade e da aceleração angular da manivela são similares aos obtidos na simulação 1. Além disso, observa-se que o crescimento da velocidade angular da manivela, devido a transição dos modelos, é mais elevado quando comparado com a simulação 1.

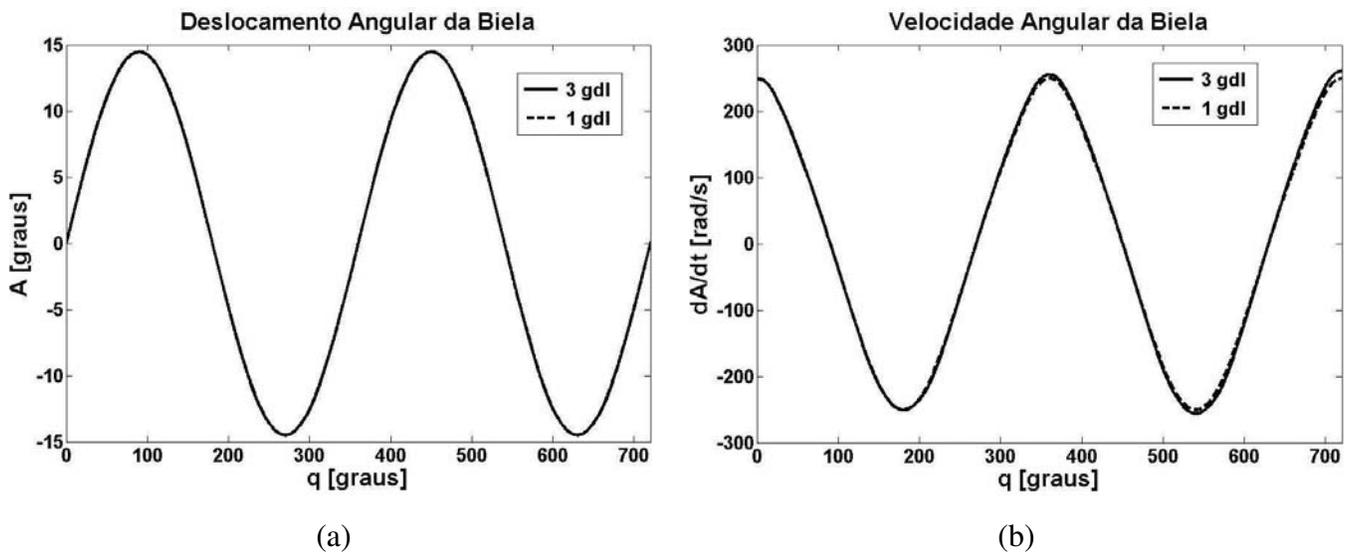


Figura 5.33 – Análise da Biela na Simulação 3, (a) Deslocamento Angular da Biela, (b) Velocidade Angular da Biela.

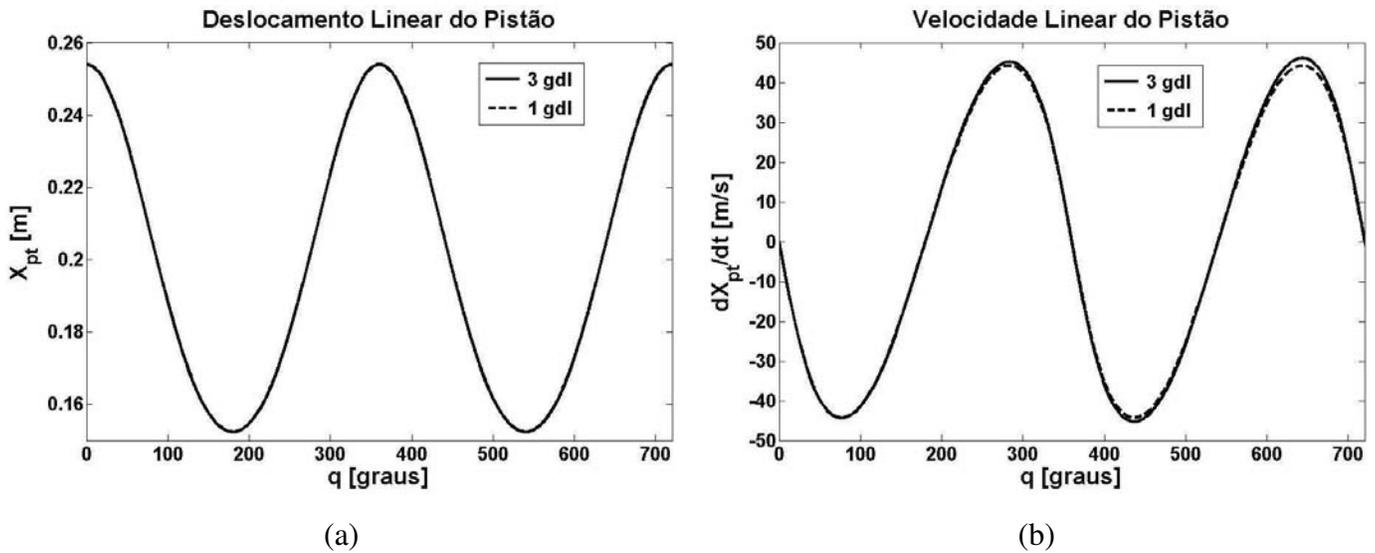


Figura 5.34 – Análise do Pistão na Simulação 3, (a) Deslocamento do Pistão, (b) Velocidade do Pistão.

A Figura 5.33 e a Figura 5.34 apresentam o deslocamento e a velocidade da biela e do pistão, respectivamente.

Desta forma, verifica-se que o deslocamento e a velocidade, tanto da biela quanto do pistão, são similares aos resultados obtidos nas simulações precedentes.

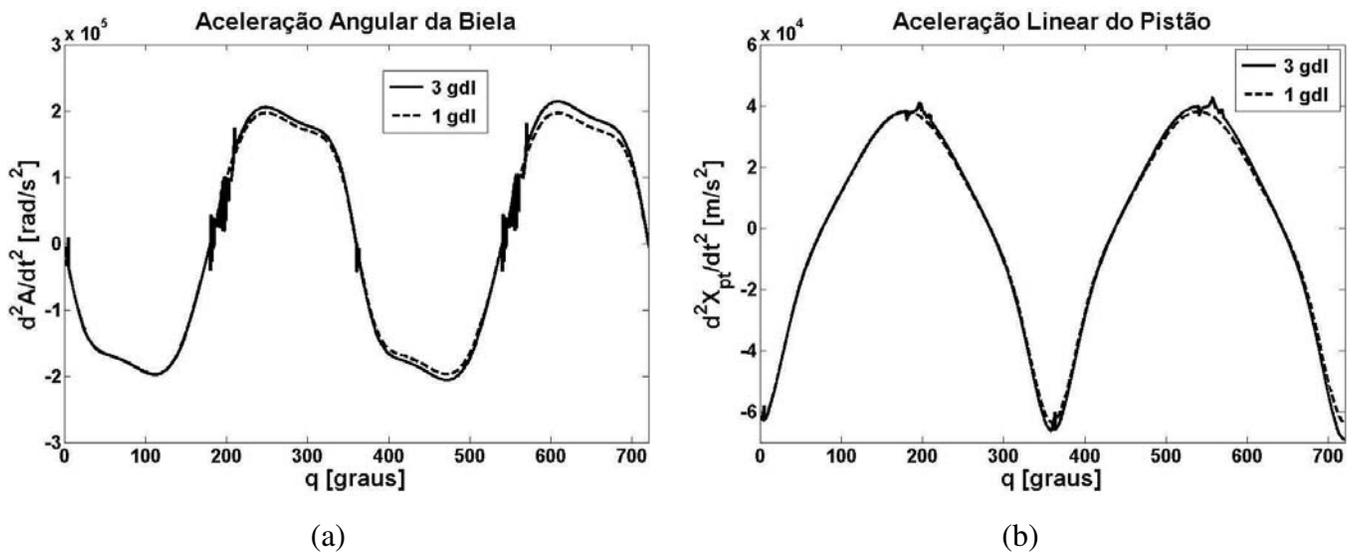


Figura 5.35 – Análise da Aceleração na Simulação 3, (a) Aceleração Angular da Biela, (b) Aceleração Linear do Pistão.

A Figura 5.35 apresenta a aceleração angular da biela e a aceleração linear do pistão. Nessa figura verifica-se a existência de pequenas oscilações, tanto na aceleração da biela quanto na aceleração do pistão, que se referem ao comportamento do pino sobre a condição de lubrificação hidrodinâmica.

As Figuras 5.36 e 5.37 apresentam as forças hidrodinâmicas no pino pistão na direção X e na direção Y, respectivamente.

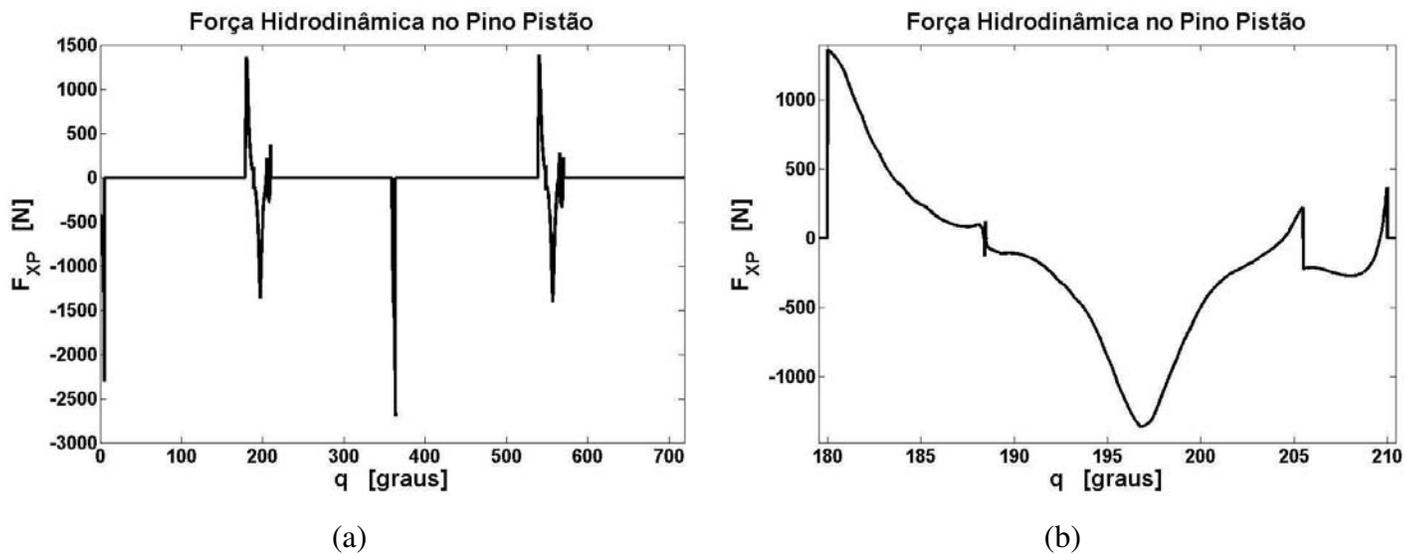


Figura 5.36 – Análise da Força  $F_{XP}$  na Simulação 3, (a) Duas Voltas, (b) Detalhe da Condição Hidrodinâmica ( $180^\circ$  a  $210^\circ$ ).

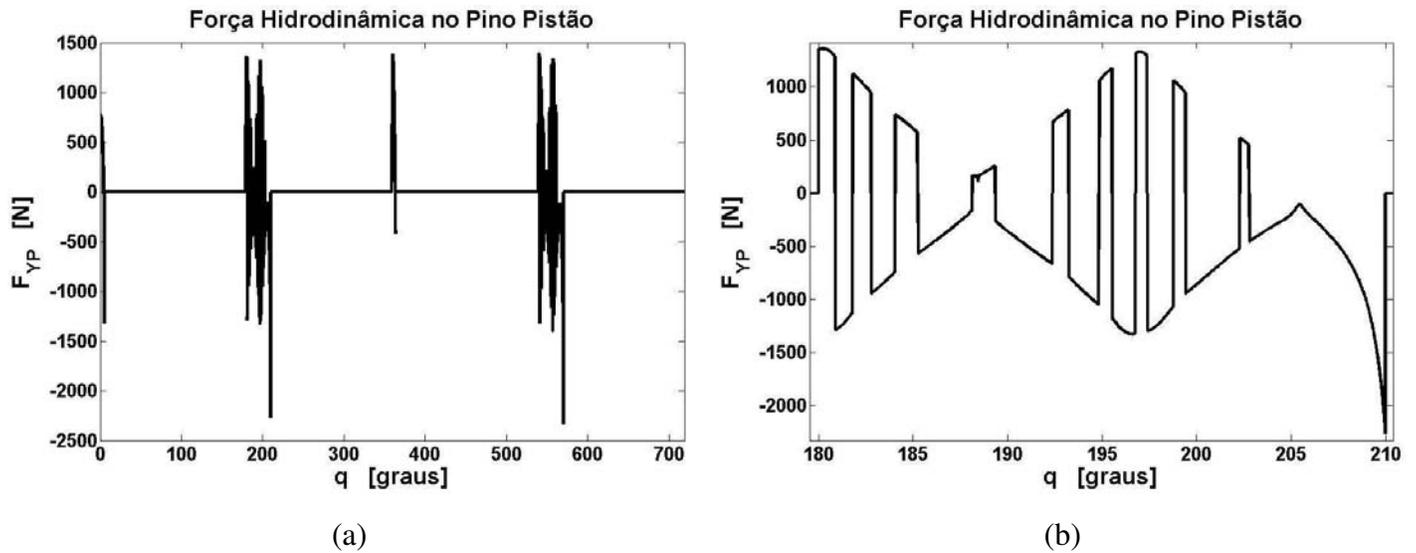
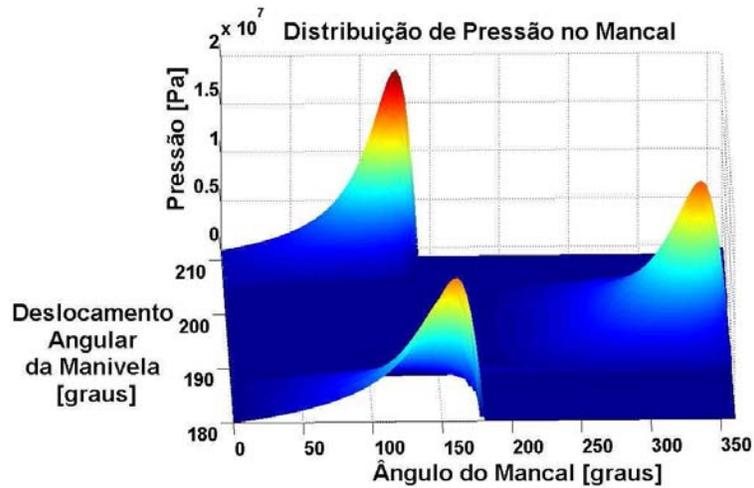


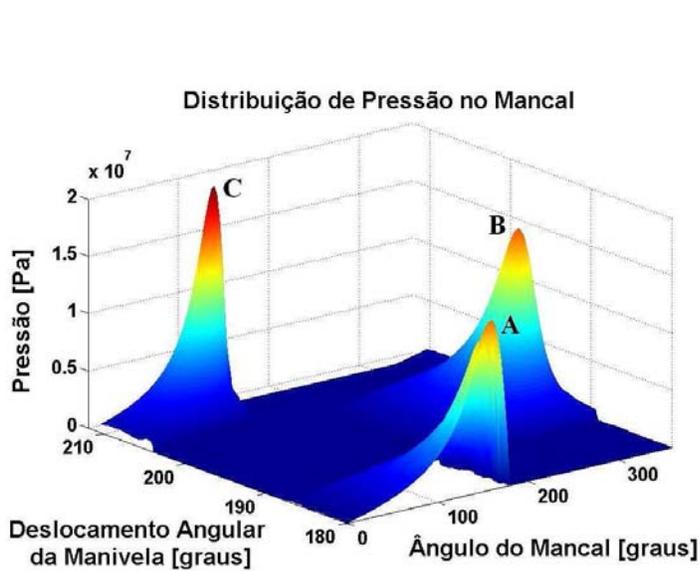
Figura 5.37 – Análise da Força  $F_{YP}$  na Simulação 3, (a) Duas Voltas, (b) Detalhe da Condição Hidrodinâmica ( $180^\circ$  a  $210^\circ$ ).

Conforme a órbita da Figura 5.31, as oscilações que o pino descreve ao longo do eixo vertical (coordenada X), fazem com que as forças hidrodinâmicas na direção Y, apresentadas na Figura 5.37, sofram bruscas mudanças na direção de aplicação. Segundo já descrito, isso ocorre devido a transição do pino entre os quadrantes do mancal.

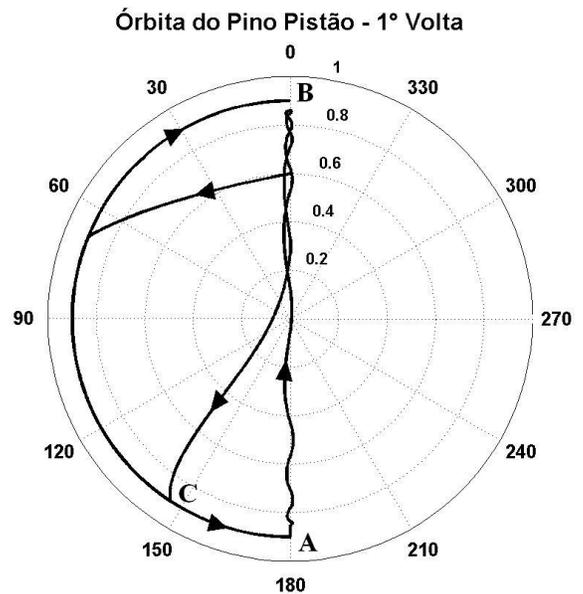
Por fim, a Figura 5.38 apresenta a distribuição de pressão no mancal após o descolamento do pino, devido à inversão de movimento do pistão no ponto morto inferior.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.38 – Distribuição de Pressão no Mancal na Simulação 3, (a) Vista 1, (b) Vista 2, (c) Órbita do Pino Pistão.

Analisando a Figura 5.38, verifica-se que, logo após o descolamento do pino ( $q = 180^\circ$ ), apresenta-se uma distribuição de pressão devido uma razão de excentricidade de 0,85 próximo ao ângulo  $180^\circ$  no mancal (Ponto A). Em seguida, o pino se desloca ao lado oposto do mancal, gerando um novo pico de pressão próximo ao ângulo  $360^\circ$  (ou  $0^\circ$ ) do mancal (Ponto B). Após

isso, o pino se desloca à parte inferior esquerda do mancal, gerando, assim, um pico de pressão próximo ao ângulo  $145^\circ$  do mancal (Ponto C).

Entretanto, essa distribuição de pressão, próxima ao ângulo  $145^\circ$ , não gera uma força hidrodinâmica suficiente para empurrar o pino, permitindo assim que o pino exceda a razão de excentricidade limite, ou seja, entre em contato com a parede do mancal.

## Capítulo 6

### Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

#### 6.1 Conclusões

Este trabalho apresenta uma contribuição na modelagem dinâmica do sistema virabrequim-biela-pistão, considerando mancal hidrodinâmico na junção biela-pistão. Desta forma, foram obtidos, através de simulações computacionais, resultados que permitem avaliar o comportamento dinâmico do pino pistão, assim como as condições de lubrificação no mancal hidrodinâmico da junção biela-pistão.

Inicialmente, foi realizada uma revisão da literatura com ênfase na modelagem de mancal hidrodinâmico e sistema pino pistão. Em relação aos mancais de lubrificação hidrodinâmica, foram mostrados os modelos desenvolvidos a partir da teoria de lubrificação clássica de Reynolds, os modelos numéricos desenvolvidos por Pinkus e o modelo de lubrificação para mancais de movimento rotacional alternado, que foi utilizado para avaliar as forças hidrodinâmicas deste trabalho. Entretanto, apesar da grande quantidade de trabalhos sobre lubrificação hidrodinâmica, a literatura ainda é pobre quando diz respeito ao comportamento dos mancais da junção biela-pistão. Os trabalhos relacionados ao sistema pino pistão são, em geral, referentes aos experimentos desenvolvidos no Instituto Musashi de Tecnologia ou à estudos realizados por Ligier e Ragot. A revisão da literatura mostra o estado da arte do presente trabalho, buscando identificar as necessidades presentes.

O desenvolvimento deste trabalho foi realizado a partir da interação de dois modelos distintos: o modelo de lubrificação hidrodinâmica e o modelo dinâmico do mecanismo biela-manivela. A partir da análise do modelo de lubrificação foi possível verificar que, quando considerado apenas o movimento de rotação do eixo ( $L/R_b = 0$ ), os resultados apresentados são similares aos obtidos através da solução de Sommerfeld (Mancal Longo). Entretanto, quando considerado também o movimento de translação do sistema pino pistão, conclui-se que a distribuição de pressão é superior à obtida através da solução de Sommerfeld. Além disso, verificou-se que as forças hidrodinâmicas apresentam um comportamento linear em função da velocidade angular da manivela, diferentemente do comportamento apresentado em relação à razão de excentricidade. Contudo, tanto a velocidade angular da manivela quanto à razão de excentricidade são diretamente proporcionais às forças hidrodinâmicas.

A análise do modelo biela-manivela, considerando mancal hidrodinâmico na junção biela-pistão, é relativamente complexa. Essa complexidade ocorre devido, principalmente, a não-linearidade das equações, tanto do modelo de lubrificação, quanto do modelo dinâmico, e devido à elevada rigidez numérica das equações do modelo dinâmico. Por esse motivo, a escolha de um método numérico capaz de resolver o sistema de equações diferenciais é um fator significativamente importante.

As simulações computacionais do modelo matemático possibilitaram descrever o comportamento dinâmico do pino pistão. De acordo com os resultados obtidos, o pino pistão é submetido a duas condições durante sua operação, sendo que, em determinados instantes, o pino está sobre condição de lubrificação hidrodinâmica e, em outros instantes, o pino se encontra em contato com a superfície do mancal. É possível verificar através dos resultados que, independentemente das condições iniciais ou dos parâmetros físicos do mancal, o pino acaba rompendo o filme de óleo e, conseqüentemente, entra em contato com a superfície do mancal.

Durante o período no qual o pino está submetido à condição de lubrificação hidrodinâmica, o comportamento dinâmico do sistema é avaliado levando em consideração as forças hidrodinâmicas obtidas através do modelo de lubrificação. Entretanto, quando o pino excede a razão de excentricidade limite ( $\epsilon = 0,9$ ), ou seja, entra em contato com a superfície do mancal, foi

assumido que o comportamento dinâmico do sistema seria o mesmo que apresentado pelo mecanismo biela-manivela convencional, que considerada um mancal rígido (sem folga) na junção biela-pistão.

Conforme descrito anteriormente, o pino atinge razões de excentricidade elevadas, o que possibilita o esmagamento do filme de óleo. Por esse motivo, verificou-se que a utilização de um modelo de lubrificação elastohidrodinâmico seria mais conveniente para essa análise, acarretando, conseqüentemente, forças hidrodinâmicas mais significativas. Desta forma, o problema do contato poderia ser solucionado, visto que o contato do pino com a superfície do mancal ocorre devido às forças hidrodinâmicas não serem suficientes para realizar um movimento relativo entre essas partes.

Outros parâmetros analisados nesse trabalho foram a folga radial do mancal e a velocidade angular inicial da manivela (condição inicial). Assim, pode-se concluir que quando aumenta-se a folga radial do mancal, automaticamente aumenta-se também a cunha de filme de óleo do mancal, o que causa redução nas forças hidrodinâmicas, facilitando o contato do pino à parede do mancal. Porém, quando se aumenta a velocidade angular inicial da manivela, conseqüentemente, aumentam as forças hidrodinâmicas agindo no sistema, pois, conforme já descrito, a força hidrodinâmica é diretamente proporcional à velocidade angular da manivela. Diante disso, o pino tende a se aproximar menos da parede do mancal.

Por fim, pode-se concluir que a principal contribuição desse trabalho foi o desenvolvimento de um modelo matemático capaz de representar o sistema virabrequim-biela-pistão, considerando mancal hidrodinâmico na junção biela-pistão, permitindo assim analisar o comportamento do pino pistão.

## **6.2 Sugestões para trabalhos futuros**

A seguir são apresentados possíveis desdobramentos de pesquisa decorrentes do desenvolvimento deste trabalho:

1. Considerar os efeitos elastohidrodinâmicos no modelo de lubrificação, o que permitiria avaliar melhor as forças hidrodinâmicas no pino pistão.
2. Considerar na análise dinâmica uma força externa devido à explosão do motor de combustão interna. Para isso, será necessário desenvolver um modelo de combustão que possa operar interativamente com o modelo dinâmico, fornecendo valores de pressão para cada posição angular da manivela, respondendo ao integrador de passo variável. Uma alternativa a implementação do modelo de combustão, seria utilizar uma curva de pressão obtida experimentalmente em motores de combustão interna. Porém, neste caso torna-se necessário implementar um algoritmo de interpolação, que possa fornecer o valor da pressão para cada ângulo correspondente da manivela, a partir dos dados experimentais da curva de pressão.
3. Otimizar o modelo dinâmico do mecanismo biela-manivela com mancal hidrodinâmico. Uma possível consideração, que pode ser acrescentada no modelo matemático, é o movimento do pistão na direção horizontal dentro do cilindro de combustão, ou ainda, o movimento rotacional do pistão. Entretanto, para realizar essa consideração, torna-se necessário avaliar a condição de lubrificação na folga existente entre a parede do pistão e a parede do cilindro.

## Capítulo 7

### Referências Bibliográficas

Bathe, K. J., Wilson, E. J. *Numerical Methods in Finite Element Analysis*. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1976, 528 p.

Bukovnik, S., Dorr, N., Caika, V., Bartz, W.J., Loibnegger, B., Analysis of diverse simulation models for combustion engine journal bearings and the influence of oil condition, *Tribology International*, 2006, v 39 (8), pp. 820-826.

Conway-Jones J.M., Jones G.J., Ligier J-L., Xu H., Advances in engine bearing design techniques, *Proceedings of T&N Technical Symposium*, Würzburg-Germany, 1995, paper n.3.

Butenschoen H. J., “Das Hydrodynamische, zylindrische Gleitlager unter instationärer Belastung”, TU Karlsruhe, 1976, Dissertation.

Doughty, S., *Mechanics of Machines*, John Wiley & Sons, USA, 1988, 467p.

Downson, D., *Osborne Reynolds Centenary (1886-1986)* – Proc. Of IMech- Vol. 201, N. C2, 1987, p. 75-96.

- Gandara, I., Bannwart, A. C, Cavalca, K. L., Hydrodynamic lubrication applied to bearings with oscillating motion, *Proceedings of COBEM-2005*, Ouro Preto-Brazil, 2005a, pp.1-10.
- Gandara, I., Bannwart, A. C., Cavalca, K. L., Hydrodynamic lubrication applied to bearings with oscillating motion in internal combustion engines, *Proceedings of SAE Brazil Congress*, 2005b, pp.1-7.
- Gandara, I., *Modelagem de mancais hidrodinâmicos com movimento oscilatório*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2006, 96 p., Dissertação (Mestrado).
- Gander, W., Gautschi, W., *Adaptive Quadrature – Revisited*, BIT, Vol. 40, 2000, No. 1, pp. 084–101.
- Gresham, R.M., What's Tribology, *Tribology and lubrication technology*, 2004, vol. 60 (11), pp. 26-28.
- Hamrock, B. J., Schmid, S. R., Jacobson, B. O., *Fundamentals of Fluid Film Lubrication*, 2nd Ed., New York – Basel, Marcel Dekker, 2004.
- Heisler, H., *Vehicle and engine technology*, 2nd edition, SAE International, 1999.
- Helmetag, K., Lubrication Formulation: Developing a Simple Model, *Tribology and Lubrication Technology*, 2004, v 60 (1), pp. 20-24.
- Heywood, J. B., *Internal Combustion Engine Fundamentals*, McGraw-Hill, 1988.
- Holland J., “Beitrag zur Erfassung der Schmierverhältnisse in Verbrennungs-Kraftmaschinen”, Vdi-Forschungsheft 475, Ausgabe B, Band 25, Duesseldorf, 1959.

Ligier, J. L., Ragot, P., Piston-Pin: Wear and Rotating Motion, *SAE Paper 2005-01-1651*, Detroit, USA, 2005.

Ligier, J. L., Ragot, P., Small End Conrod Lubrication, *SAE Paper 2006-01-1101*, Detroit, USA, 2006.

Makino, T., Koga, T., Crank Bearing Design Based on 3-D Elasto-hydrodynamic Lubrication Theory, *Mitsubishi Heavy Industries Ltd. Technical Review*, 2002, v 39 (1).

Norton, R. L., *Machine Design: An Integrated Approach*, New Jersey: Prentice Hall Inc., USA, 1996, Cap. 10, Bearings and Lubrication, pp.641-702.

Ocvirk, E W., Short bearing approximation for full journal bearings, *National Advisory Committee for. Aeronautics*, Technical Note 2808, Cornell University, 1952.

Petroff, N. P., Friction in Machines and the Effect of Lubricant, *Inzenernii Zhurnal*, St. Petersburg, 1883, Vol. 1, pp. 71-140, Vol. 2, pp. 228-279, Vol. 3, pp. 377-436, Vol. 4, pp. 535-564. (em Russo).

Pinkus, O., Analysis of Elliptical Bearing, *Transactions of the ASME*, 1956, Vol. 78, pp. 965-973.

Pinkus, O., Analysis and Characteristics of Three-Lobe Bearing, *Journal of Basic Engineering*, 1959, pp. 49-55.

Pinkus, O., The Reynolds Centennial: A Brief History of the Theory of Hydrodynamic Lubrication, *Transactions of the ASME - Journal of Tribology*, 1987, Vol.109, pp.2-20.

Raimondi, A., Boyd, J., A Solution for the Finite Journal Bearing and Its Application to Analysis and Design, *Transactions of American Society of Lubrication Engineers*, 1958, Vol. 1, No.1, pp.159-209.

Reynolds, O., On the Theory of Lubrication and its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil. *Philosophical Transactions of Royal Society of London*, Series A, 1886, Vol. 177, Part 1, pp.157-234.

Sommerfeld, A, "Zur Hydrodynamischen Theorie der Schmiermittelreibung", *Zs. Math. and Phys.*, 1904, Vol. 50, No.1, pp.97-155.

Stone R., *Introduction to Internal Combustion Engines*, 3rd Ed., Society of Automotive Engineers, USA, 1995.

Suhara, T., Ato, S., Takiguchi, M., Furuhashi, S., Friction and Lubrication Characteristics of Piston Pin Boss Bearings of an Automotive Engine, *SAE Paper 970840*, Detroit, USA, 1997.

Takiguchi, M., Oguri, M., Someya, T., A Study of Rotating Motion of Piston Pin in Gasoline Engine, *SAE Paper 938142*, Detroit, USA, 1993.

Takiguchi, M., Nagasawa, K., Suhara, T., Hiruma, M., Friction and Lubrication Characteristics of Small End Connecting Rod Bearing of an Automotive Engine, *Fall Technical Conference*, ASME, 1996, Vol. 2.

Takiguchi, M., Nakayama, K., Furuhashi, S., Yoshida, H., Variation of Piston Ring Oil Film Thickness in an Internal Combustion Engine-Comparison between Thrust and Anti-Thrust Sides, *SAE Paper 980563*, USA, 1998.

Tower, B., First report on friction experiments, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 1883, pp. 632-659.

Tower, B., Second report on friction experiments, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 1885, pp. 58-70.

Tung, S.C., McMillan, M.L., Automotive tribology overview of current advances and challenges for the future, *Tribology International*, 2004 v 37 (7) 517-536.

Wang, D., Lubrication Analysis of a Connecting-Rod Bearing in a High-Speed Engine, *Tribology Transactions*, 2004, v 47, p. 280-289.

Weiner R., Schmitt B.A., Consistency of Krylov-W-Methods in initial value problems, Tech. Report 14, FB Mathematik und Informatik, Universitaet Halle, 1995.

Weiner R., Schmitt B.A., Podhaisky H., ROWMAP - a ROW-code with Krylov techniques for large stiff ODEs. Report 39, FB Mathematik und Informatik, Universitaet Halle, 1996.

White, F., *Viscous Fluid Flow*, McGraw-Hill, New York, 1991.

Xu H., Recent advances in engine bearing design analysis, *IMEchE Proceedings in Vibrations in Rotating Machinery*, 1999, v 213 (part J), pp. 239-251.

Zhang, C., Cehng, H. S., Qiu, L., Knipstein, K. W., Bolyard, J. Scuffing Behavior of Piston Pin/Bore Bearing in Mixed Lubrication, *Experimental Studies Tribology Transactions*, 2004a, Vol. 46, Part. 1, pp. 193-199.

Zhang, C., Cehng, H. S., Wang, J. O., Scuffing Behavior of Piston Pin/Bore Bearing in Mixed Lubrication, , *Experimental Studies Tribology Transactions*, 2004b, Vol. 47, Part. 2, pp. 149-156.