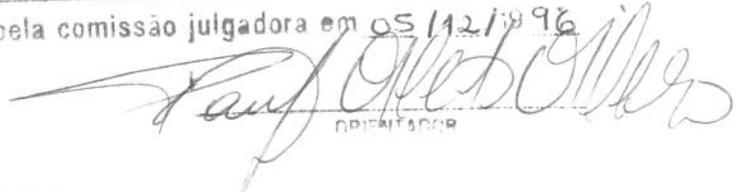


Este exemplar corresponde a redação final
da tese defendida por Francisco de
Sales M. Costa e aprovada
pela comissão julgadora em 05/12/1996


ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO**

Dissertação Apresentada à
Faculdade de Engenharia Mecânica
como Requisito Parcial para a Obtenção do
Título de Mestre em Engenharia de Petróleo

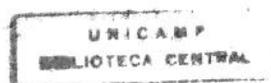
**ESTUDO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO
DE COMANDOS DESBALANCEADOS PELO
MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

Autor : Francisco de Sales Martins Costa
Orientador: Prof. Dr. Paulo Roberto Ribeiro

Dezembro/96

C823e

29693/BC



FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

C823e Costa, Francisco de Sales Martins
Estudo do comportamento mecânico de comandos
desbalanceados pelo método de elementos finitos /
Francisco de Sales Martins Costa.--Campinas, SP: [s.n.],
1996.

Orientador: Paulo Roberto Ribeiro
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Engenharia do petróleo. 2. Poços de petróleo -
Perfuração. 3. Método dos elementos finitos. I. Ribeiro,
Paulo Roberto. II. Universidade Estadual de Campinas.
Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

A dissertação “Estudo do Comportamento Mecânico de Comandos Desbalanceados pelo Método de Elementos Finitos”, elaborada por Francisco de Sales Martins Costa e aprovada por todos os membros da Banca Examinadora foi aceita pela Subcomissão de Pós-Graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 5 de dezembro de 1996

Banca Examinadora:



Paulo Roberto Ribeiro, *Ph.D.*



Renato Pavanello, *Ph.D.*



João Carlos Ribeiro Plácido, *Ph.D.*

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Paulo Roberto Ribeiro pela dedicação, participação, orientação e incentivo constantes durante a realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Renato Pavanello, ao Prof. Dr. Marco Lúcio Bittencourt, ao Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Plácido, pelas sugestões e pela participação na qualificação e defesa da tese.

À PETROBRÁS pela oportunidade de aprimoramento profissional.

A todos os professores e funcionários da UNICAMP, pela ajuda e convívio cordial, importantes para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus pais, Francisco e Clívia, irmãos, avós, tios, colegas e amigos, pelo apoio constante em toda a minha vida.

À minha esposa, Maria Regina, e meu filho, Eduardo, pela compreensão, carinho, auxílio e apoio, que tornou possível a realização deste trabalho.

RESUMO

O trabalho trata da modelagem do comportamento estático de colunas de perfuração, com composição de fundo de poço equipada com comando desbalanceado, utilizando-se o Método de Elementos Finitos.

A coluna de perfuração foi discretizada por elementos de viga coluna com não linearidade geométrica, sendo utilizado o Método de Newton-Raphson, com um esquema de carregamento incremental, para se obter a solução do sistema de equações não lineares.

O modelo foi validado através de vários exemplos clássicos de vigas e pórticos em duas e três dimensões.

Foi realizada uma análise numérica de sensibilidade de parâmetros na convergência do algoritmo e na qualidade da solução. A implementação do confinamento da coluna pelas paredes do poço foi feita através de molas bilineares, cujas constantes foram determinadas através de análise de sensibilidade.

O efeito do desbalanceamento foi incorporado através de uma força de corpo equivalente, sendo estudada a tendência de ganho ou perda de ângulo da composição de fundo de poço através de observação da força de reação na broca.

ABSTRACT

The work treats the finite element modeling of the static behaviour of drillstrings equipped with bottom hole assemblies composed by unbalanced drill collars.

The drillstring was discretized in beam-column elements having geometric non linearity. The Newton-Raphson Method with an incremental loading scheme was used to obtain the solution of the non linear system of equations.

Various classic examples of 2D and 3D beam and frames were used to check the validity of the model.

A numerical sensibility analysis of parameters in the convergence of the algorithm and the quality of the solution was performed. The lateral constraint imposed by the borehole walls was modeled by bilinear springs. The elastic constants of the springs were determined by sensibility analysis.

The effect of the unbalanced force was incorporated to the model by an equivalent body force, and the tendency of the bottom hole assembly to gain or loose inclination was determined by inspection of the computed reaction force at the bit.

ÍNDICE

Resumo.....	iv
Abstract.....	v
Lista de Figuras.....	ix
Lista de Tabelas.....	xiv
1. Introdução.....	1
1.1 Métodos de Perfuração.....	1
1.2 Apresentação do Problema	3
1.3 Objetivos.....	6
1.4 Organização.....	6
2. Revisão Bibliográfica.....	10
2.1 Trajetória de Poço.....	10
2.2 Dinâmica da Coluna de Perfuração.....	12
2.3 Comando Desbalanceado.....	14
2.4 Comentários.....	15
3. Formulação Matemática.....	17
3.1 Equação Diferencial da Viga-Coluna no Plano e no Espaço.....	17
3.1.1 Viga-coluna no plano.....	17
3.1.2 Viga-coluna no espaço.....	19
3.2 Representação do Problema pelo Método de Elementos Finitos.....	20
3.2.1 Matrizes de rigidez elástica e geométrica do elemento de viga-coluna	20
3.2.2 Sistema de equações.....	28
3.3 Modelagem do Elemento de Contato.....	28
3.4 Análise Estática Não Linear.....	29
3.5 Sistema de Referência.....	29

3.6	Método de Newton-Raphson.....	30
3.7	Implementação Computacional.....	32
3.7.1	Atualização da Geometria.....	32
3.7.2	Recuperação dos Esforços Internos.....	35
3.7.3	Critério de Convergência.....	37
4.	Validação do Modelo.....	47
4.1	Casos com Linearidade Elástica.....	47
4.1.1	Viga Inclinada em Balanço.....	47
4.1.2	Pórtico Plano.....	48
4.1.3	Pórtico Espacial.....	48
4.2	Casos com Não Linearidade Geométrica.....	49
4.2.1	Viga em Balanço com Carga Concentrada na Extremidade.....	49
4.2.2	Viga em Balanço com Momento Aplicado à Extremidade.....	50
4.2.3	Viga em Balanço com Carga Uniformemente Distribuída.....	51
4.2.4	Viga com Imperfeição Geométrica Inicial.....	52
4.2.5	Análise de Estabilidade.....	53
4.2.6	Elemento de Contato.....	53
4.2.7	Coluna de Perfuração.....	54
4.2.7.1	Coluna com um estabilizador.....	55
4.2.7.2	Coluna com dois estabilizadores.....	56
4.2.7.3	Coluna com três estabilizadores.....	57
4.2.7.4	Coluna com quatro estabilizadores.....	57
4.2.7.5	Comentários.....	58
5.	Análise do Comando Desbalanceado.....	89
5.1	Viga Bi-apoiada.....	89
5.2	Coluna Lisa.....	90
5.3	Coluna Lisa com Comando Desbalanceado.....	92
5.4	Comentários.....	93

6. Conclusões e Recomendações.....	106
6.1 Conclusões.....	106
6.2 Recomendações.....	107
 NOMENCLATURA.....	 108
 BIBLIOGRAFIA.....	 111
 APÊNDICE A : MÉTODO DOS RESÍDUOS PONDERADOS.....	 A-1
 APÊNDICE B : MATRIZES DE RIGIDEZ ELÁSTICA E GEOMÉTRICA PARA UM ELEMENTO DE VIGA-COLUNA NO ESPAÇO.....	 B-1
 APÊNDICE C : CÁLCULO DA FORÇA DESBALANCEADA.....	 C-1

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	: Esquema de operação de perfuração rotativa em formação rochosa....	7
Figura 1.2	: Comando desbalanceado.....	8
Figura 1.3	: Forças que atuam no comando desbalanceado.....	9
Figura 2.1	: BHA liso sem carga axial e com carga axial.....	16
Figura 3.1	: Viga-coluna.....	39
Figura 3.2	: Equilíbrio de um elemento de viga.....	39
Figura 3.3	: Elemento de viga-coluna e seus graus de liberdade.....	40
Figura 3.4	: Molas bilineares.....	41
Figura 3.5	: Configurações de referência.....	42
Figura 3.6	: Representação gráfica do método de Newton-Raphson.....	43
Figura 3.7	: Fluxograma para análise não linear.....	44
Figura 3.8	: Sistemas de coordenadas global e local.....	45
Figura 3.9	: Representação esquemática da obtenção do plano principal de inércia através de um ponto auxiliar.....	45
Figura 3.10a	: Graus de liberdade do elemento de viga no sistema global.....	46

Figura 3.10b	: Graus de liberdade do elemento de viga no sistema local.....	46
Figura 4.1	: Viga inclinada em balanço com carga concentrada na extremidade....	70
Figura 4.2	: Pórtico plano com cargas concentradas.....	71
Figura 4.3	: Pórtico espacial linear.....	72
Figura 4.4	: Viga em balanço com carga vertical concentrada na extremidade livre.....	73
Figura 4.5	: Solução numérica comparada a solução analítica para 26 incrementos de carga.....	74
Figura 4.6	: Solução numérica comparada a solução analítica para 50 incrementos de carga.....	74
Figura 4.7	: Solução numérica comparada a solução analítica para 100 incrementos de carga.....	75
Figura 4.8	: Configurações de equilíbrio.....	75
Figura 4.9	: Variação do número de iterações por incremento para 26 incrementos de carga.....	76
Figura 4.10	: Viga em balanço com carga momento concentrada na extremidade livre.....	77
Figura 4.11	: Comparação entre as soluções analítica e numérica para os deslocamentos adimensionais u/L e v/L	78
Figura 4.12	: Algumas configurações de equilíbrio para esquema da Figura 4.10....	78

Figura 4.13	: Viga em balanço com carga uniformemente distribuída.....	79
Figura 4.14	: Comparação entre os resultados numérico e analítico.....	79
Figura 4.15	: Viga com imperfeição geométrica inicial.....	80
Figura 4.16	: Comparação entre a solução analítica e numérica do deslocamento vertical do ponto central da viga com imperfeição geométrica inicial.	80
Figura 4.17	: Viga bi-apoiada com molas bilineares.....	81
Figura 4.18	: Composições de coluna analisadas [M1].....	82
Figura 4.19	: Modelagem da coluna de perfuração.....	83
Figura 4.20	: Discretização da coluna e sistema de eixos global.....	84
Figura 4.21	: Deslocamentos versus Distância da broca - coluna com um estabilizador.....	85
Figura 4.22	: Forças de reação versus Distância da broca - coluna com um estabilizador.....	85
Figura 4.23	: Deslocamentos versus Distância da broca - coluna com dois estabilizadores.....	86
Figura 4.24	: Forças de reação versus Distância da broca - coluna com dois estabilizadores.....	86
Figura 4.25	: Deslocamentos versus Distância da broca - coluna com três estabilizadores.....	87

Figura 4.26	: Forças de reação versus Distância da broca - coluna com três estabilizadores.....	87
Figura 4.27	: Deslocamentos versus Distância da broca - coluna com quatro estabilizadores.....	88
Figura 4.28	: Forças de reação versus Distância da broca - coluna com quatro estabilizadores.....	88
Figura 5.1	: Seções transversais e orientação do sistema de eixos.....	98
Figura 5.2	: Viga bi-apoiada representando o comando desbalanceado.....	99
Figura 5.3	: Influência do refinamento nos deslocamentos.....	100
Figura 5.4	: Influência do refinamento na força de reação.....	100
Figura 5.5	: Comparação entre os deslocamentos obtidos com as combinações 1 e 3.....	101
Figura 5.6	: Comparação entre as forças de reação obtidas com as combinações 1 e 3.....	101
Figura 5.7	: Comparação entre os deslocamentos obtidos com as combinações 2 e 4.....	102
Figura 5.8	: Comparação entre as forças de reação obtidas com as combinações 2 e 4.....	102
Figura 5.9	: Deslocamentos da coluna com comando desbalanceado a 60 rpm.....	103
Figura 5.10	: Forças de reação na coluna com comando desbalanceado a 60 rpm....	103

Figura 5.11	: Deslocamentos da coluna com comando desbalanceado a 120 rpm....	104
Figura 5.12	: Forças de reação na coluna com comando desbalanceado a 120 rpm..	104
Figura 5.13	: Deslocamentos da coluna com comando desbalanceado a 180 rpm....	105
Figura 5.14	: Forças de reação na coluna com comando desbalanceado a 180 rpm..	105
Figura C.1	: Propriedades geométricas da seção transversal.....	C-3
Figura C.2	: Volume de aço retirado.....	C-4
Figura C-3	: Aproximação do “furo lateral”.....	C-5

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1	: Solução analítica e numérica para a viga inclinada em balanço com carga concentrada.....	59
Tabela 4.2	: Solução analítica e numérica para o pórtico plano com cargas concentradas.....	59
Tabela 4.3	: Deslocamentos nodais e reações nos apoios do pórtico espacial linear....	60
Tabela 4.4	: Comparação entre as cargas críticas obtidas analiticamente e através do modelo (malha com 4 elementos).....	61
Tabela 4.5	: Resultados para viga com molas bilineares.....	62
Tabela 4.6	: Resultados da análise de sensibilidade do caso da viga com molas bilineares.....	63
Tabela 4.7	: Dados para a coluna de perfuração analisada.....	64
Tabela 4.8	: Combinações de k_0 e k_1	65
Tabela 4.9	: Comparação entre os resultados publicados e os obtidos pelo modelo para coluna com um estabilizador.....	66
Tabela 4.10	: Comparação entre os resultados publicados e os obtidos pelo modelo para coluna com dois estabilizadores.....	67
Tabela 4.11	: Comparação entre os resultados publicados e os obtidos pelo modelo para coluna com três estabilizadores.....	68

Tabela 4.12 : Comparação entre os resultados publicados e os obtidos pelo modelo para coluna com quatro estabilizadores.....	69
Tabela 5.1 : Resultados obtidos para o caso da viga bi-apoiada.....	94
Tabela 5.2 : Constantes das molas utilizadas e forças de reação.....	95
Tabela 5.3 : Constantes das molas utilizadas com a malha de 112 elementos.....	96
Tabela 5.4 : Variação da força de reação na broca em função da rotação.....	97

1. INTRODUÇÃO

O petróleo, uma complexa mistura de hidrocarbonetos, normalmente se encontra preenchendo os espaços vazios das rochas, porosas ou fraturadas, situadas a grandes profundidades, tanto em terra como no subsolo marinho.

Estudos de geologia são realizados em uma área para determinar a existência de uma rocha, a uma determinada profundidade, que tenha características próprias e adequadas para acumulação de hidrocarbonetos. No entanto, somente através da perfuração de um poço é que pode ser feita a constatação da existência do petróleo. Para esta perfuração, é empregada a sonda de perfuração.

O primeiro poço, perfurado em uma área inexplorada, é chamado de pioneiro. Se esse poço pioneiro revelar a existência da jazida procurada, programam-se novos poços para delimitá-la e avaliar sua viabilidade econômica. Esses poços podem ter profundidades que não ultrapassam 1000 m (poços rasos), entre 1000 e 2500 m (poços médios), acima de 2500 m (poços profundos). Os poços são classificados, ainda, como verticais e direcionais: vertical se estiver contido em um cilindro vertical, cujo raio é estabelecido em função da sua profundidade; direcional quando é desviado da vertical, de maneira programada, tendo como objetivo atingir um alvo distante da projeção do poço.

1.1 MÉTODOS DE PERFURAÇÃO

Os métodos de perfuração proporcionam um meio de erodir ou fraturar as rochas, remover o material fraturado até a superfície, sustentar as paredes do poço e impedir a produção dos fluidos contidos nas rochas. Existem, basicamente, dois métodos de perfuração: à percussão e rotativa.

No método de perfuração à percussão utiliza-se um trepano ou broca, em forma de cinzel, para fraturar a rocha, a partir de uma sonda à percussão. Apesar de apresentar custos baixos com equipamentos e operação, tem como principais dificuldades:

- É aplicável, somente, a poços com pequenas profundidades.
- Dificuldade de se obter amostras, da rocha que é perfurada, suficientemente grandes para análises de porosidade, permeabilidade, e fluidos contidos nos poros das rochas.

No método de perfuração rotativa a falha da rocha ocorre pela ação dos esforços normal e de cisalhamento, devido aos efeitos de peso e rotação, aplicados à broca de perfuração. Durante a operação é injetado o fluido de perfuração pelo interior da coluna até a broca. Esse fluido tem como principal finalidade remover os cascalhos gerados no fundo do poço. O movimento de rotação é transmitido à broca através de uma tubulação denominada coluna de perfuração, que é composta por: comandos de perfuração, tubos de perfuração, estabilizadores de coluna e substitutos.

A perfuração rotativa apresenta as seguintes vantagens em relação à perfuração à percussão:

- Possibilidade de perfuração de poços de grande diâmetro;
- Possibilidade de perfuração de poços direcionais;
- Permite controle de fluidos contidos nos poros da rocha;
- Possibilita alcançar grandes profundidades ao se utilizar fluido de perfuração cujo peso específico é capaz de sustentar a parede do poço.

Na indústria do petróleo o método rotativo é o mais utilizado, conforme a Figura 1.1. A sonda de perfuração rotativa é composta por vários equipamentos, que constituem os quatro principais sistemas de uma sonda: circulação, rotação, elevação e geração de energia.

O sistema de circulação permite que o fluido de perfuração seja injetado através da coluna de perfuração e atinja a broca para remover os cascalhos gerados por sua ação.

O sistema de rotação tem a função de girar a broca, quando esta estiver no fundo do poço. O principal equipamento desse sistema é a mesa rotativa, que está localizada na plataforma de trabalho da sonda e tem capacidade de gerar torque suficiente para girar a broca. Como a broca se localiza no fundo do poço, o torque é transmitido através da coluna de perfuração, que tem os seguintes componentes:

- Comandos de perfuração: tubos de aço com parede espessa, colocados logo acima da broca, para gerar grande peso; são dimensionados de modo a evitar que os tubos de perfuração trabalhem sob compressão.
- Tubos de perfuração - tubos de aço com parede fina que são posicionados logo acima dos comandos.
- Estabilizadores: têm com função principal centralizar a coluna de perfuração dentro do poço.

- Substitutos: permitem a conexão entre componentes da coluna com diferentes tipos de rosca.
- Broca

O sistema de elevação é o responsável pela sustentação do peso da coluna de perfuração.

O sistema de geração de energia tem função de alimentar os sistemas já citados. É comum a utilização de motores de combustão interna como fontes primárias de energia. A transmissão da energia para os diversos componentes dos sistemas pode ser de duas maneiras: sistema diesel-elétrico ou *compound* mecânico. No sistema diesel-elétrico, motores de combustão interna, que utilizam óleo diesel como combustível, movimentam geradores elétricos, que estão montados diretamente em seus eixos. O motor diesel, ao girar o gerador de energia, faz com que este gere potência elétrica, que é transmitida através de cabos elétricos, a motores de corrente contínua, montados próximos aos equipamentos. No sistema de transmissão de energia através de *compound* mecânico, os motores diesel são ligados a engrenagens e correntes, que por sua vez acionam os equipamentos.

O funcionamento integrado desses sistemas é importante para que a perfuração de um poço seja realizada dentro de padrões técnicos e de segurança. Dentro das técnicas de perfuração é importante ressaltar que a aplicação correta do peso sobre broca e torque à coluna devem garantir que um poço seja mantido o mais próximo possível de sua trajetória programada, para atingir o objetivo com maior rapidez, evitando-se intervenções para correções, que podem ser demoradas e onerosas.

A coluna de perfuração, através dos comandos, desempenha um papel muito importante no controle da trajetória do poço, como pode ser visto no Capítulo 4 deste trabalho. Este aspecto motivou o estudo do comportamento dos comandos dentro do poço.

1.3 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

Dependendo da combinação do peso sobre broca e da rotação utilizados durante a perfuração é possível que o poço apresente tortuosidade ou inclinação excessiva, desviando-se de sua trajetória programada.

As principais causas de desvios de trajetória de poços são:

- Mudança do peso sobre a broca;

- Variação das propriedades mecânicas das rochas perfuradas;
- Poço de grande diâmetro nominal sendo perfurado com comandos de pequeno diâmetro externo;
- Utilização de peso sobre broca e rotação inadequados para um determinado tipo de rocha.

O problema do desvio de trajetória pode ser contornado através da utilização de estabilizadores. Através da posição dos estabilizadores é possível controlar a posição do ponto de contato dos comandos com a parede do poço. Basicamente, quanto mais afastado da broca for o ponto de contato, maior será a capacidade da coluna de perder inclinação, e quanto mais perto esse ponto estiver da broca, maior será a capacidade da coluna de ganhar inclinação. A posição dos estabilizadores é determinada levando-se em consideração os diâmetros dos comandos e do poço, inclinação do poço e peso sobre a broca.

A perfuração de um poço torna-se problemática caso ocorra um desvio abrupto (*dog-leg*). A continuidade da operação faz com que os tubos de perfuração (mais esbeltos que os comandos) provoquem sulcos nas paredes do poço. Isso possibilita a prisão dos comandos, estabilizadores ou da broca, no momento da sua retirada, pois estes são elementos de maior diâmetro na coluna.

Outra técnica utilizada para se conter a variação de ângulo de inclinação do poço, é a perfuração com coluna com composição de fundo de poço, também chamada BHA (*Bottom Hole Assembly*), contendo um comando especial, denominado comando desbalanceado.

O comando desbalanceado é um comando de perfuração do qual é retirada uma parcela localizada de sua massa, através de usinagem, conforme pode ser visto na Figura 1.2.

Durante a perfuração, a rotação da coluna é responsável pelo surgimento de uma força desbalanceada no comando, devido ao efeito centrífugo, cuja direção é perpendicular ao eixo longitudinal da coluna, e no sentido oposto ao lado de onde é retirada a massa [U1]. Em poços inclinados, quando o lado mais pesado do comando está voltado para baixo, a força centrífuga coincide com a componente do peso próprio, transmitindo à broca uma força perpendicular ao eixo do poço, gerando uma tendência de redução da inclinação do poço, conforme Figura 1.3. Como essa força é proporcional à rotação, quanto maior for a rotação da coluna de perfuração, maior será a magnitude da força lateral na broca.

O comando desbalanceado foi inicialmente utilizado em algumas áreas de exploração de petróleo, nos Estados Unidos [U1], com objetivo de controlar tendências de aumento de

inclinação. Posteriormente ele foi utilizado, com o intuito de aumentar taxa de penetração, nas áreas de Wichita e Kansas [U2].

Devido aos custos elevados do controle da verticalidade dos poços de desenvolvimento na área da Bacia do Recôncavo, a Petrobrás se interessou pela utilização de colunas com BHA equipado com comando desbalanceado, em campos com forte tendência de aumento de inclinação.

A utilização de comando desbalanceado teve início, na área de Jacuípe, na Bacia do Recôncavo, em Setembro de 1991. Foram verificadas inclinações máximas de 6° em áreas cujas inclinações tinham chegado a 13° com comandos convencionais. Os resultados obtidos na perfuração desse poço encorajaram a utilização dessa ferramenta em outras áreas, sendo que no período de novembro de 1992 a junho de 1994, o comando desbalanceado foi utilizado em 52 % dos poços perfurados naquela região [R1].

A crescente utilização do comando desbalanceado, na perfuração dos poços da área da Bacia do Recôncavo Baiano, motivou um estudo sobre seu comportamento dentro do poço. Nesse estudo, estão incluídos os seguintes aspectos:

- Influência da força desbalanceada na força que a broca exerce na formação.
- Magnitude dos esforços atuantes na coluna devido a força desbalanceada gerada.
- Modos de vibração da coluna.

Destaca-se o aspecto da influência da força desbalanceada, na determinação da trajetória de um poço, pois dependendo da magnitude e sentido dessa força, o poço poderá ganhar ou perder inclinação e causar desvios que não permitam que o objetivo seja atingido.

É necessário se determinar a magnitude da força que a broca exercerá sobre a formação, para que se possa estimar a tendência de aumento ou diminuição de inclinação do BHA. Devido a dificuldade de se medir a força lateral na broca, é possível estimar seu valor através de simulação numérica.

1.4 OBJETIVOS

Baseando-se na motivação descrita acima, estabeleceu-se os seguintes objetivos para este trabalho:

1. Desenvolvimento de um programa de elementos finitos para simular o comportamento mecânico de colunas de perfuração.
2. Estudo do comportamento de composições de fundo de poço, com ênfase nas equipadas com comando desbalanceado, considerando-se um enfoque estático.

1.5 ORGANIZAÇÃO

No Capítulo 2 é apresentada uma revisão de estudos relacionados ao controle de trajetória de poços, dinâmica da coluna de perfuração, e comandos desbalanceados. No Capítulo 3 é apresentada a formulação matemática utilizada no desenvolvimento do programa computacional de elementos finitos, utilizado para realizar a análise estática não linear de vigas e colunas de perfuração. No Capítulo 4 são apresentados alguns exemplos clássicos utilizados para validar os diversos aspectos do modelo. No Capítulo 5 é apresentado um estudo da amplitude da força na broca ao ser incorporada a força desbalanceada. No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões do trabalho e recomendações para futuras pesquisas nesta área.

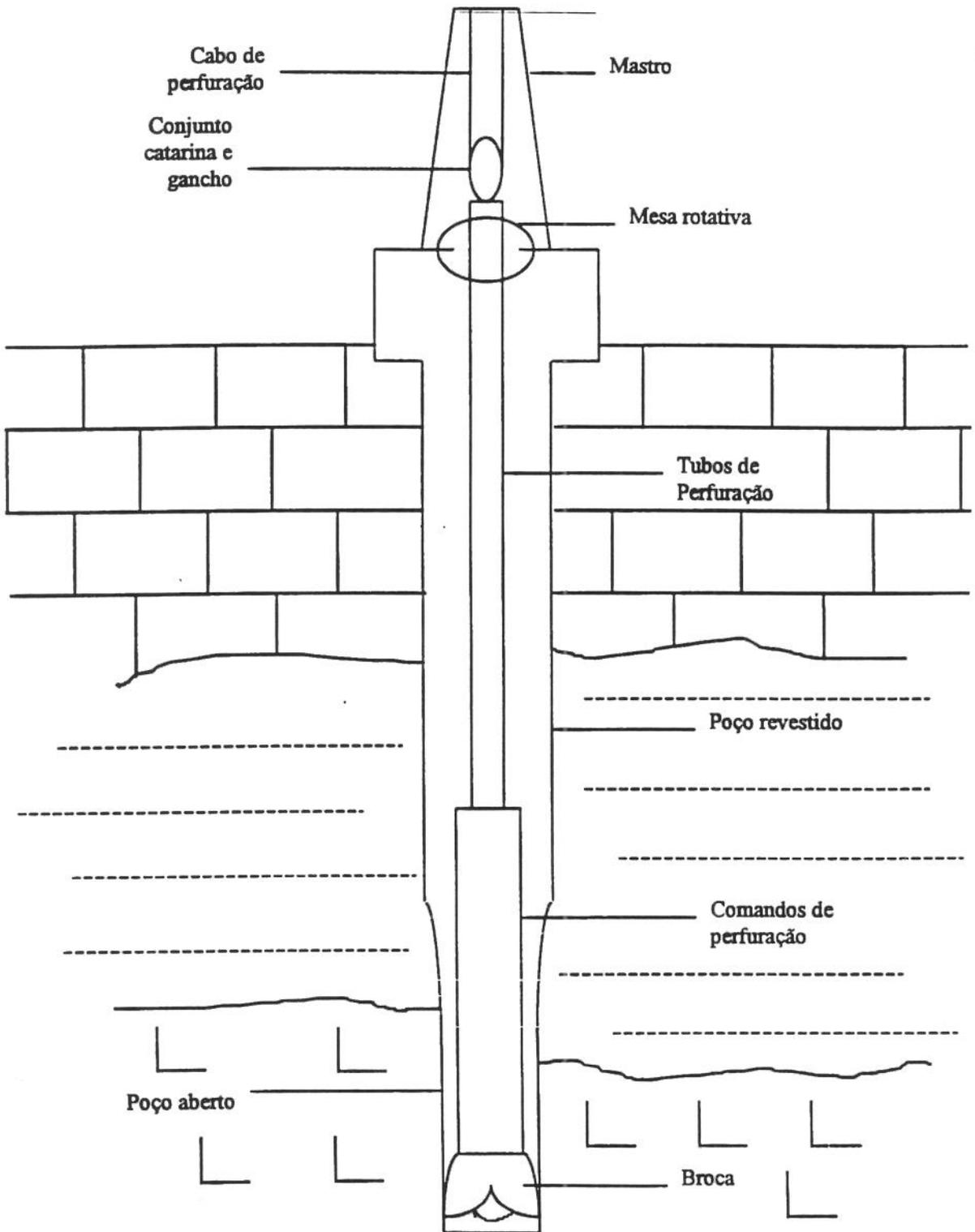
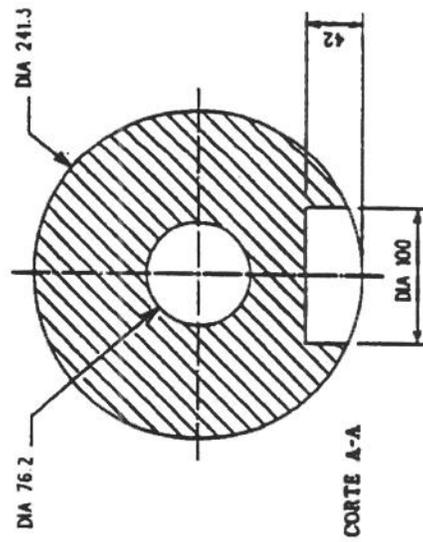
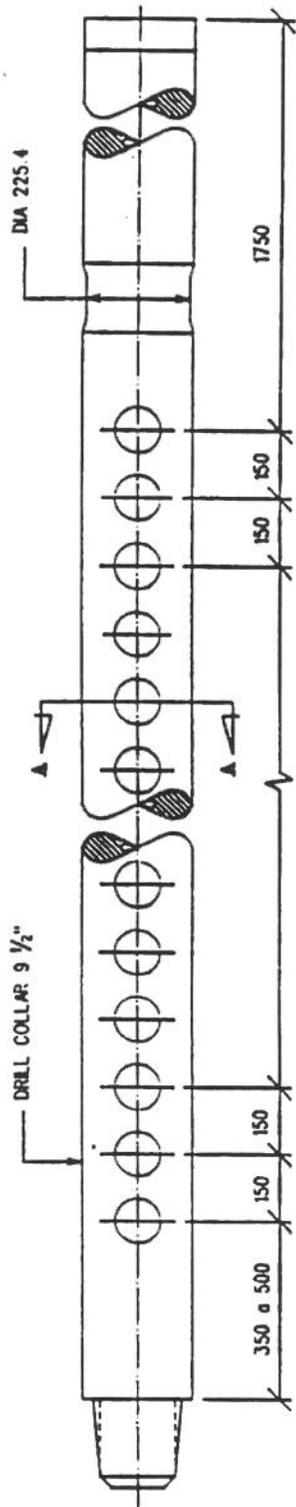


Figura 1. 1 - Esquema de operação de perfuração rotativa em formação rochosa.



OBS · COTAS EM MILÍMETROS

Figura 1. 2 - Comando desbalanceado

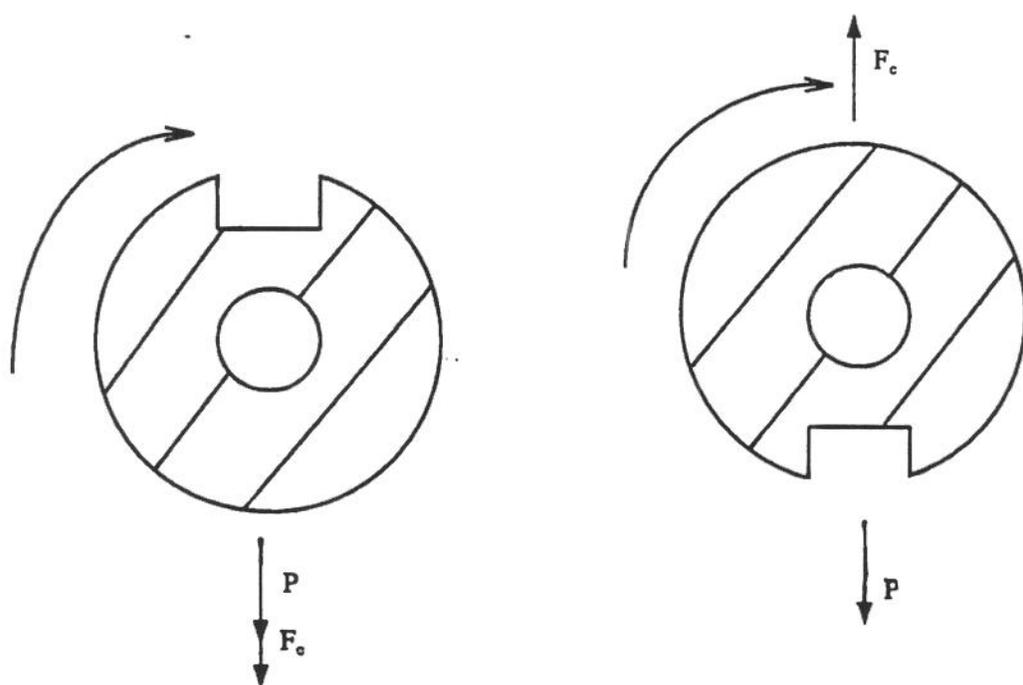


Figura 1. 3 - Forças que atuam no comando desbalanceado.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é apresentada uma revisão dos estudos realizados na área de comportamento de colunas de perfuração, com o intuito de compreender melhor seu comportamento mecânico dentro de um poço. A revisão foi dividida em três seções:

- Trajetória de poço;
- Dinâmica da coluna de perfuração;
- Comando desbalanceado;

2.1 TRAJETÓRIA DE POÇO

Uma das principais preocupações do engenheiro durante a perfuração de um poço de petróleo diz respeito à trajetória que a broca deve descrever, pois caso ocorram desvios significativos, o poço poderá não atingir o objetivo programado.

Bradley [B1] em seu estudo sobre as causas de desvio de poços verticais e inclinados, identificou dois fatores: mecânica da coluna de perfuração e interação broca-rocha. A influência da mecânica da coluna é evidenciada através do comprimento ativo compreendido entre a broca e o ponto a partir do qual a coluna encontra-se apoiada na parede do poço (ponto de tangência), e que influencia decisivamente no desvio da trajetória, conforme mostra a Figura 2.1. Esse comprimento ativo será tanto menor quanto maior for o peso sobre broca ou a inclinação do poço. O peso do comprimento ativo atua sobre a formação, através da broca, e a sua componente perpendicular ao eixo do poço. Essa componente é a força lateral ou força de desvio, F_H . A força lateral é a soma da força de desvio devido à flexão, F_B , e da força pêndulo, F_p , devido ao peso próprio. Na Figura 2.1a a coluna não está submetida a carga axial, logo a força pendular é máxima. Na Figura 2.1b é aplicado um carregamento axial que faz com que a broca mude de direção, gerando a força de desvio devido à flexão. Nesse caso a força pendular e o comprimento ativo são reduzidos. A flexibilidade da coluna é outro aspecto da mecânica da coluna que influencia o desvio do poço: coluna flexível não é capaz de resistir à mudança na força de desvio aplicada na broca. Isto pode ocorrer, por exemplo, quando durante a perfuração, passa-se de uma formação para outra, com características de perfurabilidade diferentes, causando mudança nas forças laterais na broca. Essa mudança faz com que a broca perfure em uma direção diferente resultando em desvio de

trajetória e outros problemas. A flexibilidade da coluna é responsável pela adição da força de desvio devido à flexão quando é aplicado o carregamento axial. Quanto à interação broca-rocha é necessário realizar mais pesquisas sobre o processo de desvio que ocorre quando uma rocha anisotrópica é perfurada, pois no caso da rocha isotrópica, a direção de perfuração permanece constante. É recomendado que seja dada ênfase ao desenvolvimento de técnicas em que seja mantida a inclinação do poço sem que seja necessária diminuição na taxa de penetração.

Millheim et al. [M1] realizaram uma análise do comportamento de quatro composições de fundo de poço utilizando-se uma programa comercial de elementos finitos. Foi adotada solução não linear, devido a grandes deslocamentos e pequenas deformações, para determinar os deslocamentos e a força de reação da formação na broca. Através da reação na broca estimou-se a tendência à inclinação do BHA. Os comandos foram modelados por elementos de viga tridimensionais com seis graus de liberdade em cada nó, totalizando-se doze graus de liberdade por elemento. Para simular o contato dos comandos com a parede do poço, foram utilizadas barras com módulo de Young bilinear associadas aos nós dos elementos. O deslocamento lateral, dos nós, provocou deformação axial nas barras. Assim que uma determinada deformação atingisse um valor pré-determinado, acrescia-se um valor de módulo de Young, cuja ordem de grandeza era muito maior que o inicial. Essa metodologia de análise foi aplicada a casos de colunas utilizadas na perfuração de poços no campo. Resultados satisfatórios foram obtidos para os casos de composições utilizadas para ganhar e perder inclinação.

Guz [G1] estudou o comportamento estático não linear, devido a grandes deslocamentos e pequenas deformações, de colunas de perfuração através de um elemento plano de viga-coluna. Utilizou a estrutura do programa computacional ANESDE, que já se encontrava desenvolvido, para realizar análise estática e dinâmica de estruturas. Implementou a restrição da parede do poço através de molas, com constantes de rigidez bilineares, aplicadas perpendicularmente ao eixo longitudinal do elemento, e localizadas em cada nó do elemento. O modelo foi validado com alguns exemplos clássicos de vigas, sendo posteriormente aplicado a casos de colunas de perfuração, apresentando resultados satisfatórios. Não foram observadas referências quanto à determinação das constantes das molas que simulavam os contatos da coluna com a parede do poço.

Bueno [B2] propôs uma metodologia para estimativa de forças de contato entre a coluna de perfuração, o poço e o *riser* de perfuração, com ênfase na perfuração de poços marítimos em lâminas d'água profunda. Foi utilizado o programa comercial ANSYS para a análise estática não linear, no plano, do problema discretizado através de elementos de viga-coluna. A metodologia proposta pode ser utilizada para: otimizar trajetórias de poços direcionais visando-se diminuir esforços devido a torque e *drag*; estudos de flambagem não linear de BHA; otimização de composições de fundo de poço com o objetivo de diminuir o número de correções necessárias durante a perfuração de poços direcionais.

A trajetória que um poço irá descrever depende de vários fatores: composição da coluna de perfuração, litologia, tendência da formação a ganhar ou perder inclinação, curvatura do poço, peso sobre broca, rotação da coluna. Nos trabalhos citados anteriormente, alguns autores propuseram metodologias de análise, utilizando-se programas computacionais de uso geral. Utilizando-se métodos numéricos, como o método de elementos finitos, e a disponibilidade de computadores menores e mais potentes é possível se criar um modelo de análise de comportamento de colunas que possa ser mais rápido em sua execução e apresente resultados satisfatórios se comparados ao que foi realizado anteriormente.

2.2 DINÂMICA DA COLUNA DE PERFURAÇÃO

No assunto de dinâmica da coluna de perfuração concentram-se estudos sobre análise freqüencial e efeitos dos modos de vibração sobre a broca. Os aspectos dinâmicos do problema também são importantes para a análise de fadiga da coluna.

Lubinski [L1] realizou uma análise estática sobre a flambagem do tubo de perfuração submetido ao peso sobre a broca. Utilizou a teoria da estabilidade elástica para deduzir as equações diferenciais que regem o problema e resolveu-as analiticamente. O estudo abordou os modos de flambagem bem como as reações nos pontos de contato com a parede do poço. O autor analisou também a influência da rotação do tubo de perfuração na configuração deformada, levando-se em consideração a forma alternada de atuação do momento fletor. Esse tipo de abordagem permite que sejam feitas considerações sobre fadiga da coluna.

Millheim [M2] adaptou um modelo tridimensional de elementos finitos para vigas submetidas a carregamentos estáticos, para estudar o comportamento dinâmico de colunas de perfuração. Os resultados do modelo foram comparados, qualitativamente, com dados de campo obtidos através de registros com equipamentos magnéticos em sete poços,

apresentando resultados satisfatórios. Não foi considerada a interação do fluido de perfuração com a coluna. O modelo proposto pode ser considerado como bom ponto de partida na avaliação da deformação da coluna e da força de reação na broca.

Aadnoy [A1] utilizou um modelo simples para avaliar as frequências naturais de uma viga com apoios com um, dois e três graus de liberdade nas duas extremidades. Não foram consideradas as interações da coluna com o fluido, e permitiu-se que o tubo vibrasse sem o confinamento da parede de poço. Apesar da simplicidade da análise, as expressões analíticas obtidas para as frequências naturais do sistema podem ser consideradas como uma estimativa preliminar numa análise do caso real.

Dunayevski et al. [D1] estudaram a instabilidade da coluna de perfuração causada por ressonância paramétrica. A ressonância paramétrica pode ser descrita como um fenômeno onde uma força axial variável (no caso o peso sobre a broca) induzida no fundo do poço tem contribuição em perturbação laterais, causando um aumento exponencial na amplitude das vibrações laterais. Foram incluídos nesse estudo, os efeitos do peso sobre a broca, velocidade de rotação da coluna, comprimento da composição de fundo e ângulo de inclinação do poço. A principal conclusão desse trabalho diz respeito a determinação de faixas de valores de peso sobre broca e rotação de coluna, através de análise dinâmica, que é de grande importância na determinação da composição da coluna e na prevenção de falhas por fadiga.

Besalsow et al. [B3] estudaram as vibrações da composição de fundo de poço e os mecanismos de excitação durante a perfuração, baseando-se em dados coletados de um poço de teste. Eles identificaram alguns mecanismos físicos associados às vibrações axial, torsional e lateral através do monitoramento da resposta, em frequência real, de três casos de campo. Esses mecanismos foram interpretados como desbalanceamento de massa ou tubos flexionados, desalinhamento, ação de broca tricônica e movimento giratório da coluna. Foram utilizados três modelos para aferição dos resultados: algoritmo de elementos finitos para solução de problemas de autovalor, programa de elementos finitos de uso geral com capacidade de resposta a problemas de análise frequencial, e equações simplificadas de viga estudadas por Aadnoy [A1].

Vandiver et al. [V1] desenvolveram equações simples que relacionam a velocidade de escorregamento tangencial entre a parede do poço e a rotação do comando de perfuração. Esses modelos de movimento foram detectados em espectros de momento fletor e ângulos de fase de dados dinâmicos obtidos em uma composição, pendular, de fundo. Observaram

também o acoplamento linear entre forças axiais sobre a broca e vibrações de flexão, porém não ficou evidenciado o acoplamento paramétrico estudado por Dunayevski [D1].

Cordovil [C1] implementou um código computacional bidimensional para realizar análise não linear do comportamento de colunas de perfuração levando-se em consideração cargas dinâmicas. Foram utilizados métodos de integração direta e superposição modal. Os resultados obtidos revelaram a eficiência do método de elementos finitos e da superposição modal para obtenção da resposta dinâmica.

Czerwinski [C2] implementou, no programa computacional ANESDE, elementos de barra e viga-coluna, tridimensionais, para realizar análise estrutural linear dinâmica de colunas de perfuração. Nessa análise foram calculados os esforços aos quais a coluna fica submetida, devido as cargas dinâmicas.

Nesta seção foram estudados diversos aspectos da dinâmica da coluna de perfuração. Dentro desses aspectos ressalta-se a importância do estudo de vibração da coluna dentro do poço. Esse estudo é importante para prevenir falhas por fadiga, dos elementos que compõem a coluna de perfuração.

2.3 COMANDO DESBALANCEADO

A técnica de perfuração, utilizando comando desbalanceado, teve seu primeiro relato datado de junho de 1971, como ferramenta utilizada para controle de verticalidade de poços [U1]. Também foi utilizado como ferramenta que ajudou a aumentar a taxa de penetração, durante a perfuração de poços de petróleo [U2]. Apesar disso, pouco se sabe a respeito do comportamento da coluna com comando desbalanceado.

Rey [R2] estudou a dinâmica de uma composição de fundo de poço contendo um estabilizador. As hipóteses assumidas em seu modelo foram: a inclinação do trecho reto, em que se encontra o BHA estudado, e os deslocamentos transversais, da coluna, são pequenos; e a parede do poço é rígida, não existindo contato entre ela e o BHA. Foi deduzida uma equação diferencial, que regia o movimento da coluna, em função do tempo. Foi utilizado o método das diferenças finitas para solucionar a equação diferencial. O efeito do desbalanceamento foi introduzido através de excentricidade do BHA, em relação ao eixo do poço. Foi determinada a força que a broca iria exercer sobre a formação. Foi concluído, neste

estudo, que a força que a broca exerceria na formação, seria maior ou menor, dependendo se o estabilizador estiver mais afastado ou mais próximo da broca.

O estudo apresentado em [R2] não trata diretamente do comando desbalanceado. A força desbalanceada é introduzida através de excentricidade do comando em relação ao eixo do poço. Verifica-se então, a importância de se determinar a magnitude da força desbalanceada, a partir do cálculo da quantidade de massa que é retirada do comando.

2.4 COMENTÁRIOS

Neste capítulo foram identificados os principais problemas relativos à trajetória de poço, procurando-se maneiras de predizê-la. Para se atingir esse objetivo foram utilizados métodos numéricos e auxílio de programas computacionais comerciais. Foram verificados também os efeitos da dinâmica da coluna de perfuração e sua influência na trajetória da broca de perfuração. Nesse item vários autores propuseram diferentes modelos para estudar problemas de frequências naturais e modos de vibração. Observou-se, também, que existem poucos trabalhos que tratam de colunas que contêm o comando desbalanceado.

Baseando-se no exposto, foi desenvolvido neste trabalho um modelo para simular o comportamento da coluna de perfuração com comando desbalanceado. A força desbalanceada é obtida levando-se em consideração a quantidade de massa retirada do comando. O problema foi abordado estaticamente, e no plano.

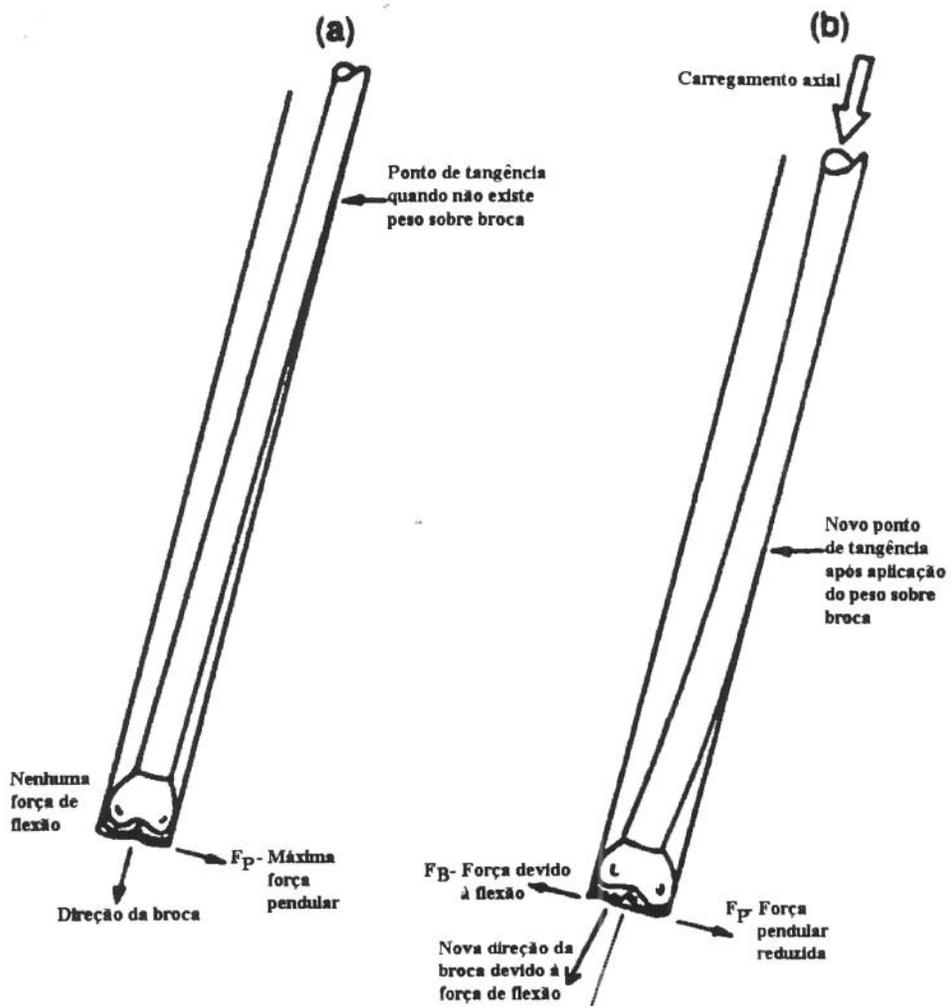


Figura 2. 1 - BHA liso sem carga axial e com carga axial.

3. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo é apresentada a formulação matemática utilizada para a análise estática do comportamento de colunas de perfuração. Inicialmente é feita a dedução da equação diferencial da viga-coluna no plano e sua extensão para o caso tridimensional. Em seguida é apresentada a representação do problema pelo método de elementos finitos. Aspectos referentes à não linearidade geométrica, ao sistema de referência adotado e à modelagem do elemento de contato entre os nós do elemento de viga-coluna e outro meio elástico, com o intuito de simular as paredes do poço, também são apresentados. Finalmente é descrito o método de solução adotado e os aspectos da implementação computacional.

3.1 EQUAÇÃO DIFERENCIAL DA VIGA-COLUNA NO PLANO E NO ESPAÇO

Vigas sujeitas a carregamentos axiais e transversais, com efeitos acoplados são denominadas vigas-coluna, segundo Timoshenko et al. [T1]. A dedução da equação diferencial da viga-coluna é baseada nas seguintes hipóteses:

- As seções transversais permanecem planas após a deformação;
- O material que compõe a viga segue a Lei de Hooke;
- Ocorrem apenas pequenas deformações.

3.1.1 Viga-coluna no plano

A Figura 3.1 mostra uma viga-coluna submetida a um carregamento transversal distribuído (q), variável ao longo do eixo x , e uma carga axial (P). Para se obter a equação que rege o deslocamento transversal dos pontos da viga, em função da posição no eixo x , isola-se um elemento diferencial de comprimento dx , entre duas seções transversais normais ao eixo indeformado da viga, e aplica-se as condições de equilíbrio, de acordo com a Figura 3.2. O carregamento distribuído (q) é considerado constante ao longo do comprimento dx do elemento diferencial, e positivo quando sua direção coincidir com a direção positiva do eixo y . O esforço cortante (V) e o momento fletor (M) que atuam nas extremidades do elemento são positivos nas direções mostradas na Figura 3.2.

Considerando-se o equilíbrio de forças na direção y , ($\Sigma F_y = 0$):

$$-V + q dx + (V + dV) = 0 \quad (3.1)$$

Isolando-se q , tem-se:

$$q = -\frac{dV}{dx} \quad (3.2)$$

Considerando-se o equilíbrio de momentos em torno do ponto n , na Figura 3.2, e assumindo-se como pequeno (infinitesimal) o ângulo entre o eixo da viga deformada e a horizontal, ($\Sigma M_n = 0$), temos:

$$M + q dx \frac{dx}{2} + (V + dV) dx - (M + dM) + P \frac{dy}{dx} dx = 0 \quad (3.3)$$

Desprezando-se os termos de derivadas quadráticas da Equação 3.3 e resolvendo-se para V , obtém-se:

$$V = \frac{dM}{dx} - P \frac{dy}{dx} \quad (3.4)$$

De acordo com a teoria de pequenas deformações, a expressão da curvatura de uma viga, em função do momento fletor que nela atua, é dada por:

$$EI_z \frac{d^2 y}{dx^2} = -M \quad (3.5)$$

O termo EI_z representa a rigidez à flexão da viga no plano x - y , sendo esse um plano de simetria da viga. Combinando-se as Equações 3.2 e 3.4 com 3.5 encontra-se as equações diferenciais para uma viga-coluna sujeita a um carregamento distribuído:

$$EI_z \frac{d^3 y}{dx^3} + P \frac{dy}{dx} = -V \quad (3.6)$$

$$EI_z \frac{d^4 y}{dx^4} + P \frac{d^2 y}{dx^2} = q(x) \quad (3.7)$$

A deformação axial do elemento é dada por:

$$EA \frac{du}{dx} = P \quad (3.8)$$

Na Equação 3.7 o deslocamento transversal, y , depende do valor da carga axial P aplicada no elemento. Na Equação 3.8 o mesmo carregamento axial depende do deslocamento axial, (u) . Fica caracterizado, desta forma, o acoplamento entre os deslocamentos transversal e axial do elemento de viga.

3.1.2 Viga-coluna no espaço

O processo descrito na seção anterior é agora desenvolvido considerando-se o plano x - z , e obtendo-se equações similares com acoplamento dos deslocamentos u e z .

$$EI_y \frac{d^4 z}{dx^4} + P \frac{d^2 z}{dx^2} = q_1(x) \quad (3.9)$$

A modelagem realizada neste trabalho utiliza apenas estes dois acoplamentos e assume uma independência entre os demais deslocamentos do elemento. A rotação, devido ao momento de torção, é analisada de forma independente utilizando-se a teoria clássica da elasticidade para vigas prismáticas [U3], que fornece a seguinte equação:

$$GI_x \frac{d\theta_x}{dx} = -T \quad (3.10)$$

O acoplamento da torção com os demais deslocamentos laterais e axial é obtido da seguinte forma [C3]:

$$EI_z \frac{d^4 y}{dx^4} - T \frac{d^3 z}{dx^3} + P \frac{d^2 y}{dx^2} = q(x) \quad (3.11)$$

$$EI_y \frac{d^4 z}{dx^4} + T \frac{d^3 y}{dx^3} + P \frac{d^2 z}{dx^2} = q_1(x) \quad (3.12)$$

Com a presença do momento de torção, T , as duas equações para a deflexão tornam-se acopladas, ao contrário do que ocorre com as Equações 3.7 e 3.9. Entretanto, a solução destas duas equações torna-se muito mais complicada.

Devido à complexidade inerente ao acoplamento devido à torção, esta foi tratada de forma desacoplada, sendo o comportamento do elemento de viga-coluna espacial regido pelas Equações 3.7, 3.8, 3.9 e 3.10.

3.2 REPRESENTAÇÃO DO PROBLEMA PELO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

A solução do sistema de equações, deduzidas na seção anterior, foi feita através do método de elementos finitos. Neste método uma estrutura pode ser subdividida em um número finito de elementos, que podem ser estudados, individualmente, através da utilização de funções interpoladoras que aproximam os campos de deslocamentos dentro desses elementos.

Através do MRP, método dos resíduos ponderados, fraco com a formulação de Galerkin, descrito no Apêndice A, obtém-se a solução aproximada das equações da viga-coluna.

Inicialmente, considera-se a Equação 3.7, obtida para o plano de flexão x - y , e trata-se seus termos individualmente. O mesmo tratamento é dado aos termos da Equação 3.9. A aplicação desse método de solução gera as matrizes de rigidez elástica e geométrica do elemento de viga-coluna.

3.2.1 Matrizes de rigidez elástica e geométrica do elemento de viga-coluna

Aplicando-se o método ao primeiro termo da Equação 3.7:

$$\int_0^L EI_z \frac{d^4 v(x)}{dx^4} N_i(x) dx = 0 \quad (3.13)$$

Integrando-se por partes até que os dois termos fiquem com a mesma ordem de diferenciação, temos:

$$\int_0^L EI_z \frac{d^2 v(x)}{dx^2} \frac{d^2 N_i(x)}{dx^2} dx - \left(EI_z \frac{d^2 v(x)}{dx^2} \frac{dN_i(x)}{dx} \right) \Big|_0^L + \left(EI_z \frac{d^3 v(x)}{dx^3} N_i(x) \right) \Big|_0^L = 0 \quad (3.14)$$

..

A função $v(x)$ deve ser diferenciável pelo menos 2 vezes e ainda satisfazer as condições de contorno essenciais v_1 , θ_1 , v_2 e θ_2 conforme a Figura 3.3a.

Para atender as condições de contorno essenciais utiliza-se um polinômio cúbico de interpolação. A expressão de $v(x)$ é dada por:

$$v(x) = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 x^3 = \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

A rotação de um ponto da viga é representado pela primeira derivada do deslocamento transversal nesse ponto:

$$\frac{dv(x)}{dx} = \theta(x) = 0 + a_2 + 2a_3 x + 3a_4 x^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2x & 3x^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

Particularizando-se as Equações 3.15 e 3.16 para os nós de um elemento de viga e escrevendo-se na forma matricial obtém-se:

$$\begin{bmatrix} v_1 = v(0) \\ \theta_1 = \theta(0) \\ v_2 = v(L) \\ \theta_2 = \theta(L) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & L & L^2 & L^3 \\ 0 & 1 & 2L & 3L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

A Equação 3.17 pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \mathbf{A}\mathbf{a} \quad (3.18)$$

Logo:

$$\mathbf{a} = \mathbf{A}^{-1} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (3.19)$$

Substituindo-se o valor de \mathbf{a} nas Equações 3.15 e 3.16, obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} v(x) \\ \theta(x) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ 0 & 1 & 2x & 3x^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \mathbf{A}^{-1} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

As expressões de $v(x)$ e $\theta(x)$ são dadas por:

$$\begin{Bmatrix} v(x) \\ \theta(x) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 \\ N'_1 & N'_2 & N'_3 & N'_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

Onde as funções N_i são as funções interpoladoras (ou funções de forma):

$$N_1(x) = 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \quad (3.22)$$

$$N_2(x) = x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \quad (3.23)$$

$$N_3(x) = \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} \quad (3.24)$$

$$N_4(x) = -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \quad (3.25)$$

Substituindo-se na Equação 3.14, que resultou da integração por partes, temos:

$$EI_z \begin{bmatrix} \int (N_1'')^2 & \int N_1'' N_2'' & \int N_1'' N_3'' & \int N_1'' N_4'' \\ \text{SIM} & \int (N_2'')^2 & \int N_2'' N_3'' & \int N_2'' N_4'' \\ & & \int (N_3'')^2 & \int N_3'' N_4'' \\ & & & \int (N_4'')^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} dx = 0 \quad (3.26)$$

Resolvendo-se as integrais dos termos da matriz, na Equação 3.26 obtém-se a matriz de rigidez elástica para um elemento de viga-coluna:

$$\mathbf{K}_E = EI_z \begin{bmatrix} \frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} & -\frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} \\ & \frac{4}{L} & -\frac{6}{L} & \frac{2}{L} \\ \text{SIM} & & \frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L} \\ & & & \frac{4}{L} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Onde as funções N_i são as funções interpoladoras (ou funções de forma):

$$N_1(x) = 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \quad (3.22)$$

$$N_2(x) = x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \quad (3.23)$$

$$N_3(x) = \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} \quad (3.24)$$

$$N_4(x) = -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \quad (3.25)$$

Substituindo-se no primeiro termo da Equação 3.14, que resultou da integração por partes, temos:

$$EI_z \begin{bmatrix} \int (N_1')^2 & \int N_1' N_2'' & \int N_1' N_3'' & \int N_1' N_4'' \\ \text{SIM} & \int (N_2'')^2 & \int N_2'' N_3'' & \int N_2'' N_4'' \\ & & \int (N_3'')^2 & \int N_3'' N_4'' \\ & & & \int (N_4'')^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} dx = 0 \quad (3.26)$$

Resolvendo-se as integrais dos termos da matriz, na Equação 3.26 obtém-se a matriz de rigidez elástica para um elemento de viga-coluna:

$$K_E = EI_z \begin{bmatrix} \frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} & -\frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} \\ & \frac{4}{L} & -\frac{6}{L} & \frac{2}{L} \\ \text{SIM} & & \frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L} \\ & & & \frac{4}{L} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Os termos restantes da Equação 3.14 são passados para o lado direito da igualdade e ficam agrupados no vetor de carregamentos externos.

Para a obtenção da matriz de rigidez geométrica, segue-se os mesmos passos da dedução da matriz de rigidez elástica, aplicando-se o método dos resíduos ponderados com a formulação de Galerkin, ao termo de acoplamento flexão/esforço normal da Equação 3.7:

$$\int_0^L P \frac{d^2 v(x)}{dx^2} N_i(x) dx = 0 \quad (3.28)$$

Integrando-se por partes, temos:

$$\int_0^L P \frac{dv(x)}{dx} \frac{dN_i(x)}{dx} dx - \left(P \frac{dv(x)}{dx} N_i(x) \right) \Big|_0^L = 0 \quad (3.29)$$

As funções interpoladoras, a serem usadas, são as mesmas do termo anterior, Equações 3.22 a 3.25. Substituindo-se no primeiro termo da Equação 3.29 obtém-se a matriz de rigidez geométrica:

$$P \begin{bmatrix} \int (N'_1)^2 & \int N'_1 N'_2 & \int N'_1 N'_3 & \int N'_1 N'_4 \\ \text{SIM} & \int (N'_2)^2 & \int N'_2 N'_3 & \int N'_2 N'_4 \\ & & \int (N'_3)^2 & \int N'_3 N'_4 \\ & & & \int (N'_4)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} dx = 0 \quad (3.30)$$

Resolvendo-se as integrais tem-se:

$$K_G = \begin{bmatrix} \frac{6P}{5L} & \frac{P}{10} & -\frac{6P}{5L} & \frac{P}{10} \\ & \frac{2PL}{15} & -\frac{P}{10} & -\frac{PL}{30} \\ \text{SIM} & & \frac{6P}{5L} & \frac{P}{10} \\ & & & \frac{2PL}{15} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

O segundo termo da Equação 3.29 é passado para o lado direito da igualdade e agrupado no vetor de carregamentos externos.

O termo referente ao carregamento externo distribuído, da Equação 3.7, é modelado através da integral:

$$\int_0^L N_1(x) q(x) dx \quad (3.32)$$

As funções interpoladoras utilizadas são as mesmas dos termos anteriores. Considerando-se $q(x)$ constante, e igual a Q , o vetor de forças externas é dado por:

$$\mathbf{F} = \frac{QL}{2} \begin{bmatrix} 1 & \frac{L}{6} & 1 & -\frac{L}{6} \end{bmatrix}^T \quad (3.33)$$

A seguir modela-se a equação diferencial dos deslocamentos axiais, dada por:

$$EA \frac{d^2 u}{dx^2} = p(x) \quad (3.34)$$

onde: $p(x)$ - carregamento genérico distribuído axialmente

u - deslocamento axial

Aplica-se o método de Galerkin ao termo do lado esquerdo da Equação 3.34, e integra-se por partes, obtendo-se:

$$\int_0^L EA \frac{du(x)}{dx} \frac{dN_1(x)}{dx} dx - \left(EA \frac{du(x)}{dx} N_1(x) \right) \Big|_0^L = 0 \quad (3.35)$$

Na Equação 3.35 a função $u(x)$ corresponde ao polinômio interpolador para o deslocamento axial. Adotou-se uma função linear, de forma a atender as condições de contorno u_1 e u_2 , conforme a Figura 3.3b.

$$u(x) = b_1 + b_2 x = \begin{bmatrix} 1 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Particularizando-se a Equação 3.36 para os nós de um elemento de viga e escrevendo-se na forma matricial, obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} u_1 = u(0) \\ u_2 = u(L) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} \quad (3.37)$$

Substituindo-se o vetor $[b_1 \ b_2]^T$, da Equação 3.37, na Equação 3.36, obtém-se:

$$u(x) = [N_1 \ N_2] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad (3.38)$$

onde:

$$N_1 = 1 - \frac{x}{L} \quad (3.39)$$

$$N_2 = \frac{x}{L} \quad (3.40)$$

Substituindo-se a Equação 3.38 na Equação 3.35, e integrando-se no domínio do elemento, isto é, de 0 até L, tem-se:

$$\mathbf{K}_A = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

O segundo termo da Equação 3.35 é passado para o lado direito da igualdade e agrupado no vetor de carregamentos externos.

O termo à direita da igualdade da Equação 3.34 é modelado da seguinte maneira:

$$\int_0^L N_1(x) p(x) dx \quad (3.42)$$

As funções interpoladoras, N_i , são as mesmas das Equações 3.39 e 3.40. Considerando-se $p(x)$ constante e igual a P , obtém-se:

$$\mathbf{F} = \frac{PL}{2} [1 \ 1]^T \quad (3.43)$$

Superpondo-se os efeitos de esforços normais e flexão, obtém-se as matrizes de rigidez elástica e geométrica de uma viga-coluna com seis graus de liberdade:

$$\mathbf{K}_E = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & \frac{6EI_z}{L^2} \\ & & \frac{4EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & \frac{2EI_z}{L} \\ \text{SIM} & & & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{12EI_z}{L^3} & -\frac{6EI_z}{L^2} \\ & & & & & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

$$\mathbf{K}_G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{6P}{5L} & \frac{P}{10} & 0 & -\frac{6P}{5L} & \frac{P}{10} \\ & & \frac{2PL}{15} & 0 & -\frac{P}{10} & \frac{PL}{30} \\ \text{SIM} & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & \frac{6P}{5L} & \frac{P}{10} \\ & & & & & -\frac{P}{10} \\ & & & & & \frac{2PL}{15} \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

As matrizes de rigidez elástica e geométrica para uma viga-coluna no espaço, obtidas pelo tratamento dos termos devido a flexão, a força normal e torção encontram-se no Apêndice B.

O tratamento genérico do termo de torção (Equação 3.10) é feito através de função tensão [H2]. No caso de seções transversais circulares esse termo é análogo ao da Equação 3.34, portanto, seu tratamento é similar ao dessa Equação e a contribuição matricial desse esforço é dado por:

$$\mathbf{K}_T = \frac{GJ}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

3.2.2 Sistema de equações

O resultado da modelagem dos termos da equação diferencial da viga-coluna fornece o seguinte sistema de equações:

$$(\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_G) \mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (3.47)$$

onde: \mathbf{U} - vetor de deslocamentos do elemento

\mathbf{F} - vetor carregamento.

Na Equação 3.47, os termos da matriz \mathbf{K}_E e do vetor \mathbf{F} são conhecidos, sendo o vetor de deslocamentos nodais a incógnita. Os termos da matriz \mathbf{K}_G dependem dos deslocamentos axiais dos nós. A força axial, P , contida nos elementos dessa matriz, é obtida através da deformação axial dos elementos. Caracteriza-se, dessa maneira, o aspecto de não linearidade do sistema.

3.3 MODELAGEM DO ELEMENTO DE CONTATO

No problema físico em análise, a coluna encontra-se confinada dentro do poço de petróleo, por isso é necessário que seja implementado um elemento que simule as paredes do poço.

A modelagem do elemento de contato, entre um ponto da coluna de perfuração e a parede do poço, será feita através da incorporação de uma mola, de rigidez bilinear, como pode ser visto na Figura 3.4. A constante de rigidez da mola varia linearmente em função de seu deslocamento. A mola encontra-se associada ao nó, restringindo-lhe o deslocamento transversal. É assumida a hipótese inicial que a coluna e a parede do poço são paralelos.

O espaçamento inicial (folga ou *gap*) entre a coluna e o ponto onde ela toca a parede do poço é a diferença entre o raio da coluna e do poço. De acordo com a posição transversal do nó, é adicionada uma rigidez k_0 ou k_1 à rigidez inerente daquele grau de liberdade.

3.4 ANÁLISE ESTÁTICA NÃO LINEAR

Um problema de análise estrutural é não linear quando a matriz de rigidez da estrutura depende dos deslocamentos dos nós [P1]. Os problemas não lineares podem ser de dois tipos:

- Material - devido ao comportamento não linear elástico, plástico ou viscoelástico de um material estrutural;
- Geométrica - devido a grandes deslocamentos que causam mudanças significativas na geometria da estrutura.

Neste trabalho é abordada a não linearidade geométrica, onde as equações de equilíbrio devem ser formuladas para as configurações deformadas, decorrentes dos grandes deslocamentos da estrutura.

Nas equações de equilíbrio, formuladas para o problema da não linearidade geométrica, estão presentes termos não lineares que impedem a obtenção de uma solução analítica. São requeridos processos iterativos para se chegar a solução. Utiliza-se a estratégia de transformar o problema não linear em uma seqüência de lineares, através da divisão do carregamento externo total em incrementos de carga.

3.5 SISTEMA DE REFERÊNCIA

Na seção anterior verificou-se que, nos problemas de análise estática não linear geométrica, a aplicação do carregamento externo provoca grandes deslocamentos em uma estrutura, e esta atinge o equilíbrio em uma determinada configuração deformada. No processo de aplicação do carregamento externo total, em incrementos, a estrutura atinge várias configurações de equilíbrio. A Figura 3.5 mostra um corpo nas situações indeformada, deformada intermediária e deformada final. Torna-se necessário adotar um sistema de referência para descrever o deslocamento dos pontos da estrutura.

Existem duas maneiras de se descrever o deslocamento do corpo que está em equilíbrio em uma configuração deformada [B4]. A primeira maneira é através da Formulação Lagrangeana Total (FLT), onde a configuração indeformada é tomada como referência para descrever o deslocamento do corpo. A segunda maneira é através da Formulação Lagrangeana Atualizada (FLA), onde a configuração anterior serve como referência para se avaliar o deslocamento dos pontos do corpo.

A FLA é mais utilizada para analisar problemas de mecânica dos fluidos, pois nesse caso, existe maior interesse no movimento de um material através de um volume de controle estacionário. A utilização da FLT, em problemas de análise de sólidos e estruturas, sujeitas a grandes deslocamentos e pequenas deformações, é mais efetiva, pois caso fosse utilizada a FLA, novos volumes de controle devem ser criados (devido à mudança contínua de configuração), dificultando bastante a análise. Utiliza-se neste trabalho a FLT.

3.6 MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

A solução do sistema de equações 3.47 é obtida através de um processo incremental iterativo. Neste processo a força externa total é aplicada em parcelas suficientemente pequenas, de modo a permitir que a estrutura tenha um comportamento aproximadamente linear, entre os incrementos de carga.

O método de Newton-Raphson foi utilizado para a solução do sistema de equações não lineares, pois apesar de ser um método no qual a matriz de rigidez do sistema é atualizada a cada iteração, dentro de um mesmo nível de carregamento, requer um número pequeno de ciclos iterativos para que a condição de equilíbrio seja atingida. Portanto, a solução é obtida a cada passo de carregamento, sendo denominada solução convergida ou configuração de equilíbrio. A seguir, descreve-se, sucintamente, a aplicação do método, de acordo com a Figura 3.6.

Aplica-se um incremento de carregamento, F_A , à uma estrutura e obtém-se iterativamente o deslocamento correspondente, na posição de equilíbrio, U_A , através da equação:

$$(K_E + K_G)U_A = F_A \quad (3.48)$$

No próximo incremento, o carregamento será F_B , e deseja-se saber o deslocamento correspondente, na configuração de equilíbrio, U_B . Se expandirmos em série de Taylor, $F = f(U)$, em torno de U_A , truncando os termos de derivadas superiores, obtém-se:

$$f(U_A + \Delta U_1) = f(U_A) + \left(\frac{dF}{dU} \right)_A \Delta U_1 \quad (3.49)$$

onde:

$$\frac{d\mathbf{F}}{d\mathbf{U}} = \frac{d}{d\mathbf{U}}(\mathbf{K}_E\mathbf{U} + \mathbf{K}_G\mathbf{U}) = \mathbf{K}_E + \frac{d}{d\mathbf{U}}(\mathbf{K}_G\mathbf{U}) = \mathbf{K}_t \quad (3.50)$$

Na Equação 3.50, \mathbf{K}_t é denominada matriz de rigidez tangente.

A matriz de rigidez tangente, \mathbf{K}_t , é avaliada no ponto A. Determina-se então $\Delta\mathbf{U}_1$, que satisfaz $f(\mathbf{U}_A + \Delta\mathbf{U}_1) = \mathbf{F}_B$. Sabendo-se que $f(\mathbf{U}_A) = \mathbf{F}_A$, aplica-se a Equação 3.49, obtendo-se:

$$\mathbf{F}_B = \mathbf{F}_A + (\mathbf{K}_t)_A \Delta\mathbf{U}_1 \quad \text{ou} \quad (\mathbf{K}_t)_A \Delta\mathbf{U}_1 = \mathbf{F}_B - \mathbf{F}_A \quad (3.51)$$

A implementação computacional do método de Newton-Raphson é feita através do seguinte algoritmo:

$$(\mathbf{K}_t)_{i-1}^j \Delta\mathbf{U}_i^j = \Delta(\mathbf{F}_D)_{i-1}^j = \Delta\mathbf{F}^j - \Delta(\mathbf{F}_I)_{i-1}^j \quad (3.52)$$

$$\mathbf{U}_i^j = \mathbf{U}^j + \Delta\mathbf{U}_i^j \quad (3.53)$$

onde:

- $(\mathbf{K}_t)_{i-1}^j$ - Matriz de rigidez tangente na iteração i-1, no incremento j;
- $\Delta\mathbf{U}_i^j$ - Variação do vetor deslocamento na iteração i, no incremento j;
- $\Delta(\mathbf{F}_D)_{i-1}^j$ - Variação do vetor de forças desbalanceadas, aplicado à estrutura na iteração i-1, no incremento j;
- $\Delta\mathbf{F}^j$ - Variação do vetor de forças externas aplicado à estrutura (incremento de carga), no incremento j;
- $\Delta(\mathbf{F}_I)_{i-1}^j$ - Variação do vetor de forças internas da estrutura, na iteração i-1, no incremento j;
- \mathbf{U}_i^j - Vetor de deslocamento total na iteração i do incremento j;
- \mathbf{U}^j - Vetor deslocamento total no início do incremento j.

No próximo item é mostrada a implementação computacional na qual é descrita a obtenção da matriz de rigidez tangente e o vetor de forças desbalanceadas cuja importância é vital para o perfeito funcionamento do método.

3.7 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Neste trabalho foi desenvolvido um programa computacional em linguagem FORTRAN 77. Nesse programa são realizados os cálculos dos deslocamentos nodais de estruturas compostas por elementos de viga-coluna submetidos a carregamentos concentrados equivalentes. Na Figura 3.7 é apresentado o fluxograma geral do programa.

3.7.1 Atualização da geometria

Durante o processo incremental iterativo, a viga atinge configurações de equilíbrio correspondentes aos níveis de carregamento que lhe são impostos. Cada elemento da viga sofrerá uma deformação própria ao longo do processo. Por essa razão, adota-se dois sistemas de eixos:

- Sistema de referência global - no qual serão resolvidas as equações de equilíbrio do sistema e referenciadas as coordenadas nodais atualizadas.
- Sistema de referência local - cuja origem coincide com o primeiro nó do elemento, acompanha o movimento do elemento (porém não se deforma), e serve para que se realizem os cálculos das matrizes de rigidez elástica e geométrica, e das forças internas nos elementos, que será visto posteriormente.

A Figura 3.8 mostra as coordenadas de um ponto P nesses dois sistemas de eixos.

A relação entre o sistema de coordenadas local e o sistema global, no plano, é obtida através da matriz de transformação de coordenadas:

$$T = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

O elemento de viga-coluna, bidimensional, possui três graus de liberdade por nó, logo a matriz de rotação, entre os sistema local e global, é:

$$R = \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

No caso tridimensional, a matriz de transformação de coordenadas é dada por:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} C_{\bar{x}x} & C_{\bar{x}y} & C_{\bar{x}z} \\ C_{\bar{y}x} & C_{\bar{y}y} & C_{\bar{y}z} \\ C_{\bar{z}x} & C_{\bar{z}y} & C_{\bar{z}z} \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

onde: C_{ij} - coseno do ângulo formado entre um eixo local genérico \bar{i} e um eixo global genérico j .

O ângulo utilizado na transformação de coordenadas é medido no sentido do sistema local para o sistema global.

Os cossenos diretores que compõem a matriz da Equação 3.56, são determinados da seguinte maneira [P2]:

1. No início da execução do programa é fornecido como dado de entrada, além das coordenadas nodais referidas ao sistema global, as coordenadas de um terceiro ponto para cada elemento (pode ser o mesmo para todos), sendo que este ponto determina com o eixo do elemento um plano principal de inércia. A Figura 3.9 apresenta este ponto para um dado elemento de viga-coluna.
2. Obtém-se o vetor unitário \mathbf{x} na direção axial do elemento, com as coordenadas nodais:

$$\mathbf{x} = \{e_1, e_2, e_3\} \quad (3.57)$$

onde:

$$e_1 = \frac{x_2 - x_1}{L} \quad (3.58)$$

$$e_2 = \frac{y_2 - y_1}{L} \quad (3.59)$$

$$e_3 = \frac{z_2 - z_1}{L} \quad (3.60)$$

e

$$L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (3.61)$$

3. Obtém-se o vetor $\mathbf{13}$ que liga os pontos 1 e 3 da Figura 3.9:

$$\mathbf{13} = \frac{(x_3 - x_1)}{|\mathbf{13}|} \mathbf{i} + \frac{(y_3 - y_1)}{|\mathbf{13}|} \mathbf{j} + \frac{(z_3 - z_1)}{|\mathbf{13}|} \mathbf{k} \quad (3.62)$$

4. Obtém-se o vetor \mathbf{z} através do produto vetorial de \mathbf{x} por $\mathbf{13}$.

5. Em seguida obtém-se o vetor \mathbf{y} através do produto vetorial de \mathbf{z} por \mathbf{x} .

Os vetores \mathbf{x} , \mathbf{y} e \mathbf{z} , que definem o sistema de referência local são unitários, e seus componentes são obtidos em relação ao sistema global, logo a matriz \mathbf{T} é dada por:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \\ \mathbf{y}^T \\ \mathbf{z}^T \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

Para iterações posteriores, quando o elemento já se encontra deslocado de sua posição original, utiliza-se o seguinte processo:

1. Após a atualização das coordenadas, calcula-se o vetor unitário na direção axial, de forma idêntica à efetuada no início da execução do programa.
2. O vetor unitário na direção $\bar{\mathbf{y}}$, é obtido a partir da combinação linear entre os vetores \mathbf{y} e \mathbf{z} da iteração anterior e é dado por:

$$\bar{\mathbf{y}}_{i+1} = \mathbf{y}_i + \text{tg } \bar{\theta}_x \mathbf{z}_i \quad (3.64)$$

$$\mathbf{y}_{i+1} = \frac{\bar{\mathbf{y}}_{i+1}}{|\bar{\mathbf{y}}_{i+1}|} \quad (3.65)$$

onde $\bar{\theta}_x$, corresponde à média entre os ângulos de torção dos nós do elemento.

O vetor \mathbf{y}_{i+1} , obtido na Equação 3.65, não é necessariamente perpendicular a \mathbf{x}_{i+1} .

3. Obtém-se o vetor \mathbf{z}_{i+1} através do produto vetorial de \mathbf{x}_{i+1} por \mathbf{y}_{i+1} .
4. Promove-se o produto vetorial entre \mathbf{z}_{i+1} e \mathbf{x}_{i+1} e obtém-se o vetor \mathbf{y}_{i+1} , unitário, paralelo ao plano principal de inércia da seção.

O elemento de viga-coluna, no espaço tridimensional, possui 6 graus de liberdade por nó, logo a matriz de rotação do sistema local para o sistema global é dada por:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{T} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{T} \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

O vetor de deslocamentos nodais e a matriz de rigidez do elemento no sistema local estão relacionados com o vetor de deslocamentos nodais e a matriz de rigidez do elemento no sistema global, através das expressões:

$$\bar{\mathbf{U}} = \mathbf{R} \mathbf{U} \quad (3.67)$$

$$\mathbf{K}_e = \mathbf{R}^T \bar{\mathbf{K}}_e \mathbf{R} \quad (3.68)$$

onde:

$\bar{\mathbf{U}}$ - vetor de deslocamentos no sistema local;

\mathbf{K}_e - matriz de rigidez do elemento no sistema global;

\mathbf{R}^T - transposta da matriz de transformação de coordenadas;

$\bar{\mathbf{K}}_e$ - matriz de rigidez do elemento no sistema local.

3.7.2 Recuperação dos esforços internos

Uma viga sofre deslocamentos e deformações, ao ser submetida a um carregamento externo. Quando a posição relativa entre dois pontos da viga se altera, a viga é dita deformada. Se a distância entre cada par de pontos da viga permanecer inalterado, durante seu deslocamento significa que ocorreu um movimento de corpo rígido, que consiste de deslocamentos e rotações. O movimento de corpo rígido deve ser eliminado do vetor de deslocamentos nodais, para evitar a introdução de forças artificiais no sistema, no momento da recuperação dos esforços internos. A seguir descreve-se a maneira utilizada para eliminar o movimento de corpo rígido.

Na primeira iteração do primeiro incremento de carregamento, os esforços internos contidos no vetor de forças internas, \mathbf{F}_1 , são nulos, pois a viga se encontra indeformada. Na segunda iteração do primeiro incremento de carregamento, e em todas as iterações dos próximos incrementos, o movimento da viga gera os esforços internos. Para computá-los, utiliza-se o vetor de deslocamentos do elemento, no sistema local $\bar{\mathbf{U}}$. A Figura 3.10a mostra um elemento de viga-coluna no plano, e seus graus de liberdade referidos ao sistema global. O sistema de coordenadas local está associado ao elemento e se desloca com ele, sendo sua origem coincidente com o nó 1, como mostra a Figura 3.10b. Desta forma verifica-se que três graus de liberdade são nulos: u_1 , v_1 , e v_2 .

Os graus de liberdade no sistema global são geralmente não nulos e é assumido que os elementos são suficientemente pequenos para que as rotações sejam pequenas, isto é, $|\theta_1| \ll 1^\circ$ e $|\theta_2| \ll 1^\circ$ [C4].

Na configuração deformada, as projeções, x_L e y_L , do comprimento do elemento sobre os eixos globais x-y e a inclinação, α , do eixo local $\bar{x}-\bar{y}$ são:

$$x_L = x_0 + D_{41} \quad (3.69)$$

$$y_L = y_0 + D_{52} \quad (3.70)$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{y_L}{x_L}\right) \quad (3.71)$$

onde: $D_{41} = D_4 - D_1$ e $D_{52} = D_5 - D_2$

Os graus de liberdade no sistema de coordenadas local $\bar{x}-\bar{y}$, representados na Figura 3.10b, são:

$$\bar{\mathbf{U}} = [0 \quad 0 \quad \theta_1 \quad u_2 \quad 0 \quad \theta_2]^T \quad (3.72)$$

onde:

$$\theta_1 = D_3 - (\alpha - \alpha_0) \quad (3.73)$$

$$\theta_2 = D_6 - (\alpha - \alpha_0) \quad (3.74)$$

$$u_2 = \frac{1}{L + L_0} [(2x_0 + D_{41}) D_{41} + (2y_0 + D_{52}) D_{52}] \quad (3.75)$$

A matriz de rigidez elástica do elemento é conhecida e não varia no sistema de coordenadas local. A matriz de rigidez geométrica é determinada a cada iteração, no sistema de coordenadas local, após ser obtida a força axial, P , dada por:

$$P = \frac{EA u_2}{L} \quad (3.76)$$

Na Equação 3.76 pode ser observada a dependência da força axial P , em relação ao deslocamento axial, u_2 , o que caracteriza a não linearidade geométrica do sistema.

Uma vez determinada a matriz de rigidez total ($K_E + K_G$) do elemento, no sistema local, realiza-se o produto dessa matriz pelo vetor de deslocamentos e obtém-se o vetor de forças internas no sistema local. Para transformar esse vetor para o sistema global basta multiplicá-lo pela transposta da matriz de transformação de coordenadas.

Uma vez obtidos os esforços internos para cada elemento é montado um vetor que contém os esforços superpostos de todos os elementos, referido ao sistema global.

3.7.3 Critério de convergência

O processo iterativo requer um critério de parada a cada passo de carregamento. Existem algumas maneiras de monitorar o processo iterativo tornando-se possível estabelecer o momento de parada através de um valor de tolerância para convergência.

Dentre os critérios para convergência destacam-se:

1. Critério baseado na força desbalanceada, no qual a norma euclidiana da diferença entre o incremento de carregamento externo e a força interna nos elementos, é comparada a uma tolerância:

$$\|\Delta \mathbf{F}^j - \Delta \mathbf{F}_{i_i}^j\| \leq \text{tol} \quad (3.77)$$

Por envolver esforços distintos, como forças e momentos, este critério pode não ser representativo para a especificação de um único valor de tolerância.

2. Critério baseado apenas nos deslocamentos, onde a norma euclidiana do vetor de variação dos deslocamentos nodais em uma iteração i , é comparada à norma euclidiana do vetor de deslocamentos no início do incremento de carga:

$$\frac{\|\Delta \mathbf{U}\|_i^j}{\|\mathbf{U}\|^j} \leq \text{tol} \quad (3.78)$$

Estruturas que enrijecem com o deslocamento, causando pequenos deslocamentos e grandes esforços internos, podem fazer com que o processo seja interrompido longe da solução.

3. Critério baseado na variação de deslocamentos e de força desbalanceada, é o critério que consiste em comparar a variação da energia interna na primeira iteração de cada incremento de carga, com a variação da energia interna na i -ésima iteração, desse mesmo incremento. Escrevendo em termos matemáticos:

$$\frac{(\Delta \mathbf{U}_i^j)^T (\Delta \mathbf{F}_D)_i^j}{(\Delta \mathbf{U}_1^j)^T (\Delta \mathbf{F})^j} \leq \text{tol} \quad (3.79)$$

O critério de energia é adotado neste trabalho, por apresentar bons resultados em formulações baseadas no método de elementos finitos.

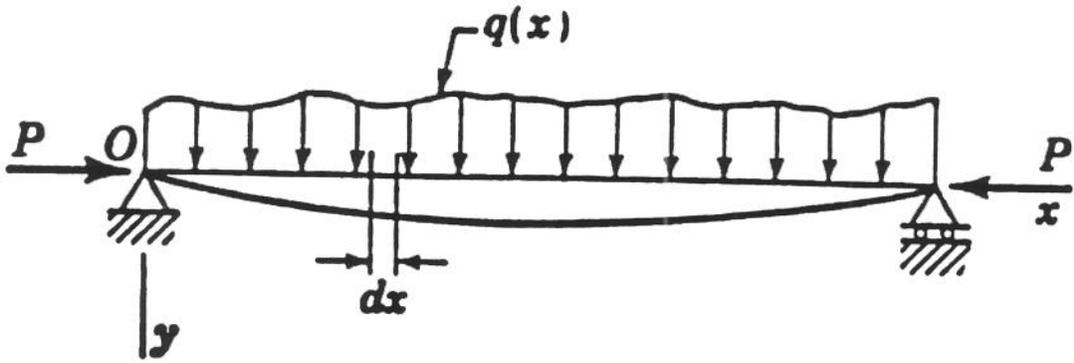


Figura 3, 1 - Viga-coluna.

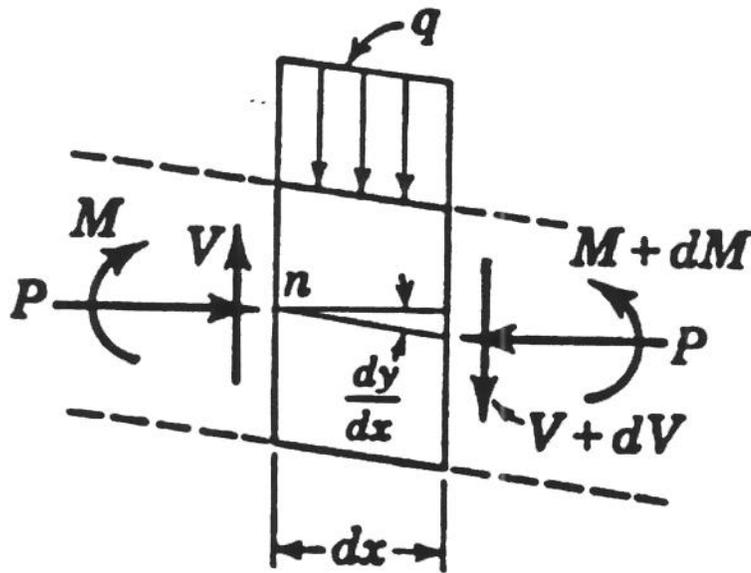


Figura 3. 2 - Equilíbrio de um elemento de viga.

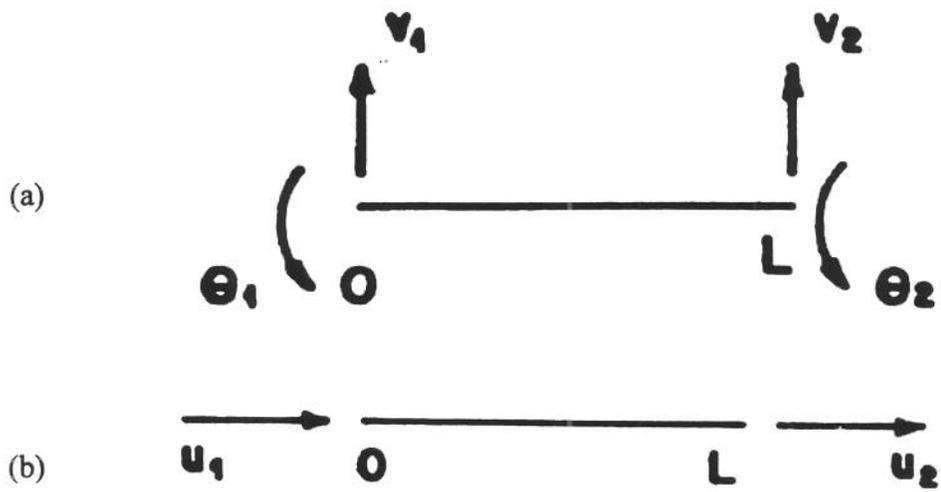


Figura 3.3 - Elemento de viga-coluna e seus graus de liberdade.

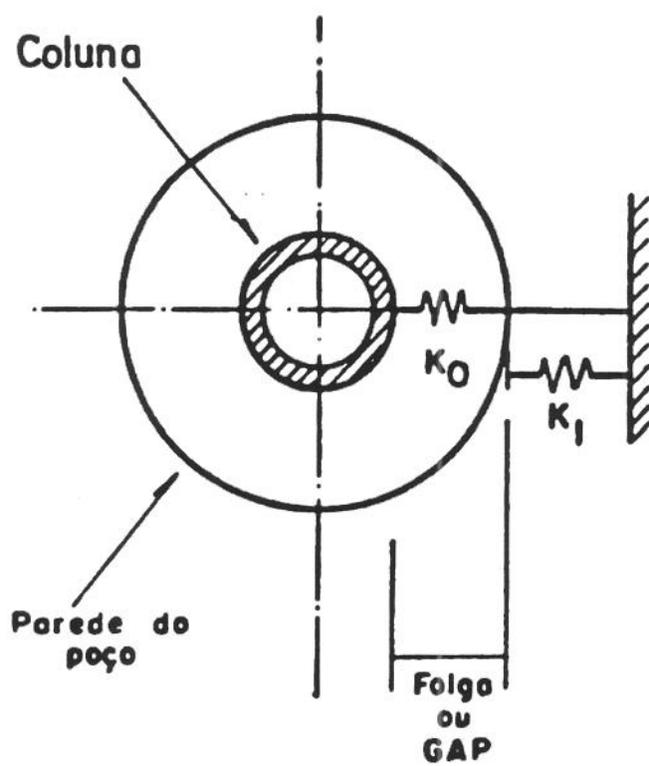


Figura 3. 4 - Molas bilineares.

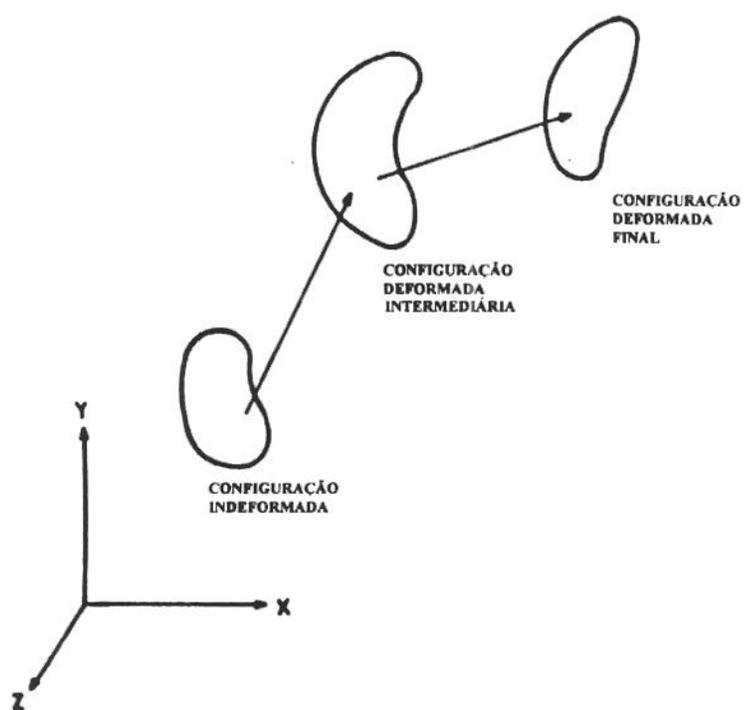


Figura 3. 5 - Configurações de referência.

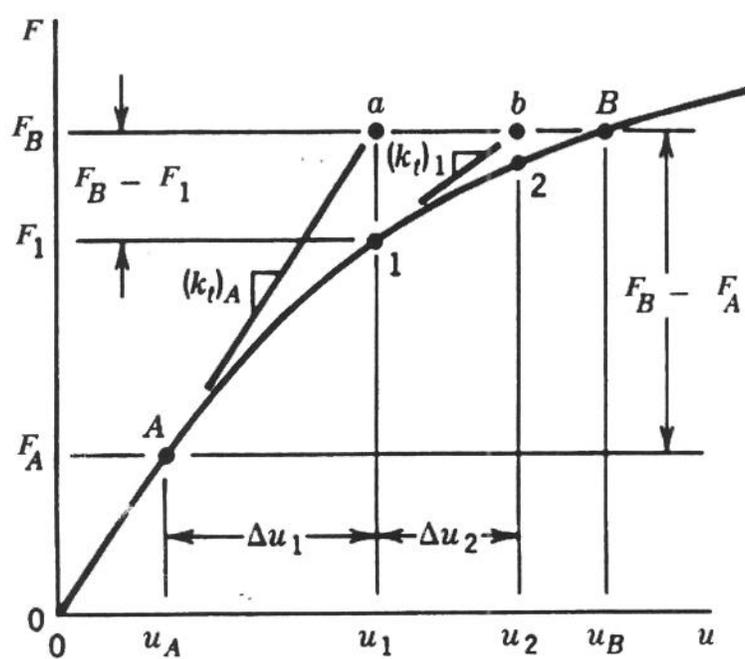


Figura 3. 6 - Representação gráfica do método de Newton-Raphson.

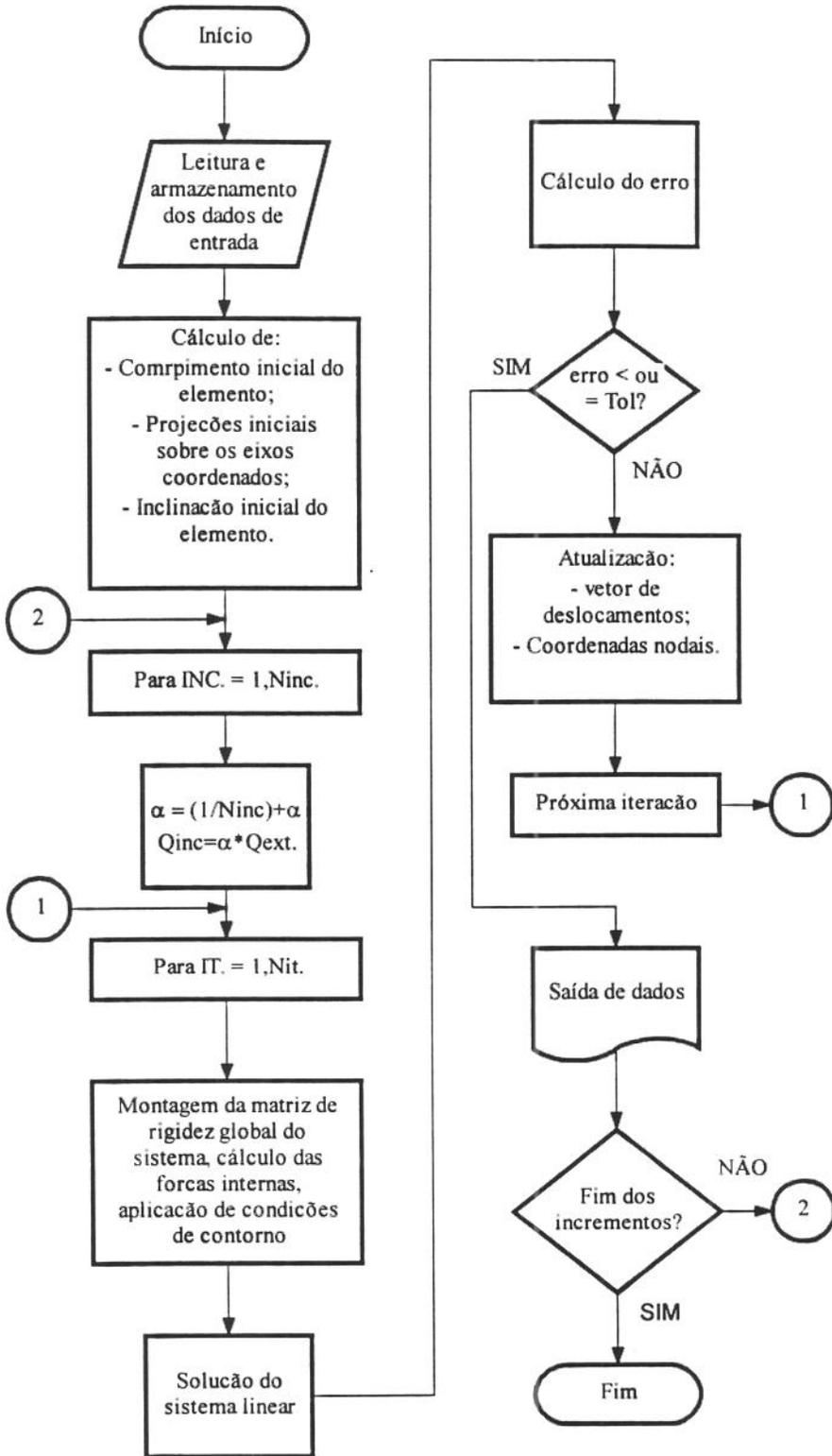


Figura 3. 7 - Fluxograma para análise não linear.

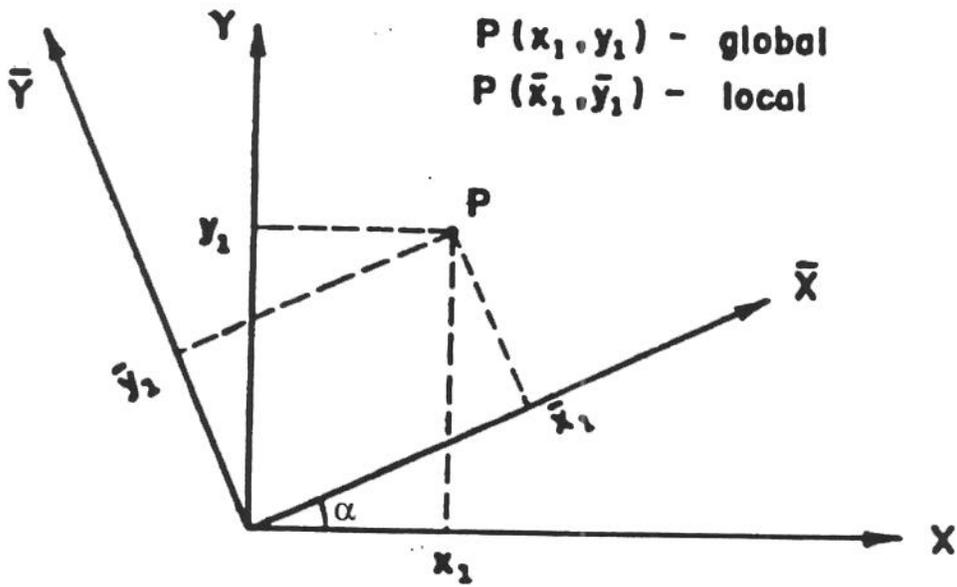


Figura 3. 8 - Sistema de coordenadas global e local

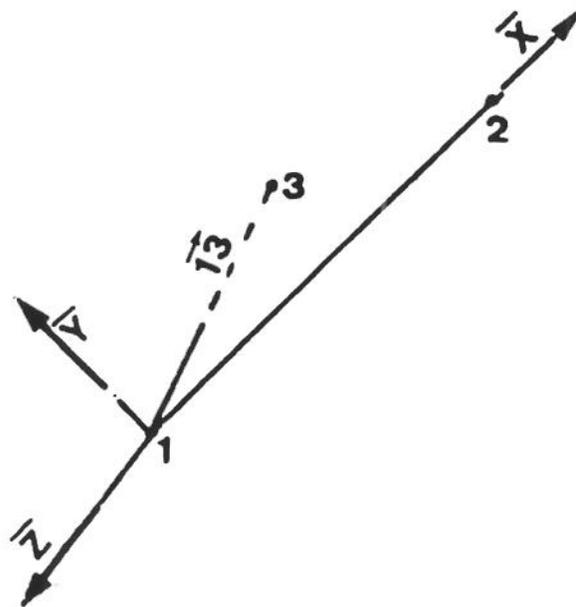


Figura 3. 9 - Representação esquemática da obtenção do plano principal de inércia através de um ponto auxiliar.

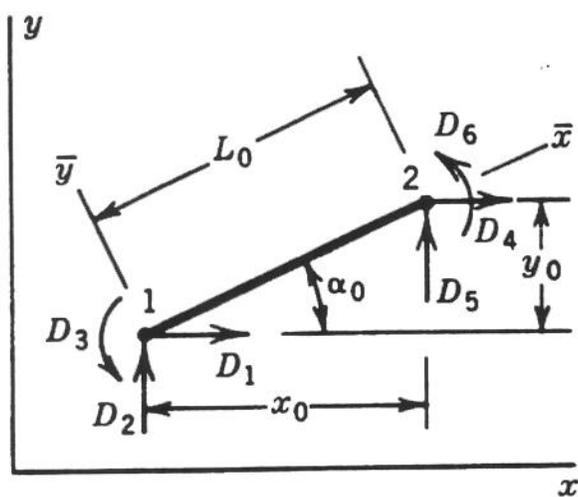


Fig. 3.10a - Graus de liberdade do elemento de viga no sistema global.

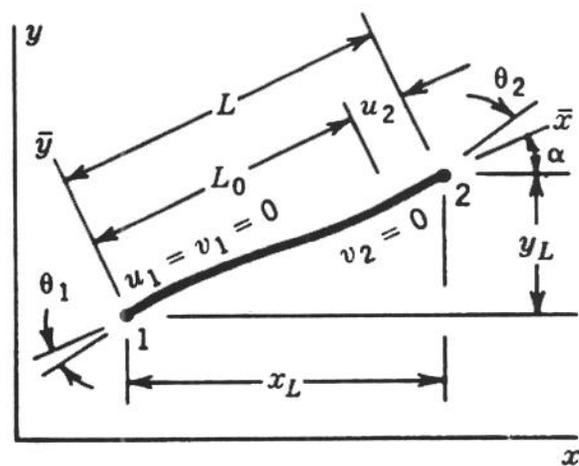


Fig. 3.10b - Graus de liberdade do elemento de viga no sistema local.

4. VALIDAÇÃO DO MODELO

Neste capítulo é apresentada a validação do modelo desenvolvido, através de vários exemplos clássicos e alguns casos específicos de coluna de perfuração. Inicialmente, foram testados exemplos de análise linear, para a validação das matrizes de rigidez e rotação de um elemento de viga-coluna plano e espacial. Em seguida, foram analisados casos de vigas com não linearidade geométrica, que possuem solução analítica disponível na literatura. Finalmente, quatro casos de aplicação prática do programa para a análise de composições de fundo de poço foram analisados e comparados com resultados publicados.

4.1 CASOS COM LINEARIDADE ELÁSTICA

Os três casos de linearidade elástica apresentados nesta seção, servem para validar as matrizes de rigidez e rotação para os casos bidimensional e tridimensional.

4.1.1. Viga inclinada em balanço

A viga em balanço, da Figura 4.1, é submetida à uma força concentrada na extremidade, sendo a solução analítica da flecha máxima dada por [G2]:

$$\delta = \frac{FL^3}{3EI} \quad (4.1)$$

A viga foi discretizada em quatro elementos com os seguintes parâmetros:

- $E = I = F = L = A = 1$.

Neste exemplo, uma malha com apenas um elemento seria suficiente para se obter os resultados analítico e numérico coincidentes, pois a função interpoladora, utilizada na formulação, é cúbica e coincide com o grau do polinômio da expressão analítica da flecha.

A Tabela 4.1 mostra a comparação entre a solução exata projetada nas direções dos eixos globais x e y e a solução numérica obtida pelo programa.

4.1.2 Pórtico plano

Neste caso foi comparado o resultado numérico com o resultado analítico [C5], para o pórtico com o carregamento mostrado na Figura 4.2.

Dados:

- $E = 20,7 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$
- $I = 2,4 \times 10^{-4} \text{ m}^4$
- $A = 0,04625 \text{ m}^2$

Para se obter a solução numérica, o pórtico foi discretizado em seis elementos, sendo que a Tabela 4.2 mostra o valor do deslocamento do ponto E obtido através da solução analítica e através do programa.

4.1.3 Pórtico espacial

Neste item é apresentado o caso estático linear de um pórtico espacial. Através da comparação dos resultados numéricos obtidos com os valores publicados [G3], é possível avaliar o comportamento das matrizes de rotação e de rigidez elástica para o caso tridimensional. A Figura 4.3 mostra o pórtico espacial que foi discretizado em quatro elementos, possuindo dezoito graus de liberdade (seis em cada um dos nós B, C e D) e doze restrições (seis em cada um dos pontos A e E). As cargas nodais, no pórtico, consistem de: uma força de $2F$, no sentido positivo do eixo x , aplicada no ponto B; uma força F , no sentido negativo do eixo y , aplicada no ponto D; um momento FL , no sentido negativo do eixo z , aplicado no ponto D; e uma força de $4F$, no sentido positivo do eixo z , aplicada no ponto C.

Os elementos têm as mesmas propriedades geométricas, que são as seguintes:

- $E = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
- $F = 4.450 \text{ N}$
- $G = 8,3 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$
- $A = 0,0071 \text{ m}^2$
- $I_y = I_z = 2,33 \times 10^{-5} \text{ m}^4$
- $L = 3,05 \text{ m}$
- $J = 3,45 \times 10^{-5} \text{ m}^4$

A Tabela 4.3 apresenta os resultados obtidos, que coincidem com os publicados [G3].

4.2 CASOS COM NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA

Nesta seção são apresentados vários casos clássicos utilizados para validar o aspecto da não linearidade geométrica implementada no programa de elementos finitos.

4.2.1 Viga em balanço com carga concentrada na extremidade

Este exemplo foi utilizado para validar o aspecto de não linearidade geométrica inerente à formulação. Os deslocamentos longitudinal, u , e transversal, v , da viga em balanço com carregamento concentrado na extremidade livre, ilustrada na Figura 4.4, foram calculados numericamente e comparados com a solução analítica [M3] (obtida através de integrais elípticas), de acordo com os seguintes parâmetros adimensionais:

$$F_{ad} = \frac{FL^2}{EI} \quad (4.2)$$

$$u_{ad} = \frac{u}{L} \quad (4.3)$$

$$v_{ad} = \frac{v}{L} \quad (4.4)$$

Com este exemplo foram validados os seguintes aspectos computacionais:

- O processo incremental-iterativo com o método de Newton-Raphson;
- A recuperação de esforços internos;
- A atualização das coordenadas nodais.

Os aspectos computacionais citados acima foram inicialmente avaliados utilizando-se uma malha de 10 elementos, com tolerâncias de convergência, na energia, de 0,001 e 0,0001, sendo que este último valor produziu uma solução de melhor qualidade. Uma análise de sensibilidade, foi então realizada, variando-se o número de elementos e o número de incrementos.

Os resultados dessa análise podem ser observados nas Figuras 4.5, 4.6 e 4.7, que mostram a variação do deslocamento transversal adimensional v/L , em função do parâmetro de carga adimensional, quando se aplica a carga concentrada em 26, 50 e 100 incrementos, respectivamente, com tolerância de convergência de 0,0001. Nos três casos, a discretização com 8 elementos apresentou melhor aproximação da solução analítica. A variação do

números de incrementos não apresentou efeito marcante sobre a solução. Com 26 incrementos obteve-se um erro de 0,07%, nos deslocamentos nodais, em relação à solução analítica.

As configurações de equilíbrio, mostradas na Figura 4.8, foram obtidas discretizado-se a viga em 8 elementos e aplicando-se o carregamento externo concentrado em 26 incrementos.

Outro aspecto a se considerar na análise da eficiência do algoritmo, diz respeito ao número de iterações por incremento, uma vez que o método de Newton-Raphson apresenta uma taxa de convergência quadrática, quando a solução está suficientemente próxima à exata. Utilizando-se 1, 4 e 8 elementos, e aplicando-se o carregamento externo em 26 incrementos, observa-se que o número de iterações diminui com o aumento do número elementos, conforme a Figura 4.9.

Observa-se que para se obter a solução numérica de um determinado problema deve-se levar em consideração: número de elementos da malha, número de incrementos de carga, e tolerância para convergência.

Com os resultados obtidos, para a viga em balanço com carregamento concentrado na extremidade, conclui-se que o algoritmo utilizado para desenvolver o programa computacional, pode ser utilizado como ferramenta numérica para análise de vigas com não linearidade geométrica.

Este exemplo também foi utilizado para validar o comportamento não linear da viga sob o ponto de vista espacial, isto é, testou-se o comportamento da viga nos planos de flexão x-y (que coincide com a análise aqui apresentada) e x-z, que produziu os resultados esperados de deslocamento na direção z.

4.2.2 Viga em balanço com momento aplicado à extremidade

O comportamento da viga do item anterior foi analisado substituindo-se a força por um momento puro (M) conforme a Figura 4.10. Os deslocamentos vertical (v), horizontal (u), e a rotação (θ), de um ponto qualquer da viga submetida a esse tipo de carregamento podem ser calculados analiticamente pelas seguintes expressões [P2]:

$$v = \frac{EI}{M} \left[1 - \cos \left(\frac{ML}{EI} \right) \right] \quad (4.5)$$

$$u = L - \frac{EI}{M} \operatorname{sen} \left(\frac{ML}{EI} \right) \quad (4.6)$$

$$\theta = \frac{ML}{EI} \quad (4.7)$$

Neste exemplo foi necessária uma correção de ângulo na rotina de atualização de coordenadas nodais, quando a configuração deformada dos elementos ultrapassou a inclinação de 180° em relação a configuração indeformada.

Na Figura 4.11 é apresentada a comparação entre os valores calculados, para os deslocamentos adimensionais u/L e v/L (malha de 10 elementos submetidos a 200 incrementos de carga de mesma magnitude) e a solução analítica, em função do parâmetro de carga adimensional (M_{ad}) dado por:

$$M_{ad} = \frac{ML}{2\pi EI} \quad (4.8)$$

Como pode ser observado, existe um bom acordo entre as soluções.

Na Figura 4.12 são mostradas algumas configurações de equilíbrio obtidas para essa viga.

4.2.3 Viga em balanço com carga uniformemente distribuída

Neste item foi analisado o comportamento de uma viga em balanço submetida a um carregamento uniformemente distribuído (q) ao longo do seu comprimento, conforme a Figura 4.13.

Na Figura 4.14 os deslocamentos adimensionais (u/L e v/L) calculados, foram comparados com a solução analítica [H1], em função do parâmetro de carga adimensional (Q_{ad}) dado por:

$$Q_{ad} = \frac{qL^3}{EI} \quad (4.9)$$

4.2.4 Viga com imperfeição geométrica inicial

Neste exemplo é analisado o comportamento de uma viga bi-apoiada com imperfeição geométrica inicial, submetida a um carregamento axial P , conforme a Figura 4.15.

Para a configuração indeformada da viga é possível determinar a posição transversal dos pontos em função da posição longitudinal através da equação [T1]:

$$y_0 = a \operatorname{sen} \frac{\pi x}{L} \quad (4.10)$$

Como pode ser observado, a viga possui uma configuração senoidal com flecha máxima no meio do vão (a). Ao ser aplicado o carregamento axial P , ocorre uma deflexão lateral (y_1), em todos os pontos, que é somada à posição inicial:

$$y = y_0 + y_1 \quad (4.11)$$

A solução analítica deste problema é dada por [T1]:

$$y = \frac{a}{1 - \alpha} \operatorname{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \quad (4.12)$$

Sendo:

$$\alpha = \frac{P}{P_{cr}} = \frac{P}{\left(\frac{\pi^2 EI}{L^2} \right)} \quad (4.13)$$

Pode-se observar através da Equação 4.12, do deslocamento transversal da viga, que a imperfeição inicial, no centro da viga, é multiplicada pelo fator $1/(1-\alpha)$, devido à ação da carga longitudinal P . Outro aspecto importante é que quando P se aproxima da carga crítica (P_{CR}), ou seja, quando α tende a 1, a deflexão lateral total y , dada pela Equação 4.12, tende a infinito.

A Figura 4.16 mostra a comparação entre o deslocamento transversal do centro da viga calculado analiticamente, e através do programa de elementos finitos.

Este exemplo também foi utilizado para validação do comportamento da viga nos planos de flexão x-y e x-z, para testar o funcionamento do modelo tridimensional desenvolvido.

4.2.5 Análise de estabilidade

Neste item foi analisado o efeito da matriz de rigidez geométrica na rigidez global do sistema, quando aplicado um carregamento axial (P), de compressão, em uma coluna. A partir dos resultados obtidos, conclui-se que a não linearidade geométrica causa um decréscimo da rigidez global do sistema. Ao ser atingido um valor crítico de carregamento, a rigidez global à flexão torna-se nula e qualquer perturbação lateral pode causar seu colapso. É possível monitorar, aproximadamente, o momento em que ocorre a instabilidade, pois o determinante da matriz global ($|\mathbf{K}| = |\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_G|$) muda de sinal durante o processo iterativo. Utilizando-se incrementos de carga suficientemente pequenos, pode-se determinar a carga fundamental de flambagem do sistema.

Utilizando-se os dados da viga do item anterior foi construída a Tabela 4.4, que relata os valores de carga crítica analíticos e os obtidos através do modelo.

4.2.6 Elemento de contato

Nesta seção foi testada a implementação do elemento de contato através de molas com constantes bilineares, aplicadas aos nós. O exemplo utilizado foi de uma viga bi-apoiada com balanço conforme a Figura 4.17, discretizada em quatro elementos, sendo dois elementos de comprimento 0,5 entre os apoios, e dois de comprimento 0,25 entre o apoio e a extremidade livre. Para realizar essa análise os seguintes passos são seguidos:

1. Aplica-se o carregamento à extremidade livre e calcula-se os deslocamentos verticais dos pontos A e B.
2. Impõe-se restrições equivalentes a um valor menor que o valor calculado anteriormente para os deslocamentos dos pontos A e B.
3. Aplica-se o carregamento e calcula-se os deslocamentos e as forças de reação nas molas.
4. Desconsidera-se as restrições aos deslocamentos dos pontos A e B e aplica-se as reações nas molas com o sinal invertido, calculadas no passo anterior, como carregamentos externos e calcula-se novamente os deslocamentos.

5. Compara-se os deslocamentos calculados no passo anterior com os obtidos no terceiro passo. Os valores devem ser iguais ou muito próximos.

No passo 3, enquanto o deslocamento do ponto A ou B não atingir o limite imposto, atua a menor rigidez da mola, e uma vez atingido esse limite, é acionada uma mola com rigidez suficiente para impedir um movimento significativo. Nesse momento haverá uma reação na mola que será de sentido oposto ao deslocamento. Os valores das constantes da mola, k_0 e k_1 , são determinados através de análise de sensibilidade.

Para se determinar uma faixa de valores que podem ser utilizados para as constantes de mola, com o objetivo de simular o contato de uma estrutura com um meio elástico, foi realizada uma análise de sensibilidade de k_0 e k_1 .

O valor de k_0 tem como função facilitar a convergência do processo iterativo. A constante de rigidez de mola, k_1 , influencia os deslocamentos dos nós da estrutura quando estes ultrapassam o limite máximo imposto.

Na Tabela 4.6 estão listadas as combinações de k_0 e k_1 utilizadas na análise, bem como, os valores dos deslocamentos dos pontos A e B, restritos e livres (com forças de reação da caso restrito aplicadas como carregamentos externos). Verificou-se que, quando foram utilizadas as combinações de 1 até 12, houve coincidência dos deslocamentos em ambos os casos. Isso não ocorreu quando foram utilizadas as combinações de 13 até 15. Das combinações 1 até 12, verificou-se que a condição inicial de deslocamento máximo imposto é satisfeita quando são utilizados os valores:

1. $k_0 = 0$ e $k_1 = 10.000$ ou $k_1 = 100.000$
2. $k_0 = 1$ e $k_1 = 10.000$ ou $k_1 = 100.000$

4.2.7 Coluna de perfuração

Neste item o programa de elementos finitos foi utilizado para simular o comportamento da coluna de perfuração que se encontra em um trecho reto de um poço inclinado.

São utilizados quatro exemplos de BHA, conforme a Figura 4.18 [M1]. O primeiro exemplo, que se refere a coluna de perfuração com um estabilizador, foi utilizado anteriormente por Guz [G1] e Bueno [B1] para aferir seus códigos computacionais.

No programa desenvolvido, as molas do item anterior servirão para simular as paredes do poço. Os valores das constantes de rigidez dessas molas dependem da ordem de grandeza

dos elementos da matriz de rigidez do sistema, isto é, são determinados empiricamente levando-se em consideração os valores das constantes reais: módulo de elasticidade, área da seção transversal, momento de inércia, e comprimento do elemento. A broca e os estabilizadores podem ser modelados como apoios rígidos ou como molas com constantes bilineares. A representação da broca e dos estabilizadores através de apoios rígidos, assume a hipótese de que a formação, que está em contato com a coluna, tem rigidez infinita. Isso na prática não é verdadeiro, pois a formação também se deforma ao sofrer ação da peso da coluna. Portanto, adota-se a modelagem da broca e dos estabilizadores como molas, conforme a Figura 4.19. Os deslocamentos dos nós, e as forças de reação nos estabilizadores e na broca obtidos através do programa, foram comparados com resultados publicados [M1].

A Tabela 4.7 apresenta os dados da coluna e do poço, utilizados na análise. O peso próprio, de 54,86 m de comandos, é dividido em componentes nas direções x e y, multiplicando-se pelo cosseno e seno da inclinação do poço, respectivamente. O peso dos 97,54 m restantes da coluna, é também dividido em componentes nas direções x e y, multiplicando-se pelo cosseno e seno da inclinação do poço, respectivamente, e aplicado como carregamento concentrado no nó posterior do último elemento, conforme a Figura 4.19.

Para simular o contato da coluna com as paredes do poço utilizou-se as combinações de constantes de mola, conforme a Tabela 4.8. A combinação 7, mostrada nessa Tabela, foi obtida, baseando-se nos dados do elemento de contato publicado [M1]. Realizou-se análise de sensibilidade em torno dessa combinação. Os deslocamentos dos nós e as forças de reação na broca e nos estabilizadores, obtidos pelo programa, ficaram mais próximos dos resultados publicados [M1], quando foram utilizadas as combinações de 3 até 6 e 10 até 13. Utiliza-se os resultados obtidos com a combinação 7 para gerar os gráficos das variações dos deslocamentos dos nós e das forças de reação em função da distância entre os nós e a broca.

Em todos os exemplos utilizou-se uma discretização de 14 elementos de viga-coluna, sendo que o nó 1 coincide com a broca, conforme a Figura 4.20.

4.2.7.1 Coluna com um estabilizador

Neste exemplo a coluna contém um estabilizador localizado a 9,14 m de distância da broca. A Tabela 4.9 mostra que os resultados obtidos através do programa estão bem próximos dos resultados publicados [M1], à exceção da força na broca que apresenta um valor 30,46 % menor que o valor da referência.

Para verificar se o resultado do modelo desenvolvido estava coerente, realizou-se uma análise de refinamento da malha. Utilizou-se uma malha com 31 elementos e o ponto de contato da coluna com a parede do poço foi mantido à 24,99 m. A força na broca aumentou 21,7 %, ficando mais próximo do valor publicado [M1], e a força no estabilizador diminuiu 6,2 %. Outra verificação realizada diz respeito ao equilíbrio estático entre os carregamentos aplicados e as forças de reação. Verificou-se que ao final do processo iterativo a coluna se encontrava em equilíbrio. Esses aspectos demonstraram uma consistência nos resultados do modelo.

Os dados da Tabela 4.9 estão mostrados graficamente nas Figuras 4.21 e 4.22. Neste caso a composição estudada apresentou deflexão mínima da coluna entre a broca e o estabilizador. A força de reação na broca indica uma pequena tendência de diminuição na inclinação do poço, ou seja, um retorno à direção vertical.

4.2.7.2 Coluna com dois estabilizadores

Neste item é apresentada a análise da coluna de perfuração com dois estabilizadores posicionados a 17,07 e 32,92 m da broca. Conforme a Tabela 4.10, os resultados obtidos através do programa e os publicados em [M1] estão bem próximos, com exceção dos deslocamentos nodais entre o primeiro e o segundo estabilizador. Nesse trecho observa-se uma diferença de tendência nos deslocamentos. Nota-se uma diferença média de 5,5 % entre as forças de reação calculadas nos pontos fixos (broca e estabilizadores), através do programa e os dados publicados. Os dados da Tabela 4.10 são mostrados graficamente nas Figuras 4.23 e 4.24. Com essa configuração, ocorre uma grande deflexão da coluna entre a broca e o primeiro estabilizador. A força de reação na broca indica forte tendência de diminuição na inclinação do poço, pois comparando-se com o caso anterior, verifica-se um aumento de mais de 100 % na força lateral na broca.

A análise de refinamento da malha, realizada para esse caso, utilizando-se 31 elementos, teve como resultados a mesma tendência dos deslocamentos nodais, e diferenças de 21,96 % na força na broca, e 6 % nas forças de reação nos estabilizadores.

4.2.7.3 Coluna com três estabilizadores

A configuração analisada neste item se refere à coluna com três estabilizadores localizados à 3,05, 24,99 e 32,92 m de distância da broca. Pela Tabela 4.11 observa-se que os deslocamentos nodais obtidos através do programa estão bem próximos dos resultados publicados [M1]. A força de reação na broca, obtida pelo programa foi 31,5 % superior à correspondente na referência. As forças nos estabilizadores apresentaram diferença média de 7,5 %. Os dados da Tabela 4.11 são mostrados graficamente nas Figuras 4.25 e 4.26. Nesta configuração não existe deflexão da coluna entre a broca e o primeiro estabilizador, porém, entre o primeiro e o segundo, a coluna apresentou grande deslocamento. A reação na broca indica que esta composição tende a aumentar a inclinação do poço.

Utilizando-se uma malha refinada, com 31 elementos, verificou-se a mesma tendência nos deslocamentos nodais. A força de reação na broca ficou 14,4 % superior em relação ao da referência. Ocorreu diferença média de 9,2 % nas forças de reação nos estabilizadores.

4.2.7.4 Coluna com quatro estabilizadores

Neste item a coluna é analisada na situação em que, na sua composição, encontram-se quatro estabilizadores localizados à 3,05, 13,11, 21,03 e 32,92 m de distância da broca. Na Tabela 4.12, observa-se que os deslocamentos nodais calculados pelo programa e os publicados estão bastante próximos. A diferença entre a força de reação na broca calculada pelo programa, e a publicada, foi de 13,48 %. A diferença na força de reação no estabilizador localizado à 21,03 m da broca foi de 12,42 %. Os dados da Tabela 4.12 são mostrados nas Figuras 4.27 e 4.28.

Ocorreu uma mínima deflexão da coluna entre os trechos delimitados por broca e estabilizadores. A força de reação na broca possui um valor relativamente pequeno indicando-se que não haverá tendência nem de aumentar nem de diminuir a inclinação do poço.

O refinamento da malha, utilizando-se 31 elementos, teve como resultados, deslocamentos nodais semelhantes aos obtidos com a malha de 14 elementos. A diferença entre a força na broca calculada pelo programa e publicada [M1] foi de 33,8 %. A diferença da força no estabilizador localizado à 21,03 m da broca continuou em 12,42 %.

4.2.7.5 Comentários

O modelo implementado mostrou resultados satisfatórios no que se refere à análise do comportamento de diversas composições de coluna.

Verificou-se que a simulação do contato através de mola com constante bilinear, funcionou satisfatoriamente. A determinação do valor dessa constante pode ser feita através de análise de sensibilidade. Constatou-se que existem limites mínimo e máximo para k_0 , e um valor mínimo para k_1 . No caso de k_0 , o valor mínimo deve ser tal que não dificulte a convergência, e o valor máximo deve ser tal que não impeça a atuação da constante k_1 . No caso de k_1 , seu valor mínimo deve ser tal que não permita o deslocamento significativo do nó, além do limite imposto pela parede do poço.

Nos quatro casos de análise de BHA apresentados anteriormente, verificou-se que mesmo utilizando uma constante de mola equivalente ao módulo de elasticidade bilinear da barra utilizada para simular o contato da coluna com a parede do poço em [M1], os resultados obtidos através do modelo, em alguns casos, apresentaram diferenças consideráveis em relação ao modelo publicado. Para explicar a fonte dessas diferenças, alguns fatores podem ser destacados: tipo de norma utilizada como critério de parada do processo iterativo; elemento utilizado para simular a coluna, que em [M1] consistia de elementos de viga tridimensionais com seis graus de liberdade por nó e seção transversal circular onde os esforços são calculados em diversos pontos da seção transversal do elemento, e somados, para fornecer o valor dos esforços nos pontos de contato da coluna com a parede do poço; processo de eliminação do movimento de corpo rígido, que é inerente à formulação utilizada pelo programa comercial. No modelo desenvolvido neste trabalho, as forças de reação são calculadas somente nos pontos onde existe mola restringindo o deslocamento dos nós, ou seja, o sistema é discreto.

A análise dos quatro casos de coluna, apresentados nesta seção, foi realizada no plano de flexão x-y, e os resultados obtidos até este momento são importantes para a análise da coluna lisa com comando desbalanceado que é objeto de estudo do próximo capítulo.

Tabela 4. 1 - Soluções analítica e numérica para a viga inclinada em balanço com carga concentrada.

	u	v	θ
solução analítica	0,1667	0,2889	-0,5
solução numérica	0,1667	0,2889	-0,4999

Tabela 4. 2 - Solução analítica e numérica para o pórtico plano com cargas concentradas.

	Deslocamento horizontal do ponte E (cm)
Solução analítica	4,01
Solução numérica	4,01

Tabela 4. 3 - Deslocamentos nodais e reações nos apoios do pórtico espacial linear.

Nó	Deslocamentos (cm)			Rotações (rad)		
	x	y	z	θ_x	θ_y	θ_z
A	0,0000	0,0000	0,0000	0,00000	0,00000	0,00000
B	-0,3881	0,00006	1,5909	0,00754	-0,00546	0,00267
C	-0,3899	0,9892	2,8647	0,00546	0,00001	0,00286
D	-0,3917	1,1586	1,5592	0,00358	0,00575	-0,00270
E	0,0000	0,0000	0,0000	0,00000	0,00000	0,00000
Reação nos apoios						
Nó	R_x (N)	R_y (N)	R_z (N)	M_x (N.m)	M_y (N.m)	M_z (N.m)
A	-394,46	-2.980,45	-9.041,39	-25.704,36	5.124,63	-3.629,37
E	-8.505,53	-7.430,45	-8.758,48	-5.901,59	-5.033,70	3.503,28

Tabela 4. 4 - Comparação entre as cargas críticas obtidas analiticamente e através do modelo (malha com 4 elementos).

CASO	CARGA CRÍTICA	
	Solução analítica	Solução numérica
 Viga engastada	$P_{CR} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2}$ $P_{CR} = 73,8 \text{ kN}$	$P_{CR} = 74,7 \text{ kN}$
 Viga bi-apoiada	$P_{CR} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$ $P_{CR} = 295,3 \text{ kN}$	$P_{CR} = 298,9 \text{ kN}$
 Viga bi-engastada	$P_{CR} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$ $P_{CR} = 1181,0 \text{ kN}$	$P_{CR} = 1200,0 \text{ kN}$
 Viga apoiada e engastada	$P_{CR} = \frac{20,19 EI}{L^2}$ $P_{CR} = 604,0 \text{ kN}$	$P_{CR} = 609,0 \text{ kN}$

Tabela 4. 5 - Resultados para viga com molas bilineares.

CASO	Deslocamento Transversal	
	Ponto A	Ponto B
Deslocamento livre	0,0303	-0,1199
Deslocamento restrito Ponto A: 0,01 Ponto B: -0,05	0,01 $F_R = -0,1935$	-0,0501 $F_R = 0,5481$
Deslocamento livre com cargas $P_A = - 0,1935$ $P_B = -0,4519$	0,01	- 0,0501

Tabela 4. 6 - Resultados da análise de sensibilidade do caso da viga com molas bilineares.

Combinação	k_0	k_1	Deslocamentos nodais			
			Com molas		Sem molas	
			δ_A	δ_B	δ_A	δ_B
1	0	1	0,0281	-0,1125	0,0282	-0,1125
2	0	10	0,0192	-0,0813	0,0192	-0,0814
3	0	100	0,0117	-0,0551	0,0117	-0,0552
4	0	1.000	0,0102	-0,0505	0,0102	-0,0505
5	0	10.000	0,01	-0,0501	0,01	-0,05
6	0	100.000	0,01	-0,05	0,01	-0,05
7	1	10	0,0185	-0,0786	0,0185	-0,0787
8	1	100	0,0116	-0,0551	0,0116	-0,0547
9	1	1.000	0,0102	-0,0505	0,0102	-0,0505
10	1	10.000	0,01	-0,0501	0,01	-0,05
11	1	100.000	0,01	-0,05	0,01	-0,05
12	10	100	0,0109	-0,0524	0,11	-0,0527
13	10	1.000	0,0101	-0,0502	0,01	-0,0498
14	10	10.000	0,01	-0,050	0,0099	-0,0495
15	10	100.000	0,01	-0,05	0,0099	-0,0495

Tabela 4. 7 - Dados para a coluna de perfuração analisada.

Peso da lama (kg/m^3)	1198,264
Diâmetro externo do comando (m)	0,2032
Diâmetro interno do comando (m)	0,0508
Diâmetro do poço (m)	0,2508
Diâmetro do estabilizador (m)	0,2508
Densidade do aço (kg/m^3)	7833,0269
Módulo de Young do aço (N/m^2)	2×10^{11}
Coefficiente de Poisson	0,3
Inclinação do poço (grau)	10
Azimute do poço (grau)	0
Comprimento total de comandos (m)	152,4
Comprimento discretizado de comandos (m)	54,864
Espaço anular (m)	0,0238
Momento de Inércia (m^4)	$8,34 \times 10^{-5}$
Área da seção transversal (m^2)	0,0304
Módulo de Young da rocha (N/m^2)	$15,6 \times 10^9$

Tabela 4. 8 - Combinações de k_0 e k_1 .

Combinação	k_0	k_1
1	10^3	10^7
2	10^3	10^8
3	10^3	10^9
4	10^3	10^{10}
5	10^3	10^{11}
6	10^3	10^{12}
7	1.868,77	$1,868 \times 10^{10}$
8	10^4	10^7
9	10^4	10^8
10	10^4	10^9
11	10^4	10^{10}
12	10^4	10^{11}
13	10^4	10^{12}

Tabela 4. 9 - Comparação entre os resultados publicados e os obtidos pelo modelo para coluna com um estabilizador.

Nó	Dist. broca (m)	[M1]		Programa	
		Desloc. (m)	Força (N)	Desloc. (m)	Força (N)
1	0	0	-570,97	0	-397,08
2	3,05	0,0011	1,78	0,0014	2,67
3	6,10	0,0018	3,56	0,0021	3,97
4	9,14	0	-5.693,7	0	-5.622,69
5	13,11	-0,0095	-17,8	-0,0093	-17,42
6	17,07	-0,0194	-35,6	-0,0191	-35,60
7	21,03	-0,0238	-226,86	-0,0232	-44,23
8	24,99	-0,0238	-3.073,72	-0,0238	-3.585,20
9	28,96	-0,0238	-902,99	-0,0238	-815,07
10	32,92	-0,0238	-1.485,71	-0,0238	-1.509,26
11	36,88	-0,0238	-1.330,02	-0,0238	-1.320,97
12	40,84	-0,0238	-1.370,05	-0,0238	-1.372,18
13	44,81	-0,0238	-1.356,71	-0,0238	-1.357,70
14	48,77	-0,0238	-1.717,01	-0,0238	-1.728,79
15	54,86	-0,0238	-34.344,72	-0,0238	-34.560,74

Tabela 4. 10 - Comparação entre os resultados publicados e os obtidos pelo modelo para coluna com dois estabilizadores.

Nó	Dist. broca (m)	[M1]		Programa	
		Desloc. (m)	Força (N)	Desloc. (m)	Força (N)
1	0	0	-2.357,56	0	-2.237,11
2	3,05	-0,0097	-	-0,0115	-21,57
3	6,10	-0,0156	-	-0,0187	-34,87
4	9,14	-0,0158	-	-0,0191	-35,63
5	13,11	-0,0086	-	-0,0108	-20,16
6	17,07	0	-6.098,51	0	-6.338,89
7	21,03	0,0015	-	0,0041	7,71
8	24,99	0,0009	-	0,0045	8,39
9	28,96	0,0016	-	0,0038	7,10
10	32,92	0	-5.898,34	0	-5.463,34
11	36,88	-0,0095	-	-0,0100	-18,60
12	40,84	-0,0193	-	-0,0195	-36,45
13	44,81	-0,0238	-302,48	-0,0238	-281,50
14	48,77	-0,0238	-3.122,65	-0,0238	-3.518,46
15	54,86	-0,0238	-34.215,72	-0,0238	-34.387,92

Tabela 4. 11 - Comparação entre os resultados publicados e os obtidos pelo modelo para coluna com três estabilizadores.

Nó	Dist. broca (m)	[M1]		Programa	
		Desloc. (m)	Força (N)	Desloc. (m)	Força (N)
1	0	0	3.629,75	0	4.773,89
2	3,05	0	-8.424,93	0	-9.562,39
3	6,1	-0,0067	-	-0,0065	-12,12
4	9,14	-0,0160	-	-0,0157	-29,38
5	13,11	-0,0238	-240,2	-0,0238	-339,43
6	17,07	-0,0223	-	-0,0224	-41,79
7	21,03	-0,0119	-	-0,0120	-22,38
8	24,99	0	-5.013,15	0	-5.056,86
9	28,96	0,0039	-	0,0041	7,65
10	32,92	0	-4.038,99	0	-3.708,62
11	36,88	-0,0105	-	-0,0104	-19,39
12	40,84	-0,02	-	-0,0198	-36,93
13	44,81	-0,0238	-800,68	-0,0238	-541,57
14	48,77	-0,0238	-2.851,31	-0,0238	-3.368,28
15	54,86	-0,0238	-34.237,96	-0,0238	-34.402,42

Tabela 4. 12 - Comparação entre os resultados publicados e os obtidos pelo modelo para coluna com quatro estabilizadores.

Nó	Dist. broca (m)	[M1]		Programa	
		Desloc. (m)	Força (N)	Desloc. (m)	Força (N)
1	0	0	173,48	0	196,87
2	3,05	0	-2.922,48	0	-2.940,51
3	6,10	-0,0009	-	-0,0007	-1,26
4	9,14	-0,0010	-	-0,0008	-1,46
5	13,11	0	-3.269,44	0	-3.411,30
6	17,07	-0,0002	-	-0,0002	-0,47
7	21,03	0	-2.517,69	0	-2.205,02
8	24,99	0,0001	-	0,0006	1,19
9	28,96	0,0013	-	0,0018	3,42
10	32,92	0	-5.925,03	0	-5.930,44
11	36,88	-0,0094	-	-0,0091	-17,05
12	40,84	-0,0193	-	-0,0188	-35,16
13	44,81	-0,0238	-258,00	-0,0236	-44,06
14	48,77	-0,0238	-3.149,34	-0,0238	-3.555,26
15	54,86	-0,0238	-34.215,72	-0,0238	-34.419,74

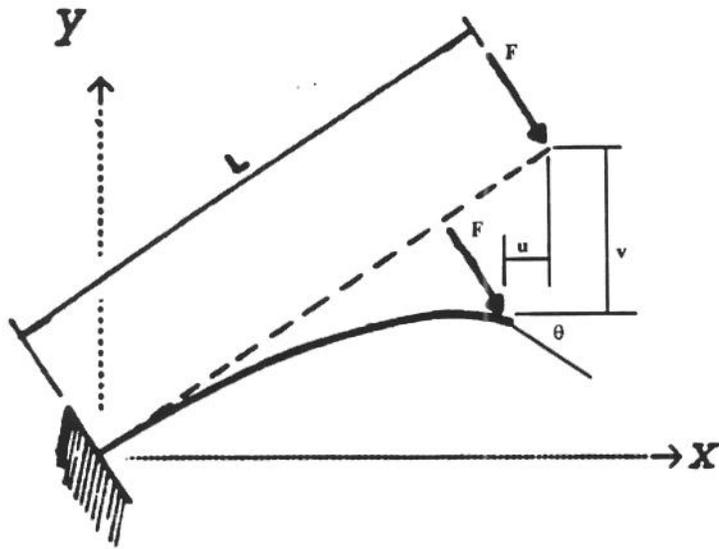


Figura 4.1 - Viga inclinada em balanço com carga concentrada na extremidade.

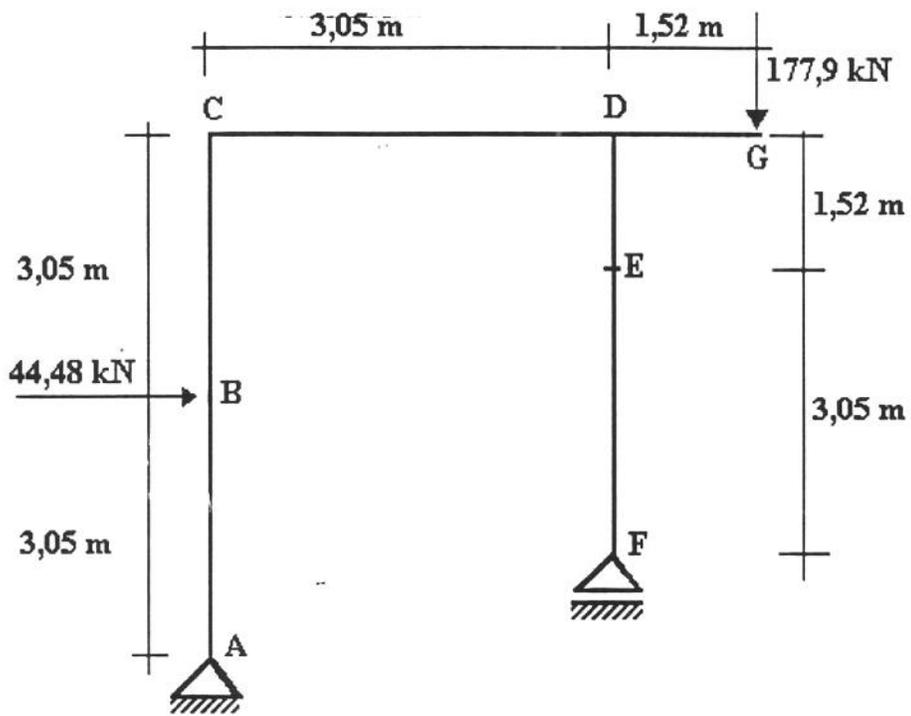


Figura 4. 2 - Pórtico Plano com cargas concentradas.

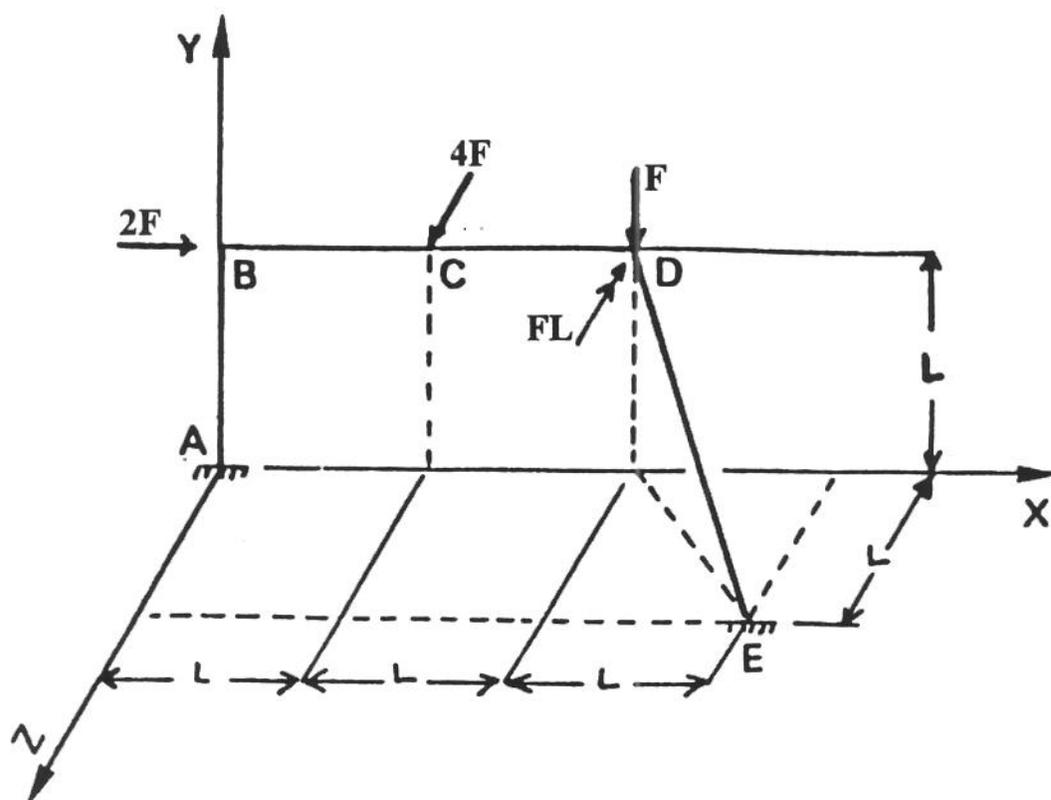


Figura 4. 3 - Pórtico espacial linear

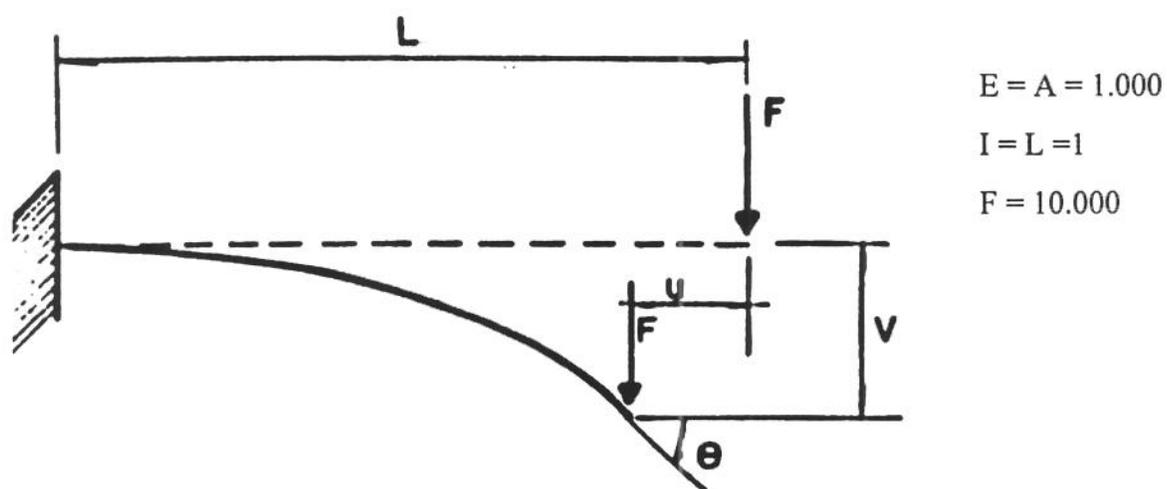


Figura 4. 4 - Viga em balanço com carga vertical concentrada na extremidade livre.

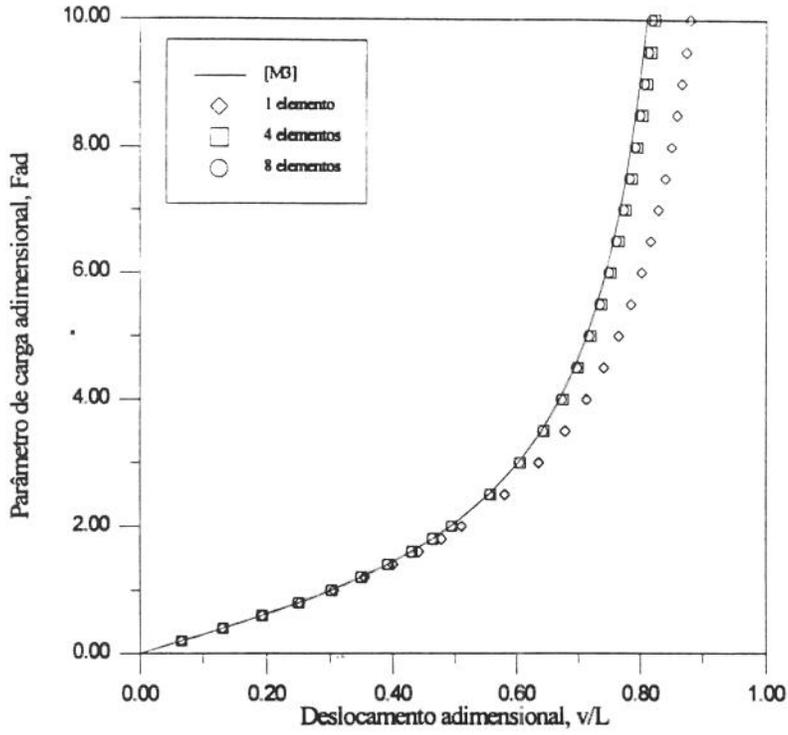


Figura 4. 5 - Solução numérica comparada a solução analítica para 26 incrementos de carga.

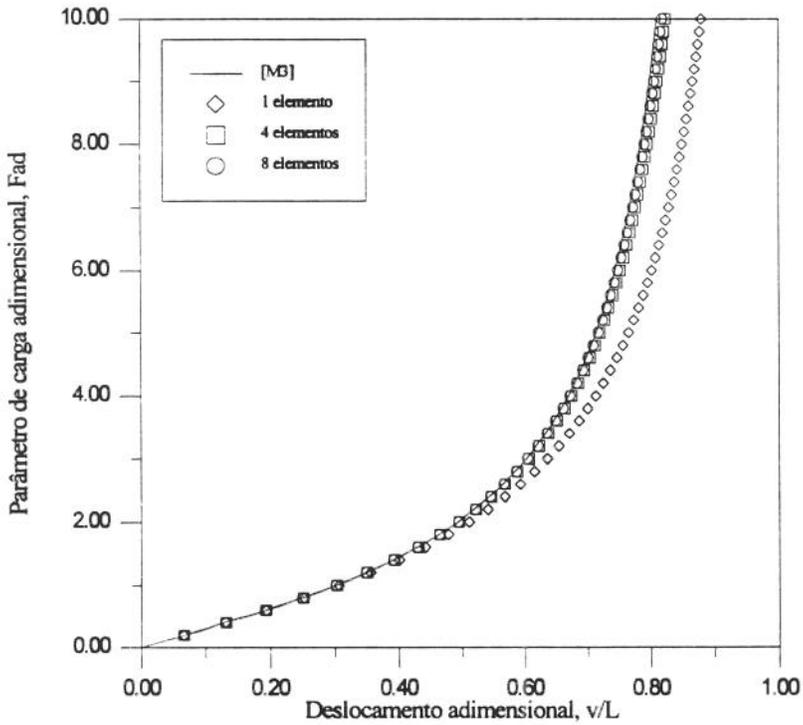


Figura 4. 6 - Solução numérica comparada a solução analítica para 50 incrementos de carga.

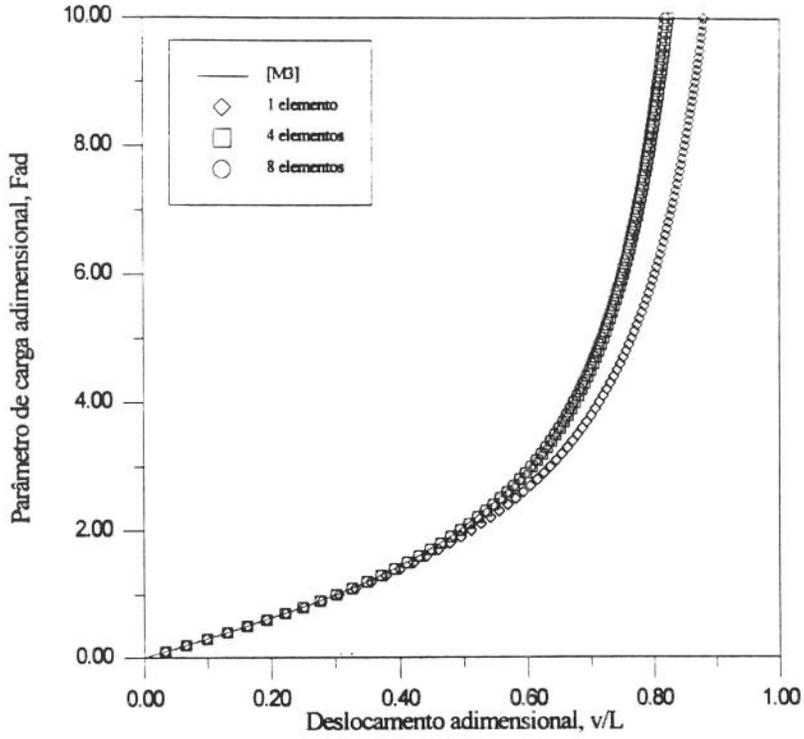


Figura 4. 7 - Solução numérica comparada a solução analítica para 100 incrementos de carga.

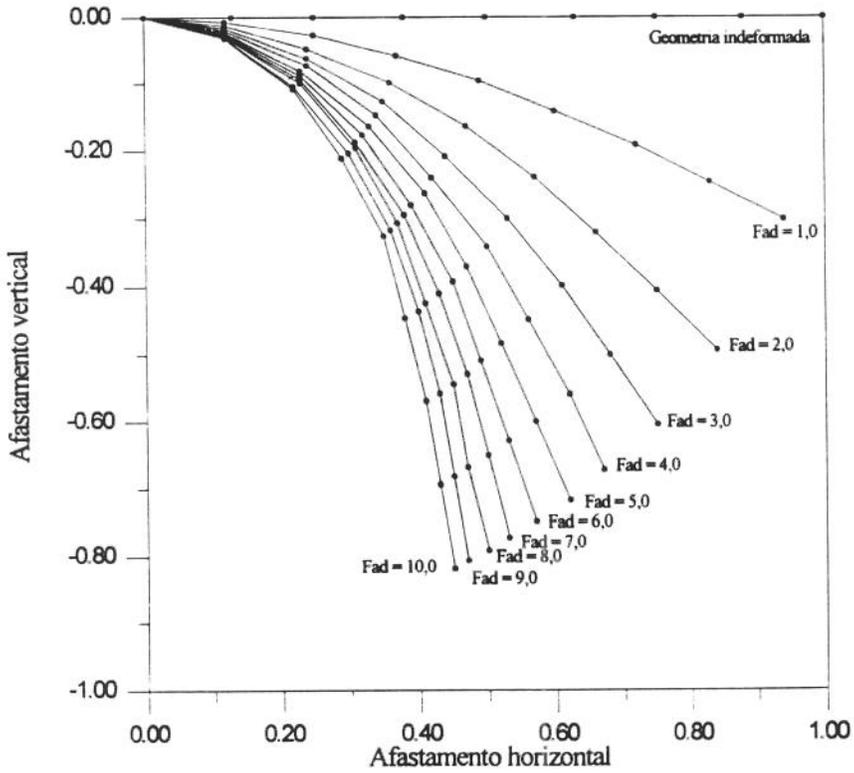


Figura 4. 8 - Configurações de equilíbrio.

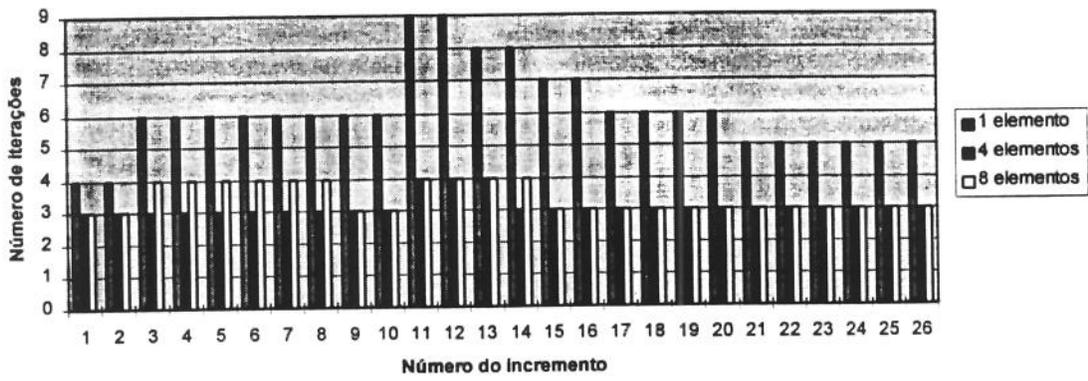
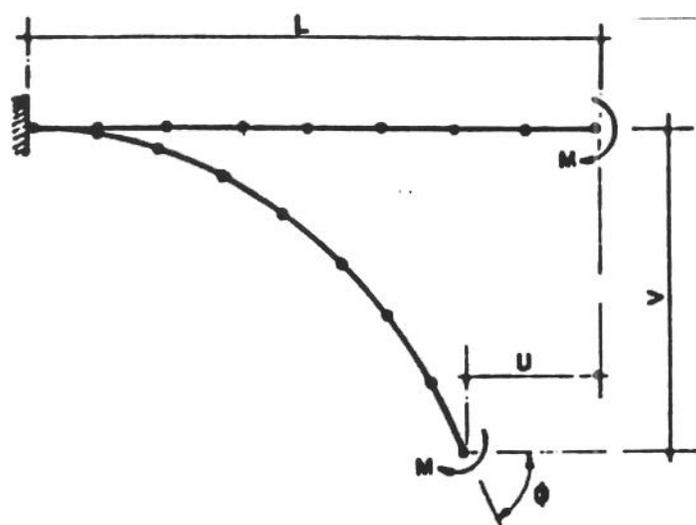


Figura 4. 9 - Variação do número de iterações por incremento para 26 incrementos de carga.



$$E = A = 1.000$$

$$I = L = 1$$

$$M = 12.566$$

Figura 4. 10 - Viga em balanço com carga momento concentrada na extremidade livre.

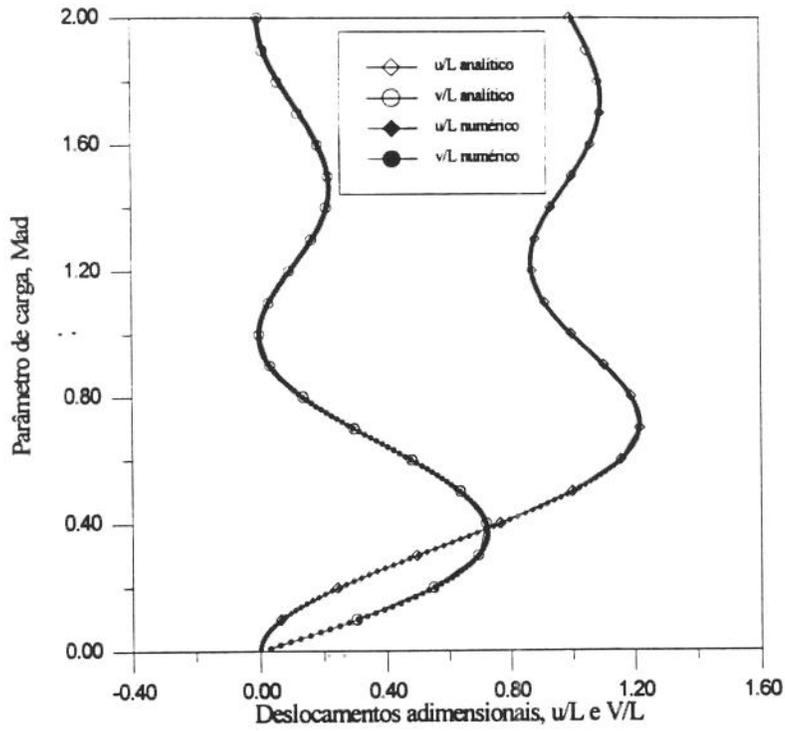


Figura 4. 11 - Comparação entre as soluções analítica e numérica para os deslocamentos adimensionais u/L e v/L .

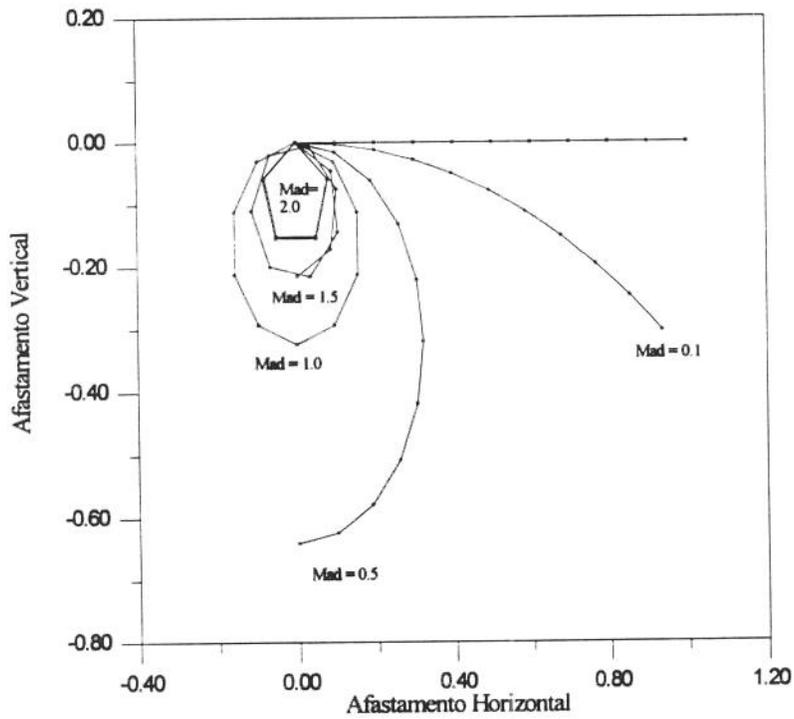


Figura 4. 12 - Algumas configurações de equilíbrio para o esquema da Figura 4.10.

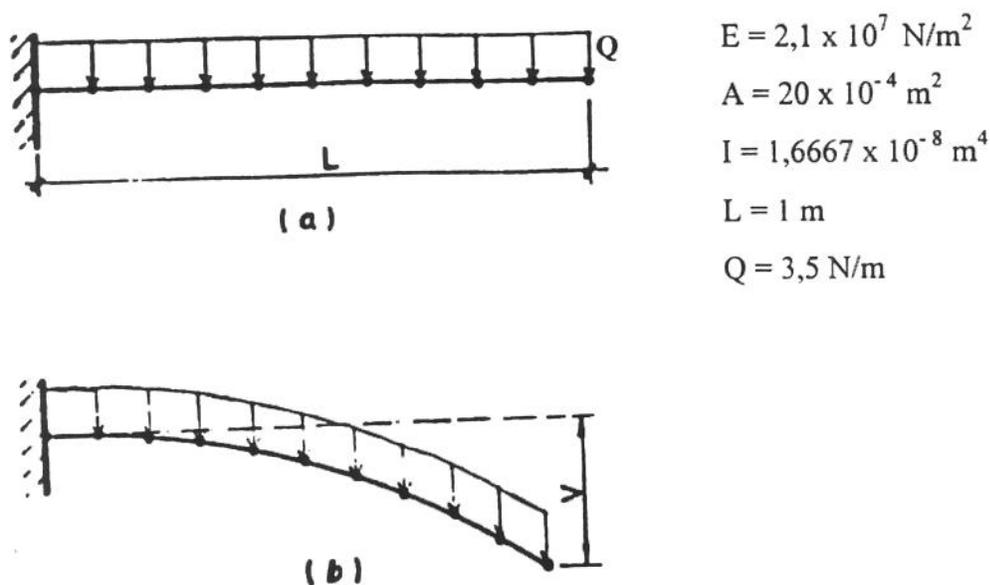


Figura 4. 13 - Viga em balanço com carga uniformemente distribuída.

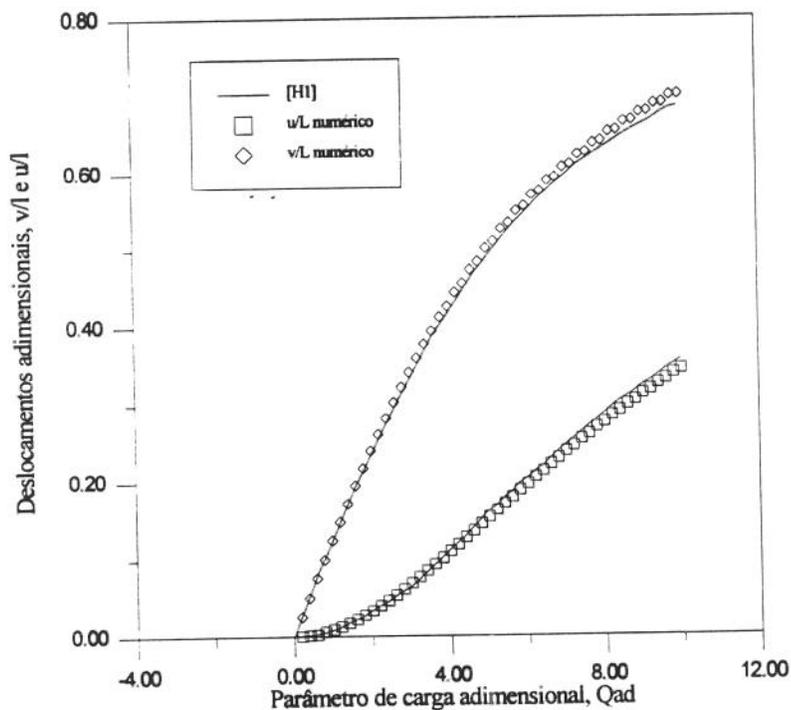
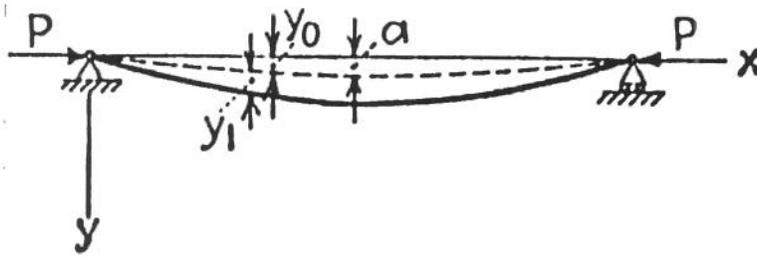


Figura 4. 14 - Comparação entre os resultados numéricos e analítico.



Dados:

$$L = 12,70 \text{ m}$$

$$a = 0,1270 \text{ m}$$

$$I = 2,331 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$P = 0 \text{ a } 355,8 \text{ kN}$$

$$E = 20,7 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$$

$$A = 0,01672 \text{ m}^2$$

Figura 4. 15 - Viga com imperfeição geométrica inicial.

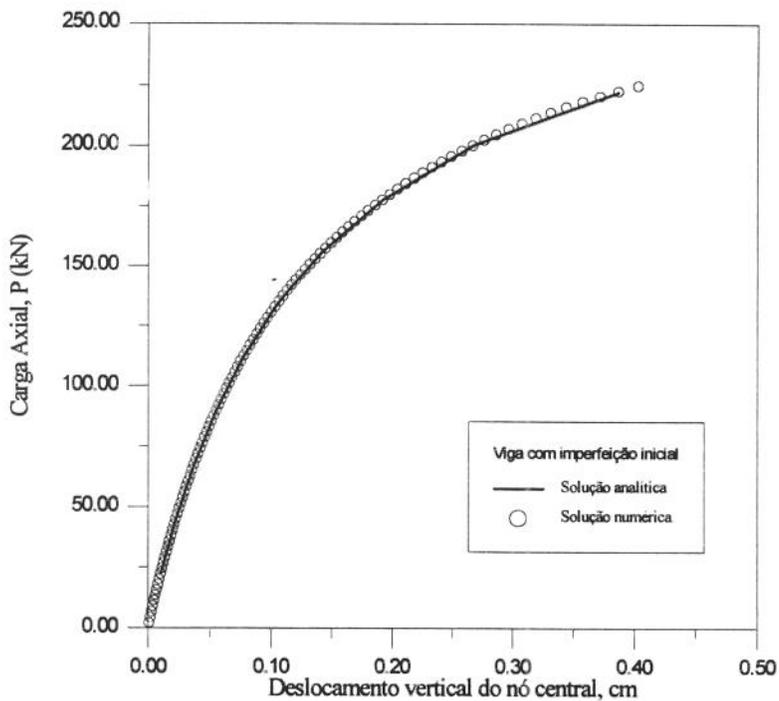


Figura 4. 16 - Comparação entre a solução analítica e numérica do deslocamento vertical do ponto central da viga com imperfeição geométrica inicial.

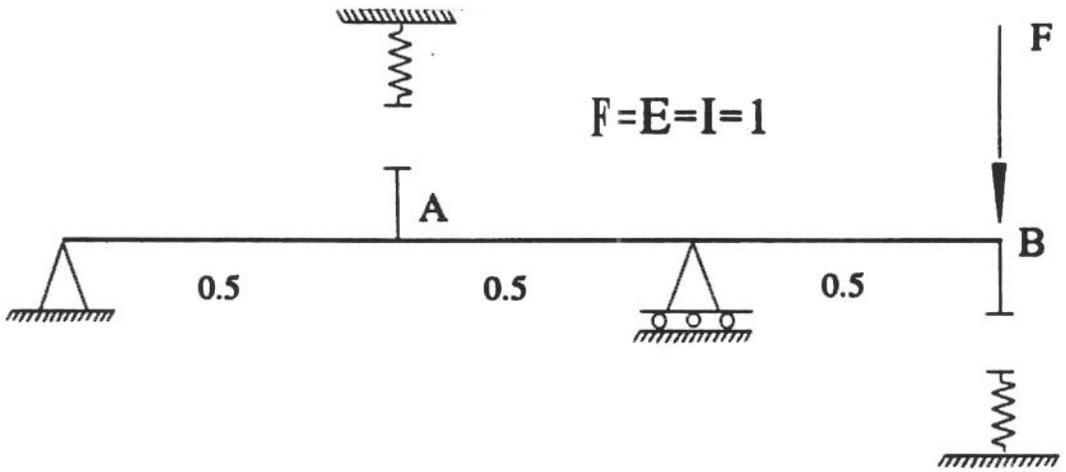


Figura 4. 17 - Viga bi-apoiada com molas bilineares.

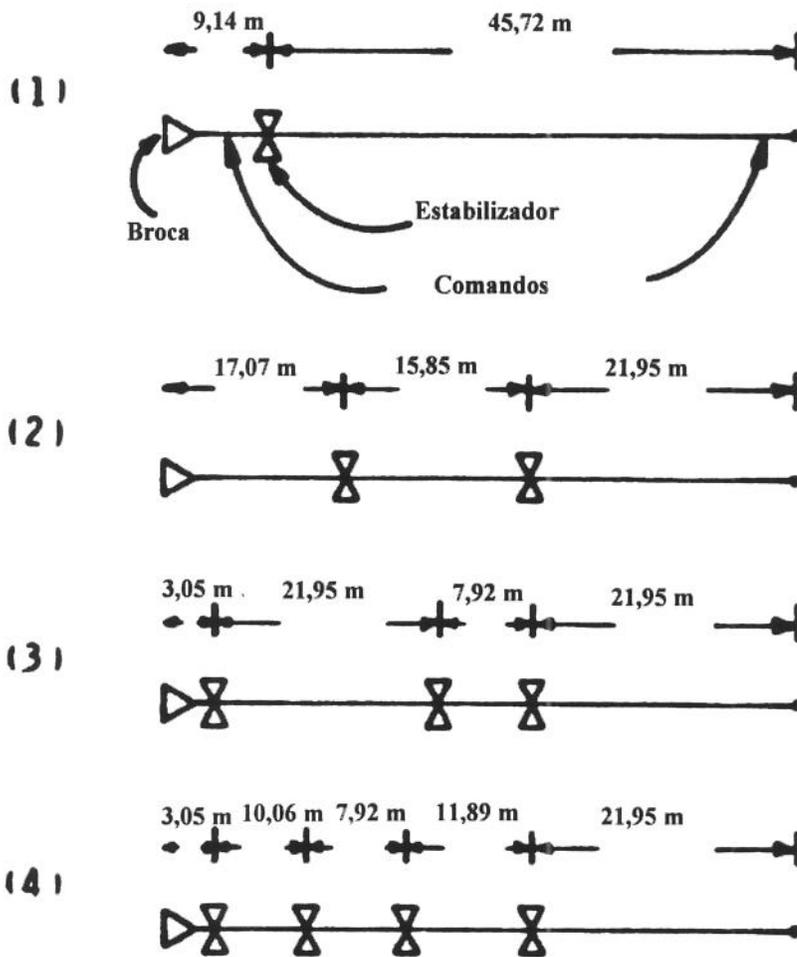


Figura 4. 18 - Composições de coluna analisadas [M1].

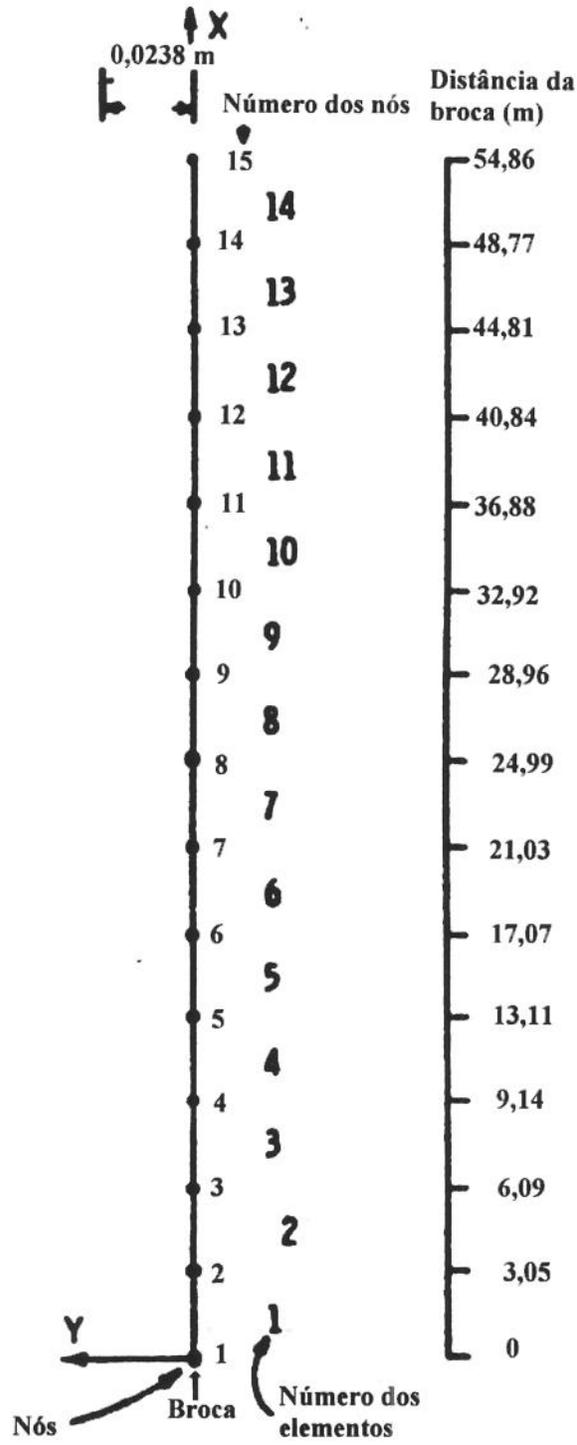


Figura 4. 20 - Discretização da coluna e sistema de eixos global.

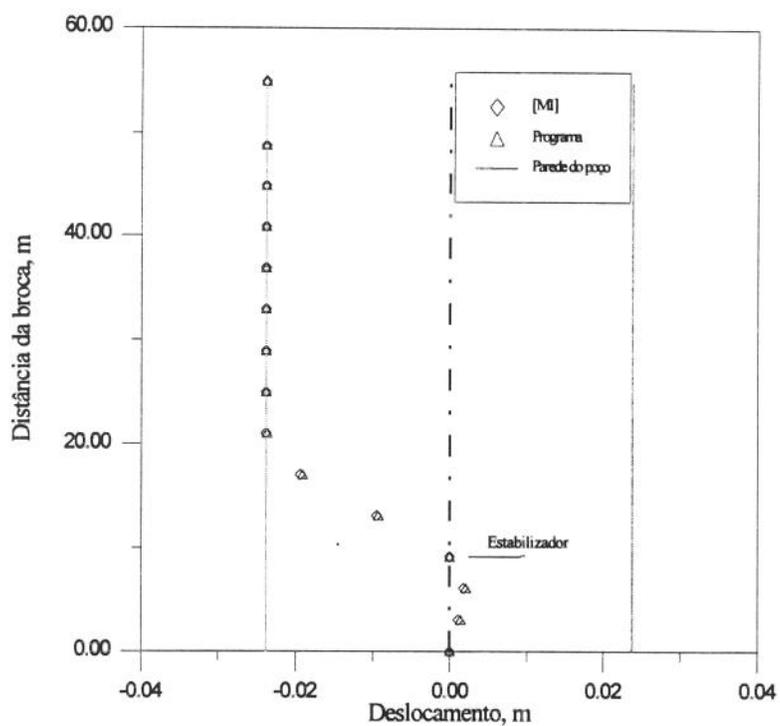


Figura 4. 21 - Deslocamentos x Distância da broca - Coluna com um estabilizador.

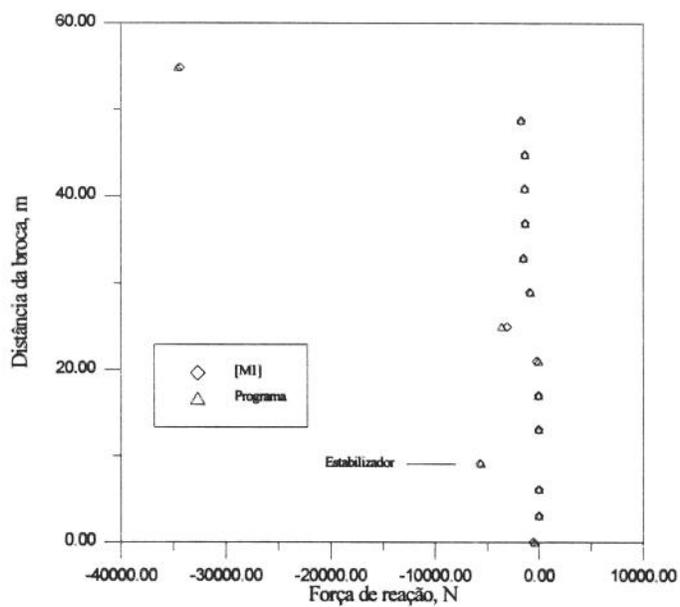


Figura 4. 22 - Forças de reação x Distância da broca - Coluna com um estabilizador.

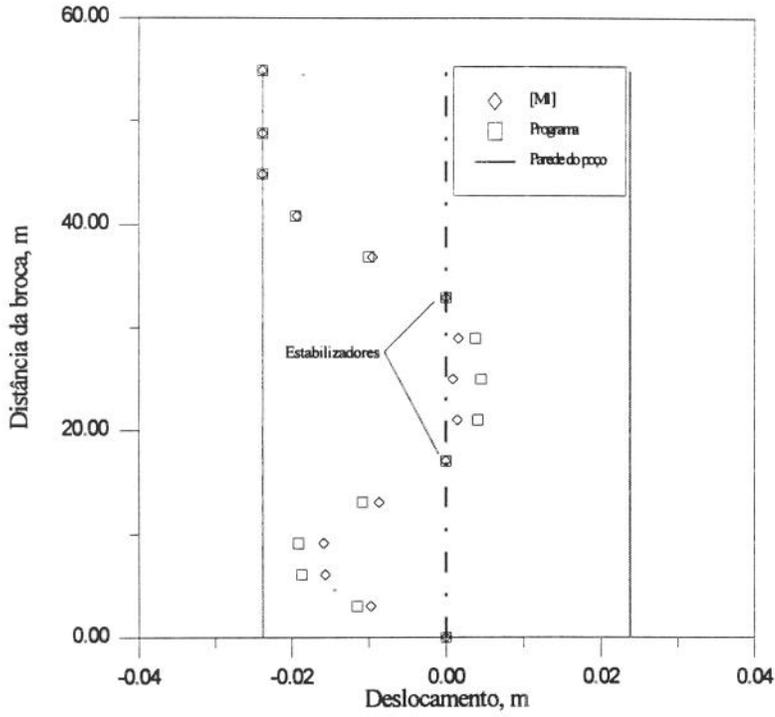


Figura 4. 23 - Deslocamentos x Distância da broca - Coluna com dois estabilizadores.

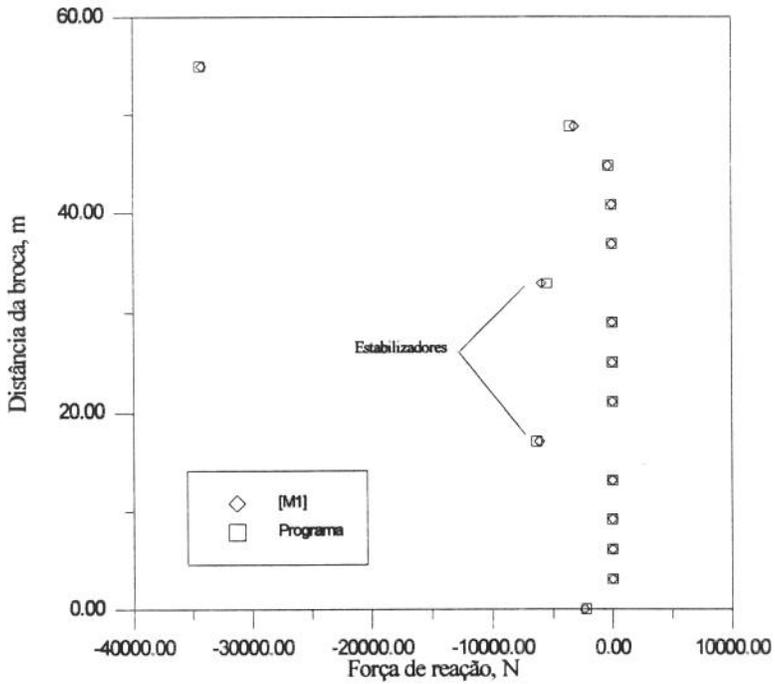


Figura 4. 24 - Forças de reação x Distância da broca - Coluna com dois estabilizadores.

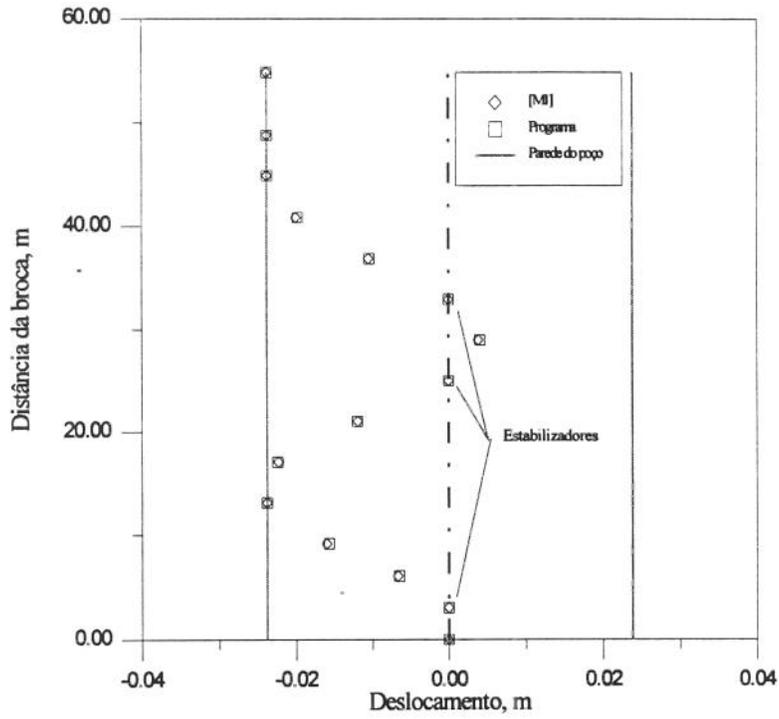


Figura 4. 25 - Deslocamentos x Distância da broca - Coluna com três estabilizadores.

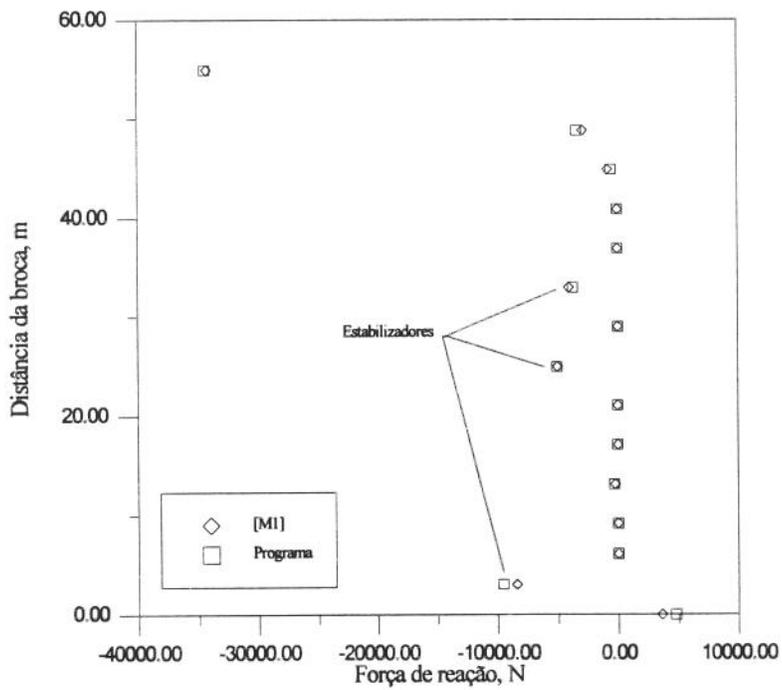


Figura 4. 26 - Forças de reação x Distância da broca - Coluna com três estabilizadores.

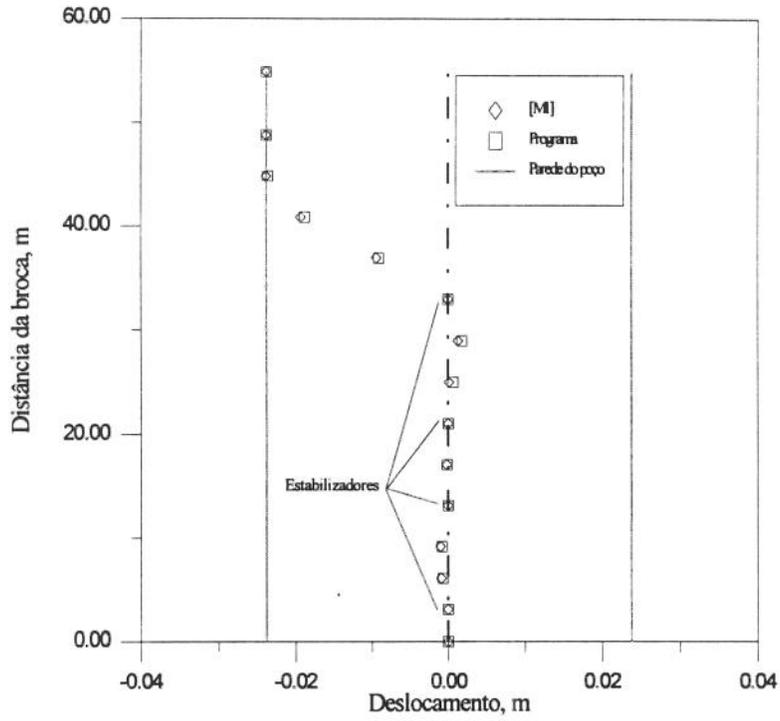


Figura 4. 27 - Deslocamentos x Distância da broca - Coluna com quatro estabilizadores.

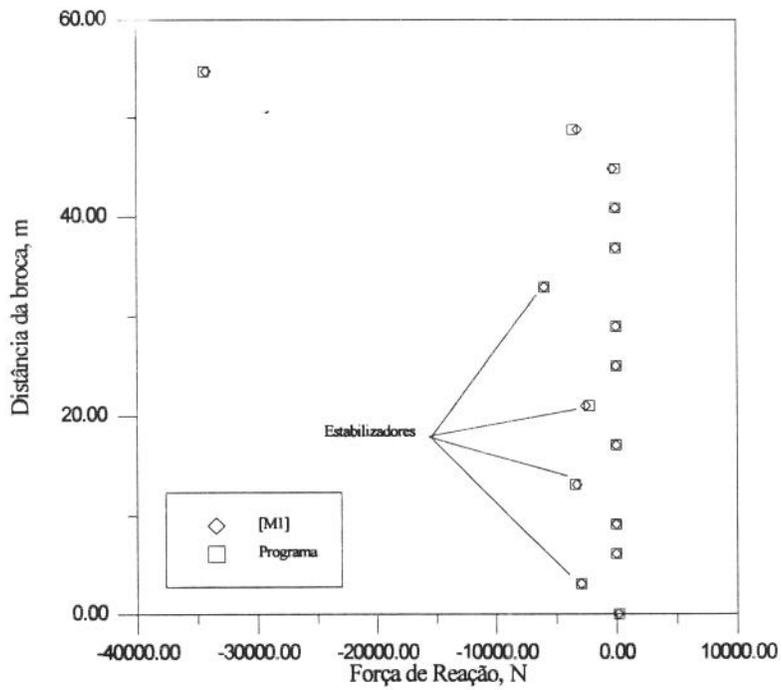


Figura 4. 28 - Forças de reação x Distância da broca - Coluna com quatro estabilizadores.

5. ANÁLISE DO COMANDO DESBALANCEADO

Neste capítulo é analisado o comportamento de um BHA liso, contendo comando desbalanceado. Apesar do reconhecimento de que o efeito do desbalanceamento se manifesta somente com a coluna girando, optou-se por uma análise simplificada, no contexto estático, do efeito da magnitude da força desbalanceada em duas configurações, a rotações de operação utilizadas no campo, conforme a Figura 5.1. Embora não tendo sido possível estimar o comportamento dinâmico da coluna, foi analisado o efeito da mudança da rigidez do sistema, e da força desbalanceada na força de reação na broca, que é um fator fundamental na definição da trajetória do poço. Neste trabalho, procurou-se utilizar a ferramenta matemática desenvolvida e validada no capítulo anterior para realizar um estudo simplificado da amplitude da força lateral, ou de desvio, na broca, levando-se em consideração a força desbalanceada.

Antes da análise do problema físico em questão foi feita uma análise de sensibilidade de parâmetros para uma viga bi-apoiada com os efeitos propostos no estudo do comando desbalanceado.

As usinagens laterais (“furos laterais”) do comando foram aproximados por rasgos de chaveta para facilitar a análise, conforme Apêndice C. Os dados da coluna utilizados nesta análise, encontram-se na Tabela 4.7.

5.1 VIGA BI-APOIADA

Neste item foi verificado o efeito causado pela alteração de rigidez e pela força desbalanceada, nas forças de reação e nos deslocamentos nodais de uma viga bi-apoiada, conforme a Figura 5.2. A viga que representa um comando desbalanceado com 50 “furos laterais” (mesma quantidade de um comando utilizado em atividade de campo), foi discretizada em 101 elementos. A carga desbalanceada, calculada no Apêndice C (devido à uma rotação de 120 rpm) para cada “furo lateral”, foi dividida por dois e aplicada nas extremidades de cada elemento que representa a seção usinada, conforme a Figura 5.2. Foram considerados os seguintes casos:

1. Viga com momento de inércia e área da seção transversal constantes e peso próprio distribuído.

2. Viga com momento de inércia e área da seção transversal constantes e peso próprio com força desbalanceada distribuídos no mesmo sentido e direção.
3. Viga com momento de inércia e área da seção transversal constantes e peso próprio com força desbalanceada distribuídos em sentido contrário.
4. Viga com momento de inércia e área da seção transversal variável de elemento para elemento e peso próprio distribuído.
5. Viga com momento de inércia e área da seção transversal variável de elemento para elemento variando e peso próprio com força desbalanceada distribuídos no mesmo sentido.
6. Viga com momento de inércia e área da seção transversal variável de elemento para elemento e peso próprio com força desbalanceada distribuídos em sentido contrário.

A Tabela 5.1 mostra os resultados obtidos para as reações nos apoios e para a flecha do ponto próximo ao centro da viga. Comparando-se o caso 4 com o 1 verificou-se redução, devido a diminuição do peso próprio, de 6 % e 5 % na reação dos apoios à esquerda e à direita, respectivamente, e aumento de 13,5 % na flecha do ponto próximo ao centro da viga, devido à diminuição da rigidez à flexão. Comparando-se o caso 5 com o 2 verificou-se redução, devido a diminuição do peso próprio, de 5,7 % e 4,6 % na reação dos apoios à esquerda e à direita, respectivamente, e aumento de 13,97 % na flecha do ponto próximo ao centro da viga, devido à diminuição da rigidez à flexão. Comparando-se o caso 6 com o 3 verificou-se redução, devido a diminuição do peso próprio, de 6,6 % e 5,2 % na reação dos apoios à esquerda e à direita, respectivamente, e aumento de 12,9 % na flecha do ponto próximo ao centro da viga, devido à diminuição da rigidez à flexão. Conclui-se que o efeito da diminuição da rigidez à flexão tem maior influência na flecha, do ponto próximo ao centro da viga, quando a força desbalanceada atua no mesmo sentido do peso próprio.

5.2 COLUNA LISA

Neste item foi estudado o comportamento de uma coluna lisa, sem comando desbalanceado, utilizando-se os mesmos dados de coluna da Tabela 4.7.

A modelagem da coluna é a mesma da Figura 4.18 (desconsiderando-se estabilizadores), e a discretização é a mesma da Figura 4.19. Os valores das constantes das molas utilizados para simular o contato da coluna com a parede do poço e as forças de reação na broca, calculadas através do programa, encontram-se na Tabela 5.2.

Na Tabela 5.2 as combinações de 1 até 7 apresentam uma diferença máxima de 12%. Isso indica que qualquer dessas combinações podem ser utilizadas nessas condições. As combinações 8 e 9 apresentam diferença de 52% no valor da força na broca em relação às combinações anteriores. Foi observado que o alto valor de k_0 utilizado nesses dois últimos casos, limitou demasiadamente a ação da mola de constante k_1 .

Conforme mencionado anteriormente, um comando desbalanceado pode ter até 50 “furos laterais”, de onde é removida sua massa. A discretização utilizada no item 5.1 é introduzida no modelo da coluna lisa. Na prática, isso significa que os 9,14 metros iniciais da coluna foram subdivididos em uma malha de 101 elementos que somados aos 11 elementos que representam o restante do trecho de coluna estudado, perfazem um total de 112 elementos. Essa discretização aumenta o número de graus de liberdade de 45 para 339, o que acarreta um maior esforço computacional para resolver o sistema de equações, requerendo mais memória e maior velocidade de processamento. Esses casos foram rodados em *work station (HP)* ao invés do microcomputador 486, utilizado até este ponto.

As Figuras 5.3 e 5.4 mostram o efeito do refinamento da malha nos deslocamentos e nas forças de reação, para uma coluna lisa. Os valores utilizados de k_0 e k_1 foram de 10^4 e 10^{11} , respectivamente.

Através da Figura 5.3, pode ser observada uma diferença significativa nos deslocamentos dos nós localizados entre a broca e o ponto de contato da coluna com a parede do poço, para malhas de 14 e 112 elementos. Essa diferença nos deslocamentos se deve à constante de mola k_0 , pois na Figura 5.4 observa-se que a força de reação na broca obtida com a malha de 14 elementos foi de 1.404 N, já com a malha de 112 elementos, foi de -775,8 N.

Diante dos resultados obtidos, foi realizada uma análise de sensibilidade dos valores de k_0 e k_1 , para o caso da coluna discretizada em 112 elementos, de acordo com a Tabela 5.3. As Figuras 5.5 e 5.6 mostram a comparação dos resultados de deslocamentos e de forças de reação, para os casos rodados com as combinações 1 e 3. As Figuras 5.7 e 5.8 mostram comparação dos resultados de deslocamentos e de forças de reação, para os casos rodados com as combinações 2 e 4. Os casos rodados com as combinações 5 e 6 apresentaram resultados semelhantes aos obtidos com a combinação 4. Conclui-se que qualquer dessas combinações pode ser utilizada, pois não foi observada diferença significativa nos resultados.

5.3 COLUNA LISA COM COMANDO DESBALANCEADO

Neste item foi analisado o caso que motivou o desenvolvimento do trabalho como um todo, ou seja, coluna lisa com comando desbalanceado. De acordo com os resultados obtidos na seção anterior escolheu-se a combinação 4, da Tabela 5.3, que juntamente com a discretização de 112 elementos foram utilizados para rodar casos com diferentes rotações de coluna (de acordo com Apêndice C), levando-se em consideração as configurações:

1. “Furos laterais” do comando voltados para o lado alto do poço, conforme a Figura 5.1a.
2. “Furos laterais” do comando voltados para o lado baixo do poço, conforme a Figura 5.1b.

Na Tabela 5.4 é mostrada a variação da força de reação na broca em função da rotação para as configurações 1 e 2, sendo os resultados dessa tabela discutidos a seguir.

Na configuração 1, a coluna ao ser girada a 60 rpm, gera uma força na broca cujo valor é 1,33 % superior a mesma força, gerada em uma coluna lisa sem comando desbalanceado (Tabela 5.3). Ao se aumentar a rotação da coluna, para 120 rpm, ocorre um aumento de 16,7 % na força na broca em relação a mesma força, obtida em uma coluna lisa sem comando desbalanceado (Tabela 5.3). Com rotação de 180 rpm, a força na broca é 141,9 % maior que a mesma força, obtida em uma coluna lisa sem comando desbalanceado (Tabela 5.3).

Na configuração 2, a 60 rpm, a força na broca tem o mesmo sentido da força obtida na configuração 1. A 120 rpm a força na broca é aproximadamente 4 vezes inferior, e de sentido contrário, a obtida na configuração 1. A 180 rpm a força na broca é aproximadamente 2,6 vezes inferior a obtida na configuração 1.

Para a rotação de 60 rpm, os deslocamentos nodais e as forças de reação estão mostrados nas Figuras 5.9 e 5.10, respectivamente. Para a rotação de 120 rpm, os deslocamentos nodais e as forças de reação estão mostrados nas Figuras 5.11 e 5.12, respectivamente. Para a rotação de 180 rpm, os deslocamentos nodais e as forças de reação estão mostrados nas Figuras 5.13 e 5.14, respectivamente.

5.4 COMENTÁRIOS

Neste capítulo foi analisado o efeito da rigidez da seção transversal da viga, efeito de k_0 e k_1 , refinamento, e força desbalanceada. Embora a análise do comportamento da coluna lisa com comando desbalanceado seja de natureza dinâmica, optou-se por um tratamento estático não linear geométrico aproximado. Verificou-se, através dessa análise, a magnitude da força de reação na broca, e das configurações deformadas considerando-se a força desbalanceada no mesmo sentido e em sentido contrário ao peso. Constatou-se que quanto maior for a rotação da coluna, maior será a tendência do BHA de retornar a posição vertical.

Verificou-se, também, a importância de realizar análise de sensibilidade para determinar a constante bilinear da mola que simula o contato entre a coluna e a parede do poço. Isso ficou evidenciado no item 5.2, quando foram rodados casos com malhas de 14 e 112 elementos.

Tabela 5.1 - Resultados obtidos para o caso da viga bi-apoiada.

Caso	R_A (N)	R_B (N)	Flecha (m)
1	10.655,88	10.655,88	-0,0126
2	11.478,56	11.316,89	-0,0136
3	9.833,19	9.994,86	-0,0116
4	10.006,10	10.133,79	-0,0143
5	10.828,78	10.794,81	-0,0155
6	9.183,42	9.472,77	-0,0131

Tabela 5.2 - Constantes das molas utilizadas e forças de reação.

Combinação	k_0	k_1	F. Reação (N)
1	10^2	10^9	1.578,48
2	10^3	10^{10}	1.561,88
3	1.868,00	$1,868 \times 10^{10}$	1.546,15
4	10^4	10^8	1.404,93
5	10^4	10^9	1.404,08
6	10^4	10^{10}	1.403,99
7	10^4	10^{11}	1.404,28
8	10^5	10^{11}	750,97
9	10^5	10^{12}	750,97

Tabela 5.3 - Constantes das molas utilizadas com a malha de 112 elementos.

Combinação	k_0	k_1	Força na Broca (N)
1	10^2	10^9	1.461,41
2	10^2	10^{10}	1.461,40
3	10^3	10^9	950,99
4	10^3	10^{10}	950,92
5	10^3	10^{11}	950,91
6	10^3	10^{12}	950,91

Tabela 5.4 - Variação da força de reação na broca em função da rotação.

Rotação (rpm)	Configuração	F. Reação na Broca (N)
60	1	982,63
	2	595,72
120	1	1.109,5
	2	-275
180	1	2.300,17
	2	-886,89

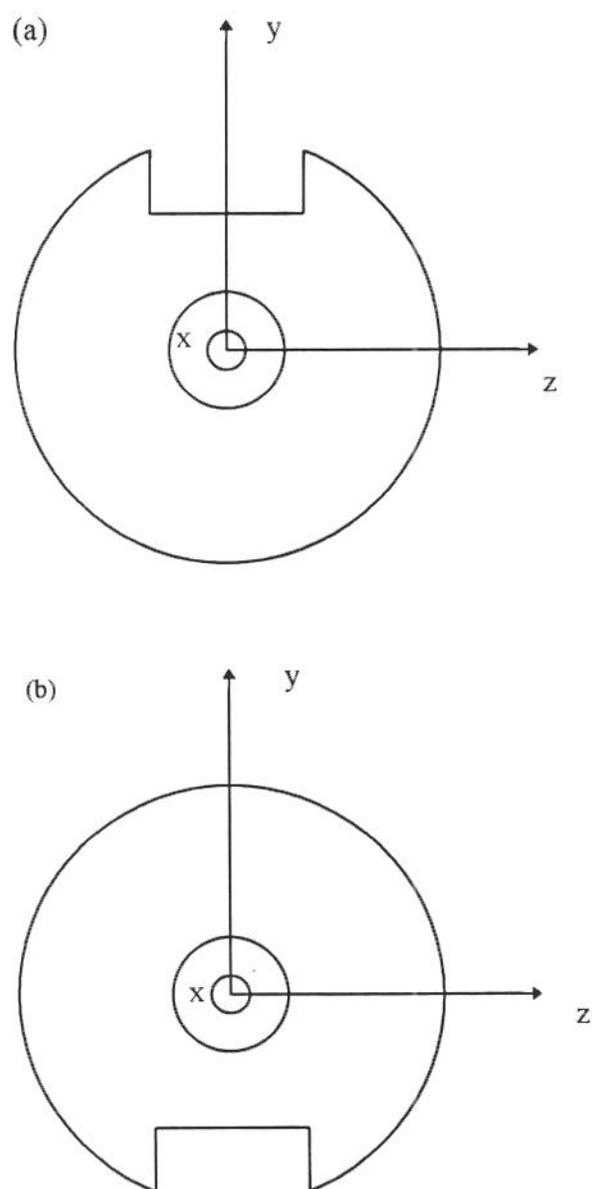


Figura 5. 1 - Seções transversais e orientação do sistema de eixos.

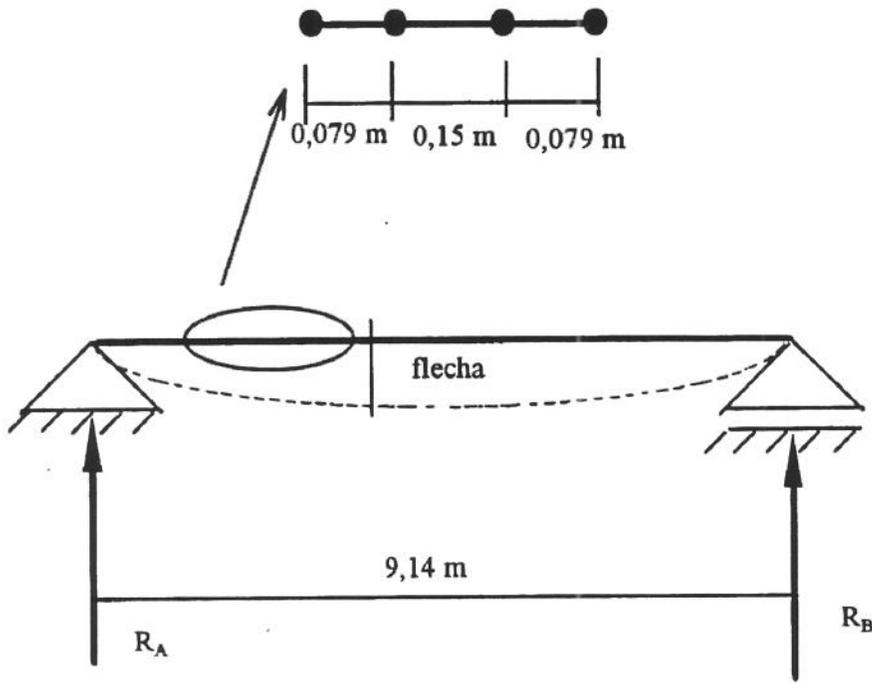


Figura 5.2 - Viga bi-apoiada representando o comando desbalanceado.

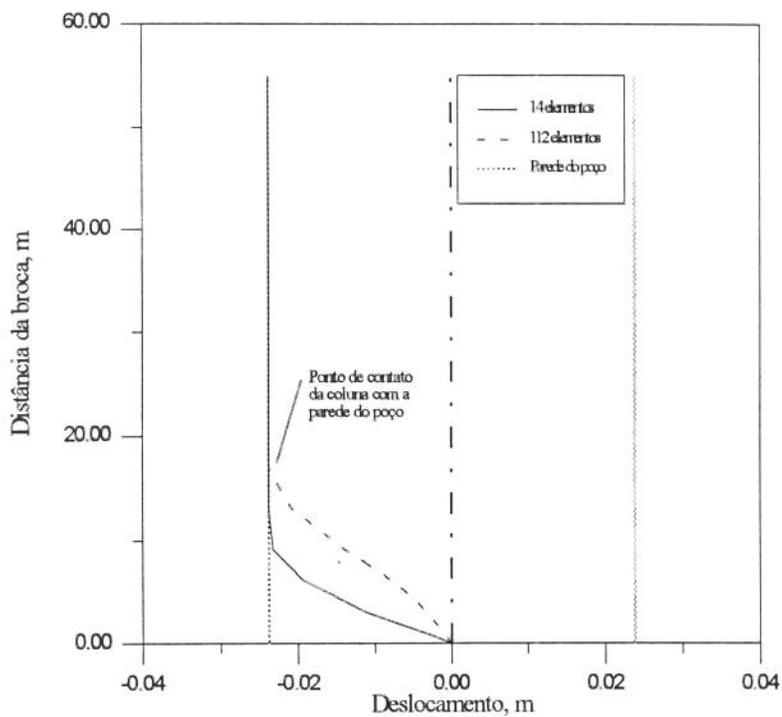


Figura 5.3 - Influência do refinamento nos deslocamentos.

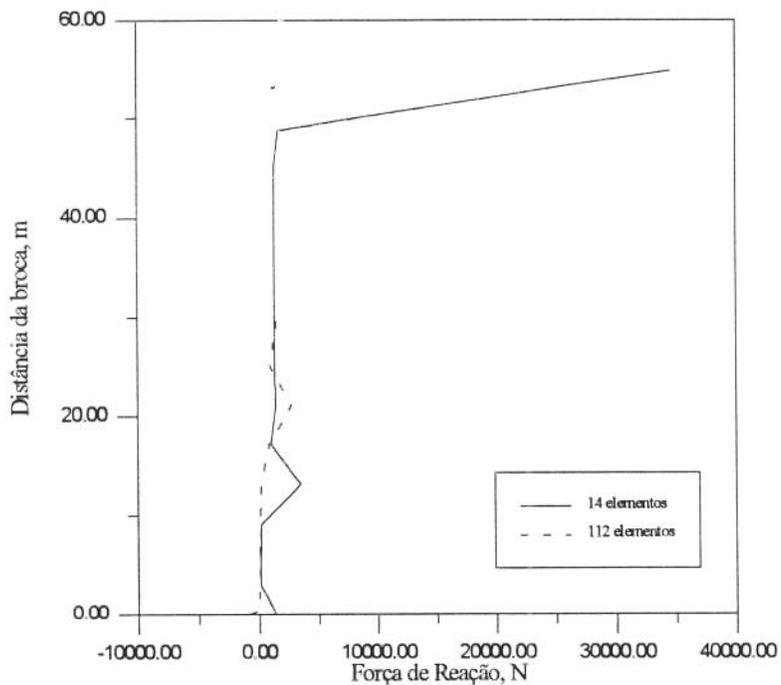


Figura 5.4 - Influência do refinamento na força de reação.

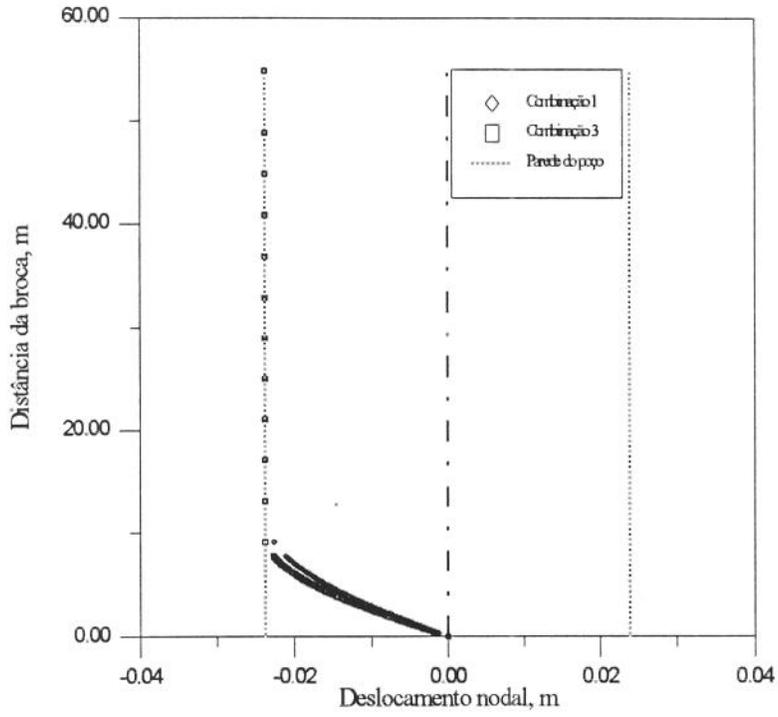


Figura 5.5 - Comparação entre os deslocamentos obtidos com as combinações 1 e 3.

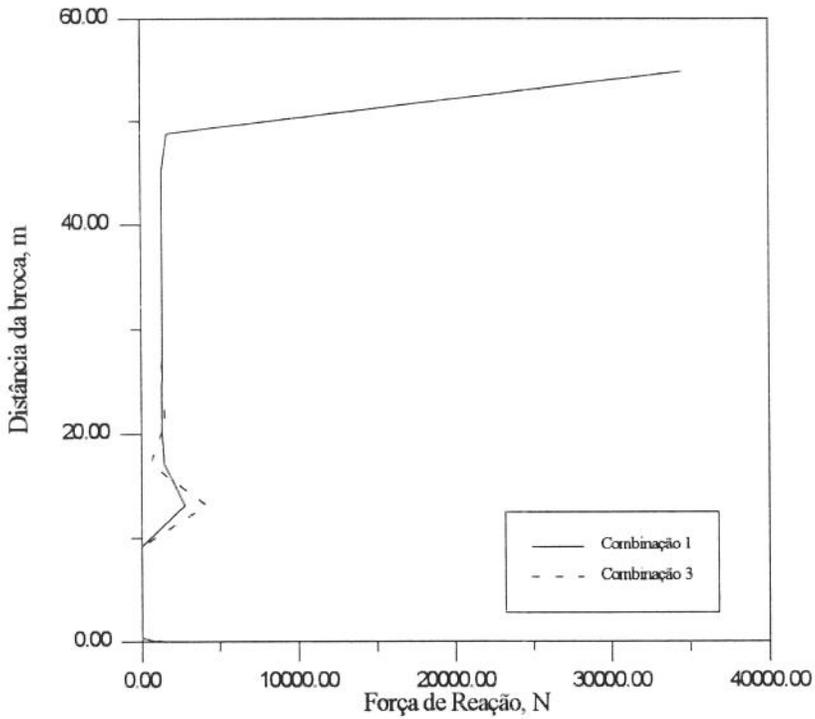


Figura 5.6 - Comparação entre as forças de reação obtidas com as combinações 1 e 3.

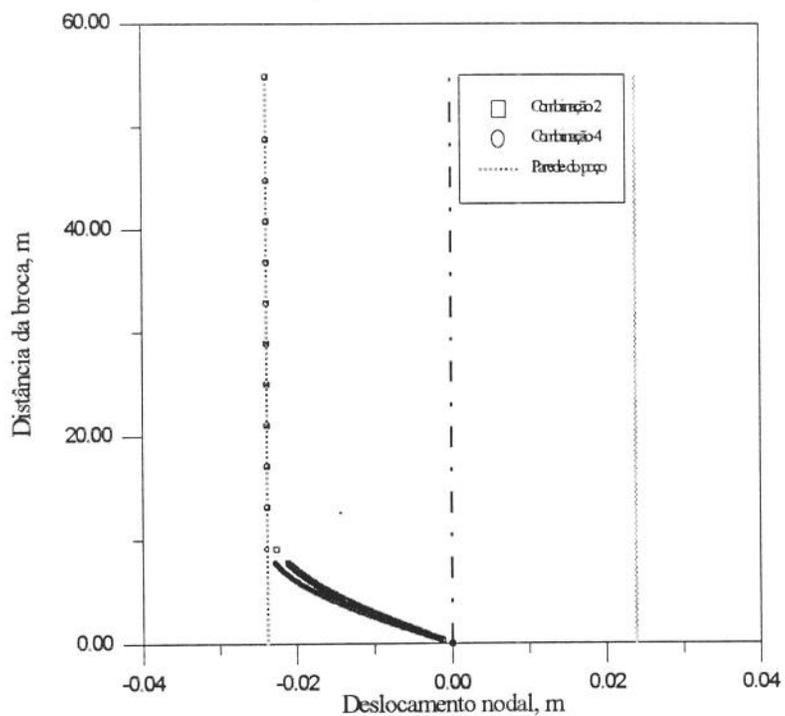


Figura 5.7 - Comparação entre os deslocamentos obtidos com as combinações 2 e 4.

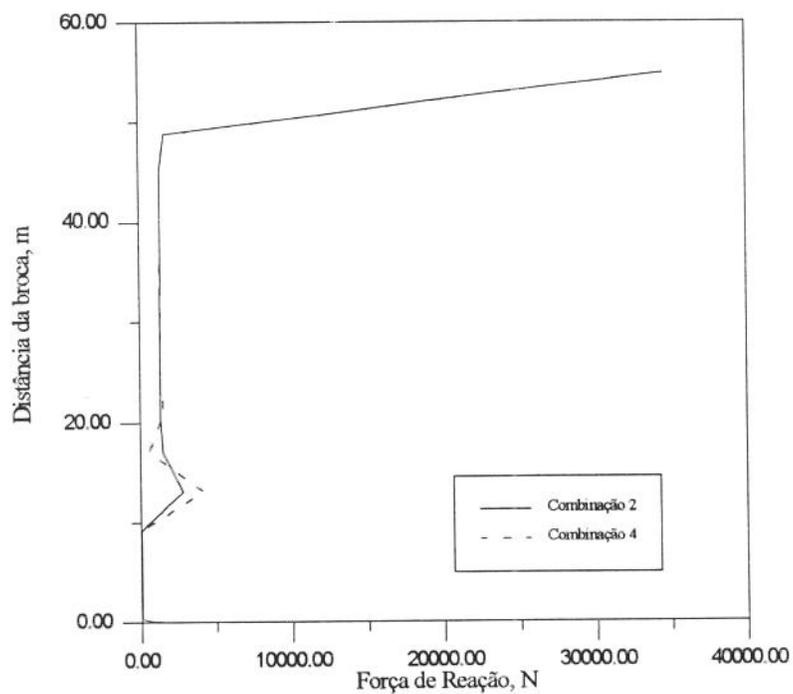


Figura 5.8 - Comparação entre as forças de reação obtidas com as combinações 2 e 4.

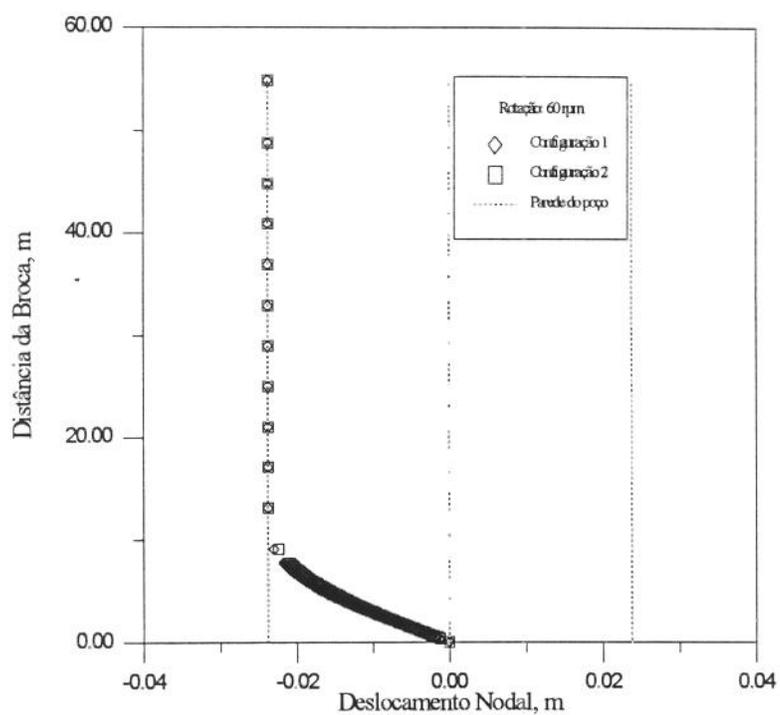


Figura 5.9 - Deslocamentos da coluna com comando desbalanceado a 60 rpm.

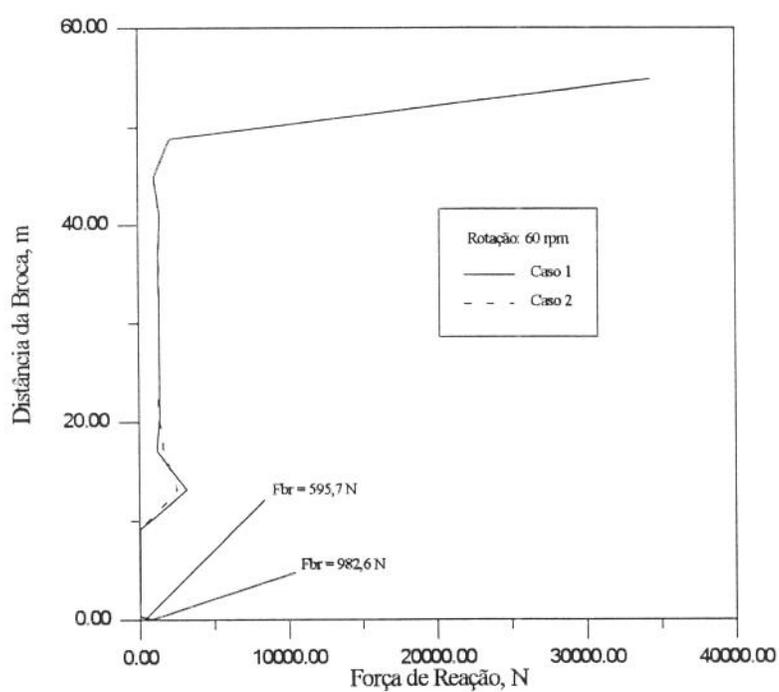


Figura 5.10 - Forças de reação na coluna com comando desbalanceado a 60 rpm.

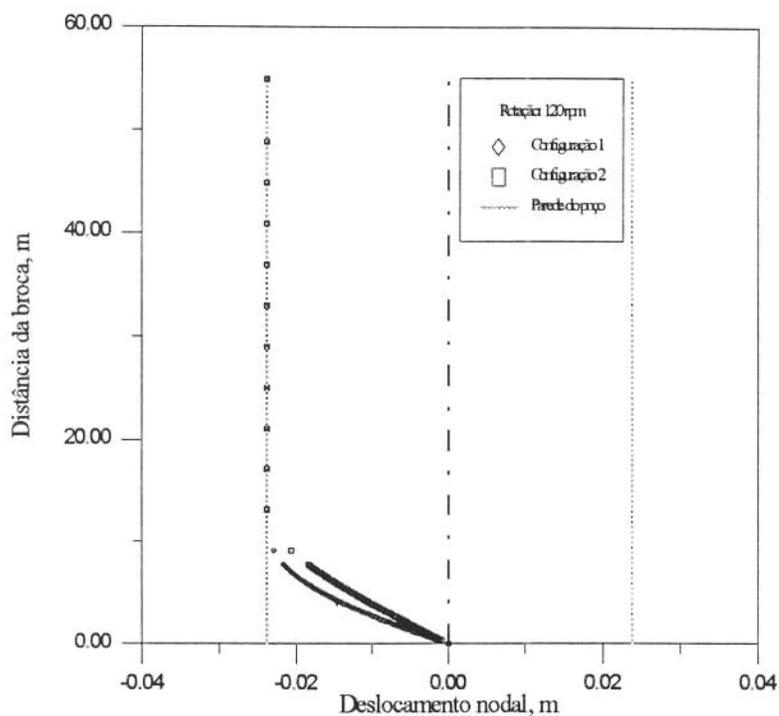


Figura 5.11 - Deslocamentos da coluna com comando desbalanceado a 120 rpm.

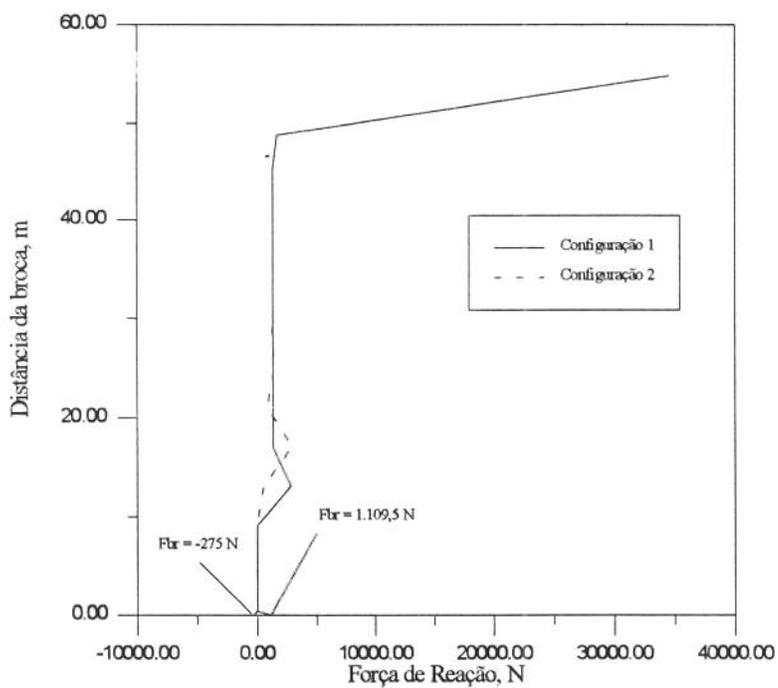


Figura 5.12 - Forças de reação na coluna com comando desbalanceado a 120 rpm.

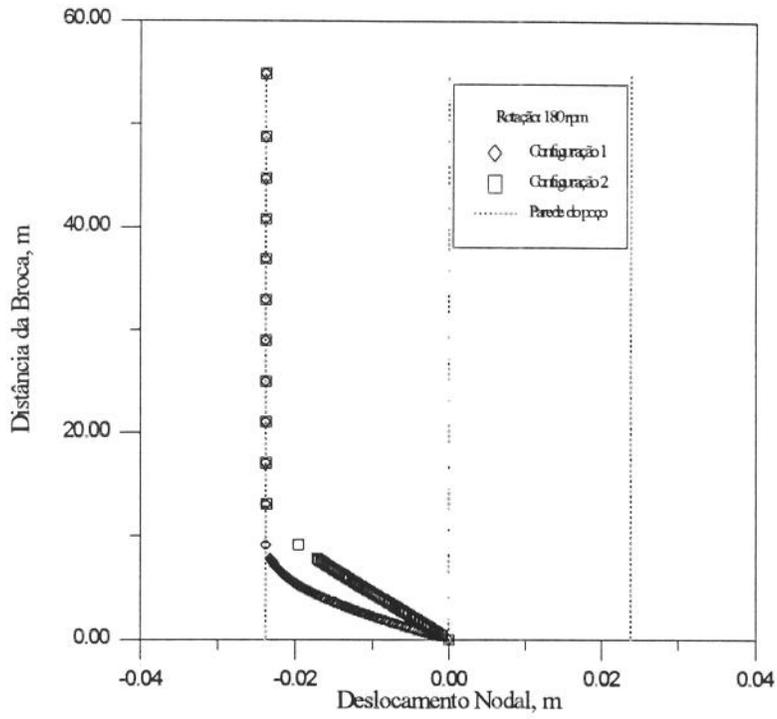


Figura 5.13 - Deslocamentos da coluna com comando desbalanceado a 180 rpm.

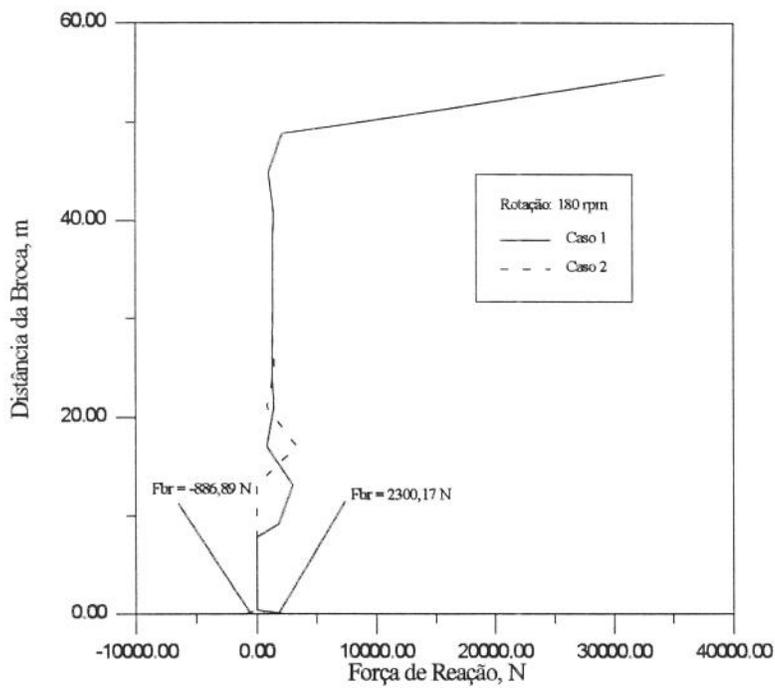


Figura 5.14 - Forças de reação na coluna com comando desbalanceado a 180 rpm.

6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste capítulo são apresentadas as conclusões do trabalho e recomendações para futuras pesquisas na área.

6.1 CONCLUSÕES

As principais conclusões a que se chegou através da realização deste trabalho podem ser enumeradas da seguinte forma:

1. O programa desenvolvido para simular o comportamento mecânico de colunas de perfuração demonstrou a eficiência do método de elementos finitos quando utilizado para analisar esse tipo de problema.
2. O elemento de viga-coluna, com não linearidade geométrica, implementado para tratar problemas com grandes deslocamentos e pequenas deformações, representou, satisfatoriamente, os casos de interesse.
3. O elemento de mola bilinear implementado simulou, satisfatoriamente, o confinamento da coluna, pelas paredes do poço.
4. A utilização do Método de Newton-Raphson, com um esquema de carregamento incremental, para a solução do problema não linear, garantiu a convergência do algoritmo à solução esperada, na totalidade dos casos analisados.
5. A validação do programa através de problemas clássicos de vigas permitiu a análise de sensibilidade do refinamento da malha, processo iterativo, e constantes do elemento de mola, na qualidade da solução do modelo. Os resultados dessa análise auxiliaram a modelagem dos problemas relacionados ao comportamento da coluna de perfuração.
6. A análise do deslocamento da coluna de perfuração, sob várias condições de estabilização, permitiu a inferência da trajetória do poço a partir dos valores de força de reação na broca.
7. A análise do efeito do desbalanceamento do comando, dentro de um contexto estático, gerou resultados condizentes com o que é verificado no campo, no que diz respeito à tendência de diminuição da inclinação do poço devido à rotação da coluna.

6.2 RECOMENDAÇÕES

A partir do reconhecimento das hipóteses básicas do modelo desenvolvido e da experiência adquirida no tratamento do problema de interesse, podem ser feitas algumas recomendações para futuros trabalhos nessa área:

1. Implementar um algoritmo de autovalores e autovetores, para tratar os aspectos relativos à flambagem de vigas-coluna.
2. Incorporar a matriz de massa e a giroscópica, na matriz global do sistema, para a análise do comportamento dinâmico do sistema.
3. Incorporar o efeito de atrito, da coluna e da broca, com a parede do poço, para tornar mais realista o problema da estimativa da trajetória.
4. Implementar um algoritmo de armazenamento da matriz global que otimize a memória computacional necessária para rodar o programa. Possíveis alternativas seriam um armazenador de matriz banda ou em *skyline*.
5. Estudar uma forma de incorporação da restrição dos deslocamentos da viga, que evite extensivas análises de sensibilidade das constantes de mola (k_0 e k_1).
6. Implementar um pós-processador para calcular tensões ao longo da coluna.

NOMENCLATURA

A	Área da seção transversal
BHA	Bottom hole assembly
D	Graus de liberdade no sistema global
E	Módulo de elasticidade
F	Vetor força
FLA	Formulação Lagrangeana Atualizada
FLT	Formulação Lagrangeana Total
G	Módulo de elasticidade transversal
I	Momento de inércia
J	Momento polar de inércia
k	Rigidez de mola
K	Matriz de rigidez no sistema global
$\bar{\mathbf{K}}$	Matriz de rigidez no sistema local
M	Momento fletor
MEF	Método de elementos finitos
MRP	Método dos resíduos ponderados
N	Função de forma
p	Carregamento axial distribuído
P	Carga axial concentrada
q, q ₁	Carregamento transversal distribuído
Q	Carregamento transversal uniformemente distribuído
R	Matriz de transformação de coordenadas
SIM	Simétrico
T	Momento torsor
T	Matriz de rotação
u	Deslocamento axial
U	Vetor de deslocamento no sistema global
$\bar{\mathbf{U}}$	Vetor de deslocamentos do sistema local

v	Deslocamento vertical
V	Esforço constante
x,y,z	Referência aos eixos globais
\bar{x},\bar{y},\bar{z}	Referência aos eixos locais

LETRAS GREGAS

θ	rotação nodal
Δ	incremento
φ	função admissível
α	inclinação, ângulo de rotação
δ	flecha

SUBSCRITOS

ad	adimensional
A	relativo à rigidez à tração/compressão
cr	crítico
C	relativo ao contorno de um domínio D
D	relativo ao domínio
D	relativo à força externa desbalanceada (Método de Newton-Raphson)
e	relativo ao elemento (Método de Elementos Finitos)
E	relativo à rigidez elástica
G	relativo à rigidez geométrica
i	iteração corrente
i - 1	iteração anterior
i + 1	próxima iteração
I	relativo à força interna nos elementos (Método de Newton-Raphson)
L	na configuração deformada
t	relativo à rigidez tangente
T	relativo à rigidez à torção
x,y,z	relativo aos eixos de referência

0	inicial
1	final (constante de rigidez da mola)

SOBRESCRITOS

j	incremento corrente
T	transposta

SIMBOLOS

C_{ij}	Cossenos diretores
Σ	Somatória

Nota: Grandezas em negrito são vetoriais.

BIBLIOGRAFIA

- [A1] Aadnoy, B. S.: "Transversal Vibrations in Stabilized Drilling Assemblies," *Energy Sources* (1986) **8**, No. 4, 305-29.
- [B1] Bradley, W. B.: "Factors Affecting the Control of Borehole Angle In Straight and Directional Wells," *Journal of Petroleum Tecnology* (Jun. 1975) 679-688.
- [B2] Bueno, R. C. S.: "Metodologia para Análise da Interação Coluna de Perfuração/Riser/Poço por Elementos Finitos," M. S. thesis, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brazil (1994).
- [B3] Besalsow, A.A. and M.L. Payne: "A Study of Excitation Mechanisms and Resonances Inducing Bottomhole-Assembly Vibrations," *SPE Drilling Eng.* (Mar.1988) 93-101.
- [B4] Bathe, K. J.: *Finite Element Procedure in Engineering Analysis*, Prentice-Hall; 1982.
- [C1] Cordovil, A. G. D. P.: "Análise Dinâmica da Colunas de Perfuração via Superposição Modal," M. S. thesis, Universidade Estadual de Campinas, SP, Brazil (1994).
- [C2] Czerwinski, R. J.: "Aspectos de Resistência Mecânica de uma Coluna de Perfuração em Análise Tridimensional," M. S. thesis, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil(1994).
- [C3] Chen, W. F., T. Atsuda: *Theory of Beam-Columns*, Vol. 2, Space Behaviour and Design, Mc-Graw Hill Book Company, 1976.
- [C4] Cook, R. D., D. S. Malkus and M. E. Plesha: *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, John Wiley & Sons, 3rd ed., New York City (1989).
- [C5] Chajes, A.: *Structural Analysis*, Prentice Hall, 1983.

- [D1] Dunayevsky, V.A., A. Judzis, and W. H. Mills: "Dynamic Stability of Drillstrings under fluctuating Weights on Bit," paper SPE 14329 presented at the 60th SPE Annual Tech. Conf. and Exhibition, Las Vegas, NV, Sept. 22-25 (1985).
- [G1] Guz, J. L.: "Estudo da Coluna de Perfuração Através da Implementação do Elemento Finito de Viga-coluna," M. S. thesis, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brazil (1990).
- [G2] Gere, J. M., S. P. Timoshenko: *Mechanics of Materials*, PWS-KENT Publishing Company, 3rd ed., Boston, 1984.
- [G3] Gere, J. M., W. Weaver Jr.: *Analysis of Framed Structures*, Litton Educational Publishing Inc., New York 1965.
- [H1] Holden, J. T.: "On The Finite Deflections of Thin Beams," *Int. J. Solids Structures* (1972), vol. 8, 1051-1055.
- [H2] Huebner, K. H., E. A. Thornton: *The Finite Element Method for Engineers*, John Wiley & Sons, New York City (1982).
- [L1] Lubinski, A.: "A Study of the Buckling of Rotary Drilling Strings," *Drilling and Production Practice* (1950) 178-214.
- [M1] Millheim, K., S. Jordan and C. J. Ritter: "Bottom-Hole Assembly Analysis Using the Finite-Element Method," *Journal of Petroleum Technology*, (Feb. 1978), 265-274.
- [M2] Millheim, K. and M. C. Apostol: "The Effect of Bottomhole Assembly Dynamics on the Trajectory of a Bit," *Journal of Petroleum Technology*, (Dec. 1981), 2323-2338.
- [M3] Mattiasson, K.: "Numerical Results From Large Deflection Beam and Frame Problems Analysed by Means of Elliptic Integrals," *Int. J. Num. Meth Eng.* (1981), vol. 17, n^o 1, 145-149.
- [N1] Notas de aula da disciplina IP 131 - Elementos Finitos

- [P1] Przemieniecki, J. S.: *Theory of Matrix Structural Analysis*, Mc-Graw Hill Book Company, 1968.
- [P2] Paixão, C. L.: “Análise Não Linear Geométrica de Estruturas Reticuladas com Aplicação ao Lançamento de Oleodutos Submarinos,” M. S. thesis, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brazil, (1990).
- [R1] Restum, M. J. L. and C. R. D. Derossi: “Comando Desbalanceado: Uma Alternativa a Coluna Estabilizada,” IX Congresso Latinoamericano de Perforacion (Nov. 1994), vol. 1, 289-300.
- [R2] Rey, O. F.: “Dynamics of Unbalanced Drill Collars in a Slanted Hole,” M. S. thesis, MIT, Massachusetts (1983).
- [T1] Timoshenko, S. P., J. M. Gere: *Theory of elastic stability*, Mcgraw-Hill book Company Inc., 1961.
- [U1] “Unique Drill Collar Limits Angle With High Bit Loads,” *World Oil* (Jun. 1971), 91-92.
- [U2] “Unbalanced Drill Collar Increases Penetration Rates,” *World Oil* (Jan. 1978) 103-105.
- [U3] Ugural, A. C., S. K. Fenster: *Advanced Strength and Applied Elasticity*, Elsevier Science Publishing Co. Inc., New York, USA, 1975.
- [V1] Vandiver, J. K., J. W. Nicholson and R. Shyu: “Case Studies of the Bending Vibration and Whirling Motion of Drill Collars,” *SPE Drilling Engineering*, (Dec. 1990), 282-290.

APÊNDICE A

MÉTODO DOS RESÍDUOS PONDERADOS

Apresenta-se neste Apêndice, a formulação clássica do Método dos Resíduos Ponderados, MRP [N1]. Em seguida mostra-se a formulação fraca do MRP que serve de base para aplicação do Método de Elementos Finitos na resolução de equações diferenciais.

I. Método dos Resíduos Ponderados Clássico

Seja o problema de contorno:

$$\begin{cases} L_{2m}(u) = f & \text{em um domínio } D \\ B_i(u) = g_i & \text{em um contorno } C \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

onde $L()$ e $B()$ são operadores diferenciais, f e g são funções conhecidas, e $u(x,y,z)$ uma função a ser determinada.

Escolhe-se uma seqüência, linearmente independente, de funções admissíveis $(\varphi_0(x,y,z), \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n)$, sendo que as funções $\varphi_i(x,y,z)$, $i = 0, 1, \dots, n$ são diferenciáveis até a ordem $2m$ em D e φ_0 deve satisfazer todas as condições de contorno e φ_i deve satisfazer as condições de contorno homogêneas associadas $B_i(\varphi_i) = 0$, $i = 1, 2, \dots, n$, no contorno C . A função

$$\varphi(x,y,z) = \varphi_0(x,y,z) + \sum_{i=1}^n \alpha_i \varphi_i(x,y,z) \quad (\text{A.2})$$

também é admissível.

Monta-se as funções resíduo em D e em C, representando-se a função u, de A.1, pela sua função admissível φ de A.2:

$$R_C = \sum_{i=1}^m \left[B_i \left(\varphi_0 + \sum_{j=1}^n \alpha_j \varphi_j \right) - g_i \right] \quad (\text{A.3})$$

sendo que $B_i(\cdot)$ é um operador linear, logo, $R_C(x,y,z) = 0$.

$$R_D = L_{2m} \left(\varphi_0 + \sum \alpha_i \varphi_i \right) - f \quad (\text{A.4})$$

Escolhe-se n funções ponderadoras ($W_1(x,y,z)$, W_2, \dots, W_n) e impõe-se que os n resíduos ponderados (R_D, W_i) sejam nulos:

$$\begin{aligned} (R_D, W_1) = 0 &\Rightarrow \int_D R_D W_1 dD \\ (R_D, W_2) = 0 &\Rightarrow \int_D R_D W_2 dD \\ &\vdots \\ (R_D, W_n) = 0 &\Rightarrow \int_D R_D W_n dD \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

De A.5 resulta o seguinte sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{Bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Resolvendo-se A.6 para $[\alpha_1 \ \alpha_2 \ \cdots \ \alpha_n]^T$ encontra-se uma solução aproximada

$$\varphi(x,y,z) = \varphi_0(x,y,z) + \sum_{i=1}^n \alpha_i \varphi_i(x,y,z) \text{ em D.}$$

II. Método dos resíduos ponderados (formulação fraca)

Existem algumas dificuldades para aplicação do método dos resíduos ponderados clássico:

- Dificuldade em se encontrar funções admissíveis $\varphi_i(x,y,z)$ integráveis quadraticamente até a derivada de ordem $2m$.

$$\int_D \left[\frac{\partial^{2m} \varphi_i}{\partial x_j^{2m}} \right]^2 dD < \infty \quad (\text{A.7})$$

- As funções admissíveis $\varphi_i(x,y,z)$ devem satisfazer as condições de contorno essenciais e naturais.

Pelo exposto acima normalmente é adotada a formulação fraca do método dos resíduos ponderados, que apresenta as seguintes vantagens:

- As funções admissíveis $\varphi_i(x,y,z)$ devem ser integráveis quadraticamente até a derivada de ordem m .

$$\int_D \left[\frac{\partial^m \varphi_i}{\partial x_j^m} \right]^2 dD < \infty \quad (\text{A.8})$$

- As funções admissíveis $\varphi_i(x,y,z)$ devem satisfazer as condições de contorno essenciais.
- As funções ponderadoras $W_i(x,y,z)$ devem ser integráveis quadraticamente até a derivada de ordem m e satisfazer as condições de contorno essenciais homogêneas associadas.

A aplicação da formulação fraca do método dos resíduos ponderados obedece a seguinte seqüência:

1. Escolhe-se as funções admissíveis $\varphi = \varphi_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \varphi_i$. Sendo $B_i(\cdot)$ um operador linear, então φ_0 satisfaz todas as condições de contorno essenciais, isto é, $B_i(\varphi_0) = g_i$ (derivadas de ordem 0 até $m-1$), e φ_i satisfaz as condições de contorno essenciais homogêneas associadas, ou seja, $B_i(\varphi_i) = 0$.

2. Monta-se a função resíduo $R = L_{2m}(\varphi) - f$.
3. Escolhe-se as funções ponderadoras W_i (devem satisfazer as mesmas condições de φ_i) de modo que $B_i(W_j) = 0$.
4. Impõe-se a condição de resíduo ponderado nulo:

$$(R, W_i) = \int_D R W_i dD = \int_D [L_{2m}(\varphi) - f] W_i dD = 0 \quad (\text{A.9})$$

Aplicando-se o teorema da divergência de Gauss à integral da Equação A.9, obtém-se:

$$\int_D [L_{2m}(\varphi) - f] W_i dD = \int_D D(\varphi) E(W_i) dD + \int_C F(\varphi, W_i) dC \quad (\text{A.10})$$

sendo que $D(\)$ é um operador diferencial de ordem $(2m-1)$ e $E(\)$ é um operador diferencial de ordem 1. Se a ordem de $D(\)$ é maior que a ordem de $E(\)$, aplica-se novamente o teorema da divergência de Gauss à primeira integral do lado direito da Equação A.10, e assim por diante, até que a ordem do operador diferencial aplicado em φ seja igual à ordem do operador aplicado em W_i .

Dentro do método dos resíduos ponderados, a formulação proposta por Galerkin (1915) é bastante utilizada, tendo como principal particularidade a utilização das funções admissíveis como funções ponderadoras, o que é bastante vantajoso no processo de resolução de uma equação diferencial.

APÊNDICE C

CÁLCULO DA FORÇA DESBALANCEADA

I. Propriedades geométricas da seção transversal

- Diâmetro externo do comando, D_E : 0,2032 m
- Diâmetro interno do comando, D_I : 0,0508 m
- Cota do centro de gravidade, y_{CG} , da massa retirada, conforme Figura C.1: 78,7 mm
- Momento de inércia em torno do eixo z, I_z : $5,95 \times 10^{-5} \text{ m}^4$

II. Volume e massa de aço retirados

O volume de aço retirado é obtido através da diferença dos volumes indicados na Figura C.2. O volume V_1 é obtido, numericamente, pela regra de Simpson, através da integral:

$$V_1 = \int_{-a-\sqrt{a^2-x^2}}^a \int_{-\sqrt{a^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} \int_0^{\sqrt{b^2-x^2}} dz dy dx \quad (\text{C.1})$$

onde: $a = 50 \text{ mm}$

$b = 101,6 \text{ mm}$

Substituindo-se os valores dos limites de integração por seus valores numéricos, obtém-se:

$$V_1 = 7,73 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

O volume, V_2 , é obtido através do volume de um cilindro de altura 59,6 mm, conforme Figura C.2:

$$V_2 = 4,68 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Logo, o volume de aço retirado em cada “furo lateral” é:

$$V_3 = 3,05 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

A massa de aço correspondente ao volume retirado é:

$$m_{\text{aço}} = 2,39 \text{ kg}$$

III. Aproximação do “furo lateral”

Determinado o volume de aço retirado, aproxima-se o “furo lateral”, de 100 mm de diâmetro, por um rasgo de chaveta de volume equivalente, conforme a Figura C.3. Logo, o elemento de viga-coluna que representa essa aproximação tem 0,079 m de comprimento.

IV. Força desbalanceada

Através da Equação C.2 calcula-se a força centrífuga, F , para cada “furo lateral”:

$$F = m_{\text{aço}} \omega^2 y_{CG} \quad (\text{C.2})$$

onde: $m_{\text{aço}}$ - massa de aço retirada

ω - velocidade angular

Considerando-se as rotações da coluna de 60, 120 e 180 rpm, tem-se:

Rotação (rpm)	F (N)
60	7,43
120	29,66
180	66,83

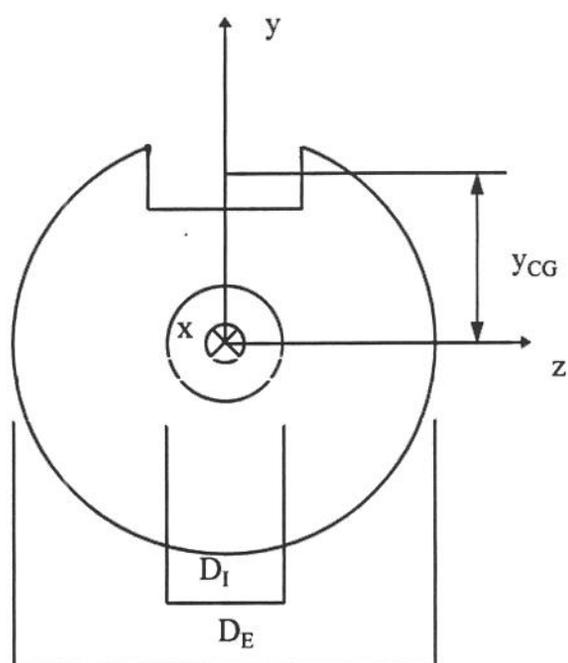
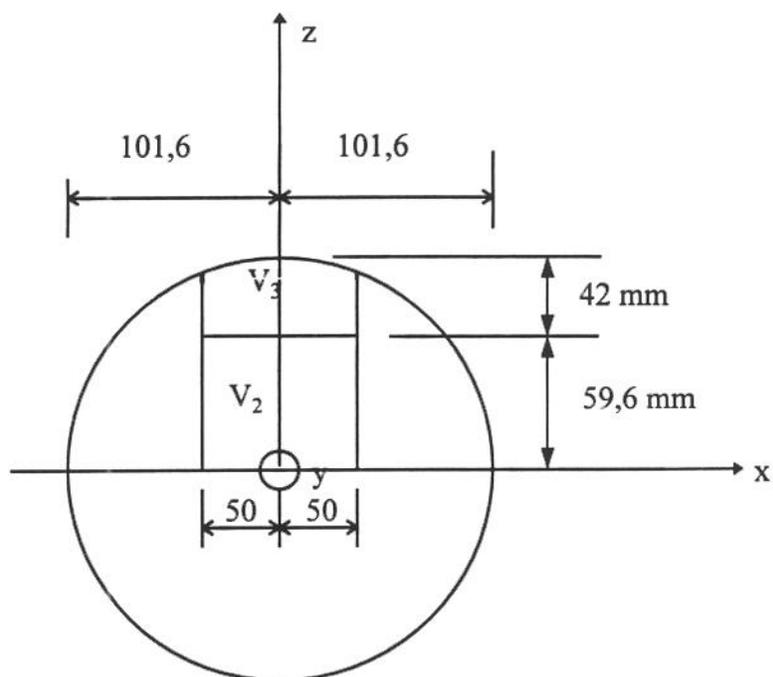


Figura C.1 - Propriedades geométricas da seção transversal.



Cotas em mm

$$V_1 = V_2 + V_3$$

Figura C.2 - Volume de aço retirado.

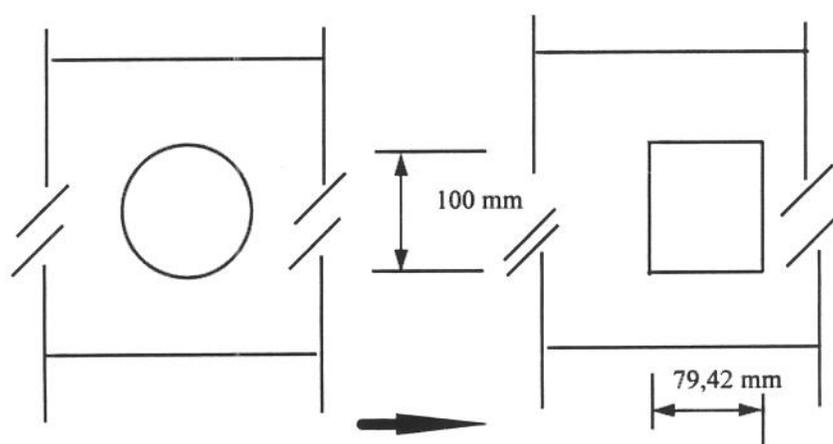


Figura C.3 - Aproximação do furo lateral.