

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MATERIAIS

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL
DA Tese DEFENDIDA POR Carlos Kiyan

..... E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 11/09/92

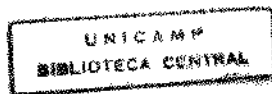
Mr

ORIENTADOR

DESENVOLVIMENTO DE UM MÉTODO ANALÍTICO APROXIMADO
PARA A ANÁLISE DA FORMAÇÃO DE MICROPOROSIDADES EM
PEÇAS FUNDIDAS.

CARLOS KIYAN

Trabalho apresentado à
comissão de Pós-Graduação da
Faculdade de Engenharia de
Campinas, como parte dos
requisitos para a obtenção do
título de Doutor em
Engenharia Mecânica.



Campinas

1992

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECANICA

Tese de: Doutorado

Título da Tese: Desenvolvimento de um Método Analítico
Aproximado para a Análise da Formação de
Microporosidade em Peças Fundidas.

Autor: Carlos Kiyan

Orientador: Rezende Gomes dos Santos†

Aprovado por:

TM ✓

Prof. Dr. Rezende Gomes dos Santos, Presidente

Egberto Vana
Prof. Dr. Egberto Vana

Tomaz Mahabu Hashimoto
Prof. Dr. Tomaz Mahabu Hashimoto

Amauri Garcia
Prof. Dr. Amauri Garcia

Rubens Caram Jr.
Prof. Dr. Rubens Caram Jr.

Campinas, 11 de Setembro de 1992

AGRADECIMENTOS

Ao professor Rezende Gomes dos Santos, pela orientação e, também, pelo incentivo dado durante a realização deste trabalho.

Aos colegas do Departamento de Materiais e Tecnologia da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, pelo apoio dado durante o desenvolvimento do trabalho.

Aos colegas do curso de pós-graduação, em particular à Mirian Motta Melo, pelo apoio e participação durante o desenvolvimento do trabalho.

Aos técnicos, Laerte Struziato, Emilcio Cardoso e Rita Helena Buso Jacon, pela inestimável colaboração na parte experimental.

À Fatima Alexandrina G. S. dos Santos, Cleri de Cássia S. Seabra Casella, Ilza Helena Carvalho de F. Castro e Leila de Campos, pelos trabalhos de digitação.

Aos desenhistas, Marcos Antonio Gomes e Lúcia Helena de Paula, pela execução dos desenhos.

A todos que participaram do desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um método analítico aproximado que permite a determinação dos principais parâmetros térmicos e da variação dos espaçamentos dendríticos primário e secundário durante o processo de solidificação de ligas metálicas em moldes refrigerados em que o fluxo de calor é radial (cilindros e esferas). A partir da determinação destes parâmetros o modelo permite a determinação da variação da permeabilidade dos canais interdendríticos que é importante na análise da formação de microporosidades em peças obtidas por processos de fundição. O modelo desenvolvido é aplicado na análise do processo de solidificação de diferentes ligas e para o estudo das influências das características do sistema metal/molde neste processo.

ABSTRACT

In this work an analytical method is proposed to study the solidification of metallic alloy under radial (cylinders and spheres) heat flux. The method is able to predict the tortuosity and permeability of the dendritic channels, which are important to study pore formation during solidification. The method is applied to study different alloys and different metal/molde conditions.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1	- INTRODUÇÃO	01
1.1	- Considerações Gerais	01
1.2	- Análise da formação de microporosidades	03
1.3	- Objetivos	04
CAPÍTULO 2	- MÉTODOS UTILIZADOS NA ANÁLISE DA FORMAÇÃO DE MICROPOROSIDADES DURANTE A SOLIDIFICAÇÃO	06
2.1	- Introdução	06
2.2	- Conceitos sobre a formação de micro- porosidades	07
2.3	- Alguns métodos utilizados para a análise da formação de microporosidades na solidificação .	10
CAPÍTULO 3	- DESENVOLVIMENTO DO MÉTODO MATEMÁTICO PARA O ESTUDO DA SOLIDIFICAÇÃO DE LIGAS BINÁRIAS EM MOLDES REFRIGERADOS EM QUE HÁ CONDUÇÃO RADIAL DE CALOR	35
3.1	- Considerações gerais	35
3.2	- Fatores geométricos e mudanças de variáveis ...	36
3.2.1	- Fatores geométricos	37
3.2.2	- Mudança de variáveis	46
3.3	- Desenvolvimento matemático	49
3.3.1	- Cinética de solidificação	53
3.3.2	- Perfil térmico no metal sólido	55
3.3.3	- Perfil térmico na região pastosa (mushy zone).....	56
3.3.4	- Perfil térmico na região líquida	57
3.3.5	- Determinação das constantes de solidi- ficação Φ_1 e Φ_2	59
3.3.6	- Determinação de R_{Lo} e R_{So}	61
3.4	- Equações desenvolvidas para a análise da solidificação de ligas em moldes radiais refrigerados	62

3.4.1 - Cinética de solidificação: isoterma sólido	62
3.4.2 - Cinética de solidificação: isoterma líquido	64
3.4.3 - Determinação das velocidades de avanço das isothermas sólido e líquido das ligas solidificadas em moldes cilíndricos e esféricos refrigerados	65
3.4.4 - Perfil de temperatura	67
3.5 - Determinação dos espaçamentos interdendríticos	69
3.5.1 - Espaçamento dendrítico primário	70
3.5.2 - Espaçamento dendrítico secundário	70
3.6 - Determinação da permeabilidade dos canais interdendríticos	71
CAPÍTULO 4 - TÉCNICAS EXPERIMENTAIS	75
4.1 - Liga utilizada	75
4.2 - Dispositivo utilizado para simular solidificação radial de cilindros	75
4.3 - Equipamentos utilizados	76
4.4 - Procedimentos do ensaio	76
CAPÍTULO 5 - APLICAÇÃO DO MÉTODO ANALÍTICO	82
5.1 - Introdução	82
5.2 - Comparação entre os resultados obtidos com o modelo analítico e os resultados experimentais	85
5.3 - Comparação entre os resultados obtidos com o modelo analítico e os obtidos através de um método numérico	86
5.4 - Análise dos resultados obtidos com a aplicação do modelo analítico	87
CAPÍTULO 6 - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO	134
6.1 - Introdução	134
6.2 - Efeito do coeficiente de transferência de calor na permeabilidade dos canais interdendríticos	134

6.3 - Efeito da permeabilidade dos canais interdentriticos	138
6.4 - Efeito da direcção do fluxo de metal liquido na permeabilidade dos canais interdendriticos	140
6.5 - Efeito da variação dos espaçamentos dendriticos sobre a permeabilidade	142
 CAPITULO 7 - CONCLUSÕES	179
 PROPOSTA PARA FUTUROS TRABALHOS	181
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	182
 APÊNDICES	
Apêndice 1 - Simbologia	191
Apêndice 2 - Propriedades das ligas	196
Apêndice 3 - Definição e propriedades da função erro (erf) e da função erro complementar (erfc) ..	197
Apêndice 4 - Tabela com os valores experimentais obtidos das curvas de resfriamento	198
Apêndice 5 - Sequência de resultados obtidos na solidificação da liga Pb-20%Sn utilizando-se um coeficiente de transferência de calor igual a 1500 (W/m ² K)	199

1 - INTRODUÇÃO

1.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

O conhecimento da cinética de solidificação, ou seja, a relação existente entre a espessura solidificada e o tempo decorrido desde o início do processo de solidificação, é de extrema importância na análise do processo de solidificação de metais ou ligas metálicas. Este conhecimento se torna necessário na determinação do tempo de desmoldagem de peças fundidas, no cálculo da velocidade de extração nos processos de lingotamento contínuo e na previsão da microestrutura da peça fundida.

O processo de solidificação, do ponto de vista térmico, é um processo de transmissão de calor geralmente não estacionário e que envolve uma transformação de fase. A análise matemática do processo envolve equações diferenciais com condições de contorno não lineares cujas soluções são muito complexas ou impossíveis^{1,2,3}. Essa dificuldade fez com que alguns autores⁴ desenvolvessem modelos muito idealizados se comparados com as condições reais de solidificação e estas soluções obtidas foram denominadas soluções analíticas exatas, pelo fato de não se utilizarem de aproximações de ordem matemática. Suas aproximações são de ordem física e a principal restrição imposta pela maior parte das soluções analíticas exatas é admitir a existência de um contato térmico perfeito entre o metal e o molde.

Um dos casos que apresenta solução analítica exata que pode ser utilizada na prática é o da solidificação unidirecional (aplicável a sistemas metal/molde com geometria plana). Recentemente, A. Garcia desenvolveu um modelo, aplicável a metais puros, que apresenta solução analítica exata⁵⁻⁷. Posteriormente, o mesmo, estendeu essa solução para a análise da solidificação de ligas metálicas^{8,9}. Para outras geometrias, como por exemplo a cilíndrica e a esférica (fluxo de calor radial) não foram obtidas soluções analíticas exatas. Para estas geometrias, R.G. Santos¹⁰⁻¹² desenvolveu soluções analíticas aproximadas que permitem determinar o avanço da frente de solidificação de metais puros, considerando a resistência térmica newtoniana. No caso da solidificação de ligas metálicas em moldes com geometrias cilíndricas e esféricas, apesar da existência de algumas soluções numéricas não se conhece uma solução analítica utilizável na prática. Embora bastante precisos, os métodos numéricos nem sempre são genéricos e qualquer modificação nos parâmetros de solidificação exige algum trabalho de computação. A principal vantagem do método analítico é a possibilidade de verificar a influência de vários parâmetros de solidificação sobre o comportamento do processo de solidificação. Portanto, caracteriza-se a importância do desenvolvimento de um modelo analítico aproximado que permita determinar a evolução das isothermas sólido e líquido de ligas submetidas a um fluxo de calor radial.

1.2 - ANÁLISE DA FORMAÇÃO DE MICROPOROSIDADES

O estudo da formação da microporosidade é de fundamental importância do ponto de vista tecnológico, pois a maior parte das ligas utilizadas estão sujeitas a apresentar este defeito que pode levar até mesmo à rejeição de peças fundidas.

Um dos fatores responsáveis pela formação da microporosidade é a contração volumétrica que geralmente ocorre na solidificação dos metais. Para preencher os vazios originados pela contração volumétrica, o metal líquido deve escoar através dos canais interdendríticos existentes no interior da peça parcialmente sólida. Devido à resistência oferecida pelos braços dendríticos secundários ao escoamento do metal líquido, observa-se uma queda de pressão entre a entrada do canal e pontos no interior do mesmo, e se essa queda de pressão superar a pressão local no metal pode ocorrer a formação da microporosidade interdendrítica.

A queda de pressão nos canais interdendríticos está diretamente relacionada com a permeabilidade dos canais interdendríticos (K), que é uma medida da resistência oferecida pelos canais ao escoamento do metal líquido. Esta permeabilidade depende fortemente da microestrutura da peça a qual depende da velocidade de solidificação.

Portanto, para o estudo de parâmetros que influenciam na formação de microporosidades em ligas é indispensável, inicialmente, o conhecimento da evolução das isotermas sólidas e líquidas em função do tempo. A partir deste conhecimento é possível a determinação de outras variáveis que influem na formação de microporosidades.

1.3 - OBJETIVOS DESTA TRABALHO

O estudo analítico dos fatores que influenciam a formação de microporosidades exige o conhecimento da evolução das isotermas sólidas e líquidas de uma liga durante o processo de solidificação, além de outras variáveis do processo. Levando em conta este fato o presente trabalho tem como objetivos:

1 - Introduzir fatores geométricos e mudanças de variáveis, baseados em trabalhos desenvolvidos por R.G. Santos^{10,11,12}, na solução desenvolvida por A. Garcia para o estudo da solidificação de ligas em geometrias planas^{8,9}. A partir desta equação obter soluções analíticas aproximadas que possam ser utilizadas no estudo de ligas solidificadas em moldes refrigerados submetidas à extração de calor radial (geometrias cilíndricas e esféricas).

2 - Comparar os resultados da cinética de solidificação (movimento das isothermas sólidas e líquidas em função do tempo) obtidos pelo método analítico com os resultados experimentais e também com os resultados obtidos através de métodos numéricos, com o objetivo de verificar a validade do método desenvolvido.

3 - Desenvolver analiticamente, utilizando o modelo proposto, equações que permitam a determinação de parâmetros que influenciam na formação de microporosidades, tais como: tempo local de solidificação, velocidade de avanço das isothermas sólidas e líquidas, espaçamento dendrítico primário, espaçamento dendrítico secundário e tortuosidade dos canais.

4 - Usando as equações desenvolvidas acima propor um modelo para a variação da permeabilidade em função da fração líquida.

CAPITULO 2 - MÉTODOS UTILIZADOS NA ANÁLISE DA FORMAÇÃO DE MICROPOROSIDADES DURANTE A SOLIDIFICAÇÃO.

2.1 - INTRODUÇÃO

Porosidade é um dos defeitos apresentados pelos materiais fundidos que tem efeito prejudicial sobre suas propriedades mecânicas. Ela pode causar a redução dos valores da resistência à tração, da tenacidade e da ductilidade dos metais fundidos^{13,14}. Mesmo em pequenas quantidades ela pode causar até a rejeição de peças fundidas.

Em geral, os metais apresentam contração volumétrica durante a solidificação. Esta contração vai forçar o escoamento do metal líquido no interior dos canais interdendríticos de modo a preencher o vazio provocado pela contração. Devido a resistência friccional oferecida pelos ramos dendríticos secundários ocorre uma queda de pressão entre a entrada do canal e pontos no seu interior. Se essa queda de pressão superar a pressão local no fundido poderá ocorrer a formação de microporosidades.

A solubilidade do gás, geralmente é maior no estado líquido do que no estado sólido. Esse fato pode causar a precipitação dos gases na região interdendrítica, nos instantes finais da solidificação, causando a formação de microporosidades¹⁵.

Portanto, a porosidade pode ser causada pela contração volumétrica durante a solidificação, por precipitação dos gases dissolvidos no líquido, ou por uma combinação de ambos os fatores¹⁶.

Geralmente, as ligas que possuem um grande intervalo de solidificação apresentam microporosidades após o processo de solidificação¹⁷.

Apresenta-se, neste capítulo, uma revisão bibliográfica dos principais artigos que abordam o estudo da formação de microporosidades.

2.2 - CONCEITOS SOBRE A FORMAÇÃO DE MICROPOROSIDADES

Um poro se formará durante a solidificação de um metal ou liga se a seguinte relação for verificada^{18,19}:

$$P_g + P_s \geq P_\sigma + P_H + P_a \quad (2.1)$$

onde:

P_g = pressão de equilíbrio de todos os gases dissolvidos no fundido.

P_s = pressão negativa que surge devido à contração volumétrica durante a solidificação.

P_σ = pressão necessária para vencer a tensão superficial no fundido.

P_H = pressão metalostática.

P_a = pressão devido à atmosfera

$$e \quad P_{\sigma} = \frac{2\sigma}{r_p} \quad (2.2)$$

onde:

r_p = raio do poro

σ = tensão superficial do metal líquido.

O lado esquerdo da equação (2.1) dá a pressão local no fundido e o lado direito a pressão atuante. Portanto, um poro se formará quando a pressão local superar a pressão atuante.

a) POROSIDADE ORIGINADA POR CONTRAÇÃO

A maioria dos metais sofre uma contração volumétrica durante o processo de solidificação e o metal líquido deve escoar para preencher o vazio originado pela contração. Devido à resistência friccional, ocorre uma queda de pressão entre a entrada e o final do canal interdendrítico pelo qual o líquido escoar. Desprezando a influência dos gases dissolvidos, a microporosidade ocorre quando a queda de pressão, dP , for maior que a pressão atuante no fundido²⁰, ou seja; quando:

$$dP \geq P_{\sigma} + P_H + P_a \quad (2.3)$$

onde

dP = queda de pressão nos canais dendríticos

Para analisar o problema da formação de microporosidades é necessário calcular essa queda de pressão nos canais interdendríticos.

b) POROSIDADE CAUSADA POR GASES

A solubilidade do gás no metal líquido, geralmente, diminui com o abaixamento da temperatura, e se o conteúdo de gás é alto o limite de solubilidade pode ser atingido durante o resfriamento e a precipitação do gás se inicia antes do processo de solidificação. Essas bolhas de gás flutuam no metal líquido e geralmente atingem a superfície do metal antes do início do processo de solidificação.

A solubilidade do gás geralmente é menor no estado sólido do que no estado líquido e essa segregação dos elementos gasosos ocasionará a precipitação de gases durante o processo de solidificação, que geralmente provoca a formação de poros alongados.

Outro tipo de porosidade que ocorre frequentemente em lingotes e fundidos, no final do processo de solidificação, é denominada microporosidade. Sugere-se que seja causada pela contração mas é possível que a formação desse poros esteja relacionada à precipitação de gases nos vazios interdendríticos no final da solidificação¹⁵.

A porosidade se forma quando a pressão no poro devido

aos gases dissolvidos, P_g , superar a soma da pressão local no líquido com a pressão atribuída à tensão superficial²⁰, ou seja, quando:

$$P_g > P_\sigma + P_H + P_a \quad (2.4)$$

Para o caso de um gás diatômico, tal como o hidrogénio, P_g é dada por:

$$P_g = \left[\frac{G_T}{k'_L [f_L (1-k') + k']} \right]^2 \quad (2.5)$$

$$k' = \frac{k'_s}{K'_L} \quad (2.6)$$

onde:

P_g = pressão parcial de equilíbrio do gás dissolvido.

G_T = quantidade de gás dissolvido presente, inicialmente, no metal líquido.

k'_s = constante de solubilidade para o sólido.

k'_L = constante de solubilidade para o líquido.

f_L = fração líquida.

2.3 - ALGUNS MÉTODOS UTILIZADOS PARA A ANÁLISE DA FORMAÇÃO DE MICROPOROSIDADES NA SOLIDIFICAÇÃO

O estudo mais sistemático da formação de microporosidades teve início há aproximadamente 30 anos e os

métodos utilizados neste estudo podem ser classificados em:

- Métodos analíticos
- Métodos numéricos
- Métodos experimentais

Os métodos analíticos são desenvolvidos para situações idealizadas, utilizando simplificações e condições de contorno particulares. Embora sejam de aplicação prática limitada, os métodos analíticos permitem estudar a influência de parâmetros de solidificação na formação de microporosidades.

Os métodos numéricos são de desenvolvimento mais recente e permitem estudar casos próximos das condições reais de solidificação, às custas de um extenso trabalho de computação. Os métodos experimentais estão relacionados ao escoamento de metal líquido ou gases através de canais interdendríticos e medida do raio dos poros e fração de poros.

a) MÉTODOS ANALÍTICOS

Existem poucos trabalhos que examinam analiticamente o problema da formação de porosidades na solidificação, sendo o mais importante aquele desenvolvido por Piwonka e Flemings¹⁷. Eles analisaram a porosidade devido à contração em metais puros e ligas bastante diluídas (contração no crescimento celular, contração na região central de cilindros). Depois analisaram a

formação de microporosidades causadas por contração, na solidificação unidirecional e na solidificação "pastosa". Finalmente, analisaram a influência dos gases dissolvidos e da tensão superficial sobre a porosidade.

Algumas das equações desenvolvidas por Piwonka e Flemings são mostradas a seguir.

No crescimento celular de uma liga diluída, pode ocorrer a formação de canais líquidos, em uma grande extensão do cristal em crescimento. Devido à contração volumétrica durante a solidificação, vai haver um escoamento do líquido, através destes canais, para preencher os vazios originados pela contração. Observa-se, então, uma queda de pressão entre a entrada e pontos localizados no interior do canal, causada pela resistência friccional das paredes do canal ao escoamento do fluido.

Supondo que o canal é cilíndrico e de raio r_0 , fig (2.1), e que o gradiente térmico e a velocidade de solidificação são constantes, a velocidade de escoamento do fluido v , é constante e a queda de pressão no canal pode ser considerada a mesma que ocorre no escoamento laminar em tubos²¹, ou seja:

$$P_A - P_L = - \frac{8v\mu L}{r_0^2} \quad (2.7)$$

onde:

P_A = pressão na entrada do canal

P_L = pressão no final do canal

v = velocidade de escoamento do fluido no canal

r_0 = raio do canal

A queda de pressão em função da velocidade de solidificação é então:

$$P_A - P_L = \frac{8 \eta' v_s \mu L}{r_g^2} \quad (2.8)$$

e

$$\eta' = \eta / (1 - \eta) \quad (2.9)$$

onde:

η = contração de solidificação (densidade do sólido menos a densidade do líquido dividido pela densidade do sólido) à temperatura de solidificação.

e

v_s = velocidade de solidificação

Utilizando a equação (2.7), Piwonka e Flemings, estimaram que, para a formação de um poro de 5μ de raio na base de um canal de 10cm de profundidade no alumínio, é necessário que a velocidade de solidificação seja maior que 0,1cm/seg, para solidificação ocorrendo à pressão atmosférica. Eles concluíram que é improvável que os poros, encontrados neste tipo de crescimento, sejam provocados apenas pela contração, pois as condições citadas acima não são encontradas no crescimento celular. As velocidades de solidificação nas quais se observa a formação de porosidades são bem menores que as previstas pela equação (2.7).

No caso de um cilindro de metal puro fundido em areia (fig 2.2), o fluxo é radial através da maior parte do comprimento do cilindro e a qualquer instante durante a solidificação o

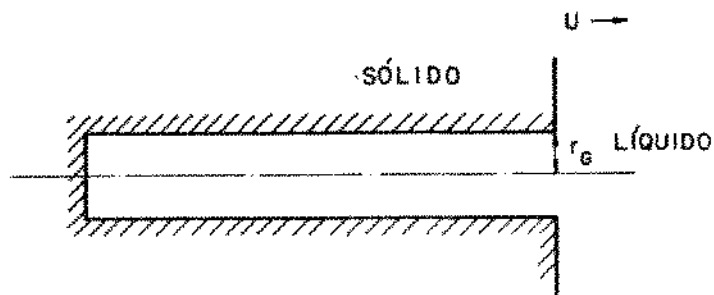


Fig (2-1) Esquema de um canal cilíndrico na solidificação celular.

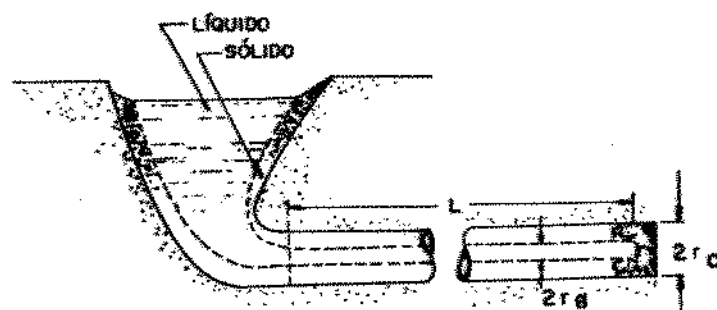


Fig (2-2) Esquema da solidificação de um cilindro longo de metal puro em molde de areia.

líquido remanescente no fundido tem comprimento L e raio r_o . Uma contração volumétrica ocorre durante a solidificação, e para compensá-la, o líquido deve escoar do alimentador para o canal líquido. Deve haver, portanto, uma diferença de pressão entre o alimentador e pontos no interior do fundido. Quando esta diferença de pressão se torna suficientemente grande, um vazio se forma, provocando o surgimento de porosidade na região central do cilindro. Piwonka e Flemings, obtiveram a seguinte expressão para a queda de pressão:

$$P_A - P_L = \frac{32 \mu \eta' \alpha^2 L^2}{r_o^4} \quad (2.10)$$

e

$$\alpha = k_M (T_M - T_O) / d_1 H \sqrt{\pi a_M} \quad (2.11)$$

onde:

P_A = pressão no alimentador

P_L = pressão em L

μ = viscosidade do metal

k_M = condutividade térmica do molde

T_M = temperatura de fusão do metal

T_O = temperatura ambiente

H = calor latente de fusão do metal

a_M = difusividade térmica do molde

L = comprimento do fundido

r_o = raio do canal líquido

A equação (2.10) pode ser utilizada para predizer o tamanho do poro em cilindros de metal puro. Ela permite, também,

concluir que:

- o tamanho do poro aumenta quando se aumenta a contração de solidificação, η , ou a viscosidade do metal, μ .
- pequenas mudanças na pressão ambiente (pressão de fundição) tem pouco efeito na porosidade central pois o tamanho do poro varia com a raiz quarta desta pressão.

No caso de um cilindro longo de liga de alumínio fundida em molde de areia, (fig 2-3), a solidificação ocorre de tal maneira, que o último líquido a solidificar não se localiza na região central do cilindro. Ao contrário, ele se encontra distribuído quase uniformemente em todo o fundido. Neste caso, não teremos a ocorrência da porosidade central, mas pode ocorrer a formação de microporosidades que se distribuem quase uniformemente entre os grãos e os ramos dendríticos. A queda de pressão é dada por:

$$P_A - P_L = \frac{32\mu \eta' \lambda^2 L^2}{r_o^4} \left(\frac{T' z}{\pi r_c^2 n'} \right) \quad (2.12)$$

onde:

T' = fator de "tortuosidade" que considera que os canais dendrítico não são lisos e retos.

n' = número de canais de escoamento por secção transversal unitária do cilindro.

r_c = raio do cilindro.

r_o = raio do canal líquido.

A estimativa da queda de pressão na solidificação unidirecional (colunar dendrítica) de ligas pode ser feita

utilizando o modelo idealizado, descrito para a solidificação celular, modificado por um fator de tortuosidade, T' , para levar em conta que os canais não são cilindros de superfície lisa. A queda de pressão será, portanto:

$$P_A - P_L = \frac{8 \mu \eta' v_s L T'}{r_o^2} \quad (2.13)$$

onde:

v_s = velocidade de solidificação

A influência dos gases dissolvidos e da tensão superficial foram tratadas por Piwonka e Flemings considerando que a pressão absoluta, P_L^* , necessária para formar um vazio de raio, r_o , é:

$$P_L^* = P_g - P_\sigma \quad (2.14)$$

onde

P_g = pressão no poro devido aos gases dissolvidos.

P_σ = pressão no poro de raio r_p devido à tensão superficial.

Com o objetivo de determinar a validade do modelo usado para desenvolver a equação (2.12), Piwonka e Flemings realizaram experiências que consistiam em medir a velocidade de escoamento do metal líquido, através dos canais interdendríticos, em regime de escoamento estacionário. Nestas condições, pode se aplicar a lei de Darcy^{21,22}, que é escrita a seguir:

$$Q = \left(\frac{n' \pi r_o^4}{8 T'} \right) \frac{\Delta P}{\mu L} \quad (2.15)$$

onde:

ΔP = queda de pressão através da distância L .

Q = vazão de fluido.

A expressão entre parênteses é a permeabilidade do meio poroso, K.

Da geometria, temos:

$$f_L = n' \pi r_o^2 T' \quad (2.16)$$

Combinando as equações (2.15) e (2.16)

$$Q = \left(\frac{f_L^2}{8n' \pi T'^3} \right) \frac{\Delta P}{\mu L} \quad (2.17)$$

$$\text{e } K = \frac{f_L^2}{8n' \pi T'^3} \quad (2.18)$$

onde: K = permeabilidade.

f_L = fração de metal líquido

A permeabilidade, K, mede a resistência que as dendritas oferecem ao escoamento do metal líquido, e é considerado um parâmetro chave para o modelamento da macrosegregação.

Para se obter dados experimentais, chumbo líquido e nitrogênio, sob pressão, eram forçados a escoar nos interstícios dendríticos da liga Al-4,5% Cu. Estimou-se a permeabilidade, a partir das medidas da vazão, Q, e da queda de pressão, ΔP , utilizando-se a equação (2.17).

Piwonka e Flemings concluíram, através dos resultados experimentais, que a equação (2.18) pode ser aplicada nos

estágios finais da solidificação, ou seja, quando $f_L \leq 0,3$.

Posteriormente, Flemings e co-autores publicaram artigos que abordaram o escoamento de fluido interdendrítico utilizando como variável a fração volumétrica de eutético^{16,23}.

Em 1988, Lecomte-Beckers²⁴, desenvolveu um modelo teórico para estimar a formação de microporosidades. O modelo baseado na avaliação da queda de pressão no líquido dendrítico, permitiu a definição de um índice de microporosidades denominado ΔP^* .

Utilizando-se a lei de Darcy para o escoamento do líquido nos canais interdendríticos, tem-se, de acordo com a figura (2.4).

$$\frac{dP}{dx} = d_s g - \frac{\eta \mu f_L(\infty)}{K(\infty)} v_s \quad (2.19)$$

onde:

η = contração de solidificação (densidade do sólido menos densidade de líquido dividido pela densidade do sólido).

d_s = densidade do líquido.

g = aceleração da gravidade.

μ = viscosidade do metal líquido.

K = permeabilidade do meio.

f_L = fração líquida.

v_s = velocidade de solidificação.

Baseado na analogia entre materiais porosos e zona pastosa.

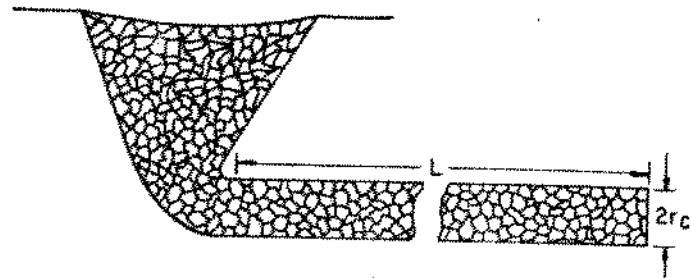
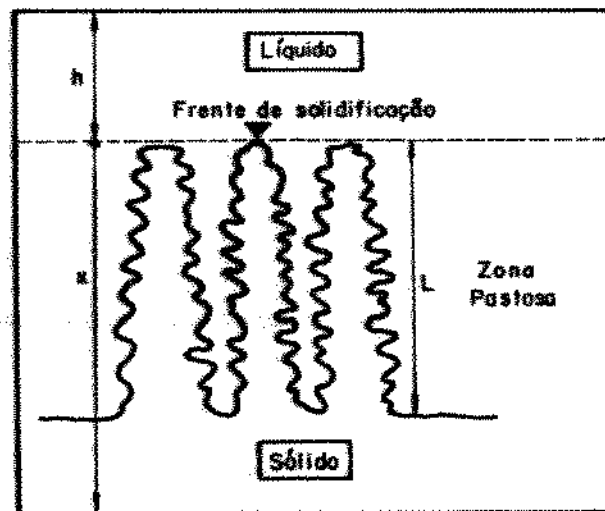


Fig (2 - 3) Esquema da solidificação de um longo cilindro de uma liga em molde de areia. A região escura representa líquido remanescente nos estágios finais da solidificação.



Fig(2-4) Solidificação dendrítica.

$$K = \gamma f_L^2(x) \quad (2.20)$$

onde γ é uma constante que depende da estrutura dendrítica.

Então:

$$p(x) = d_s g(h+x) - \frac{\mu \beta' v_s}{\gamma} \int_0^x \frac{dx}{f_L(x)} \quad (2.21)$$

ou

$$p(x) = d_s g(h+x) - \Delta p \quad (2.22)$$

onde:

Δp = queda de pressão nos canais interdendríticos.

De acordo com dados experimentais, a fração líquida pode ser considerada como:

$$f_L(x) = 1 - (x/L) \quad (2.23)$$

Introduzindo-se esta expressão na equação (2.21), e aproximando o logaritmo na integral pelo primeiro termo de sua expansão em série de Taylor, chega-se à seguinte expressão:

$$p(x) = d_s g(h+x) - \frac{\mu \eta' v_s L}{\gamma d_s g} \left(\frac{x}{L} \right) \quad (2.24)$$

A microporosidade não consegue nuclear enquanto a pressão local ($p(x)$) é muito elevada, ou seja, enquanto:

$$h+x > \frac{\mu \eta' v_s L}{\gamma d_s g} \left(\frac{x}{L} \right) \quad (2.25)$$

De acordo com a equação (2.25), a probabilidade de não ocorrer porosidade aumenta à medida que (x/L) diminui ou à medida que $\frac{\mu \eta' v_s L}{\gamma d_s g}$, denominado ΔP^* , diminui.

Introduzindo

$\Delta T = T_L - T_s$ - temperatura líquidus - temperatura sólidas.

G = gradiente térmico na região pastosa.

O comprimento da zona pastosa (L) e a velocidade de solidificação (v_s) são:

$$L = \frac{\Delta T}{G} \quad (2.26)$$

$$v_s = \left[\frac{\Delta T}{G} \right] \left[\frac{df_s}{dt} \right] \quad (2.27)$$

onde:

f_s = fração sólida

Utilizando a seguinte expressão para γ :

$$\gamma = \frac{1}{24\pi n' T'^3} \quad (2.28)$$

o índice de microporosidade (Δp^*) pode ser expresso da seguinte maneira:

$$\Delta p^* = \frac{24\mu\eta'n'T'^3}{d_s g} \left[\frac{\Delta T}{G} \right]^2 \left[\frac{df_s}{dt} \right] \quad (2.29)$$

Este parâmetro, Δp^* , sugere que a ausência de porosidades em uma peça é favorecida por um pequeno intervalo de solidificação (ΔT), pequeno número de dendritas (n'), baixo valor da tortuosidade (T'), alta densidade do líquido (d_s), baixa viscosidade do líquido residual (μ), elevado gradiente térmico (G) e baixa velocidade de solidificação (df_s/dt).

b - MÉTODOS NUMÉRICOS

O problema da formação de porosidades foi estudado, também, através de métodos numéricos. Apresenta-se, a seguir, um resumo das publicações mais importantes.

Em 1982, Riquet²⁵ estudou a formação de porosidades em peças obtidas em fundição por cera perdida. As simulações de solidificação eram feitas por um método clássico, que utilizava um programa de elementos finitos, e o modelo de porosidade, desenvolvido por Piwonka e Flemings¹⁷, era aplicado ao resultado dessas simulações. A peça utilizada na simulação, era cilíndrica, com 10mm de diâmetro, feita de super-ligas à base de níquel, fundida em um molde cerâmico de 6mm de espessura e apoiada em um material isolante de 20mm de espessura. A resistência térmica entre o molde e metal e entre o molde e isolante era desprezada nos cálculos. Como o comprimento do cilindro era grande, comparado ao seu diâmetro, nenhuma perda de calor longitudinal era considerada.

Nas simulações de solidificação, o calor latente de fusão era considerado através de uma modificação do calor específico da liga dentro da faixa de solidificação. Supunha-se, que a liberação de calor latente de fusão era proporcional à variação da fração sólida dentro do intervalo de solidificação.

De Piwonka e Flemings¹⁷, a queda de pressão é dada por:

$$\Delta P = -\eta \mu T \frac{df_s}{dt} \frac{1}{f_L^2} \frac{L^2 - x^2}{2} \quad (2.30)$$

onde:

Δp = queda de pressão nos canais dendríticos

η = contração de solidificação

μ = viscosidade do metal

T = fator de "tortuosidade"

$\frac{df_s}{dt}$ = derivada da fração sólida em relação ao tempo

x = distância a partir da extremidade inferior do fundido

L = comprimento do fundido.

e a pressão, dentro do metal líquido, na altura x , é igual a:

$$P = d_g \cdot g (L-x) + P_a + \Delta P \quad (2.31)$$

onde:

d_g = densidade do líquido

g = aceleração da gravidade

P_a = pressão atmosférica.

As equações (2.30) e (2.31) mostram que a porosidade surge quando o produto $\Delta P^* = df_s/dt \cdot \frac{1}{f_L^2}$ (proporcional à queda de pressão) atinge um valor crítico. Riquet concluiu que este valor crítico é aproximadamente $4s^{-1}$ e supôs que a porosidade que se desenvolve quando ΔP^* é maior que $4s^{-1}$ é proporcional à fração líquida remanescente em cada instante do processo de solidificação.

Utilizando, como dados de entrada, as curvas de fração sólida x temperatura, o programa para simulação de solidificação fornecia os valores de df_s/dt e f_L em cada passo, e, portanto, a variação de ΔP^* durante a solidificação.

O autor estudou a influência dos seguintes parâmetros na formação de porosidades.

- Temperatura de vazamento
- Temperatura do molde
- Calor específico do material cerâmico

Dos resultados obtidos, Riquet concluiu que a porosidade diminui quando:

- as temperaturas de vazamento e do molde aumentam (mantendo-se constantes os outros parâmetros de solidificação)

- o intervalo de solidificação diminui

- a fração eutética decresce

- a inclinação da curva fração sólida x temperatura diminui

Em 1985, Kubo e Pehlke²⁶, publicaram um método que modela, numericamente, a formação de porosidade e considera a contração de solidificação e o despreendimento de gases. A solução das equações presentes no modelamento matemático, foi obtida através de métodos de diferenças finitas explícito e implícito.

As amostras analisadas consistiam de placas de Al-4,5% Cu, com um alimentador na extremidade, solidificadas em moldes de areia e metálicos. Considerou-se o coeficiente de transmissão constante e igual a 42 e 320 W/m²K, respectivamente. Variou-se a quantidade inicial de gases dissolvidos e a espessura das placas.

Baseado nos resultados, os autores concluíram que a porosidade aumenta quando:

- a quantidade de gases dissolvidos, inicialmente, aumenta
- o coeficiente de transferência de calor diminui
- se aumenta a espessura da placa

Kubo e Fehlike, concluíram, também, que o raio do poro aumenta quando:

- o coeficiente de transferência de calor diminui
- a espessura da placa aumenta.

Também em 1985, MINAKAWA, SAMARASEKERA E WEINBERG ²⁷, examinaram, analiticamente, a porosidade central em placas. As soluções das equações de fluxo de calor foram obtidas através de um método numérico de diferenças finitas explícito que possibilitava a determinação da posição das isoterms sólidas e líquidas durante a solidificação da placa. A partir do conhecimento das isoterms determinou-se a fração sólida em qualquer ponto da peça, sem a necessidade de utilizar as hipóteses relacionadas ao fluxo de calor.

O modelo apresentado considera a solidificação horizontal de uma placa de aço, com um alimentador em uma extremidade, e areia ou esfriador de aço em outra.

Para obter a solução numérica da equação geral da condução de calor foram feitas as seguintes hipóteses.

- o metal líquido não é submetido à convecção
- a resistência de contato na interface metal/areia é desprezível.
- segregação de soluto no sólido e enriquecimento de

solute no líquido, durante a solidificação, são desprezíveis.

- O calor latente de solidificação é liberado uniformemente entre a temperatura líquidus e a temperatura sólidas.

Dos resultados obtidos, os autores concluíram que a pressão calculada aumenta, rapidamente, à medida em que se afasta da extremidade da placa, alcança um máximo e então decresce. O rápido acréscimo na pressão com a distância da extremidade da placa resulta do rápido decréscimo do gradiente de temperatura nessa região. Isto resulta no alongamento dos canais dendríticos e na consequente diminuição da permeabilidade. O decréscimo de pressão que se observa na extremidade em que se encontra o alimentador é consequência do acréscimo do gradiente de temperatura. Este acréscimo de gradiente encurta os canais e aumenta a permeabilidade.

Eles demonstraram também, que o máximo comprimento de placa, que pode ser fundida sem apresentar porosidade, é 4,7 vezes a espessura quando a extremidade é de areia e é 5,7 vezes a espessura quando a extremidade é um resfriador de aço. Baseado nesses resultados, concluíram que a relação, $G/V_s^{1/2}$, é um parâmetro que permite definir o início da formação de porosidades.

Finalmente, em 1986, D.R. POIRIER, K. YEUM, E A.L. MAPLES²⁰, utilizaram um modelo numérico para prever a formação e a quantidade de microporosidade em uma liga Al - 4,5%Cu,

solidificada unidirecionalmente. Eles estudaram a influência do gradiente térmico, da velocidade de solidificação e da concentração de hidrogênio na formação e na quantidade de porosidade interdendrítica. Dos resultados obtidos os autores chegaram às seguintes conclusões:

- Não há formação de porosidade para uma concentração inicial de hidrogênio menor que aproximadamente 0,03 p.p.m.
- Há formação de porosidade interdendrítica para concentrações iniciais de hidrogênio variando entre 0,03 a 1 p.p.m.
- A quantidade de porosidade é influenciada pelo gradiente térmico e pela velocidade de solidificação; um acréscimo em uma ou ambas as variáveis diminui a quantidade de porosidade interdendrítica.

c) MÉTODOS EXPERIMENTAIS

Foram desenvolvidas algumas experiências para a determinação da formação de poros em ligas metálicas. Algumas trataram da medida do tamanho dos poros e fração de poros, utilizando técnicas de ultra-som, radiográficas, metalográficas e de densidade, e apresentaram resultados limitados. Os trabalhos mais bem sucedidos foram aqueles dirigidos para estimar a permeabilidade através da medidas de escoamento nos canais interdendríticos.

A cerca de 20 a 25 anos atrás, Pellini et alii²⁸⁻³⁰,

publicaram alguns resultados experimentais, obtidos por radiografias, mostrando a região afetada pela porosidade central em peças fundidas com diferentes comprimentos e espessuras.

Através da utilização de radiografias, em 1965, Travaras e Flemings³¹, em 1969, Campbell^{32,33}, e em 1976, Leconte³⁴, mediram fração de microporos e diâmetros de poros. Campbell usou, também, técnicas de densidade e metalográficas em seu trabalho.

Em 1976, Fredriksson and Svenson¹⁵, analisaram a formação de porosidade causada por gases, na solidificação unidirecional de aços. As amostras apresentavam diferentes quantidades de gás hidrogênio e eram solidificadas em velocidades diferentes. A porosidade era analisada através de técnicas metalográficas.

Em 1976, Entwistle e Gruzleski¹⁸, mediram a quantidade e a distribuição de microporosidades, em lingotes de Al-4,5%Cu, usando técnicas de densidade. Eles analisaram a influência da temperatura de vazamento, da temperatura do molde, da concentração de hidrogênio e da pressão de fundição na formação de porosidades. Entwistle e Gruzleski, concluíram que os fatores que determinam a quantidade de porosidade são as condições de fundição (temperatura de vazamento e temperatura do molde) e que a concentração e a pressão exercem menor influência.

Em 1979, Weinberg e Herschfeld³⁵ examinaram a influência da variação da concentração de hidrogênio e da velocidade de solidificação na formação de porosidades em

alumínio e ligas Al-Cu, submetidas à solidificação extensiva e unidirecional. Dos resultados obtidos eles concluíram que:

- o aumento da concentração de hidrogênio no metal líquido e/ou a diminuição da velocidade de solidificação provocam a formação de uma menor quantidade de poros, porém, de maiores dimensões.

- a porosidade é a mesma para fundidos com estrutura de grãos refinados ou grãos grosseiros desde que as condições térmicas, durante a solidificação, sejam idênticas nos dois casos.

Em 1963, Kahn³⁶ tentou encontrar uma relação entre as medidas experimentais de quantidade de porosidade e velocidade de solidificação.

Em 1985, Rose et alii^{37,38}, desenvolveram trabalhos com objetivo de caracterizar porosidade através de métodos de ultra-som. Analisando ligas de alumínio, os autores concluíram que esta técnica é adequada para caracterizar poros quando o tamanho dos mesmos é da ordem do tamanho do grão e quando a fração volumétrica de poros é maior que 0,1%.

Os estudos da permeabilidade da região pastosa, baseada no escoamento de um fluido através dos canais dendríticos, foi iniciado em 1966 por Piwonka e Flemings¹⁷. Seus ensaios consistiam em forçar chumbo líquido ou nitrogênio (para altos valores de fração líquida) através de uma liga Al-4,5%Cu parcialmente solidificada. Com os valores da velocidade de escoamento e da queda de pressão, obtidos experimentalmente, eles determinaram a permeabilidade em função da fração líquida, usando

a lei de Darcy. Os autores concluíram que a permeabilidade K é proporcional ao quadrado da fração líquida f_L , para $f_L < 0,3$, de acordo com a eq (2.18) e que a tortuosidade T' é igual a 2.

Em 1974, Apelian, Flemings e Mehrabian³⁹, mediram a permeabilidade em ligas de Al-4%Si, solidificadas unidirecionalmente (estrutura colunar) e, também, em ligas Al-4%Si - 0,25%Ti (estrutura equiaxial). O ensaio consistia em forçar o escoamento de água destilada, sob pressão, através da rede dendrítica obtida da separação do líquido interdendrítico de amostras parcialmente solidificadas. Eles concluíram que a permeabilidade é proporcional ao quadrado da fração líquida para valores de fração líquida menores que 0,35. Observaram, também, que para frações líquidas equivalentes, as amostras com grãos refinados (estrutura equiaxial) apresentavam menor permeabilidade.

Em 1976, Streat e Weinberg⁴⁰, mediram a velocidade de escoamento de um fluido através dos canais interdendríticos de uma liga Pb-20%Sn, parcialmente solidificada. O fluido utilizado era uma liga Pb-Sn fundida, e o escoamento era determinado em função do espaçamento dendrítico, para as estruturas colunar e equiaxiais dendríticas.

Eles concluíram, a partir dos resultados obtidos no ensaio, que a permeabilidade inicial da liga Pb-20%Sn era proporcional ao quadrado do espaçamento dendrítico primário. Observaram também, que o fator de tortuosidade era igual a 4,6 para o sistema estudado.

Em 1985, Nasser-Rafi, Deshmukh e Poirier⁴¹, mediram a permeabilidade em ligas Pb-20%Sn solidificadas unidirecionalmente, que apresentavam diferentes espaçamentos dendríticos primário e secundário. Eles investigaram, também, o efeito da direção de escoamento na permeabilidade da liga.

As principais conclusões dos autores são mencionadas a seguir:

- A permeabilidade, nas ligas submetidas ao escoamento paralelo aos ramos dendríticos primários, é proporcional ao quadrado da fração volumétrica de líquido e, também, ao quadrado do espaçamento dendrítico primário, nas amostras com fração líquida volumétrica compreendidas entre 0,19 e 0,29.

- A permeabilidade das ligas Pb-20%Sn, com fração líquida volumétrica igual a 0,19, submetidas ao escoamento normal aos ramos dendríticos primários, é bem menor do que a encontrada no escoamento paralelo aos ramos dendríticos primários. Isto prova que a permeabilidade é, de fato, anisotrópica em estruturas colunares dendríticas.

Murakami et alii⁴²⁻⁴⁵, estudaram, de 1983 a 1986, a permeabilidade dos canais interdendríticos utilizando uma liga orgânica solidificada (borneol-parafina), cuja estrutura colunar dendrítica é a mesma que as das ligas metálicas c.f.c. e c.c.c. Para medir-se a permeabilidade, uma solução aquosa era forçada a escoar nos espaços interdendríticos nas direções paralela e normal às dendritas colunares. Eles efetuaram várias medidas de permeabilidade, para diferentes espaçamentos dendríticos primário

e secundário e para fração líquida variando de 0,26 a 0,66 e concluíram que o aumento do espaçamento dendrítico primário causa um aumento na permeabilidade, independente da direção de escoamento em relação à direção das dendritas colunares. No caso de escoamento normal às dendritas, a permeabilidade aumenta com o aumento do espaçamento dendrítico secundário. Ao contrário, no caso de escoamento paralelo às dendritas, a permeabilidade aumenta com a diminuição do espaçamento dendrítico secundário. A influência de ambos os espaçamentos, primário e secundário, pode ser verificada nas seguintes equações, obtidas a partir dos dados experimentais, por meio de regressão múltipla

$$K_p = 6,2 \times 10^{-12} \lambda_1^{2,2} \lambda_2^{-1,7} g_L^{3,2} \quad (2.32)$$

$$K_N = 8,8 \times 10^{-12} \lambda_1^{1,3} \lambda_2^{2,4} g_L^{3,2} \quad (2.33)$$

onde K_p e K_N são, respectivamente, as permeabilidades nos casos de escoamento paralelo e normal às dendritas colunares, λ_1 é o espaçamento dendrítico primário, λ_2 o espaçamento dendrítico secundário e g_L a fração volumétrica de líquido.

Finalmente, em 1987, D.R. Poirier⁴⁶ mediu a permeabilidade em lingotes de liga Pb-20%Sn com estrutura colunar. O ensaio consistia em forçar o escoamento de uma liga de Pb-Sn, com a mesma composição do líquido interdendrítico na temperatura de ensaio, no interior da estrutura dendrítica da liga Pb-20%Sn, parcialmente solidificada. Os resultados dos ensaios permitiram ao autor concluir que:

- dentro da faixa de variação da fração líquida

volumétrica analisada, $0,17 < g_L < 0,61$, a permeabilidade para escoamento paralelo pode ser representada pela equação:

$$K_p = 3,75 \times 10^{-4} g_L^2 \lambda_1^2 \quad (2.34)$$

- dentro da mesma faixa de variação da fração líquida volumétrica apresentada acima, a permeabilidade para escoamento normal pode ser representada pela equação:

$$K_N = 9,66 \times 10^{-18} \lambda_1^{0,699} \lambda_2^{2,73} g_L^{3,34} \quad (2.35)$$

- quando o escoamento é paralelo aos braços dendríticos primários, a permeabilidade depende do espaçamento dendrítico primário, mas não depende do espaçamento dendrítico secundário.

- quando o escoamento é normal aos braços dendríticos primários, a permeabilidade depende de ambos os espaçamentos, primário e secundário.

Em 1988, R.G. Santos^{47,48} desenvolveu um método analítico, descrito detalhadamente no capítulo 3 deste trabalho, para estimar a permeabilidade dos canais dendríticos para ambos os tipos de escoamento, paralelo e perpendicular aos ramos dendríticos primários.

Baseando-se nos resultados experimentais de diferentes autores o autor chegou às equações que relacionam a permeabilidade do canal dendrítico com os espaçamentos dendríticos e a fração líquida.

CAPÍTULO 3 - MÉTODO MATEMÁTICO PARA O ESTUDO DA FORMAÇÃO DE MICROPOROSIDADES DURANTE A SOLIDIFICAÇÃO DE LIGAS BINÁRIAS EM MOLDES REFRIGERADOS EM QUE HÁ CONDUÇÃO DE CALOR RADIAL.

3.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

Em 1978, A. Garcia, desenvolveu um modelo analítico para o estudo da solidificação unidirecional de ligas binárias em moldes refrigerados, considerando uma resistência térmica finita na interface metal/molde⁴⁹. Para isto considerou a resistência térmica newtoniana equivalente a uma camada de material "pré-existente" a qual é introduzida em um sistema virtual que é superposto ao sistema real. Neste sistema virtual considera-se que o contato térmico na interface metal/molde seja perfeito o que permite utilizar a equação de Fourier para descrever o fluxo de calor. Em 1983, o mesmo autor aplicou o modelo no estudo da solidificação no processo de lingotamento contínuo⁵⁰.

Posteriormente, R.G.Santos desenvolveu um método para determinação dos tempos de solidificação de metais puros em sistemas de extração de calor radiais, utilizando um fator de correção para a geometria e mudança de variáveis⁵¹.

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo analítico aproximado, baseado nos modelos acima citados, que permita determinar a posição das isothermas sólidas e líquidas em função do tempo, de ligas solidificadas em moldes refrigerados apresentando geometrias cilíndricas e esféricas e, além disso, desenvolver equações que permitam determinar os parâmetros que

influenciam na formação de microporosidades, tais como: velocidade das isothermas sólidas e líquidas, espaçamento dendrítico primário, espaçamento dendrítico secundário, tortuosidade dos canais dendríticos e permeabilidade dos canais dendríticos.

Partindo do princípio de que a única equação diferencial que possui solução analítica exata é a equação para condução unidimensional de calor, a idéia deste trabalho é desenvolver fatores geométricos e mudança de variáveis convenientes, baseados no trabalho desenvolvido por R.G. Santos⁵¹, que considerem a curvatura das geometrias cilíndricas e esféricas, os quais introduzidos na equação diferencial da condução de calor unidirecional, permita que a mesma seja aplicada ao estudo da condução de calor radial. E aplicar nesta equação modificada a solução baseada na função erro com o objetivo de determinar o movimento das isothermas sólidas e líquidas em função do tempo e, também, o perfil de temperatura.

3.2 - FATORES GEOMÉTRICOS E MUDANÇA DE VARIÁVEIS.

O fluxo de calor é unidirecional no caso da solidificação em moldes de geometria plana. A área da interface sólido/líquido permanece constante e igual à área da interface metal/molde durante o decorrer do processo. O mesmo não ocorre nos casos de solidificação em moldes cilíndricos e esféricos, nos quais o fluxo de calor é radial. Nesses casos, a área da

interface sólido/líquido é variável. Essas particularidades de cada geometria influem diretamente no processo de extração de calor e, portanto, no comportamento da velocidade de solidificação. Desse modo, a utilização da equação do fluxo unidirecional de calor para a descrição de casos de fluxo radial exige o desenvolvimento de fatores geométricos e mudança de variáveis que levem em conta as particularidades de cada geometria.

3.2.1 - FATORES GEOMÉTRICOS

Para analisar os sistemas metal/molde com geometria radial cilíndrica utiliza-se um fator geométrico (Θ_c), baseado em trabalhos anteriores⁵¹, que leva em conta as diferenças entre as geometrias cilíndrica e plana. Devido ao fato de se analisar a solidificação de ligas serão utilizados dois fatores geométricos, um deles referente a isoterma liquidus (Θ_L) e outro referente a isoterma sólido (Θ_s).

O fator geométrico (Θ_{LC}) a ser utilizado na equação referente à isoterma liquidus da geometria cilíndrica, é dado pela seguinte equação.

$$\Theta_{LC} = \frac{\left[\frac{V_T}{A_i} \right]_u}{\left[\frac{V_T}{A_i} \right]_c} - \left(\frac{V_L}{V_T} \right) \quad (3.1)$$

Onde " V_T " é o volume total de metal no molde, " V_L " é o volume de líquido remanescente em cada instante do processo de solidificação. A_i é a área da interface metal/molde e os sub-índices "u" e "c" referem-se respectivamente ao sistema unidirecional e ao sistema radial cilíndrico (ver figura (3.1)).

Este fator considera a curvatura da geometria cilíndrica que é responsável pelas características distintas apresentadas pela mesma em relação aos sistemas com geometria plana. A principal característica a ser considerada é o fluxo radial divergente que ocorre na solidificação de sistemas com geometria cilíndrica o que faz com que a taxa de redução do volume remanescente de líquido durante a solidificação aumente mais rapidamente do que no caso da geometria plana que apresenta fluxo unidirecional de calor.

Para o desenvolvimento do fator, compara-se a solidificação de uma placa plana sofrendo extração de calor através de uma única face com a solidificação de um cilindro. A placa tem espessura (S_o) igual ao raio (r_o) do cilindro (ver fig.3.1). Para que os dois sistemas sejam equivalentes tem-se:

$$\left(\frac{V_T}{A_i} \right)_u = \frac{A_i r_o}{A_i} = r_o \quad (3.2)$$

$$\left(\frac{V}{A_i}\right)_c = \frac{\pi r_o^2 L}{2\pi r_o L} = \frac{r_o}{2} \quad (3.3)$$

logo

$$\frac{\left(\frac{V}{A_i}\right)_u}{\left(\frac{V}{A_i}\right)_c} = 2 \quad (3.4)$$

Este termo representa a diferença existente nas relações entre volume de metal e área da interface metal/molde nos dois sistemas, considerando-se uma mesma espessura de metal.

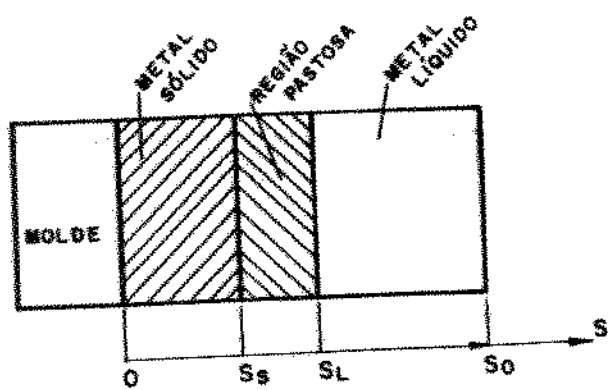
O segundo termo do lado direito da equação (3.1) representa a variação do volume do líquido remanescente durante a solidificação do cilindro, e é dado por:

$$\left(\frac{V_L}{V_T}\right)_c = \frac{\pi r_L^2 L}{\pi r_o^2 L} = \left[\frac{r_L}{r_o}\right]^2 \quad (3.5)$$

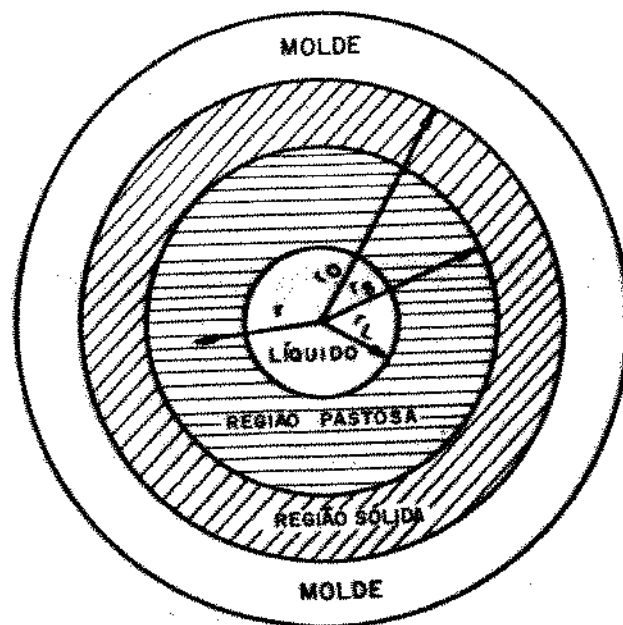
onde r_L = posição da interface líquido/região pastosa

Substituindo-se as equações (3.4) e (3.5) na equação (3.1), obtém-se a equação do fator geométrico a ser aplicado na equação referente à isoterma liquidus dos sistemas radiais cilíndricos.

$$e_{LC} = 2 - \left(\frac{r_L}{r_o}\right)^2 \quad (3.6)$$



(a) SISTEMA UNIDIRECIONAL



(b) SISTEMA RADIAL

Fig (3-1) - Sistema de referência adotado para os sistemas radiais e unidirecional.

Para a determinação do fator geométrico (θ_{sc}), aplicado na equação referente à isoterma sólidos, utiliza-se a seguinte equação:

$$\theta_{sc} = \frac{\left(\frac{V_T}{A_i}\right)_u}{\left(\frac{V_T}{A_i}\right)_c} - \left(\frac{V_{LP}}{V_T}\right) \quad (3.7)$$

O primeiro termo do lado direito da equação (3.7) é idêntico ao da equação (3.1). O segundo termo representa a variação da soma dos volumes de metal líquido e "metal pastoso" remanescentes durante a solidificação e é dado por:

$$\frac{V_{LP}}{V_T} = \frac{\pi r_s^2 L}{\pi r_o^2 L} = \left(\frac{r_s}{r_o}\right)^2 \quad (3.8)$$

onde r_s = posição da interface região pastosa/região sólida

Substituindo-se as equações (3.4) e (3.8) na equação (3.7), obtém-se a equação do fator geométrico (θ_{sc}) a ser aplicado na equação referente a isoterma sólidos dos sistemas radiais cilíndricos.

$$\theta_{sc} = 2 - \left[\frac{r_s}{r_o}\right]^2 \quad (3.9)$$

O fator geométrico desenvolvido para o estudo da isoterma líquidus do sistema radial esférico, que se baseia em trabalhos desenvolvidos por R.G. Santos⁵¹, contém, de modo

análogo ao fator geométrico utilizado para o estudo da isoterma líquidus das geometrias cilíndricas, um termo que considera a diferença entre as relações de volume de metal e área da interface metal/molde dos sistemas esférico e unidirecional e também o termo que considera a variação do volume de metal líquido remanescente durante a solidificação. Mas o sistema esférico apresenta em relação ao unidirecional e ao cilíndrico uma característica adicional que deve ser considerada.

"Quando se analisa, comparativamente, o sistema radial cilíndrico e o sistema unidirecional (plano) pode-se considerar que os dois sistemas equivalentes apresentem uma mesma altura e o fluxo de calor nos dois sistemas pode ser estudado em planos equivalentes. Já no caso de um sistema radial esférico deixa de haver uma altura equivalente à dos sistemas unidirecional e cilíndrico e o fluxo de calor tem que ser analisado em todo o volume (ver fig. 3.2). Assim um termo adicional deve ser introduzido no fator de correção para levar em conta essa característica particular. Este termo evidentemente deve ser função das características geométricas do sistema e após uma análise dessas características e de resultados experimentais foi determinado que o mesmo poderia ser representado pela relação entre as áreas de troca de calor na interface região pastosa/líquido (A_{LP}) e na interface metal/molde (A_i), ou seja".

$$\left(\frac{A_{LP}}{A_i}\right)_e = \frac{4\pi r_L^2}{4\pi r_o^2} \quad (3.10)$$

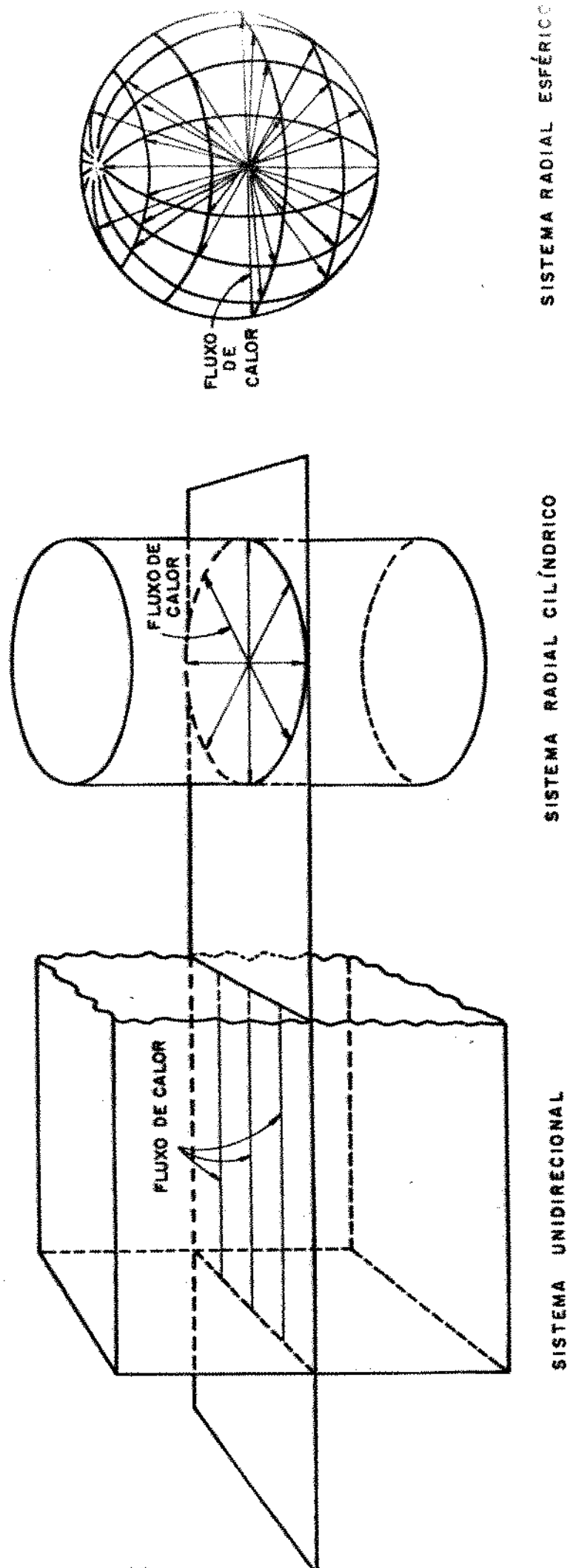


Fig. (3.2) - Representação esquemática do fluxo de calor durante a solidificação.

ou

$$\left(\frac{A_{LP}}{A_i}\right)_e = \left(\frac{r_L}{r_o}\right)^2 \quad (3.11)$$

Assim, o fator geométrico a ser utilizado nas equações referentes à isoterma líquidas do sistema radial esférico (Θ_{LE}) pode ser representado pela equação:

$$\Theta_{LE} = \frac{\left(\frac{V_T}{A_i}\right)_u}{\left(\frac{V_T}{A_i}\right)_e} - \left(\frac{A_{LP}}{A_i}\right)_e - \left(\frac{V_{LP}}{V_T}\right)_e \quad (3.12)$$

O primeiro termo do lado direito da equação (3.12) representa a diferença entre as relações de volume de metal e área da interface metal/molde dos sistemas esférico e unidirecional. Ele é obtido comparando-se a solidificação de uma placa plana de espessura (S_o) sofrendo extração de calor através de uma única face com a solidificação de uma esfera de raio r_o igual a espessura (S_o) da placa (ver figura 3.1).

Como

$$\left(\frac{V_T}{A_i}\right)_e = \frac{\frac{4}{3} \pi r_o^3}{4 \pi r_o^2} = \frac{r_o}{3} \quad (3.13)$$

De (3-2) e (3-13) obtém-se:

$$\frac{\left(\frac{V_T}{A_i}\right)_u}{\left(\frac{V_T}{A_i}\right)_e} = \frac{r_o}{\frac{r_o}{3}} = 3 \quad (3.14)$$

Como

$$\left(\frac{V_{LP}}{V_T}\right)_e = \frac{\frac{4}{3}\pi r_L^3}{\frac{4}{3}\pi r_o^3} = \left(\frac{r_L}{r_o}\right)^3 \quad (3.15)$$

Logo, substituindo-se as equações (3.11), (3.14) e (3.15) em (3.12) obtém-se a equação para o fator geométrico Θ_{LE} a ser aplicado nas equações referentes à isoterma líquidus dos sistemas radiais esféricos.

$$\Theta_{LE} = 3 - \left(\frac{r_L}{r_o}\right)^2 - \left(\frac{r_L}{r_o}\right)^3 \quad (3.16)$$

O fator geométrico a ser utilizado nas equações referentes à isoterma sólidas do sistema radial esférico (Θ_{SE}) pode ser representado pela equação:

$$\Theta_{SE} = \frac{\left(\frac{V_T}{A_i}\right)_u}{\left(\frac{V_T}{A_i}\right)_e} - \left(\frac{A_{SP}}{A_i}\right)_e - \left(\frac{V_{LP}}{V_T}\right)_e \quad (3.17)$$

O primeiro termo do lado direito da equação (3.17) é idêntico ao da equação (3.12), referente à isoterma líquidus. O segundo termo representa a relação entre a área da interface sólido/região pastosa (A_{SP}) e a área da interface metal/molde (A_i) do sistema esférico. O terceiro termo representa a variação da soma dos volumes de metal líquidos e metal pastoso (V_{LP}) remanescentes durante a solidificação.

Como

$$\left(\frac{A_{SP}}{A_i}\right)_e = \frac{4\pi r_s^2}{4\pi r_o^2} = \left(\frac{r_s}{r_o}\right)^2 \quad (3.18)$$

e

$$\left(\frac{V_{LP}}{V_T}\right) = \frac{\frac{4}{3}\pi r_s^3}{\frac{4}{3}\pi r_o^3} = \left(\frac{r_s}{r_o}\right)^3 \quad (3.19)$$

Logo, substituindo-se as equações (3.14), (3.18) e (3.19) na equação (3.17) obtém-se a equação para o fator geométrico (θ_{SE}) a ser aplicado nas equações referentes à isoterma sólidos dos sistemas radiais esféricos, ou seja:

$$\theta_{SE} = 3 - \left(\frac{r_s}{r_o}\right)^2 - \left(\frac{r_s}{r_o}\right)^3 \quad (3.20)$$

3.2.2 - MUDANÇA DE VARIÁVEIS

Para se caracterizar a posição dentro do sistema metal/molde, nos sistemas unidirecionais usa-se a variável "x" pois nesses sistemas as áreas de troca de calor na interfaces metal/molde, metal líquido/metal pastoso e metal pastoso/metal sólido são iguais e permanecem constantes durante o processo de solidificação. Nos sistemas radiais o raio seria a grandeza equivalente ao "x" dos sistemas radiais. No entanto, nos sistemas radiais, as áreas de troca de calor na interface metal

pastoso/metal líquido e na interface metal pastoso/metal sólido variam durante o processo. Este fato não pode ser levado em conta se utilizarmos apenas o raio como variável. Torna-se necessário, portanto, estabelecer uma relação que seja também unidimensional e que considere, em cada posição, a relação entre a área de troca de calor e a área da interface metal/molde que permanece constante.

A relação mais adequada e que leva em conta a característica acima citada foi dada pelo quociente entre o volume (V) de metal em cada posição e a área da interface metal/molde (A_i), visto que a variação de volume, nos sistemas radiais, é diretamente influenciada pela variação da área de troca de calor. Chamando de "R" essa relação pode-se escrever que:

$$R = \frac{V}{A_i} \quad (3.21)$$

Para os sistemas radiais cilíndricos (ver figura 3.1) tem-se

$$V = \pi r_o^2 L - \pi r^2 L \quad (3.22)$$

$$A_i = 2\pi r_o L \quad (3.23)$$

logo

$$R_c = \left(\frac{V}{A_i} \right)_c = \frac{r_o^2 - r^2}{2r_o} \quad (3.24)$$

e para os sistemas radiais esféricos:

$$V = \frac{4}{3} \pi r_o^3 - \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (3.25)$$

$$A_i = 4\pi r_o^2 \quad (3.26)$$

Logo,

$$R_e = \left(\frac{V}{A_i} \right) e^{-\frac{r_o^3 - r^3}{3r_o^2}} \quad (3.27)$$

Portanto, a variável "x" da equação diferencial característica dos sistemas unidirecionais será substituída por "R" para que a mesma possa ser aplicada aos sistemas radiais.

Deve-se notar que no sistema unidirecional a relação "R" é igual a "x" ou seja:

$$R = \frac{V}{A_i} = \frac{A_i \cdot x}{A_i} = x \quad (3.28)$$

Existe, ainda, a necessidade de se introduzir o fator geométrico (θ) na equação diferencial, o que pode ser feito através da substituição da variável tempo (t) por uma variável modificada (τ), definida da seguinte maneira:

$$\tau = \frac{t}{\theta} \quad (3.29)$$

3.3 - DESENVOLVIMENTO MATEMATICO

As seguintes hipóteses devem ser assumidas para o desenvolvimento das soluções para os sistemas metal/molde radiais.^{50,51}

- (1) Fluxo de calor radial.
- (2) Fluxo de calor no metal líquido somente por condução.
- (3) O calor latente (H) é levado em consideração através de um ajuste no calor específico dado por:

$$c_2 = c_3 + \frac{H}{T_L - T_S}$$

sendo c_2 e c_3 os calores específicos da zona pastosa e do metal líquido e T_L e T_S as temperaturas líquidas e sólidas.

- (4) As demais propriedades termofísicas do meio pastoso são tomadas como a média dos valores das propriedades do metal sólido e do metal líquido.
- (5) A resistência térmica do contato metal/molde é representada por um coeficiente de transferência de calor (h) constante.

A equação diferencial (equação de Fourier) para o fluxo unidirecional de calor por condução em regime não estacionário é dada por:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (3.30)$$

Substituindo as variáveis "x" e "t", por "R" e "τ"

definidas pelas equações (3.21) e (3.29), obtém-se a seguinte equação para o fluxo radial de calor por condução.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial R^2} \quad (3.31)$$

Para se considerar um coeficiente de transferência de calor finito e constante na interface metal/molde, utiliza-se um artifício, proposto por A. Garcia, de considerar a resistência térmica Newtoniana; nesta interface, como equivalente a uma camada de material "pré-existente"⁵⁰. Essa camada adicional de metal é introduzida em um sistema virtual, superposto ao sistema real, conforme mostram as figuras (3.3) e (3.4). Considera-se que o contacto térmico é perfeito na interface metal/molde do sistema virtual e que a transferência de calor ocorre apenas por condução. Portanto, a análise da solidificação neste sistema pode ser feita através da equação de Fourier, acima mencionada.

Desse modo, transpondo a equação (3.31) para o sistema virtual, tem-se:

$$\frac{\partial T}{\partial t'} = a \frac{\partial^2 T}{\partial R'^2} \quad (3.32)$$

A solução desta equação, baseada na função erro, pode ser escrita como:

$$T(R', t') = B + C \operatorname{erf} \left(\frac{R'}{2 \sqrt{a t'}} \right) \quad (3.33)$$

Para se levar em conta a resistência de contato, nos sistemas unidirecionais adiciona-se uma espessura de metal sólido

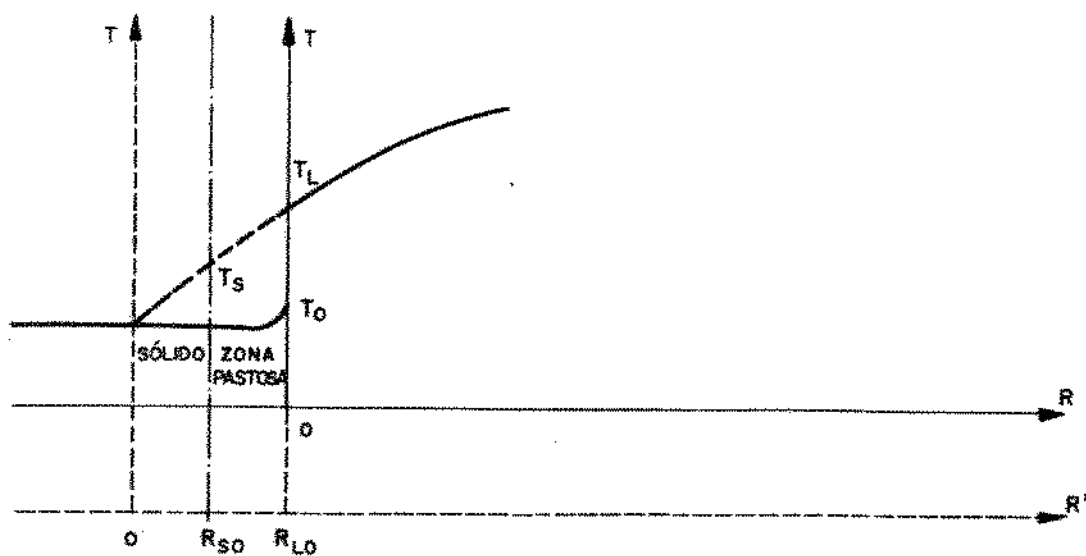


Fig (3-3) - perfil térmico no instante inicial do processo de solidificação em molde refrigerado nos sistemas real e virtual.

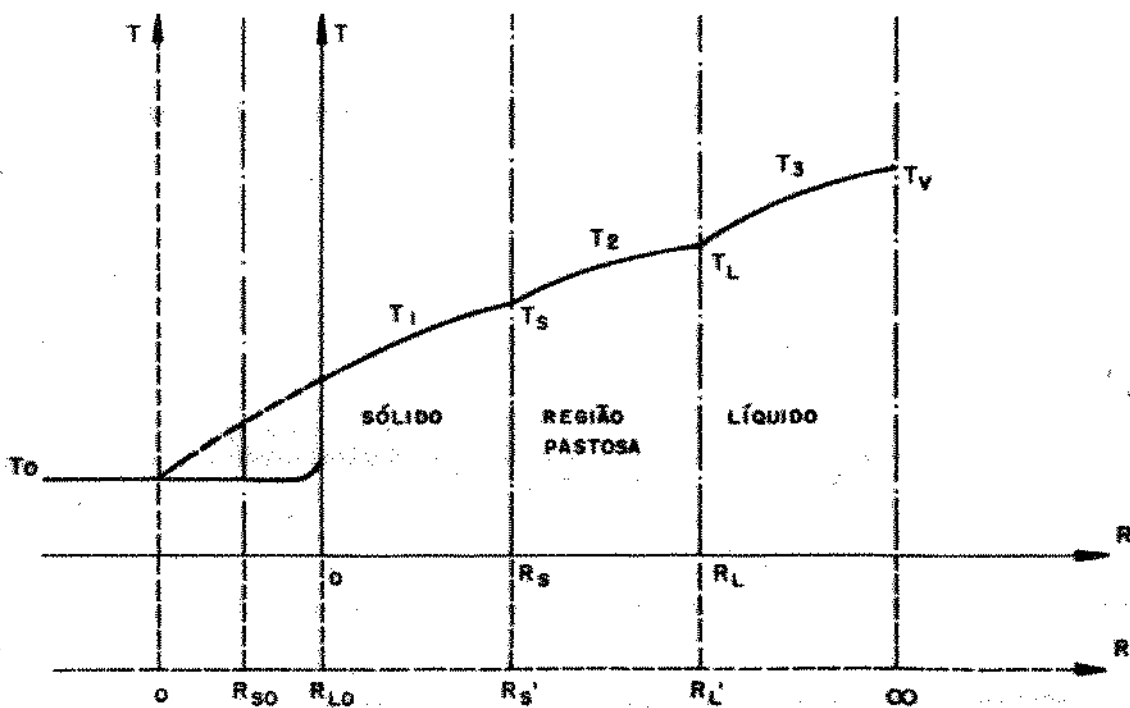


Fig (3-4) - perfil térmico durante o processo de solidificação em molde refrigerado nos sistemas real e virtual.

e uma espessura de metal pastoso. No caso dos sistemas radianti, devido à mudança de variáveis adotada, serão considerados volumes adicionais de metal solidificado e metal pastoso divididos pela área da interface metal/molde (relação definida pela equação 3.21).

A solução baseada na função erro (equação 3.33) pode ser aplicada no sólido, na região pastosa e no líquido, utilizando-se diferentes coeficientes C e D para cada um dos diferentes estados de agregação. A transposição entre parâmetros dos sistemas real e virtual se faz através das seguintes relações:

$$R' = R + R_{Lo} \quad (3.34)$$

$$R'_L = R_L + R_{Lo} \quad (3.35)$$

$$R'_s = R_s + R_{Lo} \quad (3.36)$$

$$\tau' = \tau + \tau_o \quad (3.37)$$

As condições de contorno do sistema virtual são as seguintes:

$$R' = 0 \rightarrow T_1 = T_o = \text{cte} \quad (3.38)$$

$$R' = R'_s \rightarrow T_1 = T_s = \text{cte} \quad (3.39)$$

$$R' = R'_s \rightarrow T_2 = T_s = \text{cte} \quad (3.40)$$

$$R' = R'_L \rightarrow T_2 = T_L = \text{cte} \quad (3.41)$$

$$R' = R'_L \rightarrow T_s = T_L = \text{cte} \quad (3.42)$$

$$R' \rightarrow \infty \rightarrow T_s = T_v = \text{cte} \quad (3.43)$$

O ponto infinito é um infinito virtual, possível devido ao fato de se aproximar a geometria radial por um sistema unidirecional equivalente.

3.3.1 - CINÉTICA DE SOLIDIFICAÇÃO

Utilizando a condição de contorno (3.39) na equação (3.33) e chamando de $\bar{\Phi}_1$ o argumento da função erro desta equação, tem-se:

$$\tau' = \frac{R_s^2}{4a_1 \bar{\Phi}_1^2} \quad (3.44)$$

e, para $R_s = R_{so}$ e $\tau' = \tau_o$

$$\tau_o = \frac{R_{so}^2}{4a_1 \bar{\Phi}_1^2} \quad (3.45)$$

Substituindo-se as equações (3.36) e (3.37) na equação (3.44), obtém-se:

$$\tau + \tau_o = \frac{(R_s + R_{Lo})^2}{4a_1 \bar{\Phi}_1^2} \quad (3.46)$$

Substituindo-se a equação (3.45) em (3.46), tem-se:

$$\tau = \frac{R_s^2}{4a_1 \bar{\Phi}_1^2} + \frac{R_{Lo} R_s}{2a_1 \bar{\Phi}_1^2} + \frac{(R_{Lo}^2 - R_{so}^2)}{4a_1 \bar{\Phi}_1^2} \quad (3.47)$$

A equação (3.47) fornece a posição da isoterma "sólidus" em função da variável modificada τ , durante a solidificação.

Substituindo-se a condição de contorno (3.41) na equação (3.33) e chamando de Φ_z o argumento da função erro desta equação, tem-se:

$$\tau' = \frac{R_L' z}{4a_z \Phi_z^2} \quad (3.48)$$

Para $R_L' = R_{Lo}$ e $\tau' = \tau_o$ a equação (3.48) fornece:

$$\tau_o = \frac{R_{Lo} z}{4a_z \Phi_z^2} \quad (3.49)$$

Substituindo-se as equações (3.35) e (3.37) na equação (3.48), tem-se:

$$\tau + \tau_o = \frac{(R_L + R_{Lo})^2}{4a_z \Phi_z^2} \quad (3.50)$$

Substituindo-se a equação (3.49) na equação (3.50), obtém-se:

$$\tau = \frac{R_L^2}{4a_z \Phi_z^2} + \frac{R_{Lo} R_L}{2a_z \Phi_z^2} \quad (3.51)$$

A equação (3.51) fornece a posição da isoterma "líquidus" em função da variável modificada (τ) durante a solidificação.

3.3.2 - PERFIL TÉRMICO NO METAL SÓLIDO

Obtém-se as constantes de integração B_1 e C_1 , referentes à região sólida, substituindo-se as condições de contorno dadas pelas equações (3.38) e (3.39) na equação (3.33), ou seja:

$$B_1 = T_o \quad (3.52)$$

$$C_1 = \frac{T_s - T_o}{\text{erf}(\Phi_1)} \quad (3.53)$$

Pode-se modificar o argumento da função erro da equação (3.33) através das relações obtidas pelas equações (3.34), (3.36) e (3.44), ou seja:

$$\frac{R'}{2\sqrt{\alpha_1 \tau'}} = \Phi_1 \frac{R'}{R_s} = \Phi_1 \frac{(R + R_{Lo})}{(R_s + R_{Lo})} \quad (3.54)$$

Substituindo as equações (3.52), (3.53) e (3.54) na equação (3.33) obtém-se:

$$T_1 = T_o + \frac{(T_s - T_o)}{\text{erf}(\Phi_1)} \text{erf} \left(\Phi_1 \frac{R + R_{Lo}}{R_s + R_{Lo}} \right) \quad (3.55)$$

que fornece o perfil térmico no metal sólido durante a solidificação.

3.3.3 - PERFIL TÉRMICO NA REGIÃO PASTOSA (MUSHY-ZONE).

Obtém-se as constantes de integração B_2 e C_2 , referentes à região pastosa, substituindo-se as condições de contorno (3.40) e (3.41) na equação (3.33), ou seja:

$$T_s = B_2 + C_2 \operatorname{erf} \left(\frac{R'_s}{2 \sqrt{a_2 \tau'}} \right) \quad (3.56)$$

e

$$T_L = B_2 + C_2 \operatorname{erf} (\xi_2) \quad (3.57)$$

Pode-se modificar o argumento da função erro da equação (3.56) da seguinte maneira:

$$\frac{R'_s}{2 \sqrt{a_2 \tau'}} = \frac{R'_s}{2 \sqrt{a_2 \tau'}} \cdot \frac{\sqrt{a_1}}{\sqrt{a_2}} = \xi_1 \quad \frac{\sqrt{a_1}}{\sqrt{a_2}} = n\xi_1 \quad (3.58)$$

Combinando-se as equações (3.56), (3.57) e (3.58), obtém-se as constantes:

$$B_2 = T_L - \frac{(T_L - T_s)}{\operatorname{erf}(\xi_2) - \operatorname{erf}(n\xi_1)} \cdot \operatorname{erf}(\xi_2) \quad (3.59)$$

$$C_2 = \frac{(T_L - T_s)}{\operatorname{erf}(\xi_2) - \operatorname{erf}(n\xi_1)} \quad (3.60)$$

Pode-se modificar o argumento da função erro da equação (3.33) através das relações obtidas pelas equações (3.34), (3.35), (3.44), 3.48) e (3.58).

$$\frac{R'}{2\sqrt{a_2\tau'}} - \frac{R'}{2\sqrt{a_2\tau'}} \cdot \frac{R'_s}{R'_s} \cdot n\Phi_1 - \frac{R'}{R'_s} \cdot \frac{R'}{R'_L} \cdot \frac{(R+R_{LO})}{(R_L+R_{LO})} \quad (3.61)$$

Substituindo-se as equações (3.59), (3.60), (3.61) na equação (3.33), obtém-se:

$$T_z - T_L = \frac{(T_L - T_S)}{\text{erf}(\Phi_2) - \text{erf}(n\Phi_1)} \left[\text{erf}(\Phi_2) - \text{erf}\left(\Phi_2 \cdot \frac{R+R_{LO}}{R_L+R_{LO}}\right) \right] \quad (3.62)$$

que fornece o perfil térmico na região pastosa, durante a solidificação.

3.3.4 - PERFIL TÉRMICO NA REGIÃO LÍQUIDA

Obtém-se as constantes de integração B_3 e C_3 , referentes à região líquida, substituindo-se as condições de contorno (3.42) e (3.43) na equação (3.33), ou seja:

$$T_v = B_3 + C_3 \text{erf}(\infty) \quad (3.63)$$

$$T_L = B_3 + C_3 \text{erf}\left(\frac{R'_L}{2\sqrt{a_3\tau'}}\right) \quad (3.64)$$

Pode-se modificar o argumento da função erro da equação (3.64), utilizando a definição da constante Φ_2 dada pela equação (3.48)

$$\frac{R'_L}{2\sqrt{a_3\tau'}} = \frac{R'_L}{2\sqrt{a_3\tau'}} \cdot \frac{\sqrt{a_2}}{\sqrt{a_2}} = \Phi_2 \frac{\sqrt{a_2}}{\sqrt{a_3}} = m\Phi_2 \quad (3.65)$$

Substituindo-se a equação (3.65) na equação (3.64), tem-se:

$$T_L = B_3 + C_3 \operatorname{erf}(m\Phi_2) \quad (3.66)$$

Combinando-se as equações (3.63) e (3.66), obtém-se:

$$B_3 = T_v - \frac{(T_v - T_L)}{(1 - \operatorname{erf}(m\Phi_2))} \quad (3.67)$$

$$C_3 = \frac{(T_v - T_L)}{(1 - \operatorname{erf}(m\Phi_2))} \quad (3.68)$$

Pode-se modificar o argumento da função erro da equação (3.33) utilizando a definição da constante Φ_2 dada pela equação (3.48), ou seja:

$$\frac{R'}{2\sqrt{a_3 T'}} - \frac{R'}{2\sqrt{a_3 T'}} \cdot \frac{R'_L}{R'_L} \cdot \frac{\sqrt{a_2}}{\sqrt{a_2}} = \frac{\sqrt{a_2}}{\sqrt{a_3}} \Phi_2 \frac{R'}{R'_L} = m\Phi_2 \frac{R'}{R'_L} \quad (3.69)$$

Substituindo-se as equações (3.67), (3.68) e (3.69) na equação (3.33) e utilizando-se as relações (3.34) e (3.35), obtém-se:

$$T_3 = T_v - \frac{(T_v - T_L)}{(1 - \operatorname{erf}(m\Phi_2))} \left[1 - \operatorname{erf} \left(m\Phi_2 \frac{R + R_{Lo}}{R'_L + R'_{Lo}} \right) \right] \quad (3.70)$$

A equação (3-70) fornece o perfil de temperatura no metal líquido durante a solidificação

3.3.5 - DETERMINAÇÃO DAS CONSTANTES DE SOLIDIFICAÇÃO Φ_1 e Φ_2

Do balanço térmico realizado na interface sólido/zona pastosa ($R' = R'_s$), obtém-se:

$$k_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial R'} \right)_{R'=R'_s} = k_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial R'} \right)_{R'=R'_s} \quad (3.71)$$

A diferenciação das equações (3.55) e (3.66) fornece as seguintes equações:

$$\frac{\partial T_1}{\partial R'} = \frac{2(T_s - T_o) \Phi_1}{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\Phi_1) R'_s \exp\left(\Phi_1^2 R'^2 / R_s'^2\right)} \quad (3.72)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial R'} = \frac{2(T_L - T_s) n \Phi_1}{\sqrt{\pi} [\operatorname{erf}(\Phi_2) - \operatorname{erf}(n\Phi_1)] R'_s \exp(n^2 \Phi_1^2 R'^2 / R_s'^2)} \quad (3.73)$$

Substituindo-se as equações (3.72) e (3.73), calculadas em $R' = R'_s$, na equação (3.71), esta última equação pode ser expressa por:

$$\frac{T_L - T_s}{\operatorname{erf}(\Phi_2) - \operatorname{erf}(n\Phi_1)} = \frac{K_1 \exp[(n^2 - 1)\Phi_1^2] (T_s - T_o)}{k_2 n \operatorname{erf}(\Phi_1)} \quad (3.74)$$

Do balanço térmico realizado na interface zona

pastosa/liquido ($R'=R'_L$), obtém-se:

$$k_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial R'} \right)_{R'=R'_L} = k_3 \left(\frac{\partial T_3}{\partial R'} \right)_{R'=R'_L} \quad (3.75)$$

A diferenciação da equação (3.70) fornece a seguinte equação:

$$\frac{\partial T_3}{\partial R'} = \frac{2(T_v - T_L) m \Phi_2}{\sqrt{\pi} \left[1 - \operatorname{erf}(m \Phi_2) R'_L \exp(m^2 \Phi_2^2 R'^2 / R_L^2) \right]} \quad (3.76)$$

Combinando-se as equações (3.44) e (3.48), obtém-se:

$$R'_s = n \frac{\Phi_1}{\Phi_2} R'_L \quad (3.77)$$

Substituindo-se as equações (3.73) e (3.76), calculadas em $R'=R'_L$, na equação (3.75) e utilizando-se a relação fornecida pela equação (3.77), obtém-se:

$$\frac{T_L - T_s}{\operatorname{erf}(\Phi_2) - \operatorname{erf}(n \Phi_1)} = \frac{k_3 m \exp[(1 - m^2) \Phi_2^2] (T_v - T_L)}{k_2 [1 - \operatorname{erf}(m \Phi_2)]} \quad (3.78)$$

Para se determinar as constantes Φ_1 e Φ_2 , as equações (3.74) e (3.78) devem ser resolvidas simultaneamente por iteração. A maneira prática para a determinação das constantes consiste em arbitrar valores de Φ_1 na equação (3.74) e obter os valores correspondentes de Φ_2 . A seguir, arbitrar valores de Φ_2 e obter os valores correspondentes de Φ_1 utilizando-se a equação (3.78). Colocando-se o conjunto de pontos obtidos em um gráfico

de ordenadas Φ_1 e Φ_2 obtém-se as curvas que representam as equações (3.74) e (3.78). A intersecção das mesmas define o ponto de coordenadas $(\Phi_1^* \text{ e } \Phi_2^*)$ que é solução das duas equações. Ver figura (3.5).

3.3.6 - DETERMINAÇÃO DE R_{Lo} e R_{so}

A transferência de calor através da interface metal/molde pode ser estudada utilizando-se dois coeficientes de transmissão de calor parciais, h_1 e h_2 , relativos respectivamente às camadas de material sólido e pastoso pré-existentes no sistema virtual. Fazendo-se um balanço na interface metal/molde do sistema real no instante inicial do processo de solidificação e igualando ao fluxo de calor no sistema virtual em $t'=t_o$ e $R'=R_{so}$, obtém-se:

$$R_{so} = \frac{2k_1 \Phi_1}{h_1 \sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\Phi_1) \exp(\Phi_1^2)} \quad (3.79)$$

Pode-se encontrar uma relação entre o coeficiente de transmissão global (h) e as componentes h_1 e h_2 , considerando-se a existência de um plano virtual de referência à temperatura "solidus" (T_s), localizado entre o molde e a superfície do metal líquido à temperatura "líquidus" (T_L), no sistema real quando $t \rightarrow 0$, ou seja:

$$h(T_L - T_o) = h_1(T_s - T_o) = h_2(T_L - T_s) \quad (3.80)$$

Substituindo-se a relação (3.80) na equação (3.79), tem-se que:

$$R_{so} = \frac{2k_1 \Phi_1 (T_S - T_o)}{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\Phi_1) \exp(\Phi_1^2) h (T_L - T_o)} \quad (3.81)$$

Calculando-se a equação (3.77) no instante $t' = t_o$ ($R'_s = R_{so}$; $R'_L = R_{Lo}$), obtém-se:

$$R_{Lo} = \frac{\Phi_1^2}{n \Phi_1} R_{so} \quad (3.82)$$

3.4 - EQUAÇÕES DESENVOLVIDAS PARA A ANÁLISE DA SOLIDIFICAÇÃO DE LIGAS EM MOLDES RADIAIS REFRIGERADOS.

3.4.1 - CINÉTICA DE SOLIDIFICAÇÃO: ISOTERMA SÓLIDUS

O movimento da isoterma sólidas em função da variável modificada (τ) é descrita pela equação (3.47), ou seja:

$$\tau = \frac{R_s^2}{4a_1 \Phi_1^2} + \frac{R_{Lo} R_s}{2a_1 \Phi_1^2} + \frac{(R_{Lo}^2 - R_{so}^2)}{4a_1 \Phi_1^2} \quad (3.47)$$

ou

chamando $\alpha_s = 1/4a_1 \Phi_1^2$, $\beta_s = R_{Lo}/2a_1 \Phi_1^2$; $\delta = (R_{Lo}^2 - R_{so}^2)/4a_1 \Phi_1^2$,

tem-se:

$$\tau = \alpha_s R_s^2 + \beta_s R_s + \delta \quad (3.84)$$

Utilizando-se a relação (3.29) a equação (3.84) pode ser escrita da seguinte forma:

$$t = \theta (\alpha_s R_s^2 + \beta_s R_s + \delta) \quad (3.85)$$

Substituindo-se as relações (3.9) e (3.24) na equação (3.85), obtém-se a expressão que descreve o movimento da isoterma sólidos em função do tempo durante a solidificação de ligas em moldes cilíndricos refrigerados, ou seja:

$$t_{sc} = \left[2 - \left(\frac{r_s}{r_o} \right)^2 \right] \left[\alpha_s \left(\frac{r_o^2 - r_s^2}{2r_o} \right)^2 + \beta_s \left(\frac{r_o^2 - r_s^2}{2r_o} \right) + \delta \right] \quad (3.86)$$

b) Geometria esférica

De maneira análoga, substituindo-se as relações (3.20) e (3.27), obtém-se a expressão que descreve o movimento da isoterma sólidos durante a solidificação de ligas em moldes esféricos refrigerados, ou seja:

$$t_{se} = \left[3 - \left(\frac{r_s}{r_o} \right)^2 \right] - \left(\frac{r_s}{r_o} \right)^3 \left[\alpha_s \left(\frac{r_o^3 - r_s^3}{3r_o^2} \right)^2 + \beta_s \left(\frac{r_o^3 - r_s^3}{3r_o^2} \right) + \delta \right] \quad (3.87)$$

3.4.2 - CINÉTICA DE SOLIDIFICAÇÃO - ISOTERMA LIQUIDUS

O movimento da isoterma liquidus em função da variável r durante a solidificação, é descrita pela equação (3.51), ou seja:

$$\tau = \frac{R_L^2}{4a_z \Phi_z^2} + \frac{R_{Lo} R_L}{2a_z \Phi_z^2} \quad (3.51)$$

chamando $\alpha_L = 1/4a_z \Phi_z^2$ e $\beta_L = \frac{R_{Lo}}{2a_z \Phi_z^2}$, tem-se:

$$\tau = \alpha_L R_L^2 + \beta_L R_L \quad (3.88)$$

Utilizando-se a relação (3.29), a equação (3.88) pode ser escrita da seguinte forma:

$$t = \theta(\alpha_L R_L^2 + \beta_L R_L) \quad (3.89)$$

a) Geometria cilíndrica

Substituindo-se as relações (3.6) e (3.24) na equação (3.89), obtém-se a equação que descreve o movimento da isoterma liquidus em função do tempo durante a solidificação de ligas em moldes cilíndricos refrigerados, ou seja:

$$t_{LC} = \left[2 - \left(\frac{r_L}{r_o} \right)^2 \right] \left[\alpha_L \left(\frac{r_o^2 - r_L^2}{2r_o} \right)^2 + \beta_L \left(\frac{r_o^2 - r_L^2}{2r_o} \right) \right] \quad (3.90)$$

b) Geometria esférica

Analogamente, substituindo-se as relações (3.16) e (3.27) na equação (3.89), obtém-se a equação que descreve o movimento da isoterma liquidus em função do tempo durante a solidificação de ligas em moldes esféricos refrigerados, ou seja:

$$t_{Le} = \left[3 - \left(\frac{r_L}{r_o} \right)^2 - \left(\frac{r_L}{r_o} \right)^3 \right] \left[\alpha_L \left(\frac{r_o^3 - r_L^3}{3r_o^2} \right) + \beta_L \left(\frac{r_o^3 - r_L^3}{3r_o^2} \right) \right] \quad (3.91)$$

3.4.3 - DETERMINAÇÃO DAS VELOCIDADES DE AVANÇO DAS ISOTERMAS SÓLIDUS E LIQUIDUS DAS LIGAS SOLIDIFICADAS EM MOLDES CILÍNDRICOS E ESFÉRICOS REFRIGERADOS.

A velocidade das isotermas pode ser determinada segundo a equação:

$$v = - \frac{dr}{dt} = - \left(\frac{dt}{dr} \right)^{-1} \quad (3.92)$$

A velocidade da isoterma liquidus (V_{Lc}) das ligas solidificadas em moldes cilíndricos pode ser obtida a partir da equação (3.90), ou seja:

$$(3.93)$$

$$V_{Lc} = \left\{ \left(\frac{r_L}{r_o} \right) \left\{ \frac{2}{r_o} \left[\alpha_L \left(\frac{r_o^2 - r_L^2}{2r_o} \right) + \beta_L \left(\frac{r_o^2 - r_L^2}{2r_o} \right) \right] + \left[2 - \left(\frac{r_L}{r_o} \right)^2 \right] \left[2\alpha_L \left(\frac{r_o^2 - r_L^2}{2r_o} \right) + \beta_L \right] \right\} \right\}^{-1}$$

E a velocidade da isoterma s3olidus (V_{sc}) das ligas solidificadas em moldes cil3indricos pode ser obtida a partir da equa33o (3.86), ou seja:

$$V_{sc} = \left\{ \left(\frac{r_s}{r_o} \right) \left[\frac{2}{r_o} \left[\alpha_s \left(\frac{r_o^2 - r_s^2}{2r_o} \right)^2 + \beta_s \left(\frac{r_o^2 - r_s^2}{2r_o} \right) \right] + \left[2 - \left(\frac{r_s}{r_o} \right)^2 \right] \left[2\alpha_s \left(\frac{r_o^2 - r_s^2}{2r_o} \right) + \beta_s \right] \right] \right\}^{-1} \quad (3.94)$$

A velocidade da isoterma liquidus (V_{LE}) das ligas solidificadas em moldes esf3ericos pode ser obtida da equa33o (3.91), ou seja:

$$V_{LE} = \left\{ \left(\frac{r_L}{r_o} \right)^2 \left\{ \left(\frac{2}{r_L} + \frac{3}{r_o} \right) \left[\alpha_L \left(\frac{r_o^3 - r_L^3}{3r_o^2} \right)^2 + \beta_L \left(\frac{r_o^3 - r_L^3}{3r_o^2} \right) \right] + \left[3 - \left(\frac{r_L}{r_o} \right)^2 - \left(\frac{r_L}{r_o} \right)^3 \right] \left[2\alpha_L \left(\frac{r_o^3 - r_L^3}{3r_o^2} \right) + \beta_L \right] \right\} \right\}^{-1}$$

A velocidade da isoterma s3olidus (V_{SE}) das ligas solidificadas em moldes esf3ericos pode ser obtida da equa33o (3.87), ou seja:

$$V_{SE} = \left\{ \left(\frac{r_s}{r_o} \right)^2 \left\{ \left(\frac{2}{r_s} + \frac{3}{r_o} \right) \left[\alpha_s \left(\frac{r_o^3 - r_s^3}{3r_o^2} \right) + \beta_s \left(\frac{r_o^3 - r_s^3}{3r_o^2} \right) \right] + \left[3 - \left(\frac{r_s}{r_o} \right)^2 - \left(\frac{r_s}{r_o} \right)^3 \right] \right. \right. \\ \left. \left. \left[2\alpha_s \left(\frac{r_o^3 - r_s^3}{3r_o^2} \right) + \beta_s \right] - \left(\frac{2\delta}{r_s} + \frac{3\delta}{r_o} \right) \right\} \right\}^{-1} \quad (3.96)$$

3.4.4 - PERFIL DE TEMPERATURA

a) PERFIL DE TEMPERATURA NO METAL SÓLIDO

Substituindo-se a relação (3.24) na equação (3.55) obtém-se o perfil de temperatura no sólido para sistemas radiais cilíndricos, ou seja:

$$T_{1c} = T_o + \frac{(T_s - T_o)}{\text{erf}(\xi_1)} \text{erf} \left(\xi_1 \frac{\frac{r_o^2 - r^2}{2r_o} + R_{Lo}}{\frac{r_o^2 - r_s^2}{2r_o} + R_{Lo}} \right) \quad (3.97)$$

onde R_{Lo} é dado pela equação (3.82).

Substituindo-se a relação (3.27) na equação (3.55) obtém-se o perfil de temperatura no sólido para sistemas, radiais esféricos:

$$T_{1e} = T_o + \frac{(T_s - T_o)}{\text{erf}(\xi_1)} \text{erf} \left(\xi_1 \frac{\frac{r_o^3 - r^3}{3r_o^2} + R_{Lo}}{\frac{r_o^3 - r_s^3}{3r_o^2} + R_{Lo}} \right) \quad (3.98)$$

b) PERFIL DE TEMPERATURA NA REGIÃO PASTOSA (MUSHY-ZONE)

Substituindo-se a relação (3.24) na equação (3.62) obtém-se o perfil de temperatura na região pastosa para sistemas radiais cilíndricos, ou seja:

$$T_{2c} = T_L - \frac{(T_L - T_S)}{\text{erf}(\Phi_2) - \text{erf}(n\Phi_1)} \left[\text{erf}(\Phi_2) - \text{erf} \left(\Phi_2 \frac{\frac{r_o^2 - r^2}{2r_o} + R_{Lo}}{\frac{r_o^2 - r_L^2}{2r_o} + R_{Lo}} \right) \right] \quad (3.99)$$

Substituindo-se a relação (3.27) na equação (3.62) obtém-se o perfil de temperatura na região pastosa para sistemas radiais esféricos,

ou seja:

$$T_{2e} = T_L - \frac{(T_L - T_S)}{\text{erf}(\Phi_2) - \text{erf}(n\Phi_1)} \left[\text{erf}(\Phi_2) - \text{erf} \left(\Phi_2 \frac{\frac{r_o^3 - r^3}{3r_o^2} + R_{Lo}}{\frac{r_o^3 - r_L^3}{3r_o^2} + R_{Lo}} \right) \right] \quad (3.100)$$

c) PERFIL DE TEMPERATURA NO METAL LÍQUIDO

Substituindo-se a relação (3.24) na equação (3.70) obtém-se o perfil de temperatura no líquido para sistemas radiais cilíndricos, ou seja:

$$T_{3c} = T_v - \frac{(T_v - T_L)}{(1 - \text{erf}(m\Phi_2))} \left[1 - \text{erf} \left(m\Phi_2 \frac{\frac{r_o^2 - r^2}{2r_o} + R_{Lo}}{\frac{r_o^2 - r_L^2}{2r_o} + R_{Lo}} \right) \right] \quad (3.101)$$

Substituindo-se a relação (3.27) na equação (3.70) obtém-se o perfil de temperatura no líquido para sistemas radiais esféricos, ou seja:

$$T_{as} = T_v - \frac{(T_v - T_L)}{(1 - \text{erf}(m\frac{r}{2}))} \left[1 - \text{erf} \left(m\frac{r}{2} \frac{\frac{r_o^3 - r^3}{3r_o^2} + R_{Lo}}{\frac{r_o^3 - r_L^3}{2r_o^2} + R_{Lo}} \right) \right] \quad (3.102)$$

3.5 - DETERMINAÇÃO DOS ESPAÇAMENTOS INTERDENDRÍTICOS

A determinação dos espaçamentos interdendríticos é de importância fundamental no estudo da formação da microporosidade pois a permeabilidade do meio é função dos espaçamentos interdendríticos. Para a determinação dos mesmos foram utilizadas equações propostas por Kurz e Fisher⁵².

3.5.1 - ESPAÇAMENTO DENDRÍTICO PRIMÁRIO

Para a determinação do espaçamento dendrítico primário

λ_1 utilizou-se a equação:

$$\lambda_1 = \sqrt{3br_D} \quad (3.103)$$

onde:

λ_1 = espaçamento dendrítico primário.

b = distância entre a raiz e a ponta das dendritas.

$$e \quad r_D = 2\pi \sqrt{\frac{D\Gamma}{m'C_0(1-K')v}} \quad (3.104)$$

onde:

C_0 = concentração inicial de soluto na liga.

D = coeficiente de difusão

m' = inclinação da linha líquidus

v = velocidade de avanço da ponta das dendritas

K' = coeficiente de partição no equilíbrio

Γ = coeficiente de Gibbs - Thomson

3.5.2 - ESPAÇAMENTO DENDRÍTICO SECUNDÁRIO

Para a determinação do espaçamento dendrítico secundário (λ_2) foi utilizada a seguinte equação:

$$\lambda_2 = 5.5 (M t_f)^{1/3} \quad (3.105)$$

e

$$M = \frac{\Gamma D \ln (C_E / C_O)}{m' (1-K) (C_O - C_E)} \quad (3.106)$$

onde:

λ_2 = espaçamento dendrítico secundário

C_E = concentração de soluto no eutético

t_f = tempo local de solidificação

3.6 - DETERMINAÇÃO DA PERMEABILIDADE DOS CANAIS INTERDENDRÍTICOS

A permeabilidade é um dos parâmetros mais importantes no estudo da formação de microporosidades. Ela representa a resistência que os canais dendríticos oferecem ao escoamento do metal e está intimamente ligada à queda de pressão que ocorre no interior dos canais que é um dos fatores responsáveis pela formação de microporosidades.

Para a determinação da permeabilidade dos canais dendríticos serão utilizadas as equações propostas por R. G. Santos^{47,48}. Devido à anisotropia apresentada pela permeabilidade, estudaremos a permeabilidade dos canais para o escoamento paralelo aos ramos dendríticos primários e também para o caso de escoamento perpendicular aos ramos dendríticos primários.

a) ESCOAMENTO PARALELO AOS RAMOS DENDRÍTICOS PRIMÁRIOS

A figura (3.6a) representa, esquematicamente, o escoamento do metal líquido paralelo aos ramos dendríticos primários.

Partindo da equação (2.19), a permeabilidade dos canais (K_p) pode ser expressa da seguinte maneira:

$$K_p = \frac{\lambda_1^2 f_L^2}{8\pi T^3} \quad (3.107)$$

onde

λ_1 é o espaçamento dendrítico primário, f_L é a fração líquida, e T é um fator denominado tortuosidade que leva em conta o fato dos canais dendríticos não serem "lisos" devido a existência dos ramos secundários. A equação abaixo relaciona o comprimento efetivo dos canais (L_{ef}) e o seu comprimento real (L), ou seja:

$$L_{ef} = T.L \quad (3.108)$$

A tortuosidade deve assumir valores tais que:

$$T \geq 1 \quad (3.109)$$

sendo igual à unidade quando o canal é liso, ou seja, no caso limite em que o espaçamento secundário é igual a zero e, portanto, não há rugosidade e o comprimento efetivo é igual ao

comprimento real. Além disso deve tender a um valor máximo à medida que a fração líquida tende a zero e a relação (λ_2/λ_1) tende a um.

Baseando-se nas condições acima citadas, R. G. Santos⁴⁷ desenvolveu e testou uma série de equações com resultados experimentais obtidos na literatura e a equação que se mostrou mais adequada para a estimativa da tortuosidade foi a seguinte:

$$T = 1 + \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n \quad (3.110)$$

onde

$$\lambda = \lambda_2/\lambda_1 \quad (3.111)$$

e

$$F = f_L^n \quad (3.112)$$

b) ESCOAMENTO NORMAL AOS RAMOS DENDRÍTICOS PRIMÁRIOS

A fig (3.6b) mostra, esquematicamente, o escoamento do metal líquido perpendicular aos ramos dendríticos primários.

A tortuosidade para um escoamento normal aos ramos dendríticos primários pode ser expressa pela seguinte equação:

$$T = 1 + \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n \quad (3.113)$$

mas a expressão para permeabilidade⁴⁸ deve ser modificada, sendo dada pela seguinte equação:

$$K_N = \frac{\lambda_1^{0,5} \lambda_2^{1,5} f_L^2}{8 \pi T^2} \quad (3.114)$$

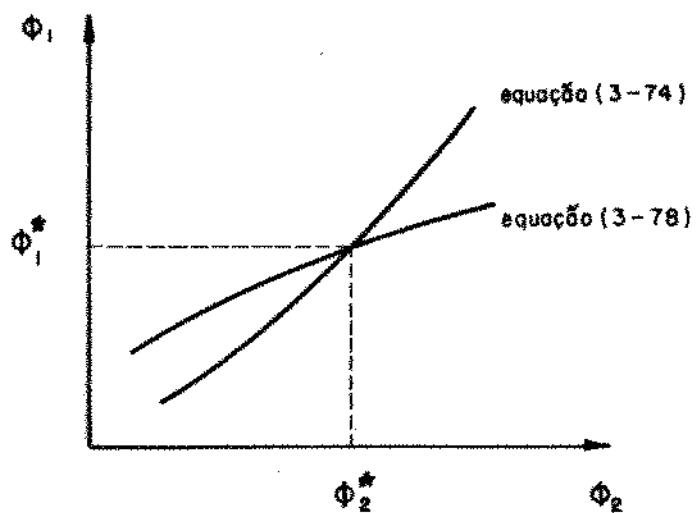


Fig (3-5) Desenho esquemático da determinação gráfica das constantes Φ_1 e Φ_2 .

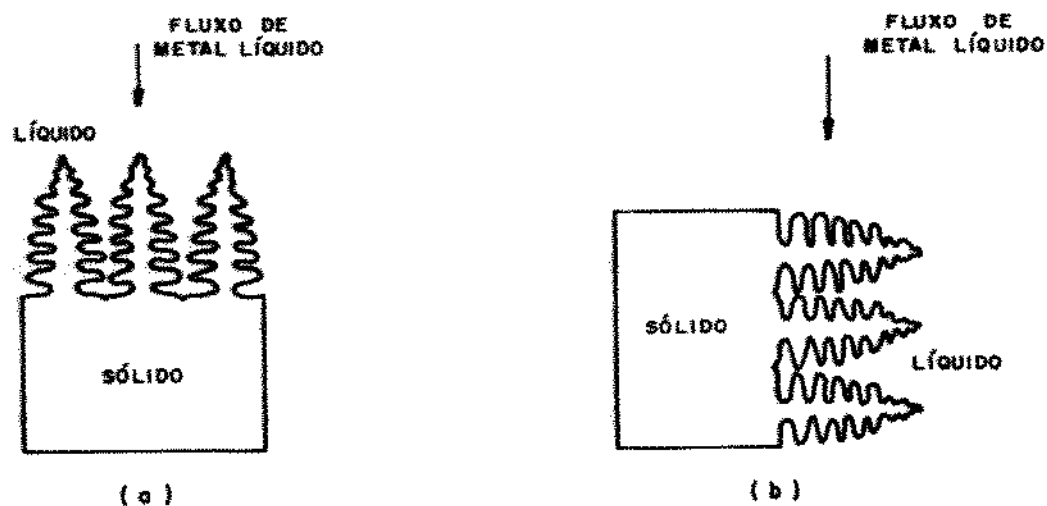


Fig (3.6) Representação esquemática do fluxo de metal líquido paralelo (a) e normal (b) aos braços dendríticos primários.

Capítulo 4 - TÉCNICAS EXPERIMENTAIS

4.1 - LIGA UTILIZADA

Nos trabalhos experimentais foi utilizada a liga Pb-20%Sn, obtida nos laboratórios de Fundição da UNICAMP a partir de metais puros, cuja composição química foi confirmada através da análise de amostras realizadas nos Laboratórios do Centro Tecnológico da Aeronáutica (CTA).

Essa liga foi escolhida devido ao seu baixo ponto de fusão; que facilita os ensaios de simulação de solidificação e também, devido ao fato de apresentar um intervalo de solidificação relativamente grande, conveniente para se medir o avanço das isothermas sólidas e líquidas através de métodos termométricos. O diagrama de equilíbrio da liga Pb-Sn está representada na figura (4.1).

4.2 - DISPOSITIVO UTILIZADO PARA SIMULAR SOLIDIFICAÇÃO RADIAL DE CILINDROS

O dispositivo utilizado para simular a solidificação radial é constituído, na sua parte central, de um molde, que apresenta geometria correspondente a uma porção destacada do cilindro, simulando cilindros de raio igual a 18cm. O molde,

construído com placas de aço ABNT 1020 soldadas em suas extremidades (figuras (4.2), (4.3)) apresenta as superfícies isoladas termicamente para evitar trocas de calor com o meio ambiente com exceção da superfície cilíndrica que é refrigerada a água com o objetivo de se obter uma solidificação radial.

O dispositivo apresenta um forno de aquecimento resistivo, localizado ao redor do molde, que permite a fusão do material a ser ensaiado. Na parte superior do dispositivo encontra-se um suporte para posicionamento de termopares que possui orifícios, espaçados regularmente de 1 cm.

4.3 - EQUIPAMENTOS UTILIZADOS

Para as medidas de temperatura durante a simulação de solidificação foram utilizadas termopares de chromel-alumel de 0,3 mm de espessura. Os mesmos eram conectados a um registrador potenciométrico, marca ECB, de 3 canais, com velocidade de avanço do papel variando de 1 a 60cm/mm.

4.4 - PROCEDIMENTOS DO ENSAIO

Antes de cada ensaio a parte interna do molde era pintada com uma camada de tinta isolante (DYCOTE) com exceção da superfície cilíndrica do molde que era lixada com uma sequência de lixas d'água, até a granulação 600.

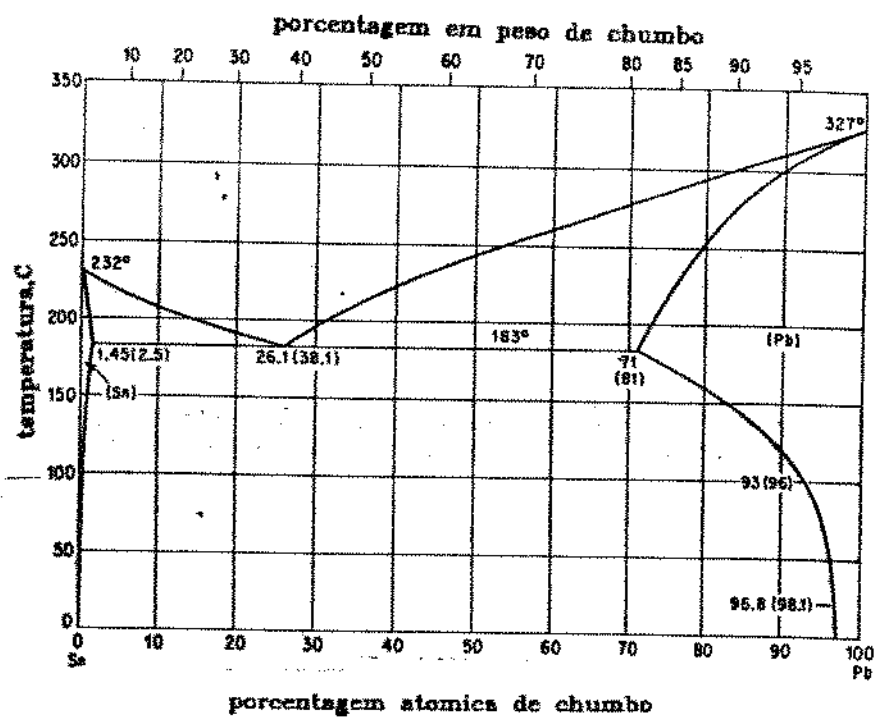


Fig.(4.1)-Diagrama de fases da liga Pb-Sn

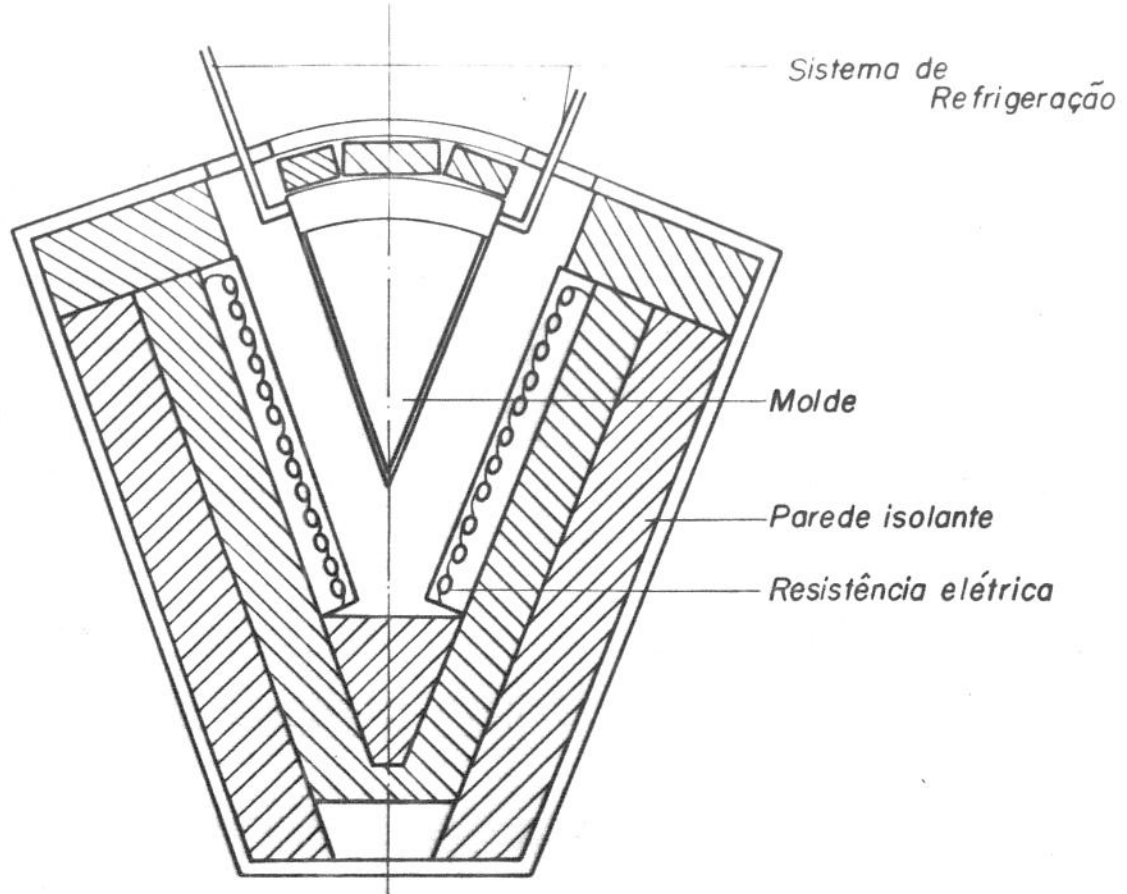


Fig.(4.2) Esquema do dispositivo utilizado para simulação de solidificação radial



Fig. (4.3) - Foto do dispositivo utilizado para simulação de solidificação radial

A sequência do ensaio de solidificação é detalhada a seguir:

a) O material a ser ensaiado era colocado no interior do molde.

b) Ligava-se o forno com o objetivo de fundir o metal.

c) Após a fusão do metal, os termopares eram posicionados à distâncias pré-determinadas da interface metal-molde, tomando-se o cuidado de posicionar a ponta do termopar a meia a altura do cilindro a ser solidificado.

d) Quando o metal atingia um super aquecimento de 10C o forno era desligado.

e) Quando o metal atingia um super aquecimento de 5C iniciava-se a refrigeração do molde e acionava-se simultaneamente o registrador com a finalidade de se obter a curva de resfriamento da liga.

O ensaio para a determinação do avanço das isotermas sólidas e líquidas consistia no registro contínuo da temperatura em um ponto do metal líquido obtido através de um termopar conectado a um registrador potenciométrico (ver figura (4.4)).

Em cada ensaio o termopar era posicionado em um ponto localizado a uma determinada distância (S) da superfície do molde medida na direção radial. A seguir media-se o tempo necessário para que a curva de resfriamento, obtida no registrador gráfico, atingisse a temperatura líquida. Esse

tempo era considerado igual ao tempo necessário para a passagem da isoterma líquidus pelo referido ponto. Para a determinação da passagem da isoterma sólídus pelo ponto media-se o tempo decorrido, desde o início do processo, para a curva de resfriamento atingir a temperatura sólídus da liga.

Foram obtidas as curvas de resfriamento para os pontos situados às seguintes distâncias da interface metal/molde: $S = 0,03m$, $S = 0,06m$, $S = 0,09m$, $S = 0,12m$ e $S = 0,15m$. Foram realizados 3 ensaios para cada ponto e fez-se a média dos tempos obtidos. Os valores experimentais são apresentados na tabela 1 do apêndice 4.

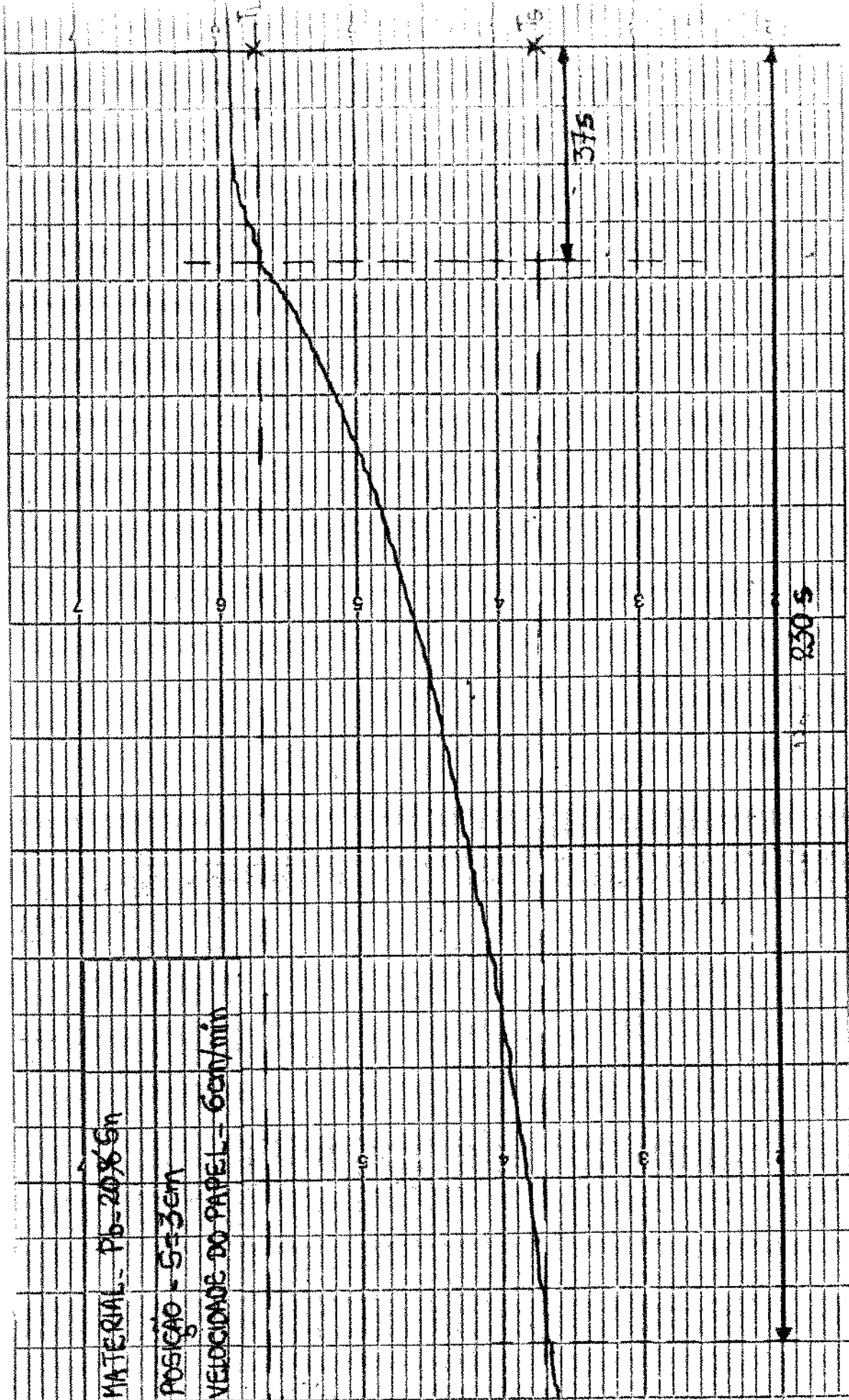


Fig.(4.4)-Curva de resfriamento da liga Pb-20 % Sn

CAPÍTULO 5. APLICAÇÃO DO MÉTODO ANALÍTICO

5.1 INTRODUÇÃO

O modelo analítico aproximado, desenvolvido neste trabalho, permite o estudo da solidificação de ligas em moldes refrigerados apresentando geometrias cilíndrica ou esférica e considera uma resistência térmica finita na interface metal/molde através da utilização de um coeficiente global de transferência de calor entre o metal e o fluido de refrigeração.

A principal vantagem dos métodos analíticos em relação aos métodos numéricos é a facilidade que os métodos analíticos oferecem na análise da influência das características do sistema metal/molde sobre o processo de solidificação. Os métodos numéricos, embora sejam mais precisos, não permitem esta mesma facilidade de análise. Geralmente esta análise demanda um extenso trabalho de computação quando se utilizam métodos numéricos.

As posições das isotermas sólidas e líquidas em função do tempo, na solidificação de cilindros, são dadas, respectivamente, pelas equações (3.86) e (3.90).

As posições das isotermas sólidas e líquidas em função do tempo, na solidificação de esferas, são dadas, respectivamente, pelas equações (3.87) e (3.91).

Após a obtenção das equações que permitem a determinação da posição das isotermas sólidas e líquidas em função do tempo, é possível determinar a velocidade de avanço das isotermas, através da derivação em relação ao tempo das

equações obtidas para a posição das isothermas.

As velocidades de avanço das isothermas sólidas e líquidas (velocidade de avanço da ponta das dendritas), na solidificação de cilindros, são obtidas a partir das derivadas em relação ao tempo das equações (3.86) e (3.90) e são dadas, respectivamente, pelas equações (3.94) e (3.93).

As velocidades de avanço das isothermas sólidas e líquidas, na solidificação de esferas, são obtidas a partir das derivadas em relação ao tempo das equações (3.87) e (3.91) e são representadas, respectivamente, pelas equações (3.96) e (3.95).

O método analítico permite, também, determinar o perfil de temperatura no metal sólido, no metal líquido e na região pastosa. Os perfis de temperatura no metal sólido, para cilindros e esferas, são dados, respectivamente, pelas equações (3.97) e (3.98). Os perfis de temperatura na região pastosa, para cilindros e esferas, são dados, respectivamente, pelas equações (3.99) e (3.100). Os perfis de temperatura no metal líquido, para cilindros e esferas, são dados, respectivamente, pelas equações (3.101) e (3.102).

O conhecimento da posição das isothermas em função do tempo permite a obtenção de um parâmetro muito importante na determinação dos espaçamentos interdendríticos que é o tempo local de solidificação (t_f), definido como o intervalo de tempo decorrido entre a passagem da ponta e da raiz da dendrita em uma determinada posição.

Após a determinação da velocidade de avanço da isoterma líquida e do tempo local de solidificação é possível a determinação dos espaçamentos dendríticos primário e secundário

que são representados, respectivamente, pelas equações (3.103) e (3.105).

Conhecendo-se os espaçamentos dendríticos primários (λ_1) e secundário (λ_2) fornecidos, respectivamente, pelas equações (3.103) e (3.105) é possível a determinação da tortuosidade dos canais interdendríticos. As tortuosidades nos casos de fluxos paralelo e normal aos braços dendríticos primários, são dadas pelas equações (3.110) e (3.113), respectivamente.

O conhecimento da tortuosidade dos canais interdendríticos permite, finalmente, a determinação da permeabilidade dos canais interdendríticos (k) em função da fração líquida e da direção do fluxo de metal líquido.

A permeabilidade dos canais interdendríticos no caso em que o fluxo de metal líquido é paralelo aos braços dendríticos primários será denominada permeabilidade paralela (K_p) e no caso em que o fluxo de metal líquido é normal aos braços dendríticos será denominada permeabilidade normal (K_N). As equações (3.107) e (3.14) representam, respectivamente, as permeabilidades paralela e normal.

As equações, citadas anteriormente permitem a análise da influência das características do sistema metal/molde em cada um dos parâmetros do processo de solidificação e, portanto, nas características finais de ligas metálicas solidificadas em moldes de diferentes geometrias, permitindo a otimização de moldes e processos de solidificação.

5.2 COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS COM O MODELO ANALÍTICO E OS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Na (fig 5.1) são comparados os resultados da determinação da posição das isothermas sólidas e líquidas da liga Pb-20%Sn, solidificada em molde cilíndrico, obtidos através do modelo desenvolvido com os resultados experimentais.

Os resultados experimentais foram obtidos através da solidificação da liga Pb-20% Sn em moldes refrigerados a água, que simulavam a solidificação de um cilindro de raio igual a 0,18m, utilizando-se um super-aquecimento igual a 5°C. As posições das isothermas foram obtidas através do registro da curva de resfriamento de pontos situados às seguintes distâncias da interface metal/molde: 0,03m; 0,05m; 0,09m; 0,12m e 0,15m. Foram realizados três diferentes ensaios em cada um dos pontos e tomou-se a média dos valores obtidos.

Devido à dificuldade em se medir o coeficiente de transferência de calor (h), utiliza-se um valor estimado ($h=1500 \text{ W/m}^2\text{K}$), baseado em trabalhos realizados por outros autores⁵⁶ e nas condições do ensaio.

Pode-se observar, na fig (5.1), a existência de uma boa concordância entre as curvas teóricas, que fornecem a posição das isothermas em função do tempo, e os pontos experimentais. Tal fato mostra que o modelo desenvolvido pode ser utilizado na previsão da posição das isothermas sólidas e líquidas de ligas solidificadas em moldes radiais refrigerados.

5.3 COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS COM O MODELO ANALÍTICO E OS OBTIDOS ATRAVÉS DE UM MÉTODO NUMÉRICO

Os valores obtidos através do modelo analítico são comparados aos obtidos por um método numérico de diferenças finitas, aplicado por M.L.N.M. Melo em trabalhos anteriores⁵³. Este método utiliza as equações em termos da entalpia em vez da temperatura para facilitar a análise da liberação ao calor latente.

O material utilizado nesta comparação é o aço 1010, escolhido devido a sua larga utilização e interesse prático. Assumiu-se um superaquecimento de 5K e um coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde (h) variando de 600 (W/m^2K) a 1800 (W/m^2K), que é uma faixa de valores representativa da maior parte dos processos de lingotamento convencional e contínuo dos aços.

Os modelos analítico e numérico foram utilizados no estudo da solidificação do aço 1010 em moldes cilíndricos e esféricos refrigerados à água. As figuras (5.2) a (5.5) apresentam os resultados referentes à geometria cilíndrica. Considerando-se as simplificações comumente adotadas na formulação do método analítico, pode-se dizer que existe uma boa concordância entre os resultados da evolução da isoterma sólidos obtidos pelos dois métodos (figuras (5.2) e (5.4)). Os resultados da evolução das isotermas líquidos apresentam boa concordância no início da solidificação mas divergem no final do processo de solidificação. Esta divergência se deve, provavelmente, à maior influência da correção imposta pelo fator geométrico nos instantes finais da solidificação.

As figuras (5.6) a (5.9) apresentam os resultados referentes à geometria esférica. A diferença nos resultados da

evolução das isothermas sólidas da geometria esférica (figuras (5.6) e (5.8)) são maiores que as observadas na geometria cilíndrica mas, o modelo pode ser utilizado na determinação do tempo total de solidificação. Os resultados referentes à isoterma líquida (figuras (5.7) e (5.9)) também apresentam a divergência observada no final da solidificação de cilindros, confirmando a suposição que a correção imposta pelo fator geométrico se acentua no final do processo de solidificação, sendo esta correção mais severa para esferas do que para cilindros.

Apesar das diferenças observadas entre o método analítico aproximado, desenvolvido neste trabalho, e o método numérico, a facilidade de utilização do método analítico na análise da influência das condições de solidificação e das características do sistema metal/molde sobre o processo torna o método analítico indispensável no estudo do processo de solidificação.

5.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS COM A APLICAÇÃO DO MODELO ANALÍTICO

Embora o modelo analítico possa ser aplicado ao estudo de diversas ligas o mesmo foi aplicado na solidificação das ligas Pb-20% Sn e do aço 1010. Estas ligas foram escolhidas devido ao fato de se encontrar valores confiáveis de suas propriedades termofísicas na literatura⁵⁴⁻⁵⁷. No caso particular da liga Pb-20% Sn a escolha se deu, também, devido à sua baixa temperatura de transformação de fase, que facilita as

experiências de simulação de solidificação. As propriedades termofísicas das ligas utilizadas se encontram tabeladas no apêndice 2.

O modelo permite analisar a influência dos seguintes parâmetros durante o processo de solidificação: temperatura do fluido de refrigeração, superaquecimento do metal líquido e coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde.

Os resultados apresentados neste trabalho são referentes à solidificação radial de cilindros e esferas de 15cm de raio, e, a título de comparação, são apresentados os resultados obtidos na solidificação unidirecional de uma placa plana, utilizando o modelo analítico exato desenvolvido por A. Garcia⁴⁹.

Para a obtenção dos resultados apresentados a seguir, foi assumido um coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde igual a 1800 (W/m²K) na solidificação do aço e um coeficiente igual a 4000 (W/m²K) na solidificação da liga Pb-20% Sn. Estes valores de coeficientes são valores normalmente encontrados na literatura^(50,51) para as mesmas condições de solidificação. No apêndice 5 é apresentada uma sequência de resultados para a liga Pb-20%Sn solidificada em moldes cilíndricos utilizando-se um coeficiente de transferência de calor igual a 1500(W/m²K) que foi adotado nos trabalhos experimentais.

Considerou-se, no caso de ambas as ligas, a temperatura do fluido de refrigeração (T_0) igual a 20°C e um superaquecimento de 5°C.

As figuras (5.10), (5.11) e (5.12) apresentam a evolução das isothermas sólidas e líquidas em função do tempo, ou seja, a posição da raiz e da ponta das dendritas em função do tempo, do aço 1010 solidificado, respectivamente, nas formas de placa, cilindro e esfera. A figura (5.13) apresenta a evolução

da isoterma sólido do aço em função do tempo para as três geometrias. Observa-se, na figura (5.13), que a esfera se solidifica mais rapidamente do que o cilindro e este se solidifica mais rapidamente do que a placa. Isto pode ser explicado pelo fato da esfera apresentar uma maior eficiência na extração de calor do que o cilindro e este apresentar uma maior eficiência, na extração de calor do que a placa. Nota-se, na figura (5.13), que não ocorre uma diferença apreciável entre os tempos de solidificação para as três geometrias nos estágios iniciais da solidificação. A diferença entre os tempos se acentua no final do processo mostrando que o efeito da geometria é maior nos estágios finais do processo devido ao efeito terminal provocado pela diminuição do volume de metal líquido no final do processo que não ocorre na mesma proporção para as três geometrias. Essa diminuição de volume ocorre com maior intensidade na esfera do que no cilindro ou na placa e provoca uma aceleração no final do processo de solidificação para o cilindro e a esfera. A figura (5.14) mostra a evolução das isothermas líquido em função do tempo para o aço. As curvas apresentam o mesmo comportamento que o apresentado pelas isothermas sólido.

As figuras (5.15), (5.16) e (5.17) mostram a evolução das isothermas sólido e líquido em função do tempo, da liga Pb-20%Sn solidificada nas formas de placa, cilindro e esfera. A figura (5.18) mostra a evolução das isothermas sólido da liga Pb-20%Sn em função do tempo para as três geometrias. A figura (5.19) apresenta a evolução das isothermas líquido da liga Pb-20%Sn em função do tempo, para as três geometrias. As curvas

acima citadas, apresentam o mesmo comportamento observado nas curvas obtidas na solidificação do aço 1010.

A figura (5.20) mostra a variação da velocidade de avanço das isothermas sólidas para as três geometrias. Para facilitar a compreensão, preferiu-se colocar no gráfico o inverso da velocidade. Nota-se na figura (5.20), que a velocidade da placa diminui continuamente durante todo o processo (curva do inverso da velocidade ascendente) e que as velocidades do cilindro e da esfera diminuem à medida que a espessura de metal solidificado aumenta (trecho ascendente da curva do inverso da velocidade), atingem um valor mínimo e depois crescem até o final do processo (trecho descendente da curva do inverso da velocidade), tendendo, teoricamente, a infinito no final da solidificação. Esse aumento de velocidade, observado nos sistemas radiais, se deve à elevada taxa de redução do volume de metal líquido remanescente que ocorre nesses sistemas. O aumento da velocidade se deve também, à maior eficiência de extração de calor apresentada pelos sistemas radiais, sendo a esfera mais eficiente na extração de calor do que o cilindro, apresentando, portanto, um maior aumento de velocidade.

A figura (5.21) apresenta a variação do inverso da velocidade de avanço das isothermas sólidas da liga Pb-20%Sn para as três geometrias. As curvas apresentam um comportamento análogo ao apresentado na figura (5.20).

A figura (5.22) mostra a variação do inverso da velocidade de avanço das isothermas líquidas (ponta das dendritas) do aço 1010 para as três geometrias. Os comentários

feitos em relação à figura (5.20) são válidos para o caso da figura (5.22).

A figura (5.23) mostra a variação do inverso da velocidade de avanço das isothermas líquidas da liga Pb-20%Sn para as três geometrias. As curvas apresentam o mesmo comportamento daquelas mostradas na figura (5.22).

O tempo local de solidificação (t_f), intervalo de tempo decorrido entre a passagem da ponta e da raiz da dendrita em uma determinada posição, é obtida a partir das equações que dão as posições das isothermas sólidas e líquidas em função do tempo.

A figura (5.24) mostra a evolução do tempo local de solidificação para o aço 1010 solidificado nas formas de placa, cilindro e esfera. Observa-se, na figura, que a placa apresenta um maior valor de tempo local do que o cilindro e este um maior valor de tempo local do que a esfera. Isto se explica pelo fato da placa apresentar uma menor velocidade de solidificação do que o cilindro e este uma menor velocidade de solidificação do que a esfera.

A figura (5.25) mostra os resultados do tempo local de solidificação para a liga Pb-20%Sn que apresenta o mesmo comportamento dos gráficos da figura (5.24).

Após a determinação destes parâmetros básicos de solidificação é possível a determinação de parâmetros estruturais como espaçamento dendrítico primário (λ_1) e o espaçamento dendrítico secundário (λ_2).

A figura (5.26) mostra a variação do espaçamento dendrítico primário do aço solidificado nas formas de placa,

cilindro e esfera. Observa-se que não há grande diferença entre as três curvas no início do processo mas nos estágios finais de solidificação a esfera apresenta um espaçamento dendrítico menor que o cilindro e este apresenta um espaçamento menor do que a placa. Isto se deve ao fato do espaçamento primário variar com o inverso da velocidade de avanço da isoterma líquidus, conforme pode ser verificado nas equações (3.103) e (3.104), e, portanto, apresenta o mesmo comportamento que o inverso da velocidade (ver figuras (5.22) e (5.23)).

A figura (5.27) mostra a variação do espaçamento dendrítico primário da liga Pb-20%Sn solidificada nas formas de placa, cilindro e esfera. As curvas apresentam comportamento análogo ao da figura (5.26).

A figura (5.28) mostra a variação do espaçamento dendrítico secundário do aço 1010 solidificado nas formas de placa, cilindro e esfera.

Observa-se que não há grande diferença entre as três curvas no início do processo mas no final do mesmo a esfera apresenta um espaçamento dendrítico menor do que o cilindro e este um espaçamento menor do que a placa. Isto se deve ao fato do espaçamento secundário variar diretamente com o tempo local de solidificação, conforme pode ser verificado na equação (3.15), e, portanto, deve apresentar, o mesmo comportamento que o tempo local de solidificação (ver as figuras (5.24) e (5.25)).

A figura (5.29) mostra a variação do espaçamento dendrítico secundário da liga Pb-20%Sn solidificada nas formas de placa, cilindro e esfera. Observa-se que as curvas apresentam o mesmo comportamento daquelas mostradas na figura (5.28).

Finalmente, pode-se determinar os parâmetros fundamentais para o estudo da formação de microporosidades como a tortuosidade e a permeabilidade dos canais interdendríticos.

Apresenta-se a seguir a variação da tortuosidade e da permeabilidade dos canais interdendríticos na solidificação de placas, cilindros e esferas de aço 1010. Utilizam-se os termos "paralelo" e "normal" quando o fluxo é, respectivamente, paralelo e normal aos braços dendríticos primários.

O fluxo paralelo aos braços dendríticos primários ocorre na solidificação unidirecional de uma placa na posição vertical quando o calor é extraído pela face inferior da placa, estando as demais faces isoladas termicamente. O fluxo normal ocorre quando o calor é extraído por uma das faces laterais da placa, estando as demais faces isoladas termicamente.

O fluxo paralelo aos braços dendríticos primários pode ocorrer na solidificação radial de um cilindro na posição horizontal. O fluxo normal aos braços dendríticos primários pode ocorrer na solidificação radial do cilindro na posição vertical.

Na caso da solidificação de esferas há a ocorrência simultânea dos fluxos normal e paralelo aos braços dendríticos primários, mas, para efeito de comparação, as permeabilidades e as tortuosidades referentes aos dois tipos de fluxos foram calculadas separadamente neste trabalho. As figuras (5.30), (5.31) e (5.32) mostram, respectivamente, a variação da tortuosidade paralela em função da fração líquida em diversos pontos do metal solidificado na forma de placas, cilindros e esferas de aço. Não se observa grande diferença nas curvas de

tortuosidade correspondentes a pontos situados a diferentes distâncias da interface metal/molde para as três geometrias estudadas.

As figuras (5.33), (5.34) e (5.35) mostram, respectivamente, a variação da permeabilidade paralela em função da fração líquida em diversos pontos no metal, referentes a placas, cilindros e esferas de aço. As curvas foram obtidas para as seguintes distâncias da interface metal/molde: 0,025m; 0,05m; 0,075m; 0,10m; 0,125m e 0,145m.

A figura (5.33) mostra que a permeabilidade da placa aumenta à medida que se afasta da interface metal/molde. Isto significa que há uma menor probabilidade de ocorrer a formação de microporosidades em regiões mais distantes da interface metal/molde.

A figura (5.34) mostra que a permeabilidade paralela do cilindro cresce à medida em que se afasta da interface metal/molde até, aproximadamente, uma distância igual à $2/3$ da espessura total e após essa distância ocorre uma inversão no comportamento da permeabilidade pois a mesma diminui com o aumento da distância à interface metal/molde (a curva referente à posição 0,125m está localizada em uma posição inferior em relação à curva referente à posição 0,10m e a curva referente à posição 0,145m está localizada em uma posição inferior em relação a curva referente à posição 0,125). Essa inversão no comportamento da permeabilidade pode ser explicada pelo fato da velocidade aumentar nos estágios finais da solidificação de cilindros causando uma diminuição do espaçamento dendrítico primário, conforme pode ser verificado nas equações (3.103) e

(3.104), que provoca uma diminuição da permeabilidade. A diminuição da permeabilidade, na região central dos cilindros, aumenta a probabilidade de formação de microporosidades nessa região.

A figura (5.35) mostra que a permeabilidade paralela da esfera, aumenta à medida que se afasta da interface metal/molde até uma distância, aproximadamente igual a metade da espessura total e após essa distância há uma inversão no comportamento da permeabilidade (a curva de permeabilidade para espessura de 0,10 m está situada em uma posição inferior em relação à curva correspondente a espessura de 0,75 m e as curvas referentes a espessuras de 0,125m e 0,145m também apresentam comportamento análogo).

Essa inversão pode ser explicada pelo aumento da velocidade observado no final do processo de solidificação de sistemas radiais que é mais acentuado na solidificação de esferas. Essa diminuição da permeabilidade na região central de esferas resulta em um aumento na probabilidade de formação de microporosidades nessa região.

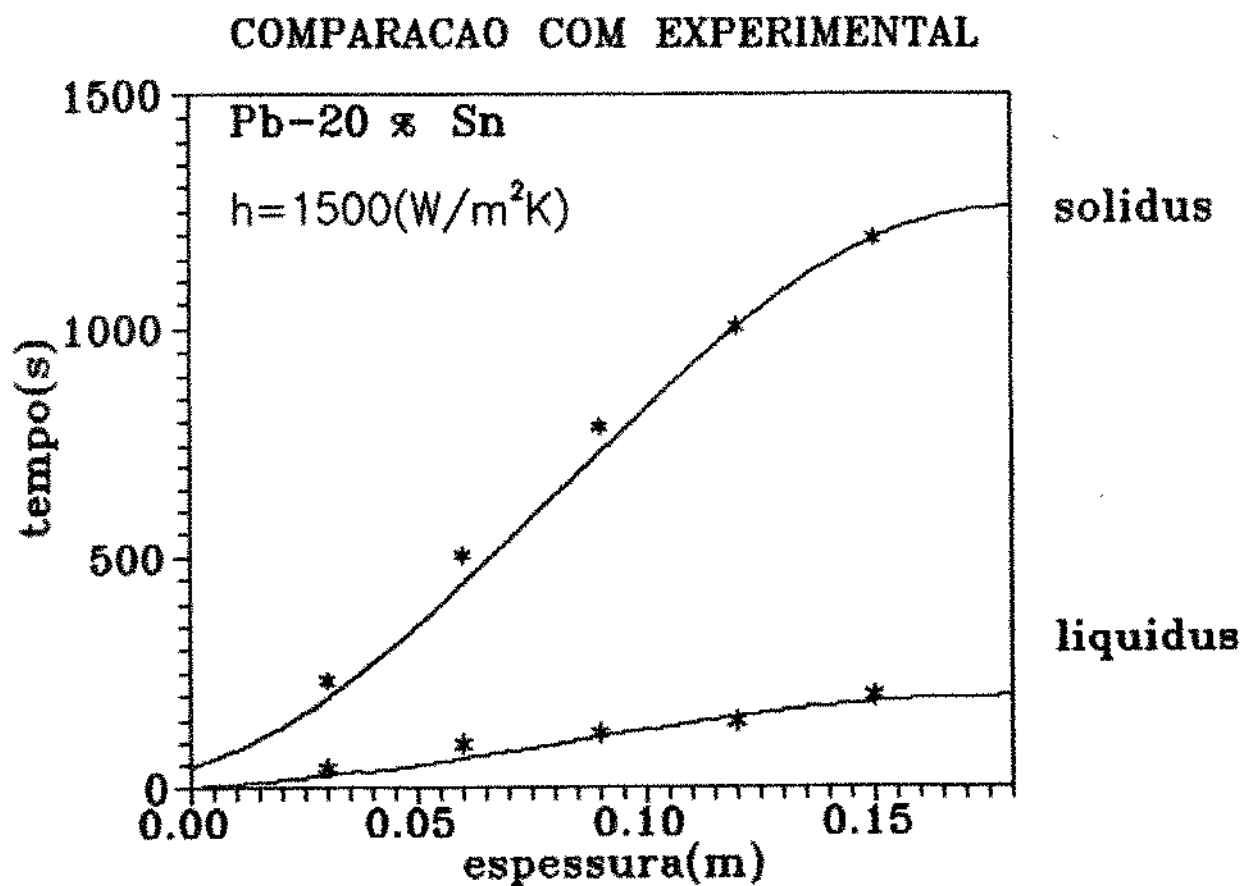


Figura (5.1) - Comparação entre os valores experimentais e as curvas teóricas da evolução das isothermas liquidus e sólidas.

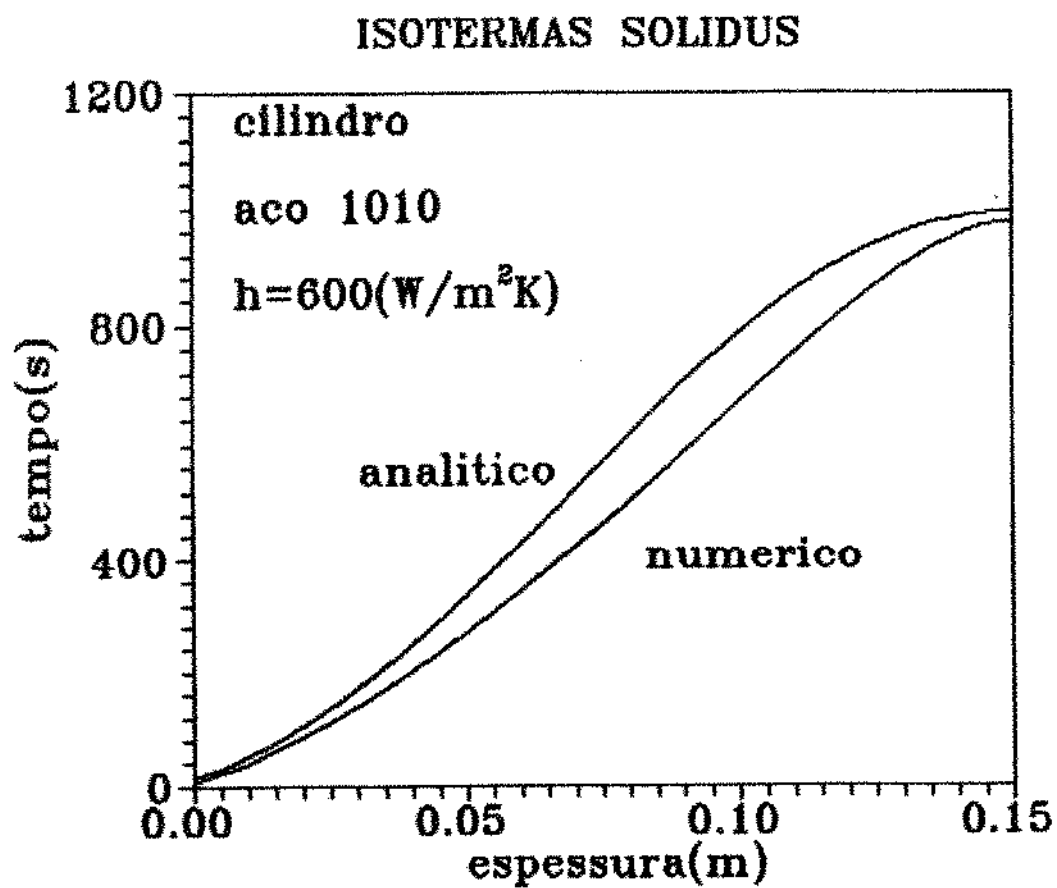


Figura (5.2) - Comparação entre as curvas de evolução das isotermas sólidas do cilindro obtidas com a aplicação dos modelos analítico e numérico.

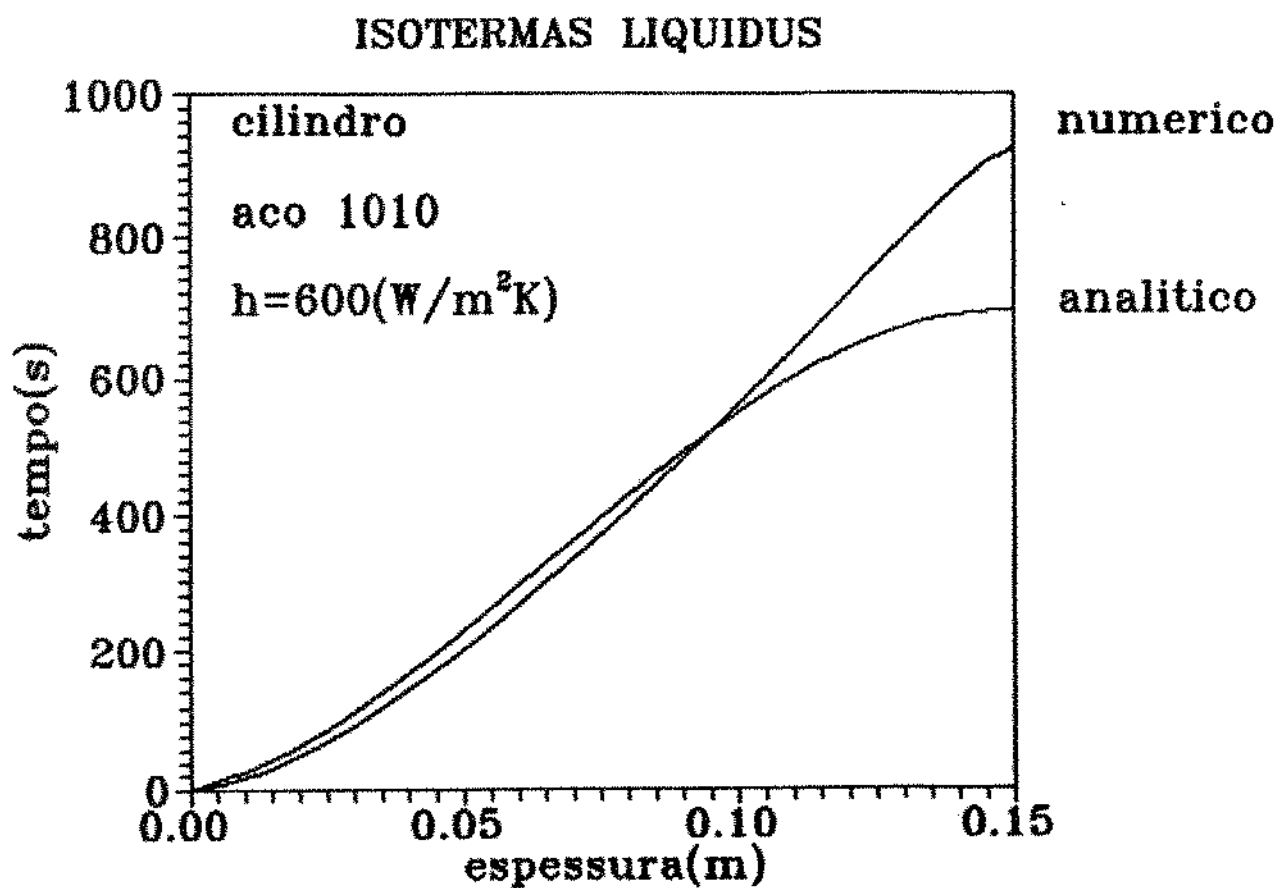


Figura (5.3) - Comparação entre as curvas de evolução das isothermas liquidus do cilindro obtidas com a aplicação dos modelos analítico e numérico.

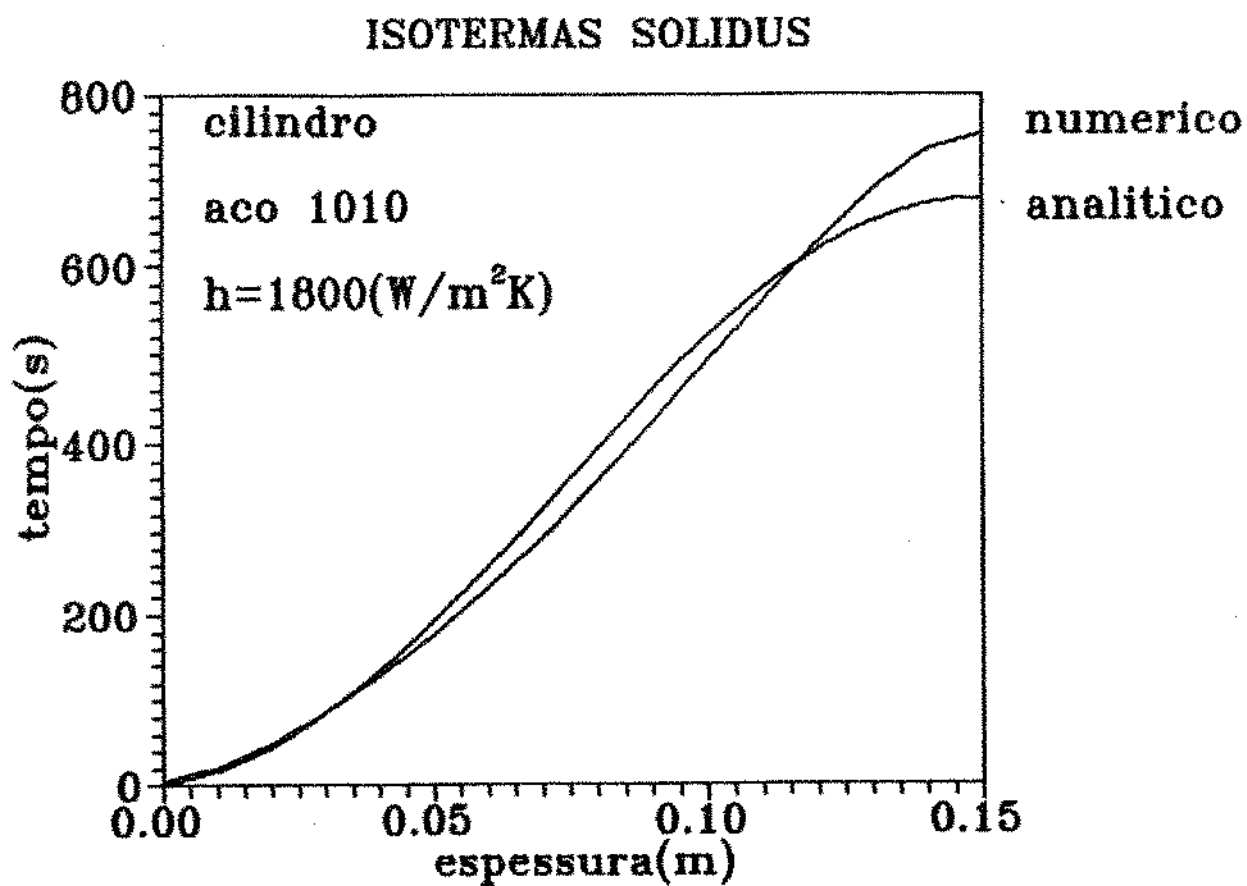


Figura (5.4) - Comparação entre as curvas de evolução das isotermas sólidas do cilindro obtidas com a aplicação dos modelos analítico e numérico.

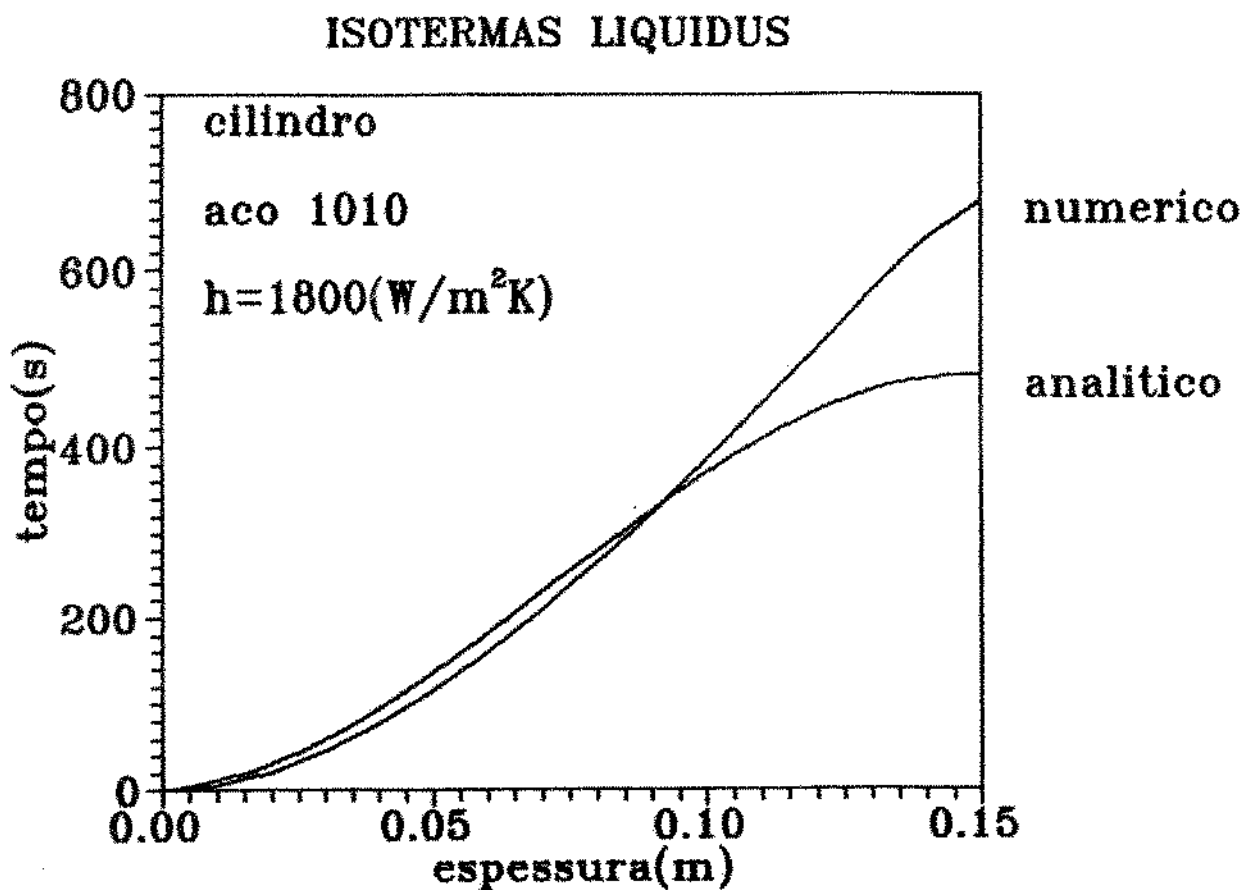


figura (5.5) - Comparação entre as curvas de evolução das isotermas líquidas do cilindro obtidas com a aplicação dos modelos analítico e numérico.

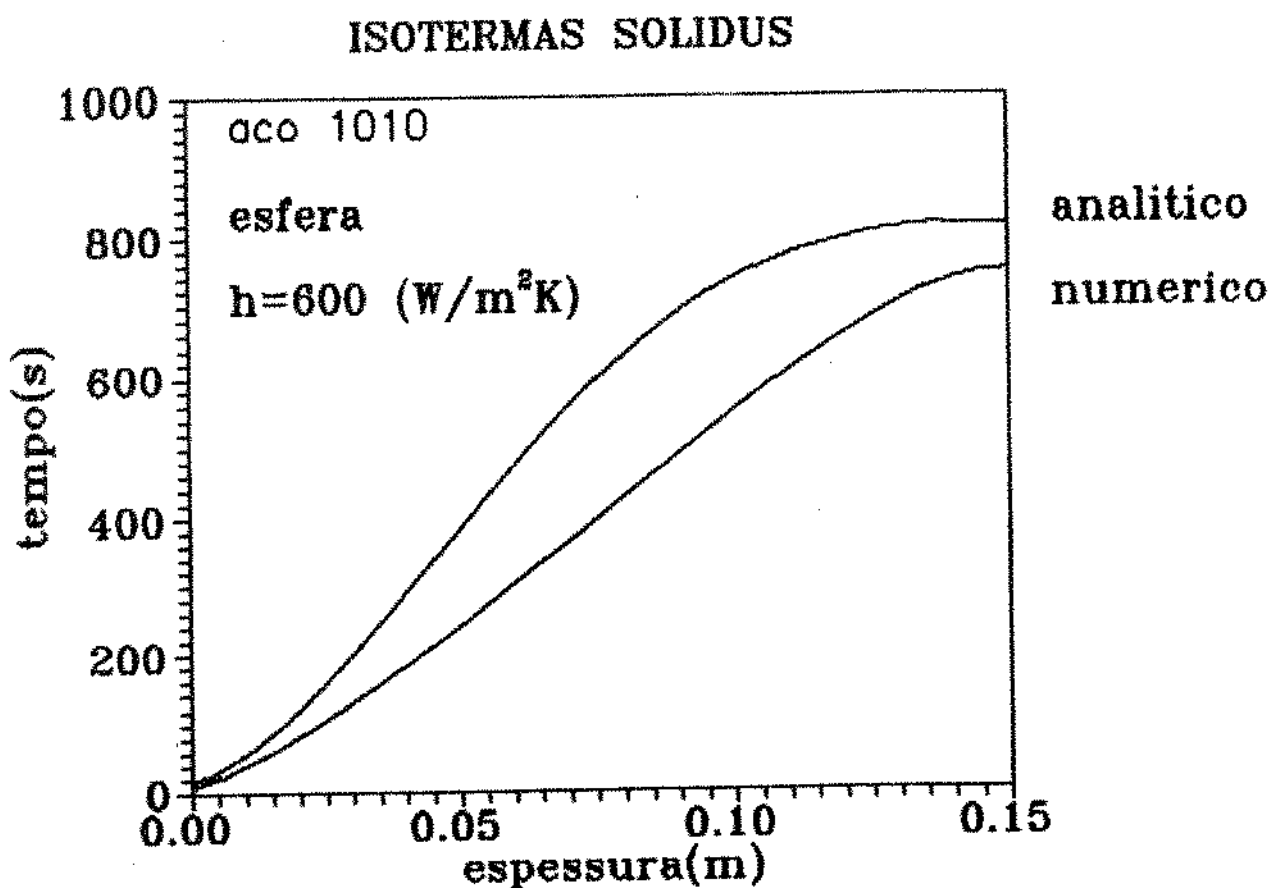


Figura (5.6) - Comparação entre as curvas de evolução das isothermas sólidas da esfera obtidas com a aplicação dos modelos analítico e numérico.

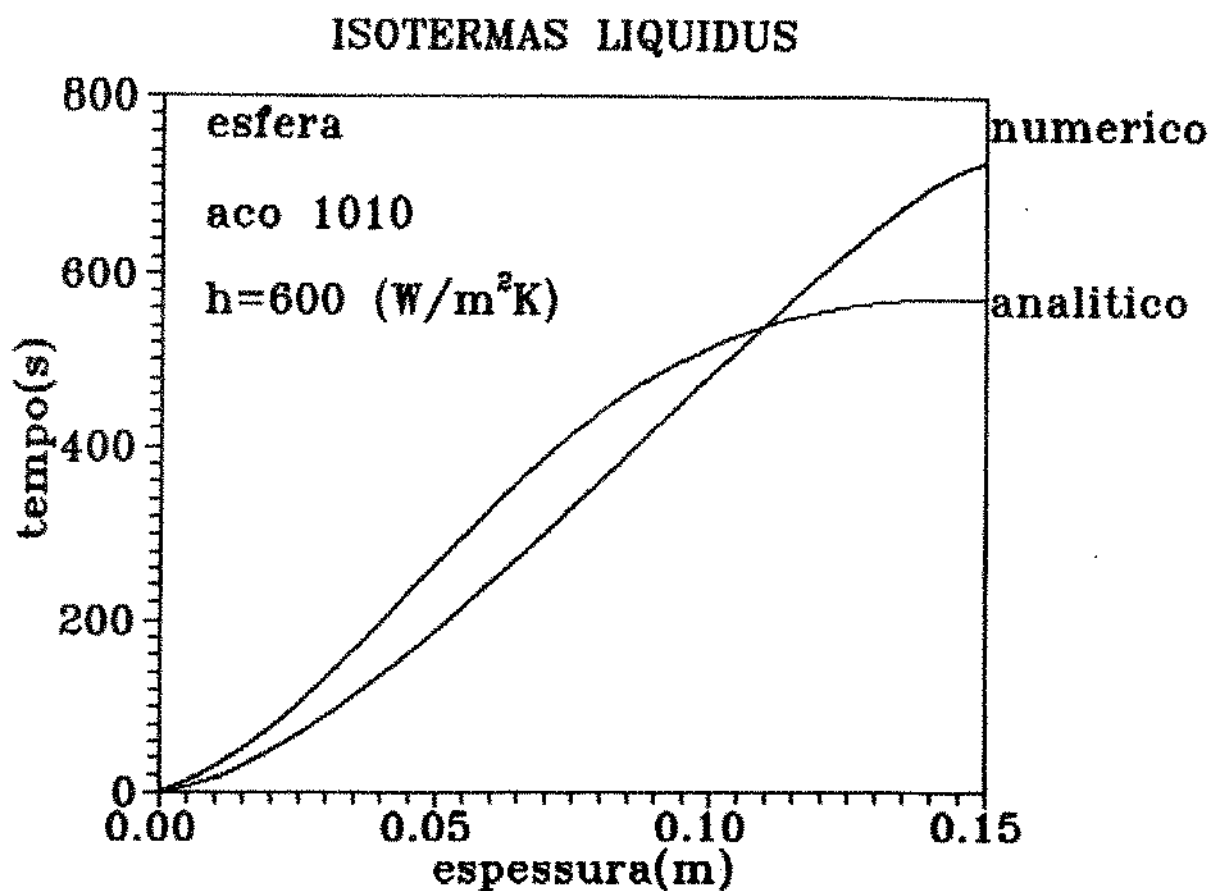


Figura (5.7) - Comparação entre as curvas de evolução das isotermas líquidas da esfera obtidas com a aplicação dos modelos analítico e numérico.

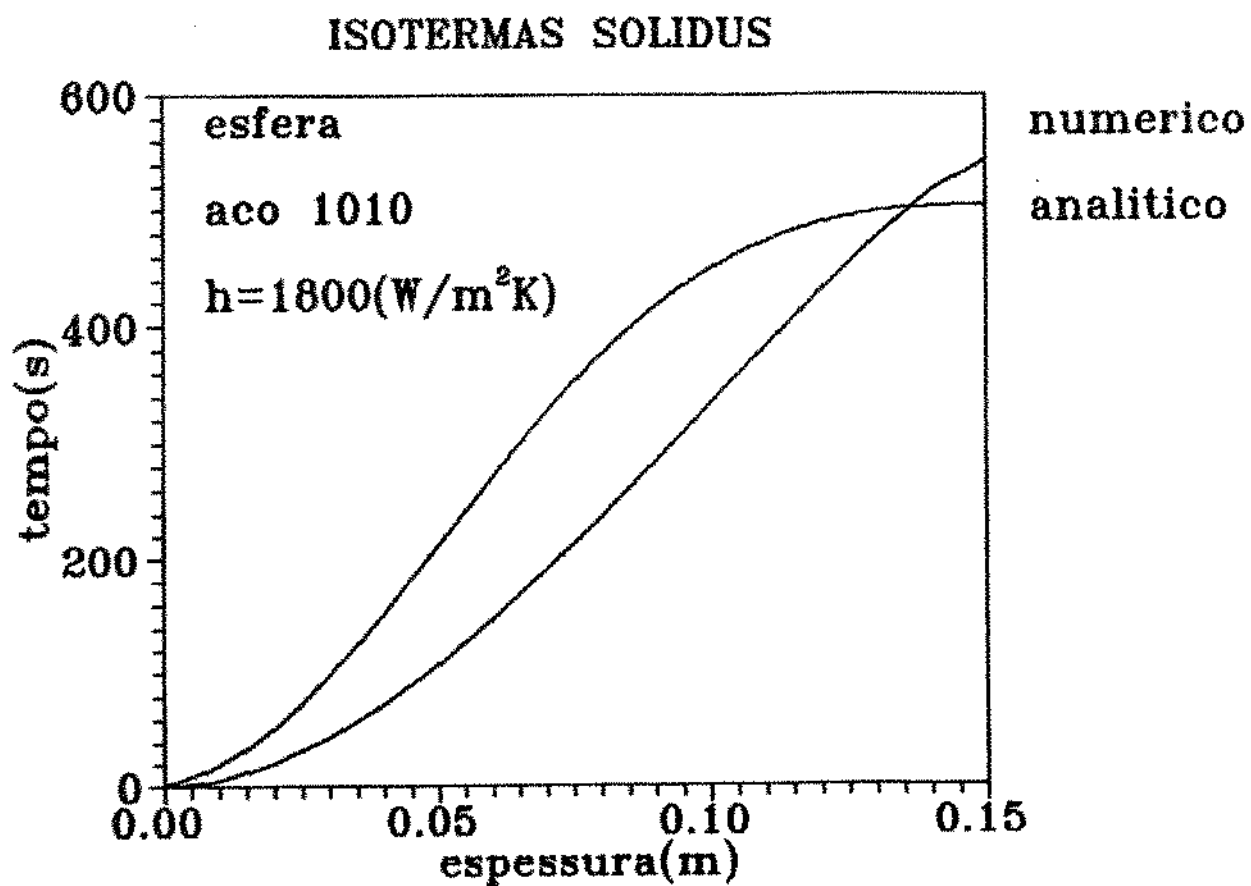


Figura (5.8) _ Comparação entre as curvas de evolução das isotermas sólidas da esfera obtidas com a aplicação dos modelos analítico e numérico.

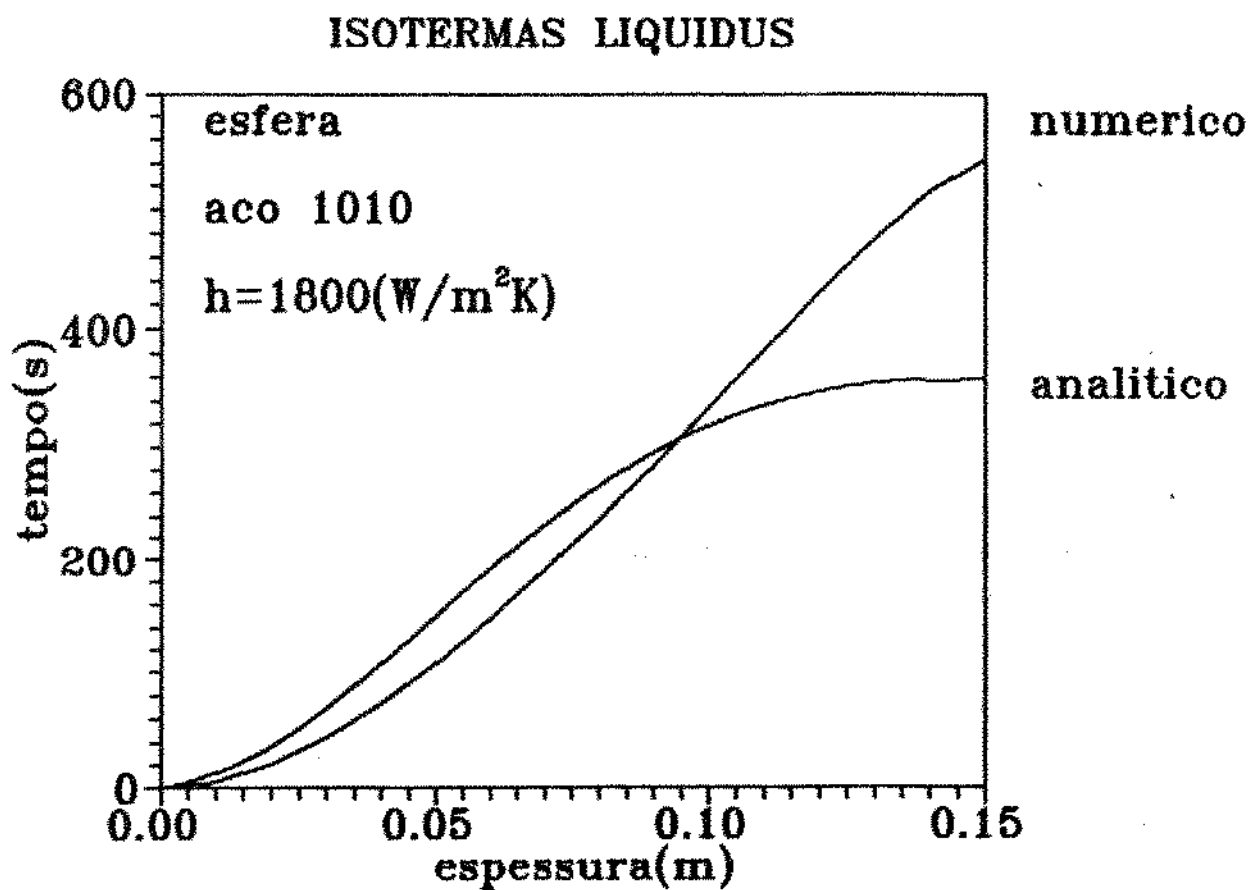


Figura (5.9) - Comparação entre as curvas de evolução das isotermas liquidus da esfera obtidas com a aplicação dos modelos analítico e numérico.

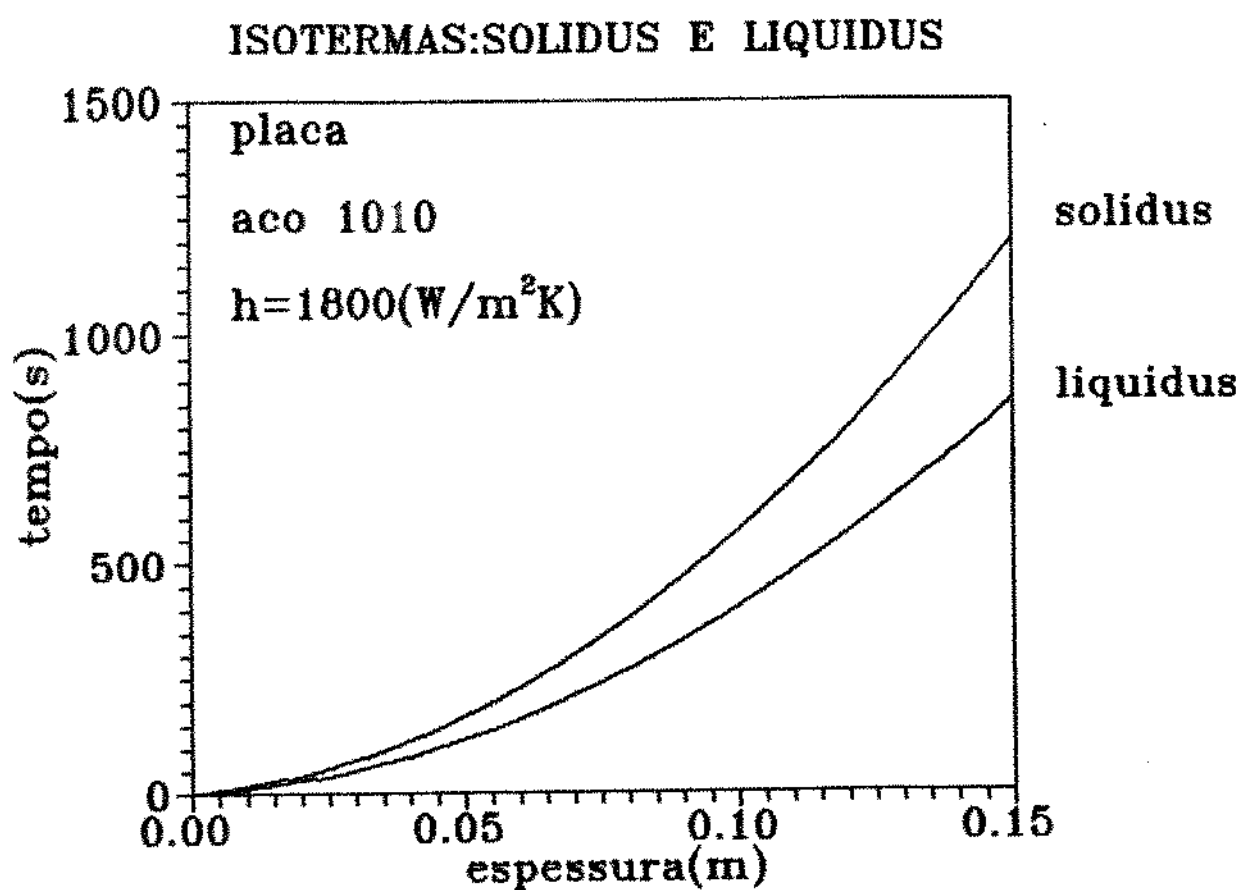


Figura (5.10) - Evolução das isotermas sólidas e líquidas da placa de aço 1010.

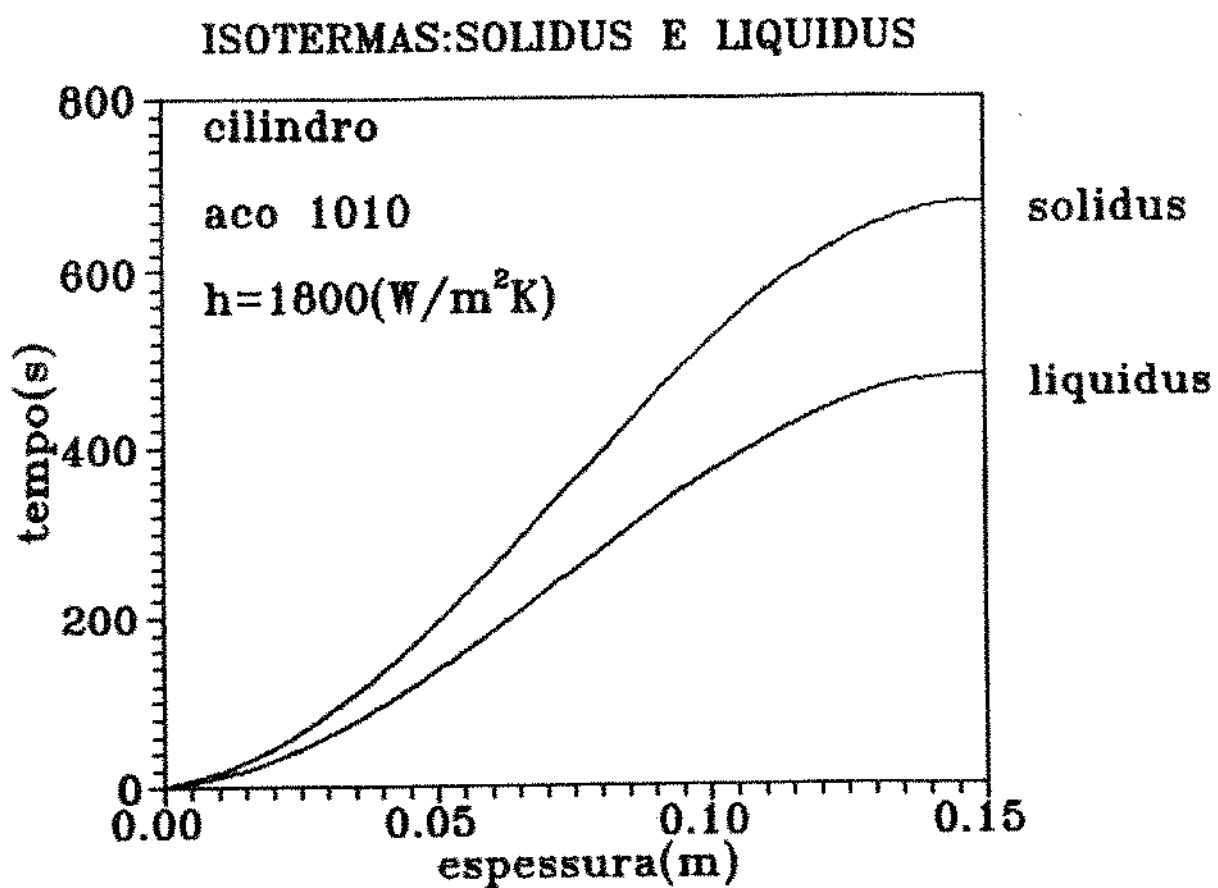


Figura (5.11) - Evolução das isothermas sólidas e líquidas do cilindro de aço 1010.

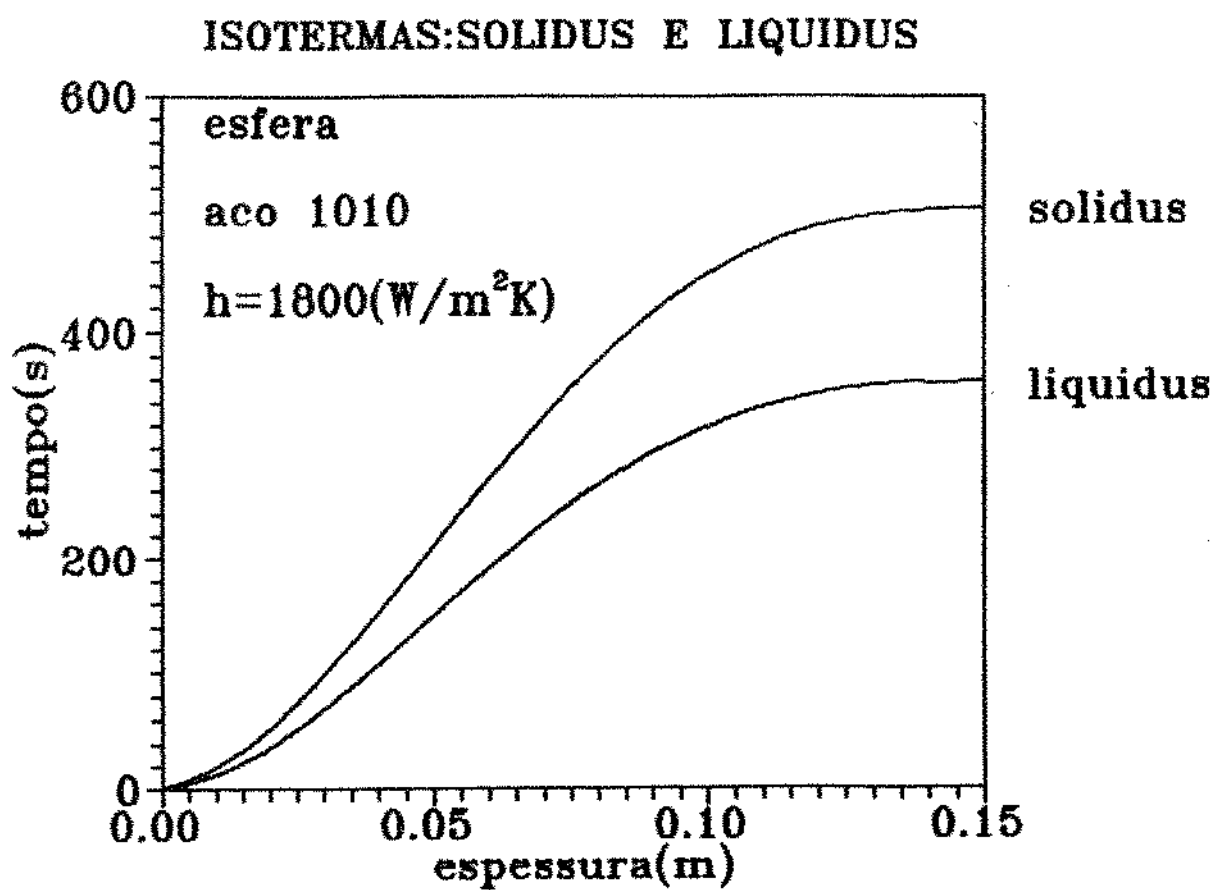


Figura (5.12) - Evolução das isothermas sólidas e líquidas da esfera de aço 1010.

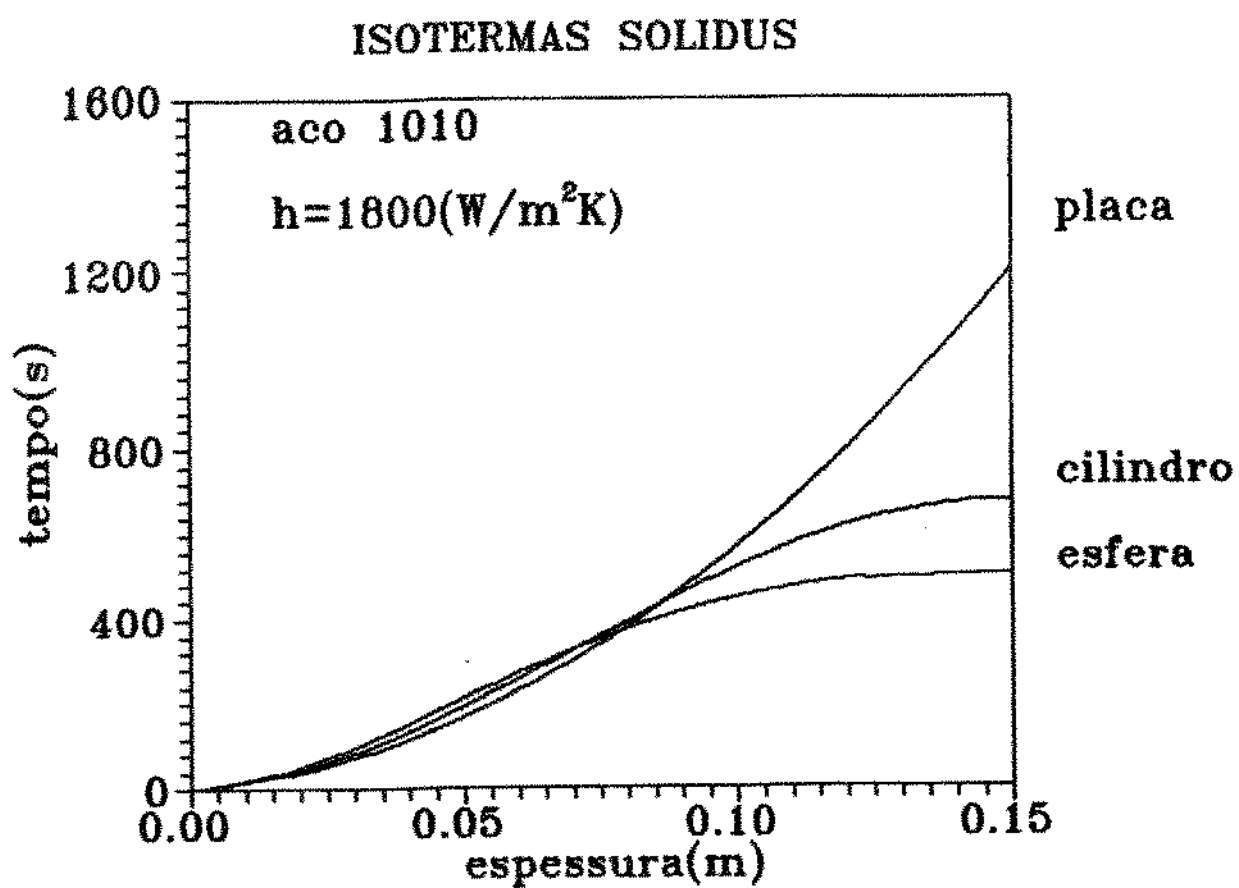


Figura (5.13) - Evolução das isotermas sólidas do aço 1010 para as três geometrias.

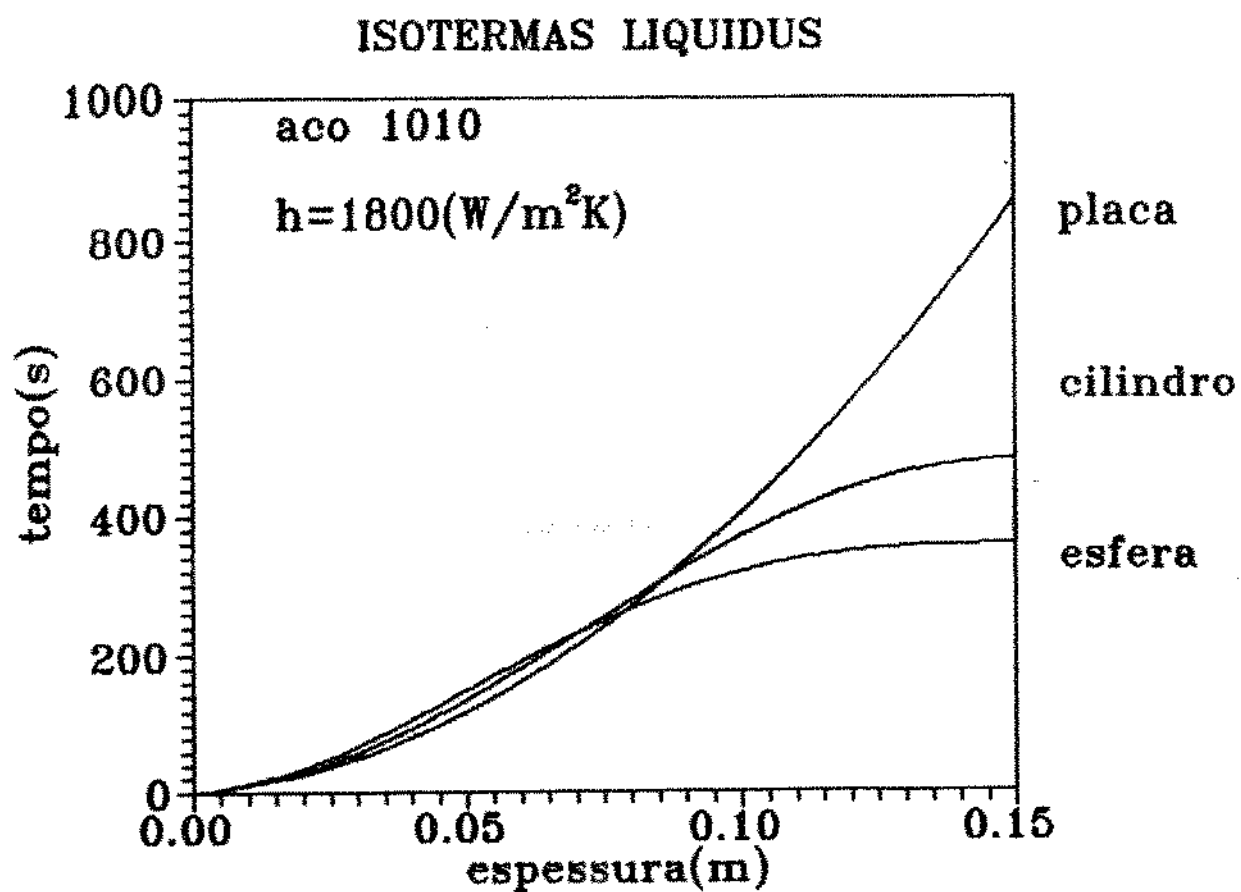


Figura (5.14) - Evolução das isotermas líquidas do aço 1010 para as três geometrias.

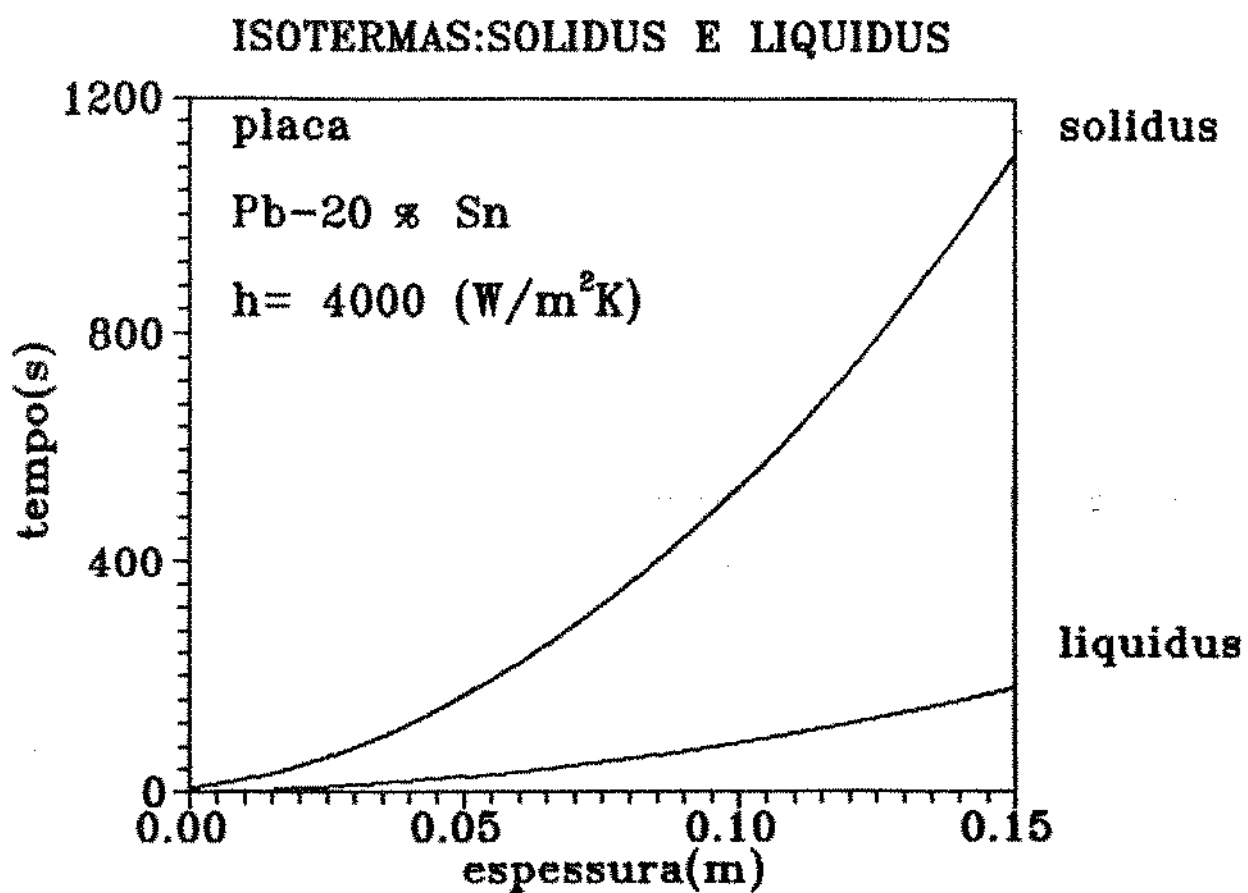


Figura (5.15) - Evolução das isotermas sólidas e líquidas da placa de Pb-20%Sn.

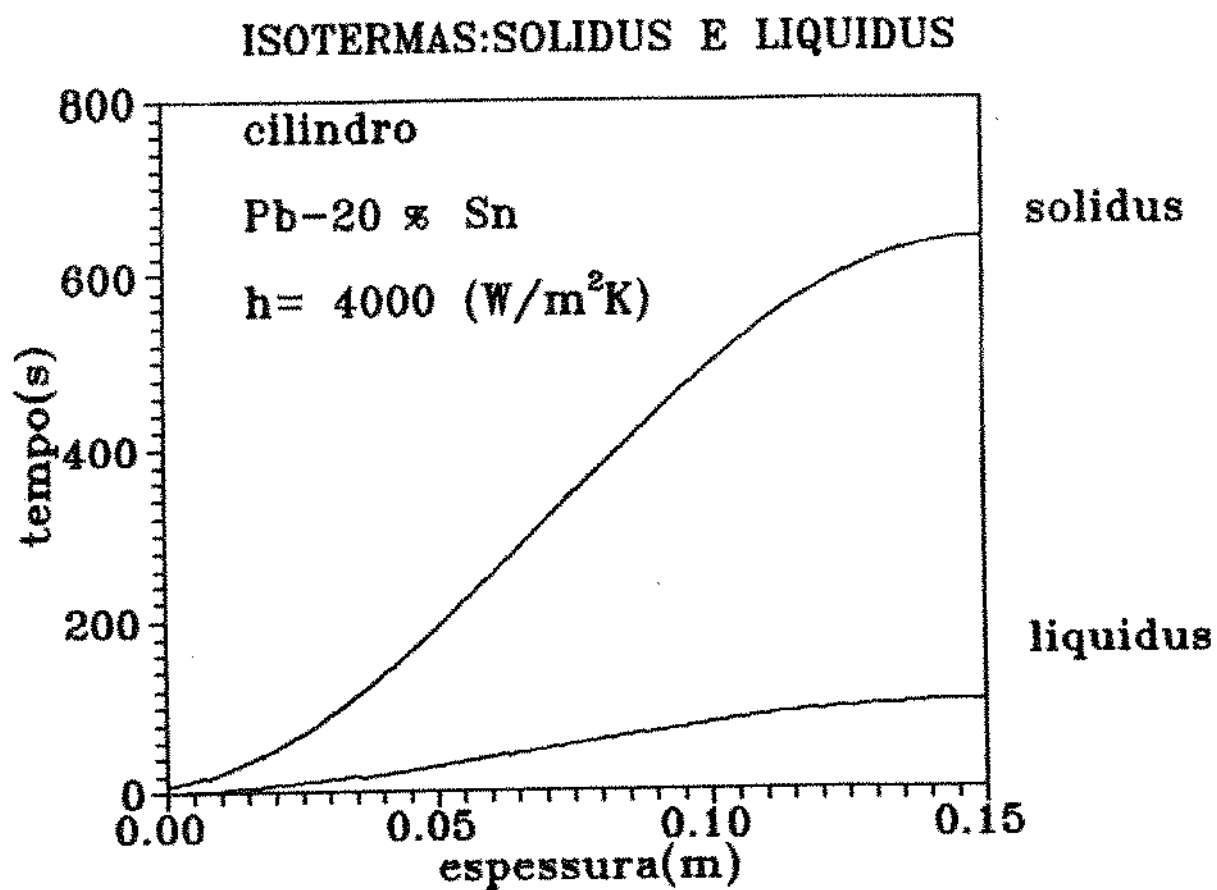


Figura (5.16) - Evolução das isotermas sólidas e líquidas do cilindro de Pb-20%Sn.

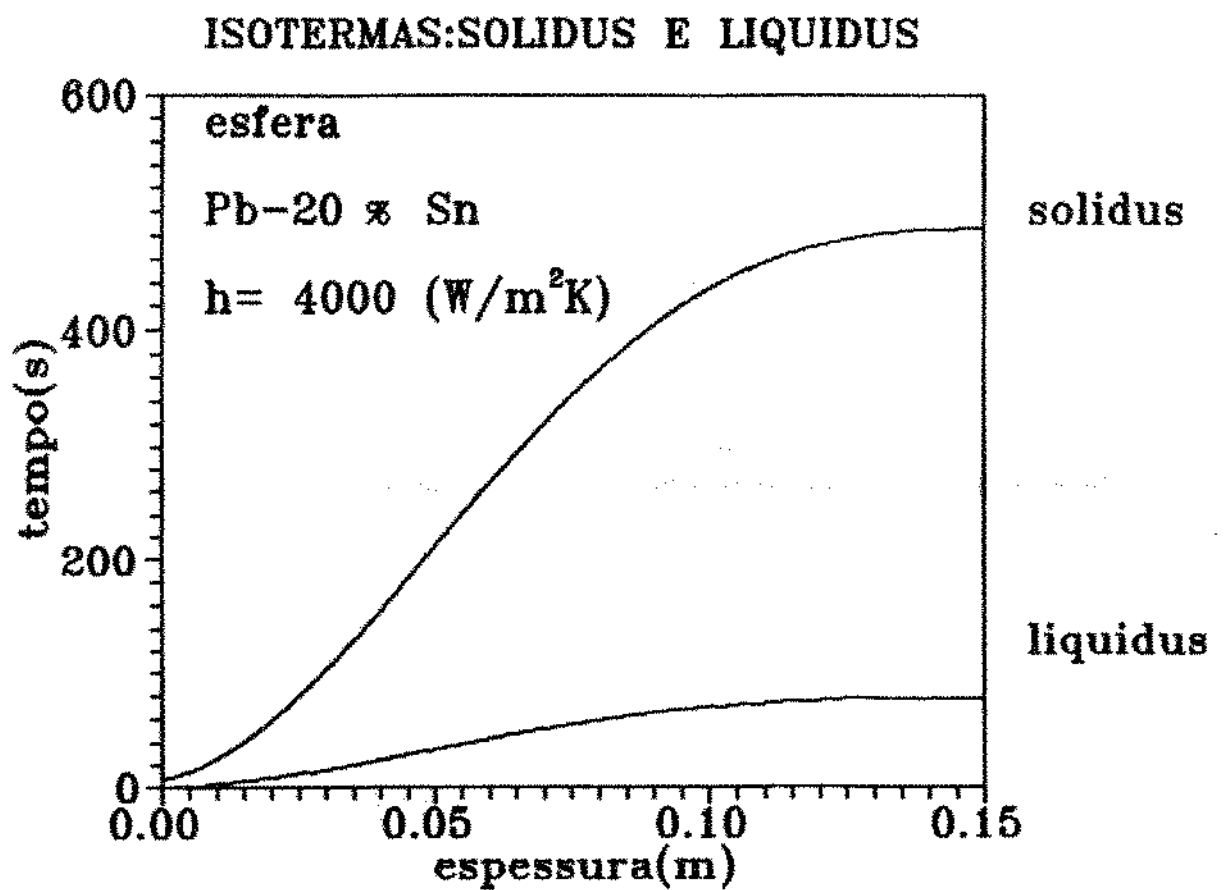


Figura (5.17) - Evolução das isotermas sólidas e líquidas da esfera de Pb-20%Sn.

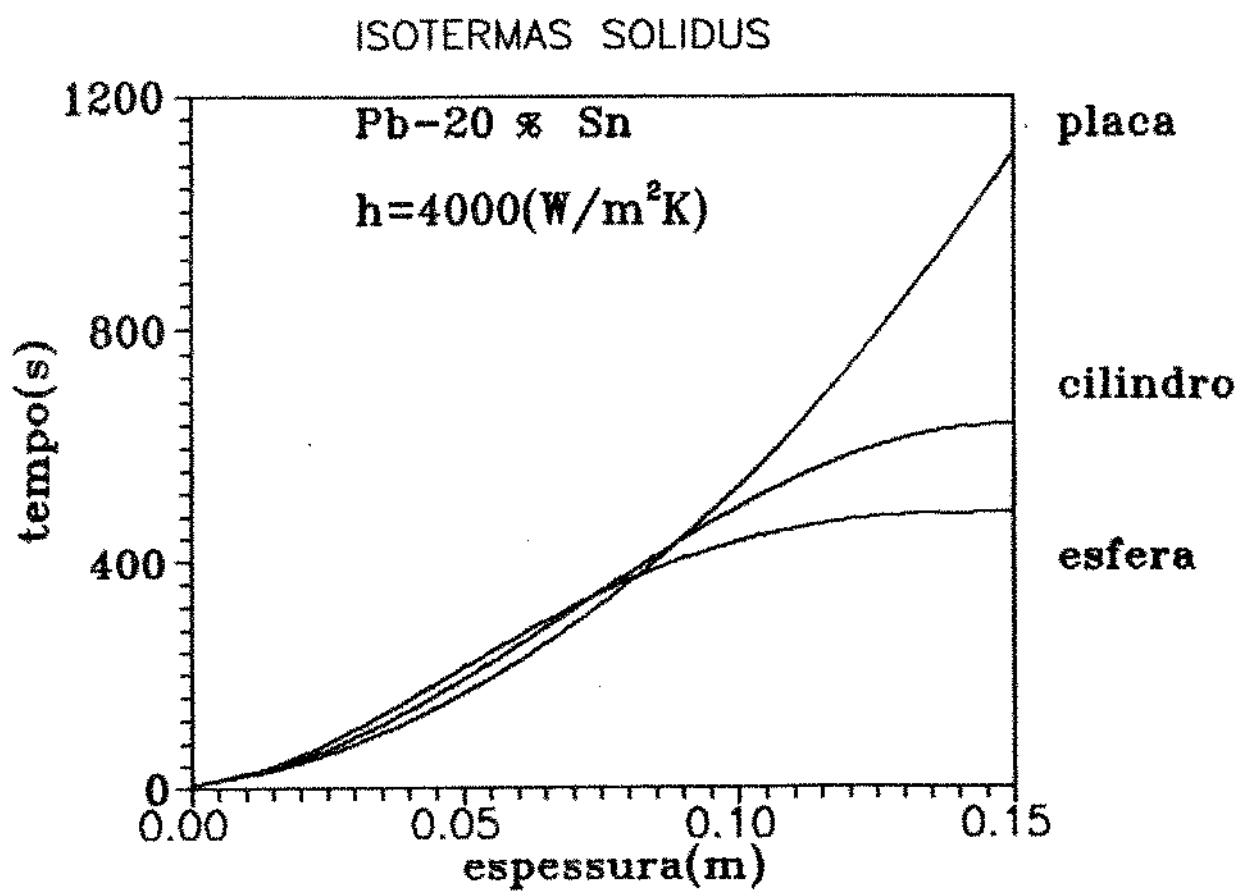


Figura (5.18) - Evolução das isothermas sólidas da liga Pb-20% Sn para as três geometrias.

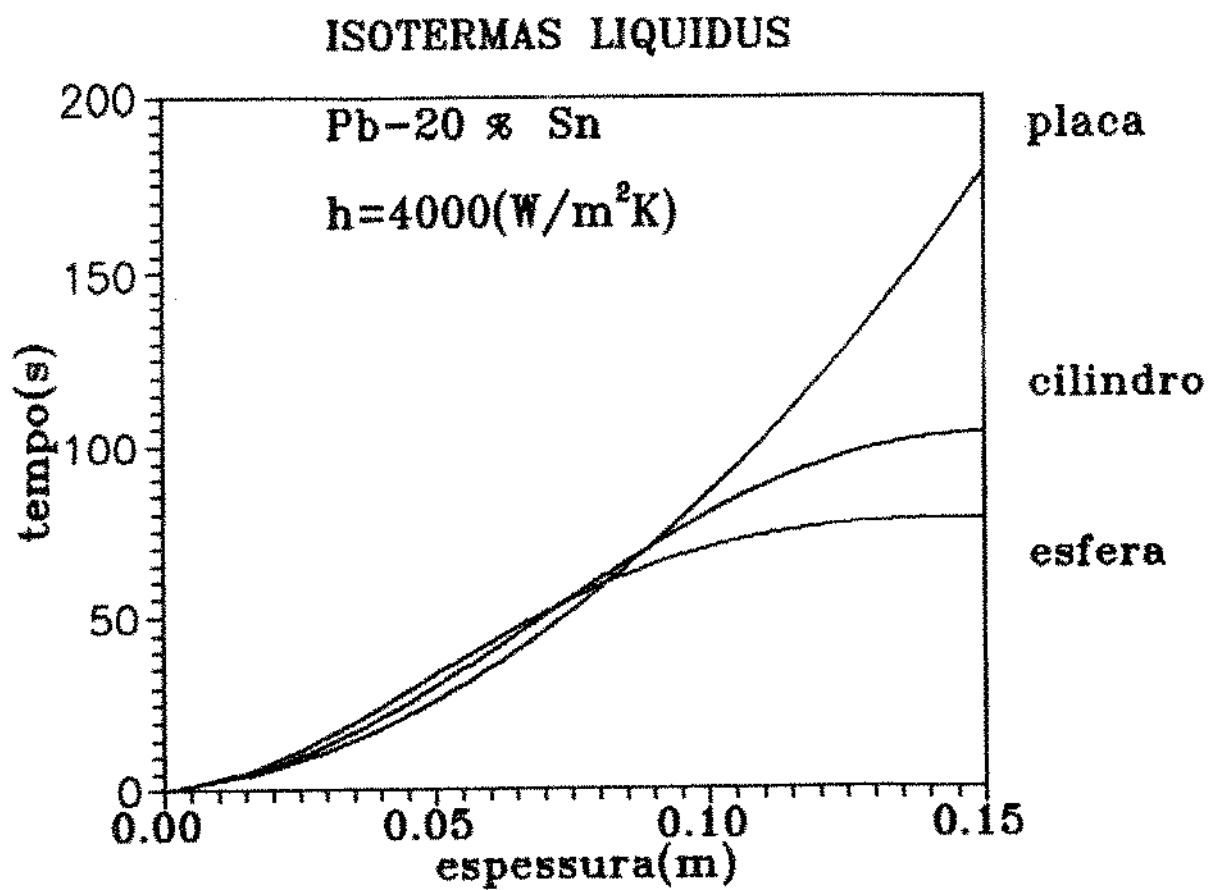


Figura (5.19) - Evolução das isothermas líquidas da liga Pb-20% Sn para as três geometrias.

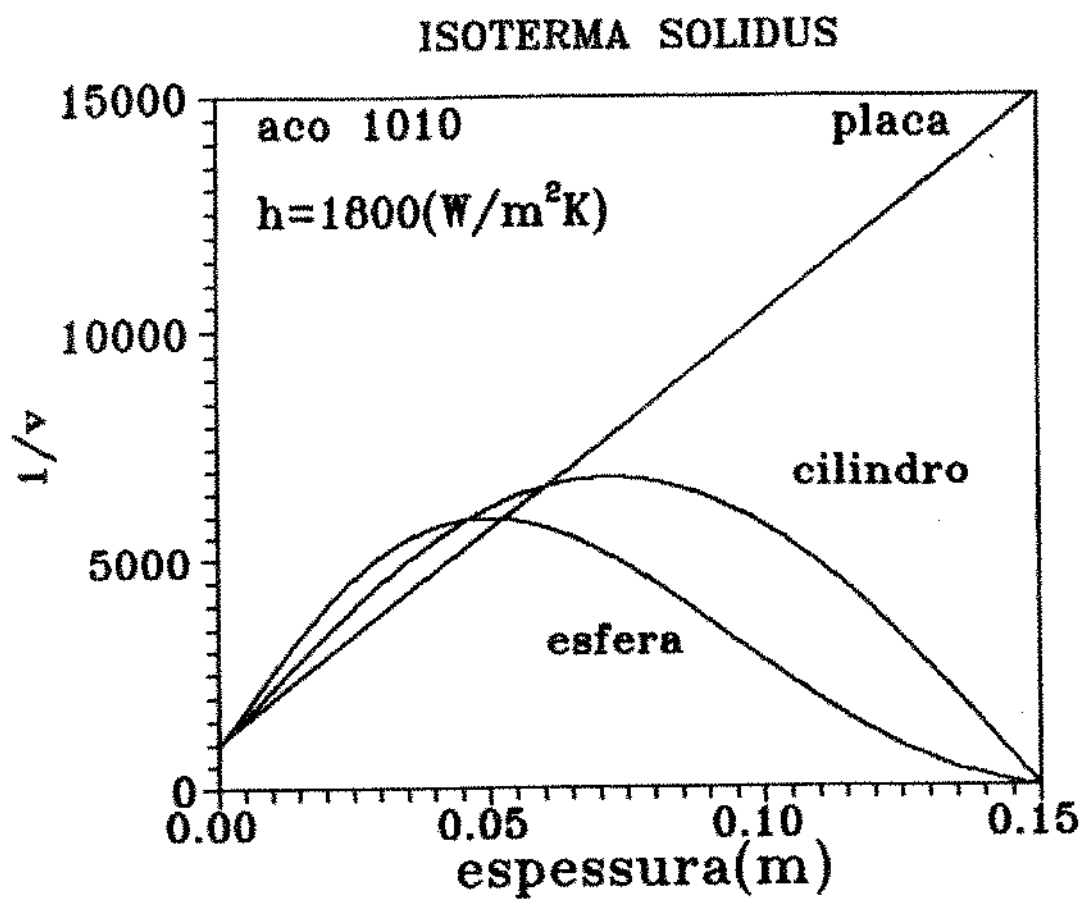


Figura (5.20) - Inverso da velocidade de avanço da isoterma sólido (raiz das dendritas) do aço 1010.

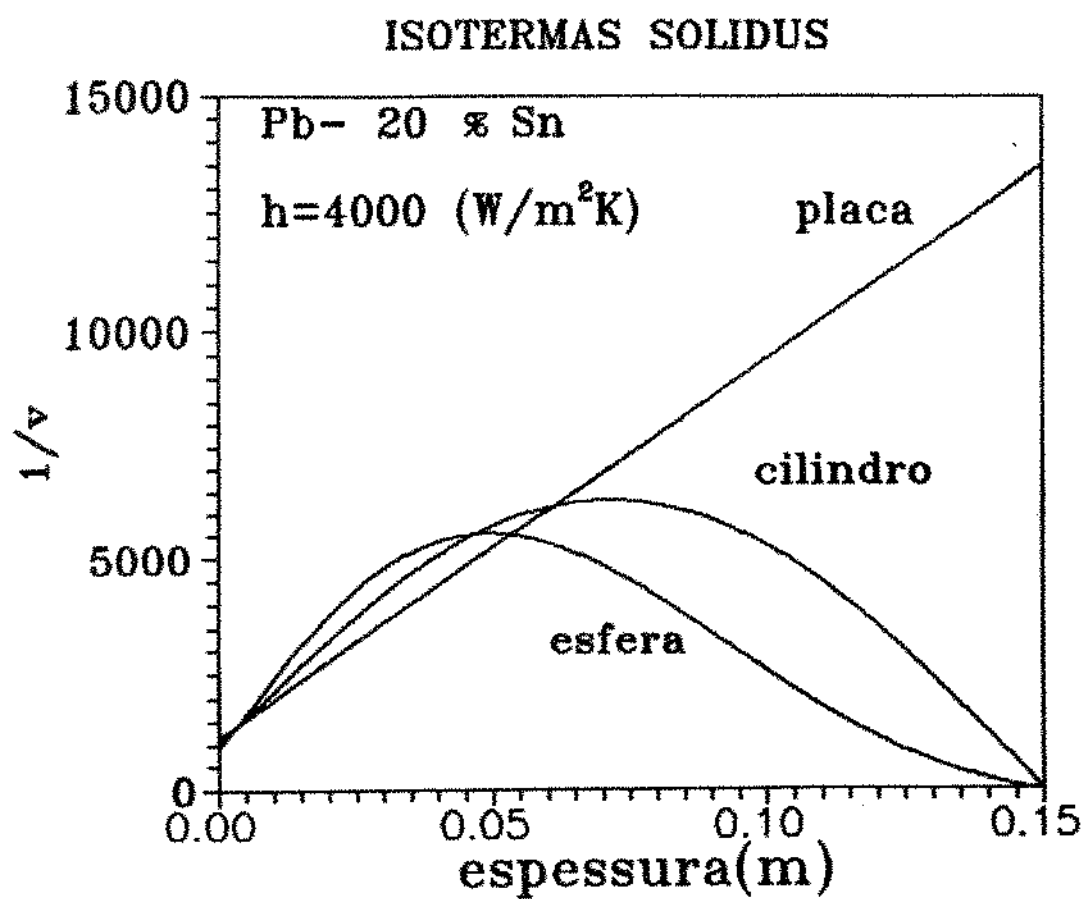


Figura (5.21) - Inverso da velocidade de avanço da isoterma sólidas (raiz das dendritas) da liga Pb-20%Sn.

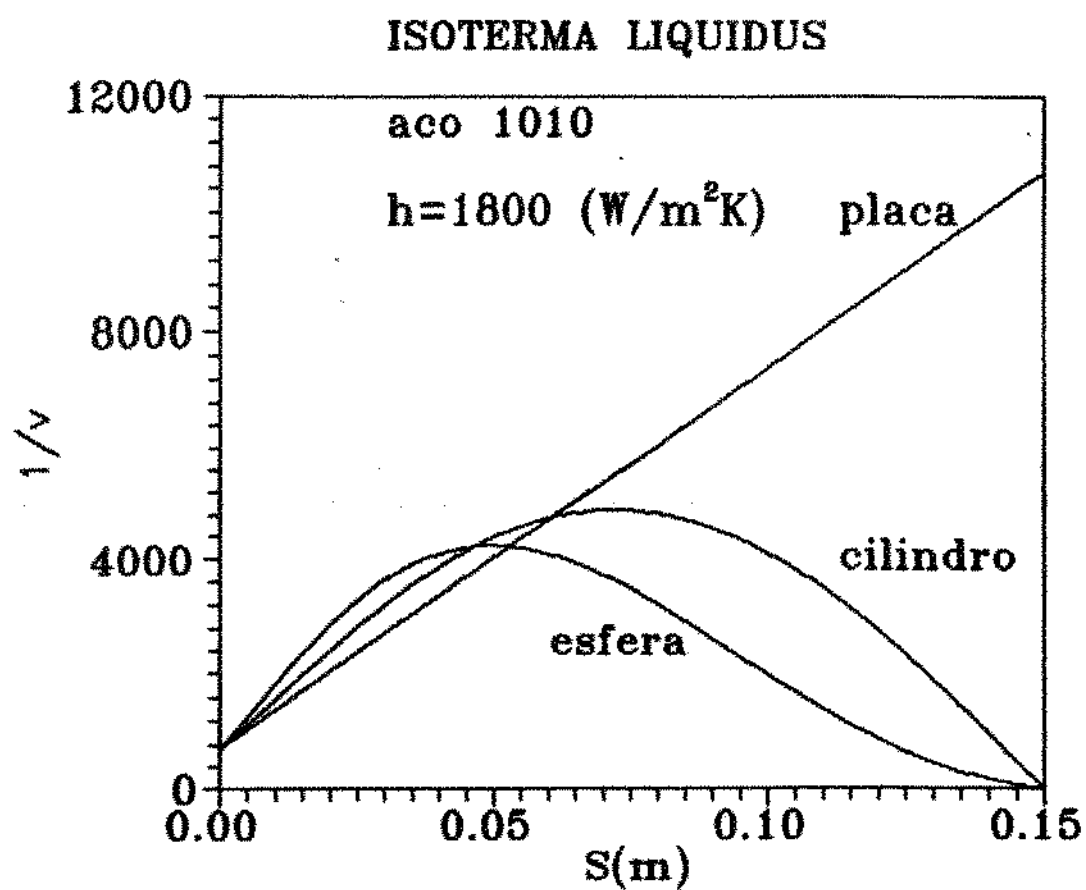


Figura (5.22) - Inverso da velocidade de avanço da isoterma liquidus (ponta das dendritas) do aço 1010.

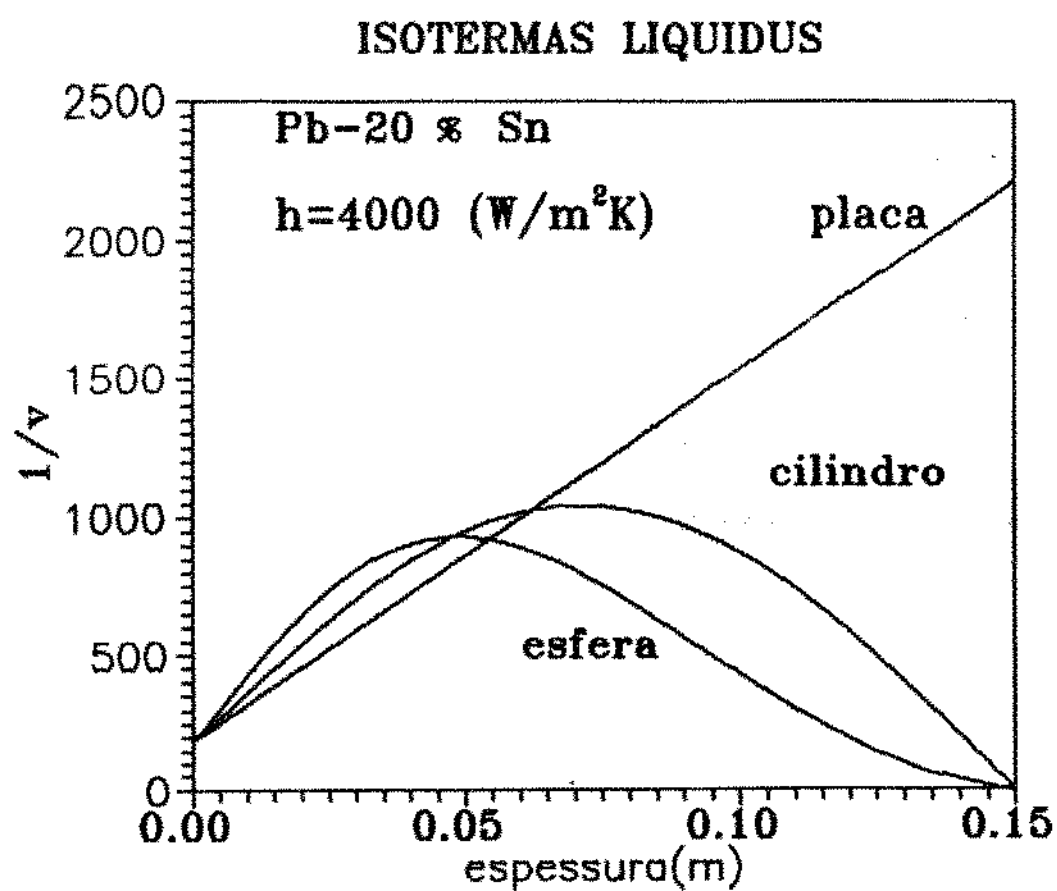


Figura (5.23) - Inverso da velocidade de avanço da isoterma líquidus (ponta das dendritas) da liga Pb-20%Sn.

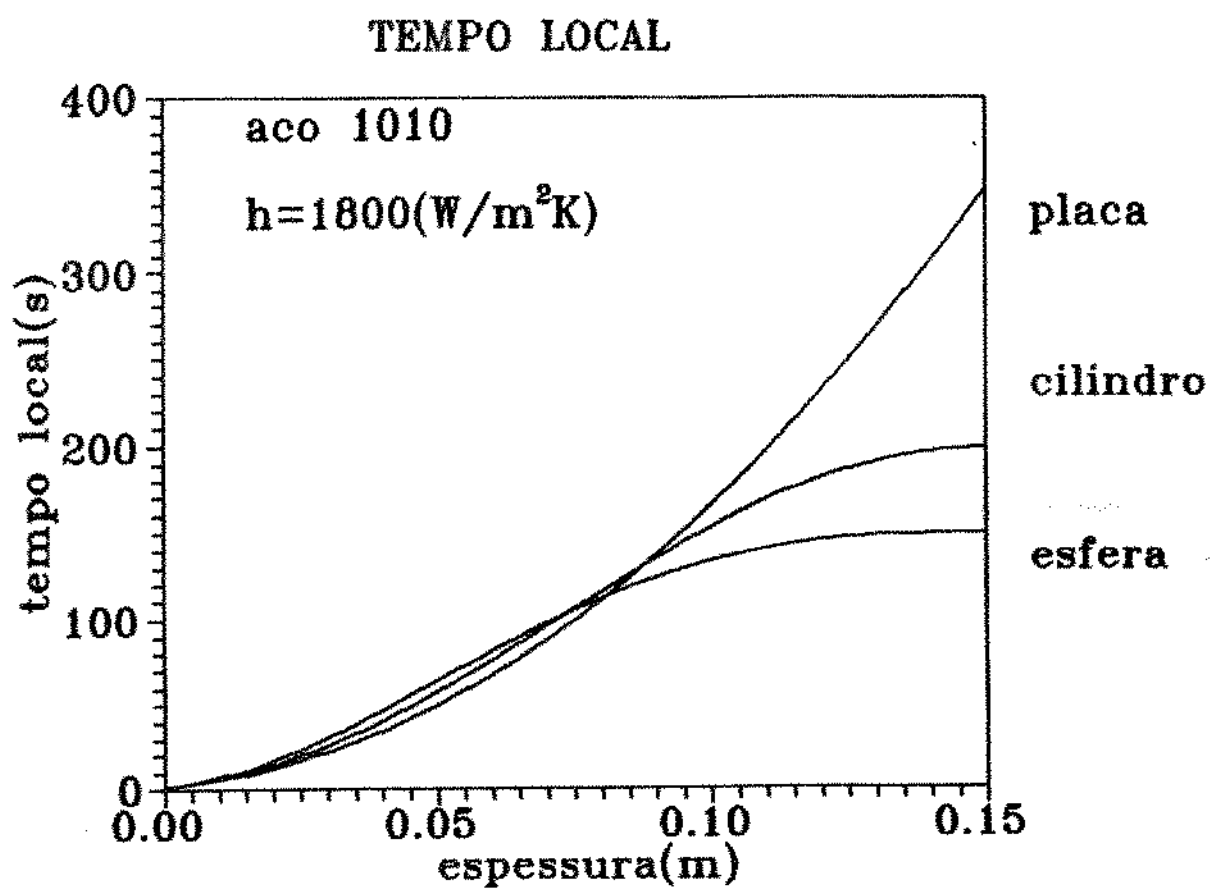


Figura (5.24) - Tempo local de solidificação do aço 1010, para as três geometrias.

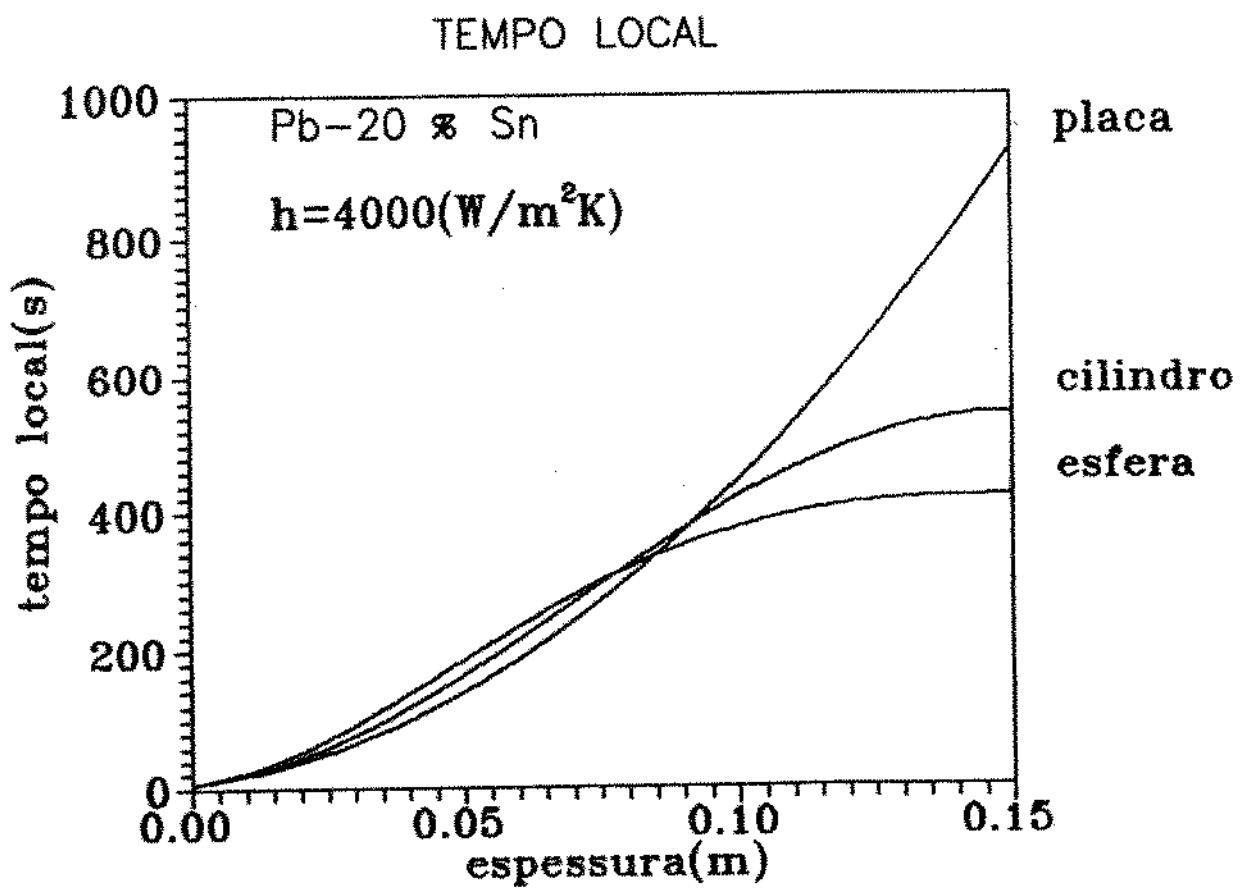


Figura (5.25) - Tempo local de solidificação da liga Pb-20%Sn, para as três geometrias.

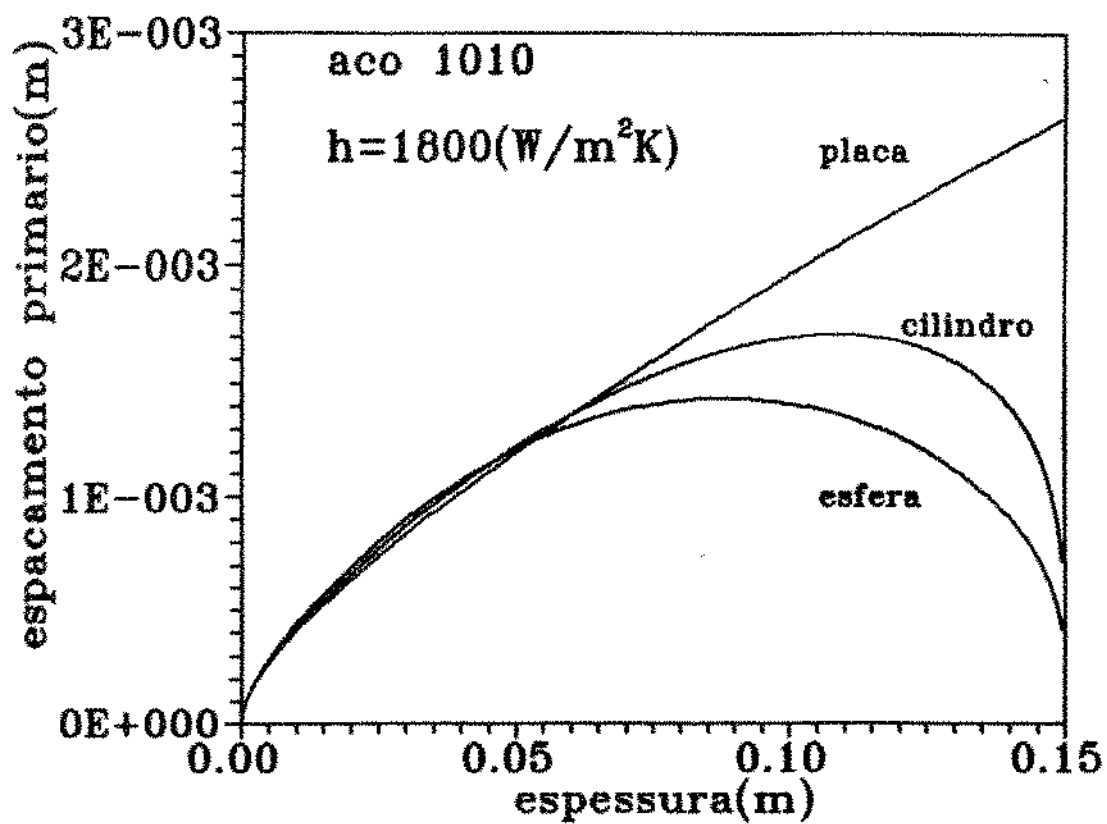


Figura (5.26) - Variação do espaçamento dendrítico primário do aço para as três geometrias.

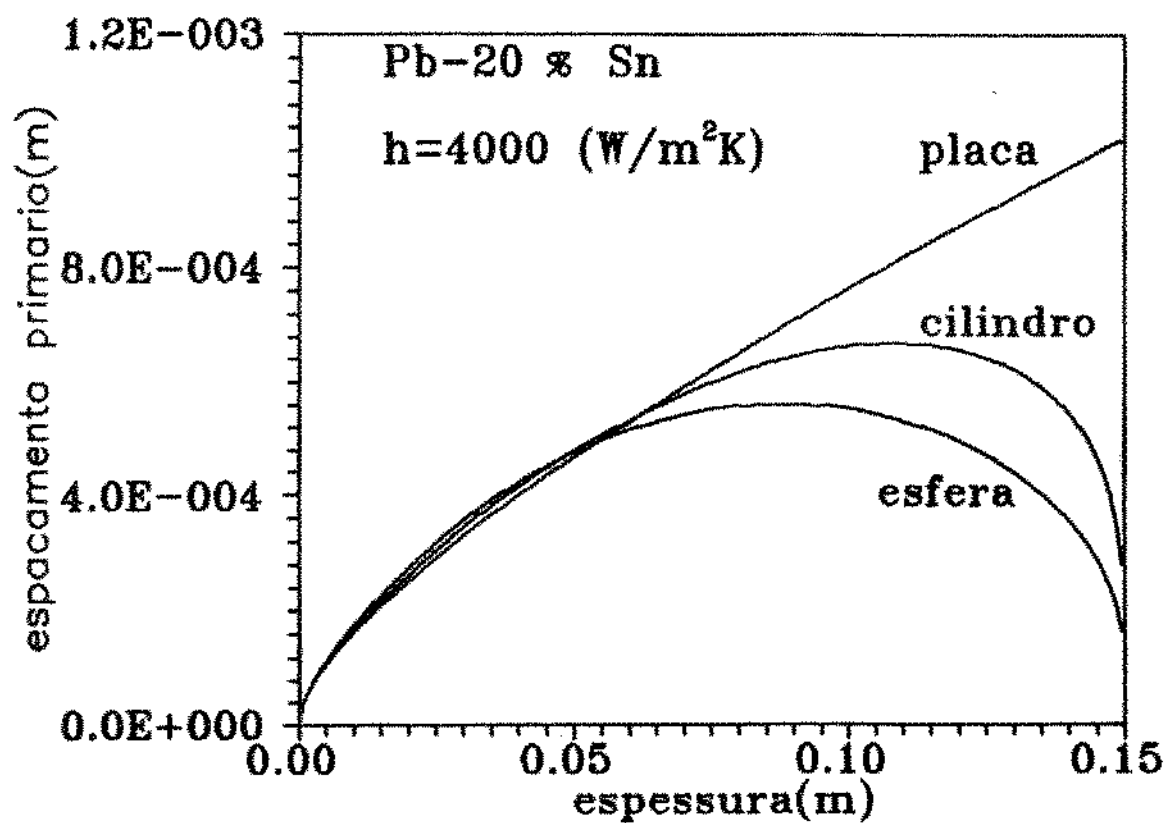


Figura (5.27) - Variação do espaçamento dendrítico primário da liga Pb-20%Sn para as três geometrias.

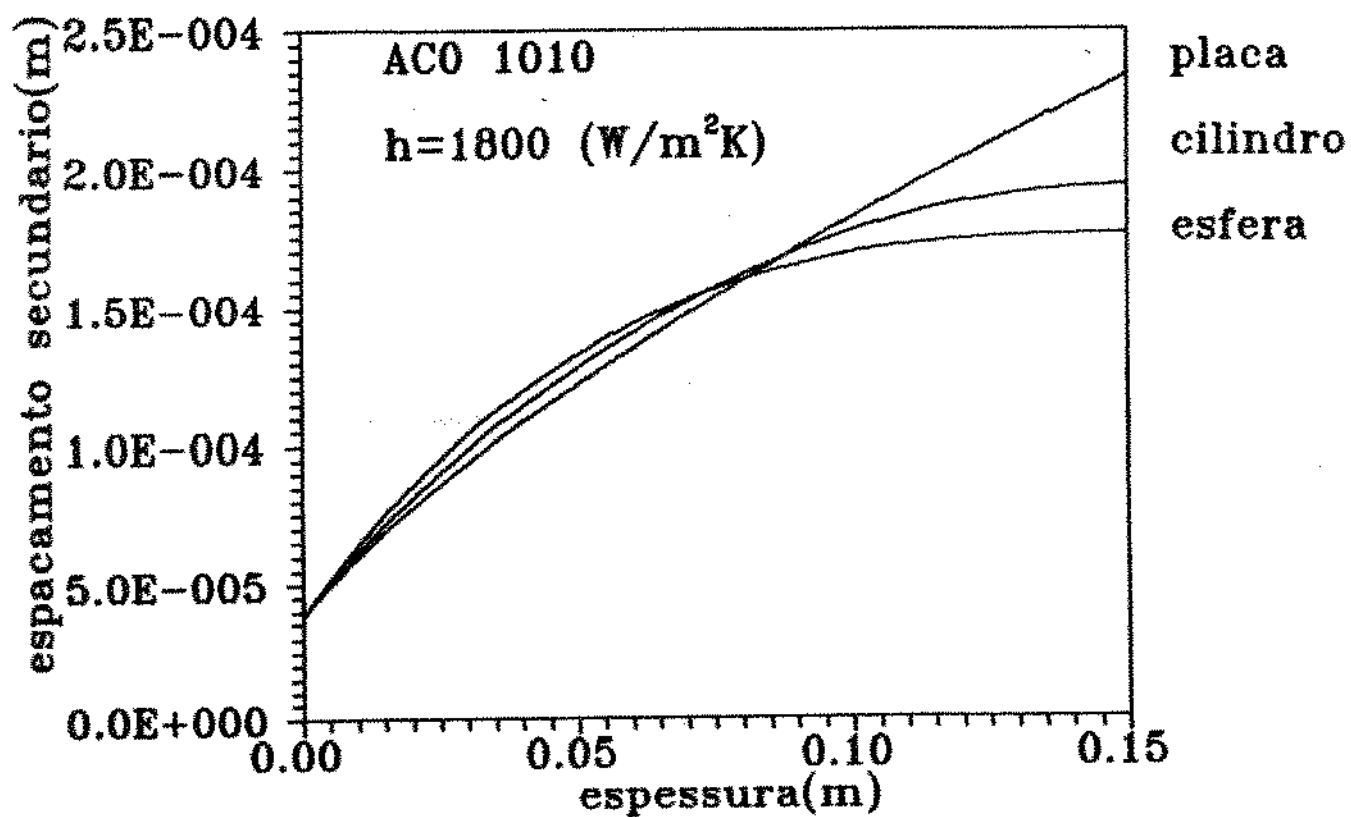


Figura (5.28) - Variação do espaçamento dendrítico secundário do aço 1010 para as três geometrias.

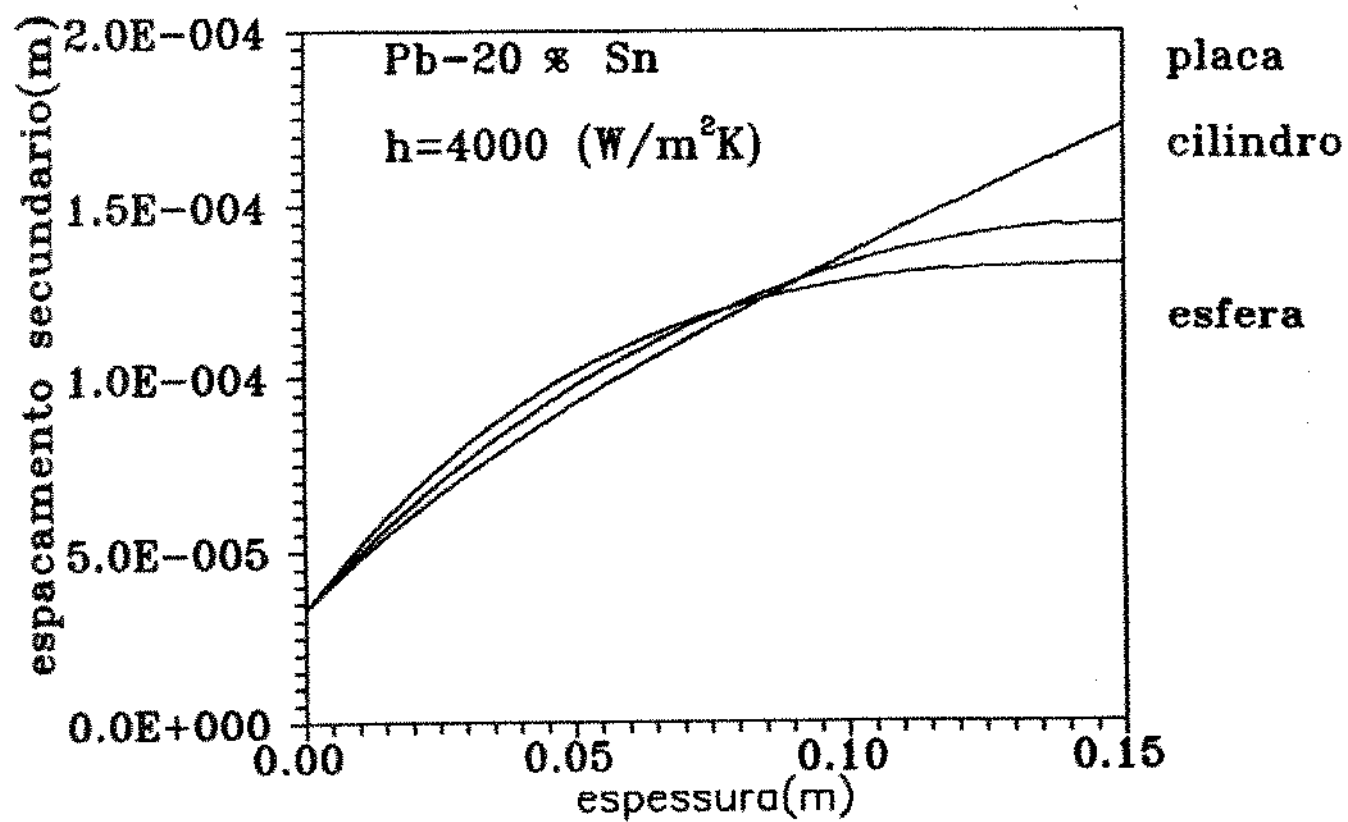


Figura (5.29) - Variação do espaçamento dendrítico secundário da liga Pb-20%Sn para as três geometrias.

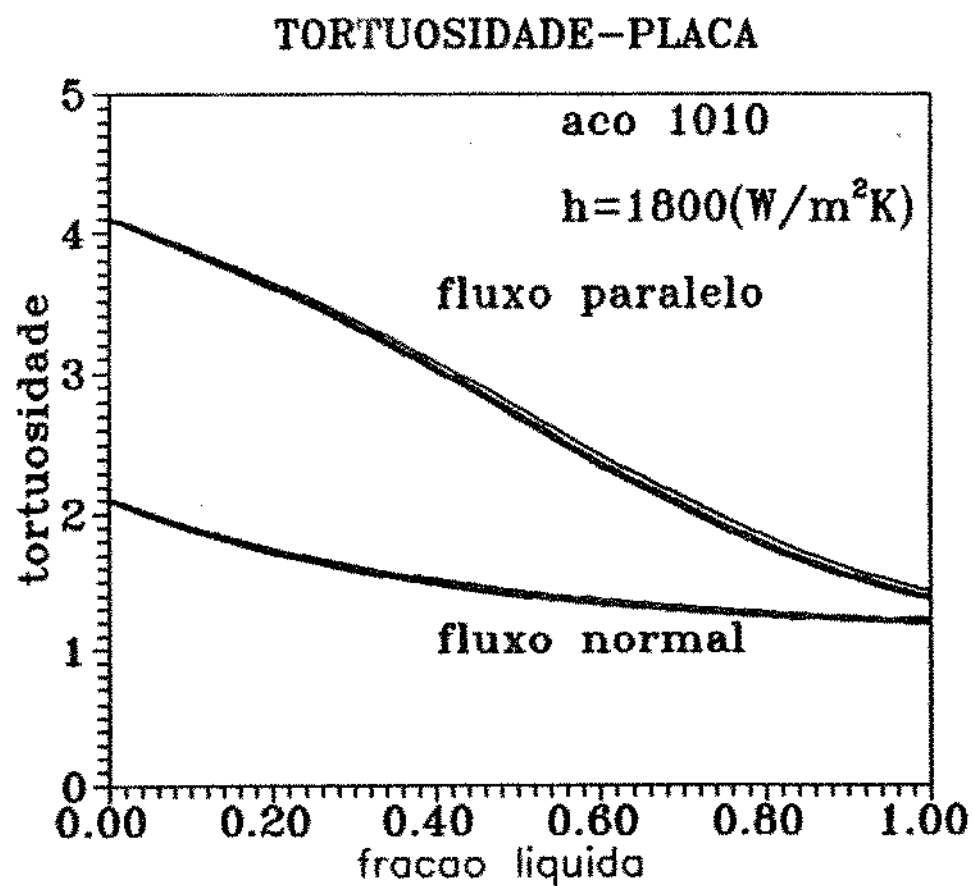


Figura (5.30) - Variação das tortuosidades com a fração líquida em diferentes pontos da placa de aço 1010.

TORTUOSIDADE-CILINDRO

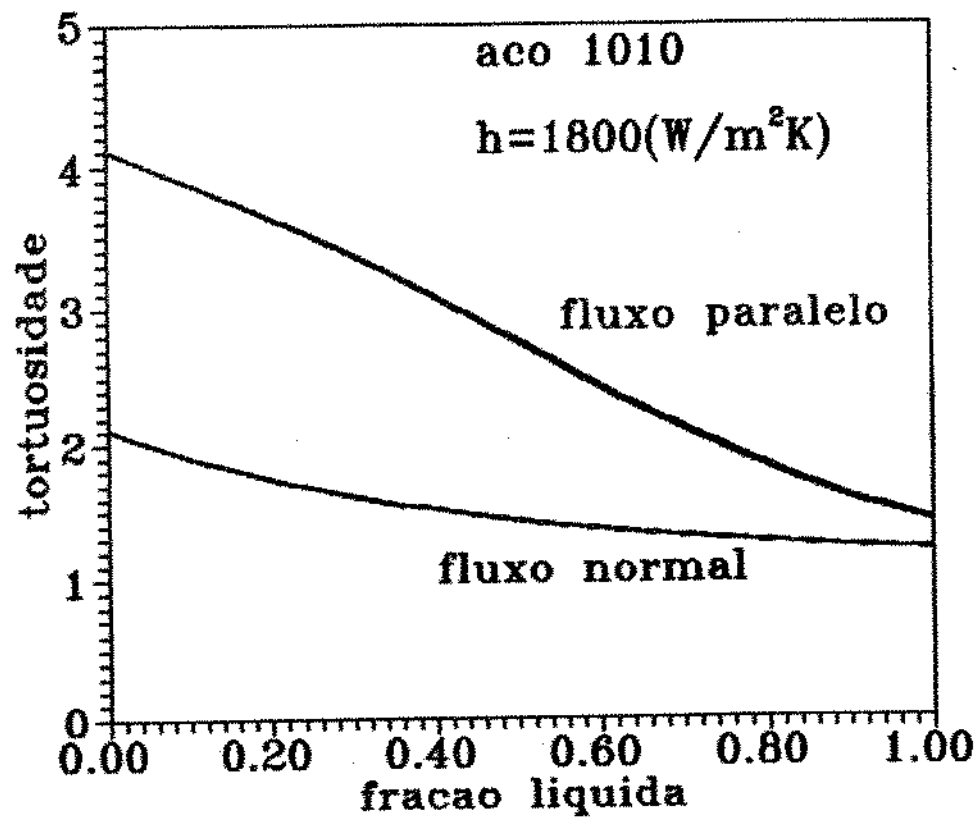


Figura (5.31) - Variação das tortuosidades com a fração líquida em diferentes pontos do cilindro de aço 1010.

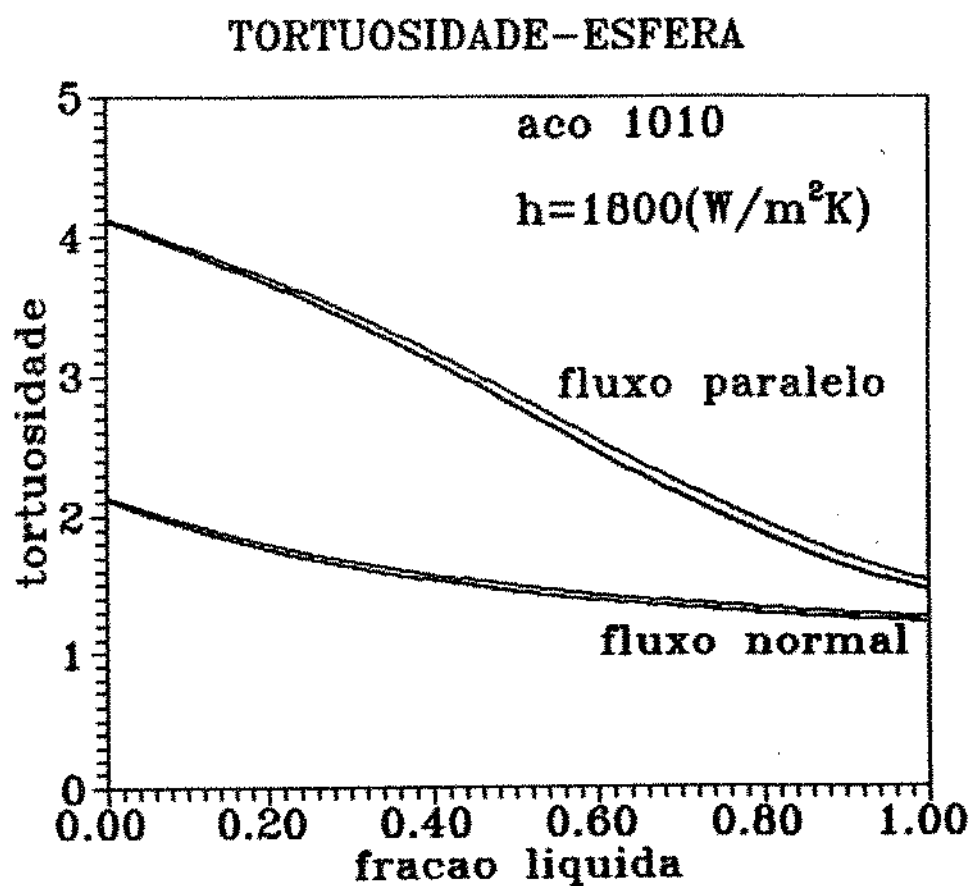


Figura (5.32) - Variação das tortuosidades com a fração líquida em diferentes pontos da esfera de aço 1010.

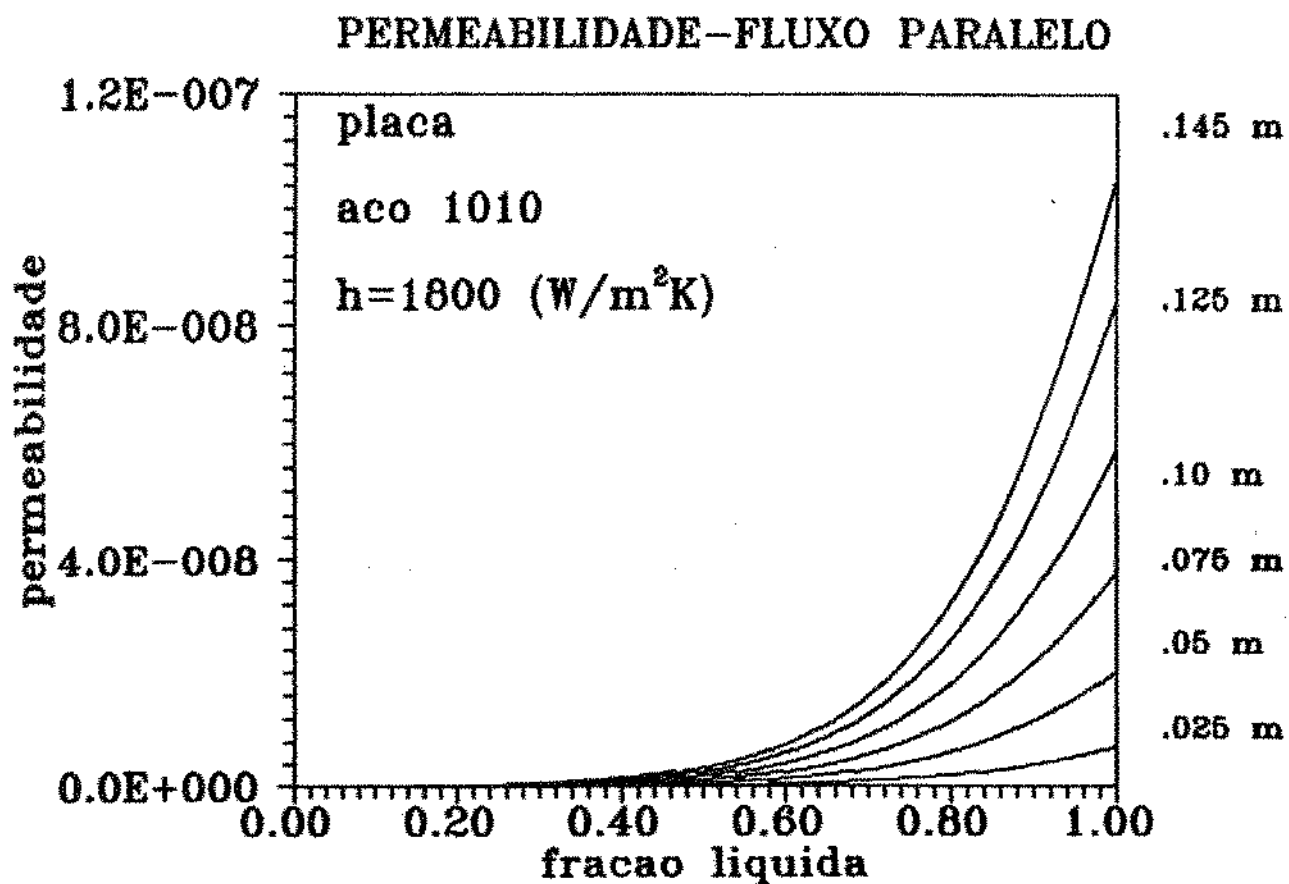


Figura (5.33) - Variação da permeabilidade em função da fração líquida em diferentes pontos da placa submetida ao fluxo paralelo.

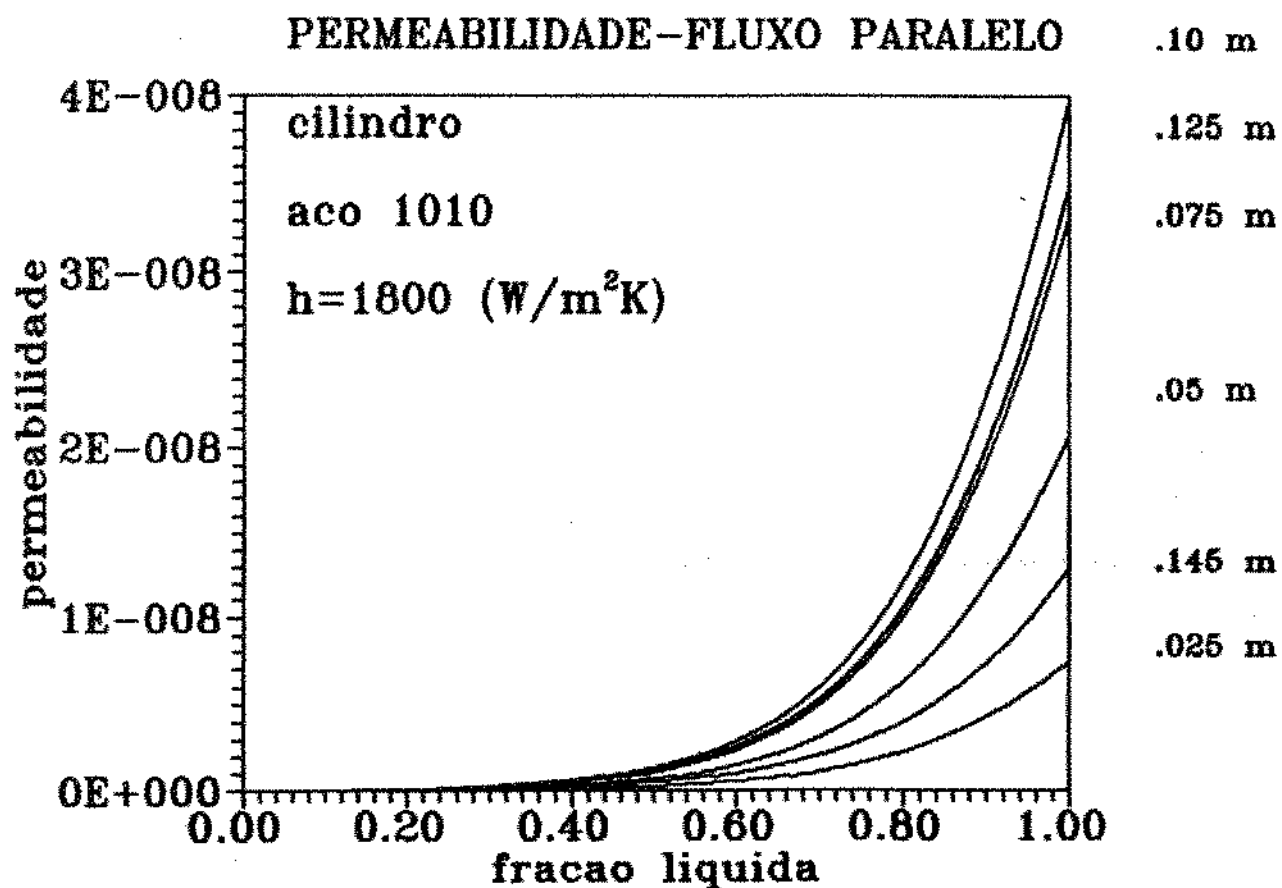


Figura (5.34) - Variação da permeabilidade em função da fração líquida em vários pontos do cilindro submetidos ao fluxo paralelo.

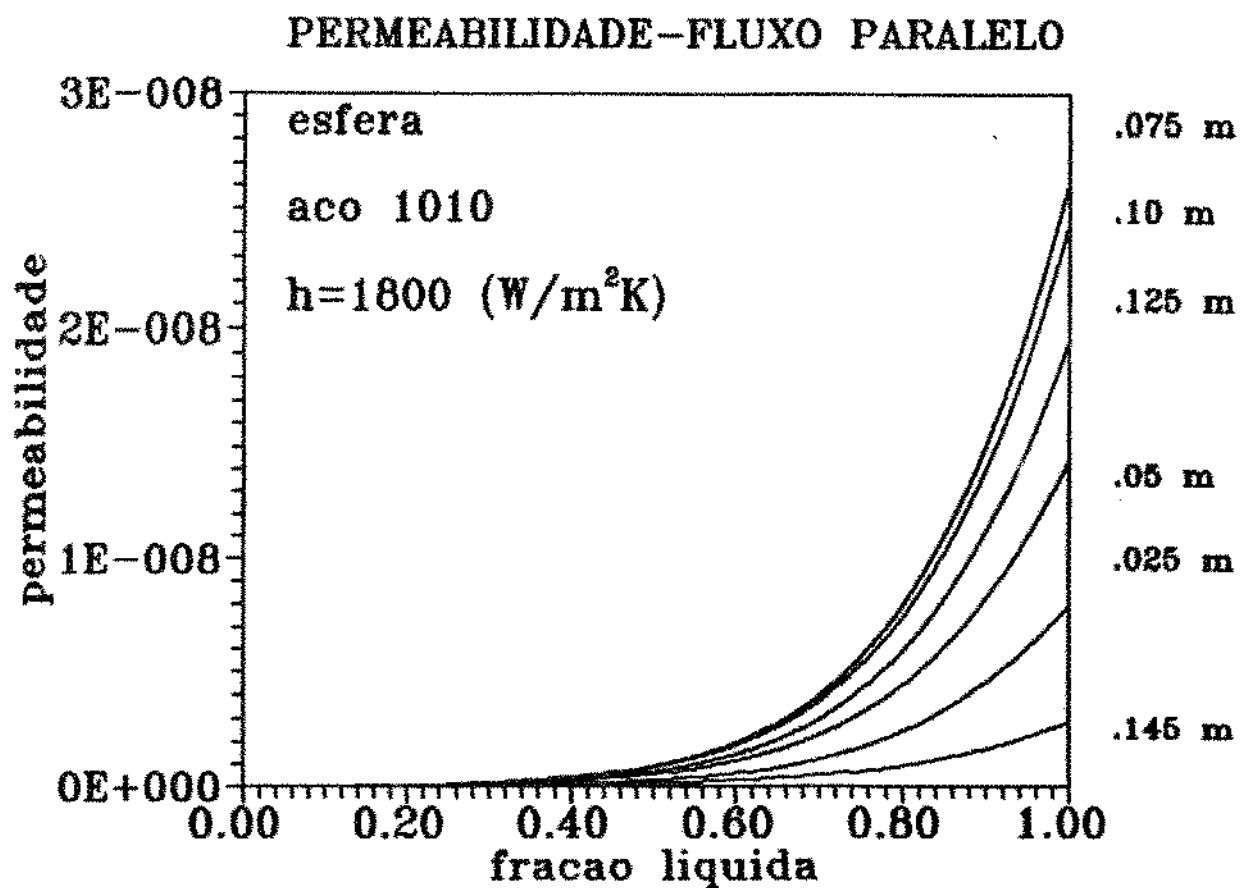


Figura (5.35) - Variação da permeabilidade em diferentes pontos da esfera submetida ao fluxo paralelo.

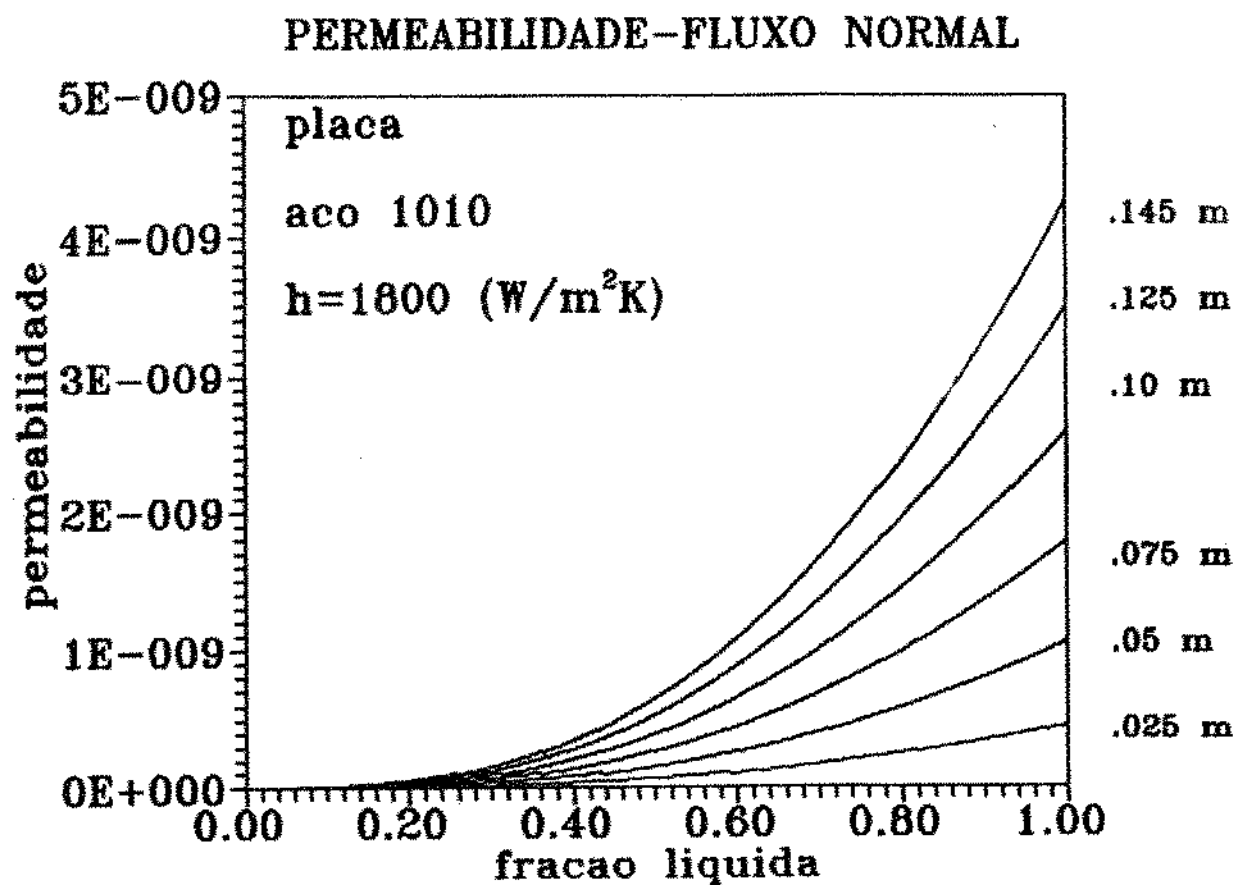


Figura (5.36) - Variação da permeabilidade em função da fração líquida em diferentes pontos da placa submetida ao fluxo normal.

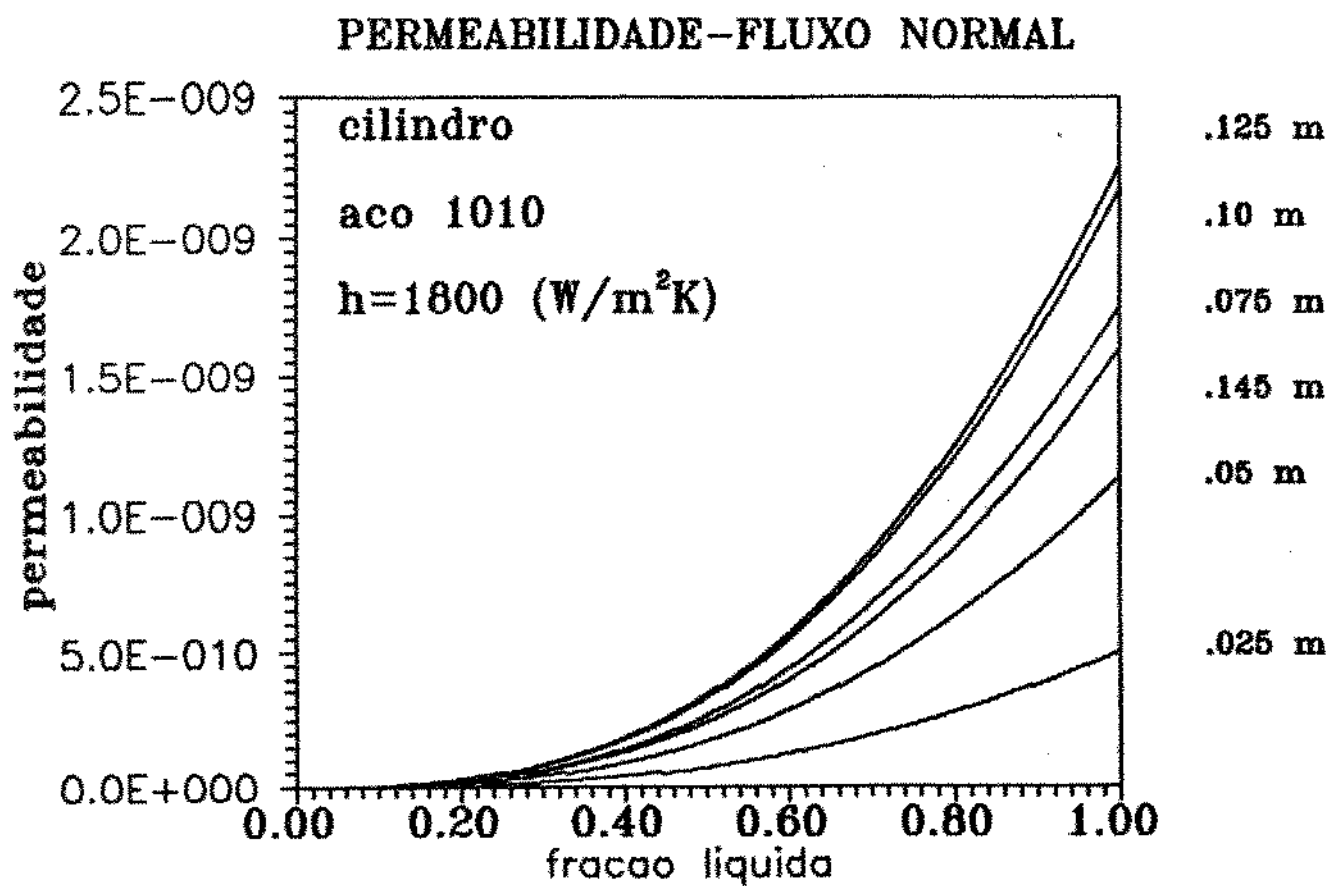


Figura (5.37) - Variação da permeabilidade com a fração líquida em vários pontos do cilindro submetido ao fluxo normal.

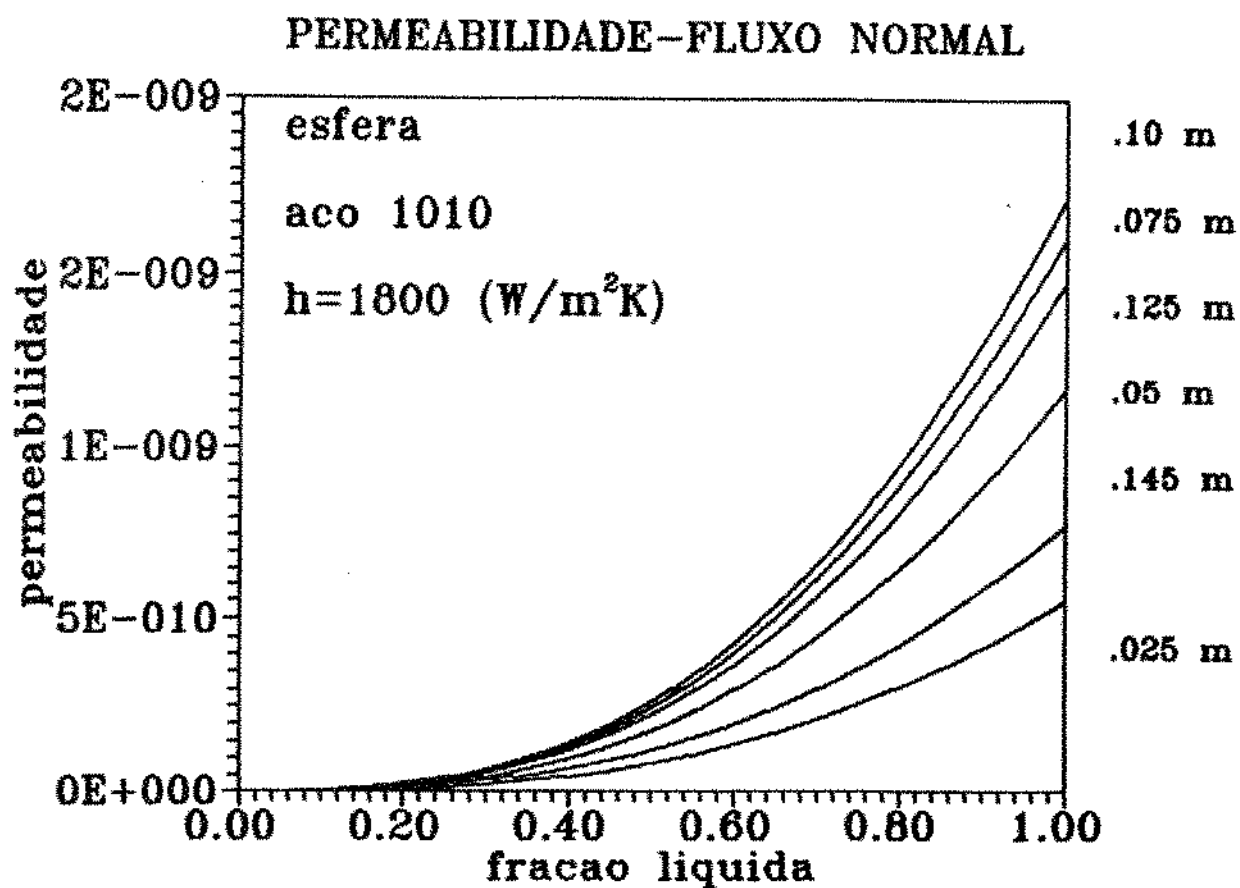


Figura (5.38) - Variação da permeabilidade em vários pontos da esfera submetida ao fluxo normal.

CAPÍTULO 6 - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

6.1 INTRODUÇÃO

O modelo desenvolvido permite determinar a influência das condições do sistema metal/molde no processo de solidificação e, além disso, possibilita a determinação de parâmetros importantes da microestrutura do metal, tais como, os espaçamentos dendríticos primário e secundário. O modelo permite, ainda, a determinação da permeabilidade dos canais interdendríticos.

A seguir serão apresentadas algumas aplicações do modelo na análise da permeabilidade dos canais interdendríticos na solidificação do aço 1010 na forma de cilindros e esferas de raios iguais a 0,15(m). São apresentados, também, os valores de permeabilidade do aço 1010 solidificado unidirecionalmente (placas). Esses valores foram calculados, para possibilitar a comparação com os valores de permeabilidade de cilindros e esferas, até posições distantes 0,15(m) da interface metal/molde.

6.2 EFEITO DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA PERMEABILIDADE DOS CANAIS INTERDENDRÍTICOS

Serão analisadas as curvas de variação da permeabilidade em função da fração líquida, na solidificação do aço 1010, variando-se o coeficiente de transferência de calor (h) e a distância à interface metal/molde (S). Foram utilizados

os seguintes valores de coeficientes de transferência de calor: 600 ($\text{W/m}^2\text{k}$), 1800 ($\text{W/m}^2\text{k}$) e 3000 ($\text{W/m}^2\text{k}$).

Foram calculadas as permeabilidades em pontos situados às seguintes distâncias da interface metal/molde: 0,01(m); 0,075(m) e 0,145 (m).

As figuras (6.1), (6.2) e (6.3) mostram a variação das permeabilidades paralelas aos ramos dendríticos primários na solidificação de placas. Estas permeabilidades foram calculadas em diferentes posições em relação à interface metal/molde. Não se observa, nas figuras acima citadas, uma grande diferença sensível nos valores da permeabilidade em função da variação do coeficiente de transferência de calor para o caso específico do aço. Isto acontece porque, embora ocorra uma variação dos espaçamentos primários e secundários em função do coeficiente de transferência de calor, a variação do espaçamento primário é pequena em relação à variação do espaçamento secundário. Como a permeabilidade paralela apresenta uma maior dependência em relação do espaçamento primário (λ_1), conforme pode ser verificado nas equações (3.107) e (3.110), a mesma não experimenta variação apreciável em função da variação do coeficiente de transferência de calor. Observa-se, também, que a permeabilidade paralela da placa aumenta continuamente à medida que nos afastamos da interface metal/molde.

As figuras (6.4), (6.5) e (6.6) mostram a variação das permeabilidades de cilindros, submetidos a um fluxo de metal líquido paralelo aos ramos dendríticos primários, em diferentes posições em relação à interface metal/molde e submetidos a diferentes coeficientes de transferência de calor. Não se observa uma grande variação nos valores de permeabilidade para

diferentes valores do coeficiente de transferência de calor. Os comentários feitos para a variação da permeabilidade de placas se aplicam neste caso.

Observa-se, também, que a permeabilidade aumenta, inicialmente, com o aumento da distância até a interface metal/molde mas diminui nas proximidades do centro da peça ($S = 0,145m$) devido ao aumento da velocidade de avanço da ponta das dendritas que ocorre no final do processo o qual provoca uma diminuição dos espaçamentos dendríticos.

As figuras (6.7), (6.8) e (6.9) mostram a variação das permeabilidades de esferas, submetidas a um fluxo de metal líquido paralelo aos ramos dendríticos primários, em diferentes posições em relação à interface metal/molde e para diferentes coeficientes de transferência de calor. Os comentários relativos à variação da permeabilidade de placas se aplicam, também, na solidificação de esferas.

Observa-se, como no caso de cilindros, um aumento de permeabilidade à medida que se aumenta a distância em relação à interface metal/molde e uma inversão no comportamento da permeabilidade nas proximidades do centro da esfera onde ocorre uma diminuição da mesma. Isto se deve ao comportamento da velocidade de avanço da ponta das dendritas, típico de sistemas radiais, que diminui com o aumento da espessura solidificada mas aumenta nos estágios finais de solidificação.

As figuras (6.10), (6.11) e (6.12) mostram a variação das permeabilidades de placas, submetidas a um fluxo de metal líquido normal aos ramos dendríticos primários, em diferentes posições em relação à interface metal/molde e para diferentes

valores de coeficientes de transferência de calor. Observa-se que ocorre uma maior variação da permeabilidade normal em função do coeficiente de transferência de calor do que a observada no caso da permeabilidade paralela. Isto ocorre porque a permeabilidade normal sofre uma maior influência do espaçamento dendrítico secundário do que a permeabilidade paralela, conforme pode ser verificado na equação (3.14). Devido ao fato do espaçamento secundário sofrer uma influência maior da variação do coeficiente de transferência de calor do que o espaçamento primário, conseqüentemente, a permeabilidade normal apresenta uma variação maior quando se modifica o coeficiente de transferência de calor.

Observa-se, nas figuras acima citadas, que a permeabilidade normal aumenta à medida que o coeficiente de transferência de calor diminui. Este comportamento pode ser explicado devido ao fato de que a diminuição do coeficiente de transferência de calor causa um decréscimo na velocidade de avanço da ponta das dendritas o qual, por sua vez, provoca um aumento dos espaçamentos dendríticos. Este aumento dos espaçamentos, causa um aumento no valor da permeabilidade normal conforme pode ser verificado pela equação (3.114).

As figuras (6.13), (6.14) e (6.15) mostram a variação das permeabilidades de cilindros, submetidos a um escoamento de metal líquido normal aos ramos dendríticos primários, em diferentes posições em relação à interface metal/molde e para diversos valores de coeficientes de transferência de calor. Observa-se que, da mesma maneira que ocorre na solidificação de placas, a permeabilidade normal de cilindros aumenta à medida

que o coeficiente de transferência de calor diminui. Os comentários feitos em relação ao comportamento da permeabilidade normal de placas em função da variação do coeficiente de transferência de calor são válidos para o caso da permeabilidade normal de cilindros.

O comportamento da permeabilidade normal de cilindros em função da distância até a interface metal/molde difere daquele apresentado pelas placas pois ela aumenta, inicialmente, à medida que se aumenta a distância à interface metal/molde mas diminui nos estágios finais da solidificação devido ao aumento da velocidade de avanço da ponta das dendritas.

As figuras (6.16), (6.17) e (6.18) mostram a variação das permeabilidades de esferas, submetidas a um escoamento de metal líquido normal aos ramos dendríticos primários, em diferentes posições em relação à interface metal/molde e para diferentes valores de coeficientes de transferência de calor. A permeabilidade normal das esferas, a exemplo do que ocorre com as placas e os cilindros, aumenta à medida que o coeficiente de transferência de calor diminui. A variação da permeabilidade das esferas em função da distância à interface metal/molde é semelhante a apresentada pelos cilindros pelas mesmas razões.

6.3 EFEITO DA GEOMETRIA NA PERMEABILIDADE DOS CANAIS INTERDENDRÍTICOS

As figuras 6.19, 6.20 e 6.21 mostram a influência da geometria na variação das permeabilidades calculadas em diferentes posições em relação à interface metal/molde,

utilizando-se um coeficiente de transferência de calor igual a 1800 (W/m²k).

As figuras (6.19), (6.20) e (6.21) mostram a variação da permeabilidade de placas, cilindros e esferas submetidos a fluxos de metal líquido paralelos aos ramos dendríticos primários e este tipo de permeabilidade será denominada, simplesmente, permeabilidade paralela.

A figura (6.19) mostra a variação das permeabilidades paralelas de placas, cilindros e esferas, em função da fração líquida, calculadas a uma distância igual a 0,01(m) da interface metal/molde. Observa-se que não existe uma diferença apreciável nos valores de permeabilidade calculados para as três geometrias estudadas. Isto pode ser explicado pela pequena variação da velocidade de avanço da ponta das dendritas apresentada pelas três geometrias nos estágios iniciais de solidificação, quando o efeito da curvatura não é muito intenso.

A figura (6.20) mostra a variação das permeabilidades paralelas de placas, cilindros e esferas, em função da fração líquida, calculadas a uma distância igual a 0,075(m) da interface metal/molde. Observa-se que a permeabilidade da placa é maior do que a do cilindro e que a permeabilidade do cilindro é maior do que a da esfera para qualquer valor da fração líquida. Isto pode ser explicado pelo fato da permeabilidade paralela variar diretamente com o espaçamento dendrítico primário (λ_1), conforme pode ser verificado através da equação (3,107) e a placa apresenta, devido a sua menor velocidade de avanço da ponta das dendritas em relação ao cilindro, maiores valores de espaçamentos dendríticos do que o cilindro e o cilindro apresenta, devido a sua menor velocidade de avanço da

utilizando-se um coeficiente de transferência de calor igual a 1800 (W/m^2k).

As figuras (6.19), (6.20) e (6.21) mostram a variação da permeabilidade de placas, cilindros e esferas submetidos a fluxos de metal líquido paralelos aos ramos dendríticos primários e este tipo de permeabilidade será denominada, simplesmente, permeabilidade paralela.

A figura (6.19) mostra a variação das permeabilidades paralelas de placas, cilindros e esferas, em função da fração líquida, calculadas a uma distância igual a 0,01(m) da interface metal/molde. Observa-se que não existe uma diferença apreciável nos valores de permeabilidade calculados para as três geometrias estudadas. Isto pode ser explicado pela pequena variação da velocidade de avanço da ponta das dendritas apresentada pelas três geometrias nos estágios iniciais de solidificação, quando o efeito da curvatura não é muito intenso.

A figura (6.20) mostra a variação das permeabilidades paralelas de placas, cilindros e esferas, em função da fração líquida, calculadas a uma distância igual a 0,075(m) da interface metal/molde. Observa-se que a permeabilidade da placa é maior do que a do cilindro e que a permeabilidade do cilindro é maior do que a da esfera para qualquer valor da fração líquida. Isto pode ser explicado pelo fato da permeabilidade paralela variar diretamente com o espaçamento dendrítico primário (λ_1), conforme pode ser verificado através da equação (3.107) e a placa apresenta, devido a sua menor velocidade de avanço da ponta das dendritas em relação ao cilindro, maiores valores de espaçamentos dendríticos do que o cilindro e o cilindro apresenta, devido a sua menor velocidade de avanço da

ponta das dendritas em relação à esfera, maiores valores de espaçamentos dendríticos. Isto ocorre porque neste estágio da solidificação o efeito da curvatura já é bem mais intenso do que no caso anterior.

A figura (6.21) mostra a variação das permeabilidades paralelas de placas, cilindros e esferas, em função da fração líquida, calculadas a uma distância igual a $0,145(m)$ da interface metal/molde. Observa-se que as permeabilidades calculadas nesta posição apresentam o mesmo comportamento das permeabilidades calculadas a $0,075(m)$ da interface metal/molde (figura 6.20), mas a variação das permeabilidades é maior devido ao efeito preponderante da curvatura.

As figuras (6.22), (6.23) e (6.24) mostram a variação das permeabilidades de placas, cilindros e esferas, submetidos a um fluxo de metal líquido normal aos braços dendríticos primários, calculados utilizando-se um coeficiente de transferência de calor igual a $1800 (W/m^2k)$. Observa-se, nas figuras acima citadas, que a permeabilidade tem um comportamento análogo ao apresentado no caso de fluxo de metal líquido paralelo aos braços dendríticos primários (ver figuras (6.19), (6.20) e (6.21)).

6.4 EFEITO DA DIREÇÃO DO FLUXO DE METAL LÍQUIDO NA PERMEABILIDADE DOS CANAIS INTERDENDRÍTICOS

A seguir serão estudadas as influências da direção do fluxo de metal líquido na permeabilidade dos canais. A permeabilidade para o caso de fluxo de metal líquido paralelo

aos braços dendríticos será denominada permeabilidade paralela e para o caso de fluxo de metal líquido normal aos braços dendríticos primários será denominada permeabilidade normal.

As figuras (6.25), (6.26) e (6.27) mostram a variação das permeabilidades paralela e normal de placas de aço, em função da fração líquida, em diferentes posições em relação à interface metal/molde. Observa-se, nas figuras acima citadas, que a permeabilidade paralela é sempre maior do que a normal em qualquer posição. Isto pode ser explicado pelo fato de que para uma mesma posição em relação à interface metal/molde o espaçamento dendrítico primário é sempre maior do que o espaçamento dendrítico secundário. Considerando-se que a permeabilidade paralela apresenta uma maior dependência em relação ao espaçamento dendrítico primário (ver equação (3.107) e a permeabilidade normal apresenta uma maior dependência em relação ao espaçamento dendrítico secundário, conforme pode ser verificado na equação (3.114), a permeabilidade paralela deve apresentar maiores valores do que os apresentados pela permeabilidade normal.

Observa-se, também, que, na solidificação de placas, a permeabilidade aumenta continuamente com o aumento da distância à interface metal/molde.

As figuras (6.28), (6.29) e (6.30) mostram a variação das permeabilidades paralela e normal de cilindros de aço, em função da fração líquida, em diferentes posições em relação à interface metal/molde. Observa-se nas figuras acima citadas, que, também no caso de cilindros, a permeabilidade paralela é sempre maior do que a normal em qualquer posição em relação à

interface metal/molde. As justificativas dadas para o comportamento da permeabilidade de placas se aplicam, também, no caso da solidificação de cilindros.

Quanto a variação da permeabilidade em função da posição, a permeabilidade do cilindro aumenta, inicialmente, à medida que nos afastamos da interface metal/molde mas diminui nas proximidades do centro do cilindro. Isto se deve ao aumento da velocidade de avanço da ponta das dendritas que ocorre nos estágios finais de solidificação dos sistemas radiais.

As figuras (6.31), (6.32) e (6.33) mostram a variação das permeabilidades paralela e normal de esferas de aço, em função da fração líquida, para diferentes posições em relação à interface metal/molde. As curvas de variação da permeabilidade de esferas apresentam o mesmo comportamento das curvas de variação das permeabilidades de cilindros e as justificativas apresentadas para a variação da permeabilidade de cilindros são válidas para o caso das esferas.

6.5 EFEITO DA VARIAÇÃO DOS ESPAÇAMENTOS DENDRÍTICOS SOBRE A PERMEABILIDADE

A figura (6.34) mostra a variação da permeabilidade paralela do cilindro em função da variação do espaçamento dendrítico secundário (λ_2), fixando-se o espaçamento dendrítico primário (λ_1) constante. Observa-se, na figura, que a permeabilidade paralela aumenta à medida que se diminui o espaçamento dendrítico secundário. Isto ocorre porque a diminuição do espaçamento secundário causa uma diminuição na relação $\lambda = \lambda_2/\lambda_1$. Como a tortuosidade depende diretamente da

relação λ_2/λ_1 ocorrerá uma diminuição nos valores de tortuosidade conforme pode ser verificado na equação (3.110) e essa diminuição causará um aumento na permeabilidade paralela (ver equação 3.107). Fisicamente a diminuição do espaçamento dendrítico secundário torna as paredes dos canais dendríticos mais compactas permitindo um escoamento mais uniforme do metal líquido.

A figura (6.36) mostra a variação da permeabilidade paralela do cilindro em função da variação do espaçamento dendrítico primário (λ_1), fixando-se o espaçamento dendrítico secundário (λ_2). Nota-se, pela figura, que a permeabilidade paralela aumenta à medida que se aumenta o espaçamento dendrítico primário. Isto ocorre porque o aumento do espaçamento primário provoca uma diminuição na relação $\lambda = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$. Como a tortuosidade depende diretamente da relação λ_2/λ_1 , vai ocorrer uma diminuição nos valores da tortuosidade conforme pode ser verificado pela equação (3.110) e essa diminuição causará um aumento na permeabilidade paralela (ver equação 3.107). Fisicamente, o aumento do espaçamento dendrítico primário provoca um aumento no diâmetro dos canais interdendríticos que facilita o escoamento do metal líquido.

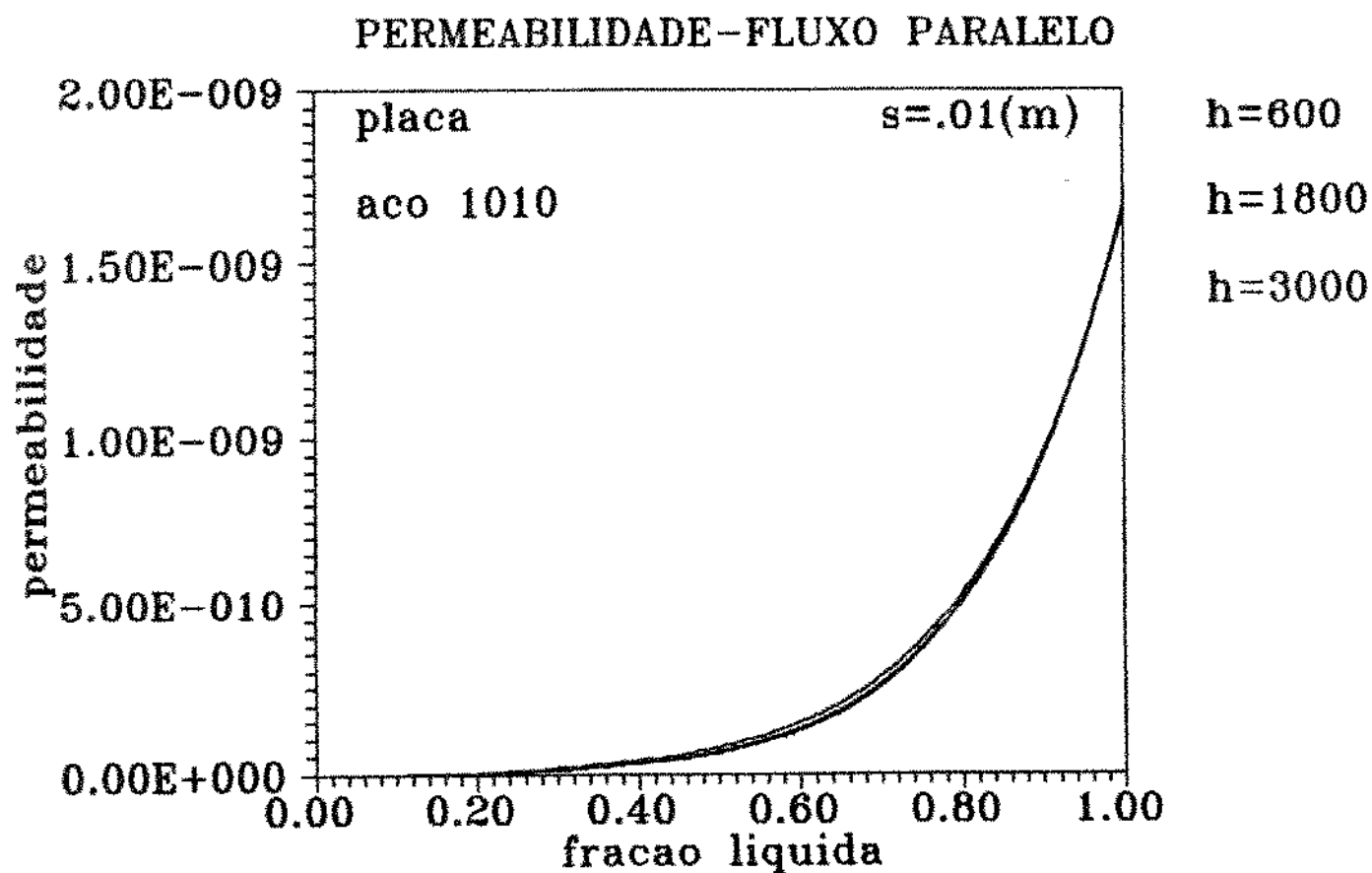


Figura (6.1) - Variação da permeabilidade paralela da placa em função da fração líquida em um ponto distante 0,01 (m) da interface metal/molde.

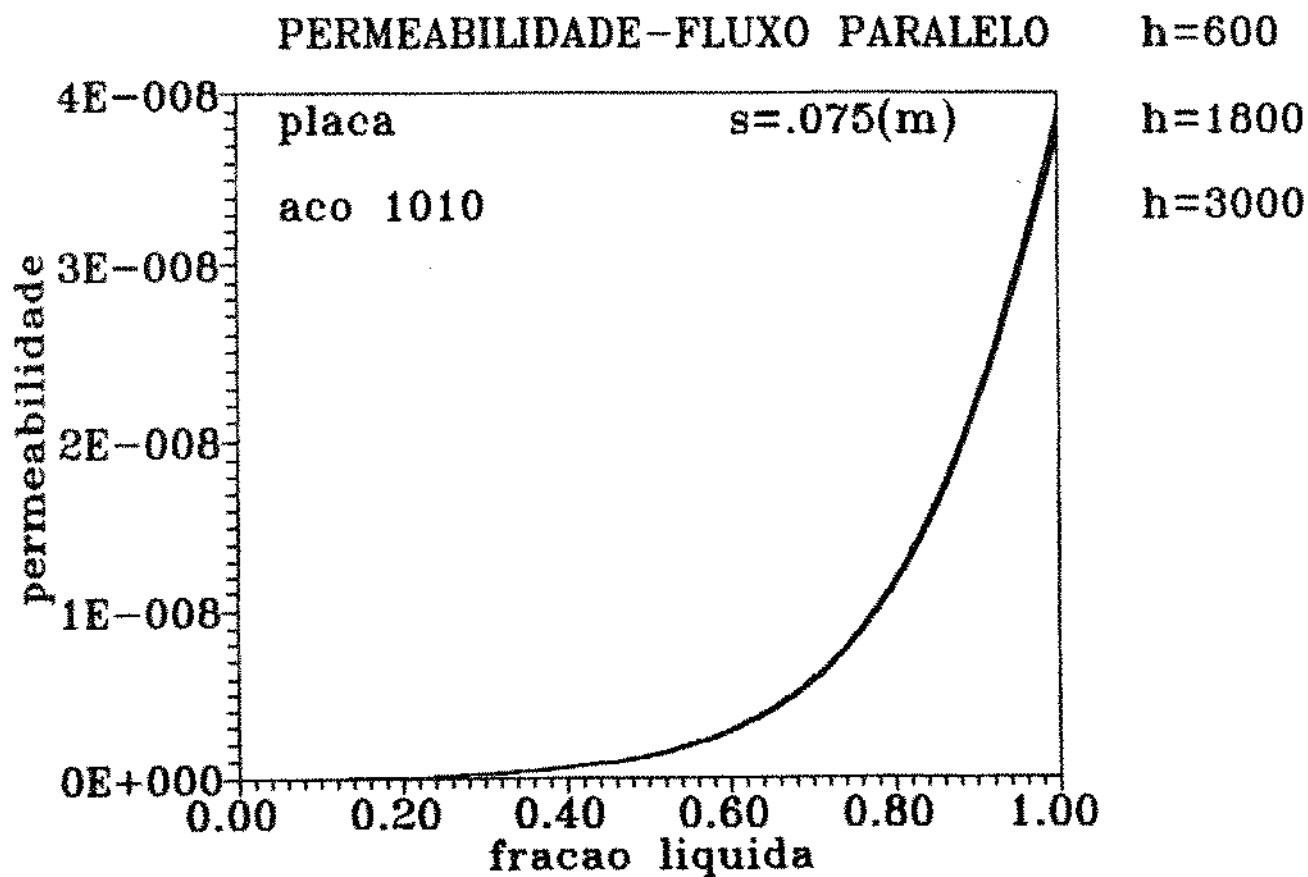


Figura (8.2) - Variação da permeabilidade paralela da placa em função da fração líquida em um ponto distante 0,075 (m) da interface metal/molde.

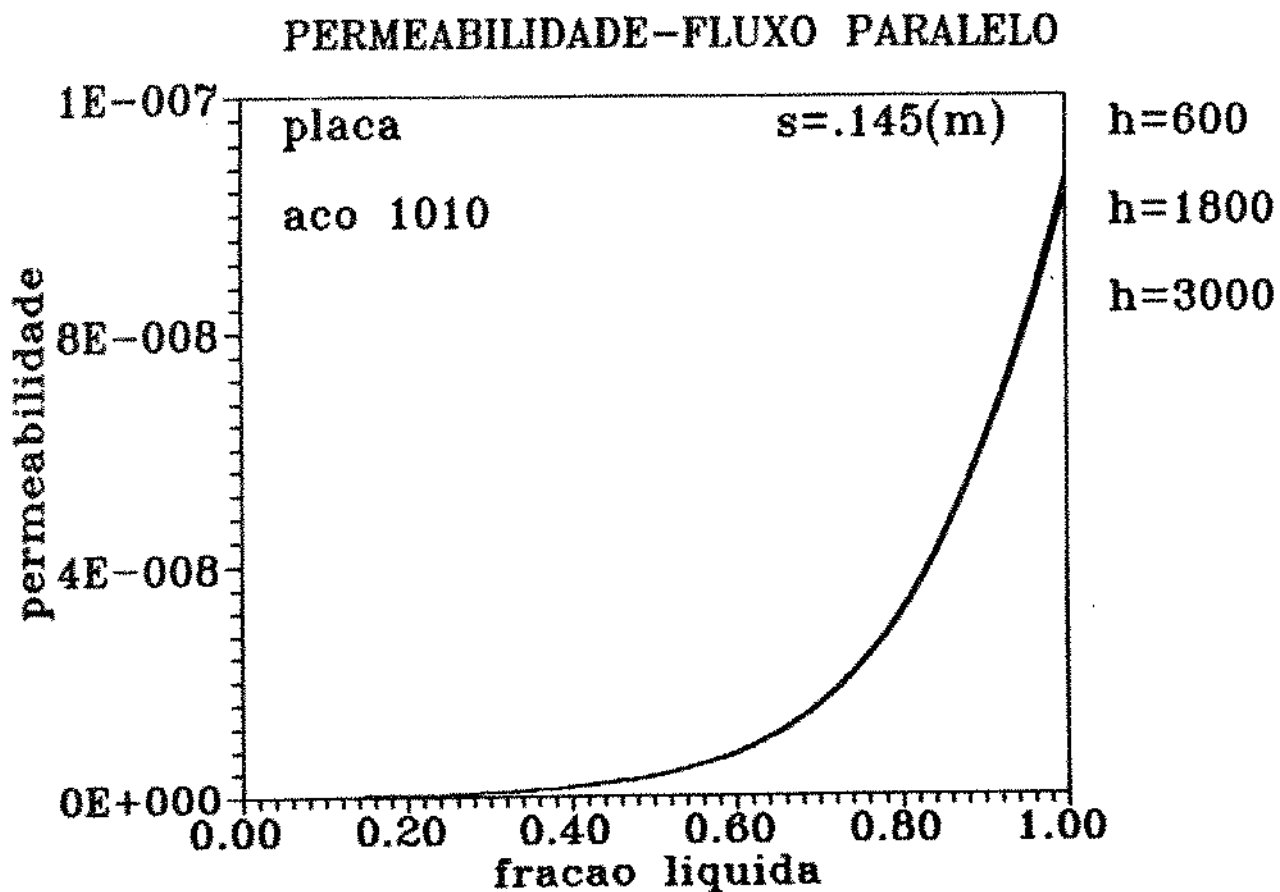


Figura (6.3) - Variação da permeabilidade paralela da placa em função da fração líquida em um ponto distante 0,145 (m) da interface metal/molde.

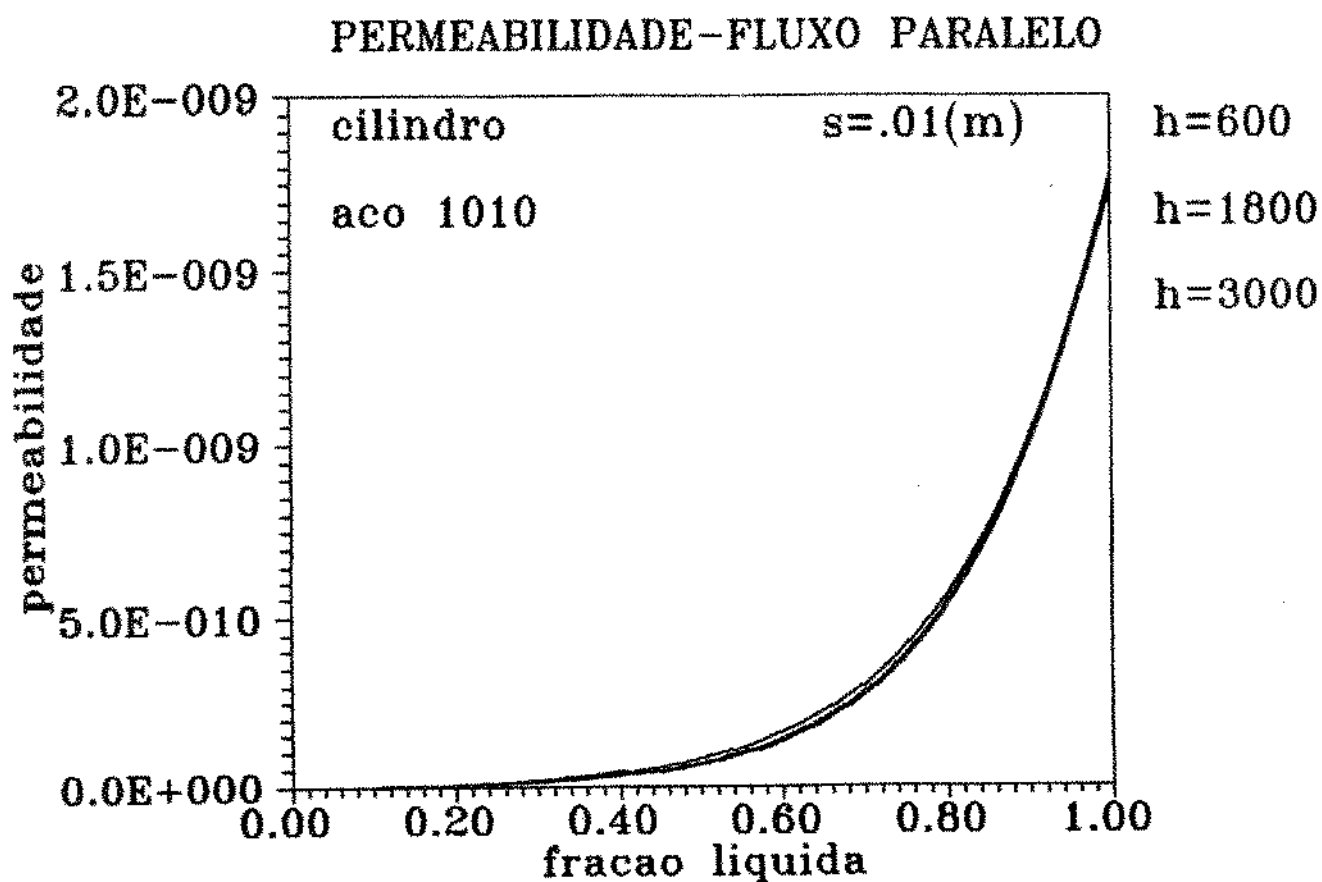


Figura (B.4) - Variação da permeabilidade paralela do cilindro em função da fração líquida em um ponto distante 0,01(m) da interface metal/molde.

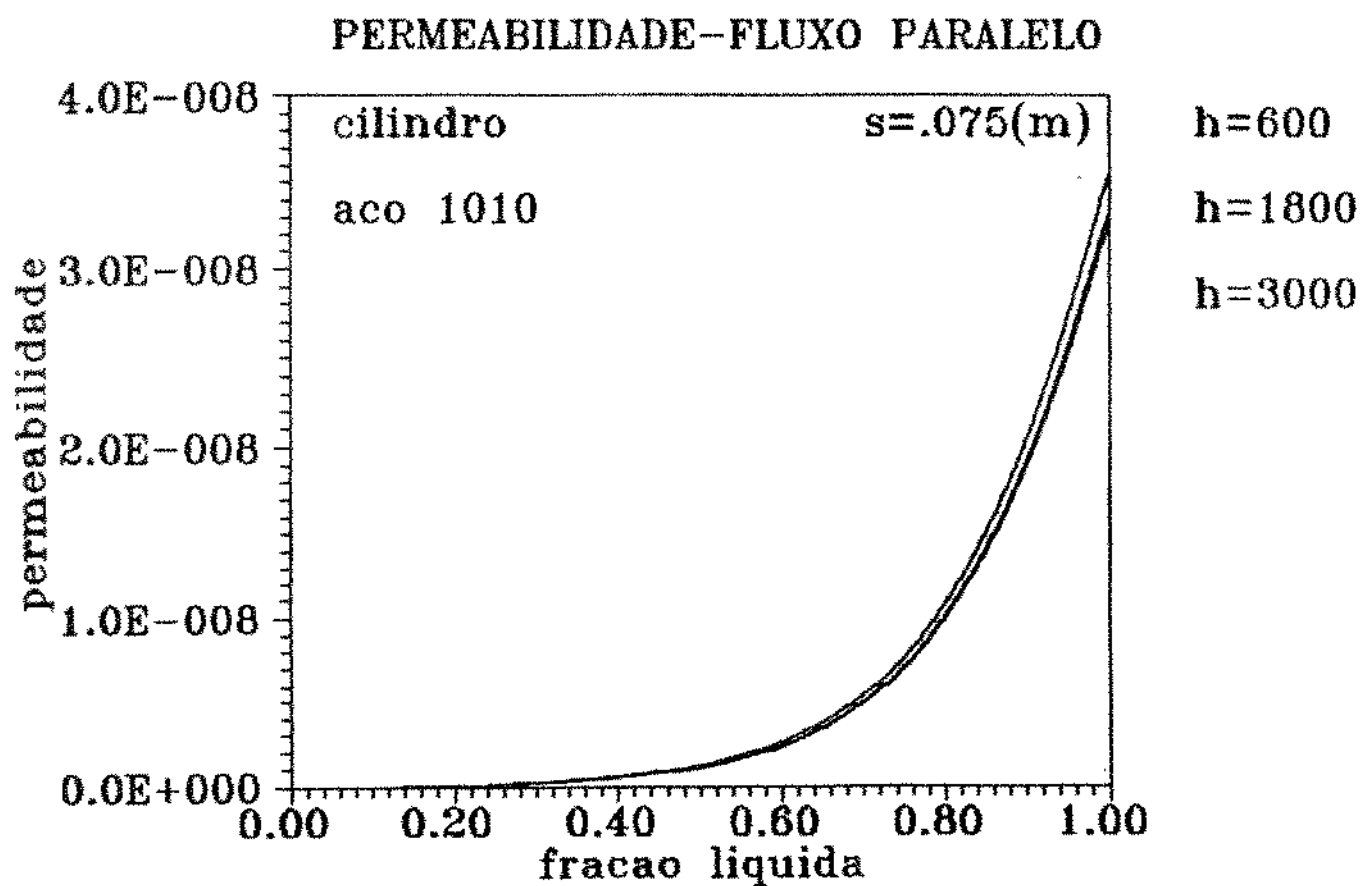


Figura (8.5) - Variação da permeabilidade paralela do cilindro em função da fração líquida em um ponto distante 0,075(m) da interface metal/molde.

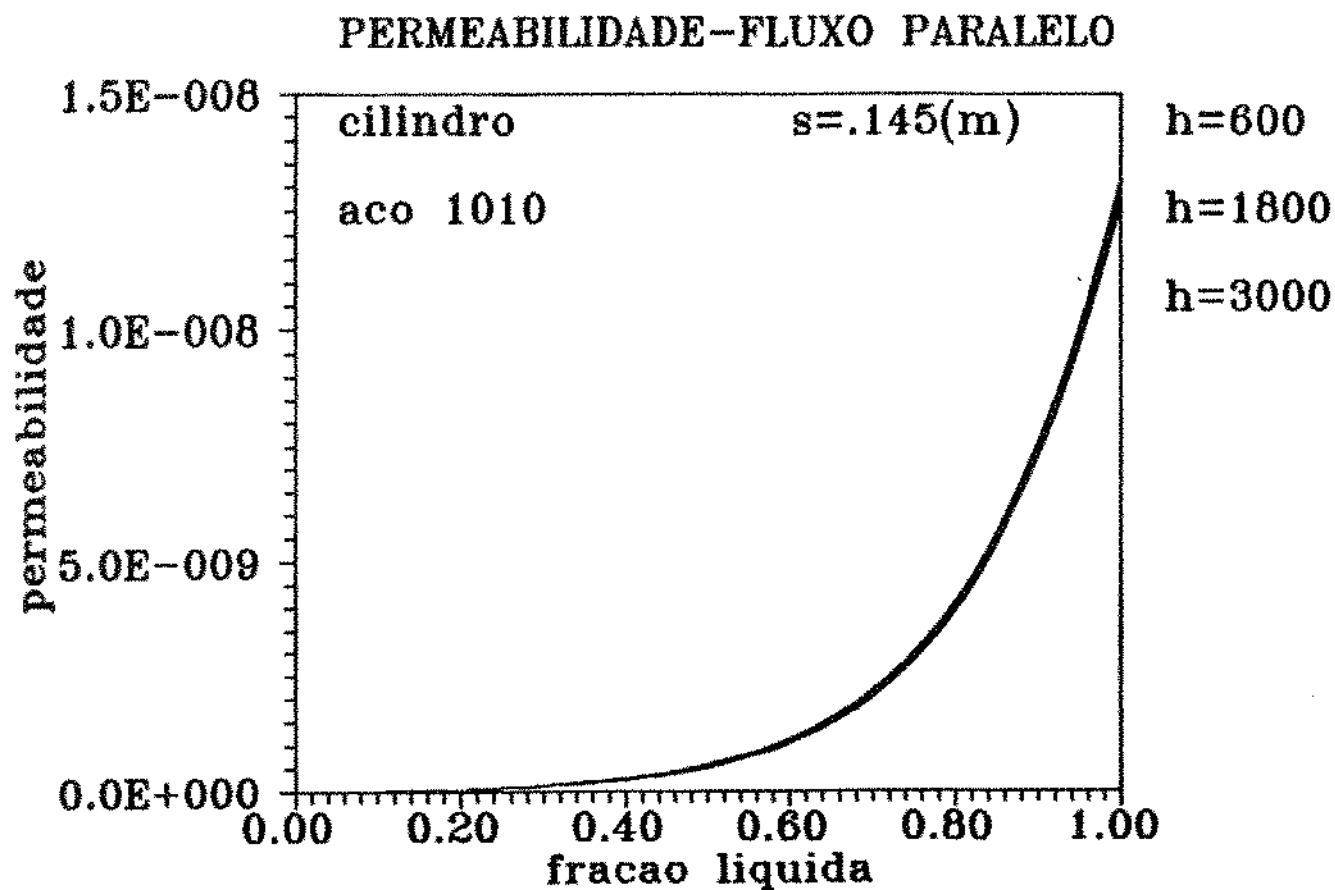


Figura (5.5) - Variação da permeabilidade paralela do cilindro em função da fração líquida em um ponto distante 0.145m da interface metal/molde.

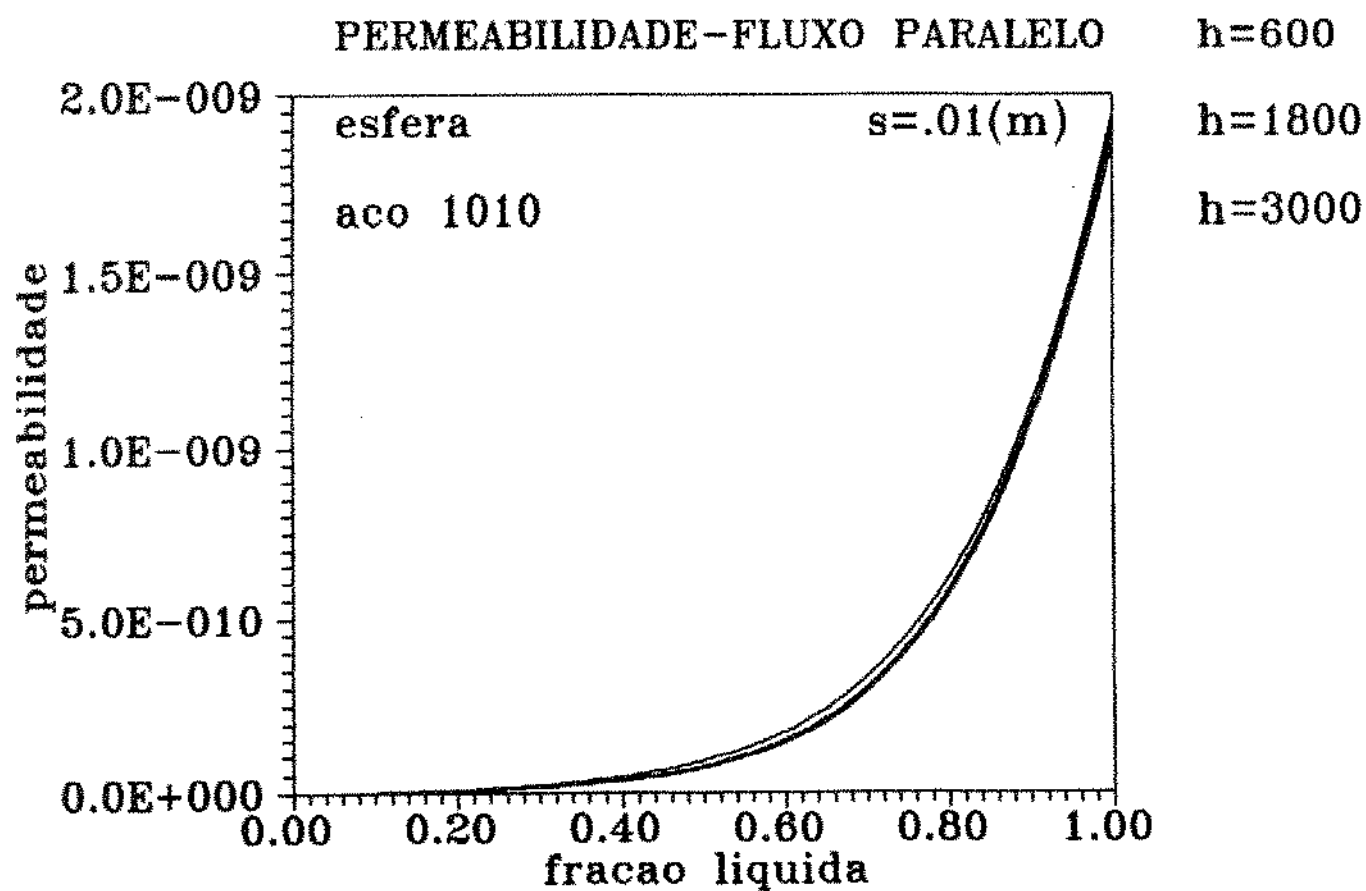


Figura (B.7) - Variação da permeabilidade paralela da esfera em função da fração líquida em um ponto distante 0,01(m) da interface metal/molde.

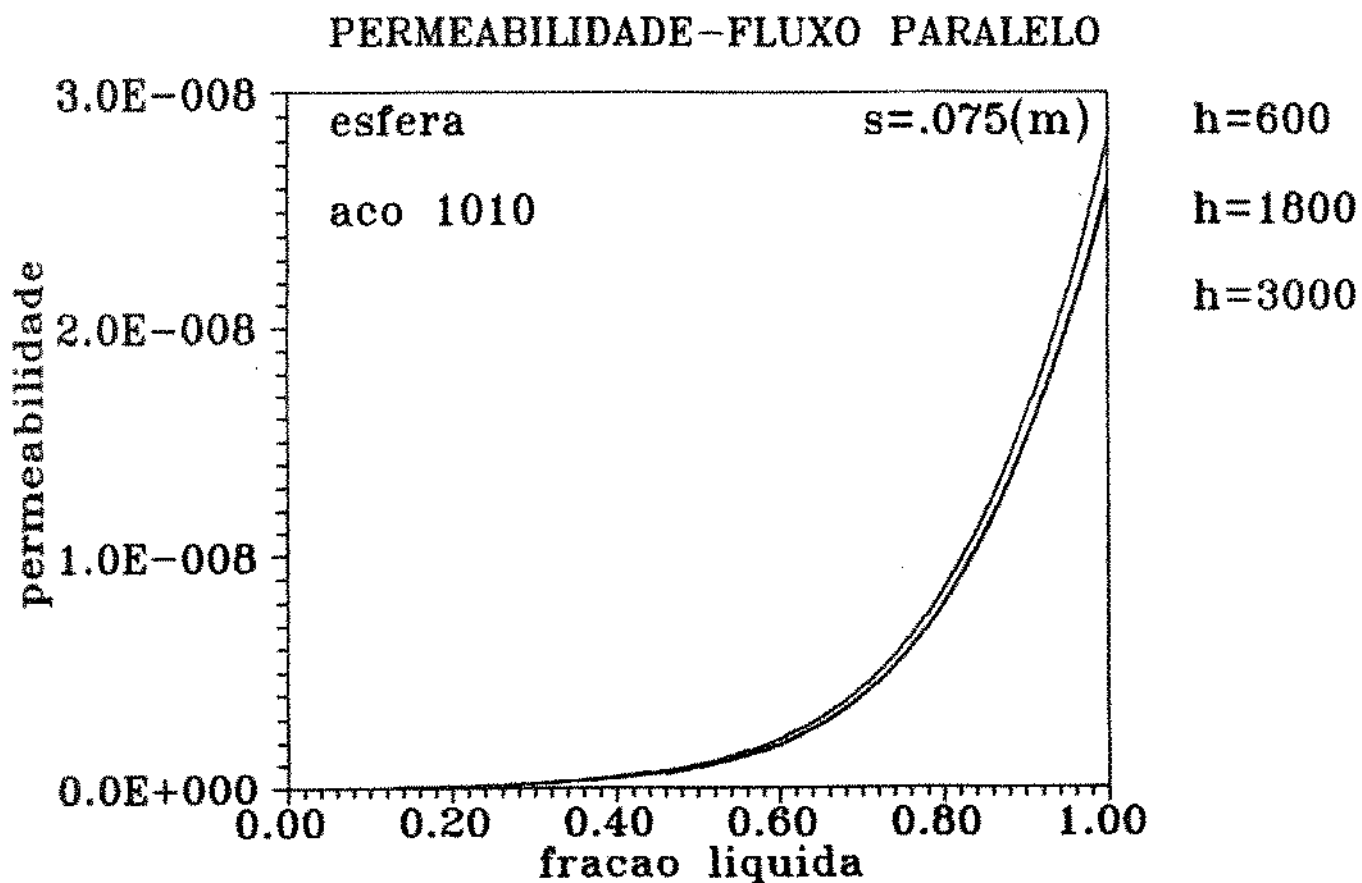


Figura (5.8) - Variação da permeabilidade paralela da esfera em função da fração líquida em um ponto distante 0,075(m) da interface metal/molde.

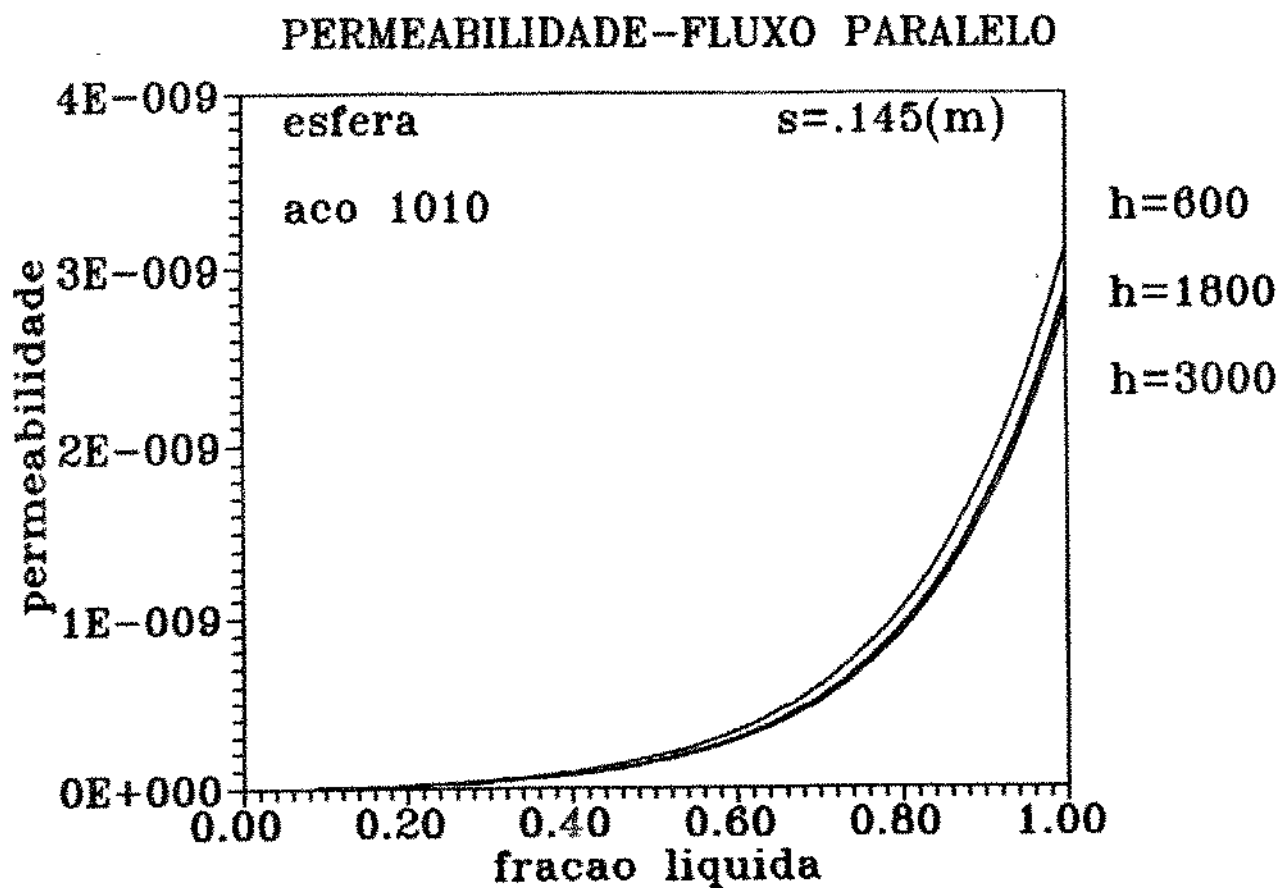


Figura (6.9) - Variação da permeabilidade paralela da esfera em função da fração líquida em um ponto distante 0,145(m) da interface metal/molde.

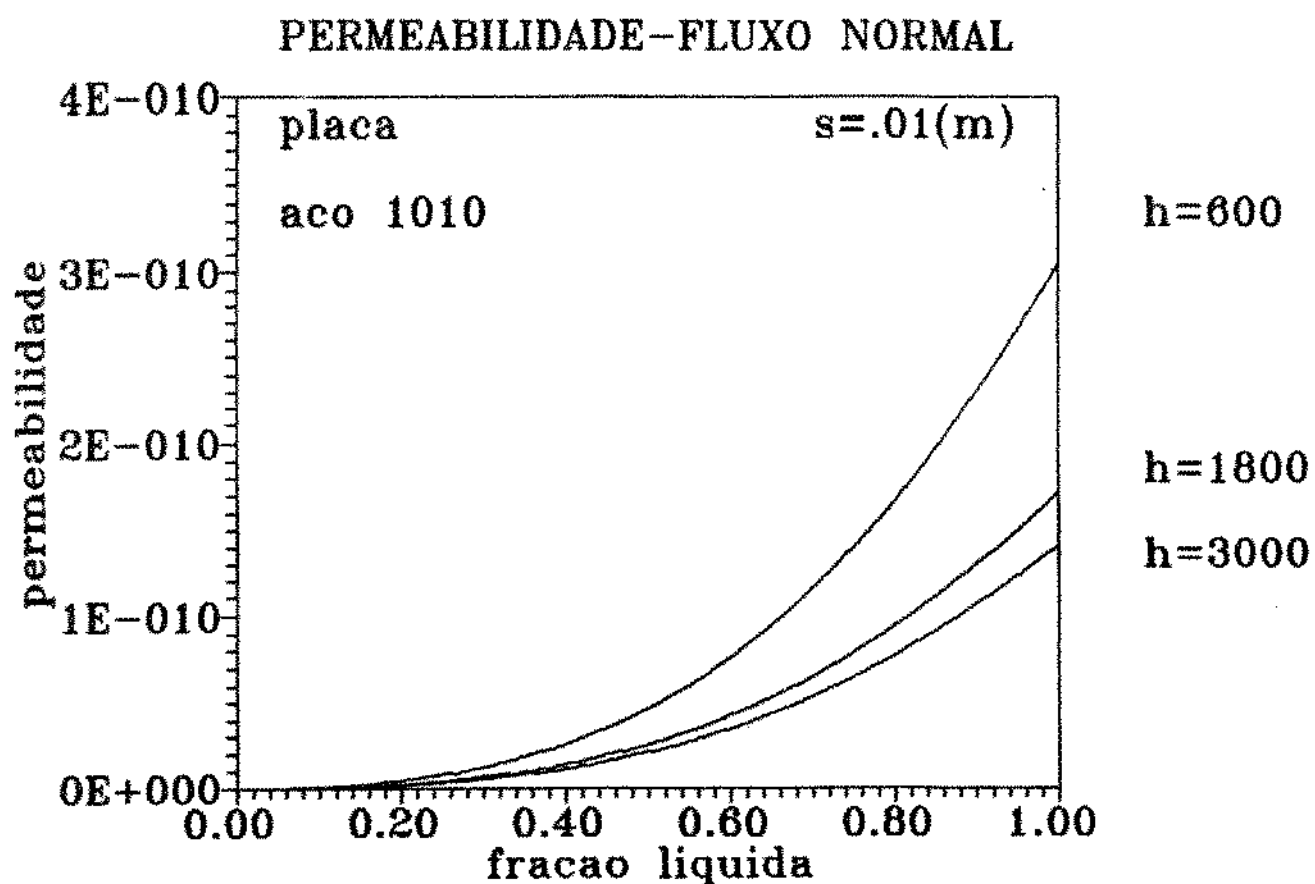


Figura (B.10) - Variação da permeabilidade normal da placa em função da fração líquida em um ponto distante 0,01(m) da interface metal/molde.

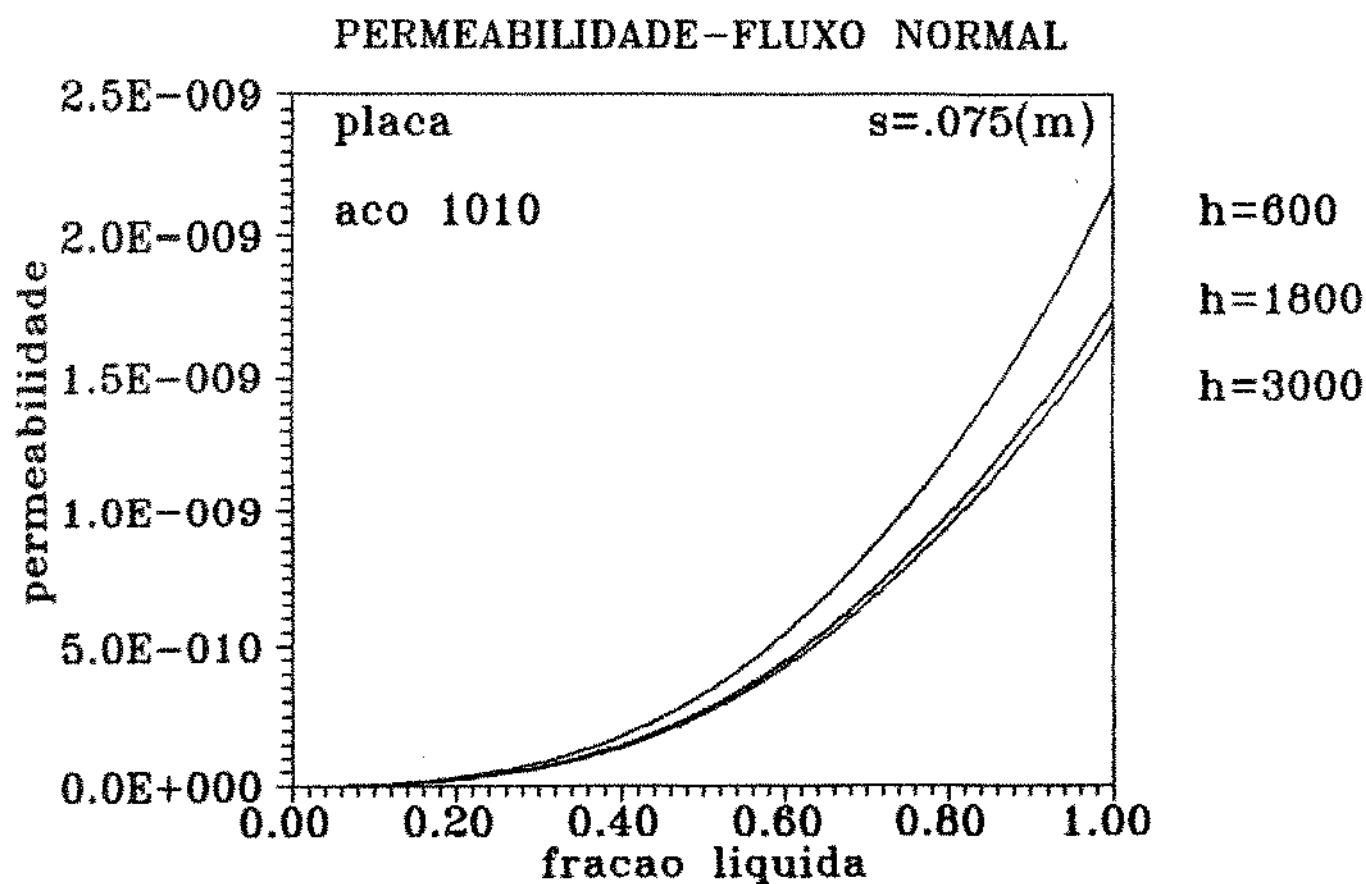


Figura (6.11) - Variação da permeabilidade normal da placa em função da fração líquida em um ponto distante 0,075(m) da interface metal/molde.

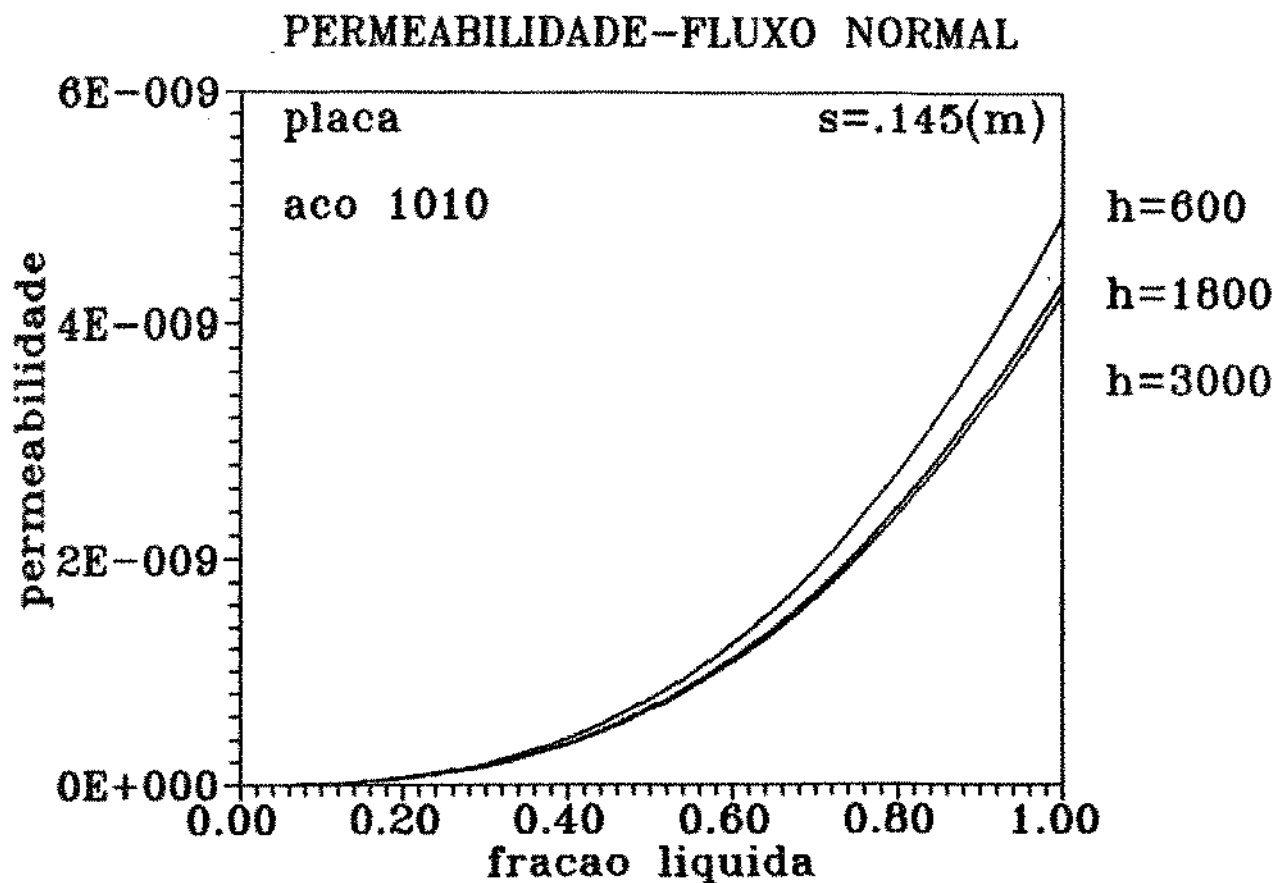


Figura (6.12) - Variação da permeabilidade normal da placa em função da fração líquida em um ponto distante 0,145(m) da interface metal/molde.

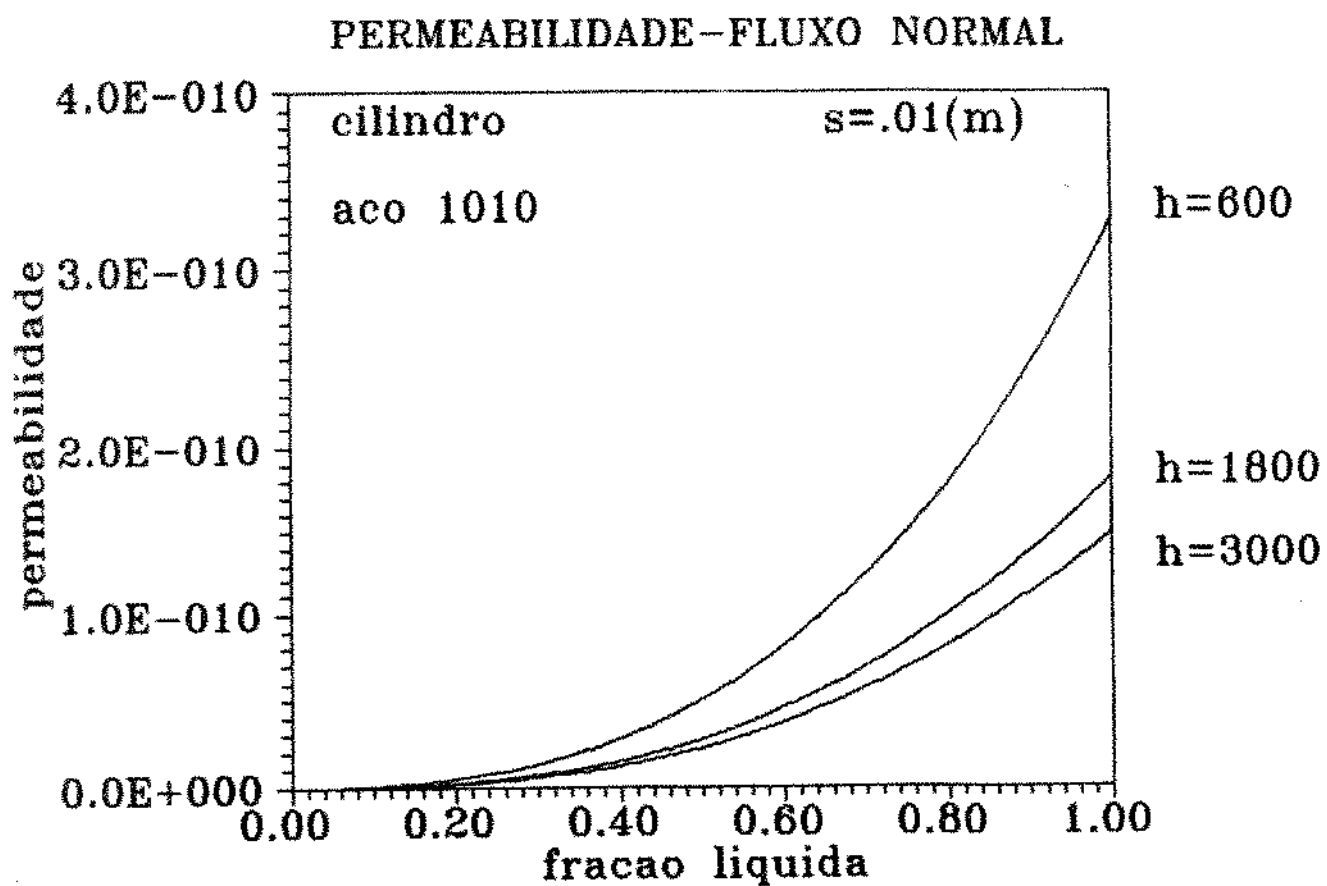


Figura (8.13) - Variação da permeabilidade normal do cilindro em função da fração líquida em um ponto distante $0,01(m)$ da interface metal/molde.

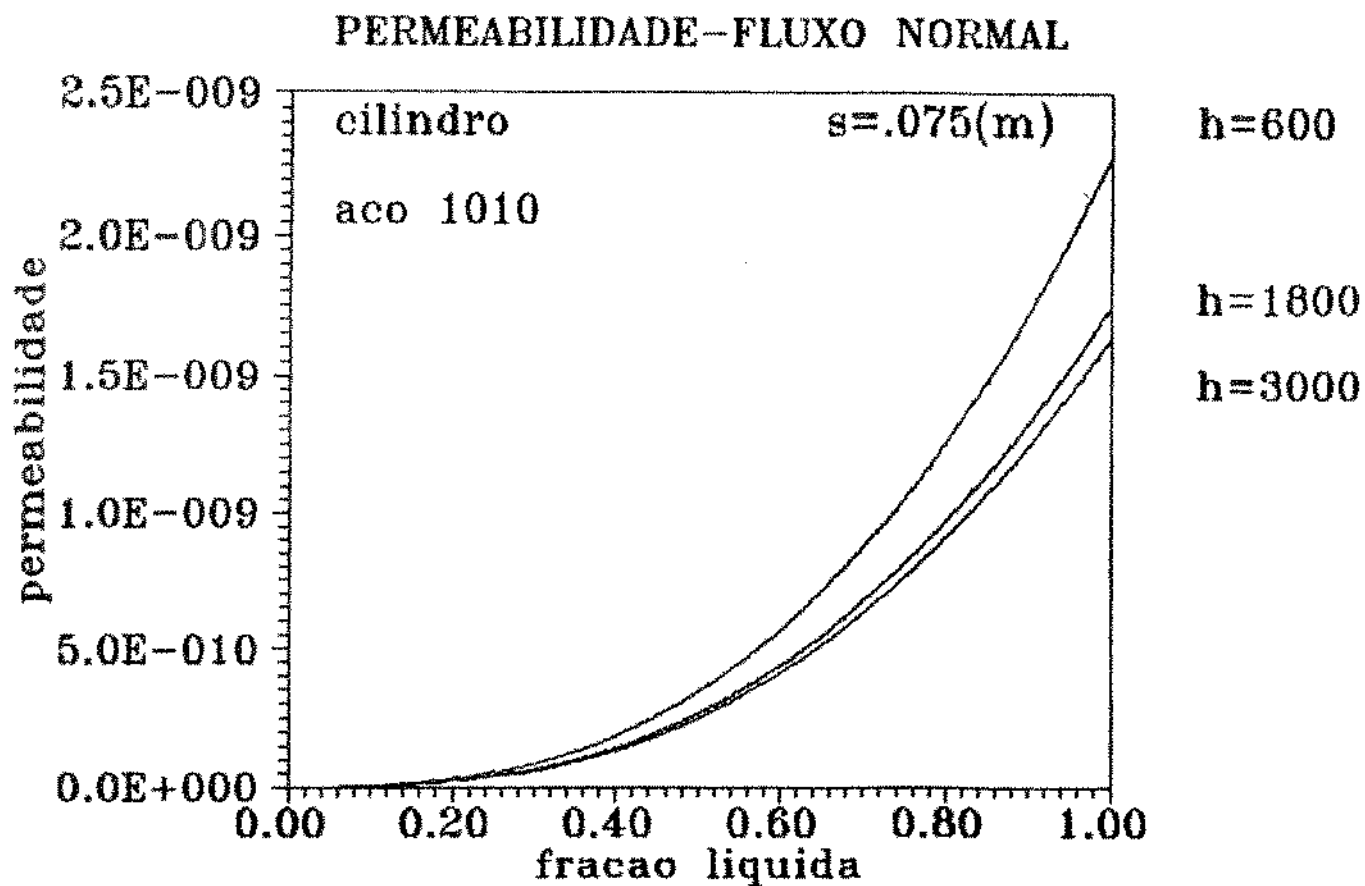


Figura (6.14) - Variação da permeabilidade normal do cilindro em função da fração líquida em um ponto distante 0,075(m) da interface metal/molde.

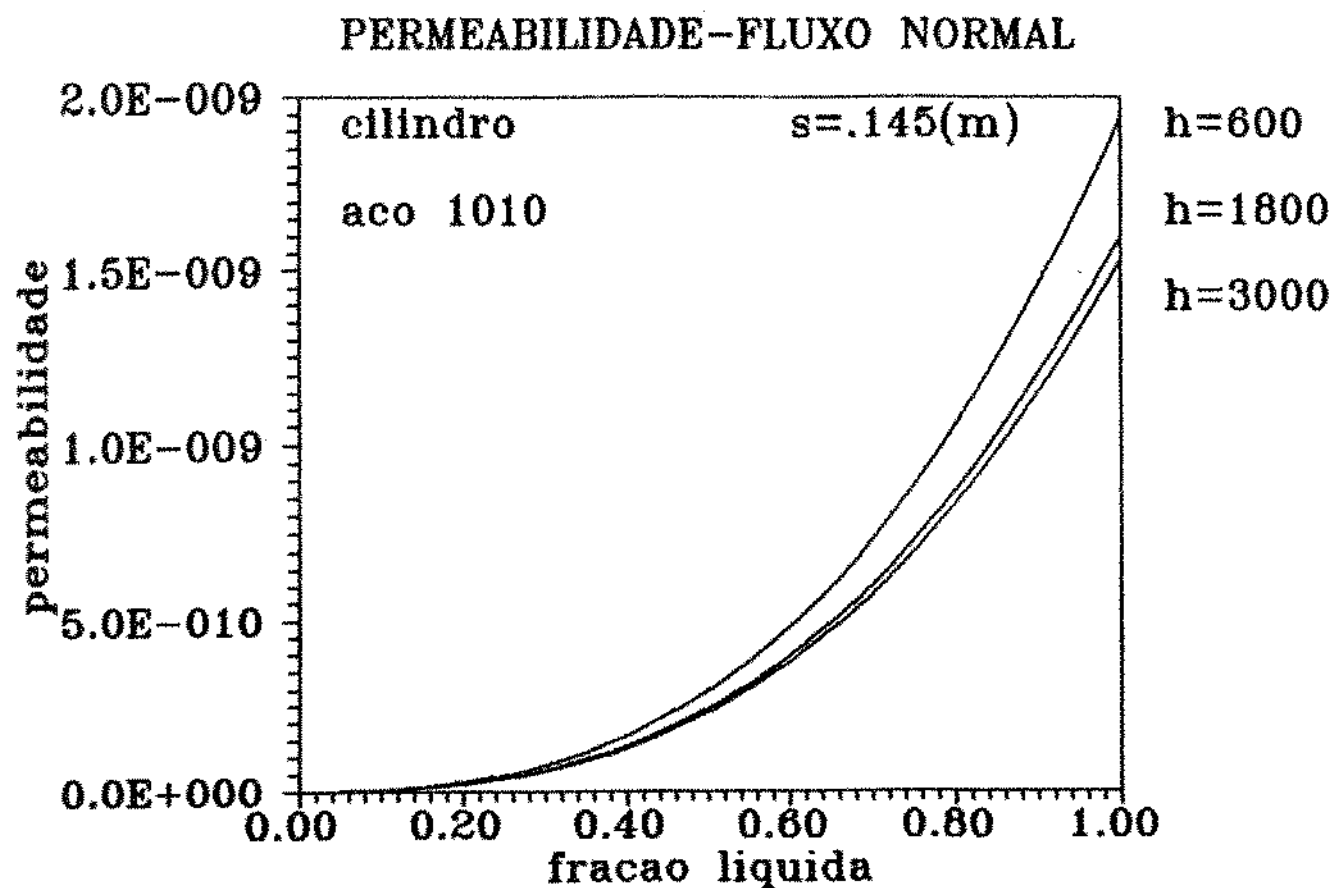


Figura (8.15) - Variação da permeabilidade normal do cilindro em função da fração líquida em um ponto distante 0,145(m) da interface metal/molde.

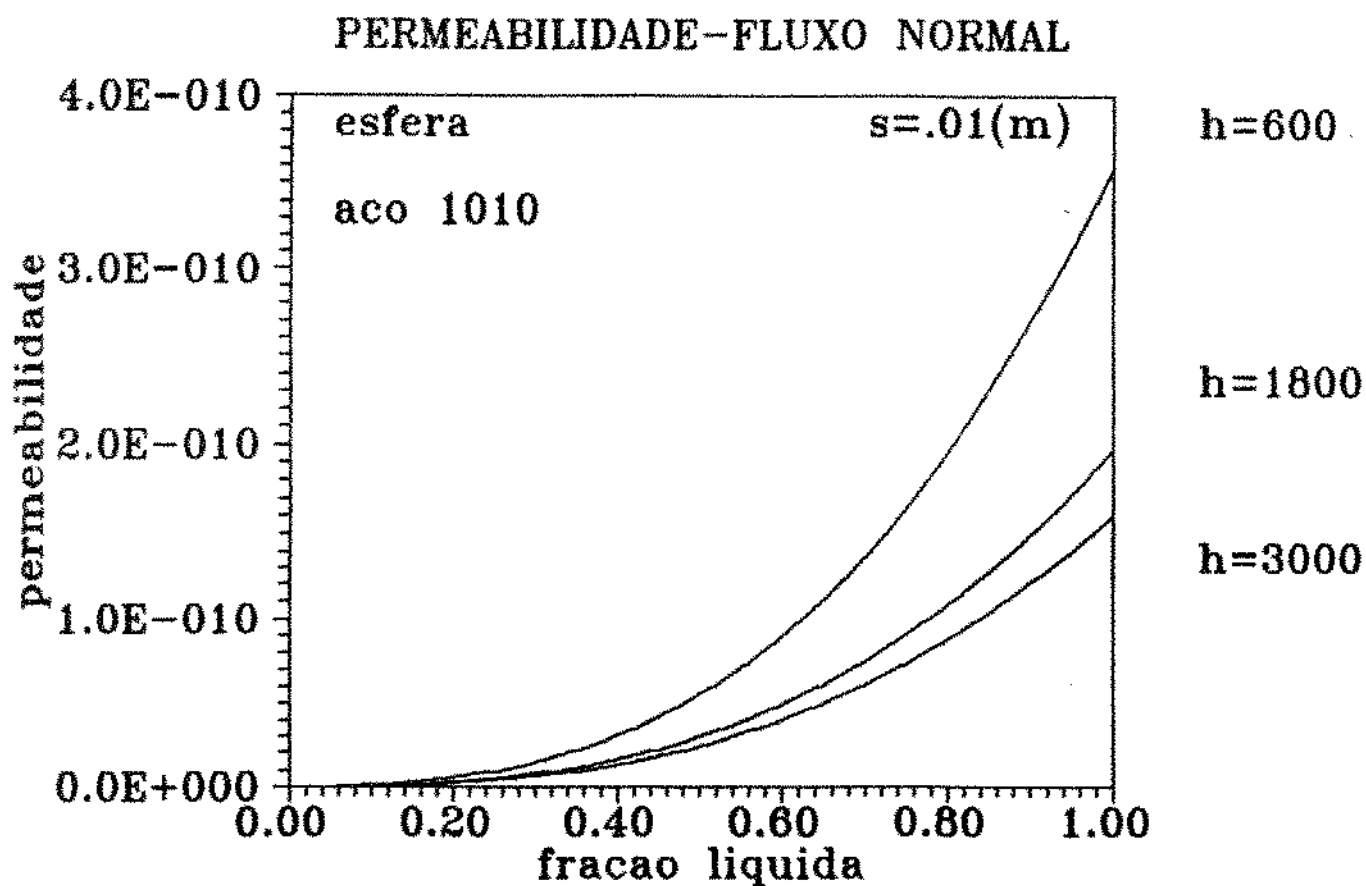


Figura (6.16) - Variação da permeabilidade normal da esfera em função da fração líquida em um ponto distante 0,01(m) da interface metal/molde.

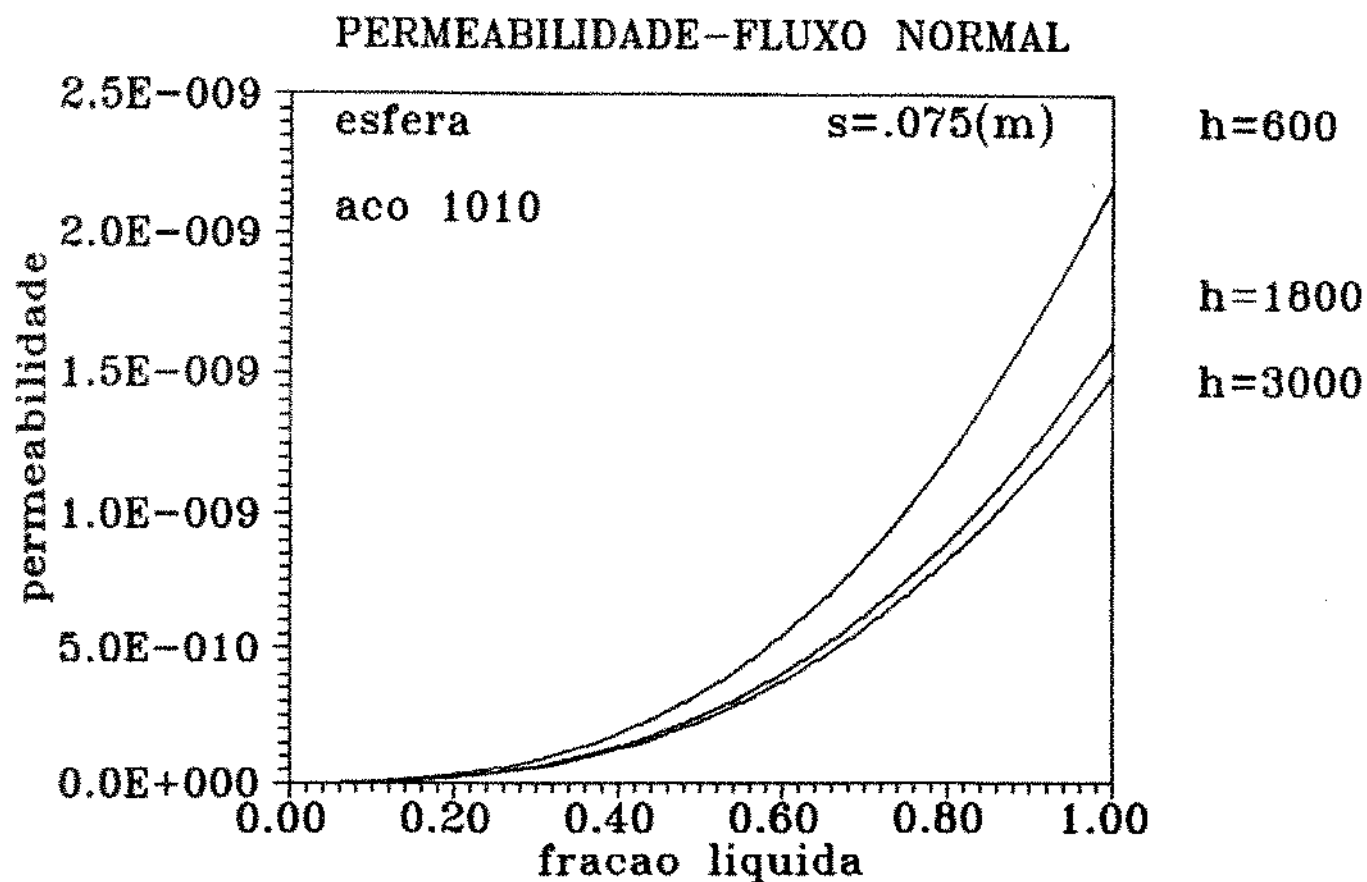


Figura (6.17) - Variação da permeabilidade normal da esfera em função da fração líquida em um ponto distante 0,075(m) da interface metal/molde.

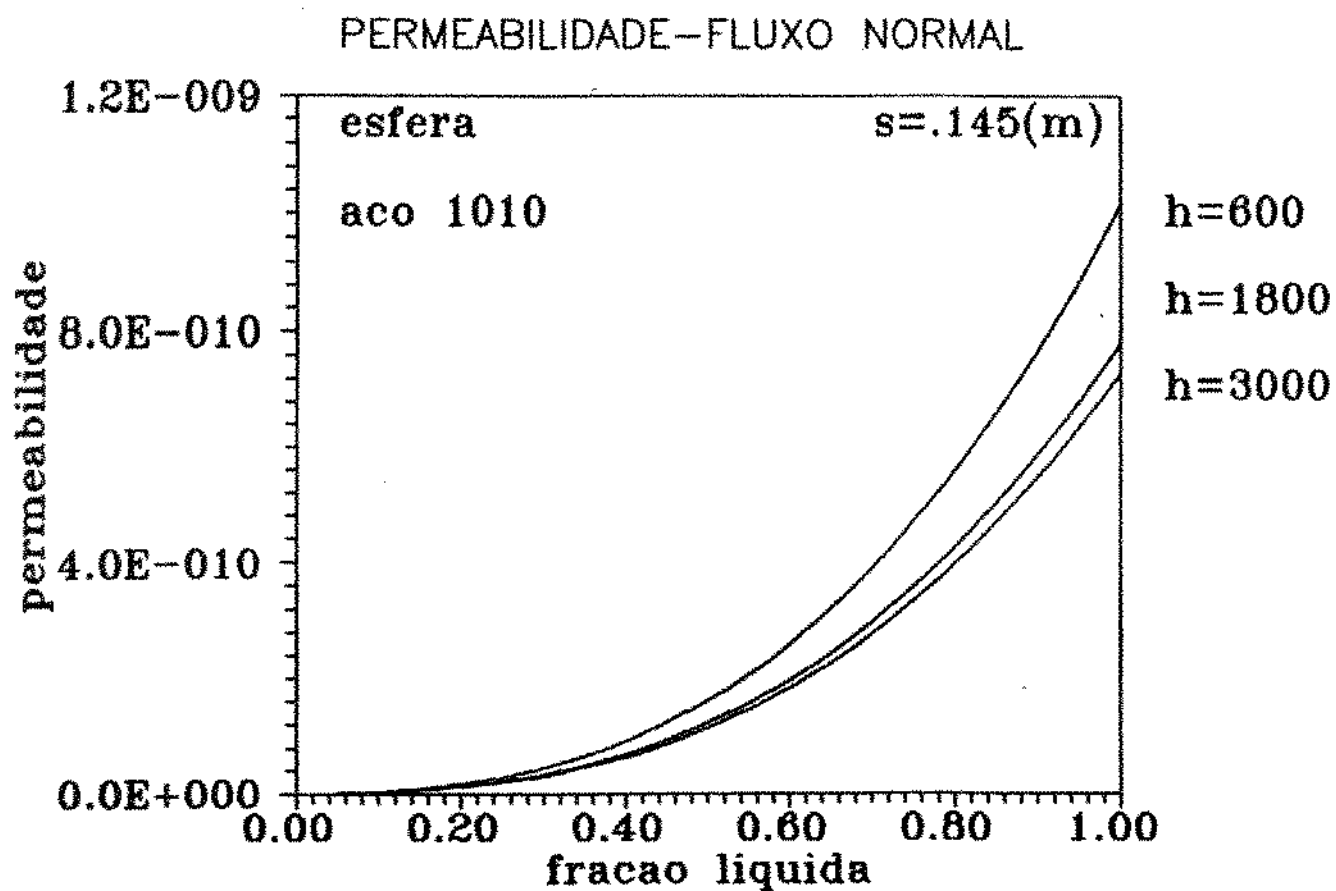


Figura (6.18) - Variação da permeabilidade normal da esfera em função da fração líquida em um ponto distante 0,145(m) da interface metal/molde.

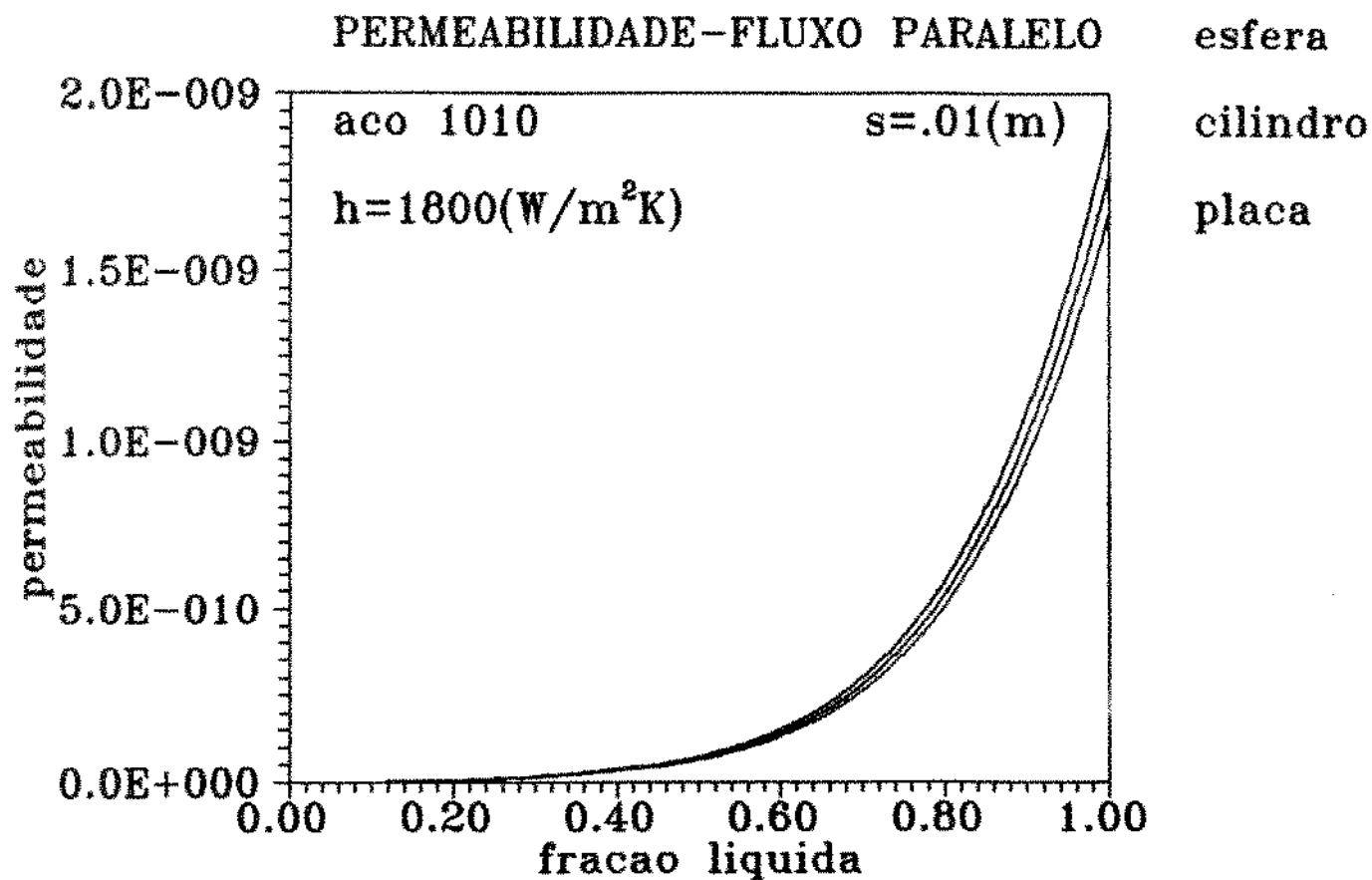


Figura (6.19) - Variação da permeabilidade paralela em função da fração líquida em um ponto distante 0,01(m) da interface metal/molde para as três geometrias.

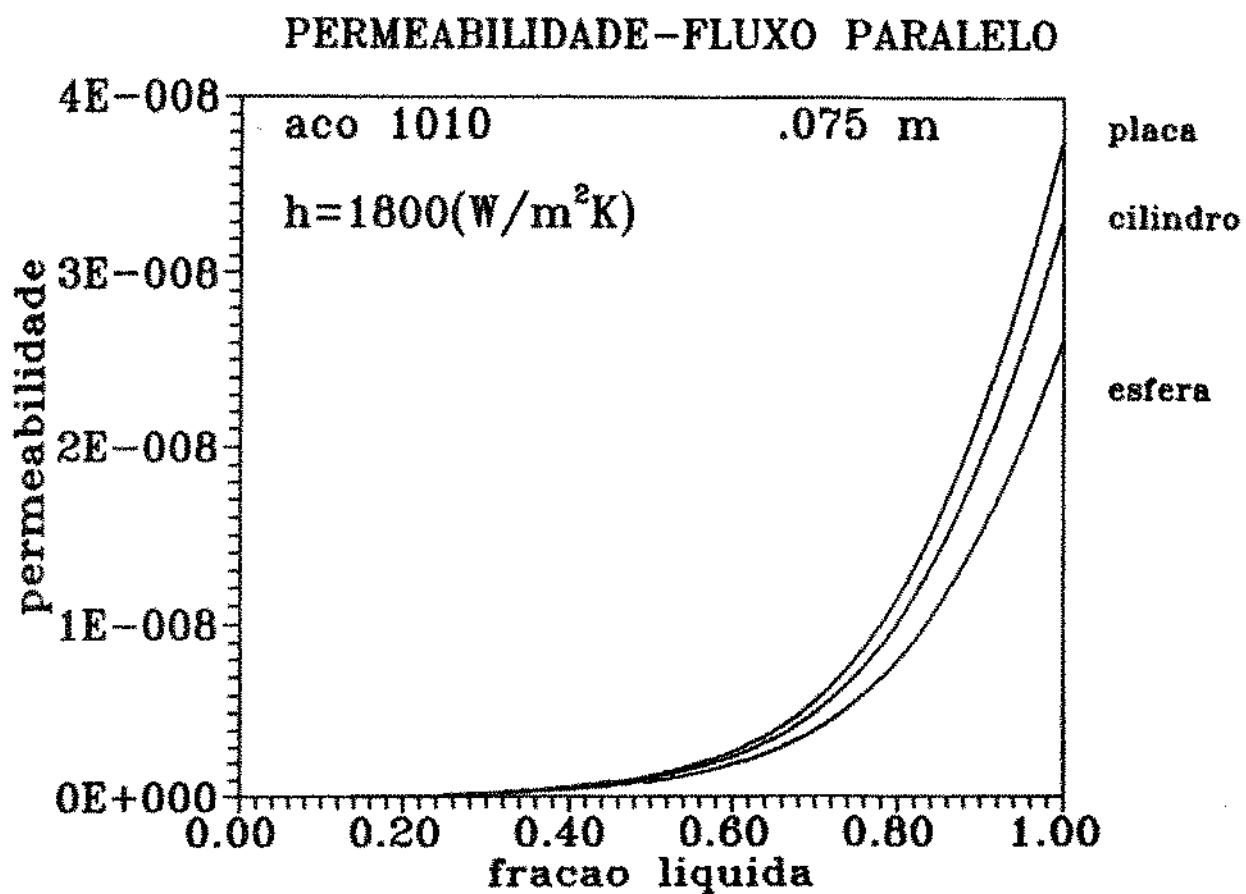


Figura (6.20) - Variação da permeabilidade paralela em função da fração líquida em um ponto distante 0,075(m) da interface metal/molde para as três geometrias.

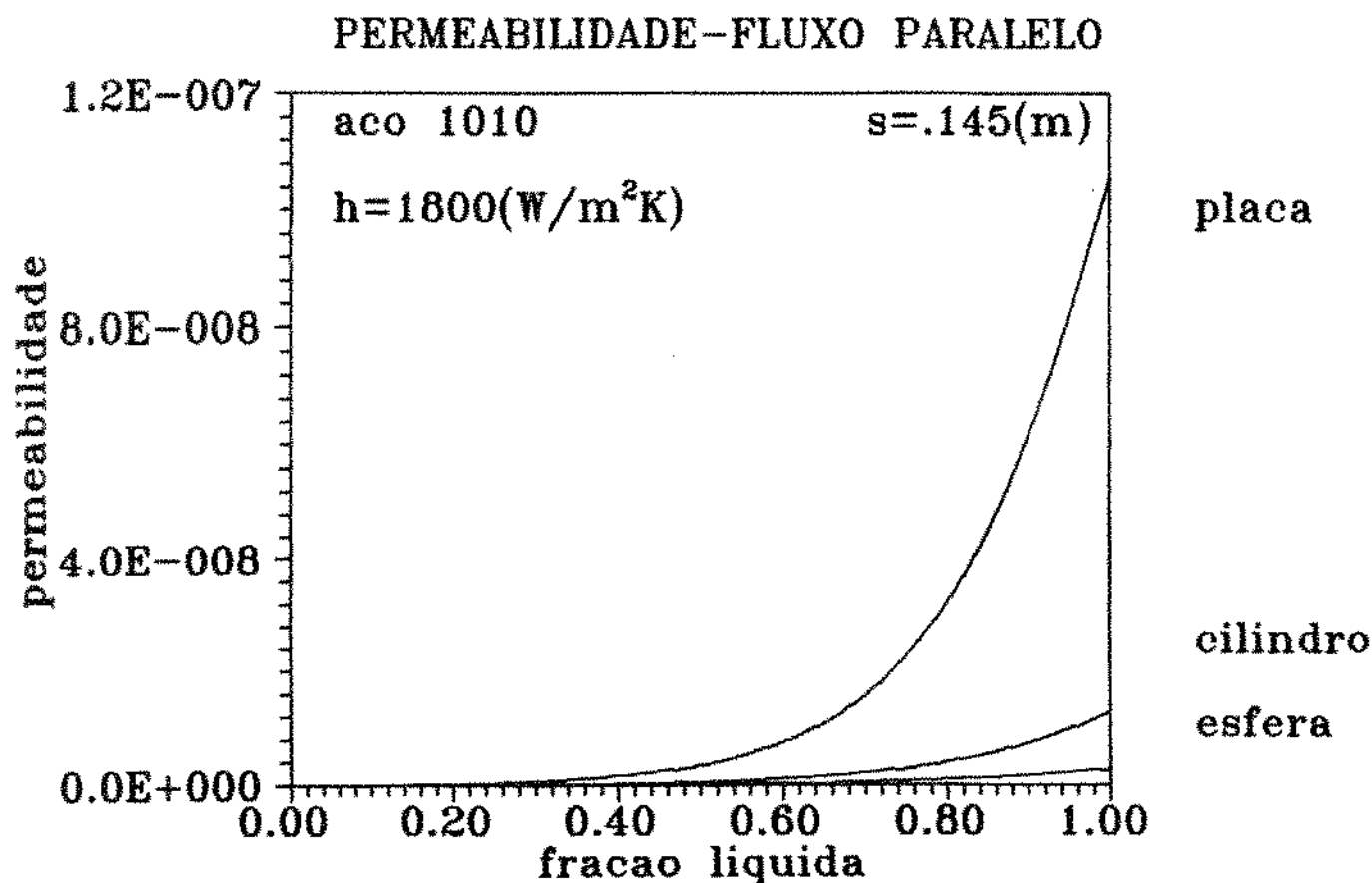


Figura (8.21) - Variação da permeabilidade paralela em função da fração líquida em um ponto distante 0,145(m) da interface metal/molde para as três geometrias.

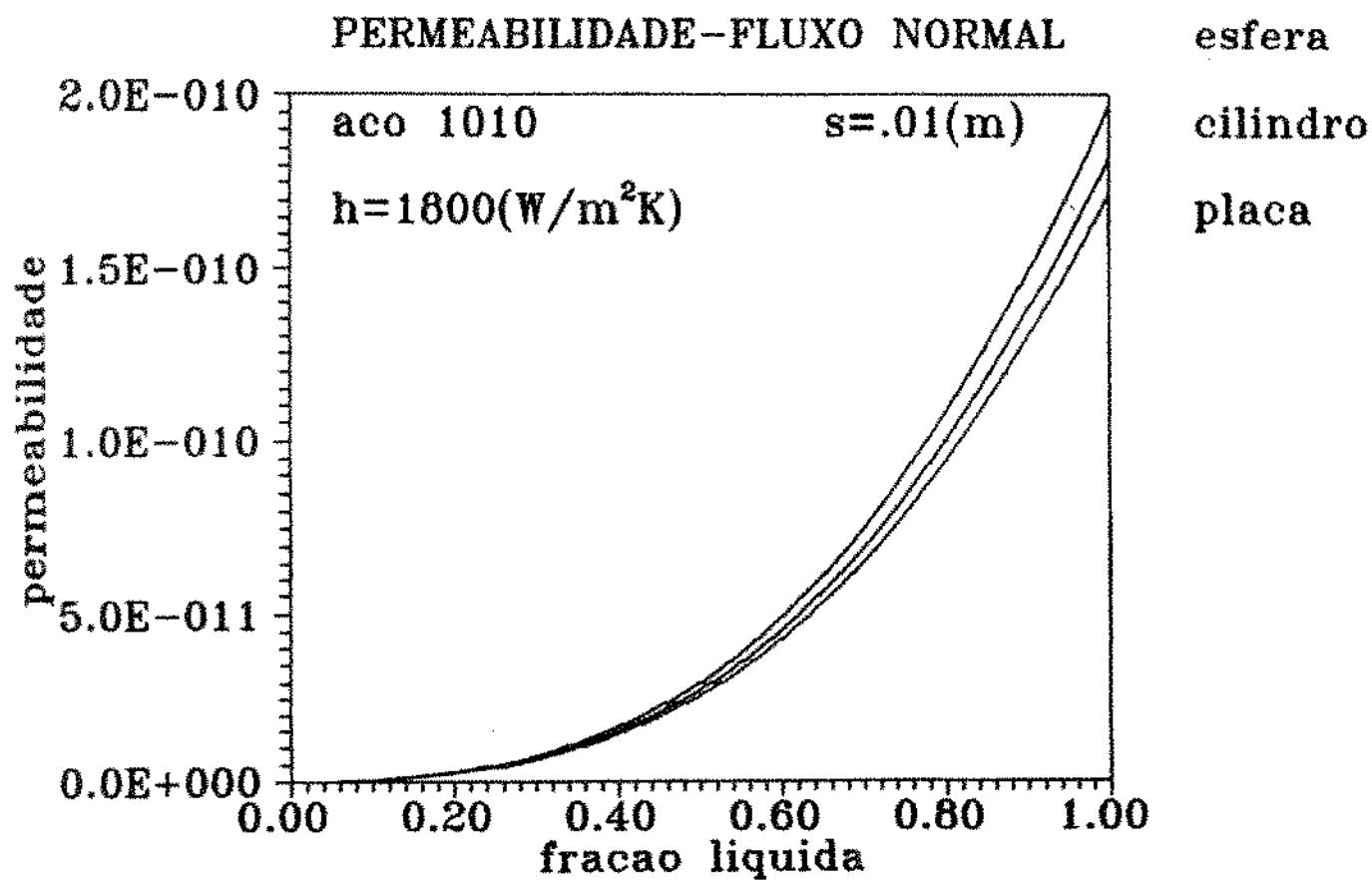


Figura (6.22) - Variação da permeabilidade normal em função da fração líquida em um ponto distante 0,01cm da interface metal/molde para as três geometrias.

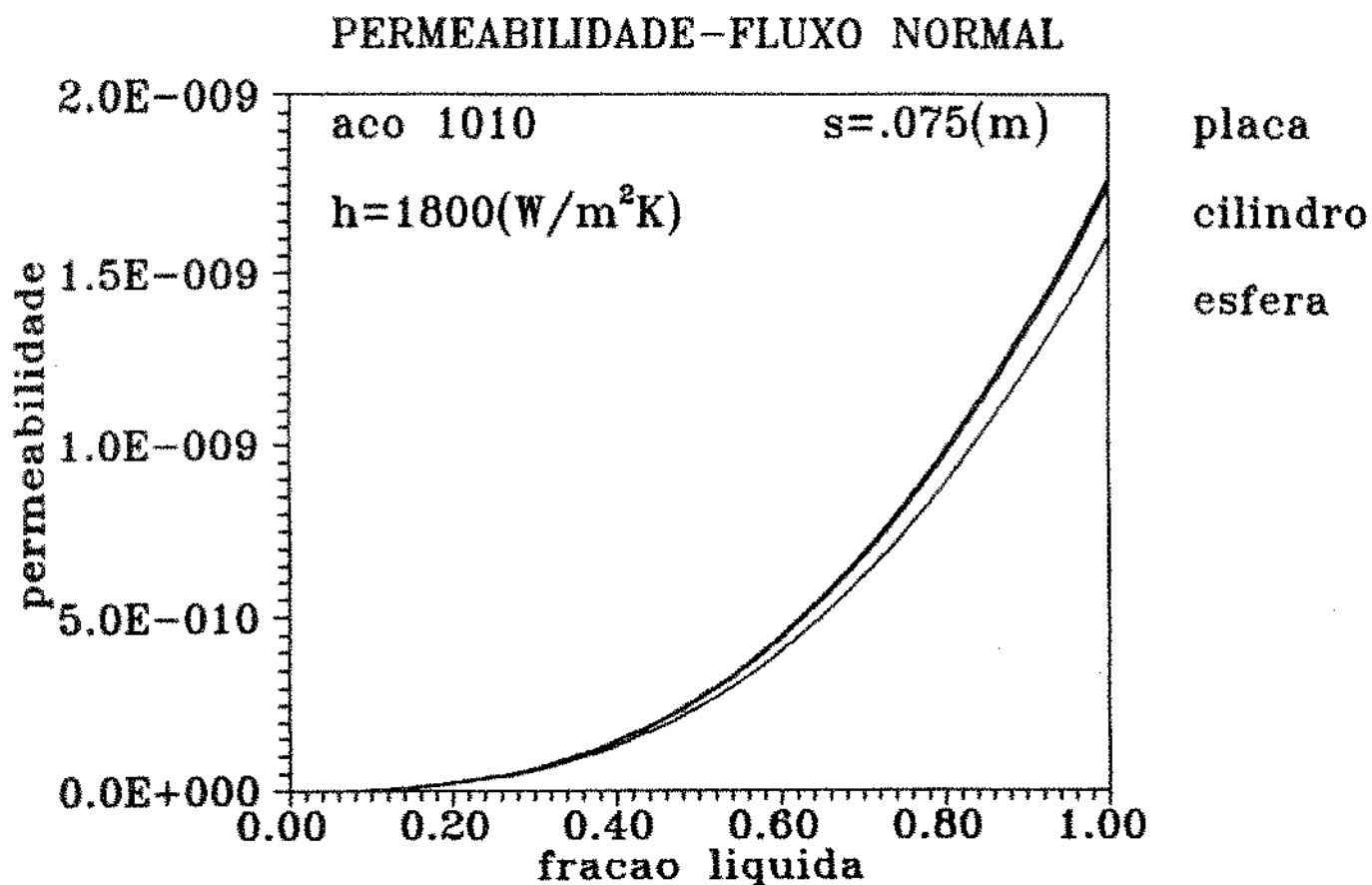


Figura (B.23) - Variação da permeabilidade normal em função da fração líquida em um ponto distante 0,075(m) da interface metal/molde para as três geometrias.

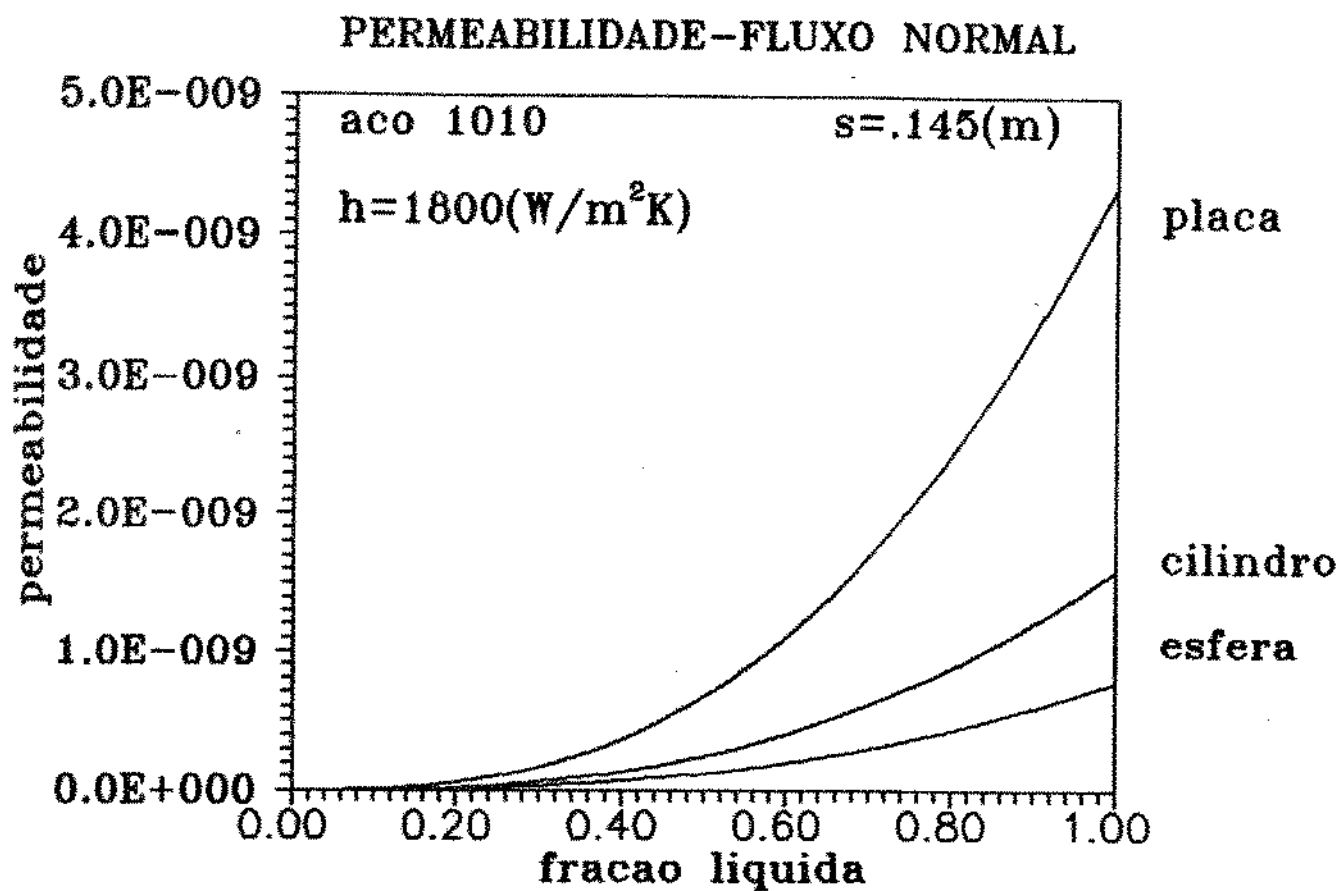


Figura (6.24) - Variação da permeabilidade normal em função da fração líquida em um ponto distante 0.145(m) da interface metal/molde para as três geometrias.

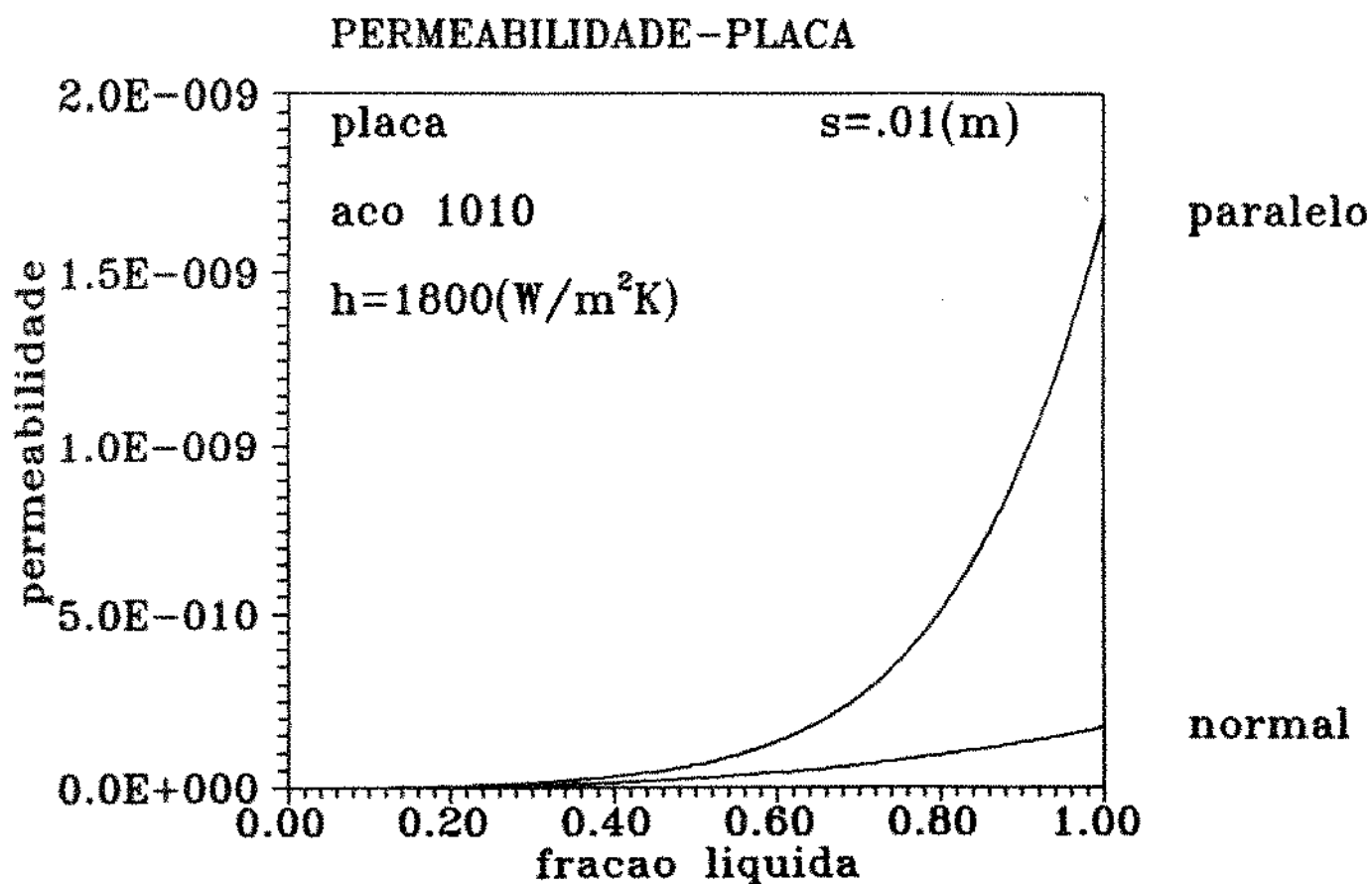


Figura (B.25) - Variação das permeabilidades paralela e normal da placa em função da fração líquida em um ponto distante 0,01(m) da interface metal/molde.

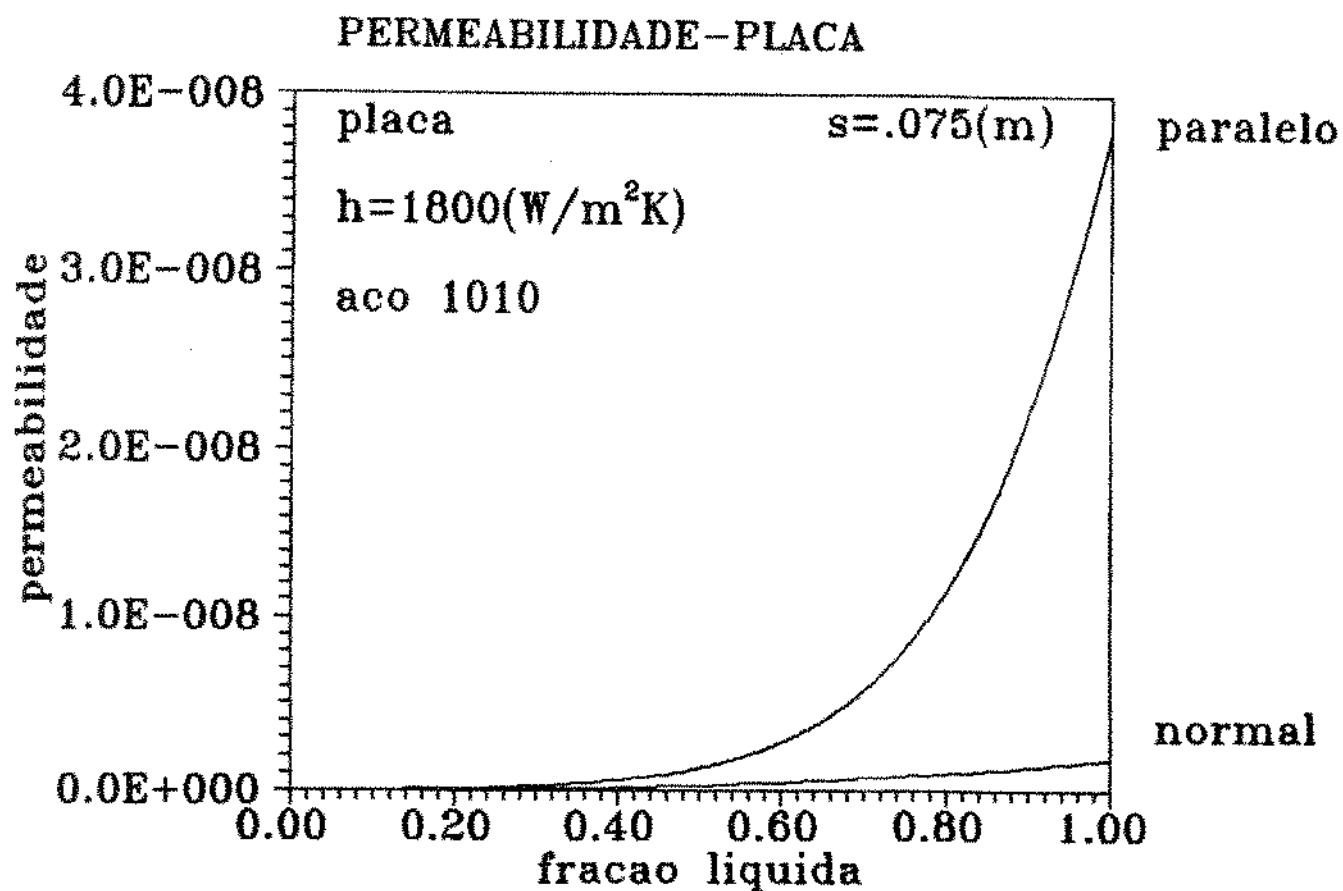


Figura (B.28) - Variação das permeabilidades paralela e normal da placa em função da fração liquida em um ponto distante 0,075(m) da interface metal/molde.

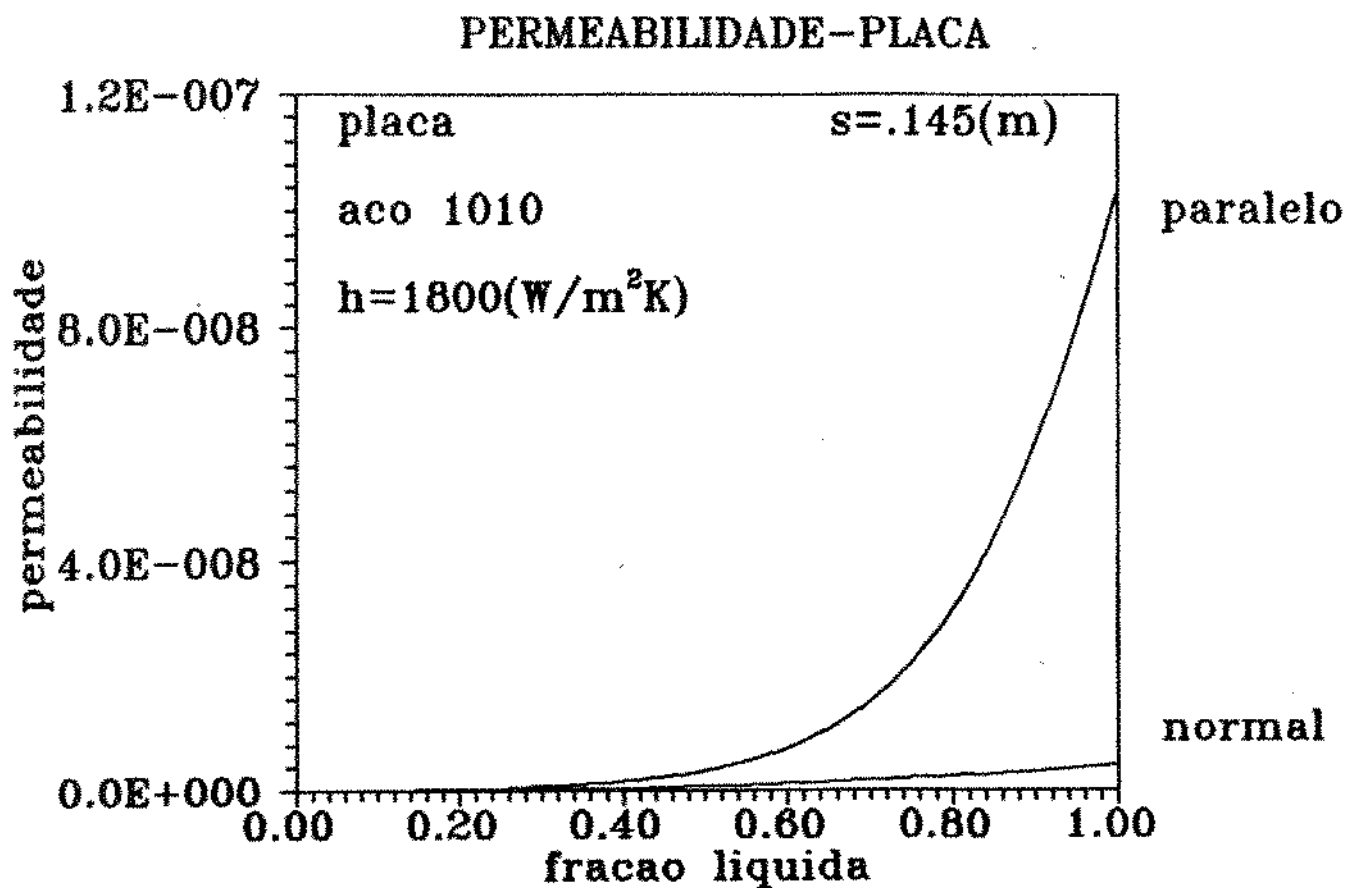


Figura (B.27) - Variação das permeabilidades paralela e normal da placa em função da fração líquida em um ponto distante 0,145(m) da interface metal/molde.

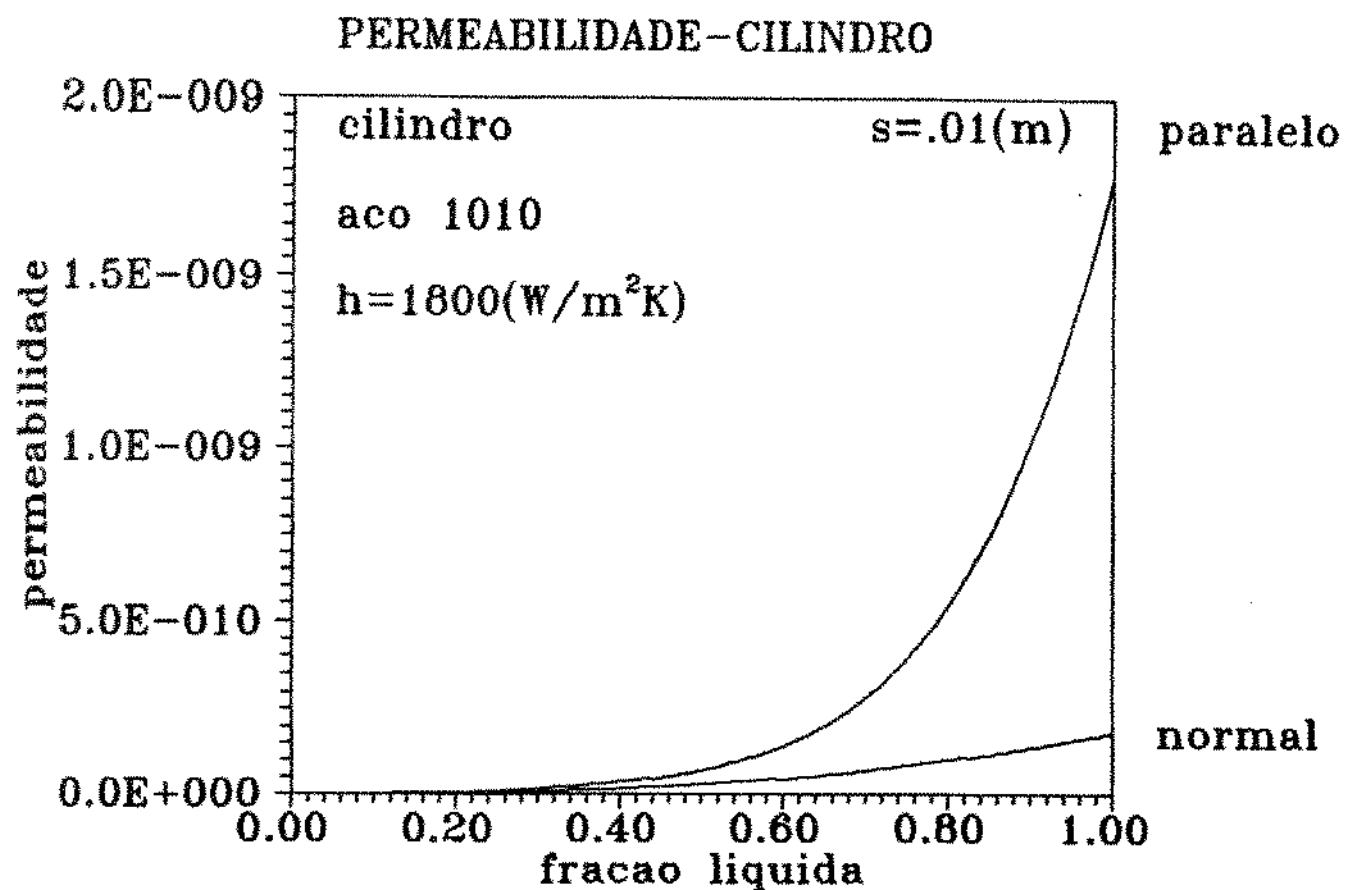


Figura (8.28) - Variação das permeabilidades paralela e normal do cilindro em função da fração líquida em um ponto distante 0,01(m) da interface metal/molde.

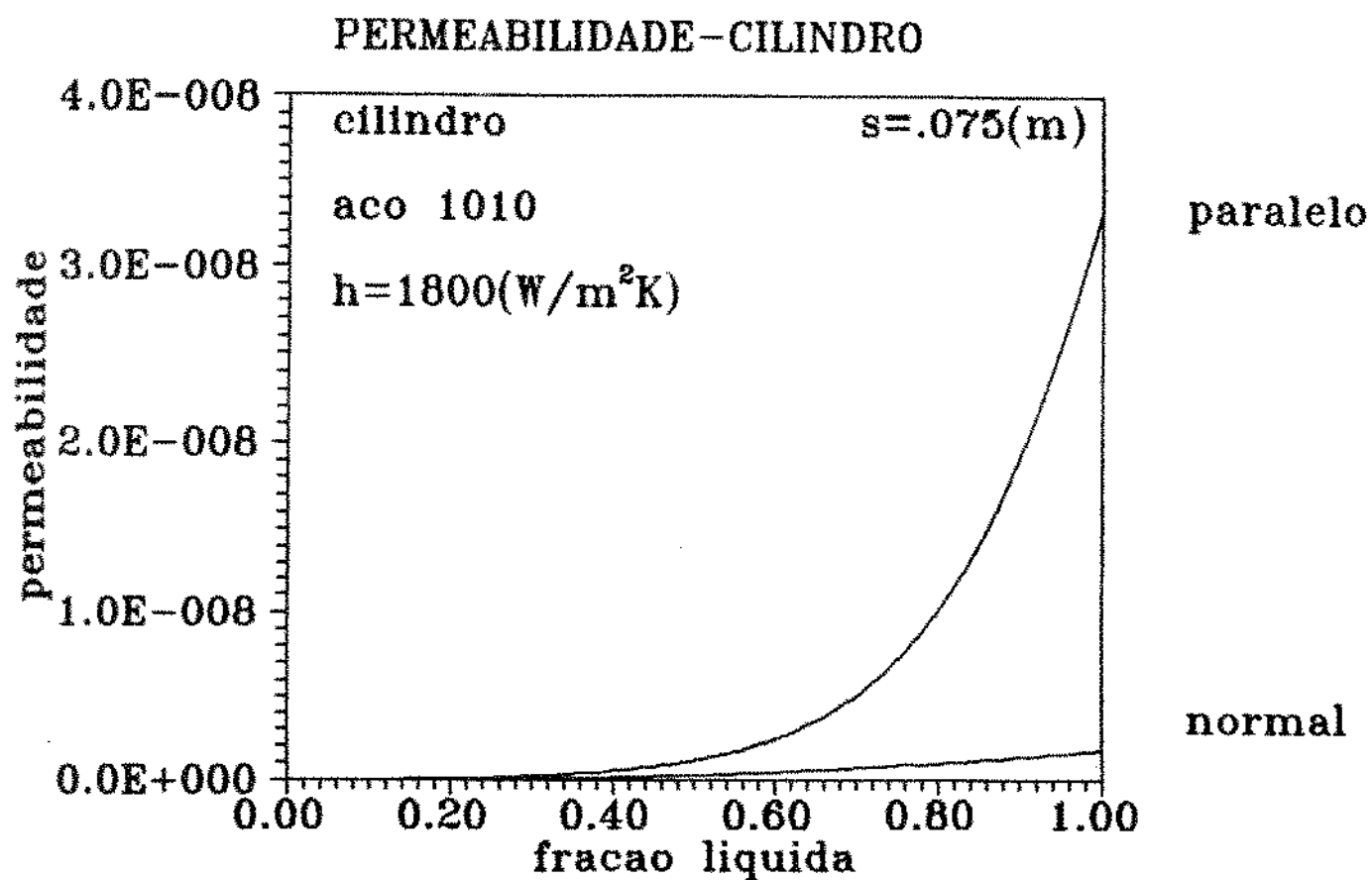


Figura (B.29) - Variação das permeabilidades paralela e normal do cilindro em função da fração líquida em um ponto distante 0,075(m) da interface metal/molde.

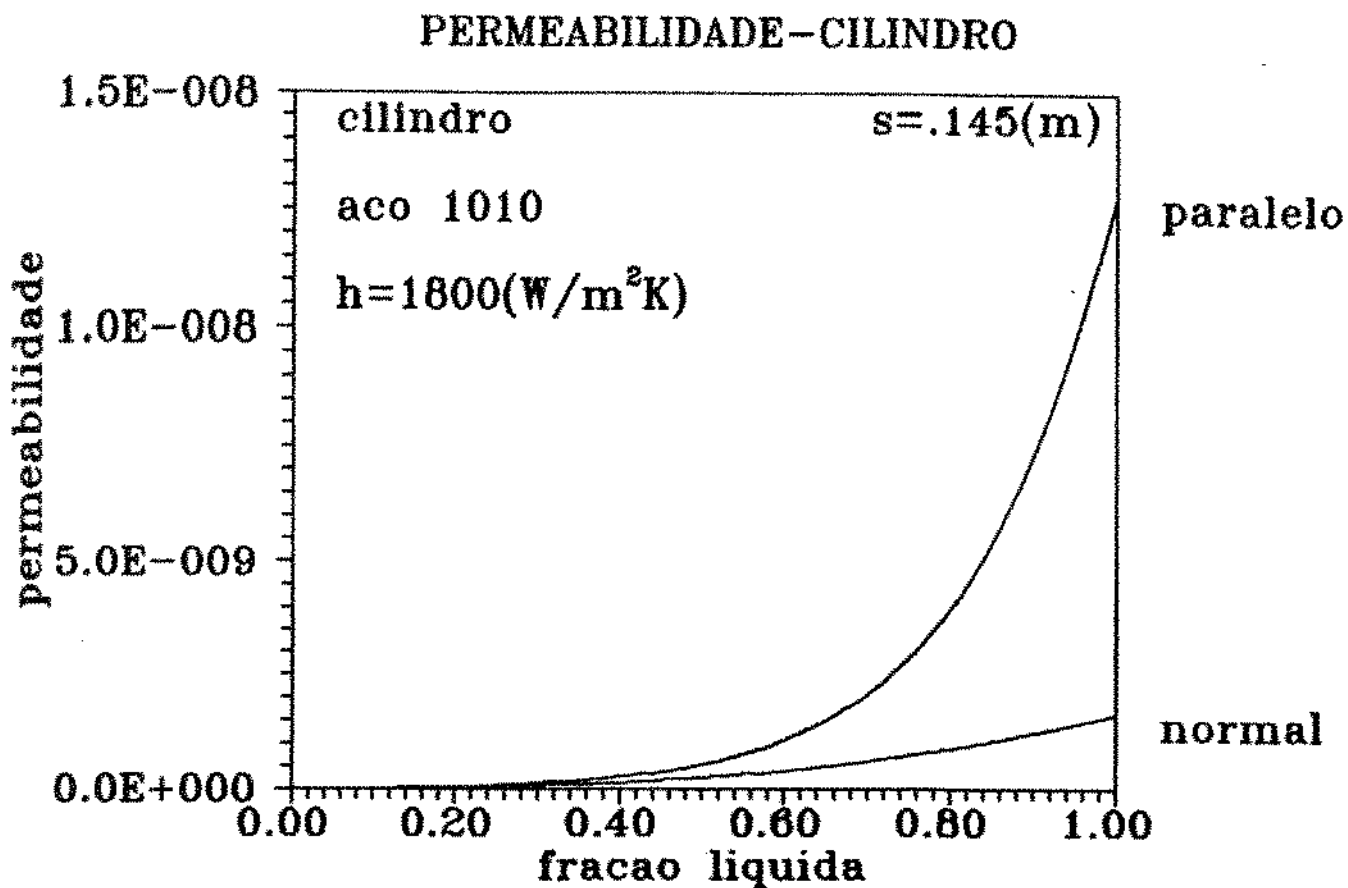


Figura (6.30) - Variação das permeabilidades paralela e normal do cilindro em função da fração líquida em um ponto distante 0,145(m) da interface metal/molde.

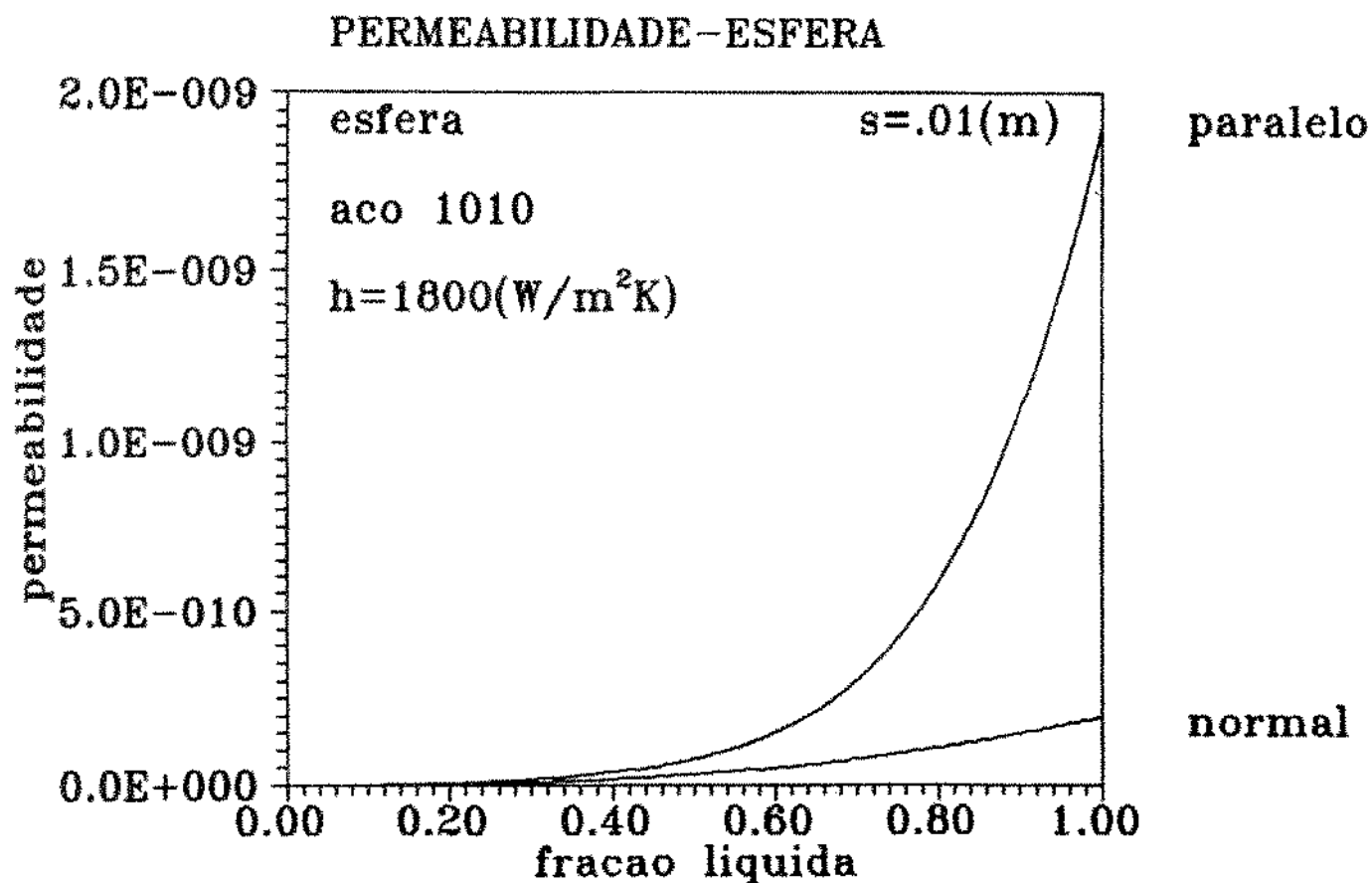


Figura (B.31) - Variação das permeabilidades paralela e normal da esfera em função da fração líquida em um ponto distante 0,01(m) da interface metal/molde.

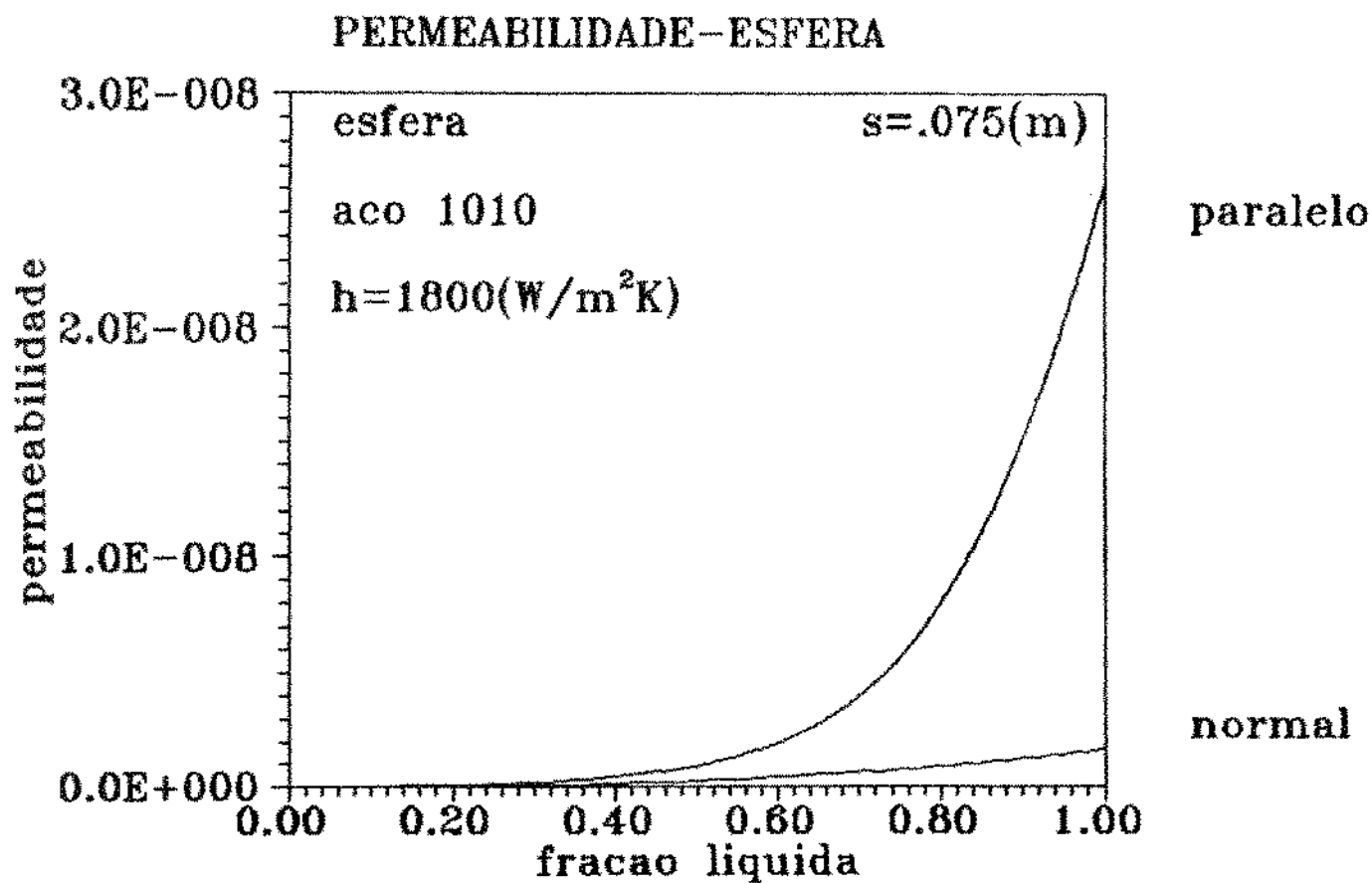


Figura (B.32) - Variação das permeabilidades paralela e normal da esfera em função da fração liquida em um ponto distante 0,075(m) da interface metal/molde.

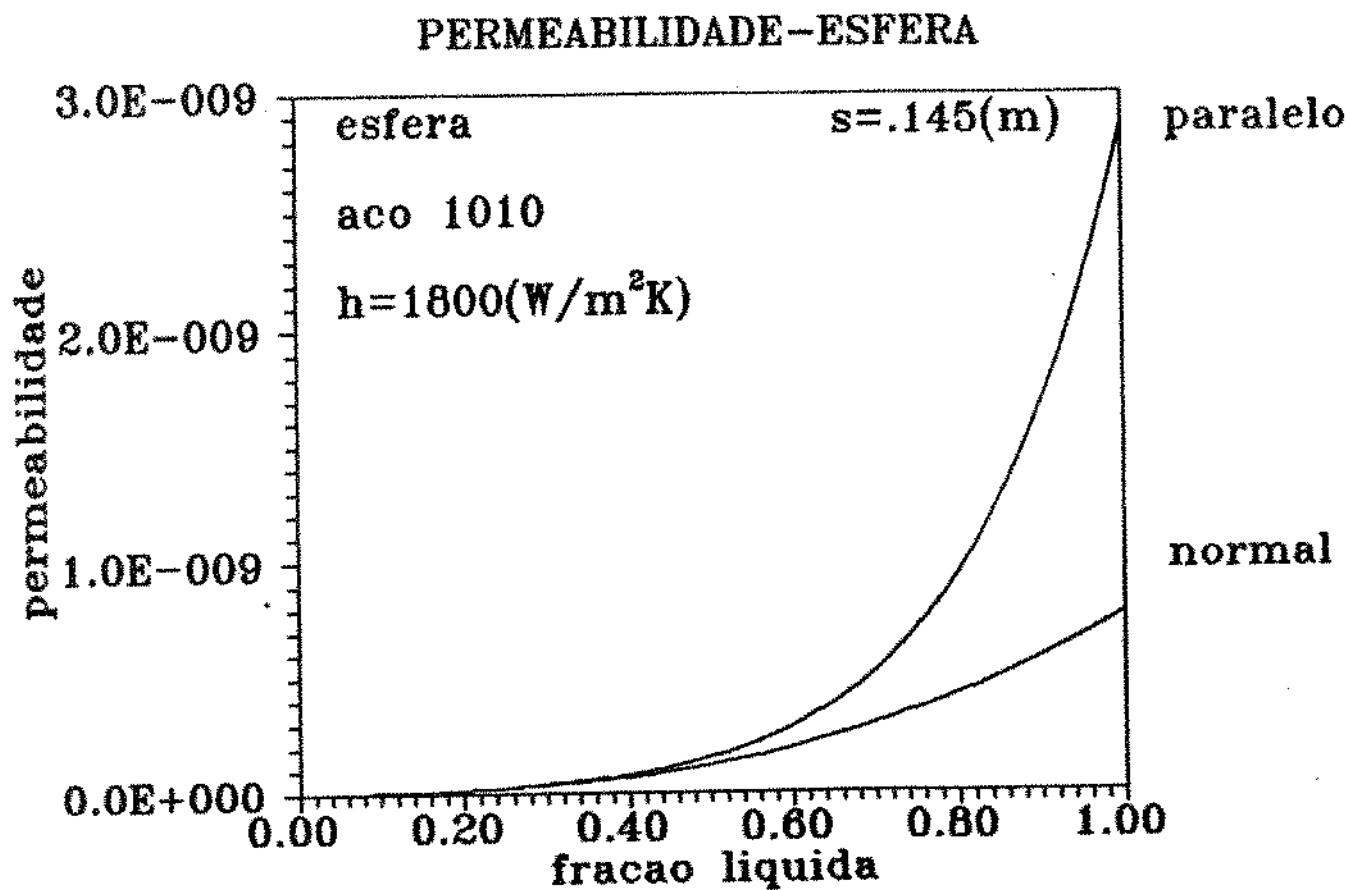


Figura (6.33) - Variação das permeabilidades paralela e normal da esfera em função da fração líquida em um ponto distante 0.145(m) da interface metal/molde.

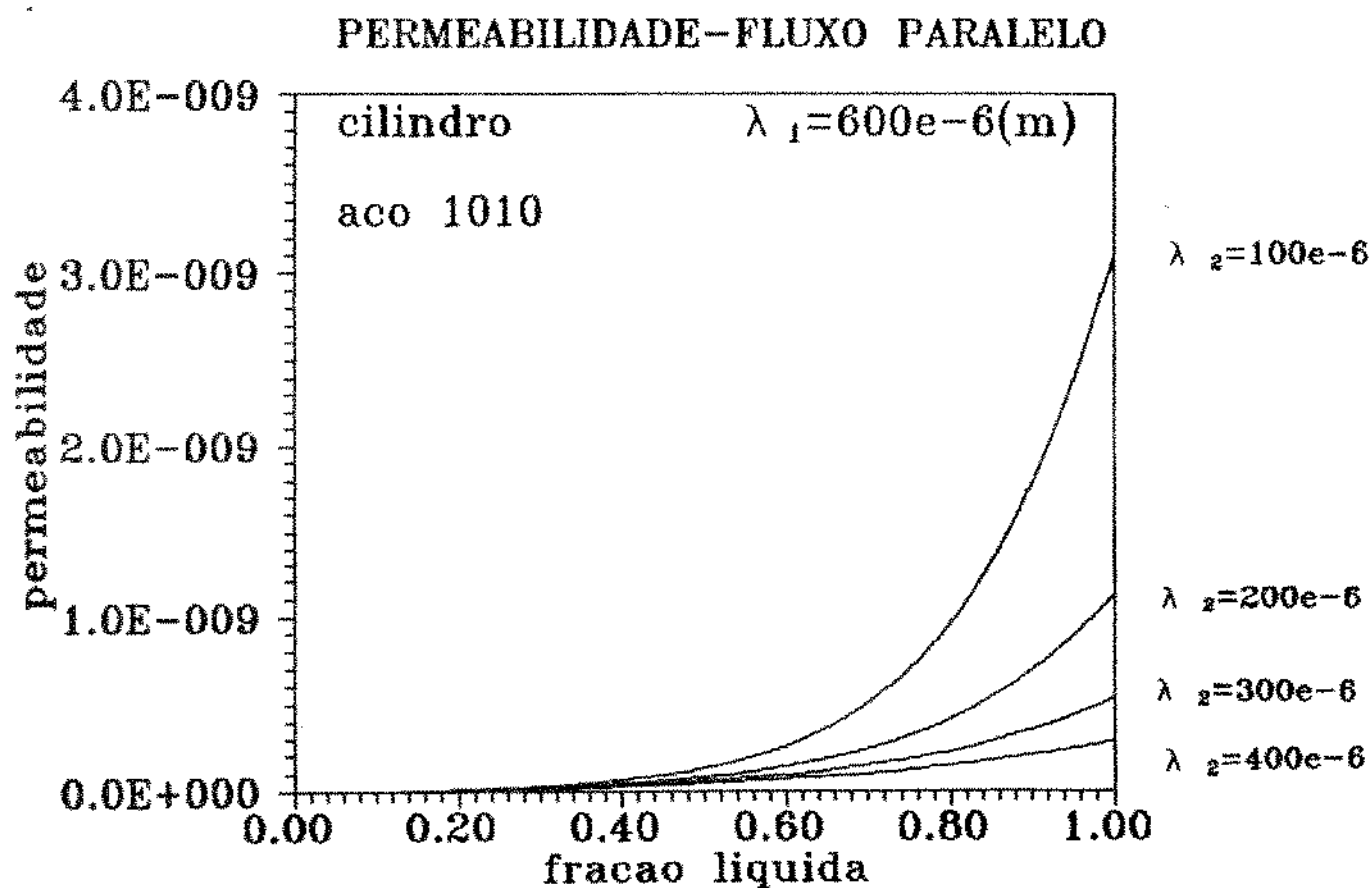


Figura (6.34) - Variação da permeabilidade paralela do cilindro em função da fração líquida, fixando-se λ_1 e variando-se λ_2 .

PERMEABILIDADE-FLUXO PARALELO

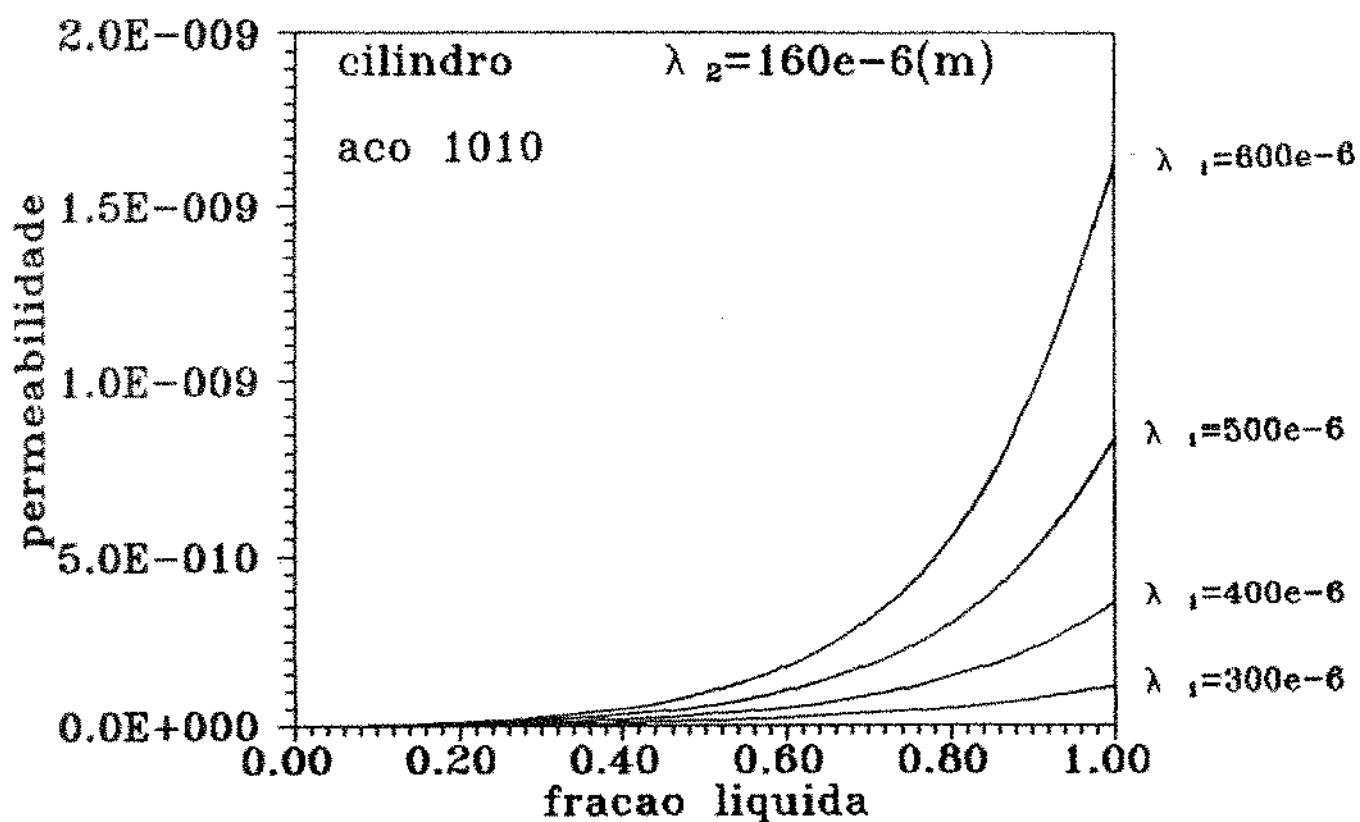


Figura (6.35) - Variação da permeabilidade paralela do cilindro em função da fração líquida, fixando-se λ_2 e variando-se λ_1 .

CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES

O modelo analítico desenvolvido permite uma análise do processo de solidificação de ligas metálicas, em moldes refrigerados com geometrias cilíndricas e esféricas, através da determinação de parâmetros relacionados com a transferência de calor no sistema metal/molde, tais como: posição das isoterms líquidas e sólidas em função do tempo, tempo local de solidificação, velocidade de avanço da ponta das dendritas e velocidade de avanço da raiz das dendritas. O modelo permite, ainda, a determinação de parâmetros relativos à microestrutura como os espaçamentos dendríticos primário e secundário.

A utilização destes parâmetros permite determinar a permeabilidade dos canais interdendríticos que é um parâmetro fundamental para a análise da formação de microporosidades. O modelo permite analisar a variação das permeabilidades para fluxos de metal líquido paralelo e normal aos ramos dendríticos primários.

A aplicação do método desenvolvido na análise da influência das características do sistema metal/molde permite que sejam extraídas as seguintes conclusões em relação à permeabilidade:

- A permeabilidade paralela não apresenta uma grande variação em função da variação do coeficiente de transferência de calor para as geometrias estudadas.

- A permeabilidade normal aumenta à medida que o coeficiente de transferência de calor diminui para as geometrias em estudo.

- As permeabilidades paralela e normal no caso da placa são maiores do que as observadas no cilindro e as permeabilidades paralela e normal no caso do cilindro são maiores que as observadas na esfera nos estágios finais de finais de solidificação devido à grande influência da da curvatura nos últimos estágios do processo de solidificação.

- A permeabilidade paralela é sempre maior do que a permeabilidade normal para as geometrias estudadas e para qualquer posição em relação à interface metal/molde.

- O método desenvolvido permite a elaboração de ábacos onde pode se visualizar claramente a variação da permeabilidade em função dos espaçamentos primário e secundário conforme exemplo apresentados nas figuras (6.34) e (6.35).

PROPOSTA PARA FUTUROS TRABALHOS

- Continuidade dos trabalhos aplicando os métodos desenvolvidos juntamente com a análise do fluxo de metal líquido nos canais interdendríticos de modo a determinar as posições e dimensões de microporosidades.
- Em função das dificuldades de se determinar experimentalmente as posições e dimensões das microporosidades em processos práticos de fundição tentar simular os processos através da utilização de compostos orgânicos.
- Aplicação do modelo para a análise comparativa da microestrutura e da permeabilidade para diferentes ligas metálicas e diferentes condições do sistema metal/molde.
- Adaptação do método para solidificação em moldes maciços.

BIBLIOGRAFIA

- 1 - OZISIK, M.N. & UZZEL JUNIOR, J.C. - Exact Solution for Freezing in Cylindrical Symmetry with Extended Freezing Temperature Range. *Journal of Heat Transfer*, v.101: p. 331-334, mai. 1979.
- 2 - CARSLAW, H.S. & JAEGER, J.C. - *Heat Conduction in Solids*, Oxford University Press, Oxford, 1959, p. 282.
- 3 - PIRES, O.S. & PRATES, M. & BILONI, H. - Cinética da Solidificação Unidirecional de Metais Vazados sem Superaquecimento. *METALURGIA*, v. 29: p. 813-820, dez.1973.
- 4 - PRATES, M. Influência de la capacidad de extracion calórica del sistema metal/molde sobre el proceso de solidification. Tese de doutorado, Universidad Nacional del Sur, Argentina, 1971.
- 5 - GARCIA, A. & PRATES, M. Mathematical model for the unidirectional solidification of metals; I. Cooled Molds. - *Metallurgical Transactions B*, v.9: p. 449-457, set. 1978.
- 6 - GARCIA, A. & CLYNE, T.W. & PRATES, M. Mathematical model for the unidirectional solidification of metals: II Massive molds. - *Metallurgical Transactions B*, v.10: p. 85-92, mar.1979.

- 7 - GARCIA,A. & MEDEIROS,M. & PRATES,M. - Mathematical Analysis of Thermal Behaviour of Metal/Mold Systems During Unidirectional Solidification, in the Foundry and Casthouse - The Metals Society, London, p. 27-82, 1984.
- 8 - GARCIA,A. - Mathematical Heat Transfer Model for the Analysis of Solidification of Binary Alloys, in Multi-Phase Flow and Heat Transfer III - Part B: Application, Elsevier Science Publishers, Amsterdam, p. 591-603, 1984.
- 9 - GARCIA,A. & PRATES,M. The Application of a Mathematical Model to Analyse Ingot Thermal Behaviour during Continuous Casting, in Steelmaking and Continuous Casting, Pergamon Press, Oxford, p. 273-279, 1984.
- 10 - SANTOS,R.G. & GARCIA,A. Analytical technique for the determination of solidification rates during the inward freezing of cylinders. - Journal of Materials Science, v. 18: p. 3578-3590, 1983.
- 11 - SANTOS,R.G. - Solidificação sob condições de fluxo de calor radial, Tese de Livre Docência, UNICAMP, 1985.
- 12 - SANTOS,R.G. - Determinação das variações de temperatura no sistema metal/molde durante a solidificação de metais em moldes cilíndricos. Anais do X Seminário sobre Metalurgia Física e Tratamentos Térmicos, ABM, Rio de Janeiro, 1989.

13 - HARRIPRASHAD,B. & COURTNEY,T.H. & LEE,J.K. - Porosity and Tensile Ductility in Al - Zn Alloys. METALLURGICAL TRANSACTIONS A, vol. 19: p. 517-526, mar.1988.

14 - DUBENSKY,E.M. & KOSS,D.A. - Void/Pore Distributions and Ductile Fracture. METALLURGICAL TRANSACTIONS A, vol. 18: p. 1887-1895, nov. 1987.

15 - FREDRIKSSON,H. & SVENSSON,I. - On the Mechanism of Pore Formation in Metals. Metallurgical Transactions B, vol. 7: p. 599-606, dez. 1976.

16 - COBLE,R.L. & FLEMINGS,M.C. - On the Removal of Pores from Castings by Sintering. Metallurgical Transactions, vol. 2: p.409-415, fev. 1971.

17 - PIWONKA,T.S. & FLEMINGS,M.C. - Pore Formation in Solidification. Transactions of the Metallurgical Society of Aime, vol. 236: p. 1157-1165, ago. 1966.

18 - ENTWISTLE,R.A. & GRUZLESKI,J.E. - A study of Soundness in a long freezing range alloy cast in vacuum. 5 Conference on Vacuum Metallurgy, Munich, 1976.

19 - FLEMINGS,M.C. - Solidification Processing. 1 ed. New York, Ed. Mc Graw-Hill, 1974.

- 20 - POIRIER, D.R. & YEUM, K. & MAPLES, A.L. - A Thermodynamic Prediction for Microporosity Formation in Aluminum - Rich Al-Cu Alloys. *Metallurgical Transactions A*, vol. 18: p. 1979-1987, nov. 1987.
- 21 - SIESSON, L.E. & PITTS, D.R. - *Fenómenos de Transporte*. Rio de Janeiro, Editora Guanabara Dois S.A., 1979.
- 22 - GEIGER, G.H. & POIRIER, D.R. *Transport phenomena in Metallurgy*. Addison - Wesley, 1973.
- 23 - MEHRABIAN, R. & KEANE, M. & FLEMINGS, M.C. - Interdendritic Fluid Flow and Macrosegregation; Influence of Gravity. *Metallurgical Transactions*, vol. 1: p. 1209-1220, mai. 1970.
- 24 - BECKERS, J.L. - Study of Microporosity Formation in Nickel-Base Superalloys. *Metallurgical Transactions A*, vol. 19: p. 2341-2348, set. 1988.
- 25 - RIQUET, J.P. - Theoretical Effects of Casting Variables and Phase Diagrams on Porosity in Investment Casting.
- 26 - KUBO, K. & PEHLKE, R.D. - Mathematical Modeling of Porosity Formation in Solidification. *Metallurgical Transactions B*, vol. 16: p. 359-366, jun. 1985.
- 27 - MINAKAWA, S. & SAMARASEKERA, J.V. & WEINBERG, F. - Centerline Porosity in Plate Castings. *Metallurgical Transactions B*, vol. 16: p. 823-829, dez. 1985.

28 - PELLINI, W.S. - Factors which determine riser adequacy and feeding range. Transaction of American Foundryman's Society, vol. 61: p. 51-80, 1953.

29 - BISHOP, H.F. & PELLINI, W.S. - The contribution of riser and chill edge effects to the soundness of cast steel plates. AFS Transactions, vol. 59: p. 185-197, 1950.

30 - BISHOP, H.F. & MYSCOWSKY, E.T. & PELLINI, W.S. - The contribution of riser and castings and effects to the soundness of cast steel bars. A.F.S. Transactions, vol. 59: p. 171-180, 1951.

31 - TRAVARAS, A.A. & FLEMINGS, M.C. - Measurement of microporosity by microradiograph. Trans. Met. Society of Aime, v. 233: p. 355-359, 1965.

32 - CAMPBELL, J. - On the origin of porosity in long freezing range alloys British Foundryman, p. 147-158, abr. 1969.

33 - CAMPBELL, J. - The Nonequilibrium Freezing Range and its Relation to Hydrostatic Tension and Pore Formation in Solidifying Binary Alloys. Transactions of the Metallurgical Society of Aime, vol. 245: p. 2326-2334, out. 1969.

34 - LECONTE, V.C. - Etude critique de l'évaluation de la microporosité d'un superalliage de fonderie. Tese - Ecole Nationale des Mines de Paris, França, 1976.

35 - WEINBERG, F. & HIRSCHFELD, D. A. - Porosity in cast and directionally solidified Al e Al-Cu alloys - Metal Science, p. 335-340: jan. 1979.

36 - KHAN, M. H. - Relation entre la porosité due au retrait et la vitesse de solidification pour divers alliages de fonderie. Founderie - Fondeur d'Aujord'hui, vol. 28: p. 39-43, out. 1983.

37 - ROSE, J. H. - Ultrasonic Characterization of Porosity Theory. In Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, Editado por D. O. Thomson and D. E. Chimenti, Plenum Publishing, 1985, v. 4B: p. 909-1017.

38 - ROSE, A. & HSU, D. K. & ADLER, L. - Ultrasonic characterization of porosity using the kramers - kronig relation. In J. de Physique Supplément (Proceedings of 1985 International Conference on Internal Friction).

39 - APELIAN, D. & FLEMINGS, M. C. & MEHRABIAN, R. - Specific Permeability of Partially Solidified Dendritic Networks of Al-Se Alloys. Metallurgical Transactions, vol. 5: p. 2533-2537, dez. 1974.

40 - STREAT, N. & WEINBERG, F. - Interdendritic Fluid Flow in a Lead - Tin Alloy. Metallurgical Transactions B, vol. 7: p. 417-423, set. 1976.

41 - NASSER-RAFI, R. & DESHMUKH, R. & POIRIER, D. R. - Flow of Interdendritic Liquid and Permeability in Pb - 20 wt Pct Sn Alloys. Metallurgical Transactions A, vol. 16: p. 2263-2271, dez. 1985.

42 - MURAKAMI, K. & SHIRAISHI, A. & OKAMOTO, T. Interdendritic Fluid Flow Normal to Primary Dendritic - Arms in Cubic Alloys. Acta Metallurgica, vol. 31: p. 1417-1424, jan. 1983.

43 - MURAKAMI, K. & SHIRAISHI, A. & OKAMOTO, T. - Fluid Flow in Interdendritic Space in Cubic Alloys. Acta Metallurgica, vol. 32: p. 1423-1428, fev. 1984.

44 - MURAKAMI, K. & SHIRAISHI, A. & OKAMOTO, T. - Fluid Flow in the mush zone composed of granular grains. Acta Metallurgica, vol. 32: p. 1741-1744, 1984.

45 - KUBOTA, K. & MURAKAMI, K. & OKAMOTO, T. - Fluid Flow and Macrosegregation in Cylindrical Ingots. Materials Science and Engineering, vol. 79: p. 67-77, 1986.

46 - POIRIER, D. R. - Permeability for flow of Interdendritic liquid in Columnar - Dendritic Alloys. Metallurgical Transactions B, vol. 18: p. 245-255, mar. 1987.

47 - SANTOS, R. G. - Desenvolvimento de um método para a determinação da permeabilidade de canais interdendríticos. Anais do 43o. Congresso Anual da ABM, p. 75-86, 1988.

48 - CONFILHA, G. - Determinação da permeabilidade de canais interdendríticos quando o fluxo de metal é normal aos ramos primários. Anais do 44o. Congresso Anual da ABM, p. 243-253, 1989.

49 - GARCIA, A. - Desenvolvimento e verificação experimental de um modelo matemático para análise da solidificação de metais. Tese de doutorado, UNICAMP, Campinas, 1978.

50 - GARCIA, A. - Transferência de calor e solidificação no processo de lingotamento contínuo. Tese de Livre Docência, UNICAMP, Campinas, 1983.

51 - SANTOS, R. G. - Solidificação sob condições de fluxo de calor radial. Tese de Livre Docência, UNICAMP, Campinas, 1983.

52 - KURZ, W. & FISHER, D. J. - Fundamentals of Solidification. 1a. e. Switzerlans, Ed. Transtech Publications, 1986.

53 - MELO, M. L. N. M. - Análise numérica da variação da permeabilidade de canais interdendríticos durante a solidificação de ligas metálicas. Tese de mestrado, UNICAMP, Campinas, 1991.

54 - Metals Reference Book, 5 ed. LONDRES, 1976.

55 - Metals Handbook, American Society for Metals, OHIO, v. 8, 1973.

56 - SAHN, P.R. & HANSEN, P.N. - Numerical simulation and modeling of casting and solidification processes for foundry and cast-house. Ed. CIATF, 1984.

57 - MUEHLBAUER, J.C. & HATCHER, J.D. & LYONS, D.W. & SUNDERLAND, J.E. - Transient heat transfer analysis of alloy solidification. Transactions of the ASME, v. 95C, p. 324-332. 1973.

58 - ABRAMOWITZ, M. & STEGUN, I.A. - Handbook of mathematical functions. 1 ed. New York, Ed. Dover, 1965, p. 295-329.

APÊNDICE 1

SIMBOLOGIA

- a - difusividade Térmica
- A - área
- A_i - área na interface metal/molde
- A_{LP} - área na interface líquido/região pastosa.
- A_{SP} - área na interface sólido/região pastosa
-
- b - distância entre a raiz e a ponta das dendritas
- c - calor específico
- C - segunda constante de integração do perfil térmico.
- C_E - concentração eutética
- d - densidade
- dP - queda de pressão nos canais interdendríticos
- D - coeficiente de difusão
- erf - função erro
- f_L - fração líquida
- f_S - fração sólida
- g - aceleração da gravidade
- G - gradiente térmico
- G_T - quantidade de gás dissolvido presente, inicial, no metal líquido
- g_L - fração líquida volumétrica
- h - coeficiente de transferência de calor
- H - calor latente de fusão
-
- k - condutividade térmica
- k'_L - constante de solubilidade para o líquido
- k'_S - constante de solubilidade para o sólido
-
- K - permeabilidade do meio poroso
- K' - coeficiente de redistribuição de soluto no equilíbrio
- K_N - permeabilidade dos canais interdendríticos quando a direção de escoamento é normal aos braços dendríticos primários.

K_p - permeabilidade dos canais interdendríticos quando a direção de escoamento é paralela aos braços dendríticos primários.

l - comprimento do cilindro

L - comprimento do canal interdendrítico

L_{ef} - comprimento efetivo do canal interdendrítico

m - constante do metal $= \sqrt{a_2/a_3}$

m - inclinação da linha líquidus

n - constante do metal $= \sqrt{a_1/a_3}$

n' - número de canais de escoamento por secção transversal unitária

P_a - pressão atmosférica

P_A - pressão na entrada do canal interdendrítico

P_L - pressão no final do canal interdendrítico

P_s - pressão de equilíbrio de todos os gases dissolvidos no líquido

P_H - pressão metalostática

P_S - pressão devido à contração volumétrica durante a solidificação

P_o - pressão necessária para superar a tensão superficial no líquido

Q - vazão de fluido

r - posição nos sistemas radiais

r_o - raio do cilindro ou da esfera

r_D - raio da ponta das dendritas

r_c - raio do cilindro

r_G - raio do canal líquido

r_L - posição da isoterma líquidus no sistema radial cilíndrico ou esférico

r_P - raio do poro

r_s - posição da isoterma sólíduus no sistema radial cilíndrico ou esférico

- R - relação entre volume de metal e a área da interface metal/molde medida a partir da interface metal/molde, no sistema real
- R - relação entre volume de metal e a área da interface metal/molde medida a partir da interface metal/molde, no sistema virtual
- R_c - relação entre volume de metal e a área da interface metal/molde para sistemas radiais cilíndricos.
- R_* - relação entre volume de metal e a área da interface metal/molde para sistemas radiais esféricos
- S - espessura
- S_o - espessura total de metal no sistema unidirecional.
- t - tempo no sistema real
- t' - tempo no sistema virtual
- T - temperatura
- T' - fator de tortuosidade
- T_o - temperatura do fluido de refrigeração
- T_L - temperatura liquidus
- T_M - temperatura de fusão do metal
- T_S - temperatura sólidos
- T_v - temperatura de vazamento do metal líquido
- T_{ic} - perfil de temperatura no sólido para sistemas radiais cilíndricos
- T_{ie} - perfil de temperatura no sólido para sistemas radiais esféricos
- T_{zc} - perfil de temperatura na região pastosa para sistemas radiais cilíndricos
- T_{ze} - perfil de temperatura na região pastosa para sistemas radiais esféricos
- T_{ac} - perfil de temperatura no metal líquido para sistemas radiais cilíndricos
- v - velocidade de escoamento do fluido no canal interdendrítico
- v_s - velocidade de solidificação

- V - volume do metal
- V_L - volume do metal líquido remanente em cada instante do processo
- V_T - volume total de metal no molde
- V_{LP} - soma dos volumes de metal líquido e metal "pastoso"
- x - posição nos sistemas unidirecionais
- α - constante utilizada nas equações de cinética
- β - constante utilizada nas equações de cinética
- γ - constante que depende da estrutura dendrítica
- Γ - coeficiente de Gibbs - Thompson
- δ - coeficiente da equação de cinética de deslocamento da linha sólido
- Δ_p - queda de pressão
- η - contração de solidificação
- Θ - fator geométrico de correção
- Θ_{LC} - fator geométrico de correção para a isoterma líquido do cilindro
- Θ_{SC} - fator geométrico de correção para a isoterma sólido do cilindro
- Θ_{LE} - fator geométrico de correção para a isoterma líquido da esfera
- Θ_{SE} - fator geométrico de correção para a isoterma sólido da esfera
- λ_1 - espaçamento dendrítico primário
- λ_2 - espaçamento dendrítico secundário
- μ - viscosidade do metal líquido
- σ - tensão superficial do metal líquido
- τ - tempo modificado, no sistema real
- τ' - tempo modificado, no sistema virtual

t_p - tempo modificado, necessário para produzir F_{so} e F_{lo} no sistema virtual

I - constante de solidificação

SUB - ÍNDICES

1 - sólido

2 - agregado sólido/líquido (zona pastosa)

3 - líquido

e - sistema radial esférico

M - molde

u - sistema unidirecional

c - sistema radial cilíndrico

APÊNDICE 2

PROPRIEDADES DAS LIGAS

PROPRIEDADES	AÇO 1010	Pb-20%Sn
k_1 (W/mK)	33	42
d_1 (Kg/m ³)	7250	1092
c_1 (J/KgK)	818	172
k_3 (W/mK)	35	24
d_3 (Kg/m ³)	7000	9782
c_3 (J/KgK)	820	164
L (J/Kg)	275700	15120
T_L (K)	1803	553
T_s (K)	1768	456
T_o (K)	293	293
C_o	0,1	20
D (m ² /s)	2e-8	2e-8
k_o	0,17	0,31
m'	81	2,33
Γ (m ² k)	1,9 e-7	1 e-7
C_E	0,53	61,9

APÊNDICE 3

DEFINIÇÃO E PROPRIEDADES DA FUNÇÃO ERRO (ERF) E DA FUNÇÃO COMPLEMENTAR (ERFC)⁵⁸

(1) Definição:

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-u^2) du$$

$$\operatorname{erfc}(z) = 1 - \operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \exp(-u^2) du$$

(2) Propriedades:

$$\operatorname{erf}(-z) = -\operatorname{erf}(z)$$

$$\operatorname{erf}(0) = 0$$

$$\operatorname{erf}(\infty) = 1$$

$$\operatorname{erf}(-\infty) = -1$$

(3) Derivadas:

$$\frac{d}{dz} \operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-z^2)$$

APÊNDICE 4

DISTANCIA DA INTERFACE METAL/ MOLDE [cm]	TEMPO [s] ISOTERMA LIQUIDUS	TEMPO [s] ISOTERMA SÓLIDUS
3	37 44 48	222 230 250
6	104 86 100	480 508 530
9	126 121 118	795 738 834
12	162 162 180	1020 972 1020
15	180 222 198	1176 1140 1260

Tabela (1) - Valores experimentais obtidos das curvas de resfriamento

APÊNDICE 5

Sequência de resultados para a liga Pb-20%Sn solidificada em moldes cilíndricos, utilizando-se um coeficiente de transferência de calor de $1500 \text{ W/m}^2\text{K}$ que foi utilizado nos trabalhos experimentais.

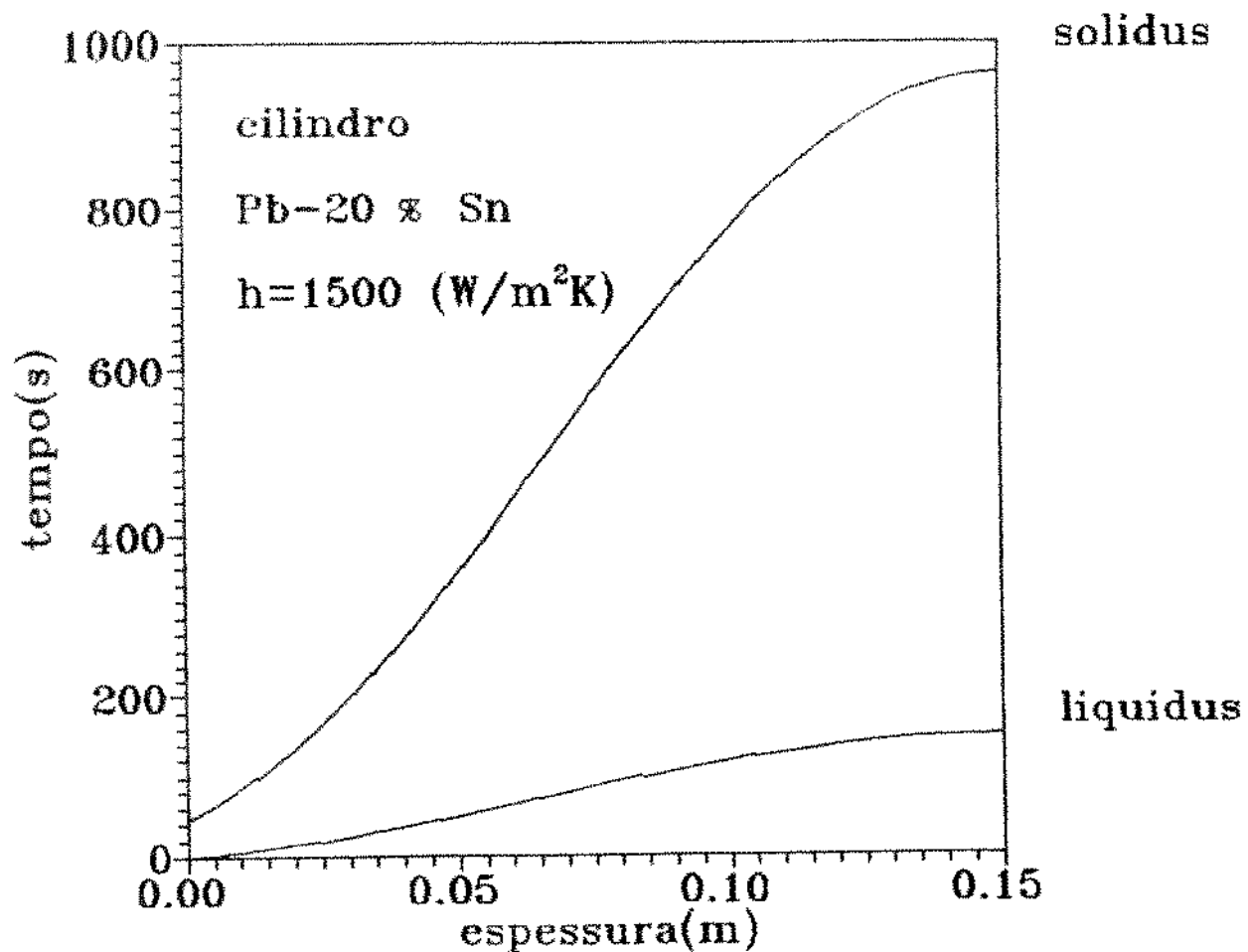


Figura 1 - Evolução das isoterma sólido e líquido da liga Pb-20%Sn.

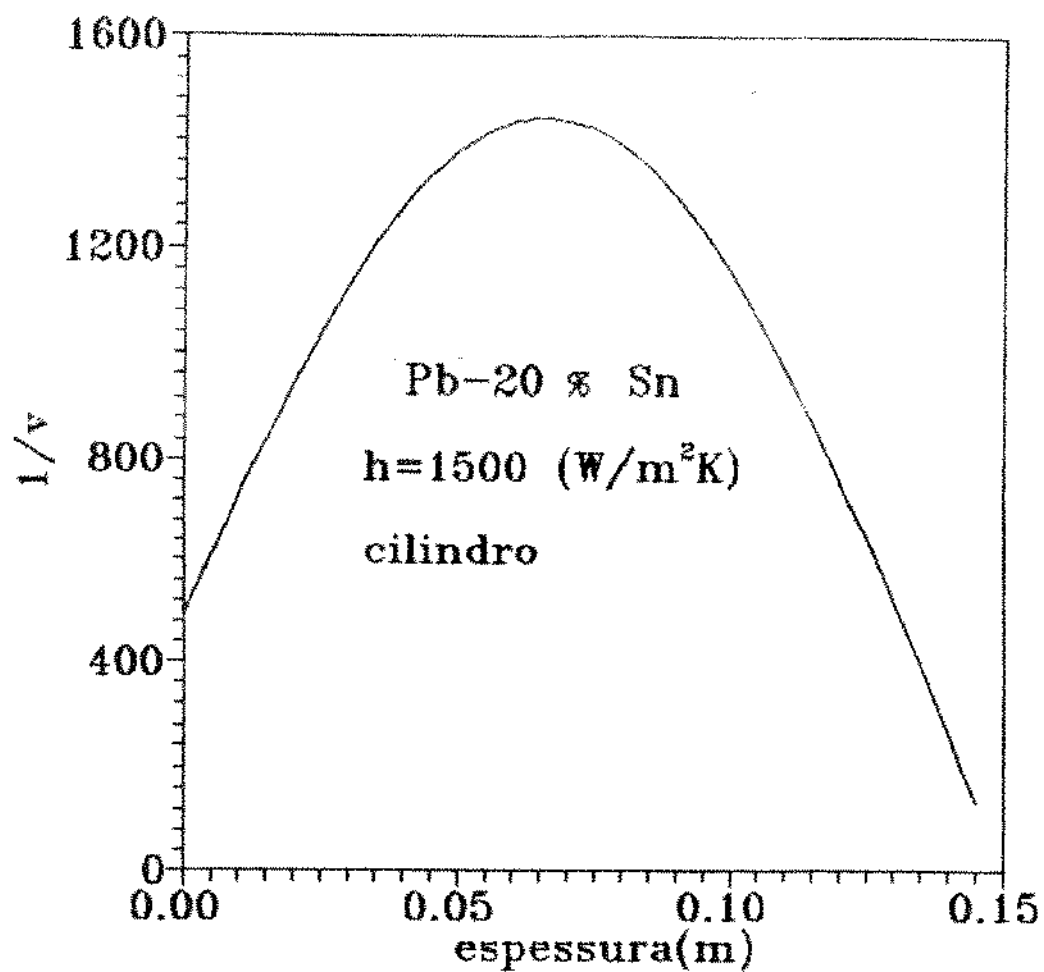


Figura 2 - Inverso da velocidade de avanço da isoterma líquidus (ponta das dendritas) da liga Pb-20%Sn.

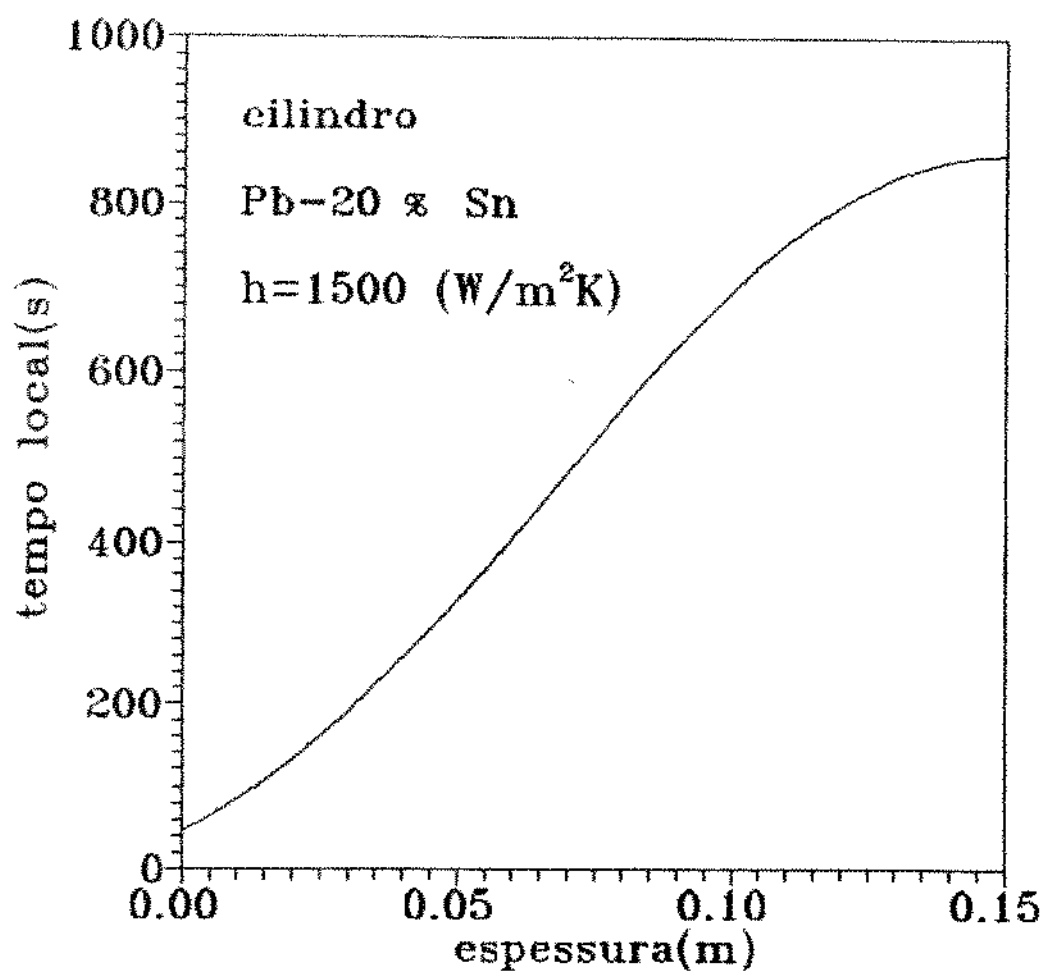


Figura 3 - Tempo local de solidificação da liga Pb-20%Sn.

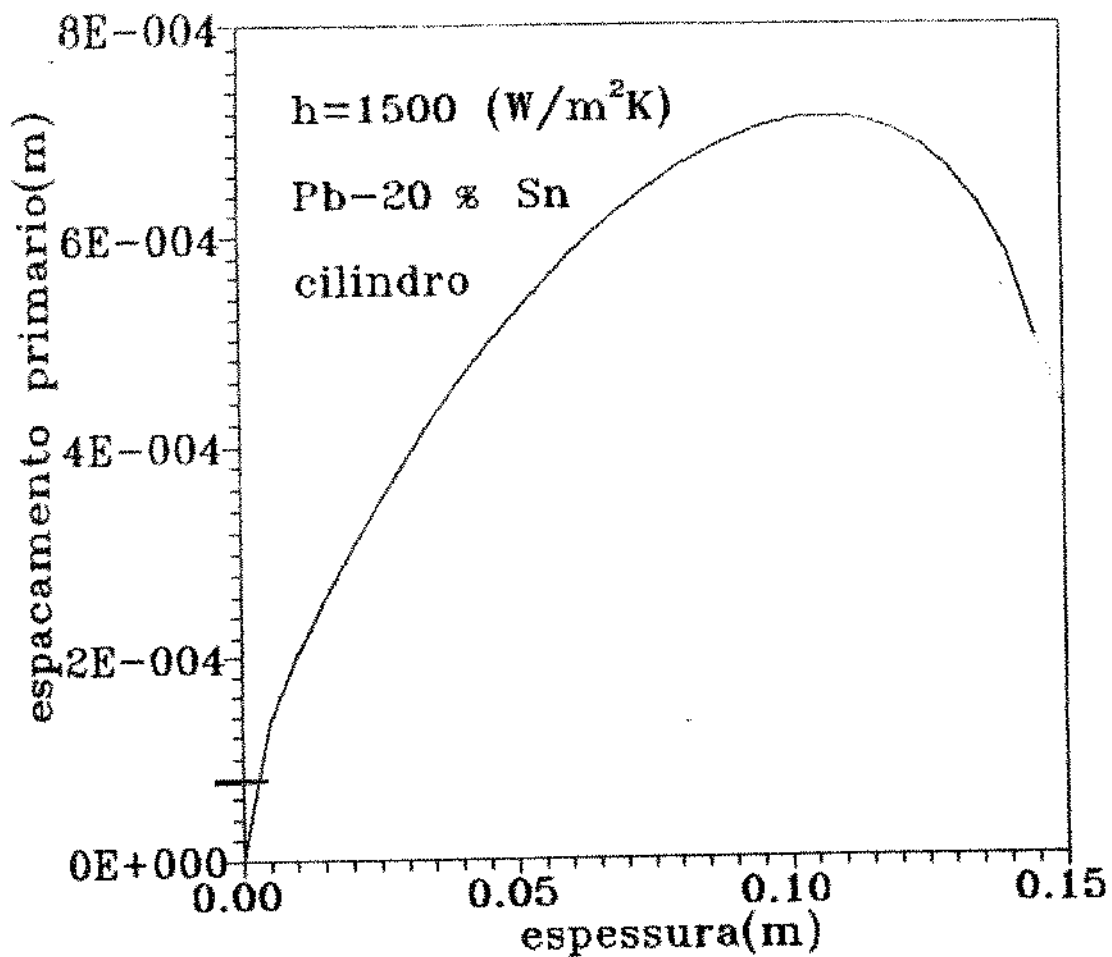


Figura 4 - Variação do espaçamento dendrítico primário da liga Pb-20%Sn.

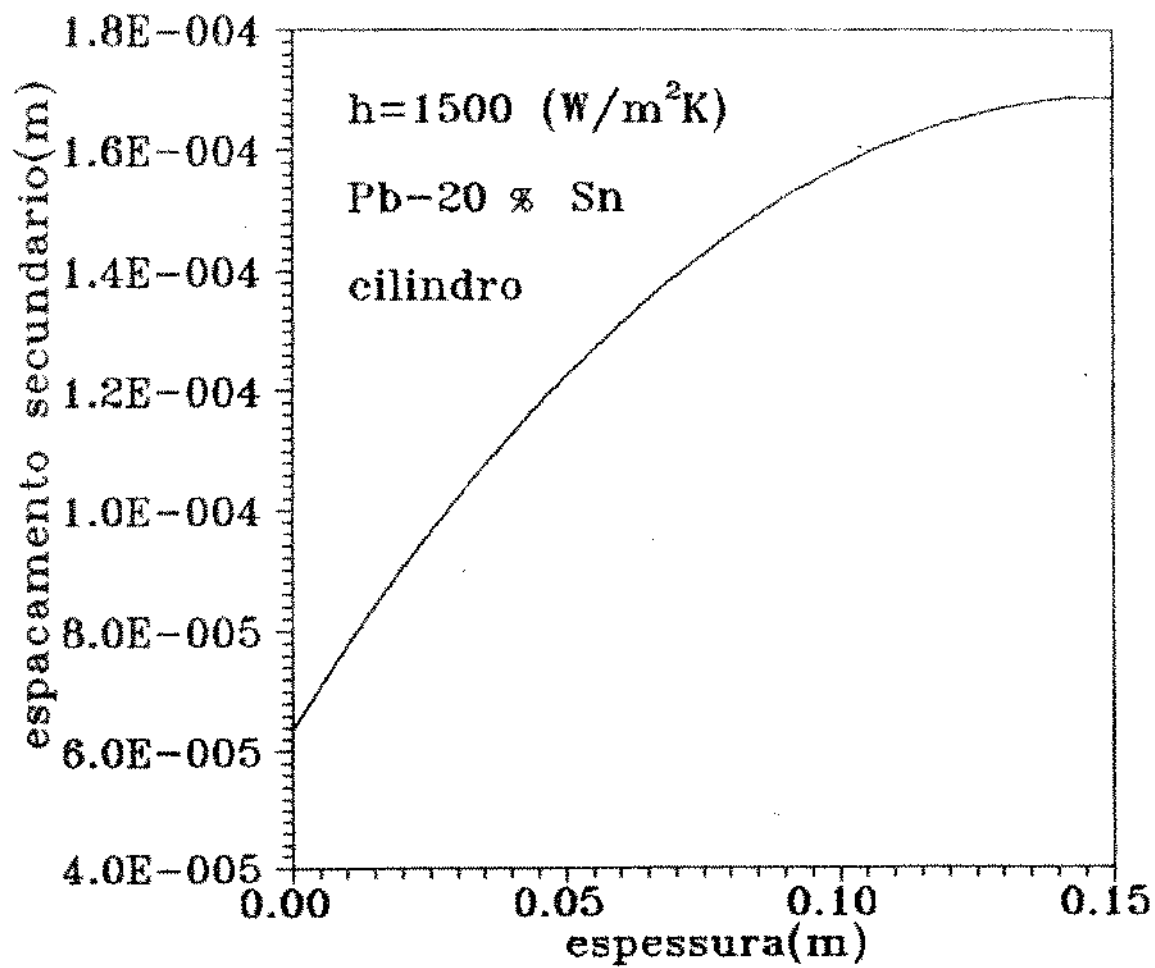


Figura 5 - Variação do espaçamento dendrítico secundário da liga Pb-20%Sn.

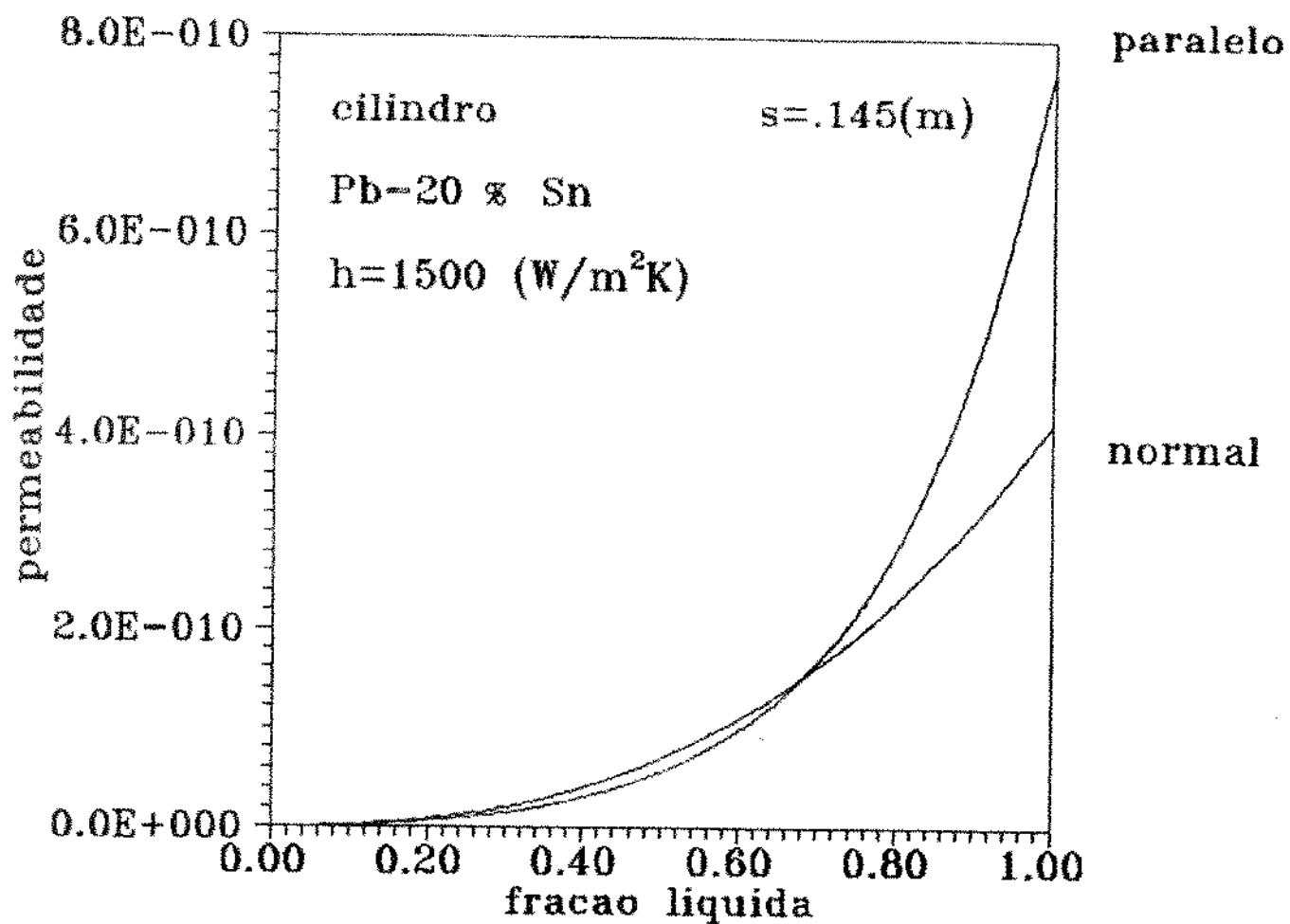


Figura 6 - Variação das permeabilidades paralela e normal do cilindro em função da fração líquida em um ponto distante 0,145(m) da interface metal/molde.