

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL
DA TESE DEFENDIDA POR MÁRCIO FANTINI
MIRANDA E APROVADA P. B.
COMISSÃO JULGADORA EM 13/8/92

João Maurício Rosário
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

Tese de Mestrado

Controle de um Servomecanismo por um Microcomputador Dedicado: Uma Contribuição ao Estudo de Controladores para Robôs Industriais

Autor: Márcio Fantini Miranda

Orientador: Prof. Dr. João Maurício Rosário

26/92

Trabalho apresentado à comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

**Controle de um Servomecanismo por um Microcomputador Dedicado:
Uma Contribuição ao Estudo de Controladores para Robôs Industriais**

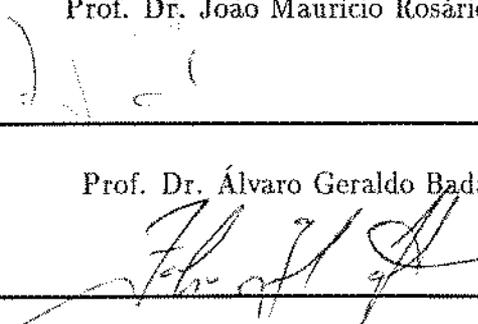
Autor: Márcio Fantini Miranda

Orientador: Prof. Dr. João Maurício Rosário

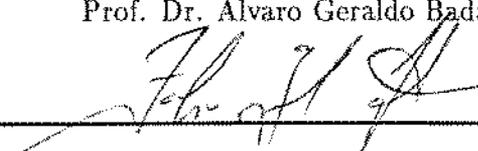
Aprovada por:



Prof. Dr. João Maurício Rosário, Presidente.



Prof. Dr. Álvaro Geraldo Badan Palhares.



Prof. Dr. Fábio Gonçalves Jota.

Campinas, 19 de agosto de 1992.

Para Vânia e Matheus,
pela paciência, amor e
compreensão.

*“Eu sou é eu mesmo, diverjo
de todo mundo, eu quase que de nada sei, mas
desconfio de muita coisa...”*
in Grande Sertão: Veredas. Guimarães Rosa.

AGRADECIMENTOS

- ao meu orientador, João Maurício Rosário pela oportunidade de trabalho e orientação;
- Aos professores Álvaro Geraldo Badan Palhares e Fábio Gonçalves Jota;
- aos amigos do LAR, Jocarly, Zé Teodoro, Rita, Renato, Benê e Carlos;
- ao Ferreira e Rubinho;
- à FAPESP e CNPQ pelo apoio financeiro;
- aos amigos Fuad, Anísio e prof. Fábio;
- à Vânia;
- aos meus pais, Marinho e Mariza e irmãos, Flávio e Cristina;
- aos amigos Leandro, Marcos, Rui, Luís, Jim, Alex, André e Sérgio;
- ao Túlio e à Ana;
- à Alba e Toninho, Cleo e Antônio, Carla e Fernando pela amizade e apoio.

Conteúdo

CONTEÚDO	vi
1 Introdução	1
2 Modelo Cinemático e Dinâmico de um Robô Industrial	4
2.1 Introdução	4
2.2 Formulação de Denavit-Hartenberg	6
2.3 Equação do movimento para um Robô de n Links	10
2.4 Comentários Finais, Conclusões Parciais e Perspectivas	18
3 Análise Dinâmica e Estratégias de Controle de um Robô de Dois Links	19
3.1 Introdução	19
3.2 Equação de Movimento para o Robô de 2 Links	20
3.2.1 Linearização em Torno de um Ponto de Operação	22
3.2.2 Valores Numéricos	25
3.2.3 Estudos Realizados com o Modelo Linear	26
3.2.4 Filosofia dos Programas de Simulação Analógica	31
3.2.5 Controlador Proporcional	34

3.2.6	Controlador Proporcional mais Derivativo	36
3.3	Alocação de Pólos por Realimentação Proporcional Mais Derivativa	38
3.3.1	Método do Projeto	41
3.3.2	Cálculo das Matrizes P e R para o robô Manutec R3	43
3.4	Controlador PID	50
3.5	Comentários finais, Conclusões Parciais e Perspectivas	54
4	Sistemas de Controle não Linear	55
4.1	Introdução	55
4.2	Sistemas não Lineares	55
4.2.1	Ciclos Limites	56
4.2.2	Não Linearidades Inerentes e Intencionais	56
4.2.3	Método de Investigação	57
4.2.4	Método do plano de fase	57
4.3	Sistemas de Controle a Relé	60
4.3.1	Estudo de um Sistema Controlado a Relé com Zona Morta	61
4.4	Simulações	66
4.5	Comentários Finais, Conclusões Parciais e Perspectivas	69
5	Realização Experimental	70
5.1	Motivação	70
5.2	Sistema de Controle e Aquisição de Dados	71
5.3	Descrição da Montagem	72
5.4	Tratamento dos sinais do encoder	74

5.5	Circuito de Tratamento por Hardware	76
5.6	Interface Padrão Programável, IPPZ80	79
5.6.1	Circuito Temporizador e Contador da IPPZ80 - CTC	81
5.6.2	Controle e Aquisição de Dados	88
5.7	Resultados, Comentários e Discussões	89
5.8	Resultados Experimentais para uma Haste Acoplada ao Motor	98
5.8.1	Comentários Sobre o Controle do Motor mais Haste	103
5.9	Comentários e Discussões dos Gráficos, Conclusões Parciais e Perspectivas	104
6	Comentários Finais e Conclusões	105
6.1	Análise da Parte Teórica	106
6.1.1	Discussões e Conclusões	106
6.2	Análise da Parte Experimental	109
6.2.1	Sistema de Controle	109
6.2.2	Gráficos de Respostas do Sistema e Análise dos Resultados	109
6.2.3	Resultados do Controle	114
6.2.4	Resposta do Controle a Perturbações	115
6.3	Apresentação dos Resultados Finais e Perspectivas	115
6.4	Conclusão Final	117
	Anexos	
a	Modelagem Dinâmica de um robô de dois links	118
b	Exemplo para alocação de pólos para o robô Manutec R3	125

c Alocação de Pólos Usando Regulador PID	130
BIBLIOGRAFIA	138

RESUMO

Neste trabalho fazemos um estudo teórico e experimental de controladores para robôs industriais. O estudo teórico enfatiza tanto a aplicação de controladores lineares quanto não lineares. No estudo experimental utilizamos algoritmos de controle não linear, implementado num microcomputador dedicado, de baixo custo, baseado no microprocessador Z80, para o controle de um motor DC. Os resultados são analisados graficamente. Os estudos teóricos são acompanhados de simulações.

ABSTRACT

This work is a theoretical and experimental study of controllers for industrial robots. The theoretical study was made for application of linear and non-linear controllers for industrial robots. The main objective of the experimental study is to implement a non-linear controller, using a dedicated microcomputer based on microprocessor Z80 to control a DC motor. The results are showed by graphics. The theoretical study is accomplished by simulations.

Capítulo 1

Introdução

Uma definição usualmente adotada para um robô industrial é a que o classifica como um manipulador controlado por computador e constituído de vários *links* rígidos, conectados por juntas (rotacionais ou prismáticas), originando uma *cadeia cinemática* [10]. Ainda, sobre a utilização destes robôs, usualmente adota-se controladores individuais para cada junta [35], [10]. Uma abordagem aproximada, portanto, seria o estudo do controle e dinâmica de uma junta. Pode-se, sob certas restrições, estudar o controle de uma junta como o problema do controle de um servomecanismo [10].

A proposta do presente trabalho é estudar o controle de um servomecanismo de posição, visando contribuir para o estudo de controladores para robôs industriais. Para tanto, adotou-se uma estratégia de estudos teóricos e experimentais.

No enfoque experimental voltamos a atenção para a implementação de um controlador On-Off (controlador a relé ou não linear) utilizando um microcomputador dedicado de baixo custo baseado microprocessador Z80, para o controle de um motor de corrente contínua, CC. A razão desta escolha se deve ao fato desta abordagem não linear ser mais simples de se implementar, ter custo reduzido e principalmente devido a possibilidade de se prosseguir no estudos, através do desenvolvimento de controladores lógicos digitais como será mostrado, possibilitando

o desenvolvimento de uma malha de controle elaborada apenas com informações lógicas.

Assim, como desejamos contribuir para o estudo de controladores para robôs industriais, nada mais natural do que começar os estudos com a abordagem da dinâmica de um robô genérico.

Iniciamos portanto, no capítulo 2, com o estudo introdutório da dinâmica e controle de um robô de n links. Em seguida, no capítulo 3, particularizamos a abordagem para o caso de um robô planar com dois graus de liberdade, (dois links). Neste capítulo introduzimos ainda o conceito da linearização da equação dinâmica. Uma vez obtida a equação linear para o sistema, estudamos a sua compensação através da implementação de reguladores do tipo PD e PID, que são os controladores usualmente adotados em robótica industrial [19], [10], [39]. É importante frisar que este estudo avalia o comportamento dinâmico do sistema como um todo, servindo de suporte para futuras avaliações experimentais. Mais ainda, ele se baseia na procura de compensadores locais, para um ponto de operação fixo. Assim se se deseja maiores informações, deve-se fazer o mesmo estudo para outras configurações para o cálculo de diferentes valores dos ganhos. Apresentamos ainda um estudo numérico para o robô Manutec R3 simulando o comportamento dinâmico dos links.

No capítulo 4 iniciamos a abordagem não linear de sistemas enfatizando o estudo de sistemas controlados a relé, que será implementado quando da realização experimental. Também neste capítulo tiramos conclusões baseadas em simulações.

No capítulo 5 apresentamos o desenvolvimento experimental mostrando os resultados obtidos a partir de um sistema motor mais um braço flexível.

Finalmente, no capítulo 6 apresentamos as discussões finais e as conclusões.

Resumindo, os objetivos deste trabalho são:

1. *Fazer um estudo teórico da dinâmica de um manipulador de n links, deduzindo uma equação de movimento baseada no formalismo de Euler-Lagrange; [10], [35], [44], [28]*
2. *Particularizar o estudo acima para o caso de um robô de dois graus de liberdade (dois links) e, através da linearização da equação de movimento, estudar através de simulações o comportamento dinâmico do sistema e a inclusão de reguladores PD e PID. [38], [39], [40];*
3. *Estudar um método para alocação de pólos através de realimentação de saída para sistemas lineares [38], [40];*
4. *Fazer simulações numéricas para o robô Manutec R3, utilizando as equações linearizadas para os links 2 e 3 estudando o seu comportamento dinâmico com e sem compensadores;*
5. *Estudar os sistemas de controle a relé, discretos e contínuos e ilustrar as conclusões com simulações em softwares de simulação analógica [43], [13], [11], [33];*
6. *implementar, num microcomputador dedicado de baixo custo baseado no microprocessador Z80, um controle On-Off (com e sem zona morta) para o controle de um motor de corrente contínua, CC;*
7. *implementar o mesmo controle acima para o motor acrescido de um braço que simule dois graus de liberdade de um manipulador.*

Capítulo 2

Modelo Cinemático e Dinâmico de um Robô Industrial

2.1 Introdução

As equações dinâmicas de um robô são expressões matemáticas que representam o comportamento dinâmico temporal do sistema. Elas expressam a forma como a energia externa aplicada ao sistema é trocada entre seus armazenadores. Por comportamento dinâmico entendemos as respostas do sistema para as forças nele aplicadas, que naturalmente são funções da sua estrutura (dinâmica), definida pelas constantes de massa, inércia, comprimento etc. Tais equações são úteis para se fazer simulações em computadores, para se projetar controladores ou simplesmente para se estudar analiticamente o sistema e seu comportamento no tempo.

Desta forma uma etapa preliminar a se considerar antes da implementação de alguma compensação é o estudo da dinâmica do manipulador.

As equações do movimento são obtidas obviamente das leis da mecânica (Newtoniana ou Lagrangeana). Apesar dos princípios elementares serem exatamente os mesmos, os diferentes formalismos [10] tratam o estudo do manipulador de formas particulares, cada um possibilitando

a elaboração de uma equação de movimento particular, com características próprias.

Neste capítulo nos atemos ao enfoque de Euler-Lagrange para o estudo da dinâmica do manipulador; cabendo entretanto mencionar, pelo menos como um esboço as outras formulações mais comuns. Um estudo detalhado dos três principais formalismos, Euler-Lagrange, Newton Euler e D'Lambert pode ser encontrado na referência [10].

Usualmente adota-se, para o estudo da dinâmica um dos três formalismos acima mencionados. O formalismo de Euler-Lagrange possibilita a dedução de um conjunto de equações não lineares de segunda ordem acopladas que, desprezando-se o efeito do controlador e atuador representam matricialmente o sistema [10], [28]. Além disto este enfoque possibilita encontrar matrizes que representam os termos envolvidos no movimento do sistema (termos inerciais; centrífugos e de Coriolis, causados pela velocidade das juntas; e os termos gravitacionais), como será mostrado.

O formalismo de Newton-Euler possibilita o desenvolvimento de algoritmos recursivos para as deduções das expressões relativas dos *links* [10]. Entretanto esta recursividade dificulta a visualização da equação e a conseqüente interpretação física da estrutura do sistema. Da mesma forma o formalismo de D'Lambert também possibilita as relações recursivas, com a vantagem de preservar a estrutura da dinâmica do sistema [10].

Este capítulo inicia-se com a apresentação das definições adotadas em robótica; seguindo-se da dedução da equação de movimento de um robô de n *links*. Este estudo será a base para o próximo capítulo, onde será estudada uma particularização para o caso de um robô de dois *links* e será avaliada a inclusão de compensadores para a regulação e estabilização, através da equação linearizada.

2.2 Formulação de Denavit-Hartenberg

Neste estudo utilizamos a noção de matriz de transformação de coordenadas, que são utilizadas para relacionar sistemas de coordenadas que se movem relativamente (movimento de translação ou rotação) [44], [35], [10].

Inicialmente apresentaremos um breve resumo com as definições comumente utilizadas em robótica para se representar matematicamente manipuladores com o objetivo de mostrar como são montadas as matrizes de transformação entre os *links*.

Em linhas gerais, representamos as relações entre dois sistemas de coordenadas deslocados relativamente, através de multiplicações matriciais do tipo:

$$S_2 = T_R T_T S_1 \quad (2.1)$$

onde T_R é uma matriz que representa a rotação do sistema 1 em relação ao sistema 2; a matriz T_T é uma matriz que representa a translação do sistema 1 em relação ao 2; e S_1 e S_2 são matrizes que representam as coordenadas dos sistemas em questão. A figura 2.1 mostra a relação entre dois eixos de coordenadas deslocados relativamente.

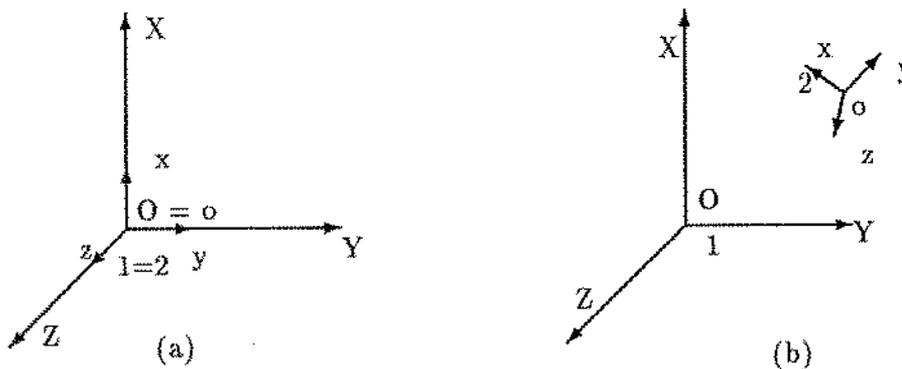


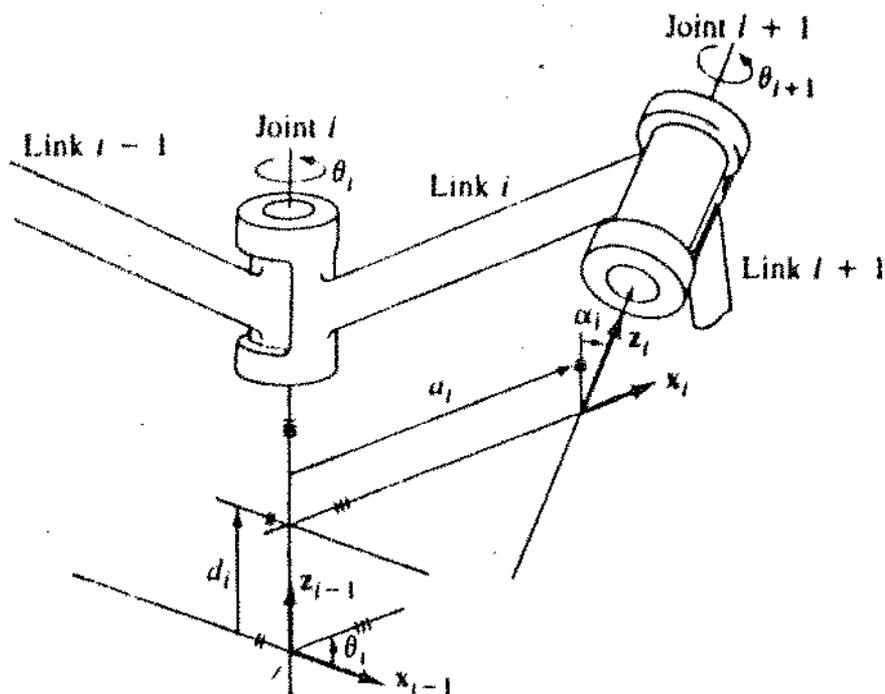
Figura 2.1: Representação relativa de dois sistemas de coordenadas. (a) instante inicial, os dois sistemas estão coincidentes. (b) o sistema 1 transladou-se e girou em relação ao sistema 2.

Para a representação da cadeia cinemática que define o robô, utilizamos as relações entre os *links* que a compõe, através de definições de eixos e posições relativas entre os *links*.

Para se descrever as relações de rotação e translação entre *links* adjacentes Denavit e Hartenberg criaram um método matricial que relaciona os referidos links. [35], [10]. A representação de Denavit-Hartenberg (DH) resulta numa matriz de transformação (4x4) que expressa as transformações entre os *links*.

Assim pode-se expressar, através de transformações sucessivas, qualquer *link* no sistema de coordenadas da base.

Figura 2.2: Esquema mostrando os parâmetros dos *links* e das juntas [6]



Referindo-se à figura 2.2, pode-se definir alguns parâmetros para os *links* e juntas [35], [10]:

- a_i é a menor distância entre os eixos das juntas;
- α_i é o ângulo entre os eixos das juntas (ângulo de torção);
- Θ_i é o ângulo entre as juntas medido num plano normal entre elas (ângulo);
- d_i é a distância, no eixo da junta, entre o ponto de interseção deste eixo com a reta a_i e o ponto de interseção com a reta a_{i-1} . Este parâmetro é comumente chamado de *offset do link*.

Dados estes parâmetros e estabelecendo-se um sistema de coordenadas em cada *link*, é possível relacionar estes diferentes eixos da cadeia cinemática em relação a um sistema fixo, geralmente na base do manipulador (*link 0*).

Ainda referindo-se à figura 2.2 podemos definir um sistema de coordenadas para os links. Cada sistema de coordenadas é definido com base em três regras:

1. o eixo z_{i-1} deve ficar ao longo da direção de movimento da i -ésima junta;
2. o eixo x_i é normal ao eixo z_{i-1} possui a direção da reta que define a_i e um sentido que o faz apontar para o eixo z_i (veja figura);
3. o eixo y_i deve ser perpendicular aos dois anteriores.

Assim, uma vez que os parâmetros de DH são estabelecidos podemos utilizar uma série de operações que transformam o sistema de coordenadas de um link num outro.

Por exemplo, examinando-se a figura 2.2 podemos perceber que para representar o sistema $(i - 1)$ com relação ao sistema i devemos executar uma série de operações definidas como:

1. rotação sobre o eixo z_{i-1} de um ângulo Θ_i para alinhar x_{i-1} com x_i ;

2. translação ao longo de z_{i-1} de uma distância d_i para trazer o eixo x_{i-1} para a mesma origem de x_i ;
3. Translação ao longo de x_i de uma distância a_i para coincidir as duas origens;
4. Rotação em torno de z_i de um ângulo α_i para coincidir os dois eixos coordenados.

Estas operações podem ser descritas na forma matricial como:

$${}^{i-1}A_i = T_{z,d} T_{z,\Theta} T_{x,a} T_{x,\alpha} \quad (2.2)$$

ou nas matrizes [10]:

$$\begin{aligned} {}^{i-1}A_i &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\text{sen}\theta_i & 0 & 0 \\ \text{sen}\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_i & -\text{sen}\alpha_i & 0 \\ 0 & \text{sen}\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\cos\alpha_i \text{sen}\theta_i & \text{sen}\alpha_i \text{sen}\theta_i & a_i \cos\theta_i \\ \text{sen}\theta_i & \cos\alpha_i \cos\theta_i & -\text{sen}\alpha_i \cos\theta_i & a_i \text{sen}\theta_i \\ 0 & \text{sen}\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3) \end{aligned}$$

As matrizes A relacionam as coordenadas dos *links* adjacentes e são denominadas matrizes de transformação.

Uma combinação de matrizes A (matrizes de transformação dos *links*), possibilita expressá-los em relação a um sistema fixo.

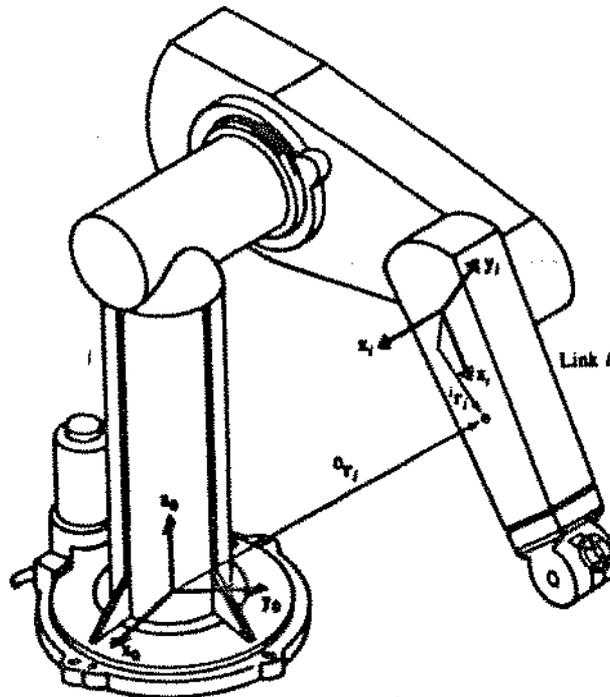
A dedução que se segue se baseia nas transformações apresentadas acima, partindo da relação matricial entre *links* adjacentes.

Com isto espera-se encontrar uma expressão geral para as coordenadas e velocidades dos n *links* para então se deduzir as equações do movimento, baseando-se nas expressões das energias cinética e potencial.

2.3 Equação do movimento para um Robô de n *Links*

A figura 2.3 mostra um esquema simplificado deste sistema com um ponto genérico i no *link* i .

Figura 2.3: Esquema simplificado de um robô genérico [10].



Partindo da figura 2.3 seja ${}^i r_i$ um ponto em repouso na junta i e expresso nas coordenadas homogêneas do i -ésimo *link*, isto é:

$${}^i r_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix} = (x \ y \ z \ 1)^T \quad (2.4)$$

Seja ${}^0 r_i$ a representação do ponto ${}^i r_i$ em relação ao sistema de coordenadas da base. Seja ${}^{i-1} A_i$ a matriz de transformação de coordenadas que relaciona o sistema de coordenadas do *link* i com o sistema de coordenadas do *link* $i - 1$ e seja ${}^0 A_i$ a matriz de transformação de coordenadas que relaciona o i -ésimo sistema de coordenadas (fixo no *link* i) com o sistema de coordenadas da base. Assim ${}^0 r_i$ é relacionado com o ponto ${}^i r_i$ por:

$${}^0 r_i = {}^0 A_i {}^i r_i \quad (2.5)$$

onde:

$${}^0 A_i = {}^0 A_1 {}^1 A_2 \dots {}^{i-1} A_i \quad (2.6)$$

Conforme mostrado anteriormente (equação 2.3), a forma para a matriz A , para juntas de revolução, é:

$${}^{i-1} A_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\cos\alpha_i \sin\theta_i & \sin\alpha_i \sin\theta_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\alpha_i \cos\theta_i & -\sin\alpha_i \cos\theta_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Desde que o ponto ${}^i r_i$ está em repouso no *link* i , e assumindo um movimento de corpo rígido, todos os pontos do *link* i terão velocidade nula em relação ao sistemas de coordenadas do *link* i . A velocidade do ponto ${}^i r_i$ em relação ao sistema de coordenadas da base é:

$${}^0v_i = v_i = \frac{d}{dt}({}^0r_i) = \frac{d}{dt}({}^0A_i^i r_i) \quad (2.8)$$

$$= {}^0\dot{A}_1^{-1} A_2 \dots {}^{i-1} A_i^i r_i + {}^0 A_1^{-1} \dot{A}_2 \dots {}^{i-1} A_i^i r_i + \dots + {}^0 A_1 \dots \quad (2.9)$$

$$+ {}^0 A_1 \dots {}^{i-1} \dot{A}_i^i r_i + {}^0 A_i^i \dot{r}_i \quad (2.10)$$

$$= \left(\sum_{j=1}^i \frac{\partial {}^0 A_i^i}{\partial q_j} \dot{q}_j \right) {}^i r_i \quad (2.11)$$

A expressão acima é obtida porque ${}^i \dot{r}_i = 0$. Segundo Fu et al [10], a derivada de ${}^0 A_i$ com respeito a q_j pode ser facilmente calculada com a introdução de uma matriz definida como:

$$Q_i = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

para juntas de revolução.

Assim temos:

$$\frac{\partial {}^{i-1} A_i}{\partial q_i} = Q_i {}^{i-1} A_i \quad (2.13)$$

que pode ser escrita como:

$$U_{ij} = \begin{cases} {}^0 A_{j-1} Q_j {}^{j-1} A_i & \text{para } j \leq i \\ 0 & \text{para } j > i \end{cases} \quad (2.14)$$

onde $U_{ij} = \frac{\partial^b A_i}{\partial q_j}$

Usando esta notação a velocidade pode ser expressa como:

$$v_i = \left(\sum_{j=1}^i U_{ij} \dot{q}_j \right) {}^i r_i \quad (2.15)$$

CÁLCULO DA ENERGIA CINÉTICA DO ROBÔ

Seja a energia cinética de uma partícula de massa diferencial dm no *link* i dada por:

$$\begin{aligned} dK_i &= (1/2)(\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2 + \dot{z}_i^2)dm \\ &= (1/2)Tr(v_i v_i^T)dm \end{aligned} \quad (2.16)$$

onde Tr é o traço de matriz.

Substituindo a expressão de v_i na equação da energia cinética teremos a expressão geral, dada por:

$$dK_i = (1/2)Tr \left[\sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i U_{ip} ({}^i r_i dm ({}^i r_i)^T) U_{ir}^T \dot{q}_p \dot{q}_r \right] \quad (2.17)$$

A matrix U_{ij} expressa a taxa de variação dos pontos ${}^i r_i$ no *link* i em relação a coordenada da base

quando q_j varia. Ela é constante para todos os pontos do *link* i e independente da distribuição de massa do *link*. Além disso, \dot{q}_i é independente da distribuição de massa do *link* i , assim, somado todas as energias cinéticas de todos os *links* e colocando a integral dentro do parêntesis, teremos:

$$K_i = \int dK_i = (1/2)Tr \left[\sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i U_{ip}^T \left(\int {}^i r_i ({}^i r_i)^T dm \right) U_{ip}^T \dot{q}_p \dot{q}_r \right] \quad (2.18)$$

A integral dentro do parêntesis é a inércia de todos pontos do *link* i e é chamada de matriz de inércia, que pode ser escrita como [35]:

$$J_i = \begin{bmatrix} (-I_{ixx} + I_{iyy} + I_{izz})/2 & I_{ixy} & I_{ixz} & m_i \bar{x}_i \\ I_{ixy} & (I_{ixx} - I_{iyy} + I_{izz})/2 & I_{iyz} & m_i \bar{y}_i \\ I_{ixz} & I_{iyz} & (I_{ixx} + I_{iyy} - I_{izz})/2 & m_i \bar{z}_i \\ m_i \bar{x}_i & m_i \bar{y}_i & m_i \bar{z}_i & m_i \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Assim a expressão da energia cinética total para o robô de n graus de liberdade é:

$$\begin{aligned} K &= (1/2) \sum_{i=1}^n Tr \left[\sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i U_{ip} J_i U_{ir}^T \dot{q}_p \dot{q}_r \right] \\ &= (1/2) \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i Tr \left(U_{ip} J_i U_{ir}^T \dot{q}_p \dot{q}_r \right) \end{aligned} \quad (2.20)$$

CÁLCULO DA ENERGIA POTENCIAL DO ROBÔ

Para o cálculo da energia potencial do robô partimos da expressão da energia potencial de cada *link*, P_i

$$P_i = -m_i g^0 \bar{r}_i = -m_i g ({}^0 A_i^i \bar{r}_i) \quad (2.21)$$

para $i = 1, 2, \dots$

onde $g = (g_x \ g_y \ g_z)^T$ é o vetor coluna da aceleração da gravidade expresso nas coordenadas da base; e ${}^i \bar{r}_i$ é o vetor que indica a posição do centro de massa do *link* i a partir da i -ésima coordenada.

Logo a energia total é dada por:

$$P = \sum_{i=1}^n \sum_{i=1}^n -m_i ({}^0 A_i^i \bar{r}_i) \quad (2.22)$$

EQUAÇÕES DE MOVIMENTO DO ROBÔ

A partir das expressões da energia cinética e potencial podemos calcular a lagrangeana do sistema, que é definida por:

$$L = K - P \quad (2.23)$$

onde L é a Lagrangeana, K é a energia cinética e P é a energia potencial. Assim, utilizando-se as equações 2.20 e 2.21 temos a lagrangeana dada por

$$L = (1/2) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i Tr \left(U_{ij} J_i U_{ik}^T \dot{q}_k \dot{q}_i \right) + \sum_{i=1}^n \sum_{i=1}^n g m_i ({}^0 A_i^i \bar{r}_i) \quad (2.24)$$

Aplicando a formulação de Lagrange na equação acima, obteremos o valor do torque generalizado, τ_i aplicado a cada junta i :

$$\tau_i = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} \tau_i &= \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^j Tr(U_{jk} J_j U_{ji}^T \ddot{q}_k + \\ &\quad \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^j \sum_{m=1}^j Tr(U_{jkm} J_j U_{ji}^T \dot{q}_k \dot{q}_m) - \\ &\quad \sum_{j=1}^n (-m_j g U_{ji}^j \bar{r}_i) \end{aligned} \quad (2.26)$$

para $i = 1, 2, \dots, n$.

A equação acima pode ser escrita numa forma mais compacta:

$$\tau_i = \sum_{k=1}^n D_{ik} \ddot{q}_k + \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n D_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m + D_i \quad (2.27)$$

Ou, na forma matricial;

$$\tau(t) = D(q(t)) \ddot{q}(t) + d(q(t), \dot{q}(t)) + G(q(t)) \quad (2.28)$$

Assim obtemos uma equação para o movimento do robô que é da forma:

$$\tau_i = D(\theta)\ddot{\theta} + N(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) \quad (2.29)$$

Cada termo desta equação pode ser assim identificado:

– $\tau(t)$ = vetor ($n \times 1$) dos torques generalizados aplicados nas juntas, isto é:

$$\tau(t) = (\tau_1(t), \tau_2(t), \dots, \tau_n(t))_T \quad (2.30)$$

– $q(t)$ = vetor ($n \times 1$) das variáveis da posição das juntas, isto é:

$$q(t) = (q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t))_T \quad (2.31)$$

– $\dot{q}(t)$ = vetor ($n \times 1$) das velocidades das juntas, isto é:

$$\dot{q}(t) = (\dot{q}_1(t), \dot{q}_2(t), \dots, \dot{q}_n(t))_T \quad (2.32)$$

– $\ddot{q}(t)$ = vetor ($n \times 1$) das acelerações das juntas, isto é:

$$\ddot{q}(t) = (\ddot{q}_1(t), \ddot{q}_2(t), \dots, \ddot{q}_n(t))_T \quad (2.33)$$

– $D(q)$ = matriz ($n \times n$) das inércias das juntas, cujos elementos são:

$$D_{ij} = \sum_{j=\max(i,k)}^j Tr(U_{jk}J_jU_{jk}^T), \quad i, k = 1, 2, \dots, n \quad (2.34)$$

– $d(\theta, \dot{\theta})$ = vetor ($n \times 1$) que representa as forças de Coriolis e Centrifugas cujos elementos são:

$$d_i = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n d_{ikm} \dot{\theta}_k \dot{\theta}_m \quad i, k = 1, 2, \dots, n \quad \text{onde,} \quad (2.35)$$

$$d_{ikm} = \sum_{j=\max(i,k,m)}^n Tr(U_{jkm}J_jU_{ji}^T) \quad i, k, m = 1, 2, \dots, n$$

– $G_i(q)$ = vetor ($n \times 1$) dos termos das forças gravitacionais cujos elementos são:

$$G_i = \sum_{j=1}^n -m_j g U_{ji}^j \bar{r}_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.36)$$

2.4 Comentários Finais, Conclusões Parciais e Perspectivas

Neste capítulo apresentamos uma dedução da equação dinâmica do sistema, visando criar condições para o estudo particular de um robô de dois *links*. Iniciamos mencionando as diferentes abordagens existentes para o estudo do manipulador e enfocamos apenas uma: a de Euler-Lagrange. Pretendemos com isto direcionar os estudos para a linearização da equação dinâmica do sistema expresso pela equação de Lagrange [39]. Deixamos portanto, como perspectiva futura, a possibilidade de análises mais precisas sobre as outras formulações, o que não é adotado usualmente na literatura. Assim, pode-se estudar comparativamente os diferentes formalismos, avaliando-se as performances para um determinado objetivo, como por exemplo o tempo de cálculo numa simulação.

A menção feita às deduções elementares de robótica pretendem dar uma visão rápida e objetiva dos conceitos fundamentais para que fosse possível acompanhar o desenvolvimento da equação de movimento. Não caberia aqui uma exposição mais complexa, que pode ser encontrada facilmente na literatura da área [35] e [10].

Um estudo de particular interesse pode ser feito tomando-se a equação 2.29 para o caso planar com duas juntas rotacionais. Esta estratégia de se estudar robôs industriais considerando-se duas juntas revolutas tem sido seguida por muitos investigadores, pois permite uma fácil implementação e interpretação, sem contudo perder a generalidade [29].

Portanto, iniciamos no próximo capítulo o estudo da dinâmica de um robô de dois *links*.

Capítulo 3

Análise Dinâmica e Estratégias de Controle de um Robô de Dois Links

3.1 Introdução

O estudo da dinâmica e do controle de manipuladores visa basicamente encontrar os torques necessários para o motor mover o *link* a ele acoplado.

Pretendemos, neste capítulo, estudar, através do formalismo de Euler-Lagrange, a dinâmica de robôs industriais, voltando a atenção para dois *links* de um robô e em especial para o robô Manutec R3. Estaremos preocupados em estudar o segundo e o terceiro *link* que são do ponto de vista do controle os mais relevantes.

O fato do formalismo de Euler-Lagrange possibilitar a dedução de equações que preservam a estrutura do sistema, motiva a sua utilização neste tipo de estudo onde buscamos avaliar o efeito da inclusão de compensadores para o robô.

3.2 Equação de Movimento para o Robô de 2 *links*

O diagrama esquemático da figura 3.1 mostra um robô de dois *links*. Na figura é mostrado as duas variáveis (θ_1 e θ_2) usadas nas equações. A dedução detalhada da equação para o caso de dois *links* é dada no apêndice A.

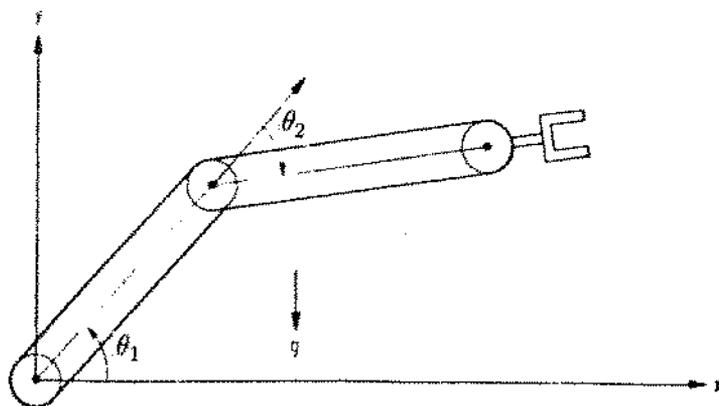


Figura 3.1: Diagrama esquemático de um robô de dois *links* [10]

Utilizando-se a equação de movimento de Euler-Lagrange deduzida no capítulo anterior, podemos expressar a equação do movimento da seguinte forma:

$$T = D(\theta)\ddot{\theta} + N(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) \quad (3.1)$$

onde, para o caso de dois *links*, T representa o vetor (2×1) dos torques aplicados às juntas, $\ddot{\theta}$, $\dot{\theta}$, e θ representam a aceleração, velocidade e deslocamento das juntas (vetores (2×1)), $G(\theta)$ é o vetor (2×1) dos termos gravitacionais, $N(\dot{\theta}, \theta)$ é o vetor (2×1) dos termos Coriolis e centrípetos e $D(\theta, \dot{\theta})$, a matriz (2×2) dos termos inerciais. Para este caso planar, a expressão para a equação do movimento pode ser dada por:

$$T_1 = D_{11}\ddot{\theta}_1 + D_{12}\ddot{\theta}_2 + N_1(\theta, \dot{\theta}) + G_1(\theta) \quad (3.2)$$

$$T_2 = D_{21}\ddot{\theta}_1 + D_{22}\ddot{\theta}_2 + N_2(\theta, \dot{\theta}) + G_2(\theta) \quad (3.3)$$

onde:

$$D_{11} = (1/3)m_1l_1^2 + (1/3)m_2l_2^2 + m_2l_1^2 + m_2l_1l_2\cos\theta_2$$

$$= a_1 + a_2\cos\theta_2$$

$$D_{12} = D_{21} = (1/3)m_2l_2^2 + (1/2)l_1l_2m_2\cos\theta_2$$

$$= a_3 + (a_2/2)\cos\theta_2$$

$$D_{22} = (1/3)m_2l_2^2$$

$$= a_3$$

$$N_1 = -(1/2)m_2l_1l_2\dot{\theta}_2^2\text{sen}\theta_2 - (m_2l_1l_2)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\text{sen}\theta_2$$

$$= -(a_2\text{sen}\theta_2)(\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2/2)$$

$$N_2 = (1/2)(m_2l_1l_2)\dot{\theta}_1^2\text{sen}\theta_2$$

$$= (1/2)a_2(\text{sen}\theta_2)\dot{\theta}_1^2$$

$$G_1 = ((1/2)m_1gl_1 + m_2gl_1)\cos(\theta_1) + (1/2)m_2gl_2\cos(\theta_1 + \theta_2)$$

$$\begin{aligned}
 &= a_4 \cos \theta_1 + a_5 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
 G_2 &= (1/2)(m_2 g l_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
 &= a_5 \cos(\theta_1 + \theta_2)
 \end{aligned}$$

Os termos $a_1 \dots a_5$ são definidos em função das constantes l e m (comprimento e massa do robô, respectivamente), para facilitar as manipulações algébricas.

$$a_1 = (1/3)m_1 l_1^2 + (1/3)m_2 l_2^2 + m_1 l_1^2 \quad (3.4)$$

$$a_2 = m_2 l_1 l_2 \quad (3.5)$$

$$a_3 = (1/3)m_2 l_2^2 \quad (3.6)$$

$$a_4 = (1/2)m_1 g l_1 + m_2 g l_1 \quad (3.7)$$

$$a_5 = (1/2)(m_2 g l_2) \quad (3.8)$$

3.2.1 Linearização em Torno de um Ponto de Operação

Uma vez encontrada a equação de movimento do sistema, partimos para a linearização do modelo em torno de um ponto de operação para colocá-lo numa forma simples de manipulação algébrica facilitar a avaliação de parâmetros relevantes (constante de tempo, frequência natural, por exemplo), além das simulações do estudo dos controladores.

Este tipo de abordagem pode ser realizada para diferentes configurações onde consideramos que o sistema (as juntas do manipulador) passa pelo ponto de operação com uma certa dinâmica (função da velocidade e aceleração) possibilitando calcularmos os ganhos para os reguladores para a dada configuração.

Para a linearização, considere inicialmente um robô com a configuração inicial dada por:

$$\hat{T} = D(\hat{\theta})\hat{\ddot{\theta}} + d(\hat{\theta}, \dot{\hat{\theta}}) + G(\hat{\theta}) \quad (3.9)$$

Seja o ponto de operação do robô correspondente à condição inicial dada por

$$Q = (\hat{T}, \dot{\hat{\theta}}, \hat{\theta}) \quad (3.10)$$

Suponha que o vetor torque seja perturbado de um infinitésimo ΔT ,

$$T(t) = \hat{T} + \Delta T(t) \quad (3.11)$$

e que a perturbação resultante no ângulo é:

$$\theta(t) = \hat{\theta}(t) + \Delta\theta(t) \quad (3.12)$$

Desta forma a equação 3.1 do modelo não linear é modificada para:

$$D(\hat{\theta} + \Delta\theta) \left[\ddot{\hat{\theta}} + \Delta\ddot{\theta} \right] + d(\hat{\theta} + \Delta\theta, \dot{\hat{\theta}} + \Delta\dot{\theta}) + G(\hat{\theta} + \Delta\theta) = \hat{T} + \Delta T \quad (3.13)$$

Observando os termos das matrizes D , G , e d podemos perceber que a matriz D possui em seus elementos o termo $\cos\theta_i$, enquanto que as matrizes d e G possuem os termos $\hat{\theta}_i$. Desta forma, numa aproximação para $\Delta\theta$ pequeno podemos considerar $D(\hat{\theta}, \Delta\hat{\theta})$ aproximadamente igual a $D(\hat{\theta})$ e os termos d e G são evoluídos através da expansão em série de Taylor.

Assim, expandindo os vetores d e G em torno do ponto de operação Q usando a série de Taylor, obtemos:

$$d(\hat{\theta} + \Delta\theta, \hat{\dot{\theta}} + \Delta\dot{\theta}) = d(\hat{\theta}, \hat{\dot{\theta}}) + \left[\frac{\partial d}{\partial \theta} \right]_Q \Delta\theta + \left[\frac{\partial d}{\partial \dot{\theta}} \right]_Q \Delta\dot{\theta} + \dots \quad (3.14)$$

$$G(\hat{\theta} + \Delta\theta) = G(\hat{\theta}) + \left[\frac{\partial G}{\partial \theta} \right]_Q \Delta\theta + \dots \quad (3.15)$$

onde $\left[\frac{\partial d}{\partial \theta} \right]$, $\left[\frac{\partial d}{\partial \dot{\theta}} \right]$, $\left[\frac{\partial G}{\partial \theta} \right]$ são matrizes $(n \times n)$ cujos elementos são:

$$\left[\frac{\partial d}{\partial \theta} \right]_{ij} = \left[\frac{\partial d_i}{\partial \theta_j} \right] \quad (3.16)$$

$$\left[\frac{\partial d}{\partial \dot{\theta}} \right]_{ij} = \left[\frac{\partial d_i}{\partial \dot{\theta}_j} \right] \quad (3.17)$$

$$\left[\frac{\partial G}{\partial \theta} \right]_{ij} = \left[\frac{\partial G_i}{\partial \theta_j} \right] \quad (3.18)$$

Ignorando os termos de ordem maior que dois na expansão, a equação 3.13 pode ser escrita como:

$$A_1(\hat{\theta} + \Delta\theta) + d(\hat{\theta}, \hat{\dot{\theta}}) + C_1\Delta\theta + B_1\Delta\dot{\theta} + G(\hat{\theta}) + C_2\Delta\theta = \hat{T} + \Delta T \quad (3.19)$$

onde as matrizes constantes são dadas por:

$$A_1 = [D]_Q, \quad B_1 = \left[\frac{\partial d}{\partial \dot{\theta}} \right], \quad (3.20)$$

$$C_1 = \left[\frac{\partial d}{\partial \theta} \right], \quad C_2 = \left[\frac{\partial G}{\partial \theta} \right] \quad (3.21)$$

Da equação 3.9 que dá a condição inicial, temos que

$$\hat{T} = D(\hat{\theta})\hat{\dot{\theta}} + d(\hat{\theta}, \hat{\dot{\theta}}) + G(\hat{\theta}) \quad (3.22)$$

Assim a equação 3.19 fica:

$$A_1 \Delta \ddot{\theta} + B_1 \Delta \dot{\theta} + (C_1 + C_2) \Delta \theta = \Delta T \quad (3.23)$$

ou na forma matricial:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -A_1^{-1}(C_1 + C_2) & -A_1^{-1}B_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ A_1^{-1} \end{bmatrix} [\Delta T] \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$[\Delta \theta] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Têm-se portanto uma equação linear da forma:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.26)$$

$$y = Cx \quad (3.27)$$

a partir da qual iniciaremos as análises e as simulações, além dos cálculos dos controladores.

3.2.2 Valores Numéricos

Para os cálculos que se seguem bem como para as simulações, usaremos os valores numéricos para as constantes l e m (comprimento e massa) do robô Manutec R3 que são:

$$l_1 = 0.5m \quad (3.28)$$

$$l_2 = 0.73m \quad (3.29)$$

$$m_1 = 56.5Kg \quad (3.30)$$

$$m_2 = 26.4Kg \quad (3.31)$$

Com estes valores as constantes $a_1 \dots a_5$ passam a valer:

$$a_1 = 15.998 \quad (3.32)$$

$$a_2 = 9.636 \quad (3.33)$$

$$a_3 = 4.690 \quad (3.34)$$

$$a_4 = 267.785 \quad (3.35)$$

$$a_5 = 94.433 \quad (3.36)$$

3.2.3 Estudos Realizados com o Modelo Linear

Uma vez conhecidos os dados numéricos, podemos montar a equação de estado dada pelas equações 3.24 e 3.25, bastando para isto apenas definir o ponto de operação. Por exemplo, seguindo a sugestão dada na referência [39], podemos definir uma posição dada por :

$$\begin{aligned} \hat{Q} &= \quad (3.37) \\ &= \left[\hat{\theta}_1 = \frac{-\pi}{2}, \hat{\theta}_2 = 0, \hat{\dot{\theta}}_1 = 0, \hat{\dot{\theta}}_2 = 0, \hat{\ddot{\theta}}_1 = 0, \hat{\ddot{\theta}}_2 = 0 \right] \end{aligned}$$

Escolhemos esta posição em particular por ela ser usualmente adotada na literatura para estudos de sistemas semelhantes, possibilitando assim, avaliarmos comparativamente os resultados. É importante notar que resultados semelhantes podem ser obtidos para outras configurações utilizando a mesma metodologia.

Temos portanto a seguinte equação de estado:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta\dot{\theta}_1 \\ \Delta\dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -26.858 & 15.257 & 0 & 0 \\ 34.313 & -51.065 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta\dot{\theta}_1 \\ \Delta\dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.157 & -0.319 \\ -0.319 & 0.860 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta\dot{\theta}_1 \\ \Delta\dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

A partir da equação de estado estamos em condições de estudar o sistema, analisando sua estabilidade e acrescentando compensadores no sentido de estabilizá-lo e regulá-lo.

O sistema da forma apresentada acima é instável (os pólos do sistema, raízes do polinômio característico de A são $\pm 8.3422i$ e $\pm 3.618i$), isto é, possui uma saída oscilatória quando tirado do equilíbrio.

Nas figuras 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, mostramos os gráficos do comportamento do sistema após ser tirado do equilíbrio para a posição inicial dada pelo ponto de operação referido no texto (veja a seção seguinte onde é dada uma explicação do procedimento de simulação). É

mostrado ainda a resposta no domínio da frequência. No gráfico de frequência é mostrado as duas componentes principais nas quais os sistema oscila. O conhecimento destas frequências possibilita avaliarmos os pólos a serem alocados em função da frequência desejada, isto é permite conhecermos as frequências do sistema para o estabelecimento de um critério para a alocação em função delas. É desejável, por exemplo, que o sistema compensado não oscile nas frequências indicadas nos gráficos.

As simulações foram realizadas num software simulação analógica [43]. Os gráficos da resposta temporal representam na abscissa o tempo e na ordenada o deslocamento angular, $\theta(t)$. Os gráficos da resposta no domínio da frequência representam na abscissa a frequência e na ordenada a resposta frequencial do deslocamento angular, $\theta(\omega)$. Estes gráficos foram obtidos aplicando-se a *FFT* (*Fast Fourier Transform*) do arquivo do deslocamento temporal.

Os valores encontrados para as respostas dos sistema dependem da amplitude do degrau. Assim se colocarmos uma entrada degrau com um valor alto, o sistema apresentará uma saída com grande amplitude. Naturalmente, para valores reduzidos da amplitude do sinal de entrada podemos reduzir os valores do sinal de saída.

RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES PARA A RESPOSTA AO IMPULSO PARA OS DOIS
LINKS DO ROBÔ MANUTECH R3

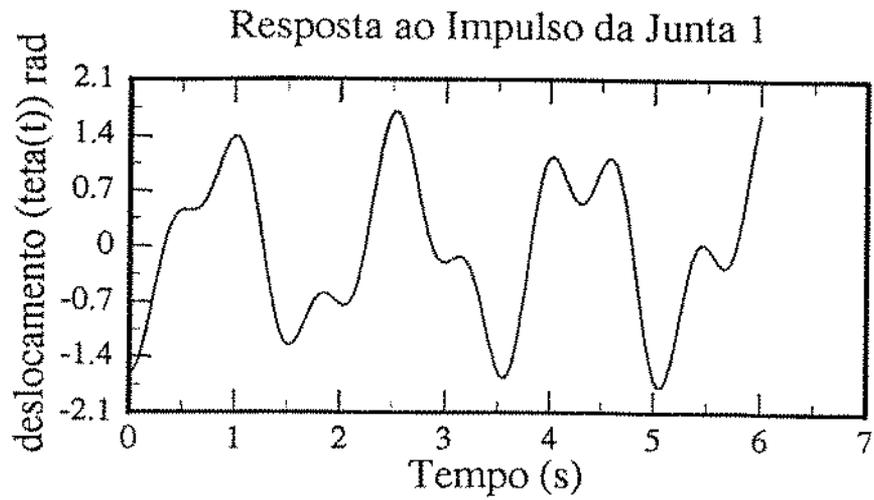


Figura 3.2: Resposta ao impulso no tempo da Junta 1

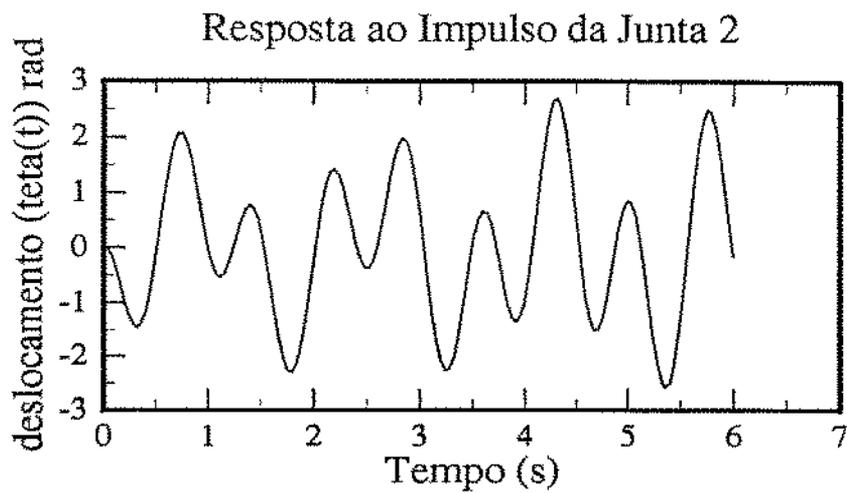


Figura 3.3: Resposta ao impulso no tempo da Junta 2

RESULTADOS PARA A RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DOS GRÁFICOS ANTERIORES

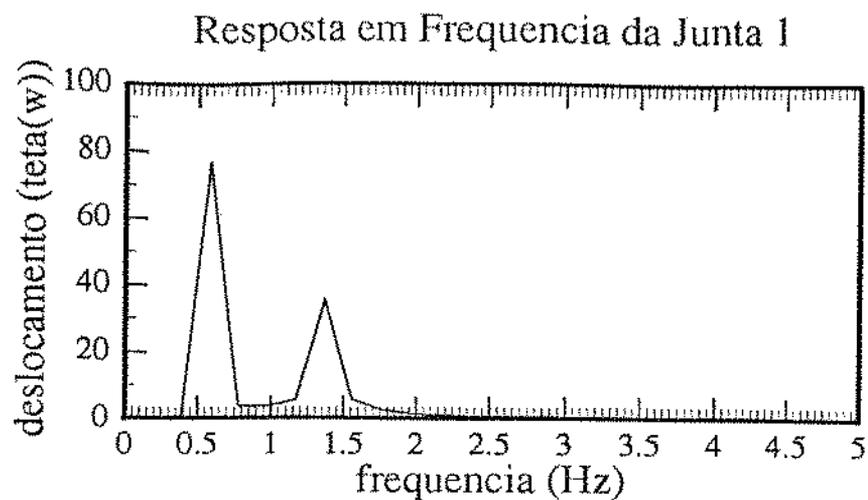


Figura 3.4: Resposta no domínio da frequência da Junta 1

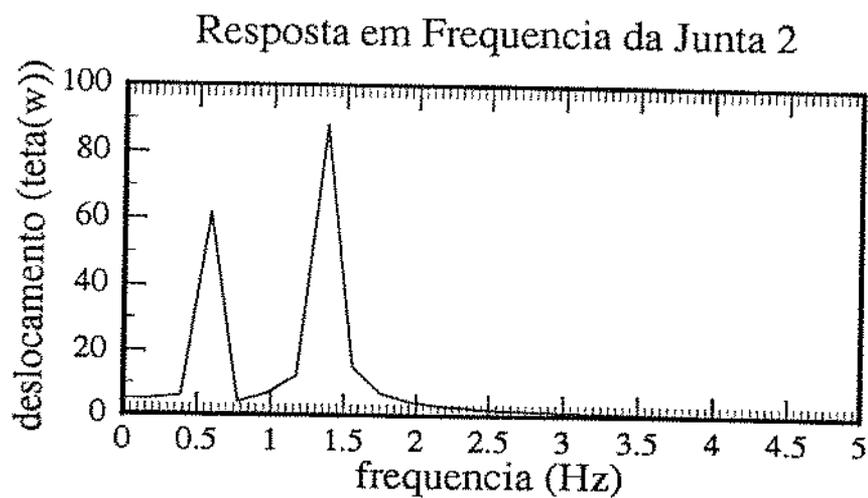


Figura 3.5: Resposta no domínio da frequência da Junta 2

3.2.4 Filosofia dos Programas de Simulação Analógica

Nas simulações realizadas utilizamos dois programas desenvolvidos especialmente para estudo de sistemas através de simulações, SIRENA [41] e SSA [43]. A filosofia de programação do segundo, SSA, se baseia na utilização da equação diferencial do sistema e no seu desenvolvimento no tempo. Quanto ao SIRENA, a programação se baseia nas funções de transferência do sistema em estudo. Em ambos os programas deve-se especificar o tipo de entrada (degrau, rampa, senos etc.), o número de iterações ou pontos (intervalo de tempo ou frequência de amostragem) e a saída (que é mostrada graficamente).

Referindo-se ao SIRENA as simulações realizadas partiram das equações diferenciais para o sistema, dadas pela equação de estado (equações 3.38, 3.39, 3.40), desenvolvidas no domínio de Laplace. Por exemplo, para o desenvolvimento das simulações para o sistema sem controlador, chega-se num sistema de equações diferenciais do tipo:

$$\ddot{\theta}_1 = a_1\theta_1 + b_1\theta_2 + c_1T_1 + d_1T_2 \quad (3.41)$$

$$\ddot{\theta}_2 = a_2\theta_1 + b_2\theta_2 + c_2T_1 + d_2T_2 \quad (3.42)$$

onde T_1 e T_2 são os torques que correspondem às entradas do sistema. Para a simulação especificamos o tipo de sinal relacionado com os torques.

Tomando-se a transformada de Laplace do sistema acima teremos:

$$s^2\Theta_1(s) = a_1\Theta_1(s) + b_1\Theta_2(s) + c_1T_1(s) + d_1T_2(s) \quad (3.43)$$

$$= G_1(s)\Theta_2(s) + H_1(s)T_1(s) + I_1(s)T_2(s)$$

$$s^2\Theta_2(s) = a_2\Theta_1(s) + b_2\Theta_2(s) + c_2T_1(s) + d_2T_2(s) \quad (3.44)$$

$$= G_2(s)\Theta_1(s) + H_2(s)T_1(s) + I_2(s)T_2(s)$$

onde $G_1(s) = \frac{b_1}{s^2 - a_1}$, $H_1(s) = \frac{c_1}{s^2 - a_1}$, $I_1(s) = \frac{d_1}{s^2 - a_1}$, $G_2(s) = \frac{a_2}{s^2 - b_2}$, $H_2(s) = \frac{c_2}{s^2 - b_2}$, $I_2(s) = \frac{d_2}{s^2 - b_2}$.

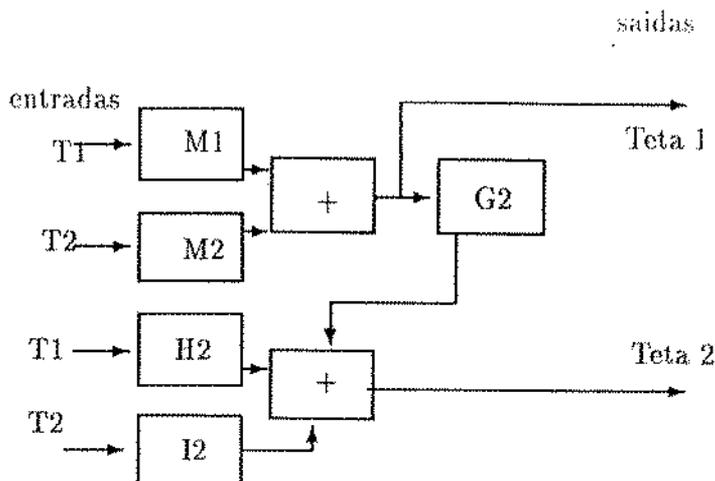


Figura 3.6: Diagrama esquemático da programação do SIRENA

Da equação 3.43 temos:

$$\Theta_1(s) = \frac{b_1}{s^2 - a_1} \Theta_2(s) + \frac{c_1}{s^2 - a_1} T_1(s) + \frac{d_1}{s^2 - a_1} T_2(s) \quad (3.45)$$

Levando 3.44 em 3.45 teremos:

$$\Theta_1(s) = G_1 G_2 \Theta_1(s) + G_1 H_2 T_1(s) + G_1 I_2 T_2(s) + H_1 T_1(s) + I_2 T_2(s) \quad (3.46)$$

Assim temos a expressão para Θ_1 dada por:

$$\Theta_1(s) = M_1 T_1 + M_2 T_2 \quad (3.47)$$

onde $M_1 = \frac{G_1 H_2 + H_1}{1 + G_1 G_2}$ e $M_2 = \frac{G_1 I_2 + I_1}{1 + G_1 G_2}$ e para Θ_2 teremos:

$$\Theta_2(s) = (G_2 M_1 + H_2) T_1 + (G_2 M_2 + I_2) T_2 \quad (3.48)$$

Estas equações podem ser representadas por diagrama de blocos, como mostra a figura 3.6. Nesta figura apresentamos quatro entradas que são multiplicadas pelas funções de transferência dadas no texto e somadas para originarem a saída desejada, que representam as equações 3.47 e 3.44.

Com a relação das funções de transferência é possível simularmos diferentes tipos de sistemas, modificando-os de acordo com a variação da complexidade. É importante ressaltar que a notação no domínio de Laplace é adotada para facilitar as operações sendo que a análise é feita no domínio do tempo.

Da mesma forma que para estes exemplos, simulamos outras configurações com diferentes funções de transferência. Caso as condições iniciais sejam diferentes de zero, utilizamos o programa SSA, que trabalha com a resolução de equações diferenciais no domínio do tempo para diferentes configurações iniciais.

3.2.5 Controlador Proporcional

A proposta mais simples para tentar estabilizar este sistema é se ter uma realimentação com um ganho proporcional [39], como mostrado na figura 3.7.

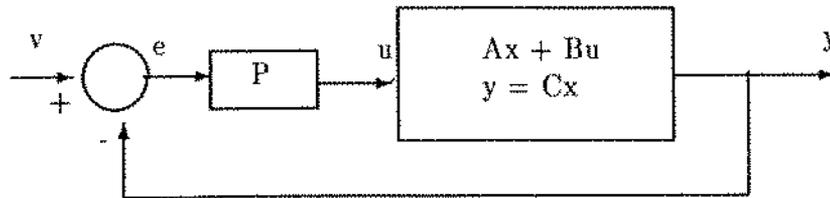


Figura 3.7: Diagrama de blocos esquemático de um sistema compensado com um ganho proporcional

Dada a equação do sistema, propõe-se realimentá-lo com um função $u(t)$ dada por:

$$u(t) = Ke(t) \quad (3.49)$$

No presente caso, temos:

$$\Delta T(t) = P[\Delta\theta_r(t) - \Delta\theta(t)] \quad (3.50)$$

onde $\Delta\theta_r$ é a referência (v da figura), P é a matriz de realimentação (2×2), $\Delta\theta(t)$ é a saída do sistema e θ é a saída (y na figura).

Usando a equação de estado

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3.51)$$

e a relação 3.50 em 3.25, com $u(t)$ igual a $\Delta T(t)$, temos:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + BP[\Delta\theta_r(t) - y(t)] \quad (3.52)$$

Com $y(t) = Cx(t)$.

Colocando-se o valor de $y(t)$ em 3.52, tem-se:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) - BPCx(t) + BP\Delta\theta_r(t) \quad (3.53)$$

ou,

$$\dot{x}(t) = [A - BPC]x(t) + BPv(t) \quad (3.54)$$

onde $v(t) = \Delta\theta_r(t)$.

Desta forma encontramos uma nova equação de estado dada por:

$$\dot{x}(t) = A^*x(t) + B^*u(t) \quad (3.55)$$

onde A^* e B^* são as novas matrizes dada por:

$$A^* = A - BPC \quad (3.56)$$

$$B^* = BP \quad (3.57)$$

Para avaliarmos a estabilidade deste sistema, procuramos os pólos de malha aberta, que são as raízes do polinômio característico de A^* que é dado por:

$$p = |sI - A^*| \quad (3.58)$$

onde p é o polinômio, $|sI - A^*|$ indica o determinante, I é a matriz identidade, e s é a variável do polinômio. Trabalhando-se algebricamente com as matrizes, colocando-se os valores numéricos para as matrizes A , B e C e colocando-se os valores literais para a matriz P , chegamos na expressão para o polinômio, que é dada por:

$$|sI - (A - BPC)| = s^4 + \alpha s^2 + \beta \quad (3.59)$$

com α e β dependentes dos coeficientes da matriz P .

Pelo critério de Routh-Hurwitz de estabilidade [33], se qualquer um dos coeficientes da equação característica for zero ou negativo, na presença de pelo menos um coeficiente positivo

então o sistema é instável. Portanto, como o sistema acima possui os coeficientes ímpares zero na presença de um coeficiente não nulo, uma tentativa de estabilizar o sistema usando-se apenas um ganho proporcional não é adequada para este sistema.

3.2.6 Controlador Proporcional mais Derivativo

Uma vez que o controle proporcional é inadequado para a estabilização, uma outra tentativa para estabilizá-lo, seguindo a linha dos controladores clássicos, seria tentar uma realimentação da saída com ação proporcional mais derivativa, originando uma equação para o regulador da forma [39] :

$$\Delta T(t) = P[\Delta\theta_r(t) - \Delta\theta(t)] + R[\Delta\dot{\theta}_r(t) - \Delta\dot{\theta}(t)] \quad (3.60)$$

Como supomos uma entrada degrau, sua derivada será nula, e a equação anterior pode ser escrita como:

$$\Delta T(t) = P[\Delta\theta_r(t) - \Delta\theta(t)] - R\Delta\dot{\theta}(t) \quad (3.61)$$

Utilizando a equação de estado $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$ com $u(t) = \Delta T(t)$ e lembrando que $\Delta\dot{\theta}(t) = \dot{y}(t) = C\dot{x}(t)$, tem-se:

$$\begin{aligned} u(t) &= P[\Delta\theta_r(t) - \Delta\theta(t)] - RC\dot{x}(t) \\ &= P[\Delta\theta_r(t) - Cx(t)] - RC\dot{x}(t) \end{aligned} \quad (3.62)$$

Levando a equação 3.54 na equação de estado, teremos:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + BP\Delta\theta_r(t) - BPCx(t) - BRC\dot{x}(t) \quad (3.63)$$

logo,

$$[I + BRC]\dot{x}(t) = [A - BPC]x(t) + BPv(t) \quad (3.64)$$

com $v(t) = \Delta\theta_r$.

Assim,

$$\dot{z}(t) = [I + BRC]^{-1}[A + BPC]x(t) + [I + BRC]^{-1}BPv(t) \quad (3.65)$$

O polinômio característico de 3.65 é dado por:

$$H(s) = |sI - (I + BRC)^{-1}(A - BPC)| \quad (3.66)$$

colocando-se $(I + BRC)^{-1}$ em evidência tem-se:

$$H(s) = \frac{1}{|I + BRC|} |sI - A + B(P + sR)C| \quad (3.67)$$

A escolha adequada das matrizes P e R tornará o sistema estável.

Introduziremos agora uma técnica para o cálculo das matrizes de ganho proporcional e derivativo, P e R . Basearemos nas referências [38], [5].

3.3 Alocação de Pólos por Realimentação Proporcional Mais Derivativa

A técnica introduzida por Seraji [40] estuda uma forma de encontrar as matrizes P e R da compensação por realimentação da saída mostrada na figura 3.7

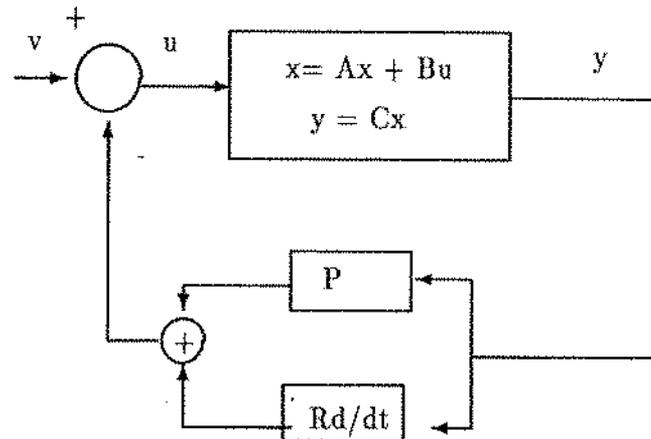


Figura 3.8: Sistema de controle com realimentação de saída com regulador PD

É interessante notar que a análise também vale para o sistema dado pela figura 3.8, uma vez que a equação de estado deduzida com a inclusão do regulador é quase idêntica à deduzida para o sistema desta figura, como será mostrado a seguir.

Para o sistema da figura 3.7 como mostrado na equação 3.65, a nova representação para a equação de estado é dada por:

$$\dot{\hat{x}}(t) = [I + BRC]^{-1}[A + BPC]\hat{x}(t) + [I + BRC]^{-1}BPv(t) \quad (3.68)$$

A dedução seguinte baseia-se na figura 3.7 onde é mostrado o sistema linear:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.69)$$

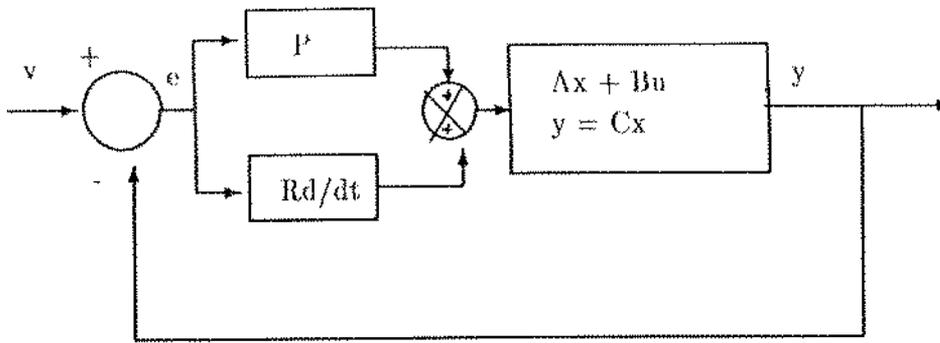


Figura 3.9: Sistema de controle com com regulador PD

$$y = Cx \quad (3.70)$$

O sistema (A,B,C) é suposto ser observável, controlável e cíclico [5], [38]. Nele temos o vetor de estado x ($n \times 1$), o vetor de controle u ($m \times 1$), o vetor de saída y ($l \times 1$) e as matrizes A ($n \times n$), B ($n \times l$) e C ($l \times n$).

Seja a realimentação de saída dada por:

$$u = v - Py - R \frac{dy}{dt} \quad (3.71)$$

onde v é o vetor referência e P e R são as matrizes constantes ($m \times l$) dos ganhos proporcional e derivativo, respectivamente.

Substituindo u na equação de estado, teremos:

$$\dot{x} = (I + BRC)^{-1}(A - BPC)x + (I + BRC)^{-1}Bv \quad (3.72)$$

A equação anterior é semelhante à equação 3.68. O sistema acima é de ordem n com a matriz A do sistema sendo igual a:

$$\hat{A} = (I + BRC)^{-1}(A - BPC) \quad (3.73)$$

O polinômio característico deste sistema $H(s) = |sI - A|$ é dado por:

$$H(s) = \frac{1}{|I + BRC|} |sI - A + B(P + sR)C| \quad (3.74)$$

Na equação acima, podemos definir uma matriz $K(s) = P + sR$ como sendo a matriz de controle.

O estudo para o projeto supõe dois tipos de uma estrutura para as matrizes de *rank* unitário [38]:

$$P = kp \quad \text{e} \quad R = kr \quad (3.75)$$

onde k , p , e r são vetores $m \times 1$, $1 \times l$ e $1 \times l$, respectivamente.

Ou a estrutura:

$$P = pk \quad \text{e} \quad R = rk \quad (3.76)$$

onde k , p , e r são vetores $m \times l$, $m \times l$ e $1 \times l$, respectivamente.

Dada a primeira estrutura, temos a expressão para $H(s)$ dada por:

$$H(s) = \frac{|sI - A|}{|I + BkrC|} |I + (sI - A)^{-1} Bk(p + sr)C| \quad (3.77)$$

Usando a identidade $|I + ab| = 1 + ba$ (com a e b matrizes quaisquer), esta expressão pode ser escrita da seguinte forma:

$$H(s) = \frac{1}{1 + rCBk} [F(s) + (p + sr)W(s)k] \quad (3.78)$$

onde

$$W(s) = C \text{adj}(sI - A)B \quad (3.79)$$

$$= M_1 s^{n-1} + \dots + M_n \quad (3.80)$$

é o polinômio característico da matriz e

$$F(s) = |sI - A| = s^n + d_1 s^{n-1} + \dots + d_n \quad (3.81)$$

é o polinômio característico da função de transferência de malha aberta. Substituindo os polinômios da equação 3.77 obtém-se:

$$H(s) = s^n + \frac{d_1 + pM_1k + rM_2k}{1 + rM_1k} s^{n-1} + \quad (3.82)$$

$$+ \frac{d_{n-1} + pM_{n-1}k + rM_nk}{1 + rM_1k} s \quad (3.83)$$

$$+ \frac{d_n + PM_nk}{1 + rM_1k} \quad (3.84)$$

Analogamente, usando a segunda estrutura proposta para as matrizes de ganho, teremos a expressão:

$$H(s) = s^n + \frac{d_1 + kM_1p + kM_2r}{1 + kM_1r} s^{n-1} + \dots + \frac{d_n + kM_np}{1 + kM_1r} \quad (3.85)$$

3.3.1 Método do Projeto

Como dito anteriormente, dado o sistema multivariável linear (A, B, C) , o problema proposto é encontrar as matrizes de realimentação de saída P e R , de $rank$ unitário, tais que a função de transferência de malha fechada tenha um conjunto de pólos especificados, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, então, o polinômio característico será:

$$H(s) = (s - \lambda_1)(s - \lambda_2) \dots (s - \lambda_n) = s^n + a_1s^{n-1} + a_{n-1}s + a_n \quad (3.86)$$

Na referência [38] estuda-se três casos, dependendo do valor relativo de n , m e l .

No problema de interesse, que é o estudo do sistema definido pelas equações 3.38, 3.39 e 3.40, temos os valores $n = 4$, $m = 2$, e $l = 2$, que são relacionados com as matrizes A , B , e C do sistema).

Assim, atemos a dois casos: $n \leq 2l$ e $n \leq 2m$.

No primeiro caso, utilizamos a estrutura dada pela equação 3.75, para as matrizes P e R . Igualando-se os coeficientes de mesmo grau em s nas equações 3.84 e 3.86 teremos:

$$(p : r) \left(\frac{M_1}{M_2 - a_2 M_1} \right) k = a_1 - d_1 \quad (3.87)$$

$$\vdots \quad (3.88)$$

$$(p : r) \left(\frac{M_{n-1}}{M_n - a_{n-1} M_1} \right) k = a_{n-1} - d_{n-1} \quad (3.89)$$

$$\vdots$$

$$(p : r) \left(\frac{M_n}{-a_n M_1} \right) k = a_n - d_n$$

Para o projeto, escolhe-se k arbitrariamente e obtém-se n equações lineares com $2l$ elementos nas variáveis p e r . A solução para estas equações dão as matrizes $P = kp$ e $R = kr$ requeridas para a alocação dos pólos.

A notação acima indica o acoplamento entre matrizes (separadas pelos pontos, ou pelas retas, no caso das matrizes M_i) para a formação de uma matriz de maior ordem.

No segundo caso ($n \leq 2m$) encontra-se a relação:

$$k(M_1 : m_2 - a_1 M_1) \begin{pmatrix} p \\ r \end{pmatrix} = a_1 - d_1 \quad (3.90)$$

$$\vdots \quad \vdots \quad (3.91)$$

$$k(M_n : -a_n M_1) \begin{pmatrix} p \\ r \end{pmatrix} = a_n - d_n$$

3.3.2 Cálculo das Matrizes P e R para o robô Manutec R3

A seguir apresentamos a utilização da técnica acima descrita para o robô Manutec R3. A abordagem detalhada deste cálculo é dada no apêndice B.

Como dito anteriormente, um dos interesses de se conhecer a resposta em frequência do sistema, seria o de facilitar a procura dos pólos para o sistema compensado, isto é, seria interessante fazer com que o sistema em malha fechada possuísse frequências diferentes daquelas existentes para o sistema instável. Além disto desejamos, obviamente, que o sistema tenha pólos no semiplano esquerdo do plano complexo. Ainda, é desejável que o sistema não apresente *overshoot*, isto é seja superamortecido.

Tendo em vista estes pontos, buscamos através de simulações, encontrar pólos que estabilizassem o sistema. A utilização da simulação possibilita testarmos diferentes sistemas compensados de uma forma simples e rápida.

Não utilizamos, neste estudo, uma técnica mais formal e elaborada que permitisse a escolha dos pólos desejados para o cumprimento de um certo requisito, como por exemplo a exigência de não se ter *overshoot*. Ao invés disto, utilizamos os critérios acima e buscamos relacionar as frequências naturais e os coeficientes de amortecimento do sistema com as restrições de não se ter *overshoot* ou oscilações próximas às frequências do sistema em malha aberta.

O sistema em estudo (dado pela equação linearizada do modelo planar do robô, mais o regulador PD) possui duas funções de transferência de segunda ordem acopladas, e o polinômio característico deste sistema é de quarta ordem. O polinômio característico é o denominador da matriz de transferência dada pela equação [33]:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B \quad (3.92)$$

$$= \frac{Q(s)}{|sI - A|} \quad (3.93)$$

onde $G(s)$ é a matriz de transferência para o sistema (A, B, C) , $|sI - A|$ é o determinante de $sI - A$, $Q(s)$ é uma função para designar o numerador da matriz de transferência.

Assim o polinômio característico é dado pelo produto de duas equações de segunda ordem do tipo:

$$(s^2 + 2\zeta_1\omega_1s + w_1^2)(s^2 + 2\zeta_2\omega_2s + w_2^2) \quad (3.94)$$

O polinômio em s é o denominador das funções de transferência individuais, que acopladas, originam um polinômio de quarta ordem.

Assim se desejamos que o sistema possua um determinado conjunto de pólos, devemos forçar a existência de um polinômio característico desejado, bastando para isto conhecer os valores de ζ_1 , ω_1 , ζ_2 e ω_2 .

O critério adotado foi simular diferentes combinações para esta variáveis, uma vez que, como dito anteriormente, não fizemos uso de nenhuma técnica mais elaborada. Partimos entretando de uma sugestão, dada na referência [39], onde se estuda um caso semelhante. Portanto, simulamos inicialmente para estes valores e tentamos mais algumas variações em torno deles. Os valores sugeridos são: $\omega_1 = 5$, $\omega_2 = 8$, $\zeta_1 = 1,2$ e $\zeta_2 = 0.886$. Estes valores, apesar de estabilizarem o sistema não leva em conta a exigência da não ocorrência do *overshoot*. Os gráficos para estes dados são mostrados nas figuras 3.9 e 3.10. Para a junta 1, a posição inicial dada foi de -2.71 radianos enquanto que para a junta 2 foi de 0.39 também sugerido pela referência [39]. Outras configurações iniciais também levaram o sistema a ter *overshoot*. Em ambos os gráficos a referência é 0.

As matrizes P e R foram calculadas pela técnica esboçada na seção anterior, dando os valores:

$$R = \begin{bmatrix} 258.553 & 258.553 \\ 126.255 & 126.255 \end{bmatrix} \quad (3.95)$$

$$P = \begin{bmatrix} -848.769 & -848.769 \\ 81.271 & 81.271 \end{bmatrix} \quad (3.96)$$

RESULTADOS PARA A SIMULAÇÃO PARA A ALOCAÇÃO DE PÓLOS ATRAVÉS DE
REGULADOR PD

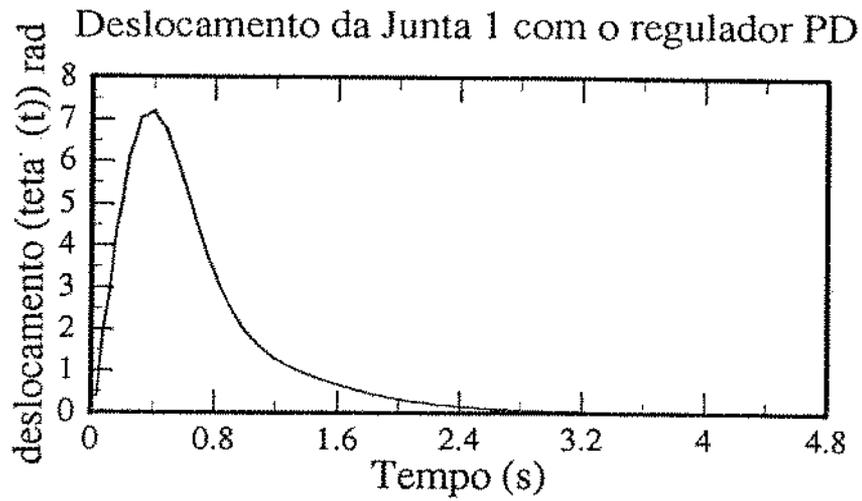


Figura 3.10: Saída da junta 1. Resultado para alocação para os valores $\zeta_1 = 1.2$, $\zeta_2 = 0.886$, $\omega_1 = 5$, $\omega_2 = 8$

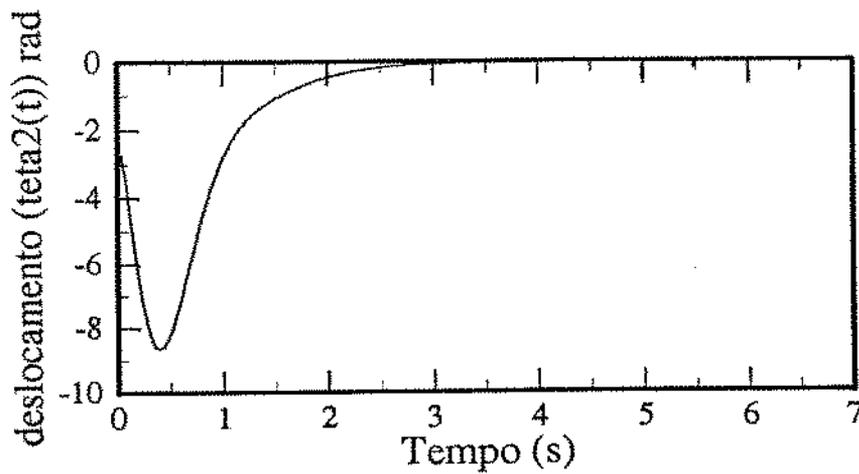


Figura 3.11: Saída da junta 2. Resultado para alocação para os valores $\zeta_1 = 1.2$, $\zeta_2 = 0.886$, $\omega_1 = 5$, $\omega_2 = 8$

A tabela seguinte apresenta outros valores usados para o estudo, relacionando os com os gráficos obtidos. Apresentamos apenas alguns exemplos para as inúmeras combinações possíveis. Buscamos variar o coeficiente de amortecimento e a frequência natural do sistema tentando estabilizá-lo sem a ocorrência de *overshoot*.

ζ_1	ζ_2	ω_1	ω_2	GRÁFICO
1.2	1.2	5	8	gráfico 1 (a e b)
1.2	1.2	3	5	gráfico 2 (a e b)
2	1.2	3	9	gráfico 3 (a e b)

A seguir apresentamos os gráficos para os exemplos acima referidos. Em seguida, iniciamos a seção que se ocupa com o estudo de um controlador PID para a alocação dos pólos.

ALGUNS EXEMPLOS PARA A ALOCAÇÃO DE PÓLOS ATRAVÉS DE UM
REGULADOR PD

GRÁFICO 1 (a e b)

Figura 3.12: Gráfico 1 a, junta 1: Resultado para alocação para os valores $\zeta_1 = 1.2$, $\zeta_2 = 1.2$,
 $\omega_1 = 5$, $\omega_2 = 8$

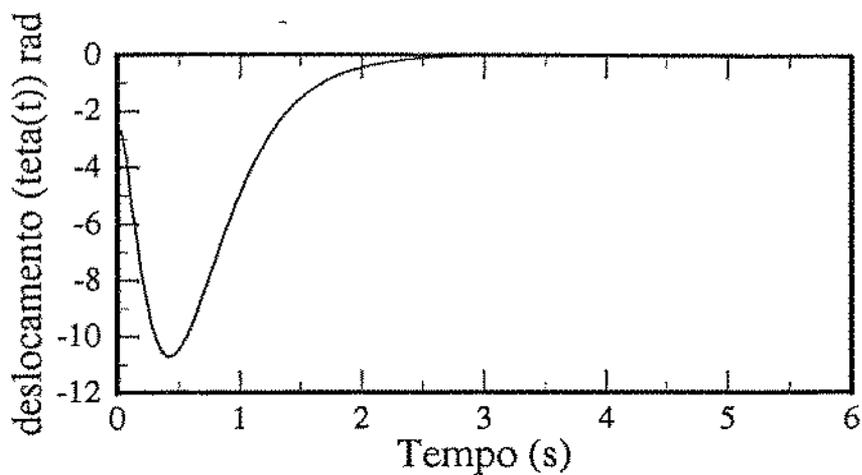


Figura 3.13: Gráfico 1 a, junta 2: Resultado para alocação para os valores $\zeta_1 = 1.2$, $\zeta_2 = 1.2$,
 $\omega_1 = 5$, $\omega_2 = 8$

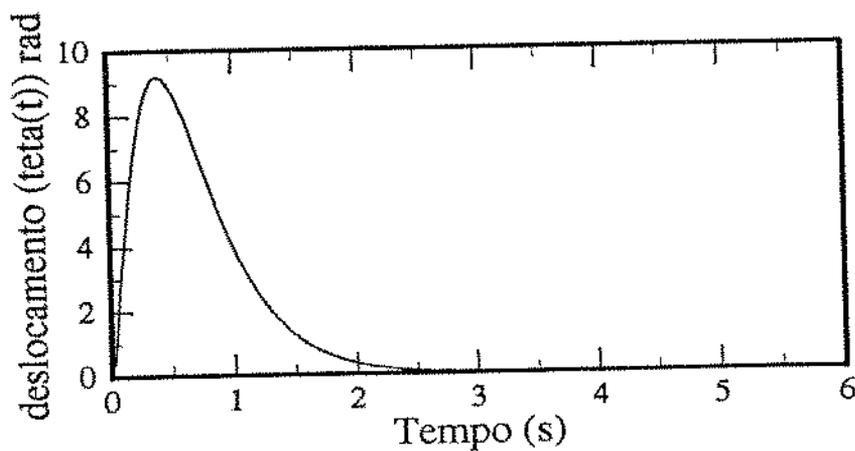


GRÁFICO 2 (a e b)

Figura 3.14: Gráfico 2 a, junta 1: Resultado para alocação para os valores $\zeta_1 = 1.2$, $\zeta_2 = 1.2$, $\omega_1 = 3$, $\omega_2 = 5$

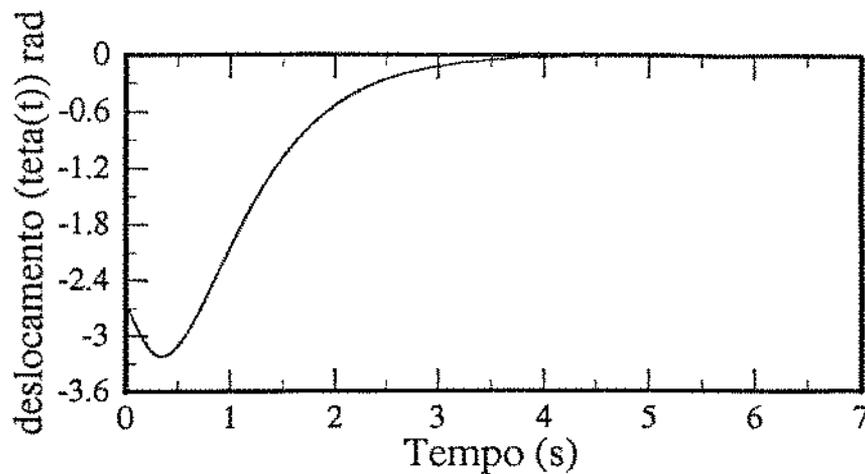


Figura 3.15: Gráfico 2 b, junta 2: Resultado para alocação para os valores $\zeta_1 = 1.2$, $\zeta_2 = 1.2$, $\omega_1 = 3$, $\omega_2 = 5$

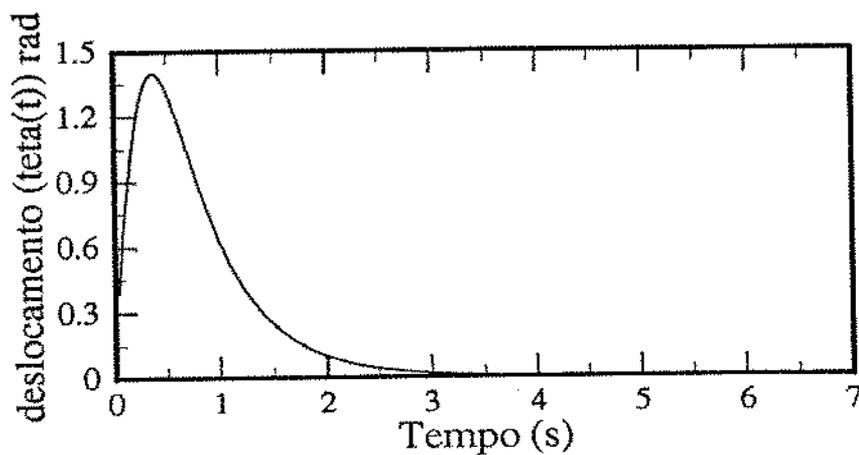


GRÁFICO 3 (a e b)

Figura 3.16: Gráfico 3 a, junta 1: Resultado para alocação para os valores $\zeta_1 = 2$, $\zeta_2 = 1.2$, $\omega_1 = 3$, $\omega_2 = 9$

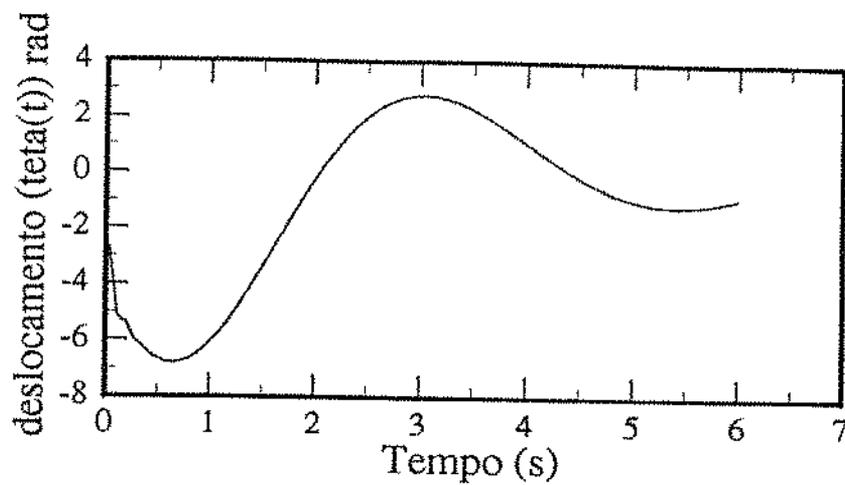
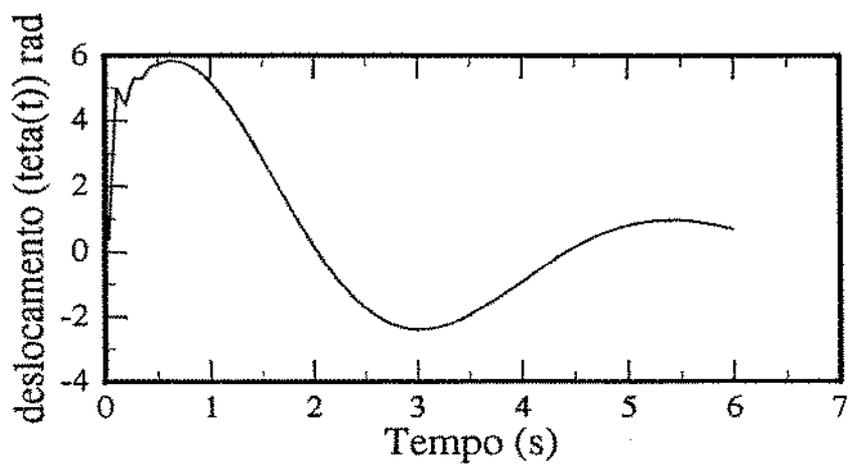


Figura 3.17: Gráfico 3 b, junta 2: Resultado para alocação para os valores $\zeta_1 = 2$, $\zeta_2 = 1.2$, $\omega_1 = 3$, $\omega_2 = 9$



3.4 Controlador PID

Iniciaremos agora um estudo para o regulador PID. Este estudo se justifica pelo fato de ser este regulador largamente utilizado em robótica industrial.

A conhecida equação do controlador PID [39] é dada por:

$$u(t) = ke(t) + \left(\frac{1}{T_i}\right) \int e(t)dt + T_d \frac{d}{dt}e(t) \quad (3.97)$$

Usando a notação definida anteriormente para o robô, temos a equação do PID da seguinte forma:

$$\Delta T(t) = P[\Delta\theta_r(t) - \Delta\theta(t)] + Q \int_0^t [\Delta\theta_r(t) - \Delta\theta(t)]dt - R[\Delta\dot{\theta}_r(t) - \Delta\dot{\theta}(t)] \quad (3.98)$$

Onde P é a matriz de ganho proporcional, Q é a matriz de ganho integral e R é a matriz de ganho derivativo. O termo $\Delta\dot{\theta}_r(t)$ se torna zero se supomos uma entrada degrau.

Sabendo-se que $\Delta T(t) = u(t)$ pode-se levar a equação 3.98 na equação de estado, tornando-a da seguinte forma (x_r é a referência):

$$\dot{x} = Ax + BPx_r - BPx + BQ \int_0^t e(t) - BRx \quad (3.99)$$

$$\Delta\dot{\theta}(t) = A\Delta\theta(t) + BP\Delta\theta_r(t) - BPC\Delta\theta(t) + BQ \int_0^t e(t) - BRC\Delta\dot{\theta}_r(t) \quad (3.100)$$

$$(I + BRC)\dot{x} = (A - BPC)x + BQ \int_0^t e(t) + BPx$$

$$\dot{x} = [(I + BRC)^{-1}][(A - BPC)x + BQz] + [(I + BRC)^{-1}]BPx_r$$

onde $z = \int_0^t e(t)dt$

Colocando-se a equação anterior sob a forma de matriz obtemos a seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [(I + BRC)^{-1}][(A - BPC)] & (I + BRC)^{-1}BQ \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} \quad (3.101)$$

$$+ \begin{bmatrix} [(I + BRC)^{-1}]BP \\ I \end{bmatrix} v$$

A escolha do “polinômio desejado” se baseia no conhecimento dos pólos que se deseja alocar. Desta forma, estabelecendo-se $H(s)$ e de posse das matrizes A , B e C é possível encontrar as matrizes P , Q e R . O apêndice C descreve a técnica utilizada para o cálculo das matrizes, que não será apresentado aqui por ser semelhante à já descrita para o PD.

O polinômio característico é dado por:

$$H(s) = \begin{vmatrix} sI - [(I + BRC)^{-1}][(A - BPC)] & -(I + BRC)^{-1}BQ \\ C & sI \end{vmatrix} \quad (3.102)$$

Novamente adotamos a prática de partir dos valores para os pólos sugeridos na referência [39], para o robô Puma 560. Tentamos algumas variações destes valores nas simulações, cujos resultados são mostrados nas figuras 3.17 e 3.18. Resolvendo o determinante acima chegamos numa expressão de $H(s)$ em função das matrizes de realimentação P , Q e R . Desta forma, se especificarmos o polinômio desejado podemos escolher estas matrizes por alocação de pólos [38]. Especificando os pólos para os valores: $\omega_1 = 1,948$, $\zeta_1 = 1.685$, $\omega_2 = 3.516$, $\zeta_2 = 0.387$, $\omega_3 = 6.65$, $\zeta_3 = 0.809$ chegamos aos seguintes valores para as matrizes do regulador [39]:

$$P = \begin{bmatrix} -226.85 & -226.85 \\ -985.2829 & -985.2829 \end{bmatrix} \quad (3.103)$$

$$R = \begin{bmatrix} -31.0388 & -31.0388 \\ 77.9294 & 77.9294 \end{bmatrix} \quad (3.104)$$

$$Q = \begin{bmatrix} -1105.77 & -1105.77 \\ 4237.74 & 4237.74 \end{bmatrix} \quad (3.105)$$

$$(3.106)$$

No apêndice C mostramos o cálculo destas matrizes. As simulações foram realizadas seguindo a filosofia de programação dada na seção 3.2.4.

RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES PARA O ROBÔ MANUTEFC REGULADO POR UM
PID

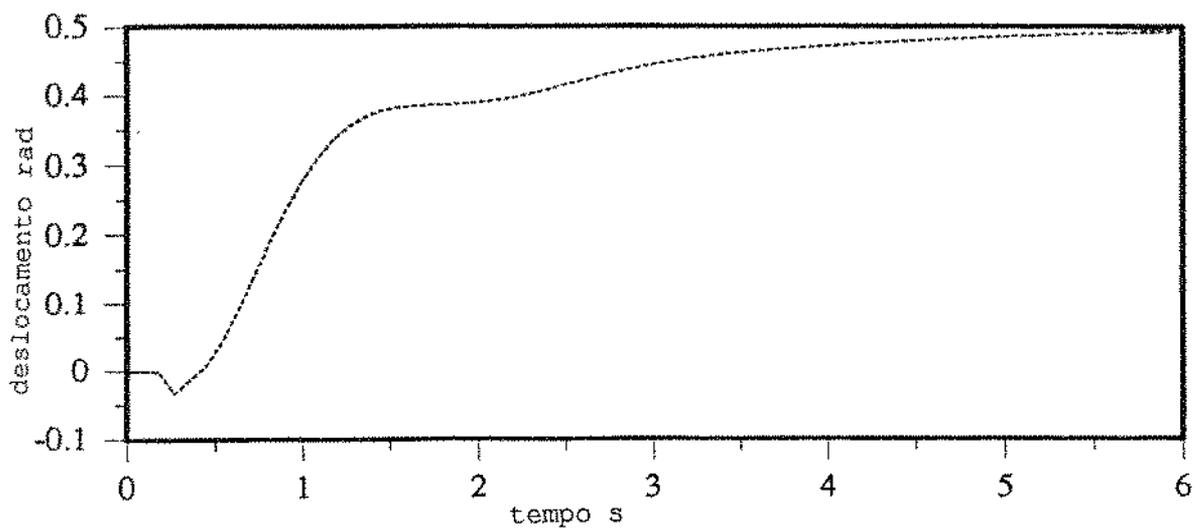


Figura 3.18: Saída da junta 1

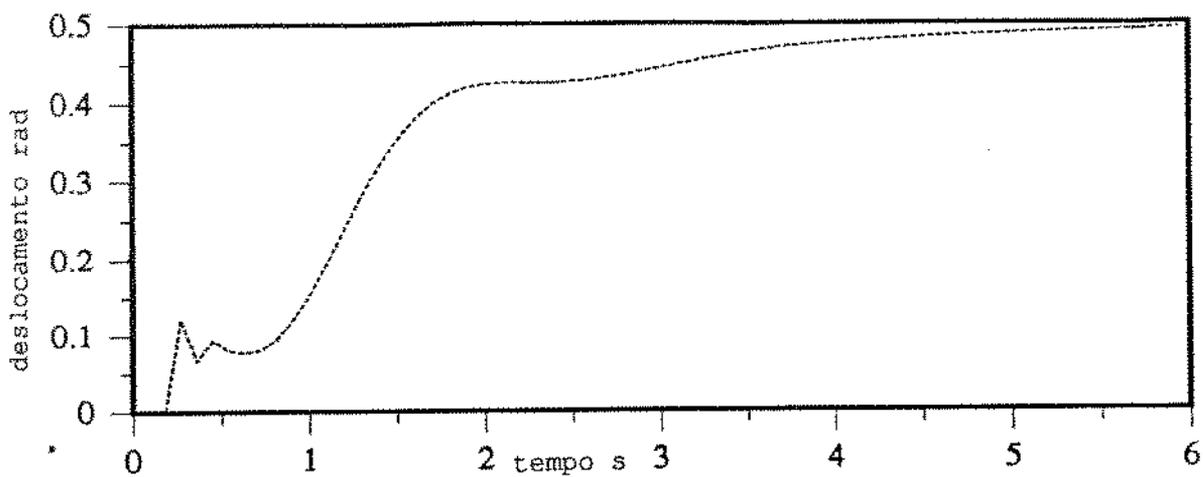


Figura 3.19: Saída da junta 2

3.5 Comentários finais, Conclusões Parciais e Perspectivas

Neste capítulo desenvolvemos o estudo da dinâmica de manipuladores de dois *links*, apresentando resultados particulares para o robô Manutec R3. O objetivo destes estudos é apresentar a técnica de alocação de pólos para a estabilizar e avaliar a dinâmica do sistema através de simulações. Todo o estudo foi feito baseando-se na equação linearizada do modelo planar [39].

O método de “tentativa e erro ” (ou por aproximação) está longe de ser o mais adequado, mesmo quando se dispõe de *softwares* de simulação. Entretanto, tendo em vista o objetivo principal deste trabalho, que é a realização experimental do controle de um motor CC, a presente técnica serviu para esboçar o estudo da dinâmica de robôs, abrindo espaço para estudos mais completos, tanto analiticamente quanto experimentais. Por ser um método exaustivo e ineficiente, é mister dispormos de conceitos mais precisos sobre a alocação de pólos para regulação e estabilização de sistemas como o estudado.

Finalmente, sabendo-se que é possível estabilizar o sistema através de alocação de pólos e tendo introduzido uma técnica para o cálculo das matrizes de ganho dos reguladores, pode-se fazer o mesmo cálculo para outras juntas e configurações.

Capítulo 4

Sistemas de Controle não Linear

4.1 Introdução

Neste capítulo apresentamos uma introdução ao controle de sistemas não lineares. Basicamente estaremos interessados num comportamento particular do sistema de controle, a saber, um sistema de controle a relé. Este tipo de não linearidade é dita intencional pois é adicionada ao sistema para provocar correções em seu comportamento.

Iniciamos o capítulo abrangendo a teoria não linear de sistemas visando posicionar o problema do controle e ao mesmo tempo introduzir a noção da presença de não linearidades (intencionais e inerentes) num sistema de controle.

4.2 Sistemas não Lineares

Em geral, o comportamento dinâmico de um sistema de controle se expressa mediante uma equação diferencial.

Na verdade todos sistemas físicos são não lineares, sendo que a consideração do com-

portamento linear é restrita a uma faixa de operação (normalmente, algum limite físico como uma tensão, uma força, um deslocamento ou uma frequência determina a faixa permissível para a existência do comportamento linear).

Existem duas características fundamentais que definem os sistemas lineares [13]: eles obedecem o princípio da superposição e o princípio da proporcionalidade entre causa e efeito. No caso de sistemas não lineares um destes dois (ou os dois) princípios falham.

Do ponto de vista da estabilidade, os sistemas não lineares apresentam uma característica que não se pode observar nos sistemas lineares: os ciclos limites [33].

4.2.1 Ciclos Limites

Em linhas gerais, ciclos limites são oscilações auto-sustentadas com caráter estável [13], [33], [11] (isto é, o sistema mesmo estando nesta condição oscilatória não tende a ir para um ponto de instabilidade). Mas podem também existir ciclos limites instáveis, que seriam oscilações auto-sustentadas que podem deixar de ocorrer ou terem sua amplitude alterada mediante uma pequena perturbação.

4.2.2 Não Linearidades Inerentes e Intencionais

As não linearidades num sistema de controle podem ser tanto intencionais quanto inerentes [33], [13]. Estas últimas são aquelas que surgem devido às imperfeições ou limitações do sistema. Por exemplo, um sistema mecânico que apresenta folga entre as relações de transmissão (engrenagens), ou um motor que apresenta saturação, isto é, uma resposta que passa a não depender da entrada após um certo valor. Descrições sobre as mais diversas não linearidades inerentes e intencionais podem ser encontradas nas referências: [33], [13], [11].

As não linearidades intencionais são aquelas que, como o próprio nome diz, são colocadas intencionalmente no sistema (linear ou não linear) para melhorar seu desempenho. Um exemplo clássico deste tipo de não linearidade é o relé, que acoplado ao sistema passa a definir

um sistema de controle a relé. Dizemos que um sistema que possui um relé é não linear porque sua equação diferencial é não linear uma vez que a entrada do sistema terá valores descontínuos, dados pela saída do relé (aberto ou fechado, zero ou um), definindo assim pelo menos duas equações (uma para o primeiro estado e outra para o segundo).

4.2.3 Método de Investigação

Não existe um método geral para se lidar com todos os sistemas não lineares [13] devido principalmente ao fato de existirem inúmeros tipos de não linearidades. Além disto, para estes sistemas é difícil de se ter uma relação simples entre a resposta no tempo e na frequência, impedindo, desta forma, a análise por função de transferência.

Um dos métodos de estudo, entretanto, busca justamente aproximar a não linearidade por uma função que represente o equivalente da função de transferência para sistemas lineares. É o método da função descritiva, ou primeira harmônica [33], [13]. Este método consiste em se ter uma entrada senoidal na não linearidade e obter, na saída, apenas a componente fundamental da resposta em frequência. De acordo com [33] a função descritiva de um elemento não linear é definida como a relação complexa entre a componente harmônica fundamental de saída e a amplitude da entrada, isto é:

$$N = \frac{Y_1 \angle \phi_1}{X} \quad (4.1)$$

onde N é a função descritiva, Y_1 é a amplitude da componente harmônica fundamental da saída e X é a amplitude da entrada.

4.2.4 Método do plano de fase

É um método que utiliza a interpretação gráfica para os estudos do comportamento do sistema num plano que é denominado plano de fase. Naturalmente, este método é aconselhável para sistemas de segunda ordem (que podem ter suas variáveis representadas num plano).

Considere um sistema de segunda ordem descrito pela seguinte equação diferencial ordinária:

$$\ddot{x} + f(x, \dot{x}) = 0 \quad (4.2)$$

onde $f(x, \dot{x})$ é uma função linear ou não linear de x e \dot{x} .

A solução temporal deste sistema pode ser ilustrada num gráfico de $x(t)$ pelo tempo ou num gráfico de $\dot{x}(t)$ por $x(t)$ usando-se t como parâmetro [13]. Neste caso estaremos formando um plano cujas coordenadas são (\dot{x}, x) , que representa o estado do sistema (posição \times velocidade) num determinado instante de tempo. Quando t varia neste plano o ponto descreve uma trajetória no plano. Esta representação é chamada representação no plano de fase e todas as trajetórias existentes para diferentes configurações iniciais são as famílias de trajetórias. Este tipo de representação pode ser estendido para sistemas não lineares.

A utilização do plano de fase se aplica a sistemas governados por equações diferenciais simultâneas da forma:

$$\frac{dx}{dt} = P(x, y, z) \quad (4.3)$$

$$\frac{dy}{dt} = Q(x, y, z) \quad (4.4)$$

$$\frac{dz}{dt} = R(x, y, z) \quad (4.5)$$

onde x, y, z são as variáveis que caracterizam o sistema e P, Q, R são funções destas variáveis.

Para o caso particular de um sistema do tipo:

$$\frac{dx}{dt} = P(x, y) \quad (4.6)$$

$$\frac{dy}{dt} = Q(x, y) \quad (4.7)$$

onde $y = \frac{dx}{dt}$, temos que, pelo teorema de Cauchy da unicidade da solução de equações diferenciais simultâneas [13], a solução das equações 4.7, 4.6, com uma dada condição inicial é única, desde que $P(x, y)$ e $Q(x, y)$ sejam analíticas. Este resultado não se aplica nos pontos onde $P = Q = 0$ (simultaneamente). Tais pontos são chamados pontos críticos (ou singulares). Qualquer outro ponto no plano de fase é chamado de ponto ordinário. Pontos singulares são pontos de equilíbrio do sistema (estável ou instável).

É possível, com o auxílio do plano de fase, estudar o comportamento do sistema, avaliar sua estabilidade e a presença ou não dos ciclos limites.

Este método gráfico é de grande valor para o estudo onde a solução analítica é complicada. Entretanto, com a utilização dos *softwares* de simulação analógica, torna-se mais cômodo buscar soluções via computador. É claro que ambos os métodos possuem suas vantagens. As simulações, entretanto, possuem a vantagem de mostrar a saída de sistemas não lineares de uma maneira simples e rápida. Assim, os estudos realizados com o sistema proposto para a realização experimental, foram auxiliados por programas especializados para simulação analógica.

4.3 Sistemas de Controle a Relé

Conforme dito anteriormente uma das não linearidades mais comuns de serem implementadas são as não linearidades tipo relé (On-Off).

O presente estudo, conforme dito anteriormente, propõe a utilização experimental de um controlador On-Off digital para um motor DC. Este sistema de controle pode ser representado por um diagrama de blocos, como mostrado na figura 4.1.

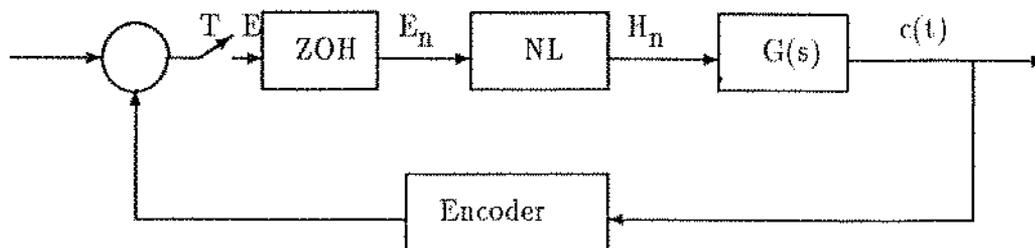


Figura 4.1: sistema de controle não linear discreto

Nesta figura, a chave indica a amostragem do sistema, que se fecha a cada T segundos para permitir a passagem de informação. O bloco ZOH representa um segurador de ordem zero, que retêm o último sinal amostrado até a próxima leitura; NL representa a não linearidade, que é do tipo relé com zona morta, cuja representação é dada na figura 4.2, e $G(s)$ representa o sistema a ser controlado que é linear e contínuo.

A abordagem que se segue visa interpretar o comportamento temporal do sistema definido na figura 4.1. O estudo será baseado no plano de fase e em simulações, isto é avaliaremos a saída do sistema num gráfico velocidade \times deslocamento, para verificarmos a presença ou não de ciclos limites e as relações da saída com parâmetros como zona morta e frequência de amostragem.

4.3.1 Estudo de um Sistema Controlado a Relé com Zona Morta

O sistema controlado a relé possui três estados definidos a partir da relação:

$$H_n = \begin{cases} 1 & \text{se } E_n \geq E' \\ 0 & \text{se } |E_n| < E' \\ -1 & \text{se } E_n \leq -E' \end{cases} \quad (4.8)$$

onde E_n é a entrada do relé, H_n é a saída e E' é um erro máximo permitido. Se $E' = 0$ temos o On-Off ideal (relé).

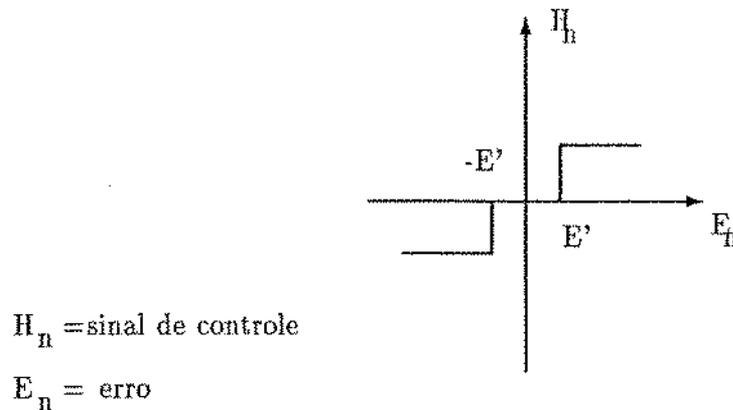


Figura 4.2: Relé com de zona morta

Com este comportamento para o relé com zona morta, teremos no plano de fase diferentes regiões, dependendo de qual dos três valores da saída é a entrada do sistema. Por exemplo para a função:

$$G(s) = \frac{K_m}{s(\tau s + 1)} \quad (4.9)$$

podemos estudar o sistema no plano de fase e analisar seu comportamento em relação a cada uma das saídas do relé. Este estudo será realizado para o motor CC utilizado na realização experimental. Assim podemos usar a função acima. A razão da escolha desta função genérica é que além dela representar um sistema de segunda ordem (que obviamente pode ser estudada

num plano de fase) ela representa a função de transferência de um servomecanismo de posição. Para o motor CC usado na realização experimental, temos $K_m = 2.4 \text{ rad./volt} - s$ e $\tau = 0.25s$.

Com esta função temos a seguinte relação entre o relé e a saída:

$$H_n K_m = \tau \ddot{c}_n + \dot{c}_n \quad (4.10)$$

Cuja solução temporal é do tipo: [15]

$$c(t) = \frac{K_m}{\tau} H_n f_1(t) + c_n f_2(t) + \dot{c}_n f_3(t) \quad nT \leq t \leq (n+1)T \quad (4.11)$$

$$\dot{c}(t) = \frac{K_m}{\tau} H_n \dot{f}_1(t) + c_n \dot{f}_2(t) + \dot{c}_n \dot{f}_3(t) \quad nT \leq t \leq (n+1)T \quad (4.12)$$

Com estas duas equações podemos relacionar a saída c_n com a saída c_{n+1} (c_n é o valor de $c(t)$ para $t = nT$, onde T é o período de amostragem).

Considerando o valor de $c(t)$ constante no intervalo entre T e $2t$, isto é entre T e $(n+1)T$, chamando $c_n = c(t)$ para $t = nT$, então as equações 4.11 e 4.12 podem ser escritas como:

$$c_{n+1} = \frac{K_m}{\tau} k_1 H_n + k_2 c_n + k_3 \dot{c}_n \quad (4.13)$$

$$\dot{c}_{n+1} = \frac{K_m}{\tau} k_4 H_n + k_5 c_n + k_6 \dot{c}_n \quad (4.14)$$

Onde k_1, \dots, k_6 são constantes para $f_1(T), \dots, f_n(T)$.

Se as equações 4.13 e 4.14 são somadas então teremos:

$$\begin{aligned}
 c_{n+1} + \dot{c}_{n+1} &= k_a H_n + k_b c_n + k_c \dot{c}_n \\
 &= k_n
 \end{aligned}
 \tag{4.15}$$

onde $k_n = k_a H_n + k_b c_n + k_c \dot{c}_n$ e $k_a = k_1 + k_4$; $k_b = k_2 + k_5$; $k_c = k_3 + k_6$.

Assim, se k_n é conhecido, pode-se determinar c_{n+1} e \dot{c}_{n+1} no plano de fase. Com c_{n+1} determinado pode-se calcular E_{n+1} . conhecendo-se E_{n+1} podemos saber o valor de H_{n+1} e o processo se repete, encontrando-se c_{n+1} e \dot{c}_{n+1} . Por exemplo, para o sistema definido pela equação 4.9 com os valores $K_m = 2.4 \text{ rad/volts} - s$ e $\tau = 0.255 s$ temos:

$$H_n \times 2.4 = (0.255s^2 + s)c_n \tag{4.16}$$

$$2.4H_n = 0.255\ddot{c}_n(t) + \dot{c}_n(t) \quad nT \leq t \leq (n+1)T \tag{4.17}$$

Tomando a transformada de Laplace da equação acima, teremos:

$$C(s)[0.255s^2 + s] = \frac{2.4H_n}{s} + 0.255\dot{c}(0) + (0.255s + 1)c(0) \tag{4.18}$$

Considerando-se o instante inicial da como o instante n de amostragem, a expressão acima pode ser escrita como:

$$C(s)[0.255s^2 + s] = \frac{2.4H_n}{s} + 0.255\dot{c}_n + (0.255s + 1)c_n \tag{4.19}$$

Que equivale a a:

$$C(s) = \frac{2.4H_n}{s^2(0.255s + 1)} + \frac{0.255\dot{c}_n}{s(0.255s + 1)} + c_n/s \tag{4.20}$$

Tomando-se a transformada inversa de Laplace, teremos a solução temporal:

$$c(t) = 0.255 \times 2.4(t/0.255 - 1 + e^{-t/0.255}) + c_n + 0.255\dot{c}_n(1 - e^{-t/0.255}) \quad (4.21)$$

e a derivada:

$$\dot{c}(t) = 2.4(1 - e^{-t/0.255}) + \dot{c}_n(1 + \frac{1}{0.255}e^{t/0.255}) \quad (4.22)$$

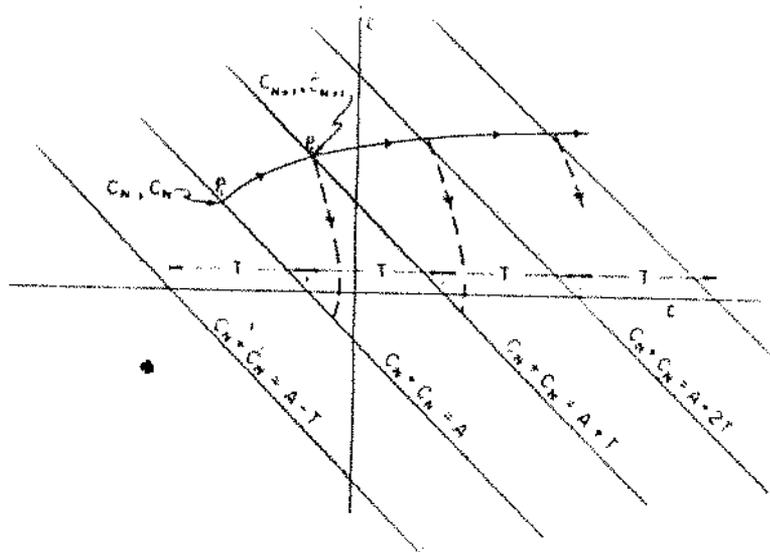
Chamando-se $t' = t - nT$ e

$$c(T) = 0.255 \times 2.4(T/0.255 - 1 + e^{-T/0.255}) + c_n + 0.255\dot{c}_n(1 - e^{-T/0.255}) \quad (4.23)$$

$$\dot{c}(T) = 2.4(1 - e^{-T/0.255}) + \dot{c}_n(1 + \frac{1}{0.255}e^{T/0.255}) \quad (4.24)$$

Existe portanto uma relação entre o ponto inicial (c_n, \dot{c}_n) com o seguinte, (c_{n+1}, \dot{c}_{n+1}) , dado pelas equações 4.23 e 4.24.

Figura 4.3: Movimento de um ponto de operação no plano de fase [24]



Por exemplo, se acompanharmos o figura 4.3 e supormos que o ponto inicial M esta sobre um das famílias de curvas que compõe o plano de fase, podemos afirmar o seguinte;

- no instante inicial o ponto M está sobre a reta $c_n + \dot{c}_n = A$ onde A é uma constante que depende de T e dos valores iniciais;
- no instante seguinte da amostragem (T segundos depois), o ponto terá percorrido a trajetória no plano de fase (esta trajetória representa a solução da equação diferencial do sistema para um valor fixo de H_n) e estará no ponto $N(c_{n+1}, \dot{c}_{n+1})$;
- Neste ponto teremos outra amostragem e o ponto N se moverá ao longo de uma trajetória no plano de fase, de acordo com o valor de H_n .

Caso haja zona morta, o ponto passará a se mover, dentro da região da zona morta, sobre retas. Isto ocorre porque nesta região a entrada do sistema é zero, e seu movimento do plano de fase não é mais sobre as possíveis famílias de curvas que a compõe. A figura 4.4 mostra um movimento quando um sistema possui zona morta.

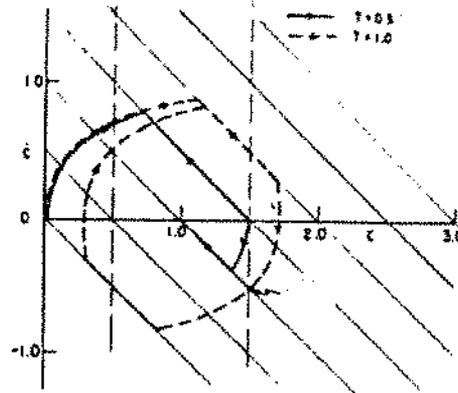


Figura 4.4: Movimento de um ponto de operação no plano de fase para um relé de zona morta. As linhas tracejadas indicam um sistema sujeito a uma frequência de amostragem igual a 0.5 segundos. A linha contínua é para uma amostragem de 1 segundo. [24]

A seguir mostramos algumas simulações realizadas no sistema acima referido com objetivo de ilustrarmos as afirmações feitas sobre a análise no plano de fase e de percebermos algumas relações entre a zona morta, com a frequência e amplitude das oscilações do sistema.

4.4 Simulações

Inicialmente apresentamos dois gráficos para um sistema de segunda ordem controlado por um controlador On-Off ideal. É possível observar tanto no diagrama do plano de fase quanto no de resposta temporal a oscilação do sistema em torno de um ponto, que é o ponto final do movimento. Com o acréscimo da zona morta, estas oscilações são alteradas, como mostram os gráficos posteriores. Para o projeto, a utilização da simulação facilita o entendimento do que ocorre quando é acrescentada a zona morta. Para a simulação uma faixa acima de 0.5 radianos já é suficiente para reduzir as oscilações. Na experiência, como será mostrado foi possível reduzir as oscilações para uma faixa de 0.3 radianos.

É possível também notar, nos gráficos de plano de fase, o comportamento do sistema dentro de uma zona limitada onde o mesmo possui uma trajetória em linha reta, como explicado no texto.

RESULTADOS PARA A SIMULAÇÃO

Figura 4.5: Resultado para a simulação do controle de um servomecanismos de posição por regulador On-Off ideal

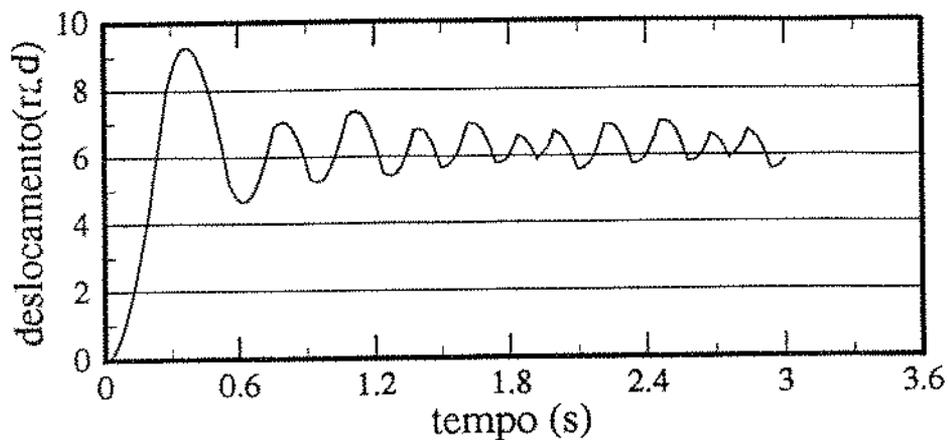
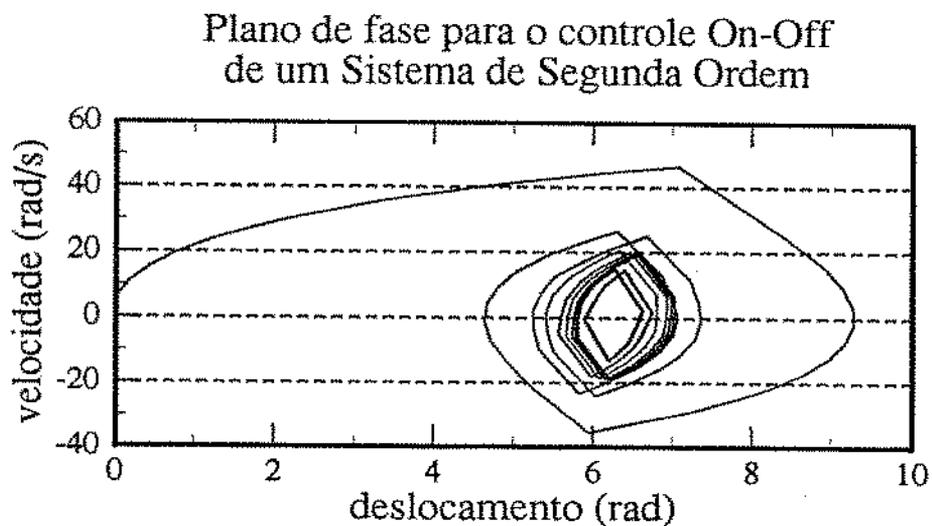


Figura 4.6: Resultado para a simulação do controle de um servomecanismos de posição por regulador On-Off ideal. Diagrama de fase



RESULTADOS PARA A SIMULAÇÃO

Figura 4.7: Resultado para a simulação do controle de um servomecanismos de posição por regulador On-Off com zona morta de largura igual a 0.5 radianos

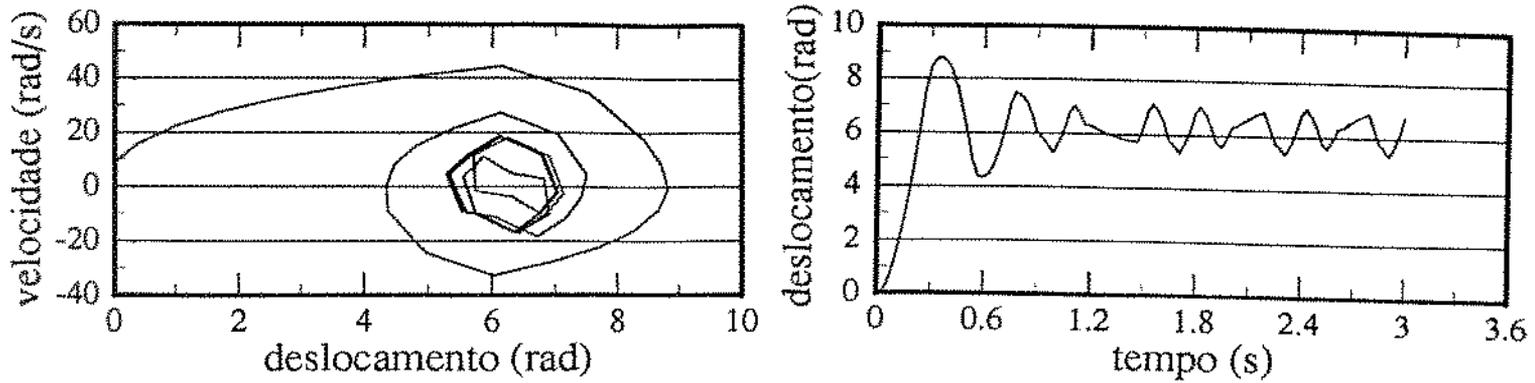
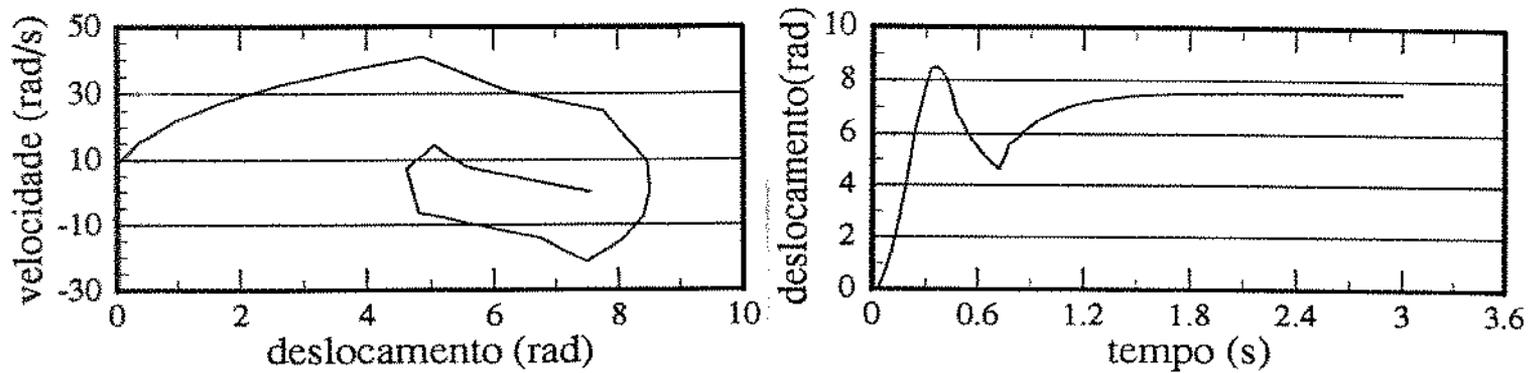


Figura 4.8: Resultado para a simulação do controle de um servomecanismos de posição por regulador On-Off com zona morta de largura igual a 1.2 radianos



4.5 Comentários Finais, Conclusões Parciais e Perspectivas

Este capítulo tratou de uma forma objetiva o comportamento de sistemas de controle não linear. Na verdade esta terminologia deve ser entendida com cuidado, uma vez que ela pode ser usada para designar diferentes enfoques na teoria de controle e de sistemas não lineares. No presente caso, estamos estudando uma não linearidade intencional particular que é o sistema de controle a relé.

Apresentamos uma breve discussão sobre a análise de sistemas controlados a relé e discretos no tempo. O capítulo terminou apresentando simulações do sistema em estudo (motor CC).

Deixamos como perspectivas futuras, os estudos de sistemas não lineares mais complexos, que envolvem outras não linearidades, bem como o estudo de controladores do tipo On-Off mais elaborados (zona morta variável, histerese, etc.).

Capítulo 5

Realização Experimental

5.1 Motivação

Neste capítulo apresentamos uma descrição das experiências realizadas no sentido de testar a implementação de um controlador não linear num motor DC, utilizando um microcomputador dedicado, de baixo custo, baseado no microprocessador Z80.

Para o algoritmo de controle, utilizamos dois tipos de controle On-Off: com zona morta e sem zona morta, e buscamos relacionar a largura da zona morta com o comportamento do sistema. Além disto, avaliamos a resposta do sistema para entradas degrau de diferentes amplitudes e frequências de amostragem. Os resultados analisados são o erro em regime e a frequência de oscilação do sistema (frequência do ciclo limite).

Assim, motivados pela facilidade de implementação experimental e sobretudo pela possibilidade de se trabalhar apenas com circuitos lógicos (não utilizamos conversores A/D e D/A), implementaremos um controlador do tipo On-Off (com e sem zona morta), buscando com isto abrir caminhos para um estudo teórico experimental de controladores lógicos.

O modelo usado para a realização experimental se constitui basicamente de uma haste com inércia variável acoplada a um motor de corrente contínua. Com este protótipo pretendemos

simular o comportamento de dois graus de liberdade de um manipulador. A simplicidade do modelo possibilita a realização de diferentes ensaios além de proporcionar bases para estudos futuros mais elaborados.

5.2 Sistema de Controle e Aquisição de Dados

O diagrama de blocos da figura 5.1 representa todo o sistema utilizado para o controle e aquisição dos sinais, para a avaliação dos resultados. A malha de controle utilizada consiste nos blocos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 mostrados na figura; sendo que os microcomputadores compatíveis com a linha IBM PC, indicados nos bloco 8 e 9 são usados para monitoramento. O primeiro (bloco 8) é usado para aquisição das pistas do encoder e tratamento através de um programa em *Assembly* que consite na leitura das duas pistas do encoder e a partir das informações geradas por elas obter o número de voltas e a posição angular no tempo. Os fundamentos deste princípio serão tratados com mais detalhes na seção 5.3.

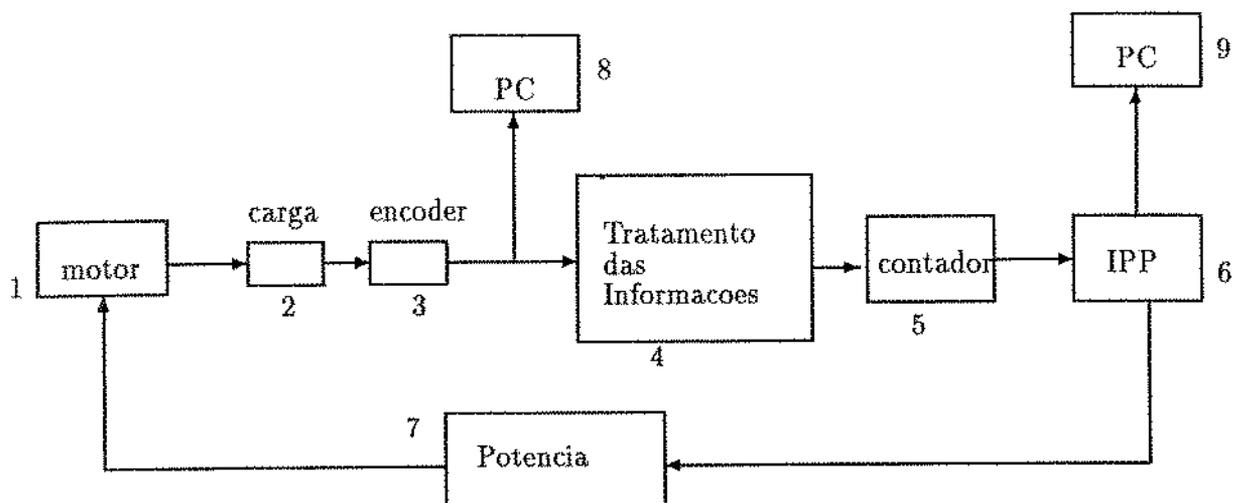


Figura 5.1: Esquema do sistema usado na realização experimental para o controle de um motor CC

5.3 Descrição da Montagem

A seguir descrevemos o sistema motor e carga, mostrados na figura 5.2.

MOTOR E CARGA:

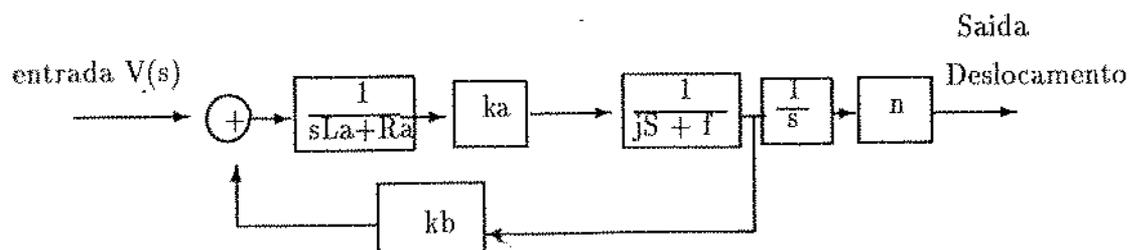


Figura 5.2: Diagrama de blocos do motor DC

Utilizamos um motor CC controlado por armadura, cujos parâmetros são definidos abaixo.

- constante de torque, $k = 6,04 \times 10^{-2}$ lb-ft/amp;
- resistência da armadura, $R = 2,85\Omega$;
- indutância da armadura, L , desprezível;
- coeficiente de atrito viscoso, efetivo (rotor e carga), $f = 8,0 \times 10^{-3}$ lb-ft-s/rad;
- constante de força contra-eletromotriz, $k_b = 4,0 \times 10^{-2}$ V-s/rad;
- constante de tempo, T_m , (medida) = 255ms. A constante de tempo foi medida a partir da análise da resposta ao degrau do motor (gráfico da velocidade), tomando-se o tempo no qual a resposta atingiu aproximadamente 63 por cento da resposta final,

- inércia efetiva (rotor e carga), $J_{eff} = 2.22 \times 10^{-3} = \text{lb} \cdot \text{s}^2$.
- razão de engrenagens, $n = 1$. O sistema possui um acoplamento rígido entre o eixo de motor e a carga;

Com os conhecimentos dos valores, calculamos a função de transferência [33] do motor que é:

$$G(s) = \frac{2,4}{s(0.25s + 1)} \quad (5.1)$$

A figura 5.2 representa o diagrama de blocos de um motor CC. É possível perceber que a saída deste sistema pode ser tanto a posição quanto o deslocamento, dependendo do lugar onde é tomada. No caso de desejarmos obter a velocidade, o sistema terá sua ordem reduzida, pois estaremos tomando o sinal de saída antes do integrador. Portanto, para o sistema motor-inércia, o gráfico resposta velocidade \times tempo para uma entrada degrau será a de um sistema de primeira ordem. A figura 5.3 mostra o resultado experimental da aplicação de um degrau ao motor, para a obtenção da constante de tempo.

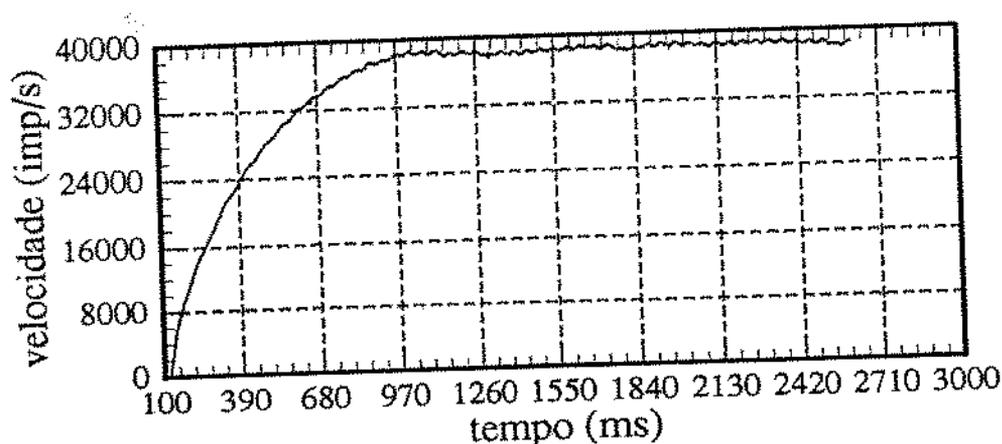


Figura 5.3: Resultado experimental: gráfico velocidade \times tempo do motor DC para uma entrada degrau

A partir da análise deste gráfico, obtemos a constante de tempo mecânica do sistema, que é, aproximadamente 255ms. Para a obtenção deste gráfico os seguintes procedimentos foram tomados;

1. prepara-se o sistema de aquisição de dados por software;
2. liga-se a fonte, enviando um pulso de tensão (de zero a 30 volts) ao motor;
3. aciona-se o sistema de aquisição.

A seguir descrevemos o procedimento utilizado para o tratamento dos sinais dos transdutores de posição (geradores de impulsões angulares, *encoders*).

5.4 Tratamento dos sinais do encoder

Geradores de impulsão angular (*encoders* óticos) são transdutores de posição, isto é traduzem a posição do eixo da inércia em informações digitais (trem de pulsos).

Existem dois tipos básicos de *encoders* óticos: incrementais e absolutos. O encoder incremental fornece um pulso cada vez que o eixo desloca um determinado ângulo. O encoder absoluto fornece uma palavra completa a cada rotação do eixo. Estamos utilizando um *encoder* ótico incremental com uma resolução de 565 pulsos por volta, isto é, ele fornece um pulso a cada 0,001770 voltas ou 0,011121 radianos. O nível do sinal é TTL.

A saída do *encoder* fornece dois trens de pulsos defasados de 90 graus, que, tratados da forma conveniente traduzem a frequência e o sentido da rotação [20].

A figura 5.4 mostra dois trens de pulsos defasados, que representam as saídas dos *encoders*. O procedimento de tratamento consiste em identificar o número de impulsões existentes num intervalo de tempo e o sentido de rotação.

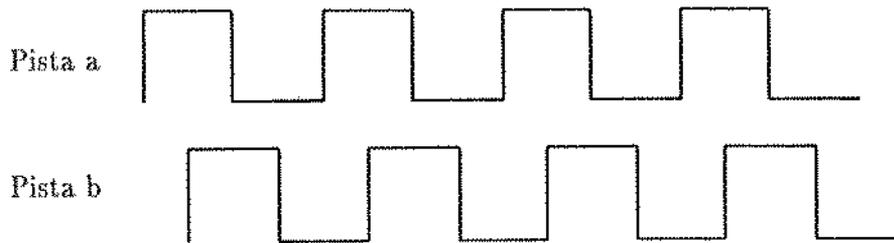


Figura 5.4: Dois trens de pulsos defasados de 90 graus referentes à saída das pistas de um *encoder* incremental

Basicamente, é necessário se ter um circuito (ou programa) que examine as combinações possíveis entre as pistas. Por exemplo, seja as combinações entre os estados dos pulsos, dados na figura 5.4.

Neste diagrama (figura 5.4) representamos, num período a existência de 4 combinações possíveis entre as duas pistas. Por exemplo, no período assinalado na figura temos as seguintes combinações possíveis: $a\bar{b}$, ab , $\bar{a}b$ e $\bar{a}\bar{b}$.

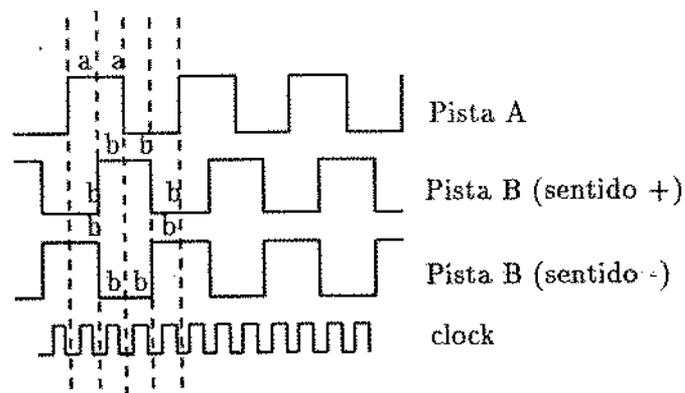


Figura 5.5: Dois trens de pulsos defasados mostrando as combinações entre os estados

O circuito ou programa de tratamento deve ser capaz de ler esta sequência e a partir dela identificar o sentido de rotação (qual pista está na frente, por exemplo) e contar os pulsos, para identificar o módulo do deslocamento.

O programa em assembler [37], [42], executa esta tarefa, sendo que o *clock* usado para a divisão dos pulsos é fornecido externamente. A necessidade deste relógio externo é devido ao fato de termos que trabalhar com uma base de tempo exata para identificar as transições num período preciso. No presente caso utilizamos um *clock* de 100KHz . Em linhas gerais, este programa lê dois bits referentes às portas *A* e *B* (pode ser usadas até 6 portas, bits, simultaneamente), divide em quatro os estados obtidos e gera um arquivo, que pode ser tratado, no próprio programa, para que seja possível a identificação do sentido e módulo do deslocamento (posição). Para a geração dos gráficos experimentais que serão mostrados neste capítulo, utilizamos um programa (escrito em linguagem C) que lê o programa tratado e através de um lógica simples de comparação de sinais gera dois arquivos: um do deslocamento com o tempo e outro de velocidade no tempo.

5.5 Circuito de Tratamento por Hardware

A primeira idéia surgida para se identificar o sentido de rotação e frequência (multiplicada por 4) foi a elaboração de uma lógica que comparasse as duas pistas, levando em consideração as transições.

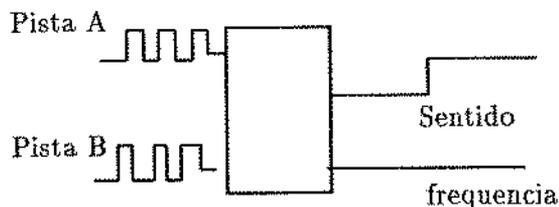


Figura 5.6: Esquema simplificado do sistema de identificação do sentido de rotação

As entradas do circuito lógico (baseado num *flip-flop* tipo D) são as duas pistas defasadas de 90 graus. O diagrama de tempo (figura 5.7) exemplifica a idéia deste tratamento.

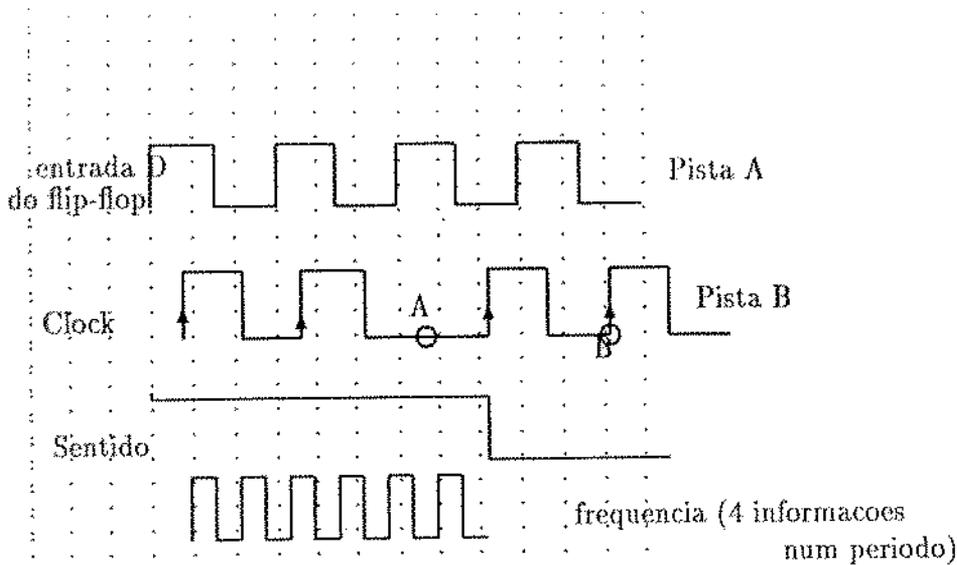


Figura 5.7: Diagrama temporal do sistema de tratamento utilizando um *flip-flop* tipo D

Neste tratamento, consideramos um pista como sendo o *clock* do *flip-flop* D e a outra a entrada D. A saída da frequência é multiplicada por 4, enquanto que o sentido é identificado pela comparação dos estados. Assim, como mostrado no diagrama temporal, a saída Q indicará 0 ou 1 de acordo com o valor da pista A no instante da subida do *clock* (pista B). Desta forma, quando ocorre uma variação de sentido (alteração da fase de uma das pistas), como é mostrado no ponto A, o *clock* passará a subir, não mais no mesmo ponto, ao contrário, irá encontrar, quando da sua subida, não mais o valor 1 (alto) da pista A e sim o valor 0. Este método de tratamento apresenta um inconveniente, pois como mostrado no diagrama, no tempo entre A e B (pontos do diagrama), houve a perda de um pulso, isto é, o pulso da subida da pista A deveria ser contado no novo sentido, porém a informação da alteração do sentido só ocorre em B.

Este problema se torna altamente crítico quando utilizamos um controle que mantém a saída oscilando, o que acarreta uma alteração contínua no sentido e conseqüentemente na perda de informação. Desta forma, a leitura do contador seria constantemente alterada incorretamente, afetando todo o controle.

A solução encontrada foi utilizar um circuito mais elaborado, mas cujo fundamento fosse o mesmo. O diagrama esquemático deste circuito é dado na referencia [17] onde é descrito com detalhes este sistema.

Com o problema do tratamento e contador resolvido, fomos capaz de executar o controle com precisão.

Antes de iniciar a descrição do procedimento do controle, vamos descrever o micro-computador dedicado utilizado para a implementação do algoritmo de controle.

5.6 Interface Padrão Programável, IPPZ80

A estrutura de aquisição de dados da bancada é dotada de uma interface inteligente que é capaz não só de fazer a leitura de sinais digitais como também monitorá-los e executar tarefas de controle do sistema. Esta interface inteligente é denominada INTERFACE PADRÃO PROGRAMÁVEL, IPP-Z80 e foi desenvolvida quando do doutoramento do Prof. Dr. Fábio G. Jota em Oxford, Inglaterra [22]. Posteriormente, dando continuação ao trabalho, foi desenvolvida por um grupo de pesquisadores do departamento de física da UFMG, grupo que atualmente trabalha na Escola de Engenharia Elétrica da UFMG, Belo Horizonte. Esta interface foi inicialmente projetada para tarefas específicas para controle distribuído de processos industriais. O referido grupo se encarregou de desenvolver e adaptar a interface para tarefas voltadas para a instrumentação, controle, monitoramento e aquisição de dados. No presente trabalho, estamos utilizando este microcomputador dedicado como controlador digital de um servomecanismo. A figura 5.8 mostra o diagrama esquemático da IPP-Z80.

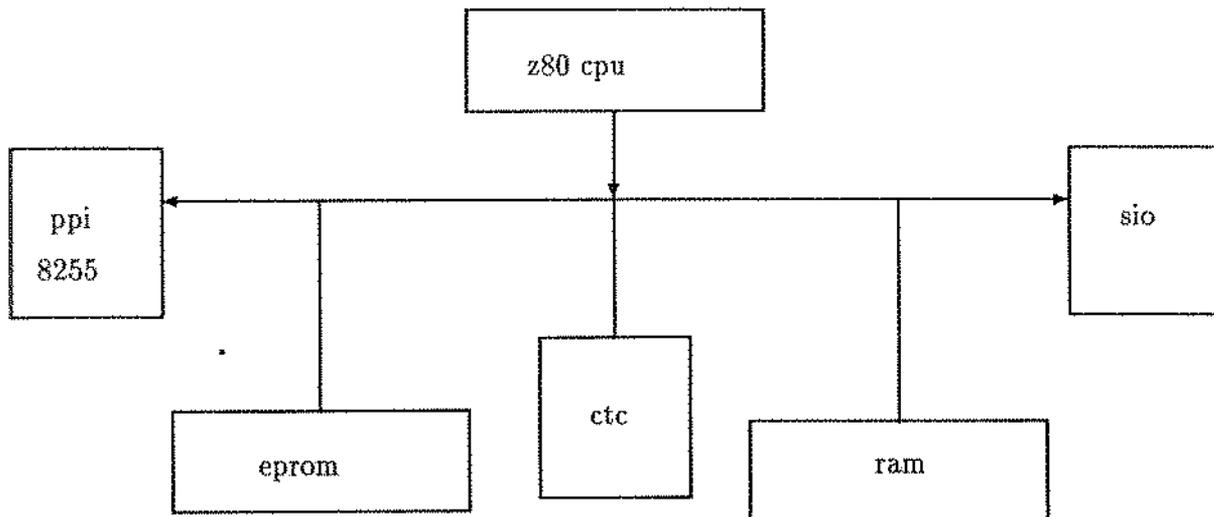


Figura 5.8: Diagrama esquemático da IPP-Z80

Os principais componentes desta interface são, como mostrado no diagrama:

- Z80 CPU;
- EPROM. Estamos usando uma memória de 16K mas pode-se expandí-la para 32k ou até 64K. A EPROM contém um programa MONITOR que é responsável pelas tarefas básicas de transmissão, recepção, e operações de depuração de falhas. Este programa possui ainda rotinas de conversão A/D e D/A;
- RAM. Estamos utilizando uma RAM de 8K, que pode ser expandida até 64 K;
- PORTA SERIAL RS232, a IPP-Z80 possui duas portas seriais (SIO, canal A e B) baseadas no circuito integrado Z80 SIO. É através desta porta que a comunicação com os PCs é realizada;
- PORTA PARALELA DE 32 CANAIS. É através desta porta paralela que comunicamos a IPP com o experimento;
- Contador/Temporizador (CTC): é um circuito integrado que exerce a função de contador temporizador do sistema;

A IPPZ80 possui ainda um circuito que possibilita a confecção de uma rede de IPPs (usada, por exemplo para controle distribuído) e um sistema *battery-backup* que possibilita o sistema continuar funcionando caso haja falha na alimentação.

Dentre os componentes acima citados, vamos descrever com mais detalhes o Contador/Temporizador (CTC) por ser ele o utilizado para a geração dos sinais para a medição da frequência de amostragem.

A importância da apresentação deste circuito é ainda reforçada devido às poucas referências existentes sobre este assunto, principalmente com respeito a exemplos com aplicação prática e utilização da interrupção.

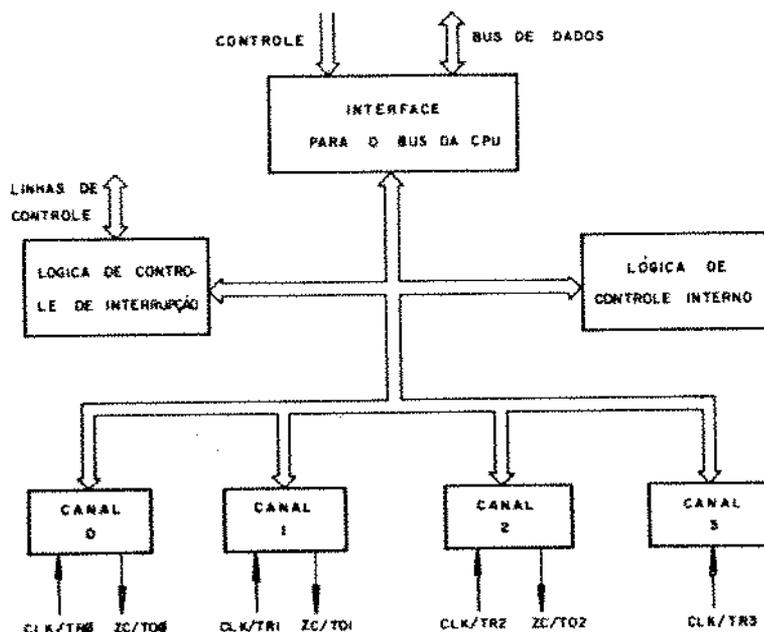
5.6.1 Circuito Temporizador e Contador da IPPZ80 - CTC

CARACTERÍSTICAS PRINCIPAIS

O Z80 CTC é um circuito integrado que pode ser programado pela CPU para a execução de tarefas de contagem e marcação de tempo. Ele possui quatro canais, programáveis independentemente, responsáveis pela execução das tarefas. A programação do CTC é executada diretamente pela CPU através do carregamento de duas palavras de 8 bits.

A figura 5.9 mostra a arquitetura interna deste CI, que consiste basicamente de uma lógica interna de controle de interrupção, quatro contadores (canais, 0, 1, 2, 3) e uma interface que liga o barramento de dados e endereço com a CPU.

Figura 5.9: Estrutura interna do CTC [8]



ESTRUTURA INTERNA DO CANAL

A estrutura de cada canal é composta de uma lógica de controle, dois contadores de 8 bits cada e de dois registradores, também de oito bits. A figura 5.10 mostra a estrutura interna do canal.

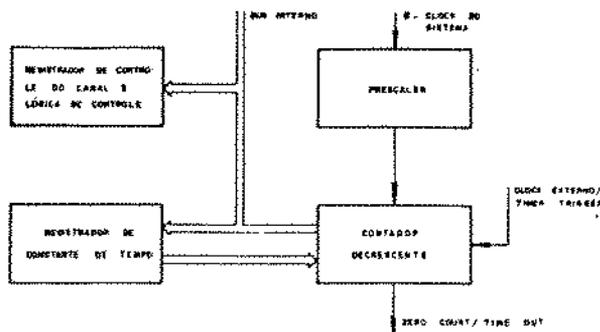


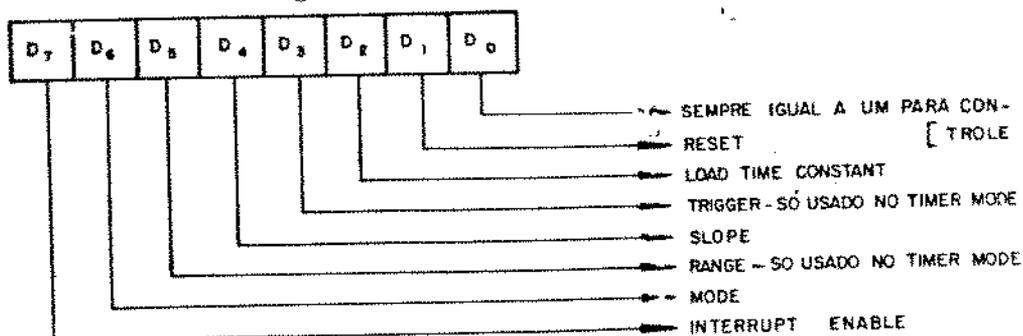
Figura 5.10: Estrutura interna do canal do CTC [8]

OPERAÇÃO E PROGRAMAÇÃO DO CTC

O CTC pode operar em dois modos: modo contador ou modo temporizador. Antes de iniciar sua operação ele deve ser programado pela CPU, que envia a palavra de controle que informa os parâmetros da sua operação. Seguindo-se ao envio desta palavra, a CPU deve enviar a constante de tempo, que é armazenada pelo CTC.

A palavra de controle (a primeira enviada ao CTC), contém as seguintes informações: (figura 5.11)

Figura 5.11: Palavra de controle do CTC



1. **Bit 0:** deve ser 1 para indicar que a palavra é de controle. Se for 0 indica que a palavra é um vetor de interrupção;
2. **Bit 1:** se for 1 o canal continua executando sua operação normal quando receber a palavra. Se for zero o canal é resetado quando receber a palavra;
3. **Bit 2:** se for 0 indica que a palavra que fornece a constante de tempo não será recebida após a palavra de controle. Se for 1 indica que a constante de tempo será enviada em seguida à palavra de controle;
4. **Bit 3:** se for igual a 0 indica que após o carregamento da constante de tempo no canal, a operação de temporização terá início no segundo período do *clock* do sistema. Se for 1 indica que esta operação iniciará com um pulso externo;
5. **Bit 4:** se for zero, no modo contador, indica que o registrador de contagem decrescente será afetado na borda de descida. Se for 1 ele será decrementado na borda de subida;
6. **Bit 5:** Define o fator *Prescaler*

Prescaler

É um contador de 8 bits usado somente no modo temporizador. Ele tem por função dividir o período da entrada do CTC por 16 ou 256, de acordo com a programação. Sua saída é então utilizada como *clock* para o decremento da constante tempo.

Contador Decrescente

É um registrador usado tanto no modo temporizador como no modo contador. Nele é armazenada a constante de tempo que será decrementada até chegar zero.

O bit 5 sendo 0, o *clock* do sistema é dividido por 16 e sendo 1 ele é dividido por 256;

7. **Bit 6:** indica o modo de operação do canal: 0 indica modo temporizador e 1 indica modo contador;
8. **Bit 7:** indica se a interrupção será ativada (1) ou não (0).

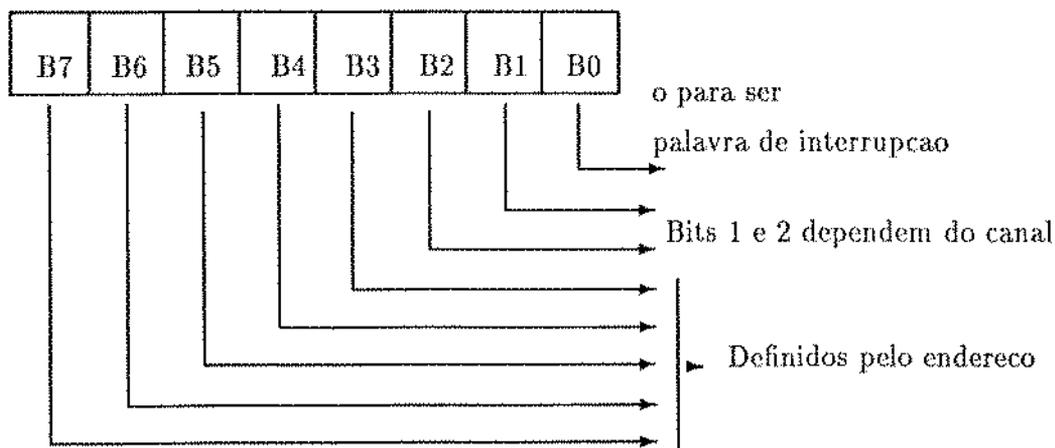


Figura 5.12: Vetor de interrupção do CTC

INTERRUPÇÃO DO CTC

Para utilizarmos a interrupção do CTC devemos, durante o carregamento da palavra de controle, setar o Bit 1. Devemos ainda programar o modo 2 de interrupção da CPU. Este modo possibilita a CPU ser interrompida por um periférico e receber os 8 bits do menos significativos do endereço de atendimento deste periférico que requisitou a interrupção. Desta forma, ao habilitarmos o CTC para interromper a CPU devemos enviar os bits menos significativo referentes a este endereço, os quais constituirão o vetor de interrupção. (Os 8 bits mais significativos devem ser armazenados no registrador I da CPU).

O vetor de interrupção é mostrado na figura 5.12.

O CTC pode ser programado para interromper a CPU toda vez que o contador decrescente atingir o zero. Quando isto acontece a CPU para de executar a instrução corrente e inicia a execução a partir do endereço dado pelo conteúdo do registrador I mais o vetor de interrupção.

A seguir é mostrado um exemplo do programa utilizado para a programação do CTC.

EXEMPLO DE PROGRAMAÇÃO DO CTC

```

CONTROLCH1      EQU      10100111B      ;BIT 7 = 1 HABILITA INTERRUPCAO
                                           ;BIT 6 = 0 TIMER MODE
                                           ;BIT 5 = 1 256 COUNT PREESCALER
                                           ;BIT 4 = 0 NEGATIVE EDGE TRIGER
                                           ;BIT 3 = 0 START TIME AFTER TIME CONSTAN
                                           ;BIT 2 = 0 SEGUIDO PELA TIME CONSTANT
                                           ;BIT 1 = 1 CONTROL WORD

CTCRESET        EQU      00000011B
ADDRINT         EQU      9800H

ENABLECTC      MACRO
1) LD          A, CTCRESET
   OUT        (CHANNEL1), A      ;RESETA CANAL1

2) LD          HL, CTCINTRP
   LD          (ADDRINT+2), HL   ;O ENDERECO DA SUBROTINA DE A
                                   ;ATENDIMENTO DA INTERRUPCAO
                                   ;E COLOCADO NO ADDRINT

3) LD          HL, ADDRINT
   LD          A, H
   LD          I, A

4) LD          HL, ADDRINT
   LD          A, L
   AND        11111000B
   OUT        (CHANNEL0), A

5) LD          A, CONTROLCH1
   OUT        (CHANNEL1), A
   LD          A, (TIMECONSTANTCH1)
   OUT        (CHANNEL1), A
   IM        2

ENDM

```

As palavras de programação usadas neste exemplo são assim definidas:

- CTCRESET: é a palavra usada para resetar o CTC no início da sua programação;
- CONTROLCH1: é a palavra de controle do canal 1. Este é o canal utilizado para interromper a cada n ciclos onde n é o *clock* do CTC, calculado pela equação:

$$CK_{ctc} = \frac{CK_{sis}}{PRE \times CT} \quad (5.2)$$

onde CK_{ctc} é o *clock* do CTC, CK_{sis} é o *clock* do sistema (entrada do CTC, CT é a constante de tempo e PRE é o prescaler.

No presente caso colocamos o prescaler igual a 256 e a constante de tempo é dada pelo usuário antes do início do controle.

O *clock* da IPPZ80 é $3.07MHz$. Assim temos:

$$CK_{ctc} = \frac{3.07 \times 10^6}{256 \times CT} \quad (5.3)$$

Para os exemplos mostrados usamos 4 constantes de tempo diferentes. A tabela seguinte mostra a relação das constantes de tempo com a frequência de amostragem do sistema (CT = constante de tempo, $FREQ$ = frequência de amostragem).

CT	FREQ
256	47 HZ
128	94 HZ
64	128 HZ
4	3KHz

O procedimento de programação do CTC pode ser descrito pelas etapas numeradas no exemplo:

1. reseta o CTC;

2. carrega o endereço da subrotina de atendimento da interrupção no endereço que será lido pela CPU. Assim, quando ocorrer a interrupção a CPU para a execução corrente e desvia o curso normal do programa para o endereço contido em ADDRINT + 2 somado com o do registrador I. Somamos 2 ao endereço porque estamos utilizando o canal 1, opção que se a o bit 1 da palavra de interrupção. (figura 5.12);
3. carrega o endereço mais significativo em I;
4. carrega palavra de controle no canal 1;
5. carrega constante de tempo no canal 1.

5.6.2 Controle e Aquisição de Dados

O procedimento de controle pode ser resumido da seguinte maneira;

1. Início do programa: leitura, através do PC ligado à IPPZ80 (via porta serial), dos seguintes valores:
 - Constante de tempo;
 - referência;
 - largura da zona morta.
2. é acionado o motor;
3. o contador é lido a cada T segundos onde T é a frequência de determinanda pelo usuário (não menos que 47Hz e não mais que 12KHz. Estes limites são impostos porque estamos utilizando apenas um canal (veja equação 5.3 e a seção seguinte);
4. o programa compara a saída do contador com a referência e atua com pulsos positivos, negativos ou nulos, de acordo com a relação entre o erro e o erro máximo permitido (o erro máximo permitido é a largura da zona morta).

5.7 Resultados, Comentários e Discussões

Nesta seção apresentamos os resultados obtidos para o controle do motor DC para diferentes valores de referência (amplitude do degrau), largura da zona morta (erro máximo) e frequência de amostragem. Mostramos os diferentes gráficos obtidos, seguidos pelas análises.

1. mostrar efetivamente o resultado do controle (saída do sistema);
2. avaliar a eficiência do controlador;
3. avaliar o tipo de resposta com relação aos diferentes parâmetros.

Em sistemas de controle digitais é recomendável que se tenha uma frequência de amostragem que é dada por

$$\frac{5}{\tau} \leq \text{frequência de amostragem} \leq \frac{15}{\tau} \quad (5.4)$$

(onde τ é a constante de tempo mais relevante do sistema) que, para o presente caso é uma faixa entre 20 e 60 Hz. Como estamos trabalhando com sinais digitais o aumento da frequência para uma faixa acima da recomendada não acarretou problemas de ruído. Isto pode ser comprovado pela resposta adequada para o controle a 3Khz.

Assim, foi possível testar diferentes frequências de amostragem. Como exemplo dos resultados obtidos, apresentamos os valores da saída do sistema para três valores: 47Hz, 94 e 3KHz. A frequência de 47Hz, é o menor valor possível para o *clock* do CTC para a configuração usada. Poderíamos aqui, se fosse necessário, fazer um encadeamento dos canais do CTC para reduzir a frequência, possibilitando colocar a saída de um canal na entrada de outro. Porém, como este valor já mostra uma boa redução do que seria um controle a uma frequência baixa, não foi necessário fazê-lo.

Com estes valores pretendemos estudar o comportamento do sistema para um valor reduzido da frequência de amostragem, para um valor dobrado e para um valor considerado alto para o sistema.

Primeiramente vamos mostrar os gráficos para diferentes frequências e amplitudes das entradas para um On-Off sem zona morta.

A tabela seguinte mostra algumas combinações destes valores indicando o respectivo gráfico, que são mostrados logo após, seguindo-se das discussões.

Referência (radianos)	Freq. Amost. (Hz)	Larg. Zona Morta (graus)	Gráficos
2π	47	0	1
2π	94	0	2
2π	3K	0	3
4π	47	0	4
4π	94	0	5
16π	47	0	6

RESULTADOS EXPERIMENTAIS: GRÁFICOS PARA UM CONTROLADOR ON-OFF
IDEAL

Figura 5.13: Gráfico 1:

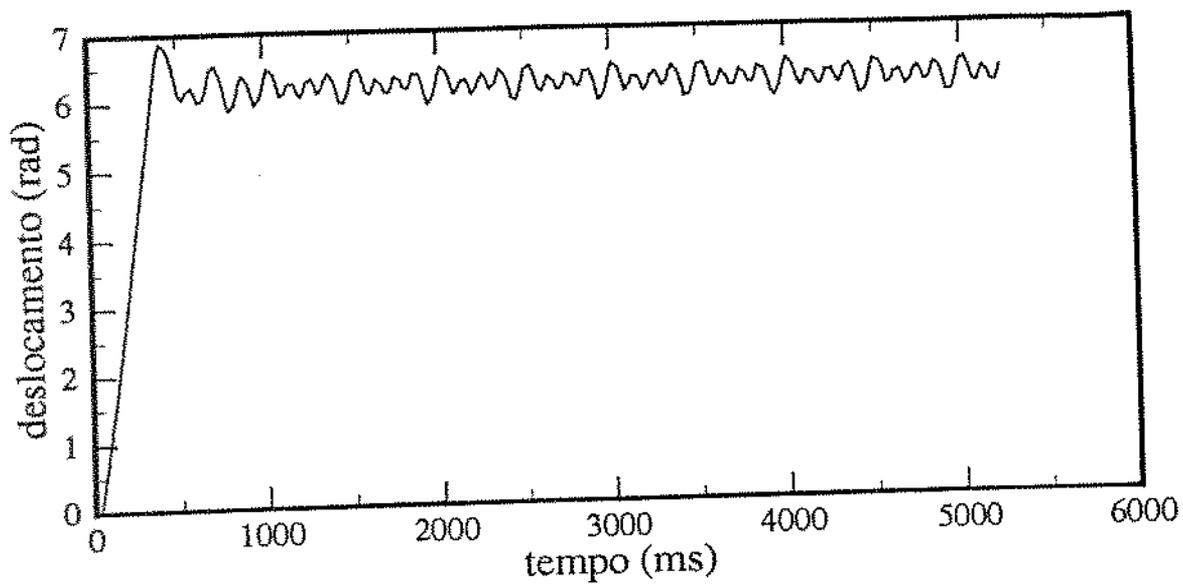
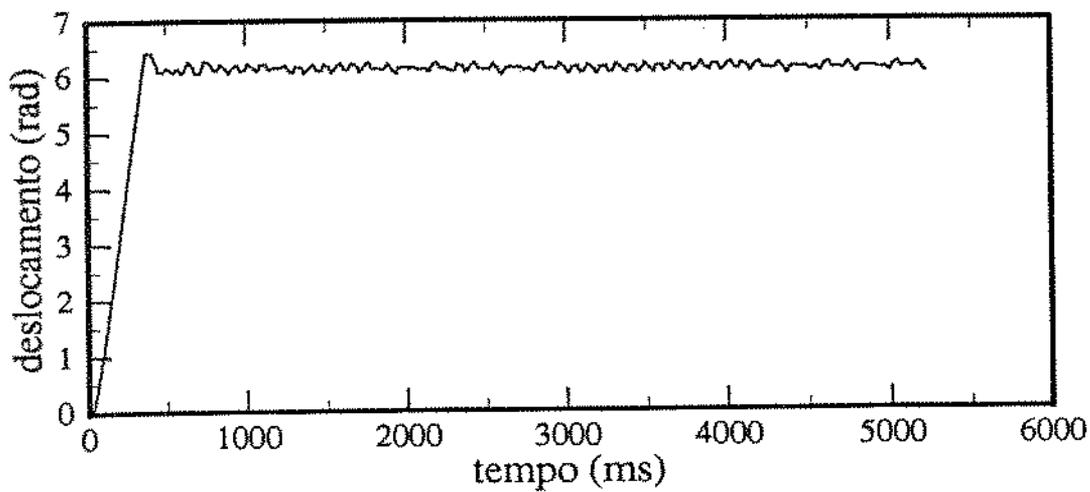


Figura 5.14: Gráfico 2



RESULTADOS EXPERIMENTAIS: GRÁFICOS PARA UM CONTROLADOR ON-OFF
IDEAL

Figura 5.15: Gráfico 3

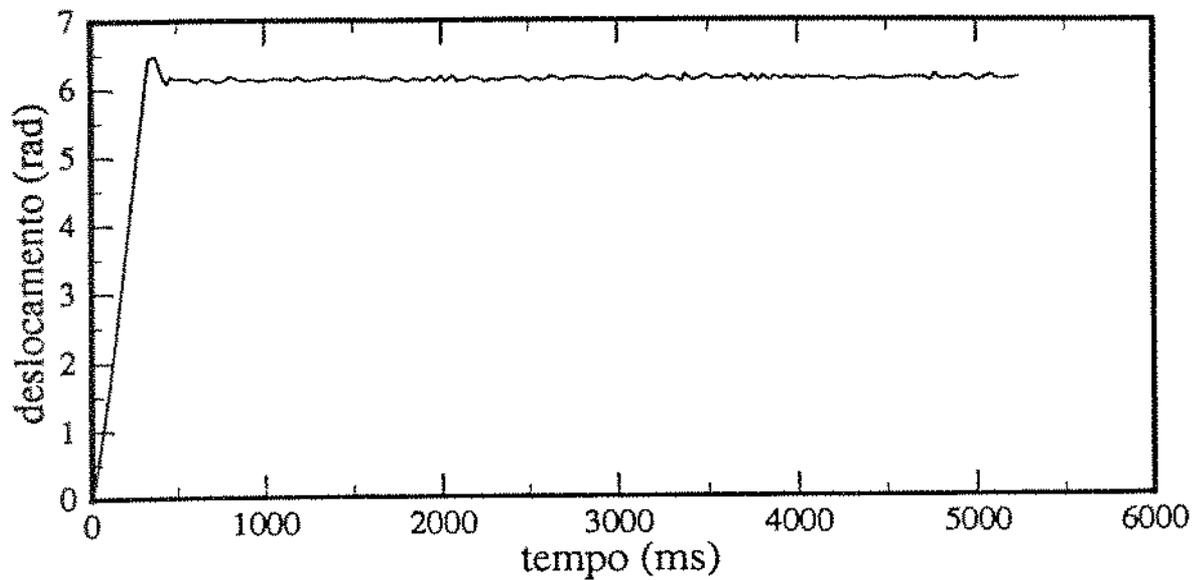
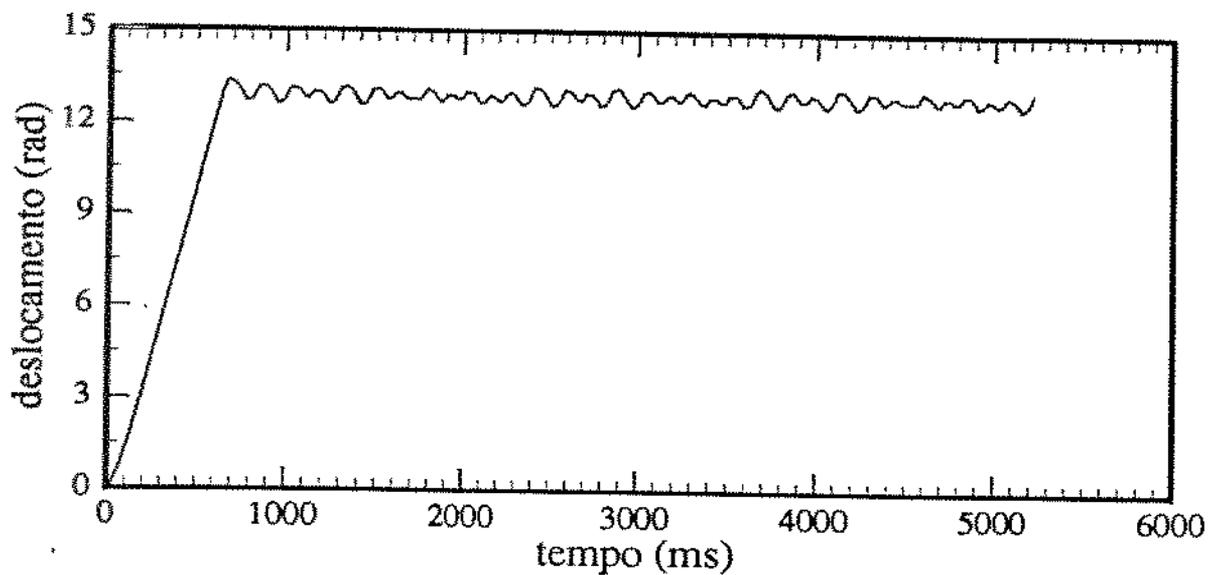


Figura 5.16: Gráfico 4



RESULTADOS EXPERIMENTAIS: GRÁFICOS PARA UM CONTROLADOR ON-OFF
IDEAL

Figura 5.17: Gráfico 5

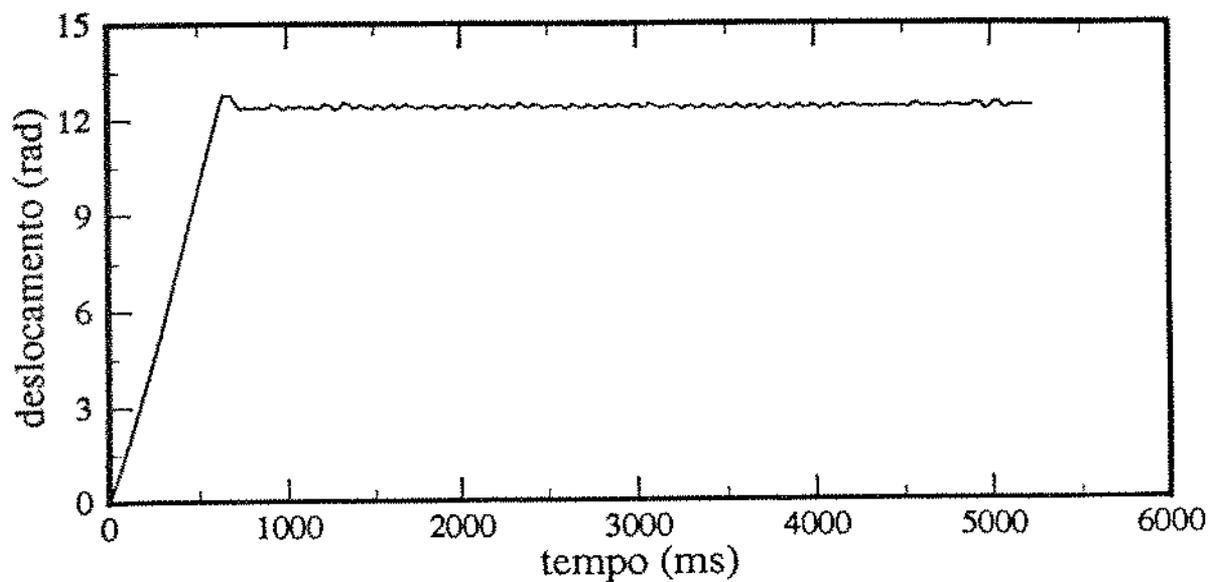
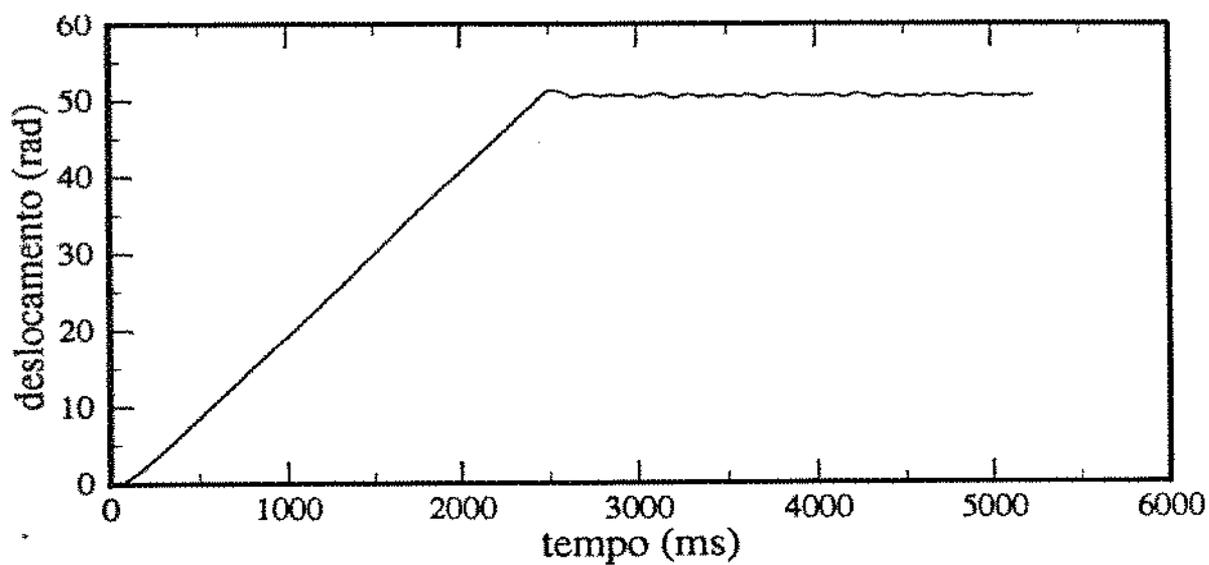


Figura 5.18: Gráfico 6



Uma outra série de resultados podem ser analisados considerando-se a presença da zona morta no controle. Esta zona morta intencional visa permitir uma faixa de erro onde o controlador não atuaria. A idéia da introdução desta zona morta é portanto diminuir a oscilação do sistema, já que a existência de uma região onde não haveria correções ao erro daria possibilidade do sistema se mover sem a intervenção do pulso. A tabela abaixo mostra mais alguns gráficos obtidos, e relaciona a zona morta com diferentes frequências e também mostra algumas comparações para as entradas de 6.28 radianos e 50.25 radianos.

Referência (radianos)	Freq. Amost. (Hz)	Larg. Zona Morta (graus)	Gráficos
2π	47	6	7
2π	94	6	8
2π	94	12	9
2π	188	6	10
2π	3K	12	11
16π	47	6	12
16π	94	6	13
16π	94	12	14

RESULTADOS EXPERIMENTAIS: GRÁFICOS PARA UMA ENTRADA DEGRAU IGUAL
A 6.28 RADIANS. ON-OFF COM ZONA MORTA .

Figura 5.19: Gráfico 7: Largura da zona morta igual a 6 graus

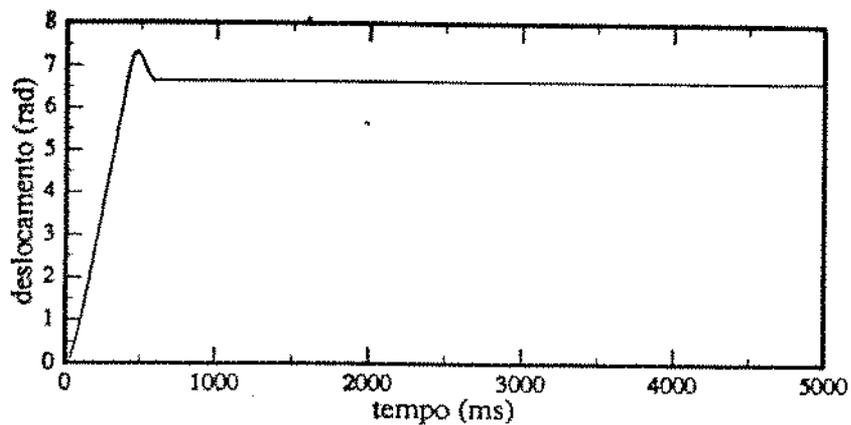


Figura 5.20: Gráfico 8: Largura da zona morta igual a 6 graus

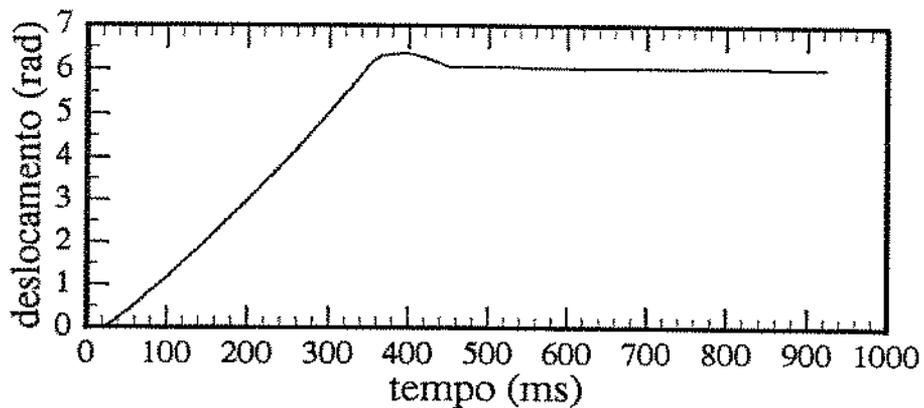
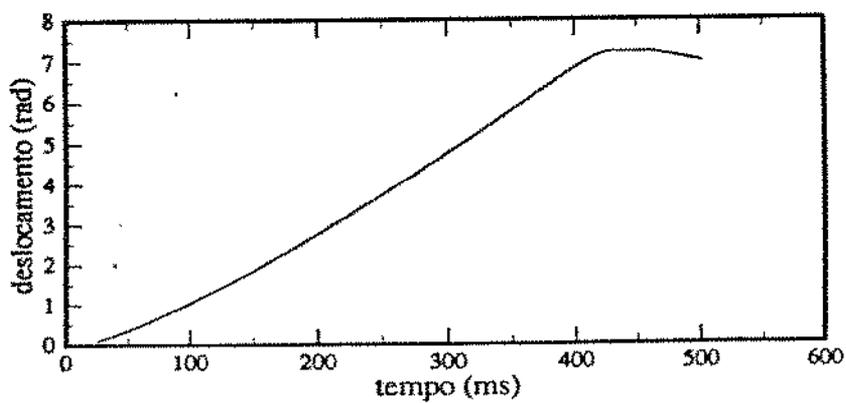


Figura 5.21: Gráfico 9: Largura da zona morta igual a 12 graus



RESULTADOS EXPERIMENTAIS: GRÁFICOS PARA UMA ENTRADA DEGRAU IGUAL
A 6.28 RADIANOS. ON-OFF COM ZONA MORTA

Figura 5.22: Gráfico 10: Largura da zona morta igual a 6 graus

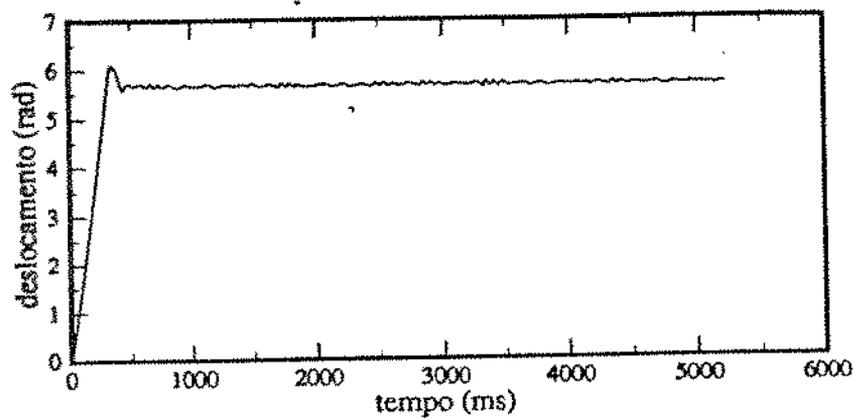


Figura 5.23: Gráfico 11: Largura da zona morta igual a 12 graus

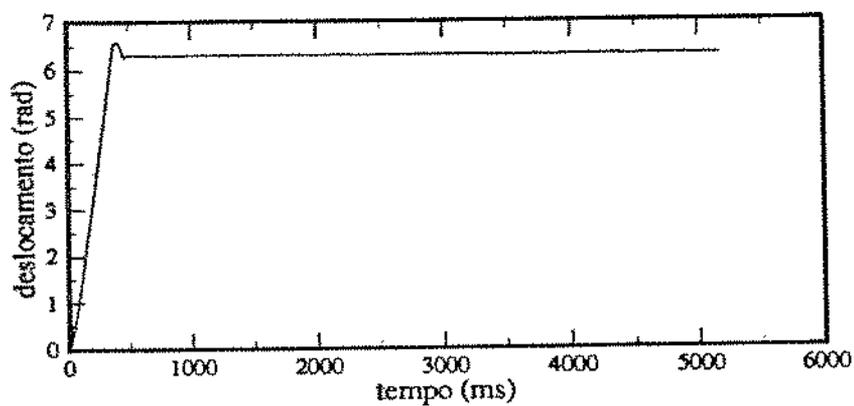
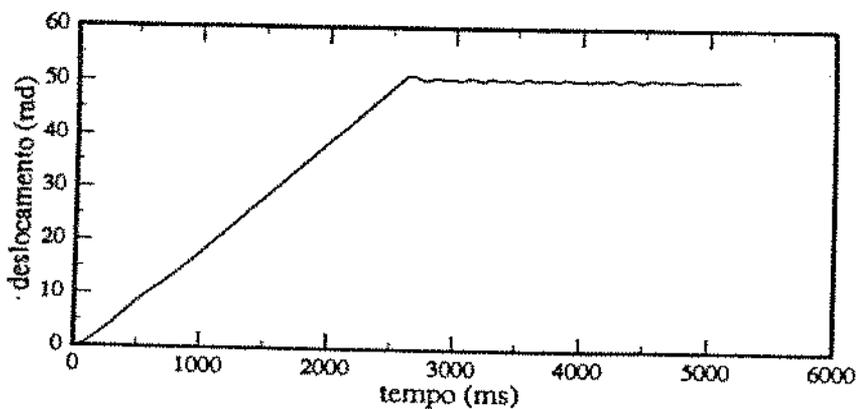


Figura 5.24: Gráfico 12: Largura da zona morta igual a 6 graus



RESULTADOS EXPERIMENTAIS: GRÁFICOS PARA UMA ENTRADA DEGRAU IGUAL
A 50.26 RADIANOS. ON-OFF COM ZONA MORTA

Figura 5.25: Gráfico 13: Largura da zona morta igual a 6 graus

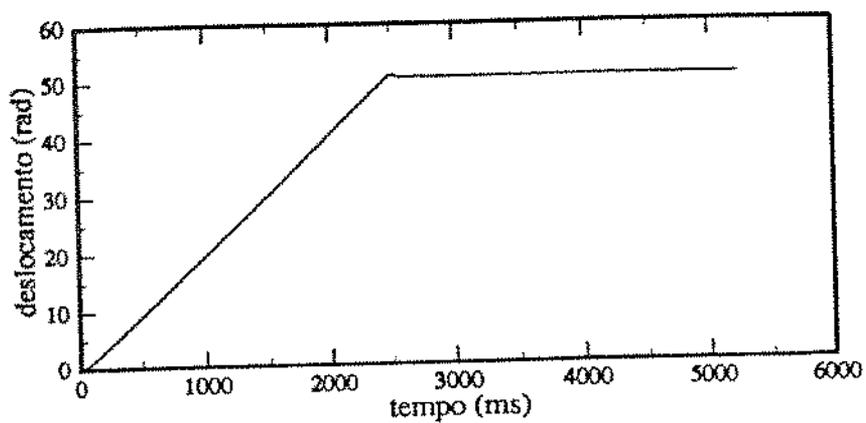
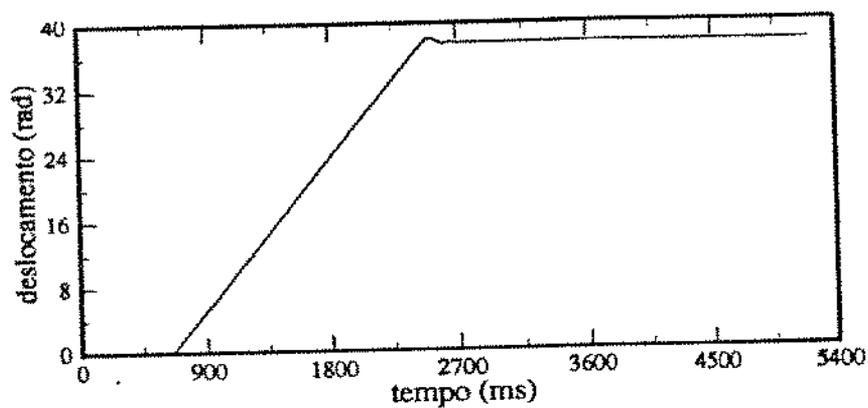


Figura 5.26: Gráfico 14: Largura da zona morta igual a 12 graus



5.8 Resultados Experimentais para uma Haste Acoplada ao Motor

Nesta seção descrevemos os estudos realizados para o controle do motor quando é acrescentado ao disco uma haste com inércia variável, utilizados para representar dois graus de liberdade de um robô. A figura 5.27 apresenta a montagem experimental realizada para esta experiência. Desejamos com isto realizar alguns ensaios para certas configurações no sentido de analisar a eficácia do controle quando é acrescentada uma inércia variável.

Realizamos os testes para diferentes possibilidades conforme mostra a tabela abaixo (os gráficos b7 e b8 foram obtidos através de uma perturbação na haste. Alguns ensaios foram realizados com perturbações, isto é, após o equilíbrio ser atingido movimentamos o braço para forçar o controlador atuar sobre o sistema.

Posição	Freq. Amost. (Hz)	Gráficos	Momento de Inércia $Kg - m^2$
1	47	b1	0.000525
2	47	b2	0.000362
1	3K	b3	0.000525
2	47	b4	0.000362
3	3K	b5	0.000525
4	3K	b6	0.000362
3	3K	b7	0.000525
1	3K	b8	0.000525

Utilizando a notação dada no capítulo dois para o braço de um manipulador, definimos

as seguintes posições:

- posição 1: $\theta_1 = \pi/2$ e $\theta_2 = \pi/2$
- posição 2: $\theta_1 = \pi/2$ e $\theta_2 = \pi/4$
- posição 3: $\theta_1 = \pi/4$ e $\theta_2 = \pi/4$
- posição 4: $\theta_1 = \pi/4$ e $\theta_2 = \pi/2$

A figura 5.27 mostra o sistema motor mais braço fixo numa posição determinada pelo usuário.

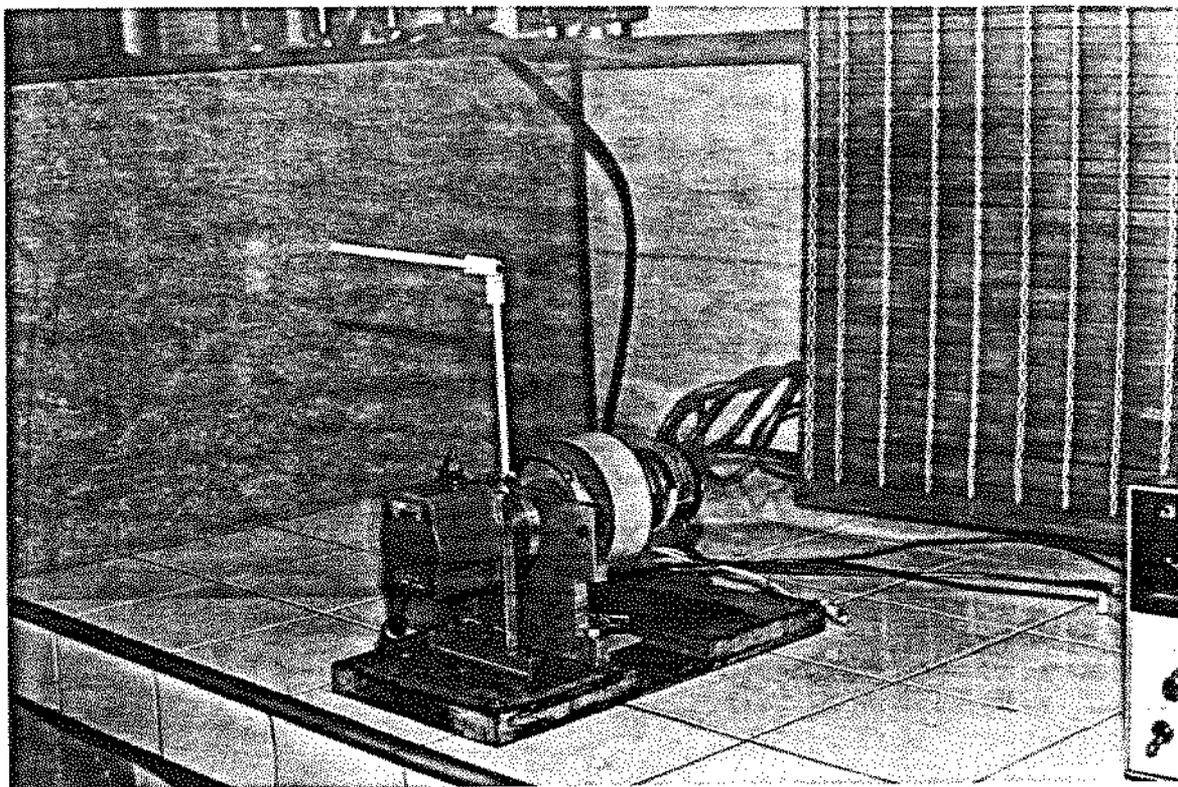


Figura 5.27: Foto do sistema motor mais haste para uma dada configuração.

RESULTADOS EXPERIMENTAIS: GRÁFICOS PARA UMA ENTRADA DEGRAU PARA O MOTOR COM HASTE.

Figura 5.28: Gráfico b1

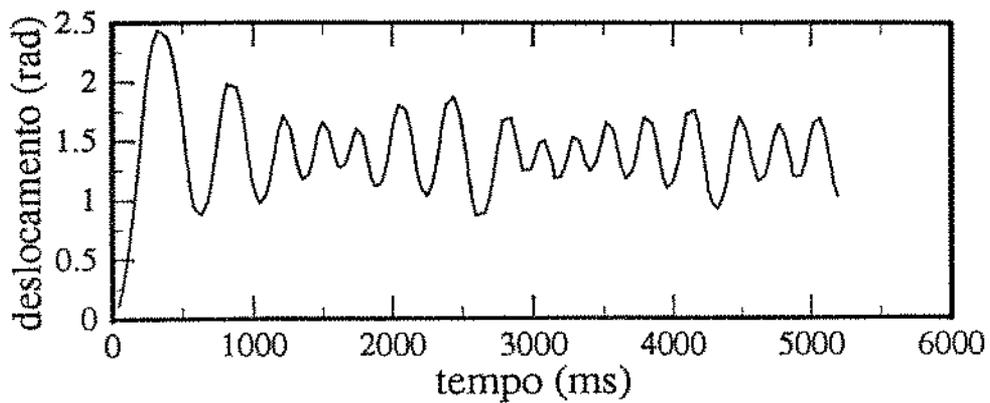


Figura 5.29: Gráfico b2

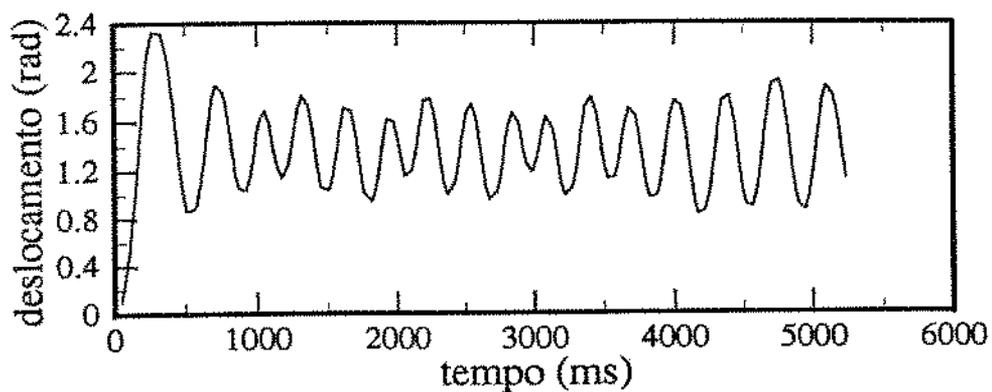
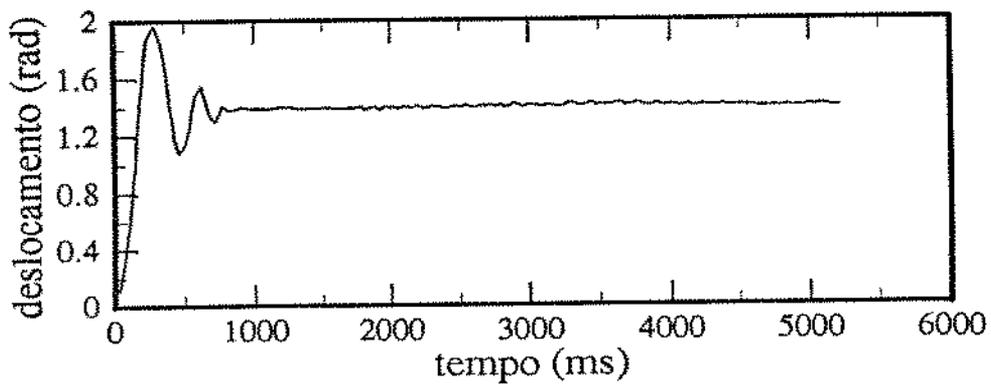


Figura 5.30: Gráfico b3



RESULTADOS EXPERIMENTAIS: GRÁFICOS PARA UMA ENTRADA DEGRAU PARA O MOTOR COM UM HASTE.

Figura 5.31: Gráfico b4

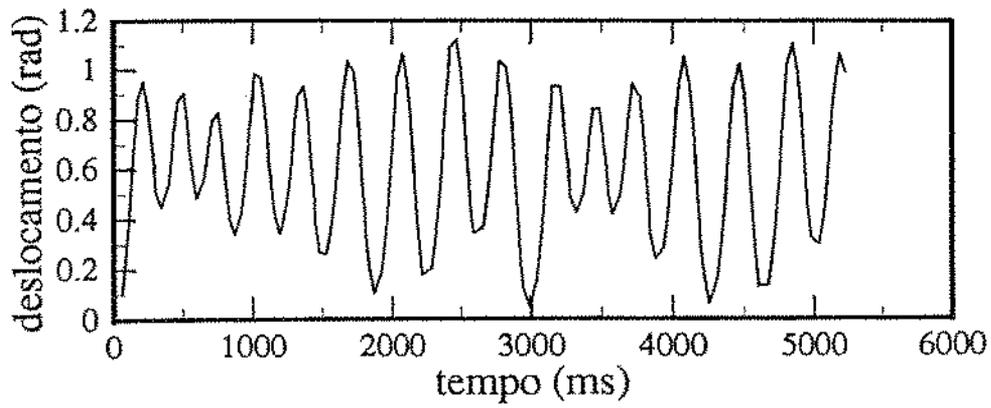


Figura 5.32: Gráfico b5

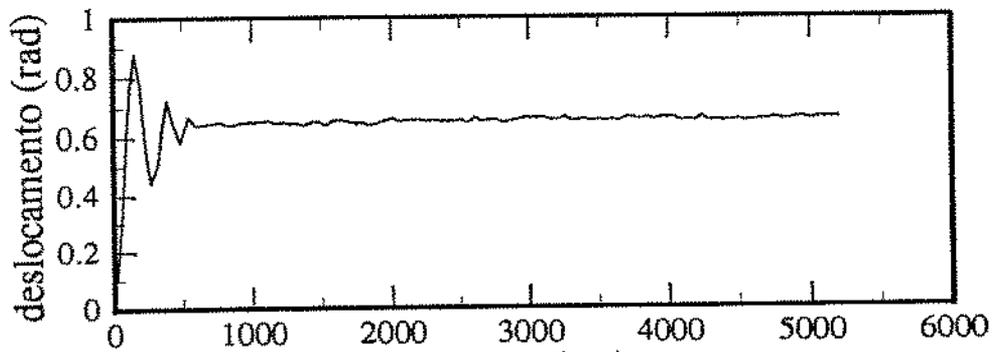
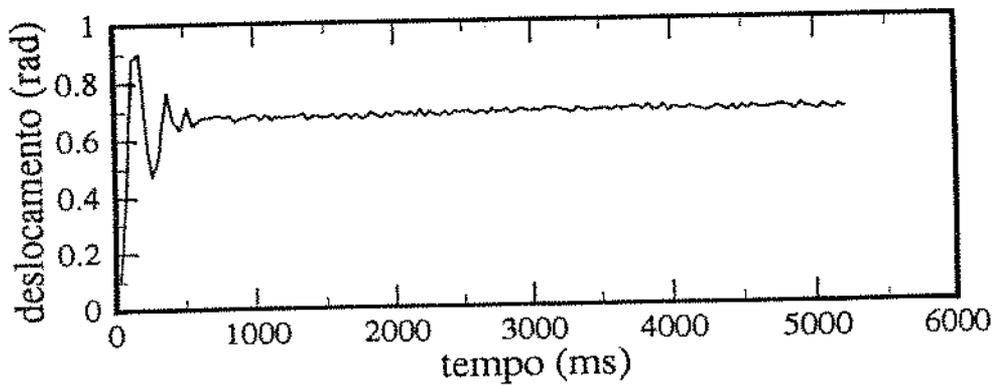


Figura 5.33: Gráfico b6



RESULTADOS EXPERIMENTAIS: GRÁFICOS PARA UMA ENTRADA DEGRAU PARA O MOTOR COM HASTE.

Figura 5.34: Gráfico b7

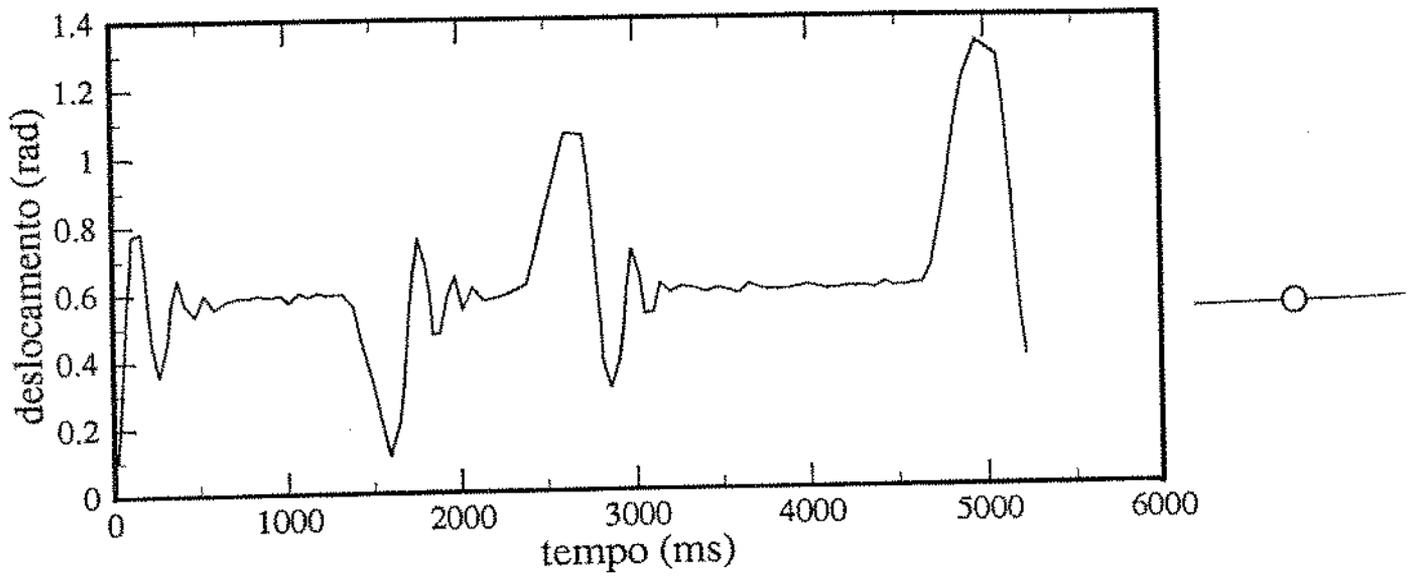
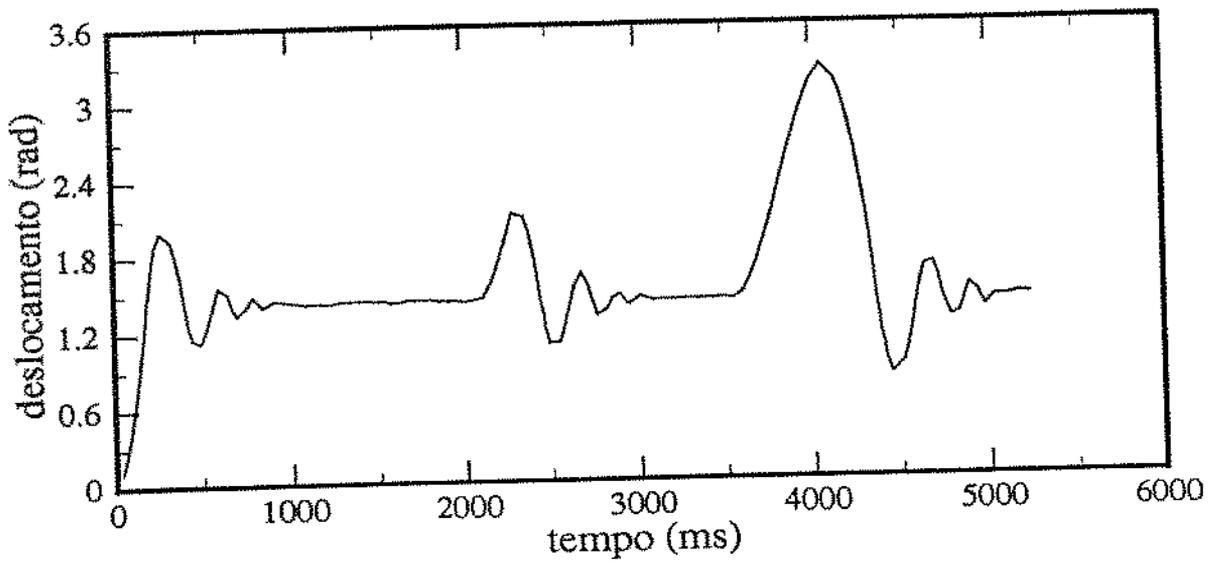


Figura 5.35: Gráfico b8



5.8.1 Comentários Sobre o Controle do Motor mais Haste

Como pode ser observado nos gráficos, foi possível posicionar os braços nas diferentes configurações propostas. Novamente observamos que as oscilações são reduzidas consideravelmente com o aumento da frequência de amostragem. Sobre as perturbações, podemos notar que o controlador é capaz de retornar o braço ao estado de equilíbrio após ser aplicado uma perturbação. Entretanto, devido à presença da haste este retorno não ocorre de uma maneira suave, ao contrário, apresenta overshoots.

Utilizamos duas hastes de comprimento $l_1 = 16cm$ e $l_2 = 12cm$ e massas $m_1 = 11,4g$ e $m_2 = 8,7g$. Os momento de inércia são calculados considerand-se as hastes finas. Estes ensaios foram realizados no sentido de mostrar a eficiência do controlador para uma inércia variável.

5.9 Comentários e Discussões dos Gráficos, Conclusões Parciais e Perspectivas

Podemos enumerar algumas conclusões a respeito deste trabalho experimental:

1. A primeira conclusão que podemos tirar das análises dos gráficos, que confirma a intuição, é que a oscilação no regime diminui com o aumento da frequência de amostragem. Isto ocorre porque as correções da posição passam a ocorrer um número muito maior de vezes;
2. A segunda conclusão é que neste tipo de controle quase sempre ocorrerá *overshoot* pois o sistema precisa necessariamente da posição atual para fazer a correção;
3. quando o sistema está sendo controlado com o On-Off com zona morta foi possível verificar visualmente que o mesmo pára na posição desejada. Isto se deve ao fato de que, uma vez o erro estando dentro da faixa permitida e o controle não atuando, o sistema não foi capaz de continuar o movimento sozinho, devido à sua pequena massa inercial. Podemos portanto, concluir que este tipo de controle necessita de um sistema com uma inércia considerável.

No capítulo final apresentaremos outras discussões, mostrando ainda alguns gráficos com mais detalhes, para estudarmos os efeitos da amostragem e analisar os erros em regime.

Como perspectivas, este estudo deixa a possibilidade da implementação de algoritmos mais sofisticados de controle e utilização de sistemas a relés mais complexos para o melhor aproveitamento das vantagens deste tipo de controle.

Capítulo 6

Comentários Finais e Conclusões

Este capítulo finaliza o trabalho apresentando os resultados obtidos, as conclusões parciais que levaram à conclusão final além de apresentar os problemas encontrados e explicar como foram resolvidos ou como devem ser resolvidos. Apresentamos os resultados em duas seções, uma envolvendo a parte teórica e outra experimental.

6.1 Análise da Parte Teórica

O desenvolvimento teórico contido no presente trabalho enfocou principalmente a teoria de controle linear para sistemas dinâmicos contínuos, a teoria de sistemas de controle a relé discretos e o estudo da dinâmica de manipuladores.

Os objetivos destes estudos visaram dar condições para o entendimento das noções elementares de robótica e controle de manipuladores. Basicamente os resultados deste estudo foram;

1. Estudo da dinâmica de manipuladores: dedução da equação de movimento pelo método de Euler-Lagrange;
2. modelagem dinâmica e estudo de um robô planar (2 *links*);
3. realização de simulações para dois *links* do robô Manutec R3;
4. estudo da equação de movimento linearizada para dois graus de liberdade de um robô e aplicação para 2 *links* do robô Manutec R3;
5. Introdução de compensadores na equação dinâmica do robô planar;
6. apresentação de um método de alocação de pólos para sistemas multivariáveis através da inclusão de compensadores PID e PD;
7. simulação, para o robô Manutec R3, do controle PID e PD, para dois *links*;
8. estudo e simulação de sistemas de controle a relé.

A seguir apresentamos as discussões complementares sobre os resultados acima referidos.

6.1.1 Discussões e Conclusões

Associando os resultados obtidos com os propostos na introdução podemos fazer os seguintes comentários:

- no item 1 da introdução propomos o estudo e a dedução da equação de movimento baseada no formalismo de Euler-Lagrange. Este estudo é realizado no item 2.3, capítulo 2. Para a dedução da equação, apresentamos no início deste capítulo os fundamentos de robótica. Este estudo se baseou no formalismo de Euler-Lagrange por este possuir manipulações algébricas não muito complicadas e possibilitar o desenvolvimento de uma equação que preserve a estrutura do sistema, isto é, é possível na expressão final identificar individualmente os termos que a compõe e interpretá-los individualmente. Esta abordagem facilita, ainda, o estudo da inclusão de controladores na equação dinâmica;
- no item 2 da introdução propomos o estudo através de simulações e equacionamento algébrico, de um robô planar. Os resultados deste estudo são apresentados no capítulo 3 onde ainda estudamos métodos de alocação de pólos para a equação linear do sistema em questão;
- no item 3 e 4 propomos, respectivamente, o estudo do método de alocação de pólos para sistemas multivariáveis e a realização de simulações para o robô Manutec R3. Os resultados destas propostas são apresentados no capítulo 3;

A apresentação dos resultados para a alocação de pólos não mostrou resultados satisfatórios do ponto de vista do controle, uma vez que não foi possível controlar o sistema adequadamente. Isto ocorreu, principalmente devido ao fato de não termos utilizados uma técnica elaborada para a alocação de pólos. Ao invés disto fizemos uso de ferramentas computacionais (softwares de simulação analógica) e buscamos encontrar os pólos por aproximação, através de tentativas nos programas de simulação. Adotamos esta técnica (por aproximação) por não ser o objetivo principal deste trabalho a elaboração de teorias, ao contrário, pretendemos apenas utilizar os conceitos decorrentes do entendimento teórico visando a aplicação prática.

Fica portanto, em aberto, este estudo, sendo que os resultados obtidos até o momento servem, em maior ou menor grau, dependendo do objetivo, como uma introdução à técnica de compensação de sistemas multivariáveis, por alocação de pólos, aplicados à robótica;

- no ítem 5 da introdução propomos o estudo de sistemas não lineares de controle, e em especial o estudo de sistemas de controle a relé, além da realização de simulações. Estes estudos são realizados no capítulo 4. Também com respeito a estes estudos teóricos, não desenvolvemos uma teoria mais elaborada, uma vez que o entendimento alcançado com as simulações foi suficiente para a elaboração do controle experimental. Buscamos obter uma idéia do que seria um controle a relé e a influência da variação da zona morta e a da frequência de amostragem no comportamento do sistema de controle;
- no sexto ítem da introdução propomos a utilização de um microcomputador dedicado para o controle de um servomecanismo de posição. Este ponto é tratado na próxima seção onde nos ocupamos com a parte experimental.

Concluindo, podemos dizer que os resultados teóricos foram , em parte, satisfatórios, deixando entretanto em aberto o estudo da alocação de pólos e criando possibilidade para futuros estudos na parte de controle não linear de manipuladores.

6.2 Análise da Parte Experimental

6.2.1 Sistema de Controle

O sistema de controle em estudo é constituído por um motor de corrente contínua, controlado por um microcomputador dedicado, de baixo custo, baseado no microprocessador Z80. Neste microcomputador dedicado (estudado na seção 5.6) implementamos algoritmos de controle que foram eficientes para o posicionamento do motor num ponto pré estabelecido. Os resultados obtidos foram apresentados graficamente na seção 5.7.

Basicamente buscamos avaliar a influência da frequência de amostragem no comportamento do sistema. Foi possível mostrar que uma frequência maior que aproximadamente 200Hz é suficiente para que a carga acoplada ao motor fosse posicionada sem oscilações no regime.

Ainda, foi possível mostrar que o erro em regime ficou numa faixa reduzida, como mostram os gráficos dados a seguir que buscam representar a saída em escalas mais precisas.

6.2.2 Gráficos de Respostas do Sistema e Análise dos Resultados

Primeiramente apresentamos o gráfico para o controle que utilizou uma frequência de 47 Hz e um *set point* de 6.28 radianos. Podemos perceber as oscilações em torno da referência.

Os círculos marcados são os pontos onde ocorreu uma amostragem. É possível notar que, no instante da amostragem (e conseqüentemente no instante de atuação do controle, já que o tempo morto é da ordem de 10^{-4} s), o sistema possui uma variação no seu movimento. Ocorre que, dependendo da velocidade em que se encontra no momento da amostragem, a correção não é suficiente para fazer o sistema corrigir abaixo do *set point* (no caso, por exemplo da ocorrência de um grande *overshoot*).

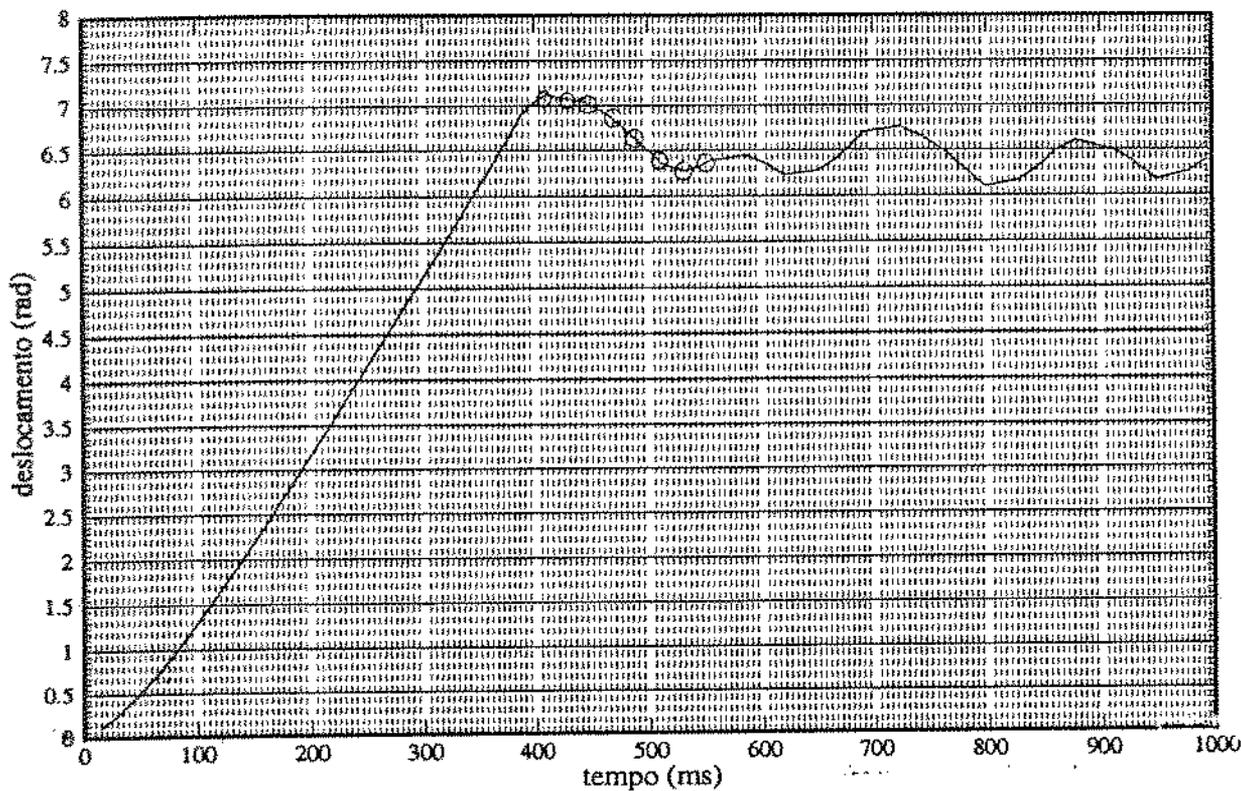
Uma diminuição no comportamento oscilatório ocorrerá portanto se aumentarmos a frequência de correção da posição. Neste caso evitaríamos que o motor tivesse um *overshoot*

pois descartaríamos a possibilidade de o mesmo atingir uma velocidade alta já que a correção se daria muito mais vezes. Apresentamos, nas páginas seguintes outros gráficos, que podem ser comparados com o primeiro.

APRESENTAÇÃO DO RESULTADO DO CONTROLE

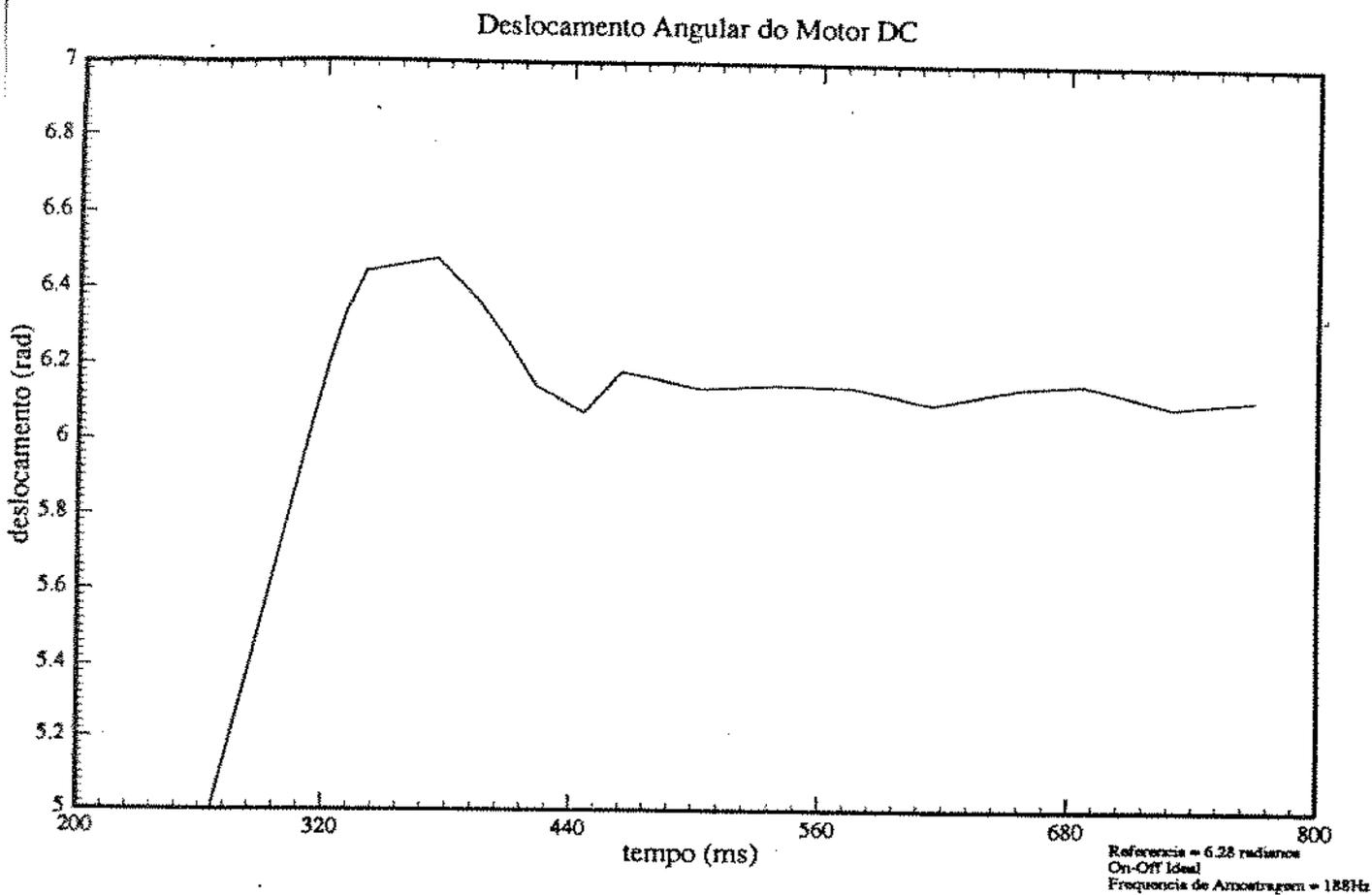
Figura 6.1: Gráfico apresentando em detalhe o comportamento oscilatório do sistema. Apresenta também os instantes de amostragem. A frequência de amostragem é de 47 Hz e o *set point* é de 6.28 radianos

Deslocamento Angular do Motor DC Controlado por um On-Off



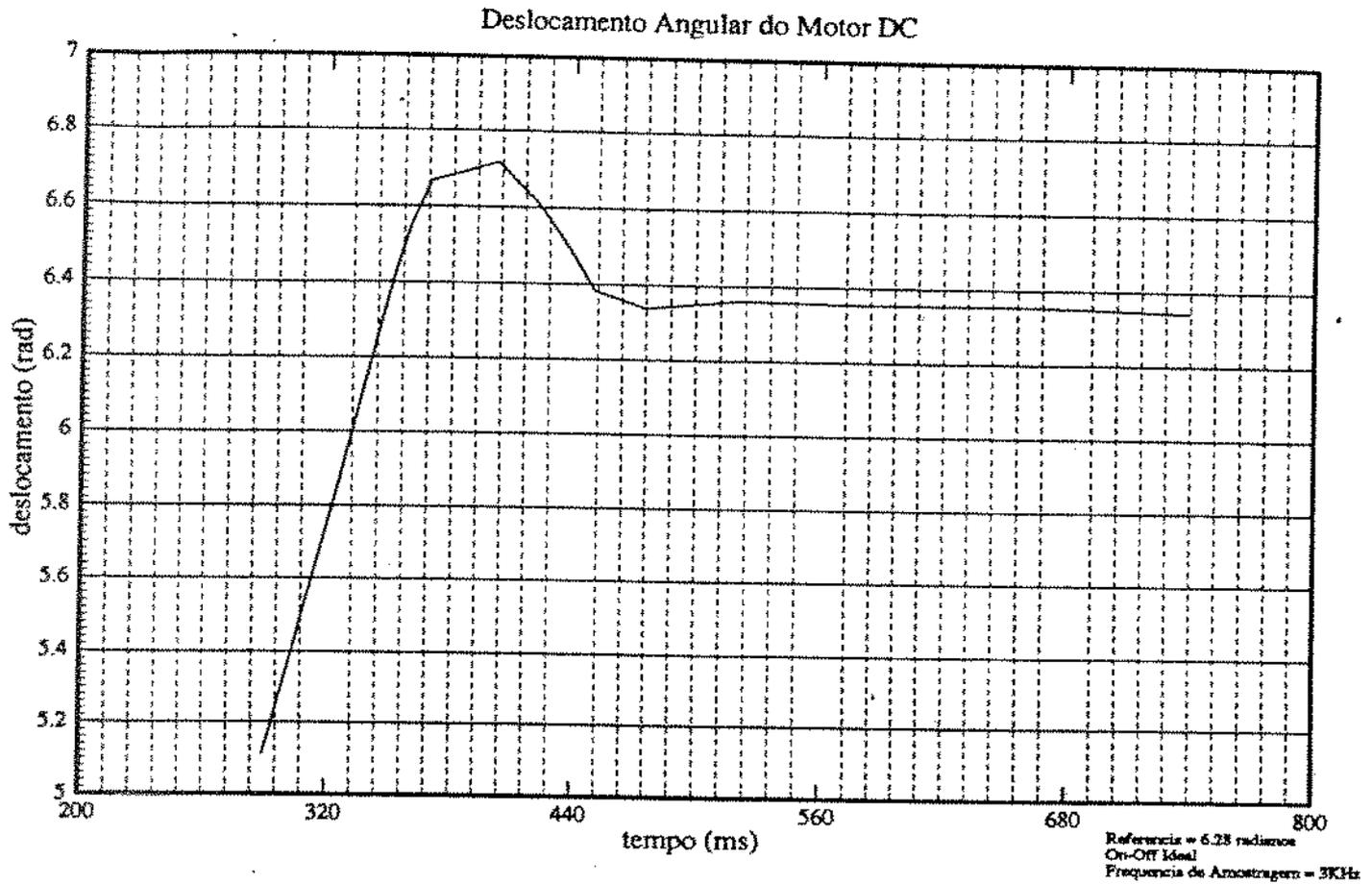
APRESENTAÇÃO DO RESULTADO DO CONTROLE

Figura 6.2: Gráfico apresentando em detalhe o comportamento oscilatório do sistema. A frequência de amostragem é de 188Hz e o *set point* é de 6.28 radianos



APRESENTAÇÃO DO RESULTADO DO CONTROLE

Figura 6.3: Gráfico apresentando em detalhe o comportamento oscilatório do sistema. A frequência de amostragem é de 3KHz e o *set point* é de 6.28 radianos

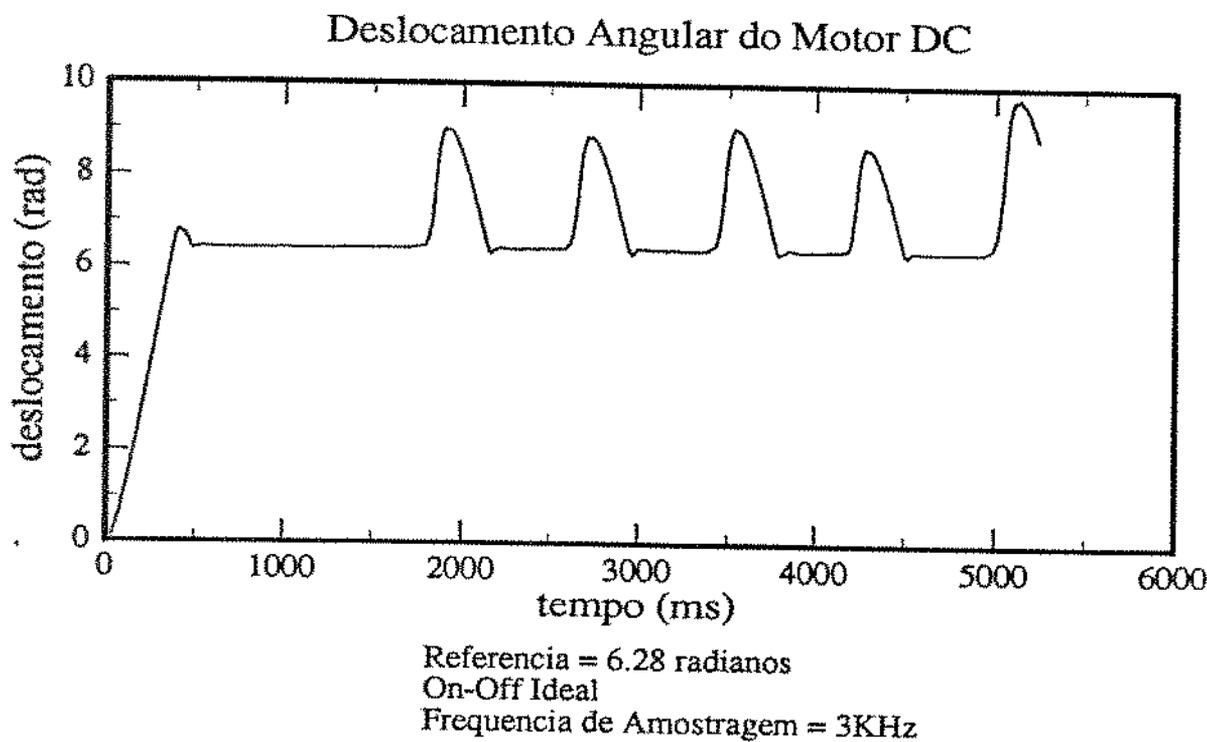


6.2.3 Resultados do Controle

Obviamente, como os gráficos mostram, foi possível posicionar o motor com erros reduzidos. Mais ainda podemos chegar a conclusões a respeito da frequência de amostragem e largura da zona morta:

- Para todas as amplitudes das referências testadas, uma faixa de zona morta de no máximo 6 graus já é suficiente para posicionar a carga. Isto significa que com um erro em regime de, no máximo 6 graus, é possível colocar a carga na posição desejada, com o motor sem se mover;
- Uma frequência acima de 188Hz já é suficiente para posicionar a carga sem oscilações ou com frequências no regime bastante reduzidas. Uma frequência de 3KHz é mais do que suficiente para o posicionamento sem oscilação;
- Ainda, fizemos testes provocando perturbações externas manuais, como mostramos na subseção subsequente, onde foi possível mostrar o bom comportamento do controle quando o sistema fica sujeito às perturbações;

Figura 6.4: Gráfico mostrando a resposta do sistema para o controle com uma perturbação externa



6.2.4 Resposta do Controle a Perturbações

Na figura 6.4 é mostrado o gráfico do controle com a carga sujeita a perturbações. Como não dispomos, ainda, de um sistema totalmente desenvolvido para a simulações de perturbações, provocamos, a título de testes, desvios instantâneos relativamente grandes na carga durante a execução do controle, deixando em seguida que a mesma voltasse a sofrer ação do controlador. Foi possível controlar a carga para este tipo de perturbação, como mostra o gráfico. Como pode ser visto na figura, o controlador atua de uma forma bastante rápida. Contudo, é possível verificar no mesmo gráfico a presença de um *undershoot* quando ocorre a correção. Este fato ocorre porque o sistema é deslocado de um valor relativamente grande (na ordem de 50 graus). Como o controle tenta corrigir rapidamente este erro, ele atua com força suficiente para levar a carga além da referência, trazendo-a novamente para a posição após uma segunda correção.

Conclusões do Controle

Foi possível mostrar, graficamente, diferentes respostas do sistema para variações em dois parâmetros que definem o controlador: largura da zona morta e frequência de amostragem. Podemos portanto, concluir que o sistema de controle proposto foi adequado para posicionar uma carga acoplada a um motor de corrente contínua.

6.3 Apresentação dos Resultados Finais e Perspectivas

Para a realização deste trabalho tivemos que desenvolver toda uma estrutura de aquisição e tratamentode sinais lógicos, além de softwares de cálculo de posições e velocidades referentes a essas informações lógicas provenientes do sistema, softwares de tratamento gráfico e sobretudo tivemos que desenvolver uma estrutura para a realização efetiva do controle. No desenvolvimento da IPPZ80 tilizamos testes com programas em Assembly Z80 para a comunicação

serial e paralela, tratamento e aquisição, operações aritméticas além de alterações no programa MONITOR, residente em EPROM, responsável pelas realizações das tarefas básicas de operação com usuário e pela realização de tarefas para auxílio na programação e execução de programas, como por exemplo, a verificação do conteúdo de memórias e registradores.

Assim, este trabalho visou além dos objetivos acima contribuir para a formação da infra-estrutura do Laboratório de Automação e Robótica da Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP. Desta forma, pelo seu caráter predominantemente experimental, muitas partes propostas, ou que poderiam ser propostas não tiveram êxito completo ou oportunidade de maiores desenvolvimentos, uma vez que, como se sabe, todo trabalho experimental, e em especial aquele voltado para o desenvolvimento inicial das condições de trabalho, exige um esforço suficientemente grande no início, onde testes cuidadosos devem ser realizados.

Entre estas tarefas de montagem da infra-estrutura podemos mencionar todos testes de aquisição dos sinais do *encoder*, os tratamentos das informações, o desenvolvimento do controlador, dos contadores, das interfaces paralelas e das comunicações entre os módulos envolvidos.

Por fim, tivemos condições, não só de criar uma infra-estrutura como também de utilizá-la para o movimento e controle de um motor CC.

Entre estas linhas de pesquisas iniciadas com presente trabalho podemos citar alguns trabalhos já em desenvolvimento além daquele que seria a continuação natural para este, que é a utilização de controladores lógicos programáveis para controle de robôs industriais.

Assim os trabalhos possíveis de serem realizados com a infra-estrutura são:

- desenvolvimento de uma estrutura hierárquica de controladores para robôs industriais;
- utilização do sistema já desenvolvido para testes de diferentes algoritmos de controle;
- montagem do mesmo sistema de controle, monitoramento e aquisição numa bancada mais completa que vise a simulação de perturbações conhecidas;
- utilização da IPPZ80 para interfaceamento inteligente (contagem e monitoramento dos sinais do *encoder*);

- montagem do mesmo sistema de controle, monitoramento e aquisição numa bancada mais completa que vise a simulação de perturbações conhecidas;
- utilização da IPPZ80 para interfaceamento inteligente (contagem e monitoramento dos sinais do *encoder*);
- comparação entre estruturas de diferentes controladores para robôs industriais;
- desenvolvimento de softwares mais complexos que executem tarefas básicas de aquisição, tratamento, geração de trajetórias e controle;
- desenvolvimento de sistemas de calibração dos aparelhos de medidas;

Todos estes trabalhos podem ter suas validações experimentais graças ao desenvolvimento inicial proporcionado pelo trabalho na bancada para o controle do motor CC.

6.4 Conclusão Final

Como conclusão final podemos dizer que o presente trabalho serviu para, além de testar o controle de um servomecanismo, o desenvolvimento de toda uma estrutura para trabalhos experimentais voltados para a área de robótica. Nas etapas que levaram até o controle efetivo conseguimos várias conclusões a respeito de técnicas para estudo teórico e experimental de sistemas de controle para robôs industriais. Apresentamos ainda as linhas de pesquisas futuras a serem realizadas, a partir deste trabalho.

Quanto ao controle, foi possível mostrar a eficácia do algoritmo proposto e do microprocessador Z80 para a realização da tarefa de controle. As frequências de amostragem possíveis de serem alcançadas pela IPPZ80 são suficientes para este tipo de controle, e a simplicidade do algoritmo aumenta ainda a faixa permissível para a existência de diferentes frequências.

Apêndice a

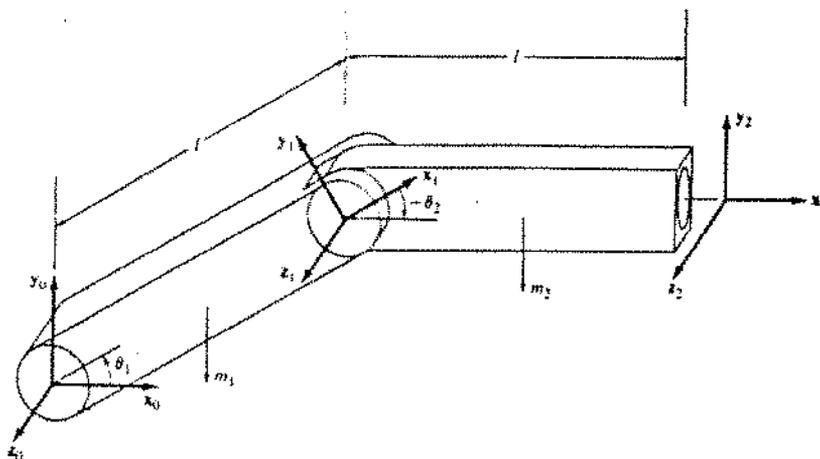
Modelagem Dinâmica de um robô de dois links

Este apêndice apresenta a dedução da equação de movimento de um robô de dois *links* utilizando o formalismo deduzido no capítulo 1. Este cálculo permitirá o desenvolvimento da equação de movimento que será usada no capítulo dois para o estudo particular para o robô Manutec R3.

A dedução que se segue é baseada na figura a.1, na notação de Denavit-Hartenberg, deduzida no capítulo 2 e nos seguintes valores para os parâmetros da junta e do *link*:

- variáveis das juntas: θ_1 e θ_2 ;
- massa dos *links*: m_1 e m_2 ;
- parâmetros dos *links*: $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$; $d_1 = d_2 = 0$ e $a_1 = l_1$, $a_2 = l_2$

Figura a.1: Diagrama esquemático de um robô de dois *links*



Conforme mostrado no capítulo 2, definem-se matrizes de transformação de coordenadas que relacionam relativamente os *links* do manipulador.

As matrizes de transformação de coordenadas são dadas por:

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & l_1C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & l_1S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{a.1})$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & l_2C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & l_2S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{a.2})$$

$${}^0A_2 = {}^0A_1 {}^1A_2 = \begin{bmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l_1C_1 + l_2C_{12} \\ S_{12} & C_{12} & 0 & l_1S_1 + l_2S_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{a.3})$$

onde $C_n = \cos(\theta_n)$, $S_n = \text{sen}(\theta_n)$, $S_{ij} = \text{sen}(\theta_n + \theta_j)$ e $C_{ij} = \cos(\theta_n + \theta_j)$.

Da definição da matriz Q_i para as juntas revolutas (equação 2.12) e usando a relação 2.14, temos:

$$U_{11} = \frac{\partial {}^0A_1}{\partial \theta_1} = Q_1^0 A_1 \quad (\text{a.4})$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & l_1C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & l_1S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -S_1 & -C_1 & 0 & -l_1 S_1 \\ C_1 & -S_1 & 0 & l_1 C_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Analogamente para U_{21} e U_{22} temos:

$$U_{21} = \frac{\partial^0 A_2}{\partial \theta_1} = Q_1^0 A_2 \quad (\text{a.5})$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l_1 C_1 + l_2 C_{12} \\ S_{12} & C_{12} & 0 & l_1 S_1 + l_2 S_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -S_{12} & -C_{12} & 0 & -l_1 S_1 - l_2 S_{12} \\ C_{12} & -S_{12} & 0 & l_2 C_{12} + l_1 C_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

E para U_{22} ,

$$U_{22} = \frac{\partial^0 A_2}{\partial \theta_2} = {}^0 A_1 Q_2 {}^1 A_2 \quad (\text{a.6})$$

$$= \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & l_1 C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & l_1 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l_1 C_1 + l_2 C_{12} \\ S_{12} & C_{12} & 0 & l_1 S_1 + l_2 S_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -S_{12} & -C_{12} & 0 & -l_2 S_{12} + l_1 S_1 \\ C_{12} & -S_{12} & 0 & l_2 C_{12} + l_1 C_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

As matrizes de inércia, deduzidas no capítulo 2, são dadas por [10]:

$$J_1 = \begin{bmatrix} (1/3)m_1 l_1^2 & 0 & 0 & -(1/2)m_1 l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(1/2)m_1 l_1 & 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix} \quad (\text{a.7})$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} (1/3)m_2l_2^2 & 0 & 0 & -(1/2)m_2l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(1/2)m_2l_2 & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad (\text{a.8})$$

então, usando a equação 2.34 , temos:

$$D_{11} = Tr(U_{11}J_1U_{11}^T) + Tr(U_{21}J_2U_{21}^T) \quad (\text{a.9})$$

e, operando-se as matrizes chegamos à expressão:

$$D_{11} = (1/3)m_1l_1^2 + (1/3)m_2l_2^2 + m_2l_1l_2C_2 \quad (\text{a.10})$$

e para D_{12} , temos:

$$D_{12} = D_{21} = Tr(U_{12}J_2U_{21}^T) \quad (\text{a.11})$$

que é igual a:

$$D_{12} = D_{21} = (1/3)m_2l_2^2 + (1/2)m_2C_2l_1l_2 \quad (\text{a.12})$$

e para D_{22} temos:

$$D_{22} = Tr(U_{22}J_2U_{22}^T) \quad (\text{a.13})$$

ou,

$$D_{22} = (1/3)m_2l_2^2 \quad (\text{a.14})$$

Deduzindo agora os termos de Coriolis e Centrífugos usando as equações 2.36, teremos:

$$d_1 = \sum_{k=1}^2 \sum m = 1^2 d_{1km} \dot{\theta}_k \dot{\theta}_m = d_{111} \dot{\theta}_1^2 + d_{112} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + d_{121} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + d_{122} \dot{\theta}_2^2 \quad (\text{a.15})$$

Assim d_1 vale:

$$d_1 = -(1/2)m_2S_2l_1l_2\dot{\theta}_2^2 - (m_2S_2l_1l_2)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \quad (\text{a.16})$$

Analogamente, para d_2

$$d_2 = \sum_{k=1}^2 \sum m = l^2 d_{2km} \dot{\theta}_k \dot{\theta}_m = d_{211} \dot{\theta}_1^2 + d_{212} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + d_{221} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + d_{222} \dot{\theta}_2^2 \quad (\text{a.17})$$

Assim, d_2 vale:

$$d_2 = (1/2)(m_2S_2l_1l_2)\dot{\theta}_1^2 \quad (\text{a.18})$$

Assim, a matriz que representa os termos Centrífugos e de Coríolis pode ser dada por:

$$d(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} -(1/2)m_2S_2l^2\dot{\theta}_2^2 - m_2S_2l^2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ (1/2)m_2S_2l^2\dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix} \quad (\text{a.19})$$

Deduzindo agora os termos gravitacionais a partir das equação 2.36, temos:

$$g_1 = (1/2)m_1gl_1C_1 + (1/2)m_2l_2gC_2 \quad (\text{a.20})$$

logo, utilizando as matrizes:

$$g_1 = ((1/2)m_1gl_1 + m_2gl_1)C_2 + (1/2)m_2gl_2C_{21} \quad (\text{a.21})$$

e para g_2 ,

$$g_2 = -m_2gU_{22}^2r_2 \quad (\text{a.22})$$

$$= (1/2)(m_2gl_2)\cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (\text{a.23})$$

Assim o termo gravitacional é dado por:

$$G(\theta) = \begin{bmatrix} (1/2)m_1glC_1 + (1/2)m_2glC_2 + m_2glC_2 \\ -m_2(1/2)(glC_2 - glC_{12}) \end{bmatrix} \quad (\text{a.24})$$

Finalmente, a equação do manipulador de dois *links* pode ser escrita na forma:

$$\tau(t) = D(\theta)\ddot{\theta}(t) + d(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) \quad (\text{a.25})$$

ou, na forma matricial;

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} (1/3)m_1l_1^2 + (1/3)m_2l_2^2 + m_2l_1l_2C_2 & (1/3)m_2l_2^2 + (1/2)m_2C_2l_1l_2 \\ (1/3)m_2l_2^2 + (1/2)m_2C_2l_1l_2 & (1/3)m_2l_2^2 \end{bmatrix} \\ &\quad \times \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -(1/2)m_2S_2l_1l_2\dot{\theta}_2^2 - (m_2S_2l_1l_2)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ (1/2)(m_2S_2l_1l_2)\dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} (1/2)m_1gl_1C_1 + (1/2)m_2l_2gC_2 \\ (1/2)(m_2gl_2)(\cos(\theta_1 + \theta_2)) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{a.26})$$

Esta expressão para o manipulador de dois *links* será utilizada para os estudos dos controladores através da linearização. A partir dela, podemos estudar a influência de cada termo na dinâmica e cinemática do robô, além de avaliar o efeito da introdução de reguladores no sistema.

Apêndice b

Exemplo para alocação de pólos para o robô Manutec R3

Neste apêndice exemplificamos a utilização da técnica mostrada no capítulo 3 para a alocação de pólos por realimentação da saída por regulador PD.

Partimos, da equação de estado para o sistema em questão:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta\dot{\theta}_1 \\ \Delta\dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -26.858 & 15.257 & 0 & 0 \\ 34.313 & -51.065 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta\dot{\theta}_1 \\ \Delta\dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{b.1})$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.157 & -0.319 \\ -0.319 & 0.860 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{bmatrix} \quad (\text{b.2})$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta\dot{\theta}_1 \\ \Delta\dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{b.3})$$

Para este sistema, o polinômio característico, deduzido da matriz A é dado por:

$$\begin{aligned} F(s) &= |sI - A| = s^n + d_1s^{n-1} + \dots + d_n \\ &= s^4 + 77.923s^2 + 847.990 \end{aligned} \quad (\text{b.4})$$

Os valores de d_i , onde d_i são os coeficientes do polinômio $F(s)$, definido na seção 3.3 são: $d_1 = 0$; $d_2 = 77.923$; $d_3 = 0$; $d_4 = 847.990$.

Como dito no capítulo 3, vamos inicialmente alocar os pólos sugeridos pela referência [39]. Assim, para $\omega_1 = 5$, $\omega_2 = 8$, $\zeta_1 = 1, 2$ e $\zeta_2 = 0.886$, o polinômio característico desejado é:

$$H(s) = (s^2 + 2\zeta_1\omega_1s + w_1^2)(s^2 + 2\zeta_2\omega_2s + w_2^2) \quad (\text{b.5})$$

Ou, com os valores numéricos:

$$H(s) = s^2 + 26.176s^3 + 259.112s^2 + 1122.4s + 1600 \quad (\text{b.6})$$

Da expressão acima encontramos os valores para as variáveis a_i , definidas no capítulo 2, seção 2.2: $a_1 = 26.176$; $a_2 = 259.112$; $a_3 = 1122.4$; $a_4 = 1600$.

Calculando a matriz $W(S)$, definida na seção 3.3, temos:

$$W(s) = C \text{adj}(sI - A)B \quad (\text{b.7})$$

logo, executando as operações matriciais, temos:

$$\begin{pmatrix} 0.157s^2 + 3.150 & -0.319s^2 - 3.169 \\ -0.319s^2 - 3.181 & 0.860s^2 + 12.152 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} s^3 \quad (\text{b.8})$$

$$+ \begin{pmatrix} 0.157 & -0.319 \\ -0.319 & 0.860 \end{pmatrix} s^2 + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} s \quad (\text{b.9})$$

$$+ \begin{pmatrix} 3.150 & -3.169 \\ -3.181 & 12.152 \end{pmatrix}$$

As matrizes M_i são então definidas:

$$M_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{b.10})$$

$$M_2 = \begin{pmatrix} 0.157 & -0.319 \\ -0.319 & 0.860 \end{pmatrix}$$

$$M_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_4 = \begin{pmatrix} 3.150 & -3.169 \\ -3.181 & 12.152 \end{pmatrix}$$

Utilizando a equação 3.91, da seção 3.3, e escolhendo $k = (1 \ 1)$, arbitrariamente, temos:

$$(1 \ 1) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.157 & -0.319 \\ 0 & 0 & -0.319 & 0.860 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} = 26.176 \quad (\text{b.11})$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.157 & -0.319 & 0 & 0 \\ -0.319 & 0.860 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} = 181.189 \quad (\text{b.12})$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3.150 & -3.169 \\ 0 & 0 & -3.181 & 12.152 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} = 1122.4 \quad (\text{b.13})$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.150 & -3.169 & 0 & 0 \\ -3.181 & 12.152 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} = 752.060 \quad (\text{b.14})$$

Com estas equações podemos resolver os dois sistemas dados a seguir para encontrar os valores de p_1 , p_2 , q_1 e q_2 .

$$-0.162q_1 + 0.541q_2 = 26.176 \quad (\text{b.15})$$

$$-0.031q_1 + 8.983q_2 = 112.4 \quad (\text{b.16})$$

$$-0.162p_1 + 0.541p_2 = 26.176 \quad (\text{b.17})$$

$$-0.031p_1 + 8.983p_2 = 752.060 \quad (\text{b.18})$$

Resolvendo os sistemas encontramos os valores de p_1 , p_2 , q_1 e q_2 , que formam as matrizes P e R , dadas por:

$$P = pk \quad \text{e} \quad R = rk \quad (\text{b.19})$$

Para P , temos

$$P = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{b.20})$$

E para R temos:

$$R = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{b.21})$$

Assim, temos as matrizes dos ganhos dadas por:

$$R = \begin{bmatrix} 258.553 & 258.553 \\ 126.255 & 126.255 \end{bmatrix} \quad (\text{b.22})$$

$$P = \begin{bmatrix} -848.769 & -848.769 \\ 81.271 & 81.271 \end{bmatrix} \quad (\text{b.23})$$

Procedemos exatamente da mesma forma para calcular as matrizes dos ganhos para os outros pólos dos exemplos mostrados no capítulo 3.

Apêndice c

Alocação de Pólos Usando Regulador PID

Neste apêndice vamos descrever o método utilizado no capítulo 3 para o projeto do controlador PID para obter um conjunto de pólos de malha fechada desejados. Em seguida exemplificaremos a utilização para o cálculo das matrizes de ganho para o sistema linear referente ao robô Manutec r3.

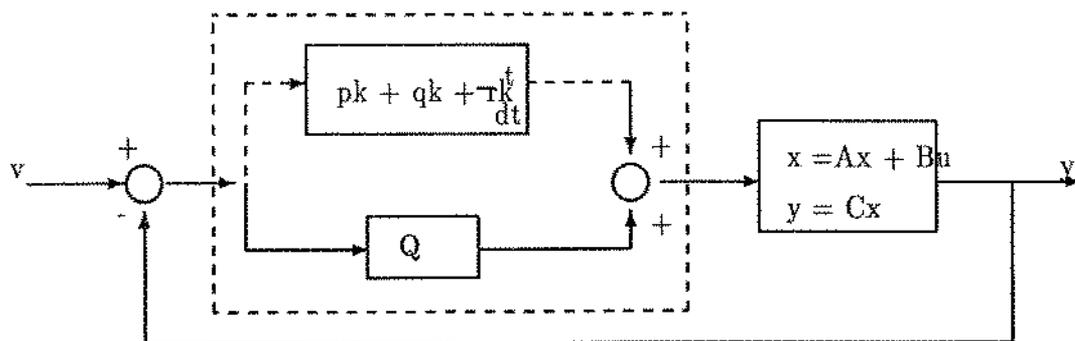


Figura c.1: Diagrama de blocos para um sistema linear mais um regulador PID

A técnica, é válida para um sistema descrito por uma equação de estado de ordem n (matrizes, $A(n \times n)$, $B(n \times m)$ e $C(l \times n)$):

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (\text{c.1})$$

$$y = Cx \quad (\text{c.2})$$

onde x é o vetor de estado, $(n \times 1)$, u é o vetor de controle, $(m \times 1)$ e y é a saída, $(l \times 1)$. Como é mostrado na figura c, têm-se uma referência v $(l \times 1)$ e as matrizes do controle P , Q e R . No caso do sistema ser não cíclico [40], deve-se definir uma matriz \hat{Q} , arbitrária $(m \times l)$ de *rank* completo *full rank*, para a validade do método. Neste caso, a definição $u = u_c + \hat{Q}z$, torna possível a utilização da técnica [40]. Como a adição do termo integral aumenta a ordem do sistema, vamos definir um novo espaço de estados que terá sua ordem aumentada de n para $n + l$:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} \quad (\text{c.3})$$

$$+ \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix} v$$

$$\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} \quad (\text{c.4})$$

Assim, o novo sistema terá as matrizes:

$$A^* = \begin{pmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{c.5})$$

$$B^* = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{c.6})$$

$$C^* = \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad (\text{c.7})$$

Para a alocação de pólos ser possível, tanto o sistema (A, B, C) quanto o sistema (A^*, B^*, C^*) devem ser controláveis e observáveis. Esta última condição é satisfeita se a matriz

$$A^* = \begin{pmatrix} A & B \\ -C & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{c.8})$$

tiver *full rank*, *rank* completo [40]. Isto implica que $m \geq l$ e B e C possuam *rank* l .

Da mesma forma que na alocação de pólos para controlador do tipo PD, capítulo 3, é desejável que encontremos uma expressão simples para o polinômio característico deste sistema, que seja função das matrizes de controle, a serem determinadas.

Para a alocação, assume-se que as matrizes do controle tenham *rank* unitário [40]. Para isto A^* deve ser cíclico. Caso isto não ocorra, define-se uma matriz \hat{Q} , como mencionado acima, que possibilite a relação $u = u_c + \hat{Q}z$ onde \hat{Q} é uma matriz arbitrária ($m \times l$). Desta forma a nova matriz A_1^* será cíclica, onde:

$$A_1^* = \begin{pmatrix} A & B\hat{Q} \\ -C & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{c.9})$$

Vamos encontrar uma forma para o polinômio característico em termos das matrizes do sistema. Para isto é mais conveniente transformar o sistema do domínio do tempo para o domínio da frequência. A função de transferência do novo sistema (cíclico) será:

$$\begin{pmatrix} Y(s) \\ Z(s) \end{pmatrix} = \frac{C^* \text{adj}(sI - A_1^*) B^*}{\det(sI - A_1^*)} U_c(s) \quad (\text{c.10})$$

dado o valor da matriz C^* , temos:

$$Y(s) = \frac{W^*(s)}{F^*(s)} U_c(s) \quad (\text{c.11})$$

onde $W^*(s) = \begin{pmatrix} C & 0 \end{pmatrix} \text{adj}(sI - A_1^*)B^*$ é a matriz do numerador ($l \times m$) e $F^*(s)$ é a matriz do denominador (polinômio característico do sistema).

Como dito anteriormente, assume-se que as matrizes de controle tenham *rank* unitário. Assume-se que o mesmo acontece para a matriz $K^*(s)$ abaixo:

$$K^*(s) = (p + q/s + rs)k \quad (\text{c.12})$$

onde k é um vetor arbitrário ($1 \times l$) e os vetores p , q e r ($m \times l$) são os vetores do controlador, que se deseja encontrar.

Sabendo-se que $U_c = K^*(s)[V(s) - Y(s)]$, o polinômio característico do sistema em malha fechada é:

$$H(s) = F^*(s) \det \left[I + \frac{kW^*(s)}{F^*(s)}(p + q/s + rs) \right] \quad (\text{c.13})$$

usando a identidade $\det(I + ab) = 1 + ba$, temos [40]

$$H(s) = F^*(s) \left[1 + \frac{kW^*(s)}{F^*(s)}(p + q/s + rs) \right] \quad (\text{c.14})$$

ou,

$$H(s) = F^*(s) + kW^*(s)p + kW^*(s)/s + kW^*(s)sr \quad (\text{c.15})$$

A equação acima nos dá uma relação entre o polinômio característico do sistema e as matrizes que definem o PID. Ela é usada para calcular $3m$ elementos dos vetores p, q e r [40].

Para sistemas com $n + l \leq m$ existem variáveis suficientes para encontrar as matrizes.

Seja o polinômio característico desejado $H(s) = (s - \lambda_1) \dots (s - \lambda_{n+l}) = s^{n+l} + a_1 s^{n+l-1} + \dots + a_{n+l}$. Igualando-se este polinômio desejado com a equação c.15, após dividi-la por s^{n+l} [40], obtemos um conjunto de $n + l$ equações de $3m$ elementos de p, q e r . Se $n + l = 3m$ é possível encontrar uma solução única para esta equação.

Após encontrarmos $K^*(s)$, calcula-se $K(s)$ que vale:

$$K(s) = \hat{Q}/s + K^*(s) \quad (\text{c.16})$$

c.1 Exemplo para o robô Manutec R3

Utilizando esta técnica acima descrita no sistema linearizado que descreve duas juntas (2 e 3) do robô Manutec R3, podemos calcular as matrizes que determina os ganhos do controlador. O sistema em questão é dado por:

$$\frac{d}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -26.858 & 15.257 & 0 & 0 \\ 34.313 & -51.065 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta\dot{\theta}_1 \\ \Delta\dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{c.17})$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.157 & -0.319 \\ -0.319 & 0.860 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{bmatrix} \quad (\text{c.18})$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta\dot{\theta}_1 \\ \Delta\dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{c.19})$$

Neste sistema temos os valores $n = 4$, $m = 2$ e $l = 2$ ($n + l = 3m$). Este sistema é controlável, observável e não cíclico. Assim definimos a matriz:

$$A_1^* = \begin{pmatrix} A & B\hat{Q} \\ -C & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{c.20})$$

Escolhendo \hat{Q} como sendo

$$\hat{Q} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (c.21)$$

temos a matriz A_1^* dada por:

$$A_1^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -26.8535 & 15.257 & 0 & 0 & -0.1572 & 0.319 \\ 34.3048 & -51.065 & 0 & 0 & 0.319 & -0.8595 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (c.22)$$

E as novas matrizes B^* e C^* são:

$$B^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.157 & -0.319 \\ -0.319 & 0.859 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (c.23)$$

$$C^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (c.24)$$

Para os pólos referidos na referência [40], para o robô Puma 560, temos o seguinte polinômio característico (os pólos são alocados para os valores, $\omega_1 = 1,948$, $\zeta_1 = 1.685$, $\omega_2 = 3.516$, $\zeta_2 = 0.087$, $\omega_3 = 6.65$, $\zeta_3 = 0.809$);

$$H(s) = (s^2 + 2\zeta_1\omega_1s + w_1^2)(s^2 + 2\zeta_2\omega_2s + w_2^2)(s^2 + 2\zeta_3\omega_3s + w_3^2) \quad (c.25)$$

Usando os valores acima, temos

$$H_d(s) = s^6 + 20.045s^5 + 178.1608s^4 + 868.207s^3 + 2535.777s^2 + 4550.3159s + 2074.526 \quad (c.26)$$

A função de transferência deste sistema é:

$$Y(s) = \frac{(C \ 0)adj(sI - A_1^*)B^*}{det(sI - A_1^*)}U_c(s) \quad (c.27)$$

$$= \frac{W^*(s)U_c(s)}{F(s)} \quad (c.28)$$

com os valores:

$$F^*(s) = s^6 - 77.9184s^4 - 1.0165s^3 + 847.8856s^2 - 15.2876s + 0.0332 \quad (c.29)$$

$$W^*(s) = \begin{pmatrix} -0.0573s + 21.533s^2 + 0.317s^4 & 0.246s - 3.175s^2 - 0.319s^4 \\ 0.1148s + 9.169s^2 - 0.319s^4 & 0.0331s + 12.1374s^2 + 0.859s^4 \end{pmatrix} \quad (c.30)$$

Usando a expressão dada na equação da equação c.14 $H(s)$ é dado por

$$H(s) = s^6 + s^5[0.058r_1 + 0.2805r_2] + \quad (c.31)$$

$$s^4[-77.9184 + 0.058p_1 + 0.280p_2] +$$

$$s^3[-1.0165 + 0.058q_1 + 0.280q_2 + 30.702r_1 + 8.961r_2] +$$

$$s^2[847.886 + 30.702p_1 + 8.961p_2 + 0.198r_1 + 0.541r_2] +$$

$$s[-15.2876 + 0.198p_1 + 0.541p_2 + 30.702q_1 + 8.961q_2] +$$

$$0.0332 + 0.198q_1 + 0.541q_2$$

Igualando-se os dois polinômios (o desejado e o do sistema) teremos o seguinte sistema:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0.058 & 0.285 \\ 0.058 & 0.280 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.058 & 0.280 & 30.702 & 8.961 \\ 30.702 & 8.961 & 0 & 0 & 0.198 & 0.541 \\ 0.198 & 0.541 & 30.702 & 8.961 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.198 & 0.541 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ q_1 \\ q_2 \\ r_1 \\ r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20.045 \\ 256.079 \\ 869.233 \\ 1687.89 \\ 4565.6 \\ 2074.49 \end{pmatrix} \quad (c.32)$$

Encontrando-se os valores para as variáveis, chegamos aos seguintes valores para as matrizes de ganho:

$$P = \begin{bmatrix} -226.85 & -226.85 \\ -985.2829 & -985.2829 \end{bmatrix} \quad (c.33)$$

$$R = \begin{bmatrix} -31.0388 & -31.0388 \\ 77.9294 & 77.9294 \end{bmatrix} \quad (c.34)$$

$$Q = \begin{bmatrix} -1105.77 & -1105.77 \\ 4237.74 & 4237.74 \end{bmatrix} \quad (c.35)$$

$$(c.36)$$

Estas são as matrizes usadas na seção 3.4.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Astrom, K.S. and Wittenmark, B.; *1981 Computer Controlled Systems Theory and Design*. Englewood Cliffs. NJ. Prentice Hall, Inc. 1981
- [2] Breuer, M.A.; *General Survey of Design Automation of Digital Computers*. proceedings of the IEEE, vol 54 No 12, december 1966
- [3] Breuer, M.A. *Design Automation of Digital Systems*. Prentice-Hall, INC. N.J, 1972
- [4] Chang, S.S.L. ; *Optimum Switching Criteria for Higher Order Contactor Servo with Interrupt Circuits* . AIEE trans. vol 74, pt. II november, 1955
- [5] Chen, Chi-Tsong; *Linear System Theory and Design* Holt-Dinehart and Wiston, New York, Usa, 1984
- [6] Craig, J.. *Adaptive Control of Mechanical Manipulators*. Addison Wesley Reading. Mass. 1988
- [7] Craig, J.J *Introduction to Robotics: Mechanics and Control* Addison-Wesley Publishing Company, NY, USa, 1986
- [8] Cypriano, Luiz Benedito e Cardinalli, Paulo Roberto ;*Microprocessador Z80 - Hardware- Volume 1 Livros Érica Editora LTDA*, São Paulo, Brasil, 1986
- [9] Electro-craft Corporation; *DC Motor Speed Controls Servo Systems, An Engineering Handbook*, USA, 1972
- [10] Fu, K.S.,Gonzalez,R.C., Lee, C.S.G.; *Robotics: Control, Sensing Vision and Intelligence* , MacGraw Hill Book Company, 1987

- [11] Gibson, J.E. *Nonlinear Automatic Control. International Student Edition, MacGraw Hill Book Company, 1963.*
- [12] Gille, J-C J-C.;Decaulne, P.; Pélegrin, M.; *Feedback Control Systems, Analysis, Synthesis and Design. Mac Graw Hill Book Componany, 1951*
- [13] Gille, J-C.;Decaulne, P.; Pélegrin, M.; *Systems Asservis Non Lineaires, Dunod, 5a. édition, France, 1988.*
- [14] Hart, J.E. ; *An Analytical Method for the Design or Relay Servomechanisms. AIEE trans. pt II. , vol 74, May, 1955*
- [15] Hemani, H. and Camana. P.C; *Some Aspects of the Inverted Pendulum Problem for Modeling of Locomotion Systems. IEEE trans. on Automatic Control december, 1972*
- [16] Hemani, H and Camana, P.C.; *Nonlinear Feedback in Simple Locomotion Systems, IEEE Trans. On Automatic Control, December, 1976*
- [17] Hervella, C. *Projeto e Desenvolvimento de um Sistema para Aquisição, Monitoramento e Controle de Sistemas Mecânicos via Computador Relatório de Iniciação Científica, FAPESP, Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP, 1992*
- [18] Hopkin, Arthur M.; *A Phase-Plane Approach to the Compesation of Saturating Servomechanisms, AIEE, Volume 70, 1951*
- [19] Inigo, R. M. and Morton, J.S.; *Simulation of the Dynamics of a Industrial Robot, IEEE trans. on Education, Vol. 34 No 1, February, 1991*
- [20] Jacob, J.M. . *Industrial Control Electronics. Aplicacions and Design, Prentice-Hall International Edition, N.J., 1989*
- [21] Johnson, E.C. ; *Sinusoidal Analysis of Feedback Control Systems Containing Nonlinear Elements. AIEE trans.pt. II, vol 71, July 1952.*
- [22] Jota, Fábio G., Dexter, Arthur L. Fertig, Paul L and Wooster, Wren G.; *Distributed Pascal Plus: A High Level Language for Low Cost Monitoring and Control Systems O.U.E.L. Report No 1618/86, University of Oxford, 1986*

- [24] Jury, E.I. and Mullin, F.J.; *A Phase-Plane Approach to Relay Sampled Feedback Systems. AIEE trans. pt.II, vol 78 January, 1959*
- [25] Kazda, L.F. and Kuba, R.E.; *A Phase-Plane Method for the Synthesis of Nonlinear Servomechanisms. AIEE trans. part II, vol 75, november 1956*
- [26] Kazda, L.F.; *Erros in Relay Servo Systems. AIEE trans., pt II, vol 71, november, 1962*
- [27] Kochenburger, R.J. ; *A Frequency Response Method for Analyzing and Synthesizing Contactor Servomechanisms. AIEE trans. pt.II, vol 69*
- [28] Luh,J.Y.S.; *An Anatomy of Industrial Robotics and their Controls, IEEE Trans on Automatic Control,v28,n2, feb, pp135-152, 1983*
- [29] Machado, J.A.T.. *Gestão de Recursos Estruturais no Controlo de Robots Manipuladores. Tese de Doutoramento, Porto, Portugal, 1988*
- [30] Madrid, M.K.; *Rbô Manipulador Mecânico para Posicionamento Espacial com Controle Digital Hierárquico a Microprocessadores Tese de Mestrado, UNICAMP, Campinas, Brasil, 1988*
- [31] Nof, S.Y.. *Handbook of Industrial Robotics, 1984*
- [32] Ogata, K. , *Discrete Time Control Systems. Prentice Hall, Inc. N.J., 1987*
- [33] Ogata, K.; *Engenharia de Controle Moderno. Prentice Hall do Brasil, 1982*
- [34] Palhares, A.G.B.; *Controle por Realimentação de estado e Modulação em Largura de Pulso de um Servoposicionador Eletrohidráulico: Análise das Oscilações Instáveis - Tese de Doutorado, Campinas, Brasil, 1980*
- [35] Paul, R.P.; *Robot Manipulator: Mathematics, Programming and Control, MIT Press., Cambridge, Mass., 1980*
- [36] Pratt, R.W.; *A Laboratory Exercise to Illustrate the Describing Function Techinique. IEEE trans. on education vol e-29 No 4, November, 1986*
- [37] Rosário, J.M. *Etude de Faisabilité d'une Commande de Type Non-Lineaire pour un Robot Manipulateurs, PHD Thesis, Ecole Centrale des Arts et Manufactures, Paris, France, 1990.*

- [37] Rosário, J.M. *Etude de Faisabilité d'une Commande de Type Non-Lineaire pour un Robot Manipulateurs*, PHD Thesis, Ecole Centrale des Arts et Manufactures, Paris, France, 1990.
- [38] Seraji, H.; *Pole Placement in Multivariable Systems Using A Proportional Derivative Output Feedback*. *Int. J. Cont.* Vol. 31 No. 1, 1979
- [39] Seraji, H., Jamshidi, M; Kim, Y.T. and Shahinpoor. M. *Two Link Robots*. *J. of Rob. Systems Vol 3 No 14, 1986*
- [40] Seraji, H and Tarok, M.; *Design of PID Controllers for Multivariable Systems*, *Int. J. of Control*, vol. 26 N. 1, 1977
- [41] SIRENA PC *Software de Simulação Analógica*. Suplec Antenne de Rennes, França, 1990
- [42] Souza. J.P.; *Procedimento Automático para Aquisição e Tratamento do Movimento de um Robô - Uma contribuição ao Estudo de Controladores Não Lineares*. Tese de Mestrado, Unicamp, 1992
- [43] SSA, *Programa de Programação Analógica*. Laboratório de engenharia de Computação e Automação Industrial, Faculdade de Engenharia Elétrica, UNICAMP, 1991
- [44] Symon, K.R. *Mecânica*. Editora Campus, Rio de Janeiro, 1985
- [45] Tarokh, M. and Seraji, H : *Proportional plus Multiple derivative output feedback. A new multivariable controller for pole placement*, *Int. J. of Cont.* Vol. 25 N.2, feb 1977.
- [46] Tseles, D.I.; *Non-Linear Compensation of a Linear Second-Order System Using a Microprocessor*. *Int. J. Control* vol. 31 n. 77-90, 1982
- [47] Tseles, D.,I; Servetas, E.C., Karybakas, C.A.. *Compensation of Second Order System with Variable Nonlinear Characteristic Using Microprocessor*. *IEEE Trans. Ind. Elec., IE-34 No 2, May, 1987*
- [48] Tseles D.,I; Servetas, E.C., Karybakas, C.A. *Non linear Compesantion of Linear Second Order System Using Microprocessor*. *Int. J. of Elec.* Vol 54 No 1 January 1983
- [49] Weiss, H.K.; *Analysis of Relay Servomechanisms*, *Journal Aer, Sc. NY* vol 13 July 1946, pg. 361.