

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR Silvio Luiz Mariano
..... E APROVADA
PELA COMISSÃO JULGADORA EM 25...../02...../2005

Janito Vaqueiro Ferreira
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Análise Numérica e Experimental do Índice de Vibro-Impacto em Alavancas de Transmissão Mecânica

Autor: Silvio Luiz Mariano
Orientador: Prof. Dr. Janito Vaqueiro Ferreira

02-2005

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SEÇÃO CIRCULANTE

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL**

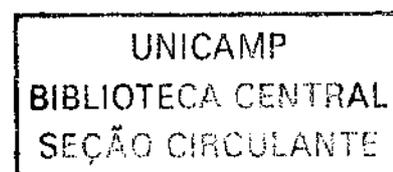
Análise Numérica e Experimental do Índice de Vibro-Impacto em Alavancas de Transmissão Mecânica

Autor: Silvio Luiz Mariano
Orientador: Prof. Dr. Janito Vaqueiro Ferreira

Curso: Engenharia Mecânica
Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Dissertação de mestrado acadêmico apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2005
S.P. – Brasil



UNIDADE 13C
Nº CHAMADA F/UNICAMP
M337a
V _____ EX _____
TOMBO BC/ 64834
PROC 16-100086-05
C _____
PREÇO 11,00
DATA 21/04/05
Nº CPD _____
BIB ID - 358062

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

M337a	<p>Mariano, Silvio Luiz</p> <p>Análise numérica e experimental do índice de vibro-impacto em alavancas de transmissão mecânica / Silvio Luiz Mariano. --Campinas, SP: [s.n.], 2005.</p> <p>Orientador: Janito Vaqueiro Ferreira. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.</p> <p>1. Automóveis – Dispositivos de transmissão. 2. Mecânica não-linear. 3. Hilbert, Transformadas de. 4. Choque (mecânica). 5. Testes de vibração. I. Ferreira, Janito Vaqueiro. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.</p>
-------	---

Titulo em Inglês: Numerical and experimental vibro-impact level analysis in mechanical gearshift levers.

Palavras-chave em Inglês: Automobile transmission, Nonlinear mechanics, Hilbert Transform, Shock (mechanics) e Vibration tests.

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Alberto Luiz Serpa e Marcus Antonio Viana Duarte

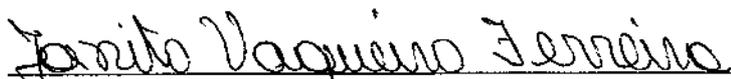
Data da defesa: 25/02/2005

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL

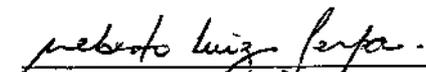
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

Análise Numérica e Experimental do Índice de Vibro-Impacto em Alavancas de Transmissão Mecânica

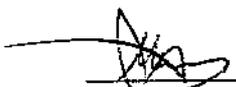
Autor: Silvio Luiz Mariano
Orientador: Prof. Dr. Janito Vaqueiro Ferreira



Prof. Dr. Janito Vaqueiro Ferreira, Presidente
DMC/FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Alberto Luiz Serpa
DMC/FEM/UNICAMP

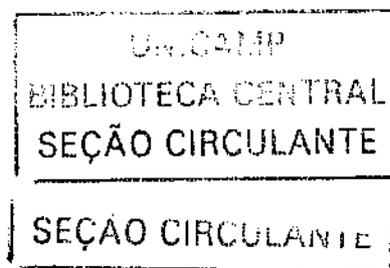


Prof. Dr. Marcus Antonio Viana Duarte
UFU/Uberlândia

Campinas, 25 de fevereiro de 2005

Dedicatória

Dedico este trabalho aos meus pais Luiz Antônio e Silvia.



Agradecimentos:

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus pela minha vida, por tudo que conquistei e todas as situações que na minha vida aconteceram, importantes para a formação da minha pessoa.

Também gostaria de prestar homenagem às pessoas e às Instituições que colaboraram para o êxito deste trabalho.

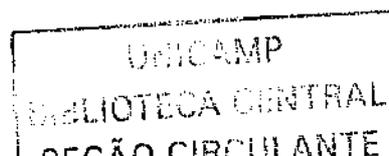
Ao CNQP pelo apoio financeiro para o desenvolvimento deste trabalho. Ao Departamento de Mecânica Computacional da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas pela acolhida e por ter oferecido condições para meu aperfeiçoamento profissional e desenvolvimento desta dissertação de mestrado. À EATON Transmissões pela confecção da bancada experimental.

Agradeço a todos os colegas, professores e funcionários do Departamento de Mecânica Computacional, que comigo conviveram nesse período e contribuíram para a conclusão do trabalho.

Registro aqui o agradecimento ao meu orientador prof. Janito, pela confiança, disposição em me ajudar e acessibilidade nos momentos de necessidade.

Aos meus colegas de departamento que influenciaram positivamente para a conclusão do trabalho: Élson C, Élson L., Simone, Ivan, Fuga, Carlos Souto e tantos outros que se fosse citar escreveria páginas. Agradeço muito ao meu “coleguinha” Alex, pelos sóbrios conselhos e pela grande influência no meu trabalho.

Não poderia deixar de reportar a importância da minha família na realização do trabalho. Agradeço do fundo do meu coração aos meus pais Luiz Antonio e Silvia, sem sombra de dúvida



as pessoas mais importantes na minha vida, pela educação que me deram e o apoio incondicional que prestaram por toda a minha vida. Ao meu irmão Thiago, meu melhor amigo. À minha namorada Cíntia, pelo seu amor, carinho e companheirismo. Aos membros da minha família, que de forma direta ou indireta ajudaram para a realização deste trabalho.

*“...Ainda que andasse pelo vale das sombras da morte,
não temerei mal algum, porque Tu estás comigo...”*

Salmo 23

Resumo

Mariano, Silvio Luiz. *Análise Numérica e Experimental do Índice de Vibro-Impacto em Alavancas de Transmissão Mecânica*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2005, 128p. Dissertação (Mestrado).

Este trabalho apresenta a análise numérica e experimental do índice de vibro-impacto em alavancas de transmissão mecânica. Foram desenvolvidos modelos de alavanca que consideram não-linearidades na estrutura. Métodos para quantificação do vibro-impacto foram obtidos na literatura e implementados para o levantamento de curvas, as quais indicam a variação do Índice de Vibro-Impacto com relação à variação dos parâmetros dos modelos desenvolvidos. A técnica da Transformada de Hilbert também foi implementada para levantamento das forças não-lineares atuantes nos modelos. Foram utilizadas três bancadas para identificação das forças não-lineares atuantes e validação da técnica salientada, que utiliza sinais de força, deslocamento, velocidade e aceleração. As curvas de rigidez não-linear foram identificadas coerentemente, as quais tiveram validação pelo levantamento da rigidez das mesmas bancadas por medições estáticas. Dois modelos numéricos de alavanca, utilizando massas concentradas, foram estudados. Nestes identificaram-se curvas de força não-linear e levantaram-se curvas de sensibilidade do Índice de Vibro-Impacto à variação dos parâmetros dos modelos. Mostrou-se que a técnica da Transformada de Hilbert pode ser utilizada para a identificação de sistemas não-lineares e que o estudo de sensibilidade em modelos de vibro-impacto pode ser obtido sem muita dificuldade.

Palavras-chave: Alavanca de Transmissão, Identificação de Sistemas, Não-Linearidade, Transformada de Hilbert, Vibro-Impacto.

Abstract

Mariano, Silvio Luiz. Numerical and Experimental Vibro-Impact Level Analysis in Mechanical Gearshift Levers. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2005, 128pp. Dissertação (Mestrado).

This work presents a study about a numerical and experimental vibro-impact level analysis in mechanical gearshift levers. It was developed gearshift lever models which consider nonlinearities in the structure. Methods to vibro-impact quantification were obtained in the available literature and were implemented to obtain curves which show the vibro-impact level change with the modification of the parameters of the developed models. Hilbert Transform techniques were also implemented to obtain nonlinear forces implemented on the models. To verify the efficiency of these techniques, three test rigs with nonlinearities were developed and the nonlinear forces were identified. The techniques need the displacement, velocity and acceleration signals to calculate the forces. The nonlinear forces curves were identified and validated with the static forces measured. Two models of gearshift levers were developed, using lumped masses. In these models the nonlinear forces curves and the sensibility to the vibro-impact level with modifications in the model parameters were obtained. It was showed that the Hilbert Transform techniques are reliable to identify nonlinear systems and that the sensibility study in vibro-impact can be obtained easily.

Keywords: Gearshift Lever, System Identification, Nonlinearity, Hilbert Transform, Vibro-Impact.

Índice

Capítulo 1 - Introdução	1
1.1 Revisão Bibliográfica.....	3
1.1.1 Vibro-Impacto em Transmissões Manuais.....	3
1.1.2 Modelagem de Estruturas Não-Lineares	4
1.1.3 Transformada de Hilbert	6
1.2 Objetivos e Estrutura do Trabalho	8
Capítulo 2 – Métodos Estudados para a Análise do Problema	11
2.1 Fenômeno de Vibro-Impacto	11
2.1.1 Quantificação do Vibro-Impacto.....	14
2.2 Modelos de Junta.....	14
2.2.1 Juntas Lineares	16
2.2.2 Juntas Não-Lineares	17
2.3 Análise no Domínio do Tempo	21
2.3.1 Método Runge-Kutta.....	22
2.4 A Transformada de Hilbert	24
2.4.1 Representação de Sinais Temporais em Sinais Analíticos.....	26
2.4.2 Os Métodos “FREEVIB” e “FORCEVIB”	28
2.4.3 Sistemas com Vibração Livre (Método FREEVIB).....	29
2.4.4 Sistemas com Vibração Forçada (Método FORCEVIB)	31
2.4.5 Construção da Resposta em Frequência Não-Linear	35
2.4.6 Técnica de estimação das forças não-lineares.....	36

Capítulo 3 – Simulações Numéricas	39
3.1 Modelo de 10 Graus de Liberdade – Rigidez Cúbica	40
3.2 Modelo de 10 Graus de Liberdade - Folga.....	44
3.3 Modelos Simplificados da Alavanca de Transmissão Mecânica	47
3.3.1 Modelo de Dois Graus de Liberdade – Haste Reta	48
3.3.2 Modelo de Três Graus de Liberdade – Alavanca Completa	54
Capítulo 4 – Considerações Experimentais.....	61
4.1 Descrição das Estruturas Analisadas.....	61
4.1.1 Bancada I.....	61
4.1.2 Bancada II	62
4.1.3 Bancada III	63
4.2 Determinação da Rigidez Estática das Bancadas.....	65
4.2.1 Determinação da Rigidez da Bancada I	65
4.2.2 Determinação da Rigidez das Vigas Paralelas da Bancada III.....	66
4.3 Formas de Excitação	68
4.3.1 Excitação Senoidal com Variação de Frequência (“Chirp”).....	68
4.3.2 Excitação por Impacto.....	68
4.3.3 Discussão entre as Formas de Excitação.....	70
4.4 Determinação das Características Dinâmicas das Bancadas.....	71
4.4.1 Montagem Experimental para a Determinação das Características Dinâmicas das Bancadas.....	72
4.4.2 Considerações Práticas das Medidas das Características Dinâmicas das Bancadas	74
4.4.3 Características Dinâmicas da Bancada I	76
4.4.4 Características Dinâmicas da Bancada II	78
4.4.5 Características Dinâmicas da Bancada III.....	81
Capítulo 5 – Conclusões e Perspectivas	89
5.1 Sugestões para Trabalhos Futuros.....	92
Anexo A – Identificação de Sistemas via Transformada de Hilbert	93

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Modelo de Vibro-Impacto acoplado	11
Figura 2.2 – Modelo de Vibro-Impacto desacoplado.....	12
Figura 2.3 – Modelo de Vibro-Impacto em uma alavanca de transmissão simples.....	13
Figura 2.4 – Característica da curva de rigidez cúbica	18
Figura 2.5 – Característica da curva de rigidez anti simétrica linear por partes	19
Figura 2.6 – Característica da curva de rigidez descentrada linear por partes com pré-carregamento	20
Figura 2.7 – Modelo de Macro e Microdeslizamento de Ren.....	21
Figura 2.8 – “Backbone” de Sistemas Lineares e Não-Lineares.....	25
Figura 2.9 – Conceito de fasor da Transformada de Hilbert.....	27
Figura 2.10 – Modulação do sinal de frequência natural de um sistema não-linear obtido via Transformada de Hilbert	36
Figura 2.11 – Fluxograma do Cálculo para identificação de forças via Transformada de Hilbert	38
Figura 3.1 – Fluxograma genérico para análise de vibro-impacto pela Transformada de Hilbert.	40
Figura 3.2 – Modelo de viga com 5 elementos e rigidez cúbica concentrada.....	41
Figura 3.3 – “Backbone” do modelo de 10gdl – rigidez cúbica	42
Figura 3.4 – Características da força conservativa do modelo de 10gdl – rigidez cúbica	43
Figura 3.5 – Característica da força de amortecimento do modelo de 10gdl – rigidez cúbica	43
Figura 3.6 – Modelo de viga com 5 elementos e não-linearidade de folga concentrada	44
Figura 3.7 – “Backbone” do modelo de 10gdl – folga.....	46
Figura 3.8 – Características da força conservativa do modelo de 10gdl – folga.....	46
Figura 3.9 – Característica da força dissipativa do modelo de 10gdl – folga	47
Figura 3.10 – Modelo da alavanca de transmissão mecânica com a haste reta.....	48

Figura 3.11 – “Backbone” do modelo de alavanca de 2gdl	50
Figura 3.12 – Características da força de rigidez do modelo de alavanca de 2gdl	50
Figura 3.13 – Característica da força de amortecimento do modelo de alavanca de 2gdl	51
Figura 3.14 – Variação do Índice de Vibro-Impacto com relação a rigidez de contato da alavanca	52
Figura 3.15 – Variação do Índice de Vibro-Impacto com relação à folga no alojamento	53
Figura 3.16 – Variação do Índice de Vibro-Impacto com relação à massa da base.....	53
Figura 3.17 – Modelo da alavanca de transmissão mecânica com três graus de liberdade	55
Figura 3.18 – Variação do Índice de Vibro-Impacto com relação a rigidez de contato da alavanca	57
Figura 3.19 – Variação do Índice de Vibro-Impacto com relação à folga no alojamento	58
Figura 3.20 – Variação do Índice de Vibro-Impacto com relação à massa da base.....	58
Figura 3.21 – Variação do Índice de Vibro-Impacto com relação à rigidez da mola torcional	59
Figura 4.1 – Configuração da Bancada I.....	62
Figura 4.2 – Configuração da Bancada II	62
Figura 4.3 – Bancada III com parafusos de fixação	63
Figura 4.4 – Conjunto da alavanca de transmissão mecânica	64
Figura 4.5 – Bancada III completa	64
Figura 4.6 – Montagem para determinação da rigidez da viga da Bancada I	65
Figura 4.7 – Rigidez Estimada da viga da Bancada I.....	66
Figura 4.8 – Montagem para determinação da rigidez das vigas paralelas da Bancada III	67
Figura 4.9 – Rigidez estimada das vigas paralelas da Bancada III	67
Figura 4.10 – Fluxograma para identificação de sistemas via experimental	72
Figura 4.11 – Montagem experimental para Medição Dinâmica.....	73
Figura 4.12 – Montagem experimental da Bancada I	76
Figura 4.13 – Deslocamento e Envelope da Bancada I.....	77
Figura 4.14 – “Backbone” da Bancada I.....	77
Figura 4.15 – Comparação entre a rigidez estática e dinâmica da Bancada I	78
Figura 4.16 – Montagem experimental da Bancada II	79
Figura 4.17 – Deslocamento e Envelope da Bancada II	80

Figura 4.18 – “Backbone” da Bancada II.....	80
Figura 4.19 – Curva de características de rigidez da Bancada II	81
Figura 4.20 – Montagem experimental da Bancada III sem a alavanca	82
Figura 4.21 – “Backbone” da Bancada III sem a alavanca	83
Figura 4.22 – Comparação entre a rigidez das vigas paralelas da Bancada III obtidas via estática e dinâmica	83
Figura 4.23 – Montagem experimental da Bancada III completa	84
Figura 4.24 – Deslocamento e Envelope da Bancada III	84
Figura 4.25 – “Backbone” da Bancada III	85
Figura 4.26 – Curva de características de rigidez da Bancada III.....	85
Figura 4.27 - Detalhes das massas adicionais montadas na Bancada III	86
Figura 4.28 – Comparação entre os Índices de Vibro-Impacto obtidos via numérica e experimental	87
Figura A.1 – Deslocamento e envelope para vibração livre de um modelo de 1gdl linear	95
Figura A.2 – Força conservativa do modelo de 1gdl – linear	97
Figura A.3 – Força dissipativa do modelo de 1gdl – linear	97
Figura A.4 – Simulação do sistema utilizando-se do método Runge-Kutta	99
Figura A.5 – Frequência natural com e sem filtragem para o modelo de 1gdl linear – numérico.....	100
Figura A.6 – Força conservativa do modelo de 1gdl linear – numérico	100
Figura A.7 – Força dissipativa do modelo de 1gdl linear – numérico	101

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Parâmetros do modelo de viga com rigidez cúbica.....	41
Tabela 3.2 – Parâmetros do modelo de viga com folga	45
Tabela 3.3 – Parâmetros do modelo de alavanca de dois graus de liberdade	49
Tabela 3.4 – Parâmetros para estudo de sensibilidade: alavanca 2gdl.....	51
Tabela 3.5 – Parâmetros do modelo da alavanca com três graus de liberdade	55
Tabela 3.6 – Parâmetros para estudo de sensibilidade: alavanca 3gdl.....	56
Tabela 4.1 – Itens enumerados na montagem experimental	73
Tabela A.1 – Parâmetros do modelo de alavanca de dois graus de liberdade.....	93

Nomenclatura

Letras Latinas

a	–	máximo deslocamento elástico (Modelo de Ren)	
A	–	amplitude	$[m]$
b	–	diferença entre microdeslizamento e elementos bilineares	
c	–	amortecimento viscoso	$[Ns/m]$
$[C]$	–	matriz de amortecimento viscoso	$[Ns/m]$
E	–	módulo de elasticidade	$[m]$
f, F	–	força	$[N]$
f_0	–	pré-carregamento	$[N]$
$\{f\}$	–	vetor de força	$[N]$
H	–	Transformada de Hilbert	
h	–	coeficiente de amortecimento	$[Ns/mkg]$
I	–	momento de inércia	$[kg.m^2]$
k	–	rigidez	$[N/m]$
$[K]$	–	matriz de rigidez	$[N/m]$
L	–	comprimento	$[m]$
m	–	massa	$[kg]$
$[M]$	–	matriz de massa	$[kg]$
n	–	sinal de baixa frequência	

p	–	incremento de passo	
P	–	peso	$[N]$
s	–	área	$[m^2]$
sc	–	taxa entre coeficiente real e correspondente componente de baixa frequência	
t, T	–	tempo	$[s]$
$\{u\}$	–	vetor de velocidade	$[m/s]$
x	–	sinal de excitação	$[N]$
X	–	excitação na forma de sinal analítico	$[N]$
y	–	deslocamento	$[m]$
$\{y\}$	–	vetor de deslocamento	$[m]$
\dot{y}	–	velocidade	$[m/s]$
$\{\dot{y}\}$	–	vetor de velocidade	$[m/s]$
\ddot{y}	–	aceleração	$[m/s^2]$
$\{\ddot{y}\}$	–	vetor de aceleração	$[m/s^2]$
Y	–	deslocamento na forma de sinal complexo	$[m]$
$\{z\}$	–	vetor combinado deslocamento e velocidade	

Letras Gregas

α	–	parte real da taxa entre sinal de entrada e resposta	
β	–	parte imaginária da taxa entre sinal de entrada e resposta, ângulo	
δ	–	amortecimento estrutural	
Δ	–	folga	$[m]$
θ	–	deslocamento angular	$[rad]$
τ	–	intervalo de tempo	$[s]$
ψ	–	fase de um sinal	$[rad]$

$\dot{\psi}$	–	freqüência	$[rad/s]$
ρ	–	densidade	$[kg/m^3]$
ω	–	freqüência	$[rad/s]$

Superescritos

a	–	normalizado
\sim	–	Transformada de Hilbert
\sim	–	componente de baixa freqüência
\wedge	–	filtragem de baixa freqüência

Subscritos

a	–	atrito
$amor$	–	amortecimento
b	–	base
cr	–	crítico
cg	–	centro de gravidade
cte	–	constante
f	–	folga
gdl	–	grau de liberdade
h	–	histeresse
i	–	pico de deslocamento
j	–	pico de velocidade
r	–	rótula
rig	–	rigidez
t	–	torcional

Abreviações

- FEM – Método dos Elementos Finitos
- FET – Elementos Finitos no Domínio do Tempo
- RF – Resposta em Frequência
- HT – Transformada de Hilbert
- RL – Índice de Vibro-Impacto

Capítulo 1

Introdução

A investigação do problema de Vibro-Impacto é o estudo de um fenômeno no qual ocorre a sucessão repetitiva de ruídos de curto tempo de duração. Na indústria automotiva, o fenômeno de Vibro-Impacto é conhecido por afetar a qualidade do veículo percebida pelo cliente e tem significativo impacto nos custos de garantia (Soine et al., 1999). Alguns fenômenos de baixa frequência, tais como Vibro-Impacto (“rattle”) de marcha lenta e o vibro impacto de transmissão vem sendo estudados de forma a reduzir os ruídos indesejáveis, uma vez que o nível de ruído é um dos parâmetros para a avaliação da qualidade de um automóvel (Wang, 1997).

O fenômeno de Vibro-Impacto acontece quando componentes em contato (não necessariamente unidos) sofrem impactos entre si e geram um ruído perceptível. Entre os fatores que afetam o “rattle” podemos citar velocidade de impacto, movimento relativo entre os componentes, pré cargas, propriedades das superfícies de contato, etc. (Her et al., 1997, Weisch et al., 1997). A fonte básica deste fenômeno é geralmente um componente ou um sub-sistema com não-linearidades, tais como folgas, diferenças de rigidez (backlash), atrito seco, histeresse entre outros (Padmanabhan et al., 1995).

Um dos fenômenos de Vibro-Impacto facilmente identificados no sistema de transmissão de potência de veículos é o “rattle” de alavanca de transmissão mecânica, que surge devido à existência de folgas entre o sistema de acoplamento da alavanca e o sistema de controle da transmissão, provocando ruídos indesejados na cabine do veículo (Prado, 2002). Devido à presença de folgas, o sistema torna-se um problema da dinâmica não-linear. Antes de classificar os sistemas como lineares e não-lineares é necessário salientar que todos os sistemas são não lineares e o grau com que essas não-linearidades afetam os sistemas definem a possibilidade dos

modelos que representam esses sistemas serem linearizados, dependendo do tipo de aplicação do modelo. Dessa forma sistemas físicos com baixo grau de não-linearidade podem ser modelados linearizados e produzir resultados satisfatórios. Quando o grau de não-linearidade é alto ou quando os sistemas precisarem apresentar grande fidelidade, modelos não-lineares são necessários para que se cheguem a resultados satisfatórios.

Podemos saber se um sistema é classificado como linear ou não-linear por algumas características. Uma das características mais utilizadas é a superposição linear. A característica de sistemas que obedecem a superposição é que estes podem ser separados em partes (Strogatz, 1994), cada parte pode ser analisada separadamente e depois os resultados individuais podem ser combinados para dar o resultado do sistema total. De um ponto de vista de sistema, quando uma combinação linear de entradas produz uma combinação linear das saídas, diz-se que o sistema obedece a superposição. Numa perspectiva matemática, a superposição acontece se a somatória de duas soluções para uma equação é também solução para a equação. Se a característica de superposição não estiver presente no sistema, o sistema é dito não-linear. Desta forma, quando um sistema é considerado não-linear, técnicas não-lineares devem estar disponíveis para que se modele o sistema de forma a obter-se resultados satisfatórios.

Um procedimento comum utilizado na análise dinâmica de sistemas não-lineares é a integração numérica do modelo no domínio do tempo, que pode fornecer tanto a resposta transiente quanto a resposta permanente dos sistemas. Porém existem alguns problemas nesse tipo de aproximação tais como o grande consumo de tempo para a obtenção da resposta do sistema e dificuldades numéricas na integração com computadores digitais para alguns tipos de algoritmos de integração, particularmente quando a não-linearidade torna-se muito severa (Padmanabhan et. al, 1995). Uma aproximação alternativa é o método do balanço harmônico. Esta aproximação é conhecida por resolver equações algébricas não-lineares resultantes (Ling, 1987). Este método apresenta problemas quando as não-linearidades são muito severas, quando uma solução satisfatória do sistema necessita de muitas harmônicas e um sistema de equações muito grande tem que ser resolvido.

A maioria dos modelos desenvolvidos para o estudo do fenômeno de vibro-impacto envolvem sistemas de massas concentradas com múltiplos graus de liberdade, que incorporam elementos não-lineares, tais como folgas, atrito seco, histeresse etc. A partir desse modelo

podem-se fazer estudos para redução do vibro-impacto, modificando-se, por exemplo, os movimentos relativos entre os componentes e/ou modificando-se características dos materiais.

1.1 Revisão Bibliográfica

1.1.1 Vibro-Impacto em Transmissões Manuais

A respeito do fenômeno de Vibro-Impacto em transmissões mecânicas, investigações prévias vêm estudando o fenômeno resultante da introdução de folgas em sistemas de transmissão utilizando diferentes técnicas, tanto numéricas quanto experimentais.

Para o estudo e simulação de sistemas com presença de vibro-impacto podem ser utilizadas técnicas digitais e analógicas. Singh et al. (1989) e Kataoka et al. (1991) em seus trabalhos, fazem utilização de técnicas digitais para o estudo e simulação do fenômeno de vibro-impacto em sistemas de transmissão, basicamente utilizando o método Runge-Kutta para a integração numérica no domínio do tempo. Comparin e Singh (1989) e Padmanabhan e Singh (1992) publicaram trabalhos utilizando técnicas analógicas para simulações do fenômeno de vibro-impacto, montando circuitos analógicos para simular o sistema modelado.

Mas não só o modelamento e simulação são necessários para estudar por completo o fenômeno de vibro-impacto. Estudos experimentais também se fazem necessários para validar o fenômeno. Trabalhos publicados por Padmanabhan e Singh (1993) e Abe et al. (1992) estudam experimentalmente a percepção de ruídos.

As dificuldades a respeito da simulação numérica foram discutidas por Rust et al. (1990), como, por exemplo, problemas no estágio de formulação do modelo. Nos casos de problemas práticos de vibro-impacto, vários elementos de união diferentes e ou montagens com folgas são encontrados como, por exemplo, engrenagens, rolamentos e embreagens. Conseqüentemente o problema fica muito complicado sobre o ponto de vista de simulação computacional.

Para a simulação do fenômeno de vibro impacto foram utilizadas basicamente técnicas no domínio do tempo e da frequência. Técnicas utilizando integração direta no tempo, que fornecem tanto respostas transientes quanto permanentes são comumente utilizadas para a resolução de sistemas não-lineares (Padmanabhan et. al, 1995). Uma aproximação alternativa é a técnica de

balanço harmônico, que limita a resposta a um conjunto de equações algébricas (Padmanabhan e Singh, 1995a, 1995b).

Ferramentas baseadas no Método dos Elementos Finitos (FEM) foram também utilizadas por Shaw et al. (1997) no estudo de melhoria do desempenho do vibro-impacto em componentes automotivos. Os Elementos Finitos no Domínio do Tempo (FET), baseado em um princípio de Hamilton, que transforma o problema em um problema de valor de contorno, foi utilizado por Wang (1997) para o estudo de vibro-impacto em transmissões automotivas.

A quantificação do vibro-impacto para a melhoria do desempenho com relação a ruído é um problema bastante estudado pelos pesquisadores. Trabalhos publicados por Padmanabhan et al. (1995), Shaw et al. (1997), Chikatani e Suehiro (1991) e Ohnuma et al. (1985) definem vários critérios para a avaliação e quantificação do fenômeno de vibro-impacto em sistemas de transmissão mecânica.

1.1.2 Modelagem de Estruturas Não-Lineares

Muitas aplicações de engenharia exigem modelos matemáticos para prever efeitos devido a modificações estruturais ou correção dos níveis de vibração indesejados. Então bons modelos são conquistados obtendo-se informações sobre as não-linearidades. Por exemplo, o trabalho de Ewins (1982), mostra que o amortecimento medido quase sempre é não-linear, embora normalmente seja aproximado como linear. Watanabe e Sato (1988) mostram que podem também ser encontradas não-linearidades de rigidez em molas. As condições de contorno podem introduzir não-linearidades em sistemas lineares. Um exemplo é uma viga engastada-livre mostrado por Murakami e Sato (1990), onde a junção induz efeitos não-lineares.

Mentel (1987) mostra que alguns elementos como borracha e compósitos têm propriedades materiais elásticas não-lineares. Sistemas com auto-excitação como fricção seca que possuem características não-lineares foram apresentados por Ren (1992). Boivin e Pierre (1995) mostram outro fenômeno não-linear que é difícil de ser detectado, chamado de ressonância interna. Até mesmo sistemas de corpos rígidos como mecanismos de manivela são cinematicamente não-lineares. Estas e outras não-linearidades podem ser encontradas juntas numa mesma estrutura como mostrado por Yu et al. (1996). A presença de não-linearidades pode ser considerada como uma característica útil ou às vezes indesejável. Há situações onde não-linearidades são úteis e

projetadas. Um exemplo é a fricção desejada entre as laminas nas turbinas de motores de aeronaves (Sanliturk et al., 1997). Por outro lado, há situações onde os mesmos tipos de não-linearidades podem ser indesejadas como, por exemplo, a instabilidade em turbinas a vapor devido à fricção interna (Wang e Chen, 1992).

Embora exista um grande número de não-linearidades em diferentes mecanismos, é possível classificar as não-linearidades em características não-lineares globais, como propriedades dos materiais apresentadas por Rice e Xu (1996), e características não-lineares locais, como molas não-lineares mostradas por Watanabe e Sato (1988). Muitos dos fenômenos de não-linearidades localizadas são devidos a uma interação não-linear que acontece entre duas partes do sistema conectadas entre si.

A região entre as duas partes conectadas é normalmente conhecida como uma junta. Uma estrutura mecânica real normalmente consiste de vários componentes conectados por juntas de diferentes tipos tais como juntas aparafusadas (Gaul et al., 1994), juntas rebitadas, juntas soldadas, juntas adesivas ou qualquer outro mecanismo de união (Sanliturk et al., 1997). Embora as juntas sejam facilmente identificadas na estrutura, um modelo matemático da junta normalmente é de difícil obtenção (Gaul et al., 1994). Uma maneira de se obter um modelo matemático de uma junta consiste em encontrar a relação entre uma força de excitação externa aplicada à junta e a sua resposta (Burdekin et al., 1978).

Muitas vezes a validação do modelo de junta é feita correlacionando o modelo analítico com dados de testes dinâmicos experimentais, uma vez que a maioria das não-linearidades estruturais não pode ser predita com precisão apenas por informações geométricas. Além disso, quanto maior o número de informações sobre as não-linearidades, melhor será o modelo analítico obtido (Haslinger, 1995).

Uma vez que a estrutura é classificada como não-linear, é necessário escolher qual tipo de modelo que será usado para representar suas características dinâmicas. Modelos aproximados discretos são normalmente usados. Podem ser usados três diferentes técnicas para discretização de estruturas: modelos espaciais, modelos modais e modelos de resposta (Ewins, 1984). Embora quaisquer destas opções possam ser usadas para representar uma estrutura, normalmente há um

modelo que é mais apropriado que os outros para uma determinada análise (Watanabe e Sato, 1988).

1.1.3 Transformada de Hilbert

No campo do processamento de sinais a Transformada de Hilbert (HT) é levada como uma técnica muito utilizada. Teoricamente a HT e também suas propriedades para a análise de vibrações lineares e não-lineares foram discutidas em grande variedade em Vakman (1983). A aplicação da HT para o sinal inicial provê algumas informações adicionais sobre amplitude, fase instantânea e frequência de vibrações. Esta informação foi válida quando aplicada a análises de movimento de vibrações (Hammond, 1987). Além disso, foi descoberto que a Transformada de Hilbert também pode ser utilizada para solucionar problemas inversos: o problema de identificação de sistemas vibratórios.

Os primeiros resultados do uso da Transformada de Hilbert para identificação de sistemas vibratórios foram feitos no domínio da frequência (Tomlinson, 1984). Neste trabalho a Transformada de Hilbert pode ser utilizada para a caracterização de sistemas não-lineares por causa de modificações existentes nos sistemas não-lineares, comparado a sistemas lineares. Existe também a possibilidade de identificar tipos comuns de não-linearidades em estruturas mecânicas a partir de modificações na FRF.

Outras linhas de pesquisa publicadas (Feldman, 1985) foram direcionadas à aplicação da Transformada de Hilbert no domínio do tempo. Sob vibrações livres, um sistema simples de vibração possuindo massa e elementos de rigidez e amortecimento possui perda gradual de amplitude de deslocamento por causa da perda de energia do sistema. Se o sistema possui forças elásticas não-lineares, a frequência natural dependerá decisivamente da amplitude de vibração. Como as forças não-lineares dissipativas e elásticas tem efeitos totalmente diferentes nas vibrações livres, a metodologia da Transformada de Hilbert (Feldman, 1985) nos habilita a determinar alguns aspectos do comportamento dessas forças. Para essa identificação no domínio do tempo foi proposto que relações sejam construídas, como a relação entre o coeficiente de amortecimento como função da amplitude mais as relações entre a frequência instantânea e amplitude (Feldman, 1985). Mais tarde, a determinação dos coeficientes lineares de

amortecimento pela extração da derivada do envelope de vibração foi sugerido por Agneni (1989).

Mais tarde o desenvolvimento de métodos baseados na Transformada de Hilbert foram feitos para identificação generalizada de vibrações não-lineares livres e forçadas (Feldman, 1991). Outros artigos (Feldman, 1994a, 1994b) dão ao leitor uma idéia compreensiva do procedimento com resposta livre e forçada envolvendo a identificação de sistemas não-lineares com 1 grau de liberdade sob condições de vibração livres ou forçadas. Estes métodos, como são não-paramétricos, foram recomendados para identificação de parâmetros modais instantâneos, como o “backbone” do sistema, utilizado na caracterização de sistemas lineares e não-lineares (explicado com detalhes no 0) e determinação das curvas de amortecimento. Recentes esforços foram direcionados para refinamento da técnica a respeito da análise de sinais com 2 componentes (Feldman e Braun, 1995a). Se um sinal de vibração consiste em dois componentes não-estacionários, a decomposição no domínio do tempo deve ser calculada utilizando-se da Transformada de Hilbert 2 vezes. Esta técnica possibilita o desacoplamento de sistema de dois graus de liberdade e estimar cada componente não-linear separadamente. No artigo (Feldman, 1997a), diz-se que os resultados obtidos da técnica de identificação via Transformada de Hilbert podem ser postas em uso dentro da identificação de sistemas vibratórios não-simétricos. O poder do método de identificação considerado é situado no seu potencial para solucionar modelos físicos para elementos não-simétricos no sistema.

O resultado mais interessante de identificação de sistemas não-lineares baseado na análise da Transformada de Hilbert para vibrações não-lineares foi publicado por Feldman (1997b). Este artigo descreve uma identificação generalizada baseada na Transformada de Hilbert aproximada para vibração livre de um sistema não-linear sem assumir não-linearidade fraca. O artigo prova que a curva-esqueleto do sistema, também conhecida como “backbone” tem a mesma expressão como a frequência instantânea de vibração e o envelope. O resultado geral diz que a média estimada da frequência natural inclui toda informação sobre as características não-lineares iniciais e pode ser utilizada para identificação de sistemas não-lineares.

1.2 Objetivos e Estrutura do Trabalho

O objetivo do trabalho é analisar numérica e experimentalmente o índice de vibro-impacto em alavancas de transmissão mecânica, com a variação de algumas propriedades da alavanca, utilizando modelagem numérica e realizando medições experimentais. A partir desse objetivo primário, algumas etapas para a realização do trabalho foram estabelecidas, que são:

- Implementar um algoritmo baseado em uma técnica de solução de sistemas não-lineares para estudar o comportamento dinâmico dos modelos de alavanca de transmissão mecânica não-lineares;
- Desenvolver modelos de alavanca de transmissão mecânica que levam em conta os efeitos não-lineares de atrito e folga;
- Implementação de um algoritmo capaz de quantificar o fenômeno de vibro-impacto introduzido nas alavancas modeladas;
- Criação de uma bancada experimental para medição e validação dos modelos numéricos de alavanca;
- Estudar a sensibilidade de alguns parâmetros dos modelos de alavanca de transmissão mecânica com relação à quantificação do vibro-impacto.

Este trabalho está dividido em 5 capítulos:

O capítulo 1 apresenta uma introdução, a revisão bibliográfica e uma visão global do tema abordado. Também mostra os objetivos e a estrutura do trabalho, comentando de forma superficial o conteúdo de cada capítulo.

No capítulo 2 estão contidos os métodos estudados para a análise do problema da dissertação. Lá estão todas as técnicas e ferramentas utilizadas para o desenvolvimento e cumprimento dos objetivos do trabalho.

No capítulo 3 estão as simulações numéricas de alguns sistemas não-lineares e de modelos de alavanca de transmissão mecânica não-lineares propostos. Estes modelos de alavanca são de

massa concentrada e com poucos graus de liberdade, porém levam em conta efeitos não-lineares de atrito e folga. Também estão contidos estudos de sensibilidade do vibro-impacto com relação a alguns parâmetros dos modelos de alavancas.

O capítulo 4 leva em conta as considerações experimentais, os parâmetros obtidos para a modelagem das alavancas e as formas de excitação dos sistemas. Também são identificados alguns sistemas dinâmicos não-lineares.

O último capítulo apresenta as discussões e conclusões do trabalho, apresentando uma análise concisa das investigações numéricas e experimentais feitas nos dois capítulos anteriores. Neste capítulo também foram elaboradas propostas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Métodos Estudados para a Análise do Problema

2.1 Fenômeno de Vibro-Impacto

O fenômeno de vibro-impacto ocorre quando componentes de um conjunto possuem movimentos com velocidades relativas entre si. Como este assunto tem grande aplicação a sistemas automotivos, dar-se-á uma visão do ponto de vista automotivo.

Geralmente o fenômeno não ocorre apenas quando um veículo está em movimento. As fontes do vibro-impacto podem ser o motor, as imperfeições do asfalto, um movimento feito pelo operador (movimentar o volante ou pressionar o pedal do freio) ou sua fonte pode ser a alavanca de transmissão do câmbio, que vibra devido à energia de um dos componentes citados anteriormente em movimento (Soine, 1999).

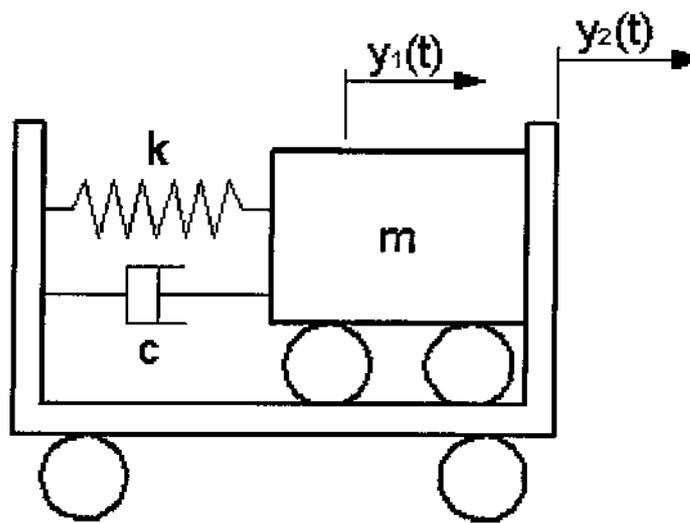


Figura 2.1 – Modelo de Vibro-Impacto acoplado

A Figura 2.1 mostra um modelo simples de vibro-impacto. Neste modelo uma mola pressiona o corpo (1), de massa m , contra o corpo principal (2), que possui seu movimento representado por y_2 . A massa é mantida contra o movimento devido à pré-carga da mola de rigidez k . Desta forma o fenômeno de vibro-impacto ocorre quando a massa m se separa do corpo principal. Desde que a mola está conectada ao corpo principal, o modelo de vibro-impacto é dito como sendo modelo de “vibro-impacto acoplado”. Desta forma pode-se afirmar que a massa m se separará do corpo principal quando a aceleração do corpo principal exceder a pré-carga da mola (P) dividida pela massa (Soine, 1999) expressa em (2.1):

$$\ddot{y}_2 > \ddot{y}_1 > \frac{P}{m} \Rightarrow \ddot{y}_{2cr} = \frac{P}{m} \quad (2.1)$$

Este nível de aceleração pode ser usado como um nível crítico de movimento para o modelo e pode ser utilizado para qualquer tipo de excitação, tanto determinístico quanto estocástico.

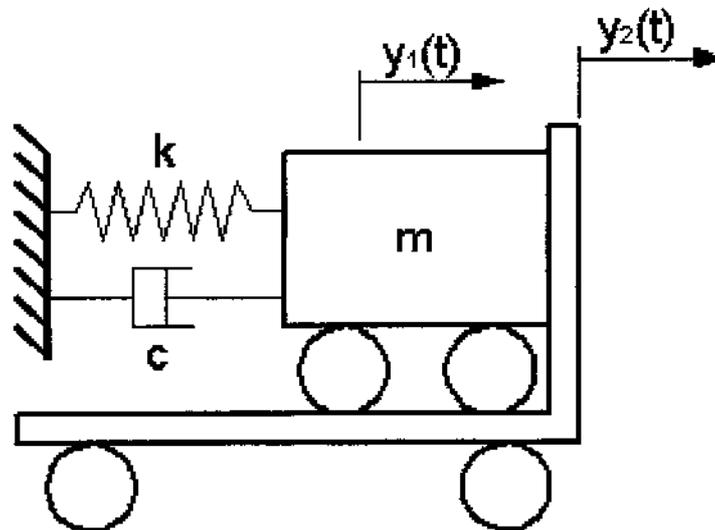


Figura 2.2 – Modelo de Vibro-Ímpacto desacoplado

A Figura 2.2 mostra o que seria um “modelo de vibro-impacto desacoplado”. Ao invés de ser conectado ao corpo principal em movimento, a mola é engastada fora do corpo principal. Se o amortecimento for desconsiderado, uma simples análise mostra que o nível crítico de aceleração varia linearmente com a posição do corpo principal (Soine, 1999), de acordo com (2.2):

$$\ddot{y}_{2cr} = \frac{P - ky_1}{m} \quad (2.2)$$

O conceito de nível crítico de movimento para vibro-impacto é agora mais complicado do que aquele do modelo acoplado. O nível crítico para este caso desacoplado é agora função da posição e da massa do corpo (1). Em um modelo de alavanca de transmissão simples com folga centrada, o fenômeno de vibro-impacto se iniciará quando a amplitude de movimento for maior que a folga Δ , como ilustrada na Figura 2.3.

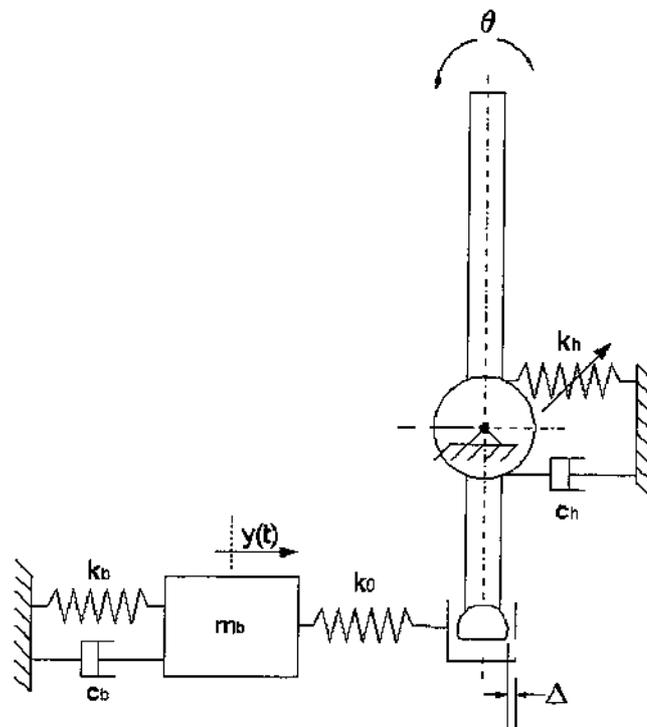


Figura 2.3 – Modelo de Vibro-Impacto em uma alavanca de transmissão simples

Em modelos mais complexos de vibro-impacto, por exemplo, ao invés de se ter a mola k_b engastada, a mola pode estar conectada a outros corpos em movimento, resultando em um nível de aceleração crítica dependente do deslocamento de ambos os corpos em movimento. Se o amortecimento for considerado, o nível de aceleração crítica dependerá também da velocidade dos corpos.

Nestes modelos de vibro-impacto as conexões entre os corpos podem ser modeladas por juntas. Estes modelos de juntas representam o comportamento dinâmico do ponto onde se encontra o fenômeno de vibro-impacto. Os modelos de juntas que podem caracterizar o vibro-

impacto são o de “Rigidez Anti-Simétrica Linear por Partes”, para vibro-impacto sem pré-carga e com folga e o modelo de junta de “Rigidez Descentrada Linear por Partes com Pré-Carregamento”, para folga descentrada e pré carga em um dos lados, que são mostradas na seção 2.2.

2.1.1 Quantificação do Vibro-Impacto

Ao longo do estudo do fenômeno de vibro-impacto, houve a necessidade da avaliação do fenômeno de forma quantitativa, visto que avaliações qualitativas têm um caráter subjetivo e podem variar constantemente dependendo do avaliador. Desta forma foram criados os Índices de Vibro-Impacto, também conhecidos por “Rattle Level” (RL).

Um primeiro parâmetro para quantificação foi proposto por Chikatani e Suehiro (1991), no qual a avaliação é baseada na média quadrática das forças atuantes durante o impacto dos componentes, apresentada em (2.3):

$$RL_1 = 10 \log \left(\frac{1}{T} \int_0^T F_i^2 dt \right) \quad (2.3)$$

onde RL é o índice de vibro-impacto, T é o período de medição da força e F_i a força conservativa atuante no ponto onde ocorre o vibro-impacto durante o período de medição.

Uma segunda forma proposta para quantificação do fenômeno foi proposta por Padmanabhan et. al (1995) onde é levada em conta a aceleração do corpo em movimento, mostrada em (2.4):

$$RL_2 = 10 \log \left(\frac{1}{T} \int_0^T \ddot{y}_i^2 dt \right) \quad (2.4)$$

onde RL é o índice de vibro-impcato, T é o período de medição da força e \ddot{y}_i a aceleração atuante no ponto onde ocorre o vibro-impacto durante o período de medição.

2.2 Modelos de Junta

A modelagem precisa para predição do comportamento dinâmico de sistemas mecânicos é uma ferramenta essencial na fase de projeto. Durante estas fases, uma estrutura física para testes

práticos geralmente não está disponível e um modelo analítico que represente a estrutura é usado em seu lugar.

Podem ser usadas muitas aproximações para se obter um modelo. No campo da análise de vibração estrutural, o método dos elementos finitos tornou-se a aproximação mais popular para estudar o fenômeno. Embora em princípio qualquer estrutura possa ser modelada pelo método dos elementos finitos, para certos problemas surgem muitas dificuldades. Muitas estruturas mecânicas complexas são compostas de várias subestruturas conectadas por tipos diferentes de mecanismos de união, e às vezes os efeitos procurados não aparecem no comportamento dinâmico predito, portanto para esta análise este método não é confiável, devido às dificuldades em modelar as conexões que separam as subestruturas, (Ewins e Imregun, 1986). O mecanismo de união, normalmente chamado de junta, é definido como qualquer conexão entre duas partes distintas de uma estrutura e as superfícies de contato de uma junta são chamadas de interface. Estas juntas têm uma considerável influência no comportamento dinâmico das estruturas montadas, sendo assim importante estabelecer um modelo matemático preciso para elas. Embora os modelos das subestruturas possam ser obtidos por suas matrizes de massa, rigidez e amortecimento derivadas dos dados de projeto, os modelos das propriedades das juntas normalmente constituem um problema maior na análise de vibração, causando discrepâncias entre as predições numéricas e os resultados experimentais.

Para superar este problema, foram desenvolvidas técnicas híbridas que utilizam dados analíticos e experimentais para produzir modelos mais seguros e precisos. Embora estas técnicas possam ser aplicadas diretamente para obter um modelo global que representa a estrutura física em um intervalo de frequências (Nobari, 1992; Tsai e Chou, 1988), podem ser obtidos modelos mais precisos e gerais se as juntas forem modeladas e então incorporadas aos modelos das subestruturas para produzir um modelo da estrutura montada (Ren, 1992).

O entendimento da natureza e configuração de uma junta pode conduzir a um modelo satisfatório. O modo mais efetivo de se modelar uma junta consiste em primeiramente estudar suas características dinâmicas. Isto pode ser feito através da busca da relação entre a força aplicada e a resposta obtida. O segundo passo é o desenvolvimento de um modelo matemático geral e preciso do comportamento da junta. Este é o maior desafio, visto que uma equação explícita geral é de difícil obtenção e o modelo resultante desenvolvido pode ser dependente do

tipo de excitação, intervalo de frequência e amplitudes da resposta. A análise da relação de força-resposta pode conduzir a uma equação explícita para uma situação prática de força-vibração. O último passo é ter os parâmetros do modelo proposto identificados. Para casos simples isto pode ser obtido por um ajuste das curvas da relação força versus resposta experimental.

A relação força-resposta usada para caracterizar a junta pode ser linear ou não-linear. Quando for não-linear, o primeiro problema de avaliar o comportamento de vibração é escolher uma força de excitação apropriada que permita caracterizar e identificar a junta não-linear facilmente. Entre os métodos de excitação atualmente usados em estudos de vibração, o método de excitação senoidal é fortemente indicado para investigação de não-linearidades por causa de suas características e precisão (Storer e Tomlinson, 1993).

Muitos tipos de junta freqüentemente encontrados já foram estudados e identificados (Gaul et al., 1994; Tomlinson e Lam, 1984). Eles são uma referência útil para investigações posteriores de aplicações práticas.

2.2.1 Juntas Lineares

Juntas lineares teóricas são juntas que obedecem o princípio da superposição previamente descrito. Por outro lado, é fato conhecido que todas as juntas físicas exibem um certo grau de não-linearidade. Para propósitos práticos, são consideradas como juntas lineares aquelas em que o grau de não-linearidade é pequeno o bastante para ser insignificante na faixa de resposta de interesse. Para este grupo, um modelo equivalente linearizado normalmente representa bem seu comportamento dinâmico. Uma característica de uma junta linear típica é que quando esta estiver excitada em uma frequência, só responde na mesma frequência, não havendo nenhuma transferência de energia no domínio da frequência.

Rigidez Linear

Um elemento de contato, modelado como uma mola de rigidez constante ($k=\text{cte}$) e massa desprezível, onde a força aplicada é proporcional ao deslocamento pode ser descrito como (2.5):

$$f = ky \tag{2.5}$$

Amortecimento Viscoso

Um elemento de contato, modelado como um amortecedor de massa desprezível, onde a força aplicada no amortecedor é proporcional a sua velocidade relativa, pode ser descrito em (2.6)

$$f = c\dot{y} \quad (2.6)$$

2.2.2 Juntas Não-Lineares

Juntas não-lineares são juntas onde o efeito das não-linearidades na faixa de resposta de interesse é significativo para a análise pretendida e tem que ser levado em conta no modelo matemático. Estas juntas não-lineares normalmente são encontradas em juntas projetadas para fácil montagem e desmontagem de subestruturas. O seu comportamento dinâmico é freqüentemente difícil de prever e é sensível a muitos parâmetros. A característica mais pronunciada de uma junta não-linear típica é a sua transferência de energia no domínio da freqüência. Quando a junta estiver excitada com uma freqüência, responde em muitas freqüências, resultando em uma distorção harmônica da resposta.

Rigidez Cúbica

Uma mola de massa desprezível na qual a força aplicada é proporcional ao cubo do seu deslocamento, pode ser descrita como (2.7):

$$f = ky^3 \quad (2.7)$$

como mostra a Figura 2.4.

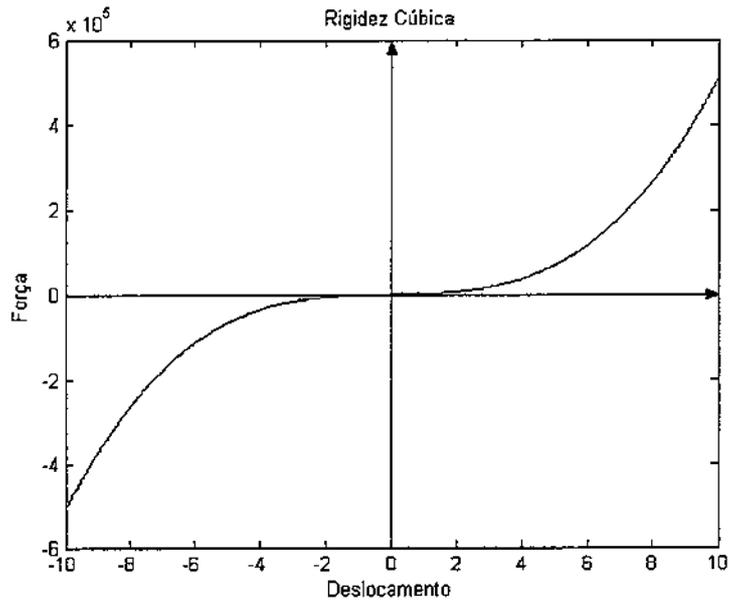


Figura 2.4 – Característica da curva de rigidez cúbica

Rigidez Anti-Simétrica Linear por Partes

Um elemento confinado em um alojamento com uma folga $2y_{cr}$, pode ter sua relação entre a força e a resposta escrita como (2.8):

$$f = \begin{cases} k(y - y_{cr}) & y \geq y_{cr} \\ 0 & |y| < y_{cr} \\ k(y + y_{cr}) & y \leq -y_{cr} \end{cases} \quad (2.8)$$

como mostra a Figura 2.5.

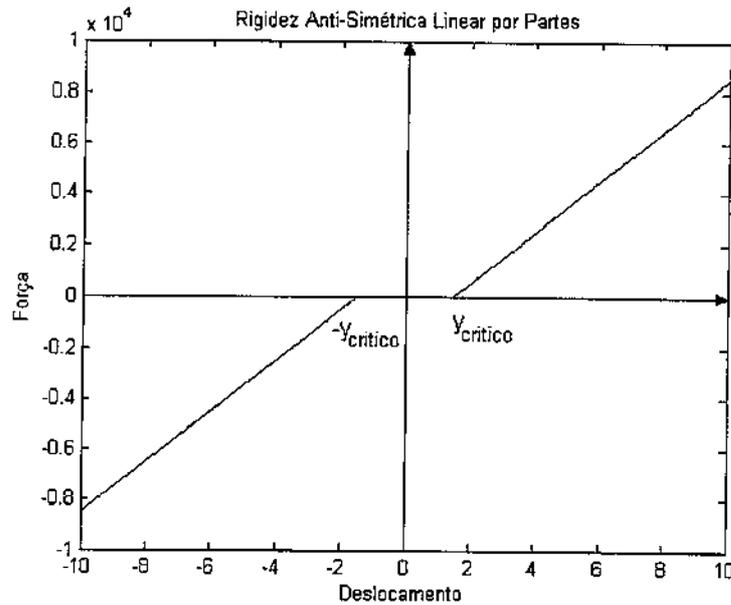


Figura 2.5 – Característica da curva de rigidez anti simétrica linear por partes

Rigidez Descentrada Linear por Partes com Pré-Carregamento

Um elemento confinado em um alojamento com uma folga y_{cr} e com pré-carregamento f_0 pode ter sua relação entre a força e a resposta escrita como (2.9):

$$f = \begin{cases} f_0 + k(y_{cr} + y) & |y| \geq y_{cr} \text{ e } y < 0 \\ f_0 & |y| < y_{cr} \text{ e } y < 0 \\ f_0 + ky & y > 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

como mostra a Figura 2.6.

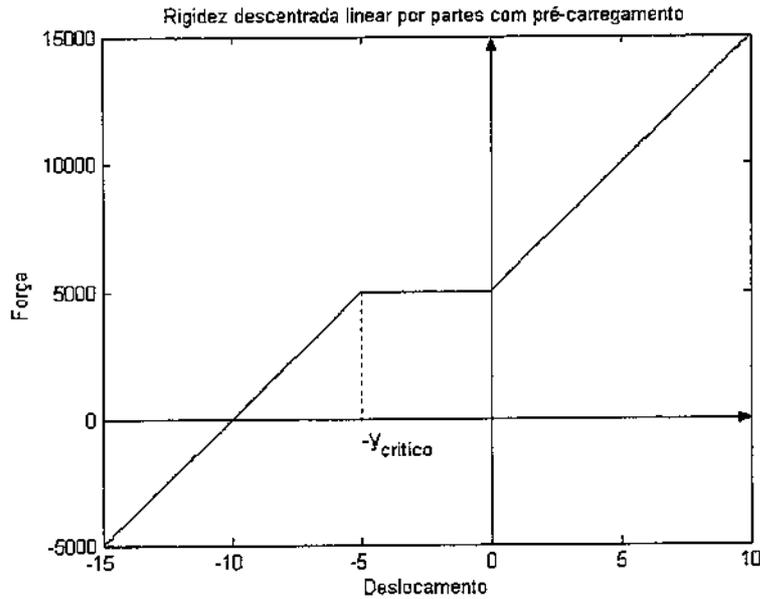


Figura 2.6 – Característica da curva de rigidez descentrada linear por partes com pré-carregamento

Modelo de Macro e Microdeslizamento de Ren

O modelo de microdeslizamento de Ren (1992) é um modelo de atrito que usa uma área pequena da interface como o elemento básico em vez de usar um elemento para cada aspereza. Cada área é modelada por um elemento bilinear. Uma rigidez de área s é definida como uma proporção da rigidez inicial total com que a área contribui. A rigidez de área total s é a unidade. Definindo a rigidez de área, o problema é transformado de um modelo de junta no domínio do deslocamento de $y[0, \infty]$ para o domínio $s[0, 1]$, onde $y_i = y(s_i)$. Todos os elementos bilineares têm a mesma rigidez k mas não o mesmo deslocamento elástico máximo y_i . A relação entre força e deslocamento pode ser escrita como (2.10):

$$f = \begin{cases} ky & x < a \\ \frac{k(y - a + y(b - \ln y + \ln a))}{b} & a \leq x < ae^b \\ \frac{ka(e^b - 1)}{b} & x \geq ae^b \end{cases} \quad (2.10)$$

onde a representa o máximo deslocamento elástico, e b representa a diferença entre microdeslizamento e elementos bilineares. Quando o elemento está sujeito a uma carga cíclica,

dependendo dos valores escolhidos para a e b , podem ser formados ciclos de histerese diferentes, podendo apresentar macro ou microdeslizamento predominantes. A Figura 2.7 mostra um ciclo contendo macro e microdeslizamento.

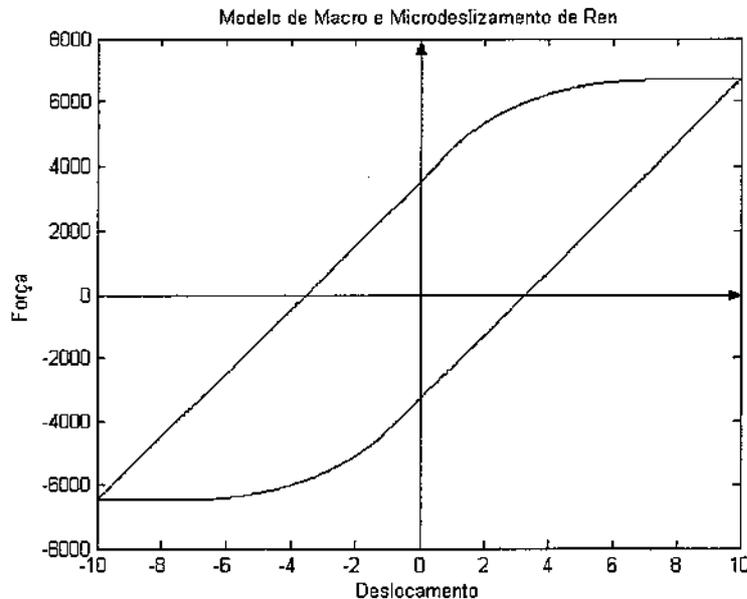


Figura 2.7 – Modelo de Macro e Microdeslizamento de Ren

2.3 Análise no Domínio do Tempo

Os métodos no domínio do tempo são muito utilizados para comparar e verificar a eficácia dos métodos aproximados no domínio da frequência pois servem como referência por representarem de forma muito próxima o comportamento do sistema estudado. Neste trabalho serão abordados alguns métodos para identificação não-linear utilizando métodos no domínio do tempo.

Desde que um modelo global é derivado, métodos diferentes podem ser usados para prever a resposta em vibração de um sistema sob certa condição de excitação. Se o modelo matemático derivado está numa forma espacial, a equação diferencial de movimento é conhecida e depois uma solução pode ser obtida. Em vibração estrutural, a maior parte dos modelos matemáticos é descrito em termos de equações diferenciais de segunda ordem. A solução analítica destas equações diferenciais pode ser tão complicada que uma solução numérica é usada no lugar. O método de integração no domínio do tempo é usado entre os vários procedimentos para resolver equações diferenciais de segunda ordem que descreve a resposta da estrutura à uma

excitação bem definida (Dokainish e Subbaraj, 1989a, 1989b). Todavia existem muitos outros métodos para resolver problemas que envolvem não-linearidades. Como dito antes, é uma boa ferramenta para validar outros métodos aproximados.

Um método prático para resolver equações diferenciais ordinárias é o método Runge-Kutta (Pres et al., 1992). Este é um método bem conhecido, pois tem grande sucesso com razoável precisão, visto que este método calcula do comportamento real do modelo analisado a cada instante de tempo.

2.3.1 Método Runge-Kutta

A idéia básica do método de integração Runge-Kutta é encontrar uma solução para a equação de equilíbrio a um ponto de tempo discreto. No caso de estruturas dinâmicas de engenharia, a equação de equilíbrio pode ser descrita por um conjunto de equações diferenciais (2.11):

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = \{f\} \quad (2.11)$$

Integrar a equação (2.11) pelo método Runge-Kutta envolve primeiramente a redução da equação diferencial de segunda ordem para uma equação diferencial de primeira ordem reescrevendo-a em equações de primeira ordem (2.12).

$$\begin{aligned} \{\dot{y}\} &= \{u\} \\ [M]\{\dot{u}\} + [C]\{u\} + [K]\{y\} &= \{f\} \end{aligned} \quad (2.12)$$

A equação (2.12) pode ser reescrita na forma matricial como mostrado na equação (2.13).

$$\begin{bmatrix} [M] & 0 \\ 0 & [I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C] & [K] \\ -[I] & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

Então, o sistema de equação diferencial ordinária (2.11) é reduzida a uma equação diferencial de primeira ordem acoplada (2.13) que tem a forma mostrada pela equação (2.14).

$$\left\{ \dot{z} \right\} = \left\{ f(t, z) \right\} \quad (2.14)$$

onde $\{f(t, z)\}$ é mostrada e dada pela equação (2.15).

$$\left\{ \begin{matrix} f(t,z) \\ 0 \end{matrix} \right\} = \begin{bmatrix} [M] & 0 \\ 0 & [I] \end{bmatrix}^{-1} \left(\left\{ \begin{matrix} f \\ 0 \end{matrix} \right\} - \begin{bmatrix} [C] & [K] \\ -[I] & 0 \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} z \end{matrix} \right\} \right) \quad (2.15)$$

E o vetor de estado $\{z\}$ é dado pela equação (2.16).

$$\{z\} = \begin{Bmatrix} \dot{y} \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u \\ y \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

O procedimento do método de integração é dado pelo valor inicial $\{z\}_n$ para um valor de tempo inicial t_n , a solução aproximada $\{z\}_{n+1}$ para um ponto final t_{n+1} ou alguma lista discreta de pontos espaçados por intervalos Δt . No método Runge-Kutta, a solução é propagada sobre um intervalo Δt de $\{z\}_n$ para $\{z\}_{n+1}$ pela combinação da informação de muitos passos pequenos, cada um envolvendo a avaliação do lado direito da equação (2.15), e depois usando a informação obtida na expansão em séries de Taylor para uma ordem maior. Depois a solução para o próximo ponto é tratada de maneira idêntica. O fato do comportamento anterior da solução não ser usado na sua propagação, permite calcular qualquer ponto na trajetória de uma equação diferencial de movimento e ser usada como ponto inicial. A fórmula clássica do Runge-Kutta de quarta ordem é o método mais utilizado. Em cada passo a derivada é avaliada quatro vezes, uma vez no ponto inicial, duas vezes a um ponto de julgamento e uma vez num ponto de julgamento final. Dessas derivadas o valor da função final é calculado como mostrado na equação (2.17).

$$\{z\}_{n+1} = \{z\}_n + \frac{P}{6}\{k_1\} + \frac{P}{3}\{k_2\} + \frac{P}{3}\{k_3\} + \frac{P}{6}\{k_4\} \quad (2.17)$$

onde:

$$\begin{aligned} \{k_1\} &= \left\{ f \left(t_n, \{z_n\} \right) \right\} \\ \{k_2\} &= \left\{ f \left(t_n + \frac{h}{2}, \left\{ z_n + \frac{k_1}{2} \right\} \right) \right\} \\ \{k_3\} &= \left\{ f \left(t_n + \frac{h}{2}, \left\{ z_n + \frac{k_2}{2} \right\} \right) \right\} \\ \{k_4\} &= \left\{ f \left(t_n + h, \{z_n + k_3\} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.18)$$

2.4 A Transformada de Hilbert

A Transformada de Hilbert foi introduzida neste trabalho com a finalidade de se identificar as forças não-lineares atuantes nos modelos, com o objetivo final de quantificar o índice de vibro-impacto mostrado na seção 2.1.1. Esta é uma transformada com o objetivo de caracterizar múltiplas escalas de tempo e modulação em frequência em sistemas vibratórios. Essas técnicas no domínio do tempo podem ser usadas para sistemas não-lineares. Deve-se lembrar que os sistemas não-lineares exibem respostas de vibração que variam com a amplitude de deslocamento. A Transformada de Hilbert é utilizada porque provê uma forma eficiente de analisar o comportamento de sistemas não-lineares.

Os conceitos de fase instantânea e frequência instantânea são a chave para a utilização da propriedade de modulação em frequência para caracterizar não-linearidades (Feldman e Braun, 1995b e 1997), que foram originados na teoria de sinais e sistemas elétricos. O modificador “instantâneo” implica que a fase e a frequência estão mudando com o tempo como função de um parâmetro. Na análise de vibrações não-lineares, a mudança da frequência natural com a amplitude é geralmente de interesse. Como a meta da análise pela transformada de Hilbert é estimar as frequências instantâneas e amplitudes de sistemas vibratórios pela medição e análise da resposta de sinais no tempo, esta técnica pode ser utilizada para a identificação de sistemas não-lineares.

O fenômeno de modulação em frequência é uma das características de sistemas não-lineares. É dito que as frequências são moduladas pela amplitude de respostas quando os parâmetros que influenciam diretamente na frequência natural (massa, rigidez e amortecimento) desses sistemas variam com as mudanças nas relações de entrada e saída (por exemplo, a amplitude).

O “backbone”, que é uma curva contendo nos eixos a frequência natural e a amplitude, é utilizado para caracterizar sistemas não-lineares, uma vez que nos sistemas não-lineares a frequência natural é modulada pela amplitude. A Figura 2.8 mostra o “backbone” de um sistema massa-mola-amortecedor linear e o “backbone” de um sistema massa-mola-amortecedor com rigidez cúbica.

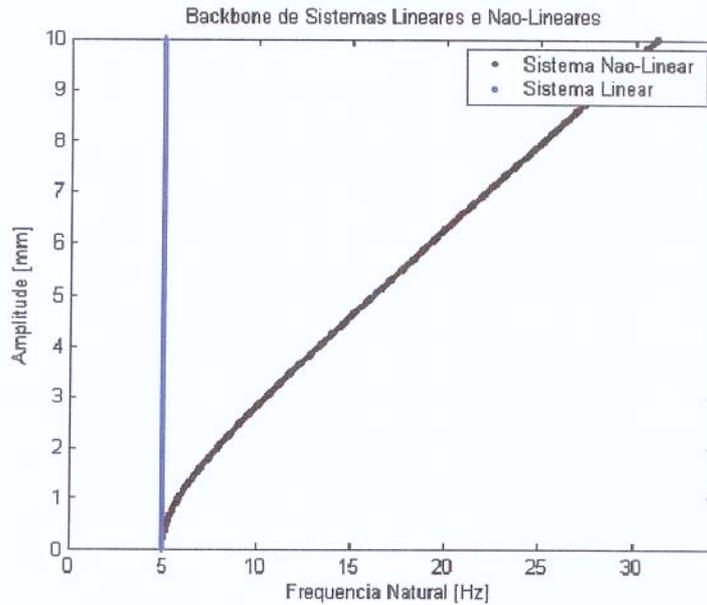


Figura 2.8 – “Backbone” de Sistemas Lineares e Não-Lineares

A Transformada de Hilbert de um sinal é uma versão desse sinal no domínio do tempo com mudança de fase (Bracewell, 1986). Por instância, a Transformada de Hilbert de um sinal no tempo é também um sinal no domínio do tempo, lembrando que várias outras transformadas (a de Fourier, por exemplo) não tem essa propriedade.

A Transformada de Hilbert de um função real $y(t)$ estendida de $-\infty$ a $+\infty$ como uma função real é definida por (2.19) (Feldman, 1997b):

$$H[y(t)] = \tilde{y}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{y(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (2.19)$$

onde $\tilde{y}(t)$ é a Transformada de Hilbert do sinal inicial $y(t)$. Então $\tilde{y}(t)$ é a integral de convolução de $y(t)$ com $(1/\pi t)$, escrita em (2.20):

$$\tilde{y}(t) = y(t) * (1/\pi t) \quad (2.20)$$

A Transformada de Hilbert da multiplicação de dois sinais, um $n(t)$ de baixa frequência e outro $y(t)$ de alta frequência, sem sobreposição de espectro, é dada por (2.21):

$$H[n(t)y(t)] = n(t)\tilde{y}(t) \quad (2.21)$$

onde $\tilde{y}(t)$ é a Transformada de Hilbert do sinal inicial $y(t)$

Mais genericamente, a Transformada de Hilbert da multiplicação de dois sinais com sobreposição em espectro pode ser escrita na forma de uma somatória de duas partes (Feldman e Braun, 1995) na equação (2.22):

$$H[n(t)y(t)] = H\{[n_1(t) + n_2(t)]y(t)\} = n_1(t)\tilde{y}(t) + \tilde{n}_2(t)\tilde{y}(t) \quad (2.22)$$

onde $n_1(t)$ é a componente de baixa frequência do sinal, $n_2(t)$ é a componente de alta frequência do sinal e $\tilde{n}_2(t)$ é a Transformada de Hilbert da componente alta frequência do sinal $n(t)$. A prova da decomposição de um sinal na somatória de termos de alta e baixa frequência é baseada no Teorema Bedrosiano da Transformada de Hilbert de um produto, que pode ser encontrada na referência (Hahn, 1996).

A Transformada de Hilbert pode ser utilizada de forma eficaz para diagnosticar e caracterizar modulação em frequência em sistemas vibratórios não-lineares. As metas da técnica da Transformada de Hilbert são detectar e classificar as mudanças na frequência natural de oscilação de sistemas não-lineares com a amplitude.

A Transformada de Hilbert é bem aplicável para dados não-lineares porque ela é um mecanismo para a estimação de características instantâneas (amplitude, fase e frequência), que serão descritas na próxima seção.

Esta Transformada define a base de um sinal analítico. O conceito de um sinal analítico é uma importante regra no desenvolvimento da técnica da Transformada de Hilbert.

2.4.1 Representação de Sinais Temporais em Sinais Analíticos

Sinais analíticos têm muitas propriedades teóricas: podem ser escritas como séries de Laurent, são continuamente deriváveis, podem ser escritas como funções de variável complexa, e tem partes real e imaginária que satisfazem as equações de Cauchy-Riemann (Saff e Snider, 1993).

De acordo com a teoria de sinais analíticos, uma quantidade grande de processos incluindo a vibração de um sistema $y(t)$ pode ser convertida pela Transformada de Hilbert para uma nova função. Dessa forma, podemos obter a expressão da equação do sinal na forma analítica (2.23).

$$Y(t) = y(t) + j\tilde{y}(t) = A(t)\exp[j\psi(t)] \quad (2.23)$$

onde $y(t)$ e $\tilde{y}(t)$ são respectivamente, o sinal vibratório e a sua Transformada de Hilbert, $Y(t)$ é o sinal vibratório na forma de sinal analítico (função do tempo complexa), $A(t)$ é chamado de envelope do sinal (amplitude) e $\psi(t)$ é a fase instantânea (funções reais).

O sinal analítico pode ser melhor visualizado em termos de fasores, onde parte real do fador representa o sinal original e a parte imaginária representa a Transformada de Hilbert do sinal. Um diagrama de fador desta relação é mostrado da Figura 2.9.

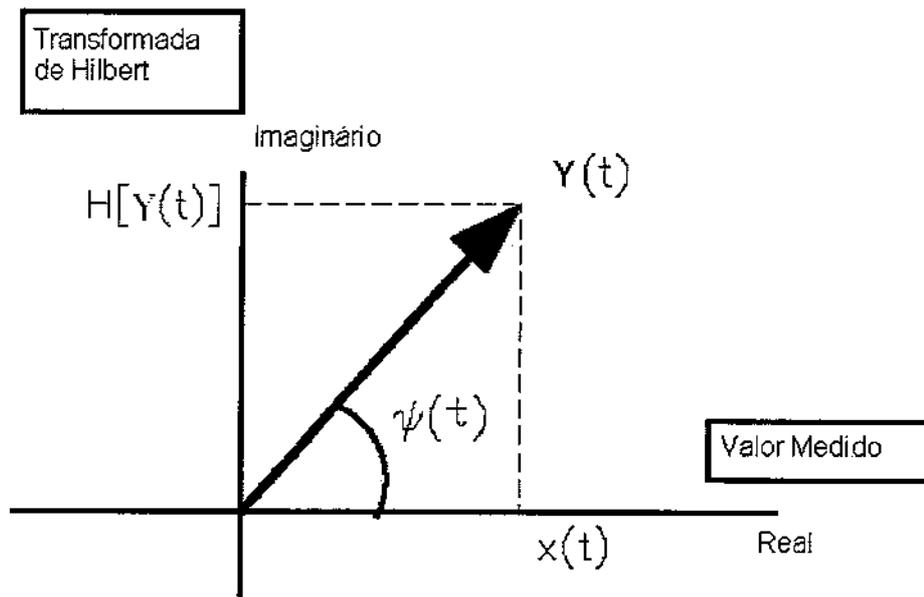


Figura 2.9 – Conceito de fador da Transformada de Hilbert

O envelope de um sinal é definido como o módulo do sinal na forma analítica. Dessa forma temos (2.24):

$$A(t) = \sqrt{y^2(t) + \tilde{y}^2(t)} \quad (2.24)$$

Podemos definir a fase instantânea do sinal como o ângulo do sinal complexo analítico $Y(t)$ em (2.25):

$$\psi(t) = \arctan[\tilde{y}(t)/y(t)] \quad (2.25)$$

Também podemos transformar o sinal complexo analítico para a sua forma original através de (2.26):

$$y(t) = (Y(t) + Y^*(t))/2 \quad (2.26)$$

Portanto o sinal vibratório $y(t)$ pode ser escrito também em função da amplitude e do cosseno da fase instantânea (2.27):

$$y(t) = A(t) \cos \psi(t) \quad (2.27)$$

A frequência angular instantânea do sinal é a derivada no tempo da fase instantânea expressa em (2.28) (Feldman, 1997b):

$$\omega(t) = \dot{\psi}(t) = \left(\arctan\left(\frac{\tilde{y}}{y}\right) \right)' = \frac{\left(\frac{\tilde{y}}{y}\right)'}{1 + \left(\frac{\tilde{y}}{y}\right)^2} = \frac{y(t)\dot{\tilde{y}}(t) - \tilde{y}(t)\dot{y}(t)}{y^2(t) + \tilde{y}^2(t)} \quad (2.28)$$

2.4.2 Os Métodos “FREEVIB” e “FORCEVIB”

Os métodos FREEVIB e FORCEVIB propostos por Feldman (Feldman, 1994a e 1994b) são um conjunto de equações provenientes das equações anteriores, de forma simplificada para a obtenção dos parâmetros modais de sistemas dinâmicos.

O método FREEVIB é um método de identificação onde a análise do sistema é realizada sob vibração livre e no qual podem ser obtidos parâmetros como frequência natural instantânea, coeficiente de amortecimento e o “backbone” do sistema. O método mencionado utiliza o sinal de vibração do sistema $y(t)$ e os seguintes procedimentos, também propostos por Feldman (Feldman, 1991).

O método FORCEVIB é um método para identificação de parâmetros modais para sistemas lineares e não-lineares, realizado sob vibração forçada, onde a excitação pode ser realizada tanto por sinais aleatórios quanto por sinais harmônicos ou quase harmônicos que varram uma certa faixa de frequências, passando pelas frequências naturais do sistema. O método mencionado utiliza os seguintes dados para o cálculo: o sinal de vibração do sistema $y(t)$, o sinal de excitação $x(t)$ além dos métodos utilizados para identificação de vibração forçada desenvolvidos por Feldman (Feldman, 1991).

2.4.3 Sistemas com Vibração Livre (Método FREEVIB)

Para um sinal vibratório ser utilizado na análise através da Transformada de Hilbert, o mesmo deve ser um sinal com uma componente proveniente de um sistema com 1 grau de liberdade ou obtido de um sistema com múltiplos graus de liberdade após uma decomposição especial ou após uma filtragem de passagem de banda (Feldman, 1994a).

Vamos considerar a vibração livre de um sistema não-linear de um grau de liberdade com amortecimento viscoso, onde os parâmetros variam com a amplitude:

$$\ddot{y} + 2h_0(A)\dot{y} + \omega_0^2(A)y = 0 \quad (2.29)$$

onde $h_0(A) = c/2m$ é o valor de amortecimento viscoso, $\omega_0^2(A) = k(A)/m$ é a frequência natural sem amortecimento, m é a massa do sistema e $k(A)$ é o valor de rigidez elástica do sistema.

Levando em conta a equação de movimento baseada em (2.29), pode-se estimar a frequência natural instantânea e o coeficiente de amortecimento instantâneo.

Aplicando-se a Transformada de Hilbert na equação (2.29), multiplicando-a por j e em seguida a somarmos com a equação original (2.29), pode-se obter a equação do sistema na forma de sinal analítico:

$$\ddot{Y} + 2h_0(A)\dot{Y} + \omega_0^2(A)Y = 0 \quad (2.30)$$

Utilizando o sinal na forma de sinal analítico (2.23) calcula-se as suas duas primeiras derivadas para a solução da equação dinâmica do sistema resultando em (2.31) e (2.32):

$$\dot{Y} = \dot{A}(t)e^{j\psi(t)} + A(t)j\dot{\psi}(t)e^{j\psi(t)} = Y(t) \left[\frac{\dot{A}(t)}{A(t)} + j\dot{\omega}(t) \right] \quad (2.31)$$

$$\ddot{Y}(t) = Y(t) \left[\frac{\ddot{A}(t)}{A(t)} - \omega^2(t) + \frac{2j\dot{A}(t)\dot{\omega}(t)}{A(t)} + j\dot{\omega}(t) \right] \quad (2.32)$$

Desta forma podemos obter uma equação na qual podemos fazer uma análise para vibração livre do sistema:

$$\left[\frac{\ddot{A}}{A} - \omega^2 + \omega_0^2 + 2h_0 \frac{\dot{A}}{A} + j \left(2 \frac{\dot{A}}{A} \omega + \dot{\omega} + 2h_0 \omega \right) \right] Y = 0 \quad (2.33)$$

Resolvendo duas equações, uma para a parte real e outra para a parte imaginária de (2.33), podemos escrever uma expressão para os parâmetros modais instantâneos como funções da primeira e segunda derivada do envelope do sinal e da frequência instantânea em (2.34) e (2.35):

$$\omega_0^2(t) = -\frac{\ddot{A}}{A} + \omega^2 + 2\frac{\dot{A}^2}{A^2} + \frac{\dot{A}\dot{\omega}}{A\omega} \quad (2.34)$$

$$h_0(t) = -\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{\omega}}{2\omega} \quad (2.35)$$

Sistemas com amortecimento estrutural

Para um sistema com amortecimento estrutural teremos a seguinte equação dinâmica do sistema na forma analítica em (2.36) (Feldman, 1994a):

$$\ddot{Y} + \omega_0^2(A) \left[1 + j \frac{\delta(A)}{\pi} \right] Y = 0 \quad (2.36)$$

Substituindo a segunda derivada do sinal na forma analítica (2.32) na equação dinâmica na forma analítica (2.36), podemos fazer uma análise para vibração livre do sistema:

$$\left[\frac{\ddot{A}}{A} - \omega^2 + \omega_0^2 + j \left(2 \frac{\dot{A}\omega}{A} + \dot{\omega} + \frac{\delta\omega_0^2}{\pi} \right) \right] Y = 0 \quad (2.37)$$

Resolvendo duas equações para as partes real e imaginária de (2.37), podemos escrever uma expressão para os parâmetros modais instantâneos como funções da primeira e segunda derivada do envelope do sinal e da frequência instantânea em (2.38) e (2.39):

$$\omega_0^2(t) = \omega^2 - \frac{\ddot{A}}{A} \quad (2.38)$$

$$\delta(t) = -\frac{2\pi \dot{A}\omega}{A\omega_0^2} - \frac{\pi\dot{\omega}}{\omega_0^2} \quad (2.39)$$

Fazendo uma comparação entre as Equações (2.34), (2.35), (2.38) e (2.39)) pode-se mostrar que nos dois modelos a frequência natural instantânea sem amortecimento é praticamente igual à frequência instantânea livre, pois a diferença entre elas no caso de pouco amortecimento são os componentes de segunda ordem. Estas equações determinam a frequência natural sub-amortecida do sistema como funções instantâneas no tempo em cada ponto do processo vibratório. Isto pode levar a um método direto para estabelecer relações não-lineares entre os parâmetros modais instantâneo e a amplitude de vibração (Feldman, 1994a).

2.4.4 Sistemas com Vibração Forçada (Método FORCEVIB)

Para um sistema com vibração forçada, introduziremos um termo em (2.30), correspondente à excitação do sistema. Assim nós obtemos a equação na forma de sinal analítico para vibração forçada para um sistema com amortecimento viscoso, (2.40) (Feldman, 1994b):

$$Y + 2h_0(A)\dot{Y} + \omega_0^2(A)Y = X/m \quad (2.40)$$

onde $X(t)$ é a força de excitação do sistema na forma de sinal analítico. Aplicando-se as mesmas técnicas utilizadas para a obtenção de (2.33) obteremos uma equação para análise de vibração forçada do sistema em (2.41):

$$\left[\frac{\ddot{A}}{A} - \omega^2 + \omega_0^2 + 2h_0 \frac{\dot{A}}{A} + j \left(2 \frac{\dot{A}}{A} \omega + \dot{\omega} + 2h_0 \omega \right) \right] Y = \frac{X(t)}{m} \quad (2.41)$$

Resolvendo duas equações, uma para a parte real e outra para a parte imaginária de (2.41), podemos escrever uma expressão para os parâmetros instantâneos de frequência natural e amortecimento em (2.42) e (2.43):

$$\omega_0^2(t) = \omega^2 + \frac{\alpha(t)}{m} - \frac{\dot{A}\beta(t)}{A\omega m} - \frac{\ddot{A}}{A} + 2 \frac{\dot{A}^2}{A^2} + \frac{\dot{A}\dot{\omega}}{A\omega} \quad (2.42)$$

$$h_0(t) = \frac{\beta(t)}{2\omega m} - \frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{\omega}}{2\omega} \quad (2.43)$$

onde $\alpha(t)$ e $\beta(t)$ são as partes real e imaginária da taxa entre os sinais de entrada e saída do sistema, que são provenientes da seguinte equação:

$$\frac{X(t)}{Y(t)} = \frac{x + j\tilde{x}}{y + j\tilde{y}} = \alpha(t) + j\beta(t) \quad (2.44)$$

As equações para identificação dos parâmetros modais, provenientes de (2.42) e (2.43), consistem nas duas primeiras derivadas do envelope do sinal e na frequência instantânea, que compensam para processos transientes num sistema dinâmico e determinam parâmetros modais nas mais complicadas condições de teste, sendo sinal de excitação harmônica ou quase harmônica, com aumento de frequência. Comparando-se com um sistema com vibração livre, é possível verificar que as Equações (2.42) e (2.43) são mais genéricas, pois incluem os valores das taxas entre o sinal de entrada e de vibração. Se a vibração for livre, essas taxas ($\alpha(t)$ e $\beta(t)$) serão iguais a zero e a equação volta ao caso de vibração livre (Equações (2.34) e (2.35)).

Estimação do Valor de Massa Modal

Como a Equação (2.40) inclui o valor de massa, que é desconhecido a priori, é necessário definir o valor da massa modal m . Na maioria dos casos práticos, o valor da massa é constante e a frequência natural do sistema ω_0 não varia em um curto intervalo de tempo Δt . Eliminando esta frequência natural da Equação (2.42) a massa pode ser expressa como (Feldman, 1994b):

$$m = \frac{\Delta \left(\alpha - \frac{\beta \dot{A}}{A\omega} \right)}{\Delta \left(-\omega^2 + \frac{\ddot{A}}{A} - \frac{2\dot{A}^2}{A^2} - \frac{\dot{A}\dot{\omega}}{A\omega} \right)} \quad (2.45)$$

onde Δ é a variação das funções correspondentes no numerador e no denominador durante um tempo Δt (Feldman, 1994b). O uso de derivadas para o cálculo da massa não é recomendado por causa de erros causados pela derivada de dados experimentais.

Considerando a equação (2.45), valores representativos da função no numerador no eixo vertical e valores da função no denominador no eixo horizontal para diferentes configurações de

pontos de tempo, consegue-se um gráfico, onde a massa é dada pela tangente do ângulo da derivada de uma linha reta para um sistema linear com um grau de liberdade. Para um grande número de pontos, o cálculo do valor de massa pode ser obtido também pelo método dos mínimos quadrados. Então usando os sinais de vibração e excitação, pode-se determinar os parâmetros modais para o sistema de acordo com as Equações (2.34) e (2.35). É essencial que a frequência instantânea de um sinal de entrada ω tenha que variar no tempo, excitando o sistema com diferentes frequências.

Sistemas com múltiplos graus de liberdade e uma entrada (excitação)

Utilizando uma excitação que varie a frequência numa certa faixa (“sweep”), incluindo várias frequências naturais diferentes do sistema, nós temos condições de saber onde as frequências de excitação e naturais estão próximas, verificando, por exemplo, a coerência do sinal.

No caso da investigação de um sistema com múltiplos graus de liberdade, depois do cálculo da Transformada de Hilbert e das funções instantâneas dos sinais, é necessário utilizar procedimentos para a estimação do valor de massa modal para cada modo do sistema separadamente.

Nestas condições sinais de entrada e saída podem ser utilizados para estimação dos parâmetros modais da correspondente forma do modo com base nos procedimentos citados anteriormente. Desde que a massa de cada modo tem seu próprio valor, um gráfico com a equação da estimação da massa (2.45) poderá ser representado por uma linha com diferentes inclinações, onde cada valor de massa respectivamente é dado pela tangente do ângulo da derivada de cada segmento de linha inclinada.

Sistemas com Amortecimento Estrutural

Seja um sistema com vibração forçada de um sistema não-linear de um grau de liberdade tendo amortecimento ou atrito independente da frequência, dado pela equação (2.46) (Feldman, 1994b):

$$\ddot{Y} + \omega_0^2(A) \left[1 + j \frac{\delta(A)}{\pi} \right] Y = \frac{X}{m} \quad (2.46)$$

Substituindo a segunda derivada do sinal na forma analítica (2.32) na equação dinâmica na forma analítica (2.46), podemos fazer uma análise para vibração livre do sistema:

$$\left[\frac{\ddot{A}}{A} - \omega^2 + \omega_0^2 + j \left(2 \frac{\dot{A}\omega}{A} + \dot{\omega} + \frac{\delta\omega_0^2}{\pi} \right) \right] Y = \frac{X}{m} \quad (2.47)$$

Resolvendo duas equações, uma para a parte real e outra para a parte imaginária de (2.37), podemos escrever uma expressão para os parâmetros modais instantâneos como funções da primeira e segunda derivada do envelope do sinal e da frequência instantânea em (2.48) e (2.49):

$$\omega_0^2(t) = \omega^2 + \frac{\alpha(t)}{m} - \frac{\ddot{A}}{A} \quad (2.48)$$

$$\delta(t) = \frac{\pi}{\omega_0^2} \left[\frac{\beta(t)}{\omega m} - \frac{2\dot{A}\omega}{A} - \dot{\omega} \right] \quad (2.49)$$

Uma vez que o valor de massa é desconhecido, primeiro tem-se que estimar o valor de massa para o cálculo das equações anteriores (Equações (2.46) e (2.48))

$$m = \frac{\Delta[\alpha(t)]}{\Delta \left[-\omega^2 + \frac{\ddot{A}}{A} \right]} \quad (2.50)$$

Comparando (2.42) com (2.48) e (2.43) com (2.49) pode-se perceber que ambos os modelos são parecidos, salvo os termos de segunda ordem. Pode-se fazer uma comparação entre os parâmetros de amortecimento para o sistema com amortecimento viscoso (2.43) e amortecimento estrutural (2.49), colocando o termo da derivada da frequência $\dot{\omega}$ em evidência nas duas equações (Feldman, 1994b):

$$h_0 = \frac{\omega_0^2 \delta}{2\pi\omega} \quad (2.51)$$

$$\delta = \frac{2\pi\omega h_0}{\omega_0^2} \quad (2.52)$$

As equações acima mostram uma forma de distinguir um sistema com amortecimento dependente da frequência natural do sistema de um independente da frequência natural do

sistema. Se o coeficiente de amortecimento de um sistema h_0 não varia quando se muda a frequência de excitação ω e o decremento logarítmico δ é proporcional à frequência natural do sistema, isto significa que existe amortecimento dependente em frequência no sistema. Se o decremento δ não variar durante a mudança da frequência natural do sistema e o fator de amortecimento do sistema h é inversamente proporcional à frequência de excitação ω , então o sistema possui amortecimento independente em frequência.

As Equações (2.42), (2.43), (2.48) e (2.49) determinam os parâmetros modais de um sistema como funções instantâneas do tempo em cada ponto do processo, que leva não somente ao estabelecimento de relações não-lineares entre parâmetros modais instantâneos, a amplitude de vibração e à frequência forçada, mas também à utilização de processos estatísticos, obtendo uma análise mais precisa. Para a estimação da frequência natural podemos utilizar a Equação (2.42) ou a Equação (2.48) e para o fator de amortecimento a Equação (2.43) ou a Equação (2.49), dependendo do tipo de amortecimento do sistema.

2.4.5 Construção da Resposta em Frequência Não-Linear

Como o resultado obtido dos métodos FREEVIB e FORCEVIB, os parâmetros modais de cada modo de vibração (frequência natural instantânea e amortecimento instantâneo) são definidos. O modelo modal obtido leva para uma descrição do comportamento da estrutura como um conjunto de modos de vibração. Este modelo pode ser definido como um conjunto de frequências naturais com a correspondente massa unitária e fatores de amortecimento modais. Todavia, é conveniente apresentar uma análise da resposta da estrutura numa forma padrão e descrevê-la como uma curva de Resposta em Frequência (RF). A excitação padrão é uma força senoidal aplicada na entrada do sistema a cada frequência na taxa especificada. Então a RF testada do sistema pode ser escrita como uma Resposta em Frequência para um sistema com 1 grau de liberdade para excitação unitária (Feldman, 1997b):

$$RF = A(\omega) = [2A_{\max} h(A)] / \left\{ \omega_0(A) \sqrt{\left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2(A)} \right]^2 + \frac{4h^2(A)\omega^2}{\omega_0^2(A)}} \right\} \quad (2.53)$$

onde A é a amplitude de vibração ω é a frequência angular, $\omega_0(A)$ é a frequência natural angular sem amortecimento como função da amplitude e $h_0(A)$ é o coeficiente de amortecimento em

função da amplitude. Utilizando-se da última equação nós podemos representar a RF como curvas separadas para cada grau de liberdade juntamente com o “backbone” do sistema.

2.4.6 Técnica de estimação das forças não-lineares

Esta técnica foi publicada em um dos trabalhos de Feldman (1995c). Considerando um caso geral de movimento não-linear, as forças de amortecimento e de rigidez podem ser interpretadas como a multiplicação de duas funções, em que uma é um coeficiente variante de rigidez ou amortecimento e a segunda é a solução. A Transformada de Hilbert da multiplicação de dois sinais resulta em duas multiplicações. Isso significa que a Transformada de Hilbert da equação de movimento consistirá de uma nova parte adicional de alta frequência nas características de rigidez e amortecimento. Então a equação de movimento obtida na forma de sinal analítico combina também modulação das funções de força de rigidez e amortecimento.

As frequências naturais instantâneas obtidas $\omega_0(t)$ e o coeficiente de amortecimento $h_0(t)$ (Equações (2.34) e (2.35)) incluem componentes de baixa frequência (ou constante para sistemas lineares) e componentes de alta frequência. Estes parâmetros modais instantâneos extraídos pela Transformada de Hilbert são funções moduladas. A Figura 2.10 ilustra a forma de um sinal de frequência natural de um sistema não-linear calculado pelas técnicas da Transformada de Hilbert.

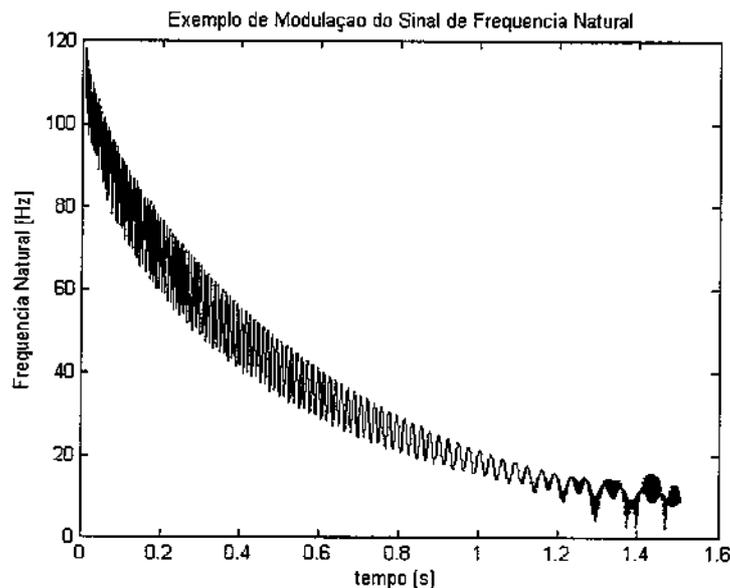


Figura 2.10 – Modulação do sinal de frequência natural de um sistema não-linear obtido via Transformada de Hilbert

Após uma filtragem de alta frequência nós podemos estimar os parâmetros modais de baixa frequência correspondentes às funções médias de rigidez e amortecimento em (2.54) e (2.55):

$$\hat{\omega}_0 = \langle \omega_0(t) \rangle \quad (2.54)$$

$$\hat{h}_0 = \langle h(t) \rangle \quad (2.55)$$

onde $\langle \rangle$ é o filtro de baixa frequência. Num caso geral, as forças não-lineares de rigidez e amortecimento combinadas têm suas próprias amplitudes. Agora a partir de (2.54) e (2.55) é possível obter aproximações para as amplitudes das forças de rigidez e amortecimento em (2.56) e (2.57):

$$F_{rg}^a = m(\hat{\omega}_0)^2 A \quad (2.56)$$

$$F_{amor}^a = 2m\hat{h}\sqrt{A^2\omega^2 + \dot{A}^2} \quad (2.57)$$

onde $\sqrt{A^2\omega^2 + \dot{A}^2}$ é o envelope da velocidade.

Com a Transformada de Hilbert e as expressões obtidas podemos extrair os coeficientes de rigidez e amortecimento e também as forças reais de rigidez e amortecimento. A Figura 2.11 traz um fluxograma contendo a seqüência de cálculo para a obtenção das forças não-lineares obtidas pelas técnicas FREEVIB e FORCEVIB.

Fluxograma para a Técnica da Transformada de Hilbert

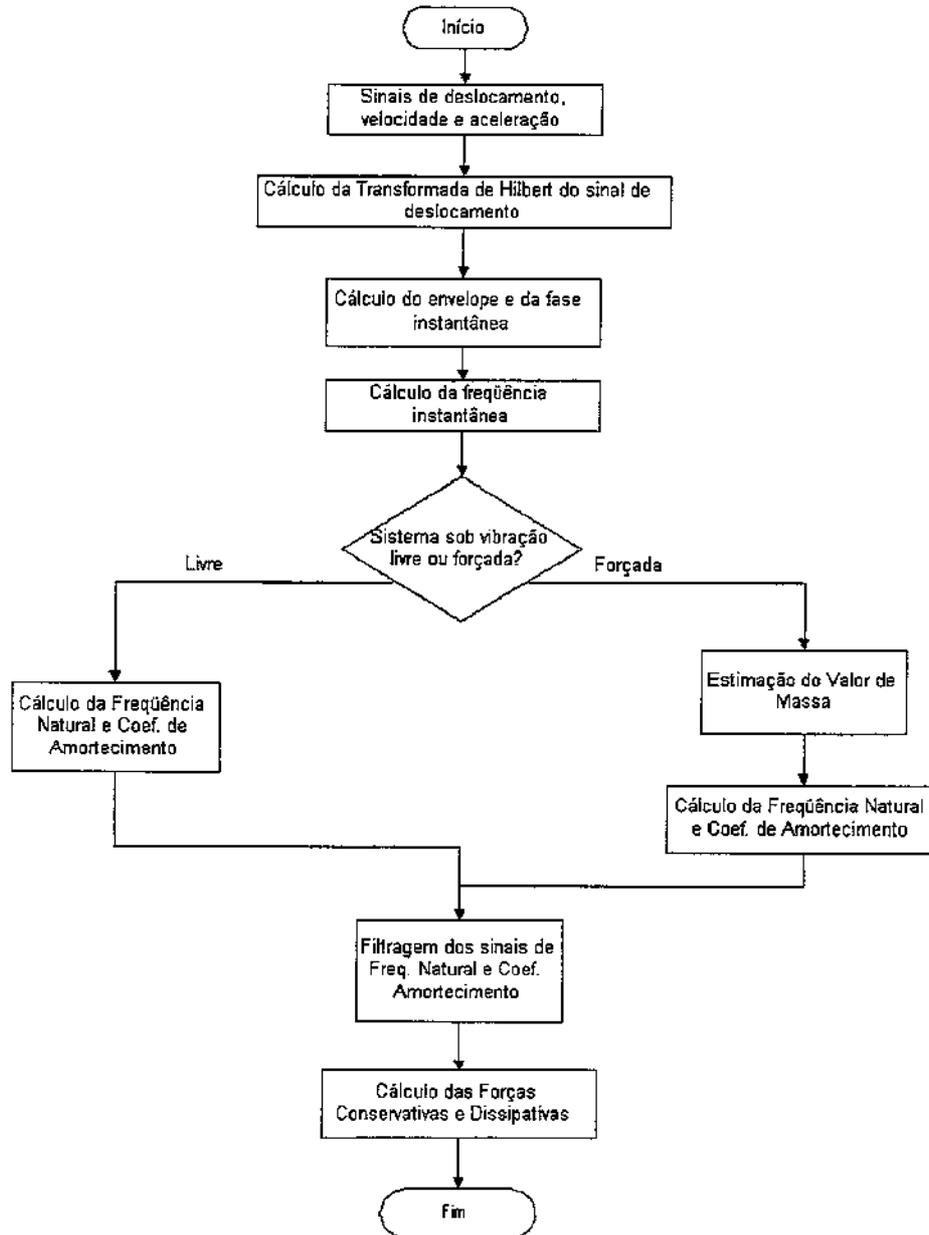


Figura 2.11 – Fluxograma do Cálculo para identificação de forças via Transformada de Hilbert

Capítulo 3

Simulações Numéricas

Após a implementação da técnica da Transformada de Hilbert e dos métodos de quantificação de vibro-impacto com o programa Matlab foram feitas algumas simulações de sistemas não-lineares para se testar as técnicas estudadas. Neste capítulo serão apresentadas quatro simulações, sendo duas delas com modelos simplificados da alavanca de transmissão mecânica.

O programa de identificação via Transformada de Hilbert (ver Anexo A) é utilizado para a identificação das características dinâmicas não-lineares dos sistemas que levantaram às curvas de rigidez e posteriormente do índice de vibro-impacto da alavanca de transmissão mecânica.

As matrizes de massa e rigidez utilizadas nas simulações foram obtidas através do pacote Meflab, que vem sendo desenvolvido pelo Departamento de Mecânica Computacional (DMC) da Faculdade de Engenharia Mecânica da Unicamp.

Nas equações dos modelos apresentados neste capítulo, as não-linearidades são representadas por modelos de juntas mostradas na seção 2.2. Esses modelos de juntas representam os pontos de não-linearidades dos modelos. O modelo da seção 3.1 utiliza um modelo de junta de rigidez cúbica e o modelo de junta empregado na seção 3.2 representa uma folga centrada. Os modelos simplificados da alavanca de transmissão mecânica da seção 3.3 empregam modelos de juntas de atrito, folga centrada e folga descentrada.

Para os modelos das alavancas de transmissão mecânica, além da identificação das características dinâmicas foram calculados os índices de vibro-impacto. Um estudo de sensibilidade também foi feito, no qual foram variados alguns parâmetros do modelo e verificou-

se a variação do índice de vibro-impacto para as dadas perturbações. A Figura 3.1 mostra um fluxograma genérico para a identificação, cálculo do índice de vibro-impacto e estudo de sensibilidade do índice de vibro-impacto para variações dos parâmetros do modelo.

Fluxograma para simulação numérica

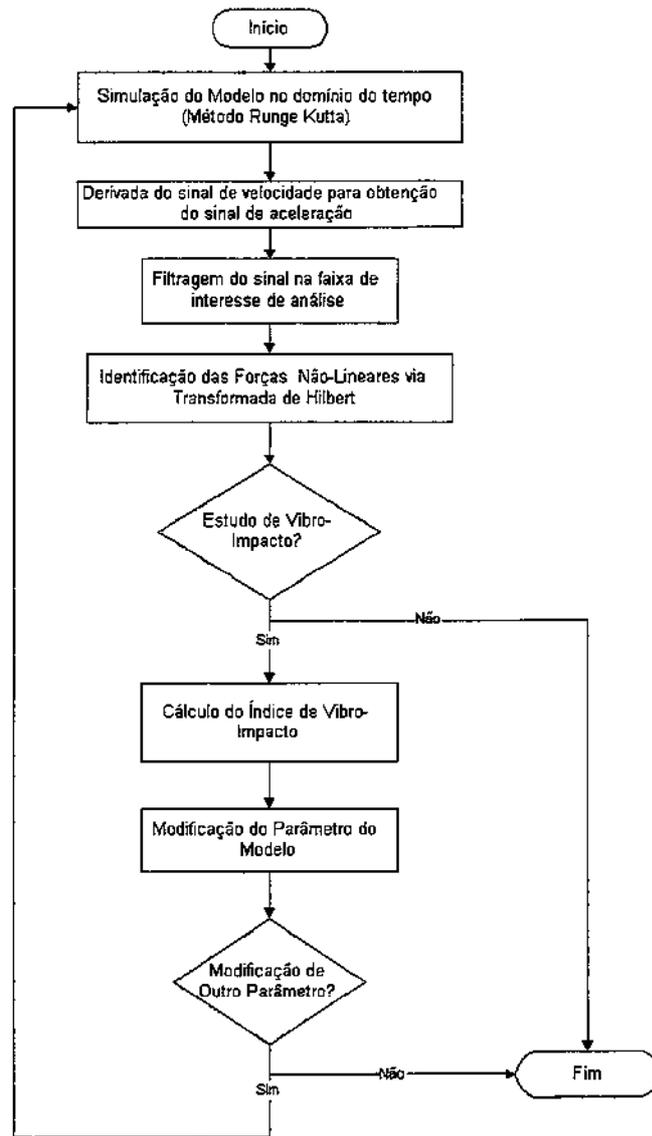


Figura 3.1 – Fluxograma genérico para análise de vibro-impacto pela Transformada de Hilbert

3.1 Modelo de 10 Graus de Liberdade – Rigidez Cúbica

O sistema modelado e analisado é o de um sistema que apresenta não-linearidade cúbica, que tenta reproduzir um sistema físico chamado Bancada I, que será mostrado na seção 4.1.1. Este sistema foi modelado como sendo uma viga engastada em uma das extremidades e com uma

mola com rigidez cúbica na outra extremidade. Este modelo está sob vibração livre e a equação (3.1) representa o modelo com a rigidez cúbica colocada em uma das coordenadas da viga, mostrada na Figura 3.2.

$$[M]\ddot{y} + [C]\dot{y} + [K]y + \sum_{j=1}^M (k_{1j}y_i + k_{2j}y_i^3) = 0 \quad (3.1)$$

O modelo de junta usado para representar a mola cúbica é o modelo de rigidez cúbica apresentado na subseção 2.2.2. A viga foi modelada pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), com cinco elementos de viga do tipo Euler-Bernoulli. Como esse tipo de elemento tem 2 graus de liberdade (gdl) por nó, o sistema possui no total 10 gdl. O sinal “medido” foi obtido através da coordenada 9 da viga, que pode ser visualizada na Figura 3.2.

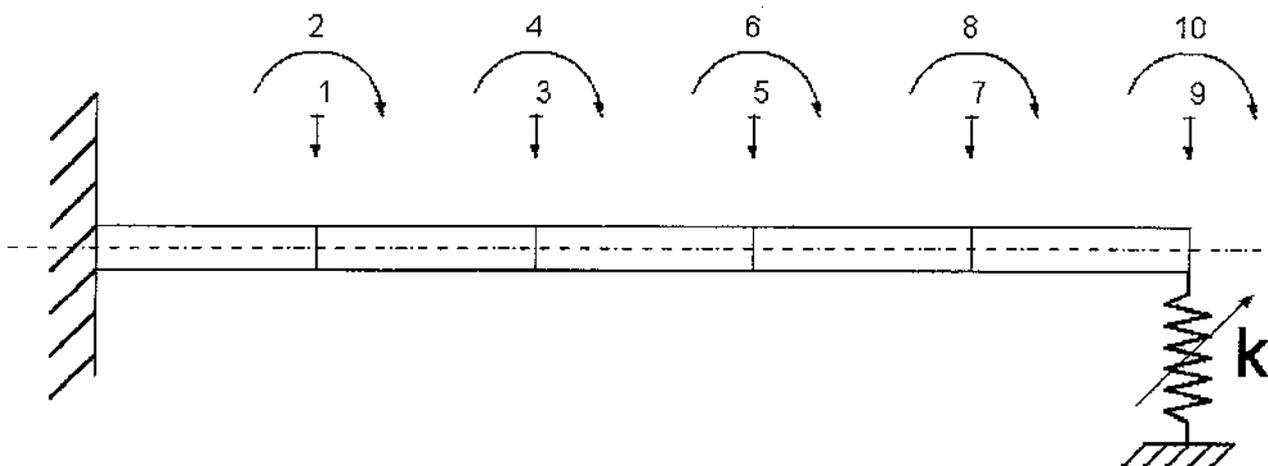


Figura 3.2 – Modelo de viga com 5 elementos e rigidez cúbica concentrada

A Tabela 3.1 mostra as propriedades do sistema modelado e os valores de deslocamento inicial y_0 utilizado.

Tabela 3.1 – Parâmetros do modelo de viga com rigidez cúbica

k_1	→	6500 [N/m ²]
k_2	→	$11800 \cdot 10^3$ [N/m ³]
[C]	→	0,0005.[K]
E	→	$175 \cdot 10^3$ [m]
ρ	→	7900 [kg/m ³]
L	→	$420 \cdot 10^3$ [m]
$(y_0)_9$	→	$5 \cdot 10^{-3}$ [m]

Este sistema teve a sua resposta obtida no domínio do tempo, sob vibração livre, utilizando-se o método Runge-Kutta, mostrado na subseção 2.3.1.

Este sistema foi simulado com 14.000 pontos, com um passo de integração $\Delta t = \frac{1}{2000} s$. Após esse tempo de integração o sistema simulado entrou em repouso. Para utilização do programa de identificação pela Transformada de Hilbert nesse sistema, tornou-se necessária uma filtragem de passagem de banda no sinal, como explicado na seção 2.4.3, para que se utilize do sinal apenas a componente correspondente à não-linearidade.

Após a simulação no domínio do tempo, obtiveram-se os sinais de deslocamento e velocidade do sistema. O sinal de aceleração foi obtido através do cálculo da derivada numérica do sinal de velocidade. Essa derivada foi obtida utilizando-se diferenças finitas. Foram aplicadas as técnicas de identificação das características de rigidez e amortecimento do sistema. A Figura 3.3 mostra o “backbone” do sistema estudado, o qual corresponde à curva verificada na literatura para esse tipo de não-linearidade (Weaver, 1990). Para a obtenção do backbone utilizou-se a FFT do sinal e verificou-se a primeira componente de frequência distorcida, correspondente à não-linearidade. Então o backbone corresponde a essa faixa de frequência.

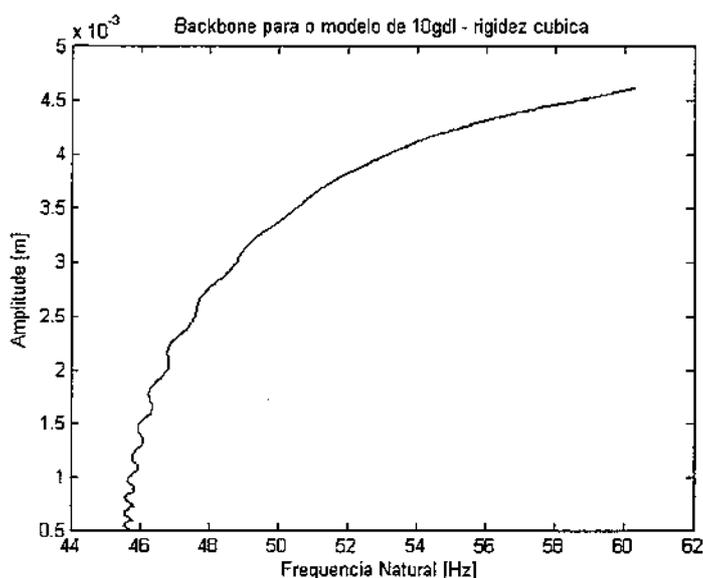


Figura 3.3 – “Backbone” do modelo de 10gdl – rigidez cúbica

A Figura 3.4 mostra a curva de características da força conservativa obtida através das técnicas da Transformada de Hilbert, com a resposta livre do sistema. Observa-se que é possível

desta forma obter a curva de rigidez que foi introduzida na formulação do modelo, que é o objetivo da identificação neste exemplo. A curva em vermelho representa a rigidez introduzida no modelo, para verificação da curva identificada.

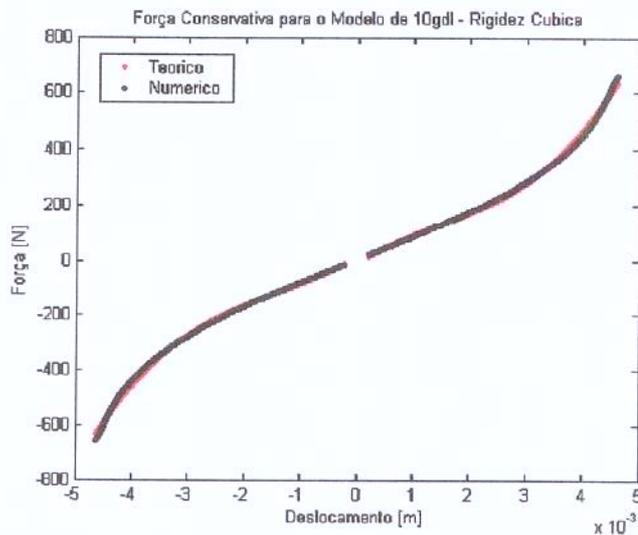


Figura 3.4 – Características da força conservativa do modelo de 10gdl – rigidez cúbica

A Figura 3.5 mostra a curva de características da força dissipativa obtida através das técnicas da Transformada de Hilbert, com a resposta livre do sistema. Observa-se que é possível desta forma obter a curva de amortecimento linear, que foi introduzida na formulação do modelo, o objetivo da identificação neste exemplo.

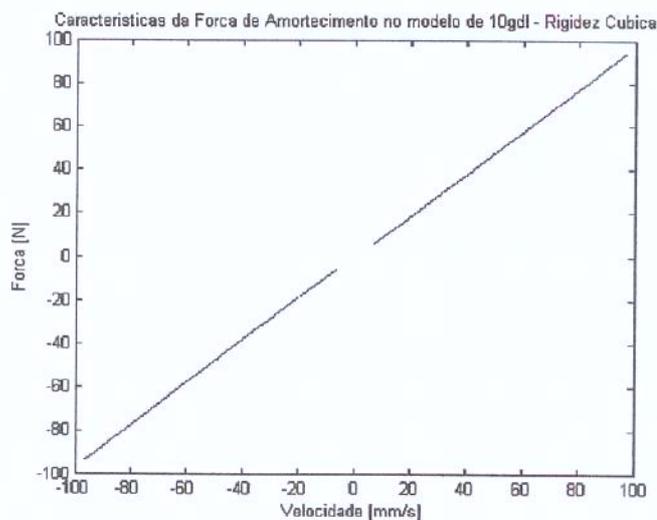


Figura 3.5 – Característica da força de amortecimento do modelo de 10gdl – rigidez cúbica

3.2 Modelo de 10 Graus de Liberdade - Folga

O sistema modelado e analisado é o de um sistema que apresenta não-linearidade de folga centrada, que é baseado no sistema físico chamado Bancada II, que será mostrado na seção 4.1.2. Este sistema foi modelado como sendo uma viga engastada em uma das extremidades e com elementos rígidos, separados a uma distância Δ na outra extremidade. Este modelo está sob vibração livre e a equação (3.2) representa o modelo com os elementos com rigidez linear colocados em uma das coordenadas da viga, mostrada na Figura 3.6.

$$[M]\ddot{y} + [C]\dot{y} + [K]y + \sum_{j=1}^M k_j s \left[1 - \left(\frac{\Delta_j}{y_i} \right) \text{sign}(y_i - \Delta_j) \right] = 0 \quad (3.2)$$

$$s(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } |x| \leq \Delta \\ 1 & \text{para } |x| \geq \Delta \end{cases}$$

O modelo de junta usado para representar a folga é o modelo de rigidez anti-simétrica linear por partes apresentado na subseção 2.2.2. A viga foi modelada pelo MEF com 5 elementos de viga do tipo Euler-Bernoulli. Como esse tipo de elemento tem 2 graus de liberdade (gdl) por nó, o sistema possui no total 10 gdl. O sinal “medido” foi obtido através da coordenada 9 da viga, que pode ser visualizada na Figura 3.2.

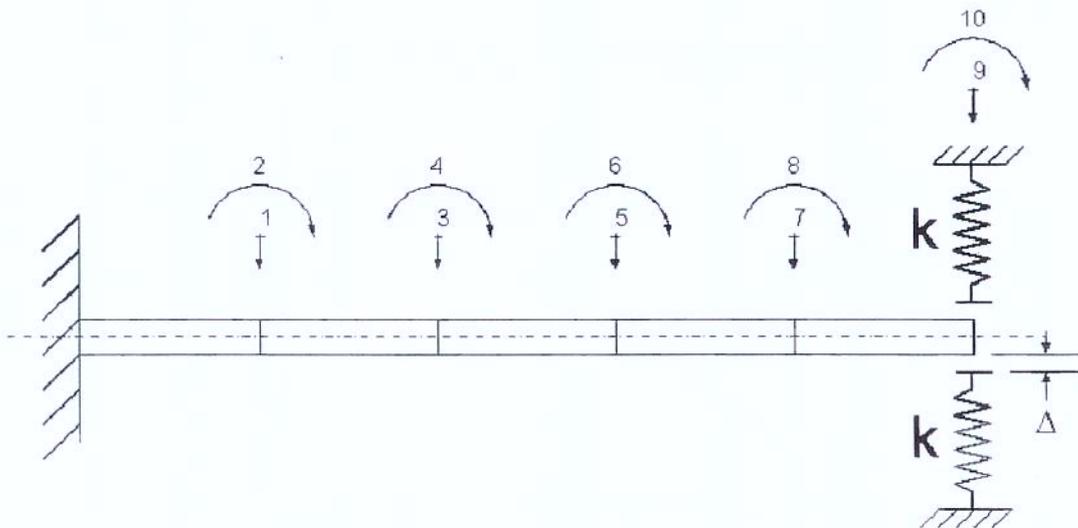


Figura 3.6 – Modelo de viga com 5 elementos e não-linearidade de folga concentrada

A Tabela 3.2 mostra as propriedades do sistema modelado e os valores de deslocamento inicial y_0 .

Tabela 3.2 – Parâmetros do modelo de viga com folga

k	→	$1,00 \cdot 10^7$ [N/m]
[C]	→	0,0005.[K]
E	→	$175 \cdot 10^3$ [m]
ρ	→	7900 [kg/m ³]
L	→	$420 \cdot 10^{-3}$ [m]
Δ	→	$1,00 \cdot 10^{-3}$ [m]
$(y_0)_0$	→	$5 \cdot 10^{-3}$ [m]

Este sistema teve a sua resposta obtida no domínio do tempo, sob vibração livre, utilizando-se o método Runge-Kutta, mostrado na subseção 2.3.1.

Este sistema foi simulado com 14.000 pontos, com um passo de integração $\Delta t = \frac{1}{2000} s$, o qual o sistema simulado tem sua amplitude de deslocamento próxima de zero. Para utilização do programa de identificação pela Transformada de Hilbert nesse sistema, tornou-se necessária uma filtragem de passagem de banda no sinal, como explicado na seção 2.4.3, para que se utilize do sinal apenas a componente correspondente à não-linearidade.

Após a simulação no domínio do tempo, obtiveram-se os sinais de deslocamento e velocidade do sistema. O sinal de aceleração foi obtido através do cálculo da derivada numérica do sinal de velocidade. Essa derivada foi obtida utilizando-se diferenças finitas. Foram aplicadas as técnicas de identificação das características de rigidez e amortecimento do sistema. A Figura 3.7 mostra o “backbone” do sistema estudado, o qual corresponde à curva verificada na literatura para esse tipo de não-linearidade (Weaver, 1990).

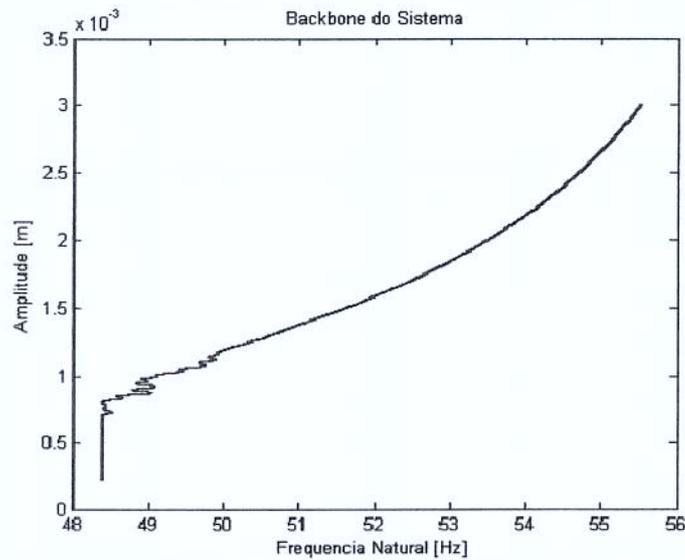


Figura 3.7 – “Backbone” do modelo de 10gdl – folga

A Figura 3.8 mostra a curva de características da força conservativa obtida através das técnicas da Transformada de Hilbert, com a resposta livre do sistema. Observa-se que é possível desta forma obter a curva de rigidez que foi introduzida na formulação do modelo, que é o objetivo da identificação neste exemplo. A curva vermelha representa a rigidez introduzida no modelo, para verificação da curva identificada.

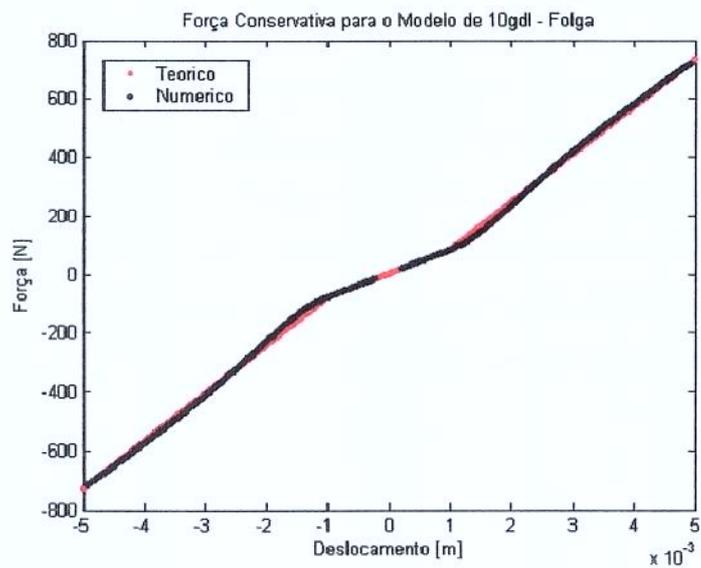


Figura 3.8 – Características da força conservativa do modelo de 10gdl – folga

A Figura 3.9 mostra a curva de características da força de amortecimento obtida através das técnicas da Transformada de Hilbert, com a resposta livre do sistema. Observa-se que é possível desta forma obter a curva de amortecimento que foi introduzida na formulação do modelo, que é o objetivo da identificação neste exemplo.

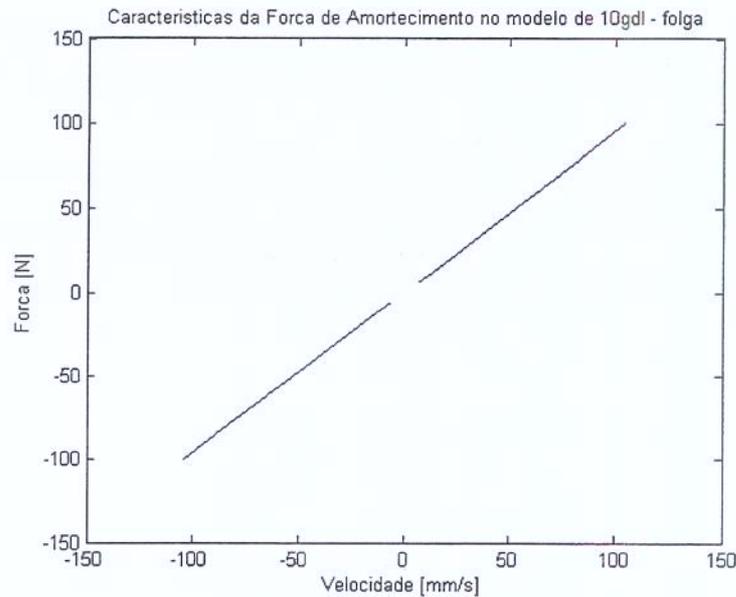


Figura 3.9 – Característica da força dissipativa do modelo de 10gdl – folga

3.3 Modelos Simplificados da Alavanca de Transmissão Mecânica

Foram desenvolvidos dois modelos simplificados de alavancas de transmissão mecânica para a obtenção de uma estimativa para as características dinâmicas de rigidez e amortecimento e do índice de Vibro-Impacto, tentando reproduzir um sistema físico que será mostrado na seção 4.1.3. As equações dos modelos da alavanca de transmissão mecânica apresentam dois termos relativos às não-linearidades introduzidas: a não-linearidade de folga e a não-linearidade de atrito.

O modelo de atrito utilizado é o mesmo apresentado na subseção 2.2.2, podendo apresentar características de macro ou microdeslizamento, dependendo dos parâmetros a , b e K . Os valores dos parâmetros a , b e K utilizados nos modelos foram retirados do trabalho de Prado (2002), o qual levanta parâmetros de atrito para modelos de alavancas de transmissão mecânica.

3.3.1 Modelo de Dois Graus de Liberdade – Haste Reta

O modelo de dois graus de liberdade da alavanca de transmissão mecânica com haste reta, apresentado na Figura 3.10 é descrito por um sistema de equações na forma matricial (3.3). Em (3.3) os efeitos não-lineares de atrito e folga estão representados por modelos de junta.

$$\begin{bmatrix} m_b & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & c_h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_0 + k_b & -k_0 r_f \\ -k_0 r_f & k_0 r_f^2 + k_h r_r^2 - m_a g r_{cg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

O modelo de junta utilizado para a folga é o modelo de rigidez anti-simétrica linear por partes, apresentado na subseção 2.2.2. O modelo de junta utilizado para o atrito é o modelo de macro e microdeslizamento de Ren, apresentado na subseção 2.2.2.

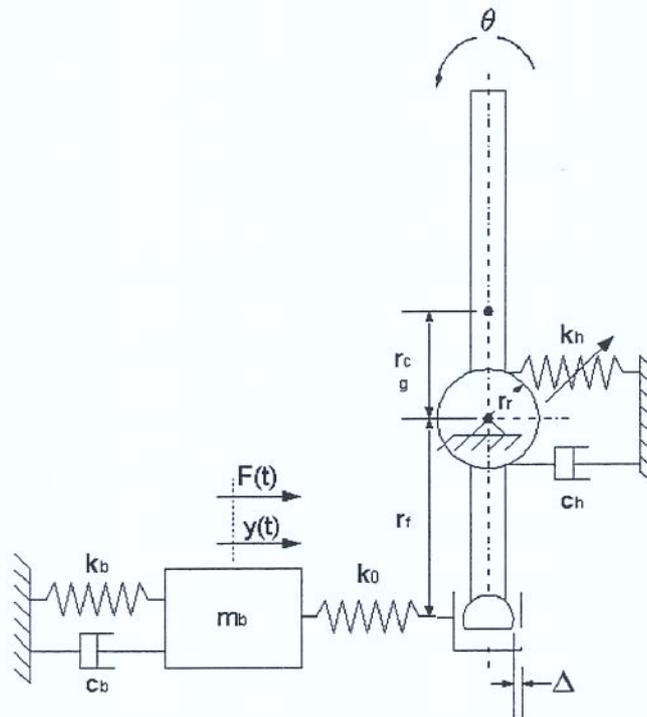


Figura 3.10 – Modelo da alavanca de transmissão mecânica com a haste reta

A Tabela 3.3 apresenta os valores dos parâmetros usados na obtenção da identificação das características não-lineares do modelo e do índice de vibro-impacto. Os parâmetros de atrito e amortecimento (ch, kh, a e b) utilizados na rótula da alavanca foram extraídos do trabalho de Prado (2002). Para a simulação dos sistemas, o sinal de excitação utilizado foi o sinal que varia

dentro de uma faixa de frequência (“chirp”), variando na faixa de frequência de 5 a 40Hz, e num intervalo de tempo de 2s.

Tabela 3.3 – Parâmetros do modelo de alavanca de dois graus de liberdade

I	→	$7 \cdot 10^{-2}$ [kgm ²]
m _a	→	1,3 [kg]
m _b	→	0,3 [kg]
r _{cg}	→	$175 \cdot 10^{-3}$ [m]
r _r	→	$17,5 \cdot 10^{-3}$ [m]
r _f	→	$78 \cdot 10^{-3}$ [m]
k ₀	→	$4,5 \cdot 10^5$ [N/m]
k _b	→	112699 [N/m]
k _h	→	Modelo de Macro e Micro deslizamento de Ren
a	→	21,9
b	→	1,0
K	→	$12699 \cdot f - 275225$ [N/m]
c _h	→	0,42 [Nms/rad]
c _b	→	$k_b \cdot 0,0015$ [Ns/m]
Δ	→	$3 \cdot 10^{-3}$ [m]
β	→	77°
g	→	9,81 [m/s ²]
F(t)	→	2,0 [N]

Este sistema foi simulado obtendo-se 6.000 pontos, com um passo de integração $\Delta t = \frac{1}{3000} s$.

Após a simulação no domínio do tempo, obtiveram-se os sinais de deslocamento e velocidade do sistema. O sinal de aceleração foi obtido através do cálculo da derivada numérica do sinal de velocidade. Foram aplicadas as técnicas de identificação das características de rigidez e amortecimento do sistema. A Figura 3.11 mostra o “backbone” do sistema estudado, que é similar à curva verificada na literatura para esse tipo de não-linearidade (Weaver, 1990).

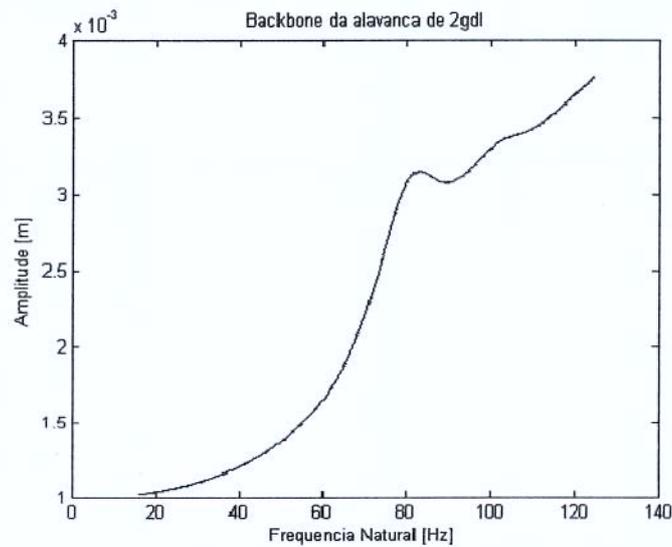


Figura 3.11 – “Backbone” do modelo de alavanca de 2gdl

A Figura 3.12 mostra a curva de características da força conservativa identificada através das técnicas da Transformada de Hilbert, com a resposta livre do sistema. Observa-se que é possível desta forma obter a curva de rigidez que foi introduzida na formulação do modelo, que é o objetivo da identificação neste exemplo. A curva em vermelho representa a rigidez introduzida no modelo, para verificação da curva identificada.

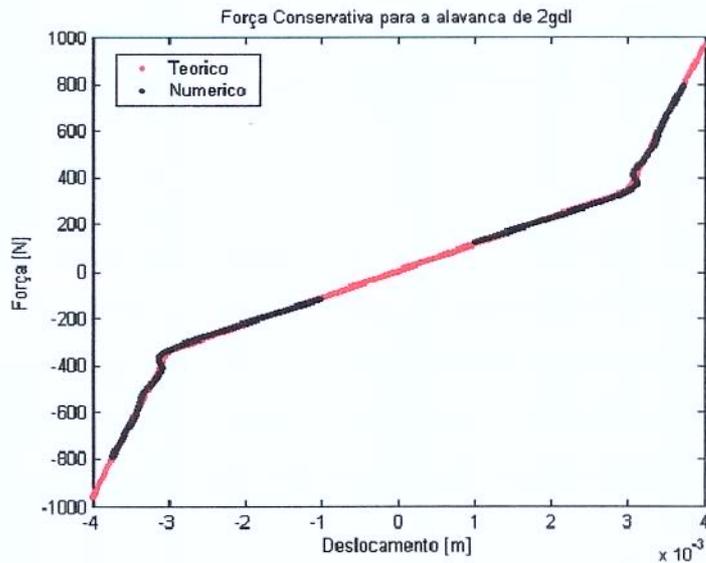


Figura 3.12 – Características da força de rigidez do modelo de alavanca de 2gdl

A Figura 3.13 mostra a curva de características da força dissipativa obtida através das técnicas da Transformada de Hilbert, para a resposta forçada do modelo. Observa-se que é possível desta forma obter a curva de amortecimento que foi introduzida na formulação do modelo, que é o objetivo da identificação neste exemplo.

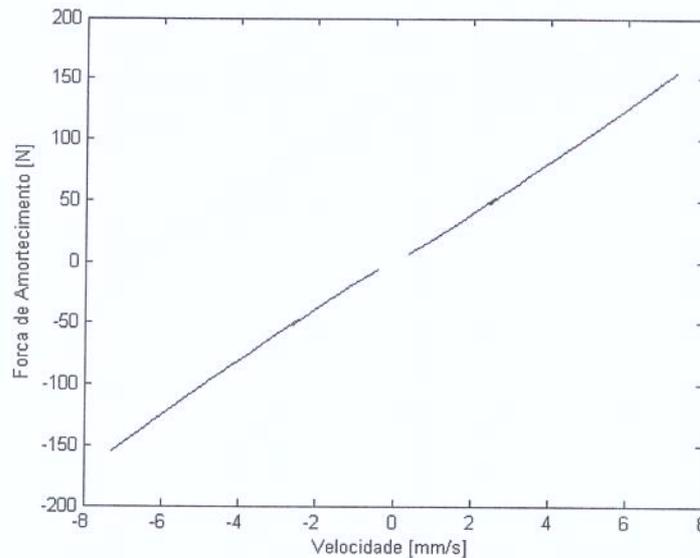


Figura 3.13 – Característica da força de amortecimento do modelo de alavanca de 2gdl

Após a identificação das características não-lineares deste modelo de alavanca, iniciou-se um estudo de sensibilidade de alguns parâmetros, com o objetivo de avaliar a variação do Índice de Vibro-Impacto com relação a variação destes parâmetros. A Tabela 3.4 traz os parâmetros do modelo utilizado para o estudo de sensibilidade, bem como as variações nos modelos.

Tabela 3.4 – Parâmetros para estudo de sensibilidade: alavanca 2gdl

Característica Alterada	Variação	Valor Inicial	Valor Final
folga no alojamento – Δ	$\delta\Delta = 2.10^{-4} mm$	2.10^{-3}	6.10^{-3}
rigidez do Alojamento – k_0	$\delta k_0 = 1500 N$	$1,5.10^5$	$4,5.10^5$
massa da base – m_b	$\delta m_b = 10.10^{-4} kg$	0,15	0,45

Para o estudo de sensibilidade, para cada alteração em um dos parâmetros do modelo, foi executada a simulação no domínio do tempo, utilizada a técnica da Transformada de Hilbert para o levantamento das forças atuantes no sistema e em seguida calculado o Índice de Vibro-Impacto.

A Figura 3.14 apresenta a variação do Índice de Vibro-Impacto com relação à rigidez do contato da alavanca, k_0 . Foram calculados os dois Índices de Vibro-Impacto apresentados no Capítulo 2 e nota-se um comportamento semelhante entre os dois, mesmo os dois sendo calculados a partir de dados distintos. Nota-se que o Índice está praticamente constante até um valor próximo de $3 \cdot 10^5$. Após esse valor o Índice apresenta cada vez valores menores.

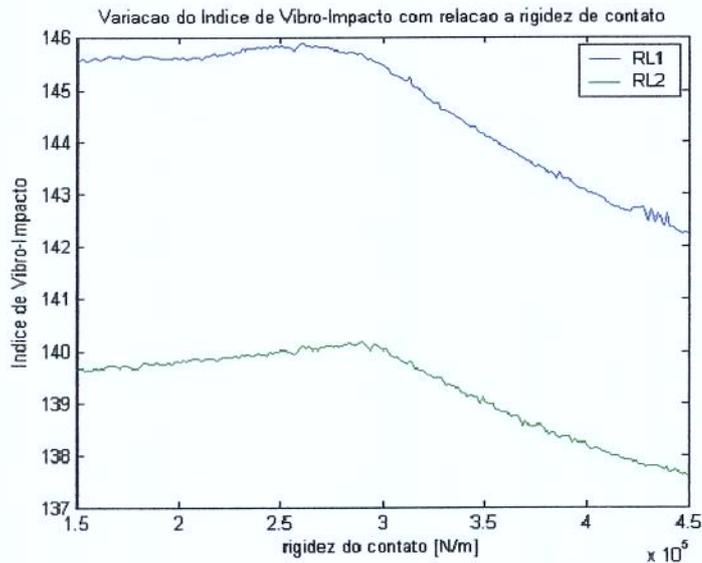


Figura 3.14 – Variação do Índice de Vibro-Impacto com relação a rigidez de contato da alavanca

A Figura 3.15 mostra a variação do Índice de Vibro-Impacto para variações da folga do alojamento, Δ . É possível observar que os dois Índices calculados possuem o mesmo comportamento, salvo diferenças de escala entre os valores. Desta forma, qualquer um dos índices de vibro-impacto podem ser utilizados na análise. Nota-se um aumento no valor do Índice para aumentos nos valores da folga entre a ponta de contato e o alojamento da alavanca.

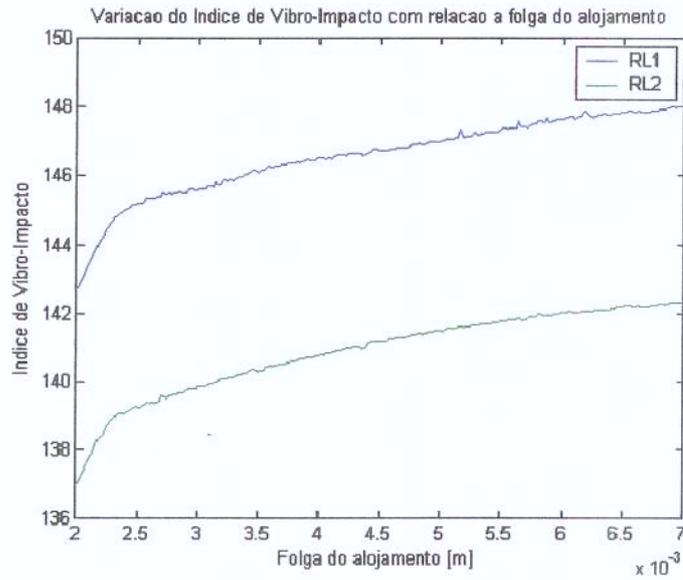


Figura 3.15 – Variação do Índice de Vibro-Impacto com relação à folga no alojamento

A Figura 3.16 mostra a curva de variação do Índice de Vibro-Impacto com relação à variação da massa da base, m_b . Aparece nesse gráfico um pequeno aumento do Índice até um valor de 0,3 kg. Após esse ponto, o Índice começa a diminuir.

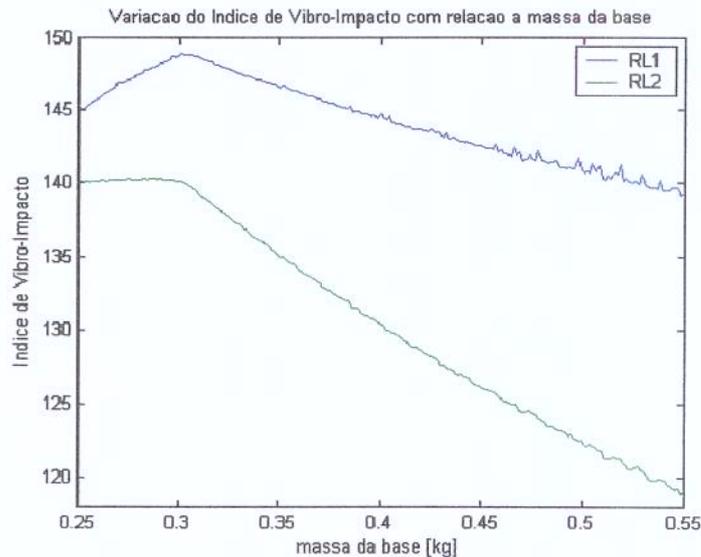


Figura 3.16 – Variação do Índice de Vibro-Impacto com relação à massa da base

3.3.2 Modelo de Três Graus de Liberdade – Alavanca Completa

O modelo de três graus de liberdade da alavanca de transmissão mecânica com haste completa, apresentado na Figura 3.17 é descrito por um sistema de equações na forma matricial (3.4). Em (3.4) os efeitos não-lineares de atrito e folga estão representados por modelos de junta.

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} m_b & 0 & 0 \\ 0 & I_1 + m_2 L^2 & m_2 r_{cg2} L \cos(\beta_1 - \beta_2) \\ 0 & m_2 r_{cg2} L \cos(\beta_1 - \beta_2) & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_b & 0 & 0 \\ 0 & c_b + c_t & -c_t \\ 0 & -c_t & c_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \\
 & \begin{bmatrix} k_f + k_b & -k_f r_f & 0 \\ -k_f r_f & k_f r_f^2 + k_h r_r^2 + k_t + g \sin(\beta_1)(m_1 r_{cg1} + m_2 L) & -k_t \\ 0 & -k_t & k_t + m_2 g \sin(\beta_2) r_{cg2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \\
 & \begin{Bmatrix} F(t) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{3.4}
 \end{aligned}$$

O modelo de junta utilizado para a folga é o modelo de rigidez anti-simétrica linear por partes, apresentado na subseção 2.2.2. O modelo de junta utilizado para o atrito é o modelo de macro e microdeslizamento de Ren, apresentado na subseção 2.2.2.

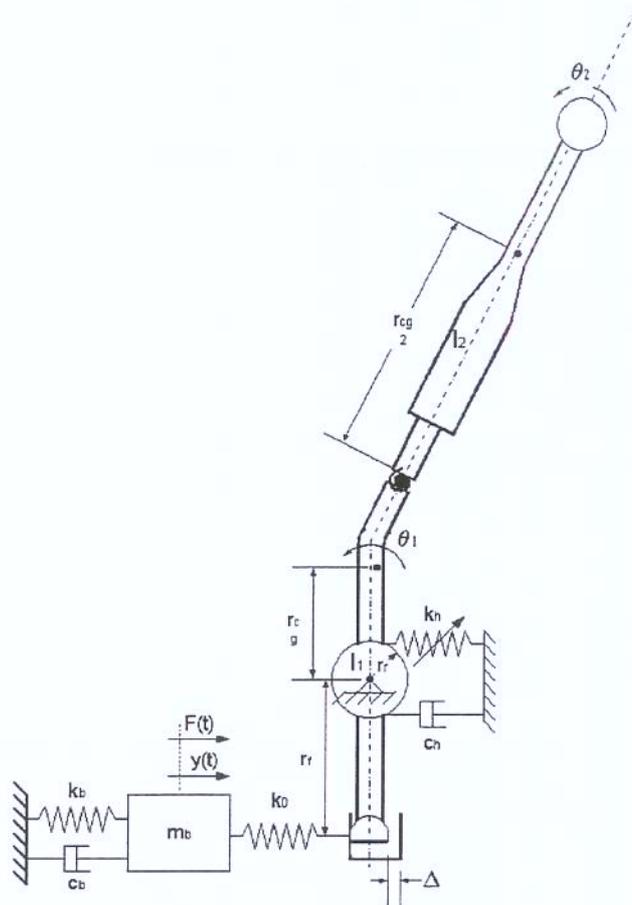


Figura 3.17 – Modelo da alavanca de transmissão mecânica com três graus de liberdade

A Tabela 3.5 apresenta os valores dos parâmetros usados na obtenção da identificação das características não-lineares do modelo e do índice de vibro-impacto. Os parâmetros de atrito e amortecimento (c_h , k_h , a e b) utilizados na rótula da alavanca foram extraídos do trabalho de Prado (2002). Para a simulação do sistema, o sinal de excitação utilizado foi o sinal “chirp”, variando na faixa de frequência de 5 a 40Hz, e num intervalo de tempo de 2s.

Tabela 3.5 – Parâmetros do modelo da alavanca com três graus de liberdade

I_1	→	$2,60 \cdot 10^{-3}$ [kgm ²]
I_2	→	$2,930 \cdot 10^{-2}$ [kgm ²]
m_1	→	0,520 [kg]
m_2	→	0,777 [kg]
m_b	→	0,300 [kg]
r_{cg1}	→	$30 \cdot 10^{-3}$ [m]
r_{cg2}	→	$150 \cdot 10^{-3}$ [m]
r_r	→	$17,5 \cdot 10^{-3}$ [m]

r_f	→	78.10^{-3} [m]
k_f	→	$4,5.10^5$ [N/m]
k_b	→	112699 [N/m]
k_h	→	Modelo de Macro e Micro deslizamento de Ren
a	→	21,9
b	→	1,0
K	→	$12699.f-275225$ [N/m]
k_t	→	$1,800.10^{-3}$ [N/rad]
c_h	→	0,42 [Nms/rad]
c_b	→	$k_b.0,0015$ [Ns/m]
c_t	→	$k_t.0,0001$ [Nms/rad]
Δ	→	3.10^{-3} [m]
β_1	→	77°
β_2	→	45°
g	→	9,81 [m/s ²]
L	→	120.10^{-3} [m]
$ F(t) $	→	2,0 [N]

Este sistema foi simulado obtendo-se 10.000 pontos, com um passo de integração $\Delta t = 1/5000$ s.

Para esse modelo de alavanca foi feito o estudo de sensibilidade do RL com a modificação de alguns parâmetros da alavanca. Para a estimação das forças atuantes no sistema, foi também utilizada a técnica da Transformada de Hilbert. A Tabela 3.6 traz os parâmetros do modelo utilizado para o estudo de sensibilidade, bem como as variações nos modelos.

Tabela 3.6 – Parâmetros para estudo de sensibilidade: alavanca 3gdl

Característica Alterada	Perturbação	Valor Inicial	Valor Final
folga no alojamento – Δ	$\delta\Delta = 2.10^{-4}$ mm	2.10^{-3}	7.10^{-3}
rigidez do Alojamento - k_f	$\delta k_0 = 1500$ N	$1,5.10^5$	$4,5.10^5$
rigidez da mola torcional - k_t	$\delta k_t = 13,5$ N/rad	2400	3600
massa da base – m_b	$\delta m_b = 10.10^{-4}$ kg	0,15	0,42

Para o estudo de sensibilidade, para cada alteração em um dos parâmetros do modelo, foi executada a simulação no domínio do tempo, utilizada a técnica da Transformada de Hilbert para o levantamento das forças atuantes no sistema e em seguida calculados os RL.

A Figura 3.18 apresenta a variação do RL com relação à rigidez do contato da alavanca, k_0 . Foram calculados os dois Índices de Vibro-Impacto apresentados na seção 2.1.1 e nota-se um comportamento semelhante entre os dois, mesmo os dois sendo calculados a partir de dados distintos. Nota-se que o Índice está em ascensão até um valor próximo de $1,7 \cdot 10^5$. Após esse valor o Índice apresenta valores menores.

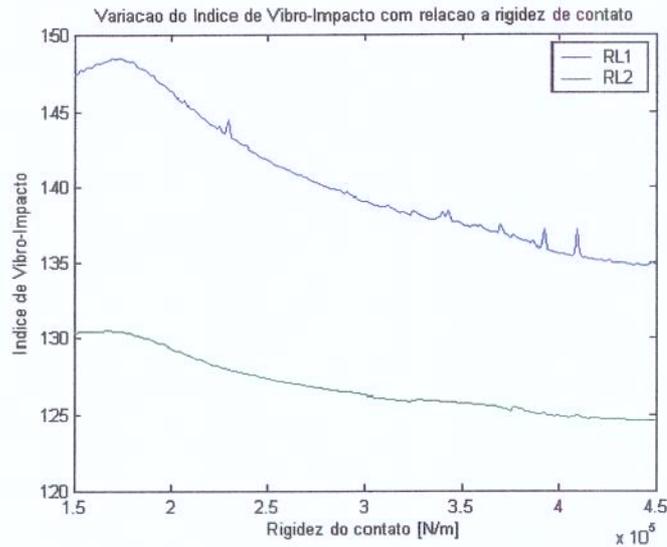


Figura 3.18 – Variação do Índice de Vibro-Impacto com relação a rigidez de contato da alavanca

A Figura 3.19 mostra a variação do RL para variações da folga do alojamento, Δ . É possível observar que os dois Índices calculados possuem o mesmo comportamento, mas as inclinações começam a ficar distintas. Desta forma, qualquer um dos índices podem ser utilizados para a análise. Nota-se um aumento no valor do Índice para aumentos nos valores da folga entre a ponta de contato e o alojamento da alavanca.

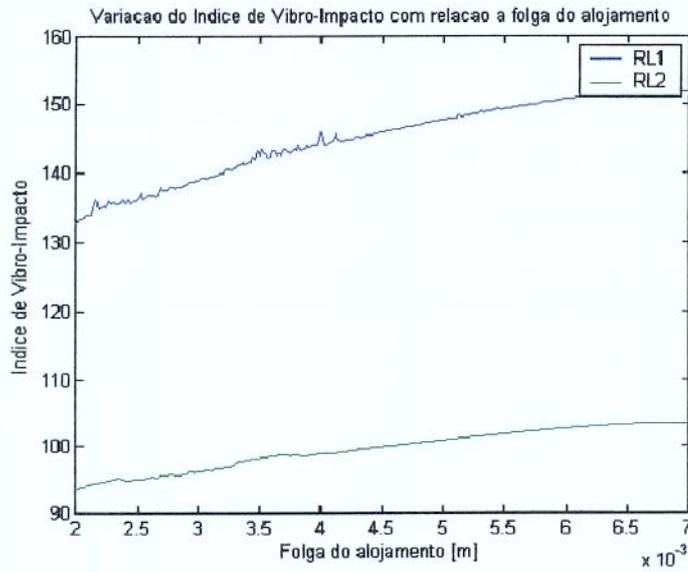


Figura 3.19 – Variação do Índice de Vibro-Impacto com relação à folga no alojamento

A Figura 3.20 mostra a curva de variação do RL com relação à variação da massa da base, mb. Este gráfico indica o aumento do índice de vibro-impacto para aumentos do valor da massa da base.

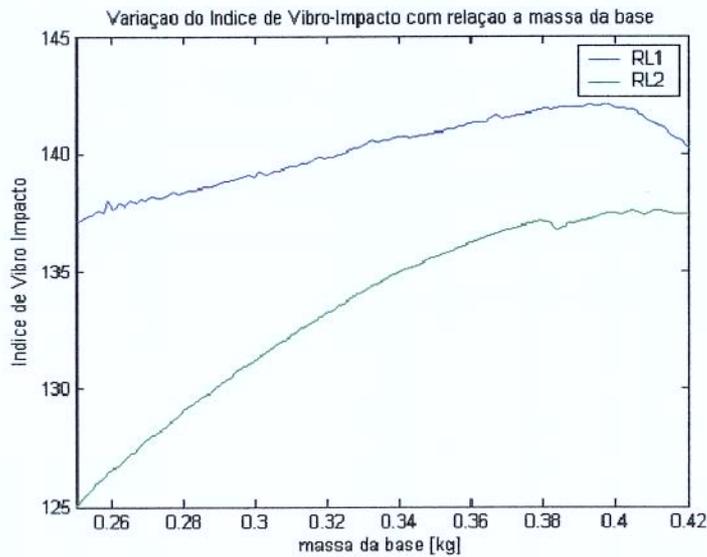


Figura 3.20 – Variação do Índice de Vibro-Impacto com relação à massa da base

A Figura 3.21 mostra um gráfico com o comportamento do RL, dadas variações nos valores de rigidez torcional k_t . A partir deste é possível verificar que os valores do índice de vibro-impacto aumentam quando a rigidez é aumentada.

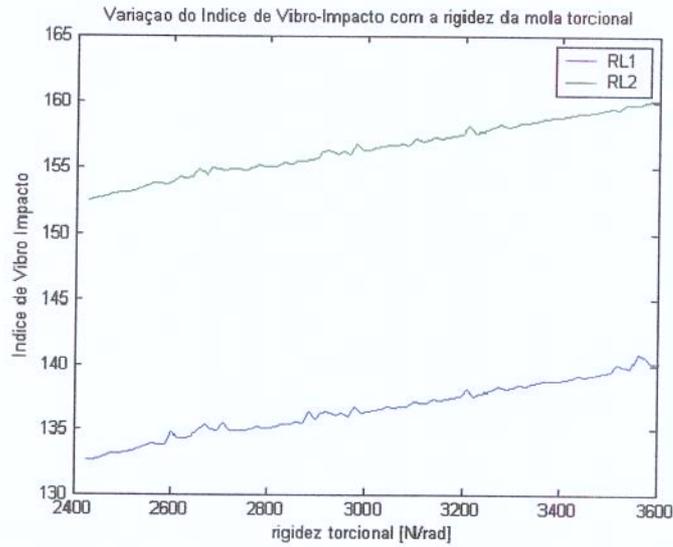


Figura 3.21 – Variação do Índice de Vibro-Impacto com relação à rigidez da mola torcional

Capítulo 4

Considerações Experimentais

4.1 Descrição das Estruturas Analisadas

O trabalho experimental teve como objetivo validar os modelos numéricos simulados no capítulo anterior. Durante o trabalho experimental foram estudadas três estruturas: duas para a identificação de sistemas não-lineares típicos, como rigidez cúbica e folga, e uma terceira que é uma alavanca de transmissão mecânica, montada em uma bancada que simula um conjunto com folga.

A primeira bancada é uma estrutura contendo vigas engastadas, causando o efeito de rigidez cúbica concentrada. A segunda bancada é uma estrutura com uma viga engastada de um lado, com um elemento de folga na outra extremidade. A terceira bancada representa o objetivo principal do estudo e é composta por uma alavanca de transmissão mecânica montada em vigas paralelas que simula uma folga de montagem e uma rigidez de contato. Nas seções seguintes as estruturas serão explicadas em maior detalhe.

4.1.1 Bancada I

A primeira bancada foi feita de um sistema contínuo contendo uma não-linearidade local de rigidez cúbica, como mostrado na Figura 4.1. Ela consiste em uma viga uniforme (1), que foi engastada em uma extremidade e suportada na outra extremidade por duas vigas engastadas nas suas duas extremidades (2). A rigidez da viga (1) é linear e a rigidez cúbica não-linear é produzida pelas duas vigas, que são engastadas nas duas extremidades, que aumentam a tensão longitudinal sob alta amplitude de vibração.

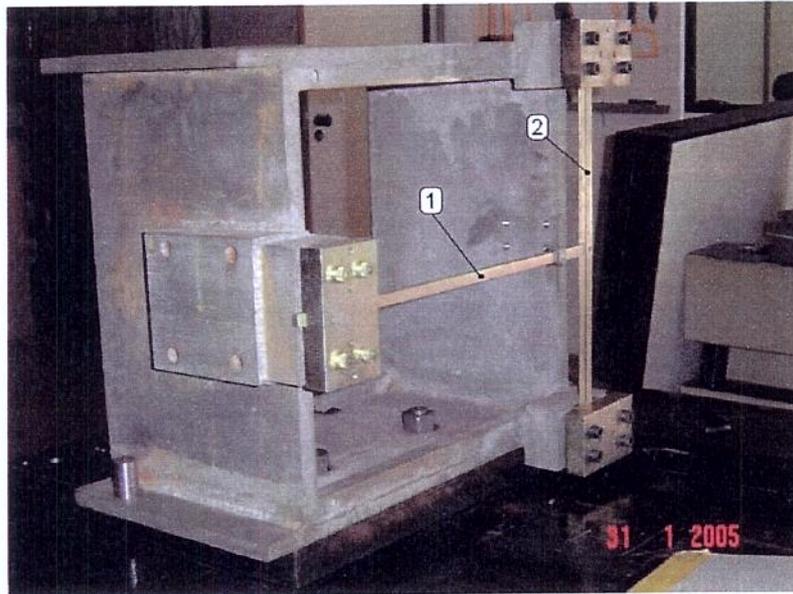


Figura 4.1 – Configuração da Bancada I

4.1.2 Bancada II

Esta bancada foi feita de um sistema contínuo com uma folga local, como mostrado na Figura 4.2. Ela consiste de uma viga uniforme (1), engastada de um lado e livre dentro de um canal com folga (2) do outro. A rigidez da viga (1) é linear e a não-linearidade local é produzida por uma folga centrada de 2mm.

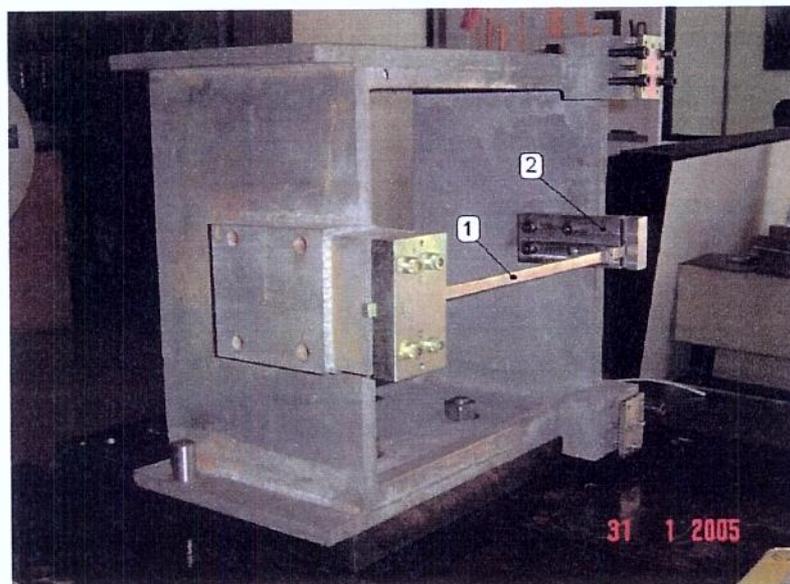


Figura 4.2 – Configuração da Bancada II

4.1.3 Bancada III

Esta bancada, mostrada na Figura 4.3 é composta por um alojamento montado em vigas paralelas, simulando uma folga de montagem com rigidez de contato. As vigas paralelas estão engastadas na base da bancada e vibram solidariamente unidas pelo alojamento. A torre da alavanca é fixada na bancada por quatro parafusos.

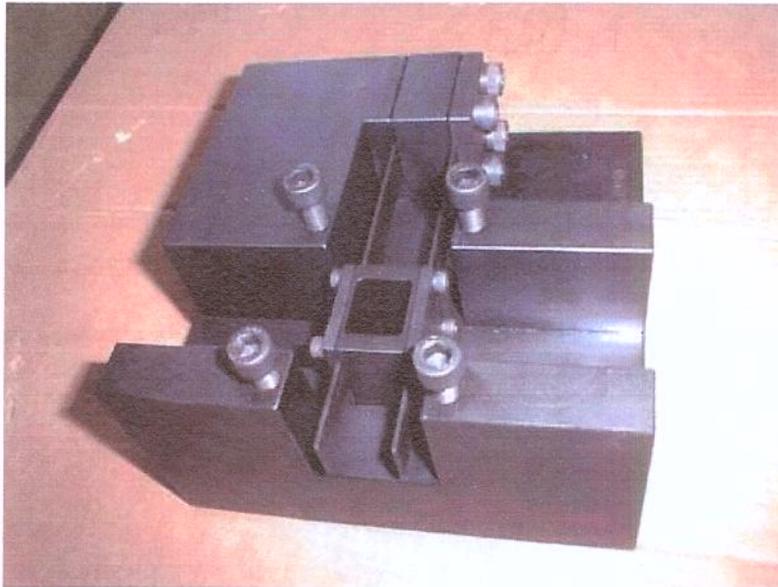


Figura 4.3 – Bancada III com parafusos de fixação

A ponta de contato da alavanca fica dentro do alojamento onde será simulada a folga. Para simplificar os estudos, optou-se por retirar a borracha de vedação da torre da alavanca. O conjunto da alavanca, composta pela ponta de contato (1), a torre da alavanca (2) e a haste com rótula (3) é mostrado na Figura 4.4.

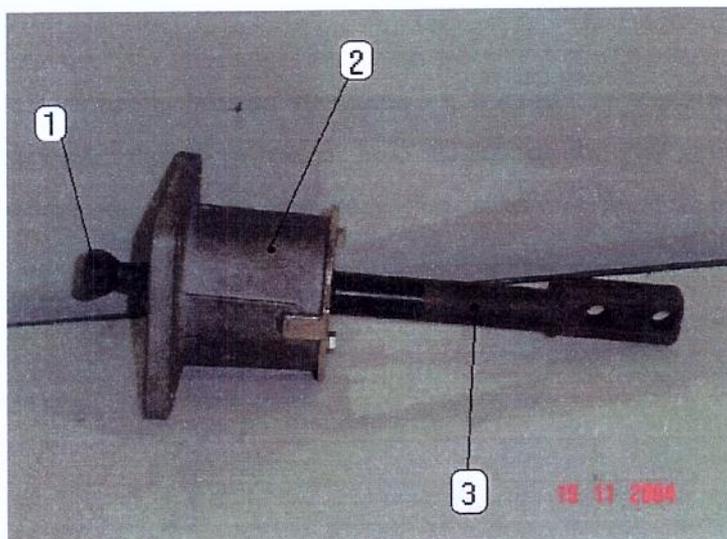


Figura 4.4 – Conjunto da alavanca de transmissão mecânica

A Figura 4.5 mostra a Bancada III completa com o conjunto da alavanca montado com os parafusos de fixação.

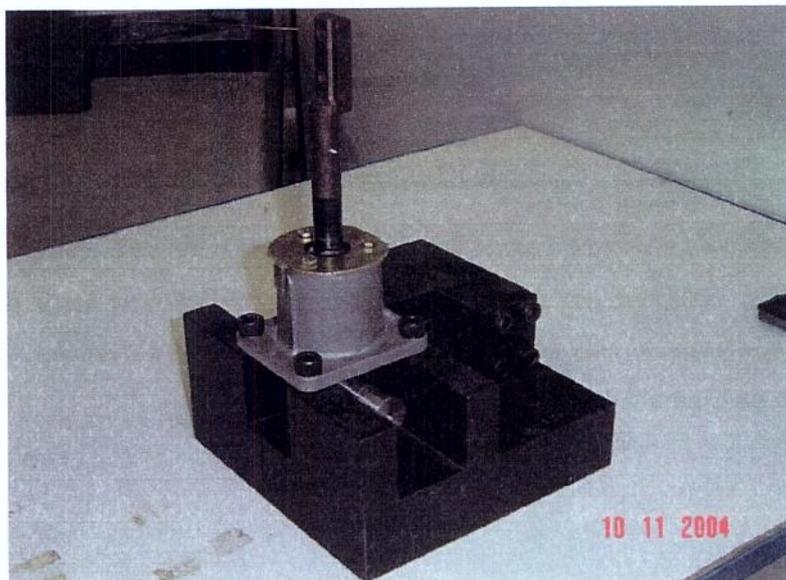


Figura 4.5 – Bancada III completa

4.2 Determinação da Rigidez Estática das Bancadas

4.2.1 Determinação da Rigidez da Bancada I

Para a determinação da rigidez estática da Bancada I, foi montado um experimento, que utilizou um dispositivo (1) que produzia um deslocamento na viga principal (2) gerando uma força de reação por sua vez medida por uma célula de carga (3). Os deslocamentos foram medidos com um relógio comparador (4). Para cada deslocamento imposto pelo dispositivo, a força e o deslocamento foram medidos. A Figura 4.6 mostra a montagem experimental.

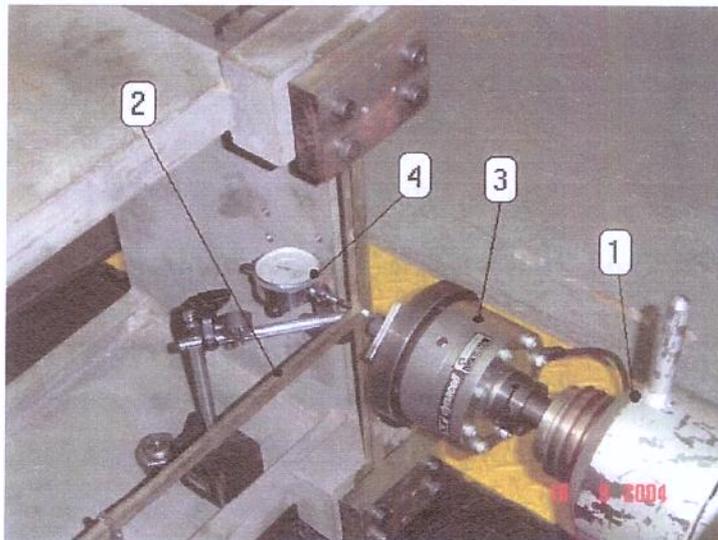


Figura 4.6 – Montagem para determinação da rigidez da viga da Bancada I

A Figura 4.7 representa os valores obtidos experimentalmente e o ajuste de curva feito para obtenção dos coeficientes da curva que representarão a rigidez equivalente da viga. Na abscissa temos os valores dos deslocamentos medidos pelo relógio comparador e nas ordenadas o valor das cargas medidas pela célula de carga. A curva ajustada foi do tipo $k_1x + k_2x^3$, utilizando ajuste por mínimos quadrados (função `lsqcurvefit` do Matlab) e os parâmetros $k_1 = 6486$ e $k_2 = 1,1791 \cdot 10^9$ foram obtidos.

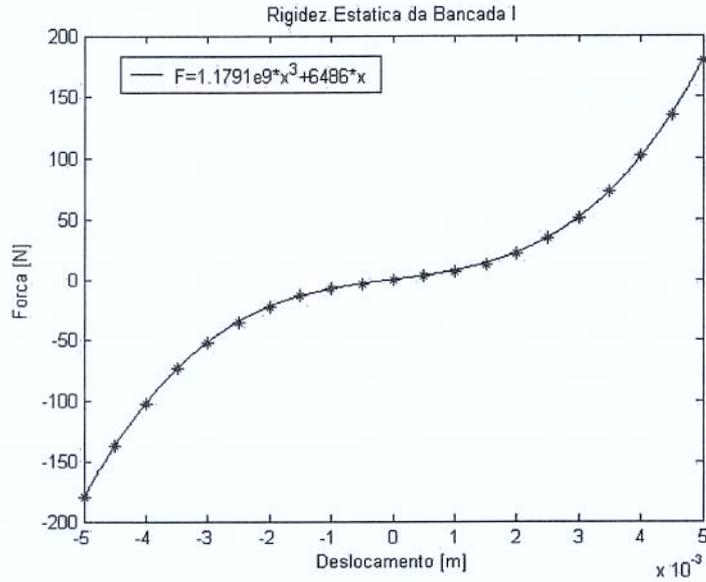


Figura 4.7 – Rigidez Estimada da viga da Bancada I

4.2.2 Determinação da Rigidez das Vigas Paralelas da Bancada III

Na determinação da rigidez das vigas paralelas (1) da bancada, mostrada na Figura 4.8, foi montado um experimento simples que usa pesos padrões como carga, montados em um suporte para pesos padrões (2) fixado no alojamento (3). Com a adição de pesos padrões no suporte (2) o relógio comparador (5) com seu apalpador (4) sobre o alojamento (3) registrava os deslocamentos. A Figura 4.8 mostra a montagem experimental, com o suporte do relógio comparador montado sobre a base da bancada (6).

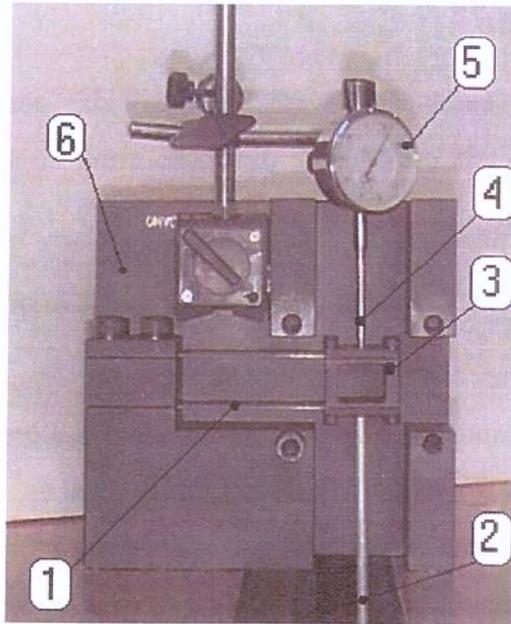


Figura 4.8 – Montagem para determinação da rigidez das vigas paralelas da Bancada III

A Figura 4.9 representa os valores obtidos experimentalmente e o ajuste de curva feito para obtenção do coeficiente angular da curva que representará a rigidez equivalente das vigas paralelas segundo a lei de Hooke. Na abscissa temos os valores dos deslocamentos medidos pelo relógio comparador e nas ordenadas o valor dos pesos padrões.

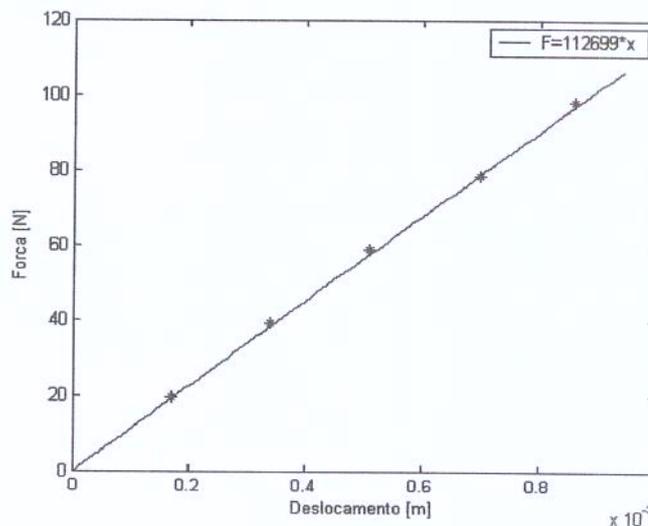


Figura 4.9 – Rigidez estimada das vigas paralelas da Bancada III

4.3 Formas de Excitação

Técnicas apropriadas de excitação devem ser escolhidas com o objetivo de estudar os sistemas não-lineares. Existem três métodos de excitação muito usados na análise de vibrações: periódico, aleatório e transiente.

4.3.1 Excitação Senoidal com Variação de Freqüência (“Chirp”)

A excitação “chirp” é uma das técnicas de excitação periódica mais comumente aplicada para obtenção de funções de resposta em freqüência devido a sua precisão. Consiste de um sinal senoidal cuja freqüência varia no tempo. Para estruturas lineares, quando a excitação é uma senoide, a resposta também é uma senoide com a mesma freqüência da excitação, mas com diferentes fase e magnitude. Assim, para o caso linear, apenas uma componente do espectro de freqüência é extraída a cada ponto de freqüência. Porém, para sistemas não-lineares, mesmo quando a excitação é um seno puro, a resposta é composta de um número de componentes em freqüência, tais como harmônicas e freqüências de intermodulação.

A grande vantagem de uma excitação do tipo “chirp” está relacionada com sua natureza de selecionar uma faixa de freqüências. Outra característica interessante para um levantamento bem sucedido de funções de resposta em freqüência de estruturas não-lineares é o nível da força de excitação ser controlado (Storer e Tomlinson, 1993). A excitação harmônica também revela as respostas subarmônicas e super-harmônicas que são manifestações claras de comportamento não-linear.

4.3.2 Excitação por Impacto

A excitação por impacto é uma técnica de excitação muito popular e conveniente para estruturas mecânicas. Esta popularidade é devida principalmente à simplicidade do método de excitação que o faz muito adaptável para uma gama extensa de condições experimentais. A excitação por impacto pode ser produzida usando um martelo instrumentado com um transdutor de força no qual uma ponta de impacto é montada. Quando a estrutura for excitada pelo martelo, é transferida energia à estrutura em um período muito curto de tempo. As aquisições no domínio do tempo são convertidas ao domínio da freqüência aplicando a transformada de Fourier. Por

causa das restrições impostas pela análise de Fourier, podem ocorrer problemas de vazamento (“leakage”) no sinal de resposta.

A forma do sinal da força depende do tipo de ponta do martelo, da massa do martelo e das características dinâmicas da estrutura investigada. Como a largura da banda de frequência do espectro da força é determinada pela duração do impulso, estas características determinarão a frequência superior de corte do sinal de excitação. Uma alta rigidez da ponta do martelo e da estrutura causa um pulso estreito e alargam a extensão da faixa de frequência. Um aumento de massa no martelo alarga o pulso da força baixando a frequência de corte e aumentando o nível de força de excitação. As vantagens do teste de impacto estão relacionadas com o pouco tempo gasto para obter a resposta em frequência devido à necessidade de serem calculadas apenas poucas médias e pela facilidade de se aplicar este teste em campo. Porém, a desvantagem de excitação por impacto vem do fato que a largura da banda de excitação tem um controle limitado, baixa energia de excitação e uma baixa relação sinal-ruído.

Infelizmente uma força de impacto raramente pode ser usada em estruturas não-lineares por causa da inconstância na duração da excitação e na força dos impactos e do baixo nível RMS do sinal produzido devido à breve duração da excitação. Isto significa que o nível de energia aplicado pode ser de difícil controle e os níveis dos mais altos picos podem intensificar sua resposta não-linear.

4.3.3 Excitação Aleatória

A excitação aleatória é largamente usada em testes estruturais lineares por causa das características desses sinais conterem energia sobre uma larga faixa de frequências simultaneamente, habilitando a excitação aleatória a um método que economiza tempo na obtenção de função de resposta em frequência. Este tipo de sinal é um sinal contínuo que nunca se repete e cuja amplitude pode ser estimada apenas por métodos estatísticos.

O processo de medir a FRF começa com a amostragem da força aleatória e da resposta no domínio do tempo em pontos discretos. Os sinais originais contínuos no tempo, mas os sinais amostrados são finitos no tempo e não periódicos. Esses sinais amostrados são convertidos para o domínio da frequência usando análise de Fourier. O uso da análise de Fourier causa restrições, como os sinais amostrados não periódicos serem considerados periódicos e como resultado tem-

se problemas como “leakage” na estimação das funções de resposta em frequência. Todavia esse efeito pode ser minimizado usando funções de ponderação, como janela de “Hanning”, antes da análise de Fourier ser feita. Após o sinal ser processado, a FRF é obtida por uma combinação apropriada de espectro de força e resposta. Outra limitação é relacionada com as restrições impostas pelos métodos convencionais da análise de Fourier, como por exemplo os pontos serem igualmente espaçados no domínio da frequência e pelo número limitado de pontos disponíveis. Neste caso, os pontos não podem ser concentrados em torno de ressonâncias e anti-ressonâncias como pode ser feito no caso de excitação senoidal. Por outro lado, os pontos pode ser modelados para a faixa de frequência de interesse por filtragem e modulação de sinal de banda larga. Então o sistema não é excitado por frequências fora da banda de análise, proporcionando um melhor resultado na análise.

Para sistemas não-lineares, a resposta em frequência obtida usando excitação aleatória aparece sem distorções, que é a principal característica das RFs para sistemas não-lineares, sendo estas similares a sistemas lineares. Isto é devido ao efeito das médias que são feitas para a utilização de excitação aleatória. Todavia as FRFs não mostram quaisquer distorções e diferentes FRFs serão obtidas para diferentes níveis de entrada, resultando em dependência no sinal de entrada.

4.3.4 Discussão entre as Formas de Excitação

Como mencionado anteriormente, existem várias técnicas de excitação disponíveis para testes de vibração em estruturas, entre elas três tipos principais de excitação dos quais duas foram apresentadas. Cada um destes métodos tem suas vantagens e desvantagens, e a escolha da técnica adequada fica mais importante quando se trata da análise de estruturas não-lineares.

Para estruturas lineares, como todos os tipos de excitação deveriam resultar na mesma função de resposta em frequência (FRF), a escolha da excitação, entre outras coisas, está relacionada com a aplicação do teste, tempo disponível para a análise e qualidade requerida dos dados. É importante perceber que estruturas não-lineares respondem de modo diferente a diferentes tipos de excitação. Então a escolha da excitação é dependente da análise requerida da estrutura.

Se a preocupação principal for primeiro entender e diagnosticar características de vibração estruturais, então a excitação por impacto pode ser considerada. Por causa de suas características de simplicidade e adaptação, o teste de impacto provê um modo simples e rápido de entender como uma determinada estrutura se comporta dinamicamente. Quando o modelamento dinâmico de estruturas não-lineares for o interesse principal, a preocupação primária será extrair um modelo linear do sistema que se comporte dinamicamente o mais semelhante possível ao sistema não-linear. Se a preocupação principal é investigar as não-linearidades, como a espacial, modal ou como o modelo de resposta de uma estrutura não-linear mudará para diferentes níveis de vibração, a técnica de excitação do tipo “chirp” é o procedimento mais apropriado por causa do controle da faixa de frequências de excitação que esta técnica possibilita.

4.4 Determinação das Características Dinâmicas das Bancadas

Para se investigar o comportamento dinâmico das bancadas com não-linearidades localizadas foi utilizada a técnica da Transformada de Hilbert no domínio do tempo (ver Anexo A). As bancadas foram montadas de forma a se obter os sinais de excitação e resposta. Com base nos sinais medidos foram calculadas as forças não-lineares atuantes e posteriormente as características de rigidez não-linear dessas bancadas.

O procedimento para a identificação das bancadas segue de forma semelhante à feita no capítulo anterior. O sistema é medido no domínio do tempo, adquirido pelo sistema de aquisição de dados. Em seguida o sinal de velocidade é integrado para a obtenção do sinal de deslocamento e conseqüentemente os métodos FREEVIB e FORCEVIB entram em ação para a identificação do sistema em análise. A Figura 4.10 mostra o fluxograma para a identificação de sistemas via medição experimental.

Fluxograma para medição experimental

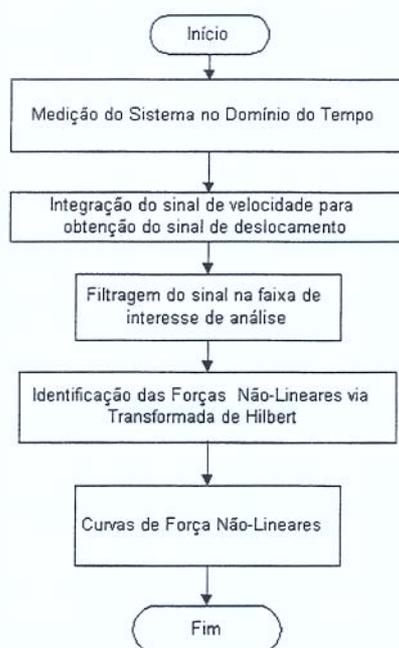


Figura 4.10 – Fluxograma para identificação de sistemas via experimental

4.4.1 Montagem Experimental para a Determinação das Características Dinâmicas das Bancadas

A montagem experimental consistia de um sistema que obtém a resposta transiente de estruturas não-lineares. O sistema consistia de um computador Pentium com Placa de Aquisição de Dados (1), um Gerador de Sinais (2) e a técnica da Transformada de Hilbert implementada no computador em MATLAB. Um Excitador Eletrodinâmico (3) (“Shaker”) tem o seu sinal amplificado por um Amplificador de Sinais (4) e está conectado por um “stinger” a um Transdutor de Força (5), utilizado para medir a força de entrada na estrutura. As respostas foram medidas utilizando um Vibrômetro Laser (6) e um Acelerômetro (10), conectados no local da não-linearidade. Um Condicionador de Sinais (7) amplifica os sinais do Transdutor de Força (5) e do Acelerômetro (10). O Vibrômetro Laser tem seu próprio Condicionador de Sinais (8). Uma ilustração da montagem experimental pode ser vista na Figura 4.11. A Tabela 4.1 mostra uma lista com os equipamentos utilizados para a medição experimental.

Tabela 4.1 – Itens enumerados na montagem experimental

Número	Equipamento
1	Computador Pentium com Placa de Aquisição de Dados Computer Boards
2	Gerador de Sinais HP33120A
3	Excitador Eletrodinâmico Gearing & Watson
4	Amplificador de Potência Gearing & Watson PA100
5	Transdutor de Força PCB 208A02 s.n. 10494 sens. 12,284[mV/N]
6	Vibrômetro Laser Doppler Polytec OFV 303 com controlador OFV3001
7	Condicionador de Sinais Kitsler 5134
8	Condicionador de Sinais do Vibrômetro Laser Doppler
9	Estrutura em teste
10	Acelerômetro PCB mod. 353B68 s.n. 16034 sens. 108,9 [mV/g]

O Gerador de Sinais manda um sinal para inicializar as medidas do sistema, que começa a medir a força de entrada e as respostas da estrutura. No fim da medição, o Gerador de Sinais manda um outro sinal para o sistema, que finaliza a medição. Após isto, os sinais de força, velocidade e aceleração são utilizados pelo programa que tem a técnica da Transformada de Hilbert implementada. Para a utilização da técnica da Transformada de Hilbert, são necessários os sinais de deslocamento, velocidade, aceleração e força. Desta forma obtém-se o sinal de deslocamento por integração numérica do sinal de velocidade.

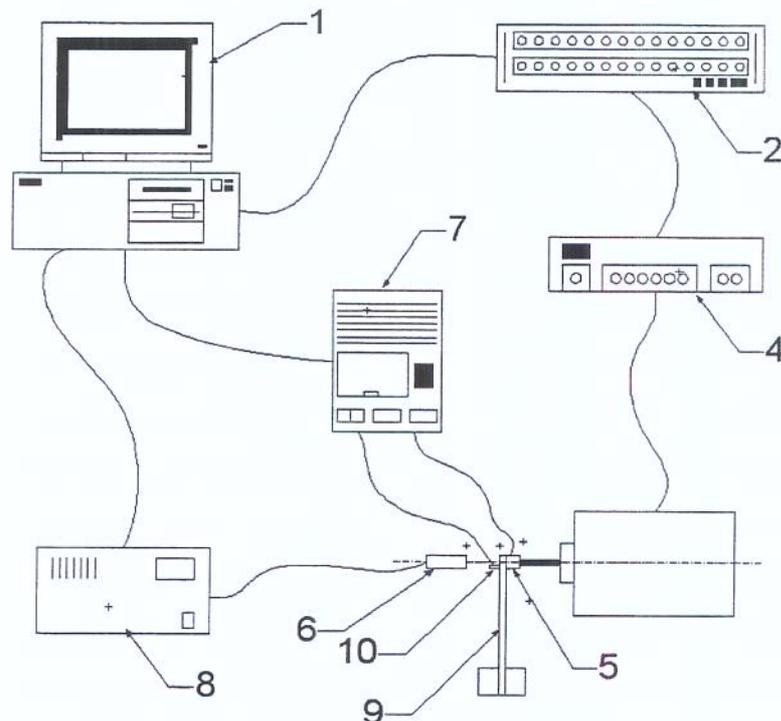


Figura 4.11 – Montagem experimental para Medição Dinâmica

4.4.2 Considerações Práticas das Medidas das Características Dinâmicas das Bancadas

As medições feitas para se identificar as características dinâmicas das bancadas foram feitas com os equipamentos citados na subseção anterior. Para tanto foi feita uma medição para cada bancada, captando dados dos canais de força, velocidade e aceleração. O sinal de deslocamento foi obtido através de integração numérica do sinal de velocidade.

O tipo de excitação adotado foi o sinal “chirp”, pelas características apresentadas na seção 4.3. Outro fator importante para a identificação é a força de excitação do sistema, pois uma vez que o sistema é não-linear, as respostas obtidas podem variar conforme o nível de força empregado no sistema. Neste caso foi aplicada uma força que resultasse um maior deslocamento da viga principal, uma vez que a não-linearidade nesses casos é mais pronunciada em grandes deslocamentos, o que torna também impossível de se obter pela excitação por impacto.

A escolha da excitação é só o primeiro passo para obtenção da resposta em frequência. Ainda existem vários problemas práticos que precisam ser considerados cuidadosamente para se alcançar uma medida bem sucedida de resposta em frequência.

A medição para identificação das características dinâmicas de estruturas que usam excitação “chirp” exige um gerador de função para gerar o sinal, um excitador eletromagnético para excitar a estrutura de teste, um amplificador de potência para aplicar o sinal do gerador de função no excitador, uma haste flexível para transmitir a força de excitação à estrutura, um transdutor de força para medir a força de excitação, vibrômetro e acelerômetro para medir as respostas estruturais. Os sinais de excitação e resposta são adquiridos e então processados por um computador que emite as respostas. Teoricamente, a identificação das estruturas usando o sistema de medida descrito deveria ser direta, mas na prática assegurar medidas de boa qualidade para a identificação estrutural requer a consideração por inteiro de outros aspectos do sistema de medida que serão citados a seguir. Muitos tipos de erros, que podem afetar a precisão das medidas, estão relacionados com os transdutores, condicionadores de sinais, condições de contorno, amplificadores de potência e hastes flexíveis. A escolha do sistema de medida adequado é uma parte importante para êxito na medição experimental. Após a obtenção de algumas medidas da estrutura de teste, é uma boa prática conferir se existem erros comumente relacionados à

instalação dos instrumentos, local de excitação, instalação do excitador e medidas das respostas (Ewins, 1984).

A conexão entre o excitador e a estrutura através da haste flexível pode ser uma fonte de erros. Idealmente a haste deveria ter uma alta rigidez na direção axial e ser muito flexível nas direções transversais. Em situações práticas, isto pode ser difícil de alcançar e a haste geralmente apresentará alguma rigidez em suas direções transversais, introduzindo formas secundárias de excitações não desejadas tais como momentos e forças em outras direções que agirão no transdutor de força e na estrutura. Isto causará erros nas respostas medidas. Vários estudos relacionados com o modelo analítico deste problema (Han, 1995) como também algumas soluções (Brillhart et al., 1993) podem ser encontradas. Este problema normalmente pode ser minimizado por um dimensionamento apropriado da haste flexível, que diminuirá este momento transmitido.

A interação entre o excitador eletromagnético e a estrutura pode ser outra fonte de erro. Erros atribuídos à impedância entre o excitador eletromagnético e a estrutura podem ser eliminados ou significativamente reduzidos estudando a interação entre o excitador e a estrutura (McConnell e Varoto, 1994), e decidindo então por uma escolha apropriada do excitador. Desta forma o excitador deveria ser escolhido tal que a massa e as características de rigidez fossem desprezíveis com respeito à massa generalizada e às características de rigidez da estrutura de teste. Outro problema relacionado ao excitador eletromagnético é que a força aplicada para um sistema próximo da ressonância pode variar consideravelmente. Teoricamente, quando uma tensão senoidal é aplicada no excitador por um amplificador, o excitador deveria gerar uma força harmônica semelhante à tensão no transdutor de força. Isto é devido ao fato que embora o campo magnético do excitador seja não-linear, é assumido que ele é linear para pequenas amplitudes de vibração da armadura. Porém, na prática, quando a estrutura de teste entra em ressonância os deslocamentos tornam-se relativamente grandes e a aplicação de força do excitador na estrutura tende a ficar muito pequena. Na condição de ressonância o movimento da armadura no campo magnético é não-linear e com isto harmônicas mais altas estarão presentes na força de excitação (Tomlinson, 1979).

4.4.3 Características Dinâmicas da Bancada I

Dadas as considerações práticas apresentadas na subseção anterior, algumas variáveis a serem definidas foram assumidas. O sinal de excitação foi o sinal “chirp” com frequência variando de 50 a 100Hz, num intervalo de 5s. O valor de tensão empregado no gerador de funções foi 3V.

A taxa de amostragem escolhida foi baseada a partir de um critério definido por Feldman (1997b), onde se define um valor de aproximadamente 10 vezes o valor da frequência medida. O valor adotado dessa forma foi de 2000 Hz, ou seja, um intervalo de medição $\Delta t = 1/2000^s$.

A Figura 4.12 traz detalhes da montagem experimental. O excitador (1) transmite força através do “stinger” (2) e o transdutor de força (3) mede a força de entrada na viga principal (4). As respostas são medidas pelo acelerômetro (5) e o vibrômetro laser (6).

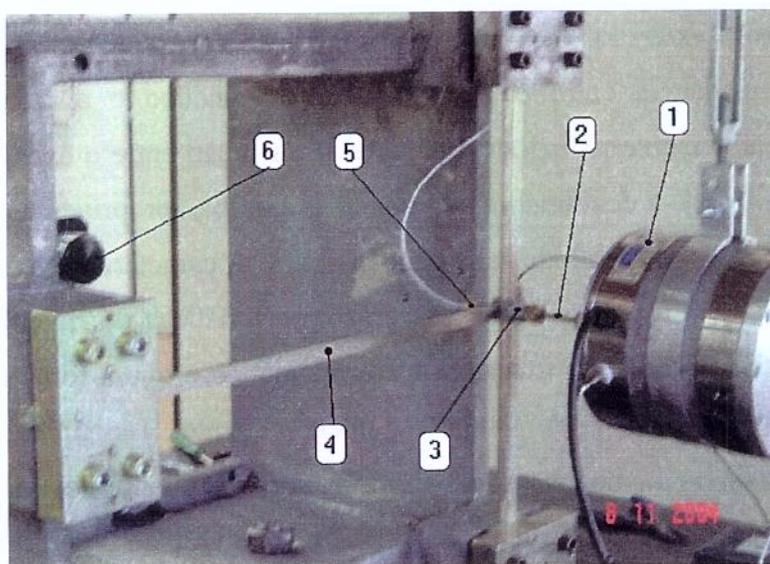


Figura 4.12 – Montagem experimental da Bancada I

Após a medição foi feita a identificação com base nos dados colhidos, a partir da técnica da Transformada de Hilbert implementada em Matlab. Pode-se a partir deste obter as características de rigidez e amortecimento não-lineares do sistema. A Figura 4.13 mostra o deslocamento da viga com rigidez cúbica e seu envelope com relação ao tempo e a Figura 4.14 mostra o

“backbone” da estrutura analisada, o qual mostra a resposta semelhante às curvas de rigidez cúbica teóricas (Weaver, 1990).

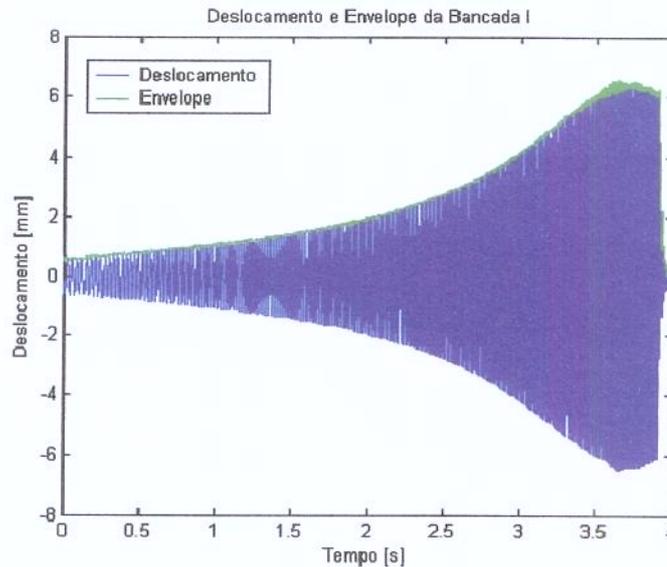


Figura 4.13 – Deslocamento e Envelope da Bancada I

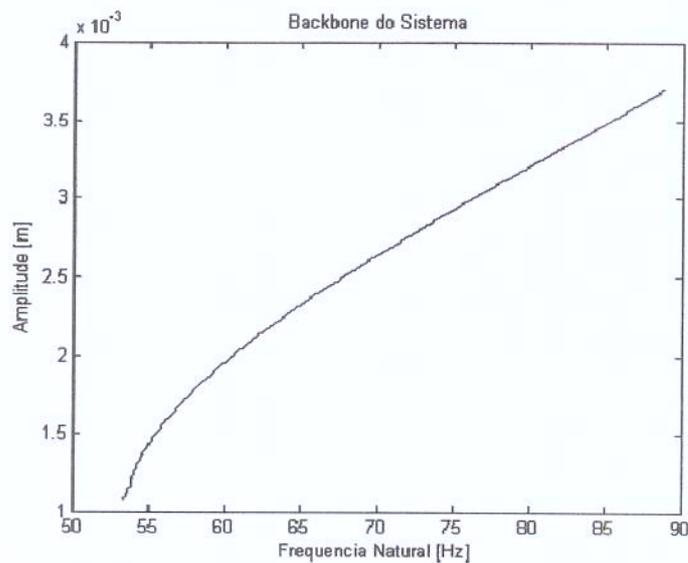


Figura 4.14 – “Backbone” da Bancada I

A Figura 4.15 mostra a curva de rigidez da Bancada I, obtida dinamicamente pelas técnicas da Transformada de Hilbert. Verifica-se que existe uma pequena variação entre as características das curvas de rigidez obtida via estática e dinâmica. Esta variação entre as curvas pode ser

atribuída aos problemas citados na seção 4.4.2, que são problemas devidos à excitação na zona de ressonância, ao “stinger” e aos equipamentos de medição e aquisição. Outra possível fonte de erros é a integração numérica para a obtenção dos deslocamentos, que causa erros de ordem numérica à identificação pela Transformada de Hilbert.

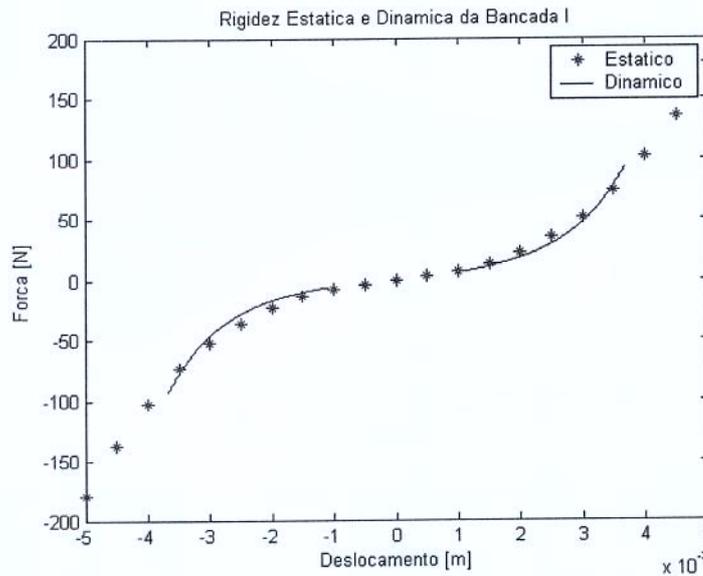


Figura 4.15 – Comparação entre a rigidez estática e dinâmica da Bancada I

4.4.4 Características Dinâmicas da Bancada II

Dadas as considerações práticas apresentadas na subseção 4.4.2, as variáveis a serem definidas foram assumidas. O sinal de excitação foi o sinal “chirp” com frequência variando de 10 a 100 Hz, num intervalo de 5s. O valor de tensão empregado no gerador de funções foi 3,1V.

A taxa de amostragem escolhida foi definida a partir de um critério definido por Feldman (1997b), onde se define um valor de aproximadamente 10 vezes o valor da frequência medida. O valor adotado dessa forma foi de 5000 Hz, ou seja, um intervalo de medição $\Delta t = \frac{1}{5000} s$.

A Figura 4.16 traz detalhes da montagem experimental. O excitador (1) transmite força através do “stinger” (2) e o transdutor de força (3) mede a força de entrada na viga principal (4). As respostas são medidas pelo vibrômetro laser (6).

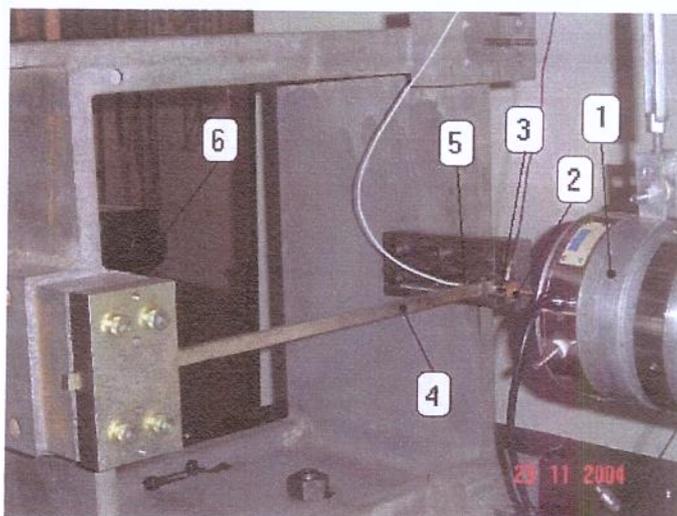


Figura 4.16 – Montagem experimental da Bancada II

A identificação, feita a partir da técnica da Transformada de Hilbert, foi realizada após a medição com base nos dados medidos. Pode-se a partir deste obter as características de rigidez e amortecimento não-lineares do sistema. A Figura 4.17 mostra o deslocamento da viga com folga e seu envelope com relação ao tempo e a Figura 4.18 mostra o “backbone” da estrutura analisada, o qual mostra a resposta semelhante aos “backbones” de sistemas com diferença de rigidez (“backslash”) apresentada por Weaver (1990). Verificam-se valores ruidosos no “backbone” devido à instabilidade na região de diferença de rigidez, pois neste sistema foi medida a resposta apenas com o vibrômetro, necessitando de derivada numérica para a obtenção da aceleração, o que prejudicou os resultados.

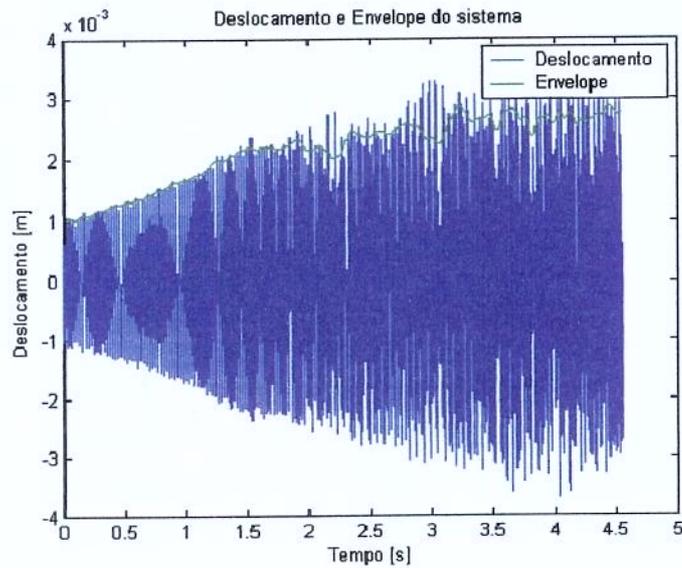


Figura 4.17 – Deslocamento e Envelope da Bancada II

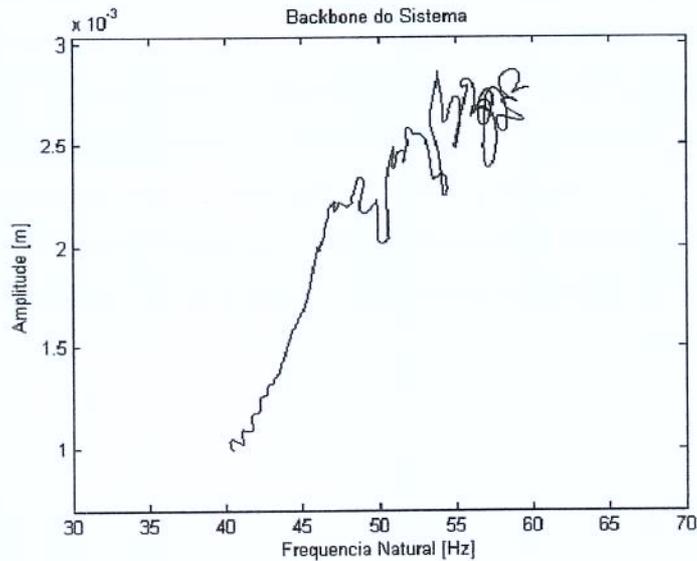


Figura 4.18 – “Backbone” da Bancada II

A Figura 4.19 mostra a curva de rigidez da Bancada II, obtida pelas técnicas da Transformada de Hilbert. Verifica-se que as características de rigidez identificadas são compatíveis com o tipo de montagem feita na bancada, onde existe uma rigidez linear até um deslocamento Δ , que é o limite da folga. Após este ponto, há a soma da rigidez da viga com a rigidez das paredes do alojamento, sendo esta rigidez resultante também linear. Esse espaço que pode ser observado para os deslocamentos menores deve-se a limitação da faixa de amplitude do

gerador de sinais, uma vez que se diminuísse a amplitude inicial não se conseguiria excitar a não-linearidade.

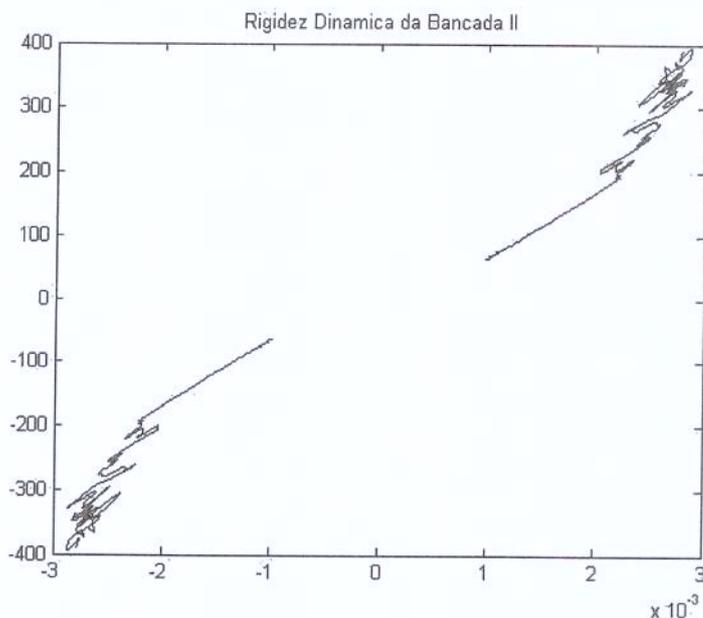


Figura 4.19 – Curva de características de rigidez da Bancada II

4.4.5 Características Dinâmicas da Bancada III

Na Bancada III foram feitos dois tipos de medições. A primeira é uma identificação das características de rigidez linear das vigas paralelas desta bancada, de modo a comparar a rigidez obtida estaticamente com esta obtida através das técnicas da Transformada de Hilbert. A segunda medição considera a medição da bancada completa com a alavanca, para identificação das características de força elástica não-linear e também levantamento do índice de vibro-impacto, mostrado na seção 2.1.1, para a quantificação do vibro-impacto e validação do modelo numérico, que será apresentado no capítulo seguinte.

Dadas as considerações práticas apresentadas na subseção 4.4.2, as variáveis a serem definidas foram assumidas. O sinal de excitação foi o sinal “chirp” com frequência variando de 40 a 140Hz, num intervalo de 5s. O valor de tensão empregado no gerador de funções foi 3,5V.

A taxa de amostragem escolhida foi definida a partir de um critério definido por Feldman (1997b), adotando-se um valor da ordem de 5000 Hz, ou seja, um intervalo de medição

$$\Delta t = \frac{1}{5000} s.$$

A Figura 4.20 traz detalhes da montagem experimental para obtenção das características de rigidez das vigas paralelas. O excitador (1) transmite força através do “stinger” (2) e o transdutor de força (3) mede a força de entrada na viga principal (4). As respostas são medidas pelo acelerômetro (5) e o vibrômetro laser (6).

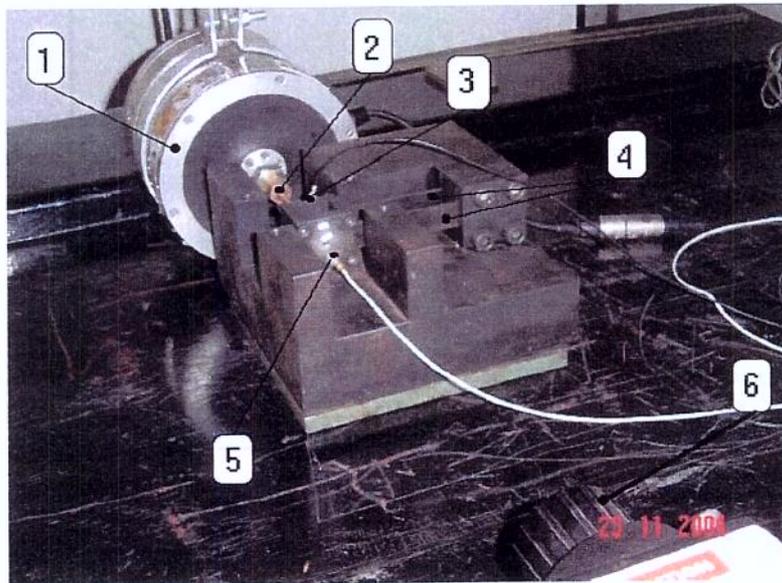


Figura 4.20 – Montagem experimental da Bancada III sem a alavanca

Após a medição foi feita a identificação com base nos dados colhidos, a partir da técnica da Transformada de Hilbert implementada no programa Matlab. Pode-se a partir deste obter as características de rigidez e amortecimento lineares do sistema. A Figura 4.21 mostra o backbone da bancada III sem a alavanca montada e a Figura 4.21 traz a curva de rigidez das vigas paralelas da bancada, em comparação com a rigidez obtida estaticamente. Observa-se nessa curva que os valores obtidos dinamicamente estão coerentes com os valores obtidos através do método de obtenção de rigidez via ensaio estático.

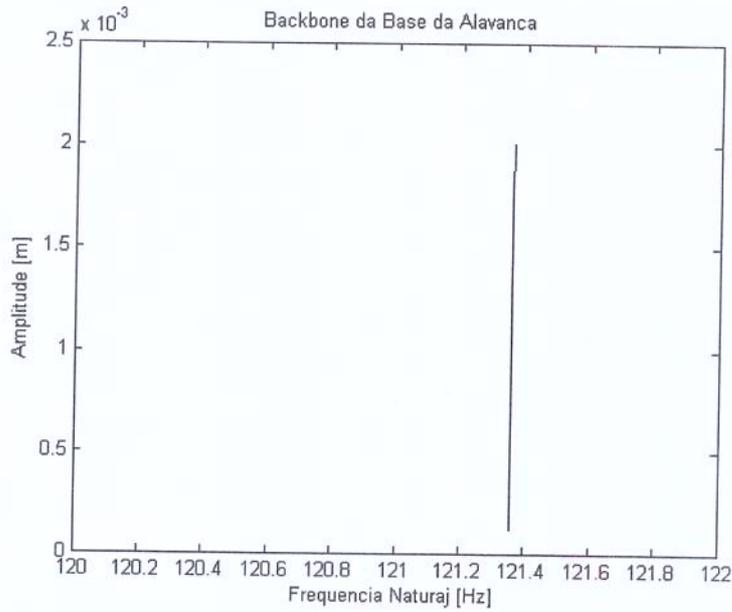


Figura 4.21 – “Backbone” da Bancada III sem a alavanca

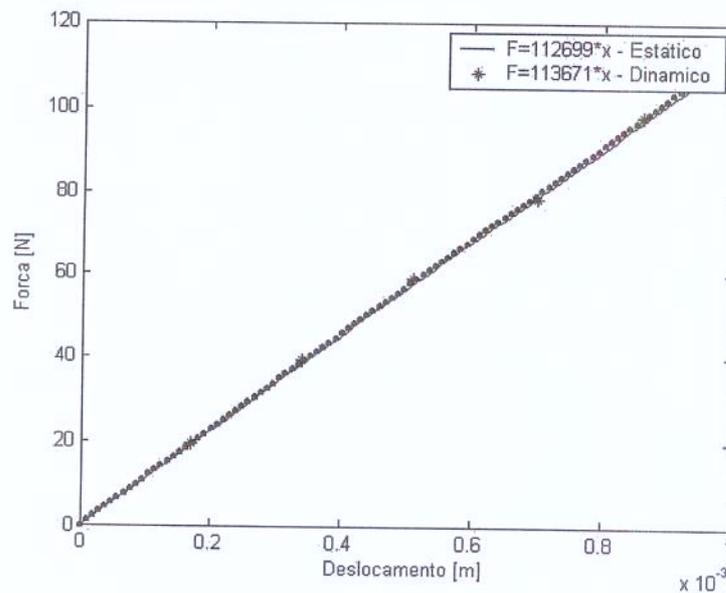


Figura 4.22 – Comparação entre a rigidez das vigas paralelas da Bancada III obtidas via estática e dinâmica

A Figura 4.23 traz detalhes da montagem experimental para obtenção das características de rigidez da Bancada III com a alavanca. A configuração é semelhante à mostrada na Figura 4.20, tendo como diferença o acoplamento da alavanca na bancada.

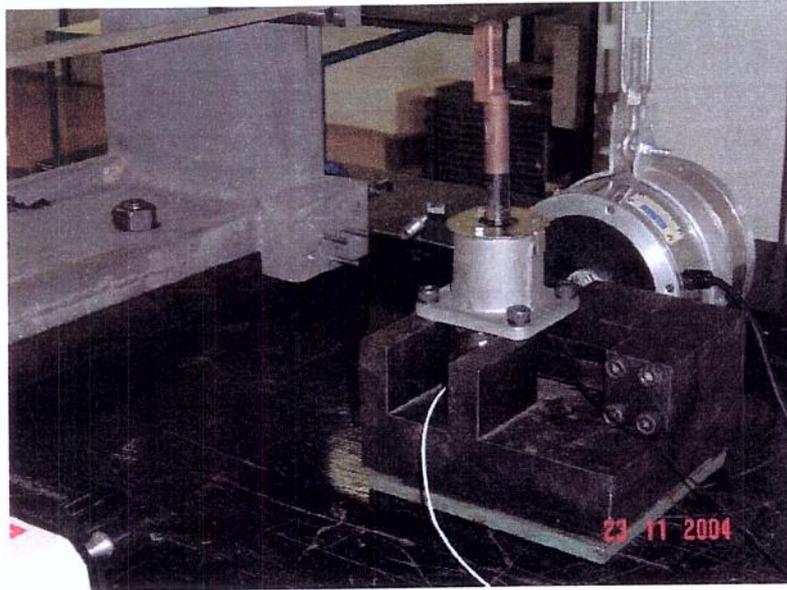


Figura 4.23 – Montagem experimental da Bancada III completa

A Figura 4.24 mostra o deslocamento da alavanca completa e seu envelope com relação ao tempo e a Figura 4.25 mostra o “backbone” da estrutura analisada, o qual mostra a resposta semelhante aos “backbones” de sistemas com diferença de rigidez (“backslash”) apresentadas por Weaver (1990).

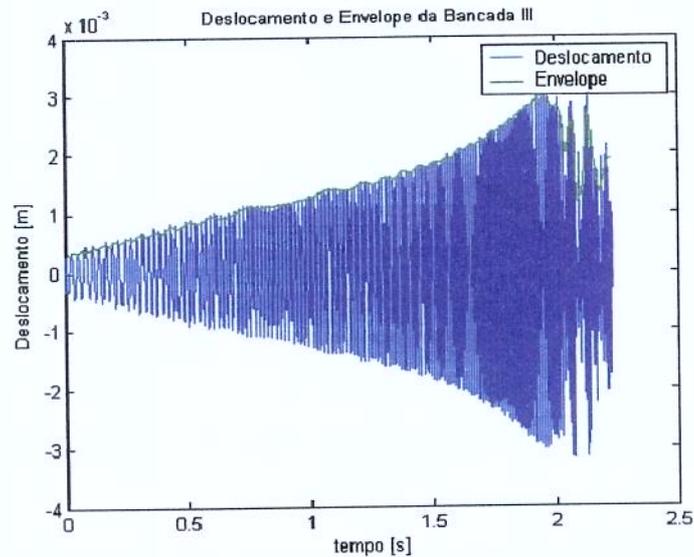


Figura 4.24 – Deslocamento e Envelope da Bancada III

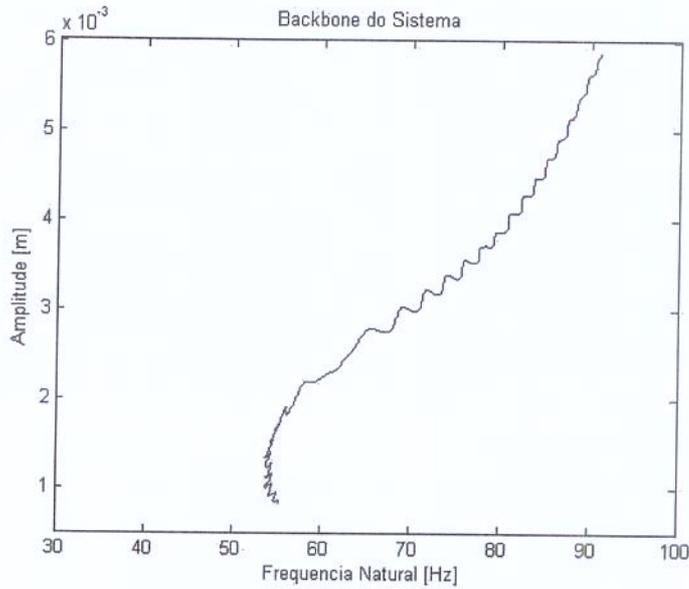


Figura 4.25 – “Backbone” da Bancada III

A Figura 4.26 mostra a curva de rigidez da Bancada II, obtida pelas técnicas da Transformada de Hilbert. Verifica-se que as características de rigidez identificadas são compatíveis com o tipo de montagem feita na bancada, onde existe uma rigidez linear até um deslocamento Δ , que é a folga entre a ponta de contato da alavanca com o seu alojamento. Após este ponto, há a soma da rigidez da viga com a rigidez da ponta de contato da alavanca. Nota-se uma melhora na curva de força conservativa obtida pela introdução do acelerômetro, excluindo o cálculo da derivada numérica para obtenção do sinal de aceleração.

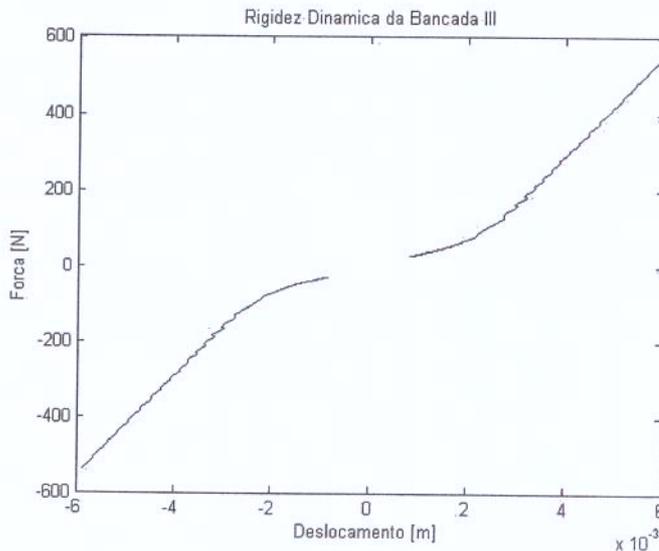


Figura 4.26 – Curva de características de rigidez da Bancada III

A última tarefa realizada com a Bancada III foi a medição do índice de vibro-impacto (RL), para validação do modelo numérico. Para tanto, foram feitas medições das forças elásticas atuantes no sistema, variando-se a massa da base da bancada. O objetivo é avaliar como o RL se comporta com a variação desses parâmetros. A Figura 4.27 mostra detalhes da montagem da bancada com as massas auxiliares. Foram utilizadas como massas cilindros de aço, que tiveram suas massas medidas. A massa da base da bancada também foi medida. Essas massas foram fixadas por intermédio de parafusos sem cabeça.

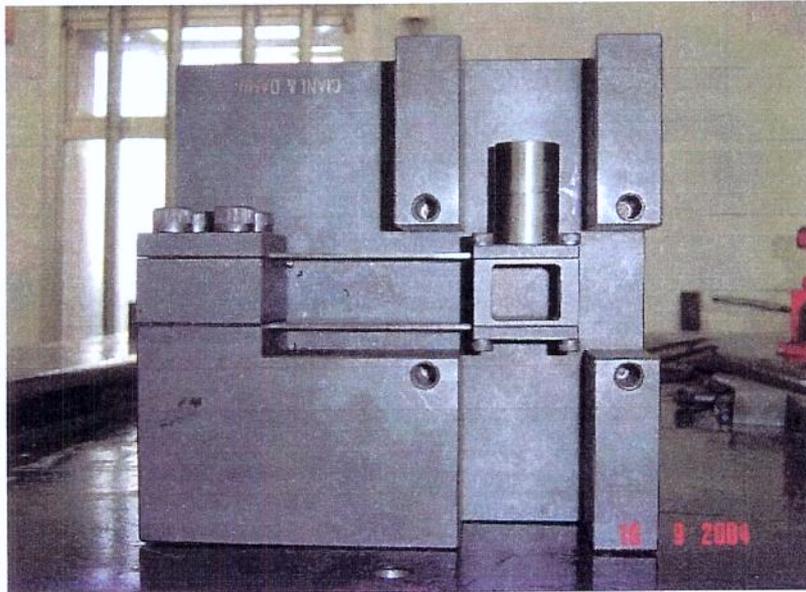


Figura 4.27 - Detalhes das massas adicionais montadas na Bancada III

A Figura 4.28 mostra os resultados obtidos através da variação das massas na Bancada III. Verifica-se que o RL aumenta e diminui provavelmente devido a mudança da frequência natural para uma faixa de frequência perto da faixa de excitação da bancada. O RL utilizado foi o primeiro definido na seção 2.1.1. Comparando-se com o índice calculado a partir de dados experimentais, verifica-se um comportamento semelhante entre ambos, uma vez que os índices diminuem para aumentos na massa da base. As curvas não coincidem pois os modelos não estão ajustados.

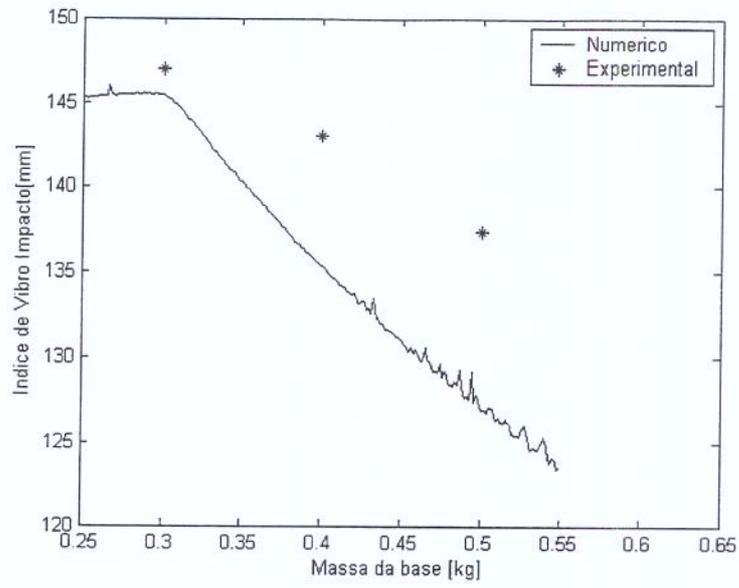


Figura 4.28 – Comparação entre os Índices de Vibro-Impacto obtidos via numérica e experimental

Capítulo 5

Discussões e Conclusões

Este trabalho, que apresentou a avaliação do Índice de Vibro-Impacto aplicado a alavancas de transmissão mecânica, apresentou resultados interessantes com relação à identificação das características não-lineares de sistemas e ao levantamento de curvas de sensibilidade ao índice de vibro impacto. Estes poderão ser utilizados para trabalhos futuros.

A técnica da Transformada de Hilbert implementada nesse trabalho mostrou-se muito aplicável para a verificação de não-linearidades em sistemas e estruturas. O levantamento das forças não-lineares que o método oferece também é importante quando se deseja identificar as características de força não-lineares desses sistemas.

As curvas de rigidez e amortecimento e os “backbones” obtidos são compatíveis com o comportamento das estruturas analisadas, mesmo quando provenientes de dados experimentais. É importante salientar que a quantidade de canais medidos é importante para a qualidade da resposta obtida. A resposta obtida na subseção 4.4.4 apresenta alguns saltos pois o sinal de aceleração não foi medido, necessitando-se integrar e derivar numericamente o sinal de velocidade medido, diminuindo a qualidade do resultado.

Os dois primeiros modelos identificados no Capítulo 3 e as duas primeiras bancadas analisadas no Capítulo 4 foram apresentados para verificar a eficiência da técnica da Transformada de Hilbert para identificação de sistemas não-lineares, identificando-se as características de força, tanto de rigidez quanto de amortecimento. Os tipos de curva obtidos tanto numérica quanto experimentalmente concordam com os encontrados na literatura (Weaver, 1990; Feldman, 1994a).

Os modelos de alavanca simulados necessitaram de experimentos para a determinação de seus parâmetros. Alguns destes parâmetros, como a rigidez das vigas paralelas, podem ser obtidos pelas duas técnicas apresentadas no trabalho (Transformada de Hilbert ou via ensaio estático). Os parâmetros do modelo de atrito não foram levantados pois foram retirados do trabalho de Prado (2002), que se utiliza do mesmo modelo de alavanca para seus estudos. No seu trabalho Prado se refere à dificuldade para obter esses parâmetros, encontrados pela dificuldade para controlar os canais de força e velocidade utilizados no algoritmo implementado.

Com a aplicabilidade da técnica da Transformada de Hilbert confirmada e o levantamento dos parâmetros dos modelos de alavanca obtido, pode-se fazer a identificação da alavanca com haste reta e o estudo de sensibilidade do Índice de Vibro-Impacto para os modelos.

O modelo de alavanca com haste reta apresentou um bom resultado, que pode ser verificado pela identificação das forças não-lineares, que mostraram a diferença de rigidez devido à folga no acoplamento entre o alojamento e a ponta da alavanca (Figura 3.12). Para o estudo de sensibilidade dos modelos foi necessário fazer inúmeros testes para decidir qual seria a taxa de amostragem indicada para a realização dos estudos, uma vez que a variação dos parâmetros altera significativamente as frequências naturais dos modelos. Desta forma optou-se por dimensionar a frequência natural para os casos mais críticos, em detrimento do tempo computacional gasto, que aumenta significativamente. Outro fator que é preponderante para a escolha da taxa de amostragem é a intensidade da não-linearidade, que nesse modelo é representada pela rigidez do contato entre o alojamento e a ponta da alavanca. Quanto maior a rigidez de contato, que é idealmente proporcional ao módulo de elasticidade do material, maior a taxa de amostragem a ser empregada para a simulação.

É importante salientar que curvas de sensibilidade obtidas pelos dois critérios apresentados na seção 2.1.1 possuem o mesmo comportamento, concluindo-se que apenas o sinal de aceleração obtido após a simulação numérica é necessário para o estudo de sensibilidade do Índice de Vibro-Impacto, que podem ser verificados nas Figura 3.14, Figura 3.15 e Figura 3.16. Os índices obtidos experimentalmente na subseção 4.4.5 mostram o mesmo comportamento dos que foram obtidos numericamente (Figura 4.28).

Para o modelo de alavanca com 3 graus de liberdade não foi feita identificação das características de rigidez pois este não é o objetivo principal do trabalho, que foi o estudo de sensibilidade do Índice de Vibro-Impacto à variação dos parâmetros. Com relação à adoção de um valor para a taxa de amostragem, foi feito o mesmo procedimento utilizado para o caso da alavanca com haste reta. O modelo pode ser feito utilizando-se massas concentradas pois a faixa de excitação utilizada foi baixa (em torno de 150Hz) comparando com a frequência natural da alavanca (viga de aço, com frequência próxima de 1500Hz), nas quais os elementos se comportam como corpos rígidos. As curvas de sensibilidade calculadas pelos dois critérios apresentados mostraram o mesmo comportamento, sendo que quaisquer dos critérios podem ser utilizados. Essas verificações podem ser observadas na Figura 3.18, Figura 3.19 e Figura 3.20.

A intensidade da não-linearidade no modelo de três graus de liberdade foi menor devido ao choque ocorrer em apenas um dos lados da alavanca e com baixa intensidade. Deve-se considerar que os modelos simulados ainda não consideraram algumas não-linearidades, como a borracha que reveste a interface entre a torre e a alavanca. A composição da alavanca é diferente da considerada para a simulação, visto que a alavanca real possui um núcleo de aço revestido de alumínio, que pode influenciar consideravelmente a dinâmica do sistema.

Esse estudo do fenômeno de Vibro-Impacto em alavancas de transmissão mecânica apresentou dificuldades com relação à escolha de um modelo que corresponda às condições reais da bancada experimental, à determinação dos parâmetros do modelo, à escolha das técnicas a serem aplicadas e à aquisição de sinais que foram escolhidos. Foi mostrado que a técnica da Transformada de Hilbert pode ser utilizada para identificação de forças não-lineares ou apenas para caracterizar não-linearidades em sistemas e também que o estudo de sensibilidade de Vibro-Impacto pode ser utilizado para se melhorar as características de um sistema que contenha o fenômeno citado, sem a utilização de protótipos reais e métodos de “tentativa e erro” para a melhora do projeto.

No que se diz respeito à técnica da Transformada de Hilbert, verifica-se que pode ser utilizada para verificação de não-linearidades em sistemas e que a frequência de amostragem é um fator importante para que a técnica funcione de forma adequada.

5.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Nos estudos realizados com as alavancas de transmissão foram encontrados problemas que precisam de maior atenção nos estudos futuros.

Dentre os próximos passos pode ser incluída a modelagem dessas alavancas utilizando o Método dos Elementos Finitos no Tempo (FET), que provavelmente reduzirá o tempo gasto na integração numérica desses modelos, conseqüentemente reduzindo o tempo de solução do sistema.

Outra proposta é a inclusão de outras não-linearidades nos modelos de alavanca, como os efeitos não-lineares causados pelas borrachas na estrutura. O levantamento do tipo de excitação que são transmitidas para as diversas alavancas nos veículos também é importante para uma simulação mais fiel dos sistemas modelados.

A avaliação experimental acústica do fenômeno de rattle também seria interessante para avaliar os Índices de Vibro-Impacto calculados, para que se tenha mais certeza dos estudos de sensibilidade realizados.

Anexo A

Identificação de Sistemas via Transformada de Hilbert

A identificação de sistemas, que podem ser lineares ou não lineares foi proposta por Feldman (1997b), baseado nos métodos FREEVIB e FORCEVIB (Feldman, 1994a, 1994b). Os cálculos são feitos a partir das entradas e respostas do sistema. Será utilizado um sistema simples de 1 gdl para exemplificar o funcionamento do método.

Adotou-se um modelo de parâmetros concentrados que representa um sistema de 1gdl linear com amortecimento viscoso. Este sistema estará sobre vibração livre e a equação que representa o sistema é dada por:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = 0 \tag{A.1}$$

Este sistema será simulado sob vibração livre no domínio do tempo, utilizando-se o método Runge-Kutta (seção 2.3.1). O passo de integração utilizado foi de $\frac{1}{1000} s$ e obtiveram-se 2000 pontos. A Tabela A.1 traz os parâmetros do modelo utilizados nesta simulação.

Tabela A.1 – Parâmetros do modelo de alavanca de dois graus de liberdade

m	→	1,00 [kg]
k	→	3.000 [N/m]
c	→	5,00 [Ns/m]
y_0	→	$5 \cdot 10^{-3}$ [m]
\dot{y}_0	→	0,00 [m/s]

Para este caso de vibração livre, a equação que representa o movimento do sistema é dada por:

$$y(t) = e^{-\xi\omega_n t} (A \operatorname{sen}(\omega_d t + \phi)) \quad (\text{A.2})$$

onde:

$$h = c/2m \quad (\text{A.3})$$

$$\xi = c/2\sqrt{km} \quad (\text{A.4})$$

$$\omega_n = \sqrt{k/m} \quad (\text{A.5})$$

$$\omega_d = \sqrt{1 - \xi^2} \omega_n \quad (\text{A.6})$$

$$A = \sqrt{\frac{(\dot{y} + \xi\omega_n y)^2 + (y\omega_d)^2}{\omega_d^2}} \quad (\text{A.7})$$

$$\phi = \operatorname{atan}\left(\frac{y\omega_d}{\dot{y} + \xi\omega_n y}\right) \quad (\text{A.8})$$

Para este caso podemos calcular as equações que nos permitem chegar aos valores da frequência natural e do coeficiente de amortecimento instantâneos. A Transformada de Hilbert do sinal de deslocamento para este caso é dada por:

$$\tilde{y}(t) = e^{-\xi\omega_n t} (A \cos(\omega_d t + \phi)) \quad (\text{A.9})$$

Desta forma, a amplitude instantânea (equação (2.24)) pode ser expressa como:

$$A(t) = \sqrt{y^2(t) + \tilde{y}^2(t)} = A e^{-\xi\omega_n t} \quad (\text{A.10})$$

Pode-se ilustrar na Figura A.1 graficamente o deslocamento do modelo em função do tempo, juntamente com a sua amplitude instantânea:

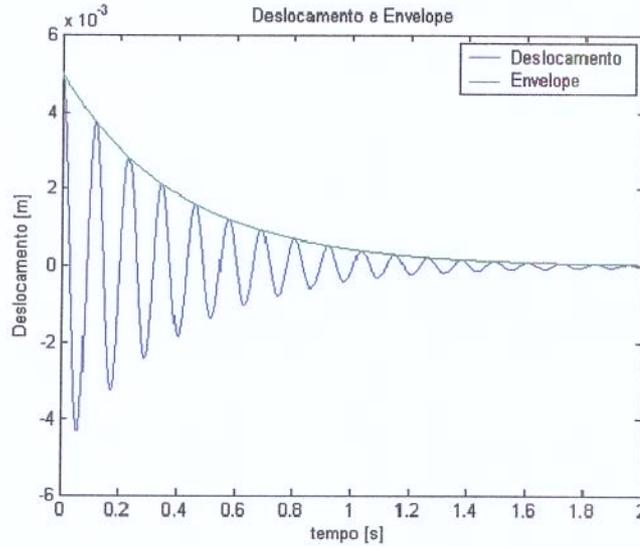


Figura A.1 – Deslocamento e envelope para vibração livre de um modelo de 1gdl linear

Para calcular-se a frequência instantânea, utilizada posteriormente no cálculo da frequência natural e o coeficiente de amortecimento, necessitamos também da equação da velocidade e da transformada de Hilbert da velocidade, portanto:

$$\dot{y}(t) = -\xi\omega_n e^{-\xi\omega_n t} (A \operatorname{sen}(\omega_d t + \phi)) + e^{-\xi\omega_n t} (\omega_d A \cos(\omega_d t + \phi)) \quad (\text{A.11})$$

$$\dot{\hat{y}}(t) = -\xi\omega_n e^{-\xi\omega_n t} (A \cos(\omega_d t + \phi)) - e^{-\xi\omega_n t} (\omega_d A \operatorname{sen}(\omega_d t + \phi)) \quad (\text{A.12})$$

Com a equação (2.28), podemos obter uma expressão para a frequência instantânea para este modelo:

$$\omega(t) = \frac{\omega_d e^{-\xi\omega_n t} A (\operatorname{sen}(\omega_d t + \phi)(2 - \omega_d) + \cos(\omega_d t + \phi)(1 - \xi\omega_n))}{(\dot{y} + \xi\omega_n y)^2 + (y\omega_d)^2} \quad (\text{A.13})$$

Após simplificações podemos chegar a seguinte expressão para a frequência instantânea:

$$\omega(t) = -\xi\omega_n \operatorname{sen}(2\omega_d t + 2\phi) + \omega_d \cos(2\omega_d t + 2\phi) \quad (\text{A.14})$$

Para o cálculo da frequência natural e do coeficiente de amortecimento (equação (2.34)) necessita-se das equações que representem a derivada da frequência instantânea e das duas primeiras derivadas da amplitude instantânea. Dessa forma tem-se:

$$\dot{\omega}(t) = -2\xi\omega_n\omega_d\cos(2\omega_d t + 2\phi) - 2\omega_d^2\sin(2\omega_d t + 2\phi) \quad (\text{A.15})$$

$$\dot{A}(t) = -\xi\omega_n A e^{-\xi\omega_n t} \quad (\text{A.16})$$

$$\ddot{A}(t) = \xi^2\omega_n^2 A e^{-\xi\omega_n t} \quad (\text{A.17})$$

Com isto, pode-se calcular a frequência natural instantânea a partir da equação (2.34). Substituindo as expressões na equação citada chegamos a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \omega_0^2 = & \left(-\xi\omega_n\sin(2\omega_d t + 2\phi) + \omega_d\cos(2\omega_d t + 2\phi) \right)^2 - \frac{\xi^2\omega_n^2 A e^{-\xi\omega_n t}}{A e^{-\xi\omega_n t}} + 2 \frac{\left(-\xi\omega_n A e^{-\xi\omega_n t} \right)^2}{\left(A e^{-\xi\omega_n t} \right)^2} + \\ & \frac{\left(-\xi\omega_n A e^{-\xi\omega_n t} \right) \left(-2\xi\omega_n\omega_d\cos(2\omega_d t + 2\phi) - 2\omega_d^2\sin(2\omega_d t + 2\phi) \right)}{\left(A e^{-\xi\omega_n t} \right) \left(-\xi\omega_n\sin(2\omega_d t + 2\phi) + \omega_d\cos(2\omega_d t + 2\phi) \right)} \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Retirando os termos de modulação em frequência, temos uma expressão:

$$\begin{aligned} \omega_0^2(t) &= \omega_n^2 - \xi^2\omega_n^2 \\ \omega_0^2(t) &= \omega_n^2 \sqrt{1 - \xi^2} \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

O coeficiente de amortecimento também pode ser calculado através da equação (2.35), com a substituições das equações (A.16), (A.7), (A.14) e (A.13) na equação (2.35):

$$h_0(t) = \frac{-\xi\omega_n A e^{-\xi\omega_n t}}{A e^{-\xi\omega_n t}} - \frac{-2\xi\omega_n\omega_d\cos(2\omega_d t + 2\phi) - 2\omega_d^2\sin(2\omega_d t + 2\phi)}{2 \left(-\xi\omega_n\sin(2\omega_d t + 2\phi) + \omega_d\cos(2\omega_d t + 2\phi) \right)} \quad (\text{A.20})$$

Retirando os termos de modulação em frequência, temos a expressão para o coeficiente de amortecimento:

$$h_0(t) = \xi\omega_n = \frac{c}{2m} \quad (\text{A.21})$$

Finalmente pode-se calcular as forças conservativas e dissipativas para este sistema estudado, através das equações (2.56) e (2.57):

$$F_{rig} = m \left(\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \right) A e^{-\xi\omega_n t} \quad (\text{A.22})$$

$$F_{amor} = 2m \frac{c}{2m} \sqrt{\left(-Ae^{-\xi\omega_n t} \omega_d\right)^2 + \left(-\xi\omega_n Ae^{-\xi\omega_n t}\right)^2} \quad (A.23)$$

Com os valores das forças calculados, pode-se enfim exibir um gráfico com as forças atuantes neste modelo. A Figura A.2 exibe as forças conservativas em função do envelope do deslocamento e a Figura A.3 exibe as forças dissipativas em função do envelope da velocidade.

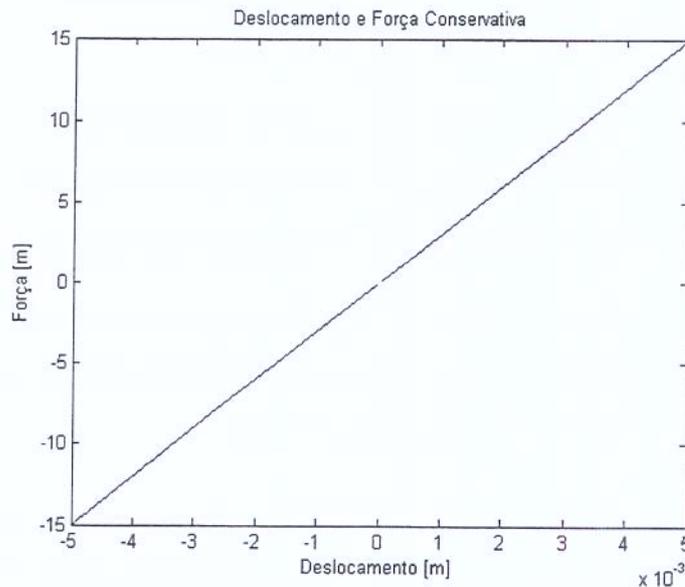


Figura A.2 – Força conservativa do modelo de 1gdl – linear

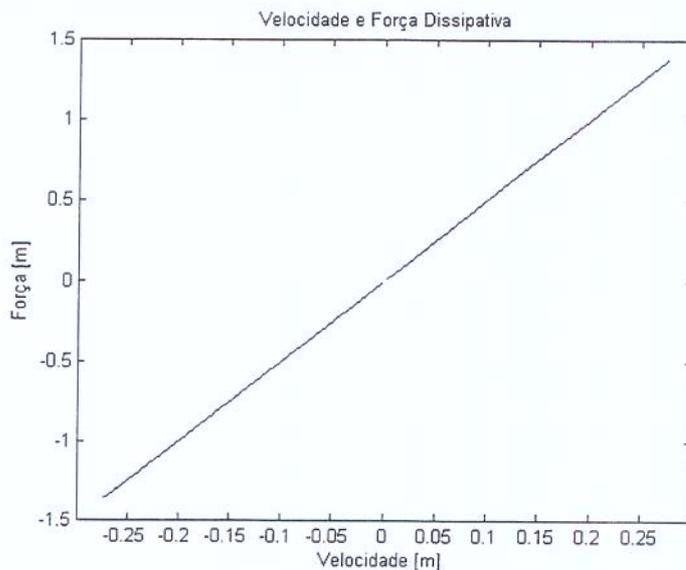


Figura A.3 – Força dissipativa do modelo de 1gdl – linear

Para exemplificar numericamente esta resolução, num primeiro instante necessita-se simular este sistema no domínio do tempo, utilizando o método Runge-Kutta (seção 2.3.1). Este modelo foi simulado com 2000 pontos, com um passo de integração de $\frac{1}{2000} s$.

Após a simulação no domínio do tempo, utilizam-se os sinais de resposta para o cálculo da transformada de Hilbert e futuramente as características instantâneas dos sinais, tais como envelope e frequência instantânea (equações (2.24) e (2.25)).

O cálculo da transformada de Hilbert do sinal foi calculado com a função Hilbert do Matlab. Como a Transformada de Hilbert é uma convolução de duas funções, esta função calcula a transformada rápida de Fourier (FFT) do sinal e da função $h(t) = \frac{1}{\pi t}$ (função fft do Matlab). Logo após é feita a multiplicação dos dois sinais transformados para o domínio da frequência e em seguida é calculada a transformada inversa de Fourier (IFFT) do sinal (função ifft do Matlab). Desta forma foi calculada a transformada de Hilbert do sinal.

Como são necessários os sinais de deslocamento, velocidade e aceleração e o método Runge-Kutta fornece apenas os sinais de deslocamento e velocidade, necessitou-se fazer uso de técnicas de diferenciação numérica para a obtenção do sinal de aceleração. Utilizou-se a diferenciação por diferenças finitas para o cálculo do sinal de aceleração. A Figura A.4 mostra o sinal de deslocamento do sinal, juntamente com o seu envelope.

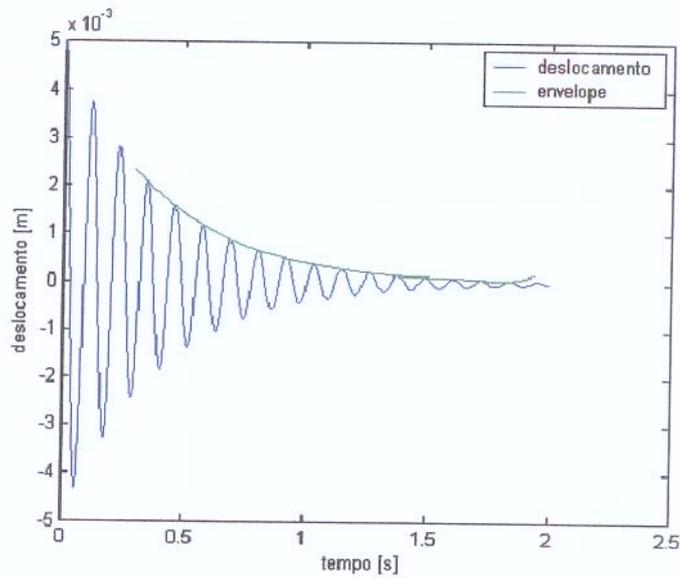


Figura A.4 – Simulação do sistema utilizando-se do método Runge-Kutta

Em seguida pode-se calcular a frequência instantânea do sinal, seguindo dos valores de frequência natural e do coeficiente de amortecimento (equações (2.28), (2.34) e (2.35) . Como explicado na seção 2.4.6, os sinais de frequência natural e o coeficiente de amortecimento obtidos são sinais com modulação em frequência, necessitando ser submetidos a uma filtragem de alta frequência, para que se obtenham os valores médios dos sinais.

O filtro utilizado foi um passa baixa filtro FIR (Resposta Finita ao Impulso) de Parks-McClellan já implementado nas bibliotecas no Matlab (função `remez`). A Figura A.5 mostra o sinal de frequência natural com e sem filtro.

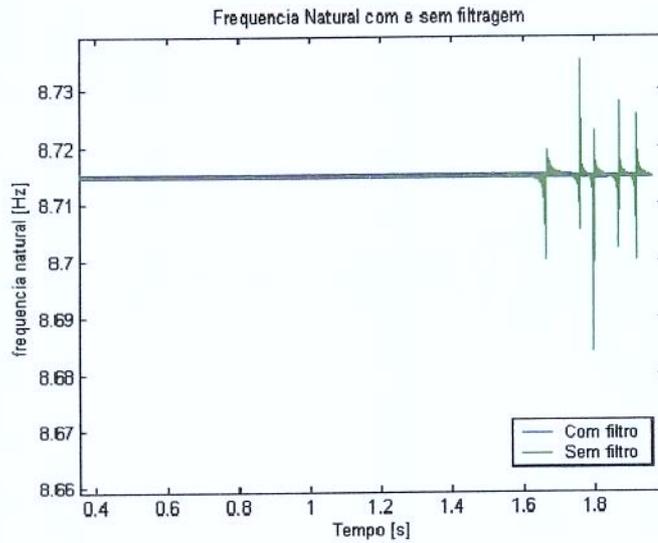


Figura A.5 – Frequência natural com e sem filtragem para o modelo de 1gdl linear – numérico

O próximo passo é o cálculo de forças de conservativas e dissipativas atuantes no modelo. São utilizadas as equações (2.56) e (2.57) para o cálculo das respectivas forças. Exibindo um gráfico contendo a amplitude versus a força elástica atuante pode-se obter a curva de rigidez do sistema (Figura A.6). Um gráfico que contém a velocidade e a força dissipativa atuante no sistema exprime as características de amortecimento do sistema (Figura A.7).

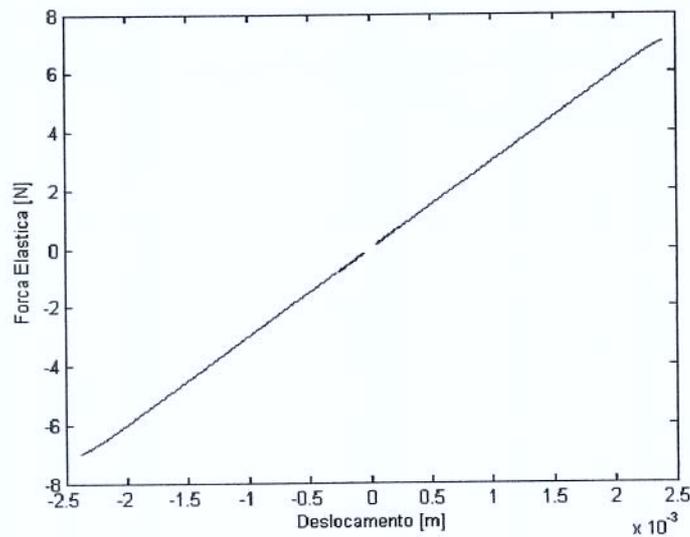


Figura A.6 – Força conservativa do modelo de 1gdl linear – numérico

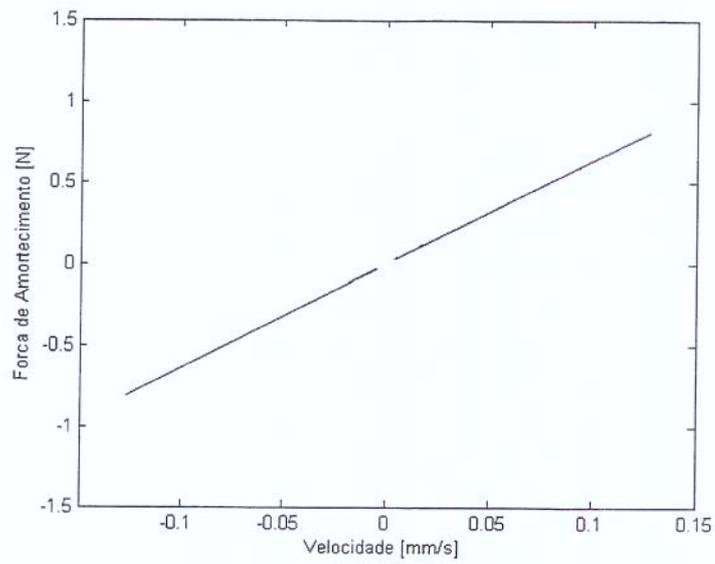


Figura A.7 – Força dissipativa do modelo de 1gdl linear – numérico

Referências

- Abe, T., Fukunaga, I., Kohgo, T. Development of evaluation method of transmission gear noise and gear rattle using acoustic simulator. In: Transactions of the JSME, 1992.
- Agneni, A., Balis-Crema, L. Damping Measurements from Truncated Signals via Hilbert Transform. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 3(1), pp.1-13,1989.
- Boivin, N., Pierre, C. Nonlinear modal analysis of structural systems featuring internal resonances. *Journal of Sound and Vibration*, v. 782(2), pp. 336-341, 1995.
- Bracewell, R. N. *The Fourier Transform and its applications*, 2 ed. Boston: McGraw-Hill, 1986.
- Brillhart, D., Hunt, D., Pierre, M. Advantages of excitation using plastic stinger rods. In: XI International Modal Analysis Conference, pp. 1217-1220, 1993.
- Burdekin, M., Back, N., Cowley, A. Experimental study of normal and shear characteristics of machined surfaces in contact. *Journal of Mechanical Engineering Science*, v. 20(20), pp.129-132, 1978.
- Chikatani, Y., Suehiro, A. Reduction of Idling Noise in Trucks. In: 1991 Noise and Vibration Conference, Society of Automotive Engineer paper 911044, pp. 49-56, 1991.
- Comparin, R.J., Singh, R. Frequency response characteristic of an impact pair. *Journal of Sound and Vibration*, v. 134, pp 209-230, 1989.
- Dokainish, M.A., Subbaraj, K. A survey of direct time-integration methods in computational structural dynamics: I, explicit methods. *International Journal of Computers and Structures*, 32, pp. 1371-1386, 1989a.

- Dokainish, M.A., Subbaraj, K. A survey of direct time-integration methods in computational structural dynamics:II, implicit methods. *International Journal of Computers and Structures*, 32:1387-1401, 1989b.
- Ewins, D. J., Sidhu, J. Modal testing and the linearity of structures. *Mechanique Materiaux Electricite*, v.389,390,391, pp. 297-302, 1982.
- Ewins, D. *Modal Testing: Theory and Practice*. Research Studies Press, 1984.
- Ewins, D. J., Imregun, M. State-of-the-art assessment of structural dynamic response analysis methods (dynas). *Shock and Vibration Bulletin*, v. 56, pp. 59-90, 1986.
- Feldman, M. Investigation of the natural vibrations of machine elements using the Hilbert transform. *Soviet Machine Science*, v. 2, pp.44-47, 1985.
- Feldman, M. Device and method for determination of vibration system modal parameters, Israel Patent # 098985, 1991.
- Feldman, M. Non-linear system vibration analysis using Hilbert transform - I. Free vibration analysis method "FREEVIB". *Mechanical Systems and Signal Processing*, v.8(2), pp. 119-127, 1994a.
- Feldman, M. Non-linear system vibration analysis using Hilbert transform - II. Forced vibration analysis method "FORCEVIB". *Mechanical Systems and Signal Processing*, v.8(3), pp. 309-318, 1994b.
- Feldman, M., Braun, S. Processing for instantaneous frequency of 2-component signal: the use of the Hilbert transform. In: XIII Int. Modal Analysis Conf., Nashville, Tennessee, pp. 776-781, 1995a.
- Feldman M., Braun S. Identification of non-linear system parameters via the instantaneous frequency: application of the Hilbert transform and Wigner Ville techniques. In: XIII International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, 1995b.

- Feldman, M., Braun, S. Non-Linear spring and damping forces estimation during free vibration. In: 1995 ASME Design Engineering Technical Conference, pp 1241-1248, 1995c.
- Feldman M., Braun S. Description of free responses of SDOF systems via the phase plane and Hilbert transform: the concepts of envelope and Instantaneous frequency. In: XV International Modal Analysis Conference, Orlando, Florida, 1997.
- Feldman, M. Vibration analysis of non-symmetric elastic force systems via the Hilbert transform In: XV Int. Modal Analysis Conf., Orlando, Florida, pp. 1017-1022, 1997a.
- Feldman, M. Non-Linear Free Vibration Identification via the Hilbert Transform. Journal of Sound and Vibration. v. 208 (3), pp. 475-489, 1997b.
- Gaul, L., Nckenhorst, U., Willner, K., Lenz, J. Nonlinear vibration damping of structures with bolted joint. In: XII International Modal Analysis Conference, pp. 875-881, 1994.
- Hahn, S.L. The Hilbert Transform of the Product $a(t)\cos(\omega_0 t + \phi_0)$. In: Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Technical Sciences 44 (1), 75-80, 1996.
- Hammond, J.K, Davies, P. The use of envelope and instantaneous phase methods for the response of oscillatory nonlinear systems to transients. In: V International Modal Analysis Conference, pp. 1460-1466, 1987.
- Han, S. Analysis on natural frequency distortion due to the attachment of shaker. In: XIII Int. Modal Analysis Conf., Nashville, Tennessee, pp. 1715–1721, 1995.
- Haslinger, K. H. Experimental characterization of sliding and impact friction coefficients between steam generator tubes and avb supports. Journal of Sound and Vibration, v. 181(5), pp. 851-871, 1995.
- Her, J. Y., Hsieh, S., Li, W., Haddow, A. Quantitative Prediction of Rattle in Impacting System. In: 1997 Noise and Vibration Conference, Society of Automotive Engineers paper 972057, pp. 1509-1515, 1997.

- Kataoka, M., Ohno, S., Sugimoto, T. A two-degree-of-freedom system including a clearance with a two-step hardening spring. *JSME International Journal Series III*, v. 34, pp. 345-354, 1991.
- Ling, F.H., Wu, X. X. Fast garlekin method and its application to determine periodic solutions of nonlinear oscillators. *International Journal of Nonlinear Mechanics*, v.22, pp. 89-98, 1987.
- McConnell, K. and Varoto, P. An fe study of the exciter-structure interaction in vibrating testing. In: *XII International Modal Analysis Conference*, pp. 1720-1727, 1994.
- Mentel, T. J. Joints interface layer damping. *ASME Journal of Engineering for Industry*, pp. 797-805, 1987.
- Murakami, K., Sato, H. Vibration characteristics of a beam with support accompanying clearance. *ASME Journal of Vibrations and Acoustics*, v. 112, pp. 508-514, 1990.
- Nobari, A. S. *Identification of the dynamic characteristics of structural joints*. Londres: Departamento de Engenharia Mecânica, Imperial College, 1992. Tese (Doutorado).
- Ohnuma, S., Yahata, S., Inagawa, M., Fugimoto, T. Research on Idling Rattle of Manual Transmission. In: *1985 Noise and Vibration Conference, Society of Automotive Engineer* paper 850979, pp. 159-167, 1985.
- Padmanabhan, C., Singh, R. Spectral coupling issues in a two-degree-of-freedom system with clearance nonlinearities. *Journal of Sound and Vibration*, v. 155, pp. 209-230, 1992.
- Padmanabhan, C., Singh, R. Influence of clutch design on the reduction and perception of automotive transmission rattle noise. In: *NOISE-CON 93*, pp. 607-612, 1993.
- Padmanabhan, C., Rook, T. E., Singh, R. Modeling of Automotive Gear Rattle Phenomenon: State of Art. *Society of Automotive Engineer* paper 951316, *Proceedings of the 1995 Noise and Vibration Conference*, pp. 669-680, 1995.
- Padmanabhan, C., Singh, R. Analysis of periodically excited nonlinear systems by a parametric continuation technique. *Journal of Sound and Vibration*, v. 184(1), pp. 35-58, 1995a.

- Padmanabhan, C., Singh, R. Dynamic analysis of a piecewise nonlinear system subject to dual harmonic excitation using parametric continuation. *Journal of Sound and Vibration*, v. 184(5), pp. 767-799, 1995b.
- Prado, A. P. *Investigação Teórica e Experimental de uma Alavanca de Transmissão Mecânica Considerando Efeitos Não-Lineares*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2002, 97p. Dissertação (Mestrado).
- Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., Flannery, B.P. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, 1992.
- Ren, Y. *The analysis and identification of friction joint parameters in the dynamic response of structures*. Londres: Departamento de Engenharia Mecânica, Imperial College, 1992. Tese (Doutorado).
- Rice, H. J., Xu, K. Q. Linear path identification of general nonlinear systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v.10(1), pp. 55-63, 1996.
- Rust, A., Brandl, F. K.Thien, G.E. Investigations into gear rattle phenomena- key parameters and their influence on gearbox noise. In: IMechE Conference on Gearbox noise and Vibration, pp. 113-120, 1990.
- Saff, E.B., Snider, A.D. *Fundamentals of Complex Analysis of Mathematics, Science and Engineering*, 2 ed. New Jersey: Prentice Hall, 1993
- Sanliturk, K. Y., Imregum, M., Ewins, D. J. Harmonic balance vibration analysis of turbine blades with friction dampers. *ASME Journal of Vibrations and Acoustics*, v.119, pp.96-103, 1997.
- Shaw, S.W., Hsieh, S., Borowski, V. J., Her, J. Y. A CAE Methodology for reducing rattle in structural components. In: 1997 Noise and Vibration Conference, Society of Automotive Engineer paper 972057, pp. 1497-1502, 1997.
- Singh, R., Xie, H., Comparin, R.J. Analisis of automotive neutral gear rattle. *Journal of Sound and Vibration*, v. 131, pp. 177-196, 1989.

- Soine, D.E., Evesen, H. A., Van Karsen, C. D. A design assessment tool for squeak and rattle performance. In: XIII International Modal Analysis Conference, Vancouver, pp. 1428-1432, 1999.
- Storer, D. M., Tomlinson, G. R. Recent developments in the measurement and interpretation of higher order transfer functions from nonlinear structures. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 7(2), pp.173-189, 1993.
- Strogatz, S. H.. *Nonlinear Dynamic and Chaos. Massachusetts*: Addison-Wesley Reading., 1994.
- Tomlinson, G. R. Force distortion in resonance testing of structures with electro-dynamic vibration exciters. *Journal of Sound and Vibration*, v.63(3), pp.337–350, 1979.
- Tomlinson, G. R., Lam, J. Frequency response characteristics of structures with single and multiple clearance-type non-linearity. *Journal of Sound and Vibration*, v. 96(1), pp. 111-125, 1984.
- Tsai, J. S., Chou, Y. F. The identification of dynamic characteristics of a single bolt joint. *Journal of Sound and Vibration*, v. 3(125), pp.487–502, 1988.
- Vakman, D, Vainshtein, L. *Frequency separation in the theory of vibration and waves*. Moscow: Ed. Nauka, 1983.
- Wang, J. H., Chen, W. K. Investigation of the vibration of a blade with friction damper by hbm. In: *The American Society of Mechanical Engineers*, 1992.
- Wang, Y. Modeling and analysis of automotive transmission rattle. In: 1997 Noise and Vibration Conference, Society of Automotive Engineers paper 972054, pp. 1457-1462, 1997.
- Watanabe, K., Sato, H. Development of non-linear building block approach. *ASME Journal of Vibrations, Stress, and Reliability in Design*, v. 110, pp. 36-41, 1988.
- Weaver, W., Timoshenko, S. P., Young, D. H. *Vibration Problems in Engineering*. John Wiley & Sons, 5 ed., 610 pp., 1990.

Weisch, G., Stücklschwaiger, W., de Mendonça, A., Monteiro, N.T.S, dos Santos, L. The Creation of a Car Interior Noise Quality Index for the Evaluation of Rattle Phenomena. In: 1997 Noise and Vibration Conference, Society of Automotive Engineer paper 972018, pp. 1177-1182, 1997.

Yu, Z., Xu, Y. L., Ko, J. M. Nonlinear behaviour of cables with moved end-supports. In: XIV International Modal Analysis Conference, pp. 1041-1047, 1996.