



MARCO ANTONIO SAMPAIO FERRAZ DE SOUZA

# **Caracterização Experimental da Fração de Gás no escoamento Vertical Intermitente Gás-Líquido**

60/2013

CAMPINAS  
2013



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

MARCO ANTONIO SAMPAIO FERRAZ DE SOUZA

# Caracterização Experimental da Fração de Gás no Escoamento Vertical Intermitente Gás-Líquido

Orientador: Prof. Dr. Eugênio Spanó Rosa

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica, na Área de Térmica e Fluidos.

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO  
FINAL DA TESE DEFENDIDA PELO ALUNO  
MARCO ANTONIO SAMPAIO FERRAZ DE SOUZA  
E ORIENTADA PELO PROF. DR. EUGÊNIO  
SPANÓ ROSA

  
ASSINATURA DO ORIENTADOR

CAMPINAS  
2013

Ficha catalográfica  
Universidade Estadual de Campinas  
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura  
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

So89c Souza, Marco Antonio Sampaio Ferraz de, 1971-  
Caracterização experimental da fração de gás no escoamento vertical  
intermitente gás-líquido / Marco Antonio Sampaio Ferraz de Souza. – Campinas,  
SP : [s.n.], 2013.

Orientador: Eugênio Spanó Rosa.  
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de  
Engenharia Mecânica.

1. Escoamento bifásico. 2. Escoamento instável (Dinâmica dos fluidos). 3.  
Sondas (Instrumentos eletrônicos). 4. Impedância (Eletricidade). 5. Tubulações -  
Dinâmica dos fluidos. I. Rosa, Eugênio Spanó, 1958-. II. Universidade Estadual de  
Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

**Título em outro idioma:** Experimental characterization of gas fraction in vertical gas-liquid slug  
flow

**Palavras-chave em inglês:**

Two-phase flow

Unsteady fluid dynamics

Probes (Electronic instruments)

Impedance (Electricity)

Piping - Fluid dynamics

**Área de concentração:** Térmica e Fluidos

**Titulação:** Doutor em Engenharia Mecânica

**Banca examinadora:**

Eugênio Spanó Rosa [Orientador]

Antônio Carlos Bannwart

Erick de Moraes Franklin

Gherhardt Ribatski

Luis Fernando Alzuguir Azevedo

**Data de defesa:** 05-06-2013

**Programa de Pós-Graduação:** Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENERGIA

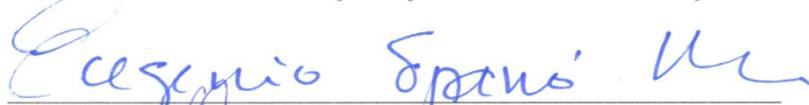
TESE DE DOUTORADO

# Caracterização Experimental da Fração de Gás no escoamento Vertical Intermitente Gás-Líquido

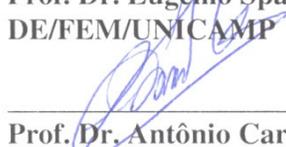
Autor: Marco Antonio Sampaio Ferraz de Souza

Orientador: Prof. Dr. Eugênio Spanó Rosa

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Tese:



Prof. Dr. Eugênio Spanó Rosa, Presidente  
DE/FEM/UNICAMP



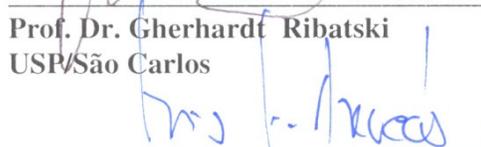
Prof. Dr. Antônio Carlos Bannwart  
DEP/FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Erick de Moraes Franklin  
DETF/FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Gherhardt Ribatski  
USP/São Carlos



Prof. Dr. Luis Fernando Alzuir Azevedo  
PUC/Rio de Janeiro

Campinas, 05 de junho de 2013.

## Resumo

A fração de vazio é um parâmetro essencial para a descrição da estrutura do escoamento intermitente gás-líquido. Na produção de petróleo, por exemplo, em sistemas de elevação artificial, a técnica de *gas-lift* é muito utilizada em poços verticais para aumentar a produção e requer a previsão dos fenômenos que influenciam o escoamento intermitente para sua otimização. Estes efeitos incluem principalmente as distribuições radial e axial da fração de vazio. Neste trabalho medidas da fração de vazio no pistão de líquido e na bolha alongada em escoamento bifásico vertical ascendente de ar-água no padrão intermitente em golfadas foram realizadas em diversas razões de vazões de gás e líquido utilizando uma sonda elétrica e um sensor de impedância de anéis. Com um conjunto formado por dois sensores de impedância de anéis gêmeos espaçados entre si foi monitorada a passagem dos pistões de líquido e das bolhas alongadas e foram determinados os comprimentos dos pistões e das bolhas assim como a velocidade de translação do nariz da bolha alongada em uma tubulação de 26 mm de diâmetro. As técnicas de medidas foram validadas resolvendo as equações resultantes do balanço volumétrico na célula unitária com os valores das frações de vazio do pistão de líquido, da bolha alongada e da unidade e das velocidades, comprimentos e frequências obtidos experimentalmente. Esta validação tem por objetivo mostrar a consistência que as medidas experimentais apresentam com o modelo físico conferindo às medidas um alto grau de confiabilidade. Os resultados das frações de vazio do pistão de líquido, da bolha alongada e da unidade pistão-bolha foram comparados com correlações disponíveis na literatura assim como os resultados das frações de líquido do pistão de líquido foram comparados e analisados com os modelos fenomenológicos de fração de líquido disponíveis. Com os testes utilizando a sonda elétrica foi possível levantar além da distribuição axial a distribuição radial da fração de vazio local na seção transversal da tubulação. Os resultados obtidos demonstram a consistência das técnicas de medidas e permitem discutir vários fenômenos que influenciam o escoamento bifásico vertical ascendente de ar-água no padrão intermitente em golfadas.

*Palavras Chave:* Escoamento intermitente em golfadas, escoamento bifásico, fração de vazio.

## Abstract

The void fraction is an essential parameter for describing the structure of the gas-liquid slug flow. In oil production, for example, in artificial lift systems, the gas-lift technique is widely used in vertical wells to increase the production and requires the prediction of the phenomena which influence the slug flow optimization. These effects primarily include axial and radial distributions of void fraction. In this work measures the void fraction of the liquid piston and the elongated bubble in two-phase flow vertical upward air-water in slug flow pattern were performed at various ratios of gas and liquid flow rates using an electric probe and a rings impedance sensor. With a set of two twin rings impedance sensors spaced was monitored passage of liquid slugs and elongated bubbles and were determined and the lengths of the pistons and bubbles as well as the translation velocity of the nose elongated bubble in a pipe 26 mm id. The measurement techniques were validated by solving the equations resulting from the volume balance in unit cell with the values of the void fractions of the piston liquid, the bubble elongated and the unit and velocities, lengths and frequencies obtained experimentally. This validation is to show the consistency with the experimental measurements show the physical model measures conferring a high degree of reliability. The results of the void fractions of the liquid piston, the elongated bubble and bubble-piston unit were compared with correlations available in the literature and the results of the liquid fractions of liquid piston were compared and analyzed with phenomenological models of liquid fraction available. With the tests using the electric probe was possible to rise beyond of the axial distribution the radial distribution of local void fraction in the cross section of the pipe. The results demonstrate the consistency of measurement techniques and allow discuss various phenomena that influence the two-phase flow in vertical upward air-water slug flow pattern.

*Key words:* Slug flow, two-phase flow, void fraction.

## Lista de Figuras

Figura 1.1. Características visuais dos padrões de escoamento encontrados no escoamento vertical ascendente de ar e água em um tubo de 26 mm de diâmetro: (a) bolhas; (b) capa esférica; (c) golfadas; (d) golfadas instáveis; (e) semi-anular e (f) anular. Fonte: Rosa et al. (2011).	2
Figura 1.2. Representação de uma célula unitária e suas propriedades.	3
Figura 1.3. Linhas de corrente no líquido para um referencial a) se movendo com a bolha b) estacionário em relação ao tubo e c) perfis de velocidade no líquido, referencial estacionário em relação ao tubo. Figura adaptada de Hendy (2009).	6
Figura 1.4. Início do processo de entranhamento de gás. Figura adaptada de Chanson (1996).	7
Figura 1.5. Regiões no pistão de líquido e na bolha alongada para um referencial estacionário em relação ao tubo.	8
Figura 3.1. Diagrama esquemático da seção de teste.	21
Figura 3.2. Fotos da seção de testes e da estação de medidas.	21
Figura 3.3. Diferencial de pressão entre duas tomadas espaçadas por uma distância L.	24
Figura 3.4. Representação esquemática da seção com as válvulas de fechamento rápido.	28
Figura 3.5. Mapa de fluxo e representação dos dados experimentais.	29
Figura 3.6. Foto da seção de teste e posição da agulha na tubulação.	32
Figura 3.7. Voltagem de saída da sonda para o ponto $J_L = 0,31 \text{ m/s}$ e $J_G = 0,52 \text{ m/s}$ na linha de centro do tubo.	34
Figura 3.8. Sinal de um pistão de líquido destacando a passagem das bolhas dispersas.	34
Figura 3.9. Sinal da voltagem normalizada da sonda elétrica.	35
Figura 3.10. Sinal da voltagem normalizada de um pistão de líquido.	35
Figura 3.11. Representação esquemática do sensor com apresentação do tubo, isolante, eletrodo de sensoriamento, eletrodo guarda e haste. Fonte: Flora (2011).	36
Figura 3.12. Linhas de campo elétrico dos eletrodos.	37
Figura 3.13. Voltagem de saída do sensor para o ponto $J_L = 0,31 \text{ m/s}$ e $J_G = 0,57 \text{ m/s}$ .	38
Figura 3.14. Sinal da voltagem normalizada do sensor de impedância de anéis.	39

Figura 3.15. Curvas de calibração do sensor de impedância de anéis.	40
Figura 4.1. Dependência funcional do fator de corte.	42
Figura 4.2. Sinal da voltagem instantânea dos sensores de impedância de anéis gêmeos.	43
Figura 4.3. Sinal da voltagem normalizada dos sensores de impedância $V^*$ e da onda quadrada, $X_L$ .	43
Figura 4.4. Sinal lógico idealizado para os dois sensores espaçados de $S$ mm. (0) ocorrência de gás e (1) ocorrência de líquido.	44
Figura 4.5. Sinal discreto da sonda elétrica.	46
Figura 4.6. Sinal da voltagem normalizada da sonda elétrica $V^*$ e a onda quadrada, $X_L$ .	47
Figura 4.7. Distribuição radial da fração de vazio da unidade para $J_L = 0,61$ m/s e $J_G = 1,05$ m/s .	48
Figura 4.8. Sinal da voltagem normalizada da sonda elétrica.	49
Figura 4.9. Representação do tempo de cada pistão de líquido.	50
Figura 4.10. Representação esquemática com os comprimentos de cada pistão de líquido.	50
Figura 4.11. Representação de $X_L$ para cada pistão de líquido em uma determinada posição radial ( $r / R$ ).	51
Figura 4.12. Determinação da fração de vazio em cada posição axial do pistão de líquido.	52
Figura 4.13. Distribuição axial da fração de vazio de todos os pistões em $(r / R) = 0,80$ para $J_L = 0,31$ m/s e $J_G = 0,52$ m/s .	52
Figura 4.14. $X_L$ de cada pistão de líquido em cada posição radial.	53
Figura 4.15. Distribuição espacial da fração de vazio local do pistão de líquido para $J_L = 0,29$ m/s e $J_G = 0,25$ m/s .	54
Figura 4.16. Distribuição axial da fração de vazio média do pistão de líquido na direção radial para $J_L = 0,31$ m/s e $J_G = 0,52$ m/s .	54
Figura 4.17. Representação esquemática das frações de vazio em cada pistão para uma dada posição ( $r / R$ ) e seus respectivos comprimentos.	56
Figura 4.18. Distribuição radial da fração de vazio média na direção axial de todos os pistões para $J_L = 0,31$ m/s e $J_G = 0,52$ m/s .	57

Figura 4.19. Seção transversal do tubo.	58
Figura 4.20. Distribuição radial da fração de vazio média do filme de líquido na direção axial para $J_L = 0,61 \text{ m/s}$ e $J_G = 1,05 \text{ m/s}$ .	59
Figura 4.21. Sequência de etapas realizadas para o cálculo da fração de vazio média da unidade.	61
Figura 4.22. Distribuição axial da fração de vazio de um pistão de líquido para $J_L = 0,61 \text{ m/s}$ e $J_G = 0,80 \text{ m/s}$ .	62
Figura 4.23. Média de conjunto aplicada no pistão de líquido em $Z / D = 8$ para $J_L = 0,61 \text{ m/s}$ e $J_G = 0,80 \text{ m/s}$ .	63
Figura 4.24. Distribuição axial da fração de vazio de todos os pistões de líquido para $J_L = 0,61 \text{ m/s}$ e $J_G = 0,80 \text{ m/s}$ .	64
Figura 4.25. Distribuição axial da fração de vazio de todos os pistões de líquido para o ponto $J_L = 0,30 \text{ m/s}$ e $J_G = 0,28 \text{ m/s}$ .	65
Figura 5.1. Representação dos dados experimentais no mapa de padrões de Taitel e Barnea (1980).	69
Figura 5.2. A razão entre a velocidade superficial do gás e a fração de vazio média da unidade em função da velocidade superficial de mistura.	72
Figura 5.3. Fator de intermitência em função das frações de vazio médias da unidade, do pistão de líquido e do filme de líquido.	73
Figura 5.4. A fração de vazio média do pistão de líquido em função do comprimento do pistão de líquido.	73
Figura 5.5. Perfis radiais da fração de vazio da unidade.	76
Figura 5.6. Perfis radiais da fração de vazio do pistão de líquido.	78
Figura 5.7. Perfis axiais da fração de vazio média do pistão de líquido.	79
Figura 5.8. Perfis radiais da fração de vazio do filme de líquido.	80
Figura 5.9. Formas da bolha alongada. Fonte: Espinoza e Fabre (2011).	81
Figura 5.10. Representação dos dados experimentais no mapa de padrões de Taitel e Barnea.	83

Figura 5.11. A razão entre a velocidade superficial do gás e a fração de vazio média da unidade em função da velocidade superficial de mistura.	86
Figura 5.12. Fator de intermitência em função das frações de vazio da unidade, do pistão e do filme de líquido.	87
Figura 5.13. Fração de vazio média do pistão de líquido, $\langle \alpha_s \rangle$ em função da velocidade superficial de mistura, $J$ para quatro velocidades superficiais de líquido, $J_L$ constantes.	88
Figura 5.14. Fração de vazio média do pistão de líquido, $\langle \alpha_s \rangle$ em função da velocidade superficial do gás, $J_G$ para quatro velocidades superficiais de líquido, $J_L$ constantes.	88
Figura 5.15. Fração de vazio média do pistão de líquido, $\langle \alpha_s \rangle$ em função do fator de intermitência, $\beta$ para quatro velocidades superficiais de líquido, $J_L$ constantes.	89
Figura 5.16. A fração de vazio média do pistão de líquido em função do comprimento do pistão de líquido.	90
Figura 5.17. Fração de vazio média do pistão de líquido $\langle \alpha_s \rangle$ em função da frequência $f$ para quatro velocidades superficiais de líquido, $J_L$ constantes.	91
Figura 5.18. Distribuições na direção axial das frações de vazio do pistão de líquido e da bolha alongada para os testes da Tabela 5.7.	93
Figura 5.19. Correlações da $\alpha_s$ e $\alpha_f$ com $L_s$ e $L_f$ para os testes 5, 6 e 7 da Tabela 5.7.	96
Figura 5.20. Correlações da $\alpha_s$ e $\alpha_f$ com $L_s$ e $L_f$ para os testes 8, 9, 10 e 11 da Tabela 5.7.	97
Figura 5.21. Correlações da $\alpha_s$ e $\alpha_f$ com $L_s$ e $L_f$ para os testes 12, 13 e 14 da Tabela 5.7.	98
Figura 5.22. Correlações da $\alpha_s$ e $\alpha_f$ com $L_s$ e $L_f$ para os testes 15, 16 e 17 da Tabela 5.7.	99
Figura 5.23. Teste 5: Ponto $J_L=0,30\text{m/s}$ e $J_G=0,28\text{m/s}$ .	102
Figura 5.24. Teste 6: Ponto $J_L=0,31\text{m/s}$ e $J_G=0,57\text{m/s}$ .	103
Figura 5.25. Teste 7: Ponto $J_L=0,30\text{m/s}$ e $J_G=0,83\text{m/s}$ .	104
Figura 5.26. Teste 8: Ponto $J_L=0,60\text{m/s}$ e $J_G=0,27\text{m/s}$ .	105
Figura 5.27. Teste 9: Ponto $J_L=0,61\text{m/s}$ e $J_G=0,55\text{m/s}$ .	106
Figura 5.28. Teste 10: Ponto $J_L=0,61\text{m/s}$ e $J_G=0,80\text{m/s}$ .	107
Figura 5.29. Teste 11: Ponto $J_L=0,61\text{m/s}$ e $J_G=1,09\text{m/s}$ .	108
Figura 5.30. Teste 12: Ponto $J_L=0,92\text{m/s}$ e $J_G=0,53\text{m/s}$ .	109
Figura 5.31. Teste 13: Ponto $J_L=0,90\text{m/s}$ e $J_G=0,82\text{m/s}$ .	110

Figura 5.32. Teste 14: Ponto $J_L=0,91\text{m/s}$ e $J_G=1,10\text{m/s}$ .	111
Figura 5.33. Teste 15: Ponto $J_L=1,20\text{m/s}$ e $J_G=0,82\text{m/s}$ .	112
Figura 5.34. Teste 16: Ponto $J_L=1,21\text{m/s}$ e $J_G=1,07\text{m/s}$ .	113
Figura 5.35. Teste 17: Ponto $J_L=1,20\text{m/s}$ e $J_G=1,35\text{m/s}$ .	114
Figura 5.36. Velocidade das bolhas dispersas no pistão de líquido $u_b$ .	118
Figura 6.1. Representação de uma célula e suas propriedades.	124
Figura 6.2. Teste 5: Ponto $J_L=0,30\text{m/s}$ e $J_G=0,28\text{m/s}$ .	131
Figura 6.3. Teste 7: Ponto $J_L=0,30\text{m/s}$ e $J_G=0,83\text{m/s}$ .	132
Figura 6.4. Teste 11: Ponto $J_L=0,61\text{m/s}$ e $J_G=1,09\text{m/s}$ .	132
Figura 6.5. Teste 14: Ponto $J_L=0,91\text{m/s}$ e $J_G=1,10\text{m/s}$ .	133
Figura 6.6. Teste 17: Ponto $J_L=1,20\text{m/s}$ e $J_G=1,35\text{m/s}$ .	133
Figura 6.7. Relação de deslizamento e a velocidade de translação da bolha alongada, $u_t$ .	137
Figura 6.8. A razão entre a relação de deslizamento e a velocidade $u_t$ em função da velocidade superficial de mistura $J$ para quatro diferentes valores de $J_L$ .	138
Figura 6.9. A razão entre a relação de deslizamento e a velocidade $u_t$ em função do argumento da Equação (6.33).	139
Figura 7.1. Comparação da fração de líquido no pistão de líquido dos dados experimentais e dos modelos correlacionais.	143
Figura 7.2. Comparação da fração de vazio na unidade obtida experimentalmente contra a correlação de Minami e Brill.	145
Figura 8.1. Máximo empacotamento possível das bolhas em um arranjo cúbico.	148
Figura 8.2. Distância entre bolhas igual à metade do seu raio. Fonte: Shoham (2006).	149
Figura 8.3. Representação dos perfis de fração de vazio, Liu (1993) apud Serizawa e Kataoka (1987).	150
Figura 8.4. Previsão analítica do parâmetro de distribuição, $C_{0,b}$ . (a) Perfil de lei de potência para $\alpha$ , (b) Perfil de pico na parede para $\alpha$ . Hibiki e Ishii (2002).	152
Figura 8.5. Parâmetros de distribuição, $C_{0,b}$ correspondentes aos padrões de distribuição das fases. Hibiki e Ishii (2002).	152
Figura 8.6. Critérios e transições do mapa de Taitel et al., 1980.	156
Figura 8.7. Ar-água, vertical, $D = 1,25$ cm.	162

Figura 8.8. Ar-água, vertical, $D = 5$ cm.	163
Figura 8.9. Ar-água, vertical, $D = 2,6$ cm.	164
Figura 8.10. Escoamento de gás através da bolha de Taylor.	166
Figura 8.11. O processo de entranhamento de gás no pistão de líquido.	167
Figura 8.12. Comparação das frações de vazio do pistão de líquido, $\alpha_s$ obtidas com o modelo de Fernandes com os dados experimentais.	173
Figura 8.13. Diagrama esquemático do escoamento no padrão golfadas.	175
Figura 8.14. Fluxo de energia turbulenta produzido pela penetração do jato do filme de líquido em um fluxo $\phi_f$ .	177
Figura 8.15. Turbulência formada na frente do pistão entre as velocidades $u_{LS}^w$ e $u_f^w$ .	178
Figura 8.16. Comparação das frações de vazio na região longe da esteira no pistão de líquido, $\alpha_s^s$ obtidas com o modelo de Brauner e Ullmann com os dados experimentais.	186
Figura 8.17. Comparação das frações de vazio na região longe da esteira no pistão de líquido, $\alpha_s^s$ obtidas com o modelo de Guet et al. (2006) com os dados experimentais.	203
Figura A.1. Representação esquemática do <i>scooping</i> e <i>pick-up</i> .	220
Figura A.2. Balanço de massa de líquido entre o pistão e o filme de líquido.	222
Figura A.3. Balanço de massa de gás entre o pistão e a bolha alongada.	224
Figura A.4. Balanço baseado na velocidade superficial da mistura.	229
Figura B.1. Balanço de forças atuando sobre uma única bolha.	236
Figura B.2. Coeficiente de arrasto em uma única partícula.	238
Figura B.3. Circulação interna em uma bolha.	239

## Lista de Tabelas

Tabela 3.1. Comparação entre os resultados obtidos com a válvula de fechamento rápido e os obtidos com o método gravimétrico corrigido.	29
Tabela 3.2. Etapas do processo construtivo da sonda elétrica.	31
Tabela 3.3. Diferentes posições radiais da agulha.	33
Tabela 3.4. Conjunto de fotografias do sensor e sua montagem.	37
Tabela 3.5. Equações algébricas entre $V^*$ e $\alpha$ .	40
Tabela 5.1. Propriedades dos fluidos.	68
Tabela 5.2. Velocidades superficiais.	69
Tabela 5.3. Comparação de $\langle\alpha_u\rangle$ experimental com as medidas de referência.	70
Tabela 5.4. Valores experimentais médios.	71
Tabela 5.5. Distribuição espacial da fração de vazio do pistão de líquido para os testes da Tabela 5.2.	75
Tabela 5.6. Estimativa das velocidades baseadas no balanço volumétrico do Apêndice A.	81
Tabela 5.7. Velocidades superficiais.	82
Tabela 5.8. Comparação de $\langle\alpha_u\rangle$ experimental com as medidas de referência.	83
Tabela 5.9. Comparação de $\langle\alpha_u\rangle$ experimental com o método gravimétrico.	84
Tabela 5.10. Valores experimentais médios.	85
Tabela 5.11. Resultados para as velocidades do padrão golfadas.	115
Tabela 5.12. Comparação das duas técnicas de medidas.	120
Tabela 5.13. Comparação entre as distribuições da fração de vazio local no pistão de líquido.	121
Tabela 6.1 Propriedades médias e condição de equilíbrio.	129
Tabela 7.1. Principais modelos correlacionais para a fração de líquido do pistão de líquido.	142
Tabela 7.2. Comparação da fração de líquido obtida experimentalmente com as principais correlações encontradas na literatura.	143
Tabela 7.3. Resultados experimentais para a fração de vazio média da unidade e os resultados da correlação de Minami e Brill.	145

Tabela 8.1. Critérios de transição bolhas/golfadas.	156
Tabela 8.2. Sumário com os dados de entrada do modelo de Fernandes.	172
Tabela 8.3. Sumário com os dados de saída do modelo de Fernandes.	173
Tabela 8.4. Sumário com os dados de entrada do modelo de Brauner e Ullmann.	185
Tabela 8.5. Sumário com os dados de saída do modelo de Brauner e Ullmann.	186
Tabela 8.6. Sumário com os dados de entrada do modelo de Guet et al. (2006).	202
Tabela 8.7. Sumário com os dados de saída do modelo de Guet et al. (2006).	203

## Lista de Abreviaturas e Siglas

### *Letras Latinas*

<b>A</b> – Área da seção transversal	[m <sup>2</sup> ]
<b>A<sub>f</sub></b> – Área ocupada pelo filme de líquido	[m <sup>2</sup> ]
<b>A<sub>G</sub></b> – Área ocupada pela bolha de gás	[m <sup>2</sup> ]
<b>C<sub>∞</sub></b> – Parâmetro de deslizamento	
<b>C<sub>0</sub></b> – Parâmetro de distribuição	
<b>C<sub>D</sub></b> – Coeficiente de arrasto	
<b>D</b> – Diâmetro da tubulação	[m]
<b>D<sub>Hf</sub></b> – Diâmetro hidráulico do líquido na região do filme	[m]
<b>D<sub>HG</sub></b> – Diâmetro hidráulico do gás na região do filme	[m]
<b>Eo</b> – Número de Eotvos	
<b>Eu</b> – Número de Euler	
<b>f</b> – Frequência	[s <sup>-1</sup> ]
<b>f<sub>f</sub></b> – Fator de atrito entre o filme e a parede	
<b>f<sub>G</sub></b> – Fator de atrito entre o gás e a parede	
<b>f<sub>i</sub></b> – Fator de atrito na interface entre o gás e o líquido	
<b>Fr</b> – Número de Froude	
<b>g</b> – Gravidade	[m/s <sup>2</sup> ]
<b>h<sub>f</sub></b> – Espessura do filme de líquido	[m]
<b>J</b> – Velocidade superficial de mistura	[m/s]
<b>J<sub>G</sub></b> – Velocidade superficial do gás	[m/s]
<b>J<sub>L</sub></b> – Velocidade superficial do líquido	[m/s]
<b>L<sub>f</sub></b> – Comprimento do filme de líquido	[m]

$L_s$ – Comprimento do pistão de líquido	[m]
$L_u$ – Comprimento da célula unitária	[m]
$\dot{m}_L$ – Vazão mássica de líquido	[kg/s]
$\dot{m}_G$ – Vazão mássica de gás	[kg/s]
$p$ – Pressão	[mbar]
$Re$ – Número de Reynolds	
$Re_f$ – Número de Reynolds no filme de líquido	
$Re_G$ – Número de Reynolds no gás	
$R_f$ – Fração de líquido no filme	
$R_s$ – Fração de líquido no pistão de líquido	
$R_u$ – Fração de líquido na unidade	
$St$ – Número de Strouhal	
$S_f$ – Perímetro molhado pelo filme de líquido	[m]
$S_G$ – Perímetro molhado pelo gás	[m]
$S_i$ – Perímetro interfacial	[m]
$T_u$ – Período da unidade	[s]
$t_f$ – Tempo de passagem do filme de líquido	[s]
$t_s$ – Tempo de passagem do pistão de líquido	[s]
$t_u$ – Tempo de passagem da unidade	[s]
$u_b$ – Velocidade das bolhas dispersas no pistão de líquido	[m/s]
$u_f$ – Velocidade do filme de líquido	[m/s]
$u_G$ – Velocidade do gás na bolha alongada	[m/s]
$u_{LS}$ – Velocidade do líquido no pistão de líquido	[m/s]
$u_t$ – Velocidade do nariz da bolha alongada	[m/s]
$V$ – Voltagem	[V]
$v_f$ – Velocidade relativa do filme	[m/s]

$v_G$  – Velocidade relativa do gás [m/s]

$We$  – Número de Weber

### *Letras Gregas*

$\alpha_f$  – Fração de vazio no filme de líquido

$\alpha_s$  – Fração de vazio no pistão de líquido

$\alpha_u$  – Fração de vazio na unidade

$\beta$  - Fator de intermitência

$\phi$  – Fluxo volumétrico [m/s]

$\mu_L$  – Viscosidade dinâmica do líquido [N.s / m<sup>2</sup>]

$\mu_G$  – Viscosidade dinâmica do gás [N.s / m<sup>2</sup>]

$\rho_L$  – Densidade do líquido [kg / m<sup>3</sup>]

$\rho_G$  – Densidade do gás [kg / m<sup>3</sup>]

$\sigma$  - Tensão superficial [N / m]

$\tau_f$  - Tensão de cisalhamento na parede exercida pelo líquido na região do filme [N / m<sup>2</sup>]

$\tau_s$  - Tensão de cisalhamento na parede exercida pelo líquido na região do pistão [N / m<sup>2</sup>]

$\tau_i$  - Tensão de cisalhamento na interface gás-líquido da bolha de Taylor [N / m<sup>2</sup>]

$\theta$  - Ângulo de inclinação [°]

### *Subscritos*

**b** – Bolha

**c** - Crítico

**f** – Filme de líquido

**G** – Gás

**i** – Interface

**L** – Líquido

**m** - Mistura

**s** – Pistão de líquido

**u** – Unidade

**w** – Esteira

**w** - Parede

### ***Siglas***

**2PFG** – Two phase flow group

# SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1. Caracterização das golfadas e introdução da nomenclatura .....	2
1.2. Balanços volumétricos .....	8
1.3. Motivação .....	11
1.4. Objetivos .....	12
1.5. Organização do trabalho .....	12
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	14
3. APARATO EXPERIMENTAL E TÉCNICAS DE MEDIDAS.....	19
3.1. Descrição do aparato experimental.....	19
3.2. Sistema de aquisição de dados.....	22
3.3. Métodos de referência para medida da fração de vazio.....	23
3.3.1. Método gravimétrico corrigido.....	23
3.3.2. Válvula de fechamento rápido.....	27
3.4. Sonda elétrica.....	30
3.5. Sensor de impedância de anéis .....	36
3.5.1. Mapeamento de $V^*$ em fração de vazio.....	39
4. PROCESSAMENTO DOS SINAIS .....	41
4.1. Determinação de $L_s$ , $L_f$ , $u_t$ e $f$ utilizando o par de sensores de impedância de anéis gêmeos .....	41
4.2. Determinação das frações de vazio utilizando a sonda elétrica.....	45
4.2.1. Fração de vazio da unidade, $\alpha_u$ .....	47
4.2.2. Fração de vazio média da unidade, $\langle \alpha_u \rangle$ .....	48
4.2.3. Distribuição da fração de vazio local do pistão de líquido.....	49
4.2.4. Fração de vazio média do pistão de líquido na direção axial, $\alpha_s (r / R)$ .....	55
4.2.5. Fração de vazio média do pistão de líquido, $\langle \alpha_s \rangle$ .....	57
4.2.6. Fração de vazio média do filme de líquido na direção axial, $\alpha_f (r / R)$ .....	58

4.2.7.	Fração de vazio média do filme de líquido, $\langle \alpha_f \rangle$ .....	59
4.3.	Determinação das frações de vazio utilizando o sensor de impedância de anéis .....	60
4.3.1.	Fração de vazio média da unidade, $\langle \alpha_u \rangle$ .....	60
4.3.2.	Distribuição da fração de vazio do pistão de líquido na direção axial, $\alpha_s$ .....	62
4.3.3.	Fração de vazio média do pistão de líquido, $\langle \alpha_s \rangle$ .....	64
4.3.4.	Fração de vazio média do filme de líquido, $\langle \alpha_f \rangle$ .....	66
5.	MEDIDAS EXPERIMENTAIS DAS FRAÇÕES DE VAZIO E DAS PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS E CINEMÁTICAS DO ESCOAMENTO INTERMITENTE .....	67
5.1.	Propriedades dos fluidos .....	67
5.2.	Sonda elétrica.....	68
5.2.1.	Valores experimentais médios.....	70
5.2.2.	Distribuição espacial da fração de vazio do pistão de líquido.....	74
5.2.3.	Perfis radiais da fração de vazio da unidade, $\alpha_u$ .....	76
5.2.4.	Perfis radiais da fração de vazio do pistão de líquido .....	77
5.2.5.	Perfis axiais da fração de vazio do pistão de líquido.....	78
5.2.6.	Perfis radiais da fração de vazio do filme de líquido .....	79
5.2.7.	Estimativa das velocidades baseadas no balanço volumétrico.....	81
5.3.	Sensor de impedância de anéis .....	82
5.3.1.	Valores experimentais médios.....	85
5.3.2.	Dependência da fração de vazio média do pistão de líquido com as variáveis médias.....	87
5.3.3.	Perfis axiais das frações de vazio do pistão de líquido e da bolha alongada.....	91
5.3.4.	Correlações para as frações de vazio.....	94
5.3.5.	Função densidade de probabilidade das propriedades do escoamento no padrão golfadas... ..	100
5.3.6.	Estimativa das velocidades baseadas no balanço volumétrico.....	114
5.3.7.	Comparação da velocidade das bolhas dispersas no pistão de líquido $u_b$ com as correlações disponíveis .....	116
5.4.	Comparação da sonda elétrica com o sensor de impedância de anéis .....	118

6.	MODELO DE FILME DE LÍQUIDO E RELAÇÃO DE DESLIZAMENTO .....	122
6.1.	Modelo de filme de líquido.....	122
6.2.	Comparação do modelo de filme e os dados experimentais .....	128
6.3.	Relação de deslizamento e a relação cinemática de $u_t$ .....	134
7.	MODELOS CORRELACIONAIS DA FRAÇÃO DE LÍQUIDO DO PISTÃO DE LÍQUIDO E DA FRAÇÃO DE VAZIO DA UNIDADE.....	141
7.1.	Fração de líquido do pistão de líquido.....	141
7.2.	Fração de vazio da unidade.....	144
8.	MODELOS FENOMENOLÓGICOS DA FRAÇÃO DE LÍQUIDO E FRAÇÃO DE VAZIO NO PISTÃO DE LÍQUIDO .....	146
8.1.	Mecanismo de transição para golfadas .....	146
8.1.1.	Aeração do pistão de líquido .....	156
8.2.	Modelos fenomenológicos de aeração do pistão de líquido .....	158
8.2.1.	O modelo de Barnea e Brauner (1985).....	159
	Previsão da fração de líquido no pistão de líquido, $R_s$ .....	159
	Discussão e comparação do modelo com os dados experimentais .....	163
8.2.2.	O modelo de Fernandes et al. (1983) .....	165
	Escoamento de gás através da bolha de Taylor.....	165
	Discussão e comparação do modelo com os dados experimentais .....	171
8.2.3.	O modelo de Brauner e Ullmann (2004).....	174
	O modelo de esteira da bolha de Taylor.....	174
	Relação entre o fluxo de produção de gás e do filme $\phi_C/\phi_f$ .....	176
	Velocidades do gás e do líquido no pistão de líquido, envolvendo a esteira 'w' e o pistão 's'. .....	179
	A velocidade de translação da bolha de Taylor, $u_t$ e $u_{te}$ e a fração de vazio no pistão, $\alpha_s^w$ e $\alpha_s^s$ . .....	180
	A velocidade do filme de líquido, $u_f$ .....	183
	Discussão e comparação do modelo com os dados experimentais .....	183
8.2.4.	O modelo de Guet et al. (2006) .....	187
	Discussão e comparação do modelo com os dados experimentais .....	201

9. CONCLUSÕES.....	204
Referências .....	207
APÊNDICE A - BALANÇO VOLUMÉTRICO.....	219
A.1. Balanço volumétrico para um referencial que se desloca com $u_t$ .....	219
A.1.1. Fase líquida.....	221
A.1.2. Fase gás .....	224
A.2. Balanço volumétrico para um referencial estacionário.....	226
A.2.1. Fase líquida.....	226
A.2.2. Fase gás .....	227
A.2.3. Mistura gás-líquido.....	228
A.3. Relações entre as frações de vazio.....	229
A.4. Velocidade do líquido no pistão de líquido, $u_{LS}$ .....	230
A.5. Velocidade do gás no pistão de líquido, $u_b$ .....	231
A.6. Velocidade do gás na bolha alongada, $\overline{u_G}$ .....	231
A.7. Velocidade do filme de líquido, $\overline{u_f}$ .....	232
A.8. Sumário das equações obtidas com o balanço volumétrico.....	232
APÊNDICE B - VELOCIDADES DAS BOLHAS DISPERSAS EM UM MEIO CONTÍNUO	234
B.1 Coeficiente de arrasto de uma única bolha, $C_{D,s}$ : .....	234
B.2 Efeito da concentração no coeficiente de arrasto.....	239
B.3 Relações cinemáticas para a velocidade relativa.....	240
B.3.1 Regime Viscoso: $0 < Re_\infty < 1000$ .....	242
B.3.2 Regime distorcido, $d_b > d_{crit}$ : $Re_\infty > 1000$ .....	242
B.4 Relações cinemáticas para a velocidade de deslizamento, $u_{d,b}$ .....	243
B.5 Velocidade das bolhas dispersas, $u_b$ .....	244
B.5.1 Correlação de Harmathy (1960) .....	244
B.5.2 Correlação de Ishii e Zuber (1979).....	245
APÊNDICE C - ANÁLISE DE INCERTEZA.....	247
C.1 Incerteza da velocidade de translação do nariz da bolha alongada.....	248
C.2 Incerteza dos comprimentos da bolha alongada e do pistão de líquido .....	250
C.3 Incerteza da frequência .....	251

# 1. INTRODUÇÃO

Escoamentos multifásicos ocorrem tanto na natureza (transporte de sedimentos em rios, tempestades de areia, chuva, etc.) como em diversas aplicações industriais (caldeiras, condensadores, transporte de misturas em tubulações, etc.) e referem-se aos escoamentos onde duas ou mais fases estão ocorrendo simultaneamente. O termo fase representa uma quantidade de matéria homogênea (sólida, líquida ou gás) separada por uma interface.

Um caso particular de escoamentos multifásicos são os escoamentos onde gás e líquido escoam simultaneamente em tubulações. Neste tipo de escoamento as fases podem se arranjar geometricamente em diversos padrões, em função das vazões das fases, da geometria, inclinação e diâmetro da tubulação e das propriedades dos fluidos.

Este trabalho abordará especificamente o escoamento vertical ascendente de uma mistura de ar e água. A Figura 1.1 apresenta as características visuais das distribuições das fases encontradas em um escoamento vertical ascendente de ar e água. Mantendo-se a vazão de líquido constante, à medida que a vazão de gás aumenta a partir do padrão bolhas (Figura 1.1a) ocorrem as transições para os padrões capas esféricas (Figura 1.1b), golfadas (Figura 1.1c), golfadas instáveis (Figura 1.1d), semi-anular (Figura 1.1e) e anular (Figura 1.1f).

Na produção de petróleo ou elevação natural, escoamento gás-líquido em uma tubulação frequentemente ocorre no padrão intermitente em golfadas de líquido, também definido simplesmente como padrão golfadas ou ainda pelo termo consagrado em inglês *slug flow*, veja Figuras 1.1c e 1.1d. Este padrão ocorre em uma grande faixa de vazões de gás e líquido. O padrão golfadas é caracterizado por pistões de líquido que podem ser aerados por pequenas bolhas dispersas separados por bolhas alongadas, também chamadas de bolhas de Taylor, como mostra a Figura 1.1c. Com o aumento da vazão de gás, aumenta-se a concentração das bolhas dispersas no pistão de líquido e ocorre a transição para o padrão golfadas instáveis apresentado na Figura 1.1d.

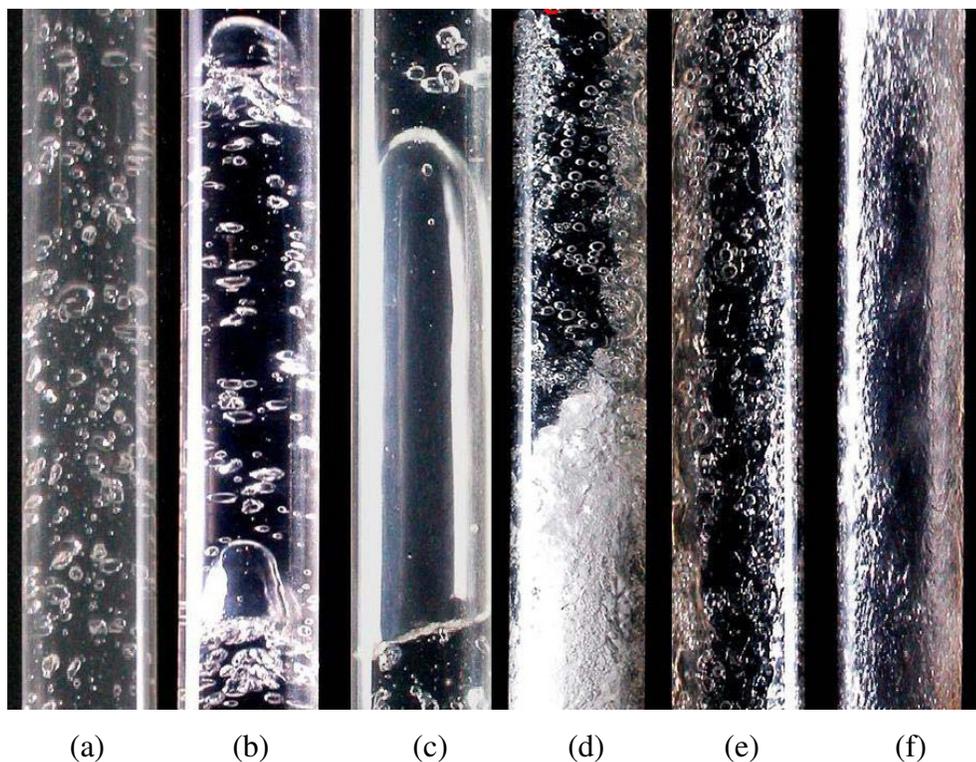


Figura 1.1. Características visuais dos padrões de escoamento encontrados no escoamento vertical ascendente de ar e água em um tubo de 26 mm de diâmetro: (a) bolhas; (b) capa esférica; (c) golfadas; (d) golfadas instáveis; (e) semi-anular e (f) anular. Fonte: Rosa et al. (2011).

### 1.1.Caracterização das golfadas e introdução da nomenclatura

O escoamento vertical no padrão golfadas é descrito por uma sucessão de células (ou unidades) constituídas por um pistão de líquido aerado seguido por uma bolha de gás alongada que escoam no centro do tubo e separada da parede por um filme de líquido. A principal característica desse padrão de escoamento é a intermitência, no espaço e no tempo. O pistão de líquido e a bolha alongada não ocorrem com tamanhos e periodicidade definidas. Wallis (1969) propõe uma aproximação periódica para as estruturas de líquido e gás e introduz o conceito de célula unitária. O escoamento se repete no espaço e no tempo de forma que se forem definidas as propriedades de uma célula (unidade) pode-se conhecer o resto do escoamento. A Figura 1.2 mostra uma célula unitária onde são definidos os comprimentos do pistão de líquido, do filme de líquido e da unidade,  $L_s$ ,  $L_f$  e  $L_u$ , respectivamente, a velocidade de translação do nariz da bolha

alongada  $u_l$ , a velocidade do líquido no pistão de líquido  $u_{LS}$ , a velocidade das bolhas dispersas no pistão de líquido  $u_b$ , a velocidade do gás na bolha alongada  $u_G$ , a velocidade média na seção do filme de líquido  $u_f(x_f)$ , a fração de líquido do pistão de líquido  $R_s$ , a fração de líquido média na seção do filme de líquido  $R_f(x_f)$ , a fração de líquido da unidade  $R_u$ , a fração de vazio do pistão de líquido  $\alpha_s$ , a fração de vazio média na seção do filme de líquido  $\alpha_f(x_f)$ , a fração de vazio da unidade  $\alpha_u$  e a espessura média na seção do filme de líquido  $h_f(x_f)$ . O termo ‘médio na seção’ se refere às propriedades definidas na região da bolha alongada onde a velocidade, fração volumétrica e espessura representam valores médios na seção transversal do tubo que podem variar ao longo da coordenada,  $x_f$ . No pistão de líquido todas as propriedades são consideradas uniformes em todo o volume.

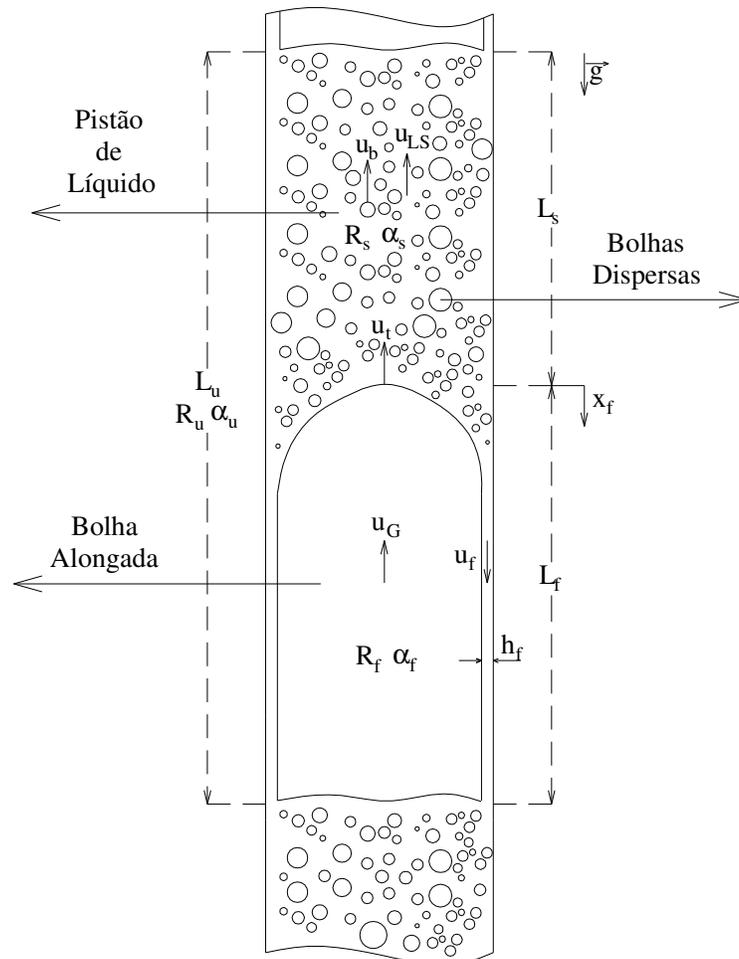


Figura 1.2. Representação de uma célula unitária e suas propriedades.

Como a fração de líquido na região da bolha alongada varia ao longo do comprimento do filme de líquido  $L_f$ , é necessário definir propriedades médias volumétricas em função da posição  $x_f$  no filme de líquido utilizando uma modelagem unidimensional.

A velocidade média volumétrica no filme de líquido é definida em termos da velocidade média na seção do filme:

$$\langle u_f \rangle = \frac{1}{L_f} \int_0^{L_f} u_f dx_f, \quad (1.1)$$

e a fração de líquido média volumétrica do filme em termos da fração de líquido média na seção do filme:

$$\langle R_f \rangle = \frac{1}{L_f} \int_0^{L_f} R_f dx_f. \quad (1.2)$$

As frações de líquido médias do pistão, do filme e da unidade são relacionadas com as frações de vazio médias do pistão, do filme e da unidade respectivamente por:

$$\langle R_s \rangle = 1 - \langle \alpha_s \rangle, \quad \langle R_f \rangle = 1 - \langle \alpha_f \rangle \quad \text{e} \quad \langle R_u \rangle = 1 - \langle \alpha_u \rangle. \quad (1.3)$$

A velocidade superficial ou fluxo volumétrico é uma definição cinemática. Ela representa a velocidade que uma fase teria se estivesse escoando sozinha na tubulação:

$$J_L = \frac{Q_L}{A} \quad \text{e} \quad J_G = \frac{Q_G}{A}, \quad (1.4)$$

onde  $J_L$  e  $J_G$  são as velocidades superficiais das fases líquida e gás, respectivamente.

Pode-se então definir a velocidade da mistura em uma seção transversal como:

$$J = \frac{Q_L + Q_G}{A} = J_L + J_G. \quad (1.5)$$

Portanto, a velocidade da mistura é a soma das velocidades superficiais das fases líquida e gás.

Se considerarmos que uma célula se propaga com a velocidade  $u_t$  então seu deslocamento no espaço e no tempo está relacionado por  $(x - u_t.t) = \text{cte}$ . Deste modo pode-se associar os tempos de residência do pistão, do filme e da unidade,  $t_s$ ,  $t_f$  e  $t_u$  com os comprimentos:

$$t_s = \frac{L_s}{u_t}, \quad t_f = \frac{L_f}{u_t} \quad \text{e} \quad t_u = \frac{L_u}{u_t}, \quad (1.6)$$

onde:

$$L_u = L_s + L_f. \quad (1.7)$$

A frequência de ocorrência das estruturas do escoamento no padrão golfadas é definida como o inverso do tempo de passagem de uma unidade:

$$f = \frac{1}{t_u}. \quad (1.8)$$

Esse parâmetro se relaciona com a velocidade de translação do nariz da bolha alongada e com os comprimentos do pistão e do filme. A frequência da unidade pode ser calculada como:

$$f = \frac{u_t}{L_u}, \quad f = \frac{u_t \beta}{L_f}, \quad f = \frac{u_t (1 - \beta)}{L_s}, \quad (1.9)$$

onde  $\beta$  é o fator de intermitência definido como uma ponderação entre os comprimentos ou tempos de permanência da bolha alongada com a célula:

$$\beta = \frac{L_f}{L_u} \quad \text{ou} \quad \beta = \frac{t_f}{t_u}. \quad (1.10)$$

No escoamento vertical a bolha alongada pode ser considerada simétrica em relação à linha de centro do tubo. Nem sempre essa consideração é verdadeira. Espinoza e Fabre (2011) estudaram a forma da bolha no escoamento vertical e mostraram que o nariz da bolha alongada pode perder sua simetria, veja Figura 5.9. A Figura 1.3(a) apresenta as linhas de corrente a partir de um referencial que se move junto com o nariz da bolha alongada. A pressão ao longo da bolha alongada é considerada constante. O escoamento é suave em volta do nariz da bolha, mas na cauda forma-se uma esteira onde ocorrem recirculações. A Figura 1.3(b) apresenta as linhas de corrente a partir de um referencial estacionário em relação ao tubo. A velocidade do filme de líquido é descendente em queda livre. Na Figura 1.3(c) estão apresentados os perfis de velocidade no pistão de líquido e no filme de líquido a partir de um referencial estacionário em relação ao tubo. O líquido em contato com a parede está estacionário. Na região do filme de líquido, as camadas internas descem por efeito gravitacional. Mesmo a bolha se movendo para cima, próximo da interface do lado da fase gás a velocidade é negativa.

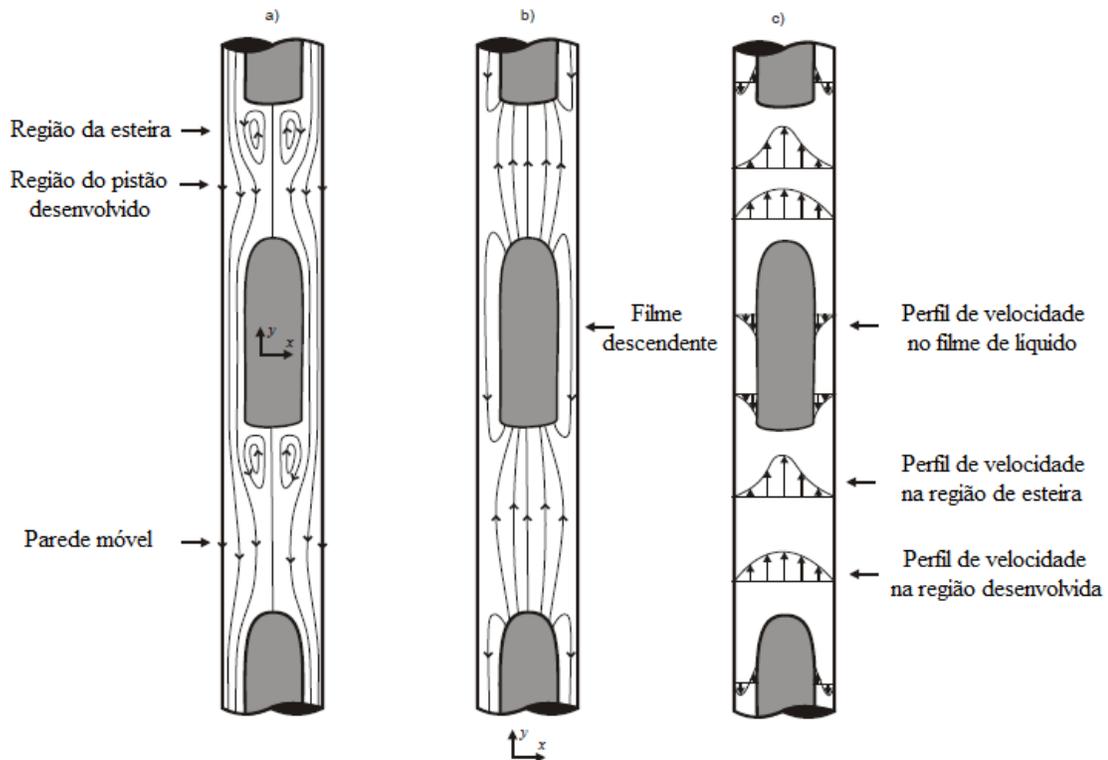


Figura 1.3. Linhas de corrente no líquido para um referencial a) se movendo com a bolha b) estacionário em relação ao tubo e c) perfis de velocidade no líquido, referencial estacionário em relação ao tubo. Figura adaptada de Hendy (2009).

A presença de pequenas bolhas nos pistões de líquido resulta da fragmentação da traseira da bolha alongada. A Figura 1.4 mostra o início do processo de entranhamento de gás pelo impacto do filme de líquido com o pistão de líquido, Chanson (1996). Devido às instabilidades na interface gás-líquido no instante ( $t_1$ ) são formados bolsões de gás no instante ( $t_2$ ) que são arrastados com o filme descendente até que eventualmente sejam formadas as bolhas dispersas no pistão de líquido no instante ( $t_3$ ).

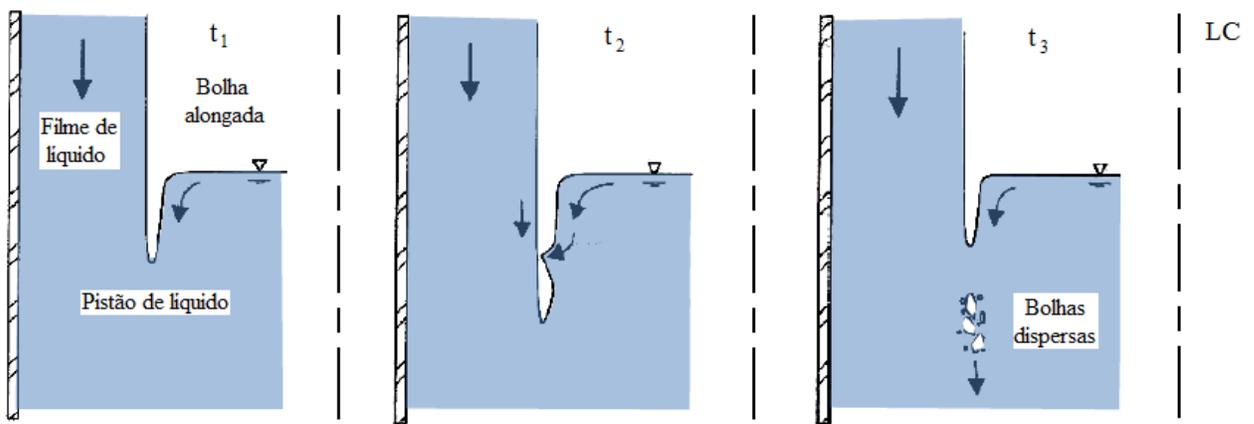


Figura 1.4. Início do processo de entranhamento de gás. Figura adaptada de Chanson (1996).

Pode-se identificar três regiões no pistão de líquido e duas regiões no filme de líquido como mostra a Figura 1.5. As três regiões no pistão de líquido de comprimento  $L_s$  são identificadas por: região de esteira próxima onde ocorre a recirculação causada pela desaceleração do líquido do filme quando é descarregado no pistão mudando de direção, região de esteira longe onde o escoamento está em desenvolvimento e flui num único sentido redistribuindo-se ao longo da direção axial até que eventualmente atinja o regime desenvolvido e a região de escoamento desenvolvido longe da traseira da bolha. No escoamento vertical o filme de líquido se desenvolve rapidamente e atinge uma espessura de equilíbrio, isto é, ela fica constante. Dessa forma, dividi-se a bolha alongada de comprimento  $L_f$  em duas regiões: a região do nariz da bolha, onde a espessura do filme varia e a região do corpo da bolha onde a espessura do filme é considerada constante.

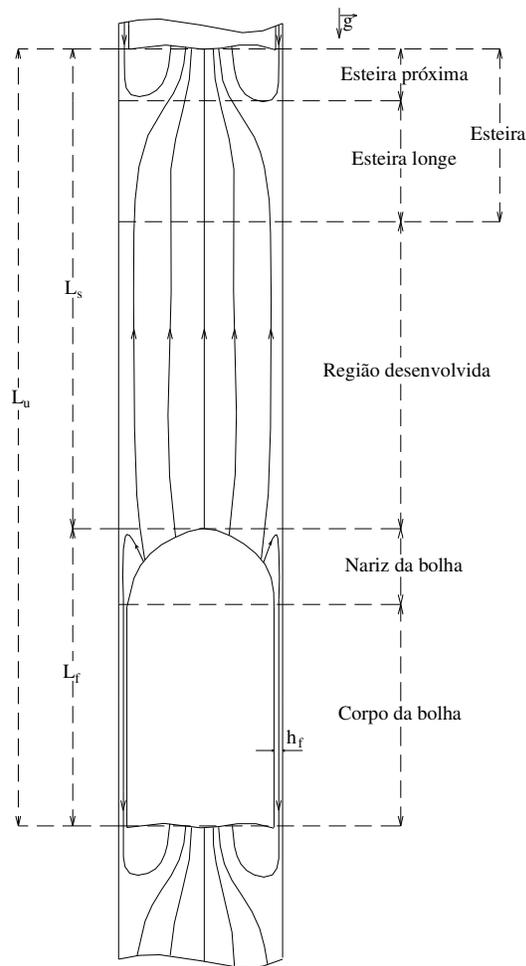


Figura 1.5. Regiões no pistão de líquido e na bolha alongada para um referencial estacionário em relação ao tubo.

## 1.2. Balanços volumétricos

Os dados experimentais obtidos neste trabalho foram validados com resultados observados na literatura e também por meio do fechamento dos balanços volumétricos no pistão de líquido e na bolha alongada de gás considerando um escoamento periódico. A seguir é apresentado um sumário das equações resultantes dos balanços volumétricos de gás e de líquido desenvolvidas no Apêndice A e suas diversas formas que foram utilizadas para verificar a consistência dos dados medidos.

$$J_L = u_{LS}R_s - \beta u_t (R_s - \overline{R_f}), \quad (\text{A.14})$$

$$J_G = u_b (1 - R_s) + u_t (R_s - \overline{R_f})\beta, \quad (\text{A.24})$$

$$J = J_L + J_G = u_{LS}R_s + u_b (1 - R_s), \quad (\text{A.33})$$

$$J = J_L + J_G = \overline{u_f R_f} + \overline{u_G (1 - R_f)}, \quad (\text{A.34})$$

$$\alpha_u = \frac{-J_L + u_{LS}(1 - \alpha_s) + u_t \alpha_s}{u_t}, \quad (\text{A.37})$$

$$\alpha_u = \frac{J_G - u_b \alpha_s + u_t \alpha_s}{u_t}, \quad (\text{A.38})$$

$$u_{LS} = \frac{u_t (\alpha_u - \alpha_s) + J_L}{(1 - \alpha_s)}, \quad (\text{A.39})$$

$$u_{LS} = \frac{J - u_b \alpha_s}{(1 - \alpha_s)}, \quad (\text{A.40})$$

$$u_b = \frac{J_G + u_t (\alpha_s - \alpha_u)}{\alpha_s}, \quad (\text{A.41})$$

$$\overline{u_G} = \frac{(u_b - u_t) \alpha_s}{C_{\alpha_f u_G} \alpha_f} + \frac{u_t}{C_{\alpha_f u_G}}, \quad (\text{A.43})$$

$$\overline{u_f} = \frac{u_t}{C_{R_f u_f}} + \frac{(u_{LS} - u_t) R_s}{C_{R_f u_f} \overline{R_f}}. \quad (\text{A.45})$$

As equações para  $u_{L,S}$ ,  $u_b$ ,  $\overline{u_G}$  e  $\overline{u_f}$  foram resolvidas em função das variáveis medidas experimentalmente  $J_L$ ,  $J_G$ ,  $u_t$ ,  $\alpha_u$ ,  $\alpha_f$ ,  $\alpha_s$  e  $\beta$ .

Os valores obtidos utilizando a equação resultante do balanço volumétrico para a velocidade de translação das bolhas dispersas no pistão de líquido,  $u_b$  foram comparados com correlações disponíveis na literatura. A velocidade  $u_b$  pode ser expressa como uma combinação linear da velocidade de deslizamento de uma população de bolhas  $u_{d,b}$  e da velocidade superficial de mistura  $J$ :

$$u_b = C_{0,b}J + u_{d,b}, \quad (B.24)$$

onde  $C_{0,b}$  é o parâmetro de distribuição das bolhas dispersas. A velocidade de deslizamento de uma população de bolhas  $u_{d,b}$  é relacionada com a velocidade de deslizamento de uma única bolha  $u_{d,bs}$  através da fração de vazio do pistão de líquido  $\alpha_s$ :

$$u_{d,b} = u_{d,bs} (1 - \alpha_s)^n, \quad (B.23)$$

onde o expoente  $n$  é determinado em função das viscosidades do gás e do líquido. Para  $\mu_L \gg \mu_G$ ,  $n = 1,75$ .

As duas principais correlações disponíveis na literatura para a determinação da velocidade de deslizamento de uma única bolha,  $u_{d,bs}$  são as correlações de Harmathy (1960) e Ishii e Zuber (1979). A correlação de Harmathy (1960) é expressa por:

$$u_{d,bs} = 1,534 \sqrt[4]{\frac{g\Delta\rho\sigma}{\rho_L^2}}, \quad (B.26)$$

e a correlação de Ishii e Zuber (1979) por:

$$u_{d,bs} = \sqrt{2} \sqrt[4]{\frac{g\Delta\rho\sigma}{\rho_L^2}}. \quad (B.32)$$

Maiores detalhes e discussões a respeito das velocidades das bolhas dispersas em um meio contínuo e das correlações disponíveis podem ser encontradas no Apêndice B.

Para validar a técnica de medida da velocidade de translação do nariz do bolha de Taylor,  $u_t$  foi utilizada a correlação que expressa  $u_t$  como uma relação linear da velocidade de elevação das bolhas de Taylor escoando em um líquido definida por Nicklin et al. (1962),  $u_{\infty,T} \cong 0,35\sqrt{(\Delta\rho/\rho_L)gD}$  (válida para um sistema ar-água) com a velocidade superficial da mistura J:

$$u_t = C_{0,T}J + u_{\infty,T}, \quad (1.11)$$

onde  $C_{0,T}$  é o parâmetro de distribuição da bolha alongada.

### 1.3.Motivação

A influência da fração de vazio do pistão de líquido no padrão golfadas ainda é pouco conhecida. Não se sabe ao certo como a aeração do pistão afeta o comprimento da bolha alongada e do pistão de líquido, como ela altera a velocidade da bolha e a frequência da unidade. Não é conhecido como as bolhas de gás no pistão de líquido interagem com a esteira que se forma a jusante da bolha. Um aspecto adicional do conhecimento da fração de vazio no pistão de líquido aplica-se ao cálculo da queda de pressão. Isto se aplica principalmente em escoamentos vertical e próximo da vertical uma vez que o peso da coluna aerada é o principal fator que compõe a queda de pressão. Além disto, há poucas medidas experimentais da fração de vazio no pistão de líquido como também há poucos modelos fenomenológicos ou correlacionais que estimam a fração de vazio no pistão. Por fim, os modelos baseados no conceito de célula unitária necessitam de equações ou modelos complementares para prover o conhecimento da fração de vazio como condição de fechamento do modelo.

## **1.4.Objetivos**

Determinação da fração de vazio no escoamento intermitente gás-líquido vertical ascendente por meio de medidas experimentais e sua modelagem. As principais contribuições esperadas com a realização deste trabalho são:

1. Desenvolver técnicas de medidas para a fração de vazio. Descrição detalhada do método experimental, do processamento numérico e algoritmos.
2. Reportar os dados experimentais de  $\alpha_s$ ,  $\alpha_f$  e  $\alpha_u$  e suas características médias e instantâneas.
3. Descrever o mecanismo de aeração do pistão de líquido.
4. Comparar a taxa de aeração prevista pelos modelos disponíveis na literatura com os dados experimentais.
5. Fazer uma crítica dos modelos em face dos dados experimentais e dos mecanismos visualizados.

## **1.5.Organização do trabalho**

O trabalho foi dividido em nove capítulos. Neste primeiro capítulo encontra-se a introdução onde são apresentadas uma breve descrição dos conceitos básicos de escoamentos multifásicos e suas aplicações, uma classificação dos principais padrões de escoamentos bifásicos verticais e destacado que o trabalho abordará especificamente escoamentos verticais ascendentes de ar e água. O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica de escoamentos no padrão golfadas, das técnicas de medidas de fração de vazio e dos principais modelos correlacionais e fenomenológicos para a previsão da fração de vazio e fração de líquido. O capítulo 3 descreve o aparato experimental, as técnicas de medidas, a instrumentação utilizada e os procedimentos dos testes. O capítulo 4 descreve o processamento dos sinais para a determinação das propriedades do escoamento no padrão golfadas assim como o processamento dos sinais para determinação das frações de vazio utilizando a sonda elétrica e o sensor de impedância de anéis. No capítulo 5, são apresentados os resultados experimentais das medidas das frações de vazio da unidade, do pistão

de líquido e da bolha alongada e das velocidades e comprimentos característicos do escoamento no padrão golfadas utilizando as duas técnicas de medidas. No capítulo 6 são apresentados a formulação e o procedimento de solução do modelo de filme de Taitel e Barnea para determinar a espessura, a fração de vazio e a velocidade no filme de líquido. A distribuição da fração de vazio no filme de líquido obtida com o modelo de filme é comparada com os dados experimentais. É apresentada também neste capítulo uma seção para a relação de deslizamento, uma importante relação cinemática utilizada em escoamentos multifásicos. No capítulo 7 são apresentados os modelos correlacionais da fração de líquido do pistão de líquido e da fração de vazio da unidade disponíveis na literatura. Este capítulo destaca os principais modelos correlacionais, explicita se estes modelos foram desenvolvidos a partir de dados experimentais e por fim comparar as estimativas com os dados experimentais obtidos. No capítulo 8 são apresentados os modelos fenomenológicos existentes para previsão da fração de líquido do pistão de líquido. O capítulo começa com a apresentação do modelo para a transição de bolhas para golfadas e na sequência apresenta os modelos fenomenológicos de aeração do pistão de líquido. Os principais modelos são implementados e comparações são feitas com os dados experimentais. O capítulo 9 apresenta as conclusões obtidas com as medidas experimentais e os modelos utilizados. Para facilitar a leitura os desenvolvimentos mais prolongados encontram-se nos apêndices.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os trabalhos pioneiros na descrição do escoamento em golfadas foram realizados por Griffity e Wallis (1961) e Nicklin et al. (1962), sendo os primeiros a reconhecer a importância do movimento da bolha alongada. Zukoski (1966) relatou aumentos significativos na velocidade de translação da bolha alongada devido a inclinação do tubo, a mudanças na posição lateral da bolha e a curvatura do nariz da bolha. Wallis (1969) propôs uma aproximação periódica para as estruturas de líquido e gás e introduziu o conceito de célula unitária. O modelo de célula unitária foi desenvolvido por Dukler e Hubbard (1975) para escoamento horizontal e depois por Fernandes et al. (1983) para escoamento vertical. Bendiksen (1984) mediu a velocidade de translação da bolha alongada em tubos inclinados, e observou que a velocidade de elevação da bolha alongada é maior em tubos inclinados do que em um tubo vertical, como previamente relatado por Zukoski (1966).

As faixas das vazões volumétricas de gás e líquido nas quais o escoamento em golfadas ocorre foram apresentadas em mapas de padrão que mostram as transições para outros padrões de escoamento nos trabalhos de Taitel e Dukler (1976), Taitel et al. (1980), Barnea (1987), entre outros.

A velocidade de translação do nariz da bolha alongada é a estrutura mais veloz do escoamento em golfadas e influencia todas as outras formas de interações entre as bolhas alongadas e os pistões de líquido. O primeiro trabalho que propôs um modelo cinemático para a velocidade de translação da bolha alongada foi Nicklin et al. (1962). Depois deste trabalho vieram muitos outros, entre eles o de Bendiksen (1984) considerado uma referência para os trabalhos que lhe sucederam. Fabre e Liné (1992) traz uma descrição dos fenômenos físicos envolvidos com o deslocamento da bolha alongada separando-os em escoamentos horizontais e verticais, bolhas isoladas e trem de bolhas contínuo além dos efeitos de viscosidade e de tensão superficial. Vários outros trabalhos estudaram a velocidade da bolha alongada: Polonsky et al. (1998) obteve dados experimentais para a velocidade da bolha alongada em escoamento vertical; Polonsky et al. (1999) estudaram a relação entre a velocidade da bolha alongada e o campo de velocidade a sua frente; van Hout et al. (2002) estudaram o efeito da inclinação na velocidade da

bolha alongada; Kaji et al. (2009) realizaram medidas experimentais da velocidade da bolha alongada.

A velocidade de deslizamento das bolhas dispersas no pistão de líquido é causada por um equilíbrio de forças envolvendo empuxo, tensão superficial, viscosidade e inércia. Os primeiros trabalhos que estudaram a força de arrasto exercida sobre uma bolha por um escoamento uniforme foram relatados por Levich (1962); Harper (1972) e Clift et al. (1978). As principais correlações disponíveis na literatura para a determinação da velocidade de deslizamento de uma bolha são as correlações de Harmathy (1960) e Ishii e Zuber (1979). A velocidade de deslizamento das bolhas é também influenciada pela proximidade com a parede. O modelo de *drift flux* de Zuber e Findlay (1965) para escoamento vertical utiliza uma relação similar a de Harmathy (1960) para a velocidade de deslizamento das bolhas, e expressa os efeitos de parede através das distribuições radiais de velocidade e fração de vazão.

Os comprimentos médios dos pistões de líquido foram observados experimentalmente estarem na faixa de 12 a 30 diâmetros em escoamento horizontal (Dukler e Hubbard, 1975; Nicholson et al., 1978; Ferré, 1979) e entre 8 a 25 diâmetros em escoamento vertical (Moïssis e Griffith, 1962; Fitremann, 1977; Fernandes, 1981; Fréchou, 1986; Barnea e Shemer, 1989). Quando o pistão de líquido que separa duas bolhas é curto o suficiente para que o perfil de velocidades não esteja completamente desenvolvido há um efeito de aceleração da bolha que vem a montante da bolha líder devido ao aumento de velocidade induzido pela assimetria do perfil de velocidades ainda dominado pela esteira da bolha. O trabalho pioneiro no estudo da interação entre duas bolhas consecutivas foi de Moïssis e Griffith (1962). Depois vieram muitos outros entre eles Dukler et al. (1985) propuseram um modelo para o comprimento mínimo que o pistão deve ter para não causar aceleração na bolha que vem atrás; Pinto e Campos (1996) descrevem uma investigação experimental sobre a interação de duas bolhas em escoamento vertical cobrindo uma larga faixa de viscosidade de líquido; Pinto et al. (1998) realizaram um estudo experimental sobre a coalescência entre duas bolhas em escoamento vertical; Talvy et al. (2000) realizaram um trabalho experimental de visualização da interação entre bolhas em tubo vertical; van Hout et al. (2002a, b) referem-se a um comprimento mínimo para ter o padrão golfadas estabilizado; Mayor et al. (2008) fizeram um estudo experimental de análise de imagem e propuseram uma correlação simples da interação entre bolhas.

O pistão de líquido pode ser dividido basicamente em duas regiões a jusante da bolha alongada: uma controlada pela esteira da bolha e outra desenvolvida, isto é, sem os efeitos da esteira. A esteira da bolha alongada influencia a distribuição de bolhas dispersas no pistão de líquido e vice-versa. Alguns trabalhos que descrevem a interação entre a esteira e a dinâmica das bolhas dispersas foram realizados por Campos e Guedes de Carvalho (1988) que fizeram um estudo fotográfico da esteira de bolhas de gás em escoamento vertical ascendente em colunas com líquido estagnado; Kawaji et al. (1997) que realizaram um estudo experimental com visualização fotocromica da penetração do filme de líquido na esteira em escoamento vertical; Nogueira et al. (2006) que estudaram o escoamento vertical na esteira de bolhas de Taylor individuais ascendendo numa coluna de líquido Newtoniano estagnado ou em movimento utilizando PIV.

No escoamento em golfadas o gás é transportado principalmente pelas bolhas alongadas. A fração de vazio no pistão de líquido é raramente maior do que 25% enquanto que na bolha alongada é de aproximadamente 70% a 95% se horizontal ou vertical. No entanto poucos trabalhos têm relatado a influência da fração de vazio do pistão de líquido nos comprimentos da bolha alongada e do pistão de líquido e na velocidade de translação do nariz da bolha alongada e este problema é praticamente ignorado.

A fração de vazio pode ser medida experimentalmente por diversas técnicas de medidas. Hammer et al. (2006) listam várias destas técnicas, entre elas: métodos de radiação, sensores ópticos, ultra-som e os métodos de impedância elétrica. Ceccio e George (1996) descreveram uma variedade de técnicas, incluindo medidores de fração de vazio local e volumétrico, sondas de espessura de filme e tomografia de impedância elétrica. Trabalhos com sensores capacitivos foram realizados por Abouelwafa e Kendall (1980), Elkon e Rezkallah (1996), Ahmed (2006) e Carniere et al. (2007). Uma variedade de configurações de sensores capacitivos não-intrusivos foi desenvolvida por uma série de pesquisadores (Gregory e Mattar, 1973; Merilo et al. 1977; Sami et al. 1980; Andreussi et al. 1988; Geraets e Borst, 1988). Seleções de trabalhos que utilizam sensores resistivos são encontradas em Costigan e Whalley (1996), Fossa et al. (2003) e Rocha e Simões-Moreira (2008). Os primeiros trabalhos que realizaram medidas das distribuições radiais da fração de vazio utilizando uma sonda elétrica foram de Serizawa et al. (1975) e Herringe e Davis (1976). Mao e Dukler (1989) realizaram medidas da fração de vazio do pistão de líquido na linha de centro do tubo utilizando um sensor de impedância de alta frequência. Koeck (1980) e

Nydal (1991) estudaram os efeitos da entrada do líquido, da tensão superficial e do diâmetro do tubo na aeração do pistão de líquido utilizando ar e água. O trabalho de Ferschneider (1982) estudou os efeitos da viscosidade utilizando ar e óleo. Fréchou (1986) também estudou os efeitos da viscosidade e tensão superficial na aeração do pistão utilizando ar, óleo e água.

Várias tentativas de sugerir uma correlação experimental para a previsão da fração de líquido do pistão de líquido foram relatadas na literatura. Uma correlação frequentemente utilizada é a de Gregory et al. (1978), que sugere uma dependência apenas com a velocidade superficial de mistura. Outros estudos, entretanto, indicam uma dependência da fração de líquido no pistão com as propriedades dos fluidos (Malnes, 1982; Ferschneider, 1983) e na inclinação do tubo (Andreussi e Bendiksen, 1989; Felizoli e Shoham, 1995; Gomez et al., 2000). Para escoamento horizontal Heywood e Richardson (1979); Andreussi et al. (1993); Abdul-Majeed (1996), (2000); Lewis et al. (2002) e para escoamento vertical Fernandes et al. (1983); Mao e Dukler (1989); Kaji et al. (2009).

Uma abordagem diferente para modelar a fração de líquido no pistão de líquido foi sugerida por Barnea e Brauner (1985). Este modelo talvez seja o único que fornece uma expressão analítica para a previsão da fração de líquido. O modelo mostrou estar em boa concordância com dados experimentais realizados em pistões de líquido relativamente longos, particularmente, em tubos horizontais. Entretanto, em escoamento em golfadas vertical e altas velocidades superficiais de mistura, este modelo mostrou subestimar a medida da fração de gás no pistão de líquido (Barnea e Shemer, 1989).

A aproximação de Barnea e Brauner (1985) foi testada em Brauner e Ullmann (2002) empregando os modelos de previsão da transição para escoamentos dispersos (Brauner, 2001). Estes modelos são baseados em uma extensão da teoria de Kolmogorov (1949) e Hinze (1955) para a quebra de bolhas em escoamento turbulento. Quando estes modelos são combinados com o procedimento de Barnea e Brauner (1985), expressões analíticas são obtidas para a fração de líquido no pistão de líquido. As expressões obtidas são da mesma forma da correlação de Gregory et al. (1978), que obteve para um sistema particular de óleo e gás.

Um modelo semi-mecanicista para prever a estrutura hidrodinâmica do escoamento vertical foi apresentado por Fernandes et al. (1983). O modelo prevê a fração de líquido do pistão de líquido através do uso de correlações empíricas. O modelo de Fernandes et al. (1983) não levou em conta os efeitos de tensão superficial, enquanto que em outros modelos os efeitos da

tensão superficial foram introduzidos apenas por meio de uma relação empírica para a velocidade de mistura crítica para o início do arrasto de bolhas. O ângulo de inclinação tem um impacto significativo na aeração do pistão. A aeração no pistão de líquido para escoamentos horizontais segundo Andreussi e Bendiksen (1989) depende da velocidade de mistura, do diâmetro do tubo e das propriedades de transporte. Este modelo de aeração do pistão é válido somente para escoamentos horizontal e levemente inclinado, e não leva em conta o aumento significativo da fração de vazio no pistão de líquido com a inclinação do tubo. Para considerar o efeito da inclinação na aeração do pistão, alguns modelos semi-empíricos foram sugeridos na literatura. Gomez et al. (2000) propôs uma lei de potência exponencial para descrever os efeitos da inclinação.

Poucos trabalhos foram realizados sobre o mecanismo de aeração do pistão de líquido. Para obter mais detalhes das propriedades do escoamento na bolha de Taylor e no pistão de líquido, modelos baseados na física do fenômeno de aeração utilizando a conservação dos fluxos de gás e líquido foram desenvolvidos nos trabalhos de Liné (1983), Brauner e Ullmann (2004), Guet et al. (2006). Nestes modelos a aeração do pistão de líquido é obtida modelando o fluxo de gás arrastado na traseira da bolha de Taylor. A conservação dos fluxos de gás e líquido permite fechar o modelo e obter a previsão para a fração de vazio média da unidade e para a fração de vazio do pistão de líquido.

### 3. APARATO EXPERIMENTAL E TÉCNICAS DE MEDIDAS

O aparato experimental e as técnicas de medidas utilizadas são descritos neste capítulo. O circuito experimental está instalado no Laboratório do 2PFG (*Two-Phase Flow Group*) no Departamento de Energia da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas.

#### 3.1. Descrição do aparato experimental

Um aparato experimental foi montado para medir a fração de vazio em escoamentos verticais ascendentes bifásicos de água e ar no padrão golfadas em diferentes vazões de água e ar. Um diagrama esquemático do sistema é mostrado na Figura 3.1 e fotos da seção de testes e da estação de medidas são apresentadas na Figura 3.2. A seção de testes constitui de um tubo de acrílico transparente com 26 mm de diâmetro interno acoplado ao circuito, o qual contém bombas e compressores que permitem cobrir uma ampla faixa de vazões de água e ar. O circuito é dividido em duas partes: uma onde os fluidos escoam separadamente e outra onde eles escoam misturados caracterizando o escoamento bifásico. Na primeira parte onde os fluidos escoam separadamente tem-se um circuito de suprimento de ar e outro de água. O circuito de água é composto de um tanque de armazenamento com capacidade de 3 m<sup>3</sup>. A água armazenada neste tanque é bombeada por até duas bombas centrífugas dispostas em paralelo que podem fornecer uma vazão volumétrica máxima de  $1,25 \times 10^{-2} \text{ m}^3 / \text{s}$ . Depois de bombeada a água passa por um filtro e em seguida através de um medidor de fluxo mássico do tipo Coriolis produzido pela Metroval modelo RHM15, cuja faixa de medição varia de 4 kg/min a 200 kg/min com uma incerteza nominal de  $\pm 0,2\%$ . A vazão desejada é obtida através do controle de rotação da bomba centrífuga, utilizando um inversor de frequência que controla o motor elétrico que aciona a bomba. O circuito de ar é alimentado por dois compressores em paralelo, que podem fornecer

uma vazão volumétrica máxima de  $9,914 \times 10^{-2} \text{ Nm}^3 / \text{s}$  a uma pressão entre 8 bar e 10 bar descarregando em um tanque de armazenamento com uma capacidade de  $2 \text{ m}^3$ . O ar passa por um filtro e por uma válvula reguladora de pressão. A temperatura é monitorada por um transdutor de temperatura SMAR modelo TT301 que utiliza um termopar tipo T. O ar é direcionado para um elemento de fluxo laminar fabricado pela Merian modelo 50 MT10, que pode medir uma vazão volumétrica máxima de  $4,348 \times 10^{-5} \text{ Nm}^3 / \text{s}$  com uma incerteza nominal de  $\pm 0,72\%$ . Este medidor de vazão volumétrica é precedido pelos medidores de pressão e temperatura absolutas para determinar a massa específica do gás e, por consequência, a vazão mássica do gás. Por fim, a corrente bifásica é formada em um misturador localizado na extremidade inferior da linha. O misturador tem o ângulo de penetração do gás com relação ao líquido de  $45^\circ$ , onde o líquido entra na mesma direção da mistura. A pressão manométrica da seção de testes é monitorada por transdutores de pressão SMAR modelo LD301 com incerteza nominal de  $\pm 0,04\%$ , instalados na seção de testes e conectados por mangueiras às duas tomadas de pressão espaçadas de 4680 mm (180D), conforme apresentado na Figura 3.1.

A estação de medidas está posicionada 257D a jusante do misturador. Na estação de medidas, a passagem dos pistões de líquido e das bolhas alongadas foi monitorada por dois sensores de impedância de anéis gêmeos espaçados de 112,5 mm entre si para determinar os comprimentos dos pistões e das bolhas assim como a velocidade de translação do nariz da bolha alongada. Para medir a fração de vazio foram utilizados dois tipos de sondas: um sensor de impedância de anéis e uma sonda elétrica. A fração de vazio utilizando o sensor de anéis foi medida pelo sinal do sensor a jusante da estação. A sonda elétrica está após o sensor de anéis localizada 270D a jusante do misturador. A mistura deixa a estação de medidas, percorre uma distância equivalente a 49D, faz um curva em U com um raio de 200 mm em uma mangueira flexível de 37 mm de diâmetro e então é direcionada para um tubo vertical de 75 mm de diâmetro. O final do tubo é aberto para a atmosfera enquanto que a outra extremidade está conectada ao tanque de armazenamento. Este tubo vertical de diâmetro maior atua como um separador ar-água de forma que o ar é livremente descarregado para atmosfera enquanto que a água é direcionada para o tanque de armazenamento pela ação da gravidade. Uma descrição detalhada do circuito de teste está em Duarte (2007) e Bueno (2010).

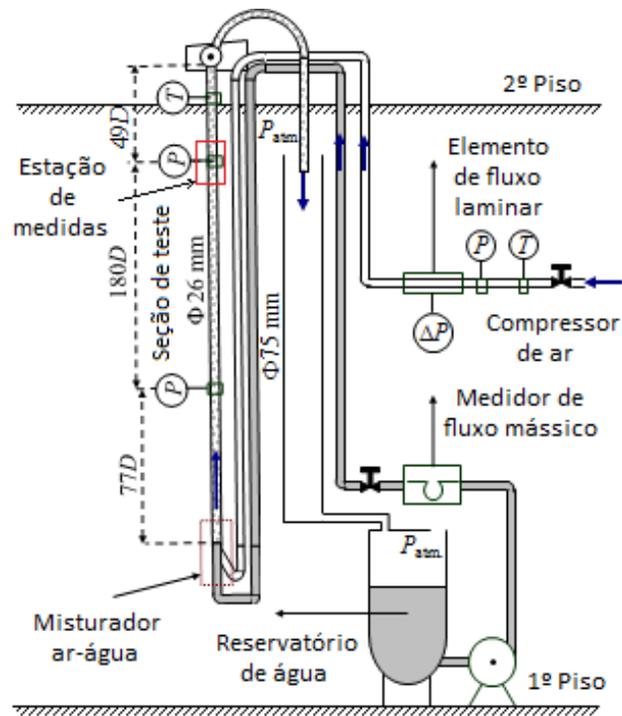


Figura 3.1. Diagrama esquemático da seção de teste.



Figura 3.2. Fotos da seção de testes e da estação de medidas.

### **3.2.Sistema de aquisição de dados**

No aparato experimental descrito na seção 3.1, a instrumentação pode ser dividida em dois módulos: um para o monitoramento dos fluidos, e outro para o monitoramento da seção de testes. O primeiro tem como funções controlar e monitorar as vazões de água e ar que alimentam a seção de testes, enquanto que o segundo tem como funções adquirir e armazenar os sinais dos sensores de impedância de anéis e da sonda elétrica que permitirão, após o processamento, calcular a velocidade de propagação, frequência, comprimento e frações de vazio do escoamento à medida que as estruturas se desenvolvem ao longo da tubulação.

No módulo de monitoramento dos fluidos, as medidas das vazões mássicas de água e ar são realizadas respectivamente pelo medidor tipo Coriolis e pelo elemento de fluxo laminar especificados na seção anterior. A aquisição dos dados para monitorar os fluidos é feita por uma rede Adam-4000 da Advantech, que são dispositivos de aquisição microprocessados, responsáveis pela interface entre os sensores dos instrumentos e o computador central. Utilizou-se para essa finalidade uma rede RS-485, usando o protocolo ASCII (aberto). Remotamente, faz-se o controle dos módulos através de “strings” de comando emitidas no formato ASCII. Através desse equipamento é possível adquirir ou emitir sinais de I/O digitais e analógicos. A rede amostra à taxa de 1Hz as informações provenientes dos sensores usados para o monitoramento dos fluidos.

No módulo de monitoramento da seção de testes a saída do circuito eletrônico dos sensores está conectada a um sistema de aquisição da National Instruments, NI modelo SCXI-1000. Os sinais analógicos variando entre 4 a 20 mA chegam a um conversor AD e multiplexador NI onde são convertidos em tensão para depois serem armazenados em arquivos com até 13 colunas. O sistema de aquisição opera com uma taxa de 3000 amostras por segundo.

A função do módulo de monitoramento é digitalizar e armazenar os sinais em um arquivo de dados para pós-processamento que será apresentado no capítulo 4.

### 3.3. Métodos de referência para medida da fração de vazio

A medição da fração de vazio nas regiões do pistão de líquido e da bolha alongada é uma das metas desta tese. Pretende-se utilizar um sensor de impedância elétrica com eletrodo de anéis. Porém, para calibrar este sensor, foi necessário estabelecer uma referência de medida da fração de vazio. Para isto foram utilizados dois métodos:

- a) Método gravimétrico corrigido e
- b) Válvula de fechamento rápido.

Considera-se que uma comparação entre estes dois métodos fornecerá uma boa referência de medida de fração de vazio para calibrar o sensor de anéis. A seguir será feita uma descrição destes métodos.

#### 3.3.1. Método gravimétrico corrigido

O método gravimétrico baseia-se no peso da coluna vertical da mistura de ar e água. A medida experimental da diferença de pressão entre duas tomadas espaçadas por uma distância  $L$  (Figura 3.3) lida no medidor é dada por:

$$\Delta p = (\rho_L - \rho_m) gL, \quad (3.1)$$

onde  $\rho_L$  é a densidade da água,  $g$  a aceleração da gravidade e  $\rho_m$  é densidade da mistura, definida por:

$$\rho_m = \rho_G \alpha_u + \rho_L (1 - \alpha_u), \quad (3.2)$$

sendo que  $\rho_G$  é a densidade do ar e  $\alpha_u$  é a fração de vazio da unidade. Ela representa a fração de vazio da mistura compreendida entre as tomadas de pressão espaçadas por  $L$ . O sinal de pressão do transdutor flutua devido à entrada e saída do pistão de líquido no volume de medição. Propõe-se que o valor médio da pressão é proporcional a  $\alpha_u$ . O próximo passo é estimar  $\alpha_u$  em função dos parâmetros medidos. Para pressão e temperatura próximas do ambiente, pode-se considerar que,  $\rho_G \ll \rho_L$  de forma que:

$$\rho_m \cong \rho_L (1 - \alpha_u). \quad (3.3)$$

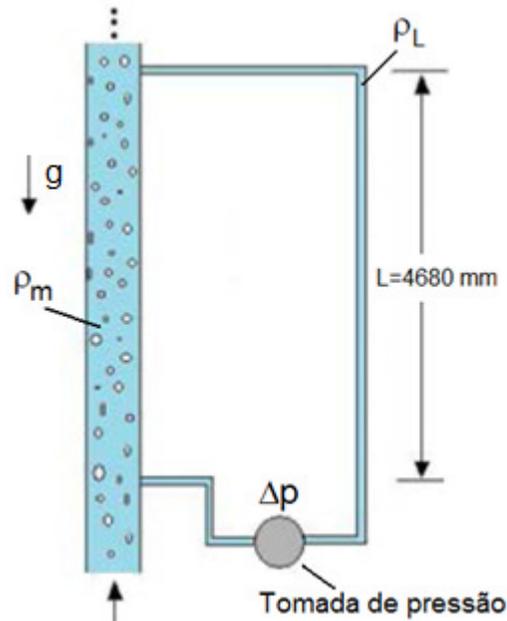


Figura 3.3. Diferencial de pressão entre duas tomadas espaçadas por uma distância  $L$ .

Substituindo a Eq. (3.3) na (3.1), encontra-se que:

$$\Delta p = \alpha_u \rho_L g L. \quad (3.4)$$

A Equação (3.4) deve ser corrigida levando-se em conta que a queda de pressão é composta por duas parcelas: o peso da coluna e o atrito que a mistura exerce na parede do tubo. Como o atrito atua na direção da gravidade, sua parcela é subtraída na Eq.(3.4):

$$\Delta p = \alpha_u \rho_L g L - \Delta p_\tau. \quad (3.5)$$

A parcela de atrito é estimada considerando uma mistura homogênea dentro do tubo, de forma que:

$$\Delta p_\tau \cong 2C_f \left( \frac{L}{D} \right) \rho_m J^2, \quad (3.6)$$

onde  $J$  é a velocidade superficial da mistura e  $C_f$  é o fator de atrito de Fanning.

O fator de atrito é estimado utilizando a relação de Blasius para tubos lisos e  $Re < 10^5$ :

$$C_f = \frac{0,079}{Re_m^{0,25}}, \quad (3.7)$$

sendo que o número de Reynolds da mistura é calculado como:

$$Re_m = \frac{JD\rho_m}{\mu_m}. \quad (3.8)$$

Substituindo a Eq. (3.6) na (3.5), tem-se:

$$\alpha_u \rho_L g L = \Delta p + 2C_f \left( \frac{L}{D} \right) \rho_m J^2. \quad (3.9)$$

Explicitando  $\alpha_u$  na Eq. (3.9):

$$\alpha_u = \frac{\Delta p}{\rho_L g L} + 2C_f \left( \frac{L}{D} \right) \frac{\rho_m J^2}{\rho_L g L}, \quad (3.10)$$

mas  $\rho_m / \rho_L \cong (1 - \alpha_u)$ :

$$\alpha_u = \frac{\Delta p}{\rho_L g L} + 2C_f \left( \frac{L}{D} \right) (1 - \alpha_u) \frac{J^2}{g L}, \quad (3.11)$$

ou ainda:

$$\alpha_u = \frac{\Delta p}{\rho_L g L} + 2C_f \left( \frac{L}{D} \right) \frac{J^2}{g L} - 2C_f \alpha_u \left( \frac{L}{D} \right) \frac{J^2}{g L}. \quad (3.12)$$

Colocando a fração de vazio em evidência, tem-se:

$$\alpha_u \left( 1 + 2C_f \frac{J^2}{g D} \right) = \frac{\Delta p}{\rho_L g L} + 2C_f \frac{J^2}{g D}. \quad (3.13)$$

O número de Froude da mistura é definido por  $Fr_j = J / \sqrt{g D}$ . Dessa forma:

$$\alpha_u = \frac{\frac{\Delta p}{\rho_L g L} + 2C_f \cdot Fr_j^2}{1 + 2C_f \cdot Fr_j^2} \quad (3.14)$$

ou

$$\alpha_u = \frac{\Delta p}{\rho_L g L} \left[ \frac{1 + 2C_f \frac{Fr_j^2}{\Delta p / \rho_L g L}}{1 + 2C_f \cdot Fr_j^2} \right]. \quad (3.15)$$

O primeiro termo a direita da equação (3.15) representa a estimativa sem considerar o atrito. O segundo termo a direita representa uma correção devido ao atrito. Considerando a faixa para o número de Froude da mistura  $2 < Fr_j < 12$  e o fator de atrito  $C_f \approx 0,008$  para Reynolds da mistura  $Re_m = 10000$  e  $C_f \approx 0,005$  para  $Re_m = 50000$  pode-se estimar que o termo  $2C_f \cdot Fr_j^2$  varia entre 0,04 e 2,30. Isto significa que para  $2C_f \cdot Fr_j^2 = 0,04$ ,  $\alpha_u = \frac{\Delta p}{\rho_L g L}$ , ou seja, ele resulta de um equilíbrio hidrostático apenas, Equação (3.4). Por outro lado, quando  $2C_f \cdot Fr_j^2 = 2,30$  os termos

associados ao atrito não podem ser desprezados e a Equação (3.15) deve ser usada para o cálculo de  $\alpha_u$ .

### 3.3.2. Válvula de fechamento rápido

Outro método de referência para medida da fração de vazio utilizado foi a válvula de fechamento rápido. O método consiste de duas válvulas de acionamento eletro-pneumático. As válvulas são do tipo esfera e foram usinadas de forma que o diâmetro de passagem, quando completamente abertas, coincidissem com o diâmetro da linha, 26 mm de diâmetro interno. A fim de diminuir o tempo de fechamento foram escolhidas válvulas com abertura pneumática e fechamento por mola. Em cada válvula foi instalado um conjunto de quatro molas para garantir um tempo de fechamento entre 10ms e 15ms com um valor médio de 12ms.

Como o tubo possui uma seção transversal constante, a razão de volumes pode ser expressa pela razão dos comprimentos:

$$\alpha_{\text{válvula}} = \frac{H_G}{H_T}, \quad (3.16)$$

onde  $H_G$  é a altura da coluna de gás e  $H_T$  é altura total da coluna. Entretanto, por questões de instalação, a tomada de pressão do manômetro fica deslocada da face da válvula por uma distância  $h$  que cria uma altura “morta” na coluna como mostra a Figura 3.4.

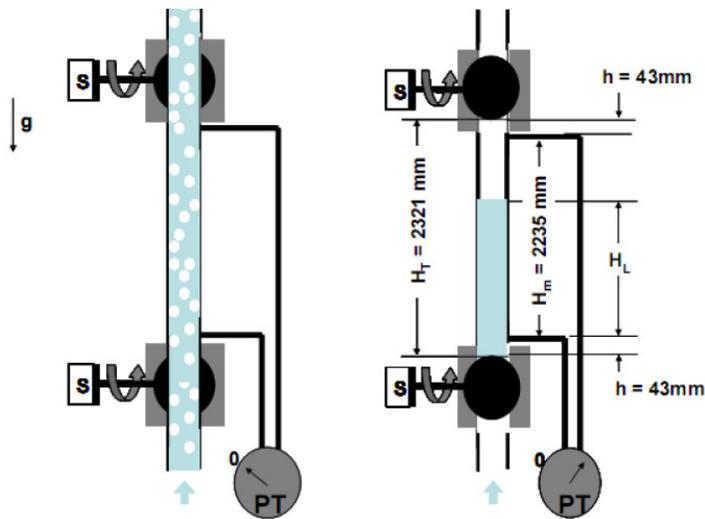


Figura 3.4. Representação esquemática da seção com as válvulas de fechamento rápido.

Considerando que a altura de coluna de líquido medida pelo manômetro é  $H_L$ , então a fração de vazio pode ser calculada em função da altura de líquido lida pelo manômetro:

$$\alpha_{\text{válvula}} = \frac{H_T - (H_L + h)}{H_T}. \quad (3.17)$$

Quando acionadas, as válvulas interrompem o fluxo da mistura e a água e o ar neste trecho do tubo se separam. A fração de vazio é determinada lendo diretamente o nível de líquido entre as válvulas. Após cada teste, as válvulas são reabertas, as vazões de água e ar reestabelecidas e o procedimento é realizado por mais quatro vezes. Isto é necessário para se ter uma repetibilidade das medidas de fração de vazio devido principalmente ao número de células capturadas no volume compreendido entre as válvulas, veja Figura 3.4.

Foi realizada uma comparação entre os resultados obtidos com a válvula de fechamento rápido e os obtidos com o método gravimétrico corrigido. Quatro pontos no padrão golfadas foram selecionados com velocidades superficiais de ar e água que variam de 0,25 a 1,05 m/s e 0,30 a 0,61 m/s, respectivamente. Os pontos experimentais podem ser visualizados no mapa de fluxo de Taitel e Barnea (1980) mostrado na Figura 3.5. A Tabela 3.1 apresenta os valores obtidos para a fração de vazio utilizando os dois métodos. Pode-se notar valores muito próximos dos dados obtidos pela válvula e pelo método gravimétrico corrigido com erros menores que 4%.

Deve-se observar que embora a simplicidade do método, as válvulas de fechamento rápido apresentam imprecisões sendo necessário realizar os testes várias vezes enquanto que o método gravimétrico é mais rápido e prático. Dessa forma o método gravimétrico corrigido foi o método escolhido para realizar a calibração do sensor de impedância de anéis.

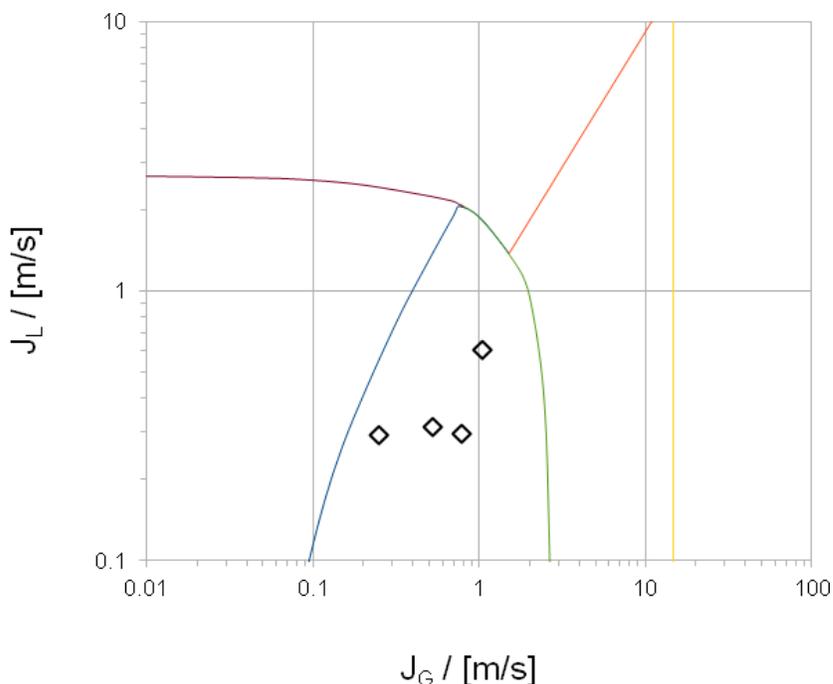


Figura 3.5. Mapa de fluxo e representação dos dados experimentais.

Tabela 3.1. Comparação entre os resultados obtidos com a válvula de fechamento rápido e os obtidos com o método gravimétrico corrigido.

J	$J_L$	$J_G$	$\alpha_{\text{grav.}}$	$\alpha_{\text{válvula}}$
(m/s)	(m/s)	(m/s)	(---)	(---)
0,57	0,32	0,25	0,27	0,26
0,83	0,32	0,51	0,49	0,49
1,08	0,30	0,78	0,56	0,55
1,66	0,61	1,05	0,54	0,53

### 3.4.Sonda elétrica

Uma sonda elétrica foi construída e utilizada para determinar a fração de vazio local no escoamento vertical ascendente de ar-água no padrão golfadas. A Tabela 3.2 apresenta as etapas do processo construtivo da sonda. O fio que entra em contato com o escoamento é de ouro, pois é um metal nobre de difícil oxidação. Um fio de ouro de 0,9 mm de diâmetro foi trefilado até chegar a 108  $\mu\text{m}$  utilizando uma matriz em forma de canal convergente. O fio foi isolado e inserido em uma agulha de aço inoxidável de 0,9 mm de diâmetro externo. A sonda foi adaptada a um micrômetro permitindo seu movimento ao longo do diâmetro do tubo e possibilitando medir sua posição. Para que o fio de ouro tenha somente a face em contato direto com o escoamento sua ponta foi isolada com cola epóxi Araldite. A sonda elétrica trabalha baseada na condutividade elétrica entre o ar e a água. Quando a agulha perfura a bolha de gás a condutividade é baixa e quando ela está em contato com a água a condutividade é alta. O sinal assemelha-se com uma onda quadrada com os valores de saída alto e baixo correspondendo às fases líquida e gás, respectivamente. A fração de vazio local é medida através da razão entre o tempo de contato da fase gás com o fio e o tempo total de aquisição, Serizawa et al. (1975). Mais detalhes construtivos da sonda estão em Guerra e Rosa (2010) e os fundamentos da técnica em Hewitt e Lovegrove (1976).

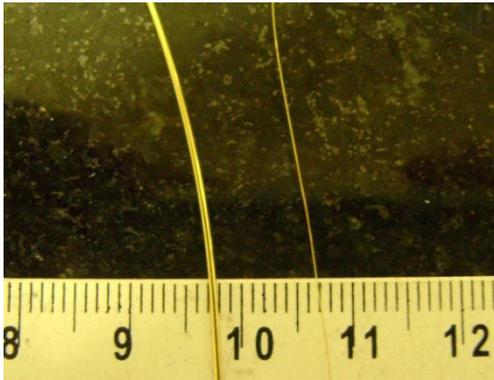
Existem algumas limitações em relação a essa técnica de medida. Por ser um método intrusivo a sonda pode desviar as bolhas de gás no escoamento. Além disso, apesar de considerar o escoamento vertical simétrico a bolha alongada não é exatamente simétrica podendo apresentar alterações na forma do seu nariz e da sua cauda causando imprecisões em medidas locais. Um estudo da simetria da bolha alongada no padrão golfadas foi realizado em Espinoza e Fabre (2011). Como o conjunto de unidades amostradas foi de aproximadamente 300 unidades para cada teste esses efeitos são minimizados. Por fim, a sonda atravessada na seção do tubo pode formar vórtices no escoamento causando vibrações na haste da agulha descritas pelo número de Strouhal o que não foi observado em inspeções visuais nos testes realizados. A Figura 3.6 mostra a sonda instalada na seção de testes em uma tubulação de 26 mm de diâmetro interno e apresenta um desenho esquemático do deslocamento da agulha na seção transversal do tubo.

Tabela 3.2. Etapas do processo construtivo da sonda elétrica.

Matriz em forma de canal convergente.



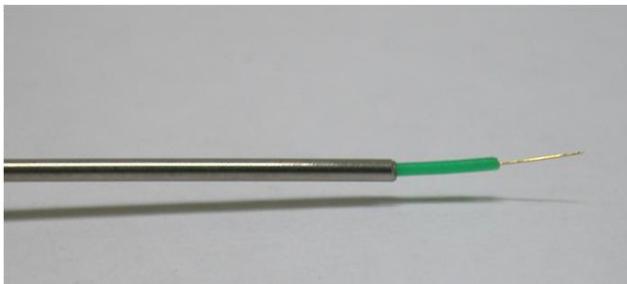
Diâmetro do fio de ouro com 108  $\mu\text{m}$ .



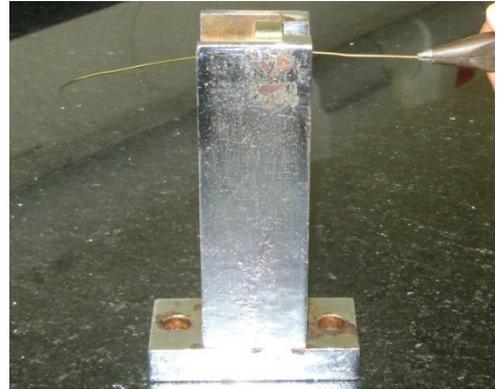
Agulha de aço inox com 0,9 mm de diâmetro.



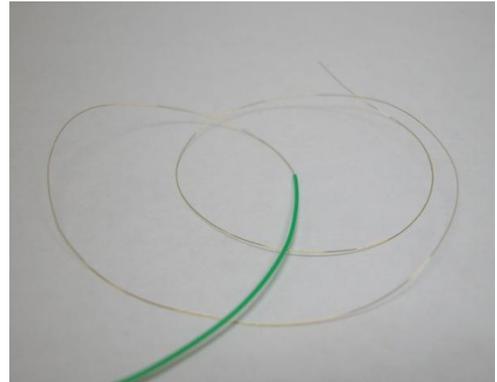
Vedação e inserção do fio de ouro.



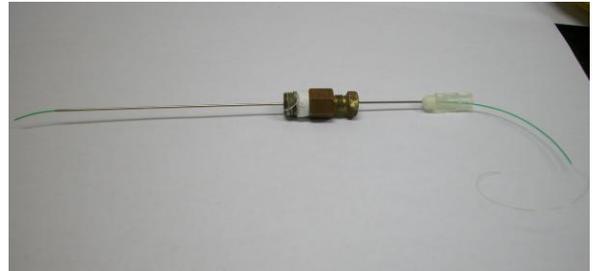
Trefilação do fio de ouro.



Isolamento do fio de ouro.



Rosca de ligação da sonda ao tubo.



Agulha com 90° de curvatura.



Rosca para adaptar a sonda ao micrômetro.



Ponta da sonda com 2 mm de diâmetro.

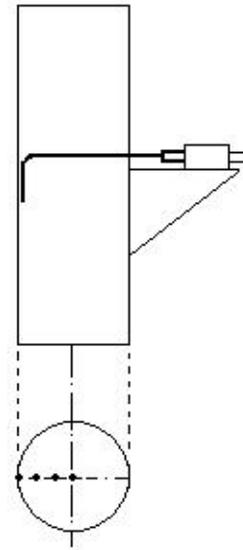
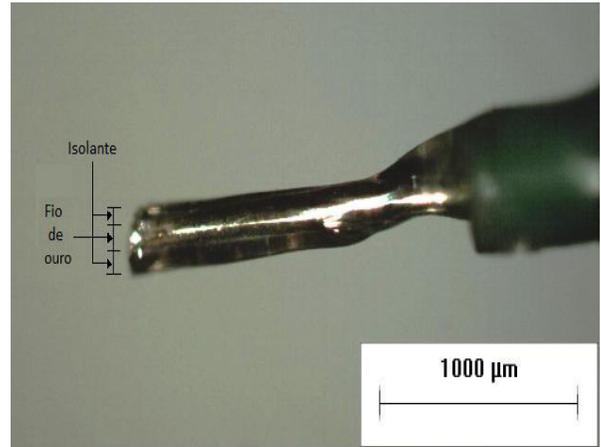


Figura 3.6. Foto da seção de teste e posição da agulha na tubulação.

Com o auxílio do micrômetro a sonda foi utilizada em 10 diferentes posições radiais da tubulação (ver Tabela 3.3) para obter a distribuição da fração de vazio na respectiva seção de área. O micrômetro foi zerado na parede interna contrária a entrada da sonda, podendo varrer toda seção transversal até o centro do tubo, onde medirá 13 mm. Para cada uma das posições radiais da sonda considera-se, por simetria azimutal, que a concentração medida é a mesma em todo o anel compreendido entre a distância média de posições radiais vizinhas. A sonda elétrica

localizada na estação de medidas 270D a jusante do misturador é ligada ao circuito de acionamento. Os testes começam medindo a voltagem de saída do circuito quando a tubulação está somente com água e depois somente com ar para estabelecer as voltagens de referência ‘cheio’ e ‘vazio’. Em seguida os testes bifásicos com água e ar são iniciados. Cada teste consiste em posicionar a sonda em uma determinada posição radial, ajustar as vazões de água e ar desejadas, aguardar a estabilização das vazões e adquirir os dados por 120 segundos com uma frequência de 3000 Hz. A sonda é posicionada em uma nova posição radial e o procedimento é realizado novamente. Para cada posição da sonda o teste foi realizado duas vezes para garantir uma boa repetibilidade das medidas. A aquisição dos sinais é realizada pelo software LabView da NI que conta com o módulo de monitoramento descrito anteriormente.

A Figura 3.7 mostra como exemplo uma série temporal da voltagem de saída da sonda para o ponto  $J_L = 0,31\text{m/s}$  e  $J_G = 0,52\text{m/s}$  na linha de centro do tubo. A abscissa representa o tempo de aquisição do sinal em segundos e a ordenada representa a voltagem instantânea variando entre 1V a 5V. Os valores mais altos do sinal representam a passagem dos pistões de líquido e os valores mais baixos a passagem das bolhas alongadas. O sobe e desce no sinal da voltagem na região do pistão de líquido corresponde a passagem das bolhas dispersas (ver detalhe na Figura 3.8).

Tabela 3.3. Diferentes posições radiais da agulha.

Posição	r/R	R (mm)
1	0,95	12,35
2	0,90	11,70
3	0,85	11,05
4	0,80	10,40
5	0,70	9,10
6	0,60	7,80
7	0,50	6,50
8	0,30	3,90
9	0,10	1,30
10	0	0

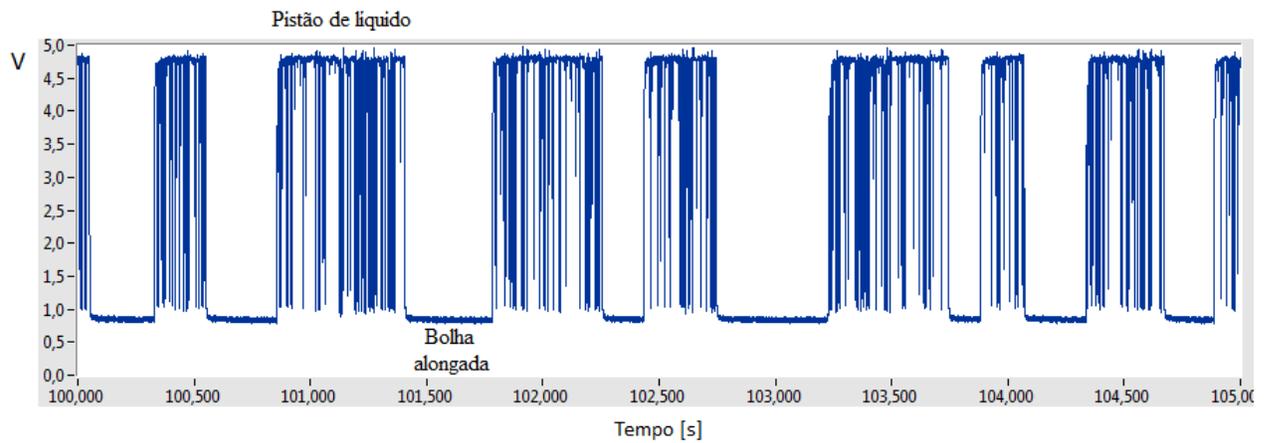


Figura 3.7. Voltagem de saída da sonda para o ponto  $J_L = 0,31\text{m/s}$  e  $J_G = 0,52\text{m/s}$  na linha de centro do tubo.

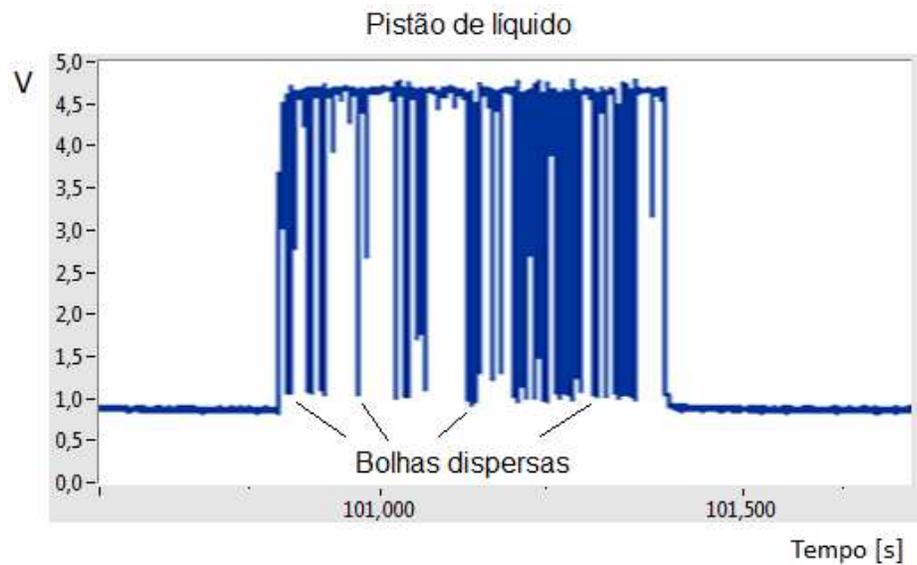


Figura 3.8. Sinal de um pistão de líquido destacando a passagem das bolhas dispersas.

A magnitude do sinal da sonda elétrica é normalizada pela razão:

$$V^* = \frac{V - V_{\min}}{V_{\max} - V_{\min}}, \quad (3.18)$$

onde  $V$  é a voltagem instantânea da sonda,  $V_{\max}$  e  $V_{\min}$  representam a voltagem quando o tubo está cheio com água e com ar respectivamente e  $V^*$  é o sinal da voltagem normalizada. Desse

modo, o sinal obtido é normalizado de forma que  $0 < V^* < 1$ , sendo que  $V^* = 0$  corresponde ao tubo com ar e  $V^* = 1$  corresponde ao tubo com água.

A Figura 3.9 mostra o sinal da voltagem normalizada,  $V^*$  da sonda elétrica posicionada no centro do tubo para o ponto  $J_L = 0,31\text{m/s}$  e  $J_G = 0,52\text{m/s}$  e na Figura 3.10 é destacado o sinal da voltagem normalizada,  $V^*$  de um pistão de líquido. Dessa forma é possível detectar a fração de vazio para cada posição radial e para cada pistão de líquido.

No capítulo 4 será apresentado o método de cálculo da fração de vazio para a sonda elétrica.

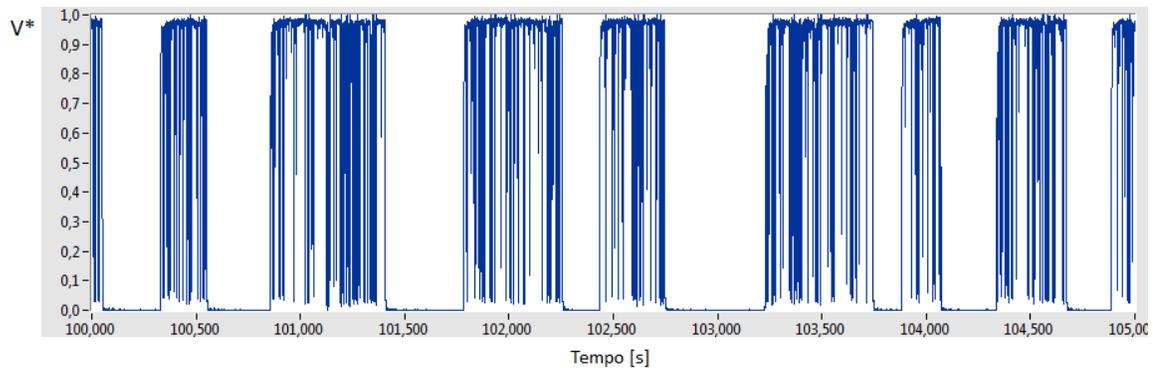


Figura 3.9. Sinal da voltagem normalizada da sonda elétrica.

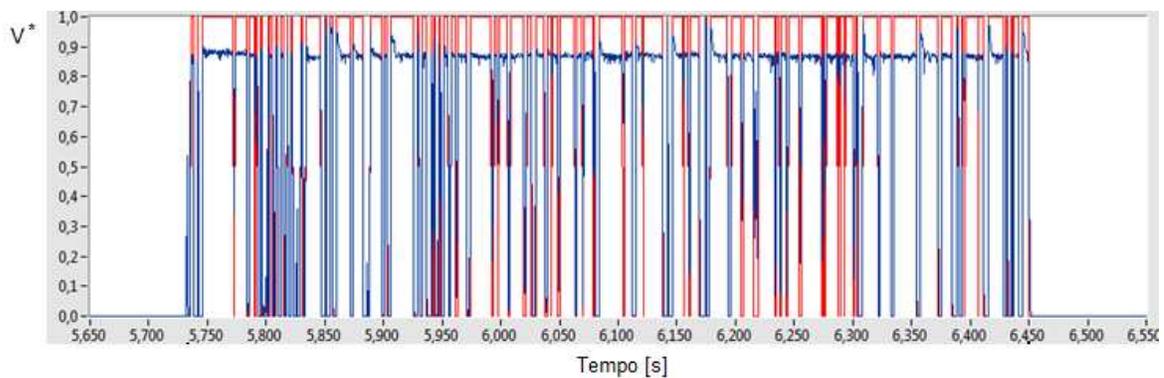


Figura 3.10. Sinal da voltagem normalizada de um pistão de líquido.

### 3.5.Sensor de impedância de anéis

Um sensor de impedância de anéis foi desenvolvido e projetado em Rosa et al. (2012) para detectar as fases e medir a fração de vazio na seção transversal do tubo em escoamento de gás e líquido operando com o princípio de impedâncias elétricas. A fundamentação teórica para as técnicas de impedância foi estabelecida por Maxwell (1873) que propôs um modelo teórico baseado na impedância elétrica para medir pequenas concentrações volumétricas de finas partículas sólidas uniformemente dispersas num meio contínuo.

O sensor e seus componentes estão representados na Figura 3.11 e a Tabela 3.4 apresenta um conjunto de fotografias do sensor e sua montagem. Considera-se que o volume de medida do sensor seja equivalente ao volume comprometido pelo tubo com um comprimento axial de aproximadamente  $2D$ . Para referência a Figura 3.12 mostra a distribuição das linhas de campo elétrico que emanam dos eletrodos de anéis em direção ao tubo (terra). Observa-se que as linhas de campo estão confinadas a uma distância de aproximadamente  $\pm 1D$  do centro dos eletrodos. Ou seja, a maior parte do seu sinal vem da variação da impedância ocorrida num comprimento axial equivalente a  $2D$ . Como a maior parte do campo elétrico esta a  $\pm 0,5D$  do centro, considera-se que o sinal é representativo da fração de vazio média na seção transversal do tubo. Maiores detalhes construtivos do sensor podem ser encontrados em Flora (2011).

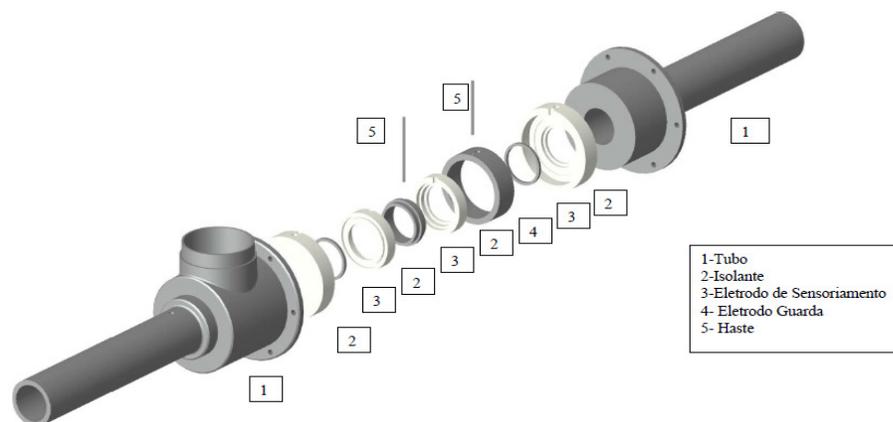
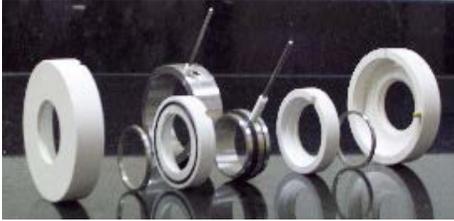
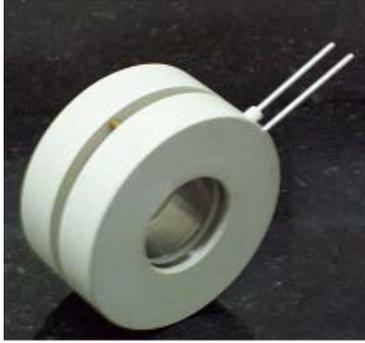


Figura 3.11. Representação esquemática do sensor com apresentação do tubo, isolante, eletrodo de sensoriamento, eletrodo guarda e haste. Fonte: Flora (2011).

Tabela 3.4. Conjunto de fotografias do sensor e sua montagem.

Conjunto de peças a ser montado dentro da carcaça.	Detalhes dos componentes do sensor: isolante e eletrodos.	Isolante com eletrodos periféricos montados.
		
Eletrodos guarda, principal, haste e isolante.	Isolante do eletrodo de guarda.	Conjunto de eletrodos isolados e montados.
		

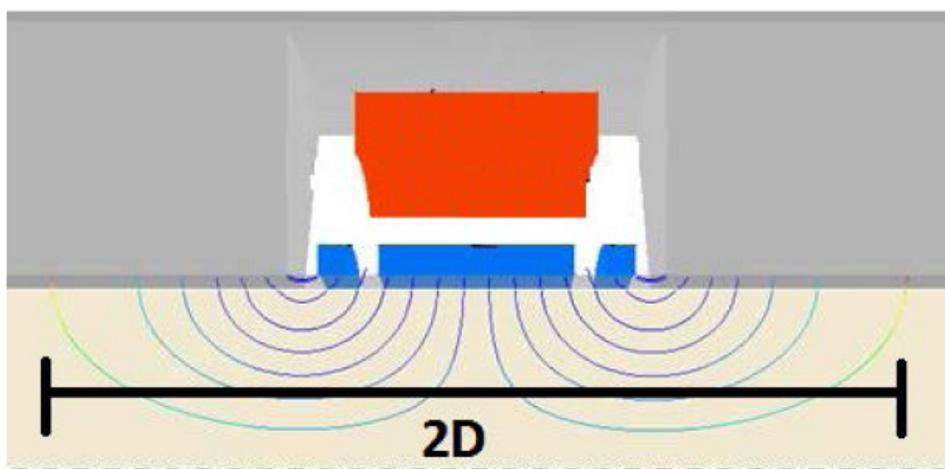


Figura 3.12. Linhas de campo elétrico dos eletrodos.

Nessa etapa será realizada uma descrição do procedimento experimental para medição da fração de vazio no escoamento intermitente vertical ascendente ar-água utilizando o sensor de anéis.

Os sensores de impedância de anéis localizados na estação de medidas 257D a jusante do misturador são ligados ao circuito de acionamento. Os testes começam medindo a voltagem de saída do circuito quando a tubulação está somente com água e depois somente com ar para estabelecer as voltagens de referência ‘cheio’ e ‘vazio’. Em seguida os testes bifásicos com água e ar são iniciados. Cada teste consiste em ajustar as vazões de água e ar desejadas, aguardar a estabilização das vazões e adquirir os dados por 120 segundos com uma frequência de 3000 Hz. A corrente de saída é digitalizada e adquirida pela placa da National Instruments onde é convertida em tensão e o controle do sistema de aquisição é realizado pelo software LabView.

A Figura 3.13 mostra como exemplo uma série temporal da voltagem de saída do sensor para o ponto  $J_L = 0,31 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,57 \text{ m/s}$ .

A abscissa representa o tempo de aquisição do sinal em segundos e a ordenada representa a voltagem instantânea variando entre 1V a 5V. Os valores mais altos do sinal representam a passagem dos pistões de líquido e os valores mais baixos a passagem das bolhas alongadas.

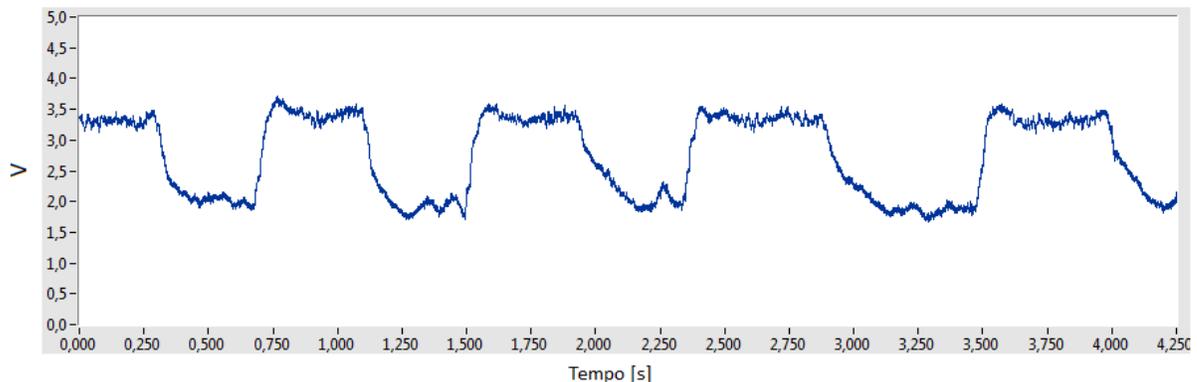


Figura 3.13. Voltagem de saída do sensor para o ponto  $J_L = 0,31 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,57 \text{ m/s}$ .

A magnitude do sinal do sensor também é normalizada pela Equação (3.18). A Figura 3.14 mostra o sinal da voltagem normalizada,  $V^*$  do sensor de impedância de anéis para o ponto  $J_L = 0,31 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,57 \text{ m/s}$ .

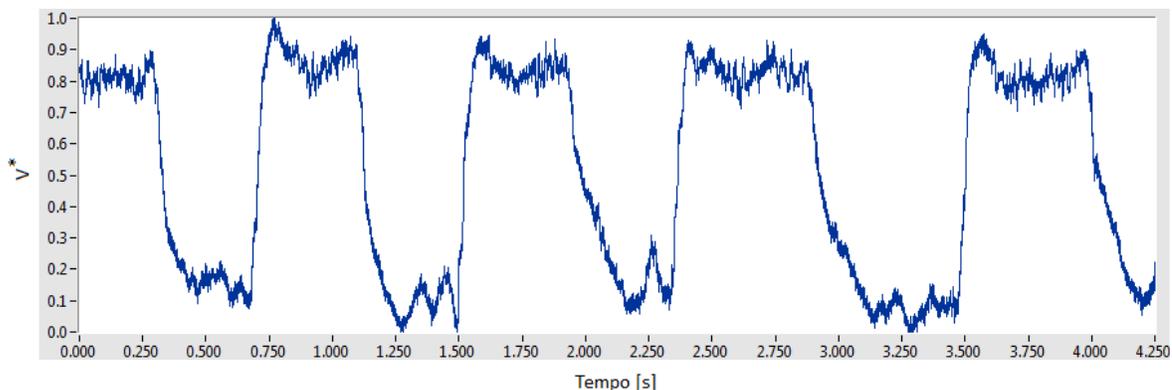


Figura 3.14. Sinal da tensão normalizada do sensor de impedância de anéis.

### 3.5.1. Mapeamento de $V^*$ em fração de vazio

O sensor detecta a presença das fases por meio da medida da impedância elétrica que ocorre dentro do volume de medida devido a passagem das fases. O conhecimento prévio da impedância elétrica no volume de medida, a partir das propriedades elétricas dos fluidos, é fundamental para ajustar a faixa de operação do sensor e detectar eventuais limitações na medição seja no seu limite inferior ou superior de impedância. O sensor de impedância elétrica foi desenvolvido para operar em um escoamento bifásico de gás e líquido vertical ascendente. Uma relação entre a tensão da saída do circuito elétrico do sensor de impedâncias e a fração de vazio média na seção transversal do tubo para mistura gás e líquido escoando simultaneamente na tubulação foi desenvolvida em Rosa et al. (2012). Esta relação entre a tensão de saída e a fração de vazio média na seção é denominada por mapeamento da fração de vazio ou também por curva de calibração do medidor. Dessa forma, é possível criar um mapeamento da fração de vazio instantânea média na seção do tubo em função do valor instantâneo de  $V^*$ . As curvas de calibração do sensor estão apresentadas na Tabela 3.5 através das equações algébricas que relacionam os valores de  $V^*$  com as frações de vazio  $\alpha$  e podem ser visualizadas no gráfico da Figura 3.15, Rosa et al. (2012). Essas equações foram obtidas com fundamentação teórica baseada na teoria de Maxwell. Os valores mais altos de  $V^*$  correspondem à ocorrência do padrão bolhas dispersas,  $V^* \geq 0,83$  e os valores mais baixos de  $V^*$  correspondem à ocorrência do

padrão anular,  $V^* \leq 0,37$ . Os valores entre  $0,37 < V^* < 0,83$  correspondem ao padrão intermitente. Dessa forma é possível determinar as frações de vazio médias na seção transversal do tubo,  $\alpha_s$ ,  $\alpha_f$  e  $\alpha_u$  para cada pistão de líquido, bolha alongada e unidade pistão-bolha respectivamente. Como mostra a Figura 3.15 as curvas de calibração são lineares para cada faixa.

Tabela 3.5. Equações algébricas entre  $V^*$  e  $\alpha$ .

Padrão	$\alpha$
Bolhas Dispersas $0,83 \leq V^* \leq 1,00$	$1,19(1 - V^*)$
Intermitente $0,37 < V^* < 0,83$	$1,41(1 - V^*) - 0,04$
Anular $0,00 \leq V^* \leq 0,37$	$1 - \frac{V^*}{2,45}$

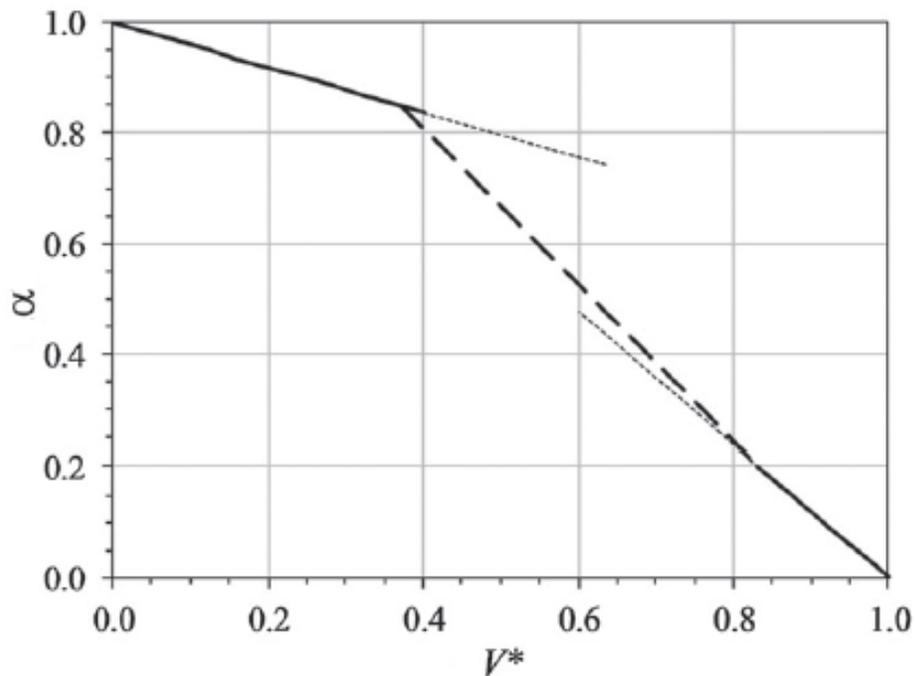


Figura 3.15. Curvas de calibração do sensor de impedância de anéis.

## 4. PROCESSAMENTO DOS SINAIS

Este capítulo descreve o processamento dos sinais para: (a) determinação das propriedades geométricas e cinemáticas do escoamento no padrão golfadas obtidos utilizando um par de sensores de anéis gêmeos espaçados entre si e (b) determinação das frações de vazio do pistão de líquido, da bolha alongada e da unidade pistão-bolha obtidos utilizando a sonda elétrica e o sensor de impedância de anéis.

### 4.1. Determinação de $L_s$ , $L_f$ , $u_t$ e $f$ utilizando o par de sensores de impedância de anéis gêmeos

Para determinar os comprimentos, velocidades e frequências no escoamento em golfadas é necessário inicialmente identificar a ocorrência de água e ar, e isto é feito aplicando um fator de corte, FC, ( $0 < FC < 1$ ) na voltagem normalizada adimensional  $V^*$ . FC é uma função lógica que converte o sinal de  $V^*$  em uma onda quadrada, aplicando o critério:

$$\begin{aligned} \text{se } V^*(t) \geq FC \text{ então } X(t) &= 1 \text{ (ocorrência de água),} \\ \text{se } V^*(t) < FC \text{ então } X(t) &= 0 \text{ (ocorrência de ar),} \end{aligned}$$

onde a ocorrência de uma fase (L ou G) é dada pela função indicadora da fase X, sendo que  $X_L$  indica a ocorrência de água e  $X_G$  indica a ocorrência de ar. A aplicação do fator de corte permite a identificação do início do pistão de líquido e do início da bolha alongada. Note que  $X_L = 1 - X_G$ .

Não existe uma maneira objetiva de determinar o valor do fator de corte. O critério é obter uma faixa de valores para o FC de maneira que o número de bolhas permaneça constante dentro desta faixa. Para determinar o valor de FC adequado para o processamento do teste foram observados os gráficos de dependência para os dois sensores de impedância de anéis e identificadas as regiões nas quais as quantidades de bolhas são invariantes para os dois sensores.

Os gráficos da dependência de FC para os sensores a montante (quadro superior) e jusante (quadro inferior) apresentados na Figura 4.1 mostram o número de bolhas para diferentes fatores de corte. A Figura 4.1 mostra os gráficos para o ponto  $J_L = 0,30 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,28 \text{ m/s}$ . Observa-se que o valor de FC pode variar entre 0,5 e 0,8 para os dois sensores. Nos dados analisados o valor de FC escolhido variou entre 0,6 e 0,8. O gráfico de dependência é aplicado para cada um dos sensores de impedância de anéis e também será aplicado no pré-processamento dos sinais obtidos com a sonda elétrica.

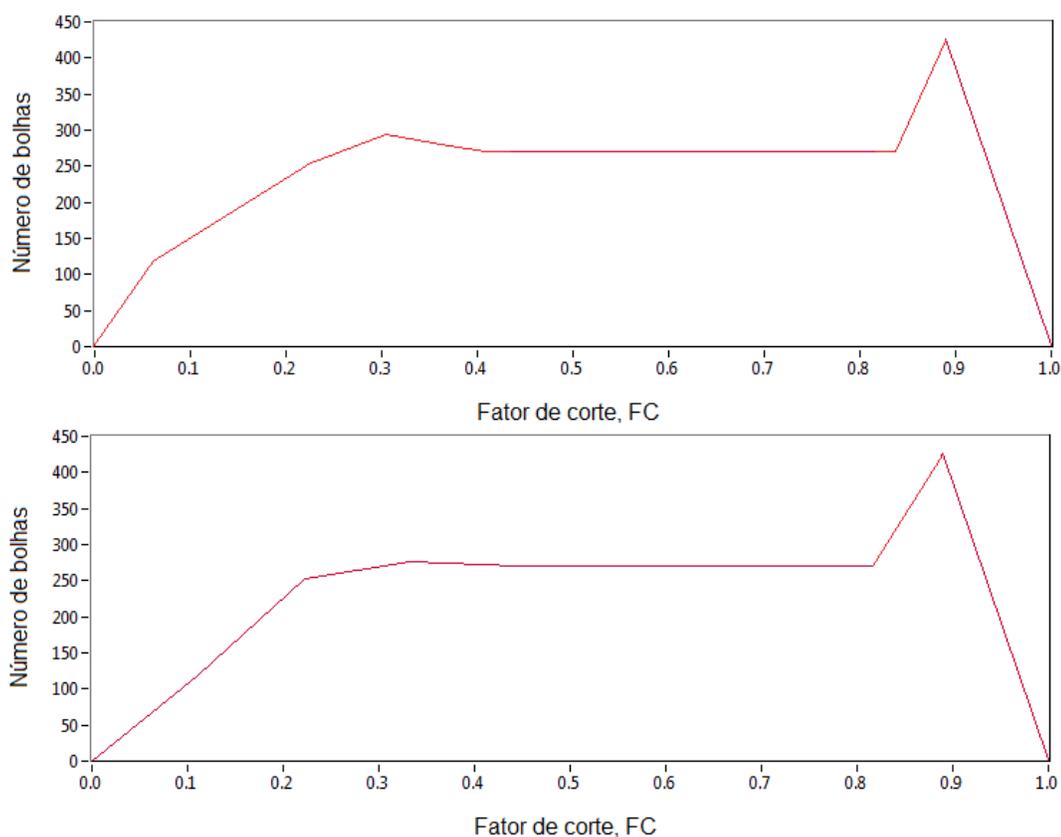


Figura 4.1. Dependência funcional do fator de corte.

A Figura 4.2 mostra como exemplo uma série temporal da voltagem de saída dos sensores a montante (quadro superior) e jusante (quadro inferior) para o escoamento no padrão golfadas com  $J_L = 0,30 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,28 \text{ m/s}$ .

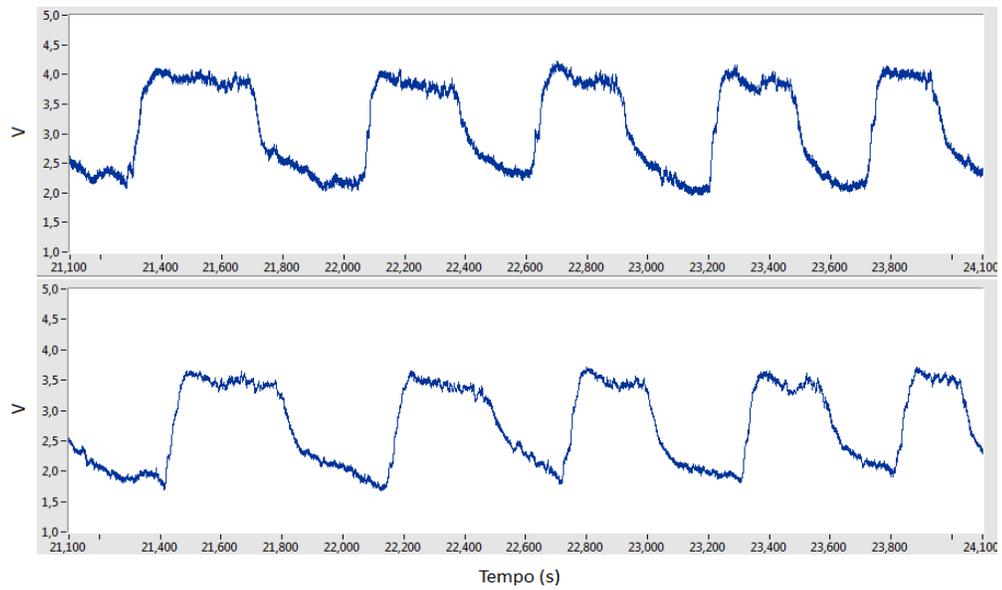


Figura 4.2. Sinal da voltagem instantânea dos sensores de impedância de anéis gêmeos.

A Figura 4.3 mostra  $X_L$ , uma onda quadrada obtida aplicando-se um FC de 0,8 na voltagem normalizada  $V^*$  dos sensores a montante e jusante para o ponto  $J_L = 0,30 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,28 \text{ m/s}$ .

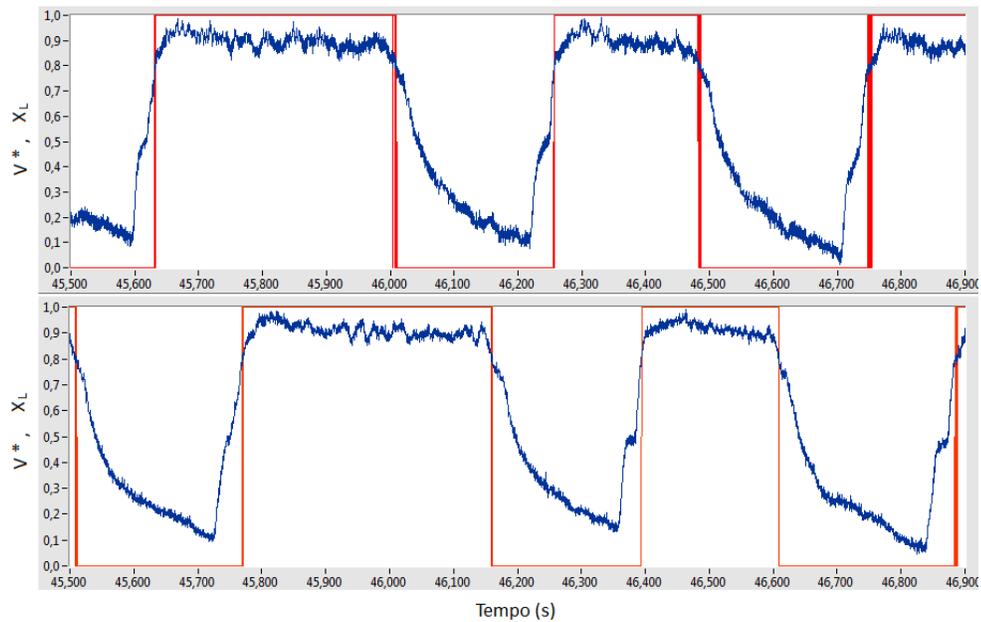


Figura 4.3. Sinal da voltagem normalizada dos sensores de impedância  $V^*$  e da onda quadrada,  $X_L$ .

A Figura 4.4 mostra uma representação de  $X_L$  de dois sensores de impedância gêmeos estando o sensor (1) a montante e o sensor (2) a jusante. Na Figura 4.4 é apresentada a ocorrência de duas unidades para o sensor (1). A notação  $i=1$  ou  $2$  refere-se ao sensor, montante ou jusante, respectivamente. O índice  $j$  identifica a unidade pistão-bolha, onde  $(1 \leq j \leq n)$ .  $ts_{i,j}$  é o tempo de residência do pistão no sensor  $i$  do conjunto  $j$  (pistão/bolha),  $tb_{i,j}$  é o tempo de residência da bolha no sensor  $i$  do conjunto  $j$  (pistão/bolha),  $TS_{i,j}$  é o tempo da referência zero ( $t=0$ ) até o início do pistão  $j$  no sensor  $i$  e  $TB_{i,j}$  é o tempo da referência zero até o início da bolha  $j$  no sensor  $i$ .

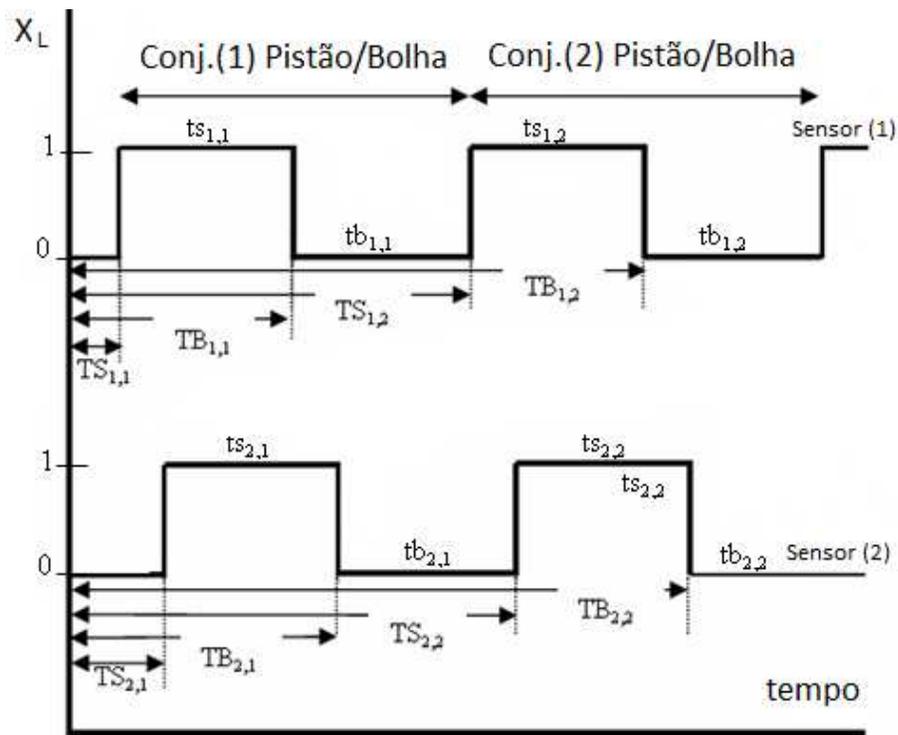


Figura 4.4. Sinal lógico idealizado para os dois sensores espaçados de  $S$  mm. (0) ocorrência de gás e (1) ocorrência de líquido.

O tempo gasto pela  $j$ -ésima bolha para percorrer a distância  $S = 112,5$  mm separando os dois sensores é:

$$\Delta T_{B,j} = TB_{2,j} - TB_{1,j}. \quad (4.1)$$

A velocidade de translação do nariz da  $j$ -ésima bolha alongada é:

$$u_{tj} = \frac{S}{\Delta T_{B,j}}. \quad (4.2)$$

O comprimento da j-ésima bolha é calculado por:

$$L_{Bj} = u_{tj} \times tb_{l,j}. \quad (4.3)$$

O comprimento do j-ésimo pistão de líquido é obtido através da relação:

$$L_{Sj} = u_{tj} \times ts_{l,j}. \quad (4.4)$$

A frequência da j-ésima unidade é calculada pela expressão:

$$f_j = \frac{1}{tu_j}, \quad (4.5)$$

onde  $tu_j$  é o tempo de residência da unidade no sensor  $i$  do conjunto  $j$  (pistão/bolha),  $tu_{i,j} = ts_{i,j} + tb_{i,j}$ .

O algoritmo usado para processar os dados identifica cada pistão e bolha separadamente. Uma descrição detalhada do algoritmo de processamento do sinal está em Duarte (2007).

As estimativas das incertezas nas medidas da velocidade de translação do nariz da bolha alongada  $u_t$ , do comprimento do pistão de líquido  $L_s$ , do comprimento da bolha alongada  $L_f$  e da frequência  $f$  podem ser encontradas no Apêndice C.

#### **4.2.Determinação das frações de vazio utilizando a sonda elétrica**

A ocorrência de uma fase (L ou G) é dada pela função indicadora da fase X. A fração de vazio em qualquer posição radial do tubo é a razão entre o tempo de residência do ar em contato com o fio da sonda e o tempo de amostragem,  $\Delta t$ .

A fração de vazio média no tempo em qualquer posição ( $r / R$ ) pode ser escrita como:

$$\alpha\left(\frac{r}{R}\right) = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i=1}^N t'_i, \quad (4.6)$$

onde  $t'_i$  é o tempo que o ar permanece em contato com a sonda. A hipótese do processo de média no tempo é assegurada desde que a escala de tempo do escoamento seja suficientemente maior que o intervalo de amostragem,  $\Delta t$ . Considerando que o sinal analógico do sensor é digitalizado numa frequência de 3000 Hz (ver Figura 4.5), a estimativa de  $\alpha$  em qualquer posição radial ( $r / R$ ) pode também ser representada pela razão entre a somatória de  $1 - X_L$  e o número total de pontos amostrados  $N$ . Dessa forma, tem-se:

$$\alpha\left(\frac{r}{R}\right) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (1 - X_{L,i}). \quad (4.7)$$

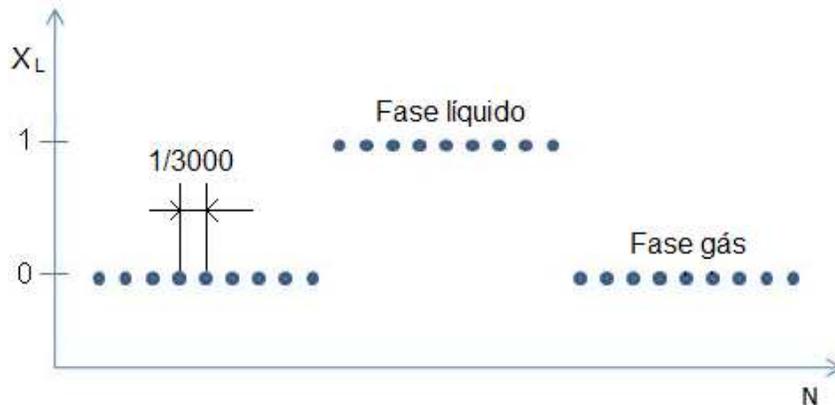


Figura 4.5. Sinal discreto da sonda elétrica.

O valor do fator de corte escolhido para o processamento dos sinais da sonda elétrica foi de 0,9 para todos os testes.

A equação (4.7) será utilizada para a determinação das frações de vazio da unidade, do pistão de líquido e do filme de líquido de acordo com o intervalo de amostragem correspondente

ao número total de pontos amostrados, ao número total de pontos nos pistões de líquido e ao número total de pontos nos filmes de líquido respectivamente.

#### 4.2.1. Fração de vazio da unidade, $\alpha_u$

A Figura 3.7 traz como exemplo uma série temporal da voltagem de saída da sonda para o ponto  $J_L = 0,31 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,52 \text{ m/s}$  na linha de centro do tubo e amostra a ocorrência de gás nos pistões de líquido e nas bolhas alongadas em um escoamento intermitente contínuo. Considerando que o escoamento tem um pistão de líquido médio e uma bolha alongada média, os valores das frações de vazio resultantes representam, em uma dada posição radial, a fração de vazio da mistura. A Figura 4.6 mostra a voltagem normalizada  $V^*$  e a onda quadrada  $X_L$  obtida aplicando-se o fator de corte 0,9 para o ponto  $J_L = 0,31 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,52 \text{ m/s}$  na linha de centro do tubo.

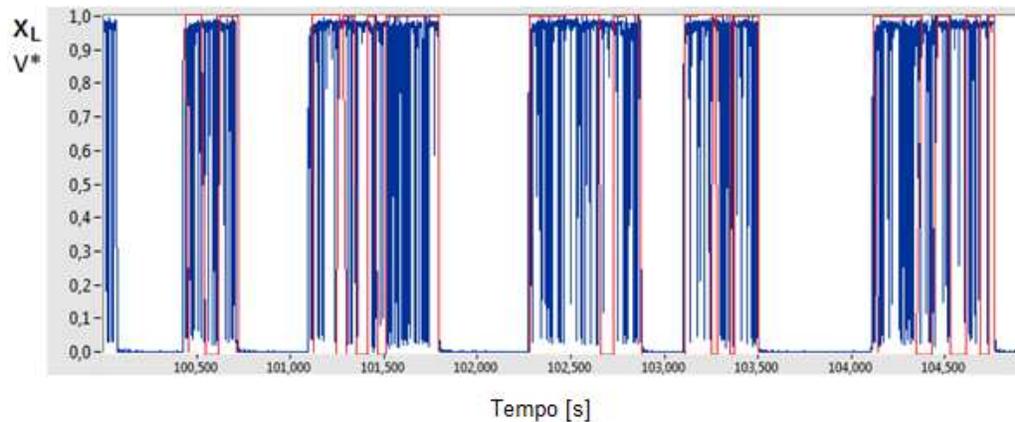


Figura 4.6. Sinal da voltagem normalizada da sonda elétrica  $V^*$  e a onda quadrada,  $X_L$ .

Ao aplicar a Equação (4.7) em uma sequência de vários pistões seguidos por bolhas, a fração de vazio da mistura aproxima-se da fração de vazio da unidade  $\alpha_u$  para uma determinada posição radial:

$$\alpha_u \left( \frac{r}{R} \right) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (1 - X_{L,i}). \quad (4.8)$$

Repetindo este processo para diversas posições radiais obtém-se a distribuição radial de frações de vazio da unidade. A Figura 4.7 mostra esta medida para o ponto  $J_L = 0,61 \text{ m/s}$  e  $J_G = 1,05 \text{ m/s}$ .

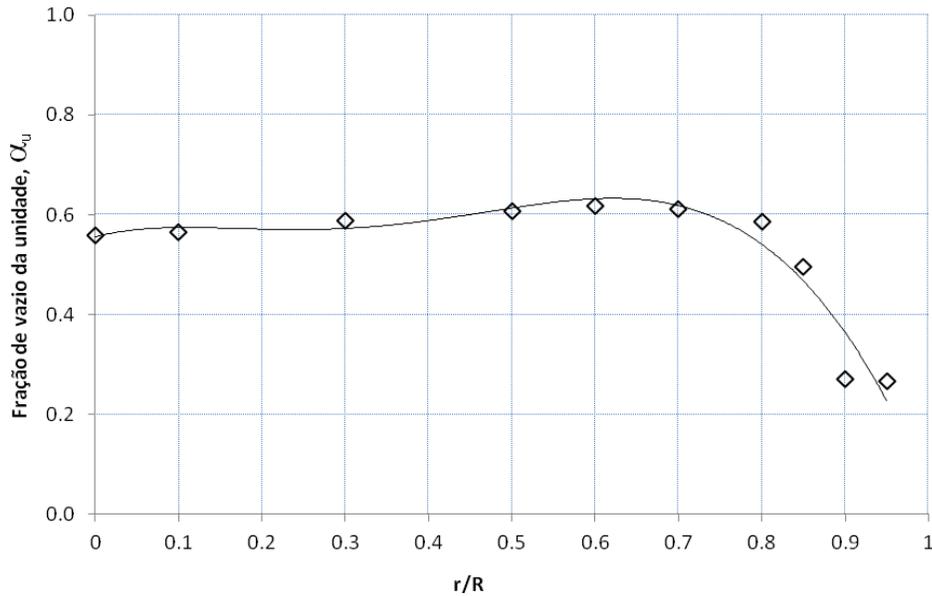


Figura 4.7. Distribuição radial da fração de vazio da unidade para  $J_L = 0,61 \text{ m/s}$  e  $J_G = 1,05 \text{ m/s}$ .

#### 4.2.2. Fração de vazio média da unidade, $\langle \alpha_u \rangle$

Supondo simetria ao longo da direção angular pode-se integrar  $\alpha_u$  ao longo da direção radial, obtendo a fração de vazio média da unidade definida como:

$$\langle \alpha_u \rangle = \frac{1}{A} \int \alpha_u \left( \frac{r}{R} \right) 2\pi r dr. \quad (4.9)$$

O processo de média da Equação (4.9) é, por exemplo, equivalente a integrar a distribuição de  $\alpha_u$  da Figura 4.7 na área. A Equação (4.9) é uma média que condensa a direção radial e o tempo em um único valor  $\langle \alpha_u \rangle$ . Este valor será utilizado para resolver as equações obtidas dos balanços volumétricos desenvolvidas no Apêndice A. Para referência o valor da fração de vazio média da unidade obtido para o teste  $J_L = 0,61 \text{ m/s}$  e  $J_G = 1,05 \text{ m/s}$  é  $\langle \alpha_u \rangle = 0,50$ .

### 4.2.3. Distribuição da fração de vazio local do pistão de líquido

Para obter a distribuição da fração de vazio local do pistão de líquido na direção axial é necessário realizar uma média de conjunto. A média de conjunto de  $1 - X_L$  para cada posição radial ( $r/R$ ) e axial ( $Z/D$ ) do pistão de líquido vai fornecer a fração de vazio média local  $\alpha_s(r/R, Z/D)$ . A posição  $Z/D$  tem origem na traseira da bolha alongada, ou seja, na frente do pistão de líquido. Em uma determinada posição radial ( $r/R$ ) obtém-se o sinal da voltagem normalizada  $V^*$ . A Figura 4.8 traz como exemplo de sinal o ponto  $J_L = 0,31 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,52 \text{ m/s}$  com a sonda posicionada na linha de centro do tubo ( $r/R = 0$ ).

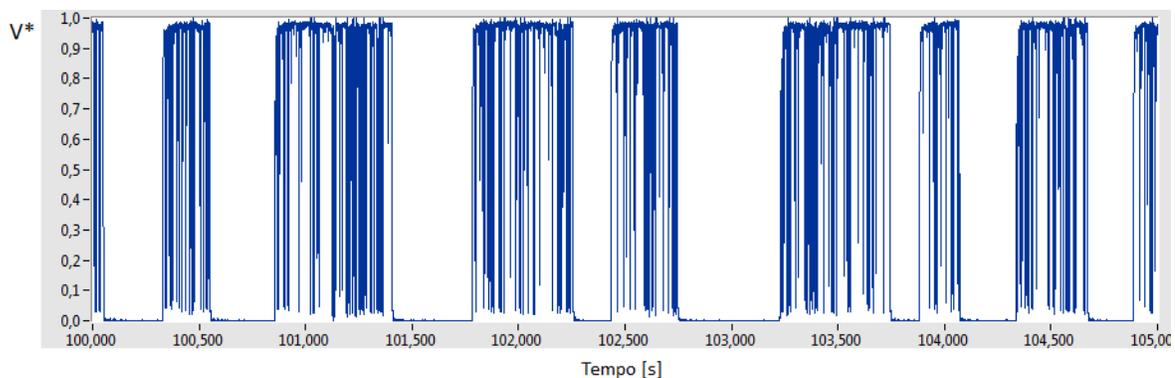


Figura 4.8. Sinal da voltagem normalizada da sonda elétrica.

O sensor de impedância de anéis identifica o início e o fim de cada pistão de líquido e de cada bolha alongada. Utilizando o par de sensores de anéis gêmeos também é determinada a velocidade de translação do nariz da bolha alongada  $u_t$  para cada unidade. Com a informação do sensor de impedância é possível selecionar a série temporal de cada pistão de líquido e de cada bolha alongada. O exemplo continua somente com a representação dos pistões de líquido como mostra a Figura 4.9. O procedimento é similar para tratar a bolha alongada.

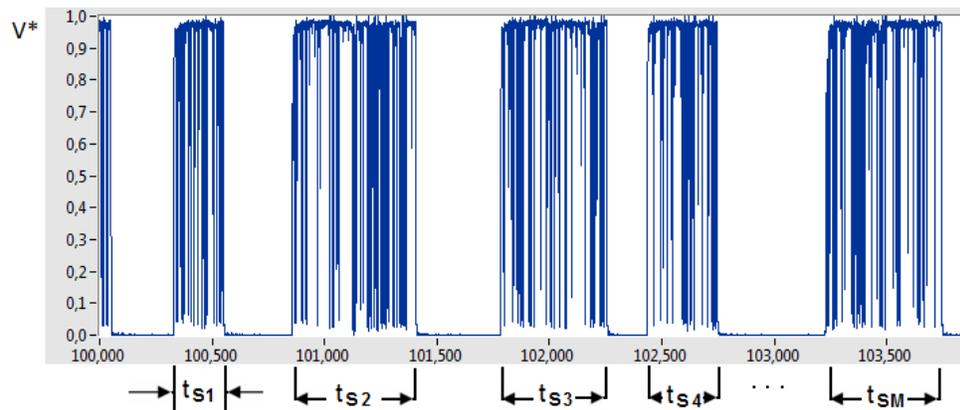


Figura 4.9. Representação do tempo de cada pistão de líquido.

O próximo passo é transformar cada série temporal em comprimento multiplicando cada intervalo de tempo de um determinado pistão de líquido pela velocidade de translação do nariz da bolha alongada  $u_t$  de sua unidade. Passa-se a ter uma série no espaço sendo que o último elemento de cada série representa o comprimento do pistão  $L_s$  daquela série. A Figura 4.10 mostra uma representação esquemática com os comprimentos de cada pistão de líquido.

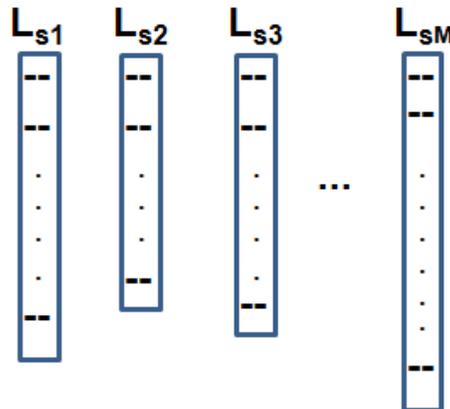


Figura 4.10. Representação esquemática com os comprimentos de cada pistão de líquido.

Aplica-se o fator de corte,  $FC = 0,9$  e gera uma onda quadrada  $X_L$  para cada pistão de líquido em uma determinada posição radial ( $r / R$ ) como mostra a Figura 4.11.

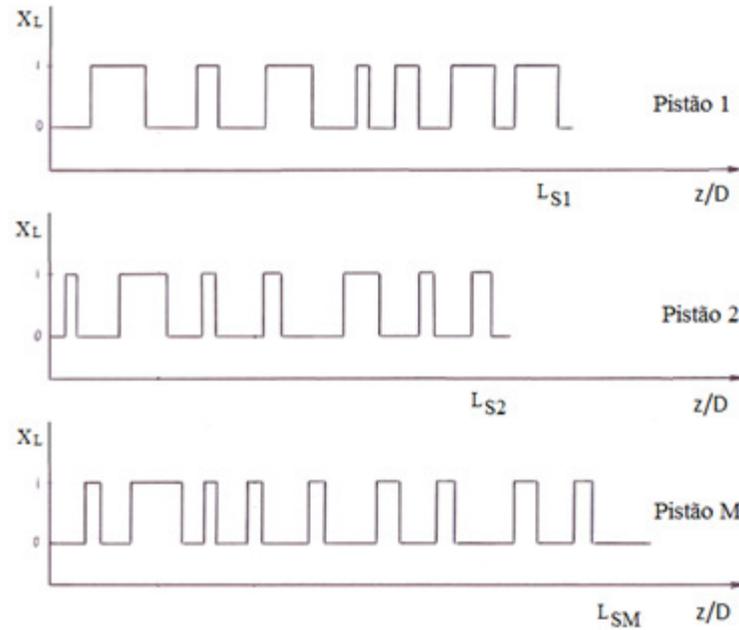


Figura 4.11. Representação de  $X_L$  para cada pistão de líquido em uma determinada posição radial ( $r / R$ ).

Neste passo é extraído  $1 - X_L$  correspondente a cada posição axial ( $Z / D$ ) de todos os pistões de líquido em uma posição radial específica ( $r / R$ ) como mostra a Figura 4.12.

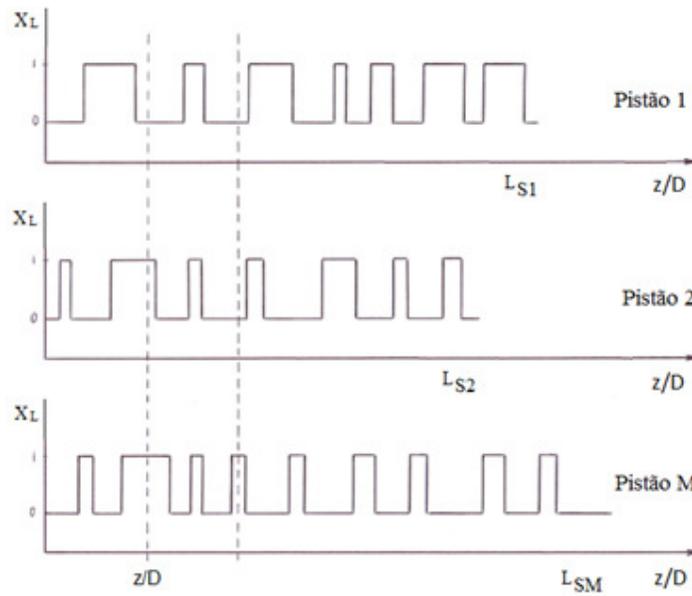


Figura 4.12. Determinação da fração de vazio em cada posição axial do pistão de líquido.

Utilizando a Equação (4.7) é determinada a fração de vazio em cada posição axial do pistão de líquido em uma posição radial específica ( $r / R$ ). A Figura 4.13 apresenta um exemplo da distribuição axial da fração de vazio de todos os pistões de líquido em  $(r / R) = 0,80$  para  $J_L = 0,31 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,52 \text{ m/s}$ .

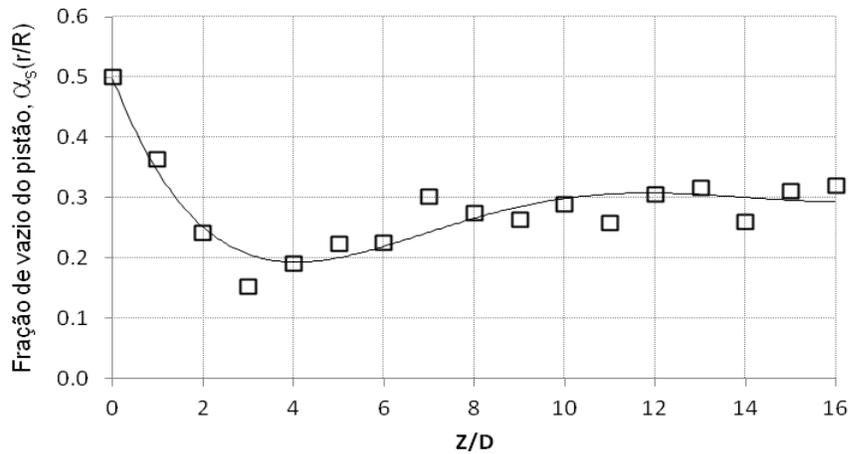


Figura 4.13. Distribuição axial da fração de vazio de todos os pistões em  $(r / R) = 0,80$  para  $J_L = 0,31 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,52 \text{ m/s}$ .

O procedimento é repetido para diferentes posições radiais e constitui a média de  $1-X_L$  para diferentes pistões de líquido tomados em diferentes posições radiais, ver representação na Figura 4.14.

$$\alpha_s\left(\frac{r}{R}, \frac{Z}{D}\right) = \frac{\sum_{s=1}^M \left(1 - X_L\left(\frac{r}{R}, \frac{Z}{D}\right)\right)}{M}, \quad (4.10)$$

onde  $M$  é o número de pistões de líquido.

Para cada posição radial o sinal de cada pistão foi separado em um arquivo específico. O conjunto de pistões amostrados foi de aproximadamente 300 pistões para cada teste.

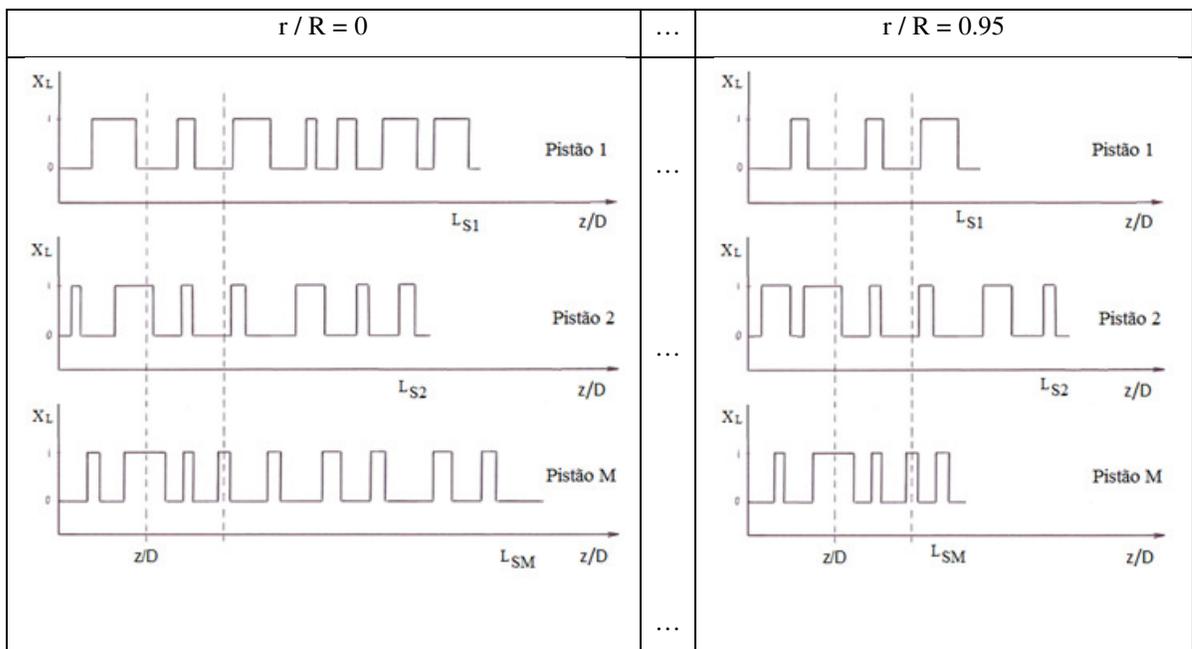


Figura 4.14.  $X_L$  de cada pistão de líquido em cada posição radial.

A Figura 4.15 apresenta um exemplo da distribuição espacial da fração de vazio do pistão de líquido para  $J_L = 0,29$  m/s e  $J_G = 0,25$  m/s obtida com a Equação (4.10). Esta técnica permite mapear as distribuições axial e radial da fração de vazio local do pistão de líquido.

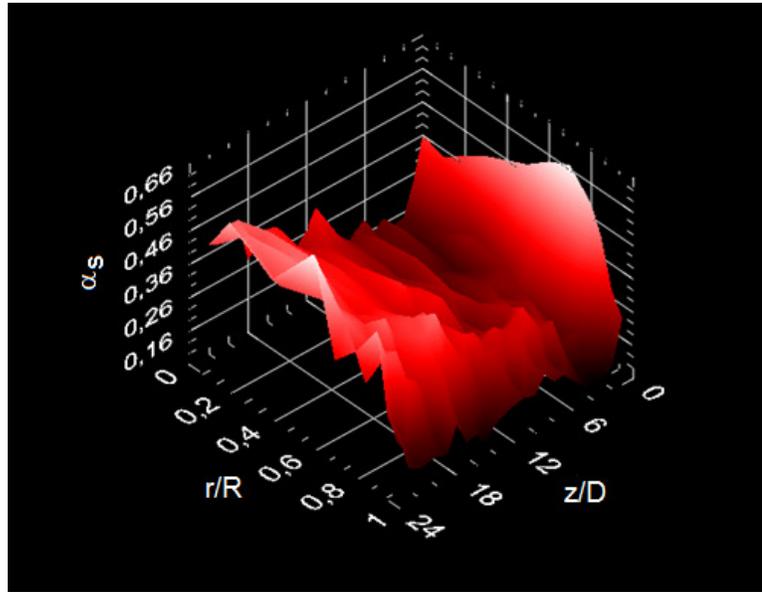


Figura 4.15. Distribuição espacial da fração de vazio local do pistão de líquido para  $J_L = 0,29 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,25 \text{ m/s}$ .

A Figura 4.16 apresenta como exemplo a distribuição axial da fração de vazio média do pistão de líquido na direção radial para  $J_L = 0,31 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,52 \text{ m/s}$ . Esta distribuição foi obtida realizando uma média nas distribuições apresentadas na Figura 4.13 para cada posição radial ( $r / R$ ) e será comparada com a distribuição axial da fração de vazio do pistão de líquido obtida com o sensor de impedância de anéis.

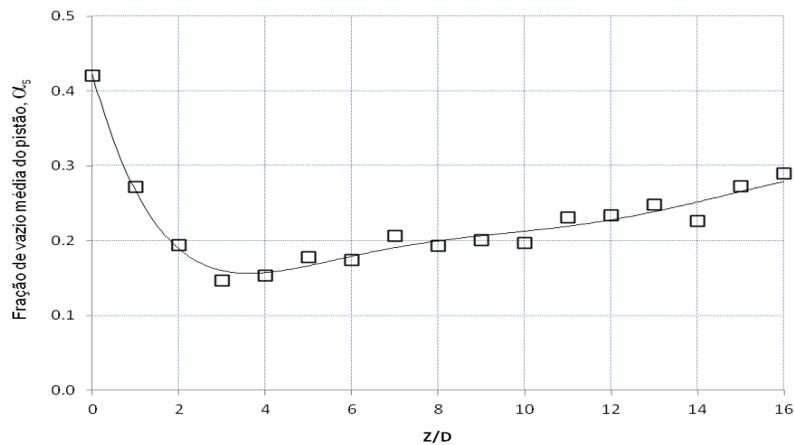


Figura 4.16. Distribuição axial da fração de vazio média do pistão de líquido na direção radial para  $J_L = 0,31 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,52 \text{ m/s}$ .

#### 4.2.4. Fração de vazio média do pistão de líquido na direção axial, $\alpha_s (r / R)$

A Figura 4.17 apresenta um desenho esquemático representando as frações de vazio para uma posição radial em cada pistão  $\alpha_{s,j}$  e seus respectivos comprimentos  $L_{s,j}$ .

A fração de vazio média do pistão de líquido na direção axial é calculada ponderando a fração de vazio numa dada posição radial para cada pistão por seu respectivo comprimento  $L_s$ :

$$\alpha_s \left( \frac{r}{R} \right) = \frac{\alpha_{s1} L_{s1} + \alpha_{s2} L_{s2} + \dots + \alpha_{sM} L_{sM}}{L_{s1} + L_{s2} + \dots + L_{sM}}, \quad (4.11)$$

onde  $\alpha_{s,j}$  é a fração de vazio do pistão  $j$  ( $1 \leq j \leq M$ ) medida em uma determinada posição radial ( $r / R$ ) e calculada aplicando a equação (4.7) em cada pistão de líquido:

$$\alpha_{s,j} \left( \frac{r}{R} \right) = \frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} (1 - X_{L,i}), \quad (4.12)$$

onde  $N_j$  é o número de pontos de cada pistão de líquido e os comprimentos do pistão de líquido  $L_{s1}$ ,  $L_{s2}$ , etc são obtidos com o procedimento descrito na seção 4.2.3. Todas as medidas foram tomadas para uma posição radial fixa ( $r / R$ ).

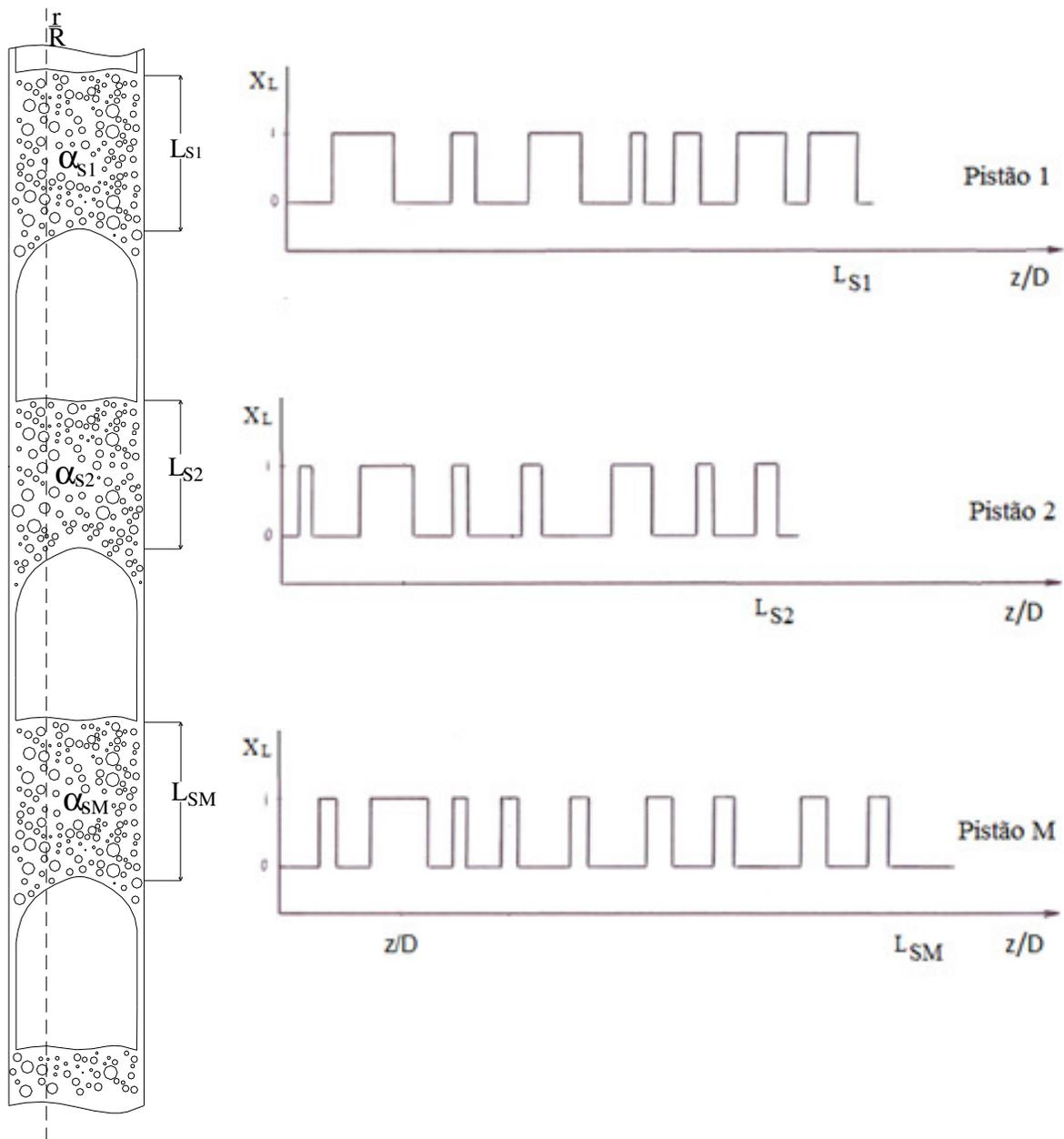


Figura 4.17. Representação esquemática das frações de vazio em cada pistão para uma dada posição ( $r/R$ ) e seus respectivos comprimentos.

Repetindo este processo para as diversas posições radiais obtém-se a distribuição radial de frações de vazio médias do pistão de líquido na direção axial obtidas aplicando a Equação (4.11) em cada posição ( $r/R$ ). A Figura 4.18 mostra como exemplo a distribuição radial para o ponto  $J_L = 0,31\text{m/s}$  e  $J_G = 0,52\text{m/s}$ .

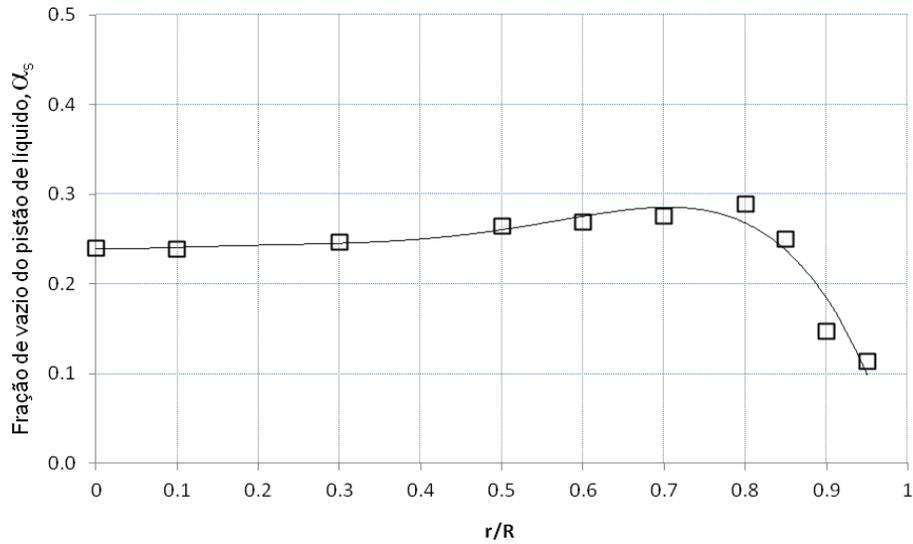


Figura 4.18. Distribuição radial da fração de vazio média na direção axial de todos os pistões para  $J_L = 0,31 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,52 \text{ m/s}$ .

#### 4.2.5. Fração de vazio média do pistão de líquido, $\langle \alpha_s \rangle$

A partir da informação da Figura 4.18 a fração de vazio média do pistão de líquido é calculada integrando a fração de vazio média do pistão de líquido na direção axial na área da seção transversal do tubo, veja Figura 4.19:

$$\langle \alpha_s \rangle = \frac{1}{A} \int \alpha_s \left( \frac{r}{R} \right) 2\pi r dr. \quad (4.13)$$

Esta é uma média que condensa as direções  $r$  e  $Z$  para uma concentração volumétrica representada por um único valor  $\langle \alpha_s \rangle$  uniforme no pistão. Este valor será utilizado para resolver as equações obtidas dos balanços volumétricos desenvolvidas no Apêndice A. Para referência o valor da fração de vazio média do pistão de líquido obtido para o teste  $J_L = 0,31 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,52 \text{ m/s}$  é  $\langle \alpha_s \rangle = 0,23$ .

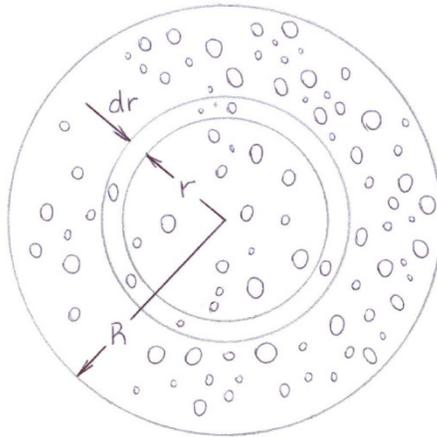


Figura 4.19. Seção transversal do tubo.

#### 4.2.6. Fração de vazio média do filme de líquido na direção axial, $\alpha_f (r/R)$

O procedimento é similar ao da seção 4.2.4 só que agora aplicado na bolha alongada. A fração de vazio média do filme de líquido na direção axial é calculada ponderando a fração de vazio de cada filme de líquido por seu respectivo comprimento  $L_f$  da seguinte forma:

$$\alpha_f \left( \frac{r}{R} \right) = \frac{\alpha_{f1} L_{f1} + \alpha_{f2} L_{f2} + \dots + \alpha_{fM} L_{fM}}{L_{f1} + L_{f2} + \dots + L_{fM}}, \quad (4.14)$$

onde  $\alpha_{f,j}$  é a fração de vazio do filme  $j$  ( $1 \leq j \leq M$ ) medida em uma determinada posição radial ( $r/R$ ) e calculada aplicando a equação (4.7) em cada filme de líquido:

$$\alpha_{f,j} \left( \frac{r}{R} \right) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (1 - X_{L,i}), \quad (4.15)$$

onde  $N$  é o número de pontos de cada filme de líquido e os comprimentos do filme de líquido  $L_{f1}$ ,  $L_{f2}$ , etc são obtidos com o procedimento descrito na seção 4.2.3. Todas as medidas foram

tomadas para uma posição radial fixa ( $r / R$ ). Repetindo este processo para diversas posições radiais obtém-se a distribuição radial de frações de vazio médias do filme de líquido na direção axial obtidas aplicando a Equação (4.14) em cada posição radial ( $r / R$ ). A Figura 4.20 traz a distribuição radial da fração de vazio média do filme de líquido para  $J_L = 0,61$  m/s e  $J_G = 1,05$  m/s.

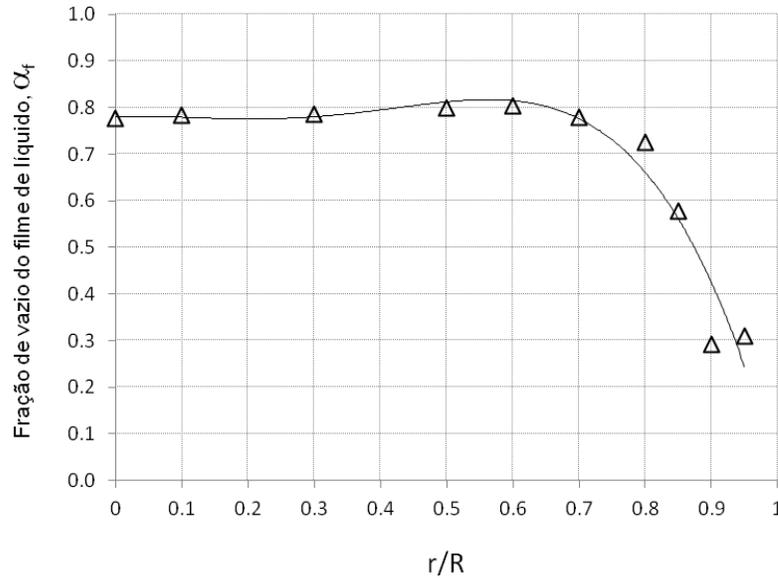


Figura 4.20. Distribuição radial da fração de vazio média do filme de líquido na direção axial para  $J_L = 0,61$  m/s e  $J_G = 1,05$  m/s .

#### 4.2.7. Fração de vazio média do filme de líquido, $\langle \alpha_f \rangle$

A partir da informação da Figura 4.20 a fração de vazio média do filme de líquido é calculada integrando a fração de vazio média do filme de líquido na direção axial na área da seção transversal do tubo:

$$\langle \alpha_f \rangle = \frac{1}{A} \int \alpha_f \left( \frac{r}{R} \right) 2\pi r dr. \quad (4.16)$$

A Equação (4.16) é uma média que condensa a direção radial e o tempo em um único valor  $\langle \alpha_f \rangle$  que será utilizado para resolver as equações obtidas dos balanços volumétricos desenvolvidas no Apêndice A e comparado com a fração de vazio do filme de líquido medida com o sensor de impedância de anéis. Para referência o valor da fração de vazio média do filme de líquido obtido para o teste  $J_L = 0,61 \text{ m/s}$  e  $J_G = 1,05 \text{ m/s}$  é  $\langle \alpha_f \rangle = 0,69$ .

### **4.3.Determinação das frações de vazio utilizando o sensor de impedância de anéis**

A seguir é apresentado o procedimento para determinar as frações de vazio utilizando o sensor de impedância de anéis. As medidas do sensor correspondem a fração de vazio média na seção transversal do tubo. Elas equivalem as medidas da sonda elétrica  $\langle \alpha_u \rangle$ ,  $\langle \alpha_s \rangle$  e  $\langle \alpha_f \rangle$  calculadas pelas Equações (4.9), (4.13) e (4.16) respectivamente.

#### **4.3.1. Fração de vazio média da unidade, $\langle \alpha_u \rangle$**

A fração de vazio média da unidade é calculada numa sequência de etapas representadas na Figura 4.21 e detalhadas a seguir:

(a) A série temporal da voltagem  $V$  obtida na saída do sensor é transformada na voltagem normalizada  $V^*$ , conforme apresentado através da Equação (3.18);

(b) A série temporal de  $V^*$  é mapeada em uma série temporal de frações de vazio utilizando as relações da Tabela 3.5 e da Figura 3.15;

(c) São obtidos os valores instantâneos da série temporal de fração de vazio,  $\alpha[i]$ ;

(d) A fração de vazio média da unidade é calculada em função dos valores instantâneos de fração de vazio como:

$$\langle \alpha_u \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \alpha[i], \quad (4.17)$$

onde N é o número total de pontos da amostra. A Equação (4.17) é equivalente a medida da sonda elétrica usando a Equação (4.9).

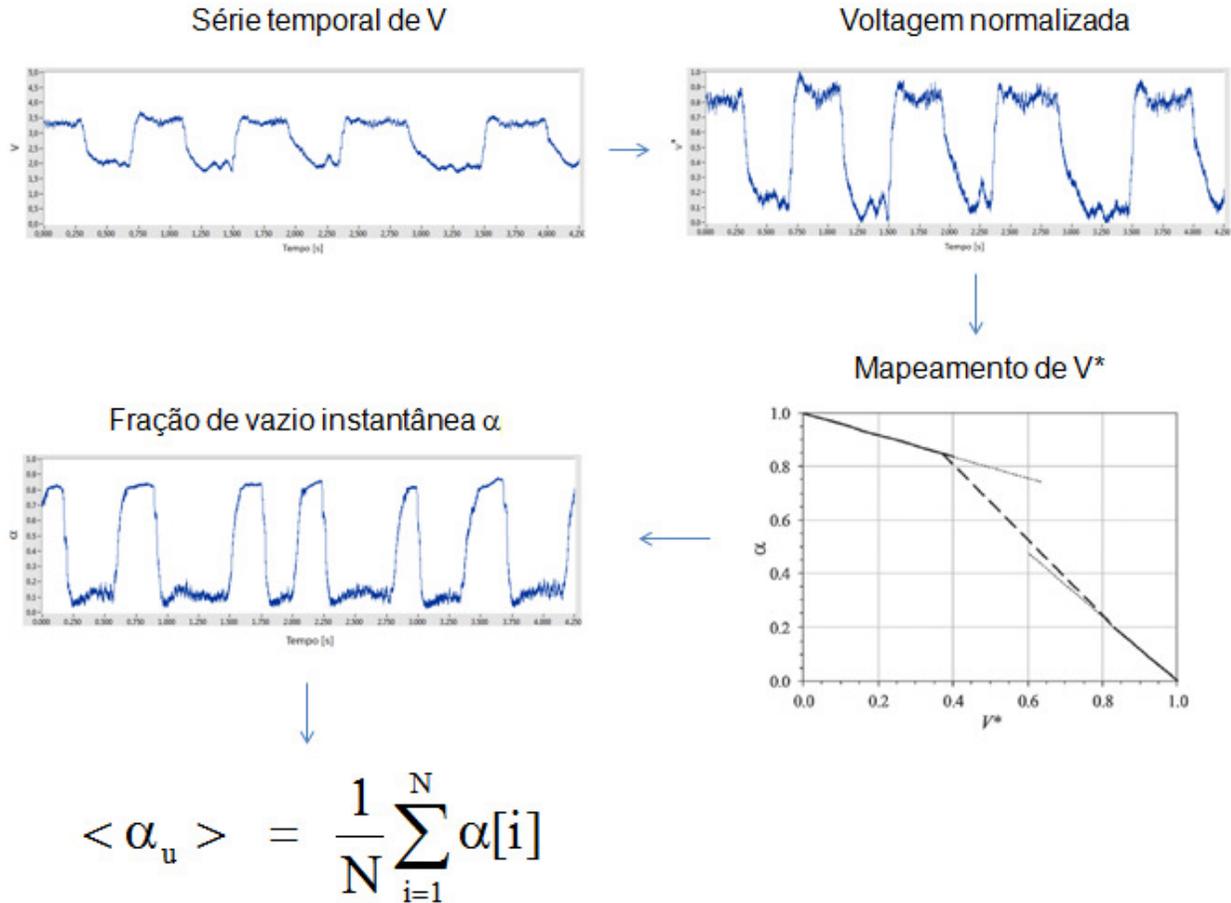


Figura 4.21. Sequência de etapas realizadas para o cálculo da fração de vazio média da unidade.

### 4.3.2. Distribuição da fração de vazio do pistão de líquido na direção axial, $\alpha_s$

Para obter a distribuição da fração de vazio do pistão de líquido na direção axial é necessário realizar uma média de conjunto. A média de conjunto de  $\alpha_s$  para cada posição axial ( $Z/D$ ) do pistão de líquido vai fornecer a fração de vazio média,  $\alpha_s(Z/D)$ . Inicialmente o sensor de impedância de anéis identifica o início e o fim de cada pistão de líquido aplicando o fator de corte na voltagem normalizada adimensional como descrito na seção 4.1. A posição ( $Z/D$ ) tem origem na traseira da bolha alongada, ou seja, na frente do pistão de líquido. Como o sensor de impedância de anéis já fornece a fração de vazio média na seção transversal é possível obter a fração de vazio média para cada posição axial ( $Z/D$ ). Sabendo onde começa e onde termina cada pistão de líquido, a distribuição axial da fração de vazio de um pistão de líquido pode ser obtida com os valores instantâneos da série temporal de fração de vazio,  $\alpha[i]$  no pistão de líquido. Para converter o sinal no tempo em uma dependência espacial na direção  $Z$  multiplica-se o tempo de duração de cada pistão de líquido  $t_s$  por sua respectiva velocidade de translação do nariz da bolha,  $u_t$ . A Figura 4.22 apresenta um exemplo da distribuição axial da fração de vazio de um pistão de líquido para o ponto  $J_L = 0,61\text{m/s}$  e  $J_G = 0,80\text{m/s}$ .

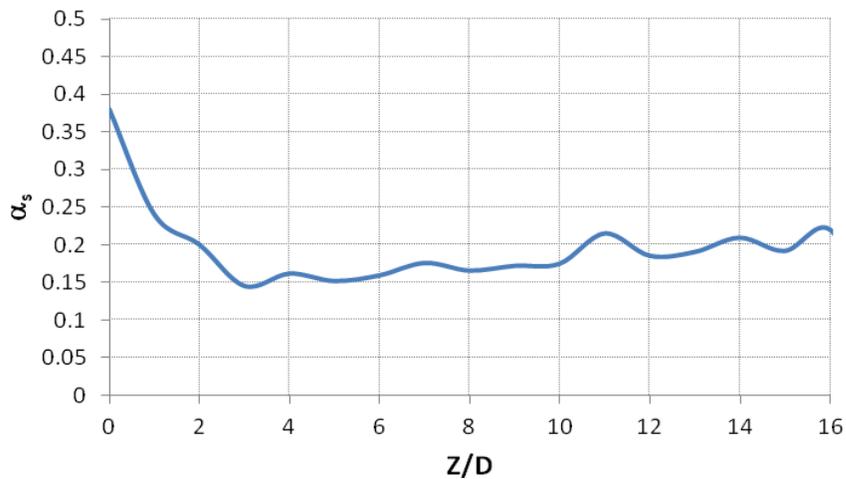


Figura 4.22. Distribuição axial da fração de vazio de um pistão de líquido para  $J_L = 0,61\text{m/s}$  e  $J_G = 0,80\text{m/s}$ .

O próximo passo é realizar uma média de conjunto para cada posição axial ( $Z / D$ ) do pistão de líquido. A Figura 4.23 mostra como exemplo a média de conjunto realizada em quatro pistões na posição  $Z / D = 8$  para  $J_L = 0,61\text{m/s}$  e  $J_G = 0,80\text{m/s}$ . Cada pistão de líquido possui variações de frações de vazio e comprimentos diferentes.

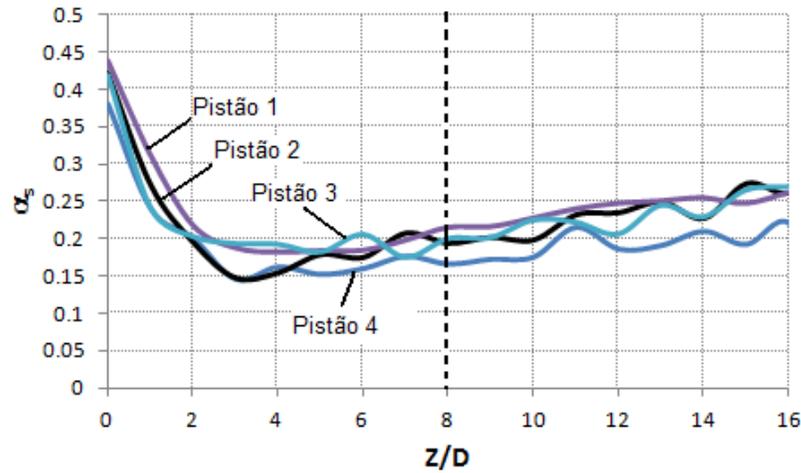


Figura 4.23. Média de conjunto aplicada no pistão de líquido em  $Z / D = 8$  para  $J_L = 0,61\text{m/s}$  e  $J_G = 0,80\text{m/s}$ .

A fração de vazio média de todos os pistões de líquido em uma dada posição axial ( $Z / D$ ) é a somatória da fração de vazio de cada pistão dividido pelo número de pistões:

$$\alpha_s \left( \frac{z}{D} \right) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left( \alpha_{s,j} \left( \frac{z}{D} \right) \right), \quad (4.18)$$

onde  $M$  é o número de pistões de líquido. A Figura 4.24 apresenta como exemplo a distribuição axial da fração de vazio de todos os pistões de líquido para  $J_L = 0,61\text{m/s}$  e  $J_G = 0,80\text{m/s}$ .

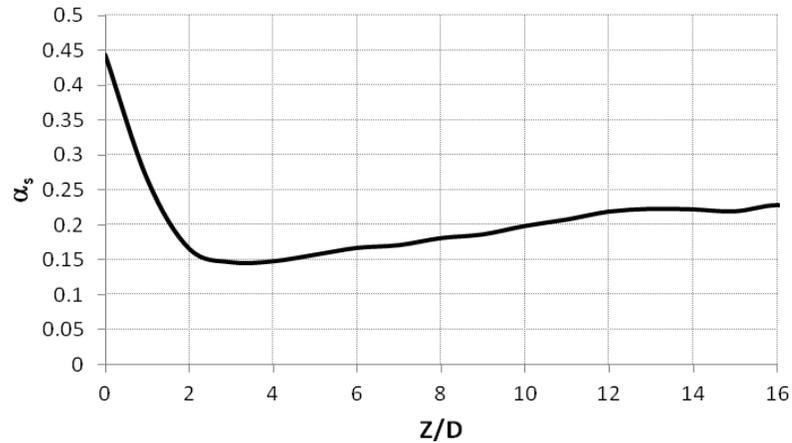


Figura 4.24. Distribuição axial da fração de vazio de todos os pistões de líquido para  $J_L = 0,61 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,80 \text{ m/s}$ .

#### 4.3.3. Fração de vazio média do pistão de líquido, $\langle \alpha_s \rangle$

Identificado o início e o fim de cada pistão pode-se calcular a fração de vazio média de um pistão de líquido como:

$$\alpha_{s,j} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \alpha[i], \quad (4.19)$$

onde  $\alpha[i]$  são os valores instantâneos da série temporal de fração de vazio no pistão de líquido  $j$  e  $N$  é o número de pontos de cada pistão de líquido  $j$ . Para converter o sinal no tempo em uma dependência espacial na direção  $Z$  multiplica-se o tempo de duração de cada pistão de líquido  $t_s$  por sua respectiva velocidade de translação do nariz da bolha,  $u_t$ . A Figura 4.22 apresenta um exemplo da distribuição axial das frações de vazio instantâneas de um pistão de líquido para o ponto  $J_L = 0,61 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,80 \text{ m/s}$ .

A Figura 4.25, similar a Figura 4.23 apresenta como exemplo as distribuições axiais das frações de vazio de todos os pistões de líquido para o ponto  $J_L = 0,30 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,28 \text{ m/s}$ .

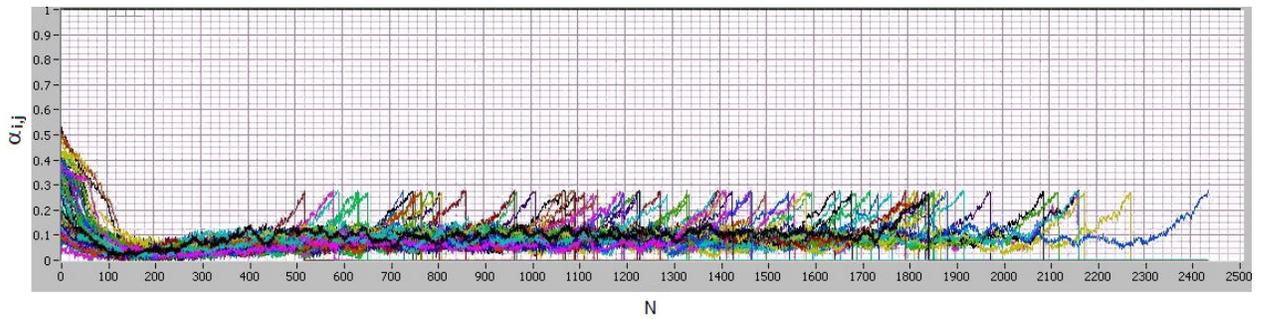


Figura 4.25. Distribuição axial da fração de vazão de todos os pistões de líquido para o ponto  $J_L = 0,30 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,28 \text{ m/s}$ .

Como mostra a Figura 4.25 o sinal de cada pistão de líquido começa com um valor de  $\alpha[i]$  de aproximadamente 0,5 indicando a região da traseira da bolha alongada que possui uma alta fração de vazão e termina com um pico sinalizando o início da próxima bolha. A figura mostra ainda que cada pistão de líquido possui um número de pontos diferente correspondendo a um comprimento  $L_s$  diferente. O comprimento de cada pistão de líquido foi determinado antes do pico mostrado na figura. Dessa forma, a fração de vazão média de todos os pistões de líquido é calculada ponderando a fração de vazão de cada pistão por seus respectivos comprimentos da seguinte forma:

$$\langle \alpha_s \rangle = \frac{\alpha_{s1}L_{s1} + \alpha_{s2}L_{s2} + \dots + \alpha_{sM}L_{sM}}{L_{s1} + L_{s2} + \dots + L_{sM}}, \quad (4.20)$$

onde  $\alpha_{s1}$ ,  $\alpha_{s2}$ , etc. representam, respectivamente, as frações de vazão médias dos pistões de comprimentos  $L_{s1}$ ,  $L_{s2}$ , etc. A Equação (4.20) equivale a Equação (4.13) utilizando a sonda elétrica.

#### 4.3.4. Fração de vazio média do filme de líquido, $\langle \alpha_f \rangle$

O procedimento é similar ao da seção 4.3.3 só que agora aplicado na bolha alongada. O programa identifica o início e o fim de cada bolha alongada e calcula a fração de vazio média de um filme de líquido como:

$$\alpha_{f,j} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \alpha[i], \quad (4.21)$$

onde  $\alpha[i]$  são os valores instantâneos da série temporal de fração de vazio no filme de líquido  $j$  e  $N$  é o número de pontos de cada bolha alongada  $j$ .

A fração de vazio média no filme de líquido é calculada ponderando a fração de vazio de cada filme de líquido por seus respectivos comprimentos  $L_f$  da seguinte forma:

$$\langle \alpha_f \rangle = \frac{\alpha_{f1}L_{f1} + \alpha_{f2}L_{f2} + \dots + \alpha_{fM}L_{fM}}{L_{f1} + L_{f2} + \dots + L_{fM}}, \quad (4.22)$$

onde  $\alpha_{f1}$ ,  $\alpha_{f2}$ ,  $\alpha_{fM}$  representam, respectivamente, as frações de vazio dos filmes de líquido de comprimentos  $L_{f1}$ ,  $L_{f2}$ ,  $L_{fM}$ . A equação (4.22) equivale a Equação (4.16) utilizando a sonda elétrica.

## 5. MEDIDAS EXPERIMENTAIS DAS FRAÇÕES DE VAZIO E DAS PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS E CINEMÁTICAS DO ESCOAMENTO INTERMITENTE

Este capítulo apresenta os resultados experimentais para 17 testes selecionados com velocidades superficiais de água e ar que variam de 0,29 a 1,20 m/s e 0,25 a 1,35 m/s, respectivamente. São apresentados os resultados dos testes realizados com a sonda elétrica e com o sensor de impedância de anéis. Foram determinados os comprimentos do pistão de líquido  $L_s$  e do filme de líquido  $L_f$ , a velocidade de translação do nariz da bolha alongada  $u_t$ , a frequência  $f$  e as frações de vazio da unidade, do pistão de líquido e do filme de líquido  $\alpha_u$ ,  $\alpha_s$  e  $\alpha_f$  respectivamente.

### 5.1. Propriedades dos fluidos

Os testes foram realizados a uma pressão atmosférica média de 945 mbar e uma temperatura ambiente média de 298 K, utilizando água e ar como fluidos de trabalho. Os valores de pressão e temperatura foram obtidos do Centro de Pesquisas Meteorológicas e Climáticas Aplicadas – Cepagri/Unicamp. Como referência, as propriedades da água e do ar na pressão atmosférica e temperatura ambiente são apresentadas na Tabela 5.1 e utilizadas nos balanços, simulações e modelos realizados. As velocidades superficiais da água e do ar são apresentadas nos gráficos e tabelas na ordem  $J_L - J_G$ , sendo que os três primeiros dígitos representam  $J_L$  em m/s e os três últimos  $J_G$  em m/s.

Tabela 5.1. Propriedades dos fluidos.

Fluido	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\mu$ [kg/m.s]	$\sigma$ [N/m]
Água	997	$8,93 \times 10^{-4}$	0,072
Ar	1,18	$1,84 \times 10^{-5}$	-

## 5.2.Sonda elétrica

Por meio da sonda elétrica foi medida a fração de vazio local do escoamento no padrão golfadas. Identificando o início e o fim de cada pistão de líquido pode-se também determinar a fração de gás local de cada pistão de líquido. Os dados são pós-processados como média de conjunto para obter a fração de vazio média da unidade e a fração de vazio média do pistão de líquido, além do perfil de fração de vazio do pistão de líquido e sua evolução ao longo da direção axial. A técnica mapeia um setor da seção transversal do tubo. O resultado é estendido a toda seção pressupondo que o escoamento em média seja simétrico em relação a direção tangencial. No entanto, há estudos da forma da bolha que mostram que o nariz da bolha alongada pode perder sua simetria, Espinoza e Fabre (2011).

Quatro pontos foram selecionados com velocidades superficiais de água e ar que variam de 0,29 a 0,61 m/s e 0,25 a 1,05 m/s, respectivamente. As velocidades superficiais utilizadas nos testes são mostradas na Tabela 5.2 e suas representações no mapa de fluxo de Taitel e Barnea (1980) mostrado na Figura 5.1 revelam que elas são representativas do padrão golfadas.

Tabela 5.2. Velocidades superficiais.

Teste	J	$J_L$	$J_G$
#	(m/s)	(m/s)	(m/s)
1	0,54	0,29	0,25
2	0,83	0,31	0,52
3	1,07	0,29	0,78
4	1,66	0,61	1,05

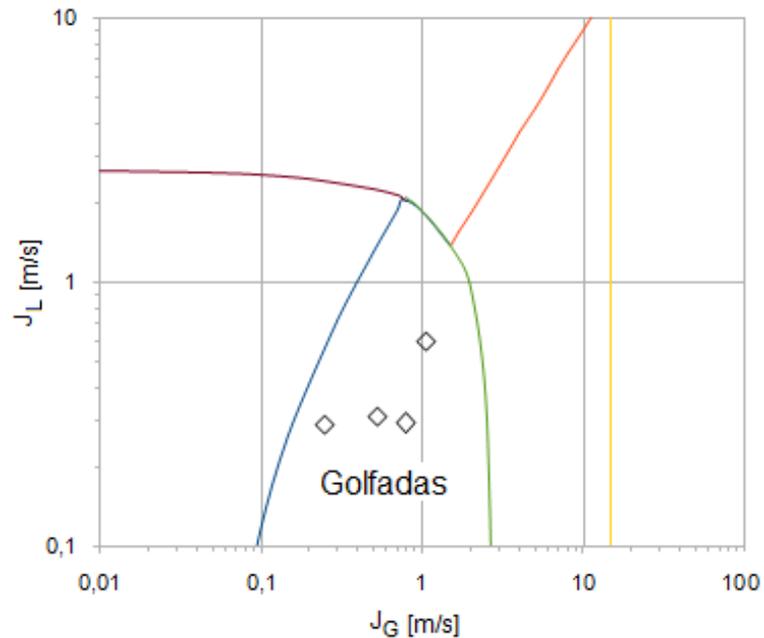


Figura 5.1. Representação dos dados experimentais no mapa de padrões de Taitel e Barnea (1980).

A Tabela 5.3 apresenta uma comparação da fração de vazio média da unidade  $\langle \alpha_q \rangle$  medida utilizando a técnica da sonda elétrica com as medidas utilizando as técnicas de referência apresentadas no Capítulo 3. Apesar das velocidades superficiais de líquido e gás não serem exatamente as mesmas é possível observar uma concordância dos resultados. O teste 1 foi realizado com velocidade superficial de líquido  $J_L = 0,29$  m/s e comparado com as medidas de referência realizadas com velocidade superficial de líquido  $J_L = 0,32$  m/s apresentando desvios absolutos de 0,04 para o método gravimétrico e 0,05 para a válvula de fechamento rápido. Os

demais testes foram realizados com velocidades superficiais  $J_L$  e  $J_G$  bastante próximas obtendo desvios absolutos de 0,01 a 0,04.

Tabela 5.3. Comparação de  $\langle \alpha_u \rangle$  experimental com as medidas de referência.

Teste	$J_L$	$J_G$	$\langle \alpha_u \rangle$	$J_L$	$J_G$	$\alpha_{grav.}$	$\alpha_{v\u00e1vula}$
#	(m/s)	(m/s)	(---)	(m/s)	(m/s)	(---)	(---)
1	0,29	0,25	0,31	0,32	0,25	0,27	0,26
2	0,31	0,52	0,46	0,32	0,51	0,49	0,49
3	0,29	0,78	0,58	0,30	0,78	0,56	0,55
4	0,61	1,05	0,50	0,61	1,05	0,54	0,53

### 5.2.1. Valores experimentais m\u00e9dios

Com o conjunto formado pelos dois sensores de imped\u00e2ncia de an\u00e9is foi monitorada a passagem dos pist\u00f5es de l\u00edquido e das bolhas alongadas e foram determinados os comprimentos dos pist\u00f5es de l\u00edquido,  $L_s$  e das bolhas alongadas,  $L_f$  assim como a velocidade de transla\u00e7\u00e3o do nariz da bolha alongada,  $u_t$  e a frequ\u00eancia,  $f$ . Utilizando a sonda el\u00e9trica foram determinadas as fra\u00e7\u00f5es de vazio m\u00e9dias da unidade  $\langle \alpha_u \rangle$ , do pist\u00e3o de l\u00edquido  $\langle \alpha_s \rangle$ , e da bolha alongada  $\langle \alpha_f \rangle$  atrav\u00e9s das Equa\u00e7\u00f5es (4.9), (4.13) e (4.16) respectivamente. A Tabela 5.4 apresenta as medidas experimentais m\u00e9dias obtidas para os 4 pares de velocidades  $J_L$  e  $J_G$  da Tabela 5.2 revelando a velocidade de transla\u00e7\u00e3o do nariz da bolha alongada  $u_t$ , o fator de intermit\u00eancia  $\beta$ , os comprimentos do pist\u00e3o de l\u00edquido  $L_s$ , da bolha alongada  $L_f$  e da unidade  $L_u$ , a frequ\u00eancia  $f$  e as fra\u00e7\u00f5es de vazio m\u00e9dias da unidade  $\langle \alpha_u \rangle$ , do pist\u00e3o de l\u00edquido  $\langle \alpha_s \rangle$  e da bolha alongada  $\langle \alpha_f \rangle$ .

Tabela 5.4. Valores experimentais médios.

Teste	J	J <sub>L</sub>	J <sub>G</sub>	u <sub>t</sub>	β	L <sub>s</sub> /D	L <sub>f</sub> /D	L <sub>u</sub> /D	f	< α <sub>u</sub> >	< α <sub>s</sub> >	< α <sub>f</sub> >
#	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(---)	(---)	(---)	(---)	(Hz)	(---)	(---)	(---)
1	0,54	0,29	0,25	0,82	0,30	15,19	6,43	21,62	1,27	0,31	0,13	0,74
2	0,83	0,31	0,52	1,18	0,46	15,90	13,54	29,44	1,43	0,46	0,23	0,74
3	1,07	0,29	0,78	1,54	0,61	16,72	26,69	43,41	1,33	0,58	0,27	0,77
4	1,66	0,61	1,05	2,16	0,58	16,56	22,61	39,17	2,14	0,50	0,24	0,69

As Figuras 5.2, 5.3 e 5.4 trazem algumas análises dos valores experimentais das frações de vazio médias da unidade < α<sub>u</sub> >, do pistão de líquido < α<sub>s</sub> > e da bolha alongada < α<sub>f</sub> > em função da velocidade superficial de mistura J definida pela Equação (1.5), do fator de intermitência β definido pela Equação (1.10) e do comprimento do pistão de líquido L<sub>s</sub> determinado pela Equação (4.4).

Uma importante relação cinemática utilizada em escoamento no padrão golfadas é a relação de deslizamento definida como a razão da velocidade superficial de gás, J<sub>G</sub> e a fração de vazio da unidade, α<sub>u</sub> originalmente proposta por Zuber e Findlay (1965):

$$\frac{J_G}{\alpha_u} = C_0 J + \langle u_{G,J} \rangle_{\alpha_u}, \quad (5.1)$$

onde o parâmetro de distribuição  $C_0 = \langle \alpha_u J \rangle / \langle \alpha_u \rangle \langle J \rangle$  expressa a influência da distribuição das fases e a velocidade de deslizamento local do gás  $\langle u_{G,J} \rangle_{\alpha_u} = \langle \alpha_u u_{G,J} \rangle / \langle \alpha_u \rangle$  expressa a magnitude do movimento relativo entre as fases. Os valores dos parâmetros  $C_0$  e  $\langle u_{G,J} \rangle_{\alpha_u}$  utilizados para o padrão golfadas são baseados em estudos cinemáticos da velocidade de propagação de uma bolha isolada. Hibiki e Ishii, 2003 sugerem  $C_0 \cong 1,2$  e  $\langle u_{G,J} \rangle_{\alpha_u} \cong 0,345\sqrt{gD}$  baseados nos estudos de Nicklin et al. (1962) e Zuber e Findlay (1965). O valor do parâmetro de distribuição  $C_0$  é um valor médio e será abordado em detalhes no Capítulo 6. Para escoamento vertical de água e ar em um tubo de 26 mm  $\langle u_{G,J} \rangle_{\alpha_u} \cong 0,17$  m/s. O ajuste apresentado na Figura

5.2 para os dados experimentais é linear próximo a relação de Zuber e Findlay (1965) mostrando a consistência do método utilizado para a medida da fração de vazio média da unidade com a relação de deslizamento.

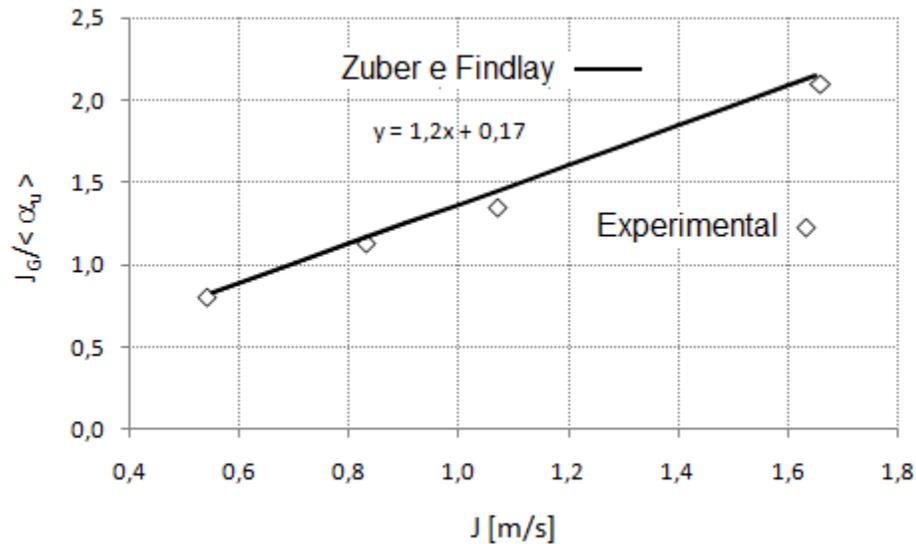


Figura 5.2. A razão entre a velocidade superficial do gás e a fração de vazio média da unidade em função da velocidade superficial de mistura.

O fator de intermitência  $\beta$  definido pela Equação (1.10) em função dos comprimentos da bolha alongada  $L_f$  e da unidade  $L_u$  pode ser expresso em função das frações de vazio médias da unidade  $\langle \alpha_u \rangle$ , do pistão de líquido  $\langle \alpha_s \rangle$  e do filme de líquido  $\langle \alpha_f \rangle$  como:

$$\beta = \frac{\langle \alpha_u \rangle - \langle \alpha_s \rangle}{\langle \alpha_f \rangle - \langle \alpha_s \rangle}. \quad (5.2)$$

A Figura 5.3 apresenta uma comparação do fator de intermitência  $\beta$  avaliado por diferentes técnicas de medidas através das Equações (1.10) e (5.2). A concordância dos resultados empregando as duas técnicas distintas de medidas mostra a consistência do método utilizado para a determinação das frações de vazio.

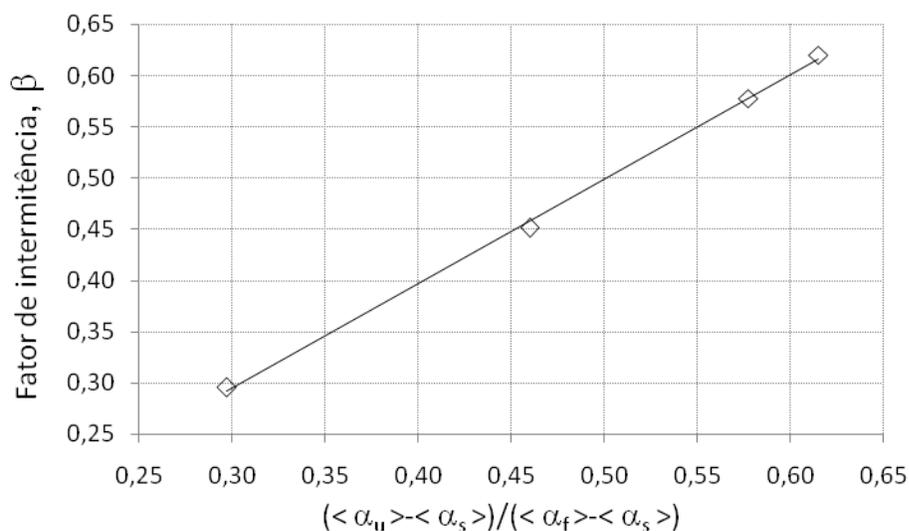


Figura 5.3. Fator de intermitência em função das frações de vazio médias da unidade, do pistão de líquido e do filme de líquido.

A Figura 5.4 mostra a influência do comprimento do pistão de líquido  $L_s$  na fração de vazio média do pistão de líquido  $\langle \alpha_s \rangle$ . Pode-se notar o aumento linear de  $\langle \alpha_s \rangle$  com o aumento de  $L_s$ . Este resultado será comparado com os dados obtidos com o sensor de impedância de anéis que possuem um faixa de aplicação maior.

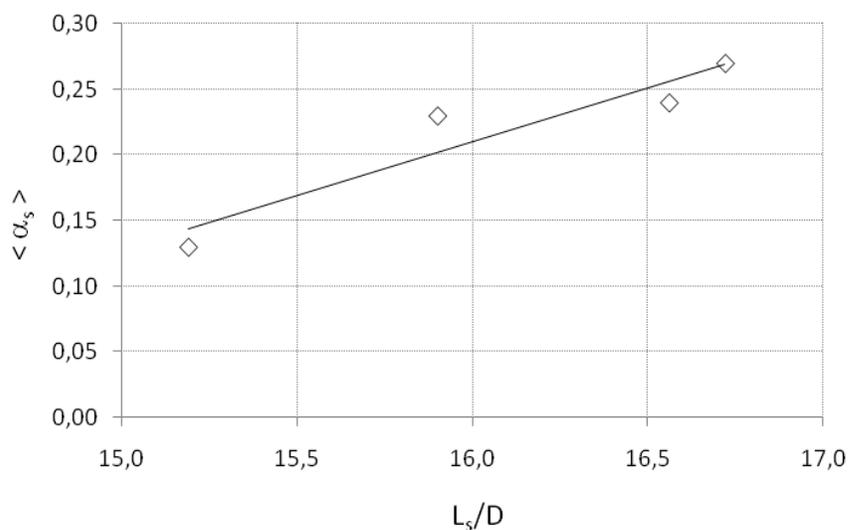


Figura 5.4. A fração de vazio média do pistão de líquido em função do comprimento do pistão de líquido.

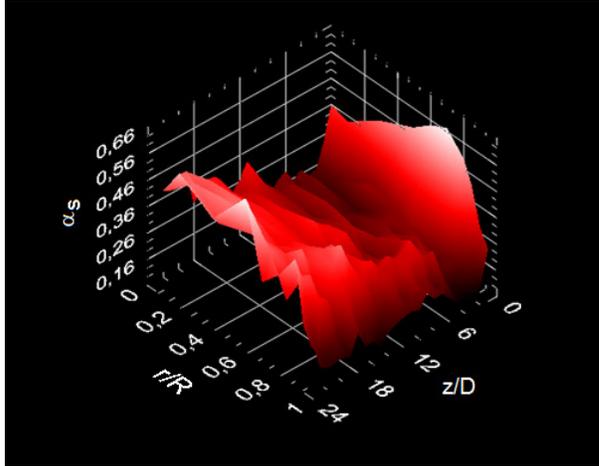
A seguir são apresentados valores locais da fração de vazio da unidade  $\alpha_u$ , do pistão de líquido  $\alpha_s$  e do filme de líquido  $\alpha_f$ . Considera-se esses dados uma contribuição original deste trabalho.

### 5.2.2. Distribuição espacial da fração de vazio do pistão de líquido

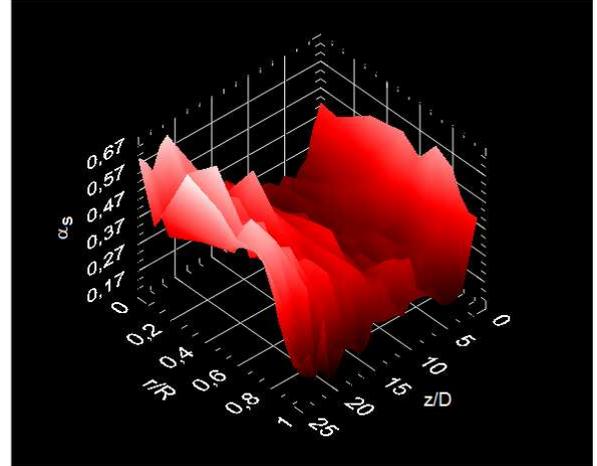
As distribuições espaciais da fração de vazio do pistão de líquido,  $\alpha_s$  para os testes da Tabela 5.2 são apresentadas na Tabela 5.5. A posição  $Z/D = 0$  representa a frente do pistão de líquido ou a traseira da bolha de gás alongada. Todos os testes apresentam uma queda abrupta da fração de vazio em  $Z/D = 0$  indicando o início do pistão de líquido. Nesta região (esteira próxima) ocorrem as recirculações e a velocidade é alta (veja Figura 1.5) fazendo com que a fração de vazio atinja um mínimo em  $Z/D \approx 3$ . Na região da esteira longe (veja Figura 1.5)  $Z/D > 3$ , os perfis radiais da fração de vazio apresentam um pico próximo à parede em  $r/R \approx 0,8$  e longe da parede  $0 \leq r/R < 0,8$  são aproximadamente planos para cada  $Z/D$ . Como mostram as figuras da Tabela 5.5 os perfis radiais da fração de vazio no pistão de líquido apresentam flutuações para regiões mais afastadas da traseira da bolha. Esta flutuação é atribuída ao processo de média que é realizado para cada posição  $Z/D$ . Enquanto as médias da fração de vazio em posições  $Z/D$  menores são realizadas com todos os pistões de líquido, as médias da fração de vazio em posições  $Z/D$  maiores são realizadas somente com alguns pistões de comprimentos  $L_s/D$  maiores.

Tabela 5.5. Distribuição espacial da fração de vazio do pistão de líquido para os testes da Tabela 5.2.

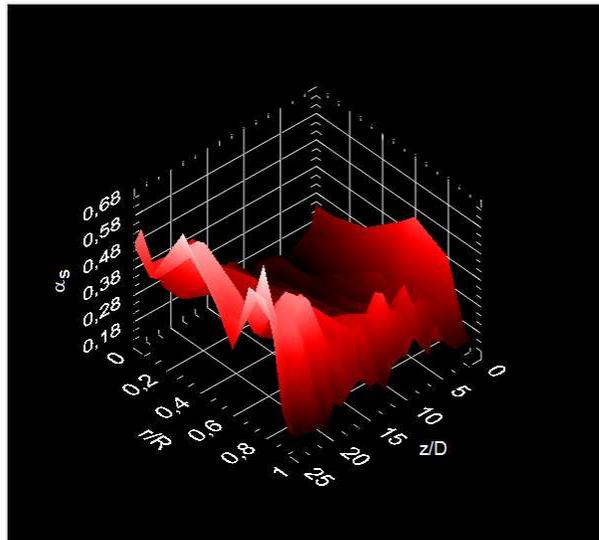
$J_L = 0,29 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,25 \text{ m/s}$



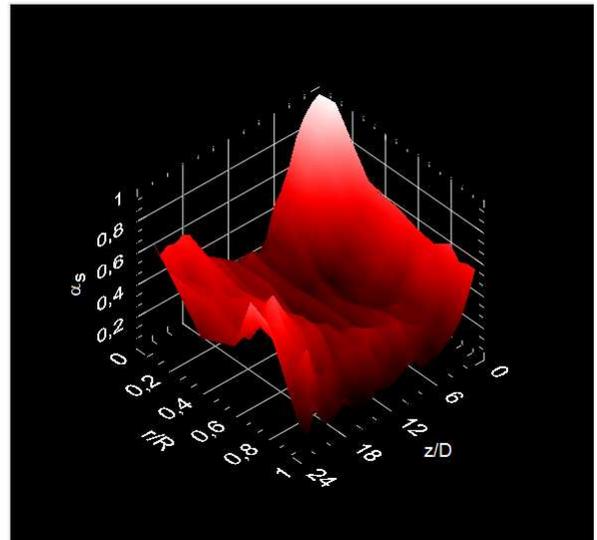
$J_L = 0,31 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,52 \text{ m/s}$



$J_L = 0,29 \text{ m/s}$  e  $J_G = 0,78 \text{ m/s}$



$J_L = 0,61 \text{ m/s}$  e  $J_G = 1,05 \text{ m/s}$



### 5.2.3. Perfis radiais da fração de vazio da unidade, $\alpha_u$

O perfil da fração de vazio da unidade,  $\alpha_u$  tomado para cada posição radial ( $r / R$ ) conforme definido na Equação (4.6) é mostrado na Figura 5.5 para as diferentes velocidades superficiais  $J_L$  e  $J_G$ . As distribuições da fração de vazio mostram um decréscimo próximo à parede do tubo indicando a existência de uma camada de líquido com baixa fração de vazio. Longe da parede,  $r / R < 0,8$  o perfil é aproximadamente plano. Isto se deve a presença alternante da bolha alongada de gás que ocupa a região central do tubo. Mantendo a velocidade superficial de líquido,  $J_L$  constante e aumentando a velocidade superficial de gás,  $J_G$  os perfis são deslocados para cima. Para os pontos com a mesma razão de ar e água, isto é,  $J_L$  e  $J_G$  de 0,31-0,52 m/s e 0,61-1,05 m/s, os perfis são praticamente coincidentes.

Estes resultados mostram que a fração de vazio da mistura no escoamento em golfadas é relativamente uniforme na direção radial e valida a hipótese da modelagem unidimensional para escoamento no padrão golfadas para modelos de mistura.

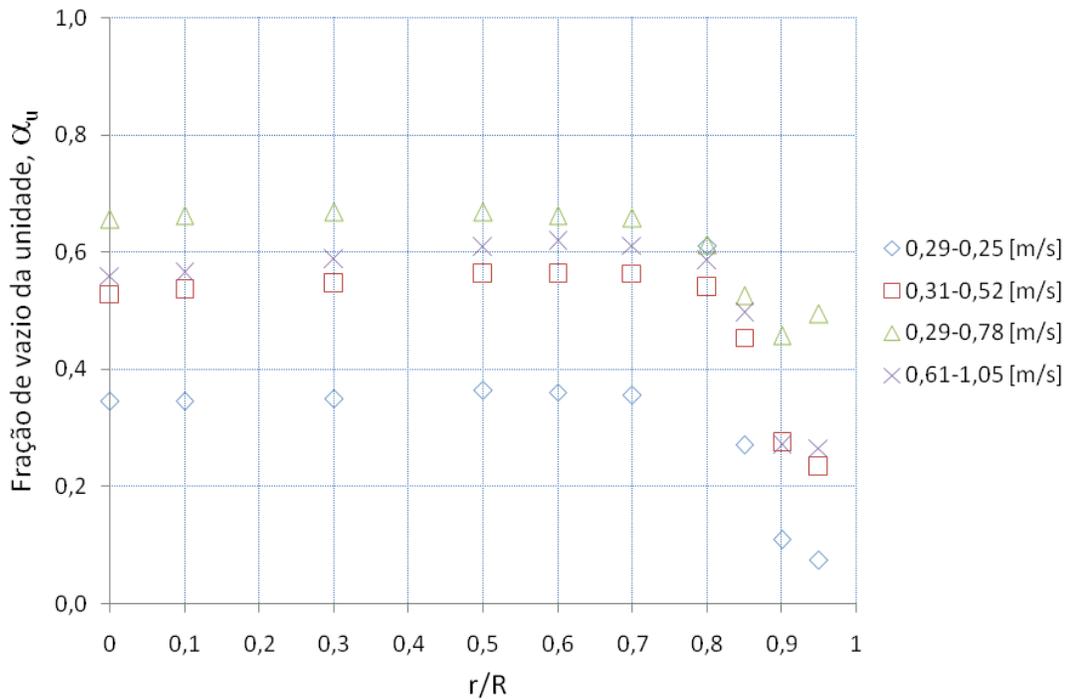


Figura 5.5. Perfis radiais da fração de vazio da unidade.

#### 5.2.4. Perfis radiais da fração de vazio do pistão de líquido

As variações da fração de vazio ao longo do comprimento axial do pistão de líquido foram condensadas em uma única posição radial utilizando a Equação (4.11). Fazendo uma varredura em diferentes posições radiais, é possível determinar o perfil radial da fração de vazio, como mostrado na Figura 5.6. Observa-se que próximo à parede a fração de vazio é menor, como esperado. Devido à migração lateral das bolhas os perfis apresentam um pico em torno de  $r/R \approx 0,8$  e, em seguida, apresentam uma ligeira diminuição na linha de centro do tubo. Observa-se que no pistão de líquido a fração de vazio na região central é de 0,15 a 0,30. Comparando-se este resultado com a Figura 5.5 constata-se que a diferença entre os valores de fração de vazio na região central deve-se a presença da bolha alongada. Na Figura 8.3 do capítulo 8 é apresentada uma representação dos perfis radiais de fração de vazio no mapa de Taitel et al. (1980) apresentado por Liu (1993) apud Serizawa e Kataoka (1987). Os perfis propostos por Serizawa são classificados basicamente em pico na parede, pico no centro e plano. Os testes mostram que os perfis são relativamente planos e que um modelo unidimensional na direção radial representa a distribuição de  $\alpha_s$  em  $r$ . Pode-se observar também na Figura 5.6 que mantendo o escoamento de líquido constante e aumentando o escoamento de gás os perfis da fração de vazio se deslocam para cima, veja  $J_L$  e  $J_G$  igual a 0,29-0,25 m/s e 0,29-0,78 m/s e fixando a mesma razão de ar e água, veja  $J_L$  e  $J_G$  igual a 0,31-0,52 m/s e 0,61-1,05 m/s os perfis resultantes são semelhantes.

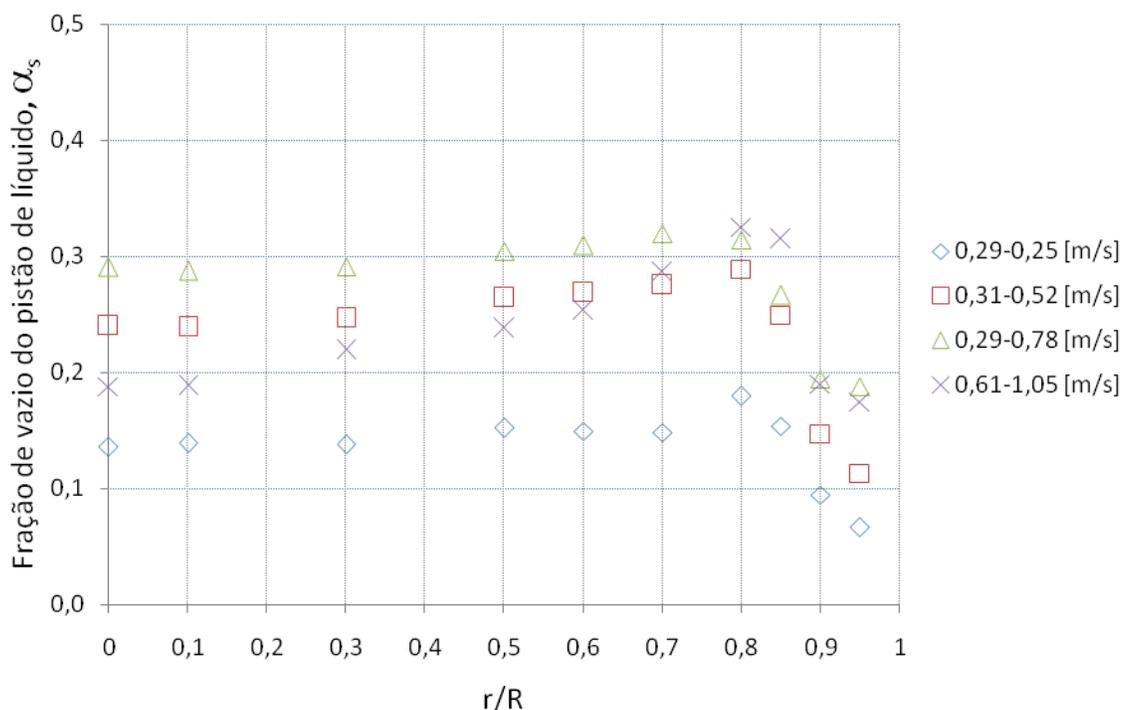


Figura 5.6. Perfis radiais da fração de vazio do pistão de líquido.

### 5.2.5. Perfis axiais da fração de vazio do pistão de líquido

Utilizando a Equação (4.7) é determinada a distribuição axial da fração de vazio do pistão de líquido em uma posição radial específica ( $r / R$ ). Realizando uma média nas distribuições para cada posição radial é obtida a distribuição axial da fração de vazio média do pistão de líquido. A Figura 5.7 mostra os perfis exibindo uma diminuição de  $\alpha_s$  atingindo um mínimo em  $z / D \approx 3$  e em seguida, ocorre um suave aumento de  $\alpha_s$  à medida que  $Z / D$  aumenta. A queda é atribuída ao aumento da velocidade na zona de recirculação na cauda da bolha de gás mostrada na Figura 1.5. As populações de bolhas dispersas dentro desta zona mantêm-se em um ciclo de desprender e voltar para a traseira da bolha alongada. Outra parte das bolhas geradas permanece na região de esteira, veja Figura 1.5, e por serem mais lentas que  $u_t$  permanece no pistão de líquido. Como mostra a Figura 5.7 a região de recirculação varia de 2 a 5D para todos os testes e coincide com  $\alpha_s$  mínimo que ocorre para maiores velocidades. Na região de esteira longe,  $Z / D > 5$  o

escoamento se redistribui dentro do tubo, isto é, se desenvolve. A medida que se distancia da origem,  $\alpha_s$  aumenta até atingir um valor estável sugerindo o estado desenvolvido. Observa-se na Figura 5.7 que a partir do ponto de mínimo a fração de vazio do pistão de líquido cresce monotonicamente até, eventualmente, atingir um valor constante. Exceto para região de recirculação o emprego de um valor médio é representativo para o fenômeno uma vez que o crescimento é suave. Isto valida a hipótese de modelos de fração de vazio do pistão de líquido que condensam toda a informação num único valor médio.

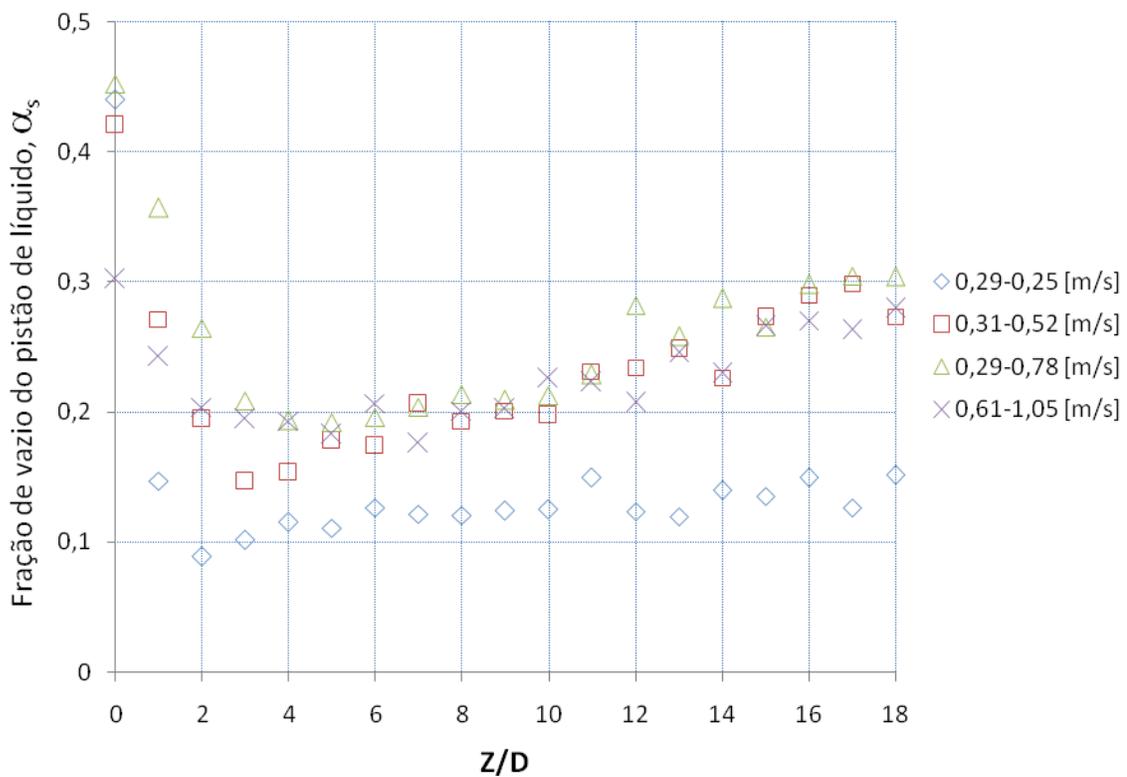


Figura 5.7. Perfis axiais da fração de vazio média do pistão de líquido.

### 5.2.6. Perfis radiais da fração de vazio do filme de líquido

As variações da fração de vazio ao longo do comprimento axial da bolha alongada foram condensadas na direção radial utilizando a Equação (4.14) como mostrado na Figura 5.8.

Observa-se que na linha de centro do tubo ( $r/R = 0$ ),  $\alpha_f \approx 0,8$ , indicando a presença da bolha alongada. Tecnicamente seria de esperar que em ( $r/R = 0$ ),  $\alpha_f \equiv 1$ . Isto não ocorre porque a bolha alongada pode perder sua simetria como mostrado na Figura 5.9. Observa-se que próximo a parede, ( $r/R > 0,8$ ) ocorre uma queda brusca de  $\alpha_f$  indicando a presença do filme de líquido. Nesta região seria de esperar  $\alpha_f \equiv 0$ , mas devido as ondulações na interface da bolha com o filme a medida obtida com a sonda apresenta desvios para a fração de vazio local do filme  $\alpha_f$ .

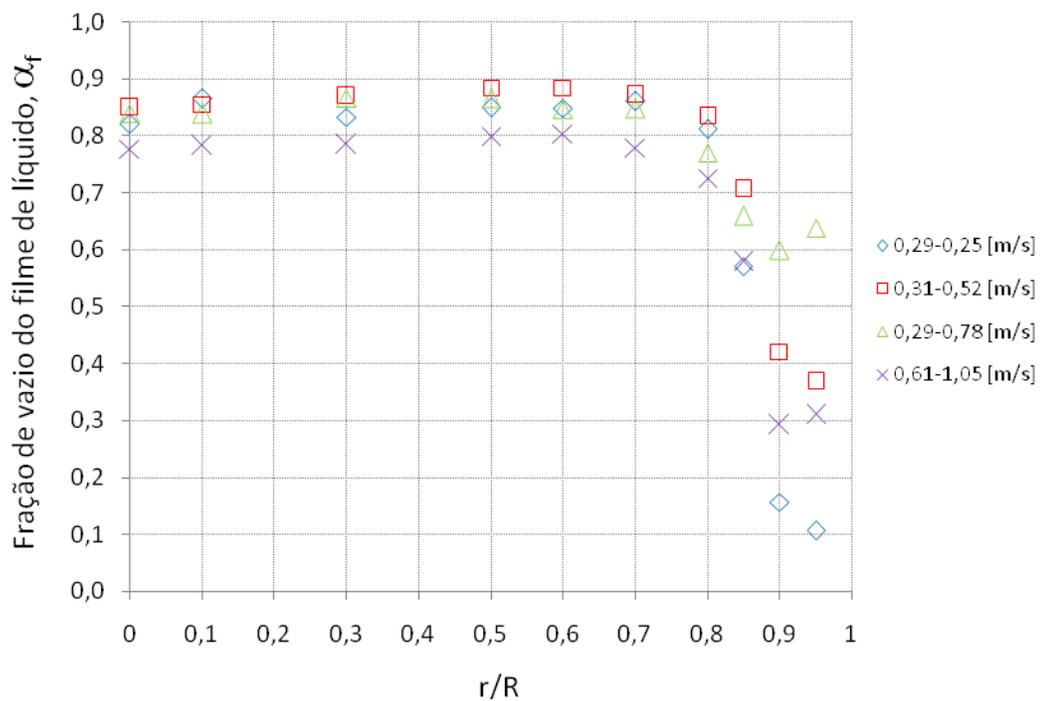


Figura 5.8. Perfis radiais da fração de vazio do filme de líquido.

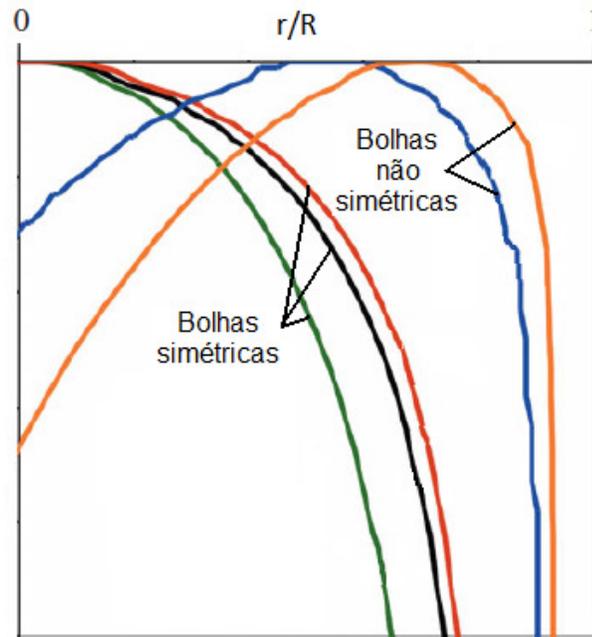


Figura 5.9. Formas da bolha alongada. Fonte: Espinoza e Fabre (2011).

### 5.2.7. Estimativa das velocidades baseadas no balanço volumétrico

Para fins de referência a Tabela 5.6 apresenta os resultados obtidos utilizando as equações desenvolvidas no balanço volumétrico do Apêndice A. As velocidades do líquido no pistão de líquido  $u_{LS}$ , das bolhas dispersas no pistão de líquido  $u_b$ , do gás na bolha alongada  $u_G$  e do filme  $u_f$  foram obtidas utilizando as Equações (A.39), (A.41), (A.43) e (A.45) respectivamente.

Tabela 5.6. Estimativa das velocidades baseadas no balanço volumétrico do Apêndice A.

Teste	J	$J_L$	$J_G$	$u_t$	$u_{LS}$	$u_b$	$u_G$	$u_f$
#	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)
1	0,54	0,29	0,25	0,82	0,51	0,77	0,81	-0,23
2	0,83	0,31	0,52	1,18	0,76	1,06	1,14	-0,07
3	1,07	0,29	0,78	1,54	1,05	1,13	1,40	-0,04
4	1,66	0,61	1,05	2,16	1,54	2,03	2,12	-0,63

### 5.3.Sensor de impedância de anéis

A fração de vazão no padrão golfadas foi medida em diversas vazões de gás e líquido utilizando o sensor de impedância de anéis. Uma grade de testes foi selecionada contendo 13 pontos com velocidades superficiais de água e ar que variam de 0,30 a 1,20 m/s e 0,28 a 1,35 m/s, respectivamente. Os testes 5, 6, 7 e 11 destacados em negrito na Tabela 5.7 são os testes que mais se aproximam daqueles da Tabela 5.2 e foram selecionados para serem comparados com os testes utilizando a sonda elétrica. As velocidades superficiais utilizadas nos testes são mostradas na Tabela 5.7 e suas representações no mapa de fluxo de Taitel e Barnea (1980) mostrado na Figura 5.10 revelam que elas são representativas do padrão golfadas.

Tabela 5.7. Velocidades superficiais.

Teste	J	J <sub>L</sub>	J <sub>G</sub>
#	(m/s)	(m/s)	(m/s)
<b>5</b>	<b>0,58</b>	<b>0,30</b>	<b>0,28</b>
<b>6</b>	<b>0,88</b>	<b>0,31</b>	<b>0,57</b>
<b>7</b>	<b>1,13</b>	<b>0,30</b>	<b>0,83</b>
8	0,87	0,60	0,27
9	1,16	0,61	0,55
10	1,41	0,61	0,80
<b>11</b>	<b>1,70</b>	<b>0,61</b>	<b>1,09</b>
12	1,45	0,92	0,53
13	1,72	0,90	0,82
14	2,01	0,91	1,10
15	2,02	1,20	0,82
16	2,28	1,21	1,07
17	2,55	1,20	1,35

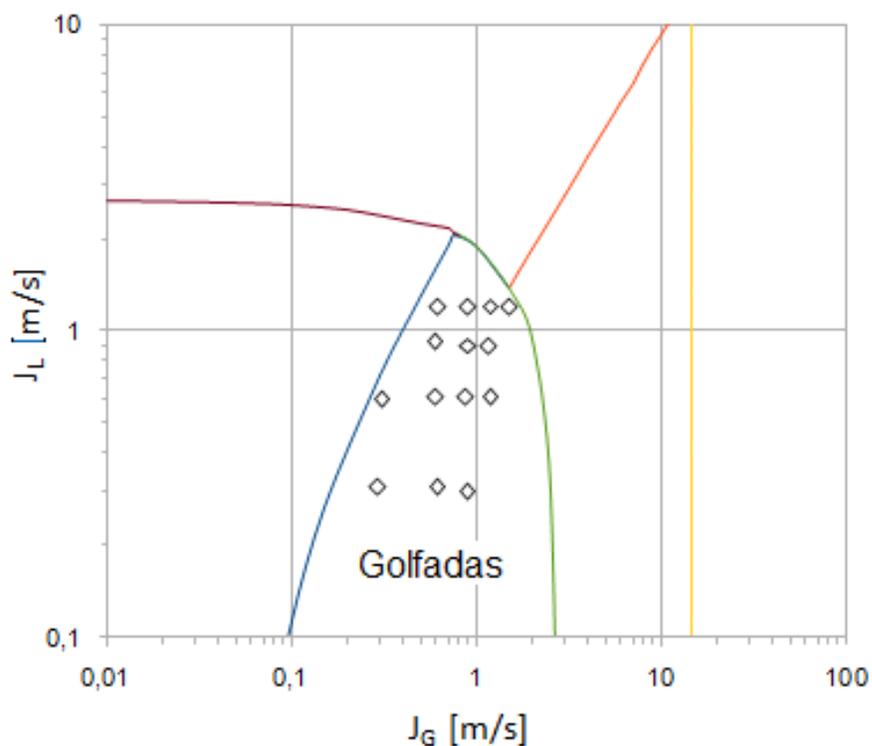


Figura 5.10. Representação dos dados experimentais no mapa de padrões de Taitel e Barnea.

A Tabela 5.8 apresenta uma comparação da fração de vazio média da unidade  $\langle \alpha_u \rangle$  medida utilizando o sensor de impedância de anéis com as técnicas experimentais de referência apresentadas no Capítulo 3. Os resultados obtidos com a técnica do sensor de impedâncias apresentam desvios absolutos menores ou iguais a 0,02 em comparação com o método gravimétrico e menores ou iguais a 0,03 em comparação com a válvula de fechamento rápido.

Tabela 5.8. Comparação de  $\langle \alpha_u \rangle$  experimental com as medidas de referência.

$J_L$	$J_G$	$\alpha_{\text{grav.}}$	$\alpha_{\text{válvula}}$	$\langle \alpha_u \rangle$
(m/s)	(m/s)	(---)	(---)	(---)
0,32	0,25	0,27	0,26	0,28
0,32	0,51	0,49	0,49	0,49
0,30	0,78	0,56	0,55	0,58
0,61	1,05	0,54	0,53	0,56

Definido o método gravimétrico como medida de referência para o sensor de impedância de anéis vários outros testes foram realizados com velocidades superficiais de água e ar variando de 0,30 a 1,21 m/s e 0,25 a 1,49 m/s, respectivamente. A Tabela 5.9 apresenta uma comparação da fração de vazio média da unidade  $\langle\alpha_u\rangle$  medida utilizando o sensor de impedância de anéis com o método gravimétrico apresentando erro absoluto de no máximo 0,02.

Tabela 5.9. Comparação de  $\langle\alpha_u\rangle$  experimental com o método gravimétrico.

$J_L$	$J_G$	$\alpha_{grav}$	$\langle\alpha_u\rangle$
(m/s)	(m/s)	(---)	(---)
0,32	0,25	0,27	0,28
0,31	0,29	0,33	0,33
0,32	0,51	0,49	0,49
0,31	0,61	0,51	0,51
0,31	0,77	0,57	0,58
0,30	0,88	0,59	0,59
0,60	0,30	0,25	0,25
0,61	0,60	0,38	0,38
0,61	0,87	0,48	0,48
0,62	0,99	0,52	0,54
0,61	1,17	0,55	0,55
0,92	0,59	0,30	0,30
0,90	0,90	0,41	0,41
0,89	1,17	0,47	0,47
1,20	0,61	0,26	0,26
1,20	0,89	0,35	0,35
1,21	1,18	0,40	0,39
1,20	1,49	0,46	0,44

### 5.3.1. Valores experimentais médios

Na Tabela 5.10 são apresentadas as medidas experimentais médias utilizando o par de sensores de impedância de anéis para os 13 pares de velocidades  $J_L$  e  $J_G$  da Tabela 5.7 revelando o fator de intermitência  $\beta$ , a velocidade de translação do nariz da bolha alongada  $u_t$ , os comprimentos do pistão de líquido  $L_s$ , da bolha alongada  $L_f$  e da unidade  $L_u$  e a frequência  $f$ . Utilizando o sensor de impedância de anéis a jusante na estação foram determinadas as frações de vazio médias da unidade  $\langle \alpha_u \rangle$ , do pistão de líquido  $\langle \alpha_s \rangle$  e da bolha alongada  $\langle \alpha_f \rangle$  através das Equações (4.17), (4.20) e (4.22) respectivamente.

Tabela 5.10. Valores experimentais médios.

Teste	J	$J_L$	$J_G$	$\beta$	$u_t$	$L_s/D$	$L_f/D$	$L_u/D$	f	$\langle \alpha_u \rangle$	$\langle \alpha_s \rangle$	$\langle \alpha_f \rangle$
#	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(---)	(m/s)	(---)	(---)	(---)	(Hz)	(---)	(---)	(---)
5	0,58	0,30	0,28	0,36	0,84	13,83	7,82	21,65	1,48	0,34	0,12	0,75
6	0,88	0,31	0,57	0,63	1,18	10,34	17,35	27,69	1,64	0,51	0,16	0,72
7	1,13	0,30	0,83	0,59	1,55	18,38	26,44	44,82	1,33	0,59	0,25	0,80
8	0,87	0,60	0,27	0,30	1,12	13,51	5,69	19,20	2,24	0,25	0,09	0,67
9	1,16	0,61	0,55	0,38	1,49	14,65	9,14	23,79	2,39	0,38	0,14	0,74
10	1,41	0,61	0,80	0,47	1,73	17,89	16,00	33,90	2,01	0,48	0,21	0,78
11	1,70	0,61	1,09	0,53	2,06	18,10	20,62	38,73	2,04	0,54	0,24	0,79
12	1,45	0,92	0,53	0,32	1,80	15,51	7,33	22,84	3,02	0,30	0,14	0,65
13	1,72	0,90	0,82	0,41	2,09	16,25	11,16	27,41	2,92	0,41	0,19	0,72
14	2,01	0,91	1,10	0,47	2,47	17,49	15,45	32,94	2,88	0,47	0,23	0,74
15	2,02	1,20	0,82	0,36	2,44	16,43	9,37	25,80	3,59	0,34	0,19	0,63
16	2,28	1,21	1,07	0,41	2,75	16,65	11,78	28,43	3,70	0,39	0,21	0,66
17	2,55	1,20	1,35	0,44	3,24	18,47	14,66	33,14	3,71	0,44	0,24	0,69

As Figuras 5.11 e 5.12 trazem algumas análises dos valores experimentais das frações de vazio médias da unidade  $\langle \alpha_u \rangle$ , do pistão de líquido  $\langle \alpha_s \rangle$  e da bolha alongada  $\langle \alpha_f \rangle$  em função da velocidade superficial de mistura  $J$  definida pela Equação (1.5) e do fator de intermitência  $\beta$  definido pela Equação (1.10).

Fazendo a mesma análise realizada com os dados obtidos com a sonda elétrica o ajuste para a relação de deslizamento apresentado na Figura 5.11 mostra a consistência do método de medida de fração de vazio média da unidade quando comparado com a relação de deslizamento proposta por Zuber e Findlay (1965), Equação (5.1).

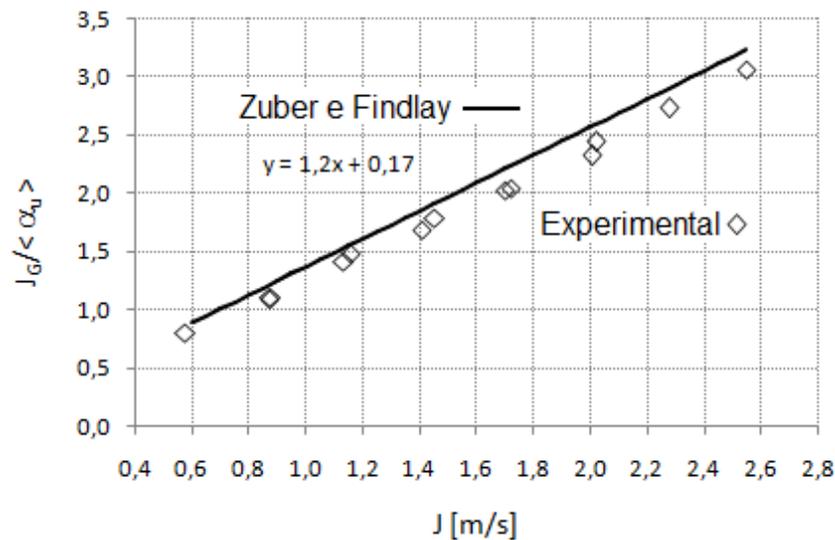


Figura 5.11. A razão entre a velocidade superficial do gás e a fração de vazio média da unidade em função da velocidade superficial de mistura.

A Figura 5.12 apresenta a comparação do fator de intermitência  $\beta$  determinado pela Equação (1.10) em função dos comprimentos da bolha alongada  $L_f$  e da unidade  $L_u$  e pela Equação (5.2) determinado em função das frações de vazio médias da unidade  $\langle \alpha_u \rangle$ , do pistão de líquido  $\langle \alpha_s \rangle$  e do filme de líquido  $\langle \alpha_f \rangle$ . A concordância dos resultados mostra a consistência do método utilizado para a determinação das frações de vazio.

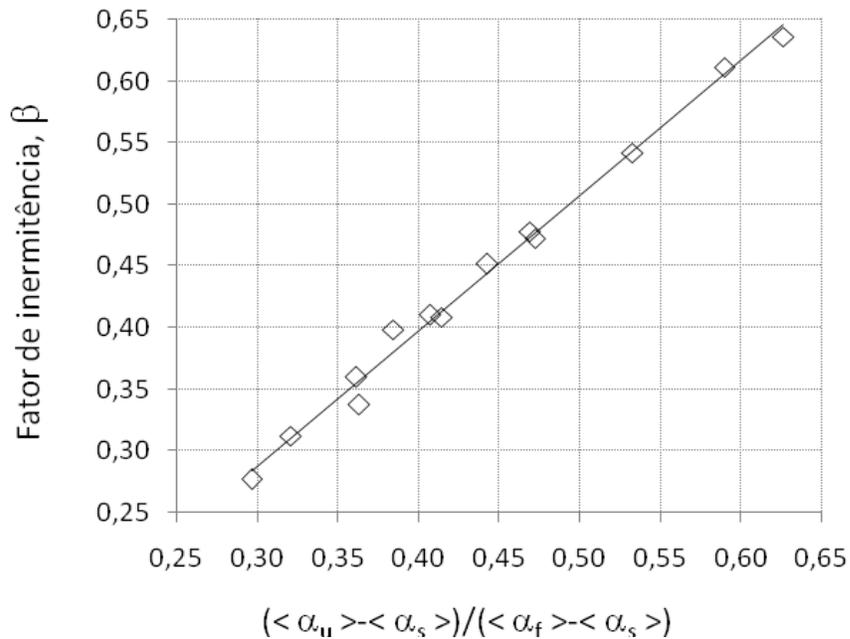


Figura 5.12. Fator de intermitência em função das frações de vazio da unidade, do pistão e do filme de líquido.

### 5.3.2. Dependência da fração de vazio média do pistão de líquido com as variáveis médias

Esta seção tem o objetivo de explorar a dependência da fração de vazio média do pistão de líquido  $\langle \alpha_s \rangle$  com as velocidades superficiais da mistura J, do líquido  $J_L$  e do gás  $J_G$  assim como a dependência de  $\langle \alpha_s \rangle$  com o fator de intermitência  $\beta$  e a frequência f. A Figura 5.13 mostra a fração de vazio média do pistão de líquido  $\langle \alpha_s \rangle$  em função da velocidade superficial de mistura J para quatro velocidades superficiais de líquido  $J_L$  constantes. Pode-se notar um aumento linear de  $\langle \alpha_s \rangle$  à medida que a velocidade superficial de mistura J aumenta para cada velocidade superficial de líquido  $J_L$  constante. Observa-se uma tendência desse aumento diminuir à medida que  $J_L$  aumenta.

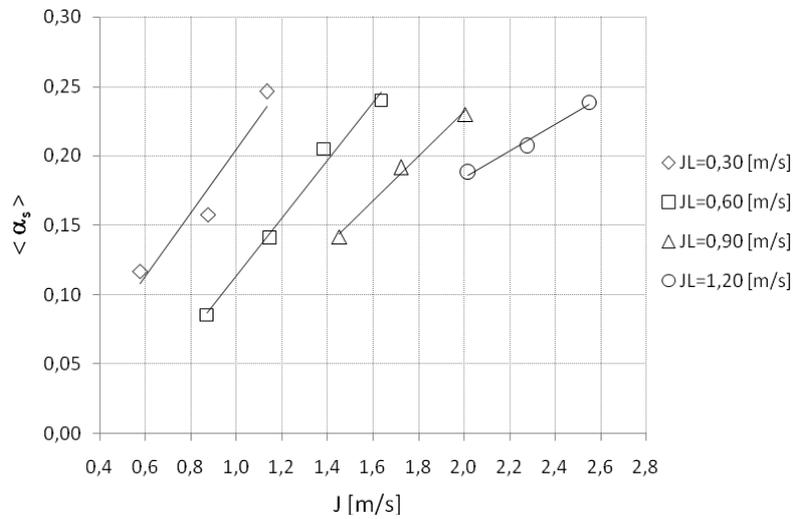


Figura 5.13. Fração de vazio média do pistão de líquido,  $\langle \alpha_s \rangle$  em função da velocidade superficial de mistura,  $J$  para quatro velocidades superficiais de líquido,  $J_L$  constantes.

A Figura 5.14 mostra a fração de vazio média do pistão de líquido  $\langle \alpha_s \rangle$  em função da velocidade superficial do gás  $J_G$  para quatro velocidades superficiais de líquido  $J_L$  constantes. Pode-se notar um aumento linear de  $\langle \alpha_s \rangle$  à medida que a velocidade superficial de gás  $J_G$  aumenta para cada velocidade superficial de líquido  $J_L$  constante. Observa-se uma tendência desse aumento diminuir à medida que  $J_L$  aumenta.

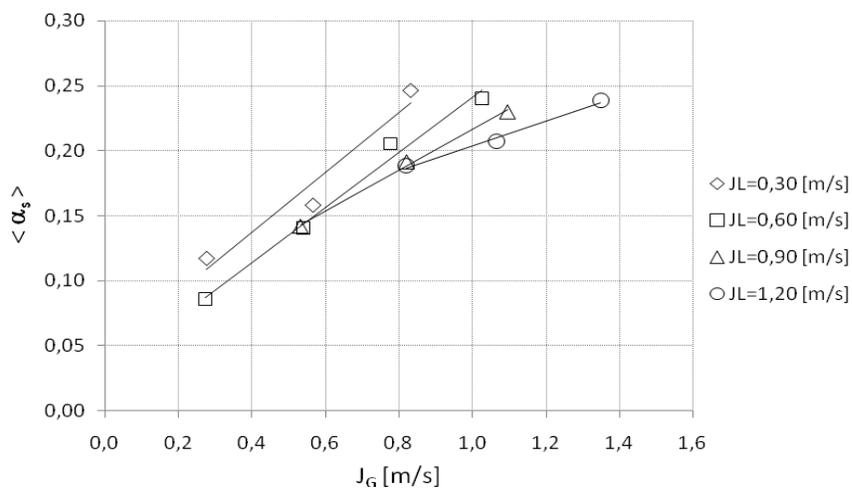


Figura 5.14. Fração de vazio média do pistão de líquido,  $\langle \alpha_s \rangle$  em função da velocidade superficial do gás,  $J_G$  para quatro velocidades superficiais de líquido,  $J_L$  constantes.

A Figura 5.15 mostra a fração de vazio média do pistão de líquido  $\langle \alpha_s \rangle$  em função do fator de intermitência  $\beta$  para quatro velocidades superficiais de líquido  $J_L$  constantes. Pode-se notar o mesmo aumento de  $\langle \alpha_s \rangle$  a medida que o fator de intermitência aumenta mas é dependente da velocidade superficial de líquido  $J_L$ .

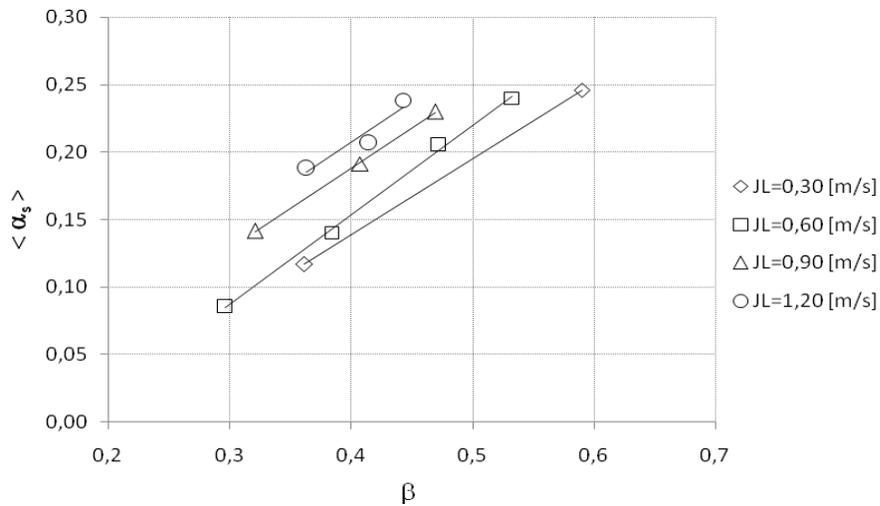


Figura 5.15. Fração de vazio média do pistão de líquido,  $\langle \alpha_s \rangle$  em função do fator de intermitência,  $\beta$  para quatro velocidades superficiais de líquido,  $J_L$  constantes.

A Figura 5.16 mostra a ocorrência do comprimento do pistão de líquido  $L_s$  na fração de vazio média do pistão de líquido  $\langle \alpha_s \rangle$ . Como observado nos dados da sonda elétrica pode-se notar o aumento de  $\langle \alpha_s \rangle$  com o aumento de  $L_s/D$ .

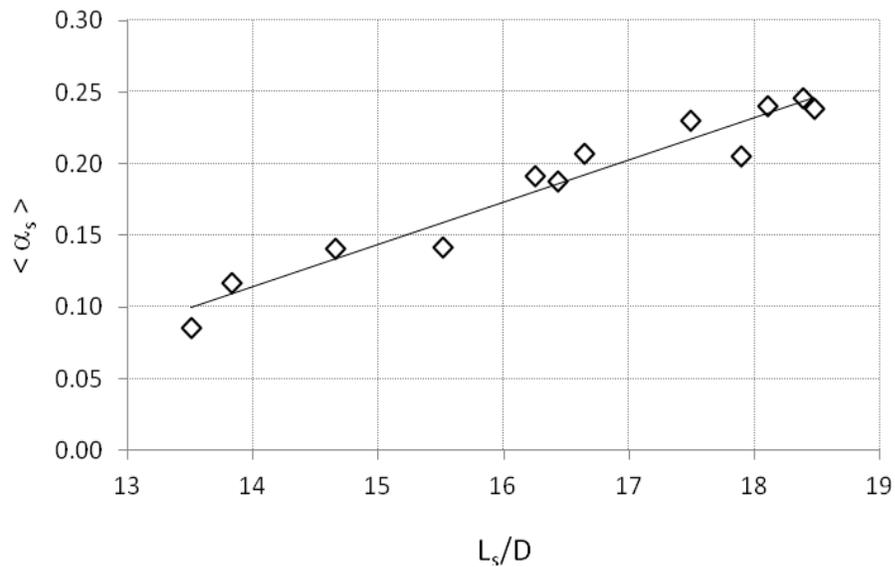


Figura 5.16. A fração de vazio média do pistão de líquido em função do comprimento do pistão de líquido.

É esperado que  $L_s/D$  pequeno tenha  $\langle \alpha_s \rangle$  baixo devido a existência do ponto de mínimo. A medida que  $L_s/D$  aumenta  $\langle \alpha_s \rangle$  cresce. Acredita-se que para pistões de líquido com comprimento superior a  $L_s/D=19$  a taxa de crescimento de  $\langle \alpha_s \rangle$  diminui.

A Figura 5.17 mostra a fração de vazio média do pistão de líquido  $\langle \alpha_s \rangle$  em função da frequência  $f$  para quatro velocidades superficiais de líquido  $J_L$  constantes. Observa-se uma tendência de  $\langle \alpha_s \rangle$  diminuir com o aumento da frequência para as velocidades superficiais de líquido  $J_L = 0,30 \text{ m/s}$ ,  $J_L = 0,60 \text{ m/s}$ ,  $J_L = 0,90 \text{ m/s}$  enquanto que para  $J_L = 1,20 \text{ m/s}$  a tendência é de  $\langle \alpha_s \rangle$  aumentar.

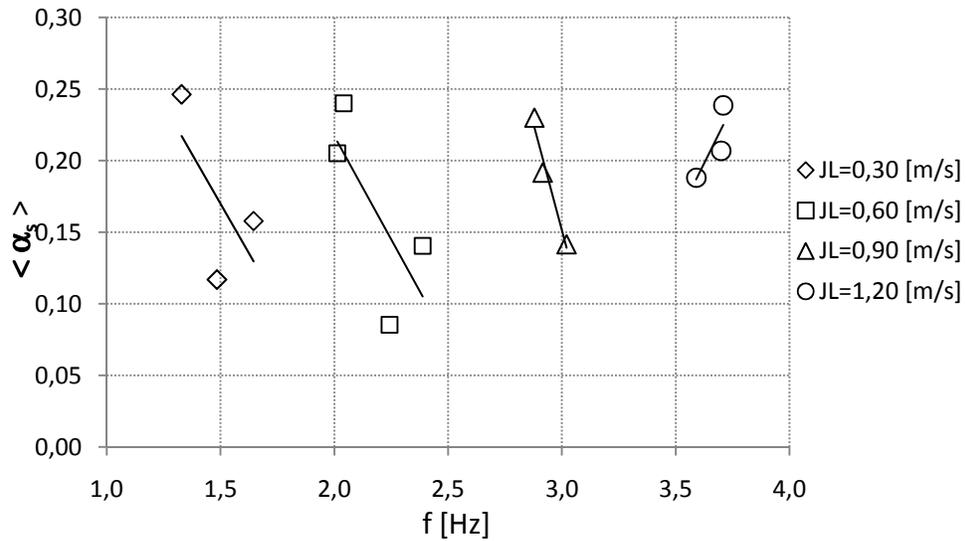


Figura 5.17. Fração de vazio média do pistão de líquido  $\langle \alpha_s \rangle$  em função da frequência  $f$  para quatro velocidades superficiais de líquido,  $J_L$  constantes.

### 5.3.3. Perfis axiais das frações de vazio do pistão de líquido e da bolha alongada

Na Figura 5.18 são apresentadas as distribuições na direção axial das frações de vazio do pistão de líquido  $\alpha_s$  e da bolha alongada  $\alpha_f$  para os testes da Tabela 5.7. Todos os testes apresentam um sinal alto para a fração de vazio do pistão de líquido  $\alpha_s$  em  $Z/D = 0$  indicando a região da traseira da bolha alongada que possui uma alta fração de vazio. Há uma incerteza ao determinar o final da bolha alongada e o início do pistão de líquido. Esta região não é definida por uma linha, mas uma faixa, pois a traseira da bolha flutua e a região do pistão é muito aerada. Baseado na aplicação de fatores de corte é definido o comprimento de cada pistão e bolha. Estes valores passam a ser as definições do começo e fim dos pistões e bolhas. Os gráficos da Figura 5.18 por se tratar de médias apresentam valores máximos de  $\alpha_s$  em  $Z/D = 0$  que são considerados representativos. Fazendo uma varredura em diferentes posições axiais é possível avaliar o perfil axial da fração de vazio no pistão de líquido  $\alpha_s$ . Os perfis mostram uma diminuição acentuada de  $\alpha_s$  na região de recirculação da bolha alongada atingindo um mínimo em  $Z/D \approx 2$  a 5 e em seguida, ocorre um suave aumento de  $\alpha_s$  à medida que  $Z/D$  aumenta. Como observado nos

dados da sonda elétrica, veja Figura 5.7, a queda é atribuída principalmente ao final da zona de recirculação na traseira da bolha de gás, veja Figura 1.5. A população de bolhas dispersas dentro desta zona mantém-se em um ciclo de desprender e voltar para a cauda da bolha alongada. Outra parte das bolhas dispersas segue para o pistão abaixo. Como mostrado nas figuras a região de recirculação varia de 2 a 5D e coincide com  $\alpha_s$  mínimo que ocorre para maiores velocidades. A medida que distancia da origem  $\alpha_s$  aumenta até atingir um valor estável sugerindo o estado desenvolvido.

Para a fração de vazio da bolha alongada  $\alpha_f$  em  $Z/D = 0$ , os testes apresentam valores entre 0,3 e 0,5 indicando o nariz da bolha alongada. Fazendo uma varredura em diferentes posições axiais é possível avaliar o perfil axial da fração de vazio da bolha alongada  $\alpha_f$ . Os perfis mostram um acentuado crescimento de  $\alpha_f$  até  $Z/D \approx 5$  e em seguida, apresenta um valor estável no corpo da bolha, veja representação na Figura 1.5.

Para todos os testes a distribuição da fração de vazio do pistão de líquido na direção axial mostra duas regiões distintas com comportamentos bem diferentes. Enquanto a região da esteira próxima da bolha alongada ( $Z/D < 2$  a 5) apresenta grande variação nos valores da fração de vazio do pistão de líquido variando na maioria dos testes de 0,4 a 0,1, a região do pistão de líquido desenvolvido ( $Z/D > 10$ ) apresenta pequena variação com um comportamento uniforme para  $\alpha_s$  podendo tratar a fração de vazio nessa região como unidimensional. Para a região da esteira da bolha alongada é necessário levar em conta as variações da fração de vazio tanto na direção radial quanto axial.

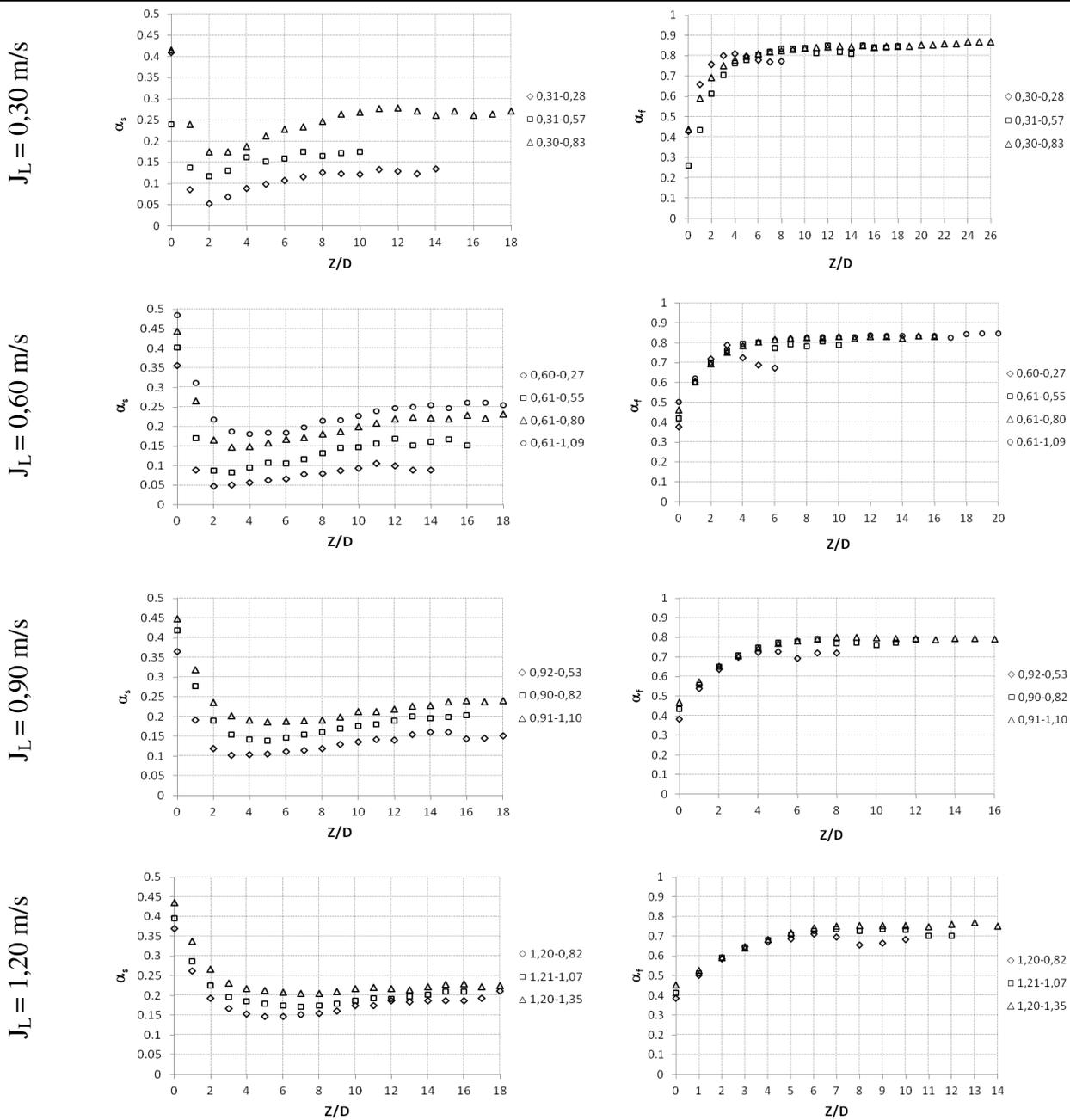


Figura 5.18. Distribuições na direção axial das frações de vazio do pistão de líquido e da bolha alongada para os testes da Tabela 5.7.

#### 5.3.4. Correlações para as frações de vazio

Esta seção explora a existência ou a falta de correlação entre os valores de fração de vazio no pistão e no filme em função dos comprimentos do pistão e filme respectivamente. Para isto são utilizados os valores experimentais de cada pistão e de cada filme, medidos individualmente, e comparados contra as medidas experimentais dos respectivos comprimentos de pistão e de filme.

Para a fração de vazio na região do filme de líquido há um sólido modelo matemático, a ser introduzido no capítulo 6 que, em termos qualitativos, revela que: (i) quanto maior for o comprimento do filme maior é a fração de vazio sendo que o limite máximo é definido pela fração de vazio quando o filme atinge o equilíbrio, isto é, a espessura do filme deixa de variar; (ii) a fração de vazio na condição de filme em equilíbrio varia fracamente com a velocidade da mistura, isto quer dizer que para filmes com grandes comprimentos a tendência é que as frações de vazio na região do filme tendam a valores muito próximos. Esta última consideração aplica-se aos dados somente porque todos eles provêm de testes com o mesmo par de fluidos (ar e água) e mesmo diâmetro de tubulação.

Não é conhecimento do autor que haja dados experimentais na literatura relativo a correlações relativas a fração de vazio no pistão de líquido contra o comprimento do pistão de líquido. Ainda pouco se conhece sobre a variabilidade das frações de vazio no pistão de líquido com relação ao comprimento do pistão. Pretende-se inferir algum comportamento a partir dos modelos estudados no capítulo 8, entretanto para o momento espera-se que quanto menor for o pistão menor será a fração de vazio pelo fato dela estar dominada pela região de recirculação que possui um mínimo de  $\alpha_s$ .

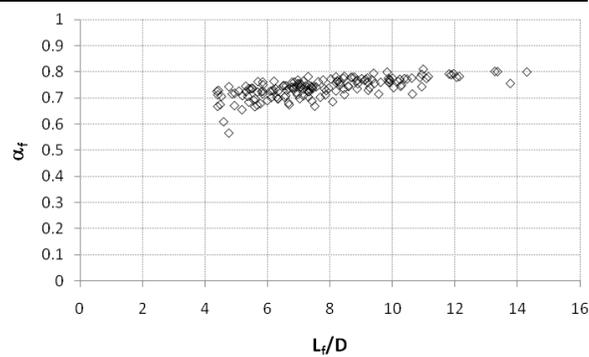
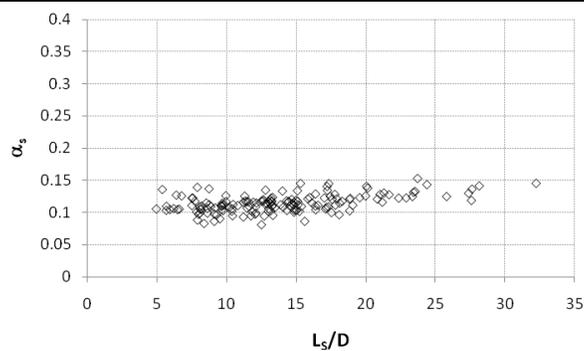
Os dados experimentais estão mostrados nas Figuras 5.19 a 5.22 e organizados em função de  $J_L$ . Assim as Figuras 5.19 a 5.22 mostram as correlações para os grupos de dados com  $J_L$  constante de 0,30 m/s, 0,61 m/s, 0,91 m/s e 1,20 m/s respectivamente. Basicamente busca-se numa inspeção nas figuras verificar se os dados confirmam o comportamento descrito acima, se existe correlação com os comprimentos e a variação ou distribuição dos dados ao redor da média. Outra informação importante contida nas figuras é relativa ao tamanho da população. Ele está representado pelo número de pontos experimentais que aparece em cada figura. Na maioria dos

testes as populações foram superiores a 300 pontos, entretanto há casos experimentais onde este número é bem menor como poderá ser observado inspecionando as figuras.

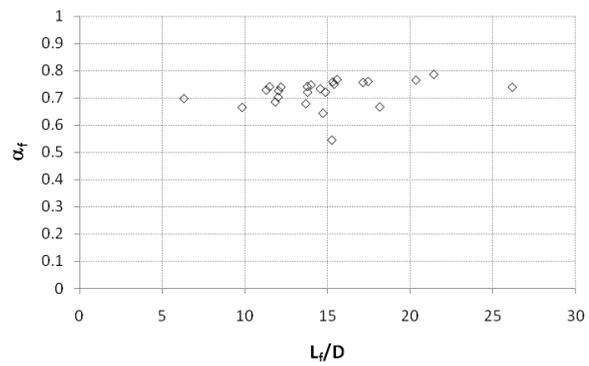
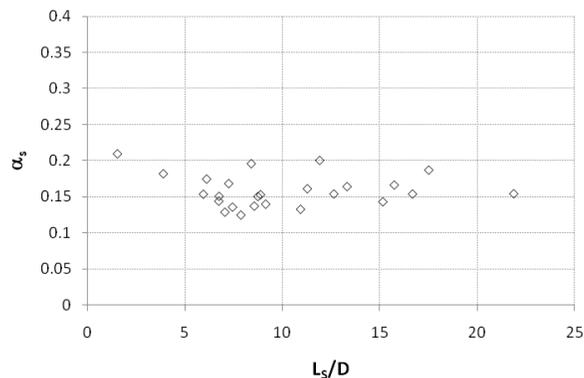
Iniciando pela fração de vazio no pistão de líquido, pode-se observar nas Figuras 5.19 a 5.22 que  $\langle \alpha_s \rangle$  para  $L_s/D > 10$  é relativamente insensível ao comprimento do pistão de líquido. Entretanto para comprimentos de  $L_s/D < 10$  ele começa a mostrar uma tendência de aumento à medida que  $L_s/D$  diminui como era esperado. O espalhamento dos dados ao redor da linha de tendência (não mostrada no gráfico) mostra um aumento à medida que a velocidade do líquido aumenta. Tipicamente para  $J_L = 0,30$  m/s ele é de  $\pm 0,05$  enquanto que para  $J_L = 1,20$  m/s ele passa a ser de  $\pm 0,1$ . Como observado nas Figuras 5.19 a 5.22 a correlação de  $L_s/D$  e  $\alpha_s$  de cada pistão de líquido, medidos individualmente, segue aproximadamente a correlação linear obtida com os valores médios de  $L_s/D$  e  $\alpha_s$  apresentada na Figura 5.4 para os dados da sonda elétrica e na Figura 5.16 para os dados do sensor de impedância de anéis.

As correlações entre fração de vazio na região do filme de líquido e o comprimento do filme mostram uma tendência de aumento como o esperado. Os dados nas figuras revelam que para elevados valores de  $L_f/D$ ,  $\langle \alpha_f \rangle$  aproxima-se de 0,8; a exceção é para os testes com  $J_L = 1,20$  m/s onde este limite aproxima-se de 0,7. O espalhamento dos dados ao redor da linha de tendência (não mostrada na figura) revela uma tendência de aumento à medida que  $L_f/D < 10$ , tipicamente de  $\pm 0,1$ , à medida que  $L_f/D > 25$  a tendência dos dados mostra uma redução do espalhamento, tipicamente de  $\pm 0,05$ .

0,30 – 0,28



0,31 – 0,57



0,30 – 0,83

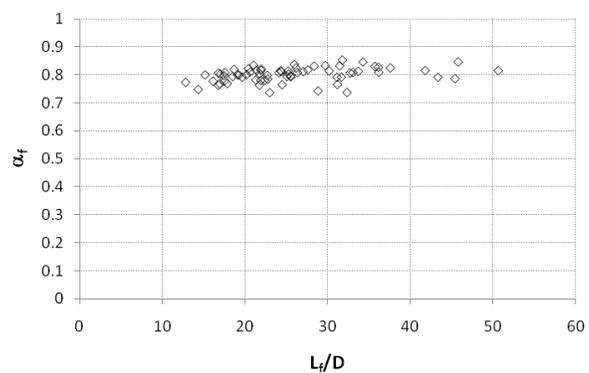
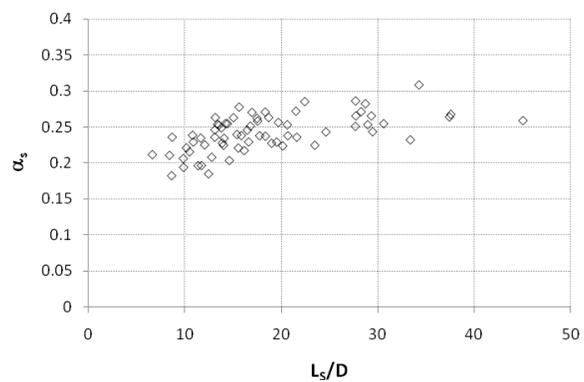


Figura 5.19. Correlações da  $\alpha_s$  e  $\alpha_f$  com  $L_s$  e  $L_f$  para os testes 5, 6 e 7 da Tabela 5.7.

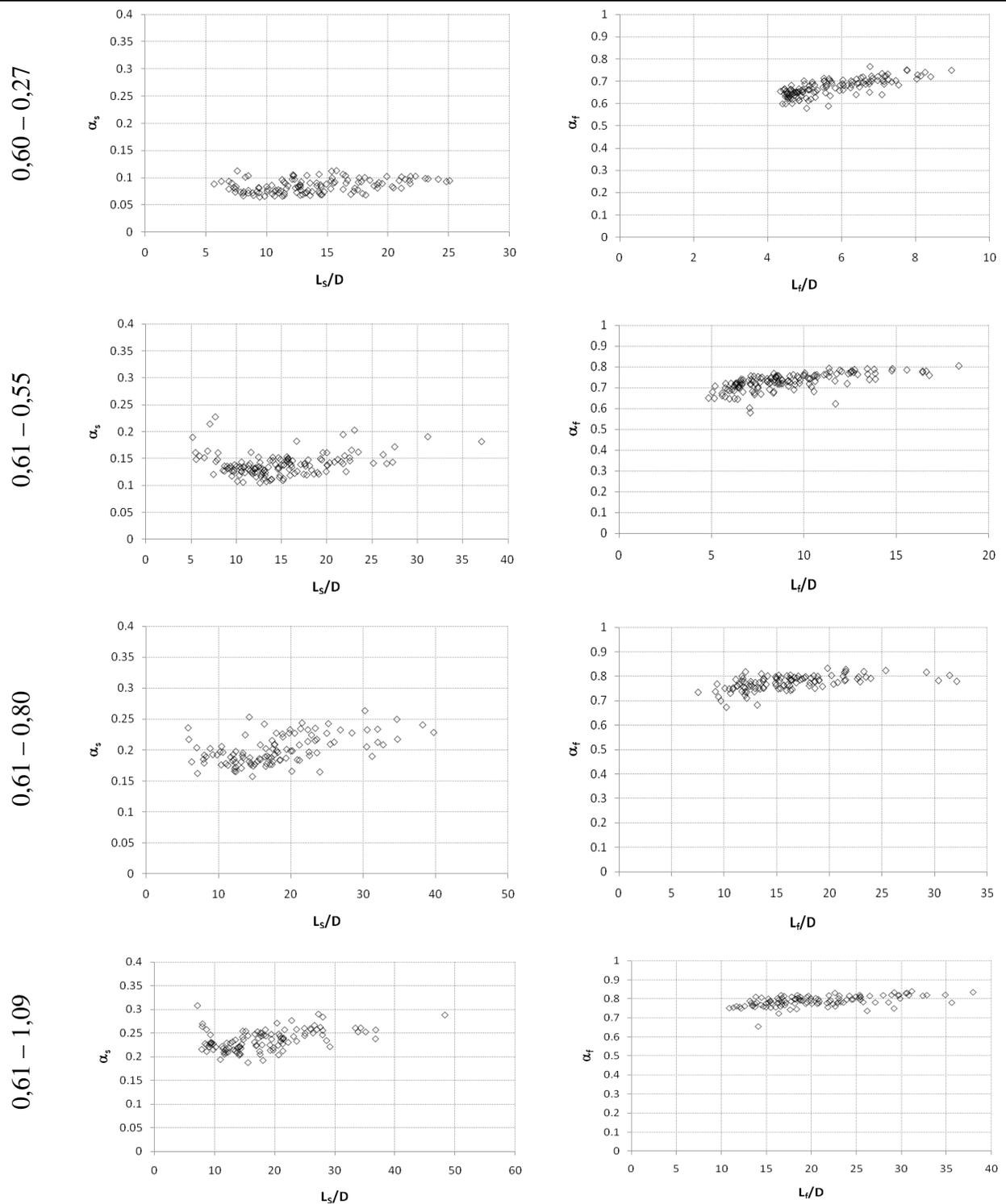


Figura 5.20. Correlações da  $\alpha_s$  e  $\alpha_f$  com  $L_s$  e  $L_f$  para os testes 8, 9, 10 e 11 da Tabela 5.7.

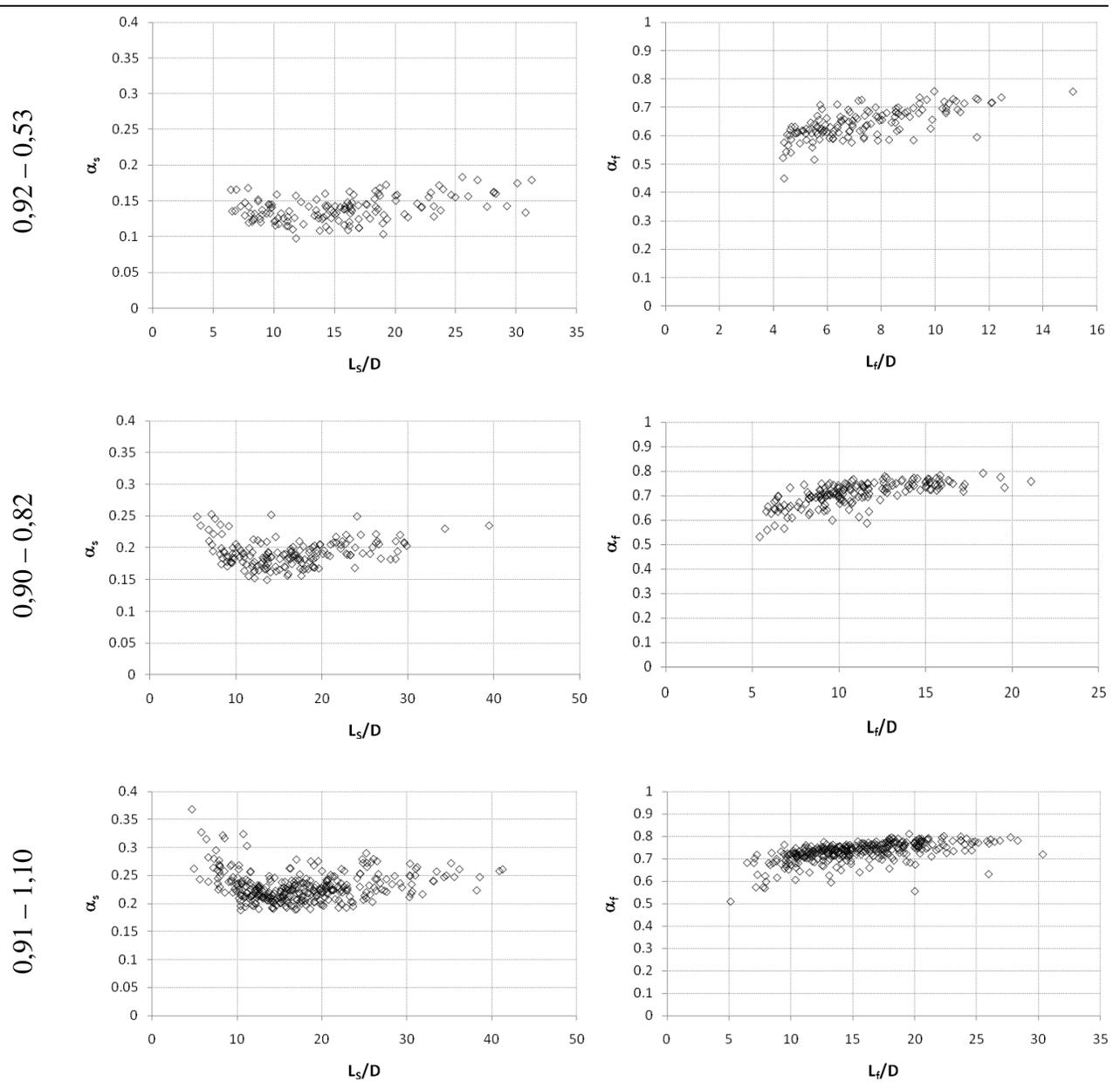
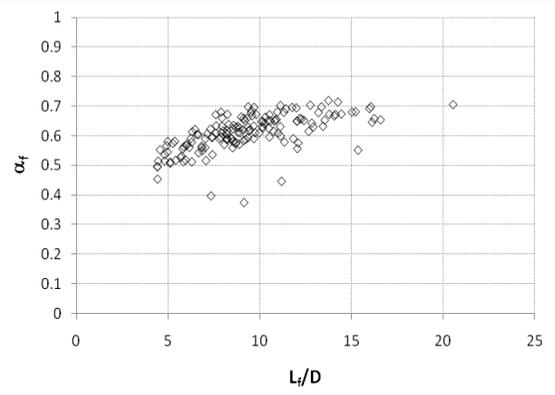
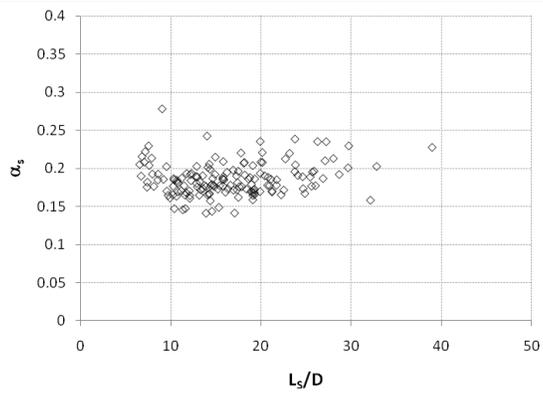
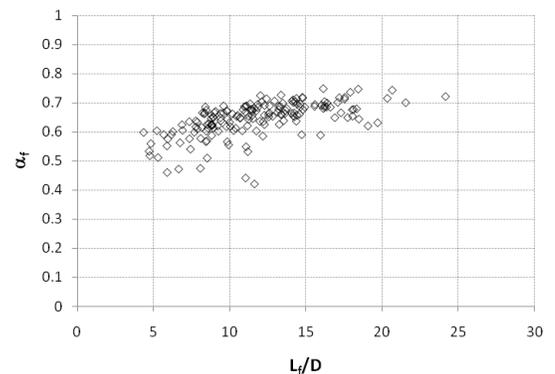
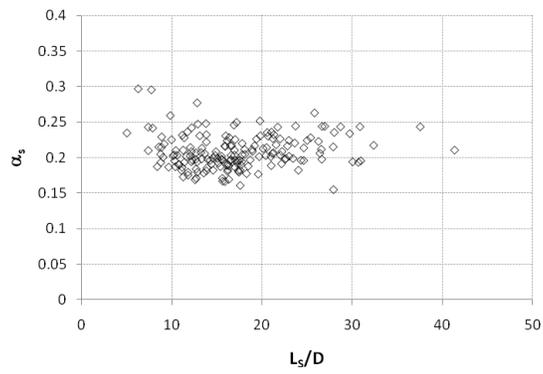


Figura 5.21. Correlações da  $\alpha_s$  e  $\alpha_f$  com  $L_s$  e  $L_f$  para os testes 12, 13 e 14 da Tabela 5.7.

1,20 – 0,82



1,21 – 1,07



1,20 – 1,35

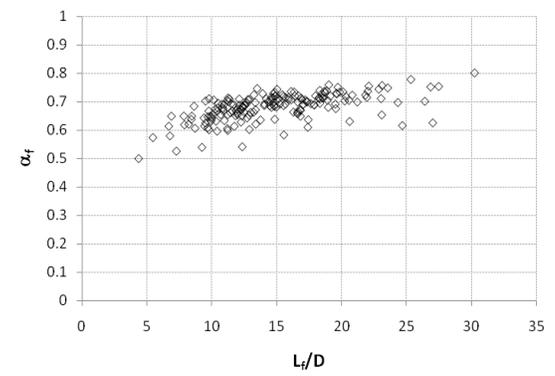
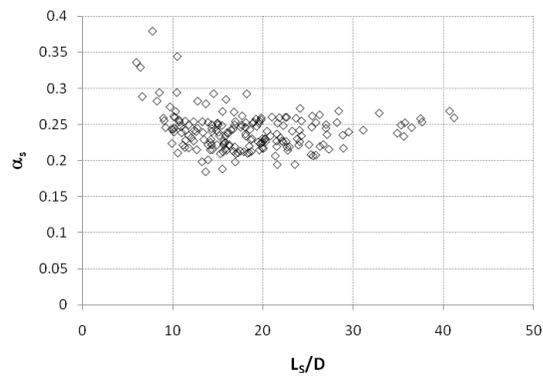


Figura 5.22. Correlações da  $\alpha_s$  e  $\alpha_f$  com  $L_s$  e  $L_f$  para os testes 15, 16 e 17 da Tabela 5.7.

### 5.3.5. Função densidade de probabilidade das propriedades do escoamento no padrão golfadas

As funções densidade de probabilidade de  $u_t$ ,  $L_s/D$ ,  $L_f/D$ ,  $\langle\alpha_u\rangle$ ,  $\langle\alpha_s\rangle$  e  $\langle\alpha_f\rangle$  revelam como as populações destas grandezas estão distribuídas ao redor da média na estação de medida localizada 257D a jusante do injetor de ar e água. Observa-se que esta distância para alguns testes é suficiente para ter um escoamento no padrão golfadas desenvolvido, mas em outros o escoamento está em desenvolvimento.

As Figuras 5.33, 5.34 e 5.35 constituem um bom exemplo de escoamento desenvolvido. Observa-se a que a densidade de probabilidade de  $u_t$ ,  $L_s/D$ ,  $\langle\alpha_s\rangle$ ,  $\langle\alpha_f\rangle$  e  $L_f/D$  apresentam uma única moda enquanto que a densidade de  $\langle\alpha_u\rangle$  mostra claramente uma distribuição bi-modal revelando a natureza intermitente do escoamento em golfadas.

Por outro lado as Figuras 5.25 e 5.26 constituem um bom exemplo de escoamento em desenvolvimento. Nas figuras citadas pode-se observar que as bolhas viajam em duas populações uma rápida e outra mais lenta. A medida que as bolhas rápidas coalescem com as bolhas lentas a velocidade  $u_t$  muda. O que possuímos é um instantâneo na estação de medida. Fenômeno similar é também observado nas populações de  $L_s/D$  e  $L_f/D$ . No entanto, as populações de  $\langle\alpha_s\rangle$  e  $\langle\alpha_f\rangle$  aparecem distribuídas ao redor da média mas em alguns casos sugerem que as populações estão ainda num processo de interação de forma que há dois picos porém próximos entre si. Por último a população de  $\langle\alpha_u\rangle$  permanece como bimodal caracterizando a ocorrência alternada de gás e líquido no regime de golfadas.

Considera-se que as demais figuras apresentam um estado em desenvolvimento intermediário sendo caracterizado num extremo por aquele mostrado nas Figuras 5.25 e 5.26 e no outro pelas Figuras 5.33, 5.34 e 5.35.

As densidades de probabilidade relativas à  $\langle u_t \rangle$ ,  $L_s/D$  e  $L_f/D$  já foram objeto de estudos de outros pesquisadores. Destaca-se que para escoamento desenvolvido, isto é, aquele onde a interação entre bolhas vizinhas cessaram de ocorrer, as populações para  $u_t$  e  $L_f/D$  são caracterizadas por distribuições normais enquanto que para  $L_s/D$  como log-normal. No entanto não é de conhecimento do autor algum trabalho relativo às distribuições de  $\langle\alpha_u\rangle$ ,  $\langle\alpha_s\rangle$  e  $\langle\alpha_f\rangle$ .

Observa-se que  $\langle \alpha_u \rangle$  para qualquer um dos pontos experimentais apresenta um comportamento bi-modal caracterizado pela alternância da passagem dos pistões de líquido seguidos pelas bolhas de gás. As distribuições de  $\langle \alpha_s \rangle$  e  $\langle \alpha_f \rangle$  são caracterizadas por um único pico e com um espalhamento variando entre  $\pm 0,05$  a  $\pm 0,1$  ao redor da média como havia sido previamente detectado na seção anterior. Pelo fato de possuírem uma única moda e terem baixo espalhamento elas sugerem potencial para aplicação em modelos de simulação utilizando apenas os seus valores médios.

Como exceção quer-se ressaltar os testes 6 e 13, veja Figuras 5.24 e 5.31, onde a população de comprimento de filme está em formação. Elas exibem populações com grandes e pequenos comprimentos coexistindo que influenciam na distribuição de  $\langle \alpha_f \rangle$  uma vez que comprimentos menores de  $L_f/D$  estão associados às menores frações de vazio. Já a população para  $\langle \alpha_s \rangle$  é menos sensível ainda que a população de  $\langle \alpha_f \rangle$  e é bem caracterizada por uma população simétrica (3º momento estatístico nulo ou *skewness* nulo) e 4º momento estatístico maior que 1 ou *kurtosis*  $>1$ .

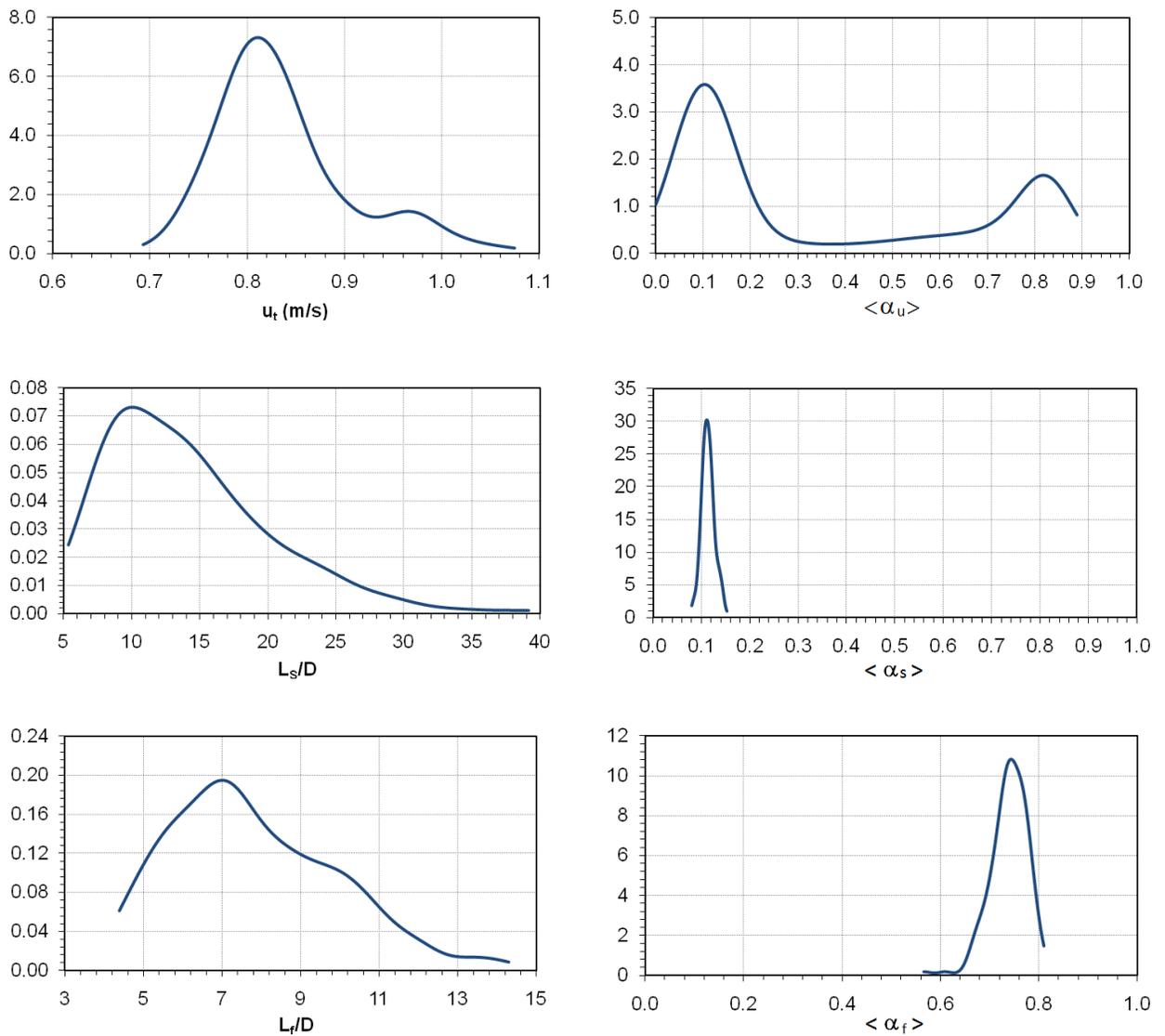


Figura 5.23. Teste 5: Ponto  $J_L=0,30\text{m/s}$  e  $J_G=0,28\text{m/s}$ .

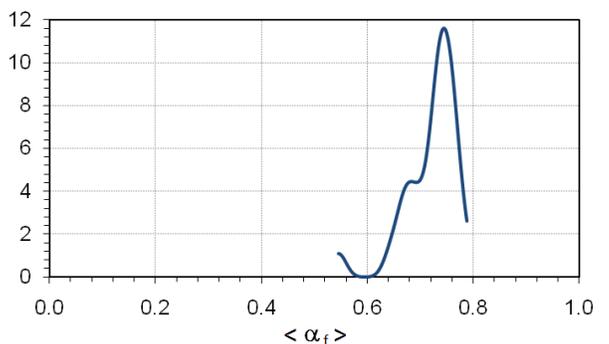
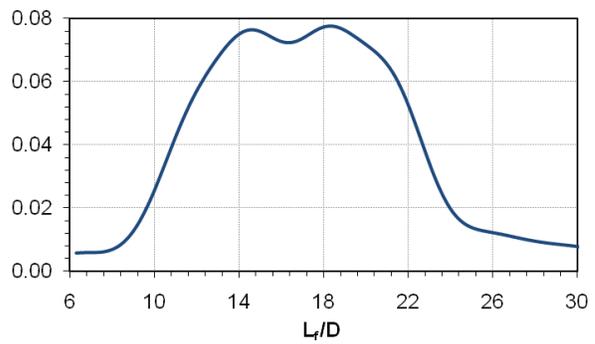
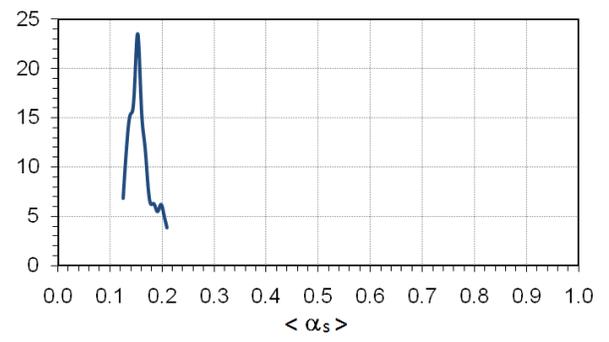
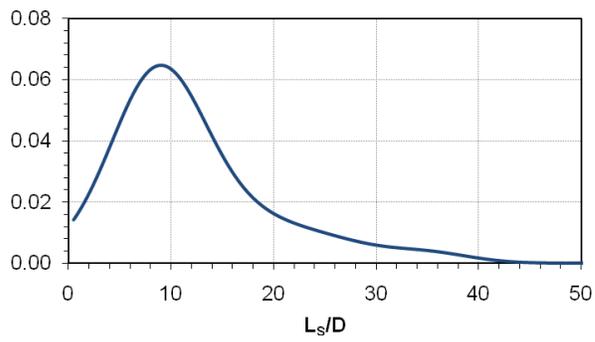
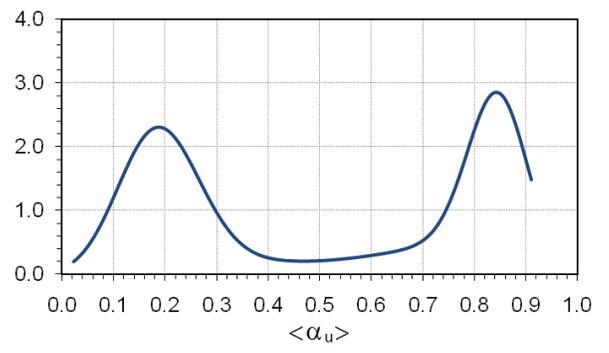
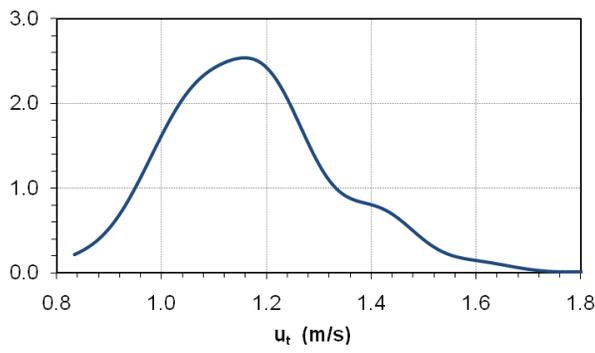


Figura 5.24. Teste 6: Ponto  $J_L=0,31\text{m/s}$  e  $J_G=0,57\text{m/s}$ .

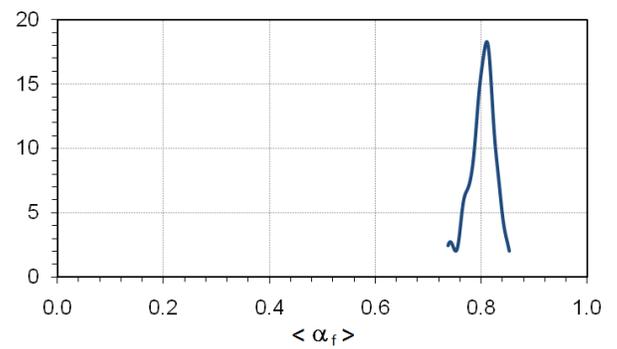
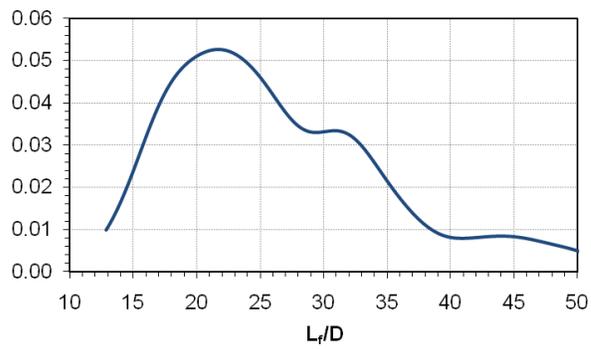
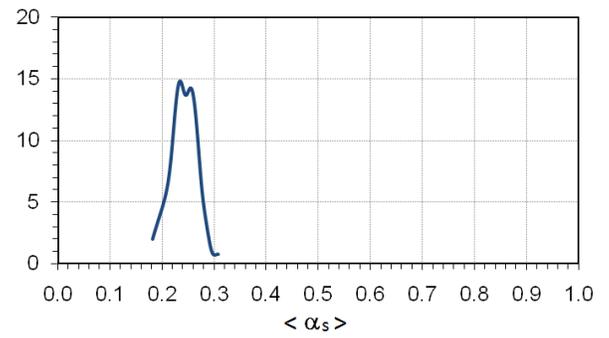
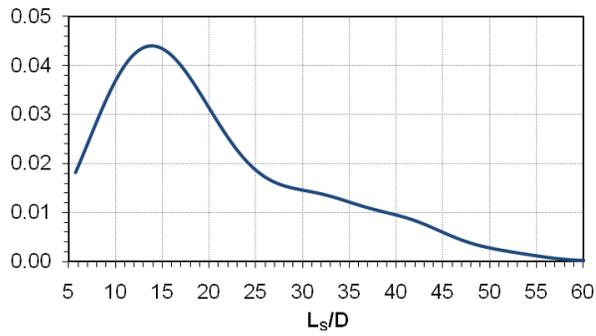
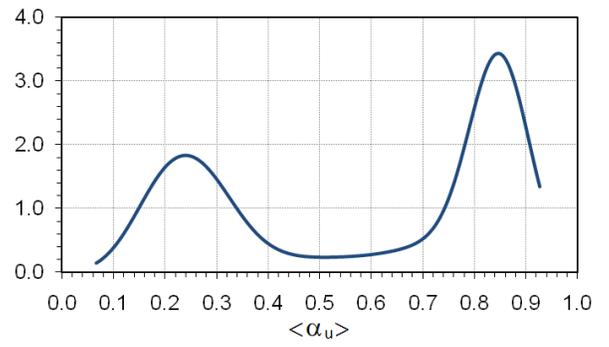
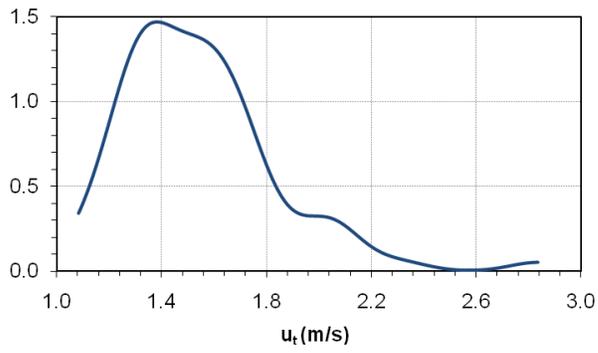


Figura 5.25. Teste 7: Ponto  $J_L=0,30\text{m/s}$  e  $J_G=0,83\text{m/s}$ .

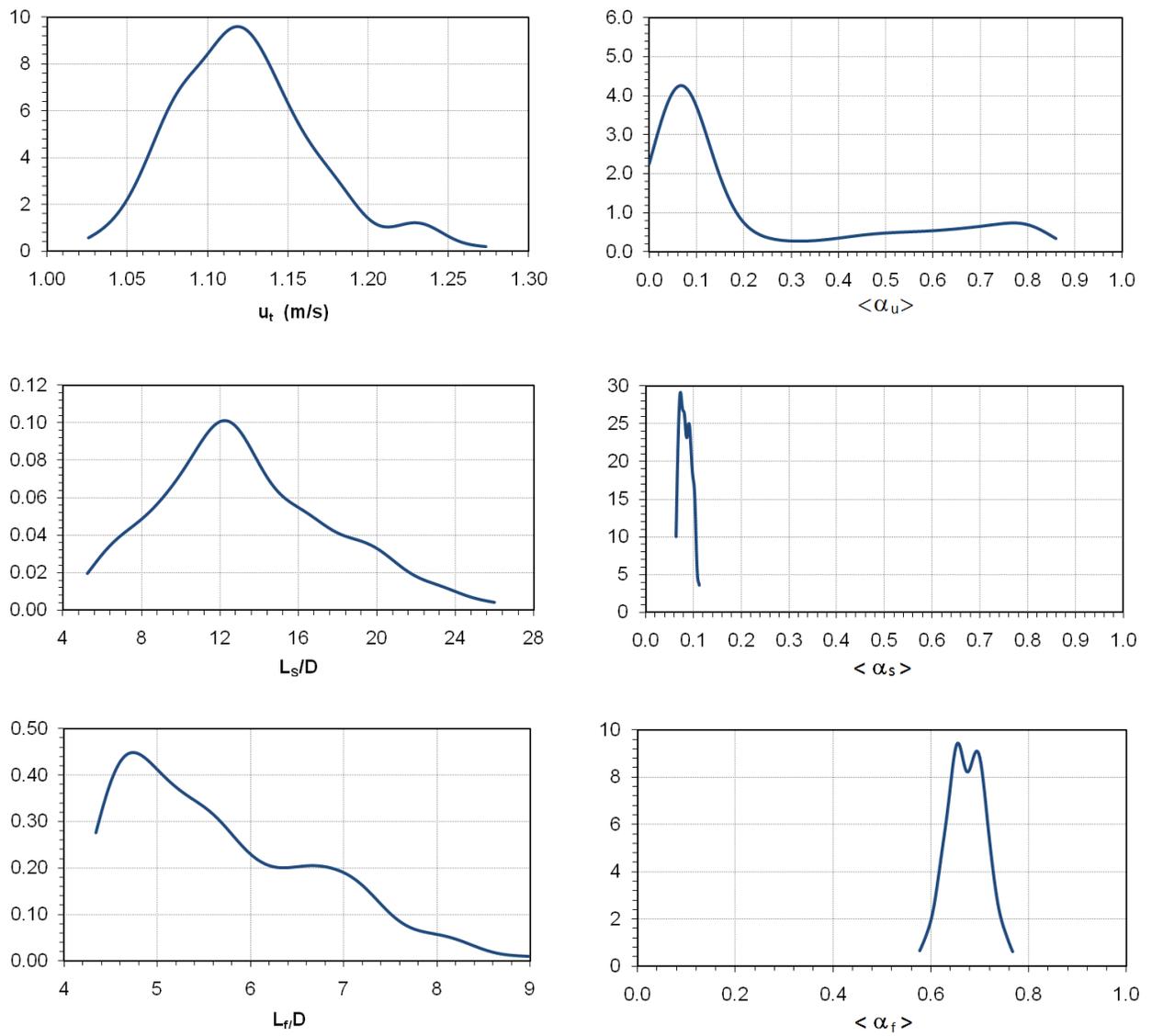


Figura 5.26. Teste 8: Ponto  $J_L=0,60\text{m/s}$  e  $J_G=0,27\text{m/s}$ .

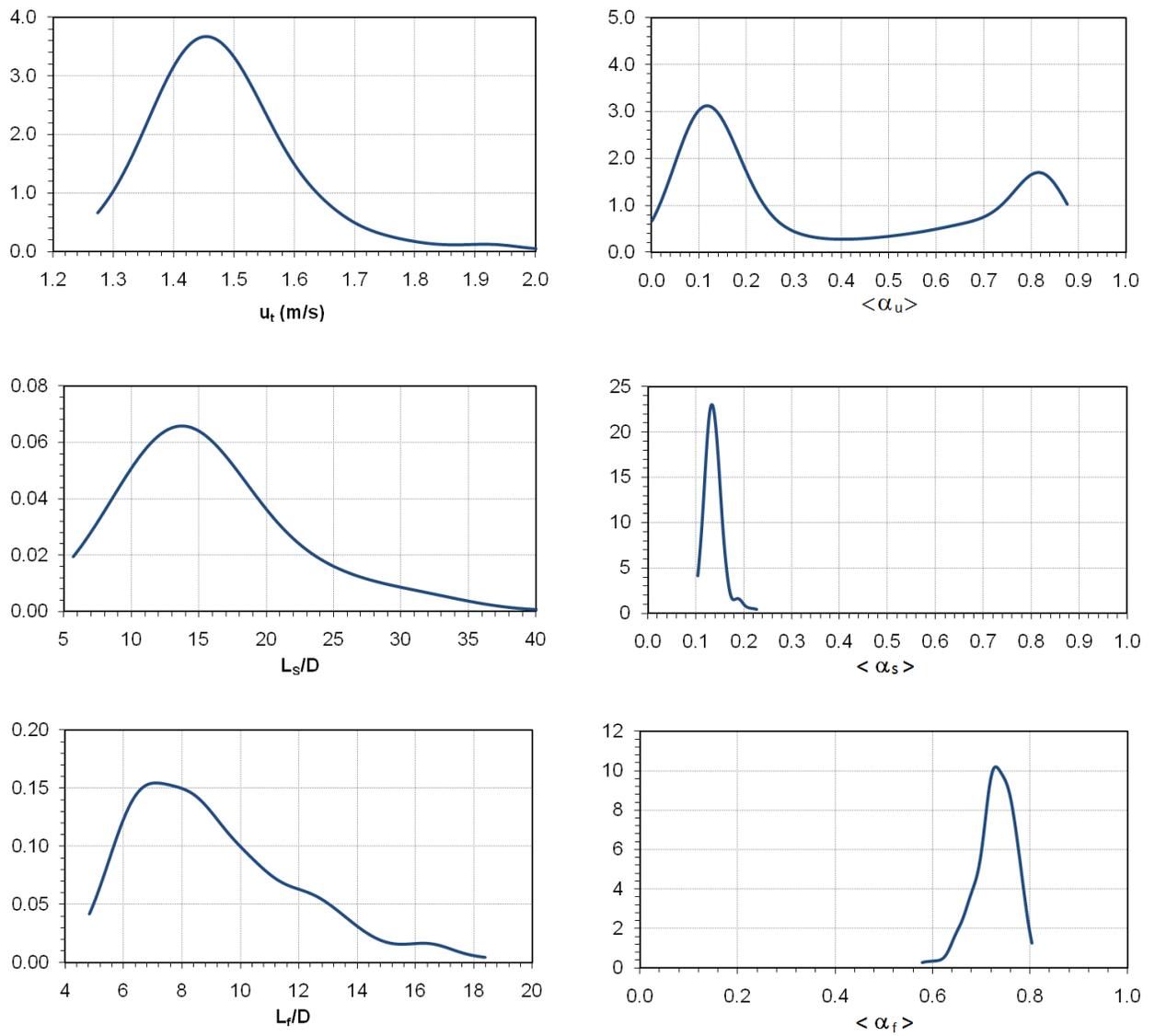


Figura 5.27. Teste 9: Ponto  $J_L=0,61\text{m/s}$  e  $J_G=0,55\text{m/s}$ .

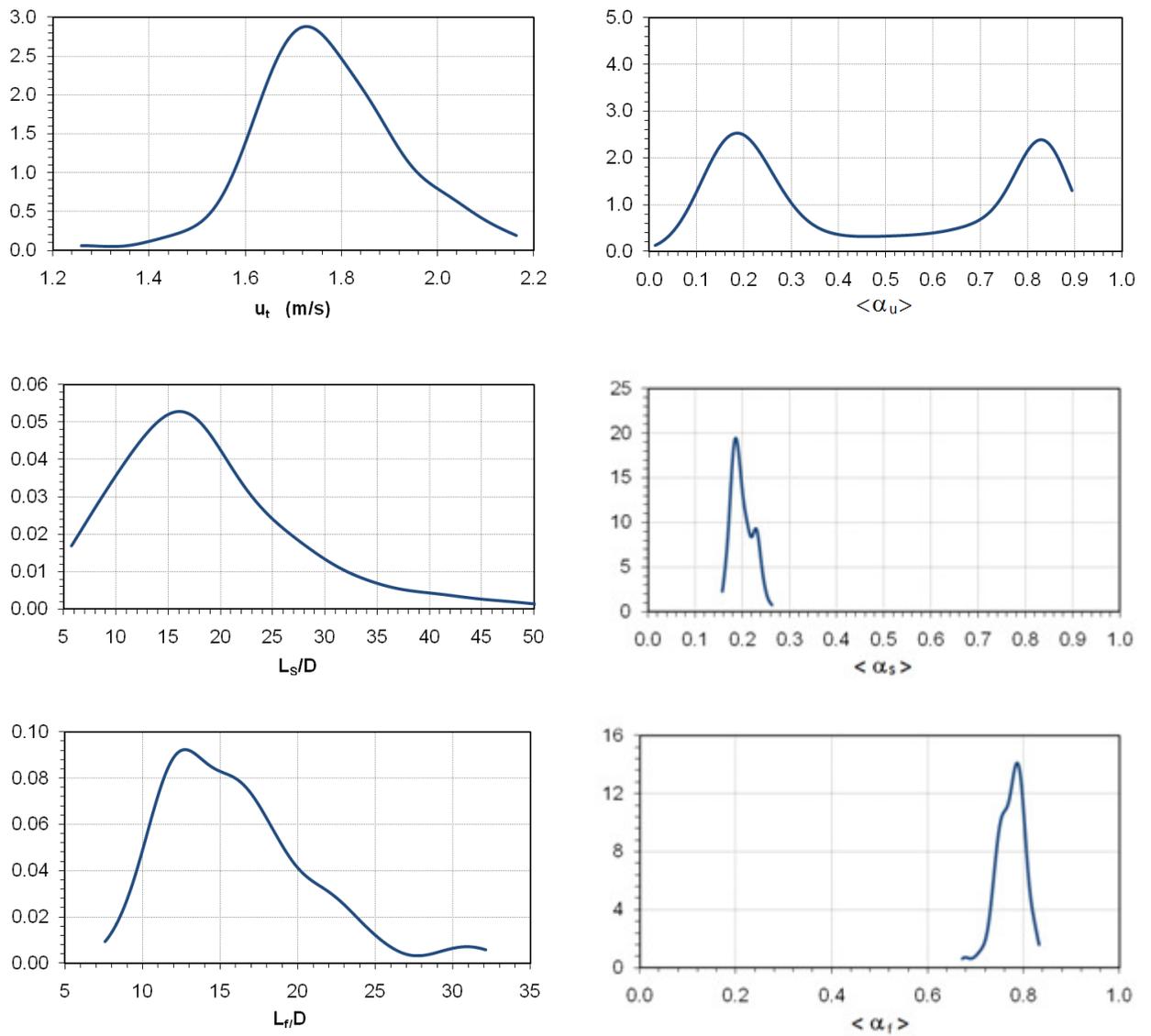


Figura 5.28. Teste 10: Ponto  $J_L=0,61\text{m/s}$  e  $J_G=0,80\text{m/s}$ .

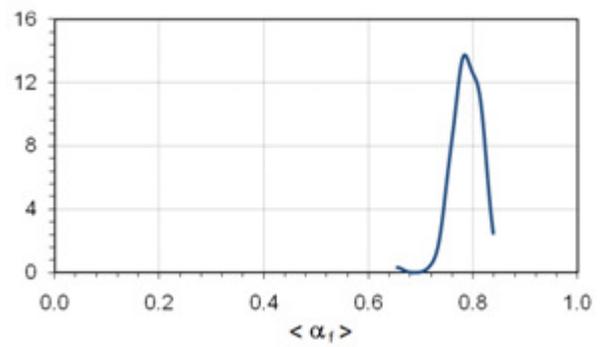
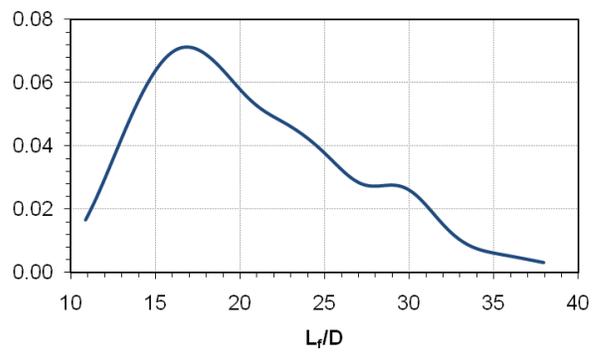
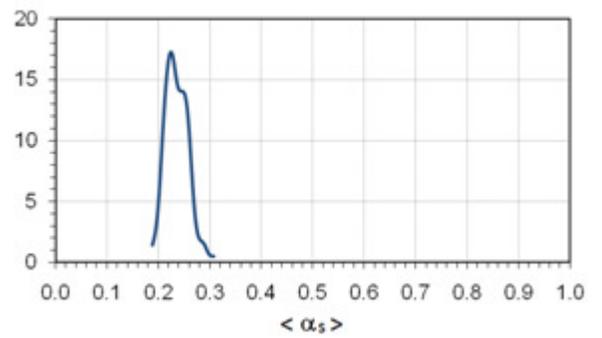
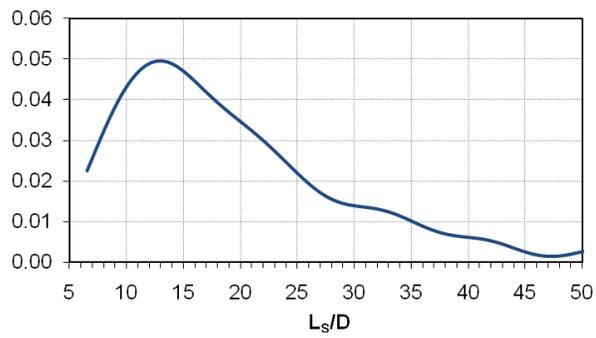
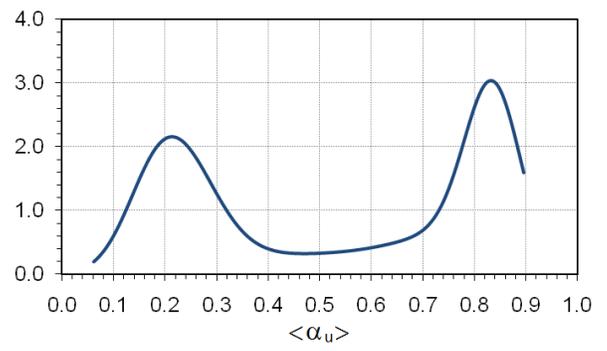
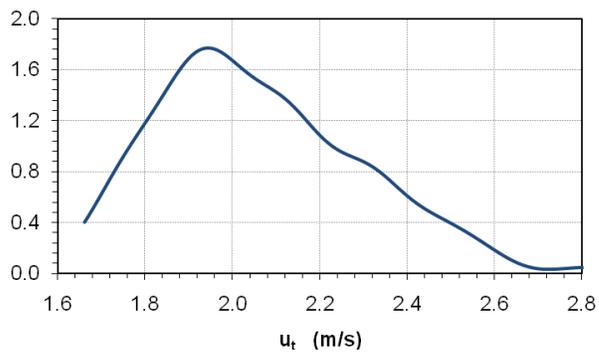


Figura 5.29. Teste 11: Ponto  $J_L=0,61\text{m/s}$  e  $J_G=1,09\text{m/s}$ .

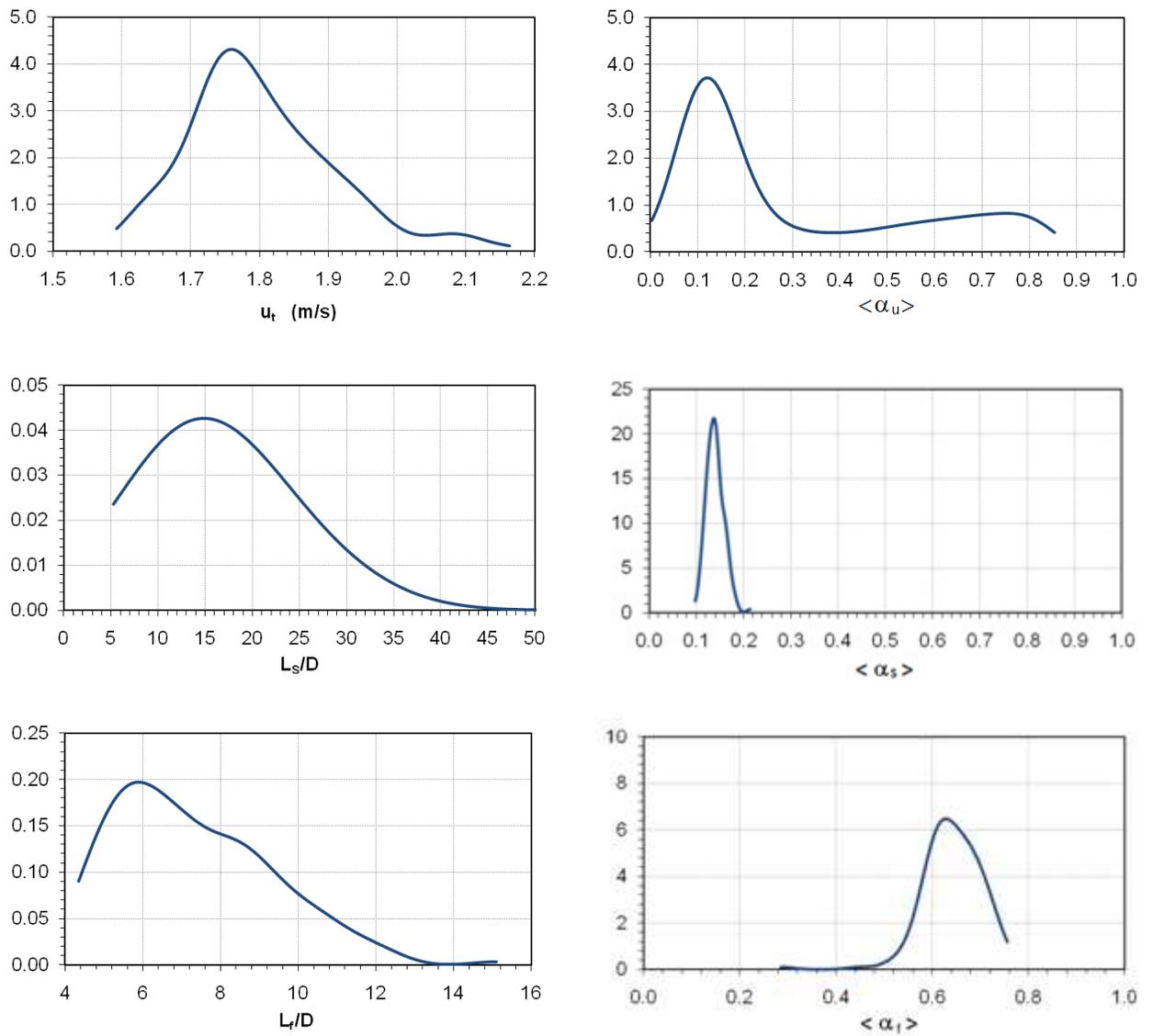


Figura 5.30. Teste 12: Ponto  $J_L=0,92\text{m/s}$  e  $J_G=0,53\text{m/s}$ .

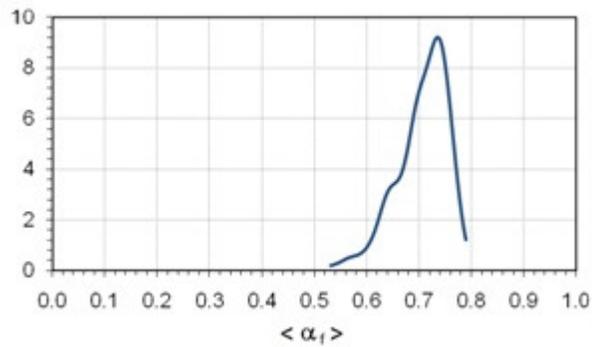
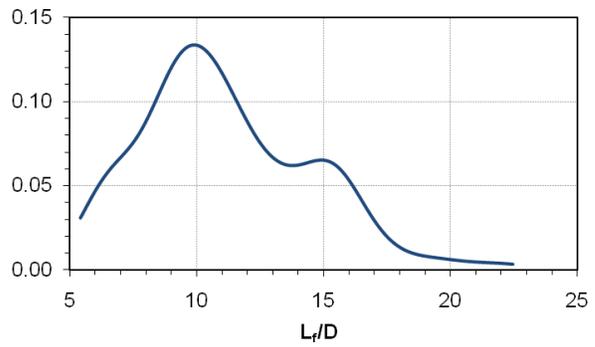
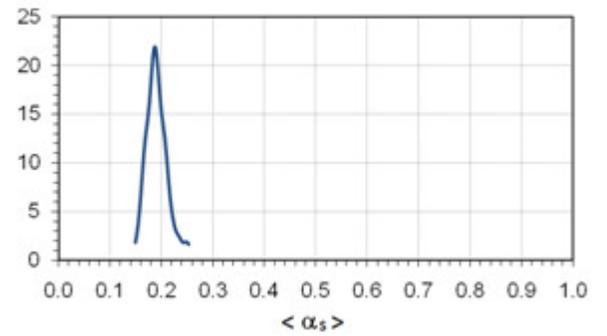
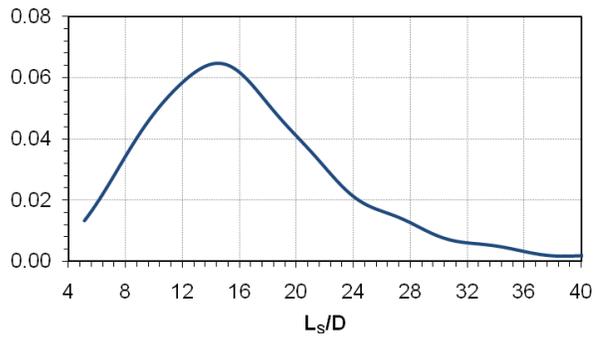
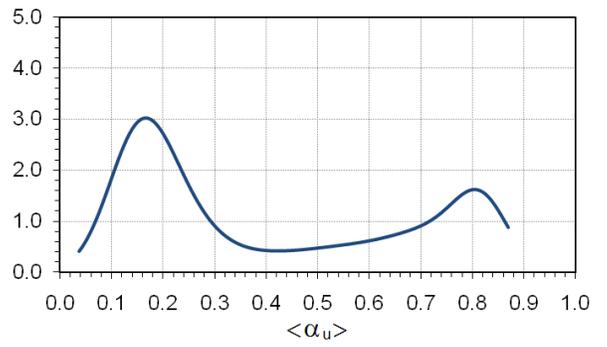
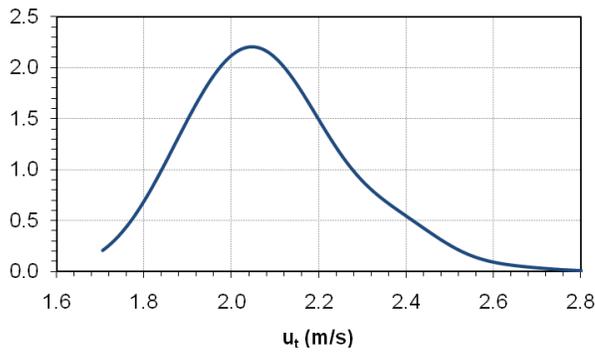


Figura 5.31. Teste 13: Ponto  $J_L=0,90\text{m/s}$  e  $J_G=0,82\text{m/s}$ .

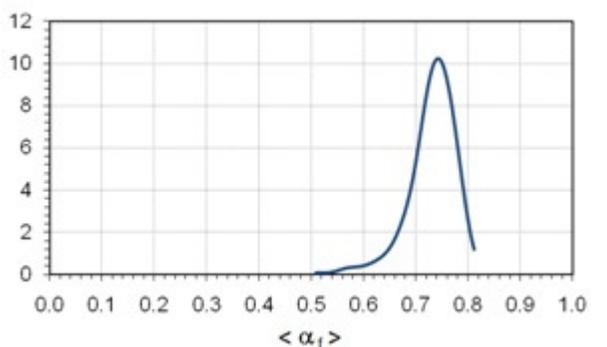
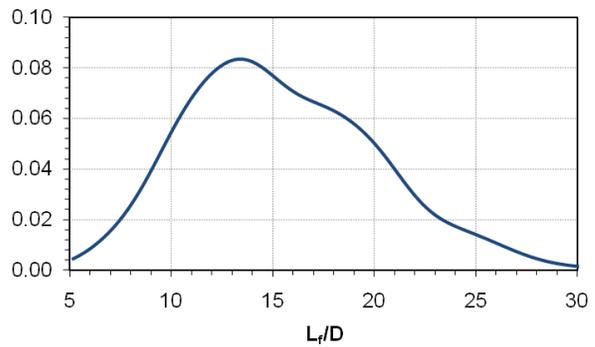
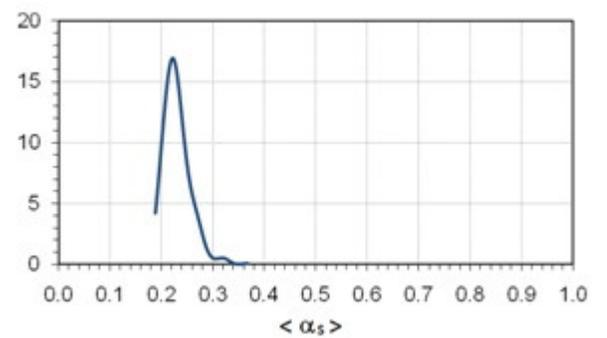
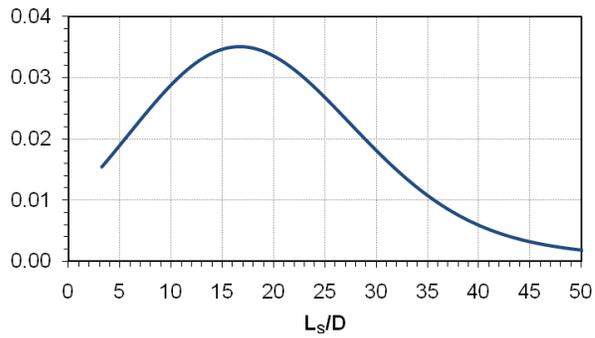
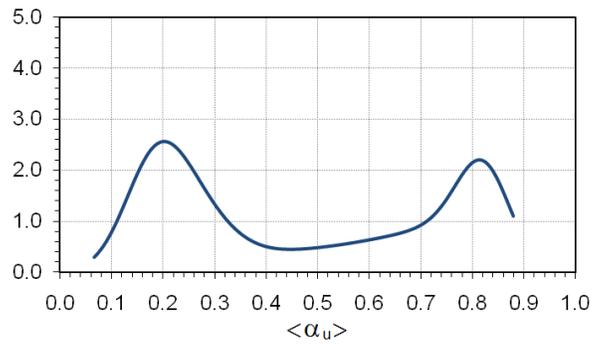
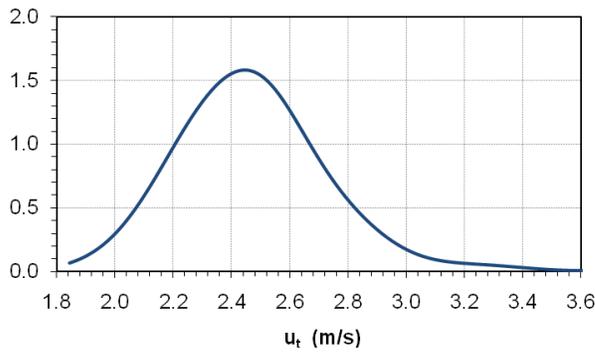


Figura 5.32. Teste 14: Ponto  $J_L=0,91\text{m/s}$  e  $J_G=1,10\text{m/s}$ .

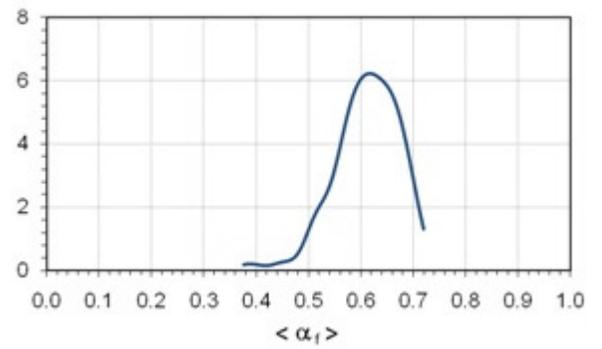
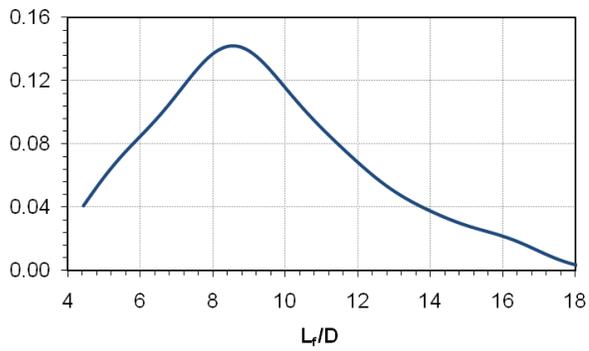
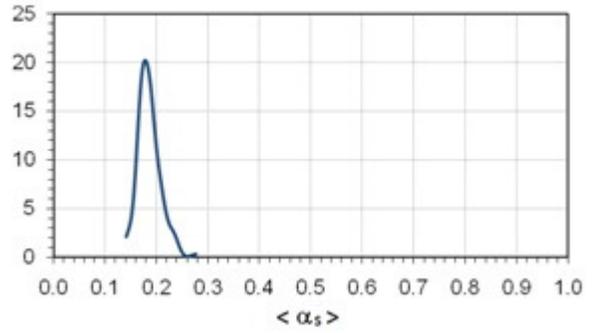
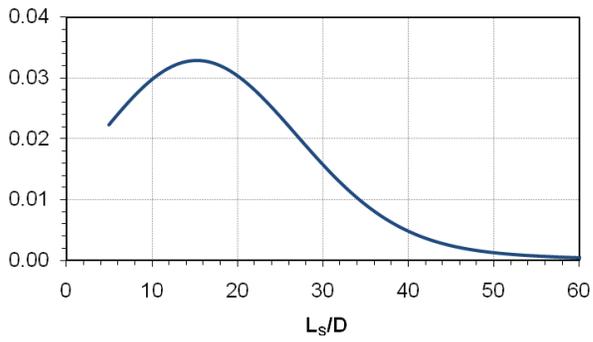
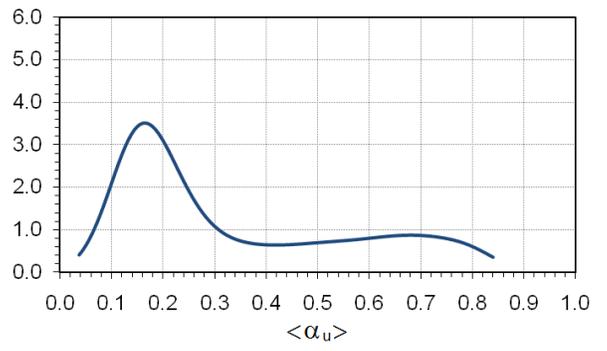
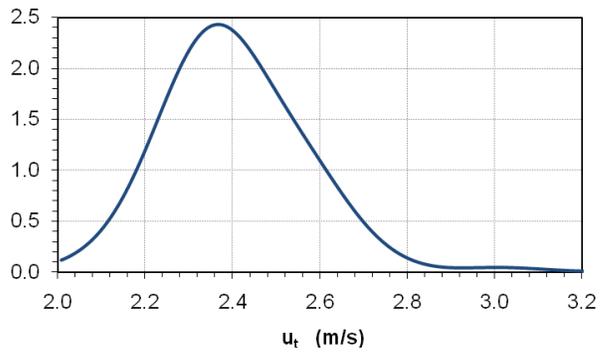


Figura 5.33. Teste 15: Ponto  $J_L=1,20\text{m/s}$  e  $J_G=0,82\text{m/s}$ .

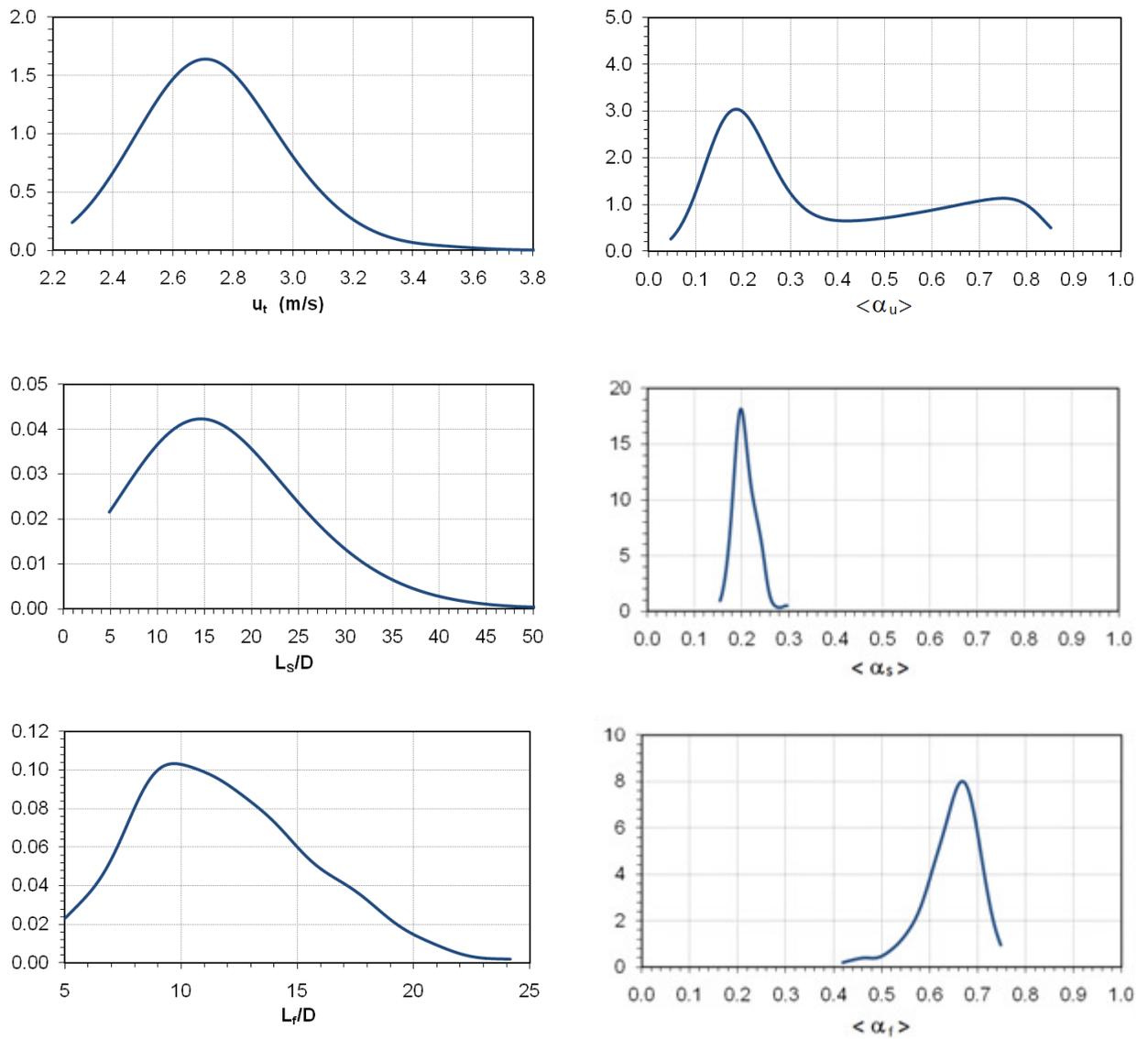


Figura 5.34. Teste 16: Ponto  $J_L=1,21\text{m/s}$  e  $J_G=1,07\text{m/s}$ .

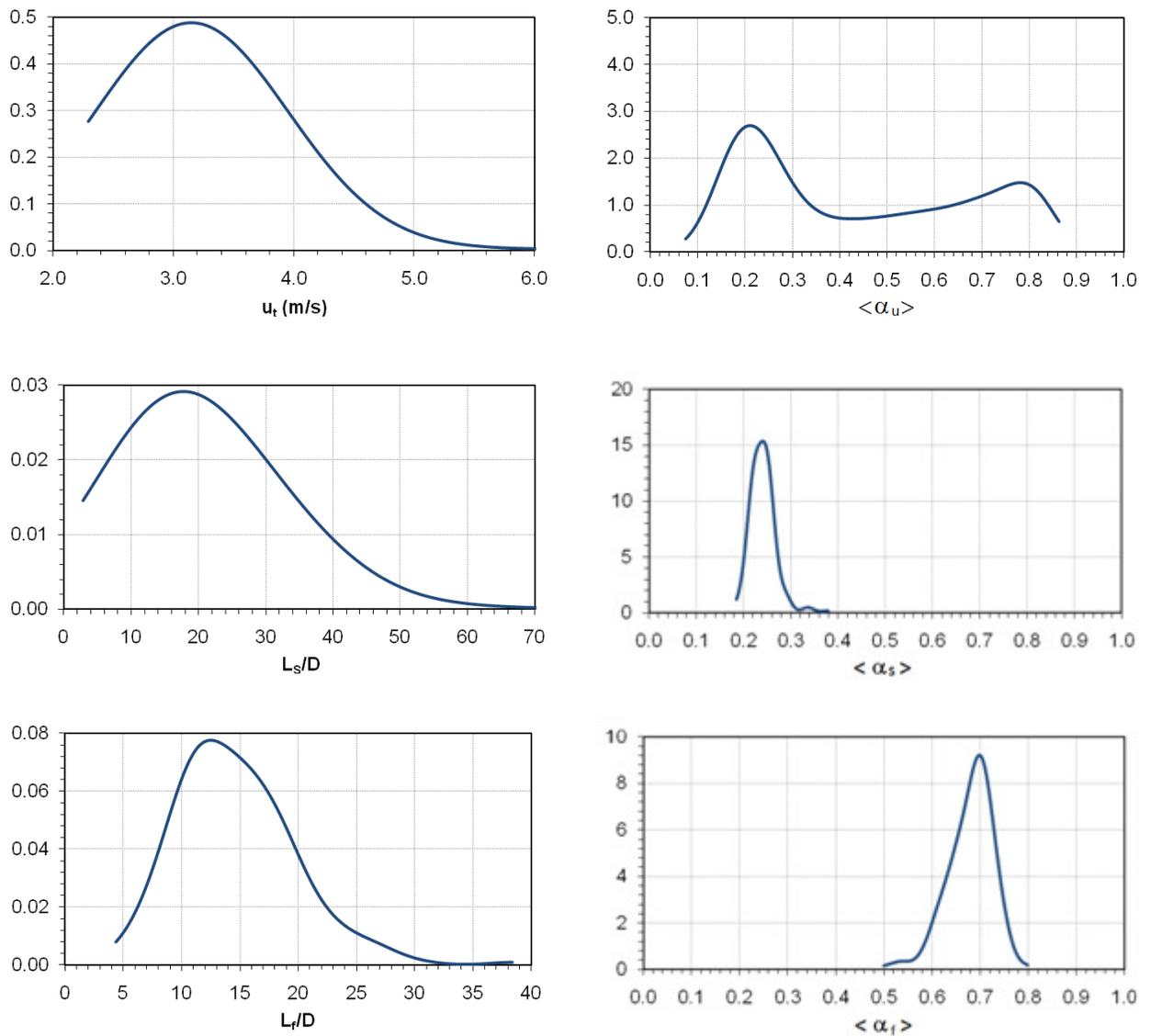


Figura 5.35. Teste 17: Ponto  $J_L=1,20\text{m/s}$  e  $J_G=1,35\text{m/s}$ .

### 5.3.6. Estimativa das velocidades baseadas no balanço volumétrico

Para fins de referência a Tabela 5.11 apresenta os resultados obtidos utilizando as equações desenvolvidas no balanço volumétrico do Apêndice A. As velocidades do líquido no pistão de líquido  $u_{LS}$ , das bolhas dispersas no pistão de líquido  $u_b$ , do gás na bolha alongada  $u_G$  e

do filme  $u_f$  foram obtidas utilizando as Equações (A.39), (A.41), (A.43) e (A.45) respectivamente.

Tabela 5.11. Resultados para as velocidades do padrão golfadas.

Teste	J	$J_L$	$J_G$	$u_t$	$u_{LS}$	$u_b$	$u_G$	$u_f$
#	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)
5	0,58	0,30	0,28	0,84	0,55	0,75	0,82	-0,14
6	0,88	0,31	0,57	1,18	0,87	0,92	1,13	-0,04
7	1,13	0,30	0,83	1,55	1,10	1,24	1,45	-0,18
8	0,87	0,60	0,27	1,12	0,86	1,05	1,11	0,37
9	1,16	0,61	0,55	1,49	1,12	1,40	1,47	0,30
10	1,41	0,61	0,80	1,73	1,37	1,58	1,72	0,34
11	1,70	0,61	1,09	2,06	1,62	1,97	2,03	-0,43
12	1,45	0,92	0,53	1,80	1,41	1,72	1,78	0,82
13	1,72	0,90	0,82	2,09	1,67	1,94	2,05	0,89
14	2,01	0,91	1,10	2,47	1,96	2,15	2,37	0,97
15	2,02	1,20	0,82	2,44	1,92	2,44	2,43	1,33
16	2,28	1,21	1,07	2,75	2,16	2,70	2,74	1,39
17	2,55	1,20	1,35	3,24	2,44	2,89	3,12	1,28

Como esperado a maior velocidade no escoamento em golfadas é a velocidade de translação do nariz da bolha alongada  $u_t$ . A bolha alongada praticamente preenche toda a seção transversal do tubo fazendo com que a velocidade do gás na região da bolha alongada  $u_G$  seja maior que a velocidade superficial do gás  $J_G$  que representa a velocidade que a fase gás teria se estivesse escoando sozinha na tubulação. A velocidade do líquido no pistão de líquido  $u_{LS}$  é menor que a velocidade superficial de mistura J devido a presença das bolhas dispersas no pistão de líquido. As velocidades do filme de líquido  $u_f$  apresentadas na Tabela 5.11 foram obtidas resolvendo a Equação (A.45) utilizando valores médios da fração de líquido no filme de líquido  $R_f$  resultando em velocidades de filme de líquido positivas e negativas. Isto não pode ser feito de

forma direta uma vez que a fração de líquido no filme de líquido varia localmente em função da espessura local do filme de líquido  $h_f$ . A solução é resolver um modelo de filme de líquido que estima a fração de líquido local no filme de líquido a partir do conhecimento do perfil da bolha alongada e determina a velocidade média do filme de líquido em função das velocidades locais do filme de líquido. O modelo de filme de líquido de Taitel e Barnea (1990) será implementado no Capítulo 6 para determinar a velocidade média do filme de líquido  $u_f$ . A seção a seguir compara as velocidades das bolhas dispersas no pistão de líquido  $u_b$  obtidas utilizando a Equação (A.41) desenvolvida no balanço volumétrico com as correlações disponíveis na literatura.

### 5.3.7. Comparação da velocidade das bolhas dispersas no pistão de líquido $u_b$ com as correlações disponíveis

A velocidade de translação das bolhas dispersas no pistão de líquido,  $u_b$  pode ser expressa como uma combinação linear da velocidade de deslizamento de uma população de bolhas  $u_{d,b}$  e da velocidade superficial de mistura  $J$ :

$$u_b = C_{0,b}J + u_{d,b}, \quad (\text{B.24})$$

onde  $C_{0,b}$  é o parâmetro de distribuição das bolhas dispersas que depende do tamanho das bolhas, dos perfis da fração de vazio das bolhas e da velocidade superficial de mistura na seção transversal. O parâmetro  $C_{0,b}$  para escoamento disperso vertical situa-se entre 1,0 e 1,5 com um valor mais provável de aproximadamente 1,2.

A velocidade de deslizamento de uma população de bolhas  $u_{d,b}$  é relacionada com a velocidade de deslizamento de uma única bolha  $u_{d,bs}$  através da fração de vazio do pistão de líquido  $\alpha_s$ :

$$u_{d,b} = u_{d,bs} (1 - \alpha_s)^n, \quad (\text{B.23})$$

onde o expoente  $n$  é determinado em função das viscosidades do gás e do líquido. Para  $\mu_L \gg \mu_G$ ,  $n=1,75$ .

As duas principais correlações disponíveis na literatura para a determinação da velocidade de deslizamento de uma única bolha,  $u_{d,bs}$  são as correlações de Harmathy (1960) e Ishii e Zuber (1979). A correlação de Harmathy (1960) é expressa por:

$$u_{d,bs} = 1,534 \sqrt[4]{\frac{g\Delta\rho\sigma}{\rho_L^2}}, \quad (\text{B.26})$$

e a correlação de Ishii e Zuber (1979) por:

$$u_{d,bs} = \sqrt{2} \sqrt[4]{\frac{g\Delta\rho\sigma}{\rho_L^2}}. \quad (\text{B.32})$$

Maiores detalhes e discussões a respeito das velocidades das bolhas dispersas em um meio contínuo e das correlações disponíveis podem ser encontradas no Apêndice B.

A Figura 5.36 apresenta a comparação da velocidade das bolhas dispersas no pistão de líquido  $u_b$  estimada pelo balanço volumétrico do Apêndice A com as correlações de Harmathy (1960) e Ishii e Zuber (1979). O valor do parâmetro de distribuição utilizado nas correlações foi  $C_{0,b}=1,0$  para todos os testes. Pode-se notar desvios de 5 a 10% nos valores de  $u_b$  obtidos com o balanço em relação às correlações para velocidades superficiais de mistura  $J$  maiores que 2 m/s. Adotando  $C_{0,b}=1,1$  para essa faixa de  $J$  pode-se ajustar os valores de  $u_b$  obtidos com o balanço com os determinados com as correlações. A concordância dos resultados mostra a consistência do método utilizado.

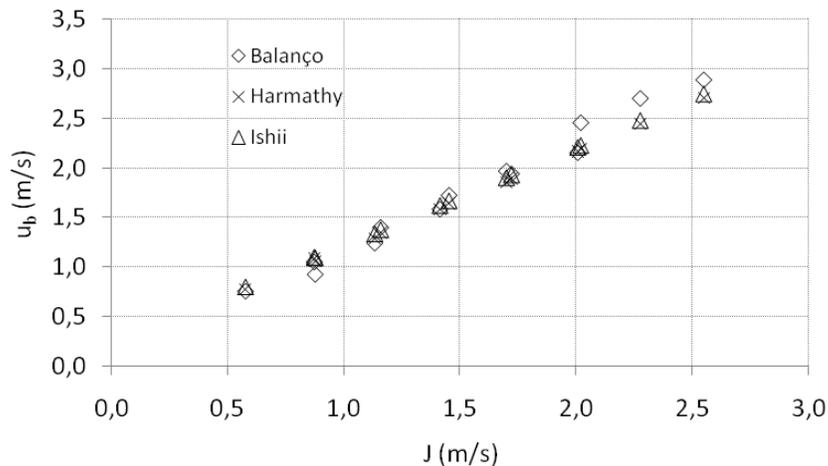


Figura 5.36. Velocidade das bolhas dispersas no pistão de líquido  $u_b$ .

#### 5.4. Comparação da sonda elétrica com o sensor de impedância de anéis

A Tabela 5.12 apresenta uma comparação dos resultados obtidos com as duas técnicas de medidas para as velocidades e frações de vazio médias do escoamento intermitente no padrão golfadas. Uma comparação entre as distribuições da fração de vazio local no pistão de líquido é mostrada na Tabela 5.13. Os testes 1 e 5 foram realizados com velocidades superficiais de líquido  $J_L$  bastante próximas 0,29 m/s e 0,30 m/s e com velocidades superficiais de gás  $J_G$  com 12% de diferença, 0,25 m/s e 0,28 m/s. Os resultados obtidos para as frações de vazio médias apresentam desvios absolutos de 0,01 para  $\langle \alpha_s \rangle$  e  $\langle \alpha_f \rangle$  e 0,03 para  $\langle \alpha_u \rangle$ . A distribuição da fração de vazio local no pistão de líquido para esses dois testes seguem o mesmo comportamento como mostrado na figura da Tabela 5.13 apresentando  $\alpha_s \approx 0,45$  em  $Z/D = 0$ , depois a mesma queda acentuada de  $\alpha_s$  na região de recirculação atingindo um mínimo em  $Z/D = 2$  com  $\alpha_s \approx 0,10$  para a sonda elétrica e  $\alpha_s \approx 0,05$  para o sensor de impedâncias. Na região do pistão desenvolvido ( $Z/D > 6$ ) as duas técnicas obtiveram a mesma distribuição da fração de vazio local no pistão de líquido com um valor uniforme de  $\alpha_s \approx 0,12$ . Os testes 2 e 6 foram realizados com a mesma velocidade  $J_L = 0,31$  m/s e com 10% de diferença para as velocidades  $J_G$ , 0,52 m/s

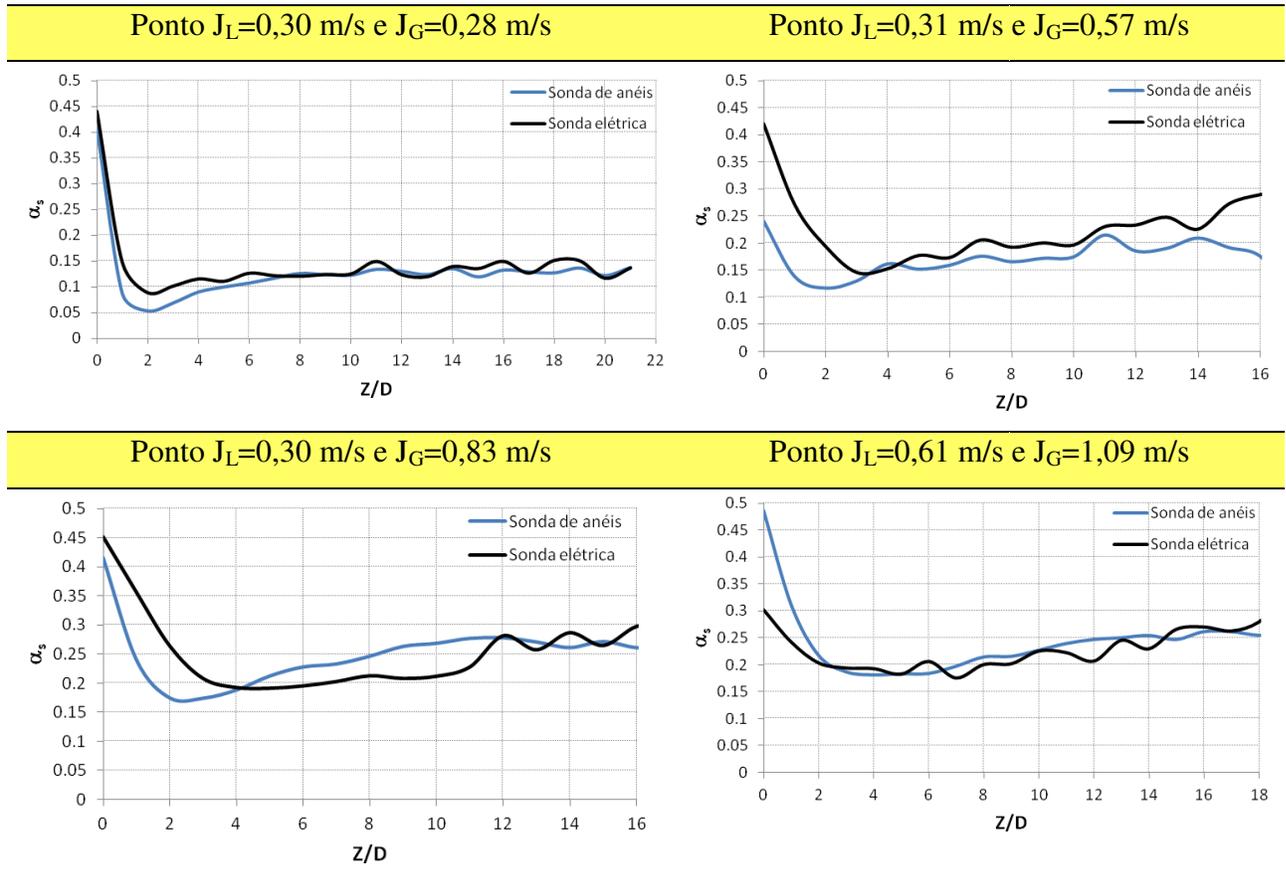
e 0,57 m/s. Os resultados obtidos apresentaram desvios absolutos de 0,02 para  $\langle \alpha_f \rangle$ , 0,05 para  $\langle \alpha_u \rangle$  e 0,07 para  $\langle \alpha_s \rangle$  o que significa desvios de até 44% como no caso da fração de vazio média do pistão de líquido. Verificando a função densidade de probabilidade das propriedades do teste 6, Figura 5.24, observa-se o comportamento de um escoamento em desenvolvimento. Há uma incerteza ao determinar o final da bolha alongada e o início do pistão de líquido num escoamento em desenvolvimento. Isso reflete diretamente nos comprimentos do pistão de líquido  $L_s$  e da bolha alongada  $L_f$ , já que estes comprimentos são definidos pela aplicação do fator de corte, e conseqüentemente altera as concentrações de gás. Nas distribuições da fração de vazio local no pistão de líquido apresentadas na figura da Tabela 5.13 para os testes 2 e 6 pode-se observar  $\alpha_s \approx 0,42$  para a sonda elétrica e  $\alpha_s \approx 0,24$  para o sensor de impedâncias em  $Z/D = 0$ . Isto sugere que, ao aplicar o fator de corte para definir o comprimento do pistão de líquido no teste 6, provavelmente definiu-se o início do pistão de líquido já na região de recirculação. Com isso, a região de recirculação do teste com o sensor de impedância ficou mais curta atingindo um mínimo em  $Z/D = 2$  com  $\alpha_s \approx 0,12$  enquanto que o teste com a sonda elétrica atingiu um mínimo em  $Z/D \approx 3$  com  $\alpha_s \approx 0,14$ . Na região de pistão desenvolvido ( $Z/D > 5$ ) as distribuições mostram um crescimento de  $\alpha_s$  até atingirem  $\alpha_s \approx 0,23$  para a sonda elétrica e  $\alpha_s \approx 0,18$  para o sensor de impedância. Os testes 3 e 7 foram realizados com velocidades superficiais de líquido  $J_L$  bastante próximas 0,29 m/s e 0,30 m/s e com velocidades superficiais de gás  $J_G$  com 6% de diferença, 0,78 m/s e 0,83 m/s. Os resultados obtidos para as frações de vazio médias apresentam desvios absolutos de 0,01 para  $\langle \alpha_u \rangle$ , 0,02 para  $\langle \alpha_s \rangle$  e 0,03 para  $\langle \alpha_f \rangle$ . A distribuição da fração de vazio local no pistão de líquido para esses dois testes seguem comportamentos semelhantes como mostrado na Tabela 5.13 apresentando  $\alpha_s \approx 0,45$  para a sonda elétrica e  $\alpha_s \approx 0,42$  para o sensor de impedâncias em  $Z/D = 0$ , depois a queda acentuada de  $\alpha_s$  na região de recirculação apresentou certa diferença atingindo um mínimo em  $Z/D \approx 2$  com  $\alpha_s \approx 0,17$  para a sonda elétrica e um mínimo em  $Z/D \approx 4$  com  $\alpha_s \approx 0,19$  para o sensor de impedâncias. Na região do pistão desenvolvido a técnica da sonda elétrica apresentou um valor uniforme de  $\alpha_s \approx 0,20$  até  $Z/D \approx 11$  e um crescimento acentuado até a fração de vazio local no pistão de líquido flutuar em torno de  $\alpha_s \approx 0,27$  para  $Z/D > 12$  enquanto que o sensor de anéis

apresentou um crescimento acentuado de  $\alpha_s$  depois da zona de recirculação até atingir um valor uniforme de  $\alpha_s \approx 0,27$  para  $Z/D > 11$ . Os testes 4 e 11 foram realizados com a mesma velocidade  $J_L = 0,61$  m/s e com 4% de diferença para as velocidades  $J_G$ , 1,05 m/s e 1,09 m/s. Os resultados obtidos para as frações de vazio médias apresentam desvios absolutos de 0,04 para  $\langle \alpha_u \rangle$  e 0,10 para  $\langle \alpha_f \rangle$ . A fração de vazio média do pistão de líquido determinada pelas duas técnicas foi a mesma:  $\langle \alpha_s \rangle = 0,24$ . Nas distribuições da fração de vazio local no pistão de líquido apresentadas na figura da Tabela 5.13 para os testes 4 e 11 pode-se observar  $\alpha_s \approx 0,48$  para o sensor de impedâncias e  $\alpha_s \approx 0,30$  para a sonda elétrica em  $Z/D = 0$ . Isto sugere que ao se aplicar o fator de corte para definir o comprimento do pistão de líquido no teste 4 provavelmente definiu-se o início do pistão de líquido já na região de recirculação. As duas técnicas atingiram um mínimo em  $Z/D$  entre 3 e 5 com  $\alpha_s \approx 0,18$  e depois na região de pistão desenvolvido ( $Z/D > 5$ ) as distribuições mostram um crescimento de  $\alpha_s$  até atingirem  $\alpha_s \approx 0,25$ . Todos resultados mostram concordância entre as duas técnicas conferindo confiabilidade às medidas.

Tabela 5.12. Comparação das duas técnicas de medidas.

Teste	J	$J_L$	$J_G$	$u_t$	$\langle \alpha_u \rangle$	$\langle \alpha_s \rangle$	$\langle \alpha_f \rangle$
#	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(---)	(---)	(---)
<b>SONDA ELÉTRICA</b>							
1	0,54	0,29	0,25	0,82	0,31	0,13	0,74
2	0,83	0,31	0,52	1,18	0,46	0,23	0,74
3	1,07	0,29	0,78	1,54	0,58	0,27	0,77
4	1,66	0,61	1,05	2,16	0,50	0,24	0,69
<b>SENSOR DE IMPEDÂNCIA DE ANÉIS</b>							
5	0,58	0,30	0,28	0,84	0,34	0,12	0,75
6	0,88	0,31	0,57	1,18	0,51	0,16	0,72
7	1,13	0,30	0,83	1,55	0,59	0,25	0,80
11	1,70	0,61	1,09	2,06	0,54	0,24	0,79

Tabela 5.13. Comparação entre as distribuições da fração de vazio local no pistão de líquido.



## 6. MODELO DE FILME DE LÍQUIDO E RELAÇÃO DE DESLIZAMENTO

Na primeira parte deste capítulo são apresentados a formulação e o procedimento de solução do modelo de filme de Taitel e Barnea (1990) para determinar a espessura, a fração de vazio e a velocidade no filme de líquido. Os resultados do modelo de filme são mais uma forma de validar as medidas experimentais. Outro objetivo é determinar a velocidade média volumétrica do filme de líquido a partir das velocidades médias em cada seção do filme de líquido. Foi possível também obter resultados para a condição de equilíbrio do filme de líquido necessários para resolver os modelos de Fernandes (1983), Brauner e Ullmann (2004) e Guet (2006) que serão apresentados no capítulo 8. Na segunda parte do capítulo é estudada a relação de deslizamento, uma importante relação cinemática utilizada em escoamentos multifásicos de relevância para os modelos de mistura. É analisado como a relação de deslizamento e a velocidade de translação do nariz da bolha alongada,  $u_t$  se correlacionam e proposto um modelo de correção entre elas.

### 6.1. Modelo de filme de líquido

Os modelos de filme de líquido estimam a fração de gás no filme de líquido. Uma vez que o perfil da bolha é conhecido, é possível determinar o comprimento do filme e a fração de líquido média através de um balanço de massa. Os modelos de filme de líquido derivam das equações de conservação de quantidade de movimento de fases separadas.

O modelo de filme de Taitel e Barnea (1990) é considerado o mais completo entre os modelos de filme (Mazza et al., 2010) e foi implementado computacionalmente para obter as distribuições da espessura, da velocidade e da fração de vazio do filme de líquido na direção axial assim como os valores das propriedades na condição de equilíbrio. A Figura 6.1 mostra um

desenho esquemático de uma bolha alongada escoando concêntrica a um filme de líquido não aerado onde são definidas as velocidades relativas do filme de líquido e do gás,  $v_f$  e  $v_G$  a partir de um referencial que se move com a velocidade de translação do nariz da bolha alongada,  $u_t$ , as tensões de cisalhamento no filme de líquido e na interface,  $\tau_f$  e  $\tau_i$  a espessura do filme de líquido,  $h_f$ . A origem da abscissa é no nariz da bolha alongada apontando para baixo como indicado na Figura 6.1 pela coordenada  $x_f$ .

O modelo de filme proposto por Taitel e Barnea (1990) baseia-se na espessura do filme de líquido. A forma final da equação diferencial a ser resolvida para um escoamento vertical e considerando um filme não aerado é:

$$\frac{dh_f}{dx_f} = \frac{\frac{S_f}{A_f} \frac{\tau_f}{\rho_L} - \left( \frac{1}{A_f} + \frac{1}{A_G} \right) S_i \frac{\tau_i}{\rho_L}}{\left( \frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_L} \right) - \left( v_f \frac{(u_t - u_{LS})}{R_f} \frac{R_s}{R_f} + \frac{\rho_G}{\rho_L} v_G \frac{(u_t - u_b)}{R_f} \frac{1 - R_s}{1 - R_f} \right) \frac{S_i}{A}}. \quad (6.1)$$

Foi desenvolvido um código computacional em linguagem FORTRAN para integrar numericamente a Equação (6.1). As variáveis medidas experimentalmente  $J_L$ ,  $J_G$ ,  $u_t$ ,  $\alpha_u$ ,  $\alpha_s$  e  $\beta$ , veja Tabela 5.10, assim como as propriedades dos fluidos  $\rho_L$ ,  $\rho_G$ ,  $\mu_L$ ,  $\mu_G$  e  $\sigma$ , veja Tabela 5.1, e o diâmetro do tubo,  $D$  foram os dados de entrada do programa.

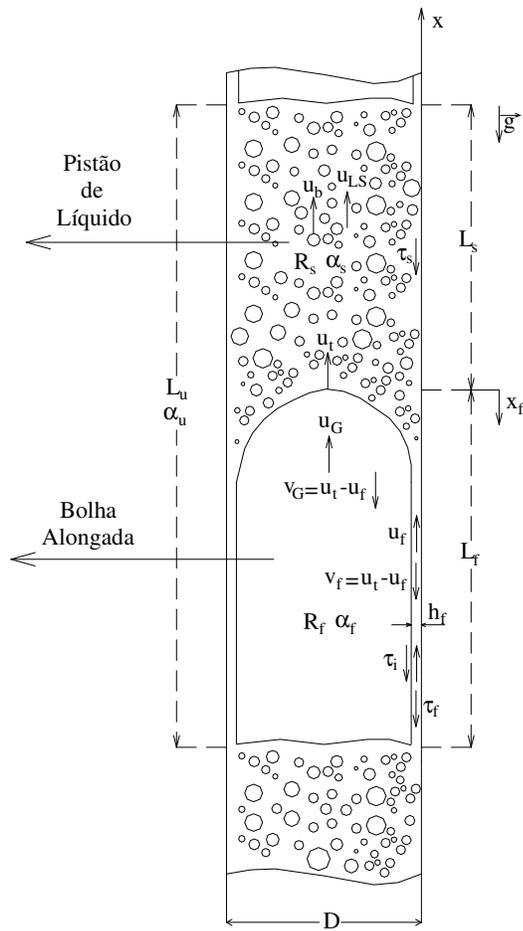


Figura 6.1. Representação de uma célula e suas propriedades.

A seguir é apresentado um roteiro do algoritmo implementado numericamente para escoamento vertical.

1. Estimativa inicial:

Inicialmente é necessário arbitrar um valor para a espessura de filme de líquido  $h_f$  e o passo de integração  $\Delta h_f$  correspondente a  $\Delta x_f$ . Uma escolha natural para o valor inicial em  $x_f = 0$  é:

$$\frac{h_f}{D} = 0,50 \quad (6.2)$$

para escoamento vertical, onde  $h_f$  corresponde a uma espessura do filme de líquido equivalente a fração de líquido do filme  $R_f$ . O passo de integração  $\Delta h_f$  foi arbitrado em  $1 \times 10^{-4}$ .

## 2. Cálculo da fração de líquido no filme:

Para avançar  $\Delta x_f$ :

$$\frac{h_f}{D} = \frac{h_f}{D} - \Delta h_f. \quad (6.3)$$

O próximo passo é calcular a fração de líquido no filme através da seguinte expressão:

$$R_f = 4 \frac{h_f}{D} \left( 1 - \frac{h_f}{D} \right). \quad (6.4)$$

## 3. Cálculo das propriedades geométricas:

Filme anular simétrico:

Área do filme de líquido na seção transversal:

$$A_f = \pi D^2 \frac{h_f}{D} \left( 1 - \frac{h_f}{D} \right). \quad (6.5)$$

Área da bolha alongada na seção transversal:

$$A_G = \frac{\pi D^2}{4} \left( 1 - \frac{2h_f}{D} \right)^2. \quad (6.6)$$

Perímetro molhado pelo filme:

$$S_f = \pi D. \quad (6.7)$$

Perímetro molhado pelo gás:

$$S_G = 0. \quad (6.8)$$

Perímetro interfacial:

$$S_i = \pi D \left( 1 - \frac{2h_f}{D} \right). \quad (6.9)$$

Diâmetro hidráulico do filme de líquido:

$$D_{Hf} = \frac{4A_f}{S_f} = 4D \frac{h_f}{D} \left( 1 - \frac{h_f}{D} \right) = DR_f. \quad (6.10)$$

Diâmetro hidráulico do gás:

$$D_{HG} = \frac{4A_G}{S_G + S_i} = D \left( 1 - \frac{2h_f}{D} \right). \quad (6.11)$$

#### 4. Cálculo das velocidades absolutas:

As velocidades absolutas do líquido no pistão de líquido,  $u_{LS}$ , das bolhas dispersas no pistão de líquido,  $u_b$ , do filme de líquido,  $u_f$  e do gás na bolha alongada,  $u_G$ , são calculadas resolvendo as Equações (A.39), (A.41), (A.43) e (A.45) obtidas dos balanços volumétricos desenvolvidos no Apêndice A.

#### 5. Cálculo das velocidades relativas:

Utilizando as Equações (A.8) e (A.17), as velocidades relativas  $v_f$  e  $v_G$  são dadas por:

$$v_f = (u_t - u_{LS}) \frac{R_s}{R_f}, \quad (6.12)$$

$$v_G = (u_t - u_b) \frac{(1 - R_s)}{(1 - R_f)}. \quad (6.13)$$

## 6. Cálculo das tensões:

As tensões de cisalhamento são calculadas em termos das velocidades absolutas:

$$\tau_f = \frac{C_{f_f} \rho_f u_f |u_f|}{2}, \quad (6.14)$$

$$\tau_i = \frac{C_{f_i} \rho_G (u_G - u_f) |u_G - u_f|}{2}, \quad (6.15)$$

onde  $C_{f_f}$  e  $C_{f_i}$  são os fatores de atrito entre o filme de líquido e a parede, e a interface gás-líquido.

Considerando tubos lisos, pode-se usar a correlação de Blasius para calcular o fator de atrito entre o filme de líquido e a parede:

$$C_{f_f} = C \text{Re}_f^n, \quad (6.16)$$

onde o número de Reynolds é:

$$\text{Re}_f = \frac{\rho_L u_f D_{Hf}}{\mu_L}, \quad (6.17)$$

Para escoamento turbulento hidrodinamicamente desenvolvido  $C = 0,079$  e  $n = -0,25$ . O fator de atrito na interface gás-líquido para escoamento vertical pode ser calculado através da correlação de Wallis:

$$C_{f_i} = 0,005 \left( 1 + 300 \frac{h_f}{D} \right). \quad (6.18)$$

As expressões para  $C_{f_r}$  e  $C_{f_i}$  são estimativas para o fator de atrito cuja incerteza não é conhecida, sabe-se, no entanto que quanto maior for a bolha e o pistão melhor são estas aproximações. Os fatores de atrito  $C_{f_r}$  e  $C_{f_i}$  são estimativas sujeitos a erros num modelo 1D.

#### 7. Cálculo da equação de Taitel e Barnea:

Neste ponto, todas as variáveis da Equação (6.1) podem ser calculadas.

8. Se  $\frac{dh_f}{dx_f} \geq 0$  volta ao passo 2.

9. Escreve arquivo de saída:

$$\frac{x_f}{D}, \frac{h_f}{D}, R_f, u_f, \tau_f. \quad (6.19)$$

### 6.2. Comparação do modelo de filme e os dados experimentais

Na Tabela 6.1 são apresentados os resultados obtidos com o modelo de filme para as propriedades médias e para as propriedades na condição de equilíbrio do filme de líquido. Na região onde a espessura do filme de líquido não varia significativamente com  $x_f$ ,  $dh_f / dx_f \rightarrow 0$  e a Equação (6.1) fica simplificada a:

$$\frac{S_f}{A_f} \frac{\tau_f}{\rho_L} - \left( \frac{1}{A_f} + \frac{1}{A_G} \right) S_i \frac{\tau_i}{\rho_L} = 0, \quad (6.20)$$

podendo estimar a espessura de equilíbrio do filme de líquido,  $h_{fe}$ , a fração de vazio e a velocidade do filme na condição de equilíbrio,  $\alpha_{fe}$  e  $u_{fe}$ . A espessura média do filme,  $h_{fmed}$  é maior do que a espessura na condição de equilíbrio,  $h_{fe}$  de forma que a fração de vazio na condição de equilíbrio,  $\alpha_{fe}$  seja máxima e a espessura de equilíbrio do filme,  $h_{fe}$  mínima. Observa-se na Tabela 6.1 os valores numéricos de  $\alpha_{fmed} \leq \alpha_{fe}$  como era esperado. O modelo de filme também revela que para o comprimento de bolha medido  $\alpha_{fmed}$  é bem próximo de  $\alpha_{fe}$ , isto é, o filme se desenvolve para o equilíbrio. Do ponto de vista do modelo de filme, o desenvolvimento ocorre rapidamente de forma que  $\alpha_{fe} \cong \alpha_{fmed}$  é uma boa aproximação para  $L_f/D$  maiores que os valores apresentados na Tabela 6.1. A fração de vazio média do filme de líquido medida experimentalmente,  $\langle \alpha_f \rangle$  é comparada com a fração de vazio média do filme de líquido,  $\alpha_{fmed}$  calculada pelo modelo de filme apresentando erros absolutos entre 0,08 e 0,17. Como esperado a velocidade média do filme de líquido determinada em função das velocidades em cada seção do filme de líquido é sempre negativa.

Tabela 6.1 Propriedades médias e condição de equilíbrio.

Teste	$J_L$	$J_G$	$h_{fmed}/D$	$h_{fe}/D$	$\alpha_{fmed}$	$\alpha_{fe}$	$\langle \alpha_f \rangle$	$u_{fmed}$	$u_{fe}$	$L_f/D$
#	[m/s]	[m/s]	(--)	(--)	(--)	(--)	(--)	[m/s]	[m/s]	(--)
5	0,30	0,28	0,0294	0,0274	0,88	0,89	0,75	-1,588	-1,551	7,82
7	0,30	0,83	0,0293	0,0278	0,88	0,89	0,80	-1,502	-1,548	26,44
11	0,61	1,09	0,0260	0,0247	0,90	0,90	0,79	-1,360	-1,437	20,62
14	0,91	1,10	0,0326	0,0260	0,87	0,89	0,74	-1,652	-1,477	15,45
17	1,20	1,35	0,0354	0,0326	0,86	0,87	0,69	-1,426	-1,623	14,66

As velocidades do filme de líquido  $u_f$  apresentadas na Tabela 5.11 foram obtidas resolvendo a Equação (A.45) utilizando valores médios da fração de líquido no filme de líquido  $R_f$  resultando em velocidades médias de filme de líquido positivas e negativas. Isto não pode ser feito de forma direta uma vez que a fração de líquido no filme varia localmente em função da espessura do filme de líquido  $h_f$ . Utilizando o modelo de filme a estimativa da fração de líquido média na seção do filme de líquido foi realizada a partir do conhecimento do perfil da bolha

alongada e a velocidade média volumétrica do filme de líquido foi determinada em função das velocidades médias nas seções do filme de líquido.

Nas Figuras 6.2 a 6.6 são apresentados os perfis da espessura do filme de líquido,  $h_f/D$ , da velocidade do filme de líquido,  $u_f$  e de fração de vazio do filme de líquido,  $\alpha_f$  obtidos com o modelo de filme de Taitel e Barnea (1990) e por medidas experimentais para os testes 5, 7, 11, 14 e 17 da Tabela 5.7. É apresentado também um gráfico com o número de bolhas em função do comprimento do filme utilizado para o cálculo experimental de  $\alpha_f$ . Para todas as simulações a espessura local do filme de líquido  $h_f/D$  apresenta uma queda abrupta na região do nariz da bolha (veja Figura 6.2) até  $x_f/D \approx 3$ , em seguida na região do corpo da bolha apresenta uma queda mais suave até  $x_f/D \approx 10$  e por fim apresenta um comportamento uniforme indicando que atingiu a espessura de equilíbrio onde a velocidade e a fração de vazio do filme de líquido não variam mais. As Figuras 6.2 a 6.6 apresentam os perfis simulados da velocidade do filme  $u_f$  na direção axial e mostram a inversão do sinal da velocidade do filme. O filme de líquido é ascendente próximo ao nariz da bolha alongada  $x_f/D$  entre 1 a 5 e depois é descendente em queda livre no corpo da bolha como esperado. O gráfico do número de bolhas em função do comprimento do filme mostra a ocorrência das bolhas para cada comprimento  $x_f/D$ . Como mostram as Figuras 6.2 a 6.6, os perfis da fração de vazio no filme de líquido obtidos experimentalmente apresentam flutuações para posições  $x_f/D$  maiores. Estas flutuações são atribuídas ao processo de média que é realizado para cada posição  $x_f/D$ . Enquanto as médias da fração de vazio em posições  $x_f/D$  menores são realizadas com todas as bolhas, as médias da fração de vazio em posições  $x_f/D$  maiores são realizadas somente com algumas bolhas de comprimentos maiores. Pode-se observar na Figura 6.6 um comportamento uniforme do perfil da fração de vazio no filme de líquido até  $x_f/D \approx 10$  onde a média da fração de vazio foi realizada com aproximadamente 190 bolhas enquanto que para  $x_f/D > 18$  o perfil da fração de vazio apresenta flutuações devido ao número reduzido de bolhas para fazer a média. A distribuição da fração de vazio média na seção do filme de líquido na direção axial determinada com o modelo de filme foi comparada com a distribuição obtida experimentalmente. Existem algumas razões para as diferenças observadas entre os valores obtidos com o modelo de filme e os dados experimentais: (1) A velocidade do filme de líquido  $u_f$  flutua devido à condição dinâmica de medida, (2) A região do nariz da bolha alongada,

$x_f / D < 3$ , é difícil de modelar, pois o escoamento é 3D. Nesta região o filme de líquido está em desenvolvimento não podendo aplicar a correlação de Blasius, (3) Na região do corpo da bolha,  $x_f / D > 3$ , o filme está praticamente em equilíbrio e pode ser que a correlação para o atrito interfacial não seja representativa para todos os pontos. De qualquer forma o modelo de filme serve bem para a região do corpo da bolha alongada. Pode-se observar uma concordância do modelo numérico com os dados experimentais, mas em todos os testes o modelo numérico superestimou os valores da fração de vazio local em 5 a 20%. O modelo de filme de líquido é muito útil para estimar a espessura, a fração de vazio e a velocidade do filme de líquido uma vez que as equações desenvolvidas no balanço volumétrico necessitam de propriedades médias na seção em função da posição  $x_f$  no filme de líquido. Outra utilidade situa-se na estimativa da espessura, da fração de vazio e da velocidade do filme de líquido na condição de equilíbrio requeridas nos modelos fenomenológicos implementados no capítulo 8.

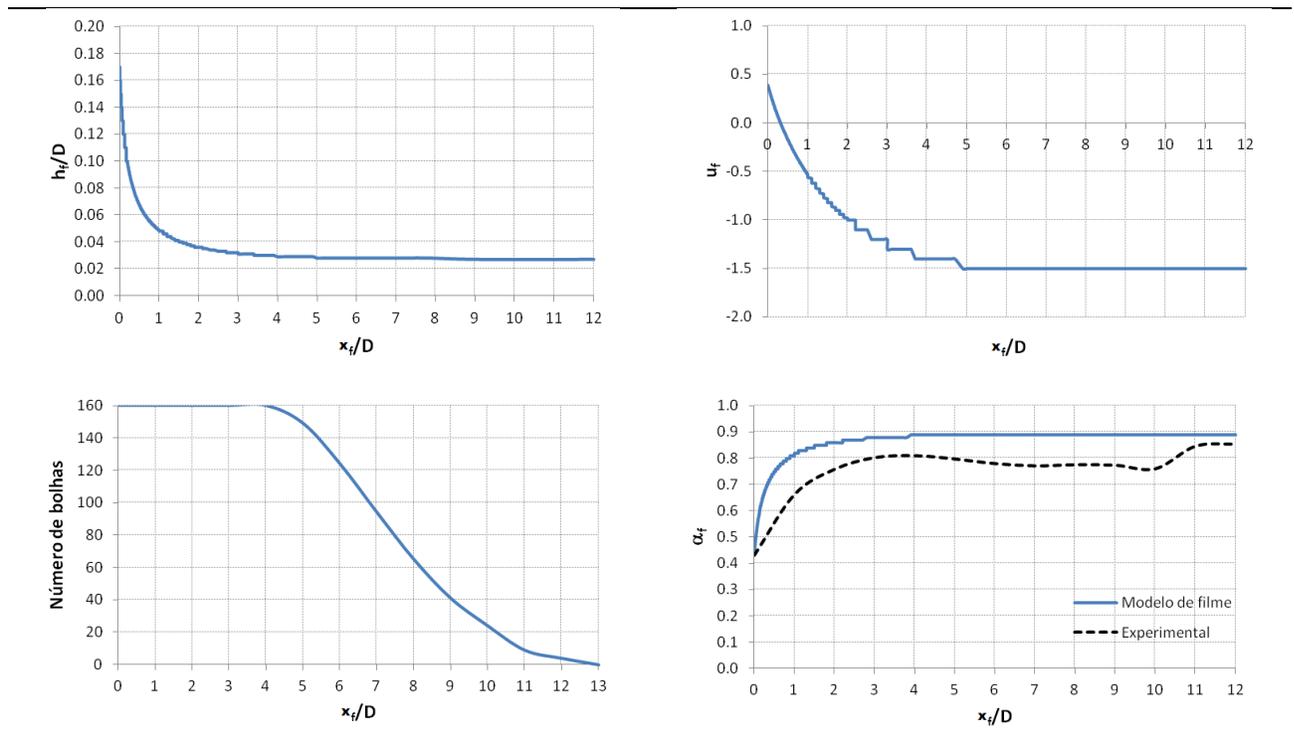


Figura 6.2. Teste 5: Ponto  $J_L=0,30\text{m/s}$  e  $J_G=0,28\text{m/s}$ .

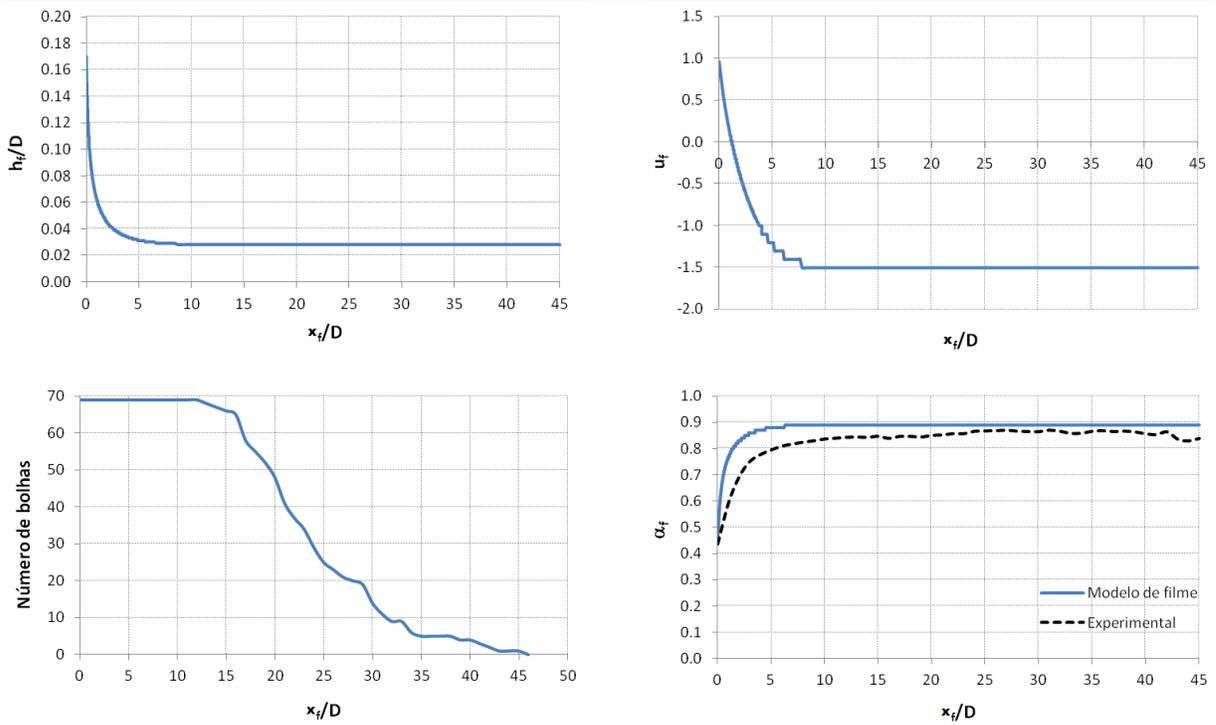


Figura 6.3. Teste 7: Ponto  $J_L=0,30\text{m/s}$  e  $J_G=0,83\text{m/s}$ .

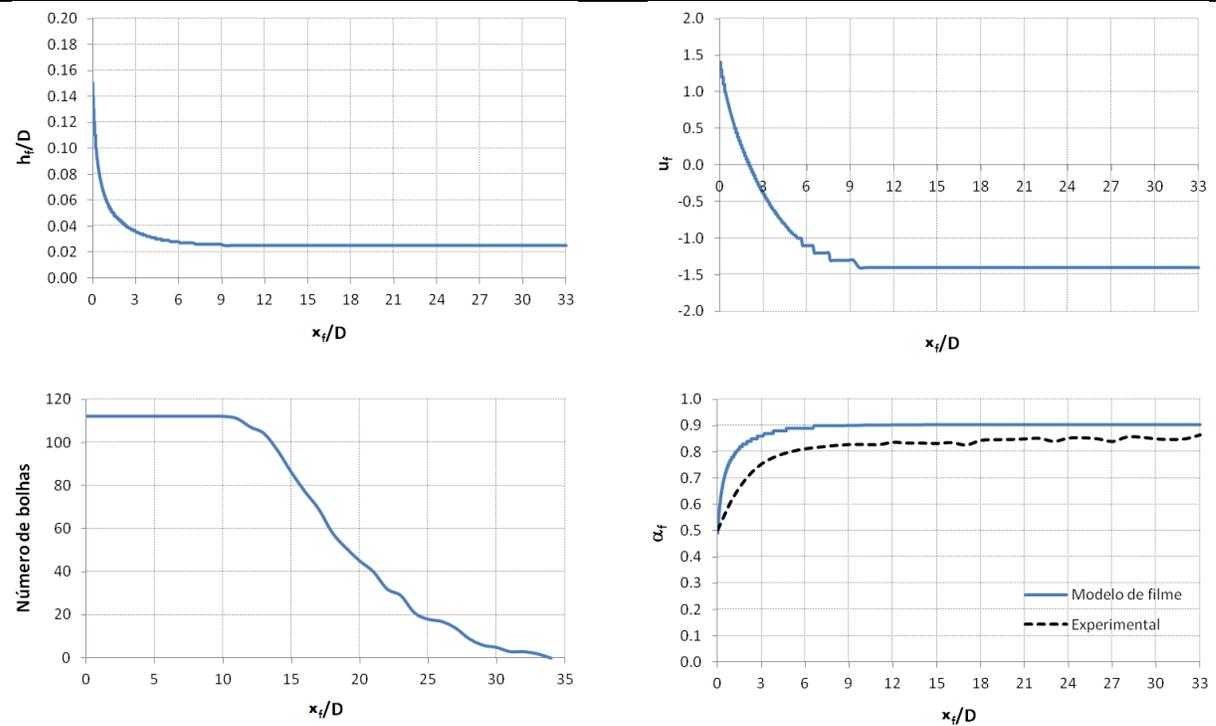


Figura 6.4. Teste 11: Ponto  $J_L=0,61\text{m/s}$  e  $J_G=1,09\text{m/s}$ .

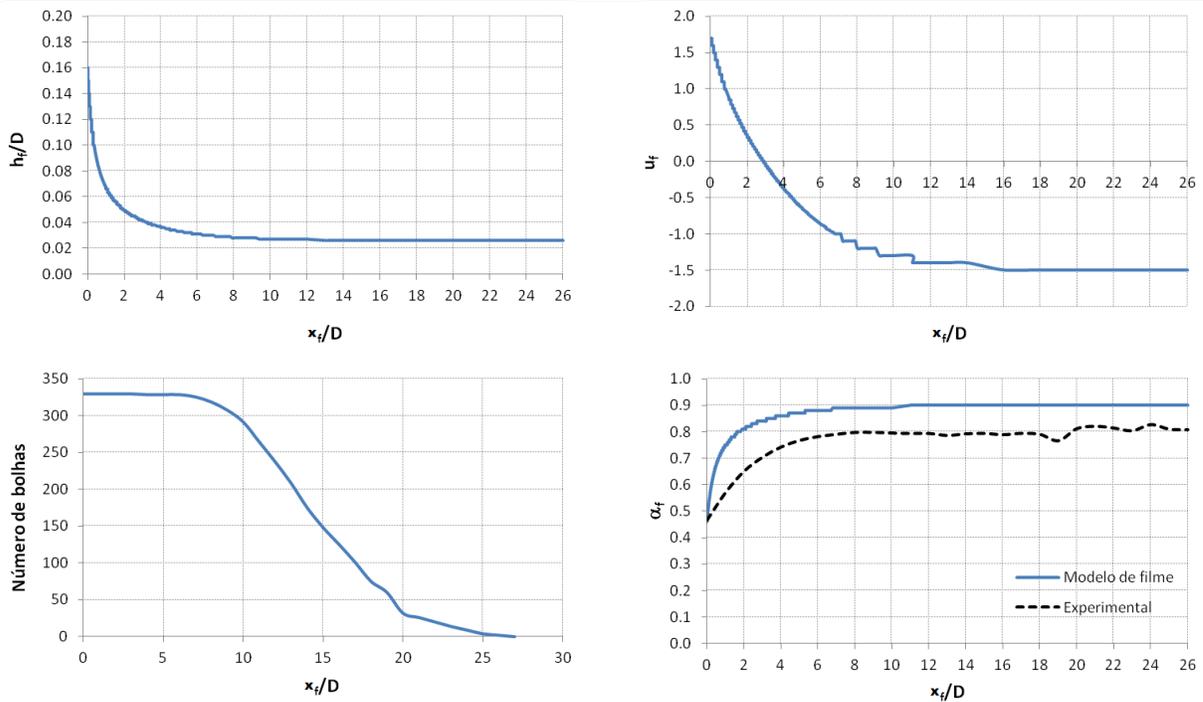


Figura 6.5. Teste 14: Ponto  $J_L=0,91\text{m/s}$  e  $J_G=1,10\text{m/s}$ .

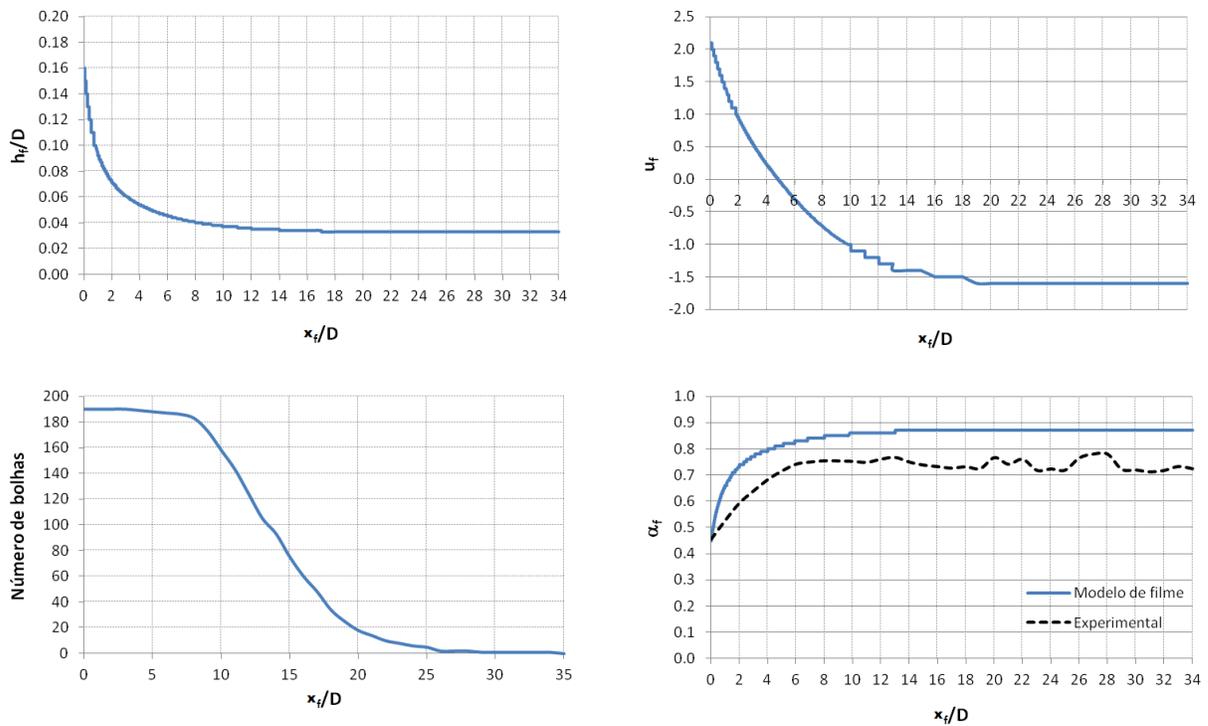


Figura 6.6. Teste 17: Ponto  $J_L=1,20\text{m/s}$  e  $J_G=1,35\text{m/s}$ .

### 6.3. Relação de deslizamento e a relação cinemática de $u_t$

Na formulação unidimensional empregada nos modelos de mistura, a informação é condensada em um único ponto através de processos de média simples ou ponderada pela fração volumétrica da fase na área  $A$  da seção transversal do tubo. Os processos de média de uma variável genérica  $\psi$  na seção transversal do tubo são definidos pelas equações:

$$\langle \psi \rangle = \frac{1}{A} \int_A \psi dA, \quad (6.21)$$

$$\langle \psi \rangle_\alpha = \frac{\langle \alpha \psi \rangle}{\langle \alpha \rangle}. \quad (6.22)$$

Uma importante relação cinemática utilizada em escoamentos no padrão golfadas é a relação de deslizamento definida como a razão da velocidade superficial de gás,  $J_G$  e a fração de vazão da unidade,  $\alpha_u$  originalmente proposta por Zuber e Findlay (1965):

$$\frac{J_G}{\alpha_u} = C_0 J + \langle u_{G,J} \rangle_{\alpha_u}, \quad (6.23)$$

onde o parâmetro de distribuição  $C_0 = \langle \alpha_u J \rangle / \langle \alpha_u \rangle \langle J \rangle$  expressa a influência da distribuição das fases e a velocidade de deslizamento local do gás  $\langle u_{G,J} \rangle_{\alpha_u} = \langle \alpha_u u_{G,J} \rangle / \langle \alpha_u \rangle$  expressa a magnitude do movimento relativo entre as fases. Os valores dos parâmetros  $C_0$  e  $\langle u_{G,J} \rangle_{\alpha_u}$  utilizados para o padrão golfadas são baseados em estudos cinemáticos da velocidade de propagação de uma bolha isolada. Hibiki e Ishii (2003) sugerem  $C_0 \cong 1,2$  e  $\langle u_{G,J} \rangle_{\alpha_u} \cong C_\infty \sqrt{(\Delta\rho / \rho_L) gD}$  baseados nos estudos de Nicklin et al. (1962) e Bendiksen (1984).

No padrão golfadas a velocidade de translação do nariz da bolha alongada,  $u_t$  é definida em termos do parâmetro de distribuição da bolha alongada,  $C_{0,T}$ , da velocidade superficial de mistura,  $J$  e da velocidade de elevação da bolha de Taylor,  $u_{\infty,T}$ :

$$u_t = C_{0,T} J + u_{\infty,T}. \quad (6.24)$$

Estudos experimentais de Nicklin et al. (1962) e posteriormente de Polonsky et al. (1999) mostraram que o parâmetro de distribuição da bolha alongada,  $C_{0,T}$  é aproximadamente igual a razão das velocidades máxima e média do líquido a frente da bolha alongada:

$$C_{0,T} \cong \frac{u_{\text{máx}}}{u_{\text{média}}}. \quad (6.25)$$

O valor de  $C_{0,T}$  depende se o regime é laminar ou turbulento. Espera-se que o nariz da bolha alongada se desloque com a velocidade máxima do líquido a sua frente. Nicklin et al. (1962) fizeram esta constatação por meio de experimentos com uma bolha isolada em escoamento de líquido ascendente em regime turbulento encontrando  $1,1 < C_{0,T} < 1,2$ . Para regime laminar, os valores encontrados variam de 1,8 a 2,0, Bendiksen (1984).

A velocidade de translação das bolhas de Taylor relativa à velocidade média do líquido foi definida por Nicklin et al. (1962) como:

$$u_{\infty,T} \cong 0,35 \sqrt{(\Delta\rho / \rho_L) gD}. \quad (6.26)$$

A Equação (6.26) é válida para água e ar sem efeito de tensão superficial. Tomando como velocidade característica  $\sqrt{gD}$  pode-se adimensionalizar as Equações (6.23) e (6.24) na forma:

$$\left( \frac{J_G}{\alpha_u} \right)^* = \frac{J_G / \alpha_u}{\sqrt{gD}} = C_{0,T} Fr_J + \frac{\langle u_{G,J} \rangle_{\alpha_u}}{\sqrt{gD}} \quad (6.27)$$

e

$$u_t^* = \frac{u_t}{\sqrt{gD}} = C_{0,T} Fr_J + \frac{u_{\infty,T}}{\sqrt{gD}}, \quad (6.28)$$

onde  $Fr_J$  é o número de Froude da mistura definido como:

$$Fr_J = \frac{J}{\sqrt{gD}}. \quad (6.29)$$

Os termos das equações acima são similares sugerindo que  $u_t^* = (J_G / \alpha_u)^*$ . Ambas dependem de Froude e dos parâmetros constantes. Entretanto, a natureza dos parâmetros envolvidos é diferente. Na Equação (6.30)  $c_0$  vem de uma correlação entre perfis de  $\alpha$  e  $J$ . Já na Equação (6.31)  $C_{0,T}$  vem de um perfil de velocidade a frente da bolha. Para escoamento em golfadas é frequente a prática de  $C_0 = C_{0,T}$  e  $\langle u_{G,J} \rangle_{\alpha_u} = u_{\infty,T}$ , Hibiki e Ishii (2003), uma vez que é relativamente mais fácil a medida da Equação (5.28) do que a Equação (5.27).

A obtenção de uma expressão para realizar uma comparação entre as duas relações começa a partir da fração de vazio da unidade, definida pela Equação (A.38) desenvolvida no Apêndice A:

$$\alpha_u = [J_G + \alpha_s (u_t - u_b)] / u_t, \quad (6.32)$$

onde  $\alpha_s$  é a fração de vazio no pistão de líquido e  $u_b$  é a velocidade de translação das bolhas dispersas no pistão de líquido.

Multiplicando o inverso da Equação (6.32) pela razão  $J_G / u_t$  obtém-se a razão entre a relação de deslizamento e a velocidade de translação do nariz da bolha alongada:

$$\frac{J_G / \alpha_u}{u_t} = \frac{1}{1 + \alpha_s [(u_t - u_b) / J_G]}. \quad (6.33)$$

Analisando a Equação (6.33) pode-se constatar que para  $\alpha_s = 0$ , isto é, pistão não aerado,  $J_G / \alpha_u$  e  $u_t$  são coincidentes. Para pistão aerado,  $\alpha_s > 0$ , tem-se que  $(J_G / \alpha_u) < u_t$ . Se  $\alpha_s [(u_t - u_b) / J_G] \ll 1$  a Equação (6.33) pode ser simplificada para:

$$\frac{J_G / \alpha_u}{u_t} \cong 1 - \alpha_s [(u_t - u_b) / J_G] + O\left(\left[\alpha_s [(u_t - u_b) / J_G]\right]^2\right) \quad (6.34)$$

e  $J_G/\alpha_u = u_t$  pode ser considerado como uma aproximação de ordem zero válida somente para pistões não aerados. A medida que  $\alpha_s [(u_t - u_b)/J_G] \alpha_s$  cresce é necessário uma correção em função dos parâmetros  $u_t$ ,  $u_b$ ,  $J_G$  e  $\alpha_s$ .

O sucesso dos modelos de mistura é baseado na precisão da relação de deslizamento, Equação (6.23), que, em última análise, depende dos valores do parâmetro de distribuição  $C_0$  e a da velocidade de deslizamento local do gás  $\langle u_{G,J} \rangle_{\alpha_u}$ .

Até o momento há pouco conhecimento sobre como a relação de deslizamento e a velocidade de translação da bolha alongada se correlacionam no padrão golfadas. A relação de deslizamento é relevante para os modelos de mistura enquanto que a velocidade,  $u_t$  é relevante para o modelo de célula unitária. O objetivo é relacionar  $J_G/\alpha_u$  com  $u_t$  para identificar situações em que eles são coincidentes.

A Figura 6.7 mostra a relação de deslizamento e a velocidade de translação da bolha alongada em função do número de Froude da mistura. Os resultados experimentais mostram que a razão entre a relação de deslizamento e a velocidade  $u_t$  satisfaz a relação para pistão aerado:

$$\left( \frac{J_G}{\alpha_u} \right) / u_t < 1, \quad \text{para } Fr_j > 1. \quad (6.35)$$

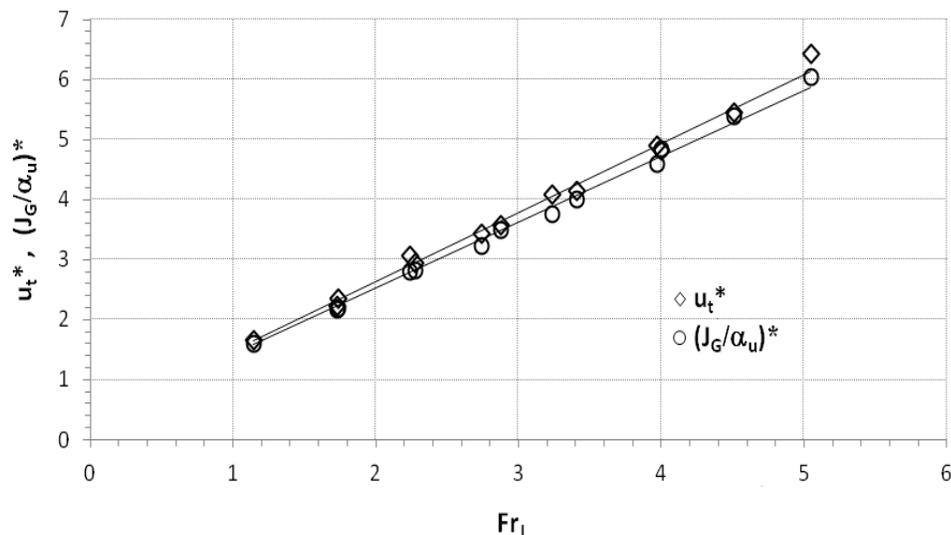


Figura 6.7. Relação de deslizamento e a velocidade de translação da bolha alongada,  $u_t$ .

Ambas as relações mostram que  $u_t^*$  e  $(J_G / \alpha_u)^*$  são lineares com  $Fr_J$  porém o coeficiente angular de  $u_t^*$  é sempre maior que o de  $(J_G / \alpha_u)^*$ .

Na Figura 6.8 são apresentados os resultados obtidos para a razão entre a relação de deslizamento e a velocidade  $u_t$  em função da velocidade superficial de mistura  $J$  para diferentes velocidades superficiais de líquido  $J_L$ .

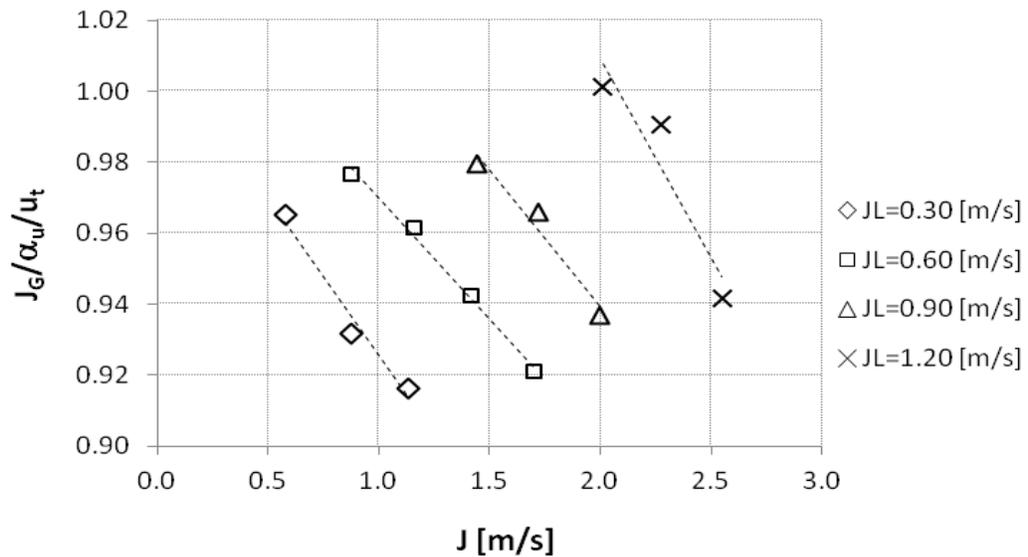


Figura 6.8. A razão entre a relação de deslizamento e a velocidade  $u_t$  em função da velocidade superficial de mistura  $J$  para quatro diferentes valores de  $J_L$ .

Pode-se observar na Figura 6.8 que ao agrupar os pontos de velocidade superficial de líquido constante, obtêm-se relações lineares entre a razão da relação de deslizamento e a velocidade  $u_t$  com a velocidade de mistura  $J$ . Analisando as curvas, observa-se que à medida que a velocidade superficial da mistura  $J$  aumenta, o valor da relação de deslizamento chega a ser de até 92% do valor da velocidade de translação do nariz da bolha alongada  $u_t$ .

Neste ponto será calculado o lado direito da Equação (6.33). Do ponto de vista experimental, a velocidade de translação do nariz da bolha alongada,  $u_t$  pode ser medida através de uma variedade de técnicas de medidas experimentais, entre elas o sensor de impedância. A velocidade superficial do gás,  $J_G$  pode ser facilmente medida pelo elemento de fluxo laminar do aparato experimental. A dificuldade é medir as frações de vazio da unidade,  $\alpha_u$  e do pistão de líquido,  $\alpha_s$  e a velocidade de translação das bolhas dispersas,  $u_b$ . Todas as variáveis da Equação

(6.33) foram medidas experimentalmente com exceção da velocidade de translação das bolhas dispersas.

A velocidade de translação das bolhas dispersas,  $u_b$  pode ser expressa como uma combinação linear da velocidade de deslizamento das bolhas dispersas  $u_{d,b}$  e da velocidade superficial de mistura  $J$ . A velocidade de elevação de uma bolha é dada pela relação de Harmathy (1960) (ver detalhes no Apêndice B):

$$u_{d,b} = 1,53 \left[ \frac{g(\rho_L - \rho_G)\sigma}{\rho_L^2} \right]^{1/4}. \quad (6.36)$$

Considerando o perfil de concentração uniforme através da seção transversal, pode-se escrever a velocidade de translação das bolhas dispersas,  $u_b$  no pistão de líquido como:

$$u_b = J + 1,53 \left[ \frac{g(\rho_L - \rho_G)\sigma}{\rho_L^2} \right]^{1/4} (1 - \alpha_s). \quad (6.37)$$

A Figura 6.9 mostra a razão entre a relação de deslizamento e a velocidade  $u_t$  em função da Equação (6.33).

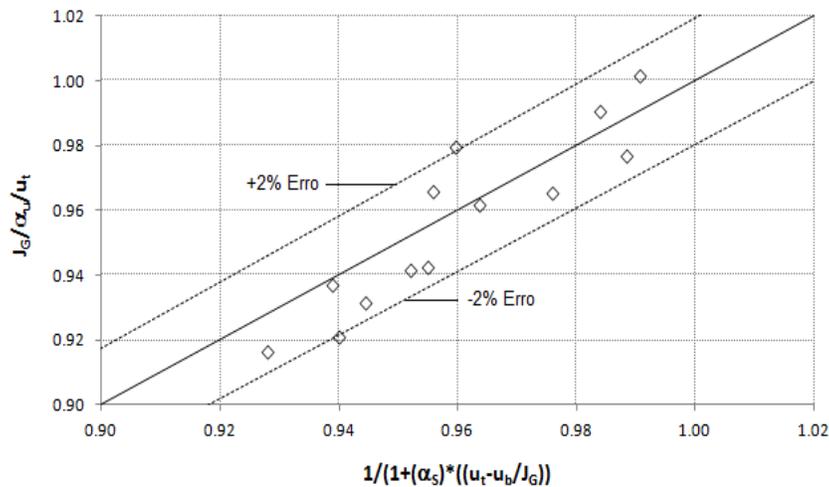


Figura 6.9. A razão entre a relação de deslizamento e a velocidade  $u_t$  em função do argumento da Equação (6.33).

Como mostra a Figura 6.9 a expressão pelo lado direito da Equação (6.33) é útil para efeito de comparação com a razão da relação de deslizamento e a velocidade  $u_t$  apresentando desvios menores que 2%. Isso valida experimentalmente a relação entre o lado direito e esquerdo da Equação (6.33) e propõe um modelo de correção entre  $u_t$  e  $J_G / \alpha_u$ .

Os resultados confirmam que a velocidade de translação do nariz da bolha alongada é sempre maior que a relação de deslizamento para pistões de líquido aerados. Com o aumento da velocidade superficial de mistura  $J$  esse efeito se torna mais pronunciado. Na ausência de dados para determinar os parâmetros que definem a relação de deslizamento, os resultados mostram que é possível empregar os parâmetros  $C_{0,T}$  e  $u_{\infty,T}$  da equação que define a velocidade de translação da bolha alongada nos parâmetros  $C_0$  e  $\langle u_{G,J} \rangle_\alpha$  da relação de deslizamento desde que  $\alpha_s [(u_t - u_b) / J_G] \ll 1$ .

## **7. MODELOS CORRELACIONAIS DA FRAÇÃO DE LÍQUIDO DO PISTÃO DE LÍQUIDO E DA FRAÇÃO DE VAZIO DA UNIDADE**

Este capítulo faz uma revisão dos modelos correlacionais da fração de líquido do pistão de líquido e da fração de vazio da unidade. Ele tem por finalidade explicitar se estes modelos foram desenvolvidos a partir de dados experimentais e por fim comparar as estimativas contra os dados experimentais.

### **7.1. Fração de líquido do pistão de líquido**

Várias propostas de correlações para estimar a fração de líquido no pistão de líquido são relatadas na literatura. Uma correlação amplamente utilizada é a de Gregory et al. (1978), que sugere uma dependência apenas na velocidade superficial de mistura,  $J$ . Outros estudos, entretanto, indicam uma dependência da fração de líquido no pistão com as propriedades dos fluidos, Malnes (1982).

A fração de líquido no pistão de líquido é frequentemente determinada a partir de correlações obtidas de dados experimentais, que não levam em conta as distribuições radial e axial de líquido no pistão e expressam  $R_s$  como um valor médio para todo o pistão em função basicamente da velocidade superficial de mistura. A correlação de Gregory et al. (1978) utiliza apenas a velocidade de mistura para prever  $R_s$  e do ponto de vista dimensional, não é consistente. Malnes (1982) utilizou os dados experimentais de Gregory e propôs uma nova correlação incluindo as propriedades dos fluidos, velocidades e o diâmetro da tubulação. Marcano et al. (1998) propuseram correlações com base em novos dados experimentais.

A Tabela 7.1 apresenta de forma sintética os principais modelos correlacionais para a fração de líquido do pistão de líquido e suas aplicações. Esses modelos foram desenvolvidos para escoamento horizontal. O único modelo correlacional disponível que leva em conta a inclinação

da tubulação é o modelo de Gomez (2000), mas os desvios obtidos em comparação com os dados experimentais são muito grandes e não será relacionado. Na Tabela 7.2 são apresentados os resultados experimentais para a fração de líquido no pistão de líquido,  $R_s$  e os modelos correlacionais de Gregory et al. (1978), Malnes (1982) e Marcano et al. (1998). A Figura 7.1 mostra a comparação entre os dados experimentais e os modelos.

Tabela 7.1. Principais modelos correlacionais para a fração de líquido do pistão de líquido.

Autores	$R_s$	Observações
Gregory et al. (1978)	$\left[1 + (J/8,66)^{1,39}\right]^{-1}$	Experimental, horizontal
Malnes (1982)	$1 - \left(1 + 83Fr_M^{-1}Bo_L^{-0,25}\right)^{-1}$	Experimental, horizontal, $Fr_M = J / \sqrt{gD}$ , $Bo_L = gD^2\rho_L / \sigma$
Marcano et al. (1998)	$\left(1,001 + 0,0179J + 0,0011J^2\right)^{-1}$	Experimental, horizontal

Os modelos correlacionais disponíveis para a previsão da fração de líquido no pistão de líquido baseiam-se em dados experimentais e aplicam-se para condições próximas daquelas que os dados foram obtidos. Os resultados obtidos com os modelos correlacionais apresentam valores superestimados para  $R_s$ , próximos à unidade, o que impede uma comparação com os dados experimentais. Deve ficar claro que estas correlações foram desenvolvidas para escoamento horizontal e seu uso para escoamento vertical não deve ser aplicado.

Tabela 7.2. Comparação da fração de líquido obtida experimentalmente com as principais correlações encontradas na literatura.

Teste	$J_L$	$J_G$	exp	Gregory	Malnes	Marcano
#	(m/s)	(m/s)	$R_s$	$R_s$	$R_s$	$R_s$
5	0,30	0,28	0,88	0,98	1,00	0,99
6	0,31	0,57	0,84	0,96	0,99	0,98
7	0,30	0,83	0,75	0,94	0,99	0,98
8	0,60	0,27	0,91	0,96	0,99	0,98
9	0,61	0,55	0,86	0,94	0,99	0,98
10	0,61	0,80	0,79	0,93	0,99	0,97
11	0,61	1,09	0,76	0,91	0,99	0,97
12	0,92	0,53	0,86	0,92	0,99	0,97
13	0,90	0,82	0,81	0,90	0,99	0,97
14	0,91	1,10	0,77	0,88	0,98	0,96
15	1,20	0,82	0,81	0,88	0,98	0,96
16	1,21	1,07	0,79	0,87	0,98	0,95
17	1,20	1,35	0,76	0,85	0,98	0,95

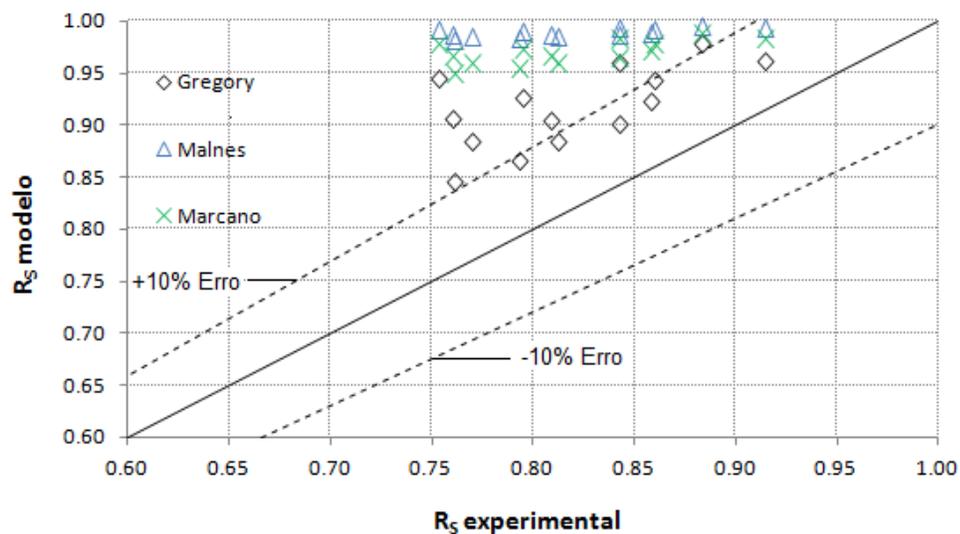


Figura 7.1. Comparação da fração de líquido no pistão de líquido dos dados experimentais e dos modelos correlacionais.

## 7.2. Fração de vazio da unidade

Uma comparação do desempenho de 68 correlações para a fração de vazio da unidade disponíveis na literatura foi realizada por Woldesemayat e Ghajar (2006). A análise mostrou que a maioria das correlações desenvolvidas é muito restrita devido à manipulação de uma grande variedade de conjuntos de dados. Considerando o escoamento vertical ascendente a correlação de Minami e Brill (1987) foi a única que fez uma previsão na faixa de 5% de erro com os dados de Beggs (1972). Ela é dada por:

$$\alpha_u = \exp \left\{ - \left[ \frac{\ln Z_1 + 9,21}{8,7115} \right]^{4,3374} \right\} \quad (7.1)$$

onde

$$Z_1 = \frac{1,84 J_L^{0,575}}{J_G D^{0,0277}} \left( \frac{\rho_L^{0,5804}}{g^{0,3696} \sigma^{0,1804}} \right)^{-0,25} \left( \frac{p}{101325} \right)^{0,05} \mu_L^{0,1}. \quad (7.2)$$

Sendo  $p$  a pressão atmosférica dada em Pa e  $Z_1$  é um parâmetro adimensional. Na Tabela 7.3 são apresentados os resultados experimentais para a fração de vazio na unidade,  $\alpha_u$  e os resultados da correlação de Minami e Brill e a Figura 7.2 apresenta uma comparação entre os dados experimentais e a correlação mostrando boa concordância entre os resultados com erros menores que 10%.

Tabela 7.3. Resultados experimentais para a fração de vazio média da unidade e os resultados da correlação de Minami e Brill.

Teste	$J_L$	$J_G$	exp	Minami
#	(m/s)	(m/s)	$\langle \alpha_u \rangle$	$\alpha_u$
5	0,30	0,28	0,34	0,33
6	0,31	0,57	0,51	0,46
7	0,30	0,83	0,59	0,54
8	0,60	0,27	0,25	0,26
9	0,61	0,55	0,38	0,38
10	0,61	0,80	0,48	0,45
11	0,61	1,09	0,54	0,51
12	0,92	0,53	0,30	0,33
13	0,90	0,82	0,41	0,41
14	0,90	1,10	0,47	0,47
15	1,20	0,81	0,34	0,38
16	1,21	1,07	0,39	0,43
17	1,20	1,35	0,44	0,48

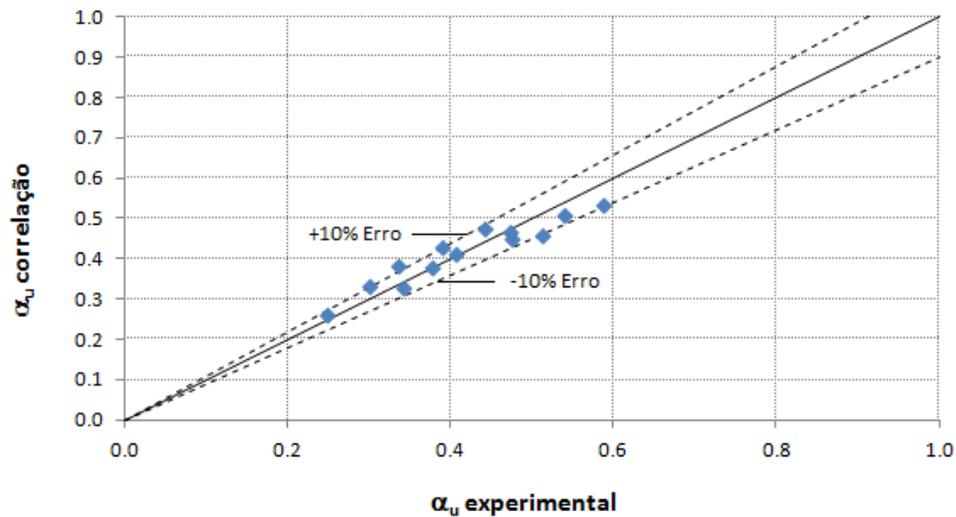


Figura 7.2. Comparação da fração de vazio na unidade obtida experimentalmente contra a correlação de Minami e Brill.

## **8. MODELOS FENOMENOLÓGICOS DA FRAÇÃO DE LÍQUIDO E FRAÇÃO DE VAZIO NO PISTÃO DE LÍQUIDO**

A existência de pistão de líquido aerado ou não e a própria existência de golfadas passa, necessariamente, pela compreensão dos mecanismos físicos que conduzem a transição do escoamento gás-líquido para o padrão golfadas. Observa-se também que os modelos fenomenológicos de aeração recorrem de forma direta ou indireta aos mecanismos físicos de transição para golfadas.

Devido aos aspectos fenomenológicos considerou-se relevante começar este capítulo com a apresentação do mecanismo de transição bolhas dispersas para golfadas e na sequência apresentar uma revisão dos modelos fenomenológicos existentes para a previsão da fração de líquido ou fração de vazio e suas comparações com os dados experimentais.

### **8.1.Mecanismo de transição para golfadas**

Esta seção enfoca somente nos mecanismos físicos que conduzem a transição do padrão disperso para o padrão golfadas. Esta revisão baseia-se no trabalho originalmente proposto por Taitel et al. (1980).

O padrão disperso é aquele em que a fase gás está distribuída na forma de inúmeras bolhas na fase líquida. Ele pode ser subclassificado em: bolhas esféricas, bolhas distorcidas e capas esféricas. O padrão bolhas esféricas representa o escoamento de bolhas com formas esféricas, tamanho uniforme, em trajetórias retilíneas, baixas concentrações e sem interação entre as bolhas. O padrão bolhas distorcidas representa o escoamento de bolhas que apresentam tamanhos variados, com formas distorcidas descrevendo trajetórias helicoidais. As bolhas viajam ao longo da tubulação, interagem entre si e podem apresentar coalescência. As formas e trajetórias das bolhas são resultantes de efeitos de tensão superficial, viscosidade, inércia e empuxo, Wallis (1969). O padrão capa esférica foi originalmente descrito por Davies e Taylor

(1950) e constitui uma transição do escoamento disperso para o escoamento no padrão golfadas. Este padrão é caracterizado por bolhas que podem preencher parcialmente ou totalmente a seção transversal da tubulação na forma de uma capa de gás (ver Figura 1.1b).

A transição do padrão bolhas dispersas para o padrão golfadas observada em baixa velocidade superficial de líquido necessita de um processo de aglomeração ou coalescência. Quando a velocidade superficial do gás aumenta, a concentração das bolhas aumenta, o espaçamento entre as bolhas diminui e resulta em um aumento na taxa de coalescência com o surgimento de bolhas maiores e posteriormente as golfadas. A região onde este fenômeno ocorre está representada pela linha A na Figura 8.6. No entanto, quando a velocidade superficial do líquido aumenta, as flutuações turbulentas podem causar ruptura ou quebra das bolhas maiores formadas. Se o mecanismo de quebra é suficientemente intenso para evitar coalescência, então o padrão bolhas pode ser mantido. Assim, para prever condições para esta transição, deve-se determinar quando cada um desses fatores dominam o processo. Este raciocínio é válido para baixas pressões, isto é  $\rho_G \ll \rho_L$ , dessa forma o aumento da velocidade superficial do líquido leva ao aumento da turbulência, pois a inércia do líquido é bem maior que a inércia do gás.

Quando gás é injetado em uma coluna vertical com líquido escoando pode-se formar o padrão bolhas dispersas. Usualmente o diâmetro das bolhas é pequeno e elas se apresentam com formas esféricas elevando-se verticalmente em movimento retilíneo. Entretanto, se a vazão de gás aumenta o diâmetro das bolhas também aumenta e acima de um tamanho crítico as bolhas começam a se deformar e sua trajetória ascendente é descrita por um caminho de zig-zag com considerável aleatoriedade. O diâmetro crítico para ocorrer uma distorção na forma esférica da bolha é estabelecido pela razão entre força de empuxo e tensão superficial expresso na forma do número de Eötvös,  $Eo = \Delta\rho g D^2 / \sigma$ . Quando  $Eo \geq Eo_{\text{crít}}$ , a tensão superficial não consegue manter a forma esférica. Experimentos mostram que  $Eo_{\text{crít}} = 0,4$ , Brodkey (1967), portanto:

$$d_{\text{crít}} = \left[ \frac{0,4\sigma}{(\rho_L - \rho_G)g} \right]^{1/2} \quad (8.1)$$

ou

$$\frac{d_{\text{crít}}}{D} = \frac{0,663}{\sqrt{Eo_D}} \quad (8.2)$$

Se o diâmetro da bolha,  $d_b$ , for maior que o diâmetro crítico,  $d_{crit}$ , as bolhas estão no padrão distorcido. Com o aumento na velocidade superficial de gás, em baixas velocidades superficiais de líquido, a concentração aumenta, as bolhas colidem e eventualmente coalescem, formando as capas esféricas. Isto resulta em uma transição para escoamento em golfadas. Experimentos sugerem que a fração de vazio de bolhas em que isto acontece é em torno de 0,25 a 0,30, Griffith e Snyder (1964). O padrão de bolhas para a transição em baixo nível de turbulência representado pela curva B da Figura 8.6 é o padrão distorcido.

Uma forma alternativa é considerar esse problema do ponto de vista do máximo empacotamento possível das bolhas em um arranjo cúbico. Se for considerar que a bolha tem forma esférica e arranjada em um cubo, a fração de vazio pode ser no máximo, 0,52 (ver Figura 8.1). Entretanto, como resultado da sua deformação e caminho aleatório, a taxa de colisão e coalescência irão aumentar de forma acentuada em frações de vazio bem abaixo do espaçamento em que elas se tocam. Portanto, a distância mais próxima entre as bolhas antes da transição deve permitir alguma liberdade de movimento para cada bolha individual. Presume-se que a coalescência das bolhas aumenta fortemente quando a distância entre elas é igual a metade do seu raio, e isto corresponde a 25% de vazio como mostra a Figura 8.2. Dados publicados concordam que a fração de vazio no escoamento bolhas raramente excede 0,35, enquanto que para frações de vazio menor que 0,20 a coalescência é raramente observada, Griffith e Wallis (1961). Portanto, em velocidades superficiais de líquido suficientemente baixas tais que a quebra das bolhas devido à turbulência é pequena, considera-se como critério para transição de bolhas para golfadas quando  $\alpha = 0,25$ , Taitel et al. (1980).

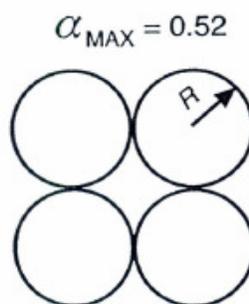


Figura 8.1. Máximo empacotamento possível das bolhas em um arranjo cúbico.

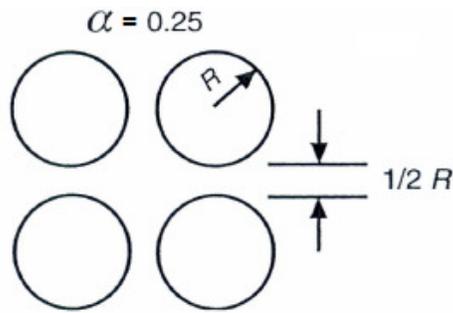


Figura 8.2. Distância entre bolhas igual à metade do seu raio. Fonte: Shoham (2006).

Em particular para o regime de golfadas as bolhas no pistão de líquido são caracterizadas pelo padrão bolhas distorcidas.

Considerando o padrão bolhas, uma relação entre as velocidades superficiais de líquido e gás é obtida por meio da relação de deslizamento. A velocidade de translação das bolhas dispersas,  $u_b$  pode ser expressa como uma combinação linear da velocidade de deslizamento  $u_{d,b}$  e da velocidade superficial de mistura  $J$ :

$$u_b = C_{0,b} J + u_{d,b}, \quad (8.3)$$

onde  $C_{0,b}$  é o parâmetro de distribuição das bolhas dispersas.

Para o caso vertical a velocidade de deslizamento  $u_{d,b}$  é a velocidade de elevação livre (quando  $J=0$ ) de uma bolha na tubulação. A velocidade de elevação de uma população de bolhas é menor do que a velocidade de elevação de uma única bolha. Isto pode ser visto como um aumento da interação entre bolhas que causa um arrasto adicional à população. Este decréscimo é correlacionado na forma:

$$u_{d,b} = u_{d,bs} (1 - \alpha)^n, \quad (8.4)$$

onde  $u_{d,bs}$  é a velocidade de deslizamento de uma única bolha e o expoente  $n$  depende do tamanho e forma da bolha, ver detalhes no Apêndice B.

A velocidade de elevação da bolha dispersa é relacionada à velocidade superficial do gás:

$$u_b = \frac{J_G}{\alpha}. \quad (8.5)$$

Substituindo as Equações (1.5), (8.4) e (8.5) na Equação (8.3), chega-se a:

$$\frac{J_G}{\alpha} = C_{0,b} (J_L + J_G) + u_{d,bs} (1 - \alpha)^n. \quad (8.6)$$

O valor do parâmetro de distribuição das bolhas dispersas,  $C_{0,b}$  depende do tamanho das bolhas, dos perfis da fração de vazio das bolhas e da velocidade superficial de mistura na seção transversal. Serizawa e Kataoka (1987) classificaram a distribuição das fases em quatro tipos básicos de distribuições: pico na parede, pico intermediário, pico no centro e transição. A Figura 8.3 mostra uma representação dos perfis de fração de vazio no mapa de Taitel et al. (1980) apresentado por Liu (1993) apud Serizawa e Kataoka (1987).

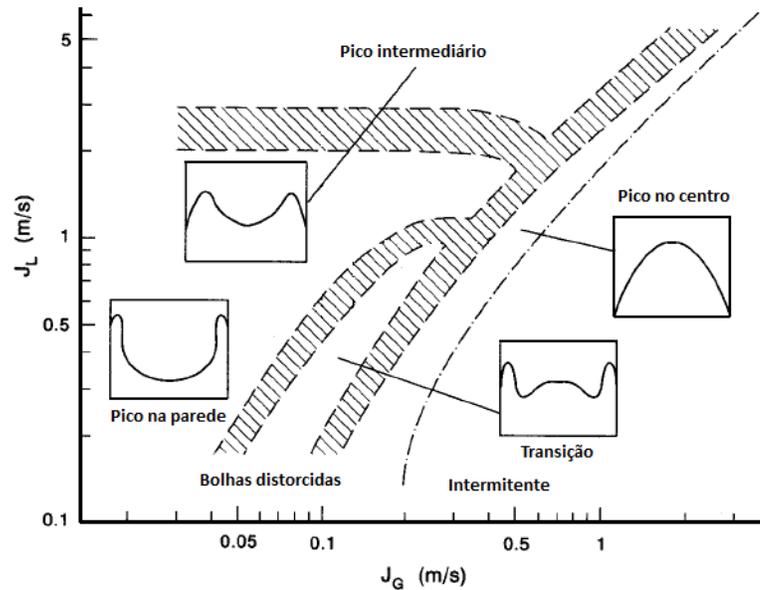


Figura 8.3. Representação dos perfis de fração de vazio, Liu (1993) apud Serizawa e Kataoka (1987).

Wallis (1969) sugeriu que o parâmetro  $C_{0,b}$  para escoamento disperso vertical situa-se entre 1,0 e 1,5 com um valor mais provável de aproximadamente 1,2. O valor do parâmetro de

distribuição  $C_{0,b}$  pode ser estimado assumindo perfis da fração de vazio,  $\alpha$  e da velocidade de mistura  $J$ . Assumindo perfis de lei de potência em um tubo para  $J$  e  $\alpha$ , tem-se:

$$\frac{J}{J_C} = 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^m, \quad (8.7)$$

$$\frac{\alpha - \alpha_w}{\alpha_C - \alpha_w} = 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^n, \quad (8.8)$$

onde  $J_C$ ,  $\alpha_C$ ,  $\alpha_w$ ,  $r$ ,  $R$ ,  $m$  e  $n$  são, respectivamente, os valores de  $J$  e  $\alpha$  no centro do tubo, o valor de  $\alpha$  na parede, a distância radial, o raio do tubo e  $m$  e  $n$  os expoentes. A Figura 8.4 (a) mostra a previsão analítica do parâmetro de distribuição considerando perfis de lei de potência para  $\alpha$  apresentada por Hibiki e Ishii (2002). Por outro lado, assumindo um perfil de pico na parede para  $\alpha$ , tem-se:

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_{WP}, & x_{WP} &\leq \frac{r}{R} \leq 1, \\ \alpha &= 0, & 0 &\leq \frac{r}{R} \leq x_{WP}, \end{aligned} \quad (8.9)$$

onde  $\alpha_{WP}$  e  $x_{WP}$  são a fração de vazio e posição radial assumindo um pico de fração de vazio quadrado. A Figura 8.4 (b) mostra a previsão de  $C_{0,b}$  considerando perfis de pico na parede para  $\alpha$  apresentado por Hibiki e Ishii (2002). O valor do parâmetro de distribuição é sempre maior que 1 para perfil de lei de potência para  $\alpha$ , enquanto que para perfil de pico na parede para  $\alpha$ , o valor do parâmetro de distribuição é sempre menor que 1. O pico na parede tende a diminuir o valor do parâmetro de distribuição consideravelmente. A Figura 8.5 mostra os valores dos parâmetros de distribuição,  $C_{0,b}$  correspondentes aos padrões de distribuição das fases apresentados por Hibiki e Ishii (2002). Para o padrão bolhas distorcidas o valor de  $C_{0,b}$  não tem um único valor. Onde o perfil é de pico na parede,  $C_{0,b} < 1,0$ . Na região de transição,  $1,0 \leq C_{0,b} < 1,05$  enquanto que no padrão golfadas onde o perfil é de pico no centro,  $1,05 \leq C_{0,b} < 1,10$ .

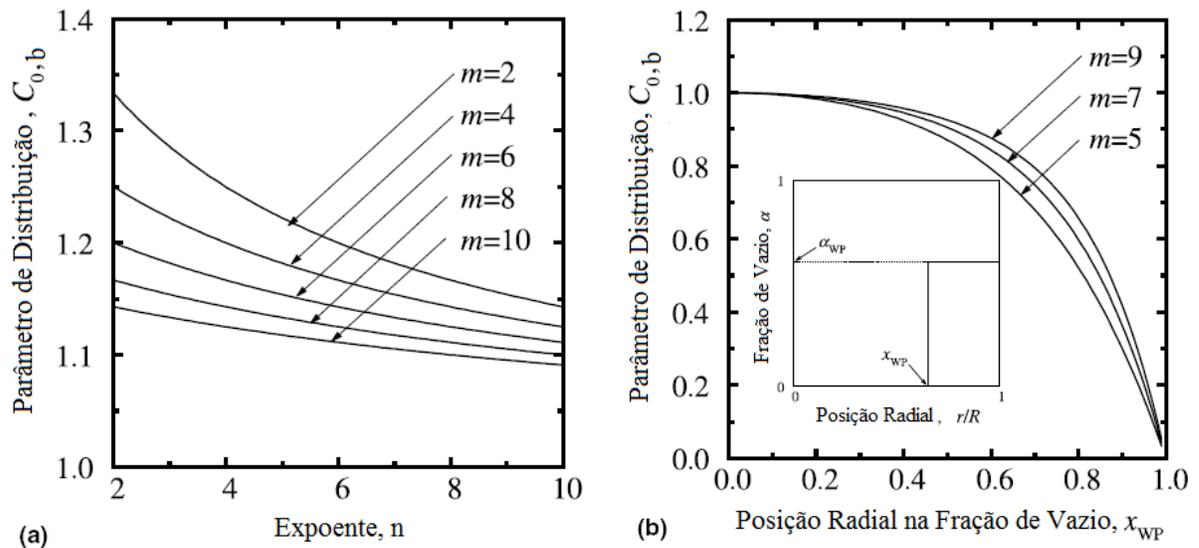


Figura 8.4. Previsão analítica do parâmetro de distribuição,  $C_{0,b}$ . (a) Perfil de lei de potência para  $\alpha$ , (b) Perfil de pico na parede para  $\alpha$ . Hibiki e Ishii (2002).

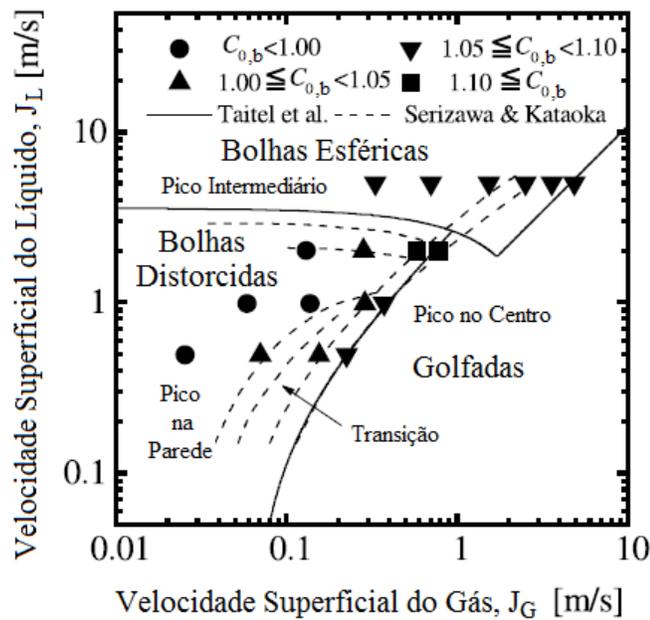


Figura 8.5. Parâmetros de distribuição,  $C_{0,b}$  correspondentes aos padrões de distribuição das fases. Hibiki e Ishii (2002).

Considerando o perfil de concentração uniforme através da seção transversal,  $C_{0,b} \cong 1$ , e adotando o expoente  $n=1$  para bolha encontra-se a equação proposta por Taitel et al. (1980) a partir da Equação (8.6):

$$J_L = J_G \frac{1-\alpha}{\alpha} - (1-\alpha)u_{d,bs} . \quad (8.10)$$

Pelo fato de que a bolha na transição para golfadas está no regime distorcido, a velocidade de elevação  $u_{d,bs}$  de uma bolha distorcida é dada pela relação de Harmathy (1960) (veja Apêndice B):

$$u_{d,bs} = 1,53 \left[ \frac{g(\rho_L - \rho_G)\sigma}{\rho_L^2} \right]^{1/4} . \quad (8.11)$$

Pode-se verificar que a equação (8.11) não depende do diâmetro do tubo.

Substituindo a Equação (8.11) na (8.10) e considerando que a transição para golfadas ocorre quando  $\alpha=0,25$  encontra-se uma relação entre  $J_L$  e  $J_G$  que caracteriza essa transição onde as forças dispersivas são menores que as forças de coalescência e as bolhas dispersas coalescem para formar capas esféricas e eventualmente as bolhas de Taylor.

$$J_L = 3,0J_G - 1,15 \left[ \frac{g(\rho_L - \rho_G)\sigma}{\rho_L^2} \right]^{1/4} . \quad (8.12)$$

Definidas as propriedades dos fluidos, a curva de transição teórica pode ser plotada nas coordenadas  $J_L$  e  $J_G$  e será invariante com o diâmetro do tubo. Essa curva é mostrada na Figura 8.6 para um sistema ar-água onde é designada como curva A. A equação (8.12) não é exata, mas uma boa aproximação já que ela é diretamente influenciada pelo parâmetro de distribuição das bolhas dispersas  $C_{0,b}$  e pelo critério utilizado para a fração de vazio  $\alpha=0,25$ . Em  $J_L$  e  $J_G$  maiores, onde  $u_{d,b}$  é desprezível, a curva de transição do modelo é linear, isto é  $J_L \approx 3,0J_G$ . Por outro lado, em vazões de líquido baixas onde  $J_L$  é desprezível, a fronteira da região da bolha é controlada por  $u_b$  e é essencialmente independente da vazão de líquido,

$$J_G \cong 0,383 \left[ \frac{g(\rho_L - \rho_G)\sigma}{\rho_L^2} \right]^{1/4} .$$

O critério de  $\alpha > 0,25$  não é suficiente para garantir a formação de golfadas. Isto porque à medida que a velocidade da fase líquida aumenta os turbilhões ganham intensidade e podem fragmentar as bolhas. A teoria de quebra de uma bolha devido à passagem dos turbilhões de líquido foi formulada por Hinze (1955). Hinze determinou o máximo diâmetro estável para uma bolha por meio do balanço entre forças de tensão superficial e aquelas devido às flutuações turbulentas como sendo:

$$d_{\text{máx}} = k \left( \frac{\sigma}{\rho_L} \right)^{3/5} (\epsilon)^{-2/5}, \quad (8.13)$$

onde  $\epsilon$  é a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta por unidade de massa e a constante  $k$  é igual a 0,725.

Para escoamento hidrodinamicamente desenvolvido em regime turbulento em tubulações,  $\epsilon$  é estimado por:

$$\epsilon = \left| \frac{dp}{dz} \right| \frac{J}{\rho_m}, \quad (8.14)$$

onde o gradiente de pressão,  $dp/dz$ , é devido ao atrito na parede e estimado por:

$$\frac{dp}{dz} = \frac{2C_f}{D} \rho_m J^2. \quad (8.15)$$

Se o tamanho da bolha produzido pelo processo de quebra é maior que o diâmetro crítico, suficiente para permitir deformação, então os valores de  $\alpha$  aproximam-se de 0,25 e as bolhas de Taylor se formam pelo processo de coalescência. O fator de atrito,  $C_f$  usado na Equação (8.15) pode ser calculado pela equação de Blasius baseado na velocidade superficial de mistura  $J$  e na viscosidade cinemática da fase líquida:

$$C_f = C \left( \frac{JD}{\nu_L} \right)^{-n}, \quad (8.16)$$

onde  $C$  e  $n$  são 0,079 e 0,25, respectivamente e  $\nu_L$  é a viscosidade cinemática do líquido.

A transição entre bolhas distorcidas e esféricas devido à quebra induzida pelos turbilhões é definida quando  $d_{\text{máx}} = d_{\text{crít}}$ . Combinando as Equações (8.1), (8.13), (8.14), (8.15) e (8.16) resulta em uma expressão que relaciona as velocidades superficiais do gás e do líquido, propriedades dos fluidos e tamanho do tubo definindo uma linha de transição para escoamento no padrão bolhas dispersas onde não existe golfadas. Este limite depende do diâmetro do tubo, ou seja, quanto maior o diâmetro,  $D$ , maior é a velocidade superficial do líquido  $J_L$  de transição para bolhas.

$$J_L + J_G - 4,0 \left[ \frac{D^{0,429} (\sigma / \rho_L)^{0,089}}{\nu_L^{0,072}} \left( \frac{g (\rho_L - \rho_G) \sigma}{\rho_L^2} \right)^{0,446} \right] = 0. \quad (8.17)$$

Essa curva é mostrada na Figura 8.6 para um sistema ar-água onde é designada como curva B. Entretanto, independentemente do nível de turbulência da fase líquida, o escoamento no padrão bolhas não pode existir em concentração acima de  $\alpha = 0,52$  como mostrado na Figura 8.6. Note que nesta região de altas velocidades superficiais,  $J_L$  e  $J_G$  maiores que 1 m/s, a velocidade de deslizamento é desprezível, o escoamento é considerado homogêneo e a fração de vazio pode ser estimada por:

$$\alpha = \frac{J_G}{J_G + J_L}. \quad (8.18)$$

Dessa forma, a curva B que delimita o escoamento de bolhas deve terminar na curva C que relaciona  $J_L$  e  $J_G$  para  $\alpha = 0,52$  dada por  $J_L = 0,92J_G$ .

A Tabela 8.1 e a Figura 8.6 resumem os critérios e transições propostos originalmente por Taitel et al. (1980). À direita da curva A e abaixo da curva B na região III, tem-se o padrão golfadas. O padrão bolhas pode existir nas regiões I e II da Figura 8.6. Na região I a esquerda da curva A e abaixo da curva B, prevê a presença de bolhas deformáveis que se movem para cima com um movimento de zig-zag com capas esféricas ocasionalmente aparecendo no líquido. Na

região II acima da curva B e a esquerda da curva C não há golfadas, e observa-se um sistema de bolhas esféricas.

Tabela 8.1. Critérios de transição bolhas/golfadas.

$d_b < d_{m\acute{a}x}$	Não há quebra de bolhas
$d_b > d_{m\acute{a}x}$	Há quebra de bolhas
$d_b > d_{cr\acute{i}t}$ e $\alpha < 0,25$	Bolhas distorcidas
$d_b < d_{cr\acute{i}t}$ e $\alpha < 0,52$	Bolhas esféricas

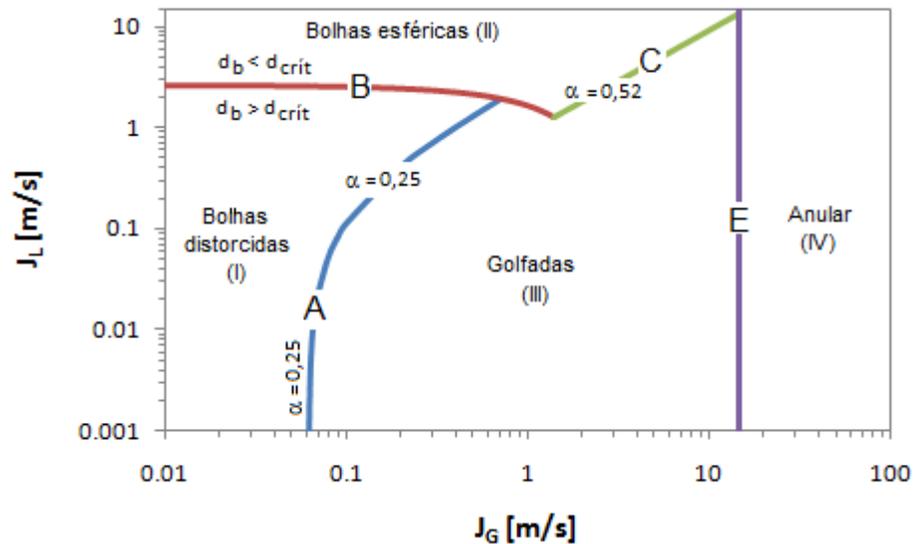


Figura 8.6. Critérios e transições do mapa de Taitel et al., 1980.

### 8.1.1. Aeração do pistão de líquido

Havendo o regime de golfadas um dos mecanismos mais simples de aeração do pistão de líquido é cinemático. Isto é, se a velocidade das bolhas dispersas no pistão de líquido for mais rápida que a velocidade da bolha de Taylor elas coalescerão na cauda da bolha de Taylor

tornando o pistão de líquido não aerado. A velocidade de translação do nariz do bolha de Taylor,  $u_t$  pode ser expressa como uma relação linear da velocidade de elevação das bolhas de Taylor escoando em um líquido definida por Nicklin et al., 1962 como,  $u_{\infty,T} \cong 0,35\sqrt{(\Delta\rho/\rho_L)gD}$  (válida para um sistema ar-água) com a velocidade superficial da mistura J:

$$u_t = C_{0,T}J + u_{\infty,T}, \quad (8.19)$$

onde  $C_{0,T}$  é o parâmetro de distribuição da bolha alongada. Sempre que  $u_b > u_t$  as bolhas distorcidas se aproximam da bolha de Taylor coalescendo com ela, aumentando seu tamanho e o pistão de líquido é considerado não-aerado. Por outro lado, quando  $u_b < u_t$  a bolha de Taylor eleva-se através de um arranjo de bolhas distribuídas e o movimento relativo do líquido no nariz da bolha de Taylor varre as bolhas dispersas pequenas, a coalescência não ocorre e o pistão de líquido ficará aerado. Portanto, o critério necessário para haver pistão aerado é  $u_b < u_t$ , onde a velocidade de translação das bolhas dispersas,  $u_b$  é calculada pela Equação (8.3) e a velocidade de translação do nariz do bolha de Taylor,  $u_t$  pela Equação (8.19). Dessa forma, tem-se:

$$u_b - u_t < 0 \quad (8.20)$$

ou

$$C_{0,b}J + u_{d,b} - C_{0,T}J - u_{\infty,T} < 0. \quad (8.21)$$

Considerando que os parâmetros de distribuição das bolhas dispersas e da bolha de Taylor são próximos,  $C_{0,b} \cong C_{0,T}$  considera-se que:

$$\frac{u_{\infty,T}}{u_{d,b}} = \frac{0,35}{1,53} \left[ \frac{(gD)^2 \rho_L^2}{g\Delta\rho\sigma} \right]^{\frac{1}{4}} (1-\alpha), \quad (8.22)$$

ou

$$\frac{u_{\infty,T}}{u_{d,b}} = \left[ \frac{\rho_L^2 g D^2}{\Delta\rho\sigma} \right]^{\frac{1}{4}} \frac{(1-\alpha)}{4,37}. \quad (8.23)$$

Para um pistão não-aerado,  $\alpha = 0$  e  $u_{d,b} > u_{\infty,T}$ . Portanto:

$$\left( \frac{\rho_L^2 g D^2}{\Delta \rho \sigma} \right)^{\frac{1}{4}} < 4,37, \quad (8.24)$$

ou o diâmetro máximo da tubulação para não haver pistão aerado é  $D \leq 19 \left[ (\rho_L - \rho_G) \sigma / \rho_L^2 g \right]^{1/2}$ .

As propriedades da água e do ar em baixa pressão são tais que  $u_{d,b} \cong u_{\infty,T}$  em  $D \cong 5,0\text{cm}$ . Portanto para tubos menores que 5 cm de diâmetro, Taitel et al. (1980) afirma que os pistões de líquido das golfadas são não aerados. Entretanto, todos os testes realizados nesse trabalho para o padrão golfadas em um tubo de 26 mm de diâmetro encontraram pistões aerados. A transição para tubos pequenos de Taitel et al. (1980) é uma aproximação e não leva em conta os efeitos da concentração, os efeitos de parede e principalmente os efeitos do diâmetro das bolhas na entrada da mistura bifásica. A fração de vazio em que a transição de bolhas para golfadas ocorre diminui com o aumento do diâmetro das bolhas, Cheng et al. (2002).

## 8.2. Modelos fenomenológicos de aeração do pistão de líquido

Nesta seção serão apresentados, analisados e discutidos alguns modelos para aeração do pistão de líquido. O modelo de Barnea e Brauner (1985) baseia-se no critério de transição bolha-golfada. Os modelos de Fernandes et al. (1983), Brauner e Ullmann (2004) e Guet (2006) baseiam-se na estimativa do fluxo de produção, extinção de bolhas (re-coalescência à bolha alongada) e transporte das bolhas dentro do pistão de líquido.

### 8.2.1. O modelo de Barnea e Brauner (1985)

Barnea e Brauner (1985) propuseram um modelo fenomenológico para a fração de líquido no pistão de líquido. Este modelo talvez seja o único que fornece uma expressão analítica para a previsão da fração de líquido. Será feita uma revisão desse modelo para revelar: o mecanismo de aeração do líquido no pistão de líquido proposto, sua comparação com os dados experimentais e análise.

#### Previsão da fração de líquido no pistão de líquido, $R_s$

O modelo assume que o gás em um pistão de líquido desenvolvido aparece como bolhas dispersas. A fração de gás que o pistão de líquido pode acomodar como bolhas dispersas será determinada de um balanço entre forças de ruptura devido a turbulência e forças de coalescência devido a gravidade e ou tensão superficial.

A condição para a transição do padrão bolhas dispersas para o padrão golfadas no caso de escoamento vertical foi obtida usando turbulência como força de ruptura e empuxo como força de coalescência semelhante a proposta original de Taitel e Dukler (1976) para escoamento horizontal. Baseado no mecanismo de ruptura e coalescência das bolhas no escoamento turbulento, a fronteira de transição entre os padrões bolhas dispersas e intermitente pode ser encontrada. Se as forças turbulentas são suficientemente altas para quebrar as bolhas em pequenas bolhas com diâmetro menor que o diâmetro crítico, a taxa de coalescência é dificultada, assegurando que o escoamento bolhas dispersas ocorre. Este critério é dado por:

$$d_{\text{máx}} \leq d_{\text{crít}}. \quad (8.25)$$

O diâmetro crítico sugerido por Barnea et al. (1982) é estimado ser o dobro do valor dado pela expressão original de Brodkey (1967) apresentada pela Equação (8.1):

$$d_{\text{crit}} = 2 \left[ \frac{0,4\sigma}{(\rho_L - \rho_G)g} \right]^{1/2}. \quad (8.26)$$

O diâmetro estável máximo da fase dispersa é dado pela Equação (8.13), reescrita aqui por conveniência:

$$d_{\text{máx}} = k \left( \frac{\sigma}{\rho_L} \right)^{3/5} (\epsilon)^{-2/5}. \quad (8.13)$$

Hinze (1955) sugeriu um valor constante de 0,725 para o parâmetro k. Entretanto, com este valor, a previsão da fronteira de transição para escoamento bolhas dispersas relatado pelo estudo original de Taitel et al. (1980) não seguiu exatamente a tendência dos dados experimentais. Barnea et al. (1985) modificou o valor da constante k, resultando em uma previsão mais precisa desta transição. O valor modificado de k é baseado no fato que k = 0,725 é válido somente para baixa concentração da fase dispersa. Entretanto, Calderbank (1958), investigando o fenômeno da dispersão em escoamento gás-líquido, encontrou que o diâmetro da bolha diminui proporcionalmente a fração de líquido  $R_s$ . Combinando os resultados de Hinze (1955) e de Calderbank (1958) para o valor de k, a equação do diâmetro estável máximo pode ser reescrita como:

$$d_{\text{máx}} = \left( 0,725 + 4,15\sqrt{1-R_s} \right) \left( \frac{\sigma}{\rho_L} \right)^{3/5} (\epsilon)^{-2/5}, \quad (8.27)$$

onde a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta por unidade de massa,  $\epsilon$  é calculada pela equação (8.14). Substituindo as Equações (8.27) e (8.26) na Equação (8.25) encontra-se a forma final da fronteira de transição, dada por:

$$2 \left[ \frac{0,4\sigma}{(\rho_L - \rho_G)g} \right]^{1/2} \left( \frac{\rho_L}{\sigma} \right)^{3/5} \left[ \frac{2}{D} C \left( \frac{D}{v_L} \right)^{-n} \right]^{2/5} J^{2(3-n)/5} \leq 0,725 + 4,15\sqrt{1-R_s}, \quad (8.28)$$

onde  $C$  e  $n$  são definidos na Equação (8.16) e a fração de vazão,  $\alpha_s = 1 - R_s$  na fronteira de transição pode ser estimada, assumindo a condição de não escorregamento, pela equação (8.18). A equação (8.28) é semelhante à equação (8.17) que define uma linha de transição para o escoamento no padrão golfadas, veja linha B na Figura 8.6. No entanto, para chegar à equação (8.28), foi utilizada a equação (8.26) sugerida por Barnea et al. (1982) para estimar o diâmetro crítico e o parâmetro  $k$  utilizado para calcular o diâmetro estável máximo foi modificado para  $0,725 + 4,15\sqrt{1 - R_s}$ .

O modelo propõe que a fração de líquido na linha de transição é a mínima fração de líquido que o pistão de líquido pode acomodar no padrão bolhas dispersas em um dado nível de turbulência, que é determinado pela velocidade de mistura  $J = J_G + J_L$ .

Partindo de um ponto na linha de transição bolhas dispersas e escoamento intermitente, aumentando  $J_G$  enquanto mantém  $J$  constante, causará a transição para o escoamento intermitente, onde bolhas alongadas são formadas pelo excesso de gás que não pode ser acomodado pelo pistão de líquido. Entretanto, um balanço volumétrico (ver Apêndice A), prescreve que a velocidade de mistura dentro do pistão de líquido é igual a  $J$ . Portanto, ao longo de uma linha de  $J$  constante o nível de turbulência dentro do pistão é mantido no mesmo nível como no escoamento de bolhas dispersas. Como resultado o pistão de líquido acomodará a mesma quantidade de fração de líquido como do escoamento de bolhas dispersas do ponto na fronteira de transição. Curvas de  $J$  constante representam o local onde a fração de líquido dentro do pistão de líquido,  $R_s$  é constante e é igual a fração de líquido do padrão bolhas dispersas na fronteira de transição.

A Equação (8.28) estabelece a relação entre as velocidades superficiais do gás e do líquido e as propriedades físicas das fases na fronteira de transição para o escoamento bolhas dispersas. No entanto, independentemente de quanta turbulência esteja disponível, é assumido que o escoamento bolhas dispersas não pode existir com fração de líquido abaixo de  $R_s = 0,48$ . A Figura 8.7 mostra a linha de transição B-C-D bem como curvas de  $J$  e  $R_s$  constantes, para escoamento vertical de ar-água no padrão golfadas em um tubo de 1,25 cm de diâmetro ( $D < 5$  cm). O segmento B-C que delimita a transição para o escoamento de bolhas deve terminar no segmento C-D que relaciona  $J_L$  e  $J_G$  para  $R_s = 0,48$ .

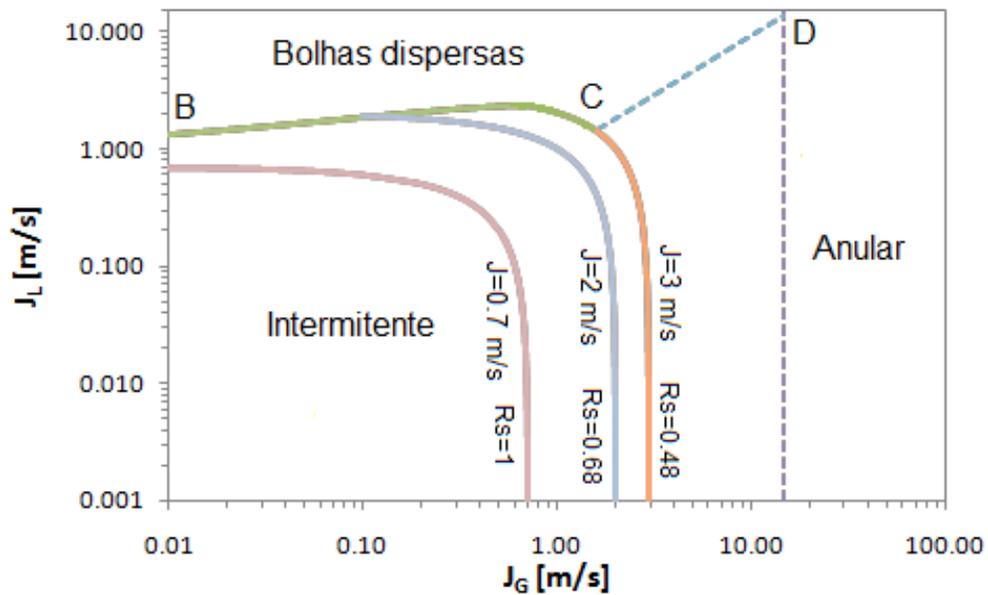


Figura 8.7. Ar-água, vertical,  $D = 1,25$  cm.

Para tubos com  $D \geq 5$ cm a fronteira entre bolhas dispersas e escoamento intermitente é composta de 3 diferentes seções dependendo do mecanismo de transição (Figura 8.8): o segmento A-B é a linha de transição (bolhas-golfadas) com  $R_s = 0,75$ , o segmento C-D é de  $R_s = 0,48$  (máximo empacotamento) (Taitel et al. 1980) e o segmento B-C é a transição causada pela ruptura turbulenta.

Pode-se ver na Figura 8.8 que em tubos de diâmetros maiores, sobre uma ampla faixa de escoamento no padrão golfadas, linhas de  $J$  constante, interceptam a linha de transição A-B e  $R_s$  nesta faixa (A-B-E na Figura 8.8) é, portanto constante e igual a 0,75. O pistão de líquido vai ter a mesma fração de líquido que na transição.

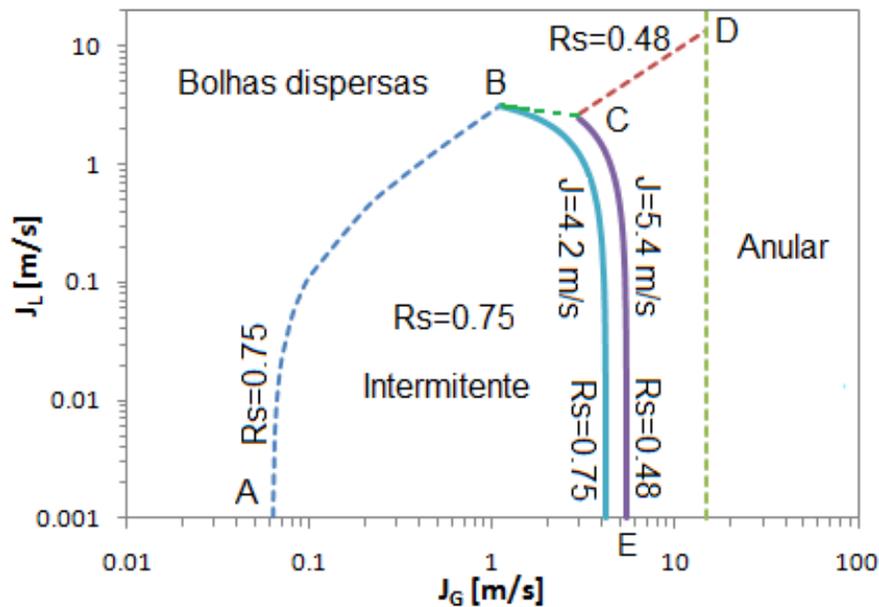


Figura 8.8. Ar-água, vertical,  $D = 5$  cm.

### Discussão e comparação do modelo com os dados experimentais

As estimativas de  $R_s$  pelo modelo de Barnea e Brauner (1985) para escoamento vertical ascendente de ar e água em um tubo de 26 mm de diâmetro estão apresentadas na Figura 8.9. Baseado no mecanismo de ruptura e coalescência de bolhas no escoamento turbulento, a fronteira de transição entre o padrão bolhas dispersas e o padrão intermitente é representada pela curva B-C-D. A Figura 8.9 trás também as curvas de velocidades de mistura,  $J$  constantes e os pontos experimentais da grade de testes utilizando o sensor de anéis definidos na Tabela 5.7 do Capítulo 5.

A Figura 8.9 mostra os pontos da grade de testes e as respectivas frações de líquido  $R_s$  medidas experimentalmente. Tomando como exemplo a curva de  $J=2$  m/s pode-se verificar que a fração de líquido medida experimentalmente para o ponto  $J_L = 0,90$  m/s e  $J_G = 1,10$  m/s e o ponto  $J_L = 1,20$  m/s e  $J_G = 0,81$  m/s dadas por 0,77 e 0,81 respectivamente não permanecem

constantes ao longo da curva de J constante. Isso pode ser verificado para outros pontos com a mesma velocidade de mistura.

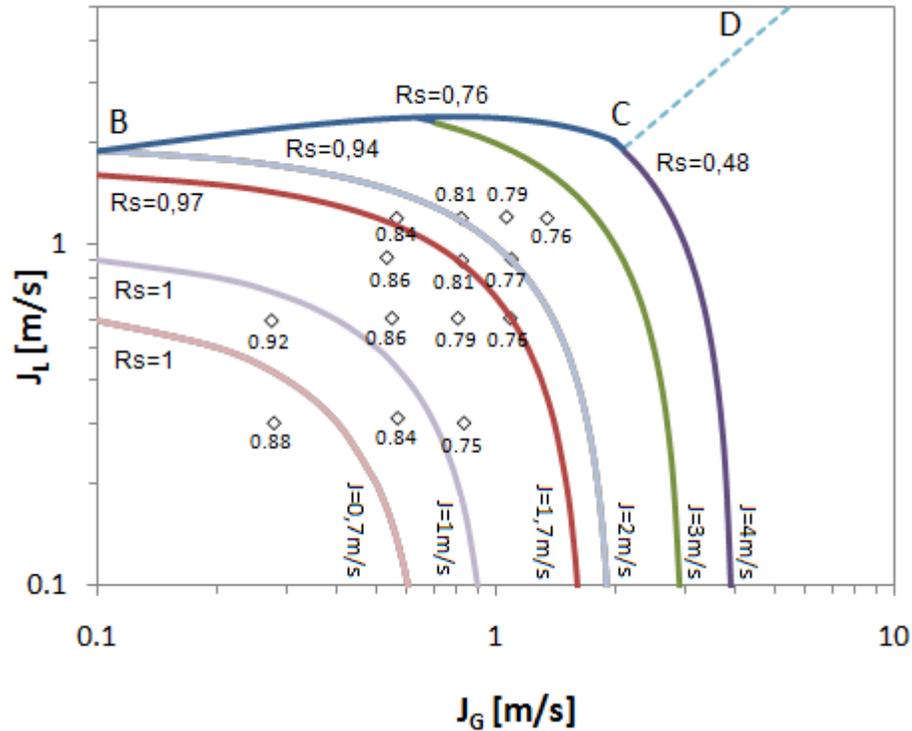


Figura 8.9. Ar-água, vertical,  $D = 2,6$  cm.

O método utilizado no modelo de Barnea e Brauner (1985) para a previsão da fração de líquido no pistão de líquido foi baseado na consideração que o pistão de líquido acomodará a mesma fração de líquido do escoamento bolhas dispersas na fronteira de transição com a mesma velocidade de mistura. O modelo propõe que as curvas de velocidade de mistura constante representam o local onde a fração de líquido dentro do pistão de líquido é constante e igual a fração de líquido do padrão bolhas dispersas na fronteira de transição. A modelagem da fração de líquido no pistão de líquido realizado dessa forma é independente da previsão de outras características do escoamento intermitente e a única informação utilizada foi a fronteira de transição do padrão bolhas dispersas para o padrão intermitente. O ponto fraco do modelo é que para a velocidade de mistura J constante a turbulência é constante mas para baixas pressões a turbulência é governada pela flutuação da fase líquida e não pela fase gás. Se diminuir o líquido

diminui  $R_s$ . Os resultados experimentais mostram que a fração de líquido no pistão de líquido não pode ser considerada constante ao longo de curvas de velocidade de mistura constante e outros parâmetros do escoamento intermitente devem ser levados em consideração como a relação de deslizamento entre as fases discutida no Capítulo 6.

### **8.2.2. O modelo de Fernandes et al. (1983)**

Fernandes et al. (1983) desenvolveram uma série de equações baseadas nos processos físicos que ocorrem durante o escoamento em golfadas e são usadas para prever as características hidrodinâmicas deste padrão de escoamento, entre elas o comprimento e a frequência das golfadas, a queda de pressão e também a fração de líquido no pistão de líquido. O modelo pode ser usado para prever as frações de vazio médias no pistão, na bolha de Taylor e na unidade do escoamento em golfadas em tubos verticais. O modelo físico desenvolvido é baseado no equilíbrio, isotérmico, do escoamento gás-líquido co-corrente ascendente em tubos verticais em baixas pressões. O escoamento é considerado axi-simétrico, uni-dimensional e permanente. A seguir será feita uma revisão desse modelo destacando o mecanismo de aeração do líquido no pistão de líquido proposto, sua comparação com os dados experimentais e análise.

#### **Escoamento de gás através da bolha de Taylor**

Considerando o pistão de líquido e a bolha alongada desenvolvidos (veja Figura 1.5) e excluindo a expansão, o comprimento da bolha de Taylor,  $L_f$  permanece constante quando ela viaja pelo tubo. Dessa forma, os fluxos de gás entrando e saindo da bolha de Taylor devem ser iguais. O nariz da bolha de Taylor viaja mais rápido que o pistão de líquido e o movimento relativo do líquido com a bolha se dá na forma de um filme de líquido. Eventuais bolhas no pistão de líquido coalescem no nariz e no corpo da bolha formando uma vazão volumétrica de gás

entrando por cima da bolha de Taylor,  $Q_A$ , Figura 8.10. Experimentos mostram que as porções mais baixas do filme de líquido são livres de bolhas.

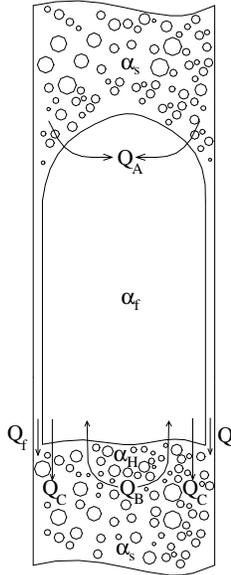


Figura 8.10. Escoamento de gás através da bolha de Taylor.

Na traseira da bolha de Taylor o filme descendente arrasta o gás com uma vazão volumétrica  $Q_C$  quando ele se mistura com o pistão de líquido abaixo, formando uma região de alta fração de vazio local,  $\alpha_H$ . Parte do gás retorna à bolha de Taylor através de sua traseira plana, com uma vazão  $Q_B$ . A condição de não acumulação requer que:

$$Q_A + Q_B = Q_C. \quad (8.29)$$

A Figura 8.11 representa o modelo físico proposto para o processo de entranhamento de gás no pistão de líquido seguindo uma bolha de Taylor. A velocidade média do filme de líquido de espessura  $h_f$  é  $\bar{u}_f$ . Considerando a região do corpo da bolha (veja Figura 1.5) a velocidade local no filme varia de 0 na parede a  $u_f$  na interface filme/bolha. Para filmes turbulentos  $u_f \cong 1,15\bar{u}_f$ . O gás dentro da bolha de Taylor tem uma distribuição de velocidade  $u_G(y)$  variando de  $-u_f$  a um valor maior que  $u_t$  na linha de centro. A frente do pistão de líquido que esta a jusante da bolha de Taylor está elevando-se com uma velocidade  $u_t$ . Define-se  $h_G$  como a

espessura onde a velocidade local,  $u_G = u_t$ . Toda a região anular compreendida entre  $h_f \leq y \leq h_f + h_G$  possui gás com velocidade menor que  $u_t$ .

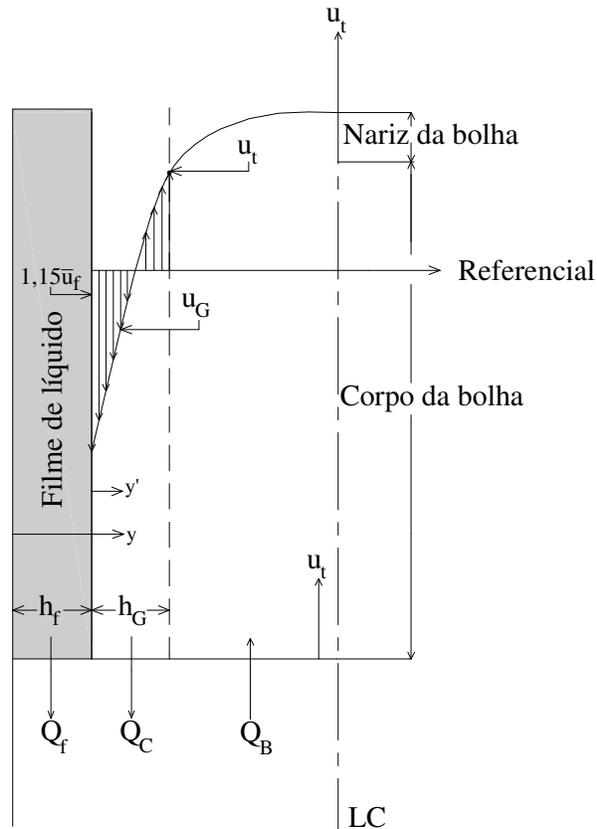


Figura 8.11. O processo de entranhamento de gás no pistão de líquido.

Como a fronteira da bolha viaja com  $u_t$  todo o gás compreendido entre  $h_f \leq y \leq h_f + h_G$  cruzará a fronteira da bolha produzindo uma vazão  $Q_C$ , então:

$$Q_C = 2\pi \int_{h_f}^{(h_f+h_G)} \left( \frac{D}{2} - y \right) u_r dy, \quad (8.30)$$

onde  $u_r = u_t - u_G$  e  $y$  é a coordenada medida da parede, veja Figura 8.11. As condições de contorno são:

$$y = h_f \quad \text{e} \quad u_r = 1,15\bar{u}_f + u_t \quad (8.31)$$

$$y = h_f + h_G \quad \text{e} \quad u_r = 0. \quad (8.32)$$

A velocidade relativa do gás em relação a interface que desloca com velocidade  $1,15\bar{u}_f$  é  $u'$  definida por:

$$u' = u_G + 1,15\bar{u}_f = -u_r + 1,15\bar{u}_f + u_t \quad (8.33)$$

e a coordenada com referência a posição da interface é  $y'$ :

$$y' = y - h_f, \quad (8.34)$$

as condições de contorno passam a ser escritas como:

$$y' = 0 \quad u' = 0 \quad (8.35)$$

$$y' = h_G \quad u' = 1,15\bar{u}_f + u_t. \quad (8.36)$$

Substituindo as Equações (8.35) e (8.36) na equação (8.30), tem-se:

$$Q_C = \pi h_G (1,15\bar{u}_f + u_t) (D - 2h_f - h_G) - 2\pi \int_0^{h_G} \left( \frac{D}{2} - h_f - y' \right) u' dy'. \quad (8.37)$$

Na maioria dos casos práticos o escoamento de gás é turbulento e é possível usar o perfil de velocidade universal para escoamento turbulento para avaliar a integral na Equação (8.37).

Introduzindo as variáveis adimensionais características da distribuição de velocidades:

$$u^+ = \frac{u'}{U_*}, \quad y^+ = \frac{y' U_*}{v_G}, \quad (8.38)$$

$$h_G^+ = \frac{h_G U_*}{v_G}, \quad \frac{D^+}{2} = \left( \frac{D}{2} - h_f \right) \frac{U_*}{v_G}, \quad (8.39)$$

onde  $\nu_G$  é a viscosidade cinemática do gás e  $U_*$  é a velocidade de atrito. Substituindo na Equação (8.37), chega-se a:

$$Q_C = \pi h_G (1,15\bar{u}_f + u_t)(D - 2h_f - h_G) - \frac{2\pi\nu_G^2}{U_*} \int_0^{h_G^+} \left( \frac{D^+}{2} - y^+ \right) u^+ dy^+. \quad (8.40)$$

Para calcular  $Q_C$ , relações auxiliares para  $h_G$  e  $U_*$  são necessárias.

A espessura da camada de gás,  $h_G$ , pode ser calculada da condição que, em  $y' = h_G$ ,

$$u^+(y^+ = h_G^+) = \frac{1,15\bar{u}_f + u_t}{U_*}. \quad (8.41)$$

O perfil de velocidade universal pode ser integrado da interface filme/bolha ao centro do tubo para calcular a vazão média volumétrica do gás sendo transportada para cima na bolha de Taylor:

$$Q_G = 2\pi \int_{h_f}^{D/2} \left( \frac{D}{2} - y \right) u dy = \pi \left( \frac{D}{2} - h_f \right)^2 \bar{u}_G. \quad (8.42)$$

Fazendo a transformação da mesma forma que foi feita para a velocidade relativa do gás em relação a interface,  $u'$  é utilizando as variáveis adimensionais definidas nas Equações (8.38) e (8.39) chega-se a velocidade de atrito:

$$U_* = \frac{\int_0^{D^+/2} \left( \frac{D^+}{2} - y^+ \right) u^+ dy^+}{(1,15\bar{u}_f + \bar{u}_G) \left( \frac{\frac{D}{2} - h_f}{2\nu_G^2} \right)}. \quad (8.43)$$

As integrais nas Equações (8.40) e (8.43) podem ser calculadas usando o perfil universal de velocidade:

$$\begin{aligned}
u^+ &= y^+ & 0 \leq y^+ < 5, \\
u^+ &= 5,0 \ln y^+ - 3,05 & 5 \leq y^+ < 30, \\
u^+ &= 2,5 \ln y^+ + 5,5 & 30 \leq y^+.
\end{aligned} \tag{8.44}$$

O modelo para  $Q_B$  é desenvolvido considerando a região de alta fração de vazio formada atrás da bolha de Taylor. Considerando o escoamento agitado, a fração de vazio local,  $\alpha_H$ , que existe nesta região pode ser estimada por:

$$\alpha_H = \frac{Q_C}{Q_C + Q_f}, \tag{8.45}$$

onde  $Q_C$  é determinado pela Equação (8.40) e  $Q_f$ , a vazão do filme de líquido para um referencial que desloca com  $u_t$ , é estimada por:

$$Q_f = \frac{\pi}{4} D^2 (1 - \alpha_f) (\bar{u}_f + u_t). \tag{8.46}$$

A região na frente do pistão é altamente turbulenta. Como resultado, a intensidade de turbulência é aumentada e estas altas flutuações da velocidade axial resultam no transporte de bolhas da região de alta fração de vazio para a interface entre a frente do pistão e a traseira da bolha de Taylor criando um fluxo  $Q_B$ . Deste argumento pode-se escrever:

$$Q_B = \frac{\pi}{4} [D - 2(h_f + h_G)]^2 \alpha_H U_{RMS} \tag{8.47}$$

onde  $U_{RMS}$  é a intensidade de turbulência.

$$\frac{U_{RMS}}{1,15 \bar{u}_f + u_t} = 0,25. \tag{8.48}$$

Substituindo a Equação (8.48) na Equação (8.47), tem-se:

$$Q_B = \frac{\pi}{16} [D - 2(h_f + h_G)]^2 \alpha_H [1,15\bar{u}_f + u_t]. \quad (8.49)$$

A taxa volumétrica de gás capturada pela bolha de Taylor,  $Q_A$  pode ser escrita como:

$$Q_A = \frac{\pi}{4} D^2 \alpha_s (u_t - u_b). \quad (8.50)$$

Dessa forma, tem-se a fração de vazio no pistão de líquido:

$$\alpha_s = \frac{Q_C - Q_B}{\frac{\pi}{4} D^2 (u_t - u_b)}. \quad (8.51)$$

### **Discussão e comparação do modelo com os dados experimentais**

O modelo de Fernandes para escoamento vertical ascendente de ar e água em um tubo de 26 mm de diâmetro foi implementado utilizando as velocidades superficiais do líquido,  $J_L$  e do gás,  $J_G$  e a velocidade de translação do nariz da bolha alongada,  $u_t$  medidas experimentalmente, veja Tabela 5.10, a velocidade de translação das bolhas dispersas no pistão de líquido,  $u_b$  e a velocidade do gás na bolha alongada,  $u_G$  obtidas com o balanço volumétrico, veja Tabela 5.11 e a velocidade,  $u_{fe}$ , espessura,  $h_{fe}$  e fração de vazio do filme,  $\alpha_{fe}$  na condição de equilíbrio obtidas com o modelo de filme apresentado no Capítulo 6, veja Tabela 6.1, como parâmetros de entrada, obtendo a fração de vazio do pistão de líquido,  $\alpha_s$  como resultado. A seguir é apresentada uma sequência para o cálculo da fração de vazio no pistão de líquido,  $\alpha_s$ :

1. Cálculo da vazão volumétrica,  $Q_C$  através da Equação (8.40);
2. Cálculo da vazão volumétrica,  $Q_f$  através da Equação (8.46);
3. Estimativa da fração de vazio local,  $\alpha_H$  através da Equação (8.45);
4. Cálculo da vazão volumétrica,  $Q_B$  através da Equação (8.49) e
5. Cálculo da fração de vazio no pistão de líquido as através da Equação (8.51).

Na Tabela 8.2 é apresentado um sumário com os dados de entrada do modelo para as condições dos testes da Tabela 5.7. A Tabela 8.3 apresenta os valores obtidos para as frações de vazio no pistão de líquido com o modelo de Fernandes e compara com os resultados experimentais para a fração de vazio média do pistão de líquido  $\langle\alpha_s\rangle$  apresentados na Tabela 5.10. Os erros absolutos entre a técnica de medida e o modelo de Fernandes são de no máximo 0,01 para todos os testes. A Figura 8.12 apresenta uma comparação das frações de vazio do pistão de líquido,  $\alpha_s$  obtidas com o modelo de Fernandes com os dados experimentais mostrando boa concordância entre os resultados.

O fluxo de gás no pistão de líquido baseia-se em um conceito cinemático entre a diferença de velocidade do gás na bolha e a velocidade da traseira da bolha de Taylor. O modelo para regime turbulento não depende diretamente da tensão superficial do líquido. Indiretamente ele depende das velocidades  $u_t$ ,  $u_G$ ,  $u_f$  e das espessuras  $h_f$  e  $h_G$ .

Tabela 8.2. Sumário com os dados de entrada do modelo de Fernandes.

Valores experimentais				Balanço volumétrico		Modelo de filme		
Teste	$J_L$	$J_G$	$u_t$	$u_G$	$u_b$	$u_{fe}$	$h_{fe}$	$\alpha_{fe}$
#	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m)	(---)
5	0,30	0,28	0,84	0,82	0,75	-1,55	0,000710	0,89
6	0,31	0,57	1,18	1,13	0,92	-1,55	0,000719	0,89
7	0,30	0,83	1,55	1,45	1,24	-1,54	0,000724	0,89
8	0,60	0,27	1,12	1,11	1,05	-1,44	0,000624	0,91
9	0,61	0,55	1,49	1,47	1,33	-1,52	0,000697	0,90
10	0,61	0,80	1,77	1,72	1,50	-1,45	0,000642	0,90
11	0,61	1,09	2,06	2,03	1,70	-1,44	0,000642	0,90
12	0,92	0,53	1,80	1,78	1,72	-1,50	0,000688	0,90
13	0,90	0,82	2,09	2,05	1,94	-1,43	0,000631	0,91
14	0,91	1,10	2,47	2,37	2,15	-1,48	0,000676	0,90
15	1,20	0,82	2,42	2,41	2,44	-1,48	0,000680	0,90
16	1,21	1,07	2,75	2,74	2,70	-1,52	0,000732	0,89
17	1,20	1,35	3,24	3,12	2,89	-1,62	0,000848	0,87

Tabela 8.3. Sumário com os dados de saída do modelo de Fernandes.

Teste	Modelo de Fernandes							Experimental	
	$U_*$	$y^+$	$Q_A$	$Q_B$	$Q_C$	$\alpha_H$	$\alpha_s$	$\langle \alpha_s \rangle$	Erro
#	(m/s)	(---)	(m <sup>3</sup> /s)	(m <sup>3</sup> /s)	(m <sup>3</sup> /s)	(---)	(---)	(---)	%
5	0,217	20,63	0,000002	0,000108	0,000109	0,45	0,11	0,12	7,0
6	0,224	25,98	0,000015	0,000119	0,000134	0,46	0,17	0,16	6,4
7	0,237	30,16	0,000028	0,000131	0,000159	0,47	0,26	0,25	3,6
8	0,218	23,37	0,000000	0,000123	0,000123	0,49	0,10	0,09	7,5
9	0,244	26,25	0,000007	0,000130	0,000138	0,45	0,14	0,14	2,8
10	0,245	30,12	0,000015	0,000145	0,000160	0,49	0,21	0,21	1,9
11	0,26	33,60	0,000018	0,000152	0,000170	0,49	0,24	0,24	1,7
12	0,257	28,58	0,000009	0,000141	0,000150	0,45	0,14	0,14	1,0
13	0,262	33,20	0,000014	0,000155	0,000169	0,49	0,18	0,19	3,6
14	0,283	40,15	0,000030	0,000158	0,000188	0,47	0,23	0,23	0,7
15	0,285	35,67	0,000017	0,000159	0,000176	0,46	0,19	0,19	1,6
16	0,305	40,71	0,000030	0,000159	0,000190	0,43	0,22	0,21	7,8
17	0,334	50,10	0,000060	0,000154	0,000214	0,40	0,24	0,24	0,3

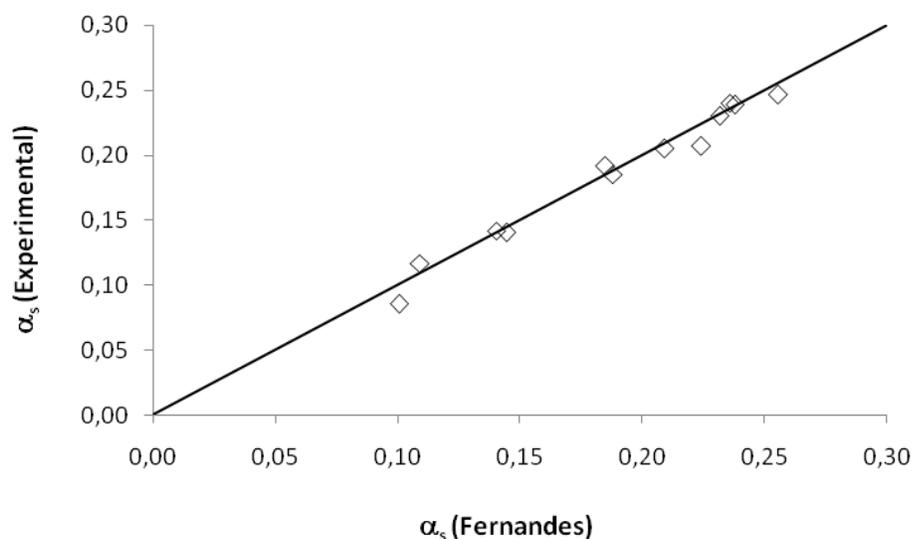


Figura 8.12. Comparação das frações de vazio do pistão de líquido,  $\alpha_s$  obtidas com o modelo de Fernandes com os dados experimentais.

### 8.2.3. O modelo de Brauner e Ullmann (2004)

Brauner e Ullmann (2004) propuseram um modelo de aeração do pistão de líquido baseado na fragmentação da traseira da bolha de Taylor relacionando-a com a taxa de energia cinética turbulenta produzida pelo jato de parede e camada cisalhante que são formados na esteira da bolha de Taylor quando o filme de líquido encontra a frente do pistão de líquido, veja Figura 1.4. Em geral, a aeração do pistão de líquido é afetada pelos mecanismos de dispersão que ocorrem na traseira da bolha de Taylor e na esteira na frente do pistão. Da mesma forma que no modelo de Fernandes (1983), o pistão de líquido e a bolha alongada são considerados desenvolvidos (veja Figura 1.5) e o comprimento da bolha de Taylor,  $L_f$  permanece constante quando ela viaja pelo tubo. Assim, os fluxos de gás entrando e saindo da bolha de Taylor devem ser iguais. A seguir será feita uma revisão desse modelo destacando o mecanismo de aeração no pistão de líquido, sua comparação com os dados experimentais e análise.

#### O modelo de esteira da bolha de Taylor

O diagrama esquemático do escoamento no padrão golfadas em um tubo vertical é descrito na Figura 8.13. A seção 'w' representa a esteira próxima a bolha de Taylor e a seção 's' a região no pistão de líquido que possui pouca influência da esteira da bolha. O gás na bolha de Taylor se move com uma velocidade  $u_G$ , que é mais rápida do que a velocidade de mistura,  $J$ , Equação (A.34). O movimento relativo do líquido com a bolha se dá na forma de um filme de líquido. O filme de líquido na região do nariz da bolha de Taylor pode ser aerado com pequenas bolhas de gás. Entretanto, as pequenas bolhas coalescem com a interface da bolha de Taylor e são gradualmente absorvidas para dentro da bolha alongada podendo considerar o filme de líquido não-aerado. Simultaneamente, na traseira da bolha de Taylor as bolhas são arrastadas para o pistão de líquido em um fluxo volumétrico da fase gás definido por:  $\phi_C = Q_C / A$ . Parte das bolhas que entram na região da esteira da bolha de Taylor pode re-coalescer com a traseira da bolha, em

um fluxo da fase gás  $\phi_B = Q_B / A$ , resultando em um fluxo de gás igual a  $\phi_A = \phi_C - \phi_B$  para fora da traseira da bolha. O conceito para os fluxos  $\phi_A$ ,  $\phi_B$  e  $\phi_C$  é similar ao conceito das vazões volumétricas utilizado por Fernandes (1983).

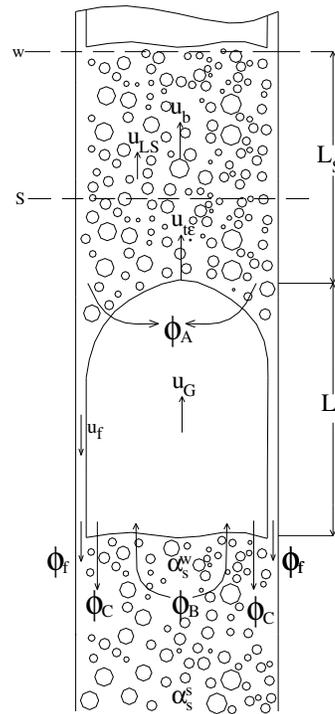


Figura 8.13. Diagrama esquemático do escoamento no padrão golfadas.

Os escoamentos nas regiões 'w' e 's' são diferentes. Tipicamente, a fração de vazio na região da esteira da bolha de Taylor,  $\alpha_s^w$  é mais alta do que a fração de vazio no pistão de líquido,  $\alpha_s^s$ . As bolhas no pistão de líquido podem coalescer no nariz e no corpo da bolha formando um fluxo de gás entrando por cima da bolha de Taylor,  $\phi_A$ , Figura 8.13. Dessa forma,  $\phi_A = \phi_C - \phi_B$  é o fluxo de gás que é eventualmente absorvido na próxima bolha. O entranhamento de bolhas que se repete da traseira da bolha de Taylor e sua re-coalescência no sucessivo nariz da bolha resulta em uma velocidade de translação efetiva da bolha de Taylor,  $u_{te}$ , que é mais alta do que a velocidade do gás na bolha de Taylor,  $u_G$ . Segundo Brauner e Ullmann (2004) a posição do nariz

da bolha de Taylor varia não somente pelo deslocamento vertical da interface, mas também pela incorporação das bolhas dispersas no nariz da bolha.

### Relação entre o fluxo de produção de gás e do filme $\phi_C/\phi_f$

A fragmentação da traseira da bolha de Taylor (veja Figura 1.4) causa um aumento da área interfacial da fase gás que por sua vez demanda de um fluxo de produção de energia de superfície dado por:

$$\phi_{\dot{E}} = \frac{\pi d_{32}^2 \sigma}{\pi d_{32}^3 / 6} \phi_C = \frac{6\sigma}{d_{32}} \phi_C, \quad (8.52)$$

onde  $\sigma$  é a tensão superficial,  $d_{32}$  é o diâmetro da bolha média de Sauter e  $\phi_{\dot{E}}$  tem unidade de  $(W / m^2)$ . O diâmetro médio de Sauter define um valor médio baseado na razão entre o volume da bolha e sua área superficial:

$$d_{32} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i^3}{\sum_{i=1}^n d_i^2}. \quad (8.53)$$

O diâmetro médio de Sauter é empregado com frequência na determinação de forças interfaciais, uma vez que ele traz consigo a razão entre o volume e a área superficial. O  $d_{32}$  pode ser estimado com referência ao tamanho máximo da bolha,  $d_{32}=d_{\text{máx}}/k_d$ , onde  $k_d$  é uma constante de escala. O fluxo dessa produção de energia de superfície é proporcional ao fluxo de energia turbulenta produzido pela penetração do jato do filme de líquido em um fluxo  $\phi_f$  :

$$\frac{1}{2} \rho_L (u'^2 + v'^2 + w'^2) \phi_f = C_J \frac{6\sigma}{d_{\text{máx}}} \phi_C, \quad (8.54)$$

onde  $C_J$  é uma constante adimensional de ordem 1, (que engloba a constante de escala,  $k_d$ ). Como mostra a Figura 8.14 o fluxo  $\phi_f$  é calculado em função da velocidade relativa entre o filme de líquido na traseira da bolha  $u_f^w$  e o gás na bolha  $u_G$  (que é a velocidade da traseira de uma bolha de Taylor não fragmentada) e da fração de vazio do filme na esteira  $\alpha_f^w$ :

$$\phi_f = (u_G - u_f^w)(1 - \alpha_f^w). \quad (8.55)$$

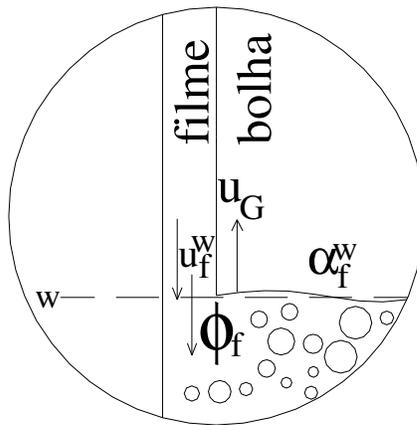


Figura 8.14. Fluxo de energia turbulenta produzido pela penetração do jato do filme de líquido em um fluxo  $\phi_f$ .

Note que  $u_G$  é a velocidade usada na equação (8.55) (melhor do que  $u_{te}$ ) para representar  $\phi_C$ .

As flutuações turbulentas formadas na esteira da bolha de Taylor, região 'w', são proporcionais ao quadrado da diferença de velocidades  $u_{LS}^w$  e  $u_f^w$ , veja Figura 8.15. Brauner e Ullmann (2004) usaram valores conservativos para as componentes  $u'^2 \approx v'^2 \approx w'^2 \cong 0,01\Delta u^2$ . Dessa forma:

$$u'^2 + v'^2 + w'^2 \cong 0,03(u_{LS}^w - u_f^w)^2. \quad (8.56)$$

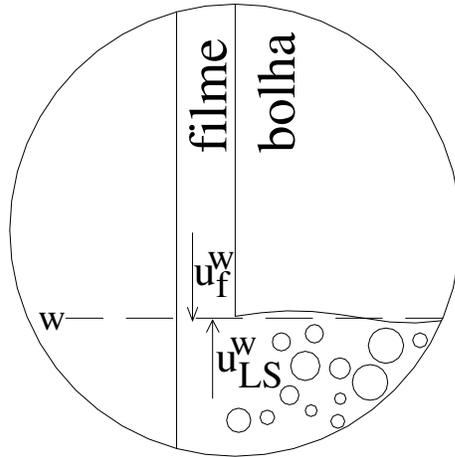


Figura 8.15. Turbulência formada na frente do pistão entre as velocidades  $u_{LS}^w$  e  $u_f^w$ .

Experimentos analisando o entranhamento de gás da traseira de uma bolha estacionária (Hernandez-Gomez e Fabre, 2001; Delfos et al., 2001) confirmaram as observações feitas no escoamento em golfadas de que a fragmentação da bolha de Taylor só irá ocorrer se a velocidade do filme exceder um certo valor limite. O valor limite da velocidade do filme pode ser estimado assumindo que ele corresponda a um número de Weber crítico de ordem um:

$$We'_{crit} = \frac{\rho_L d_{max} (u'^2 + v'^2 + w'^2) / 3}{\sigma} = C' \approx O(1). \quad (8.57)$$

O tamanho da bolha estável máximo em uma população (Barnea, 1987; Brauner, 2001) é estimado por uma aproximação baseada no tamanho crítico de bolhas deformáveis, Equação (8.1) sugerido por Broadkey (1969):

$$\frac{d_{m\acute{a}x}}{D} \cong \frac{d_{crit}}{D} = \left[ \frac{0,4\sigma}{(\rho_L - \rho_G)gD^2} \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{0,663}{\sqrt{Eo_D}}, \quad (8.58)$$

onde  $Eo_D = \frac{\Delta\rho g D^2}{\sigma}$ .

Assumindo que somente o excesso da energia cinética turbulenta acima do número de  $We'_{crit}$  seja responsável para a fragmentação da bolha e usando as equações (8.56) - (8.58) na equação (8.54) tem-se:

$$\frac{\phi_c}{\phi_f} = \frac{1}{400C_J} \frac{d_{crit}}{D} (We - We_c); \quad We \geq We_c \quad (8.59)$$

sendo:

$$We = \frac{\rho_L D (u_{LS}^w - u_f^w)^2}{\sigma}; \quad We_c = \frac{100C'}{d_{crit}/D}. \quad (8.60)$$

As constantes  $C_J$  e  $C'$  são ajustáveis. A estimativa de  $C_J$  pode levar em conta os efeitos combinados de imprecisões introduzidas pelas constantes numéricas utilizadas em vários sub-modelos (por exemplo, intensidade de turbulência, o tamanho da bolha crítica). No estudo de Brauner e Ullmann (2004), o modelo é aplicado com  $C_J = 1$  e  $C' = 2/3$ .

### **Velocidades do gás e do líquido no pistão de líquido, envolvendo a esteira 'w' e o pistão 's'.**

A velocidade de translação das bolhas dispersas na região da esteira da bolha de Taylor,  $u_b^w$  pode ser expressa como uma combinação linear da velocidade de deslizamento de uma população de bolhas na região da esteira,  $u_{d,b}^w$  e da velocidade superficial de mistura J:

$$u_b^w = C_{0,b}^w J + u_{d,b}^w \quad (8.61)$$

onde  $C_{0,b}^w$  é o parâmetro de distribuição das bolhas dispersas na região da esteira da bolha de Taylor. Para o cálculo da velocidade de deslizamento,  $u_{d,b}^w$  será utilizado o modelo de Harmathy (1960) corrigido para uma população de bolhas, veja Apêndice B:

$$u_{d,b}^w = 1,53 \left[ \frac{g(\rho_L - \rho_G)\sigma}{\rho_L^2} \right]^{1/4} (1 - \alpha_s^w)^n. \quad (8.62)$$

onde o expoente  $n$  é determinado em função das viscosidades do gás e do líquido. Para  $\mu_L \gg \mu_G$ ,  $n=1,75$ .

A velocidade do líquido na região da esteira da bolha de Taylor pode ser calculada utilizando a Equação (A.40) desenvolvida no Apêndice A com os valores da fração de vazio e da velocidade de translação das bolhas dispersas na região da esteira da bolha de Taylor:

$$u_{LS}^w = \frac{J - \alpha_s^w u_b^w}{(1 - \alpha_s^w)}. \quad (8.63)$$

A consideração da velocidade de mistura  $J$  ser constante na região da esteira da bolha de Taylor é uma simplificação visto que na região da esteira há um aumento de  $J$  devido à entrada de líquido que vem do filme. Na região da esteira da bolha de Taylor há bolhas no sentido vertical ascendente e descendente caracterizando um escoamento 3D.

Em escoamento ascendente, na região longe da esteira da bolha de Taylor, onde os efeitos da esteira diminuem as velocidades do gás e do líquido  $u_b^s$  e  $u_{LS}^s$  são obtidas usando as equações (8.61) e (8.63) com sobrescritos 's' no lugar de 'w':

$$u_b^s = C_{0,b}^s J + u_{d,b}^s \quad (8.64)$$

e

$$u_{LS}^s = \frac{J - \alpha_s^s u_b^s}{(1 - \alpha_s^s)}. \quad (8.65)$$

**A velocidade de translação da bolha de Taylor,  $u_t$  e  $u_{te}$  e a fração de vazio no pistão,  $\alpha_s^w$  e  $\alpha_s^s$ .**

A velocidade média do gás na bolha de Taylor praticamente não é afetada pelas pequenas bolhas absorvidas na interface da bolha de Taylor nem por seu entranhamento na traseira da bolha. Dessa forma, a Equação (A.43) desenvolvida no Apêndice A fica reduzida a  $u_G \cong u_t$  e a

velocidade média do gás na bolha de Taylor pode ser determinada pela velocidade de elevação da bolha de Taylor que é expressa pela equação (8.19), relação de Nicklin et al. (1962), reescrita aqui por conveniência:

$$\mathbf{u}_t = C_{0,T} \mathbf{J} + \mathbf{u}_{\infty,T} \cong \mathbf{u}_G. \quad (8.66)$$

Parte das bolhas que são arrastadas da bolha de Taylor podem re-coalescer com sua traseira. Como o campo de velocidade instantâneo na região da esteira da bolha é muito distorcido, o refluxo das bolhas médias pode ser resultado das componentes de velocidades instantâneas. De maneira similar a seção 8.1.1, no estudo de Brauner e Ullmann (2004), eles consideram  $C_{0,T} = C_{0,b}$  e o refluxo das bolhas é estimado com base na diferença entre a velocidade de deslizamento da bolha de Taylor e a velocidade de deslizamento das bolhas na população:

$$\phi_B = \begin{cases} (\mathbf{u}_{d,b}^w - \mathbf{u}_{\infty,T}) \alpha_s^w \alpha_f^w & \text{se } \mathbf{u}_{d,b}^w > \mathbf{u}_{\infty,T} \\ 0; & \text{se } \mathbf{u}_{d,b}^w \leq \mathbf{u}_{\infty,T} \end{cases}. \quad (8.67)$$

Como na maioria das aplicações práticas o deslizamento da bolha de Taylor é mais alto do que o deslizamento das bolhas dispersas na população, o modelo de refluxo tem um menor ou nenhum efeito na estrutura do escoamento em golfadas previsto. Um modelo mais rigoroso para o refluxo requer detalhes do fenômeno do escoamento na esteira da bolha de Taylor. No caso de  $\phi_B > 0$ , a taxa média líquida de gás perdida da traseira da bolha de Taylor é:

$$\phi_A = \begin{cases} \phi_C - \phi_B & \text{se } \phi_C > \phi_B \\ 0; & \text{se } \phi_C = \phi_B \end{cases}. \quad (8.68)$$

Seguindo as considerações feitas, tanto a fração de vazio na região da esteira,  $\alpha_s^w$  quanto a fração de vazio no pistão de líquido longe da esteira,  $\alpha_s^s$  são calculadas de um balanço de massa no gás em um sistema de coordenadas ligado a velocidade de translação efetiva da bolha de Taylor,  $u_{te}$ . Utilizando a equação de conservação da massa para a fase gás no volume de controle apresentado na Figura A.3, Equação (A.15), pode-se escrever as equações correspondentes para

$\alpha_s^w$  e  $\alpha_s^s$  em função das velocidades de translação das bolhas dispersas,  $u_b$  nas regiões ‘w’ e ‘s’, respectivamente:

$$\alpha_s^w = \frac{\phi_A}{u_{te} - u_b^w} \quad (8.69)$$

e

$$\alpha_s^s = \frac{\phi_A}{u_{te} - u_b^s}. \quad (8.70)$$

Da mesma forma, em escoamento em golfadas desenvolvido e no caso do filme ser não-aerado:

$$\phi_A = \alpha_f^w (u_{te} - u_G). \quad (8.71)$$

Como  $u_G \cong u_t$ , equação (8.71) indica que no caso de coalescência recorrente de bolhas do pistão de líquido com o nariz da bolha de Taylor e seu entranhamento da traseira da bolha de Taylor em um fluxo  $\phi_A > 0$ , a velocidade de translação efetiva excede a velocidade de elevação da bolha de Taylor em um pistão não-aerado (Dukler et al., 1985), então:

$$u_{te} = u_t + \frac{\phi_A}{\alpha_f^w}. \quad (8.72)$$

Alternativamente, combinando a equação (8.71) com as equações (8.64) e (8.70) encontra-se:

$$\Delta u_t = u_{te} - u_t = \frac{\left[ J(C_{0,T} - C_{0,b}^s) + u_{\infty,T} - u_{d,b}^s \right] \alpha_s^s}{\alpha_f^w - \alpha_s^s}. \quad (8.73)$$

$\Delta u_t$  representa um deslizamento aparente adicional. No caso particular de parâmetros de distribuição iguais ( $C_{0,T} = C_{0,b}^s$ ), a equação (8.73) reduz ao modelo usado por van Hout et al. (2002) para explicar seus dados da velocidade de translação da bolha de Taylor no escoamento em golfadas. Em altas velocidades de mistura  $J$ ,  $C_{0,T} > C_{0,b}^s$ . Entretanto,  $C_{0,b}^s$  na equação (8.73)

deveria caracterizar o escoamento bolhas na região próxima do nariz da bolha de Taylor. O escoamento a frente do nariz da bolha de Taylor pode formar uma zona adicional no modelo (caracterizado por um parâmetro de distribuição diferente,  $C_0^n > C_{0,b}^s$ ). Equações similares as equações (8.64), (8.65), (8.69) e (8.70) podem então ser usadas para obter as velocidades do gás e do líquido e a fração de vazio nesta terceira zona do pistão. No entanto, dados detalhados, que caracterizam os diferentes perfis de velocidade e fração de vazio nas várias regiões de pistões aerados, não estão ainda disponíveis.

### **A velocidade do filme de líquido, $u_f$**

A equação para o fluxo,  $\phi_C$  (Equação (8.59)) necessita do valor do fluxo  $\phi_f$  (Equação (8.55)) que por sua vez necessita da velocidade do filme na traseira da bolha de Taylor,  $u_f^w$ . A fração de líquido do filme,  $R_f = 1 - \alpha_f$  e a velocidade do filme,  $u_f$  variam com a distância do nariz da bolha de Taylor. O modelo de filme de Taitel e Barnea (1990) foi utilizado para estimar a fração de líquido local no filme de líquido a partir do conhecimento do perfil da bolha alongada e determinar a velocidade do filme na traseira da bolha de Taylor,  $u_f^w$ . Para o filme escoando em uma configuração anular (como no escoamento em golfadas vertical), o gradiente da espessura do filme é dado pela equação (6.1). O procedimento para a resolução da equação (6.1) está descrito em detalhes no Capítulo 6 para escoamento vertical.

### **Discussão e comparação do modelo com os dados experimentais**

O modelo de Brauner e Ullmann (2004) para escoamento vertical ascendente de ar e água em um tubo de 26 mm de diâmetro foi implementado focando no modelo de aeração e, portanto

algumas das variáveis necessárias vêm das medidas experimentais ao invés de equações de fechamento. Dessa forma, foram utilizadas como parâmetros de entrada as velocidades superficiais do líquido,  $J_L$  e do gás,  $J_G$  e a velocidade de translação do nariz da bolha de Taylor,  $u_t$  medidas experimentalmente, a velocidade do gás na bolha,  $u_G$  e a velocidade do líquido na traseira da bolha,  $u_{LS}^w$  obtidas com o balanço volumétrico, a velocidade de translação das bolhas dispersas na região longe da esteira no pistão de líquido,  $u_b^s$  expressa como uma combinação linear da velocidade de deslizamento das bolhas longe da esteira  $u_{d,b}^s$  e da velocidade superficial de mistura  $J$ , e a velocidade do filme de líquido na região da esteira,  $u_f^w$  e a fração de vazio do filme na região da esteira,  $\alpha_f^w$  obtidas com o modelo de filme de Taitel e Barnea (1990). A fração de vazio longe da esteira no pistão de líquido,  $\alpha_s^s$  foi então calculada pela equação (8.70). A seguir é apresentada uma sequência para o cálculo da fração de vazio longe da esteira no pistão de líquido,  $\alpha_s^s$ :

1. Cálculo do fluxo,  $\phi_f$  através da Equação (8.55);
2. Estimativa do diâmetro crítico da bolha,  $\tilde{d}_{crit}$  através da Equação (8.58);
3. Cálculo do fluxo,  $\phi_C$  através da Equação (8.59);
4. Cálculo do fluxo,  $\phi_B$  através da Equação (8.67);
5. Cálculo do fluxo,  $\phi_A$  através da Equação (8.68);
6. Cálculo da velocidade de translação efetiva da bolha de Taylor,  $u_{te}$  através da Equação (8.72);
7. Cálculo da fração de vazio longe da esteira no pistão de líquido,  $\alpha_s^s$  através da Equação (8.70);

Em todos os testes, o deslizamento da bolha de Taylor,  $u_{\infty,T}$  foi sempre maior que o deslizamento das bolhas dispersas na região da esteira no pistão de líquido,  $u_{d,b}^w$  e dessa forma não houve refluxo das bolhas na traseira da bolha de Taylor,  $\phi_B = 0$ . Na Tabela 8.4 é apresentado um sumário com os dados de entrada do modelo para os testes da Tabela 5.7. A Tabela 8.5 apresenta os valores obtidos para as frações de vazio longe da esteira no pistão de líquido,  $\alpha_s^s$  com o modelo de Brauner e Ullmann (2004) e compara com os resultados experimentais para a fração

de vazão média do pistão de líquido  $\langle \alpha_s \rangle$  apresentados na Tabela 5.10. Os erros absolutos entre a técnica de medida e o modelo de Brauner e Ullmann são de no máximo 0,03. A Figura 8.16 apresenta uma comparação das frações de vazão longe da esteira no pistão de líquido,  $\alpha_s^s$  obtidas com o modelo de Brauner e Ullmann com os dados experimentais mostrando concordância entre os resultados.

Tabela 8.4. Sumário com os dados de entrada do modelo de Brauner e Ullmann.

Valores experimentais			Balanço volumétrico		Correlação	Modelo de Filme		
Teste	$J_L$	$J_G$	$u_t$	$u_G$	$u_{LS}^w$	$u_b^s$	$u_f^w$	$\alpha_f^w$
#	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m)	(---)
5	0,30	0,28	0,84	0,82	0,54	0,75	-1,55	0,89
6	0,31	0,57	1,18	1,13	0,85	0,97	-1,55	0,89
7	0,30	0,83	1,55	1,45	1,07	1,29	-1,54	0,89
8	0,60	0,27	1,12	1,11	0,84	1,09	-1,44	0,91
9	0,61	0,55	1,49	1,47	1,10	1,34	-1,52	0,90
10	0,61	0,80	1,77	1,72	1,33	1,55	-1,45	0,90
11	0,61	1,09	2,06	2,03	1,57	1,79	-1,44	0,90
12	0,92	0,53	1,80	1,78	1,41	1,64	-1,50	0,90
13	0,90	0,82	2,09	2,05	1,67	1,89	-1,43	0,91
14	0,91	1,10	2,47	2,37	1,94	2,16	-1,48	0,90
15	1,20	0,82	2,42	2,41	1,92	2,40	-1,48	0,90
16	1,21	1,07	2,75	2,74	2,15	2,67	-1,52	0,89
17	1,20	1,35	3,24	3,12	2,39	2,96	-1,62	0,87

Tabela 8.5. Sumário com os dados de saída do modelo de Brauner e Ullmann.

Teste	Modelo de Brauner e Ullmann					Experimental	
	$\phi_f$	$\phi_C$	$\phi_A$	$u_{te}$	$\alpha_s^s$	$\langle \alpha_s \rangle$	Erro
#	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(---)	(---)	%
5	0,25	0,02	0,01	0,85	0,13	0,12	7,8
6	0,29	0,10	0,05	1,24	0,18	0,16	12,3
7	0,27	0,11	0,09	1,64	0,25	0,25	1,1
8	0,26	0,08	0,01	1,13	0,11	0,09	19,6
9	0,29	0,12	0,03	1,51	0,16	0,14	11,0
10	0,30	0,14	0,06	1,79	0,24	0,21	14,6
11	0,33	0,18	0,10	2,17	0,27	0,24	10,6
12	0,33	0,16	0,02	1,82	0,12	0,14	18,1
13	0,31	0,18	0,04	2,13	0,16	0,19	18,8
14	0,39	0,27	0,09	2,57	0,22	0,23	2,4
15	0,39	0,27	0,01	2,44	0,17	0,19	10,6
16	0,47	0,38	0,01	2,77	0,19	0,21	8,9
17	0,60	0,57	0,11	3,37	0,27	0,24	11,2

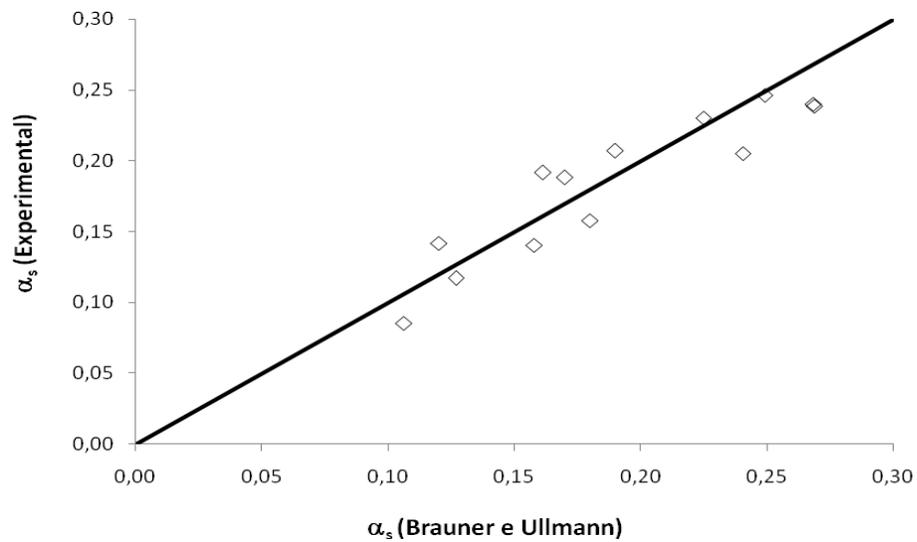


Figura 8.16. Comparação das frações de vazio na região longe da esteira no pistão de líquido,  $\alpha_s^s$  obtidas com o modelo de Brauner e Ullmann com os dados experimentais.

#### 8.2.4. O modelo de Guet et al. (2006)

Guet et al. (2006) desenvolveram uma nova abordagem para tratar o fluxo de entranhamento de gás e assim determinar a fração de vazio da unidade e a fração de vazio do pistão de líquido em escoamento gás-líquido vertical ascendente no padrão golfadas. O modelo utiliza o trabalho realizado pela força de pressão na traseira da bolha de Taylor para modelar o fluxo de entranhamento de gás. Um procedimento iterativo é utilizado para igualar o fluxo de entranhamento de gás com o fluxo de gás obtido através de equações de conservação. O método iterativo desenvolvido possibilita obter previsões quantitativas do fluxo de entranhamento de gás e da fração de vazio do pistão de líquido. A seguir será feita uma revisão desse modelo destacando o mecanismo de aeração do líquido no pistão de líquido, sua comparação com os dados experimentais e análise.

No escoamento em golfadas gás-líquido vertical o gradiente de pressão pode ser escrito por:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \beta \left[ \frac{\partial p}{\partial z} \right]_f + (1-\beta) \left[ \frac{\partial p}{\partial z} \right]_s, \quad (8.74)$$

onde  $\beta$  é o fator de intermitência definido pela Equação (1.10) e os sub-índices  $f$  e  $s$  correspondem as regiões da bolha de Taylor e do pistão de líquido respectivamente. Na bolha de Taylor o gradiente de pressão é aproximadamente constante  $[\partial p / \partial z]_f \approx 0$ . No pistão de líquido as contribuições da aceleração e do atrito são pequenas em relação à gravidade e a pressão é essencialmente gravitacional. Considerando  $\rho_G \ll \rho_L$ , o gradiente de pressão pode ser determinado por:

$$\frac{\partial p}{\partial z} \approx (1-\beta) R_s \rho_L g, \quad (8.75)$$

onde  $R_s$  é a fração de líquido do pistão de líquido,  $\rho_L$  é a massa específica do líquido e  $g$  a aceleração da gravidade. Em escoamento gás-líquido vertical a espessura do filme de líquido  $h_f$  é

pequena e o volume de líquido na bolha de Taylor é baixo, portanto  $R_f / R_s \ll 1$ , onde  $R_f$  é a fração de líquido na região da bolha de Taylor. A fração de líquido da unidade  $R_u$  é dada por  $R_u = \beta R_f + (1 - \beta) R_s$ , então  $(1 - \beta) R_s \approx R_u$ . Dessa forma, o gradiente de pressão gravitacional pode ser aproximado usando a fração de líquido da unidade:

$$\frac{\partial p}{\partial z} \approx R_u \rho_L g. \quad (8.76)$$

Portanto, usando a fração de líquido da unidade na Equação (8.76) pode-se obter uma estimativa do gradiente de pressão no escoamento gás-líquido em golfadas sem requerer qualquer parâmetro detalhado para o pistão de líquido. Entretanto, a Equação (8.75) é em princípio mais precisa do que a Equação (8.76) uma vez que não é necessário determinar a espessura do filme de líquido na região da bolha de Taylor. O objetivo do trabalho de Guet et al. (2006) foi desenvolver um modelo simplificado para prever a fração de vazio do pistão de líquido  $\alpha_s = 1 - R_s$  e a fração de vazio da unidade  $\alpha_u = 1 - R_u$  no escoamento ascendente vertical em golfadas. Em última análise este modelo pode ser aplicado para as previsões das frações de líquido do pistão de líquido, da unidade e do gradiente de pressão.

Nos modelos de Fernandes (1983) e de Brauner e Ullmann (2004) a aeração do pistão de líquido é obtida modelando o fluxo de gás arrastado da traseira da bolha de Taylor. Nestes modelos é necessária uma completa descrição das diferentes regiões do escoamento e do fluxo de entranhamento de gás. A conservação dos fluxos de gás e de líquido permite fechar o modelo e obter previsões para a fração de vazio. No trabalho de Guet et al. (2006) foi desenvolvido um novo modelo baseado fisicamente para a previsão da aeração do pistão de líquido e da fração de vazio da unidade que não necessita dos parâmetros do escoamento na região da esteira da bolha de Taylor. O modelo de Brauner e Ullmann (2004) assume que a aeração do pistão de líquido está associada com efeitos de turbulência. Por outro lado, o entranhamento de gás pode ser resultado do salto de pressão necessário para acelerar o líquido na traseira da bolha de Taylor. Dessa forma, os dois mecanismos de entranhamento de gás foram considerados no trabalho de Guet et al. (2006): o jato turbulento presente na traseira da bolha de Taylor (Brauner e Ullmann, 2004) e o trabalho realizado pelo salto de pressão na traseira da bolha de Taylor.

O modelo de Guet et al. (2006) divide o escoamento em três regiões da mesma forma proposta por Brauner e Ullmann (2004). A região da bolha alongada (f), a região da esteira da bolha (w) e a região do pistão desenvolvido (s), veja Figura 8.13.

O modelo assume que o escoamento é completamente desenvolvido e em equilíbrio, portanto, os fluxos médios de gás e líquido são equivalentes em cada fronteira:

$$\phi_G = \phi_{Gf} = \phi_{Gw} = \phi_{Gs}, \quad (8.77)$$

onde os fluxos de gás são definidos em um sistema de referência movendo com a velocidade de translação do nariz da bolha de Taylor  $u_t$  por:

$$\begin{aligned} \phi_G &= \alpha_u (u_t - u_{Gu}), \\ \phi_{Gf} &= \alpha_f (u_t - u_G), \\ \phi_{Gw} &= \alpha_s^w (u_t - u_b^w), \\ \phi_{Gs} &= \alpha_s^s (u_t - u_b^s), \end{aligned} \quad (8.78)$$

$\alpha_u$ ,  $\alpha_f$ ,  $\alpha_s^w$  e  $\alpha_s^s$  são as frações de vazão médias da unidade, do filme de líquido, do pistão de líquido na região de esteira e do pistão de líquido na região desenvolvida respectivamente, e  $u_{Gu}$ ,  $u_G$ ,  $u_b^w$  e  $u_b^s$  são as correspondentes velocidades médias do gás.

No escoamento desenvolvido os fluxos de líquido também são equivalentes em cada fronteira:

$$\phi_L = \phi_{Lf} = \phi_{Lw} = \phi_{Ls}, \quad (8.79)$$

onde:

$$\begin{aligned} \phi_L &= R_u (u_t - u_L), \\ \phi_{Lf} &= R_f (u_t - u_f), \\ \phi_{Lw} &= R_s^w (u_t - u_{LS}^w), \\ \phi_{Ls} &= R_s^s (u_t - u_{LS}^s), \end{aligned} \quad (8.80)$$

$R_u$ ,  $R_f$ ,  $R_s^w$  e  $R_s^s$  são as frações de líquido médias da unidade, do filme de líquido, do pistão de líquido na região de esteira e do pistão de líquido na região desenvolvida respectivamente e  $u_L$ ,  $u_f$ ,  $u_{LS}^w$  e  $u_{LS}^s$  são as correspondentes velocidades médias do líquido.

No modelo de Brauner e Ullmann (2004) o entranhamento das bolhas foi atribuído aos efeitos do jato turbulento formado na traseira da bolha de Taylor e a energia cinética turbulenta do jato foi utilizada para expressar o fluxo de entranhamento de gás. Outro mecanismo que pode descrever o entranhamento de gás é o salto de pressão na traseira da bolha de Taylor necessário para acelerar o filme de líquido para o pistão de líquido desenvolvido (Nydal, 1991). No trabalho de Guet et al. (2006) foram desenvolvidos modelos de fechamento para o escoamento no pistão de líquido e estes modelos foram incluídos em uma abordagem iterativa baseada na conservação dos fluxos das fases. Dados experimentais foram analisados para propor modelos para as velocidades médias na esteira da bolha de Taylor e no pistão de líquido e considerações físicas foram desenvolvidas para obter limites máximo e mínimo para a fração de vazão média da unidade e para o fluxo de entranhamento de gás. O mecanismo físico para o entranhamento de gás envolvendo o trabalho realizado pela força de pressão na traseira da bolha de Taylor também foi estudado. Uma vantagem deste modelo de entranhamento de gás comparado com o modelo do jato turbulento é que a velocidade do líquido na esteira não é necessária. Os desenvolvimentos de Guet et al. (2006) foram comparados com os dados experimentais de Nydal (1991), Koeck (1980), Ferschneider (1982) e Fréchou (1986).

### **Limites superior e inferior da fração de vazão**

Em escoamentos gás-líquido ascendentes verticais a velocidade relativa entre o gás e o líquido é positiva tanto no pistão quanto na bolha alongada e dessa forma, o tempo de residência das bolhas de gás é menor do que o tempo de residência do líquido. Nestas condições, a fração de vazão média da unidade associada com as condições de escoamento homogêneo sem escorregamento (indicado com o subscrito hse) constitui o limite superior para a fração de vazão:

$$\alpha_{u,m\acute{a}x} = \alpha_{u,hse} = \frac{J_G}{J}. \quad (8.81)$$

O fluxo de gás no corpo da bolha de Taylor movendo-se a uma velocidade  $u_t$  é dado por  $\phi_G = \alpha_u (u_t - u_{Gu}) = \alpha_u u_t - J_G$ . Quando não há bolha arrastada na traseira da bolha de Taylor, o fluxo de gás é zero (estas condições são indicadas com subscrito fgz). Sem fluxo de entranhamento de gás a fração de vazio da unidade atinge um valor mínimo determinado por:

$$\alpha_{u,min} = \alpha_{u,fgz} = \frac{J_G}{u_t}. \quad (8.82)$$

Deve-se, contudo, ser observado que fluxo de entranhamento de gás zero não significa que o pistão de líquido é não-aerado. Se as bolhas de gás viajam com a velocidade de translação do nariz da bolha de Taylor  $u_t = u_b$  e  $\phi_{Gs} = \alpha_s (u_t - u_b) = 0$  sem qualquer condição necessária para  $\alpha_s$ .

### **Velocidade de translação do nariz da bolha de Taylor, $u_t$**

No trabalho de Guet et al. (2006) a velocidade de translação do nariz da bolha de Taylor foi determinada pela relação sugerida por Nicklin et al. (1962) dada pela Equação (8.19), utilizando as relações propostas por Fabre e Liné (1992) para o parâmetro de distribuição da bolha de Taylor,  $C_{0,T}$  que depende das condições do escoamento:

$$C_{0,T} = 2,29 \left[ 1 - \frac{20}{Eo} (1 - e^{-0,0125Eo}) \right] \quad (8.83)$$

para escoamento laminar, e

$$C_{0,T} = \frac{\log Re_m + 0,309}{\log Re_m - 0,743} \left[ 1 - \frac{2}{Eo} \left( 3 - e^{-0,025Eo} \log Re_m \right) \right] \quad (8.84)$$

para escoamento turbulento, onde  $Re_m = JD/v_L$  e  $Eo = \rho_L g D^2 / \sigma$ .

### Formulação do modelo para escoamento em golfadas vertical

Os modelos para o escoamento nas regiões da bolha de Taylor (f), da região de esteira no pistão de líquido (w) e da região de pistão de líquido desenvolvido (s) são formulados a seguir.

#### Região da bolha de Taylor (f)

Guet et al. (2006) consideraram que o filme de líquido não possui gás e o escoamento do filme de líquido é desenvolvido. A contribuição da região do nariz da bolha de Taylor para a fração de vazão foi desconsiderada. A espessura do filme de líquido é considerada pequena em relação ao diâmetro do tubo em escoamento vertical. Assumindo estas considerações, a hidrodinâmica do filme de líquido pode ser descrita por um modelo de filme de líquido descendente 2D. O equilíbrio de forças numa seção do filme é dado por:

$$\tau_w = \rho_L g h_f, \quad (8.85)$$

onde  $h_f$  é a espessura do filme de líquido e  $\tau_w$  é a tensão de cisalhamento na parede. A tensão de cisalhamento na parede é dada por  $\tau_w = (1/2)\rho_L C_{f_1} u_f^2$ . Para escoamento laminar  $C_{f_1} = 16/Re_f$  e para escoamento turbulento no filme usou-se a relação de Blasius  $C_{f_1} = 0,079 Re_f^{-1/4}$ , onde  $Re_f = u_f D_h / v_L$  é o número de Reynolds do filme, baseado no diâmetro hidráulico do filme

( $D_h = 4A_f / S_f = 4h_f$ , onde  $S_f$  é o perímetro molhado e  $S_f$  é a área da seção transversal do filme) e  $\nu_L$  é a viscosidade cinemática do líquido.

Desconsiderando a região do nariz da bolha de Taylor a fração de vazio média na bolha de Taylor é dada por:

$$\alpha_f = \left( \frac{D - 2h_f}{D} \right)^2. \quad (8.86)$$

As Equações (8.85) e (8.86) são usadas para escrever uma relação para a velocidade do filme de líquido  $u_f$ . Para um filme de líquido turbulento ( $Re_f > 1000$ ), re-escrevendo a Equação (8.85) com a relação de Blasius chega-se a:

$$gh_f^{5/4} = \left[ \frac{0,079 \cdot 4^{-1/4}}{2} \right] u_f^{7/4} \nu_L^{1/4}. \quad (8.87)$$

De acordo com a Equação (8.86) a espessura do filme de líquido é dada por  $h_f = (D/2)(1 - \sqrt{1 - R_f})$ . Devido à igualdade do fluxo de líquido, Equação (8.80) pode-se escrever:  $R_f = \phi_L / (u_t - u_f)$ . Combinando estas relações:

$$gD^{5/4} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{\phi_L}{u_t - u_f}} \right]^{5/4} = K_{\text{turb}} u_f^{7/4} \nu_L^{1/4}, \quad (8.88)$$

onde  $K_{\text{turb}}$  é uma constante dada por  $K_{\text{turb}} = \left[ \frac{0,079}{2} 4^{-1/4} 2^{5/4} \right] = 0,066$ .

Para um filme de líquido laminar ( $Re_f < 1000$ ):

$$gD^2 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{\phi_L}{u_t - u_f}} \right]^2 = 8u_f \nu_L. \quad (8.89)$$

### **Região do pistão de líquido desenvolvido (s)**

A velocidade de translação das bolhas dispersas na região do pistão de líquido desenvolvido  $u_b^s$  foi calculada da mesma forma que no modelo de Brauner e Ullmann (2004), Equação (8.64). Guet et al. (2006) consideraram que na região do pistão de líquido desenvolvido o tamanho correspondente das bolhas dispersas é pequeno e a distribuição da fração de vazio nesta região é de pico na parede. Dessa forma, o parâmetro de distribuição das bolhas dispersas na região do pistão desenvolvido,  $C_{0,b}^s$  é constante e igual a 0,95.

### **Região da esteira (w)**

Na região da esteira da bolha de Taylor, a velocidade do líquido próxima à parede é negativa. Na região central da esteira a recirculação de líquido resultará num aumento da velocidade de líquido. Esta hipótese é apoiada por experimentos: na parte central da região de esteira, a velocidade do líquido é ascendente, enquanto que na região próxima a parede a velocidade é negativa (van Hout et al., 2002). O comprimento dessa região é de um a cinco diâmetros (Pinheiro et al., 2000; van Hout et al., 2002; Sotiriadis e Thorpe, 2005), faixa também verificada com os dados experimentais obtidos nesta tese.

Com essa constatação, Guet et al.(2006) assumiram que na região de esteira e no centro do tubo, a velocidade do líquido é igual a velocidade de elevação da bolha de gás. Em  $r = R - h_f$ , considera-se a velocidade zero. A velocidade mínima do líquido é considerada a velocidade do filme de líquido (negativa). Foi assumido que a distribuição radial da velocidade do líquido na esteira pode ser descrita por duas funções parabólicas. Esta consideração está consistente com medidas da velocidade do líquido na esteira da bolha de Taylor disponíveis (van Hout et al. 2002; Nogueira et al., 2006).

A distribuição radial da velocidade do líquido na região da esteira é dada por:

$$\begin{aligned}
u_{LS}^w(\mathbf{r}) &= u_{LS,1}^w = u_t \left[ 1 - \left( \frac{r}{R - h_f} \right)^2 \right] & \text{se } r < R - h_f, \\
u_{LS}^w(\mathbf{r}) &= u_{LS,2}^w = u_t - 4 \frac{u_t}{h_f^2} \left[ r - \left( R - \frac{h_f}{2} \right) \right]^2 & \text{se } r > R - h_f.
\end{aligned} \tag{8.90}$$

Baseada nesta formulação, a velocidade média do líquido é obtida usando  $u_{LS}^w = (1/A) \int_A u_{LS}^w(\mathbf{r}) dA$  :

$$u_{LS}^w = \frac{1}{2} \alpha_f u_t + u_f R_f - 8u_f \frac{R^2}{h_f^2} \left[ \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \alpha_f^2 - \frac{2}{3} \tilde{r}_{\min} (1 - \alpha_f^{3/2}) + \frac{1}{2} R_f \tilde{r}_{\min}^2 \right], \tag{8.91}$$

onde  $\tilde{r}_{\min} = 1 - (h_f / 2R)$  é a posição radial adimensional da velocidade de líquido na região da esteira.

Esta expressão fornece uma estimativa do perfil de velocidade do líquido na região da esteira. O aspecto mais importante deste modelo é considerar a contribuição negativa da velocidade do filme de líquido na região próxima a parede de espessura  $h_f$ .

### Formulação de fechamento

O modelo proposto por Guet et al. (2006) consiste de 13 equações independentes:

Uma relação para a velocidade de translação do nariz da bolha de Taylor  $u_t$ , Equação (8.19);

Três relações para a conservação do fluxo de gás,  $\phi_{Gf}, \phi_{Gw}, \phi_{Gs}$ , Equação (8.78);

Três relações para a conservação do fluxo de líquido,  $\phi_{Lf}, \phi_{Lw}, \phi_{Ls}$ , Equação (8.80);

Uma relação para a velocidade do filme de líquido,  $u_f$ , Equação (8.88) ou Equação (8.89);

Uma relação para a velocidade de translação das bolhas dispersas na região do pistão de líquido desenvolvido,  $u_b^s$ , Equação (8.64);

Uma relação para a velocidade do líquido na região da esteira,  $u_{LS}^w$ , Equação (8.91);

Três relações que relacionam a fração de líquido e a fração de vazio em cada região,  $(\alpha_f + R_f = 1)$ ,  $(\alpha_s^w + R_s^w = 1)$ ,  $(\alpha_s^s + R_s^s = 1)$ .

As incógnitas do sistema são: a velocidade de translação do nariz da bolha alongada,  $u_t$ , as frações de vazio nas três regiões,  $\alpha_f, \alpha_s^w, \alpha_s^s$ , as frações de líquido nas três regiões,  $R_f, R_s^w, R_s^s$ , as velocidades médias do gás nas três regiões,  $u_G, u_b^w, u_b^s$  e as velocidades médias do líquido nas três regiões  $u_f, u_{LS}^w, u_{LS}^s$ .

Como a fração de vazio média na unidade  $\alpha_u$  também deve ser determinada, há 14 incógnitas independentes e uma relação adicional é necessária para fechar o modelo. Esta relação é introduzida através de um modelo para o fluxo de entranhamento de gás na traseira da bolha de Taylor.

### **Modelo para o fluxo de entranhamento de gás**

O modelo de Guet et al. (2006) assume que o fluxo de energia de superfície é proporcional a uma produção de energia como sugerido por Brauner e Ullmann (2004):  $\phi_E = (6\sigma / d_{32})\phi_C$ , onde  $\phi_C$  é o fluxo de entranhamento de gás. Em equilíbrio e assumindo que não há recoalescência das bolhas dispersas na bolha de Taylor, o fluxo de entranhamento de gás é  $\phi_C = \phi_G$ .

Em particular, a produção de energia  $\phi_E$  pode ser relacionada com o jato turbulento formado na traseira da bolha de Taylor (Brauner e Ullmann, 2004), ou com o trabalho feito pelas forças de pressão. Estas duas possibilidades foram abordadas no trabalho de Guet et al. (2006). O fluxo de produção de energia foi formulado e o modelo foi usado com estas duas abordagens para inspecionar a validade dos mecanismos de entranhamento associados.

### **Fluxo de entranhamento devido ao jato turbulento**

O modelo utilizado por Guet et al. (2006) para o fluxo de entranhamento de gás devido ao jato turbulento é o mesmo utilizado por Brauner e Ullmann (2004). Dessa forma o fluxo de entranhamento de gás,  $\phi_c$  pode ser determinado pela Equação (8.59).

### **Entranhamento devido ao salto de pressão na traseira da bolha de Taylor**

O modelo assume que o salto de pressão na traseira da bolha de Taylor é responsável pelo entranhamento de gás. Assim, o fluxo de entranhamento de gás,  $\phi_c$  resulta de um balanço entre o trabalho realizado pela força de pressão necessária para acelerar o líquido e o fluxo de energia de superfície devido à tensão superficial.

### **Produção de energia devido ao salto de pressão**

A queda de pressão necessária para acelerar o filme de líquido para o pistão de líquido desenvolvido é dada por (Barnea, 1990; Nydal, 1991):

$$\Delta p = \rho_L \left[ R_f (u_f - u_t)^2 - R_s^s (u_{LS}^s - u_t)^2 \right], \quad (8.92)$$

ou escrita em função do fluxo de líquido:

$$\Delta p = \rho_L \phi_L (u_{LS}^s - u_t). \quad (8.93)$$

### Condições críticas para o entranhamento

Uma vez considerado que o salto de pressão na traseira da bolha de Taylor é responsável pelo entranhamento de gás, a aeração do pistão de líquido é governada por um balanço entre as forças de pressão e as forças de tensão superficial. Portanto, o início do entranhamento deve ser descrito por um número crítico:

$$\left[ \frac{\Delta p}{\tau_\sigma} \right]_c = \left[ \frac{\Delta p d_{\text{máx}}}{\sigma} \right]_c = \frac{d_{\text{máx}}}{D} [\text{EuWe}]_c, \quad (8.94)$$

onde o número de Euler é dado por  $\text{Eu} = \Delta p / \rho_L (u_{\text{LS}}^w - u_f)^2$ .

Considera-se que somente o excesso de energia acima de certo limite, isto é  $[\text{EuWe}] > [\text{EuWe}]_c$ , resulta no entranhamento de gás. O valor crítico  $[\text{EuWe}]_c$  deve então verificar a seguinte condição: se não há gás, isto é  $J_G = 0$ , o pistão de líquido é não aerado assim  $[\text{EuWe}] < [\text{EuWe}]_c$  e  $\phi_c = 0$ . Para cada ponto dos dados experimentais um valor crítico correspondente é encontrado calculando primeiro  $[\text{EuWe}]$  para  $J_L = J$ , isto é para  $J_G = 0$ .

### Fluxo de entranhamento de gás devido ao salto de pressão

Assume-se que uma parcela  $K_{\Delta p}$  do trabalho realizado pela força de pressão é utilizada para o entranhamento de gás, e então estará disponível para a transferência de energia de superfície. Baseado nesta consideração:

$$K_{\Delta p} \rho_L (u_{\text{LS}}^s - u_f) \phi_L^2 = C_J \frac{6\sigma}{d_{\text{máx}}} \phi_C. \quad (8.95)$$

O fluxo de entranhamento de gás é então dado por:

$$\phi_C = \frac{K_{\Delta p}}{6C_J} \frac{d_{\text{máx}}}{D} (EuWe - [EuWe]_c) \phi_L. \quad (8.96)$$

O valor  $K_{\Delta p} = 0,01$  foi encontrado para descrever corretamente os dados experimentais e foi usado em todos os casos. Para o modelo de jato turbulento  $C_J = 1$ , Brauner e Ullmann (2004). As vantagens do método baseado na hipótese do salto de pressão são: a simplicidade das condições críticas para o entranhamento de gás e o uso da velocidade do líquido no pistão desenvolvido. A velocidade média do líquido na região da esteira não é necessária no modelo de salto de pressão, Equação (8.96).

### Entranhamento máximo de gás

No escoamento em golfadas ascendente vertical, a bolha de Taylor tem uma velocidade de elevação ascendente positiva. Portanto, a fração de vazio média da unidade é sempre menor do que a fração de vazio média da unidade considerando um escoamento homogêneo sem escorregamento:  $\alpha_u < \alpha_{u,hse} = J_G / J$ . Como nas condições estudadas no trabalho de Guet et al. (2006)  $J_G$  e  $\alpha_u$  são por definição positivas:

$$\alpha_{u,hse} u_{Gu} > \alpha_u u_{Gu} = J_G > 0. \quad (8.97)$$

Então, o fluxo de gás deve verificar:

$$\phi_G = \alpha_u (u_t - u_{Gu}) < \alpha_{u,hse} (u_t - u_{Gu}) < \alpha_{u,hse} u_t - J_G. \quad (8.98)$$

Portanto o fluxo de gás tem um valor máximo:

$$\phi_{G,m\acute{a}x} = \alpha_{u,hse} u_t - J_G. \quad (8.99)$$

Neste modelo de entranhamento de gás, estes critérios adicionais são aplicados usando:

$$\phi_{G,entranhamento} = \min(\phi_{G,m\acute{a}x}, \phi_C). \quad (8.100)$$

### Implementação do modelo

O modelo de Guet et al. (2006) consiste em resolver um sistema com 14 equações e 14 incógnitas. Deve ser notado que quando a hipótese de salto de pressão é utilizada para calcular o fluxo de entranhamento de gás, as quatro propriedades do escoamento na região da esteira e suas quatro equações não são necessárias para calcular a fração de vazio média da unidade. Neste caso o sistema de equações pode, portanto ser reduzido para 10 equações com 10 incógnitas, e os parâmetros do escoamento na esteira são obtidos uma vez que o sistema de equações é resolvido.

Estes dois modelos foram implementados de forma iterativa no trabalho de Guet et al. (2006). O objetivo da forma iterativa foi alcançar a igualdade:

$$\phi_G = \phi_{G,entranhamento} \quad (8.101)$$

onde o fluxo de entranhamento de gás é calculado com os modelos descritos anteriormente.

O primeiro passo foi calcular os valores do fluxo de gás de partida usando uma estimativa inicial para a fração de vazio média da unidade  $\alpha_u = \alpha_{u,inicial}$ . Este valor inicial é estimado como um valor médio entre a hipótese de não ter fluxo de gás ( $\alpha_{u,fgz} = J_G / u_t$ ), e a hipótese de escoamento homogêneo sem escorregamento ( $\alpha_{u,hse} = J_G / J$ ):

$$\alpha_{u,inicial} = \frac{1}{2} \left( \frac{J_G}{u_t} + \frac{J_G}{J} \right). \quad (8.102)$$

Em seguida, as iterações são realizadas sobre o fluxo de gás utilizando as 13 equações apresentadas na formulação do modelo e o modelo de entranhamento de gás. A cada iteração um novo fluxo de gás é calculado, que é um valor médio ponderado do valor anteriormente calculado e do resultado do modelo de fluxo de entranhamento de gás. Utilizando este procedimento de relaxamento foi possível obter uma convergência do fluxo de gás e impedir oscilações. Critérios de convergência foram aplicados ao modelo baseados em um desvio relativo máximo dos fluxos de gás  $\Delta\phi_G / \phi_G$  e das frações de vazio associadas ao pistão de líquido  $\Delta\alpha_s^w / \alpha_s^s$  e  $\Delta\alpha_s^s / \alpha_s^s$  de 0,001.

### **Discussão e comparação do modelo com os dados experimentais**

O modelo de Guet et al. (2006) para escoamento vertical ascendente de ar e água em um tubo de 26 mm de diâmetro foi implementado focando no modelo de aeração e, portanto algumas das variáveis necessárias vêm das medidas experimentais ao invés de equações de fechamento. Dessa forma, foram utilizadas como parâmetros de entrada as velocidades superficiais do líquido,  $J_L$  e do gás,  $J_G$  e a velocidade de translação do nariz da bolha de Taylor,  $u_t$  medidas experimentalmente, a velocidade do gás na bolha,  $u_G$  e a velocidade do líquido na região de pistão de líquido desenvolvido,  $u_{LS}^s$  obtidas com o balanço volumétrico, a velocidade de translação das bolhas dispersas na região de pistão de líquido desenvolvido,  $u_b^s$  expressa como uma combinação linear da velocidade de deslizamento das bolhas na região de pistão de líquido desenvolvido  $u_{d,b}^s$  e da velocidade superficial de mistura  $J$ , e a velocidade do filme de líquido na condição de equilíbrio,  $u_{fe}$  e a fração de vazio do filme na condição de equilíbrio,  $\alpha_{fe}$  obtidas com o modelo de filme de Taitel e Barnea. A seguir é apresentada uma sequência para o cálculo da fração de vazio na região do pistão de líquido desenvolvido,  $\alpha_s^s$ :

1. Cálculo da vazão volumétrica,  $Q_L$  através da Equação (8.80),  $\phi_L = \phi_{Lf} = R_f (u_t - u_f)$ ;
2. Cálculo da vazão volumétrica,  $Q_C$  através da Equação (8.96);

3. Cálculo da fração de vazio no pistão de líquido,  $\alpha_s^s$  através da Equação (8.78),

$$\phi_c = \phi_G = \phi_{Gs} = \alpha_s^s (u_t - u_b^s).$$

Na Tabela 8.6 é apresentado um sumário com os dados de entrada do modelo para as condições dos testes da Tabela 5.7. A Tabela 8.7 apresenta os valores obtidos para as frações de vazio no pistão de líquido com o modelo de Guet et al (2006) e compara com os resultados experimentais para a fração de vazio média do pistão de líquido  $\langle \alpha_s \rangle$  apresentados na Tabela 5.10. Os erros absolutos entre a técnica de medida e o modelo de Guet et al. (2006) são de no máximo 0,02 para todos os testes, comparável ao erro do método experimental. A Figura 8.17 apresenta uma comparação das frações de vazio do pistão de líquido,  $\alpha_s$  obtidas com o modelo de Guet et al. (2006) com os dados experimentais mostrando boa concordância entre os resultados.

Tabela 8.6. Sumário com os dados de entrada do modelo de Guet et al. (2006).

Valores experimentais			Balanço volumétrico		Correlação	Modelo de Filme		
Teste	$J_L$	$J_G$	$u_t$	$u_G$	$u_{LS}^s$	$u_b^s$	$u_{fe}$	$\alpha_{fe}$
#	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m)	(---)
5	0,30	0,28	0,84	0,82	0,54	0,75	-1,55	0,89
6	0,31	0,57	1,18	1,13	0,85	0,97	-1,55	0,89
7	0,30	0,83	1,55	1,45	1,07	1,29	-1,54	0,89
8	0,60	0,27	1,12	1,11	0,84	1,09	-1,44	0,91
9	0,61	0,55	1,49	1,47	1,10	1,34	-1,52	0,90
10	0,61	0,80	1,77	1,72	1,33	1,55	-1,45	0,90
11	0,61	1,09	2,06	2,03	1,57	1,79	-1,44	0,90
12	0,92	0,53	1,80	1,78	1,41	1,64	-1,50	0,90
13	0,90	0,82	2,09	2,05	1,67	1,89	-1,43	0,91
14	0,91	1,10	2,47	2,37	1,94	2,16	-1,48	0,90
15	1,20	0,82	2,42	2,41	1,92	2,40	-1,48	0,90
16	1,21	1,07	2,75	2,74	2,15	2,67	-1,52	0,89
17	1,20	1,35	3,24	3,12	2,39	2,96	-1,62	0,87

Tabela 8.7. Sumário com os dados de saída do modelo de Guet et al. (2006).

Teste	Modelo de Guet et al.			Experimental	
	$\phi_L$	$\phi_C$	$\alpha_s^s$	$\langle \alpha_s \rangle$	Erro
#	(m/s)	(m/s)	(---)	(---)	%
5	0,254	0,010	0,13	0,12	7,9
6	0,293	0,031	0,16	0,16	1,7
7	0,278	0,062	0,25	0,25	0,1
8	0,256	0,003	0,10	0,09	14,9
9	0,298	0,019	0,14	0,14	3,2
10	0,309	0,039	0,23	0,21	11,3
11	0,338	0,063	0,24	0,24	0,1
12	0,327	0,020	0,13	0,14	8,9
13	0,317	0,033	0,18	0,19	9,0
14	0,400	0,066	0,22	0,23	4,9
15	0,392	0,006	0,18	0,19	1,7
16	0,470	0,016	0,22	0,21	4,5
17	0,615	0,069	0,25	0,24	5,2

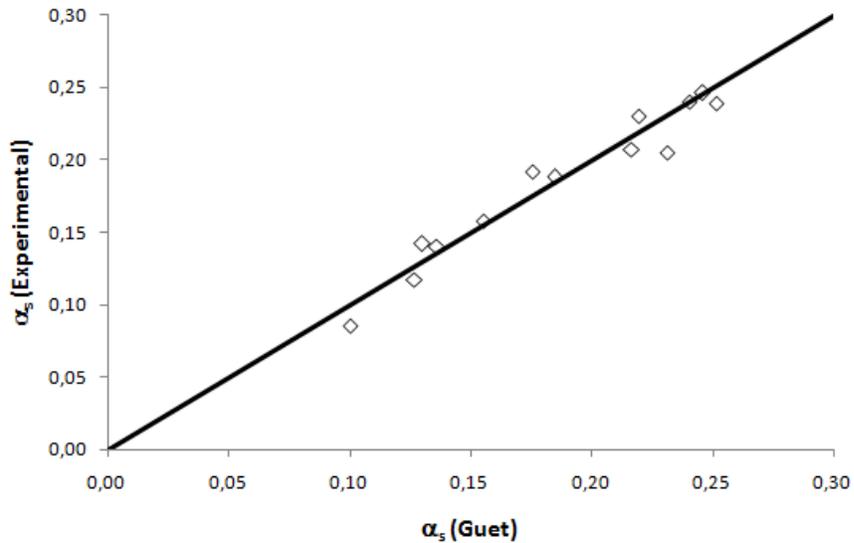


Figura 8.17. Comparação das frações de vazio na região longe da esteira no pistão de líquido,  $\alpha_s^s$  obtidas com o modelo de Guet et al. (2006) com os dados experimentais.

## 9. CONCLUSÕES

Medidas experimentais da fração de vazio em escoamento vertical ascendente de ar-água no padrão intermitente em golfadas foram realizadas em 17 pares de vazões de gás e líquido utilizando uma sonda elétrica e um sensor de impedância de anéis. Os resultados obtidos utilizando as duas técnicas de medidas foram validados por meio do fechamento dos balanços volumétricos no pistão de líquido e na bolha alongada apresentando comportamentos semelhantes tanto para as distribuições das frações de vazio quanto para as medidas médias.

Com a técnica da sonda elétrica foi possível determinar a distribuição radial da fração de vazio local na seção transversal da tubulação. As distribuições radiais da fração de vazio da unidade  $\alpha_n$  mostram um decréscimo próximo à parede do tubo indicando a existência de uma camada de líquido com baixa fração de vazio. Longe da parede,  $r / R < 0,8$  o perfil é aproximadamente plano. Os resultados mostram que a fração de vazio da mistura no escoamento em golfadas é relativamente uniforme na direção radial e valida a hipótese da modelagem unidimensional para escoamento no padrão golfadas nos modelos de mistura. As distribuições radiais da fração de vazio do pistão de líquido  $\alpha_s$  também foram determinadas. Devido à migração lateral das bolhas os perfis apresentam um pico em torno de  $r / R \approx 0,8$  e, em seguida, apresentam uma ligeira diminuição na linha de centro do tubo. Observa-se que no pistão de líquido a fração de vazio na região central é de 0,15 a 0,30. Os resultados mostram que o perfil é relativamente plano e que um modelo unidimensional na direção radial representa a distribuição de  $\alpha_s$  em  $r$ .

As distribuições axiais da fração de vazio no pistão de líquido  $\alpha_s$  identificam as três regiões no pistão de líquido definidas a partir das linhas de corrente. A fração de vazio no pistão de líquido apresenta valores altos em  $Z / D = 0$  ( $\alpha_s \approx 0,45$ ) indicando a região da traseira da bolha alongada que possui uma alta fração de vazio. Os perfis mostram uma diminuição acentuada de  $\alpha_s$  na região de esteira próxima onde ocorre a recirculação atingindo um mínimo entre 0,10 e 0,19 em  $Z / D \approx 2$  a 5. Em seguida, na região de esteira longe onde o escoamento está em desenvolvimento e flui num único sentido apresenta um suave aumento de  $\alpha_s$  até o final da região de esteira,  $Z / D \approx 7$  a 10. Para  $Z / D > 10$   $\alpha_s$  atinge um valor estável entre 0,12 e 0,25

na região de escoamento desenvolvido. Enquanto a região de esteira próxima apresenta grande variação nos valores de  $\alpha_s$  variando aproximadamente de 0,45 a 0,10 e a região de esteira longe apresenta uma leve tendência de aumento, a região do pistão de líquido desenvolvido apresenta pequena variação com um comportamento uniforme para  $\alpha_s$  podendo tratar a fração de vazio nessa região como unidimensional.

Foi observado uma dependência da fração de vazio com os comprimentos do pistão e da bolha. A correlação de  $L_s/D$  e  $\alpha_s$  de cada pistão de líquido, medidos individualmente, segue aproximadamente a correlação linear obtida com os valores médios de  $L_s/D$  e  $\alpha_s$ . Pode-se verificar o aumento de  $\alpha_s$  com o aumento de  $L_s/D$ . Esta é a única relação encontrada onde  $\langle \alpha_s \rangle$  depende apenas de um parâmetro,  $L_s/D$ . Entretanto para pistões de líquido curtos,  $L_s/D < 10$  a correlação começa a mostrar uma tendência de aumento de  $\alpha_s$  à medida que  $L_s/D$  diminui.

Os modelos de Fernandes et al. (1983), Brauner e Ullmann (2004) e Guet et al. (2006) consideram o pistão de líquido e a bolha alongada desenvolvidos e o comprimento da bolha alongada permanece constante quando ela viaja pelo tubo. Assim, os fluxos de gás entrando e saindo da bolha alongada devem ser iguais. Nestes modelos a aeração do pistão de líquido é obtida modelando o fluxo de gás arrastado da traseira da bolha alongada. A principal diferença está na forma de tratar este fluxo de entranhamento de gás. O mecanismo de aeração do pistão de líquido no modelo de Fernandes (1983) baseia-se em um conceito cinemático entre a diferença de velocidade do gás na bolha e a velocidade da traseira da bolha alongada e não leva em conta os efeitos da tensão superficial. Os modelos de Brauner e Ullmann (2004) e Guet et al. (2006) apresentam semelhanças separando o pistão de líquido nas regiões de esteira e de pistão desenvolvido e considerando que o fluxo de energia de superfície é proporcional a uma produção de energia. O modelo de Brauner e Ullmann (2004) assume que a aeração do pistão de líquido está associada com o fluxo de energia cinética turbulenta produzida pelo jato de parede e camada cisalhante que são formados na esteira da bolha alongada. O modelo de Guet et al. (2006) no entanto considera que o salto de pressão na traseira da bolha alongada seja o responsável pela fragmentação da traseira da bolha alongada. Assim, o fluxo de entranhamento de gás resulta de um balanço entre o trabalho realizado pela força de pressão necessária para acelerar o líquido e o fluxo de energia de superfície devido à tensão superficial. Uma vantagem deste modelo de

entranhamento de gás comparado com o modelo do jato turbulento é que não são necessários os parâmetros do escoamento na região da esteira da bolha de alongada.

Os resultados para a fração de vazio do pistão de líquido obtidos com os modelos de Fernandes et al. (1983), Brauner e Ullmann (2004) e Guet et al. (2006) foram comparados com a fração de vazio média do pistão de líquido determinada experimentalmente apresentando concordância entre os resultados com erros absolutos de no máximo 0,03. Os maiores desvios foram observados com a utilização do modelo de Brauner e Ullmann (2004). Entre os modelos analisados recomenda-se o modelo de Guet et al. (2006) para estimar a fração de vazio do pistão de líquido pela característica física empregada e pela concordância da aeração do pistão com os dados experimentais.

Para futuros trabalhos em mecanismos de aeração do pistão de líquido recomenda-se a realização de estudos experimentais para a verificação da influência do aumento da velocidade de mistura na fração de vazio do pistão de líquido. Efeitos adicionais devem ser levados em conta como as propriedades do escoamento no pistão de líquido e as características do escoamento no filme de líquido. A realização destes estudos experimentais deve incluir também condições variadas como o aumento do diâmetro da tubulação, fluidos com diferentes viscosidades e inclinações variadas da tubulação.

## Referências

ABDUL-MAJEED, G. H. Liquid holdup in horizontal two-phase gas–liquid flow. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 15, p. 271–280, 1996.

ABDUL-MAJEED, G. H. Liquid slug holdup in horizontal and slightly inclined two-phase slug flow. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 27, n. 1-2, p. 27–32, 2000. ISSN 0920-4105.

Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6VDW-40NFT02-2/2/10d4a75e953b0c36a706c79b6985b710>>.

ABOUELWAFI, M. S. A.; KENDALL, E. J. M. The use of capacitance sensors for phase percentage determination in multiphase pipelines. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. Im-29, 1980.

AHMED, W. H. Capacitance sensors for void-fraction measurements and flow-pattern identification in air-oil two-phase flow. **IEEE Sensors Journal**, v. 6, 2006.

ANDREUSSI, P.; BENDIKSEN, K. An investigation of void fraction in liquid slugs for horizontal and inclined gas-liquid pipe flow. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 15, p. 937 – 946, 1989.

ANDREUSSI, P.; BENDIKSEN, K. H.; NYDAL, O. J. Void distribution in slug flow. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 19, n. 5, p. 817–828, 1993. ISSN 0301-9322.  
Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V45-47YSBP4-4S/2/d3fe25a5c2ee1585be8b8507e4031bd9>>.

ANDREUSSI, P.; DONFRANCESCO, A.; MESSIA, M. An impedance method for the measurement of liquid hold-up in two-phase flow, **International Journal of Multiphase Flow**, Vol 14, 1988.

BARNEA, D. A unified model for predicting flow-pattern transitions for the whole range of pipe inclinations. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 13, n. 1, p. 1–12, 1987.

BARNEA, D. Effect of bubble shape on pressure drop calculations in vertical slug flow. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 16, p. 79–89, 1990.

BARNEA, D.; BRAUNER, N. Holdup of the liquid slug in two phase intermittent flow. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 11, n. 1, p. 43–49, 1985. ISSN 0301-9322.  
Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V45-47YJF3Y-57/2/fd6bd5f88ada09af0423e558b8c2a191>>.

BARNEA, D.; SHEMER, L. Void fraction measurements in vertical slug flow: applications to slug characteristics and transition. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 15, p. 495-504, 1989.

BARNEA, D; SHOHAM, O.; TAITEL, Y. Flow pattern transition for downward inclined two phase flow, horizontal to vertical. **Chemical Engineering Science**, v. 37, p. 135-140, 1982.

BARNEA, D; SHOHAM, O.; TAITEL, Y; DUKLER, A. E. Gas-liquid flow in inclined tubes: Flow pattern transitions for upward flow. **Chemical Engineering Science**, v. 40, n. 1, p. 131–136, 1985. ISSN 0009-2509.  
Disponível em:<<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6TFK-444NVVB-4V/2/480a0482200245685aa2578c6541e0a0>>.

BEGGS, H. D. **An experimental study of two phase flow in inclined pipes**, PhD Dissertation, The University of Tulsa, Tulsa, OK, Department of Petroleum Engineering, 1972.

BENDIKSEN, K. H. An experimental investigation of the motion of long bubbles in inclined tubes. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 10, n. 4, p. 467–483, 1984. ISSN 0301-9322.  
Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V45-47YSBTT-6V/2/0cf73f0f8bcc648201c672aaf4214540>>.

BRAUNER, N. The prediction of dispersed flows boundaries in liquid–liquid and gas–liquid systems. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 27, p. 885–910, 2001.

BRAUNER, N.; ULLMANN, A. Modelling of gas entrainment from Taylor bubbles. Part A: Slug flow. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 30, p. 239–272, 2004.

BRODKEY, R. B. *The Phenomena of Fluid Motions*, Addison Wesley, New York, 1967.

BUENO, L. G. G. **Estudo Experimental de Escoamentos Líquido-Gás Intermitentes Em Tubulações Inclinadas**. 151 p. Dissertação (Mestrado)— Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, fev. 2010.

CALDERBANK, P.H. Physical Rate Processes in Industrial Fermentation. Part I: The Interfacial Area in Gas-Liquid Contacting with Mechanical Agitation. **Transactions of the Institution of Chemical Engineers**, v. 36, p. 443–463, 1958.

CAMPOS, J.B.L.M.; GUEDES DE CARVALHO, J.R.F. An experimental study of the wake of gas slugs rising in liquids. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 196, p. 27–37, 1998.

CARNIERE, H.; JOEN, C.T.; WILLOCKX, A.; PAEPE, M.; CHISTIANS, M.; ROOYEN, E.; LIEBENBERG, L.; MEYER, J.P. Horizontal two-phase flow characterization for small diameter tubes with a capacitance sensor. **Measurement Science Technology**, v. 18, p. 2898–2906, 2007.

CECCIO, S. L.; GEORGE, D. L. A review of electrical impedance techniques for the measurement of multiphase flows. **Journal of Fluids Engineering**, 118 391–9, 1996.

CHANSON, H. Air bubble entrainment in free-surface turbulent shear flows. Academic Press, 1996.

CHENG, H.; HILLS, J. H.; AZZOPARDI, B. J. Effects of initial bubble size on flow pattern transition in a 28.9 mm diameter column. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 28, p. 1047–1062, 2002.

CLIFT, R.; GRACE, J.R.; WEBER, M.E. *Bubbles, Drops and Particles*. Academic Press, New York, 1978.

COSTIGAN, G.; WHALLEY, P. B. Slug flow regime identification from dynamic void fraction measurements in vertical air-water flows. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 23, n. 2, p. 263–282, 1997. ISSN 0301-9322.

Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V45-3SMSM38-4/2/ab6b2d599e9e057b10b6c1eb17581720>>.

DAVIES, R. M.; TAYLOR, G. The mechanics of large bubbles rising through extended liquids and through liquids in tubes. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences**, Cambridge University Press, v. 200, n. 1062, p. 375–390, 1950.

DELFO, R.; WISSE, C. J.; OLIEMANS, R. V. A. Measurement of air entrainment from a stationary bubble in a vertical tube. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 27, p. 1769–1787, 2001.

DUARTE, M. **Influência da Viscosidade Sobre o Escoamento Gás-Líquido Horizontal Intermitente**. 206 p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, fev. 2007.

DUKLER, A. E.; HUBBARD, M. G. A model for liquid slug flow in horizontal and near horizontal tubes. **Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals**, v.14, p. 337-347, 1975.

DUKLER, A. E.; MOALEM MARON, D.; BRAUNER, N. A physical model for predicting the minimum stable slug length. **Chemical Engineering Science**, v. 40, p. 1379-1385, 1985.

ESPINOZA, B. F.; FABRE, J. Taylor bubble moving in a flowing liquid in vertical channel: transition from symmetric to asymmetric shape. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 679, p. 432-454, 2011.

FELIZOLA, H.; SHOHAM, O. A unified model for slug flow in upward inclined pipes. **Journal of Energy Resources Technology**, v. 117, p. 7–12, 1995.

FABRE, J.; LINÉ, A. Modeling of two-phase slug flow. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 24, n. 1, p. 21–46, 1992.

Disponível em: <<http://arjournals.annualreviews.org/doi/abs/10.1146/annurev.fl.24.010192.000321>>.

FELIZOLA, H.; SHOHAM, O. A unified model for slug flow in upward inclined pipes. **Journal of Energy Resources Technology**, v. 117, p. 7–12, 1995.

FERNANDES, R. C. Experimental and theoretical studies of isothermal upward gas liquid flows in vertical tubes. **AIChE Journal**, v.29, p. 981-89, 1981.

FERNANDES, R. C.; SEMIAT, R.; DUKLER, A. E. Hydrodynamic model for gas-liquid slug flow in vertical tubes. **AIChE Journal**, v. 29, n. 6, p. 981-989, 1983.

FERRÉ, D. Ecoulements diphasiques a poches en conduite horizontale. **Revue de l'Institut Francais du Petrole**, v. 34, p. 113-142, 1979.

FERSCHNEIDER, G. **Ecoulement gaz-liquide à poches et à bouchons dans les conduites de section circulaire**. Ph.D. Thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, France, 1982.

FERSCHNEIDER, G. Ecoulements diphasiques gaz-liquide à poches et à bouchons en conduites. **Oil & Gas Science and Technology - Revue de l'Institut Francais du Petrole**, v. 38, n. 2, p. 153-182, mar. 1983.

Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.2516/ogst:1983010>>.

FLORA, B. F. **Sensor de impedâncias de anéis para medida de fração de vazio em escoamento gás-líquido**. 180 p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, fev. 2011.

FOSSA M., GUGLIELMINI G., MARCHITTO A. Intermittent flow parameters from void fraction analysis. **Flow Measurement and Instrumentation**, v. 14, 2003.

FRÉCHOU, D. **Etude de l'écoulement ascendant à trois fluides em conduite verticale**. Ph.D. Thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, France, 1986.

FITREMANN, J. M. **Ecoulements diphasiques: théorie et application à l'étude de quelques régimes d'écoulements verticaux ascendants d'un mélange gaz-liquide**. Thèse Univ. Pierre et Maric Curie, Paris, 1977.

GERAETS, J. J.; BORST, J. C. A capacitance sensor for two-phase void fraction measurement and flow pattern identification **International Journal of Multiphase Flow**, v. 14, p. 305-320, 1988.

GOMEZ, L. E.; SHOHAM, O.; TAITEL, Y. Prediction of slug liquid holdup: horizontal to upward vertical flow. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 26, n. 3, p. 517–521, 2000. ISSN 0301-9322.

Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V45-3Y6H147-9/2/9e6d478ceb07eb2ea1181751a1aa14c8>>.

GREGORY, G. A.; NICHOLSON, M. K.; AZIZ, K. Correlation of the liquid volume fraction in the slug for horizontal gas-liquid slug flow. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 4, n. 1, p. 33–39, 1978. ISSN 0301-9322.

Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V45-47YJDWH-2G/2/6aa9c45705bf03793c8756141b3c816f>>.

GRIFFITH, P.; WALLIS, G. B. Two-phase slug flow. **Journal of Heat Transfer**, v. 83, n. 3, p. 307–320, 1961.

GRIFFITH, P.; SNYDER, G. A. The bubbly-slug transition in a high velocity two phase flow. Technical report (Massachusetts Institute of Technology, Heat Transfer Laboratory), n. 29, 1964.

GUET, S.; DECARRE, S.; HENRIOT, V.; LINÉ, A. Void fraction in vertical gas-liquid slug flow: Influence of liquid slug content. **Chemical Engineering Science**, v. 61, n. 22, p. 7336–7350, 2006. ISSN 0009-2509.

Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6TFK-4KRfV4D-8/2/85f94d6be0a7c7d2f575c792f991f266>>.

GUERRA, R. F. **Medidor de concentração de ar em água em escoamento**. Iniciação Científica – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.

HADAMARD, J. S. Mouvement permanent lent d'une sphere liquide visqueuse dans un liquid visqueux. *Comptes Rendus de l'Academie des Sciences*, v. 152, p. 1735–1738, 1911.

HARMATHY, T. Z. Velocity of large drops and bubbles in media of infinite or restricted extent. **AIChE Journal**, v. 6, n. 2, p. 281–288, 1960.

HARPER, J. F. The motion of bubbles and drops through liquids. **Advances in Applied Mechanics**, v. 12, p. 59-129, 1972.

HENDY, T., R. **Simulação numérica do escoamento bifásico gás-líquido no padrão de golfadas utilizando um modelo Lagrangeano de seguimento de pistões**. 195 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, out. 2009.

HERNANDEZ-GOMEZ, A.; FABRE, J. An experimental study of the hydrodynamics of a stationary air–water slug. In: Michaelides, E.E. (Ed.), Proc. of the ICMF 2001, 4th Int. Conf. on Multiphase Flow, New Orleans, LA, USA, 2001.

HERRINGE, R. A.; DAVIS, M. R. Structural development of gas-liquid mixture flows. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 73, n. 1, p. 97-123, 1976.

HEYWOOD, N. I.; RICHARDSON, J. F. Slug flow of air-water mixtures in a horizontal pipe: Determination of liquid holdup by -ray absorption. **Chemical Engineering Science**, v. 34, n. 1, p. 17–30, 1979. ISSN 0009-2509.

Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6TFK-444NVT9-1K/2/344a5368e3f515bea5dde78ddca207ea>>.

HEWITT, G. F.; LOVEGROVE, P. C. Experimental Methods in Two-Phase Flow Studies, EPRI NP-118, Electrical Power Research Inst., 1976.

HIBIKI, T.; ISHII, M. Distribution parameter and drift velocity of drift-flux model in bubbly flow. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 45, n. 4, p. 707–721, 2002.

HIBIKI, T.; ISHII, M. One-dimensional drift-flux model and constitutive equations for relative motion between phases in various two-phase flow regimes. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 46, n. 25, p. 4935–4948, 2003. ISSN 0017-9310.

Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V3H-497H7J5-3/2/e082d5822e325e6e14160ac3cb77bdea>>.

HINZE, J. O. Fundamentals of the hydrodynamic mechanism of splitting in dispersion processes. **AIChE Journal**. v. 1, p. 289–95, 1955.

HU, S.; KINTNER, R. C. The fall of sinale liiquid drons through water. **AIChE Journal**, v. 1, p. 42–48, 1955.

ISHII, M.; HIBIKI, T. **Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow**. [S.l.]: Springer, 2006.

ISHII, M.; ZUBER, N. Drag coefficient and relative velocity in bubbly, droplet or particulate flows. **AIChE Journal**, v. 25, n. 5, p. 843–855, 1979.

KAJI, R; AZZOPARDI, B. J.; LUCAS, D. Investigation of flow development of co-current gas–liquid vertical slug flow. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 35, p. 335–348, 2009.

KAWAJI, M. Two-phase flow measurements using a photochromic dye activation technique. **Nuclear Engineering and Design**, v. 184, p. 379–392, 1998.

KOECK, C. **Etude du frottement pariétal dans un écoulement diphasique vertical ascendant**. Ph.D. Thesis, Université Paris, France, 1980.

KOLMOGOROV, A. N. On the fragmentation of drops in turbulent streams. **Doklady Akademii Nauk SSSR**, v. 66, p. 825—828, 1949.

LEWIS, S.; FU, W. L.; KOJASOY, G. Internal flow structure description of slug flow pattern in a horizontal pipe. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.45, p. 3897–3910, 2002.

LEVICH, V. G. *Physicochemical Hydrodynamics*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1962.

LINÉ, A. **Écoulement intermittent de gaz et de liquide en conduit verticale**. Ph.D. Thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, France, 1983.

LIU, T. J. Bubble size and entrance length effects on void development in a vertical channel. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 19, p. 99–113, 1993.

MALNES, D. Slug flow in vertical, horizontal an inclined pipe. Kjeller, Norway, Report IFE/KR/E-83/002, 1982.

MAO, Z.; DUKLER, A. E. An experimental study of gas-liquid slug flow. **Experiments in Fluids**, v. 8, p. 169–182, 1989.

MARCANO, R. et al. A study of slug characteristics for two-phase horizontal flow. In: **International Petroleum Conference and Exhibition of Mexico**. [S.l.: s.n.], 1998.  
MAXWELL, J. C. A Treatise on Electricity and Magnetism (Oxford: Oxford University Press), 1873

MAYOR, T. S.; FERREIRA, V.; PINTO, A. M. F. R.; CAMPOS, J. B. L. M. Hydrodynamics of gas-liquid slug flow along vertical pipes in turbulent regime – An experimental study, **International Journal of Heat and Fluid Flow**, v. 29, p. 1039–1053, 2009.

MAZZA, R. A.; ROSA, E. S.; YOSHIZAWA, C. J. Analyses of liquid film models applied to horizontal and near horizontal gas-liquid slug flows. **Chemical Engineering Science**, v. 65, n. 12, p. 3876–3892, 2010. ISSN 0009-2509.

Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6TFK-4YP8TRR-3/2/56a779e779142db206b1a112aa827c81>>.

MERILO M.; DECHENE R. L.; CICHOWLAS W. M. Void fraction measurement with a rotating electric field conductance gauge, **Journal of Heat Transfer**, v. 99, 1977.

MINAMI, K.; BRILL, J. P. Liquid holdup in wet gas pipelines. **SPE Prod. Eng.**, v. 5, p. 36–44, 1987.

MOISSIS, R.; Griffith, P. Entrance effects in a two-phase slug flow. **Journal of Heat Transfer** v. 84, p. 29–39, 1962.

NICHOLSON, M. K.; AZIZ, K.; GREGORY, G. A. Intermittent two phase flow in horizontal pipes: Predictive Models. **Canadian Journal of Chemical Engineering**, v. 56, p. 653-63, 1978.

NICKLIN, D. J. Two-phase bubble flow. **Chemical Engineering Science**, v. 17, n. 9, p. 693–702, 1962. ISSN 0009-2509.

Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6TFK-44365PD-VD/2/e7e732edde2ee8dbb57ffa35cbe416d>>.

NOGUEIRA, S.; RIETHMULLER, M. L.; CAMPOS, J. B. L. M.; PINTO, A. M. F. R. Flow patterns in the wake of a Taylor bubble rising through vertical columns of stagnant and flowing Newtonian liquids: An experimental study. **Chemical Engineering Science**, v. 61, n. 22, p. 7199–7212, 2006.

NYDAL, O. J. An experimental investigation of slug flow. Ph.D. Thesis, University of Oslo, Department of Mathematics, Norway, 1991.

PINHEIRO, M. N. C.; PINTO, A. M. F. R.; CAMPOS, J. B. L. M. Gas hold-up in aerated slugging columns. **Transaction of the Institute of Chemical Engineers** 78 (part A), p. 1139–1146, 2000.

PINTO, A. M. F. R.; CAMPOS, J. B. L. M. Coalescence of two gas slugs rising in a vertical column of liquid. **Chemical Engineering Science**. v. 51, n. 1, p. 45-54, 1996.

PINTO, A. M. F. R.; COELHO PINHEIRO, M. N.; CAMPOS, J. B. L. M. Coalescence of two gas slugs rising in a co-current flowing liquid in vertical tubes. **Chemical Engineering Science**, v. 53, n. 16, pp. 2973–2983, 1998.

POLONSKY, S.; SHEMER, L.; BARNEA, D. The relation between the Taylor bubble motion and the velocity field ahead of it. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 25, n. 6-7, p. 957–975, 1999. ISSN 0301-9322.

Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V45-3XMPNN5-3/2/d6757a805fc5ccfd48d2c28b5c8498ef>>.

ROCHA, M. S.; SIMÕES-MOREIRA, J. R. Void fraction measurement and signal analysis from multiple-electrode impedance sensors. **Heat Transfer Eng.**, v. 29, p. 924–935, 2008.

ROSA, E. S. Escoamento multifásico isotérmico – modelos de multifluidos e de mistura. Editora Bookman, 2011.

ROSA, E. S.; FLORA, B. F.; SOUZA, M. A. S. F., Design and performance prediction of an impedance void meter applied to the petroleum industry. **Measurement Science and Technology**, v. 23, n. 5, 055304, 2012.

RYBCZYNSKI, W. Über die fortschreitende Bewegung einer flüssigen Kugel in einem zähen Medium. Bulletin International de l'Académie Polonaise des Sciences et des Lettres, Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles, Serie A, p. 40–46, 1911.

SAMI, M.; ABOUELWABA, A.; KENDALL, J.M. The use of capacitance sensor for phase percentage determination in multiphase pipelines, **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 29, n.1, 1980.

SERIZAWA, K; KATAOKA, I. Phase distribution in two-phase flow. In Proc. Transient Phenomena in Multiphase Flow–ICHMT Int. Semin., Dubrovnik, Croatia, p. 170-224, 1987.

SERIZAWA, K; KATAOKA, I; MICHİYOSHI, I. Turbulence structure of air–water bubbly flow: I. Measuring techniques. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 2, p. 221–233, 1975.

SHOHAM, O. Mechanistic modeling of gas-liquid two-phase flow in pipes. Texas, United States of America: **Society of Petroleum Engineers**, 2006.

SOTIRIADIS, A. A.; THORPE, R. B. Liquid re-circulation in turbulent vertical pipe flow behind a cylindrical bluff body and a ventilated cavity attached to a sparger. **Chemical Engineering Science**, v. 60, p. 981–994, 2005.

STOKES, G. G. Mathematical and Physical Papers. Cambridge University Press, London, 1880.

TAITEL, Y.; BARNEA, D. Two-phase slug flow. In: HARTNETT, J. P.; IRVINE JR., T. F. (Ed.). Elsevier, 1990, (Advances in Heat Transfer, v. 20). p. 83–132.

Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B7RNJ-4S818YM-4/2/ca74bb14da8b7a15844a29cabc2bdbc8>>.

TAITEL, Y.; BARNEA, D.; DUKLER, A. E. Modelling flow pattern transitions for steady upward gas-liquid flow in vertical tubes. **AIChE Journal**, v. 26, n. 3, p. 345–354, 1980. ISSN 0001-1541.

TAITEL, Y.; DUKLER, A. E. A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow. **AIChE Journal**, v. 22, n. 1, p. 47–55, 1976. ISSN 0001-1541.

TALVY, C. A.; SHEMER, L.; BARNEA, D. On the interaction between two consecutive elongated bubbles in a vertical pipe. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 26, n. 12, p. 1905-1923, 2000.

van HOUT, R.; BARNEA, D.; SHEMER, L. Translational velocities of elongated bubbles in continuous slug flow. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 28, p.1333-1350, 2002.

van HOUT, R.; GULITSKI, A., BARNEA, D.; SHEMER, L. Experimental investigation of the velocity field induced by a Taylor bubble rising in stagnant water **International Journal of Multiphase Flow**, v. 28, p.579–596, 2002.

WALLIS, G. B. **One-dimensional two-phase flow**. [S.l.]: McGraw-Hill Book Company, 1969.

WOLDESEMAYAT, M. A.; GHAJAR, A. J. Comparison of void fraction correlations for different flow patterns in horizontal and upward inclined pipes. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 33, p. 347–370, 2007.

ZUBER, N.; FINDLAY, J. A. Average volumetric concentration in two-phase flow systems. **Journal of Heat Transfer**, v. 87, n. 4, p. 453–468, 1965.

ZUKOSKI, E. E. Influence of viscosity, surface tension and inclination angle on motion of long bubbles in closed tubes. **Journal of Fluid Mechanics**, v.25, p.821-837, 1966.

## APÊNDICE A - BALANÇO VOLUMÉTRICO

Os dados experimentais foram validados com resultados observados na literatura e também por meio do fechamento dos balanços volumétricos no pistão de líquido e na bolha alongada de gás. Esta validação tem por objetivo mostrar a consistência que as medidas experimentais apresentam com o modelo físico conferindo às medidas um alto grau de confiabilidade.

Comparações entre os resultados de fração de vazio e dados na literatura foram realizadas nos capítulos 6, 7 e 8. Este apêndice aborda especificamente os balanços volumétricos de gás e de líquido e suas diversas formas para verificar a consistência dos dados medidos.

### A.1. Balanço volumétrico para um referencial que se desloca com $u_t$

A massa de líquido dentro da célula dividida pelo tempo de passagem da célula  $t_u$  é:

$$\dot{m}_L^{cel} = \left( \frac{L_s R_s + L_f \overline{R_f}}{t_u} \right) \rho_L A. \quad (A.1)$$

Duas velocidades são associadas com o pistão de líquido: a velocidade uniforme da fase líquido no pistão,  $u_{LS}$  e a velocidade de translação da frente do pistão considerada igual à velocidade de translação da frente da bolha,  $u_t$ . Deve-se diferenciar estas duas velocidades. A célula se move com velocidade  $u_t$ , porém as fases nas diferentes regiões da célula movem-se com velocidades diferentes. O líquido no pistão tem uma velocidade maior que o filme de líquido, isto é  $u_{LS} > \overline{u_f}$ . Ao se mover com a célula o líquido contido no pistão avança sobre o líquido do filme conforme mostra a Figura 1.3a. A chave para compreender a relação entre a velocidade uniforme do líquido no pistão e a velocidade de translação da frente do pistão está no

contínuo processo de escavar e descarregar. Este processo pode ser mais bem entendido, seguindo uma partícula de líquido na região do filme, escoando a frente de um pistão com uma velocidade mais lenta,  $\overline{u}_f$ . Como a frente do pistão se move com uma velocidade maior, a partícula é logo escavada e incorporada ao pistão. Depois de ser acelerada à velocidade do pistão e viajar com ele, a partícula é finalmente lançada de volta para o filme, desacelerando a velocidade do filme. Toda fase líquida no pistão se move com a velocidade  $u_{LS}$  incorporando e soltando massa de líquido que vem do filme de líquido. A Figura A.1 trás um desenho esquemático representando o processo de escavar e descarregar conhecido como *scooping* e *pick-up*.

Considerando que uma parte do líquido é capturada e transferida de uma unidade para outra, então a vazão mássica de líquido que passa em uma seção transversal do tubo é:

$$\dot{m}_L = \left( \frac{L_s R_s + L_f \overline{R}_f}{t_u} \right) \rho_L A - \dot{m}_{LX}, \quad (\text{A.2})$$

onde  $\dot{m}_{LX}$  é a massa de líquido liberada pela célula a frente e capturada pela célula que vem atrás.

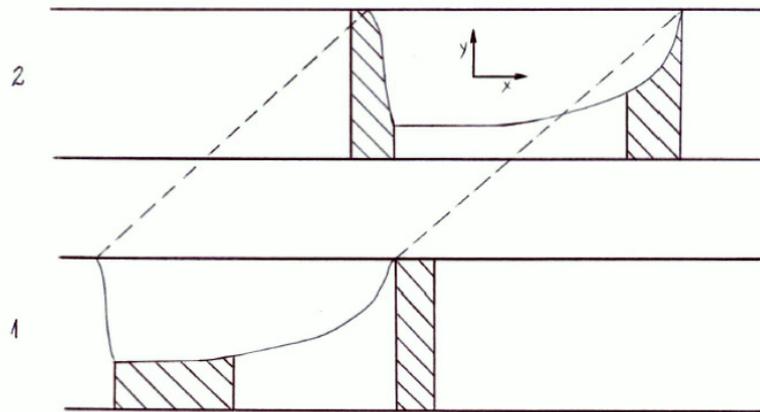


Figura A.1. Representação esquemática do *scooping* e *pick-up*.

A massa de gás dentro da célula dividida pelo tempo de passagem da célula  $t_u$  é:

$$\dot{m}_G^{cel} = \left( \frac{L_s (1 - R_s) + L_f \overline{R_f}}{t_u} \right) \rho_G A. \quad (A.3)$$

Considerando que uma parte do gás é capturada e transferida de uma unidade para outra, então a vazão mássica de gás que passa em uma seção transversal do tubo é:

$$\dot{m}_G = \left( \frac{L_s (1 - R_s) + L_f \overline{R_f}}{t_u} \right) \rho_G A - \dot{m}_{GX}, \quad (A.4)$$

onde  $\dot{m}_{GX}$  é a vazão líquida de gás que agrega-se ou desprende-se da bolha.

A seguir a equação de conservação da massa é aplicada a um volume de controle que envolve a célula do escoamento, representada na Figura 1.2. A equação da continuidade é aplicada para as fases líquida e gás presentes nas regiões do pistão e da bolha alongada. Para um referencial que se move com a velocidade de translação do nariz da bolha,  $u_t$ , a bolha fica congelada no espaço e é possível eliminar os termos transientes deixando um problema de estado permanente para ser resolvido. Dessa forma a equação de conservação de massa na forma integral aplicada a um volume de controle é dada por:

$$\int_{SC} \rho \overline{v_r} \cdot n dA = 0. \quad (A.5)$$

### A.1.1. Fase líquida

Escolhendo um volume de controle que se move com a velocidade  $u_t$  como mostra a Figura A.2, um balanço de massa de líquido entre qualquer seção transversal do pistão e do filme fornece a vazão mássica de líquido que cruza a superfície de controle.

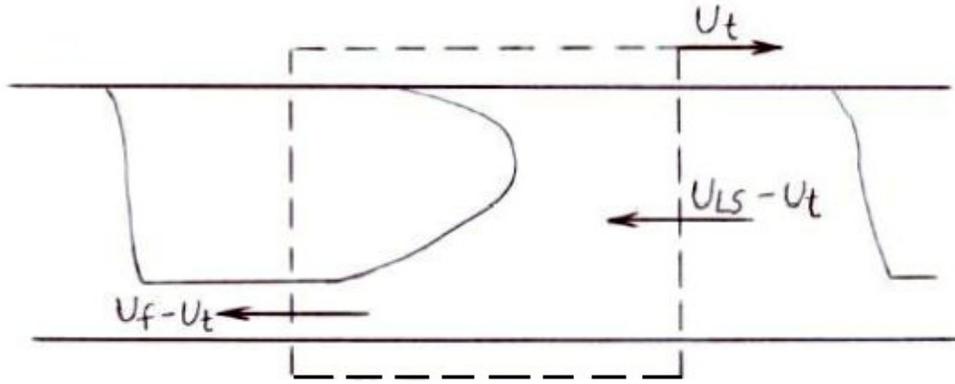


Figura A.2. Balanço de massa de líquido entre o pistão e o filme de líquido.

A equação de conservação da massa da fase líquida no volume de controle apresentado na Figura A.2 é:

$$\rho_L A R_s (u_{LS} - u_t) - \rho_L A R_f (u_f - u_t) = 0, \quad (\text{A.6})$$

onde  $R_s$  é a fração de líquido uniforme no pistão e  $R_f$  é a fração de líquido local no filme. Portanto, pode-se definir a quantidade de líquido  $\dot{m}_{LX}$  como:

$$\dot{m}_{LX} = (u_{LS} - u_t) \rho_L A R_s = (u_f - u_t) \rho_L A R_f. \quad (\text{A.7})$$

Utilizando a equação (A.7), a velocidade relativa do filme de líquido,  $v_f$  é dada por:

$$v_f = (u_f - u_t) = (u_{LS} - u_t) R_s / R_f. \quad (\text{A.8})$$

O segundo e o terceiro termo da equação (A.7) mostram também uma relação de velocidades e de frações de líquido:

$$u_f R_f = u_t R_f + (u_{LS} - u_t) R_s. \quad (\text{A.9})$$

Os termos envolvendo as propriedades locais no filme de líquido podem ser expressos em termos de propriedades médias. Aplicando uma média na equação (A.9):

$$\overline{u_f R_f} = \overline{u_t R_f} + (\overline{u_{LS}} - u_t) R_s, \quad (\text{A.10})$$

e eliminando as barras nas propriedades uniformes, tem-se:

$$\overline{u_f R_f} = u_t \overline{R_f} + (u_{LS} - u_t) R_s, \quad (\text{A.11})$$

onde:

$$\overline{u_f R_f} = \frac{1}{L_f} \int_0^{L_f} u_f R_f dx_f. \quad (\text{A.12})$$

Substituindo o tempo de passagem da célula,  $t_u$  dado pela equação (1.6), a quantidade de líquido,  $\dot{m}_{LX}$  definida pelo primeiro termo da equação (A.7) e o fator de intermitência,  $\beta$  definido pela equação (1.10) na equação (A.2), encontra-se:

$$\dot{m}_L = u_{LS} R_s \rho_L A - u_t (1 - R_s) \beta \rho_L A - u_t \overline{R_f} \beta \rho_L A. \quad (\text{A.13})$$

Dividindo a equação (A.13) por  $\rho_L A$  e rearranjando, chega-se a velocidade superficial do líquido para um referencial que se move com  $u_t$ :

$$J_L = u_{LS} R_s - \beta u_t (R_s - \overline{R_f}). \quad (\text{A.14})$$

### A.1.2. Fase gás

Escolhendo um volume de controle que se move com a velocidade  $u_t$  como mostra a Figura A.3, um balanço de massa de gás entre qualquer seção transversal do pistão e da bolha alongada fornece a vazão mássica de gás. Por hipótese, considera-se que o filme é não aerado e todo o gás liberado pelo pistão é capturado pela bolha que cruza a fronteira com  $u_t$ .

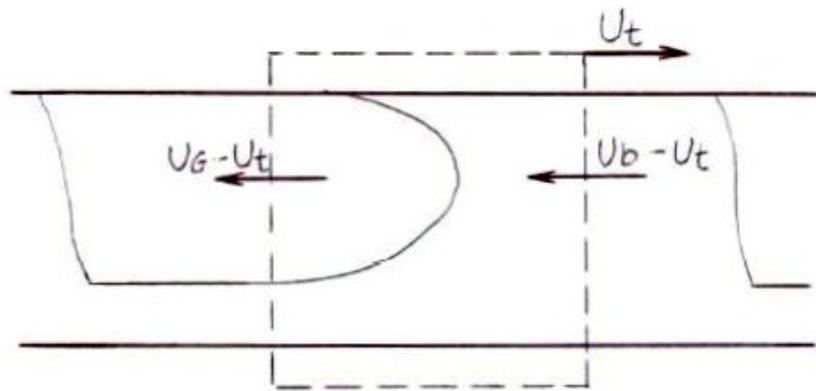


Figura A.3. Balanço de massa de gás entre o pistão e a bolha alongada.

A equação de conservação da massa para a fase gás no volume de controle apresentado na Figura A.3 é:

$$\rho_G A (1 - R_s) (u_b - u_t) - \rho_G A (1 - R_f) (u_G - u_t) = 0. \quad (\text{A.15})$$

Portanto, pode-se definir a quantidade de gás  $\dot{m}_{GX}$  como:

$$\dot{m}_{GX} = (u_b - u_t) \rho_G A (1 - R_s) = (u_G - u_t) \rho_G A (1 - R_f). \quad (\text{A.16})$$

Utilizando a equação (A.16), a velocidade relativa do gás na bolha,  $v_G$  é dada por:

$$v_G = (u_G - u_t) = (u_b - u_t) (1 - R_s) / (1 - R_f). \quad (\text{A.17})$$

O segundo e o terceiro termo da equação (A.16) mostram também uma relação de velocidades e de frações de líquido:

$$u_G (1 - R_f) = u_t (R_s - R_f) + u_b (1 - R_s). \quad (\text{A.18})$$

Os termos envolvendo as propriedades locais na região da bolha alongada podem ser expressos em termos de propriedades médias. Aplicando uma média na equação (A.18):

$$\overline{u_G (1 - R_f)} = \overline{u_t (R_s - R_f)} + \overline{u_b (1 - R_s)}, \quad (\text{A.19})$$

e eliminando as barras nas propriedades uniformes, tem-se:

$$\overline{u_G (1 - R_f)} = u_t (R_s - \overline{R_f}) + u_b (1 - R_s), \quad (\text{A.20})$$

onde:

$$\overline{u_G (1 - R_f)} = \frac{1}{L_f} \int_0^{L_f} u_G (1 - R_f) dx_f. \quad (\text{A.21})$$

A equação (A.20) pode ser expressa em termos das frações de vazio como:

$$\overline{u_G \alpha_f} = u_t \overline{\alpha_f} + (u_b - u_t) \alpha_s. \quad (\text{A.22})$$

Substituindo o tempo de passagem da célula,  $t_u$  dado pela equação (1.6), a quantidade de gás,  $\dot{m}_{GX}$  definida pelo primeiro termo da equação (A.16) e o fator de intermitência,  $\beta$  definido pela equação (1.10) na equação (A.4), encontra-se:

$$\dot{m}_G = (u_b - u_t)(1 - R_s) \rho_G A + u_t \left[ (1 - \beta)(1 - R_s) + \beta \overline{R_f} \right] \rho_G A. \quad (\text{A.23})$$

Dividindo a equação (A.23) por  $\rho_G A$  e rearranjando, chega-se a velocidade superficial do gás para um referencial que se move com  $u_t$ :

$$J_G = u_b (1 - R_s) + u_t (R_s - \overline{R_f}) \beta. \quad (\text{A.24})$$

## A.2. Balanço volumétrico para um referencial estacionário

### A.2.1. Fase líquida

A vazão mássica de líquido que cruza uma seção do tubo equivale a vazão de líquido contida no pistão ponderada pela sua duração  $t_s$  somada a vazão de líquido contida no filme ponderada pela sua duração  $t_f$ , assim:

$$\dot{m}_L = \frac{1}{t_u} \left( u_{LS} A R_s \rho_L t_s + \int_0^{t_f} u_f A R_f \rho_L dt \right). \quad (\text{A.25})$$

Substituindo as equações (1.6), (1.7), (1.10) na equação (A.25) e simplificando, obtém-se:

$$\dot{m}_L = u_{LS} A R_s \rho_L (1 - \beta) + \beta \frac{1}{L_f} \int_0^{L_f} u_f A R_f \rho_L dx_f. \quad (\text{A.26})$$

Dividindo a equação (A.26) por  $\rho_L A$  e utilizando a definição da equação (A.12), chega-se a velocidade superficial do líquido:

$$J_L = u_{LS} R_s (1 - \beta) + \beta \overline{u_f R_f}. \quad (\text{A.27})$$

Substituindo a equação (A.11) na equação (A.27) e fazendo simplificações algébricas, chega-se a velocidade superficial do líquido para um referencial estacionário que tem a mesma forma da equação (A.14):

$$J_L = u_{LS}R_s - \beta u_t (R_s - \overline{R_f}). \quad (\text{A.14})$$

A velocidade superficial do líquido pode também ser expressa em função das frações de vazio do pistão e do filme. Substituindo as frações de líquido da equação (A.14) pelas frações de vazio dadas pela equação (1.3), encontra-se:

$$J_L = u_{LS} (1 - \alpha_s) - \beta u_t (\overline{\alpha_f} - \alpha_s). \quad (\text{A.28})$$

### A.2.2. Fase gás

A vazão mássica de gás que cruza uma seção do tubo equivale a vazão de gás contida no pistão ponderada pela sua duração  $t_s$  somada a vazão de gás contida na bolha ponderada por sua duração  $t_f$ , assim:

$$\dot{m}_G = \frac{1}{t_u} \left( u_b A (1 - R_s) \rho_G t_s + \int_0^{t_f} u_G A (1 - R_f) \rho_G dt \right). \quad (\text{A.29})$$

Substituindo as equações (1.6), (1.7), (1.10) na equação (A.29) e simplificando, obtém-se:

$$\dot{m}_G = u_b A (1 - R_s) \rho_G (1 - \beta) + \beta \rho_G A \beta \frac{1}{L_f} \int_0^{L_f} u_G (1 - R_f) dx_f. \quad (\text{A.30})$$

Dividindo a equação (A.30) por  $\rho_G A$  e utilizando a definição da equação (A.21), chega-se a velocidade superficial do gás dada pela seguinte equação:

$$J_G = u_b (1 - R_s)(1 - \beta) + \beta \overline{u_G (1 - R_f)}. \quad (\text{A.31})$$

Substituindo a equação (A.20) na equação (A.31) e fazendo simplificações algébricas, chega-se a velocidade superficial do gás para um referencial estacionário que tem a mesma forma da equação (A.24):

$$J_G = u_b (1 - R_s) + u_t (R_s - \overline{R_f}) \beta. \quad (\text{A.24})$$

A velocidade superficial do gás também pode ser expressa em função das frações de vazio do pistão e do filme. Substituindo as frações de líquido da equação (A.24) pelas frações de vazio, encontra-se:

$$J_G = u_b \alpha_s + u_t (\overline{\alpha_f} - \alpha_s) \beta. \quad (\text{A.32})$$

### A.2.3. Mistura gás-líquido

A velocidade de mistura foi definida pela equação (1.5) como a soma da velocidade superficial do líquido com a velocidade superficial do gás. Dessa forma, somando a equação (A.14) com a equação (A.24), obtém-se:

$$J = J_L + J_G = u_{LS} R_s + u_b (1 - R_s). \quad (\text{A.33})$$

Substituindo as equações (A.8) e (A.17) na equação (A.33) e fazendo simplificações algébricas, chega-se a:

$$J = J_L + J_G = \overline{u_f R_f} + \overline{u_G (1 - R_f)}. \quad (\text{A.34})$$

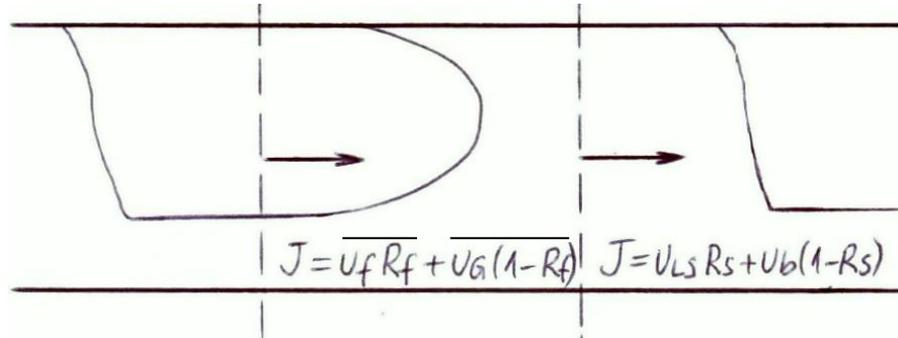


Figura A.4. Balanço baseado na velocidade superficial da mistura.

A Figura A.4 mostra que para qualquer seção transversal na região do pistão de líquido a velocidade de mistura é dada pela equação (A.33) e para qualquer seção transversal da região da bolha alongada a velocidade de mistura é dada pela equação (A.34).

### A.3. Relações entre as frações de vazio

A Figura 1.2 apresenta uma célula unitária com as frações de vazio da unidade, do pistão de líquido e do filme.

A fração de vazio na célula unitária pode ser expressa por uma ponderação dos tempos ou comprimentos de permanência do gás no pistão de líquido e na bolha dentro da célula. A fração de vazio de uma célula unitária é definida como:

$$\alpha_u = (1 - \beta) \alpha_s + \beta \overline{\alpha_f}, \quad (\text{A.35})$$

onde  $\alpha_s$  é uniforme no pistão e considera-se que  $\beta$  e  $\alpha_f$  não possuem correlação, isto é,  $\overline{\beta \alpha_f} = \beta \overline{\alpha_f}$ . Em vista da equação (A.35) pode-se expressar  $\beta$  como:

$$\beta \cong \frac{\alpha_u - \alpha_s}{\alpha_f - \alpha_s}. \quad (\text{A.36})$$

Esta equação complementa as definições de  $\beta$  dadas pela equação (1.10). Substituindo a equação (A.36) na equação (A.28), a fração de vazio da unidade pode ser escrita como:

$$\alpha_u = \frac{-J_L + u_{LS}(1 - \alpha_s) + u_t \alpha_s}{u_t}. \quad (\text{A.37})$$

Uma forma alternativa à equação (A.37) é obtida substituindo a equação (A.36) na equação (A.32):

$$\alpha_u = \frac{J_G - u_b \alpha_s + u_t \alpha_s}{u_t}. \quad (\text{A.38})$$

#### A.4. Velocidade do líquido no pistão de líquido, $u_{LS}$

A velocidade do líquido no pistão de líquido pode ser avaliada a partir das variáveis medidas experimentalmente.

Isolando a velocidade do líquido no pistão de líquido da equação (A.37), tem-se:

$$u_{LS} = \frac{u_t (\alpha_u - \alpha_s) + J_L}{(1 - \alpha_s)}. \quad (\text{A.39})$$

Outra forma de expressar a velocidade do líquido no pistão de líquido é em função da velocidade superficial de mistura  $J$  e da velocidade de translação das bolhas dispersas  $u_b$ :

$$u_{LS} = \frac{J - \alpha_s u_b}{(1 - \alpha_s)}. \quad (\text{A.40})$$

### A.5. Velocidade do gás no pistão de líquido, $u_b$

A velocidade do gás no pistão de líquido também pode ser avaliada a partir das variáveis medidas experimentalmente.

Isolando a velocidade do gás no pistão de líquido da equação (A.38), tem-se:

$$u_b = \frac{J_G + u_t (\alpha_s - \alpha_u)}{\alpha_s}. \quad (\text{A.41})$$

### A.6. Velocidade do gás na bolha alongada, $\overline{u_G}$

A velocidade do gás na bolha alongada pode ser avaliada a partir das variáveis medidas experimentalmente e da velocidade do gás no pistão de líquido definida pela equação (A.41).

Definindo-se um fator de covariância como:

$$C_{\alpha_f u_G} = \frac{\overline{\alpha_f u_G}}{\alpha_f \cdot u_G}, \quad (\text{A.42})$$

pode-se utilizar a equação (A.42) e isolar a velocidade média do gás na bolha alongada da equação (A.22):

$$\overline{u_G} = \frac{(u_b - u_t) \alpha_s}{C_{\alpha_f u_G} \alpha_f} + \frac{u_t}{C_{\alpha_f u_G}}. \quad (\text{A.43})$$

### A.7. Velocidade do filme de líquido, $\overline{u_f}$

A velocidade do filme de líquido pode ser avaliada a partir das variáveis medidas experimentalmente e da velocidade do líquido no pistão de líquido definida pela equação (A.39).

Definindo-se um fator de covariância como:

$$C_{R_f u_f} = \frac{\overline{R_f u_f}}{\overline{R_f} \cdot \overline{u_f}}, \quad (\text{A.44})$$

pode-se utilizar a equação (A.44) e isolar a velocidade média do filme de líquido da equação (A.11) obtendo-se:

$$\overline{u_f} = \frac{u_t}{C_{R_f u_f}} + \frac{(u_{LS} - u_t) R_s}{C_{R_f u_f} \overline{R_f}}. \quad (\text{A.45})$$

### A.8. Sumário das equações obtidas com o balanço volumétrico

$$J_L = u_{LS} R_s - \beta u_t (R_s - \overline{R_f}), \quad (\text{A.14})$$

$$J_G = u_b (1 - R_s) + u_t (R_s - \overline{R_f}) \beta, \quad (\text{A.24})$$

$$J = J_L + J_G = u_{LS} R_s + u_b (1 - R_s), \quad (\text{A.33})$$

$$J = J_L + J_G = \overline{u_f} \overline{R_f} + u_G (1 - \overline{R_f}), \quad (\text{A.34})$$

$$\alpha_u = \frac{-J_L + u_{LS}(1 - \alpha_s) + u_t \alpha_s}{u_t}, \quad (\text{A.37})$$

$$\alpha_u = \frac{J_G - u_b \alpha_s + u_t \alpha_s}{u_t}, \quad (\text{A.38})$$

$$u_{LS} = \frac{u_t (\alpha_u - \alpha_s) + J_L}{(1 - \alpha_s)}, \quad (\text{A.39})$$

$$u_{LS} = \frac{J - \alpha_s u_b}{(1 - \alpha_s)}, \quad (\text{A.40})$$

$$u_b = \frac{J_G + u_t (\alpha_s - \alpha_u)}{\alpha_s}, \quad (\text{A.41})$$

$$\overline{u_G} = \frac{(u_b - u_t) \alpha_s}{C_{\alpha_f u_G} \alpha_f} + \frac{u_t}{C_{\alpha_f u_G}}, \quad (\text{A.43})$$

$$\overline{u_f} = \frac{u_t}{C_{R_f u_f}} + \frac{(u_{LS} - u_t) R_s}{C_{R_f u_f} R_f}. \quad (\text{A.45})$$

As equações obtidas para  $u_{LS}$ ,  $u_b$ ,  $\overline{u_G}$  e  $\overline{u_f}$  serão resolvidas em função das variáveis medidas experimentalmente  $J_L$ ,  $J_G$ ,  $u_t$ ,  $\alpha_u$ ,  $\alpha_f$ ,  $\alpha_s$  e  $\beta$ .

## APÊNDICE B - VELOCIDADES DAS BOLHAS DISPERSAS EM UM MEIO CONTÍNUO

No escoamento de gás-líquido no padrão golfadas, o escoamento no pistão de líquido é de bolhas dispersas.

O escoamento de bolhas dispersas é aquele em que a fase gás está distribuída na forma de inúmeras bolhas na fase líquida. Ele pode ser subclassificado em: bolhas esféricas, bolhas distorcidas e capas esféricas. Veja definição na seção 8.1.

A velocidade de deslizamento das bolhas é definida como a velocidade relativa das bolhas em relação ao centro de volume da mistura. Esta velocidade de deslizamento,  $u_{d,b}$  pode ser relacionada à velocidade relativa entre as bolhas em movimento e o meio fluido.

A seguir é apresentado o conceito de coeficiente de arrasto para bolhas dispersas e as principais correlações disponíveis na literatura para determinar a velocidade de deslizamento de uma bolha dispersa em um meio contínuo.

### B.1 Coeficiente de arrasto de uma única bolha, $C_{D,s}$ :

O coeficiente de arrasto das bolhas é dependente da fração de vazio,  $\alpha$ , e da forma das bolhas, isto é, do padrão das bolhas no escoamento. Como o valor da fração de vazio será incorporado na expressão que definirá o coeficiente de arrasto para uma população de bolhas,  $C_D$ , é necessário determinar a partir das propriedades dos fluidos, a forma das bolhas. De uma maneira genérica, serão definidos dois padrões para a forma das bolhas: regime de bolhas esféricas e regime de bolhas distorcidas, que engloba bolhas com formas elipsoidais, bolhas com forma oscilante e capas esféricas. Bolhas muito pequenas se apresentam com formas esféricas elevando-se verticalmente em movimento retilíneo. Entretanto, se a fração de vazio aumenta o diâmetro das bolhas também aumenta e acima de um tamanho crítico as bolhas começam a se deformar e suas trajetórias ascendentes são descritas por um caminho de zig-zag com

considerável aleatoriedade. O diâmetro crítico é estabelecido pela razão entre força de empuxo e tensão superficial expresso na forma do número de Eötvös,  $Eo = \Delta\rho g d_b^2 / \sigma$ . Quando  $Eo \geq Eo_{\text{crít}}$ , a tensão superficial,  $\sigma$ , não consegue manter a forma esférica. Experimentos mostram que  $Eo_{\text{crít}} = 0,4$  (Brodkey, 1967), portanto:

$$d_{\text{crít}} = \left[ \frac{0,4\sigma}{(\rho_L - \rho_G)g} \right]^{1/2}. \quad (\text{B.1})$$

Dessa forma, se o diâmetro da bolha,  $d_b$  for menor que o diâmetro crítico,  $d_{\text{crít}}$ , as bolhas estão no regime de bolhas esféricas e se  $d_b$  for maior que  $d_{\text{crít}}$  as bolhas estão no regime de bolhas distorcidas.

Uma vez determinado o diâmetro médio das bolhas onde ocorre a mudança de padrão, pode-se estimar um coeficiente de arrasto para uma população de bolhas em função do padrão.

O coeficiente de arrasto de uma única bolha deslocando-se em um meio fluido é definido como:

$$C_{D,s} = \frac{2F_D}{\rho_L v_r^2 A}, \quad (\text{B.2})$$

onde  $F_D$  é a força de arrasto,  $\rho_L$  a massa específica do meio fluido,  $v_r$  é a velocidade relativa entre a bolha em movimento e o meio fluido e  $A$  é a seção projetada da bolha, perpendicular ao fluxo,  $A = \pi d_b^2 / 4$ . O sub-índice 's' no coeficiente de arrasto é para enfatizar que este coeficiente aplica-se a uma única bolha.

Realizando um balanço de forças atuando sobre uma única bolha em velocidade terminal sem confinamento (meio infinito), Figura B.1:

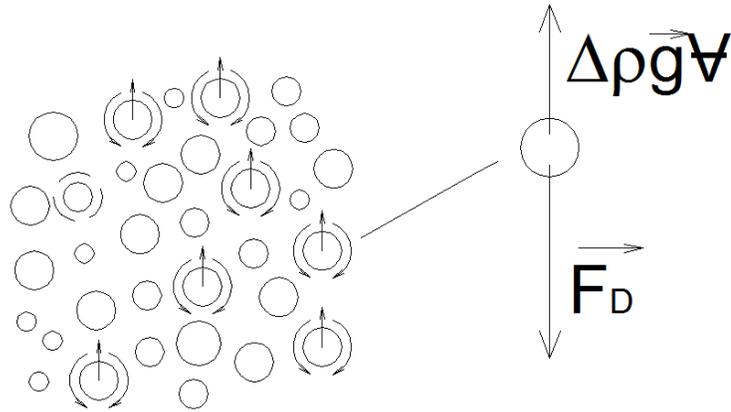


Figura B.1. Balanço de forças atuando sobre uma única bolha.

encontra-se:

$$F_D = F_B = \frac{\Delta\rho g \pi d_b^3}{6}, \quad (\text{B.3})$$

onde  $\Delta\rho = |\rho_G - \rho_L|$ .

Substituindo a Equação (B.3) na (B.2), o coeficiente de arrasto de uma única bolha deslocando-se em um meio fluido pode ser expresso como:

$$C_{D,s} = \frac{4}{3} \frac{\Delta\rho g d_b}{\rho_L v_r^2}. \quad (\text{B.4})$$

Bolhas com pequenas dimensões assumem formato praticamente esférico e comportam-se semelhantemente a partículas sólidas em movimento retilíneo através de um meio líquido.

O movimento de partículas sólidas em um meio fluido infinito, sem a influência das paredes do tubo foi analisado por Stokes (1880), que estudou o fenômeno de fluxo permanente viscoso através de esferas. Para esferas sólidas, bolhas e gotas com pequenas dimensões  $d_b < d_{\text{crit}}$ , o coeficiente de arrasto é função apenas do número de Reynolds da partícula. Para regime de Stokes,  $Re_{\infty,s} < 1$ :

$$C_{D,s} = \frac{24}{Re_{\infty,s}}. \quad (B.5)$$

A medida que  $Re_{\infty,s}$  cresce a solução de Stokes não é mais válida, entretanto os efeitos viscosos ainda prevalecem na determinação do coeficiente de arrasto. Observações experimentais verificaram que, em escoamentos com  $Re_{\infty,s} < 1000$ ,  $C_{D,s} = C_{D,s}(Re_{\infty,s})$ . Várias correlações foram propostas por diversos autores. Uma correlação de  $C_{D,s}$  que se ajusta para a faixa de  $0 < Re_{\infty,s} < 1000$ , também conhecido como regime viscoso do arrasto, é dada por:

$$C_{D,s} = \frac{24}{Re_{\infty,s}} (1 + 0,1 Re_{\infty,s}^{0,75}). \quad (B.6)$$

Para  $Re_{\infty,s} > 1000$  os efeitos viscosos são suplantados pelos efeitos inerciais e o coeficiente de arrasto passa a ser uma constante. Dessa forma, para  $1000 < Re_{\infty,s} < 100000$ ,  $C_{D,s}$  é independente de  $Re_{\infty,s}$  e esta região é denominada por regime de Newton, sendo que  $C_{D,s}$  é:

$$C_{D,s} = 0,45. \quad (B.7)$$

A equação (B.7) é válida até a bolha atingir o  $d_{crit}$  tal que sua forma passa a ser distorcida.

No regime de bolhas distorcidas a velocidade relativa da bolha é constante e seu coeficiente de arrasto cresce linearmente com o diâmetro da bolha, Ishii e Zuber (1979):

$$C_{D,s} = \frac{2}{3} \sqrt{Eo}. \quad (B.8)$$

A Tabela (B.1) apresenta um sumário do coeficiente de arrasto para bolhas esférica e distorcida.

Tabela B.1. Sumário do coeficiente de arrasto para bolhas esférica e distorcida.

Bolha esférica: $d_b < d_{crít}$		
$Re_{\infty,s}$	$C_{D,s}$	Regime
$< 1$	$24 / Re_{\infty,s}$	Viscoso
$< 1000$	$\frac{24}{Re_{\infty,s}} (1 + 0,1 Re_{\infty,s}^{0,75})$	Viscoso
$> 1000$	0,45	Newton
Bolha distorcida: $d_b > d_{crít}$		
$> 1000$	$\frac{2}{3} \sqrt{Eo}$	Newton

A Figura B.2 representa a curva  $C_{D,s}$  x  $Re_{\infty,s}$  para os vários regimes de escoamento onde  $N_\mu$  é o número de viscosidade definido como:

$$N_\mu = \frac{\mu_L}{\left( \rho_L \sigma \sqrt{\frac{\sigma}{g \Delta \rho}} \right)^{1/2}} \quad (B.9)$$

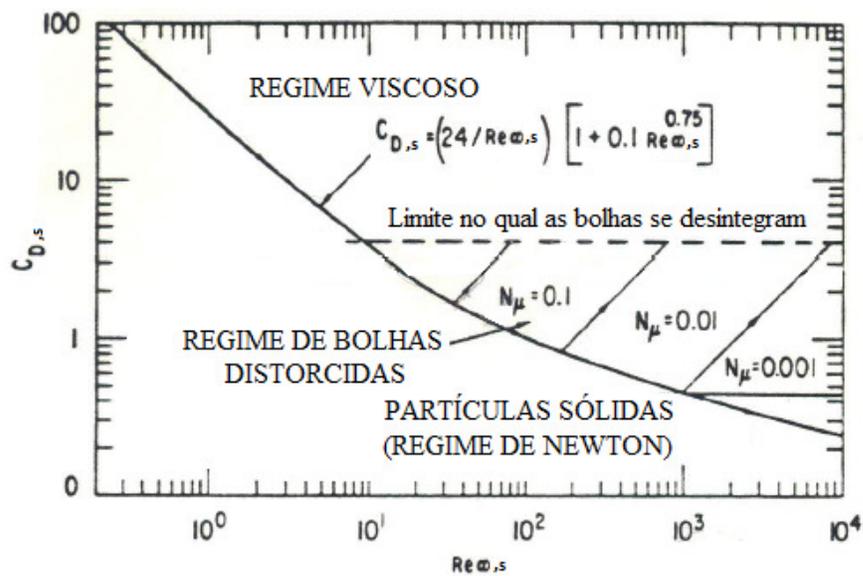


Figura B.2. Coeficiente de arrasto em uma única partícula.

As bolhas admitem um deslizamento na interface alterando significativamente o campo de velocidades externo na vizinhança da bolha e permite que o fluido interno à bolha apresente uma corrente interna. Segundo Clift et al. (1978), o estudo de Hadamard e Rybczynski (1911) investigou a velocidade de elevação para bolhas esféricas no regime viscoso e constatou que a velocidade pode ser até 50% maior daquela prevista no regime de Stokes para partículas sólidas. Isso acontece devido à circulação interna que ocorre em seu interior como mostra a Figura B.3.

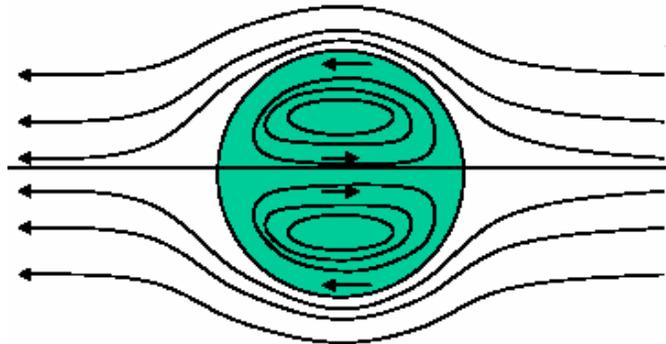


Figura B.3. Circulação interna em uma bolha.

No entanto, é observado que pequenas bolhas obedecem ao regime de Stokes, similar a uma partícula sólida. A presença de qualquer impureza (surfactantes ou outras partículas menores na interface) faz com que a força de arrasto de uma bolha seja igual a força de arrasto de uma partícula sólida. Para aplicações práticas, o movimento de uma bolha no regime viscoso pode ser aproximado pelo movimento de uma partícula sólida, até um determinado tamanho de bolha.

## B.2 Efeito da concentração no coeficiente de arrasto

O efeito da concentração das bolhas causa um aumento no coeficiente de arrasto. Para o regime de bolhas esféricas é suposta uma similaridade entre o coeficiente de arrasto para uma única bolha e para uma população de bolhas, isto é, entre  $C_{D,s}$  e  $C_D$ :

$$C_D(\text{Re}_\infty) = C_{D,s}(\text{Re}_{\infty,s}), \quad (\text{B.10})$$

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}_\infty} (1 + 0,1 \text{Re}_\infty^{0,75}). \quad (\text{B.11})$$

Bolhas no regime distorcido apresentam um coeficiente de arrasto que depende do diâmetro da bolha, da diferença de massas específicas entre os fluidos e da tensão superficial, mas não da viscosidade como mostra a Equação (B.8). Considerando uma população de bolhas no regime distorcido é esperado que o coeficiente de arrasto seja maior daquele experimentado por uma única bolha. Apud Ishii e Hibiki (2006) propuseram que a dependência do  $C_D$  das bolhas com a concentração seja semelhante àquela do regime de Newton:

$$C_D = \frac{2}{3} \sqrt{\text{Eo}} \left( \frac{1 + 17,67 [1 - \alpha]^{3/7}}{18,67 [1 - \alpha]^{1/2}} \right). \quad (\text{B.12})$$

A velocidade de deslizamento de uma bolha pode ser expressa por meio da velocidade relativa entre a bolha em movimento e o meio fluido.

### B.3 Relações cinemáticas para a velocidade relativa

A velocidade relativa de uma única bolha é definida por:  $v_{r,s} = v_G - v_L$ . Um balanço entre a força de arrasto e a força de empuxo numa única bolha esférica a partir da Equação (B.3), resulta na expressão:

$$v_{r,s} |v_{r,s}| = \frac{4}{3} \frac{d_b g (\rho_L - \rho_G)}{C_{D,s} \rho_L}. \quad (\text{B.13})$$

A velocidade de uma população de bolhas é menor do que a velocidade de uma única bolha. Isto pode ser visto como um decréscimo do empuxo que atua em uma única bolha em uma mistura gás-líquido. Este decréscimo é correlacionado na forma:

$$v_r = v_{r,s} (1 - \alpha). \quad (\text{B.14})$$

Dessa forma, a velocidade relativa de uma população de bolhas é definida por:

$$v_r / |v_r| = \frac{4 d_b g (\rho_L - \rho_G)}{3 C_D \rho_L} (1 - \alpha). \quad (\text{B.15})$$

A razão entre a velocidade de um sistema constituído por uma população de bolhas com um sistema de uma única bolha isolada  $v_r / v_{r,s}$  é estimada por similaridade entre estes sistemas. Considera-se que a dependência de  $C_D$  com o número de Reynolds seja a mesma para ambos os sistemas e os sistemas apresentam bolhas com o mesmo diâmetro médio e mesma massa específica:

$$\frac{|v_r|}{|v_{r,s}|} = \sqrt{\frac{C_{D,s}}{C_D}} (1 - \alpha), \quad (\text{B.16})$$

onde  $Re_{\infty,s}$  e  $Re_{\infty}$  são definidos por:

$$Re_{\infty,s} = \frac{\rho_L |v_{r,s}| d_b}{\mu_L} \quad \text{e} \quad Re_{\infty} = \frac{\rho_L |v_r| d_b}{\mu_m}. \quad (\text{B.17})$$

As expressões para as velocidades relativas de sistemas constituídos por uma população de bolhas são definidas a partir da razão entre os coeficientes de arrasto, da concentração volumétrica e da velocidade relativa para uma bolha isolada. Cada uma destas variáveis depende do regime da bolha.

### B.3.1 Regime Viscoso: $0 < Re_{\infty} < 1000$

Para regime viscoso, considera-se a hipótese de similaridade completa entre o sistema com uma bolha e com uma população de bolhas. Substituindo as definições para  $C_{D,s}$  e  $C_D$  da Equação (B.11) na Equação (B.16) chega-se a:

$$\frac{|v_r|}{|v_{r,s}|} = \sqrt{\frac{\mu_L (1 + 0,1 Re_{\infty,s}^{0,75})}{\mu_m (1 + 0,1 Re_{\infty}^{0,75})}} (1 - \alpha), \quad (B.18)$$

sendo que  $\frac{\mu_m}{\mu_L} = (1 - \alpha)^{-n}$  onde n vale:  $\left. \begin{array}{l} n=1,00 \rightarrow \text{bolhas,} \\ n=1,75 \rightarrow \text{gotas em líquido,} \\ n=2,50 \rightarrow \text{gotas em gás e partículas sólidas.} \end{array} \right\}$

### B.3.2 Regime distorcido, $d_b > d_{\text{crit}} : Re_{\infty} > 1000$

No regime distorcido,  $C_D$  depende do diâmetro da bolha, das massas específicas das fases e da tensão superficial, mas não depende da viscosidade nem do número de Reynolds. Ishii e Zuber (1979) propuseram que a dependência da razão de velocidades com a concentração de bolhas é similar ao regime de Newton.

A velocidade da bolha no regime de Newton é caracterizada por não apresentar dependência com a viscosidade da fase líquida. A transição entre o regime viscoso e o regime de Newton ocorre no mesmo diâmetro como no sistema de uma única bolha, e  $C_D$  é uma função contínua. A razão entre as velocidades  $v_r / v_{r,s}$  é dada pela expressão:

$$\frac{|v_r|}{|v_{r,s}|} = (1 - \alpha) f(\alpha) \frac{18,67}{1 + 17,67 [f(\alpha)]^{6/7}}, \quad (B.19)$$

onde

$$f(\alpha) \equiv (1-\alpha)^{0,5} \frac{\mu_L}{\mu_m}. \quad (\text{B.20})$$

#### B.4 Relações cinemáticas para a velocidade de deslizamento, $u_{d,b}$

A velocidade de deslizamento de uma população de bolhas é definida como a velocidade relativa das bolhas em relação ao centro de volume da mistura. Esta velocidade de deslizamento,  $u_{d,b}$  pode ser relacionada a velocidade relativa entre as fases por:

$$u_{d,b} = (1-\alpha) v_r. \quad (\text{B.21})$$

Substituindo a velocidade relativa de uma população de bolhas,  $v_r$  dada pela Equação (B.19) na Equação (B.21) e definindo a velocidade de deslizamento de uma única bolha,  $u_{d,bs}$  como sendo a velocidade relativa de uma única bolha,  $v_{r,s}$ , tem-se:

$$u_{d,b} = u_{d,bs} (1-\alpha)^{1,5} f(\alpha) \frac{18,67}{1+17,67[f(\alpha)]^{-6/7}}. \quad (\text{B.22})$$

Utilizando a definição de  $f(\alpha)$  dada pela Equação (B.20) na Equação (B.22), os resultados podem ser simplificados a:

$$u_{d,b} = u_{d,bs} \times \begin{cases} (1-\alpha)^{1,75} ; \mu_L \gg \mu_G \\ (1-\alpha)^2 ; \mu_L \approx \mu_G \\ (1-\alpha)^{2,25} ; \mu_G \gg \mu_L , \end{cases} \quad (\text{B.23})$$

## B.5 Velocidade das bolhas dispersas, $u_b$

Por fim a velocidade de translação das bolhas dispersas,  $u_b$  pode ser expressa como uma combinação linear da velocidade de deslizamento  $u_{d,b}$  e da velocidade superficial de mistura  $J$ :

$$u_b = C_{0,b}J + u_{d,b}, \quad (\text{B.24})$$

onde  $C_{0,b}$  é o parâmetro de distribuição das bolhas dispersas. O valor do parâmetro de distribuição depende do tamanho das bolhas, dos perfis da fração de vazio das bolhas e da velocidade superficial de mistura na seção transversal. Para escoamento no padrão de bolhas dispersas em regime laminar o perfil da fração de vazio e o perfil da velocidade superficial de mistura são similares apresentando um máximo na região central da seção transversal. Para escoamento em regime turbulento, devido à migração lateral das bolhas o perfil de fração de vazio passa a apresentar um pico próximo as paredes. Wallis (1969) sugeriu que o parâmetro  $C_{0,b}$  para escoamento disperso vertical situa-se entre 1,0 e 1,5 com um valor mais provável de aproximadamente 1,2. Para perfis de lei de potência para  $J$  e  $\alpha$ , o valor do parâmetro de distribuição é sempre maior que 1, enquanto que para perfis de pico na parede para  $\alpha$ , o valor do parâmetro de distribuição é sempre menor que 1. O pico na parede tende a diminuir o valor do parâmetro de distribuição consideravelmente.

A seguir são apresentadas as principais correlações disponíveis na literatura para a determinação da velocidade de deslizamento de uma única bolha,  $u_{d,bs}$ .

### B.5.1 Correlação de Harmathy (1960)

Harmathy baseado no trabalho de Hu e Kintner (1955) propôs que para  $Re_\infty > 500$  (região em que as bolhas distorcidas tem velocidade de deslizamento constante, independente do

diâmetro) e  $0,7 < Eo < 13$ , o coeficiente de arrasto de uma única bolha,  $C_{D,s}$  é função da raiz quadrada de  $Eo$ :

$$C_{D,s} = 0,5676\sqrt{Eo}, \quad (B.25)$$

e

$$u_{d,bs} = 1,534\sqrt{\frac{g\Delta\rho\sigma}{\rho_L^2}}. \quad (B.26)$$

Portanto, a velocidade de deslizamento de uma bolha,  $u_{d,bs}$  independe do  $d_b$  e de  $\mu_L$ .

### B.5.2 Correlação de Ishii e Zuber (1979)

Baseado no trabalho de Harmathy, Ishii e Zuber consideraram que o  $C_{D,s}$  para uma bolha pode ser aproximado pelo coeficiente de arrasto de uma partícula sólida (regime viscoso), até um determinado diâmetro da bolha,  $d_b$ . Após esse ponto, a distorção e os movimentos oscilatórios da bolha tornam-se fatores determinantes e o  $C_{D,s}$  não dependerá mais de  $\mu_L$ , mas aumentará linearmente com o  $d_b$  (regime de bolhas distorcidas). Existirá um valor limite para o  $C_{D,s}$ , no qual a bolha se desintegrará.

Tem-se então que:

Para  $(N_\mu < K)$ :

$$C_{D,s} = \left( \frac{24}{Re_\infty} \right) \left[ 1 + 0,1 Re_\infty^{0,75} \right], \quad (B.27)$$

e para ( $N_\mu \geq K$ ):

$$C_{D,s} = \frac{2}{3} \sqrt{Eo}, \quad (\text{B.28})$$

onde

$$K = \frac{36\sqrt{2} (1 + 0,1 \text{Re}_\infty^{0,75})}{\text{Re}_\infty^2}. \quad (\text{B.29})$$

Na transição entre os regimes de bolhas não distorcidas e de bolhas distorcidas tem-se:

$$N_\mu = \frac{1,5\sqrt{2} C_{D,s}}{\text{Re}_\infty} \quad (\text{B.30})$$

ou

$$(\text{Re}_\infty)_t = \frac{2,12132 (C_{D,s})_t}{N_\mu}. \quad (\text{B.31})$$

Para o regime de bolhas distorcidas, a velocidade de deslizamento de uma bolha é dada por:

$$u_{d,bs} = \sqrt{2} \sqrt[4]{\frac{g\Delta\rho\sigma}{\rho_L^2}}, \quad (\text{B.32})$$

e é independente do  $d_b$  e de  $\mu_L$ . No entanto, o  $d_b$  mínimo para que esta independência seja

observada está relacionado com  $\mu_L$ , pois  $\text{Re}_\infty = \frac{\rho_c u_{d,b} d_b}{\mu_L}$  depende de  $\mu_L$ .

Ishii e Zuber generalizaram a proposição de Harmathy, assumindo que  $C_{D,s}$  é função da raiz quadrada de  $Eo$  a partir do  $\text{Re}_\infty$ , relatado por Hu e Kintner e não apenas para  $\text{Re}_\infty > 500$ .

## APÊNDICE C - ANÁLISE DE INCERTEZA

Neste apêndice são estimadas as incertezas nas medidas da velocidade de translação do nariz da bolha alongada  $u_t$ , do comprimento do pistão de líquido  $L_s$ , do comprimento da bolha alongada  $L_f$  e da frequência  $f$ .

Uma das principais incertezas na medição da velocidade de translação do nariz da bolha alongada, do comprimento do pistão de líquido, do comprimento da bolha alongada e da frequência é ocasionada pela escolha do fator de corte. A escolha do fator de corte afeta diretamente os tempos  $tb_{i,j}$ ,  $ts_{i,j}$ ,  $tu_{i,j}$  e  $\Delta T_{B,j}$  que são parâmetros fundamentais no cálculo das medidas mencionadas. Nos dados analisados o fator de corte escolhido variou entre 0,6 e 0,8. Para valores de fator de corte maiores aumenta-se o valor de  $tb_{i,j}$  fazendo que o valor do comprimento da bolha alongada  $L_f$  também aumente e o valor de  $ts_{i,j}$  diminua ocasionando uma diminuição no comprimento do pistão do líquido  $L_s$ ; da mesma forma também são afetados os valores de  $\Delta T_{B,j}$  e  $tu_{i,j}$  que são os parâmetros usados para o cálculo da velocidade de translação do nariz da bolha alongada  $u_t$  e a frequência  $f$ , respectivamente. Pode-se considerar a parte final da bolha alongada praticamente plana para o escoamento vertical.

Para calcular a incerteza ocasionada pela escolha do fator de corte foi escolhida a pior das hipóteses que seria para o escoamento com menor comprimento de bolha, e neste caso o teste com menor comprimento de bolha foi o teste 5 com  $J_L=0,30$  m/s e  $J_G=0,28$  m/s. Como os fatores de corte escolhidos durante todos os testes variaram entre 0,6 e 0,8 foram encontrados os valores dos parâmetros analisados nessa faixa de FC e com relação a esses valores foram obtidas as incertezas dos mesmos. As incertezas obtidas para a velocidade de translação do nariz da bolha alongada, o comprimento do pistão de líquido, o comprimento da bolha alongada e a frequência foram respectivamente 1,18%, 3,24%, 5,21% e 1,28%.

### C.1 Incerteza da velocidade de translação do nariz da bolha alongada

A velocidade de translação do nariz da bolha alongada  $u_t$  é determinada pela Equação (4.2), onde ela é calculada pela distância que separa os dois sensores e o tempo de viagem da bolha alongada entre os dois sensores.

A incerteza relativa de  $u_t$  depende das incertezas medidas do espaçamento e do tempo e das incertezas ocasionadas pela instabilidade das vazões. A incerteza total é a raiz da soma dos quadrados das incertezas.

$$\epsilon_{u_t} = \sqrt{\left(\frac{\Delta S}{S}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_{\Delta T}}{\Delta T_{B,j}}\right)^2 + \epsilon_{J_G}^2 + \epsilon_{FC}^2}. \quad (C.1)$$

Os primeiros dois termos dentro da raiz na Equação (C.1) são as incertezas relacionadas com a medida de comprimento e de tempo de viagem da bolha alongada entre os dois sensores, respectivamente. O terceiro termo dentro da raiz representa a incerteza ocasionada pela instabilidade das vazões. Ao longo dos experimentos as vazões de gás não ficaram constantes devido a flutuação da pressão no misturador, entre outros fatores. A vazão de líquido se manteve constante ao longo de todos os experimentos, por isto não vai ser levada em conta no cálculo da incerteza. A incerteza ocasionada pela flutuação da vazão de gás foi estimada em 2% da velocidade superficial do gás, onde o valor foi calculado pela variação de  $J_G$  monitorada durante o teste com relação a média. O quarto termo é a incerteza correspondente a incerteza ocasionada pela escolha do fator de corte, onde o erro estimado foi de 1,18%.

A distância entre as duas sondas foi medida com um micrometro o qual consegue medir uma distancia mínima de 0,1 mm, então a incerteza do mesmo é  $\epsilon_s = 1/1000$ , portanto como a incerteza é muito pequena, pode se considerar desprezível. Neste caso a Equação (C.1) simplificada é:

$$\epsilon_{u_t} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_{\Delta T}}{\Delta T_{B,j}}\right)^2 + \epsilon_{J_G}^2 + \epsilon_{FC}^2}. \quad (C.2)$$

O tempo de viagem pode ser expresso por:

$$\Delta T_{B,j} = \frac{S}{u_{tj}}, \quad (C.3)$$

onde a incerteza absoluta na medida do tempo é estimada por:

$$\Delta_{\Delta T} = \frac{2}{f}. \quad (C.4)$$

Substituindo a Equação (C.4) e (C.3) na Eq. (C.2), chega-se a:

$$\epsilon_{u_t} = \sqrt{\left(\frac{u_{tj}}{S} \cdot \frac{2}{f}\right)^2 + \epsilon_{J_G}^2 + \epsilon_{F_C}^2}. \quad (C.5)$$

A estimativa do erro relativo de  $u_t$  é analisada na pior das hipóteses onde em um cenário conservativo que expressa a maior velocidade de translação da bolha é 3,24 m/s. O espaçamento  $S$  entre os sensores é de 112,5 mm e a frequência de aquisição é de 3000 Hz.

O erro máximo de incerteza obtido para a velocidade de translação do nariz da bolha alongada é:

$$\epsilon_{u_t} \leq \sqrt{\left(\frac{3,24}{0,1125} \cdot \frac{2}{3000}\right)^2 + 0,02^2 + 0,0118^2} = 0,03013 \approx 3\%, \quad (C.6)$$

então a máxima incerteza que se tem na medição da velocidade de translação do nariz da bolha alongada é 3%.

## C.2 Incerteza dos comprimentos da bolha alongada e do pistão de líquido

As equações dos comprimentos da bolha alongada e do pistão de líquido são apresentadas na Equação (4.3) e (4.4) respectivamente, onde elas dependem da velocidade de translação do nariz da bolha alongada e o tempo que a bolha alongada ou pistão de líquido demora para passar por um sensor respectivamente.

As incertezas do comprimento da bolha alongada e do comprimento do pistão de líquido são apresentadas nas seguintes relações:

$$\epsilon_{L_b} = \sqrt{\epsilon_{u_i}^2 + \epsilon_{TB}^2 + \epsilon_{FC}^2}, \quad (C.7)$$

$$\epsilon_{L_s} = \sqrt{\epsilon_{u_i}^2 + \epsilon_{TS}^2 + \epsilon_{FC}^2}. \quad (C.8)$$

Como a taxa de aquisição é de 3000 Hz, e os tempos de  $t_{b_{i,j}}$  e  $t_{s_{i,j}}$ , para o teste 5 com  $J_L=0,30$  m/s e  $J_G=0,28$  m/s foram maiores que 0,1 segundos então a incerteza ocasionada na medição é insignificante.

As incertezas ocasionadas pela escolha do fator de corte para o comprimento da bolha alongada e o comprimento do pistão de líquido foram de 3,24% e 5,21%, respectivamente.

Substituindo os valores na Eq. (2.15) e (2.16) obtém-se:

$$\epsilon_{L_b} = \sqrt{0,03^2 + 0,032^2} = 0,0438 \approx 4,5\%, \quad (C.9)$$

$$\epsilon_{L_s} = \sqrt{0,03^2 + 0,052^2} = 0,0600 \approx 6,0\%. \quad (C.10)$$

As maiores incertezas encontradas na medição dos comprimentos da bolha alongada e pistão de líquido foram 4,5% e 6,0%, respectivamente.

### C.3 Incerteza da frequência

Para o cálculo da frequência foi usada a Equação (4.5), onde ela depende exclusivamente do tempo que a unidade demora em passar por uma sonda.

A incerteza na medida da frequência é apresentada a seguir:

$$\epsilon_f = \sqrt{(\epsilon_{Ts} (1-\beta))^2 + (\epsilon_{Tb} \beta)^2 + \epsilon_{FC}^2}, \quad (C.11)$$

onde  $\epsilon_{Ts} = \frac{2}{f \cdot ts_{i,j}}$ ,  $\epsilon_{Tb} = \frac{2}{f \cdot tb_{i,j}}$  e o fator de intermitência,  $\beta$ , que é definido como a razão entre os tempos de residência da bolha alongada com o sensor e o tempo da unidade, veja Equação (1.1).

Como o valor da frequência é de 3000 Hz, o valor destas incertezas é muito pequeno podendo considerá-las desprezíveis. Portanto a incerteza da frequência vai depender basicamente da incerteza relacionada ao fator de corte. A incerteza da frequência é igual a incerteza causada pelo fator de corte, ou seja, 1,28%.