

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE PROJETOS MECÂNICOS

**DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE FALHAS ESTRUTURAIS  
UTILIZANDO TÉCNICAS DE AJUSTE DE MODELOS BASEADAS EM  
FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA**

Número de publicação FEM:  
Registro na BAE/UNICAMP: P414d

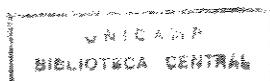
por Eng. João Antonio Pereira  
orientador Prof. Dr. João Maurício Rosário  
co-orientador Prof. Dr. Paul Sas

Tese submetida à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, para preenchimento dos pré-requisitos para a obtenção do Título de Doutor em Engenharia Mecânica.

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL  
DA TESE DEFENDIDA POR JOÃO ANTONIO  
PEREIRA E APROVADA PELA  
COMISSÃO JULGADORA EM 26 / 08 / 1996.

João Maurício Rosário  
ORIENTADOR

Agosto de 1996



FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP.

Pereira, João Antonio.

P414d

Detecção e localização de falhas estruturais utilizando técnicas de ajuste de modelos baseadas em funções de resposta em frequência / João Antonio Pereira. -- Campinas, SP: [s.n.], 1996.

Orientador: João Maurício Rosário, Paul Sas.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de engenharia Mecânica.

1. Dinâmica estrutural. 2. Análise modal. 3. Otimização estrutural. 3. Atualização de modelos. 4. Localização de falhas. I. Rosário, João Maurício. I. Sas, Paul. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. IV. Título.

C N.00092901.6

UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	T/UNICAMP
	P414 d
V.	Ex. 01
I	28769
PRC.	667/96
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	11/10/96
N.º CPD	

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

Tese de Doutorado

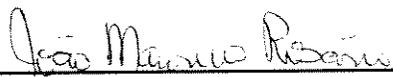
Título da tese: DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE FALHAS ESTRUTURAIS  
UTILIZANDO TÉCNICAS DE AJUSTE DE MODELOS  
BASEADAS EM FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

Autor: João Antonio Pereira

Orientador: Prof. Dr. João Maurício Rosário - UNICAMP

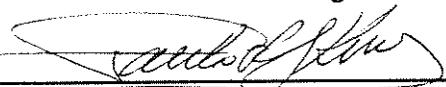
Co-orientador: Prof. Dr. Ir. Paul Sas - KUL

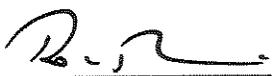
Aprovado por:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. João Maurício Rosário, Presidente

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Ir. Paul Sas, Membro

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Hans Ingo Weber, Membro

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Paulo Roberto G. Kurka, Membro

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Robson Pederiva, Membro

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Vicente Lopes Jr., Membro

Campinas, 26 de Agosto de 1996.

*Aos meus pais, João e Helena*

*e à memória dos meus avós*

*Antônio Francisco e Crescêncio Bezerra*

## AGRADECIMENTOS

- ... Aos orientadores  
Prof. Dr. João Maurício Rosário e Prof. Dr. Paul Sas que muito contribuíram para a realização deste trabalho;
- ... Prof. Dr. Ward Heylen e ao Dr. Stefan Lammens ambos da Katholieke Universiteit Leuven - KUL, Leuven, Bélgica, que tiveram uma participação efetiva na realização deste trabalho, especialmente Dr. Lammens que gentilmente nos forneceu todo o apoio e assistência para a utilização dos seus programas computacionais;
- ... à minha família, especialmente meus pais, que compreenderam a minha ausência, principalmente, durante o período em que estive na KUL, Leuven, Bélgica;
- ... aos amigos Campos Silva, Hidekaso, Ines Portugal, João Noronha, Quirino, Turra e especialmente ao Jonas de Carvalho e família pela presteza demonstrada tanto nas discussões técnicas como nos aspectos pessoais e finalmente a Toni pelo incentivo e auxílio na redação;
- ... à Divisão de projetos e automação de máquinas da Katholieke Universiteit - PMA pela oportunidade, profissionalismo e respeito que me dispensaram;
- ... ao Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira FEIS/UNESP, especialmente à Área de Mecânica dos Sólidos pelo apoio e compreensão, os quais permitiram o término deste trabalho;
- ... à CAPES e ao CNPq pelo apoio financeiro;
- ... à todas as pessoas que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

## LISTA DE SÍMBOLOS

$( )$	elemento de um vetor ou matriz
$\{ \}$	vetor coluna
$\{ 1 \}_j$	vetor coluna, cujo $j$ -ésimo elemento é unitário e os demais são nulos
$[ ]$	matriz
$[ \ ]$	matriz diagonal
$[ \mathbf{I} ]$	matriz identidade
$\{ \}^T$	transposta de um vetor
$[ ]^T$	transposta de uma matriz
$[ ]^+$	pseudo-inversa de uma matriz
$[ ]^*, \{ \}^*, ( )^*$	complexo conjugado de uma matriz, vetor ou escalar
$\cdot^A$	dados analíticos
$\cdot_A$	graus de liberdade ativos
$[C]$	matriz de amortecimento
COMAC	“coordinate modal assurance criterion”
$\cdot_D$	graus de liberdade eliminados
DOF(s)	graus de liberdade
$\{F\}$	vetor força no domínio da frequência
FRF(s)	funções de resposta em frequência
$[h(t)]$	inversa da matriz de funções de resposta em frequência
$\{H(\omega)\}_j$	receptância, $j$ - grau de liberdade de referencia
$[H]$	matriz de receptância
$[K]$	matriz de rigidez
$[^A k^x]$	matriz de rigidez ortogonalizada em relação aos modos experimentais e analíticos
$[^x k^x]$	matriz de rigidez ortogonalizada em relação aos modos experimentais
$k_r$	rigidez modal
$m$	número de modos medido
$[M]$	matriz de massa
$[^A m^x]$	matriz de massa ortogonalizada em relação aos modos experimentais e analíticos
$[^x m^x]$	matriz de massa ortogonalizada em relação aos modos experimentais
$m_r$	massa modal

MAC	“modal assurance criterion”
$n$	número de graus de liberdade medidos
$N$	número de graus de liberdade analíticos
$p$	parâmetros para atualização
$Q$	fator $Q$
$.R$	redução
$[R]$	matriz residual
$s$	variável de Laplace
$[S]$	matriz de sensibilidade
$[T]$	matriz de transformação
$.u$	dados experimentais
$[U], [V]$	matriz à direita e à esquerda - decomposição em valores singulares
$[\Sigma]$	matriz dos valores singulares
$\{x\}$	vetor deslocamento
$\{X\}$	vetor deslocamento no domínio da frequência
$[Z]$	matriz de rigidez dinâmica
$\Delta$	diferença
$\varepsilon$	resíduo
$\{\psi\}$	modo próprio
$[\Psi]$	matriz dos modos próprios
$[\Theta]$	matriz de autovetores para amortecimento viscoso
$\{\Phi\}$	modo próprios normalizado em relação a massa
$[\Phi]$	matriz dos modos normalizados em relação a massa
$\lambda_r$	raiz ou polo
$\sigma$	valor singular
$\omega$	frequência [rad/s]
$\omega_D$	primeira frequência de ressonância da matriz $[Z_{DD}]$
$\omega_k$	frequência de atualização
$\omega_r$	$r$ -ésima frequência de ressonância
$\omega_R$	frequência de redução

# CONTEÚDO

<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b>	<b>I</b>
<b>CONTEÚDO</b>	<b>III</b>
<b>RESUMO</b>	<b>VI</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>VII</b>
<b>2 - INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E MÉTODOS DE AJUSTE DE MODELOS</b>	<b>7</b>
<b>2.1 - Introdução</b>	<b>7</b>
<b>2.2 - Modelagem Analítica e Experimental</b>	<b>9</b>
2.2.1 - Método dos Elementos Finitos (FEM)	11
2.2.2 - Análise Modal Experimental	17
<b>2.3 - Correlação de Modelos</b>	<b>23</b>
2.3.1 - Técnicas de Redução	24
2.3.2 - Técnicas de Expansão	29
2.3.3 - Técnicas de Comparação e Correlação de modelos	33
<b>2.4 - Métodos de Localização de Erro</b>	<b>38</b>
2.4.1 - Métodos baseados na Diferença de Matrizes	38
2.4.2 - Métodos baseados no Equilíbrio de Forças	41
2.4.3 - Método baseado no equilíbrio das FRF(s)	41
2.4.4 - Métodos de Sensibilidade	43
<b>2.5 - Ajuste de modelo</b>	<b>45</b>
2.5.1 - Métodos de Ajuste de Modelos por Matriz Ótima	46

2.5.2 - Métodos de Ajuste de Modelos por Sensibilidade	49
2.5.3 - Métodos de Ajuste de Modelos utilizando Função de Resposta em Frequência	52
<b>2.6 - Conclusão</b>	<b>55</b>
<b>3 - ALGORITMO DE AJUSTE E METODOLOGIA PARA A LOCALIZAÇÃO DE FALHAS</b>	<b>57</b>
<b>3.1 - Introdução</b>	<b>57</b>
<b>3.2 - Atualização de Modelos Baseado nas Funções de Resposta em Frequência</b>	<b>59</b>
3.2.1 - Força de Excitação e Resposta	61
3.2.2 - Minimização do Resíduo Linearizado	63
<b>3.3 - Correção dos Parâmetros do Modelo</b>	<b>70</b>
<b>3.4 - Metodologia para Localização de Falhas</b>	<b>73</b>
3.4.1 - Níveis da Metodologia	75
3.4.2 - Algoritmo para a Detecção de Falha	76
<b>3.5 - Conclusão</b>	<b>77</b>
<b>4 - ASPECTOS COMPUTACIONAIS E SIMULAÇÃO NUMÉRICA</b>	<b>79</b>
<b>4.1 - Introdução</b>	<b>79</b>
<b>4.2 - Aspectos Computacionais do Programa</b>	<b>80</b>
<b>4.3 - Simulação Numérica</b>	<b>86</b>
4.3.1 - Estrutura Espacial de Vigas	87
4.3.2 - Estrutura com Modos Simétricos	95
4.3.3 - Estrutura do tipo Pórtico	103
<b>4.4 - Conclusão</b>	<b>111</b>

<b>5 - ESTUDO DE CASOS</b>	<b>113</b>
<b>5.1 - Introdução</b>	<b>113</b>
<b>5.2 - Estudo de Caso Um : Estrutura tipo Pórtico</b>	<b>114</b>
5.2.1 - Correlação	118
5.2.2 - Atualização do Modelo Analítico	122
5.2.3 - Localização da Falha	124
5.2.4 - Discussão	131
<b>5.3 - Estudo de Caso 2: Estrutura Espacial Treliçada</b>	<b>133</b>
5.3.1 - Correlação	138
5.3.2 - Localização da Falha	140
5.2.3 - Discussão	145
<b>5.4 - Conclusão</b>	<b>145</b>
<b>6 - CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS</b>	<b>147</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>151</b>
<b>APÊNDICES</b>	<b>157</b>
<b>A.I - Matrizes de Massa e Rigidez de um Elemento de Viga</b>	<b>157</b>
<b>A.II - Teorema da Decomposição em Valores Singulares</b>	<b>159</b>
<b>A.III - Analítica e experimental receptâncias</b>	<b>163</b>
<b>A.IV - Parâmetros de aquisição e processamento de sinais</b>	<b>166</b>
<b>A.V - Arquivo de entrada de dados - elementos finitos</b>	<b>170</b>
<b>PUBLICAÇÕES EM CONGRESSOS CIENTÍFICOS</b>	<b>174</b>

## Resumo

PEREIRA, João Antonio; *Detecção e Localização de Falhas Estruturais Utilizando Técnicas de Ajuste de Modelos Baseadas em Funções de Resposta em Frequência*, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas - SP, 1996. 174p. Tese (Doutorado).

Este trabalho propõe uma metodologia, baseada na utilização de técnicas de ajuste de modelos, para a localização de falhas em estruturas mecânicas. Inicialmente, é feito um levantamento das técnicas de comparação e ajuste de modelos bem como uma discussão detalhada das várias etapas envolvidas no processo tais como modelagem analítica, teste experimental, correlação, localização de erro e ajuste do modelo. Os problemas de incompatibilidade entre os modelos causados pela diferença entre o número de graus de liberdade do modelo analítico e do modelo experimental são resolvidos através da utilização de métodos de redução e um sistema de referência comum para os dois modelos, experimental e analítico. Diferentes métodos de comparação, correlação e ajuste são discutidos, enfatizando-se as vantagens dos métodos baseados em funções de resposta em frequência para a localização de falha estrutural. A metodologia proposta assume que falhas estruturais provocam uma redução da rigidez e da massa (menos provável) do sistema levando assim à uma mudança das características dinâmicas da estrutura e conseqüentemente, uma deterioração da correlação inicial entre o modelo analítico e o modelo experimental. A análise desta perda de correlação dos modelos permite avaliar o estado de degradação da estrutura. Detectada uma alteração significativa do comportamento da mesma, o modelo analítico é atualizado em relação aos parâmetros físicos e/ou geométricos, e o novo modelo é comparado com os dados de referência buscando localizar a falha. Modelos numéricos simulados e dados experimentais foram utilizados na validação do método. Duas estruturas foram ensaiadas, uma parcialmente danificada e a outra com um membro completamente danificado. Os resultados obtidos em ambos os casos foram satisfatórios e bastante promissores. A metodologia localizou os componentes danificados das estruturas e permitiu uma estimativa da extensão dos danos das mesmas.

**Palavras chaves** - Dinâmica Estrutural, Análise Modal, Otimização Estrutural, Ajuste de Modelo, Localização de Falha.

## ABSTRACT

PEREIRA, João Antonio; *Structural Damage Detection Methodology using a Model Updating Procedure based on Frequency Response Functions - FRF(s)*, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas - SP, 1996. 174 p.

This work investigates the location and assessment of structural damage of flexible structures by using a Non Destructive Evaluation (NDE) tool based on the model updating technique. First, a survey of the model test reconciliation and a positioning of its various phases such as analytical modelling, experimental test, model correlation, error localisation and model adjustment are presented. The problems of incompatibility of the models due to the difference of the number as well as the positions of the degrees of freedom from the analytical and the experimental models are solved by using methods of reduction, and a common system of reference for both models. Various methods of comparison, correlation and updating have been discussed. It is also highlighted the advantages of the use of FRF-based model updating for damage detection purpose. The NDE approach assumes that structural damage provokes a reduction of the stiffness and mass (less expected) of the structure yielding a change of its structural dynamic behaviour and consequently, a deterioration of the original correlation between the analytical and experimental models. The loss of correlation of the models is used to evaluate the damage state of the structure. For those cases that is detected a significant change of the dynamic behaviour of the structure, the analytical model is updated, based on the measured damaged data, and the updated model is compared with the intact one in order to localize the damage. Therefore, for a success of the updating process, the comparison between the updated model and the original undamaged one can provide the changes of the structure, leading to the damage. The updating method incorporated in the approach is a FRF-base updating method that works at an element level and does not interfere with the theory of finite element model. This feature allows to relate the changes of the updated model directly with the variation of the adjusted parameters of the elements, which makes the method very useful for damage detection, since the difference between the original and the updated model becomes physically interpretable. Numerical simulation has been used to validate the proposed method and also to investigate the influence of noise contamination on the FRF(s) and the influence of a reduced set of "measured" responses in the localization of the damage. Two experimental tests have been performed in order to demonstrate the capability and limitation of the procedure using real measured data. Initially, a partial damage of a frame structure was investigated and then a total damage of a member from a spatial beam like structure. The approach succeeded in both cases, and it was shown that the quality of the measurement data and the reliability of the initial finite element model are important requirements for the success of the approach.

**Key words** - Structural Dynamic, Modal Analysis, Optimisation, Model Updating, Damage Location.

## *Capítulo 1 -*

### **INTRODUÇÃO**

A análise modal tem apresentado uma grande evolução nas últimas décadas e vem se consolidando como uma importante ferramenta para a investigação dos problemas da dinâmica estrutural. Embora, ainda exista muita pesquisa focalizando este área, ela praticamente atingiu um estatus de maturidade tanto na área experimental bem como na modelagem analítica das estruturas. Entretanto, parte do desenvolvimento dos testes experimentais e técnicas analíticas foram obtidas de forma mais ou menos independente, dificultando assim a utilização complementar dos resultados de ambos modelos. As primeiras tentativas sistemáticas de interação dos dados obtidos na modelagem experimental com os resultados da modelagem analítica (especialmente por elementos finitos) iniciaram no começo dos anos 70's, muito embora apenas mais recentemente elas tenham apresentado um rápido desenvolvimento, principalmente, com o surgimento da área, relativamente nova, de ajuste de modelos ou "model updating". As técnicas de ajuste de modelos, no sentido mais ambicioso, buscam corrigir as imperfeições do modelo derivado analiticamente, geralmente por elementos finitos, utilizando os dados medidos no modelo real.

O desenvolvimento no campo da modelagem por elementos finitos, aliado a flexibilidade de um modelo analítico, sugere o crescente interesse na direção da aquisição e uso de dados experimentais com os propósitos de validação e ajuste do modelo buscando acessar o real comportamento da estrutura. A principal característica do modelo analítico - FEM é a sua habilidade para predizer diferentes condições do sistema, mesmo antes da construção do modelo físico. O resultado é um modelo detalhado que pode ser usado para o estudo do comportamento do sistema em diferente condições de operações e carregamentos. Entretanto, a representatividade do modelo analítico é fortemente associada as simplificações impostas no modelo, ao conhecimento exato dos parâmetros geométricos e propriedades físicas, discretização da malha de elementos finitos e erros numéricos. O modelo experimental pode ser obtido através de técnicas de identificação de parâmetros, por exemplo, Análise Modal Experimental (EMA). Visto que os resultados obtidos no modelo experimental são derivados a partir das características medidas diretamente no sistema real,

eles são assumidos exatos, dentro das limitações dos equipamentos de medidas. Consequentemente, o modelo experimental ainda é aceito como sendo mais confiável. No entanto, a quantidade de informações obtidas no modelo experimental é limitada e a validade do modelo esta restrita a uma dada faixa de frequência bem como condições similares àquelas usadas nos testes de medidas. Portanto, é razoável supor que o uso de ambos modelos de uma forma complementar produzira resultados mais realísticos.

As técnicas de ajuste ou atualização de modelos usam essa filosofia para a definição de um modelo analítico mais representativo do sistema físico. Elas ajustam o modelo de elementos finitos, com base nos dados experimentais, buscando definir um modelo mais realístico capaz de reproduzir os mesmos dados extraídos do teste experimental. Neste caso, o modelo de elementos finitos ajustado permite predições mais confiáveis do comportamento da estrutura para diferentes condições de operações, carregamentos e situações onde não é possível um teste modal. Consequentemente, o modelo ajustado permite se obter um maior conhecimento do comportamento da estrutura, levando assim a um maior entendimento das condições de funcionamento do sistema. De forma general, rotinas de ajuste de modelos comparam as propriedades modais do modelo analítico com os dados do modelo experimental e buscam minimizar as diferenças entres os dois modelos ajustando os parâmetros físicos e ou geométricos do modelo analítico (ou diretamente as matrizes de massa e rigidez do sistema).

Embora, a área de ajuste de modelo esteja ainda em fase de desenvolvimento, muita pesquisa esta sendo conduzida paralelamente visando explorar a potencialidade deste área. As proposta compreendem uma vasta faixa de aplicações tais como estruturas aeronáuticas (onde o conhecimento preciso do comportamento estrutural é mandatário), caracterização de materiais compostos e modelagem de estruturas de engenharia civil, por exemplo pontes (onde o conhecimento e controle precário dos parâmetros físicos e geométricos do sistema impede uma avaliação mais realística do seu comportamento) e principalmente, como ferramentas não destrutivas de detecção de falhas. Acompanhando essa tendência, este trabalho pretende explorar a potencialidade e limitações da técnica de ajuste de modelo como uma ferramenta não destrutiva para a detecção de falha estrutural.

O avanço do desenvolvimento tecnológico, associado aos requisitos de altas velocidades de operações, condições de trabalhos cada vez mais severas das máquinas e

estruturas bem como a crescente concorrência comercial tem introduzido grandes mudanças nos conceitos de desenvolvimento e concepção dos projetos dos sistemas. Atualmente, é bastante comum se defrontar com estruturas leves e complexas submetidas a severas condições de trabalho tais como altas velocidades, carregamentos máximos e ambientes extremamente agressivos. Para atingir um bom desempenho nestas condições é indiscutível a necessidade da utilização de ferramentas precisas e confiáveis para monitorar as condições de operação e diagnosticar as condições de falhas dos modelos uma vez que, falha é um condição provável de ocorrer durante a utilização dos sistemas. A principal meta é evitar as conseqüências de uma falha imprevisível através da detecção da mesma num estágio inicial, minimizando assim os custos e, principalmente, aumentando a segurança e confiabilidade do sistema. As falhas estruturais podem ocorrer devido a vários fatores tais como, desgaste de um componente, afrouxamento de uniões aparafusadas, trincas ou mesmo a combinação deles. Independente da origem, na grande maioria dos casos, falha estrutural provoca uma sensível variação dos parâmetros espaciais da estrutura tais como redução da rigidez estrutural, ligeira redução da massa e um aumento do amortecimento, o que leva à uma mudança do comportamento dinâmico da mesma. Conseqüentemente, a variação dos parâmetros espaciais afeta os principais parâmetros dinâmicos, funções de respostas, freqüências de ressonância, razão de amortecimento e modos próprios da estrutura. Técnicas Non-destrutivas para o monitoramento da condição de falha estrutural, baseada em medidas de vibrações, utilizam esse fato, i.e., variações dos parâmetros dinâmicos da estrutura, para avaliar o estado de funcionamento do sistema.

Atualmente, esse assunto representa um importante área de pesquisa e desenvolvimento uma vez que a maioria dessas propostas, detecção de falha a partir das variações dos parâmetros dinâmicos dos sistemas, ainda estão restritas a testes de laboratório e, a aplicação das mesmas para situações reais não está consolidada. Dentre as várias técnicas, análise de assinatura tem sido bastante utilizada no seguimento de máquinas rotativas. Ela compara os níveis atuais de vibrações da máquina, usualmente função de resposta, com níveis de vibrações padrões definidos para o sistema intacto e busca identificar as mudanças do sistema através da diferença entre os dados monitorados e os dados padrões. Entretanto, existe a necessidade da elaboração de catálogos de assinaturas para cada provável falha e apenas informações qualitativas são obtidas enquanto, a estimativa da extensão da falha permanece difícil.

O presente trabalho propõe um procedimento similar ao ajuste de modelo para localização de falha estrutural bem como uma estimativa da extensão da mesma. A metodologia proposta é baseada em uma rotina de ajuste de modelo com base nas FRF(s) medidas. O ajuste do modelo é feito a nível de elementos e não existe a necessidade prévia de informações a respeito de cada provável falha. A proposta de ajuste de modelo, no sentido mais amplo, corrige os parâmetros imprecisos do modelo analítico. Consequentemente, o ajuste do modelo original intacto com relação aos dados medidos no sistema com falha pode levar às mudanças estruturais provocadas pela falha. No entanto, o processo de ajuste deve calcular mudanças fisicamente aceitas e a diferença entre os parâmetros do modelo ajustado e do modelo original deve ser fisicamente interpretáveis. Para os casos em que o processo de ajuste calcula mudanças globais das matrizes do sistema, a interpretação do significado físico do ajuste é difícil ou mesmo impossível de ser realizada. Portanto, a localização da falha, neste caso, é uma tarefa difícil e arriscada. Consequentemente, um processo de ajuste a nível de elementos, cujas as mudanças do modelo possam ser diretamente associadas às mudanças dos parâmetros de cada elemento, é mais adequado para a localização de falha. Neste caso, o modelo ajustado pode ser comparado diretamente com o modelo original facilitando o entendimento do significado físico do ajuste. A metodologia proposta neste trabalho procede o ajuste do modelo ao nível dos elementos o que permite relacionar a mudança física do modelo com a falha do sistema.

Dentre as principais contribuições deste trabalho para a área de monitoramento e localização de falha destaca-se o levantamento, voltado para localização de falha, das principais técnicas de ajuste de modelos e suas características, o desenvolvimento de um metodologia de localização de falha baseado no conceito de atualização de modelos, e a validação da proposta com dados experimentais.

A organização da dissertação apresenta inicialmente uma discussão geral a respeito da análise modal e uma discussão sistemática de cada fase envolvida no problema de ajuste de modelo para posteriormente, interagindo todas informações previamente discutidas, desenvolver uma metodologia de localização de falha com base no conceito de ajuste de modelo. A figura 1.1 mostra esquematicamente a proposta desenvolvida.

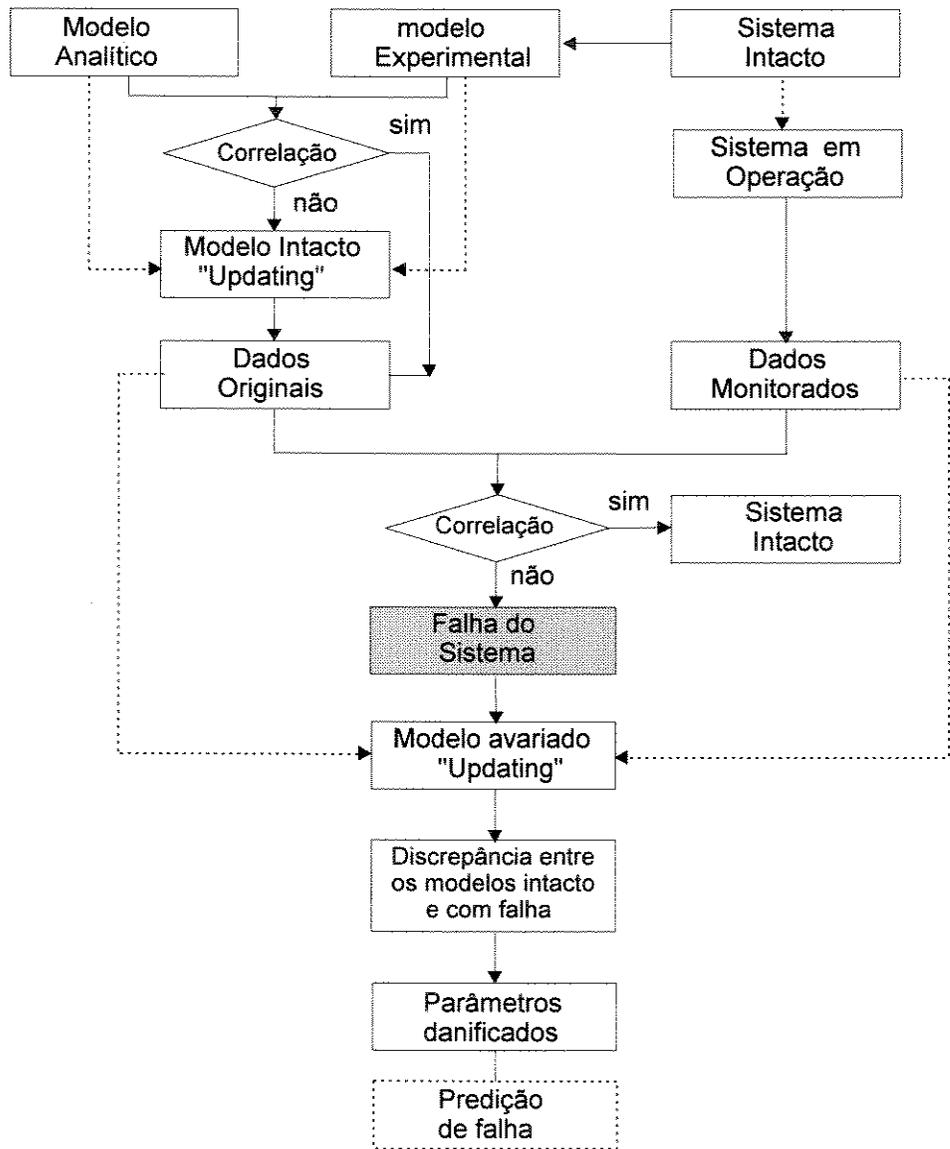


Figura 1.1: Diagrama de blocos da metodologia proposta

O capítulo dois apresenta um revisão da modelagem analítica (elementos finitos) e experimental (análise modal experimental) bem uma descrição detalhada das várias fases envolvidas na reconciliação de modelos, **modelagem numérica**, **testes experimentais**, **correlação de modelos**, **localização de erro** e finalmente, **ajuste do modelo**. Inicialmente, os vários aspectos envolvidos na análise modal tanto numérica como experimental são apresentados. Seguindo, são discutidos os principais problemas da correlação de modelos tais

como incompatibilidade da malha de elementos finitos com a malha de pontos medidos, número de graus de liberdade e os métodos de comparação dos dados preditos como os dados medidos. A fase de ajuste discute os vários métodos utilizados para comparar e corrigir os o modelo de elementos finitos com base nos dados experimentais, enfatizando a vantagem do utilização de métodos baseados em funções de respostas. O capítulo três apresenta a formulação detalhada da rotina de ajuste e o desenvolvimento e detalhamento das principais fases da metodologia de localização de falha proposta. A primeira parte do capítulo quatro discute alguns aspectos numéricos da rotina de ajuste e detalhes da implementação da metodologia. A segunda parte discute a validação da metodologia utilizando exemplos numéricos simulados, e no capítulo cinco a metodologia é validada com dados experimentais. Finalmente o capítulo seis, conclui o trabalho discutindo as dificuldades e limitações da metodologia proposta e apresenta uma proposta de uma metodologia integrada capaz de utilizar as próprias condições de operação do sistema para a avaliar a estado de operação do mesmo.

Finalmente, é importante salientar que, pelo menos parte do segundo capítulo poderia ser apresentada como um apêndice visto que o assunto análise modal tem sido amplamente investigado e bem documentado na literatura corrente. O mesmo foi incluído no texto visando manter o mesmo auto suficiente. Adicionalmente, visto que atualmente a reconciliação e ajuste de modelos é um assunto emergente no país, este texto se propõe no sentido mais ambicioso fornecer subsídios para futuros trabalhos nesta área. Um outro ponto a ser ressaltado é que a terminologia utilizada (de acordo com a comunidade de análise modal) eventualmente utiliza definições não estritamente correta para aqueles envolvidos com medições de sistemas mecânicos tais como definição de erro, distinção não clara entre precisão e exatidão etc. Os capítulos são, na medida do possível, definidos independentes entre si, buscando desta forma facilitar a leitura do texto.

## *Capítulo 2 -*

### **REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E MÉTODOS DE AJUSTE DE MODELOS**

#### **2.1 - INTRODUÇÃO**

As condições de operações e performance de uma estrutura estão diretamente associadas ao conhecimento das suas características tais como capacidade de carga, estabilidade estática e dinâmica, propriedades de fadiga, etc. Existem várias técnicas para a avaliação destas propriedades e a escolha da melhor aproximação depende, basicamente, da complexidade de cada sistema. A busca de uma melhor performance estrutural dos sistemas tem levado, de uma forma geral, a um aumento da complexidade das estruturas e conseqüentemente, a modelagem estrutural dos sistemas leva, muitas vezes, à modelos não confiáveis. Desta forma, a definição de um modelo confiável envolve a utilização de boas ferramentas matemáticas, equipamentos confiáveis e, muitas vezes, a utilização de equipamentos bastante complexos e principalmente, uma avaliação judiciosa do analista.

Geralmente, a análise e o desenvolvimento de um sistema mecânico passa por métodos analíticos de modelagem e testes experimentais e os resultados de ambas análises são utilizados de forma complementar buscando definir um modelo realístico e confiável. As técnicas de reconciliação de modelos, como tem sido reportado em vários estudos de casos, tem investigado várias formas de interagir os resultados derivados da modelagem analítica com os resultados obtidos experimentalmente. Dentre as técnicas de reconciliação, as técnicas de ajuste do modelo tem se mostrados bastante atraentes. Nestas técnicas, os dados experimentais são comparados com os dados analíticos (geralmente elementos finitos) buscando avaliar a correlação entre os modelos analítico e experimental e a caracterização da diferença entre eles. A partir das informações da correlação, métodos sistemáticos de ajuste são utilizados para corrigir o modelo analítico com base nos dados experimentais. No entanto, para o sucesso do ajuste é necessário um amplo conhecimento das principais características e limitações da modelagem analítica e do teste experimental. O domínio de ambas análises permitirá desenvolver uma base sistemática de comparação, correção e ajuste do modelo.

A comparação dos modelos defronta com alguns obstáculos básicos, tais como diferente topologia entre a malha de elementos finitos e a malha de pontos medidos e, principalmente, a diferença entre o tamanho dos modelos. O modelo experimental, quando comparado com o modelo analítico de elementos finitos, geralmente é incompleto em termos de graus de liberdade e número de modos medidos todavia, apesar dessas limitações, acredita-se que os resultados experimentais são mais realísticos. O número de graus de liberdade do modelo de elementos finitos, geralmente, excede o número de pontos medidos, inviabilizando uma comparação direta entre os modelos. A solução deste problema tem sido discutida em termos da expansão do vetor de deslocamento medido ou através da redução do sistema de matrizes do modelo de elementos finitos, levando assim à uma base de comparação compatível. Definida essa base de comparação, métodos de comparação direta e indireta são utilizados para correlacionar os modelos e definir se o modelo analítico (MEF) é uma boa representação do sistema atual ou necessita ser reavaliado.

A fase de comparação permite, em alguns casos, uma investigação dos componentes ou regiões do modelo que não apresentam uma boa correlação levando à localização de possíveis componentes representados inadequadamente na modelagem analítica. Neste caso, a seleção dos parâmetros a serem utilizados no ajuste do modelo é menos trabalhosa e o ajuste do modelo é menos oneroso pois, apenas os prováveis parâmetros incorretos serão ajuntados. Na fase de ajuste, a discrepância entre os dados do modelo analítico e do modelo experimental é discutida em termos de um resíduo definido a partir de um critério específico de comparação entre os dados dos dois modelos. Uma expressão matemática, relacionando os parâmetros (espaciais, geométricos, físicos, topológicos, etc.) do modelo analítico com os dados experimentais é definida e, sob determinados critérios de minimização, busca-se identificar as correções dos parâmetros necessárias para minimizar o resíduo e conseqüentemente, a diferença entre o modelo analítico e o modelo experimental

A teoria básica e tópicos específicos envolvidos nas várias fases de uma rotina de atualização de modelo, acompanhados de uma extensa literatura a respeito de cada tópico em específico serão apresentados neste capítulo. Inicialmente é apresentada uma revisão da teoria básica de análise modal, principais suposições e hipóteses simplificados visando atender aqueles leitores não familiarizados com o assunto. A seguir, visando facilitar o entendimento da rotina de ajuste do modelo, a formulação do problema é separada em uma fase de correlação

de dados, localização de erro e ajuste do modelo. A fase correlação discute os problemas de incompatibilidade dos modelos, e a comparação e correlação entre os dados analíticos e experimentais. A fase de localização de erros estima qualitativa e quantitativamente a diferença entre os modelos. Finalmente, a fase de ajuste separa e discute os métodos de ajuste de acordo com as estratégias matemática adotadas na formulação do método e busca identificar os métodos que apresentam características mais apropriadas para o desenvolvimento de uma metodologia não-destrutiva de avaliação (NDE) de falha estrutural.

## **2.2 - MODELAGEM ANALÍTICA E EXPERIMENTAL**

A modelagem estrutural de um sistema geralmente envolve métodos analíticos e experimentais de análise. Inicialmente, métodos analíticos são utilizados buscando definir um modelo matemático capaz de prever satisfatoriamente as principais características da estrutura. Nos casos de projeto, onde a estrutura real não existe, os resultados analíticos são utilizados como subsídio para o desenvolvimento de um protótipo ou construção da própria estrutura. Uma vez construído o sistema real, testes experimentais são realizados para a avaliação e caracterização do verdadeiro comportamento do sistema. No caso de estruturas já existentes, o cálculo do modelo analítico e experimental não segue a mesma ordem discutida acima, e em alguns casos, eles são elaborados independentemente ou mesmo não é possível a definição de ambos modelos. No entanto, em ambos os casos espera-se que uma modelagem analítica e experimental adequadas produzam resultados muito próximos e compatíveis. A ausência de concordância entre ambos resultados indica a necessidade de uma avaliação mais refinada do modelo analítico e experimental ou a interação entre ambos. Neste caso, procura-se interagir as duas aproximações (analítica e experimental) de uma forma complementar, visando explorar as vantagens e minimizar as desvantagens da modelagem analítica e experimental.

Análise modal é uma técnica bem conhecida utilizada para investigar, o comportamento vibratório de estruturas através de uma formulação matricial. Nesta formulação, a modelagem do sistema é fundamentada em três simplificações básicas: a estrutura é linear, invariante no tempo e observável (Formentí, 1977; Snoyes et al., 1985). Se estas condições são satisfeitas, a estrutura real pode ser representada por um modelo matemático discreto capaz de descrever as

principais características dinâmicas da estrutura através de um número reduzido de dados. As propriedades de massa, rigidez e amortecimento são definidas para um número reduzido de pontos, os chamados pontos de discretização ou pontos nodais. O sistema de equações de equilíbrio do sistema é definida em termos do vetor deslocamento  $\{x\}$  e das matrizes de massa, rigidez e amortecimento do estrutura. Para um sistema com  $N$  graus de liberdade (ngl) tem-se,

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad (2.1)$$

onde:  $[K]$ ,  $[C]$  e  $[M]$  - matrizes de rigidez ( $N \times N$ ), amortecimento ( $N \times N$ ) e massas ( $N \times N$ ) respectivamente;  
 $\{x\}$  e  $\{f\}$  - vetores ( $N \times 1$ ) de deslocamento e força respectivamente.

Para um sistema real, as matrizes de rigidez, amortecimento e massa apresentam algumas propriedades específicas tais como, não negativa definida, autovetores ortogonais em relação a massa e rigidez, e para alguns casos especiais de amortecimento (Timoshenko e Young, 1974; Meirovitch, 1980) em relação ao amortecimento. A maioria das formulações matemáticas utilizadas na análise modal usam estas propriedades visando uma simplificação da formulação do modelo e uma melhor performance dos métodos de soluções.

Na modelagem analítica, geralmente por elementos finitos, a estrutura é dividida em pequenos elementos (elementos finitos) e o modelo matricial do sistema é descrito através das propriedades físicas e geométricas dos elementos. As matrizes da estrutura são calculada através da montagem adequada das matrizes individuais de rigidez e massa dos elementos, obedecendo as condições de compatibilidade e continuidade do modelo. A solução do modelo matricial (problema de autovalores) fornece os parâmetros modais, frequências próprias e a forma de vibrar da estrutura. Já na modelagem experimental, o comportamento vibratório da estrutura é discutido não só em termos das propriedades da estrutura mas também em termos da natureza da excitação, i.e., através de um relação excitação-resposta medida na estrutura. Esta seção discute as principais características da análise modal e alguns conceitos da formulação analítica e experimental da análise modal.

### 2.2.1 - Análise Modal via Método dos Elementos Finitos - MEF

A modelagem estrutural através do método dos elementos finitos tenta representar uma estrutura contínua por um modelo matemático discreto não amortecido capaz de descrever através de um conjunto reduzido de dados as principais características estáticas e dinâmicas da estrutura. Neste método, a estrutura é dividida em um número finito de elementos e a matriz de rigidez e de massa de cada elemento é estimada individualmente e posteriormente, utilizadas na montagem das matrizes de rigidez e massa de toda a estrutura. As conexões entre os elementos são denominadas pontos nodais (ou nós) e as matrizes individuais de cada elemento descrevem as propriedades do mesmo para os específicos nós associados à aquele elemento. As matrizes globais de rigidez e massa da estrutura são definidas a partir da montagem das matrizes de massa e rigidez de cada elemento, de acordo com a teoria de elementos finitos (Prezemieniecki, 1968; Bathe e Wilson, 1976; Zienckievitch, 1985),

$$[K] = \sum_{i=1}^{nel} [K_i]^e \quad [M] = \sum_{i=1}^{nel} [M_i]^e \quad (2.2)$$

onde:  $nel$  - número de elementos do modelo;  
 $[ ]^e$  - matriz do  $e$ -ésimo elemento.

A equação (2.2) permite a montagem das matrizes globais de massa e rigidez da estrutura. Ela combina as matrizes individuais de cada elemento, obedecendo as condições de conectividade entre os mesmos, para obter uma matriz global da estrutura de ordem  $N \times N$ . O símbolo de somatória,  $\sum$ , na equação acima não tem o significado convencional de soma. Ele representa superposição das submatrizes de cada elemento na montagem da matriz global da estrutura.

As matrizes de massa e rigidez de um elemento são definidas em termos das propriedades físicas e geométricas deste elemento. Para o caso específico de um elementos de

viga, desprezando-se os efeitos de cortante, as matrizes de massa e rigidez são funções diretas do módulo de elasticidade, área da seção transversal, densidade, momentos de inércia e coeficiente de Poisson (ver apêndice A.I). As matrizes de rigidez e massa do modelo satisfazem as equações de movimento do sistema, para o caso não amortecido tem-se:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad (2.3)$$

O sistema de equações acima expressa o equilíbrio de forças atuando no sistema, forças elásticas, inerciais e externas, através de um conjunto simultâneo de equações lineares com coeficientes constantes. A solução do sistema de equações acima defronta com várias dificuldades principalmente, para sistemas de ordem mais elevada, como é o caso de problemas elementos finitos. Neste caso, a análise modal é uma forma bastante conveniente de abordar este problema, procede-se a solução do problema de autovalores e a resposta do sistema é expressa como uma combinação linear dos autovetores (Meirovitch, 1980).

### Problema de autovalores

Para uma estrutura não amortecida, as equações homogêneas associadas com as equações de movimento são definidas a partir do sistema de equações (2.3), assumindo-se que as forças de excitações são nulas. Para um solução harmônica, tem um problema algébrico, explícito de autovalores e autovetores (Meirovitch, 1980 e Bathe e Wilson, 1976).

$$(\lambda[M] + [K])\{X\} = \{0\} \quad (2.4)$$

A solução não trivial deste problema permite caracterizar a deformação da estrutura para um valor específico de  $\lambda_r$  (autovalor). Na análise modal, os autovalores definem as frequências próprias da estrutura e os respectivos autovetores associados representam os modos próprios de vibrar da mesma. A equação (2.4) pode, alternativamente, ser reescrita no domínio da frequência,

$$(-\omega^2[M] + [K])\{\psi\} = \{0\}. \quad (2.5)$$

Na equação acima,  $\omega$  é a frequência angular [rad/sec], os autovalores  $\omega_r$  são as frequências naturais do sistema e os autovetores  $\{\psi\}_r$ , associados aos respectivos autovalores são definidos como os modos próprios de vibrar do sistema ou vetor modal. Para um sistema sem restrições (sistema livre-livre) a matriz de rigidez é positiva semidefinida e o sistema admite autovalores nulos. Neste caso, os modos associados a estes autovalores são identificados como modos de corpo rígido, i.e., a estrutura se movimenta como um corpo livre nestas frequências.

A solução do problema padrão de autovalores é bem conhecida e existem um variedade de métodos consolidados para a solução deste problema. Métodos tais como Método da Potência, Método de Jacobi, Método QR, iteração inversa e iteração no subespaço (Bathe e Wilson, 1976; Meirovitch, 1980) tem sido amplamente utilizados na análise dos autoproblemas. Bathe e Wilson (1976) apresentam um discussão detalhada a respeito das principais características, bem como da implementação dos principais métodos. A escolha do método mais adequado esta diretamente relacionada com as características do autoproblema, tais como tamanho do modelo, número de modos desejados, primeiros modos ou modos mais altos etc. A maioria dos métodos de soluções utilizam as propriedades de ortogonalidade das matrizes de massa e rigidez dos sistemas.

### Condições de Ortogonalidade

As propriedades dos autovalores/autovetores exercem um papel importante na estudo de vibração das estruturas, principalmente àquelas relacionadas às características de ortogonalidade. Essas propriedades são extensivamente exploradas nos métodos de soluções dos problemas de autovalores (Bathe e Wilson, 1976) e também nas técnicas de ajuste e otimização de modelos (Heylen, 1987; Janter, 1989) exercendo assim, um papel importante na análise estrutural. Para uma autofrequencia  $\omega_r$ , a solução da equação (2.5) leva a um vetor cuja as componentes possuem uma relação de magnitude entre elas que pode ser fixada através das condições de ortogonalidade, ou seja uma normalização do autovetor. O uso das propriedades de ortogonalidade entre autovetores distintos leva a estimativa da matriz de rigidez e de massa modal,

$$\{\psi\}_r^T [M] \{\psi\}_s = \delta_{r,s} m_{r,s} \quad \{\psi\}_r^T [K] \{\psi\}_s = \delta_{r,s} k_{r,s} \quad (2.6)$$

onde:

$$\begin{aligned} \delta_{r,s} m_{r,s} = m_r &\rightarrow r = s \text{ - massa modal;} \\ \delta_{r,s} k_{r,s} = k_r &\rightarrow r = s \text{ - rigidez modal;} \\ \delta_{r,s} m_{r,s} = \delta_{r,s} k_{r,s} = 0 &\rightarrow r \neq s. \end{aligned}$$

Para modos normalizados em relação a massa, como é o caso dos autovetores extraídos no método da iteração no subespaço, as propriedades de ortogonalidade satisfaz as seguinte relações:

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] = [I] \quad [\Phi]^T [K] [\Phi] = [\Lambda] \quad (2.7)$$

$[\Lambda]$  é uma matriz diagonal quadrada, contendo os autovalores do sistema e a matriz  $[\Phi]$ , chamada matriz modal, cotem em cada coluna os correspondentes autovetores do sistema. A expressão (2.7) permite uma estimativa, tanto na teoria de elementos finitos bem como na análise modal experimental, das matrizes de massa e rigidez da estrutura a partir dos parâmetros modais.

$$[M] = [\Phi]^{-T} [I] [\Phi]^{-1} \quad [K] = [\Phi]^{-T} [\Lambda] [\Phi]^{-1} \quad (2.8)$$

Para situações reais genialmente as matrizes modais são incompletas, (reduzido número de graus de liberdade e modos) e a expressão (2.8) é resolvida usando pseudo inversa (Golub e Van Loan, 1983). A avaliação das expressões acima utilizando aos parâmetros modais  $[\Phi^E]$  e  $[\Lambda^E]$ , tem sido proposta para o ajuste de modelos baseados no método de ajuste por matriz ótima (Berman e Flannelly, 1971; Tlusty e Ismail, 1980).

### Transformação de Coordenadas Modais

A transformação do sistema de coordenadas físicas em coordenadas modais é obtida com base nas propriedades de ortogonalidade dos autovetores do sistema. Para um sistema não

amortecido, a equação (2.9), permite estabelecer um relação entre os distintos sistemas de coordenadas levando-se em conta as propriedades modais do sistema.

$$(-\omega^2 [M] + [K])\{X\} = \{F\} \quad (2.9)$$

Pré-multiplicando a equação (2.9) pela transposta da matriz modal  $[\psi]^T$  e pós-multiplicando pela identidade  $[I] = [\psi][\psi]^{-1}$  o sistema de equações é desacoplado em termos da matriz de rigidez e de massa modal do sistema.

$$-\omega^2 [\psi]^T [M] [\psi] [\psi]^{-1} \{X\} + [\psi]^T [K] [\psi] [\psi]^{-1} \{X\} = [\psi]^T \{F\} [I] \quad (2.10)$$

ou

$$-\omega^2 [m][\psi]^{-1} \{X\} + [k][\psi]^{-1} \{X\} = \{S\} \quad (2.11)$$

Um análise da equação (2.11) permite definir um novo vetor de deslocamento  $\{q\}$  com a mesma dimensão do vetor anterior.

$$\{q\} = [\psi]^{-1} \{X\} \quad (2.12)$$

O vetor  $\{q\}$  é definido como o vetor das coordenadas modais ou principais do sistema e permite desacoplar as equações de movimento do sistema em termos das propriedades de inércia e rigidez da estrutura (Timoshenko e Young, 1974). Pré-multiplicando a equação (2.12) pela matriz modal, verifica-se que as coordenadas físicas podem serem relacionadas com as coordenadas modais através da seguinte transformação:

$$\{X\} = [\psi] \{q\} \quad (2.13)$$

Uma análise mais atenta da equação (2.13) mostra que os deslocamentos físicos são definidos a partir de um combinação das colunas da matriz modal escalonados pelo vetor modal. Isto leva a um novo sistema de coordenadas. Este novo sistema não é único pelo

contrário, existem um número infinito de deslocamentos generalizados capaz de descrever o movimento do sistema. A utilização de um fator de escala capaz de transformar a matriz de massa em uma matriz identidade é um artifício muito conveniente para o cálculo da matriz modal. A escolha deste fator leva aos chamados autovetores massa-normalizados, os quais permitem desacoplar as equações de movimento do sistema.

$$-\omega^2 [\mathbf{I}_n] \{q\} + [\mathbf{\Lambda}_n] \{q\} = \{S\} \quad (2.14)$$

O sistema de equações acima permite uma avaliação menos trabalhosa das respostas do sistemas lineares como será mostrado nas próximas seções.

### **Matriz de Amortecimento**

As propriedades de amortecimento de uma estrutura, diferentemente das propriedades de massa e rigidez, não são bem conhecidas em termos dos seus parâmetros físicos e geométricos. Todavia, existe uma variedade de modelos simplificados para a descrição do amortecimento (Nashif et al., 1985) e a introdução de um mecanismo geral de amortecimento em um modelo torna a solução do problema bastante complexa e muitas vezes os resultados são imprecisos. A maioria dos modelos de elementos finitos não incluem os efeitos de amortecimento, e quando os fazem, a formulação do amortecimento não é definida a nível de elementos como as matrizes de massa e rigidez. Para alguns casos particulares, o amortecimento é calculado com base na razões de amortecimento estimadas experimentalmente (Hasselman, 1972; Minas e Inman, 1990). Nos casos, onde as razões de amortecimento são disponíveis, a matriz de amortecimento global é aproximadamente estimada, utilizando-se essas razões de amortecimento combinadas com as matrizes de massa e rigidez. Embora, essa aproximação produza modelos consistentes, os resultados obtidos são bastante limitados, principalmente devido a grande variedade de mecanismos de amortecimento presentes e também devido à incerteza nas medidas das razões de amortecimento. Nas estruturas pouco amortecidas é razoável a não inclusão dos efeitos de amortecimento na modelagem principalmente, devido as dificuldades de obtenção desses parâmetros. Algumas tentativas de inclusão de mecanismos convencionais de amortecimento em rotinas de ajuste de modelo baseadas em FRF(s) mostraram se inadequadas para a avaliação de estruturas pouco

amortecidas. Os resultados, quando comparados com os resultados obtidos desprezando-se a matriz de amortecimento e transformando-se as receptâncias medidas em receptâncias reais equivalentes (Lammens et al., 1994) não foram melhores.

### **2.2.2 - Análise Modal Experimental**

Análise modal tem sido amplamente utilizada para a identificação de parâmetros modais (frequência natural, razão de amortecimento e deslocamento modal) de estruturas mecânicas. Os vários aspectos da técnica bem como sua aplicação tem sido amplamente investigados nas últimas décadas e atualmente, existe uma ampla literatura cobrindo os principais aspectos teóricos, bem como os aspectos dos testes experimentais envolvidos na análise. Vários levantamentos bibliográficos Ewins et al., 1981; Allemang, 1982; Mitchel, 1984; Rost, et al., 1985; Leuridan et al., 1990; Snoeys et al., 1992 tem sido publicados nos últimos quinze anos. Os primeiros livros englobando aspectos matemáticos bem como tecnológicos envolvidos na análise modal surgiram no começo dos anos oitenta, por exemplo Ewins (1984). Mais recentemente, Heylen, et al. (1994) fazem um levantamento e uma avaliação interessante dos principais métodos de análise modal e testes experimentais. Esses autores colocam, de uma forma clara e sistemática, a maioria dos conhecimentos disponíveis nesta área associados às suas experiências. Para um maior detalhamento deste assunto aconselha-se uma consulta aos anais das conferências de análise modal “Annual International Modal Analysis Conference - IMAC” patrocinado pela Society for Experimental Mechanics (SEM) e “International Seminar on Modal Analysis - ISMA” patrocinado pela Katholieke Universiteit Leuven (KUL), Leuven, Belgium. Esses anais cobrem a maioria do desenvolvimento teórico básico assim como as novas técnicas utilizadas na análise modal e tópicos relacionados.

Os principais conceitos envolvidos na análise modal serão brevemente discutidos nesta seção. Não é o intento apresentar uma extensa e detalhada discussão sobre o assunto uma vez que a análise modal neste trabalho será utilizada como uma ferramenta e não como um tópico a ser investigado. A idéia é fornecer, aos leitores não familiarizados com a técnica, os principais conceitos envolvidos na estimação dos parâmetros modais a partir das FRF(s) medidas. Esses

parâmetros serão usados como dados de entrada da rotina de ajuste de modelo utilizada na metodologia proposta no capítulo 4.

A análise modal experimental também é formulada com base nas suposições de linearidade, invariante e observabilidade do sistema. A formulação matemática do método leva a um modelo matemático, o qual estabelece uma relação entre a resposta (output) e à excitação (input) do sistema em termos dos seus parâmetros modais. A relação input-output é calculada a partir da excitação e da resposta capturadas respectivamente nos pontos de excitação e de medição previamente selecionados. Neste caso, obtém-se um conjunto de funções complexas, onde cada uma representa a função de transferência  $H_{ij}(s)$  entre a força de excitação aplicada no ponto  $j$  e a resposta medida no ponto  $i$  da estrutura. As funções de transferências podem também ser avaliadas no domínio da frequência, levando a definição das chamadas funções de resposta em frequência (FRF(s)). Os parâmetros modais do sistema são estimados tanto a partir das funções de resposta em frequência (Goyder, 1980; Lembrechts, 1988) bem como a partir sua forma equivalente no domínio do tempo (Juang e Pappa, 1985).

As funções de transferência do modelo são definidas pela razão entre saída (output) e a entrada (input) do sistema. Neste caso, o denominador da função de transferência é associada à equação característica do sistema, e suas raízes ou polos permitem estimas as frequências naturais e razão de amortecimento da estrutura. A equivalência da função de transferência do domínio da frequência para o domínio do tempo também será discutida, i.e., função de resposta em frequência FRF e função de resposta ao impulso (IRF).

### Função de Transferência

A função de transferência é derivada a partir da equação de movimento (2.1), rescrevendo-se o sistema de equações em termos da variável de Laplace  $s$ , e assumindo-se condições iniciais nulas para o problema. Desta forma, a equação de movimento torna-se um sistema de equações algébricas na variável  $s$ .

$$(s^2[M] + s[C] + [K])\{X(s)\} = \{F(s)\} \quad (2.15)$$

ou, de um forma mais compacta,

$$[Z(s)]\{X(s)\} = \{F(s)\} \quad (2.16)$$

onde:  $[Z(s)] = s^2[M] + s[C] + [K]$  - é chamada matriz de rigidez dinâmica do sistema.

A matriz de rigidez dinâmica, na equação (2.16), define uma relação direta entre a resposta  $\{X(s)\}$  e a excitação  $\{F(s)\}$  do sistema. Para um entrada conhecida, a resposta medida do sistema pode ser relacionada com a entrada  $\{F(s)\}$  através da definição de uma matriz desconhecida  $[H(s)]$ , chamada matriz das funções de transferência.

$$\{X(s)\} = [H(s)]\{F(s)\} \quad (2.17)$$

onde:  $[H(s)]$  - matriz de transferência do sistema.

Uma relação direta entre a matriz transferência e a matriz de rigidez dinâmica pode ser estabelecida a partir das equações (2.16) e (2.17),

$$[H(s)] = [Z(s)]^{-1} \quad (2.18)$$

ou em termos da inversa da matriz de rigidez dinâmica,

$$[H(s)] = \frac{Adj[Z(s)]}{Det[Z(s)]} \quad (2.19)$$

onde:  $Adj[Z(s)]$  - Matriz adjunta de  $[Z(s)]$ ;  
 $Det[Z(s)]$  - Determinante da matriz  $[Z(s)]$ .

Um análise mais atenta da equação (2.19) mostra que o denominador da equação representa a equação característica do modelo. Neste caso, as raízes da equação fornece as frequências naturais e razões de amortecimento do modelo (Formenti, 1977). Para sistemas não amortecidos e alguns mecanismos simples de amortecimento, por exemplo amortecimento

proporcional, o cálculo das raízes do sistema é imediato e os correspondentes autovetores mostram que toda a estrutura move com a mesma velocidade na ressonância ou seja, os DOF(s) movem em fase ou antifase, diferentemente do que ocorre no caso amortecimento geral (Ewins, 1984).

Para caso de amortecimento geral, o sistema de equações (2.15) leva a um autoproblema mais complexo, cuja solução é mais elaborada. Uma abordagem particularmente adequada para este caso pode ser obtida através da reformulação do sistema de equações acima, utilizando-se a formulação de estado, a qual combina a identidade  $s[M] = s[M]$  com a equação (2.15) (Meirovich, 1967).

$$(s[A] + [B])\{y\} = \{f\} \quad (2.20)$$

onde:  $[A] = \begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix} \quad [B] = \begin{bmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [K] \end{bmatrix}$

$$\{Y\} = \begin{Bmatrix} s\{X\} \\ \{X\} \end{Bmatrix} \quad \{f\} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{F\} \end{Bmatrix}$$

Nesse caso, o sistema de N-graus-de-liberdade passa a ser representado por um sistema equivalente de 2N-graus-de-liberdade. Reordenando o sistema de equações acima, mostra-se que raízes da equação característica do problema de autovalores generalizado (vetor força nulo na equação (2.20)) são as raízes da equação característica mostrada anteriormente, i.e.,  $\text{Det}[Z] = 0$ . Portanto, a solução do autoproblema definido na equação (2.20) fornece 2N autovalores complexo, e seus correspondentes autovetores aparecem em pares complexo conjugados (Strang, 1976).

$$[\tilde{\Lambda}] = \begin{bmatrix} [\Lambda] & \\ & [\Lambda]^* \end{bmatrix} \quad [\Theta] = \begin{bmatrix} [\Psi][\Lambda] & [\Psi]^*[\Lambda]^* \\ [\Psi] & [\Psi]^* \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

onde:  $[ ]^*$  complexo conjugado de uma matriz.

Para sistemas multi graus de liberdade, os autovetores representam a forma de deformação da estrutura para um particular frequência de vibração, levando assim ao conceito de modos de vibrar ou vetor modal. Em geral, os vetores contêm valores complexo de deslocamentos consequentemente, os pontos representados no vetor podem mover com diferentes fases relativa, o que não ocorre no caso de sistemas pouco amortecidos e para os mecanismos simples de amortecimento. A forma de deformar da estrutura permite estabelecer uma relação entre a matriz  $[H(s)]$  e a matriz  $Adj[Z]$ . Para um polo  $\lambda_r$  e seu correspondente vetor, a equação (2.16) leva a seguinte expressão:

$$[Z(\lambda_r)]\{\psi_r\} = 0 \quad (2.22)$$

Portanto, a deformação da estrutura, a qual descreve a maneira de vibrar da estrutura (modos naturais), é definida a partir de razões conhecidas de amplitude e fase do movimento dos vários pontos medidos na estrutura. Isto permite definir o conceito de resíduo. O cálculo do resíduo é discutido em termos da expansão da função de transferência em frações parciais (Sanathanan, 1963). Um vez que  $\lambda_r$ ,  $\lambda_r^*$  são raízes da equação característica do sistema,  $\text{Det}[Z] = 0$ , a equação (2.19) pode ser rescrita em termos de frações parciais.

$$[H(s)] = \sum_{i=1}^N \frac{[A_r]}{s - \lambda_r} + \frac{[A_r]^*}{s - \lambda_r^*} \quad (2.23)$$

onde:  $\lambda_r$  - r-ésimo raiz da equação característica do sistema;  
 $A_r$  - resíduo.

O uso da definição de inversa de uma matriz para calculo da inversa da matriz de rigidez dinâmica,  $[Z]$ , combinado com a equação (2.22) permite mostrar que, para um particular polo  $\lambda_r$ , a matriz adjunta permite estabelecer uma relação direta com os elementos do correspondente vetor modal (Formenti, 1977). A equação a seguir mostra esta relação,

$$\text{Adj}[Z] = R_r \{\psi_r\} \{\psi_r\}^T \quad (2.24)$$

onde:  $R_r$  - constante associada com escalonamento do vetor  $\{\psi_r\}$ .

Manipulações matemática da equação (2.23) e relação (2.24) permitem estabelecer um relação direta entre os resíduos e os vetores modais (para maiores detalhes ver Formenti, 1977 e Heylen et al., 1994).

$$[H(s)] = \sum_{r=1}^N \frac{Q_r \{\psi\}_r \{\psi\}_r^T}{s - \lambda_r} + \frac{Q^* \{\psi\}_r^* \{\psi\}_r^{*T}}{s - \lambda_r^*} \quad (2.25)$$

onde:  $A_r = Q_r \{\psi\}_r \{\psi\}_r^T$ ;  
 $Q_r$  - fator de escala.

A relação entre as funções de transferência e os vetores modais é que permite relacionar as funções de respostas com os vetores modais. Este é o caso mais geral de análise modal e a maioria dos programas comerciais estimam os parâmetros do sistema a partir desta expressão.

### Função de Resposta em Frequência e Função de Resposta ao Impulso

As funções de resposta em frequência são definidas a partir da equação (2.25) substituindo-se a variável de Laplace  $s$  pela frequência complexa  $j\omega$ . O conjunto das funções de resposta calculadas ao longo do eixo de frequência,  $j\omega$ , para cada grau de liberdade selecionado define a matriz das funções de resposta em frequência.

$$[H(j\omega)] = \sum \frac{Q \{\psi\}_r \{\psi\}_r^T}{j\omega - \lambda_r} + \frac{Q^* \{\psi\}_r^* \{\psi\}_r^{*T}}{j\omega - \lambda_r^*} \quad (2.26)$$

ou, em termos dos vetores modais e fatores de participação,

$$[H(j\omega)] = [V] [j\omega [I_N] - [\Lambda_N]]^{-1} [L] \quad (2.27)$$

onde:  $[V] = [\{\psi\}_1 \dots \{\psi\}_N \{\psi\}_1^* \dots \{\psi\}_N^*]$   
 $[L] = [Q_1 \{\psi\}_1 \dots Q_N \{\psi\}_N Q_1^* \{\psi\}_1^* \dots Q_N^* \{\psi\}_N^*]^T = [Q_N] [V]^T$

No domínio do tempo, a expressão equivalente à função de resposta em frequência é dada pela transformada inversa da função de transferência ou seja, função de resposta ao impulso.

$$h(t) = \sum_{r=1}^N Q_r \{\psi\}_r \{\psi\}_r^T e^{\lambda_r t} + Q_r^* \{\psi\}_r^* \{\psi\}_r^{*T} e^{\lambda_r^* t} \quad (2.28)$$

As expressões (2.24) e (2.25) relacionam diretamente os parâmetros modais da estrutura com as FRF(s) medida, permitindo a estimativa dos mesmos a partir dos dados medidos. A extração desses parâmetros é feita através de técnicas de estimação de parâmetros aplicadas à expressão (2.26) ou a sua equivalente no domínio do tempo, relação (2.28). Atualmente, existem um grande número de métodos, passando por estimadores baseados em um grau de liberdade até estimadores mais complexos utilizando multi graus de liberdade. Simplificadamente, os métodos convencionais buscam definir uma expressão capaz de relacionar os parâmetros modais procurados diretamente com as funções de resposta medidas (valores conhecidas), e a partir desta expressão, estimar os valores dos mesmos.

### 2.3 CORRELAÇÃO DE MODELOS

A correlação de modelos é uma etapa fundamental no processo de ajuste do modelo, ela permite, obedecendo certos critérios, comparar o modelo analítico com os dados experimentais e decidir se o modelo analítico é uma boa representação do sistema ou se é necessário uma reavaliação do mesmo. No entanto, a avaliação da correlação dos modelos defronta com alguns problemas básicos relacionados com as dificuldades de se estabelecer uma base de comparação capaz de correlacionar um conjunto reduzido de dados (experimentais) com os dados analíticos.

Um dos problemas mais comum na correlação de modelos é a incompatibilidade entre os graus de liberdade dos modelos, uma vez que os graus de liberdade do modelo experimental, geralmente, difere dos graus de liberdade do modelo analítico tanto em número quanto em posição (topologia). O modelo analítico (geralmente por elementos finitos) contem um grande número de graus de liberdade excedendo assim, o número de graus de liberdade experimental (geralmente teste modal). A incompatibilidade geométrica surge devido as posições relativas

entre as coordenadas analíticas e medidas. As coordenadas medidas, muitas vezes, não coincidem com as coordenadas de elementos finitos, devido a dificuldade de acesso aos pontos de medição (posição fisicamente inacessível), limitações dos equipamentos de medida (graus de liberdade de rotação) e também pela falta de comunicação entre as divisões projetos e testes.

O problema de não coincidência de graus de liberdade pode ser evitado utilizando-se um sistema comum de referência para ambos modelos. Desta forma, os graus de liberdade medidos terão seus correspondentes no modelo analítico facilitando assim, a definição de uma base “geométrica” de comparação para os modelos. A diferença entre o número de graus de liberdade dos modelos é discutido em termos da redução dos graus de liberdade do modelo analítico ou através da expansão dos graus de liberdade do modelo experimental. Definido a equivalência entre os modelos, várias técnicas de correlação podem ser utilizadas, comparação direta (Ewins, 1984), coeficiente modal de correlação (Modal Assurance Criterion - MAC) (Allemang e Brown, 1982), ortogonalidade de matrizes (Torgoff, 1976 e Chu et al., 1989) etc.

### 2.3.1 Métodos de Redução

O principal objetivo dos métodos de redução é definir um modelo matricial reduzido equivalente ao modelo original que seja capaz de representar o comportamento de toda a estrutura em termos deste conjunto reduzido de dados. Neste caso, o modelo reduzido equivalente representa o modelo matricial original através de um número reduzido de graus de liberdade de interesse os quais são definidos neste texto como graus de liberdade ativos. Os demais graus de liberdade são eliminados das matrizes do sistema a partir do processo de redução e são designados como graus de liberdade eliminados.

$$\{X\} = \begin{Bmatrix} X_A \\ X_D \end{Bmatrix} \quad (2.29)$$

onde:  $\{X_A\}$  - graus de liberdade ativos;  
 $\{X_D\}$  - graus de liberdade eliminados

Os graus de liberdade eliminados são suprimidos do vetor deslocamento (ou vetor modal) através de uma operação simples e direta de exclusão destes. Já a redução do modelo matricial é menos direta, ela apenas reproduz um modelo reduzido equivalente capaz de fornecer uma descrição aproximada do comportamento da estrutura.

A literatura corrente tem proposto vários métodos para a investigação dos problemas de redução de matrizes (Guyan, 1965; Kidder, 1973; Miller, 1980; Paz, 1984; O'Callahan, 1989; O'Callahan et al., 1989; Urgueira e Ewins, 1990). O método de Guyan tem sido o precursor da maioria dos métodos propostos entretanto, ele apresenta algumas limitações principalmente, para a representação de problemas dinâmicos pois a formulação de Guyan não leva em conta as equações do movimento do sistema. A seguir, as principais características da redução de Guyan e da redução dinâmica serão discutidas.

### Redução de Guyan.

A redução de Guyan é amplamente usada em análise modal, e a maioria dos programas comerciais de elementos finitos usam o método para redução do número de graus de liberdade do sistema e conseqüentemente, para a diminuição do tempo de computação envolvido na análise do problema. O método procede a redução do sistema com base na eliminação das coordenadas do sistema de equações de equilíbrio estático onde não existem forças aplicadas (coordenadas não medidas).

$$\{F\} = [K]\{X\} \quad (2.30)$$

Reordenando o vetor deslocamento,  $\{X\}$ , da equação acima em graus de liberdade ativos ou "master",  $\{X_A\}$ , e graus de liberdade eliminados,  $\{X_D\}$ , a equação (2.30) pode ser reescrita como,

$$\begin{Bmatrix} F_A \\ F_D \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{AA} & K_{AD} \\ K_{DA} & K_{DD} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_A \\ X_D \end{Bmatrix}. \quad (2.31)$$

Se o vetor força,  $\{F_D\}$ , for nulo, uma manipulação matemática adequada das submatrizes da equação (2.31) leva à uma matriz de rigidez reduzida,  $[K^R]$ , que relaciona os graus de liberdade ativos como o vetor força  $\{F_A\}$ . A equação (2.32) mostra essa relação.

$$\{F_A\} = [K^R]\{X_A\}, \quad (2.32)$$

onde: 
$$[K^R] = [K_{AA}] - [K_{AD}][K_{DD}]^{-1}[K_{DA}].$$

A relação acima permite definir um operador que transforma o sistema de coordenadas,  $\{X\}$ , em um sistema de coordenadas reduzido equivalente  $\{X^R\}$ .

$$\begin{Bmatrix} X_A \\ X_D \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ -K_{DD}^{-1} K_{DA} \end{bmatrix} \{X_A\}. \quad (2.33)$$

ou

$$\{X\} = [T]\{X_A\}, \quad (2.34)$$

onde:  $\{X_A\} = \{X^R\}.$

$$[T] = \begin{bmatrix} I \\ T_D \end{bmatrix}$$

$$[T_D] = [-K_{DD}^{-1} K_{DA}]$$

A mesma matriz de rigidez reduzida obtida na equação (2.32) pode ser alternativamente, calculada a partir da energia potencial do modelo,  $V_p$ . Rescrevendo-se a expressão da energia em termos de um sistema de coordenadas reduzido tem-se:

$$V_p = \frac{1}{2} \{X\}^T [K] \{X\} = \frac{1}{2} \{X^R\}^T [T]^T [K] [T] \{X^R\}; \quad (2.35)$$

ou em uma forma mais compacta,

$$V_p = \frac{1}{2} \{X^R\}^T [K^R] \{X^R\}; \quad (2.36)$$

onde:  $[K^R] = [K_{AA}] - [K_{AD}] [K_{DD}]^{-1} [K_{DA}]$ .

Similarmente, uma matriz de massa reduzida  $[M^R]$  pode ser calculada a partir da energia cinética,  $T_k$ , do modelo, rescrevendo-se a expressão da energia cinética em termos de um sistema de coordenadas reduzido.

$$T_k = \frac{1}{2} \{\dot{X}\}^T [M] \{\dot{X}\} = \frac{1}{2} \{\dot{X}^R\}^T [T]^T [M] [T] \{\dot{X}^R\} \quad (2.37)$$

ou em uma forma mais compacta,

$$T_k = \{\dot{X}^R\}^T [M^R] \{\dot{X}^R\}, \quad (2.38)$$

onde:

$$[M^R] = [M_{AA}] - [M_{AD}] [K_{DD}]^{-1} [K_{DA}] - [K_{AD}] [K_{DD}]^{-1} [K_{DA}] + [K_{AD}] [K_{DD}]^{-1} [M_{DD}] [K_{DD}]^{-1} [M_{DA}]$$

A formulação acima não considera as equações de movimento do sistema desta forma, os resultados obtidos neste processo de redução são fortemente dependentes da seleção dos graus de liberdade ativos, os quais devem fornecer uma boa representação da distribuição de massa do modelo. Razzaque (1992) e Bouhaddi (1992) discutem como se obter um razoável mapa da distribuição dos graus de liberdade ativos do modelo. No entanto, a seleção de graus de liberdade ativos na atualização de modelos difere da visão de elementos finitos. No modelo de elementos finitos, as coordenadas e conseqüentemente, as matrizes são reduzidas objetivando-se uma redução dos custos da análise enquanto, no processo de ajuste o objetivo da redução (ou expansão) é estabelecer a compatibilidade entre o modelo analítico e o modelo experimental. Portanto, não é razoável esperar que os graus de liberdade ativos reproduzam uma boa distribuição de massa neste caso. No ajuste de modelos os graus de liberdade ativos eles devem estabelecer uma correspondência com os graus de liberdade medidos ou seja, os graus de liberdade ativos são previamente definidos por imposições das condições de compatibilidade entre as malhas do modelo analítico e do experimental.

### Redução Dinâmica

Neste método, a redução das matrizes do modelo é calculada a partir do sistema de equações de movimento do sistema (Kidder, 1973) o que envolve os efeitos de distribuição de massa. Conseqüentemente, o modelo reduzido permite uma melhor avaliação do comportamento dinâmico do modelo, para a freqüência de redução  $\omega_r$  o

Assim como na redução de Guyan, o vetor modal é separado em graus de liberdade ativos e graus de liberdade eliminados entretanto, o método procede a redução do sistema a partir da equação (2.16) e não mais a partir da equação de equilíbrio estático. Rescrevendo a equação (2.16) em termos dos graus de liberdade ativos e eliminados tem-se:

$$\begin{bmatrix} Z_{AA} & Z_{AD} \\ Z_{DA} & Z_{DD} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_A \\ X_D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_A \\ F_D \end{Bmatrix} \quad (2.39)$$

Na ausência de forças externas atuando nos graus de liberdade eliminados, a equação acima leva, a partir de manipulações matemáticas adequadas, à uma relação entre os graus de liberdade ativos e eliminados,

$$\{X_D\} = -[T_Z]\{X_A\}, \quad (2.40)$$

onde:  $[T_Z] = -[Z_{DD}]^{-1}[Z_{DA}]$ .

Esta relação permite definir um operador,  $[\Gamma]$ , capaz de transformar o sistema de coordenadas,  $\{X\}$ , em um sistema de coordenadas reduzido equivalente  $\{X^R\}$ .

$$\begin{Bmatrix} X_A \\ X_D \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ -[Z_{DD}]^{-1}[Z_{DA}] \end{bmatrix} \{X_A\}. \quad (2.41)$$

Em uma forma mais compacta, tem-se,

$$\{X\} = [\Gamma]\{X_A\}; \quad (2.42)$$

onde:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} I \\ -[Z_{DD}]^{-1}[Z_{DA}] \end{bmatrix}.$$

A redução do modelo matricial do sistema é calculada utilizando-se a matriz de transformação,  $[\Gamma]$ , definida acima,

$$[Z^R] = [\Gamma]^T [Z] [\Gamma], \quad (2.43)$$

ou

$$[Z^R] = [Z_{AA}] - [Z_{AD}][Z_{DD}]^{-1}[Z_{DA}]. \quad (2.44)$$

Na transformação dinâmica o cálculo do modelo reduzido leva em conta os efeitos de massa do sistema, diferentemente da transformação de Guyan que é definida a partir da matriz de rigidez. Portanto, o modelo reduzido estimado fornece uma descrição exata do modelo original para a frequência de redução,  $\omega_r$ , e uma descrição aproximada para as demais frequências.

Uma das principais vantagens do uso dos métodos de redução é permitir a representação do comportamento do modelo completo por um modelo reduzido equivalente contendo apenas um número reduzido de graus de liberdade. Isto leva conseqüentemente, à uma redução do tempo computacional gasto na solução do problema. Este fato é bastante relevante principalmente, naqueles casos onde o tempo de processamento pode comprometer a solução do problema. As principais desvantagens do processo de redução estão relacionadas com as dificuldades da seleção dos graus de liberdade ativos adequados (na maioria das vezes eles não coincidem com os pontos medidos) e principalmente com a perda do significado físico do modelo original.

### 2.3.2 Métodos de Expansão

As técnicas de expansão procuram estimar os graus de liberdade não capturados no processo de medição, definindo assim uma base de dados experimentais equivalente ao modelo

analítico. Isto permite a correlação de modelos proceder uma comparação direta, grau de liberdade por grau de liberdade, entre o modelo analítico e o modelo experimental. No processo de expansão, assim como no processo de redução, os graus de liberdade do modelo são separados em graus de liberdade ativos e graus de liberdade eliminados, onde os graus de liberdade ativos são aqueles instrumentados e os graus de liberdade eliminados são aquelas não instrumentados.

A literatura existente relacionada à expansão de modelos é bastante ampla e inclui vários métodos (O'Callahan et al., 1986; Lieven e Ewins, 1990) bem como revisões bibliográficas e exemplos de aplicações. Gysin (1990) apresenta uma revisão e uma comparação entre vários métodos, Heylen (1987) discute a performance de alguns métodos utilizados para a comparação dos vetores modais de sistemas reais. Mais recentemente, Imregum e Visser (1991) resumiram os métodos de expansão em quatro principais grupos: redução inversa, cálculo de graus de liberdade de rotação, interpolação geométrica e métodos baseados em critérios de correlação modal ( Modal Assurance Criterion -MAC). A seguir serão discutidos alguns dos principais métodos utilizados para a expansão de modelo.

Os métodos de redução, discutidos na seção anterior, são facilmente adaptados para a expansão dos modos medidos. As expressões relacionando os graus de liberdade ativos com os eliminados previamente definidas no processo e redução podem perfeitamente serem adaptadas para a estimativa dos graus de liberdade do modelo que não foram medidos. Neste caso, os graus de liberdade ativos do modelo analíticos são substituídos pelos correspondentes graus de liberdade medidos, permitindo uma relação direta entre eles, e conseqüentemente, à estimativa dos graus de liberdade não instrumentados (eliminados). A expressão (2.45) define a relação entre os graus de liberdade ativos e eliminados.

$$\{X_D\} = [T_D]\{X_A\} \quad (2.45)$$

A adaptação da equação acima para as componentes medidas permite expressar as componentes não medidas do vetor modal experimental,  $\{\psi_D^x\}_r$ , em relação às componente medida,  $\{\psi_A^x\}_r$ .

$$\{\Psi_D^x\}_r = [T_D]\{\Psi_A^x\}_r \quad (2.46)$$

### Princípio do Fator de Escala Modal

O fator de escala é baseado no princípio de que, se dois vetores representam o mesmo modo físico, eles devem ser proporcionais um ao outro. O fator de escala modal (MIF) define o fator de proporcionalidade entre dois modos (Allemang et al., 1984). Baseando-se neste princípio, Heylen (1987) define um fator de proporcionalidade entre dois vetores contendo respectivamente os graus de liberdade ativos medidos experimentalmente e os correspondentes graus de liberdade ativos do modelo analíticos, equação (2.47).

$$\text{MSF}_A \left( \frac{\{\Psi_A^A\}}{\{\Psi_A^x\}} \right) = \frac{\{\Psi_A^A\}^T \{\Psi_A^x\}}{\{\Psi_A^x\}^T \{\Psi_A^x\}} \quad (2.47)$$

A expressão acima define um fator de proporcionalidade entre os vetores contendo os graus de liberdade ativos do modelo analítico e do modelo experimental. Assumindo-se que o mesmo fator de proporcionalidade possa se usado entre os graus de liberdade eliminados (não medidos) e seus equivalentes no modelo analítico, estima-se os graus de liberdade não medidos do vetor modal, equação (2.48).

$$\{\Psi_D^x\} = \frac{\{\Psi_D^A\}}{\text{MSF}_A} \quad (2.48)$$

Lieven e Ewins (1990) propuseram um método similar ao método apresentado acima. Neste método, eles usam a matriz dos coeficientes de correlação modal (MAC), apresentada posteriormente, para calcular as componentes não medidas. Para um número de  $m$  pares de modos correlacionados, os modos analíticos são escalonados em relação os modos experimentais e as componentes não medidas são calculadas pela equação (2.49).

$$[\Psi_A^x] = [\Psi_{DA}^A \quad \Psi_{DD}^A] [\text{MAC}_{x,A}]^T \quad (2.49)$$

A qualidade dos modos estimados esta diretamente relacionada com a qualidade do modelo analítico original uma vez que a expansão neste caso, é baseada nas características dos modos analíticos calculados. Se o modelo analítico original não é um boa representação do modelo real, os resultados obtidos não apresentam um comprometimento maior com as informações do modelo real e o analista sempre deve estar atento à este fato.

### Coordenadas Modais

Neste método, a expansão das coordenadas do modelo é feita com base na matriz de transformação modal (coordenadas físicas em coordenadas modais). Os graus de liberdade não medidos são estimados a partir da combinação dos autovetores do modelo analítico com os do modelo experimental (O'Callahan et al., 1986). A seguir será apresentado uma formulação similar proposta por Lipkins e Vandeurzen (1987).

O método de proposto por Lipkins e Vandeurzen assume que cada vetor modal medido pode ser expresso como uma combinação linear dos vetores modais do modelo analíticos,

$$\{\Psi^x\} = [\Psi^A]\{\gamma\}. \quad (2.50)$$

Reordenando a equação acima de forma que os graus de liberdade ativos (medidos) permaneçam na parte superior da matriz e os graus de liberdade eliminados (não medidos) na parte inferior, tem-se,

$$\begin{Bmatrix} \Psi_A^x \\ \Psi_D^x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_{AA}^A & \Psi_{AD}^A \\ \Psi_{DA}^A & \Psi_{DB}^A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_A \\ \gamma_D \end{Bmatrix} \quad (2.51)$$

Se a participação dos modos mais altos puder ser desprezada, e na maioria dos casos práticos isto é possível, a equação (2.51) pode ser rescrita em termos apenas das coordenadas ativas.

$$\begin{Bmatrix} \Psi_A^x \\ \Psi_D^x \end{Bmatrix} \cong \begin{bmatrix} \Psi_{AA}^A \\ \Psi_{DA}^A \end{bmatrix} \{\gamma_A\} \quad (2.52)$$

O vetor  $\{\gamma_A\}$  pode agora facilmente ser calculado utilizando-se a técnica de pseudo inversa (Golub e Van Loan, 1983) para resolver o sistema de equação  $\{\psi_A^x\} = [\psi_{AA}^A]\{\gamma_A\}$ , e posteriormente substituindo-se o vetor  $\{\gamma_A\}$  na equação original para o cálculo dos graus de liberdade não medidos,  $\{\psi_D^x\}$ .

$$\{\psi_A^x\} = [\psi_{DA}^A][\psi_{AA}^A]^+ \{\psi_A^x\}; \quad (2.53)$$

onde:  $[ ]^+$  - pseudo inversa de uma matriz.

Uma das principais características dos métodos de expansão está relacionada com a preservação do significado físico do modelo original. Neste caso, o modelo expandido equivalente matemático tem a mesma geometria facilitando a comparação com o modelo analítico. Para problemas cujo o tempo de processamento é um fator crítico, por exemplo análise em tempo real, a expansão não é adequada uma vez que o tamanho original das matrizes permanecem inalterados a solução do problema demanda um maior esforço. Outro aspecto importante a ser observado nos métodos de expansão, salvo aqueles baseado apenas nas informações experimentais (Williams e Green, 1990), é o grau de correlação inicial entre o modelo analítico e o modelo experimental. Se os modelos não estiverem bem correlacionados, o que freqüentemente ocorre nos casos de localização de erro, os resultados do processo de expansão podem comprometer o processo de atualização do modelo.

### 2.3.3 - Técnicas de Comparação e Correlação de Modelos

As técnicas de comparação e correlação permitem proceder uma investigação sistemática de quão próximo os parâmetros analíticos estão dos dados experimentais e, conseqüentemente, definir se o modelo analítico representa satisfatoriamente o comportamento do modelo experimental ou não. Esta investigação é fundamental para o processo de ajuste e, em alguns casos específicos, ela também permite uma avaliação qualitativa das regiões inadequadamente representadas na modelagem analítica. O conhecimento dessas regiões facilita a seleção dos prováveis parâmetros responsáveis pela diferença entre os modelos.

As técnicas de correlação envolvem a comparação de vários aspectos do modelo, passando por simples comparações, comparações diretas de parâmetros globais e parâmetros locais até métodos mais elaborados de comparação. Entretanto, individualmente cada método aborda apenas um número limitado de aspectos envolvidos na correlação tais como parâmetros globais (frequências de ressonância), parâmetros locais (modos de vibrar), ou propriedades de ortogonalidade (massa e rigidez) etc. Para um completo controle dos vários parâmetros do modelo e uma real avaliação da conformidade entre os dados analíticos e experimentais é aconselhável a utilização de forma complementar dos vários métodos, o que permite caracterizar os vários aspectos envolvidos na correlação.

A aplicação direta dos métodos de correlação defronta com algumas dificuldades básicas relacionadas com o tamanho e a topologia dos modelos. Para a maioria dos casos práticos, a topologia do modelo analítico difere do modelo experimental, e a malha de pontos instrumentados não coincide com a malha de elementos finitos, causando assim alguns obstáculos para a avaliação da correlação dos modelos. Um outro aspecto importante na fase de correlação é a verificação das condições de modelagem (condições de contorno, condições de conectividade, etc.) em que os dados foram obtidos. Nas seções anteriores, varias propostas foram discutidas no sentido de contornar os problemas de incompatibilidade dos modelo, e nesta seção, será assumido que as malhas são compatíveis e que existe uma base comum de comparação que permite estabelecer uma correspondência entre os graus de liberdade do modelo analítico e do modelo experimental.

Um dos métodos mais simples e imediato de correlação é a comparação visual os modos analíticos e experimentais e, de uma maneira mais restrita, a comparação visual das receptâncias dos modelos. A comparação visual leva imediatamente a uma avaliação, grosseira é claro, da concordância entre parâmetros preditos e os medidos no sistema. Esta primeira comparação é muito importante na avaliação inicial do modelo inclusive, para a detecção de erros mais grosseiros de modelagem. Uma vez observada todas as informações disponíveis na correlação visual, métodos menos subjetivos devem ser aplicados visando definir a verdadeira correlação dos modelos. Alguns dos métodos mais usuais serão discutidos a seguir.

### *Frequência de Ressonância*

A comparação direta das frequências de ressonância dos dois modelos permite uma estimativa inicial da correlação dos mesmos. Essa comparação só é válida para estruturas do tipo levemente amortecida em cujo as frequências amortecidas medidas podem ser comparadas com as frequências não amortecidas calculadas analiticamente (Ewins, 1983). Um método comum de comparação das frequências de ressonância de dois modelos similares é o gráfico de 45<sup>o</sup> das frequências de ressonância onde os valores experimentais são traçados contra os valores preditos. Se a distribuição dos pontos se encontra em uma reta de inclinação +/- 1 com uma pequena dispersão os dados estão bem correlacionados caso contrario, não existe correlação entre eles ou estão mau correlacionado. Neste caso é possível uma avaliação das possíveis causas da ausência de correlação por exemplo, um desvio sistemático da inclinação da curva certamente está relacionado com possíveis erros no calculo das propriedade físicas e/ou geométricas utilizadas na modelagem da estrutura. Se os pontos se encontram largamente dispersos em relação a linha de 45 graus, o modelo analítico não representa satisfatoriamente a estrutura e é incapaz de prever corretamente o comportamento do sistema. Neste caso, as suposições e simplificações da modelagem devem ser reavaliadas. O mesmo conceito, linha de 45 graus, pode também ser aplicado para comparação dos modos, onde os elementos do modo experimental são traçados contra os elementos do correspondente modo predito em um gráfico  $x \times y$ .

### *Coefficiente de Correlação Modal*

A correlação entre os autovetores preditos e experimentais neste caso é baseada no principio: se dois vetores representam o mesmo modo, eles podem ser escritos um proporcional ao outro. Allemang et al., (1982) define este fator de proporcionalidade entre dois vetores, por exemplo um modo experimental e seu analítico correspondente, como fator de escala modal (Model Scale Factor).

$$\text{MSF} \left( \frac{\{\psi^A\}}{\{\psi^X\}} \right) = \frac{\{\psi^A\}^T \{\psi^X\}}{\{\psi^X\}^T \{\psi^X\}} \quad (2.54)$$

A correlação entre esses dois modos é definida pelo coeficiente de correlação modal (Modal Assurance Criterion-MAC),

$$\text{MAC}\left(\frac{\{\Psi^A\}}{\{\Psi^X\}}\right) = \frac{|\{\Psi^A\}^T \{\Psi^X\}|^2}{(\{\Psi^A\}^T \{\Psi^A\})(\{\Psi^X\}^T \{\Psi^X\})}. \quad (2.55)$$

MAC-valores iguais à unidade indicam uma perfeita correlação entre os dois vetores enquanto, MAC-valores igual a zero indicam total ausência de correlação entre os mesmos. A utilização do conceito de fator de escala e coeficiente de correlação modal ponderados (Heylen, 1987) permitem extrair informações adicionais da correlação dos modos por exemplo, sugestões a respeito das possíveis componentes do modo responsáveis por eventuais discrepância entre os dados medidos e preditos.

Um outro método utilizado para a comparação de modos, com base no conceito de coeficiente de correlação, é coeficiente de correlação modal dos graus de liberdade - COMAC (Coordinate Modal Assurance Criterion) (Lieven e Ewins (1988)). Neste caso, a correlação do modelo é calculado em relação à cada componente dos vetores modais. Um conjunto de  $nc$  pares de modos correlacionados (experimentais/analíticos), é utilizado para o calculo do coeficiente de correlação de cada grau de liberdade  $i$  do modelo. O valor do coeficiente de cada grau de liberdade  $i$  é calculado pela equação (2.56) e o número de pares de modos são definidos através do conceito de MAC-valores.

$$\text{COMAC}(i) = \frac{\sum_{k=1}^{nc} |\psi_k^A(i) \cdot \psi_k^X(i)|^2}{\sum_{k=1}^{nc} (\psi_k^A(i))^2 \sum_{k=1}^{nc} (\psi_k^X(i))^2} \quad (2.56)$$

A magnitude dos valores dos coeficientes calculados (COMAC-valores), assim como no caso do coeficiente de correlação modal (MAC-valores) se encontram entre zero e a unidade e a interpretação desses valores é idêntica à anterior. Neste caso, o método correlaciona os graus de liberdade da estrutura ao invés dos modos próprios o que permite, em alguns casos, identificar as regiões do modelo não correlacionadas satisfatoriamente. Alguns autores tem utilizado este método para a localização de erros (Lammens et al., 1990) entretanto, os resultados para casos práticos são muito caso dependente.

## Ortogonalidade

A verificação da ortogonalidade das matrizes permite definir a correlação entre o modelo experimental e o modelo analítico através das propriedades de ortogonalidade dos autovetores em relação as matrizes de massa e rigidez do modelo. Ortogonalidade mista (Torgoff, 1976) e ortogonalidade cruzada (Chu et al., 1989) são os métodos mais utilizados no contexto de atualização de modelos.

- *ortogonalidade mista,*

$$[\psi^x]^T [M^A] [\psi^A] = [\lambda m_\lambda] \quad (2.57)$$

- *ortogonalidade cruzada,*

$$[\psi^x]^T [M^A] [\psi^x] = [\lambda m_\lambda] \quad (2.58)$$

Para uma situação ideal, dados analíticos bem correlacionados com os dados experimentais e modos normalizados em relação a massa, os elementos da diagonal da matriz,  $[\lambda m_\lambda]$ , são unitários e os elementos fora da diagonal são zeros. Para aplicações praticas esse valores não se verificam e elementos fora da diagonal com valores até 10 per cento são aceitos como indicam de correlação satisfatória do modelo (Allemann e Brown, 1982).

No ajuste de modelo, os métodos de correlação buscam, sob certos critérios, comparar os resultados dos modelos analítico e experimental e avaliar se o modelo analítico é uma boa representação do sistema ou necessita de uma reavaliação. A comparação dos modelos freqüentemente fornece informações a respeito da discrepância entre os modelo e das regiões inadequadamente representadas na modelagem, permitindo, em alguns casos, a localização de erros do modelo. Desta forma, as fases de correlação e localização de erros podem ser discutidas conjuntamente, elas são apresentadas independentemente neste texto visando facilitar o acompanhamento de todas as etapas envolvidas no processo de ajuste do modelo.

## 2.4 - LOCALIZAÇÃO DE ERROS

No contexto de atualização de modelos, os métodos de localização de erro assumem que o modelo experimental é correto e com base nos dados experimentais, eles procuram localizar as regiões do modelo inadequadamente representadas. Os erros cometidos na modelagem dessas regiões são os possíveis responsáveis pela discrepância entre os modelos. O conhecimento prévio das regiões responsáveis pela discrepância entre os modelos é um importante passo para sucesso do ajuste do modelo. Neste caso, a localização destas regiões permite selecionar os prováveis parâmetros incorretamente definidos na modelagem, melhorando a performance do ajuste do modelo. Heylen (1987), Janter (1989) e Lammens (1995) mostram que a performance dos métodos de ajuste está fortemente associada à seleção dos parâmetros de ajuste ou seja, os parâmetros que serão corrigidos durante o processo de ajuste do modelo. A existência de uma avaliação realística das áreas modeladas grosseiramente facilita a seleção correta dos parâmetros de ajuste tornando o processo menos trabalhoso além do que, um grande esforço computacional pode ser economizado pois apenas a região modelada inadequadamente será atualizada ao invés de todo o modelo. Isto propiciará uma redução do número de variáveis atualizadas e na maioria das vezes uma melhoria do ajuste do modelo.

Nas últimas décadas, principalmente a partir dos anos oitenta, vários métodos de localização de erros foram propostos (Sidhu e Ewins, 1984; Lieven e Ewins, 1988; Fissette e Ibrahim, 1988; Gysin, 1988; Lieven e Ewins, 1990; Lallement e Piranda, 1990). No entanto, nenhum destes métodos pode ser considerado adequado para a solução da maioria dos problemas de localização de erro e a qualidade dos resultados obtidos dependem não só do método utilizado mas também das condições de formulação problema. Alguns dos principais métodos utilizados para a localização de erros são brevemente discutidos nesta seção.

### 2.4.1 - Erros nas Matrizes de Rigidez e Massa

O erro do modelo neste caso é descrito em termos das propriedades de massa e rigidez do sistema. As matrizes de erros são calculadas a partir da diferença entre as matrizes de rigidez e matrizes de massa do modelo experimental e do modelo analítico, respectivamente.

$$[\Delta K] = [K^x] - [K^A] \quad (2.59)$$

$$[\Delta M] = [M^x] - [M^A] \quad (2.60)$$

O calculo das matrizes de erro é feito a partir da manipulação matemática das equações (2.59) e (2.60) juntamente com os parâmetros modais do modelo experimental. Inicialmente, a formulação será discutida assumindo-se que a matrizes de rigidez analítica e rigidez experimental são completas e as condições de modelagem do sistema para os dois casos são as mesmas (condições de conectividade, contorno etc.). Invertendo-se ambos os lados da equação (2.59) e reordenando os termos convenientemente tem-se,

$$[K^x]^{-1} = [[K^A]^{-1}[\Delta K] + [I]]^{-1} [K^A]^{-1} \quad (2.61)$$

A aplicação da expansão de Taylor no primeiro termo do lado direito da equação acima leva a seguinte expressão,

$$[K^x]^{-1} = ([I] - [K^A]^{-1}[\Delta K] + O(\Delta K)^2 + \dots)[K^A]^{-1}; \quad (2.62)$$

onde:  $O(\Delta K)^2$  termos de segunda ordem.

Se a matriz de rigidez analítica é uma representação não muito grosseira da a matriz experimental, o termo  $[K^A]^{-1}[\Delta K]$  é relativamente pequeno e os termos de ordem mais alta podem ser desprezados. Neste caso, a diferença entre as matrizes de rigidez é calculada pela expressão

$$[\Delta K] \cong [K^A]([K^A]^{-1} - [K^x]^{-1})[K^A]. \quad (2.63)$$

A equação (2.63) define uma aproximação para o calculo do erro da matriz de rigidez do modelo. A matriz  $[K^x]^{-1}$  é calculada diretamente a partir dos modos normais do sistema levando-se em conta as propriedade de ortogonalidade dos autovetores. No entanto, para

aplicações praticas geralmente a matriz  $[K^x]$  não é completa (limitado número de graus de liberdade, número de modos ou ambos) e conseqüentemente, a matriz  $[K^x]^{-1}$  deve ser substituída por sua correspondente pseudo inversa  $[K^x]^+$ . Se os modos utilizados no calculo da pseudo inversa são normalizados em relação a massa, a rigidez experimental é estimada pela seguinte expressão a seguir,

$$[K^x]^+ = [\psi^{xi}] \left[ \frac{1}{\Lambda^x} \right] [\psi^{xi}]^T; \quad (2.64)$$

onde:  $[\psi^{xi}]$  - matriz modal incompleta, ordem  $n \times m$ ;  
 $[\Lambda^x]$  - recíproca dos autovalores, ordem  $m \times m$ ;  
 $m, n$  - número de modos e graus de liberdade medidos, respectivamente

A pseudo inversa da rigidez analítica  $[K^A]^+$ , é estimada de maneira similar utilizando-se os correspondentes vetores modais. Substituindo a matriz estimada na equação (2.64) na expressão (2.63) calcula-se a diferença entre a matriz de rigidez do modelo analítico e do modelo experimental.

$$[\Delta K] \cong [K^{AR}] ([K^A]^+ - [K^x]^+) [K^{AR}]; \quad (2.65)$$

onde:  $[K^{AR}]$  - matriz de rigidez reduzida de ordem  $n \times n$ , - redução de Guyan.

O gráfico da matriz erro,  $[\Delta K]$ , em relação aos graus de liberdade, permite observar a diferença da rigidez em cada grau de liberdade e conseqüentemente, identificar as regiões representadas grosseiramente na modelagem. O processo de redução da matriz de rigidez de ordem  $(N \times N)$  para  $(n \times n)$  utiliza a redução de Guyan. A erro da matriz de massa é estimado de forma similar, para maiores detalhes ver Sidhu e Ewins (1984).

### 2.4.2 - Balanço de força

O método do balanço de força descreve a discrepância entre o modelo analítico e o modelo experimental com base nas equações de equilíbrio “dinâmico” do modelo. O vetor balanço de força é calculado em termos do vetor modal experimental e respectiva frequência de ressonância combinados com aos parâmetros espaciais do modelo analítico. Para uma frequência de ressonância  $\omega_r$  e respectivo modo, o vetor força leva à uma avaliação das regiões do modelo onde existem um desequilíbrio de força causado pela diferença entre o modelo analítico e o experimental. Se a estrutura é modelada corretamente e não existe diferença entre os modelos, as componentes do vetor força,  $\{\Delta F\}$ , são nulas, caso contrário elas são diferente de zero. A equação (2.66) expressa essa diferença entre o modelo analítico e o modelo experimental em termos das matrizes analíticas de massa e rigidez e dos parâmetros modais medidos, frequências de ressonância e modos próprios.

$$\left( [K^A] - (\omega_r^x)^2 [M^A] \right) \{ \psi^x \}_r = \{ \Delta F \} \quad (2.66)$$

O gráfico do vetor  $\{\Delta F\}$  em relação aos graus de liberdade permite visualizar as componentes do vetor que não estão em equilíbrio naquele modo, levando à uma estimativa dos graus de liberdade e conseqüentemente, regiões do modelo que estão mau representadas através do modelo analítico. Para uma formulação mais detalhada consultar Fissette e Ibrahim (1988).

### 2.4.3 Balanço de Força com base nas Funções de Resposta em Frequência (FRF(s))

Neste método, a discrepância entre o modelo analítico e o experimental é investigada em termos da força de excitação e da resposta da modelo. Para um excitação  $\{F(\omega_k)\}_j$  a equação dinâmica do modelo (sem amortecimento) é dada por:

$$\left( [K] - (\omega_k)^2 [M] \right) \{ X(\omega_k) \}_j = \{ F(\omega_k) \}_j; \quad (2.67)$$

onde:  $\{F(\omega_k)\}_j$  - força de excitação aplicada no grau de liberdade  $j$ ;  
 $\{X(\omega_k)\}_j$  - response do modelo medida no grau de liberdade  $j$ ,  
 $\omega_k$  - frequência de excitação.

A diferença entre os modelos analítico e experimental neste caso, é estimada diretamente comparando as funções de respostas analítica e experimental (Larsson e Sas, 1992). Se os modelos analítico e experimental são perfeitamente correlacionados, as condições de conectividade são respeitadas e a força de excitação analítica é idêntica à força de excitação experimental,  $\{F^x\} = \{F^a\}$ , a resposta para ambos os modelos deve ser igual. No entanto, em situações práticas, essas condições não são encontradas pois os modelos não são perfeitamente correlacionados e conseqüentemente, existe uma diferença entre eles. Essa diferença é representada pelo vetor erro definido a partir da diferença entre a resposta do modelo analítico,  $\{X^a\}$ , e a resposta do modelo experimental,  $\{X^x\}$ .

$$\{\epsilon_x\} = \{X^x\} - \{X^a\} \quad (2.68)$$

Um outra forma de representar a diferença entre os modelos é através da diferença entre a força de excitação atuando no modelo analítico e a força atuando no modelo experimental. Neste caso, o vetor erro é definido como sendo a diferença entre a força de excitação experimental,  $\{F^x\}$ , e a força analítica,  $\{F^a\}$ , necessária para produzir uma resposta analítica idêntica à resposta experimental  $\{X^x\} = \{X^a\}$ .

$$\{\epsilon_f\} = \{F^x\} - \{F^a\} \quad (2.69)$$

Rescrevendo a equação acima em termos da matriz de rigidez dinâmica,  $[Z]$ , matriz de receptância,  $[H]$ , e substituindo a resposta analítica  $\{X^a\}$  (excitação no grau de liberdade  $j$ ) pela experimental define-se o vetor erro em termos dos parâmetros medidos diretamente nos sistema. Neste caso, o vetor erro descreve a discrepância entre os modelos em termos da matriz analítica de rigidez dinâmica e da  $j$ -ésima coluna da matriz de receptância experimental (medida)

$$\{\epsilon_r\} = \{I\}_r - [Z^A]\{H^x\}_r \quad (2.70)$$

Em ambos os casos, o vetor erro mostra os graus de liberdade que não estão em equilíbrio levando à uma avaliação dos graus de liberdade e conseqüentemente das regiões inadequadamente modeladas.

#### 2.4.4 - Métodos de Sensibilidade

Os métodos de sensibilidade não são de fato, métodos estritamente de localização de erros todavia, eles tem um papel importante nas rotinas de atualização de modelos. O cálculo da sensibilidade do modelo permite identificar quais componentes ou parâmetros da estrutura são mais sensitivos à pequenas variações, indicando assim os componentes ou regiões do modelo onde o ajuste pode ser mais significativo ou não. No processo de ajuste do modelo esta é uma informação bastante relevante para a escolha dos parâmetros de ajuste, uma vez que ela permite evitar a atualização de parâmetros poucos sensitivos, melhorando assim a performance do processo de atualização (Janter, 1989). Basicamente, a sensibilidade de uma quantidade modal em relação a um parâmetro  $p$  é calculada como a variação de primeira ordem dessa quantidade em relação à uma pequena variação deste parâmetro. A sensibilidade dos autovalores e autovetores do modelo são estimadas a partir da equação (2.4). Para o  $r$ -ésimo modo tem-se:

$$[K]\{\psi\}_r + \lambda_r[M]\{\psi\}_r = 0 \quad (2.71)$$

Derivando-se a equação (2.71) com relação ao  $p$ -ésimo parâmetro, tem-se a expressão (2.72).

$$[K]' \{\psi\}_r + [K]\{\psi\}'_r - \lambda_r' [M]\{\psi\}_r - \lambda_r [M]' \{\psi\}_r - \lambda_r [M]\{\psi\}'_r = 0 \quad (2.72)$$

onde  $( )'$ ,  $\{ \}'$  e  $[ ]'$  - são derivadas de primeira ordem.

Pré-multiplicando a equação acima por  $\{\psi\}_s^T$  e utilizando-se as propriedades de ortogonalidade das matrizes de massa e rigidez, esta pode ser re-arranjada em termos das suas derivadas de primeira ordem.

$$\{\psi\}_s^T [\mathbf{K}]' \{\psi\}_r - \lambda_r' \{\psi\}_s^T [\mathbf{M}] \{\psi\}_r - \lambda_r \{\psi\}_s^T [\mathbf{M}]' \{\psi\}_r + \{\psi\}_r'^T \left( [\mathbf{K}] \{\psi\}_s - \lambda_r [\mathbf{M}] \{\psi\}_s \right) = 0 \quad (2.73)$$

A sensibilidade de primeira ordem da  $r$ -ésima autofrequência em relação a um parâmetro  $p$  é calculada a partir da expressão (2.73), assumindo-se  $r = s$  e modos normalizados em relação a massa.

$$\frac{\partial \lambda_r}{\partial p} = \{\psi\}_r^T \frac{\partial [\mathbf{K}]}{\partial p} \{\psi\}_r - \lambda_r \{\psi\}_r^T \frac{\partial [\mathbf{M}]}{\partial p} \{\psi\}_r \quad (2.74)$$

A sensibilidade do  $r$ -ésimo vetor modal em relação a um parâmetro  $p$  é derivada a partir da mesma expressão, assumindo-se que o vetor sensibilidade pode ser escrito como uma combinação dos primeiros  $m$  modos próprios do sistema, i.e.,

$$\{\psi\}_r' \cong \sum_{s=1}^m a_s^r \{\psi\}_s \quad (2.75)$$

Substituindo-se a expressão (2.75) na equação (2.72) e utilizando-se as características do sistema de equações do movimento tem-se:

$$\frac{\partial \{\psi\}_r}{\partial p} = \sum_{s=1}^m \left( \frac{\{\psi\}_s^T \frac{\partial [\mathbf{K}]}{\partial p} \{\psi\}_r}{\lambda_r - \lambda_s} \right) \{\psi\}_s - \sum_{s=1}^m \left( \frac{\lambda_r \{\psi\}_s^T \frac{\partial [\mathbf{M}]}{\partial p} \{\psi\}_r}{\lambda_r - \lambda_s} \right) \{\psi\}_s; \quad r \neq s \quad (2.76)$$

$$\frac{\partial \{\psi\}_r}{\partial p} = -\frac{1}{2} \left( \{\psi\}_r^T \frac{\partial [\mathbf{M}]}{\partial p} \{\psi\}_r \right) \{\psi\}_r \quad (2.77)$$

A sensibilidade dos elementos das matrizes de massa e rigidez com relação a um parâmetro  $p$  é calculada a partir das matrizes de massa e rigidez modais.

$$\frac{\partial m_{r,s}}{\partial p} = \{\psi^x\}_r^T \frac{\partial [M^A]}{\partial p} \{\psi^x\}_s \quad (2.78)$$

$$\frac{\partial [k_{r,s}]}{\partial p} = \{\psi^x\}_r^T \frac{\partial [K^A]}{\partial p} \{\psi^x\}_s \quad (2.79)$$

As derivadas  $[K]'$  e  $[M]'$ , usadas nas fórmulas acima, são normalmente calculadas numericamente uma vez que, o cálculo analítico das mesmas só é possível em relação a alguns parâmetros. Para uma discussão detalhada, incluindo termos de segunda ordem consultar Vanhonacker (1980) e Janter (1989).

## 2.5 - AJUSTE DE MODELO

Uma rotina de atualização de modelo consiste, basicamente, no desenvolvimento de um método sistemático de ajuste do modelo analítico em relação ao modelo experimental. Neste ajuste, os dados medidos são inicialmente, comparados com os dados preditos buscando definir a correlação dos modelos e localizar as discrepância entre eles e finalmente, através de um processo de ajuste, corrigir o modelo analítico em relação aos dados experimentais. A fase de ajuste ou correção define as estratégia matemática utilizadas para o cálculo das correções do modelo as quais levariam a um modelo predito mais realístico e confiável.

Ao longo das últimas três décadas vários pesquisadores tem trabalhado neste assunto (Berman e Flannelly, 1971; Baruch, 1978; Tlusty e Ismail, 1980; Leuridan et al., 1986; Heylen, 1987; Caesar, 1987; Zhang et al., 1987; Janter, 1989; Lin e Ewins, 1990; Larsson e Sas, 1992; Lin e Ewins, 1994; outros) e uma extensa gama de formulações e propostas tem sido discutidas. De acordo com a sua formulação matemática (parâmetros selecionados, estratégias de solução, etc.), esses métodos são classificados em diferente categorias. Heylen (1987) por exemplo propôs um discussão baseada no processo de solução do sistema de equações, onde os

métodos são classificados em métodos diretos e indiretos. Outros autores, como por exemplo Janter (1989), prefere enfatizar a importância da seleção dos parâmetros de ajuste e separa os métodos de acordo com a escolha dos parâmetros. Imregun e Visser (1991) separa o processo de atualização de modelo em uma fase de localização de erro e uma de ajuste (correção) do modelo. Neste artigo os autores também apresentam uma revisão dos principais métodos de localização de erro e ajuste de modelos. Mais recentemente, autores como Avitabile e Li (1993), Imregun et al. (1994) tem discutido as principais implicações e limitações da aplicação das técnicas de atualização em casos reais. Apesar da existência do relato de vários casos bem sucedidos de atualização de modelos, o estado da arte continua ainda investigando métodos promissores e a maioria dos resultados obtidos são casos dependentes. A qualidade do modelo atualizado depende muito ainda do conhecimento do analista a respeito da estrutura e das possíveis discrepância entre os modelos. Obviamente, os resultados devem ser utilizados com muito critério e não como um indicador absoluto isento de qualquer erro.

As principais estratégias matemática utilizadas nas rotinas de atualização de modelo serão apresentadas, de uma forma resumida, nesta seção. O objetivo da seção é apenas fornecer os subsídios necessários para a formulação e desenvolvimento da metodologia de localização de falhas a ser apresentada nos próximos capítulos. Mesmo porque seria quase impossível discutir todos os métodos ajuste devido a grande diversidade de métodos e estratégias que tem sido propostas nas últimas décadas. Mostteshead e Friswell (1993) por exemplo, apresentam uma revisão bibliográfica contendo mais de duzentos artigos relacionados com este assunto. Referências adicionais, para cada categoria de método discutido a seguir, serão apresentadas.

### **2.5.1 - Atualização de Modelos por Matriz Ótima**

Essa categoria de métodos consiste basicamente no cálculo das matrizes de correção  $[\Delta K]$  e  $[\Delta M]$  as quais minimizam uma norma de uma dada função erro,  $\delta F([\Delta K],[\Delta M])$ , sob certas restrições. O trabalho de Berman e Flannelly (1971), o qual otimiza as matrizes de rigidez e massa do modelo utilizando os dados experimentais, é uma das primeiras publicações a respeito da melhoria do modelo matricial do sistema. Neste caso, as condições de ortogonalidade combinadas com a equação de massa total são utilizadas na formulação de um conjunto de equações lineares em relação aos parâmetros de correção procurados, rigidez e

massa. O cálculo destes parâmetros definem as matrizes ótimas. Métodos baseados nos multiplicadores de Lagrange também tem sido usados no cálculo de matrizes ótimas por exemplo, Baruch(1978) propõe calcular a correção das matrizes de rigidez e flexibilidade do modelo com base nos multiplicadores de lagrange. Neste caso, a matriz de massa é assumida correta e a matriz de rigidez ótima é calculada minimizando-se uma função erro definida pela diferença entre a matriz de rigidez original e a matriz atualizada

$$\epsilon_k = \left\| [K^A]^{-1/2} ([K^U] - [K^A]) [K^A]^{-1/2} \right\| \quad (2.80)$$

A matriz ótima procurada deve obedecer as condições de simetria, equação (2.81) e as restrições impostas pela equação (2.82).

$$[K^U] = [K^U]^T \quad (2.81)$$

$$[K^U][\psi^{xi}] = [M^A][\psi^{xi}][\Lambda^{xi}] \quad (2.82)$$

onde:  $[\psi^{xi}]$  - modos medidos, ordem  $(n \times m)$ ;  
 $[\Lambda^{xi}]$  - freqüências de ressonância medidas, ordem  $(m \times m)$ .

Os multiplicadores de Lagrange são utilizados para incorporar as restrições acima na expressão (2.80). A distância ponderada entre a matriz original e a matriz atualizada contendo as restrições impostas pelos multiplicadores permite definir as funções de Lagrange. Minimizando-se estas funções com relação as variáveis desejadas obtêm-se as equações de atualização do modelo em relação aos parâmetros de correção procurados. Os parâmetros desconhecidos (variações dos componentes de rigidez) são calculados reordenando-se as equações de atualização em termos dos parâmetros modais medidos e das matrizes analítica de rigidez e massa conhecidas do modelo de elementos finitos.

$$[K^U] = [K^A] + [\Delta K] \quad (2.83)$$

onde:

$$\begin{aligned} [\Delta K] = & - [K^A][\psi^x][\psi^x]^T [M^A] - [M^A][\psi^x][\psi^x]^T [K^A] \\ & + [M^A][\psi^x][\psi^x]^T [K^A][\psi^x][\psi^x]^T [M^A] + [M^A][\psi^x][\Lambda^{x,i}][\psi^x]^T [M^A] \end{aligned}$$

Berman e Nagy (1983) buscam corrigir também a matriz de massa adicionando mais restrições (condições de ortogonalidade) à formulação discutida acima. A matriz de massa ajustada é estimada minimizando a função erro, equação (2.84), definida pela diferença entre a matriz de massa original e a matriz de atualização.

$$\varepsilon_m = \left\| [M^A]^{-1/2} ([M^U] - [M^A]) [M^A]^{-1/2} \right\| \quad (2.84)$$

Neste caso, as condições de ortogonalidade também são utilizadas como restrições para o cálculo da matriz atualizada.

$$[M^U] = [M^A] + [\Delta M] \quad (2.85)$$

onde:  $[\Delta M] = [M^A][\psi^x]([\psi^x]^T [M^A][\psi^x])^{-1} ([I_n] - [\psi^x]^T [M^A][\psi^x])^{-1} ([\psi^x]^T [M^A][\psi^x])^{-1} [\psi^x]^T [M^A]$

A matriz de rigidez atualizada é calculada adicionando-se a equação de simetria (2.81) e autovalores (2.82) como restrições na função erro.

$$[K^U] = [K^A] + [\Delta K] + [\Delta K]^T \quad (2.86)$$

onde:

$$[\Delta K] = 0.5 [M^U][\psi^x]([\psi^x]^T [K^A][\psi^x] + [\Lambda^{x,i}])[\psi^x]^T [M^U] - [K^A][\psi^x][\psi^x]^T [M^U]$$

As matrizes ótimas são calculadas diretamente sem nenhuma iteração, no entanto, em alguns casos, as matrizes calculadas perdem a esparcialidade ou podem produzir coeficientes irrealis tornando confuso o entendimento do significado físico do ajuste do modelo. Autores como Abe (1985), Berman e Nagy (1983) e Smith (1993) incorporam algumas características adicionais na formulação do método, as quais diminuem esses efeitos indesejáveis no cálculo do modelo por matriz ótima. Caesar (1985) apresenta uma discussão a respeito desses métodos e uma comparação entre alguns deles.

### 2.5.2 - Métodos Baseados na Sensibilidade

A atualização de modelos com base nos métodos de sensibilidade tem aumentado de interesse nos últimos anos, e novas áreas de aplicações têm sido pospostas na literatura corrente. Os métodos de sensibilidade são também baseados na minimização de um vetor erro ou resíduo em relação a um conjunto de parâmetros de atualização previamente selecionados. Este vetor geralmente expressa a discrepância entre modelo analítico e o modelo experimental em termos dos parâmetros modais medidos e dos parâmetros espaciais do modelo analítico.

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{diferença entre os dados analíticos} \\ e \\ \text{dados experimentais} \end{array} \right\} = \left\{ \text{resíduo} \right\} \quad (2.87)$$

O lado esquerdo da equação (2.87) pode ser convenientemente rearranjado para expressar o vetor resíduo em termos de uma expressão matricial, combinando parâmetros modais (frequência de ressonância e modo próprio), funções de resposta (FRF(s)) e parâmetros espaciais do modelo (distribuição de massa e rigidez). Varias estratégias tem sido usada para expressar a diferença entre os modelos, a tabela 2.1 apresenta, de uma forma resumida, algumas das principais estratégias utilizadas para definir o vetor resíduo.

Os métodos de sensibilidade, de forma geral, procuram variações de alguns parâmetros as quais permitem minimizar a diferença entre os modelos. Rescrevendo a expressão (2.870) em termos das respostas, parâmetros modais e dos parâmetros espaciais do modelo tem-se:

$$\{\epsilon\} = \left[ f^A(p_1 + \delta p_1, p_2 + \delta p_2, \dots, p_{np} + \delta p_{np}) \right] \{\Delta^{(X-A)}\} \cong \{0\} \quad (2.88)$$

onde:

- $np$  - número de parâmetros atualização;
- $\Delta^{(X-A)}$  - diferença entre os dados modais dos modelos (conhecido);
- $f^A$  - função dos parâmetros espaciais do modelo.

Tabela 2.1: Métodos de Sensibilidade

Métodos de atualização	Resíduo	Sensibilidade - primeira ordem
frequência de ressonância (Heylen et al. (1993))	$\frac{\omega_r^A - \omega_r^X}{\omega_r^E}$	$\frac{1}{2m_r \omega_r^A \omega_r^X} \{\psi_r^A\}^T \left( \frac{\partial [K]}{\partial p_i} - (\omega_r^A)^2 \frac{\partial [M]}{\partial p_i} \right) \{\psi_r^A\}$
Modos próprios (Heylen et al. (1993))	$\{\psi_r^A\} - \{\psi_r^X\}$	$\equiv \sum_{s=1}^{N_m} \{\psi_s^A\} q_s^r$ $q_s^r = \frac{\{\psi_s^A\}^T \left( \frac{\partial [K]}{\partial p_i} - (\omega_r^A)^2 \frac{\partial [M]}{\partial p_i} \right) \{\psi_r^A\}}{(\omega_s^A)^2 - (\omega_r^A)^2}; \text{ for } r \neq s$ $q_r^r = -0.5 \{\psi_r^A\}^T \frac{\partial [M]}{\partial p_i} \{\psi_r^A\}$
Massa total (Heylen et al. (1993))	$m^A - m^X$	$\{R\}^T \frac{\partial [M]}{\partial p_i} \{R\}$
Ortogonalidade (Heylen et al. (1993))	$\{\psi_r^X\} [M] \{\psi_s^X\}; \text{ for } r \neq s$ $\{\psi_r^X\} [K] \{\psi_s^X\}; \text{ for } r \neq s$	$\{\psi_r^X\} \frac{\partial [K]}{\partial p_i} \{\psi_s^X\}$
Equilíbrio de força (Ibrahin et al. (1987))	$([K] - (\omega_r^X)^2 [M]) \{\psi_r^X\}$	$\left( \frac{\partial [K]}{\partial p_i} - (\omega_r^X)^2 \frac{\partial [M]}{\partial p_i} \right) \{\psi_r^X\}$
Diferença de força (Larson et al. (1992))	$\{F^A(\omega_k)\} - \{F^X(\omega_k)\}$	$\left( \frac{\partial [K]}{\partial p_i} - (\omega_k^X)^2 \frac{\partial [M]}{\partial p_i} \right) \{H_r^X\}_j$
Diferença de FRF(s) (Larson et al. (1992))	$\{H_j^A(\omega_k)\}_j - \{F_i^X(\omega_k)\}_j$	$-[H^A] \left( \frac{\partial [K]}{\partial p_i} - (\omega_k^X)^2 \frac{\partial [M]}{\partial p_i} \right) \{H_r^X\}_j$

A variação dos parâmetros ( $\delta p$ 's) são calculadas minimizando-se uma norma do vetor resíduo,  $\{\epsilon\}$ , com relação a cada parâmetro de atualização selecionado. A equação (2.88) é, geralmente, não linear com relação aos parâmetros selecionados, e sua solução leva a um problema de mínimos quadrados não linear consequentemente, os parâmetros de atualização serão calculados iterativamente através da linearização do resíduo em relação aos parâmetros selecionados. Os parâmetros de atualização podem ser coeficientes de massa e/ou rigidez (Zang et al., 1987), variáveis de projeto (Janter, 1989), propriedades físicas/geométricas (Lammens, 1995), condições de contorno (Hemez, 1994) e etc.

Expandindo a expressão do resíduo em termos dos parâmetros de atualização tem-se:

$$\{\epsilon^A(p)\} = \left( \left[ \epsilon^A\{p^0\} \right] + \sum_i \frac{\partial[\epsilon^A\{p\}]}{\partial p_i} \Delta p_i + o(\Delta p_i)^2 + \dots \right) \{\Delta^{(X-A)}\} \quad (2.89)$$

onde:  $o(\Delta p_i)^2$  - termos de segunda ordem;  
 $p_i^0$  - valor inicial.

Desprezando-se os termos de ordem mais alta, o problema de mínimos quadrados é investigado em termos da sensibilidade de primeira ordem do resíduo. A sensibilidade dos parâmetros de atualização é calculada com base nas derivadas de primeira ordem das matrizes do sistema. A tabela (2.1) mostra, de uma forma resumida, as expressões matemáticas utilizadas para o cálculo da sensibilidade de alguns tipos de resíduos em relação aos p-parâmetros de atualização. A sensibilidade para a maioria dos parâmetros é calculada numericamente através de diferenças finitas, apenas para alguns parâmetros específicos ela pode ser calculada diretamente através de uma expressão analítica.

O vetor resíduo, como discutido anteriormente, pode ser definido a partir de diferentes estratégias consequentemente, cada tipo de resíduo enfatiza mais um determinado aspecto do comportamento do modelo que pode ser relacionado com propriedade globais do modelo, propriedades locais, etc. Um resíduo ideal deveria englobar todos os aspectos envolvidos no comportamento estático/dinâmico do modelo, aliado as condições de estabilidade do sistema. No entanto, essas condições não são completamente preenchidas por nenhum tipo de resíduo

individualmente. A composição de alguns tipos de resíduos específicos em um resíduo global permite, em alguns casos específicos, definir um resíduo envolvendo um maior número de aspectos do comportamento do sistema. Neste caso, as variações dos parâmetros necessárias para o ajuste do modelo são calculadas através da minimização de uma norma do resíduo global.

$$\min \{ \| \epsilon \| \} \quad (2.90)$$

A solução do problema de mínimos quadrados linearizado pode ser investigada através aproximação dos mínimos quadrados, processos estatísticos, programação linear ou quadrática, etc. O sistema de equações final, envolvendo as varias equações de ajuste e da forma,

$$\{ \Delta^{(X-A)} \} = [S] \{ \delta p \} \quad (2.91)$$

onde:  $[S]$  - matriz de sensibilidade (conhecida)  
 $\{ \delta p \}$  - variação dos parâmetros (procurados)  
 $\{ \Delta^{(X-A)} \}$  - vetor diferença (conhecido)

As várias formas usada para montar as equações de atualização, diferem basicamente na definição do resíduo e na escolha dos parâmetros de atualização. Elas podem expressar um diferença entre as freqüências de ressonância, os modos próprios, a massa total, as funções de resposta em freqüência dos modelos etc. O capítulo 3 discutirá em detalhes a montagem das equações de atualização baseadas nas funções de resposta em freqüência medidas.

### 2.5.3 - Resposta em Freqüência

Neste método, ao invés dos parâmetros modais, são utilizados as funções de resposta em freqüência para a definição do vetor resíduo, e o modelo analítico (MEF) é ajustado com base nas FRF(s) medidas. O ajuste com base nas FRF(s) permite a correção do modelo sem a necessidade de se proceder à análise modal do sistema o que representa algumas vantagens em relação aos métodos baseados nos parâmetros modais. Neste caso, os dados utilizados são

medidas diretas, contêm maiores quantidades de informações a respeito do comportamento do modelo além do que existe uma grande quantidade de dados disponíveis o que aumenta a possibilidade de se obter um conjunto equações de atualização mais estável. Um outro aspecto a ser ressaltado é a possibilidade do método ser aplicado na investigação de outros tipos de estruturas que não possuem um comportamento modal.

A formulação matemática do sistema de equações utilizados na atualização do modelo analítico neste caso também envolve varias estratégias. Uma dessas estratégia, desenvolvida por Lin e Ewins (1990), é baseada na seguinte identidade matemática:

$$[[A] + [B]]^{-1} = [A]^{-1} - [[A] + [B]]^{-1}[B][A]^{-1} \quad (2.92)$$

A matriz  $[A]$  é equivalente a matriz de rigidez dinâmica analítica  $[Z]$  e a matriz  $[[A] + [B]]$  é equivalente a matriz de rigidez dinâmica medida. Substituindo estas matrizes na equação (2.92) e reordenando os termos da nova equação se define uma expressão do erro entre os vetores de receptância analítica e experimental do modelo. Imregun et al. (1992) discute uma formulação alternativa, a qual leva a mesma equação base obtida por Lin e Ewins, ou seja:

$$\{H^A\}_j - \{H^X\}_j = [H^A][\Delta Z]\{H^X\}_j \quad (2.93)$$

Rescrevendo a equação acima em termos dos parâmetros espaciais do modelo tem-se a seguinte expressão,

$$\{H^A\}_j - \{H^X\}_j = [H^A]([Z^X] - [Z^A])\{H^X\}_j \quad (2.94)$$

$$\{H^A\}_j - \{H^X\}_j = [H^A]([\Delta K] - \omega^2[\Delta M])\{H^X\}_j \quad (2.95)$$

onde:  $\{H^A\}_j, \{H^X\}_j$  - j-ésima coluna das matrizes de receptância analítica e experimental respectivamente

O ajuste do modelo podem agora ser calculados expressando o vetor erro como uma combinação linear das variações das variáveis de atualização ( $\Delta m_i$  e  $\Delta k_i$ ) nas matrizes de massa e rigidez dos elementos. Nos casos onde existem uma coluna completa dos elementos da matriz de FRF medida, a equação (2.95) permite definir um sistema de equações algébrica nos parâmetros procurados,

$$[C]\{\Delta p\} = \{\Delta H\} \quad (2.96)$$

onde:

- $[C]$  - matriz formada pelos coeficientes do vetor de receptância analítico e experimental (conhecida);
- $\{\Delta H\}$  - vetor formado pela diferença entre as receptâncias analítica e experimental (conhecido);
- $\{\Delta p\}$  - variações dos parâmetros de atualização (procurados).

No equacionamento apresentado acima, os modelos analíticos e experimental são assumidos terem a mesma ordem e nenhuma referência foi feita a respeito da diferença entre o número de graus de liberdade do modelo analítico e do modelo experimental. No caso de incompatibilidade do número de graus de liberdade dos modelos, a formulação matemática utilizada é a mesma, exceto que durante a montagem das equações de atualização, os elementos não medidos do vetor de receptância são substituídos por seus correspondentes analíticos. A consequência imediata deste fato é que a solução do processo de atualização torna-se iterativa.

O desenvolvimento de novos aspectos deste método tem em sido investigado por autores como, Visser e Imregun (1992) e Visser et al. (1994). He (1992) discute uma extensão do método de matriz ótimas (EMM) utilizando os dados das FRF(s) para a atualização do modelo analítico. Algumas vantagens deste método em relação o método de matriz ótimas (EMM) também são discutidas por He.

Outras formulações utilizando FRF(s), principalmente aquelas baseadas na sensibilidade, tem sido desenvolvidas e utilizadas em diferentes propostas de análises. Larsson e Sas (1992) propôs uma técnica baseada em FRF(s) para a correlação e atualização de modelos. Lammens et al. (1995) tem explorado o método proposto por Larsson e Sas para diferente tipos de análises incluindo a identificação de propriedades de material desconhecido

utilizado no modelo. Pereira et al. (1993) tem investigado a utilização deste método para a detecção e localização de falhas estruturais.

## 2.6 - Conclusão

Este capítulo apresenta os conhecimentos básicos de análise modal e o suporte teórico para o desenvolvimento das várias fases envolvidas no processo de ajuste de modelo bem como, uma extensa literatura associada à cada tópico específicos. Um resumo da teoria básica de análise modal e principais hipóteses simplificadoras foi apresentado. O processo de ajuste de modelos foi separado em uma fase de correlação de modelos, uma fase de localização de erro e uma fase de ajuste propriamente. Isto permitiu uma avaliação mais detalhada dos principais problemas envolvido no ajuste do modelo. Na fase de correlação de modelos foram discutidos vários métodos de comparação do modelo analítico com os dados experimentais e os problemas de incompatibilidade dos modelos. A diferença entre o tamanho das malhas de elementos finitos e pontos de medidas foi discutida em termos dos métodos de redução e métodos de expansão de modelos. Na fase de localização de erros foi apresentado uma revisão dos principais métodos usados na estimação, qualitativa e quantitativa, da diferença entre os modelos. A fase de ajuste apresentou os métodos de ajuste separados de acordo com sua formulação matemática além de revisar as principais estratégias matemáticas utilizada para ajuste do modelo analítico em relação aos dados experimentais.

As técnicas de ajuste de modelos, apesar da existência de muitos casos apresentados na literatura corrente, não atingiram ainda a sua maturidade e parece ser consenso que o ajuste de modelo esta ainda focalizando sobre algumas aproximações promissora. Entretanto, apesar deste fato, muita pesquisa vem sendo conduzida visando explorar a capacidade das técnicas de ajuste em diferentes áreas de aplicações. Dentre elas, a aplicação voltada para localização e caracterização de falha estrutural tem sido amplamente discutida. As características dos métodos de ajuste principalmente, aqueles baseados nas FRF(s), tornam as técnicas de ajuste de modelos uma ferramenta bastante promissora para a condição de monitoramento e localização de falha estrutural.



## *Capítulo 3 -*

### **ALGORITMO DE AJUSTE E METODOLOGIA PARA A LOCALIZAÇÃO DE FALHA**

#### **3.1 - INTRODUÇÃO**

O capítulo anterior apresenta uma discussão das principais fases envolvidas na interação de modelos, e fornece uma base consistente dos principais métodos de ajuste de modelos juntamente com uma ampla revisão bibliográfica dos principais tópicos relacionados. Os principais aspectos dos métodos foram discutidos e apresentados visando o desenvolvimento de uma metodologia de localização de falhas estruturais com base no conceito de ajuste de modelo. Neste capítulo são apresentados a formulação e o desenvolvimento detalhado da rotina de ajuste utilizada juntamente com o desenvolvimento da metodologia de localização de falhas proposta.

Os métodos de atualização de modelo, no sentido mais convencional, tem sido usados para a obtenção de um modelo analítico o mais próximo possível do modelo experimental. Neste caso, a técnica compara o modelo experimental com o modelo analítico inicial através da correlação dos parâmetros modais, e quando a concordância não é satisfatória, o modelo é corrigido com base nos dados experimentais. Dentro deste contexto, a aplicação do conceito de atualização de modelo para a investigação da integridade dos componentes de um sistema mostra-se bastante atraente. Neste caso, a integridade dos componentes é investigada de uma forma similar, uma vez que danos estruturais introduzem mudanças no comportamento da estrutura e essas mudanças podem ser detectadas pela deterioração da correlação inicial dos modelos. Conseqüentemente, a deterioração da correlação dos modelos fornece uma indicação da existência de mudanças nos parâmetros estruturais do sistema. A estimativa da mudança dos parâmetros necessárias para ajustar o modelo analítico em relação ao modelo experimental danificado permite a caracterização do estado de deterioração da estrutura. Isto confere um aspecto bastante importante às técnicas de ajuste quando voltadas para a avaliação das condições de deterioração de uma estrutura, tornando bastante promissora à sua utilização em

técnicas não destrutivas de localização de falha e posteriormente, no monitoramento das condições de operação do sistema.

A literatura corrente mostra diversas tentativas de incorporação de técnicas de atualização de modelo em ferramentas não destrutivas na detecção de falhas, tanto métodos utilizando parâmetros modais para atualizar o modelo (Hyoung e Bartkowicz, 1993; Hemez e Farhat, 1994; Rohrmann e Rücker, 1994; Kashangaki, 1995) bem como métodos utilizando FRF(s) medidas (Manman e Richardson, 1990; Lammens, et al., 1993, D'Ambrosio e Del Veslovo, 1994; Zimmerman et al., 1995) tem sido investigados. Uma revisão detalhada das técnicas de ajuste existente e das atividades de pesquisa corrente nesta área, indicam varias possibilidades de desenvolvimento de novos métodos de localização de falha com base nestas técnicas. A metodologia proposta neste trabalho é fundamentada em uma rotina de ajuste de modelo com base em FRF(s) medidas, cujas as variáveis de ajuste são parâmetros físicos e/ou geométricos do modelo. A combinação do uso de **parâmetros físicos e/ou geométricos** diretamente como **parâmetros de atualização**, a facilidade da definição dos **parâmetros de atualização à nível dos elementos ou macro regiões** aliados ao fato das funções de resposta serem medidas diretas e fáceis de monitorar torna esta metodologia bastante promissora, como será demonstrado nos próximos capítulos.

O algoritmo utilizado é iterativo, baseado principalmente na sensibilidade da matriz de rigidez dinâmica do modelo. Para modelos compatíveis, o método expressa a diferença entre o modelo analítico e o experimental através do vetor diferença escrito em termos dos dados medidos e de uma matriz contendo os parâmetros do modelo espacial da estrutura. A ajuste do modelo é procedido minimizando a diferença entre os modelos em relação os próprios parâmetros físico e/ou geométricos do modelo ao invés de coeficientes de massa ou rigidez. Isto torna clara e simples a interpretação física da diferença entre o modelo original e o modelo atualizado.

Primeiramente, um levantamento detalhada dos conceitos envolvidos no método é apresentado, seguido de uma discussão dos possíveis parâmetros de atualização. Posteriormente, o método é discutido em termos da minimização, seleção dos parâmetros e solução do processo. Então, uma explanação da metodologia de localização é apresentada juntamente com a formulação do algoritmo de correção, elemento por elemento. Finalmente, é

apresentado uma discussão das limitações do método e das vantagens da utilização de um resíduo global envolvendo mais de tipo de resíduo para melhorar a performance da rotina.

### 3.2 - AJUSTE DE MODELO UTILIZANDO FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA.

Um dos principais objetivos do ajuste de modelo é gerar um modelo matemático melhorado que seja capaz de prever com segurança o real comportamento estrutural do sistema. Desta forma, os efeitos de uma diferente distribuição de carga, diferentes condições de operação assim como outras características da estrutura podem ser investigadas e previstas. De uma forma geral, a técnica de ajuste procura identificar, com base nos dados medidos, variações dos parâmetros do modelo analítico que minimizam a diferença entre os dados analíticos e experimentais. Para modelos compatíveis, a diferença entre os dados é descrita por um vetor resíduo  $\{\epsilon\}$ . Utilizando um critério conveniente de comparação entre os dados, é possível expressar este resíduo em termos de uma matriz contendo os parâmetros analíticos da estrutura,  $\{p\}$ , e um vetor contendo os dados medidos.

$$\{\epsilon\} = \mathcal{E}\left(\left[Z^A(\{p\})\right], \{H^x\}\right) \quad (3.1)$$

onde:  $\left[Z^A(\{p\})\right]$  - matriz contendo os parâmetros analíticos;  
 $\{H^x\}$  - vetor de dados medidos.

Para uma perfeita correlação entre os modelos, esta função resíduo deve ser igual a zero. No entanto, em situações práticas os dados analíticos e experimentais não satisfaz a equação (3.1) pois os modelos não são perfeitamente correlacionados ou seja,  $\{\epsilon\} \neq \{0\}$ . Dependendo do critério de comparação utilizado, este resíduo pode fornecer em alguns casos uma localização direta da diferença entre os modelos, levando a localização dos prováveis parâmetros estimados incorretamente na modelagem. A atualização, como discutido anteriormente, procura identificar correções dos parâmetros,  $\{\Delta p\}$ , que minimizam a diferença entre os modelos. Portanto, a solução do problema consiste em identificar  $n_p$  mudanças de parâmetros as quais tornam a diferença entre os dados do modelo próxima de zero.

$$\{\epsilon\} = \mathcal{E}\left(\left[Z^A(p_1 + \Delta p_1, p_2 + \Delta p_2, \dots, p_m + \Delta p_m)\right], \{H^x\}\right) \cong \{0\} \quad (3.2)$$

Em geral, os critérios usados para comparar os modelos leva a um conjunto de equações não lineares em relação aos parâmetros selecionados para correção,  $\{p^u\}$ , os chamados parâmetros de atualização. Dependendo do tipo de parâmetros selecionados, a solução das equações torna-se muito complexa ou pode não existir. A linearização destas equações, para a maioria dos sistemas físicos, é uma suposição válida nas faixas de frequências de interesse para análises de vibração. Desta forma, um solução aproximada para o problema é investigada linearizando-se o resíduo em relação aos parâmetros de atualização  $\{p^u\}$ .

O conjunto dos possíveis parâmetros de atualização é definido em função do tipo de elemento finito utilizado na modelagem do estrutura. A tabela 3.1 mostra alguns tipos de elementos e respectivos dos parâmetros,  $\{p\}$ . Estes parâmetros, para algumas classes de elementos, são funções lineares em relação as matrizes de rigidez e massa do modelo, e a sensibilidade da matriz de rigidez dinâmica em relação aos parâmetros de atualização pode explicitada analiticamente. Para uma formulação mais geral, incluindo diferente tipos de elementos, a formulação explícita torna-se complexa ou pode não ser possível em alguns casos, e a sensibilidade dos parâmetros é avaliada numericamente.

Tabela 3.1: Típicos de Elementos Finitos e Respectivos Parâmetros

<b>Tipo de elemento finito</b>	<b>Matriz de massa</b>	<b>Matriz de rigidez</b>
Barra	A, $\rho$	E, A
Viga	A, $I_p$	A, E, $I_x$ , $I_y$ , $I_z$ , $\nu$
Massa	$m_x$ , $m_y$ , $m_z$ ,	
Mola		$k_x$ , $k_y$ , $k_z$ ,

Na seção 2.5 foram discutidas resumidamente varias estratégias para formulação da expressão do resíduo, nesta seção será apresentado a formulação do cálculo da sensibilidade elemento por elemento utilizada no desenvolvimento da rotina ajuste.

### 3.2.1 - Força de Excitação e Resposta

A equação de movimento de um sistema, desconsiderando-se o amortecimento, para uma dada força de excitação,  $\{F(\omega_k)\}$  é dada por,

$$([K] - (\omega_k)^2 [M])\{X(\omega_k)\}_j = \{F(\omega_k)\} \quad (3.3)$$

onde:  $\{X(\omega_k)\}_j$  - resposta do modelo medida no grau de liberdade j,  
 $\omega_k$  - frequência de excitação.

A comparação entre as funções de resposta do modelo experimental e do modelo analítico permite investigar a diferença entre os dados analíticos e experimentais do modelo. Se os modelos são perfeitamente correlacionados e as condições de modelagem (conectividade, vínculo, etc.) são as mesmas essa diferença deve ser nula. Isto significa que, a resposta do modelo analítico,  $\{X^A\}$ , para uma força de excitação idêntica à força de excitação experimental ( $\{F^A\} = \{F^X\}$ ), deve ser idêntica a resposta  $\{X^X\}$  medida no modelo. Entretanto, esta condição não é satisfeita em situações reais pois os modelos não são perfeitamente correlacionados e existe uma diferença entre eles. Um vetor resíduo pode ser definido neste caso para expressar diferença entre as respostas analítica e experimental.

$$\{\epsilon_x\} = \{X^A\} - \{X^X\} \quad (3.4)$$

Utilizando-se as definições das matrizes de rigidez dinâmica e receptância juntamente com algumas manipulações matemática da equação da (3.4), a diferença entre os modelos pode ser expressa em termos das matrizes de receptância analítica e experimental. Uma outra maneira de comparar os modelos é rescrever a diferença entre eles em termos das forças atuando no sistema ao invés das respostas. Neste caso, o vetor resíduo é definido como sendo a diferença entre a força experimental,  $\{F^X\}$ , e força analítica equivalente,  $\{F^A\}$ , necessária para produzir uma resposta analítica idêntica a resposta experimental, ou seja  $\{X^A\} = \{X^X\}$ .

$$\{\epsilon_r\} = \{F^x\} - \{F^A\} \quad (3.5)$$

O uso da expressão (3.5) para avaliar a diferença entre os modelos permite expressar a diferença dos mesmos em termos dos parâmetros da matriz analítica de rigidez dinâmica e da matriz de receptância. Para a maioria dos parâmetros estruturais, a matriz de rigidez dinâmica apresenta variações mais suave do que a matriz de receptância (ver seção 3.2.2) o que confere um caráter mais estável ao processo de atualização. Rescrevendo a expressão acima com base nas definições da matriz de rigidez dinâmica,  $[Z]$ , e matriz de receptância,  $[H]$ , juntamente com algumas manipulações matriciais tem-se a expressão do resíduo derivada a partir do balanço de força,

$$\{\epsilon_r\} = [Z^A]\{H^x\}_j - \{1\}_j \quad (3.6)$$

onde:

- $\{H^x\}_j$  - j-ésima coluna da matriz de FRF(s);
- $\{F\}_j$  - força de excitação aplicada no j-ésimo grau de liberdade;
- $\{1\}_j$  - vetor com as componentes nulas, exceto para a j-ésima componente, j<sup>th</sup>-componente = 1.

A subrotina desenvolvida para o ajuste do modelo, parte do pressuposto que o modelo experimental representa satisfatoriamente os sistema real e os dados medidos são utilizados como referência para o ajuste do modelo analítico. No processo de ajuste é assumido que a formulação matemática do modelo de elementos finitos é bem definida e que a diferença entre os dois modelos surge devido a imprecisões nos valores estimados das propriedade físicas e/ou geométricas usadas no modelo de elementos finitos. Neste caso, o ajuste destes parâmetros durante o processo de atualização pode ser rastreado a nível de elemento, utilizando-se as informações da matriz de conexão entre os elementos. Isto permite ajustar o modelo analítico através da correção dos parâmetros imprecisos de cada elemento ou região do modelo. Para expressar a diferença dos modelos diretamente em termos dos parâmetros estruturais do modelo, a equação (3.6) poder ser rescrita em relação aos parâmetros,  $\{p\}$ , do modelo de elementos finitos.

$$\{\epsilon_r\} = [Z^A(\{p\})]\{H^x\}_j - \{1\}_j \quad (3.7)$$

Os parâmetros de atualização  $\{p^u\}$  da matriz analítica de rigidez dinâmica neste caso podem ser diretamente relacionados com os elementos finitos do modelo. Desta forma, a sensibilidade do modelo com relação a variação de um parâmetro  $p_i$  é avaliada através da variação da matriz do elemento (região) ao qual este parâmetro está associado, em relação ao modelo matricial o que pode ser interpretado como sendo uma variação local. A correção do parâmetro durante o processo de atualização, neste caso, não afeta a conectividade dos elementos e a matriz de conexão permanece inalterada conseqüentemente, as matrizes atualizadas mantêm as mesmas formas originais. As matrizes de massa e rigidez ajustadas mantêm a mesma conectividade e as propriedades de simetria, esparcialidade, etc., não mudam. Portanto, o sucesso da atualização do modelo baseada no ajuste elemento por elemento, pode responder através da comparação do modelo original com o modelo ajustado duas questões fundamentais dos métodos de localização de falhas, que são as discrepâncias entre os modelos e onde as mesmas estão localizadas.

### 3.2.2 - Linearização do resíduo do balanço de força

A expansão de Taylor da matriz de rigidez dinâmica, para um frequência  $\omega_k$ , é dada por,

$$[Z_k^A(\{p\})] = [Z_k^A(\{p^0\})] + \sum_{i=1}^{np} \frac{\partial [Z_k^A(\{p\})]}{\partial p_i} \Delta p_i + o(\Delta p_i)^2 + \dots \quad (3.8)$$

onde:  $o(\Delta p_i)^2$  - termos de segunda ordem;  
 $p_i^0$  - valor inicial dos parâmetros de atualização;  
 $np$  - número de parâmetros de atualização.

Substituindo a equação (3.8) na equação (3.7) e desprezando os termos de ordem mais elevada, obtém-se a linearização do resíduo em termos dos parâmetros de atualização.

$$\{\epsilon_r^{lin}(\omega_k)\} = [Z_k^A(\{p^0\})] \{H_k^x\}_j + \sum_{i=1}^{np} \frac{\partial [Z_k^A(\{p\})]}{\partial p_i} \Delta p_i \{H_k^x\}_j - \{1\}_j \quad (3.9)$$

A minimização deste resíduo leva a um conjunto de equações com base na sensibilidade da matriz de rigidez dinâmica e da matriz de receptância medida para uma dada frequência  $\omega_k$ . O conjunto de equações obtido a partir da equação acima é mais estável devido ao caráter monotônico e mudanças mais suaves da matriz de rigidez dinâmica em relação à pequenas variações dos parâmetros estruturais. Entretanto, a estabilidade do processo não pode ser totalmente garantida e a convergência para pontos de mínimos locais ou divergência do processo pode ocorrer em relação a alguns parâmetros. Problemas numéricos também são esperados uma vez que operações matriciais problemáticas tais como a multiplicação da matriz  $[Z_k^\Delta]^0$  pelo vetor  $\{H_k^x\}_j$  são efetuadas. Neste caso, a matriz de rigidez dinâmica e o vetor de receptância possuem componentes relativamente grandes e o vetor resultante deste produto contem componentes relativamente pequenas o que é bastante susceptível a problemas de mal condicionamento.

Uma melhoria do condicionamento do sistema pode ser obtido multiplicando a equação (3.9) pela a inversa da matriz de rigidez dinâmica analítica e rearranjando as equações resultantes em termos da inversa da matriz de rigidez dinâmica e equivalente matriz de receptância.

$$[H_k^\Delta]^0 \{\epsilon_r^{\text{lin}}(\omega_k)\} = [H_k^\Delta]^0 [Z_k^\Delta \{p^0\}] \{H_k^x\}_j + \sum_{i=1}^{np} [H_k^\Delta]^0 \frac{\partial [Z_k^\Delta \{p\}]}{\partial p_i} \{H_k^x\}_j p_i \frac{\Delta p_i}{p_i} - [H_k^\Delta]^0 \{I\}_j \quad (3.10)$$

$$\{\tilde{\epsilon}_{\Delta H}(\omega_k)\} = \sum_{i=1}^{np} \left( [H_k^\Delta]^0 \frac{\partial [Z_k^\Delta \{p\}]}{\partial p_i} p_i \{H_k^x\}_j \frac{\Delta p_i}{p_i} \right) + \{H_k^x\}_j - \{H_k^\Delta\}_i \quad (3.11)$$

onde:  $[H_k^\Delta] = \left( [Z(p_0)] \right)^{-1}$  ;

$$\{\tilde{\epsilon}_{\Delta H}(\omega_k)\} = [H_k^\Delta] \{\epsilon_r^{\text{lin}}(\omega_k)\}.$$

O resíduo  $\{\tilde{\epsilon}_{\Delta H}(\omega_k)\}^0$  na equação (3.11) é calculado pela diferença entre vetores, desta forma espera-se que os problemas de mal condicionamento, principalmente devido a ruídos de

medição, seja menos acentuado quando comparado com o resíduo  $\{\epsilon_r^{lin}(\omega_k)\}^0$  na equação (3.9). Isto leva a um melhor condicionamento do sistema de equações. A minimização deste novo resíduo leva a um conjunto de equações que combina a sensibilidade da matriz de rigidez dinâmica e a diferença entre as receptâncias analíticas e experimentais. Nenhuma restrição a respeito da ordem da matrizes foi imposta na montagem do conjunto de equações de atualização, o que implica na disponibilidade de todos os elementos de pelo menos uma coluna da matriz de receptância. Na maioria das aplicações práticas isto representa uma limitação uma vez que é muito difícil se medir todos os componente da matriz de receptância (graus de liberdade de rotação, pontos inacessíveis, etc.). Nestes casos, um processo de redução da matriz de rigidez dinâmica  $[Z]$  ou a expansão da matriz de receptância  $[H]$  deve ser usado.

O modelo de atualização proposto contorna o problema de incompatibilidade do tamanho dos modelos utilizando o processo de redução dinâmica, seção 2.3, para reduzir as matrizes de receptância e de rigidez dinâmica do modelo. A formulação da expressão do resíduo continua válida mesmo para o modelo reduzido. A matriz de rigidez dinâmica pode ser substituída pela sua correspondente reduzida sem nenhuma suposição adicional à aquela relacionada linearização da matriz de rigidez reduzida que ocorre na formulação da equação (3.11). Substituindo as matrizes do modelo reduzido na equação (3.11) tem-se

$$\{\tilde{\epsilon}_{\Delta H}(\omega_k)\} = \sum_{i=1}^{np} \left( [H_k^{AR}]^0 \frac{\partial [Z_k^{AR}\{p\}]}{\partial p_i} p_i \{H_k^x\}_j \frac{\Delta p_i}{p_i} \right) + \{H_k^x\}_j - \{H_k^{AR}\}_j^0 \quad (3.12)$$

Conseqüentemente, a validade da linearização do modelo reduzido com relação aos parâmetros de atualização deve ser melhor investigada antes de se proceder a atualização do modelo. Uma análise atenta em relação a matriz de rigidez dinâmica mostra que ela apresenta, para pequenas variações dos parâmetros de ajuste,  $\{p^u\}$ , uma variação bem comportada em relação à frequência e que é pouco provável que variações desses parâmetros destruam este comportamento. Por exemplo, a matriz de rigidez dinâmica para um simples elemento de viga (ver apêndice A.D), é uma função bem comportada em relação aos parâmetros próprios do elemento, ela é uma combinação das matrizes de rigidez e de massa do modelo, as quais são funções bem comportadas em relação à frequência para a maioria dos parâmetros estruturais do modelo.

$$[Z] = [K(A, E, I_z, I_y, I_x, (1 - \nu)^{-1})] - \omega^2 [M(\rho, A, I_p)] \quad (3.13)$$

Variações dos parâmetros de atualização podem deslocar a curva de rigidez dinâmica, mas variações fisicamente aceitáveis não devem causar variações bruscas do comportamento desta matriz, provavelmente ela continua uma função bem comportada. A figura (3.1.a) mostra como a matriz de rigidez dinâmica se comporta em relação à frequência para pequenas variações da rigidez de um simples elemento de viga.

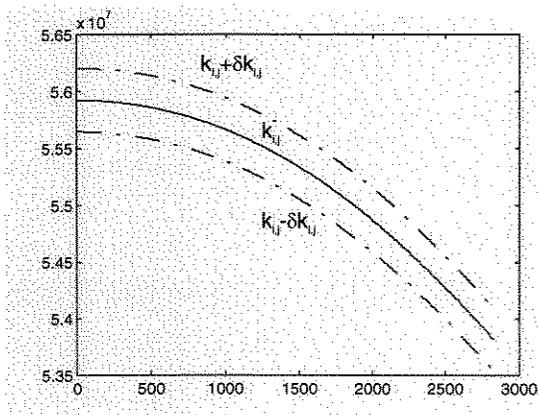


Figura 3.1.a: Componente da matriz de rigidez dinâmica de um elemento de viga.

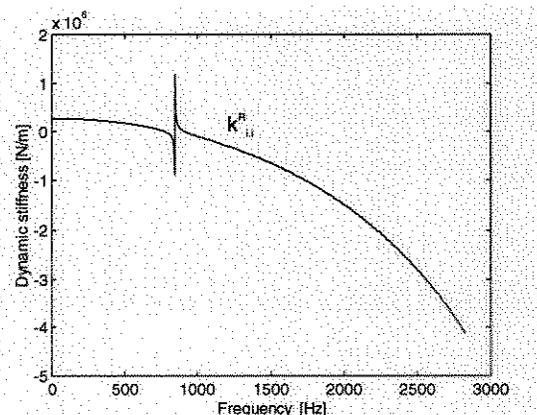


Figura 3.1.b: Componente da matriz reduzida de rigidez dinâmica de um elemento de viga.

Para um modelo reduzido, a matriz de rigidez dinâmica não é mais uma combinação linear das matrizes de massa e rigidez e apresenta um comportamento bem definido apenas para uma faixa limitada de frequência. Para certas frequências ela pode apresentar descontinuidade ou variações bruscas como pode ser visto na figura (3.1.b). A primeira frequência onde ocorre uma descontinuidade pode ser estimada investigando a expressão utilizada para cálculo da matriz reduzida

$$[Z^R] = [Z_{AA}] - [Z_{AD}][Z_{DD}]^{-1}[Z_{DA}] \quad (3.14)$$

$$[Z^R] = [K_{AA} - \omega^2 M_{AA}] - [K_{AD} - \omega^2 M_{AD}][K_{DD} - \omega^2 M_{DD}]^{-1}[K_{DA} - \omega^2 M_{DA}] \quad (3.15)$$

Os efeitos da variação dos parâmetros de atualização no modelo reduzido, equação (3.15), são menos evidentes do que na matriz completa, equação (3.13). Para frequência mais altas é provável ocorrer descontinuidade no comportamento do modelo reduzido devido a submatriz  $[Z_{DD}]^{-1}$ . A primeira singularidade da matriz reduzida ocorre na autofrequência,  $\omega_D$ , da submatriz  $[Z_{DD}]$ . A submatriz  $[Z_{DD}]$  é construída a partir da matriz de rigidez dinâmica, assumindo-se que todos os graus de liberdade ativos do modelo são fixos.

$$\left| [K_{DD}] - \omega^2 [M_{DD}] \right| = 0 \quad (3.16)$$

Abaixo da frequência  $\omega_D$ , a matriz de rigidez dinâmica apresenta um comportamento similar ao da matriz de rigidez dinâmica completa de forma que, variações dos parâmetros de atualização nesta faixa de frequência não causarão mudanças drásticas no comportamento do modelo reduzido. Consequentemente, a expansão de Taylor continua válida para o modelo reduzido. A natureza da matriz reduzida e fortemente associada como os graus de liberdade eliminados e a sua validade deve ser checada para aplicações práticas. Larsson e Sas (1992) e Lammens (1995) apresentam uma discussão detalhada da validade do processo de linearização da matriz de rigidez dinâmica reduzida.

Na equação (3.12), a avaliação numérica da sensibilidade do modelo reduzido é baseada na sensibilidade da matriz completa e no processo de redução dinâmica. A diferenciação da identidade,  $[I] = [H][Z]$ , com relação os parâmetros de atualização leva as seguintes expressões:

$$\frac{\partial[Z]}{\partial p} = -[Z] \frac{\partial[H]}{\partial p} [Z], \quad \text{e} \quad \frac{\partial[H]}{\partial p} = -[H] \frac{\partial[Z]}{\partial p} [H] \quad (3.17)$$

ou em termos das matrizes reduzidas,

$$\frac{\partial[Z^R]}{\partial p} = -[Z^R] \frac{\partial[H^R]}{\partial p} [Z^R]. \quad (3.18)$$

A matriz de rigidez dinâmica reduzida, como provado por Lammens (1995), pode ser definida em termos da condensação da matriz de receptância

$$[Z^R] = [H_{AA}]^{-1} \quad (3.19)$$

$$[H^R] = [H_{AA}] \quad (3.20)$$

Derivando-se ambos os lados da expressão (3.20), tem-se a seguinte relação,

$$\frac{\partial[H^R]}{\partial p} = \frac{\partial[H_{AA}]}{\partial p} \quad (3.21)$$

Substituindo a equação (3.21) na equação (3.18) defini-se a sensibilidade da matriz de rigidez dinâmica reduzida.

$$\frac{\partial[Z^R]}{\partial p} = -[Z^R] \frac{\partial[H_{AA}]}{\partial p} [Z^R] \quad (3.22)$$

onde:  $\frac{\partial[H_{AA}]}{\partial p} = \text{part} \left( \frac{\partial[Z]}{\partial p} \right)$

$$\frac{\partial[H]}{\partial p} = -[H] \frac{\partial[Z]}{\partial p} [H]$$

$$\frac{\partial[Z]}{\partial p} \equiv \frac{[Z(p^0 + \Delta p)] - [Z(p^0)]}{\Delta p}$$

$$[Z^R] = [Z_{AA}] - [Z_{AD}][Z_{DD}]^{-1}[Z_{DA}]$$

part( ) - submatriz contendo os componentes relacionados aos graus de liberdade ativos.

Alternativamente, a sensibilidade da matriz reduzida com respeito aos parâmetros de atualização pode ser avaliada para uma frequência  $\omega_k$ , através de uma pequena perturbação do parâmetro desejado,

$$\frac{\partial [Z_k^R]}{\partial p} \cong \frac{[Z_k^R(p^0 + \Delta p)] - [Z_k^R(p^0)]}{\Delta p} \quad (3.23)$$

A matriz de sensibilidade (3.23) é avaliada para cada frequência de interesse selecionada, as quais são referidas como **frequências de atualização** neste texto. A expressão do resíduo (3.12) é avaliada para cada ponto de frequência selecionado levando-se em conta as limitações impostas pelo processo de redução. As receptâncias experimentais para o ponto de frequência  $\omega_k$ , permitem definir um conjunto de  $n$  equações em relação aos parâmetros de atualização  $\Delta p$ 's. Neste caso, para um número de parâmetro de atualização menor do que o número de receptâncias medidas apenas a seleção de um ponto de frequência é suficiente para a solução do problema. No entanto em situações práticas, a definição de sistema de equações superdeterminado pode minimizar os efeitos de ruído de medição presente nas receptâncias, melhorando assim a estabilidade da solução do conjunto de equações de atualização. Isto torna aconselhável o uso de um número maior de pontos de frequência. O número total de equações para um conjunto de  $n_k$  frequências de atualização é  $n_k$  vezes o número de receptâncias medidas. Para um conjunto de frequência de atualização  $\omega_i$  ( $i=1, 2, \dots, k, \dots, n_k$ ), a equação (3.12), em uma forma compacta, é dada por,

$$\{\tilde{\mathcal{E}}\} = [S] \{\Delta p\} - \{\Delta H\}. \quad (3.24)$$

onde:  $[S]$  - matriz formada pelos coeficientes de sensibilidade;  
 $\{\Delta H\}$  - vetor formado pela diferença entre as receptâncias analítica e experimental;  
 $\{\Delta p\}$  - variações dos parâmetros de atualização.

A solução aproximada do problema é obtida aplicando a técnica dos mínimos quadrados para o cálculo dos parâmetros de atualização. Os parâmetros calculados redefinem uma matriz de rigidez dinâmica  $[Z]$  mais próxima do modelo real. Se a discrepância entre os modelos não é suficientemente pequena, o procedimento é repetido iterativamente.

### 3.3 CORREÇÃO DE PARÂMETROS

As estratégias usadas na montagem das equações de atualização e cálculo da correção dos parâmetros são apresentadas nesta seção. O conjunto de equações de atualização, como previamente discutido, é obtido utilizando a aproximação de mínimos quadrados para a solução da equação de resíduo (3.12). Para uma frequência de atualização  $\omega_k$  a minimização da equação de resíduos leva a um conjunto de  $n$  equações de atualização nos parâmetros desejados. Em termos da matriz de rigidez dinâmica e matriz de receptância tem-se:

$$\sum_{i=1}^{np} \left( [H_k^{AR}]^0 \frac{\partial [Z_k^{AR}\{p\}]}{\partial p_i} \{H_k^X\}_j \Delta p_i \right) = \{\Delta H_k\}_j \quad (3.25)$$

$$\begin{bmatrix} \{S_k\}_1 & \dots & \{S_k\}_{np} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta p_1 \\ \vdots \\ \Delta p_{np} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta h_{k,1} \\ \vdots \\ \Delta h_{k,n} \end{Bmatrix}_j \quad (3.26)$$

onde:

$$\{S_k\}_i = [H_k^{AR}] \frac{\partial [Z_k^{AR}\{p\}]}{\partial p_i} \{H_k^X\}$$

$$\Delta p_i = p_i - p_i^0$$

$$\{\Delta H_k\}_j = \{H_k\}_j^0 - \{H_k^E\}_j$$

Em uma forma mais compacta,

$$[S_k]\{\Delta p\} = \{\Delta H_k\}_j \quad (3.27)$$

A equação (3.27) é válida para a frequência de atualização  $\omega_k$ . Para um conjunto de pontos de frequência, o que ocorre geralmente em aplicações práticas, a equação é avaliada para cada ponto de frequência selecionado. Isto define um conjunto simultâneo de equações de atualização em todos os pontos de frequência selecionados. O conjunto de frequências de ajuste deve ser selecionado de forma à prover uma matriz de receptância de referência contendo, de uma forma balanceada, todas as informações relevantes contidas na matriz de

receptância medida na faixa de frequência de análise. No entanto, a seleção de um conjunto ótimo de frequência de ajuste não obedece um critério sistemático de seleção como será discutido no próximo capítulo. O conjunto de equações de atualização para todos os pontos de frequência selecionados é montado a partir das equações definidas na expressão (3.28) para cada ponto de frequência específico.

$$\begin{bmatrix} S \end{bmatrix} \{\Delta p\} = \begin{Bmatrix} \Delta H \end{Bmatrix}_j \quad (3.28)$$

onde:

$$[S]^T = \begin{bmatrix} [S_1] & [S_2] & \dots & [S_k] & \dots & [S_{n_k}] \end{bmatrix}$$

$$\{\Delta H\}_j^T = \left\{ \{\Delta H_1\}_j, \{\Delta H_2\}_j, \dots, \{\Delta H_k\}_j, \dots, \{\Delta H_{n_k}\}_j \right\}$$

$n_k$  - número de frequências de atualização.

A expressão (3.28) representa um sistema superdeterminado de  $n_s$  equações, onde o número de linhas de  $[S]$  é  $n_k$  vezes a ordem  $n$  do modelo, i.e.,  $n_s = (n \times n_k)$  e o número colunas é igual ao número de parâmetros de atualização  $n_p$ . Problemas numéricos são esperados na solução deste sistema uma vez que a matriz  $[S]$  pode ser rank deficiente tornando o produto  $[S]^T[S]$  singular. O uso do teorema da decomposição de valores singulares (SVD) no cálculo da solução do sistema ajuda filtrar essas singularidades, inclusive quantificar a noção de rank deficiente da matriz. O apêndice A.II discute alguns aspectos do uso de SVD para a solução dos mínimos quadrados, para aqueles interessados em um discussão mais detalhada ver Loan (1983). A sensibilidade da solução do problema de mínimos quadrados é examinada pelo condicionamento da matriz  $[S]$ . Para a norma 2-norm o número de condição de  $[S]$  é definido por,

$$\kappa(S) = \frac{\sigma_1(S)}{\sigma_r(S)} \quad (3.29)$$

onde:  $\sigma_1([S])$ ,  $\sigma_r([S])$  - maior e menor valor singular de  $[S]$ ;  
 $r$  - rank de  $[S]$ .

Valores elevados de  $\kappa([S])$  significam um mal condicionamento da  $[S]$ . O condicionamento da matriz esta relacionado com a seleção das freqüências de ajuste, e o teste do condicionamento da matriz de referência visa a definição de um conjunto ótimo de pontos de freqüência de ajuste.

A montagem do sistema de equações (3.28) pode introduzir grande discrepância entre as contribuições de algumas freqüências de atualização e de alguns graus de liberdade, levando a um sistema de equações desbalanceado. A normalização das linhas de  $[S]$  em relação a unidade, e redução do número de equações por meio da decomposição dos valores singulares da matriz de sensibilidade como proposto por Lammens (1995), leva a um sistema de equações melhor balanceado.

$$[S] = [U][\sigma][V]^T \quad (3.30)$$

onde:  $[U]$  matriz dos vetores a esquerda, dimensão  $(n_s \times n_s)$ ;  
 $[V]$  matriz dos vetores a direita, dimensão  $(n_p \times n_p)$   
 $[\sigma]$  matriz diagonal de valores singulares, dimensão  $(n_p \times n_p)$

Substituindo a equação (3.29) na (3.27), e pré-multiplicando pela matriz transposta,  $[U]^T$ , obtém-se um sistema reduzido de equações contendo as principais informações do sistema original.

$$[U]^T [U][\sigma][V]^T \{\Delta p\} = [U]^T \{\Delta H\}_j \quad (3.31)$$

$$[\sigma][V]^T \{\Delta p\} = [U]^T \{\Delta H\}_j \quad (3.32)$$

$$[S_\sigma] \{\Delta p\} = \{\Delta H_\sigma\}_j \quad (3.33)$$

onde:  $[S_\sigma]$  - matriz de dimensão  $(n_p \times n_p)$   
 $\{\Delta H_\sigma\}$  - vector de dimensão  $n_p$

Equações adicionais, definidas a partir de outros tipos de resíduos, (ver seção 2.4), ou mesmo a partir da equação (3.28) para um outro grau de liberdade de excitação diferente podem ser utilizadas para a definição do sistema global de equações de ajuste. Este novo conjunto de equações busca encontrar uma composição de resíduos ótima que enfatize a maioria dos aspectos dinâmicos da estrutura já que não existe um tipo ideal de resíduo que envolva todos os diferentes aspectos do modelo. Um outro aspecto importante para melhorar a estabilidade do processo de solução é a imposição de restrições no cálculo da variação dos parâmetros de atualização. Isto no sistema iterativo, leva ao uso de pequenos incrementos para o cálculo da correção dos parâmetros.

### **3.4 - METODOLOGIA PARA DETECÇÃO DE FALHA**

Falhas estruturais nas máquinas e equipamentos ocorrem devido a vários fatores (ou a combinação entre eles) tais como excesso de carga, desgaste, corrosão, fadiga, condições de operação precárias, perda de componentes etc. Em geral, falha estrutural, leva a uma variação das propriedades espaciais do modelo, redução de rigidez, redução de massa (menos esperado) e um aumento do amortecimento do sistema. A variação dessas propriedades provocam mudanças no comportamento dinâmico do modelo e conseqüentemente, essas mudanças podem ser usadas para avaliar o estado de falha da estrutura. Neste caso, as principais variáveis dinâmicas levadas em conta na avaliação do modelo são funções de resposta em frequência, frequências de ressonância, modos próprios e amortecimento.

As ferramentas não destrutivas de avaliação (NDE), baseada em medidas de vibração, usam as variações dos níveis de vibração para avaliar as condições de falha das máquinas e equipamentos. A análise de assinatura por exemplo, compara o nível de vibração do sistema, usualmente função de resposta, com um nível padrão de vibração definido inicialmente para o sistema intacto (sem nenhum dano), buscando identificar as possíveis mudanças ocorridas durante o funcionamento do sistema. Entretanto, o sucesso desta técnica depende da existência de um catálogo de assinaturas referente à cada tipo de falha e as informações obtidas, na maioria dos casos, permitem apenas uma avaliação qualitativa do estado de falha do sistema, enquanto a avaliação da extensão do falha permanece difícil. Neste contexto, torna-se evidente a necessidade de propostas mais abrangentes e capazes de levar à uma avaliação da extensão dos danos do sistema. Com base no fato de que as mudanças dinâmicas do sistema podem ser

associadas aos danos estruturais, propõe-se o desenvolvimento de uma metodologia não destrutiva para a localização e caracterização de falhas estruturais utilizando essas mudanças. Neste caso, a metodologia utiliza uma rotina de ajuste de modelos baseada em FRF(s) medidas para corrigir a diferença entre os modelos e posteriormente localizar e avaliar a falha do modelo.

A rotina de atualização usa os **parâmetros modais** para **correlacionar os modelos**, e **corrige o modelo analítico** com base nas **funções de resposta em frequência** medidas. Inicialmente, o modelo de elementos finitos é ajustado em relação ao dados experimentais, buscando definir um modelo analítico realístico e confiável. A partir deste modelo uma metodologia similar ao ajuste de modelo é utilizada para avaliar o estado de deterioração da estrutura comparando e correlacionando os modelos analítico e experimental. A metodologia fornece a localização da região danificada do modelo e uma estimativa da extensão dos danos através da comparação dos parâmetros modais da estrutura intacta (dados de referência) com os parâmetros da estrutura danificada. Os dados de referência são definidos a partir do modelo inicialmente ajustado e são comparados com os dados atuais medidos periodicamente durante a vida de operação do sistema. Se a correlação entre os modelos é boa, o sistema continua intacto (sem falha), caso contrario ocorreu uma avaria do sistema. No caso de uma avaria, os dados originais são ajustados na direção dos dados monitorados (sistema com falha) e um modelo adaptado é criado. A comparação entre o modelo original da estrutura intacta com o modelo adaptado da estrutural atual (com falha) leva aos parâmetros danificados, os quais podem ser utilizados para a detecção e predição de falha do sistema.

A figura 3.2 dá um visão geral da metodologia proposta e de que forma o processo de atualização leva à localização de danos estruturais do modelo. A metodologia combina, de uma forma iterativa, os resultados da rotina de atualização como os dados provenientes de um possível processo de monitoramento do funcionamento do sistema buscando encontrar discrepância entre os modelos, e a partir das mesmas localizar a possível região danificada da estrutura (Pereira, 1993).

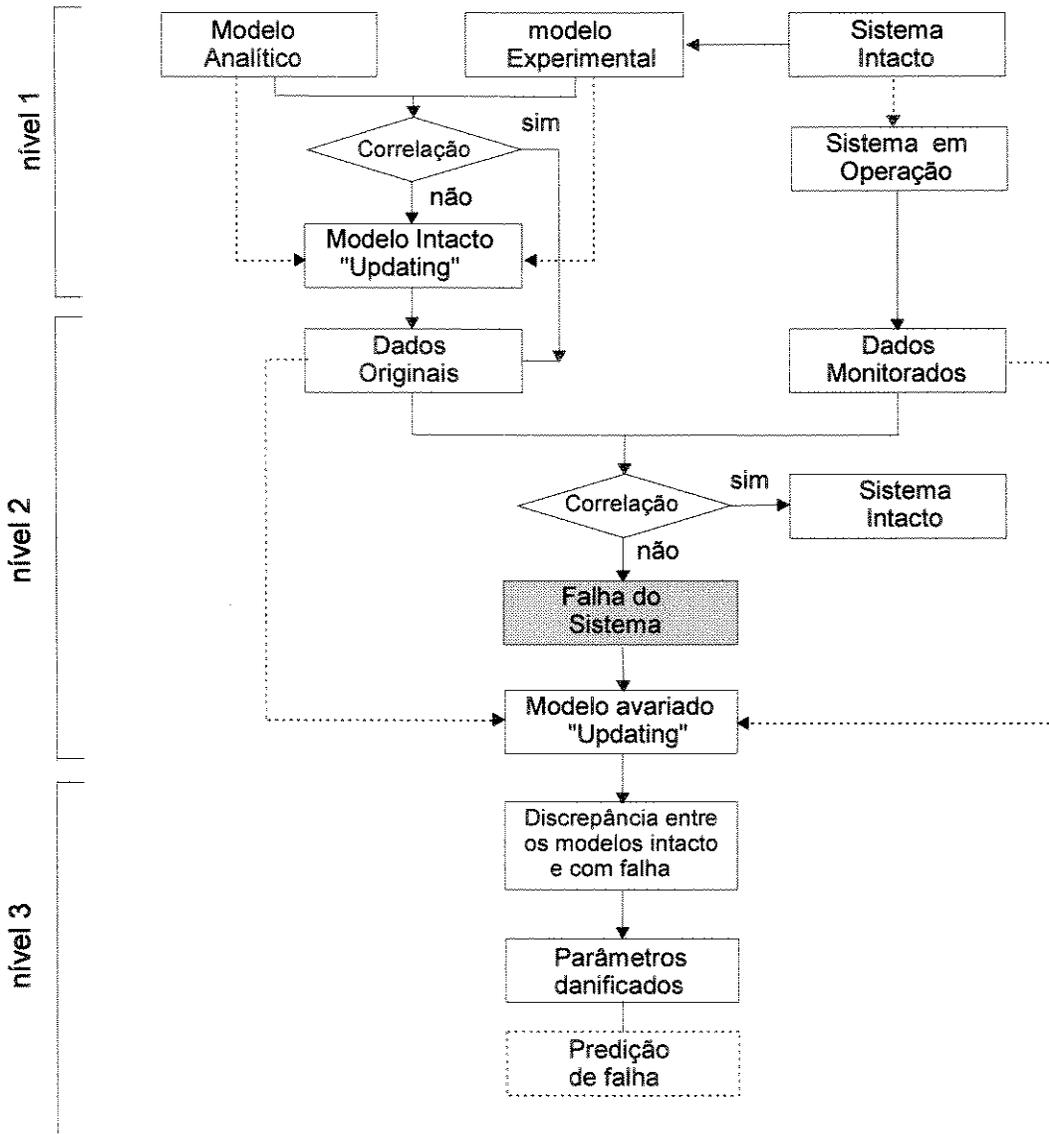


Figure 3.2: Diagrama de blocos da Metodologia Proposta.

### 3.4.1 - Níveis da Metodologia Proposta

A metodologia envolve basicamente três níveis de análise. Inicialmente, ela compara os dados modais obtidos na modelagem analítica com os dados experimentais buscando avaliar a correlação entre o modelo analítico e o modelo experimental. Se a correlação entre os modelos não é satisfatória (maioria dos casos), o modelo analítico inicial é atualizado em relação aos dados experimentais buscando definir um modelo mais realístico. Neste caso, o modelo ajustado fornecerá os dados originais que serão usados como referência para a avaliação da deterioração da estrutura. O segundo nível, compara os dados originais do modelo analítico

sem falha com os dados medidos no sistema. Se a correlação é satisfatória a estrutura permanece intacta (sem danos), caso contrário ela contém componentes ou regiões avariadas e deve ser melhor investigada. Para o caso de danos, o terceiro nível da NDE é executado para ajustar o modelo original inicialmente correlacionado com relação ao dados medidos no sistema danificado, e conseqüentemente redefinir um novo modelo analítico melhor correlacionado com o modelo experimental danificado. A comparação entre o modelo analítico original do sistema intacto com o modelo analítico ajustado em relação ao sistema com falha leva aos parâmetros danificados da estrutura.

### 3.4.2 - Algoritmo de Detecção de Falha

Dois algoritmos similares, baseados nas mudanças dos parâmetros de atualização e MAC-valores, são propostos. Ambos assumem que uma **falha estrutural** leva à uma **redução dos valores das propriedades físicas e ou geométricas** (área seccional, momento de inércia, massa etc.) na **região danificada**. Na primeira aproximação, chamada análise elemento por elemento, o algoritmo compara, de uma forma iterativa, os parâmetros ajustados de cada elemento com os parâmetros do modelo original. Aqueles elementos que apresentam um redução dos valores dos parâmetros atualizados são elementos provavelmente comprometidos. Conseqüentemente, os elementos caracterizados por uma redução acentuada do valor dos parâmetros de atualização são classificados como os prováveis elementos danificados. Aqueles elementos cujos os parâmetros aumentam durante o processo de atualização são tratados como elementos não danificados. Se o processo de atualização não é satisfatório, i.e., grandes diferenças entre as freqüências de ressonância e baixos valores dos MAC-valores os elementos não danificados (elementos cujos os parâmetros de atualização aumentaram) são removidos do conjunto de parâmetros de atualização inicial e o processo é repetido para o novo conjunto de parâmetros. Neste caso, o processo atualiza apenas os parâmetros dos prováveis elementos danificados buscando obter uma correspondência satisfatória dos modelos ou seja, diferença relativa entre as freqüências suficientemente pequenas e MAC-valores suficientemente próximos da unidade. No caso onde a correlação dos modelos continua insatisfatória mesmo após o processo iterativo de atualização do modelo, significa que a metodologia não consegue localizar satisfatoriamente a região danificada da estrutura.

Na segunda aproximação, a estrutura é subdividida em grupos de elementos ou macro-regiões, e os grupos de elementos são atualizados independentemente. Neste caso, os parâmetros ajustados das macro regiões são comparados com os parâmetros originais buscando identificar as possíveis macro regiões danificadas. Definido as possíveis macro regiões, à análise elemento por elemento é aplicada visando identificar o componente danificado naquela região. O diagrama da figure 3.3 mostra uma visão geral dos algoritmos propostas.

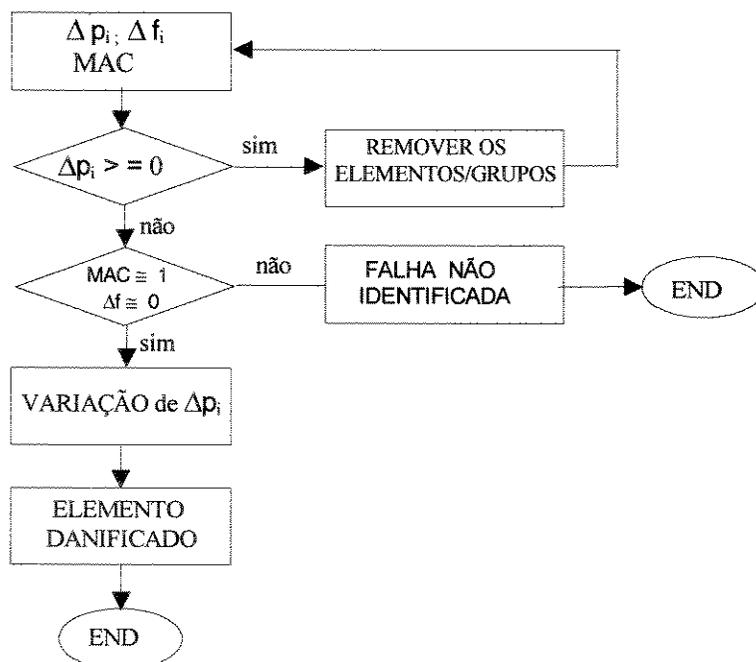


Figure 3.3: Diagrama de blocos da proposta de localização de falha.

### 3.5 - CONCLUSÃO

Esse capítulo apresentou a técnica de ajuste utilizada no trabalho e metodologia de localização de falha proposta. A metodologia prova a localização da área danificada do modelo e uma estimativa do tamanho do dano através do ajuste do modelo analítico em relação ao modelo experimental com falha e posteriormente comparando os parâmetros do modelo ajustado com os dados do modelo intacto da estrutura.

O método de ajuste é um processo iterativo, baseado na sensibilidade da matriz dinâmica de rigidez em relação aos parâmetros físicos/geométricos da estrutura. Isso confere uma potencialidade bastante importante ao método, pois a matriz de rigidez dinâmica é

linearizada em relação aos próprios parâmetros físicos e/ou geométricos do modelo. Neste caso, as variáveis ajustáveis são os próprios parâmetros dos elementos ao invés das matrizes de rigidez e massa dos mesmos. Portanto, o sucesso do ajuste conduz a uma clara interpretação física da diferença entre o modelo original e o modelo ajustado conferindo ao método uma característica fundamental para a proposta de localização de falhas.

A rotina de localização de falha investiga a integridade dos componentes do sistema utilizando um conceito similar ao processo de ajuste de modelo. Ela assume que a falha provoca um redução dos parâmetros estruturais na área danificada, e ajusta o modelo analítico original em relação os dados da estrutura com falha para posteriormente identificar a discrepância entre o modelo intacto e o modelo danificado.

Dois algoritmos baseados na variação dos parâmetros ajustados e correlação dos modelos foram apresentados. O primeiro investiga os efeitos de uma falha ao nível do elemento e o outro ao nível de uma macro região. Na análise elemento por elemento, o algoritmo compara iterativamente os parâmetros ajustados de cada elemento com os dados originais e re-seleciona os prováveis elementos danificados. No segundo caso, a estrutura é subdividida em conjuntos de elementos ou macro regiões e a comparação dos parâmetros se dá ao nível das macro regiões. Identificada a macro região danificada, a análise elemento por elemento é aplicada naquela macro-região buscando localizar os componentes danificados.

Detalhes da aplicação da metodologia, e os procedimentos utilizados na localização da falha são discutidos no próximo capítulo. Adicionalmente, são apresentados os resultados de alguns testes simulados.

## *Capítulo 4 -*

### **ASPECTOS COMPUTACIONAIS E SIMULAÇÃO NUMÉRICA**

#### **4.1 INTRODUÇÃO**

Os capítulos anteriores discutiram os principais aspectos envolvidos no processo de ajuste de modelos, suas principais características e propôs uma metodologia para detecção de falhas estruturais baseada no conceito de ajuste de modelos. Este capítulo apresenta detalhes da implementação da metodologia e uma discussão complementar de alguns aspectos do processo de ajuste. Adicionalmente, é apresentada uma discussão do funcionamento da metodologia a partir de exemplos simulados. Neste caso os exemplos fornecem todas as condições para uma avaliação sistemática da capacidade da metodologia localizar e caracterizar os danos do modelo.

A simulação de exemplos numéricos é o caminho natural para se iniciar uma avaliação sistemática do desempenho da metodologia visto que, as mais variadas situações de falhas podem ser criadas facilmente. Isto leva a NDE metodologia defrontar com os vários aspectos e dificuldades envolvidos na localização de falhas. A razão principal da utilização inicial de exemplos numéricos é a facilidade que os mesmos oferecem para a simulação de diferentes condições de perturbação, e principalmente, devido ao fato que, neste caso, existirá uma base de comparação exata para a confrontação dos resultados da metodologia. Esta base de comparação permite uma investigação sistemática da capacidade da rotina localizar falhas e avaliar a extensão das mesmas pois as condições da perturbação são bem conhecidas. Portanto, a comparação dos resultados permite avaliar se a metodologia consegue identificar a perturbação imposta no modelo ou não.

O manuseio, comparação e processamento dos dados da modelagem analítica bem com os dados do teste experimental são realizados em um ambiente MATLAB (1992). O modelo analítico, por de elementos finitos, é derivado utilizando a versão educacional do ANSYS

Package (1992) enquanto o modelo experimental é obtido a partir da análise modal experimental (EMA). Os dados obtidos na modelagem analítica e experimental são utilizados como informações de entrada no processo de atualização. Os principais dados oriundos do modelo experimental são as FRF(s) e a malha de medição e por conseguinte, os parâmetros modais (frequências naturais, modos e razões de amortecimentos). As FRF(s) são usadas como referência para o ajuste do modelo analítico e os parâmetros modais juntamente com a malha de pontos medidos são usados para verificar a correlação entre os modelos. Os dados de entrada procedentes do modelo de elementos finitos são as frequências de ressonância, modos próprios, matrizes de rigidez e massa e a conectividade correspondente. Os parâmetros de atualização do modelo são definidos a partir dos dados de entrada da rotina de elementos finitos, através da seleção das variáveis cuja atualização é desejada. Essas variáveis, como anteriormente discutido, podem ser quaisquer propriedades físicas ou geométricas do modelo de elementos finitos. Os dados de saída da rotina de ajuste são as mudanças dos parâmetros de atualização calculadas durante o processo de atualização, e as informações da correlação do novo modelo atualizado.

Inicialmente, este capítulo apresenta uma discussão a respeito de alguns aspectos numéricos do procedimento de atualização e como ele procede a identificação dos parâmetros danificados. Seguindo, vários aspectos da metodologia proposta são investigados usando testes simulados. Um a vez que os dados medidos geralmente são incompletos, várias situações envolvendo modelos reduzidos e diferentes condições de danos são investigadas. Finalmente, é investigado a possibilidade de avaliação de um dano estrutural envolvendo mais de um componente danificado.

## **4.2 ASPECTOS COMPUTACIONAL DA ROTINA**

A rotina de localização de falhas originou a partir da rotina de atualização de modelo PROMU (Program for Model Updating) desenvolvida por Lammens (1995). Originalmente o programa foi desenvolvido e implementado para o ambiente computacional de estações de trabalho (Lammens, 1993) e posteriormente, o mesmo foi adaptado para micro computadores 486 PC compatível (Pereira, 1995). A versão para PC utiliza também a versão educacional do ANSYS Package (1992) para criar o modelo de analítico de elementos finitos da estrutura.

Entretanto, a performance neste caso não é satisfatória uma vez que o processo é iterativo e o tempo gasto para criar o modelo atualizado de elementos finitos em cada iteração é bastante elevado. Isso acontece porque os micro computadores, apesar de apresentar processamento amplamente satisfatório demandam ainda, um tempo relativamente longo para carregar o programa ANSYS em termos de um processo iterativo. Uma performance bastante satisfatória tem sido obtida utilizando um código de elementos finitos desenvolvido por Pereira (1992). Neste caso, algumas adaptações foram necessárias tanto no PRUMO como no programa de elementos finitos. Algumas características adicionais relacionadas com o cálculo da sensibilidade dos parâmetros foram desenvolvidas e implementadas no programa. As matrizes de massa e rigidez usadas no cálculo da sensibilidade dos parâmetros são alternativamente calculadas sem uso iterativo da rotina de elementos finitos como é feito no caso do programa ANSYS.

Neste caso, as matrizes dos elementos, da estrutura e as informações de conexão dos elementos são previamente armazenadas para posterior cálculo da sensibilidade dos parâmetros do modelo. As matrizes usadas no cálculo da sensibilidade dos parâmetros são derivadas por simples operações de “soma” e “subtração” das matrizes dos elementos em relação as da estrutura. A “soma” ou “subtração” das matrizes dos elementos é realizada de acordo com a teoria de elementos finitos. A sensibilidade da matriz de rigidez dinâmica em relação a cada parâmetro de atualização é calculada numericamente para cada iteração através de uma pequena perturbação no parâmetro. Os efeitos desta perturbação no modelo são avaliados a partir das matrizes previamente armazenadas sem a necessidade de uma nova avaliação do modelo de elementos finitos como é caso anterior, utilizando o programa ANSYS. As informações do modelo de elementos finitos armazenadas previamente fornecem as condições necessárias e suficientes para a avaliação das novas matrizes de cada elemento diretamente relacionado com o parâmetro perturbado. Calculado os efeitos da perturbação no elemento, as matrizes associadas aos mesmos são corretamente introduzidas nas matrizes da estrutura utilizando as informações de conectividade dos elementos. A expressão para o cálculo da sensibilidade na equação (3.23) pode ser rescrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial[Z]}{\partial p_k} \cong \frac{[Z(p_k + \Delta p_k)] - [Z(p_k)]}{\Delta p_k} = \frac{[\Delta Z]}{\Delta p_k} \quad (4.1)$$

ou em termos de rigidez e massa,

$$\frac{[\Delta Z]}{\Delta p_k} = \frac{[\Delta K] - \omega^2 [\Delta M]}{\Delta p_k} \quad (4.2)$$

onde:

$$[\Delta K] = [K(p_k + \Delta p_k)] - [K(p_k)]$$

$$[\Delta M] = [M(p_k + \Delta p_k)] - [M(p_k)]$$

As variações das matrizes de rigidez e de massa devido a perturbação no parâmetro  $p$  são estimadas pelas expressões (4.3) e (4.4) respectivamente.

$$[K(p_k + \Delta p_k)]|_l = \sum_{i=1}^{nel} [K_i]^e - [K_j(p_k)]|_l + [K_j(p_k + \Delta p_k)]|_l \quad (4.3)$$

$$[M(p_k + \Delta p_k)]|_l = \sum_{i=1}^{nel} [M_i]^e - [M_j(p_k)]|_l + [M_j(p_k + \Delta p_k)]|_l \quad (4.4)$$

onde;

- $j$  -  $j^{\text{th}}$  elemento
- $l$  -  $l^{\text{th}}$  iteração
- $k$  -  $k^{\text{th}}$  parâmetro
- nel número de elementos

Os principais aspectos numéricos do RADSER tem sido discutidos por Lammens (1995). Essa seção discute alguns aspectos envolvidos com a eficiência do programa bem como aspectos relacionados à metodologia de localização de falhas tais como seleção dos parâmetros de atualização, seleção das macro regiões e a reavaliação automática dos parâmetros de atualização feita pela subrotina RESELECT à cada iteração.

A subrotina RESELECT foi desenvolvida e implementada buscando melhorar a performance da rotina de atualização para o propósito de localização de falhas. O algoritmo proposto compara automaticamente os parâmetros atualizados com os parâmetros originais e redefine para cada iteração, um novo conjunto de parâmetros de atualização contendo apenas aqueles parâmetros que apresentaram um redução do valor da variável de projeto. O uso da rotina RESELECT na fase de ajuste melhora a capacidade da metodologia localizar os danos estruturais do modelo. Isto ocorre porque os parâmetros de atualização são reavaliados a cada iteração e apenas os prováveis parâmetros danificados são atualizados na próxima iteração, o que ajuda evitar modificações de possíveis áreas ou parâmetros livres de erros.

Um outro aspecto a ser enfatizado na metodologia é a seleção dos pontos de frequência que são designados como frequências de atualização. Essas frequências definem quais valores das funções de receptâncias serão considerados uma vez que apenas um alguns valores de cada receptância serão usados no ajuste do modelo. Cada frequência de atualização selecionada leva a um vetor coluna contendo o valor de todas receptâncias medidas naquela frequência. O conjunto de frequências de atualização define a matriz “atual” de receptância  $[\bar{H}^x]$ , de ordem  $n \times n_k$ , cuja as colunas contêm os valores de todas funções medidas para cada respectivo ponto de frequência selecionado.

$$[\bar{H}^x]_j = \left[ \dots \left\{ H_k^x \right\}_j \dots \right] \quad (4.5)$$

A seleção do conjunto de frequências de atualização é um passo importante no ajuste do modelo pois as FRF(s) são, geralmente, definidas para milhares de pontos de frequência, e não é razoável se levar em conta todos esses pontos disponíveis. Mais ainda, muitos desses pontos contêm informações redundantes ou informações contaminadas e irreais do sistema. Consequentemente, o sucesso da metodologia é fortemente relacionado com a seleção de um ótimo conjunto de frequências de atualização. Entretanto, assim como no ajuste de modelos, a seleção das frequências de atualização para a proposta de localização de falha não compreende ainda um critério sistemático de seleção e, na maioria das vezes, ela é fortemente caso dependente. Isso leva à uma seleção de pontos de frequência baseada no conhecimento do

usuário bem como em informações qualitativas das FRF(s). Uma regra “do dedão” sugere que as frequências devem ser definidas naquelas regiões onde existe uma representação realística do sistema, ou seja regiões suspeitas de contaminação por ruído ou informações duvidosas devem ser evitada, bem como as regiões de anti-ressonância e regiões muito próximas dos picos de ressonância. A seleção do conjunto de frequências de atualização é também importante para a definição de um razoável sistema de equações de atualização. Ela define, baseado nas informações contidas nas receptâncias, o número mínimo de frequências de atualização necessária para se definir um sistema de equações de atualização balanceado. A matriz atual de receptância para conter um número de informações equivalente a matriz completa de FRF(s) deve possuir *rank* maior ou pelo menos igual ao número de modos contido na faixa de frequência de interesse. Essa condição define o número mínimo de frequência de atualização a ser usado.

$$n_{nk} \geq n_{nm}; \quad (4.6)$$

onde:  $n_{nk}$  - número de frequência de atualização;  
 $n_{nm}$  - número de modos na faixa de frequência de interesse.

O conjunto de equações de atualização deve ser matematicamente superdeterminado, i.e., mais equações do que parâmetros de atualização. Isto pode ajudar reduzir, no processo de solução do problema, os efeitos de ruído presentes nos dados medidos. Portanto, o número de frequências de atualizações deve atender os requisitos da equação (4.6) e (4.7).

$$n_s \geq n_{np} \quad (4.7)$$

onde:  $n_{np}$  - número de parâmetros de atualização  
 $n_s$  - número de equações de atualização ( $n \times n_{nk}$ );

A influência da redução dinâmica utilizada para estabelecer a compatibilidade entre os modelos também pode perturbar as condições de estabilidade do sistema de equações como discutido anteriormente. Isto implica selecionar frequências de atualização abaixo da frequência  $w_d$  (seção 3.2.3) onde a matriz de rigidez dinâmica não apresenta variações bruscas de comportamento, minimizando desta forma a influencia da seleção de frequência na estabilidade do sistema. Entretanto, alguns cuidados devem ser tomados em relação a posição relativa da frequência de atualização entre um pico de ressonância experimental e um analítico, pois esta escolha pode provocar uma estabilidade numérica na solução do problema. A figura 4.1 mostra o que pode ocorrer com processo de ajuste dependendo da frequência escolhida. O exemplo focaliza apenas um pico de frequência entretanto, o problema pode ocorrer em qualquer outro pico de ressonância.

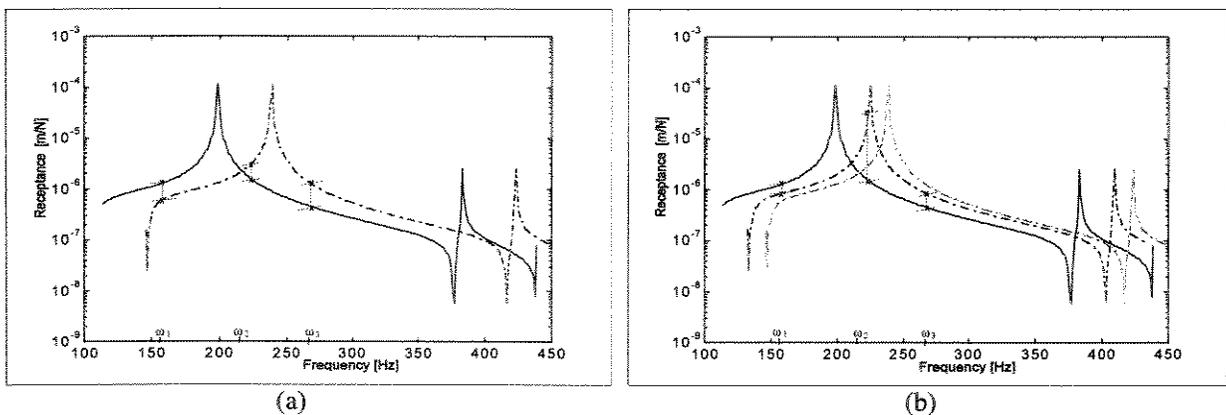


Figura 4.1: Diferença entre as funções de receptância “experimental” (linha cheia) e analítica (linha pontilhada) para três diferentes frequências de ajuste

Na figura acima, a linha cheia representa a receptância medida (correta) e linha tracejada representa a correspondente receptância analítica, a qual será corrigida. O modelo analítico é iterativamente atualizado, e se o mesmo é ajustado com êxito, os modelos tornam equivalentes, i.e., a frequência de ressonância analítica desloca na direção da experimental à cada iteração. Apesar da rotina minimizar a diferença de rigidez dinâmica, dependendo da posição da frequência de atualização utilizada, pode ocorrer naquela frequência um aumento muito grande da diferença entre as receptâncias e isso pode ocasionar problemas numéricos na solução da equação (3.12). Por exemplo, a figura (4.1.a-b) mostra este efeito para o uso de três frequências de atualização distintas. A diferença entre a função de receptância experimental e

analítica nas frequências de atualização ( $\omega_1$ ,  $\omega_2$  e  $\omega_3$ ) inicialmente é razoável, figura (4.1.a). Após algumas iterações, o modelo analítico é melhorado e a frequência de ressonância analítica desloca na direção da experimental, reduzindo a diferença entre elas. A diferença entre as receptâncias nas frequências  $\omega_1$  e  $\omega_3$  também diminuem entretanto, a diferença entre as receptâncias na frequência de atualização  $\omega_2$  torna-se excessivamente grande. Conseqüentemente, a seleção de frequência de atualização entre dois picos de frequência correspondentes respectivamente ao modelo experimental e ao modelo analítico devem ser definidos cuidadosamente para evitar problemas de numéricos na solução do problema.

### 4.3 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

A simulação de exemplos numéricos permite criar uma variedade de diferentes situações, as quais levam a metodologia proposta à defrontar com os vários aspectos envolvidos na localização de falhas de um sistema. O razão principal da utilização inicial de exemplos numéricos esta associada à facilidade que os mesmos oferecem para a simulação de diferentes condições de perturbação e principalmente devido ao fato que, neste caso, existirá uma base de comparação exata para a confrontar os resultados da metodologia. Isto permite uma investigação sistemática da capacidade da rotina localizar a falha e avaliar a extensão da mesma pois as condições de perturbação são bem conhecidas. A comparação dos resultados permite avaliar se a metodologia consegue identificar a perturbação imposta no modelo ou não.

Os vários aspectos envolvidos na metodologia apresentada, tais como influencia da seleção de frequências de atualização, número de frequências de atualização, número de coordenadas medidas foram extensivamente investigados utilizando-se exemplos numéricos simulados. A maioria destes resultados acrescidos de uma discussão a respeito do uso de um número reduzido de pontos de medidas para a localização de diferentes condições de danos são apresentados pelo autor em (Pereira, 1994). Neste trabalho serão mostrados apenas três diferentes exemplos de localização de danos estruturais utilizando duas estruturas espaciais treliçadas e um estrutura espacial tipo pórtico. A fase inicial da metodologia que procede o ajuste do modelo inicial de elementos finitos com relação aos dados experimentais do sistema intacto, não se justifica neste caso. Claramente, para exemplos simulados, a correlação inicial dos modelos antes da perturbação é ideal, pois os modelos neste caso são inicialmente

correlacionados conseqüentemente, a avaliação das eventuais falhas começa a partir da comparação do modelo analítico de referência com o modelo experimental danificado.

O modelo “experimental” para os exemplos simulados é definido a partir da introdução de uma perturbação (falha estrutural) no modelo de elementos finitos, e o modelo analítico é o próprio modelo de elementos finitos sem defeito (estrutura intacta). Deve-se ainda enfatizar que a expressão “dados experimentais” ou “dados medidos” utilizadas nesta seção é uma abstração uma vez que nenhum teste experimental foi realizado. Os dados experimentais foram derivados a partir do modelo de elementos finitos. Visando definir uma condição a mais próximas possível da uma condição real de teste, o modelo experimental é definido a partir de um número reduzido de graus de liberdade. As receptâncias medidas são calculadas em uma faixa de freqüência limitada, e são contaminadas com ruído gaussiano. O sinal de ruído é gerado por um distribuição normal com média zero e variância unitária.

#### 4.3.1 Estrutura Espacial de Vigas

Estruturas treliçadas incluindo membros redundante são utilizadas em várias áreas de engenharia tais como aeronáutica, aeroespacial, civil e outras. Esse tipo de estrutura apresenta a vantagem de que a falha de um membro isoladamente não representa necessariamente a falha de toda a estrutura. Entretanto, se esta falha individual não é prontamente avaliada, ela pode levar ao colapso de toda a estrutura devido a sobrecarga e subseqüente falha de novos membros. O primeiro exemplo reportado nesta seção defronta com uma estrutura espacial hipotética constituída de elementos de barras, com alguns membros redundantes.

A estrutura é um modelo espacial constituído de elementos de viga perfeitamente conectados uns aos outros, figura 4.2. Os membros são tubos de alumínio com seção de área transversal  $A= 6.5973E-5 \text{ [m}^2\text{]}$ , modulo de elasticidade  $E=7.0E10 \text{ [N/m}^2\text{]}$ , e densidade de massa  $\rho =2700 \text{ [Kg/m}^3\text{]}$ . O modelo analítico da estrutura, criado por elementos finitos, possui 39 nós, 63 elementos de viga ( 6 GL(s) por nó) e 15 elementos de massa concentrada distribuídos em cada conexão física dos membros. Os elementos de massa concentrada representam os efeitos da massa localizada nas conexões dos membros. A estrutura é analisada para a condição de movimento livre-livre.

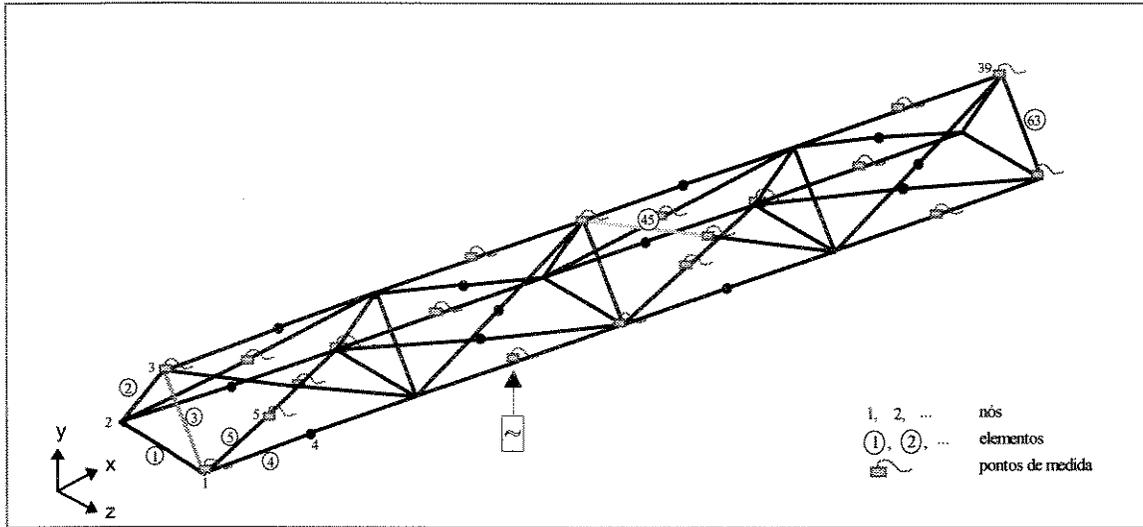


Figura 4.2: Estrutura Espacial.

O modelo experimental é criado a partir do modelo analítico de elementos finitos introduzindo-se uma perturbação no modelo inicial. A perturbação introduzida no modelo consiste na redução das propriedades geométricas de alguns elementos o que provoca uma alteração das propriedades modais e conseqüentemente, uma discrepância entre os dados do modelo experimental e do modelo analítico. A tabela 4.1 mostra para as freqüências de ressonância e modos próprios os efeitos produzidos por uma perturbação de -70% nas propriedade de inércia de um elemento pouco sensetivo e um elemento altamente sensetivo à um falha estrutural. No primeiro caso, as primeiras freqüências de ressonância apresentam um diferença relativa máxima de 1.5% e o modos permanecem ainda correlacionados, i.e., Mac-valores acima de 0.98 exceto para o sétimo e oitavo modos. Entretanto, esse dois modos ainda apresentam um correlação aceitável, Mac-valores acima 0.90. Para o segundo caso, a diferença relativa entre as freqüências de ressonância atinge um máximo de 9.41% e apenas os três primeiros modos apresentam um boa correlação. O quarto modo apresenta baixo Mac-valor indicando uma correlação muito pobre e os outros modos estão totalmente não correlacionados, i.e., Mac-valores menores do que 0.50. O nono modo apresenta um pequena correlação com o sétimo modo danificado.

Tabela 4.1: Sensibilidade da estrutura

Modos numero	Estrutura sem falha freq [Hz]	Falha de um elemento de baixa sensibilidade. elem. - 3			Falha de um elemento de alta sensibilidade. elem. - 45		
		freq [Hz]	$\Delta f$ [%]	MAC	freq. [Hz]	$\Delta f$ [%]	MAC
1	36.49	36.49	-0.01	1.00	36.46	-0.07	.999
2	52.00	51.96	-0.07	.999	51.87	-0.25	.989
3	58.00	57.96	-0.07	.999	57.75	-0.43	.959
4	67.10	67.04	-0.09	.996	66.67	-0.64	.779
5	72.80	72.28	-0.70	.984	68.15	-6.82	-
6	74.78	74.28	-0.26	.992	70.85	-5.54	-
7	81.13	79.90	-1.51	.890	74.15	-9.41	.757 <sup>(9)</sup>
8	81.72	81.44	-0.35	.891	78.91	-3.56	-

(9) - correlação entre sétimo modo sem falha e o nono modo com falha

Os resultados acima mostram que uma igual perturbação em diferentes elementos pode provocar diferentes alterações nos parâmetros modais da estrutura que vão desde um pequeno desvio dos resultados até variações mais severas do comportamento dinâmico do modelo. Desta forma, uma perturbação combinando simultaneamente um elemento de baixa e um de alta sensibilidade deve produzir uma condição bastante severa para a avaliação da capacidade da metodologia NDE localizar e avaliar o dano dos elementos perturbados. A investigação de uma perturbação envolvendo um elemento de baixa e outro de alta sensibilidade é discutida a seguir.

Dois elementos distintos localizados numa barra diagonal e numa barra transversal são perturbados com uma redução 70% nas propriedades de inércia, conjugando assim os efeitos provocados simultaneamente por danos de um elemento de baixa e um de alta sensibilidade. O elemento na barra transversal é o elemento de número 3 e o elemento da barra diagonal é o elemento de número 45 do modelo de elementos finitos, figura 4.2. Os dados experimentais são obtidos assumido-se que apenas um número reduzido de pontos medidos e modos próprios são disponíveis no modelo experimental. As respostas são definidas para 20 pontos de medida, nas direções x, y e z o que representa aproximadamente 25% dos graus de liberdade do modelo analítico da estrutura. As FRF(s) são definidas numa faixa de frequência de 0 a 80 Hz e força de excitação é aplicada no ponto 13, na direção y. Visando definir um modelo mais próximo das condições de teste, o modelo experimental é assumido incompleto (limitado número de ng(s) e modos próprios) e as FRF(s) são contaminadas com uma razão de ruído 100. A quantidade de ruído adicionada nas FRF(s) provoca diferentes níveis de contaminação em cada FRF. A figura 4.3 ilustra os efeitos da contaminação para uma típica FRF, calculada no ponto

21 na direção x. O objetivo de mostrar uma FRF é dar ao leitor uma informação qualitativa dos “dados medidos” utilizados no exemplo portanto, a FRF apresentada na figura 4.3 mostra um nível intermediário de contaminação.

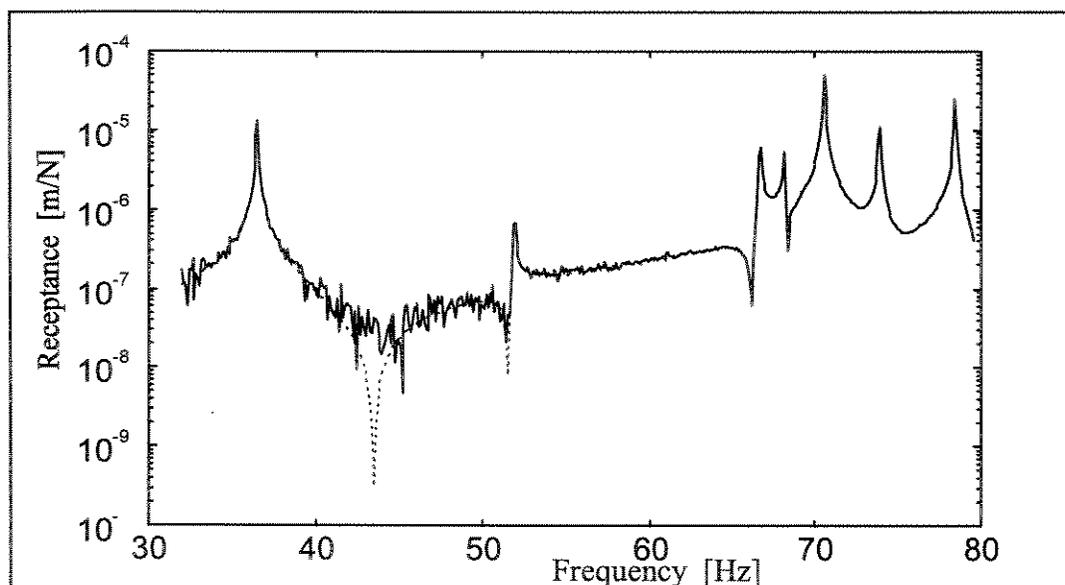


Figura 4.3: Típica função de receptância, linha cheia com ruído e linha pontilhada sem ruído.

A fase de correlação dos dados pressupõe um base de comparação compatível para os modelos, onde os  $ngl(s)$  analíticos e experimentais devem ser geometricamente e numericamente correspondentes. Como os modelos são derivados a partir do mesmo modelo original de elementos finitos, a compatibilidade geométrica (topologia) dos modelos é perfeita e a diferença entre o número de  $gl(s)$  analítico e experimental é corrigida através da redução dinâmica do modelo analítico (ver seção 2.3.1). Um vez definida a compatibilidade dos modelos, as respostas e parâmetros modais são comparados visando definir a correlação dos mesmos. A tabela 4.2 mostra a diferença relativa entre as frequências de ressonância do modelo analítico e do modelo experimental provocadas pela perturbação introduzida nos elementos. O grau de correlação dos respectivos pares de modos também são mostrados através dos seus respectivos Mac-valores. A figura 4.4 visualiza a superposição das receptâncias analítica e experimental calculadas no ponto 13, direção y.

Tabela 4.2: Correlação entre os modelos analítico e experimental

Estrutura sem falha		Falha nos elementos 3 e 45		Correlação	
modos	freq [Hz]	modos	freq. [Hz]	$\Delta f$ [%]	MAC
1	36.49	1	36.46	0.09	.999
2	52.00	2	51.84	0.32	.982
3	58.00	3	57.71	0.50	.938
4	67.10	4	66.65	0.68	.727
5	72.80	5	68.11	6.88	-
6	74.78	6	70.52	6.04	-
7	81.13	7	73.86	9.84	-
8	81.72	8	78.39	4.24	-

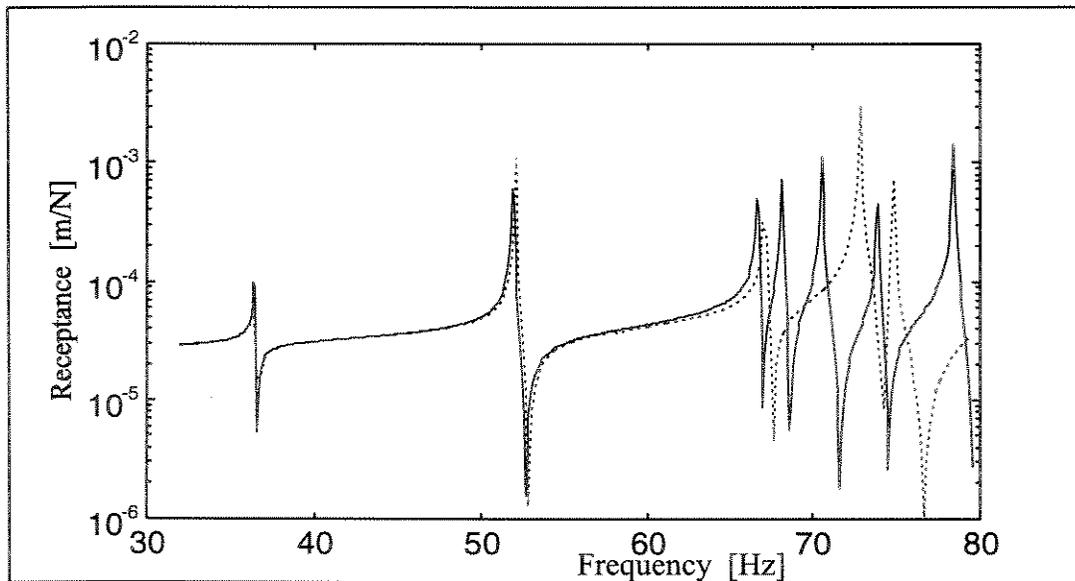


Figura 4.4: Funções de receptância experimental (linha cheia) e analítica (linha pontilhada) - definidas no ponto de excitação, direção - y.

Para os três primeiros modos as frequências de ressonância e os modos de vibrar são bastante próximos no entanto, isto não ocorre para os modos mais altos. Por exemplo, para os modos mais altos analisados (quarto ao oitavo) algumas frequências de ressonância diminuíram e os modos estão totalmente não correlacionados, indicando um degradação do modelo ou seja, um modelo danificado. Desde que uma falha estrutural pode ocorrer em qualquer parte da estrutura, a metodologia inicialmente assume que o(s) elemento(s) perturbado(s) podem ser qualquer elemento(s) do modelo e tenta ajustar o modelo descartando, à cada iteração do processo de atualização, os elementos provavelmente intactos mantendo os elementos provavelmente danificados.

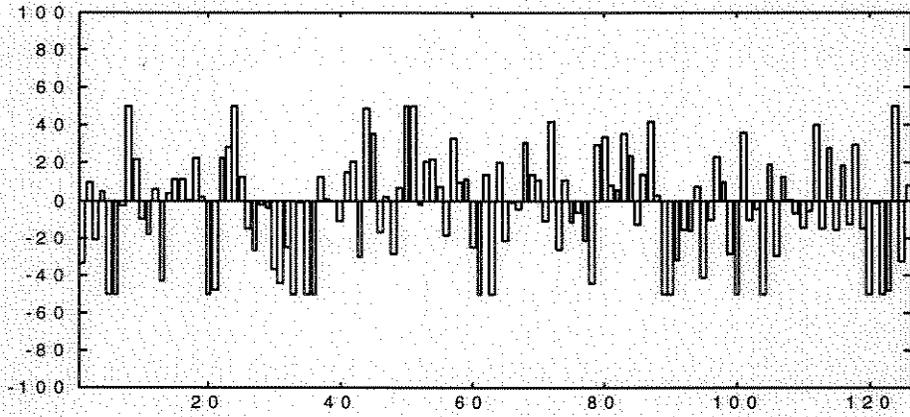
A tabela 4.3 mostra os resultados da correlação, i.e., diferença relativa entre as frequências de ressonância e Mac-valores. Após o ajuste do modelo intacto em relação ao modelo experimental com falha, a diferença relativa entre as frequências de ressonância diminuíram de um máximo relativo de 9.84% para um máximo relativo de 0.01%. Os modos próprios antes não correlacionados apresentaram Mac-valores acima de 0.999 indicando uma perfeita correlação dos modelos. No entanto, como tem sido enfatizado nos capítulos anteriores, para a localização e avaliação da discrepância entre os modelos é necessário que a metodologia forneça resultados fisicamente interpretáveis.

A figura 4.5 mostra a variação dos parâmetros ajustados, momento de inércia na direção z e direção x de cada elemento do modelo. O momento de inércia na direção x também é corrigido uma vez que o mesmo é definido pela combinação dos momentos calculados nas outras duas direções. Os membros perturbados, elemento 3 e elemento 45, são claramente localizados e a extensão da perturbação introduzida nos elementos é avaliada corretamente. A tabela 4.4 lista a evolução do número de parâmetros ajustados durante o processo de atualização, neste caso utilizou-se a rotina RESELECT. O número de parâmetros de atualização já é bastante reduzido após algumas iterações, o que reduz sensivelmente o tempo de computacional para ajuste do modelo.

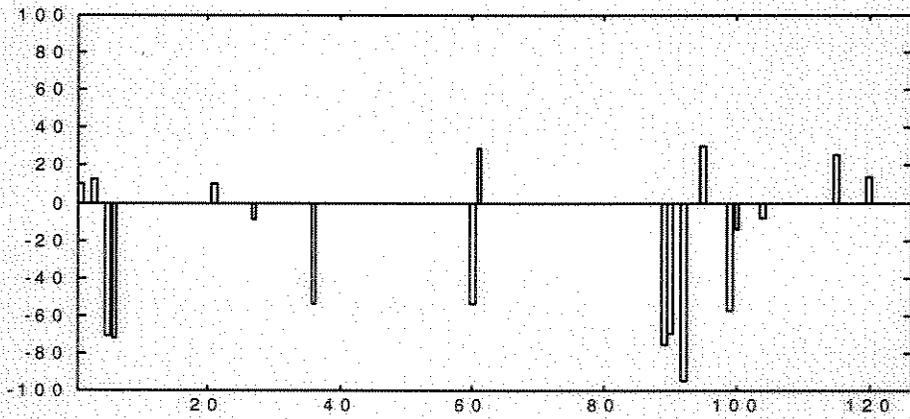
Tabela 4.3: Correlação entre os modelos analítico e experimental - antes e depois do ajuste.

Estrutura sem falhas		Estrutura com falhas (elementos 3 e 45)		Correlação inicial		Correlação final (iteração 13)	
modo	freq [Hz]	modo	freq.[Hz]	$\Delta f$ [%]	MAC	$\Delta f$ [%]	MAC
1	36.49	1	36.46	0.09	0.999	-0.00	1.00
2	52.00	2	51.84	0.32	0.982	0.00	1.00
3	58.00	3	57.71	0.50	0.938	0.00	1.00
4	67.10	4	66.65	0.68	0.727	-0.00	1.00
5	72.80	5	68.11	6.88	-	-0.00	1.00
6	74.78	6	70.52	6.04	-	0.01	1.00
7	81.13	7	73.86	9.84	-	0.00	1.00
8	81.72	8	78.39	4.24	-	0.01	.999

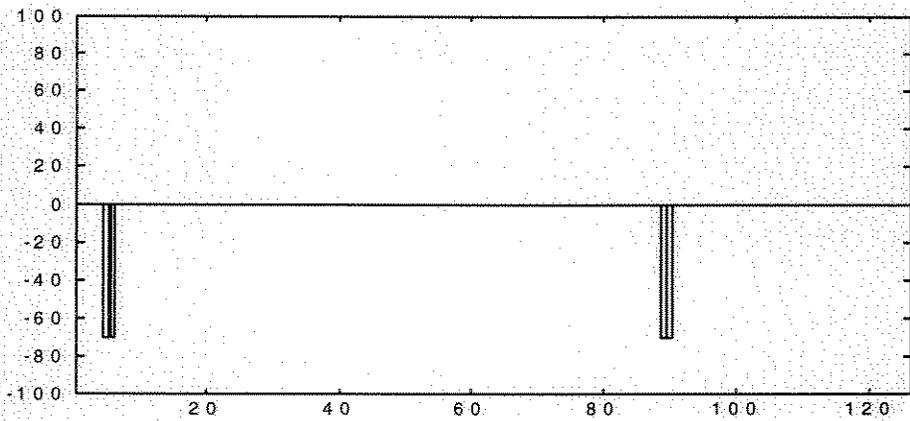
Para efeitos de comparação, a metodologia foi testada com a reavaliação automática do conjunto de parâmetros de atualização desativada, de forma que à cada iteração todos os parâmetros foram atualizados. A localização dos elementos perturbados, eventualmente, foi positiva todavia, o tempo computacional gasto mostrou-se excessivamente alto.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.5: Evolução da variação dos parâmetros - a.) primeira iteração - b.) sexta iteração - c.) décima-terceira iteração

Tabela: 4.4 Lista dos parâmetros corrigidos durante o processo de ajuste

Iteração	parâmetros corrigidos	Número de Params. elementos	
1.)	$I_{z1} I_{y1} - I_{z2} I_{y2} - \underline{I_{z3}} \underline{I_{y3}} - I_{z4} I_{y4} - I_{z5} I_{y5} - I_{z6} I_{y6} - I_{z7} I_{y7}$ $I_{z8} I_{y8} - I_{z9} I_{y9} - I_{z10} I_{y10} - I_{z11} I_{y11} - I_{z12} I_{y12} - I_{z13} I_{y13} - I_{z14}$ $I_{y14} - I_{z15} I_{y15} - I_{z16} I_{y16} - I_{z17} I_{y17} - I_{z18} I_{y18} - I_{z19} I_{y19} - I_{z20}$ $I_{y20} - I_{z21} I_{y21} - I_{z22} I_{y22} - I_{z23} I_{y23} - I_{z24} I_{y24} - I_{z25} I_{y25} - I_{z26}$ $I_{y26} - I_{z27} I_{y27} - I_{z28} I_{y28} - I_{z29} I_{y29} - I_{z30} I_{y30} - I_{z31} I_{y31} - I_{z32}$ $I_{y32} - I_{z33} I_{y33} - I_{z34} I_{y34} - I_{z35} I_{y35} - I_{z36} I_{y36} - I_{z37} I_{y37} - I_{z38}$ $I_{y38} - I_{z39} I_{y39} - I_{z40} I_{y40} - I_{z41} I_{y41} - I_{z42} I_{y42} - I_{z43} I_{y43} - I_{z44}$ $I_{y44} - \underline{I_{z45}} \underline{I_{y45}} - I_{z46} I_{y46} - I_{z47} I_{y47} - I_{z48} I_{y48} - I_{z49} I_{y49} - I_{z50}$ $I_{y50} - I_{z51} I_{y51} - I_{z52} I_{y52} - I_{z53} I_{y53} - I_{z54} I_{y54} - I_{z55} I_{y55} - I_{z56}$ $I_{y56} - I_{z57} I_{y57} - I_{z58} I_{y58} - I_{z59} I_{y59} - I_{z60} I_{y60} - I_{z61} I_{y61} - I_{z62}$ $I_{y62} - I_{z63} I_{y63}$	126	63
2.)	$I_{z1} - I_{z2} - \underline{I_{z3}} \underline{I_{y3}} - I_{z4} - I_{y5} - I_{z6} - I_{z7} - I_{z10} - I_{y11} - I_{z13} - I_{y14}$ $I_{z15} I_{y15} - I_{z16} I_{y16} - I_{z17} - I_{z18} I_{y18} - I_{z20} - I_{z22} - I_{z23} - I_{y23} -$ $I_{z24} - I_{z26} - I_{z28} - I_{z30} - I_{z31} - I_{z32} - I_{z33} - I_{z34} - I_{y36} - I_{z37} - I_{z38}$ $I_{y38} - I_{z39} I_{y39} - I_{y43} - \underline{I_{z45}} \underline{I_{y45}} - I_{z46} I_{y46} - I_{z47} - I_{z48} I_{y48} - I_{z50}$ $I_{y50} - I_{z51} - I_{z52} I_{y52} - I_{z53} - I_{z55} I_{y55} - I_{z56} - I_{z57} - I_{z58} - I_{z59} -$ $I_{z60} I_{y60} - I_{z61} - I_{y62} - I_{z63}$	61	48
3.)	$I_{z1} - I_{z2} - \underline{I_{z3}} \underline{I_{y3}} - I_{z4} - I_{z6} - I_{z7} - I_{z10} - I_{y11} - I_{y14} - I_{y15} - I_{z16}$ $I_{y16} - I_{z17} - I_{z18} I_{y18} - I_{z22} - I_{z24} - I_{z30} - I_{z31} - I_{z32} - I_{z33} - I_{z39}$ $I_{y39} - I_{y43} - \underline{I_{z45}} \underline{I_{y45}} - I_{z46} - I_{y48} - I_{z50} I_{y50} - I_{z52} - I_{z58} - I_{z60} I_{y60}$ $I_{z61} - I_{y62} - I_{z63}$	48	33
4.)	$I_{z1} - I_{z2} - \underline{I_{z3}} \underline{I_{y3}} - I_{z10} - I_{y11} - I_{y14} - I_{y18} - I_{z22} - I_{z24} - I_{z30} -$ $I_{z31} - \underline{I_{z45}} \underline{I_{y45}} - I_{z46} - I_{y48} - I_{z50} I_{y50} - I_{z52} - I_{z58} - I_{z60} - I_{z61}$	22	19
5.)	$I_{z1} - I_{z2} - \underline{I_{z3}} \underline{I_{y3}} - I_{y11} - I_{y14} - I_{y18} - I_{z30} - I_{z31} - \underline{I_{z45}} \underline{I_{y45}} -$ $I_{z46} - I_{y48} - I_{z50} I_{y50} - I_{z52} - I_{z58} - I_{z60} ;$	18	15
6.)	$\underline{I_{z3}} \underline{I_{y3}} - I_{y14} - I_{y18} - I_{z30} - \underline{I_{z45}} \underline{I_{y45}} - I_{z46} - I_{z50} I_{y50} - I_{z52}$	11	8
7.)	$\underline{I_{z3}} \underline{I_{y3}} - I_{y18} - I_{z30} - \underline{I_{z45}} \underline{I_{y45}} - I_{z46} - I_{z50}$	8	6
8.)	$\underline{I_{z3}} \underline{I_{y3}} - I_{z30} - \underline{I_{z45}} \underline{I_{y45}} - I_{z46} - I_{z50}$	7	5
9.)	$\underline{I_{z3}} \underline{I_{y3}} - \underline{I_{z45}} \underline{I_{y45}} - I_{z46} - I_{z50}$	6	4
10.)	$\underline{I_{z3}} \underline{I_{y3}} - \underline{I_{z45}} \underline{I_{y45}} - I_{z46} - I_{z50}$	6	4
11.)	$\underline{I_{z3}} \underline{I_{y3}} - \underline{I_{z45}} \underline{I_{y45}} - I_{z46}$	5	3
12.)	$\underline{I_{z3}} \underline{I_{y3}} - \underline{I_{z45}} \underline{I_{y45}} - I_{z46}$	5	3
13.)	$\underline{I_{z3}} \underline{I_{y3}} - \underline{I_{z45}} \underline{I_{y45}}$	4	2

\* **negrito** = parâmetro perturbado

### 4.3.2 - Estrutura com Modos Simétricos

Estruturas com modos próprios simétricos são muito comuns em aplicações reais neste caso, a caracterização do comportamento dinâmico da mesma apresenta algumas dificuldades adicionais. Conseqüentemente, os métodos de localização de falhas, baseados nas mudanças dos parâmetros dinâmicos do modelo, podem defrontar com obstáculos adicionais para localizar e avaliar as condições de falha dessas estruturas. O exemplo a seguir mostra o desempenho da metodologia NDE para a localização e caracterização de uma falha estrutural de uma estrutura espacial apresentando modos simétricos.

A estrutura é composta de 28 membros de material uniforme e propriedades geométricas iguais, figura 4.6. Os membros longitudinais e assim como os membros transversais são barras de aço de 1.0 [m] e 0.5 [m] de comprimento respectivamente. Os membros possuem uma seção de área transversal de 30x30x4 mm, módulo de elasticidade  $E = 2.1E11$  [N/m<sup>2</sup>] e densidade de massa  $\rho = 7850$  [Kg/m<sup>3</sup>]. O modelagem analítica da estrutura é feita por elementos finitos, o modelo contém 16 nós e 28 elementos de vigas (6 GL(s) por nó), totalizando 96 GL(s).

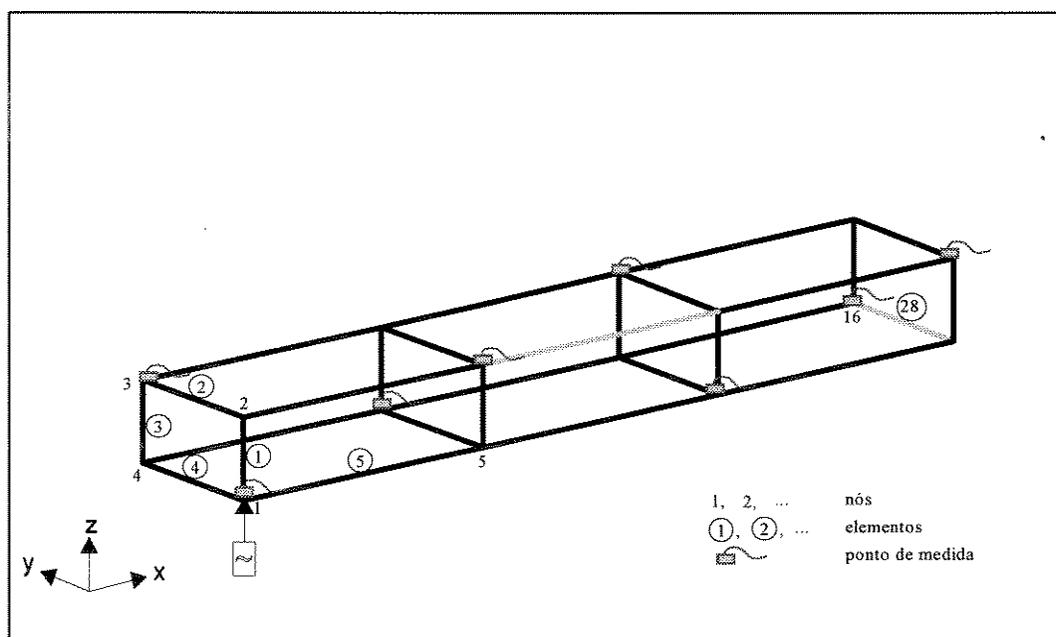


Figura 4.6: Pontos de medidas e elementos com a introdução de falhas

O problema de autovalores é calculado para a estrutura livre-livre. A figura 4.7 mostra os seis primeiros modos e respectivas freqüências de ressonância, onde as freqüências do segundo e do quarto modo são idênticas as do terceiro e quinto modo, respectivamente.

O modelo experimental é calculado introduzindo-se uma redução de 70% nas propriedade de inércia de um membro longitudinal e um membro transversal, elementos de número 14 e 28 do modelo de elementos finitos. As respostas são calculadas numa faixa de freqüência de 0 à 80 [Hz] para 8 pontos de medição, nas direções x, y, e z. A força de excitação é aplicada no ponto 1, direção z. As funções de receptâncias são contaminadas com uma razão de ruído de 500.

A perturbação introduzida no modelo provocou uma redução em algumas freqüências de ressonância e uma ligeira perda de correlação de alguns modos. A máxima diferença relativa entre as freqüências de ressonância foi 9.88% e os modos continuam apresentando uma correlação aceitável, i.e., Mac-valores acima de 0.90, exceto para o oitavo e nono modos o quais inverteram a ordem. A tabela 4.5 mostra o grau de correlação dos modelos antes e depois da atualização, enquanto a figura 4.8 visualiza a superposição das funções de receptâncias analítica, experimental e ajustada medidas no ponto 3, direção y. A receptância experimental é contaminada com ruído. O ajuste do modelo, assim como no caso anterior, é quase perfeito, a máxima diferença relativa das freqüências de ressonância reduziu de 9.88% para 0.04% e os Mac-valores estão muito próximos de 1. A figura 4.9 visualiza a variação dos parâmetros atualizados, momento de inércia na direção z e direção y para cada elemento do modelo enquanto a tabela 4.6 lista a evolução do número de parâmetros atualizados à cada iteração. Observa-se claramente que os elementos com falha foram corretamente localizados e extensão da perturbação no elemento 14 e no elemento 28 foi determinada respectivamente com 0.0% e 0.2% de erro.

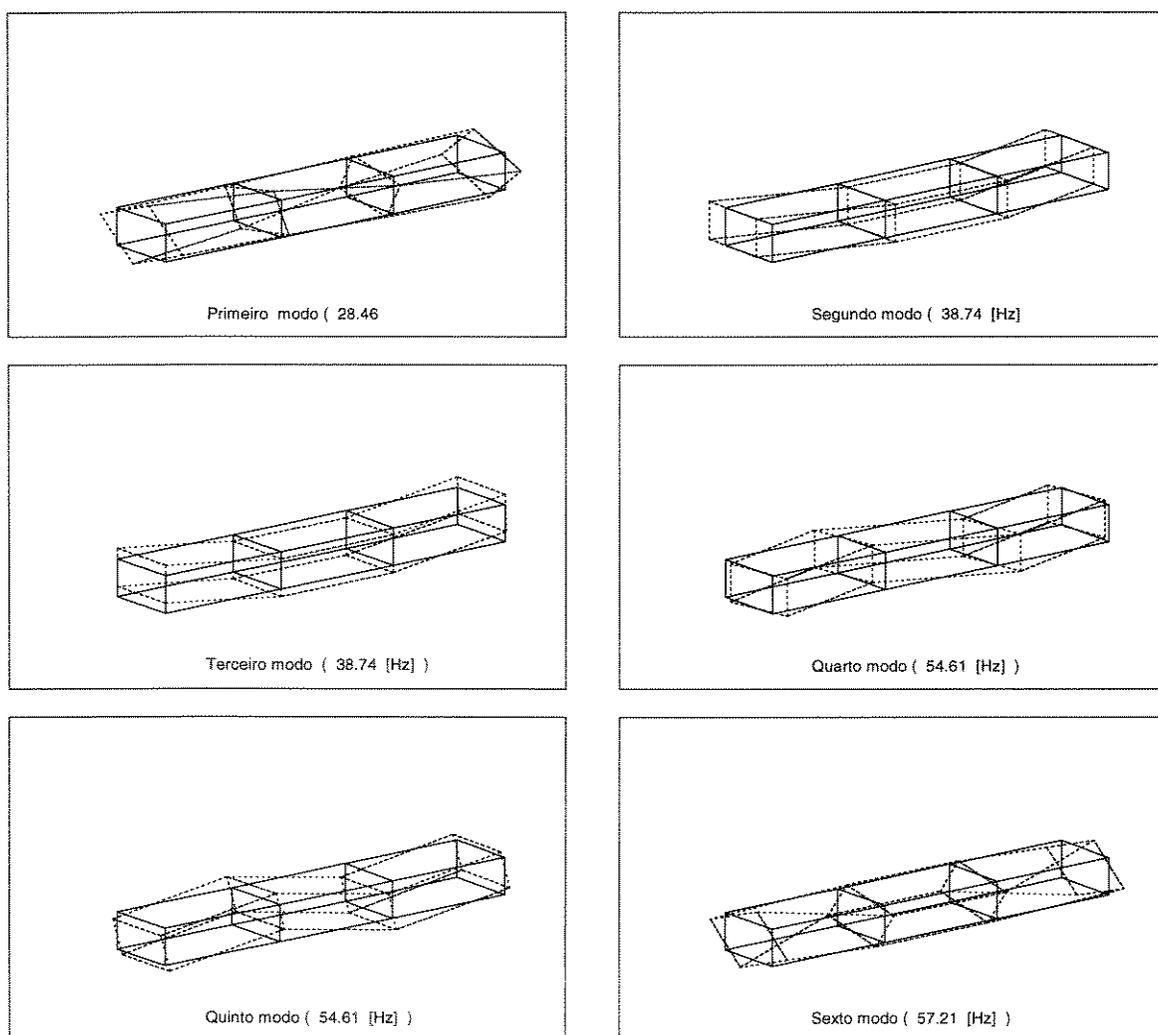


Figura 4.7: Modos próprios da estrutura.

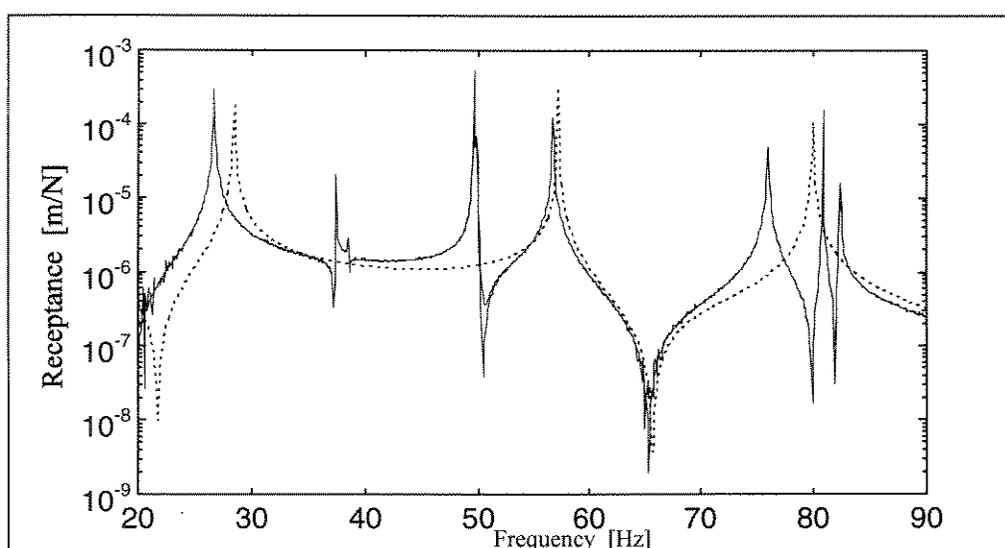


Figura 4.8: Funções de receptância experimental (linha cheia), analítica (linha tracejada) e ajustada (linha pontilhada) - ponto de medida 3, direção y.

Tabela 4.5: Correlação entre os modelos analítico e experimental - antes e depois do ajuste.

Estrutura sem falha		Estrutura com falha ( elemento 3 e 45)		Correlação inicial		Correlação final (iteração 6)	
modo	freq [Hz]	modo	freq.[Hz]	$\Delta f$ [%]	MAC	$\Delta f$ [%]	MAC
1	28.46	1	26.66	6.73	0.991	0.00	1.000
2	38.74	2	37.50	3.29	0.995	0.01	1.000
3	38.74	3	38.63	0.28	0.999	0.00	1.000
4	54,61	4	49.70	9.88	0.919	0.01	0.999
5	54,61	5	49.92	9.40	0.924	0.04	0.999
6	57.21	6	56.73	0.85	0.997	0.00	1.000
7	79.26	7	75.94	5.29	0.902	0.00	1.000
8	82.73	8	80.89	-	0.763(9)	0.00	1.000
9	82.73	9	82.42	-	0.840(8)	0.00	1.000

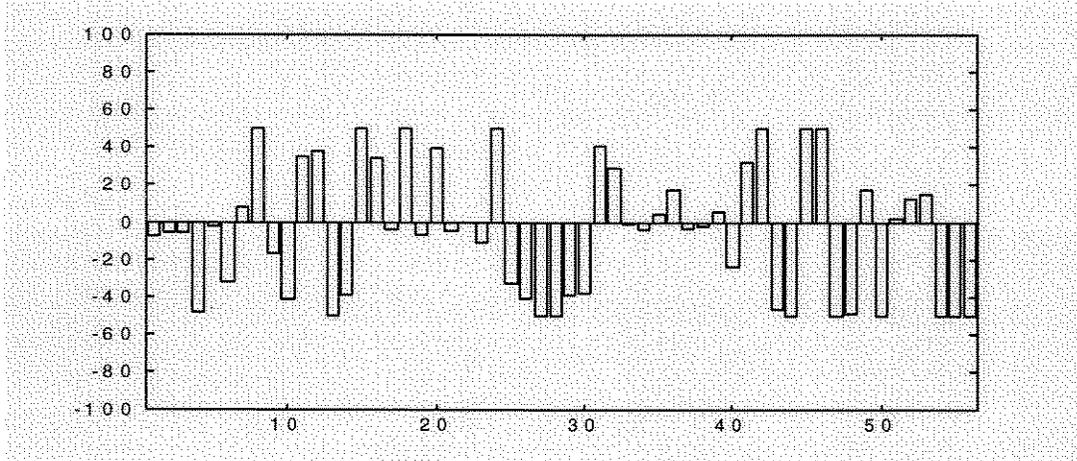
(9) - correlação entre o oitavo modo sem falha e nono modo com falha

(8) - correlação entre o nono modo sem falha e oitavo modo com falhas

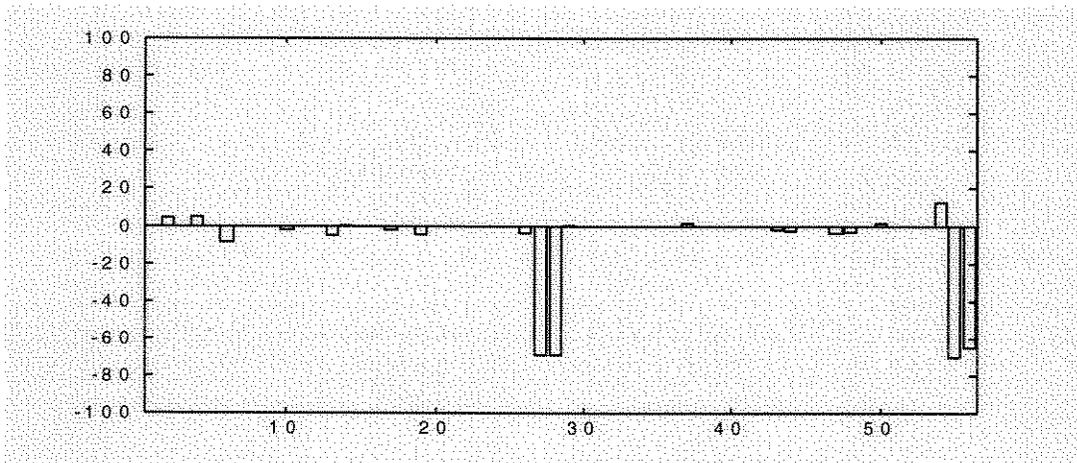
Tabela: 4.6 Lista dos parâmetros corrigidos durante o processo de ajuste

Iteração	parâmetros corrigidos	Número de Params. elementos	
1.)	$I_{z1} I_{y1} - I_{z2} I_{y2} - I_{z3} I_{y3} - I_{z4} I_{y4} - I_{z5} I_{y5} - I_{z6} I_{y6} - I_{z7} I_{y7}$ $I_{z8} I_{y8} - I_{z9} I_{y9} - I_{z10} I_{y10} - I_{z11} I_{y11} - I_{z12} I_{y12} - I_{z13} I_{y13} -$ <del><math>I_{z14} I_{y14} - I_{z15} I_{y15} - I_{z16} I_{y16} - I_{z17} I_{y17} - I_{z18} I_{y18} - I_{z19} I_{y19}</math></del> $I_{z20} I_{y20} - I_{z21} I_{y21} - I_{z22} I_{y22} - I_{z23} I_{y23} - I_{z24} I_{y24} - I_{z25} I_{y25}$ $I_{z26} I_{y26} - I_{z27} I_{y27} - I_{z28} I_{y28}$	56	28
2.)	$I_{z1} I_{y1} - I_{z2} I_{y2} - I_{z3} - I_{z5} I_{y5} - I_{z7} I_{y7} - I_{y9} - I_{y10} - I_{y11} - I_{y12}$ $I_{z13} I_{y13} - \del{I_{z14} I_{y14}} - I_{z15} I_{y15} - I_{z17} - I_{z19} I_{y19} - I_{z20} - I_{z22} I_{y22}$ $I_{z24} I_{y24} - I_{z25} - I_{z27} - \del{I_{z28} I_{y28}}$	31	20
3.)	$I_{y1} - I_{z2} - I_{z3} - I_{z5} - I_{z7} I_{y7} - I_{y9} - I_{y10} - I_{z13} I_{y13} - \del{I_{z14} I_{y14}}$ $I_{z15} I_{y15} - I_{z19} - I_{z22} I_{y22} - I_{z24} I_{y24} - I_{z25} - I_{z27} - \del{I_{z28} I_{y28}}$	23	16
4.)	$I_{z3} - I_{z5} - I_{y7} - I_{y10} - I_{z13} - \del{I_{z14} I_{y14}} - I_{z22} I_{y22} - I_{z24} I_{y24} -$ <del><math>I_{z28} I_{y28}</math></del>	13	9
5.)	$I_{y7} - \del{I_{z14} I_{y14}} - I_{z22} - \del{I_{z28} I_{y28}}$	6	3
6.)	<del><math>I_{z14} I_{y14} - I_{z28} I_{y28}</math></del>	4	2
7.)	<del><math>I_{z14} I_{y14} - I_{z28} I_{y28}</math></del>	4	2
8.)	<del><math>I_{z14} I_{y14} - I_{z28} I_{y28}</math></del>	4	2

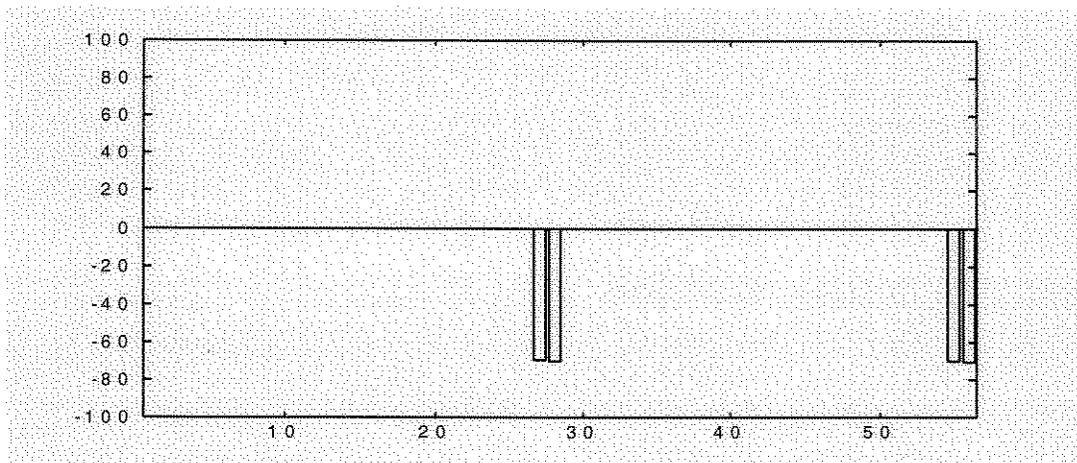
\* **negrito** = parâmetro perturbado



(a)



(b)



(c)

Figura 4.9: Evolução da variação dos parâmetros - a.) primeira iteração - b.) quarta iteração - c.) sétima iteração

Para efeitos de comparação, dois exemplos adicionais foram rodados um para as funções de receptâncias "contaminadas" e outro para as receptâncias livres de ruídos. Em ambos os exemplos, a rotina RESELEC foi desativada o que significa que a metodologia busca localizar a perturbação atualizando todos os parâmetros a cada iteração. As condições do problema foram as mesmas utilizadas no caso anterior (número de GL(s), número de frequências de atualização, número de frequências de ressonância, etc.). O primeiro exemplo usa funções de receptância livres de ruído e o segundo exemplo trabalha com funções "contaminadas".

No caso livre de ruído, apesar do excessivo tempo computacional gasto, os elementos perturbados foram positivamente localizados. A figura 4.10 visualiza a variação dos parâmetros atualizados, momentos de inércia na direção z e direção y para cada elemento do modelo enquanto, a tabela 4.7 mostra a correlação final dos modelos.

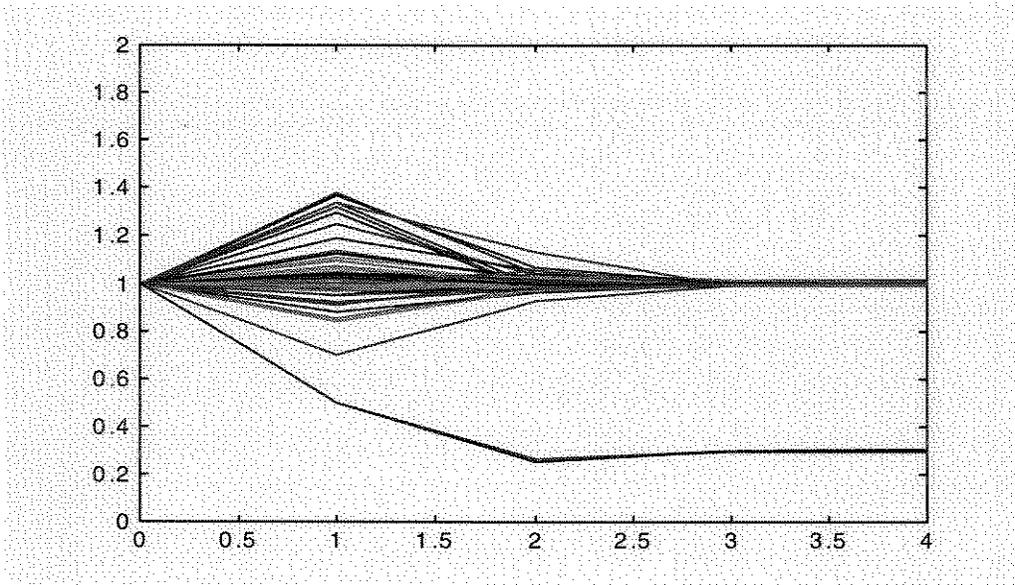
Tabela 4.7: Correlação entre os modelos experimental (livre de ruído) e analítico - RESELECT desativada.

Estrutura sem falhas		Estrutura com falhas ( elemento 3 e 45)		Correlação inicial		Correlação final (iteração 6)	
modo	freq [Hz]	modo	freq.[Hz]	$\Delta f$ [%]	MAC	$\Delta f$ [%]	MAC
1	28.46	1	26.66	6.73	0.991	0.00	1.000
2	38.74	2	37.50	3.29	0.995	0.00	1.000
3	38.74	3	38.63	0.28	0.999	0.00	1.000
4	54.61	4	49.70	9.88	0.919	0.00	0.950
5	54.61	5	49.92	9.40	0.924	0.00	0.941
6	57.21	6	56.73	0.85	0.997	0.00	1.000
7	79.26	7	75.94	5.29	0.902	0.00	1.000
8	82.73	8	80.89	-	0.763(9)	-0.01	0.999
9	82.73	9	82.42	-	0.840(8)	0.01	.0999

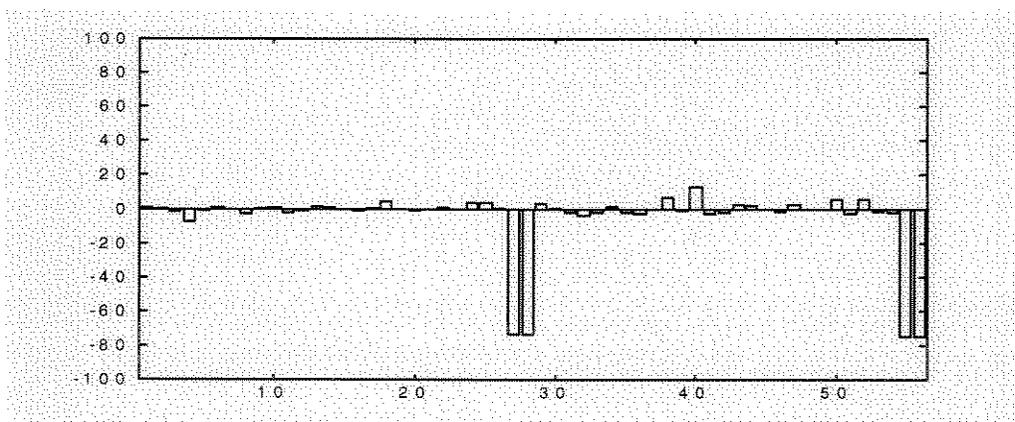
(9) - correlação entre o oitavo modo sem falha e nono modo com falha

(8) - correlação entre o nono modo sem falha e oitavo modo com falhas

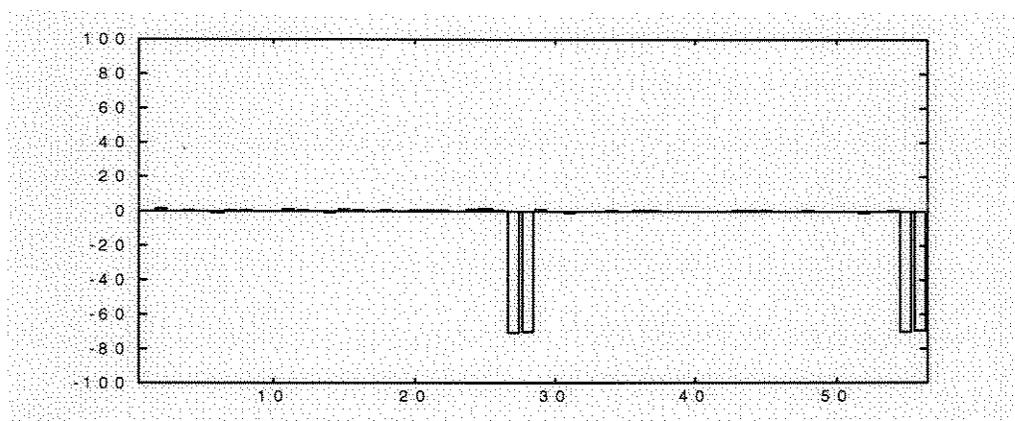
No segundo exemplo, utilizando funções de receptância contaminadas com ruídos, os elementos danificados não foram localizados, e após a sexta iteração a variação dos parâmetros atualizado continuaram instável e não existia mais nenhuma correlação entre os modelos. A figura 4.11 visualiza o ocorrido com variação dos parâmetros atualizados, momento de inércia na direção z e direção y de cada elemento do modelo.



(a)

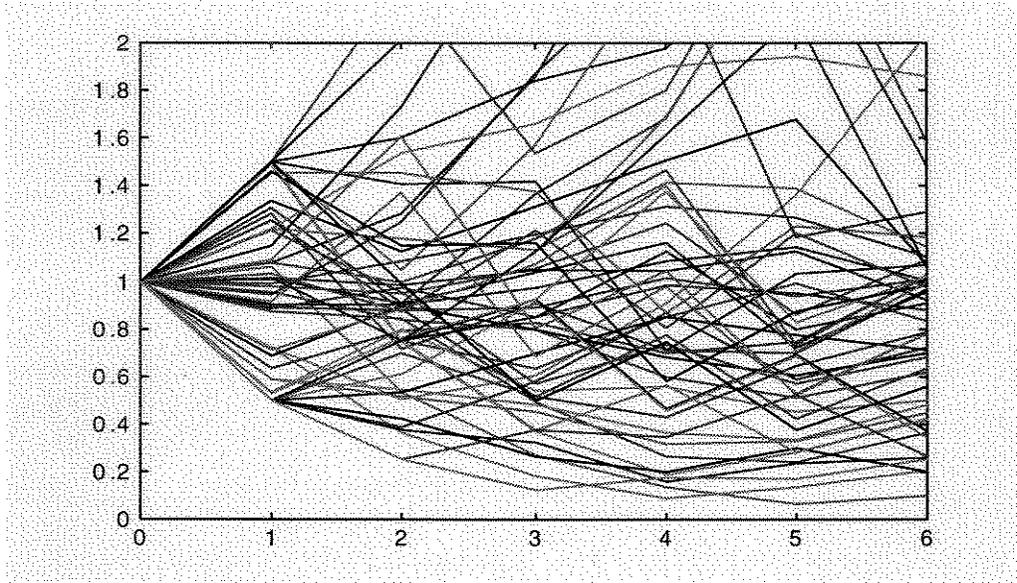


(b)

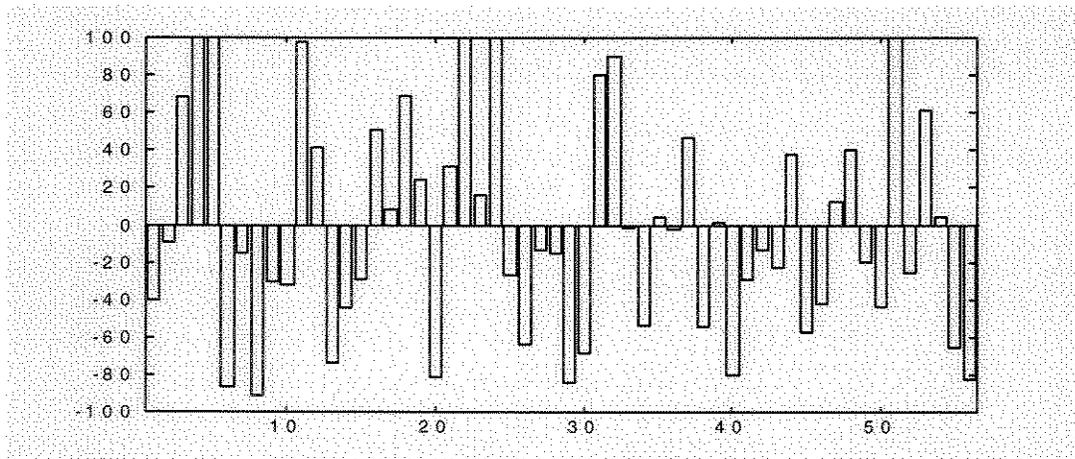


(c)

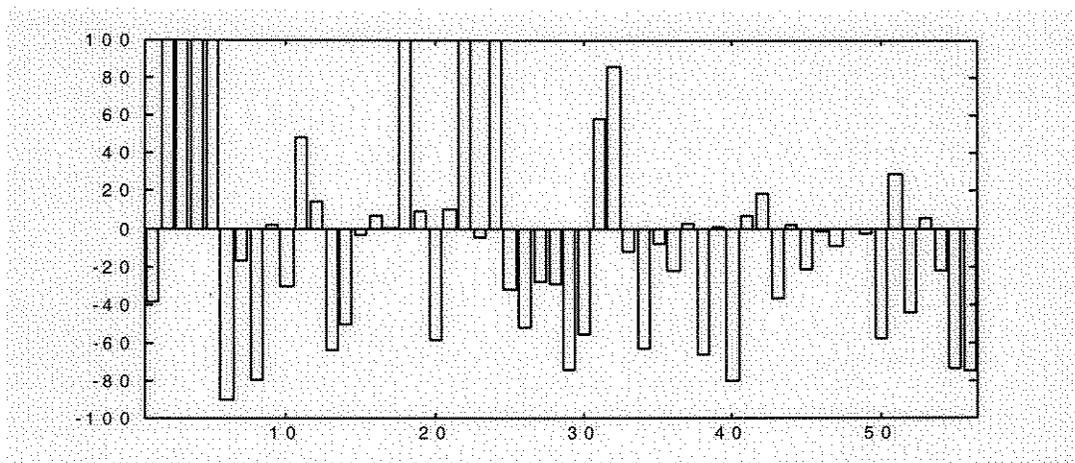
Figura 4.10: Evolução da variação dos parâmetros - a.) todas as iterações - b.) segunda iteração - b.) quarta iteração



(a)



(b)



(c)

Figura 4.11: Evolução da variação dos parâmetros - a.) todas as iterações - b.) primeira iteração - b.) sexta iteração

### 4.3.3- Estrutura Espacial

Nos casos anteriores as estruturas investigadas foram construídas a partir de vários membros, incluindo alguns redundantes, o que não ocorrem nesta exemplo uma vez que a estrutura pode ser considerada como único membro contínuo. Para esse tipo de estrutura, os efeitos de danos estruturais podem ser ainda mais sérios pois a falha de qualquer elemento neste caso leva imediatamente ao colapso de toda estrutura. Neste exemplo a metodologia NDE é aplicada para a localização e avaliação de dois elementos parcialmente danificados e adicionalmente para investigar a possibilidade de localizar danos usando um conjunto de pontos de medidas que não incluem sensores na região contendo falhas. A extensão da falha introduzida em cada elemento é diferente.

A estrutura é construída de três barras de alumínio de seção transversal retangular de 60x40x6 mm, 30x30x6 mm e 24x24x4 mm. O módulo de elasticidade e densidade de massa utilizados foram respectivamente  $E=7.0E10 \text{ N/m}^2$  e  $\rho= 2700 \text{ Kg/m}^3$ . A construção pode ser visualizada com um representação grosseira de uma estrutura de robótica. O modelo de elementos finitos da estrutura contem 16 nós, 15 elementos tridimensional de vigas (6 GL(s) por nó) e 3 elementos de massa concentra. A figura 4.12 mostra a discretização da estrutura. O modelo experimental correspondente é derivado a partir do modelo analítico introduzindo-se uma perturbação no modelo original de elementos finitos. Dois elementos localizados nas conexões físicas das barras, primeiro elemento da terceira barra e primeiro elemento da segunda barra, foram danificados. O primeiro elemento (elemento de número 13) foi perturbado com um redução de 70% no momento de inércia na direção z ( $I_z$ ) e 50% na direção y ( $I_y$ ) enquanto o segundo elemento (elemento de número 9) foi perturbado com um redução de 30% do momento de inércia na direção z e direção y. As respostas foram calculadas nas direções x, y, e z para 8 pontos de medidas distribuídos ao longo da estrutura ( figura 4.12). A força de excitação é aplicada no ponto 1 na direção x e as respostas são avaliadas numa faixa de frequência de 0 a 600 Hz. As FRF(s) calculadas, assim como nos casos anteriores, são contaminadas com ruído. A razão do ruído utilizado foi 200.

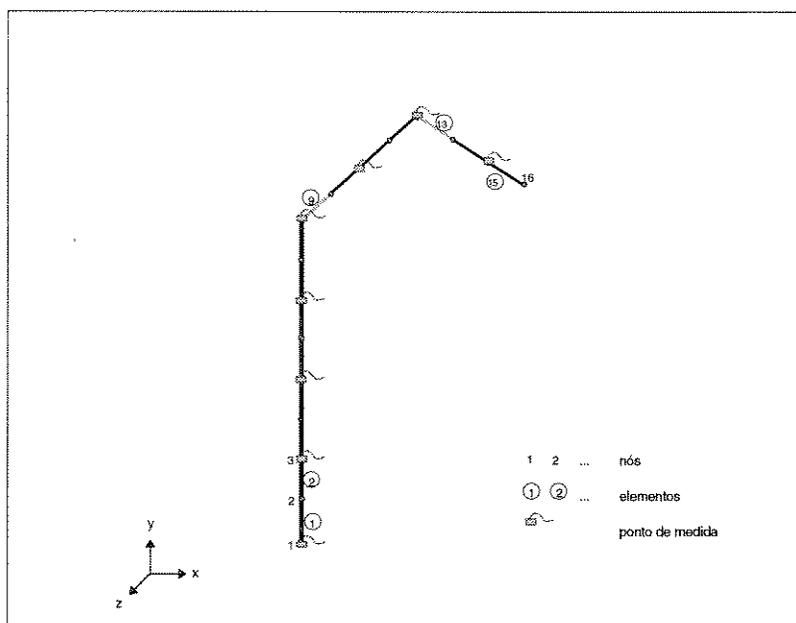


Figura 4.12: Pontos de medição e elementos perturbados

A tabela 4.8 mostra a diferença relativa das frequências de ressonância e o grau de correlação dos modos (Mac-valores) antes e depois da atualização do modelo danificado. A figura 4.13 mostra a superposição das funções de receptância analítica (não danificada), experimental (danificada) e ajustada todas medidas no ponto 5, direção y. A receptância experimental é contaminada com ruído. A máxima diferença relativa entre as frequências de ressonância inicialmente de 18.88% diminuiu para -0.06% e os Mac-valores são iguais a 1, indicando uma perfeita correlação dos modelos na faixa de frequência analisada. A figura 4.14 mostra a variação dos parâmetros atualizados, momento de inércia na direção y e na direção z. Os parâmetros perturbados nos elementos 9 e 13 são claramente localizados e corretamente estimados após algumas iterações. A tabela 4.9 lista a evolução do número de parâmetros atualizados em cada iteração.

Tabela 4.8: Correlação entre os modelos experimental e analítico - antes e depois do ajuste.

Estrutura sem falha		Estrutura com falha (elementos 3 e 45)		Correlação inicial		Correlação final (iteração 6)	
modo	freq [Hz]	modo	freq.[Hz]	$\Delta f$ [%]	MAC	$\Delta f$ [%]	MAC
1	59.73	1	52.63	13.47	0.908	0.00	1.000
2	121.87	2	102.51	18.88	0.973	-0.02	1.000
3	163.06	3	141.65	15.11	0.993	0.01	1.000
4	260.44	4	238.63	9.13	0.986	-0.00	1.000
5	452.14	5	423.14	6.85	0.990	-0.06	1.000
6	486.41	6	478.86	1.57	0.990	-0.00	1.000
7	559.55	7	545.00	2.66	0.990	0.00	1.000

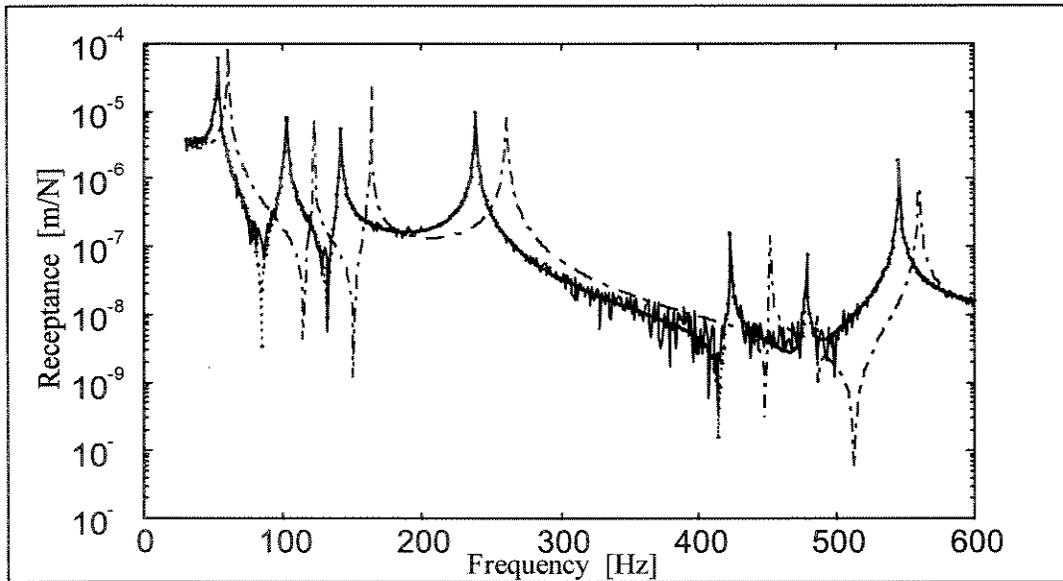
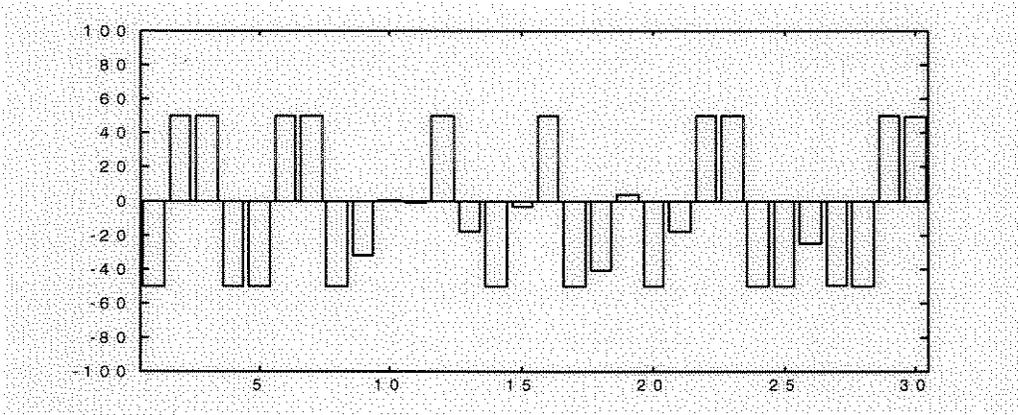


Figura 4.13: Funções de receptância experimental (linha cheia), analítica (linha tracejada) e ajustada (linha pontilhada) - ponto de medida 5, direção y.

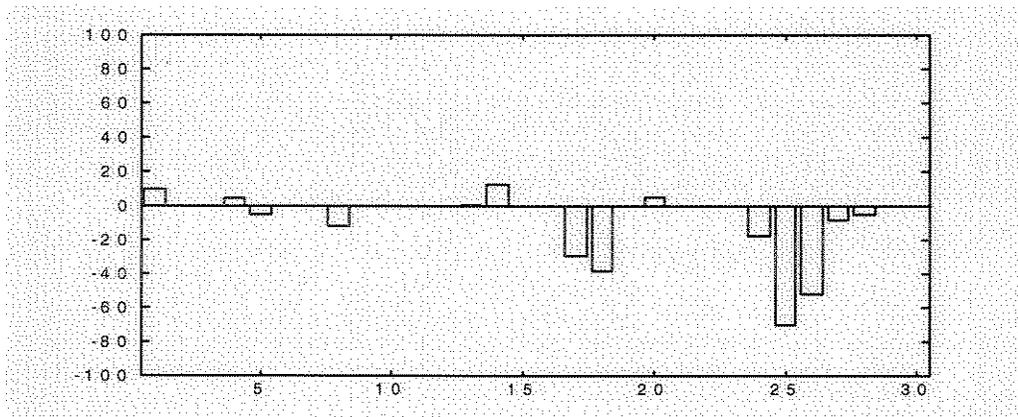
Tabela 4.9: Lista de parâmetros corrigidos durante o processo de ajuste

Iteração	parâmetros corrigidos	Número de Params. elementos	
1.)	$I_{z1} I_{y1} - I_{z2} I_{y2} - I_{z3} I_{y3} - I_{z4} I_{y4} - I_{z5} I_{y5} - I_{z6} I_{y6} - I_{z7} I_{y7}$ $I_{z8} I_{y8} - \underline{I_{z9}} \underline{I_{y9}} - I_{z10} I_{y10} - I_{z11} I_{y11} - I_{z12} I_{y12} - \underline{I_{z13}} \underline{I_{y13}} -$ $I_{z14} I_{y14} - I_{z15} I_{y15}$	30	15
2.)	$I_{z1} - I_{y2} - I_{z3} - I_{y4} - I_{z5} - I_{z6} - I_{z7} I_{y7} - I_{z8} - \underline{I_{z9}} \underline{I_{y9}} - I_{y10} -$ $I_{z11} - I_{y12} - \underline{I_{z13}} \underline{I_{y13}} - I_{z14} I_{y14}$	18	14
3.)	$I_{z1} - I_{y2} - I_{z3} - I_{y4} - I_{z7} I_{y7} - \underline{I_{z9}} \underline{I_{y9}} - I_{y10} - I_{y12} - \underline{I_{z13}} \underline{I_{y13}} -$ $I_{z14} I_{y14}$	14	10
4.)	$I_{z3} - I_{y4} - \underline{I_{z9}} \underline{I_{y9}} - I_{y12} - \underline{I_{z13}} \underline{I_{y13}} - I_{z14} I_{y14}$	9	6
5.)	$I_{y4} - \underline{I_{z9}} \underline{I_{y9}} - \underline{I_{z13}} \underline{I_{y13}}$	5	3
6.)	$\underline{I_{z9}} \underline{I_{y9}} - \underline{I_{z13}} \underline{I_{y13}}$	4	2
7.)	$\underline{I_{z9}} \underline{I_{y9}} - \underline{I_{z13}} \underline{I_{y13}}$	4	2

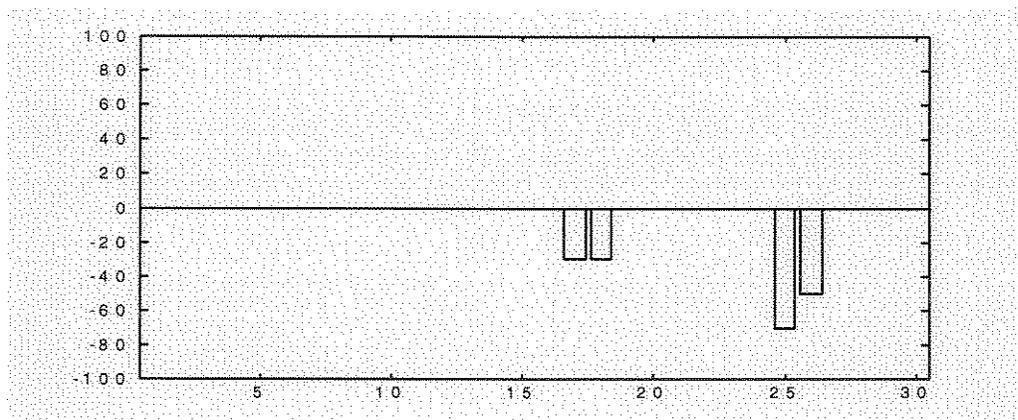
\* **negrito** = parâmetros perturbados



(a)



(b)



(c)

Figura 4.14: Evolução da variação dos parâmetros - a.) primeira iteração - b.) quarta iteração - c.) sétima iteração

Nos exemplos anteriores, os pontos de medida foram distribuídos ao longo de toda a estrutura e alguns NG(s) medidos coincidiam com os NG(s) “perturbados”. O exemplo a seguir investiga os efeitos da seleção de pontos de medida fora da região danificada e consequentemente, a ausência de dados medidos nos GL(s) “perturbados”, a figura 4.15 mostra os pontos de medidas utilizados. O novo conjunto de pontos de medição, nós 1, 4, 7, 11 e 16, não possuem GL(s) diretamente relacionados com os elementos perturbados ou seja, nenhuma receptância é calculada para os GL(s) “perturbados”. A seleção de um grupo de frequências de atualização ricos em informações (seção 3.2) nesta condição torna-se mais difícil uma vez que a ausência de funções de receptância calculadas na região danificada pode introduzir um perda de informações do sistema. Portanto, esta distribuição menos favorável de sensores permite investigar a capacidade da metodologia localizar e avaliar falhas estruturais para uma condição bastante severa.

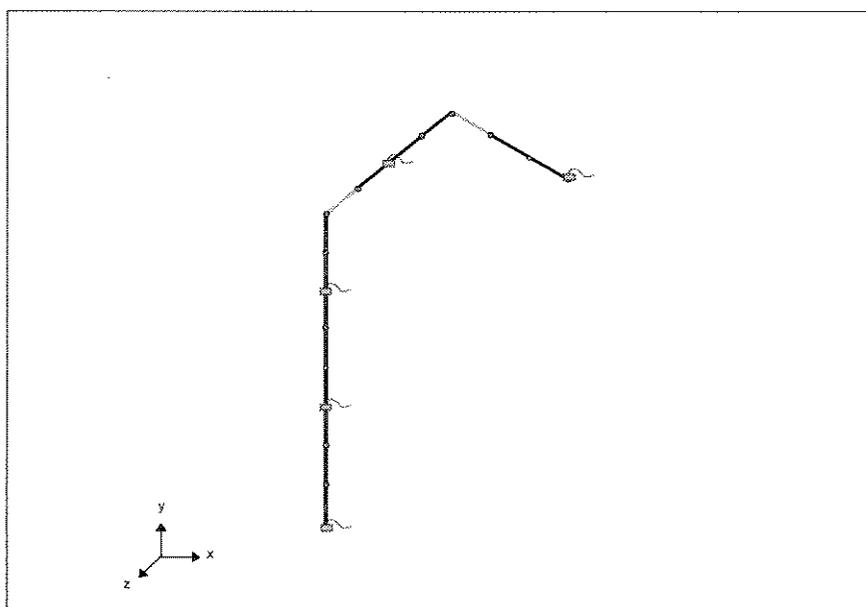
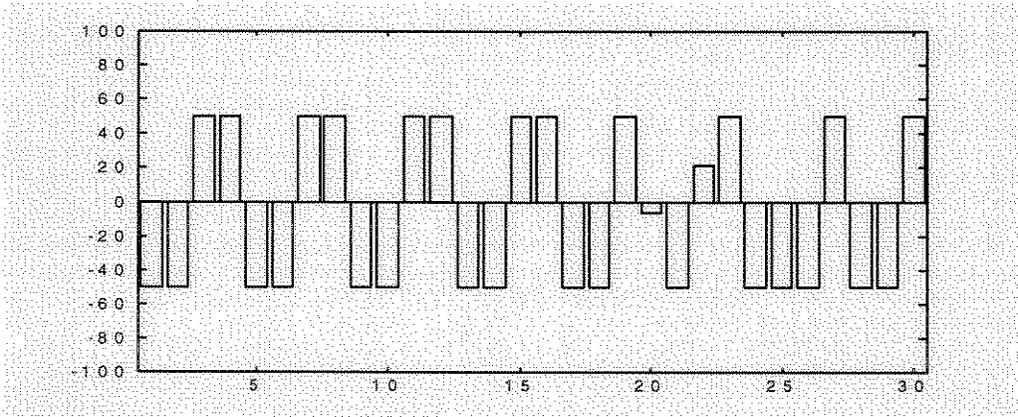
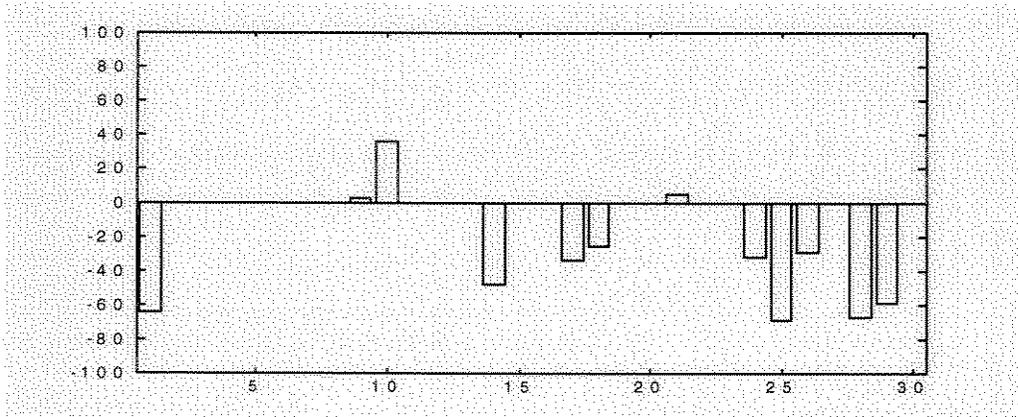


Figura 4.15: Pontos de medida fora dos elementos perturbados.

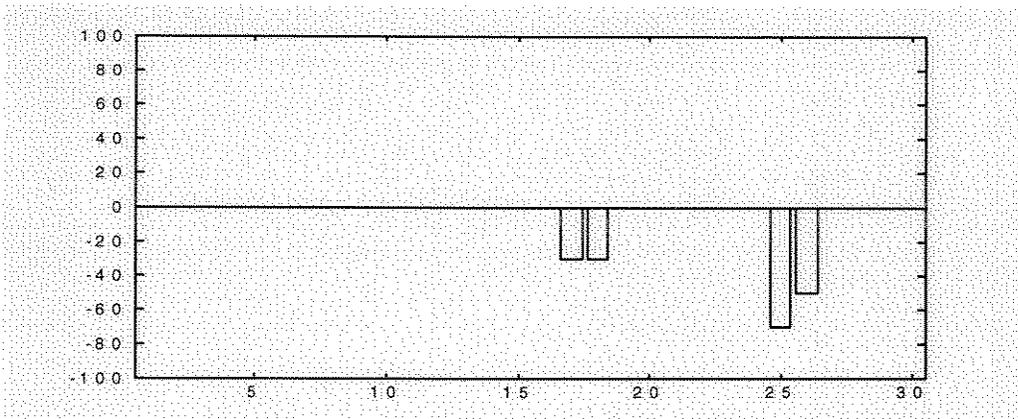
Para a situação ideal, i.e., funções de receptância sem ruído, a metodologia localizou os elementos perturbados e a extensão do dano como mostra a figura 4.16. Entretanto, para funções contaminadas como a mesma razão de ruído utilizado no exemplo anterior, os elementos perturbados não foram localizados nem a correlação dos modelos foi melhorada.



(a)

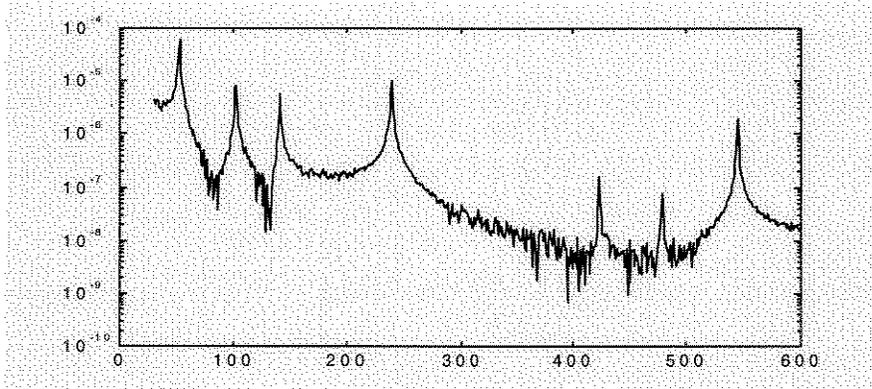


(b)

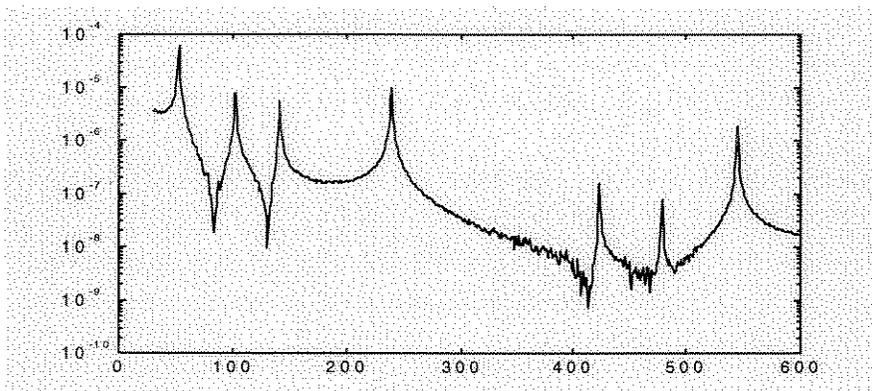


(c)

Figura 4.16: Evolução da variação dos parâmetros - a.) primeira iteração - b.) quarta iteração - c.) sétima iteração



(a) Razão sinal-ruído - 500



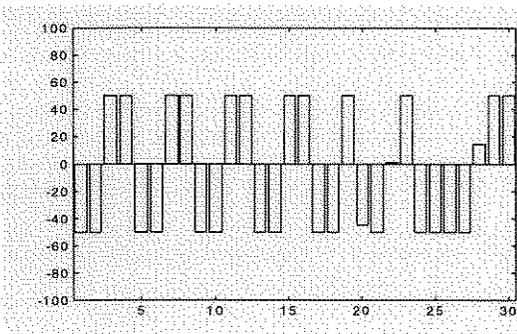
(b) Razão sinal-ruído - 250

Figura 4.17: Receptâncias medidas no ponto 1, direção y.

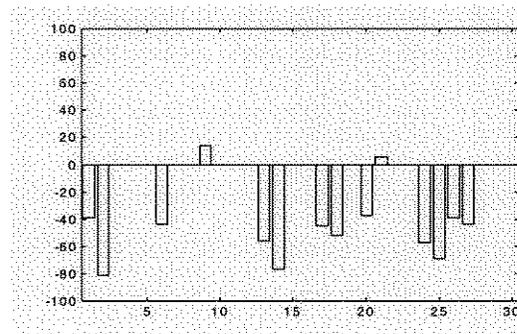
Para efeitos de comparação, este exemplo foi repetido utilizando funções de receptância contaminadas com uma razão de ruído menor. A figura 4.17, dá uma informação qualitativa da redução de ruído introduzida nas FRF(s). Para as mesmas condições de análise do problema anterior (número de GL(s), número de freqüências de atualização, número de freqüências de ressonância, etc.), a metodologia não localizou os elementos perturbados. Já utilizando um novo grupo de freqüência de atualização selecionadas de maneira mais criteriosa a metodologia conseguiu localizar claramente os elementos danificados. A tabela 4.10 mostra a correlação modal dos modelos e a figura 4.18 mostra a variação dos parâmetros atualizados, momento de inércia na direção y e na direção z. A variação dos parâmetros na figura 4.18 mostra que a extensão da perturbação introduzida no modelo não é exatamente avaliada e os parâmetros de alguns elementos não perturbados apresentam uma pequena variação.

Tabela 4.10: Correlação entre os modelos experimental e Analítico - antes e depois do ajuste.

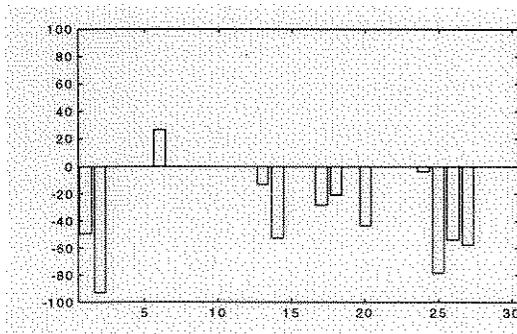
Estrutura sem falhas		Estrutura com falhas (elementos 3 e 45)		Correlação inicial		Correlação final (iteração 15)	
modo	freq [Hz]	modo	freq [Hz]	$\Delta f$ [%]	MAC	$\Delta f$ [%]	MAC
1	59.73	1	52.63	13.47	0.908	0.02	1.000
2	121.87	2	102.51	18.88	0.973	-0.20	1.000
3	163.06	3	141.65	15.11	0.993	-0.03	1.000
4	260.44	4	238.63	9.13	0.986	0.01	1.000
5	452.14	5	423.14	6.85	0.990	0.10	0.999
6	486.41	6	478.86	1.57	0.990	-0.02	0.997
7	559.55	7	545.00	2.66	0.990	-0.01	1.000



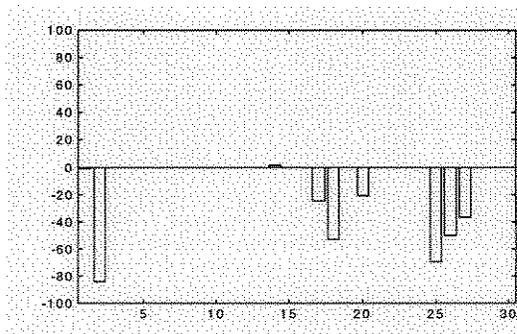
(a)



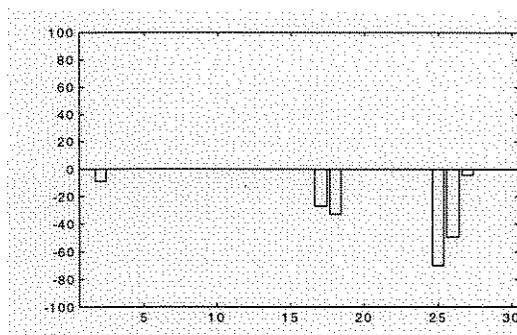
(b)



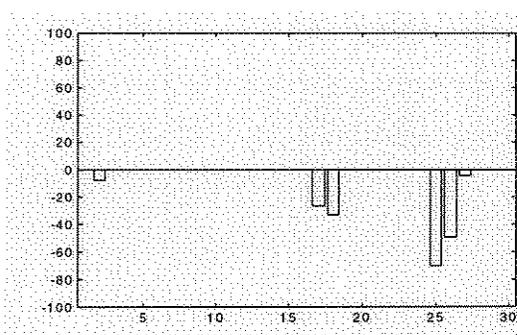
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 4.18: Evolução da variação dos parâmetros - a.) primeira iteração - b.) quinta iteração - c.) sétima iteração - d.) nona iteração - e.) decima terceira iteração - f.) decima quinta iteração

Este exemplo mostra que a definição de um conjunto de receptâncias apropriadas é talvez até mais importante para o sucesso da metodologia do que a utilização de um grande número de funções de respostas. O sucesso discreto da metodologia na localização de falhas, mesmo utilizando um número reduzido de receptâncias medidas fora da região danificada, torna esta metodologia uma promissora ferramenta para o monitoramento e localização de falhas em estrutura com regiões de difícil acesso para a instrumentação. No entanto, essa característica deve ser melhor investigada.

#### 4.4 CONCLUSÃO

Neste capítulo foi apresentado uma discussão detalhada da implementação do método de ajuste e da metodologia de localização de falhas proposta a partir da utilização de microcomputadores do tipo PC-compatível juntamente com uma estratégia alternativa para o cálculo da sensibilidade da matriz de rigidez dinâmica. Adicionalmente, foi apresentado uma discussão complementar do método de ajuste e das características adicionais introduzidas, acompanhado de exemplos numéricos da aplicação da metodologia.

A alternativa computacional proposta permite calcular a sensibilidade da matriz de rigidez dinâmica sem utilização iterativamente do código de elementos finitos. A introdução desta estratégia permitiu uma sensível melhora da performance do método de ajuste RADSER principalmente, para a utilização em microcomputadores. A performance do programa PROMU para a proposta de localização de falhas também foi melhorada com a utilização da rotina RESELECT durante o processo de atualização. Esta rotina compara, à nível de elemento, a variação dos parâmetros ajustados com relação as variáveis de projeto, e redefine à cada iteração, um novo conjunto de parâmetros ajustáveis contendo apenas os prováveis componente danificados. Isto permite reduzir a quantidade de parâmetros ajustáveis ao mínimo, para cada iteração, o que ajuda evitar modificações de possíveis regiões livres de erro, facilitando a localização da falha.

A influência da seleção de frequências de ajuste sobre a estabilidade do processo também foi discutida. A seleção de frequência entre picos de ressonância experimental e

analítico correspondentes é desaconselhável, pois isso pode causar problemas numéricos na rotina de ajuste.

A utilização de exemplos numéricos permitiu a investigação de vários tipos de falhas para diferentes condições de “testes”, envolvendo dados contaminados com ruído, número reduzido de pontos de medidas, pontos de medidas fora da região danificada e outros. Foram investigadas falhas em três estruturas diferentes, em todos os casos os componentes danificados foram localizadas inclusive utilizando-se um número reduzido pontos de medidas para coletar as FRF(s).

## *Capítulo 5 -*

### **ESTUDO DE CASOS - APLICAÇÃO DA METODOLOGIA DE LOCALIZAÇÃO DE FALHAS**

#### **5.1 - INTRODUÇÃO**

A investigação de exemplos simulados nas seção 4.3 mostrou que a metodologia proposta pode localizar e caracterizar falhas estruturais para diferentes tipos de estruturas e condições de falhas. Os vários problemas envolvidos em um teste experimental tais como limitação do número de NG(s) medidos, faixa de frequência incluindo um número limitados de modos; ruídos nas medida, etc., foram incluídos nos exemplos numéricos investigados. Entretanto, esses efeitos podem apenas melhorar a aproximação de um teste simulado em relação a um teste experimental, eles jamais reproduzem a complexidade de experimento. Conseqüentemente, para a validação da aplicabilidade da metodologia NDE é mandatário avaliar seu desempenho com dados experimentais medidos. Este capítulo apresenta dois estudos de casos, onde soa utilizados dados experimentais coletados em ensaios de laboratório.

O primeiro caso envolve a localização de um elemento parcialmente danificado em uma estrutura do tipo pórtico, construída de barras soldadas. A metodologia NDE neste caso, utiliza a rotina de ajuste inicialmente buscando definir o melhor modelo inicial de elementos finitos e posteriormente, visando caracterizar o estado de deterioração do modelo. O segundo caso investiga a localização de um elemento totalmente danificado em um estrutura treliçada construída de tubos de alumínio. Essa estrutura apresenta características de grandes estruturas espaciais o que requer cuidados especiais no ensaio experimental. A construção e os testes experimentais de ambas estruturas foram realizados no Departamento de Engenharia Mecânica, Divisão de Projetos e Automação - PMA da Katholieke Universiteit Leuven - KUL, Leuven.

## 5.2 - ESTUDO DE CASO UM - ESTRUTURA DE AÇO

A estrutura investigada neste estudo de caso é um modelo espacial construído de barras de aço ocas de seção transversal quadrada (30x30x4 mm) soldadas entre si. A estrutura mede 0.83 m de altura e 0.80 m de largura, e as barras transversais da base tem um comprimento de 0.20 m, figura 5.1. A tabela 5.1 resume as principais propriedades destas barras. O objetivo deste teste é investigar a capacidade da metodologia NDE localizar e caracterizar um membro parcialmente danificado na estrutura. A falha introduzida consiste de uma redução localizada da seção de área transversal de um barra vertical próxima da região de conexão das barras. Esta condição simula uma provável falha da solda na conexão entre as barras. A obtenção do modelo experimental dessa estrutura defronta com a maioria das dificuldades envolvidas na modelagem experimental de um sistema real tais como representação de componentes soldados, de juntas, efeitos de torção e flexão acoplados, etc. Dois testes experimentais foram realizados, um inicialmente para a estrutura intacta e outro após a introdução de falha na estrutura.

Tabela 5.1: Propriedade das barras

	Barras de aço
Modulo de elasticidade	2.10E11 [N/m <sup>2</sup> ]
Seção de área transversal	2.24E-4 [m <sup>2</sup> ]
Densidade de massa	7850 [Kg/m <sup>3</sup> ]
Coefficiente de Poisson	0.3

O teste inicial visa levantar os principais parâmetros e propriedades da estrutura e principalmente, caracterizar as propriedades dinâmicas do modelo experimental usado no ajuste do modelo analítico. O ajuste inicial do modelo da estrutura intacta busca definir um modelo analítico realístico e confiável, o qual será utilizado como padrão de comparação para a avaliação da falha introduzida na estrutura. O segundo teste fornece os principais parâmetros dinâmicos da estrutura danificada, os quais serão comparados com os parâmetros da estrutura intacta para a avaliação do dano. A modelagem analítica e experimental foram desenvolvidas e comparadas antes e depois da falha introduzida na estrutura.

A comparação inicial dos modelos da estrutura intacta define, se a modelagem inicial representa uma boa estimativa do comportamento da estrutura ou não pois, a definição de um modelo analítico realístico e confiável é uma condição fundamental para a definição dos dados de referência utilizados na comparação dos modelos. A próxima comparação é utilizada para a avaliação do estado de deterioração do modelo.

As várias etapas envolvidas na avaliação localização das falhas do modelo serão discutidas a seguir. A etapa inicial descreve o teste experimental e a modelagem analítica da estrutura. Seguindo, os resultados dos modelos são comparados, e o modelo original de elementos finitos é melhorada uma vez que a correlação entre os dados experimentais e o modelo inicial de elementos finitos não é satisfatório. A próxima etapa descreve o teste experimental da estrutura danificada e finalmente, avalia a aplicabilidade da metodologia na localização e caracterização das falhas.

### **Modelo Experimental**

As propriedades modais da estrutura foram calculadas a partir da análise modal experimental, utilizando-se um pacote comercial de análise modal. A estrutura foi ensaiada na condição livre-livre, cabos elásticos bem flexíveis fixados na barra horizontal mantiveram a estrutura suspensa durante os ensaios. O tipo de suspensão usada permite simular para toda a estrutura uma condição bastante razoável de movimento livre-livre. As respostas foram medidas com acelerômetros axiais do tipo PCB, em 19 pontos distribuídos ao longo da estrutura, nas direções x, y e z. A figura 5.1 mostra a malha de pontos medidos. A força de excitação foi aplicada no nó 1, direção x. O sinal de excitação utilizado foi um ruído de banda limitada gerado por um excitador eletro-mecânico. Uma célula de carga piezoelétrica montada entre o excitador e a estrutura foi utilizada para medir a força de excitação aplicada na estrutura. A faixa de frequência analisada foi de 0 a 250 Hz. Nesta faixa de frequência se encontram os primeiros dez modos da estrutura. A figura III.1 e III.2, no apêndice A.III, mostram típicas FRF(s) medidas na estrutura. O apêndice A.IV mostra os parâmetros de aquisição e processamento utilizados no experimento.

A análise modal foi realizada com base nas FRF(s) medidas, os parâmetros modais foram estimados utilizando o pacote de análise modal LMS CADA-X Modal Analysis Software (LMS CADA-X, 1992). No faixa de frequência analisada foram computados 10 modos normais. A tabela 5.2 mostra os parâmetros modais estimados e a tabela 5.3 mostra a matriz de MAC-valores para os modos experimentais estimados. Como pode ser visto, os modos normais estimados mostram-se válidos. Os modos estimados não são utilizados como dados de referência para a atualização do modelo, eles são utilizados apenas para a avaliação da correlação entre o modelo analítico e o experimental via MAC-valores. Os dados de referência para o processo de atualização são as receptâncias medidas e as frequências de ressonância estimadas. O conjunto de dados de referência neste caso contém 57 funções de receptância medidas (19 pontos de medida, três direções) a 10 frequências de ressonância estimadas.

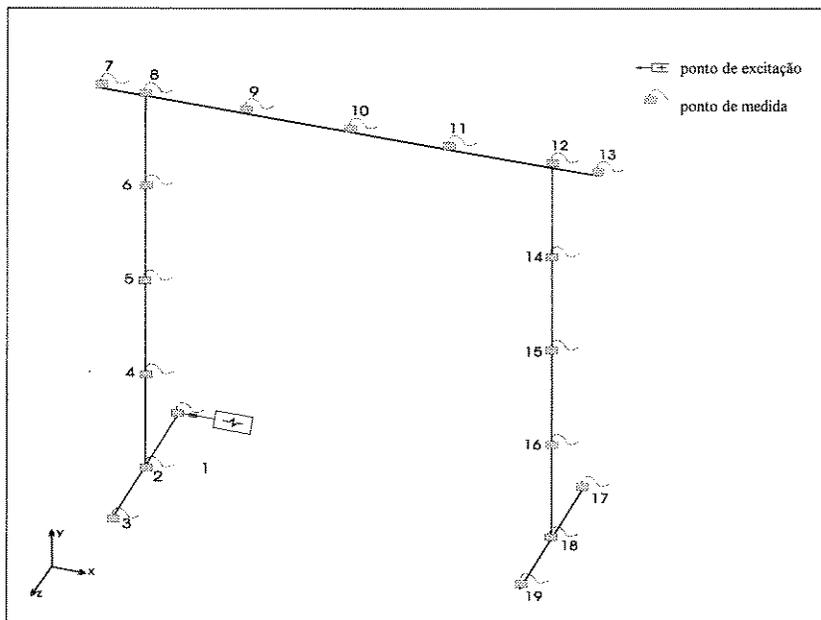


Figura 5.1 Malha de pontos de medida

Tabela 5.2: Parâmetros modais estimados

Modos número	Estrutura	
	freq. [Hz]	razão de amort. [%]
1	17.06	0.090
2	22.10	0.101
3	42.44	0.066
4	96.54	0.081
5	111.86	0.039
6	141.07	0.041
7	153.83	0.030
8	171.13	0.048
9	213.24	0.027
10	224.74	0.077

Tabela 5.3: Matriz dos MAC-valores

Modos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1.00									
2	0.00	1.00								
3	0.00	0.00	1.00							
4	0.00	0.02	0.00	1.00						
5	0.00	0.03	0.00	0.00	1.00					
6	0.00	0.01	0.00	0.04	0.01	1.00				
7	0.01	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	1.00			
8	0.00	0.03	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	1.00		
9	0.0	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.02	0.00	1.00	
10	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	1.00

### Modelo Analítico

A modelagem analítica da estrutura foi desenvolvida com base no método dos elementos finitos. Elementos do tipo viga (6 GL(s) por nó) foram utilizados para representar as barras e elementos do tipo massa concentrada foram utilizados para representar os efeitos dos acelerômetros e da célula de carga fixados na estrutura. A discretização da malha de elementos finitos não apresenta qualquer dificuldade neste caso, uma vez que a geometria da estrutura é bastante simples. Para facilitar a compatibilidade dos modelos, procedeu-se a discretização da estrutura tomando-se em conta a geometria dos pontos de medidas do modelo experimental. O modelo possui nós coincidindo com todos os pontos de medida do modelo experimental, o que facilita a definição da equivalência dos modelos. A figura 5.2 visualiza a malha de discretização do modelo de elementos finitos.

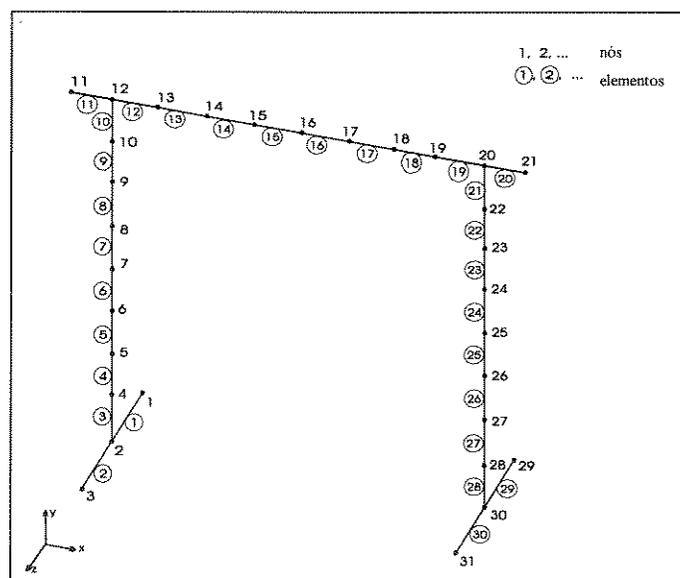


Figura 5.2: Discretização do modelo de elementos finitos

Os elementos de viga são apropriados para representar a estrutura em análise pois a mesma é uma construção de simples barras, cujas as propriedades de material não variam (a um nível macroscópico) e a geometria dos elementos é bem conhecida. A conexão entre as barras (conexões de solda) são inicialmente assumidas como uniões perfeitas e os elementos envolvidos nas uniões são modelados com elementos normais de viga e posteriormente, suas propriedades são ajustadas pela rotina de atualização. O modelo livre-livre de elementos finitos MEF contem 31 nós, 30 elementos de viga e 19 elementos de massa concentrada totalizando 186 GL(s). Deste total, 30 por cento (57) são instrumentados e medidos. A tabela 5.4 mostra as frequências de ressonância analíticas estimadas.

Tabela 5.4: Parâmetros modais analíticos

Modos número	Estrutura freq [Hz]
1	17.26
2	25.30
3	43.86
4	102.06
5	121.63
6	144.93
7	155.03
8	176.21
9	218.16
10	234.17

### 5.2.1 - Correlação

A fase de correlação compara o modelo experimental com o modelo analítico e avalia o nível de concordância entre os dados de ambos modelos. Baseado no pressuposto de que o modelo experimental é mais preciso, a comparação entre os modelos define se o modelo analítico representa satisfatoriamente o sistema ou necessita ser reavaliado. Um modelo analítico bem correlacionado é um pré-requisito muito importante para o sucesso da localização de danos. Caso contrário, a rotina pode ajustar o modelo dispersando os efeitos causados pela falha em pequenas correções de vários elementos tentando ajustar as regiões inadequadamente modeladas. Isto com certeza torna difícil distinguir se a variação dos parâmetros estimados são relacionadas com os efeitos da falha ou com o melhoramento do modelo de elementos finitos.

Para iniciar a comparação dos modelos, é necessário se estabelecer a compatibilidade entre os GL(s) experimentais e analíticos pois, geralmente, a posição e o número de GL(s) do modelo experimental (EMA) difere dos GL(s) do modelo analítico (FEM). Uma maneira de

reduzir esses efeitos é definir uma equivalência geométrica entre o número de GL(s) dos dois modelos. Isso foi feito forçando, através de um sistema de referência comum, os GL(s) do modelo analítico coincidir com os seus respectivos GL(s) medidos no modelo experimental. Já a equivalência entre o número de graus de liberdade foi realizada através da redução dinâmica do modelo analítico. Uma vez definido a correlação geométrica entre os modelos, os parâmetros modais foram comparados por meios da correlação direta e do coeficiente de correlação modal (MAC-valor). A tabela 5.5 mostra as primeiras cinco frequências dos modelos analítico e experimental juntamente os correspondentes Mac-valores dos respectivos modos. A figura 5.3 e 5.4 visualiza a correlação direta entre os modelos, gráfico de 45° para os modos e para as frequências de ressonância. A figura 5.5 mostra os modos da estrutura. A figura III.1, no apêndice A.III, mostra a superposição de FRF(s) típicas, medidas no sistema.

Os resultados obtidos indicam que os modelos MEF e EMA apresentam uma razoável concordância. Os gráficos de 45° mostram que os pontos de frequência e também modos se encontram com uma pequena dispersão ao longo de uma reta de 45°, e não apresentam nenhuma tendência sistemática. Isto indica que o modelo de elementos finitos é uma aproximação razoável do modelo experimental e que a rotina de atualização pode ser utilizada para melhorar a correlação dos dois modelos. Os MAC-valores são bastante razoáveis neste caso, exceto para o quinto modo que apresenta um Mac-valor em torno de 0.85, o que é ainda aceitável pois MAC-valores acima 0.80 e diferença de frequências até 5%, são valores geralmente considerados satisfatórios. Entretanto, a diferença de frequência acima de 5% para alguns pares de frequências é muito alta para se ter um modelo analítico realístico, indicando assim a necessidade da busca de um modelo melhor correlacionado. Neste caso, o primeiro nível da metodologia, melhoramento do modelo inicial de elementos finitos, foi executado buscando definir um modelo analítico mais realístico da estrutura.

Tabela 5.5: Correlação entre os modelos analítica e experimental

Modelo experimental		Modelo analítico		Correlação	
modo	freq. [Hz]	modo	freq. [Hz]	$\Delta f$ [%]	MAC-valores
1	17.06	1	17.26	1.17	0.994
2	22.10	2	25.30	14.47	0.991
3	42.44	3	43.86	3.34	0.990
4	96.54	4	102.06	5.71	0.978
5	111.86	5	121.63	8.73	0.975
6	141.07	6	144.93	2.73	0.834
7	153.83	7	155.03	0.78	0.954
8	171.13	8	176.21	2.96	0.978
9	213.24	9	218.16	2.30	0.948
10	224.74	10	234.17	4.19	0.788

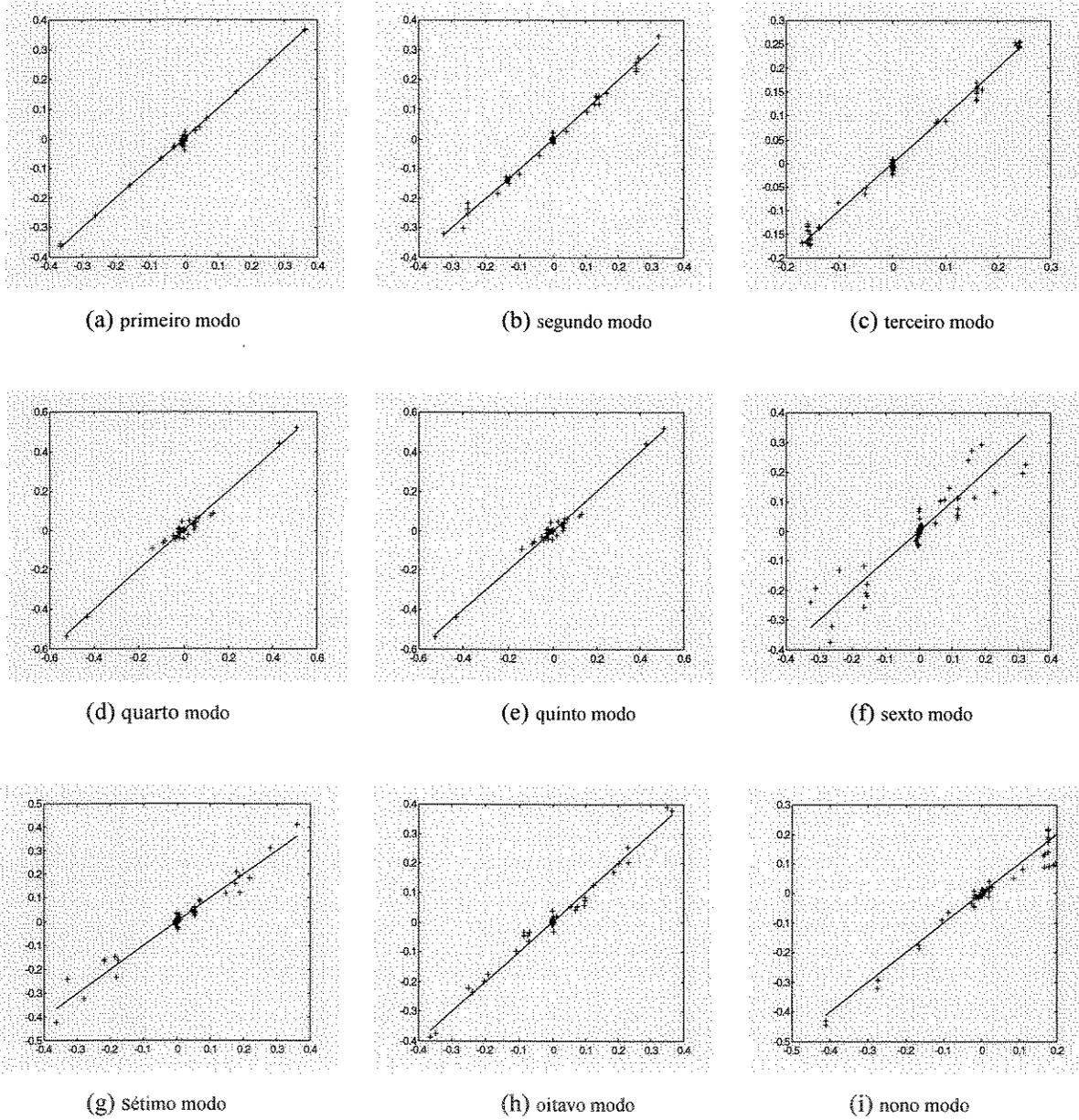


Figura 5.3: Gráfico de  $45^\circ$  para os modos - primeiro ao nono

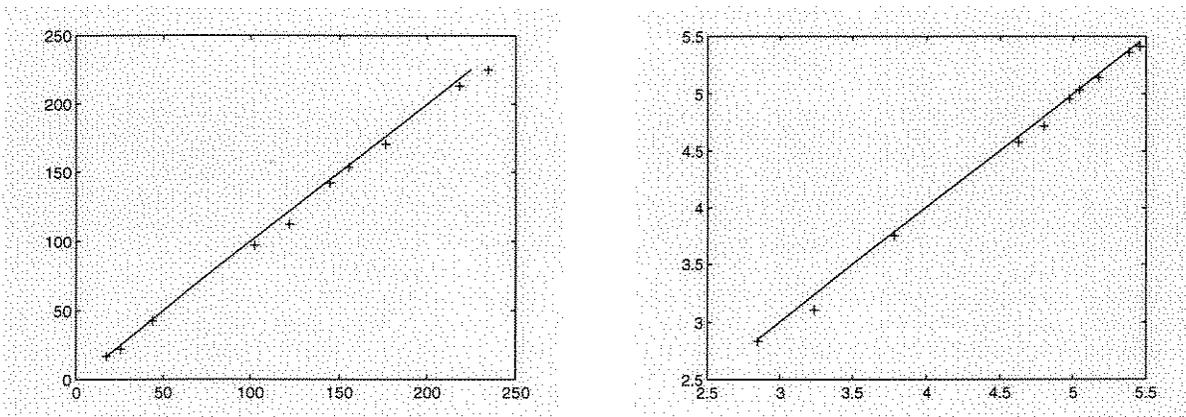


Figura 5.4: Gráfico de  $45^\circ$  para as frequências ressonância

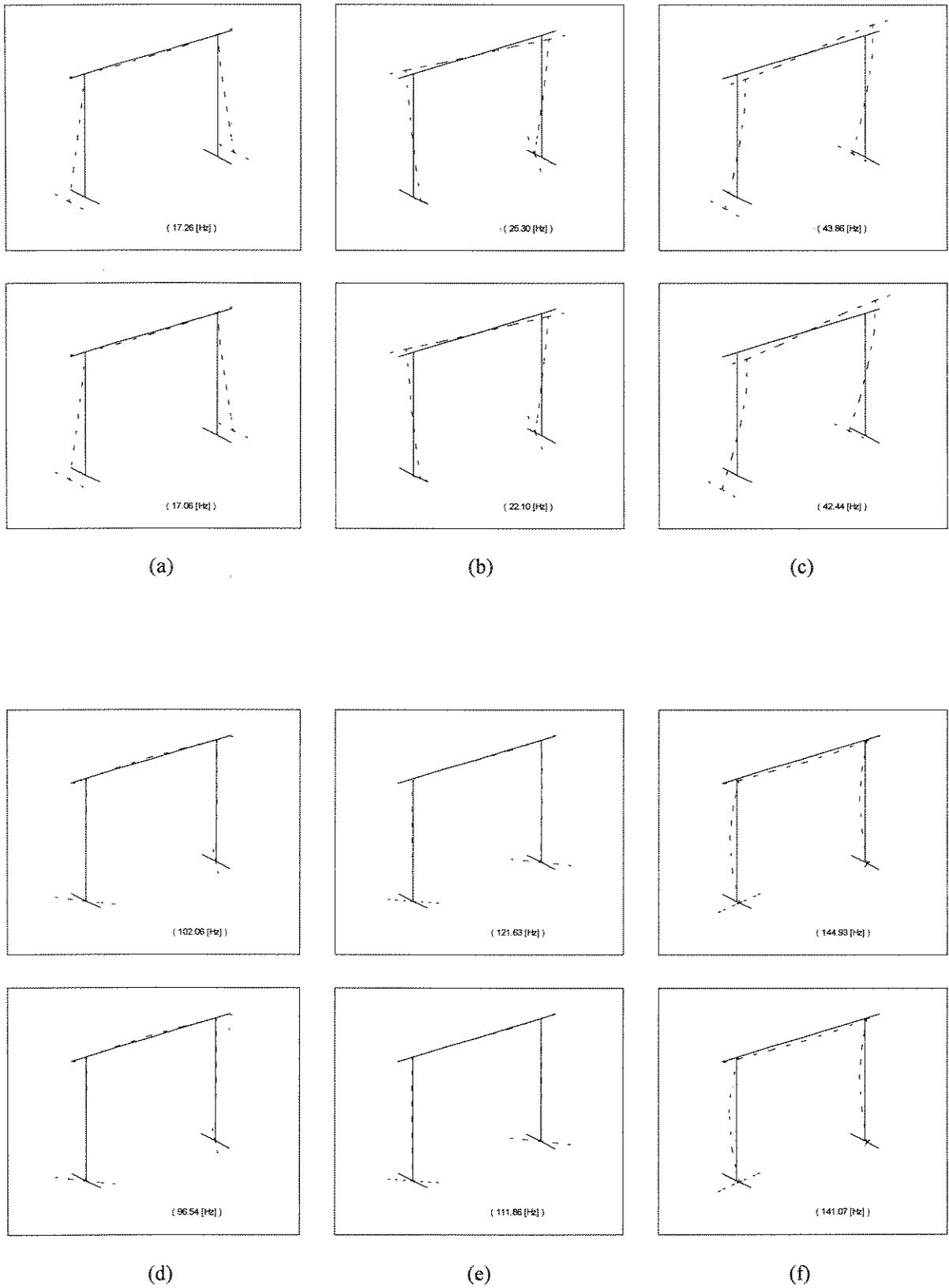


Figura 5.5: Modos analítico e experimental da estrutura sem falhas, analítico na parte superior da figura e experimental na parte inferior.

### 5.2.2 - Ajuste do Modelo Analítico

As barras utilizadas na montagem da estrutura são componentes muito simples e suas propriedades além de ser bem determinadas, não apresentam variações ao longo dos membros facilitando assim a sua modelagem. Portanto, a diferença entre os modelos deve estar relacionada com aproximações indevidas no cálculo das propriedades dos elementos diretamente envolvidos nas regiões de solda da estrutura. Uma análise prévia da correlação inicial dos modelos indica que as maiores discrepância entre os correspondentes pares de frequências de ressonância aparecem respectivamente no segundo, quarto e quinto modo. A figura 5.5 mostra claramente que estes modos apresentam efeitos de torção, torção da estrutura (segundo modo) e torção das barras verticais (quarto e quinto modos). Isto indica que provavelmente os momentos de inércia dos elementos diretamente envolvidos na solda, elementos 3 e 28 e principalmente, os elementos 10 e 21 foram super estimados e devem ser reavaliados. Baseado nesta análise, os momentos de inércia  $I_y$  e  $I_z$  e conseqüentemente  $I_x$  desses elementos foram atualizados. Os parâmetros do elemento 3 e do elemento 10 foram atualizados proporcionalmente aos do elemento 28 e 21, respectivamente. Esta é uma suposição bastante razoável uma vez que estes pares de elementos provavelmente devem apresentar as mesmas propriedades e estão sujeitos a esforços muito similares.

A atualização do modelo é processada utilizando o método RADSER combinado as equações de atualização definidas a partir do resíduo das frequências de ressonância. O método RADSER define as equações de atualização a partir da minimização de um resíduo indireto das receptâncias definido para um conjunto específico de pontos de frequência (seção 4.2), i.e., as frequências de atualização. A figura 5.6 visualiza as frequências de atualização utilizadas na correção do modelo. A seleção dessas frequências devem preencher os requisitos de estabilidade, acurácia e conteúdo de informações para que a matriz de receptância atual, definida a partir das frequências selecionadas contenha a maioria das informações contidas na matriz de receptância medida na faixa frequência de interesse. A tabela 5.6 mostra as frequências de ressonância e correlação dos modelos antes e depois da atualização, e figura 5.7 visualiza a evolução da discrepância das frequências de ressonância durante o processo de atualização. A figura 5.8 mostra a correção dos parâmetros atualizados.

Os resultados da atualização mostram claramente um melhoria da correlação entre o modelo analítico e o modelo experimental, a diferença relativa entre as frequências de

ressonância reduziram sensivelmente e os Mac-valores aumentaram. A correlação obtida entre os modelos pode ser considerada muito boa, uma vez que seria irreal buscar uma redução da diferença entre as frequências de ressonância e um aumento dos MAC-valores acima do obtido. As frequências de ressonâncias e modos experimentais são definidos a partir de um processo de medição, o qual é sujeito a erros aleatórios e sistemáticos de medida (Bendat e Pierson, 1980) portanto, não faz sentido forçar uma correlação dos modelos que seja superior à qualidade dos dados medidos.

A correlação dos modelos foi melhorada levando assim a um modelo analítico mais realístico. O novo modelo corrigido de elementos finitos leva a uma concordância entre os modelos suficiente para a aplicação da metodologia de localização de falha.

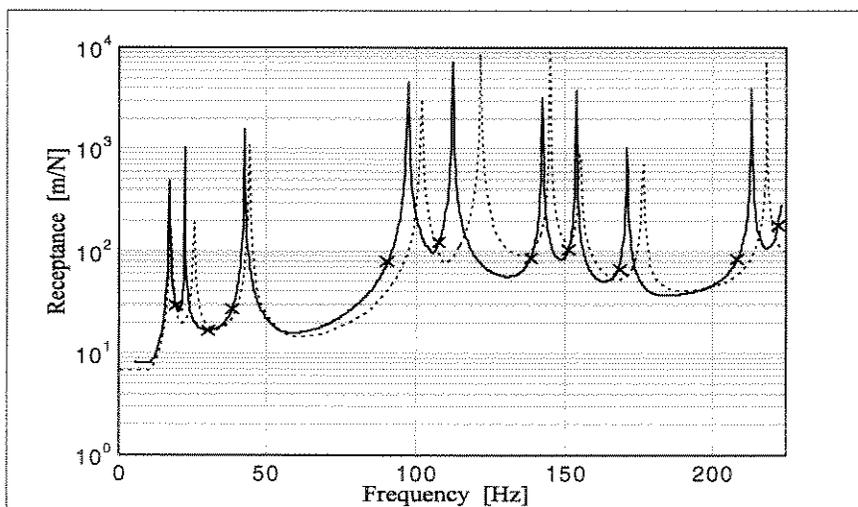


Figura 5.6: Soma do valor absoluto das funções de receptância experimentais (linha cheia) e das analíticas (linha tracejada) - 'x' ponto de frequência de ajuste

Tabela 5.6: Correlação entre os modelos experimental e analítico sem falha - antes e depois do ajuste

Modelo experimental		Modelo analítico		Modelo ajustado		Correlação inicial		Correlação final (iteração 5)	
modo	freq. [Hz]	modo	freq. [Hz]	modo	freq. [Hz]	$\Delta f$ [%]	MAC-val.	$\Delta f$ [%]	MAC-val.
1	17.06	1	17.26	1	16.98	1.17	0.994	-0.43	0.995
2	22.10	2	25.30	2	22.38	14.47	0.991	1.26	0.991
3	42.44	3	43.86	3	42.73	3.34	0.990	0.68	0.990
4	97.54	4	102.06	4	97.04	5.71	0.978	-0.02	0.985
5	112.86	5	121.63	5	112.91	8.73	0.975	0.66	0.974
6	142.36	6	144.93	6	141.60	2.73	0.834	-0.53	0.881
7	153.83	7	155.03	7	153.71	0.78	0.954	-0.07	0.953
8	171.13	8	176.21	8	172.56	2.96	0.978	0.83	0.982
9	213.24	9	218.16	9	213.43	2.30	0.948	0.08	0.944
10	224.74	10	234.17	10	228.20	4.19	0.789	1.62	0.832

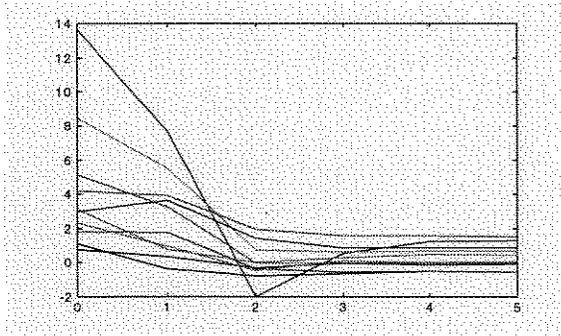


Figura 5.7: Evolução da diferença relativa das frequências de ressonância

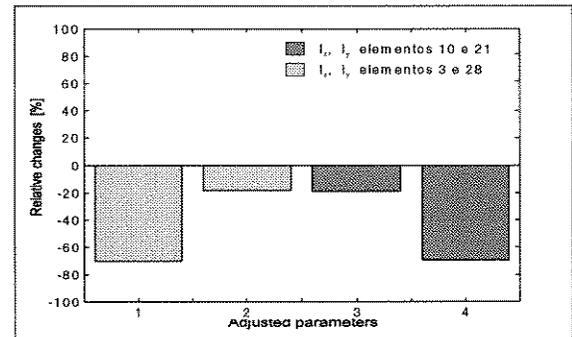


Figura 5.8: Correção dos Parâmetros

### 5.2.3 - Localização de Falhas

O modelo original da estrutura foi reavaliado após a introdução de um falha em uma das barras. A falha consiste de um corte de 10 mm exatamente na região soldada da barra vertical direita com a barra horizontal superior do modelo, danificando parcialmente o elemento 21 do modelo de elementos finitos, ver figura 5.9. O corte introduzido na estrutura provoca uma redução do momento de inércia no elemento estimada aproximadamente em torno de 87.5% na direção z e 50% na direção y. A estrutura danificada foi ensaiada nas mesmas condições da estrutura intacta, e os parâmetros modais estimados foram comparados com o modelo atualizado de elementos finitos (modelo intacto). A figura III.2 no apêndice A.III apresenta algumas FRF(s) típicas da estrutura danificada.

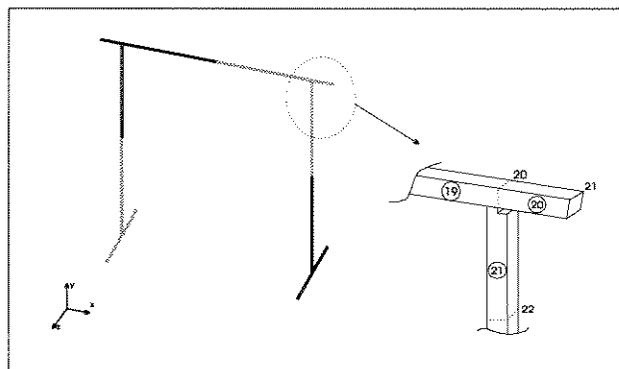


Figura 5.9: Estrutura - Detalhes do corte e das macro regiões

A falha introduzida provocou uma sensível mudança nos parâmetros modais da estrutura como pode ser observado através da correlação dos modelos. A tabela 5.7 mostra os novos valores das frequências de ressonância medidas assim como a correlação entre o modelo

analítico intacto e o novo modelo experimental da estrutura com falha. As frequências de ressonância diminuíram e houve uma deterioração bastante acentuada da correlação dos modos (diminuição dos MAC-valores). Entretanto, alguns modos tais como o segundo, sexto e sétimo parecem não serem sensíveis à esta falha ou seja, a falha não afetou estes modos pois a correlação entre eles continua satisfatória (pequena discrepância entre as frequências e Mac-valores).

Tabela 5.7: Correlação entre os modelos experimental com falhas e analítico sem falhas

Modelo experimental com falhas		Modelo analítico sem falhas		Correlação	
modo	freq. [Hz]	modo	freq. [Hz]	$\Delta f$ [%]	MAC-valores
1	14.93	1	16.98	13.73	0.981
2	22.04	2	22.38	1.54	0.974
3	37.24	3	42.73	14.74	0.963
4	85.67	4	97.04	13.27	0.672
5	105.28	5	112.91	7.24	0.692
6	141.94	6	141.60	-0.23	0.922
7	153.74	7	153.71	-0.01	0.945
8	170.67	8	172.56	1.10	0.791
9	198.91	9	213.43	7.30	0.780
10	221.71	10	228.05	2.85	0.769

Visto que as condições da falha neste caso são perfeitamente conhecidas, tentou-se conduzir o procedimento de localização de falhas sem levar em consideração julgamentos de engenharia relacionados à correlação dos modelos principalmente, para a seleção dos parâmetros de atualização. Isto poderia induzir a utilização de informações referentes à falhas previamente conhecidas. Portanto, a investigação da localização de falhas foi realizada assumindo-se que todos os elementos da estrutura eram potenciais candidatos à falha. A estrutura foi inicialmente dividida em quatro macro regiões, visando identificar uma possível macro região danificada e, a partir da localização desta macro região encontrar o elemento com falha. A figura 5.9 mostra as quatro macro-regiões inicialmente investigada.

As propriedades de inércia dos grupos de elementos pertencentes à cada macro região foram atualizadas independentemente buscando localizar a região comprometida. A figura 5.10 e 5.11 mostra a evolução da diferença das frequências de ressonância e variação dos parâmetros atualizados, os parâmetros de cada macro região foram corrigidos proporcionalmente. A diferença de frequências dos modelos não diminuiu substancialmente, entretanto os Mac-valores mostraram uma melhor correlação entre os modos e os parâmetros da terceira macro região reduziram em torno de 40%. As macro regiões 1, 2 e 4 provavelmente não contém o elemento avariado uma vez que a falha introduz uma redução de parâmetros enquanto que os parâmetros atualizados daquelas regiões aumentaram.

Identificada a provável macro região avariada, o problema foi reavaliado assumindo-se que essa região contém o elemento com falha. Os parâmetros  $I_y$  e  $I_z$  de todos os elementos da terceira macro região foram atualizados independentemente buscando localizar o elemento avariado. A tabela 5.8 mostra as frequências de ressonância e correlação dos modelos antes e depois da atualização do modelo, e as figuras 5.12 e 5.13 visualizam a evolução da diferença de frequências de ressonância e da variação dos parâmetros ajustados. Momento de inércia na direção z e na direção y para cada elemento da macro região ou seja, elementos de 15 a 26 do modelo de elemento finitos, totalizando 24 parâmetros ajustados. O primeiro par de parâmetros está relacionado com o elemento 15, o segundo com o elemento 16 e assim sucessivamente até o elemento 24. O momento de inércia na direção x também é atualizado já que o mesmo é definido como sendo uma combinação dos momentos nas direções y e z. A tabela 5.9 lista a evolução do número de parâmetros ajustado durante o processo de atualização com a rotina RESELECT ativada. Figura III.2, no apêndice A.III, mostra a superposição de algumas FRF(s).

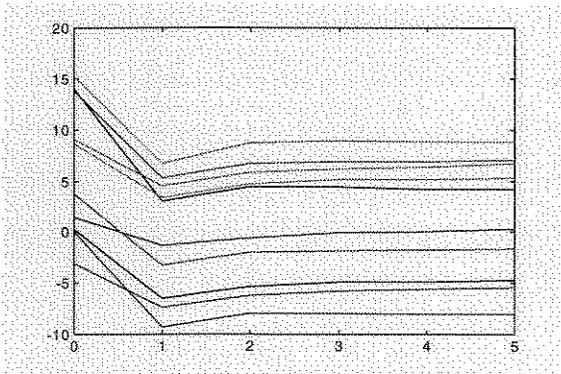


Figura 5.10: Evolução da diferença relativa das frequências de ressonância

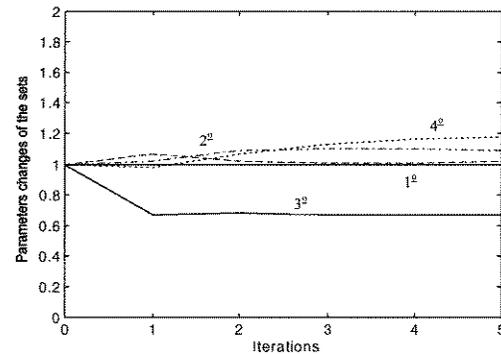


Figura 5.11: Evolução da variação dos parâmetros ajustados das macro regiões.

Tabela 5.8: Parâmetros modais e correlação dos modelos sem falhas, com falhas e ajustado - ajuste para os parâmetros da terceira macro região

Modelo experimental		Modelo analítico		Modelo ajustado		Correlação inicial		Correlação final (iteração 5)	
modo	freq. [Hz]	modo	freq. [Hz]	modo	freq. [Hz]	$\Delta f$ [%]	MAC-val.	$\Delta f$ [%]	MAC-val.
1	14.93	1	16.98	1	14.85	13.73	0.981	-0.86	0.995
2	22.04	2	22.38	2	21.18	1.54	0.974	-3.90	0.973
3	37.24	3	42.73	3	36.92	14.74	0.963	-0.85	0.988
4	85.67	4	97.04	4	90.02	13.27	0.672	3.36	0.930
5	105.28	5	112.91	5	105.60	7.24	0.692	0.31	0.921
6	141.94	6	141.60	6	139.82	-0.23	0.922	-1.49	0.909
7	153.74	7	153.71	7	153.63	-0.01	0.945	-0.72	0.954
8	170.67	8	172.56	8	171.56	1.10	0.791	0.52	0.779
9	198.91	9	213.43	9	201.95	7.30	0.780	1.53	0.929
10	221.71	10	228.05	10	224.47	2.85	0.769	1.24	0.781

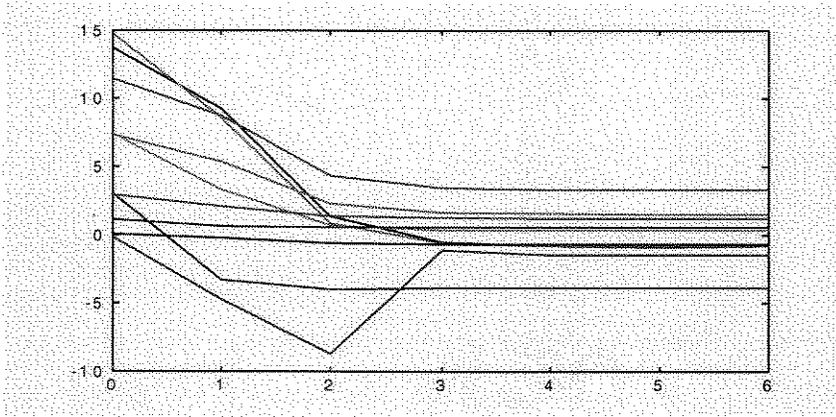
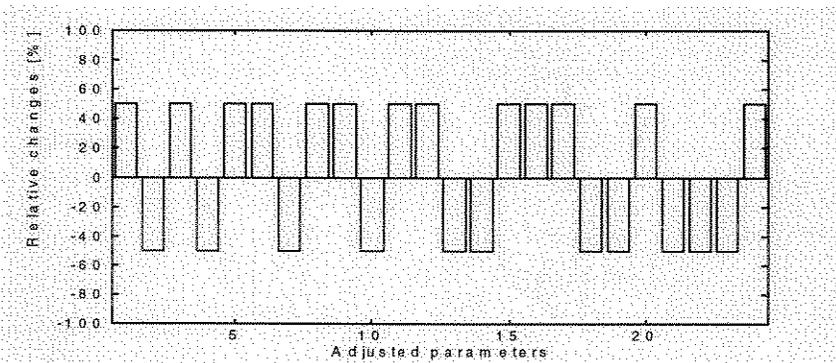
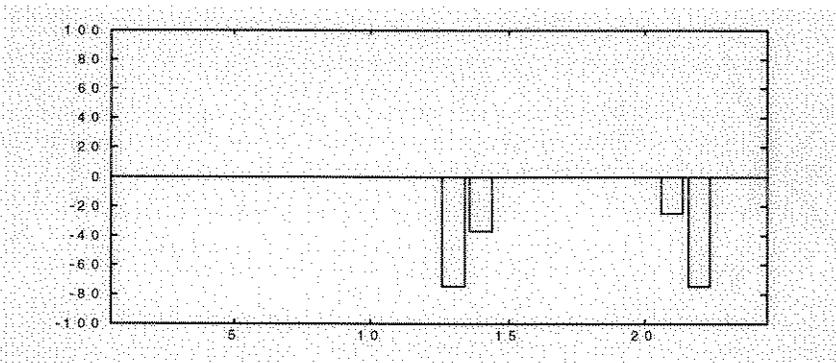


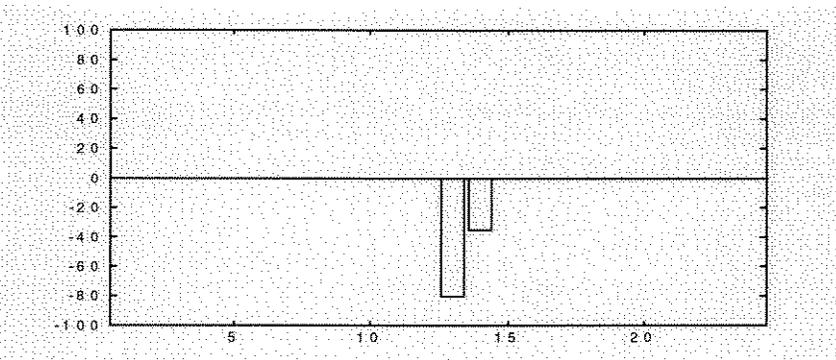
Figura 5.12: Evolução da diferença relativa das frequências de ressonância



(a)



(b)



(c)

Figura 5.13: Evolução da variação dos parâmetros - a.) primeira iteração - b.) quarta iteração - c.) sexta iteração

Tabela 5.9: Lista dos parâmetros corrigidos durante o processo de ajuste

Iteração	parâmetros corrigidos	Número de	
		Params.	elementos
1.)	$I_{z15} I_{y15} - I_{z16} I_{y16} - I_{z17} I_{y17} - I_{z18} I_{y18} - I_{z19} I_{y19} - I_{z20} I_{y20}$ $\underline{I_{z21} I_{y21}} - I_{z22} I_{y22} - I_{z23} I_{y23} - I_{z24} I_{y24} - I_{z25} I_{y25} - I_{z26} I_{y26}$	24	12
2.)	$I_{z20} - I_{y20} - \underline{I_{z21} I_{y21}} - I_{z25} I_{y25}$	6	3
3.)	$\underline{I_{z21} I_{y21}} - I_{z25} I_{y25}$	4	2
4.)	$\underline{I_{z21} I_{y21}} - I_{z25} I_{y25}$	4	2
5.)	$\underline{I_{z21} I_{y21}}$	2	1

\* **negrito** - parâmetro perturbado

A atualização do modelo melhorou a correlação entre os dados analíticos e experimentais, a diferença relativa das frequências de ressonância diminuíram e os MAC-valores aumentaram. Definindo-se assim um novo modelo de elementos finitos melhor correlacionado com o modelo experimental danificado, que será comparado como o modelo intacto visando localizar o elemento com falha. O elemento 21 do novo modelo de elementos finitos apresenta uma sensível redução de ambos parâmetros  $I_y$  e  $I_z$  caracterizando um enfraquecimento deste elemento. Uma análise da correlação dos modelos e dos parâmetros ajustados dá uma forte indicação de que a falha se encontra no elemento 21, ou seja exatamente o elemento da estrutura onde a falha foi introduzida.

Um segundo procedimento para localização da falha foi avaliado sem a divisão da estrutura em macro regiões. Neste caso, a metodologia busca localizar o elemento avariado atualizando os parâmetros inerciais de todos os elementos. A tabela 5.10 mostra as frequências de ressonância e a correlação dos modelos antes e depois do ajuste. As figuras 5.14 e 5.15 visualizam respectivamente a evolução da diferença relativa das frequências de ressonância e a variação dos parâmetros atualizados, momento de inércia de cada elemento na direção y e na direção z. Inicialmente, 60 parâmetros foram ajustados, momentos de inércia nas direções y e z para todos os elementos (30 elementos). A tabela 5.11 lista a evolução do número de parâmetros de atualização ajustados para cada iteração durante o processo de atualização.

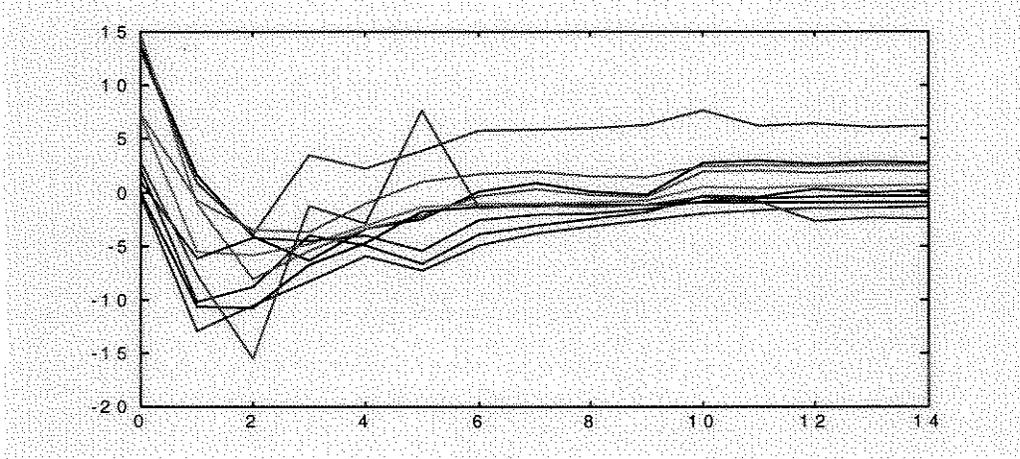
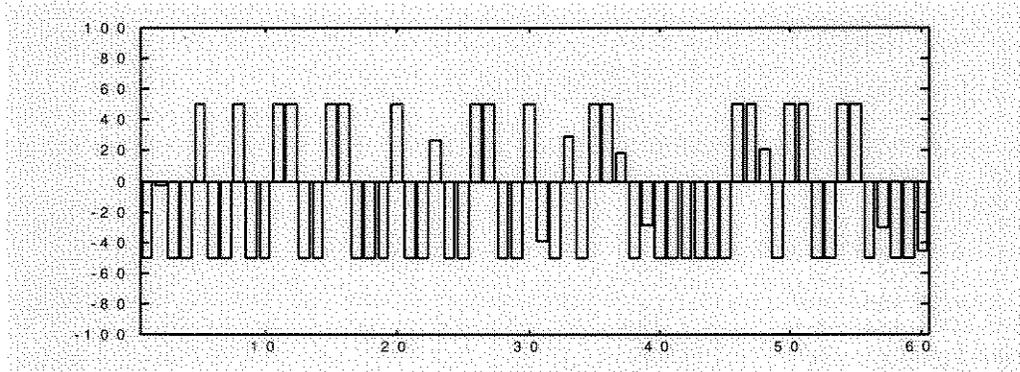
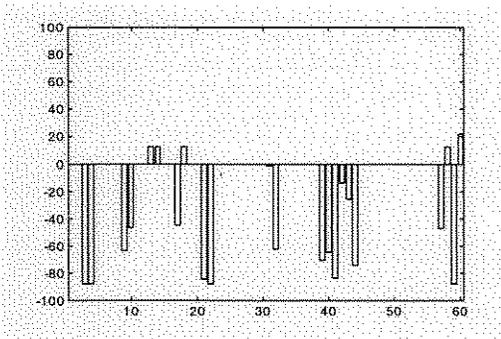


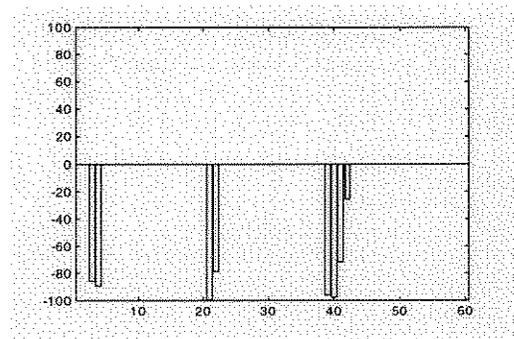
Figura 5.14: Evolução da diferença relativa das frequências de ressonância



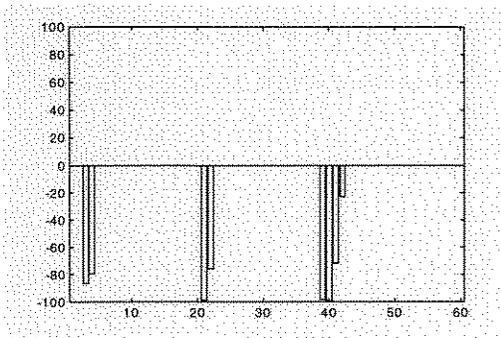
(a)



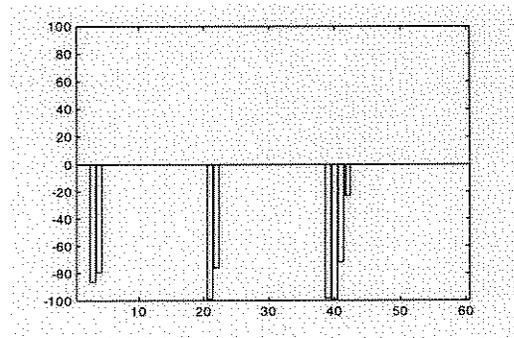
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 5.15: Evolução das variações dos parâmetros - a.) primeira iteração - b.) terceira iteração - c.) décima iteração - (d) décima segunda iteração - (e) décima quarta iteração

Tabela 5.10: Parâmetros modais e correlação dos modelos sem falha, com falha e ajustado

Modelo experimental		Modelo analítico		Modelo ajustado		Correlação inicial		Correlação final (iteração 14)	
modo	freq. [Hz]	modo	freq. [Hz]	modo	freq. [Hz]	$\Delta f$ [%]	MAC-val.	$\Delta f$ [%]	MAC-val.
1	14.93	1	16.98	1	15.34	13.73	0.981	2.76	0.996
2	22.04	2	22.38	2	22.10	2.26	0.974	0.25	0.974
3	37.24	3	42.73	3	37.96	14.74	0.963	1.94	0.987
4	85.67	4	97.04	4	92.78	13.27	0.672	6.21	0.866
5	105.28	5	112.91	5	106.03	7.24	0.692	0.71	0.879
6	141.94	6	141.60	6	140.00	-0.23	0.922	-1.36	0.919
7	153.74	7	153.71	7	152.38	-0.01	0.945	-0.88	0.938
8	170.67	8	172.56	8	170.18	1.10	0.791	-0.28	0.833
9	198.91	9	213.43	9	203.94	7.30	0.780	2.53	0.896
10	221.71	10	228.05	10	215.96	2.85	0.769	-2.42	0.560

Tabela: 5.11 Lista de parâmetros corrigidos durante o processo de ajuste

Iteração	parâmetros corrigidos	Número de	
		Params.	elementos
1	$I_{z1} I_{y1} - I_{z2} I_{y2} - I_{z3} I_{y3} - I_{z4} I_{y4} - I_{z5} I_{y5} - I_{z6} I_{y6} - I_{z7} I_{y7}$ $I_{z8} I_{y8} - I_{z9} I_{y9} - I_{z10} I_{y10} - I_{z11} I_{y11} - I_{z12} I_{y12} - I_{z13} I_{y13} - I_{z14}$ $I_{y14} - I_{z15} I_{y15} - I_{z16} I_{y16} - I_{z17} I_{y17} - I_{z18} I_{y18} - I_{z19} I_{y19} - I_{z20}$ $I_{y20} - \underline{I_{z21} I_{y21}} - I_{z22} I_{y22} - I_{z23} I_{y23} - I_{z24} I_{y24} - I_{z25} I_{y25} - I_{z26}$ $I_{y26} - I_{z27} I_{y27} - I_{z28} I_{y28} - I_{z29} I_{y29} - I_{z30} I_{y30}$	60	30
2	$I_{z1} I_{y1} - I_{z2} I_{y2} - I_{z5} I_{y5} - I_{z7} I_{y7} - I_{z9} I_{y9} - I_{z11} I_{y11} - I_{z16} I_{y16} -$ $I_{z20} I_{y20} - \underline{I_{z21} I_{y21}} - I_{z22} I_{y22} - I_{z29} I_{y29} - I_{z30} I_{y30}$	12	24
3	$I_{z2} I_{y2} - I_{z5} I_{y5} - I_{z7} I_{y7} - I_{z9} I_{y9} - I_{z11} I_{y11} - I_{z16} I_{y16} -$ $I_{z20} I_{y20} - \underline{I_{z21} I_{y21}} - I_{z22} I_{y22} - I_{z29} I_{y29} - I_{z30} I_{y30}$	11	22
4	$I_{z2} I_{y2} - I_{z5} I_{y5} - I_{z11} I_{y11} - I_{z20} I_{y20} - \underline{I_{z21} I_{y21}} - I_{z22} I_{y22}$	6	12
5	$I_{z2} I_{y2} - I_{z5} I_{y5} - I_{z11} I_{y11} - I_{z20} I_{y20} - \underline{I_{z21} I_{y21}} - I_{z22} I_{y22}$	5	10
6	$I_{z2} I_{y2} - I_{z11} I_{y11} - I_{z20} I_{y20} - \underline{I_{z21} I_{y21}} - I_{z22} I_{y22}$	5	10
7	$I_{z2} I_{y2} - I_{z11} I_{y11} - I_{z20} I_{y20} - \underline{I_{z21} I_{y21}} - I_{z22} I_{y22}$	5	10
8	$I_{z2} I_{y2} - I_{z11} I_{y11} - I_{z20} I_{y20} - \underline{I_{z21} I_{y21}} - I_{z22} I_{y22}$	5	10
9	$I_{z2} I_{y2} - I_{z11} I_{y11} - I_{z20} I_{y20} - \underline{I_{z21} I_{y21}} - I_{z22} I_{y22}$	5	10
10	$I_{z2} I_{y2} - I_{z11} I_{y31} - I_{z20} I_{y20} - \underline{I_{z21} I_{y21}}$	4	8
11	$I_{z2} I_{y2} - I_{z11} I_{y31} - I_{z20} I_{y20} - \underline{I_{z21} I_{y21}}$	4	8
12	$I_{z2} I_{y2} - I_{z11} I_{y31} - I_{z20} I_{y20} - \underline{I_{z21} I_{y21}}$	4	8
13	$I_{z2} I_{y2} - I_{z11} I_{y31} - I_{z20} I_{y20} - \underline{I_{z21} I_{y21}}$	4	8
14	$I_{z2} I_{y2} - I_{z11} I_{y31} - I_{z20} I_{y20} - \underline{I_{z21} I_{y21}}$	4	8

\* **negrito** = parâmetro perturbado

O novo modelo ajustado apresenta uma correlação satisfatória em relação aos dados medidos no modelo com falha. Os elementos 2, 11, 20 e 21 do novo modelo de elementos finitos apresentam uma redução dos parâmetros, caracterizando assim um enfraquecimento destes elementos. Isto dá uma indicação de que esses elementos provavelmente contêm uma falha. Entretanto, um análise mais criteriosa dos parâmetros ajustados e da geometria da estrutura mostra que o elemento 2 e principalmente, os elementos 11 e 20 têm pouco ou praticamente nenhuma influência na rigidez da estrutura. Mais ainda, para uma estrutura que não possui membros redundantes, a redução de aproximadamente 100% dos parâmetros de um elemento (figura 5.15) significa invariavelmente o colapso da estrutura o que significa total ausência de correlação entre os modelos. Portanto, os elementos 2, 11, e 20 têm pouca influência no comportamento da estrutura e o elemento 21 deve ser o elemento com falha.

Um teste adicional para confirmar a localização do elemento com falha foi realizado atualizando os elementos 2, 11, e 20 individualmente. Esses elementos, como já esperado, apresentaram uma baixa sensibilidade modal ou seja grandes variações nos parâmetros desses elementos provocam uma variação muito pequena nas frequências de ressonância e nos modos da estrutura para a faixa de frequência analisada. Consequentemente, a avaliação do real estado desses elementos baseado na variação dos parâmetros modais é difícil e arriscada.

Finalmente, uma tentativa de estimativa da extensão da falha foi realizada. Os resultados mostraram um redução em torno 80 % do momento de inércia em relação  $I_z$  e 45 % em relação a  $y$  (figura 5.13). Esses valores estão em concordância com os valores inicialmente estimados, demonstrando que metodologia permite uma avaliação da extensão da falha. Entretanto, a interpretação desta avaliação neste caso é uma tarefa arriscada e deve ser feita com muito cuidado e alguma reserva uma vez que a extensão da falha introduzida no modelo não é conhecido com exatidão. Um outro aspecto a ser enfatizado é que o corte introduz uma variação localizada das propriedades do elemento pois o comprimento do elemento finito é muito maior do que o corte.

#### 5.2.4 Discussão

A correlação inicial entre o modelo de elementos finitos e os dados experimentais apresentou Mac-valores bastante satisfatórios entretanto, a diferença relativa entre as

freqüências de ressonância apresentou valores relativamente altos. Para alguns pares de modos correspondentes a diferença relativa entre as freqüências excederam 10%, indicando a necessidade da melhoria do modelo original de elementos finitos. As propriedades de inércia das barras soldadas foram ajustadas e um modelo mais realístico, muito próximo do modelo experimental, foi obtido.

A comparação do modelo analítico melhorado com os dados medidos na estrutura danificada mostraram que a falha introduzida na estrutura provocou uma deterioração da correlação inicial dos modelos. As análises por macro regiões e elemento por elemento foram aplicadas para a localização do elemento com falha do modelo. Em ambos os casos, o processo de atualização permitiu estabelecer um novo modelo analítico melhor correlacionado com os dados medidos da estrutura com falha. Os Mac-valores aumentaram e a diferença relativa das freqüências de ressonância diminuíram, o que permitiu a comparação entre o modelo intacto e o modelo com falha, buscando localizar o elemento danificado. Em ambas as aproximações, a análise da correlação dos modelos e da variação dos parâmetros ajustados forneceram uma fortíssima indicação de que o elemento danificado da estrutura foi corretamente localizado. Foi detectado também que os elementos 11 e 20 apresentam uma baixíssima sensibilidade em relação aos parâmetros modais e que a metodologia tem dificuldade em avaliar o real estado de falha desses elementos.

### 5.3 - ESTUDO DE CASO DOIS

A estrutura sob investigação neste estudo de caso, é uma estrutura espacial treliçada construída de barras de alumínio conectadas umas as outras através de uniões aparafusadas. A união entre as barras é feita utilizando-se esferas de aço com furos com rosca para a fixação das extremidades das barras. O “setup” de medições mostrado na figura 5.16 apresenta a estrutura e alguns detalhes da conexão dos membros. As barras são tubos de alumínio cujas as extremidades possuem um mecanismo de rosca formado por um parafuso de aço o qual é aparafusado nas esferas. A estrutura tem características de grandes estruturas aeroespaciais e apresenta as principais dificuldades normalmente encontradas na modelagem de um estrutura real tais como elementos de conexão, diferentes tipos de material, parâmetros concentrados, etc. Na montagem da estrutura utilizou-se a mesma força de aperto para cada barra visando minimizar os efeitos não lineares devido as condições de aperto do elementos. A tabela 5.12 resume as principais propriedades dos componentes da estrutura. Neste caso, o principal objetivo do teste é investigar a capacidade da metodologia proposta localizar um elemento totalmente danificado na estrutura. A falha consiste na redução de 100% das propriedades de massa e rigidez (remoção do membro) de um barra diagonal na terceira modulo da estrutura, simulando assim uma falha desta barra. Dois ensaios experimentais foram realizados, um para a estrutura inicialmente intacta e o outro após a introdução de uma falha na barra.

Tabela 5.12: Propriedades de material e parâmetros geométricos da estrutura

	Barras de Alumínio	Parafusos	Esferas
Modulo de elasticidade	7.0 E10 [N/m <sup>2</sup> ]	2.1 E11 [N/m <sup>2</sup> ]	2.1 E11 [N/m <sup>2</sup> ]
Seção de área transversal	6.5973 E-5 [m <sup>2</sup> ]	2.0760 E-4 [m <sup>2</sup> ]	2.0760 E-4 [m <sup>2</sup> ]
Densidade de massa	2700 [Kg/m <sup>3</sup> ]	7850 [Kg/m <sup>3</sup> ]	-
Massa	-	-	0.231 [Kg]
Coefficiente de Poisson	0.3	0.3	0.3
Comprimento	$l_1 = 0.3$ [m] $l_2 = 0.707$ [m]	$l_b = 0.058$ [m]	-

O ensaio inicial objetiva prover um levantamento dos parâmetros e propriedades modais do estrutura e cosequentemente, definir um modelo analítico mais realístico. O segundo teste

fornece os principais parâmetros dinâmicos da estrutura danificada, os quais serão utilizados na comparação e ajuste do modelo de elementos finitos, buscando localizar e caracterizar a falha da estrutura.

### **Modelo Experimental**

As características dinâmicas da estrutura foram calculada a partir da análise modal experimental (EMA), utilizando-se um pacote comercial de análise modal. A figura 5.16 dá uma visão geral do setup experimental. A estrutura foi ensaiada na condição livre-livre, cabos elásticos flexíveis foram utilizados para manter a estrutura suspensa durante o ensaio. Esse tipo de suspensão permite simular uma condição de movimento livre-livre bastante razoável para toda a estrutura. As respostas foram medidas na direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  utilizando acelerômetro do tipo PCB montados nos pontos de conexão das barras e no meio de cada barra física, totalizando 46 pontos de medição. A figura 5.17 visualiza a malha de pontos de medição. Em função do número de pontos de medição ser maior do que o número de canais de aquisição disponível, os pontos de medições foram separados em três grupos e as FRF(s) foram medidas em três series de aquisição. Para cada serie de aquisição, os acelerômetros foram distribuídos em pontos ao longo de toda estrutura visando evitar efeitos de massa concentrada devido concentração de acelerômetros em uma única região, cuidados também foram tomados no sentido de se posicionar os sensores alinhados com os eixos da estrutura. As forças de excitação foram aplicadas em duas direções distintas, uma no plano da base da estrutura e outra perpendicular ao plano da estrutura, como mostrado na figura 5.17. O sinais de excitação foram ruídos de banda limitada gerados por excitadores eletro-mecânicos. Células de carga do tipo piezoelétrica, montadas entre o excitador e a estrutura, foram utilizada para medir as forças de excitações aplicada à estrutura. A faixa de frequência analisada foi de 0 a 200 Hz. O apêndice A.IV mostra os parâmetros de aquisição e processamento utilizado no experimento.

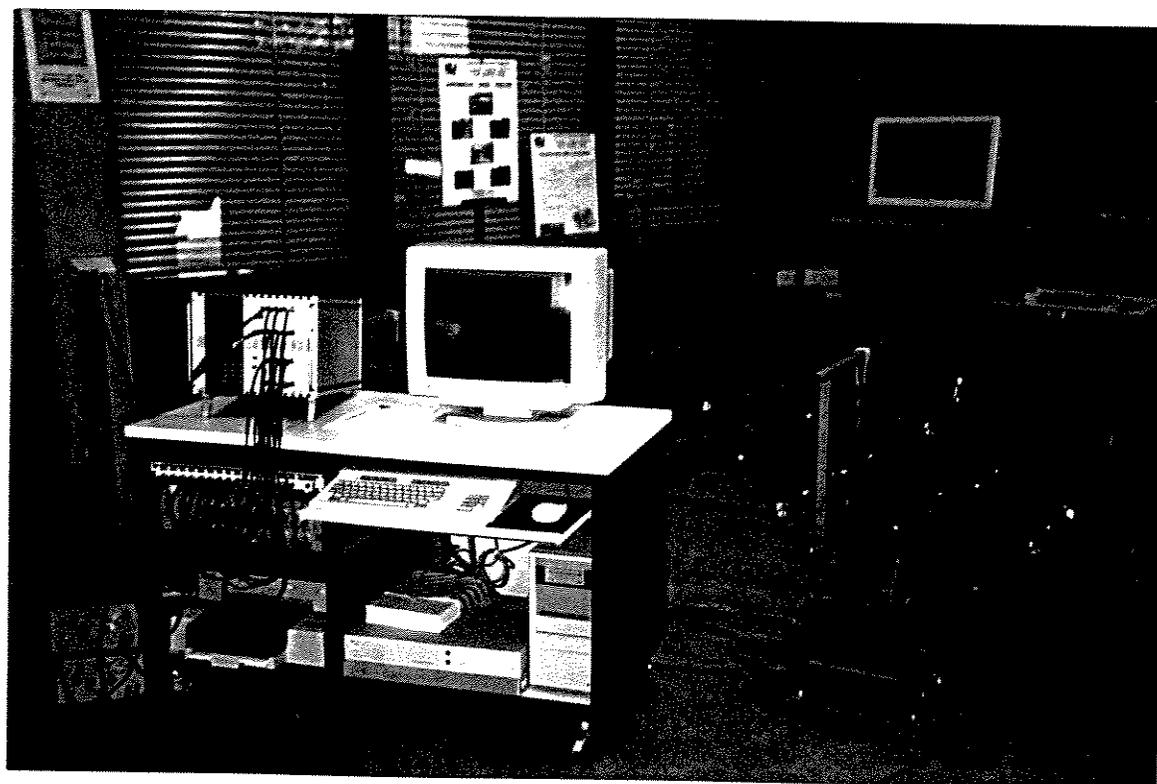
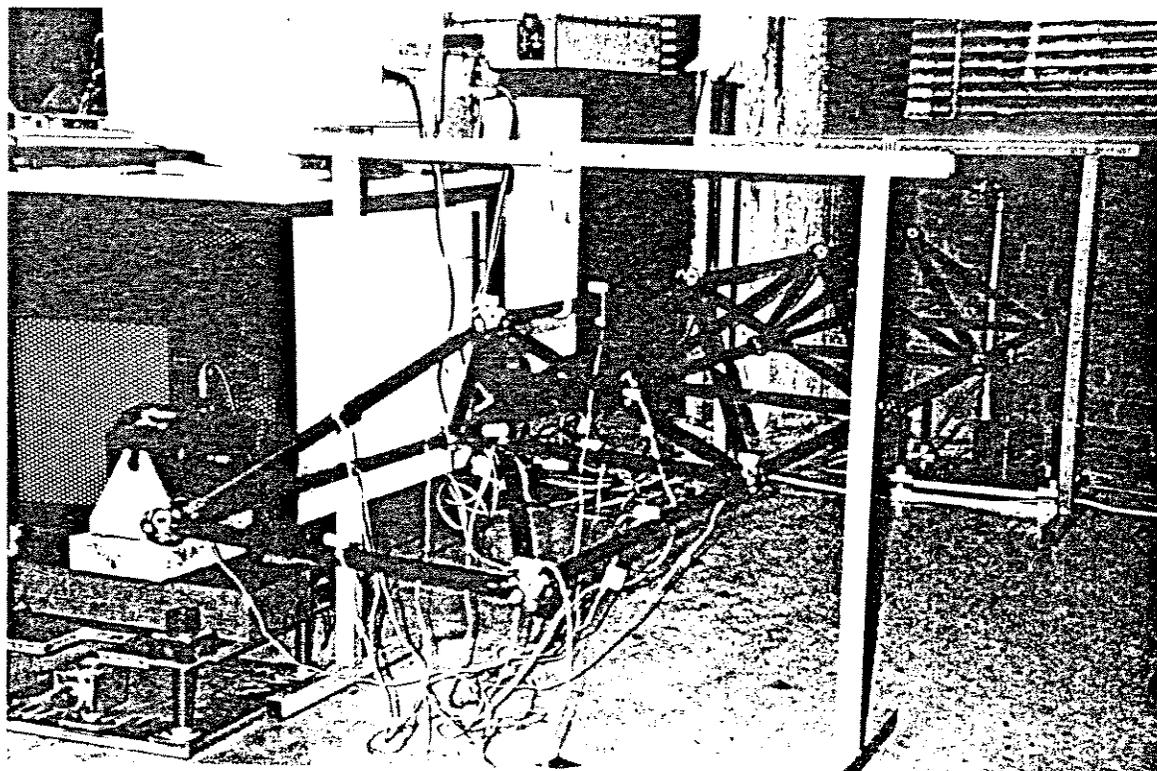


Figura 5.16: Setup de Medição

A análise modal foi realizada com base nas FRF(s) medidas, os parâmetros modais foram estimados utilizando o pacote de análise modal LMS CADA-X Modal Analysis Software (LMS CADA-X, 1992). Na faixa de frequência analisada foram encontrados sete modos globais e seis modos locais. A tabela 5.13 mostra os parâmetros modais estimados numa faixa de frequência envolvendo os primeiros cinco modos globais da estrutura. Os modos experimentais não são utilizados como dados referência para a atualização do modelo, eles são utilizados na avaliação da correlação entre os modelos, via MAC-valores. Os dados de referência utilizados na atualização são as receptâncias medidas e as frequências de ressonância estimadas. Para este teste os dados de referência contem 138 funções de receptâncias medidas (46 pontos de medição , três direções) e cinco frequências de ressonância.

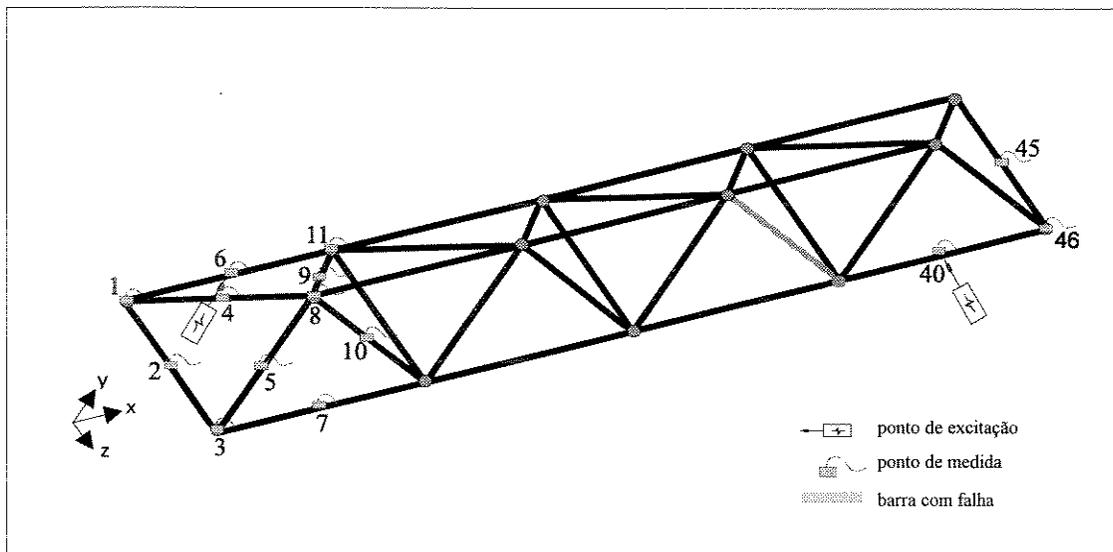


Figura 5.17: Malha de pontos de medição e detalhe da falha

Tabela 5.13: Parâmetros modais estimados

Modos número	Estrutura	
	freq. [Hz]	razão de amort. [%]
1	16.41	0.25
2	24.55	0.28
3	35.70	0.24
4	46.82	0.18
5	83.17	0.12

## Modelo Analítico

As características dinâmicas do modelo foram avaliada utilizando a versão educacional do pacote de elementos finitos ANSYS (1992). O modelo de elementos finitos utiliza elementos de viga (6 GL(s) por nó) para representar as barras e elementos de massa concentrada para representa os efeitos dos elementos de junta usados na conexão dos barras. O apêndice V mostra o arquivo dos dados de entrada do programa de elementos finitos para o modelo. Cada barra física foi dividida em 4 elementos de viga, e dois elementos de massa concentrada foram adicionados, um no segundo nó do primeiro elemento e o outro no segundo nó do quarto elemento. A figura 5.18 visualiza a discretização da malha de elementos finitos e mostra os detalhes da conexão entre as barras. As esferas são modelada como sendo elementos de viga sem massa e a massa de cada uma é representada por elementos de massa e concentrada adicionado nestes pontos (conexão da barras). A geometria dos elementos da estrutura é simples e a discretização da malha de elementos finitos não oferece nenhuma dificuldade maior. A discretização engloba toda a malha de pontos de medição visando estabelecer a compatibilidade dos modelos. Neste caso o modelo tem nós coincidindo com todos os pontos medidos o que facilita a avaliação da correlação dos dados dos modelos. O modelo livre-livre de elementos finitos MEF possui 110 nós, 128 elementos viga e 78 elementos de massa concentrada, totalizando 660 GL(s). Deste total, aproximadamente 20 por cento (138 GL(s)) são instrumentados e medidos.

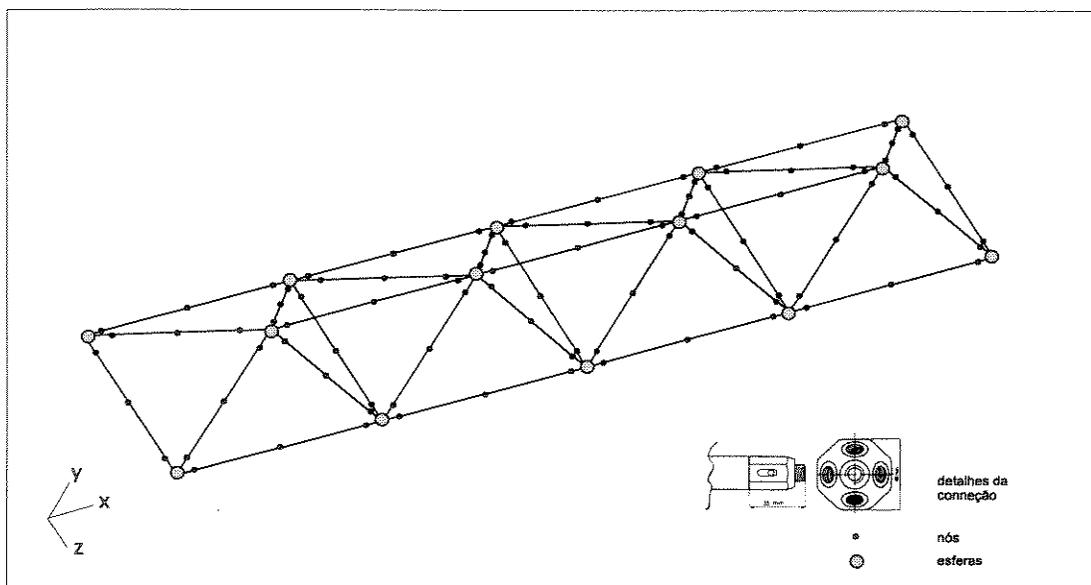


Figura 5.18: Discretização do modelo de elementos finitos e detalhes da conexão das barras

A representação dos tubos de alumínio por elementos de viga é bastante razoável uma vez que eles possuem uma geometria muito simples cuja as propriedades são bem determinadas e uniforme ao longo do tubo. Já as esferas são componentes mais complexos cuja a modelagem envolve algumas aproximações. Neste caso, a rigidez das esferas foram aproximadas por elementos de vigas e a massa foi modelada como um elemento de massa concentrada. A calculo correto da massa da esfera é facilmente determinada através da pesagem da mesma.

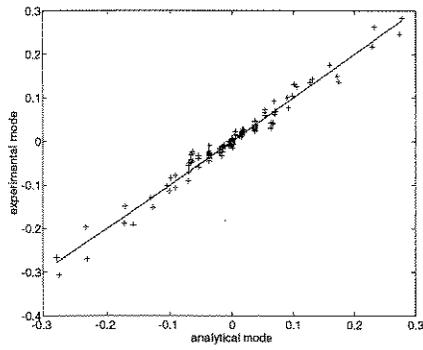
### 5.3.1 - Correlação

A avaliação da correlação entre os modelos requer inicialmente o estabelecimento de uma base de comparação compreendendo a compatibilidade geométrica e numérica entre os GL(s) experimentais e analíticos. Esta compatibilidade geométrica é definida forçando, através de um sistema de referência comum, os GL(s) do modelo analíticos coincidir com os respectivos GL(s) medidos no modelo experimental. Já a equivalência entre o número de graus de liberdade é feita através do processo de redução dinâmica do modelo analítico. Definida a base de comparação, os parâmetros modais dos modelos foram comparados utilizando os vários métodos de correlação previamente discutidos.

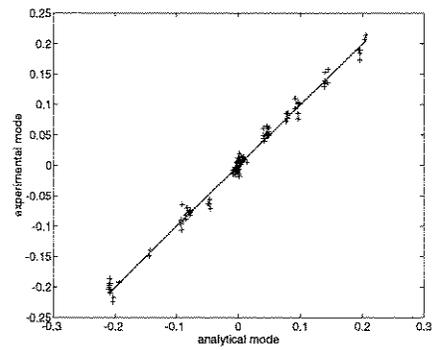
A tabela 5.14 mostra as primeiras frequências de ressonância dos modelos analítico e experimental e os respectivos Mac-valores para os pares de modos correspondentes. As figuras 5.19 e 5.20 mostram os gráficos de correlação dos parâmetros dos modelos, gráfico de 45° para as frequências de ressonância e correspondentes modos. A figura III.3, no apêndice A.III, mostra a superposição para típicas FRF(s) medidas.

Tabela 5.14: Correlação entre os modelos analítica e experimental

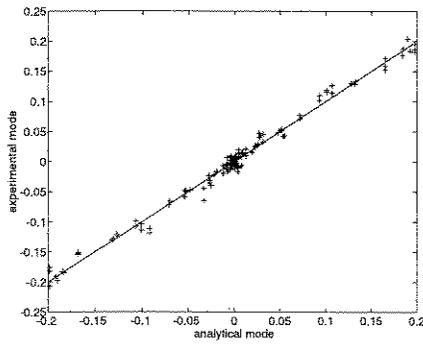
Modelo Experimental		Modelo analítico		Correlação	
modo	freq. [Hz]	modo	freq. [Hz]	$\Delta f$ [%]	MAC-valores
1	16.41	1	15.93	-2.92	0.973
2	24.55	2	23.90	-2.64	0.991
3	35.70	3	34.74	-2.68	0.984
4	46.82	4	44.45	-5.00	0.976
5	83.17	5	87.11	4.73	0.928



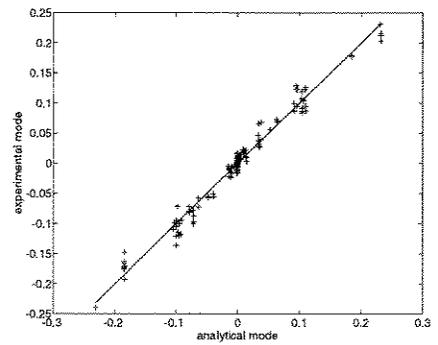
(a) primeiro modo



(b) segundo modo

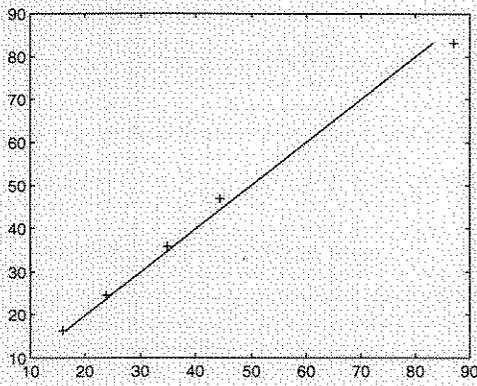


(c) terceiro modo

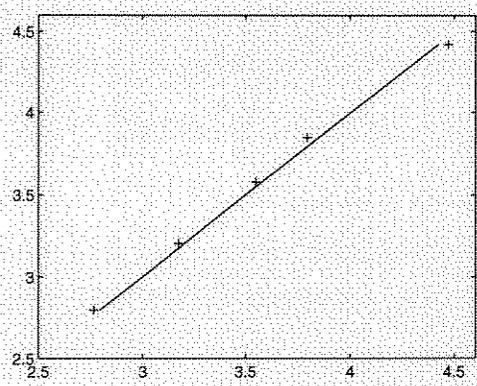


(d) quarto modo

Figura 5.19: Gráfico de 45° para os modos - primeiro ao quarto



(a)



(b)

Figura 5.20: Gráfico de 45° para as frequências de ressonância

Os resultados apresentados acima indicam que os modelos MEF e EMA apresentam uma correlação satisfatória. Os gráficos de 45° mostram que os pontos de frequência e também modos próprios se encontram com uma pequena dispersão ao longo de uma reta de 45° e não apresentam nenhuma tendência sistemática. A diferença relativa entre as correspondentes frequências de ressonância não excedem 5% e o Mac-valores estão acima de 0.90 mostrando uma aceitável correlação entre os modos calculados e medidos. Uma vez que os modelos estão bem correlacionados, o modelo inicial por elementos finitos é definido como sendo uma boa representação do modelo experimental. Portanto, o primeiro nível da metodologia, correção do modelo inicial de elementos finitos, não será aplicado neste caso pois o modelo inicial já representa satisfatoriamente o modelo real, requisito indispensável para a aplicação da metodologia de localização de falha.

### 5.3.2 - Localização da Falha

A falha introduzida na estrutura consiste de uma redução de 100% nas propriedades de massa e rigidez (remoção do membro) da sétima barra do terceiro módulo da estrutura, ver figura 5.17. O teste experimental da estrutura danificada foi realizado sob as mesmas condições utilizadas para o teste da estrutura intacta. A figura 5.21 mostra o cheque de reciprocidade das FRF(s). A comparação do modelo analítico com os dados experimentais da estrutura danificada mostra uma grande deterioração da correlação dos modelos. A tabela 5.15 mostra as primeiras frequências de ressonância dos modelos analítico e experimental e os respectivos Mac-valores dos pares de modos correspondentes. A falha introduzida provocou uma acentuada mudança no comportamento dinâmico da estrutura, as frequências de ressonância de alguns modos reduziram sensivelmente e a correlação dos modos foi deteriorada. A tabela 5.16 mostra a comparação entre os modos da estrutura intacta e da estrutura danificada. O quinto modo deslocou para o terceiro modo e alguns deles perderam a correlação com os seus respectivos correspondentes analíticos. Entretanto, alguns modos parecem não ser sensíveis à esta falha, e a grosso modo, a falha não afetou estes modos pois a correlação entre eles permanece satisfatória (pequena discrepância entre as frequências e Mac-valores). Isto mostra que a falha é basicamente uma falha local.

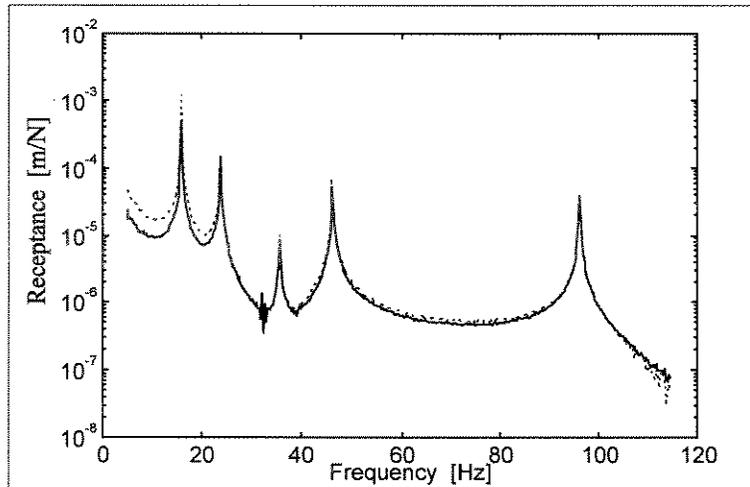


Figura 5.21: Teste de reciprocidade das funções de receptâncias. Linha cheia, resposta medida no ponto 40, direção z (excitação no ponto 6, direção y), linha pontilhada, resposta medida no ponto 6, direção y (excitação no ponto 40, direção z)

Tabela 5.15: Correlação entre os modelos experimental com falha e analítico sem falha

Modelo experimental		Modelo analítico		Correlação	
modo	freq. [Hz]	modo	freq. [Hz]	$\Delta f$ [%]	MAC-valores
1	15.85	1	15.93	-0.75	0.955
2	23.84	2	23.90	-0.20	0.952
3	32.40	3	34.74	-	no correl.
4	35.70	3	34.74	2.63	0.947
5	46.16	4	44.45	3.57	0.976
6	96.26	5	87.11	-	no correl.

Tabela 5.16: Matriz de MAC-valores (modos experimentais para a estrutura com e sem falha)

modos c/ falha modos s/ falha	1	2	3	4	5	6
1	0.935	0.004	0.003	0.002	0.000	0.001
2	0.004	0.942	0.009	0.000	0.007	0.001
3	0.001	0.000	0.027	0.947	0.000	0.000
4	0.000	0.003	0.005	0.001	0.986	0.000
5	0.004	0.013	0.344	0.015	0.001	0.708
6	0.000	0.002	0.007	0.000	0.000	0.006

Para demonstrar sua eficiência a metodologia deve localizar e avaliar a falha da estrutura sem utilizar informações prévias a respeito da área avariada. Na análise em questão, a metodologia em princípio assume que todos elementos da estrutura são potenciais candidatos à falha e conseqüentemente devem ser investigados com tias. A estrutura foi dividida em macro regiões onde cada módulo representa uma macro região. A figura 5.22 mostra as quatro macro-

regiões inicialmente investigadas. As propriedades dos grupos de elementos pertencentes à cada macro região foram atualizadas independentemente buscando localizar uma possível macro região afetada pela falha. A figura 5.23 mostra a variação dos parâmetros atualizados, os parâmetros de cada macro região foram corrigidos proporcionalmente uns aos outros.

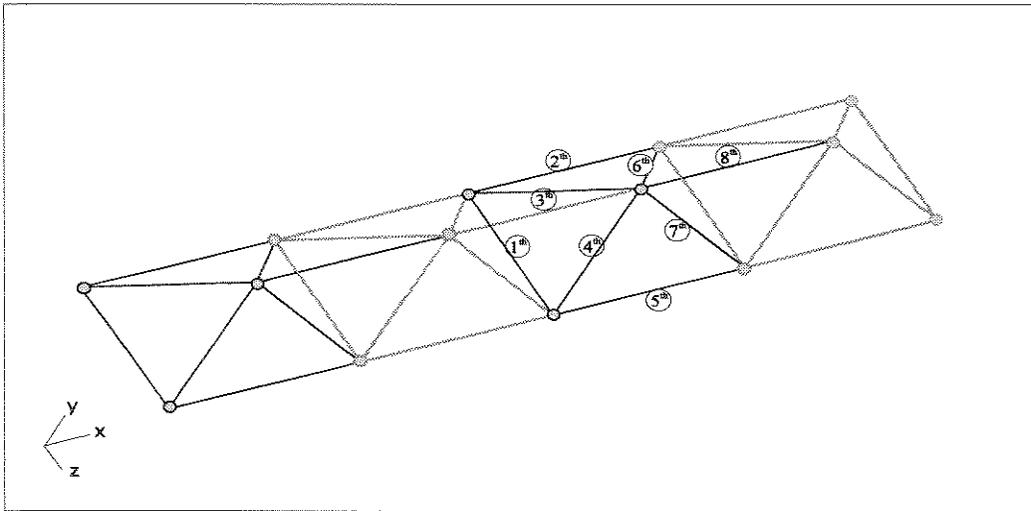


Figura 5.22: Macro regiões e barras da terceiro módulo.

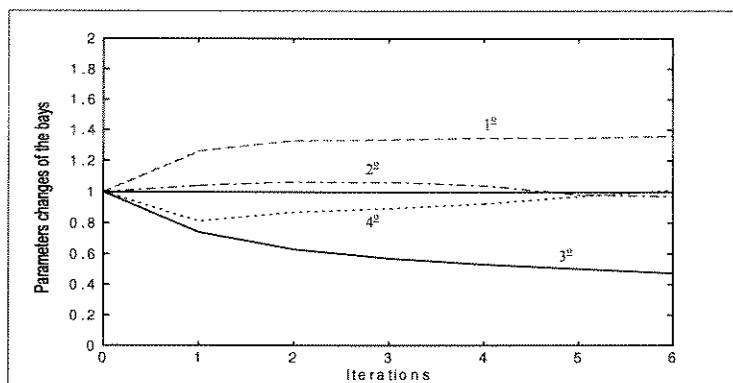


Figura 5.23: Evolução da variação dos parâmetros dos quatro módulos.

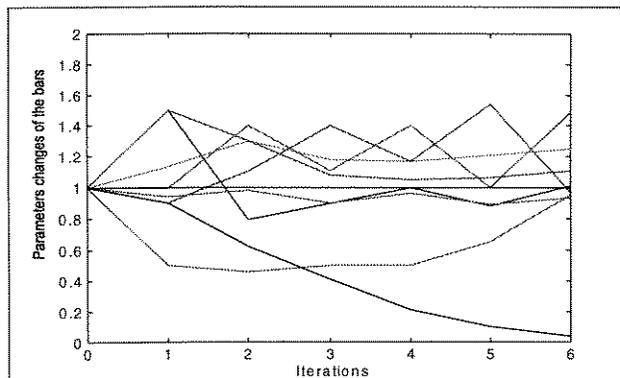
A correlação dos modelos não melhorou substancialmente entretanto, houve uma redução bastante acentuada dos parâmetros da terceira macro região caracterizados um enfraquecimento desta macro região. As macro regiões 1, 2 e 4 provavelmente não contêm o

elemento avariado uma vez que a falha introduz uma redução nos parâmetros, e os parâmetros atualizados nessas regiões permaneceram estáveis ou aumentaram.

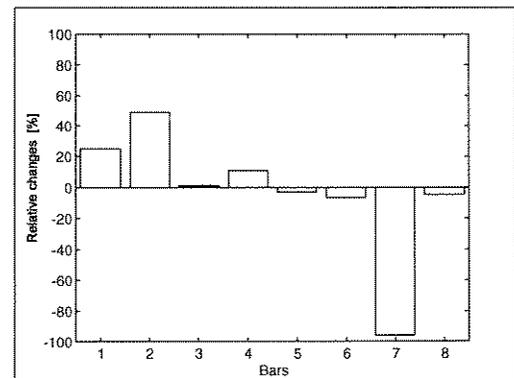
Identificada a provável macro região avariada, o problema foi reavaliado assumindo-se que essa região contém o elemento danificado. O procedimento de análise, elemento por elemento foi aplicado para a terceira macro região da estrutura. Todas as oito barras do terceiro módulo foram atualizada independentemente buscando identificar o elemento danificado. Neste caso, os parâmetros de cada elemento foram ajustados, com variação proporcional uns aos outros. A tabela 5.17 mostra as frequências de ressonância e correlação dos modelos antes e depois da ajuste, e as figuras 5.24.a e 24.b visualizam a evolução dos parâmetros atualizados de cada membro. A atualização do modelo foi desenvolvida com rotina RESELECT desativada.

Tabela 5.17: Parâmetros modais e correlação dos modelos sem falha, com falha e ajustado - ajuste para os parâmetros da terceira macro região

Modelo experimental		Modelo analítico		Modelo ajustado		Correlação inicial		Correlação final (iteração 5)	
modo	freq. [Hz]	modo	freq. [Hz]	modo	freq. [Hz]	$\Delta f$ [%]	MAC-val.	$\Delta f$ [%]	MAC-val.
1	15.85	1	15.93	1	16.14	-0.75	0.955	-1.82	0.963
2	23.84	2	23.90	2	23.32	-0.20	0.952	2.18	0.971
3	32.40	3	34.74	3	39.04	-	no correl.	-20.49	0.918
4	35.70	3	34.74	4	34.87	2.63	0.947	2.31	0.889
5	46.16	4	44.45	5	44.87	3.57	0.976	2.79	0.978
6	96.26	5	87.11	6	98.91	-	no correl.	-2.75	0.961



(a)



(b)

Figura 5.24: Evolução da variação dos parâmetros das barras da terceira macro região

A atualização do modelo melhorou a correlação dos dados analíticos e experimentais, a diferença relativa das frequências de ressonância diminuíram e os MAC-valores aumentaram. Definindo-se assim um novo modelo de elementos finitos melhor correlacionado com o modelo experimental danificado, que deverá ser comparado como o modelo intacto visando localizar o elemento avariado. Os parâmetros da sexta barra e da oitava apresentaram uma leve redução enquanto os parâmetros da sétima barra reduziram drasticamente, caracterizando assim um enfraquecimento desta barra.

A análise da variação dos parâmetros atualizados corroborada pela qualidade da correlação dos modelos fornece uma clara indicação de que a sétima barra provavelmente esta danificada ou seja, exatamente a barra removida da estrutura. Buscando avaliar a extensão da falha e eventuais dúvidas a respeito das outras barras que apresentaram uma leve redução dos parâmetros, cada uma dessas barras foram atualizadas individualmente. Primeiramente a sétima barra foi atualizada e posteriormente a sexta e oitava. A tabela 5.18 mostra a correlação dos modelos, para a atualização da sétima e da oitava barra respectivamente. A figura 5.25 mostra a evolução da variação dos parâmetros atualizados em ambos os casos, para a sétima barra (figura 2.25.a) e para a oitava (figura 2.25.b). Os parâmetros atualizados diminuíram em ambos os casos entretanto, a correlação entre o modelo avariado e o modelo ajustado são muito diferentes. Para caso de atualização da oitava barra, apesar da redução dos parâmetros ajustados, a correlação dos modelos não é satisfatória apresentado resultado pior do que o original. Já para a atualização da sétima barra, a correlação dos modelos é satisfatória o que confirma que a barra danificada foi corretamente localizada. A correlação e a variação dos parâmetros do modelo para o ajuste da sexta barra é similar ao da oitava barra.

Tabela 5.18 Correlação dos modelos o para ajuste da barra correta e incorreta.

Modelo experimental com falha		Modelo analítico		Correlação inicial		Modelo ajustado correlação (barra 7)		Modelo ajustado correlação (barra 8)	
modo	freq.[Hz]	modo	freq. [Hz]	$\Delta f$ [%]	MAC-valores	$\Delta f$ [%]	MAC-valores	$\Delta f$ [%]	MAC-valores
1	15.85	1	15.97	-0.75	0.955	3.29	0.961	0.83	0.945
2	23.84	2	23.90	-0.20	0.952	3.29	0.979	-	no correl.
3	32.40	3	34.74	-	no correl.	0.98	0.986	-	no correl.
4	35.70	3	34.76	2.63	0.947	3.72	0.984	3.07	0.947
5	46.16	4	44.45	3.57	0.976	5.65	0.987	3.99	0.976
6	96.26	5	87.11	-	no correl.	-3.33	0.977	-	no correl.

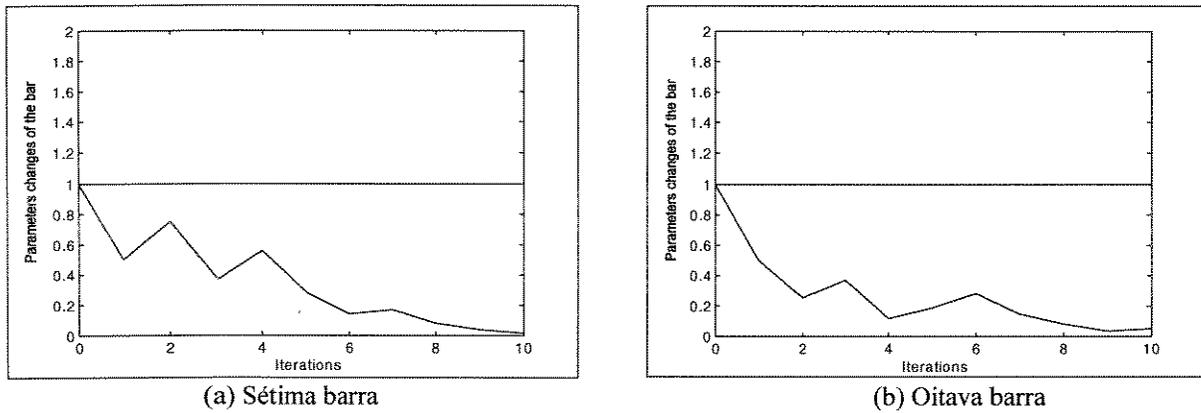


Figura 5.25: Evolução da variação dos parâmetros para estima barra e oitava

### 5.3.3 - Discussão

Neste estudo de caso, a correlação inicial entre o modelo de elementos finitos e os dados experimentais indica uma concordância satisfatória dos modelos. Conseqüentemente, o modelo original de elementos finitos é assumido ser uma boa representação da estrutura e o primeiro nível da metodologia não foi executado. A comparação do modelo analítico original com os dados da estrutura com falha mostrou uma grande discrepância entre os modelos. A técnica de análise por macro regiões foi aplicada neste caso. Inicialmente, a estrutura foi dividida em quatro macro regiões, e os parâmetros de cada macro região foram ajustados. A região contendo o parâmetro danificado foi localizada, e a análise elemento por elemento foi aplicada para a macro região danificada, buscando localizar o parâmetro danificado. A análise da correlação dos modelos e das variações dos parâmetros ajustados fornecem uma fortíssima indicação da localização correta do elemento com falha. A extensão da falha foi corretamente avaliada, já que neste caso, a real extensão do dano introduzido na estrutura é bem conhecida.

## 5 - CONCLUSÃO

Neste capítulo foram discutidos a aplicabilidade da metodologia NDE para localização e avaliação respectivamente de um elemento parcialmente danificado de uma estrutura tipo pórtico e um elemento completamente danificado de uma estrutura espacial treliçada. Em ambos

os casos, os dados de experimentos utilizados foram medidos diretamente nas correspondentes estruturas.

A aplicabilidade da metodologia foi demonstrada para ambas análises, estrutura com um elemento parcialmente danificado e estrutura com um elemento completamente danificado. Nos dois casos, as falhas e a extensão das mesmas foram determinadas. Entretanto, a estimativa da extensão da falha na estrutura tipo pórtico deve ser interpretada com algum cuidado uma vez que extensão da falha introduzida não é exatamente bem conhecida, como ocorre no segundo caso.

A metodologia identificou com sucesso os membros danificados das estruturas analisadas entretanto, alguns aspectos do método tais como a definição sistemática do pontos de frequência de ajuste e o número de pontos utilizados não esta, ainda, bem definida. A seleção desses parâmetros é extremamente caso dependente. A escolha de um conjunto adequado de frequências de ajuste e a avaliação da qualidade dos parâmetros ajustados depende muito do conhecimento do analista, tanto a respeito da estrutura bem como das condições do teste realizado. Todavia, os resultados obtidos mostram que a redução dos parâmetros ajustados, quando validadas pela correlação dos modelos, é uma ferramenta muito promissora para o monitoramento e inspeção das condições de falha de estruturas pois, ela permite localizar e estimar a extensão da falha estrutural do sistema.

## ***Capítulo 6 -***

### **CONCLUSÃO**

Um metodologia para localização e avaliação de falhas estruturais com base no conceitos de ajuste de modelos é apresentada neste trabalho. Os vários aspectos e técnicas envolvidas na reconciliação de modelos foram discutidas, visando prover uma base consistente para o desenvolvimento e aplicação da metodologia proposta.

As técnicas de ajuste de modelos, no sentido mais convencional, tem sido utilizadas no melhoramento do modelo de elementos finitos, buscando assim definir um modelo analítico mais realístico. Essas técnicas confrontam o modelo analítico de elementos finitos com os dados experimentais através da correlação dos parâmetros modais e, nos casos onde a concordância dos modelos não é satisfatória, elas ajustam o modelo de elementos finitos com base nos dados medidos. Isto define um modelo analítico ajustado equivalente ao modelo experimental. Neste caso, o ajuste consiste na identificação de correções dos parâmetros estruturais os quais levam o modelo de elementos finitos na direção do modelo experimental. Falhas estruturais produzem um efeito similar mas na direção oposta. Elas provocam mudanças nas propriedades estruturais do modelo e conseqüentemente, isto leva à uma mudança do comportamento modal do sistema que pode ser detectada pela deterioração da correlação inicial dos modelos. Por conseguinte, a integridade dos componentes estruturais do sistema pode ser investigada utilizando as técnicas de atualização. Neste caso, a deterioração da correlação dos modelos indica as mudanças do comportamento da estrutura e a avaliação das correções dos parâmetros necessárias para ajustar e correlacionar o modelo analítico com o modelo experimental com falha permite, uma avaliação do estado de deterioração da estrutura. No entanto, o método de ajuste deve prover correções dos parâmetros que possam ser interpretadas fisicamente, caso contrário, a localização do componente danificado pode ser difícil e arriscada. O método de ajuste proposto corrige os parâmetros do modelo de elementos finitos à nível de elemento. Portanto, o modelo ajustado pode ser facilmente comparado com o modelo original facilitando a compreensão do significado físico das mudanças do modelo.

As várias fases envolvidas no processo de ajustagem do modelo, comparação de dados, correlação, localização de erros e ajuste do modelo foram discutidas no capítulo 2. No capítulo 3 foi apresentado uma discussão detalhada da rotina de ajuste e da metodologia de localização proposta. A influência da incompatibilidade da topologia entre as malhas de elementos finitos e de pontos de medidas, no processo de ajuste, é reduzida forçando uma equivalência geométrica dos modelos através da utilização de um sistema de referência comum. Já a diferença entre o número NG(s) é contornada com a redução do modelo analítico. A correção dos parâmetros é realizada utilizando um método iterativo de ajuste (RADSER) o qual é baseado na sensibilidade da matriz de rigidez dinâmica reduzida com relação aos parâmetros físicos e/ou geométricos da estrutura. Isso confere uma característica importante ao método, pois a matriz de rigidez dinâmica é linearizada em relação aos próprios parâmetros físicos e/ou geométricos do modelo associado, e as variáveis ajustáveis são os próprios parâmetros ao invés das matrizes de rigidez e massa do elemento. Desta forma, o sucesso do ajuste conduz a uma clara interpretação física da diferença entre o modelo original e o modelo ajustado, o que é um importante requisito para uma proposta de localização de falha, baseada em métodos de ajuste.

A metodologia de localização proposta investiga a integridade dos componentes estruturais do sistema com base na suposição de que a falha provoca uma redução das propriedades estruturais do modelo na região do dano e conseqüentemente, uma mudança das propriedades modais do sistema. Esta proposta envolve três estágios onde o primeiro estágio define, através do processo de ajuste, um modelo de elementos finitos realístico da estrutura intacta, o que é chamado de modelo de referência ou modelo original. O segundo estágio compara iterativamente as características dinâmicas da estrutura medidas durante a operação com o modelo de referência. A partir do momento que a correlação entre os modelos não é mais satisfatória, significa que houve uma mudança na estrutura e finalmente o terceiro estágio da metodologia deve ser executado. Neste estágio, duas aproximações baseadas na variação dos parâmetros ajustados e na correlação dos modelos podem ser utilizadas, uma investigando os efeitos provocados pela falha a nível de elemento e a outra a nível de macro região. Ambas análises consistem de um processo iterativo de atualização, elas diferem nos tipos de parâmetros considerados. Na análise elemento por elemento, o algoritmo compara de forma iterativa os parâmetros ajustados de cada elemento com os dados originais e re-seleciona os prováveis elementos danificados. No segundo caso, a estrutura é subdividida em conjuntos de elementos ou macro regiões e a análise é feita em relação aos parâmetros ajustados de cada

macro-região. Identificada a possível macro região danificada, a análise elemento por elemento é aplicada buscando identificar os componentes danificados.

Uma estratégia computacional alternativa para o cálculo da sensibilidade da matriz de rigidez dinâmica foi desenvolvida a partir do cálculo da sensibilidade da matriz de rigidez dinâmica sem utilizar iterativamente o código de elementos finitos. A introdução desta estratégia permitiu uma sensível melhora da performance do método de ajuste RADSER, principalmente para o caso da utilização em microcomputadores. A performance do programa PROMU para a proposta de localização de falhas também foi melhorada com a utilização da rotina RESELECT durante o processo de atualização. Esta rotina compara, a nível de elemento, a variação dos parâmetros ajustados em relação as variáveis de projeto e redefine à cada iteração, um novo conjunto de parâmetros ajustáveis contendo apenas os prováveis componentes danificados. Isto permite reduzir a quantidade de parâmetros ajustáveis ao mínimo, para cada iteração, o que ajuda evitar a modificação de possíveis regiões do modelo livres de erro, facilitando a localização da região danificada. A influência da seleção de frequências de ajuste sobre a estabilidade do processo também foi discutida. A seleção de frequências entre picos de ressonância experimental e analítico correspondentes é desaconselhável, pois isso pode causar problemas numéricos na rotina de ajuste.

Exemplos numéricos simulados foram utilizados na validação da metodologia proposta. Eles provem diferentes condições de “testes” envolvendo dados contaminados com ruído, número reduzido de pontos de medidas, pontos de medidas fora da região danificada bem com vários tipos de falhas criando assim, diferente situações para a investigação da validade da metodologia. Falhas em três estruturas diferentes foram investigadas, uma estrutura espacial treliçada, uma estrutura com modos simétricos e finalmente uma estrutura do tipo pórtico. Na maioria das situações investigadas, a metodologia localizou com êxito as componentes danificadas inclusive para o caso extremo, utilizando um número reduzido de FRF(s) captadas fora da região danificada. Para dados livre de ruído, a metodologia identifica facilmente os componentes danificados, mesmo sem utilizar a rotina RESELECT, o que significa ajustar todos os elementos à cada iteração. Todavia, para dados contaminados com ruído, a utilização da re-seleção dos parâmetros mostrou-se eficiente e necessária para a localização da falha. A utilização da rotina RESELECT torna a metodologia suficientemente robusta na presença de ruídos simulados (bem-comportados).

A aplicabilidade da metodologia foi demonstrada com a utilização de dados experimentais de uma estrutura tipo pórtico, e uma outra estrutura espacial treliçada. Para esta finalidade foram utilizados, no primeiro caso um membro parcialmente danificado e no segundo um membro completamente danificado. Em ambos os casos, os componentes danificados foram positivamente localizados e a extensão das falhas avaliadas.

Embora a metodologia tenha identificado com êxito o membro danificado nas estruturas analisadas, seu sucesso não é incondicional. Ele partilha as mesmas limitações e problemas inerentes ao ajuste convencional de modelos, e aspectos como a definição sistemática de um conjunto ótimo de frequências de ajuste não é ainda possível uma vez que, esta definição é extremamente dependente da situação analisada. No entanto, os resultados obtidos atestam que redução dos parâmetros ajustados, quando validada pela correlação dos modelos, é uma ferramenta muito promissora para o monitoramento e inspeção das condições de falha de estruturas pois, ela permite localizar e estimar a extensão da falha estrutural do sistema.

Finalmente, baseado nos resultados obtidos pressupõe-se que a metodologia possa ser incorporada em um proposta geral de monitoramento e detecção de falhas. Neste caso, investigações adicionais devem ser conduzidas no sentido de se interagir as informações do teste modal com as condições de operação do sistema. Em particular, as condições de funcionamento do sistema poderia ser utilizada para definir quais parâmetros modais são “naturalmente” excitado pelas condições de operação do sistema e, quais não o são. A identificação dos parâmetros excitados naturalmente pela operação do sistema levaria à definição da instrumentação do sistema, i.e., quais regiões e pontos devem ser instrumentados, quais instrumentos são mais apropriados e quais parâmetros devem ser monitorados. O monitoramento e controle desses parâmetros permitiria uma avaliação continua do estado de falha do sistema durante sua operação.

## Referências Bibliográficas

- Allemang, R., "Experimental Modal Analysis Bibliography" Proceedings of the I-IMAC, 1982.
- Allemang, R. J., Brown, D. L., "A Correlation Coefficient for Modal Vector Analysis," Proceedings of the I-IMAC, 1982.
- ANSYS Finite Elements Analysis Program, Swanson Analysis System Inc, Revision 5.0 (Educational version), 1992.
- Avitabile, P., Li, P., "Some Observations on the Difficulties in Model Updating," Proceedings of the XI-IMAC, 1993.
- Bathe, J., Wilson, E. L., "Numerical Methods in Finite Elements Analysis," Prentice-Hall Inc, Englewood Cliffs, 1976.
- Bendat, J. S. and Piersol, A. G., "Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis," John Willey & Sons, Inc., 1980.
- Berman, A., Flannelly, W., "Theory of Incomplete Models of Dynamic Structures," AIAA journal, v-9, pp 1482-1487, 1971.
- Berman, A., and Nagy, E. J., "Improvement of a Large Analytical Model Using Test Data," AIAA Journal, 21(8), pp. 1168-1173, 1983.
- Bouhaddi, N., et al, "Dynamic Substructuring by Guyan Condensation Selection of the Master DOF," Proceedings of the X-IMAC, 1992.
- Caesar, B., "Updating and Identification of Dynamic Mathematical Models," Proceedings of the V-IMAC, 1987.
- D'Ambrosio and Del Veslovo, "Damage Detection in Truss Structures Using a Direct Updating Technique," Proceedings of the XIX International Seminar on Modal Analysis, Leuven, 1994.
- Ewins, D. J., and Griffin, J. "A state-of-the-art Assessment of Mobility Measurement techniques - Results for the Mid-Range Structures," Journal of Sound and Vibration 78(8), 1981.
- Ewins, D. J., "Modal Testing: Theory and Practice," John Wiley & Sons Inc, New York, 1984.
- Fisset, E., Ibrahim, S., "Error Location and Updating of Analytical Dynamic Models Using a Force Balance Method," Proceedings of the VI-IMAC, 1988.
- Formenti, D., "Analytical and Experimental Modal Analysis," Proceedings of Experimental Analysis Course, U. C., Cincinnati, Ohio, 1977.

- Gysin, H. P., "Comparison of Expansion Methods of FE Modelling Error Localisation," Proceedings of the VIII-IMAC, 1990.
- Gysin, H. P., "Attempts to Localize Finite Elements Modelling Errors," Proceedings of the XIII International Seminar on Modal Analysis, Leuven, 1988.
- Golub, G. H., "Matrix Computations", The Johns Hopkins University Press, Baltimore, Maryland, 1983.
- Goyder, H. G. D., "Methods and Application of Structural Modelling from Measured Structural Frequency Response Data," Journal of Sound Vibration, 1980.
- Guyan, R. J. "Reduction of Stiffness and Mass Matrices," AIAA Journal, v-3, n-2, 1965.
- Hasselmann, T. K., "A Method of Constructing a Full Modal Damping Matrix from Experimental Measurements," AIAA Journal, Vol. 10, 1972.
- Hemez, M. F., "Theoretical and Experimental Correlation between Finite Element Models and Modal Tests in the Context of Large Flexible Space Structures," Ph.D., Thesis, Faculty of the Graduate School of the University of Colorado, Boulder, 1993.
- Hemez F. M. and Farhat, C., "Locating and Identifying Structural Damage Using a Sensitivity-Based Updating Methodology," AIAA/ASME/ASCE/AMS 34<sup>th</sup> Structures, Dynamics and Material Conference, La Jolla, California, 1993, 1994
- He, J., "An Extended Error Matrix Method," Proceedings of the XVII International Seminar on Modal Analysis, Leuven, 1992.
- Heylen, W., *Optimization of Model Matrices of Mechanical Structures Using Experimental Modal Data*, Ph.D., Thesis, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium, 1987.
- Heylen, W., et al., "Modal Analysis Theory and Testing," Course on Modal Analysis Theory and Practice, ISMA 19, Leuven, 1994.
- Imregun, M., Visser, W. J., "A Review of Model Updating Techniques," The Shock and Vibration Digest, 23(1), pp 9-20, 1991.
- Imregun, M., et al., "A Comparison of Sensitivity and Response Function based Updating Techniques," Proceedings of the XII-IMAC, 1994.
- Imregun, M., et al., "Correcting a Medium-size Finite Element Model Using Measured FRF Data," Proceedings of the XVII International Seminar on Modal Analysis, Leuven, 1992.
- Janter, T., *Construction Oriented Updating of Dynamic Finite Elements Models Using Experimental Modal Data*, Ph.D., Thesis, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium, 1989.
- Juang, J. N., Pappa, R. S., "An Eigensystem Realization Algorithm for Modal Parameter Identification and Model Reduction," AIAA - Journal of Guidance, Control and Dynamics, v-8, n-5, 1985

Kabe A. M., "Stiffness Matrix Adjustment Using Mode Data," *AIAA Journal*, v.23, n.9, pp. 1431-1436, 1985.

Kashangaki, T. A. L., "Mode Selection for Damage Detection using the Modal Sensitivity Parameters," 34<sup>th</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structural Dynamics, and Materials Conference and AIAA/ASME Adaptive Structures Forum, AIAA-95-1342-CP, New Orleans, LA, 1995

Kidder, R. L., "Reduction of Structural Frequency Equation," *AIAA Journal*, v-11, n-6, 1973.

Kim, H. M., and Bartkowicz, T. J., "Damage Detection and Health Monitoring of Large Space Structures," *Sound and Vibration*, June, 1993.

Lallement, G., Piranda, "Localization Methods for Parametric Updating of FE Models," Proceedings of the VIII-IMAC, 1990.

Lammens, S. et al., "The selection of Updating Frequencies and the choice of a Damping Approach for Model Updating Procedure using Experimental Frequency response Functions," Proceedings of the XII-IMAC, 1994.

Lammens, S., et al. "Error Localisation Methods: An overview of Evaluation Results at K.U.Leuven," Proceedings of the XV International Seminar on Modal Analysis, Leuven, 1990.

Lammens. S., "*Frequency Response Based Validation of Dynamic Structural Finite Element Models*," Ph.D., Thesis, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium, 1995.

Lammens et al., "Model updating using frequency response functions: case studies," Proceedings of the International Conference Structural Dynamics Modelling Test, Analysis and Correlation, Milton Keynes, U. K., 1993.

Larsson, P. O., Sas, P., "Model Updating Based on Forced Vibration Testing Using Numerically Stable Formulations," Proceedings of the X-IMAC, 1992.

Lembregts, F. "*Frequency Domain Identification Techniques for Experimental Multiple Input Modal Analysis*," Ph.D., Thesis, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium, 1988.

Leuridan, J. et al., "Review of Parameters Identification Techniques," Proceedings of the XIII International Seminar on Modal Analysis, - Course on Modal Analysis, Leuven, 1990.

Leuridan, J., et al., "Using the 'LINK' Program for Dynamic Model Optimization in Structure Design Analysis and Monitoring," V- 6 Proceeding of the Structural Analysis Systems - SAS, Editor - A. Niku-Lari, pp. 71-84, 1986.

Lieven, N. A. J., Ewins, D. J., "Expansion of Modal Data for Correlation," Proceedings of the VIII-IMAC, 1990.

Lieven, N. A. J., Ewins, D. J., "Spatial Correlation of Mode Shapes, The Coordinate Modal Assurance Criterion - COMAC," Proceedings of the VI-IMAC, 1988.

- Lieven, N. A. J., Ewins, D. J., "Error localization and Updating the Finite Element Model Using Singular Values Decomposition," Proceedings of the VIII-IMAC, 1990.
- Lin, R. M., and Ewins, D. J., "Model Updating using FRF Data", Proceedings of the XIII International Seminar on Modal Analysis, Leuven, 1990.
- Lin, R. M., and Ewins, D. J., "Analytical Model Improvement using Frequency Response Functions," *Mechanical System and Signal Processing*, 8(4), pp 437-458, 1994
- Lipkins, J., Vandeurzen, U., "The Use of Smoothing Techniques for Structural Modification Applications," Proceedings of the XII International Seminar on Modal Analysis, Leuven, 1987.
- Manman, M. A., and Richardson, M.H., "Detection and Location of Structural Cracks using FRF Measurements, Proceedings of the VIII-IMAC, 1990.
- MATALAB, High-Performance Numerical Computational and Visualization Software, The MATHWORKS, Inc, 1994.
- Meirovitch, L. "Computational Methods in Structural Dynamics," Sijthoff e Noordhoof International Publisher B. V., 1980.
- Meirovitch, L., "Analytical Methods in Vibrations," The Macmillan Co., New York, 1967.
- Miller, C. A., "Dynamic Reduction of Structural Models," ASCE Journal of the Structural Division, 1980.
- Minas, C. and Inman, D. J., "Identification of the Damping Matrix from Incomplete Modal Testing Results," Proceedings of the 31<sup>st</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, AIAA-90-1204-CP, 1990.
- Mitchell, L. D., "Modal Analysis Bibliography - An Update 11980-1983," Proceedings of the II-IMAC, 1984
- Mottershead, J. E. and Friswell, M. I., "Model Updating in Structural Dynamics: A Survey," Journal of Sound and Vibration, 167(2), pp 347-375, 1993.
- Nashif, A., and Jones, D., "Vibration damping," J. Wiley & Sons, New York, 1985.
- O'Callahan, J. C., "A Procedure for an Improved Reduced System (IRS) Model," Proceedings of the VII-IMAC, 1989.
- O'Callahan, J. C., et al, "System Equivalent Reduction Expansion Process (SEREP), Proceedings of the VII-IMAC, 1989.
- O'Callahan, J. C., et al, "An Efficient Method of Determining Rotational Degrees of Freedom from Analytical and Experimental Modal Data," Proceedings of the IV-IMAC, 1986.
- Paz, M., "Dynamic Condensation Method," AIAA Journal, v-25, n-3, 1984.

- Pereira, J. A., et al., "Application of Model Updating Techniques for Modelling of Flexible Structures," 12<sup>th</sup> Brazilian Congress of Mechanical Engineering - COBEM, Brasilia, 1993.
- Pereira, J.A., et. al., "Model Updating and Failure Detection Based on Experimental FRF's: Case study on space frame structure" Proceedings of the XIX International Seminar on Modal Analysis, Leuven, 1994.
- Pereira, J. A., et al., "Influence of the Number of Frequency Points and Resonance Frequencies on Model Updating Techniques for Health Condition Monitoring and Damage Detection of Flexible Structures. Proceedings of the XII-IMAC, 1995
- Pereira, J. A., Implementação de um Software para Análise do Comportamento Dinâmico de Estruturas Mecânicas Usando o método dos Elementos Finitos, Relatório de Pesquisa, Universidade Estadual Paulista - UNESP-FEIS, Ilha Solteira/SP, 1992
- Pereira, J. A., "Adaptação de um programa de atualização de modelos ( PROMU - Programs for Model Updating) para 486 PC compatível," Relatório de atividades, Universidade Estadual Paulista - UNESP-FEIS, Ilha Solteira/SP, 1995
- Prezemieniecki, J. S., "Theory of Matrix Structural Analysis," McGraw-Hill Book Company, 1968.
- Razzaque, A., "The Irons-Guyan Reduction Methods with Iterations," Proceedings of the X-IMAC, 1992.
- Rohrman, R. G., and Rücker, W., "Surveillance of Structural Properties of Large Bridges using Dynamics Methods," Structural Safety & Reliability, Schuëller, Shinozuka & Yao(eds) Balkema, Rotterdam, ISBN 90 5410357 4, 1994, 1994
- Rost, R. et al, "Recent Advances in Multiple Input Frequency Response Functions Estimation -," Proceedings of the X International Seminar on Modal Analysis, Leuven, 1985
- Sanathanam, C. K., and Koerner, J., "Transfer Function Synthesis as a Ratio of Two Complex Polynomials," IEEE Trans. Automatic Control, AC8, 56, 1963.
- Santos, J. M. C., "*Ajuste de Modelos de Estruturas Acopladas por Juntas Mecânicas Usando Funções de Resposta em Freqüência e Síntese dos Modos dos Componentes*," Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Campinas, 1993.
- Sidhu, J., Ewins, D. J., "Correlation of Finite Element and Modal Test Studies of a Practical Structure," Proceedings of the II-IMAC, 1984.
- Smith, S. W., "Applications Strategies for Structure Identification with Optimal Matrix Updates," Proceedings of the XI-IMAC, 1993.
- Snoeys, R. et al, "Trends in Experimental Modal Analysis," Proceedings of the X International Seminar on Modal Analysis, Leuven, 1985.

Snoeys, R., et al, "Trends in Experimental Modal Analysis," Proceedings of the XVII International Seminar on Modal Analysis, Leuven, 1992.

Strang G., "Linear Algebra and Its Applications," Academic Press, New York, 1976.

Targoff, W. P., "Orthogonality Check and Correlation of Measured Modes," AIAA Journal, v-14, n-2, 1976.

Timoshenko, S., Young, D. H., "Vibration Problems in Engineering," John Willey & Sons, 1974.

Thusty, J., Ismail, F., "Dynamic Structural Identification Tasks and Methods," Annals of the CIRP, v-29, pp 251-255, 1980.

Urgueira, A., et al, "A Generalised Reduction Method for Modal Testing," Proceedings of the VIII-IMAC, 1990.

Vanhonacker, P., "*The Use the Modal Parameters of Mechanical Structures in Sensitivity Analysis, System Synthesis and System Identification Methods*," Ph.D., Thesis, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium, 1980.

Visser, W. J., et al., "Direct use of Measured FRF Data to Update Finite Element Models," Proceedings of the XVII International Seminar on Modal Analysis, Leuven, 1992.

Zhang, G. et al., "A complete Procedure for Adjustment of a Mathematical Model from the Identified Complex Modes;" Proceedings of the V-IMAC, 1987.

Zienkiewicz, O. C., "The Finite Element Method," Third Edition, McGraw-Hill Book Company, ltd., 1985.

Zimmerman, D. C., et al., "Structural damage Detection using Frequency Response Functions," Proceedings of the XII-IMAC, 1995.





## APÊNDICE A.II: Decomposição de Valores Singulares

### A.II.1 - Teorema da Decomposição de Valores Singulares

Considere a matriz  $[A]$  de dimensão  $(m \times n)$ . Se  $[A] \in \mathfrak{R}^{m \times n}$  então existe  $[U] \in \mathfrak{R}^{m \times m}$  e  $[V] \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  matrizes ortogonais tais que

$$[U]^T [S] [V] = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_p); \quad p = \min \{m, n\} \quad (\text{A.II.1})$$

onde:

- $[U]$  - matriz singular a esquerda, dimensão  $(m \times m)$ ;
- $[V]$  - matriz singular a direita, dimensão  $(n \times n)$
- $\sigma_i$  - valor singular de  $[A]$
- $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_p \geq 0$

Se o SVD de  $[A]$  fornece valores singulares tais que

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > \sigma_{r+1} = \dots = \sigma_p = 0$$

A matriz  $[A]$  pode ser reescrita na seguinte forma,

$$[A] = \sum_{i=1}^r \sigma_i \{U_i\} \{V_i\}^T = [U]_r [\Sigma]_r [V]_r^T \quad (\text{A.II.2})$$

onde:

- $[U]_r$  - matriz dos vetores singulares a esquerda, dimensão  $(m \times r)$ ;
- $[\Sigma]_r$  - matriz diagonal de valores singulares, dimensão  $(r \times r)$ ;
- $[V]_r$  - matriz dos vetores singulares a direita, dimensão  $(n \times r)$ ;

## A.II.2 - Propriedades Matemáticas do Problema de Mínimos Quadrados

Considere o problema onde se procura um vector  $\{X\} \in \mathfrak{R}^n$  tal que

$$[A]\{X\} = \{B\} \quad (\text{A.II.3})$$

onde:  $[A] \in \mathfrak{R}^{m \times n}$  - matriz conhecida, dimensão  $(m \times n)$ ;  
 $\{B\} \in \mathfrak{R}^n$  - vetor conhecido, dimensão  $(n)$

O sistema de equações acima é superdeterminado e usualmente ele não tem solução exata. Isso sugere a procura de uma solução aproximada, que pode ser investigada através da minimização de uma norma adequada  $\| [A]\{X\} - \{B\} \|$ . A aproximação dos mínimos quadrados,

$$\min_{\{x\}} \| [A]\{X\} - \{B\} \|_2 \quad (\text{A.II.4})$$

possibilita a conversão do problema num problema equivalente pela multiplicação de ambas matrizes  $[A]$  e  $\{B\}$  por uma matriz ortogonal  $[Q]$ .

$$\min_{\{x\}} \| [Q]^T [A]\{X\} - [Q]^T \{B\} \|_2 \quad (\text{A.II.5})$$

onde:  $[Q]^T [Q] = [I_n]$  matriz ortogonal, dimensão  $(m \times m)$ ;

As propriedades do problema de mínimos quadrados pode ser investigada a partir da expressão a seguir,

$$[\mathbf{X}] = \{ \{X\} \in \mathfrak{R}^n \mid \| [A]\{X\} - \{B\} \|_2 = \min \}. \quad (\text{A.II.6})$$

As propriedades analíticas do problema de mínimos quadrados (Goulb e Loan (1983)), permitem definir

$$\{X\} \in [X] \Leftrightarrow [A]^T(\{B\} - [A]\{X\}) = 0 \quad (\text{A.II.7.a})$$

$$\{X\} \text{ é convexo} \quad (\text{A.II.7.b})$$

$$\{X\} \text{ tem um único elemento } \{X_{LS}\} \text{ mínimo, 2-norm} \quad (\text{A.II.7.c})$$

$$\{X\} = \{X_{LS}\} \Leftrightarrow \text{rank}([A]) = n \quad (\text{A.II.7.d})$$

Se  $\{X\} \in \mathfrak{R}^n$ , sua substituição na (A.II.3) leva a definição do resíduo

$$\{e\} = \{B\} - [A]\{X\} \quad (\text{A.II.8})$$

Se  $[A]$  é rank deficiente, então o problema dos mínimos quadrados tem um número infinito de soluções entretanto, de acordo com as propriedades (A.II.6) existe exatamente um único mínimo da 2-norma, que é denotado por  $\{X_{LS}\}$ . Se  $\{B\} \in \mathfrak{R}^m$  e  $[A] \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ , ( $m \geq n$ ) a solução  $\{X_{LS}\}$  pode ser estimada, como provado por Goulb e Loan (1983), usando SVD para decomposição de  $[A]$ .

$$\{X\}_{LS} = \sum_{i=1}^r \frac{\{U_i\}^T \{B\}}{\sigma_i} \{V_i\} \quad (\text{A.II.9})$$

### A.II.3 - Sensibilidade do Sistema

A sensibilidade do problema pode ser investigada a partir da expansão e a noção de condicionamento de equações lineares para uma matriz retangular geral. Considere o problema do sistema linear

$$[A]\{x\} = \{b\} \quad (\text{A.II.10})$$

onde:

- $[A] \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  - matriz conhecida, dimensão ( $n \times n$ );
- $\{b\} \in \mathfrak{R}^n$  - vetor conhecido, dimensão ( $n$ )
- $[A]$  - matriz rank completo

Aplicando SVD, a solução  $\{x\}$  é calculada como:

$$\{x\} = [A]^{-1} \{b\} = ([U][\Sigma][V])^{-1} \{b\} \quad (\text{A.II.11})$$

$$\{x\} = \sum_{i=1}^n \frac{\{u_i\}^T \{b\}}{\sigma_i} \{v_i\} \quad (\text{A.II.12})$$

Essa expansão mostra que pequenas mudanças em  $[A]$  ou  $\{b\}$  podem introduzir mudanças relativamente grandes em  $\{x\}$  se  $\sigma_i$  for pequeno. Goulb e Loan (1983) mostram que uma perturbação  $O(\varepsilon)$  pode alterar a solução através de uma quantidade  $\frac{\varepsilon}{\sigma_n}$ , ou em termos do número de condicionamento

$$\kappa([A]) = \|A\| \|A^{-1}\| \quad (\text{A.II.13})$$

O número de condicionamento de  $[A]$  para uma 2-norma é definido por

$$\kappa(S) = \|A\|_2 \|A^{-1}\|_2 = \frac{\sigma_1([A])}{\sigma_n([A])} \quad (\text{A.II.14})$$

Um valor grande de  $\kappa([A])$  indica um mal-condicionamento de  $[A]$ , enquanto um pequeno valor indica um bom condicionamento de  $[A]$ .

Agora, assumindo que  $[A] \in \mathcal{R}^{m \times n}$  e sua perturbação  $[A + \delta A]$  têm rank completo, a noção de condicionamento discutida anteriormente, pode ser estendida para uma matriz retangular, levando à definição do número de condicionamento para uma matriz retangular.

$$\kappa([A]) = \|A\| \|A^+\| \quad (\text{A.II.15})$$

onde:  $[A^+] = ([A]^T [A])^{-1} [A]^T$

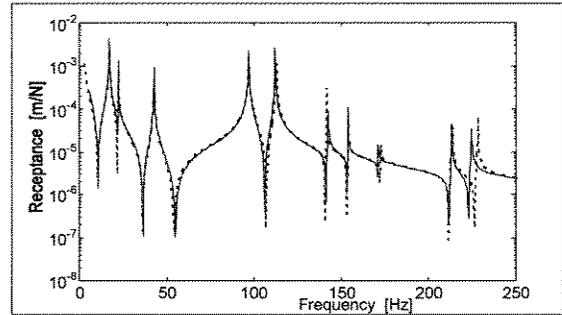
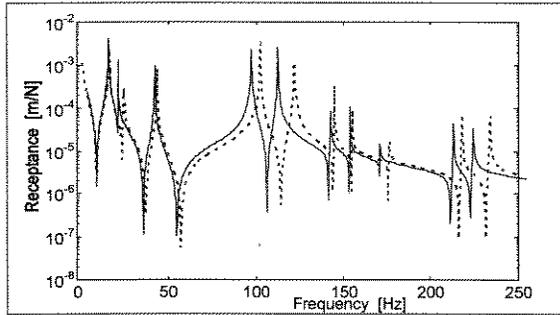
ou para uma 2-norma,

$$\kappa([A]) = \|A\|_2 \|A^+\|_2 = \frac{\sigma_1([A])}{\sigma_r([A])} \quad (\text{A.II.16})$$

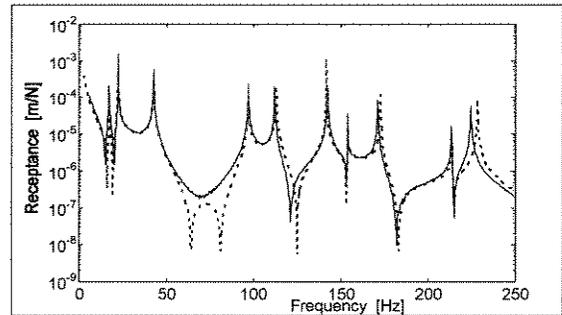
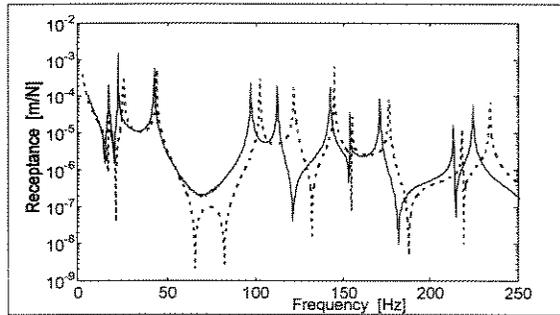
onde:  $r$  - rank de  $[A]$ .

## APÊNDICE A.III: Superposição de Receptâncias - Analítica, Experimental e Ajustada

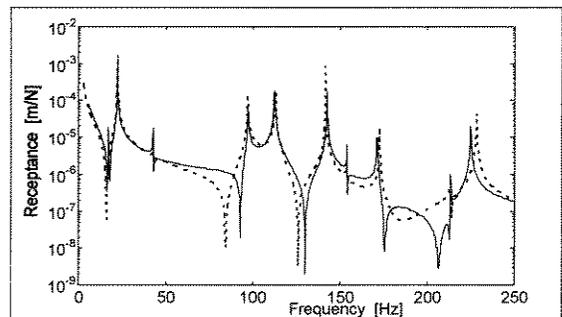
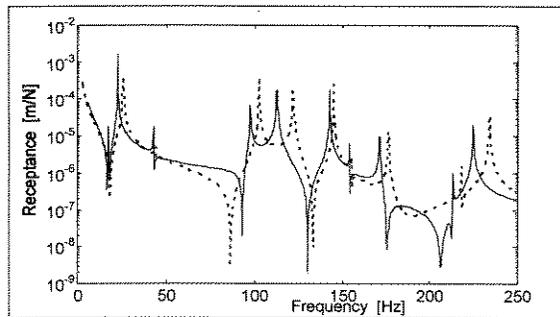
### A.III.1 -) Estudo de caso um



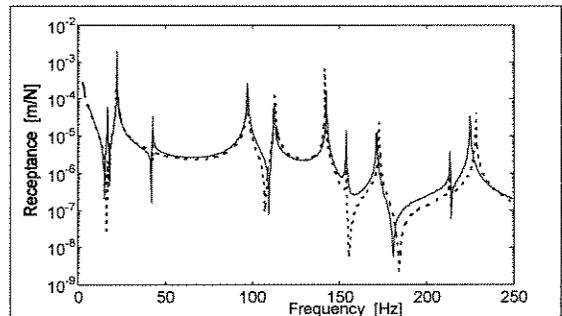
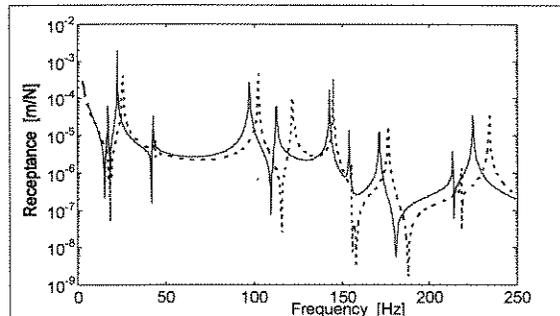
a.) receptância medida no ponto 1, direção x



b.) receptância medida no ponto 1, direção y

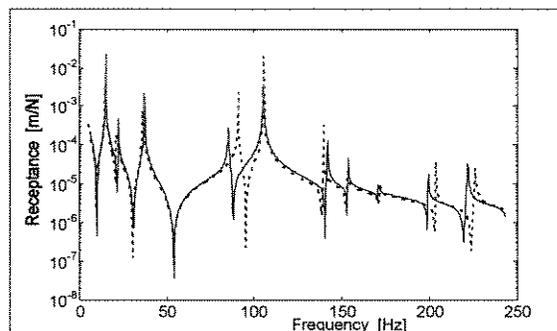
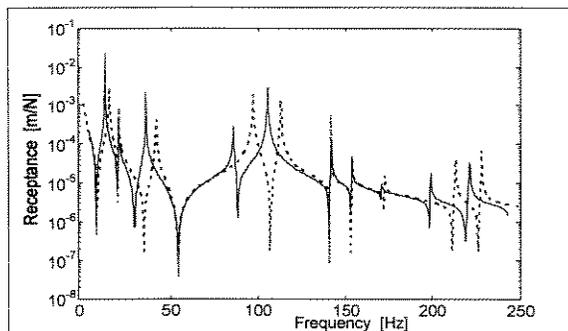


c.) receptância medida no ponto 6, direção z

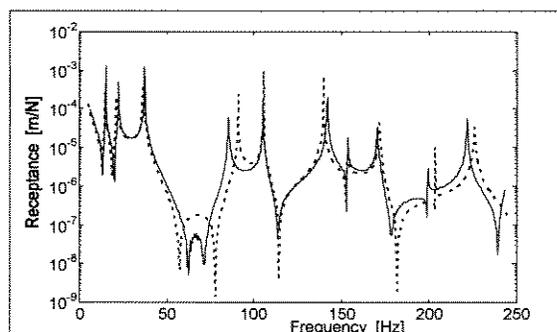
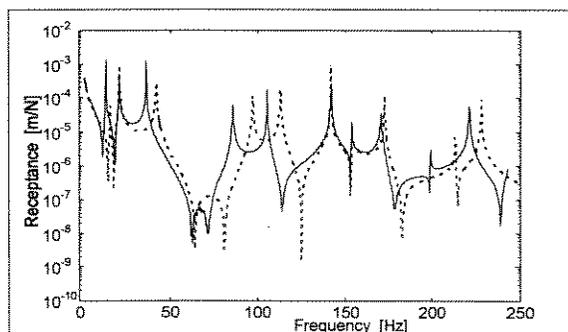


d.) receptância medida no ponto 14, direção z

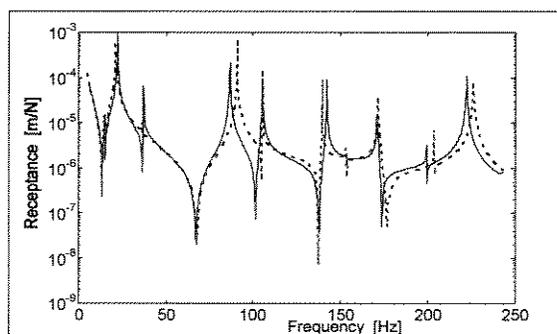
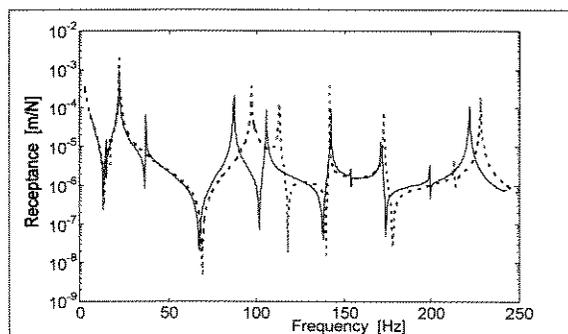
Figure III.1: Funções de receptância experimental (linha cheia), analítica (linha pontilhada, lado esquerdo) e ajustada (linha pontilhada, lado direito) para a estrutura sem falhas.



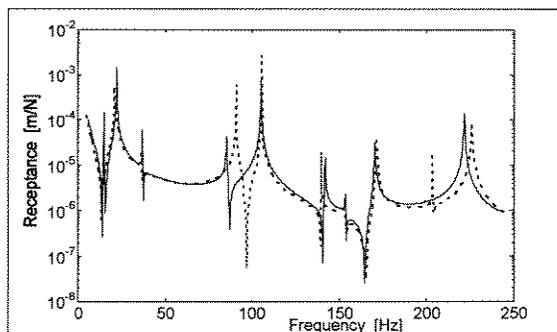
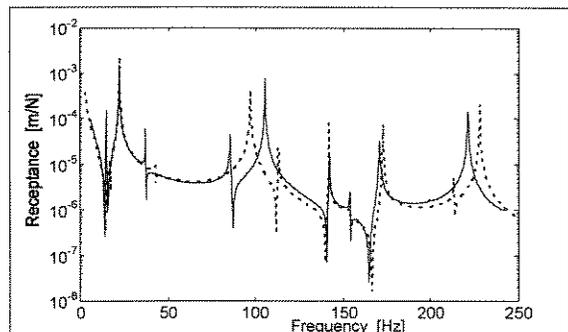
a.) receptância medida no ponto 1, direção x



b.) receptância medida no ponto 1, direção y



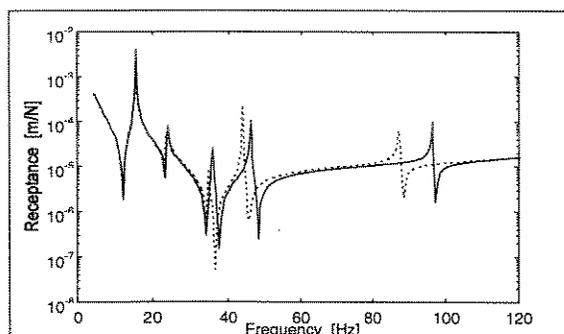
c.) receptância medida no ponto 7, direção z



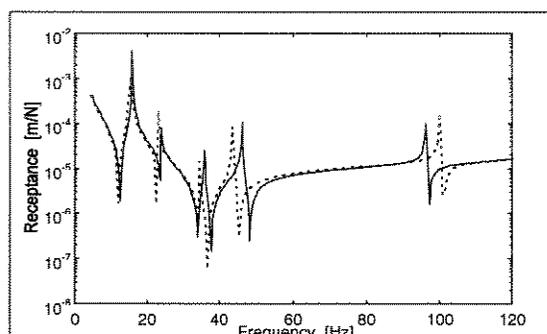
d.) receptância medida no ponto 13, direção z

Figure III.2: Funções de receptância experimental (linha cheia), analítica (linha pontilhada, lado esquerdo) e ajustada (linha pontilhada, lado direito) para a estrutura apresentando falhas

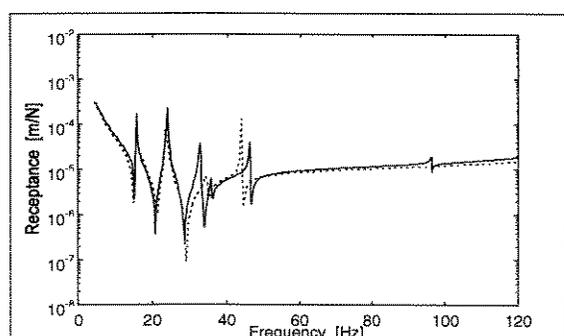
## A.III.2 -) Estudo de Caso dois



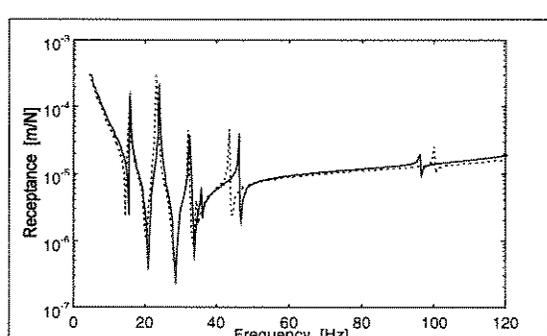
a.) receptância medida no ponto 6, direção y, (referencia 6, direção y)



b.) receptância medida no ponto 40, direção z, (referencia 40, direção z)



c.) receptância medida no ponto 33, direção y, (referencia 40, direção z)



d.) receptância medida no ponto 35, direção y, (referencia 40, direção z)

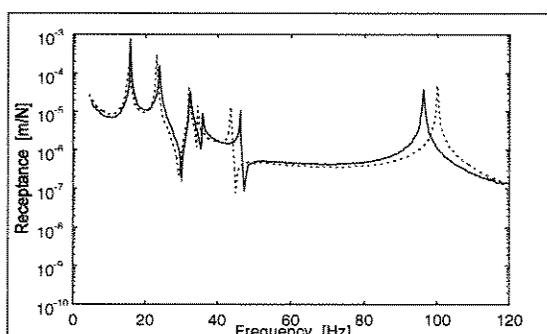
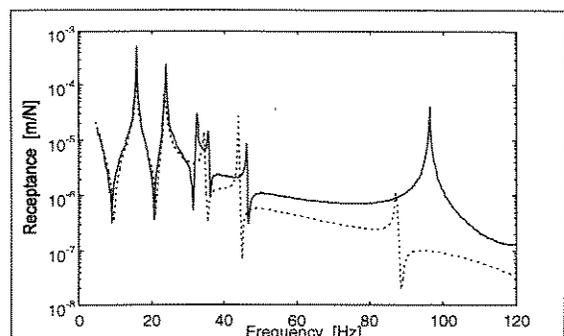
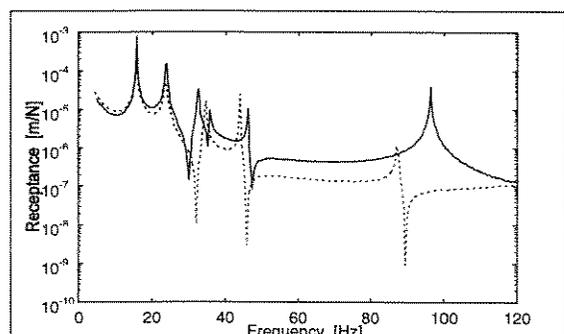


Figure III.3: Funções de receptância experimental (linha cheia), analítica (linha pontilhada, lado esquerdo) e ajustada (linha pontilhada, lado direito) para a estrutura apresentando falhas

**APÊNDICE A.IV: Parâmetros de Aquisição e Processamento de Sinais**

**A.IV.1 - Estrutura tipo pórtico**

CADA-X                      Rev. 2.8                      17 Mar 94                      10:23:58                      page 1a

Block input acquisition setup

Field		
1	Test identification	
2	-----	
3	Project name	SPACE
4	Test identification	FRAME
5	Frontend	SCADAS/QDAC
6		
7	Source initialization	
8	-----	
9	Source channels	1
10	Signal type	BAND LIMITED NOISE
11	Signal coupling	1
12	Signal filtering	500
13	Level 1	1.2
14	Level 2	-
15	Level 3	-
16	Level 3	-
17		
18	Acquisition parameters	
19	-----	
20	Number of channels	16
21	First channel	1
22	Channel amplification	INTERACTIVE
23	Autoranging target (dB)	1.9382
24	Overload mode	FLAG
25	Overload retry	1
26	Real time check	OFF
27	Sampling mode	INTERNAL
28	Sample frequency (Hz)	625
29	Filter cutoff (Hz)	250
30	Trigger mode	SOURCE

CADA-X                      Rev. 2.8                      17 Mar 94                      10:23:58                      page 2a

31	channel	1
32	value (%)	0
33	Trigger delay (%)	0
34	Timebase (s)	0.0016
35	Acquisition duration (s)	3.277
36		
37	Processing parameters	
38	-----	
39	Blocksize	2048
40	Center frequency (Hz)	156
41	Bandwidth (Hz)	312
42	Overlap (%)	0
43	Averaging type	STABLE
44	parameter	0
45	count	40
46	mode	NORMAL
47	Refresh rate	1
48		
49	Measurement function	
50	-----	
51	Measurement function	FRF
52	Number of inputs	1
53		
54	Window parameters	
55	-----	
56	Window type	UNIFORM
57	parameter	1
58	correction	1
59	Input window type	UNIFORM
60	parameter	1
61	correction	1
62		
63	Data description & storage mode	
64	-----	
65	Id mask	GEOMETRY
66	Storage mode	INTERACTIVE

**A.IV.2 - Estrutura treliçada**

CADA-X Rev. 2.8 17 Mar 94 10:23:58 page 1a

## Block input acquisition setup

Field	
1	Test identification
2	-----
3	Project name SPACE
4	Test identification SUSPENSION
5	Frontend SCADAS/QDAC
6	
7	Source initialization
8	-----
9	Source channels 2
10	Signal type BAND LIMITED NOISE
11	Signal coupling 1
12	Signal filtering 400
13	Level 1 1.3
14	Level 2 1.3
15	Level 3 -
16	Level 3 -
17	
18	Acquisition parameters
19	-----
20	Number of channels 16
21	First channel 1
22	Channel amplification INTERACTIVE
23	Autoranging target (dB) 1.9382
24	Overload mode FLAG
25	Overload retry 1
26	Real time check OFF
27	Sampling mode INTERNAL
28	Sample frequency (Hz) 500
29	Filter cutoff (Hz) 200
30	Trigger mode SOURCE

CADA-X

Rev. 2.8

17 Mar 94

10:23:58

page 2a

31	channel	1
32	value (%)	0
33	Trigger delay (%)	0
34	Timebase (s)	0.002
35	Acquisition duration (s)	4.096
36		
37	Processing parameters	
38	-----	
39	Blocksize	2048
40	Center frequency (Hz)	125
41	Bandwidth (Hz)	250
42	Overlap (%)	0
43	Averaging type	STABLE
44	parameter	0
45	count	20
46	mode	NORMAL
47	Refresh rate	1
48		
49	Measurement function	
50	-----	
51	Measurement function	FRF
52	Number of inputs	2
53		
54	Window parameters	
55	-----	
56	Window type	UNIFORM
57	parameter	1
58	correction	1
59	Input window type	UNIFORM
60	parameter	1
61	correction	1
62		
63	Data description & storage mode	
64	-----	
65	Id mask	GEOMETRY
66	Storage mode	INTERACTIVE

**APÊNDICE A.V:** Arquivo de entrada de dados, ANSYS rev. 5.0 - Estrutura espacial treliçada.

```

/batch
/finam,bay3
/title,bay3
/prep7
et,1,beam4
mp,ex,1,7.e10
mp,nuxy,1,0.3
mp,dens,1,2700
r,1,6.5973e-5,3.6450e-9,3.6450e-9,.011,.011
et,2,beam4
mp,ex,2,7.e10
mp,nuxy,2,0.3
mp,dens,2,2700
r,2,6.5973e-5,3.6450e-9,3.6450e-9,.011,.011
et,3,beam4
mp,ex,3,7.e10
mp,nuxy,3,0.3
mp,dens,3,2700
r,3,6.5973e-5,3.6450e-9,3.6450e-9,.011,.011
et,4,beam4
mp,ex,4,7.e10
mp,nuxy,4,0.3
mp,dens,4,2700
r,4,6.5973e-5,3.6450e-9,3.6450e-9,.011,.011
et,5,beam4
mp,ex,5,7.e10
mp,nuxy,5,0.3
mp,dens,5,2700
r,5,6.5973e-5,3.6450e-9,3.6450e-9,.011,.011
et,6,beam4
mp,ex,6,7.e10
mp,nuxy,6,0.3
mp,dens,6,2700
r,6,6.5973e-5,3.6450e-9,3.6450e-9,.011,.011
et,7,beam4
mp,ex,7,7.e10
mp,nuxy,7,0.3
mp,dens,7,2700
r,7,6.5973e-5,3.6450e-9,3.6450e-9,.011,.011
et,8,beam4
mp,ex,8,7.e10
mp,nuxy,8,0.3
mp,dens,8,2700
r,8,6.5973e-5,3.6450e-9,3.6450e-9,.011,.011
et,9,beam4
mp,ex,9,7.e10
mp,nuxy,9,0.3
mp,dens,9,2700
r,9,6.5973e-5,3.6450e-9,3.6450e-9,.011,.011
et,21,beam4
mp,ex,21,2.1e11
mp,nuxy,21,0.3
mp,dens,21,7850
r,21,1.2076e-4,1.160e-9,1.160e-9,.006,.006
et,22,beam4
mp,ex,22,2.1e11
mp,nuxy,22,0.3
mp,dens,22,7850
r,22,1.2076e-4,1.160e-9,1.160e-9,.006,.006
et,23,beam4
mp,ex,23,2.1e11
mp,nuxy,23,0.3
mp,dens,23,7850
r,23,1.2076e-4,1.160e-9,1.160e-9,.006,.006
et,24,beam4
mp,ex,24,2.1e11
mp,nuxy,24,0.3
mp,dens,24,7850
r,24,1.2076e-4,1.160e-9,1.160e-9,.006,.006
et,25,beam4
mp,ex,25,2.1e11
mp,nuxy,25,0.3
mp,dens,25,7850
r,25,1.2076e-4,1.160e-9,1.160e-9,.006,.006
et,26,beam4
mp,ex,26,2.1e11
mp,nuxy,26,0.3
mp,dens,26,7850
r,26,1.2076e-4,1.160e-9,1.160e-9,.006,.006
et,27,beam4
mp,ex,27,2.1e11
mp,nuxy,27,0.3
mp,dens,27,7850
r,27,1.2076e-4,1.160e-9,1.160e-9,.006,.006
et,28,beam4
mp,ex,28,2.1e11
mp,nuxy,28,0.3
mp,dens,28,7850
r,28,1.2076e-4,1.160e-9,1.160e-9,.006,.006
et,29,beam4
mp,ex,29,2.1e11
mp,nuxy,29,0.3
mp,dens,29,7850
r,29,1.2076e-4,1.160e-9,1.160e-9,.006,.006
et,31,beam4
mp,ex,31,2.1e11
mp,nuxy,31,0.3
mp,dens,31,0
r,31,1.2076e-4,1.160e-9,1.160e-9,.006,.006
et,32,beam4
mp,ex,32,2.1e11
mp,nuxy,32,0.3
mp,dens,32,0
r,32,1.2076e-4,1.160e-9,1.160e-9,.006,.006
et,33,beam4
mp,ex,33,2.1e11
mp,nuxy,33,0.3
mp,dens,33,0
r,33,1.2076e-4,1.160e-9,1.160e-9,.006,.006
et,34,beam4
mp,ex,34,2.1e11
mp,nuxy,34,0.3
mp,dens,34,0
r,34,1.2076e-4,1.160e-9,1.160e-9,.006,.006
et,35,beam4
mp,ex,35,2.1e11
mp,nuxy,35,0.3
mp,dens,35,0
r,35,1.2076e-4,1.160e-9,1.160e-9,.006,.006
et,36,beam4
mp,ex,36,2.1e11
mp,nuxy,36,0.3
mp,dens,36,0
r,36,1.2076e-4,1.160e-9,1.160e-9,.006,.006
et,37,beam4
mp,ex,37,2.1e11
mp,nuxy,37,0.3
mp,dens,37,0
r,37,1.2076e-4,1.160e-9,1.160e-9,.006,.006
et,38,beam4
mp,ex,38,2.1e11
mp,nuxy,38,0.3
mp,dens,38,0
r,38,1.2076e-4,1.160e-9,1.160e-9,.006,.006
et,39,beam4
mp,ex,39,2.1e11

```

mp,nuxy,39,0.3  
 mp,dens,39,0  
 r,39,1.2076e-4,1.160e-9,1.160e-9,.006,.006  
 et,40,mass21  
 r,40,0.231,0.231,0.231,0,0,0  
 r,41,0.0300,0.0300,0.0300,0,0,0  
 r,42,0.0300,0.0300,0.0300,0,0,0  
 r,43,0.0300,0.0300,0.0300,0,0,0  
 r,44,0.0300,0.0300,0.0300,0,0,0  
 r,45,0.0300,0.0300,0.0300,0,0,0  
 r,46,0.0300,0.0300,0.0300,0,0,0  
 r,47,0.0300,0.0300,0.0300,0,0,0  
 r,48,0.0300,0.0300,0.0300,0,0,0  
 r,49,0.0300,0.0300,0.0300,0,0,0  
 n,110,0.0000,0.0000,-0.2500  
 n,120,0.0000,0.0000,0.2500  
 n,140,0.3536,0.2500,0.0000  
 n,111,0.0000,0.0000,-0.2270  
 n,112,0.0000,0.0000,-0.1920  
 n,118,0.0000,0.0000,0.1920  
 n,119,0.0000,0.0000,0.2270  
 fill,112,118,1,115,1  
 n,131,0.0163,0.0115,-0.2385  
 n,132,0.0573,0.0405,-0.2095  
 n,138,0.2963,0.2095,-0.0405  
 n,139,0.3373,0.2385,-0.0115  
 fill,132,138,1,135,1  
 n,141,0.0230,0.000,-0.2500  
 n,142,0.0580,0.000,-0.2500  
 n,148,0.6491,0.000,-0.2500  
 n,149,0.6841,0.000,-0.2500  
 fill,142,148,1,145,1  
 n,161,0.0163,0.0115,0.2385  
 n,162,0.0410,0.0290,0.2209  
 n,168,0.3125,0.2210,0.0291  
 n,169,0.3373,0.2385,0.0115  
 fill,162,168,1,165,1  
 n,171,0.0230,0.000,0.2500  
 n,172,0.0580,0.000,0.2500  
 n,178,0.6491,0.000,0.2500  
 n,179,0.6841,0.000,0.2500  
 fill,172,178,1,175,1  
 n,201,0.3699,0.2385,-0.0115  
 n,202,0.3945,0.2210,-0.0291  
 n,208,0.6661,0.0290,-0.2209  
 n,209,0.6908,0.0115,-0.2385  
 fill,202,208,1,205,1  
 n,221,0.3699,0.2385,0.0115  
 n,222,0.3945,0.2210,0.0291  
 n,228,0.6661,0.0290,0.2209  
 n,229,0.6908,0.0115,0.2385  
 fill,222,228,1,225,1  
 n,241,0.3766,0.2500,0.0000  
 n,242,0.4116,0.2500,0.0000  
 n,248,1.0026,0.2500,0.0000  
 n,249,1.0377,0.2500,0.0000  
 fill,242,248,1,245,1  
 ngen,4,200,110,120,1,0.7071  
 ngen,4,200,131,149,1,0.7071  
 ngen,4,200,161,169,1,0.7071  
 ngen,4,200,171,179,1,0.7071  
 ngen,4,200,201,209,1,0.7071  
 ngen,4,200,221,229,1,0.7071  
 ngen,3,200,241,249,1,0.7071  
 ngen,2,800,110,120,1,2.8284  
 mat,39  
 type,39  
 real,39  
 e,110,111  
 e,110,131  
 e,110,141  
 e,120,119  
 e,120,161  
 e,120,171  
 e,140,139

e,140,169  
 e,140,201  
 e,140,221  
 e,310,149  
 e,310,209  
 e,320,179  
 e,320,229  
 e,140,241  
 e,249,340  
 e,310,311  
 e,310,331  
 e,310,341  
 e,320,319  
 e,320,361  
 e,320,371  
 e,340,339  
 e,340,369  
 e,340,401  
 e,340,421  
 e,510,349  
 e,510,409  
 e,520,379  
 e,520,429  
 e,340,441  
 e,449,540  
 mat,31  
 type,31  
 real,31  
 e,510,511  
 e,520,519  
 mat,32  
 type,32  
 real,32  
 e,510,541  
 e,710,549  
 mat,33  
 type,33  
 real,33  
 e,510,531  
 e,540,539  
 mat,34  
 type,34  
 real,34  
 e,520,561  
 e,540,569  
 mat,35  
 type,35  
 real,35  
 e,520,571  
 e,720,579  
 mat,36  
 type,36  
 real,36  
 e,540,601  
 e,710,609  
 mat,37  
 type,37  
 real,37  
 e,540,621  
 e,720,629  
 mat,38  
 type,38  
 real,38  
 e,540,641  
 e,740,649  
 mat,39  
 type,39  
 real,39  
 e,710,711  
 e,710,731  
 e,710,741  
 e,720,719  
 e,720,761  
 e,720,771  
 e,740,739

e,740,769  
 e,740,801  
 e,740,821  
 e,910,749  
 e,910,809  
 e,920,779  
 e,920,829  
 e,910,911  
 e,919,920  
 mat,29  
 real,29  
 type,29  
 e,111,112  
 e,118,119  
 e,131,132  
 e,138,139  
 e,141,142  
 e,148,149  
 e,161,162  
 e,168,169  
 e,171,172  
 e,178,179  
 e,201,202  
 e,208,209  
 e,221,222  
 e,228,229  
 e,241,242  
 e,248,249  
 e,311,312  
 e,318,319  
 e,331,332  
 e,338,339  
 e,341,342  
 e,348,349  
 e,361,362  
 e,368,369  
 e,371,372  
 e,378,379  
 e,401,402  
 e,408,409  
 e,421,422  
 e,428,429  
 e,441,442  
 e,448,449  
 mat,21  
 real,21  
 type,21  
 e,511,512  
 e,518,519  
 mat,22  
 real,22  
 type,22  
 e,541,542  
 e,548,549  
 mat,23  
 real,23  
 type,23  
 e,531,532  
 e,538,539  
 mat,24  
 real,24  
 type,24  
 e,561,562  
 e,568,569  
 mat,25  
 real,25  
 type,25  
 e,571,572  
 e,578,579  
 mat,26  
 real,26  
 type,26  
 e,601,602  
 e,608,609  
 mat,27

real,27  
 type,27  
 e,621,622  
 e,628,629  
 mat,28  
 real,28  
 type,28  
 e,641,642  
 e,648,649  
 mat,29  
 real,29  
 type,29  
 e,711,712  
 e,718,719  
 e,731,732  
 e,738,739  
 e,741,742  
 e,748,749  
 e,761,762  
 e,768,769  
 e,771,772  
 e,778,779  
 e,801,802  
 e,808,809  
 e,821,822  
 e,828,829  
 e,911,912  
 e,918,919  
 mat,9  
 real,9  
 type,9  
 e,112,115  
 e,115,118  
 e,132,135  
 e,135,138  
 e,142,145  
 e,145,148  
 e,162,165  
 e,165,168  
 e,172,175  
 e,175,178  
 e,202,205  
 e,205,208  
 e,222,225  
 e,225,228  
 e,242,245  
 e,245,248  
 e,312,315  
 e,315,318  
 e,332,335  
 e,335,338  
 e,342,345  
 e,345,348  
 e,362,365  
 e,365,368  
 e,372,375  
 e,375,378  
 e,402,405  
 e,405,408  
 e,422,425  
 e,425,428  
 e,442,445  
 e,445,448  
 mat,1  
 real,1  
 type,1  
 e,512,515  
 e,515,518  
 mat,2  
 real,2  
 type,2  
 e,542,545  
 e,545,548  
 mat,3  
 real,3

type,3  
 e,532,535  
 e,535,538  
 mat,4  
 real,4  
 type,4  
 e,562,565  
 e,565,568  
 mat,5  
 real,5  
 type,5  
 e,572,575  
 e,575,578  
 mat,6  
 real,6  
 type,6  
 e,602,605  
 e,605,608  
 mat,7  
 real,7  
 type,7  
 e,622,625  
 e,625,628  
 mat,8  
 real,8  
 type,8  
 e,642,645  
 e,645,648  
 mat,9  
 real,9  
 type,9  
 e,712,715  
 e,715,718  
 e,732,735  
 e,735,738  
 e,742,745  
 e,745,748  
 e,762,765  
 e,765,768  
 e,772,775  
 e,775,778  
 e,802,805  
 e,805,808  
 e,822,825  
 e,825,828  
 e,912,915  
 e,915,918  
 mat,40  
 real,40  
 type,40  
 e,110  
 e,120  
 e,140  
 egen,4,200,-3  
 e,910  
 e,920  
 real,49  
 e,112  
 e,118  
 e,132  
 e,138  
 e,142  
 e,148  
 e,162  
 e,168  
 e,172  
 e,178  
 e,202  
 e,208  
 e,222  
 e,228  
 e,242  
 e,248  
 e,312  
 e,318

e,332  
 e,338  
 e,342  
 e,348  
 e,362  
 e,368  
 e,372  
 e,378  
 e,402  
 e,408  
 e,422  
 e,428  
 e,442  
 e,448  
 real,41  
 e,512  
 e,518  
 real,42  
 e,532  
 e,538  
 real,43  
 e,542  
 e,548  
 real,44  
 e,562  
 e,568  
 real,45  
 e,572  
 e,578  
 real,46  
 e,602  
 e,608  
 real,47  
 e,622  
 e,628  
 real,48  
 e,642  
 e,648  
 real,49  
 e,712  
 e,718  
 e,732  
 e,738  
 e,742  
 e,748  
 e,762  
 e,768  
 e,772  
 e,778  
 e,802  
 e,808  
 e,822  
 e,828  
 e,912  
 e,918  
 finish  
 /solu  
 antype,subs,new  
 seopt,bay3,2  
 m,all,ux,,uy,uz  
 solve  
 finish  
 /exit

## LISTA DE PUBLICAÇÕES

Pereira, J. A., et al., "Application of Model Updating Techniques for Modelling of Flexible Structures," 12<sup>th</sup> Brazilian Congress of Mechanical Engineering - COBEM, Brasilia, 1993.

Pereira, J.A., et. al., "Model Updating and Failure Detection Based on Experimental FRF's: Case study on space frame structure," Proceedings of the XIX International Seminar on Modal Analysis, Leuven, 1994.

Pereira, J. A., et al., "Influence of the Number of Frequency Points and Resonance Frequencies on Model Updating Techniques for Health Condition Monitoring and Damage Detection of Flexible Structures," Proceedings of the XII-IMAC, 1995.

Pereira, J. A., et al., "Application of a Model Updating Technique for Health Condition Monitoring and Damage Detection of Flexible Structures," 15th Biennial Conference on Vibration and Noise & 1995 ASME Design Technical Conferences, Boston, 1995.