



Pablo Rodrigo de Souza

Métodos para monitoramento da integridade de estruturas baseados em ondas de Lamb com arranjos multissensores

46/2013

CAMPINAS
2013



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

Pablo Rodrigo de Souza

**Métodos para monitoramento da integridade
de estruturas baseados em ondas de Lamb com
arranjos multissensores**

Orientador: Prof. Dr. Eurípedes Guilherme de Oliveira Nobrega

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico.

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO
FINAL DA TESE DEFENDIDA PELO ALUNO
PABLO RODRIGO DE SOUZA, E ORIENTADA PELO
PROF. DR. EURÍPEDES GUILHERME DE OLIVEIRA NOBREGA


ASSINATURA DO ORIENTADOR

**CAMPINAS
2013**

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Elizangela Aparecida dos Santos Souza - CRB 8/8098

So89m Souza, Pablo Rodrigo de, 1978-
Métodos para o monitoramento da integridade de estruturas baseados em ondas de Lamb com arranjos multissensores / Pablo Rodrigo de Souza. – Campinas, SP : [s.n.], 2013.

Orientador: Eurípedes Guilherme de Oliveira Nóbrega.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Lamb, Ondas de. 2. Wavelet. 3. Fusão de dados de múltiplos sensores. 4. Transdutores piezoelétricos. 5. Integridade. I. Nóbrega, Eurípedes Guilherme de Oliveira, 1950-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em inglês: Methods for structural health monitoring based on Lamb waves with multisensors arrangements

Palavras-chave em inglês:

Lamb waves

Wavelet

Data fusion of multiple sensors

Piezoelectric transducers

Integrity

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Doutor em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Eurípedes Guilherme de Oliveira Nóbrega [Orientador]

Alberto Luiz Serpa

José Roberto de França Arruda

Sérgio Frascino Müller de Almeida

Michael John Brennan

Data de defesa: 12-06-2013

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL
TESE DE DOUTORADO

**Métodos para monitoramento da integridade
de estruturas baseados em ondas de Lamb com
arranjos multissensores**

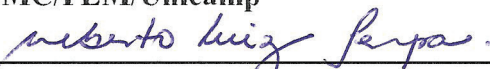
Autor: Pablo Rodrigo de Souza

Orientador: Eurípedes Guilherme de Oliveira Nobrega

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Tese:



Prof. Dr. Eurípedes Guilherme de Oliveira Nobrega, Presidente
DMC/FEM/Unicamp



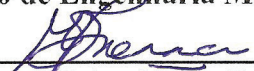
Prof. Dr. Alberto Luiz Serpa
DMC/FEM/Unicamp



Prof. Dr. José Roberto de França Arruda
DMC/FEM/Unicamp



Prof. Dr. Sergio Frascino Müller de Almeida
Divisão de Engenharia Mecânica/ITA



Prof. Dr. Michael John Brennan
Departamento de Engenharia Mecânica/Unesp

Campinas, 12 de junho de 2013.

À minha querida esposa e companheira Gleice e ao meu filho Miguel, que trouxe muita alegria para nossas vidas.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por sempre me acompanhar nas minhas jornadas, me dando força de vontade, paciência e perseverança para atingir meus objetivos.

Aos meus pais Sebastião e Neuza que sempre me incentivaram a estudar e me apoiaram em todos os momentos da minha vida.

À minha esposa Gleice que sempre teve uma palavra de incentivo para que eu concluísse este trabalho e ao meu filho Miguel que me trouxe uma energia extra na reta final.

Ao professor Eurípedes por ter me dado à oportunidade de trabalharmos juntos, pela amizade, por ter compartilhado seus conhecimentos e proporcionado discussões muito produtivas que me orientaram durante a execução deste trabalho.

Aos companheiros do laboratório do departamento de mecânica computacional, especialmente aos amigos Alexandre, Danilo, Helói, Nilson e Wendell.

A todos os meus professores que de alguma forma contribuíram para minha formação e me conduziram até esta etapa da minha formação acadêmica.

*“Você não pode ensinar nada a um homem,
você pode apenas ajudá-lo a encontrar a resposta dentro dele mesmo.”*
Galileo

RESUMO

Estruturas mecânicas frequentemente encontradas nas diversas áreas da engenharia, por exemplo, aeronáuticas, marítimas, civis, e outras, estão constantemente sujeitas ao desgaste natural e à tensão mecânica que provocam sua degradação. Os sistemas de monitoramento da integridade de estruturas, mais conhecidos na literatura pelo termo em inglês *Structural Health Monitoring*, têm como objetivo identificar o surgimento de danos e diagnosticá-los para prever a ocorrência de falhas. Este tema tem sido objeto de estudos da comunidade internacional, devido a sua importância econômica nas áreas de planejamento da manutenção e na prevenção de falhas catastróficas. Embora existam muitos trabalhos que apresentam aplicações de técnicas empregadas para o monitoramento da integridade de estruturas, ainda há a necessidade do desenvolvimento de métodos que estabeleçam a estratégia adotada no posicionamento dos sensores e atuadores, as técnicas de processamento utilizadas nos sinais medidos, os parâmetros que devem ser extraídos dos sinais processados e como realizar a fusão desses parâmetros para aumentar a eficácia desses sistemas. Neste trabalho são propostos métodos para o monitoramento da integridade de estruturas mecânicas baseados na propagação das ondas de Lamb e na fusão dos parâmetros extraídos dos sinais processados pela transformada wavelet discreta e transformada de Hilbert. Para este fim, estruturas de alumínio do tipo viga e placa foram adotadas para o estudo e a validação destes métodos, fazendo uso de várias configurações de sensores piezoelétricos. Estudos para prever a influência de uma trinca e da dispersão na propagação das ondas foram feitos a partir de sinais obtidos de modelos numéricos dessas estruturas utilizando o método do elemento espectral. A eficácia dos métodos propostos foi comprovada por meio de resultados experimentais. As técnicas utilizadas neste trabalho visam à construção de um sistema embarcado de baixo custo e bom desempenho para detectar, localizar e avaliar a severidade de danos.

Palavras Chave: Ondas de Lamb, integridade, wavelet, transdutores piezoelétricos, fusão de dados.

ABSTRACT

Mechanical structures commonly found in several areas of engineering such as aeronautical, maritime, civil, and others, are constantly subjected to natural wear and mechanical stress that result in their degradation. Structural health monitoring systems aims to identify the onset of damages to predict the occurrence of faults. This subject has been studied by the international community due to its economic importance in the areas of maintenance planning and preventing catastrophic failures. Although there are several works that show applications of techniques used for monitoring the integrity of structures, there is still a need to develop methods that establish the strategy adopted in the positioning of sensors and actuators, the processing techniques used in the measured signals, the parameters to be extracted from the processed signals and how to merge these parameters to increase the efficiency of these systems. This work proposes methods for monitoring the integrity of mechanical structures based on the propagation of Lamb waves and on the fusion of the parameters extracted from the signals processed by discrete wavelet transform and Hilbert transform. For this purpose, aluminum structures like beams and plates were adopted for the study and validation of these methods, using several arrangements of piezoelectric sensors. Studies to predict the influence of a crack and the dispersion on wave propagation were performed using signals obtained from the spectral element models. The effectiveness of the proposed methods has been tested through experimental results. The technique used in this work aims to construct a low cost and good performance embedded system to detect, localize and assess the damage severity.

Key Words: Lamb waves, health, wavelet, piezoelectric transducers, data fusion.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Esquema do posicionamento dos transdutores para as técnicas a) <i>pitch-catch</i> e b) pulso-eco.....	5
Figura 2.1 – Propagação da onda de Lamb numa placa fina.....	10
Figura 2.2 – Placa com espessura $2h$	12
Figura 2.3 – Modos de propagação a) simétrico e b) antissimétrico (reproduzido de Bao e Giurgiutiu, 2000).....	13
Figura 2.4 – Amplitude dos modos A_0 e S_0 em função da frequência do sinal de excitação variando de 10 kHz a 700 kHz com passo de 20 kHz para uma placa de alumínio 2024 – T3 com espessura de 1,07 mm (reproduzido de Santoni et al., 2007)	14
Figura 2.5 – Sinal y_g no ponto $x=0,6$ m.....	15
Figura 2.6 – Curvas de dispersão do Alumínio 6061: a) velocidade de fase; b) velocidade de grupo.	17
Figura 2.7 – Espectros de frequências do pulso ($d=0$) e dos sinais obtidos do modelo da viga nas posições $d=20$ cm, $d=40$ cm, $d=60$ cm, $d=80$ cm e $d=1$ m.	19
Figura 2.8 – Detalhe da curva de dispersão do modo A_0 na região de $f=14,5$ kHz.	20
Figura 2.9 – Simulação numérica do mapa espaço-tempo ilustrando a dispersão do modo S_0 em uma placa de alumínio com espessura de 1 mm para um sinal de excitação correspondente a uma senóide de 2 MHz janelada com janela de Hanning com largura de 5 ciclos (reproduzido de Wilcox et al., 2001)	21
Figura 2.10 – Sinal medido nas distâncias: a) 0,1m; b) 0,2 m; c) 0,3 m; d) 0,4 m.....	21
Figura 2.11 – Duração do pulso e espectro de frequência para sinais formados por uma função senoidal com $f=14,5$ kHz janelada com janela de Hanning de largura: a) três ciclos; b) cinco ciclos e c) dez ciclos.	23
Figura 2.12 – Diagrama do modelo de elemento espectral de uma viga.....	26
Figura 2.13 – Condições de contorno da placa de Levy.....	32
Figura 2.14 – Ilustração das dimensões da placa e da trinca.....	37
Figura 2.15 – Banco de filtros de análise para 2 níveis de decomposição.....	41

Figura 2.16 – Faixas de frequência dos filtros passa alta e passa baixa da TWD para 3 níveis de decomposição.....	42
Figura 2.17 – a) Sinal analisado; b) Entropia de Shannon dos coeficientes da transformada wavelet discreta para as wavelet mãe db10, Meyer discreta e Symlet 20.....	44
Figura 2.18 – Coeficientes do detalhe de nível 7 da transformada wavelet discreta com wavelet mãe Symlet 20.....	44
Figura 3.1 – Sinais da propagação das ondas de Lamb para as vigas sem trinca e com a trinca nas posições 0,2 m, 0,4 m e 0,6 m.....	47
Figura 3.2 – Entropia de Shannon para a) viga sem trinca e b) viga com trinca na posição 0,2 m.....	48
Figura 3.3 – Coeficientes do detalhe do terceiro nível da TWD usando a wavelet mãe db40 para as vigas sem trinca e com a trinca nas posições 0,2 m, 0,4 m e 0,6 m.....	48
Figura 3.4 – Envelope dos coeficientes do detalhe do terceiro nível da TWD usando a wavelet mãe db40 para as vigas sem trinca e com a trinca nas posições 0,2 m, 0,4 m e 0,6 m.....	49
Figura 3.5 – Esquema da placa modelada para o estudo da velocidade do sinal.....	51
Figura 3.6 – Sinais do modelo SEM da placa íntegra para as distâncias 0,1 m, 0,2 m 0,3 m e 0,4 m.....	52
Figura 3.7 – Entropia de Shannon dos coeficientes da TWD do sinal para a distância 0,3 m.....	52
Figura 3.8 – Coeficientes do detalhe de nível três da TWD dos sinais do modelo SEM da placa íntegra para as distâncias 0,1 m, 0,2 m 0,3 m e 0,4 m.....	53
Figura 3.9 – Envelope dos coeficientes do detalhe de nível três da TWD dos sinais do modelo SEM da placa íntegra para as distâncias 0,1 m, 0,2 m 0,3 m e 0,4 m.....	54
Figura 3.10 - Curva ajustada da distância propagada pelo pacote de onda versus tempo de propagação para os sinais do modelo SEM da placa.....	55
Figura 3.11 – a) Esquema da placa com a trinca na posição $x=0,25$ m e os sinais obtidos do modelo SEM com a trinca nas posições b) $x=0,25$ m, c) $x=0,30$ m e d) $x=0,35$ m.....	57
Figura 3.12 – Coeficientes do detalhe de nível 3 da TWD dos sinais do modelo SEM para a placa com trinca nas posições a) $x=0,25$ m, b) $x=0,30$ m e c) $x=0,35$ m.....	57

Figura 3.13 – Comparação dos envelopes dos coeficientes do detalhe de nível 3 da TWD dos sinais do modelo SEM para a placa íntegra e para a placa com trinca nas posições a) $x=0,25$ m, b) $x=0,30$ m e c) $x=0,35$ m.....	58
Figura 3.14 – a) Esquema da placa; b) comparação dos envelopes dos coeficientes do detalhe de nível 3 da TWD dos sinais da placa íntegra e da placa com a trinca.....	59
Figura 4.1 – Método para o monitoramento da integridade da viga.....	61
Figura 4.2 – Diagrama esquemático e foto da bancada experimental construída para análise da integridade da viga.....	62
Figura 4.3 – Posicionamento dos sensores e atuadores para o mapeamento do tempo de propagação e o monitoramento da integridade da placa.....	64
Figura 4.4 – Diagrama e foto da bancada experimental construída para análise da integridade da placa.....	65
Figura 4.5 – Procedimento para detecção e isolamento de um dano na placa.....	67
Figura 4.6 – Posicionamento dos danos na placa.....	68
Figura 4.7 – Etapas do método de monitoramento da integridade da placa utilizando a técnica <i>pitch-catch</i>	69
Figura 4.8 – Posicionamento do atuador e dos sensores para o monitoramento da integridade da placa utilizando a técnica <i>pitch-catch</i>	70
Figura 4.9 – Figura 4.9 – Dano (D) localizado entre a) o atuador e o sensor S2; b) o atuador e os sensores S1 e S2.....	71
Figura 4.10 – Posicionamento dos sensores e do atuador para o monitoramento da integridade da placa utilizando 2 arranjos circulares concêntricos.....	71
Figura 4.11 – Divisão da área monitorada em dezesseis regiões.....	72
Figura 5.1 – Sinais medidos das vigas sem corte e com corte nas posições 0,2 m e 0,6 m....	74
Figura 5.2 – Entropia de Shannon dos coeficientes da TWD para os sinais da viga a) sem corte e b) com corte em $x=0,6$ m.....	74
Figura 5.3 – Coeficientes do detalhe do segundo nível da TWD com a wavelet mãe db40 para os sinais medidos da viga íntegra e com corte nas posições 0,2 m e 0,6 m.....	75

Figura 5.4 – Envelope dos coeficientes do detalhe do segundo nível da TWD com a wavelet mãe db40 para os sinais medidos da viga íntegra e com corte nas posições 0,2m e 0,6m.....	75
Figura 5.5 – Sinais medidos pelos sensores para o mapeamento do tempo de propagação das ondas de Lamb na placa.....	77
Figura 5.6 – Entropia de Shannon dos coeficientes da TWD do sinal medido pelo sensor S0 ₁	77
Figura 5.7 – Coeficientes do detalhe do quinto nível da TWD com a wavelet mãe db40 para os sinais medidos da placa.....	78
Figura 5.8 – Envelope dos coeficientes do detalhe do quinto nível da TWD com a wavelet mãe db40 para os sinais medidos da placa.....	79
Figura 5.9 - Curva ajustada da distância percorrida pelo pacote de onda versus tempo de propagação para os sinais medidos experimentalmente.....	81
Figura 5.10 – Envelope dos coeficientes do detalhe de nível cinco da TWD dos sinais medidos pelos sensores do arranjo 1 para a placa com o dano 1.....	83
Figura 5.11 - Envelope dos coeficientes do detalhe de nível cinco da TWD dos sinais medidos pelos sensores do arranjo 2 para a placa com o dano 1.....	84
Figura 5.12 – Possíveis direções do dano na placa que altera o sinal medido pelo sensor S do arranjo.....	87
Figura 5.13 – Distância r entre o sensor e o dano: a) Menor e b) Maior.....	87
Figura 5.14 – a) Anel com centro no sensor S0 ₂ b) Anel com centro no sensor S7 ₂ c) Região na qual o dano 1 está localizado.....	89
Figura 5.15 – Envelope dos coeficientes do detalhe de nível cinco da TWD dos sinais medidos pelos sensores do arranjo 1 para placa com dois defeitos.....	90
Figura 5.16 – a) Anel com centro no sensor S2 ₁ b) Anel com centro no sensor S3 ₁ c) Região na qual o dano 2 está localizado.....	92
Figura 5.17 - Envelope dos coeficientes do detalhe de nível cinco da TWD dos sinais medidos pelos sensores do arranjo 2 para placa com os dois cortes.....	93
Figura 5.18 – a) Anel com centro no sensor S6 ₂ b) Anel com centro no sensor S7 ₂ c) Região na qual o dano 1 está localizado.....	95

Figura 5.19 – Placa com as regiões dos danos 1 e 2 isoladas.....	95
Figura 5.20 – Envelope dos coeficientes do detalhe do sexto nível da TWD com a wavelet mãe db40 para os sinais medidos da placa íntegra.....	96
Figura 5.21 – Envelope dos coeficientes da TWD dos sinais medidos pelos oito sensores para a placa íntegra e com o dano na direção do sensor S7.....	97
Figura 5.22 – Índices de dano dos sensores para a massa posicionada entre os sensores a) S1 e S2 b) S4 e S5.....	98
Figura 5.23 – Envelopes dos coeficientes da TWD dos sinais medidos pelos oito sensores para a placa íntegra e com o dano entre o atuador e o sensor S2 para os três valores da massa.....	99
Figura 5.24 – Regiões monitoradas por cada um dos sensores do arranjo.....	100
Figura 5.25 – Ilustração do pior caso da localização do dano na região 4.....	101
Figura 5.26 – Envelopes dos coeficientes da TWD dos sinais dos sensores do arranjo interno com o dano na região R0 _i	102
Figura 5.27 – Envelopes dos coeficientes da TWD dos sinais dos sensores do arranjo externo com o dano na região R0 _i	103
Figura 5.28 – Envelopes dos coeficientes da TWD dos sinais dos sensores do arranjo interno com o dano na região R7 _e	104
Figura 5.29 – Envelopes dos sinais dos sensores do arranjo externo com o dano na região R7 _e	105
Figura 5.30 – Índices de dano dos sensores com o dano nas regiões a) R0 _i , b) R3 _i , c) R5 _e e d) R7 _e	107
Figura 5.31 – Envelopes dos sinais dos sensores do arranjo interno com as regiões R1 _i e R6 _e danificadas.....	108
Figura 5.32 – Envelopes dos sinais dos sensores do arranjo externo com as regiões R1 _i e R6 _e danificadas.....	109
Figura 5.33 – Índice de dano da placa com as regiões R1 _i e R6 _e danificadas.....	110
Figura A.1 – Diagrama do sistema de condicionamento dos sinais medidos pelos sensores do arranjo circular.....	121
Figura A.2 – Amplificador de instrumentação com ganho de aproximadamente 110.....	122

Figura A.3 – Reguladores de tensão a) +15V e b) -15V.....	123
Figura A.4 – Esquema do circuito multiplexador analógico.....	123
Figura A.5 – Esquema dos reguladores de tensão a) +5V e b) -5V.....	124
Figura A.6 – Filtro <i>anti-aliasing</i> com frequência de corte de aproximadamente 40 kHz.....	125
Figura A.7 – Amplificador de potência para o sinal de excitação.....	126

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Frequência da componente espectral de maior amplitude versus distância propagada.....	19
Tabela 2.2 – Duração do pulso versus distância propagada.....	22
Tabela 3.1 – TOF, posição da trinca e erro para os sinais obtidos do modelo SEM.....	50
Tabela 3.2 – Valores obtidos dos sinais do modelo SEM para os pontos P_{10} , P_{20} , P_{30} e P_{40} ..	54
Tabela 3.3 – Velocidade do sinal versus distância percorrida.....	54
Tabela 3.4 – TOF, distância percorrida, posição da trinca e erro para os sinais do modelo SEM.....	59
Tabela 3.5 – Variação da amplitude do pico do sinal processado e índice de dano em função da profundidade da trinca.....	60
Tabela 5.1 – TOF, posição da trinca e erro para os sinais medidos.....	76
Tabela 5.2 – Valores obtidos dos sinais medidos pelos sensores do arranjo 1 posicionados a 10 cm do atuador A1	79
Tabela 5.3 –Valores obtidos dos sinais medidos pelos sensores do arranjo 2 posicionados a 10 cm do atuador A2.....	80
Tabela 5.4 – Valores obtidos dos sinais medidos pelos sensores posicionados a 28 cm dos atuadores.....	80
Tabela 5.5 – Valores obtidos dos sinais medidos pelos sensores s_{62} e S_{22} com A1 e s_{61} e S_{21} com A2.....	80
Tabela 5.6 – TOF médio para cada distância analisada.....	81
Tabela 5.7 – Correlações entre os sinais medidos pelos sensores dos arranjos 1 e 2 e seus respectivos sinais padrões.....	82
Tabela 5.8 – Correlações dos sinais medidos pelos sensores do arranjo 1 para os quatro tamanhos de corte que representa o dano 1.....	85
Tabela 5.9 – Correlações dos sinais medidos pelos sensores do arranjo 2 para os quatro tamanhos de corte que representa o dano 1.....	85
Tabela 5.10 – TOF e distância percorrida pelo pacote de onda referente ao sinal refletido no dano 1.....	86

Tabela 5.11 – Distância entre os sensores e o dano 1.....	88
Tabela 5.12 – Correlações dos sinais medidos pelos sensores do arranjo 1 para os quatro tamanhos de corte que representa o dano 2.....	89
Tabela 5.13 – TOF e distância percorrida pelo pacote de onda referente ao sinal refletido no dano 2.....	91
Tabela 5.14 – Distância entre os sensores e o dano 2.....	91
Tabela 5.15 – Correlações dos sinais medidos pelos sensores do arranjo 2 para os quatro tamanhos do dano 2.....	94
Tabela 5.16 – TOF e distância percorrida pelo pacote de onda referente ao sinal refletido no dano 1.....	94
Tabela 5.17 – Distância entre os sensores e o dano 1.....	94
Tabela 5.18 – Índices para o dano localizado entre o atuador e o sensor.....	98
Tabela 5.19 – Índices de dano para a análise do aumento da severidade.....	100
Tabela A.1 – Tabela verdade do circuito integrado 74HCT4051. X=Não importa; Z=Alta impedância.....	124

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Letras Latinas

u	Deslocamento vertical no domínio do tempo
$\hat{u}$	Transformada de Fourier do deslocamento vertical
E	Módulo de Young
I	Momento de Inércia
q	Força
k	Número de onda
V	Força de cisalhamento
M	Momento
x	Posição no eixo x
t	Tempo
y	Posição no eixo y
L	Comprimento
v	velocidade
f	frequência
d	distância
$\bar{A}$	Constante arbitrária
D	Rigidez flexural
h	Espessura
r	Distância entre sensor e o dano
z	Coordenada da direção normal a superfície da placa
A	Amplitude
D	Matriz dos coeficientes de deslocamento
d	Vetor de deslocamentos nodais
K	Matriz de rigidez
F	Matriz dos coeficientes de força
f	Vetor de forças nodais

Letras Gregas

τ	Translação do tempo na transformada wavelet
η	Fator de amortecimento
ω	Frequência angular
ρ	Densidade de massa
ν	Raio de Poisson
ϕ	Transformada de Fourier da rotação
ϕ	Rotação no domínio do tempo
λ	Comprimento de onda
θ	Flexibilidade da trinca

Subscritos

T	Trinca
a	Sinal analítico
L	Longitudinal
T	Transversal
g	Grupo
s	Sinal
i	Integridade
c	Complexo
d	Dano
sen	Sensor
min	Mínimo

Abreviações

SHM	Structural health monitoring
TOF	Time of flight
TWD	Transformada wavelet discreta
SEM	Spectral element model
ID	Índice de dano
CC	Corrente contínua
TWC	Transformada Wavelet Contínua

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	Motivação.....	1
1.2	Objetivo.....	8
1.3	Organização da tese.....	8
2	FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	10
2.1	Modos de propagação das ondas de Lamb.....	10
2.2	Velocidade de fase e velocidade de grupo.....	14
2.3	Influência da dispersão na propagação do sinal.....	17
2.4	Medida da distância propagada pelo sinal.....	22
2.5	Modelamento de estruturas pelo método do elemento espectral.....	25
2.5.1	Modelo de uma viga.....	26
2.5.2	Modelo de uma placa.....	32
2.6	Transformada wavelet.....	40
2.7	Critério da entropia de Shannon.....	42
2.8	Transformada de Hilbert.....	45
3	ANÁLISE NUMÉRICA DA PROPAGAÇÃO DAS ONDAS DE LAMB.....	46
3.1	Estudo da influência da trinca na propagação de ondas em vigas.....	46
3.2	Propagação de ondas em placas.....	50
3.2.1	Estudo da velocidade de propagação.....	50
3.2.2	Estudo da influência da trinca.....	56
4	MÉTODOS PROPOSTOS E PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS.....	61
4.1	Monitoramento da integridade de vigas.....	61
4.2	Monitoramento da integridade de placas utilizando a técnica pulso-eco.....	63
4.2.1	Mapeamento do tempo de propagação das ondas de Lamb.....	63
4.2.2	Deteção do dano e isolamento da região danificada.....	66
4.3	Monitoramento da integridade de placas utilizando a técnica <i>pitch-catch</i>	68
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	73
5.1	Deteção e localização de danos em vigas.....	73

5.2	Mapeamento do tempo de propagação das ondas de Lamb na placa.....	76
5.3	Método experimental para o monitoramento da integridade de placas baseado nas reflexões das ondas de Lamb.....	82
5.4	Método experimental para o monitoramento da integridade da placa baseado na transmissão das ondas de Lamb.....	96
6	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	111
	REFERÊNCIAS.....	115
	APÊNDICE A - SISTEMA DE CONDICIONAMENTO DE SINAIS.....	121
A.1	Introdução.....	121
A.2	Amplificador de instrumentação.....	122
A.3	Multiplexador analógico.....	123
A.4	Filtro <i>anti-aliasing</i>	124
A.5	Amplificador de potência.....	125

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo será feita uma introdução aos sistemas de monitoramento da integridade de estruturas e um resumo das técnicas mais comuns utilizadas para este fim. O presente trabalho propõe metodologias baseadas na propagação de ondas de Lamb em estruturas, que possam detectar, localizar e avaliar a severidade de danos de forma eficiente, considerando a possibilidade de serem adotadas para o monitoramento de estruturas reais. Os objetivos propostos serão detalhados, bem como a estrutura do presente texto.

1.1 Motivação

Estruturas mecânicas frequentemente encontradas nas diversas áreas da engenharia, por exemplo, aeronáuticas, marítimas, civis, e outras, estão constantemente sujeitas ao desgaste natural e estresse mecânico resultando na sua degradação. Sohn *et al* (2003) definiram o termo dano como mudanças nas propriedades materiais e/ou geométricas que afetam o desempenho de um sistema. Este conceito envolve a comparação do estado do sistema em dois casos diferentes, sendo que um deles corresponde ao seu estado inicial, geralmente, seu estado íntegro. Os métodos de detecção de danos baseiam-se na premissa de que o surgimento do dano provoca alterações nas propriedades do sistema como rigidez, massa ou dissipação de energia, resultando na mudança da resposta dinâmica do sistema.

O desenvolvimento de sistemas para o monitoramento da integridade de estruturas (SHM, em inglês *Structural Health Monitoring*) tem sido objeto de estudos da comunidade internacional, devido a sua importância econômica nas áreas de planejamento da manutenção e prevenção de falhas catastróficas. Su e Ye (2009) reportaram que o emprego de uma técnica eficaz de SHM pode reduzir o custo total de manutenção de uma frota de aeronaves em mais de 30%. Estes sistemas monitoram o estado da estrutura por meio de medições periódicas feitas por uma rede de sensores fixados permanentemente na sua superfície ou no seu interior. Os sinais medidos são processados para que seja possível extrair os parâmetros sensíveis aos danos que são

utilizados no diagnóstico da estrutura. Rytter (1993) propôs classificar os métodos utilizados para avaliar danos em estruturas em quatro categorias:

- Nível 1 (detecção): O método fornece uma indicação qualitativa de que a estrutura pode estar danificada.
- Nível 2 (localização): O método fornece uma estimativa da localização do dano.
- Nível 3 (avaliação): O método fornece informações sobre o grau de severidade do dano.
- Nível 4 (consequência): O método fornece informações sobre o quanto a estrutura está danificada, indicando a necessidade de intervenção no sistema.

Posteriormente, Worden e Barton (2004) incluíram um novo nível após o segundo (localização) chamado de classificação. Neste nível, são obtidas informações a respeito do tipo de dano. Esta informação é fundamental para que a avaliação do nível de segurança da estrutura seja feita com maior exatidão.

Ko e Ni (2005) apresentaram uma revisão das tecnologias utilizadas em SHM aplicado a pontes, mostrando o estado atual e as tendências desses sistemas, os sensores e os sistemas de aquisição de dados usados em estruturas reais, as técnicas computacionais empregadas no processamento dos sinais medidos e a utilização das informações geradas pelo SHM para auxiliar no gerenciamento e no planejamento da inspeção e manutenção dessas estruturas. Os principais objetivos da aplicação de SHM a pontes são: validar as suposições e os parâmetros utilizados no projeto visando à melhoria das especificações e formação de diretrizes para projetos futuros; detectar anomalias no carregamento e na resposta da estrutura, identificar o surgimento de danos e constatar a deterioração precoce de suas partes; fornecer informações em tempo real para que seja feita a avaliação da segurança operacional da ponte na ocorrência de desastres e eventos extremos; fornecer informações para o planejamento da inspeção, restauração, manutenção e reparos na ponte; monitorar partes reparadas e reconstruídas para a avaliação da eficácia dos trabalhos realizados; e obter dados *in situ* de pontes em operação para serem utilizados em pesquisas de ponta, como nos projetos de pontes resistentes a ventos fortes e terremotos, no estudo de novos formatos e na aplicação de materiais inteligentes. Há vários exemplos de pontes que possuem SHM, por exemplo, *Great Belt Bridge* na Dinamarca, *Confederation Bridge* no Canadá, *Tsing Ma Bridge* em Hong Kong, *Commodore Barry Bridge* nos Estados Unidos, *Akaishi Kaikyo Bridge* no Japão e *Seohae Bridge* na Coreia. Para algumas pontes construídas recentemente na China, por exemplo, *Shenzhen Western Corridor*, *Stonecutters Bridge*, *Shanghai*

Chongming Crossing e *Messina Strait Bridge*, o projeto do sistema de monitoramento é parte integrante do projeto da ponte. A implementação do SHM em pontes novas, tais como a *4th Qianjiang Bridge*, a *Shenzhen Western Corridor*, a *Stonecutters Bridge* e a *Sutong Bridge*, foi feita durante a construção da ponte para que sensores de corrosão, células de carga e sensores de fibra óptica fossem montados na sua estrutura durante certos estágios da sua construção.

Mojtahedi *et al* (2011) propuseram um método para o monitoramento de plataformas marítimas baseado na análise dos parâmetros modais obtidos do comportamento vibracional da estrutura e do uso da lógica fuzzy para isolar e avaliar a severidade do dano em um de seus membros. Um protótipo em escala da plataforma SPD8 localizada no sudoeste do Golfo Pérsico foi utilizado para obter dados experimentais que foram usados no ajuste dos parâmetros do modelo de elementos finitos desta estrutura e na validação experimental do método. O modelo ajustado foi empregado para formar uma base de dados correspondente à variação das quatro primeiras frequências naturais devido ao surgimento de danos induzidos pela diminuição da rigidez dos membros susceptíveis a danos.

Zumpano e Meo (2006) propuseram uma técnica para detecção e localização de danos em trilhos baseada na propagação de ondas. O dano foi detectado por meio das diferenças observadas entre dois sinais obtidos da estrutura em condições diferentes. Essas diferenças ocorrem devido às reflexões das ondas nos locais danificados. A metodologia utilizada foi dividida em três etapas: (i) detecção do dano por meio do cálculo da diferença entre os sinais da estrutura íntegra e danificada; (ii) extração do tempo de propagação da onda refletida no dano utilizando a transformada wavelet contínua; (iii) estimativa da localização do dano.

Qing *et al* (2012) apresentaram uma síntese de alguns trabalhos na área de SHM para aplicações na indústria aeroespacial que vem sendo feitas na China nas últimas duas décadas. A Universidade de Aeronáutica e Astronáutica de Nanjing (NUAA) têm contribuído com vários trabalhos, por exemplo, o desenvolvimento de métodos baseados na propagação de ondas para obtenção de uma imagem da estrutura mostrando a região danificada, a construção de sensores sem fio e de baixo consumo de potência para monitorar a deformação e a vibração de estruturas, a elaboração de um sistema digital para o processamento de sinais acústicos para o monitoramento de danos causados por impactos, e outros. Uma das principais vantagens do uso de SHM em aeronaves é a mudança do paradigma da manutenção orientada em intervalos de tempo pela manutenção baseada na condição da estrutura. Contudo, para que estes sistemas sejam

amplamente utilizados em aeronaves comerciais, há vários desafios que devem ser superados, tais como: quais sensores devem ser usados para o monitoramento de variáveis de diferentes naturezas físicas, como construir uma rede de sensores e integrá-los para o monitoramento de grandes áreas, como estabelecer o canal de comunicação entre a rede de sensores e o sistema de processamento dos sinais, como as informações produzidas pelos sensores serão processadas, como os resultados obtidos do sensoriamento da estrutura poderão ser utilizados para avaliar o seu estado, além da necessidade de comprovar a confiabilidade do sistema.

Uma etapa bastante importante que compõe um SHM é a técnica de ensaio não destrutivo utilizada para inspecionar a estrutura. Park *et al.* (2003) apresentaram uma revisão dos métodos baseados na impedância piezoelétrica. Estes métodos são baseados no monitoramento da variação da impedância mecânica, causada pelo surgimento do dano, por meio da medida da impedância elétrica de um transdutor piezoelétrico fixado na estrutura. Lopes *et al.* (2000) propuseram um método que combina a técnica baseada na impedância piezoelétrica para detectar e localizar o dano com uma rede neural para avaliar a sua severidade. Mallet *et al.* (2004) apresentaram um método de detecção de falhas que usa um vibrômetro laser para o escaneamento de uma placa de alumínio. Embora esta técnica seja eficaz na detecção de falhas, o custo do equipamento é elevado e o seu uso não é adequado para inspeção de campo. Wang *et al.* (1999) propuseram um método de detecção de dano baseado na transformada wavelet dos sinais medidos por sensores piezoelétricos distribuídos na estrutura. Uma matriz de sensores mede o deslocamento da estrutura sujeita a um carregamento estático ou dinâmico. No caso de uma estrutura danificada, os sinais medidos pelos sensores próximos à região danificada mudam o seu formato, indicando a presença do dano. Este método não é adequado para fazer uma análise global da estrutura, pois um grande número de sensores é necessário quando a localização do dano não é conhecida.

Um dos métodos mais utilizados para avaliar a integridade da estrutura é por meio da propagação das ondas de Lamb (Alleyne e Calley 1992, Lu *et al.* 2008, Wang *et al.* 2008). Estas ondas podem ser geradas e medidas utilizando transdutores piezoelétricos. Existem basicamente duas técnicas para a utilização deste tipo de transdutor na detecção de danos, conhecidas como *pitch-catch* e pulso-eco (Su e Ye, 2009). A Figura 1.1 mostra um esquema simplificado do posicionamento de dois transdutores utilizados para implementar essas técnicas. As informações a respeito da presença do dano, sua localização e severidade podem ser obtidas mediante a

análise dos parâmetros extraídos das ondas transmitidas e refletidas provenientes da interação entre a onda incidente e o dano.

Na técnica *pitch-catch*, as ondas de Lamb geradas por um atuador piezoelétrico se propagam pelo caminho que está sendo monitorado na estrutura e são medidas por um sensor posicionado na extremidade oposta na qual o atuador foi fixado. O surgimento de um dano provoca o espalhamento das ondas modificando os parâmetros do sinal medido. Com o uso de apenas um par de transdutores é possível monitorar a integridade da região formada pela linha entre o atuador e o sensor. Neste caso, os transdutores devem ser posicionados em áreas sujeitas a elevado estresse, por exemplo, furos. Ihn e Chan (2008) utilizaram um índice de dano baseado na variação da energia do sinal medido em relação a um sinal padrão para quantificar a severidade de um dano do tipo trinca em placas de alumínio rebitadas.

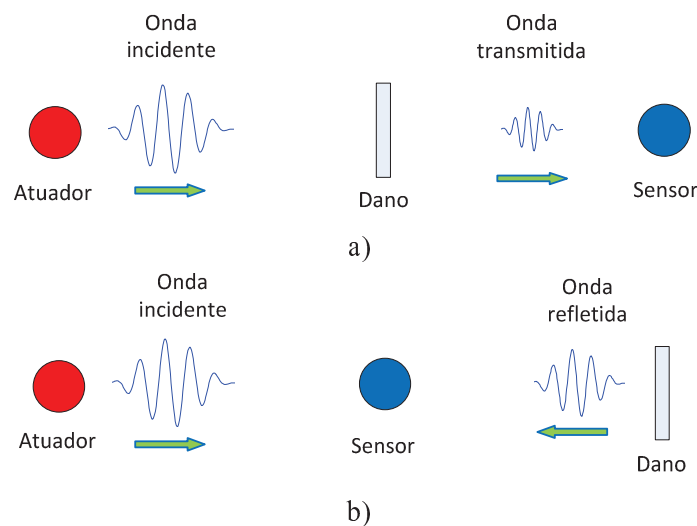


Figura 1.1 – Esquema do posicionamento dos transdutores para as técnicas a) *pitch-catch* e b) pulso-eco

No caso da técnica pulso-eco, a detecção e a localização do dano são feitas por meio dos parâmetros extraídos do sinal medido referente à onda refletida no dano. Neste caso, a velocidade e o tempo de propagação das ondas de Lamb (TOF, em inglês *Time Of Flight*) podem ser usados para obter a distância entre o sensor e as descontinuidades da estrutura, tais como conexões, bordas, e danos provocados por impactos, delaminações, trincas e corrosões. A exatidão da estimativa da distância depende do procedimento adotado para determinar estes dois parâmetros.

Zhang *et al.* (2009) utilizaram um modelo numérico, baseado no método dos elementos finitos e a transformada de Hilbert Huang para determinar o tempo de propagação dos modos simétrico e antissimétrico das ondas de Lamb para diversas distâncias. Os resultados mostraram que os valores das velocidades obtidas a partir dos sinais foram próximos do valor teórico, porém houve uma variação em função da distância de propagação. Portanto, se for considerado um único valor da velocidade para o cálculo da distância, os resultados poderão apresentar erros significativos, comprometendo a eficácia do método de monitoramento na localização do dano.

Os sinais medidos necessitam ser processados para separar a informação desejada de ruídos e outras interferências que podem estar presentes no sistema de medição. Na maioria dos casos, a transformada de Fourier não é adequada para este tipo de aplicação porque é necessário que haja uma representação do sinal no domínio do tempo. Sun *et al.* (2002) utilizaram a transformada *wavelet packet* para avaliar a presença de danos em estruturas, tendo conseguido bons resultados. Porém, um problema da aplicação desta técnica de processamento de sinais é o esforço computacional requerido para calcular os coeficientes dos detalhes e aproximações do sinal para cada nível de decomposição e a capacidade de memória necessária para armazenar estes dados. No caso de um sistema de monitoramento incorporado na estrutura este custo computacional pode ser proibitivo. A Transformada Wavelet tem sido utilizada em diversas áreas na análise de sinais não estacionários que requerem uma representação nos domínios tempo-frequência. Esta transformada pode ser implementada na forma discreta por meio de um banco de filtros de acordo com a análise multiresolução proposta por Mallat (1989). A vantagem desta técnica de processamento de sinais é a possibilidade de utilizar filtros digitais que podem ser construídos em dispositivos de lógica programável (FPGA), obtendo altas velocidades de processamento necessárias em aplicações de tempo real (Walker *et al.* (2003), Nibouche *et al.* (2002), Chilo *et al.* (2008)).

O processo de avaliação da condição de uma estrutura é um problema inverso no qual a identificação de danos é feita a partir de parâmetros extraídos dos sinais medidos por sensores utilizados no monitoramento. Em geral, a solução deste tipo de problema é bastante complicada devido à complexidade relacionada com a obtenção das características do dano tais como sua localização, formato, severidade e outros. Na maioria dos casos, o uso de um único sensor não é capaz de fornecer informações suficientes para realizar o diagnóstico devido à incerteza, imprecisão e falta de dados complementares, comprometendo a confiabilidade do resultado da

avaliação (Wang e Su, 2009). Para melhorar a robustez e a confiabilidade, a interrogação da estrutura deve ser feita utilizando arranjos multissensores. Neste caso, cada sensor fornece parâmetros para avaliar o estado da região para a qual ele possui maior sensibilidade. Em seguida, combinando os resultados obtidos por cada sensor, é possível obter, além de consistência entre as informações dos diversos sensores, resultados conjuntos que permitam melhor análise sobre o estado da estrutura. A seguir são apresentados alguns exemplos da aplicação de arranjos multissensores.

Zhao *et al.* (2011) compararam algumas técnicas para reconstrução da imagem tomográfica de uma placa de alumínio a partir de parâmetros extraídos de sinais correspondentes a propagação de ondas de Lamb. Foram avaliados três tipos de arranjos geométricos: circular, quadrado e linhas paralelas. Um dos problemas do emprego dessas técnicas é a grande quantidade de sinais que precisam ser processados para obter a imagem. Utilizando 16 transdutores, o arranjo circular possui 240 sinais, o quadrado 192 e o arranjo formado por duas linhas paralelas 128. O tempo necessário para reconstruir a imagem pode tornar inviável a sua aplicação no monitoramento de estruturas em tempo real. Rathod e Mahapatra (2011) apresentaram resultados experimentais do monitoramento de placas metálicas com dano do tipo corrosão utilizando um arranjo circular de transdutores piezoelétricos. O método proposto foi capaz de detectar a presença do dano por meio da análise da simetria entre os sinais medidos por três sensores adjacentes. Porém, se os sensores não forem fixados na estrutura monitorada de maneira idêntica, os sinais medidos podem apresentar diferenças mesmo no caso da estrutura íntegra. Su *et al.* (2006) desenvolveram uma rede de sensores formada por pastilhas de material piezoelétrico conectadas por um circuito impresso para monitorar a integridade de materiais compósitos utilizando ondas de Lamb. Este circuito foi integrado entre as lâminas do material durante o processo de fabricação. Foi feito um estudo para identificar delaminações por meio da fusão dos dados obtidos dos múltiplos caminhos monitorados da rede de sensores utilizando um algoritmo baseado na transformada de Hilbert e na análise da correlação.

Embora existam muitos trabalhos que demonstram aplicações das ondas de Lamb em sistemas de monitoramento da integridade de estruturas, ainda há a necessidade do estudo de novos arranjos multissensores para o monitoramento de diferentes partes de uma dada estrutura e a definição de estratégias para fundir os parâmetros extraídos dos sinais processados com o objetivo de detectar, localizar e avaliar a severidade de danos. Estes estudos poderão representar

contribuições significativas para que o conhecimento que vem sendo pesquisado internacionalmente possa vir a ser utilizado em sistemas e aplicações reais.

1.2 Objetivo

O objetivo deste trabalho é propor metodologias para o monitoramento da integridade de estruturas mecânicas, utilizando arranjos multissensores, através de métodos baseados na propagação das ondas de Lamb e na fusão dos parâmetros extraídos dos sinais processados pela Transformada Wavelet Discreta (TWD) e pela Transformada de Hilbert. Para tanto, estruturas de alumínio do tipo viga e placa foram adotadas para o estudo e a validação experimental destes métodos. A perspectiva do desenvolvimento de um sistema embarcado de baixo custo e bom desempenho para realizar a detecção, localização e avaliação da severidade de danos também foi adotada como parâmetro para buscar soluções técnicas com capacidade de execução em tempo real.

1.3 Organização da tese

O segundo capítulo desta tese apresenta os fundamentos teóricos sobre as ondas de Lamb e as técnicas de processamento de sinais. A Transformada Wavelet Discreta é utilizada no processamento dos sinais para evidenciar os pacotes de onda. A escolha da função Wavelet mãe é feita baseada no critério da entropia de Shannon dos coeficientes da TWD. Os parâmetros utilizados para a avaliação da integridade das estruturas são extraídos do envelope dos coeficientes do detalhe da TWD do sinal. O envelope é obtido utilizando a transformada de Hilbert. Este capítulo também traz a formulação dos modelos numéricos de uma viga livre-livre e de uma placa de Levy usando o método do elemento espectral (SEM, em inglês *Spectral Element Model*), para estruturas íntegras e com dano do tipo trinca.

No Capítulo 3 são apresentados os resultados obtidos dos modelos numéricos com o objetivo de prever o comportamento da propagação das ondas de Lamb nas estruturas e investigar

como a presença do dano modifica os sinais da estrutura íntegra e definir quais os parâmetros que podem ser utilizados na detecção, localização e avaliação da severidade do dano.

No Capítulo 4 são apresentados os métodos desenvolvidos para o monitoramento da integridade das estruturas estudadas neste trabalho e descritos os procedimentos experimentais realizados para comprovar a sua eficácia. No caso da viga, a metodologia baseia-se na configuração pulso-eco utilizando apenas um atuador e um sensor. Para a placa, são propostos dois métodos baseados nas configurações pulso-eco e *pitch-catch*. Em ambos os casos, os transdutores são posicionados na placa formando arranjos circulares. Esta configuração de transdutores possibilita aumentar a capacidade de detecção e localização de danos em diversas direções.

O Capítulo 5 apresenta os resultados experimentais e as discussões da aplicação dos métodos propostos. Inicialmente são mostrados os resultados obtidos da aplicação do método para o monitoramento da integridade de vigas. No caso da placa, primeiramente os sinais medidos por sensores posicionados em diferentes distâncias do atuador são utilizados para obter uma curva do tempo de propagação da onda em função da distância propagada. Os parâmetros extraídos dos sinais medidos pelos sensores que formam o arranjo circular são utilizados para isolar a região danificada no método baseado na configuração pulso-eco. No final deste capítulo são apresentados os resultados obtidos da aplicação do método baseado na configuração *pitch-catch* para o monitoramento da integridade da área interna do arranjo de sensores. A aplicação deste método permite detectar, localizar e avaliar a severidade de danos e uma ou mais regiões simultaneamente.

No Capítulo 6 é feito o encerramento do texto apresentando as conclusões do trabalho, os comentários gerais e as sugestões para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Este capítulo apresenta os fundamentos teóricos sobre a propagação das ondas de Lamb e as técnicas de processamento de sinais utilizadas neste trabalho, além da formulação do modelo numérico das estruturas. A Seção 2.1 faz uma revisão dos fundamentos das ondas de Lamb. Os conceitos de velocidade de fase e velocidade de grupo são apresentados na Seção 2.2 e na Seção 2.3 são abordados os efeitos da dispersão na propagação do sinal. A Seção 2.4 apresenta métodos para obtenção da distância propagada pelo sinal e descreve técnicas utilizadas para minimizar o efeito da dispersão no sinal medido. A formulação do modelo da viga e da placa pelo método do elemento espectral é apresentada na Seção 2.5. Na Seção 2.6 são descritos os conceitos básicos da transformada wavelet discreta e na Seção 2.7 é apresentado o critério da entropia de Shannon utilizado para escolher a função wavelet mãe ótima e para determinar o nível do detalhe no qual a onda de Lamb está presente. Os conceitos elementares da transformada de Hilbert utilizada para obter o envelope dos sinais são apresentados na Seção 2.8.

2.1 Modos de propagação das ondas de Lamb

Em 1917, o matemático britânico Sir Horace Lamb publicou seu trabalho *On Waves in an Elastic Plate* a respeito da propagação de ondas guiadas em placas finas (Lamb, 1917), as quais possuem espessura muito menor que sua largura e seu comprimento. Estas ondas se propagam entre as superfícies inferior e superior da placa, como mostra a Figura 2.1. Estas ondas são denominadas ondas de Lamb.

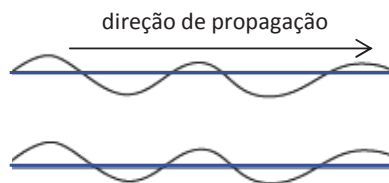


Figura 2.1 – Propagação da onda de Lamb numa placa fina

Considerando uma placa fina, homogênea e isotrópica, como mostra a Figura 2.2, as equações de onda que descrevem a propagação dos modos longitudinal e transversal são dadas por (Su e Ye, 2009):

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \frac{1}{v_L^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{1}{v_T^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (2.2)$$

onde φ e ψ são funções potenciais e v_L e v_T são as velocidades de propagação longitudinal e transversal da onda no material. Estas velocidades são definidas como:

$$v_L = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} = \sqrt{\frac{2\mu(1-\nu)}{\rho(1-2\nu)}}$$

$$v_T = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

onde μ , ν , ρ e E são o módulo de cisalhamento, o coeficiente de Poisson, a densidade e o módulo de Young da placa, respectivamente.

A solução geral das equações (2.1) e (2.2) são dadas por:

$$\varphi = [A_1 \sin(pz) + A_2 \cos(pz)] e^{i(kx - \omega t)} \quad (2.3)$$

$$\psi = [B_1 \sin(qz) + B_2 \cos(qz)] e^{i(kx - \omega t)} \quad (2.4)$$

onde x é a coordenada da direção de propagação da onda e z é a coordenada da direção normal à superfície da placa. O número de onda k , e os parâmetros q e p são dados por:

$$p^2 = \frac{\omega^2}{v_L^2} - k^2,$$

$$q^2 = \frac{\omega^2}{v_T^2} - k^2,$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda},$$

$$\omega = 2\pi f$$

onde f é a frequência, ω é a frequência angular e λ é o comprimento de onda.

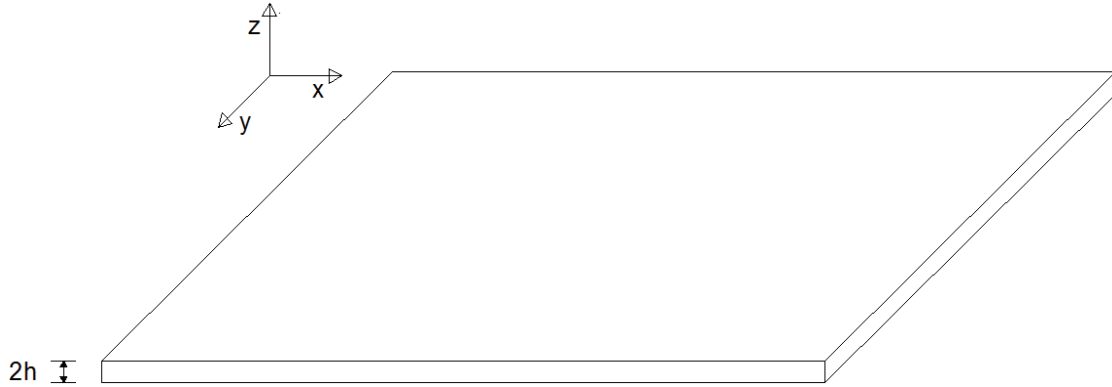


Figura 2.2 – Placa com espessura $2h$

As constantes A_1 , A_2 , B_1 e B_2 das equações (2.3) e (2.4) são determinadas aplicando-se as condições de contorno. Considerando as condições de contorno para uma placa com superfícies livres de tração, obtêm-se as equações (2.5) e (2.6) que descrevem respectivamente os modos de propagação simétrico e antissimétrico que compõe as ondas de Lamb, conhecidas como equações de Rayleigh-Lamb.

$$\frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} = -\frac{4k^2 qp}{(k^2 - q^2)^2} \quad (2.5)$$

$$\frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} = -\frac{(k^2 - q^2)^2}{4k^2 qp} \quad (2.6)$$

No modo simétrico, o deslocamento das partículas é predominantemente na direção radial, enquanto no modo antissimétrico este movimento é na direção perpendicular ao plano da placa. A Figura 2.3 mostra um esquema de como esses modos se propagam na placa.

As equações (2.5) e (2.6) podem ser satisfeitas por um número infinito de raízes reais, correspondentes aos números de onda para uma dada frequência. Cada solução corresponde à ordem i dos modos de propagação simétrico (S_i) e antissimétrico (A_i). As soluções destas equações geralmente são obtidas por métodos numéricos como o proposto por Rose (1999).

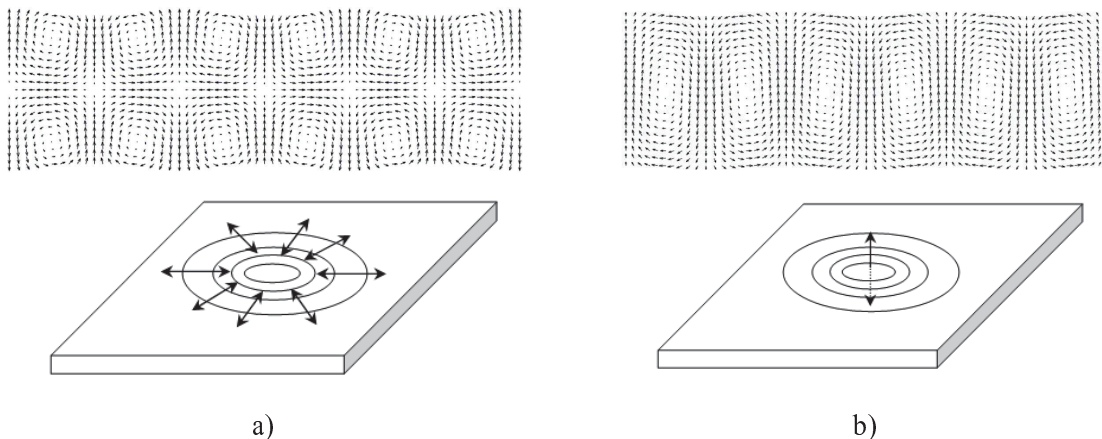


Figura 2.3 – Modos de propagação a) simétrico e b) antissimétrico (reproduzido de Bao e Giurgiutiu, 2000)

O modo simétrico apresenta as seguintes vantagens em comparação com o modo antissimétrico (Su e Ye, 2009), considerando o seu uso na detecção de danos estruturais:

- Menor atenuação devido ao seu deslocamento radial, confinando a energia dentro da placa;
- Maior velocidade de propagação, o que facilita a separação no domínio do tempo do modo de interesse do restante do sinal;
- Menor dispersão em frequências mais baixas, tornando a interpretação do sinal mais fácil.

Por outro lado, as principais vantagens do uso do modo antissimétrico são:

- Menor comprimento de onda para uma dada frequência do sinal de excitação, permitindo detectar danos de menor dimensão;
- Amplitude maior, melhorando a relação sinal-ruído no sistema de medição;
- Pode ser ativado mais facilmente.

Tanto o modo simétrico como o antissimétrico podem ser utilizados na avaliação da estrutura. Santoni *et al.* (2007) investigou a influência do formato do transdutor piezoelétrico na ativação dos modos de propagação. Foram utilizados transdutores quadrado, retangular e circular para sinais de 10 kHz até 700 kHz. Nesta faixa de frequências, apenas os modos A_0 e S_0 se

propagam. A Figura 2.4 mostra a amplitude do sinal medido para os modos A_0 e S_0 , utilizando o transdutor quadrado, em função da frequência do sinal de excitação. O modo de propagação antissimétrico é predominante para as baixas frequências, apresentando um pico de aproximadamente 5 mV em 60 kHz, enquanto nesta mesma frequência a amplitude do modo simétrico é menor que 1 mV. Para frequências maiores que 150 kHz o modo de propagação simétrico é dominante, sendo que para 210 kHz o modo antissimétrico é quase inexistente.

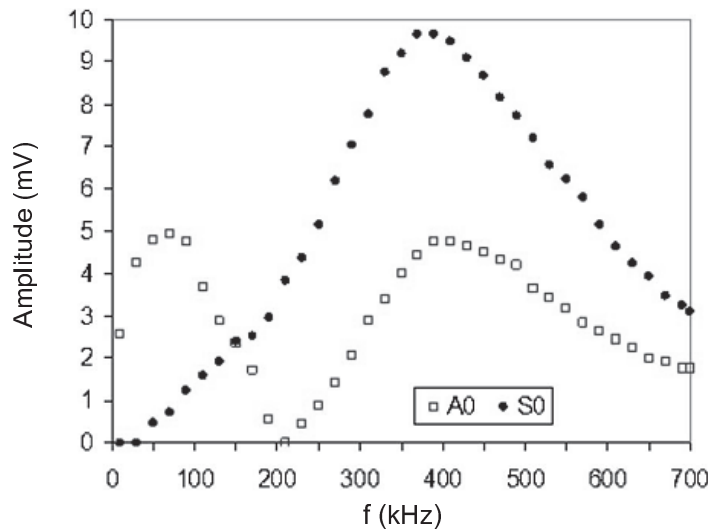


Figura 2.4 – Amplitude dos modos A_0 e S_0 em função da frequência do sinal de excitação variando de 10 kHz a 700 kHz com passo de 20 kHz para uma placa de alumínio 2024 – T3 com espessura de 1,07 mm (reproduzido de Santoni *et al.*, 2007)

2.2 Velocidade de fase e velocidade de grupo

A velocidade de propagação de uma onda é definida pela diferença de fase entre as vibrações observadas em dois pontos diferentes de uma onda plana. Uma componente harmônica de amplitude A pode ser descrita pela equação:

$$u(t, x) = A \cos(\omega t - kx) \quad (2.7)$$

A Equação (2.7) pode ser reescrita como:

$$u(t, x) = A \cos\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

onde v é definida como velocidade de fase, dada por:

$$v = \frac{\omega}{k}$$

Para um sinal formado por duas componentes harmônicas com frequência angular e número de onda dados por:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega + \Delta\omega & k_1 &= k + \Delta k \\ \omega_2 &= \omega - \Delta\omega & k_2 &= k - \Delta k \end{aligned}$$

A função que descreve este sinal é dada por:

$$\begin{aligned} u_g &= A \cos(\omega_1 t - k_1 x) + A \cos(\omega_2 t - k_2 x) \\ u_g &= 2A \cos(\omega t - kx) \cdot \cos(\Delta\omega t - \Delta kx) \end{aligned} \quad (2.8)$$

A Equação (2.8) representa uma portadora de frequência angular ω modulada com uma frequência $\Delta\omega$. A Figura 2.5 mostra o sinal para $A=1$, $\omega=2000\pi$ rd/s, $k=50$, $\Delta\omega=100\pi$ rd/s e $\Delta k=2,5$.

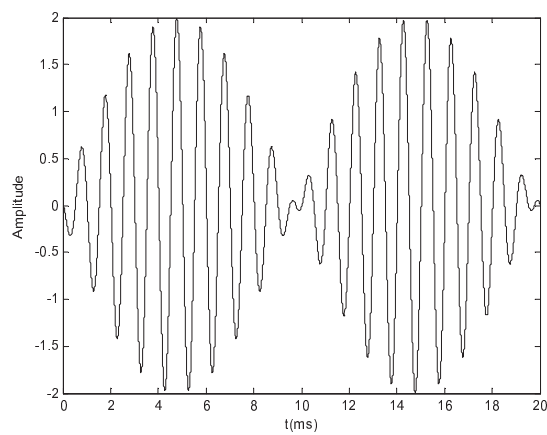


Figura 2.5 – Sinal y_g no ponto $x=0,6$ m

A velocidade com que a portadora se propaga é a velocidade de fase enquanto a velocidade de propagação da envoltória do sinal, definida como velocidade de grupo v_g , é dada por:

$$v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \rightarrow \frac{d\omega}{dk} \quad \text{para} \quad \Delta k \rightarrow 0 \quad (2.9)$$

Em um meio no qual a velocidade de fase é constante e não depende da frequência, a velocidade de fase é igual à velocidade de grupo e o sinal se propaga sem sofrer distorção. Porém, para um meio de propagação no qual a velocidade de fase é função da frequência ω (ou do número de onda k), temos:

$$v = \frac{\omega}{k} \Rightarrow \omega = vk$$

Neste caso, a velocidade de grupo é dada por:

$$v_g = v + k \frac{dv}{dk}$$

Este meio no qual a velocidade de fase depende do número de onda é chamado de dispersivo (Havelock, 1914). A dispersão do meio de propagação pode ser causada por vários efeitos (Sachse *et al.*, 1978), tais como:

- As extremidades da estrutura;
- A variação das propriedades do material em função da frequência, tais como densidade de massa, modulo de elasticidade, constantes dielétricas e outras;
- O espalhamento das ondas nas regiões não homogêneas na estrutura;
- A absorção ou dissipação da energia da onda na forma de calor ou outro tipo de energia;
- A dependência da velocidade da onda em função da sua amplitude.

A propagação das ondas de Lamb no material é representada pelas curvas de dispersão, que relacionam as velocidades de fase e de grupo com a frequência do sinal de excitação. A

Figura 2.6 mostra as curvas de dispersão para uma placa de Alumínio 6061 com espessura de 1 mm obtidas com o programa Wavescope desenvolvido pelo LAMSS (*Laboratory for Active Materials and Smart Structures*, 2010). O índice i representa a ordem do modo. Esses gráficos mostram que para qualquer frequência do sinal de excitação, haverá no mínimo dois modos, A_0 e S_0 , se propagando na placa. Quanto maior a frequência, mais modos se propagam simultaneamente. A existência de múltiplos modos se propagando torna difícil a interpretação das características do sinal utilizado para fazer a avaliação da estrutura. Nas aplicações de ensaios não destrutivos, o ideal seria que o sinal medido correspondesse a apenas um modo de propagação. Embora não seja possível eliminar completamente um desses modos, há técnicas para maximizar apenas um dos modos de propagação.

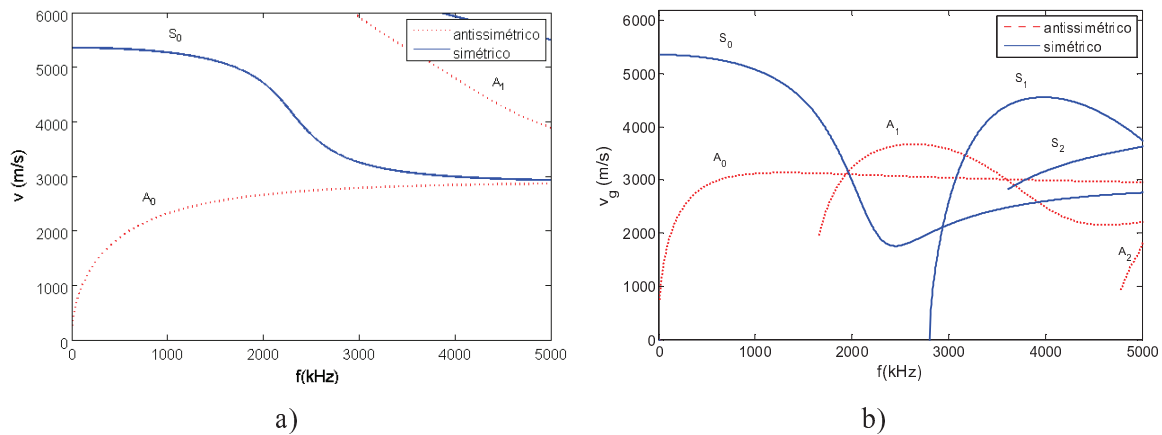


Figura 2.6 – Curvas de dispersão do Alumínio 6061: a) velocidade de fase; b) velocidade de grupo

2.3 Influência da dispersão na propagação do sinal

A velocidade com que um sinal se propaga é igual à sua velocidade de grupo somente se a absorção e a dispersão do meio forem desprezíveis. Caso contrário, estas velocidades podem ser diferentes. Brillouin (1960) apresenta em seu livro *Wave propagation and group velocity* vários estudos que mostram que há uma distinção entre a velocidade de propagação de um sinal e a

velocidade de grupo. W. Voigt (*apud* Brillouin, 1960) estudou as propriedades da equação dos telegrafistas e mostrou que a frente de onda se propaga com uma velocidade menor do que a velocidade de grupo. Os resultados obtidos provaram que deve haver uma distinção entre a velocidade de propagação do sinal e a velocidade de grupo. P. Ehrenfest (*apud* Brillouin, 1960) obteve resultados semelhantes estudando a equação que representa uma mola que sai da sua posição de equilíbrio devido à aplicação de uma força. A. Sommerfeld (*apud* Brillouin, 1960) iniciou uma discussão importante quando comparou a teoria da propagação de sinais com o postulado relativista de que nenhum sinal ou partícula pode se mover mais rápido que a velocidade da luz no vácuo (c). Este assunto precisava ser investigado, pois as leis da dispersão em um meio levavam à conclusão de que a velocidade de grupo da luz podia ser maior que c em uma região de dispersão anômala. Ele notou que a velocidade de grupo não pode representar a velocidade do sinal, especialmente em uma região do espectro na qual a dependência da frequência é grande e a absorção é elevada.

Se o sinal $u(x,t)$, que representa os deslocamentos em função da distância e do tempo de propagação da onda, for representado pela sua transformada de Fourier, todas as componentes espectrais do sinal possuem a mesma fase na origem, sendo que cada uma reforça o efeito das outras na formação do sinal (Havelock, 1914). Para qualquer instante subsequente, o sinal será formado pela soma das contribuições de cada componente que se deslocou a distância correspondente a sua velocidade. Existe um grupo de componentes predominantes no sinal que determinam a sua velocidade. Se este grupo variar em função da distância propagada, a velocidade com que o sinal se propaga também irá variar. A Figura 2.7 mostra os espectros de frequências de um pulso, utilizado como sinal de excitação, e dos sinais obtidos a partir do modelo de elemento espectral de uma viga nas posições 20 cm, 40 cm, 60 cm, 80 cm e 1 m. O pulso é formado por uma função senoidal de 14,5 kHz janelado por uma janela de Hanning com largura igual a cinco ciclos.

Os espectros de frequências dos sinais obtidos em diferentes posições mostram que o grupo das componentes espectrais predominantes varia conforme a distância propagada. A Tabela 2.1 mostra a frequência da componente espectral de maior amplitude para cada distância. A variação da frequência desta componente foi de 1,31 kHz, apresentando um valor mínimo de 14,15 kHz para a distância de 0,8 m e 15,46 kHz para a distância de 0,2 m.

Analisando as curvas de dispersão da Figura 2.6, para um sinal com frequência central de 14,5 kHz a variação da velocidade de grupo do modo A_0 não é desprezível em torno desta frequência. A Figura 2.8 mostra esta região da curva de dispersão para o modo A_0 .

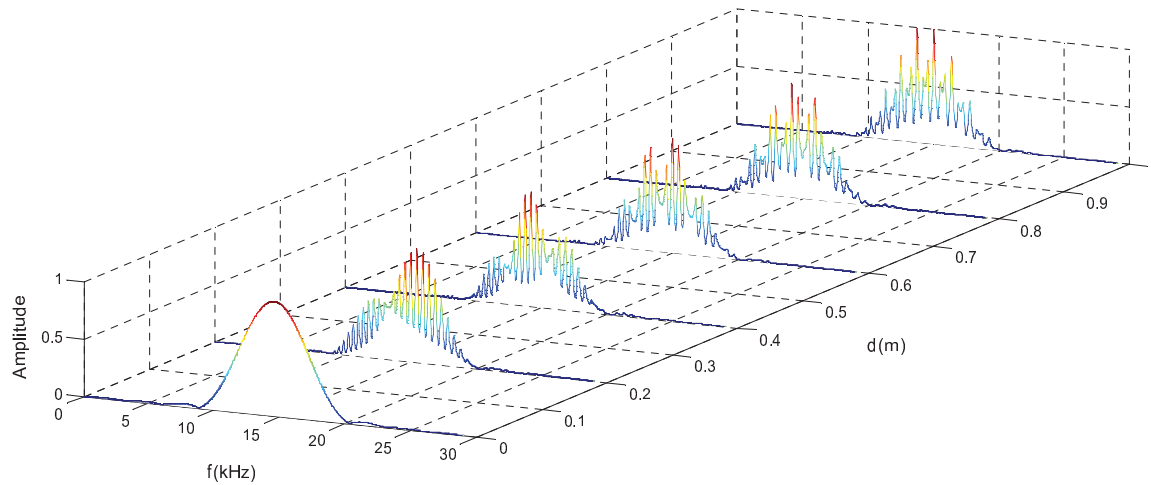


Figura 2.7 – Espectros de frequências do pulso ($d=0$) e dos sinais obtidos do modelo da viga nas posições $d=20$ cm, $d=40$ cm, $d=60$ cm, $d=80$ cm e $d=1$ m

Tabela 2.1 – Frequência da componente espectral de maior amplitude versus distância propagada

Distância (m)	f (kHz)
0,0	14,50
0,2	15,46
0,4	14,18
0,6	15,02
0,8	14,15
1,0	15,02

Portanto, para um sinal correspondente as ondas de Lamb com predominância do modo A_0 , a velocidade de propagação deste sinal não será igual à velocidade de grupo deste modo para a frequência de 14,5 kHz. A velocidade de propagação do sinal irá variar em função da distância propagada.

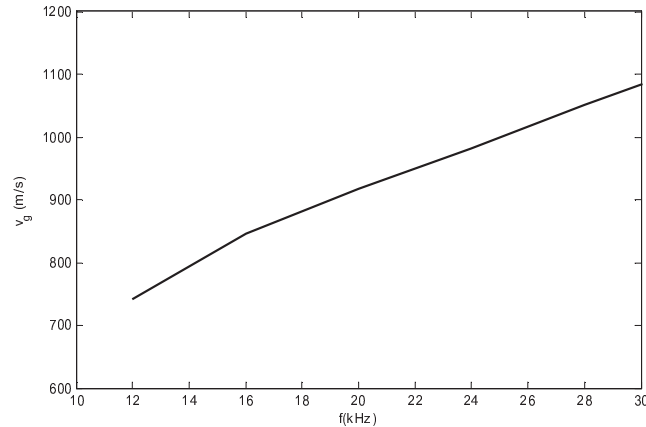


Figura 2.8 – Detalhe da curva de dispersão do modo A_0 na região de $f=14,5$ kHz

Outro fato que dificulta a obtenção da velocidade de propagação do sinal é a mudança no seu formato devido à distorção sofrida pelo sinal quando este se propaga através de um meio. Wilcox *et al.* (2001) estudaram os efeitos da dispersão das ondas de Lamb em sistemas de inspeção de longo alcance. A dispersão dessas ondas provoca o espalhamento do sinal conforme ele se propaga. A Figura 2.9 mostra um mapa espaço-tempo para representar o espalhamento do sinal. O eixo horizontal do mapa representa o tempo medido a partir do instante em que o sinal de excitação foi aplicado e o eixo vertical representa a distância propagada a partir da posição onde o sinal de excitação foi aplicado. As listras na região cinza correspondem aos picos e vales do sinal. O limiar entre a região branca e cinzenta, que corresponde à largura do sinal, foi definido considerando uma amplitude mínima de -20 dB em relação ao valor máximo do sinal para cada distância.

A Figura 2.10 mostra os sinais medidos por quatro sensores posicionados nas distâncias 0,1m, 0,2m, 0,3m e 0,4m do ponto no qual foi aplicado um pulso para excitar uma placa de alumínio. A Tabela 2.2 mostra a duração do pulso em função da distância propagada, considerando uma amplitude mínima de -12 dB do valor máximo do sinal para cada distância. Na medida em que o sinal se propaga, sua largura aumenta e sua amplitude diminui. Isto ocorre devido às extremidades do sinal se propagarem com velocidades diferentes. O espalhamento do sinal limita a resolução do sistema de inspeção dificultando a detecção de defeitos próximos às descontinuidades que fazem parte da estrutura, por exemplo, soldas, bordas e outras. Outro efeito indesejado é a diminuição da amplitude do sinal, reduzindo sua sensibilidade.

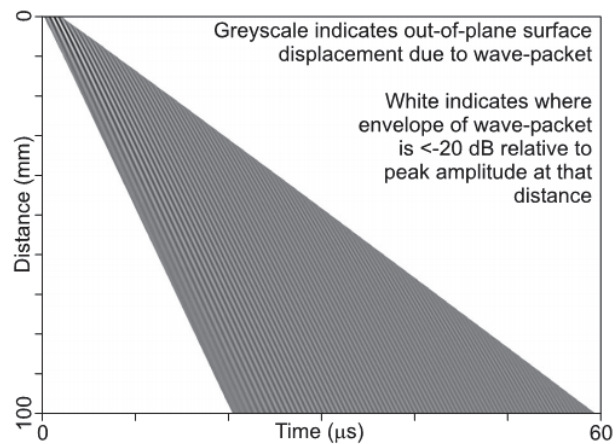


Figura 2.9 – Simulação numérica do mapa espaço-tempo ilustrando a dispersão do modo S_0 em uma placa de alumínio com espessura de 1 mm para um sinal de excitação correspondente a uma senóide de 2 MHz janelada com janela de Hanning com largura de 5 ciclos (reproduzido de Wilcox *et al.*, 2001)

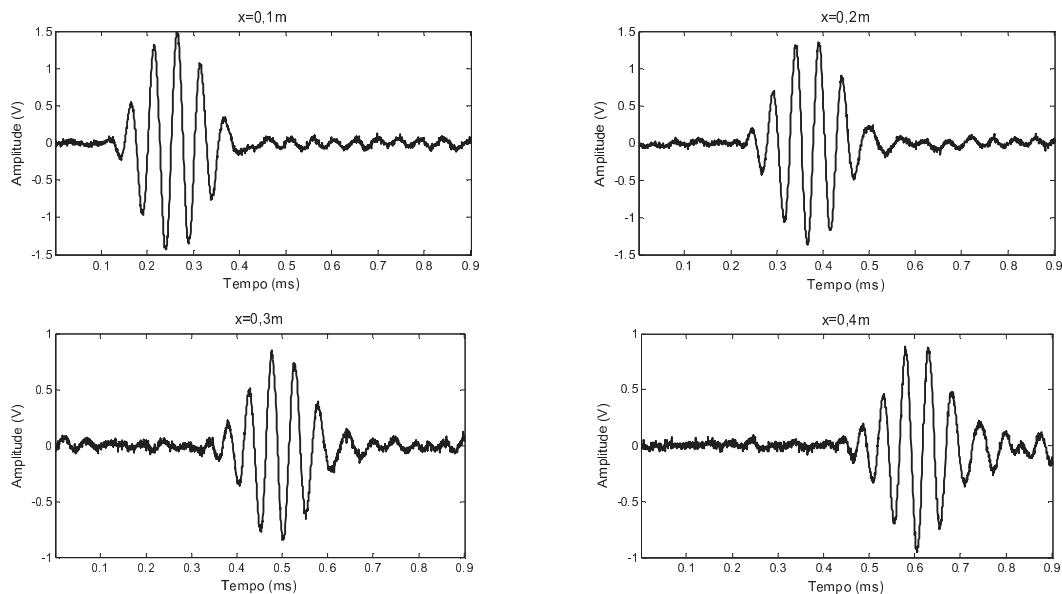


Figura 2.10 – Sinal medido nas distâncias: a) 0,1m; b) 0,2 m; c) 0,3 m; d) 0,4 m.

Apesar de esses efeitos fazerem parte da natureza das ondas de Lamb, há maneiras de minimizá-los. Alleyne e Cawley (1992) discutiram sobre a seleção dos modos e a faixa de frequência apropriada de acordo com os requisitos do sistema de inspeção e fizeram uma revisão

dos métodos de excitação e das técnicas de medição e processamento de sinais. Este trabalho mostra que o tipo de sinal utilizado para excitar a estrutura é um parâmetro importante a ser definido no sistema de inspeção. A utilização de um pulso formado por uma função senoidal janelada diminui os efeitos da dispersão, pois estes sinais possuem largura de banda reduzida. Quanto maior o número de ciclos no pulso, menor será a largura da banda. Porém isto provoca a diminuição da resolução, pois a duração do pulso aumenta. Para demonstrar a relação entre largura de banda versus duração do pulso, a Figura 2.11 mostra três sinais formados por uma função senoidal com frequência de 14,5 kHz janelada pela janela de Hanning com larguras de três, cinco e dez ciclos da senóide. Uma boa relação entre largura de banda versus duração do pulso é obtida utilizando uma senóide janelada com janela de Hanning de largura igual a cinco ciclos.

Tabela 2.2 – Duração do pulso versus distância propagada

Distância (m)	Duração (μs)
0,1	190
0,2	208
0,3	235
0,4	272

2.4 Medida da distância propagada pelo sinal

A distância propagada por um sinal pode ser obtida indiretamente por meio da medida do tempo de propagação (em inglês *Time Of Flight* - TOF) do valor máximo do seu envelope. Para uma velocidade de propagação v_s , esta distância é dada por:

$$d = v_s \cdot TOF \quad 2.10$$

Para um sinal que se propaga em um meio não dispersivo é relativamente simples obter esta distância, pois v_s é constante e igual à velocidade de grupo da sua componente espectral fundamental. Porém, devido à natureza dispersiva das ondas de Lamb é necessário o uso de técnicas para minimizar os efeitos da dispersão na obtenção da distância propagada por meio dos parâmetros extraídos do sinal.

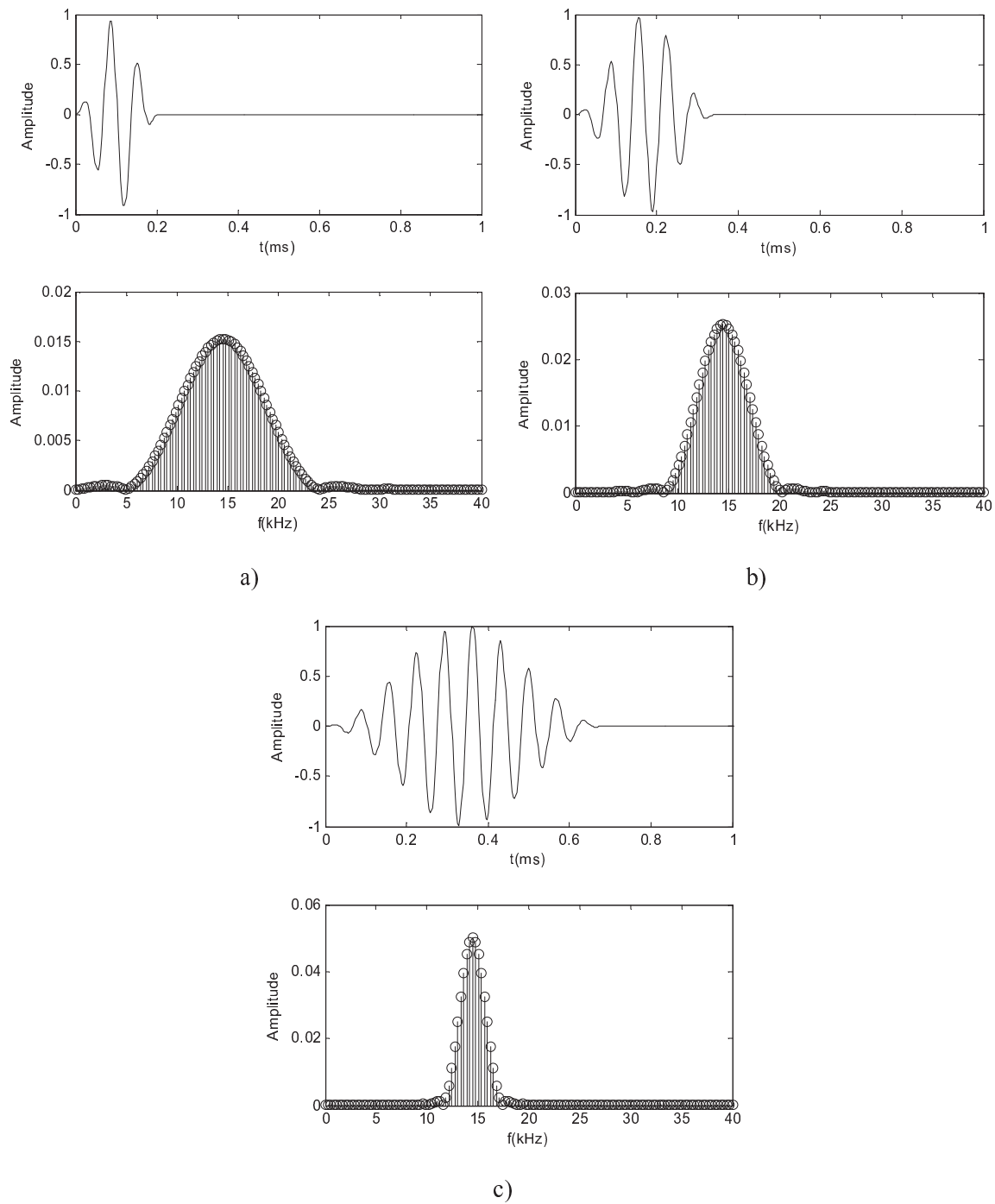


Figura 2.11 – Duração do pulso e espectro de frequência para sinais formados por uma função senoidal com $f=14,5$ kHz janelada com janela de Hanning de largura: a) três ciclos; b) cinco ciclos e c) dez ciclos.

Uma técnica simples para obtenção do TOF é calcular a correlação cruzada entre o sinal de excitação e o sinal medido pelo sensor, utilizando a seguinte expressão:

$$\psi_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f_x(t) u_y(t + \tau) dt \quad (2.11)$$

onde $f_x(t)$ é o sinal de excitação aplicado no ponto x e no instante t e $u_y(t + \tau)$ é o sinal medido pelo sensor, posicionado no ponto y , no instante $t + \tau$. O TOF é o valor do instante τ no qual o valor da correlação é máximo. Xu *et al.* (2009) avaliou a eficácia desta técnica utilizando sinais simulados levemente distorcidos e sinais medidos experimentalmente. Os resultados mostraram que a obtenção do TOF foi eficaz somente para sinais levemente distorcidos, pois a aplicação desta técnica é baseada na premissa de que o sinal medido é uma cópia escalonada do sinal de excitação deslocado no tempo misturado com ruído branco.

Wilcox *et al.* (2001b) propôs um método para compensar a dispersão das ondas de Lamb fazendo um mapeamento do sinal medido do domínio do tempo $u(t)$ para o domínio da distância propagada $h(x)$ baseado no conhecimento prévio da relação de dispersão $k(\omega)$ do modo excitado. O sinal medido por um sensor posicionado na coordenada x em relação ao ponto no qual foi aplicado o sinal de excitação, pode ser representado pela seguinte expressão:

$$u(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(\omega) e^{j[\omega t - k(\omega)x]} d\omega \quad (2.12)$$

onde $U(\omega)$ é a transformada de Fourier do sinal medido. A ideia básica do método proposto é propagar $u(x, t)$ de volta para sua origem, ou seja, na direção $-x$ e para $t=0$. Assim, a expressão que aplica a compensação da dispersão no sinal medido é dada por:

$$h(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(\omega) e^{jk(\omega)x} d\omega \quad (2.13)$$

A maneira mais simples de implementar a compensação da dispersão é obter $U(\omega)$ utilizando o algoritmo da transformada rápida de Fourier (FFT) e integrar numericamente a Equação 2.13 na faixa de frequência do sinal de excitação. Em outro trabalho, Wilcox (2003) mostra como modificar a Equação 2.13 mudando a variável de integração ω para k para que seja possível resolvê-la de um modo muito mais eficiente utilizando o algoritmo da transformada rápida de Fourier inversa (IFFT).

A relação não linear do número de onda com a frequência angular $k(\omega)$ provoca a dispersão do sinal. Baseado neste conceito, Liu e Yuan (2009) propuseram um procedimento para a remoção da dispersão por meio da linearização de $k(\omega)$ utilizando a série de Taylor. A aproximação linear da função $k(\omega)$ em torno da frequência central ω_0 pode ser escrita como:

$$k(\omega) \approx k_{lin}(\omega) = k(\omega_0) + k'(\omega_0)(\omega - \omega_0) = k(\omega_0) + \frac{(\omega - \omega_0)}{v_{gr}(\omega_0)}$$

O procedimento para remover a dispersão em um sinal dispersivo pode ser resumido nas seguintes etapas:

- Aplicar a transformada rápida de Fourier no sinal dispersivo $u(t)$ para obter $U(k)$, onde $U(k)=U(\omega)$ visto que k é função de ω ;
- Calcular a função linear $k_{lin}(\omega)$ em torno da frequência central ω_0 ;
- Interpolar os pontos $k_{lin}(\omega)$ em $U(k)$ para obter $U(k_{lin}(\omega))$;
- Aplicar a Transformada rápida de Fourier inversa em $U(k_{lin}(\omega))$ para obter o sinal sem dispersão.

Xu *et al.* (2009b) fizeram um estudo comparativo destas duas técnicas aplicadas em sinais correspondentes aos modos A_0 e S_0 das ondas de Lamb. Ambos os algoritmos foram eficazes na recuperação do formato original do sinal para o modo S_0 . No caso do modo A_0 , o algoritmo para remoção da dispersão apresentou melhores resultados. O método da compensação da dispersão possui a vantagem de fornecer diretamente a distância propagada pelo sinal por meio do mapeamento do sinal do domínio do tempo para o domínio do espaço. Por outro lado, o algoritmo para remoção da dispersão requer menos esforço computacional.

2.5 Modelamento de estruturas pelo método do elemento espectral

O Método do Elemento Espectral (SEM) tem sido bastante utilizado na modelagem da propagação de ondas em estruturas mecânicas. Na Seção 2.5.1 será apresentado o desenvolvimento do modelo numérico para uma viga íntegra e para uma viga com um dano do

tipo trinca. A Seção 2.5.2 mostra o desenvolvimento do modelo para a placa íntegra e com uma trinca utilizando as condições de contorno de Levy.

2.5.1 Modelo de uma viga

A Figura 2.12 mostra o diagrama do SEM para o cálculo do deslocamento de um ponto no eixo longitudinal da viga (Ostachowicz, 2008). Inicialmente a representação do sinal de excitação no domínio da frequência, $F(\omega)$, é obtida aplicando-se a FFT no sinal $f(t)$. Para cada valor da frequência angular ω_n é calculada a matriz de rigidez dinâmica $K_n(\omega_n)$ que será utilizada para obter a resposta da estrutura $U_n(\omega_n)$. Para obter a resposta da estrutura no domínio do tempo, basta aplicar a IFFT na sequência $U(\omega)$.

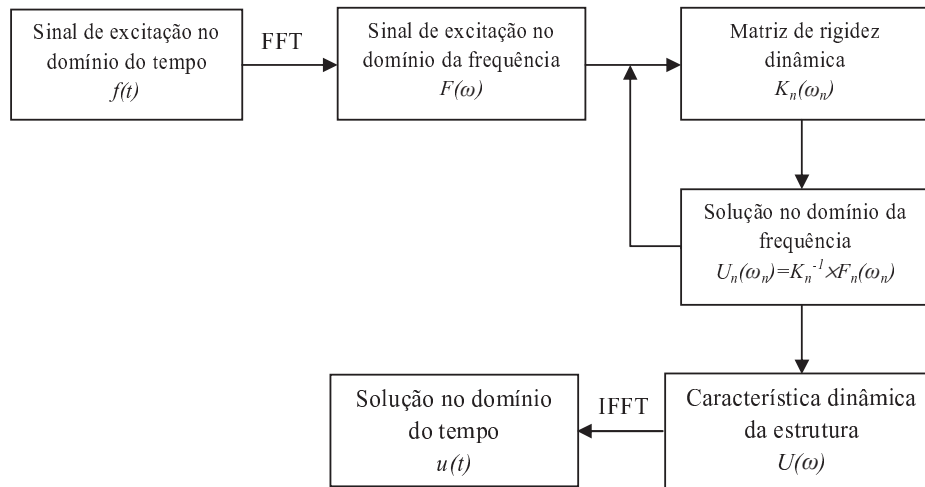


Figura 2.12 – Diagrama do modelo de elemento espectral de uma viga

De acordo com a teoria do elemento de viga de Bernoulli-Euler (Doyle, 1997) a equação geral que descreve o deslocamento de um elemento diferencial da viga $u(x, t)$ em função da força aplicada q é dado por:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \right] + \rho A \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = q \quad (2.14)$$

Na Equação (2.14) os produtos EI e ρA são a rigidez de flexão e a massa por unidade de comprimento, respectivamente. A solução dessa equação diferencial parcial de variáveis separáveis pode ser escrita na forma:

$$u(x,t) = \bar{A} e^{ikx} e^{i\omega t} \quad (2.15)$$

Substituindo a Equação 2.15 na Equação 2.14 com $q=0$, temos:

$$EI k^4 - \rho A \omega^2 = 0 \quad (2.16)$$

Os quatro números de onda que satisfazem a equação resultante são dados por:

$$k_1 = k, k_2 = ik, k_3 = -k \text{ e } k_4 = -ik$$

$$k = \sqrt[4]{\frac{\omega^2 \rho A}{EI}}$$

Utilizando uma função exponencial para cada número de onda, a solução completa $u(x,t)$ é dada por:

$$u(x,t) = \sum_n \left(\bar{A}_1 e^{ik_n x} + \bar{A}_2 e^{-k_n x} + \bar{A}_3 e^{-ik_n x} + \bar{A}_4 e^{k_n x} \right) e^{i\omega_n t} \quad (2.17)$$

Para uma viga fina, podemos considerar que:

$$\hat{\phi}(x) = \frac{d\hat{u}(x)}{dx} \quad (2.18)$$

O deslocamento vertical $\hat{u}(x)$ e a rotação $\hat{\phi}(x)$ podem ser escritos como:

$$\begin{aligned} \hat{u}(x) &= \bar{A}_1 e^{ikx} + \bar{A}_2 e^{-kx} + \bar{A}_3 e^{-ikx} + \bar{A}_4 e^{kx} \\ \hat{\phi}(x) &= ik \bar{A}_1 e^{ikx} - k \bar{A}_2 e^{-kx} - ik \bar{A}_3 e^{-ikx} + k \bar{A}_4 e^{kx} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Para uma viga de comprimento L , considerando as condições de contorno $\hat{u}(0) = \hat{u}_1$; $\hat{\phi}(0) = \hat{\phi}_1$; $\hat{u}(L) = \hat{u}_2$ e $\hat{\phi}(L) = \hat{\phi}_2$, o vetor dos deslocamentos e rotações nos pontos $x=0$ e $x=L$ pode ser escrito como:

$$\begin{aligned}
\mathbf{d} &= \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{\phi}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \hat{\phi}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{D} \overline{\mathbf{A}} \\
\overline{\mathbf{A}} &= \begin{bmatrix} \overline{A_1} \\ \overline{A_2} \\ \overline{A_3} \\ \overline{A_4} \end{bmatrix} \\
\mathbf{D} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ ik & -k & -ik & k \\ e^{ikL} & e^{-kL} & e^{-ikL} & e^{kL} \\ ike^{ikL} & -ke^{-kL} & -ike^{-ikL} & ke^{kL} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Para dois graus de liberdade, os carregamentos nodais são:

$$\begin{aligned}
\hat{V}(x) &= EI \frac{d^2 \hat{\phi}(x)}{dx^2} \\
\hat{M}(x) &= EI \frac{d \hat{\phi}(x)}{dx}.
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Considerando que nas extremidades da viga as condições de contorno são dadas por $\hat{V}(0) = \hat{V}_1$, $\hat{V}(L) = -\hat{V}_2$, $\hat{M}(0) = -\hat{M}_1$ e $\hat{M}(L) = \hat{M}_2$, temos a seguinte equação matricial:

$$\begin{aligned}
\mathbf{f} &= \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{M}_1 \\ \hat{V}_2 \\ \hat{M}_2 \end{bmatrix} = EI \mathbf{F} \overline{\mathbf{A}}, \\
\mathbf{F} &= \begin{bmatrix} -ik^3 & -k^3 & ik^3 & k^3 \\ k^2 & -k^2 & k^2 & -k^2 \\ ik^3 e^{ikL} & k^3 e^{-kL} & -ik^3 e^{-ikL} & -k^3 e^{kL} \\ -k^2 e^{ikL} & k^2 e^{-kL} & -k^2 e^{-ikL} & k^2 e^{kL} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.22}$$

A partir da Equação (2.20), podemos escrever a matriz dos coeficientes $\bar{\mathbf{A}}$ como:

$$\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{d} \quad (2.23)$$

Substituindo a Equação (2.23) na Equação (2.22), temos:

$$\mathbf{f} = EI\mathbf{F}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{d} \quad (2.24)$$

A matriz de rigidez dinâmica é definida como:

$$\mathbf{K} = EI\mathbf{F}\mathbf{D}^{-1} \quad (2.25)$$

Obtida a matriz de rigidez dinâmica da viga, o vetor de deslocamentos e rotações devido aos carregamentos nodais pode ser obtido por:

$$\mathbf{d} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{f} \quad (2.26)$$

Para uma posição qualquer da viga o deslocamento vertical é dado por:

$$\hat{u}(x) = \begin{pmatrix} e^{ikx} & e^{-kx} & e^{-ikx} & e^{kx} \end{pmatrix} \mathbf{D}^{-1}\mathbf{d}$$

No caso de uma viga trincada, a trinca representa uma descontinuidade. Neste caso são necessários dois elementos para representar a parte que fica antes e a que fica depois da trinca. Para uma viga de comprimento L e com uma trinca na posição L_1 , os deslocamentos verticais $\hat{u}_1(x)$, $\hat{u}_2(x)$ e as rotações $\hat{\phi}_1(x)$, $\hat{\phi}_2(x)$ são escritos como:

$$\begin{aligned} \hat{u}_1(x) &= \bar{A}_1 e^{ikx} + \bar{A}_2 e^{-kx} + \bar{A}_3 e^{-ikx} + \bar{A}_4 e^{kx} \\ \hat{\phi}_1(x) &= ik\bar{A}_1 e^{ikx} - k\bar{A}_2 e^{-kx} - ik\bar{A}_3 e^{-ikx} + k\bar{A}_4 e^{kx} \\ \hat{u}_2(x) &= \bar{A}_5 e^{ik(x+L_1)} + \bar{A}_6 e^{-k(x+L_1)} + \bar{A}_7 e^{-ik(x+L_1)} + \bar{A}_8 e^{k(x+L_1)} \\ \hat{\phi}_2(x) &= ik\bar{A}_5 e^{ik(x+L_1)} - k\bar{A}_6 e^{-k(x+L_1)} - ik\bar{A}_7 e^{-ik(x+L_1)} + k\bar{A}_8 e^{k(x+L_1)} \end{aligned} \quad \begin{aligned} 0 \leq x \leq L_1 \\ 0 \leq x \leq L-L_1 \end{aligned} \quad (2.27)$$

Os carregamentos nodais nas duas partes da viga são:

$$\hat{V}_1(x) = EI \frac{d^2 \hat{\phi}_1(x)}{dx^2}$$

$$\hat{M}_1(x) = EI \frac{d\hat{\phi}_1(x)}{dx} \quad (2.28)$$

$$\hat{V}_2(x) = EI \frac{d^2\hat{\phi}_2(x)}{dx^2}$$

$$\hat{M}_2(x) = EI \frac{d\hat{\phi}_2(x)}{dx}$$

As condições de contorno para a viga trincada são: $\hat{u}_1(0) = \hat{u}_1$; $\hat{\phi}_1(0) = \hat{\phi}_1$; $\hat{u}_2(0) = \hat{u}_1(L_1)$; $\hat{\phi}_2(0) - \hat{\phi}_1(L_1) = \theta \hat{M}_2(0)$; $\hat{M}_1(L_1) = \hat{M}_2(0)$; $\hat{V}_1(L_1) = \hat{V}_2(0)$; $\hat{u}_2(L - L_1) = \hat{u}_2$; $\hat{\phi}_2(L - L_1) = \hat{\phi}_2$. A constante θ que representa a flexibilidade na posição da trinca de profundidade h_T é dada por (Krawczuk, 2002):

$$\theta = \frac{72\pi}{Ebh^2} \int_0^{\bar{h}} \alpha f^2(\alpha) d\alpha$$

$$f(\alpha) = \left(\frac{\tan\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right)}{\frac{\pi}{2}\alpha} \right)^{1/2} \left(\frac{0,752 + 2,02(\alpha) + 0,37 \left(1 - \sin\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right)\right)^3}{\cos\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right)} \right)$$

$$\bar{h} = \frac{h_T}{h}$$

Aplicando as condições de contorno nas equações (2.27) e (2.28) obtém-se a seguinte equação matricial:

$$\mathbf{d}_T = \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{\phi}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hat{u}_2 \\ \hat{\phi}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{D}_T \bar{\mathbf{A}}_T \quad (2.29)$$

$$\bar{\mathbf{A}}_{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ A_6 \\ A_7 \\ A_8 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ ik & -k & -ik & k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \gamma_1 & \gamma_2^{-1} & \gamma_1^{-1} & \gamma_2 & -\gamma_1 & -\gamma_2^{-1} & -\gamma_1^{-1} & -\gamma_2 \\ -ik\gamma_1 & k\gamma_2^{-1} & ik\gamma_1^{-1} & -k\gamma_2 & \gamma_1(ik + \theta k^2) & -\gamma_2^{-1}(k + \theta k^2) & \gamma_1^{-1}(-ik + \theta k^2) & \gamma_2(k - \theta k^2) \\ -k^2\gamma_1 & k^2\gamma_2^{-1} & -k^2\gamma_1^{-1} & k^2\gamma_2 & k^2\gamma_1 & -k^2\gamma_2^{-1} & k^2\gamma_1^{-1} & -k^2\gamma_2 \\ -ik^3\gamma_1 & -k^3\gamma_2^{-1} & ik^3\gamma_1^{-1} & k^3\gamma_2 & ik^3\gamma_1 & k^3\gamma_2^{-1} & -ik^3\gamma_1^{-1} & -k^3\gamma_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{ikL} & e^{-kL} & e^{-ikL} & e^{kL} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ike^{ikL} & -ke^{-kL} & -ike^{-ikL} & ke^{kL} \end{bmatrix}$$

A matriz de rigidez dinâmica para a viga com trinca é definida como:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{T}} = E/\mathbf{F}_{\mathbf{T}} \mathbf{D}_{\mathbf{T}}^{-1} \quad (2.30)$$

A matriz $\mathbf{D}_{\mathbf{T}}^{-1}$ é formada pelas colunas 1, 2, 7 e 8 da matriz inversa de $\mathbf{D}_{\mathbf{T}}$ e $\mathbf{F}_{\mathbf{T}}$ é dada por:

$$\mathbf{F}_{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} -ik^3 & -k^3 & ik^3 & k^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k^2 & -k^2 & k^2 & -k^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ik^3 e^{ikL} & k^3 e^{-kL} & -ik^3 e^{-ikL} & -k^3 e^{kL} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k^2 e^{ikL} & k^2 e^{-kL} & -k^2 e^{-ikL} & k^2 e^{kL} \end{bmatrix}$$

O vetor de deslocamentos e rotações devido aos carregamentos nodais pode ser obtido por:

$$\mathbf{d}_{\mathbf{T}} = \mathbf{K}_{\mathbf{T}}^{-1} \mathbf{f} \quad (2.31)$$

Finalmente, os deslocamentos verticais para as duas partes da viga são dados por:

$$\begin{aligned} \hat{u}_1(x) &= (e^{ikx} \quad e^{-kx} \quad e^{-ikx} \quad e^{kx} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0) \mathbf{D}_{\mathbf{T}}^{-1} \mathbf{d}_{\mathbf{T}} \\ \hat{u}_2(x) &= (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad e^{ik(x+L_1)} \quad e^{-k(x+L_1)} \quad e^{-ik(x+L_1)} \quad e^{k(x+L_1)}) \mathbf{D}_{\mathbf{T}}^{-1} \mathbf{d}_{\mathbf{T}} \end{aligned} \quad (2.32)$$

2.5.2 Modelo de uma placa

A equação que descreve a dinâmica de um elemento diferencial da placa de Kirchhoff com espessura h , incluindo uma carga externa $q(x,y,t)$, é dada por (Black, 2005):

$$D \left(\frac{\partial^4 u(x,y,t)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 u(x,y,t)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u(x,y,t)}{\partial y^4} \right) - q(x,y,t) + \rho h \frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.33)$$

A rigidez flexural D é definida como:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

A Equação (2.33) pode ser solucionada adotando-se as condições de contorno da placa de Levy, na qual duas extremidades opostas são simplesmente apoiadas e as outras duas possuem condições de contorno arbitrárias. A Figura 2.13 ilustra as condições de contorno da placa de Levy.

A solução da Equação (2.33) considerando as condições de contorno da placa de Levy pode ser escrita como:

$$u(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\infty} f_m(x) \operatorname{sen} \left(\frac{m\pi y}{b} \right) e^{i\omega t} \quad (2.34)$$

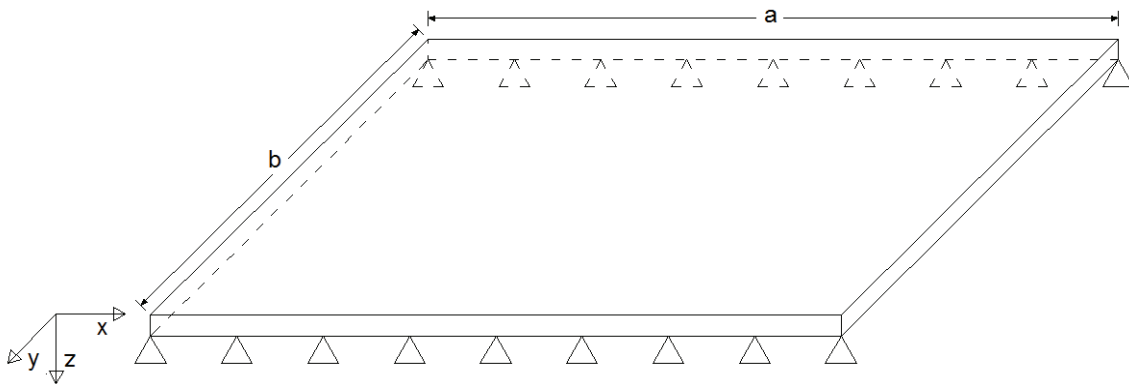


Figura 2.13 – Condições de contorno da placa de Levy

Substituindo a Equação (2.34) na Equação (2.33) com $q(x,y,t)=0$, temos:

$$\left[\frac{d^4 f_m(x)}{dx^4} - 2 \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 \frac{d^2 f_m(x)}{dx^2} + \left(\left(\frac{m\pi}{b} \right)^4 - \frac{\rho h \omega^2}{D} \right) f_m(x) \right] \text{sen} \left(\frac{m\pi y}{b} \right) e^{i\omega t} = 0 \quad (2.35)$$

Fazendo os termos entre colchetes da Equação (2.35) igual a 0, temos:

$$\frac{d^4 f_m(x)}{dx^4} - 2 \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 \frac{d^2 f_m(x)}{dx^2} + \left(\left(\frac{m\pi}{b} \right)^4 - \frac{\rho h \omega^2}{D} \right) f_m(x) = 0 \quad (2.36)$$

Considerando $f_m(x)$ como:

$$f_m(x) = \bar{A} e^{px} \quad (2.37)$$

Substituindo a forma adotada para $f_m(x)$ na Equação (2.36), obtêm-se a seguinte equação polinomial:

$$p^4 - 2 \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 p^2 + \left(\frac{m\pi}{b} \right)^4 - \frac{\rho h \omega^2}{D} = 0 \quad (2.38)$$

As raízes da Equação (2.38) são as seguintes:

$$\begin{aligned} p_1 &= \sqrt{\sqrt{\frac{\rho h \omega^2}{D}} + \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2} \\ p_2 &= \sqrt{-\sqrt{\frac{\rho h \omega^2}{D}} + \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2} \\ p_3 &= -\sqrt{\sqrt{\frac{\rho h \omega^2}{D}} + \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2} \\ p_4 &= -\sqrt{-\sqrt{\frac{\rho h \omega^2}{D}} + \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2} \end{aligned} \quad (2.39)$$

Substituindo os quatro número de ondas na solução adotada para a placa de Levy, Equação (2.39), temos a solução completa para o campo de deslocamento transversal da placa $u(x, y, t)$, da seguinte forma:

$$u(x, y, t) = \sum_n \sum_{m=1}^{\infty} \left(\bar{A}_1 e^{p_1 x} + \bar{A}_2 e^{p_2 x} + \bar{A}_3 e^{p_3 x} + \bar{A}_4 e^{p_4 x} \right) \text{sen} \left(\frac{m\pi y}{b} \right) e^{i\omega_n t} \quad (2.40)$$

A rotação em torno do eixo y pode ser escrita como:

$$\phi(x, y, t) = -\frac{\partial u(x, y, t)}{\partial x} \quad (2.41)$$

Os deslocamentos espectrais $\hat{u}(x, y)$ e $\hat{\phi}(x, y)$ podem ser escritos da seguinte forma:

$$\hat{u}(x, y) = \sum_m \left(\bar{A}_1 e^{p_1 x} + \bar{A}_2 e^{p_2 x} + \bar{A}_3 e^{p_3 x} + \bar{A}_4 e^{p_4 x} \right) \text{sen} \left(\frac{m\pi y}{b} \right) \quad (2.42)$$

$$\hat{\phi}(x, y) = -\sum_m \left(p_1 \bar{A}_1 e^{p_1 x} + p_2 \bar{A}_2 e^{p_2 x} + p_3 \bar{A}_3 e^{p_3 x} + p_4 \bar{A}_4 e^{p_4 x} \right) \text{sen} \left(\frac{m\pi y}{b} \right) \quad (2.43)$$

As constantes $\bar{A}_1$, $\bar{A}_2$, $\bar{A}_3$ e $\bar{A}_4$ podem ser obtidas a partir das condições de contorno para os deslocamentos espectrais nas extremidades da placa. Considerando $\hat{u}(0, y) = \hat{u}_1$, $\hat{\phi}(0, y) = \hat{\phi}_1$, $\hat{u}(a, y) = \hat{u}_2$ e $\hat{\phi}(a, y) = \hat{\phi}_2$, temos:

$$\mathbf{d}_m = \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{\phi}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \hat{\phi}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{D}_m \bar{\mathbf{A}} \text{sen} \left(\frac{m\pi y}{b} \right) \quad (2.44)$$

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \bar{A}_1 \\ \bar{A}_2 \\ \bar{A}_3 \\ \bar{A}_4 \end{bmatrix} \quad e \quad \mathbf{D}_m = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -p_1 & -p_2 & -p_3 & -p_4 \\ e^{p_1 L} & e^{p_2 L} & e^{p_3 L} & e^{p_4 L} \\ -p_1 e^{p_1 L} & -p_2 e^{p_2 L} & -p_3 e^{p_3 L} & -p_4 e^{p_4 L} \end{bmatrix}$$

Os esforços resultantes podem ser obtidos diferenciando-se a Equação (2.42) em relação à x e y , da seguinte forma:

$$\hat{V}(x, y) = -D \left[\frac{\partial^3 \hat{u}(x, y)}{\partial x^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 \hat{u}(x, y)}{\partial y^2 \partial x} \right], \quad (2.45)$$

$$\hat{M}(x, y) = -D \left[\frac{\partial^2 \hat{u}(x, y)}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \hat{u}(x, y)}{\partial y^2} \right]$$

Considerando que nas extremidades da placa estes carregamentos são dados por $\hat{V}(0, y) = \hat{V}_1$, $\hat{V}(a, y) = \hat{V}_2$, $\hat{M}(0, y) = \hat{M}_1$ e $\hat{M}(a, y) = \hat{M}_2$, temos a seguinte equação matricial:

$$\mathbf{f}_m = \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{M}_1 \\ \hat{V}_2 \\ \hat{M}_2 \end{bmatrix} = -D \mathbf{F}_m \bar{\mathbf{A}} \operatorname{sen} \left(\frac{m\pi y}{b} \right) \quad (2.46)$$

A matriz $\mathbf{F}_m$ é dada por:

$$\mathbf{F}_m = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ g_1 & g_2 & g_3 & g_4 \\ h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \end{bmatrix}$$

Os coeficientes c_n , d_n , g_n e h_n da matriz $\mathbf{F}_m$ são:

$$\begin{aligned} c_n &= -p_n^3 + (2 - \nu) \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 p_n \\ d_n &= -p_n^2 + \nu \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 \\ g_n &= p_n^3 e^{p_n a} - (2 - \nu) \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 p_n e^{p_n a} \\ h_n &= p_n^2 e^{p_n a} - \nu \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 e^{p_n a} \end{aligned}$$

A partir da Equação (2.44), podemos escrever:

$$\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{D}_m^{-1} \mathbf{d}_m \frac{1}{\text{sen}\left(\frac{m\pi y}{b}\right)} \quad (2.47)$$

Substituindo a Equação (2.47) na Equação (2.46), temos:

$$\mathbf{f}_m = -D\mathbf{F}_m \mathbf{D}_m^{-1} \mathbf{d}_m \quad (2.48)$$

A matriz de rigidez dinâmica para a placa é definida como:

$$K_m = -D\mathbf{F}_m \mathbf{D}_m^{-1} \quad (2.49)$$

Obtida a matriz de rigidez dinâmica da placa, o vetor de deslocamentos e rotações devido aos carregamentos nodais pode ser calculado como:

$$\mathbf{d}_m = \mathbf{K}_m^{-1} \mathbf{f}_m \quad (2.50)$$

Para uma posição qualquer da placa o deslocamento vertical é dado por:

$$\hat{u}(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \left(e^{p_1 x} \ e^{p_2 x} \ e^{p_3 x} \ e^{p_4 x} \right) \mathbf{D}_m^{-1} \mathbf{d}_m \text{sen}\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \quad (2.51)$$

Para uma força uniformemente distribuída ao longo do eixo y em uma das extremidades da placa, temos:

$$\hat{P} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{b} \int_0^b \hat{p}_0 \text{sen}\left(\frac{m\pi}{b} y\right) dy = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2\hat{p}_0}{m\pi} [1 - \cos(m\pi)] \quad (2.52)$$

onde $\hat{p}_0$ é a componente espectral da força aplicada. No caso de uma força pontual aplicada em y_0 , podemos escrever:

$$\hat{P} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2\hat{p}_0}{b} \text{sen}\left(\frac{m\pi y_0}{b}\right) \quad (2.53)$$

Para uma placa com uma trinca em $x=L_1$, como mostra a Figura 2.14, os deslocamentos verticais $\hat{u}_1(x, y)$, $\hat{u}_2(x, y)$ e as rotações $\hat{\phi}_1(x, y)$, $\hat{\phi}_2(x, y)$ podem ser escritos como:

$$\begin{aligned}
 \hat{u}_1(x, y) &= \sum_m \left(\bar{A}_1 e^{p_1 x} + \bar{A}_2 e^{p_2 x} + \bar{A}_3 e^{p_3 x} + \bar{A}_4 e^{p_4 x} \right) \text{sen} \left(\frac{m\pi y}{b} \right) & 0 \leq x \leq L_1 \\
 \hat{\phi}_1(x, y) &= - \sum_m \left(p_1 \bar{A}_1 e^{p_1 x} + p_2 \bar{A}_2 e^{p_2 x} + p_3 \bar{A}_3 e^{p_3 x} + p_4 \bar{A}_4 e^{p_4 x} \right) \text{sen} \left(\frac{m\pi y}{b} \right) \\
 \hat{u}_2(x, y) &= \sum_m \left(\bar{A}_5 e^{p_1(x+L_1)} + \bar{A}_6 e^{p_2(x+L_1)} + \bar{A}_7 e^{p_3(x+L_1)} + \bar{A}_8 e^{p_4(x+L_1)} \right) \text{sen} \left(\frac{m\pi y}{b} \right) & 0 \leq x \leq a-L_1 \\
 \hat{\phi}_2(x, y) &= - \sum_m \left(p_1 \bar{A}_5 e^{p_1(x+L_1)} + p_2 \bar{A}_6 e^{p_2(x+L_1)} + p_3 \bar{A}_7 e^{p_3(x+L_1)} + p_4 \bar{A}_8 e^{p_4(x+L_1)} \right) \text{sen} \left(\frac{m\pi y}{b} \right)
 \end{aligned} \tag{2.54}$$

As constantes $\bar{A}_1$, $\bar{A}_2$, $\bar{A}_3$, $\bar{A}_4$, $\bar{A}_5$, $\bar{A}_6$, $\bar{A}_7$ e $\bar{A}_8$ podem ser obtidas a partir das condições de contorno para os deslocamentos espectrais nas extremidades da placa e na posição da trinca, dadas por:

$$\begin{aligned}
 \hat{u}_1(0, y) &= \hat{u}_1 & \text{Extremidade esquerda da} \\
 \hat{\phi}_1(0, y) &= \hat{\phi}_1 & \text{placa (x=0)} \\
 \hat{u}_1(L_1, y) &= \hat{u}_2(0, y) \\
 \hat{\phi}_1(L_1, y) - \hat{\phi}_2(0, y) &= \theta \hat{M}_2(0, y) & \text{Local da trinca (x=L}_1 \text{ para } \hat{u}_1 \\
 \hat{M}_1(L_1, y) &= \hat{M}_2(0, y) & \text{e x=0 para } \hat{u}_2) \\
 \hat{V}_1(L_1, y) &= \hat{V}_2(0, y) \\
 \hat{u}_2(a-L_1, y) &= \hat{u}_2 & \text{Extremidade direita da placa} \\
 \hat{\phi}_2(a-L_1, y) &= \hat{\phi}_2 & (x=a-L_1)
 \end{aligned}$$

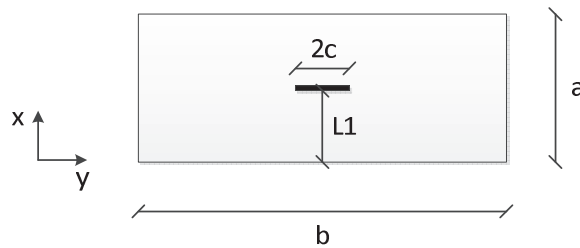


Figura 2.14 – Ilustração das dimensões da placa e da trinca

A presença da trinca na placa provoca a mudança da flexibilidade dos pontos da placa ao longo da trinca. De acordo com a formulação proposta por Khadem e Rezaee (2000), o coeficiente adimensional θ que representa a flexibilidade dos pontos da placa para $x=L_I$ é calculado da seguinte forma:

$$\theta\left(\frac{y}{b}\right) = \frac{6h}{b} \alpha\left(\frac{y}{b}\right) F\left(\frac{y}{b}\right)$$

A função α é dado por:

$$\begin{aligned} \alpha\left(\frac{y}{b}\right) &= \alpha_0\left(\frac{y}{b}\right) f\left(\frac{y}{b}\right) \\ \alpha_0\left(\frac{y}{b}\right) &= \frac{1}{h} \int_0^{h_T} \left[\left(\frac{h_T}{h}\right)^{1/2} \left(1,99 - 2,47\left(\frac{h_T}{h}\right) + 12,97\left(\frac{h_T}{h}\right)^2 - 23,117\left(\frac{h_T}{h}\right)^3 + 24,8\left(\frac{h_T}{h}\right)^4 \right) \right]^2 dh_T \\ f\left(\frac{y}{b}\right) &= e^{-\left\{ \left[\left(\frac{y-y_0}{b} \right) e^1 \right]^2 / 2c^2 \right\}} \end{aligned}$$

onde y_0 é a coordenada do centro da trinca, c é a metade da largura da trinca e h_T é a profundidade da trinca. A função $F\left(\frac{y}{b}\right)$ é escrita como:

$$F\left(\frac{y}{b}\right) = \frac{2c/h + 3(v+3)(1-v)\alpha_0 \left[1 - f\left(\frac{y}{b}\right) \right]}{2c/h + 3(v+3)(1-v)\alpha_0}$$

Os carregamentos nodais $\hat{M}_1$, $\hat{M}_2$, $\hat{V}_1$ e $\hat{V}_2$ podem ser obtidos diferenciando-se $\hat{u}_1(x, y)$ e $\hat{u}_2(x, y)$ da Equação (2.54) de acordo com a Equação (2.45). A forma matricial dos deslocamentos nodais pode ser escrita como:

$$\mathbf{d}_{Tm} = \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{\phi}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hat{u}_2 \\ \hat{\phi}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{D}_{Tm} \overline{\mathbf{A}}_{sen} \left(\frac{m\pi y}{b} \right) \quad (2.55)$$

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \bar{A}_1 \\ \bar{A}_2 \\ \bar{A}_3 \\ \bar{A}_4 \\ \bar{A}_5 \\ \bar{A}_6 \\ \bar{A}_7 \\ \bar{A}_8 \end{bmatrix} \quad e \quad \mathbf{D}_{\text{Tm}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -p_1 & -p_2 & -p_3 & -p_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ r_1 & r_2 & r_3 & r_4 & -r_1 & -r_2 & -r_3 & -r_4 \\ s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & -p_1 r_1 & -p_2 r_2 & -p_3 r_3 & -p_4 r_4 \\ w_1 & w_2 & w_3 & w_4 & -w_1 & -w_2 & -w_3 & -w_4 \\ z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & -z_1 & -z_2 & -z_3 & -z_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{p_1 a} & e^{p_2 a} & e^{p_3 a} & e^{p_4 a} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_1 e^{p_1 a} & p_2 e^{p_2 a} & p_3 e^{p_3 a} & p_4 e^{p_4 a} \end{bmatrix}$$

Os coeficientes r_n , s_n , w_n e z_n da matriz $\mathbf{D}_{\text{Tm}}$ são dados por:

$$\begin{aligned} r_n &= e^{p_n L_1} \\ s_n &= -p_n r_n - \theta D \left(p_n^2 r_n - v \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 r_n \right) \\ w_n &= -p_n^2 r_n + v \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 r_n \\ z_n &= -p_n^3 + (2 - v) \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 r_n p_n \end{aligned}$$

Considerando que nas extremidades da placa trincada os carregamentos nodais são dados por $\hat{V}_1(0, y) = \hat{V}_1$, $\hat{V}_2(a, y) = \hat{V}_2$, $\hat{M}_1(0, y) = \hat{M}_1$ e $\hat{M}_2(a, y) = \hat{M}_2$, temos a seguinte equação matricial:

$$\mathbf{f}_{\text{Tm}} = \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{M}_1 \\ \hat{V}_2 \\ \hat{M}_2 \end{bmatrix} = -D \mathbf{F}_{\text{Tm}} \bar{\mathbf{A}} \operatorname{sen} \left(\frac{m\pi y}{b} \right) \quad (2.56)$$

$$\mathbf{F}_{\text{Tm}} = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_1 & g_2 & g_3 & g_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \end{bmatrix}$$

A partir da Equação (2.55), podemos escrever:

$$\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{D}_{\text{Tm}}^{-1} \mathbf{d}_{\text{Tm}} \frac{1}{\text{sen}\left(\frac{m\pi y}{b}\right)} \quad (2.57)$$

A matriz $\mathbf{D}_{\text{Tm}}^{-1}$ é formada pelas colunas 1, 2, 7 e 8 da matriz inversa de $\mathbf{D}_{\text{Tm}}$. Substituindo a Equação (2.57) na Equação (2.56), temos:

$$\mathbf{f}_{\text{Tm}} = -D\mathbf{F}_{\text{Tm}} \mathbf{D}_{\text{Tm}}^{-1} \mathbf{d}_{\text{Tm}} \quad (2.58)$$

A matriz de rigidez dinâmica para a placa trincada é definida como:

$$\mathbf{K}_{\text{Tm}} = -D\mathbf{F}_{\text{Tm}} \mathbf{D}_{\text{Tm}}^{-1} \quad (2.59)$$

Obtida a matriz de rigidez dinâmica, o vetor de deslocamentos e rotações devido aos carregamentos nodais pode ser obtido por:

$$\mathbf{d}_{\text{Tm}} = \mathbf{K}_{\text{Tm}}^{-1} \mathbf{f}_{\text{Tm}} \quad (2.60)$$

Finalmente, os deslocamentos verticais para as duas partes da placa trincada são dados por:

$$\begin{aligned} \hat{u}_1(x, y) &= \sum_m^{\infty} \left(e^{p_1 x} \ e^{p_2 x} \ e^{p_3 x} \ e^{p_4 x} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \right) \mathbf{D}_{\text{Tm}}^{-1} \mathbf{d}_{\text{Tm}} \text{sen}\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \\ \hat{u}_2(x, y) &= \sum_m^{\infty} \left(0 \ 0 \ 0 \ 0 \ e^{p_1(x+L_1)} \ e^{p_2(x+L_1)} \ e^{p_3(x+L_1)} \ e^{p_4(x+L_1)} \right) \mathbf{D}_{\text{Tm}}^{-1} \mathbf{d}_{\text{Tm}} \text{sen}\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \end{aligned} \quad (2.61)$$

2.6 Transformada wavelet

A transformada wavelet é uma técnica de processamento de sinais utilizada para representar as características de um sinal nos domínios tempo e frequência. Esta técnica permite detectar transientes contidos no sinal, diferentemente da transformada de Fourier que é uma ferramenta

útil para analisar eventos periódicos. Estes transientes são detectados através da similaridade entre o sinal no domínio do tempo e uma função conhecida como wavelet mãe. A transformada wavelet contínua (TWC) de um sinal $x(t)$ é dada por:

$$\gamma(s, \tau) = \int x(t) \Psi_{s, \tau}^*(t) dt \quad (2.62)$$

onde * representa o complexo conjugado, s a escala na frequência e τ a translação no tempo. A Equação (2.62) representa a projeção da função $x(t)$ em uma base de funções ortonormais, dilatadas por s e transladadas por τ , geradas por uma função chamada wavelet mãe dada por:

$$\Psi_{s, \tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Psi\left(\frac{t - \tau}{s}\right) \quad (2.63)$$

Esta técnica é ideal para analisar sinais não estacionários, pois o seu conteúdo espectral varia ao longo do tempo. Os sinais obtidos da aplicação de técnicas de inspeção baseadas na propagação das ondas de Lamb são exemplos de sinais com ocorrências localizadas. Neste caso, a transformada wavelet é utilizada para extrair os pacotes de onda referentes às ondas refletidas e transmitidas nas discontinuidades da estrutura.

Mallat (1989) desenvolveu um método eficiente para implementar a Transformada Wavelet Discreta através da análise multiresolução. Esta teoria relaciona a TWD com um banco de filtros composto por filtros de quadratura espelhada passa baixa e passa alta, pelo qual o sinal é decomposto em detalhes e aproximações. A aproximação é obtida na saída do filtro passa baixa e está relacionada às suavizações do sinal. A saída do filtro passa alta fornece os detalhes do sinal que estão relacionados aos eventos transitórios. A Figura 2.15 mostra um esquema de um banco de filtros composto pelos filtros passa alta (H1) e passa baixa (H0) para dois níveis de decomposição. O símbolo $\downarrow 2$ representa a decimação ou reamostragem do sinal filtrado.

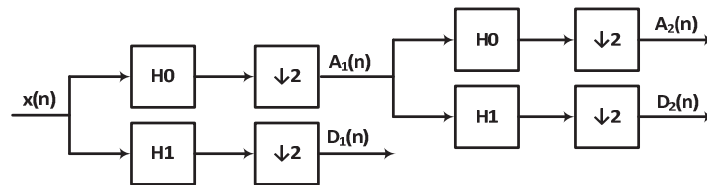


Figura 2.15 – Banco de filtros de análise para 2 níveis de decomposição

Cada nível separa as componentes espectrais em faixas de frequência, as quais dependem da frequência de amostragem utilizada na aquisição do sinal. A Figura 2.16 mostra a relação da frequência de amostragem com a resposta em frequência dos filtros passa alta e passa baixa ideal para três níveis de decomposição.

Nos detalhes de menor nível estão localizados os componentes de frequências mais altas. Analisando o sinal decomposto em diversos detalhes é possível obter informações que a priori estavam escondidas no sinal original, por exemplo, mascaradas por algum tipo de ruído proveniente do sistema de medição. A subdivisão do espectro do sinal em diversas faixas de frequência através do processo de filtragem é equivalente ao escalonamento (s) da Equação (2.63). Por outro lado, a translação τ desta equação é obtida através da convolução do sinal com os coeficientes do filtro.

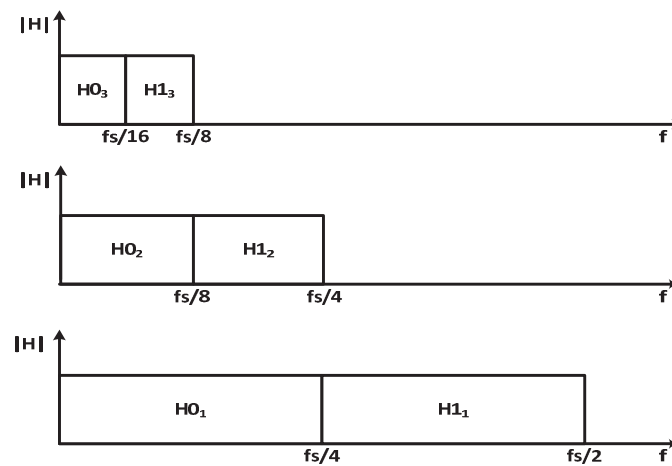


Figura 2.16 – Faixas de frequência dos filtros passa alta e passa baixa da TWD para 3 níveis de decomposição

2.7 Critério da Entropia de Shannon

A entropia de Shannon mede a dispersão ou aleatoriedade da energia dentro de um processo. A concentração de energia resulta em um baixo valor da entropia. É possível utilizar

este critério para escolher a melhor wavelet mãe entre um grupo de funções wavelet mãe ortogonais que podem ser utilizadas para obter a TWD (Li *et al.* 2009). Além da escolha da wavelet mãe mais adequada para analisar o sinal, a entropia mostra o nível de detalhe no qual estão contidas as informações referentes à propagação das ondas de Lamb na estrutura.

Primeiramente é feita uma seleção de funções wavelet mãe baseada na compatibilidade da função com as características que se deseja extrair do sinal. Em seguida, obtém-se a TWD do sinal para cada wavelet mãe pré-selecionada. Considerando $c_{d,i}$ os coeficientes da TWD para uma certa wavelet mãe, a entropia de Shannon para o detalhe d é dada por:

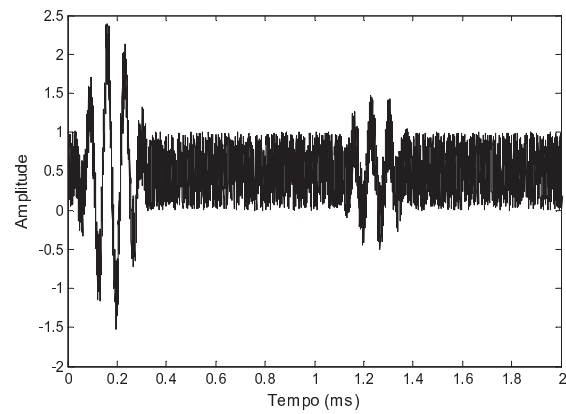
$$S(d) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{c_{d,i}^2}{R} \cdot \ln \left(\frac{c_{d,i}^2}{R} \right) \right) \quad (2.64)$$

$$R = \sum_{d=1}^{d_{\max}} \sum_{i=1}^n c_{d,i}^2$$

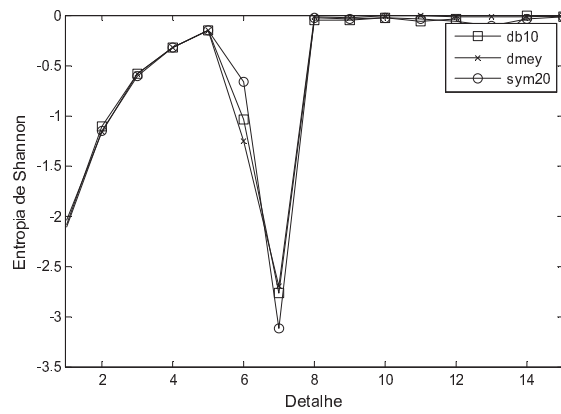
onde $d_{\max}$ é o nível do detalhe máximo utilizado na análise.

A Figura 2.17 mostra um sinal composto por cinco ciclos de uma senóide com a janela de Hanning misturada com ruído aleatório que será utilizado demonstrar a aplicação do critério da entropia de Shannon. Para o cálculo da entropia foram utilizadas as funções Daubechies 10 (Db10), Meyer discreta e Symlet 20 e um nível de detalhe máximo igual a 15. A melhor wavelet mãe é a que apresenta o menor valor da entropia. Para este sinal, o menor valor da entropia dos coeficientes da TWD foi obtido com a wavelet mãe Symlet 20 para o nível de detalhe 7, que corresponde a senóide janelada, pois esta componente possui a maior parte da energia no sinal. Os valores baixos de entropia obtidos para os primeiros níveis dos detalhes da TWD equivalem à energia do ruído, pois este possui componentes de frequências mais elevadas que o sinal.

A Figura 2.18 mostra os coeficientes do detalhe de nível 7 da TWD com a wavelet mãe Symlet 20, que corresponde ao sinal sem o ruído. Este resultado mostra que a curva da entropia dos coeficientes da TWD para os diversos níveis de detalhe é capaz de identificar o detalhe no qual está contida a parcela do sinal com grande concentração de energia.



a)



b)

Figura 2.17 – a) Sinal analisado; b) Entropia de Shannon dos coeficientes da transformada wavelet discreta para as wavelet mãe db10, Meyer discreta e Symlet 20.

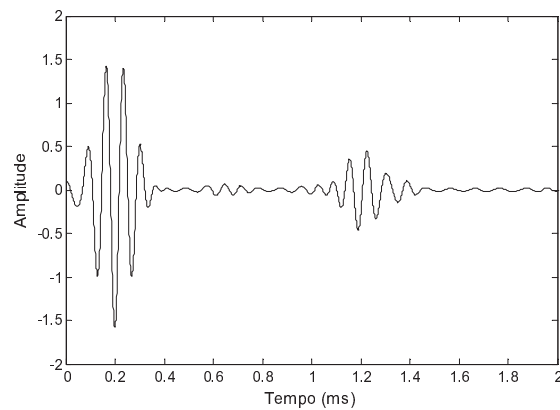


Figura 2.18 – Coeficientes do detalhe de nível 7 da transformada wavelet discreta com wavelet mãe Symlet 20

2.8 Transformada de Hilbert

A transformada de Hilbert pode ser utilizada para obter um sinal analítico a partir de um sinal real (Feldman, 2011). Considerando um sinal real $x(t)$, o sinal analítico $x_a(t)$ é dado por:

$$x_a(t) = x(t) + iH\{x(t)\} \quad (2.65)$$

onde $H\{x(t)\}$ é a transformada de Hilbert do sinal real. Uma maneira eficaz de calcular esta transformada é:

- a. Calcular a transformada de Fourier do sinal;
- b. Girar a fase do sinal obtido em 90° ;
- c. Retornar ao domínio do tempo, calculando a transformada inversa de Fourier.

O sinal analítico pode ser representado na forma polar da seguinte maneira:

$$x_a(t) = re^{-j\theta} \quad (2.66)$$

onde r é o módulo e θ é a fase do sinal analítico. O módulo do sinal analítico corresponde à envoltória do sinal real.

3 ANÁLISE NUMÉRICA DA PROPAGAÇÃO DAS ONDAS DE LAMB

Neste capítulo serão apresentados os resultados numéricos obtidos dos modelos desenvolvidos na Seção 2.5 do Capítulo 2. Os modelos da viga e da placa foram implementados no programa MATLAB[®]. A Seção 3.1 mostra o estudo feito para a detecção e localização do dano em uma viga utilizando a configuração pulso-eco. A Seção 3.2 apresenta uma análise sobre a velocidade de propagação dos sinais na placa e investiga a interação do sinal com as descontinuidades da estrutura. Os resultados mostram como a presença do dano modifica os sinais obtidos da estrutura íntegra e indicam quais os parâmetros que podem ser utilizados na detecção, localização e avaliação da severidade.

3.1 Estudo da influência da trinca na propagação de ondas em vigas

O estudo sobre a influência do dano na propagação das ondas de Lamb na viga foi feito por meio da análise dos sinais obtidos do modelo SEM dessa estrutura, formulado na seção 2.5.1, com as seguintes dimensões: 0,8 m de comprimento, 31 mm de largura e 3,1 mm de espessura. As propriedades materiais do alumínio utilizado no modelo são: $\rho=2700 \text{ kg/m}^3$, $E = 7,1 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, $\eta=0,01$ e $E_c=E(1+i\eta)$. Foram estudados os modelos de duas vigas, uma íntegra e outra com uma trinca transversal e não propagante com profundidade 0,93 mm localizada nas posições 0,2 m, 0,4 m e 0,6 m. Os sinais obtidos correspondem ao histórico da propagação das ondas de Lamb na coordenada $x=0$.

Um sinal senoidal com frequência de 14,5 kHz, amplitude de 1 V e 12 pontos por período janelado com uma janela de Hanning com largura correspondente a 5 ciclos foi aplicado na posição $x=0$ para excitar as vigas. Com o propósito de obter um sinal mais realístico, o sinal obtido do modelo SEM foi somado com um ruído aleatório representado pela função *rand* do MATLAB[®] multiplicado por 50% da amplitude máxima do sinal. A Figura 3.1 mostra estes sinais com a amplitude normalizada. Antes de extrair os parâmetros que foram utilizados para avaliar a condição da estrutura foi necessário processar os sinais, pois o ruído impossibilitava a extração desses parâmetros com exatidão.

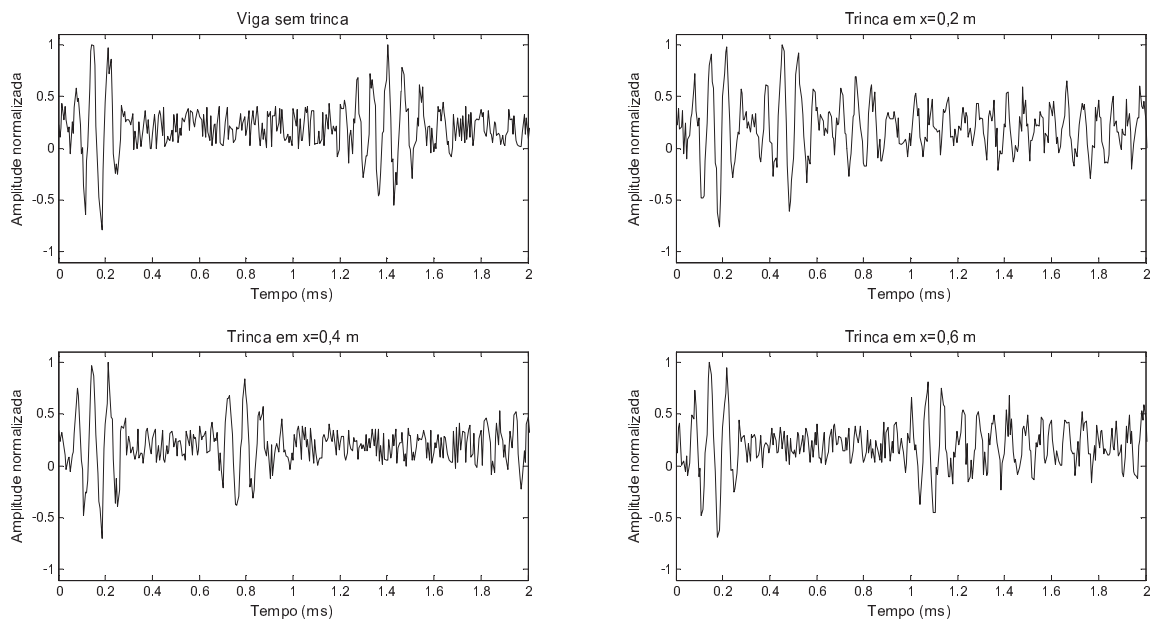


Figura 3.1 – Sinais da propagação das ondas de Lamb para as vigas sem trinca e com a trinca nas posições 0,2 m, 0,4 m e 0,6 m

Para determinar a melhor wavelet mãe e o nível de detalhe que contém a parte do sinal que corresponde à propagação das ondas, foram obtidas a TWD desses sinais utilizando as funções wavelet mãe Biortogonal 6.8 (bior6.8), Coiflets 3 (coif3) e Daubechies 40 (db40) para um nível de decomposição máximo igual a seis. A TWD foi obtida utilizando as funções *wavedec* e *wrcoef* do programa MATLAB®. A Figura 3.2 mostra os gráficos da entropia de Shannon para a viga sem trinca e para a viga com a trinca na posição 0,2 m. Os resultados para as duas vigas foram bastante similares, isto é, o menor valor da entropia foi obtido para a TWD com a wavelet mãe db40 para o detalhe de nível três. Este resultado é importante, pois mostra que é possível determinar a melhor wavelet mãe e o nível de detalhe a partir do sinal da estrutura íntegra. Para os outros dois casos da viga trincada, os resultados foram os mesmos.

Os coeficientes do detalhe de nível três para a TWD com a wavelet mãe db40 e os seus envelopes são mostrados nas figuras 3.3 e 3.4 respectivamente. O pacote de onda referente à reflexão ocorrida na borda ou na trinca aparece em destaque nas figuras. As curvas da Figura 3.3 mostram que após o processamento do sinal utilizando a TWD o ruído e o nível CC foram eliminados. Os pacotes de onda correspondentes à propagação das ondas de Lamb são muito mais evidentes no sinal processado.

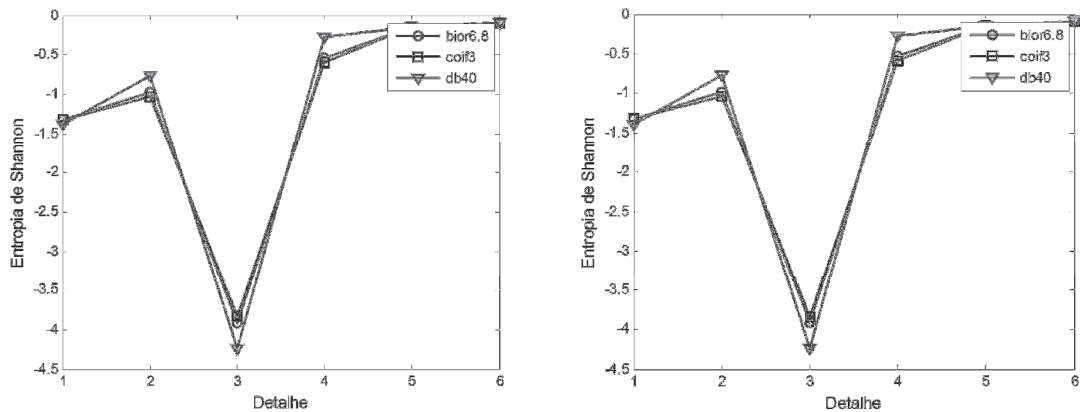


Figura 3.2 – Entropia de Shannon para a) viga sem trinca e b) viga com trinca na posição 0,2 m

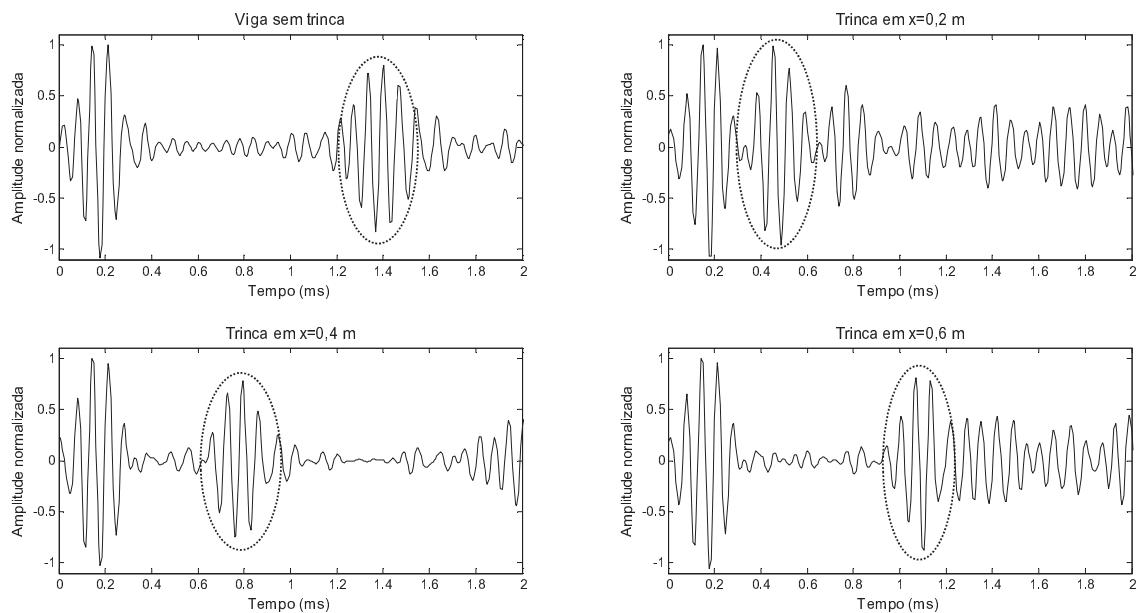


Figura 3.3 – Coeficientes do detalhe do terceiro nível da TWD usando a wavelet mãe db40 para as vigas sem trinca e com a trinca nas posições 0,2 m, 0,4 m e 0,6 m

O comprimento da viga e a posição da trinca são proporcionais ao TOF dado pela diferença entre os instantes dos dois primeiros picos do sinal, correspondentes ao sinal de excitação e à primeira reflexão das ondas de Lamb, respectivamente. A aplicação da transformada de Hilbert para obtenção do envelope do sinal evidencia os instantes em que ocorreram os picos, permitindo obter o TOF com maior exatidão. O TOF medido a partir do envelope dos coeficientes da TWD do sinal da viga sem trinca, mostrado na Figura 3.4, foi 1,20 ms correspondendo a uma

velocidade de propagação de aproximadamente 1333,33 m/s e comprimento de onda de 9,2 cm. Este intervalo de tempo equivale a duas vezes o comprimento da viga, devido à reflexão da onda na sua extremidade oposta. A posição da trinca pode ser determinada comparando o TOF da viga íntegra (t_i) com o TOF da viga trincada, usando a seguinte expressão:

$$P = \frac{L}{t_i} TOF \quad (3.1)$$

onde P é a posição da descontinuidade e L é o comprimento da viga. É importante salientar que a Equação 3.1 considera que a velocidade de propagação do sinal é constante.

A Tabela 3.1 mostra o TOF das vigas íntegra e com trinca, a posição estimada da trinca e o erro entre a posição obtida a partir da análise dos sinais e a posição real. Estes resultados mostram que é possível detectar e obter a localização do dano na viga a partir da extração do TOF dos sinais utilizando a configuração pulso-eco. A aplicação da TWD e da transformada de Hilbert proporcionaram a obtenção do TOF com exatidão, resultando nos erros admissíveis na estimativa da posição da trinca (Souza e Nóbrega, 2012). Além disso, os efeitos da dispersão das ondas de Lamb não provocaram erros consideráveis no cálculo da posição da trinca.

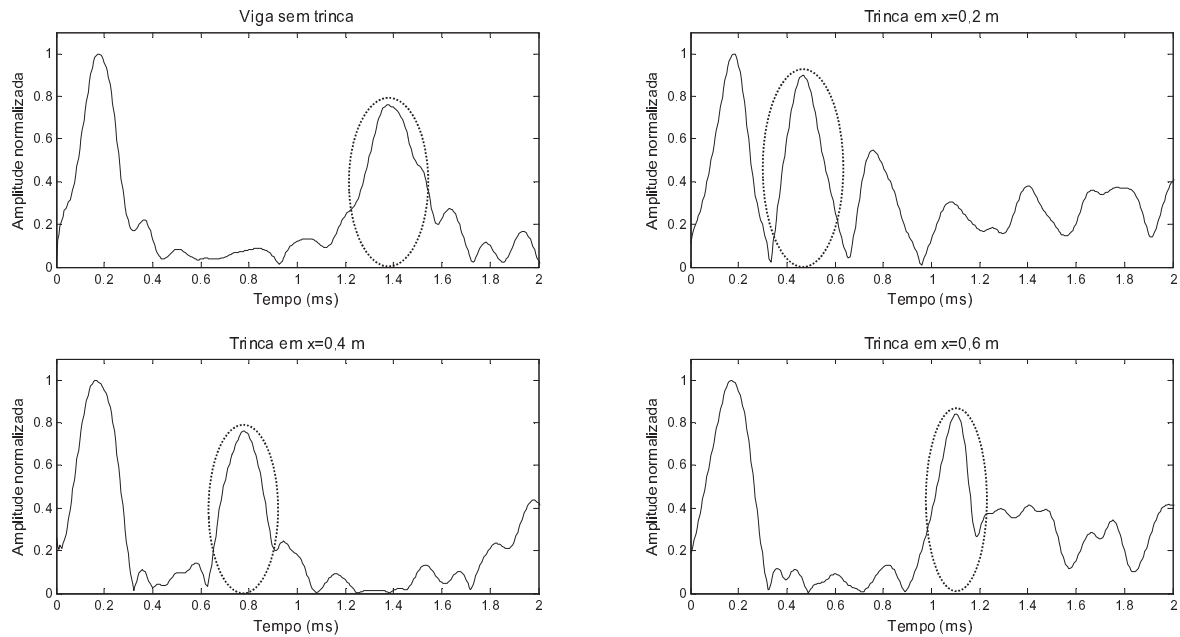


Figura 3.4 – Envelope dos coeficientes do detalhe do terceiro nível da TWD usando a wavelet mãe db40 para as vigas sem trinca e com a trinca nas posições 0,2 m, 0,4 m e 0,6 m

Tabela 3.1 – TOF, posição da trinca e erro para os sinais obtidos do modelo SEM

Posição da trinca	Sem trinca	0,2 m	0,4 m	0,6 m
TOF (ms)	1,20	0,287	0,615	0,931
Estimativa da posição da trinca (m)	-	0,19	0,41	0,62
Erro (%)	-	5,0	2,5	3,3

3.2 – Propagação de ondas em placas

Os sinais obtidos do modelo SEM, formulado na seção 2.5.2, foram utilizados para compreender como as ondas se propagam na placa e analisar a influência da trinca. A Seção 3.2.1 mostra os resultados obtidos do estudo do comportamento da velocidade de propagação do sinal utilizando os sinais do modelo SEM da placa íntegra e descreve a metodologia utilizada para obter a distância percorrida pelo pacote de onda em função do TOF. Na Seção 3.2.2 são apresentados os resultados obtidos da análise da influência da trinca na propagação da onda na placa. Foram feitas simulações variando a distância da trinca em relação ao ponto de aplicação do sinal de excitação e variando a sua profundidade.

3.2.1 – Estudo da velocidade de propagação

A eficácia na obtenção da distância entre uma descontinuidade da estrutura e o sensor utilizado para medir o sinal na configuração pulso-eco depende fortemente da exatidão na medida do tempo de propagação do sinal. Se a velocidade do sinal (v_s) for constante, a distância propagada pelo sinal (d) pode ser obtida utilizando a Equação 2.10. Além disso, o gráfico da função $d(TOF)$ deverá ser uma reta com coeficiente angular igual a v_s . Sendo assim, inicialmente foi investigado o comportamento da velocidade do sinal utilizando o modelo SEM de uma placa íntegra com 1,4 m de largura, 0,5 m de comprimento e 1 mm de espessura. As propriedades materiais do alumínio utilizado no modelo são: $\mu=0,33$, $\rho=2700 \text{ kg/m}^3$, $E = 7,1 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, $\eta=0,01$ e $E_c=E(1+i\eta)$. O sinal utilizado para excitar a placa foi uma senoide de 20 kHz, 1 V de

amplitude e 12 pontos por período multiplicado por uma janela de Hanning com largura igual a 5 ciclos, aplicado no ponto com coordenadas $x=0$ e $y=0,7$ m. Um ruído aleatório foi adicionado aos sinais obtidos do modelo para representar o ruído que pode estar presente no sistema de medição. Este ruído é formado pela função *rand* do MATLAB multiplicado por 10% da amplitude máxima do sinal. Foram analisados os sinais nos pontos distantes 0,1 m (P_{10}), 0,2 m (P_{20}), 0,3 m (P_{30}) e 0,4 m (P_{40}) do ponto de aplicação do sinal de excitação. A Figura 3.5 mostra um esquema da placa modelada indicando os pontos onde o sinal de excitação foi aplicado e os sinais do modelo SEM foram obtidos.

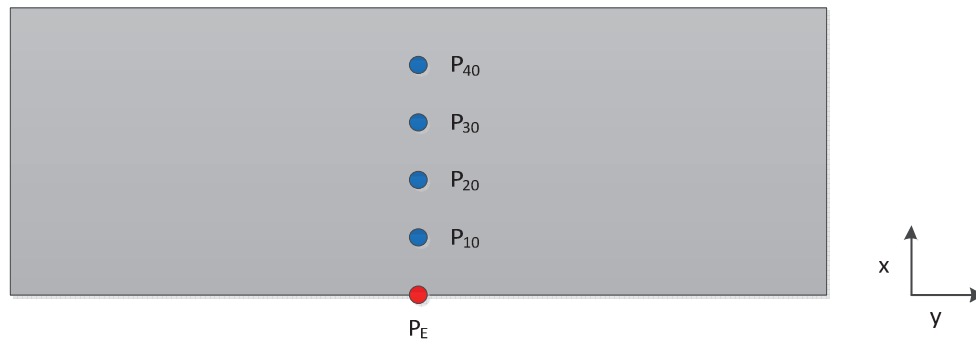


Figura 3.5 – Esquema da placa modelada para o estudo da velocidade do sinal

A Figura 3.6 mostra os sinais com a amplitude normalizada para os pontos indicados na Figura 3.5. O primeiro pacote de onda corresponde à onda incidente no ponto analisado e o segundo corresponde à onda refletida na borda oposta à aplicação do sinal de excitação. As distâncias percorridas por estes pacotes de onda correspondem a 0,1 m e 0,9 m para P_{10} , 0,2 m e 0,8 m para P_{20} , 0,3 m e 0,7 m para P_{30} e 0,4 m e 0,6 m para P_{40} .

Para determinar a melhor função wavelet mãe e o nível de detalhe correspondente à propagação das ondas de Lamb no sinal, foi adotado o critério da entropia de Shannon com as mesmas funções utilizadas na análise dos sinais da viga e um nível de detalhe máximo igual a seis. A Figura 3.7 mostra os valores da entropia dos detalhes da TWD do sinal do ponto P_{30} . Os resultados mostram que a melhor wavelet mãe foi a db40 para os coeficientes do detalhe de nível três.

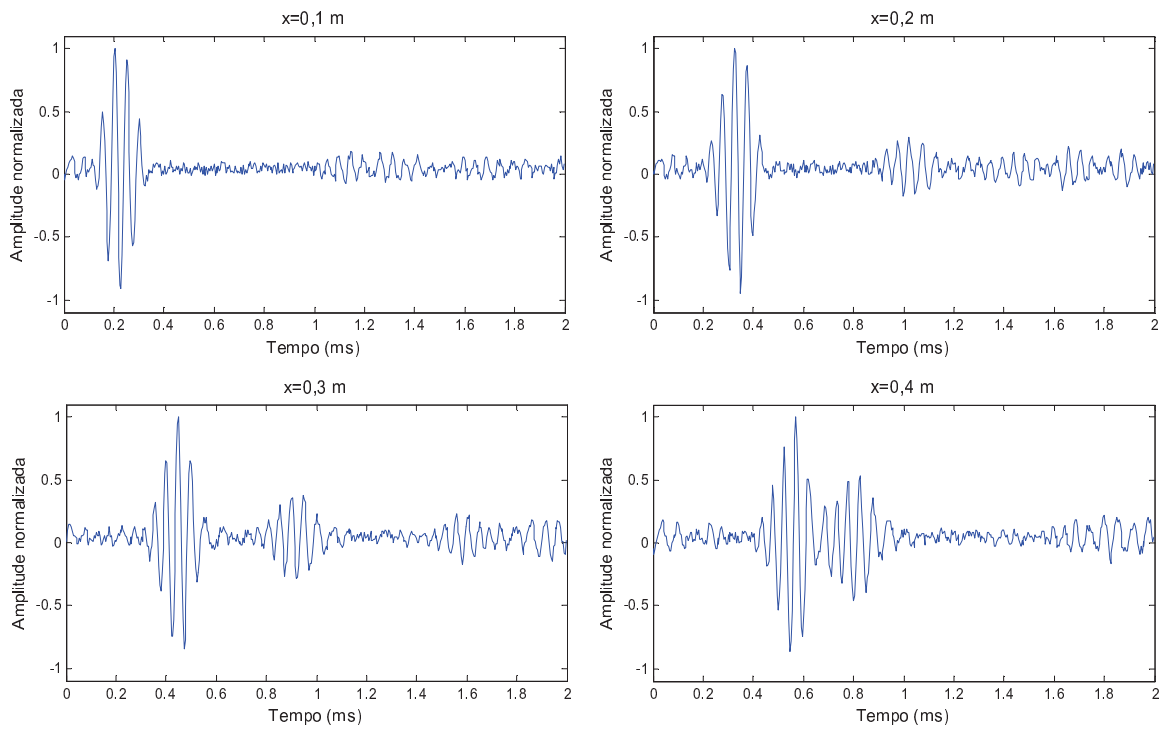


Figura 3.6 – Sinais do modelo SEM da placa íntegra para as distâncias 0,1 m, 0,2 m 0,3 m e 0,4 m

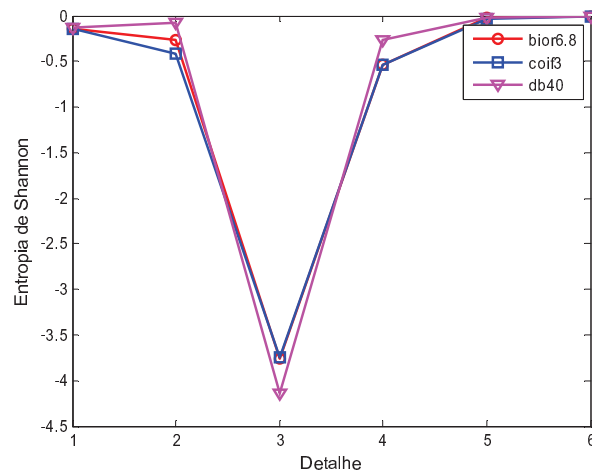


Figura 3.7 – Entropia de Shannon dos coeficientes da TWD do sinal para a distância 0,3 m

A Figura 3.8 mostra os coeficientes do detalhe de nível três da TWD dos sinais da Figura 3.6 e a Figura 3.9 mostra o envelope desses coeficientes.

Os sinais da Figura 3.8 mostram claramente que a aplicação da TWD elimina o ruído presente no sinal original, fazendo com que os picos utilizados para obter os tempos de propagação da onda de Lamb fiquem muito mais evidentes no sinal processado.

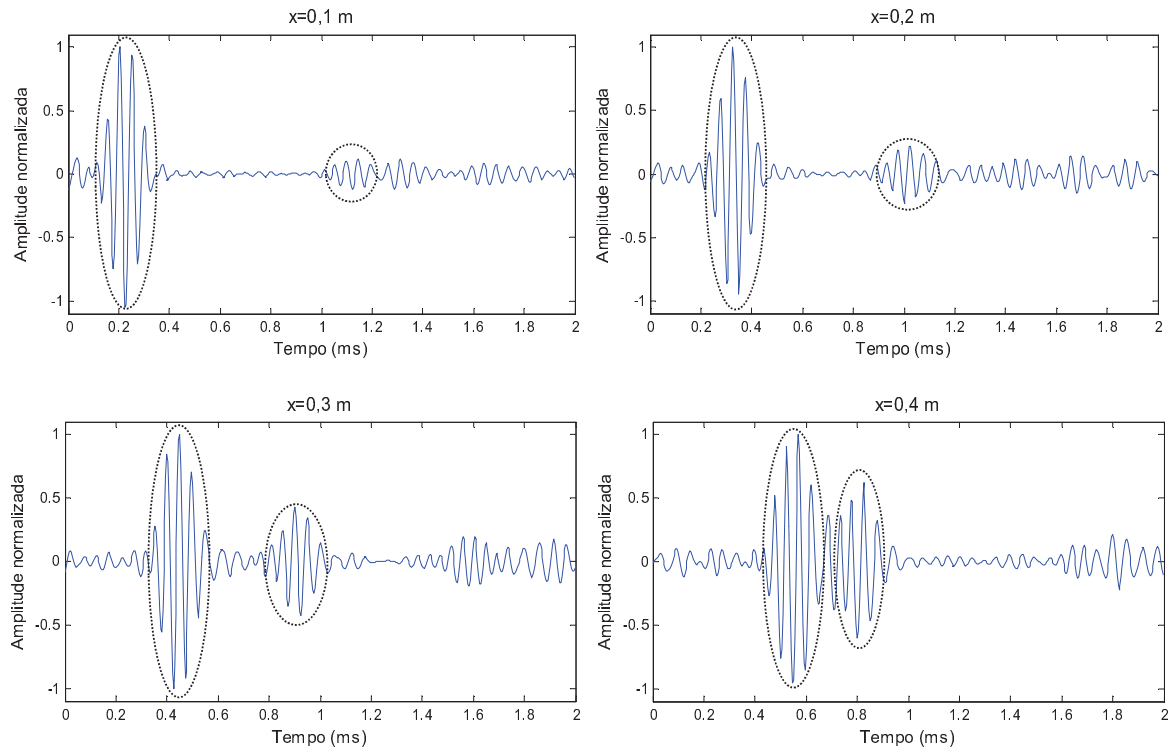
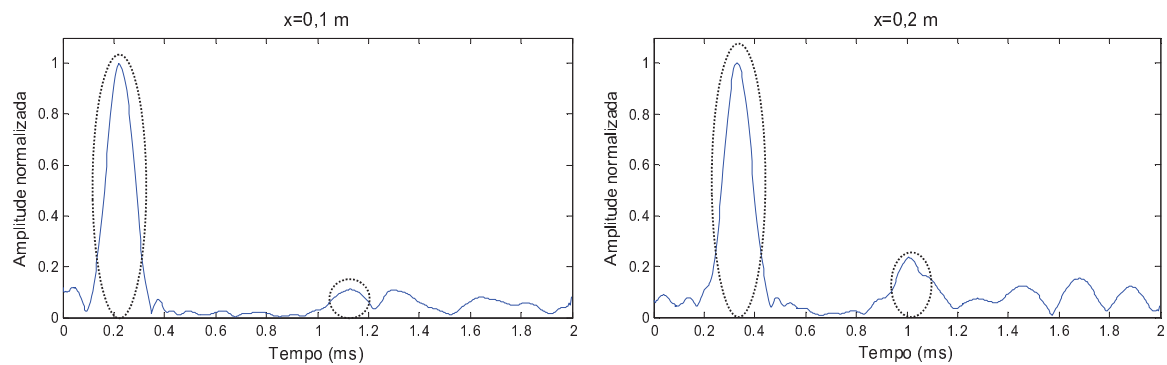


Figura 3.8 – Coeficientes do detalhe de nível três da TWD dos sinais do modelo SEM da placa íntegra para as distâncias 0,1 m, 0,2 m 0,3 m e 0,4 m



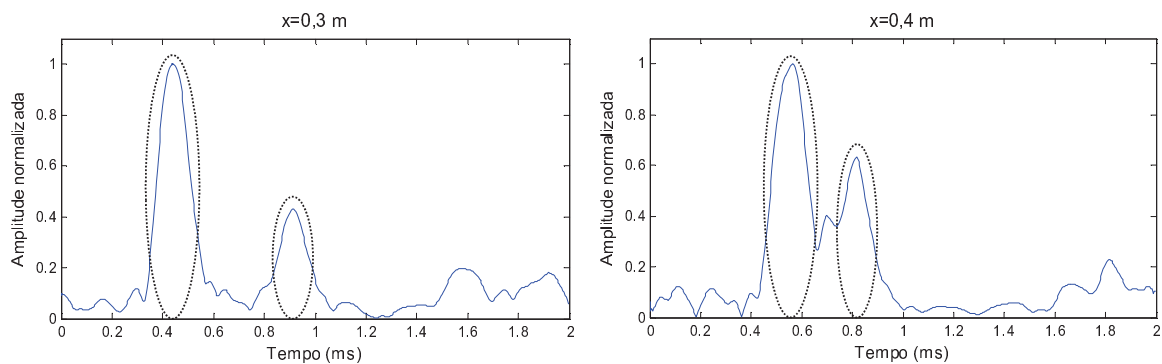


Figura 3.9 – Envelope dos coeficientes do detalhe de nível três da TWD dos sinais do modelo SEM da placa íntegra para as distâncias 0,1 m, 0,2 m 0,3 m e 0,4 m

A Tabela 3.2 mostra os instantes referentes ao primeiro pico (t_1), ao segundo pico (t_2) e os valores do TOF para cada ponto. O instante que ocorreu o pico do sinal de excitação foi 0,129 ms.

Tabela 3.2 – Valores obtidos dos sinais do modelo SEM para os pontos P_{10} , P_{20} , P_{30} e P_{40}

	t_1 (ms)	t_2 (ms)	TOF ₁ (ms)	TOF ₂ (ms)
P_{10}	0,225	1,121	0,096	0,992
P_{20}	0,329	1,013	0,200	0,884
P_{30}	0,438	0,918	0,308	0,788
P_{40}	0,567	0,817	0,438	0,688

A tabela 3.3 mostra a velocidade de propagação do sinal, calculada a partir da Equação 2.10, para cada distância percorrida pelo pacote de onda.

Tabela 3.3 – Velocidade do sinal versus distância percorrida

Distância (cm)	Velocidade (m/s)
10	1043,84
20	1000,00
30	973,08
40	914,29
60	872,73
70	888,89
80	905,18
90	907,44

Os resultados da Tabela 3.3 mostram que embora a placa de alumínio seja supostamente isotrópica e homogênea, a velocidade do sinal para as diferentes distâncias propagadas pela onda não foi constante. Esta variação pode ter sido causada pela dispersão das ondas de Lamb e pela influência da aplicação das técnicas de processamento de sinais. Se for considerado um único valor desta velocidade, o erro cometido no cálculo da distância percorrida pelo pacote de onda pode ser grande. Por exemplo, considerando $v_s=1043,84$ m/s, obtida a partir do primeiro pico do sinal no ponto P_{10} correspondente a distância de 0,1 m, a distância correspondente ao TOF2 deste mesmo sinal seria 1,04 m. O erro cometido é de 15% em relação ao valor real que é de 0,9 m. Diferentemente dos resultados obtidos a partir dos sinais do modelo da viga, será necessário utilizar alguma técnica para compensar os efeitos da dispersão nos sinais obtidos do modelo da placa.

Para melhorar a estimativa da distância percorrida pelo pacote de onda foi obtida uma curva da distância versus tempo de propagação, fazendo um ajuste polinomial de terceira ordem com os valores da Tabela 3.2 utilizando a função *polyfit* do programa MATLAB®. A função obtida do ajuste é dada por:

$$d = 4,032 \times 10^8 TOF^3 - 5,826 \times 10^5 TOF^2 + 1,092 \times 10^3 TOF + 0,002 \quad (3.3)$$

A Figura 3.10 mostra a curva correspondente a Equação (3.3) com os pontos utilizados no ajuste em destaque.

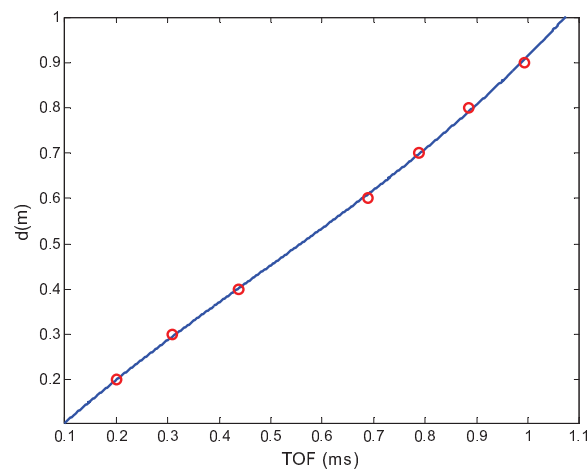


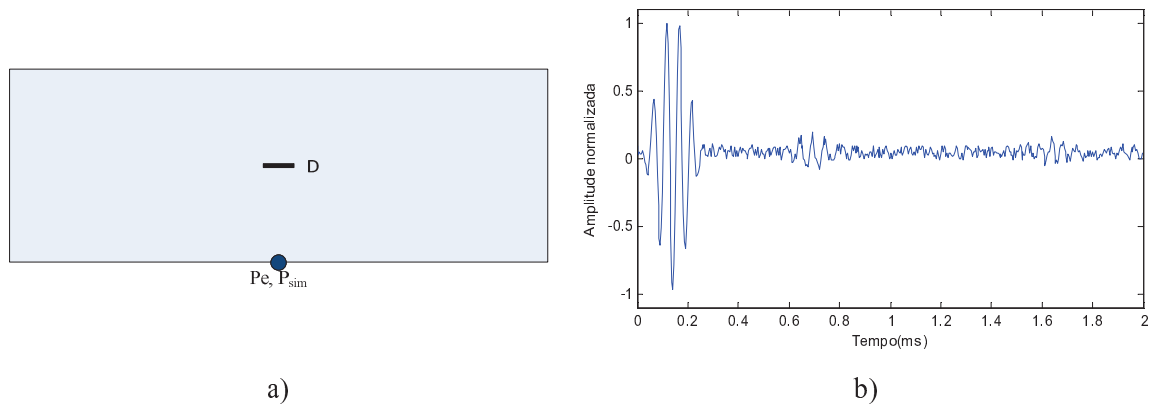
Figura 3.10 - Curva ajustada da distância propagada pelo pacote de onda versus tempo de propagação para os sinais do modelo SEM da placa

Utilizando a Equação 3.3, a distância correspondente ao TOF2 do sinal P_{10} da tabela 3.2 é de 0,905 m. Neste caso, o erro cometido foi de apenas 0,6% em relação ao valor real que é de 0,9 m. Este exemplo mostra que o erro cometido na estimativa da distância propagada pelo sinal pode ser reduzido drasticamente utilizando a curva ajustada.

3.2.2 – Estudo da influência da trinca

A técnica pulso-eco foi utilizada para avaliar a influência de um dano na propagação das ondas de Lamb a partir dos sinais obtidos do modelo SEM de uma placa com uma trinca de 4 cm de comprimento, 0,6 mm de profundidade e centro em $y=0,7$ m. As dimensões e as propriedades materiais do alumínio utilizadas no modelo da placa trincada são as mesmas da placa íntegra descrita na Seção 3.2.1. O comprimento de onda do sinal é da ordem de 4,38 cm. Foram analisados três casos variando a localização da trinca nas posições 0,25 m, 0,30 m e 0,35 m. A Figura 3.11 mostra o esquema da placa com a trinca em $x=0,25$ m e os sinais simulados no ponto P_{sim} com a amplitude normalizada para cada caso. O mesmo ruído somado aos sinais da placa íntegra foi utilizado nestes sinais para simular uma situação mais próxima das condições reais do sistema de medição.

O critério da entropia de Shannon foi utilizado para determinar a melhor função wavelet mãe e o nível do detalhe correspondente à propagação das ondas de Lamb. Os resultados foram os mesmos obtidos para a placa íntegra. A Figura 3.12 mostra os coeficientes do detalhe de nível três da TWD dos sinais da Figura 3.11. Comparando os sinais das figuras 3.11 e 3.12, o pacote de onda referente à reflexão da onda na trinca aparece muito mais evidente no sinal processado.



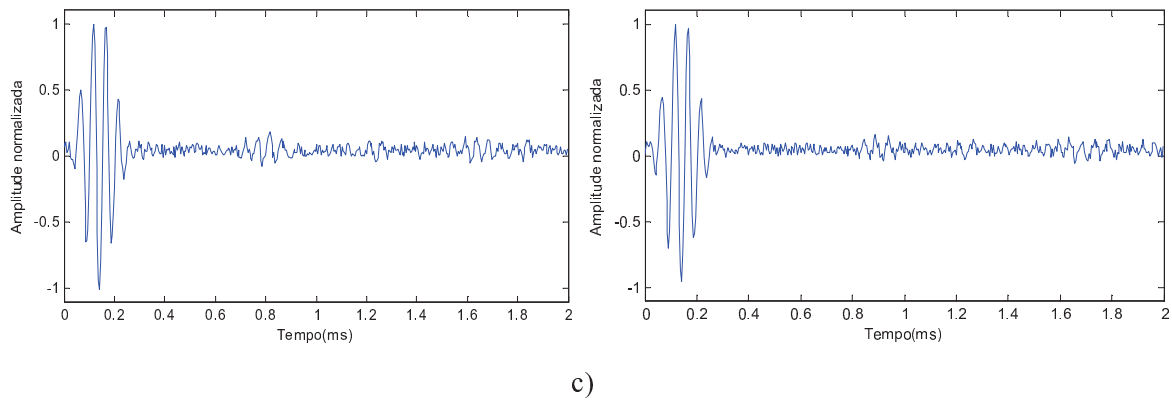


Figura 3.11 – a) Esquema da placa com a trinca na posição $x=0,25$ m e os sinais obtidos do modelo SEM com a trinca nas posições b) $x=0,25$ m, c) $x=0,30$ m e d) $x=0,35$ m

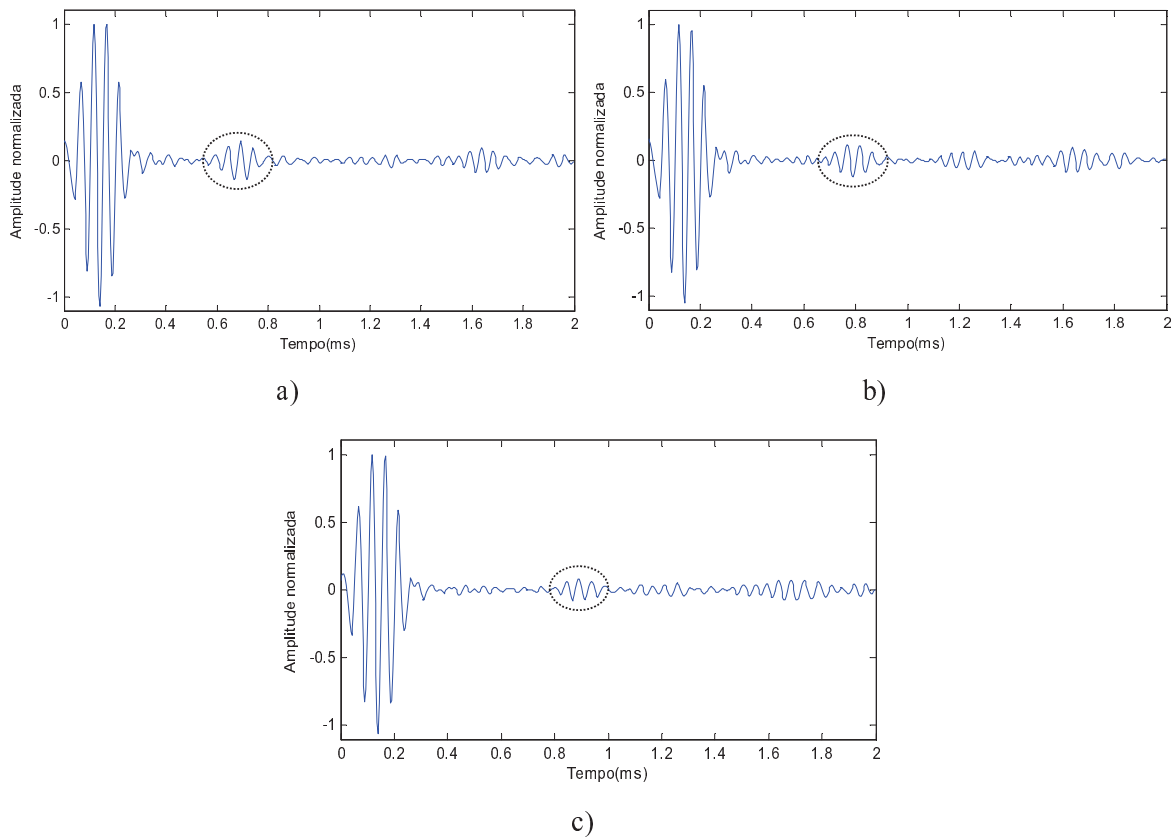


Figura 3.12 – Coeficientes do detalhe de nível 3 da TWD dos sinais do modelo SEM para a placa com trinca nas posições a) $x=0,25$ m, b) $x=0,30$ m e c) $x=0,35$ m

A Figura 3.13 mostra a comparação do envelope dos coeficientes do detalhe de nível três da TWD do sinal da placa íntegra no ponto $x=0$ e $y=0,7$ m com os envelopes dos sinais da Figura 3.12. Para os três casos houve o surgimento de um novo pico no sinal da placa com defeito, localizado entre os dois primeiros picos do sinal da placa íntegra. Este pico é referente à reflexão da onda na trinca. A partir do TOF deste pico é possível determinar a distância entre a trinca e o ponto no qual o sinal foi obtido. A Tabela 3.4 mostra o TOF, a distância propagada pela onda (d) calculada utilizando a Equação 3.3, a posição da trinca na placa (r) e o erro em relação à posição real. A posição da trinca na placa é igual à metade da distância percorrida pela onda. Os resultados apresentados nessa tabela mostram que é possível estimar a posição da trinca com grande exatidão, utilizando o TOF medido do sinal processado e a Equação 3.3 obtida do ajuste polinomial.

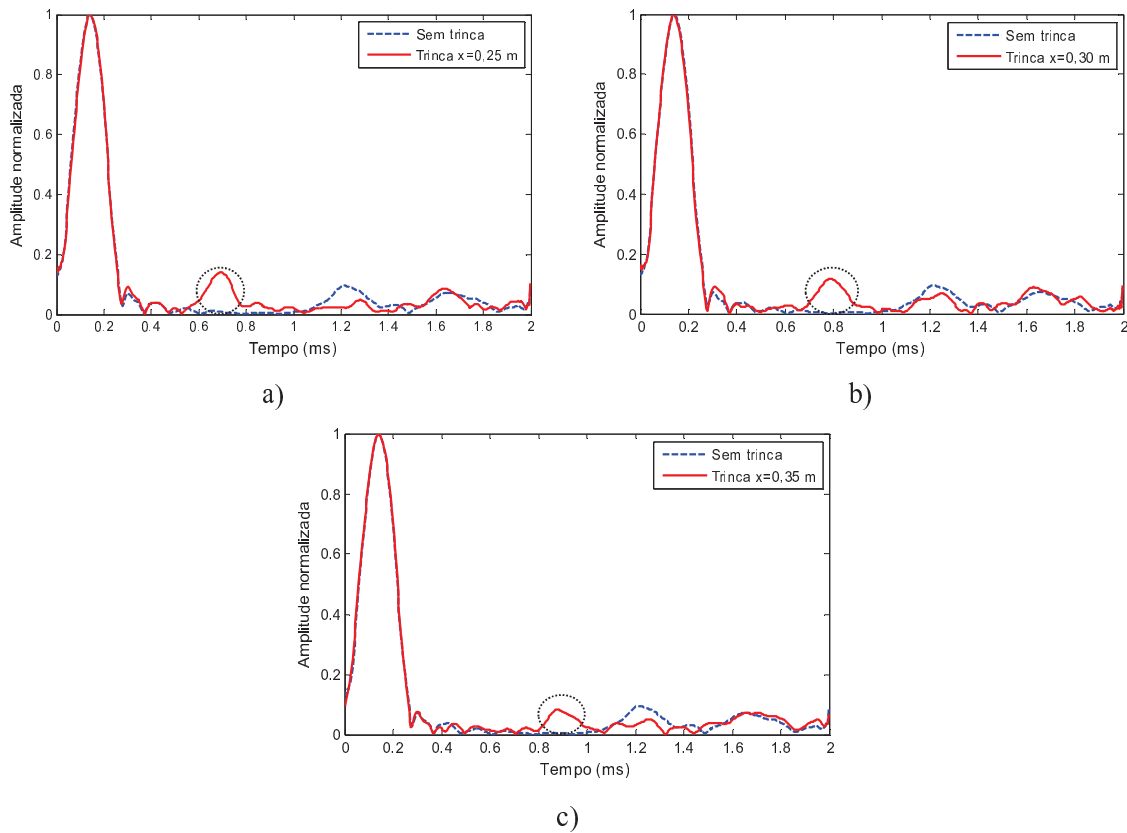


Figura 3.13 – Comparação dos envelopes dos coeficientes do detalhe de nível 3 da TWD dos sinais do modelo SEM para a placa íntegra e para a placa com trinca nas posições a) $x=0,25$ m, b) $x=0,30$ m e c) $x=0,35$ m

Tabela 3.4 – TOF, distância percorrida, posição da trinca e erro para os sinais do modelo SEM

Posição da trinca (m)	TOF(ms)	d(m)	r(m)	erro (%)
0,25	0,55	0,48	0,24	4,0
0,30	0,65	0,58	0,29	3,3
0,35	0,76	0,68	0,34	2,9

Para avaliar a influência da trinca nos parâmetros do sinal obtido utilizando a configuração *pitch-catch*, foi utilizado o modelo SEM da placa com uma trinca de 4 cm posicionada no centro da placa nas coordenadas $y=0,7$ m e $x=0,25$ m. A Figura 3.14 mostra um esquema da placa com a trinca, o ponto onde foi aplicado o sinal de excitação e o ponto onde foi simulado o sinal. Foram analisados três casos variando a profundidade da trinca (h_T) em 0,2 mm, 0,4 mm e 0,6 mm, para representar o aumento no grau da severidade do dano. A Figura 3.15 mostra a comparação entre os envelopes dos coeficientes do detalhe de nível três da TWD dos sinais simulados para a placa íntegra e para os três casos da placa danificada.

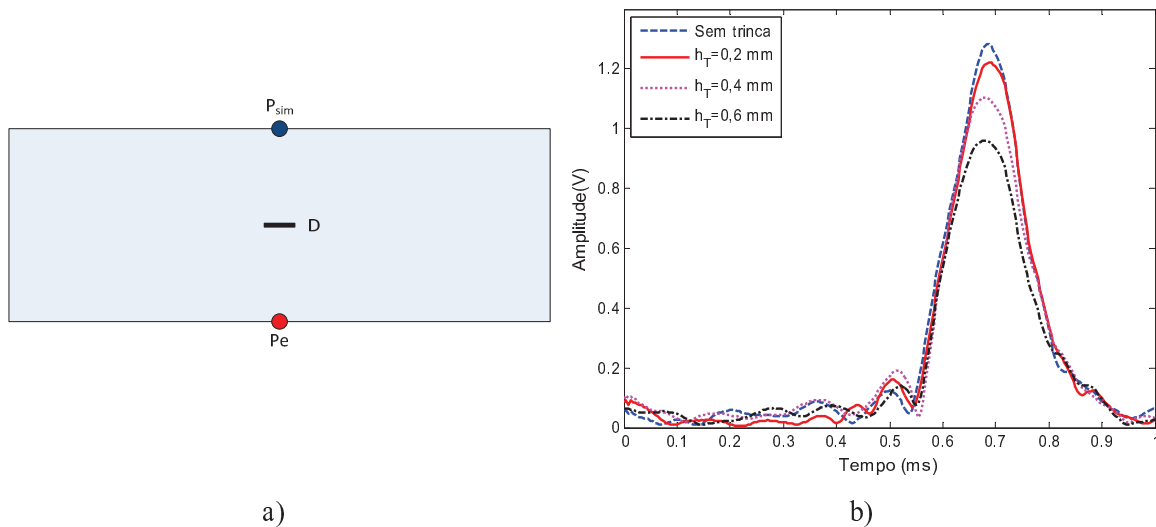


Figura 3.14 – a) Esquema da placa; b) comparação dos envelopes dos coeficientes do detalhe de nível 3 da TWD dos sinais da placa íntegra e da placa com a trinca

O aumento da profundidade da trinca provocou a diminuição da amplitude do sinal transmitido. A diferença percentual entre as amplitudes dos picos dos sinais processados obtidos da estrutura íntegra (A_i) e da estrutura danificada (A_d) pode ser utilizada como índice de dano, dado por:

$$ID\% = \frac{A_i - A_d}{A_i} \times 100 \quad (3.4)$$

A Tabela 3.5 lista os valores das amplitudes dos picos dos sinais da Figura 3.14 e o índice de dano para cada caso.

Tabela 3.5 – Variação da amplitude do pico do sinal processado e índice de dano em função da profundidade da trinca

	Amplitude (V)	ID%
Sem trinca	1,28	-
$h_T = 0,2 \text{ mm}$	1,22	4,7
$h_T = 0,4 \text{ mm}$	1,10	14,1
$h_T = 0,6 \text{ mm}$	0,96	25,0

Os dados da Tabela 3.5 mostram que houve um aumento gradativo do índice de dano com o aumento da profundidade da trinca, comprovando a sua eficácia na indicação da severidade.

4 MÉTODOS PROPOSTOS E PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo serão apresentados os procedimentos experimentais utilizados para o monitoramento da integridade das estruturas estudadas neste trabalho. A seção 4.1 descreve o método para o monitoramento da integridade de uma viga utilizando a técnica pulso-eco. A seção 4.2 apresenta o método para monitoramento da integridade da placa utilizando a técnica pulso-eco e a seção 4.3 o método para o monitoramento da integridade da placa utilizando a técnica *pitch-catch*.

4.1 Monitoramento da integridade de vigas

O método proposto para o monitoramento da integridade de uma viga consiste na sequência de tarefas ilustradas no diagrama de blocos da Figura 4.1.

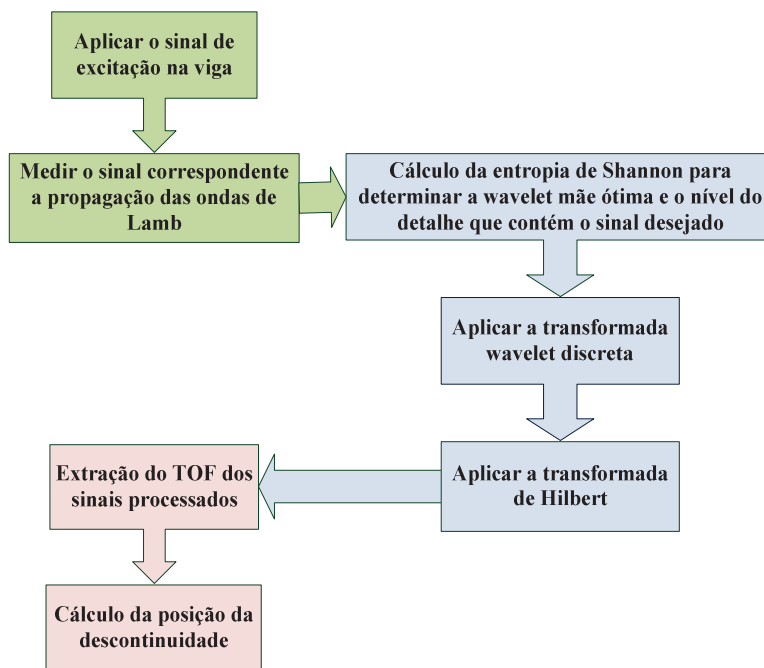


Figura 4.1 – Método para o monitoramento da integridade da viga

Para validar o método proposto, foram feitas medidas em duas vigas de alumínio com comprimento de 0,8 m, largura 0,031 m e espessura 3,1 mm. Foi feito um corte em uma das vigas para simular um dano na posição 0,6 m ou 0,2 m, dependendo da extremidade que foram colocados o atuador e o sensor.

A bancada experimental consiste de 2 buzzers circulares com 2 cm de diâmetro fixados lado a lado em uma das extremidades da viga, sendo que um foi utilizado para excitar a viga e o outro para medir o sinal correspondente à propagação das ondas de Lamb; um gerador de funções arbitrárias Agilent 33120A utilizado para gerar o sinal de excitação; um amplificador de potência para amplificar o sinal de excitação e um amplificador de instrumentação para amplificar o sinal medido pelo sensor; uma fonte de tensão DC Instruterm FA-3050; um osciloscópio Agilent 54622A utilizado para fazer a aquisição do sinal e transmiti-lo para um computador, onde foram aplicadas as técnicas de processamento de sinais, extraídos o TOF e calculada a posição da descontinuidade utilizando o programa MATLAB®. A frequência de amostragem utilizada na aquisição dos sinais foi de 100 kHz. Foi utilizado um sinal senoidal de 14,3 kHz e 1 V de amplitude multiplicado por uma janela de Hanning de largura igual a 5 ciclos. A Figura 4.2 mostra o esquema e uma foto da bancada.

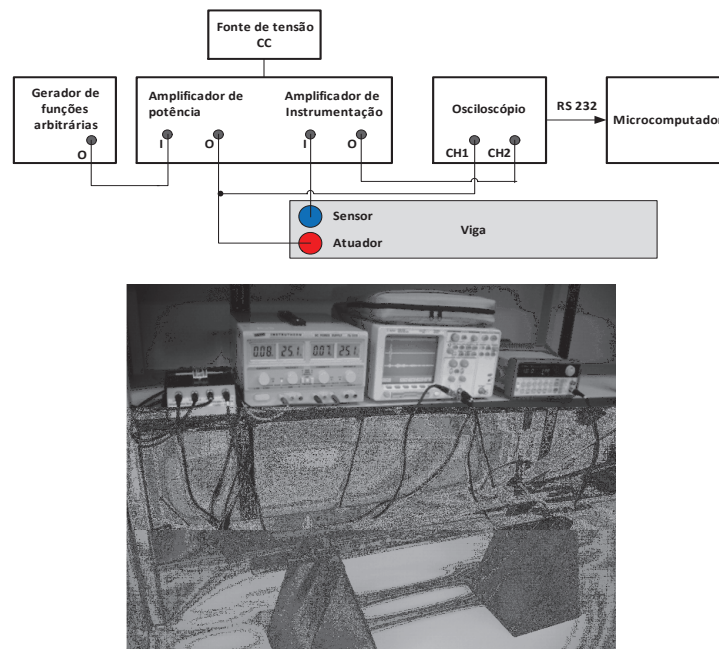


Figura 4.2 – Diagrama esquemático e foto da bancada experimental construída para análise da integridade da viga

4.2 Monitoramento da integridade de placas utilizando a técnica pulso-eco

Nesta seção será descrito o método proposto para o monitoramento da integridade de uma placa utilizando a técnica pulso-eco. Inicialmente, na seção 4.2.1, será apresentado o procedimento utilizado para mapear o tempo de propagação das ondas de Lamb (TOF) para obter a curva ajustada $d(TOF)$. Em seguida, a seção 4.2.2 apresenta o procedimento utilizado para detecção e localização de um dano utilizando um arranjo circular de sensores com um atuador no centro.

4.2.1 Mapeamento do tempo de propagação das ondas de Lamb

Os experimentos para o monitoramento da integridade da placa foram feitos utilizando uma placa de alumínio de 1 m x 1 m com espessura de 1 mm. Os sensores e o atuador foram dispostos formando um arranjo circular com oito sensores e um atuador no centro. O raio do arranjo é igual a 10 cm. Para aumentar a capacidade de detecção de danos em diferentes direções, foram utilizados dois arranjos. A Figura 4.3 mostra o esquema com o posicionamento dos sensores e atuadores na placa.

Os sensores foram numerados de 0 a 7 e os índices subscritos 1 e 2 identificam o arranjo ao qual o sensor pertence, por exemplo, S_{01} é o sensor 0 do arranjo 1. Além dos sensores dos arranjos circulares, outros seis sensores foram posicionados exclusivamente para fazer o mapeamento do tempo de propagação das ondas de Lamb. Os sensores S_{128} e S_{628} foram posicionados a 28 cm do atuador A1, os sensores S_{328} e S_{428} foram posicionados nessa distância do atuador A2 e os sensores S_{228} e S_{528} foram posicionados a 28 cm de ambos os atuadores.

A bancada experimental consiste de 24 buzzers circulares com 2 cm de diâmetro formando os dois arranjos e os sensores S_{x28} ; um gerador de funções arbitrárias Agilent 33120A utilizado para gerar o sinal de excitação; um circuito para o condicionamento dos sinais formado por um amplificador de potência e um amplificador de instrumentação com ganho de aproximadamente 110 com oito canais de entrada multiplexados e saída com filtro analógico *anti-aliasing* com frequência de corte de 40 kHz; uma fonte de tensão DC Agilent E3620A; um

osciloscópio Agilent 54622A utilizado para fazer a aquisição do sinal e transmiti-lo para um computador onde são aplicadas as técnicas de processamento de sinais, extraídos o TOF e calculada a curva ajustada $d(TOF)$ utilizando o programa MATLAB[®]. O apêndice A apresenta a descrição do circuito de condicionamento de sinais construído. O atuador foi excitado por um sinal senoidal de 20 kHz e 10V de amplitude multiplicado por uma janela de Hanning com largura igual a 5 ciclos. A Figura 4.4 mostra o esquema e uma foto da bancada. Nos experimentos realizados nesta bancada, o sinal do gerador de funções arbitrárias foi aplicado diretamente no atuador. Os sinais dos sensores foram medidos com uma frequência de amostragem de 1 MHz.

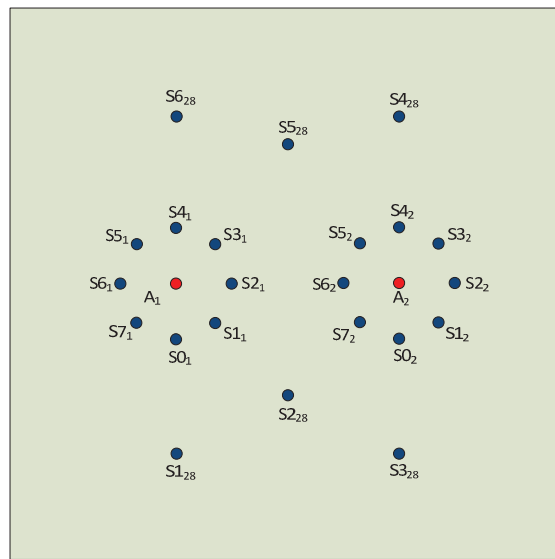


Figura 4.3 – Posicionamento dos sensores e atuadores para o mapeamento do tempo de propagação e o monitoramento da integridade da placa

O primeiro e o segundo pico do envelope dos sinais processados foram utilizados para obter o tempo de propagação das ondas de Lamb para as distâncias:

- 10 cm utilizando o primeiro pico dos sinais dos sensores S_{x1} e S_{x2}
- 28 cm utilizando o primeiro pico dos sinais dos sensores S_{x28}
- 50 cm utilizando o segundo pico dos sinais dos sensores S_{61} e S_{22} , e o primeiro pico dos sinais medidos pelos sensores S_{22} com o atuador A_1 , e S_{61} com o atuador A_2
- 70 cm utilizando o segundo pico dos sinais dos sensores S_{21} e S_{62}

- 90 cm utilizando o segundo pico dos sinais dos sensores $S2_2$ com o atuador A_1 e $S6_1$ com o atuador A_2

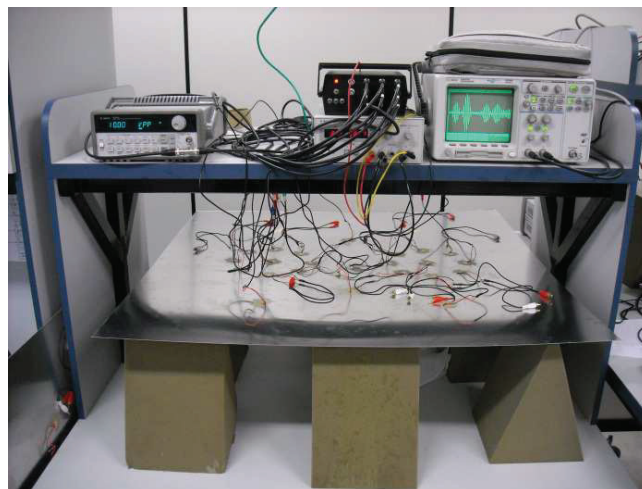
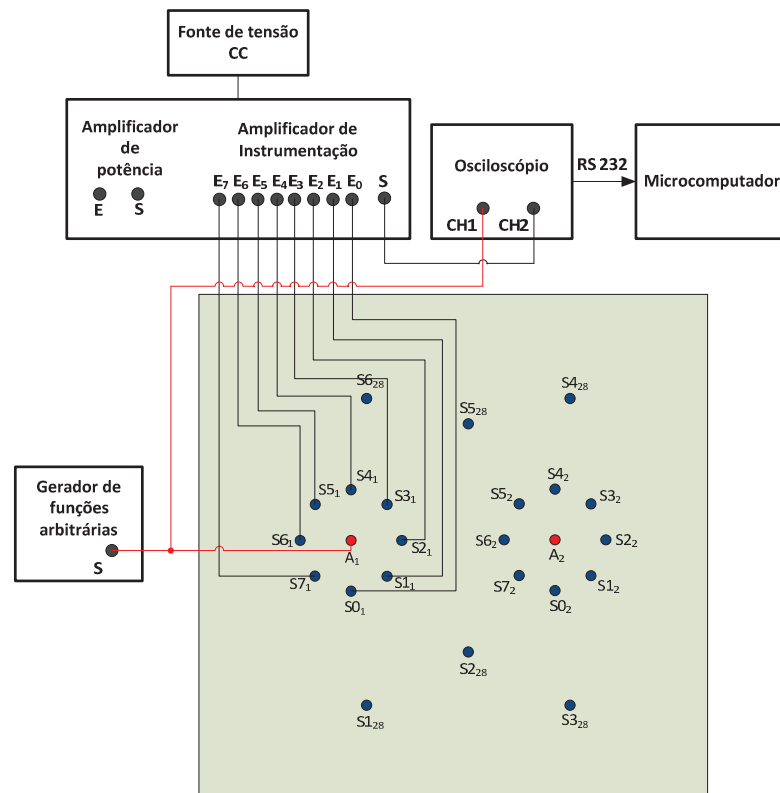


Figura 4.4 – Diagrama e foto da bancada experimental construída para análise da integridade da placa

Para avaliar a incerteza no sistema de medição utilizando o método de avaliação tipo A (ABNT/Inmetro, 2003), foram obtidas cinco amostras do sinal de cada sensor sendo que para cada amostra foram realizadas seis medições. Portanto, foram realizadas trinta medições para cada sensor. O TOF utilizado no cálculo da velocidade de grupo e a incerteza expandida para um nível de confiança de 95%, considerando uma distribuição normal, são dados por:

$$TOF = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n TOF_k \quad (4.1)$$

$$u_{TOF} = 2 \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (TOF_k - TOF)^2}$$

Os cinco pares de pontos, distância versus TOF , foram utilizados para obter a curva $d(TOF)$ fazendo o ajuste polinomial de terceira ordem utilizando a função *polyfit* do programa MATLAB®. A partir da curva ajustada, a distância propagada pela onda d e o *erro* na sua estimativa foram obtidas por meio da função *polyval*.

De acordo com guia de expressão da incerteza de medição (ABNT/Inmetro, 2003), o número de graus de liberdade de N observações independentes utilizadas para obtenção da curva de ajuste pelo método dos mínimos quadrados é igual a $N-2$. Como foram utilizados cinco pares de pontos distância versus TOF no ajuste, o grau de liberdade do experimento é igual a três. Sendo assim, baseado na distribuição de probabilidade t de *Student*, para um nível de confiança de 95%, o fator de abrangência adotado foi $k=3,18$. Portanto, a incerteza expandida da distância obtida a partir da curva $d(TOF)$ é dada por:

$$u_d = 3,18 \times erro \quad (4.2)$$

4.2.2 Detecção do dano e isolamento da região danificada

O procedimento proposto para a detecção e o isolamento da região danificada da placa utilizando a técnica pulso-eco consiste na sequência de tarefas ilustradas no diagrama de blocos da Figura 4.5.

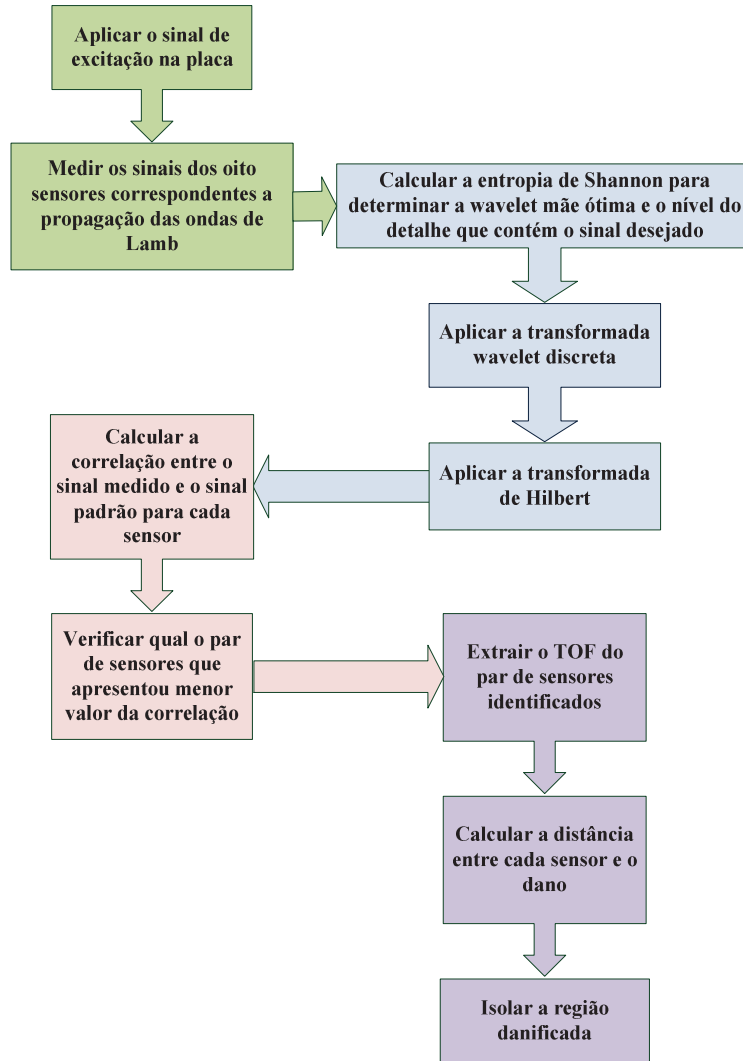


Figura 4.5 – Procedimento para detecção e isolamento de um dano na placa

Os sinais médios de cada sensor Sx_1 e Sx_2 obtidos do mapeamento do tempo de propagação foram utilizados como padrão para análise da integridade da placa. Antes de provocar o dano, o sinal de cada sensor dos dois arranjos foi medido para verificar a semelhança com os sinais utilizados como padrão. Esta semelhança foi quantificada por meio da correlação entre eles (Tseng e Naidu 2002), dada por:

$$corr = \frac{\sum_n ((sp_n - \overline{sp})(s_n - \overline{s}))}{\sqrt{\sum_n (sp_n - \overline{sp})^2} \sqrt{\sum_n (s_n - \overline{s})^2}} \quad (4.3)$$

onde sp é o sinal padrão, s é o sinal medido e o índice n corresponde ao n -ésimo ponto do sinal. A correlação foi calculada considerando o intervalo de tempo entre os dois primeiros picos do sinal padrão, que representam a onda incidente e a primeira reflexão, respectivamente.

Para validar o procedimento proposto foram induzidos dois danos na placa. Primeiramente foi feito um corte perpendicular à linha imaginária que passa pelo atuador A2 e pelo sensor S0₂ distante 15 cm deste sensor. O segundo dano corresponde a um corte perpendicular à linha imaginária que passa pelo atuador A1 e pelo sensor S3₁ distante 20 cm deste sensor. A Figura 4.6 mostra a localização de cada corte. Foram testados quatro tamanhos de corte: 1cm, 2cm, 3cm e 4cm.

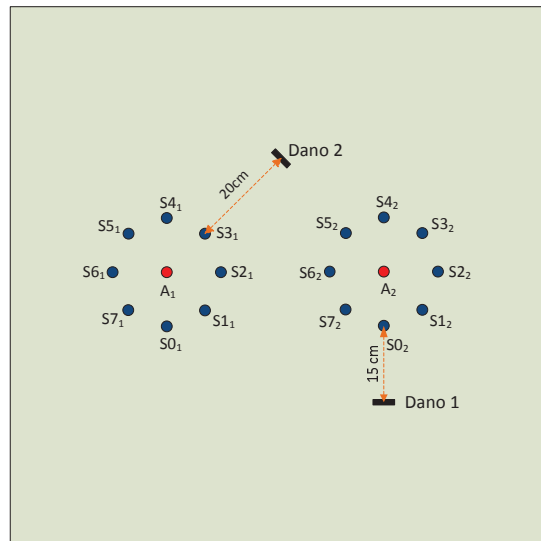


Figura 4.6 – Posicionamento dos danos na placa

A região danificada foi determinada por meio da análise do *TOF* do segundo pico do sinal dos dois sensores que apresentaram os menores valores da correlação.

4.3 Monitoramento da integridade de placas utilizando a técnica *pitch-catch*

O arranjo circular de sensores com o atuador no centro associado com a técnica *pitch-catch* pode ser usado para monitorar áreas críticas que estão mais sujeitas a ocorrência de danos e

que comprometem a integridade da estrutura, por exemplo, o caso do *flexbeam* do helicóptero *MD explorer* abordado no trabalho de Lichtenwalner *et al.* (1998), ou para o monitoramento da eficácia de reparos feitos em áreas danificadas. Utilizando este arranjo é possível determinar a direção e avaliar a severidade do dano dentro do arranjo a partir do índice de dano (*ID*) calculado para cada sensor utilizando a Equação 3.4.

A Figura 4.7 mostra o diagrama com as etapas do método para o monitoramento da placa utilizando a técnica *pitch-catch*.

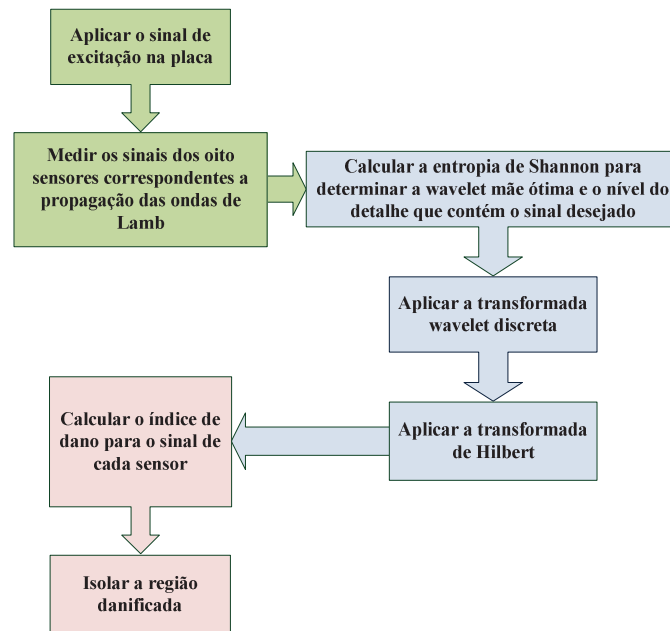


Figura 4.7 – Etapas do método de monitoramento da integridade da placa utilizando a técnica *pitch-catch*

Inicialmente, os experimentos realizados para demonstrar a aplicação do método para a avaliação da integridade da região da placa delimitada pela área do arranjo circular foram feitos utilizando uma placa de alumínio com dimensões 700 mm x 500 mm x 1 mm com o arranjo montado no centro da placa. A Figura 4.8 mostra o esquema do experimento. O raio do arranjo é de 10 cm. A frequência de amostragem utilizada na aquisição dos sinais foi de 2MHz. O sinal utilizado para excitar a placa foi o mesmo do experimento descrito na seção 4.2.1, ou seja, um sinal senoidal de 20 kHz e 10V de amplitude multiplicado por uma janela de Hanning com largura igual a 5 ciclos.

No processo de validação de uma técnica de ensaio não destrutivo é necessário induzir danos artificiais na estrutura, como furos, cortes e outros, para avaliar a sua eficácia. Estes tipos de danos comprometem permanentemente a integridade da estrutura impossibilitando o seu uso para outros testes, o que pode ser impraticável no caso de testes de estruturas complexas e de custo elevado. Para possibilitar o uso da mesma estrutura em uma grande variedade de testes é possível utilizar pseudodanos, os quais provocam mudanças não permanentes nas propriedades da estrutura, como rigidez, massa e impedância acústica. Pfeiffer e Wevers (2007) utilizaram dois blocos de ferro pressionados contra cada um dos lados de uma placa e Kessler e Shim (2005) utilizaram uma massa retangular de 1,5 kg para simular o mesmo efeito que um dano real teria na propagação das ondas de Lamb.

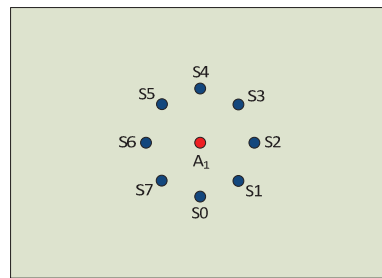


Figura 4.8 – Posicionamento do atuador e dos sensores para o monitoramento da integridade da placa utilizando a técnica *pitch-catch*

Neste trabalho, uma massa esférica de 30 gramas foi utilizada para simular um pseudodano em uma região da placa. Para demonstrar a capacidade do método em localizar a direção do dano dentro do arranjo, foram realizados quatro experimentos com a massa posicionada no meio da linha entre o atuador e um dos sensores S2, S5, S6 e S7. A figura 4.9a mostra o esquema da placa com a massa posicionada entre o atuador e o sensor S2. Este método também foi testado para avaliar a sua capacidade de detectar um dano localizado entre o atuador e dois sensores. Foram testados dois casos: o primeiro com a massa posicionada entre os sensores S1 e S2 e o segundo com a massa posicionada entre os sensores S4 e S5. A Figura 4.9b mostra o posicionamento da massa para o primeiro caso.

O último experimento realizado com esta placa foi feito para demonstrar a capacidade do método de avaliar a severidade do dano. Três massas de 20, 40 e 60 gramas posicionadas entre o

atuador e o sensor S2 foram utilizadas para representar um aumento gradual na severidade do dano.

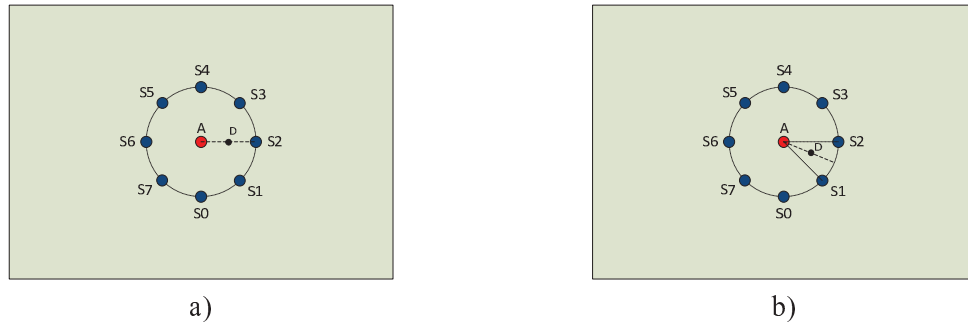


Figura 4.9 – Dano (D) localizado entre a) o atuador e o sensor S2; b) o atuador e os sensores S1 e S2

Com o objetivo de aumentar a área monitorada e diminuir a área da região danificada indicada pelo método, foi utilizada uma nova configuração formada por dois arranjos circulares concêntricos com raios de 20 cm e 40 cm em uma placa com dimensões 1 m x 1 m x 1 mm. Os sensores que formam os arranjos interno e externo foram identificados por S_{xi} e S_{xe} . A Figura 4.10 mostra o posicionamento do atuador e dos sensores na placa e a Figura 4.11 mostra a divisão da área monitorada em 16 regiões.

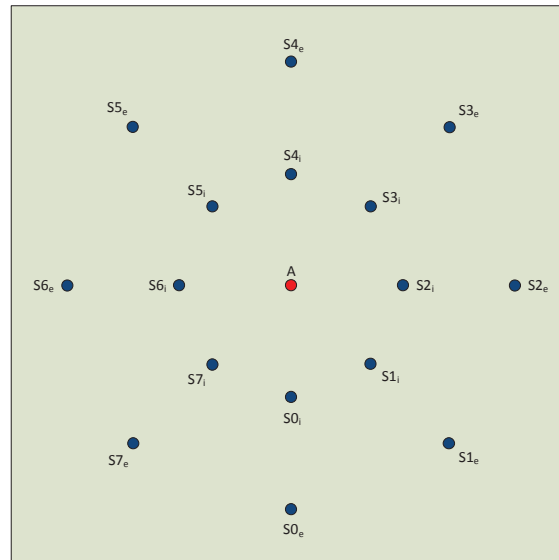


Figura 4.10 – Posicionamento dos sensores e do atuador para o monitoramento da integridade da placa utilizando 2 arranjos circulares concêntricos

No primeiro experimento feito com esta configuração, uma massa esférica de 30 g foi colocada nas regiões $R0_i$, $R3_i$, $R5_e$ e $R7_e$ para simular um dano. Um segundo experimento foi conduzido para demonstrar a capacidade deste método em isolar duas regiões danificadas simultaneamente, colocando uma massa de 30 g na região $R1_i$ e outra de mesmo valor na região $R6_e$.

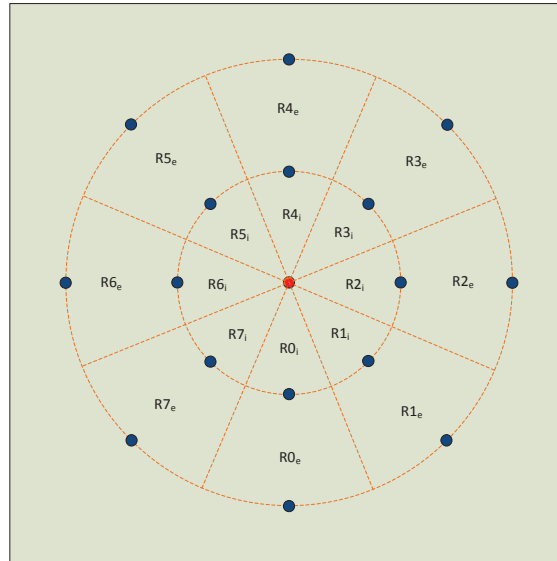


Figura 4.11 – Divisão da área monitorada em dezesseis regiões

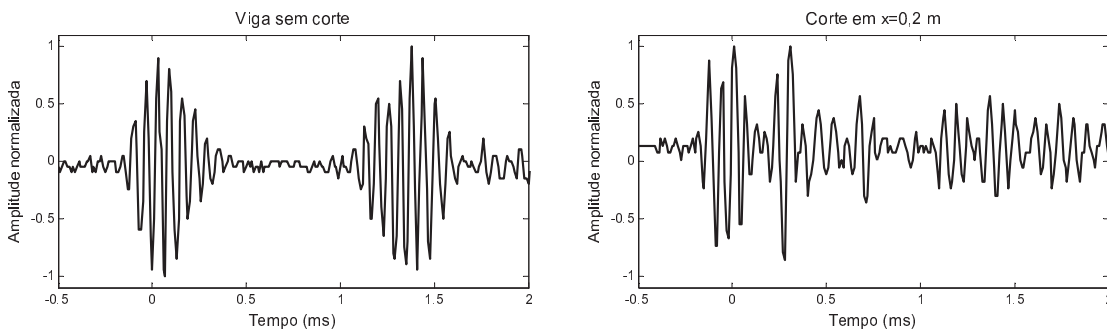
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os resultados experimentais dos procedimentos descritos no capítulo 4. A Seção 5.1 mostra a aplicação do método para o monitoramento da integridade de uma viga utilizando a técnica pulso-eco. O mapeamento do tempo de propagação das ondas de Lamb em função da distância propagada em uma placa é apresentado na Seção 5.2. Os dados apresentados na Seção 5.3 demonstram a eficácia do método para o monitoramento da integridade da placa utilizando a técnica pulso-eco em detectar e isolar regiões danificadas. A Seção 5.4 apresenta os resultados obtidos da aplicação da técnica *pitch-catch* para o monitoramento da integridade de uma placa.

5.1 Detecção e localização de um dano em uma viga

A Figura 5.1 mostra os sinais medidos da viga íntegra e com o corte. A análise direta destes sinais, sem que sejam utilizadas técnicas de processamento, não permite extrair o TOF para determinar a posição do dano na viga com eficácia. A única conclusão clara é que os sinais obtidos da viga danificada são diferentes do sinal da viga íntegra.

A curva da entropia de Shannon dos coeficientes da TWD usando as funções wavelet mãe Biortogonal 6.8 (bior6.8), Coiflets 3 (coif3) e Daubechies 40 (db40) para um nível de decomposição máximo igual a seis é mostrada na Figura 5.2.



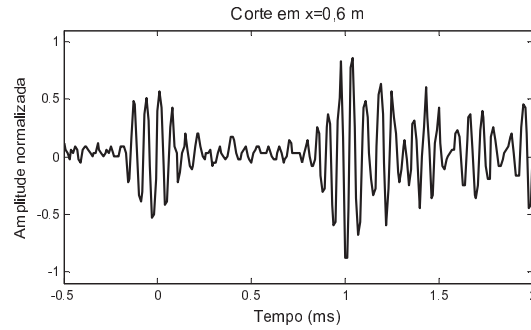


Figura 5.1 – Sinais medidos das vigas sem corte e com corte nas posições 0,2 m e 0,6 m

A melhor decomposição do sinal foi obtida com a wavelet mãe db40 e os coeficientes do segundo nível do detalhe apresentaram o menor valor de entropia, tanto para a viga íntegra quanto para a viga danificada.

A Figura 5.3 mostra os coeficientes do detalhe do segundo nível de decomposição da TWD com a wavelet mãe db40 e a Figura 5.4 mostra o envelope desses sinais. Os pacotes de onda referentes às reflexões na borda ou no corte aparecem em destaque nas figuras. Comparando os sinais das figuras 5.1 e 5.3, esses pacotes de onda estão muito mais evidentes. Neste caso, o TOF pode ser medido com grande exatidão a partir dos gráficos da Figura 5.4.

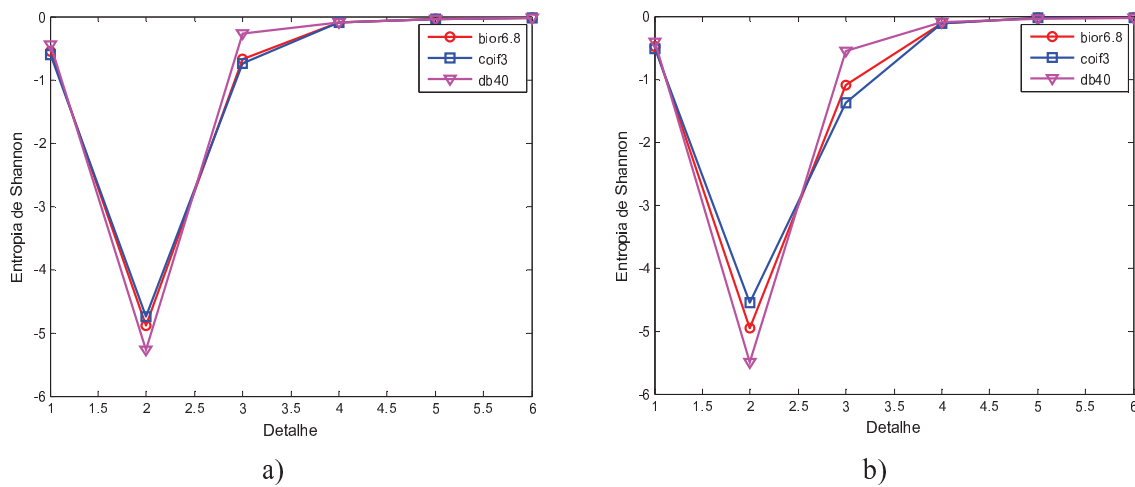


Figura 5.2 – Entropia de Shannon dos coeficientes da TWD para os sinais da viga a) sem corte e b) com corte em $x=0,6m$

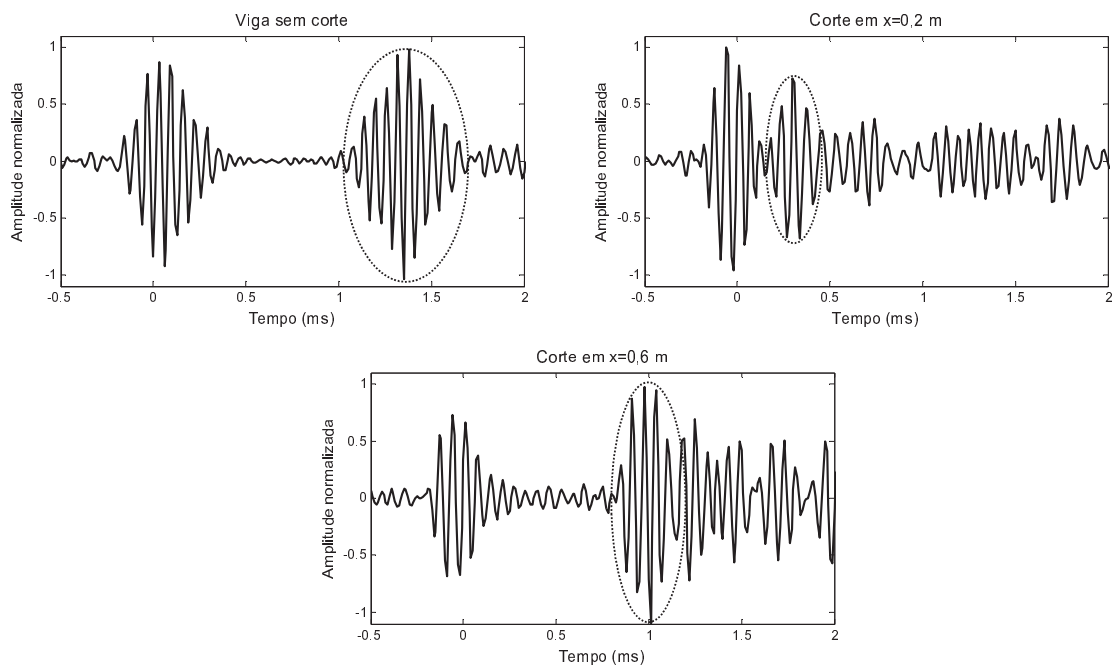


Figura 5.3 – Coeficientes do detalhe do segundo nível da TWD com a wavelet mãe db40 para os sinais medidos da viga íntegra e com corte nas posições 0,2m e 0,6m

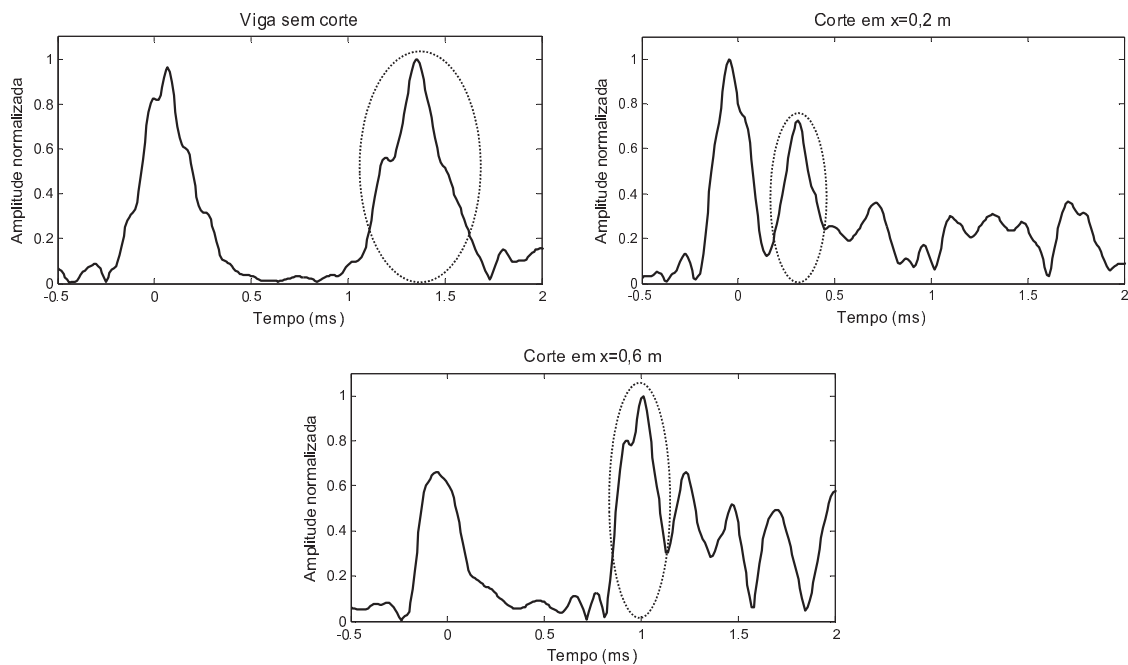


Figura 5.4 – Envelope dos coeficientes do detalhe do segundo nível da TWD com a wavelet mãe db40 para os sinais medidos da viga íntegra e com corte nas posições 0,2m e 0,6m

A Tabela 5.1 mostra o TOF, a estimativa da posição do dano calculada a partir da Equação (3.1) e o erro entre a posição obtida pela aplicação do método proposto e a posição real.

Tabela 5.1 – TOF, posição da trinca e erro para os sinais medidos

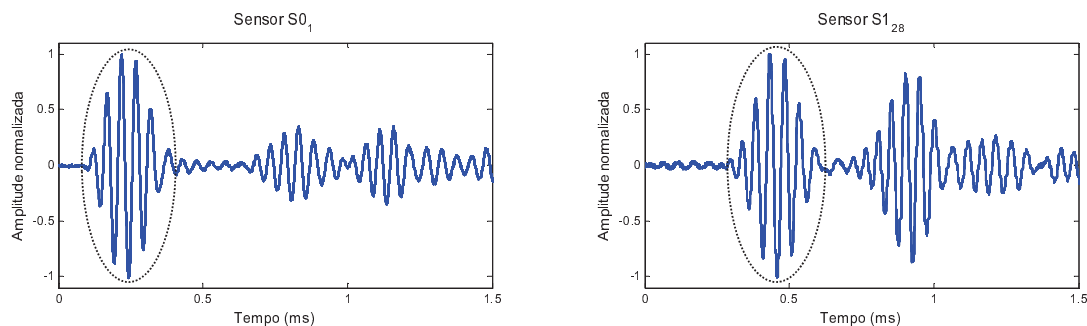
Posição do dano	Sem dano	0,2m	0,6m
TOF (ms)	1,43	0,36	1,07
Estimativa da posição do dano (m)	-	0,201	0,598
Erro (%)	-	0,5	0,3

Os resultados apresentados na Tabela 5.1 mostram erros menores que 1% na estimativa da posição do dano para as vigas avaliadas. Isto confirma os resultados obtidos com o modelo numérico e mostra que o método proposto foi capaz de determinar a posição do dano com grande exatidão (Souza e Nóbrega, 2010).

5.2 – Mapeamento do tempo de propagação das ondas de Lamb na placa

A Figura 5.5 mostra os sinais medidos pelos sensores $S0_1$, $S1_{28}$, $S6_1$, $S2_1$, e $S2_2$ com o atuador A1, destacando os pacotes de onda utilizados para mapear o tempo de propagação para as distâncias 10 cm, 28 cm, 50 cm, 70 cm e 90 cm, respectivamente.

A função wavelet mãe adotada para a obtenção da TWD dos sinais foi definida por meio do critério da entropia de Shannon. As funções wavelet mãe Biortogonal 6.8 (bior6.8), Coiflets 3 (coif3) e Daubechies 40 (db40) foram utilizadas na análise para o nível de decomposição máximo igual a dez. A Figura 5.6 mostra o resultado obtido para o sinal medido pelo sensor $S0_1$.



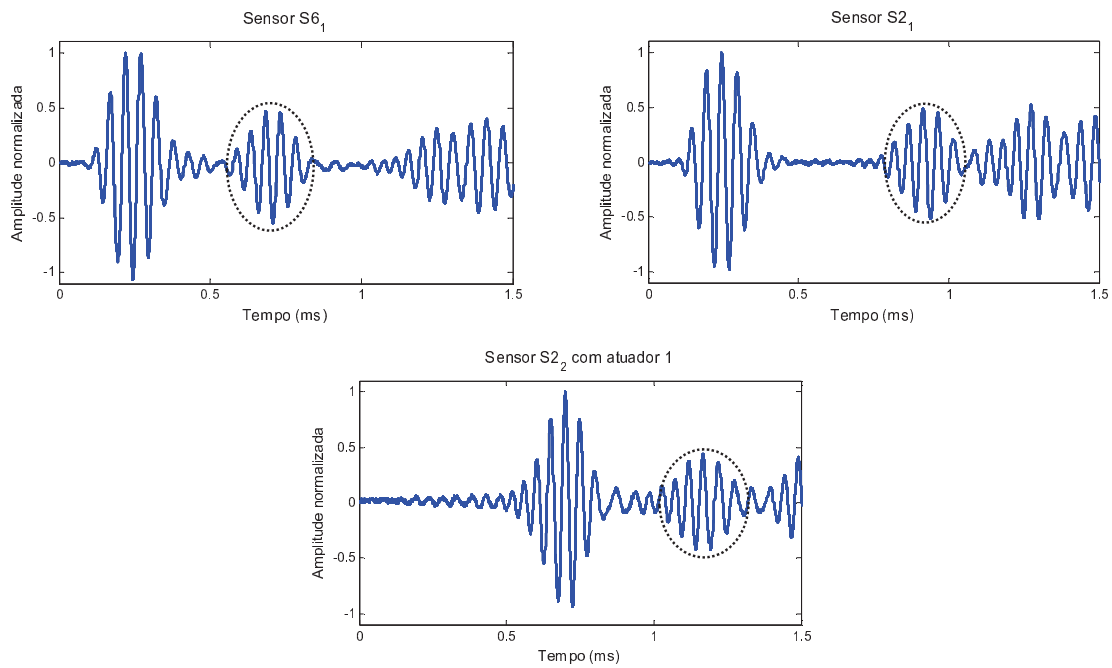


Figura 5.5 – Sinais medidos pelos sensores para o mapeamento do tempo de propagação das ondas de Lamb na placa

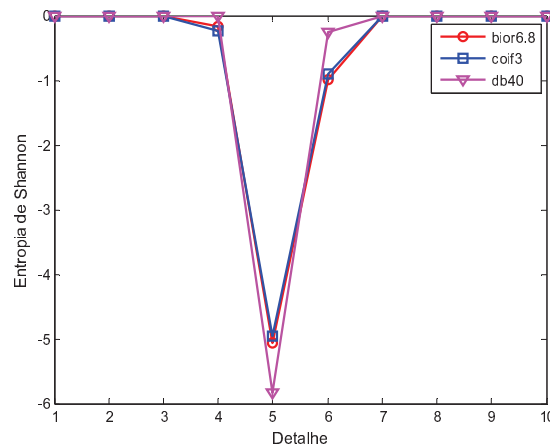


Figura 5.6 – Entropia de Shannon dos coeficientes da TWD do sinal medido pelo sensor S0₁

De acordo com os dados apresentados na Figura 5.6, a melhor decomposição do sinal foi obtida com a função wavelet mãe db40 e os coeficientes do detalhe de nível 5 apresentaram o menor valor de entropia. A aplicação deste critério nos outros sinais apresentou o mesmo resultado. Os coeficientes do quinto nível do detalhe da TWD dos sinais da Figura 5.5 são mostrados na Figura 5.7 e os seus envelopes na Figura 5.8.

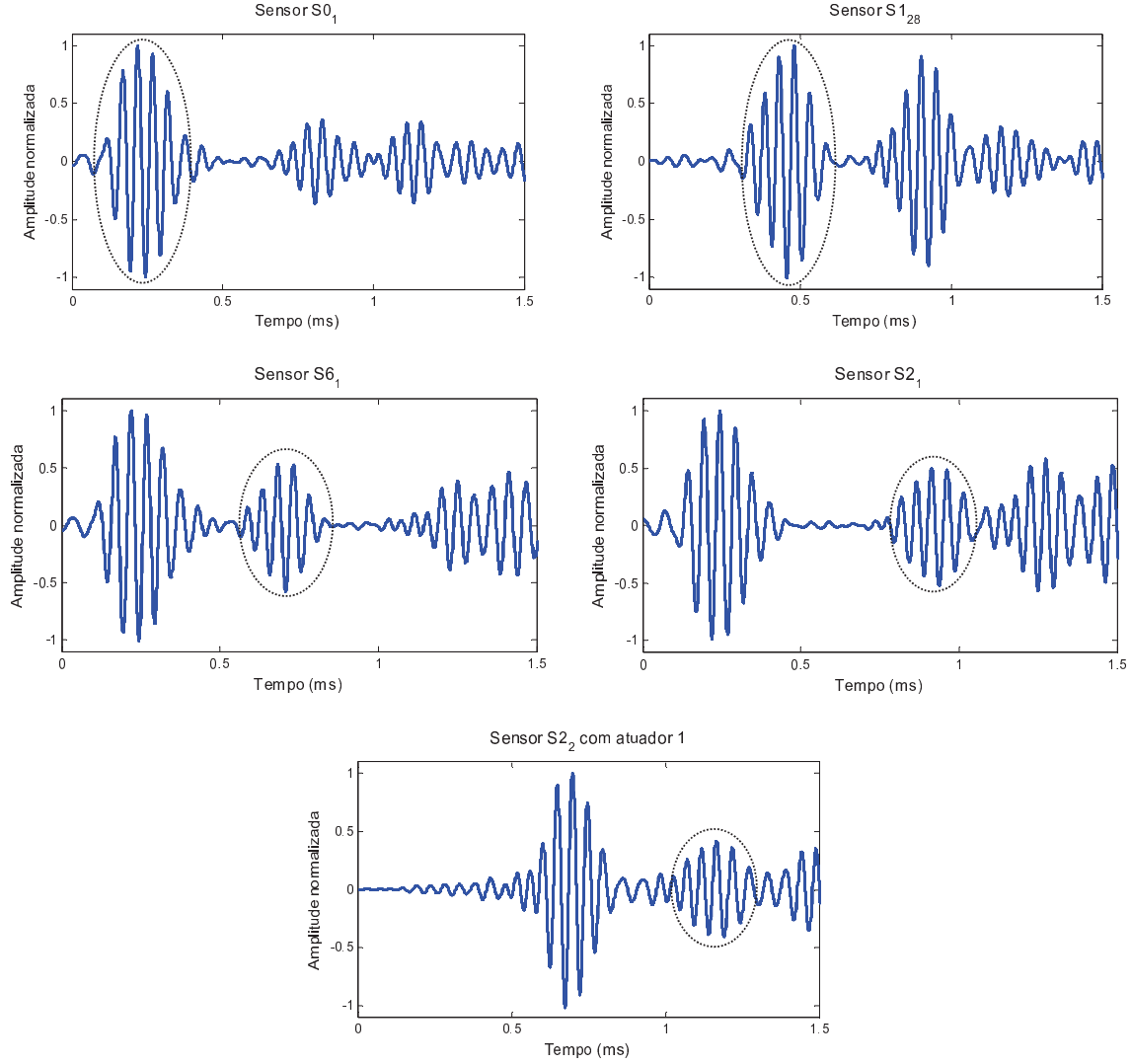


Figura 5.7 – Coeficientes do detalhe do quinto nível da TWD com a wavelet mãe db40 para os sinais medidos da placa

As tabelas 5.2 e 5.3 mostram os valores do tempo de propagação do primeiro pico (TOF1) referente ao pacote de onda incidente para os sensores S_{x_1} e S_{x_2} , correspondente à distância de 10 cm e o tempo de propagação do segundo pico (TOF2) dos sensores S_{6_1} e S_{2_2} utilizados para obter o tempo de propagação referente à distância de 50 cm e dos sensores S_{2_1} e S_{6_2} para a distância de 70 cm, com as respectivas incertezas. Os intervalos de tempo foram medidos em relação ao pico do sinal de excitação que ocorreu no instante 125 ms.

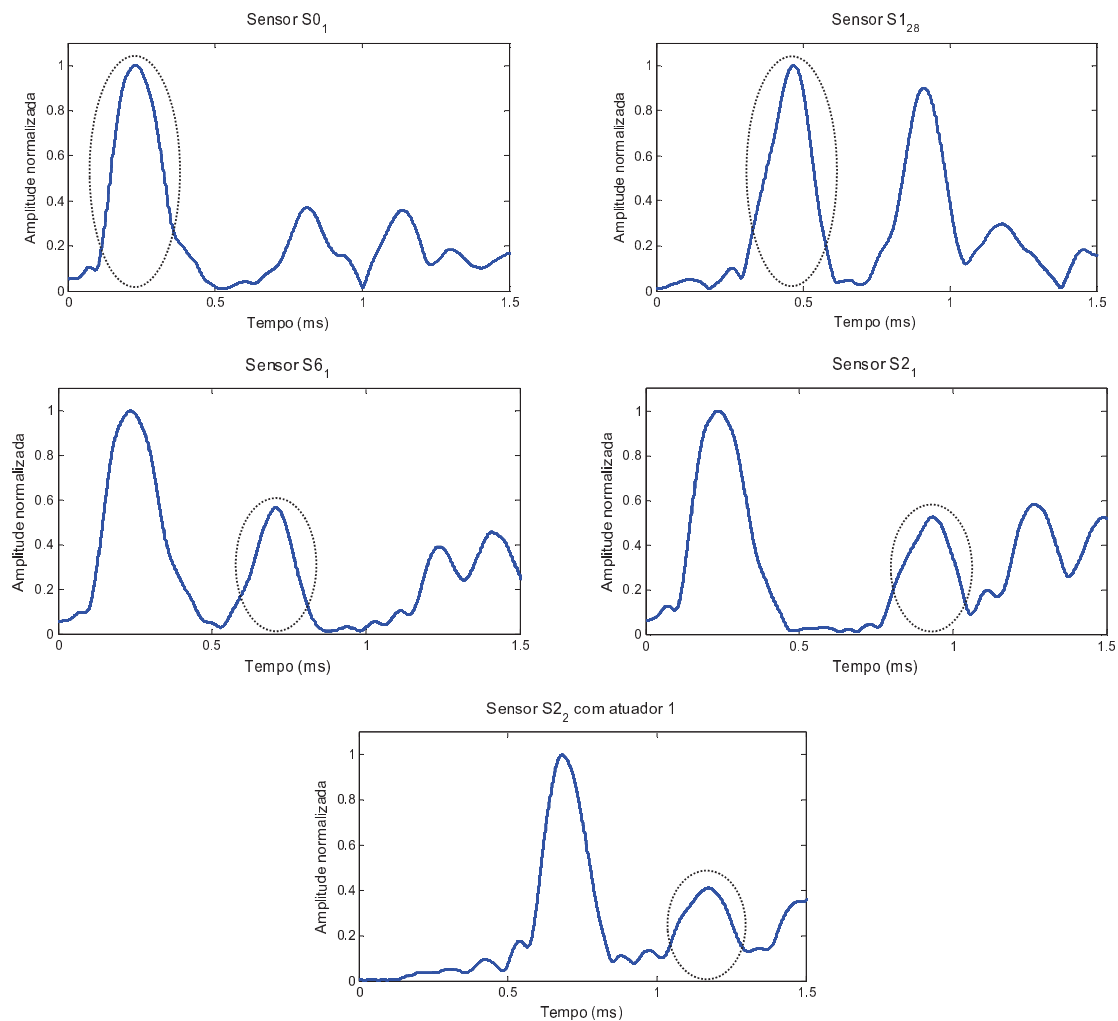


Figura 5.8 – Envelope dos coeficientes do detalhe do quinto nível da TWD com a wavelet mãe db40 para os sinais medidos da placa

Tabela 5.2 – Valores obtidos dos sinais medidos pelos sensores do arranjo 1 posicionados a 10 cm do atuador A1

	TOF1 (μ s)	u_{TOF1} (μ s)	TOF2 (μ s)	u_{TOF2} (μ s)
S0 ₁	105,97	1,88	-	-
S1 ₁	107,70	0,41	-	-
S2 ₁	111,57	1,41	810,30	0,45
S3 ₁	109,60	1,29	-	-
S4 ₁	118,90	1,67	-	-
S5 ₁	129,73	0,79	-	-
S6 ₁	110,90	1,70	582,33	0,62
S7 ₁	106,83	1,53	-	-

Tabela 5.3 – Valores obtidos dos sinais medidos pelos sensores do arranjo 2 posicionados a 10 cm do atuador A2

	TOF1 (μ s)	u_{TOF1} (μ s)	TOF2 (μ s)	u_{TOF2} (μ s)
S0 ₂	120,60	1,06	-	-
S1 ₂	106,93	0,54	-	-
S2 ₂	107,63	1,16	594,23	0,50
S3 ₂	113,48	2,15	-	-
S4 ₂	125,07	1,15	-	-
S5 ₂	114,00	0,99	-	-
S6 ₂	122,97	0,68	810,20	1,88
S7 ₂	108,30	0,96	-	-

A Tabela 5.4 mostra os valores do tempo de propagação do primeiro pico (TOF1), com as respectivas incertezas, para os sensores posicionados à distância de 28 cm dos atuadores.

Tabela 5.4 – Valores obtidos dos sinais medidos pelos sensores posicionados a 28 cm dos atuadores

	TOF1 (μ s)	u_{TOF1} (μ s)
S1 ₂₈	322,17	0,73
S2 _{28 A1}	353,73	0,63
S2 _{28 A2}	351,40	0,54
S3 ₂₈	346,20	0,83
S4 ₂₈	335,23	0,62
S5 _{28 A1}	351,90	0,49
S5 _{28 A2}	352,03	0,35
S6 ₂₈	337,43	0,72

A Tabela 5.5 mostra os valores do intervalo de tempo de propagação, com as respectivas incertezas, do primeiro e do segundo pico dos sinais medidos pelos sensores S2₂ com atuador A1 e S6₁ com atuador A2, correspondentes às distâncias de 50 cm e 90 cm respectivamente.

Tabela 5.5 – Valores obtidos dos sinais medidos pelos sensores s6₂ e S2₂ com A1 e s6₁ e S2₁ com A2

	TOF1 (μ s)	u_{TOF1} (μ s)	TOF2 (μ s)	u_{TOF2} (μ s)
S2 _{2 A1}	556,67	0,74	1049,36	1,13
S6 _{1 A2}	564,90	0,82	1032,20	0,79

O valor médio com o respectivo desvio padrão do TOF para cada distância, obtidos a partir dos dados das tabelas 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5, está listado na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 – TOF médio para cada distância analisada

Distância (m)	TOF médio (μs)	Desvio padrão (μs)
0,10	114,47	7,64
0,28	343,76	11,20
0,50	574,53	16,94
0,70	810,25	0,07
0,90	1040,78	12,13

Os valores do TOF médio da Tabela 5.6 foram utilizados para obter a curva distância versus tempo de propagação, $d(\text{TOF})$, fazendo um ajuste polinomial de terceira ordem utilizando a função *polyfit* do programa MATLAB®. A Equação 5.1 mostra a função obtida do ajuste.

$$d = -2,274 \times 10^8 \text{TOF}^3 + 4,116 \times 10^5 \text{TOF}^2 + 664,616 \text{TOF} + 0,018 \quad (5.1)$$

A Figura 5.9 mostra a curva correspondente a Equação (5.1) com os pontos utilizados no ajuste em destaque. O uso desta curva para obter a distância propagada pelo pacote de onda correspondente ao TOF extraído do sinal processado melhora a exatidão obtida no isolamento da região danificada.

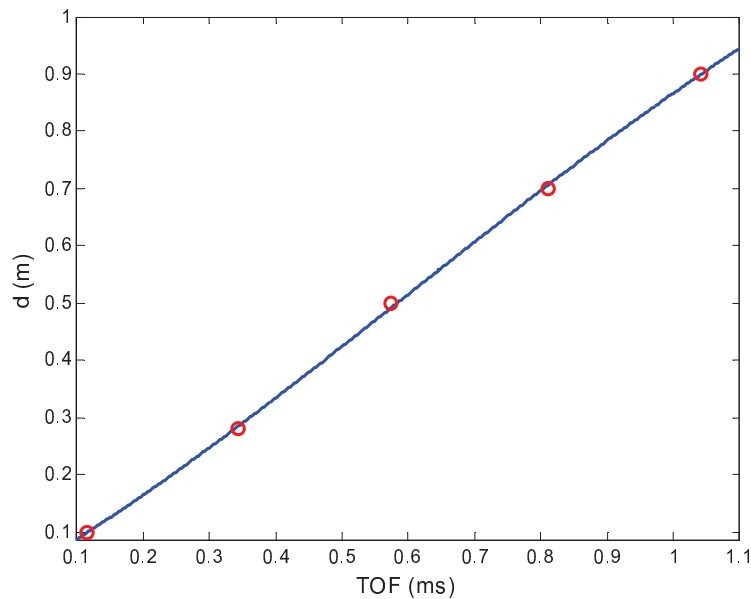


Figura 5.9 - Curva ajustada da distância percorrida pelo pacote de onda versus tempo de propagação para os sinais medidos experimentalmente

5.3 – Método experimental para o monitoramento da integridade da placa baseado nas reflexões das ondas de Lamb

Os sinais dos sensores de cada arranjo, Sx_1 e Sx_2 , foram medidos com a placa sem dano para avaliar a capacidade do método proposto em indicar o estado íntegro da estrutura. A Tabela 5.7 mostra o valor da correlação entre o sinal padrão e o sinal medido para cada sensor, obtido a partir da Equação 4.3.

Tabela 5.7 – Correlações entre os sinais medidos pelos sensores dos arranjos 1 e 2 e seus respectivos sinais padrões

	Arranjo 1 (j=1)	Arranjo 2 (j=2)
$S0_j$	0,9988	0,9971
$S1_j$	0,9997	0,9986
$S2_j$	0,9981	0,9988
$S3_j$	0,9992	0,9993
$S4_j$	0,9988	0,9991
$S5_j$	0,9958	0,9991
$S6_j$	0,9991	0,9974
$S7_j$	0,9980	0,9995

Os valores da Tabela 5.7 mostram que os sinais medidos com a placa íntegra apresentaram correlação bem próxima da unidade para todos os sensores, indicando que não houve alteração significativa no formato do sinal e consequentemente na condição da placa.

Quando a placa é danificada, o formato do sinal medido por um sensor próximo ao dano é alterado, pois parte da onda refletida nesta nova descontinuidade será medida pelo sensor, resultando no surgimento de novos pacotes de onda no sinal. Neste caso, a correlação do sinal medido por este sensor irá diminuir. Portanto, a detecção do dano pode ser feita mediante a análise dos valores das correlações dos sinais. Se os valores forem bem próximos da unidade, a placa está íntegra. Caso o valor da correlação do sinal de algum sensor diminua, isto é um indicativo de que na região próxima a este sensor houve alteração na condição da estrutura ocasionada pelo dano.

As figuras 5.10 e 5.11 mostram os envelopes dos coeficientes do detalhe de nível cinco da TWD dos sinais obtidos dos dois arranjos para a placa íntegra e para a placa com o dano 1 (Figura 4.6) para os quatro tamanhos do corte.

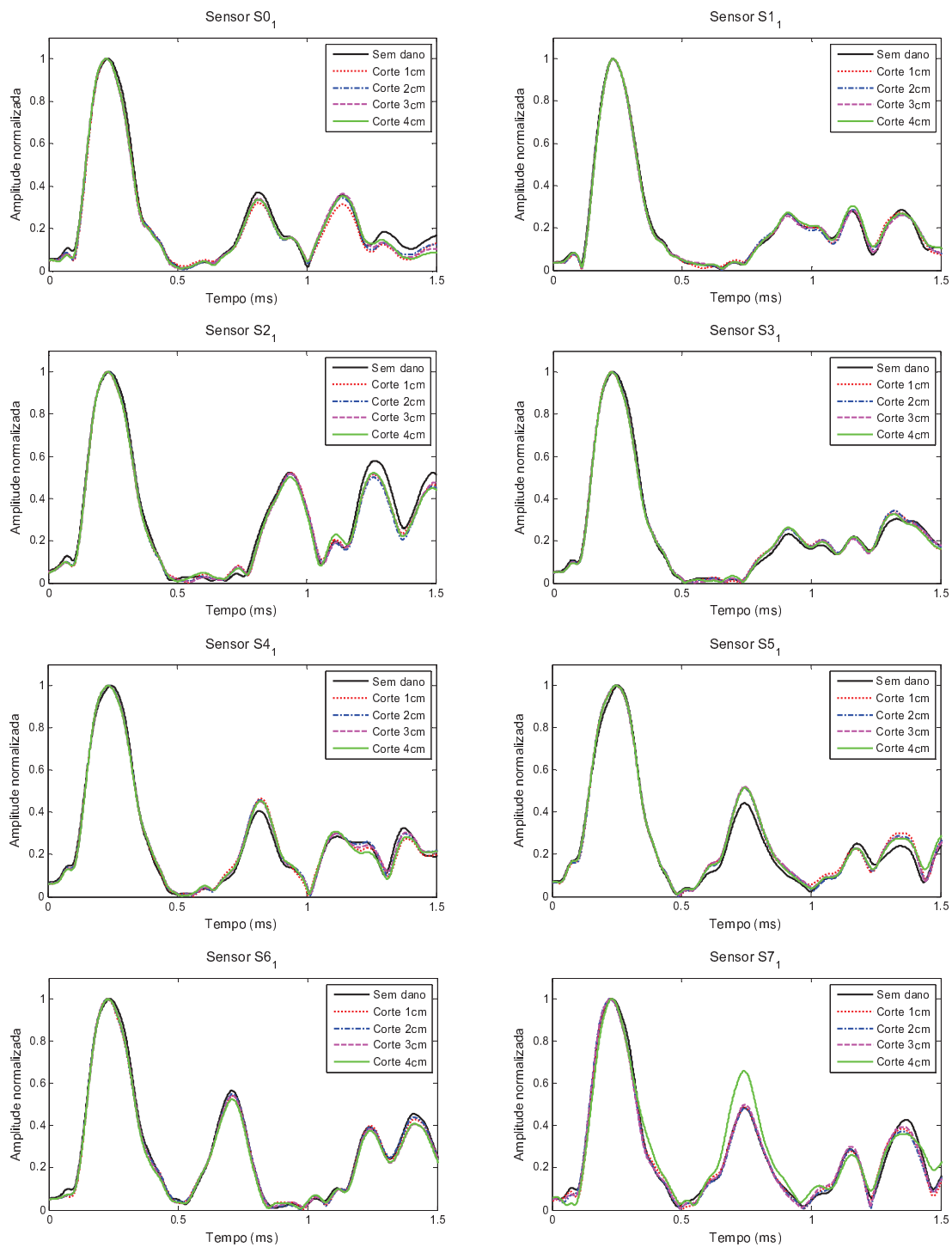


Figura 5.10 – Envelope dos coeficientes do detalhe de nível cinco da TWD dos sinais medidos pelos sensores do arranjo 1 para a placa com o dano 1

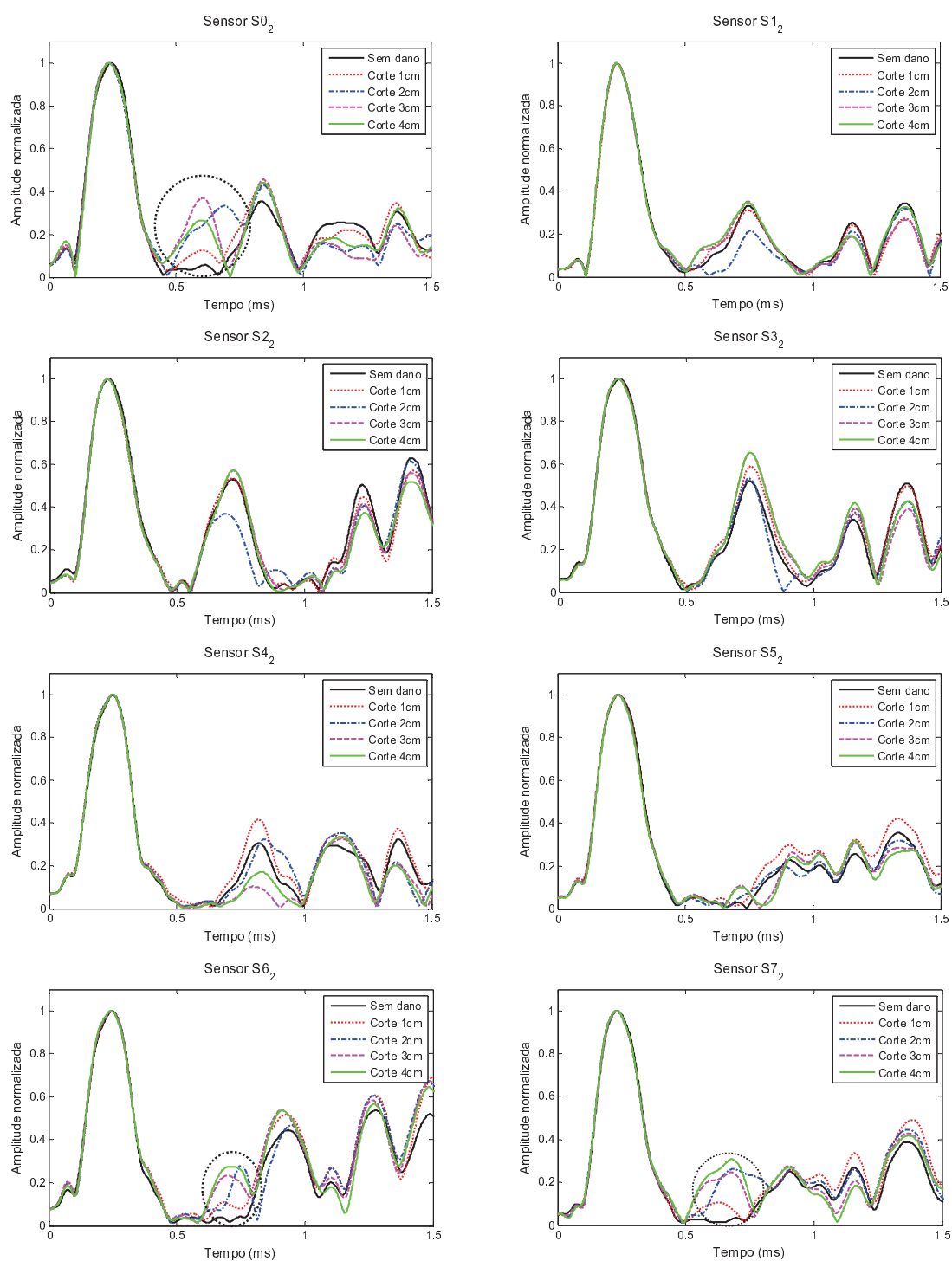


Figura 5.11 - Envelope dos coeficientes do detalhe de nível cinco da TWD dos sinais medidos pelos sensores do arranjo 2 para a placa com o dano 1

A Tabela 5.8 apresenta as correlações dos sinais dos sensores do arranjo 1. A partir da análise dos valores desta tabela e dos gráficos da Figura 5.10, ficou constatado que o dano 1 não provocou alteração significativa nos sinais medidos pelos sensores deste arranjo. Isto significa que não houve interação entre o sinal emitido pelo atuador A1 e o dano capaz de ser medido pelos sensores deste arranjo, indicando que esta região da placa não está danificada.

Tabela 5.8 – Correlações dos sinais medidos pelos sensores do arranjo 1 para os quatro tamanhos de corte que representa o dano 1

	1cm	2cm	3cm	4cm
S0 ₁	0,9994	0,9989	0,9989	0,9992
S1 ₁	0,9978	0,9992	0,9993	0,9994
S2 ₁	0,9986	0,9987	0,9981	0,9985
S3 ₁	0,9983	0,9988	0,9983	0,9982
S4 ₁	0,9965	0,9985	0,9985	0,9988
S5 ₁	0,9869	0,9967	0,9960	0,9975
S6 ₁	0,9990	0,9992	0,9993	0,9987
S7 ₁	0,9971	0,9990	0,9980	0,9777

A Tabela 5.9 mostra as correlações dos sinais dos sensores do arranjo 2 destacando o par de sensores que apresentaram os menores valores para cada tamanho de corte.

Tabela 5.9 – Correlações dos sinais medidos pelos sensores do arranjo 2 para os quatro tamanhos de corte que representa o dano 1

	1cm	2cm	3cm	4cm
S0 ₂	0,9934	0,9356	0,9164	0,9563
S1 ₂	0,9985	0,9835	0,9973	0,9962
S2 ₂	0,9976	0,9914	0,9987	0,9984
S3 ₂	0,9970	0,9982	0,9915	0,9904
S4 ₂	0,9924	0,9974	0,9803	0,9885
S5 ₂	0,9942	0,9977	0,9894	0,9882
S6 ₂	0,9944	0,9543	0,9690	0,9497
S7 ₂	0,9954	0,9540	0,9580	0,9344

A Figura 5.11 mostra que ocorreram alterações nos sinais medidos pelos sensores do arranjo 2, sendo que houve o surgimento de um novo pico entre os dois primeiros picos do sinal utilizado como padrão para os sensores S0₂, S6₂ e S7₂. Este novo pico é resultado da reflexão das ondas de Lamb na nova descontinuidade da placa. Estas alterações foram quantificadas pelos valores das correlações mostradas na Tabela 5.9, sendo que os menores valores foram obtidos

para os sensores S0₂, S6₂ e S7₂. Para o corte com tamanho de 1cm, não houve mudança significativa nas correlações dos sinais. Isto pode ter ocorrido devido ao dano ser muito pequeno em relação ao comprimento de onda do sinal que é da ordem de 4,36 cm. Somente a partir do corte de 2 cm foi possível constatar que houve alteração na estrutura.

Os sensores S0₂ e S7₂ apresentaram os menores valores das correlações para os cortes de tamanhos 2 cm e 3 cm e os sensores S6₂ e S7₂ para o corte de 4cm. A Tabela 5.10 mostra a distância percorrida pelo pacote de onda equivalente ao TOF do segundo pico do sinal com as respectivas incertezas para estes sensores, obtidos a partir dos sinais da Figura 5.11.

Tabela 5.10 – TOF e distância percorrida pelo pacote de onda referente ao sinal refletido no dano 1

	Sensor S0 ₂ (distância real 40cm)				Sensor S6 ₂ (distância real 51,93cm)				Sensor S7 ₂ (distância real 44,27cm)			
	TOF ₀ (μs)	u _{TOF0} (μs)	d ₀ (cm)	u _{d0} (cm)	TOF ₆ (μs)	u _{TOF6} (μs)	d ₆ (cm)	u _{d6} (cm)	TOF ₇ (μs)	u _{TOF7} (μs)	d ₇ (cm)	u _{d7} (cm)
2cm	566,17	3,88	48,4	4,3	-	-	-	-	562,50	3,74	48,1	4,3
3cm	480,67	3,27	40,7	4,4	-	-	-	-	552,83	1,97	47,2	4,3
4cm	-	-	-	-	588,5	9,8	50,5	4,3	554,17	0,82	47,4	4,3

A partir da distância percorrida pelo pacote de onda é possível obter uma estimativa da distância entre o sensor e o dano. O problema é que a priori, a direção do dano em relação ao sensor é desconhecida. Considerando a posição do dano 1 (ver Figura 4.6), o par de sensores mais próximos composto por S0₂ e S1₂ ou S0₂ e S7₂ deveriam apresentar os menores valores das correlações para todos os tamanhos de corte avaliados. Porém para o corte de 4 cm, o sensor S6₂ apresentou correlação menor do que S0₂, mesmo estando mais distante do dano. Isto mostra que, para o caso geral, o sinal medido por um sensor do arranjo pode ser alterado por um dano localizado em uma das três direções ilustradas na Figura 5.12.

Para estimar o valor aproximado da distância entre o sensor e o dano foram consideradas as direções que correspondem a menor e a maior distância mostrada nas figuras 5.12a e 5.12c respectivamente. A Figura 5.13 ilustra o caminho percorrido pelo pacote de onda e a distância r entre o sensor e o dano para estes dois casos. A distância entre o sensor S e o dano D pode ser obtida por meio das seguintes expressões:

$$r_{dir1} = \frac{d - d_{AS}}{2}$$

$$r_{dir2} = \frac{d}{2}$$

onde d_{AS} é a distância entre o sensor e o atuador. É importante observar que r_{dir2} é uma aproximação da distância entre o sensor e o dano para o caso ilustrado na Figura 5.13b. Baseado nesta premissa, a estimativa da distância entre o dano e o sensor, independentemente da sua direção, foi obtida da média aritmética de r_{dir1} e r_{dir2} , dada pela seguinte expressão:

$$r_i = \frac{d - 0,5d_{AS}}{2} \quad 5.2$$

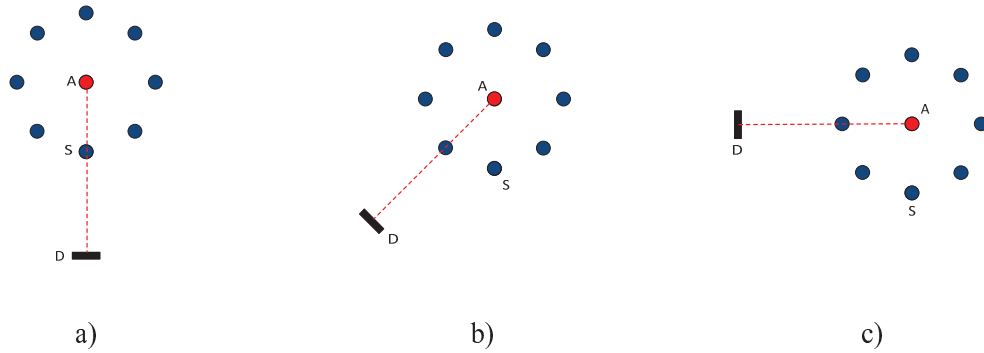


Figura 5.12 – Possíveis direções do dano na placa que altera o sinal medido pelo sensor S do arranjo

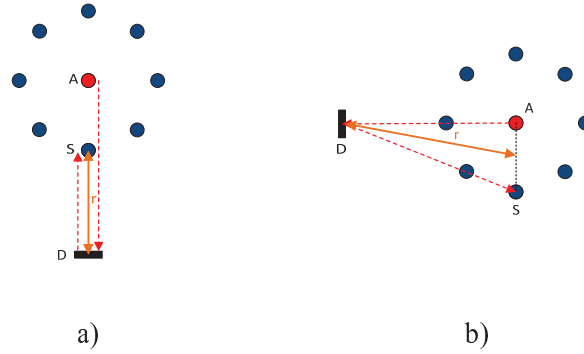


Figura 5.13 – Distância r entre o sensor e o dano: a) Menor e b) Maior

A incerteza da distância entre o sensor e o dano é dada por:

$$u_r = \sqrt{u_d^2 + u_{dAS}^2}$$

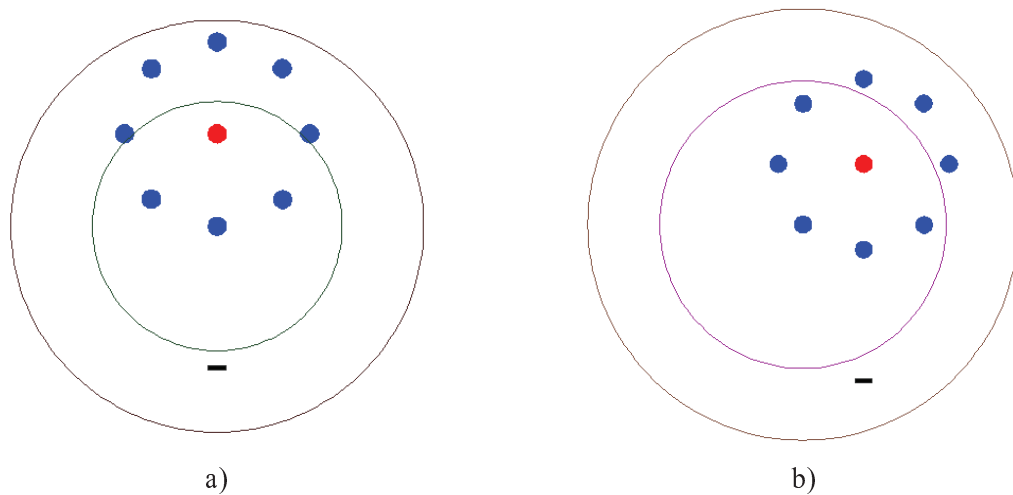
onde u_{dAS} é a incerteza da medida da distância entre o atuador e o sensor. Este valor foi obtido com uma régua milimétrica resultando numa incerteza de 0,05 cm. A Tabela 5.11 mostra as distâncias calculadas a partir da Equação (5.2) com as respectivas incertezas.

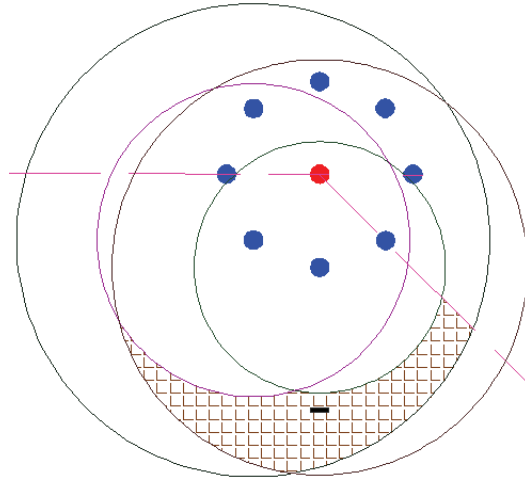
Tabela 5.11 – Distância entre os sensores e o dano 1

	Sensor S0 ₂ (distância real 15 cm)		Sensor S6 ₂ (distância real 26,93 cm)		Sensor S7 ₂ (distância real 19,27 cm)	
	r_0 (cm)	u_{r0} (cm)	r_6 (cm)	u_{r6} (cm)	r_7 (cm)	u_{r7} (cm)
2cm	21,7	4,3	-	-	21,6	4,3
3cm	17,9	4,4	-	-	21,1	4,3
4cm	-	-	22,8	4,3	21,2	4,3

A região na qual o dano está localizado é delimitada pela intersecção dos anéis formados pelas circunferências de raios $r_i + u_{ri}$ e $r_i - u_{ri}$ com centro no sensor Sx₂ menos a região não danificada indicada pelos seis sensores que apresentam os maiores valores das correlações. De acordo com os dados da Tabela 5.9, para o dano com tamanho de 3 cm, os sinais dos sensores S1₂, S2₂, S3₂, S4₂, S5₂ e S6₂ foram menos afetados pelo surgimento do dano. Isto mostra que o dano não está na região próxima desses sensores. Portanto, a região íntegra pode ser definida pelas linhas que passam entre o atuador e os sensores S1₂ e S6₂. A Figura 5.14 mostra os anéis para os sensores S0₂ e S7₂ e a região isolada para o dano de tamanho 3 cm.

A região delimitada pela aplicação do método de avaliação da integridade da placa englobou o dano, comprovando sua eficácia. Esta pequena região tem uma área de 233,1 cm² que corresponde a apenas 2,3% da área da placa.





c)

Figura 5.14 – a) Anel com centro no sensor $S0_2$ b) Anel com centro no sensor $S7_2$ c) Região na qual o dano 1 está localizado

Para testar a aplicação do método para detectar e isolar duas regiões danificadas simultaneamente foi feito um segundo corte próximo ao sensor $S3_1$ correspondente ao dano 2, conforme ilustrado na Figura 4.6. A Figura 5.15 mostra os sinais obtidos do arranjo 1 para a placa íntegra e para a placa com os quatro tamanhos de corte. A presença do segundo dano fez surgir um novo pico nos sinais medidos pelos sensores $S2_1$ e $S3_1$, devido à reflexão da onda nesta nova descontinuidade. A alteração nos sinais destes sensores foi quantificada através das correlações dos sinais medidos pelos sensores listadas na Tabela 5.12.

Tabela 5.12 – Correlações dos sinais medidos pelos sensores do arranjo 1 para os quatro tamanhos de corte que representa o dano 2

	1cm	2cm	3cm	4cm
$S0_1$	0,9965	0,9970	0,9963	0,9969
$S1_1$	0,9993	0,9924	0,9896	0,9832
$S2_1$	0,9964	0,9660	0,9420	0,9231
$S3_1$	0,9953	0,9858	0,9812	0,9239
$S4_1$	0,9977	0,9930	0,9971	0,9963
$S5_1$	0,9923	0,9929	0,9951	0,9958
$S6_1$	0,9948	0,9950	0,9963	0,9960
$S7_1$	0,9994	0,9965	0,9964	0,9968

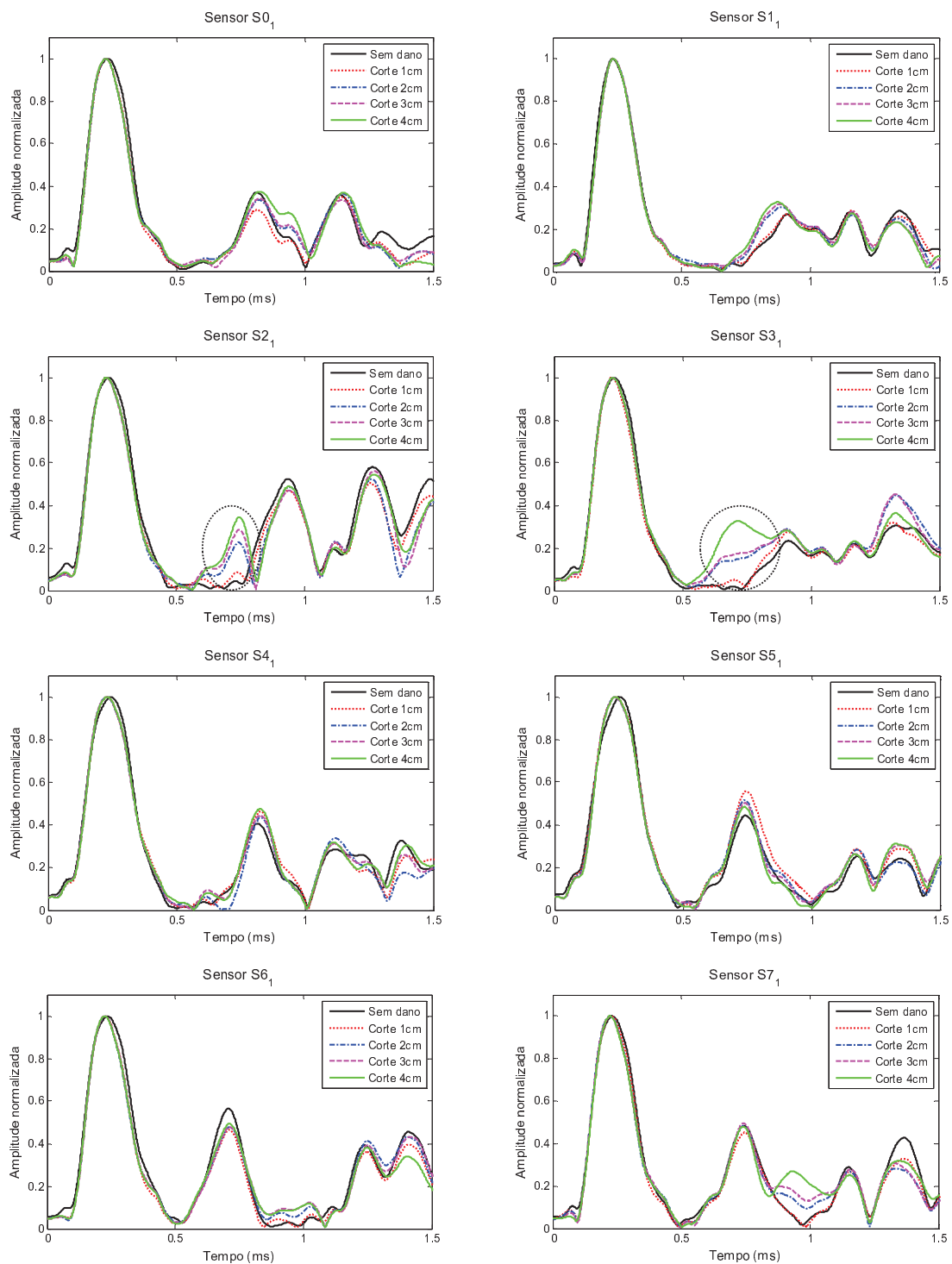


Figura 5.15 – Envelope dos coeficientes do detalhe de nível cinco da TWD dos sinais medidos pelos sensores do arranjo 1 para placa com os dois cortes

Os resultados mostram que não foi possível detectar o corte com 1 cm de comprimento. Para os cortes com 2 cm, 3 cm e 4 cm, os sinais medidos pelos sensores $S2_1$ e $S3_1$ foram os que sofreram maior alteração. Esses sinais foram utilizados para isolar a região do dano 2.

A Tabela 5.13 mostra a distância percorrida pelo pacote de onda equivalente ao TOF do segundo pico do sinal com as respectivas incertezas para os sinais dos sensores $S2_1$ e $S3_1$ mostrados na Figura 5.15.

Tabela 5.13 – TOF e distância percorrida pelo pacote de onda referente ao sinal refletido no dano 2

	Sensor $S2_1$ (distância real 54cm)				Sensor $S3_1$ (distância real 50cm)			
	TOF ₀ (μ s)	u _{TOF0} (μ s)	d ₀ (cm)	u _{d0} (cm)	TOF ₆ (μ s)	u _{TOF6} (μ s)	d ₆ (cm)	u _{d6} (cm)
2cm	618,83	1,97	53,3	4,3	545,00	2,07	46,5	4,3
3cm	620,00	2,42	53,4	4,3	602,00	4,62	51,7	4,3
4cm	620,50	2,10	53,4	4,3	591,33	3,01	50,7	4,3

A Tabela 5.14 mostra as distâncias entre os sensores e o dano 2 obtidas a partir da Equação (5.2).

Tabela 5.14 – Distância entre os sensores e o dano 2

	Sensor $S2_1$ (distância real 24 cm)		Sensor $S3_1$ (distância real 20 cm)	
	r ₂ (cm)	u _{r2} (cm)	r ₃ (cm)	u _{r3} (cm)
2cm	24,2	4,3	20,8	4,3
3cm	24,2	4,3	23,4	4,3
4cm	24,2	4,3	22,9	4,3

Utilizando o mesmo procedimento descrito para a obtenção da região do dano 1 (Figura 5.14), a Figura 5.16 mostra a região obtida com os valores da Tabela 5.14 correspondente a região da placa onde o dano 2 está localizado. Neste caso, os sensores $S4_1$, $S5_1$, $S6_1$, $S7_1$, $S0_1$ e $S1_1$ não apresentaram alteração significativa no valor da correlação dos seus sinais. Portanto, as linhas que delimitam a região íntegra são as que passam pelo atuador e os sensores $S4_1$ e $S1_1$.

Novamente, o método foi capaz de isolar uma pequena região da placa na qual o segundo dano esta contido. A região obtida possui área de 275,74 cm² que corresponde a apenas 2,8% da área placa.

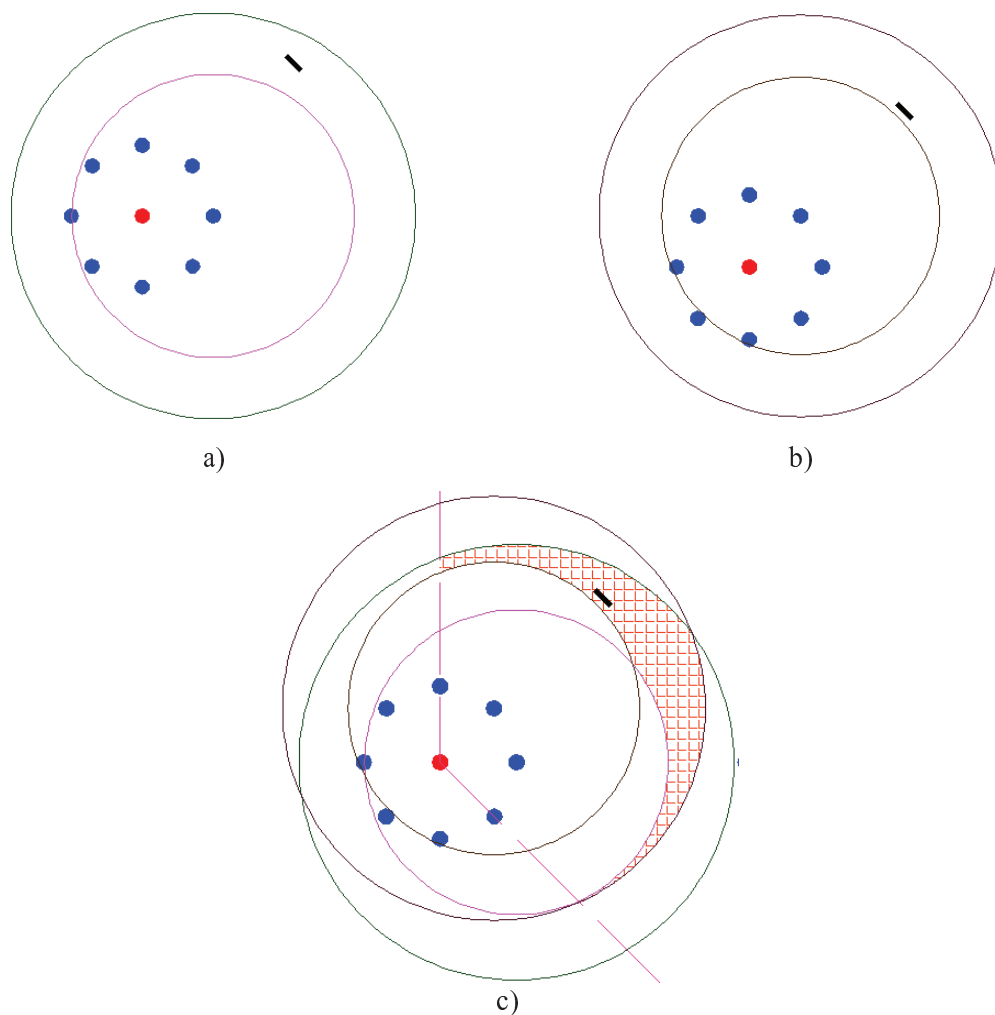


Figura 5.16 – a) Anel com centro no sensor $S2_1$ b) Anel com centro no sensor $S3_1$ c) Região na qual o dano 2 está localizado

A Figura 5.17 mostra os sinais medidos pelos sensores do arranjo 2. Os sensores que apresentaram a maior mudança no sinal continuam sendo os sensores $S0_2$, $S6_2$ e $S7_2$. Isto mostra que o surgimento do novo dano na área de atuação do arranjo 1 não provocou alteração significativa nos sinais medidos pelos sensores do arranjo 2.

A Tabela 5.15 mostra as correlações para os sinais dos sensores do arranjo 2. Os valores obtidos indicam a presença do dano 1 localizado na região dos sensores $S6_2$ e $S7_2$. É importante lembrar que o tamanho final do dano 1 foi de 4 cm e não foi alterado durante as medições realizadas para avaliar o segundo dano.

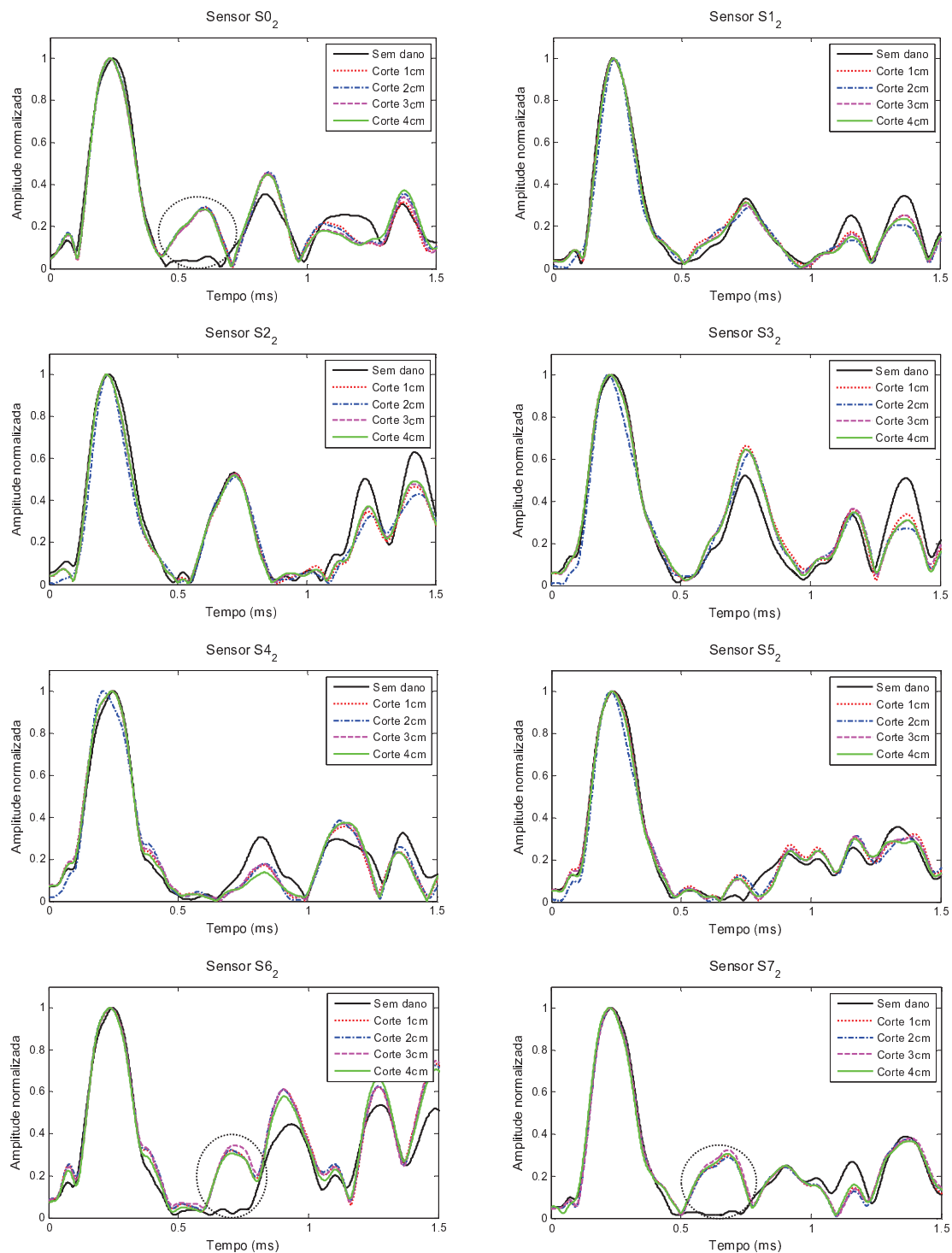


Figura 5.17 - Envelope dos coeficientes do detalhe de nível cinco da TWD dos sinais medidos pelos sensores do arranjo 2 para placa com os dois cortes

A Tabela 5.16 mostra o TOF e a distância percorrida pelo pacote de onda referente ao segundo pico com as respectivas incertezas, para os sinais dos sensores $S6_2$ e $S7_2$ mostrados na Figura 5.17.

Tabela 5.15 – Correlações dos sinais medidos pelos sensores do arranjo 2 para os quatro tamanhos do dano 2

	1cm	2cm	3cm	4cm
$S0_2$	0,9425	0,9414	0,9462	0,9452
$S1_2$	0,9956	0,9902	0,9963	0,9967
$S2_2$	0,9958	0,9882	0,9956	0,9963
$S3_2$	0,9889	0,9886	0,9902	0,9906
$S4_2$	0,9835	0,9773	0,9836	0,9798
$S5_2$	0,9866	0,9847	0,9870	0,9878
$S6_2$	0,9326	0,9339	0,9267	0,9334
$S7_2$	0,9336	0,9386	0,9205	0,9243

Tabela 5.16 – TOF e distância percorrida pelo pacote de onda referente ao sinal refletido no dano 1

	Sensor $S6_2$ (distância real 51,93cm)				Sensor $S7_2$ (distância real 44,27cm)			
	TOF ₆ (μ s)	u_{TOF6} (μ s)	d_6 (cm)	u_{d6} (cm)	TOF ₇ (μ s)	u_{TOF7} (μ s)	d_7 (cm)	u_{d7} (cm)
1cm	580,00	1,94	49,7	4,3	566,70	2,07	48,5	4,3
2cm	576,00	1,17	49,3	4,3	555,33	3,01	47,5	4,3
3cm	589,60	4,15	50,6	4,3	555,83	1,97	47,5	4,3
4cm	580,00	2,76	49,7	4,3	554,00	2,19	47,3	4,3

As distâncias entre o dano e os sensores $S6_2$ e $S7_2$ obtidas através da Equação (5.2) são mostradas na Tabela 5.17.

Tabela 5.17 – Distância entre os sensores e o dano 1

	Sensor $S6_2$ (distância real 26,93 cm)		Sensor $S7_2$ (distância real 19,27 cm)	
	r_6 (cm)	u_{r6} (cm)	r_7 (cm)	u_{r7} (cm)
1cm	22,4	4,3	21,8	4,3
2cm	22,2	4,3	21,3	4,3
3cm	22,8	4,3	21,3	4,3
4cm	22,4	4,3	21,2	4,3

A Figura 5.18 mostra os anéis para os sensores $S6_2$ e $S7_2$ e a região danificada. O valor da área obtida é 257,43 cm² correspondente a 2,6% da área da placa.

A aplicação do método de avaliação da integridade da placa após a indução do segundo dano foi eficaz na detecção dos dois danos simultaneamente. A Figura 5.19 mostra a placa com as regiões danificadas.

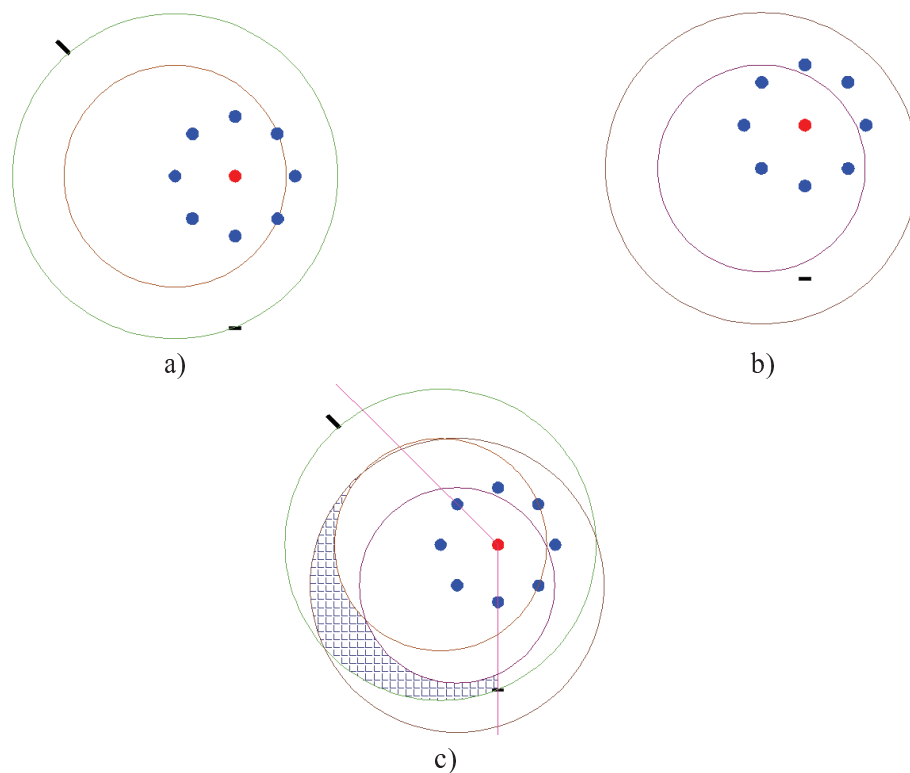


Figura 5.18 – a) Anel com centro no sensor $S6_2$ b) Anel com centro no sensor $S7_2$ c) Região na qual o dano 1 está localizado

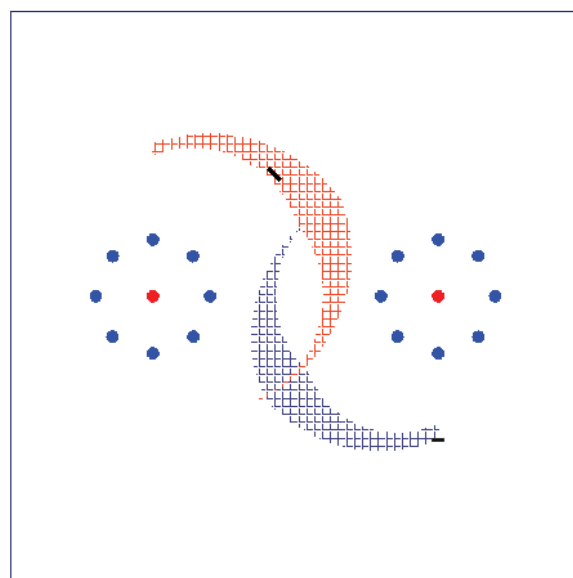


Figura 5.19 – Placa com as regiões dos danos 1 e 2 isoladas

5.4 – Método experimental para o monitoramento da integridade da placa baseado na transmissão das ondas de Lamb

A avaliação da condição da placa baseada na técnica *pitch-catch* foi feita por meio da análise da variação da amplitude do primeiro pico do sinal medido por cada sensor do arranjo. Sendo assim, inicialmente os sinais dos oito sensores foram medidos com a placa na condição íntegra para que fosse definido o intervalo de tempo que compreende o primeiro pacote da onda incidente. A Figura 5.20 mostra os envelopes dos coeficientes do detalhe do sexto nível da TWD dos sinais medidos pelos oito sensores para a placa sem dano. A função wavelet mãe utilizada na análise foi a Daubechies 40. Para realçar o instante no qual ocorre o primeiro pico, cada sinal foi normalizado em relação ao seu valor máximo.

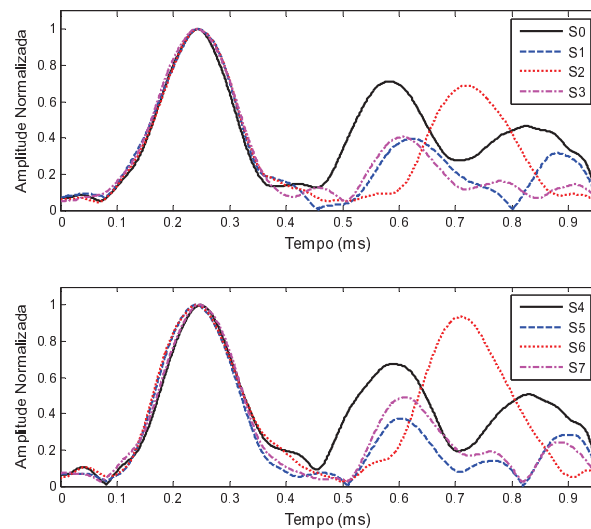


Figura 5.20 – Envelope dos coeficientes do detalhe do sexto nível da TWD com a wavelet mãe db40 para os sinais medidos da placa íntegra

O valor médio do instante que ocorreu o primeiro pico do sinal foi 0,24 ms com desvio padrão 1,8 μ s. Os picos que ocorreram após este instante equivalem às reflexões das ondas de Lamb nas bordas da placa. Portanto, o intervalo de tempo utilizado no monitoramento da condição da placa foi de 0 a 0,45 ms.

A Figura 5.21 compara os envelopes dos sinais medidos com a placa íntegra e com uma massa posicionada entre o atuador e o sensor S7 utilizada para simular um dano nesta região.

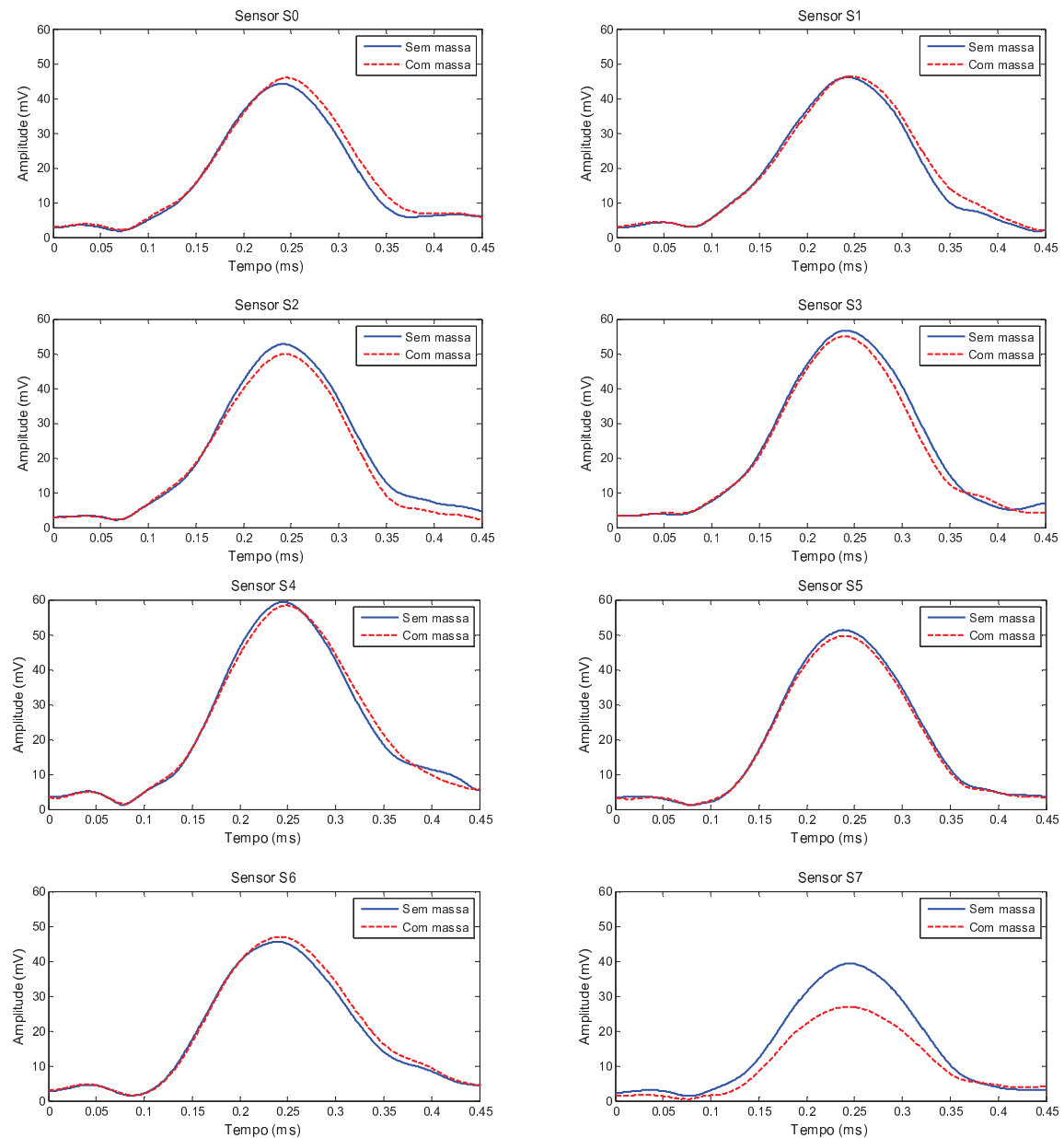


Figura 5.21 – Envelope dos coeficientes da TWD dos sinais medidos pelos oito sensores para a placa íntegra e com o dano na direção do sensor S7

A presença do dano na placa faz com que parte da onda incidente seja refletida e consequentemente a amplitude do sinal transmitido diminui. Neste caso, a amplitude do sinal medido pelo sensor S7 sofreu uma redução de 46,2% em relação à amplitude do sinal medido da placa íntegra. Para os outros sensores, a maior diferença foi 5,6%.

A Tabela 5.18 mostra o índice de dano obtido a partir da Equação 3.4, para cada um dos quatro experimentos nos quais o dano foi posicionado entre o atuador e os sensores S2, S4, S6 e S7, sendo que cada caso foi testado separadamente. Para todos os casos, a maior diferença foi observada para o sensor posicionado depois do dano. Portanto, a direção do dano dentro do arranjo é indicada pelo sensor que apresentar o maior índice.

Tabela 5.18 – Índices para o dano localizado entre o atuador e o sensor

	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
A-S2	0.2	9.5	25.6	5.2	5.9	1.0	7.6	4.5
A-S4	0.9	4.6	11.3	10.1	39.9	19.7	7.5	3.8
A-S6	4.0	1.4	5.0	2.6	11.9	3.5	25.9	2.1
A-S7	3.8	0.6	5.6	3.0	1.7	3.3	3.1	46.2

No caso do dano localizado entre o atuador e dois sensores, como mostra o esquema da Figura 4.9b, não houve diminuição nas amplitudes dos sinais medidos pelos sensores mais próximos. Pelo contrário, os índices de dano desses sensores apresentaram valores negativos indicando que houve um aumento na amplitude dos sinais, como mostram as figuras 5.22a com a massa posicionada entre os sensores S1 e S2 e 5.22b com a massa entre S4 e S5. Isto ocorreu devido ao fato de parte da onda refletida no dano somar-se com a onda incidente. Portanto, a região danificada fica localizada entre os dois sensores que apresentarem os dois maiores índices com valor negativo.

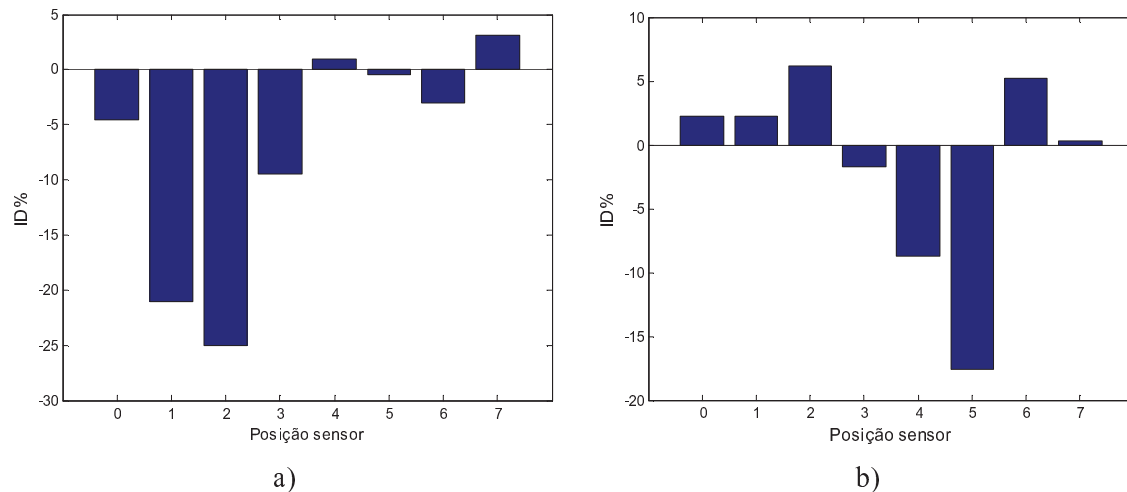


Figura 5.22 – Índices de dano dos sensores para a massa posicionada entre os sensores a) S1 e S2
b) S4 e S5

Comprovada a eficácia desse método em detectar e isolar a direção da região danificada foi feito outro experimento para avaliar a capacidade do índice de dano em indicar o aumento da sua severidade. A Figura 5.23 mostra os envelopes dos coeficientes da TWD dos sinais medidos pelos oito sensores do arranjo para a placa íntegra e com as massas de 20 g, 40 g e 60 g posicionadas entre o atuador e o sensor S2.

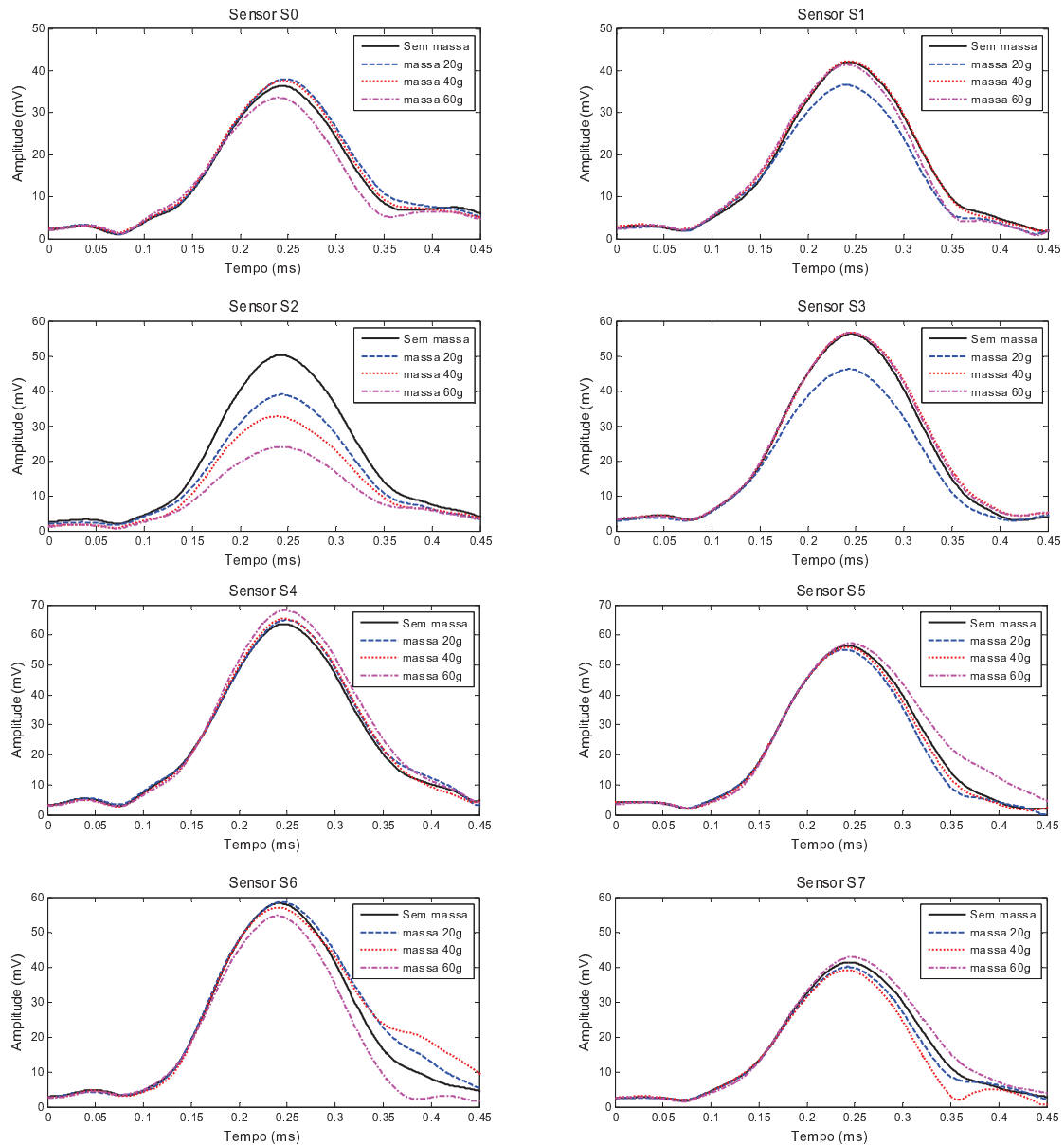


Figura 5.23 – Envelopes dos coeficientes da TWD dos sinais medidos pelos oito sensores para a placa íntegra e com o dano entre o atuador e o sensor S2 para os três valores da massa

A amplitude do sinal medido pelo sensor S2 diminuiu conforme o aumento da massa utilizada para simular o dano na placa. A Tabela 5.19 mostra o índice de dano calculado a partir dos valores extraídos desses gráficos.

Tabela 5.19 – Índices de dano para a análise do aumento da severidade

	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
Massa 1	4.6	13.0	22.5	17.8	2.1	2.3	0.6	3.1
Massa 2	3.6	0.6	34.8	0.6	2.8	0.9	2.11	5.3
Massa 3	7.7	1.5	52.1	0.7	7.1	1.3	6.2	3.6

Para os três casos, o maior índice de dano foi calculado para o sensor S2. Este índice apresentou um aumento monotônico com o aumento do valor da massa, indicando o grau da severidade do dano. Para os outros sete sensores o valor deste índice foi menor, indicando claramente que o dano estava localizado na direção entre o atuador e o sensor S2.

Esses resultados demonstraram que a utilização do arranjo circular com o emprego da técnica *pitch-catch* foi eficaz na detecção, localização e avaliação da severidade do dano (Souza e Nóbrega, 2012b). Cada sensor monitora uma região correspondente a um oitavo da área total. A Figura 5.24 mostra um esquema das regiões monitoradas por cada sensor.

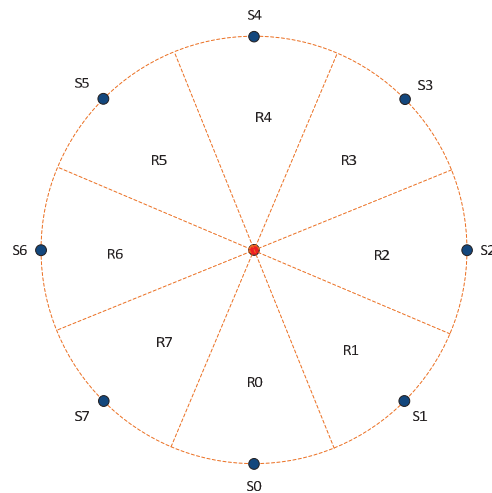


Figura 5.24 – Regiões monitoradas por cada um dos sensores do arranjo

Esta divisão da área monitorada considera que o dano passa pela linha que une o atuador e um dos sensores.

Considerando o pior caso, no qual o dano esteja descentralizado em relação a estas linhas e afastado do atuador, como ilustra a Figura 5.25, o valor aproximado do menor dano capaz de ser detectado (Ld_{min}) corresponde à metade do comprimento do arco entre dois sensores consecutivos, dado por:

$$Ld_{min} = \frac{\pi r}{N_{sen}}$$

onde r é o raio e N_{sen} é o número de sensores do arranjo. Para o arranjo com oito sensores e com raio de 10 cm, o menor tamanho do dano que pode ser detectado corresponde a 3,93 cm. É importante salientar que este é o pior caso. Se o dano estiver centralizado com a linha e/ou mais próximo do atuador, é possível detectar danos menores.

Para diminuir o ângulo de abertura de cada região, para possibilitar a detecção de danos menores, basta aumentar o número de sensores do arranjo.

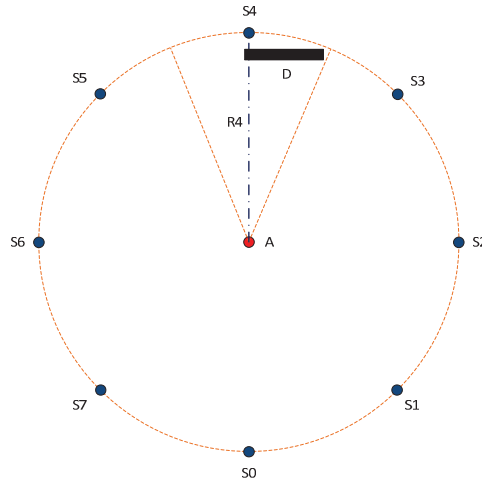


Figura 5.25 – Ilustração do pior caso da localização do dano na região 4

Para diminuir a área monitorada por cada sensor, foi proposta uma configuração que utiliza dois arranjos circulares concêntricos, como mostra o esquema da Figura 4.10. Esta configuração divide a área monitorada em dezesseis regiões ao invés de apenas oito. As figuras 5.26 e 5.27 mostram os envelopes dos coeficientes da TWD dos sinais medidos pelos sensores dos arranjos interno e externo com o dano posicionado na região $R0_i$. O intervalo de tempo considerado para a análise dos sinais foi 0,6 ms para os sensores do arranjo interno e 0,7 ms para os sensores do arranjo externo.

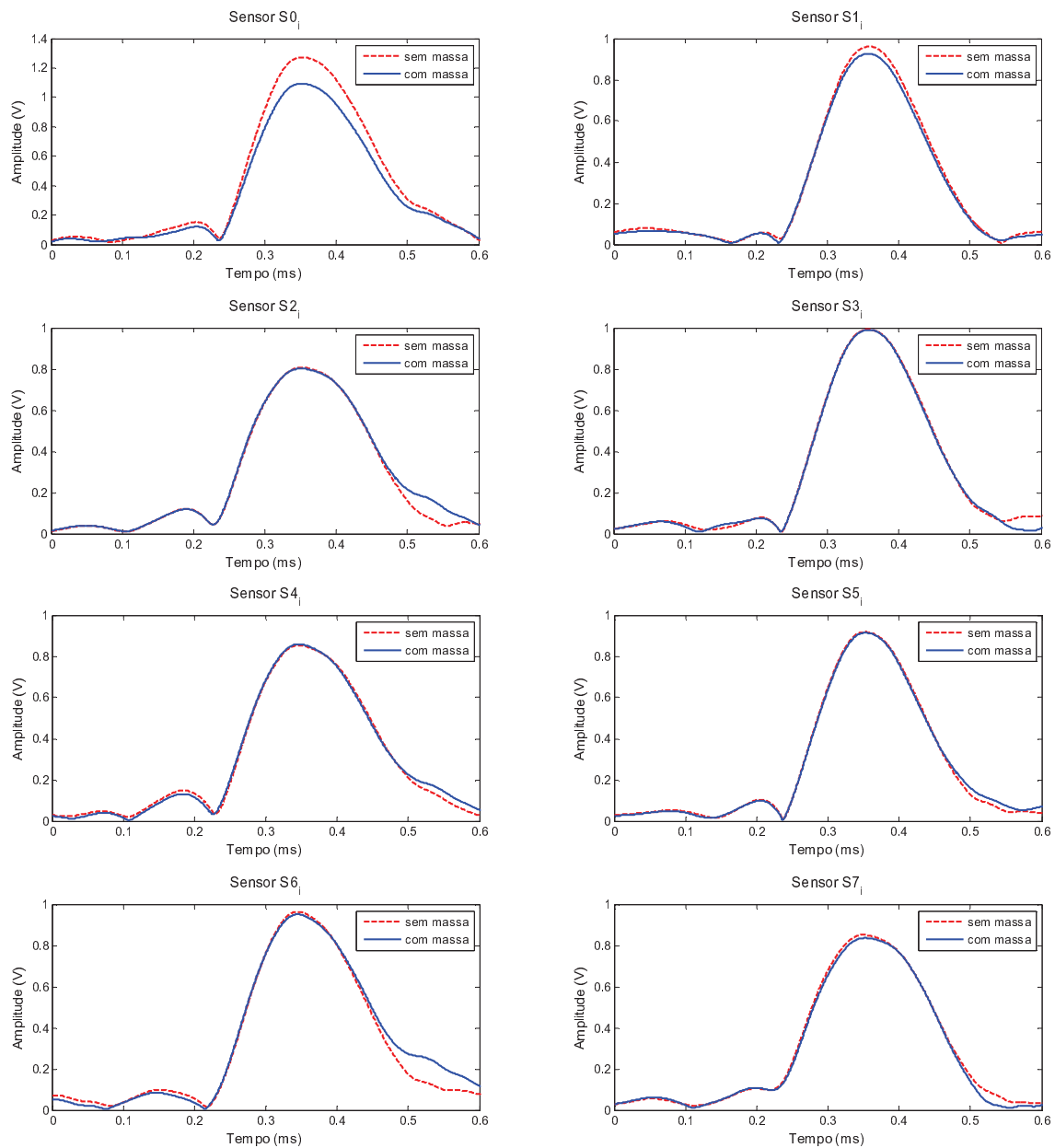


Figura 5.26 – Envelopes dos coeficientes da TWD dos sinais dos sensores do arranjo interno com o dano na região $R0_i$

A diminuição na amplitude do sinal medido pelo sensor $S0_i$ indica que houve o surgimento de um dano na região entre o atuador e esse sensor. Como os sensores $S0_i$ e $S0_e$ estão alinhados, o sinal medido por $S0_e$ também apresentou diminuição na amplitude, como mostra a figura 5.27.

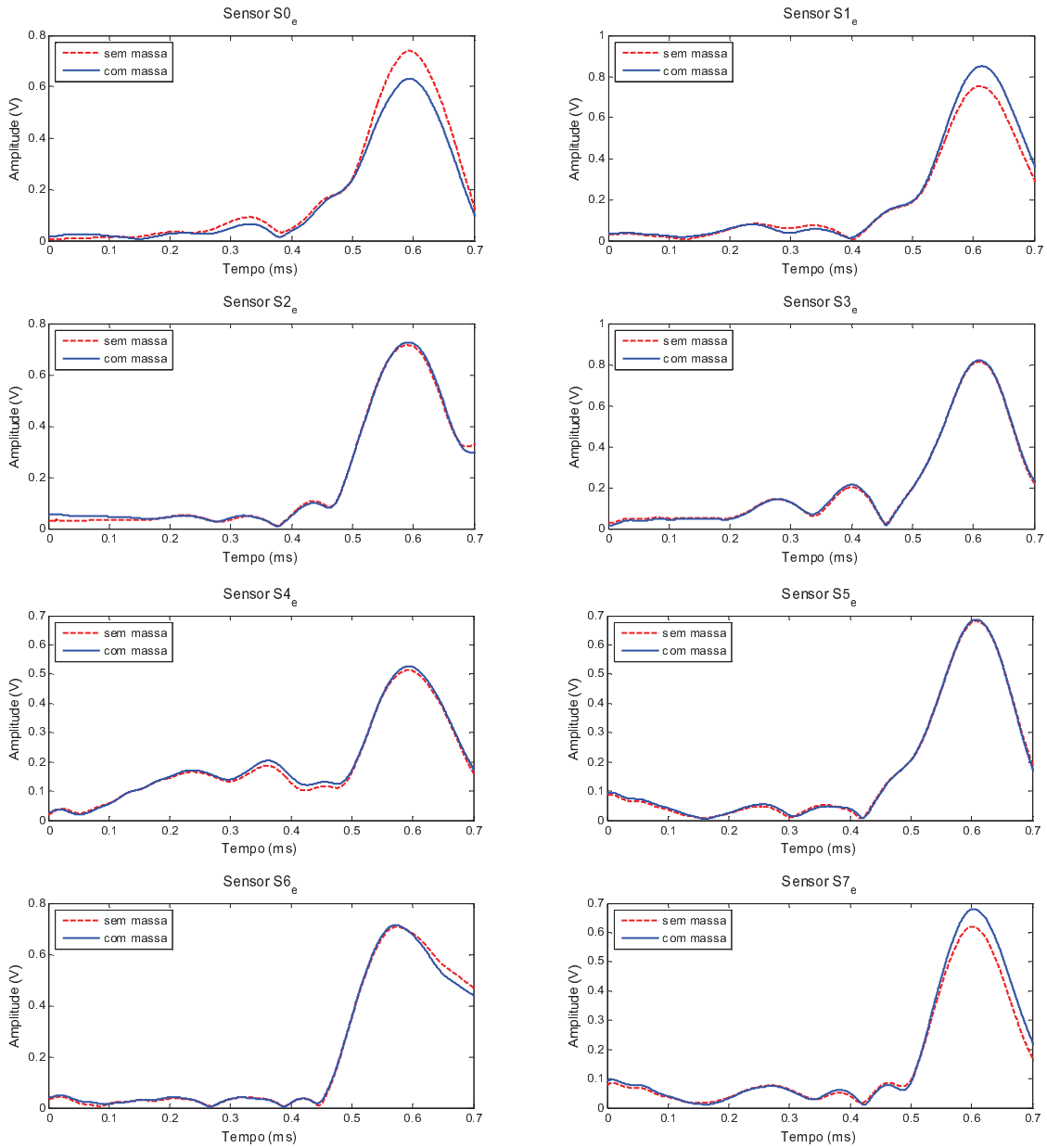


Figura 5.27 – Envelopes dos coeficientes da TWD dos sinais dos sensores do arranjo externo com o dano na região R0_i

Portanto, um dano localizado em uma das regiões do arranjo interno Rx_i provoca a diminuição dos sinais medidos pelos sensores dos arranjos interno (Sx_i) e externo (Sx_e). Neste experimento, o dano na região R0_i provocou a diminuição nos sinais medidos pelos sensores S0_i e S0_e.

As figuras 5.28 e 5.29 mostram os envelopes dos coeficientes da TWD dos sinais medidos pelos sensores dos arranjos interno e externo com o dano posicionado na região R7_e.

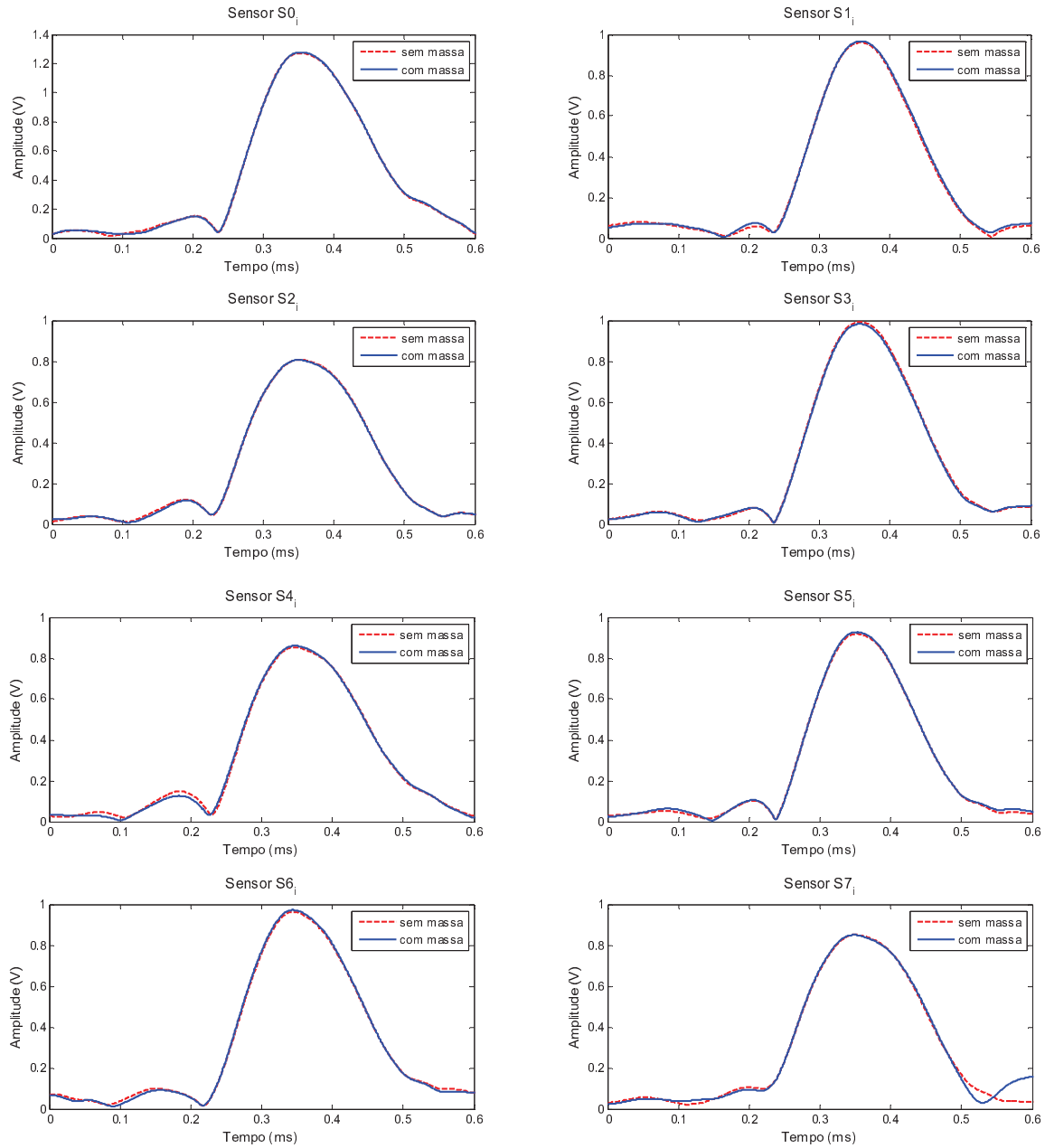


Figura 5.28 – Envelopes dos coeficientes da TWD dos sinais dos sensores do arranjo interno com o dano na região R7_e

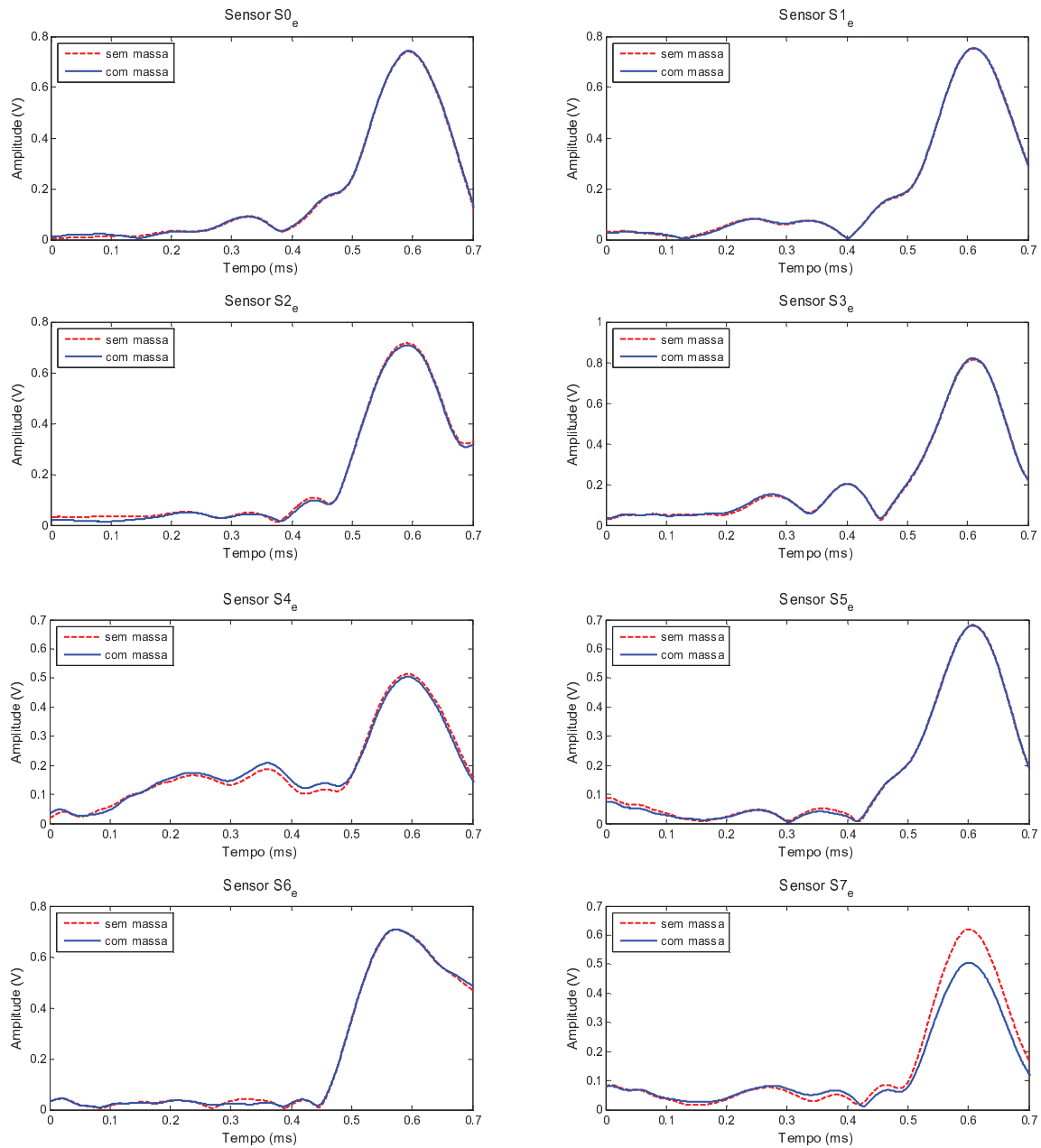
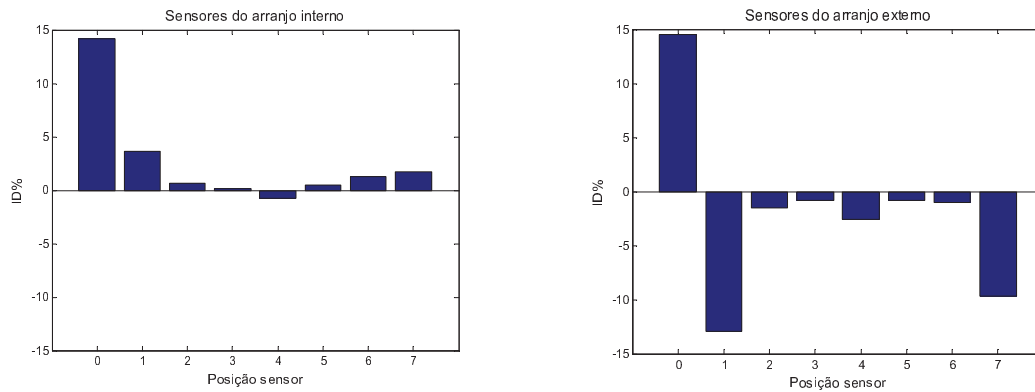


Figura 5.29 – Envelopes dos sinais dos sensores do arranjo externo com o dano na região R7_e

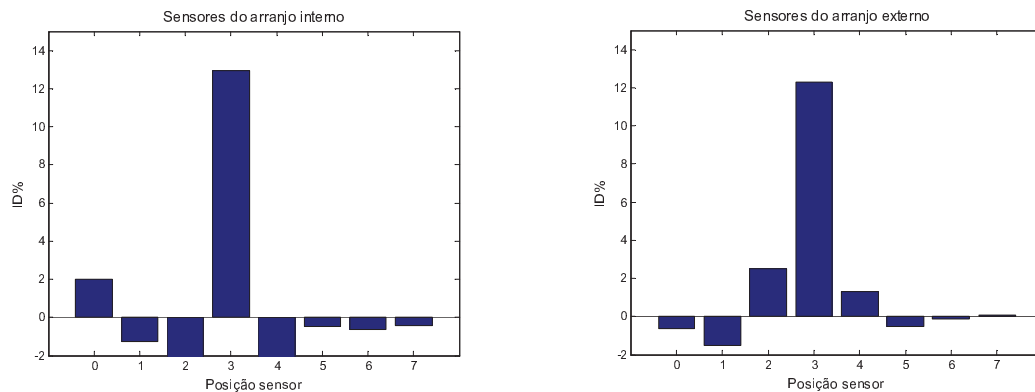
Neste caso, os sinais medidos pelos sensores do arranjo interno não apresentaram alteração significativa, pois o dano está localizado na região externa à área monitorada por esses sensores. Contudo, a diminuição na amplitude do sinal medido pelo sensor S7_e corresponde ao surgimento de um dano na região entre o atuador e este sensor. Baseado nesses resultados, um dano

localizado em uma das regiões Rx_e provoca a diminuição do sinal medido pelo sensor do arranjo externo (Sx_e) enquanto o sensor do arranjo interno (Sx_i) não apresentará alteração significativa em sua amplitude. Neste experimento, o dano na região $R7_e$ provocou somente a diminuição da amplitude do sinal $S7_e$. O sinal do sensor $S7_i$ não apresentou alteração significativa.

A Figura 5.30 mostra os índices de dano de cada sensor dos arranjos interno e externo para o dano localizado nas regiões $R0_i$, $R3_i$, $R5_e$ e $R7_e$, sendo que cada caso foi testado separadamente. Na Figura 5.30a, os índices de dano dos sensores $S0_i$ (14,1%) e $S0_e$ (14,5%) indicam que a região $R0_i$ está danificada. No caso do dano localizado na região $R3_i$ (Figura 5.30b), os sensores $S3_i$ e $S3_e$ também apresentaram índices de dano elevados correspondentes a 12,9% e 12,3% respectivamente. Por outro lado, para os casos com o dano localizado nas regiões $R5_e$ (Figura 5.30c) e $R7_e$ (Figura 5.30d) apenas os sensores do arranjo externo apresentaram índices de dano elevados, sendo que no primeiro caso, o índice de dano do sensor $S5_e$ foi de 13,9% e no segundo, o índice de dano do sensor $S7_e$ foi de 18,5%.



a)



b)

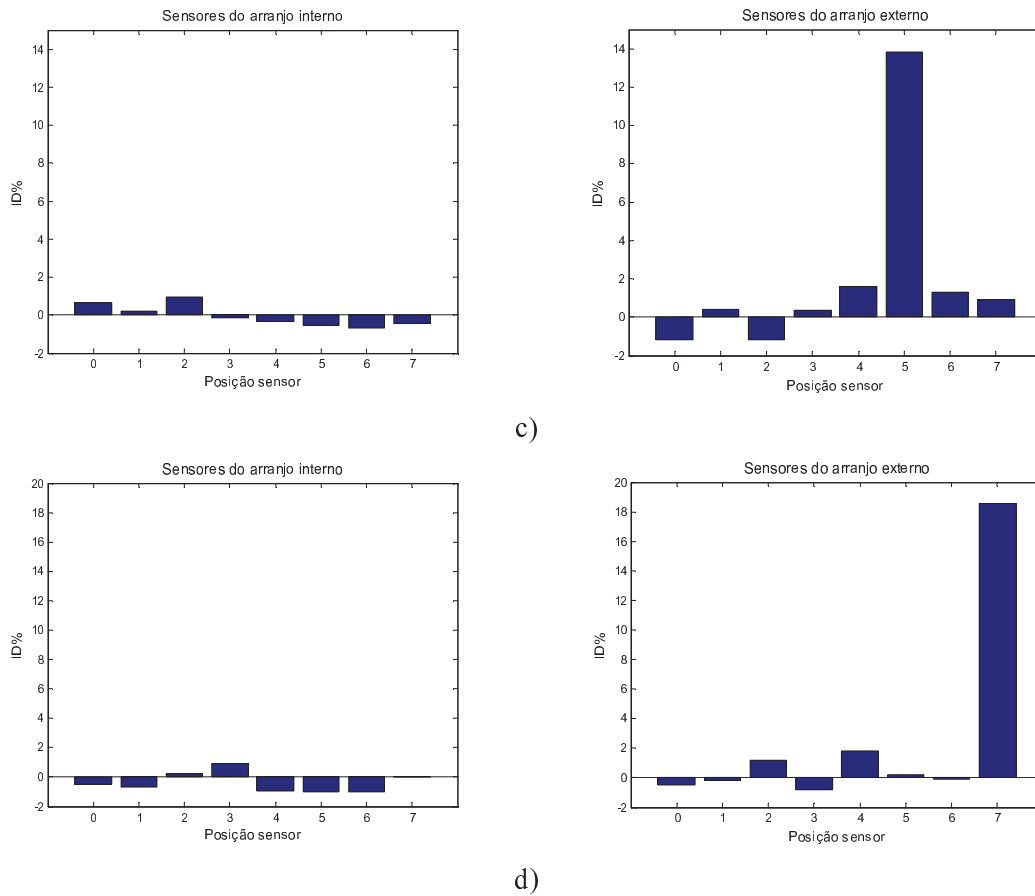


Figura 5.30 – Índices de dano dos sensores com o dano nas regiões a) R0_i, b) R3_i, c) R5_e e d) R7_e

Esta configuração também foi testada para avaliar a sua capacidade de detectar e isolar mais de uma região danificada simultaneamente. As figuras 5.31 e 5.32 mostram os envelopes da TWD dos sinais medidos pelos sensores dos arranjos interno e externo com as massas posicionadas nas regiões R1_i e R6_e. Para os sensores do arranjo interno, o sinal medido pelo sensor S1_i sofreu a maior diminuição, devido à presença do dano nesta região. Os sinais dos outros sensores não apresentaram diminuição significativa, em especial o sensor S6_i, indicando que não há dano na região R6_i.

Para os sensores do arranjo externo, S1_e e S6_e apresentaram diminuição significativa na amplitude dos seus sinais, como mostra a Figura 5.32. Isto ocorreu devido à presença dos danos nestas direções.

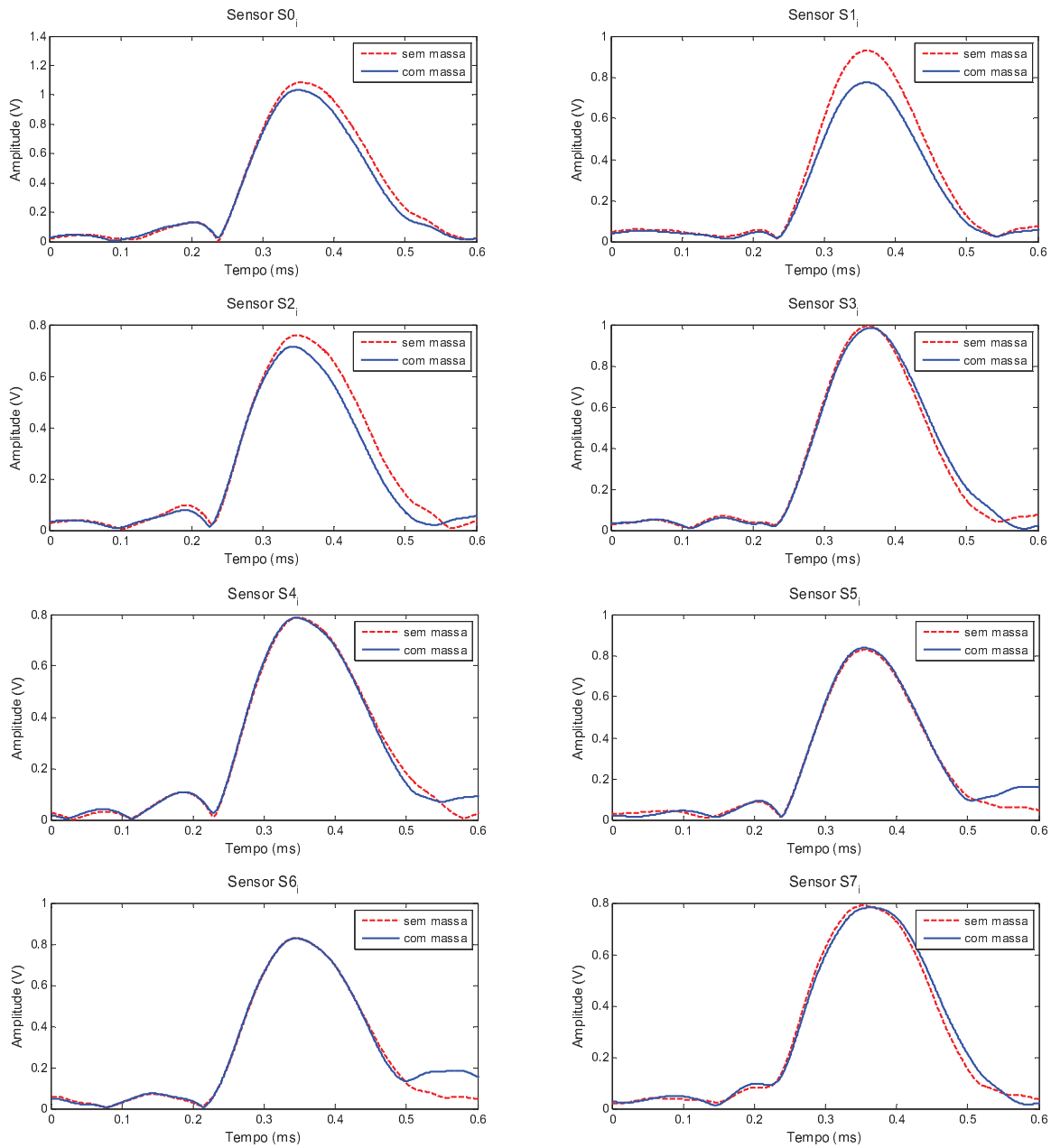


Figura 5.31 – Envelopes dos sinais dos sensores do arranjo interno com as regiões R1_i e R6_e danificadas

A Figura 5.33 mostra os índices de dano dos sensores dos arranjos interno e externo, calculados a partir dos dados extraídos dos gráficos das figuras 5.31 e 5.32.

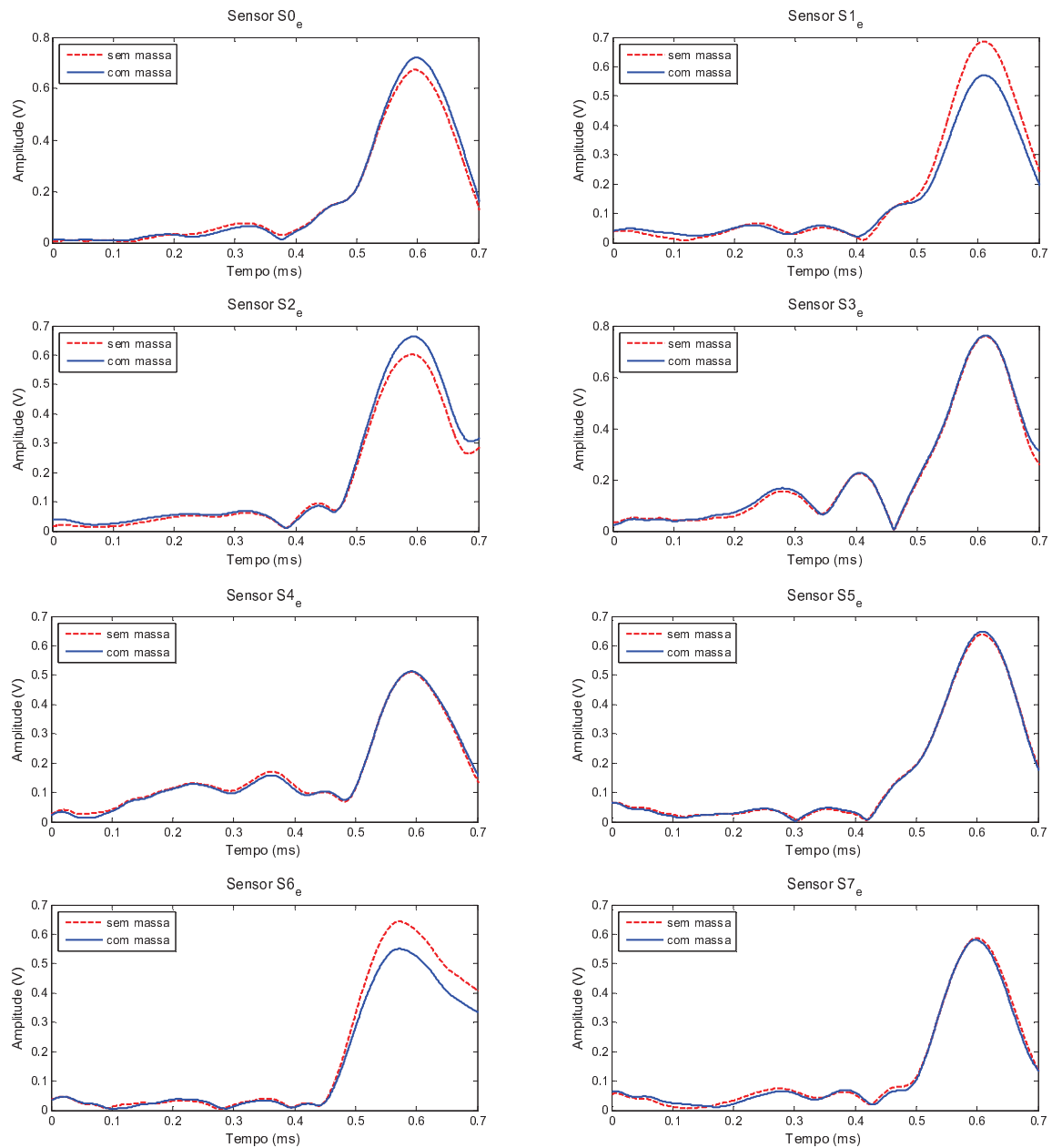


Figura 5.32 – Envelopes dos sinais dos sensores do arranjo externo com as regiões R1_i e R6_e danificadas

Os valores elevados dos índices de dano para os sensores S1_i(16,6%) e S1_e(16,8%) indicam que a placa está danificada na região R1_i. Embora os índices dos sensores S0_i (4,68%) e S2_i (5,78%) pudessem apontar danos nestas direções, esta hipótese é descartada pelos índices

negativos dos sensores $S0_e$ e $S2_e$ correspondentes ao aumento da amplitude dos sinais medidos por estes sensores. Este aumento ocorreu devido ao dano na região $R1_i$ estar localizado na direção intermediária destes sensores. Este caso é semelhante ao estudo apresentado anteriormente com o dano posicionado entre o atuador e dois sensores com os resultados mostrados na Figura 5.22.

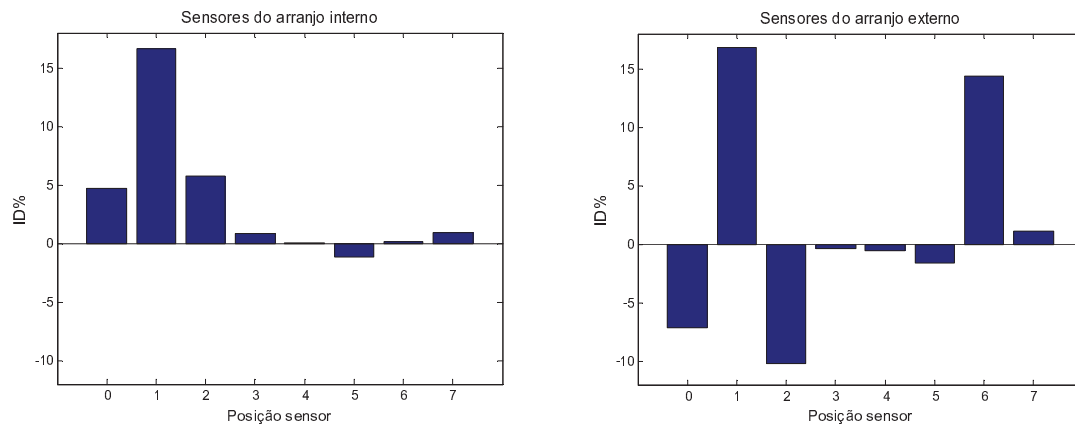


Figura 5.33 – Índice de dano da placa com as regiões $R1_i$ e $R6_e$ danificadas.

O valor elevado do índice de dano do sensor $S6_e$ (14,4%) indica a presença de dano nesta direção. Analisando os valores dos índices de dano dos sensores do arranjo interno, o valor desprezível do índice do sensor $S6_i$ (0,19%) comprova que a região danificada é a $R6_e$.

A partir destes resultados, fica demonstrada a capacidade do método de monitoramento da integridade da placa utilizando dois arranjos concêntricos em detectar mais de uma região danificada simultaneamente.

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Estruturas do tipo viga e placa fazem parte de muitos sistemas reais. O monitoramento contínuo da condição dessas estruturas é de grande interesse, não só para prevenir o surgimento de falhas que possam gerar eventos catastróficos, como também auxiliar no planejamento da manutenção, otimizando o uso de recursos e diminuindo custos. Portanto, o estudo de métodos que sejam capazes de detectar o surgimento de danos, fornecendo informações a respeito da sua localização e severidade, e a apresentação de resultados experimentais que comprovam sua eficácia é uma etapa importante para que tais métodos possam ser utilizados em sistemas reais.

A principal contribuição deste trabalho foi o desenvolvimento de métodos para o monitoramento da integridade de estruturas do tipo placa e viga baseado na propagação das ondas de Lamb fazendo uso de arranjos multissensores. A TWD e a Transformada de Hilbert foram usadas para processar os sinais obtidos das estruturas para melhorar a qualidade dos parâmetros utilizados no diagnóstico, como o TOF e a amplitude do primeiro pico do envelope do sinal processado. A função wavelet mãe utilizada na TWD e o nível do detalhe correspondente à propagação das ondas de Lamb foram determinados utilizando-se o critério da entropia de Shannon.

Para compreender o modo como as ondas de Lamb se propagam em uma viga foi implementado no *software* MATLAB® o modelo SEM de uma viga livre-livre para a viga íntegra e com um dano do tipo trinca. A detecção e a localização do dano foram feitas por meio do TOF das ondas refletidas nas descontinuidades da viga. Foram avaliados os sinais simulados de vigas com o dano em diferentes posições para investigar a relação do TOF com a posição da trinca. A partir deste estudo, foi proposto o método para o monitoramento da integridade da viga utilizando a configuração pulso-eco. Este método foi aplicado em duas vigas de alumínio de dimensões idênticas, sendo que em uma delas foi feito um corte para simular um dano na posição 0,6 m ou 0,2 m, dependendo da extremidade onde foram posicionados o atuador e o sensor. Os resultados experimentais mostraram que foi possível detectar e estimar a posição do dano com erro menor que 1%.

No caso da placa, também foi implementado no *software* MATLAB® o modelo SEM de uma placa de Lévy para a placa íntegra e com um dano do tipo trinca. Inicialmente, os sinais

obtidos do modelo da placa íntegra foram utilizados na análise do comportamento da velocidade do sinal em função da distância propagada pelas ondas de Lamb. Os resultados mostraram que esta velocidade não é constante, e a utilização de um único valor para a placa inteira pode ocasionar erros bastante grandes no cálculo da distância entre a descontinuidade e o ponto no qual o sinal foi obtido. Isto ocorreu devido aos efeitos da dispersão discutidos no capítulo dois desta tese. Para minimizar a influência deste efeito na estimativa da distância propagada pelas ondas a partir do TOF extraído do sinal, foi obtida uma curva que relaciona o TOF versus distância por meio de um ajuste polinomial de terceira ordem.

Os sinais obtidos dos modelos da placa também foram utilizados em um estudo sobre o comportamento das ondas refletidas e transmitidas através do dano. Analisando as reflexões das ondas de Lamb na placa com a trinca concluiu-se que a presença da trinca fez aparecer um novo pacote de onda no sinal, referente à reflexão nesta nova descontinuidade. Foi verificado que a distância entre a trinca e o ponto onde o sinal foi observado pode ser obtida interpolando o TOF deste novo pacote na curva TOF versus distância. Por outro lado, a presença da trinca provocou a diminuição da amplitude do primeiro pico do sinal utilizando a configuração *pitch-catch*. Além disso, foi constatado que o aumento da severidade do dano, induzido pelo acréscimo da profundidade da trinca, ampliou a diferença entre a amplitude do primeiro pico do sinal em relação ao sinal da placa íntegra. Esta diferença foi utilizada como índice de dano.

A partir dos resultados obtidos dos estudos feitos com os sinais dos modelos SEM da placa, foram propostos dois métodos para o monitoramento da integridade de placas utilizando as configurações pulso-eco e *pitch-catch*. Em ambos os casos, os transdutores foram posicionados na placa formando um arranjo com oito sensores e um atuador no centro. O uso deste arranjo possibilitou a detecção e localização do dano em diferentes posições e direções na placa por meio da fusão dos parâmetros extraídos dos sinais medidos pelos sensores.

No primeiro método, a detecção do dano foi feita mediante a análise da correlação entre o sinal medido por cada um dos oito sensores com o seu sinal padrão obtido da placa íntegra. Nas medições feitas com a placa ainda no seu estado íntegro, as correlações dos sinais medidos pelos oito sensores apresentaram valores bem próximos à unidade, ou seja, maior que 0,99. Quando foi feito um corte na placa para simular o surgimento de um dano, as correlações dos sinais dos sensores mais próximos da região danificada diminuíram. Os TOFs extraídos dos sinais do par de sensores que apresentaram os menores valores das correlações foram utilizados para isolar esta

região. A aplicação deste método utilizando dois arranjos de transdutores foi capaz de detectar e isolar as regiões nas quais foram feitos dois cortes em diferentes posições e orientações. O maior valor da área isolada foi de 2,8% da área da placa, comprovando a sua eficácia. Este método apresenta duas vantagens significativas: a quantidade de sinais analisados e a detecção feita comparando os sinais medidos por um mesmo sensor. Foi visto que, para isolar a região danificada, o número de sinais a ser analisado é muito menor em comparação com técnicas tomográficas (Zhao *et al.*, 2011). Ainda, a detecção do surgimento do dano é feita comparando os sinais medidos por um mesmo sensor em momentos diferentes. Quando a placa muda de estado, inicialmente íntegra e depois do surgimento do dano, o método leva a uma detecção mais segura quando comparado ao método que utiliza a simetria entre os sinais medidos por diferentes sensores, pois neste caso, se os sensores do arranjo não forem fixados de forma idêntica, pode ocorrer falso positivo (Rathod e Mahapatra, 2011).

A aplicação do método baseado na configuração *pitch-catch* possibilitou a detecção, localização e avaliação da severidade de danos na área interna do arranjo. Utilizando oito sensores no arranjo, cada sensor monitora uma região correspondente a um oitavo da área total. Para o caso do dano localizado entre o atuador e um dos sensores, a região danificada foi indicada pelo sensor que apresentou o maior índice de dano. Para avaliar a eficácia do método no isolamento da região danificada, o dano, provocado pela adição de uma massa, foi posicionado em quatro regiões diferentes. Em todos os casos, a região danificada foi isolada corretamente. Por outro lado, para o dano localizado na interface entre duas regiões, a sua posição foi obtida pelo par de sensores que apresentaram os maiores índices de danos negativos. Além disso, o índice de dano foi capaz de indicar o aumento da severidade do dano, pois ele apresentou um aumento monotônico em função do aumento da massa.

Finalmente, após comprovar a eficácia do método baseado na configuração *pitch-catch*, foi proposto o uso de um arranjo de transdutores com os sensores formando dois arranjos circulares concêntricos com um atuador no centro para diminuir a área da região monitorada por cada sensor. Neste caso, a área total foi dividida em dezesseis regiões. A partir da análise dos índices de dano dos dezesseis sensores foi possível detectar e localizar o dano em diversas regiões e inclusive, detectar e localizar mais de uma região danificada simultaneamente.

Embora os métodos desenvolvidos neste trabalho representem uma contribuição na área de SHM, ainda há muito trabalho a ser feito para que eles possam ser amplamente empregados no monitoramento de estruturas reais.

A utilização de dispositivos de lógica programável (FPGA) para implementação da TWD por meio de um banco de filtros digitais e da Transformada de Hilbert utilizando o algoritmo da FFT possibilita o desenvolvimento de um sistema embarcado de baixo custo e alto desempenho para realizar o diagnóstico da estrutura em tempo real.

Neste trabalho, foram utilizadas estruturas de alumínio para a validação dos métodos desenvolvidos. A aplicação desses métodos em estruturas de materiais compósitos para detecção de danos de diferentes formas e orientações é de grande interesse devido ao crescente uso deste tipo de material em diversos sistemas nos quais há interesse em empregar as técnicas de SHM, por exemplo, na indústria aeronáutica.

Outro tópico de grande interesse é o desenvolvimento de métodos para o monitoramento da integridade de estruturas tubulares, pois elas são empregadas em diversas áreas, por exemplo, no transporte de gás natural, álcool, petróleo e seus derivados.

Outro fator importante que não foi explorado neste trabalho é o estudo da influência da temperatura nos parâmetros dos sinais medidos pelos sensores piezoelétricos, já que a amplitude e o tempo de propagação do sinal podem ser afetados por esta variável.

REFERÊNCIAS

ABNT/INMETRO. **Guia para expressão da incerteza de medição**. 3º edição brasileira. Rio de Janeiro, 2003. 131p.

ALLEYNE, D. N.; CAWLEY, P. The Interaction of Lamb Waves with Defects. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, v. 39, p. 381-397, 1992.

BAO J.; GIURGIUTIU V. Elastic waves – A demonstration. Columbia: University of South Carolina. Disponível em: <<http://www.me.sc.edu/Research/lamss/research/Waves/cwaves.htm>> Acesso em: 16 abr. 2013.

BLACK, T. **Spectral element analysis of bars, beams, and Levy plates**. Master thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia, 2005.

BRILLOUIN, L. **Wave propagation and group velocity**. Academic Press, New York and London, 1960.

CHILO, J.; LINDBLAD, T. Hardware Implementation of 1D Wavelet Transform on an FPGA for Infrasound Signal Classification. **IEEE Transactions on Nuclear Science**, v. 55, p. 9-13, 2008.

DOYLE, J. F. **Wave propagation in structures: a spectral analysis approach**. 2nd ed. Springer, New York, 1997.

FELDMAN, M. Hilbert transform in vibration analysis. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 25, p. 735-802, 2011.

HAVELOCK, T. H. **The propagation of disturbances in dispersive media**. Cambridge University Press, London, 1914.

IHN, J.-B.; CHANG, F.-K. Pitch-catch Active Sensing Methods in Structural Health Monitoring for Aircraft Structures. **Structural Health Monitoring**, v. 7(1), p. 5–19, 2008.

KESSLER, S. S.; SHIM, D. J. Validation of a Lamb wave-based structural health monitoring system for aircraft applications. In: Proceedings of the SPIE's 12th International Symposium on Smart Structures, 2005, San Diego, CA.

KHADEM, S. E.; REZAEI, M. Introduction of modified comparison Functions for vibration analysis of a rectangular cracked plate. **Journal of sound and vibration**, v. 236, p. 245-258, 2000.

KO, J. M.; NI, Y. Q. Technology developments in structural health monitoring of large-scale bridges. **Engineering Structures**, v. 27(12), p. 1715-1725, 2005.

KRAWCZUK, M. Application of spectral beam finite element with a crack and iterative search technique for damage detection. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 38, p. 537-548, 2002.

LAMB, H. On waves in an elastic plate. **Proceedings of the Royal Society, A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, v. 93, p. 114-128, 1917.

LAMSS. Contém software wavescope. Disponível em: <http://www.me.sc.edu/research/lamss/NV/html/L_software.html>. Acesso em: 16 abr. 2013.

LEE, B. C.; STASZEWSKI, W. J. Sensor location studies for damage detection with Lamb waves. **Smart Materials and Structures**, v. 16, p. 399-408, 2007.

LI, F.; MENG, G.; KAGEYAMA, K.; SU, Z.; YE, L. Optimal mother wavelet selection for lamb wave analyses. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 0, p. 1-16, 2009.

LICHTENWALNER, P. F.; SOFGE, D. A. Local area detection in composite structures using piezoelectric transducers. In: Proceedings SPIE Symposium on Smart Structures and Materials, 1998, San Diego, CA.

LIU, L.; YUAN, F. G. A linear mapping technique for dispersion removal of lamb waves. **Structural Health Monitoring**, v. 9(1), p. 75-86, 2009.

LOPES, JR., V.; PARK, G.; CUDNEY, H. H.; INMAN, D. J. Impedance-Based Structural Health Monitoring with Artificial Neural Networks. **Journal of intelligent Material Systems and Structures**, v. 11, p. 206-214, 2000.

LU, Y.; WANG, X.; TANG, J.; Ding, Y. Damage detection using piezoelectric transducers and the Lamb wave approach: II. Robust and quantitative decision making. **Smart Materials And Structures**, v. 17, p. 1-13, 2008.

MALLAT, S. G. A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation. **IEEE Trans. Pattern. Anal. Machine Intell.**, v. 2, p. 674–693, 1989.

MALLET, L.; LEE, B. C.; STASZEWSKI, W. J.; SCARPA, F. Structural health monitoring using scanning laser vibrometry: II. Lamb waves for damage detection. **Smart Materials and Structures**, v. 13, p. 261-269, 2004.

MOJTAHEDI, A.; LOTFOLLAHI YAGHIN, M. A.; HASSANZADEH, Y.; ETTEFAGH, M. M.; AMINFAR, M. H.; AGHDAM, A. B. Developing a robust SHM method for offshore jacket platform using model updating and fuzzy logic system. **Applied Ocean Research**, v. 33(4), p. 398–411, 2011.

NIBOUCHE, M.; NIBOUCHE, O. Design and implementation of a wavelet block for signal processing applications. In: 9th International Conference on Electronics, Circuits and Systems, v. 3, 2002, Dubrovnik, Croatia.

OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W.; BOOK, J. R. **Discrete-time signal processing**, 2nd ed. Prentice Hall, Upper Saddle River, 1999.

OSTACHOWICZ, W. M. Damage detection of structures using spectral finite element method. **Computer & Structures**, v. 86, p. 454-462, 2008.

PARK, G.; SOHN, H.; FARRAR, C. R.; INMAN, D. J. Overview of piezoelectric impedance-based health monitoring and path forward. **The Shock and Vibration Digest**, v. 35, p. 451–463, 2003.

PFEIFFER, H.; WEVERS, M. Pseudo-defects for the validation and tuning of structural health monitoring in plate-like structures using lamb waves. In: EU Project Meeting on Aircraft Integrated Structural Health Assessment (AISHA), 2007, Leuven, Belgium.

QING, X. P.; Wu, Z.; Yuan, S. Current Aerospace Applications of Structural Health Monitoring in China. In: 6th European Workshop on Structural Health Monitoring, 2012, Dresden, Germany.

RATHOD, V. T.; MAHAPATRA, D. R. Ultrasonic Lamb wave based monitoring of corrosion type of damage in plate using a circular array of piezoelectric transducers. **NDT&E International**, v. 44, p. 628-636, 2011.

ROSE, J. L. **Ultrasonic waves in solid media**. Cambridge University Press, New York, 1999.

RYTTER, A. **Vibration based inspection of civil engineering structures**. PhD thesis, Aalborg University, Denmark, 1993.

SACHSE, W.; PAO, Y.-H. On the determination of phase and group velocities of dispersive waves in solids. **Journal of Applied Physics**, v. 49(8), p. 4320-4327, 1978.

SANTONI, G. B.; YU, L.; XU, B.; GIURGIUTIU, V. Lamb wave-mode tuning of piezoelectric wafer active sensors for structural health monitoring. **Transactions of the ASME**, v. 129, p. 752-762, 2007.

SOHN, H.; FARRAR, C. R.; HEMEZ, F. M.; CZARNECKI, J. J.; SHUNK, D. D.; STINEMATES, D. W.; NADLER, B. R. A Review of Structural Health Monitoring Literature: 1996–2001. **Los Alamos National Laboratory Report**, LA-13976-MS, 2003.

SOUZA, P. R.; NOBREGA, E. G. O. Método Para Detecção de Trincas em Vigas Utilizando Onda De Lamb e a Transformada Wavelet Discreta. In: XVIII Congresso Brasileiro de Automática, 2010, Bonito, MS.

SOUZA, P. R.; NOBREGA, E. G. O. A Fault Location Method Using Lamb Waves and Discrete Wavelet Transform. **J. Braz. Soc. Mech. Sci. & Eng.**, v.34, n.4, p. 515-524, 2012.

SOUZA, P. R.; NOBREGA, E. G. O. A Lamb Wave Based Method for the Assessment of Faults in Aluminium Plates. In: 8th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, 2012b, Mexico City, Mexico.

SU, Z.; WANG, X.; CHEN, Z.; YE, L.; WANG, D. A built-in active sensor network for health monitoring of composite structures. **Smart Materials and Structures**, v. 15, p. 1939–1949, 2006

SU, Z.; YE, L. **Identification of Damage Using Lamb Waves: From Fundamentals to Applications**. Berlin: Springer, 2009. 346p.

SUN, Z.; CHANG, C. C. Structural Damage Assessment Based on Wavelet Packet Transform. **Journal of Structural Engineering**, v. 128, p. 1354-1361, 2002.

TSENG, K. K. H.; NAIDU, A. S. K. Non-parametric damage detection and characterization using smart piezoceramic material. **Smart Materials and Structures**, v. 11, p. 317-29, 2002.

WALKER, S. L.; FOO, S. Y.; PETRONE, J. On the Performance of a Hardware Implementation of the Wavelet Transform. In: Proceedings of the 35th Southeastern Symposium on System Theory, v. 16, 2003, Morgantown, WV.

WANG, Q.; DENG, X. Damage detection with spatial wavelets. **International Journal of Solids and Structures**, v. 36, p. 3443-3468, 1999.

WANG, X.; LU, Y.; TANG, J. Damage detection using piezoelectric transducers and the Lamb wave approach: I. System Analysis. **Smart Materials and Structures**, v. 17, p. 1-15, 2008.

WANG, X.; SU, Z. Design of active sensor network and multilevel data fusion. **Encyclopedia of Structural Health Monitoring**, Wiley, 2009, p. 1301-1314.

WILCOX, P.; LOWE, M.; CAWLEY, P. The effect of dispersion on long-range inspection using ultrasonic guided waves. **NDT & E International**, v. 34(1), p. 1-9, 2001.

WILCOX, P. D.; LOWE, M. J. S.; CAWLEY, P. A signal processing technique to remove the effect of dispersion from guided wave signals. **Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation**, v. 20, p. 555-562, 2001b.

WILCOX, P. D. A rapid signal processing technique to remove the effect of dispersion from guided wave signals. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, v. 50(4), p. 419-427, 2003.

WORDEN, K.; BARTON, J. M. D. An Overview of Intelligent Fault Detection in Systems and Structures. **Structural Health Monitoring**, v. 3(1), p. 85-94, 2004.

XU, B.; YU, L., GIURGIUTIU, V. Advanced methods for time-of-flight estimation with application to lamb wave structural health monitoring. In: The 7th International Workshop on Structural Health Monitoring, 2009, Palo Alto, CA.

XU, B.; YU, L.; GIURGIUTIU, V. Lamb wave dispersion compensation in piezoelectric wafer active sensor phased-array applications, **University of South Carolina report**, SC-29208, 2009b.

ZHANG, H.; SUN, X.; SHI, Z.; XIAO, Y. Group Velocity Measurement of Piezo-Actuated Lamb Waves Using Hilbert-Huang Transform Method. In: 2nd International Congress on Image and Signal Processing, 2009, Tianjin, China.

ZHAO, X.; ROYER, L. R.; OWENS, S. E.; Rose, J. L. Ultrasonic Lamb wave tomography in structural health monitoring. **Smart Material and Structures**, v. 20, p. 1-10, 2011.

ZUMPANO, G.; MEO, M. A new damage detection technique based on wave propagation for rails. **International Journal of Solids and Structures**, v. 43(5), p. 1023–1046, 2006.

APÊNDICE A – SISTEMA DE CONDICIONAMENTO DE SINAIS

A.1 Introdução

A amplitude da tensão gerada pelos sensores piezoelétricos referente à propagação das ondas de Lamb é muito pequena, da ordem de centenas de microvolts, o que torna impossível a extração dos parâmetros utilizados no diagnóstico da estrutura diretamente desses sinais, devido à baixa relação sinal ruído. Além disso, como esses sinais são digitalizados para serem processados pelo sistema digital, é necessário utilizar um filtro *anti-aliasing* antes de amostrar o sinal, para limitar a sua largura de banda. Nos sistemas que possuem mais de um sinal de entrada, a utilização de um multiplexador possibilita a utilização de um único filtro *anti-aliasing* e sistema de aquisição para todos os sinais. A Figura A.1 mostra o esquema do circuito de condicionamento utilizado para medir os sinais dos oito sensores que formam arranjo circular descrito no capítulo 4.

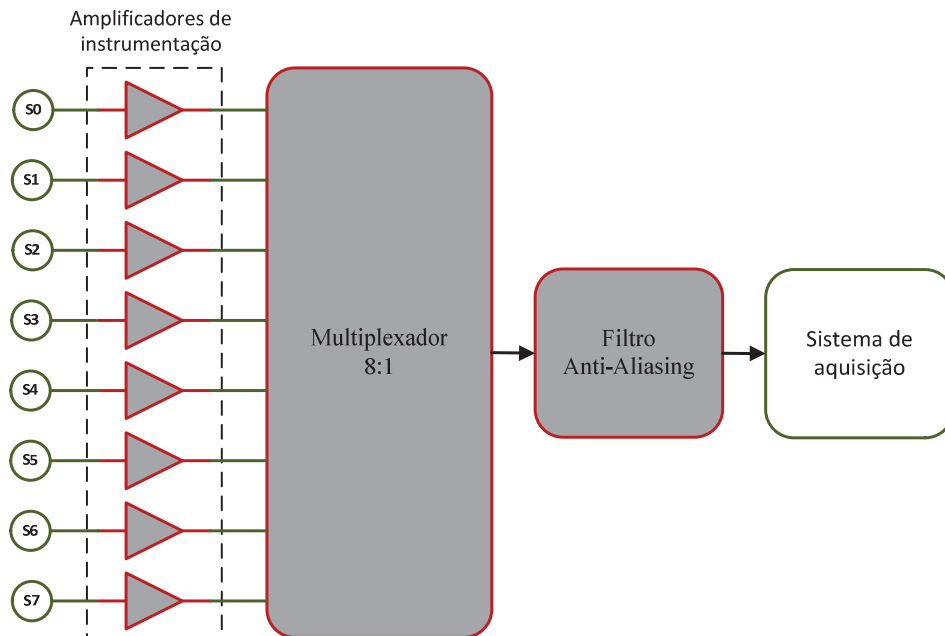


Figura A.1 – Diagrama do sistema de condicionamento dos sinais medidos pelos sensores do arranjo circular

Além do circuito de condicionamento dos sinais medidos pelos sensores, o sistema possui um amplificador de potência para amplificar o sinal utilizado para excitar a estrutura. Nas próximas seções será detalhada cada parte que compõe o sistema desenvolvido.

A.2 Amplificador de instrumentação

O amplificador de instrumentação utilizado foi o AD620 fabricado pela Analog Devices. Este circuito integrado requer apenas um resistor externo para ajustar o ganho de 1 a 1000. O ganho de tensão é dado pela seguinte expressão:

$$G = \frac{49,4 \times 10^3}{RG} + 1$$

onde RG é o valor do resistor externo. A Figura A.2 mostra o esquema do circuito projetado para amplificar o sinal do sensor com um ganho de aproximadamente 110. Os terminais do sensor são conectados nas entradas $ESi+$ e $ESi-$. O sinal amplificado é obtido na saída Si .

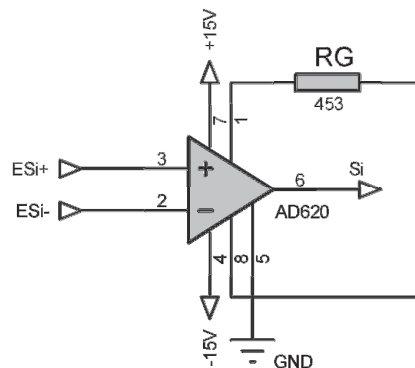


Figura A.2 – Amplificador de instrumentação com ganho de aproximadamente 110

A tensão de alimentação do sistema é de +25 V e -25 V. Para obter as tensões +15 V e -15 V utilizadas para polarizar o amplificador foram utilizados os reguladores de tensão 7815 e 7915. A Figura A.3 mostra o esquema desses reguladores.



Figura A.3 – Reguladores de tensão a) +15V e b) -15V

A.3 Multiplexador analógico

Os sinais dos oito sensores não precisam ser medidos no mesmo instante, ou seja, eles podem ser medidos um por vez. O multiplexador analógico 74HCT4051 foi utilizado para selecionar um dos oito sinais de entrada para ser aquisitado num determinado instante. Dessa maneira será necessário utilizar apenas um filtro *anti-aliasing* para filtrar o sinal selecionado pelo multiplexador, ao invés dos oito que seriam necessários para filtrar cada sinal diretamente nas saídas dos amplificadores de instrumentação. Outra vantagem de utilizar a multiplexação é que o sistema de aquisição precisa ter apenas um conversor A/D.

A Figura A.4 mostra o esquema do circuito multiplexador analógico. A seleção dos sinais é feita pelo número binário formado pelas chaves *C*, *B* e *A*, na qual a chave *C* representa o bit mais significativo. O nível lógico 1 equivale a tensão de 5V e o nível lógico 0 a 0V.

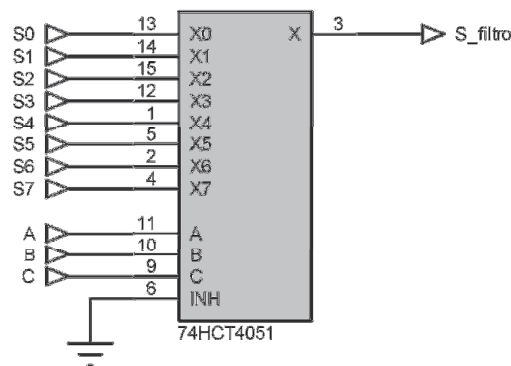


Figura A.4 – Esquema do circuito multiplexador analógico

A Tabela A.1 mostra a tabela verdade do circuito. No esquema da Figura A.4 não aparece as tensões de alimentação +5V e -5V. Essas tensões foram obtidas utilizando o regulador de tensão 7805 e o regulador de tensão negativa ajustável LM337. Os diagramas esquemáticos desses reguladores de tensão estão mostrados na Figura A.5.

Tabela A.1 – Tabela verdade do circuito integrado 74HCT4051. X=Não importa; Z=Alta impedância

INH	C	B	A	X
1	X	X	X	Z
0	0	0	0	X0
0	0	0	1	X1
0	0	1	0	X2
0	0	1	1	X3
0	1	0	0	X4
0	1	0	1	X5
0	1	1	0	X6
0	1	1	1	X7

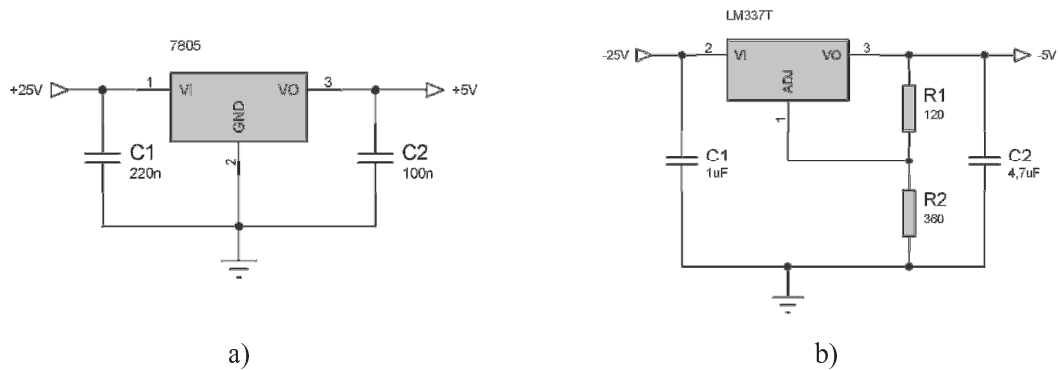


Figura A.5 – Esquema dos reguladores de tensão a) +5V e b) -5V

A.4 Filtro *anti-aliasing*

De acordo com o teorema de Nyquist, a frequência máxima contida em um sinal, conhecida como frequência de Nyquist (f_N), deve ser menor que a metade da frequência de

amostragem. Se o sinal possuir componentes de frequência superior à f_N , ocorrerá a distorção do sinal (*aliasing*) devido à projeção da componente de alta frequência em uma frequência menor que f_N no espectro do sinal amostrado (Oppenheim *et al.*, 1999). Para evitar este problema é necessário utilizar um filtro passa baixas para limitar o espectro de frequência do sinal. O circuito integrado UAF42 fabricado pela Burr-Brown é um filtro ativo analógico que pode ser configurado como filtro passa baixa, passa alta ou passa faixa. O circuito da Figura A.6 mostra este circuito integrado configurado como um filtro passa baixas de segunda ordem com frequência de corte de aproximadamente 40 kHz. Os valores dos componentes externos foram obtidos utilizando o programa FILTER42 disponibilizado no site do fabricante.

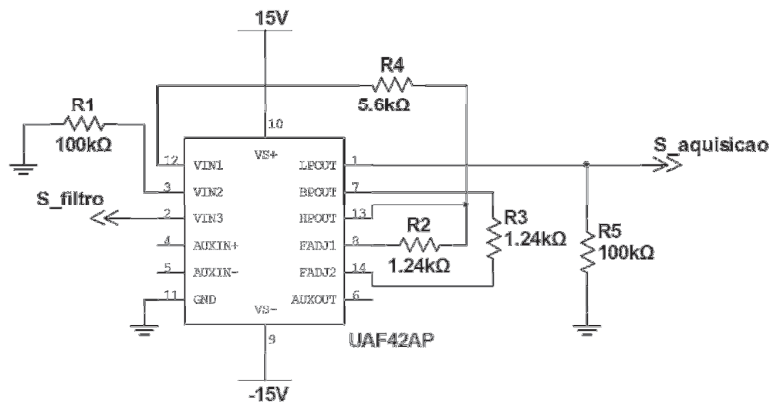


Figura A.6 – Filtro *anti-aliasing* com frequência de corte de aproximadamente 40 kHz

A.5 Amplificador de potência

Nos métodos para o monitoramento da integridade de estruturas propostos neste trabalho, o sinal utilizado para excitar a estrutura é formado por cinco ciclos de uma senóide janelada por uma função do tipo Hanning. Para dar ênfase ao modo de propagação A_0 , a frequência da senóide é de 20 kHz. Este sinal pode ser gerado por um sistema digital que normalmente não é capaz de fornecer potência suficiente para excitar os atuadores. Neste caso, o amplificador de potência LM1875 de 20 W para uma carga de 4 Ω a 8 Ω , fabricado pela *National Semiconductor*, foi

disponibilizado no sistema. A figura A.7 mostra o diagrama esquemático do amplificador de potência.

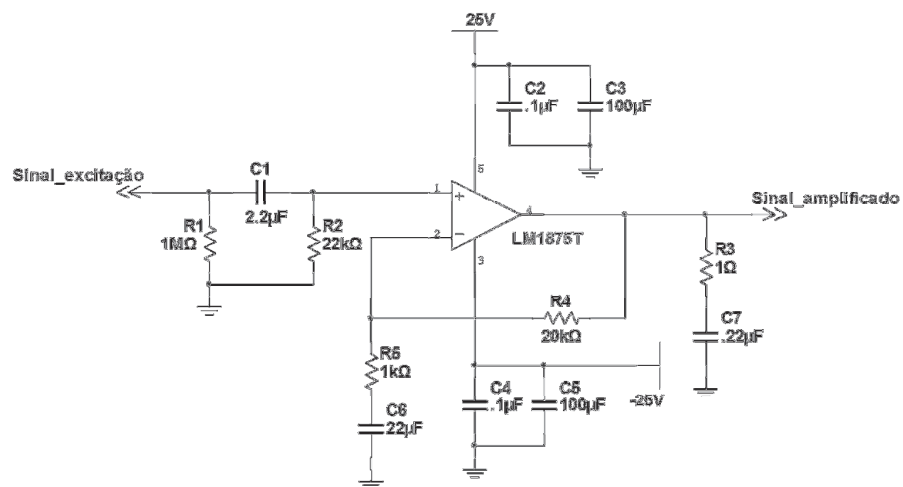


Figura A.7 – Amplificador de potência para o sinal de excitação