

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

UNICAMP

FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS

FEC

*Este exemplar corresponde a relação final da tese
defendida por Harley Araken Rocha e aprovada pela
Comissão julgadora em 31/08/84.
Inacio M. Dal Fabbro*

MODELO DE ELEMENTOS FINITOS PARA ESTUDO
DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA
EM ALETAS DE ARREFECIMENTO

HARLEY ARAKEN ROCHA, ENG. MEC.

ORIENTADOR: INACIO M. DAL FABBRO, PhD

098.84

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO APRESENTADA A
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS DA
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS PARA
OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM
ENGENHARIA MECÂNICA.

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

Aos meus pais, e a
Raquel.

AGRADECIMENTOS

À Escola Federal de Engenharia de Itajubá - EFEI, pela concessão do Laboratório de Máquinas Térmicas, através dos Professores Luiz Fernando Valadão Flôres e Eli Silva;

À YANMAR, Indaiatuba - São Paulo, por orientações técnicas oferecidas;

Ao amigo José Manuel Esteves, da EFEI pelo auxílio prestado na elaboração dos programas de computador;

À todas as pessoas que com sua contribuição direta ou indireta, tornaram possível a realização deste trabalho;

Ao amigo Inácio M. Dal Fabbro pelo incentivo e dedicação.

Ao Centro de Tecnologia da UNICAMP, pelo apoio prestado através dos amigos Sérgio Zarpellon e Olivio Novaski.

ABSTRACT

This research work reports a finite element model for the temperature distribution in a cooling fin of an alcohol engine, as well as a procedure to obtain experimental results. It was selected a cooling fin with irregular shape in order to give a good illustration of the features of the model.

The temperatures of the boundaries and the faces of the fin were experimentally obtained and fitted into the model as boundary conditions.

The surface of the fin was then divided into 122 triangular bidimensional elements. The heat transfer phenomena was considered as a steady state case.

At the final stage of the solution it was solved a set of independent algebrical equations which give the temperature at the nodes. By interpolation equations it was obtained the temperature at inter-nodes positions.

The experimental results were obtained by placing thermocouples at several positions in holes drilled on the surface of the fin. The comparison of experimental and theoretical results showed close agreement.

RESUMO

O presente trabalho relata uma análise numérica bidimensional e a metodologia experimental referentes a distribuição de temperatura numa aleta de arrefecimento de um motor monocilindro à álcool.

Foi selecionada propositadamente uma aleta de forma geométrica irregular para que melhor se ilustrasse e caracterizasse o desempenho da análise numérica.

O método de elementos finitos foi utilizado tomando-se como condições de contorno a temperatura dos bordos internos e externos da aleta, bem como o calor de convecção existentes nas suas superfícies inferior e superior.

Para a execução deste método, a superfície da aleta foi dividida em 122 elementos triangulares bidimensionais. O fenômeno foi considerado em regime permanente, concluído por um conjunto de equações algébricas interdependentes.

Tais equações fornecem a temperatura dos nós, localizados, neste caso, nos vértices dos triângulos. As temperaturas de quaisquer pontos internodais podem ser obtidas por equações de interpolação, a partir das quais se traçam as isotermas.

A distribuição de temperatura foi experimentalmente determinada instalando-se termopares em pontos localizados nos bordos e no interior da aleta.

O trabalho conclui que existe uma boa concordância entre os resultados experimentais e os obtidos numericamente.

Conclui-se também que o método de elementos finitos é de fácil aplicação e suficiente confiabilidade.

ÍNDICE GERAL

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	01
CAPÍTULO II - REVISÃO DA LITERATURA	03
CAPÍTULO III - O MODELO DE ELEMENTOS FINITOS	09
3.1 - CONHECIMENTO E APLICAÇÃO	09
3.2 - O CONCEITO FUNDAMENTAL E DESCRIÇÃO DO MÉTODO	10
3.3 - PROCEDIMENTO PARA APLICAÇÃO DO MÉTODO .	11
3.3.1 - Discretização do Continuum ...	11
3.3.2 - Seleção do Deslocamento do Modelo	11
3.3.3 - Derivação da Matriz Elementar Rigidez usando o Princípio Va riacional	12
3.3.4 - Reunião das Equações Algébricas para todo o Continuum Discre tizado	12
3.3.5 - Soluções para Deslocamentos Co nhecidos	13
3.4 - AS EQUAÇÕES DE ELEMENTOS FINITOS	13
3.5 - EQUAÇÕES DE ELEMENTOS FINITOS PARA O PROBLEMA ESTUDADO	20
3.6 - APLICAÇÃO DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINI TOS À ALETA EM ESTUDO	27
CAPÍTULO IV - MATERIAIS E MÉTODOS	36
4.1 - INSTRUMENTOS DE MEDIDA UTILIZADOS	36
4.1.1 - Medição de Temperatura	36
4.1.2 - Medição de Velocidade	37
4.1.3 - Medição de Rotação	37
4.1.4 - Controle das Condições Ambien tes	37
4.1.5 - Aferição dos Termopares	37

4.2 - EQUIPAMENTOS	37
4.3 - MATERIAIS	38
4.4 - CONSTRUÇÃO E AFERIÇÃO DOS TERMOPARES .	38
4.4.1 - Correção da Pressão Atmosférica Local em Relação a Temperatura Ambiente e Latitude	39
4.5 - PREPARAÇÃO DO ENSAIO	43
4.6 - EXECUÇÃO DAS MEDIDAS	47
4.7 - DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE CALOR POR CONVECÇÃO	49
4.7.1 - Cálculo da Temperatura Média do ar que passa entre Aletas .	50
4.7.2 - Cálculo do Número de Reynolds.	50
4.7.3 - Cálculo do Número de Nusselt .	51
4.7.4 - Cálculo do Coeficiente de Trans missão de Calor considerando o Cilindro sem Aletas	51
4.7.5 - Cálculo do Coeficiente de Trans missão de calor considerando as Dimensões da Aleta para cada Região	51
4.8 - MÉTODO DE INTERPOLAÇÃO DAS TEMPERATURAS.	53
4.9 - MÉTODO DE INTERPOLAÇÃO PARA COMPARAÇÃO DAS TEMPERATURAS MEDIDAS E CALCULADAS.	55
4.10 - MÉTODO PARA O CÁLCULO DO ERRO PERCENTUAL	57
 CAPÍTULO V - RESULTADOS E DISCUSSÕES	58
 CAPÍTULO VI - CONCLUSÕES E SUGESTÕES	87
 CAPÍTULO VII - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	89
 APÊNDICE - LISTAGEM DO PROGRAMA PRINCIPAL	93

ÍNDICE DAS FIGURAS

FIGURA

- 3.1 Discretização da aleta, mostrando os 122 elementos triangulares e 81 pontos nodais.
- 3.2 Coordenadas i, j, k para os elementos triangulares.
- 3.3 Coordenadas globais dos nós.
- 3.4 Limites das regiões consideradas, englobando os elementos.
- 3.5 Coordenadas dos pontos de temperatura medidos e suas respectivas posições nos elementos.
- 4.1 Esquema do banco de ensaio.
- 4.2 Localização dos termopares internos e externos na aleta do motor.
- 4.3 Localização dos termopares na parede externa do cilindro, entre aletas no bloco do motor.
- 4.4 Localização dos termopares no bloco do motor. Corte mostrando as regiões B e C.
- 4.5 Representação gráfica dos valores da Tabela 4.3 $L/b_0 = f(h_a/h_0)$.
- 4.6 Representação do intervalo linear para interpolação das temperaturas.
- 4.7 Intervalos entre pontos medidos usados para o cálculo das temperaturas interpoladas.
- 5.1 Representação das condições de contorno - valores das temperaturas interpoladas para a temperatura ambiente de $24,3^{\circ}\text{C}$ e elementos envolvidos.
- 5.2a Distribuição de temperatura na aleta para a temperatura ambiente de $24,3^{\circ}\text{C}$.
- 5.2b Distribuição de temperatura na aleta para a temperatura ambiente de $26,2^{\circ}\text{C}$.
- 5.2c Distribuição de temperatura na aleta para a temperatura ambiente de $27,7^{\circ}\text{C}$.

- 5.2d Distribuição de temperatura na aleta para a temperatura ambiente de $29,6^{\circ}\text{C}$.
- 5.3a Traçado das isotermas para a temperatura ambiente de $24,3^{\circ}\text{C}$.
- 5.3b Traçado das isotermas para a temperatura ambiente de $26,2^{\circ}\text{C}$.
- 5.3d Traçado das isotermas para a temperatura ambiente de $27,7^{\circ}\text{C}$.
- 5.3d Traçado das isotermas para a temperatura ambiente de $29,6^{\circ}\text{C}$.
- 5.4a Comparação de temperaturas medidas e calculadas - temperatura ambiente de $24,3^{\circ}\text{C}$.
- 5.4b Comparação de temperaturas medidas e calculadas - temperatura ambiente de $26,2^{\circ}\text{C}$.
- 5.4c Comparação de temperaturas medidas e calculadas - temperatura ambiente de $27,7^{\circ}\text{C}$.
- 5.4d Comparação de temperaturas medidas e calculadas - temperatura ambiente de $29,6^{\circ}\text{C}$.

ÍNDICE DAS TABELAS

TABELA

- 3.1 Coordenadas dos pontos de temperatura medidos.
- 4.1 Aferição dos termopares.
- 4.2 Constantes n , B em função dos limites do número de Reynolds e número de Nusselt.
- 4.3 Valores dos coeficientes de transferência de calor por convecção em função das dimensões da aleta.
- 5.1 Coordenadas globais (X,Y) nas posições (i,j,k) para cada elemento.
- 5.2 Relação dos elementos, seus nós e posição i,j,k dentro de cada nó.
- 5.3 Valores dos coeficientes de transferência de calor por convecção.
- 5.4 Valores de temperatura medidos nos contornos da aleta e parede externa do bloco do cilindro.
- 5.5 Valores das temperaturas interpoladas.
- 5.6 Comparação de temperaturas medidas e calculadas.

SIMBOLOGIA

$[K]$	Matriz rigidez global
$\{F\}$	Vetor força global
$\{T\}$	Vetor temperatura global
ℓ_x	Direção coseno no sentido X
ℓ_y	Direção coseno no sentido Y
ℓ_z	Direção coseno no sentido Z
χ	Funcional
$\{g\}$	Matriz auxiliar
$\{ \}^T$	Matriz transposta
$[D]$	Matriz propriedade do material
$T^{(e)}$	Temperatura do elemento
$[N^{(e)}]$	Função forma do elemento
$[B]$	Matriz gradiente
$[K^{(e)}]$	Matriz condução do elemento
$[f^{(e)}]$	Vetor força do elemento
$\{T^{(e)}\}$	Vetor temperatura do elemento
a, b, c	Constantes
x, y, z	Coordenadas cartesianas
i, j, k	Coordenadas espaciais
N	Função de forma
$[B^{(e)}]$	Matriz gradiente do elemento
$L_{1,2,3}$	Coordenadas de área do elemento
$R_{E(T_m)}$	Número de Reynolds
n	Constante para o cálculo do número de Reynolds
B	Constante para o cálculo do número de Reynolds
Nu	Número de Nusselt
S'	Relação entre coeficientes de transferência de calor por convecção

$T_{B(S)}$	Temperatura no contorno, na superfície	$[^{\circ}\text{C}]$
T	Temperatura	$[^{\circ}\text{C}]$
T_{∞}	Temperatura ambiente	$[^{\circ}\text{C}]$
V	Volume	$[\text{m}^3]$
S	Superfície	$[\text{m}^2]$
A	Área	$[\text{m}^2]$
T_m	Temperatura média	$[^{\circ}\text{C}]$
T_w	Temperatura na parede do cilindro	$[^{\circ}\text{C}]$
T_{ar}	Temperatura do ar ambiente	$[^{\circ}\text{C}]$
Var	Velocidade do ar entre aletas	$[\text{m/s}]$
$\nu(T_m)$	Viscosidade cinemática do ar	$[\text{m}^2/\text{s}]$
D	Diâmetro externo do cilindro do motor	$[\text{m}]$
L	Largura da aleta	$[\text{m}]$
b_0	Distância entre aletas consecutivas	$[\text{m}]$
L^*	Comprimento	$[\text{m}]$
T^*	Temperatura medida	$[^{\circ}\text{C}]$
T_{CAL}	Temperatura calculada pelo método de elementos finitos	$[^{\circ}\text{C}]$
Q	Fonte de calor interna no elemento	$[\text{Kcal/h}]$
q	Fluxo de calor sobre a superfície do elemento	$[\text{Kcal/h}]$
P	Pressão	$[\text{Kgf/cm}^2]$
P_b	Pressão barométrica	$[\text{Kgf/cm}^2]$
$\lambda(T_m)$	Coeficiente de condução de calor para o ar entre aletas	$[\text{Kcal/m h } ^{\circ}\text{C}]$
K_{xx}	Coeficiente de condução de calor na direção X	$[\text{W/mm}^2 \text{ } ^{\circ}\text{C}]$
K_{yy}	Coeficiente de condução de calor na direção Y	$[\text{W/mm}^2 \text{ } ^{\circ}\text{C}]$
K_{zz}	Coeficiente de condução de calor na direção Z	$[\text{W/mm}^2 \text{ } ^{\circ}\text{C}]$

h	Coeficiente de transferência de calor por convecção	$[W/mm^2 \text{ } ^\circ C]$
h_o	Coeficiente de transferência de calor por convecção para o cilindro sem aletas	$[W/mm^2 \text{ } ^\circ C]$
h_a	Coeficiente de transferência de calor por convecção para o cilindro com aletas	$[W/mm^2 \text{ } ^\circ C]$

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

O problema proposto no presente estudo se identifica com a determinação da distribuição de temperatura em aletas de arrefecimento de um motor monocilindro estacionário à álcool. Tal trabalho se justifica pela ocorrência de aletas de formas geométricas irregulares cujo dimensionamento térmico apresenta dificuldades especiais. A forma geométrica das aletas obedece por sua vez, a posição das tubulações de escape e admissão, bem como a localização da entrada do ar de arrefecimento. Levando-se em consideração estes e outros fatores torna-se difícil otimizar a distribuição circunferencial de temperatura na camisa, o que é essencial para que se mantenha uniforme a contração e dilatação desta durante o aquecimento e resfriamento.

Na análise física do problema, uma série de considerações se fizeram necessárias afim de que o caso real pudessem ser interpretado segundo um modelo matemático simplificado. Isto posto, a espessura da aleta foi considerada uniforme e a variação de temperatura ao longo desta foi considerada como insignificante quando comparada com a variação térmica ao longo de suas dimensões de superfície. Isto define o problema como bidimensional.

Devido a assimetria de sua forma, o presente caso se aplica bem a uma solução numérica. Dentre os métodos numéricos relatados pela literatura, o método de elementos finitos evidencia muitas vantagens dada sua simplicidade. Muitos autores estudaram a distribuição térmica em motores tentando tecer analogias entre dados experimentais e soluções analíticas do problema. As metodologias experimentais relatadas pela literatura demonstram um grau de sofisticação satisfatório para se estudar o problema em questão. Assim sendo, voltou-se a atenção para a metodologia numérica, que, apesar de disponível e presente não se encontrava aplicada especificamente ao caso de distribuição térmica em aletas irregulares, ou sequer regulares. Evidencia-se assim a necessidade de estudar um modelo de elementos finitos aplicável ao caso de aletas irregulares. Tal modelo, devido ao seu estado de implementação foi comparado com a metodologia experimental já consagrada pelo uso.

Pelo que foi anteriormente exposto pode-se estabelecer os objetivos deste trabalho, como sendo:

1. Compor um modelo de elementos finitos para se determinar a distribuição de temperatura em aletas irregulares.
2. Comparar tal modelo com dados experimentais.

CAPÍTULO II - REVISÃO DA LITERATURA

O presente capítulo relata o conteúdo de trabalhos científicos, que tiveram por objetivo o estudo da distribuição de temperatura em motores de combustão interna, bem como metodologias numéricas aplicadas a processos de condução de calor.

Para melhor clareza classificou-se os trabalhos em três grupos, a saber: trabalhos experimentais e teóricos com motores, trabalhos envolvendo métodos analíticos e suas aplicações a cilindros ociosos e trabalho na área de elementos finitos com aplicação a problemas de transferência de calor.

Muitos trabalhos foram publicados sobre a distribuição de temperatura em motores de combustão interna, tentando solucionar problemas de arrefecimento e desempenho dos mesmos.

Hohenberg [1], estudando as influências que afetam a distribuição de temperatura na câmara de combustão de motores diesel e observando suas variações devido ao formato e tamanho dos pistões, propõe uma equação para avaliar o coeficiente de transferência de calor por convecção entre os gases gerados na câmara de combustão e as paredes do cilindro.

Oguri e Inaba [2] propõem um método experimental, para medida do calor instantâneo transferido por radiação em motores diesel, usando termopares especialmente construídos para este fim. Os autores apresentam uma relação entre o calor radiante e calor total produzido na câmara de combustão.

Krugger [3] estudou a distribuição de temperatura na cabeça do pistão e anéis de motores de dois tempos a gasolina, refrigerados a ar. Certos valores de temperatura foram medidos em vários pontos em um pistão de cabeça chata, com a finalidade de se fazer um balanço térmico.

Macedo [34], neste trabalho é feita uma análise da distribuição de temperatura no interior de pistões de motores de combustão interna, usando o método de diferenças finitas aplicado a solução da equação de Laplace. A formulação é apresentada para sólidos axissimétricos de geometria arbitrária, trocando calor em regime estacionário com os gases de combustão. É apresentado um programa de computador para a solução numérica

do problema.

Soluções analíticas para problemas de transferência de calor em corpos de geometria regular, vem sendo estudado por muitos autores. Um estudo bibliográfico foi feito na área de analogia de transferência de calor em cilindros de motores com transferência de calor em paredes cilíndricas.

Abramovich e Trofimov [4] propõem uma forma integral para tratar o problema de condução de calor para um cilindro oco, não isolado termicamente, o qual tem significado prático para o estudo do processo de transferência de calor interno e externo em regime não permanente.

Awbery [5] estudou o problema do fluxo de calor em um cilindro oco, quando a temperatura da superfície da parede interna é obrigada a variar periodicamente e a perda de calor pela superfície da parede externa é proporcional a estes excessos de temperatura sobre a vizinhança. A solução das equações do problema é apresentada na forma de equações de Bessel de 1ª espécie e 1ª ordem. O autor sugere a aplicação desta teoria ao fenômeno de calor em cilindros de motores de combustão interna.

Zernov e Martyushov [6] estudaram a distribuição de temperatura em um cilindro oco sólido de comprimento infinito, tendo uma fonte de calor em forma de anel, com produção de calor uniformemente distribuída. A solução exata para a equação inicial foi derivada pela transformação de Laplace, juntamente com as transformações de Hankel, variando as constantes.

Napar'in [7] tratou o problema da distribuição de temperatura no cilindro oco, considerando uma fonte de calor móvel, ao longo da superfície externa. A solução é apresentada usando-se transformações de Fourier e Hankel.

Kudelya e Shrayber [8] apresentam uma solução para o cálculo da distribuição de temperatura no cilindro oco com uma fonte de calor interna e considerando condições de contorno de terceira espécie. A solução apresentada utiliza série de Fourier e um método iterativo.

Napar'in [9] estudou o caso de um cilindro oco aquecido em um meio a temperatura constante, o qual envolvia três regimes, inicial, regular e permanente. A solução é obtida por equações de Bessel de 1ª ordem e 1ª espécie.

Rai, Kumar e Lalmani [10] derivaram uma expressão para a distribuição de temperatura em um cilindro oco finito em regime não permanente, e condições de contorno de segunda espécie.

Edwards [21] desenvolveu uma expressão para a distribuição de temperatura em cilindro oco, aquecido externamente de forma não uniforme, por radiação solar. A solução envolve condução no interior da parede, radiação por emissão, absorção na parede externa e radiação no interior do cilindro. Esta solução é obtida por separação de variáveis.

France e Chiang [23] apresentam uma solução analítica para um problema de condução de calor no cilindro oco com condições de contorno com periodicidade. É usado o princípio de superposição para solução particular neste estado de periodicidade.

Takeuti, Tanigawa, Noda e Ochi [24], tratam o problema de tensões térmicas, em regime transiente, no cilindro oco composto de dois materiais diferentes, sob condições de distribuição simétrica de temperatura. A análise é desenvolvida pela função de tensões com o auxílio das transformações de Laplace.

Takeuti e Tanigawa [25] apresentam um trabalho semelhante ao anterior, sob condições de distribuição de temperatura assimétrica. O trabalho numérico é tirado usando transformações de Laplace.

O método de elementos finitos teve seu início na indústria aeroespacial em 1950, sendo sua primeira publicação em 1956 por Turner, Clough, Martin e Topp. Estas publicações estimularam vários pesquisadores resultando em vários artigos técnicos, os quais discutiam a aplicação do método à mecânica dos sólidos e cálculo estrutural. Uma importante contribuição teórica em 1963 atribuída a Melosh, mostrou que o método de elementos finitos era realmente uma variação do método de Raleigh-Ritz. Muitos autores aplicaram o método de elementos finitos ao estudo da transferência de calor em corpos diversos.

Razzaque, Howell e Klein [11] apresentam um estudo sobre o fenômeno de transferência de calor por efeitos combinados de radiação, convecção e condução em um tubo de parede circular, para determinar a distribuição de temperatura no sentido axial do tubo. O método de elementos finitos foi aplicado usando um domínio subdividido em elementos quadráticos.

Donea, Giuliani e Quartapelle [27] aplicam o método de elementos finitos a um problema de transferência de calor por efeito convectivo e condutivo, em regime transiente, em um elemento fluido. Foi considerado um regime laminar e o fluido incompressível.

Wilson e Nickell [15] fazem uma análise da transferência de calor por condução em um orifício de geometria irregular, aplicando o método de elementos finitos associado ao método variacional.

Bruch e Zyvoloski [16] tratam o problema de condução de calor em um corpo bidimensional em regime transiente, aplicando o método de elementos finitos e o processo de peso residual. O domínio foi subdividido em prismas retangulares.

Beckett e Chu [18] utilizaram uma técnica de iteração para a solução do método de elementos finitos estendido a condições de contorno considerando radiação e convecção não lineares.

Visser [13], usou o princípio variacional para formular problemas de fluxo de calor lineares, análogo ao princípio do potencial mínimo de energia. Com base no princípio variacional, a distribuição de temperatura pode ser derivada por meio do método de elementos finitos. O autor traz um exemplo da aplicação do método a uma placa cilíndrica, com distribuição unidimensional de temperatura.

Köhler e Pitttr [22], apresentam um programa incluindo uma parte de elementos finitos linear com o tempo e também elementos com funções forma de segundo e terceiro grau.

Zienkiewicz e Parekh [12], aplicaram o método de elementos finitos para problemas de condução de calor em regime transiente. O problema foi formulado usando a aproximação de Galerkin. Foram utilizados elementos isoparamétricos, curvos bi e tridimensionais. Os autores apresentam vários exemplos de aplicação.

Donea [14] discute em seu trabalho, três esquemas de integração numérica ligados a solução do método de elementos finitos aplicada a equação de condução de calor, considerando o regime transiente. A maior ênfase do trabalho é dada a exatidão alcançada. O autor sugere uma simples relação de recorrência derivada do processo de Galerkin para tratar condições

de contorno que variam rapidamente com o tempo.

Donea e Giuliani [26], apresentam um programa de computador CODE TAFEST, para a solução numérica de problemas de condução de calor um regime transiente. Os autores apresentam uma aplicação à uma matriz de grafite de um HTGR elemento combustível.

Valamanchili e Chu [17] discutem as características de estabilidade e oscilação dos métodos de elementos finitos, diferenças finitas e peso residual, aplicados à problemas de condução de calor em sólidos bidimensionais em regime transiente.

Laura, Reyes e Rossi [19] aplicam o método de elementos finitos a problemas de condução de calor em um meio não homogêneo, de contornos irregulares e comparam os resultados com soluções analíticas.

Emery e Carson [20], fazem comparações entre os métodos de elementos finitos e diferenças finitas, no cálculo da distribuição de temperaturas, verificando a exatidão e eficiência de cada método.

Kao, Hardisty e Wallace [28] apresentam uma recente aproximação para o método de elementos finitos, usando uma análise de transferência de calor a qual é derivada diretamente do conceito físico de um balanço de energia. Estes balanços de energia, em regime permanente, são derivados para volumes de controles em volta de cada nó. Inicialmente o sistema de equações é reunido nó por nó para enfatizar os aspectos físicos do problema.

Messersmith, Warner e Olsen [29] em seu trabalho, dedicam um capítulo as técnicas para medidas de temperatura usando termopares e outros instrumentos. Esclarecimentos são feitos sobre utilização dos aparelhos e suas conexões aos sensores.

Segerlind [30] em sua obra traz de forma clara e muito didática a aplicação do método de elementos finitos, apresentando problemas ilustrativos e programas de computador em áreas como transferência de calor, mecânica dos fluidos e mecânica sólida.

Dos trabalhos apresentados pela presente revisão pode-se sumarizar o seu conteúdo de uma forma geral.

Muitos trabalhos são de caráter teórico e outros são de caráter técnico. Porém poucos deles se referem a geometrias irregulares. Desta forma se evidencia uma deficiência nessa área de pesquisa.

CAPÍTULO III - O MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

3.1 - CONHECIMENTO E APLICAÇÃO

O método de elementos finitos é um processo numérico, o qual consiste em dividir o domínio de definição da função em estudo, em vários subdomínios contínuos e aplicar funções polinomiais conhecidas, em função do formato dos elementos que representam estes subdomínios.

Estas funções polinomiais geram equações que são reunidas em matrizes e vetores, para melhor conveniência de resolução do sistema formado.

Tal método, associado ao processo de minimização é perfeitamente aplicado a outras áreas de engenharia. Pode ser aplicado a problemas governados pela equação de Laplace ou equação de Poisson, pois estas estão proximamente relacionadas com a minimização de um funcional.

As primeiras publicações, envolvendo o processo de minimização foram apresentadas pelos seguintes autores (Zienkiewicz e Cheung, 1965), (Visser, 1965) [13] e (Wilson e Nickell, 1966) [15], os quais mostram a aplicação do método de elementos finitos à transferência de calor por condução.

A aplicação do método foi se ampliando de forma que pesquisadores tais como Szaloe e Lee, 1969, Zienkiewicz, 1971 mostraram que as equações para o elemento relacionadas com a mecânica estrutural, transferência de calor e mecânica dos fluidos, poderiam também ser derivadas usando um processo de pesos residuais tais como o método de Galerkin ou a aproximação de mínimos quadrados.

Segundo Segerlind [30] esta informação é uma contribuição muito importante para a teoria, pois permite que o método de elementos finitos seja aplicado a qualquer equação diferencial.

Assim sendo a aplicação do método de elementos finitos engloba desde a análise estrutural de treliças, sistemas térmicos, tais como equipamentos nucleares, até a análise de fluidos em dutos, canais, represas, ou sobre a terra.

Outras áreas de aplicação incluem fluxo de gás

compressível, eletrostática, problemas de lubrificação e análise em sistemas vibratórios.

3.2 - O CONCEITO FUNDAMENTAL E DESCRIÇÃO DO MÉTODO

O conceito fundamental do método de elementos finitos consiste em que qualquer quantidade contínua, tal como temperatura, pressão ou deslocamento, pode ser aproximado por um modelo discreto dividindo o domínio da função em um número finito de subdomínios contínuos. Assim a base do método torna-se a representação de um corpo ou estrutura, por um conjunto de subdivisões chamados *elementos finitos*. Estes elementos são interligados por *nós* ou *pontos nodais*, os quais são locais de encontro das linhas que delimitam os elementos.

São escolhidas funções simples para aproximar a distribuição dos deslocamentos sobre cada elemento finito.

Tais funções assumidas são chamadas *funções de deslocamento* ou *modelos de deslocamento*. As magnitudes desconhecidas, ou amplitudes das funções de deslocamento são os deslocamentos para os pontos nodais. Assim a solução final irá produzir os deslocamentos aproximados para locais discretos no corpo, os quais são os pontos nodais. Um modelo de deslocamento pode ser representado de formas simples, tais como polinômios e funções trigonométricas.

Desde que um polinômio ofereça facilidades matemáticas para manipulação, ele pode ser empregado em aplicações à elementos finitos.

O princípio variacional de mecânica, tal como o princípio do potencial mínimo de energia, é usualmente empregado para obter uma série de equações de equilíbrio para cada elemento.

A energia potencial de um corpo elástico sollicitado por carga é representado pela soma de energia interna estocada como resultado de deformações e energia potencial de cargas externas. Se o corpo está em estado de equilíbrio, esta energia é mínima.

3.3 - PROCEDIMENTO PARA APLICAÇÃO DO MÉTODO

Uma vez identificado o problema, e escolhido o corpo físico, estrutura ou sólido a ser analisado, existe uma sequência de passos a seguir.

Basicamente existem seis passos:

3.3.1 - Discretização do Continuum

O Continuum é o corpo físico ou sólido a ser analisado.

A discretização é o processo no qual o corpo é subdividido em elementos finitos. Estes elementos podem ser triângulos, grupos de triângulos ou quadriláteros para uma análise bidimensional. E para uma análise tridimensional, estes elementos podem ser tetraedros, prismas retangulares ou hexaedros. Apesar de muitos esforços no sentido de automatizar o processo de subdivisão, este ainda depende de um processo de julgamento.

Deve-se ainda decidir quanto ao número, forma, tamanho e configuração dos elementos, de forma que o modelo simulado, seja o mais próximo possível do real.

O objetivo de tal discretização é dividir o corpo em elementos suficientemente pequenos de forma que o resultado possa adequadamente aproximar-se da solução verdadeira. Uma subdivisão em um número grande de elementos, conduziria a um esforço computacional maior.

3.3.2 - Seleção do Deslocamento do Modelo

A função deslocamento assumida ou modelo, representa somente a distribuição real ou exata do deslocamento. Por exemplo, a função deslocamento é comumente assumida na forma polinomial e as considerações práticas que limitam o número de termos que podem ser representados na forma polinomial.

Obviamente, não é possível selecionar uma função deslocamento a qual represente exatamente a variação real de um deslocamento no elemento.

Existem três fatores inter-relacionados que influenciam a seleção de um modelo de deslocamento.

O primeiro é o tipo e o grau de deslocamento do modelo a ser escolhido usualmente, quando escolhemos uma polinomial, somente o grau da polinomial é aberto a decisões.

Segundo, deve ser escolhida a magnitude particular que descreve o modelo. Existem usualmente os deslocamentos dos pontos nodais, mas estes podem também incluir derivadas de deslocamentos para alguns ou todos os nós.

Terceiro, o modelo deve satisfazer certos requerimentos os quais asseguram que os resultados numéricos se aproximem da solução correta.

Como já foi dito anteriormente, a polinomial é a forma mais comum usada para representar o deslocamento do modelo por ser fácil de manusear matematicamente na formulação de equações desejadas para vários elementos e no manuseio de computadores digitais.

O uso de uma polinomial permite diferenciar e integrar, com certa facilidade. Uma polinomial de ordem arbitrária permite uma aproximação da solução verdadeira.

Sabe-se que uma polinomial de ordem infinita corresponde a uma solução exata, no entanto, para finalidades práticas limitar-se-á a uma ordem finita destas polinomiais.

3.3.3 - Derivação da Matriz Elementar Rigidez usando o Princípio Variacional

A matriz elementar rigidez consiste dos coeficientes das equações de equilíbrio derivadas das propriedades do material e geometria de um elemento, obtidas pelo uso do princípio do potencial mínimo de energia. A matriz elementar rigidez relaciona os deslocamentos para os pontos nodais (deslocamentos nodais) com as forças aplicadas nos pontos nodais (forças nodais).

As forças distribuídas, aplicadas na estrutura são convertidas em forças equivalentes concentradas nos nós. A relação de equilíbrio entre a matriz rigidez $[K]$, o vetor força $\{F\}$ e o vetor deslocamento nodal $\{T\}$ é expresso por uma série de equações algébricas lineares simultâneas na seguinte forma:

$$[K] \{T\} = \{F\} \quad (3.11)$$

3.3.4 - Reunião das Equações Algébricas para todo o Continuum Discretizado

Este processo inclui a reunião de todas as matrizes ele

mentares rigidez em uma matriz rigidez global e todas as matrizes força dos elementos em um vetor força global.

A técnica mais comum para reunião das matrizes é chamada método da rigidez direto. Em geral, a base para um método de reunião é que as interconexões nodais requeiram que os deslocamentos para um nó sejam os mesmos para todos os elementos adjacentes àquele nó.

Feita a reunião das matrizes elementares na matriz rigidez global e vetor força global, gera-se um sistema de equações algébricas a ser resolvido. Estas equações não podem ser resolvidas até que as condições de contorno geométricas sejam levadas em conta, através de apropriada modificação das equações. Uma condição de contorno geométrica aparece do fato que os deslocamentos podem ser prescritos nos contornos ou bordas do corpo.

3.3.5 - Soluções para Deslocamentos Conhecidos

As equações algébricas reunidas são resolvidas para os deslocamentos conhecidos. Em problemas de equilíbrio linear, esta resolução é praticamente uma aplicação direta das técnicas de matriz algébrica. Todavia, para problemas não lineares estas soluções são obtidas por uma sequência de passos, sendo cada passo envolvendo a modificação da matriz rigidez global e o vetor força global.

O último passo consiste em calcular os deslocamentos incógnitas a partir do sistema modificado.

3.4 - AS EQUAÇÕES DE ELEMENTOS FINITOS

A equação diferencial parcial que governa a condução de calor em sólidos é:

$$K_{xx} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + K_{yy} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + K_{zz} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + Q = 0 \quad (3.2)$$

As condições de contorno associadas a equação (3.2), podem ser expressas de duas formas.

a) Se a temperatura é conhecida em uma parte ao longo do

contorno, então:

$$T = T_B(S) \quad (3.3)$$

onde T_B é a temperatura no contorno e pode ser função do comprimento da superfície S .

b) Se o calor é recebido ou perdido no contorno devido a convecção $h(T - T_\infty)$, então:

$$K_{xx} \frac{\partial T}{\partial X} \ell_x + K_{yy} \frac{\partial T}{\partial Y} \ell_y + K_{zz} \frac{\partial T}{\partial Z} \ell_z + h(T - T_\infty) + q = 0 \quad (3.4)$$

Estas equações gerais são desenvolvidas e aplicadas ao problema estudado, sendo consideradas apenas na forma bidimensional.

Assim tem-se que a equação diferencial parcial (3.2) se torna:

$$K_{xx} \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + K_{yy} \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} + Q = 0 \quad (3.5)$$

Sendo condições de contorno:

$$K_{xx} \frac{\partial T}{\partial X} \ell_x + K_{yy} \frac{\partial T}{\partial Y} \ell_y + h(T - T_\infty) + q = 0 \quad (3.6)$$

$$T = T_B(S) \quad (3.7)$$

Aplicando-se o princípio variacional as equações acima, temos que a *formulação funcional* produz a seguinte equação:

$$\begin{aligned} \chi = & \int_V \frac{1}{2} \left[K_{xx} \left(\frac{\partial T}{\partial X} \right)^2 + K_{yy} \left(\frac{\partial T}{\partial Y} \right)^2 - 2 Q T \right] dV \\ & + \int_S \left[q T + \frac{1}{2} h (T - T_\infty)^2 \right] dS \end{aligned} \quad (3.8)$$

Esta equação deve ser minimizada em relação a série de valores nodais $\{T\}$.

Deste modo, qualquer distribuição de temperatura que faça χ um mínimo e satisfaça a equação diferencial governante, é uma solução do problema estudado.

Para começar o processo de minimização, necessita-se definir duas matrizes.

$$\{g\}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial X} & \frac{\partial T}{\partial Y} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} K_{xx} & 0 \\ 0 & K_{yy} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Substituindo-se as equações (3.9) e (3.10) na equação (3.8), esta se torna:

$$\begin{aligned} \chi = & \int_V \frac{1}{2} \left[\{g\}^T [D] \{g\} - 2 T Q \right] dV + \int_{S_1} T q dS \\ & + \int_{S_2} \frac{h}{2} \left[T^2 - 2 T T_\infty + T_\infty^2 \right] dS \end{aligned} \quad (3.11)$$

Considerando que as funções para T não são contínuas sobre toda a região, então estas serão definidas para cada elemento individual $T(e)$. Assim as integrais se tornam válidas para cada elemento.

$$\chi = \sum_{e=1}^E \int_{V(e)} \frac{1}{2} \{g^{(e)}\}^T [D^{(e)}] \{g^{(e)}\} dV - \int_{V(e)} T^{(e)} Q^{(e)} dV$$

$$+ \int_{S_1(e)} T^{(e)} q^{(e)} dS + \int_{S_2(e)} \frac{h^{(e)}}{2} [T^{(e)} T^{(e)} - 2T^{(e)} T_{\infty} + T_{\infty}^2] dS \quad (3.12)$$

onde (e) representa o elemento e E o número total de elementos.

Assim:

$$\chi = \chi(1) + \chi(2) + \dots + \chi(E) = \sum_{e=1}^E \chi(e) \quad (3.13)$$

A minimização de χ ocorre quando

$$\frac{\partial \chi}{\partial \{T\}} = \frac{\partial}{\partial \{T\}} \sum_{e=1}^E \chi(e) = \sum_{e=1}^E \frac{\partial \chi(e)}{\partial \{T\}} = 0 \quad (3.14)$$

Estas derivadas $\frac{\partial \chi(e)}{\partial \{T\}}$ na equação (3.14) não podem ser avaliadas até que as integrais da equação (3.12) sejam escritas em termos de valores nodais $\{T\}$.

$$T^{(e)} = [N^{(e)}] \{T\} \quad (3.15)$$

Pode-se avaliar a equação (3.9), a qual juntamente com a equação (3.15) pode ser substituída nos devidos lugares na equação (3.12).

Começando com $\{g\}$ temos:

$$\left\{ g^{(e)} \right\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial T^{(e)}}{\partial X} \\ \frac{\partial T^{(e)}}{\partial Y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1^{(e)}}{\partial X} & \frac{\partial N_2^{(e)}}{\partial X} & \dots & \frac{\partial N_P^{(e)}}{\partial X} \\ \frac{\partial N_1^{(e)}}{\partial Y} & \frac{\partial N_2^{(e)}}{\partial Y} & \dots & \frac{\partial N_P^{(e)}}{\partial Y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_P \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

Então:

$$\left\{ g^{(e)} \right\} = \left[B^{(e)} \right] \{ T \} \quad (3.17)$$

onde $[B]$ contem informações relacionadas com as derivadas das funções forma $[N]$. Estes termos são até agora incôgnitas, pois as funções forma não foram especificadas. Utilizando-se as equações (3.15) e (3.17) na equação (3.12), pode-se escrever as integrais na seguinte forma:

$$\begin{aligned} \chi^{(e)} = & \int_{V^{(e)}} \frac{1}{2} \{ T \}^T \left[B^{(e)} \right]^T \left[D^{(e)} \right] \left[B^{(e)} \right] \{ T \}^T dV - \int_{V^{(e)}} Q \left[N^{(e)} \right] \{ T \} dV \\ & + \int_{S_1^{(e)}} q \left[N^{(e)} \right] \{ T \} dS + \int_{S_2^{(e)}} \frac{h}{2} \{ T \}^T \left[N^{(e)} \right]^T \left[N^{(e)} \right] \{ T \} dS \\ & - \int_{S_2^{(e)}} h T_\infty \left[N^{(e)} \right] \{ T \} dS + \int_{S_2^{(e)}} \frac{h}{2} T_\infty^2 dS \end{aligned} \quad (3.18)$$

As quantidades Q , q , T_∞ , h são coeficientes conhecidos. Estes são deixados dentro das integrais, pois é possível que variem para cada elemento. Assim derivando a equação (3.18) em relação a T tem-se:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \{T\}} \int_{V(e)} \frac{1}{2} \{T\}^T [B(e)]^T [D(e)] [B(e)] \{T\} dV = \\
& \int_{V(e)} [B(e)]^T [D(e)] [B(e)] \{T\} dV \\
& \frac{\partial}{\partial \{T\}} \int_{V(e)} Q [N(e)] \{T\} dV = \int_{V(e)} Q [N(e)]^T dV \\
& \frac{\partial}{\partial \{T\}} \int_{S_1(e)} q [N(e)] \{T\} dS = \int_{S_1(e)} q [N(e)]^T dS \\
& \frac{\partial}{\partial \{T\}} \int_{S_2(e)} \frac{h}{2} \{T\}^T [N(e)]^T [N(e)] \{T\} dS \\
& = \int_{S_2(e)} h [N(e)]^T [N(e)] \{T\} dS \\
& \frac{\partial}{\partial \{T\}} \int_{S_2(e)} h T_{\infty} [N(e)] \{T\} dS = \int_{S_2(e)} h T_{\infty} [N(e)]^T dS \\
& \frac{\partial}{\partial \{T\}} \int_{S_2(e)} \frac{h}{2} T_{\infty}^2 = 0 \quad (3.19)
\end{aligned}$$

A contribuição de cada elemento $\frac{\partial \chi(e)}{\partial \{T\}}$, no processo total de minimização $\frac{\partial \chi}{\partial \{T\}}$ é:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \chi}{\partial \{T\}} = & \left[\int_{V^{(e)}} [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] dV + \int_{S_2^{(e)}} h [N^{(e)}]^T [N^{(e)}] dS \right] \{T\} \\
& - \left[\int_{V^{(e)}} Q [N^{(e)}]^T dV + \int_{S_1^{(e)}} q [N^{(e)}]^T dS \right. \\
& \left. - \int_{S_2^{(e)}} h T_\infty [N^{(e)}]^T dS \right] \quad (3.20)
\end{aligned}$$

Esta série de integrais pode ser escrita em forma condensada.

$$\frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial \{T\}} = [K^{(e)}] \{T\} + [f^{(e)}] \quad (3.21)$$

Onde:

$$\begin{aligned}
[K^{(e)}] = & \int_{V^{(e)}} [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] dV \\
& + \int_{S_2^{(e)}} h [N^{(e)}]^T [N^{(e)}] dS \quad (3.22)
\end{aligned}$$

$$\{f^{(e)}\} = - \int_{V^{(e)}} Q [N^{(e)}]^T dV + \int_{S_1^{(e)}} q [N^{(e)}]^T dS - \int_{S_2^{(e)}} h T_\infty [N^{(e)}]^T dS \quad (3.23)$$

O sistema final de equações é obtido substituindo a equação (3.21) na equação (3.14).

$$\frac{\partial X}{\partial \{T\}} = \sum_{e=1}^E \left[[K^{(e)}] \{T\} + \{f^{(e)}\} \right] = 0 \quad (3.24)$$

Ou:

$$[K] \{T\} = \{F\} \quad (3.25)$$

Onde:

$$[K] = \sum_{e=1}^E [K^{(e)}] \quad (3.26)$$

$$\{F\} = - \sum_{e=1}^E \{f^{(e)}\} \quad (3.27)$$

As integrais na equação (3.22) definem a *matriz condução elemento* $[K^{(e)}]$ e aquelas na equação (3.23) definem o *vetor força elemento* $\{f^{(e)}\}$, $[K]$ é a matriz rigidez global, $\{F\}$ é o vetor força global e $\{T\}$ é o vetor temperatura global.

Até agora foi feita uma apresentação das equações na forma bidimensional em termos gerais. Define-se em seguida, com mais detalhes os termos usados anteriormente que se aplicam ao caso particular estudado.

3.5 - EQUAÇÕES DE ELEMENTOS FINITOS PARA O PROBLEMA ESTUDADO

Tendo sido feito uma análise prévia do problema estudado foi decidido usar o elemento triangular com três nós, para tratar o problema de forma bidimensional. Assim as *funções de forma* $[N_\beta]$ para o elemento triangular linear são:

$$N_\beta = \frac{1}{2A} (a_\beta + b_\beta X + c_\beta Y) \quad , \quad \beta = i, j, k \quad (3.28)$$

onde os termos a_β , b_β , c_β , relacionam as coordenadas dos pontos nodais.

$$\begin{cases} a_i = X_j Y_k - X_k Y_j \\ b_i = Y_j - Y_k \\ c_i = X_k - X_j \end{cases} \quad N_i = \frac{1}{2A} [a_i + b_i X + c_i Y] \quad (3.29a)$$

$$\begin{cases} a_j = X_k Y_i - Y_k X_i \\ b_j = Y_k - Y_i \\ c_j = X_i - X_k \end{cases} \quad N_j = \frac{1}{2A} [a_j + b_j X + c_j Y] \quad (3.29b)$$

$$\begin{cases} a_k = X_i Y_j - X_j Y_i \\ b_k = Y_i - Y_j \\ c_k = X_j - X_i \end{cases} \quad N_k = \frac{1}{2A} [a_k + b_k X + c_k Y] \quad (3.29c)$$

$$2A = \begin{vmatrix} 1 & X_i & Y_i \\ 1 & X_j & Y_j \\ 1 & X_k & Y_k \end{vmatrix} \quad (3.30)$$

onde A é a área do triângulo considerado.

$$T = N_i T_i + N_j T_j + N_k T_k \quad (3.31)$$

Os valores de T_i , T_j , T_k são temperaturas nos pontos nodais consideradas a partir do nó "i", no sentido anti-horário.

Analisando a equação (3.16) vê-se que:

$$[B^{(e)}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial X} \\ \frac{\partial N}{\partial Y} \end{bmatrix}$$

Então a matriz gradiente elemento $[B^{(e)}]$ se torna:

$$[B^{(e)}] = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

e a matriz propriedade material do elemento $[D^{(e)}]$ se torna:

$$[D^{(e)}] = \begin{bmatrix} K_{xx} & 0 \\ 0 & K_{yy} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Voltando à equação (3.21), dividindo-a em duas partes, e substituindo as matrizes acima tem-se:

$$\text{Parte (1): } \int_V [B]^T [D] [B] dV = \int_V \frac{1}{4A^2} \begin{bmatrix} b_i & c_i \\ b_j & c_j \\ b_k & c_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{xx} & 0 \\ 0 & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} dV \quad (3.34)$$

Assumindo uma espessura unitária, o elemento de volume dV se torna dA com a integração sobre a área. Assim se tem que:

$$\int_V [B]^T [D] [B] dV = [B]^T [D] [B] \int_A dA$$

$$\begin{aligned}
 \text{Parte (1): } & \frac{K_{xx}}{4A} \begin{bmatrix} b_i b_i & b_i b_j & b_i b_k \\ b_j b_i & b_j b_j & b_j b_k \\ b_k b_i & b_k b_j & b_k b_k \end{bmatrix} \\
 & + \frac{K_{yy}}{4A} \begin{bmatrix} c_i c_i & c_i c_j & c_i c_k \\ c_j c_i & c_j c_j & c_j c_k \\ c_k c_i & c_k c_j & c_k c_k \end{bmatrix} \quad (3.35)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Parte (2): } & \int_A h \left[N^{(e)} \right]^T [N] dA \\
 & h \int_A \begin{bmatrix} N_i N_i & N_i N_j & N_i N_k \\ N_j N_i & N_j N_j & N_j N_k \\ N_k N_i & N_k N_j & N_k N_k \end{bmatrix} dA \quad (3.36)
 \end{aligned}$$

Analisando-se cada integral e considerando-se coordenadas de área L_1, L_2, L_3 tem-se que:

$$\int_A N_i N_i dA = \int_A L_1^a L_2^b L_3^c dA = \frac{a! b! c!}{(a + b + c + 2)!} 2A \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned}
 \int_A N_i N_i dA &= \int_A L_1^2 L_2^0 L_3^0 dA = \frac{2! 0! 0!}{(2 + 0 + 0 + 2)!} 2A = \frac{2!}{4!} 2A \\
 &= \frac{A}{6}
 \end{aligned}$$

$$\int_A N_i N_i dA = \int_A N_j N_j dA = \int_A N_k N_k dA$$

$$\int_A N_i N_j dA = \int_A L_1^a L_2^b L_3^c dA = \frac{a! b! c!}{(a + b + c + 2)!} 2A \quad (3.38)$$

$$\int_A L_1^1 L_2^1 L_3^0 dA = \frac{1! 1! 1!}{(1 + 1 + 0 + 2)!} 2A = \frac{2A}{4!} = \frac{A}{12}$$

$$\int_A N_i N_j dA = \int_A N_i N_k dA = \int_A N_j N_k dA$$

Assim, substituindo-se os valores na equação (3.36), tem-se que:

$$\text{Parte (2): } \frac{hA}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Esta expressão é válida para quando se considera a convecção em uma superfície somente. Para o caso da aleta estudada, tem-se que levar em consideração duas superfícies: a superior e a inferior.

Assim a matriz condutividade elemento $[K^{(e)}]$ da equação (3.22) se transforma em:

$$\begin{aligned}
 [K^{(e)}] &= \frac{K_{xx}}{4A} \begin{bmatrix} b_i b_i & b_i b_j & b_i b_k \\ b_j b_i & b_j b_j & b_j b_k \\ b_k b_i & b_k b_j & b_k b_k \end{bmatrix} + \frac{K_{yy}}{4A} \begin{bmatrix} c_i c_i & c_i c_j & c_i c_k \\ c_j c_i & c_j c_j & c_j c_k \\ c_k c_i & c_k c_j & c_k c_k \end{bmatrix} \\
 &+ \frac{2 h A}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.40)
 \end{aligned}$$

Voltando-se a equação (3.23), dividindo-a em três partes e analisando-se cada uma delas, tem-se:

$$\text{Parte (1): } - \int_{V^{(e)}} [N^{(e)}]^T Q \, dV \quad (3.41)$$

Este termo da equação não existe no problema, uma vez que Q representa o calor que é gerado dentro do elemento.

$$\text{Parte (2): } \int_{S_1^{(e)}} [N^{(e)}]^T q \, dS \quad (3.42)$$

Este termo também não é considerado, pois q é o fluxo de calor na superfície do elemento. Este fluxo de calor não existe uma vez que foi considerada a convecção na superfície da aleta.

$$\text{Parte (3): } \int_A h T_\infty [N^{(e)}]^T \, dA = T_\infty h \int_A \begin{Bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{Bmatrix} \, dA \quad (3.43)$$

$$\int_A N_i dA = \int_A L^a L^b L^c dA = \frac{a! b! c!}{(a+b+c+2)!} 2A$$

$$= \frac{1! 0! 0!}{(1+0+0+2)!} 2A = \frac{2A}{3!} = \frac{A}{3} \quad (3.43a)$$

Assim substituindo os valores na equação (3.43), se transforma em:

$$\text{Parte (3): } \frac{h T_{\infty} A}{3} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (3.44)$$

Portanto o vetor elemento força da equação (3.23) se transforma em:

$$\{f^{(e)}\} = \frac{2 A T_{\infty} h}{3} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (3.45)$$

Considerando que existe convecção nas duas superfícies da aleta.

A matriz rigidez global é formada através da equação (3.46); o vetor força global é formado pela utilização da equação (3.47); o vetor temperatura global é formado pelo uso da equação (3.48) e o sistema global de equações é formado pela utilização da equação (3.49).

$$[K] = \sum_{e=1}^E [K^{(e)}] \quad (3.46)$$

$$\{ F \} = \sum_{e=1}^E \left\{ f^{(e)} \right\} \quad (3.47)$$

$$\{ T \} = \sum_{e=1}^E \left\{ T^{(e)} \right\} \quad (3.48)$$

$$[K] \{ T \} = \{ F \} \quad (3.49)$$

3.6 - APLICAÇÃO DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS À ALETA EM ESTUDO

Uma vez escolhida a aleta a ser estudada, esta foi medida e reproduzida em tamanho real para se executar a discretização do modelo.

O modelo foi subdividido em 122 elementos triangulares englobando 81 pontos nodais, conforme *figura 3.1*.

Foi feito o levantamento das *Coordenadas Globais* $X_i, X_j, X_k, Y_i, Y_j, Y_k$ para cada elemento conforme *figura 3.2* e *figura 3.3*, as quais constam da *tabela 5.1* e a identificação dos nós para cada elemento consta da *tabela 5.2*, ambas no Capítulo V.

Depois de feita todas as medidas de temperatura, foram calculados os coeficientes de transmissão de calor por convecção para as cinco regiões consideradas. Veja *figura 3.4*.

A *figura 3.5* mostra a localização dos pontos de temperatura medidos, relacionando-os com os elementos triangulares.

A *tabela 3.1* traz as coordenadas destes pontos.

TABELA 3.1 - COORDENADAS DOS PONTOS DE TEMPERATURA MEDIDOS

TERMOPAR	COORDENADAS (mm)	
	X	Y
1A	79,5	157
12A	76	150
13A	63	175
14A	5,0	172
15A	119	166
0B	0,0	34
11B	14,66	56,2
12B	24,40	8,4
13B	41,7	122
14B	46,5	85
15B	0,0	125
12C	143	40
13C	143	96,6
14C	112	86
15C	109	136
16C	121	70
1D	65,0	20
2D	62	0,0
5D	78	69

Depois de desenvolvidas as equações anteriormente descritas para o caso específico da aleta em estudo, foi montado o programa de computador em linguagem FORTRAN, para se armazenar todas as coordenadas globais dos elementos, calcular a matriz condução e o vetor força para cada elemento. Isto feito, uma outra etapa de cálculo consistia em reunir estas matrizes e vetores elemento, formando a matriz rigidez global, vetor força global e vetor temperatura global, nos quais tomam parte as condições de contorno, isto é, os valores de temperatura medidos nos contornos da aleta.

O método utilizado para reunir todas as matrizes elemento e vetores elemento foi o método direto, apresentado por

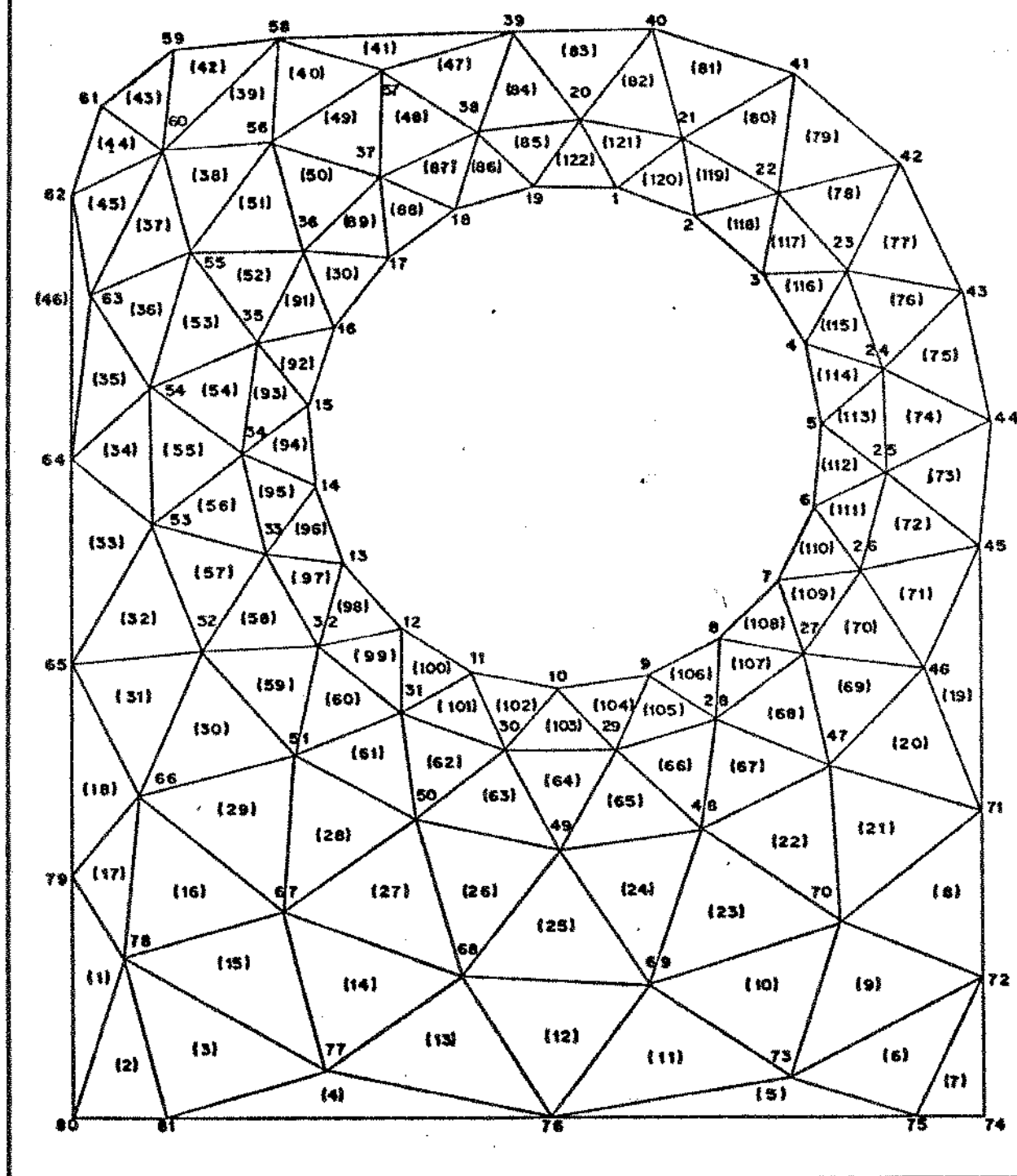


Fig. 3.1 - DISCRETIZAÇÃO DA ALETA, MOSTRANDO OS 122 ELEMENTOS TRIANGULARES E 81 PONTOS NODAIS.

CONVENÇÃO: $\rightarrow$ (25) $\rightarrow$ ELEMENTO 25
 25 --- NÓ 25

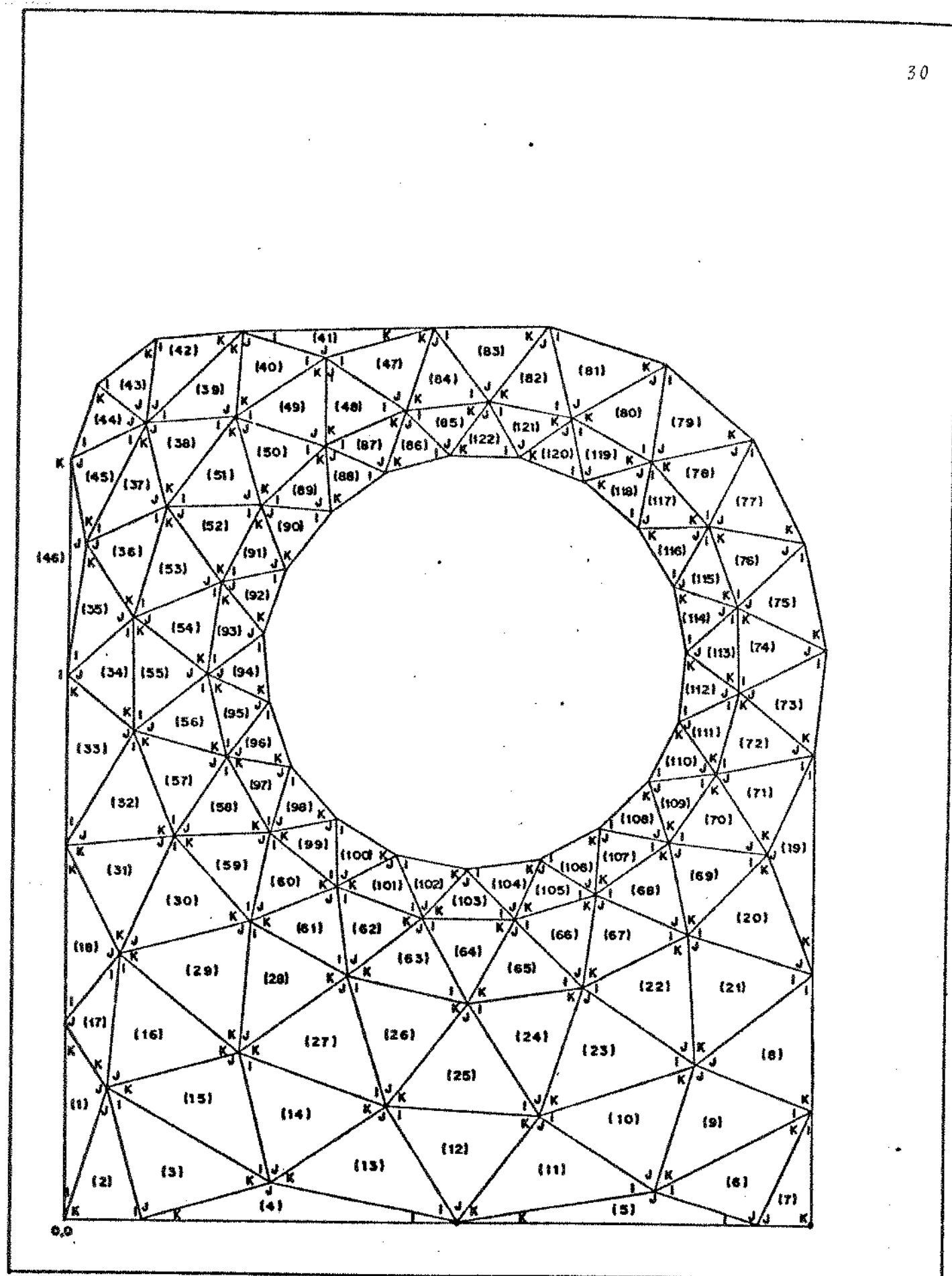


Fig. 3.2 — COORDENADAS I, J, K PARA OS ELEMENTOS TRIANGULARES.

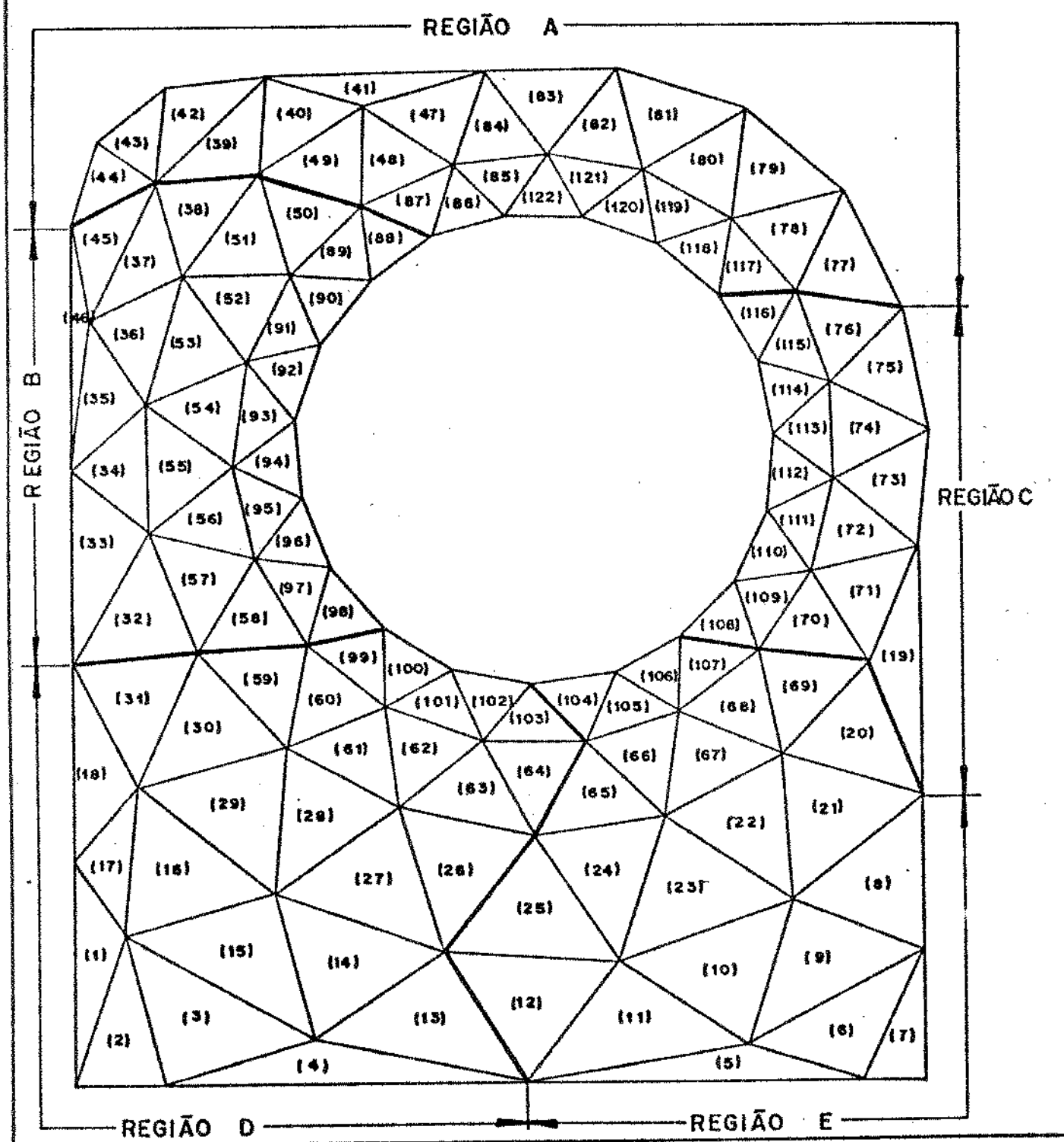


Fig. 3.4 - LIMITES DAS REGIÕES CONSIDERADAS, ENGLOBALDO OS ELEMENTOS.

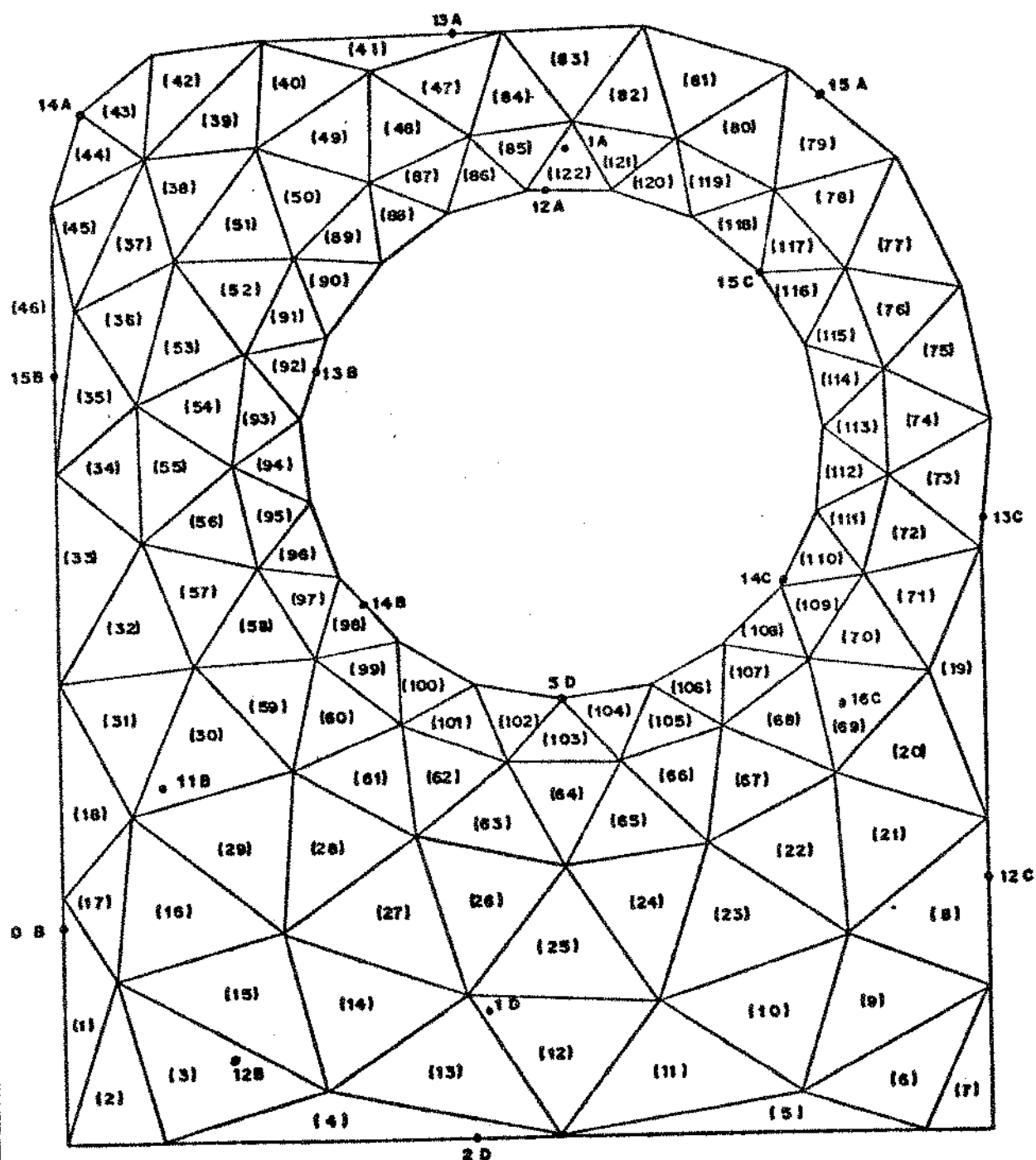


Fig. 3.5 - COORDENADAS DOS PONTOS DE TEMPERATURA MEDIDAS E SUAS RESPECTIVAS POSIÇÕES NOS ELEMENTOS.

Segerlind [30] e Desai [32].

Este método consiste em identificar os valores gerados, os quais se encontram nas matrizes e vetores, através da posição dos nós e colocá-los na matriz rigidez global, no vetor força global e vetor temperatura global, conservando esta posição. Através da reunião das matrizes elemento e vetores elemento na matriz rigidez global e vetor força global, soma-se os elementos que pertencem a um mesmo nó.

Depois de formada, a matriz rigidez global se compunha de 81 linhas e 81 colunas, apresentando simetria entre os termos acima e abaixo da diagonal. Os vetores temperatura global e força global também se compunham de 81 elementos cada.

Na formação do vetor temperatura global, foram colocados os valores de temperatura interpolados, baseados nos valores de temperatura medidos no contorno interno e externo da aleta. Foram medidos 14 pontos nos contornos, formando em total 40 pontos interpolados. Veja *figura 4.8* no Capítulo IV.

O sistema de equações resultante da reunião das matrizes e vetores o qual é caracterizado pela equação (3.49), deve ser modificado todas as vezes que existirem valores conhecidos de temperatura, como é o caso do problema atual.

Esta modificação consiste em fazer com que o sistema de equações satisfaça as condições de contorno definidas pelas temperaturas conhecidas, isto é, medidas.

Após o processo de modificação, o sistema está em condições de ser resolvido. Para isto foi usado o método de eliminação de Gauss modificado, o qual, segundo os autores Segerlind [30] e Desai [32], é um dos métodos mais eficientes para resolução do sistema de equações gerado pelo método de elementos finitos. Este método transforma o sistema de equações em forma triangular e o resolve pela técnica da substituição.

Em resumo, a parte computacional foi dividida em quatro programas, sendo três auxiliares e um principal.

O primeiro programa auxiliar armazena as coordenadas globais de cada elemento, o segundo armazena a identificação dos nós de cada elemento e o terceiro calcula a interpolação das temperaturas entre valores medidos nos contornos interno e externo.

O programa principal tem acesso a estes programas, chama os dados necessários para calcular as matrizes condução de cada elemento, vetores força de cada elemento e a seguir reúne-os na matriz rigidez global, vetor força global e vetor temperatura global. Monta o sistema de equações, modifica-o e o resolve pelo método de eliminação de Gauss.

CAPÍTULO IV - MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo será feita uma descrição dos equipamentos utilizados, bem como os instrumentos de medida, materiais e métodos empregados.

O método de aferição dos termopares é detalhado e o resultado apresentado em tabela.

São apresentados também, o método utilizado para o cálculo do coeficiente de transferência de calor por convecção na aleta, o método de interpolação das temperaturas e o método utilizado para calcular o erro percentual entre temperaturas medidas e temperaturas calculadas.

4.1 - INSTRUMENTOS DE MEDIDA UTILIZADOS

4.1.1 - Medição de Temperatura

Para medição de temperatura foram utilizados os seguintes aparelhos:

- Potenciômetro marca LEEDS & NORTHRUP de dois canais, usado com três seletores de canais, com capacidade de dez pontos cada. Este aparelho é composto de um circuito elétrico interno que compensa a temperatura ambiente. O valor da temperatura é lido diretamente na escala em graus centígrados, com precisão de 0,5 graus.
- Dois registradores de temperatura marca ENGRO, modelo 800, com capacidade de 6 pontos cada. O papel com 140mm de largura, velocidade de avanço de 20mm/h e uma sequência de registro de 20 segundos entre pontos. O sinal elétrico gerado no termopar é compensado e transformado, e a leitura dos registros dada em graus centígrados, com precisão de 0,5 graus.
- Termômetro digital marca TERMO-LINE, com sensor tipo sonda de Cromel-Alumel, para medição da temperatura ambiente e temperatura de saída dos gases de escape, sendo a escala de -70°C a 1200°C com precisão de 0,5% em toda a faixa de medida.

4.1.2 - Medição de Velocidade

Para medição da velocidade média do ar de arrefecimento do motor e velocidade média dos gases de escape, foi utilizado o seguinte aparelho:

- Anemômetro de pás, marca VEB, com leituras diretas em m/min e precisão da escala de 0,5m/min.

4.1.3 - Medição da Rotação

Para medição da rotação do motor foi utilizado o seguinte aparelho:

- Tacômetro mecânico marca JAQUET, o qual fornece leituras diretas com precisão de 0,5rpm.

4.1.4 - Controle das Condições Ambientais

Para controle das condições ambientais, foi utilizado:

- Barômetro marca PRINCO, de coluna de mercúrio com precisão de 0,5mm.

4.1.5 - Aferição dos Termopares

Para aferição dos termopares utilizou-se:

- Termômetro de mercúrio, com faixa de alcance entre -10°C e 310°C , e precisão de $0,1^{\circ}\text{C}$.

4.2 - EQUIPAMENTOS

Para realização dos ensaios, foi usado um motor monocilindro à álcool, estacionário marca MONTGOMERY, modelo A-320, com as seguintes características:

Potência	- 8,5 CV
Rotação média	- 2650 rpm
Consumo	- 2,9 l/h
Ciclo	- 4 tempos
Combustível	- álcool etílico hidratado
Sistema de refrigeração	- ventilação forçada com camisa e cabeçote aletados.

Como equipamento auxiliar de arranque foi utilizado um sistema mecânico composto de alavanca, correia e um motor elétrico marca WEG, com as seguintes características:

Potência - 2 CV
Voltagem - 220 V
Frequência - 60 hz
Rotação - 1730 rpm

4.3 - MATERIAIS

Para execução das medidas de temperatura na aleta do motor foram utilizados os seguintes materiais:

- Vinte e quatro termopares do tipo J, Ferro Constantan, previamente aferidos.
- Vinte e quatro cabos de compensação do tipo J, Ferro Constantan.
- Vinte e quatro blocos de ligação, para conexão entre os termopares e os cabos de compensação.
- Álcool Etílico hidratado, como combustível.
- Óleo SAE 30.

4.4 - CONSTRUÇÃO E AFERIÇÃO DOS TERMOPARES

Os sensores utilizados para tomada de medidas foram termopares do tipo J, constituídos de Ferro Constantan, de comprimento 10cm e bitola 24 AWG, com isolamento de amianto.

Dos fios que compõem o termopar tipo J, o metal positivo é o Ferro com teor de 100% e o metal negativo o Constantan, normalmente uma liga com 57% de Cobre e 43% de Níquel.

Foi escolhido um fio que tivesse um diâmetro relativamente pequeno, com o objetivo de se alcançar um tempo de resposta mais rápida.

A soldagem dos termopares foi feita em condições de atmosfera redutora, em presença de argônio, por meio de descarga elétrica, os fios fundiam-se sem que houvesse a interferência de outro material estranho aos materiais do termopar. O estadado da soldagem foi verificado em cada terminal recebendo em seguida uma camada de esmalte protetor para evitar a oxidação, deind

xando apenas exposta a extremidade sensível do termopar.

Depois de prontos, os termopares foram aferidos, comparando-se com um termômetro de mercúrio, na faixa de -10°C e 310°C , com precisão de $0,1^{\circ}\text{C}$. O fluido utilizado para aferição foi a água destilada, tomando como referência o ponto de fusão e ebulição da mesma, fazendo-se as devidas correções para as condições ambientes locais de pressão, temperatura e latitude.

As condições ambientes locais para o dia da aferição foram as seguintes:

Pressão Barométrica - 684 mmHg
 Latitude - $22,5^{\circ}$
 Temperatura ambiente - 22°C
 Umidade relativa - 72%

4.4.1 - Correção da Pressão Atmosférica Local em Relação a Temperatura Ambiente e Latitude

Correção em Relação a Temperatura

Temperatura ambiente 22°C

Pressão Correção

680 mmHg - 2,4

700 mmHg - 2,5

20 0,1

4 x

$$x = \frac{4 \cdot 0,1}{20} \quad x = 0,02$$

Para 22°C e 684 mmHg, Correção Z = 2,42

Correção em Relação a Gravidade

Latitude $22,5^{\circ}$

Latitude Pressão Correção

20° - 680 mmHg - 1,4

20° - 700 mmHg - 1,4

25° - 680 mmHg - 1,2

25° - 700 mmHg - 1,2

Assim, para 684 mmHg e $22,5^{\circ}$ de latitude tem-se:

Latitude	Correção
----------	----------

20 ^o	- 1,4
-----------------	-------

25 ^o	- 1,2
-----------------	-------

5	0,2
---	-----

2,5	y
-----	---

$$y = \frac{2,5 \cdot 0,2}{5} \quad y = 0,1$$

Para 684 mmHg, $22,5^{\circ}$ de latitude, correção $Z' = 1,30$

A pressão corrigida é então:

$$P = P_b + Z - Z'$$

$$P = 684 + 2,42 - 1,30$$

$$P = 685,12 \text{ mmHg}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ mmHg} &= 13,595 \cdot 10^{-4} \text{ Kgf/cm}^2 \\ 685,12 \text{ mmHg} &= K \end{aligned}$$

$$K = \frac{13,595 \cdot 10^{-4} \cdot 685,12}{1}$$

$$K = 9313,20 \cdot 10^{-4} \text{ Kgf/cm}^2$$

$$P = 0,9314 \text{ Kgf/cm}^2$$

Pelas tabelas de vapor saturado tem-se que:

Pressão [Kgf/cm ²]	Temperatura de Vaporização [°C]
--------------------------------	---------------------------------

0,90	96,2
------	------

0,95	97,7
------	------

0,05	1,5
------	-----

0,0314	x'
--------	----

$$x' = \frac{0,0314 \cdot 1,5}{0,05} \quad x' = 0,942$$

Assim para a pressão de $0,9314 \text{ Kg/cm}^2$ a temperatura de vaporização da água será $97,14^\circ\text{C}$.

Pelos resultados obtidos apresentados na *tabela 4.1*, pode-se perceber que para o ponto de fusão do gelo os valores são bem mais estáveis e precisos, enquanto que aqueles obtidos para o ponto de ebulição, se apresentaram menos estáveis, tendo diferenças de temperatura maiores, quando comparados com o termômetro de mercúrio. Em caso onde esta diferença foi muito grande, os termopares foram condenados, para se evitar possíveis erros nas medidas de temperaturas futuras.

TABELA 4.1 - AFERIÇÃO DOS TERMOPARES

TERMOPARES	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
TEMPERATURA DE FUSÃO DO GELO (°C)	0,3	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	*0,5
TEMPERATURA DE EBULIÇÃO DA ÁGUA (°C)	97,5	97,4	97,5	97,6	97,5	97,4	97,4	97,4	97,3	97,1	97,3	97,3	97,4	97,5	98,5

TERMOPARES	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
TEMPERATURA DE FUSÃO DO GELO (°C)	0,3	0,2	0,1	0,1	*0,5	0,1	0,2	0,1	0,2	0,3	*0,7	0,1	0,1	0,1	*0,8
TEMPERATURA DE EBULIÇÃO DA ÁGUA (°C)	97,5	97,3	97,4	97,6	98,3	97,4	97,5	97,5	97,6	97,6	98,7	97,4	97,4	97,5	98,7

OBS.: Os valores com asterisco, são considerados fora da média indicando os termopares que foram condenados.

4.5 - PREPARAÇÃO DO ENSAIO

Para realização das medidas de temperatura, foi montado um banco de testes segundo mostra a *figura 4.1*. Nos ensaios preliminares, verificou-se a necessidade de eliminar os problemas de vibração que surgiam durante o funcionamento do motor. Para este fim foram utilizados oito amortecedores "Viber-Stop", os quais foram divididos em dois grupos de quatro. Foram colocados o primeiro grupo na base do motor e o segundo grupo na base da estrutura metálica que suportava todo o conjunto.

Um outro problema a ser solucionado era, retirar o tanque de combustível da posição original, pois este interrompia a passagem dos termopares pela lateral, dificultando as medidas. O tanque de álcool foi fixado à uma das paredes do laboratório, conservando-se a altura original de entrada de combustível, garantindo assim que não fossem alteradas as condições de bom funcionamento do motor.

O motor utilizado para os testes era um modelo estacionário, sem motor auxiliar de partida, necessitando-se a utilização de um motor elétrico de 2HP, juntamente com um sistema de correia e polia, como motor de arranque. Os motores de partida e teste foram fixados à uma chapa de aço, a qual servia como base para ambos.

Antes de ser fixado a estrutura, o motor de teste foi previamente preparado. Esta preparação consistiu na preparação e fixação dos termopares à aleta. Os furos eram de 2mm de diâmetro e profundidades variáveis, seis dos quais atingiam a face externa da camisa do motor, conforme foi mostrado nas *figuras 4.2 e 4.4*. Outros cinco termopares foram distribuídos no corpo da aleta, captando temperaturas internas. Estes pontos são indicados pelos números 1D, 11B, 12B, 1A e 16C. Os outros oito termopares restantes foram fixados nas extremidades da aleta circundando-a. Desta forma, foram fixados 19 termopares na aleta, somando-se os pontos internos e externos, conforme *figuras 4.2 e 4.4*.

Para o cálculo do coeficiente de transmissão de calor por convecção entre o ar e a aleta, necessitava-se dos valores das temperaturas na parede externa do cilindro no bloco do motor, entre aletas. Assim foram fixados cinco termopares ao

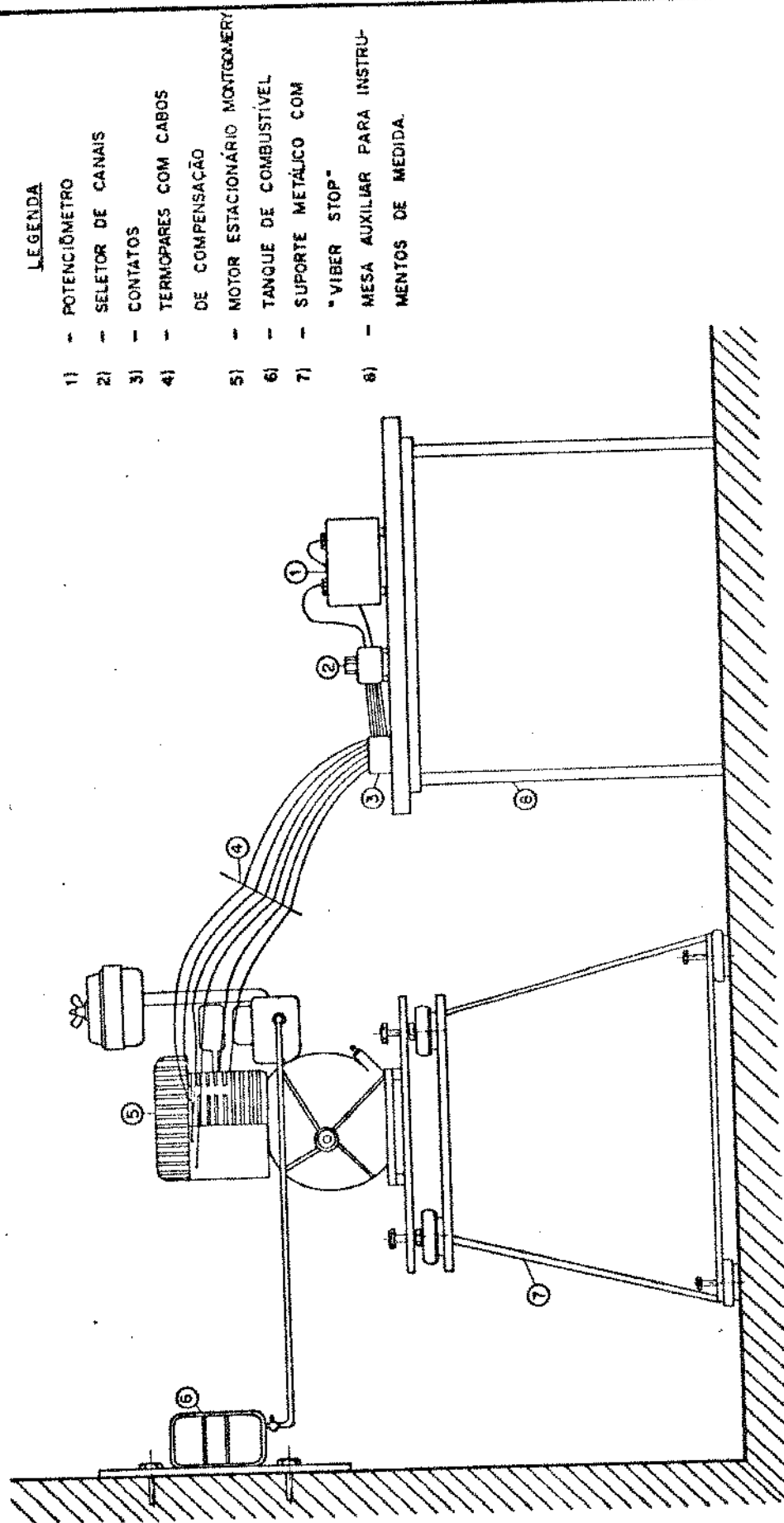


Fig. 4.1 - ESQUEMA DO BANCO DE ENSAIO

redor do cilindro distribuídos nas regiões A, B, C, D, E, respectivamente nos pontos (T_A , T_B , T_C , T_D , T_E) conforme mostram as figuras 4.3 e 4.4.

Assim sendo, a soma total de termopares fixados foi de 24.

4.6 - EXECUÇÃO DAS MEDIDAS

Pronto o banco de testes e fixados todos os termopares, iniciou-se a realização das medidas de temperatura. Os termopares eram conectados aos seletores de canais e estes ligados ao potenciômetro.

Uma vez colocado o motor em marcha, esperava-se por um tempo de aproximadamente 20 minutos para que houvesse estabilização das temperaturas. A seguir era feita a leitura nos vinte e quatro pontos de medida, e logo após se fazia uma verificação destes valores.

Simultaneamente foi feita a leitura da temperatura ambiente, rotação do motor, velocidade média do ar entre aletas, velocidade média e temperatura dos gases de escape.

A rotação do motor era um parâmetro importante, a qual deveria ser mantida constante durante os testes, para que se alcançasse um regime estável de trabalho. Mantendo-se a rotação constante, garante-se que o motor admite uma quantidade constante de combustível e ar. Conseguindo-se ainda um valor médio constante para o fluxo de ar de arrefecimento entre as aletas do motor.

Em consequência disto, o motor admitindo um fluxo constante da mistura ar - combustível, ter-se-á um valor médio constante na temperatura de saída dos gases.

Assim sendo, durante os testes em regime estável, foi verificado que os valores lidos das temperaturas na aleta, não variavam a não ser que houvesse uma alteração da temperatura ambiente. Isto é evidente, pois neste caso haveria uma alteração nas temperaturas do ar e do combustível admitidos. Portanto durante os testes, tomou-se o cuidado de executá-los em intervalos de tempo que não houvessem variações na temperatura ambiente.

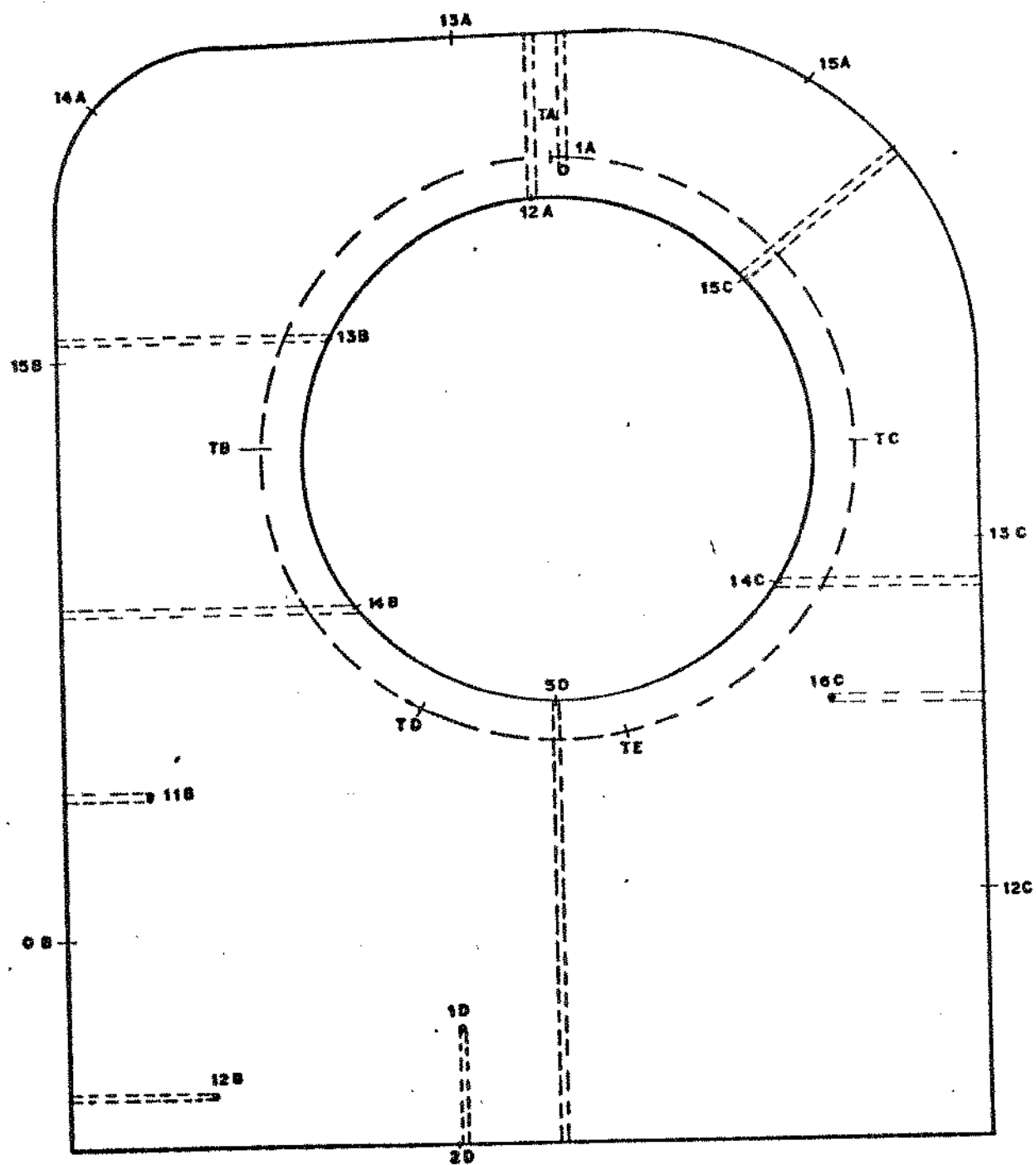


Fig. 4.2 - LOCALIZAÇÃO DOS TERMOPARES INTERNOS E EXTER-
NOS NA ALETA DO MOTOR.

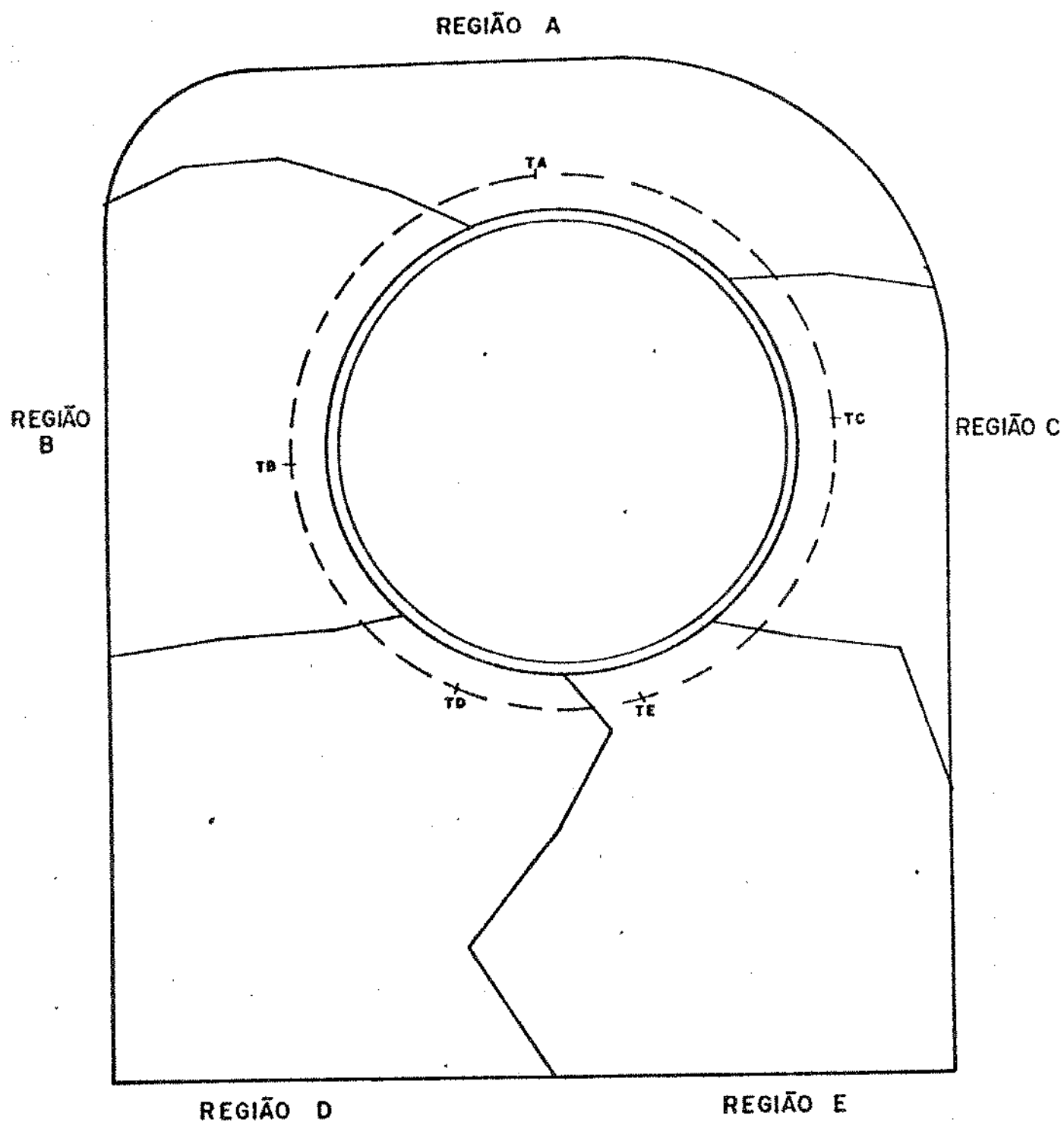


Fig. 4.3 - LOCALIZAÇÃO DOS TERMOPARES NA PAREDE EXTERNA DO CILINDRO, ENTRE ALETAS NO BLOCO DO MOTOR.

REGIÃO B

REGIÃO C

48

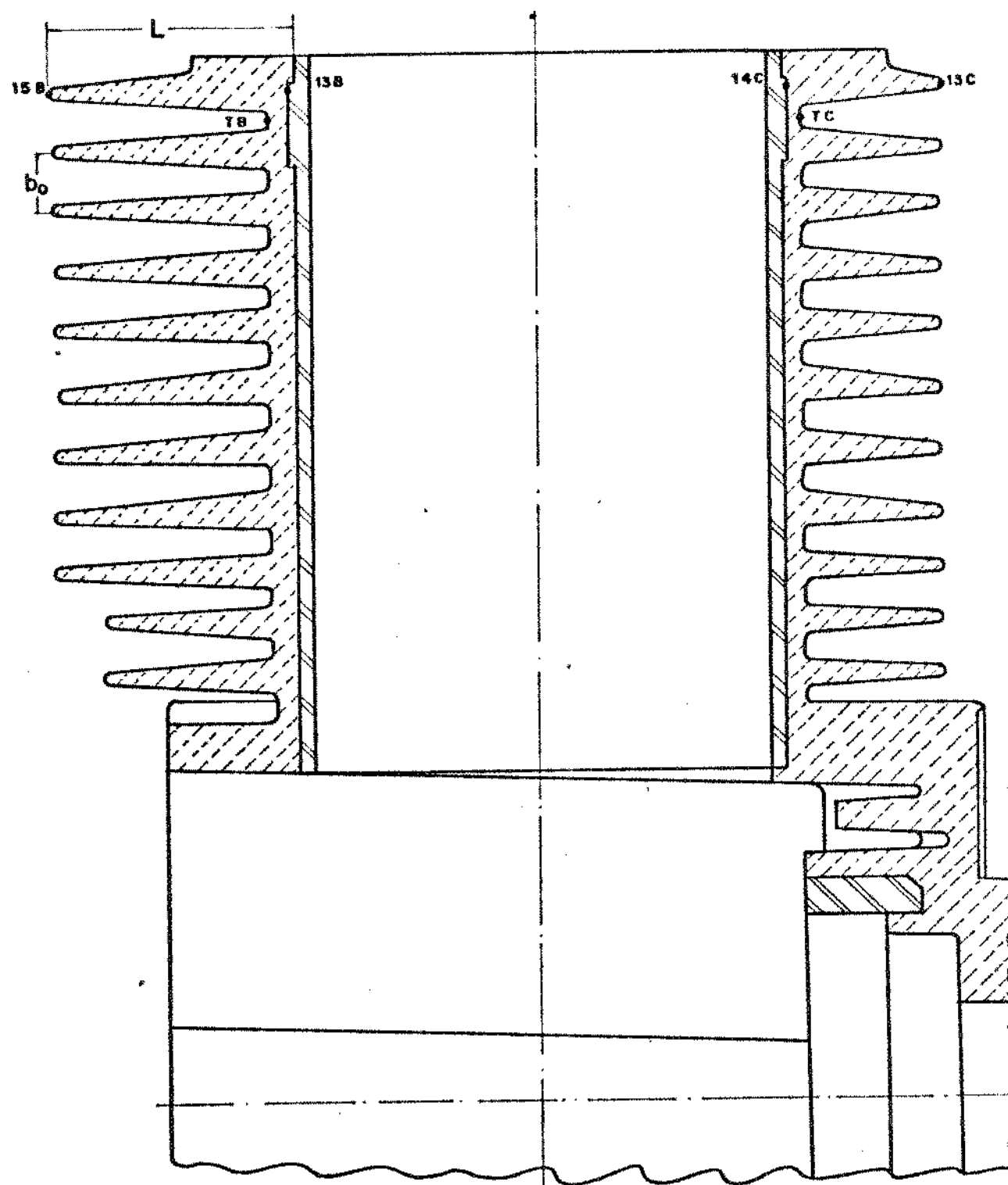


Fig. 4.4 - LOCALIZAÇÃO DOS TERMOPARES NO BLOCO DO MOTOR. CORTE MOSTRANDO AS REGIÕES B e C.

Os ensaios foram feitos para quatro temperaturas ambientes diferentes, $24,3^{\circ}\text{C}$; $26,2^{\circ}\text{C}$; $27,7^{\circ}\text{C}$ e $29,6^{\circ}\text{C}$ em dias diferentes. Os valores de temperaturas medidas, que constam na *tabela 5.4*, são resultados confirmados de várias medidas preliminares.

As medidas preliminares foram feitas em um aparelho registrador de pontos e os valores conseguidos concordavam com os valores medidos no potenciômetro.

Durante os testes surgiram problemas com alguns termopares os quais se partiram devido a vibração do motor, sendo necessário substituí-los por outros.

4.7 - DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO

Durante as medidas experimentais notou-se que havia uma grande diferença de temperatura entre os pontos considerados na parede externa do cilindro do bloco do motor. Isto dificultava o cálculo do coeficiente de película entre o ar e a aleta considerada, não podendo adotar um valor médio para este parâmetro.

Foram traçadas linhas imaginárias que passavam pelo centro do cilindro, selecionando-se 5 regiões, tomando-se a temperatura na parede externa do cilindro em cinco pontos, num local situado logo abaixo da aleta em estudo, T_A , T_B , T_C , T_D , T_E , conforme *figura 4.3*.

Com o intuito de se fazer uma melhor avaliação do coeficiente de película, considerou-se cinco coeficientes distintos conforme as regiões. Estas regiões A, B, C, D e E circundam os pontos de temperatura T_A , T_B , T_C , T_D , T_E , respectivamente, conforme mostrado na *figura 4.3*.

O cálculo dos coeficientes de película foi baseado no estudo de TH. E. SCHMIDT¹(1949) que propõe um método de cálculo aproximado para este coeficiente em tubos com aletas.

Assim sendo, foi feita uma analogia entre o cilindro aletado do motor e um tubo aletado. Considerou-se que a aleta tinha uma secção transversal reta.

As bases para este cálculo foram retiradas do *mé*

tudo apresentado por Gregoric [31].

A sequência de cálculo consiste dos seguintes passos:

4.7.1 - Cálculo da Temperatura Média do Ar que passa entre as Aletas

Segundo a equação:

$$T_m = \frac{T_w + T_{ar}}{2} [^{\circ}\text{C}] \quad (4.1)$$

De posse deste valor médio de temperatura, retira-se de uma tabela de ar seco, as propriedades físicas do ar a 760 mmHg a esta temperatura:

$$\lambda_{(T_m)} \Rightarrow [\text{Kcal/m h } ^{\circ}\text{C}]$$

$$\nu_{(T_m)} 10^6 \Rightarrow [\text{m}^2/\text{s}]$$

4.7.2 - Cálculo do Número de Reynolds

$$R_E(T_m) = \frac{\text{Var } D}{\nu_{(T_m)}} \quad (4.2)$$

Para o cálculo do número de Reynolds recorre-se a tabela 4.2, onde encontra-se os coeficientes n e B os quais serão aplicados na fórmula proposta por Hilpert².

TABELA 4.2 - CONSTANTES n , B EM FUNÇÃO DOS LIMITES DO NÚMERO DE REYNOLDS E NÚMERO DE NUSSOLT

Limites de Reynolds	n	B	Nu
de 1 a 4	0,330	0,891	de 0,891 a 1,42
de 4 a 40	0,385	0,821	de 1,40 a 3,40
de 40 a 4 000	0,466	0,615	de 3,43 a 29,6
de 4 000 a 40 000	0,618	0,174	de 2,96 a 121
de 40 000 a 250 000	0,805	0,0239	de 121 a 528

4.7.3 - Cálculo do Número de Nusselt

O número de Nusselt é dado pela seguinte equação:

$$Nu(T_m) = B R_E^n \quad (4.3)$$

4.7.4 - Cálculo do Coeficiente de Transmissão de Calor considerando o Cilindro sem Aletas

O coeficiente de transferência de calor por convecção é:

$$h_o(T_m) = \frac{\lambda(T_m)}{D} Nu(T_m) \left[\text{Kcal/m}^2 \text{ h } ^\circ\text{C} \right] \quad (4.4)$$

4.7.5 - Cálculo do Coeficiente de Transmissão de Calor considerando as Dimensões da Aleta para cada Região

TH.E.SCHMIDT¹ propõe uma fórmula experimental a qual relaciona os coeficientes de transferência de calor para o tubo aletado e para o tubo sem aletas, em função das dimensões da aleta, da seguinte forma:

$$\frac{h_a(T_m)}{h_o(T_m)} = f \left(\frac{L}{b_o} \right) \quad (4.5)$$

Esta relação produz a *tabela 4.3*.

Uma vez tendo a largura e o espaço entre aletas, L e b_o , respectivamente, tem-se a relação L/b_o e extrai-se a relação da referida tabela.

$$\frac{h_a(T_m)}{h_o(T_m)} = S' \quad (4.6)$$

TABELA 4.3 - VALORES DE h_a/h_0 EM FUNÇÃO DE L/b_0

L/b_0	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
TUBOS ALETADOS (S')	0,875	0,815	0,710	0,630	0,565	0,500	0,440	0,385	0,330	0,280	0,230	0,185	0,145	0,105	0,070
VALORES FORNECIDOS								VALORES EXTRAPOLADOS							

Valores dos Coeficientes de Transferência de Calor por Convecção em função das
dismensões da aleta.

Assim o coeficiente de película foi calculado para cada uma das cinco regiões em função da temperatura do ar nas condições ambientes de ensaio.

Para a utilização destes coeficientes nas regiões D e E da aleta, houve a necessidade de fazer-se uma extrapolação dos valores. Esta extrapolação foi feita baseada na variação dos valores anteriores, a qual decresce, assumindo valores levemente constantes.

A representação gráfica da tabela 4.3 é mostrada na figura 4.5.

4.8 - MÉTODO DE INTERPOLAÇÃO DAS TEMPERATURAS

O método utilizado para interpolação das temperaturas baseia-se na seguinte equação:

$$T = \left(\frac{X_j - X}{L^*} \right) T_i + \left(\frac{X - X_i}{L^*} \right) T_j \quad (4.7)$$

apresentada por Segerlind [31].

Esta equação é usada quando é feita a consideração de que existe uma variação linear da temperatura em um espaço conhecido limitado por temperaturas conhecidas.

Assim os parâmetros acima definidos, estão relacionados na simbologia.

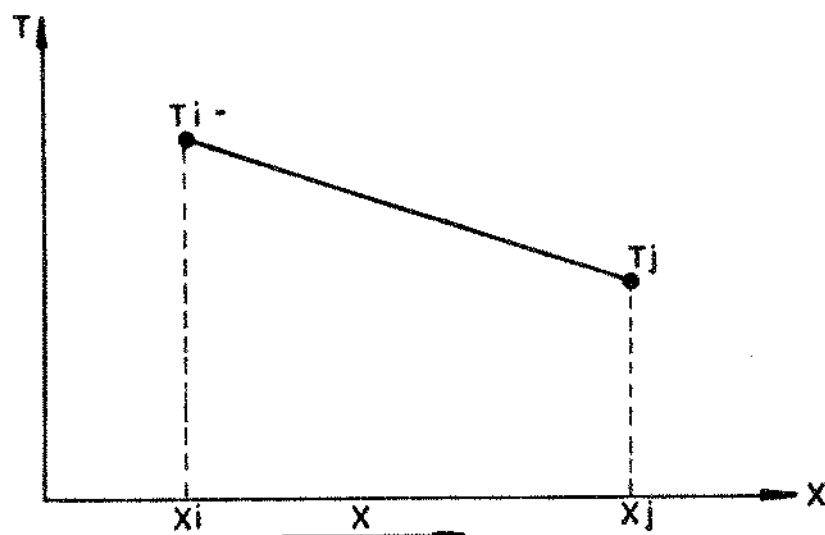


Figura 4.6
Representação do
Intervalo Linear
para Interpolação
das Temperaturas.

L/b_0
($\times 10^1$)

54

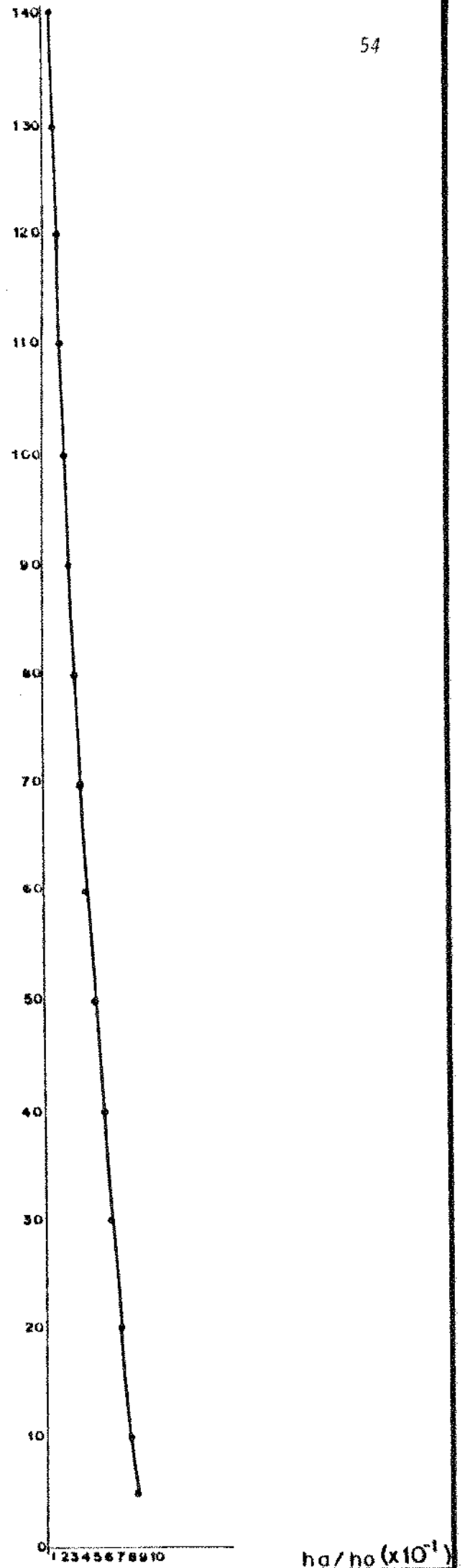


Fig. 4.5 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DOS
VALORES DA TABELA 4.3
 $L/b_0 = f(ha/ho)$
Esc.: 1:50

Partindo deste princípio, e utilizando-se os pontos de temperatura medidos nos contornos interno e externo da aleta, foi feita a interpolação das temperaturas nestes contornos.

A equação (4.7) foi utilizada para cada intervalo entre duas temperaturas medidas, produzindo-se valores interpolados de temperaturas para os nós compreendidos entre cada intervalo.

No contorno interno foram interpoladas 19 temperaturas e no contorno externo, 21. Estes 40 valores previamente calculados serão utilizados como condição de contorno no programa de elementos finitos.

A figura 4.7 mostra os intervalos entre pontos medidos, e os nós envolvidos.

4.9 - MÉTODO DE INTERPOLAÇÃO PARA COMPARAÇÃO DAS TEMPERATURAS MEDIDAS E CALCULADAS

Este método aplica-se quanto tem-se as temperaturas T_i, T_j, T_k , nos nós do elemento considerado.

Conhecendo-se a forma polinomial, as funções de forma N_i, N_j, N_k e as coordenadas (X,Y) do ponto desejado, aplica-se as seguintes relações:

$$T = N_i T_i + N_j T_j + N_k T_k \quad (4.8)$$

$$N_i = \frac{1}{2A} [a_i + b_i X + c_i Y] \quad (4.9)$$

$$N_j = \frac{1}{2A} [a_j + b_j X + c_j Y] \quad (4.10)$$

$$N_k = \frac{1}{2A} [a_k + b_k X + c_k Y] \quad (4.11)$$

$$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j \quad (4.12a)$$

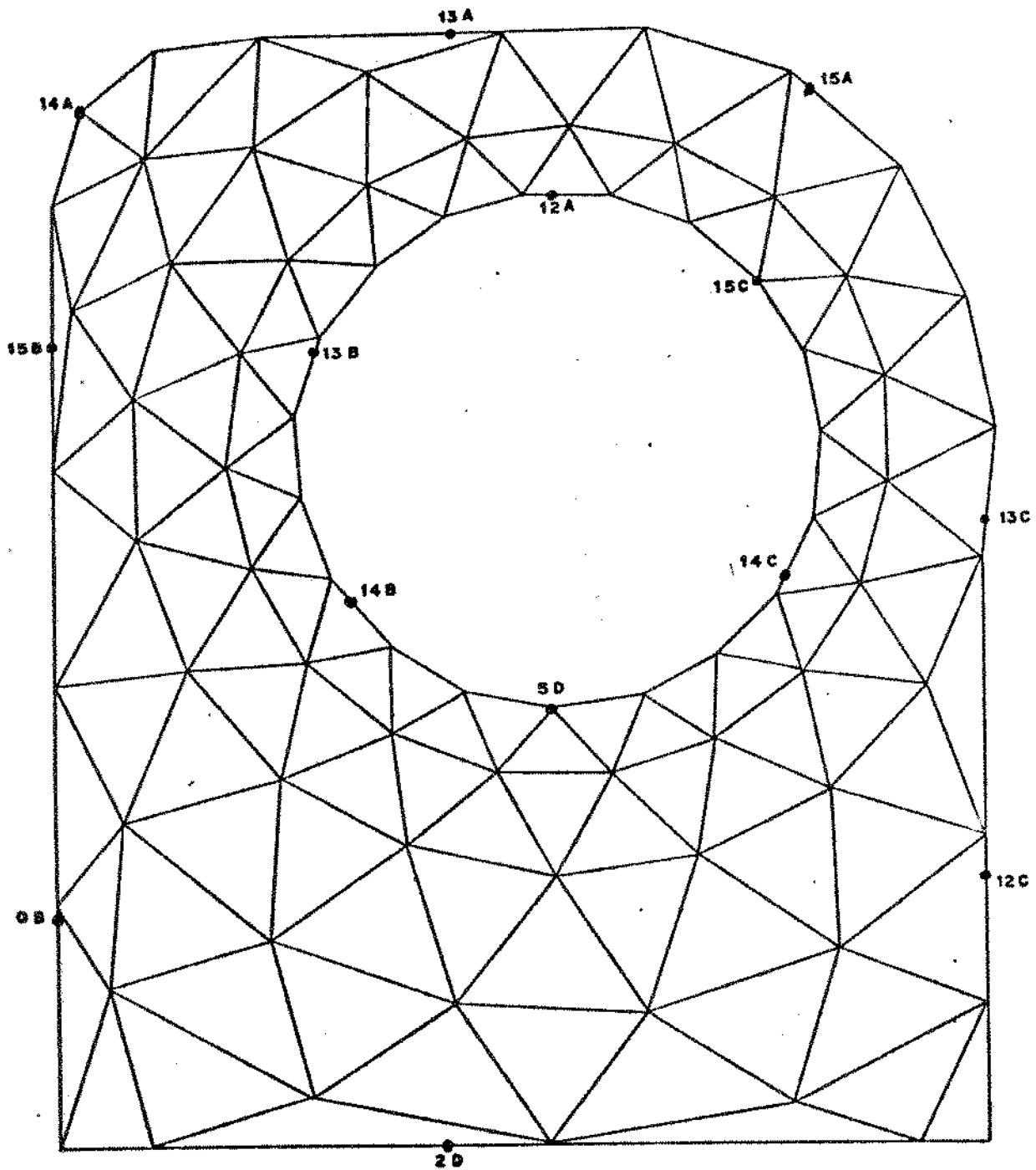


Fig. 4.7 - INTERVALOS ENTRE PONTOS MEDIDOS, USADOS PARA O CÁLCULO DAS TEMPERATURAS INTERPOLADAS.

$$b_i = Y_j - Y_k \quad (4.12b)$$

$$c_i = X_k - X_j \quad (4.12c)$$

$$a_j = X_k Y_i - Y_k Y_i \quad (4.13a)$$

$$b_j = Y_k - Y_i \quad (4.13b)$$

$$c_j = X_i - X_k \quad (4.13c)$$

$$a_k = X_i Y_j - X_j Y_i \quad (4.14a)$$

$$b_k = Y_i - Y_j \quad (4.14b)$$

$$c_k = X_j - X_i \quad (4.14c)$$

$$2A = \begin{vmatrix} 1 & X_i & Y_i \\ 1 & X_j & Y_j \\ 1 & X_k & Y_k \end{vmatrix} \quad (4.15)$$

4.10 - MÉTODO PARA O CÁLCULO DO ERRO PERCENTUAL

O erro percentual foi calculado tomando como ba se as temperaturas medidas, segundo a seguinte fórmula:

$$\text{Erro} = \frac{T^* - T_{\text{CAL}}}{T^*} 100\% \quad (4.16)$$

CAPÍTULO V - RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos experimentalmente e resultados obtidos pelo método de elementos finitos.

Obedecendo uma ordem cronológica de aparecimento das tabelas e figuras, tem-se que a *tabela 5.1* traz as coordenadas globais (X, Y) nas posições (i, j, k) de cada elemento triangular considerado. Estes valores foram utilizados nos cálculos para a obtenção das matrizes condutividade e vetores força de cada elemento, também servindo para cálculos de interpolações e para definir a coordenada de cada nó dentro do corpo discretizado.

A *tabela 5.2* relaciona o elemento triangular, os nós a que ele pertence e a posição (i, j, k) deste nó dentro do elemento. Esta tabela auxilia na formação da matriz rigidez global, vetor força global e vetor temperatura global.

As *tabelas 5.1* e *5.2* têm origem a partir das *figuras 3.3* e *3.1* respectivamente, e servem de complemento para melhor entendimento.

TABELA 5.1 - COORDENADAS GLOBAIS (X, Y) NAS POSIÇÕES (i, j, k) PARA CADA ELEMENTO

ELEMENTO	X_i	Y_i	X_j	Y_j	X_k	Y_k
	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)
1	0	0	7	26	0	39
2	15	0	7	26	0	0
3	7	26	15	0	40	7,5
4	76	0	40	7,5	15	0
5	133	0	113	7	76	0
6	113	7	133	0	143	23
7	143	23	133	0	143	0
8	143	49	121	31,5	143	23
9	143	23	121	31,5	113	7
10	91	21,5	113	7	121	31,5
11	113	7	91	21,5	76	0

ELEMENTO	X_i	Y_i	X_j	Y_j	X_k	Y_k
	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)
12	61,5	23	76	0	91	21,5
13	76	0	61,5	23	40	7,5
14	33	33	40	7,5	61,5	23
15	40	7,5	33	33	7	26
16	10	52	7	26	33	33
17	10	52	0	39	7	26
18	0	39	10	52	0	73,5
19	143	92,5	134	74	143	49
20	119	57	143	49	134	74
21	143	49	119	57	121	31,5
22	99	46	121	31,5	119	57
23	121	31,5	99	46	91	21,5
24	72	43	91	21,5	99	46
25	91	21,5	72	43	61,5	23
26	54	48	61,5	23	72	43
27	61,5	23	54	48	33	33
28	35	58,5	33	33	54	48
29	33	33	35	58,5	10	52
30	20	75,5	10	52	35	58,5
31	10	52	20	75,5	0	73,5
32	12	96	0	73,5	20	75,5
33	0	73,5	12	96	0	106,5
34	12	118	0	106,5	12	96
35	0	106,5	12	118	3	132
36	18,5	140	3	132	12	118
37	3	132	18,5	140	15	155,5
38	32	157	15	155,5	18,5	140
39	15	155,5	32	157	33	175
40	50	169	33	175	32	157
41	33	175	50	169	71	175
42	16,5	172	15	155,5	33	175
43	5	162	15	155,5	16,5	172
44	0	149	15	155,5	5	162
45	15	155,5	0	149	3	132
46	0	106,5	3	132	0	149
47	50	169	65	159	71	175

ELEMENTO	X_i	Y_i	X_j	Y_j	X_k	Y_k
	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)
48	65	159	50	169	49	151
49	32	157	49	151	50	169
50	49	151	32	157	37	140
51	18,5	140	37	140	32	157
52	37	140	18,5	140	29	125
53	12	118	29	125	18,5	140
54	29	125	12	118	27	107
55	12	96	27	107	12	118
56	27	107	12	96	30	91
57	20	75,5	30	91	12	96
58	30	91	20	75,5	39	76,5
59	35	58,5	39	76,5	20	75,5
60	39	76,5	35	58,5	52	65,6
61	54	48	52	65,5	35	58,5
62	52	65,5	54	48	68	59
63	72	43	68	59	54	48
64	68	59	72	43	86	59
65	99	46	86	59	72	43
66	86	59	99	46	102	64,5
67	119	57	102	64,5	99	46
68	102	64,5	119	57	116	75
69	134	74	116	75	119	57
70	116	75	134	74	125	88,5
71	143	92,5	125	88,5	134	74
72	125	88,5	143	92,5	129,5	104,5
73	145	113	129,5	104,5	143	92,5
74	129,5	104,5	145	113	129	121,5
75	142	134	129	121,5	145	113
76	129	121,5	142	134	123	137
77	132	154	123	137	142	134
78	123	137	132	154	112	149
79	115	168	112	149	132	154
80	112	149	115	168	97,5	157,5
81	92	175	97,5	157,5	115	168
82	97,5	157,5	92	175	81	160
83	71	175	81	160	92	175

ELEMENTO	X_i	Y_i	X_j	Y_j	X_k	Y_k
	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)
84	81	160	71	175	65	159
85	65	159	74	150	81	160
86	74	150	65	159	61	146
87	49	151	61	146	65	159
88	61	146	49	151	50	138
89	37	140	50	138	49	151
90	50	138	37	140	41,5	127,5
91	29	125	41,5	127,5	37	140
92	41,5	127,5	29	125	37,5	115
93	27	107	37,5	115	29	125
94	37,5	115	27	107	38,5	101,5
95	30	91	38,5	101,5	27	107
96	38,5	101,5	30	91	43	89
97	39	76,5	43	89	30	91
98	43	89	39	76,5	52	79
99	52	65,5	52	79	39	76,5
100	52	79	52	65,5	63	72
101	68	59	63	72	52	65,5
102	63	72	68	59	78	69
103	86	59	78	69	68	59
104	78	69	86	59	90,5	71,5
105	102	64,5	90,5	71,5	86	59
106	90,5	71,5	102	64,5	102,5	78
107	116	75	102,5	78	102	64,5
108	102,5	78	116	75	111	87
109	125	88,5	111	87	116	75
110	111	87	125	88,5	117	99
111	129,5	104,5	117	99	125	88,5
112	117	99	129,5	104,5	118,5	112,5
113	129	121,5	118,5	112,5	129,5	104,5
114	118,5	112,5	129	121,5	116	125
115	123	137	116	125	129	121,5
116	116	125	123	137	109	136
117	112	149	109	136	123	137
118	109	136	112	149	99	145
119	97,5	157,5	99	145	112	149

ELEMENTO	X_i	Y_i	X_j	Y_j	X_k	Y_k
	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)
120	99	145	97,5	157,5	87	149,5
121	81	160	87	149,5	97,5	157,5
122	87	149,5	81	160	74	150

TABELA 5.2 - RELAÇÃO DOS ELEMENTOS, SEUS NÓS E POSIÇÃO
i, j, k DENTRO DE CADA NÓ

	P O S I Ç Ã O		
	i	j	k
ELEMENTO	NÓ	NÓ	NÓ
1	80	78	79
2	81	78	80
3	78	81	77
4	76	77	81
5	75	73	76
6	73	75	72
7	72	75	74
8	71	70	72
9	72	70	73
10	69	73	70
11	73	69	76
12	68	76	69
13	76	68	77
14	67	77	68
15	77	67	78
16	66	78	67
17	66	79	78
18	79	66	65
19	45	46	71
20	47	71	46
21	71	47	70
22	48	70	47
23	70	48	69

ELEMENTO	Nº	Nº	Nº
	i	j	k
24	49	69	48
25	69	49	68
26	50	68	49
27	68	50	67
28	51	67	50
29	67	51	66
30	52	66	51
31	66	52	65
32	53	65	52
33	65	53	64
34	54	64	53
35	64	54	63
36	55	63	54
37	63	55	60
38	56	60	55
39	60	56	58
40	57	58	56
41	58	57	39
42	59	60	58
43	61	60	59
44	62	60	61
45	60	62	63
46	64	63	62
47	57	38	39
48	38	57	37
49	56	37	57
50	37	56	36
51	55	36	56
52	36	55	35
53	54	35	55
54	35	54	34
55	53	34	54
56	34	53	33
57	52	33	53
58	33	52	32
59	51	32	52
60	32	51	31

ELEMENTO	Nº	Nº	Nº
	i	j	k
61	50	31	51
62	31	50	30
63	49	30	50
64	30	49	29
65	48	29	49
66	29	48	28
67	47	28	48
68	28	47	27
69	46	27	47
70	27	46	26
71	45	26	46
72	26	45	25
73	44	25	45
74	25	44	24
75	43	24	44
76	24	43	23
77	42	23	43
78	23	42	22
79	41	22	42
80	22	41	21
81	40	21	41
82	21	40	20
83	39	20	40
84	20	39	38
85	38	19	20
86	19	38	18
87	37	18	38
88	18	37	17
89	36	17	37
90	17	36	16
91	35	16	36
92	16	35	15
93	34	15	35
94	15	34	14
95	33	14	34
96	14	33	13

ELEMENTO	Nº	Nº	Nº
	i	j	k
97	32	13	33
98	13	32	12
99	31	12	32
100	12	31	11
101	30	11	31
102	11	30	10
103	29	10	30
104	10	29	9
105	28	9	29
106	9	28	8
107	27	8	28
108	8	27	7
109	26	7	27
110	7	26	6
111	25	6	26
112	6	25	5
113	24	5	25
114	5	24	4
115	23	4	24
116	4	23	3
117	22	3	23
118	3	22	2
119	21	2	22
120	2	21	1
121	20	1	21
122	1	20	19

A *tabela 5.3* traz os valores dos coeficientes de transferência de calor por convecção para as cinco regiões consideradas, calculados previamente para as respectivas temperaturas na parede externa do cilindro do bloco do motor.

Estes valores foram obtidos segundo a sequência de cálculos apresentada anteriormente no Capítulo IV item 4.7, para as respectivas temperaturas ambiente consideradas.

TABELA 5.3 - VALORES DOS COEFICIENTES DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO

TEMPERATURA AMBIENTE [°C]	24,3	26,2	27,7	29,6
TEMPERATURAS NA PAREDE EXTERNA DO CILINDRO DO BLOCO DO MOTOR [°C]				
T _A	43	44	46	47
T _B	77	78	81	81,5
T _C	66	67,5	68	68,5
T _D	92	93	95,4	100
T _E	90	92	94	97
COEFICIENTES DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO 10 ⁻⁵ [W/mm ² °C]				
h _A	1,663	1,684	1,693	1,667
h _B	1,301	1,318	1,327	1,305
h _C	1,648	1,666	1,679	1,652
h _D	0,264	0,267	0,260	0,264
h _E	0,334	0,324	0,332	0,334

Os valores dos coeficientes de transferência de calor por condução nas direções X e Y, K_{xx} e K_{yy} são considerados constantes e iguais em ambas as direções, assumindo os seguintes valores:

$$K_{xx} = K_{yy} = 9,63 \cdot 10^{-2} \text{ W/mm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Estes valores extraídos da referência [33], sendo obtidos em função das propriedades físicas do material que forma a aleta, Alumínio SAE 306 A.

A *tabela 5.4*, mostra os valores de temperatura medidos nos contornos interno e externo da aleta, bem como os valores de temperatura medidos na parede externa do cilindro do bloco do motor, para as quatro temperaturas ambiente consideradas.

Os valores com asterisco são aqueles que servirão como pontos de referência para comparação com os valores calculados.

Os pontos apresentados nesta tabela, podem ser verificados na *figura 4.2*

**TABELA 5.4 - VALORES DE TEMPERATURA MEDIDOS NOS CONTOR
DA ALETA E PAREDE EXTERNA DO BLOCO DO CILIN
DRO**

TERMOPAR	TEMPERATURA (°C)			
* 1A	66	67	68,5	70
12A	68	69	71	72
13A	61	62	63	63,5
14A	62	63,5	65	66
15A	51,5	52	54	55
0B	93	94	96	97
*11B	95	96	98	100
*12B	105	106	109	110
13B	79	80,5	83	83,5
14B	94	95	97	98
15B	68,5	69	71	72
12C	67	68	70	72
13C	64	65	67	68,5
14C	81	82,5	84	85,5
15C	67,5	68	70	71
*16C	76	77,5	79	81
* 1D	107	110	114,5	115
2D	86	87	90,5	92
5D	110	113,5	118	120
TA	43	44	46	47
TB	77	78	81	81,5
TC	66	67,5	68	68,5

TERMOPAR	TEMPERATURA (°C)			
TD	92	93	95,4	100
TE	90	92	94	97
T ambiente [°]	24,3	26,2	27,7	29,6
T gases [°]	215	219	220	228
v gases [m/min]	290	290	285	285
v ar [m/min]	260	265	269	262
Rotação [rpm]	2640	2640	2613	2613
Funcionamento [min]	50	55	40	75
Data	18/01/1984	19/01/1984	12/01/1984	13/01/1984

A *tabela 5.5* mostra os valores das temperaturas interpoladas, segundo cálculo apresentado no Capítulo IV, item 4.8, a partir dos valores de temperatura medidos nos contornos da aleta.

Os índices subscritos representam os números dos nós correspondentes a discretização feita na aleta.

Como se pode notar estes valores também foram calculados para cada temperatura ambiente correspondente.

TABELA 5.5 - VALORES DAS TEMPERATURAS INTERPOLADAS

TEMPERATURA AMBIENTE [°C]	24,3	26,2	27,7	29,6
TEMPERATURAS INTERPOLADAS				
T ₁	67,86	68,72	70,72	71,72
T ₂	67,68	68,36	70,36	71,36
T ₃	67,50	68,00	70,00	71,00
T ₄	70,88	71,63	73,50	74,63
T ₅	74,25	75,25	77,00	78,25
T ₆	77,63	78,88	80,50	81,88
T ₇	81,00	82,50	84,00	85,50
T ₈	90,67	92,83	95,33	97,00
T ₉	100,33	103,17	106,67	108,50

T E M P E R A T U R A S		I N T E R P O L A D A S		
T ₁₀	110,00	113,50	118,00	120,00
T ₁₁	104,06	106,63	110,20	111,83
T ₁₂	98,11	99,76	102,40	103,66
T ₁₃	92,08	93,14	95,21	96,14
T ₁₄	87,08	88,31	90,54	91,31
T ₁₅	82,08	83,47	85,87	86,47
T ₁₆	77,83	79,28	81,72	82,28
T ₁₇	74,79	76,10	78,40	79,10
T ₁₈	71,74	72,91	75,09	75,91
T ₁₉	68,70	69,73	71,77	72,73
T ₃₉	59,73	60,67	61,80	62,37
T ₄₀	56,25	57,00	58,50	59,25
T ₄₁	52,45	53,00	54,90	55,85
T ₄₂	54,26	54,87	56,87	57,98
T ₄₃	57,99	58,75	60,75	62,01
T ₄₄	61,40	62,30	64,30	65,69
T ₄₅	64,25	65,25	67,25	68,80
T ₅₈	61,48	62,73	63,97	64,71
T ₅₉	61,76	63,14	64,52	65,40
T ₆₁	62,00	63,50	65,00	66,00
T ₆₂	64,50	65,62	67,31	68,31
T ₆₄	73,77	74,38	76,38	77,38
T ₆₅	82,46	83,25	85,25	86,25
T ₇₁	66,49	67,49	69,49	71,41
T ₇₂	69,65	70,65	72,86	74,79
T ₇₄	73,23	74,23	76,72	78,56
T ₇₅	74,94	75,94	78,57	80,36
T ₇₆	83,82	84,82	88,15	89,70
T ₇₉	91,68	92,66	94,66	95,66
T ₈₀	90,52	91,52	94,05	95,23
T ₈₁	89,43	90,43	93,19	94,45

As páginas seguintes mostram sequencialmente a formação da matriz rigidez global simétrica, para cada temperatura ambiente considerada, compostas de 81 linhas e 81 colunas.

Cada matriz traz uma faixa também simétrica em relação a diagonal principal, abrangendo uma região de 27 linhas

.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.059
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.063
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.067
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.068
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.066
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.066
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.064
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.029
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.013
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.012
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.011
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.023
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.050
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.050
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.049
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.049
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.050
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.060
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.059
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.173
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.190
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.197
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.193
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.183
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.181
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.177
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.098
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.030
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.037
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.029
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.029
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.081
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.145
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.146
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.146
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.141
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.164
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.177
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.147
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.129
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.139
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.136
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.126
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.117
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.160
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.149
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.070
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.077
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.065
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.051
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.055
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.130
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.213
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.187
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.184
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.214
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.193
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.150
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.060
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.209
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.045
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.064
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.130
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.112
.0000	.0000	.0000	.0251	.0000	.0000	.104
.0000	.0000	-.0124	-.1725	.0000	.0000	.066
.0000	-.0825	-.0785	.0000	.0000	.0000	.081
-.0738	-.0795	.0000	.0000	.0000	.0000	.086
-.0832	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.106
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.098
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.098
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.052
-.1360	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.078
.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.006
.0035	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.031
.2062	-.1632	.0000	.0000	.0000	.0000	.072
-.1632	.6066	.0000	.0000	.0000	-.2914	.070
.0000	.0000	.5149	-.2509	-.1041	-.0593	.063
.0000	.0000	-.2509	.3560	.0510	.0000	.018
.0000	.0000	-.1041	.0510	.1301	-.0765	.014
.0069	-.2914	-.0593	.0000	-.0765	.3296	.033

e 27 colunas. Os valores situados acima e abaixo, fora dos li mites da faixa, são nulos.

A coluna da direita, apresentada independente da matriz rigidez global, é o vetor força global o qual é compos to de 81 elementos.

O vetor temperatura global é composto por uma ou tra coluna de 81 elementos, incluindo os valores de temperatura apresentados na *tabela 5.5* e os valores das temperaturas incóg nitas para os demais pontos.

A *figura 5.1* traz os valores das temperaturas in terpoladas, nos contornos interno e externo da aleta para a tem peratura ambiente de $24,3^{\circ}\text{C}$. Na mesma figura são mostrados os números dos elementos envolvidos.

Como se pode perceber, numa primeira análise, a distribuição de temperatura no contorno interno do bloco do mo tor não é uniforme, apresentando grandes variações.

A diferença de temperatura entre o ponto de míni ma temperatura e o ponto de máxima temperatura, assume valores consideráveis.

Esta desuniformidade da distribuição de tempera tura irá gerar tensões térmicas em toda aleta e consequentemen te em todo o bloco do motor.

As extremidades da aleta apresentam uma distribui ção desuniforme semelhante àquela apresentada pelo contorno in terno do bloco.

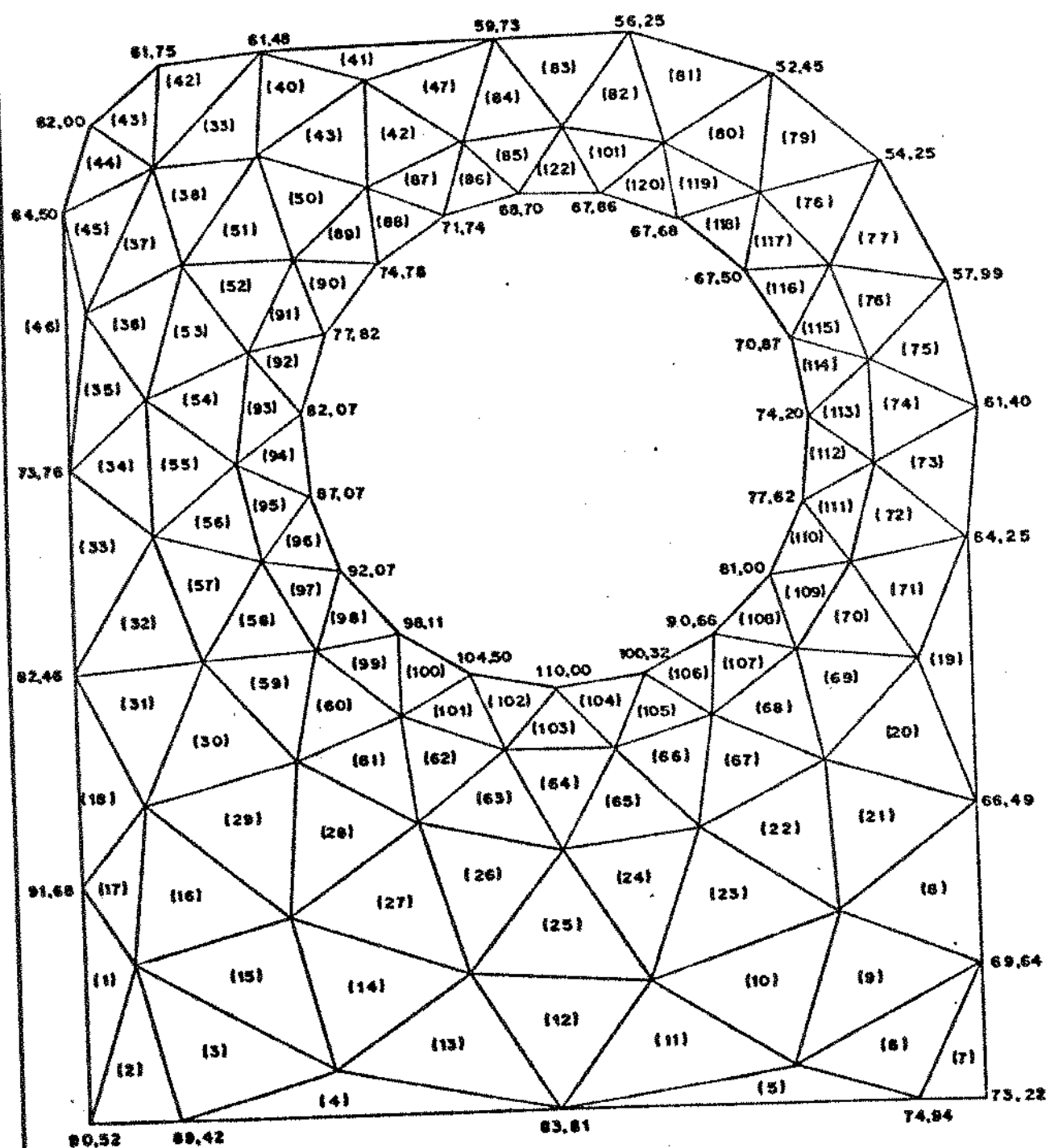


Fig. 5.1 - REPRESENTAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO. - VALORES DAS TEMPERATURAS INTERPOLADAS, PARA TEMPERATURA AMBIENTE DE 24,3°C. E ELEMENTOS ENVOLVIDOS.

As *figuras 5.2a, b, c, d* trazem a distribuição de temperatura para as temperaturas ambiente de 24,3; 26,2; 27,7; 29,6°C, tendo sido utilizado o método de Elementos Finitos.

Fazendo-se uma análise geral das regiões consideradas, percebe-se que a *região A* é menos solicitada que as demais, sendo a *região D* a mais solicitada. A *região C* recebe influência direta do ventilador, que está situado próximo a esta. A *região E* está situada nas vizinhanças da válvula de admissão, onde o motor aspira a mistura ar-combustível, recebendo influência desta. A *região D* está localizada nas vizinhanças do escapamento e por isto apresenta temperaturas mais altas que as demais regiões.

Analisando-se as *figuras 5.3a, b, c, d*, onde são apresentadas as isotermas, vê-se que o escapamento tem influência direta na *região D* funcionando como um retentor de calor, dificultando a liberação de calor nesta parte da aleta. O mesmo não ocorre na *região E*, pois a região de admissão exibe temperaturas mais baixas e retira calor através da mistura ar-combustível.

Pelas *figuras 5.3* nota-se que a distribuição de calor é bastante irregular devido as influências diversas anteriormente citadas.

Constata-se, desta forma a geração de tensões térmicas em todo o corpo da aleta, provocada por uma distribuição de temperatura não uniforme.

As *figuras 5.4a, b, c, d* mostram os pontos de temperatura medidos e respectivas temperaturas calculadas pelo método de elementos finitos, os quais servirão de pontos de referência para comparação entre valores medidos e valores calculados.

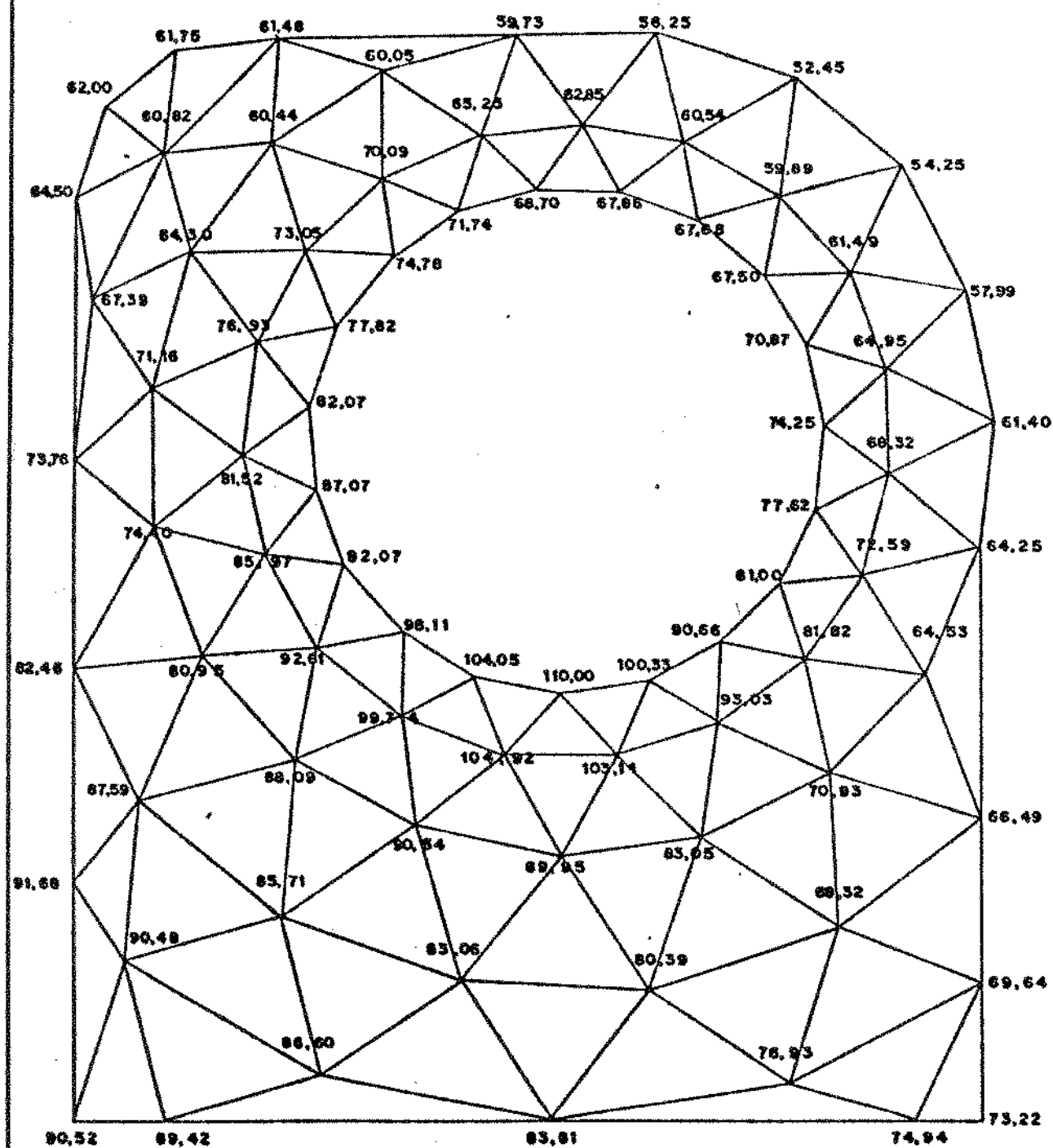


Fig. 5.2a - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA NA ALETA PARA A TEMPERATURA AMBIENTE DE $24,3^{\circ}\text{C}$.

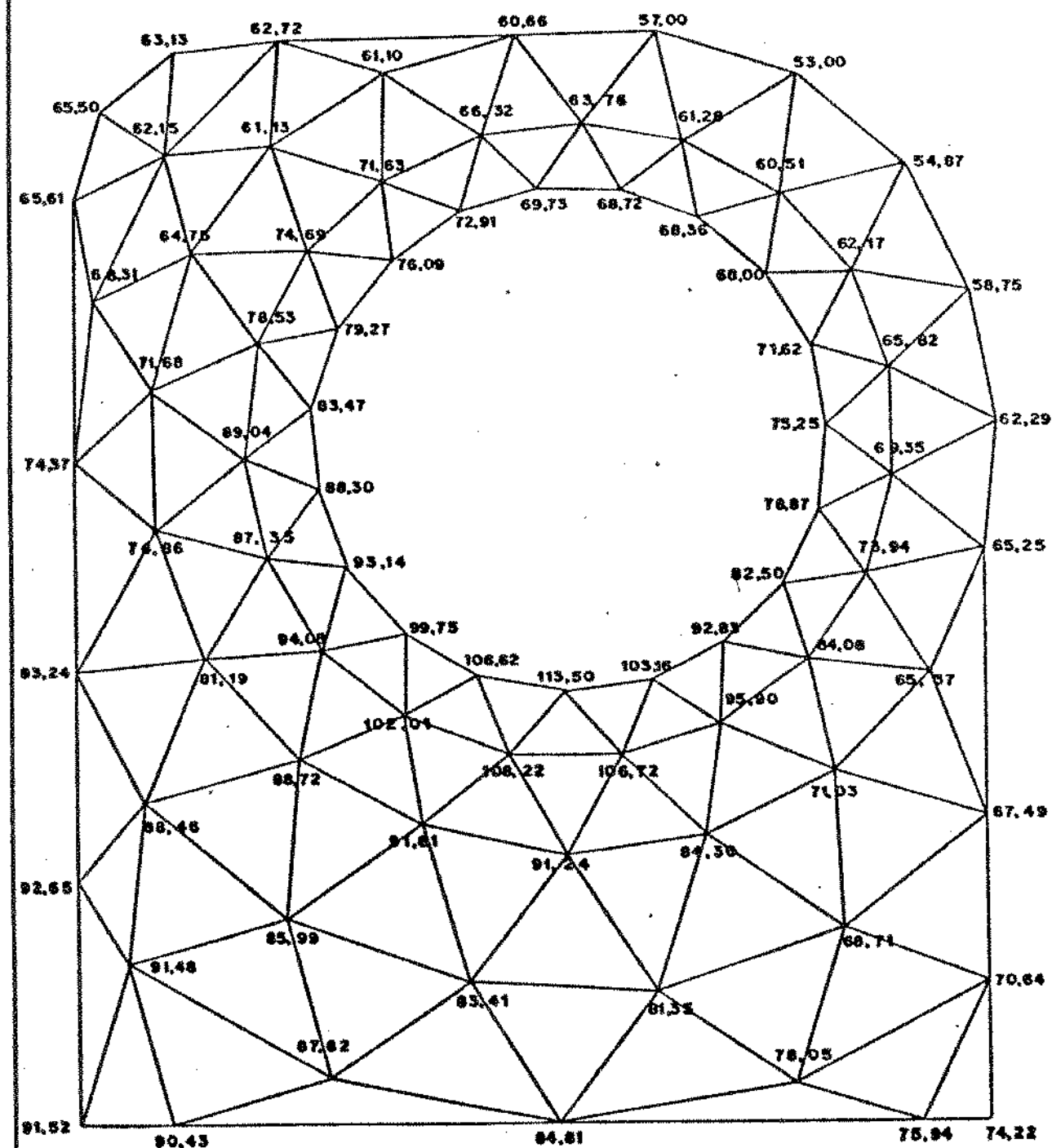


Fig. 5.2b - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA NA ALETA PARA A TEMPERATURA AMBIENTE DE $26,2^{\circ}\text{C}$.

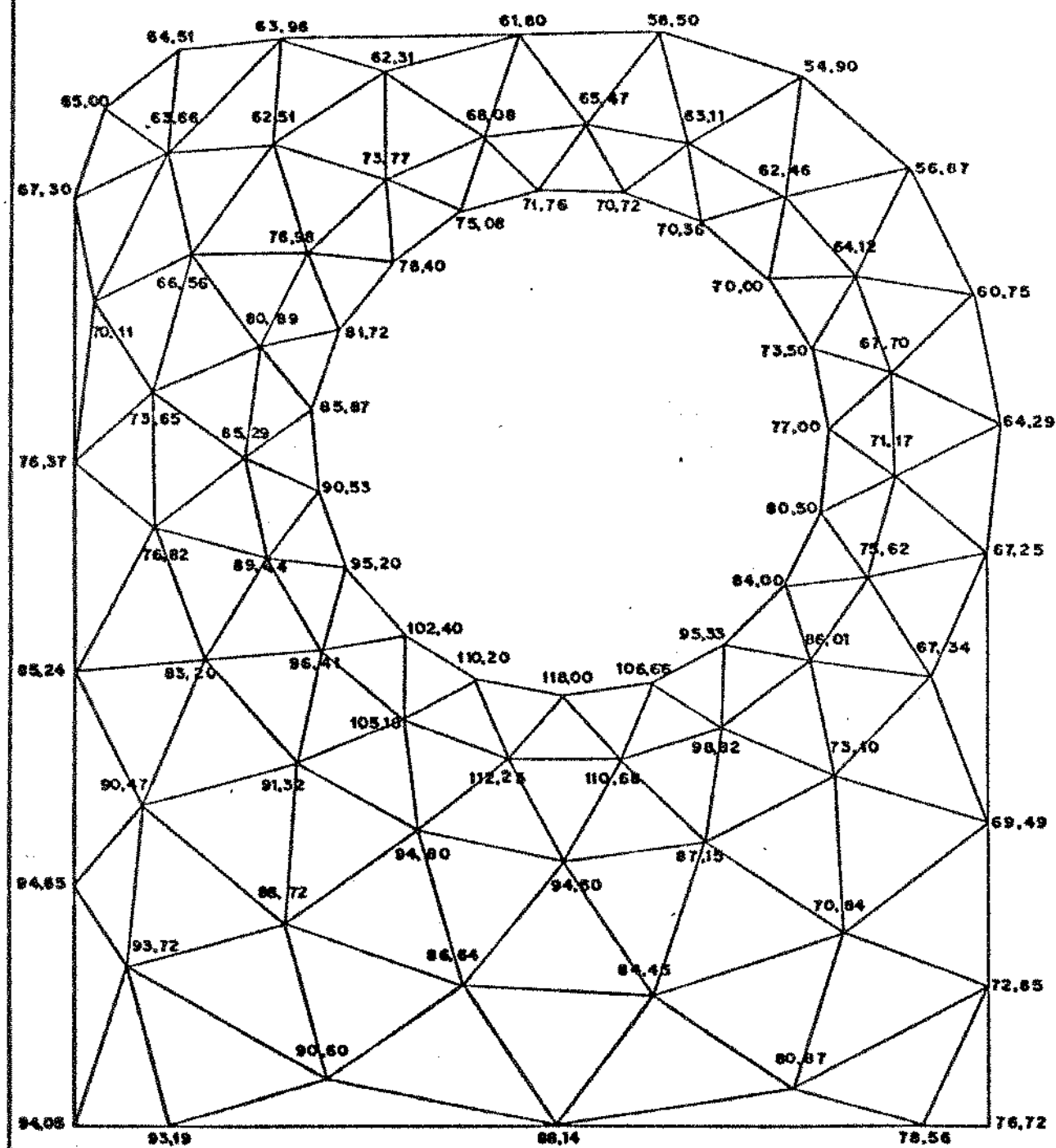


Fig. 5.2c. - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA NA ALETA PARA A TEMPERATURA AMBIENTE DE 27,7°C.

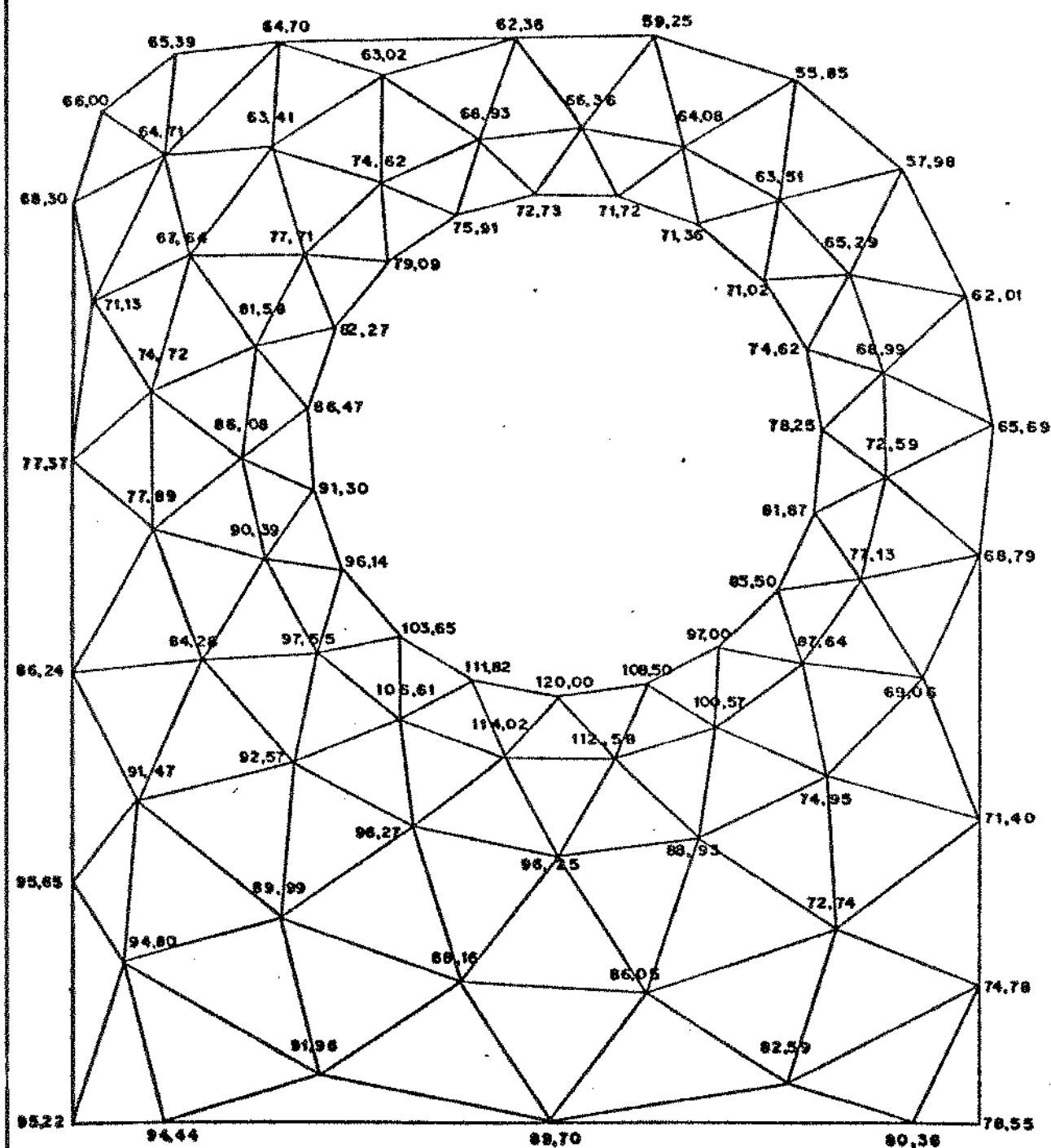
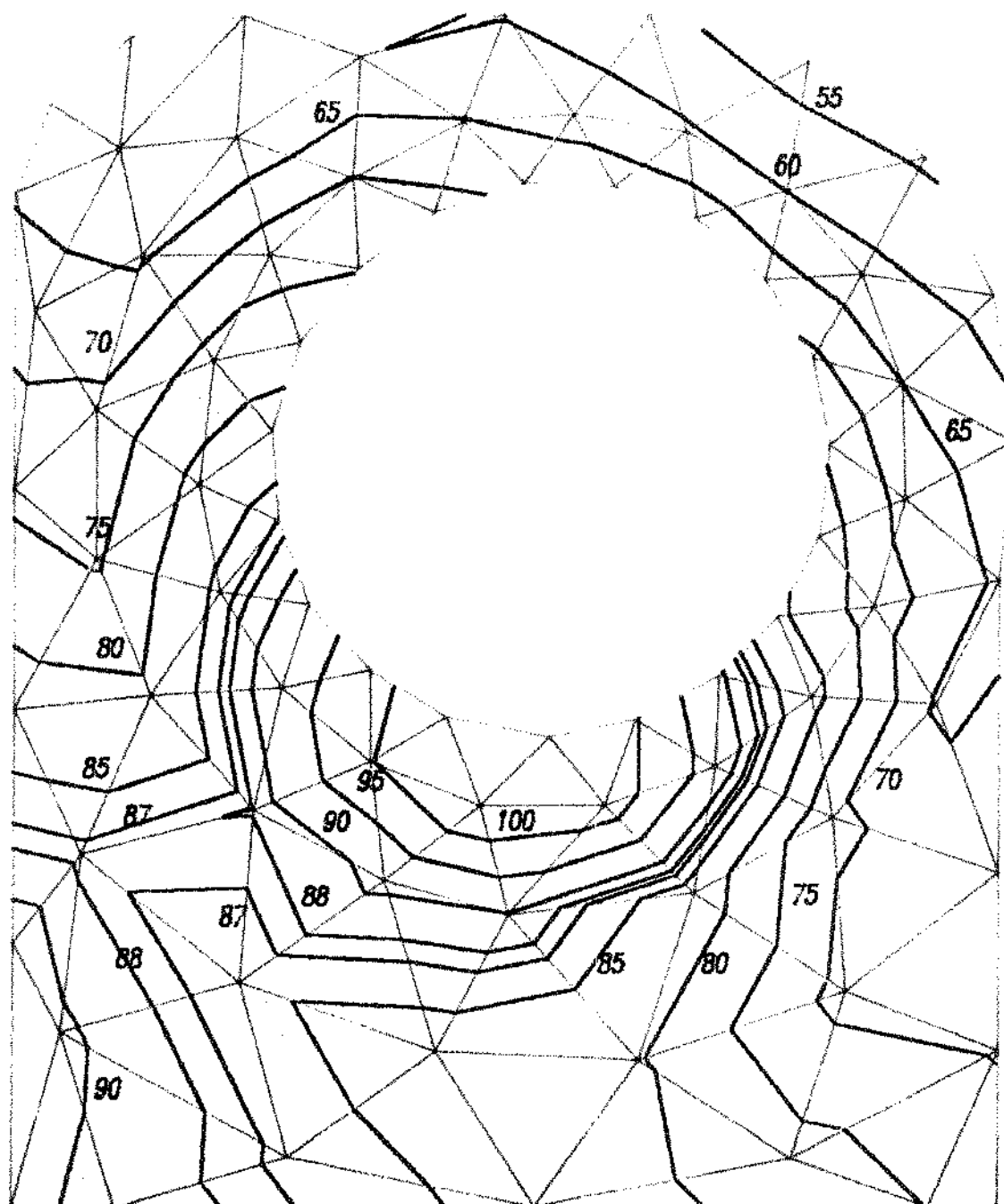


Fig. 5.2d - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA NA ALETA PARA A TEMPERATURA AMBIENTE DE 29,6°C.

ISOTERMAS PARA A TEMPERATURA AMBIENTE = 24,3 °C

$K_{XX}=K_{YY}=9,63E-2$ W/MM2 °C
 $H_A=1,663E-5$ W/MM2 °C
 $H_B=1,301E-5$ W/MM2 °C
 $H_C=1,648E-5$ W/MM2 °C
 $H_D=0,264E-5$ W/MM2 °C
 $H_E=0,334E-5$ W/MM2 °C

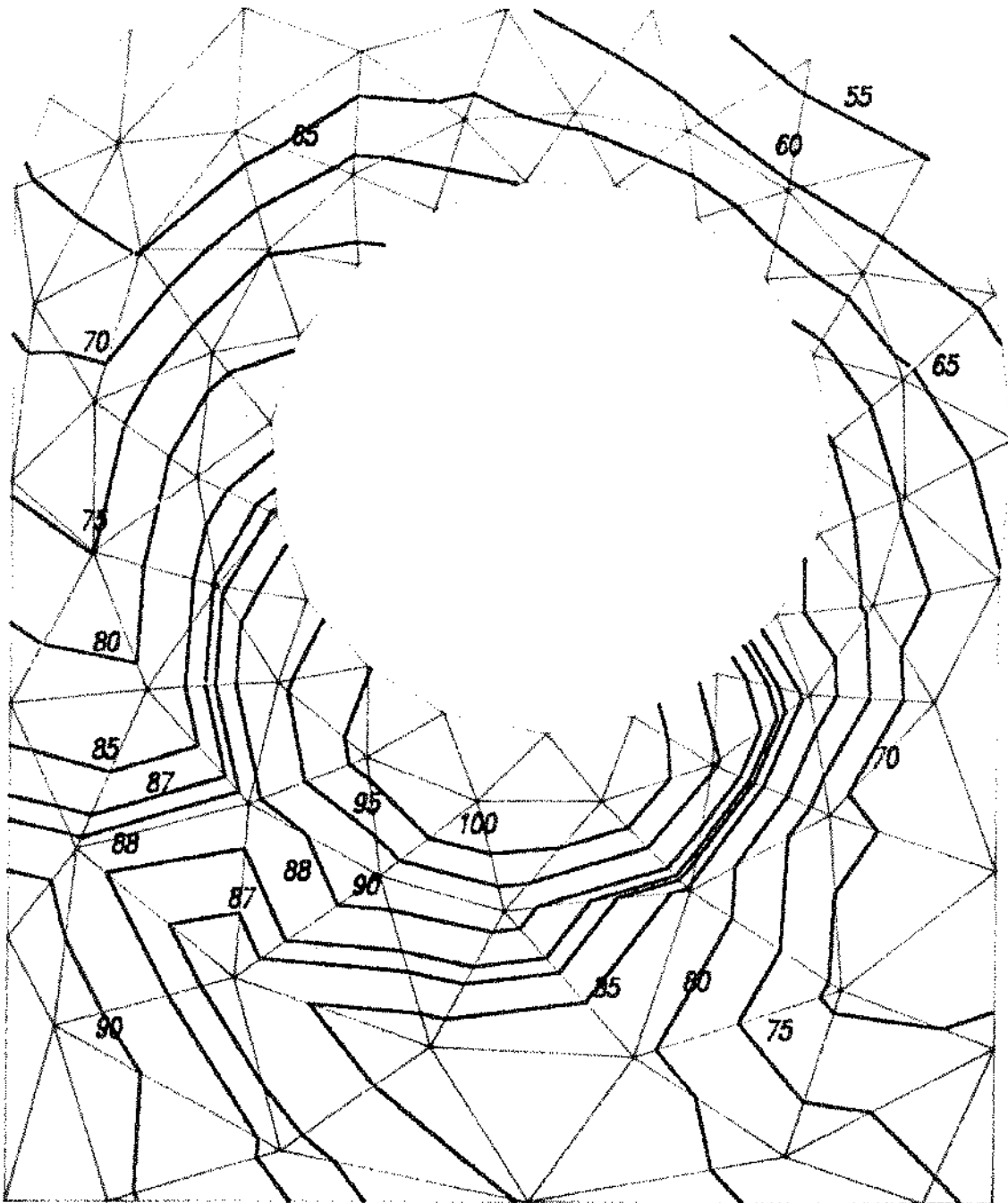
Fig. 5.3a



ISOTERMAS PARA A TEMPERATURA AMBIENTE = 26,2 °C

$K_{XX}=K_{YY}=9,63E-2$ $W/MM^2 \text{ } ^\circ C$
 $H_A=1,648E-5$ $W/MM^2 \text{ } ^\circ C$
 $H_B=1,318E-5$ $W/MM^2 \text{ } ^\circ C$
 $H_C=1,666E-5$ $W/MM^2 \text{ } ^\circ C$
 $H_D=0,267E-5$ $W/MM^2 \text{ } ^\circ C$
 $H_E=0,324E-5$ $W/MM^2 \text{ } ^\circ C$

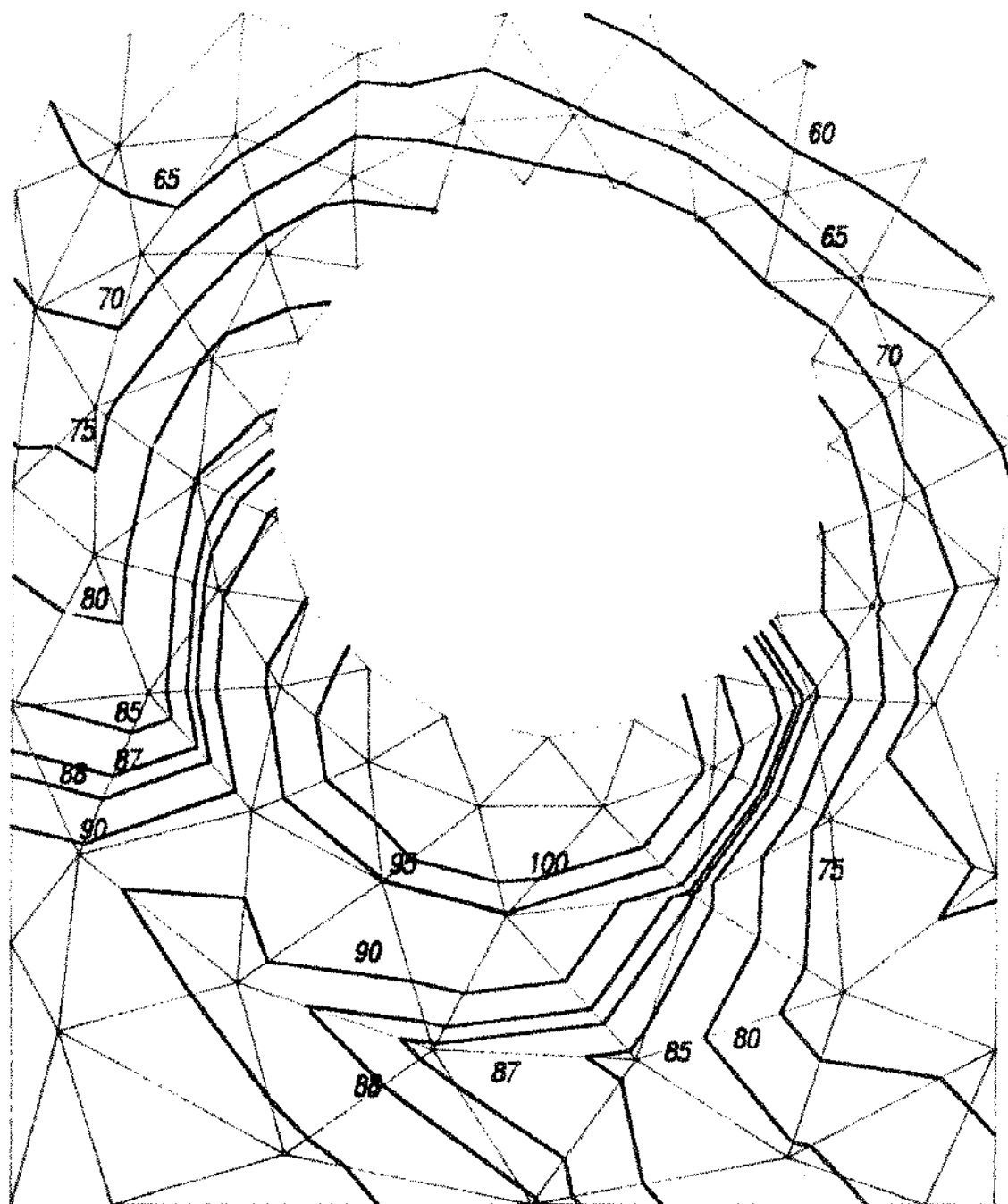
Fig. 5.3 b



ISOILRMAS PARA A TEMPERATURA AMBIENTE = 27,7 °C

$K_{XX}=K_{YY}=9,63E-2$ W/MM2 °C
 $H_A=1,693E-5$ W/MM2 °C
 $H_B=1,327E-5$ W/MM2 °C
 $H_C=1,679E-5$ W/MM2 °C
 $H_D=0,260E-5$ W/MM2 °C
 $H_E=0,332E-5$ W/MM2 °C

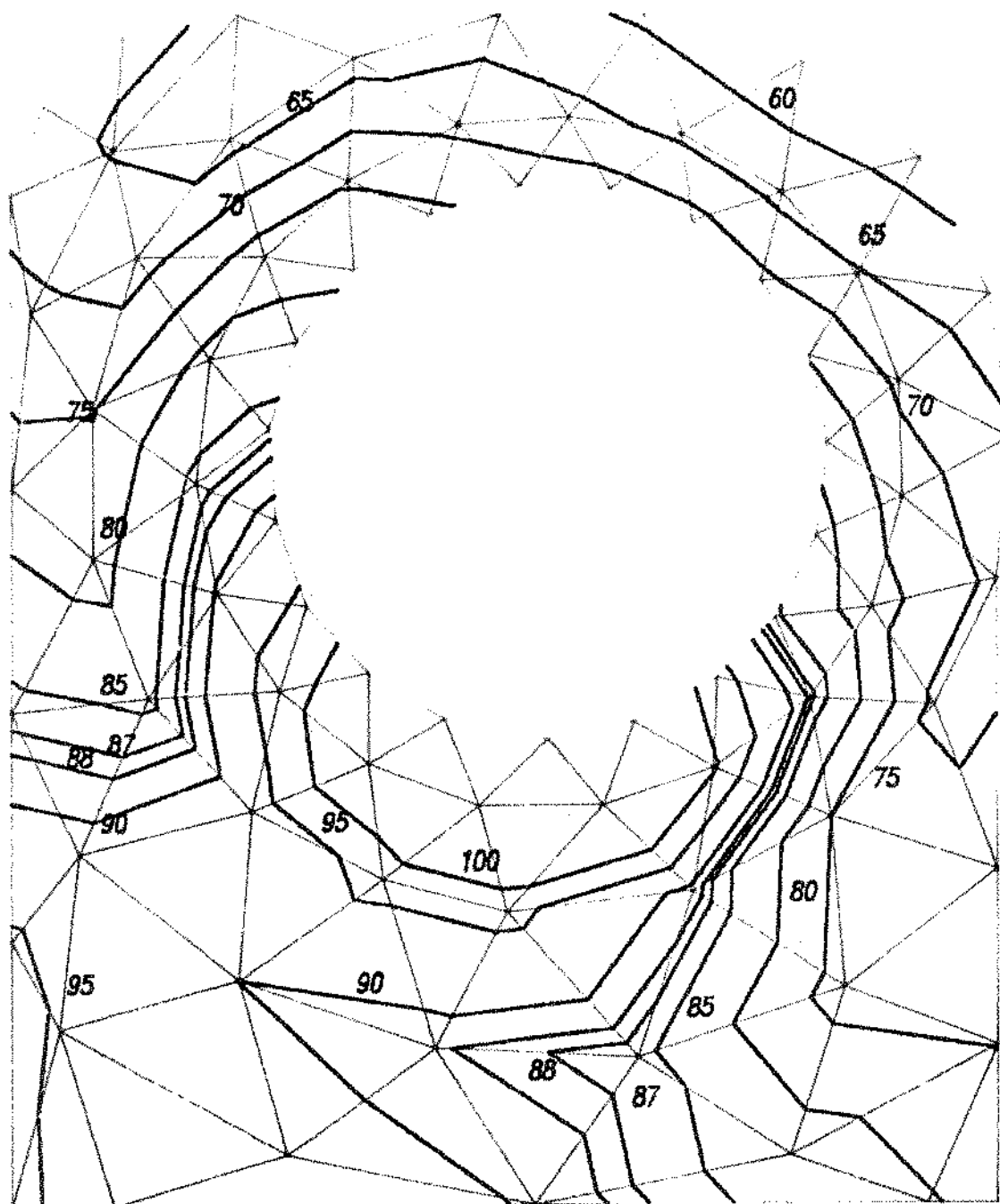
Fig. 5.3c



ISOTERMAS PARA A TEMPERATURA AMBIENTE = 29,6 °C

$K_{XX}=K_{YY}=9,63E-2$ $W/MM^2 \text{ } ^\circ C$
 $H_A=1,667E-5$ $W/MM^2 \text{ } ^\circ C$
 $H_B=1,305E-5$ $W/MM^2 \text{ } ^\circ C$
 $H_C=1,652E-5$ $W/MM^2 \text{ } ^\circ C$
 $H_D=0,264E-5$ $W/MM^2 \text{ } ^\circ C$
 $H_E=0,332E-5$ $W/MM^2 \text{ } ^\circ C$

Fig. 5.3 d



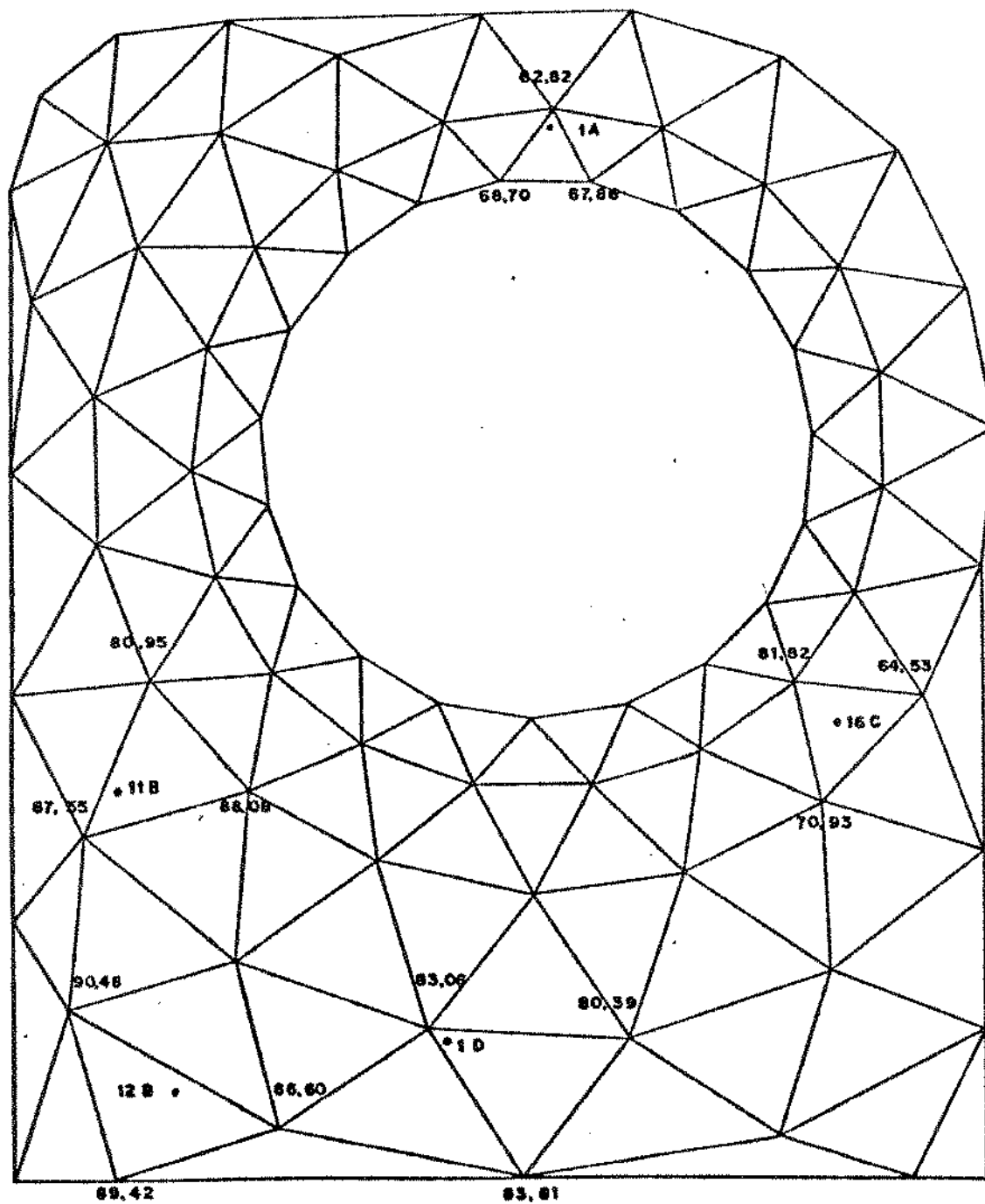


Fig. 5.4a - COMPARAÇÃO DE TEMPERATURAS MEDIDAS E CALCULADAS.
TEMPERATURA AMBIENTE DE 24,3°C.

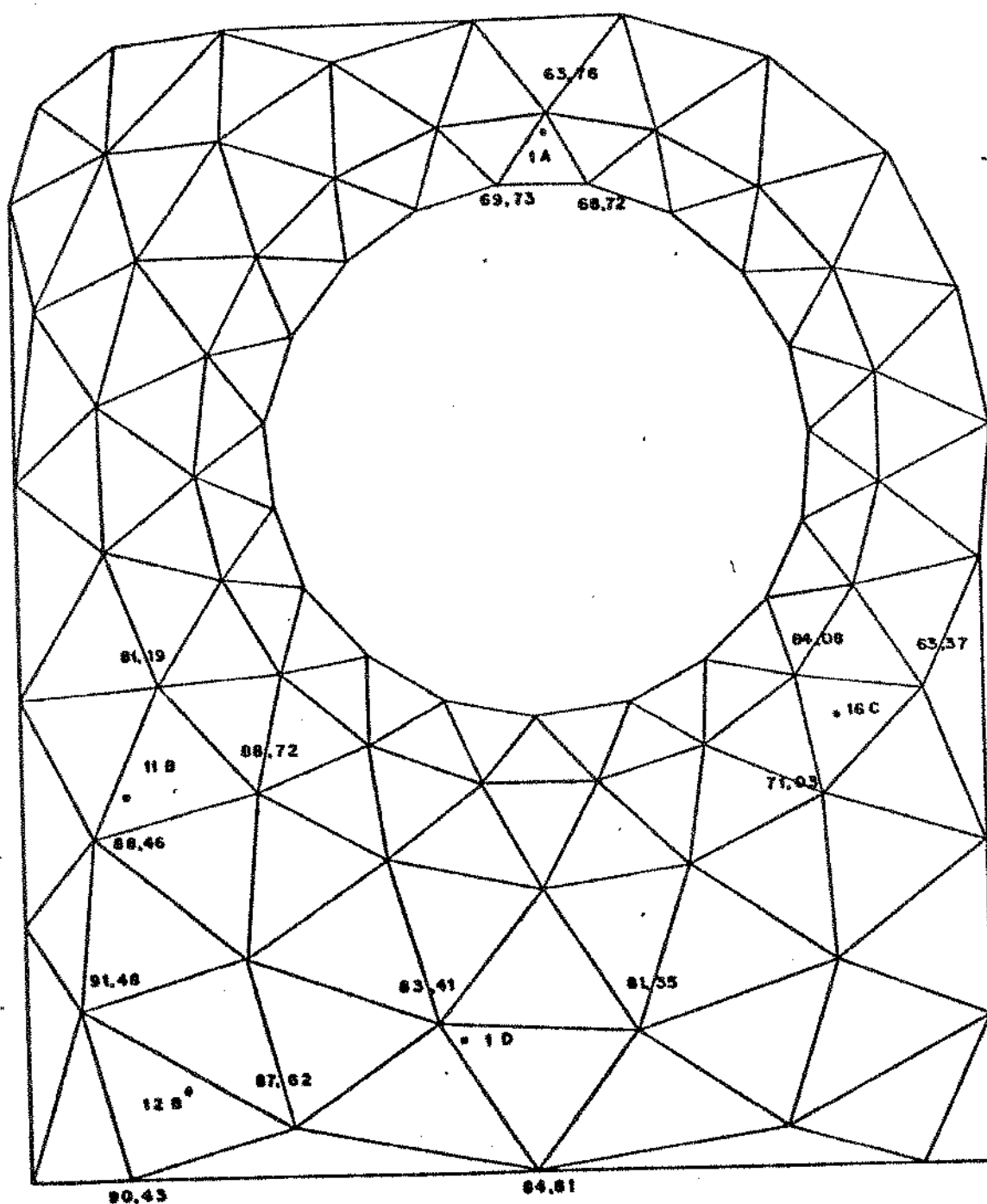


Fig. 5.4b — COMPARAÇÃO DE TEMPERATURAS MEDIDAS E CALCULADAS.
TEMPERATURA AMBIENTE DE 26,2°C.

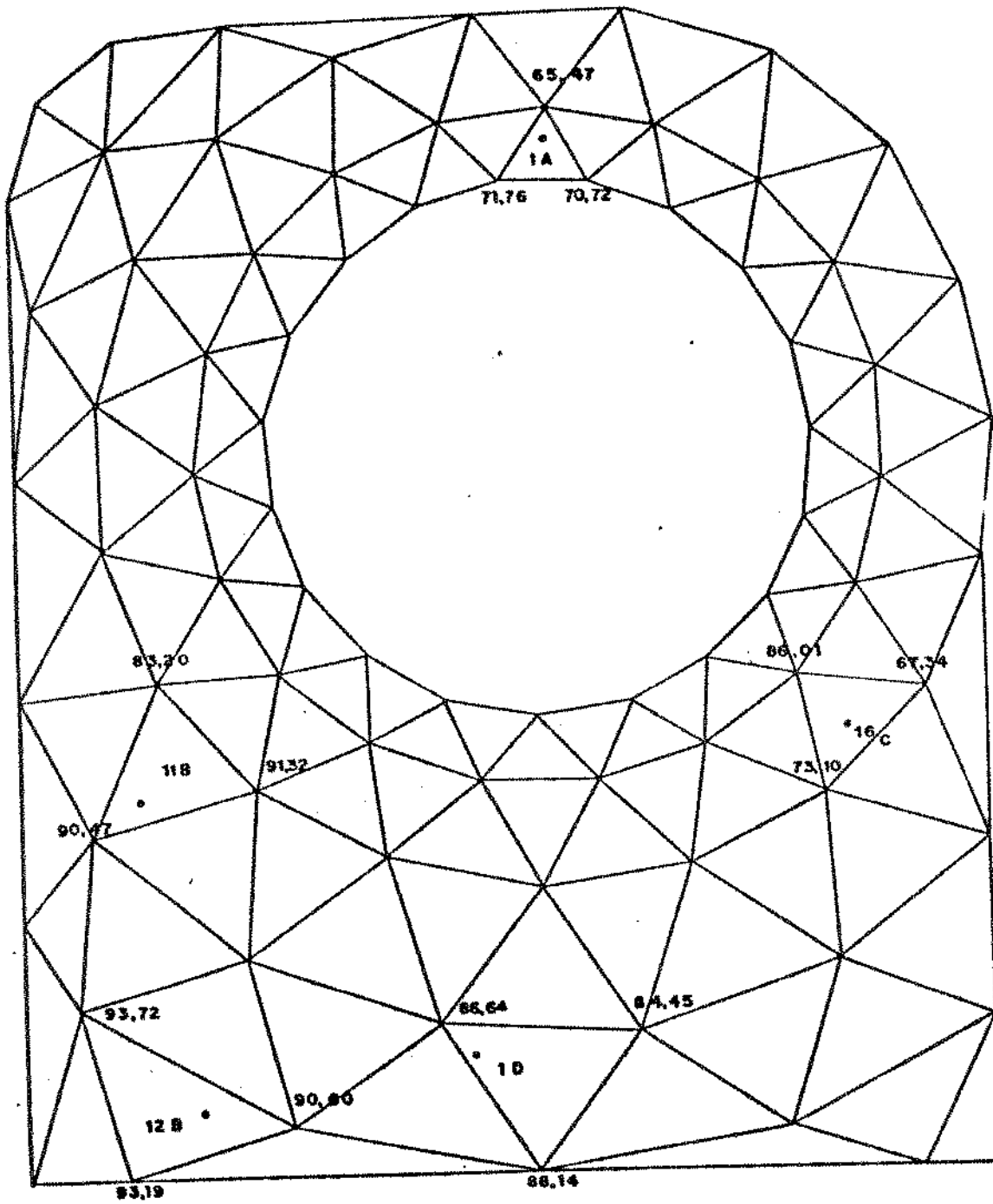


Fig. 5.4c — COMPARAÇÃO DE TEMPERATURAS MEDIDAS E CALCULADAS
TEMPERATURA AMBIENTE DE 27,7°C.

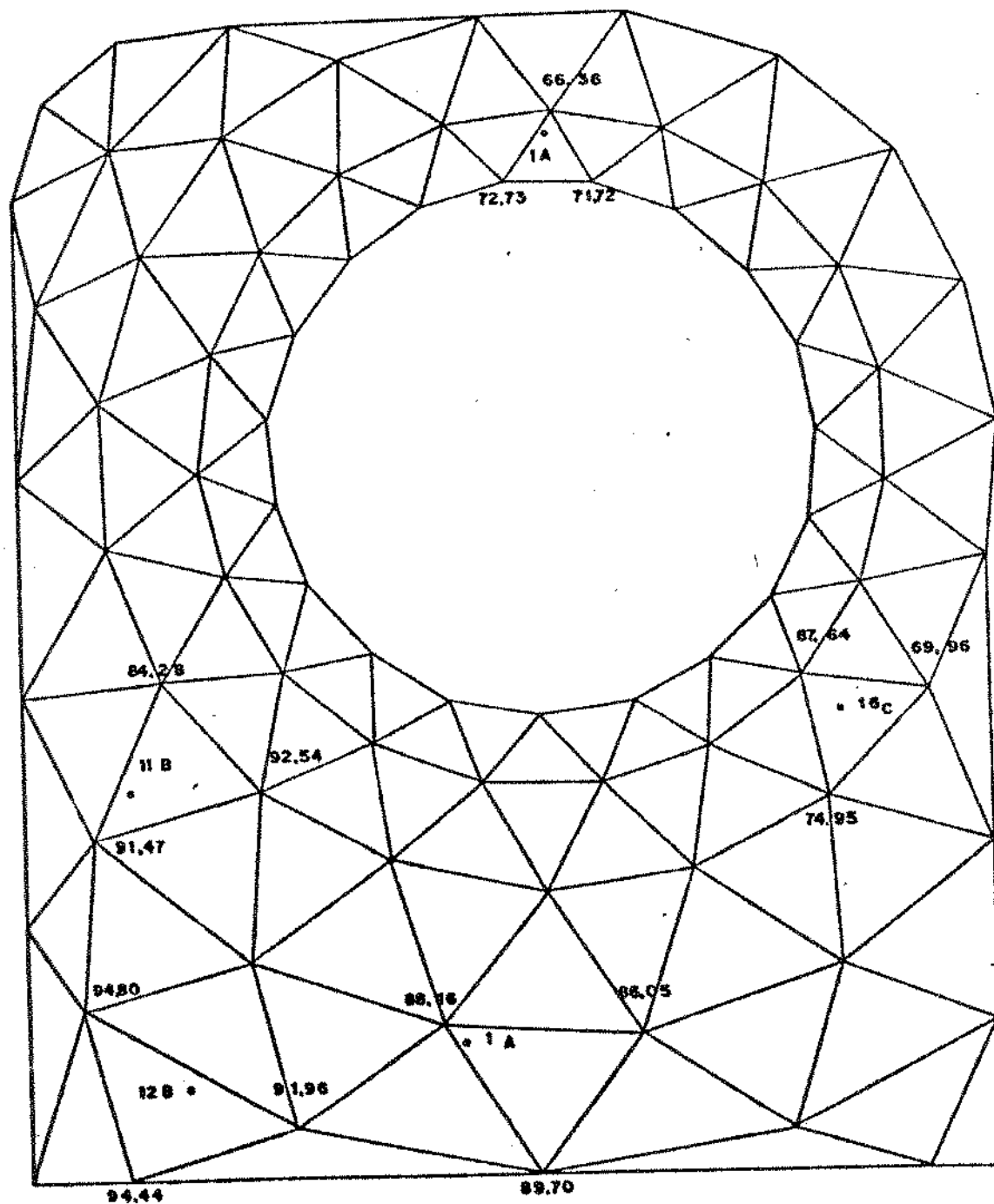


Fig. 5.4d – COMPARAÇÃO DE TEMPERATURAS MEDIDAS E CALCULADAS
TEMPERATURA AMBIENTE DE 29,6°C.

A *tabela 5.6* mostra os valores de temperaturas medidas nos pontos 1A, 11B, 12B, 16C, 1D e valores de temperaturas obtidas pela interpolação apresentada anteriormente no Capítulo IV, item 4.9.

TABELA 5.6 - COMPARAÇÃO DE TEMPERATURAS MEDIDAS E CALCULADAS

TEMPERATURAS AMBIENTE [°C]				
	24,3	26,2	27,7	29,6
PONTOS	TEMPERATURAS MEDIDAS [°C]			
1A	66	67	68,5	70
11B	95	96	98	100
12B	105	106	109	110
16C	76	77,5	79	81
1D	107	110	114,5	115
PONTOS	TEMPERATURAS INTERPOLADAS [°C]			
1A	65,59	66,55	68,41	69,35
11B	86,67	87,45	89,54	90,58
12B	88,39	89,40	92,16	93,42
16C	71,19	72,11	74,11	75,85
1D	83,09	83,54	86,78	88,30
PONTOS	D I F E R E N Ç A %			
1A	0,62	0,67	0,13	0,92
11B	8,77	8,91	8,63	9,42
12B	15,81	15,66	15,45	15,07
16C	6,33	6,95	6,19	6,36
1D	22,36	24,05	24,21	23,22

Na mesma tabela é mostrado também o erro percentual calculado, tomando como base os valores de temperatura medidos. Para este cálculo foi utilizado o método mostrado no Capítulo IV, item 4.10.

Os valores são apresentados para as quatro temperaturas ambientes já mencionadas. Como se pode notar os valores

res calculados estão relativamente próximos dos valores medidos, apresentando variações maiores para os pontos 12B e 1D. Estas variações consequentemente provocam erros percentuais maiores para estes pontos. No entanto estes erros são perfeitamente aceitáveis, uma vez que estão restritos a valores abaixo de 24,05%.

CAPÍTULO VI - CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Uma análise geral dos resultados leva a crer que o presente método utilizado é eficiente e aplicável ao problema real estudado.

As discrepâncias encontradas são devido as várias influências sofridas pela aleta tais como, o ventilador, o escape e a admissão situados em regiões muito próximas em torno desta.

É evidente que existe uma parcela de erro, devido às condições de contorno quando se faz a aproximação dos valores calculados dos coeficientes de transferência de calor por convecção. São feitas considerações tais como: dividir a aleta em regiões distintas; considerar constante suas dimensões, quando realmente não o são; considerar o próprio coeficiente de convecção constante no prolongamento de cada região quando na verdade isto não acontece.

Entre as cinco regiões consideradas, uma das que apresenta maiores problemas é a região D. Assim sendo, para esta área sugere-se uma tomada de temperaturas em torno da região de escape, e um refinamento da malha de elementos finitos.

Assim se acrescentaria uma nova condição de contorno, em volta da região de saída para o escape. Procedendo-se desta forma, possivelmente se conseguiria maiores aproximações entre os valores medidos e valores calculados pelo método de elementos finitos, para esta região. Isto não foi feito na presente análise, devido a falta de acesso à região de escape. A posição do escapamento e admissão muito próximas, impossibilita a obtenção de furos nesta área. Para uma boa avaliação das temperaturas no contorno de saída para o escapamento, sugere-se no mínimo a colocação de três a quatro termopares neste contorno.

Uma outra linha de raciocínio de interesse do projetista, é obter uma distribuição de temperatura uniforme em todas as aletas e em todo o bloco do motor, uma possível solução seria mudar a posição do escapamento e admissão para a parte superior do motor, acima do cabeçote. Poder-se-ia ainda, redimensionar as aletas atuais tornando a distribuição de temperatura simétrica e talvez até diminuindo as dimensões das mesmas.

Tendo por base o que foi explicitamente exposto, pode-se resumir as seguintes conclusões:

- O Modelo de Elementos Finitos apresentado, mostrou-se eficaz no cálculo da distribuição de temperatura em aletas de forma geométrica irregular.
- Houve uma boa concordância entre os resultados do Modelo de Elementos Finitos e os resultados experimentais.
- A avaliação das condições de contorno podem ser melhoradas.

CAPÍTULO VII - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] - Hohenberg, Günter F. Advanced Approaches for Heat Transfer Calculations. SAE Transactions, Austrália 88: 2788-2806, 1979 (Paper nº 790825).

[2] - Oguri, Tatsu & Inaba, Shigewo Radiant Heat Transfer in Diesel Engines. SAE Transactions, Austrália 81: 127-147, 1972 (Paper nº 720023).

[3] - Kruggel, Otto Calculation and Measuring of Piston Temperatures of Air-Cooled two-stroke Gasoline Engines. SAE Transactions, Austrália 3: 1911-1929, 1971 (Paper nº 710578).

[4] - Abramovich, B.G. & Trofimov, V.S. Integral Form of the Inverse Heat Conduction Problem for a Hollow Cylinder. High Temperature, New York, 17(3): 552-554, May-Jun., 1979.

[5] - Awbery, J.H. The Periodic Flow of Heat in a Hollow Cylinder. London, Edinburgh, Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, London, Serv. 7,28(189): 447-451, oct., 1939.

[6] - Zernov, A. & Martyushov, V.F. Temperature Distribution in a Hollow Cylinder Due to a Surface Ring Source of Finite Width. Journal of Engineering Physics, New York 30(6): 751, Jun., 1976.

[7] - Napar'in, Yu.A. The temperature Field in a Hollow Cylinder Due to a Source Moving along a Helix. Journal of Engineering Physics, New York 20(1): 116-117, Jan., 1971.

[8] - Kudelya, P.P. & Shrayber, A.A. Calculation of the Temperature Field of a Hollow Cylinder with Internal Heat Sources at Nonlinear Boundary Conditions of the Third Kind. Heat Transfer-Soviet Research, New York, 6(6): 112-114, Nov.-Dec., 1974.

[9] - Napar'in, Yu.A. Regular Regime for a Hollow Cylinder Heated at its Inner Surface. Journal of Engineering Physics, New York, 29(2): 1020-1023, Aug., 1975.

[10] - Rai, K.N.; Kumar, S.; Lalmani. Temperature Fields in a Hollow Cylinder in Presence of Heat Source Under the Boundary conditions of the Second Kind. *Proceeding Indian Academy Science A, India*, 77(2): 62-82, Feb., 1973.

[11] - Razzaque, M.M.; Howell, J.R.; Klein, D.E. Finite Element Solution of Combined Radioactive, Convective and Conductive Heat Transfer Problems. *Transactions American Nuclear Society, New York*, 38: 334-336, Jun., 1981.

[12] - Zienkiewicz, O.C. & Parekh C.J. Transient Field Problems: Two Dimensional and Three Dimensional Analysis by Isoparametric Finite Elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering, New York*, 2: 61-71, 1970.

[13] - Visser, W. A Finite Element Method for the Determination of Non-Stationary Temperature Distribution and Thermal Deformations. In: *Proceedings Conference on Matrix Methods in Structural Mechanics. Air Force Institute of Technology Wright Patterson Air Force Base, Dayton, Ohio, 1965*, pp 925-943.

[14] - Donea, J. On the Accuracy of Finite Element Solutions to the Transient Heat Conduction Equation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering, New York*, 8: 103-110, 1974.

[15] - Wilson, Edward L. & Nickell, Robert E. Application of the Finite Element Method to Heat Conduction Analysis. *Nuclear Engineering and Design, Amsterdam*, 4: 276-286, 1966.

[16] - Bruch, John C. & Zyvoloski, George. Transient Two Dimensional Heat Conduction Problems Solved by the Finite Elements Method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering, New York*, 8: 481-494, 1974.

[17] - Yalamanchili, R.V.S. & Chu, S.C. Stability and Oscillation Characteristics of Finite Element, Finite Difference and Weighted Residual Methods for Transient Two Dimensional Heat Conduction in Solids. *Journal of Heat Transfer Transactions of the ASME, New York*, 96: 235-239, May, 1973.

[18] - Beckett, R.E. & Chu, S.C. Finite Element Method Applied to Heat Conduction in Solids with Nonlinear Boundary Conditions. *Journal of Heat Transfer; Transaction of the ASME*, New York, 96: 126-129, Feb., 1973.

[19] - Laura, P.A.A.; Reyes, J.A.; Rossi, R.E. A Comparison of Analytical and Numerical Solutions in Heat Conduction Problems. *Nuclear Engineering and Design*, Amsterdam, 31: 379-382, 1974.

[20] - Emery, A.F. & Carson, W.W. An Evaluation of the use of the Finite Element Method in the Computation of Temperature. *Journal of Heat Transfer; Transactions of the ASME*, New York, 93-94: 136-145, May, 1971.

[21] - Edwards, D.K. Anisotropic Conduction and Surface Radiation around a Hollow Cylinder. *Journal of Heat Transfer; Transactions of the ASME*, New York, 102: 706-708, Nov., 1980.

[22] - Köhler, W. & Pitttr, J. Calculation of Transient Temperature Fields with Finite Elements in Space and Time Dimensions. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, New York, 8: 625-631, 1974.

[23] - France, D.M. & Chiang, T. Analytic Solution to Inverse Heat Conduction Problems with Periodicity. *Journal of Heat Transfer; Transactions of the ASME*, New York, 102: 579-581, Aug., 1980.

[24] - Takeuti, Y.; Tanigawa, Y.; Noda, N.; Ochi, T. Transient Thermal Stresses in a Bounded Composite Hollow Circular Cylinder under Symetrical Temperature Distribution. *Nuclear Engineering and Design*, Amsterdam, 41: 335-343, 1977.

[25] - Takeuti, Y. & Tanigawa, Y. Asymetrical Transient Thermoelastic Problems in a Composite Hollow Circular Cylinder. *Nuclear Engineering and Design*, Amsterdam, 45: 159-172, 1978.

[26] - Donea, J. & Giuliani, S. Code Tafest Numerical Solution to Transient Heat Conduction Problems using Finite Elements in Space and Time. Italy, Commission of the European Communities - Joint Nuclear Research Centre Ispra Establishment, 1974. 41 p.

[27] - Donea, J.; Giuliani, S.; Quartapelle, L. Finite Element Solution to Transient Convective-Conductive Heat Transfer Problems. **Nuclear Engineering and Design**, Amsterdam, 61(1): 131-141, 1980.

[28] - Kao, T.K.; Hardisty, H.; Wallace, F.J. An Energy Balance Approach to the Finite Element Method Applied to Heat Transfer Analysis. **The International Journal of Mechanical Engineering Education**, London, 11(1): 1-19, 1983.

[29] - Messersmith, Charles W.; Warner, Cecil F.; Olsen, Robert A. Temperature Measurement. In: - **Mechanical Engineering Laboratory**, New York, John Wiley & Sons, Inc., 1958. 27-46.

[30] - Segerlind, Larry J. **Applied Finite Element Analysis**, New York, John Wiley & Sons, Inc., 1976. 422 p.

[31] - Gregoric, Romano. **Cambiadores de Calor**. Bilbao, Ediciones Urmo, 1968. 570 p.

[32] - Desai, Chandrakant S. & Abel, John F. **Introduction to the Finite Element Method**. New York, Van Nostrand Reinhold CO, 1970. 477 p.

[33] - Nutting, J. Applications of Electron Microscopes in Physical Metallurgy. In: - American Society for Metals. **Metals Handbook**, 8th Ed., Ohio, ASM, 1973, 8, 49 p.

[34] - Macêdo, Isaias de Carvalho. **Previsão da Distribuição de Temperaturas em Pistões de Motores de Combustão Interna utilizando um Computador Digital**. Tese de mestrado apresentada à Divisão de Engenharia Mecânica e à Comissão de Pós-Graduação do Instituto Tecnológico de Aeronáutica. São José dos Campos, 1969. 82 p.

APÊNDICE**LISTAGEM DO PROGRAMA PRINCIPAL**

```

1      C
2      #CONTROL FILE=01-07
3      #CONTROL INPT
4      C
5      C   Este programa le os dados das coordenadas dos elementos
6      C   triangulares do sequeiro ja preenchido HDADOS/HY e os pontos
7      C   correspondentes aos nos do arquivo tambem ja preenchido HDANO/HY
8      C
9      C   Grava m arquivo HKGLOBAL/HY a matriz coluna FGLOBAL ambas
10     C   calculadas e montadas neste programa.
11     C
12     C   Solicita as variaveis KXX,HA,HB,HC,HD,TA, como dados de entrada.
13     C
14     C   Significado das variaveis lidas:
15     C
16     C   KXX:
17     C   HA:
18     C   HB:
19     C   HC:
20     C   HD:
21     C   TA:
22     C
23     C   Sao usadas as seguintes equacoes:
24     C
25     C   :FILE FTH01=HDADOS/HY,OLD
26     C   :FILE FTH02=HDANO/HY,OLD
27     C   :FILE FTH03=HTEMP/HY,OLD
28     C   :FILE FTH04=HTENP/HY,OLD
29     C   :FILE FTH07;DEV=LP;CTL
30     C
31     C   Declaracoes de tipo:
32     C
33     C   REAL A(3),FLOCAL(3),KGLOBAL(81,82),FGLOBAL(81),KLOCAL(3,3)
34     C   REAL KXX,KY,KY,T(4)
35     C   INTEGER S(3),AUX(40)
36     C   CHARACTER*80 STRING
37     C   SYSTEM INTRINSIC COMMAND
38     C   STRING="RESET 0"
39     C   STRING(80:1)=Z15C
40     C   CALL COMMAND(STRING,IP,IR)
41     C   STRING="FILE FTH01=HDADOS/HY,OLD"
42     C   STRING(80:1)=Z15C
43     C   CALL COMMAND(STRING,IP,IE)
44     C   STRING="FILE FTH02=HDANO/HY,OLD"
45     C   STRING(80:1)=Z15C
46     C   CALL COMMAND(STRING,IP,IE)
47     C   STRING="FILE FTH03=HTEMP/HY,OLD"
48     C   STRING(80:1)=Z15C
49     C   CALL COMMAND(STRING,IP,IE)
50     C   STRING="FILE FTH04=HTENP/HY,OLD"
51     C   STRING(80:1)=Z15C
52     C   CALL COMMAND(STRING,IP,IR)
53     C   STRING="FILE FTH07;DEV=LP;CTL"
54     C   STRING(80:1)=Z15C
55     C   CALL COMMAND(STRING,IP,IR)
55.1   STRING="FILE FTH09=HVERIF,OLD"
55.2   STRING(80:1)=Z15C

```

```

55.3      CALL COMMAND(STRING,IP,IY)
56      C
57      C      Como existem 122 elementos, para cada um vai ser montada a
58      C      matriz KLOCAL(3,3) e a matriz columns FLOCAL(3) ambas somadas
59      C      as matrizes globais correspondentes nas posicoes indicadas pelas
60      C      coordenadas da matriz dos "nos" HDAND/NY
61      C
62      C      Leitura dos dados:
63      C
64      KXX=9.43E-2
65      KYY=KXX
66      WRITE(6,*)"TEMPERATURA AMBIENTE"
67      WRITE(6,*) " "
68      READ(5,*) TA
69      C
70      L=4
71      IF(TA.GE.24.2.AND.TA.LE.24.4) L=1
72      IF(TA.GE.26.1.AND.TA.LE.26.3) L=2
73      IF(TA.GE.27.6.AND.TA.LE.27.8) L=3
74      IF(L.EQ.4) GOTO 501
75      IF(L.EQ.3) GOTO 502
76      IF(L.EQ.2) GOTO 503
77      HA=1.662E-5
78      HB=1.301E-5
79      HC=1.648E-5
80      HD=0.264E-5
81      HE=0.334E-5
82      GOTO 504
83      503      CONTINUE
84      HA=1.684E-5
85      HB=1.318E-5
86      HC=1.668E-5
87      HD=0.267E-5
88      HE=0.324E-5
89      GOTO 504
90      502      CONTINUE
91      HA=1.693E-5
92      HB=1.327E-5
93      HC=1.679E-5
94      HD=0.260E-5
95      HE=0.332E-5
96      GOTO 504
97      501      CONTINUE
98      HA=1.667E-5
99      HB=1.305E-5
100      HC=1.652E-5
101      HD=0.264E-5
102      HE=0.334E-5
103      504      CONTINUE
104      WRITE(6,*)KXX,HA,HB,HC,HD,HE
105      IT=0
106      DO 14 I=1,122
107          READ(0101) (A(J),J=1,6)
108          XI=A(1)
109          YI=A(2)
110          XJ=A(3)
111          YJ=A(4)

```

```

112      XK=A(5)
113      YK=A(3)
114      C
115      AI=XJ+YK-XK*YJ
116      BI=YJ-YK
117      CI=XK-XJ
118      AJ=XK*YI-YK*XI
119      BJ=YK-YI
120      CJ=XI-XK
121      AK=XI*YJ-XJ*YI
122      BK=YI-YJ
123      CK=XJ-XI
124      C
125      C      Calculo de "AA"
126      C
127      AUX1=XJ+YK+XI*YJ+XK*YI-XJ*YI-XK*YJ-XI*YK
128      AA=AUX1/2
129      C
130      C      Verificacao da regioa a que pertence o elemento atual
131      C      e atribuicao do H de acordo com a mesma
132      C
133      H=HD
134      IF(1.GE.13.AND.1.LE.18.OR.1.GE.26.AND.1.LE.31.OR.1.
135      *      GE.59.AND.1.LE.64.OR.1.GE.99.AND.1.LE.103.OR.1.
136      *      GE.1.AND.1.LE.4) H=HD
137      C
138      IF(1.EQ.19.OR.1.GE.70.AND.1.LE.76.OR.1.
139      *      GE.109.AND.1.LE.116) H=HC
140      C
141      IF(1.GE.39.AND.1.LE.44.OR.1.GE.47.AND.1.LE.49.OR.1.
142      *      GE.77.AND.1.LE.97.OR.1.GE.117.AND.1.LE.122) H=HA
143      C
144      IF(1.GE.5.AND.1.LE.12.OR.1.GE.20.AND.1.LE.25.OR.1.
145      *      GE.85.AND.1.LE.69.OR.1.GE.104.AND.1.LE.107) H=HE
146      C
147      C
148      C      Calculo de KK e KY
149      C
150      KK=KXX/(4*AA)
151      KY=AA*H/6
152      C
153      C      Montagem da matriz KLOCAL(3,3)
154      C
155      KLOCAL(1,1)=KK*(BI**2+CI**2)+KY*2
156      KLOCAL(1,2)=KK*(BI*BJ+CI*CJ)+KY
157      KLOCAL(1,3)=KK*(BI*BK+CI*CK)+KY
158      KLOCAL(2,1)=KK*(BJ*BI+CJ*CI)+KY
159      KLOCAL(2,2)=KK*(BJ**2+CJ**2)+KY*2
160      KLOCAL(2,3)=KK*(BJ*BK+CJ*CK)+KY
161      KLOCAL(3,1)=KK*(BK*BI+CK*CI)+KY
162      KLOCAL(3,2)=KK*(BK*BJ+CK*CJ)+KY
163      KLOCAL(3,3)=KK*(BK**2+CK**2)+KY*2
164      C
165      C      Transfereencia da matriz KLOCAL para a matriz KGLOBAL
166      C      cujo endereco correspondente e obtido do arquivo HDAND/HY
167      C
168      READ(0201) (B(J),J=1,3)

```

```

169      DO 24 L=1,3
170          DO 34 J=1,3
171              N=S(L)
172              M=B(J)
173              KGLOBAL(M,N)=KGLOBAL(M,N)+KLOCAL(L,J)
174      34      CONTINUE
175      24      CONTINUE
176      C
177      C      Montagem da matriz coluna FLOCAL(3)
178      C
179      AUX1=2*AA+TA+H/3
180      FLOCAL(1)=AUX1
181      FLOCAL(2)=AUX1
182      FLOCAL(3)=AUX1
183      C
184      C      Transferencia para a matriz FGLOBAL
185      C
186      DO 44 L=1,3
187          M=S(L)
188          FGLOBAL(M)=FGLOBAL(M)+FLOCAL(L)
189      44      CONTINUE
190      C
191      C
192      C      Impressao das variaveis calculadas para o
193      C      elemento local
194      C
195      GOTO 14
196      WRITE(6,*)"IMPRIME CALCULOS LOCAIS ? S=0, N=1"
197      READ(5,*)IT
198      IF(IT.EQ.1) GOTO 14
199      IF(1.NE.1.AND.1.NE.2.AND.1.NE.3.AND.1.NE.15.AND.1.NE.16.AND.1.
200      * NE.17) GOTO 14
201      WRITE(7,*)"PARA O ELEMENTO",I
202      WRITE(7,*)
203      WRITE(7,*)"COORDENADAS TRIANGULARES"
204      WRITE(7,*) (A(J),J=1,6)
205      WRITE(7,*)
206      WRITE(7,*) "A=",AA,"H=",H,"KK=",KK,"KY=",KY
207      WRITE(7,*) " "
208      WRITE(7,*)"BI=",BI,"BJ=",BJ,"BK=",BK
209      WRITE(7,*)"CI=",CI,"CJ=",CJ,"CK=",CK
210      WRITE(7,*) " "
211      WRITE(7,*)
212      WRITE(7,*)"MATRIZ KLOCAL"
213      DO 54 J=1,3
214          WRITE(7,*) (KLOCAL(J,L),L=1,3)
215      54      CONTINUE
216      WRITE(7,*)
217      WRITE(7,*)"MATRIZ FLOCAL"
218      WRITE(7,*) (FLOCAL(J),J=1,3)
219      14      CONTINUE
220      LZ=0
221      DO 64 I=1,01
222          KGLOBAL(I,82)=FGLOBAL(I)
223      64      CONTINUE
224      13      CONTINUE
225      LZ=LZ+1

```

```

226      IF(LZ.EQ.1) WRITE(6,*)"IMPRIMER MATRIZ ? S=0 N=1"
227      IF(LZ.EQ.2) WRITE(6,*)"IMPRIMER M. MODIF. ? S=0 N=1"
228      READ(5,*) IT
229      IF(IT.EQ.1) GOTO 12
230      WRITE(7,120)
231      N=1
232      N=15
233      DO 124 JJ=1,5
234          DO 104 J=1,81
235              WRITE(7,110)(KGLOBAL(J,K),K=N,N)
236      104      CONTINUE
237              N=N+15
238              N=N+15
239              WRITE(7,120)
240      124      CONTINUE
241      DO 134 J=1,81
242          WRITE (7,130)(KGLOBAL(J,K),K=76,82)
243      134      CONTINUE
244      110      FORMAT(2I03C,18X,18(F6.4,1X))
245      120      FORMAT(1H1,10/)
246      130      FORMAT(2I03C,18X,6(F6.4,1X),10X,F9.3)
247      12      CONTINUE
248      IF(LZ.EQ.2) GOTO 1013
249      L=4
250      IF(TA.GE.24.2.AND.TA.LE.24.4) L=1
251      IF(TA.GE.26.1.AND.TA.LE.26.3) L=2
252      IF(TA.GE.27.6.AND.TA.LE.27.8) L=3
253      DISPLAY"L=",L
254      DO 1014 I=1,40
255          READ(0301) K,(T(J),J=1,4)
256          AUX(I)=K
257      1014      CONTINUE
258      DO 1034 I=1,40
259          DO 1044 J=1,81
260              IF(J.EQ.AUX(I)) GOTO 1012
261              KGLOBAL(AUX(I),J)=0.0
262      1012      CONTINUE
263      1044      CONTINUE
264      1034      CONTINUE
265          DO 1054 I=1,40
266              READ(0301) K,(T(J),J=1,4)
267              DO 1064 J=1,81
268                  FGLOBAL(J)=FGLOBAL(J)-KGLOBAL(J,K)*T(L)
269                  IF(J.EQ.K) GOTO 1022
270                  KGLOBAL(J,K)=0.0
271      1022      CONTINUE
272      1064      CONTINUE
273      1054      CONTINUE
274          DO 1074 I=1,40
275              READ(0301) K,(T(J),J=1,4)
276              FGLOBAL(K)=KGLOBAL(K,K)*T(L)
277      1074      CONTINUE
278          DO 1084 I=1,81
279              KGLOBAL(I,82)=FGLOBAL(I)
280      1084      CONTINUE
281      GOTO 13
282      1013      CONTINUE

```

```

283      CALL SISTENAC(KGLOBAL,01)
284      STRING="RESET 0"
285      STRING(86:88)=N15C
286      CALL COMMAND(STRING,IP,IR)
287      STOP
288      END
289      SUBROUTINE SISTENAC(A,N)
290      REAL A(81,82),X(81),XAUX(81),XF(81),XI(81)
291      DO 504 I=1,81
292          XF(I)=0.
293          XI(I)=A(I,82)
294      504  CONTINUE
295      13  DO 214 I=1,81
296          WRITE(6901)(A(I,J),J=1,82)
297      214  CONTINUE
298      DO 14 L=1,N-1
299          PIV=A(L,L)
300          DO 24 K=L+1,N
301              IF(ABS(PIV).GE.ABS(A(K,L))) GOTO 12
302              PIV=A(K,L)
303              DO 8 I=L,N+1
304                  AUX=A(K,I)
305                  A(K,I)=A(L,I)
306                  A(L,I)=AUX
307          9  CONTINUE
308          12  CONTINUE
309          24  CONTINUE
310          DO 34 I=L,N-1
311              AUX=A(I+1,L)
312              DO 44 J=L,N+1
313                  A(I+1,J)=A(I+1,J)-AUX/PIV*A(L,J)
314          44  CONTINUE
315          34  CONTINUE
316          14  CONTINUE
317          L=L+1
318          DO 54 I=1,N
319              L=L+1
320              AUX=A(I,1)
321              DO 64 J=L,N+1
322                  A(I,J)=A(I,J)/AUX
323          64  CONTINUE
324          54  CONTINUE
325          X(N)=A(N,N+1)
326          DO 74 K=N,2,-1
327              DO 84 I=1,K-1
328                  A(I,N+1)=A(I,N+1)-A(I,K)*X(K)
329          84  CONTINUE
330              X(K-1)=A(K-1,N+1)
331          74  CONTINUE
332          DO 224 I=1,81
332.1      XF(I)=XF(I)+X(I)
333              AUX=0
334              READ(6901)(A(I,J),J=1,82)
335              DO 234 J=1,81
336                  AUX=A(I,J)*XF(I)+AUX
337          234  CONTINUE
337.1      ABC=XI(I)-AUX

```

```

337.2      XAUX(1)=ABC
338      224  CONTINUE
339.1      LAUX=0
339.2      DO 114 I=1,81
339.3      IF(ABS(XAUX(I)).LE.0.4) GOTO 114
339.4      LAUX=1
339.5      114  CONTINUE
339.6      IF(LAUX.EQ.0) GOTO 122
339.7      DO 124 I=1,91
339.8      A(1,82)=XAUX(I)
339.9      124  CONTINUE
339.91     GOTO 13
339.92     122  CONTINUE
340      WRITE(6,*)"INPRIME AS TEMPERATURAS ACHADAS S=0 N=1"
341      READ(5,*) IY
342      IF(IY.EQ.1) GOTO 712
343      WRITE(7,10) "TEMPERATURAS ACHADAS PARA OS RESPECTIVOS NOS"
344      10    FORMAT(1H1,10/,30X,S,////)
345      712   DO 94 I=1,N
346      WRITE(0401) XF(I)
346.1      IF(IY.EQ.1) GOTO 94
347      WRITE(7,20)"NO ",I,"=>",XF(I)
348      94    CONTINUE
349      20    FORMAT(40X,S,12,S," ",F9.4)
350      RETURN
351      END

```