

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR *Gabriel Hattori*
da Silva E APROVADA
PELA COMISSÃO JULGADORA EM *28,01,2009*
Alberto Luiz Serpa.
.....
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Escolha de parâmetros para análise de contato entre corpos elásticos usando elementos finitos e redes neurais

Autor: Gabriel Hattori da Silva

Orientador: Alberto Luiz Serpa

02/2009

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL

Escolha de parâmetros para análise de contato entre corpos elásticos usando elementos finitos e redes neurais

Autor: Gabriel Hattori da Silva

Orientador: Alberto Luiz Serpa

Curso: Engenharia Mecânica

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Dissertação de mestrado acadêmico apresentada à Comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2009

SP - Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Si38 Silva, Gabriel Hattori da
Escolha de parâmetros para análise de contato entre
corpos elásticos usando elementos finitos e redes
neurais / Gabriel Hattori da Silva. --Campinas, SP: [s.n.],
2009.

Orientador: Alberto Luiz Serpa.
Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Mecânica do contato. 2. Metodos dos elementos
finitos. 3. Redes neurais (Computação). 4. MATLAB
(programa de computador). I. Serpa, Alberto Luiz. II.
Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Choice of parameters of the contact analysis between elastic bodies
using the finite element method and neural networks

Palavras-chave em Inglês: Contact Problem, Finite Element Method, Neural Networks,
MATLAB

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Renato Pavanello, Isaias Vizotto

Data da defesa: 28/01/2009

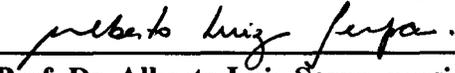
Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

Escolha de parâmetros para análise de contato entre corpos elásticos usando elementos finitos e redes neurais

Autor: Gabriel Hattori da Silva
Orientador: Alberto Luiz Serpa

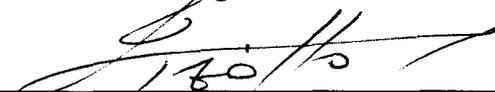
A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta dissertação:



Prof. Dr. Alberto Luiz Serpa, presidente
Faculdade de Engenharia Mecânica – UNICAMP



Prof. Dr. Renato Pavanello
Faculdade de Engenharia Mecânica – UNICAMP



Prof. Dr. Isaias Vizotto
Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo – UNICAMP

Campinas, 28 de janeiro de 2009.

Agradecimentos

Agradeço à ThyssenKrupp Metalúrgica Campo Limpo Ltda. pelo apoio financeiro concedido à realização deste projeto.

Resumo

HATTORI DA SILVA, Gabriel. *Escolha de parâmetros para a análise de contato entre corpos elásticos usando elementos finitos e redes neurais*. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas. 2009.

Este projeto tem o objetivo de estudar o efeito dos principais parâmetros que afetam a solução do problema de contato entre corpos elásticos. Foi utilizado o software comercial ANSYS 11.0 para realizar as análises de contato. A influência dos principais parâmetros considerados pelo ANSYS no problema de contato, tais como a rigidez de contato normal, o limite de penetração, os algoritmos de contato e métodos de solução, é investigada no trabalho. Observou-se que a rigidez de contato normal influi diretamente na convergência e nos resultados obtidos. Foram estudados alguns exemplos com resultados conhecidos (analíticos ou numéricos) para uma comparação com a solução do ANSYS, e exemplos de maior interesse prático, como o problema de contato do olhal menor de uma biela automotiva. A partir dos casos analisados, algumas recomendações foram feitas para a escolha dos parâmetros de contato. No entanto, existem parâmetros que dependem do conhecimento do usuário ou da realização de testes preliminares, o que requer em muitas situações um maior tempo para se obter os resultados. Como alternativa, foi investigado o potencial das redes neurais para contornar esta limitação. As redes neurais foram treinadas com resultados obtidos da solução do problema de contato (penetração e variação da pressão de contato) de modelos simplificados, tendo como saída da rede a rigidez de contato normal, que é então usada para estimar a rigidez de contato normal de problemas mais complexos. Foi usada a implementação de redes neurais do software MATLAB 7.0 para o treinamento e a simulação das redes neurais.

Palavras-chave

Problema de Contato, Elementos Finitos, Redes Neurais, ANSYS, MATLAB

Abstract

HATTORI DA SILVA, Gabriel. *Choice of parameters for the contact analysis between elastic bodies using the finite element method and neural networks*. Master's thesis. Faculty of Mechanical Engineering, University of Campinas. 2009.

The objective of this project is to study the effect of the main contact parameters that affect the solution of the elastic bodies contact problem. The commercial software ANSYS 11.0 was used to run the contact analysis. The influence of ANSYS main parameters in the contact problem, such as normal contact stiffness, penetration limit, contact algorithms and solvers, is investigated in this work. The normal contact stiffness acts directly in convergence and in the obtained results. Some examples with known results (analytic or numeric) were studied to be compared with ANSYS solution, and some examples of more practical interest, as the connecting rod small end contact problem, were also studied. With the analysed cases, some recommendations were done to the choice of the contact parameters. However, there are parameters that depend on the user's knowledge or it is necessary to run some preliminary tests. As an alternative, it was investigated the neural networks potential to overcome this limitation. The neural networks were trained with obtained results of the contact problem solution (penetration and contact pressure variation) of simplified models. The normal contact stiffness was used as output of the network, which was used to estimate the normal contact stiffness of more complex problems. It was used the neural network implementation of the software MATLAB 7.0 to the training and simulation of the neural networks.

Keywords

Contact Problem, Finite Element Method, Neural Networks, ANSYS, MATLAB.

Sumário

1	Introdução	2
1.1	Motivação	2
1.2	Revisão bibliográfica	3
1.3	Objetivo	4
1.4	Estrutura do trabalho	5
2	Modelagem do problema de contato	6
2.1	Introdução ao contato mecânico	6
2.1.1	Contato entre corpos elásticos sem atrito	7
2.2	Tratamento do problema de contato numérico	9
2.3	Tratamento dos parâmetros do problema de contato no ANSYS	10
2.3.1	Rigidez normal de contato (K_n)	11
2.3.2	Limite de penetração ($TOLN$)	12
2.4	Métodos de solução do ANSYS	13
2.4.1	Método de Newton-Raphson	13
2.4.2	Métodos para solução do sistema de equações de elementos finitos	14
2.4.3	Algoritmos de contato	14
2.5	Algumas considerações sobre o problema de contato	18
3	Introdução sobre as redes neurais	20
3.1	Função de ativação	21
3.2	Arquitetura das redes neurais	21
3.3	Algoritmo “back-propagation”	22
3.4	Treinamento de uma rede neural	23
3.5	Considerações sobre o Método do Gradiente como algoritmo de treinamento	26
3.6	Exemplo: Equação de Van der Pol	27
3.6.1	Treinamento da rede	28
3.6.2	Comportamento da rede para outras entradas	30

4	Efeitos dos principais parâmetros de contato	35
4.1	Caso 1: Contato entre dois cilindros	36
4.1.1	Efeito do fator rigidez de contato normal	38
4.1.2	Efeito do fator de limite de penetração	39
4.1.3	Efeito dos algoritmos de contato	39
4.1.4	Efeito dos métodos de solução (“Solvers”)	40
4.2	Caso 2: Placa retangular sobre um plano rígido	41
4.2.1	Efeito do fator de rigidez de contato	42
4.2.2	Efeito do fator de limite de penetração	42
4.2.3	Efeito dos algoritmos de contato	43
4.2.4	Efeitos dos métodos de solução (“Solvers”)	45
4.3	Caso 3: Cilindro entre blocos [29]	46
4.3.1	Efeito do fator de rigidez de contato normal	46
4.3.2	Efeito do fator de limite de penetração	46
4.3.3	Efeito dos algoritmos de contato	48
4.3.4	Efeito dos métodos de solução (“Solvers”)	48
4.4	Caso 4: Biela automotiva	49
4.4.1	Efeito do fator de rigidez de contato	50
4.4.2	Efeito do fator de limite de penetração	53
4.4.3	Efeito dos algoritmos de contato	54
4.4.4	Efeito dos métodos de solução (“Solvers”)	54
5	Redes neurais na escolha dos parâmetros de contato	56
5.1	Problema de um apoio em T	57
5.1.1	Modelo simplificado 2D	58
5.1.2	Rede 1: apenas penetração como entrada	60
5.1.3	Rede 2: penetração e variação da pressão de contato como entradas	62
5.1.4	Estimativa da rigidez de contato do modelo 3D à partir do modelo 2D	65
5.2	Problema da biela automotiva	66
5.2.1	Modelo simplificado 2D	67
5.2.2	Rede 3: apenas penetração como entrada	68
5.2.3	Rede 4: penetração e variação da pressão de contato como entradas	70
5.2.4	Identificação da rigidez de contato do modelo 3D	73
5.2.5	Potencial ganho com o uso da rede neural	73
6	Conclusões	77

A	Considerações sobre o Método dos Multiplicadores de Lagrange	84
A.1	Interferência entre dois cilindros	84
B	Parâmetros secundários no problema de contato no ANSYS	87
B.1	Elementos de contato	87
B.2	Comportamento da região de contato	88
B.3	Ajustes iniciais de contato	88
B.3.1	Penetração inicial	88
B.3.2	“Contact off set”	89
B.3.3	Ajuste automático de contato	89
B.4	“Pinball Region”	89
B.5	Detecção do contato	90
C	Programas	91
C.1	Contato entre dois cilindros	91
C.2	Placa retangular sobre plano rígido	92
C.3	Cilindro entre blocos	93
C.4	Biela automotiva	95
C.4.1	Modelo simplificado 2D - Vista frontal - Biela automotiva	97
C.4.2	Modelo simplificado 2D - Vista lateral homogênea - Biela automotiva	99
C.4.3	Modelo simplificado 2D - Vista lateral não homogênea - Biela automotiva	100
C.5	Modelo 3D - Bloco apoiado sobre estrutura em T	102
C.5.1	Modelo simplificado 2D - Vista frontal - Bloco apoiado sobre estrutura em T	104
C.5.2	Modelo simplificado 2D - Vista lateral homogênea - Bloco apoiado sobre estrutura em T	106
C.5.3	Modelo simplificado 2D - Vista não homogênea - Bloco apoiado sobre estrutura em T	107
D	Programas em MATLAB para as redes neurais	109
D.1	Treinamento e verificação da equação de Van der Pol	109
D.2	Treinamento e verificação da Rede 1	110
D.3	Treinamento e verificação da Rede 2	110
D.4	Treinamento e verificação da Rede 3	111
D.5	Treinamento e verificação da Rede 4	111

Lista de Figuras

2.1	Contato entre dois corpos flexíveis.	8
2.2	Problema físico.	10
2.3	Problema numérico.	10
2.4	Esquema dos principais parâmetros de contato	11
2.5	Definição da profundidade do elemento no par de contato.	12
2.6	Dependência entre os parâmetros de contato	18
3.1	Representação de um neurônio.	20
3.2	Esquema de uma rede neural.	22
3.3	Erros quadráticos médios das redes neurais - [15 10 3] - Equação de Van der Pol.	29
3.4	Erros quadráticos médios das redes neurais - [150 100 3] - Equação de Van der Pol.	29
3.5	Resposta da equação de Van der Pol - Conjunto 2 - Método de Levenberg-Marquardt.	32
3.6	Resposta da equação de Van der Pol - Conjunto 2 - Método do Gradiente.	32
3.7	Resposta da equação de Van der Pol - Conjunto 2 - Método do Gradiente com momento.	33
3.8	Resposta da equação de Van der Pol - Conjunto 2 - Método do Gradiente com taxa de aprendizagem variável.	33
3.9	Resposta da equação de Van der Pol - Conjunto 2 - Método do Gradiente com momento e taxa de aprendizagem variável.	34
4.1	Contato entre dois cilindros.	36
4.2	Malha de elementos finitos - Contato entre dois cilindros.	37
4.3	Região de contato ampliada - Contato entre dois cilindros.	38
4.4	Placa retangular em contato com uma superfície rígida.	41
4.5	Malha de elementos finitos do bloco elástico - Placa retangular sobre um plano rígido.	41
4.6	Deslocamento normal em função do fator de rigidez de contato normal - Placa retangular sobre um plano rígido.	43
4.7	Deslocamento normal - Algoritmos de contato.	44
4.8	Deslocamento tangencial - Algoritmos de contato.	44
4.9	Forças de contato - Algoritmos de contato.	45

4.10	Esquema do problema de contato - Cilindro entre dois blocos.	46
4.11	Malha de elementos finitos - Cilindro entre blocos.	47
4.12	g_{max} e P_{max} em função de k_n - Cilindro ente blocos.	47
4.13	Malha de elementos finitos - Olhal menor da biela automotiva.	49
4.14	Modelo geométrico simplificado - Olhal menor da biela automotiva.	49
4.15	Penetração e condicionamento da matriz de rigidez global - Olhal menor da biela automotiva.	50
4.16	Penetração e pressões de contato - Olhal menor da biela automotiva.	52
4.17	Tempo de processamento dos métodos de solução em função do fator de rigidez de contato - Olhal menor da biela automotiva.	55
5.1	Esquema do problema de contato - Bloco apoiado sobre estrutura em T.	57
5.2	Malha de elementos finitos - Bloco apoiado sobre estrutura em T.	58
5.3	Modelo simplificado 2D com vistas frontal e lateral - Bloco apoiado sobre estrutura em T.	59
5.4	Vista lateral do problema original - Bloco apoiado sobre estrutura em T.	59
5.5	Verificação da rede com o conjunto de treinamento - Rede 1.	62
5.6	ilustração da variação de pressão com variação da rigidez de contato.	63
5.7	Erro quadrático médio em função do número de iterações - Rede 2.	64
5.8	Verificação da rede com o conjunto de treinamento (penetração) - Rede 2.	65
5.9	Verificação da rede com o conjunto de treinamento (pressão) - Rede 2.	65
5.10	Estimativa da rigidez de contato do modelo 3D a partir do modelo 2D.	66
5.11	Modelo 2D com vistas frontal e lateral - Modelo simplificado 2D.	68
5.12	Vista lateral do problema original - Modelo simplificado 2D.	69
5.13	Verificação da rede com o conjunto de treinamento - Rede 3.	70
5.14	Erro quadrático médio em função do número de iterações - Rede 4.	72
5.15	Verificação da rede com o conjunto de treinamento (penetração) - Rede 4.	72
5.16	Verificação da rede com o conjunto de treinamento (pressão) - Rede 4.	72
5.17	Tempo de processamento em função do fator de rigidez de contato.	74
5.18	Delimitações da região sub-ótima - Potencial ganho com o uso da rede neural.	75
A.1	Esquema da interferência entre dois cilindros.	84
A.2	Malha de elementos finitos - Interferência entre dois cilindros.	85
A.3	Resíduo do sistema em função do número de iterações - Método dos Multiplicadores de Lagrange.	86
A.4	Resíduo do sistema em função do número de iterações - Método do Lagrangiano Aumentado.	86

B.1	Contato entre um canto e uma superfície.	87
B.2	Exemplo de “Pinball Region” para o caso 2D, onde pode ocorrer falha na detecção de contato.	89

Lista de Tabelas

3.1	Dados de treinamento da rede neural - Equação de Van der Pol.	28
3.2	Comportamento do treinamento das redes neurais - Equação de Van der Pol.	29
3.3	Dados de verificação da rede neural - Equação de Van der Pol.	30
3.4	Verificação do treinamento da rede - Conjunto 1 - Equação de Van der Pol.	30
3.5	Verificação do treinamento da rede - Conjunto 2 - Equação de Van der Pol.	31
3.6	Verificação do treinamento da rede - Conjunto 3 - Equação de Van der Pol.	31
4.1	Parâmetros iniciais de contato.	35
4.2	Efeito do fator de rigidez de contato normal - Contato entre dois cilindros.	38
4.3	Limite de penetração - Contato entre dois cilindros.	39
4.4	Algoritmos de contato - Contato entre dois cilindros.	39
4.5	Efeito dos Métodos de solução - Contato entre dois cilindros.	40
4.6	Forças de contato [N] em função de k_n - Placa retangular sobre um plano rígido.	42
4.7	Alguns resultados da solução em função do fator de limite de penetração - Placa retangular sobre um plano rígido.	43
4.8	Resultados variando o “Solver” - Placa retangular sobre um plano rígido.	45
4.9	Comparativo entre diferentes fatores de limite de penetração - Cilindro entre blocos.	48
4.10	Alguns resultados para os algoritmos de contato - Cilindro entre blocos.	48
4.11	Comparação entre diferentes “solvers” - Cilindro entre blocos.	48
4.12	Condicionamento, número de iterações e tempo de execução - Olhal menor da biela automotiva.	51
4.13	Penetração em função do limite de penetração e da rigidez de contato normal - Olhal menor da biela automotiva.	53
4.14	Algoritmos de contato - Olhal menor da biela automotiva.	54
4.15	Métodos de solução - Olhal menor da biela automotiva.	55
5.1	Dados para o cálculo do fator de correção - Bloco apoiado sobre estrutura em T.	60
5.2	Conjunto de treinamento obtido com o ANSYS - Rede 1.	61
5.3	Simulações da Rede 1 - rigidez conhecida.	63
5.4	Conjunto de treinamento obtido com o ANSYS - Rede 2.	64

5.5	Simulações da rede neural 2 - rigidez conhecida.	65
5.6	Resultados da Rede 2 - Identificação da rigidez de contato do modelo 3D.	66
5.7	Dados para o cálculo do fator de correção - Modelo simplificado 2D.	68
5.8	Conjunto de treinamento obtido com o ANSYS - Rede 3.	70
5.9	Simulações da Rede 3 - rigidez conhecida.	71
5.10	Conjunto de treinamento obtido com o ANSYS - Rede 4.	71
5.11	Simulações da Rede 4 - rigidez conhecida.	73
5.12	Resultados da Rede 4 - Identificação da rigidez de contato do modelo 3D.	74
5.13	Tempo de treinamento das redes neurais.	75
A.1	Alguns resultados para os algoritmos de contato - Interferência entre cilindros.	85

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

O contato mecânico é um problema não-linear que apresenta certas dificuldades e uma das principais é a formulação de um modelo matemático que expresse adequadamente a distribuição de tensões e de deslocamentos, pois não se conhece previamente a região de contato.

Outros fatores, tais como o calor gerado devido ao atrito e pequenas fissuras em um dos corpos em contato, que atuam como concentradores de tensão, influenciam na distribuição de forças na região de contato, o que dificulta ainda mais a determinação de uma solução analítica.

Este trabalho foi motivado pelo estudo do problema de contato no olhal menor de uma biela automotiva. Este componente é muito importante nos motores de combustão interna, pois conecta o pistão ao virabrequim, transformando a energia da combustão em energia para o movimento rotativo. A biela está sujeita a carregamentos cíclicos muito elevados, com tensões compressivas muito altas devido à expansão dos gases de combustão, e altas tensões laterais devido à inércia. Assim, a durabilidade deste componente é de suma importância nos motores [24].

Mesmo em sistemas bem conhecidos, como o caso dos componentes em motores de combustão, os resultados do comportamento da região de contato podem não estar consolidados. Foi mostrado em [30] que os resultados de alguns trabalhos sobre as pressões de contato no olhal menor da biela não são conclusivos, pois as soluções encontradas por alguns autores são muito diferentes.

O método mais conhecido para tratar problemas não-lineares na área de mecânica estrutural, como o caso do contato, é o Método dos Elementos Finitos (MEF). Nos programas comerciais de elementos finitos, além dos elementos finitos que constituem o corpo, empregam-se elementos especiais que são usados para definir a região de contato [2, 19].

Existem vários métodos para se estudar o problema de contato. Por exemplo, utilizam-se combinações entre o MEF e métodos de programação matemática, tal como o Método do Lagrangiano Aumentado para modelar o problema de contato. Neste caso, as restrições do problema de otimização têm significado físico, sendo condições de não-penetração (desigualdades) ou aderência (igualdade) [26]. Outro tipo de enfoque é o de adaptar formulações iterativas em programas de

elementos finitos para levar em conta as forças de contato [2].

No entanto, a definição dos parâmetros de contato (rigidez normal de contato, algoritmo de contato, entre outros) em softwares comerciais é muito condicionada à experiência do usuário em problemas de contato, sendo a experimentação a forma mais utilizada para escolher estes parâmetros. Uma possibilidade para contornar esta dificuldade é o emprego de redes neurais, relacionando resultados obtidos a partir da análise do problema de contato em função dos parâmetros de contato, como por exemplo a penetração entre os corpos com a rigidez normal de contato.

As redes neurais são uma importante ferramenta de análise, pois além de conseguir interpolar um conjunto de dados de entrada/saída de alta complexidade, permitem interpolar resultados para entradas não treinadas pela rede que estejam dentro do intervalo de treinamento considerado. Isso caracteriza a rede neural como um tipo de interpolador universal [10, 11].

1.2 Revisão bibliográfica

Em [3, 8, 16], apresenta-se a formulação do problema de contato a partir de métodos variacionais, sobretudo métodos de energia. O tratamento é feito através de minimização da energia potencial total, usando métodos de otimização restrita.

Uma nova abordagem do problema de contato é dada em [23], onde princípios de mínimo, sem uma conexão explícita com os métodos variacionais, são aplicados diretamente ao problema de contato. É usado o conceito de restrições condicionalmente dependentes, ou seja, as restrições de contato dependem do comportamento do sistema (situações de adesão ou deslizamento).

Em [20] o Método das Penalidades é usado na formulação de problemas 3D com atrito. Uma matriz de rigidez tangencial não-simétrica é obtida, e o método apresentado possui taxa de convergência quadrática com o Método de Newton-Raphson.

Outra formulação para o problema de contato é dada por [22], onde o conceito de “mortar formulation” é utilizado para definir o problema de contato através de uma nova forma de discretização da região de contato através de sub-domínios. A dificuldade desta formulação é que ela pode ser considerada complexa e difícil de aplicar em problemas tridimensionais. Por esse motivo, [27] estudou uma família de funções duais que são simples de se implementar, convergentes e o resultado da análise não depende da escolha das superfícies de contato dos corpos envolvidos. Ainda em [27] é apresentada a implementação deste método para o problema de Signorini (contato entre um corpo elástico e um corpo rígido), e foi mostrado que a partir deste resultado, pode-se estender a formulação para outros problemas de contato.

Alguns trabalhos utilizam o conceito do método dos elementos finitos estendido, um método numérico que permite simular descontinuidades na região de contato, como por exemplo em [15]. Este método é usado para simular problemas de contato onde a região de contato apresenta descon-

tinuidades.

Em [19] é feita uma comparação entre algumas implementações existentes do Método do Lagrangiano Aumentado para o problema de contato, onde é mostrado que o coeficiente penalizador não é atualizado automaticamente pelo algoritmo. É feita ainda uma análise em termos de desigualdades variacionais do problema de contato, e um algoritmo dual que permite a atualização do penalizador é proposto.

Em [28] é utilizado um método de Newton semi-suave usando duas abordagens: uma combinação com o Lagrangiano Aumentado, e um método de continuação. A vantagem desta técnica é de se obter uma taxa muito rápida de convergência do método.

Um estudo sobre a influência de parâmetros de contato em compósitos é feito por [34]. O problema de contato é caracterizado pela interação entre as diferentes camadas de materiais em um problema de impacto.

Em [31] redes neurais são utilizadas para identificar parâmetros de viscoplasticidade de materiais. Modelos em elementos finitos com parâmetros aleatórios de materiais são usados para gerar as entradas e as saídas da rede neural. Foi considerada como entrada a relação força-penetração de um teste de carregamento/descarregamento, onde são considerados também alguns parâmetros de contato (área de contato, pressão), enquanto a saída são os parâmetros dos materiais. A rede treinada apresentou bons resultados para entradas diferentes do conjunto de treinamento, identificando corretamente os parâmetros dos materiais.

Um problema de conformação a frio é tratado por [5], onde o atrito entre a interface ferramenta-peça possui grande importância para evitar dano prematuro à ferramenta devido às altas tensões a ela impostas. Neste caso, o coeficiente de atrito é dado em função de certos parâmetros de contato (pressão, deformação plástica, velocidade relativa de deslizamento). Nesta referência, uma rede neural foi treinada para calcular a relação entre o coeficiente de atrito local e os parâmetros de contato locais.

1.3 Objetivo

O objetivo principal deste trabalho é definir uma forma de escolher os parâmetros apropriados em problemas de contato sem atrito entre corpos elásticos.

O Método dos Elementos Finitos é utilizado como ferramenta principal de análise. É usado o software ANSYS 11.0 para obtenção de resultados do problema de equilíbrio.

Para se definir de forma adequada o problema de contato no ANSYS, é necessário especificar uma série de parâmetros: rigidez de contato normal, limite de penetração, algoritmo de contato, entre outros. É importante conhecer a influência de cada parâmetro na análise de contato, gerando uma lista de recomendações, de modo a reduzir as situações de tentativa e erro. Assim, a solução

de problemas de contato torna-se mais eficiente.

As redes neurais podem ser usadas para estimar parâmetros de contato a partir da solução de outros problemas de contato. O uso de redes neurais com esta finalidade é investigado neste trabalho, visando estimar a rigidez de contato normal de problemas mais complexos à partir de resultados de problemas mais simples.

1.4 Estrutura do trabalho

O Capítulo 1 é reservado à introdução deste trabalho, detalhando as motivações para este projeto e apresenta uma revisão bibliográfica.

No Capítulo 2 é abordado o problema de contato e são apresentados de forma sucinta os parâmetros usados pelo ANSYS para resolver o problema de contato, tais como a rigidez de contato, os algoritmos, e outros.

No Capítulo 3 é apresentada uma breve formulação matemática das redes neurais do tipo “back-propagation”.

Alguns exemplos de contato 2D e 3D são resolvidos e os resultados são apresentados no Capítulo 4, de modo a analisar o efeito dos principais parâmetros de contato.

No Capítulo 5 encontram-se discussões sobre a escolha de parâmetros de contato através das redes neurais.

Algumas recomendações e as principais conclusões sobre a escolha dos parâmetros de contato são feitas no Capítulo 6.

Nas referências bibliográficas encontram-se as fontes utilizadas para o desenvolvimento deste trabalho, onde se pode citar a formulação do problema de contato, o tratamento e a descrição dos métodos de otimização em problemas de contato e a formulação matemática das redes neurais.

Os apêndices contêm uma rápida abordagem sobre alguns parâmetros de contato de menor influência, considerados secundários. São apresentados também os códigos computacionais dos exemplos do Capítulo 4 na linguagem APDL usada pelo software ANSYS e a implementação usada em linguagem MATLAB para a implementação e treinamento das redes neurais do Capítulo 5. Estes apêndices tem como objetivo assegurar a reprodutibilidade dos resultados do trabalho.

Capítulo 2

Modelagem do problema de contato

2.1 Introdução ao contato mecânico

O contato entre corpos elásticos é um fenômeno comum em sistemas mecânicos. Na maior parte dos casos, é desejável conhecer a distribuição de tensões na região do contato, o que não é evidente de se calcular em muitas situações.

Uma particularidade deste problema é que não se conhece efetivamente a região de contato, e conseqüentemente as distribuições de tensões e de deslocamentos, o que praticamente impossibilita a determinação de soluções analíticas, exceto para problemas muito específicos.

Assim, os problemas de contato são normalmente resolvidos utilizando técnicas numéricas. Os tipos mais comuns envolvem o Método dos Elementos Finitos (MEF), embora existam soluções numéricas utilizando o Método dos Elementos de Contorno (MEC) ou ainda, métodos híbridos dos MEF e MEC.

A solução do problema de contato envolve alguns enfoques principais, entre os quais se destacam [23]:

- Adaptação de formulações numéricas usuais, de maneira a simular as condições de não-penetração entre as superfícies. A solução é de natureza incremental - iterativa, onde os códigos computacionais já existentes são adaptados a este tipo de problema.
- Estudo do problema de contato partindo do equacionamento básico dos princípios da mecânica (como trabalhos virtuais, métodos de energia) e chegando às formulações variacionais do problema de contato (desigualdades variacionais). Este tipo de formulação relaciona-se com princípios de mínimo, de forma que a solução para as desigualdades variacionais pode ser obtida através da solução de um problema de minimização com restrições. É a abordagem utilizada em [16].

2.1.1 Contato entre corpos elásticos sem atrito

O problema de contato sem atrito pode ser formulado como um problema de minimização com restrições, onde a função objetivo a ser minimizada é a energia potencial total $\Pi(u)$ dos corpos em contato e as restrições são dadas pela condição de não-penetração entre os corpos. Assim, o problema pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \min \quad & \Pi(u) \\ \text{s.a.} \quad & g_j(u) \leq 0, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (2.1)$$

onde u é a variável do problema de otimização (vetor de deslocamentos) e $g_j(u)$ é uma das n restrições de não-penetração, que podem ser descritas como:

- $g_j(u) < 0$: significa que os corpos estão separados;
- $g_j(u) = 0$: condição de contato entre os corpos;
- $g_j(u) > 0$: ocorre penetração entre os corpos.

A energia potencial $\Pi(u)$ para o problema de contato entre dois corpos elásticos sujeitos a pequenos deslocamentos e pequenas deformações pode ser descrita por:

$$\Pi(u) = \Pi_A(u) + \Pi_B(u) = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} u_A \\ u_B \end{Bmatrix}^t \begin{bmatrix} K_A & 0 \\ 0 & K_B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_A \\ u_B \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} f_A \\ f_B \end{Bmatrix}^t \begin{Bmatrix} u_A \\ u_B \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

onde K_i , u_i e f_i são a matriz de rigidez, o campo de deslocamentos e a força externa aplicada referentes ao corpo i ($i = A$ ou $i = B$). Para fins de simplificação de notação, estas variáveis serão chamadas a partir de agora de K , u e f . Assim, tem-se que a energia potencial total dos corpos é dada por:

$$\Pi(u) = \frac{1}{2} u^t K u - f^t u \quad (2.3)$$

Um caso particular de problema de contato é o Problema de Signorini [3, 16] que envolve o contato de um corpo elástico com um corpo rígido.

O problema de contato entre dois corpos elásticos Ω^i é ilustrado pela Figura 2.1. A convenção usada para nomear as superfícies de contato foi “target” e “contact”, considerando assim que o corpo B é “target” e o corpo A , “contact”.

Na Figura 2.1, a superfície Ω_i pode ser dividida em três sub-domínios, $\Gamma_i^\sigma, \Gamma_i^u$ e Γ_i^c , tais que:

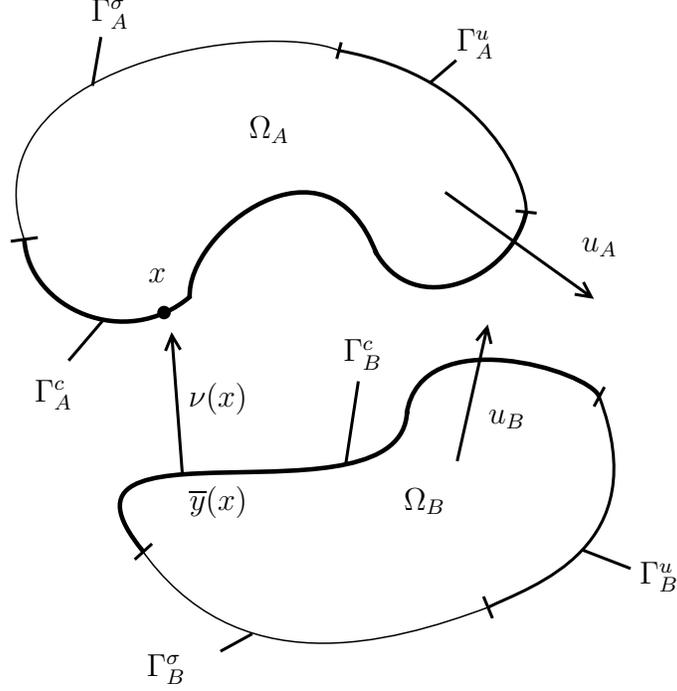


Figura 2.1: Contato entre dois corpos flexíveis.

$$\begin{aligned}\Gamma_i^\sigma \cup \Gamma_i^u \cup \Gamma_i^c &= \partial\Omega_i \\ \Gamma_i^\sigma \cap \Gamma_i^u &= \Gamma_i^\sigma \cap \Gamma_i^c = \Gamma_i^u \cap \Gamma_i^c = \emptyset\end{aligned}\quad (2.4)$$

onde:

- Γ_i^σ : região onde as tensões conhecidas atuam;
- Γ_i^u : região de deslocamentos impostos;
- Γ_i^c : região onde pode ocorrer contato.

Para cada ponto $x \in \Gamma_A^c$ há um ponto correspondente $\bar{y}(x) \in \Gamma_B^c$ definido como a menor distância possível de x para Γ_B^c , ou seja,

$$\bar{y}(x) = \operatorname{argmin} \|x - y\| \quad (2.5)$$

Para cada ponto x , pode-se definir um vetor local $\nu(x)$ normal à superfície Γ_B^c em $\bar{y}(x)$ com módulo unitário. Pode-se assim definir uma função $g(x)$ que descreve a distância entre os corpos:

$$g(x) = -(x + u_A(x) - \bar{y}(x) - u_B(\bar{y}(x))) \cdot \nu(x), \quad x \in \Gamma_A^c \quad (2.6)$$

onde $g(x) > 0$ indica penetração, como foi definido anteriormente, $u_i(x)$ é o campo de deslocamentos do corpo elástico i e \cdot indica um produto escalar.

A pressão de contato no corpo A pode ser definida como:

$$P_A(x) = \sigma_A(x)n(x) \cdot \nu(x) \quad (2.7)$$

onde $\sigma_A(x)$ representa a tensão do corpo elástico A em x , e $n(x)$ é um vetor normal unitário saindo de Γ_A^c . Como $\nu(x)$ é um vetor unitário normal a Γ_A , tem-se que $n(x) \approx -\nu(x)$. Assim:

$$P_A(x) = -n(x) \cdot \sigma(x)n(x) \quad (2.8)$$

A pressão de contato no corpo B é calculada através da expressão:

$$P_A(x) = -P_B(\bar{y}(x)) \quad (2.9)$$

As condições que conectam a função de separação (ou condição de não-penetração) $g(x)$ e a pressão de contato $P_A(x)$ podem ser expressas em termos das condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker [18]:

$$\begin{aligned} P_A(x) &\geq 0 \\ g(x) &\leq 0 \\ P_A(x)g(x) &= 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

de onde se pode considerar duas possibilidades:

- Não há contato entre os corpos: $g(x) < 0 \Rightarrow P_A(x) = 0$;
- Há contato entre os corpos: $g(x) = 0 \Rightarrow P_A(x) > 0$.

Pode-se constatar que mesmo para um caso simples de problema de contato, a formulação não é intuitiva. A pressão de contato possui uma relação não linear com a restrição $g(x)$ cuja solução é, na maioria dos casos, difícil e complicada.

2.2 Tratamento do problema de contato numérico

A Figura 2.2 ilustra o problema de contato físico, onde não ocorre penetração entre os corpos e surgem reações na região de contato.

A Figura 2.3 representa o problema de contato numérico de uma forma usual. Neste caso, os algoritmos utilizados para resolver o problema de contato consideram que os corpos estão em

contato quando as restrições de não-penetração são violadas. Neste caso, tem-se um pequeno nível de penetração entre os corpos, e as condições de não-penetração são $g(u) \leq TOLN$, onde $TOLN$ é o limite de penetração aceitável para a análise de contato.

$$\begin{aligned} \min \quad & \Pi(u) = \frac{1}{2}u^tKu - f^tu \\ \text{s.a.} \quad & g(u) \leq 0 \end{aligned}$$

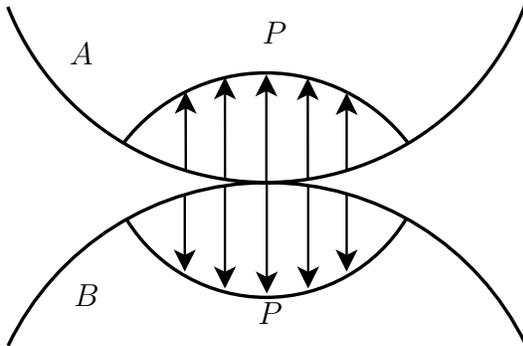


Figura 2.2: Problema físico.

$$\begin{aligned} \min \quad & \Pi(u) = \frac{1}{2}u^tKu - f^tu \\ \text{s.a.} \quad & g(u) \leq TOLN \end{aligned}$$

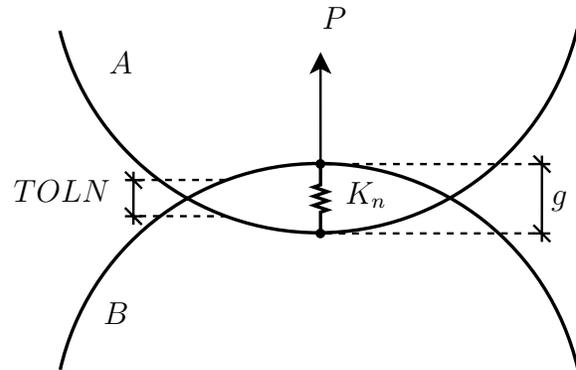


Figura 2.3: Problema numérico.

Existem parâmetros que contribuem para limitar o nível de penetração, como a rigidez de contato normal, que será vista com mais detalhes na próxima seção.

2.3 Tratamento dos parâmetros do problema de contato no ANSYS

Serão vistos nesta seção os principais parâmetros de contato que devem ser escolhidos pelo usuário. Uma escolha adequada fornecerá bons resultados e menores tempos para os cálculos. A Figura 2.4 mostra um esquema com os principais parâmetros de contato.

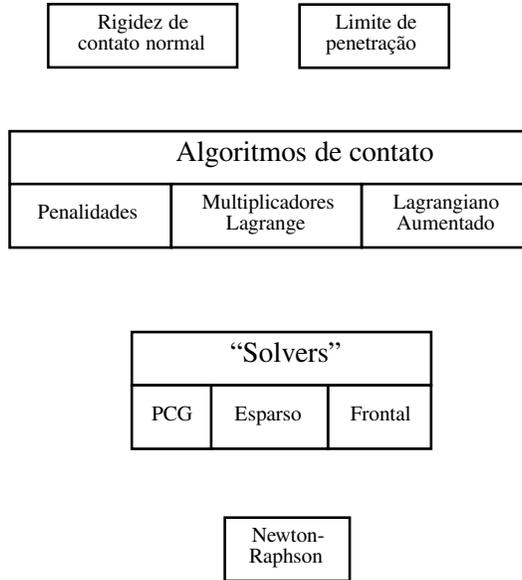


Figura 2.4: Esquema dos principais parâmetros de contato

2.3.1 Rigidez normal de contato (K_n)

Este é um dos parâmetros principais do problema de contato, sendo o principal responsável pelo nível de penetração entre os corpos em contato. No ANSYS, a rigidez de contato é controlada pelo usuário de duas formas: através de um fator de rigidez k_n , que multiplica o valor de rigidez de contato, ou especificando diretamente o valor de rigidez de contato K_n desejado. Não é evidente determinar qual é o valor de rigidez de contato adequado para o problema estudado, mas é intuitivo utilizar o fator de rigidez k_n , que atua como um fator de ponderação para determinar a rigidez de contato do problema. A Equação (2.11) mostra como a versão 5.0 do ANSYS calcula a rigidez de contato [1]. Na versão 11.0, esta informação não foi localizada.

$$K_n = k_n E L_c \quad (2.11)$$

onde E representa o módulo de Young e L_c é o tamanho do elemento na superfície de contato.

Quanto maior a rigidez de contato, menor a penetração. No entanto, para valores muito elevados desta rigidez podem aparecer problemas de condicionamento da matriz de rigidez do sistema. Busca-se um valor apropriado de rigidez de forma que a penetração final seja pequena e não influencie negativamente no resultado da análise.

O número de condição de uma matriz é dada pela razão entre seu maior e menor autovalores. Quanto mais próximo da unidade for esta relação, melhor será o condicionamento da matriz. Para sistemas de grandes dimensões, o cálculo do número de condição é computacionalmente custoso. Assim, utilizam-se técnicas para estimar o número de condição da matriz. Uma dessas técnicas

consiste em se considerar a razão entre o maior e o menor termo da diagonal principal da matriz considerada. Esta estimativa é válida se os termos da diagonal são grandes comparados com os outros termos da matriz [9].

2.3.2 Limite de penetração ($TOLN$)

Idealmente, não deve haver penetração entre os corpos em contato, pois isso caracteriza uma violação das restrições físicas do problema. No entanto, as técnicas numéricas usualmente empregadas na solução do problema de contato podem implicar na existência de uma pequena penetração. O limite de penetração tem a função de quantificar o nível de penetração aceitável entre os corpos em contato.

Este parâmetro é associado à direção normal à superfície, e depende da profundidade do elemento finito adjacente ao elemento de contato. Este parâmetro é utilizado apenas para elementos do tipo superfície-superfície e nó-superfície (Apêndice B.1). Esta profundidade é definida por h na Figura 2.5. A penetração permitida $TOLN$ é o produto do fator do limite de penetração $FTOLN$ (definido pelo usuário) pela profundidade média h do elemento finito adjacente. Se a penetração for maior que o limite estabelecido, a solução é considerada inadequada.

Alternativamente, pode-se especificar diretamente o valor de $TOLN$ desejado, como é requerido para elementos de contato nó-nó.

Um interesse para se utilizar um fator que especifique a penetração permitida ao invés de se especificar diretamente o limite de penetração desejado é tornar possível a escolha do fator de penetração de forma independente do problema. Para componentes de grandes dimensões, com elementos finitos maiores, a penetração determinada com o uso de $FTOLN$ será proporcionalmente maior. Para componentes de dimensões menores com menores elementos finitos, será adotado um menor limite de penetração.

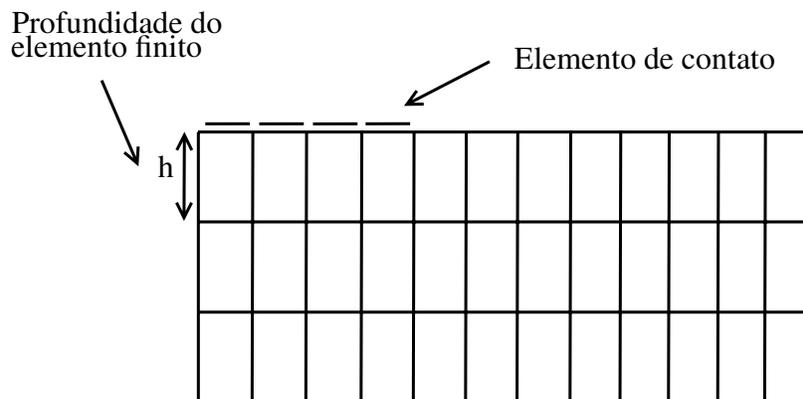


Figura 2.5: Definição da profundidade do elemento no par de contato.

2.4 Métodos de solução do ANSYS

O software ANSYS possui alguns métodos de solução que podem ser classificados em:

- Método para iterações de equilíbrio: Newton-Raphson;
- Métodos para o sistema de equações de elementos finitos: Esperso Direto, Gradiente Conjugado Pré-condicionado, Frontal Direto;
- Métodos para o problema de contato: Penalidades, Lagrangiano Aumentado e Multiplicadores de Lagrange.

Estes métodos trabalham de forma conjunta para resolver o problema de contato. O Método de Newton-Raphson executa as iterações de equilíbrio. Os métodos de solução resolvem o sistema em conjunto com o Método de Newton-Raphson. Os algoritmos de contato determinam as forças que atuam na região de contato. Estes métodos serão discutidos rapidamente nesta seção.

2.4.1 Método de Newton-Raphson

Este é o método utilizado para se resolver o sistema de equações definido pela malha de elementos finitos de um dado “substep”, ou seja, para a aplicação de parte do carregamento. A equação genérica a ser resolvida é dada por [4]:

$$\Psi = F_i - F_a = 0 \quad (2.12)$$

sendo:

- Ψ : resíduo do sistema de equilíbrio ou forças desbalanceadas;
- F_i : vetor de forças internas;
- F_a : vetor de cargas aplicadas (forças externas).

Para definir se o problema convergiu, o resíduo deve ser nulo ou ser considerado aceitável. O programa ANSYS compara a norma euclidiana das forças desbalanceadas (diferença entre as forças internas e externas dos corpos em contato) com a norma euclidiana dos carregamentos aplicados, multiplicados por um fator α definido pelo usuário. O valor padrão do ANSYS é $\alpha = 0.001$. Em termos matemáticos, o critério de convergência é:

$$\|\Psi\| \leq \alpha \|F_a\| \quad (2.13)$$

Pode-se utilizar em conjunto com o critério de forças desbalanceadas um critério de deslocamentos, como mostrado em (2.14). Neste caso, compara-se o incremento de deslocamento Δu com um deslocamento de referência u_{ref} , ambos em norma, multiplicado por um fator β . O valor inicial de β também é 0.001.

$$\|\Delta u\| < \beta \|u_{ref}\| \quad (2.14)$$

2.4.2 Métodos para solução do sistema de equações de elementos finitos

O ANSYS possui três tipos principais de métodos ou “solvers” para resolver o problema de equilíbrio estático. São eles:

- Esparsos diretos (“Sparse Direct”) [4]: Este método baseia-se na eliminação direta de equações, fatorando um sistema linear de equações esparsas em matrizes triangulares inferior e superior, de forma a reduzir o custo computacional usando técnicas específicas para matrizes esparsas. A vantagem deste método é ser menos sensível ao condicionamento da matriz de rigidez [2].
- Gradiente conjugado pré-condicionado (“Preconditioned Conjugate Gradient”) - PCG [4]: Este é um “solver” iterativo, onde o sistema é resolvido como um problema de minimização baseado no método dos gradientes conjugados com uma etapa de pré-condicionamento. Assim, não há necessidade de se utilizar métodos de fatoração matricial. Este método requer normalmente menos memória que o “solver” Esparsos, sendo mais rápido. A maior parte das análises de contato que utilizam o Método das Penalidades ou o Método do Lagrangiano Aumentado funcionam bem com este método [2, 7].
- Frontal direto (“Frontal Direct”) [4]: Este “solver” não monta a matriz de rigidez global, montando e resolvendo o sistema ao mesmo tempo para cada elemento, identificando os graus de liberdade independentes e dependentes, e em seguida montando uma matriz triangular para os graus de liberdade independentes. A solução é encontrada através da técnica de “back substitution” [13].

2.4.3 Algoritmos de contato

O software ANSYS possui três tipos de algoritmos principais para tratar o problema de contato, que são descritos a seguir:

- Método das Penalidades [18, 20];
- Método dos Multiplicadores de Lagrange [4, 18];
- Método do Lagrangiano Aumentado [18, 26];

Método das Penalidades

O problema restrito pode ser resolvido através do Método das Penalidades. Este método tem a vantagem de incluir as restrições de não-penetração diretamente na função objetivo do problema penalizando-a quando se distancia da região factível [18]. O princípio de funcionamento do método é penalizar as restrições violadas em uma função objetivo penalizada que consiste na função objetivo original somada ao termo de penalidade.

O problema de otimização com restrições dado por (2.1) pode ser resolvido através do seguinte problema penalizado:

$$\min p(u) = \Pi(u) + \frac{r}{2}[g(u)]_+^2 \quad (2.15)$$

onde $[x]_+$ representa $\max(0, x)$, r é o coeficiente penalizador e $g(u) = [g_1(u), g_2(u), \dots, g_n(u)]$ é o vetor que contém as restrições.

A função penalizada $p(u)$ pode ser minimizada por métodos de minimização irrestrita. Ao se aumentar r , a solução de se minimizar $p(u)$ aproxima-se da solução do problema de minimização restrita [18].

O gradiente de $p(u)$ quando $g(u) > 0$ (existe penetração) é dado por:

$$\nabla p(u) = Ku - f + rg(u)\nabla g(u) \quad (2.16)$$

e a matriz Hessiana é:

$$H(u) = \nabla^2 p(u) = K + r((\nabla g(u))^2 + g(u)\nabla^2 g(u)) \quad (2.17)$$

Quando os corpos não estão em contato ($g(u) \leq 0$), a Hessiana será apenas a matriz de rigidez K .

Nota-se que o fator penalizador r afeta o condicionamento da matriz Hessiana, que corresponde neste caso à matriz de rigidez do sistema. Para grandes valores de r , a matriz de rigidez pode tornar-se mal-condicionada, e esta é a principal limitação do Método das Penalidades [18]. Neste caso, o coeficiente penalizador equivale à rigidez de contato normal.

Define-se a “pressão” de contato P como [2]:

$$P = \begin{cases} 0, & \text{se } g < 0 \\ K_n g, & \text{se } g \geq 0 \end{cases} \quad (2.18)$$

sendo K_n a rigidez de contato normal e g a penetração entre os corpos. A unidade da rigidez de contato normal pode ser força/comprimento³ para modelos de contato baseados em pressão

(“surface-to-surface”) ou força/comprimento para modelos de contato baseados em força (“node-to-surface”). Neste último caso, P da Equação (2.18) passa a ser força de contato. Os tipos de elementos de contato são descritos no Apêndice B.1.

Método dos Multiplicadores de Lagrange

Este método usa a formulação dual, ou seja, adicionam-se variáveis ao problema (Multiplicadores de Lagrange) e o problema é resolvido em função destas novas variáveis. A função Lagrangiana associada ao problema (2.1) é dada por [18]:

$$L(u, \lambda) = \Pi(u) + \lambda^t g(u) \quad (2.19)$$

onde $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n]$ representa os Multiplicadores de Lagrange.

O problema de minimizar a função Lagrangiana com relação a u e λ , dado pela Equação (2.19), pode ser escrito na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} K & B^t \\ B & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ \alpha \end{Bmatrix} \quad (2.20)$$

onde a condição de restrição $g(u) \leq 0$ é escrita na forma de equações lineares $Bu = \alpha$.

A implementação deste método no ANSYS consiste em se adicionar os multiplicadores de Lagrange ao sistema, ao invés de adicionar os elementos de contato diretamente na matriz de rigidez global [2, 4]. A vantagem desta formulação é a possibilidade teórica de se obter a condição de penetração zero sem lidar com a rigidez de contato [21]. Mas devido ao acréscimo de variáveis, a solução é geralmente obtida com um número maior de iterações.

As pressões de contato são calculadas através de mudanças da condição do contato, usando o limite de penetração $TOLN$ e a máxima força “inercial” permitida (denotada por $TNOP$). A força “inercial” é a mínima força que caracteriza a existência de contato. O valor padrão do ANSYS para $TNOP$ é o mesmo usado no critério de convergência das forças desbalanceadas. O valor padrão do limite de penetração é equivalente ao critério de convergência para o deslocamento, dado pela Equação (2.14). Se o incremento atual Δu satisfaz a condição dada por (2.14), a análise termina.

Existem duas limitações potenciais associadas ao uso do Método dos Multiplicadores de Lagrange:

- Ocorrem alterações bruscas da condição de contato em alguns nós durante a análise, o que pode afetar a precisão da solução, ou fazer que ela divirja;
- Caso existam condições de restrição de deslocamento nos nós de contato, o Método dos Multiplicadores de Lagrange pode considerar o problema excessivamente restrito, o que pode

causar a não convergência da análise [2].

Método do Lagrangiano Aumentado

Este método pode ser considerado como um método híbrido do Método dos Multiplicadores de Lagrange e do Método das Penalidades. Ele representa de forma satisfatória as restrições de contato usando penalizadores e multiplicadores de Lagrange, penalizando as violações das restrições de não-penetração da mesma maneira que o Método das Penalidades. A função Lagrangiana Aumentada é dada pela Equação (2.21):

$$L_{aum} = \Pi(u) + \lambda^t g(u) + \frac{1}{2} r [g(u)]_+^2 \quad (2.21)$$

O gradiente da função Lagrangiano Aumentado é dado pela Equação (2.22):

$$\nabla L_{aum} = \nabla \Pi(u) + \lambda^t \nabla g(u) + r [g(u)]_+ \nabla g(u) \quad (2.22)$$

Para o ponto ótimo u^* , a restrição de penetração assume o valor $g(u^*) = 0$. Assim, tem-se que:

$$\nabla L_{aum} = \nabla \Pi(u^*) + \lambda^t \nabla g(u^*) = 0, \forall r \quad (2.23)$$

que satisfaz as condições de Karush-Kuhn-Tucker [18]. Desta forma, o coeficiente penalizador não precisa assumir valores elevados, pois r não influencia a condição de otimalidade $\nabla L_{aum} = 0$

No ANSYS, a pressão de contato P no Método do Lagrangiano Aumentado é definida por:

$$P = \begin{cases} 0, & \text{se } g < 0 \\ K_n g + \lambda_{i+1}, & \text{se } g \geq 0 \end{cases} \quad (2.24)$$

sendo que o multiplicador λ_{i+1} é dado por:

$$\lambda_{i+1} = \begin{cases} \lambda_i + K_n g, & \text{se } |g| > TOLN \\ \lambda_i, & \text{se } |g| < TOLN \end{cases} \quad (2.25)$$

onde:

- g : penetração entre os corpos;
- $TOLN$: limite de penetração;
- λ_i : multiplicador de Lagrange na iteração i .

Observa-se que esta formulação é similar à usada pelo Método das Penalidades, sendo a inclusão dos multiplicadores de Lagrange e o uso do limite de penetração as diferenças entre estes

métodos. Para uma situação onde a penetração g não seja maior que o limite de penetração, o Método do Lagrangiano Aumentado se comportará de forma idêntica ao Método das Penalidades, pois os multiplicadores de Lagrange não serão atualizados.

2.5 Algumas considerações sobre o problema de contato

Neste capítulo foi apresentada uma introdução à formulação do problema de contato e as ferramentas usadas pelo ANSYS para resolver este problema. Foram comentados os diferentes métodos de solução, cada um com algumas particularidades. Conhecer o método de solução mais apropriado para um determinado tipo de problema implica num tempo menor de execução do ANSYS, sem alterar o resultado final da análise, o que é importante para problemas de elevado número de graus de liberdade. Os algoritmos de contato baseados em penalidades (Lagrangiano Aumentado e Penalidades) possuem uma implementação similar no ANSYS, sendo que o coeficiente penalizador é a própria rigidez de contato. Podem ocorrer problemas com o Método dos Multiplicadores de Lagrange caso haja restrições nos elementos de contato ou mudança frequente no estado do contato (com ou sem contato) [2], fazendo com que seja preferível usar o Método das Penalidades ou o Método do Lagrangiano Aumentado como algoritmos de contato. A Figura 2.6 ilustra as principais dependências entre os parâmetros de contato.

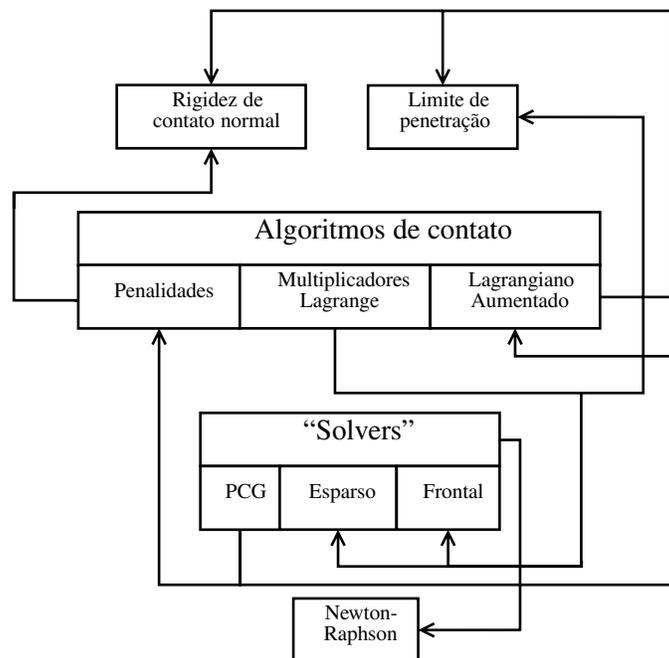


Figura 2.6: Dependência entre os parâmetros de contato

Devido às várias hipóteses que devem ser avaliadas para determinar adequadamente os parâmetros de contato (tipo de problema, algoritmo de contato apropriado, dependência entre parâ-

metros), a escolha dos parâmetros para uma análise tende a ser complexa e demorada, além de requerer algumas tentativas para ajustar o modelo de contato. É conveniente usar uma ferramenta que leve em conta essas considerações sobre os parâmetros de contato de forma clara, visando obter uma forma prática de escolha de parâmetros como as redes neurais.

Capítulo 3

Introdução sobre as redes neurais

O estudo de redes neurais é inspirado no cérebro humano, que processa informação de uma forma muito mais eficiente que um computador. Dentre algumas características do cérebro, podem ser citadas sua alta complexidade, não-linearidade e o processamento de informação de forma paralela. Um neurônio, que forma a estrutura funcional do cérebro, é capaz de realizar operações complexas como reconhecimento de padrões e de imagens de forma rápida e ainda é capaz de aprender como interage com o meio em que atua [11].

Uma rede neural artificial é um sistema composto por inúmeras unidades de estrutura simples que atuam de forma paralela e possuem a propriedade de armazenar a experiência obtida e reutilizá-la. Uma rede neural pode ser treinada para desempenhar uma função específica através do ajuste das conexões entre os neurônios. A Figura 3.1 representa o esquema de um neurônio.

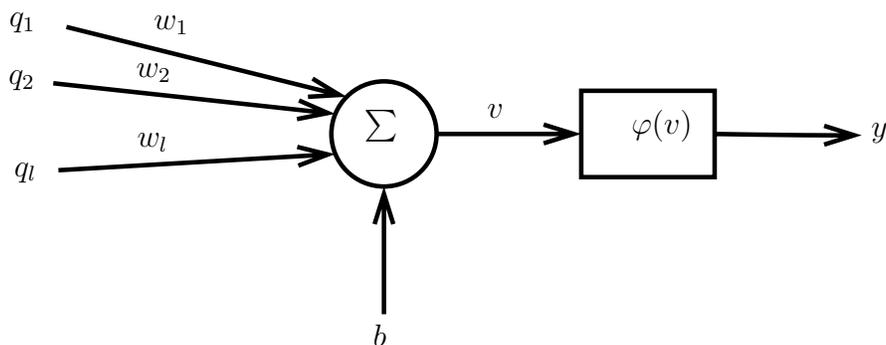


Figura 3.1: Representação de um neurônio.

Na Figura 3.1, tem-se:

- $q = [q_1, q_2, \dots, q_l]$: vetor de entrada do neurônio. Pode receber a entrada da rede ou a saída de outro neurônio;
- $W = [w_1, w_2, \dots, w_l]$: matriz de sinapses entre os neurônios (pesos);
- b : vetor de bias, parâmetro aplicado externamente ao neurônio;

- v : soma de todas as sinapses (pesos) multiplicadas às entradas mais o bias;
- $\varphi(v)$: função de ativação;
- y : saída do neurônio.

O treinamento de uma rede neural consiste em se atualizar os pesos W e o bias b , visando minimizar o erro da rede em função dos pares entrada/saída especificados.

3.1 Função de ativação

É a forma como uma determinada camada (conjunto de neurônios) trata a informação que é recebida através dos pesos e do bias e transmite para a camada subsequente.

As principais funções de ativação são:

- Função degrau

$$\varphi(v) = \begin{cases} 1 & \text{se } v \geq 0 \\ 0 & \text{se } v < 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

- Função linear

$$\varphi(v) = v. \quad (3.2)$$

- Função sigmóide

$$\varphi(v) = \frac{1}{1 + e^{-v}}. \quad (3.3)$$

- Função tangente hiperbólica

$$\varphi(v) = \tanh(v) = \frac{e^v - e^{-v}}{e^v + e^{-v}}. \quad (3.4)$$

A função degrau é utilizada quando a resposta dos neurônios à entrada deve ser binária (assume os valores 0 ou 1). As demais funções citadas são utilizadas por serem simétricas em torno de um eixo (nesse caso, do eixo determinado pela variável v), o que implica numa melhor capacidade interpoladora e de menos iterações para treinar a rede. São usadas principalmente no algoritmo “back-propagation”, um dos mais usados no treinamento de redes neurais [10, 11].

3.2 Arquitetura das redes neurais

As redes neurais são compostas por neurônios, que por sua vez se organizam em camadas. Em cada camada, os neurônios não se comunicam entre si. A comunicação ocorre apenas com os neurônios da camada posterior. Uma camada pode ter mais de um neurônio e uma rede pode conter

mais que uma simples camada. A Figura 3.2 ilustra a forma de uma rede neural. Para um maior número de neurônios, maior é o número de sinapses, aumentando o grau de interconexão entre os neurônios.

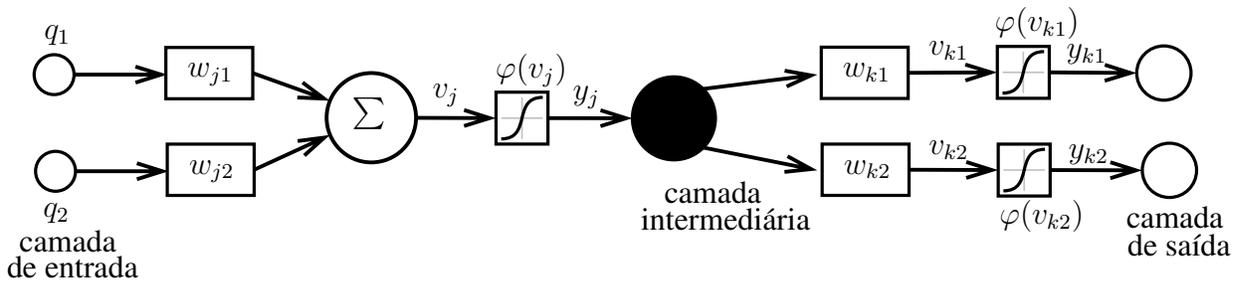


Figura 3.2: Esquema de uma rede neural.

Cada camada de neurônio possui uma matriz de ponderação W , um vetor de bias b , um vetor de entrada q e um vetor de saída y . Note que a entrada de uma camada é a saída da camada anterior, com exceção da primeira camada.

A entrada q pode ser dada como sucessivos vetores de entrada, formando uma matriz do tipo $Q = [q_1 \quad q_2 \quad \dots \quad q_L]$, sendo q_L um vetor $l \times 1$ e l independente de L . A saída também será dada por uma matriz do tipo $Y = [y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_M]$, sendo y_M um vetor $M \times 1$, onde M é o número de neurônios da última camada. É importante observar que o número de neurônios da última camada deve ser igual ao número de variáveis a ser identificadas pela rede.

3.3 Algoritmo “back-propagation”

O “back-propagation” é um dos principais algoritmos utilizado em redes multicamadas (“MultiLayer Perceptron”). Consiste em duas etapas: um passo para frente, onde as entradas percorrem toda a rede até a camada de saída, fixando-se os pesos e os bias; e um passo para trás, onde as sinapses da rede são atualizadas através de uma regra de aprendizagem baseada na minimização do erro. Como só o erro da última camada da rede é conhecido, utiliza-se uma regra para se determinar a atualização das sinapses das camadas escondidas em função das camadas mais externas, o que é chamado de passo para trás.

As principais características do método “back-propagation” são:

- Os neurônios admitem função de ativação não-linear. Assim, a rede pode aproximar funções ou parâmetros com um número menor de neurônios por camada;
- A existência de camadas escondidas. A complexidade da rede aumenta devido às interconexões dos neurônios e permite que tarefas mais complexas sejam realizadas. Contudo, torna-se mais difícil descrever matematicamente o funcionamento da rede.

Normalmente se adota a seguinte convenção de notação para redes neurais [11]:

- Os índices i, j e k referem-se a diferentes neurônios da rede. O neurônio i situa-se à esquerda do neurônio j , que se situa à esquerda do neurônio k . Também se usa essa notação ao se referir às camadas da rede;
- n é a iteração atual da rede;
- w_{ji} denota o peso associado à saída do neurônio i com a entrada do neurônio j na n -ésima iteração. O termo de correção é denotado por Δw_{ji} . Se o peso está relacionado à entrada, então $i = 0$;
- O bias do neurônio j é dado por b_j . Alguns autores consideram o bias como um peso associado a uma entrada fixa $q = 1$ [11];
- m define o tamanho (número de neurônios) de cada camada j e L o comprimento da rede (número de camadas);
- $v_j(n)$ é a soma ponderada das entradas com seus respectivos pesos adicionada ao bias do neurônio j na n -ésima iteração, ou seja:

$$v_j(n) = \sum_{i=0}^m w_{ji}(n)y_i(n) = \sum_{i=1}^m w_{ji}(n)y_i(n) + b_j(n) \quad (3.5)$$

- $t_k(n)$ é a resposta desejada do neurônio k da camada de saída;
- $\varphi_j(\cdot)$ caracteriza a função de ativação para o neurônio j ;
- $y_j(n)$ é a saída obtida pelo neurônio j na iteração n , ou seja:

$$y_j(n) = \varphi_j(v_j(n)). \quad (3.6)$$

- η corresponde à taxa de aprendizagem da rede, ou seja, a quantidade de informação que será realmente retransmitida para a rede. Uma taxa menor garante a estabilidade da rede, enquanto uma taxa maior acelera o processo de treinamento, mas pode tornar a rede instável.

3.4 Treinamento de uma rede neural

O aprendizado da rede neural pode ser visto como um problema de otimização [11]. Deseja-se minimizar o erro quadrático médio entre a resposta da rede e a resposta conhecida do conjunto de treinamento em função das variáveis de otimização (pesos w). Note que o erro só é calculado

na saída da rede, o que implica na necessidade de se encontrar uma regra que permita a atualização de todos os pesos e bias para todas as camadas. Será apresentado nesta seção como o Método do Gradiente [18] pode ser aplicado no treinamento de uma rede neural de acordo com o algoritmo “back-propagation”.

O erro $e_j(n)$ do neurônio de saída j na iteração n é dado por:

$$e_j(n) = t_j(n) - y_j(n) \quad (3.7)$$

O erro quadrático da iteração n do neurônio j é definido por $\frac{1}{2}e_j^2(n)$ [33]. O fator $\frac{1}{2}$ foi incluído aqui para que os cálculos envolvendo derivadas fiquem mais elegantes. O erro da camada $\epsilon(n)$ é obtido somando-se todos os erros $e_j(n)$. Assim, tem-se que:

$$\epsilon(n) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^M e_j^2(n) = \frac{1}{2} e_j(n)^T e_j(n) \quad (3.8)$$

Admitindo que N é o número total de termos fornecidos para o treinamento da rede, define-se o erro quadrático médio $\bar{\epsilon}(n)$ como:

$$\bar{\epsilon}(n) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \epsilon(n). \quad (3.9)$$

A derivada do erro quadrático em relação aos pesos w_{ji} é dada por:

$$\frac{\partial \epsilon(n)}{\partial w_{ji}(n)} = \frac{\partial \epsilon(n)}{\partial e_j(n)} \frac{\partial e_j(n)}{\partial y_j(n)} \frac{\partial y_j(n)}{\partial v_j(n)} \frac{\partial v_j(n)}{\partial w_{ji}(n)}.$$

De (3.8):

$$\frac{\partial \epsilon(n)}{\partial e_j(n)} = \frac{\partial \frac{1}{2} e_j^2(n)}{\partial e_j(n)} = e_j(n). \quad (3.10)$$

De (3.7):

$$\frac{\partial e_j(n)}{\partial y_j(n)} = \frac{\partial (t_j(n) - y_j(n))}{\partial y_j(n)} = -1. \quad (3.11)$$

De (3.6):

$$\frac{\partial y_j(n)}{\partial v_j(n)} = \frac{\partial (\varphi_j(v_j(n)))}{\partial v_j(n)} = \varphi'_j(v_j(n)). \quad (3.12)$$

De (3.5):

$$\frac{\partial v_j(n)}{\partial w_{ji}(n)} = \frac{\partial}{\partial w_{ji}} \sum_{i=1}^m w_{ji}(n) y_i(n) + b_j(n) = y_i(n). \quad (3.13)$$

Combinando (3.10), (3.11), (3.12) e (3.13), pode-se concluir que:

$$\frac{\partial \epsilon(n)}{\partial w_{ji}(n)} = -e_j(n) \varphi'_j(v_j(n)) y_i(n) = \delta_j(n) y_i(n). \quad (3.14)$$

Usualmente, define-se $\delta_j(n)$ como o gradiente local do neurônio j na iteração n , ou ainda [11]:

$$\delta_j(n) = -\frac{\partial \epsilon(n)}{\partial v_j(n)} = -\frac{\partial \epsilon(n)}{\partial e_j(n)} \frac{\partial e_j(n)}{\partial y_j(n)} \frac{\partial y_j(n)}{\partial v_j(n)} = e_j(n) \varphi'_j(v_j(n)).$$

Logo, o termo de correção $\Delta w_{ji}(n)$ pode ser expresso por:

$$\Delta w_{ji}(n) = -\eta \frac{\partial \epsilon(n)}{\partial w_{ji}} = \eta \delta_j(n) y_i(n). \quad (3.15)$$

Este termo de correção é aplicável apenas para a camada de saída, onde é possível calcular o erro.

A função de ativação utilizada deve ser diferenciável para que o gradiente local seja determinado.

Os pesos são atualizados da seguinte forma:

$$w_{ji}(n+1) = w_{ji}(n) - \eta \frac{\partial \epsilon(n)}{\partial w_{ji}} = w_{ji}(n) + \Delta w_{ji}(n) \quad (3.16)$$

que corresponde à sequência iterativa do Método do Gradiente.

Assim, pode-se associar a taxa de aprendizagem com o tamanho do passo, e a derivada parcial $\frac{\partial \epsilon(n)}{\partial w_{ji}}$ equivale à direção de descida, que neste caso é a direção contrária do gradiente da função a ser otimizada.

Para as camadas escondidas, onde não há resposta desejada específica para os neurônios, o erro é calculado recursivamente em função do gradiente das camadas mais externas (à direita) da rede. Essa é a característica principal do algoritmo “back-propagation”.

O gradiente local $\delta_j(n)$ para uma camada escondida é dado por [11]:

$$\delta_j(n) = -\frac{\partial \epsilon(n)}{\partial v_j(n)} = -\frac{\partial \epsilon(n)}{\partial y_j(n)} \frac{\partial y_j(n)}{\partial v_j(n)} = -\frac{\partial \epsilon(n)}{\partial y_j(n)} \varphi'_j(v_j(n)). \quad (3.17)$$

Da Equação (3.8), tem-se:

$$\frac{\partial \epsilon(n)}{\partial y_j(n)} = \sum_k e_k(n) \frac{\partial e_k(n)}{\partial y_j(n)}, \quad (3.18)$$

sendo que k pertence à camada mais externa (à direita) ao neurônio j .

Usando novamente a regra da cadeia para diferenciação. tem-se que:

$$\frac{\partial \epsilon(n)}{\partial y_j(n)} = \sum_k e_k(n) \frac{\partial e_k(n)}{\partial v_k(n)} \frac{\partial v_k(n)}{\partial y_j(n)} \quad (3.19)$$

De forma análoga à (3.12) é possível escrever:

$$\frac{\partial e_k(n)}{\partial v_k(n)} = -\varphi'_k(v_k(n)). \quad (3.20)$$

Da Equação (3.5):

$$\frac{\partial v_k(n)}{\partial y_j(n)} = \frac{\partial}{\partial y_j(n)} \left(\sum_{j=1}^m w_{kj}(n) y_j(n) + b_k(n) \right) = w_{kj}(n). \quad (3.21)$$

Agregando (3.19), (3.20) e (3.21) obtém-se:

$$\frac{\partial \epsilon(n)}{\partial y_j(n)} = - \sum_k e_k(n) \varphi'_k(v_k(n)) w_{kj}(n) = \sum_k \delta_k(n) w_{kj}(n). \quad (3.22)$$

Finalmente, conclui-se que:

$$\delta_j(n) = \varphi'_j(v_k(n)) \sum_k \delta_k(n) w_{kj}(n). \quad (3.23)$$

onde δ_j é o gradiente local de uma camada escondida.

Pode-se observar que o único termo do gradiente local associado à própria camada é a derivada da função de ativação, sendo que os demais termos que compõem o gradiente dependem da camada imediatamente posterior a ele, caracterizando a sequência recursiva de cálculos.

3.5 Considerações sobre o Método do Gradiente como algoritmo de treinamento

Neste trabalho foi utilizada a implementação do MATLAB de redes neurais. Foi usado o algoritmo de treinamento do Método do Gradiente com a inclusão de um termo de momento γ e variando a taxa de aprendizagem. Nesta condição, a atualização dos pesos utilizada é dada por [6]:

$$\Delta w_{ji}(n) = \gamma \Delta w_{ji}(n-1) + (1-\gamma) \eta \frac{\partial \epsilon(n)}{\partial w_{ji}(n)} \quad (3.24)$$

com $0 \leq \gamma \leq 1$.

O termo de momento possui duas finalidades: ele tende a acelerar a redução do erro quando a direção de descida não muda, o que ocorre quando Δw_{ji} assume o mesmo sinal em sucessivas

iterações. Este termo possui ainda um efeito estabilizador, caso Δw_{ji} oscile entre valores positivos e negativos [14, 32].

A cada atualização dos pesos de todas as camadas da rede, as seguintes hipóteses são analisadas para a taxa de aprendizagem:

- Se o erro médio diminuir, o valor de η é incrementado (por exemplo, em 5%), permitindo um passo maior.
- Se o erro médio aumentar mais que um valor limite, η deve diminuir (por exemplo, 30%), e um novo incremento $\Delta w_{ji}(n)$ é calculado.

Sabe-se que o Método do Gradiente possui taxa de convergência baixa comparado com outros métodos de otimização quadráticos como o Método de Newton ou o Método Quasi-Newton de Levenberg-Marquardt [10, 18]. Para redes neurais com reduzido número de neurônios por camada e baixo número de camadas, é mais vantajoso usar algoritmos de aprendizado baseados em métodos quadráticos, já que a inversa da matriz Hessiana terá dimensão pequena. No entanto, para redes de maior número de neurônios, o custo computacional para o cálculo da inversa da Hessiana passa a ser significativo, e requer maior memória computacional, o que pode inviabilizar o treinamento da rede. Neste caso, o Método do Gradiente, embora menos rápido, permite a solução do problema. A título de ilustração, no MATLAB versão 7.0 e usando um computador DELL Power Edge 2900 com oito processadores de 2.66 Ghz e 32 GB de memória RAM, uma rede neural de 200 neurônios por camada e duas camadas não pôde ser resolvida pelo Método de Levenberg-Marquardt devido à falta de memória, mas foi treinada com sucesso com o Método do Gradiente.

3.6 Exemplo: Equação de Van der Pol

A equação de Van der Pol caracteriza um sistema não-linear, sendo que o comportamento da sua resposta é conhecido [17]. Esta equação pode ser usada para verificar a capacidade de treinamento de uma rede neural em um problema com comportamento complexo para fornecer subsídios para a escolha do tipo de rede neural.

A equação de Van der Pol é dada por:

$$x(t) = \xi(1 - x^2)\dot{x} - x. \quad (3.25)$$

A resposta da equação de Van der Pol depende do parâmetro ξ e das condições iniciais $x(0)$ e $\dot{x}(0)$. Um problema de interesse é identificar estes parâmetros à partir da resposta temporal conhecida.

3.6.1 Treinamento da rede

Os parâmetros ξ , $x(0)$ e $\dot{x}(0)$ serão os identificados pela rede. O conjunto de treinamento foi calculado através da solução da equação de Van der Pol usando o método de Runge-Kutta de 4ª ordem conforme implementado no aplicativo MATLAB. Admitiu-se um intervalo de 10 segundos para analisar o comportamento do sistema e um passo de 0.1 segundos. Estas soluções foram calculadas para todas as combinações dos valores da Tabela 3.1 caracterizando 125 conjuntos de treinamento.

Tabela 3.1: Dados de treinamento da rede neural - Equação de Van der Pol.

Variável	Intervalo de valores
ξ	[1 1.25 1.5 1.75 2]
$x(0)$	[-0.5 -0.25 0 0.25 0.5]
$\dot{x}(0)$	[0 0.25 0.5 0.75 1]

O programa do Apêndice D.1 permite a reprodutibilidade do conjunto de treinamento usado. Pode-se observar que os parâmetros da equação de Van der Pol foram tomados em intervalos de 0.25 na Tabela 3.1.

Foram treinadas algumas redes de modo a estabelecer uma comparação entre o Método do Gradiente (e algumas de suas variações) e o Método de Levenberg-Marquardt conforme as implementações disponíveis no MATLAB [6, 18]. A Tabela 3.2 mostra a configuração destas redes em termos de número de neurônios por camada, erro quadrático médio ($\bar{\epsilon}(n)$) e número de iterações. Nesta tabela, o número máximo de iterações de 200000 foi especificado para todos os casos e o critério de convergência para o $\bar{\epsilon}(n)$ foi de 1.0×10^{-4} . Nesta tabela, os métodos são denotados por:

- G: Método do Gradiente;
- GM: Método do Gradiente com momento ($\gamma = 0.65$);
- GA: Método do Gradiente com taxa de aprendizagem variável;
- GX: Método do Gradiente com momento e taxa de aprendizagem variável;
- LM: Método de Levenberg-Marquardt.

Observa-se que a rede que obtém o menor erro com o menor número de iterações é a que usa o Método de Levenberg-Marquardt para um número menor de neurônios, o que é uma vantagem do método. Contudo, este método requer maior uso de memória e não é adequado para problemas onde um maior número de neurônios é requerido. Isso pode ser visto em um dos casos da Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Comportamento do treinamento das redes neurais - Equação de Van der Pol.

Método	Número de neurônios por camada			$\bar{\epsilon}(n)$	Iterações	Tempo (s)
	1ª camada	2ª camada	3ª camada			
G	15	10	3	1×10^{-4}	153265	1059
GM	15	10	3	1.13×10^{-4}	200000	636
GA	15	10	3	1×10^{-4}	116580	817
GX	15	10	3	1×10^{-4}	110550	750
LM	15	10	3	1×10^{-4}	19	43
G	150	100	3	1×10^{-4}	49100	658
GM	150	100	3	1×10^{-4}	46900	639
GA	150	100	3	1×10^{-4}	50900	686
GX	150	100	3	1×10^{-4}	20800	274
LM	150	100	3	falta de memória	—	—

Para os algoritmos que usam o Método do Gradiente, observa-se que o uso do termo de momento pode acelerar a convergência, assim como a inclusão da taxa de aprendizagem variável. O menor número de iterações foi obtido ao se utilizar o termo de momento e a taxa de aprendizagem combinados. O aumento do número de neurônios por camada melhora a capacidade interpoladora da rede, fazendo com que ela convirja em menos iterações. Salienta-se ainda que o Método do Gradiente requer menos memória computacional, o que o torna atraente em problemas de maior porte. Os gráficos das Figuras 3.3 e 3.4 mostram a evolução dos erros obtidos pelas redes treinadas com as duas configurações de neurônios da Tabela 3.2.

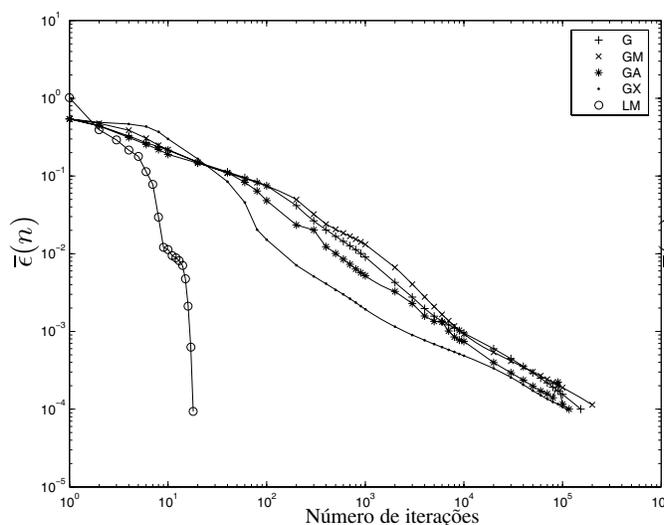


Figura 3.3: Erros quadráticos médios das redes neurais - [15 10 3] - Equação de Van der Pol.

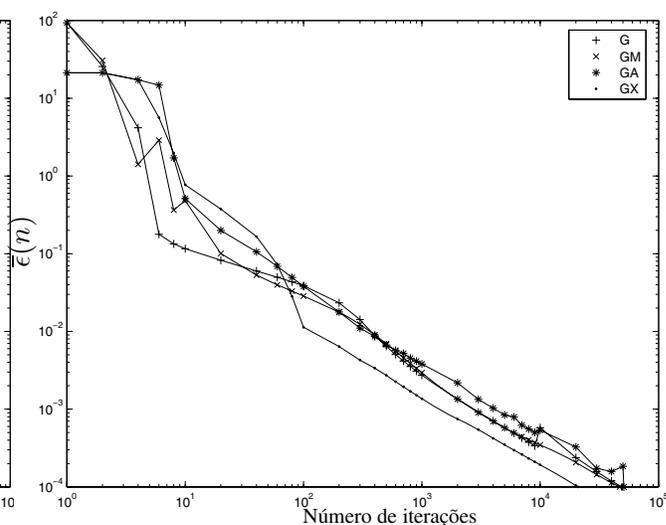


Figura 3.4: Erros quadráticos médios das redes neurais - [150 100 3] - Equação de Van der Pol.

3.6.2 Comportamento da rede para outras entradas

Para verificar o comportamento da rede treinada, a resposta temporal foi gerada com base nos parâmetros da Tabela 3.3, e a rede neural foi usada para determinar os valores de ξ , $x(0)$ e $\dot{x}(0)$.

Tabela 3.3: Dados de verificação da rede neural - Equação de Van der Pol.

Variável	Conjunto de verificação		
	1	2	3
ξ	1.8	1.23	1.6
$x(0)$	-0.2	0.12	0.35
$\dot{x}(0)$	0.5	0.27	0.83

Os resultados obtidos pela rede são mostrados nas Tabelas 3.4, 3.5 e 3.6 para os conjuntos da Tabela 3.3 respectivamente. Nesta tabela o erro é calculado como:

$$\text{Erro} = \frac{\text{Resposta(rede)} - \text{Resposta(esperada)}}{\text{Resposta(esperada)}} \quad (3.26)$$

Tabela 3.4: Verificação do treinamento da rede - Conjunto 1 - Equação de Van der Pol.

Método	Resposta da rede			Erro (%)		
	ξ	$x(0)$	$\dot{x}(0)$	ξ	$x(0)$	$\dot{x}(0)$
G	1.7901	-0.19715	0.4995	-0.5	-1.4	-0.1
GM	1.7956	-0.20013	0.51092	-0.2	0.1	2.2
GA	1.7982	-0.2029	0.48086	-0.1	1.4	-3.8
GX	1.7998	-0.20054	0.47919	-0.1	0.3	-4.2
LM	1.7826	-0.19548	0.4972	-1.0	-2.2	-0.6
esperado	1.8	-0.2	0.5	—	—	—

Observa-se na Tabela 3.4 o maior erro relativo foi de -4.2% .

Tabela 3.5: Verificação do treinamento da rede - Conjunto 2 - Equação de Van der Pol.

Método	Resposta da rede			Erro (%)		
	ξ	$x(0)$	$\dot{x}(0)$	ξ	$x(0)$	$\dot{x}(0)$
G	1.217	0.12113	0.27556	-1.0	1.0	2.1
GM	1.198	0.11859	0.27263	-2.6	-1.2	1
GA	1.2081	0.12852	0.27666	-1.8	7.1	2.5
GX	1.2294	0.14083	0.2694	-0.1	17.3	-0.2
LM	1.2114	0.12168	0.27164	-1.5	1.4	0.6
esperado	1.23	0.12	0.27	—	—	—

Para a Tabela 3.5, o maior erro relativo foi de 17.3%.

Tabela 3.6: Verificação do treinamento da rede - Conjunto 3 - Equação de Van der Pol.

Método	Resposta da rede			Erro (%)		
	ξ	$x(0)$	$\dot{x}(0)$	ξ	$x(0)$	$\dot{x}(0)$
G	1.6045	0.32368	0.85131	0.3	-7.5	2.6
GM	1.6182	0.34234	0.84656	1.1	-2.2	2.0
GA	1.6044	0.35133	0.83802	0.3	0.4	1.0
GX	1.6119	0.32774	0.84014	0.7	-6.3	1.2
LM	1.6254	0.35114	0.83279	1.6	0.3	0.3
esperado	1.6	0.35	0.83	—	—	—

Na Tabela 3.6, o maior erro relativo foi de -7.5%

As Figuras 3.5, 3.6, 3.7, 3.8 e 3.9 mostram a resposta da equação de Van der Pol para o Conjunto 2 da Tabela 3.3, usando os diferentes algoritmos de treinamento em comparação com a resposta esperada. Verifica-se que para todos os métodos de treinamento obteve-se uma resposta que condiz com a esperada.

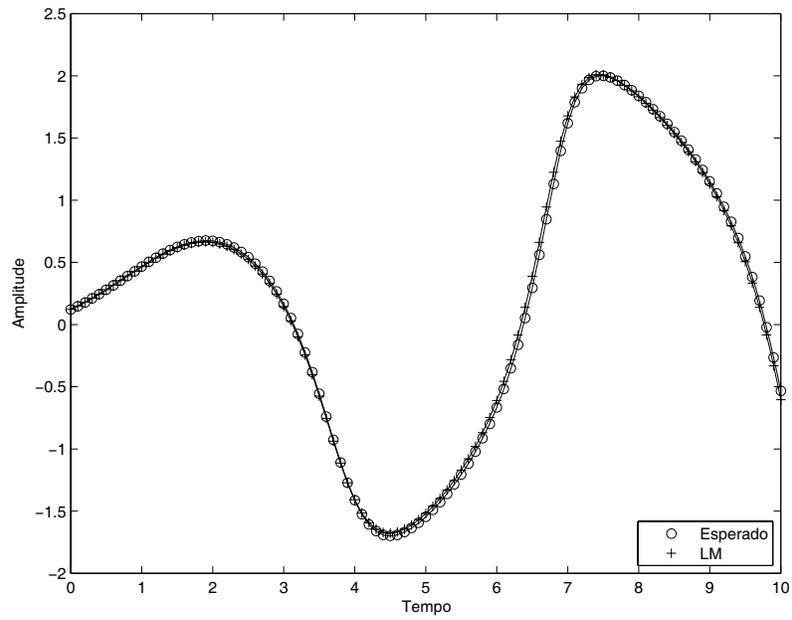


Figura 3.5: Resposta da equação de Van der Pol - Conjunto 2 - Método de Levenberg-Marquardt.

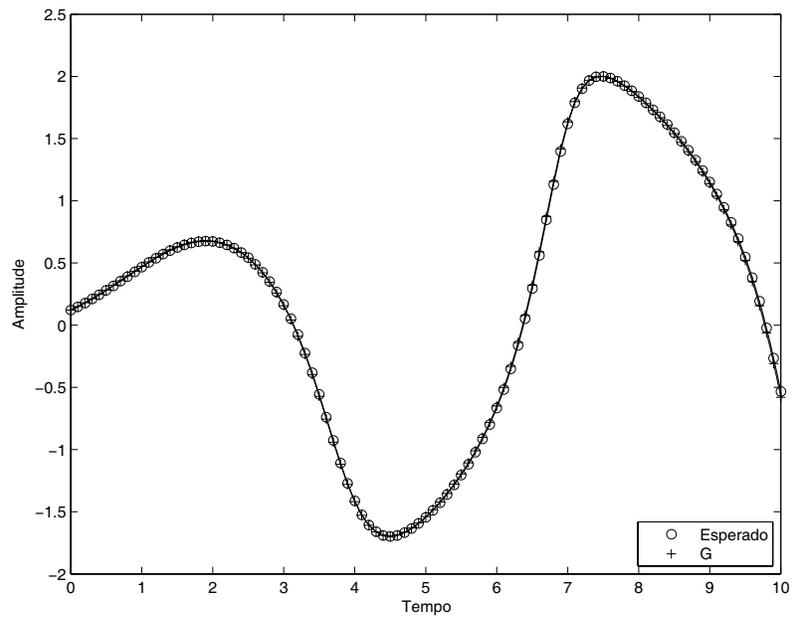


Figura 3.6: Resposta da equação de Van der Pol - Conjunto 2 - Método do Gradiente.

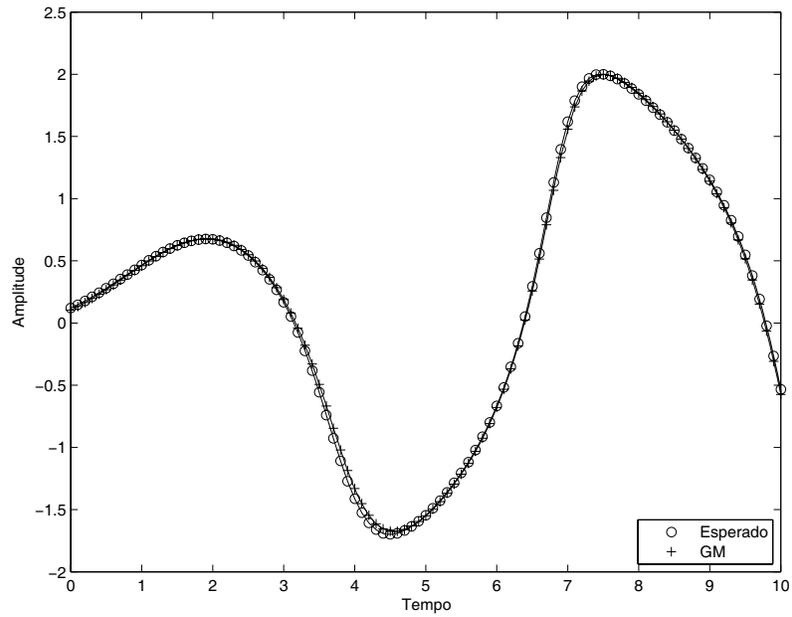


Figura 3.7: Resposta da equação de Van der Pol - Conjunto 2 - Método do Gradiente com momento.

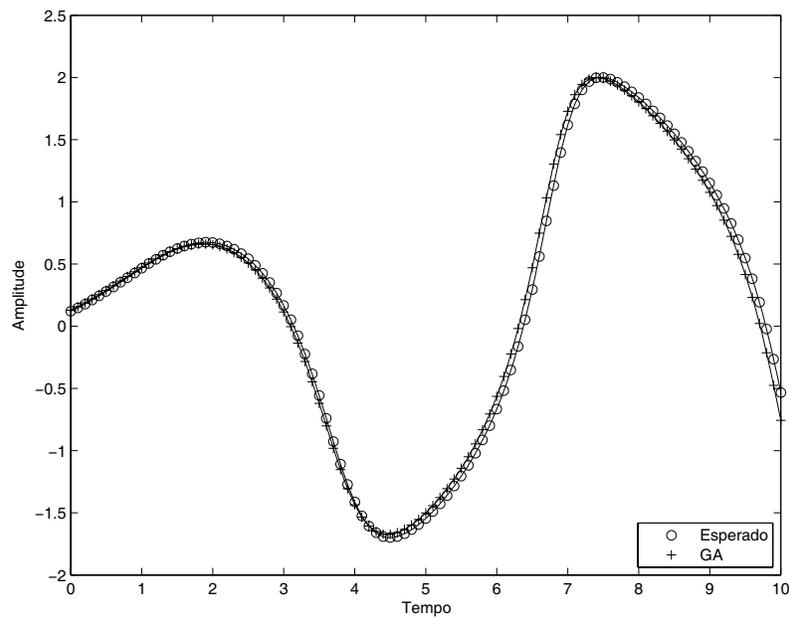


Figura 3.8: Resposta da equação de Van der Pol - Conjunto 2 - Método do Gradiente com taxa de aprendizagem variável.

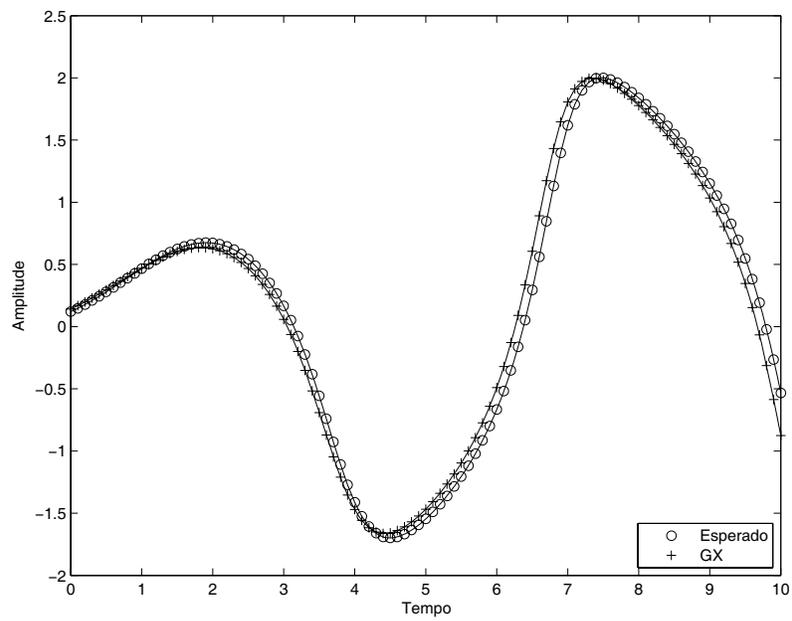


Figura 3.9: Resposta da equação de Van der Pol - Conjunto 2 - Método do Gradiente com momento e taxa de aprendizagem variável.

Capítulo 4

Efeitos dos principais parâmetros de contato

Para entender melhor o funcionamento do programa ANSYS e as diversas opções dos algoritmos disponíveis no contexto de problemas de contato, são realizados neste capítulo alguns estudos de casos de contato. Para alguns destes exemplos, tem-se que a solução analítica ou aproximada é conhecida.

É importante observar que a escolha das malhas de elementos finitos afetam os resultados do problema. Neste sentido, é importante gerar malhas com um grau de refinamento adequado. Além disso, o tipo de função de interpolação do elemento finito também deve ser considerado previamente. Estes aspectos são usuais no processo de solução de problemas usando elementos finitos.

Para todos os exemplos deste capítulo, foi considerado comportamento linear isotrópico dos materiais. Foi adotado o critério de convergência da norma das forças desbalanceadas, com $||\Psi|| \leq 0.001$. Os parâmetros iniciais de contato dados pelo ANSYS são mostrados na Tabela 4.1. A definição de alguns destes parâmetros encontra-se no Apêndice B.

Tabela 4.1: Parâmetros iniciais de contato.

Fator de rigidez de contato	1
Fator do limite de penetração	0.1
“Pinball Region”	Automático
Algoritmo utilizado	Método do Lagrangiano Aumentado
“Solver”	PCG
Ajustes automáticos	Não há
Penetração inicial	Não há
Comportamento da região de contato	“Standard”
ICONT	1.0×10^{-8}

O parâmetro ICONT é um parâmetro adicional que determina se as superfícies estão em contato. Se a distância inicial entre os dois corpos for menor que o valor calculado com ICONT,

os corpos estão em contato. Caso a região de contato seja delimitada por poucos pontos, o ANSYS pode considerar outros pontos próximos como “em contato”, quando na verdade não estão. Por isso, foi especificado o valor 1×10^{-8} para o ICONT para evitar este problema, que afetaria o resultado obtido.

Nos estudos das seções seguintes, alguns parâmetros são modificados e seus efeitos avaliados. Os parâmetros que não forem modificados serão mantidos da mesma forma que os listados na Tabela 4.1.

O tempo de processamento representa o tempo utilizado pelo ANSYS para executar a análise. Esta variável é dada em função de unidades de processamento do ANSYS e foi calculada em um computador DELL Power Edge 2900 com dois processadores INTEL XEON QUAD CORE 2.66 Ghz e 32 GB RAM, para todos os exemplos.

4.1 Caso 1: Contato entre dois cilindros

O problema de contato entre dois cilindros foi estudado por [12] nos primeiros trabalhos sobre contato mecânico. Este problema é ilustrado pela Figura 4.1.

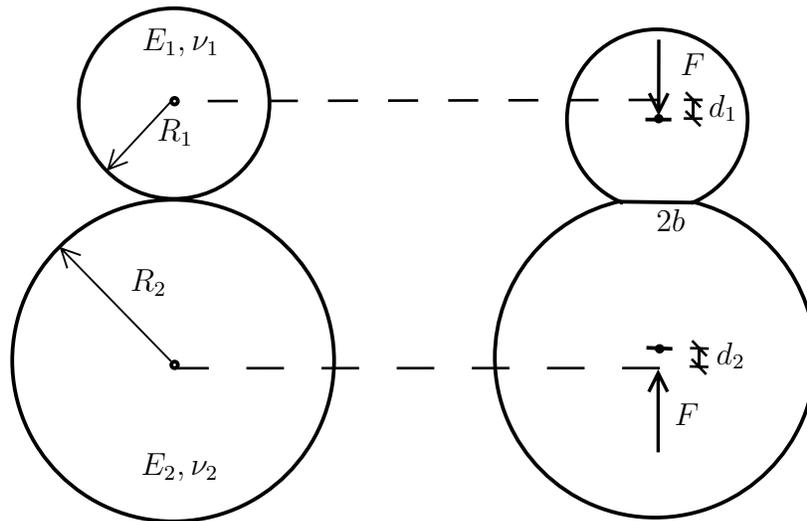


Figura 4.1: Contato entre dois cilindros.

Sejam R_1 e R_2 os raios dos cilindros de comprimento L , E_1 e E_2 os módulos de Young, ν_1 e ν_2 os coeficientes de Poisson, e uma força F aplicada. A largura da região de contato b , de acordo com a solução analítica, é dada pela Equação (4.1):

$$b = 1.13 \left(\frac{F}{L} (\kappa_1 + \kappa_2) \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)^{1/2} \quad (4.1)$$

onde $\kappa_1 = \frac{1-\nu_1^2}{E_1}$ e $\kappa_2 = \frac{1-\nu_2^2}{E_2}$.

A distância total de aproximação $d = d_1 + d_2$ é definida pela equação (4.2), onde foi considerado o caso particular $\kappa = \kappa_1 = \kappa_2$:

$$d = 0.638 \frac{F}{L} \kappa \left(\frac{2}{3} + \ln \frac{2R_1}{b} + \ln \frac{2R_2}{b} \right) \quad (4.2)$$

A pressão máxima na região de contato é dada pela Equação (4.3):

$$p_{max} = 2 \frac{F}{\pi b L} \quad (4.3)$$

Foram adotados raios de $20mm$ e $10mm$, módulo de Young de $210GPa$ e coeficiente de Poisson de 0.3 e o comprimento dos cilindros usado foi $1mm$. Adotou-se a hipótese de estado plano de tensões para representar este problema através de um problema equivalente bidimensional. A malha usada para analisar este problema no ANSYS é dada pela Figura 4.2, onde foram empregadas as condições de simetria do problema. A Figura 4.3 representa uma ampliação da região de contato.

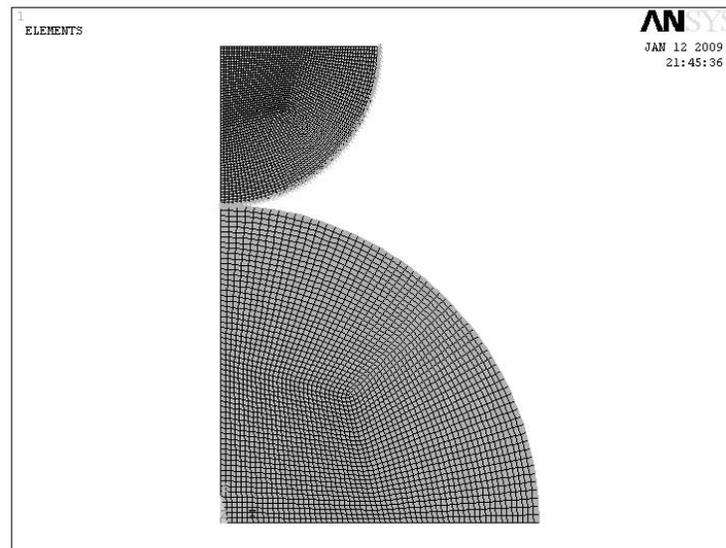


Figura 4.2: Malha de elementos finitos - Contato entre dois cilindros.

Para a modelagem do contato, foi utilizado o elemento de contato “node-to-surface” (Apêndice B.1). O tipo de elemento finito utilizado foi PLANE42, um elemento quadrilateral 2D que possui quatro nós com dois graus de liberdade para cada nó [2]. A malha possui 5582 nós e 5400 elementos, além de 121 elementos de contato.

Serão investigados os efeitos dos parâmetros fator de rigidez de contato normal, fator de

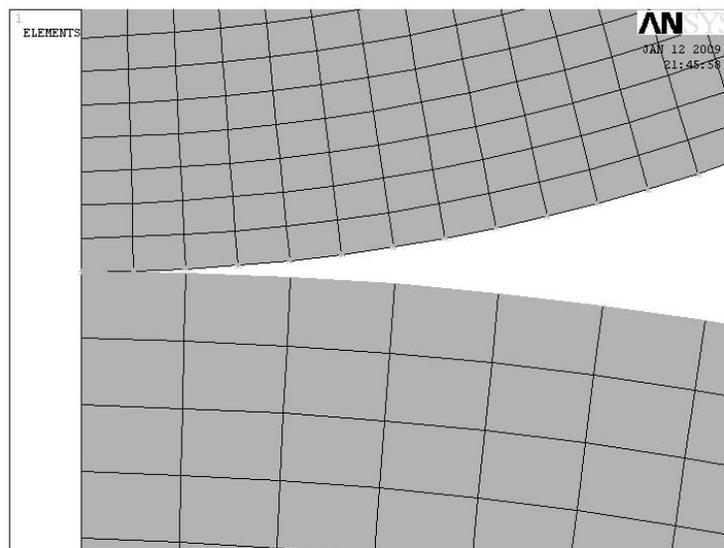


Figura 4.3: Região de contato ampliada - Contato entre dois cilindros.

limite de penetração, algoritmos de contato e métodos de solução para este exemplo.

4.1.1 Efeito do fator rigidez de contato normal

A Tabela 4.2 mostra a variação dos resultados obtidos para d , b e p_{max} com o aumento da rigidez de contato normal. Os demais parâmetros dados pela Tabela 4.1 permanecem os mesmos.

Tabela 4.2: Efeito do fator de rigidez de contato normal - Contato entre dois cilindros.

	Analítico	$k_n = 0.1$	Erro(%)	$k_n = 1$	Erro(%)	$k_n = 10$	Erro(%)	$k_n = 100$	Erro(%)
d	0.0275	0.0277	0.73	0.0274	-0.36	0.0274	-0.36	0.0274	-0.36
b	0.2716	0.2618	-3.61	0.2618	-3.61	0.2618	-3.61	0.2618	-3.61
p_{max}	2343.8	2353.4	0.43	2508.1	7.01	2526.1	7.77	2527.9	7.85

O erro apresentado na Tabela 4.2 é calculado através da expressão:

$$\text{Erro} = \frac{\text{Resultado(ANSYS)} - \text{Resultado(analítico)}}{\text{Resultado(analítico)}} \quad (4.4)$$

Apenas a pressão de contato máxima apresentou variação significativa com a mudança do valor da rigidez de contato normal. Neste caso, uma escolha adequada para o fator de rigidez de contato normal é $k_n = 0.1$, pois leva ao menor erro na pressão de contato.

4.1.2 Efeito do fator de limite de penetração

Alguns resultados obtidos com a variação do limite de penetração encontram-se na Tabela 4.3. A profundidade média do elemento finito adjacente ao elemento de contato nesta malha é $h = 0.15556mm$.

Tabela 4.3: Limite de penetração - Contato entre dois cilindros.

$FTOLN$	Penetração máxima	Pressão máxima	Número de iterações
0.1	8.7169×10^{-4}	2353.4	3
0.01	8.7169×10^{-4}	2353.4	3
0.001	1.4925×10^{-4}	2518.1	5
10^{-4}	1.2252×10^{-5}	2526.8	9
10^{-5}	1.0565×10^{-6}	2528.1	12
10^{-6}	–	–	não convergiu

Para os valores de $FTOLN = 0.1$ e $FTOLN = 0.01$, que correspondem a $TOLN \leq 0.015556$ e $TOLN \leq 0.0015556$ respectivamente, nota-se na Tabela 4.3 que não houve influência no resultado da análise de contato. Isso ocorre pelo fato de que esse critério de convergência não foi excedido durante as iterações de equilíbrio.

Para os valores de $FTOLN = 0.001$ a $FTOLN = 10^{-5}$, a solução do problema de contato mudou. Para estes valores, o limite de penetração passa a ser uma restrição ativa. Nota-se que a penetração diminui conforme $FTOLN$ diminui, sendo que a pressão de contato máxima e o número de iterações aumenta.

Caso o limite de penetração seja muito pequeno, a análise pode não convergir, o que aconteceu para $FTOLN = 10^{-6}$ por exemplo.

Observa-se que o parâmetro $FTOLN$ estabelece um critério de convergência para a máxima penetração permissível em função do tamanho médio dos elementos finitos adjacentes aos elementos de contato.

4.1.3 Efeito dos algoritmos de contato

A Tabela 4.4 contém os resultados obtidos com o Método das Penalidades, o Método dos Multiplicadores de Lagrange e o Método do Lagrangiano Aumentado.

Tabela 4.4: Algoritmos de contato - Contato entre dois cilindros.

Algoritmo de contato	Penetração máxima	Pressão máxima	Tempo (CPU)	d	b
Penalidades	8.7169×10^{-4}	2353.4	4	0.0277	0.2618
Lagrangiano Aumentado	1.2252×10^{-5}	2526.8	8	0.0274	0.2618
Multiplicadores de Lagrange	4.1691×10^{-6}	2529.1	4	0.0274	0.2618

Observa-se que a solução dada pelo Método das Penalidades é a que apresenta maior nível de penetração entre os corpos. Para o mesmo valor de rigidez $k_n = 0.1$, o Método do Lagrangiano Aumentado foi capaz de fornecer um resultado com menor penetração, devido ao uso de $FTOLN = 10^{-4}$ para regular o nível de penetração.

Para o Método das Penalidades, a penetração é reduzida apenas com o aumento da rigidez de contato normal. No Método do Lagrangiano Aumentado, a penetração pode ser reduzida com a atualização dos multiplicadores de Lagrange, além do aumento da rigidez de contato normal, o que torna este método mais robusto. No entanto, podem ser necessárias mais iterações para obter a solução.

O Método dos Multiplicadores de Lagrange apresentou a solução com a menor penetração e pressão de contato máxima similar à encontrada pelo Método do Lagrangiano Aumentado. Para este exemplo, o Método dos Multiplicadores de Lagrange apresentou melhores resultados em termos de penetração e tempo de processamento.

4.1.4 Efeito dos métodos de solução (“Solvers”)

As análises usando os principais métodos de solução do ANSYS aparecem na Tabela 4.5.

Tabela 4.5: Efeito dos Métodos de solução - Contato entre dois cilindros.

Algoritmo de contato	Penetração máxima	Pressão máxima	Tempo (CPU)	d	b
Esparso	1.2252×10^{-5}	2526.8	7	0.0274	0.2618
PCG	1.2252×10^{-5}	2526.8	8	0.0274	0.2618
Frontal	1.2252×10^{-5}	2526.8	9	0.0274	0.2618

Percebe-se que não há variação relevante nos resultados obtidos (p_{max} , g_{max} , d , b). O tempo de processamento é a única variável onde se nota uma pequena alteração para este exemplo.

4.2 Caso 2: Placa retangular sobre um plano rígrado

A solução deste exemplo é apresentada em [8]. O problema é ilustrado na Figura 4.4.

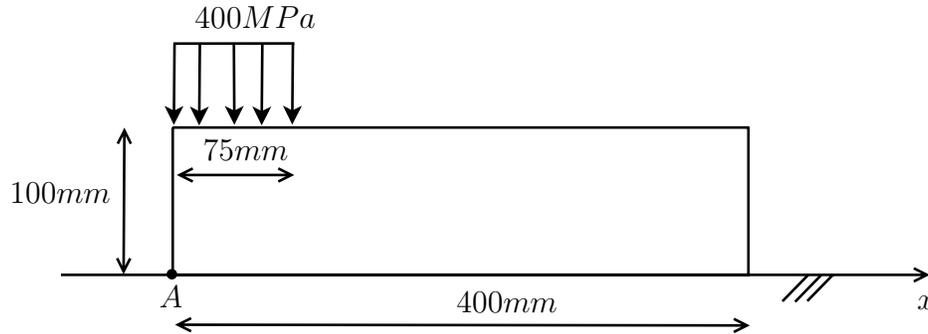


Figura 4.4: Placa retangular em contato com uma superfície rígrada.

O bloco apresenta um carregamento vertical na extremidade esquerda de $400MPa$. O módulo de Young é $1 \times 10^7 N/mm^2$ e o coeficiente de Poisson é 0.3. Foi considerado o estado plano de tensões, com a espessura do bloco unitária. A placa possui restrição de deslocamento na direção x no ponto A da Figura 4.4.

A malha de elementos finitos é apresentada na Figura 4.5. A linha horizontal inferior que é vista na figura representa a superfície rígrada. Foram usados 80 elementos finitos do tipo PLANE42 em 102 nós. Foram considerados 17 nós para a região de contato numerados da esquerda para direita.

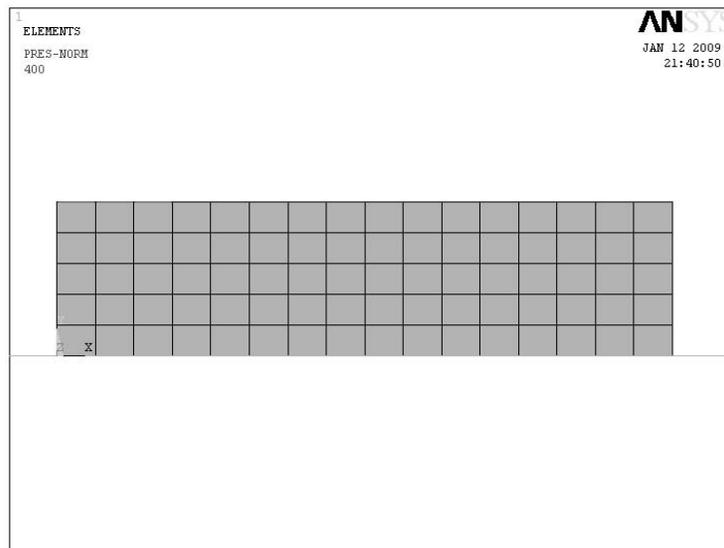


Figura 4.5: Malha de elementos finitos do bloco elástico - Placa retangular sobre um plano rígrado.

4.2.1 Efeito do fator de rigidez de contato

A Tabela 4.2.1 mostra as forças de contato em função do fator de rigidez de contato k_n e uma comparação com os resultados de [8].

Tabela 4.6: Forças de contato [N] em função de k_n - Placa retangular sobre um plano rígido.

Nó	[8]	$k_n = 0.1$	$k_n = 1$	$k_n = 5$	$k_n = 10$	$k_n = 100$
1	505.00	501.03	501.24	501.29	501.29	501.30
2	400.00	411.51	410.90	410.80	410.79	410.78
3	303.00	301.82	302.63	302.75	302.76	302.78
4	198.00	187.31	187.15	187.12	187.11	187.11
5	55.00	48.84	48.70	48.69	48.68	48.68
6	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0
Tempo (CPU)	—	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
Iterações	—	6	7	7	7	7

Pode-se verificar que praticamente não há mudança das forças de contato, mesmo para valores do fator de rigidez pequenos como $k_n = 0.1$ e valores elevados como $k_n = 100$. A variação do deslocamento normal ao longo da região de contato potencial estabiliza apenas para $k_n \geq 1$ como mostra a Figura 4.6. Assim, uma boa escolha do fator de rigidez é $k_n = 1$, que será considerado para as outras análises de contato desta seção, já que o tempo de processamento e o número de iterações para todos os fatores de rigidez de contato são semelhantes.

4.2.2 Efeito do fator de limite de penetração

A Tabela 4.7 apresenta as soluções de contato obtidas variando-se o fator de limite de penetração.

Para valores de $FTOLN$ entre 0.1 e 10^{-5} , os resultados obtidos não são alterados. Nota-se que alterações da solução passam a ocorrer apenas para $FTOLN < 10^{-5}$. Isso se deve ao fato da

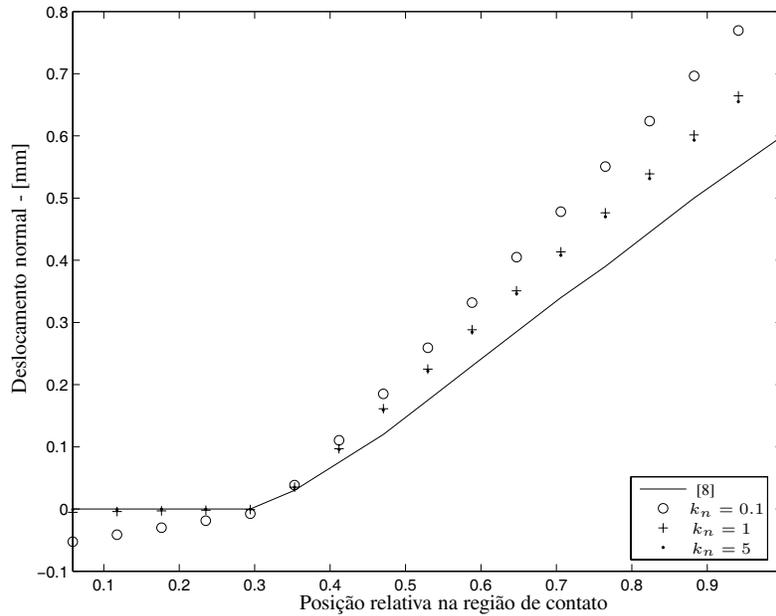


Figura 4.6: Deslocamento normal em função do fator de rigidez de contato normal - Placa retangular sobre um plano rígido.

Tabela 4.7: Alguns resultados da solução em função do fator de limite de penetração - Placa retangular sobre um plano rígido.

$FTOLN$	Penetração máxima	Pressão máxima	Número de iterações
0.1	5.0124×10^{-5}	501.24	7
0.01	5.0124×10^{-5}	501.24	7
0.001	5.0124×10^{-5}	501.24	7
10^{-4}	5.0124×10^{-5}	501.24	7
10^{-5}	5.0124×10^{-5}	501.24	7
10^{-6}	1.7124×10^{-5}	491.90	11
10^{-7}	1.4730×10^{-6}	500.65	13

profundidade média dos elementos anexos aos elementos de contato ser $h = 20mm$, requerendo um valor de $FTOLN$ pequeno para que o critério de penetração passe a ser ativo.

4.2.3 Efeito dos algoritmos de contato

As Figuras 4.7, 4.8 e 4.9 ilustram os deslocamentos e forças de contato obtidas com o Método dos Multiplicadores de Lagrange e o Método do Lagrangiano Aumentado. A posição relativa de contato zero equivale ao canto esquerdo do bloco da Figura 4.4, enquanto a posição relativa 1 representa o canto direito.

Neste exemplo, os resultados do Método do Lagrangiano Aumentado são iguais aos do Método das Penalidades devido à escolha de $FTOLN$ considerado grande.

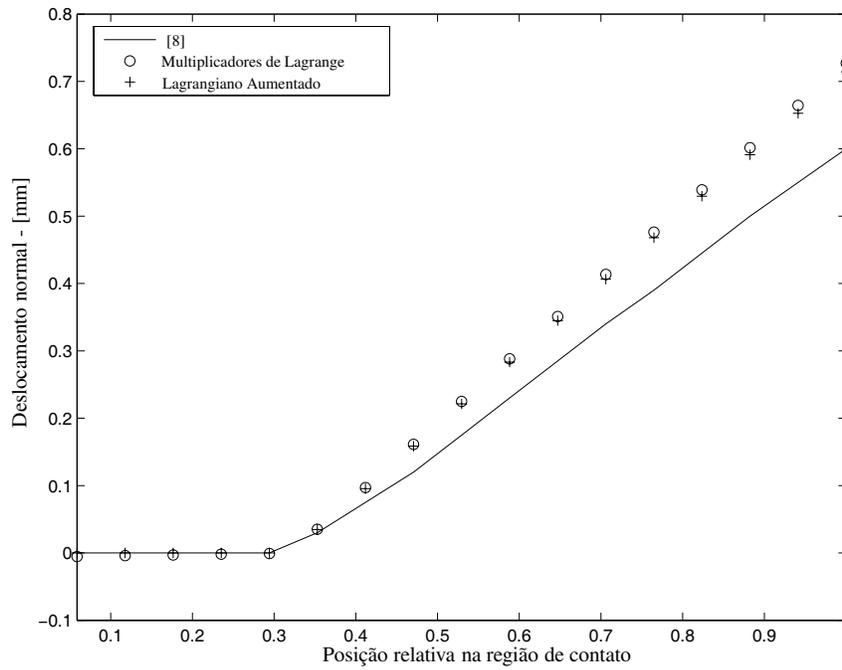


Figura 4.7: Deslocamento normal - Algoritmos de contato.

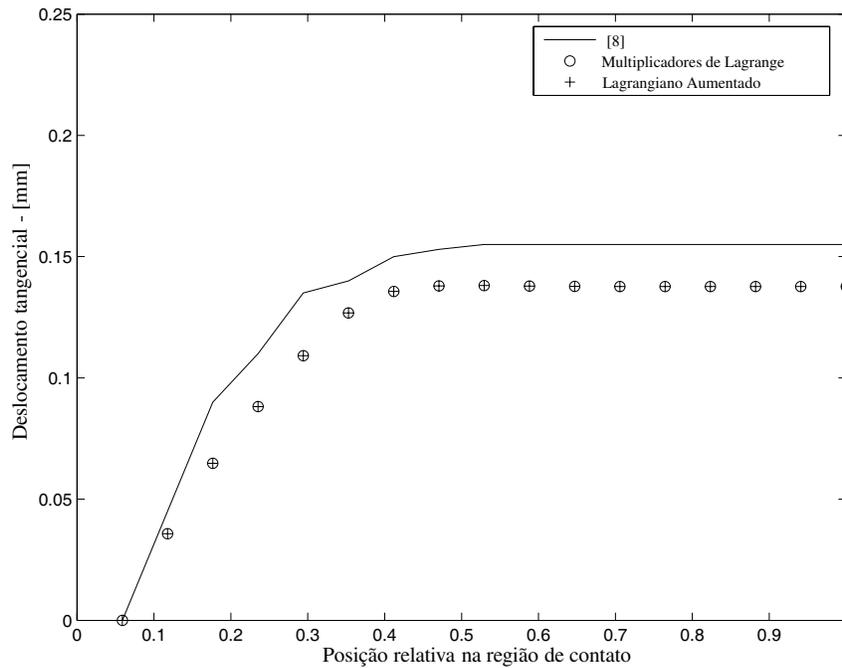


Figura 4.8: Deslocamento tangencial - Algoritmos de contato.

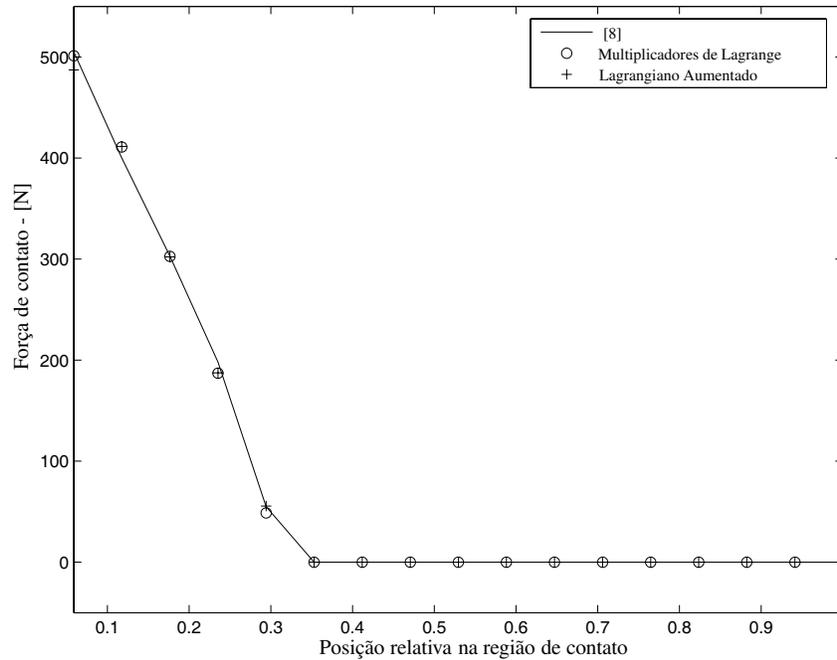


Figura 4.9: Forças de contato - Algoritmos de contato.

A resposta obtida em termos de forças de contato (Figura 4.9) é muito próxima à resposta encontrada por [8]. Já os deslocamentos da região de contato representados pelas Figuras 4.7 e 4.8 apresentam uma diferença maior em relação aos obtidos em [8]. Verifica-se que os resultados obtidos para todos os algoritmos de contato do ANSYS são similares.

4.2.4 Efeitos dos métodos de solução (“Solvers”)

Os resultados de contato obtidos variando-se os métodos de solução do sistema de equações são mostrados na Tabela 4.8.

Tabela 4.8: Resultados variando o “Solver” - Placa retangular sobre um plano rígido.

Algoritmo de contato	Penetração máxima	Pressão máxima	Tempo (CPU)
Esparso	5.0124×10^{-5}	501.24	0.40
PCG	5.0124×10^{-5}	501.24	0.53
Frontal	5.0124×10^{-5}	501.24	0.23

Nota-se na Tabela 4.8 que os tempos de processamento para todos os métodos de solução podem ser considerados pequenos. Os outros resultados da análise de contato não são alterados com o emprego de “solvers” distintos.

4.3 Caso 3: Cilindro entre blocos [29]

Este caso representa um sistema com interferência em sistemas mecânicos, e se trata também de um exemplo 3D. O problema é mostrado na Figura 4.10. O material dos blocos e do cilindro é o aço, com módulo de Young $210GPa$ e coeficiente de Poisson de 0.3. Foi considerada uma interferência de $0.5mm$ do cilindro com os blocos.

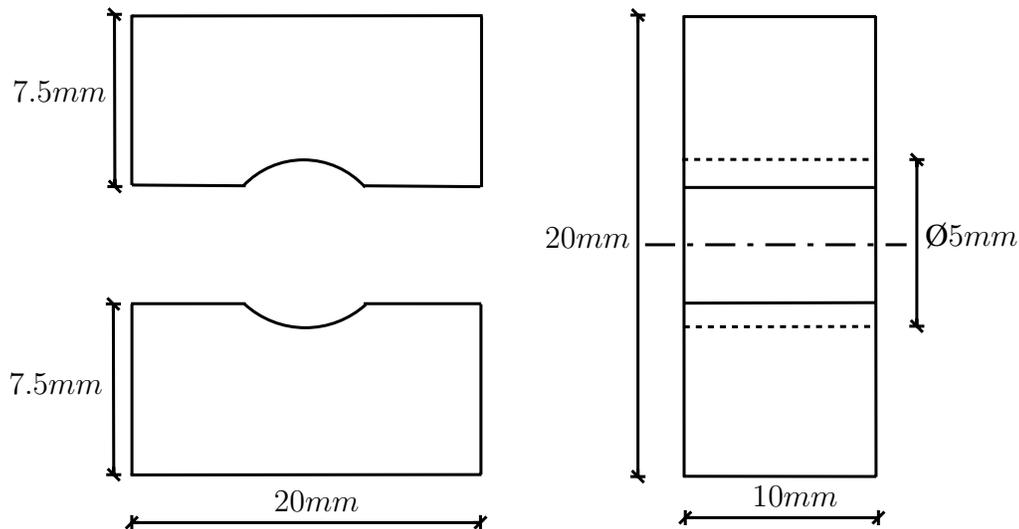


Figura 4.10: Esquema do problema de contato - Cilindro entre dois blocos.

Devido à simetria, apenas metade do problema é modelada, como mostra a Figura 4.11. Foram usados na malha 1719 nós, com 1208 elementos finitos do tipo SOLID185, um elemento tridimensional de 8 nós que apresenta três graus de liberdade em cada um deles: translação em relação aos eixos x , y e z [2]. Foram utilizados ainda 191 elementos de contato do tipo “surface-to-surface” (Apêndice B.1).

4.3.1 Efeito do fator de rigidez de contato normal

A Figura 4.12 mostra as máximas pressões de contato e penetrações da solução de contato em função do fator de rigidez de contato normal.

Para este exemplo, a pressão de contato máxima começa a estabilizar para valores de fator de rigidez mais elevados como $k_n = 60$.

4.3.2 Efeito do fator de limite de penetração

A Tabela 4.9 mostra os resultados obtidos com a variação do fator de limite de penetração. A profundidade média dos elementos de contato é $h = 1.1377$.

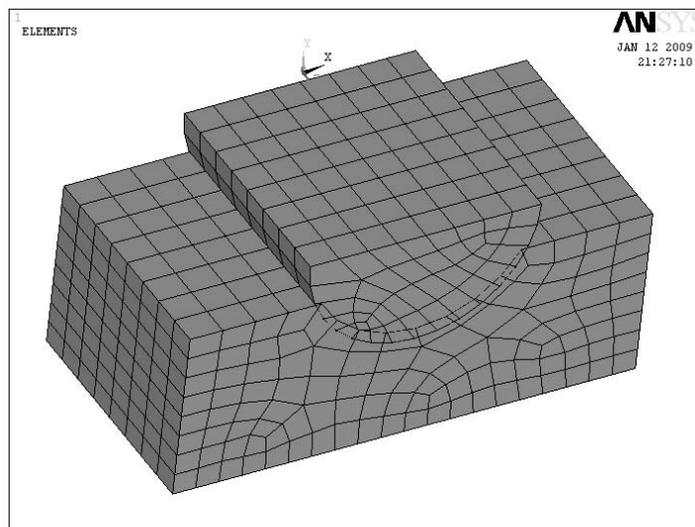


Figura 4.11: Malha de elementos finitos - Cilindro entre blocos.

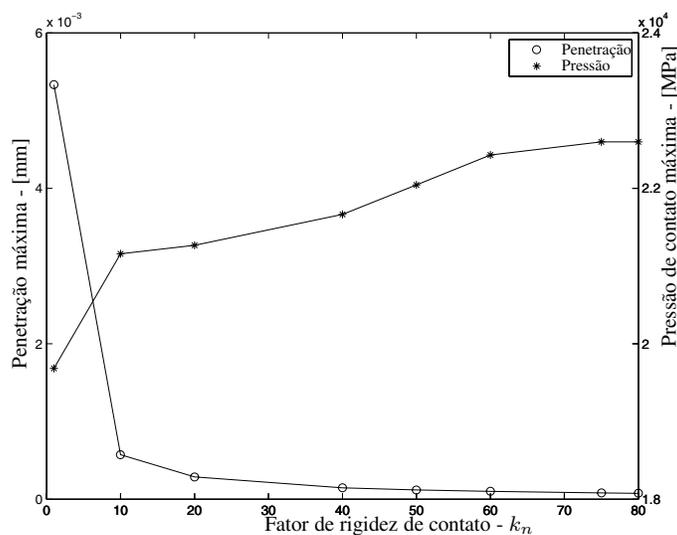


Figura 4.12: g_{max} e P_{max} em função de k_n - Cilindro ente blocos.

Observa-se que o número de iterações de equilíbrio aumenta para a entrada 3, quando $FTOLN = 0.01$. Mas a pressão de contato e a penetração máximas obtidas permanecem as mesmas. Essa variação no número de iterações se deve ao fato de ocorrer uma penetração maior que o limite permitido em algumas iterações intermediárias da solução do problema.

Para as entradas 1 e 2, não houve alteração dos resultados

Para o valor do fator de limite de penetração de 0.001, a solução não converge.

Tabela 4.9: Comparativo entre diferentes fatores de limite de penetração - Cilindro entre blocos.

	<i>FTOLN</i>	Penetração máxima	Pressão máxima	Número de iterações
1	1	1.0126×10^{-4}	22429	21
2	0.1	1.0126×10^{-4}	22429	21
3	0.01	1.0126×10^{-4}	22429	31
4	0.001	-	-	não convergiu

4.3.3 Efeito dos algoritmos de contato

A Tabela 4.10 mostra os resultados para os diferentes algoritmos de contato.

Tabela 4.10: Alguns resultados para os algoritmos de contato - Cilindro entre blocos.

Algoritmo de contato	Penetração máxima	Pressão máxima	Tempo (CPU)
Penalidades	1.0126×10^{-4}	22429	13
Lagrangiano Aumentado	1.0126×10^{-4}	22429	14
Multiplicadores de Lagrange	2.8238×10^{-10}	18380	7

Verifica-se que a solução obtida para a pressão de contato com o Método dos Multiplicadores de Lagrange é cerca de 18% menor que a obtida pelos Método da Penalidade e Método do Lagrangiano Aumentado. Esta variação pode ser devido à oscilação do algoritmo de contato, como pôde ser verificado no problema do Apêndice A.

4.3.4 Efeito dos métodos de solução (“Solvers”)

As análises para os principais métodos de solução do ANSYS são mostradas na Tabela 4.11.

Tabela 4.11: Comparação entre diferentes “solvers” - Cilindro entre blocos.

Algoritmo de contato	Penetração máxima	Pressão máxima	Tempo (CPU)
Esparso	1.0126×10^{-4}	22429	14
PCG	1.0126×10^{-4}	22429	30
Frontal	1.0126×10^{-4}	22429	20

É possível observar novamente que não há variação nos resultados obtidos mais relevantes para a pressão de contato e penetração. O tempo de processamento de cada “solver” apresenta uma pequena alteração. Neste caso, o “solver” Esparso foi mais rápido que o “solver” PCG.

4.4 Caso 4: Biela automotiva

Será vista nesta seção a análise de contato feita no olhal menor de uma biela automotiva. Para este sistema, normalmente adota-se o uso de um elemento de sacrifício (uma bucha), colocada entre o pino do pistão e o olhal menor da biela. Devido aos requisitos maiores em termos de potência de alguns motores, a bucha não tem cumprido adequadamente o papel de proteger a biela das deformações plásticas em algumas situações. Uma opção para contornar este problema é remover a bucha e otimizar o perfil na região do olhal menor da biela, visando a redução da pressão máxima de contato. Além disso, a remoção da bucha pode ser uma alternativa interessante em termos de custos e maior simplicidade do produto. Estes aspectos são atualmente investigados pelos fabricantes de bielas automotivas.

As Figuras 4.13 e 4.14 representam um quarto da geometria do problema, considerando apenas o olhal menor da biela e o pino, junto com suas principais dimensões.

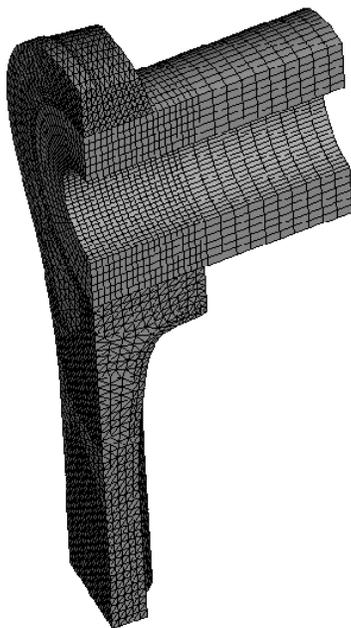


Figura 4.13: Malha de elementos finitos - Olhal menor da biela automotiva.

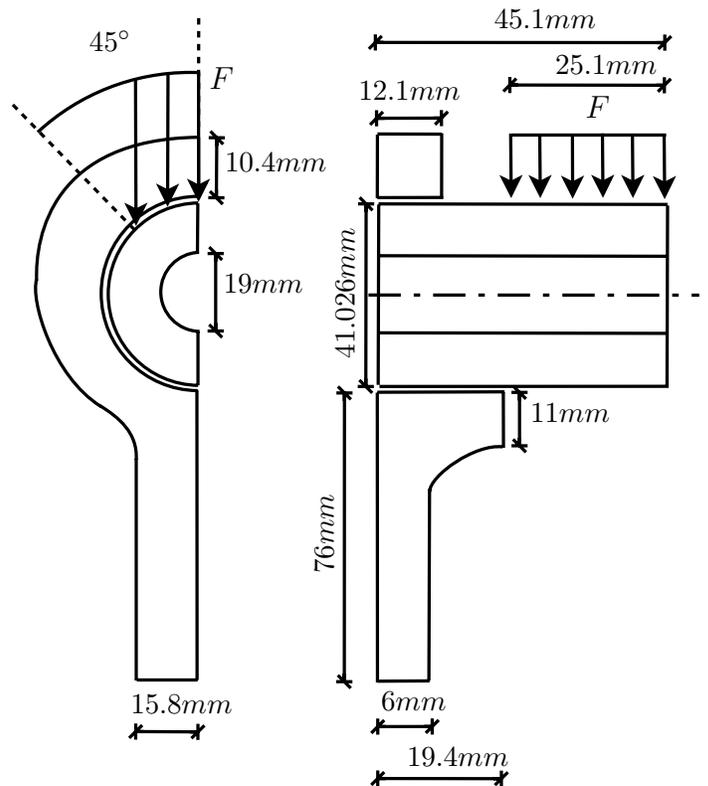


Figura 4.14: Modelo geométrico simplificado - Olhal menor da biela automotiva.

A malha de elementos finitos é dada pela Figura 4.13. Foram usados 63702 nós com 25165 elementos finitos. Considerou-se dois tipos de elementos finitos: SOLID92 para a malha da biela (com elementos tetraédricos de 10 nós) e SOLID95 para a malha do pino (com elementos hexaédricos de 20 nós). A análise é do tipo “surface-to-surface” (Apêndice B.1).

Uma folga de $18\mu m$ entre a biela e o pino foi utilizada. O material considerado foi aço (biela e pino), com módulo de Young de $210GPa$ e coeficiente de Poisson 0.3. Foi usado um carregamento $F = 40000N$ como indicado na Figura 4.14, distribuído igualmente entre os nós da região de aplicação do carregamento. Estas especificações técnicas foram obtidas junto à ThyssenKrupp Metalúrgica Campo Limpo, um fabricante de bielas automotivas.

O efeito dos principais parâmetros de contato é apresentado nas seções seguintes.

4.4.1 Efeito do fator de rigidez de contato

Para problemas de maior porte, o efeito do condicionamento da matriz de rigidez do sistema passa a ser relevante. O gráfico mostrado pela Figura 4.15 mostra a relação entre a penetração e o número de condição da matriz de rigidez em função do fator de rigidez de contato k_n .

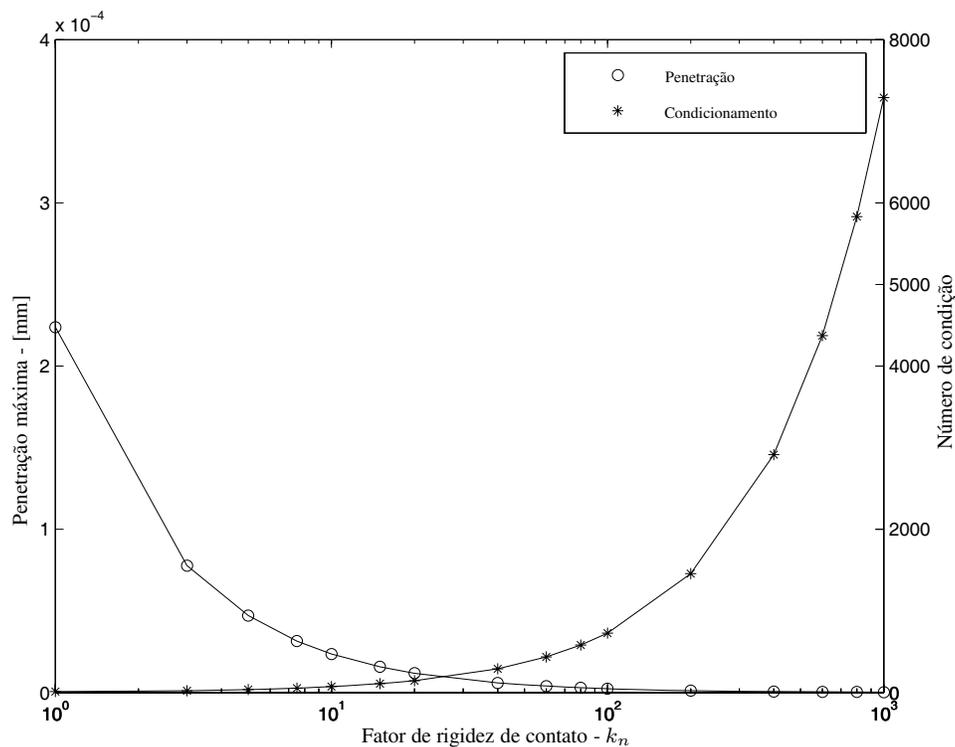


Figura 4.15: Penetração e condicionamento da matriz de rigidez global - Olhal menor da biela automotiva.

Para uma rigidez de contato normal elevada, a penetração diminui, mas o condicionamento estimado da matriz de rigidez global aumenta, o que não é desejado.

O valor do fator de rigidez que pode ser considerado adequado é aquele onde a penetração obtida é pequena e a matriz de rigidez de contato não interfira de forma significativa no condicionamento. De acordo com este gráfico, um valor adequado é por volta de 25.

A Tabela 4.12 mostra os resultados obtidos para diferentes fatores de rigidez.

Tabela 4.12: Condicionamento, número de iterações e tempo de execução - Olhal menor da biela automotiva.

k_n	Número de condição estimado	Número de iterações	Tempo (CPU)
1	12.7348	10	431
3	21.8693	10	425
5	36.4488	12	516
7.5	54.6731	13	582
10	72.8975	15	717
15	109.3463	16	896
20	145.7951	15	896
40	291.5901	21	1589
60	437.3852	20	1810
80	583.1803	26	2632
100	728.9753	37	4082
200	1457.9506	28	4120
400	2915.9013	33	5510
600	4373.8519	37	7174
800	5831.8025	36	7889
1000	7289.7532	43	18465

Pode-se notar ainda na Tabela 4.12 que o número de iterações e o tempo de processamento necessários para a análise convergir aumentam para fatores de rigidez maiores. Estes valores podem ser usados para monitorar o condicionamento, assim como o tempo de processamento da análise.

A Figura 4.16 mostra a penetração máxima entre as superfícies em contato e a pressão de contato máxima em função do fator de rigidez. Nota-se que P_{max} aumenta conforme a rigidez aumenta até um determinado valor, quando então ocorre uma estabilização. Verifica-se que a pressão passa a variar menos a partir do fator de rigidez $k_n = 10$. Este valor será adotado para as próximas análises de contato deste exemplo, pois corresponde a uma penetração considerada baixa e um condicionamento considerado adequado. Este valor de k_n levará a um tempo computacional considerado adequado.

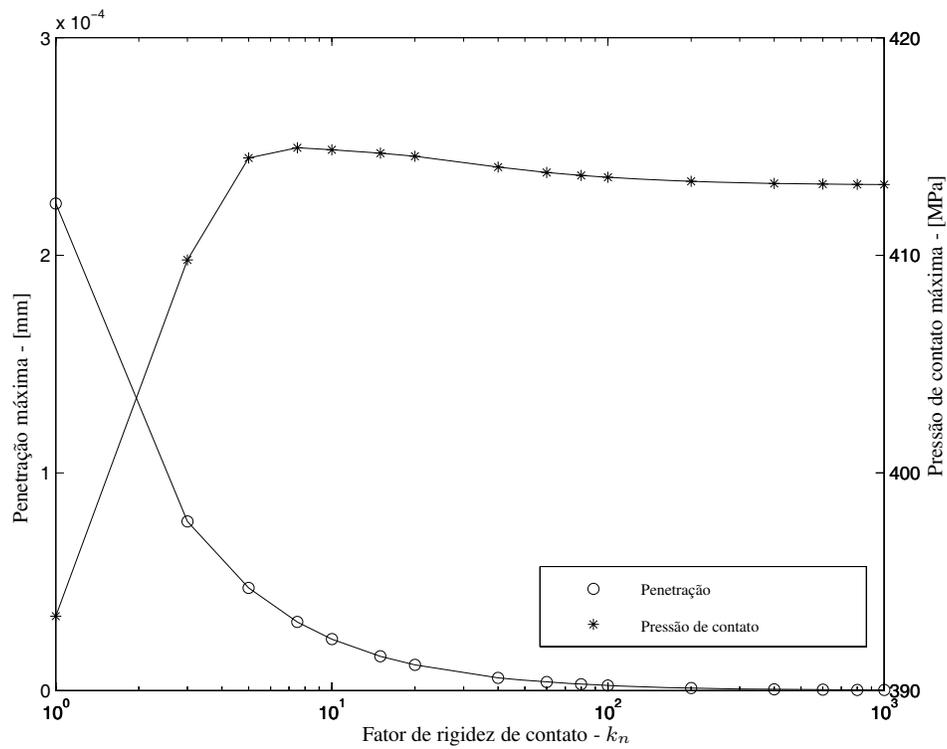


Figura 4.16: Penetração e pressões de contato - Olhal menor da biela automotiva.

4.4.2 Efeito do fator de limite de penetração

Um dos principais parâmetros que determina se uma solução caracteriza um bom resultado é a penetração entre os corpos após a solução do problema. A Tabela 4.13 mostra como a penetração máxima entre os corpos varia em função do limite de penetração e do fator de rigidez de contato normal.

Tabela 4.13: Penetração em função do limite de penetração e da rigidez de contato normal - Olhal menor da biela automotiva.

$FTOLN$	k_n	Penetração máxima	Pressão máxima	Número de iterações
0.1	10	2.3606×10^{-5}	414.85	15
0.01	10	2.3606×10^{-5}	414.85	15
0.001	10	2.3606×10^{-5}	414.85	15
10^{-4}	10	2.3606×10^{-5}	414.85	17
10^{-5}	10	–	–	não convergiu
0.1	0.1	2.0729×10^{-3}	364.27	7
0.01	0.1	2.0729×10^{-3}	364.27	7
0.001	0.1	1.2447×10^{-3}	398.76	7
10^{-4}	0.1	1.2413×10^{-4}	409.59	23
10^{-4}	1	8.6332×10^{-5}	415.53	12

Variando o fator de limite de penetração e mantendo constante o fator de rigidez de contato em $k_n = 10$, a penetração obtida permanece constante, exceto para $FTOLN = 1 \times 10^{-4}$, onde se verifica um aumento no número de iterações. Para valores inferiores como $FTOLN = 10^{-5}$, a análise não convergiu.

Adotando $k_n = 0.1$ e variando $FTOLN$, nota-se que os resultados da solução de contato variam para alguns valores de $FTOLN$, ocorrendo a diminuição da penetração. Para um valor baixo como $FTOLN = 10^{-4}$, tem-se um nível razoável de penetração, e uma pressão de contato que pode ser considerada adequada (diferença de 1.28% em relação ao valor da pressão estabilizada dado pela Figura 4.16). Observa-se ainda que estes valores foram obtidos considerando um fator de rigidez de contato normal considerado baixo, e neste caso houve um aumento considerável do número de iterações usadas na análise.

Mantendo $FTOLN = 10^{-4}$ e elevando o fator de rigidez de contato normal de $k_n = 0.1$ para $k_n = 1$, verifica-se a diminuição do nível de penetração entre as superfícies em contato. A diferença entre a pressão de contato obtida e a pressão estabilizada passa a ser 0.17%, e o número de iterações diminui em 50%. Desta forma, pode-se obter um resultado com menor nível de penetração em menos iterações.

Verifica-se que para obter resultados consistentes (penetração pequena e pressão estabilizada) com menor esforço computacional, é possível encontrar um compromisso entre a rigidez de contato normal e o limite de penetração. Definir apenas a rigidez de contato pode não garantir uma pequena

penetração, enquanto limitar apenas a penetração máxima pode implicar num maior tempo para se obter a solução. Estas considerações se aplicam apenas para o algoritmo de contato do Método do Lagrangiano Aumentado.

4.4.3 Efeito dos algoritmos de contato

Alguns resultados dos diferentes algoritmos de contato são dados pela Tabela 4.14. Foram utilizados dois valores para o fator de rigidez de contato, $k_n = 1$ e $k_n = 10$. Foi adotado $FTOLN = 10^{-4}$.

Tabela 4.14: Algoritmos de contato - Olhal menor da biela automotiva.

Algoritmo de contato	Fator de rigidez	Penetração máxima	Pressão máxima	Tensão máxima	Número de iterações	Tempo (CPU)
Penalidades	10	2.3606×10^{-5}	414.85	652.39	15	713
Lagrangiano Aumentado	10	2.3606×10^{-5}	414.85	652.39	17	803
Penalidades	1	2.2387×10^{-4}	393.42	638.13	10	430
Lagrangiano Aumentado	1	8.6332×10^{-5}	415.53	647.79	12	505
Multiplicadores de Lagrange	—	1.7247×10^{-10}	494.2	769.44	11	2888

Para $k_n = 10$, verifica-se que os valores obtidos em termos de g_{max} e P_{max} para o Método das Penalidades e para o Método do Lagrangiano Aumentado são equivalentes, com uma pequena diferença no tempo de processamento e no número de iterações. Os resultados foram os mesmos, pois a restrição de penetração do Método do Lagrangiano Aumentado foi violada apenas em algumas iterações do processo da análise de contato.

Para $k_n = 1$, nota-se uma diferença na penetração calculada pelo Método das Penalidades e pelo Método do Lagrangiano Aumentado. Neste caso, a restrição de penetração foi ativa, limitando o nível de penetração final calculado. Nota-se também uma diferença nas pressões de contato calculadas. No Método das Penalidades a diferença entre o resultado obtido e a pressão estabilizada é de -4.80% . No Método do Lagrangiano Aumentado, esta diferença é de 0.55% .

O Método dos Multiplicadores de Lagrange apresentou menor penetração que os outros métodos, mas necessitou em torno do dobro do tempo de processamento. Ainda, a pressão de contato foi 19% maior que o valor da pressão estabilizada. A causa provável desta variação é a excessiva mudança do estado de contato observada em alguns nós ocorrida nas iterações deste método (Apêndice A).

4.4.4 Efeito dos métodos de solução (“Solvers”)

Na Tabela 4.15 são mostrados os resultados obtidos para os diferentes “solvers”.

Tabela 4.15: Métodos de solução - Olhal menor da biela automotiva.

Algoritmo de contato	Penetração máxima	Pressão máxima	Número de iterações	Tempo (CPU)
Esparso	2.3606×10^{-5}	414.85	15	1836
PCG	2.3606×10^{-5}	414.85	15	718
Frontal	2.3606×10^{-5}	414.85	15	19145

Observa-se que o tempo de processamento varia de acordo com o método de solução escolhido, enquanto a resposta para os outros parâmetros é a mesma.

A Figura 4.17 mostra como o tempo de processamento se comporta ao variar o fator de rigidez de contato para os três “solvers” considerados.

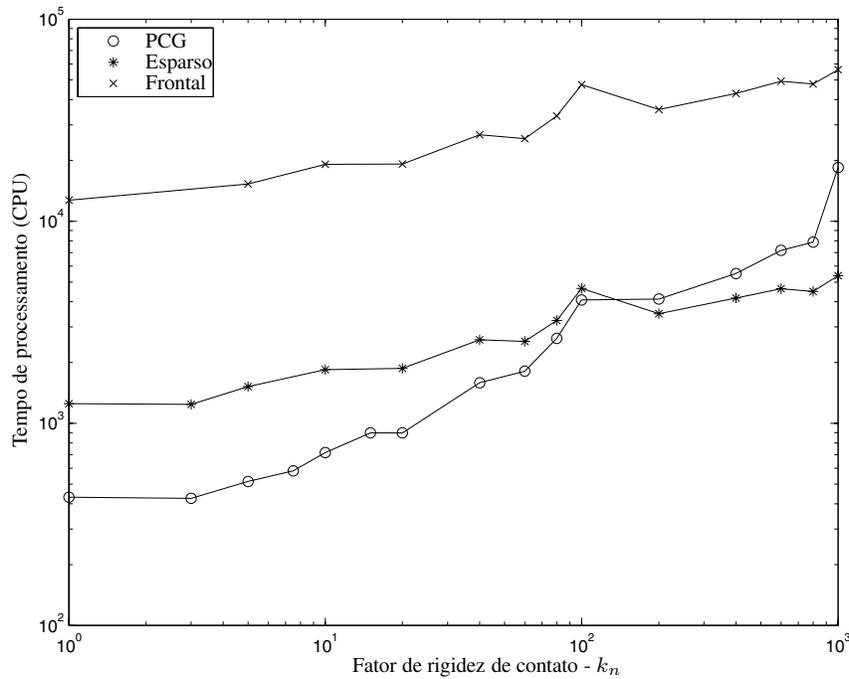


Figura 4.17: Tempo de processamento dos métodos de solução em função do fator de rigidez de contato - Olhal menor da biela automotiva.

Para valores de k_n superiores a cerca de 150, o “solver” Esparso resolve o problema de contato de forma mais rápida que o PCG.

Verifica-se ainda que o “solver” Frontal apresenta sempre maior tempo de processamento comparado com os outros métodos de solução. Isso é devido à forma de alocação de memória do método Frontal [2].

Capítulo 5

Redes neurais na escolha dos parâmetros de contato

Pôde-se observar que a escolha dos parâmetros de contato depende das características físicas do problema de contato e que alguns parâmetros possuem maior influência que outros nos resultados.

Foi visto que a rigidez de contato é o parâmetro mais importante de uma análise de contato, pois seu valor determina o nível de penetração entre os corpos e a pressão de contato. Quanto maior a rigidez de contato, menor a penetração, mas se tem condições de pior condicionamento da matriz de rigidez global, como foi mostrado no caso da biela automotiva. A pressão de contato varia com o aumento da rigidez de contato, até atingir um valor de estabilização, onde não apresenta variação significativa mesmo com o aumento de K_n .

Uma situação ideal é ter um modelo que, dada uma estimativa aceitável do limite de penetração desejado entre os corpos, forneça o valor de rigidez adequado para essa penetração. Pode-se considerar ainda que uma dada estimativa de penetração não deva acarretar uma variação da pressão de contato máxima maior que um certo valor. Como os comportamentos da penetração e da pressão de contato não são conhecidos previamente, e sua relação não pode ser estabelecida facilmente devido à dependência de cada problema, como ilustrado nas Figuras 4.15 e 4.16, não é uma tarefa simples relacionar essas duas variáveis à rigidez de contato.

Foi visto no Capítulo 3 que as redes neurais são uma ferramenta matemática que permite interpolar praticamente qualquer tipo de função, linear e não-linear, através da utilização de camadas de neurônios, funções de ativação e treinamento da rede.

Será investigado neste capítulo o uso potencial de redes neurais treinadas usando parâmetros de contato em dois modelos 2D, determinando os parâmetros de contato para modelos 3D. Será usada uma rede neural do tipo “back-propagation” [6, 11]. A arquitetura de rede utilizada (número de neurônios e número de camadas) foi escolhida de forma que se tenha um nível adequado do erro quadrático médio, o que corresponde à capacidade da rede de reconhecer seu conjunto de treinamento.

5.1 Problema de um apoio em T

Nesta seção, será avaliado o uso das redes neurais na determinação da rigidez de contato de um problema tridimensional a partir de problemas bidimensionais mais simples que possuam os mesmos efeitos do problema tridimensional.

Considerou-se o problema de um bloco tridimensional apoiado sobre uma estrutura em forma de T, como ilustrado na Figura 5.1. Considerou-se o módulo de Young de $210GPa$ e o coeficiente de Poisson 0.3 . Foi utilizado um carregamento distribuído uniformemente sobre o bloco de $92.59MPa$, de modo que a força total aplicada seja $F = 10000N$. O código APDL que implementa o modelo 3D de elementos finitos deste problema está contido no Apêndice C.5.

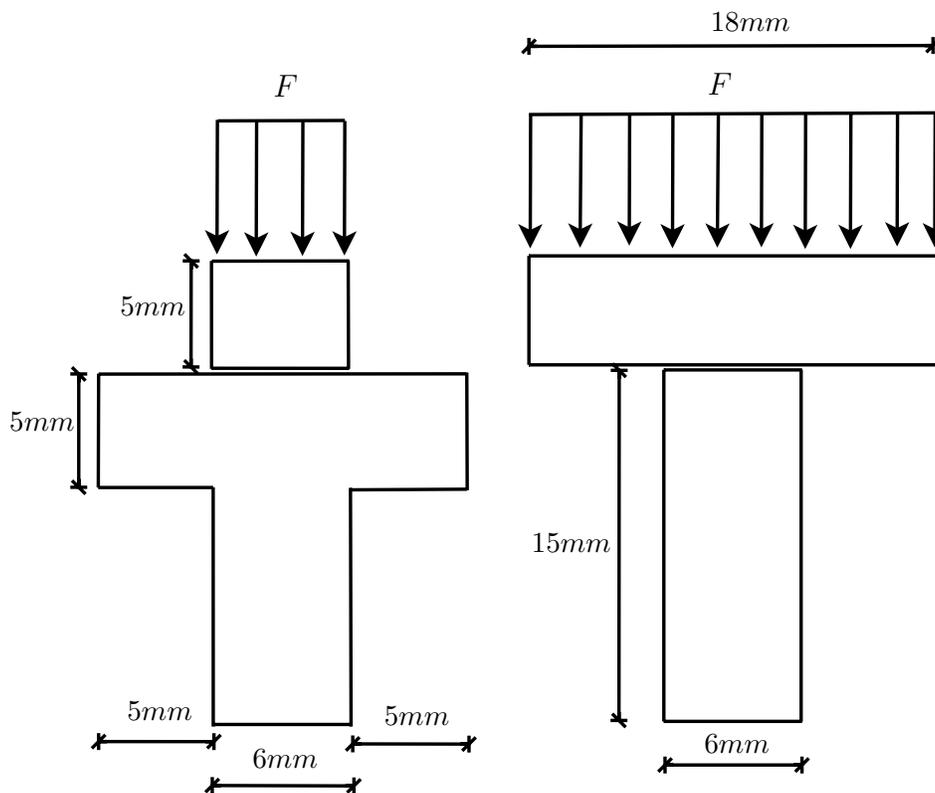


Figura 5.1: Esquema do problema de contato - Bloco apoiado sobre estrutura em T.

A Figura 5.2 mostra a malha de elementos finitos do problema 3D. Devido à simetria do problema foi modelado apenas um quarto de sua geometria. Foram usados 13926 nós e 2760 elementos do tipo SOLID92 [2]. Foram utilizados ainda 204 elementos de contato do tipo “surface-to-surface” (Apêndice B.1).

O treinamento da rede neural é um problema de identificação de padrões, pois se deseja determinar a rigidez de contato em função de estimativas da penetração e da pressão de contato para entradas desconhecidas (não-treinadas).

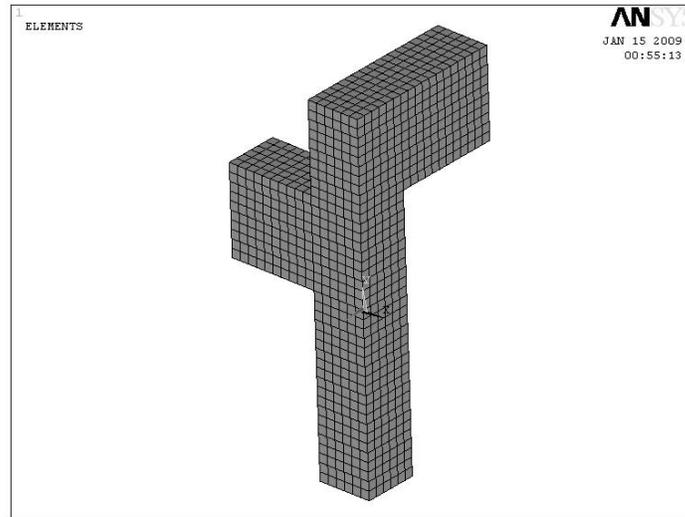


Figura 5.2: Malha de elementos finitos - Bloco apoiado sobre estrutura em T.

Duas redes neurais foram treinadas para este problema: a primeira tomando apenas a penetração como parâmetro de entrada, e a segunda considerando a penetração e a variação da pressão como entradas da rede.

5.1.1 Modelo simplificado 2D

Será considerado como conjunto de entrada da rede neural dados de penetração e estimativa da variação da pressão de contato máxima de um modelo simplificado 2D do problema apresentado. A saída será a rigidez de contato do modelo simplificado, que pode ser corrigida através de um fator que leve em conta a mudança da geometria para obtenção do modelo tridimensional.

Dois problemas de contato 2D que procuram representar de forma combinada os efeitos do problema tridimensional são dados pelas Figuras 5.3 e 5.4.

O mesmo carregamento distribuído de $92.59MPa$ foi aplicado, o que representa uma força de $F = 555N$ associada a uma fatia de espessura unitária ($1mm$).

O problema simplificado da Figura 5.3 não leva em conta a variação da geometria na vista lateral, como pode ser visto na Figura 5.4. Esta variação pode ser levada em consideração através de um outro modelo bidimensional para a vista lateral, dado pela Figura 5.4. Para este caso, o carregamento aplicado foi também de $92.59MPa$, que representa uma força de $F = 1667N$.

Um fator de correção para a rigidez de contato entre a geometria lateral do problema simplificado ilustrado pela Figura 5.3 e a geometria lateral do problema original dada pela Figura 5.4 pode ser calculado. O propósito desta correção é considerar o efeito das diferenças da geometria entre os problemas bidimensionais, procurando representar os efeitos presentes no problema

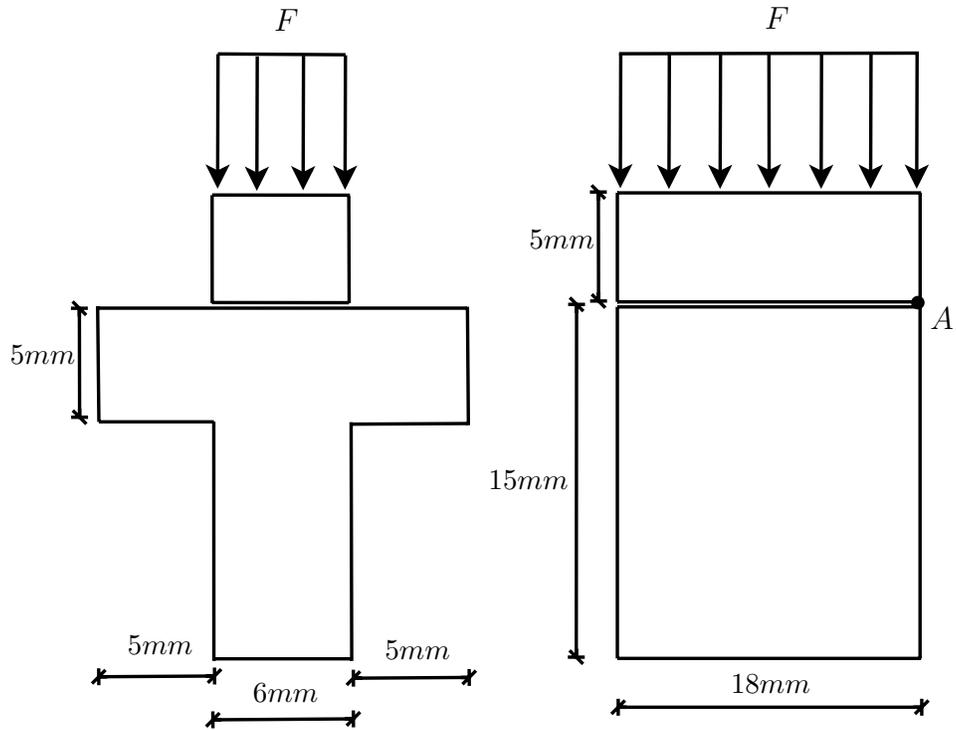


Figura 5.3: Modelo simplificado 2D com vistas frontal e lateral - Bloco apoiado sobre estrutura em T.

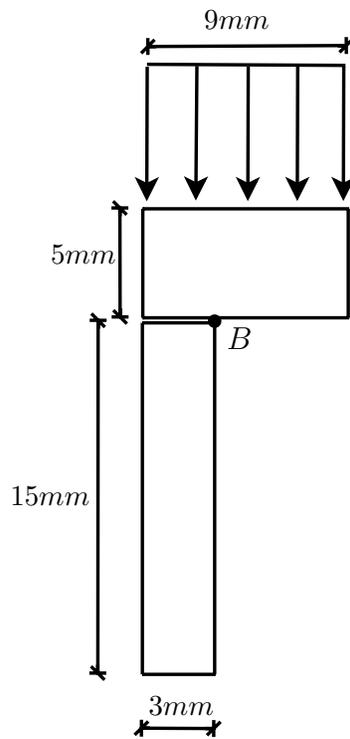


Figura 5.4: Vista lateral do problema original - Bloco apoiado sobre estrutura em T.

tridimensional.

O fator entre a rigidez de contato do modelo 2D e do modelo 3D pode ser calculado através da relação entre a pressão de contato e a penetração usando a Equação (2.18). Neste caso, tem-se para os pontos A e B das Figuras 5.3 e 5.4:

$$P_A = K_{n_A} g_A \quad (5.1)$$

$$P_B = K_{n_B} g_B \quad (5.2)$$

onde os índices A e B são os pontos onde foram tomados valores de penetração e pressão de contato relacionados às geometrias laterais.

Cada modelo bidimensional da vista lateral possui um certo valor K_n . Deseja-se encontrar um fator que leve em conta algumas características do problema 3D analisado que foram “perdidas” com a simplificação do modelo. Assim, o modelo 2D pode incorporar estas características novamente.

Para que $K_{n_A} = K_{n_B}$, tem-se que:

$$\frac{P_B}{g_B} = f \frac{P_A}{g_A} \quad (5.3)$$

cujos valores são dados pela Tabela 5.1. O fator de correção é denotado por f . O código APDL para obter estes valores é dado nos Apêndices C.5.2 e C.5.3.

Tabela 5.1: Dados para o cálculo do fator de correção - Bloco apoiado sobre estrutura em T.

Ponto	Pressão máxima	Penetração máxima
A	92.591	2.2045×10^{-5}
B	391.76	4.6638×10^{-5}

Através dos valores da Tabela 5.1, tem-se o fator de correção $f = 2$.

5.1.2 Rede 1: apenas penetração como entrada

Treinamento da rede

Foi usado o algoritmo “back-propagation” usando o Método do Gradiente com termo de momento e taxa de aprendizagem variável do software MATLAB [6].

Os dados de treinamento desta rede são apresentados na Tabela 5.2. Estes dados foram obtidos através da execução de análises de contato do modelo simplificado 2D da geometria frontal para todos os fatores de rigidez de contato desta tabela, de forma a obter a penetração g_{max} .

Tabela 5.2: Conjunto de treinamento obtido com o ANSYS - Rede 1.

	g_{max}	k_n
1	3.5244×10^{-5}	1
2	1.7784×10^{-5}	2
3	1.1899×10^{-5}	3
4	8.942×10^{-6}	4
5	7.1626×10^{-6}	5
6	5.9741×10^{-6}	6
7	5.124×10^{-6}	7
8	4.4857×10^{-6}	8
9	3.9889×10^{-6}	9
10	3.5911×10^{-6}	10
11	2.9941×10^{-6}	12
12	2.3964×10^{-6}	15
13	2.115×10^{-6}	17
14	1.7982×10^{-6}	20
15	8.9983×10^{-7}	40
16	6.0004×10^{-7}	60
17	4.5009×10^{-7}	80
18	3.601×10^{-7}	100
19	1.8008×10^{-7}	200
20	9.0048×10^{-8}	400
21	6.0034×10^{-8}	600

A rede possui três camadas, com 600 neurônios na camada de entrada, 600 neurônios na camada intermediária, e 1 neurônio na saída. A rede foi treinada em 1860 iterações considerando um erro quadrático médio desejável de 1×10^{-3} . A implementação desta rede está contida no Apêndice D.2.

A Figura 5.5 mostra como a rede identificou o conjunto de treinamento. Observa-se que a rede correlaciona adequadamente a penetração com a rigidez de contato para os pontos de conjunto de treinamento.

Comportamento da rede para outras entradas

Foram calculados novos valores de penetração a partir de outros valores do fator de rigidez de contato que não foram usados no treinamento. Com estes valores, verificou-se a capacidade da rede neural de identificar estas entradas. Estes dados são apresentados na Tabela 5.3.

Na Tabela 5.3, o erro relativo é dado pela Equação (5.4):

$$erro\ relativo = \frac{k_n(rede) - k_n(conhecido)}{k_n(conhecido)} \quad (5.4)$$

Verifica-se que as novas entradas de penetração da rede estão dentro do intervalo de treina-

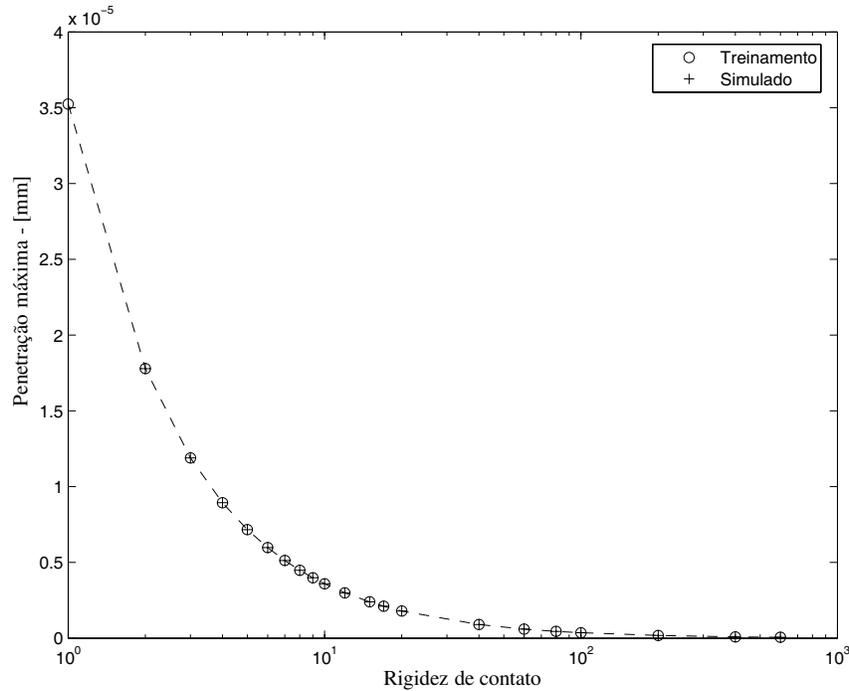


Figura 5.5: Verificação da rede com o conjunto de treinamento - Rede 1.

mento, ou seja, entre 3.5244×10^{-5} e 6.0034×10^{-8} . No entanto, nota-se que para a entrada 1, o erro da rede é -42.4% , considerado um erro elevado. Pode-se considerar que as demais entradas foram identificadas de forma satisfatória. Uma possível causa deste erro é o fato desta entrada estar perto da borda do conjunto de treinamento, o que pode resultar num erro maior nesta região.

5.1.3 Rede 2: penetração e variação da pressão de contato como entradas

Treinamento da rede

Utilizou-se novamente o algoritmo “back-propagation” e o Método do Gradiente com termo de momento e taxa de aprendizagem variável [6] para o treinamento da rede neural agora com dois parâmetros de entrada (penetração e variação da pressão de contato máximas). A implementação desta rede é dada no Apêndice D.3.

Uma boa escolha de parâmetros de contato implica que a pressão de contato não varie de forma significativa pela mudança do valor da rigidez de contato. Isso pode ser avaliado através da estimativa da variação da pressão de contato, por meio da Equação (5.5):

$$\Delta P_i = \frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{P_{i-1}} \quad (5.5)$$

onde i representa uma configuração específica em torno da qual os valores de pressão de contato

Tabela 5.3: Simulações da Rede 1 - rigidez conhecida.

	g_{max}	$k_n(rede)$	$k_n(conhecido)$	erro relativo(%)
1	1.021×10^{-5}	2.0147	3.5	-42.4
2	4.2227×10^{-6}	7.908	8.5	-7.0
3	2.7643×10^{-6}	13.6314	13	4.8
4	1.0905×10^{-6}	35.5549	33	7.7
5	6.5456×10^{-7}	55.7384	55	1.3
6	5.3738×10^{-7}	66.9631	67	0.0
7	2.6677×10^{-7}	152.6486	135	13.1
8	1.242×10^{-7}	293.2422	290	1.1
9	1.1619×10^{-7}	310.3319	310	0.1
10	8.0044×10^{-8}	485.4944	450	7.9

máxima P_i foram tomados, como ilustrado pela Figura 5.6. Para este exemplo, os valores de pressão de contato máxima foram tomados em $k_n + 0.05$ e $k_n - 0.05$, obtendo assim $\Delta k_n = 0.1$. Quanto menor o valor de ΔP_i , menor será a variação da pressão de contato, indicando uma menor sensibilidade à rigidez de contato nesta faixa.

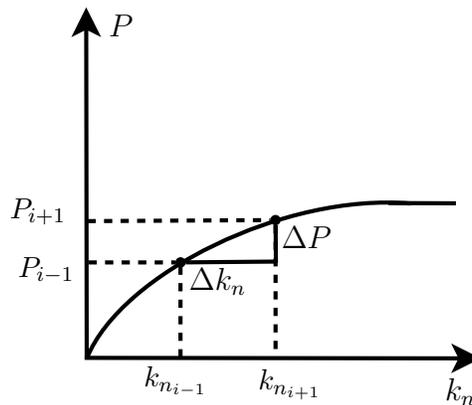


Figura 5.6: ilustração da variação de pressão com variação da rigidez de contato.

O conjunto de treinamento desta rede é dado pela Tabela 5.4. Os valores de penetração são associados diretamente ao fator de rigidez de contato. Os valores de ΔP foram calculados em torno do valor do fator de rigidez de contato k_n como mostrado pela Equação (5.5).

Foi considerada uma rede neural de três camadas, com 600 neurônios na camada de entrada, com 600 na camada intermediária e com 1 neurônio na camada de saída. A rede foi treinada com 50000 iterações, e apresenta erro quadrático médio de 0.34. Observa-se um grande aumento da quantidade de iterações usadas no treinamento devido à inclusão do parâmetro adicional (ΔP).

A Figura 5.7 mostra o erro quadrático médio em função do número de iterações de treinamento para a Rede 2. Note que a grande redução do erro ocorreu nas primeiras iterações. O erro

Tabela 5.4: Conjunto de treinamento obtido com o ANSYS - Rede 2.

	g_{max}	ΔP	k_n
1	3.5244×10^{-5}	1.6483×10^{-3}	1
2	1.1899×10^{-5}	2.5695×10^{-3}	3
3	7.1626×10^{-6}	1.0382×10^{-4}	5
4	4.4857×10^{-6}	4.3881×10^{-5}	8
5	3.5911×10^{-6}	2.8912×10^{-5}	10
6	2.9941×10^{-6}	2.0489×10^{-5}	12
7	2.3964×10^{-6}	1.3387×10^{-5}	15
8	2.115×10^{-6}	1.0525×10^{-5}	17
9	1.7982×10^{-6}	7.6873×10^{-6}	20
10	8.9983×10^{-7}	1.9818×10^{-6}	40
11	6.0004×10^{-7}	8.9583×10^{-7}	60
12	4.5009×10^{-7}	5.097×10^{-7}	80
13	3.601×10^{-7}	3.2733×10^{-7}	100
14	1.8008×10^{-7}	9.8502×10^{-8}	200
15	9.0048×10^{-8}	1.3053×10^{-8}	400
16	6.0034×10^{-8}	4.9436×10^{-8}	600

ainda pode ser reduzido, contudo com um número de iterações considerado elevado. Note ainda que esta rede permite a identificação adequada do conjunto de treinamento, como ilustrado nas Figuras 5.8 e 5.9.

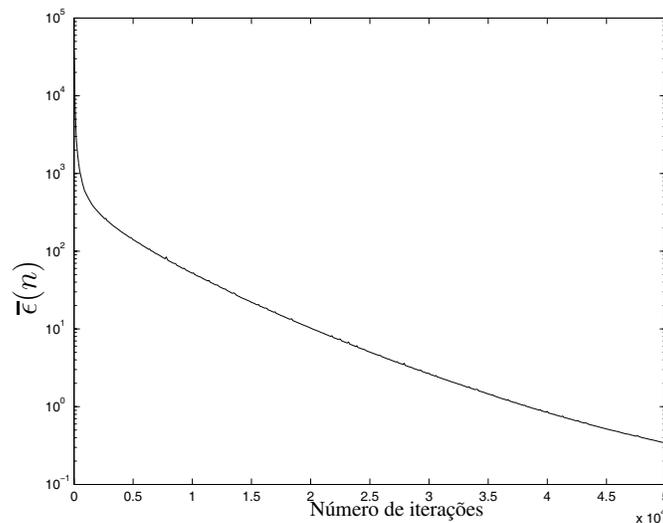


Figura 5.7: Erro quadrático médio em função do número de iterações - Rede 2.

Comportamento da rede para outras entradas

Na Tabela 5.5 são dados os resultados da rede para entradas com rigidez conhecida. Os valores de penetração da Tabela 5.5 são os mesmos que os da Tabela 5.3, com a adição do parâmetro

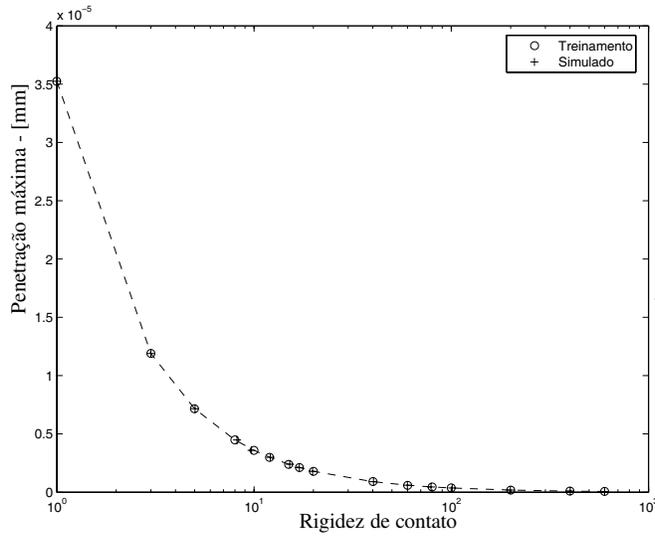


Figura 5.8: Verificação da rede com o conjunto de treinamento (penetração) - Rede 2.

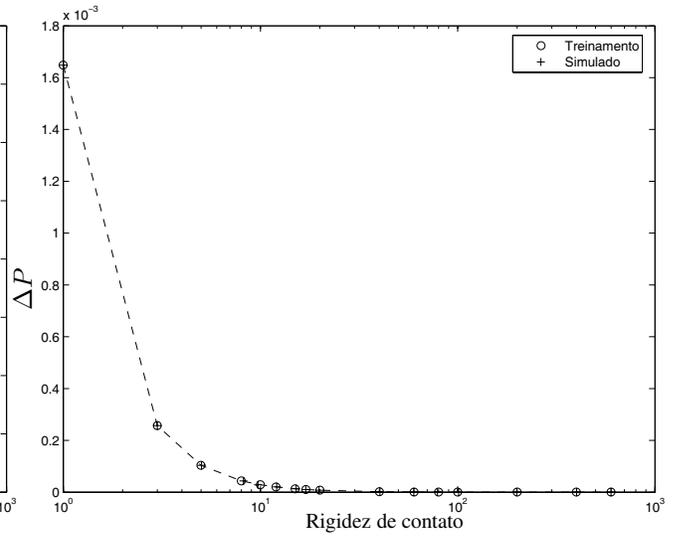


Figura 5.9: Verificação da rede com o conjunto de treinamento (pressão) - Rede 2.

ΔP . A variação de pressão foi calculada em torno do fator de rigidez k_n , considerando $\Delta k_n = 0.1$.

Tabela 5.5: Simulações da rede neural 2 - rigidez conhecida.

	g_{max}	ΔP_i	$K_n(rede)$	$K_n(conhecido)$	erro relativo(%)
1	1.021×10^{-5}	1.9612×10^{-4}	3.6887	3.5	5.4
2	4.2227×10^{-6}	3.9198×10^{-5}	8.4751	8.5	-0.3
3	2.7643×10^{-6}	1.7597×10^{-5}	13.2283	13	1.7
4	1.0905×10^{-6}	2.9052×10^{-6}	33.3953	33	1.2
5	6.5456×10^{-7}	1.0652×10^{-6}	55.1745	55	0.3
6	5.3738×10^{-7}	7.1952×10^{-7}	66.453	67	-0.8
7	2.6677×10^{-7}	1.8105×10^{-7}	143.8494	135	6.5
8	1.242×10^{-7}	6.2941×10^{-8}	272.7046	290	-6.0
9	1.1619×10^{-7}	2.222×10^{-8}	292.6536	310	-5.6
10	8.0044×10^{-8}	1.2122×10^{-8}	460.8867	450	2.4

Verifica-se que a rede identificou corretamente as entradas não treinadas e o maior erro relativo encontrado é 6.5%. Comparado com a Rede 1, que não conseguiu identificar a entrada 1, a Rede 2 apresenta melhores resultados.

5.1.4 Estimativa da rigidez de contato do modelo 3D à partir do modelo 2D

É interessante verificar a capacidade da rede neural, baseada no modelo bidimensional, de prever a rigidez de contato do problema 3D. Os dados do modelo 3D (penetração e variação de pressão de contato máximas) devem ser corrigidos pelo fator f da Equação (5.3), como mostra a Figura 5.10.

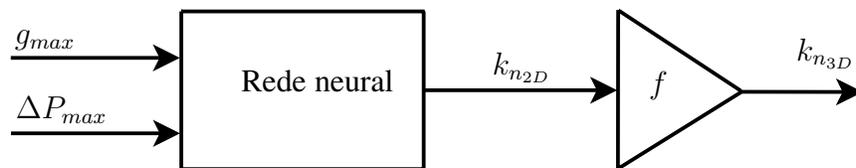


Figura 5.10: Estimativa da rigidez de contato do modelo 3D a partir do modelo 2D.

Os resultados obtidos são dados pela Tabela 5.6, com dados provenientes da solução do problema 3D. Para os fatores de rigidez de contato conhecidos foram obtidas a penetração máxima g_{max} e a variação da pressão ΔP_{max} através da solução do problema 3D. Estes valores de penetração e variação da pressão foram fornecidos à rede treinada com as informações do problema 2d, fornecendo o fator de rigidez conforme ilustrado na Figura 5.10. A Rede 2 foi usada por considerar dois parâmetros de contato, apresentando melhores resultados.

Tabela 5.6: Resultados da Rede 2 - Identificação da rigidez de contato do modelo 3D.

	g_{max}	ΔP	$k_n(rede)$	$k_n(conhecido)$	<i>erro relativo</i> (%)
1	7.5015×10^{-5}	7.6508×10^{-3}	-180.9454	1	-18194.5
2	2.6671×10^{-5}	1.4517×10^{-3}	23.2033	3	673.4
3	1.6314×10^{-5}	6.4407×10^{-4}	-46.0351	5	-1020.7
4	8.3043×10^{-6}	2.0133×10^{-4}	11.8954	10	18.9
5	4.1835×10^{-6}	3.8881×10^{-5}	17.0599	20	-14.7
6	2.1007×10^{-6}	1.234×10^{-5}	34.7466	40	-13.1
7	1.4031×10^{-6}	7.0955×10^{-6}	53.8306	60	-10.3
8	1.0536×10^{-6}	5.164×10^{-6}	72.9357	80	-8.8
9	8.4363×10^{-7}	4.2182×10^{-6}	91.5598	100	-8.4
10	4.2319×10^{-7}	2.6909×10^{-6}	183.7875	200	-8.1
11	2.1254×10^{-7}	1.8799×10^{-6}	383.6401	400	-4.1
12	1.421×10^{-7}	2.0138×10^{-8}	475.7536	600	-20.7

Observa-se que a entrada 1 da Tabela 5.6 está fora do intervalo de treinamento da rede, e é esperado que a rede não tenha capacidade de obter bons resultados nesta situação. Para as entradas 2 e 3 a rede também não foi capaz de identificar o fator de rigidez de contato. Isto pode ser devido à estas entradas estarem perto da fronteira do conjunto de treinamento.

Para as demais entradas, considera-se que a rede neural treinada com resultados do problema simplificado 2D correlacionou de forma satisfatória a penetração e a variação da pressão de contato com o fator de rigidez de contato do problema 3D.

5.2 Problema da biela automotiva

O conjunto de treinamento da rede adotado aqui consiste novamente em: rigidez de contato, penetração entre os corpos e estimativa de variação de pressão dentro de um certo intervalo. A

penetração e a estimativa de pressão foram consideradas entradas da rede, enquanto a saída da rede é a rigidez de contato. Novamente neste caso, deseja-se treinar uma rede com dados de um problema de contato simples para estimar os parâmetros de contato de um problema mais complexo.

Os dados do conjunto de treinamento foram obtidos através de um modelo simplificado bidimensional, que possui algumas características semelhantes ao problema de contato do modelo tridimensional.

Duas redes neurais foram treinadas para este problema: a primeira tomando apenas a penetração como parâmetro de entrada, e a segunda considerando a penetração e a variação da pressão como entradas da rede.

5.2.1 Modelo simplificado 2D

O modelo simplificado 2D foi criado a partir da vista frontal, posicionada à esquerda do croqui da Figura 4.14. Foram consideradas as mesmas propriedades de materiais e o carregamento foi compatibilizado para o modelo bidimensional, considerando uma fatia de espessura unitária, ou seja, $F = \frac{40000}{25.1} = 1593.6N$ para a fatia.

A geometria lateral da biela não foi considerada no modelo simplificado, o que compromete a extrapolação dos resultados obtidos a partir do modelo 2D. Assim, realizou-se um estudo para determinar como compensar esta simplificação.

A Figura 5.11 ilustra como a vista lateral é considerada no modelo simplificado 2D. Comparada com a Figura 5.12, que apresenta algumas características presentes no modelo 3D da biela, verifica-se que existem diferenças em relação ao carregamento distribuído e à geometria da biela.

O carregamento utilizado para o modelo da vista lateral “não-homogêneo” foi o carregamento total dividido pelo arco de 45 graus, como mostra a Figura 4.14. Assim, obtem-se o carregamento $F = \frac{40000}{2\pi \cdot 20.513/8} = 2482.8N$. Novamente, pode-se escrever que da Equação (2.18):

$$P_A = K_{n_A} g_A \quad (5.6)$$

$$P_B = K_{n_B} g_B \quad (5.7)$$

onde os índices A e B são os pontos onde foram tomados valores de penetração e pressão de contato relacionados à vistas laterais das Figuras 5.11 e 5.12.

Os valores da P_{max} e g_{max} nos pontos A e B são dados pela Tabela 5.7, levando ao fator $f = 1.56$ de acordo com a Equação (5.3).

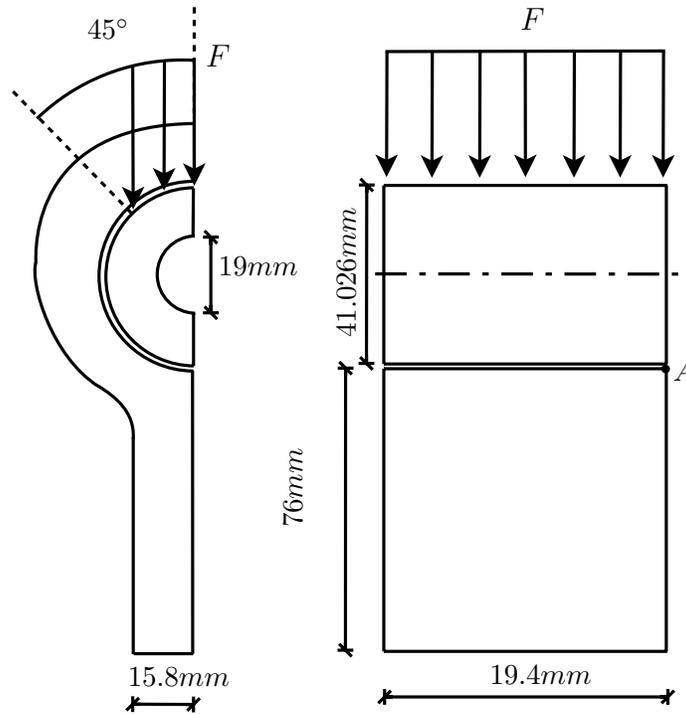


Figura 5.11: Modelo 2D com vistas frontal e lateral - Modelo simplificado 2D.

Tabela 5.7: Dados para o cálculo do fator de correção - Modelo simplificado 2D.

Ponto	Pressão máxima	Penetração máxima
A	127.87	2.4374×10^{-4}
B	202.14	2.4684×10^{-4}

5.2.2 Rede 3: apenas penetração como entrada

Treinamento da rede

Foi usado o algoritmo “back-propagation” com o Método do Gradiente com termo de momento e taxa de aprendizagem variável do software MATLAB [6].

Os dados de treinamento desta rede são apresentados na Tabela 5.8. Estes dados foram obtidos resolvendo-se análises de contato do modelo simplificado 2D para cada fator de rigidez de contato desta tabela, de forma a obter a penetração g_{max} .

A rede neural treinada possui três camadas, com 600 neurônios na camada de entrada, 600 neurônios na camada intermediária, e 1 neurônio na camada de saída, e um erro quadrático médio de 10^{-5} foi especificado como critério de convergência. A rede foi treinada em 1860 iterações. Existe apenas um neurônio na camada de saída porque existe um único parâmetro de saída (rigidez de contato). A implementação desta rede é dada no Apêndice D.4.

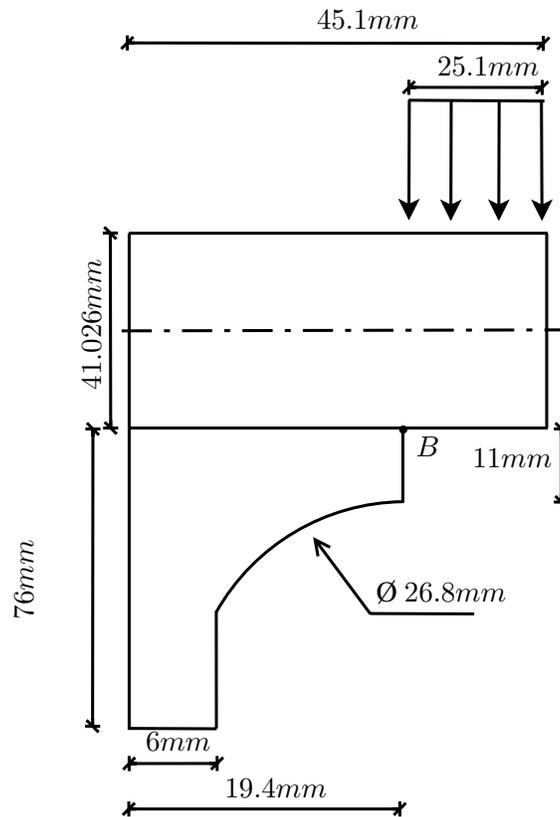


Figura 5.12: Vista lateral do problema original - Modelo simplificado 2D.

A Figura 5.13 mostra a relação entrada/saída da rede neural treinada. Pode-se ver que a rede correlaciona corretamente a penetração com a rigidez de contato.

Comportamento da rede para outras entradas

Foram calculados novos valores de penetração do modelo simplificado 2D, a partir de novos valores de rigidez de contato, diferentes dos valores de rigidez do conjunto de treinamento, com o objetivo de verificar o desempenho da Rede 1 para entradas não-treinadas. Estes valores e os respectivos resultados são apresentados na Tabela 5.9.

Pode-se verificar que todas as entradas estão dentro do intervalo de treinamento da rede. Para a entrada 1, a rede não conseguiu identificar corretamente o valor do fator de rigidez. Como esta entrada específica se localiza perto da borda do conjunto de treinamento da rede, erros maiores podem aparecer nessas regiões. Para os outros valores de penetração, verifica-se que a rede neural calculou boas estimativas de rigidez de contato, o que mostra que a rede teve boa capacidade de interpolação para valores de penetração fora da borda do conjunto de treinamento.

Tabela 5.8: Conjunto de treinamento obtido com o ANSYS - Rede 3.

	g_{max}	k_n
1	1.4372×10^{-4}	1
2	4.7062×10^{-5}	3
3	2.8129×10^{-5}	5
4	1.7542×10^{-5}	8
5	1.4023×10^{-5}	10
6	1.168×10^{-5}	12
7	1.0008×10^{-5}	15
8	8.7543×10^{-6}	17
9	7.0008×10^{-6}	20
10	3.4978×10^{-6}	40
11	2.3312×10^{-6}	60
12	1.7482×10^{-6}	80
13	1.3985×10^{-6}	100
14	6.9912×10^{-7}	200
15	3.4954×10^{-7}	400
16	2.3302×10^{-7}	600

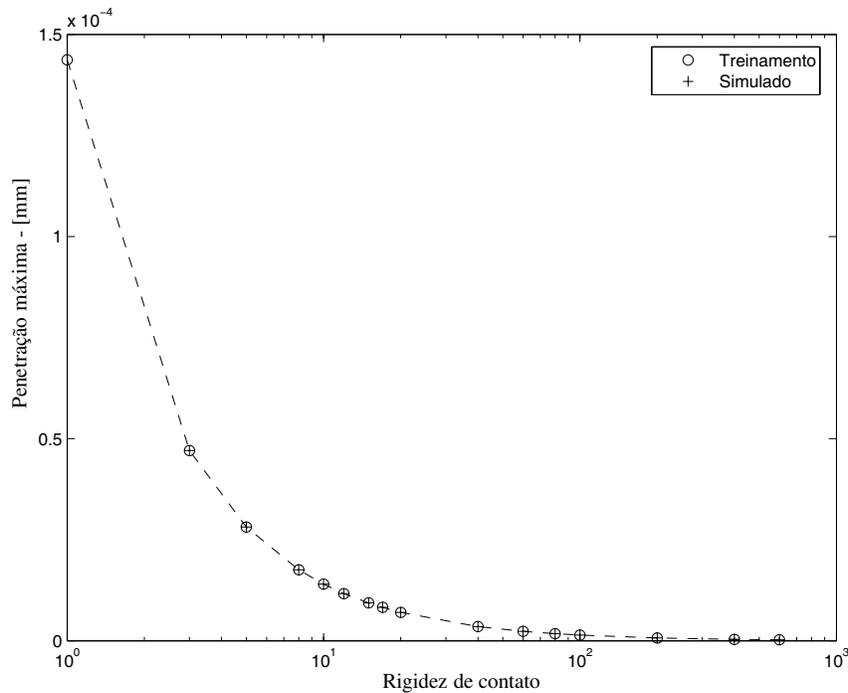


Figura 5.13: Verificação da rede com o conjunto de treinamento - Rede 3.

5.2.3 Rede 4: penetração e variação da pressão de contato como entradas

Treinamento da rede

Novamente utilizou-se o algoritmo “back-propagation” com termo de momento e taxa de aprendizagem variável [6]. A implementação desta rede é dada no Apêndice D.5.

Tabela 5.9: Simulações da Rede 3 - rigidez conhecida.

	g_{max}	$K_n(rede)$	$K_n(conhecido)$	erro relativo(%)
1	4.0284×10^{-5}	-0.13324	3.5	-103.8
2	1.6506×10^{-5}	8.9566	8.5	5.4
3	1.0779×10^{-5}	13.5585	13	4.3
4	4.2404×10^{-6}	36.6622	33	11.1
5	2.5433×10^{-6}	54.6778	55	-0.6
6	2.0876×10^{-6}	67.8396	67	1.2
7	1.0358×10^{-6}	152.5176	135	13.0
8	4.8213×10^{-7}	276.3947	290	-4.7
9	4.5102×10^{-7}	299.0292	310	-3.5
10	3.107×10^{-7}	484.0587	450	7.6

O conjunto de treinamento desta rede é dado pela Tabela 5.10. Os valores de penetração são associados diretamente ao fator de rigidez de contato. Os valores de ΔP foram calculados em torno do valor do fator de rigidez de contato k_n como mostrado pela Equação (5.5).

Tabela 5.10: Conjunto de treinamento obtido com o ANSYS - Rede 4.

	g_{max}	ΔP	k_n
1	1.4372×10^{-4}	2.4911×10^{-3}	1
2	4.7062×10^{-5}	3.1666×10^{-4}	3
3	2.8129×10^{-5}	1.1727×10^{-4}	5
4	1.7542×10^{-5}	4.6553×10^{-5}	8
5	1.4023×10^{-5}	2.9956×10^{-5}	10
6	1.168×10^{-5}	2.0878×10^{-5}	12
7	1.0008×10^{-5}	1.5379×10^{-5}	15
8	8.7543×10^{-6}	1.1797×10^{-5}	17
9	7.0008×10^{-6}	7.5722×10^{-6}	20
10	3.4978×10^{-6}	1.8998×10^{-6}	40
11	2.3312×10^{-6}	8.5199×10^{-7}	60
12	1.7482×10^{-6}	4.7466×10^{-7}	80
13	1.3985×10^{-6}	3.017×10^{-7}	100
14	6.9912×10^{-7}	6.0966×10^{-8}	200
15	3.4954×10^{-7}	2.6748×10^{-8}	400
16	2.3302×10^{-7}	3.7203×10^{-8}	600

Foi considerada uma rede neural de três camadas, com 600 neurônios na camada de entrada, 600 neurônios na camada intermediária e 1 neurônio na camada de saída. A rede foi treinada com 100000 iterações, e apresenta erro quadrático médio de 0.14. Observa-se um grande aumento da quantidade de iterações usadas no treinamento devido à inclusão de um parâmetro adicional (ΔP). A Figura 5.14 mostra o treinamento da rede.

As Figuras 5.15 e 5.16 mostram a relação entre o treinamento e a simulação da rede para os

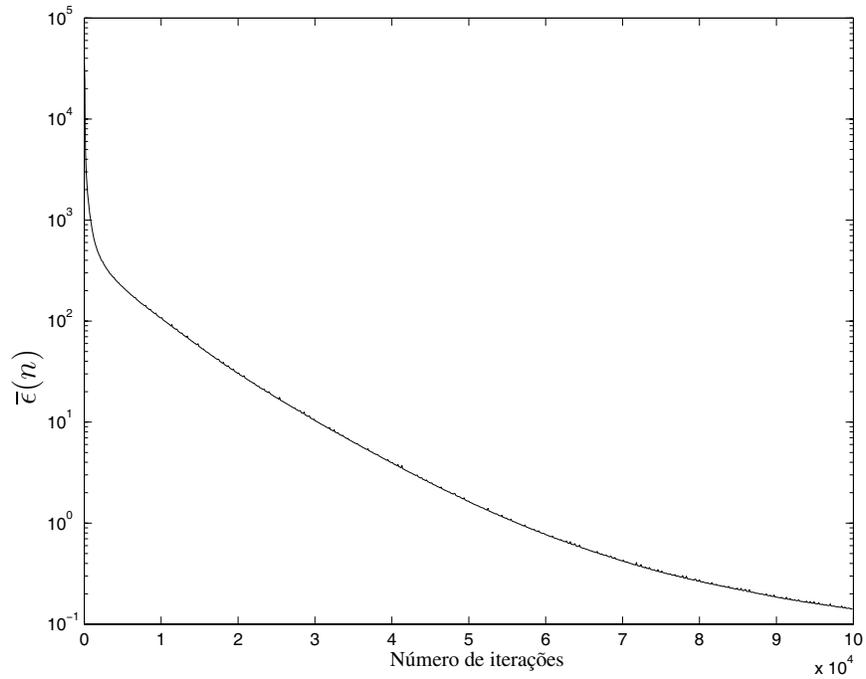


Figura 5.14: Erro quadrático médio em função do número de iterações - Rede 4.

dois parâmetros de entrada. Pode-se concluir que a rede reconhece adequadamente seu conjunto de treinamento.

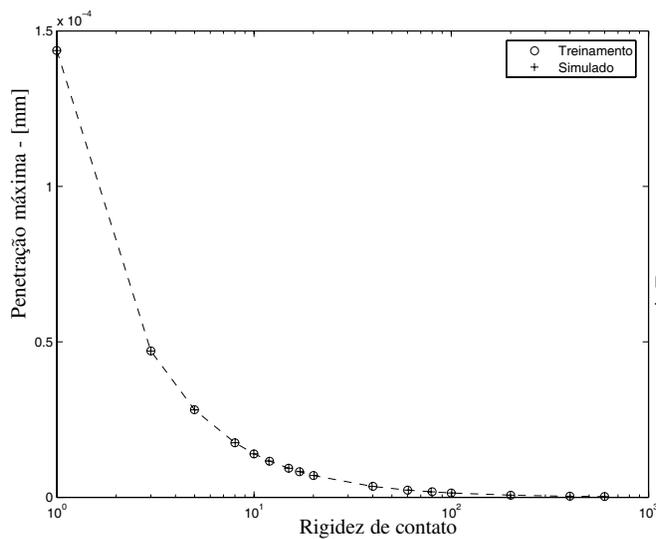


Figura 5.15: Verificação da rede com o conjunto de treinamento (penetração) - Rede 4.

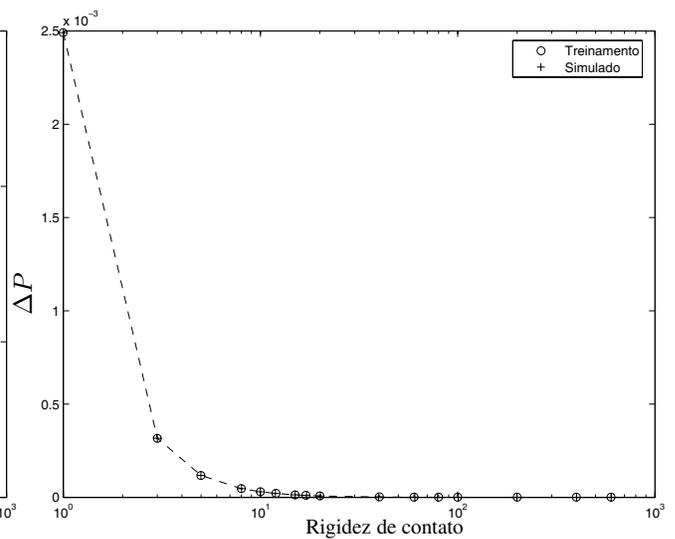


Figura 5.16: Verificação da rede com o conjunto de treinamento (pressão) - Rede 4.

Comportamento da rede para outras entradas

Na Tabela 5.11 são dados os resultados da rede para entradas com rigidez conhecida. Os valores de penetração da Tabela 5.11 são os mesmos que os da Tabela 5.9, com a adição do parâmetro ΔP . A variação de pressão foi calculada em torno do fator de rigidez k_n , considerando $\Delta k_n = 0.1$.

Tabela 5.11: Simulações da Rede 4 - rigidez conhecida.

	g_{max}	ΔP_i	$K_n(rede)$	$K_n(conhecido)$	erro relativo(%)
1	4.0284×10^{-5}	0.000235	4.7072	3.5	34.5
2	1.6506×10^{-5}	4.1303×10^{-5}	8.5469	8.5	0.5
3	1.0779×10^{-5}	1.7815×10^{-5}	12.9191	13	-0.6
4	4.2404×10^{-6}	2.7931×10^{-6}	31.9509	33	-3.2
5	2.5433×10^{-6}	1.0053×10^{-6}	55.7829	55	1.4
6	2.0876×10^{-6}	6.8081×10^{-7}	67.0633	67	0.1
7	1.0358×10^{-6}	1.6589×10^{-7}	144.2007	135	6.8
8	4.8213×10^{-7}	3.776×10^{-8}	271.5658	290	-6.3
9	4.5102×10^{-7}	2.206×10^{-8}	292.0906	310	-5.8
10	3.107×10^{-7}	2.8183×10^{-1}	458.4566	450	1.9

Verifica-se que a rede identificou corretamente as entradas não treinadas e o maior erro relativo encontrado é 34.5%. Comparado com a Rede 3, que não conseguiu identificar a entrada 1, a Rede 4 apresenta melhores resultados.

5.2.4 Identificação da rigidez de contato do modelo 3D

Os resultados obtidos para a rigidez de contato do problema 3D são dados pela Tabela 5.12. Nesta tabela, vários fatores de rigidez de contato permitiram obter g_{max} e ΔP_{max} . Estes valores foram usados como dados de entrada da Rede 4, permitindo a obtenção da rigidez de contato do problema 3D conforme esquematizado na Figura 5.10. A Rede 4 foi usada por considerar dois parâmetros de contato, apresentando melhores resultados.

A Tabela 5.12 mostra que o maior erro obtido para entradas obtidas de um modelo 3D é 15.5%, uma estimativa que pode ser considerada razoável partindo de um modelo simplificado 2D. A rede é capaz de fornecer uma boa aproximação para a rigidez de contato a partir de um valor de penetração máxima entre os corpos e um valor aceitável de ΔP .

5.2.5 Potencial ganho com o uso da rede neural

A Figura 5.17 apresenta o tempo de processamento em função da rigidez de contato obtidos do problema da biela 3D. Quanto maior a rigidez do sistema, espera-se um maior tempo necessário para completar a análise de contato (Tabela 4.12).

Tabela 5.12: Resultados da Rede 4 - Identificação da rigidez de contato do modelo 3D.

	g_{max}	ΔP	$k_n(rede)$	$k_n(conhecido)$	erro relativo(%)
1	3.1482×10^{-5}	2.1416×10^{-5}	7.7705	7.5	3.6
2	2.3606×10^{-5}	6.4794×10^{-6}	9.0105	10	-9.9
3	1.5732×10^{-5}	7.3839×10^{-6}	12.6662	15	-15.5
4	1.1795×10^{-5}	5.8542×10^{-6}	17.2916	20	-13.5
5	5.8903×10^{-6}	4.0689×10^{-6}	36.0311	40	-9.9
6	3.9245×10^{-6}	2.2001×10^{-6}	54.1131	60	-9.8
7	2.9424×10^{-6}	1.2489×10^{-6}	74.8349	80	-6.4
8	2.3535×10^{-6}	8.5249×10^{-7}	93.6987	100	-6.3
9	1.1762×10^{-6}	2.2334×10^{-7}	194.0735	200	-3.0
10	5.8796×10^{-7}	1.5145×10^{-7}	354.7148	400	-11.3
11	3.9195×10^{-7}	8.2899×10^{-8}	545.0353	600	-9.2

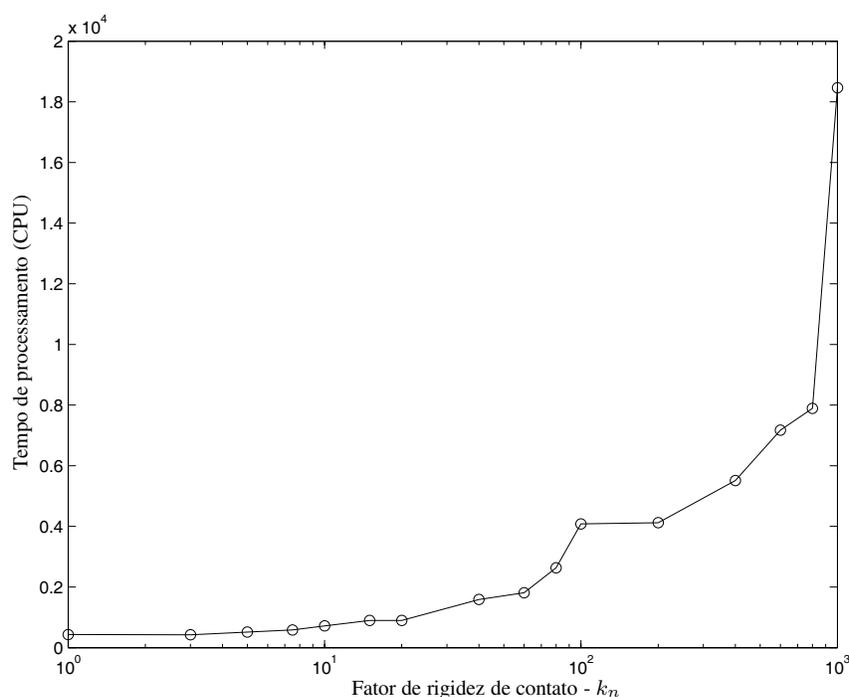


Figura 5.17: Tempo de processamento em função do fator de rigidez de contato.

Utilizando-se uma rede neural treinada, é possível estimar o fator de rigidez de contato necessário para obter a penetração máxima desejada, ou seja, obter o valor ótimo k_n^* com apenas uma tentativa. Este valor de fator de rigidez ótimo está associado a um valor de tempo de processamento ótimo t^* .

Sem a rede neural, a escolha da rigidez de contato que satisfaz o critério esperado de penetração é feita através de ajustes por tentativa e erro. Qualquer valor subestimado de k_n acarreta num novo cálculo, de forma que o tempo deste cálculo não foi aproveitado. Analogamente, um valor de

k_n superestimado necessita de um tempo maior para convergir, acarretando também em uma perda.

A rede neural pode não identificar k_n^* de forma exata devido ao erro quadrático médio da rede, e devido às diferenças de comportamento entre os problemas usados no treinamento com relação ao problema de interesse. Contudo, a rede neural fornece um valor de k_n numa região próxima da região ótima, como mostra a Figura 5.18.

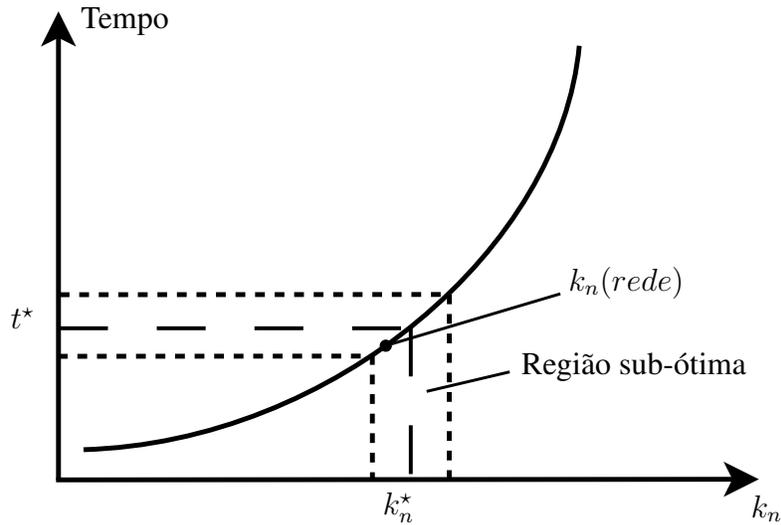


Figura 5.18: Delimitações da região sub-ótima - Potencial ganho com o uso da rede neural.

O valor da penetração nesta região sub-ótima é próximo do valor desejado. Desta forma, o uso de redes neurais na escolha do fator de rigidez de contato reduz o número de tentativas para determinar o fator de rigidez de contato.

Para o caso em que existe uma rede neural treinada para um problema de contato, e é necessário mudar algum parâmetro físico do problema (por exemplo, o carregamento aplicado), pode-se usar os pesos (variáveis de otimização) da rede treinada como ponto de partida para treinar uma nova rede para este problema. Com isso, o treinamento será concluído de forma mais rápida.

Contudo, deve-se considerar o tempo necessário para treinar a rede neural no tempo total de análise de um problema de contato completo. A Tabela 5.13 mostra o tempo necessário para treinar as redes das seções anteriores.

Tabela 5.13: Tempo de treinamento das redes neurais.

Rede	Tempo(s)
1	72
2	2661
3	111
4	4769

Observa-se que para as redes que possuem apenas a penetração como parâmetro de entrada, o tempo de treinamento é pequeno, mas estas redes podem não fornecer uma rigidez de contato adequada. O treinamento para as redes com dois parâmetros de entrada (g_{max} e ΔP_{max}) é mais lento, mas fornece respostas mais precisas. Se o tempo de execução do problema de contato estudado for pequeno, não é vantajoso usar as redes neurais para definir a rigidez de contato, sendo mais rápido usar os procedimentos de tentativa e erro. Para problemas de grande porte, onde o tempo de solução do problema de contato cresce muito, a estimativa da rigidez de contato através das redes neurais torna-se atrativa.

Capítulo 6

Conclusões

Neste trabalho verificou-se o efeito de alguns parâmetros envolvidos na formulação de elementos finitos usada no aplicativo comercial ANSYS para a solução de problemas de contato entre componentes mecânicos. Dentre os principais parâmetros estudados estão a rigidez de contato normal, o limite de penetração, os algoritmos de contato e métodos de solução do sistema de equações. Usualmente estes parâmetros são escolhidos pelo usuário de elementos finitos com base na sua própria experiência. Alternativamente, investigou-se neste trabalho a aplicação de algoritmos de redes neurais para estimar a rigidez de contato em função da penetração tolerável entre os corpos e da variação da pressão de contato de problemas conhecidos previamente.

Este trabalho teve sua motivação inicial no estudo do problema de contato entre o pino e o olhal menor de uma biela automotiva, problema motivado pela ThyssenKrupp Metalúrgica Campo Limpo Ltda, que é um grande fabricante destes componentes. Esta motivação foi baseada na dificuldade de se escolher os parâmetros de contato em problemas reais de contato entre corpos elásticos.

O principal resultado afetado pela escolha do “solver” é o tempo de processamento. Para problemas de contato 2D, onde o tempo é geralmente pequeno, o “solver” não é um aspecto crítico. Para problemas 3D, a escolha adequada do “solver” pode reduzir bastante o tempo de processamento. O método PCG se apresentou como o mais rápido, mas é necessário que o problema seja bem-condicionado. Para problemas de pior condicionamento, o método Esparso é mais adequado, por ser menos sensível ao condicionamento. O método Frontal possui implementação similar ao método Esparso, mas é recomendado quando existem limitações de memória do computador.

Foram comparados três algoritmos para solução de problemas de contato do ANSYS:

- Método das Penalidades: Requer que a rigidez de contato seja adequadamente escolhida para se obter um nível de penetração final satisfatório. Esta escolha é feita através de testes para cada problema específico, o que pode demandar certo tempo do usuário. Este método pode apresentar problemas de condicionamento numérico quando a rigidez de contato escolhida é considerada grande, o que pode dificultar a solução e levar a tempos de processamento mais

elevados ou mesmo à não convergência.

- **Método do Lagrangiano Aumentado:** Permite contornar as dificuldades do Método das Penalidades. Este método permite a obtenção de uma penetração final satisfatória, sem a necessidade de se aumentar a rigidez de contato. Esta vantagem requer um aumento no número de iterações de equilíbrio para a obtenção do mesmo resultado, pois são realizadas iterações com a atualização dos multiplicadores de Lagrange no sentido de compensar a menor rigidez de contato adotada. Para a maior parte dos problemas de contato, é possível obter os mesmos resultados com o Método das Penalidades quando a restrição de máxima penetração aceitável não for ativa, o que geralmente ocorre para valores mais altos da rigidez de contato.
- **Método dos Multiplicadores de Lagrange:** Impõe condições de penetração nula na sua formulação teórica, obtendo um valor final não nulo associado às questões numéricas da sua implementação. A penetração final obtida neste método usualmente é menor do que a obtida nos Métodos das Penalidades e do Lagrangiano Aumentado. Neste método não é necessária a especificação de uma rigidez de contato, o que caracteriza uma vantagem. Contudo, o sistema final de equações a ser resolvido é aumentado em função da inclusão dos multiplicadores de Lagrange como novas variáveis. Este sistema pode ter um condicionamento numérico pior para problemas de maior porte, pois sua solução envolve variáveis em diferentes escalas (deslocamentos e forças de contato como incógnitas). Neste caso, não é possível usar o “solver” PCG, o que pode ser uma desvantagem em termos de tempo de processamento.

A penetração também é um fator de grande importância na análise de contato. Deve-se usar o limite de penetração para definir qual será o nível de penetração aceitável pelo analista. Este parâmetro só está disponível para os algoritmos de contato do Método dos Multiplicadores de Lagrange e para o Método do Lagrangiano Aumentado. Com relação a este parâmetro, tem-se que:

- Para valores elevados do fator de rigidez de contato, a restrição de penetração pode não ser violada, de forma que este parâmetro não afeta os resultados. Para valores baixos do fator de rigidez de contato, onde a penetração entre os corpos seria maior, o limite de penetração será uma restrição ativa que assegura uma penetração final estabelecida. No entanto, são necessárias mais iterações de equilíbrio para obter este resultado;
- Para especificações mais severas, ele acarreta maior esforço computacional, podendo inclusive chegar a situações de não convergência como usualmente ocorre em critérios de convergência restritos excessivamente;
- Este limite pode ser definido na forma direta de um valor ou na forma de um fator associado às dimensões características dos elementos finitos próximo à região de contato. Esta forma de especificação procura levar em conta as dimensões do problema considerado.

A rigidez de contato normal é o principal parâmetro que afeta a solução de contato nos algoritmos dos Métodos das Penalidades e Lagrangiano Aumentado. Ela pode ser especificada diretamente através de um valor de rigidez ou através de um fator de rigidez.

- O aumento desta rigidez leva a menores penetrações entre os corpos, porém ao “custo” de se obter um pior condicionamento do problema e conseqüentemente maiores tempos de processamento;
- Uma forma de escolher este parâmetro é adotar uma rigidez de contato pequena, e verificar a convergência. Se convergir, pode-se aumentar a rigidez e verificar se o nível de penetração atingido é adequado. Nesse caso, se a pressão de contato também não sofrer mudanças significativas com o incremento da rigidez de contato, pode-se considerar que a análise convergiu de forma satisfatória.

Para evitar este processo iterativo de escolha, avaliou-se neste trabalho o potencial de se usar uma rede neural para estimar a rigidez de contato à partir de parâmetros e resultados conhecidos de outras análises de contato. Os resultados obtidos demonstram que este tipo de abordagem possui bom potencial para esta finalidade.

Utilizou-se neste trabalho uma formulação de redes neurais para determinar a rigidez de contato, usando como dados de entrada os resultados de penetração e variação da pressão de contato máximas obtidos de modelos simplificados. Observou-se que:

- Nos dois exemplos investigados, um deles o caso da biela automotiva com maior complexidade, os resultados da rede neural podem ser considerados satisfatórios. As redes neurais podem ser promissoras para a estimativa da rigidez de contato reduzindo assim a necessidade de experimentação por parte dos usuários;
- A rede neural com duas entradas (penetração e variação de pressão) levou a uma melhor estimativa da rigidez de contato do que a rede neural com apenas a entrada de penetração;
- Foi empregado o Método do Gradiente para o treinamento das redes, pois os métodos quadráticos não puderam ser empregados devido à disponibilidade de memória dos computadores e softwares usados;
- O número de iterações necessárias para treinar uma rede neural pode ser elevado, dependendo do grau de complexidade dos dados do conjunto de treinamento e da interdependência que possa haver entre estes dados, ou ainda do tamanho do conjunto de treinamento;
- Alguns cuidados devem ser tomados em relação ao conjunto de treinamento, como agrupá-lo em intervalos adequados, de modo que a simulação da rede apresente resultados aceitáveis

para as entradas fornecidas. Também não é recomendável usar dados em excesso para o treinamento, pois isso pode comprometer a capacidade de generalização da rede (identificar entradas não treinadas);

- Uma vantagem de se usar redes neurais é que elas podem ser continuamente treinadas. Assim, pode-se adicionar novos pares entrada/saída a uma rede, melhorando a representação do problema pela rede. Uma outra forma de uso das redes neurais é através do treinamento com dados provenientes de modelos tridimensionais já disponíveis de análises anteriores.

Pode-se citar como continuidade deste trabalho e perspectivas futuras:

- A possibilidade de treinar uma rede neural diretamente com dados provenientes da solução de problemas de contato tridimensionais com características semelhantes criando uma base de dados de problemas de contato. Neste caso, seria investigada a capacidade da rede neural para identificar parâmetros de contato de outros problemas semelhantes;
- Estudar de forma detalhada a influência da arquitetura das redes neurais, visando otimizar a velocidade de treinamento e utilizar algoritmos de aprendizagem como Levenberg-Marquardt. Reduzir o número de neurônios por camada e aumentar o número de camadas é um aspecto a ser explorado;
- Considerar problemas com atrito. Neste caso, o efeito da rigidez de contato tangencial deve ser investigado.

Referências Bibliográficas

- [1] ANSYS. “*ANSYS User’s Guide 5.0*”, 1992.
- [2] ANSYS. “*ANSYS Contact Technology Guide*”, 2005.
- [3] BARBOSA, H. J. C. *Algoritmos numéricos para problemas de contato em elasticidade*. Tese de Doutorado, COPPE - UFRJ, 1986. Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [4] BATHE, K.-J. “*Finite Element Procedures in Engineering Analysis*”. Prentice Hall, 1996.
- [5] BEHRENS, A., SCHAFSTALL, H. “2d and 3d simulation of complex multistage forging processes by use of adaptive friction coefficient”. *Journal of Materials Processing Technology* 80-81 (1998), 298–303.
- [6] DEMUTH, H., BEALE, M., HAGAN, M. “*MATLAB Neural Network Toolbox*”, 2008.
- [7] DUNAGAN, J., HARVEY, N. J. A. “Iteratively constructing preconditioners via the conjugate gradient method”. In *Proceedings of the 39th annual ACM symposium on Theory of computing* (2007), pp. 207–216.
- [8] FANCELLO, E. A. *Formulação variacional do problema de contato com atrito: resolução via regularização*. Dissertação de mestrado, COPPE - UFRJ, 1989. Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [9] GOLUB, G. H., LOAN, C. F. V. “*Matrix computations*”, 3rd ed. John Hopkins University Press, 1996.
- [10] HAGAN, M. T., DEMUTH, H. B., BEALE, M. “*Neural Networks Design*”. PWS Publishing Company, 1996.
- [11] HAYKIN, S. “*Neural Networks - A Comprehensive Foundation*”, 2nd ed. Prentice Hall, 1999.
- [12] HERTZ, H. “On the contact on elastic solids”. *Journal of Mathematics* 92 (1881), 156–171.
- [13] IRONS, B. M. “A frontal solution program for finite elements analysis”. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 2 (1970), 5–32.

- [14] JACOBS, R. A. “Increased rates of convergence through learning rate adaptation”. *Neural Networks I* (1988), 295–307.
- [15] KHOEI, A. R., NIKBAKHT, M. “An enriched finite element algorithm for numerical computation of contact friction problems”. *International Journal of Mechanical Sciences* 49 (2007), 183–199.
- [16] LAURSEN, T. A. “*Computational Contact and Impact Mechanics*”, 2nd ed. Springer, 2003.
- [17] LI, C. J., HUANG, T. Y. “Automatic structure and parameter training methods for modeling of mechanical systems by recurrent neural networks”. *Applied Mathematical Modelling* 23 (1999), 933–944.
- [18] LUENBERGER, D. G. “*Linear and Nonlinear Programming*”, 2nd ed. Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- [19] MIJAR, A. R., ARORA, J. S. “An augmented Lagrangian optimization method for contact analysis problems”. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 28 (2004), 99–112.
- [20] PERIC, D., OWEN, D. R. J. “Computational model for 3-d contact problems with friction based on the penalty method”. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 35 (1992), 1289–1309.
- [21] PEYROU, D., COCCETTI, F., PENNEC, F., ACHKAR, H., PONS, P., PLANA, R. “A new methodology for RF MEMS contact simulation”. In *9th International Conference on Thermal, Mechanical and Multi-Physics Simulation and Experiments in Microelectronics and Micro-Systems* (2008), pp. 1–4.
- [22] PUSO, M. A., LAURSEN, T. A. “A mortar segment-to-segment contact method for large deformation solid mechanics”. *Computational Methods of Applied Mechanical Engineering* 193 (2004), 601–629.
- [23] SERPA, A. L. *Problema de contato com atrito utilizando o Método do Lagrangiano Aumentado*. Tese de Doutorado, UNICAMP, 1996. Campinas, SP, Brasil.
- [24] SHENOY, P. S., FATEMI, A. “Dynamic analysis of loads and stresses in connecting rods”. *Procedures of International Mechanical Engineering Part C: Mechanical Engineering Science* 220 (2006), 615–624.
- [25] SHIGLEY, J. E. “*Mechanical Engineering Design: First Metric Edition*”. Mc Graw Hill, 1986.

- [26] SIMO, J. C., LAURSEN, T. A. “An augmented Lagrangian treatment of contact problems involving friction”. *Computers and Structures* 42, 1 (1992), 97–116.
- [27] SOLBERG, J. M., JONES, R. E., PAPADOPOULOS, P. “A family of simple two-pass dual formulations for the finite element solution of contact problems”. *Computational Methods of Applied Mechanical Engineering* 196 (2007), 782–802.
- [28] STADLER, G. “Path-following and augmented Lagrangian methods for contact problems in linear elasticity”. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 203 (2007), 533–547.
- [29] STOLARSKI, T., NAKASONE, Y., YOSHIMOTO, S. “*Engineering Analysis with ANSYS Software*”. Elsevier, 2006.
- [30] STROZZI, A., BONA, F. D. “Hoop stresses in the con-rod small end”. *Procedures of International Mechanical Engineering Part D: Automobile Engineering* 219 (2005), 1331–1345.
- [31] TYULYUKOVSKIY, E., HUBER, N. “Identification of viscoplastic material parameters from spherical indentation data: Part I. Neural networks”. *Journal of Materials Research* 21 (2006), 664–676.
- [32] WATROUS, G. S. “Learning algorithms for connectionist networks: Applied gradient methods of nonlinear optimization”. In *First IEEE International Conference on Neural Networks* (1987), pp. 619–627.
- [33] WIDROW, B., JR., M. E. H. “Adaptive switching circuits”. In *IRE WESCON Convention Record* (1960), pp. 96–104.
- [34] YANG, M., QIAO, P. “Nonlinear impact analysis of fully backed composite sandwich structures”. *Composites Science and Technology* 65 (2005), 551–562.

Apêndice A

Considerações sobre o Método dos Multiplicadores de Lagrange

O software ANSYS possui duas formulações de algoritmos de contato, o Método dos Multiplicadores de Lagrange e o Método do Lagrangiano Aumentado. Para alguns problemas de contato, obteve-se soluções diferentes para a penetração e pressão máximas para cada método. Estas diferenças nos resultados da solução de contato serão vistas nesta seção. Será usado um problema 3D com solução analítica conhecida.

A.1 Interferência entre dois cilindros

Tem-se o problema representado pela Figura A.1, onde o carregamento é dado pela interferência entre os raios dos cilindros. Este problema é interessante pois possui solução analítica [25]. Os parâmetros de contato usados são os mesmos que os da Tabela 4.1, exceto onde for explicitado o parâmetro.

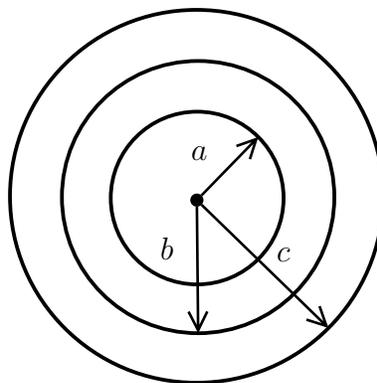


Figura A.1: Esquema da interferência entre dois cilindros.

Foram utilizados os raios $a = 8mm$, $b = 15mm$ e $c = 25mm$. Foi considerado um módulo de Young de $210GPa$, um coeficiente de Poisson de 0.3 e uma interferência $g = 0.5mm$. Foi considerado um comprimento de $10mm$.

A malha de elementos finitos usada é mostrada na Figura A.2 onde foi considerada a simetria do problema. Foram usados 23782 nós, 5000 elementos finitos do tipo SOLID95 [2] e 500 elementos de contato do tipo “surface-to-surface” (Apêndice B.1).

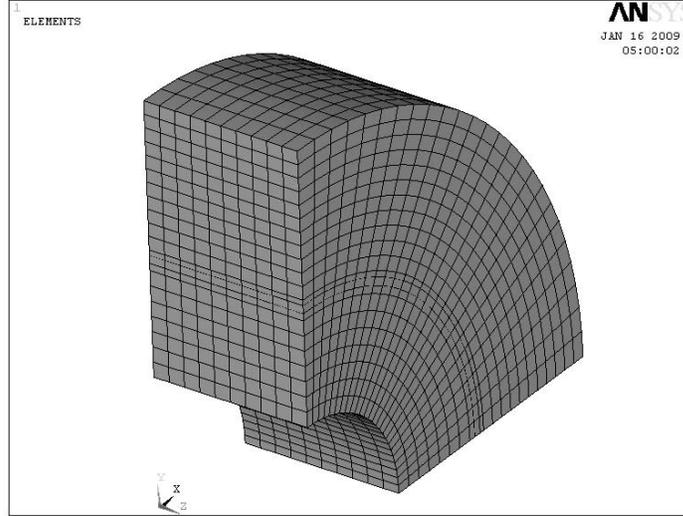


Figura A.2: Malha de elementos finitos - Interferência entre dois cilindros.

As soluções de contato são dadas na Tabela A.1. Foi considerado $FTOLN = 0.1$ para os dois métodos. A solução analítica para a pressão de contato é dada pela Equação (A.1).

$$P = \frac{Eg}{b} \frac{(c^2 - b^2)(b^2 - a^2)}{2b^2(c^2 - a^2)} \quad (\text{A.1})$$

Assim, o valor exato é $P = 1785.7 \text{ MPa}$.

Tabela A.1: Alguns resultados para os algoritmos de contato - Interferência entre cilindros.

Algoritmo de contato	k_n	Penetração máxima	Pressão máxima	Erro (%)	Número de iterações	Tempo (CPU)
Lagrangiano Aumentado	1	3.8802×10^{-4}	1792.5	0.38	5	66
Lagrangiano Aumentado	5	7.7294×10^{-5}	1785.4	-0.02	6	120
Lagrangiano Aumentado	10	3.8612×10^{-5}	1783.8	-0.11	6	150
Multiplicadores de Lagrange	-	9.3905×10^{-12}	1852.5	3.71	32	2578

Pode-se observar que para este problema, o Método dos Multiplicadores de Lagrange apresentou resultados piores que o Método do Lagrangiano Aumentado, apresentando um maior erro relativo (como calculado em 4.4). O erro relativo em relação à solução analítica foi 0.38% para o Método do Lagrangiano Aumentado com $k_n = 1$, e 3.71% para o Método dos Multiplicadores de

Lagrange. Foram ainda necessárias mais iterações e conseqüentemente maior tempo de processamento para o Método dos Multiplicadores de Lagrange.

Verifica-se que o Método dos Multiplicadores de Lagrange pode ter grandes oscilações do resíduo durante a execução da análise, como mostra a Figura A.3. O Método do Lagrangiano Aumentado não apresenta essa variação, possuindo um comportamento monotônico, como ilustrado pela Figura A.4.

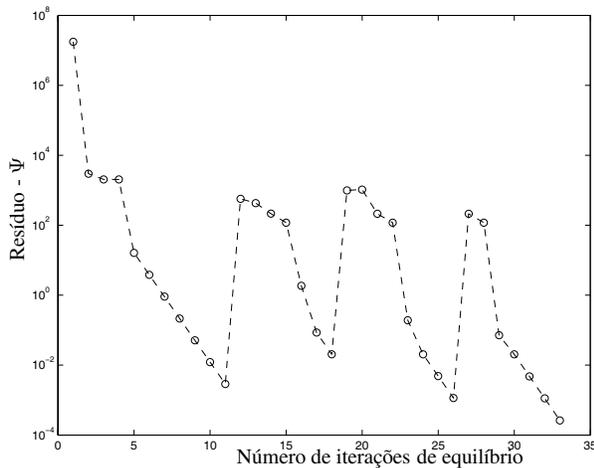


Figura A.3: Resíduo do sistema em função do número de iterações - Método dos Multiplicadores de Lagrange.

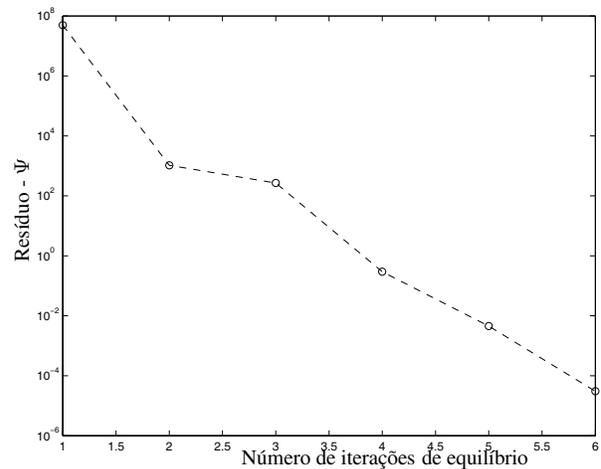


Figura A.4: Resíduo do sistema em função do número de iterações - Método do Lagrangiano Aumentado.

Foi visto no Capítulo 4 que o Método dos Multiplicadores de Lagrange apresentou resultados semelhantes de penetração e pressão de contato que o Método do Lagrangiano Aumentado em problemas bidimensionais, obtendo um nível menor de penetração final máxima. No entanto, para problemas tridimensionais, este algoritmo apresenta mais dificuldades numéricas, provavelmente devido à inserção das pressões de contato (multiplicadores de Lagrange) diretamente na formulação do problema. Assim, é preferível utilizar o algoritmo do Método do Lagrangiano Aumentado ao se analisar problemas 3D.

Apêndice B

Parâmetros secundários no problema de contato no ANSYS

Neste apêndice são comentados alguns parâmetros do problema de contato cuja influência pode ser considerada secundária.

B.1 Elementos de contato

Os tipos de elementos de contato que podem ser utilizados no ANSYS são:

- “Surface-to-surface”: Usado quando se define o contato entre duas superfícies distintas. O contato pode ser do tipo rígido-flexível (apenas um corpo é deformável) ou flexível-flexível (ambos os corpos são deformáveis). Os elementos do tipo “surface-to-surface” são indicados para a grande maioria dos problemas de contato.
- “Node-to-surface”: Usado quando o contato é modelado entre a superfície de um corpo e nós específicos do outro corpo. Um exemplo ilustrativo é dado na Figura B.1.

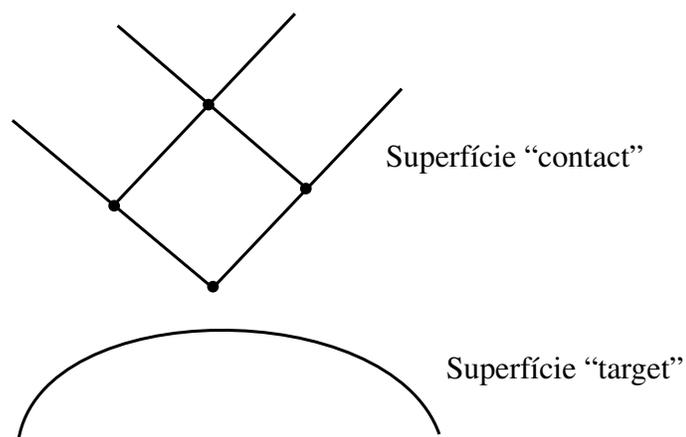


Figura B.1: Contato entre um canto e uma superfície.

- “Node-to-node”: Usado quando se especifica os nós de contato nos dois corpos. Os elementos de contato gerados neste esquema suportam apenas pequenas deformações e pequenos deslizamentos entre as superfícies em contato [2].

Os elementos “node-to-surface” se ligam a cada elemento da superfície “target”, mesmo que não exista possibilidade de haver contato físico em algum momento da análise. Nos elementos “surface-to-surface” isso não ocorre devido à existência de outros parâmetros para detectar contato entre os corpos. Logo, no esquema “surface-to-surface” são necessários menos elementos para formar o par de contato em relação ao elemento “node-to-surface”. Os resultados obtidos com elementos “surface-to-surface” são mais precisos comparados aos resultados do elemento “node-to-surface”, exceto em análises onde um dos corpos possui cantos [2].

B.2 Comportamento da região de contato

O ANSYS permite vários tipos de comportamentos distintos para as superfícies em contato. Estes comportamentos são escolhidos pelo usuário de acordo com o tipo de problema considerado, tais como:

- Padrão (“Standard”): É o comportamento definido inicialmente pelo ANSYS. Se ocorrer separação entre os corpos, a pressão é zero;
- Rugoso (“Rough”): Não ocorre deslizamento, mas pode haver movimento na direção normal;
- Sem separação (“No separation”): Uma vez que as duas superfícies entrem em contato, elas permanecem em contato. Pode haver deslizamento na direção tangencial;
- Aderido (“Bounded”): Uma vez em contato, não é permitido movimento relativo em nenhuma direção (normal ou tangencial);

Para os casos considerados neste trabalho, foi considerado o comportamento padrão (“Standard”), pois os problemas físicos de interesse aqui não apresentavam qualquer particularidade.

B.3 Ajustes iniciais de contato

B.3.1 Penetração inicial

Este parâmetro deve ser utilizado se existir uma prévia penetração entre os corpos. Neste caso, esta interferência inicial é considerada na análise.

B.3.2 “Contact off set”

Caso seja necessário inserir uma folga ou interferência entre as superfícies de contato, deve-se utilizar este parâmetro.

B.3.3 Ajuste automático de contato

Existem duas opções de ajustes possíveis entre as superfícies:

- Fechar os espaços em aberto (“close gaps”): Esta opção reduz os espaços existentes entre o par de contato, de modo que as superfícies de contato estejam juntas antes do início da análise.
- Reduzir a penetração (“reduce penetration”): Deve ser usado quando existir problemas de convergência devido ao excesso de penetração na superfície em contato. Este ajuste não foi usado neste trabalho.

B.4 “Pinball Region”

A “pinball region” é a região com centro nos pontos de integração de Gauss, presentes nos elementos do tipo “surface-to-surface”. Esta região determina o quão próximas estão as superfícies de contato. Caso a superfície “target” esteja dentro desta região, o comportamento dos elementos de contato é analisado com mais atenção, devido à possibilidade de haver contato. Caso contrário, não é executada nenhuma análise de contato.

O uso inadequado deste parâmetro pode levar a uma situação de movimento de corpo rígido caso os componentes da análise não possuam outras condições de contorno além das de contato. A Figura B.2 exemplifica esta hipótese.

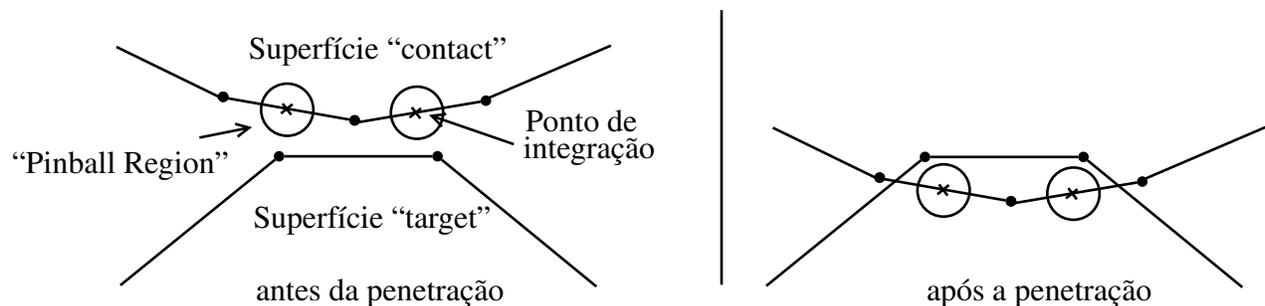


Figura B.2: Exemplo de “Pinball Region” para o caso 2D, onde pode ocorrer falha na detecção de contato.

Para o caso 2D, a “pinball region” é um círculo, e para o 3D, uma esfera. Se o valor do raio da “pinball region” é muito pequeno e o incremento de deslocamento é suficientemente grande para

que a “pinball region” atravesse totalmente o par de contato, então o contato não será detectado. O valor definido pelo ANSYS para este parâmetro é igual à profundidade do elemento de contato (como definido pela Figura 2.5).

B.5 Detecção do contato

Se os elementos das superfícies de contato estão dentro da “pinball region”, a detecção de contato é ativada, calculando o nível de penetração existente. O ANSYS determina a existência de contato de duas formas: com a detecção nodal, onde se usa o método de integração de Newton-Cotes/Lobatto [4], ou com a detecção por pontos de Gauss, onde é usado o método de integração de Gauss-Legendre [2]. Como a convergência do método de integração de Newton-Cotes/Lobatto é mais demorada e menos precisa em relação ao método de integração de Gauss-Legendre [4], é preferível usar este último na detecção do contato. A detecção por pontos de Gauss só está presente no elemento “surface-to-surface”, sendo que para o elemento “node-to-surface”, deve-se utilizar a detecção nodal.

Apêndice C

Programas em ANSYS dos Estudos de Caso

C.1 Contato entre dois cilindros

```
/CLEAR
/BATCH
WPSTYLE,,,,,,,,,0
/PREP7
ET,1,PLANE42
KEYOPT,1,1,0
KEYOPT,1,2,0
KEYOPT,1,3,3
KEYOPT,1,5,0
KEYOPT,1,6,0
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,210e3
MPDATA,PRXY,1,,0.3
PCIRC,20,,90,0,
PCIRC,10,,0,-90,
FLST,3,1,5,ORDE,1
FITEM,3,2
AGEN,,P51X,,,,,30,,,,,1
FLST,5,3,4,ORDE,2
FITEM,5,4
FITEM,5,-6
CM,_Y,LINE
LSEL,, , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1,, ,60,,,,,0
FLST,5,3,4,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-3
CM,_Y,LINE
LSEL,, , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1,, ,60,,,,,0
MSHAPE,1,2D
MSHKEY,0
MSHAPE,0,2D
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-2

CM,_Y,AREA
ASEL,, , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
/UI,MESH,OFF

! Inicio par de contato
CM,_NODECM,NODE
CM,_ELEMCM,ELEM
CM,_KPCM,KP
CM,_LINECM,LINE
CM,_AREACM,AREA
CM,_VOLUCM,VOLU
MP,MU,1,
MAT,1
R,3
REAL,3
ET,2,169
ET,3,175
KEYOPT,3,2,0 !Lag Aumentado
KEYOPT,3,3,1 !Usar tracao
KEYOPT,3,5,4 !ICONT
KEYOPT,3,9,0
KEYOPT,3,10,0 !Sem atualizar
R,3,
RMORE,
RMORE,,0
RMORE,0
! Generate the target surface
LSEL,S,, ,1
CM,_TARGET,LINE
TYPE,2
NSLL,S,1
ESLN,S,0
ESURF
CMSEL,S,_ELEMCM
! Generate the contact surface
```

```

LSEL,S,,4
CM,_CONTACT,LINE
TYPE,3
NSLL,S,1
ESLN,S,0
ESURF
ALLSEL
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
CMSEL,A,_NODECM
CMDEL,_NODECM
CMSEL,A,_ELEMCM
CMDEL,_ELEMCM
CMSEL,S,_KPCM
CMDEL,_KPCM
CMSEL,S,_LINECM
CMDEL,_LINECM
CMSEL,S,_AREACM
CMDEL,_AREACM
CMSEL,S,_VOLUCM
CMDEL,_VOLUCM
CMDEL,_TARGET
CMDEL,_CONTACT
! Fim par de contato
! espessura do corpo em mm
R,1,1,
RMODIF,3,5,1e-8 ! ICONT
RMODIF,3,3,1 ! Rigidez de contato
RMODIF,3,4,0.1 ! Penetracao
RMODIF,3,6,1 ! Pinball

NSEL,S,LOC,Y,30
*GET,NC,NODE,,NUM,MIN
ALLSEL,ALL
FINISH
/SOL
NSUBST,1,0,0
CNVTOL,F,1,0.001,2, ,
AUTOTS,0
LNSRCH,1
NEQIT,45
PRED,0
EQSLV,SPAR

! restricoes de simetria
FLST,2,3,4,ORDE,3
FITEM,2,2
FITEM,2,-3
FITEM,2,6
DL,P51X, ,SYMM

! aplicando a forca
/GO

```

```

!F,NC,FY,-500
NSEL,S,LOC,X,0,0
NSEL,R,LOC,Y,30,31
F,all,FY,-500
ALLSEL,ALL
solve
FINISH
/POST1
NSEL,,LOC,Y,30
*GET,D,NODE,NC,U,Y
ESEL,S,TYPE,,3
ETABLE,NSTAT,CONT,STAT
ESEL,R,ETAB,NSTAT,2,2
NSLE,S
NSORT,LOC,X,1
*GET,B,SORT,,MAX
ALLSEL,ALL
FINISH

```

C.2 Placa retangular sobre plano rígido

```

/CLEAR
/BATCH
/PREP7

ET,1,PLANE42
RECTNG,0,400,0,100,
RECTNG,-100,500,0,-200,
! propriedades de material
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,1e7
MPDATA,PRXY,1,,0.3

LESIZE,2, , ,5, , , ,0
LESIZE,4, , ,5, , , ,0
LESIZE,1, , ,16, , , ,0
LESIZE,3, , ,16, , , ,0
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
AMESH,1

! Inicio par contato
CM,_NODECM,NODE
CM,_ELEMCM,ELEM
CM,_KPCM,KP
CM,_LINECM,LINE
CM,_AREACM,AREA
CM,_VOLUCM,VOLU
MP,MU,1,
MAT,1
MP,EMIS,1,7.88860905221e-031
R,3
REAL,3
ET,2,169

```

```

ET,3,172
R,3,,1.0,0.1,0,1
RMORE,,1.0E20,0.0,1.0,
RMORE,0.0,0,1.0,,1.0,0.5
RMORE,0,1.0,1.0,0.0,,1.0
KEYOPT,3,3,0
KEYOPT,3,4,0
KEYOPT,3,5,0
KEYOPT,3,7,0
KEYOPT,3,8,0
KEYOPT,3,9,1
KEYOPT,3,10,0
KEYOPT,3,11,0
KEYOPT,3,12,0
KEYOPT,3,2,0
KEYOPT,2,2,0
KEYOPT,2,3,0
! Generate the target surface
LSEL,S,,7
CM,_TARGET,LINE
TYPE,2
LATF,-1,3,2,-1
TYPE,2
LMESH,ALL
! Generate the contact surface
LSEL,S,,1
CM,_CONTACT,LINE
TYPE,3
NSLL,S,1
ESLN,S,0
ESURF
*SET,_REALID,3
ALLSEL
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
LSEL,S,REAL,,3
CMSEL,A,_NODECM
CMDEL,_NODECM
CMSEL,A,_ELEMCM
CMDEL,_ELEMCM
CMSEL,S,_KPCM
CMDEL,_KPCM
CMSEL,S,_LINECM
CMDEL,_LINECM
CMSEL,S,_AREACM
CMDEL,_AREACM
CMSEL,S,_VOLUCM
CMDEL,_VOLUCM
CMDEL,_TARGET
CMDEL,_CONTACT
! Fim par contato
FINISH
/SOL

```

```

!Restricao de deslocamento
FLST,2,1,1,ORDE,1
FITEM,2,1
/GO
D,P51X,,0,,UX,,,,
! Carregamento
FLST,2,4,1,ORDE,3
FITEM,2,23
FITEM,2,36
FITEM,2,-38
/GO
SF,P51X,PRES,400
CNVTOL,F,1,0.001,2,,
NSUBST,1,50,1
AUTOTS,0
EQSLV,SPAR
LNSRCH,1
NEQIT,45
PRED,0
SOLVE
FINISH

```

C.3 Cilindro entre blocos

```

/BATCH
/CLEAR
/PREP7
! Define o elemento finito
ET,1,SOLID185
! Cria geometria
BLOCK,-10,10,-2.5,-10,0,10,
CYLIND,5,,0,10,180,360,
FLST,2,2,6,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-2
VOVLAP,P51X
FLST,2,2,6,ORDE,2
FITEM,2,3
FITEM,2,-4
VDELE,P51X,,1
CYLIND,5,,0,10,180,360,
FLST,3,1,6,ORDE,1
FITEM,3,1
VGEN,,P51X,,,,-0.5,,,,1
! Especifica propriedades
! dos materiais
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDE,EX,1
MPDE,PRXY,1
MPDATA,EX,1,,210e3
MPDATA,PRXY,1,,0.3
/NOPR
/PMETH,OFF,0
! Definindo a malha

```

```

LESIZE,11,,8,,,,,0
LESIZE,12,,8,,,,,0
LESIZE,17,,8,,,,,0
LESIZE,18,,8,,,,,0
LESIZE,2,,4,,,,,0
LESIZE,7,,4,,,,,0
LESIZE,15,,4,,,,,0
LESIZE,16,,4,,,,,0
LESIZE,32,,4,,,,,0
LESIZE,33,,4,,,,,0
LESIZE,34,,4,,,,,0
LESIZE,35,,4,,,,,0
LESIZE,13,,16,,,,,0
LESIZE,14,,16,,,,,0
LESIZE,1,,8,,,,,0
LESIZE,3,,8,,,,,0
LESIZE,8,,8,,,,,0
LESIZE,6,,8,,,,,0
LESIZE,4,,20,,,,,0
LESIZE,5,,20,,,,,0
VSWEEP,ALL
! Inicio do par de contato
CM,_TARGET,AREA
CM,_CONTACT,AREA
CM,_NODECM,NODE
CM,_ELEMCM,ELEM
CM,_KPCM,KP
CM,_LINECM,LINE
CM,_AREACM,AREA
CM,_VOLUCM,VOLU
MP,MU,1,0
MAT,1
MP,EMIS,1,7.88860905221e-031
R,3
REAL,3
ET,2,170
ET,3,174
R,3,,,60,0.1,0,2
RMORE,,,1.0E20,0.0,1.0,
RMORE,0.0,0,1.0,,1.0,0.5
RMORE,0,1.0,1.0,0.0,,1.0
KEYOPT,3,4,0
KEYOPT,3,5,0
KEYOPT,3,7,0
KEYOPT,3,8,0
KEYOPT,3,9,0
KEYOPT,3,10,0
KEYOPT,3,11,0
KEYOPT,3,12,0
KEYOPT,3,2,0
KEYOPT,2,5,0
! Gera a superficie ''target''
ASEL,S,,,15
CM,_TARGET,AREA
TYPE,2
NSLA,S,1
ESLN,S,0
ESLL,U
ESEL,U,ENAME,,188,189
ESURF
CMSEL,S,_ELEMCM
! Gera a superficie ''contact''
ASEL,S,,,4
CM,_CONTACT,AREA
TYPE,3
NSLA,S,1
ESLN,S,0
ESURF
ALLSEL
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
CMSEL,A,_NODECM
CMDEL,_NODECM
CMSEL,A,_ELEMCM
CMDEL,_ELEMCM
CMSEL,S,_KPCM
CMDEL,_KPCM
CMSEL,S,_LINECM
CMDEL,_LINECM
CMSEL,S,_AREACM
CMDEL,_AREACM
CMSEL,S,_VOLUCM
CMDEL,_VOLUCM
CMDEL,_TARGET
CMDEL,_CONTACT
! Fim do par de contato
FINISH
/SOL
FLST,2,6,5,ORDE,5
FITEM,2,1
FITEM,2,7
FITEM,2,-8
FITEM,2,20
FITEM,2,-22
DA,P51X,SYMM
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,3
/GO
DA,P51X,ALL,0
CNVTOL,F,1,0.001,2,,
ANTYPE,0
NLGEOM,0
NSUBST,1,0,0
AUTOTS,0
EQSLV,SPAR
LNSRCH,1
NEQIT,45
PRED,0

```

```
! Resolve o sistema
SOLVE
FINISH
```

C.4 Biela automotiva

```
/CLEAR
/NOPR
! arquivo que contem a malha da biela
/INPUT,'biela14_tetra','inp','','', 0
/Config,Nproc,4
wpooff,0,0,-192
wpro,,90.000000,
wpro,,-90.000000,
wpro,,-90.000000,
wpro,90.000000,,
wpro,90.000000,,
CSYS,4
/PREP7
ET,4,SOLID95
TYPE, 4
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM,
TSHAP,LINE
CYLIND,20.013,9.5,0,20,90,180,
CYLIND,20.013,9.5,0,20,180,270,
CYLIND,20.013,9.5,20,45.1,90,180,
CYLIND,20.013,9.5,20,45.1,180,270
FLST,2,4,6,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-4
VGLUE,P51X
FLST,5,8,4,ORDE,8
FITEM,5,2
FITEM,5,4
FITEM,5,29
FITEM,5,31
FITEM,5,53
FITEM,5,-54
FITEM,5,59
FITEM,5,-60
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL, ,_Y
LESIZE,_Y1, , ,20, , , , ,0
FLST,5,5,4,ORDE,5
FITEM,5,49
FITEM,5,51
FITEM,5,-52
FITEM,5,57
FITEM,5,-58
CM,_Y,LINE
```

```
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL, ,_Y
LESIZE,_Y1, , ,10, , , , ,0

FLST,5,5,4,ORDE,4
FITEM,5,10
FITEM,5,-12
FITEM,5,21
FITEM,5,23
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL, ,_Y
LESIZE,_Y1, , ,20, , , , ,0

FLST,5,6,4,ORDE,6
FITEM,5,1
FITEM,5,3
FITEM,5,15
FITEM,5,30
FITEM,5,32
FITEM,5,42
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL, ,_Y
LESIZE,_Y1, , ,6, , , , ,0

MSHAPE,0,3D
MSHKEY,1
FLST,5,4,6,ORDE,3
FITEM,5,1
FITEM,5,5
FITEM,5,-7
CM,_Y,VOLU
VSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,VOLU
CHKMSH,'VOLU'
CMSEL,S,_Y
VMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2

CLOCAL,12,1,0,0,0,
!nos do pino
ALLSEL,ALL
NSEL,R,LOC,X,0,20.013
ESLN,R,1
CM,PINO,ELEM
NSLE,R
NSEL,R,LOC,Z,0,21.1
NSEL,R,LOC,X,20.013,20.013
CM,PINO_cont,NODE
```

```

ALLSEL
! nos da biela
CMSEL,S,SE02_TETRA
NSLE,R
NSEL,R,LOC,X,0,20.013
CM,BIELA_cont,NODE
ALLSEL

! par de contato
CM,_NODECM,NODE
CM,_ELEMCM,ELEM
CM,_KPCM,KP
CM,_LINECM,LINE
CM,_AREACM,AREA
CM,_VOLUCM,VOLU
MP,MU,1,0
MAT,1
MP,EMIS,1,7.88860905221e-031
R,3
REAL,3
ET,5,170
ET,6,174
R,3,,,10,0.1,0,
RMORE,,1.0E20,-0.018,1.0,
RMORE,0.0,0,1.0,,1.0,0.5
RMORE,0,1.0,1.0,0.0,,1.0
KEYOPT,6,4,0
KEYOPT,6,5,1
KEYOPT,6,7,0
KEYOPT,6,8,0
KEYOPT,6,9,3
KEYOPT,6,10,2
KEYOPT,6,11,0
KEYOPT,6,12,0
KEYOPT,6,2,0
KEYOPT,5,5,0
! Generate the target surface
NSEL,S,,,BIELA_CONT
CM,_TARGET,NODE
TYPE,5
ESLN,S,0
ESURF
CMSEL,S,_ELEMCM
! Generate the contact surface
NSEL,S,,,PINO_CONT
CM,_CONTACT,NODE
TYPE,6
ESLN,S,0
ESURF
!* Create Companion Pair - Start
R,4
REAL,4
ET,7,170
ET,8,174
R,4,,,10,0.1,0,
RMORE,,1.0E20,-0.018,1.0,
RMORE,0.0,0,1.0,,1.0,0.5
RMORE,0,1.0,1.0,0.0,,1.0
KEYOPT,8,4,0
KEYOPT,8,5,1
KEYOPT,8,7,0
KEYOPT,8,8,0
KEYOPT,8,9,3
KEYOPT,8,10,2
KEYOPT,8,11,0
KEYOPT,8,12,0
KEYOPT,8,2,0
KEYOPT,7,1,0
KEYOPT,7,3,0
KEYOPT,7,5,0
TYPE,7
ESEL,S,TYPE,,6
NSLE,S
ESLN,S,0
ESURF
TYPE,8
ESEL,S,TYPE,,5
NSLE,S
ESLN,S,0
ESURF
!* Create Companion Pair - End
ALLSEL
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,5
ESEL,A,TYPE,,6
ESEL,R,REAL,,3
ESEL,A,TYPE,,7
ESEL,A,TYPE,,8
CMSEL,A,_NODECM
CMDEL,_NODECM
CMSEL,A,_ELEMCM
CMDEL,_ELEMCM
CMSEL,S,_KPCM
CMDEL,_KPCM
CMSEL,S,_LINECM
CMDEL,_LINECM
CMSEL,S,_AREACM
CMDEL,_AREACM
CMSEL,S,_VOLUCM
CMDEL,_VOLUCM
CMDEL,_TARGET
CMDEL,_CONTACT
! fim par de contato

! nos da aplicacao da compressao
csys,0
ALLSEL
zi=20
zf=44
ai=45

```

```

af=90
ri=20
rf=21

LOCAL,11,1,0,0,-192,0,-90,,1,1,

csys,11
nselect,r,loc,x,ri,rf
nselect,r,loc,y,ai,af
nselect,r,loc,z,zi,zf
cm,compress,node

FINISH

! aplicando condicoes
! de simetria
/solu
csys,0
allselect
nselect,s,loc,z,-96
d,all,all
allselect
nselect,s,loc,x,0
d,all,ux,0
allselect
nselect,s,loc,y,0
d,all,uy,0
allselect
! aplicando forca
cmselect,s,compress
*get,nos_comp,NODE,0,count
csys,0
f,all,fz,160000/(4*nos_comp)

ALLSELECT
NSUBST,20,500,1
AUTOTS,1
EQSLV,PCG,1E-8
LNSRCH,1
NEQIT,45
PRED,0
! Numero de iteracoes a mostrar
NLDIAG,MAXF,1
! Residuo de NR
NLDIAG,NRRE,1
! Iteracoes de contato
NLDIAG,CONT,ITER
FINISH

```

C.4.1 Modelo simplificado 2D - Vista frontal - Biela automotiva

```

! Eh preciso definir kn antes
! de executar a macro abaixo
! (por exemplo, kn = 2)

```

```

/PREP7
ET,1,PLANE42
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,210e3
MPDATA,PRXY,1,,0.3
PCIRC,20,9.5,90,270,
PCIRC,30.413,20.013,90,270,
RECTNG,0,-15.8,-20.013,-96.013,
FLST,2,2,5,ORDE,2
FITEM,2,2
FITEM,2,-3
AADD,P51X
LESIZE,2,,5,,,,,0
LESIZE,4,,5,,,,,0
LESIZE,8,,5,,,,,0
LESIZE,1,,20,,,,,0
LESIZE,3,,20,,,,,0
LESIZE,7,,20,,,,,0
LESIZE,15,,30,,,,,0
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1

CM,_Y,AREA
ASEL,,,,,1
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
MSHKEY,0
/UI,MESH,OFF
MSHAPE,1,2D
MSHAPE,0,2D
CM,_Y,AREA
ASEL,,,,,4
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
! Par de contato
CM,_NODECM,NODE
CM,_ELEMCM,ELEM
CM,_KPCM,KP
CM,_LINECM,LINE
CM,_AREACM,AREA
CM,_VOLUCM,VOLU
MP,MU,1,
MAT,1
MP,EMIS,1,7.88860905221e-031

```

```

R,3
REAL,3
ET,2,169
ET,3,172
R,3,,1.0,0.1,0,
RMORE,,1.0E20,0.0,1.0,
RMORE,0.0,0,1.0,,1.0,0.5
RMORE,0,1.0,1.0,0.0,,1.0
KEYOPT,3,3,0
KEYOPT,3,4,0
KEYOPT,3,5,1
KEYOPT,3,7,0
KEYOPT,3,8,0
KEYOPT,3,9,1
KEYOPT,3,10,0
KEYOPT,3,11,0
KEYOPT,3,12,0
KEYOPT,3,2,0
! Generate the target surface
LSEL,S,,1
CM,_TARGET,LINE
TYPE,2
NSLL,S,1
ESLN,S,0
ESURF
CMSEL,S,_ELEMCM
! Generate the contact surface
LSEL,S,,7
CM,_CONTACT,LINE
TYPE,3
NSLL,S,1
ESLN,S,0
ESURF
ALLSEL
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
/PSYMB,ESYS,1
/PNUM,TYPE,1
/NUM,1
CMSEL,A,_NODECM
CMDEL,_NODECM
CMSEL,A,_ELEMCM
CMDEL,_ELEMCM
CMSEL,S,_KPCM
CMDEL,_KPCM
CMSEL,S,_LINECM
CMDEL,_LINECM
CMSEL,S,_AREACM
CMDEL,_AREACM
CMSEL,S,_VOLUCM
CMDEL,_VOLUCM
CMDEL,_TARGET
CMDEL,_CONTACT

FINISH
/solu
NSLA,R,1
FLST,2,6,1,ORDE,3
FITEM,2,1
FITEM,2,3
FITEM,2,-7
/GO
F,P51X,FY,-277.8!*3

! restricoes de simetria
allsel,all
FLST,2,4,4,ORDE,4
FITEM,2,2
FITEM,2,4
FITEM,2,8
FITEM,2,14
/GO
DL,P51X, ,UX,0
! restricoes de deslocamento
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,9
/GO
DL,P51X, ,ALL,0
NSUBST,1,0,0
AUTOTS,0
EQSLV,PCG,1E-8
LNSRCH,1
NEQIT,4500
PRED,0
CNVTOL,F,1,0.0001,2, ,
FINISH

/prep7
rmodif,3,3,kn-0.05
RMODIF,3,10,-0.018
KEYOPT,3,9,3
finish
/solu
solve
finish
/POST1
NSORT,S,EQV
*GET,SMAX0,SORT, ,MAX ! tensao max 0
NSORT,CONT,PRES
*GET,CPMAX0,SORT, ,MAX ! pressao max 0
NSORT,CONT,PENE
*GET,MAXPEN0,SORT, ,MAX ! penet max 0
allsel,all
*get,tempo0,ACTIVE,0,TIME,CPU
*get,iter0,ACTIVE,0,SOLU,NCMIT

/prep7
rmodif,3,3,kn
finish

```

```

/solu
solve
finish
/POST1
NSORT,S,EQV
*GET,SMAX1, SORT, ,MAX
NSORT,CONT,PRES
*GET,CPMAX1, SORT, ,MAX
NSORT,CONT,PENE
*GET,MAXPEN1, SORT, ,MAX
*get,tempo1,ACTIVE,0,TIME,CPU
*get,iter1,ACTIVE,0,SOLU,NCMIT
allsel,all
finish

/prep7
rmodif,3,3,kn+0.05
finish
/solu
solve
finish
/POST1
NSORT,S,EQV
*GET,SMAX2, SORT, ,MAX
NSORT,CONT,PRES
*GET,CPMAX2, SORT, ,MAX
NSORT,CONT,PENE
*GET,MAXPEN2, SORT, ,MAX
*get,tempo2,ACTIVE,0,TIME,CPU
*get,iter2,ACTIVE,0,SOLU,NCMIT
allsel,all
finish
finish

PARSAV,SCALAR, , ,
finish

LESIZE,5, , ,5, , , , ,0
LESIZE,6, , ,5, , , , ,0
LESIZE,7, , ,5, , , , ,0
LESIZE,8, , ,5, , , , ,0
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-2
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2

! Inicio do par de contato
CM,_NODECM,NODE
CM,_ELEMCM,ELEM
CM,_KPCM,KP
CM,_LINECM,LINE
CM,_AREACM,AREA
CM,_VOLUCM,VOLU
MP,MU,1,
MAT,1
MP,EMIS,1,7.88860905221e-031
R,3
REAL,3
ET,2,169
ET,3,172
R,3, , ,1,0.1,0,
RMORE, , ,1.0E20,-0.018,1.0,
RMORE,0.0,0,1.0, ,1.0,0.5
RMORE,0,1.0,1.0,0.0, ,1.0
KEYOPT,3,3,0
KEYOPT,3,4,0
KEYOPT,3,5,1
KEYOPT,3,7,0
KEYOPT,3,8,0
KEYOPT,3,9,3
KEYOPT,3,10,0
KEYOPT,3,11,0
KEYOPT,3,12,0
KEYOPT,3,2,0
! Generate the target surface
LSEL,S, , ,3
CM,_TARGET,LINE
TYPE,2
NSLL,S,1
ESLN,S,0
ESURF
CMSEL,S,_ELEMCM

```

C.4.2 Modelo simplificado 2D - Vista lateral homogênea - Biela automotiva

```

/CLEAR
/BATCH
/PREP7
ET,1,PLANE42
MPTEMP, , , , , , , ,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1, , ,210e3
MPDATA,PRXY,1, , ,0.3
RECTNG,0,19.4,0,76,
RECTNG,0,19.4,116.03,76,

LESIZE,2, , ,20, , , , ,0
LESIZE,4, , ,20, , , , ,0
LESIZE,1, , ,5, , , , ,0
LESIZE,3, , ,5, , , , ,0

```

```

! Generate the contact surface
LSEL,S,,,5
CM,_CONTACT,LINE
TYPE,3
NSLL,S,1
ESLN,S,0
ESURF
ALLSEL
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
CMSEL,A,_NODECM
CMDEL,_NODECM
CMSEL,A,_ELEMCM
CMDEL,_ELEMCM
CMSEL,S,_KPCM
CMDEL,_KPCM
CMSEL,S,_LINECM
CMDEL,_LINECM
CMSEL,S,_AREACM
CMDEL,_AREACM
CMSEL,S,_VOLUCM
CMDEL,_VOLUCM
CMDEL,_TARGET
CMDEL,_CONTACT
! Fim do par de contato
FINISH
/SOL
CNVTOL,F,1,0.0001,2,,
NSUBST,1,0,0
AUTOTS,0
EQSLV,PCG,1E-8
LNSRCH,1
NEQIT,45
PRED,0
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,1
/GO
DL,P51X,,ALL,0
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,4
FITEM,2,8
/GO
DL,P51X,,UX,0
FLST,2,6,1,ORDE,3
FITEM,2,133
FITEM,2,138
FITEM,2,-142
/GO
F,P51X,FY,-413.8

```

C.4.3 Modelo simplificado 2D - Vista lateral não homogênea - Biela automotiva

```

/BATCH
/PREP7
ET,1,PLANE42
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,210e3
MPDATA,PRXY,1,,0.3
*SET,aux,6
RECTNG,0,aux,76,117.03,
RECTNG,aux,19.4,76,117.03,
RECTNG,19.4,45.1,76,117.03,
RECTNG,0,aux,65,76,
RECTNG,aux,19.4,65,76,
RECTNG,0,aux,51.6,0
RECTNG,0,aux,51.6,65,
K,999,6,65,,
K,1000,14,65,,
K,1001,6,53,,
K,1002,20,53,,
FLST,2,4,5,ORDE,2
FITEM,2,4
FITEM,2,-7
AGLUE,P51X
LFILLT,30,31,13.4,,
FLST,2,3,4
FITEM,2,17
FITEM,2,31
FITEM,2,30
AL,P51X
FLST,2,5,5,ORDE,4
FITEM,2,4
FITEM,2,-6
FITEM,2,8
FITEM,2,-9
AGLUE,P51X
FLST,2,3,5,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-3
AGLUE,P51X

LESIZE,2,,8,,,,,0
LESIZE,4,,8,,,,,0
LESIZE,6,,8,,,,,0
LESIZE,10,,8,,,,,0
LESIZE,25,,6,,,,,0
LESIZE,26,,6,,,,,0
LESIZE,19,,8,,,,,0
LESIZE,20,,8,,,,,0
LESIZE,31,,8,,,,,0
LESIZE,32,,8,,,,,0
LESIZE,1,,3,,,,,0
LESIZE,3,,3,,,,,0

```

```

LESIZE,13, , ,3, , , , ,0
LESIZE,15, , ,3, , , , ,0
LESIZE,21, , ,3, , , , ,0
LESIZE,23, , ,3, , , , ,0
LESIZE,14, , ,4, , , , ,0
LESIZE,16, , ,4, , , , ,0
LESIZE,18, , ,4, , , , ,0
LESIZE,29, , ,4, , , , ,0
LESIZE,30, , ,4, , , , ,0
LESIZE,22, , ,8, , , , ,0
LESIZE,24, , ,8, , , , ,0
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
FLST,5,7,5,ORDE,4
FITEM,5,1
FITEM,5,4
FITEM,5,6
FITEM,5,-10
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
MSHKEY,0
CM,_Y,AREA
ASEL, , , , 5
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
/UI,MESH,OFF
! Inicio do par de contato
CM,_NODECM,NODE
CM,_ELEMCM,ELEM
CM,_KPCM,KP
CM,_LINECM,LINE
CM,_AREACM,AREA
CM,_VOLUCM,VOLU
MP,MU,1,
MAT,1
MP,EMIS,1,7.88860905221e-031
R,3
REAL,3
ET,2,169
ET,3,172
R,3, , ,1.0,0.1,0,
RMORE, , ,1.0E20,-0.018,1.0,
RMORE,0.0,0,1.0, ,1.0,0.5

RMORE,0,1.0,1.0,0.0, ,1.0
KEYOPT,3,3,0
KEYOPT,3,4,0
KEYOPT,3,5,1
KEYOPT,3,7,0
KEYOPT,3,8,0
KEYOPT,3,9,3
KEYOPT,3,10,0
KEYOPT,3,11,0
KEYOPT,3,12,0
KEYOPT,3,2,0
! Generate the target surface
LSEL,S, , ,15
LSEL,A, , ,32
CM,_TARGET,LINE
TYPE,2
NSLL,S,1
ESLN,S,0
ESURF
CMSEL,S,_ELEMCM
! Generate the contact surface
LSEL,S, , ,1
LSEL,A, , ,19
CM,_CONTACT,LINE
TYPE,3
NSLL,S,1
ESLN,S,0
ESURF
ALLSEL
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE, , 2
ESEL,A,TYPE, , 3
ESEL,R,REAL, , 3
CMSEL,A,_NODECM
CMDEL,_NODECM
CMSEL,A,_ELEMCM
CMDEL,_ELEMCM
CMSEL,S,_KPCM
CMDEL,_KPCM
CMSEL,S,_LINECM
CMDEL,_LINECM
CMSEL,S,_AREACM
CMDEL,_AREACM
CMSEL,S,_VOLUCM
CMDEL,_VOLUCM
CMDEL,_TARGET
CMDEL,_CONTACT
! Fim do par de contato
FINISH
/SOL
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,21
/GO
DL,P51X, ,ALL,0
FLST,2,4,4,ORDE,4

```

```

FITEM,2,4
FITEM,2,16
FITEM,2,24
FITEM,2,29
/GO
DL,P51X, ,UX,0
FLST,2,6,1,ORDE,3
FITEM,2,223
FITEM,2,231
FITEM,2,-235
/GO
F,P51X,FY,-413.8
CNVTOL,F,1,0.0001,2, ,
NSUBST,1,0,0
AUTOTS,0
EQSLV,SPAR
LNSRCH,1
NEQIT,45
PRED,0
SOLVE
FINISH

```

```

xcompino = 9*2
LESIZE,32, , ,xcompino, , , , ,0
LESIZE,33, , ,xcompino, , , , ,0
LESIZE,34, , ,xcompino, , , , ,0
LESIZE,35, , ,xcompino, , , , ,0
xlarg2 = 5*2
LESIZE,1, , ,xlarg2, , , , ,0
LESIZE,3, , ,xlarg2, , , , ,0
LESIZE,4, , ,xlarg2, , , , ,0
LESIZE,6, , ,xlarg2, , , , ,0
LESIZE,8, , ,xlarg2, , , , ,0
LESIZE,14, , ,xlarg2, , , , ,0
LESIZE,19, , ,xlarg2, , , , ,0
LESIZE,29, , ,xlarg2, , , , ,0
LESIZE,30, , ,xlarg2, , , , ,0
LESIZE,31, , ,xlarg2, , , , ,0
xcomp = 10*2
LESIZE,13, , ,xcomp, , , , ,0
LESIZE,20, , ,xcomp, , , , ,0
LESIZE,25, , ,xcomp, , , , ,0
LESIZE,26, , ,xcomp, , , , ,0

```

C.5 Modelo 3D - Bloco apoiado sobre estrutura em T

```

/BATCH
/PREP7
ET,1,SOLID95
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1, ,210e3
MPDATA,PRXY,1, ,0.3
BLOCK,-8,0,0,5,-3,0,
BLOCK,-3,0,0,-10,-3,0,
FLST,2,2,6,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-2
VGLUE,P51X
BLOCK,-3,0,5,10,-9,0,
xlarg = 3*2
LESIZE,5, , ,xlarg, , , , ,0
LESIZE,9, , ,xlarg, , , , ,0
LESIZE,10, , ,xlarg, , , , ,0
LESIZE,12, , ,xlarg, , , , ,0
LESIZE,15, , ,xlarg, , , , ,0
LESIZE,16, , ,xlarg, , , , ,0
LESIZE,17, , ,xlarg, , , , ,0
LESIZE,18, , ,xlarg, , , , ,0
LESIZE,21, , ,xlarg, , , , ,0
LESIZE,22, , ,xlarg, , , , ,0
LESIZE,23, , ,xlarg, , , , ,0
LESIZE,24, , ,xlarg, , , , ,0
LESIZE,27, , ,xlarg, , , , ,0
LESIZE,28, , ,xlarg, , , , ,0

```

```

FLST,5,3,6,ORDE,3
FITEM,5,1
FITEM,5,3
FITEM,5,-4
CM,_Y,VOLU
VSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,VOLU
CHKMSH,'VOLU'
CMSEL,S,_Y
VSWEEP,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
! /COM, CONTACT PAIR CREATION - START
CM,_NODECM,NODE
CM,_ELEMCM,ELEM
CM,_KPCM,KP
CM,_LINECM,LINE
CM,_AREACM,AREA
CM,_VOLUCM,VOLU
MP,MU,1,
MAT,1
MP,EMIS,1,7.88860905221e-031
R,3
REAL,3
ET,2,170
ET,3,174
R,3, , ,1.0,0.1,0,1
RMORE, , ,1.0E20,0.0,1.0,
RMORE,0.0,0,1.0, ,1.0,0.5
RMORE,0,1.0,1.0,0.0, ,1.0
KEYOPT,3,4,0

```

```

KEYOPT,3,5,0
KEYOPT,3,7,0
KEYOPT,3,8,0
KEYOPT,3,9,1
KEYOPT,3,10,0
KEYOPT,3,11,0
KEYOPT,3,12,0
KEYOPT,3,2,0
KEYOPT,2,5,0
! Generate the target surface
ASEL,S,,,4 ! Area 3
CM,_TARGET,AREA
TYPE,2
NSLA,S,1
ESLN,S,0
ESLL,U
ESEL,U,ENAME,,188,189
ESURF
CMSEL,S,_ELEMCM
! Generate the contact surface
ASEL,S,,,3 ! Area 4
CM,_CONTACT,AREA
TYPE,3
NSLA,S,1
ESLN,S,0
ESURF
ALLSEL
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
CMSEL,A,_NODECM
CMDEL,_NODECM
CMSEL,A,_ELEMCM
CMDEL,_ELEMCM
CMSEL,S,_KPCM
CMDEL,_KPCM
CMSEL,S,_LINECM
CMDEL,_LINECM
CMSEL,S,_AREACM
CMDEL,_AREACM
CMSEL,S,_VOLUCM
CMDEL,_VOLUCM
CMDEL,_TARGET
CMDEL,_CONTACT
! /COM, CONTACT PAIR CREATION - END
FINISH
/SOL
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,9
/GO
DA,P51X,ALL,0
NSEL,R,LOC,X,0,0
/GO
D,all,,0,, , , ,UX, , , , ,
ALLSEL,ALL
NSEL,R,LOC,Z,0,0
/GO
D,all,,0,, , , ,UZ, , , , ,
ALLSEL,ALL
NSEL,R,LOC,Y,10,10
*get,nos,NODE,0,count
NSEL,R,LOC,X,0,0
f,all,fy,-10000/(4*nos*2)
ALLSEL,ALL
NSEL,R,LOC,Y,10,10
NSEL,R,LOC,Z,0,0
f,all,fy,-10000/(4*nos*2)
ALLSEL,ALL
NSEL,R,LOC,Y,10,10
NSEL,R,LOC,X,0,0
NSEL,R,LOC,Z,0,0
f,all,fy,-10000/(4*nos*4)
ALLSEL,ALL
NSEL,R,LOC,Y,10,10
NSEL,R,LOC,X,-0.5,-3
NSEL,R,LOC,Z,-0.5,-9
f,all,fy,-10000/(4*nos)
ALLSEL,ALL
CNVTOL,F,1,0.001,2, ,
NSUBST,1,0,0
AUTOTS,0
EQSLV,PCG,1E-8
LNSRCH,1
NEQIT,45000
PRED,0
FINISH
/prep7
rmodif,3,3,kn-0.05
finish
/solu
solve
finish
/POST1
NSORT,S,EQV
*GET,SMAX0,SORT, ,MAX
NSORT,CONT,PRES
*GET,CPMAX0,SORT, ,MAX
NSORT,CONT,PENE
*GET,MAXPEN0,SORT, ,MAX
allsel,all
*get,tempo0,ACTIVE,0,TIME,CPU
*get,iter0,ACTIVE,0,SOLU,NCMIT
/prep7
rmodif,3,3,kn
finish
/solu

```

```

solve
finish
/POST1
NSORT,S,EQV
*GET,SMAX1, SORT, ,MAX
NSORT,CONT,PRES
*GET,CPMAX1, SORT, ,MAX
NSORT,CONT,PENE
*GET,MAXPEN1, SORT, ,MAX
*get,tempo1,ACTIVE,0,TIME,CPU
*get,iter1,ACTIVE,0,SOLU,NCMIT
allsel,all
finish

/prep7
rmodif,3,3,kn+0.05
finish
/solu
solve
finish
/POST1
NSORT,S,EQV
*GET,SMAX2, SORT, ,MAX
NSORT,CONT,PRES
*GET,CPMAX2, SORT, ,MAX
NSORT,CONT,PENE
*GET,MAXPEN2, SORT, ,MAX
*get,tempo2,ACTIVE,0,TIME,CPU
*get,iter2,ACTIVE,0,SOLU,NCMIT
allsel,all
finish

PARSAV,SCALAR, , ,
finish

```

C.5.1 Modelo simplificado 2D - Vista frontal - Bloco apoiado sobre estrutura em T

```

! Eh preciso definir kn antes
! de executar a macro abaixo
! (por exemplo, kn = 2)
/BATCH
/PREP7
ET,1,PLANE82
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,210e3
MPDATA,PRXY,1,,0.3
RECTNG,-3,-8,0,5,
RECTNG,0,-3,0,5,
RECTNG,0,-3,0,-10,
FLST,2,3,5,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-3
AGLUE,P51X

```

```

RECTNG,0,-3,5,10,
xfactor = 2 ! fator de multiplicacao
FLST,5,5,4,ORDE,5
FITEM,5,5
FITEM,5,8
FITEM,5,-9
FITEM,5,13
FITEM,5,-14
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL, ,_Y
LESIZE,_Y1, , ,3*xfactor, , , , ,0
FLST,5,7,4,ORDE,5
FITEM,5,1
FITEM,5,-4
FITEM,5,6
FITEM,5,-7
FITEM,5,10
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL, ,_Y
LESIZE,_Y1, , ,5*xfactor, , , , ,0
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,15
FITEM,5,-16
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL, ,_Y
LESIZE,_Y1, , ,10*xfactor, , , , ,0
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
FLST,5,4,5,ORDE,4
FITEM,5,1
FITEM,5,-2
FITEM,5,4
FITEM,5,-5
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2

! /COM, CONTACT PAIR CREATION - START
CM,_NODECM,NODE
CM,_ELEMCM,ELEM
CM,_KPCM,KP
CM,_LINECM,LINE
CM,_AREACM,AREA

```

```

CM,_VOLUCM,VOLU
MP,MU,1,
MAT,1
MP,EMIS,1,7.88860905221e-031
R,3
REAL,3
ET,2,169
ET,3,172
R,3,,1.0,0.1,0,1
RMORE,,1.0E20,0.0,1.0,
RMORE,0.0,0,1.0,,1.0,0.5
RMORE,0,1.0,1.0,0.0,,1.0
KEYOPT,3,3,0
KEYOPT,3,4,0
KEYOPT,3,5,0
KEYOPT,3,7,0
KEYOPT,3,8,0
KEYOPT,3,9,1
KEYOPT,3,10,0
KEYOPT,3,11,0
KEYOPT,3,12,0
KEYOPT,3,2,0
! Generate the target surface
LSEL,S,,14
CM,_TARGET,LINE
TYPE,2
NSLL,S,1
ESLN,S,0
ESURF
CMSEL,S,_ELEMCM
! Generate the contact surface
LSEL,S,,5
CM,_CONTACT,LINE
TYPE,3
NSLL,S,1
ESLN,S,0
ESURF
ALLSEL
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
CMSEL,A,_NODECM
CMDEL,_NODECM
CMSEL,A,_ELEMCM
CMDEL,_ELEMCM
CMSEL,S,_KPCM
CMDEL,_KPCM
CMSEL,S,_LINECM
CMDEL,_LINECM
CMSEL,S,_AREACM
CMDEL,_AREACM
CMSEL,S,_VOLUCM
CMDEL,_VOLUCM
CMDEL,_TARGET

CMDEL,_CONTACT
! /COM, CONTACT PAIR CREATION - END
FINISH
/SOL
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,9
/GO
DL,P51X,,ALL,0
FLST,2,3,4,ORDE,3
FITEM,2,6
FITEM,2,-7
FITEM,2,16
/GO
DL,P51X,,UX,0
NSEL,R,LOC,Y,10,10
*get,nos,NODE,0,count
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,8
/GO
SFL,P51X,PRES,92.59,
ALLSEL,ALL

CNVTOL,F,1,0.001,2,,
NSUBST,1,0,0
AUTOTS,0
EQSLV,SPAR
LNSRCH,1
NEQIT,45
PRED,0
FINISH

/prep7
rmodif,3,3,kn-0.05
finish
/solu
solve
finish
/POST1
NSORT,S,EQV
*GET,SMAX0,SORT,,MAX
NSORT,CONT,PRES
*GET,CPMAX0,SORT,,MAX
NSORT,CONT,PENE
*GET,MAXPEN0,SORT,,MAX
allsel,all
*get,tempo0,ACTIVE,0,TIME,CPU
*get,iter0,ACTIVE,0,SOLU,NCMIT

/prep7
rmodif,3,3,kn
finish
/solu
solve
finish
/POST1

```

```

NSORT,S,EQV
*GET,SMAX1, SORT, ,MAX
NSORT,CONT,PRES
*GET,CPMAX1, SORT, ,MAX
NSORT,CONT,PENE
*GET,MAXPEN1, SORT, ,MAX
*get,tempo1,ACTIVE,0,TIME,CPU
*get,iter1,ACTIVE,0,SOLU,NCMIT
allsel,all
finish

/prep7
rmodif,3,3,kn+0.05
finish
/solu
solve
finish
/POST1
NSORT,S,EQV
*GET,SMAX2, SORT, ,MAX
NSORT,CONT,PRES
*GET,CPMAX2, SORT, ,MAX
NSORT,CONT,PENE
*GET,MAXPEN2, SORT, ,MAX
*get,tempo2,ACTIVE,0,TIME,CPU
*get,iter2,ACTIVE,0,SOLU,NCMIT
allsel,all
finish

PARSAV,SCALAR, , ,
finish

```

C.5.2 Modelo simplificado 2D - Vista lateral homogênea - Bloco apoiado sobre estrutura em T

```

/CLEAR
/BATCH
/PREP7
ET,1,PLANE42
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,210e3
MPDATA,PRXY,1,,0.3
RECTNG,0,3,0,15,
RECTNG,0,3,15,20,

LESIZE,2, , ,20, , , , ,0
LESIZE,4, , ,20, , , , ,0
LESIZE,1, , ,5, , , , ,0
LESIZE,3, , ,5, , , , ,0
LESIZE,5, , ,5, , , , ,0
LESIZE,6, , ,5, , , , ,0
LESIZE,7, , ,5, , , , ,0

```

```

LESIZE,8, , ,5, , , , ,0
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-2
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
/UI,MESH,OFF
! Inicio par de contato
CM,_NODECM,NODE
CM,_ELEMCM,ELEM
CM,_KPCM,KP
CM,_LINECM,LINE
CM,_AREACM,AREA
CM,_VOLUCM,VOLU
MP,MU,1,
MAT,1
MP,EMIS,1,7.88860905221e-031
R,3
REAL,3
ET,2,169
ET,3,172
R,3,,,1,0.1,0,
RMORE,,,1.0E20,-0.018,1.0,
RMORE,0.0,0,1.0,,1.0,0.5
RMORE,0,1.0,1.0,0.0,,1.0
KEYOPT,3,3,0
KEYOPT,3,4,0
KEYOPT,3,5,1
KEYOPT,3,7,0
KEYOPT,3,8,0
KEYOPT,3,9,3
KEYOPT,3,10,0
KEYOPT,3,11,0
KEYOPT,3,12,0
KEYOPT,3,2,0
! Generate the target surface
LSEL,S,,,3
CM,_TARGET,LINE
TYPE,2
NSLL,S,1
ESLN,S,0
ESURF
CMSEL,S,_ELEMCM
! Generate the contact surface
LSEL,S,,,5
CM,_CONTACT,LINE

```

```

TYPE,3
NSLL,S,1
ESLN,S,0
ESURF
ALLSEL
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
CMSEL,A,_NODECM
CMDEL,_NODECM
CMSEL,A,_ELEMCM
CMDEL,_ELEMCM
CMSEL,S,_KPCM
CMDEL,_KPCM
CMSEL,S,_LINECM
CMDEL,_LINECM
CMSEL,S,_AREACM
CMDEL,_AREACM
CMSEL,S,_VOLUCM
CMDEL,_VOLUCM
CMDEL,_TARGET
CMDEL,_CONTACT
! Fim do par de contato
FINISH
/SOL
CNVTOL,F,1,0.0001,2,,
NSUBST,1,0,0
AUTOTS,0
EQSLV,PCG,1E-8
LNSRCH,1
NEQIT,45
PRED,0
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,1
/GO
DL,P51X,,ALL,0
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,4
FITEM,2,8
/GO
DL,P51X,,UX,0
FLST,2,6,1,ORDE,3
FITEM,2,133
FITEM,2,138
FITEM,2,-142
/GO
SF,P51X,PRES,92.59

/BATCH
/PREP7
ET,1,PLANE42
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,210e3
MPDATA,PRXY,1,,0.3
RECTNG,0,3,0,-15,
RECTNG,0,9,0,5,
xfactor = 2
LESIZE,5,,8*xfactor,,,,,0
LESIZE,7,,8*xfactor,,,,,0
LESIZE,6,,5*xfactor,,,,,0
LESIZE,8,,5*xfactor,,,,,0
LESIZE,1,,3*xfactor,,,,,0
LESIZE,3,,3*xfactor,,,,,0
LESIZE,2,,15*xfactor,,,,,0
LESIZE,4,,15*xfactor,,,,,0
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-2
CM,_Y,AREA
ASEL,,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
! Inicio par de contato
CM,_NODECM,NODE
CM,_ELEMCM,ELEM
CM,_KPCM,KP
CM,_LINECM,LINE
CM,_AREACM,AREA
CM,_VOLUCM,VOLU
MP,MU,1,
MAT,1
MP,EMIS,1,7.88860905221e-031
R,3
REAL,3
ET,2,169
ET,3,172
R,3,,,1.0,0.1,0,1
RMORE,,1.0E20,0.0,1.0,
RMORE,0.0,0,1.0,,1.0,0.5
RMORE,0,1.0,1.0,0.0,,1.0
KEYOPT,3,3,0
KEYOPT,3,4,0
KEYOPT,3,5,0
KEYOPT,3,7,0
KEYOPT,3,8,0
/CLEAR

```

C.5.3 Modelo simplificado 2D - Vista não homogênea - Bloco apoiado sobre estrutura em T

```

KEYOPT,3,9,1
KEYOPT,3,10,0
KEYOPT,3,11,0
KEYOPT,3,12,0
KEYOPT,3,2,0
! Generate the target surface
LSEL,S,,3
CM,_TARGET,LINE
TYPE,2
NSLL,S,1
ESLN,S,0
ESURF
CMSEL,S,_ELEMCM
! Generate the contact surface
LSEL,S,,5
CM,_CONTACT,LINE
TYPE,3
NSLL,S,1
ESLN,S,0
ESURF
ALLSEL
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
CMSEL,A,_NODECM
CMDEL,_NODECM
CMSEL,A,_ELEMCM
CMDEL,_ELEMCM
CMSEL,S,_KPCM
CMDEL,_KPCM
CMSEL,S,_LINECM
CMDEL,_LINECM
CMSEL,S,_AREACM
CMDEL,_AREACM
CMSEL,S,_VOLUCM
CMDEL,_VOLUCM
CMDEL,_TARGET
CMDEL,_CONTACT
! Fim par de contato
FINISH
/SOL
FLST,2,1,4,ORDE,1
FITEM,2,1
/GO
DL,P51X,,ALL,0
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,4
FITEM,2,8
/GO
DL,P51X,,UX,0
NSEL,R,LOC,Y,5,5
SF,all,PRES,92.59
ALLSEL,ALL
CNVTOL,F,1,0.001,2,,
NSUBST,1,0,0
AUTOTS,0
EQSLV,SPAR
LNSRCH,1
NEQIT,45
PRED,0
SOLVE
FINISH

```

Apêndice D

Programas em MATLAB para as redes neurais

D.1 Treinamento e verificação da equação de Van der Pol

```
clear
close all
t = 0:0.1:10;
x = [1 1.5 2 2.5 3]; % mu
w = [-1 -.5 0.1 .5 1]; %y0_1
z = [0 0.5 1 1.5 2]; %y0_2
n = length(x);
m = length(w);
o = length(z);
L = 0;
for i=1:n
    for j=1:m
        for k=1:o
            mu(L+k) = x(i);
            y0_1(L+k) = w(j);
            y0_2(L+k) = z(k);
        end
        L = L + o;
    end
end
n = length(mu);

for i=1:n
    [t,y]=ode45(@vanderpol,t,...
    [y0_1(i) y0_2(i)], [],mu(i));
    p1(:,i) = y(:,1);
    t1(:,i) = [mu(i);
               y0_1(i);
               y0_2(i)];
end
% Metodo Levenberg-Marquardt
net{1} = newff(minmax(p1), ...
[15 10 3],{'tansig' 'tansig' ...
'purelin'},'trainlm');
net{1}.trainParam.epochs = 100;
net{1}.trainParam.goal = 1e-6;
[net{1},tr{1}] = ...
    train(net{1},p1,t1)
y1 = sim(net{1},p1)

camadag = [15 10 3];
%camadag = [300 200 3];
% Metodo Gradiente
net{2} = newff(minmax(p1), ...
camadag,{'tansig' 'tansig'...
'purelin'},'traingd');
net{2}.trainParam.epochs = 5000;
net{2}.trainParam.goal = 1e-6;
net{2}.trainParam.show = 100;
[net{2},tr{2}] = ...
    train(net{2},p1,t1)
y2 = sim(net{2},p1)

% Metodo Gradiente com momento
net{3} = newff(minmax(p1), ...
camadag, {'tansig' 'tansig'...
'purelin'},'traingdm');
net{3}.trainParam.epochs = 5000;
net{3}.trainParam.goal = 1e-6;
net{3}.trainParam.show = 100;
[net{3},tr{3}] = ...
    train(net{3},p1,t1)
y3 = sim(net{3},p1)

% Metodo Gradiente com taxa de
% aprendizado variavel
net{4} = newff(minmax(p1),...
camadag,{'tansig' 'tansig'...
'purelin'},'traingda');
net{4}.trainParam.epochs = 5000;
net{4}.trainParam.goal = 1e-6;
net{4}.trainParam.show = 100;
[net{4},tr{4}] = ...
    train(net{4},p1,t1)
y4 = sim(net{4},p1)

% Metodo Gradiente com momento e
% taxa de aprendizado variavel
net{5} = newff(minmax(p1),...
camadag,{'tansig' 'tansig'...
'purelin'},'traingdx');
```

```

net{5}.trainParam.epochs = 5000;
net{5}.trainParam.goal = 1e-6;
net{5}.trainParam.show = 100;
[net{5},tr{5}] = ...
    train(net{5},p1,t1)
y5 = sim(net{5},p1)

passo = 10;
for k=2:5
    erro_mse{k} = [];
    epoca{k} = [];
    i=1;j=1;
    while i <= 5000
        erro_mse{k}(j) = ...
            tr{k}.perf(i+1);
        epoca{k}(j) = ...
            tr{k}.epoch(i+1);
        %eta(j) = tr.lr(i+1);
        i = i + passo;
        j = j + 1;
    end
end
erro_mse{1} = tr{1}.perf;
epoca{1} = tr{1}.epoch;

% Validando a rede
mul = [2 1.3 0.5];
y01 = [-0.2 0.1 0.8];
y02 = [0.5 1 1.5];
b = length(mul);
for i=1:b
    [t,y]=ode45(@vanderpol,t, ...
        [y01(i) y02(i)],[],mul(i));
    pv(:,i) = y(:,1);
    tv(:,i) = [mul(i);
        y01(i);
        y02(i)];

% Simulacao
for j=1:5
    a{j} = sim(net{j},pv(:,i));
    e{j}(:,i) = ...
        (tv(:,i)-a{j})./a{j}*100;
    tab{i}(j,:) = [a{j}(1) ...
        a{j}(2) a{j}(3) ...
        e{j}(1,i) e{j}(2,i) e{j}(3,i)];
end
tab{i}(j+1,:) = ...
    [mul(i) y01(i) y02(i) -1 -1 -1];
end

```

D.2 Treinamento e verificação da Rede 1

```

clear
close all

```

```

% dados da Tabela 5.2
load dados_estruturaT2d3
x = [1:1:10 12 15 17 20 ...
    22:2:28 29:2:33];
t = [estruturaT2d.kn(2,x)];
p = [estruturaT2d.penet(2,x)];

% cria a rede neural
net = newff(minmax(p),[600 600 1], ...
    {'tansig' 'tansig' 'purelin'}, ...
    'traingdx');
iteracoes = 5000;
net.trainParam.epochs = iteracoes;
net.trainParam.goal = 1e-5;
net.trainParam.show = 100;
[net,tr] = train(net,p,t)
y = sim(net,p)

% Verificacao
% dados da Tabela 5.3
load dados_verifT2d3
z = 1:10;
p4(1,:) = verifT2d.penet(2,z);
t4 = verifT2d.kn(2,z);
y4 = sim(net,p4);
e4 = (y4-t4)./t4;
[p4' y4' t4' 100*e4']

figure(1)
semilogx(t(1,:),p(1,:), 'b', ...
    y(1,:),p(1,:), 'g+')
ylabel('Penetracao - [mm]')
xlabel('Rigidez de contato')
legend('Treinamento','Simulado', ...
    'Location','NorthEast')
%saveas(gcf,'redeT1_bp.eps')

% teste redes neurais
clear
close all

load dados_estruturaT2d3 % dados da Tabela 5.4
x = [1 3 5 8 10 12 15 17 20 ...
    22:2:28 29:2:33];
t = [estruturaT2d.kn(2,x)];
p = [estruturaT2d.penet(2,x);
    estruturaT2d.deltap(x)];

% cria a rede neural
net = newff(minmax(p),[600 600 1], ...
    {'tansig' 'tansig' 'purelin'},...
    'traingdx');
iteracoes = 50000;

```

D.3 Treinamento e verificação da Rede 2

```

net.trainParam.epochs = iteracoes;
net.trainParam.goal = 1e-3;
net.trainParam.show = 100;
[net,tr] = train(net,p,t)
passo = 100; i=1;j=1;
while i <= iteracoes
    erro_mse(j) = tr.perf(i+1);
    epoca(j) = tr.epoch(i+1);
    eta(j) = tr.lr(i+1);
    i = i + passo;
    j = j + 1;
end
y = sim(net,p)

figure(1)
semilogx(t(1,:),p(1:,:), 'b', ...
        y(1,:),p(1:,:), 'g+')
ylabel('Penetracao - [mm]')
xlabel('Rigidez de contato')
legend('Treinamento', 'Simulado', ...
        'Location', 'NorthEast')
%saveas(gcf, 'redeT2a_bp.eps')

figure(2)
semilogx(t(1,:),p(2:,:), 'b', ...
        y(1,:),p(2:,:), 'g+')
ylabel('Variacao pressao')
xlabel('Rigidez de contato')
legend('Treinamento', 'Simulado', ...
        'Location', 'NorthEast')
%saveas(gcf, 'redeT2b_bp.eps')

figure(3)
semilogy(epoca,erro_mse, 'b')
ylabel('Erro quadratico medio')
xlabel('Numero de iteracoes')
%saveas(gcf, 'tempotreinT_bp.eps')

% Verificacao
% Dados da Tabela 5.5
load dados_verifT2d3
z = 1:10;
p4(1,:) = verifT2d.penet(2,z);
p4(2,:) = verifT2d.deltap(z);
t4 = verifT2d.kn(2,z);
y4 = sim(net,p4);
e4 = (y4-t4)./t4;
[p4' y4' t4' 100*e4']

% Extrapolacao
% estrutura 3d
load dados_estruturaT3d
%x3d = [6:1:17];
x3d = [1:1:14];
t3d = [estruturaT3d.kn(2,x3d)];

```

```

p3d = [estruturaT3d.penet(2,x3d);
        estruturaT3d.deltap(x3d)];
y2d = sim(net,p3d)
f = 2
y3d = f*y2d;
e3d = 100*(y3d-t3d)./t3d;
[p3d' y3d' t3d' e3d']

```

D.4 Treinamento e verificação da Rede 3

```

clear
close all

load dados_biela2d_final2
% Dados conjunto treinamento
x = [1:10 12:2:20 22:2:28 29:2:33];
t = [biela2d.kn(2,x)];
p = [biela2d.penet(2,x)];

% cria a rede neural
net = newff(minmax(p),[600 600 1],...
    {'tansig' 'tansig' 'purelin'}, ...
    'traingdx');

net.trainParam.epochs = 10000;
net.trainParam.goal = 1e-5;
net.trainParam.show = 100;
net = train(net,p,t)
y = sim(net,p)
save rede_biela2d_penet_dp

figure(1)
semilogx(t(1,:),p(1:,:), 'b', ...
        y(1,:),p(1:,:), 'g+')
xlabel('Rigidez de contato')
ylabel('Penetracao - [mm]')
legend('Treinamento', ...
        'Simulado', 'Location', ...
        'NorthEast')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Verificacao da rede neural
% com entradas nao treinadas

load dados_verif2d_final
% Dados de verificacao
z = 1:10;

p4(1,:) = verif2d.penet(2,z);
t4 = verif2d.kn(2,z);
y4 = sim(net,p4);
e4 = (y4-t4)./t4;
[p4' y4' t4' 100*e4']

```

D.5 Treinamento e verificação da Rede 4

```
clear
```

```

close all
load dados_biela2d_final2
x = [1:10 12:2:20 ...
      22:2:28 29:2:33];
t = [biela2d.kn(2,x)];
p = [biela2d.penet(2,x);
      biela2d.deltap(x)];
      %biela2d.senp(x)];

y2d = sim(net,p3d)
f = 1.6;
y3d = f*y2d;
e3d = 100*(y3d-t3d)./t3d;
[p3d' y3d' t3d' e3d']

% cria a rede neural
net = newff(minmax(p),[600 600 1],...
{'tansig' 'tansig' 'purelin'},...
'traingdx');
% rede_biela2d_testedp600

net.trainParam.epochs = 500000;
net.trainParam.goal = 1e-4;
net.trainParam.show = 100;
net = train(net,p,t)

figure(1)
semilogx(t(1,:),p(1:,:), 'b', ...
y(1,:),p(1:,:), 'g+')
ylabel('Penetracao - [mm]')
xlabel('Rigidez de contato')
legend('Treinamento', ...
'Simulado', 'Location', ...
'NorthEast')
%saveas(gcf, 'rede2a_bp.eps')

figure(2)
semilogx(t(1,:),p(2:,:), 'b', ...
y(1,:),p(2:,:), 'g+')
ylabel('Variacao pressao')
xlabel('Rigidez de contato')
legend('Treinamento', ...
'Simulado', 'Location', ...
'NorthEast')
%saveas(gcf, 'rede2b_bp.eps')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% programa para verificar a
% extrapolação dos resultados
% da rede neural treinada para
% o modelo 3D
clear
close all
% rede neural
load rede_biela2d_testedp600
% biela 3d
load dados_novabiela3d_pressao2
x3d = [1:1:11];
t3d = [novabiela3d.kn(2,x3d)];
p3d = [novabiela3d.penet(2,x3d);
      novabiela3d.deltap(x3d)];

```