

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**APLICAÇÃO DA ANÁLISE ELETRÔNICA AO
ESTUDO DE ESCOAMENTOS MULTIFÁSICOS**

Autor: Francisco Antonio Belo

Orientador: Prof. Dr. Luiz Felipe Mendes de Moura

06/95

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL
DA TESE DEFENDIDA POR Francisco
Antonio Belo E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 29/06/95.

Luiz Felipe Moura
ORIENTADOR

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA TÉRMICA E FLUIDOS**

TESE DE DOUTORADO

**APLICAÇÃO DA ANÁLISE ELETRÔNICA AO
ESTUDO DE ESCOAMENTOS MULTIFÁSICOS**

Autor: **Francisco Antonio Belo**

Orientador: **Prof. Dr. Luiz Felipe Mendes de Moura**

Curso: Engenharia Mecânica

Unidade: Faculdade de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Térmicas e Fluidos

Trabalho apresentado à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Campinas, 29 Junho de 1995

S.P. - Brasil

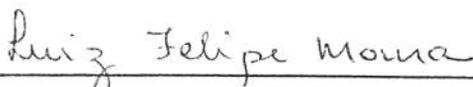
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA TÉRMICA E FLUIDOS

TESE DE DOUTORADO

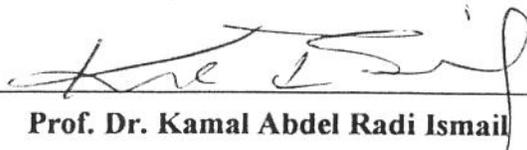
APLICAÇÃO DA ANÁLISE ELETRÔNICA AO
ESTUDO DE ESCOAMENTOS MULTIFÁSICOS

Autor: **Francisco Antonio Belo**

Orientador: **Prof. Dr. Luiz Felipe Mendes de Moura**



Prof. Dr. Luiz Felipe Mendes de Moura, Presidente



Prof. Dr. Kamal Abdel Radi Ismail



Prof. Dr. Carlos Alberto Carrasco Altemani



Prof. Dr. Carlos Alberto dos Reis Filho



Prof. Dr. Pio Caetano Lobo

Campinas, 29 Junho de 1995

DEDICATÓRIA

À Antônio Eurico Belo, a primeira referência

À Jano e Sarita

AGRADECIMENTO

À Luiz Felipe Mendes de Moura, pela orientação e apoio.

À Luiz Francisco da Cruz e João de Deus, pelo ajuda experimental.

SUMÁRIO

BELO, F. A., *APLICAÇÃO DA ANÁLISE ELETRÔNICA AO ESTUDO DE ESCOAMENTOS MULTIFÁSICOS*, 260 pp., Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

Apresentam-se modelagem e métodos experimentais para validação da análise eletrônica aplicada à escoamentos multifásicos. Baseia-se no comportamento da amostra em relação ao campo eletromagnético e de sua identificação através de uma transdução eletrônica. Organiza-se os fundamentos da resposta da matéria com o campo eletromagnético e, a partir destas, os princípios das células transdutoras.

A eletrônica de transdução consiste de uma técnica de processamento eletrônico analógico bem integrada a unidade sensora de modo a permitir a obtenção de resultados experimentais próximos dos valores calculados, até frequências razoavelmente altas, comparadas às utilizadas em trabalhos similares. Uma técnica de guarda permite uma boa localização do campo de medidas da amostra. Foram desenvolvidos protótipos de laboratórios, propostos métodos de aferição e analisados as respostas simuladas e reais de diversos tipos de escoamento bifásico gás-líquido. Os resultados obtidos apontam para a viabilidade da utilização do método experimental proposto para a aplicação em um sistema de tomografia com processamento tipo paralelo.

Palavras Chave

Análise Eletrônica; Escoamentos Multifásicos, Instrumentação.

ABSTRACT

BELO, F. A., *Application of Electronic Analysis to the Study of Multiphase Flow*, 260 pp, PhD. Thesis - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

Modeling and experimental method to validation of the electronic analyses by conduction and polarization applied to multiphase flow are presented. It is based on the behavior of the sample with electromagnetic waves and its identification by electronic transducer. An overview of answer of sample with the field is implemented, following the principle of the transducer cell.

The electronic transducer consists in an analog electronic processing integrated to unit sensor in order to approximate the calculated and experimental data until high frequency, comparative with similar application. A guard technique permit a good localization of the sample. Laboratory prototype was developed, calibration method was proposed and simulated and real two-phase flows were analyzed. The obtained results show the capability of the proposed measurement system to be applied to the two-phase tomography with parallel processing.

Key Words

Electronic Analysis, Multiphase Flow, Instrumentation

ÍNDICE

Dedicatória	v
Agradecimentos	vii
Sumário	ix
Abstract	x
Índice	xi
Nomenclatura	xiv
Lista de Figuras	xx
Lista de Tabelas	xxvi
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Apresentação	1
1.2 Objetivos	3
1.3 Metodologia	3
1.3.1 Fundamentos	3
1.3.2 Modelos e protótipos	4
1.3.3 Validação da análise	5
2. PESQUISAS BIBLOGRÁFICAS	6
2.1 Análise eletrônica	6
2.2 Análise eletrônica aplicada ao escoamento multifásico	7
2.3 Sistema de tomografia computadorizada	10
2.4 Eletrônica de transdução	11
3. FUNDAMENTOS DA ANÁLISE ELETRÔNICA	13
3.1 Tratamento do campo estático	14
3.1.1 Abordagem da polarização	16
3.1.2 Abordagem da condução elétrica	20
3.2 Tratamento do campo dinâmico	22
3.2.1 Princípio da superposição	23
3.2.2 A resposta generalizada	24

3.3. Formulação da análise eletrônica para os escoamentos multifásicos	29
3.3.1 Caracterização dos modelos	30
3.3.2 Caracterização dos equacionamentos	33
3.4 Equações do meio efetivo	34
3.5 Equações das imposições das condições de contorno	41
3.5.1 Solução não invasiva e não intrusiva	41
3.5.2 Solução invasiva e não intrusiva	46
3.6 Formulação por elementos finitos	50
3.6.1 O método dos elementos finitos aplicado ao campo elétrico (a solução do problema direto)	50
3.6.2 A solução do problema inverso (a imagem tomográfica)	57
4. DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS EXPERIMENTAIS	59
4.1. Implementação dos protótipos	60
4.1.1 Elemento sensor	60
4.2. Elementos de transdução eletrônica	64
4.2.1 Medição por variação de frequência	66
4.2.2 Medição por variação da largura de pulso	67
4.2.3 Medição por variação da amplitude de voltagem	67
4.3. Transdução eletrônica proposta	68
4.3.1 Circuito diferenciador	69
4.3.2 Circuito para determinação de fase	70
4.3.3 Medida do sinal alternado	72
4.4. Considerações complementares	74
4.5. Apresentação do sistema de tomografia	79
4.6 Bancada de aferição	81
5. ANÁLISE DOS RESULTADOS	83
5.1. Análise do circuito eletrônico de transdução	83
5.1.1 Medidor de sinal alternado e sistema resistivo	83
5.1.2 Sistema capacitivo	94
5.2. Resultados dos protótipos	102
5.2.1 Aferição do sistema de medida de permissividade	112

5.2.2 Resultados de calibração estática	117
5.2.3 Resultados de calibração dinâmica	121
5.3 Resultados do sistema condutivo	123
5.4 Resultados do sistema de tomografia	125
6. CONCLUSÕES	133
APÊNDICE A: Das relações entre a capacitância e a resistência elétrica	135
ANEXO A1	137
APÊNDICE B: Abordagem estrutural e complementos para determinação da permissividade global	139
APÊNDICE C: Um problema geral da eletrostática útil para determinação do momento de dipolo e da constante dielétrica	164
APÊNDICE D: Parâmetros dos dielétricos	169
APÊNDICE E: Ação eletroquímica	172
APÊNDICE F: Imagem tomográfica	174
APÊNDICE G: Programas computacionais	192
REFERÊNCIAS	218

NOMENCLATURA

a	Eixo do elipsóide
A	Área das placas dos eletrodos de um sistema capacitivo ou resistivo
A	Ganho de malha direta do amplificador
\vec{a}	vetor normal a área a
A_j	Fator de depolarização dos elipsóides nas direções do eixo
A_s	Área do eletrodo
A_t	Área transversal do tubo do sensor
b	Eixo do elipsóide
c	Eixo do elipsóide
C	Capacitância elétrica
Cap	Capacitância elétrica
C_c	Capacitância de um sistema quando o meio é o vazio
C_e	Capacitância sistema invasivo e não intrusivo
$C_{i,j}$	Capacitância do par de eletrodos de índices i e j
$C_{i,j}^m$	Capacitância medida do par de eletrodo (i, j)
d	Distância entre as placas de um sistema capacitivo
D	Deslocamento elétrico
D	Diâmetro interno do tubo de um sensor
D^*	Deslocamento elétrico complexo

D_s	Espessura do eletrodo do sistema condutivo (invasivo más não intrusivo)
E	Campo elétrico
E^*	Campo elétrico complexo
e	Carga elétrica de uma partícula
f_D	Função resposta a impulso do deslocamento elétrico
F_D	Função resposta a degrau do deslocamento elétrico
f_I	Função resposta a impulso da corrente elétrica
F_I	Função resposta a degrau da corrente elétrica
F_i	Funcional do campo eletrostático
f^{or}	Função resposta a impulso da polarização orientacional
F^{or}	Função resposta a degrau da polarização orientacional
f_p	Função resposta a impulso da polarização elétrica
F_p	Função resposta a degrau da polarização elétrica
f_x	Função resposta a impulso da variável x ($x=D$, $x=P$, $x=I$)
F_x	Função resposta a impulso da variável x ($x=D$, $x=P$, $x=I$)
G	Condutância elétrica
G_e	Condutância do sistema invasivo e não intrusivo
$G(p)$	Nível de cinza de cada elemento de uma malha
H_1	Altura do filme em um escoamento bifásico
I	Corrente elétrica
J	Densidade de corrente

K	Constante de Stefan-Boltzman
K	Matriz do elemento da malha
k_e	Susceptibilidade dielétrica
l	Braço de dipolo
L	Comprimento do eletrodo
$\langle L \rangle$	Comprimento médio equivalente do campo horizontal no sensor condutivo
M	Função módulo complexo
m_n	Massa da partícula
n	Número de partículas
p	Polarização da partícula
p	Índice do elemento
P	Número de elementos da malha transversal discretizada
P	Polarização de uma amostra de material
q	Unidade de carga elétrica
Q	Carga elétrica
R	Raio interno do tubo de um sensor
R_1	Raio da fase interna do padrão de escoamento anular
R_2	Raio interno do tubo do sensor capacitivo
R_3	Raio externo do tubo do sensor capacitivo
S	Espessura do eletrodo do sistema condutivo
$S_{i,j}(k)$	Distribuição da sensibilidade devido ao par de eletrodo (i,j)
$S_{n,k}$	Elemento (n,k) da matriz contribuição dos elementos finitos

$S(n,k)$	Elemento (n,k) da matriz contribuição dos elementos finitos
$SS[K][K]$	Matriz global dos elementos finitos
T	Temperatura absoluta
V	Voltagem elétrica
V	Volume de uma amostra
V_e	Tensão de entrada de um sistema eletrônico
V_{e_pp}	tensão de pico de entrada do conversor alternado para contínuo
v_i	Fração volumétricas das bolhas ou dos pequenos elipsóides
V_s	Tensão de saída de um sistema eletrônico
V_{s_e}	Tensão de saída do conversor alternado para contínuo do sinal de entrada do diferenciador
V_{s_s}	Tensão de saída do conversor alternado para contínuo do sinal de saída do diferenciador
$V(x,y)$	Potencial elétrico bidimensional dos elementos de uma malha
\bar{v}_d	Velocidade média da partícula
V_{s_cc}	Tensão de saída do conversor alternado para contínuo
$W(p)$	Função peso das áreas sensíveis correspondente a cada para de capacitor
Y	Admitância elétrica
Y_c	Admitância de um sistema condutivo
Z	Impedância elétrica
Z_D	Impedância de um sistema dielétrico
Z_f	Impedância de realimentação do circuito diferenciador

Z_x	Impedância do sensor
Z_1	Impedância de entrada do diferenciador
α	Polarizabilidade da partícula
β	Concentração de líquidos dos diversos padrões de escoamento
χ	Susceptibilidade dielétrica
ε_m	Permissividade equivalente do meio
ε_s	Constante dielétrica estática
ε_∞	Constante dielétrica da polarização induzida
ε^*	Permissividade elétrica complexa
ε'	Parte real da permissividade complexa
ε''	Parte imaginária da permissividade elétrica complexa
ε_0	Permissividade elétrica do vácuo
ε_1	Permissividade do meio hospedeiro
ε_1	Permissividade da fase interna de um padrão de escoamento anular
ε_2	Permissividade dos elipsóides ou das esferas
ε_2	Permissividade da fase externa de um padrão de escoamento anular
ε_2	Permissividade do isolador quando o meio é uma amostra de uma fase
ε_3	Permissividade do isolador do sensor capacitivo
ε_m	Permissividade equivalente do meio
ϕ	Ângulo qualquer dentro de um duto cilíndrico do sensor capacitivo

$\phi(x, y)$	Potencial elétrico do elemento da malha
γ	Condutividade elétrica
η^*	Constante dielétrica complexa generalizada
η'	Parte real da constante dielétrica complexa generalizada
η''	Parte imaginária da constante dielétrica generalizada
φ	Potencial elétrico
$\lambda_{i,j}$	Capacitância normalizada do par de eletrodo (i, j)
Λ	Condutividade molar
μ	Momento de dipolo de uma partícula
μ_n	Mobilidade dos portadores de carga
ρ	Densidade de carga por área
σ	Condutividade elétrica
τ	Tempo de relaxação dielétrica
τ	Tempo médio de colisão das partículas
ν	Frequência em Hertz
ν	Índice de refração
ω	Frequência angular
Ω	Valor da sensibilidade de cada área, conforme o par de capacitor que se utiliza

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Diagrama de blocos da anemometria ou radiometria térmica	2
Figura 1.2	Diagrama de blocos da análise eletrônica em fenômenos de transporte	2
Figura 1.3	Elementos básicos da análise eletrônica	4
Figura 1.4	Diagrama de blocos da elaboração dos modelos	4
Figura 1.5	Diagrama dos elementos envolvidos no desenvolvimento de protótipos	4
Figura 1.6	Diagrama dos processos de validação da análise eletrônica	5
Figura 1.7	Diagrama com detalhes da aferição	5
Figura 3.1	Resposta da polarização de um dielétrico à um degrau no campo elétrico	22
Figura 3.2	Representação da imitância para um sistema dielétrico(a) e para um sistema condutivo(b)	30
Figura 3.3	Modelo para determinação da equação de Robert	35
Figura 3.4	Diagrama de blocos do campo dentro da esfera	40
Figura 3.5	Sensor com dois meios para análise	41
Figura 3.6	Distribuição de potencial ao longo do raio externo do sensor	42
Figura 3.7	Representação do fluxo anular no sensor	44
Figura 3.8	Representação dos elementos em um sensor invasivo	47
Figura 3.9	Vista do campo nas proximidades da seção S do eletrodo e dentro do duto	47
Figura 3.10	Meio de vários dielétricos entre potenciais fixos	51
Figura 3.11	Elemento de primeira ordem dos potenciais elétricos	52

Figura 3.12	Representação da incorporação do elemento de nós (k,l,m) na matriz global	55
Figura 4.1	Sistema de medidas da análise eletrônica da amostra	59
Figura 4.2	Protótipo do sensor de impedância direta	61
Figura 4.3	Representação esquemática dos sensores de condutividade	61
Figura 4.4	Representação esquemática do sensor sem contato	62
Figura 4.5	Guardas dos eletrodos com potencial igual aos eletrodos adjacentes	63
Figura 4.6	Esquema para determinação dos parâmetros do vidro	64
Figura 4.7	Medição da capacitância por variação do comprimento de pulso	67
Figura 4.8	Circuito diferenciador para medida da impedância	67
Figura 4.9	Diagrama do circuito de medição de impedância	68
Figura 4.10	Configuração do sistema de medição de impedância complexa	69
Figura 4.11	Diagrama do circuito de medida de impedância	69
Figura 4.12	Filtro passa faixa (a) e passa alto (b)	70
Figura 4.13	Diagrama esquemático da medida de fase	71
Figura 4.14	Circuito eletrônico da medida do atraso	71
Figura 4.15	Diagrama da medida de sinal alternado baseado em chave sincronizada	72
Figura 4.16	Conversor de sinal alternado para contínuo	72
Figura 4.17	Circuito eletrônico de medida do sinal alternado	73
Figura 4.18	Medida do sinal alternado por sincronismo de sinal	73
Figura 4.19	Conversor alternado para contínuo baseado no princípio do diodo ideal	74

Figura 4.20	Protótipo de um sensor com guarda	75
Figura 4.21	Efeito equivalente do campo na eletrônica de transdução	76
Figura 4.22	Diagrama de bloco da eletrônica de transdução	76
Figura 4.23	Resposta do fasímetro em função da frequência	78
Figura 4.24	Diagrama representativo da guarda longitudinal dos eletrodos	79
Figura 4.25	Diagrama do sistema de tomografia de oito eletrodos	80
Figura 4.25	Disposição dos elementos da transdução	81
Figura 4.27	Bancada para aferição dinâmica	82
Figura 5.1	Sistema de aferição do medidor de sinal alternado	84
Figura 5.2	Resposta para um sinal alternado na entrada do conversor	85
Figura 5.3	Resposta do conversor para faixa de saída de até 1200mv	85
Figura 5.4	Resposta do conversor para faixa de saída de até 1200mv, aumentando o nível inferior da faixa de entrada para 250mv	86
Figura 5.5	Sistema para determinação da relação de saída dos medidores de sinal alternado na entrada e na saída do diferenciador	86
Figura 5.6	Resposta dos dois conversores para um mesmo sinal de entrada	87
Figura 5.7	Resposta dos dois conversores para sinais de saída abaixo de 1200mv	88
Figura 5.8	Resposta dos dois conversores para sinais de saída abaixo de 1200mv e de entrada acima de 300mv	88
Figura 5.9	Curva de propagação do atraso do diferenciador	89
Figura 5.10	Resposta do sistema resistivo ($R_f = R_1$) com ganho um	89
Figura 5.11	Resposta para os dois conversores em diversas frequências	90
Figura 5.12	Resposta dos dois conversores para várias frequências na faixa de amplitude apropriada	91

Figura 5.13	Resposta do sistema resistivo com arquitetura integrada	92
Figura 5.14	Resposta do sistema para frequência de 8MHz	92
Figura 5.15	Resposta do sistema para dois conversores diferentes na frequência de 8MHz	93
Figura 5.16	Resposta do sistema para diversos capacitores em 2.63 MHz	94
Figura 5.17	Resposta teórica e experimental para diversos capacitores na frequência de 2.63MHz	95
Figura 5.18	Resposta teórica e experimental com a correção da deriva dos conversores para os diversos capacitores na frequência de 2.63MHz	95
Figura 5.19	Resposta do diferenciador para diversas frequências com capacitor de 3.8 pF	97
Figura 5.20	Respostas experimentais e calculadas nas frequências de 6 a 9 MHz, sem considerar o efeito do conversor AC/DC	98
Figura 5.21	Resultados para 7 e 8 MHz, para capacitâncias de 3.8 pF	98
Figura 5.22	Resposta experimental e teórica para as diversas unidades	101
Figura 5.23	Resposta do circuito com resistor e capacitor na entrada	102
Figura 5.24	Resposta do protótipo vazio em diversas frequências	103
Figura 5.25	Resposta do protótipo vazio sem guarda e com capacitor de 3.8pF para frequência de 8MHz	103
Figura 5.26	Resposta do protótipo vazio e com a guarda para frequências de 6, 7 e 8 MHz	105
Figura 5.27	Resposta para o protótipo com e sem guarda em 8 MHz	105
Figura 5.28	Regressões lineares superpostas as curvas experimentais	106
Figura 5.29	Resposta do protótipo com água a frequência de 463 KHz	107
Figura 5.30	Variação do sinal de saída com a variação da temperatura, para sinal de entrada constante (aproximadamente 810mV)	109

Figura 5.31	Resposta em função do volume ocupado, com a guarda ligada	110
Figura 5.32	Resposta comparativa com e sem guarda	111
Figura 5.33	Resposta para tetracloreto de carbono e para o ar ambiente, em 2.63 MHz	113
Figura 5.34	Resposta do sistema para água e para o álcool em 500 kHz	115
Figura 5.35	Resposta esperada em função da resposta medida	117
Figura 5.36	Resultados experimentais e analíticos para simulação de escoamento anular	119
Figura 5.37	Resposta para esferas de vidros imersa em água	120
Figura 5.38	Respostas das esferas de vidros imersa em água em comparação com as curvas de Maxwell e Bruggeman	120
Figura 5.39	Resposta em função da fração de vazio (sem aferição)	121
Figura 5.40	Resposta em função da fração de vazio (com aferição)	122
Figura 5.41	Resposta normalizada em função da fração de vazio	123
Figura 5.42	Resposta da resistência normalizada de uma solução 0,02M de KCL	124
Figura 5.43	Disposição espacial dos eletrodos	126
Figura 5.44	Capacitores de placas planas circulares contendo ar	128
Figura 5.45	Resposta do capacitor C_{01} com a água	129
Figura 5.46	Resposta dos capacitores C_{01} e C_{10} com a água	130
Figura 5.47	Resposta do capacitor C_{01} com a água em uma faixa onde a relação sinal ruído pode ser notada	130
Figura 5.48	Resposta dos capacitores C_{02} e C_{20} com a ar	131
Figura 5.49	Resultado de vários ensaios de C_{02} e C_{20} com a ar	131
Figura 5.50	Resposta dos capacitores C_{01} e C_{10} com a ar	132

Figura b.1	Círculo imaginário e partícula do modelo de Lorentz	143
Figura b.2	Diagrama de Cole - Cole representado pelo círculo inferior com diâmetro fazendo um ângulo α com o eixo horizontal	156
Figura b.3	Representação do diagrama de Davidson - Cole	156
Figura c.1	Amostra de um material para um problema geral da eletrostática	164
Figure 1	Schematic representation of a 8 - electrode capacitive sensor	177
Figure 2	Finite element mesh of the capacitance sensor	178
Figure 3	Flow chart of the electrical capacitance tomography system	179
figure 4	Capacitance sensitivity distribution of the four typical electrodes pairs	181
Figure 5	Normalized capacitance data for different flow regimes	182
Figure 6	The distribution of the weighting factors for pixels	184
Figure 7	Image reconstruction of stratified flow. (a) Finite element flow phantom, (b) Reconstructed flow without filtering, (c) Reconstructed flow with threshold filtering ($\phi = 0.07$)	186
Figure 8	Image reconstruction of annular flow. (a) Finite element flow phantom, (b) Reconstructed flow without filtering, (c) Reconstructed flow with threshold filtering ($\phi = 0.87$)	186
Figure 9	Image reconstruction of droplet flow. (a) Finite element flow phantom, (b) Reconstructed flow without filtering, (c) Reconstructed flow with threshold filtering ($\phi = 0.035$)	187

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1	Índice de refração e permissividade para polarização eletrônica	18
Tabela 3.2	Índice de refração e permissividade para polarização iônica	19
Tabela 3.3	Índice de refração e permissividade para polarização dipolar	20
Tabela 3.4	Mobilidade de íons em soluções aquosas a 298.15 K	21
Tabela 3.5	Resistividade de alguns dielétricos	21
Tabela 3.6	Relações entre as quatro funções imitâncias básicas	30
Tabela 3.7	Correspondência da matriz local na matriz global	56
Tabela 5.1	Ensaio em duas condições diferentes	96
Tabela 5.2	Ensaio em condições e dias diferentes	99
Tabela 5.3	Ensaio em condições ambientais próximas	100
Tabela 5.4	Erro relativo considerando a capacitância fixa	100
Tabela 5.5	Ensaio do protótipo vazio com as guardas desligadas para frequência de 6 MHz	104
Tabela 5.6	Ensaio do protótipo vazio com as guardas desligadas para frequência de 8MHz	104
Tabela 5.7	Erro relativo considerando a capacitância fixa	106
Tabela 5.8	Medidas em dias diferentes mas frequências de 6, 7 e 8 MHz	107
Tabela 5.9	Medidas do protótipo com amostras de água no dia 26 de Janeiro	108
Tabela 5.10	Medidas do protótipo amostra de água em 27 de janeiro	109
Tabela 5.11	Resposta do protótipo ao volume de água	111
Tabela 5.12	Parâmetros do sensor	113

Tabela 5.13	Permissividade do tetracloreto de carbono para várias frequências. O valor $\text{tg}\delta$ está multiplicado por 10^4	114
Tabela 5.14	Permissividade do álcool etílico	115
Tabela 5.15	Erro relativo das diversas substâncias (%)	116
Tabela 5.16	Dados dos ensaios com vários bastões de vidro	118
Tabela 5.17	Características geométricas do tomógrafo	125
Tabela 5.18	Valores analíticos para o sensor contendo água	127
Tabela 5.19	Valores analíticos para o sensor contendo ar	127
Tabela 5.20	Valores experimentais para o sensor contendo água	127
Tabela 5.21	Valores experimentais para o sensor contendo ar	127
Tabela 5.22	Fator de correção do capacitor de placas circulares	128
Tabela 1	Condutâncias iônica molares a diluição infinita, 298,15 K (Apêndice B)	159
Tabela 2	Condutância molar com a concentração em $\Lambda \times 10^{-7}$ (Apêndice B)	160
Tabela 3	Mobilidade de íons em soluções aquosas a 298,15 K (Apêndice B)	161
Tabela 4	Espessura da dupla camada (Apêndice B)	163
Tabela 1	Vidro (Apêndice D)	169
Tabela 2	Água (Apêndice D)	170
Tabela 3	Solução aquosa de NaCl (Apêndice D)	170
Tabela 4	Álcoois (Apêndice D)	171

Tabela 5	Outros (Apêndice D)	171
Tabela 1	Séries galvânicas (Apêndice E)	173
Table 1	Input data for the finite element calculations (Apêndice F)	179
Table 2	List of the 24 sensitivity distributions versus the 4 typical ones and the corresponding rotation angle (Apêndice F)	181

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 APRESENTAÇÃO

Um problema posto desde o século passado é o da determinação do transporte efetivo ou propriedades mecânicas em meio multifásico, dado as propriedades e frações volumétricas das fases. Exceto para uns poucos meios especiais, não há uma solução analítica exata que preveja as propriedades destes sistemas randômicos associados a transportes governados pelas equações de conservação, apesar do esforço empreendido por Rayleigh (1872), Maxwell (1873), Gibbs (1906), Einstein (1906), Bruggeman (1935), Landau (1960), Looyenga (1965) e Kin (1990). Relacionado a este problema, ou posto de outra forma, o desafio ainda presente do problema dos meios multifásicos é a determinação da estrutura interfacial e sua evolução, que estaria associado aos gradientes que controlam a transferência de massa, de quantidade de movimento e de energia nas interfaces.

Na atual sociedade tecnológica que estamos inseridos, a elucidação da dinâmica de escoamento gás-sólido, líquido-sólido e gás-líquido aumenta sua importância em projeto, operação e controle de processos de mineração, petroquímico e de alimento. Estas pesquisas estão em estágio inicial de desenvolvimento, e apesar da atividade considerável, ainda não se pode analisar muitos dos fenômenos aparentemente simples.

Uma técnica simples e com a vantagem de uma medida volumétrica para determinação da fração de vazio é através do fechamento rápido de válvulas. Possui a limitação da operação manual das válvulas, e as desvantagens da intrusividade no escoamento e de um certo desconhecimento do processo físico que a caracteriza. A determinação da interface pode ser feita com a tradicional tomografia de raio-x. Embora possa-se caracterizar com boa precisão a interface, esta técnica apresenta limitação de velocidade.

A análise eletrônica em fenômenos de transporte apresenta um potencial de estudo de fronteira na área de escoamentos monofásicos e multifásicos, através da solução dos dois problemas citados acima, de maneira não invasiva e não intrusiva. Estes problemas estarão sendo abordados pela análise eletrônica, gravitando em torno deles outros problemas complementares.

Define-se a análise eletrônica como o estudo das relações do estado e propriedades da matéria com o campo eletromagnético para frequências abaixo do infravermelho. Como método experimental, diferentemente da anemometria e radiometria térmica, se caracteriza como um método de medida direta, onde as relações dos parâmetros a serem determinados com a energia eletromagnética acontecem sem transformação intermediária de energia. As figuras 1.1 e 1.2 apresentam em forma de diagramas de blocos cada uma destas técnicas.

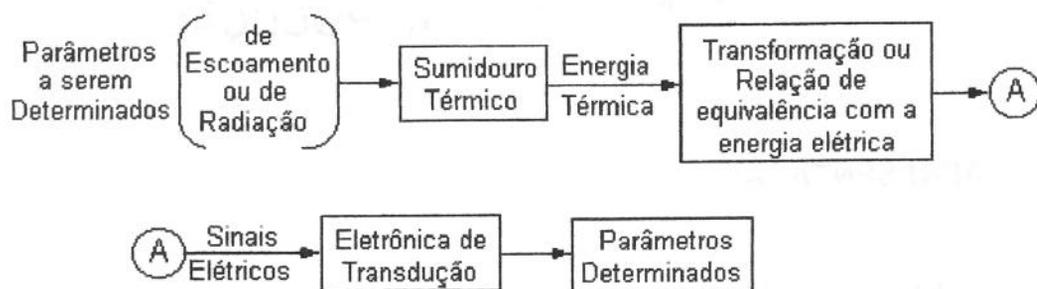


Figura 1.1 - Diagrama de blocos da anemometria ou radiometria térmica.

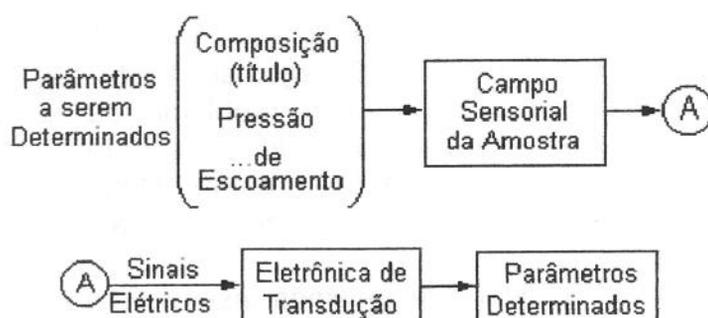


Figura 1.2 - Diagrama de blocos da análise eletrônica em fenômenos de transporte.

A análise experimental em escoamentos multifásicos geralmente envolve um certo desconhecimento do processo físico da técnica aplicada. Uma primeira etapa deste trabalho será, então, o conhecimento da resposta físico-química da amostra no campo sensorial. Em seguida serão desenvolvidas as formulações que relacionam a resposta do campo com o escoamento multifásico. De uma forma geral, nesta análise sensorial, pode-se relacionar vários parâmetros importantes para estudos em fenômenos de transporte, tais como:

- Relação com a composição ou título;
- Pequena troca de energia;
- Possibilidade de localização espacial da medida;
- Possibilidade de operação não intrusiva e não invasiva;
- Possibilidade de amostragem muito rápida.

Para a análise de parâmetros efetivos em um escoamento multifásico, como fração de vazio e estrutura de uma interface, são selecionados a superfície do sensor (placas eletródicas de metais) e o ambiente de escoamento da amostra (um duto cilíndrico não intrusivo). O desempenho da análise está relacionado com a adequação da eletrônica de transdução. É desenvolvida uma integração da eletrônica com o campo sensorial de maneira a melhor representar os modelos

descritivos do comportamento do meio, com propostas de técnicas de compensação de erros geométricos construtivos.

As formulações básicas que relacionam os escoamentos multifásicos com o campo eletromagnético são desenvolvidas através da resposta estatística do sistema randômico, relacionada com a disposição dos dois eletrodos. Estuda-se também a possibilidade do aumento da qualidade desta análise até a visualização tomográfica das interfaces pelo uso de multisensores.

O presente trabalho desenvolve relações dos fenômenos multifásicos com princípios mais básicos da matéria, emprega relações analíticas até onde permitem os limites experimentais de certas análises, e formulações numéricas após os limites analíticos, desenvolve uma eletrônica de transdução que permite uma sensibilidade maior que trabalhos apresentados anteriormente com objetivos similares, bem como propõe uma arquitetura da eletrônica integrada às superfícies sensoriais procurando melhor representar os modelos descritivos do comportamento multifásico.

1.2 OBJETIVOS

- Relacionar os princípios e as formulações básicas da físico-química da matéria com parâmetros fundamentais de fenômenos de transporte.
- Elaborar modelos e métodos experimentais em escoamento multifásico através da análise eletrônica.
- Validação dos modelos desenvolvidos através de resultados experimentais.

1.3 METODOLOGIA

De acordo com os objetivos expostos anteriormente a metodologia adotada pode ser separada em fundamentos, desenvolvimento de modelos e protótipos, e validação da análise.

1.3.1 Fundamentos

Elaborar os princípios e as formulações da composição da matéria (substância, misturas e meios multifásicos) relacionados com a análise eletrônica. Um diagrama didático dos elementos básicos estudados nesta etapa é apresentado na figura 1.3. Os modelos físicos da polarização e condução elétrica determinam a permissividade complexa, e daí sua função admitância elétrica (termo utilizado para representar as variadas funções características de tensão versus corrente de dois terminais de um sistema dielétrico ou condutivo). A partir do conhecimento das características da tensão versus corrente elétrica, o modelo da formulação para o multifásico determina a distribuição das fases da matéria (parâmetros de escoamento).

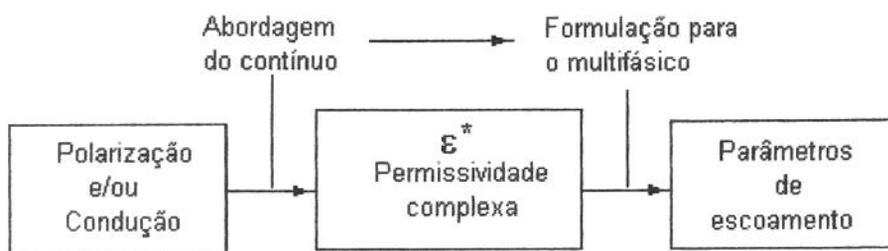


Figura 1.3 - Elementos Básicos da Análise Eletrônica.

1.3.2. Modelos e Protótipos.

Elaborar os equacionamentos da resposta de um campo sensorial incidente sobre uma amostra fluídica em determinada geometria, figura 1.4. A eletrônica de transdução fornece sinais elétricos relacionados aos parâmetros elétricos como a imitância ou a disposição espacial do campo elétrico. Os modelos teóricos correspondem a solução do problema inverso; a partir das imitâncias se determina os parâmetros de escoamento (distribuição das fases).

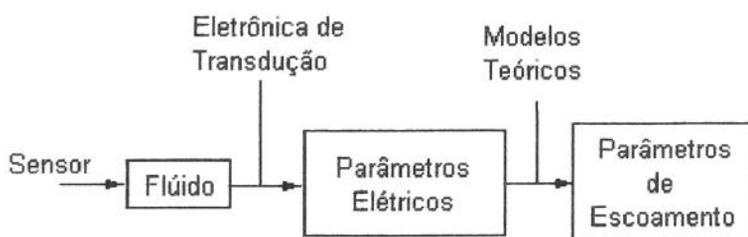


Figura 1.4 - Diagrama de blocos da elaboração dos modelos.

A figura 1.5 mostra os elementos e suas interações no desenvolvimento dos protótipos.

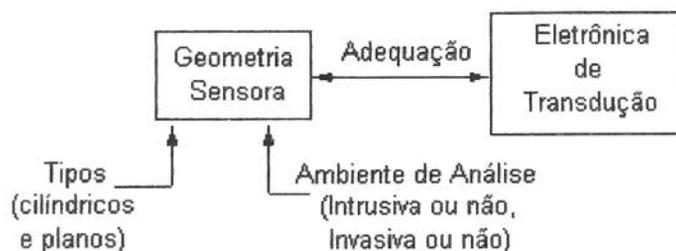


Figura 1.5 - Diagrama dos elementos envolvidos no desenvolvimento de protótipos.

1.3.3. Validação da análise.

Verificação dos modelos com técnicas de medidas desenvolvidas utilizando os protótipos. Na figura 1.6 tem-se um quadro explicativo do trabalho envolvido. Na figura 1.7 tem-se detalhes dos processos de aferição.

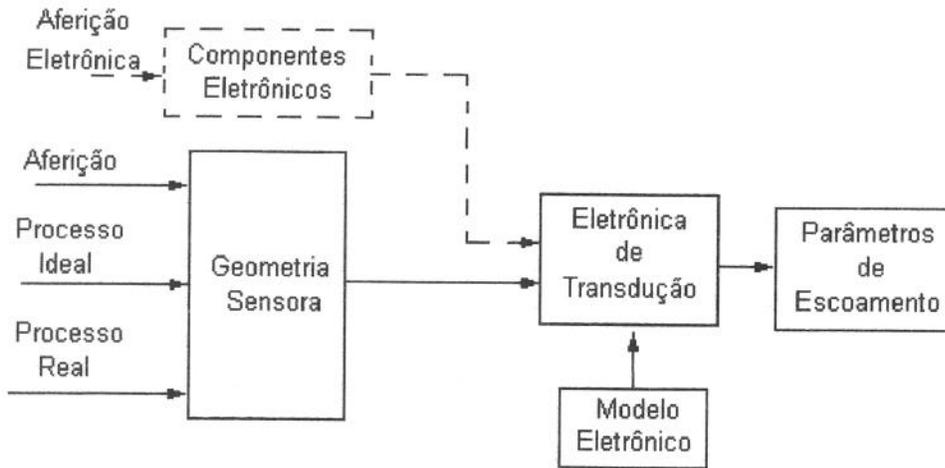


Figura 1.6 - Diagrama dos processos de Validação da Análise Eletrônica.

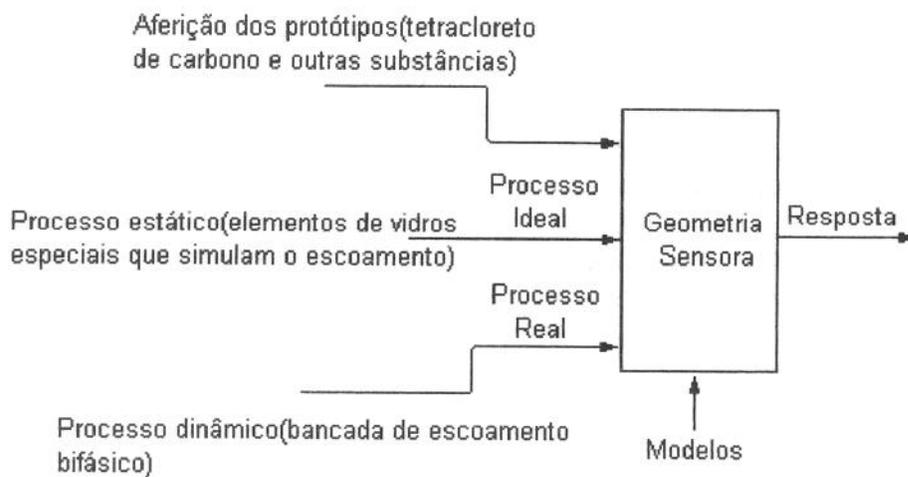


Figura 1.7 - Diagrama com detalhes da aferição.

CAPÍTULO 2 - PESQUISAS BIBLIOGRÁFICAS

O estado da arte da análise eletrônica aplicado ao estudo do escoamento multifásico é separado na caracterização da resposta do meio com o campo elétrico incidente que será denominada de análise eletrônica, nas formulações para determinação da fração das fases que será denominada de análise eletrônica dos multifásicos e nas formulações para determinação das interfaces que será denominada de sistema de tomografia computadorizada. A primeira abordagem (seção 2.1) dará consistência para a aplicação da **análise eletrônica** em fenômenos de transporte através da polarização e condução elétrica. A segunda abordagem (seção 2.2) trata da solução da **fração de vazio**, ou fração das fases, a partir da medida da imitância elétrica, utilizando dois eletrodos. A seção 2.3, através do aumento do número de sensores, trata da determinação da **distribuição das fases**, reconstruindo as imagem através das medidas das imitâncias elétricas. A seção 3.4 aborda os circuitos eletrônicos para implementação de sistemas de análise eletrônica aplicado a escoamento multifásico.

2.1 ANÁLISE ELETRÔNICA

Definiu-se a análise da qualidade eletrônica como o estudo das relações da matéria com o campo eletromagnético para frequências abaixo do infravermelho. Sua formulação é fundamentada em relações fenomenológicas do princípio da superposição em consonância com sua função de relaxação, modelo mais aceito no estudo da interação eletromagnética da matéria, segundo Ferreira e Gross (1990), e na incorporação de métodos da mecânica estatística aplicados à estrutura da matéria. Os parâmetros complexos da permissividade são escolhidos para descrição quantitativa da polarização e da condução elétrica. O principal objeto de aplicação são as propriedades dos escoamentos multifásicos. Uma vez que a ênfase da abordagem da polarização é o "tenor" da discussão molecular, conforme Hippel (1954), é natural a existência de uma complementaridade com outras áreas do conhecimento da físico-química da matéria.

Utiliza-se as proposições de Messia (1959) e Robert (1988) para mostrar que, para frequências abaixo do infravermelho, a mecânica clássica (e não a mecânica quântica) é o método adequado de seu tratamento. Os dois encaminhamentos das soluções dos problemas da análise eletrônica, desde sua proposição, tem sido feito através de uma visão do contínuo e da procura de relações com as estruturas microscópicas.

Em meados de 1866 Maxwell unificou a teoria dos fenômenos eletromagnéticos. Desde que a luz era tomada como uma forma de onda eletromagnética, seguiu-se que para maioria dos materiais a constante dielétrica era igual ao quadrado do índice de refração, denominada de relação de Maxwell. Isto valia para um grande número de materiais. No final do século XIX e começo do século XX, uma classe de substâncias chamada de "líquidos

associados", mostrava que isto não acontecia para frequências baixas. Em adição ao desenvolvimento desta abordagem fenomenológica, tentativas foram feitas para correlacionar com a estrutura microscópica. Mossoti (1847) derivou a expressão entre a constante dielétrica e a fração ocupada por uma partícula condutora no meio dielétrico. Claussius (1879) derivou também esta expressão, provavelmente de forma independente, segundo Böttcher (1973).

Lorentz (1879) introduziu o conceito de campo local, o campo de Lorentz, que avançou o entendimento teórico do problema levando à relação da constante dielétrica com o número de partículas para frequências óticas. Com as hipóteses de Lorentz aplicadas em frequência baixa, determina-se a equação denominada de Claussius-Mossoti. Esta equação funcionava para um grupo de substâncias como gases não polares, e se baseava na existência somente da polarizabilidade eletrônica. Debye (1929) propôs outro tipo de polarização, a polarização dipolar, para ser incorporada na equação de Claussius-Mossoti. Esta continuava não sendo bem aplicada para os "líquidos associados". Um grande passo na solução deste problema foi feito por Onsager (1936). A equação de Onsager incorporou o efeito no campo interno no campo de reação do dipolo. Aplicação da equação de Onsager permitiu a determinação do momento de soluções concentradas e de líquidos polares puros. A equação de Onsager não se aplica para fase líquida de certos compostos, onde ocorrem associação. Kirkood (1939) propôs a incorporação do efeito de interação curta na equação de Onsager. Isto foi demonstrado experimentalmente pelo espectro de raio x da água, na década de 50, segundo Fröhlich (1968). A água e muitos outros líquidos podem ser considerados cristais, segundo Hasted (1973).

O comportamento dos diversos tipos de matérias com o campo incidente em frequência baixa, da equação de Claussius-Mossoti até a equação de Kirkood, equivale a resposta do campo estático. Para o campo dinâmico, não existe uma equação comprovada para as diversas matérias, Fröhlich (1968). As equações são aproximadas ou empíricas, Robert (1989). Equações para diversas substâncias podem ser encontrados em Smyth (1955), Böttcher (1973), Hippel (1961), Taraev (1978), Barrow (1988), Shoemaker, Garland e Nibler (1989). Estudo de misturas aquosas em funções dos tipos de componentes são equacionadas em formas semelhantes as que se propõe nos estudos bifásicos, como pode ser visto em Hasted (1973).

Há um razoável consenso sobre a fundamentação do modelo dinâmico ser baseada em relações fenomenológicas do princípio da superposição em consonância com sua função de relaxação. No estudo dinâmico tem sido incorporadas as transformadas integrais, a partir do princípio da superposição, iniciado por Macdonald e Brachman (1956) e uma razoável esquematização destas por Böttcher (1978). Robert (1988) apresenta uma relação simples da resposta dinâmica, relacionando a estrutura microscópica com o contínuo.

2.2 ANÁLISE ELETRÔNICA APLICADA AO ESCOAMENTO MULTIFÁSICO

Os parâmetros complexos da permissividade são escolhidos para descrição quantitativa da polarização e condução elétrica. Apesar do principal objeto de aplicação ser o escoamento multifásico, a abordagem da polarização

leva à uma complementaridade com outras áreas do conhecimento da físico-química da matéria. Desta forma, ao invés de considerar a afirmativa de que a permissividade relativa não depende da concentração iônica, Garaets (1988), o que só é verdadeira em uma faixa pequena de precisão, utiliza-se este dado como um parâmetro complementar de qualidade da amostra ou um elemento para compensação de uma deriva. Mesmo sem considerar as derivas devido à concentração iônica ao medir a polarização, as pesquisas sobre escoamentos multifásicos estão em um estágio inicial de desenvolvimento e, apesar da considerável atividade, ainda não se pode analisar muitos dos fenômenos aparentemente simples, conforme Chang (1985).

A descrição da estrutura interfacial e a sua evolução, bem como os gradientes que controlam a transferência de massa, quantidade de movimento e energia nas interfaces, é o elemento chave mais importante e o desafio para análise futura de escoamentos multifásicos, conforme Lin (1991). Medições e previsões da estrutura da interface são fatores maiores que limitam o desenvolvimento da capacidade preditiva em sistemas envolvendo escoamento de líquidos e vapores ou gases. Não há nenhum método disponível que permita a determinação precisa da estrutura interfacial e a sua evolução, mesmo nos casos mais simples. Por outro lado, os métodos de medidas locais são geralmente baseados em aplicações "ad hoc", com pouco entendimento da aplicação do mecanismo físico envolvido, ainda segundo Lin (1991).

Os meios multifásicos geralmente são misturas dielétricas, em que a permissividade e a condutividade estão relacionadas com qualidades como composição, viscosidade e ponto de fusão. Não há absolutamente uma teoria rígida para se obter uma fórmula geral para a permissividade, segundo Robert (1988). Para a caracterização de escoamentos monofásicos, analisa-se a qualidade de substâncias dipolares como a água, não polares como o tetracloreto de carbono e de misturas homogêneas de líquidos associados como água e álcool. Leva-se em conta a participação de impurezas, tais como eletrólitos, no equacionamento da permissividade, segundo Hasted (1973), e da condutividade, segundo Shoemaker (1998). A participação de impurezas não eletrólitas, na forma de corpos submersos em um fluido, conduziria a uma forma de misturas heterogêneas, sendo tratada dentro do estudo de meios multifásicos.

Beker (1987) deriva uma fórmula para fase simples de uma solução que tem a virtude, segundo este autor, de ser precisa para prever a propriedade dielétrica de soluções do estado sólido e líquido. Esta fórmula pode ser aplicada às propriedades dielétricas de um composto de duas ou mais substâncias em uma solução verdadeira, isto é, onde as espécies constituintes são misturadas em um nível molecular. Esta abordagem não prevê a solução de líquidos associados. Desenvolveu-se neste trabalho o caminho inverso, da determinação dos componentes ou da qualidade de uma amostra através das informações das relaxações pelo estudo do campo dinâmico, conforme Belo (1992).

O estudo de sistemas randômicos de duas fases é um tema complexo e tem atraído a atenção dos luminares da ciência, conforme Kin (1990). Classificam-se as formulações deste estudo em equacionamento do contínuo, ou das soluções das equações diferenciais do campo eletromagnético de

Maxwell com a imposição das condições de contorno, e equacionamento estrutural ou do meio efetivo, que levam em conta as influências dos campos de reações de uma fase em outra. Este último, referido impropriamente como equacionamento empírico por McKeer (1993), compreende as relações para misturas de fases de Maxwell, Bruggeman e Tobias e Meredith.

A primeira equação estrutural de um sistema bifásico é a de Maxwell, (1873). Equivale à hipótese do efeito do campo de reação da fase dispersa não modificar o campo elétrico da fase contínua. Por esta razão, era comprovada pelas equações do eletromagnetismo de Maxwell, considerando o volume da fase dispersa muito pequeno, segundo Robert (1988). As demais equações são derivadas da equação de Maxwell, ponderando o efeito do aumento participação da fase dispersa em relação a fase contínua, conforme Bruggeman (1935), Meredith et al (1960) e Looyenga (1965). Uma tentativa de derivar as equações estruturais partindo da equação geral do campo de reação e usando hipóteses da mecânica estatística é realizada por Hasted (1973). Nenhum estudo levando em conta o efeito do campo de reação devido aos materiais dipolares, tal como na equação de Onsager, tem sido apresentado.

O primeiro equacionamento completo do campo eletrostático, na classe do contínuo, aparece no estudo da espessura de filme de líquido em escoamento bifásico com células condutivas invasivas mas não intrusivas, realizado por Coney (1973). Outros trabalhos experimentais foram elaborados anteriormente: Van Rossum (1959), Wicks (1965), Collier e Hewitt (1969), Pashniak (1969), Telles e Duker (1970). A partir da equivalência das relações da condutância e capacitância entre eletrodos em um campo eletrostático, para uma mesma geometria, Andreussi (1988) obtém uma extensão do modelo de Coney (1973) para um modelo de impedância, e correlaciona os resultados obtidos com os modelos estruturais de Maxwell e Bruggeman. Neste caso, o sensor se caracteriza pelo contato direto do eletrodo com a amostra, o que poderia levar aos parâmetros da impedância complexa. Entretanto, somente o efeito da condutividade elétrica foi utilizado. A medida sem contato direto do eletrodo com a amostra (não invasiva), onde um isolador pode eliminar o efeito da condutividade, é realizada por sensores denominados capacitivos.

Apesar de não ser referido na literatura consultada sobre escoamento, o teorema de Thompson e Lampard (1956), e a sua posterior comprovação em Lampard (1957) e Thompson (1958), apresenta uma metodologia analítica bastante semelhante à do estudo de sensor capacitivo aplicado em escoamento multifásico. Seus aprimoramentos por Thompson (1968), que levaram aos padrões internacionais de resistência e capacitância, segundo Cutkosky (1974), poderiam ser melhor utilizados neste desenvolvimento. O teorema de Lampard e Thompson determina a capacitância de um volume fechado com simetria cruzada entre os eletrodos. O procedimento em sistemas bifásicos equaciona a inserção de três elementos entre os eletrodos, semelhante ao de Thompson e Lampard, correspondentes ao isolador de vidro ou acrílico e um escoamento anular, conforme Geraets et al (1988) e Shu (1982).

Em um outro procedimento, Albouelwafa et al (1979) adapta as fórmulas de guias de onda em microondas para estimar o valor da capacitância devido ao escoamento. Geraets et al (1988) utilizam um sensor helicoidal montado

sobre a superfície de um duto para obter uma medida da fração volumétrica de gás em um escoamento bifásico. Uma característica de qualquer das técnicas apresentadas é a não homogeneidade do campo elétrico em um duto cilíndrico, o que dificulta o seu equacionamento em virtude da diferença de disposição das fases. Uma proposta de um sensor com uma geometria de eletrodos imersos no duto que compensa este efeito é realizada por Auracher et al (1985). Entretanto, a vantagem da não intrusividade desaparece.

Alem da vantagem característica de uma medida sem contato, o método da medida não invasiva é favorecida em relação a medida invasiva em virtude do melhor desempenho devido a menor influência da resposta com a variação da temperatura da amostra e a presença das impurezas. Uma consequência de qualquer das técnicas propostas é a sensibilidade com o tipo de escoamento e a não homogeneidade do campo elétrico, no caso de um sensor cilindro. Desenvolve-se, neste trabalho, uma análise comparativa dos diversos tipos de escoamentos, para sensores sem contatos com a amostra, semelhante à proposta de Andreussi (1988) com sensores de condutividade. Nesta análise, o equacionamento torna-se mais complexo devido à presença de três fases ou elementos: o isolador sendo um elemento anular e constante, e as duas fases correspondentes às diversas formas de escoamentos bifásicos. Uma maior precisão de medida e discriminação espacial deste problema seria obtida através do uso simultâneo de vários sensores, com a solução de compromisso da resolução, levando à imagem tomográfica das fases.

2.3 SISTEMA DE TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA

A visualização espacial de uma amostra pela medida da resistividade elétrica teve como principal precursor Barber et al (1983). Barber descreve um método tomográfico para aplicação em diagnóstico médico baseado na diferença de resistividade dos diferentes tecidos biológicos. Na seqüência de seu trabalho, apareceram dezenas de publicações voltadas ao mesmo objetivo, principalmente sobre o algoritmo de reconstrução de imagem.

Em escoamento multifásico, McKee et al (1993) propõem a tomografia resistiva para escoamento líquido-sólido. Em escoamentos gás-sólido ou gás-líquido, nenhum trabalho baseado na condutividade tem sido apresentado, haja visto a possibilidade de uma fração de gás em um caminho de medida de impedância poder ocultar muitas informações.

Para estudar a distribuição do gás (fração de vazio), embora sem objetivo de aplicação na tomografia mas que poderia levar a tal, Merilo et al (1977) propõem uma célula condutiva, semelhante à de Coney (1973), subdividida em seis eletrodos com cada um dos três sensores excitados por sinais defasados de 120 graus.

Uma técnica de visualização tridimensional com sensor capacitivo (invasivo mas não intrusivo) de um leite fluidizado com partículas plásticas esféricas de diâmetro médio de 701 μm é apresentada por Fasching et al (1991). Foram utilizadas quatro seções com 16 eletrodos excitados em uma freqüência de 400 KHz através do secundário de transformadores toroidais operando em uma tensão razoavelmente alta (250 V). As leituras dos

transdutores são realizadas através de uma varredura seqüencial, com os dados sendo armazenados para posterior processamento, ou sendo processados em tempo real por um algoritmo que compara as medidas seqüenciais com os valores correspondentes às resoluções espaciais do leito. Outra técnica de visualização do transporte pneumático da fase densa é citada por McKee et al (1993).

Um estudo interessante sobre a tomografia de escoamentos gás-óleo com um sistema capacitivo (não invasivo e não intrusivo) é apresentado por Huang et al (1988), Huang et al (1989), Huang et al (1992), Dickin et al (1992), Williams et al (1991), Xie et al (1989), Xie et al (1989), e Xie et al (1992). Nos trabalhos de tomografia do grupo de Huang, oito ou doze eletrodos distribuídos em torno de um duto são excitados de uma forma seqüencial por ondas quadradas. As leituras são feitas através de chaveamento e o algoritmo de processamento digital da imagem é baseado no método dos elementos finitos. Apesar de mencionar a possibilidade de usar sinais com freqüência de até 5MHz, os resultados apresentados foram obtidos na freqüência de 1 MHz.

2.4 A ELETRÔNICA DE TRANSDUÇÃO

Devido as características intrínsecas, as técnicas de transdução eletrônica aplicadas ao estudo do escoamento multifásico consistem de circuitos de medida de impedância elétricas especiais, notadamente, de baixos valores de capacitância. É desejável, por razões de sensibilidade, efeitos de impurezas e deriva da resposta com as condições ambientais que as freqüências sejam cada vez mais elevadas. Nos trabalhos de Hersh (1959) e Hersh (1962) têm-se dimensões de fontes de erros comuns nas medidas de capacitores devido as acoplagens de cabos e conectores. Em Cutkosky (1974) tem-se os medidores de referências ou padrões.

Kano (1980) classificou os métodos de medidas de capacitâncias em ressonante, oscilante, carga/descarga e ponte. O **método ressonante** é capaz de medir capacitância até centenas de megahertz, conforme Benadda et al (1982). Quando medindo permissividade de materiais com grande perdas, o método de dupla ressonância de Ichijo (1953) é particularmente útil. Utilizando este método de dupla ressonância, Masuda et al (1980) conseguiu resolução da medida da capacitância com perdas tão baixas quanto 30Ω . Por se tratar de um método essencialmente manual pode ser inadequado para transdução dinâmica. No **método oscilante** as freqüências dependem de uma capacitância desconhecida C_x . No método RC (circuitos cuja freqüências de oscilações dependem de resistores R e capacitores C) estão os multivibradores, conforme Mullard (1980), temporizadores, conforme Krauss (1980), o casamento da freqüência pela realimentação de uma malha de fase (phase locked loop), conforme Jagtap e Bapat (1981). Algumas desvantagens deste método são: a pequena imunidade à capacitância de acoplagens (stray capacitance); a freqüência de oscilação é influenciada por condutância de desvio (shunt conductance); baixa sensibilidade às pequenas variações de capacitância; e pobre estabilidade em freqüência, conforme Huang et al (1988). O método LC (circuitos cujas freqüências de oscilações dependem indutores L e capacitores C) pode ser aplicado até freqüências de centenas de

megahertz, conforme Harrop (1972). Green e Gunliffe (1983) aplicaram o princípio da realimentação à este método, para medir flutuações de capacitâncias em frequências de 0-1000Hz, chegando a uma resolução de 0.1fp. O método de Green e Gunliffe não medem uma capacitância em regime permanente. Huang et al (1988) citam estas flutuações para aplicações típicas em escoamentos bifásicos, embora possamos acrescentar, dos experimentos neste trabalho, que estas frequências são muito baixas para estas aplicações. Para medida do valor de regime permanente Floyed et al (1985) e Ewen (1985) utilizaram esta técnica com batimento com uma frequência de referência. A principal desvantagem dos circuitos da técnica LC é que a capacitância de acoplagem é incluída na medida de capacitância. O **método de carga e descarga** é descrito em uma patente assinalada para companhia Endress and Hausser LTDA (1984). Baseia-se na medida por um circuito diferencial da transferência de carga (realizada através de acionamentos de chaves) da capacitância desconhecida. Huang et al (1988) e Huang et al (1992) exploram bastante esta técnica, sendo o elemento básico do transdutor do sistema de tomografia capacitiva serial para misturas gás-líquido do grupo do qual o autor citado faz parte. Huang et al (1988) citam esta técnica para aplicação até 5MHz. Em Huang et al (1992) tem-se que os resultados experimentais desta técnica foram obtidos com frequências até 2MHz. O **método de ponte de corrente** alternada tem uma longa história desde a ponte de Schering de 1920 até as pontes automáticas da década de oitenta, e é ainda reconhecido como o método mais exato e estável de medir capacitância, segundo Heerens (1986). Uma transdução muito útil e precisa, baseada na razão dos ramos de transformadores é descrita por Richards (1982) e Jones e Richards (1973). A estabilidade com a temperatura do circuito do tipo de Jones e Richards foi testado por Huang (1987) e mostrou uma deriva equivalente a 0,0007pF/10°C, para um desbalanceamento de capacitância de 2pF. Uma limitação deste método é a faixa de frequência, para braço de transformador limitado a 30kHz.

Em aplicações onde ambos eletrodos são flutuantes, isto é, não são aterrados, a capacitância entre eles pode ser determinada por técnica onde a medida independe das acoplagens dos eletrodos, circuitos denominados intrinsecamente imune de capacitâncias de acoplagens. Em circuitos onde um dos eletrodos está aterrado, pode ser utilizada uma técnica de guarda ativa para compensar este tipo de erro. O desenvolvimento de circuitos de medidas de capacitâncias imune as capacitâncias de acoplagens, para frequências maiores que 5MHz é ainda um problema não resolvido, conforme Huang et al (1988).

CAPÍTULO 3

FUNDAMENTOS DA ANÁLISE ELETRÔNICA

Um problema direto do estudo da polarização e condução elétrica é a determinação da impedância ou da distribuição do campo elétrico a partir de um potencial imposto a dois ou mais eletrodos em um meio com distribuição qualquer. A análise eletrônica aplicado ao escoamento multifásico corresponde a solução do problema inverso, ou seja, a partir da impedância ou da distribuição do campo elétrico devido ao potencial imposto em dois ou mais eletrodos, determinar a distribuição das fases do meio.

A base deste método está na quantificação dos fenômenos da polarização e da condução elétrica, devendo ser tratado pela mecânica clássica. Um sistema físico é corretamente descrito pela mecânica quântica ou pela mecânica clássica dependendo da ordem de magnitude das ações envolvidas, conforme Messia (1959), ou de outras variáveis como a energia e a temperatura, conforme Robert (1988). Quando a energia térmica é grande comparada à energia quântica, a mecânica clássica é a adequada. Os modelos mais completos das respostas dielétrica dos fluidos são baseados na energia térmica de ativação kT . Nas equações (3.1) e (3.2) têm-se, respectivamente, as ordens de grandeza da energia térmica e da energia quântica envolvidas em um meio devido a um campo elétrico para uma temperatura de 298 K e frequência de 10^{10} Hz. Utilizamos o critério Messia, a energia térmica envolvida é muito maior que a energia quântica envolvida ($kT \gg h\nu$) para frequências abaixo do infravermelho.

$$kT \approx 4,1 \times 10^{-21} \text{ J} \quad (3.1)$$

onde k é a constante de Stefan - Boltzman
 T é a temperatura absoluta.

$$h\nu \approx 6,6 \times 10^{-24} \text{ J} \quad (3.2)$$

onde h é a constante de Plank,
 ν é a frequência em Hertz,

A validação da análise eletrônica aplicada ao escoamento multifásico é realizada através de células não invasivas e não intrusivas e células invasiva e não intrusiva, com maior relevância da primeira, devido a maior generalização e melhor adequação ao escoamento bifásico gás-líquido, o tipo de escoamento utilizado neste estudo. Os conceitos são generalizados, de forma a poder adequar aos estudos dos escoamentos gás-sólido e líquido-sólido. A seção 3.1 trata dos elementos que determinam o comportamento da matéria devido a aplicação de um campo elétrico estático. Na seção 3.2 determina-se os parâmetros generalizados da permissividade e condutividade elétrica que conduzem a impedância elétrica de um meio devido a um campo elétrico dinâmico. A partir destes conceitos, a seção 3.3 inicia as formulações para os multifásicos, caracterizando os modelos (3.3.1) e as equações (seção 3.3.2). A seção 3.4 descreve os equacionamentos das constantes equivalentes ou do

meio efetivo devido a uma distribuição estatística de fases. A seção 3.5 descreve as equações das imposições das condições de contorno para célula não invasiva (3.5.1) e invasiva (3.5.2). A seção 3.6 descreve a solução pelo método dos elementos finitos.

3.1 TRATAMENTO DO CAMPO ESTÁTICO

Os fenômenos de polarização e de condução elétrica muitas vezes podem ser confundidos. Algumas de suas características permitem mostrar as diferenças:

- Durante a polarização as cargas ligadas às moléculas são levadas a um deslocamento, porém, sem deixar os limites das moléculas. A condução é causada pelo movimento de cargas livres, as quais podem se mover na matéria por grandes distâncias e, em um caso limite, através de toda a espessura do dielétrico, indo de um eletrodo ao outro.
- A polarização acontece em todas as moléculas do dielétrico, sendo uma propriedade do volume. A condução é determinada pela presença de pequenas quantidades de impurezas e não é atribuída à substância básica. A condução em uma substância pode ser reduzida com a purificação desta substância.
- A polarização pode ser representada por um pequeno deslocamento de um grande número de partículas da matéria e a condução por um pequeno número de partículas da matéria deslocando-se por grandes distâncias.
- O deslocamento de partículas carregadas durante a polarização, no mínimo em alguns casos, pode ser compreendido como um deslocamento elástico de cargas. Quando o efeito da tensão aplicada desaparece, a carga deslocada tende a retornar a posição inicial, o que não acontece com a condução.
- Enquanto a corrente de condução existe enquanto uma tensão é aplicada, a corrente de deslocamento aparece somente quando a tensão varia.

As características acima referem-se ao comportamento devido a qualquer tipo de campo. Os equacionamentos desta seção referem-se ao comportamento do campo estático, uma grandeza comparativa dos fenômenos da polarização e condução quando um campo constante é aplicado e da ausência deste campo, não levando-se em conta o transiente deste degrau.

A polarização P de um dielétrico descreve numericamente o fenômeno da polarização de uma amostra devido a um campo elétrico provocado externamente. Na ausência do campo elétrico, cada elemento de um volume não tem nenhum momento elétrico porque a soma algébrica de todas as cargas em todas as moléculas do dielétrico é igual a zero, e o centro de gravidade das cargas positivas e negativas coincidem no espaço. A ação do campo elétrico reposiciona as cargas, levando à equação (3.3).

$$P = \frac{\sum p^2}{V} \quad (3.3)$$

onde $\sum p$ = soma dos momentos de todas as moléculas polarizadas pelo campo elétrico dentro do volume V

A polarização dada pela equação (3.3) pode ser tomada como uma propriedade intrínseca ao se considerar um meio contínuo. Na maioria dos casos, a polarização é diretamente proporcional a intensidade do campo em um dado ponto do dielétrico, equação (3.4). No caso de dielétrico não linear, como um material ferroelétrico, não há a proporcionalidade entre P e E. Em um meio isotrópico, a constante é um escalar, caso contrário é um tensor.

$$P = k_e \varepsilon_0 E \quad (3.4)$$

onde $k_e \varepsilon_0$ = susceptibilidade dielétrica absoluta
 ε_0 = permissividade elétrica do vácuo.

O deslocamento elétrico D no interior de um dielétrico pode ser derivado da lei de Gauss, (3.5), e da soma do efeito de uma cavidade e da polarização do dielétrico, (3.6).

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon E \quad (3.5)$$

$$D = \varepsilon_0 E + P \quad (3.6)$$

A característica tensão versus corrente, elemento da análise eletrônica, é dada pela equação (3.7), derivado de (3.8). O valor de C é determinado pela geometria dos eletrodos, o tipo e estado termodinâmico do meio localizado entre as placas. O termo correspondente à variação da capacitância elétrica C com o tempo é desprezado, uma vez que pode-se considerar um sistema quasi-estático, devido a variação do estado termodinâmico bem mais lenta que a medida da variação dos sinais elétrico.

$$i = dQ/dt = Cdv/dt + VdC/dt = Cdv/dt \quad (3.7)$$

$$Q = CV \quad (3.8)$$

onde C = capacitância devido as duas placas paralelas
V = voltagem entre as placas
I = corrente que atravessa as placas

A condução elétrica expressa o movimento de portadores de cargas devido a um campo elétrico atuando externamente. A condução depende do número de íons por unidade de volume e a taxa no qual eles se movem através do fluido:

$$J = \sum_k n_k q_k u_k \quad (3.9)$$

onde n = número de carga de cada partícula carregada
 u = velocidade da partícula
 q = unidade de carga elétrica
 k = índice das espécies

A densidade de condução em meio é dado pela lei de Ohm:

$$J = \sigma E \quad (3.10)$$

onde σ é a condutividade elétrica do meio

A característica V_{xl} é dada pela integral de área da densidade de corrente, equação (3.11). A condutância elétrica, tal como a capacitância elétrica, é determinada pela geometria dos eletrodos, pelo tipo e estado termodinâmico da amostra entre os eletrodos.

$$V = G I \quad (3.11)$$

onde G = condutância elétrica

Os conceitos acima mostram como a corrente está em fase com a tensão na participação da condutância elétrica e defasada de 90° na participação da capacitância elétrica. A corrente de condução existe enquanto a tensão é aplicada e a corrente de deslocamento da capacitância aparece somente quando a tensão varia. A relação entre as propriedades de condutividade e permissividade é dada pela equação (3.12). Para uma mesma geometria de uma célula de medida, a condutância entre os eletrodos para uma amostra condutora é proporcional à capacitância para um líquido não condutor entre eletrodos carregados com uma diferença de potencial constante, como pode ser visto no Apêndice A.

$$G = \frac{\sigma}{\epsilon} C \quad (3.12)$$

onde σ e ϵ são a condutividade e constante dielétrica, respectivamente.

3.1.1 Abordagem da Polarização

A polarização pode ser entendida como uma ordenação no espaço de partículas carregadas eletricamente, com seu deslocamento no dielétrico resultante da influência de um campo elétrico externo. Isto causa a formação de um momento elétrico no volume e em cada partícula separadamente. O momento de dipolo induzido em cada partícula é dado por:

$$p = \alpha E \quad (3.13)$$

onde α = polarizabilidade da partícula

A polarizabilidade reflete a propriedade individual de cada partícula da matéria e não de um certo volume desta. A polarização é um dos mais importantes parâmetros microscópico da matéria, Konratyev (1967).

A permissividade elétrica e a polarizabilidade são, respectivamente, os principais parâmetros macroscópico e microscópico da polarização. O primeiro equacionamento que relaciona estes parâmetros é a denominada equação de Claussius-Mossoti, (3.14). É comprovada para certas substâncias através da hipótese do contínuo de Lorentz, Apêndice B.

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{\sum N_j}{3\varepsilon_0} \alpha_j \quad (3.14)$$

onde: N é o número de partículas por unidade de volume;
j = índices das espécies.

A equação de Lorentz-Lorentz que se apresenta da mesma forma da equação (3.14) é uma equação geral para diversas substâncias, quando as frequências aplicadas são altas, do infravermelho à ótica, enquanto a equação de Claussius-Mossoti, limitada a certas substâncias como gases e líquidos não polares, se aplica para frequências abaixo do infravermelho. Estas substâncias que obedecem a Claussius-Mossoti, têm comportamento dos sinais em baixa frequência relacionados com as equações eletromagnética de Maxwell, levando à equação (3.15), da mesma maneira que a de equação de Lorentz-Lorentz.

$$v = \sqrt{\varepsilon} \quad (3.15)$$

onde v = índice de refração para materiais não magnéticos

Para gases e líquidos polares, o efeito do campo elétrico no próprio meio, provocam fenômenos de reações das partículas constituintes da matéria, de conduzem às equações diferentes das (3.14) e (3.15). As partículas constituintes da matéria classificadas em polar apresentam individualmente um momento polar cuja magnitude do momento elétrico da molécula é dado por:

$$\mu \text{ (momento elétrico intrínseco)} = q l \quad (3.16)$$

onde q = somatório das cargas da molécula
l = braço de dipolo formado

O momento de dipolo, a polarizabilidade e a permissividade estão relacionados com a estrutura da matéria, com o equacionamento não obedecendo uma relação direta. O valor do momento de dipolo da água pode ser considerado razoavelmente alto ($\mu = 6,1 \times 10^{-30} \text{ C.m}$). Devido às formas de interações com as moléculas vizinhas, a água apresenta uma elevada permissividade, ($\varepsilon \cong 80$), o que explica muitas de suas características. As moléculas de compostos iônicos apresentam normalmente valores mais altos

do momento de dipolo, por exemplo o KCl ($\mu = 20,98 \times 10^{-30}$ C.m). Devido à uma forma menor de interações com as moléculas vizinhas ao interagir com o campo elétrico, o KCl apresenta uma permissividade pequena (4,8) comparada com a da água. Os materiais não polares, como a maioria dos óleos ($\epsilon \cong 2,25$) praticamente não apresentam efeitos de interações das moléculas vizinhas devido ao campo elétrico, apresentando o quadrado do índice de refração aproximadamente igual à permissividade. De acordo com o tipo das partículas envolvidas, a polarização pode ser separada em eletrônica, devido ao movimento dos elétrons em torno do núcleo; iônica, devido ao movimento dos íons; dipolar, devido ao movimento de partículas polares; e de grande partículas, na qual a combinação dos efeitos anteriores acontecem devido a existência de estruturas mais complexas, como as macromoléculas. A polarização de um volume pode ser o somatório destas formas de polarização.

Polarização eletrônica. É o deslocamento, sobre a ação de um campo externo, das órbitas carregadas negativamente em torno dos núcleos carregados positivamente. Acontece em toda a matéria. O tempo de polarização é da ordem de 10^{-15} s, correspondente ao tempo de oscilação do raio ultravioleta. A polarização eletrônica satisfaz a relação $v = \sqrt{\epsilon}$, conforme a tabela 3.1, que é um corolário da equação de Maxwell, e é geralmente referida como polarização ótica.

Tabela 3.1 - Índice de refração e permissividade para polarização eletrônica

	v	v^2	ϵ
Gás			
H2	1,00014	1,00028	1,00027
O2	1,00027	1,00054	1,00055
N2	1,00030	1,00060	1,00060
C2H4	1,00065	1,00130	1,00138
Líquido			
CCL4	1,46	2,13	2,24
C6H6	1,50	2,25	2,28
C7H8	1,50	2,25	2,39
Óleo	1,50	2,25	2,25
Sólido			
Parafina	1,44	2,10	2,2
poliestireno	1,55	2,40	2,6
Enxofre	1,92	3,69	3,8
Diamante	2,40	5,76	5,7

Polarização iônica. É o deslocamento mútuo de íons formando uma molécula iônica e heteropolar. O tempo de polarização é de aproximadamente 10^{-13} a 10^{-12} segundos e a freqüência situa-se entre a microonda e o infravermelho.

Na presença da polarização iônica a equação de Maxwell não se aplica, sendo $\varepsilon > v \times v$, conforme os dados da tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Índice de refração e permissividade para a polarização iônica

	v	v ²	ε
KCL	1,49	2,22	4,8
NACL	1,54	2,37	6,0
CACO3	1,66	2,78	6,1
PBO	2,60	6,76	26
TIO2	2,70	7,3	114

Polarização dipolar. Apresenta uma tendência para orientação do dipolo. O comportamento deste tipo de polarização pode ser apresentado de uma maneira simplificada pela rotação das moléculas de um dielétrico polar tendo um momento de dipolo constante na direção do campo elétrico.

Na teoria de Debye e outros autores, o modelo de orientação de uma molécula polar era equivalente à uma esfera rodando em um meio viscoso. Em uma teoria mais elaborada, a polarização orientacional é entendida pela introdução, por um campo elétrico, de uma certa ordenação na posição de moléculas polares estando em movimento caótico, e não como a rotação direta da molécula polar sobre a ação do campo elétrico. Por esta razão, a polarização dipolar está relacionada com o movimento térmico e a temperatura exerce um efeito apreciável neste tipo de polarização.

A polarização dipolar pode aparecer em uma forma pura somente em gases, líquidos e corpos amorfos viscosos. Em cristais na temperatura abaixo do ponto de fusão, os dipolos são ditos congelados, isto é, presos a seus pares tão fortemente que não podem se orientar. Em alguns casos a polarização dipolar pode acontecer de forma parcial, como na celulose, segundo Taraev (1976).

Quando um dielétrico é energizado, o processo de aparecimento da polarização dipolar requer um tempo relativamente grande, comparado com os efeitos quase instantâneos da polarização deformacional (eletrônica ou iônica). O tempo de polarização dipolar cresce com o aumento das moléculas e da viscosidade absoluta. Em muitos casos, este tempo é da ordem, ou maiores, do que o período das ondas de rádio. Por esta razão, este tipo de polarização recebe a denominação de polarização por relaxação.

Na polarização dipolar, a equação de Maxwell não se aplica, com a relação $\varepsilon > v \times v$ ainda mais significativa que para a polarização iônica, tabela 3.3. Robert (1988) coloca a atuação da polarização orientacional entre 1 KHz e 1 MHz.

Polarização interfacial. É a polarização devido à migração dos portadores de cargas devido ao efeito de campo, tendo uma tendência a concentrar-se em torno de imperfeições, como impurezas, grãos e bolhas. Esta polarização acontece em um tempo longo, que pode durar vários minutos, Robert (1988).

Baseados nos tipos de polarizações descritos, conforme suas formas de interações, as equações que relacionam a permissividade com as estruturas da matéria (a equação de Debye, Onsager e Kirkood são apresentadas no Apêndice B), descrevem razoavelmente bem a permissividade com os constituintes microscópicos da matéria para o campo estático.

Tabela 3.3 - Índice de refração e permissividade para a polarização dipolar

	v	v^2	ϵ
Gases			
NH3	1,00018	1,00037	1,00072
HCL	1,00045	1,0009	1.003
Líquidos			
CHCL3	1,446	2,09	5,1
C6H5CL	1,523	2,33	10,3
C6H5-NO2	1,553	2,41	36.5
H2O	1,333	1,78	81

3.1.2 Abordagem da condução elétrica

A análise através da condução apresenta uma seletividade menor que a polarização, podendo ser mais adequada para a determinação das impurezas ou complementos como pH e salinidade. Na análise eletrônica as combinações de materiais são separadas em misturas de dielétricos, de partículas não condutoras em dielétrico ou de eletrólitos em dielétricos. As duas primeiras são melhor abordadas pela polarização e a última, pela condução elétrica. A condutividade elétrica, diferentemente da polarização, é descrita por quatro modelos, cuja qualidade dos resultados depende da relação entre a natureza do problema e o modelo utilizado para resolvê-lo. O modelo adotado para análise eletrônica é o de Drude ou das esferas de Billard, de pequenas partículas obedecendo as leis da mecânica clássica. Os outros três modelos tratam as partículas como objeto quântico. Embora o modelo de Billard seja inadequado para projeto e desenvolvimento de componentes ativos do estado sólido, ele fornece uma interpretação fenomenológica das leis fundamentais de Ohm e Joule, e relaciona fenômenos microscópicos para certas quantidades observáveis.

A interação da matéria no modelo de Billard está relacionada com as colisões do movimento randômico das partículas, Robert (1988). A densidade de corrente é dada por:

$$J = -ne\bar{V}_d \quad (3.17)$$

onde n = concentração das partículas;
 e = carga das partículas;
 \bar{V}_d = velocidade médias das partículas.

A velocidade e a mobilidade dos portadores de cargas são relacionadas por (3.18), com a expressão da condutividade dada por (3.19). A tabela 3.4 mostra a mobilidade de um grupo de portadores.

$$\mu_n = \left| \frac{\bar{V}_d}{E} \right| = \frac{e}{m_n} \tau \quad (3.18)$$

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m_n} = ne \frac{e\tau}{m_n} = ne\mu_n \quad (3.19)$$

onde: m_n = massa da partícula;
 E = Campo elétrico;
 τ = Tempo médio de colisão das partículas;
 e = Carga do elétrica da partícula;
 n = Números de partículas.

Tabela 3.4 - Mobilidades de íons em soluções aquosas à 298.15 K

Cátion	(m ² /s•V)	Ânion	(m ² /s•V)
H ⁺	36,30 x10 ⁻⁸	OH ⁻	20,52 x10 ⁻⁸
Li ⁺	4,01 x10 ⁻⁸	CL ⁻	7,91 x10 ⁻⁸
Na ⁺	5,19 x10 ⁻⁸	HCO ₃ ⁻	4,61 x10 ⁻⁸
K ⁺	7,62 x10 ⁻⁸	SO ₄ ²⁻	8,27 x10 ⁻⁸
Ba ²⁺	6,59 x10 ⁻⁸	NO ₃ ⁻	7,40 x10 ⁻⁸

A condutividade elétrica em material somente dielétrico é originária de impurezas intersticiais ou de substituições, de deformações mecânicas e fônons, Robert (1988). Valores para vários materiais são dados na tabela 3.5.

Tabela 3.5 - Resistividade de alguns dielétricos

Material	Resistividade (Ω.m)
Epoxy	10 ¹⁴ – 10 ¹⁵
Mica	10 ¹² – 10 ¹⁵
Nylon 6 e 12	10 ¹⁴ – 10 ¹³
Borracha	2 x 10 ¹³
Silicone	10 ⁹ – 10 ¹¹
Alumina	10 ⁹ – 10 ¹²

As combinações de matérias são misturas de dielétricos, soluções moleculares e eletrólitos em solventes. Num sentido mais restrito, a eletroquímica passou a ser o estudo das soluções de eletrólitos e dos

fenômenos que ocorrem nos eletrodos imersos nestas soluções, conforme More (1988). O valor efetivo da condutividade de uma célula é determinado pela medida da condutância de uma solução padrão. A solução padrão usada para este propósito é a 0.02000 M de cloreto de potássio, conforme Shoemaker (1989). Braustein et al (1971) analisa as fontes de capacitâncias nas medidas em ponte de corrente alternada de soluções eletrolíticas e mostra que a principal capacitância está em série com o eletrólito, sendo proveniente da carga e da descarga da dupla camada elétrica na superfície dos eletrodos. Em estudo de escoamentos, Coney (1973) e Andreussi (1988), propõe o uso de frequência acima de 100 KHz para eliminar o efeito da dupla camada na medida com sensores de condutividade.

3. 2 TRATAMENTO DO CAMPO DINÂMICO

Como no caso do campo estático, o dielétrico entre as placas dos eletrodos será polarizado pelo campo elétrico. O deslocamento das cargas relacionado com esta polarização apresentará alguma inércia. Ao ser aplicado um degrau de um campo estático em um dielétrico, a polarização não acompanhará imediatamente o campo estático, mas ela se aproximará gradualmente, conforme a figura 3.1. Quase imediatamente a polarização atinge o valor correspondente ao da constante ϵ_{∞} , para depois ir se aproximando da constante estática ϵ_s . A resposta rápida ao degrau corresponde à polarização eletrônica e a resposta lenta corresponde à polarização dipolar.

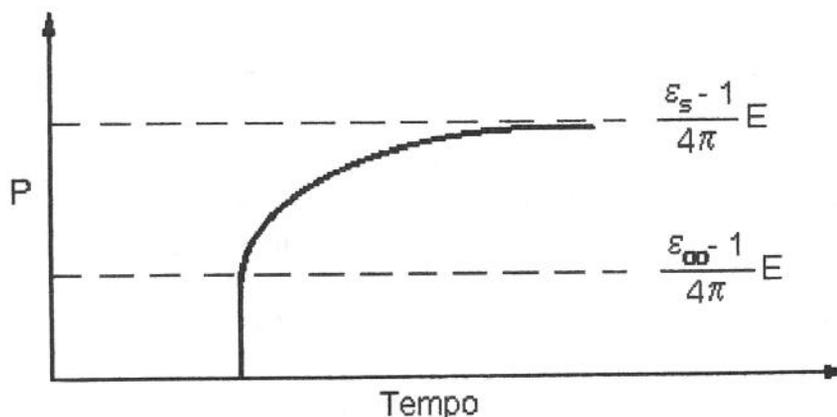


Figura 3.1 - Resposta da polarização de um dielétrico à um degrau no campo elétrico

A relação entre E , D e P continua verdadeira, dada por (3.20), enquanto a equação (3.21), como pode ser observado na figura 3.1, não é válida neste caso e deverá ser reformulada através de uma equação mais geral.

$$D = E + 4\pi P \tag{3.20}$$

$$D = \varepsilon_s E \quad (3.21)$$

Para variadas formas de campo elétrico, o deslocamento elétrico (3.20) será determinado pelo meio constituinte, praticamente em função da polarização. O grande desafio é a determinação da função polarização com o campo elétrico. Um campo elétrico muito utilizado é o senoidal. Para um campo senoidal, dado por (3.22), se E persistir por um tempo suficientemente longo, D também deverá ser periódico, mas com uma diferença de fase relativo a E, dado por (3.23). As frequências da análise eletrônica são bem menores que o tempo de polarização eletrônica ou orientacional. As relações entre (3.22) e (3.23), juntamente com (3.20) darão relações de novas constantes, (3.24) e (3.25).

$$E = E_0 \cos \omega t \quad (3.22)$$

$$D = D_0 \cos(\omega t - \phi) = D_1 \cos \omega t + D_2 \sin \omega t \quad (3.23)$$

$$D_1 = \varepsilon' E \quad (3.24)$$

$$D_2 = -\varepsilon'' E \quad (3.25)$$

As quatro relações acima levam à expressão da permissividade complexa e a generalização da equação de Gauss (3.21):

$$D^*(t) = \varepsilon^*(\omega) E^*(t) \quad (3.26)$$

onde $E^*(t) = E_0 e^{i\omega t}$
 $\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon' - i\varepsilon''$

Uma expressão ainda mais generalizada será a inclusão da condução elétrica na equação corresponde a (3.26).

3.2.1. O Princípio da Superposição

As relações do comportamento dinâmico são obtidas a partir do **princípio da superposição**, um princípio básico dos modelos do eletromagnetismo, segundo Ferreira e Groos (1990). Modelo semelhante é utilizado para resposta em materiais dielétricos e condutores, conforme Niklasson (1989). Um dielétrico linear obedece ao princípio da superposição se a polarização em um tempo t_0 devido a um campo elétrico dependente do tempo descrito como uma soma $E(t) + E'(t)$, é dada pela soma das polarizações $P(t_0)$ e $P'(t_0)$ devido aos campos $E(t)$ e $E'(t)$ separadamente.

Devido a inércia de polarização orientacional, ao ser aplicado um campo elétrico de intensidade $E(u)$ no intervalo u a $u+du$, e de intensidade nula fora deste intervalo, aparecerá um deslocamento elétrico D , dado por (3.27), desaparecendo gradualmente.

$$D(t-u) = E(u) \alpha(t-u) du, \quad \text{se } t > u + du \quad (3.27)$$

onde $\alpha(t-u)$ é a função que descreve o decaimento gradual de D
 $\alpha(t-u) \rightarrow 0$ se $t \rightarrow \infty$

Tendo em vista o significado dado para ϵ_∞ , de (3.27) tem-se o deslocamento D, dado por:

$$D(t-u) = \epsilon_\infty E(u) + E(u)\alpha(0) \quad \text{se } u < t < u + du \quad (3.28)$$

onde α permanece com o valor $\alpha(0)$ durante o curto intervalo du

Ao ser aplicado um outro campo elétrico $E(u')$ no intervalo u' a $u'+du'$, o deslocamento correspondente $D(t-u')$ será **superposto** linearmente ao anterior. Para um campo $E(u)$ iniciado em $u=0$, com uma dependência com o tempo, o deslocamento $D(t)$ no instante t será dado por:

$$D(t) = \epsilon_\infty E(t) + \int_0^t E(u) \alpha(t-u) du \quad (3.29)$$

3.2.2 A Resposta generalizada

O estudo da constante complexa está intimamente associado com o estudo das **transformadas integrais**. Esta técnica permite, através do estudo de uma função de uma variável, como o tempo, realizar o estudo de uma função de uma outra variável, como a frequência. Permite, também, a análise da resposta de determinadas funções, como uma função degrau por exemplo, conduzindo à distribuição da relaxação. A introdução das transformadas integrais no estudo do dielétrico foi feita por MacDonald (1956).

No estudo do meio dielétrico, a característica da resposta de um sistema linear é baseada no princípio da superposição, com a relação de causa e efeito dada pelas equações (3.20) e (3.29). O princípio da superposição é válido para qualquer sistema dielétrico, segundo Ferreira et al (1990), embora a taxa de relaxação $\alpha(t)$, não necessariamente obedeça a um comportamento exponencial, hipótese de Debye. Os comportamentos dinâmicos, tanto da condução como da polarização são desenvolvidos por este princípio, Niklasson (1989), Becker (1987) e Klien (1991). Böttcher et al (1978) desenvolve a função resposta baseada nas transformadas de Laplace da excitação do impulso, do degrau e da senóide, para descrever a polarização e o deslocamento elétrico devido ao campo elétrico.

Para um campo elétrico $E(t)$ aplicado a um meio, o princípio da superposição para as variáveis deslocamento elétrico, polarização e condução elétrica, expressão mais formal da equação (3.29), são dadas pelas equações (3.30), (3.32) e (3.34).

EQUAÇÃO DO DESLOCAMENTO ELÉTRICO

$$D(t) = \varepsilon \int_{-\infty}^t E(t') f_D(t-t') dt' \quad (3.30)$$

$$\text{ou } D(t) = \varepsilon \int_{-\infty}^t E(t) \left\{ -\frac{\partial F_D(t-t')}{\partial(t-t')} \right\} dt' \quad (3.31)$$

EQUAÇÃO DA POLARIZAÇÃO

$$P(t) = \chi \int_{-\infty}^t E(t') f_P(t-t') dt' \quad (3.32)$$

$$\text{ou } P(t) = \chi \int_{-\infty}^t E(t) \left\{ -\frac{\partial F_P(t-t')}{\partial(t-t')} \right\} dt' \quad (3.33)$$

EQUAÇÃO DA CONDUÇÃO

$$I(t) = \sigma \int_{-\infty}^t E(t') f_I(t-t') dt' \quad (3.34)$$

$$\text{ou } I(t) = \sigma \int_{-\infty}^t E(t) \left\{ -\frac{\partial F_I(t-t')}{\partial(t-t')} \right\} dt' \quad (3.35)$$

Onde, para $x = D, P$ ou σ , $F_x(t)$ é a resposta ao degrau unitário do campo elétrico, com as seguintes condições de fronteira: $F_x(0) = 1$, $F_x(\infty) = 0$; e $f_x(t)$ é a função resposta impulso do campo elétrico. Das condições de $F_x(t)$ e $f_x(t)$, tem-se:

$$\int_0^{\infty} f_x(t) dt = 1 \quad (3.36)$$

$$f_x(t-t') = -\frac{\partial}{\partial(t-t')} F_D(t-t') = -\frac{\partial}{\partial t} F_D(t-t') \quad (3.37)$$

Para determinar as relações entre as funções respostas do deslocamento elétrico e da polarização deve-se utilizar outra equação, no caso a equação (3.20) que continua verdadeira. De (3.20) deriva-se as equações:

$$D(t) = E(t) + 4\pi P(t) \quad (3.20)$$

$$F_D(t-t') = \frac{1}{\varepsilon} [1 - u(t-t')] + \frac{4\pi\chi}{\varepsilon} F_P(t-t') \quad (3.38)$$

$$f_D(t-t') = \frac{1}{\varepsilon} \delta(t-t') + \frac{4\pi\chi}{\varepsilon} f_P(t-t') \quad (3.39)$$

onde $u(t)$ é o degrau unitário
 $\delta(t)$ é a função delta de Dirac

Ao aplicar os conceitos da polarização induzida (eletrônica e iônica), que acompanha o próprio campo e a polarização orientacional, que obedece a uma inércia, figura 3.1, as equações (3.20), (3.38) e (3.39) levam as equações:

$$P_{in}(t) = E(t)(\varepsilon_\infty - 1) / 4\pi \quad (3.40)$$

$$D(t) = \varepsilon_\infty E(t) + 4\pi P_{or}(t) \quad (3.41)$$

$$F_D(t-t') = \frac{\varepsilon_\infty}{\varepsilon} [1 - u(t-t')] + \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon} F_P^{or}(t-t') \quad (3.42)$$

$$f_D(t-t') = \frac{\varepsilon_\infty}{\varepsilon} \delta(t-t') + \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon} f_P^{or}(t-t') \quad (3.43)$$

onde F^{or} e f^{or} descrevem o comportamento da função resposta da polarização orientacional dependente do tempo.

Para uma excitação senoidal (3.22) em (3.30), o deslocamento elétrico é descrito por:

$$D(t) = \varepsilon E_0 \int_{-\infty}^t \cos \omega t' f_D(t-t') dt' \quad (3.44)$$

Introduzindo a notação complexa para o campo elétrico, (3.45), o deslocamento elétrico é dado por:

$$E^* = E(t) = E_0 e^{i\omega t} \quad (3.45)$$

$$D^* = \int_{-\infty}^t E_0 e^{i\omega t'} f_D(t-t') dt' \quad (3.46)$$

Das propriedades da convolução, tem-se:

$$D^*(t) = \varepsilon_s \int_0^\infty E_0 e^{i\omega(t-t')} f_D(t') dt' = \varepsilon_s E^*(t) \int_0^\infty E_0 e^{-i\omega t'} f_D(t') dt' \quad (3.47)$$

Que leva à permissividade complexa dada por:

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon'(\omega) - i\varepsilon''(\omega) = \varepsilon_s L_{i\omega}(f_D) \quad (3.48)$$

ou

$$\varepsilon' = \varepsilon \operatorname{Re}\{L_{i\omega}(f_D)\} \quad (3.49)$$

$$\varepsilon'' = -\varepsilon \operatorname{Im}\{L_{i\omega}(f_D)\} \quad (3.50)$$

onde $L_{i\omega}$ é a transformada de Laplace de argumento $i\omega$

O conhecimento do comportamento das polarizações determina a permissividade complexa devido a um campo elétrico incidente. Estas equações, em uma forma específica, foram primeiramente estabelecidas por Debye (1929), e tem sido aplicadas para muitas substâncias, nem sempre com a necessária discriminação com respeito à pretendida faixa de validade. A hipótese que o equilíbrio, para um campo elétrico externo, é alcançado exponencialmente com o tempo, é referenciada por vários autores como a hipótese de Debye. O **modelo de Debye** assume que uma função decaimento exponencial, isto é, a resposta a degrau unitário da polarização é exponencial do tipo (3.51). De (3.37) em (3.53) e daí em (3.43) tem-se:

$$P(t) = u(t) P_0(e^{-t/\tau}) \quad (3.51)$$

$$f_D(t-t') = \frac{\varepsilon_\infty}{\varepsilon_s} \delta(t-t') + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{\varepsilon_s \tau} e^{-(t-t')/\tau} \quad (3.52)$$

Aplicando a transformação de Laplace em f_D , como em (3.47) tem-se a permissividade complexa do modelo de Debye:

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon_s L_{i\omega}(f_D) = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{\varepsilon_s} \left(\frac{1 - i\omega\tau}{\omega^2 \tau^2 + 1} \right) \quad (3.53)$$

ou:

$$\varepsilon'(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{\varepsilon_s} \left(\frac{1}{\omega^2 \tau^2 + 1} \right) \quad (3.54)$$

$$\varepsilon''(\omega) = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{\varepsilon_s \tau} \left(\frac{\omega \tau}{\omega^2 \tau^2 + 1} \right) \quad (3.55)$$

As equações (3.53), (3.54) e (3.55) são denominadas de equações de Debye e a constante τ é denominada de tempo de relaxação. Estas equações

descrevem as propriedades de uma substância dielétrica em campos alternados, considerando que a função de decaimento $\alpha(t)$ é uma exponencial.

Quando uma notação complexa é utilizada para corrente, tem-se de maneira análoga às seções precedentes:

$$I^*(t) = \sigma^*(\omega) E^*(t) \quad (3.56)$$

onde $\sigma^*(\omega) = \sigma L_{i\omega}(f_i) = \sigma'(\omega) - \sigma''(\omega)$

A quantidade σ' representa a parcela da corrente que está em fase com o campo e que, portanto, leva à absorção de energia. Esta quantidade é comparável com ε'' . A quantidade σ'' representa a parcela da corrente com uma diferença de fase de $\pi/2$ com respeito ao campo e é comparável com ε' .

A combinação do deslocamento elétrico e da corrente elétrica é dada pela definição de uma corrente de deslocamento generalizada:

$$D(t) = D(t) + 4\pi \int_{-\infty}^t I(t') dt' \quad (3.57)$$

Utilizando (3.30) e (3.57) tem-se:

$$\begin{aligned} D(t) &= \int_{-\infty}^t E(t') f_D(t - t') dt' \\ &= \varepsilon \int_{-\infty}^t E(t') f_D(t - t') dt' + 4\pi\sigma \int_{-\infty}^t E(t') \{1 - F_1(t - t')\} dt' \end{aligned} \quad (3.58)$$

onde f_D é a função resposta de impulso do deslocamento elétrico generalizado:

$$f_D(t - t') = \varepsilon f_D(t - t') + 4\pi\sigma [1 - F_1(t - t')] \quad (3.59)$$

A função resposta de impulso de deslocamento generalizado desvia dos conceitos anteriores da função impulso devido ao segundo termo da equação acima. Deste modo, a utilização da expressão do campo complexo fica limitada, já que $E(t)$ precisa tender para zero quando $t \rightarrow -\infty$. Neste caso, o campo complexo é dado por (3.60), Böttcher (1978).

$$E^* = E_0 \lim_{\delta \rightarrow 0} e^{\delta t} e^{i\omega t} \quad (3.60)$$

A função de transferência generalizada (3.61), é obtida de (3.60) em (3.58) e a constante complexa generalizada (3.62), é obtida de (3.59), tal como (3.48).

$$D^*(t) = \eta^*(\omega) E^*(t) \quad (3.61)$$

$$\eta^*(\omega) = L_{i\omega}(f_D) \quad (3.62)$$

Substituindo (3.59) em (3.62) tem-se a expressão generalizada dada por:

$$\eta^*(\omega) = \varepsilon^*(\omega) + \frac{4\pi\sigma^*(\omega)}{i\omega} \quad (3.63)$$

Separando em partes reais e imaginárias como em (3,64) tem-se (3.65) e (3.66).

$$\eta^*(\omega) = \eta'(\omega) - i\eta''(\omega) \quad (3.64)$$

$$\eta'(\omega) = \varepsilon'(\omega) - \frac{4\pi\sigma''(\omega)}{\omega} \quad (3.65)$$

$$\eta''(\omega) = \varepsilon''(\omega) + \frac{4\pi\sigma'(\omega)}{\omega} \quad (3.66)$$

Para frequências suficientemente baixas $\sigma''(\omega)$ e $\varepsilon''(\omega)$ tendem para zero, tal que $\eta'(\omega)$ tende para a constante dielétrica estática ε e $\eta''(\omega)$ tende para $4\pi\sigma/\omega$. Isso implica que, quando σ não é zero, $\eta''(\omega)$ tem uma singularidade em $\omega = 0$, em contraste com o comportamento de $\varepsilon''(\omega)$.

Para muitas amostras, as distinções entre a condução e polarização pode ser feita facilmente. Mas no caso da água não é claro, para todos movimentos possíveis dos prótons, quando eles podem ser considerados deslocamentos de cargas dentro dos limites da molécula ou translação devido a íons. É possível atribuir o valor estático da condutividade devido unicamente ao processo de condução, mas para outras contribuições de η^* haveria uma indefinição onde eles são devidos a processos de polarização ou condução. Para muitos outros sistemas, a distinção entre ε^* e σ^* não exibiria ambigüidade, desde que a origem molecular do processo fosse conhecida, conforme Böttcher (1978).

3.3 FORMULAÇÃO DA ANÁLISE ELETRÔNICA PARA OS ESCOAMENTOS MULTIFÁSICOS

As etapas das formulações da análise eletrônica dos meios multifásicos podem ser separadas na caracterização do sistema físico que realiza a transdução elétrica e no equacionamento do campo elétrico da amostra. A caracterização do sistema físico determina o modelo de tensão versus corrente para quantificar as medidas da polarização e condução elétrica que irá permitir o equacionamento do campo elétrico. As equações do campo elétrico são pretensamente esquematizadas até seus limites analíticos. A partir deste limite é realizado o tratamento pelo método dos elementos finitos.

3.3.1 Caracterização dos modelos

As imitâncias elétricas são as relações características de tensão versus corrente elétrica que têm sido utilizadas na análise e medida da resposta elétrica de materiais sólidos e líquidos nas condições de pequenos sinais. Até o presente as imitâncias conhecidas são impedância $Z=Z'+iZ''$, admitância $Y= Y'+iY''$, constante dielétrica complexa $\epsilon=\epsilon'-i\epsilon''$ e a função módulo complexo, $M= M'+iM''=i\omega C_c Z$, onde C_c é a capacitância do sistema para o meio vazio. A função módulo complexo é apresentada por Macdonald (1985). Se os resultados teóricos ou experimentais são obtidos em um dado sistema ou modelo em um dos quatro níveis descritos, os outros três podem ser determinados segundo a tabela 3.6.

Tabela 3.6 - Relações entre as quatro funções imitâncias básicas

	M	Z	Y	ϵ
M	M	μZ	μY^{-1}	ϵ^{-1}
Z	$\mu^{-1} M$	Z	Y^{-1}	$\mu^{-1} \epsilon^{-1}$
Y	μM^{-1}	Z^{-1}	Y	$\mu \epsilon$
ϵ	M^{-1}	$\mu^{-1} Z^{-1}$	$\mu^{-1} Y$	ϵ

$$\mu = i\omega C_c$$

ϵ representa na tabela a permissividade complexa ϵ^* .

O tipo de transdução eletrônica e as inferências no comportamento do meio com a frequência determina os elementos da função de transferência generalizada η^* . Ao se determinar $\epsilon''(\omega)$ da energia de absorção em um dielétrico, pode-se estar encontrando a soma $\epsilon'' + 4\pi\sigma/\omega$, de maneira que precisamos corrigir a contribuição $4\pi\sigma/\omega$ devido a condutividade do dielétrico. Esta contribuição é muito importante em baixas frequências.

Os dois tipos de modelos do sistema de transdução dados a seguir estão de acordo com as definições de Macdonald (1985). Um sistema é considerado dielétrico quando a corrente contínua é nula, $I_{cc}=0$, e deve ser representado por uma resistência e uma capacitância em série, figura 3.2 (a). Um sistema é condutivo quando a corrente contínua não é nula, $I_{cc}\neq 0$, e deve ser representado por uma resistência e uma capacitância em paralelo, figura 3.2(b). Apesar de serem válidos para os dois tipos transdutores desenvolvidos, esta abordagem permite uma generalização do problema.

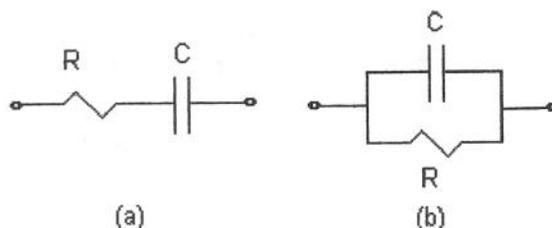


Figura 3.2. Representação da imitância para um sistema dielétrico(a) e para um sistema condutivo(b).

Utilizando a tabela 3.6 e a expressão generalizada dada pela equação (3.63) tem-se dois modelos para o meio dielétrico de duas placas paralelas dado por (3.67) e modelo condutor dado por (3.68).

$$\begin{aligned} Z_D(\omega) &= (\mu\eta^*)^{-1} \\ Z_D(\omega) &= (d/A) / i\omega\eta' + (d/A) / \omega\eta'' \end{aligned} \quad (3.67)$$

$$\begin{aligned} Y_C &= \mu\eta^* \\ Y_C(\omega) &= (A/d)i\omega\eta' + (A/d)\omega\eta'' \end{aligned} \quad (3.68)$$

onde: Z_D é a impedância do sistema dielétrico, Y_C é a admitância do sistema condutor, A é a área das placas e d a distância entre as placas.

O fator geométrico constante C_c para o sistema dielétrico é o mesmo para condutividade, conforme apêndice A, e para placas paralelas, dado por (A/d) conforme equações acima. Ao utilizar uma geometria genérica, utiliza a constante k , levando (3.67) e (3.68) a serem representados por:

$$Z_D(\omega) = (1/k) / i\omega\eta' + (1/k) / \omega\eta'' \quad (3.69)$$

$$Y_C(\omega) = ki\omega\eta' + k\omega\eta'' \quad (3.70)$$

onde k é o fator característico da geometria para resposta do sistema.

A contribuição da polarização e da condução elétrica do meio estão relacionadas pela equação (3.63) da seção 3.2. A condutividade σ é relacionada com o grande movimento de cargas, com a tensão e corrente em fase. O valor da constante em baixa frequência, leva à equação (3.71), de maneira que em baixas frequências ϵ' tende para constante estática e σ' para condutividade σ .

$$\sigma''(\omega), \epsilon''(\omega) \rightarrow 0 \quad (3.71)$$

Em frequências altas, é impossível separar a contribuição devido a polarização e condução elétrica. Nestas frequências, as várias contribuições para η^* precisam ser conhecidas. No caso da água, por exemplo, não é claro para todos movimentos possíveis de prótons, se eles podem ser considerados como movimento dentro dos limites da molécula, ou movimento de translação dos íons, Böttcher et al (1978). É, portanto possível atribuir o valor estático somente ao processo de condução, mas para algumas outras contribuições para η^* não é possível saber quando eles são devidos à polarização ou condução. Esta ambigüidade nos parece ser aplicável para frequências muito altas, maiores que Gigahertz, onde se estuda as perdas nas propagações de ondas eletromagnéticas em comunicação, como pode ser visto em Buckmaster (1990).

Portanto, para propósito deste trabalho, a parte imaginária de η^* está relacionado a relaxação dielétrica ou com a parte real da condutividade. Para maioria das outras matéria, esta ambigüidade quase não existe, ibdem Böttcher et al (1978).

Com estas hipóteses ou considerações, pode-se propor as formulações das ações dos campos eletromagnéticos nos meios multifásicos, como se segue.

Gás-Sólido (sensor invasivo). Devido ao gás, a polarização predominante será a eletrônica, com o ângulo de perdas tendendo para zero, levando às equações (3.72) e (3.73). Portanto, a análise deverá ser feita com células capacitivas.

$$\sigma^*(\omega) = \varepsilon''(\omega) = 0 \quad (3.72)$$

$$\eta^*(\omega) = \varepsilon'(\omega) \quad (3.73)$$

Para gases polares, pode ser levado em conta a relaxação, levando-se a:

$$\eta^*(\omega) = \varepsilon^*(\omega) \quad (3.74)$$

Líquido-Gás (sensor não invasivo). O sistema mais utilizado possuía um isolador de vidro ou acrílico entre os eletrodos e o escoamento (sistema não invasivo) com sua descrição detalhada dada no capítulo 4. O efeito do isolador, com sua condutividade elétrica muito baixa, fará prevalecer o efeito da polarização, mesmo quando a amostra é uma solução de alta condutividade. Como $\text{lcc} = 0$, tem-se para o vidro e a amostra um sistema dielétrico, daí um sistema em série, governado pela equação (3.75). Na associação em série do vidro com uma amostra, devido a baixa condutividade do isolador, a resistência elétrica equivalente é praticamente igual à do vidro. O ângulo de perda do vidro, para frequência até maiores que 10MHz, será praticamente nulo, $\varepsilon'(\omega) \gg \varepsilon''(\omega)$, vide apêndice D. O ângulo de perda muito pequeno, indicará que a resposta será determinada pela componente real ($\varepsilon'(\omega)$) da permissividade complexa.

$$Z_D(\omega) = (k_v) / i\omega\varepsilon'_v + (k_x) / \omega\varepsilon'_x + (k_v) / 4\pi\sigma'_v + (k_x) / 4\pi\sigma'_x \quad (3.75)$$

onde os índice v refere-se ao vidro e o índice x à amostra que se analisa.

Pelo que foi exposto acima, o sistema líquido gás não invasivo é equivalente à associação em série de dois capacitores idéias, associação em série de ε' do vidro com ε' da amostra que analisa-se. Estes resultados parecem fazer crer que o modelo que leva a utilizar a equação de Laplace é devido ao tipo de célula, essencialmente o isolador, que faz com prevalece o fenômeno da polarização e não da condução, daí a denominação de célula capacitiva.

Líquido-Gás (sensor invasivo). No sistema invasivo utilizado, descrito detalhadamente no capítulo 4, os eletrodos estão em contato direto com o

escoamento (sistema invasivo). Irá ocorrer a polarização e a condução, sendo pois governada pela equação (3.63). Uma análise da qualidade das amostras indicará qual prevalece, sendo pois dependente da freqüência, temperatura e impureza. Um método de análise desta qualidade pode ser feita através da resposta em várias freqüências de amostras de água destilada e de amostras padrões de célula de condutividade, solução 0,02M de cloreto de potássio por exemplo.

A análise líquido-gás invasiva relaciona mais variáveis dependentes, que deverá provocar um aumento do erro ao dar enfoque somente aos elementos de escoamento. Deveria ser abordado mais como um elemento de qualidade da amostra, devido sua simplicidade poderia ser utilizado em um sistema complementar ao não invasivo. As grandes questões da análise eletrônica consistiriam em determinar em função dos elementos geométricos do sensor e do meio:

- Qual a permissividade efetiva;
- Qual a distribuição do campo elétrico interno;
- Qual a impedância elétrica;
- Como relacionar estes parâmetros com os parâmetros da amostra.

3.3.2 Caracterização dos equacionamentos

Na abordagem analítica do campo sensorial em escoamento multifásico, tendo em vista os estudos desenvolvidos por diversos autores, classificamos em dois, os princípios em que são baseados os equacionamentos. Um, partindo da estrutura da matéria, da relação de Claussius-Mossoti e das relações **estruturais** da matéria condensada pela mecânica estatística. Outro, um equacionamento do **contínuo** baseado nas equações do eletromagnetismo. Estes dois métodos teóricos para soluções dos problemas dos multifásicos foram denominados por Kin (1990), respectivamente, de técnica da **aproximação efetiva** do meio (devido à ponderação das fases) e por técnica rigorosa das **fronteiras** (devido a imposição das variadas condições de fronteiras nas equações diferenciais do problema). Em certas ocasiões as técnicas de aproximação efetiva, as relações das frações das fases de Maxweel, Bruggeman e Tobias e Meredith, são referidas impropriamente por empíricas, como por McKeer et al (1993).

Na procura de um equacionamento para sistemas de mais de uma fase por simulação de movimento Browniano, Kin et al (1990) apresenta o problema da determinação do transporte efetivo e propriedades mecânicas de meios multifásicos, dado as propriedades das fases e as frações volumétricas, através de uma longa história, atraindo a atenção de luminares da ciência como Maxwell (1873), (Rayleigh) (1892) e Einstein (1904). Exceto para uns poucos meios especiais e artificialmente separados, não há uma solução analítica exata que prediga a propriedade efetiva desses sistemas randômicos, mesmos nas classes mais simples de problemas, isto é, propriedades associadas com processos de

transportes governados pela equação da difusão, como condutividade, constante dielétrica, coeficiente de difusão ou taxa de armadilhas (trapping), por exemplo.

Entre as várias equações baseadas na aproximação efetiva do meio, a literatura em escoamento tem dado realce à de Maxwell e Bruggeman, vide Andreussi (1988), e em menor escala as de Rayleigh, Weiner, Fricke e Bottcher, vide Tin et al (1979). O desenvolvimento dessas formulações eram consideradas, de maneira geral, para uma das fases na forma de bolhas esféricas ou elipsóides.

Seguindo os trabalhos experimentais de Collier e Hewitt, (1969); Wicks, (1965); Pashniak, (1969); Van Rossum, (1959); Telles e Duker, (1970); Coney (1973) apresenta uma solução analítica para escoamento anular, baseada unicamente nas equações do eletromagnetismo de Maxwell e das condições de fronteira. Andreussi (1988) relaciona o estudo de Coney (1973) com as equações do meio efetivo. É interessante ressaltar que, embora não citado nos estudos de escoamentos, o teorema de Thompson e Lampard (1956), que hoje serve de padrão para as resistências e capacitâncias, e a apresentação de sua solução geral, Lampard (1957), possuem estruturas de desenvolvimentos semelhante à de Coney (1973), menos complexa devido ao número de componentes, embora mais geral pela aplicação das transformadas conformes na escolha de uma geometria mais adequada para solução de contorno das equações de Maxwell.

3.4 EQUAÇÕES DO MEIO EFETIVO

A geometria mais simples, discutida brevemente por Maxwell (1873) considerava um capacitor de placas planas com várias camadas paralelas de diferentes constantes dielétricas e condutividades. Maxwell derivou a equação diferencial para o campo entre os eletrodos como função da corrente que atravessa o dielétrico estratificado. Wagner (1924) desenvolveu o tratamento de Maxwell para amostra heterogênea onde pequenas esferas de constante ϵ_2 e condutividade γ_2 são dispersas em um meio de constante ϵ_1 e condutividade γ_1 . Hipell (1954) desenvolve as equações da impedância complexa para amostra estratificadas, como as de Wagner e Maxwell. A partir da equação denominada de Maxwell, dependendo das dimensões dos meios envolvidos, foram desenvolvidas as demais equações efetivas. Daniel (1967) aborda o estudo da impedância complexa através da presença da condutividade elétrica devido a um dos elementos do meio multifásico.

A dedução da equação de Maxwell pode ser feita tal como a dedução da equação de Claussius-Mossoti, e utilizando o campo de reação desenvolvido no problema geral da eletrostática (Apêndice C), não utilizando as interações longas, proposta por Onsager, nem as curtas de Kirkood. Portanto, inicialmente as bolhas deveriam ser não polares. É interessante, para os propósitos atuais do trabalho, mostrar que a equação de Robert (1988) é outra forma de expressar a equação de Maxwell. A equação de Maxwell ou Maxwell-Wagner é normalmente mencionada na literatura pela equação (3.76). Em outras referências, como

Hasted (1973), aparece como (3.77), que na maioria da literatura é denominada de equação de Rayleigh, ou em outras por Böttcher.

$$\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_1}{\varepsilon_m + 2\varepsilon_1} = v_i \left(\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \right) \quad (3.76)$$

$$\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_1}{3\varepsilon_1} = v_i \left(\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \right) \quad (3.77)$$

onde: v_i = fração volumétrica da fase i .

Robert (1988), determina a permissividade equivalente de um meio com uma dada permissividade dentro da qual existe várias esferas com uma outra permissividade, através de um modelo como o esquematizado na figura 3.3. Neste modelo, S é uma esfera imaginária de Raio R dentro do meio hospedeiro, que contem as várias esferas pequenas de raio r_2 .

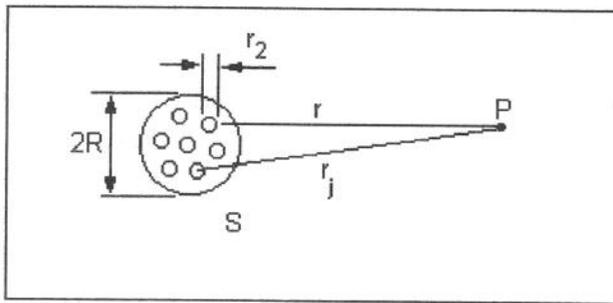


Figura 3.3. Modelo para determinação da equação de Robert.

A partir das hipóteses das esferas pequenas estarem uniformemente distribuídas e que P está suficiente afastado de S , obtemos:

$$\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_1} = \frac{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} + 2 + 2v_i \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - 1 \right)}{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} + 2 - v_i \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - 1 \right)} \quad (3.78)$$

onde: ε_1 = Permissividade do meio hospedeiro,
 ε_2 = Permissividade das pequenas esferas,
 ε_m = Permissividade equivalente do meio,
 v_i = Fração volumétrica das pequenas esferas dentro de S .

De (3.78) tem-se:

$$\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_1} = \frac{\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1 + 2v_i(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{\varepsilon_2(1 - v_i) + \varepsilon_1(2 + v_i)} \quad (3.79)$$

De (3.79) tem-se:

$$\frac{\varepsilon_m + 2\varepsilon_1}{3\varepsilon_1} = \frac{\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1}{\varepsilon_2(1 - v_i) + \varepsilon_1(2 + v_i)} \quad (3.80)$$

$$\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_1}{3\varepsilon_1} = \frac{v_i(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{\varepsilon_2(1 - v_i) + \varepsilon_1(2 + v_i)} \quad (3.81)$$

De (3.80) e (3.81) tem-se a equação (3.76) de Maxwell. Notamos que a equação de Maxwell está para o meio multifásico, assim como a de Claussius-Mossoti está para equação de uma fase. Não estão presentes nas suas hipóteses os efeitos de interação longa e curta de uma esfera sobre outra, como nas hipóteses de Onsager e Kirkood. Por razões semelhantes, esta equação deve se afastar mais da realidade quando os dois meios forem dipolares. Para o caso de escoamento, a maioria das bolhas são não polares. Então, o que deverá ser levado em conta para o aumento da precisão da equação (3.76) são as hipóteses das bolhas serem de pequenos diâmetros e de baixa densidade.

Para levar em conta estes efeitos, ao invés da mecânica estatística, o caminho foi levar em conta os tamanhos das esferas. A primeira equação procurando compensar o efeito do tamanho da esfera menor foi a de Bruggeman (1935)

Equação de Bruggeman (1935). Esta equação admite menos hipóteses que a equação de Looyenga, como pode ser visto logo em seguida. Para a adição de uma pequena fração volumétrica de δv_i , a mudança de $\delta \varepsilon_m$ em ε_m é calculada e o procedimento repetido. Apesar de ser historicamente anterior e ter sido feito sua dedução a parte, mostra-se somente o desenvolvimento de Looyenga, observando que a equação de Bruggeman (3.82), considera somente a primeira hipótese de Looyenga (3.83) e a condição de fronteira (3.85).

$$1 - v_i = \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_m} \right)^{1/3} \left(\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_m}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} \right) \quad (3.82)$$

Equação de Looyenga (1965). A equação de Looyenga leva em conta os efeitos das variações de v_i e v_o , de tal maneira que na adição de uma quantidade incremental do componente interno faz:

$$\varepsilon_1 \rightarrow \varepsilon_m - \Delta \varepsilon_m \quad (3.83)$$

$$\varepsilon_2 \rightarrow \varepsilon_m + \Delta\varepsilon_m \quad (3.84)$$

A solução deve satisfazer as condições de fronteira:

$$\varepsilon_m = \varepsilon_1, \text{ para } v_i = 0; \quad (3.85)$$

$$\varepsilon_m = \varepsilon_2, \text{ para } v_i = 1. \quad (3.86)$$

Utilizando esta função incremental, definida por v' , a equação de maxwell, será dada por:

$$\begin{aligned} v' &= \frac{\varepsilon_m - \varepsilon_1}{\varepsilon_m + 2\varepsilon_1} / \left(\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \right) = \left(\frac{\Delta\varepsilon_m}{3\varepsilon_m - 2\Delta\varepsilon_m} \right) \left(\frac{3\varepsilon_m - \Delta\varepsilon_m}{2\Delta\varepsilon_m} \right) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta\varepsilon_m}{3\varepsilon_m - 2\Delta\varepsilon_m} \right) \approx \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \frac{\Delta\varepsilon_m}{\varepsilon_m} \end{aligned} \quad (3.87)$$

A função incremental será relacionada com volume das bolhas por:

$$v_i = (1 - v')v_i(\varepsilon_m + \Delta\varepsilon_m) + v'v_i(\varepsilon_m - \Delta\varepsilon_m) \quad (3.88)$$

Expandindo em Taylor (3.88) tem-se:

$$v_i = v_i + \frac{dv}{d\varepsilon_m} \Delta\varepsilon_m - 2v' \frac{dv}{d\varepsilon_m} \Delta\varepsilon_m \quad (3.89)$$

Para definir o erro de (3.89), coloca-se sobre a forma:

$$x = v_i + \frac{dv}{d\varepsilon_m} \Delta\varepsilon_m - 2v' \frac{dv}{d\varepsilon_m} \Delta\varepsilon_m \quad (3.90)$$

De (3.90) tem-se:

$$v' = \frac{1}{2} + \frac{v - x}{2 \frac{dv}{d\varepsilon_m} \Delta\varepsilon_m} \quad (3.91)$$

Mas $(v-x)$ é o terceiro membro da série de Taylor, obtendo-se portanto:

$$v - x = -\frac{\Delta\varepsilon_m^2}{2} \frac{d^2v}{d\varepsilon_m^2} \quad (3.92)$$

Levando-se (3.91) em (3.92) tem-se:

$$v' = \frac{1}{2} - \frac{\Delta \varepsilon_m \frac{d^2 v}{d\varepsilon_m^2}}{4 \frac{dv}{d\varepsilon_m}} \quad (3.93)$$

De (3.87) e (3.93) tem-se:

$$3\varepsilon_m \frac{d^2 v}{d\varepsilon_m^2} + 2 \frac{dv}{d\varepsilon_m} = 0 \quad (3.94)$$

De (3.94) e das condições de fronteiras, (3.85) e (3.86), têm-se a equação de Loyenga dada por:

$$\varepsilon_m = \left[\varepsilon_1^{1/3} + v_i (\varepsilon_2^{1/3} - \varepsilon_1^{1/3}) \right]^3 \quad (3.95)$$

A partir de diferentes hipóteses aplicadas na equação de Maxwell, vários autores desenvolveram equações que são denominadas pelos seus nomes. Existem controvérsias de denominação na literatura consultada. Em Andreussi (1988), indiretamente se chega à relação proposta por Coney (1973) usando a relação de Rayleigh, apesar de ser citado no trabalho a relação de Maxwell. Por outro lado, Tin et al (1979) denomina equação de Rayleigh, a equação de Meredith e Tobias (1960). Hasted (1973), denomina a equação de Rayleigh, a equação primeira de Maxwell e a de Maxwell por Rayleigh. De certa forma, este texto pode ajudar a esclarecer estas denominações. Vale ressaltar a complementaridade destas equações, do estudo do escoamento multifásico e da físico-química da matéria, em especial das propriedades das misturas heterogêneas.

Equação de Tobias e Meredith (1960). Para grandes esferas, comparadas com suas distâncias, levando o efeito da interferência mútua, Meredith et al (1960) desenvolveram a equação (3.96). É importante notar que para frações de vazio baixas, a equação (3.96) reduz-se a equação (3.77), que adotaremos neste trabalho como equação de Rayleigh. Nos parece que a equação de Rayleigh, (3.77) é derivada da equação de Maxwell (3.76), com a hipótese da contribuição das esferas serem muito pequenas no valor global.

$$\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_0}{3\varepsilon_1} = 1 - \frac{3v_i}{\frac{2\varepsilon_0 - \varepsilon_i}{\varepsilon_0 - \varepsilon_i} + v_i - \frac{3.919v_i^{10/3}}{4\varepsilon_0 + 3\varepsilon_i} + 1.222v_i^{7/3}}{\varepsilon_0 - \varepsilon_i} \quad (3.96)$$

Equação de Böttcher (1945). Partindo da equação de Maxwell e considerando os efeitos das grandes esferas, Böttcher (1945) desenvolveu a equação para partículas de cristais em líquidos:

$$\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_1}{3\varepsilon_1} = v_i \left(\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2\varepsilon_m + \varepsilon_2} \right) \quad (3.97)$$

Equação de Weiner (1912). A equação de Weiner (1912), equação (3.98), é desenvolvida a partir de um modelo que considera que os valores médios do campo e do deslocamento elétrico, de um meio constituído de diferentes materiais, são geralmente iguais às somas dos produtos dos campos e dos deslocamentos elétricos de cada matéria pela fração volumétrica correspondente. Além disto, supõe-se que as diferentes partes do meio são distribuídas de tal maneira que é considerado como sendo isotrópico (a constante dielétrica é a mesma em qualquer direção) ou que existe um eixo de simetria em relação ao qual o campo é paralelo.

$$\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_1}{\varepsilon_m + u} = v_i \left(\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + u} \right) \quad (3.98)$$

onde u é um parâmetro que é função da forma e distribuição do componente disperso no meio contínuo.

Equação de Frike (1924). O modelo de Fricke calcula a constante elétrica, para partículas elipsoidais com grande espaçamento em um meio contínuo, pela seguinte equação:

$$\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_1}{\varepsilon_m + x\varepsilon_1} = v_i \left(\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + x\varepsilon_1} \right) \quad (3.99)$$

onde: x é um parâmetro, função de $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ e da razão dos eixos do elipsóide.

Um desenvolvimento para misturas heterogêneas, que pretende conduzir as várias equações para escoamentos multifásicos, foi desenvolvido Hasted (1973). A abordagem de Hasted, levando em consideração a físico-química da matéria, e utilizando modelos como o campo de reação, embora pareça conduzir

a uma melhor análise dos seus limites, parece dar um certo “pulo” para chegar às equações dos outros autores.

Para elipsóides de eixos a, b e c, em uma orientação randômica dentro de um meio contínuo a constante dielétrica equivalente da mistura é obtida da equação básica de Hasted:

$$\varepsilon_m - \varepsilon_1 = \frac{v_i(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\bar{\varepsilon}_1}{3} \sum_{j=a,b,c} \frac{1}{\bar{\varepsilon}_1 + A_j(\varepsilon_2 - \bar{\varepsilon}_1)} \quad (3.100)$$

onde ε_m = Permissividade da Mistura,

ε_1 = Permissividade do meio contínuo,

ε_2 = Permissividade dos elipsóides,

v_i = Fração Volumétrica dos elipsóides,

$\bar{\varepsilon}_1$ = Permissividade média do meio contínuo.

a, b e c = eixos dos elipsóides,

A_j = Fator de depolarização dos elipsóides nas direções dos eixos.

Desenvolvemos a seguir uma análise, que possa incorporar os efeitos de Onsager e Kirkood, para ser aplicada ao equacionamento do campo complexo. Para uma esfera de constante ε_2 , imerso em um meio ε_1 , a propõe-se, como na figura 3.4 um diagrama de blocos da determinação do campo dentro da esfera.

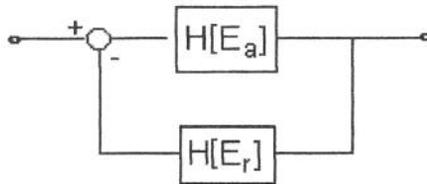


Figura 3.4. Diagrama de bloco do campo dentro da esfera.

As funções H são deduzidas conforme Apêndice C, para o problema geral da Eletrostática. Em Daniel (1967) é elaborado o equacionamento complexo de esferas condutoras em um meio dielétrico. Nos equacionamentos dos escoamentos multifásicos, em geral não acontecem efeitos do campo de reação da figura 3.4, uma possível relação de causa e efeito da natureza das solubilidades das misturas correspondentes aos meios multifásicos. Estes argumentos favorecem as respostas das bolhas tenderem a se comportar razoavelmente bem com as equações do meio efetivo, passando de Maxwell para Bruggeman com o crescimento do diâmetro da bolha. O equacionamento de equações diferenciais com suas inúmeras imposições de contorno seria a solução mais verdadeira.

3.5 EQUAÇÕES DAS IMPOSIÇÕES DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

O equacionamento do campo pode ser relacionado com o escoamento diretamente em contato com os eletrodos, transdução invasiva, ou aquele em que um material isolante separa o escoamento dos eletrodos, transdução não invasiva. O tipo de fluido deverá indicar a melhor adequação, sendo a medida não invasiva mais indicada para escoamentos aquosos devido às menores sensibilidades com a temperatura e impurezas. Em determinados escoamentos, como gás-sólido, a solução analítica não invasiva pode ser aplicada nas medidas invasivas, fazendo o isolador tender para zero.

3.5.1 Solução não invasiva e não intrusiva

Na figura 3.5 tem-se uma vista de uma das aplicações mais generalizadas de uma célula não invasiva e não intrusiva. A solução para este problema aplicado ao escoamento multifásico corresponde a determinar a impedância dos dois eletrodos formando ângulos quaisquer, externamente ao duto cilíndrico. A solução parte da geometria de dois meios, com o isolador fixo, e o meio de análise que pode ser o valor efetivo obtido na seção 3.4 ou um padrão de escoamento bem determinado como o anular. Em seguida é realizada a solução com três meios, o isolador e os outros dois representando um escoamento bifásico. Considera-se um meio com as constantes representadas abaixo e as condições de fronteira dadas pelos potenciais impostos ao eletrodos por (3.101).

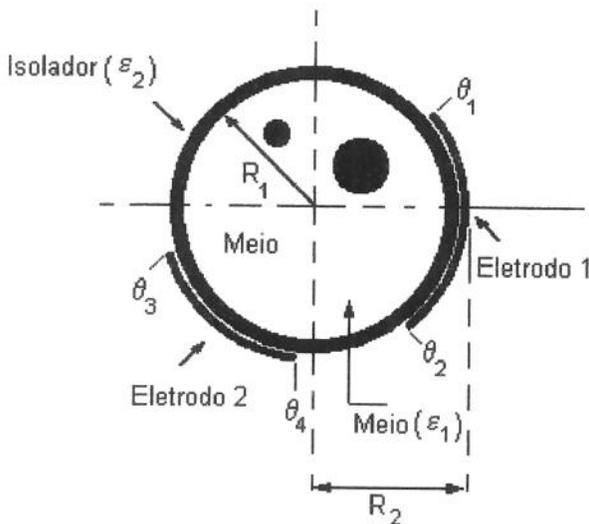


Figura 3.5. Sensor com dois meios para análise.

ϵ_1 → Permissividade Relativa ou efetiva de uma amostra;

ϵ_2 → Permissividade Relativa do Isolador.

$$\begin{aligned} V &= V_0 \text{ para } |\phi| < \phi_1 \\ V &= 0 \text{ para } |\phi| > \phi_1 \end{aligned} \quad (3.101)$$

A equação de Laplace em coordenadas cilíndricas da distribuição do campo no sensor é dada por:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \Phi^2} = 0 \quad (3.102)$$

Com as condições:

$$\begin{aligned} r < R_1 &\rightarrow \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_1 \\ R_1 < r < R_2 &\rightarrow \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_2 \end{aligned}$$

onde: $\varepsilon_0 \rightarrow$ Permissividade Absoluta do Vácuo.

A solução de (3.102) fornece a distribuição do campo eletrostático nas duas regiões. Devidos as condições de singularidade e de não singularidade, estas soluções, para as regiões (1) e (2), são dadas por (3.103) e (3.104), respectivamente.

$$V_1(r, \Phi) = A_{10} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{1n} r^n \cos(n\Phi) \quad (3.103)$$

$$V_2(r, \Phi) = A_{20} + B_{20} \ln r + \sum_{n=1}^{\infty} (A_{2n} r^n + B_{2n} r^{-n}) \cos(n\Phi) \quad (3.104)$$

A distribuição de potencial ao longo da superfície externa do sensor pode ser representada pela figura 3.6. Expandindo em série de Fourier, o potencial da figura 3.6, obtemos (3.105), conforme Schwartz (1970).

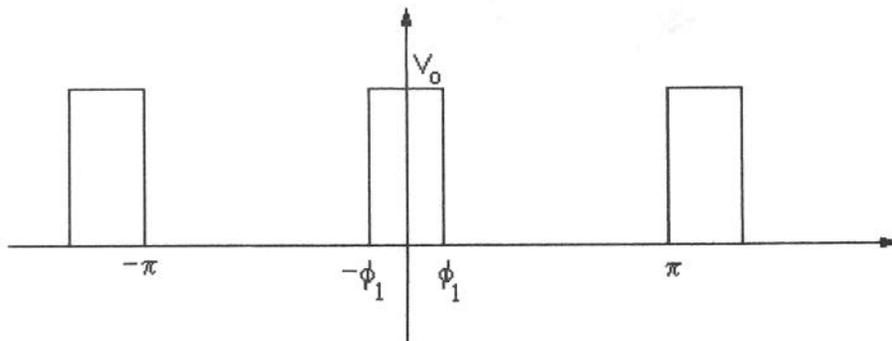


Figura 3.6. Distribuição de potencial ao longo do raio externo do sensor.

$$V_2(R_2, \Phi) = \frac{V_0 \Phi_1}{\pi} + \frac{2V_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sen}(n\Phi_1)}{n} \cos(n\Phi) \quad (3.105)$$

A equação (3.102) deve satisfazer duas condições de fronteiras. Na interface entre as regiões (1) e (2) tem-se:

$$V_1(R_1, \phi) = V_2(R_1, \phi) \quad (3.106)$$

Da continuidade da componente axial de deslocamento elétrico tem-se:

$$\varepsilon_0 \varepsilon_1 \left(\frac{\partial V_1}{\partial r} \right)_{r=R_1} = \varepsilon_0 \varepsilon_2 \left(\frac{\partial V_2}{\partial r} \right)_{r=R_1} \quad (3.107)$$

A partir das condições (3.106) e (3.107) tem-se:

$$V_2(r, \phi) = \frac{V_0 \phi_1}{\pi} + \frac{2V_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{AR_2^{-n} R_1^{-2n} r^n + DR_2^{-n} r^{-n}}{n(AR_1^{-2n} + DR_2^{-2n})} \right] \bullet \text{sen}(n\phi_1) \cos(n\phi) \quad (3.108)$$

A capacitância interna, devido as placas dos eletrodos, por unidade de comprimento é dada por:

$$\text{Cap} = \frac{1}{L} \left| \frac{Q}{V_0} \right| = \frac{1}{V_0} \int_{\phi_2}^{\phi_3} \varepsilon_0 \varepsilon_2 E_{r=R_2} R_2 d\phi \quad (3.109)$$

onde $E_r = - \frac{\partial V}{\partial r}$

De (3.108) tem-se:

$$\text{Cap} = - \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_2}{\pi} \int_{\phi_2}^{\phi_3} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{AR_1^{-2n} - DR_2^{-2n}}{AR_1^{-2n} + DR_2^{-2n}} \right) \text{sen}(n\phi_1) \cos(n\phi) d\phi \quad (3.110)$$

De (3.110) tem-se (3.111), a expressão geral do capacitor:

$$\text{Cap} = - \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{AF^n - D}{n(AF^n + D)} \right) \text{sen}(n\phi_1) [\text{sen}(n\phi_3) - \text{sen}(n\phi_2)] \quad (3.111)$$

onde $F = (R_2 / R_1)^2$

Para um sensor com os **eletrodos cruzados** ou localizados em posições diametralmente opostas, a simetria do problema (3.112), conduz a relação (3.113) para a capacitância.

$$\text{sen}(n\phi_3) = -\text{sen}(n\phi_2) \quad (3.112)$$

$$\text{Cap} = \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2\text{sen}(n\phi_1)\text{sen}(n\phi_2)}{n} - \frac{4D\text{sen}(n\phi_1)\text{sen}(n\phi_2)}{n(AF^n + D)} \right) \quad (3.113)$$

Segundo Gradsteheyn (1965), a expressão (3.113) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\text{Cap} = \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_2}{\pi} \left\{ \ln \left[\frac{\text{sen}\left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right)} \right] - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4D\text{sen}(n\phi_1)\text{sen}(n\phi_2)}{n(AF^n + D)} \right) \right\} \quad (3.114)$$

Para um **escoamento anular**, os elementos correspondentes ao sensor seriam representado pela figura 3.7. A solução é semelhante a do problema anterior, impondo-se duas novas condições de contorno.

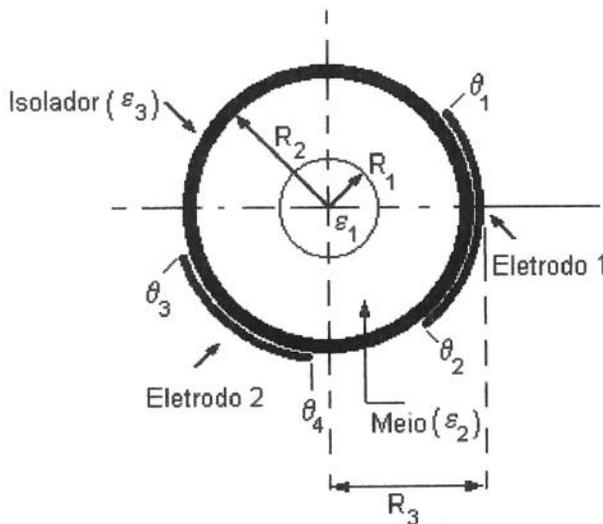


Figura 3.7 Representação do fluxo anular no sensor.

De maneira semelhante à equação da região (2) do problema anterior, é acrescentado a equação (3.115) para região (3).

$$V_3(r, \Phi) = A_{30} + B_{30} \ln r + \sum_{n=1}^{\infty} (A_{3n} r^n + B_{3n} r^{-n}) \cos(n\Phi) \quad (3.115)$$

Visto que as placas estão externamente à região (3), a equação que corresponde a (3.105) passa a ser:

$$V_3(R_3, \Phi) = \frac{V_0 \Phi_1}{\pi} + \frac{2V_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sen}(n\Phi_1)}{n} \cos(n\Phi) \quad (3.116)$$

As condições de fronteira nas interfaces (2) e (3) a serem acrescentadas serão dadas por:

$$V_2(R_2, \phi) = V_3(R_3, \phi) \quad (3.117)$$

$$\varepsilon_0 \varepsilon_2 \left(\frac{\partial V_1}{\partial r} \right)_{r=R_2} = \varepsilon_0 \varepsilon_3 \left(\frac{\partial V_3}{\partial r} \right)_{r=R_2} \quad (3.118)$$

Das condições (3.117) e (3.118) tem-se:

$$V_3(r, \phi) = \frac{V_0 \phi_1}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K}{nL} \left[(ABF_3^n + CDF_2^n) R_3^{-n} r^n + (ACF_1^n + BD) R_3^n r^{-n} \right] \cos n\phi \quad (3.119)$$

onde $F_2 = (R_3 / R_2)^2$;

$$F_3 = (R_3 / R_1)^2,$$

$$K = \frac{2V_0}{\pi} \cdot \text{sen}(n\phi_1),$$

$$L = ABF_3^n + CDF_2^n + ACF_1^n + BD.$$

De (3.109) e (3.119) obtém-se a expressão geral do capacitor dado por:

$$\text{Cap} = \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_3}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{senn}\phi_1}{nL} \left[ABF_3^n + CDF_2^n - ACF_1^n - BD \right] \text{senn}\phi_2 + \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_3}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{senn}\phi_1}{nL} \left[ABF_3^n + CDF_2^n - ACF_1^n - BD \right] \text{senn}\phi_3 \quad (3.120)$$

Para os **eletrodos cruzados** ou localizados em posições diametralmente opostas, a simetria do problema conduz à relação (3.112). Desenvolvendo (3.120), de maneira análogo à feita anteriormente, obtém-se a equação da capacitância para escoamento anular:

$$C' = \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_2}{\pi} \left\{ \ln \left[\frac{\text{sen}\left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right)} \right] - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(ACF_1^n + BD)\text{sen}(n\phi_1)\text{sen}(n\phi_2)}{n(CDF_2^n + ABF_3^n + ACF_1^n + BD)} \right\} \quad (3.121)$$

onde

$$\begin{aligned} A &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2, & B &= \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \\ C &= \varepsilon_3 - \varepsilon_2, & D &= \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \\ F_1 &= (R_2/R_1)^2, & F_2 &= (R_3/R_2)^2 \text{ e } F_3 = (R_3/R_1)^2 \end{aligned}$$

No Apêndice F tem-se o programa LAMP_TETA.C, para calcular a capacitância para eletrodos fazendo dois ângulos quaisquer para até três meios correspondentes, com o mais interno correspondente ao escoamento anular.

3.5.2 Medição invasiva e não invasiva

Nos estudos das características de um escoamento pela medida invasiva, normalmente predominam os efeitos da condutividade para misturas líquido-líquido e líquido-gás e da permissividade para misturas gás-sólido. Em dutos cilíndricos recomenda-se a utilização de eletrodos na forma de anéis adjacentes à superfície interna do duto, devido à possibilidade de atuação não invasiva. Na utilização destes sensores, deve-se levar em conta a elevada sensibilidade em relação à parâmetros como impurezas e temperatura. Este tipo de sensor foi utilizado por Asali et al. (1985), para medição de filmes de líquidos muito finos, da ordem de 30µm de espessura. Andreussi et al (1988) também utilizou este tipo de sensor para escoamento anular, agitante, pistonado e bolhas, fazendo comparações com a solução de Coney (1973) e das relações estruturais de Maxwell e Bruggeman.

O trabalho de Coney (1973) apresenta a primeira solução completa do problema do campo elétrico aplicada ao escoamento de filme de líquido. Esta solução foi proposta para eletrodos (anéis) próximos, apresentando limitações para um escoamento não anular ou com eletrodos razoavelmente afastados. Uma solução simples, que poderia ser denominada de equivalência geométrica, é apresentada a seguir.

A figura 3.10 mostra um sensor invasivo em um duto cilíndrico de diâmetro D, com dois anéis de metal de espessura S, separados de uma distância L. O problema consiste em determinar a condutância ou capacitância da célula em função destes elementos geométricos e da condutividade ou permissividade da amostra.

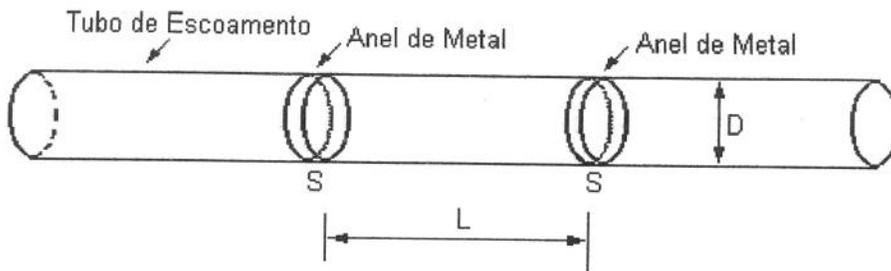


Figura 3.8 - Representação dos elementos em um sensor invasivo

Conforme foi visto anteriormente, existe uma relação de equivalência entre a capacitância e resistência, para uma mesma geometria, dada pela equação (3.122). De forma que, determinando a capacitância, fica determinada a condutância, e vice-versa.

$$G_e = \frac{\gamma}{\varepsilon} C_e \quad (3.122)$$

onde G_e = condutância elétrica
 C_e = capacitância elétrica
 γ = condutividade dielétrica
 ε = permissividade elétrica

A figura 3.9 apresenta uma representação da distribuição do campo próximo ao eletrodo (campo normal E_s) e na região de desenvolvimento (campo horizontal E_x).

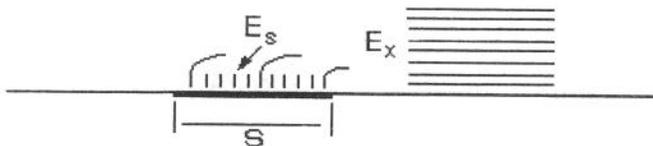


Figura 3.9 - Vista do campo nas proximidades da seção S do eletrodo e dentro do duto

A carga total do eletrodo, relacionada com a densidade de carga por unidade de área e com o deslocamento elétrico, é dado pela lei de Gauss:

$$\iint D_s \, ds = \rho \pi DS \quad (3.123)$$

onde ρ = densidade de carga por área

D_s = deslocamento elétrico na região próxima à S
 D = diâmetro do tubo
 S = espessura do eletrodo

Na região de desenvolvimento horizontal do campo elétrico no interior do duto, figura 3.9, segundo a equação de Maxwell da continuidade tem-se que:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \rightarrow \iiint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (3.124)$$

$$\iint_{A_t} D_x dA = \iint_{A_s} D_s dA \quad (3.125)$$

onde A_t = área transversal do duto
 A_s = área do eletrodo
 D_x = deslocamento elétrico na direção horizontal

De (3.122), com a condição do mesmo meio, chega-se a:

$$\iint_{A_t} E_x dA = \iint_{A_s} E_s dA \quad (3.126)$$

onde E_x = campo elétrico na direção de desenvolvimento horizontal
 E_s = campo elétrico normal próximo aos eletrodos

O campo elétrico está relacionado com a variação do potencial elétrico através da seguinte relação:

$$E = -\frac{dV}{dl} \quad (3.127)$$

Da hipótese de um campo uniforme na direção de desenvolvimento horizontal, tem-se:

$$V_1 - V_2 = \int_{l_2}^{l_1} E dl = \langle L \rangle E_x + \Delta V_{sx} \quad (3.128)$$

onde $\langle L \rangle$ = comprimento médio ou equivalente do campo horizontal
 ΔV_{sx} = queda de tensão entre a região próxima ao eletrodo e a região de desenvolvimento horizontal

De (3.128) tem-se:

$$V_1 - V_2 = E_s \langle L \rangle - \Delta E_{sx} \langle L \rangle + \Delta V_{sx} \quad (3.129)$$

onde ΔV_{sx} = variação do campo entre a região próximo ao eletrodo e a região de desenvolvimento horizontal.

De (3.123) tem-se que:

$$(\varepsilon + \varepsilon_0)E_s A_s = Q \quad (3.130)$$

onde A_s = área do eletrodo (πDS)

Substituindo (3.130) em (3.129) tem-se::

$$V_1 - V_2 = Q \frac{\langle L \rangle}{(\varepsilon + \varepsilon_0)A_s} - \Delta E_{sx} \langle L \rangle + \Delta V_{sx} \quad (3.131)$$

De (3.131) temos a capacitância dada por (3.132), com o erro dado por (3.133).

$$C = \frac{(\varepsilon + \varepsilon_0)A_s}{\langle L \rangle} \quad (3.132)$$

$$\text{erro} = \left(\frac{\Delta E_{sx} \langle L \rangle - \Delta V_{sx}}{V_1 - V_2} \right) \quad (3.133)$$

A capacitância dada por (3.132) equivale à capacitância do vazio em paralelo com a capacitância do meio. Ao utilizar-se a relação de equivalência para a condutância, equação (3.122), a condutância do vazio está em série com a do meio, e tem-se a relação da condutância dada por:

$$G = \frac{\gamma A_s}{\langle L \rangle} \quad (3.134)$$

Ao considerar que o fluxo elétrico está concentrado internamente no duto, o termo da permissividade do exterior (ε_0), na relação (3.132) desaparece, levando à uma nova expressão da capacitância (3.135), e mantendo-se a expressão da condutância (3.134).

$$C = \frac{\varepsilon A_s}{\langle L \rangle} \quad (3.135)$$

O erro calculado é praticamente devido a um efeito de borda. Considerando que logo a jusante do eletrodo o potencial é o mesmo do eletrodo, o que é mais verdadeiro quanto mais condutor for o fluido, o erro tende a zero. Desta maneira, pode-se considerar o comprimento equivalente igual a distância entre os anéis. Um caminho para correção deste erro, parece ser através de solução por transformada conforme, semelhante à solução de Coney (1973) para eletrodos próximos. Um método experimental de aferição, que permite obter a constante geométrica da célula, parece indicar que a solução (3.135) é suficiente para os propósitos de precisão deste trabalho.

3.6 FORMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

Na seção 3.5 chegou-se de certa forma aos limites da solução analítica para ser aplicada em escoamento multifásico através da determinação da capacitância em um duto com dois eletrodos fazendo ângulos quaisquer. Uma associação desta solução para vários eletrodos poderia até levar ao reconhecimento de padrões de escoamento dentro do duto, através da solução do problema inverso. Entretanto parece ser um problema bastante complexo e ainda não explorado. Os métodos numéricos tradicionalmente utilizados neste campo de atuação, método iterativo ou ponto a ponto, método das imagens, método da utilização do papel resistivo, método de Lehmann e método de relaxação fornecem a solução para problemas de geometria relativamente simples. Os métodos dos elementos finitos e das diferenças finitas despontam como as técnicas mais adequadas para se determinar a distribuição da permissividade de um meio. Neste trabalho se abordará o método dos elementos finitos, que tem uma flexibilidade maior no que concerne a forma geométrica do domínio de estudo. Descreve-se como o método dos elementos finitos é incorporado na teoria do campo elétrico, a determinação do campo para uma distribuição de permissividade do meio, e o problema inverso, da reconstrução da distribuição da permissividade a partir da medida das capacitâncias elétricas.

3.6.1 O método dos elementos finitos aplicado ao campo elétrico (a solução do problema direto)

Tipicamente, em uma análise bidimensional por elementos finitos, uma região contínua é subdividida em uma malha de elementos triangulares ou quadrilaterais os quais tem em seus vértices os pontos nodais. Baseado no tipo de equação algébrica que resulta da discretização, o método de solução do problema proposto consiste na solução do problema do equilíbrio. O problema do equilíbrio procura responder a uma situação estática, governado pela equação (3.136) de um elemento da malha.

$$f = Ka \tag{3.136}$$

onde f = vetor dos valores impostos;
 K = Matriz do elemento;
 a = vetor das incógnitas.

Os procedimentos básicos na resolução completa de um problema pelo método dos elementos finitos podem ser seguidos geralmente pelos cinco passos descritos a seguir.

1. Estabelecer um tratamento teórico para o problema de engenharia proposto;
2. Discretizar a região em elementos finitos;
3. Para cada elemento, avaliar certas características que usualmente são expressas como uma matriz do elemento k e um vetor aplicado f , para formar a equação (3.136). Um número de alternativas são possíveis para derivação dos elementos desta equação, com os mais usuais o método variacional e o método dos resíduos ponderados;
4. A característica global da região contínua é obtida pela montagem da matriz do vetor de cada elemento em torno de uma matriz global K e o vetor global respectivamente;
5. O passo 4 usualmente resulta em um sistema de equações simultâneas o qual é resolvido para dar os pontos nodais desconhecidos a .

Elabora-se a seguir estes passos através do método variacional, técnica em que foi elaborado o programa **ele_fin.c.**, cuja descrição pode ser vista no apêndice G.

A EQUAÇÃO DO CAMPO(passo 1).

A figura 3.10 representa um meio dielétrico com uma carga q genérica inserida. As setas representam o campo ortogonal as placas "A" e "B" e paralelo aos contornos "C" e "D", condições de Dirichlet e Neumann do problema. Internamente, devido aos dielétricos, as direções das setas variam. As condições de Dirichlet do problema representam o potencial imposto e portanto bem caracterizado no problema. Na maioria dos problemas do campo elétrico, as condições de Newman não satisfazem a realidade. A guarda apresentada no capítulo de método experimental, favorece razoavelmente o comportamento desta condição.

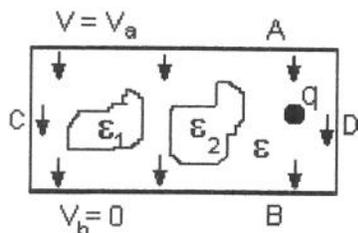


Figura 3.10- Meio de vários dielétrico entre potenciais fixos

O problema proposto é governado pela equação de Laplace:

$$\frac{\partial}{\partial x} \epsilon \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \epsilon \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (3.137)$$

A DISCRETIZAÇÃO DOS ELEMENTOS FINITOS(Passo 2).

Para introduzir os diversos elementos no meio como a figura 3.10, utilizam-se elementos finitos de primeira ordem, triangulares. Impõe-se que cada elemento tenha uma mesma constante dielétrica e é saudável aumentar o número de elementos nas bordas.

Para um elemento triangular de primeira ordem, figura 3.11, o potencial $V(x,y)$ interno ao elemento deve variar linearmente, (3.138), satisfazendo as condições nodais (3.139), (3.140) e (3.141).

$$V(x,y) = a_1 + a_2x + a_3y \quad (3.138)$$

$$V_1 = a_1 + a_2x_1 + a_3y_1 \quad (3.139)$$

$$V_2 = a_1 + a_2x_2 + a_3y_2 \quad (3.140)$$

$$V_3 = a_1 + a_2x_3 + a_3y_3 \quad (3.141)$$

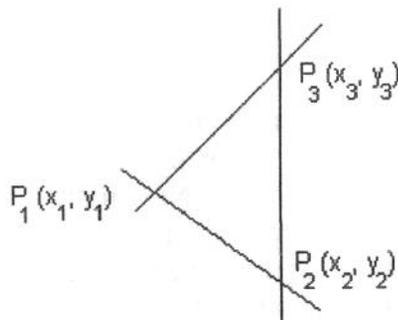


Figura 3.11 - Elemento triangular de primeira ordem dos potenciais elétricos.

De (3.139), (3.140) e (3.141) tem-se:

$$V(x,y) = \frac{1}{D} \sum_{i=1}^3 (p_i + q_i x + r_i y) V_i \quad (3.142)$$

onde $p_i = x_j y_k - x_k y_j$

$$\begin{aligned}
 q_i &= y_j - y_k \\
 r_i &= x_k - x_j \\
 D &= x_j y_k + x_i y_j + x_k y_i - x_i y_k - x_k y_j - x_j y_i
 \end{aligned}$$

Os termos i, j e k de (3.142) são obtidas por permutação cíclicas da seqüência 1, 2 e 3.

De (3.136) e (3.142) tem-se:.

$$\vec{E} = -\nabla V = -\frac{1}{D} \sum_{i=1}^3 (q_i \vec{i} + r_i \vec{j}) V_i \quad (3.143)$$

A RELAÇÃO MATRICIAL LOCAL (passo 3).

Os métodos usuais de determinação da relação entre a matriz do elemento, o vetor aplicado e os potenciais incógnitos são o método variacional e dos resíduos ponderados. O método dos resíduos ponderados é empregado quando não existe ou não é bem conhecido o funcional, conforme Owen et al (1980). Bastos (1989) diz que há uma tendência a se utilizar o método dos resíduos ponderados, devido a vantagem da formulação numérica partir diretamente da equação que define o problema físico tratado.

Ao invés de resolver diretamente a equação utiliza-se a minimização de um funcional. Na solução pelo método variacional utilizando elementos finitos, o funcional do campo eletrostático é dada por:

$$F_i = \iint_{s_i} \left(\frac{1}{2} \varepsilon E^2 \right) ds \quad (3.144)$$

A minimização do funcional do elemento i , F_i relativo ao potencial V_k , onde k é um dos índices dos nós 1, 2 ou 3 do elemento i , é dado por:

$$\frac{\partial}{\partial V_k} F_i = \frac{\partial}{\partial V_k} \iint_{s_i} \left(\frac{1}{2} \varepsilon E^2 \right) ds \quad (3.145)$$

Aplicando (3.143) em (3.145) tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial V_k} F_i = \frac{1}{2} \varepsilon \frac{D}{2} \frac{\partial}{\partial V_k} E^2 \quad (3.146)$$

De (3.143) tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial V_k} E^2 = \frac{1}{D^2} \frac{\partial}{\partial V_k} \left[\sum_3 (q_1 V_1)^2 + \sum_3 (r_1 V_1)^2 \right] \quad (3.147)$$

Como k representa um dos três nós do somatório tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial V_k} E^2 = \frac{1}{D^2} \left[2 \sum_3 (q_1 V_1) q_k + 2 \sum_3 (r_1 V_1) r_k \right] \quad (3.148)$$

Substituindo (3.148) em (3.146) tem-se:

$$\frac{\partial F_i}{\partial V_k} = \frac{\varepsilon}{2D} \left[(q_1 q_k + r_1 r_k) (q_2 q_k + r_2 r_k) (q_3 q_k + r_3 r_k) \right] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (3.149)$$

Quando se passa por um elemento i, é obtido a matriz para todo o triângulo, ou seja, k assume os valores 1, 2 e 3, obtendo-se o sistema matricial completo, (3.150), com cada elemento da matriz contribuição dado por (3.151).

$$\begin{bmatrix} \partial F_i / \partial V_1 \\ \partial F_i / \partial V_2 \\ \partial F_i / \partial V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(1,2) & S(1,2) & S(1,3) \\ S(2,1) & S(2,2) & S(2,3) \\ S(3,1) & S(3,2) & S(3,3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (3.150)$$

$$S(n,k) = S_{n,k} = \frac{\varepsilon}{2D} (q_n q_k + r_n r_k) \quad (3.151)$$

onde n e k são duas posições quaisquer de linha e coluna de S(3,3).

A matriz do elemento S(3,3) é uma matriz simétrica, também denominada matriz contribuição, S(3,3), com a representação genérica podendo ser dada por $S_{n,k}$.

FORMAÇÃO DO SISTEMA MATRICIAL COMPLETO(Passo 4).

A junção do método variacional com a técnica dos elementos finitos no problema do campo proposto é feita com o desenvolvimento do funcional (3.144) com a ajuda dos elementos finitos. Para o presente caso, o funcional dos elementos discretizados é dado por:

$$F = \sum_I F_i \quad (3.152)$$

onde $i=1,2 \dots I$, e F é o somatório dos funcionais F_i funcionais atribuídos

aos l elementos da malha, ou seja, do domínio discretizado.

Os diferentes $\partial F_i / \partial V_k$ resultam em equações que podem ser colocadas na forma matricial (3.153), a partir da equação (3.150).

$$\begin{bmatrix} \partial F_i / \partial V_1 \\ \partial F_i / \partial V_2 \\ \partial F_i / \partial V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{1,1} & S_{1,2} & S_{1,3} \\ S_{2,1} & S_{2,2} & S_{2,3} \\ S_{3,1} & S_{3,2} & S_{3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} + [Q] \quad (3.153)$$

O vetor [Q] representa o que se chama de fonte, para o caso visto pode ser relativo a carga elétrica, como na figura 3.10, e igual a zero. A expressão (3.153) calculada para um elemento i faz parte do somatório:

$$\sum_i \frac{\partial F_i}{\partial V_k} = 0 \quad (3.154)$$

A matriz condensação concretiza este somatório em uma matriz global onde todos os nós da malha são considerados. Se tivermos K nós, estes serão numerados de 1 a K. A numeração local corresponderá aos nós que na malha global terá outra numeração. A implementação da matriz global de condensação é feita pela incorporação de (3.153) no somatório (3.154), a medida que passamos pelos elementos i da malha. Isto corresponde as contribuições de S(3,3) relativas ao elemento i, adicionadas ao termo SS(K,K) nas posições correspondentes aos nós globais como na figura 3.12 e tabela 3.7.

$$SS[K,K] = \begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & \dots & k & \dots & l & \dots & m & \dots & K \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \vdots \\ k \\ \vdots \\ l \\ \vdots \\ m \\ \vdots \\ K \end{matrix} & \begin{bmatrix} & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & \text{-----} & S_{11} & S_{12} & S_{13} & & & \\ & & & & & \text{-----} & S_{21} & S_{22} & S_{23} & & & \\ & & & & & \text{-----} & S_{31} & S_{32} & S_{32} & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Figura 3.12 - Representação da incorporação do elemento de nós (k,l,m) na matriz global.

Tabela 3.7 - Correspondência da matriz Local na matriz Global

Numeração Local	Numeração Global
1	k
2	l
3	m

Os nós globais, correspondentes aos três nós locais de cada elemento são determinados pelo algoritmo de geração da malha, que está associado ao problema específico. Para cada elemento i encontra-se os três nós globais n_1 , n_2 e n_3 que correspondente aos três nós 1, 2 e 3 locais.

CONDIÇÕES DE DIRICHLET

A solução do problema resulta em resolver o sistema matricial (3.155), com o termo fonte normalmente igual a zero.

$$[SS][V] = Q \quad (3.155)$$

As condições de contorno, ou de potencial impostos, permitirá a resolução do problema. Para um potencial de nó "m" imposto e igual a V_m , isto equívale no sistema (3.155) a colocar 1 na posição da diagonal da linha m da matriz da matriz $[SS]$ e zero em todas as outras; e no vetor $[Q]$, na posição m , fixa-se o valor imposto V_m . Para eliminar o efeito de zeramento, um procedimento sugerido por Bastos (1989) e inserido no programa `el_fin.c` com bom resultado foi de utilizar um valor grande de G e inserir nas posições correspondentes 1 e V_m , os valores G e GV_m .

FORMULAÇÃO PARA O SISTEMA TOMOGRÁFICO

Para um sistema com vários eletrodos, formando o tomógrafo, a equação bidimensional transversal ao duto é dado pela equação:

$$\nabla \cdot [\varepsilon_0 \varepsilon(x, y) \nabla \cdot V(x, y)] = 0 \quad (3.156)$$

As condições impostas ou de Dirichlet são dadas por:

$$V_i = V_0; (x, y) \subseteq A_i \quad (3.157)$$

$$V_i = 0; (x, y) \subseteq A_k; k \neq i \quad (3.158)$$

onde i significa eletrodo emissor e k eletrodo receptor.

O problema direto consiste em determinar as capacitâncias para uma distribuição de dielétrico conhecida. A solução do campo permite determinar a capacitância devido ao emissor i e receptor j , através de:

$$C_{i,j} = \frac{1}{L} \left| \frac{Q(a_j)}{V_0} \right| = \frac{1}{V_0} \int_{(x,y) \subseteq a_j} \epsilon_0 \epsilon_2 \nabla V_{(x,y)}^i \bullet d\vec{a}_j \quad (3.159)$$

onde L é comprimento do eletrodo;
 \vec{a} vetor normal a área a ;
 Q carga elétrica.
 i, j eletrodos emissor e receptor.

3.6.2 A solução do problema inverso (a imagem tomográfica).

A reconstrução da imagem consiste na solução do problema inverso, ou seja, a determinação da distribuição do dielétrico a partir das capacitâncias. Os algoritmos de reconstrução da imagem da impedância elétrica evoluíram a partir do algoritmo linear de retro-projeção, desenvolvido por Herman (1979) para imagem tomográfica por raio - X. Em um solução ideal, o nível de cinza ou intensidade da imagem de um elemento da malha transversal dentro do duto cilíndrico seria igual a permissividade elétrica normalizada daquele elemento. O nível de cinza $G(p)$ de cada elemento de uma malha transversal baseado no algoritmo de retro-projeção modificado é dado por:

$$G(p) = W(p) \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \lambda_{i,j} \Omega_{i,j}(p) \quad (p = 1, 2, \dots, P) \quad (3.160)$$

onde $W(p)$ é uma função peso das áreas sensíveis correspondente a cada par de capacitor;
 P é o número de elementos da malha transversal discretizada;
 p é o índice do elemento;
 λ é o valor da capacitância normalizado;
 Ω é o valor da sensibilidade de cada área, conforme o par de capacitor que se utiliza;
 N é o número de eletrodos;
 i e j são os eletrodos emissor e receptor respectivamente.

A característica distinta do algoritmo de retro-projeção utilizando raio - X para o que utiliza a impedância elétrica é a modificação da sensibilidade da área

em função da distribuição das amostras. O fator W é uma função peso, usada para compensar os efeitos da não uniformidade da sensibilidade, ao contrário do algoritmo inicial. O algoritmo detalhado de reconstrução da imagem pode ser visto no Apêndice F.

CAPÍTULO 4

DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS EXPERIMENTAIS

Os métodos experimentais podem ser separados no desenvolvimento dos protótipos e nas técnicas de aferição. A figura 4.1 mostra a arquitetura dos elementos de um protótipo de um sistema para análise eletrônica de escoamento multifásicos. As principais razões para esta disposição dos elementos são as características de medidas de valores de capacitâncias muito pequenas, valores de 0,1pF a 50pF, em frequências de até vários megahertz e em um ambiente não adequado para medidas precisas, um compromisso de operacionalidade e precisão do sistema. As transduções eletrônicas ficam ao lado dos eletrodos e, no mesmo circuito, ou muito próximo ao circuito de transdução, os medidores de sinais de entrada e saída, de maneira a evitar erros devido a fios de conexões e acoplamentos de elementos metálicos.

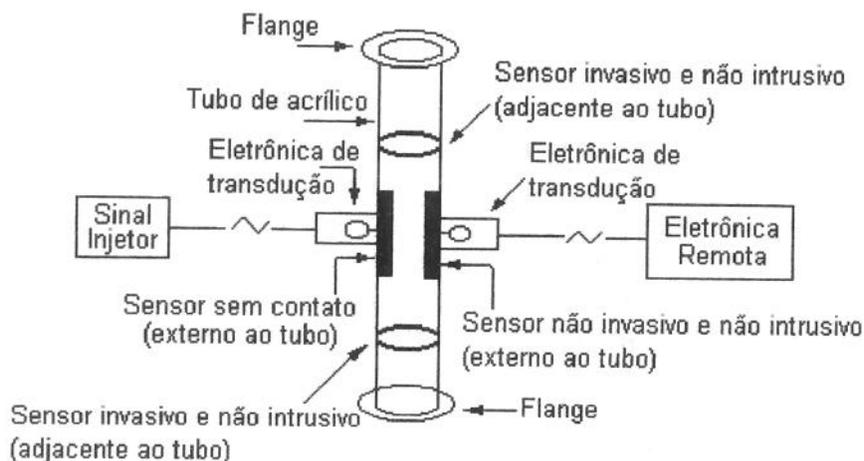


Figura 4.1. Sistema de medidas da análise eletrônica da amostra.

Neste tipo de equipamento, a amostra passa dentro do duto de vidro. Os eletrodos em contatos com as amostras (invasivos) são argolas de aço interagindo com o material que se analisa. Os eletrodos sem contatos com as amostras (não invasivos) são lâminas de cobre, externas ao duto. Um sinal do injetor é aplicado a cada tipo de eletrodo por cabo de sinais. Através dos processadores de sinais da eletrônica remota, tem-se os sinais de medidas. Foi inserido em um único protótipo, os tipos de sensores com e sem contatos, que permitiria uma análise geral das amostras. Na maioria das aplicações, somente um tipo de medida se faz necessário.

A análise de desempenho do sistema foi implementada através da aferição estática e ensaios do comportamento dinâmico. A aferição estática foi realizada através de substâncias com qualidade "para análise" química, para determinar a

resposta experimental, ou fator geométrico de correção do sensor, e através de esferas e bastões de vidro que simulavam os escoamentos anular e de bolhas. A resposta de um comportamento real era analisada através de uma bancada que gerava os diversos padrões de escoamento, com a fração das fases determinada pelo volume de uma coluna vertical de água, obtido por um sistema de válvulas de fechamento rápido.

4.1 IMPLEMENTAÇÃO DOS PROTÓTIPOS

As respostas características dos protótipos serão determinadas pela integração dos sensores com o tipo e a qualidade da eletrônica de transdução na distribuição dos elementos da figura 4.1. A fixação dos eletrodos e eletrônica de transdução deve ser rígida para evitar derivas devido à capacitâncias espúrias como acoplamentos metálicos. Isto é reforçado devido aos baixos valores de capacitâncias a serem determinados.

4.1.1 Elemento sensor

O elemento sensor é a unidade onde o escoamento vai interagir com o campo elétrico fornecido pelos eletrodos. Para se obter a precisão e estabilidade pretendida, sua construção é determinada também pelas características físico-químicas da amostra. Para o caso da água, as colas ou filmes isolantes disponíveis comercialmente podem ser usadas em determinadas junções, enquanto para o álcool, uma boa estabilidade e repetibilidade do sensor só foi conseguida com um filme de vidro sendo o único material em contato com a amostra. Em qualquer caso, as junções de metais devem satisfazer as condições mencionadas no Apêndice E. Foi verificado, por exemplo, que o efeito da oxidação devido ao álcool nos eletrodos externos provocava um ruído, provavelmente de ordem galvânica, sendo importante a limpeza destas junções.

O sensor de contato corresponde a medida da impedância elétrica da amostra. Sua resposta será predominante em frequências baixas, podendo ser relacionado com a determinação de frações de gás ou fração de vazio, com a presença de impurezas no fluido e com propriedades como a concentração de eletrólitos e o pH. Este sensor é muito sensível às impurezas, e ao ser integrado junto com o sensor de permissividade, pode ser utilizado como um analisador de íons condutores da amostra. O sensor sem contato direto responderá desde as frequências baixas até às altas frequências e está relacionada com a medida da polarização da amostra. A medida da condutividade devido às impurezas praticamente irá desaparecer, devido a alta resistência do isolador. Este sensor pode ser utilizado na determinação das propriedades de um meio multifásico.

Nas medidas com o **sensor de impedância com contato** obtém-se a impedância do fluido na frequência de trabalho. Foram construídos alguns sensores como mostra a figura 4.2, com diferentes valores da distância entre os anéis (l), da espessura dos anéis (s) e do diâmetro do tubo (D), cujos resultados

experimentais podem ser comparados com o modelo teórico da seção 3.5 do capítulo 3.

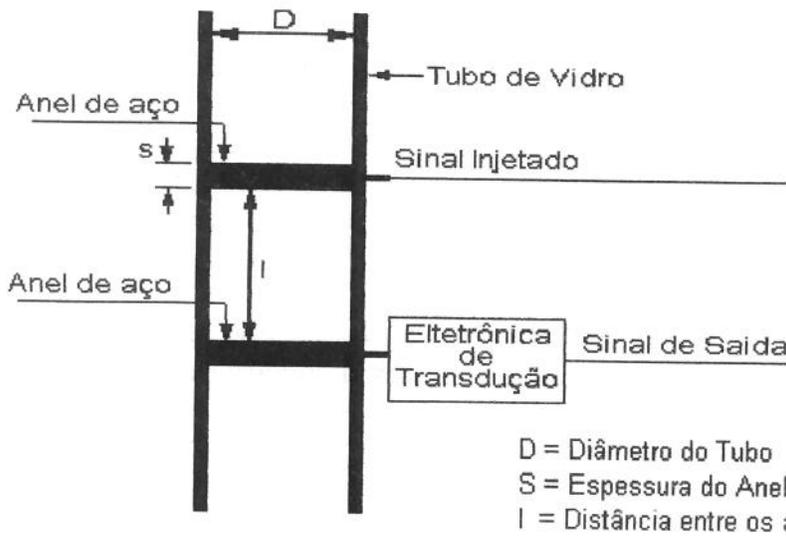


Figura 4.2. Protótipo do sensor de impedância direta.

Os anéis do sensor são de aço inoxidável, o que permitiu ensaios com diferentes tipos de amostras. Os contatos dos anéis com as conexões eletrônicas foram feitos com fios de aço de pequeno diâmetro. Um esquema dos sensores usados neste tipo de instrumento é apresentado na figura 4.3.

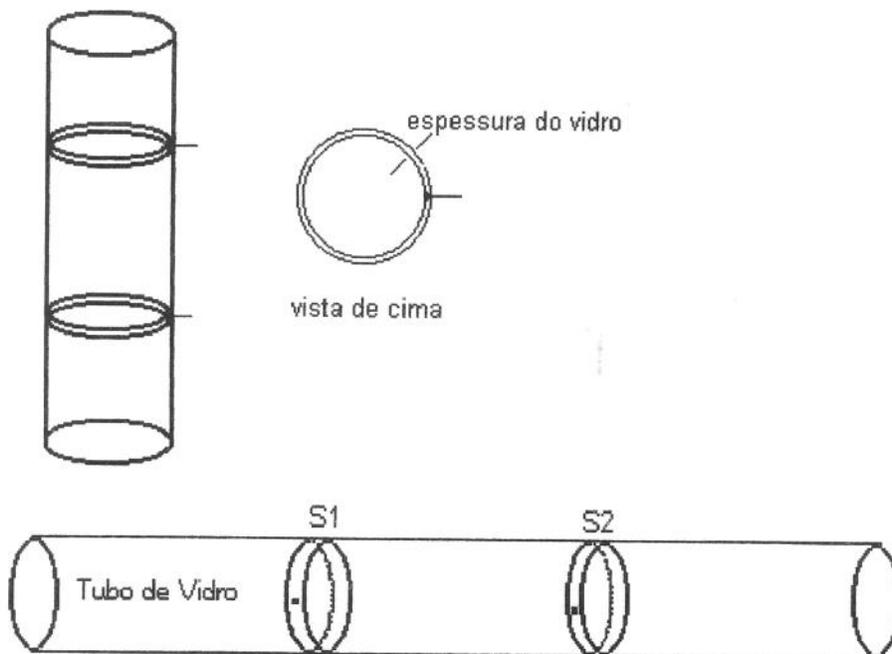


Figura 4.3. Representação esquemática dos sensores condutividade.

A menor influência com a temperatura, a identificação dos componentes pela combinação das polarizações individuais e dos processos de relaxação, além da característica intrínseca de uma medida sem contato, tornam esta técnica mais adequada do que a técnica de medida com contato, para a maioria das aplicações em escoamento multifásico.

Uma representação esquemática de um **sensor de impedância sem contato** é apresentada na figura 4.4. Foram construídos alguns protótipos, cuja resposta dos ensaios experimentais pode ser verificada através do programa LAMP.C, baseados no modelo teórico da seção 3.5 do capítulo 3, como pode ser visto no Apêndice G.

Em alguns protótipos foi feito um rebaixo no tubo para inserir os eletrodos. A partir da configuração da figura 4.4 foram incorporadas melhorias como a instalação de guardas. As guardas dos eletrodos são placas condutoras colocadas em uma disposição que favorece a distribuição do campo, de modo a permitir uma melhor determinação das propriedades da amostra pela eletrônica de transdução.

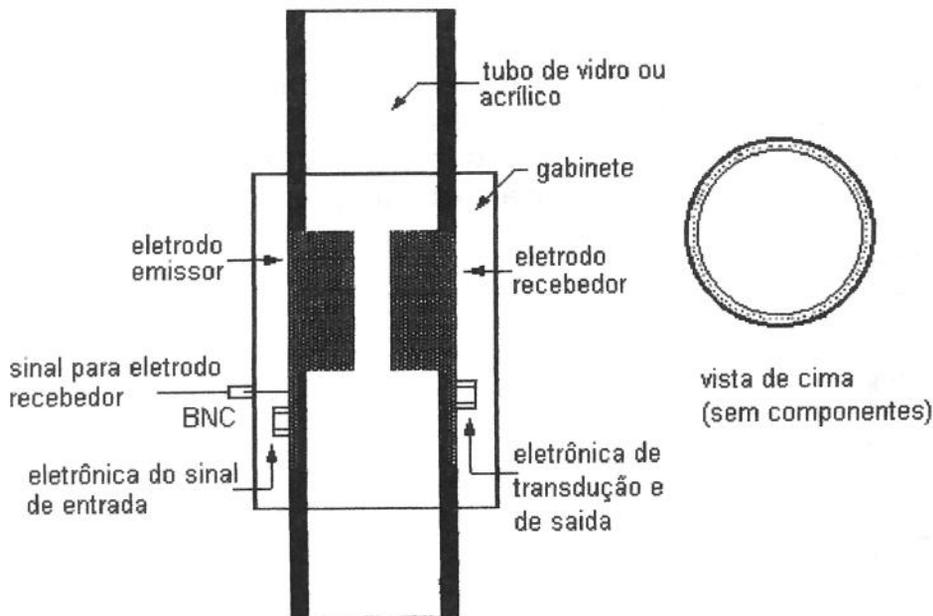


Figura 4.4 Representação esquemática do sensor sem contato.

Hersh (1962) mostra como a configuração da guarda pode melhorar o desempenho de um sistema em relação à medida com três terminais. A figura 4.5 mostra uma guarda ativa, adequada quando os eletrodos não são flutuantes proposto por Huang et al (1988). Em um sistema de medida sem contato, são usadas placas de guarda longitudinais, aproveitando o terra virtual da entrada do

circuito de medida, de forma a favorecer a incidência do campo elétrico na direção normal aos eletrodos, como se verá posteriormente com mais detalhes. Devido a disposição e tipo da eletrônica de transdução, suas características se enquadram muito bem no tipo de circuito intrinsecamente imune a capacitâncias de acoplagens, tornando o efeito destas impedâncias praticamente inexistente.



Figura 4.5 - Guardas dos eletrodos com potencial igual aos eletrodos adjacentes.

A determinação da impedância do tubo isolante é necessária para um estudo preciso do meio. Os dois tipos de isolantes normalmente empregados são o acrílico e o vidro. Para água ou uma amostra quimicamente neutra, o uso de acrílico é mais prático. Em situações mais simples utilizou-se esmalte isolante, do tipo que isola fios de transformadores, para recobrir os eletrodos. Devido à sua neutralidade em relação à maioria das substâncias químicas, a exceção do ácido fluorídrico, o vidro é mais adequado para várias aplicações.

As propriedades do vidro são utilizadas em instrumentos óticos e obedecem razoavelmente bem, nestas freqüências, as equações Claussius-Mossoti e suas derivações, segundo Becker (1986). O vidro é bastante utilizado como isolante e mesmo em certos tipos de capacitores especiais na faixa de freqüência da eletrônica aplicada. Sua constante dielétrica K varia de 4 a 40, conforme Fink e Careal (1968). Devido à migração de íons de metais alcalinos, sua resistividade pode variar de 10 Giga ohm a 1 peta Ohm. A variação de K é de 25 ppm/°C e um bom valor do produto da resistividade versus permissividade é da ordem de 1000 M Ω . μ F, conforme Fink e Careal (1968).

Outro tipo de sensor é o de imersão, conforme figura 4.6, como pode ser visto em Belo et al (1992), usado para análise de amostras de álcool hidratado. Apesar de serem utilizados os dados do vidro da bibliografia consultada, como pode ser visto no capítulo 5, muitas vezes se utilizava este sistema, para medir a impedância em diversas freqüências de uma lâmina de vidro entre dois eletrodos. No transdutor de tubo de vidro como da figura 4.4, para se determinar a impedância do vidro, utilizou-se uma amostra de tetracloreto de carbono, cujas características são bem adequadas, e selecionada de Hippel (1961), como pode ser visto pelo Apêndice D. A forma como foi concebida a transdução eletrônica proposta, elimina diversas impedâncias que surgem normalmente nesta medição, como as de fios e conectores, conforme descrição de seus valores por Hersh (1959) e Hersh (1962), de acoplagens entre placas ou elementos metálicos e terra conforme pode ser visto em Huang et al (1988).

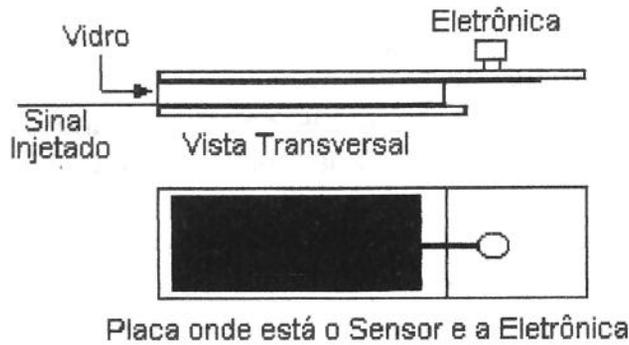


Figura 4.6. Esquema para determinação dos parâmetros do vidro.

Apesar de serem utilizados os dados do vidro da bibliografia consultada, como pode ser visto no capítulo 5, muitas vezes se utilizava o circuito deste sistema, para medir a impedância em diversas frequências de lâmina de vidro entre dois eletrodos. No transdutor de tubo de vidro como da figura 4.4, para se determinar a impedância do vidro, utilizou-se uma amostra de tetracloreto de carbono, cujas características são bem adequadas, e selecionada de Hippel (1961), como pode ser visto pelo Apêndice D. A forma como foi concebida a transdução eletrônica proposta, elimina diversas impedâncias que surgem normalmente nesta medição, como as de fios e conectores, conforme descrição de seus valores por Hersh (1959) e Hersh (1962), de acoplagens entre placas ou elementos metálicos e terra conforme pode ser visto em Huang et al (1988).

4.2 ELEMENTOS DE TRANSDUÇÃO ELETRÔNICA

Os primeiros cuidados na elaboração desta unidade devem ser tomados do manual específico do fabricante dos componentes, seguidas certas técnicas gerais, especialmente devido ao uso de frequências razoavelmente elevadas. Relaciona-se a seguir, alguns procedimentos gerais que sempre teve-se em primeiro plano nesta implementação:

- Os componentes do circuito para determinar a impedância complexa em frequências elevadas devem ter elevada banda passante. A arquitetura do circuito torna-se cada vez mais importante com o aumento da frequência. Os elementos condutores, incluindo cabos, devem ser tão curtos quanto possível. Da fonte ao circuito os cabos são trançados. Os condutores das placas do circuito impresso são largos e tão curtos quanto possíveis para propiciar baixa resistência e baixa conexão de indutância. Capacitâncias de acoplamentos são minimizadas especialmente nos terminais de entrada do amplificador, com uma conexão muito curta da entrada inversora para o eletrodo. Foram verificadas a melhoria de desempenho do circuito em placas de placa de fibra de vidro sobre fenolito.

- Os valores das resistências devem ser pequenos, tendo sido utilizado sempre valores abaixo de $5,6k\Omega$. Esta prática dará o melhor desempenho do circuito com o operacional, com a constante de tempo formada com as capacitâncias do circuito não limitando a resposta do amplificador. Note-se que em geral estas observações estão sendo referidas para os circuitos de frequências mais elevadas, sendo que no caso de diferenciador em frequências menores que $100kHz$, foram utilizados resistores até $1M\Omega$.
- Deve-se usar um bom plano de terra e boas técnicas de aterramentos. O plano de terra conecta todas as áreas do desenho da placa de circuito impresso que não são usadas. O plano de terra providencia baixa resistência, baixa indutância devido a caminhos de retorno dos sinais e da alimentação, e reduz derivas de tensão geradas por sinais dispersos.
- Cada cabo da fonte de potência supridora é "baipassado" para o terra tão próxima quanto possível dos pinos do amplificador por uma combinação de um capacitor polarizado em torno de $1\mu F$ em paralelo com um capacitor cerâmico de $470pF$.
- Apesar de ser utilizado um bom plano de terra, as conexões do retorno do sinal de entrada, do retorno do sinal de carga e do comum da supridora são levadas ao mesmo ponto físico. Isto eliminaria qualquer caminho comum de corrente ou voltas de terra que poderia causar modulação de sinal ou realimentação indesejada.

O desempenho da unidade de transdução eletrônica é determinado pelo tipo e qualidade do circuito eletrônico. Não será abordada a medida puramente resistiva, que pode ser considerada como sendo um caso particular das técnicas apresentadas por Belo (1982), Lobo e Belo (1982), Lobo e Belo (1983) e Lima (1986), e que pode ser feita com grande precisão em circuito com corrente alternada em ponte de Wheatstone.

Diversos tipos de circuitos de medidas de capacitâncias tem sido desenvolvidos nos últimos anos. Um circuito considerado de boa qualidade é apresentado por Huang (1988), com uma relação precisa entre o sinal de saída e o valor da capacitância, sendo considerado pelos autores como uma técnica do tipo absoluta (transferência da carga armazenada para um circuito diferenciador que mede esta carga com precisão). Porém, a forma de onda quadrada e a obtenção de um valor médio de saída, não permitem definir as componentes real e complexa da impedância. Apresenta-se, então, uma proposta de circuito que obteve maior precisão e rapidez de sua resposta, integrada com os elementos sensores, que o circuito de Huang (1988), além da possibilidade de determinação das partes real e imaginária da impedância complexa. A guarda eletrônica é um elemento da eletrônica de transdução utilizado para otimizar o desempenho de sua interação com o sensor e para melhorar a qualidade do próprio circuito eletrônico.

As medidas por ponte são, talvez, as mais antigas e permitem a determinação da impedância complexas com grande precisão. Entretanto, apresentam limitações de frequência e de operacionalidade estática. A medida de capacitância automática, apresentada por Fulks (1965) pode ser considerada uma técnica de medida que integra a ponte com o "phase locked loop". Uma técnica de medida com boa precisão para frequências baixas, baseada na razão de capacitância na saída de ramos de um transformadores, é descrita por Jones et al (1973) e Hersh (1962). Huang et al (1988) mostram uma técnica suposta a mais adequada, no compromisso de velocidade e precisão, para aplicação na análise eletrônica de sistema multifásico. Diferentemente de Kano (1980), classificamos as técnicas de medidas de capacitância em frequência modulada, modulação de comprimento de pulso e amplitude modulada. Nestas técnicas, os processadores analógicos são realizados por:

- Medição por variação de frequência através do casamento de sinais pela realimentação da medida pela diferença de fase, "phase locked loop";
- Variação de comprimento de pulso, através de gatilhos periódicos de osciladores monoestável;
- Medição de valor proporcional a amplitude, através de circuito diferenciador, este não considerado na classificação de Kano.

Alem do ruído normalmente associado a cada um destes métodos, uma preocupação maior em relação à deriva térmica deve ser observada. Por se tratar de medida de precisão de pequenas variações de capacitâncias, deve-se ter como referência uma frequência praticamente invariável, baseada em um cristal.

4.2.1 Medição por Variação de Frequência.

Esta medição baseia-se na variação da fase em torno de uma frequência central fixa de um dispositivo conhecido como "phase locked loop", ou PLL, devido à variação da capacitância. Um bom trabalho experimental usando esta técnica é apresentado por Connely (1985). Utilizamos o PLL analógico LM 565 e o PLL digital CMOS 4046, cujos resultados apresentaram as desvantagens observadas no capítulo 2, além da impossibilidade de determinação da impedância complexa e da limitação de medida de capacitores pequenos, menores que 1pF. Por outro lado, esta técnica permite o uso de frequências muito altas, na faixa das microondas, segundo Buckaster (1990), embora sua utilização seja inadequada nas medidas dinâmica de um escoamento multifásico.

4.2.2 Medição por Variação da Largura de Pulso

Baseia-se na medida da variação do comprimento de pulso de um oscilador monostável gatilhado por uma frequência fixa. Esta técnica de medida apesar de não ser referida na classificação de Kano (1980), poderia ser enquadrada no método oscilante. A figura 4.7 mostra um diagrama simplificado utilizando o integrado LS 74221, gatilhado por uma frequência baseado em um cristal. As principais vantagens são: atingir frequências razoavelmente elevadas (frequência dos circuitos TTL), a simplicidade do circuito e a boa tolerância. As principais desvantagem são: a resposta de saída não ser precisamente definida, e a impossibilidade de determinar a impedância complexa. Esta técnica foi utilizada por Belo et al (1985) em células capacitivas de medida de pressão, onde acontece facilidade de aferição.

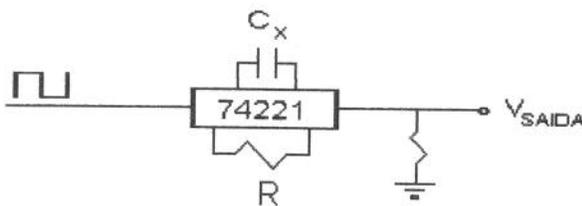


Figura 4.7 Medição de capacitância por variação do comprimento de pulso.

4.2.3 Medição por Variação da Amplitude de Voltagem

Esta técnica de medida baseia-se em um circuito diferenciador tendo como entrada a impedância do sensor. Esta seria talvez a única técnica que rigorosamente não está dentro das classificadas por Kano (1980). As principais vantagens são: a medida de valores muito baixos de capacitância, um equacionamento preciso para determinar a impedância e a disponibilidade crescente de amplificadores operacionais de banda passante cada vez mais elevada. A Figura 4.8 mostra um circuito típico desta técnica de medida. Outra vantagem deste método é a possibilidade de incorporamos facilmente uma outra medida, de maneira permitir a determinação da impedância complexa

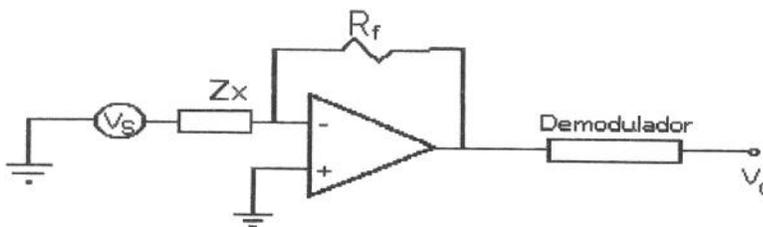


Figura 4.8. Circuito diferenciador para medida da Impedância.

4.3 TRANSDUÇÃO ELETRÔNICA PROPOSTA

A figura 4.9 apresenta o circuito básico proposto. Os sinais processados são baseados no sinal senoidal injetado V_s . O sensor Z_x forma com o amplificador operacional um circuito diferenciador, onde a saída é diretamente relacionada com a resistência de realimentação R_f e a impedância do sensor Z_x . Os sinais de entrada e saída do diferenciador são levados aos comparadores de resposta rápida configurados em paralelos, de forma a termos uma saída diretamente relacionada com o cruzamento dos zeros dos sinais antes da impedância do sensor e na saída do diferenciador. Se o amplificador operacional utilizado é muito rápido, o sinal de saída do circuito comparador será aproximadamente igual ao atraso de Z_x . Para amplificadores mais lentos, o atraso do amplificador operacional deverá ser levado em conta.

As medidas dos sinais em V_{s1} , V_{s2} e V_2 permitem determinar a impedância complexa do sensor. A lógica digital entrega um sinal com comprimento de pulso proporcional ao atraso de V_{s2} relativo a V_{s1} , com um integrador tornando uma saída contínua diretamente relacionada com a fase de Z_x . As medidas de V_{s1} e V_{s2} são feitas com conversores de sinais alternados para contínuos, configurados como na figura 4.10.

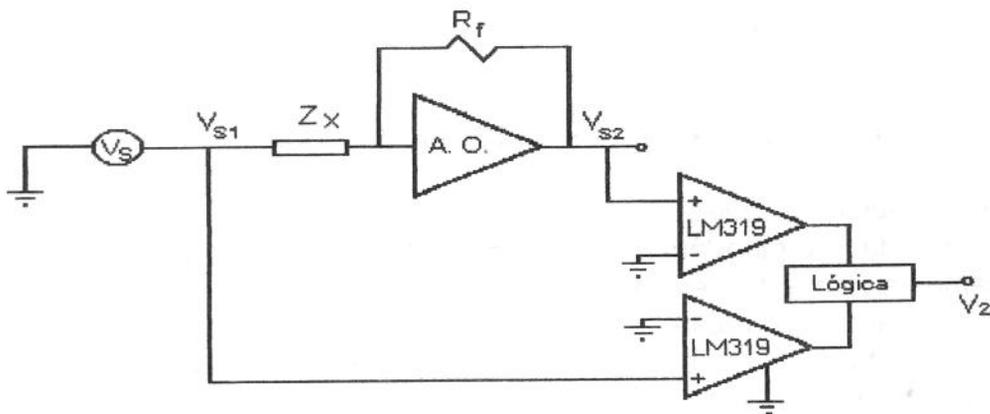


Figura 4.9. Diagrama do Circuito de Medição de Impedância.

A configuração ideal do sistema de medição esquematizado na figura 4.10, foi obtida após vários ensaios experimentais, analisando-se os erros devido aos fios de sinais e ao longo de todo circuito eletrônico. O posicionamento do fasímetro próximo da eletrônica remota e dos conversores de sinal alternado para contínuo ao lado da eletrônica de transdução, foi determinado em função das perdas de sinais para frequências de trabalho acima de 1MHz devido a disposição dos componentes eletrônicos.

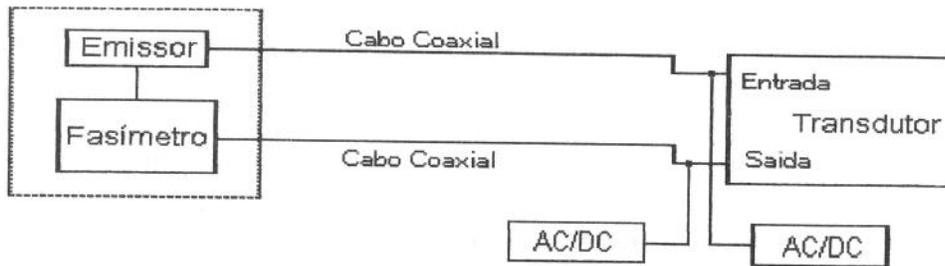


Figura 4.10. Configuração do sistema de medição de impedância complexa.

Nos diversos cabos coaxiais testados, mesmo para comprimentos considerados pequenos, menores que 30cm, havia erro nas medidas do conversor alternado para contínuo. Na medida de fase, para diversos tipos de cabos, e mesmo a distância acima de 2m, não aconteceu atraso mensurável. Um diagrama de circuito complementar, onde fica mais claro as distâncias das conexões e os pontos de tomadas de medidas é apresentado na figura 4.11.

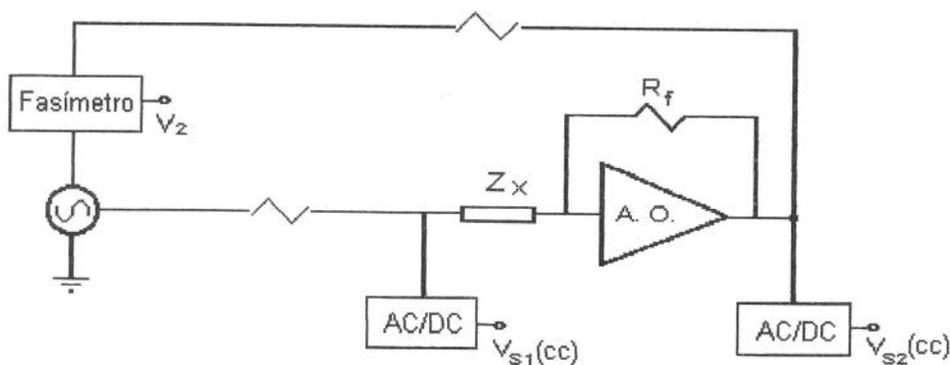


Figura 4.11. Diagrama do circuito de medida de impedância

Além da análise individual de cada unidade, o levantamento do desempenho com os acoplamentos permitem a identificação da função de transferência da impedância complexa e do aparecimento de impedâncias e ruídos derivados do acoplamento.

4.3.1 Circuito diferenciador.

Uma característica do circuito diferenciador foi a proximidade entre o ponto de medida da impedância e a entrada do operacional. Para qualquer tipo de sensor, a ligação do sensor à entrada inversora do amplificador foi feita a mais curta possível. Outra característica relevante é que a entrada inversora do

amplificador, ponto de medida da impedância, é um terra virtual, o que permite à entrada não inversora aterrada funcionar como uma guarda, contribuindo para a incidência normal do campo sobre o eletrodo receptor.

A fidelidade da transdução eletrônica depende fundamentalmente do tipo de operacional, do "layout" do circuito e dos aterramentos. Os cinco tipos de operacionais ensaiados foram o LF 356, fabricado pela National, os OPA 621, OPA 627, OPA 637 e o 3554 AM, fabricados pela Burr-Brown. As características necessárias para análise, foram selecionadas dos manuais dos fabricantes destes componentes, National (1976), e Burr-Brown (1989) e (1994). O LF 356 permitiu um bom desempenho até frequências abaixo de 100KHz utilizando capacitores de baixos valores, como 1pF. O 3554AM superou o comportamento de todos os outros componentes até frequências bem maiores que 10MHz. Os demais componentes (OPAs) situaram-se numa faixa de aplicação de frequência intermediária entre o LF 356 e 3554 AM. O OPA 627 e OPA 637 apresentaram resposta esperada até 10MHz, para impedâncias puramente resistivas. Para um capacitor na entrada somente o OPA 621 deu uma resposta razoável.

Foram utilizados filtros passa faixa e passa alto, representados na figura 4.12. O passa faixa servia para melhorar a qualidade do sinal do gerador de onda senoidal (gerador de função, tipo TR - 0466, fabricado pela Hungria), e o passa alto para melhorar o desempenho do conversor de sinal alternado para contínuo. O modelo teórico para determinação do filtro passa faixa era obtido Graeme et al (1971). Os valores encontrados para o passa alto foram $R_1=1k\Omega$, $R_2=68k\Omega$ e $C=4,7\mu F$ e não provocaram atrasos mensuráveis.

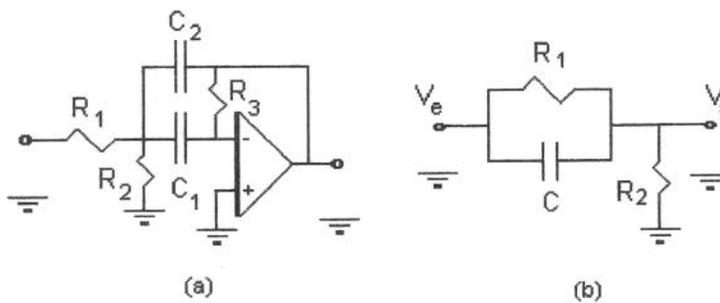


Figura 4.12. Filtro passa (a) e passa alto (b).

4.3.2 Circuito para determinação de fase

A medida de fase é obtida a partir de um circuito comparador de rápido tempo de resposta dos sinais antes da impedância do sensor e na saída do diferenciador, conforme figura 4.13. Uma lógica digital permite um comprimento de pulso do sinal periódico proporcional à fase. O integrador deste sinal é usado para se obter a fase proporcional ao valor médio da tensão de saída. No circuito mais detalhado, apresentado na figura 4.14, V_{s1} e V_{s2} são os sinais de entrada do transdutor e saída do diferenciador. Os contadores biestáveis (LS74193)

situados nas saídas dos comparadores (LM319) permitem que a comparação seja tomada somente na inclinação positiva dos sinais, tendo em vista a observação experimental de que o tempo de descida do comparador utilizado (LM319) é muito maior que o tempo de subida. Os contadores permitem também a possibilidade de fazer uma integração em frequência bem mais baixa. Para a porta E (HC7400) foi escolhida a tecnologia HC para permitir uma melhor forma de onda final.

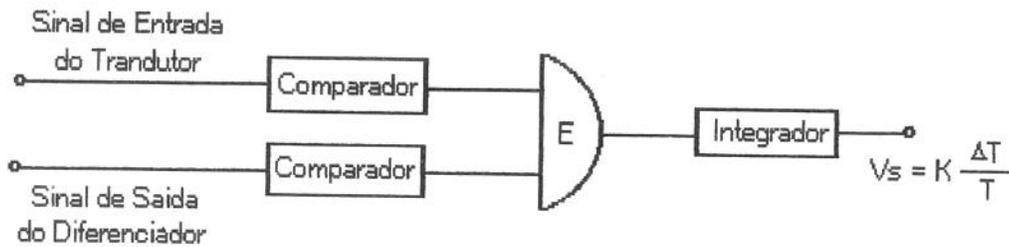


Figura 4.13. Diagrama esquemático da medida da fase.

A figura 4.14 mostra o circuito básico do fasímetro com o LM319. Com o circuito experimentado não foi utilizada guarda, tendo sido obtido uma resposta de qualidade satisfatória para frequências até 10 MHz.

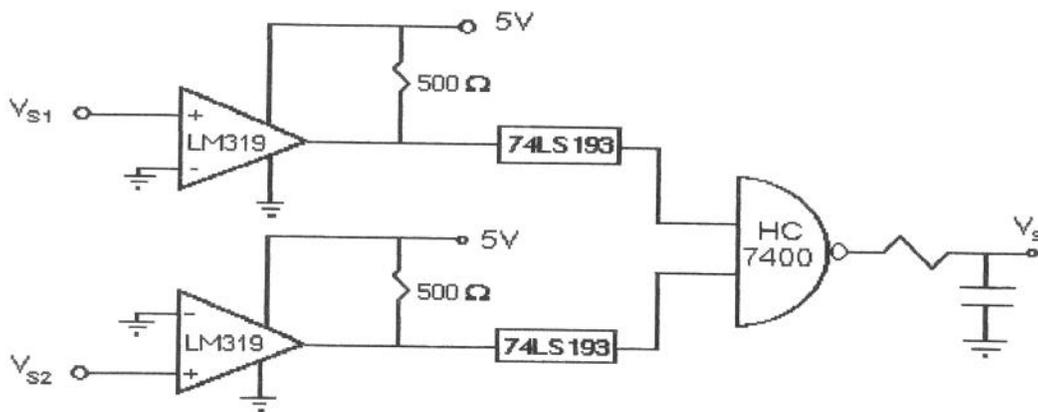


Figura 4.14. Circuito Eletrônico da Medida do Atraso.

Um dado relevante, observados nos ensaios experimentais, foi que a porta de tecnologia HC fornecia um sinal de onda quadrada de grande precisão, ou seja, no seu nível alto o valor próximo a fonte de alimentação e no seu nível baixo o valor próximo ao aterramento. Desta maneira, a saída do integrador era bem relacionada com a defasagem, com precisão maior que 0,5°, sem aferição.

4.3.3 Medida do Sinal Alternado

As figuras 4.15 e 4.16 mostram os diagramas esquemáticos das medidas do sinal alternado. Para o primeiro circuito, uma chave sincronizada permite somente a passagem do nível positivo da senóide. Um integrador torna o sinal de saída equivalente ao valor médio do sinal positivo. No segundo circuito tem-se um conversor de sinal alternado para contínuo onde um diodo real em série com o amplificador diferencial faz o comportamento aproximado de um diodo ideal, com a corrente atravessando os resistores em um só sentido. O filtro de saída entrega um valor contínuo relacionado com amplitude. Durante o desenvolvimento do conversor alternado para contínuo, a inexistência de um medidor de sinal alternado para a faixa de freqüência usada neste trabalho, obrigou a utilização de certas técnicas de aferição que serão apresentadas no próximo capítulo.

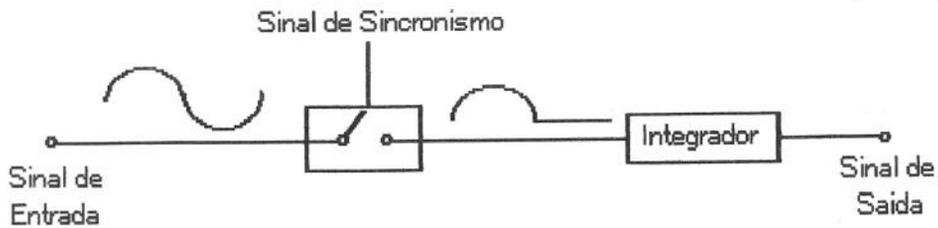


Figura 4.15. Diagrama da medida de sinal alternado baseado em chave sincronizada.

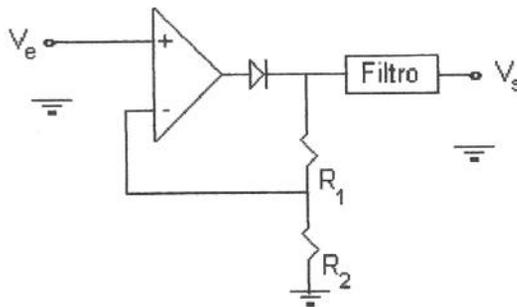


Figura 4.16. Conversor de sinal alterando para contínuo

A figura 4.17 mostra o circuito do conversor por sincronismo de pulso desenvolvido. O comparador rápido LM 361 identifica o instante positivo do sinal senoidal, acionando a chave CMOS 4016 para permitir a passagem do sinal. Apesar do LM361 ser de tempo de resposta menor que o LM319, seu

acoplamento no sistema, provocou maior distorção do sinal do diferenciador, nos ensaios experimentais realizados.

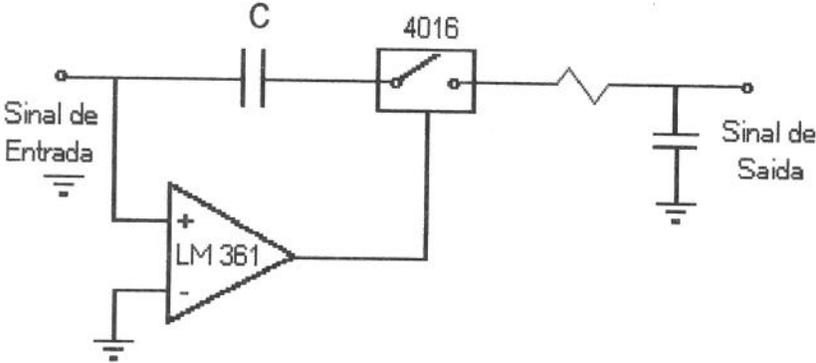


Figura 4.17. Circuito eletrônico de medida do sinal alternado.

O comparador rápido LM361 realiza o gatilho de sincronismo da chave 4016 no instante da passagem para nível positivo e desativa a passagem no nível negativo do sinal de entrada. O circuito RC realiza a integração do sinal de saída da chave. O capacitor de desacoplamento C, com seu alto valor, permite a fidelidade do sinal. Devido à baixa disponibilidade de potência do gerador, utilizou-se um sinal de sincronismo que embora possa ser distorcido, aciona a chave nos instantes de cruzamento do nível zero do sinal de entrada. Para minimizar os efeitos de distorção, ao invés de tomar o gatilho dos próprios sinais a serem medidos, utilizava-se uma outra linha de cabo coaxial, conforme figura 4.18.

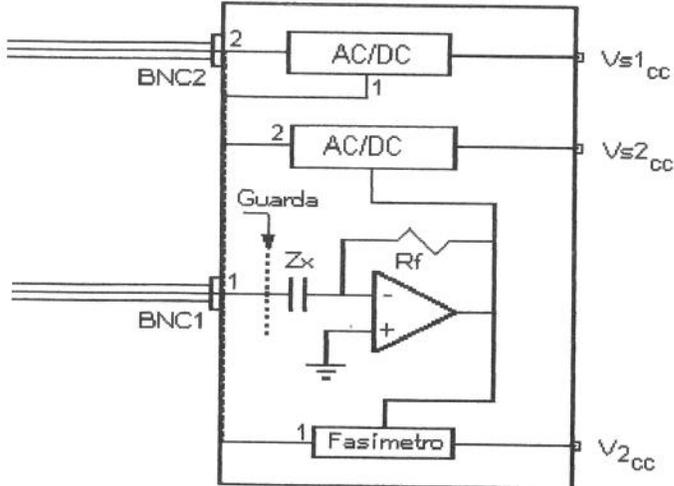


Figura 4.18 Medida do sinal alternado por sincronismo de sinal.

Um circuito de um conversor baseado no comportamento do diodo ideal é apresentado na figura 4.19. Para um amplificador operacional, o sinal V_e é aproximadamente igual ao potencial em 1, e a corrente na malha de realimentação é praticamente nula. A corrente fluindo somente em um sentido torna o sinal em V_s bem determinado.

Foram experimentados também os três tipos de OPAS. Devido ao atraso do sinal de saída em relação à entrada para frequências maiores que 1MHz, ficou impossibilitado o uso dos OPA 627 e OPA 637. Sendo os sinais de iguais harmônicas, e no equacionamento da impedância complexa ser utilizado a razão das tensões, esta fonte de erro deve ser minimizada. Uma outra fonte de erro foi a não linearidade com a amplitude, para uma frequência fixa. O OPA 621 respondeu com um atraso pequeno até a faixa de 10MHz. Em geral, o tempo de recuperação dos diodos de comutação disponíveis comercialmente é grande para o objetivo deste trabalho, sendo da ordem de alguns microssegundos, segundo Boylsted et al (1982). Tendo isso em vista, foi utilizado o transistor BF689K para VHF/UHF, fabricado pela IBRAPE, de frequência de transição de 1800MHz.

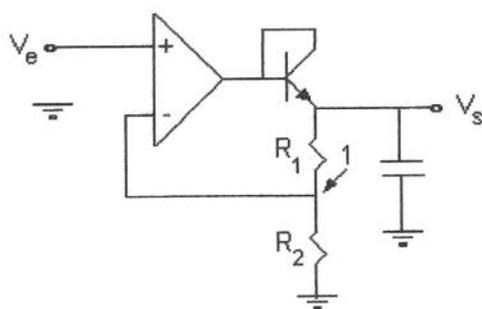


Figura 4.19. Conversor Alternado para Contínuo baseado no princípio do diodo ideal.

4.4 CONSIDERAÇÕES COMPLEMENTARES

Para se chegar à integração dos elementos no circuito final, geralmente foram realizados projetos das unidades, quantificados os efeitos das interações e ensaios experimentais das unidades e do sistema global. Apesar de recomendável, neste trabalho não utilizou-se de ferramentas como "PSPICE" (programa computacional para análise do desempenho dos circuitos eletrônicos). Em cada unidade eram realizadas análises como referidos nas seções anteriores, projetos baseados de literatura apropriada, como por exemplo projeto de filtros ativos baseado em Graeme (1982), considerações experimentais dos

elementos de guarda e a implementação de um modelo simples para a função de transferência dos diferenciadores. Descreve-se nesta seção os elementos de guarda do sensor usados para obter resultados mais próximos dos modelos analíticos e para eliminar a influência de cargas nas proximidades, o modelo da eletrônica do diferenciador e certos resultados simples e considerações acerca da medida da fase.

A **arquitetura do sensor** do sistema de medida usando guardas é mostrado nas figuras 4.20 e 4.21. Uma característica deste sistema é que determinada área do circuito funciona como parte do plano de terra ou como guarda, melhorando o desempenho da eletrônica e aproximando os resultados da modelagem da resposta. Considerando que a placa receptora está ligada à entrada inversora do operacional, um terra virtual, os terras ao lado desta placa permitirão que o campo elétrico devido a polarização do emissor incida normalmente à placa receptora, permitindo uma medida mais precisa da impedância, conforme a figura 4.21.

O equacionamento da resposta do campo em função do ângulo dos eletrodos, da espessura e do material do duto, foi apresentado no capítulo anterior. O programa LAMP.C determina a impedância em função destes parâmetros, conforme pode ser visto no Apêndice G. Várias simulações foram feitas com este programa, sendo os resultados integrados com o modelo da eletrônica de transdução.

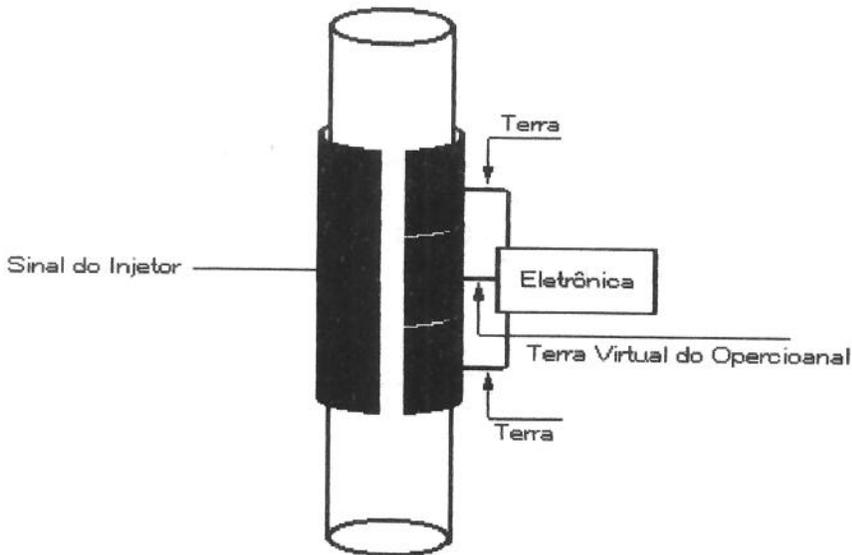


Figura 4.20. Protótipo de um sensor com guarda.

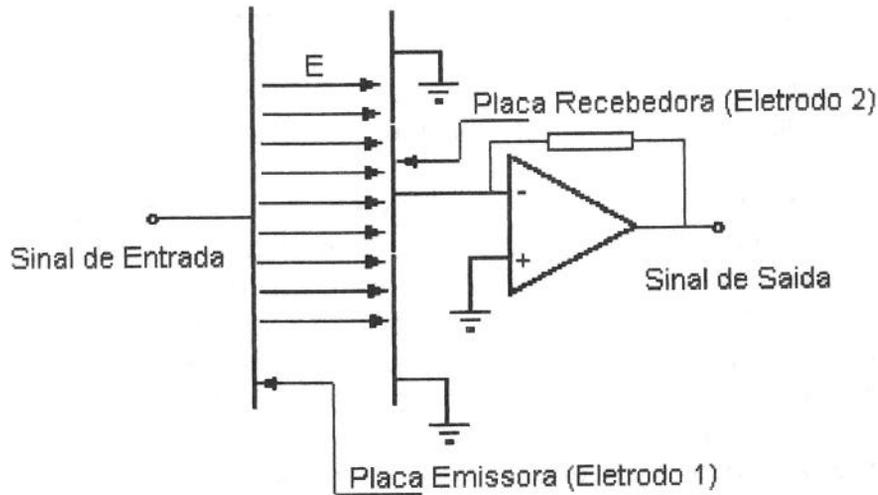


Figura 4.21. Efeito equivalente do campo na eletrônica de transdução.

A seguir é apresentado um **modelo da resposta do circuito eletrônico do diferenciador** que permite uma análise razoavelmente geral da transdução eletrônica em função dos componentes eletrônicos e dos elementos sensores, cuja descrição computacional é dado no Apêndice G. O modelo para descrever o circuito diferenciador é dado na figura 4.22, onde seus elementos são definidos por:

- V_e : Fonte de Sinal Injetado em um lado do Sensor;
- Z_x : Impedância do Sensor;
- Z_1 : Impedância adjacente de guarda, de "layout" de circuito e do Amplificador operacional,
- A : Amplificador de Ganho direto;
- W : Banda Passante ($1/T$)

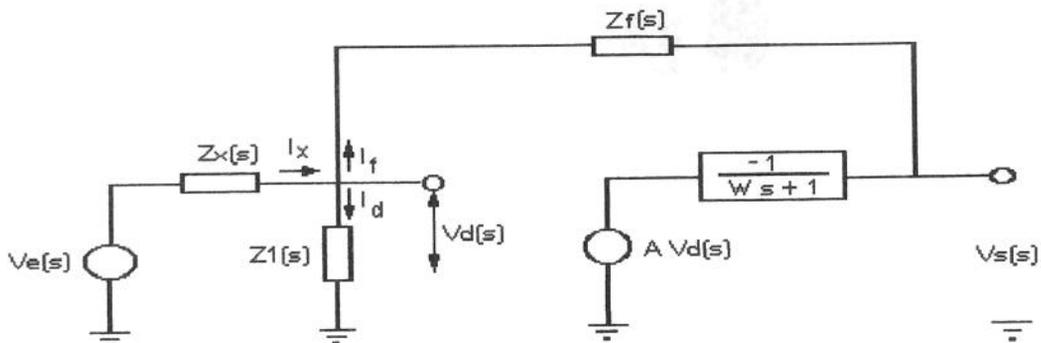


Figura 4.22. Diagrama de bloco da eletrônica de transdução

Aplicando a lei de Kirchoff ao circuito tem-se (4.1) e (4.2).

$$I_x(s) = I_d(s) + I_f(s) \quad (4.1)$$

$$\frac{V_d(s) - V_e(s)}{Z_x(s)} = \frac{V_d(s)}{Z_l(s)} + \frac{V_s(s) - V_d(s)}{Z_f(s)} \quad (4.2)$$

A saída em função do ganho de malha direta e da Banda Passante de potência completa é dada por:

$$V_s(s) = A \frac{-1}{T^{-1}s + 1} V_d(s) \quad (4.3)$$

Ou:

$$V_d(s) = -V_s(s) / A F(s) \quad (4.4)$$

$$\text{onde } F(s) = \frac{1}{T^{-1}s + 1} \quad (4.5)$$

De (4.1), (4.2), (4.3), (4.4) e (4.5) tem-se:

$$V_d(s) \left(\frac{1}{Z_x(s)} - \frac{1}{Z_l(s)} + \frac{1}{Z_f(s)} \right) - \frac{V_e(s)}{Z_x(s)} = \frac{V_s(s)}{Z_f(s)} \quad (4.6)$$

De (4.6) tem-se a expressão geral dada por:

$$V_s(s) \left[\frac{1}{Z_f(s)} + \frac{1}{AF(s)} \left(\frac{1}{Z_x(s)} - \frac{1}{Z_l(s)} + \frac{1}{Z_f(s)} \right) \right] = -\frac{V_e(s)}{Z_x(s)} \quad (4.7)$$

A equação (4.7) permite analisar os efeitos de diversos elementos, ou mesmo, da resposta incluindo as outras fontes de ruído, a partir de estudos apresentados no capítulo anterior. O programa SIST.C, cuja descrição se encontra no Apêndice G, utiliza essa equação para fornecer uma resposta teórica a ser comparada com os resultados dos ensaios experimentais. As impedâncias complexas $Z_i(s)$ são compostas de resistências e capacitâncias em série ou paralela que são calculadas no programa em função da frequência. O ganho A e a banda passante $W(s)$, bem como a frequência de corte são obtidas dos manuais do fabricante.

As características das respostas dos circuitos elétricos na análise de escoamento multifásico de fluidos aquosos têm revelados até o presente os efeitos predominante da condutividade elétrica para medida invasiva e permissividade elétrica para medida não invasiva. Neste trabalho utilizou-se uma faixa de frequência mais larga que a faixa de frequência normalmente utilizadas em aplicações similares da análise eletrônica de escoamentos multifásicos. Estas características (condutividade para a medida invasiva e permissividade para não invasiva) tem sido mantidas até à frequências de 10 MHz, embora a variação dos parâmetros geométricos das células invasivas possa permitir a participação da permissividade e condutividade elétrica nesta faixa de frequência. Foi observado que o limite das frequências consideradas adequadas para eliminar os efeitos da dupla camada nos fluidos aquosos deve ser bem mais alto do que o valor em torno de 100kHz, como propõe Coney (1973) e Andreussi (1988). Devido a estas considerações, a medida da fase foi na maioria dos ensaios realizados, uma medida complementar, que não precisou ser levada em conta, como pode ser notado no capítulo seguinte. A figura 4.23 mostra o resultado para várias frequências da medida do **circuito do fasímetro**. A lógica digital entre o divisor e a porta lógica de saída e da família HC, e os níveis lógicos digitais desta porta e da família HC, levou à uma relação aproximadamente linear da voltagem de saída do fasímetro (após o integrador) com a variação da fase. Para um atraso de 90°, a voltagem de saída obtida era de $V_s \sim 2,5V$.

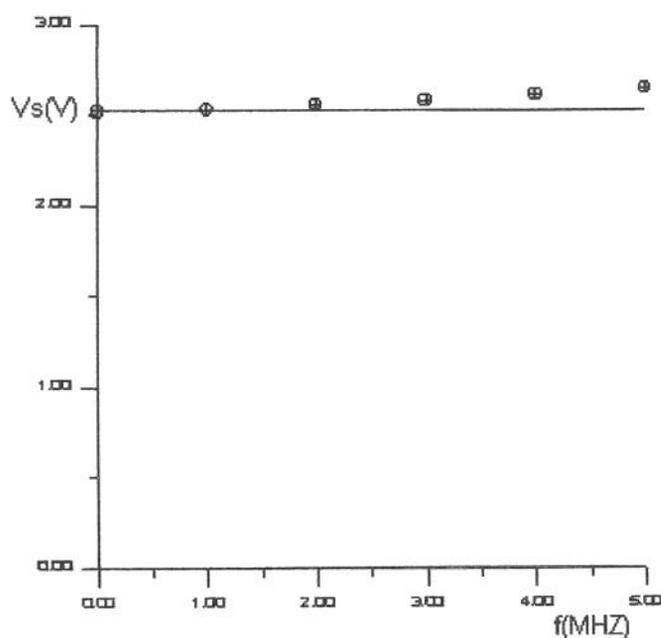


Figura 4.23. Resposta do fasímetro em função da frequência.

Neste ensaio, a tensão de saída aumentou de 5,03V a 5,19V para a frequência variando de 1MHz a 5MHz, o que pode ser considerado um bom resultado.

4.5 APRESENTAÇÃO DO SISTEMA DE TOMOGRAFIA

Um analisador de qualidade eletrônico ideal deveria medir a impedância complexa para frequências até o distante infravermelho. A partir destas medidas e da disposição geométrica dos eletrodos, seria possível determinar as propriedades de meios multifásicos, e até obter uma imagem tomográfica da disposição espacial das fases.

Uma arquitetura geral de uma transdução foi dada nas figuras 4.1 e 4.20. O sensor de contato é um elemento invasivo mas não intrusivo, medindo a impedância elétrica da amostra, na prática, geralmente uma medida da condutividade elétrica. O sensor sem contato é um elemento não invasivo e não intrusivo, medindo a permissividade da amostra. Um sinal senoidal é aplicado no eletrodo emissor e a eletrônica de transdução está ligada ao eletrodo receptor de sinal. Os conversores de sinal alternado são colocados junto ao eletrodo emissor e logo após a eletrônica de transdução. Com esta arquitetura e com um circuito eletrônico de alta banda passante, consegue-se uma resposta do meio com boa fidelidade até frequências altas, praticamente determinada pela resposta em frequência do circuito eletrônico.

Um técnica de guarda é usada de maneira a direcionar o campo elétrico atuante e minimizar os efeitos de borda dos eletrodos, conforme figura 4.24. Baseia-se na característica do terra virtual da entrada inversora do operacional do circuito diferenciador de medida. Desta maneira, ao aterrar as guardas longitudinais superior e inferior da placa receptora, tem-se uma incidência dos campos como no lado direito.

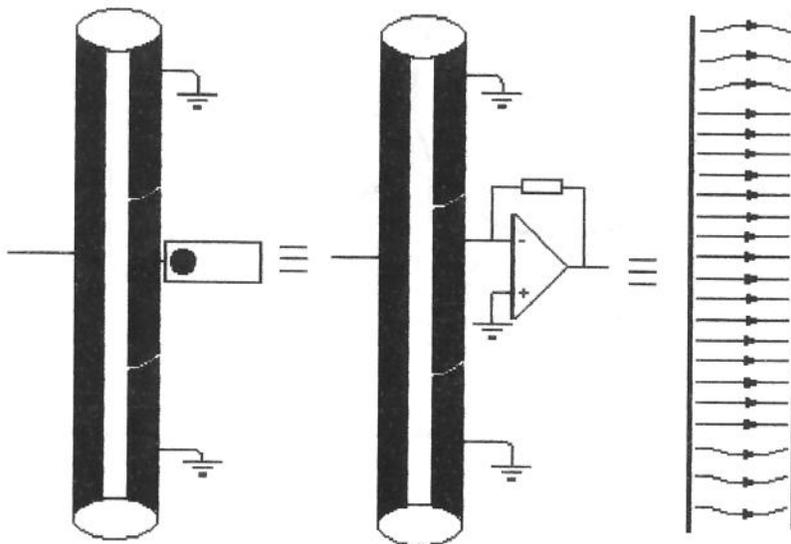


Figura 4.24. Diagrama representativo da guarda longitudinal dos eletrodos.

Para se obter uma imagem do posicionamento espacial das fases, utiliza-se vários transdutores em volta do duto, como mostra a figura 4.25, com o ângulo espacial dos eletrodos determinado pelo número de transdutores. A figura 4.25 apresenta um esquema de um sistema de tomografia com oito sensores. A figura 4.26 representa a disposição dos elementos. Cada placa é emissora ou receptora. Quando o sinal senoidal é enviada para uma placa emissora, as demais placas se comportam como receptoras. Quando uma placa é emissora, as demais estão disponíveis para leitura. Desta maneira, para um sistema de n eletrodos, o ensaio de medida seria completado com n acionamentos de varreduras, ao invés de $n(n-1)/2$ varreduras seqüenciais usadas nos sistemas de tomografias propostos na literatura. Este é o motivo da denominação de paralela para a tomografia apresentada.

Com uma arquitetura deste tipo é possível chegar até as freqüências mais altas, da mesma ordem das unidades compostas de somente dois eletrodos. Para análise tomográfica isto é essencial, tendo em vista que a sensibilidade do sistema e consequentemente sua resolução espacial, está relacionada diretamente com a freqüência e inversamente com ângulo dos eletrodos.

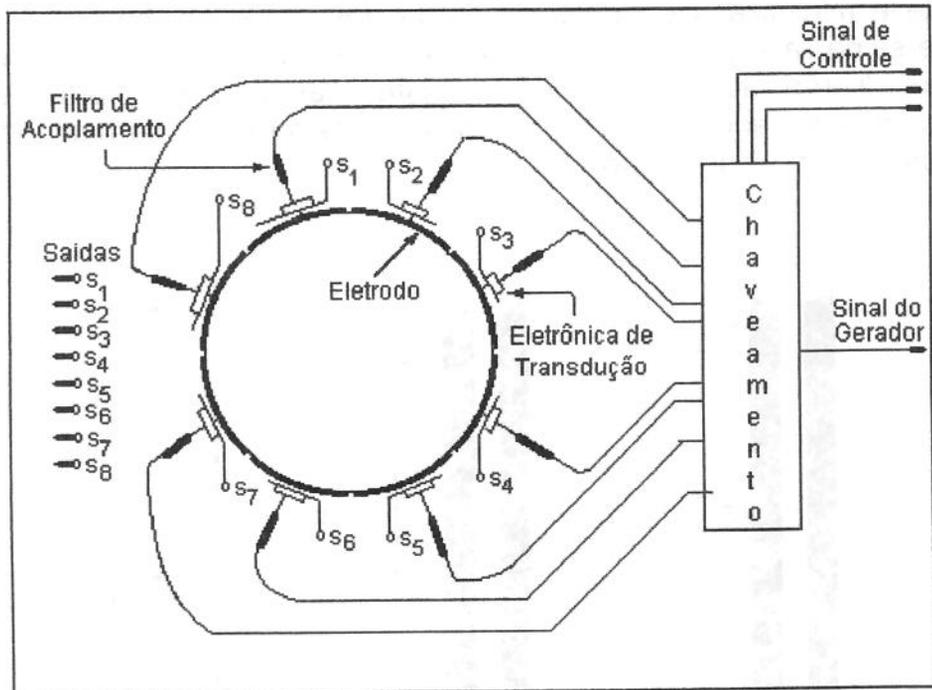


Figura 4.25. Diagrama do sistema de tomografia de oito eletrodos.

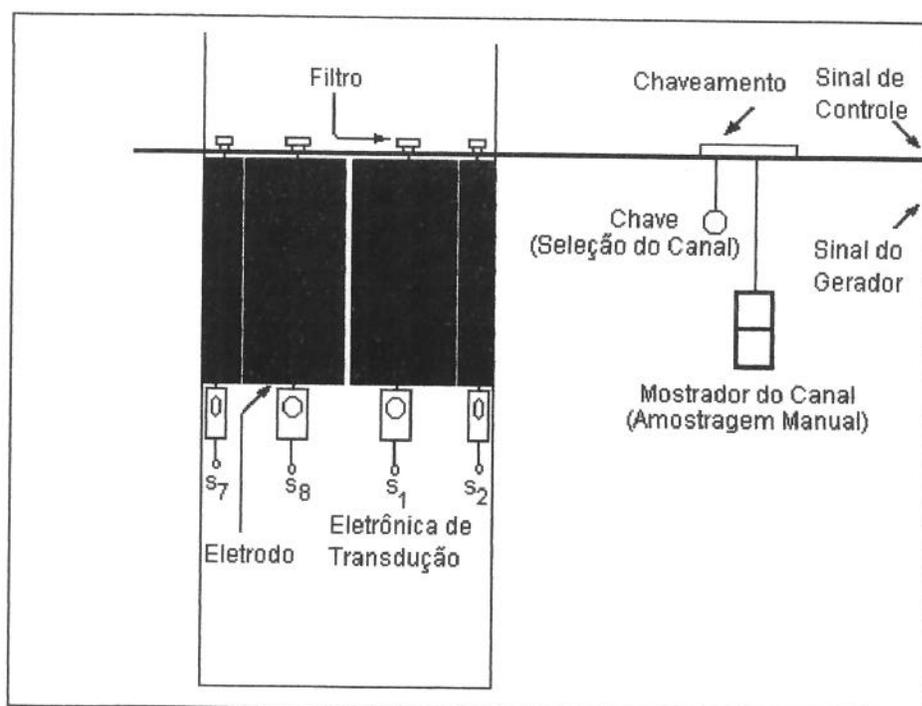


Figura 4.26. Disposição dos elementos da transdução.

Após vários ensaios experimentais, chegou-se aos resultados que parecem comprovar a viabilidade desta proposta. A eletrônica de transdução consiste de uma técnica de processamento eletrônico analógico bem integrada a unidade do sensor, com resultados experimentais bem próximos dos calculados. Sua arquitetura permitiu a utilização de frequências até 10MHz, bem acima das frequências utilizadas nos trabalhos similares. Testes qualitativos em frequências mais altas foram realizadas, com uma estimativa da possibilidade de chegar até frequências da ordem de 100MHz. A utilização do terra virtual de entrada do processador analógico de transdução permite a utilização de uma guarda para melhor direcionamento do campo elétrico.

4.6 BANCADA DE AFERIÇÃO

A aferição estática do analisador eletrônico de escoamento multifásico foi feita através de substâncias para análise química (P.A.) e elementos de vidros que possam simular os padrões de escoamento (anular e bolha). As substâncias químicas foram selecionadas de Hippel (1961), Gray (1973) e Shoemaker et al (1989) e dados de outros fabricantes, conforme pode ser visto no Apêndice D. O tipo e as propriedades de vidros foram selecionados Glaweerck (1987). As substâncias padrões serviam também para determinação do fator geométrico, ou de correção experimental dos parâmetros dos modelos teórico do aparelho.

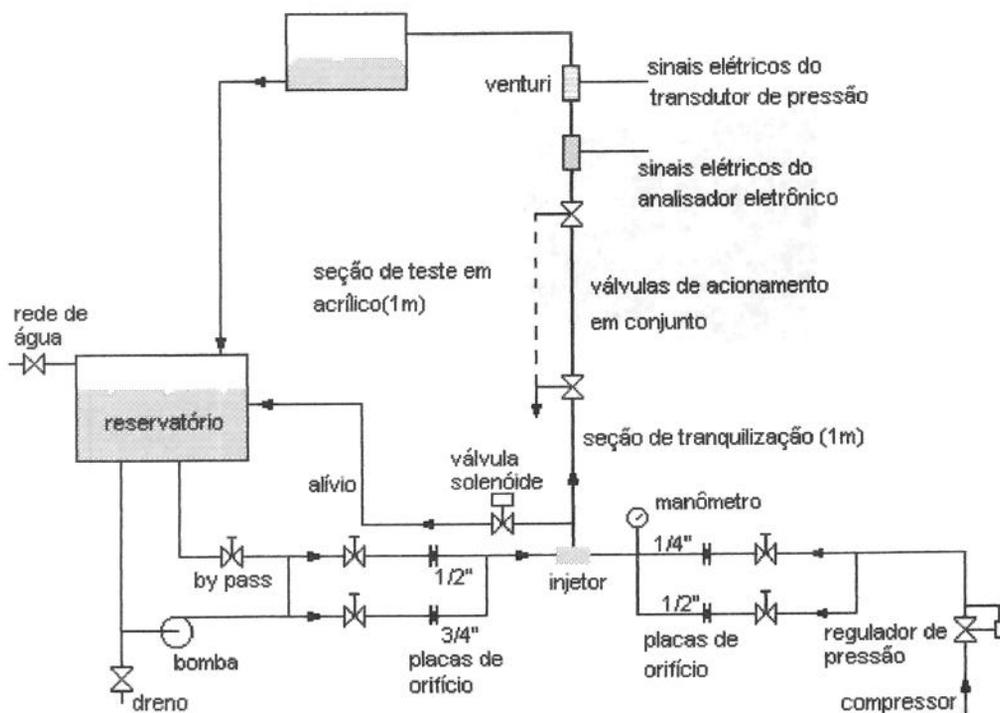


Figura 4.27. Bancada para aferição dinâmica.

A figura 4.27 mostra o esquema da bancada onde foi feita a análise dinâmica de escoamento multifásico. A seção de teste de acrílico permitia a determinação do padrão de escoamento através de visualização e a leitura do nível de líquido através do sistema de válvulas de acionamento em conjunto. Desta maneira tinha-se vários pontos da fração de vazio em diversos padrões de escoamento. Um transdutor como o da figura 4.1 de diâmetro interno de 21mm foi incorporado neste sistema através de flanges, correspondendo ao elemento denominado de analisador eletrônico no esquema da figura 4.27. Um desenvolvimento teórico e experimental da medida de vazão e título para este sistema é feito por Moura et al (1994).

CAPÍTULO 5 - ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este capítulo aborda os resultados dos ensaios experimentais dos elementos da transdução eletrônica, das aferições e das medidas simuladas e reais do sistema. Os resultados experimentais são sempre que possíveis comparados com modelos descritos nos capítulos anteriores. Na primeira parte deste capítulo (seção 5.1) trata-se das unidades e da integração dos circuitos eletrônicos, comparando-os com os modelos do sistema proposto na seção 4.4 do capítulo 4. A segunda parte (seção 5.2) trata do estudo do sistema de medidas aplicado aos escoamentos multifásicos. Em uma primeira etapa apresenta-se uma aferição do sistema através de substâncias escolhidas como referências. Em seguida são analisados os regimes de escoamento, de forma simulada e em casos reais. Estes resultados são comparados com os modelos da seção 3.5.2 (equações do meio efetivo) e da seção 3.5.3 (equações das imposições das condições de contornos), do capítulo 3. Na terceira parte (seção 5.3) são apresentados os resultados do sistema de tomografia, a partir dos modelos apresentados na seção 3.5.4 do capítulo 3.

5.1 ANÁLISE DO CIRCUITO ELETRÔNICO DE TRANSDUÇÃO

O estudo da propagação dos erros nos elementos da eletrônica de transdução permite uma determinação precisa da sua participação na resposta do sistema de medida. A análise aqui apresentada mostra a validade do circuito proposto, através de ensaios individuais e das unidades integradas. É descrito o comportamento dos conversores, do sistema resistivo e do sistema capacitivo. Os resultados são comparados com os resultados de um programa (SIST.C), baseado no modelo proposto na seção 4.4. O circuito diferenciador e o medidor de sinal alternado para contínuo, baseado no diodo ideal, descritos nas seções (4.2.3) e (4.3.1) do capítulo 4 utilizaram o OPA 621. Apresenta-se ainda o método de aferição baseado em substâncias padrões, usado para minimizar a propagação do erro.

5.1.1 Medidor de sinal alternado e sistema resistivo.

Devido a ausência de um medidor de sinal alternado nas frequências mais altas de trabalho, adotou-se procedimentos experimentais para a análise intermediária do circuito eletrônico. O procedimento básico repousa na análise da resposta à um sinal senoidal de valor conhecido na entrada do conversor e da resposta de dois conversores para um mesmo sinal de entrada. Para complementar estes resultados com a resposta do sistema eletrônico de transdução, será apresentada em seguida uma análise da resposta de um circuito com ganho um, com resistores de entrada e de realimentação de 560Ω e da variação da resposta com a frequência.

A figura 5.1 mostra o esquema utilizado para a análise da resposta do circuito conversor alternado para contínuo, com um sinal senoidal na entrada. Os resistores do divisor de tensão possuem valores bem abaixo da impedância de entrada do medidor de sinal alternado, de maneira que sabendo-se o valor do gerador G, determina-se os valores dos divisores de tensão V_1 , V_2 e V_3 . Os valores relativos de V_1 , V_2 e V_3 podem ser considerados bastantes precisos, devido à grande precisão na medida dos resistores do divisor. Apesar do sinal do gerador de tensão ser medido com um osciloscópio para diminuir o erro, foi realizada uma grande amostragem de dados. Em um procedimento anterior para melhorar a qualidade dos dados, foram comparados os sinais do osciloscópio com um medidor HP2074, dentro da faixa de frequência deste medidor (até 50kHz).

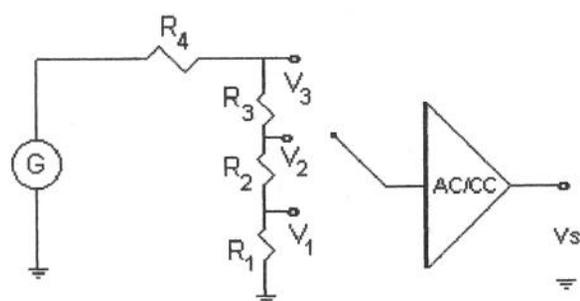


Figura 5.1 - Sistema de aferição do medidor de sinal alternado

As resistências foram medidas com a técnica de quatros fios, sendo obtidos os seguintes valores:

$$\begin{aligned}
 R_1 &= 38.893\Omega \\
 R_1 + R_2 &= 50.839\Omega \\
 R_1 + R_2 + R_3 &= 66.816\Omega \\
 R_1 + R_2 + R_3 + R_4 &= 105.696\Omega
 \end{aligned}$$

A figura 5.2 mostra a resposta do conversor para uma frequência de 2,63 MHz, com valores de tensão de pico de 400, 800, e 2000 mv. Observa-se uma não linearidade a partir de uma determinada amplitude do sinal, que pode deteriorar ou complicar a análise do circuito. A figura 5.3 mostra uma faixa de tensão que poderia ser mais adequada para este trabalho

Os resultados apresentados na figura 5.3, para uma faixa de sinal contínuo de até aproximadamente 1200 mv, resultaram na seguinte curva de calibração (coeficiente de determinação de 0.999936 e desvio médio quadrático de 7.57999):

$$V_{s_cc} = 1.75609 * V_{e_pp} - 169.87 \quad (5.1)$$

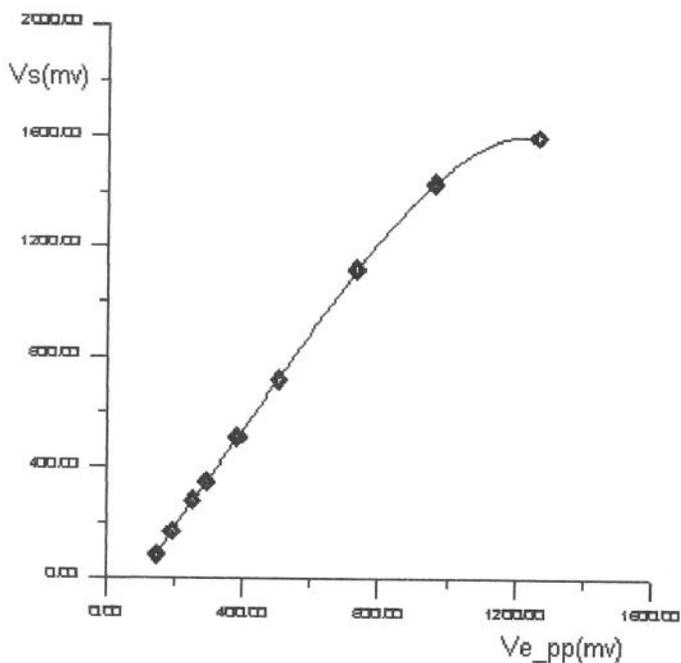


Figura 5.2 - Resposta para um sinal alternado na entrada do conversor

Os resultados mostrados na figura 5.4, para a faixa de sinal de saída do conversor de 1200 mV e com o aumento do limite inferior de entrada para aproximadamente 250 mV, resultaram na seguinte curva de calibração (fator de determinação de 0.999945 e desvio médio quadrático de 5.60911):

$$V_{s_cc} = 1.7496 * V_{e_pp} - 166.335 \quad (5.2)$$

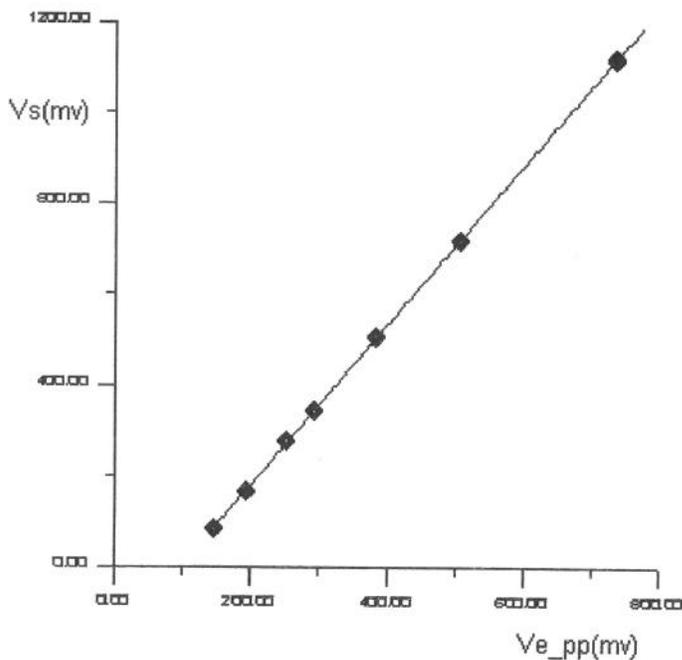


Figura 5.3 - Resposta do conversor para faixa de saída de até 1200 mV

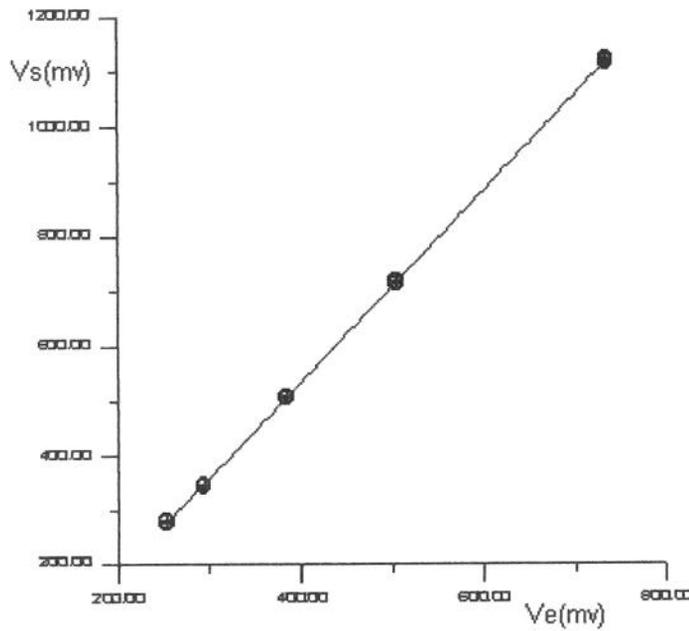


Figura 5.4 - Resposta do conversor para faixa de saída de até 1200 mv, aumentando o nível inferior da faixa de entrada para 250mv

Estas duas faixas de operação deverão ser utilizadas no transcórrer deste trabalho para seleção da amplitude das medidas. Nesta primeira etapa, poderiam ser usadas as aferições de cada conversor, com as respostas dadas pelas curvas de regressão apresentadas acima. Porém, para diminuir a propagação do erro, adotou-se como aferição uma curva obtida com um mesmo sinal de entrada para ambos conversores, figura 5.5, retomando-se a análise anterior para a faixa de qualidade dos sinais a ser usada neste trabalho.

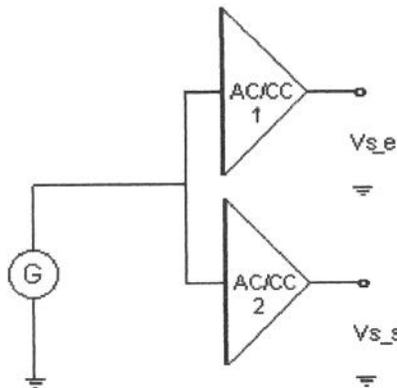


Figura 5.5 - Sistema para determinação da relação de saída dos medidores de sinal alternado na entrada e na saída do diferenciador

Devido aos resistores de saída e de realimentação, parâmetros intrínsecos do integrado, e da tomada de leitura após o transistor, a razão entre os sinais de entrada e de saída dos dois conversores não será igual a um. A figura 5.6 mostra a resposta dos dois conversores para um mesmo sinal de entrada, tal como o sistema da figura 5.5.

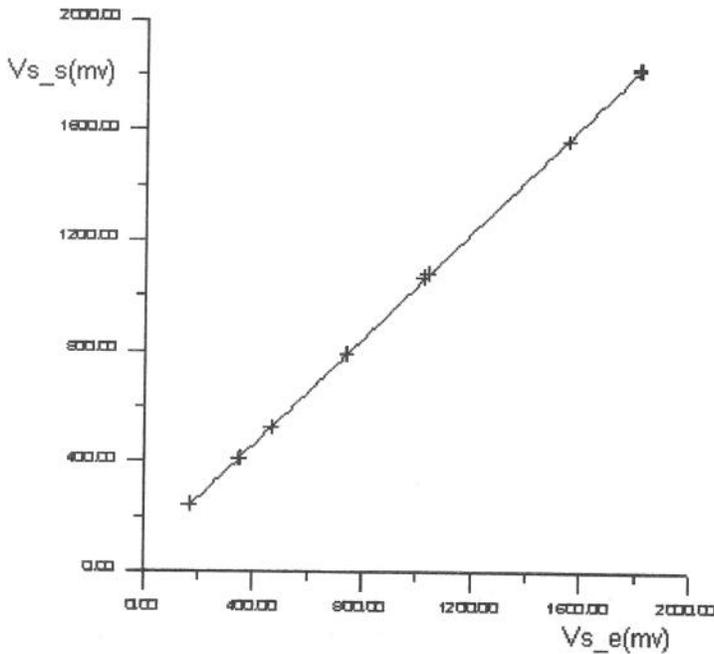


Figura 5.6 - Resposta dos dois conversores para um mesmo sinal de entrada

Os resultados experimentais apresentados na figura 5.6 resultaram na seguinte curva de calibração (coeficiente de determinação de 0,9999150 e desvio médio quadrático de 25,0027):

$$V_{s_s} = 0.964464 * V_{s_e} + 73.1216 \quad (5.3)$$

Baseado nestes resultados poderia-se trabalhar em uma faixa maior que a faixa linear, determinada no estudo individual dos conversores. Porém, devido à possibilidade de aumentar os erros na divisão dos dois sinais de saída dos conversores e à possibilidade de operar numa faixa não adequada do diferenciador, parece mais adequado trabalhar dentro da faixa proposta anteriormente (1200 mV). Principalmente, se estes valores estão bem afastados, ou seja, se a razão entre eles é maior ou menor que um, como deve ser normalmente observado em uma análise dinâmica de um escoamento. A figura 5.7 mostra os resultados para esta faixa que consideramos adequada, isto é, abaixo de 1200 mv, sendo obtida a seguinte curva de calibração (coeficiente de determinação de 0,999871 e desvio médio quadrático de 13.3199):

$$V_{s_s} = 0.972948 * V_{s_e} + 69.1698 \quad (5.4)$$

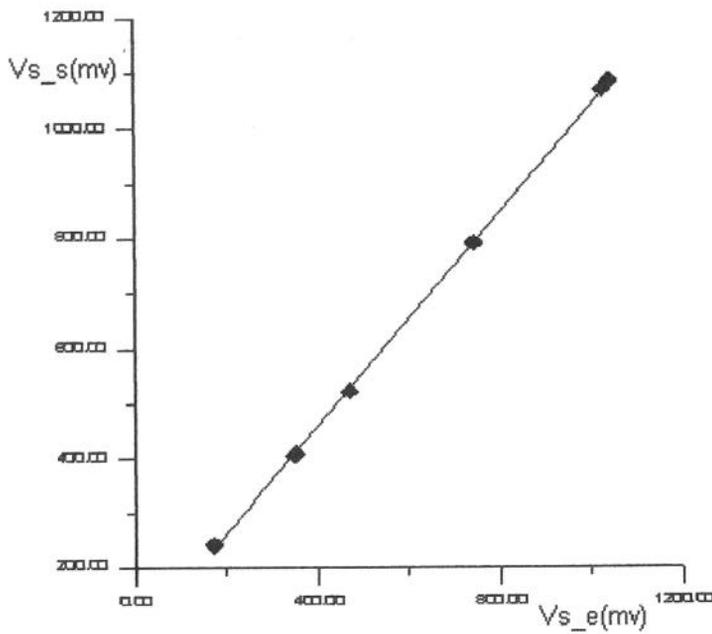


Figura 5.7 - Resposta dos dois conversores para sinais de saída abaixo de 1200 mV

Acontece também uma não linearidade no limite inferior dos sinais. A figura 5.8 mostra os resultados para uma outra faixa de trabalho (acima de 300 mV de entrada). Neste caso, foi obtida a seguinte curva de calibração (coeficiente de determinação de 0.999984 e desvio médio quadrático de 1.28731):

$$V_{s_s} = 0.981357 * V_{s_e} + 62.2675 \quad (5.5)$$

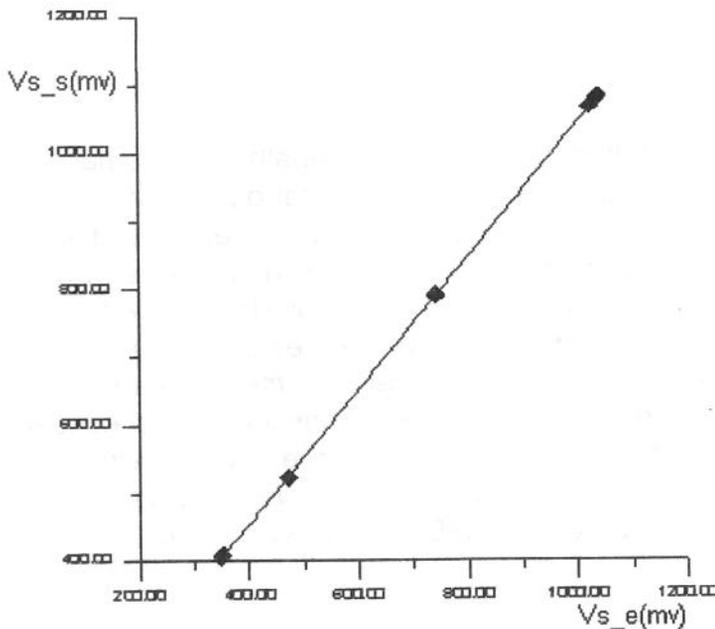


Figura 5.8 - Resposta dos dois conversores para sinais de saída abaixo de 1200 mV e de entrada acima de 300 mV

Estes resultados indicam que deve-se escolher, quando possível, uma frequência de trabalho que leve os valores de saída do diferenciador à valores próximos dos valores de entrada, ou seja, uma razão de sinais próxima de um, o que poderá não acontecer em um operação dinâmica.

A propagação do atraso devido ao transistor e ao operacional faz com que o conversor não se comporte como um diodo ideal. Sinais típicos, visto por um osciloscópio, são apresentados na figura 5.9. Isto acontece para frequências altas, geralmente acima de 5 MHz, e ocasiona derivas diferentes em cada conversor e uma pequena variação da resposta, como pode ser visto na figura 5.10, para um circuito de ganho 1.

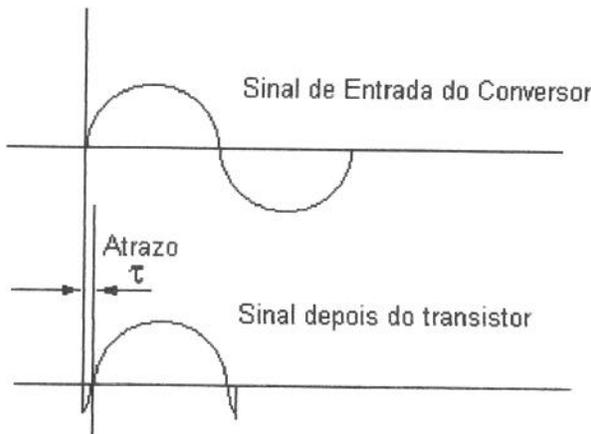


Figura 5.9 - Curva de propagação do atraso do diferenciador

Os resultados apresentados na figura 5.10 correspondem às medidas de um sistema resistivo.

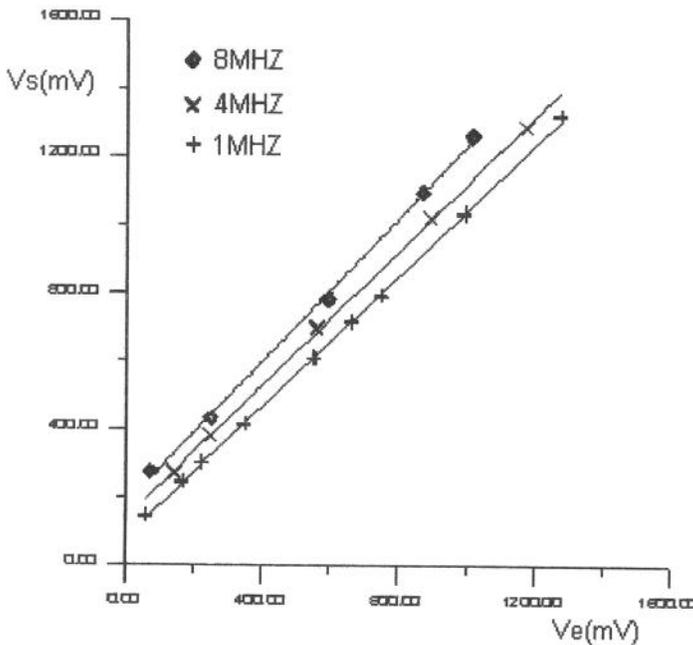


Figura 5.10 - Resposta do sistema resistivo ($R_1=R_f$) com ganho um

Os resultados correspondentes ao sistema resistivo em função da frequência apresentaram as seguintes regressões, onde m é o coeficiente angular, F.D. é o fator de determinação, e σ é desvio médio quadrático:

1 MHz	$m=0,955$	F.D.=0,9999	$\sigma=13,4$
4 MHz	$m=0,9410$	F.D.=0.9995	$\sigma=60,6$
8 MHz	$m=1,0540$	F.D.=0,9980	$\sigma=223,8$

A figura 5.11 apresenta a resposta de dois conversores, utilizados para medidas de um sistema resistivo, para várias frequências. Abaixo de 1 MHz as curvas praticamente se superpõem. A partir de 2 MHz tem-se uma deriva e uma pequena variação do coeficiente angular.

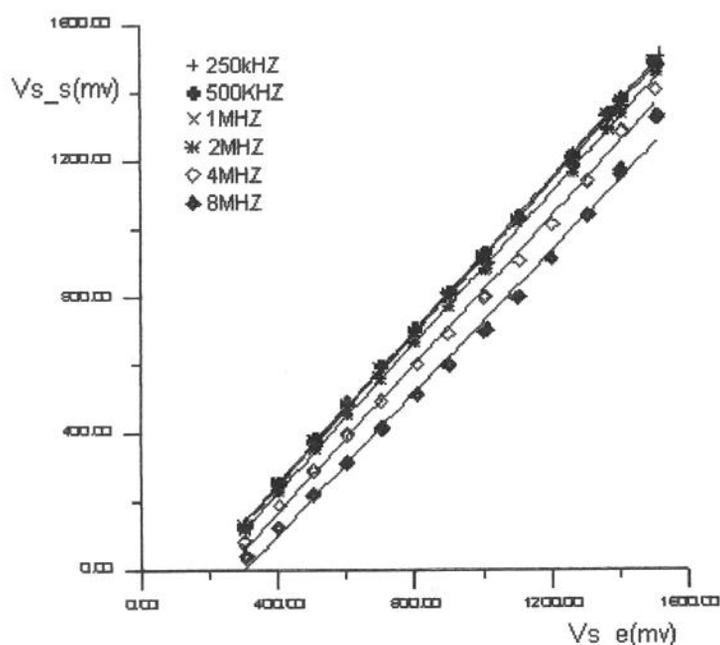


Figura 5.11 - Resposta para dois conversores em diversas frequências

Na figura 5.12, são apresentados resultados semelhantes aos da figura 5.11, porém para uma faixa de amplitude mais apropriada para este trabalho. Foram obtidos os seguintes valores para as curvas de regressão:

250 KHz	m=1,1210	F.D.=0,9996	$\sigma=44,6$
500 KHz	m=1,117	F.D.=0,9997	$\sigma=36,3$
1 MHz	m=1,1104	F.D.=0,9997	$\sigma=33,7$
2 MHz	m=1,0809	F.D.=0,9999	$\sigma=19,4$
4 MHz	m=1,0293	F.D.=1,0000	$\sigma=4,6$
8 MHz	m=0,9720	F.D.=0,9993	$\sigma=57,6$

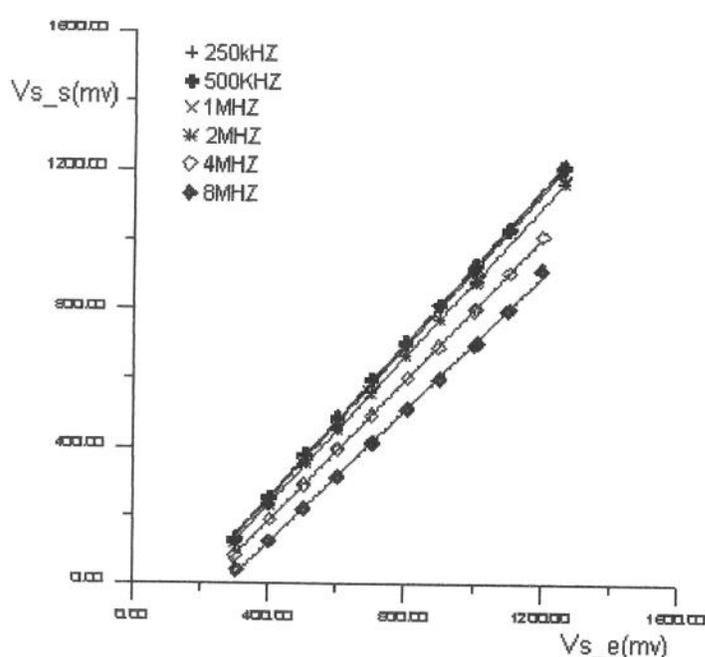


Figura 5.12 - Resposta dos dois conversores para várias frequências na faixa de amplitude apropriada

Pode-se observar uma influência da diferença entre os componentes (parâmetros intrínsecos) e da arquitetura da placa. A figura 5.13 mostra os resultados das medidas, para um sistema resistivo, onde o conversor de sinal de saída do diferenciador está integrado em uma única placa de fibra de vidro, e onde a medida do sinal de entrada é feita por um dos conversores analisados anteriormente. Os coeficientes de regressão destas medidas são:

1 MHz	m=0,8469	F.D.=0,9997	$\sigma=5,6$
2 MHz	m=0,7920	F.D.=0,9999	$\sigma=5,6$
4 MHz	m=0,6470	F.D.=0,9994	$\sigma=10,1$
8 MHz	m=0,6170	F.D.=0,9967	$\sigma=18,23$

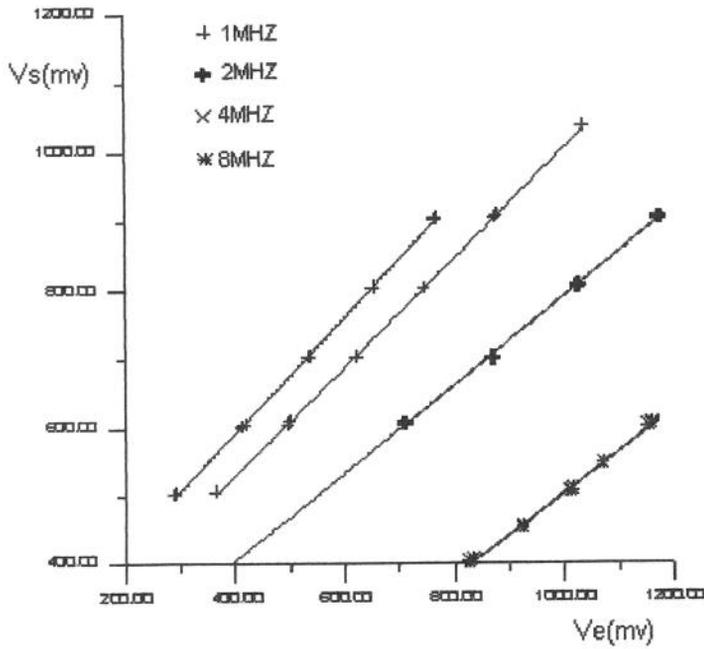


Figura 5.13 - Resposta do sistema resistivo com arquitetura integrada

A figura 5.14 mostra a resposta do diferenciador com as placas individualizadas. Observa-se que, para a frequência de 8 MHz, a resposta do modelo da seção 4.3 (programa SIS.C) está um pouco abaixo da função de transferência igual a um (sinal de entrada igual ao sinal de saída).

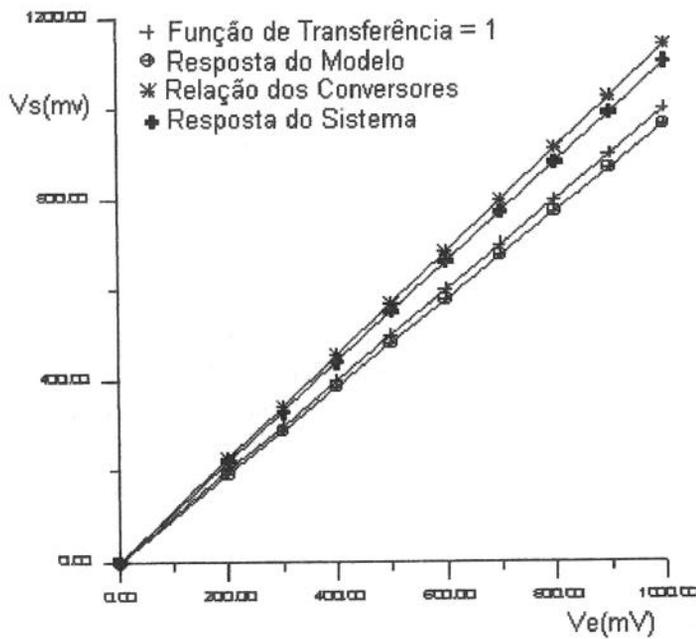


Figura 5.14 - Resposta do sistema para frequência de 8 MHz

Na figura 5.15 são comparados os resultados de dois sistemas resistivos, um com placas individualizadas e outro com uma arquitetura integrada, com a resposta do modelo obtida anteriormente. Estes resultados parecem indicar que existe uma variação nas respostas devido à arquitetura dos conversores.

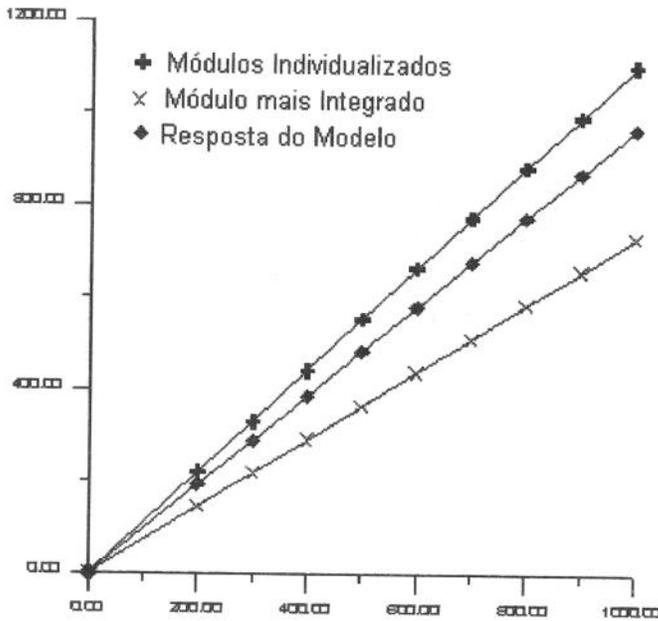


Figura 5.15 - Resposta do sistema para dois conversores diferentes na frequência de 8 MHz

Estes resultados apresentam uma boa repetibilidade, como será visto na seção seguinte, o que de certa forma garante uma boa precisão nas medidas. As derivas e as pequenas variações do coeficiente angular com a frequência podem estar relacionados com aos atrasos referidos através da figura 5.9. Uma boa precisão poderia ser garantida ao se utilizar procedimentos de aferição dos módulos com foi descrito acima.

Na aplicação geral deste sistema de medida, sempre ocorrerão capacitâncias de acoplamento e fontes de derivas devido a fatores térmicos. Embora estes elementos possam ser compensados devido à técnica proposta do circuito diferenciador, onde o sinal de entrada é medido ao lado do eletrodo emissor e o diferenciador está praticamente integrado ao eletrodo receptor de sinal e ao medidor de sinal de saída. Através do método de aferição proposto, como pode ser visto na seção 5.2.1, os efeitos das fontes de ruídos referidos acima podem ser minimizados mais ainda. Ou melhor: uma vez garantido a qualidade da resposta da circuito eletrônico, as fontes de ruídos acima descritos juntamente com as incertezas construtivas e de também de acoplagens da transdução eletrônica podem ser considerada como uma única fonte de erro, que pode ser quantificada pela medida das substâncias de referências. Apesar destas considerações serem citadas nesta seção, elas são válidas para a seção seguinte, onde se trata da resposta do sistema capacitivo.

5.1.2. Sistema capacitivo

A análise de desempenho da eletrônica de transdução do sistema capacitivo, utilizando vários capacitores e para diferentes frequências, é um tipo de aferição, onde estes capacitores simulariam as células dos sensores. Ao ser integrado o circuito eletrônico aos sensores, sempre haverá capacitâncias de acoplamento, principalmente na medida em que as frequências aumentam. Portanto, deverá ser feita uma aferição final pelo método da substância padrão.

Por tratar-se de um tipo de sistema de medida em que várias variáveis influenciam o desempenho do circuito, quando comparado com o sistema resistivo, será dedicada maior preocupação na observação da estabilidade, através de medidas repetidas em dias diferentes.

A figura 5.16 apresenta os resultados experimentais dos sinais de entrada e de saída para capacitores de 2.25 pF, 4.08 pF, 8.48 pF, 15.50 pF e 26.87 pF, na frequência de 2.63 MHz. Os capacitores utilizados nestes ensaios foram do tipo "plate", que deram uma estabilidade com a temperatura bem melhor que os capacitores do tipo cerâmico comuns.

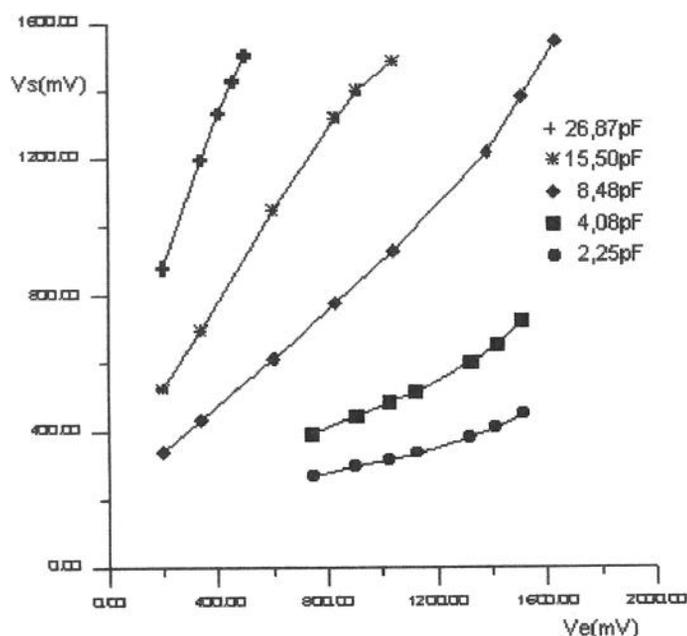


Figura 5.16 - Resposta do sistema para diversos capacitores em 2.63 MHz

A figura 5.17 apresenta uma comparação entre a resposta determinada através do modelo do circuito diferenciador proposto na seção 4.4 do capítulo 4 e a resposta experimental do sistema de medidas, para diversos capacitores e para uma frequência de 2.63 MHz. Pode-se observar uma certa diferença entre valores calculados e medidos para um mesmo capacitor. Estas diferenças ocorrem devido, principalmente, à deriva dos conversores. Introduzindo uma correção desta deriva, através das curvas de aferição

apresentadas na seção anterior, obtém-se valores experimentais bem mais próximos dos valores teóricos, como pode ser observado na figura 5.18.

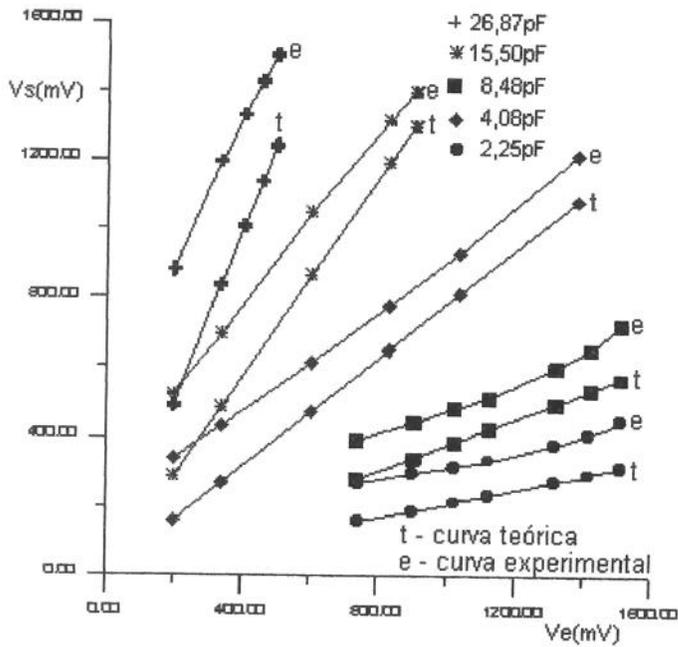


Figura 5.17 - Resposta calculada e experimental para diversos capacitores na frequência de 2.63 MHz

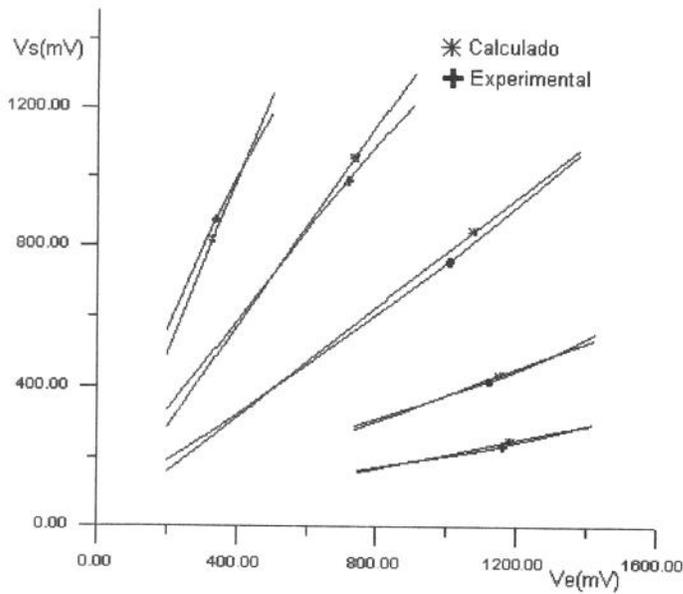


Figura 5.18 - Resposta teórica e experimental com a correção da deriva dos conversores para os diversos capacitores na frequência de 2.63 MHz

Os resultados apresentados nos gráficos acima foram obtidos em dias diferentes, tendo apresentado uma boa estabilidade, como pode ser visto na Tabela 5.1. Com um estudo da propagação de erro dos conversores, chega-se à um erro menor do que 1%, como se verá mais adiante. A Tabela 5.1 mostra dois conjuntos de medidas em condições diferentes: em um ambiente natural, sem controle das condições ambientais e temperatura ambiente em torno de 31°C; e em condições com controle das condições ambientais e temperatura ambiente de 27°C.

Tabela 5.1 - Ensaios em duas condições diferentes

Ve(mV)	Vs(mV)	Ve(mV)	Vs(mV)
31°C		27°C	
741	389	739	390
743	389	740	390
743	390	740	390
743	390	740	390
746	391	905	444
746	391	905	444
905	442	907	444
905	442	907	444
905	442	1024	483
1027	483	1025	483.5
1028	483	1025	484
1027	483	1026	484
1124	516	1124	517
1124	516	1124	517
1125	516	1124	517
1126	516	1125	517
1320	597	1126	517
1320	597	1321	600
1321	597	1322	600
1321	598	1322	601
1422	652	1322	601
1423	652	1324	601
1423	653	1423	656
1423	653	1424	656
1512	726	1424	656
1512	726	1424	656
1513	726	1425	657
		1425	657
		1512	726
		1512	726
		1512	726
		1512	727
		1512	727

Um fator que pode contribuir para um aumento do erro é a qualidade do gerador. O sinal de saída do sistema capacitivo está diretamente relacionado com a derivada do sinal de entrada. Desta maneira, qualquer sinal triangular, superposto à forma original da onda, levaria a um sinal contínuo na saída do conversor.

Outras distorções dos sinais, dependendo da qualidade da arquitetura da placa do circuito, levam à uma deterioração do sinal. De maneira que, antes de obter os resultados apresentados nesta seção, foram medidas as respostas de vários outros circuitos, que apresentaram relações sinal/ruído consideradas inadequadas para o estudo do problema proposto. Os resultados apresentados nesta seção não foram selecionados, ou seja, se porventura eles apresentaram ruídos em determinadas medidas, estes estão inseridos nas tabelas e gráficos.

Para frequências maiores que 2.63 MHz, a distorção do sinal do gerador utilizado crescia bastante. Os resultados apresentados a seguir foram obtidos com a inserção de um filtro ativo passa-faixa entre o injetor e o diferenciador, de forma a não comprometer o sistema geral proposto. Esta inserção melhorou sobremaneira a qualidade dos sinais nas frequências mais altas. A figura 5.19 apresenta os resultados experimentais para um capacitor de 3.8 pF, nas frequências de 6, 7, 8 e 9 MHz.

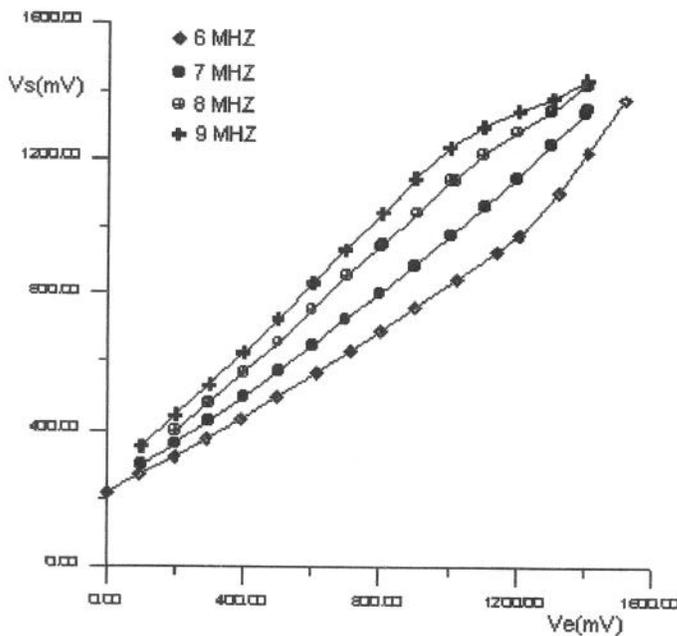


Figura 5.19 - Resposta do diferenciador para diversas frequências com capacitor de 3.8 pF

Nas frequências mais altas a faixa de trabalho diminui, com o efeito não linear dos conversores se tornando mais pronunciado abaixo de 300 mV e acima de 1200 mV. Na figura 5.20 apresenta-se os resultados experimentais e calculados dentro desta faixa, sem considerar o erro devido aos conversores. Com o filtro passa-faixa diminuiu-se o efeito da deriva. Conforme mencionado

anteriormente, pode-se observar o aumento do erro em função da amplitude dos sinais. Com a diminuição da propagação do erro na resposta dos conversores, pode-se chegar a um erro menor que 1 % na resposta do diferenciador, para as frequências e capacitâncias ensaiadas. Para uma melhor visualização, são apresentados na figura 5.21 os resultados somente para frequências de 7 e 8 MHz.

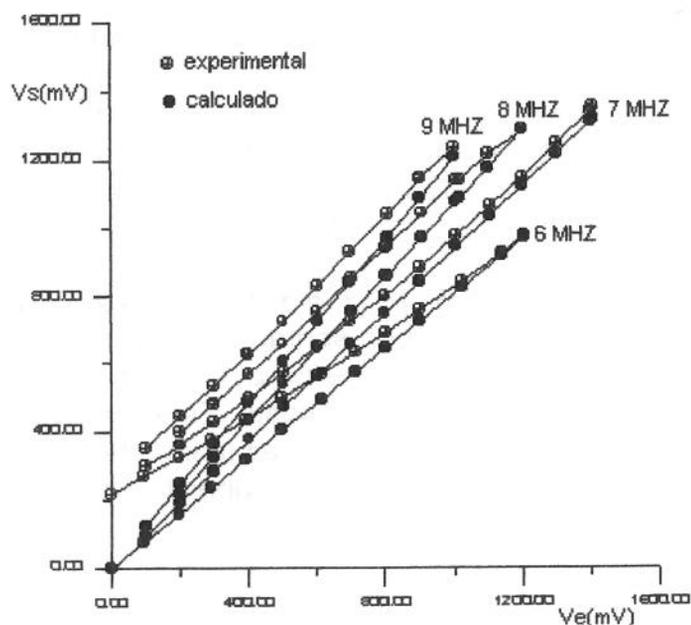


Figura 5.20 - Respostas experimentais e calculadas nas frequências de 6 a 9 MHz, sem considerar o efeito do conversor AC/DC

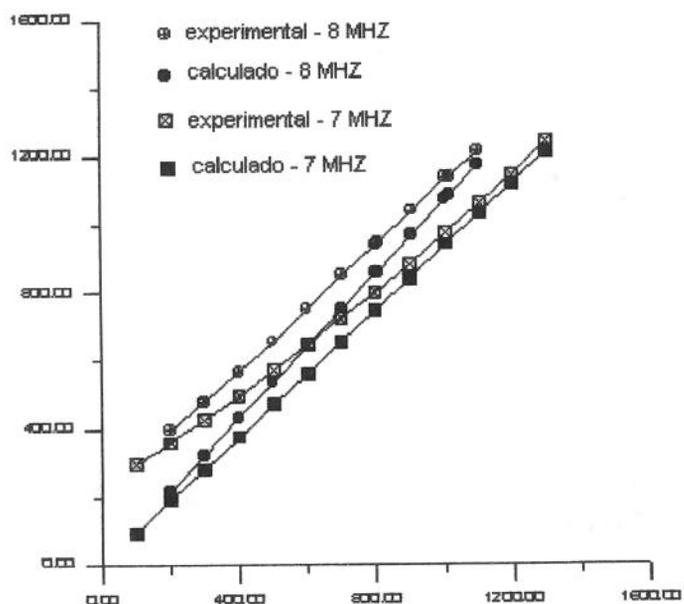


Figura 5.21 - Resultados para 7 e 8 MHz, para capacitância de 3,8 pF

Os dados apresentados nas figuras acima foram obtidos em dias diferentes e estão dentro de uma faixa de estabilidade melhor que 0.1 %. A tabela 5.2 apresenta medidas tomadas em dois dias diferentes, nas temperaturas ambientes de 26.5°C e 28°C e para a frequência de 9 MHz.

Tabela 5.2 - Ensaio em condições e dias diferentes

Ve(mV)	Vs(mV)	Ve(mV)	Vs(mV)
26,5°C		28°C	
100.8	352.8	100.8	353
100.7	353.0	100.5	353
100.7	353.0	202.5	442
201.5	441.1	202.6	442
201.3	441.2	301.4	530.4
201.3	441.2	301.8	530.6
301.0	530.2	402	628
400.7	624.2	402.5	626.1
400.8	624.8	402.5	626.2
502	724.5	502	725
502	725	502	725
604	829.6	604	830
604	830	605	831
702	931	700	931
702	931	700	931
806	1041	807	1044
806	1042	807	1044
902	1140	904	1145
903	1141	904	1145
903	1141	904	1145
903	1141	1005	1237
1005	1234	1005	1237
1005	1234	1102	1298
1102	1294	1206	1345
1102	1294	1206	1345
1205	1341	1308	1384
1206	1341	1308	1384
1305	1380	1404	1437
1305	1380	1405	1438
1403	1434		
1403	1434		

A tabela 5.3 mostra valores medidos em instantes diferentes, em condições aproximadamente iguais, com a temperatura ambiente em torno de 27°C e para uma frequência de 8 MHz.

Tabela 5.3 - Ensaios em condições ambientes próximas

Ve(mv)	Vs(mV)	Ve(mV)	Vs(mV)
100.7	298.8	100.6	300.0
200.3	374	201.7	374.6
300.5	453.6	302.6	455.7
400.7	540	400.2	539.8
500.7	631.8	505	635
602	726	602	726
701	821	703	823
802	923	802	923
909	1033	900	1024
1005	1133	1005	1132
1104	1228	1103	1227
1208	1300	1203	1298
1305	1360	1307	1361
1400	1424	1412	1433

A tabela 5.4 mostra os erros relativos para capacitores fixos e para diferentes frequências, baseados no coeficiente angular das diversas regressões lineares, sem utilizar os resultados acerca da propagação dos erros dos conversores.

Tabela 5.4 - Erro relativo considerando a capacitância fixa

Razão de frequências	Erro Relativo(%)
7/6	3,0
8/6	3,4
9/6	2,2
8/7	0,65
9/7	5,7
9/8	4,4

Foram realizados, em seguida aos dias dos ensaios apresentados, inúmeros novos ensaios em dias e condições diferentes, com valores fixos de sinais de entradas e variando a frequência. Os resultados obtidos apresentaram uma ótima repetibilidade, estando dentro da estabilidade referida acima.

Tendo em vista os comentários acima, são apresentados dois resultados que parecem indicar a precisão da eletrônica de transdução proposta. A figura 5.22 mostra a resposta do modelo (SIST.C) do conversor alternado para contínuo e a resposta experimental de um diferenciador, na frequência de 8 MHz. Devido ao elevado erro sistemático que o conversor

alternado para contínuo apresentou, a sua resposta seria muito elevada se não fosse levada em conta a sua aferição.

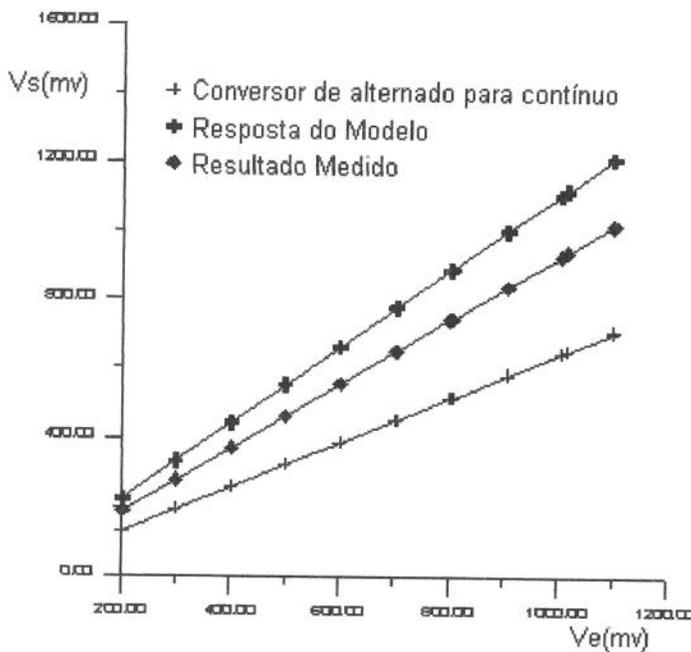


Figura 5.22 - Resposta experimental e teórica para as diversas unidades

Para verificar a qualidade final do sistema, analisou-se a resposta de um diferenciador utilizado nos protótipos. Na figura 5.23 apresenta-se a resposta do sistema para uma resistência de entrada igual à de realimentação ($R_x=R_f=560\Omega$), e para um capacitor de 4.08 pF. Os circuitos ensaiados estavam dentro de uma caixa blindada. O filtro passa-faixa foi projetado para operar próximo da frequência de ensaio (8 MHz). Os parâmetros da curvas de aproximação linear do sistema resistivo e capacitivo são dados por (5.6) e (5.7), respectivamente.

$$V_s = 1.00398 * V_e + 289.281 \tag{5.6}$$

onde número de pontos usados = 26
 coeficiente de determinação = 0.999934
 desvio Médio Quadrático = 4.38537

$$V_s = 1.19176 * V_e + 123.562 \tag{5.7}$$

onde número de pontos usados = 23
 coeficiente de determinação = 0.995777
 desvio Médio Quadrático = 182.241

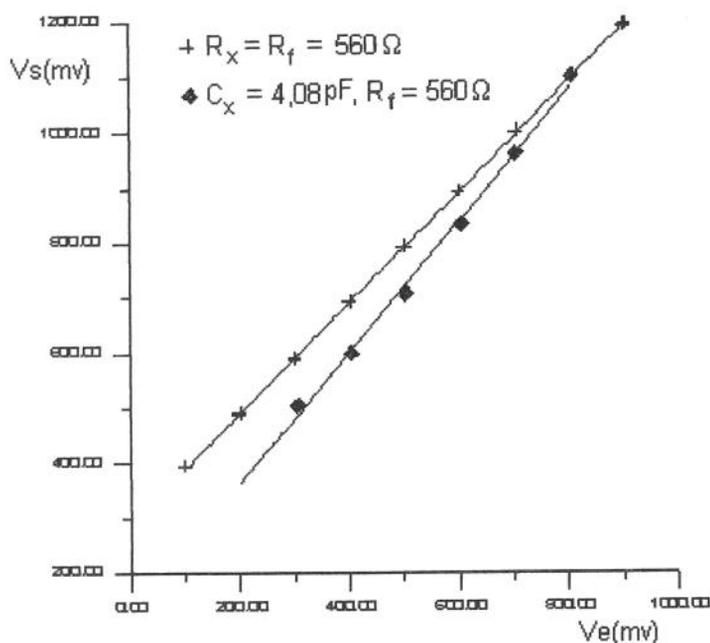


Figura 5.23 - Resposta do circuito com resistor e capacitor na entrada

A resposta do modelo (SIST.C) para o sistema resistivo forneceu $V_s/V_e=1.182$, levando-se em conta o erro do sistema com ganho 1. A resposta do sistema capacitivo foi de 1.187, o que leva a um erro de 0.4%. A precisão da eletrônica de transdução parece estar assegurada, desde que seja feita a aferição. Estes resultados parecem indicar, também, que a não linearidade da resposta devido à escolha da faixa de amplitude pode levar ao aumento do erro.

5.2 RESULTADOS DOS PROTÓTIPOS

Os resultados apresentados a seguir são baseados nos diversos protótipos descritos no capítulo anterior. Embora não fosse esperado, certas qualidades dos protótipos foram melhores em relação aos dados simulados. Isto pode ser atribuído ao melhor aterramento dentro da caixa onde o protótipo era inserido, ao plano de terra razoavelmente grande, e à guarda, esta última apresentando efeitos muito importantes.

Sabe-se que o ângulo do eletrodo em volta do duto determina a sensibilidade da resposta. Os dados apresentados a seguir foram obtidos em um protótipo com o ângulo das placas de 179° , encobrindo quase que completamente o duto.

As guardas do sistema foram construídas de tal maneira que a sua ligação ou não ao aterramento permitia que fossem feitos ensaios com ou sem guarda, para cada grupo de medidas. Na figura 5.24 apresenta-se os resultados do protótipo vazio (só com ar), com as guardas desligadas.

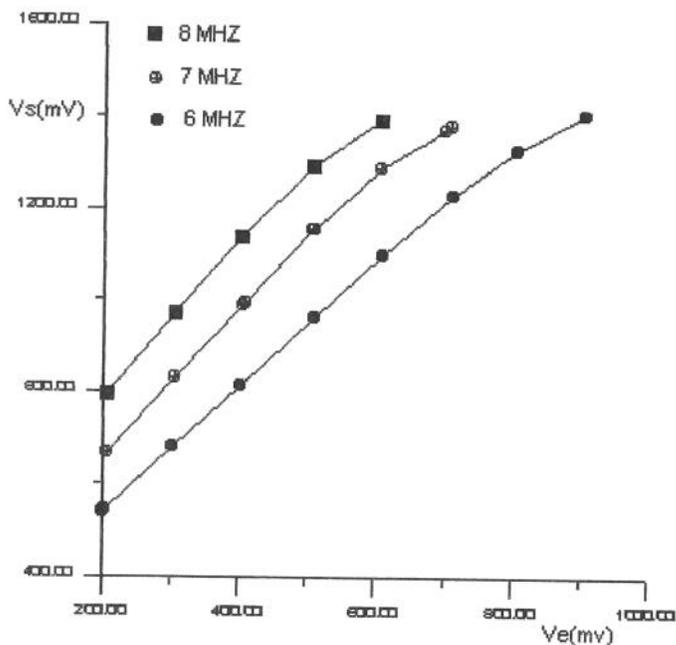


Figura 5.24 - Resposta do protótipo vazio em diversas frequências

A figura 5.25 mostra as curvas da resposta do sistema para frequência de 8 MHz, com uma capacitância simulada de 3.8 pF e com o protótipo vazio. Uma estimativa da capacitância para a célula vazia, através do programa LAMP.C, fornece um valor de aproximadamente 5.4 pF, o que mostra que os resultados são coerentes.

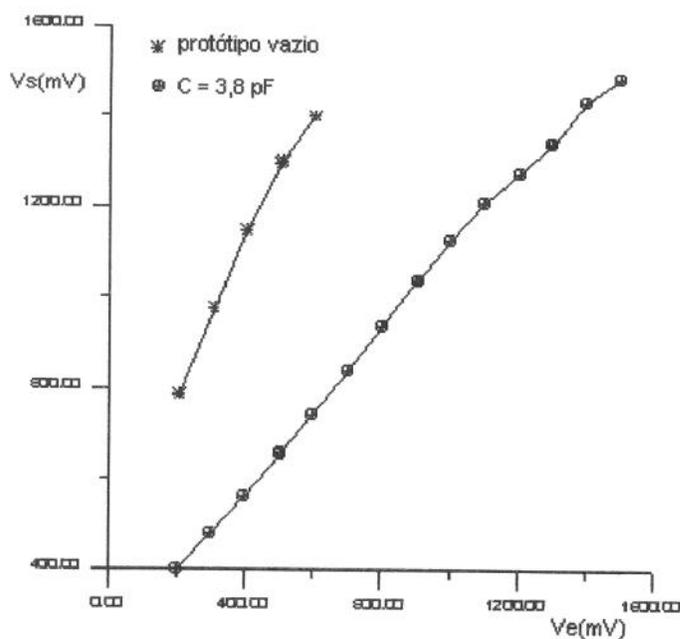


Figura 5.25 - Resposta do protótipo vazio sem guarda e com capacitor de 3.8 pF para frequência de 8 MHz

Os resultados dos ensaios do protótipo realizados em dois dias diferentes, para frequências de 6 e 8 MHz são apresentados nas tabelas 5.5 e 5.6, respectivamente. Tal como foi mencionado anteriormente para os outros ensaios, inúmeras condições foram ensaiadas em diferentes dias, mantendo uma boa repetibilidade dos resultados. Visto que a frequência central do filtro passa faixa foi fixada em torno de 8 MHz, os resultados obtidos nesta frequência deverão apresentar menor erro quando comparados com os valores calculados.

Tabela 5.5 - Ensaio do protótipo vazio com as guardas desligadas para frequência de 6 MHz

10 de Janeiro				11 de Janeiro					
15h:20m		15h:43m		10h:45m		11h:37m		15h:27m	
26.4°C		26.2°C		26.4°C		26.4°C		26.0°C	
Ve mV	Vs mV	Ve mV	Vs mV	Ve mV	Vs mV	Ve mV	Vs mV	Ve mV	Vs mV
205	546	201	540	207	549	208	550	202	540
304	680	203	543	303	678	306	683	209	550
404	816	304	679	403	815	403	815	302	676
505	954	403	814	507	957	508	957	403	814
610	1097	510	960	602	1087	607	1094	507	955
710	1226	611	1097	705	1224	705	1223	607	1092
808	1326	712	1228	705	1223	803	1326	706	1222
907	1403	808	1326	806	1329			805	1327
		907	1404						

Tabela 5.6 - Ensaio do protótipo vazio com as guardas desligadas para frequência de 8 MHz

10 de Janeiro				11 de Janeiro					
15h:20m		15h:43m		10h:45m		11h:37m		15h:27m	
26.4°C		26.2°C		26.4°C		26.4°C		26.0°C	
Ve mV	Vs mV	Ve mV	Vs mV	Ve mV	Vs mV	Ve mV	Vs mV	Ve mV	Vs mV
207	795	205	792	208	798	207	795	204	787
305	970	206	793	303	968	306	972	309	975
404	1139	307	973	403	1141	404	1142	408	1146
507	1292	407	1144	510	1304	407	1146	510	1299
609	1392	408	1147	608	1402	501	1291	506	1294
		505	1290			514	1306	607	1399
		606	1392			607	1401		

A figura 5.26 mostra os resultados do protótipo vazio com a guarda ligada para frequências de 6, 7 e 8 MHz. A figura 5.27 mostra os efeitos da guarda para frequência de 8 MHz. Como era de esperar neste caso, a medida da capacitância varia bastante, mesmo para o ar, conforme será demonstrado de maneira mais sistemática ao ser acrescentado volumes determinados de líquido no interior do sensor.

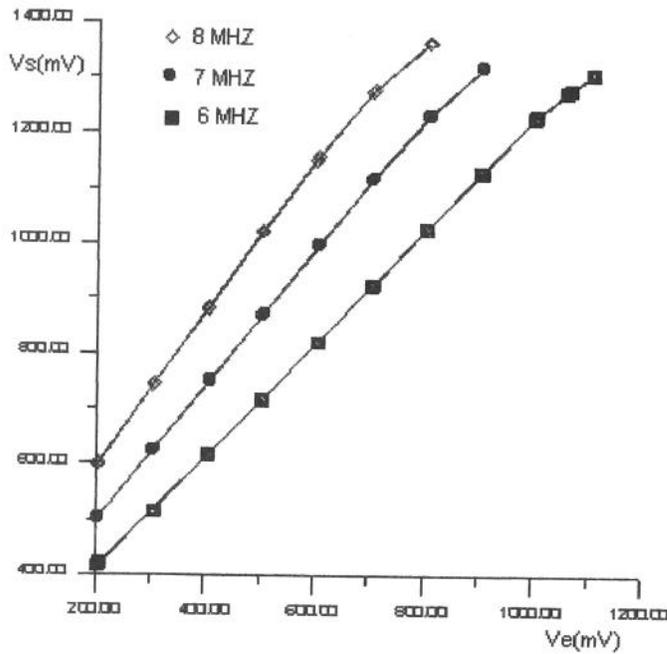


Figura 5.26 - Resposta do protótipo vazio e com a guarda para frequências de 6, 7 e 8 MHz

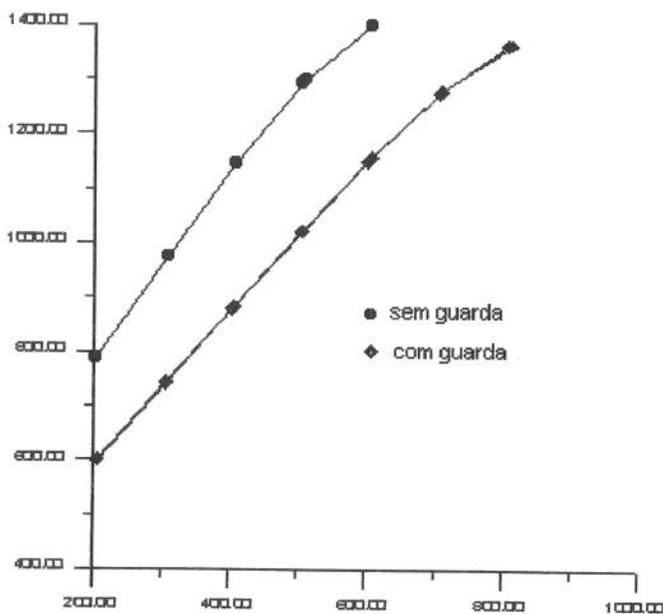


Figura 5.27 - Resposta para protótipo com e sem guarda em 8 MHz

A figura 5.28 mostra os resultados da regressão linear superpostos às curvas experimentais. A tabela 5.7 apresenta o erro relativo considerando as capacitâncias constantes.

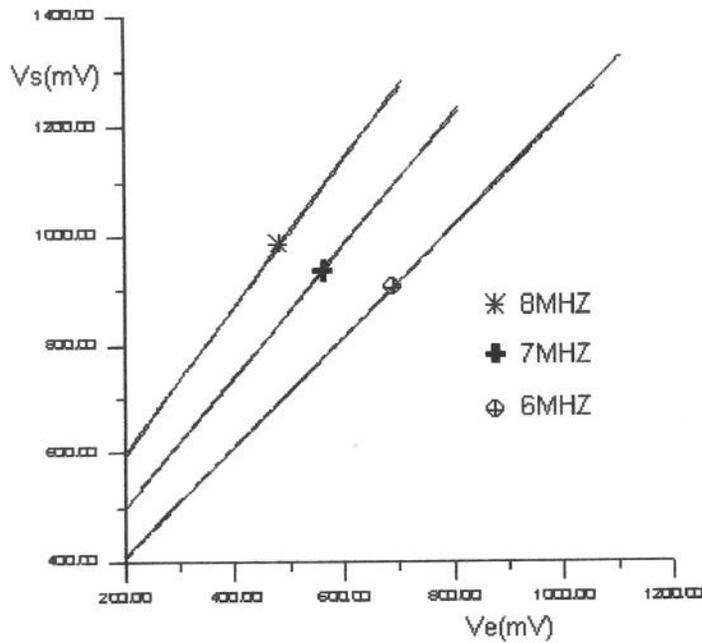


Figura 5.28 - Regressões lineares superpostas as curvas experimentais

Tabela 5.7 - Erro relativo considerando a capacitância fixa

Razão de frequências	Erro Relativo(%)
7/6	2,2
8/6	0,0
8/7	2,3

A tabela 5.8 mostra uma escolha aleatória das medidas apresentadas acima, obtidas em dias diferentes. De um total de mais de quatrocentas medidas feitas, somente com a guarda ligada, a repetibilidade tem-se mostrado muito boa. Muito animador e de encontro ao que foi já discutido é o fato do erro tender para zero dentro da faixa em que está a frequência central do filtro passa faixa, conforme a Tabela 5.7.

Serão apresentadas a seguir as medidas realizadas com o mesmo protótipo anterior, porém com o sensor contendo água. Estes testes foram feitos com uma frequência menor, em torno de 463 KHz, devido ao grande ângulo do eletrodo (em torno de 179°) e à razão entre a constante dielétrica da água e do ar (em torno de 80). Durante as medidas nesta frequência não foi utilizado o filtro passa faixa entre o emissor e o diferenciador. Para trabalhar com frequências mais altas seriam necessários, ao utilizar o sensor contendo

água, eletrodos com um ângulo menor, como no caso do tomógrafo de 8 eletrodos, por exemplo.

Tabela 5.8 - Medidas em dias diferentes nas frequências de 6, 7 e 8 MHz

13/janeiro		14/janeiro		13/janeiro		14/janeiro		13/janeiro		14/janeiro	
14h:40m		11h:45m		14h:45m		11h:40m		14h:45m		11h:40m	
26,9°C		26,6°C		26,7°C		26,8°C		26,6°C		27,0°C	
Ve mV	Vs mV										
203	416	209	421	204	503	205	503	205	599	206	600
305	515	305	515	304	624	306	625	305	740	307	743
306	515	406	614	305	624	409	750	404	880	407	883
407	615	506	715	408	749	508	873	504	1020	505	1021
407	616	709	925	504	868	610	998	603	1151	607	1157
506	715	806	1026	504	869	711	1119	707	1273	709	1277
606	819	906	1129	607	995	809	1232	807	1361	813	1364
707	924	1003	1226	705	1115	909	1320				
708	924	1068	1279	811	1232						
806	1027	1109	1309	906	1317						
905	1129										
1007	1230										
1062	1276										
1108	1309										

Para uma análise mais completa do comportamento do sistema de medida, foi feito um acompanhamento tanto da temperatura do meio externo como da amostra, neste caso, a água.

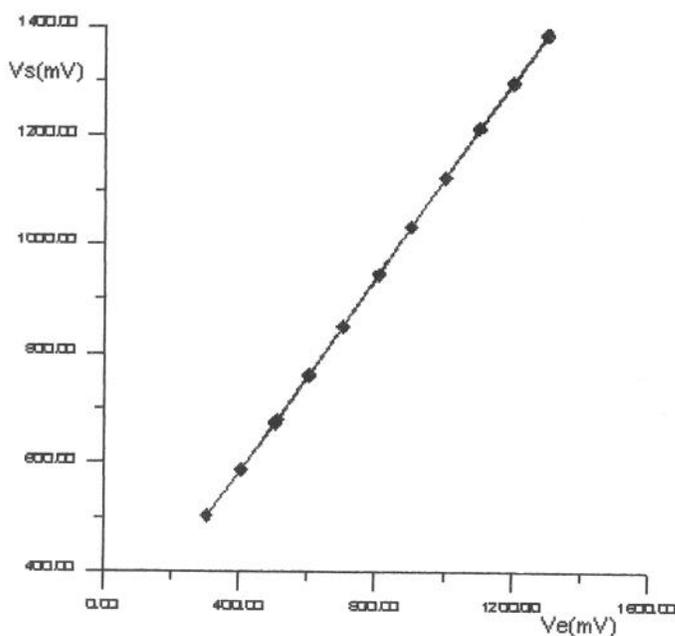


Figura 5.29 - Resposta do protótipo com água a frequência de 463 KHz

A figura 5.29 apresenta a resposta do sensor contendo água para frequência de 463 KHz. As tabelas 5.9 e 5.10 mostram a qualidade dos dados em dias e condições diferentes. Os resultados apresentados nestas tabelas estão de acordo com a sensibilidade da capacitância com a temperatura, da ordem de 0,20%/°C. Este valor pode ser obtido da variação da permissividade com a temperatura citada na literatura e do programa LAMP.C que calcula a capacitância para o protótipo.

Tabela 5.9 - Medidas do protótipo com amostra de água no dia 26 de Janeiro

Ve mV	Vs mV								
11h: 20m	°C 28.4	14h: 25m	°C 28.8	15h: 25m	°C 29,0	16h: 20m	°C 29,0	17h: 20m	°C 29,0
303	503	303	502	303	502	303	502	303	502
404	586	404	585	303	503	404	585	404	585
405	587	503	670	404	585	505	672	505	671
505	673	505	672	505	672	604	759	505	672
510	678	604	760	604	759	704	849	604	759
604	761	704	849	704	849	810	945	810	946
704	850	810	946	904	1032	810	946	904	1032
810	947	904	1032	1004	1124	904	1032	1004	1124
811	947	904	1032	1104	1214	1004	1124	1104	1214
904	1033	905	1033	1204	1298	1104	1214	1204	1300
1004	1125	1004	1124	1304	1386	1204	1299	1304	1386
1104	1215	1104	1214			1304	1386		
1204	1299	1204	1299						
1304	1387	1304	1386						
		1305	1387						

A figura 5.30 apresenta os resultados de ensaios realizados com amostras de água com diferentes valores de temperatura. Estes resultados constam da tabela 5.10. O valor de $\Delta C/\Delta T$, obtido a partir da equação (5.8), é da ordem de 0,16%, o que parece razoável como uma primeira aproximação.

Neste protótipo não foi possível realizar medidas da amostra para temperaturas mais baixas pois, ao ser colocado a amostra fria dentro do sensor, ocorria a condensação do ar nas placas externas, surgindo impedâncias diretas de filmes de água paralelas às da unidade do sensor. Colocando-se um esmalte isolante entre as placas e contatos onde pode haver condensação seria possível realizar os ensaios para temperaturas mais baixas.

$$\frac{\Delta C}{\Delta T} \approx \frac{a}{V_e} \quad (5.8)$$

Onde a = Coeficiente angular da curva
 V_e = Sinal de entrada do diferenciador

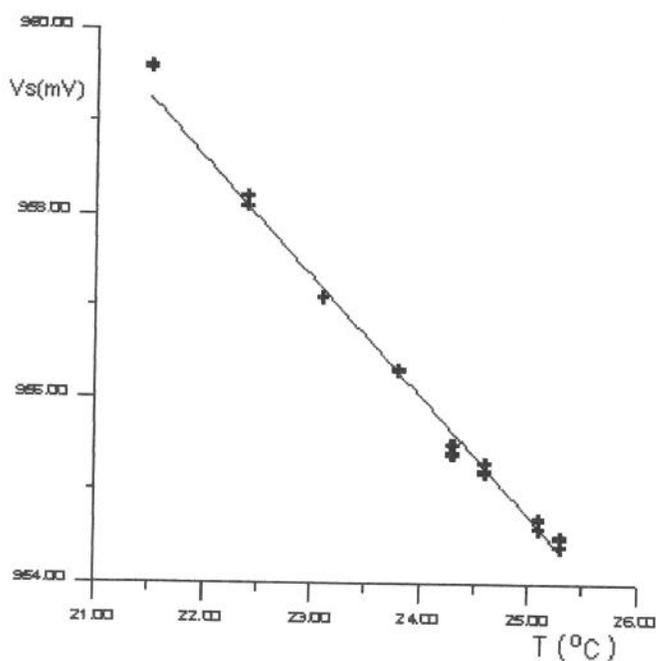


Figura 5.30. Variação do sinal de saída com a variação da temperatura, para sinal de entrada constante (aproximadamente 810mV)

Tabela 5.10. Medidas do protótipo com amostra de água em 27 de Janeiro

10:15	27.5°C	11:15	27.8 °C	13:45	28.6°C	14:35	28.9 °C
Ve(mV)	Vs(mV)	Ve(mV)	Vs(mV)	Ve(mV)	Vs(mV)	Ve(mV)	Vs(mV)
303	503	303.2	502.6	303	501.7	302.9	501.4
403	585	404.1	585.7	403.8	584.5	404.1	584.5
404	586	504.8	672.4	504.9	671.5	504.8	671.1
505	673	509.9	676.9	604	759	604.2	758.9
604	760	602.8	7591	704.2	849.1	704	848.8
810	947	603.9	760	810.6	946	810.4	945.5
904	1033	704.1	850.3	904	1031.7	904.2	1031.5
1004	1125	810.3	947	1004.4	1124.2	1004.3	1123.9
1104	1216	904.3	103.3	1104	1214	1004.5	1124
1105	1216	1004.4	1125.6	1104.8	1215	1103.9	1213.9
1204	1300	1104	1215.8	1204.2	1299.6	1204.3	1299.1
1304	1387	1204.4	1301	1204.3	1299.6	1304.2	1385.9
1304	1388	1304.2	1387.6	1304.3	1386.4		
				1304.3	1386.5		

A utilização de uma guarda do tipo longitudinal, associada ao comportamento do terra virtual da entrada inversora do circuito diferenciador, parece conduzir à um potencial de aplicação do sistema proposto incomum aos demais tipos de transdução similares, apresentado por outros autores.

Uma consequência importante do uso da guarda é a aproximação entre resultados experimentais e do cálculo teórico do capacitor, onde as formulações

sempre baseiam-se em um comportamento do campo desprezando os efeitos de bordas. Através do uso da guarda, o efeito de borda praticamente desaparece, permitindo uma identificação mais precisa do posicionamento da amostra.

A figura 5.31 mostra os resultados das medidas ao acrescentar-se determinados volumes de água na unidade do sensor. O eixo horizontal corresponde ao volume de água acrescentado no sensor. Os pontos de inflexões correspondem ao início e fim dos eletrodos.

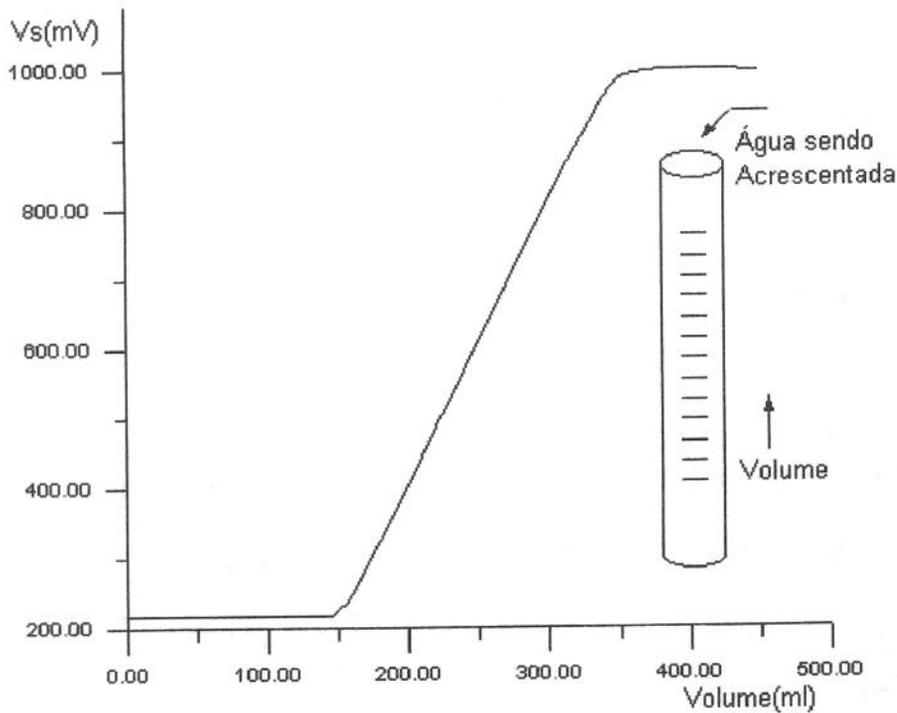


Figura 5.31. Resposta em função do volume ocupado, com a guarda ligada

A figura 5.32 mostra uma comparação da resposta do sistema em função do volume de água adicionado com e sem a guarda. O erro cometido na medida do volume, com a guarda, foi menor que 1%. Enquanto que, sem a guarda, este erro foi de mais 8%. O valor do erro, com a guarda, pode ser ainda menor, uma vez que a razão entre os comprimentos das placas de guarda e das placas dos sensores era da ordem de 0,5, e a razão entre o comprimento da guarda e o diâmetro do duto era da ordem de 1. Dobrando o comprimento da guarda poderíamos obter um erro ainda menor.

A Tabela 5.11 apresenta os resultados de um ensaio da medida da variação da capacitância com o acréscimo do volume de água no sensor.

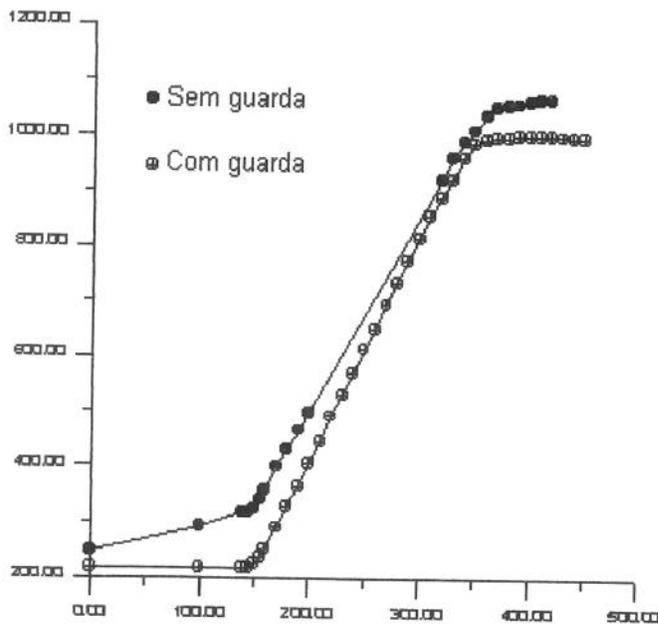


Figura 5.32. Resposta comparativa com e sem guarda

Tabela 5.11- Resposta do protótipo ao volume de água.

Volume ml	Ve mV	Vs mV	Volume ml	Ve mV	Vs mV
0	809.7	217.7	280	809.4	734.4
100	809.7	217.4	290	809.4	772.8
140	809.7	217.9	300	809.4	814.7
145	809.5	219.4	300	809.4	814.8
150	809.6	226.2	310	809.3	853.8
150	809.7	226.2	320	809	888.2
155	809.7	236.3	320	809.1	888.2
155	809.8	236.4	330	809	922.3
160	809.6	249.9	340	809	960.3
170	809.6	289.4	350	809.2	987.9
180	809.6	326.7	360	809.2	995
180	809.6	326.7	370	809.3	997.2
190	809.5	365.2	370	809.1	997.2
190	809.5	365.3	370	809.2	997.2
200	809.6	405.1	380	809.2	999.1
200	809	405.2	390	809.2	1000.2
210	809.6	445.4	400	809.1	1000.5
220	809.5	490.6	410	809	1000.2
220	809.5	490.7	420	809.1	999.7
230	809.5	527.7	430	808.9	999.6
230	809.5	527.9	430	809	999.6
240	809.5	568.5	440	809	998.4
250	809.4	611.9	440	809	998.5
260	809.3	651	440	809.1	998.7
270	809.4	692.9	450	809	997.2

Outra consequência dos resultados apresentados na figura 5.31, é que a resposta do sistema pode ser tomada como a simulação de um escoamento do tipo pistonado. Como será discutido posteriormente, estas guardas permitem identificar com precisão uma resposta do tipo degrau, para os diversos tipos de escoamentos, como será visto na simulação do escoamento a bolhas e anular.

A seguir procura-se introduzir a resposta do sistema prevista pelo modelos. O valor da capacitância para eletrodos cruzados, como já mostrado na seção 3.5.1, pode ser obtido pela equação (5.9).

$$C = \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_3}{\pi} \left\{ \ln \frac{\operatorname{sen} \left[\frac{\phi_1 + \phi_2}{2} \right]}{\operatorname{sen} \left[\frac{\phi_1 - \phi_2}{2} \right]} - \mathfrak{I} \right\} \quad (5.9)$$

$$\text{onde } \mathfrak{I} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(\operatorname{ACF}_1^n - \operatorname{BD}) \operatorname{sen}(n\phi_1) \operatorname{sen}(n\phi_2)}{n(\operatorname{CDF}_2^n + \operatorname{ABF}_3^n + \operatorname{ACF}_1^n + \operatorname{BD})}$$

$$\begin{aligned} \text{sendo } A &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 & B &= \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \\ C &= \varepsilon_3 - \varepsilon_2, & D &= \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \\ F_1 &= \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 & F_2 &= \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^2 & F_3 &= \left(\frac{R_3}{R_1} \right)^2, \end{aligned}$$

Os índices 1, 2 e 3 correspondem aos três meios anulares: o isolador (1), fluidos externo (2) e interno (3). Para misturas homogêneas (bolhas ou gotas), os valores das duas permissividades dos fluidos são iguais a permissividade equivalente do meio dada pela equação do meio efetivo, e os dois raios anulares internos tem valores iguais ao valor do raio interno do tubo.

5.2.1 Aferição do sistema de medida de permissividade

Devido às placas dos eletrodos, blindagens e elementos metálicos das placas de circuito sempre haverá capacitâncias de acoplamento mensuráveis que afastam a resposta experimental dos resultados dos modelos. O uso da guarda com potencial próximo do terra virtual e a medida do sinal de entrada sendo feita junto ao eletrodo emissor, podem minimizar os efeitos destas capacitâncias. Uma maneira de aferir a resposta dos sensores é através do uso de substâncias para análise, de propriedades físico-química bem determinadas. Foram escolhidas como substâncias padrão o tetracloreto de carbono, o álcool

etílico, a água destilada, além do ar em condição ambiente. A tabela 5.12 mostra as dimensões e constante elétrica do tubo de vidro do sensor.

Tabela 5.12 - Parâmetros do sensor

Raio interno	Raio externo	Constante dielétrica
45,0 mm	48,0 mm	4,1

A figura 5.33 mostra uma comparação entre as respostas do sensor com tetracloreto de carbono e com ar, na frequência de 2,63MHz.

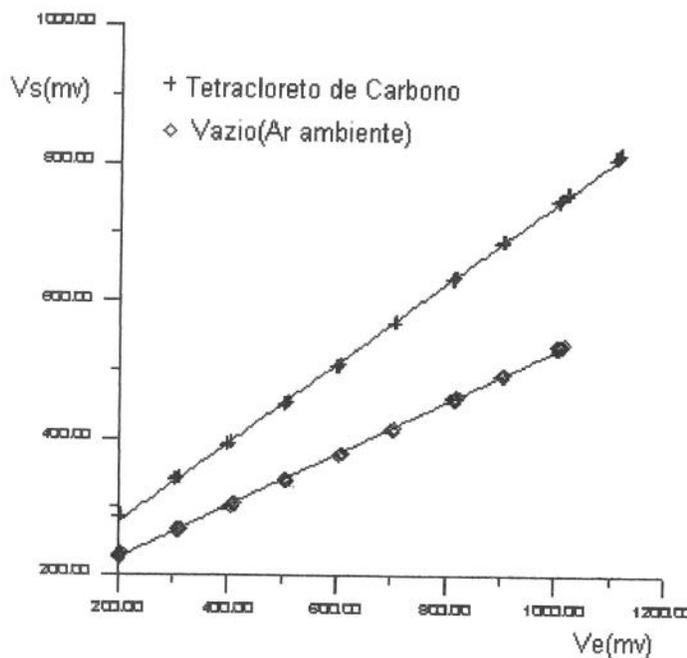


Figura 5.33 - Resposta para tetracloreto de carbono e para o ar ambiente, em 2.63MHz.

Os resultados da regressão linear para a aferição com tetracloreto de carbono e para o ar são dados por (5.10) e (5.11), respectivamente.

$$Vs = 0.58225 * Ve + 159.691 \tag{5.10}$$

onde número de pontos usados = 58
 Coeficiente de determinação = 0.99959
 Desvio médio quadrático = 11.011

$$Vs = 0.381295 * Ve + 148.564 \tag{5.11}$$

onde número de ponto usados = 53
 Coeficiente de determinação = 0.999528
 Desvio Médio Quadrático = 5.1615

sendo V_s = Sinal de saída em milivolt
 V_e = Sinal de entrada em milivolt

Os resultados parecem indicar que o desvio padrão é devido praticamente ao erro de linearização, como sugere a análise dos resultados anteriores. A boa repetibilidade dos dados obtido com o tetracloreto de carbono, substância não polar com a permissividade praticamente independente da temperatura, parece corresponder às expectativas de sua adequação como uma substância de referência. Na Tabela 5.13 apresenta-se a permissividade complexa do tetracloreto de carbono para várias frequências, conforme Hippel (1961).

Tabela 5.13 - Permissividade do tetracloreto de carbono para várias frequências. O valor de $\text{tg}\delta$ está multiplicada por 10^4 .

f(HZ)	1×10^2	1×10^3	1×10^4	1×10^5	1×10^6	1×10^7
ϵ'/ϵ	2,17	2,17	2,17	2,17	2,17	2,17
$\text{tg}\delta^*$	60	8	0,4	<0,4	<0,4	<2

* $\text{tg}\delta$ é a tangente do ângulo de perda (ϵ''/ϵ')

Usando os valores característicos da célula do sensor, pode-se determinar a capacitância do sensor através do modelo apresentado na seção 3.3.4 (programa LAMP.C). Introduzindo este valor da capacitância no modelo da transdução apresentado na seção 4.4 (programa SIST.C), obtêm-se os seguintes resultados para o tetracloreto de carbono e para o ar respectivamente.

$$V_s/V_e = 0,5593$$

$$V_s/V_e = 0,3615$$

Utilizando a equação (5.12) tem-se uma estimativa do erro da ordem de 5.2%. A umidade relativa de João Pessoa na época destas medidas é muito alta (dado da estação solarimétrica local). A deriva devido a variação da permissividade da amostra (ar ambiente), considerando uma variação máxima da umidade relativa, é da ordem de 2.4% (valor calculado utilizando as cartas psicométricas e levando-se em conta o efeito da participação da água no ar). O erro estimado de do sistema para o ar ambiente deveria ser subtraído deste valor. Mesmo sem considerar esta deriva, o resultado do erro de 5.2% pode ser considerado bastante razoável, considerando o ângulo dos eletrodos, a permissividade do vidro, as dimensões da célula, e a qualidade do gerador como elementos propagadores do erro. Utilizando os resultados das medidas para

várias substâncias na equação (5.12), pode-se avaliar o erro cometido na determinação dos valores das capacitâncias ou das permissividades.

$$\text{erro} = \frac{\text{Exp.-Mod.}}{\text{Mod.}} \quad (5.12)$$

onde Exp. = Razão Vs/Ve experimental
Mod. = Razão Vs/Ve teórica.

O valor da constante dielétrica da água pode ser obtido de (5.13) e o valor do álcool pode ser obtido da Tabela 5.14, conforme Gray (1972). O Apêndice D reproduz as tabelas de Hippel (1961), onde pode ser verificadas algumas diferenças em relação à estes valores, assim como os efeitos da frequência.

$$\epsilon_s = 78,54[1 - 4,579 \times 10^{-3}(t - 25) + 1,19 \times 10^{-5}(t - 25)^2 - 2,8 \times 10^{-8}(t - 25)^3], \pm 0,03\% \quad (5.13)$$

Tabela 5.14 - Permissividade do álcool etílico

Temperatura(°C)	Constante Dielétrica
20	25,07
40	22,14

A figura 5.34 mostra a resposta do sensor para o álcool etílico absoluto e para a água, na frequência de 500kHz.

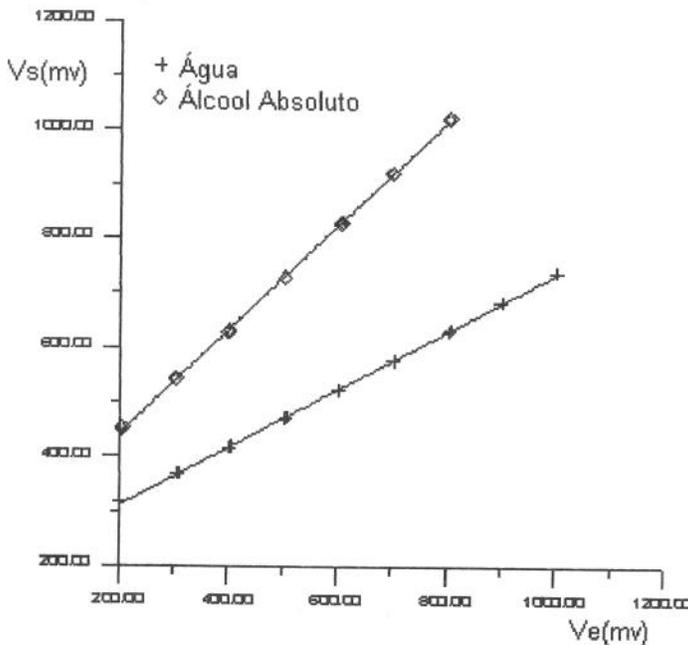


Figura 5.34 - Resposta do Sistema para água e álcool em 500kHz.

Os resultados da regressão linear para a água e para o álcool são dadas por (5.14) e (5.15), respectivamente:

$$V_s = 0.953175 * V_e + 250.23 \quad (5.14)$$

onde Número de pontos usados = 23
 Coeficiente de determinação = 0.999639
 Desvio médio quadrático = 13.2934

$$V_s = 0.529213 * V_e + 204.01 \quad (5.15)$$

onde Número de pontos usado = 20
 Coeficiente de determinação = 0.999643
 Desvio médio Quadrático = 8.02601

sendo V_s = Sinal de saída em milivolts
 V_e = Sinal de entrada em milivolts

De maneira análoga ao que foi feito para ar e tetracloreto, obtemos os seguintes resultados para a água e álcool, respectivamente:

$$V_s/V_e = 0.9293$$

$$V_s/V_e = 0,5214$$

A tabela 5.15 apresenta o erro entre os valores analíticos e experimentais calculados usando-se a equação (5.12).

Tabela 5.15 -Erro Relativos das diversas substâncias(%)

Ar	Tetracloreto de Carbono	Álcool	Água
5.5	4.1	1.5	2.6

Os resultados da Tabela 5.15, podem ser considerados bastantes razoáveis, considerando que se trata de um erro relativo ao valor teórico, e levando-se em conta os erros da geometria do sensor, as características do vidro e da eletrônica de transdução. Pode-se pensar na correção dos erros apresentados na tabela 5.15 através de uma curva de aferição, equação (5.16). A figura 5.35 mostra uma comparação entre os valores calculados e medidos da capacitância do sensor para diversas substâncias.

$$C_e = 0.975678 * C_{med} + -0.0141112 \quad (5.16)$$

onde C_e = Capacitância esperada;
 C_{med} = Capacitância Medida;
 Coeficiente de determinação = 0.999931
 Desvio Médio Quadrático = 0.0541402

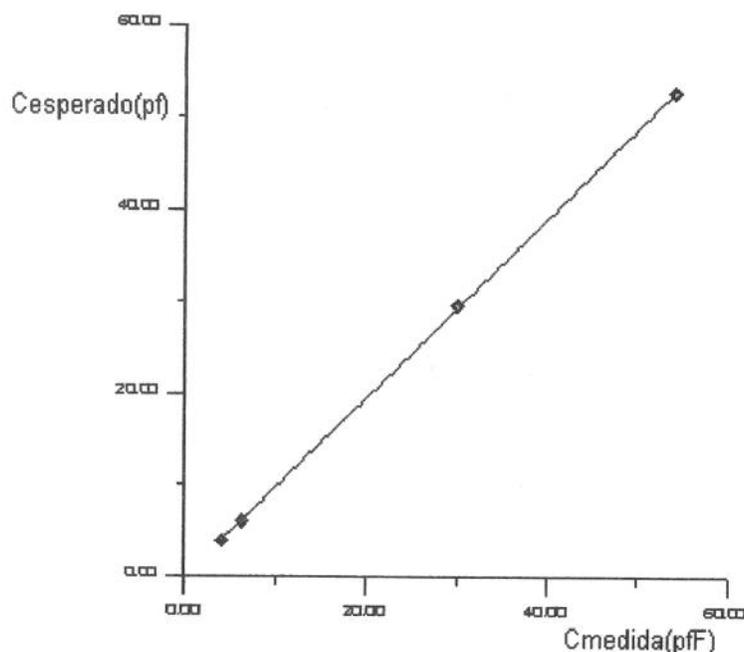


Figura 5.35. Resposta esperada em função da resposta medida

Outra maneira de minimizar o erro discutido acima seria através da revisão de parâmetros que podem ser considerados como uma fonte de erro, como a constante dielétrica do vidro e imperfeições geométricas na construção do sensor. A qualidade do gerador também pode ser fundamental, como mostram os resultados obtidos sem o filtro passa faixa entre o gerador e a eletrônica de transdução, levando a erros bem maiores.

5.2.2 Resultados de calibração estática

A seguir serão apresentados os resultados da calibração estática. Nesta etapa, os diversos padrões de escoamento bifásico foram simulados através do posicionamento estático de corpos de diferentes permissividade no interior do

sensor. Na simulação do escoamento anular foram utilizados bastões de vidro de diferentes diâmetros e para simulação dos escoamento a bolhas foram usadas esferas de vidro sustentadas por fios finos de náilon. O valor da constante dielétrica do vidro foi medida ou obtido conforme a descrição da seção 4.6.

As simulações de um **escoamento anular** foram feitas com bastões de vidro especiais, conforme tabela 5.16, imersos no sensor cheio de água. Os dados geométrico do sensor é dado na tabela 5.12. Os bastões 1, 2 e 3, foram obtidas de um fabricante e os bastões 4 e 5 de diâmetro maior foram de fabricação própria. O valor da constante dielétrica do vidro foi obtida dos dados de Glaswerk (1987).

Na figura 5.36 são apresentados os resultados obtidos para os diversos bastões de vidros, assim como os resultados dos modelos analíticos. Estes resultados podem ser considerados satisfatórios e compatíveis com o processo de aferição. Os maiores erros ocorreram com os bastões de confecção própria, pois não foi possível eliminar as bolhas de ar, o que diminui o valor da constante dielétrica utilizada no modelo analítico.

Tabela 5.16 - Dados do ensaio com vários bastões de vidro

Diâmetro do Bastão (mm)	Ve (mV)	Vs (mV)	Valor experimental (pF)	Valor Analítico (pF)
0	810	1001.8	70.55	70.55
b1=6.2	810	990.7	69.58	69.69
6.2	810	990.7	69.58	69.69
6.2	810	990.8	69.59	69.69
b2=6.2	810	990.9	69.60	69.69
6.2	810	991	69.61	69.69
6.2	809.9	991.4	69.64	69.69
b3=7.9	810	985.7	69.15	69.17
7.9	810	985.8	69.16	69.17
7.9	809.9	985.9	69.16	69.17
b4=18	810	916.2	63.09	63.53
18	810.3	916.3	63.11	63.53
18	810.1	916.2	63.10	63.53
18	810.2	916.2	63.10	63.53
18	810	915.6	63.04	63.53
b5=32	810.2	722.5	46.23	48.7
32	810.2	722.6	46.24	48.7

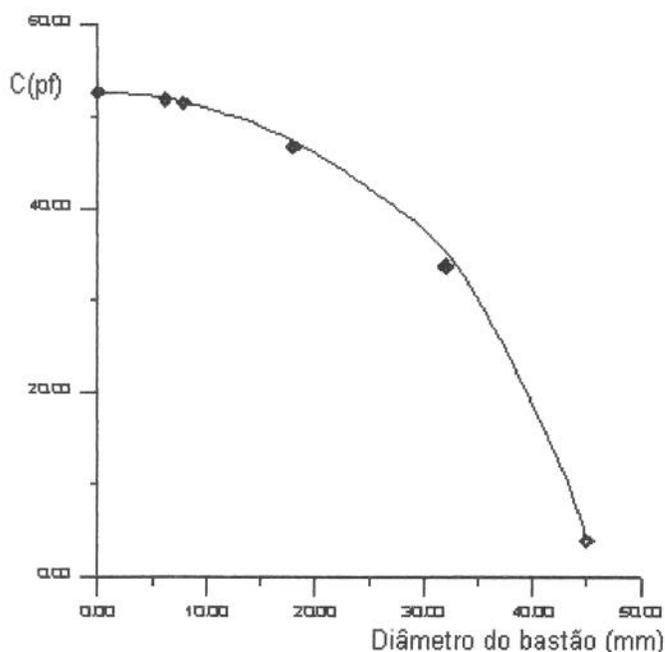


Figura 5. 36. Resultados experimentais e analíticos para simulação de escoamento anular

Para simulação de **escoamento a bolhas**, foram usadas diversas esferas de vidro ligadas com fios finos de náilon. O diâmetro médio das esferas era de 24,4 mm e o valor da constante dielétrica igual a 7.1 foi obtido dos dados de Glaswerk (1987). No cálculo analítico, a constante dielétrica efetiva do meio foi obtida das fórmulas estruturais de Maxwell ou Bruggeman, com a participação da fração do elemento imerso dado por (5.17). A figura 5.37 mostra uma comparação entre os resultados experimentais, obtidas para diferentes diâmetros da esfera presente no sensor, e a equação de Maxwell.

$$v_i = \frac{n(4/3)\pi r_b^3}{V_s} \quad (5.17)$$

onde v_i = Fração de vazio,
 n = Números de bolas dentro do ambiente sensor;
 r_b = Raio da bola;
 V_s = Volume do sensor ($\pi R_i^2 L$);
 R_i = Raio interno do sensor;
 L = Comprimento do eletrodo sensor(10,0 cm).

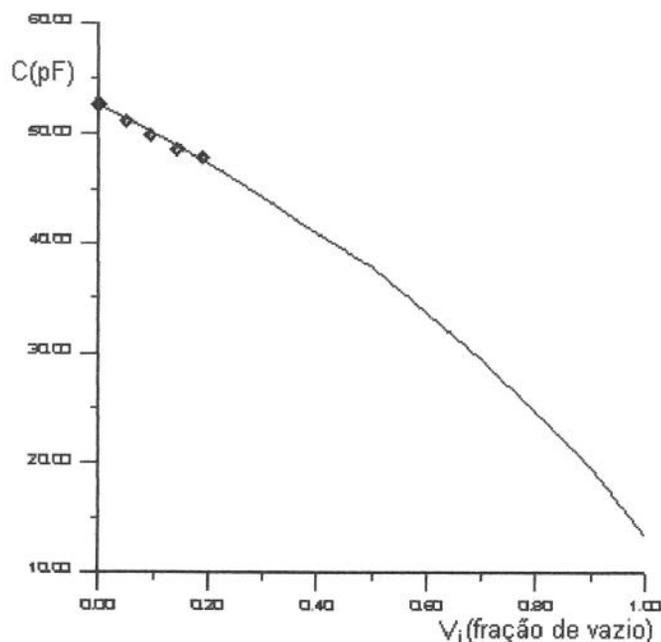


Figura 5.37 - Resposta para esferas de vidros imersa em água.

A figura 5.38 mostra uma comparação dos dados experimentais com as equações de Maxwell e Bruggeman. Observa-se que os pontos experimentais situam-se um pouco abaixo das duas curvas. A equação que melhor descreveria o comportamento deste sistema seria a de Loogyema, que se situaria um pouco abaixo da de Bruggeman, conforme pode ser visto na Seção 3.3.4, pois leva em conta o efeito do tamanho da esfera.

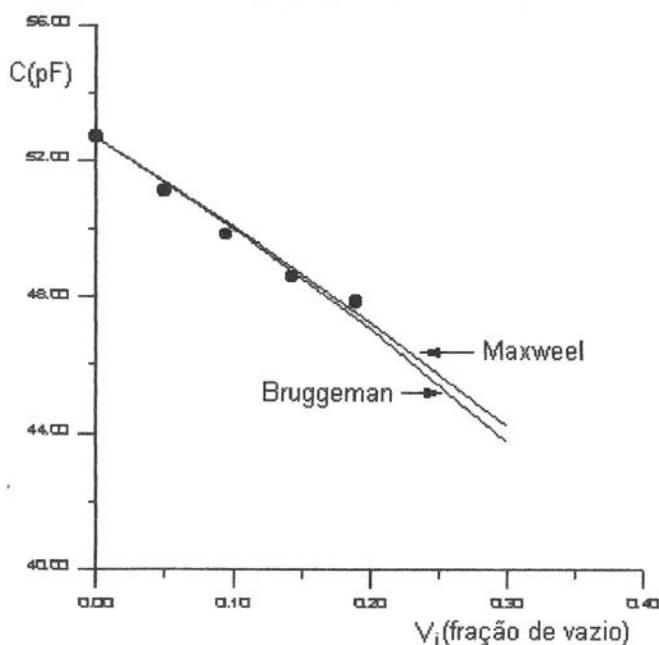


Figura 5.38 - Resposta das esferas de vidros imersa em água em comparação com as curvas de Maxwell e Bruggeman.

O número de dados experimentais apresentado na figura 5.37 foi limitado pelo tamanho das esferas utilizadas. Para esfera de maior diâmetro, já pode-se perceber os efeitos de borda, com uma tendência a ultrapassar a curva de Maxwell. Um dado interessante é que estes ensaios foram feitos com esferas grandes comparadas às dimensões do sensor e de constante dielétrica razoavelmente alta comparada à do ar. Era esperado que a curva de Maxwell não descrevesse bem o comportamento do sistema, devido à influência do campo de reação. Este é, portanto, um teste do pior caso. Com esferas de menor diâmetro, deveremos obter um melhor comportamento.

5.2.3 Resultados de calibração dinâmica

Esta seção trata da análise de diversos escoamentos bifásicos ar-água através de um sensor de acrílico de raio interno de 21 mm e raio externo de 27 mm, e com uma constante dielétrica de 3.1, conforme Geraets (1988). A medida da fração de vazio do escoamento foi realizada através do sistema de válvulas de fechamento rápido descrito na seção 4.6.

A figura 5.39 mostra uma comparação entre os resultados das medidas e a curva analítica obtida do modelo estrutural de Maxwell para o meio bifásico. Foi utilizado um sensor sem guarda, operando sempre na mesma frequência, por uma questão operacional. Estes resultados referem-se aos diversos tipos de escoamentos: agitante, pistonado, bolha, e disperso.

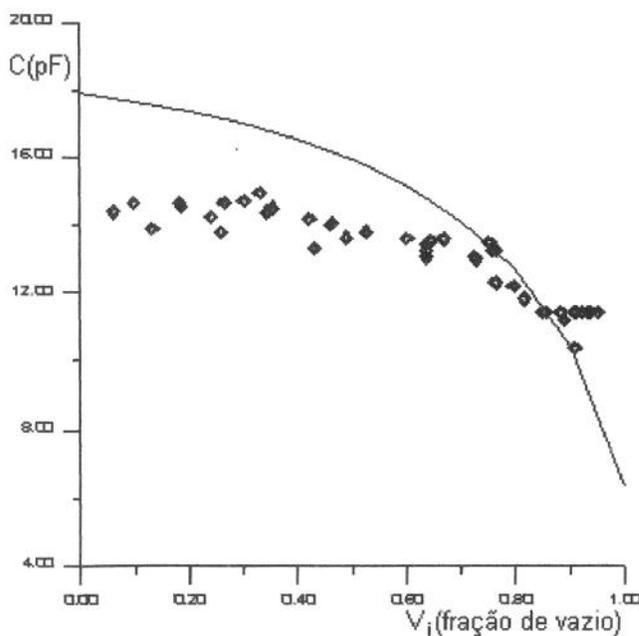


Figura 5.39 - Resposta em função da fração de vazio (sem aferição)

Utilizando um método de aferição linear, onde são considerados os pontos extremos, com o sensor cheio de água e vazio, de maneira semelhante ao que foi feito na aferição do sensor com diversas substâncias, obtém-se um valor experimental da razão da capacitância água/ar de 2.36, contra um valor teórico desta razão de 2.84.

Tomando a medida da fração de vazio como o valor real da capacitância, como sugere a figura 5.39, e fazendo uma correção linear dos dados, obtém-se os resultados apresentados na figura 5.40.

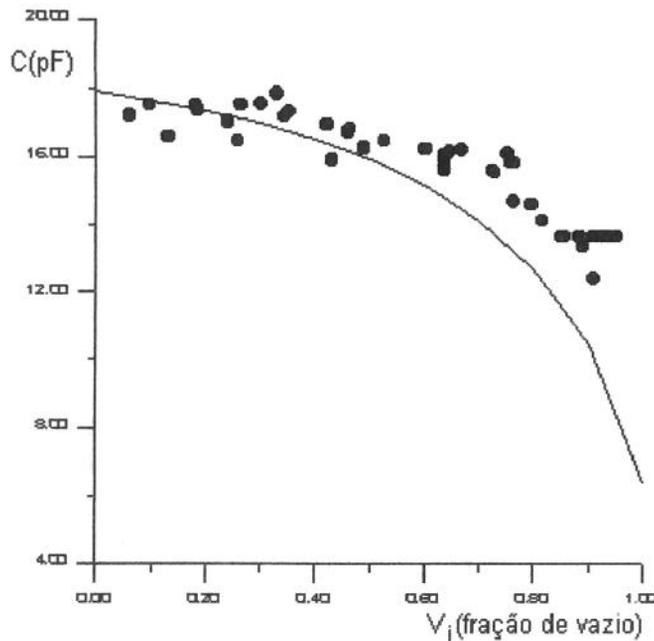


Figura 5.40 - Resposta em função da fração de vazio (com aferição)

Este método de aferição leva em conta os erros de geometria do sensor e de determinação da constante dielétrica do acrílico. A resposta apresentada acima dos dados experimentais pode ser atribuída à ausência da guarda durante estas medidas. No processo de aferição usando uma substância padrão obteve-se um erro baixo e uma curva linear, devido ao uso do filtro e de frequências apropriadas às características do sensor. Como foi mencionado anteriormente, pode ocorrer uma não linearidade da resposta em virtude do conversor alternado para contínuo, principalmente para as capacitâncias mais altas, ou devido à qualidade do gerador de sinais. Normalizando a resposta do sensor, segundo a equação (5.18), obtemos os resultados apresentados na figura 5.41.

$$C_n = \frac{C - C_0}{C_a - C_0} \quad (5.18)$$

onde C_n = capacitância normalizada
 C_0 = capacitância do sensor vazio
 C_a = capacitância com água

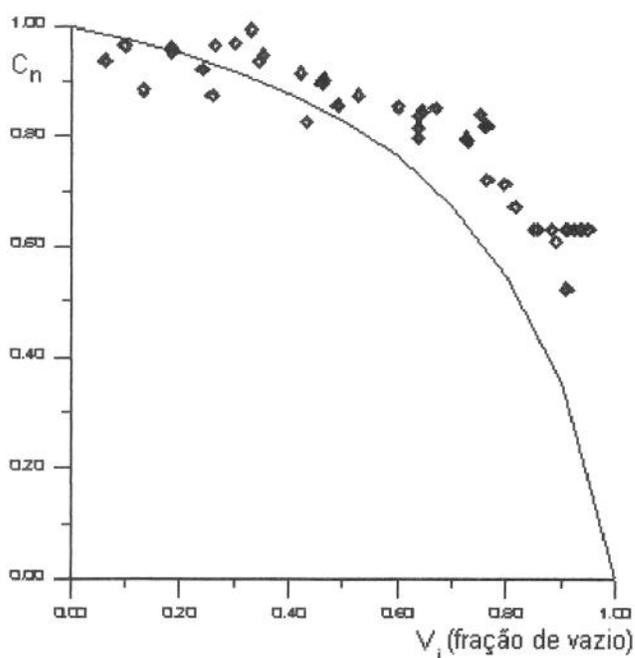


Figura 5.41 - Resposta normalizada em função da fração de vazio

5.3 RESULTADOS DO SISTEMA CONDUTIVO

O sistema baseado na medida da condutividade elétrica pode apresentar elevada sensibilidade com parâmetros como a impureza e a temperatura da amostra. Podendo ser incorporado com certa facilidade ao sistema baseado na medida da permissividade, o sistema condutivo pode ser um elemento complementar na análise da qualidade do fluido. Uma maneira de se determinar a constante geométrica do sensor seria através de amostras com condutividade elétrica bem definida, como a solução 0.02 M de cloreto de potássio, uma substância que pode ser recomendada como padrão do valor da condutividade elétrica, segundo Shoemaker (1989). A seguir são apresentados os resultados baseados nas medidas diretas, com osciloscópio, sem diferenciador, de um protótipo de laboratório. O erro do osciloscópio é minimizado em virtude da medida comparativa de dois sinais semelhantes em tela.

Uma análise de uma amostra padrão de uma solução 0,02M de cloreto de potássio para várias frequências de um sensor de medição invasiva e não intrusiva, tal como descrito na seção 4.1, é apresentada na figura 5.42. Os atrasos foram aproximadamente de $1,8^\circ$ em 2MHz, $21,6^\circ$ em 5MHz e $28,4^\circ$ em 9MHz, em que faz-se notar um início da predominância da impedância complexa. Estes resultados, justificam a proposta de um sistema condutivo, da impedância complexa, com efeito da parte complexa somente surgindo somente depois de 1MHz, para esta geometria.

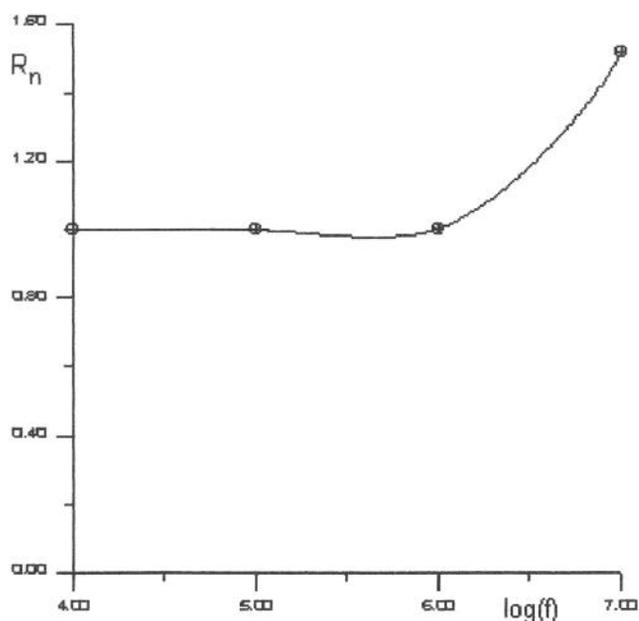


Figura 5.42 - Resposta da resistência normalizada de uma solução 0,02M de KCl.

Foram comparados os resultados experimentais com o modelo proposto na seção 3.5 do capítulo 3 e o modelo de Coney (1973). Da equação da área equivalente (equação 5.19) para uma célula de medida com as características descritas abaixo, obtém-se um valor calculado de 421 Ω , contra um valor medido de 409 Ω . Este erro de 3%, embora possa ser considerado elevado para o uso de uma substância padrão, pode ser atribuído à construção geométrica da célula de medida. Aplicando-se a fórmula proposta por Coney (1973), obtém-se um valor de 84 Ω , o que sugere uma deficiência do modelo proposto. Talvez seja interessante observar que utilizando a fórmula tradicional do cálculo da resistência, equação 5.20, obtém-se um erro de 18%.

$$R = (1/g) \frac{\langle L \rangle}{A_s} \quad (5.19)$$

onde S (seção do anéis de aço) = 0.8 cm
 $\langle L \rangle$ (distância entre os anéis) = 11.7 cm
 D (diâmetro do duto) = 4 cm
 $L_e = \pi D = 12.57$ cm
 $g = 0,27653/(\Omega.m)$, para o cloreto de potássio 0.02 M
 $A_s = \pi DS$

$$R = (1/g) \frac{\langle L \rangle}{A_t} \quad (5.20)$$

onde $\langle L \rangle$ (distância entre os anéis) = 11.7 cm
 D (diâmetro do duto) = 4 cm
 $g = 0,27653/(\Omega.m)$, para o cloreto de potássio 0.02M
 $A_t = \text{área transversal do duto } (\pi D^2/4)$

5.4 RESULTADOS DO SISTEMA DE TOMOGRAFIA

A análise tomográfica envolve os elementos dos sensores de permissividade acrescidos dos acoplamentos em que as oito unidades transdutoras estão atuando simultaneamente. Além disto, trata-se de um sistema de sensibilidade bem maior, considerando que o ambiente da amostra pode conter desde só ar até só água, com um ângulo de cada eletrodo menor que 45°, e com cada eletrodo medindo em relação aos sete eletrodos restantes. A aferição do sistema é feita através de ensaios com o sensor contendo somente ar ou água, ou seja, os extremos da faixa de utilização. Estes resultados são comparados com o modelo da seção 3.5.3, equação (5.21), com o auxílio do programa LAMP_TETA.C. Serão apresentados os resultados de uma simulação de escoamento anular, através do uso de um duto de vidro vazio sendo deslocado radialmente dentro do sensor contendo água, sendo a reconstrução da imagem obtida pelo método numérico de elementos finitos. Cada sensor deve ser aferido individualmente, tendo em vista o que foi observado anteriormente para os conversores, por exemplo, podendo ser utilizado o mesmo procedimento de substância padrão para esta aferição.

$$\text{Cap} = \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_3}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{senn}\phi_1}{nL} [\text{ABF}_3^n + \text{CDF}_2^n - \text{ACF}_1^n - \text{BD}] \text{senn}\phi_2 +$$

$$- \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_3}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{senn}\phi_1}{nL} [\text{ABF}_3^n + \text{CDF}_2^n - \text{ACF}_1^n - \text{BD}] \text{senn}\phi_3 \quad (5.21)$$

A tabela 5.17 apresenta os parâmetros geométricos do tomógrafo construído com o mesmo tipo de vidro dos dutos anteriores, com permissividade relativa igual a 4.1. Um estudo detalhado da propagação do erro envolveria o levantamento das curvas de cada conversor. Para a validação do sistema, este erro é considerado igual ao abordado na seção correspondente ao erro do conversor alternado para contínuo.

Tabela 5.17 - Características geométricas do tomógrafo

Diâmetro Interno (mm)	Diâmetro Externo (mm)	Comprimento do Eletrodo (mm)	Ângulo Entre os Eletrodos
92,7	100,0	182	~45°

As medidas foram realizadas através de um tipo de processamento paralelo, onde um eletrodo é excitado e os sinais de saída dos transdutores ligados aos eletrodos restantes são medidos. A figura 5.43 mostra a disposição espacial dos eletrodos. Na presente análise a capacitância é representada pelo índice "o", com os índices ao lado "i", anterior ou posterior, representando

o i -ésimo eletrodo a esquerda ou a direita, respectivamente. As medidas realizadas permitem avaliar a sensibilidade do sistema, de uma maneira ainda não quantitativa, de cada associação de eletrodos.

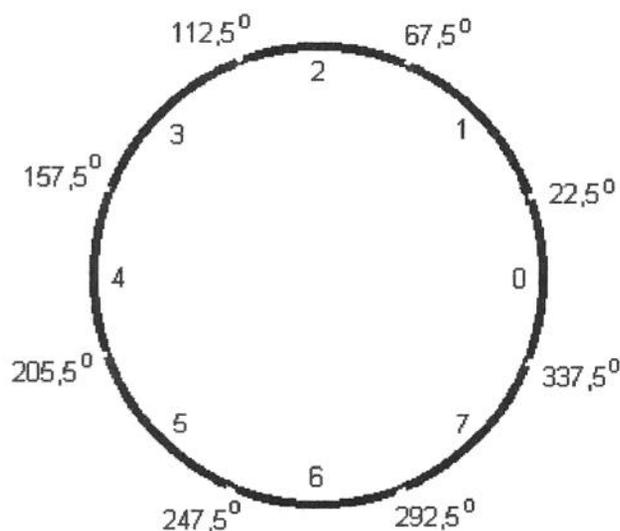


Figura 5.43 - Disposição espacial dos eletrodos

Devido às variações de sensibilidade dos pares de eletrodos associados, aliado ao tipo de escoamento presente no sensor, pode ser conveniente em certas análises a mudança da frequência do sinal injetado. Um dos pares de eletrodos que apresenta uma pequena área sensível, que se traduz em uma pequena variação da capacitância comparativa aos outros pares de eletrodos, é o par de eletrodos adjacentes. Por outro lado, o mesmo par de eletrodos apresenta os maiores valores de capacitância.

As tabelas 5.18, 5.19, 5.20 e 5.21 mostram resultados baseados na resposta analítica para uma disposição simétrica dos eletrodos, e os resultados experimentais obtidos da mesma maneira que na seção 5.2 e detalhados mais adiante. A análise dos resultados apresentados a seguir mostra que os resultados são satisfatórios, demonstrando de certa maneira a validade da proposta do sistema tomográfico. A estimativa do ângulo dos eletrodos foi baseada na medida aproximada de 1 mm de folga entre os eletrodos. Portanto, o valor mais provável para o ângulo dos eletrodos seria de 44.3° .

Os resultados das tabelas 5.18 e 5.19 mostram a sensibilidade de cada par de eletrodos ao mudar o escoamento de ar para água. Ao se relacionar estas variações da capacitância com as áreas sensíveis, para uma ordem crescente das áreas sensíveis dos pares de eletrodos associados, obtemos as relações 1.97, 30.6, 45.2 e 52.4. Estas relações seriam mais precisas se não existisse um elemento isolador (o duto) de permissividade bem menor (4.1) compara à da água (80).

Tabela 5.18 - Valores analíticos para o sensor contendo água

Ângulo dos eletrodos	45,0°	44,8°	44,5°
$C_{01} = C_{10}$ (pF)	16,49	13,61	11,52
$C_{02} = C_{20}$ (pF)	5,90	5,81	5,64
$C_{03} = C_{30}$ (pF)	4,59	4,52	4,39
$C_{04} = C_{40}$ (pF)*	4,25	4,19	4,06

*eletrodos opostos

Tabela 5.19 - Valores analíticos para o sensor contendo ar

Ângulo dos eletrodos	45,0°	44,8°	44,5°
$C_{01} = C_{10}$ (pF)	9,85	6,90	4,73
$C_{02} = C_{20}$ (pF)	0,18	0,19	0,18
$C_{03} = C_{30}$ (pF)	0,10	0,10	0,10
$C_{04} = C_{40}$ (pF)	0,08	0,08	0,08

Tabela 5.20 - Valores experimentais para o sensor contendo água

Capacitância	(pF)
C_{01}	14,2
C_{10}	12,0
C_{02}	7,58
C_{20}	6,68
C_{03}	6,05
C_{30}	6,05
$C_{04} = C_{40}$ (pF)	5,12

Tabela 5.21 - Valores experimentais para o sensor contendo ar

Capacitância	(pF)
C_{01}	10,39
C_{10}	9,51
C_{02}	0,21
C_{20}	0,30

Antes de apresentar uma análise das medidas, discute-se as fontes de erro que poderiam estar relacionadas às diferenças observadas entre resultados experimentais e analíticos. As fontes principais do erro associado aos resultados experimentais decorrem da construção geométrica do sensor, em especial dos eletrodos adjacentes e da ausência da guarda longitudinal. Outros desvios de menor significado podem ser atribuídos ao conversor alternado para contínuo e ao fato da medida do sinal de entrada ser realizada por um único conversor, principalmente para frequências mais elevadas. Estes erros são sistemáticos e podem ser corrigidos pela aferição.

As medidas da capacitância entre eletrodos adjacentes para o sensor contendo água e ar foram realizadas na frequência de 1 e 2 MHz, respectivamente. Na medida em 1 MHz não ocorreu uma queda apreciável de tensão do ponto onde era medido o sinal de entrada e o sinal do eletrodo emissor. O erro absoluto na medida da capacitância com o sensor contendo água foi menor que 4%, tomando o valor médio dos dados experimentais. Considerando que trata-se de uma medida sem a guarda longitudinal e com uma elevada sensibilidade ao erro de geometria, como pode ser observado na tabela 5.18, pode-se considerar estes resultados satisfatórios. observa-se, que este é um erro sistemático, podendo ser corrigido por aferição, já que uma vez fixadas as placas, estas não mudam de posição.

Nas medidas entre eletrodos adjacentes com o sensor contendo ar, o erro poderia ser atribuído à distância do eletrodo emissor ao ponto de medida do conversor alternado para contínuo e ao efeito do aumento da frequência. Levantou-se, também, a necessidade da colagem das placas ser ainda mais fina e de evitar sobras de colas entre as placas vizinhas, já que a sensibilidade está praticamente concentrada na área entre os eletrodos. Porém, o fator determinante parece ser o efeito da guarda, ao passar da água para o ar.

Apesar de se tratar de uma geometria diferente, a tabela 5.22 apresenta o fator de correção para o efeito de borda, para capacitores do tipo placas planas circulares contendo ar, conforme mostra a figura 5.44, em função da razão de distância entre as placas e raio da placa, obtido de Purcell (1973). No caso do sensor contendo água, as linhas do campo elétrico tendem a se concentrarem mais e o efeito de borda tende a ser menor na ausência da guarda, conforme visto na seção 5.2, apesar de ser ainda significativo. É importante notar que este efeito afasta o comportamento do sistema do ideal e reforça a importância do uso da guarda proposta para se obter um sistema de boa qualidade.

Tabela 5.22 - Fator de correção do capacitor de placas circulares

s/R	f
0,2	1,286
0,1	1,167
0,05	1,094
0,02	1,042
0,01	1,023

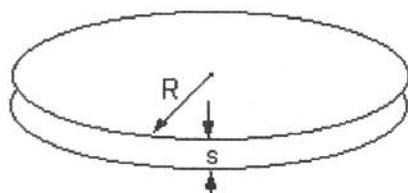


Figura 5.44 - Capacitor de placas planas circulares contendo ar

Os desvios em relação aos valores calculados, para as capacitâncias mais baixas, foram compatíveis com as diferenças observadas com o

osciloscópio entre o sinal de entrada junto ao conversor e junto ao eletrodo emissor, para as frequências mais altas, de 4 ou 8 MHz.

Resultados experimentais inferiores aos esperados, foram as medidas dos valores dos capacitores C_{02} e C_{20} com o sensor contendo ar. Os erros observados ocorreram devido aos efeitos da ausência de guarda e da diferença entre os pontos de medida do sinal de entrada, como foi mencionado acima. Estas medidas foram feitas na frequência de 8 MHz e certos conectores, como o tipo "banana", já apresentam uma capacitância da mesma ordem da capacitância medida, como pode ser visto em Hersh (1959).

A figura 5.45 mostra os resultados dos ensaios do capacitor C_{01} com o sensor contendo água. A figura 5.46 mostra os resultados dos ensaios de C_{01} e de C_{10} . Os resultados da regressão linear para os dados dos capacitores C_{01} e C_{10} são dados pelas equações (5.22) e (5.23), respectivamente.

$$V_s = 0.406718 * V_e + 640.681 \quad (5.22)$$

onde número de dados usados = 14
coeficiente de determinação = 0.99981
desvio médio quadrático = 0.674459

$$V_s = 0.49967 * V_e + 460.148 \quad (5.23)$$

onde número de dados usados = 17
coeficiente de determinação = 0.998974
desvio médio quadrático = 5.51531

Usando os valores do coeficiente angular da regressão no modelo da transdução eletrônica (programa SIST.C), obtêm-se os valores experimentais do capacitor.

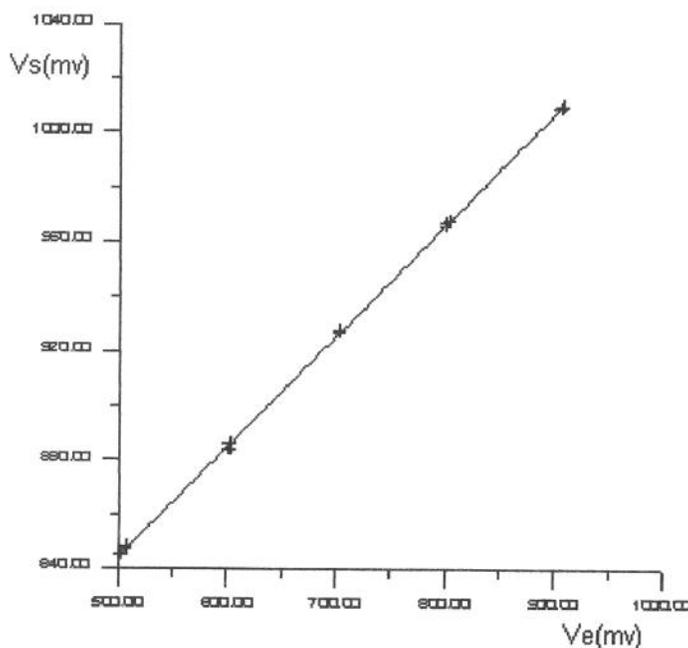


Figura 5.45 - Resposta do capacitor C_{01} com água

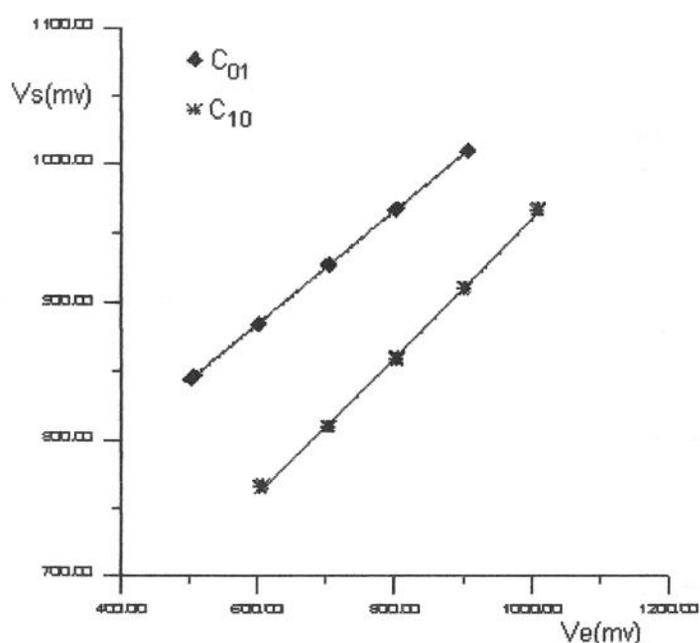


Figura 5.46 - Resposta dos capacitores C01 e C10 com água

Os resultados apresentados figuras 5.45 e 5.46 não incluem o efeito da relação sinal/ruído devido ao acoplamento de todos os elementos funcionando simultaneamente. Este efeito pode ser observado com mais detalhes nas medidas do capacitor mais baixo, na frequência de 8 MHz, onde se observa bem a modulação. A figura 5.47 mostra este efeito para o mesmo ensaio do capacitor C01 com água.

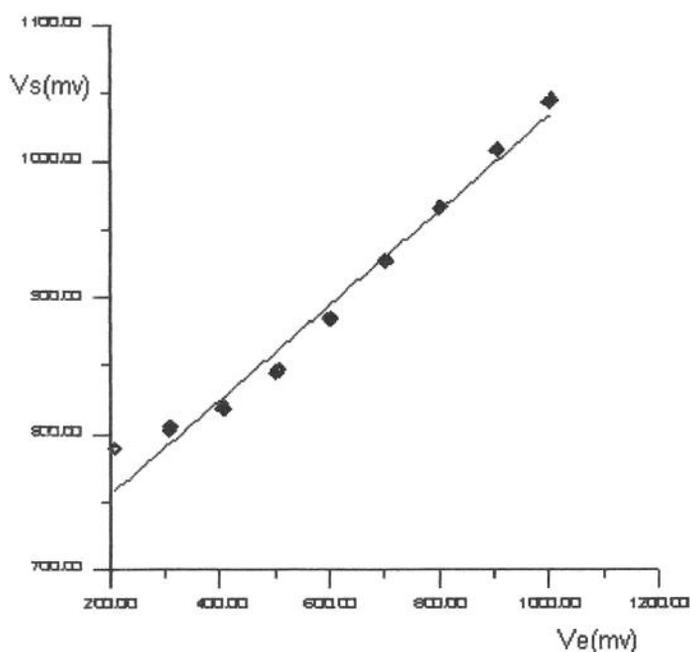


Figura 5.47 - Resposta do capacitor C01 com água em uma faixa onde a relação sinal ruído pode ser notada

A figura 5.48 mostra o resultado de um ensaio dos capacitores C_{02} e C_{20} com o sensor contendo ar, onde pode ser visto melhor o efeito da modulação. A figura 5.49 apresenta o resultado de vários ensaios para os mesmos capacitores com ar.

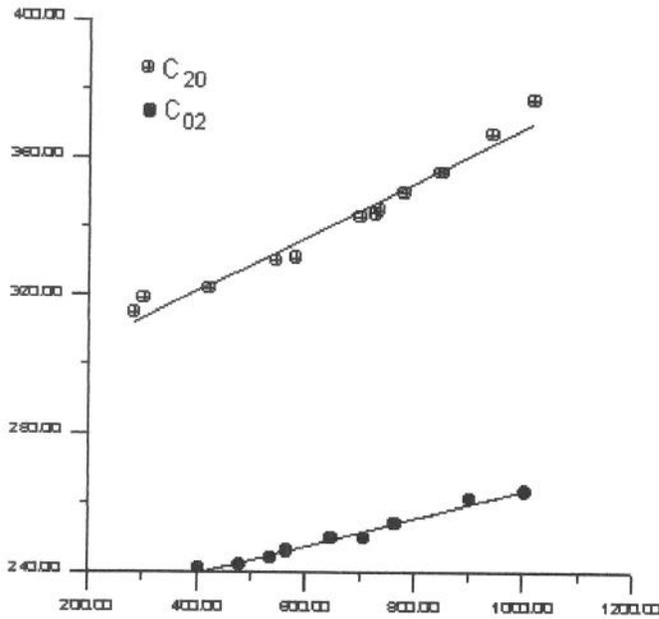


Figura 5.48 - Resposta dos capacitores C_{02} e C_{20} com ar

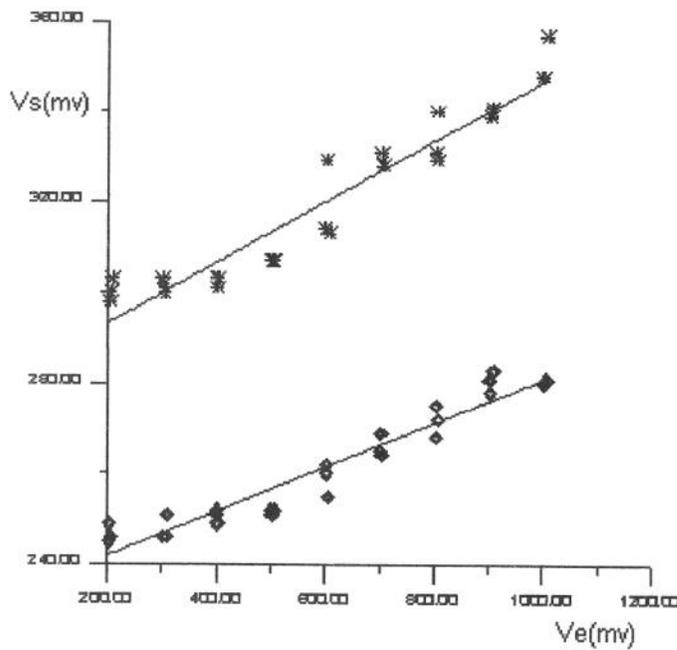


Figura 5.49 - Resultados de vários ensaios de C_{02} e C_{20} com ar

Ao aumentar a frequência eleva-se o nível de amplitude dos sinais, permitindo uma qualidade melhor dos dados. A figura 5.50 mostra os

resultados das medidas dos capacitores C_{01} e C_{10} com ar, apresentando nos níveis baixos do sinal uma melhor qualidade dos dados.

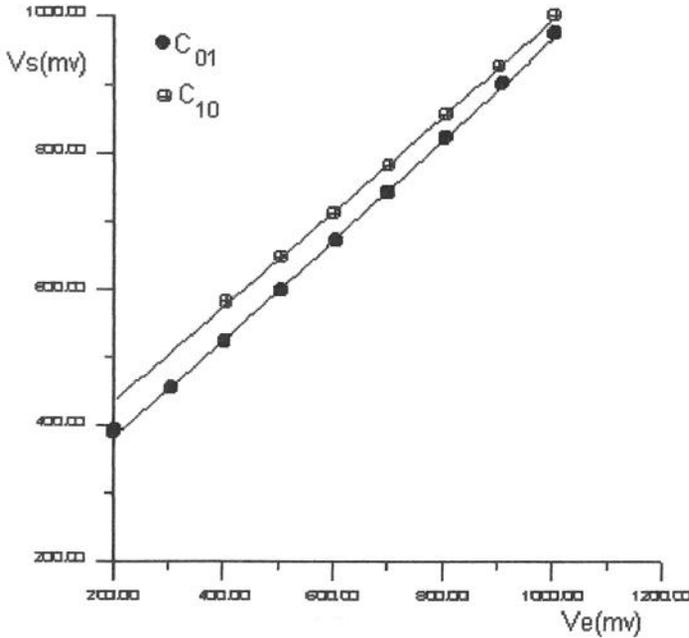


Figura 5.50 - Resposta dos capacitores C_{01} e C_{10} com ar

A análise dos dados apresentados acima parece comprovar a viabilidade do sistema de medida proposto. Mesmo os níveis de sinal das capacitâncias de menores valores parecem apresentar uma qualidade suficiente para utilização em tomografia. Esta qualidade pode ainda ser melhorada aumentando a frequência e, conseqüentemente, os níveis de amplitude dos sinais.

A reconstrução da imagem está relacionada com a aplicação do método dos elementos finitos no problema proposto. A solução do problema para uma malha de 720 elementos triangulares, correspondendo a 400 nós, não apresentou uma precisão adequada, notadamente nos capacitores não adjacentes, conforme programa (ELEM_FIN.C) descrito no Apêndice G. Utilizando a ferramenta ANSYS para elementos finitos, com uma malha de 968 elementos triangulares, correspondendo à 529 nós, o sistema apresenta seu potencial de aplicação, conforme pode ser visto no Apêndice F.

CAPÍTULO 6 - CONCLUSÃO

Neste estudo da aplicação da análise eletrônica em escoamento multifásico foram abordadas a contribuição dos fundamentos, ou das formulações básicas, a adequação da transdução eletrônica e a validação dos modelos. Os fundamentos permitem a compreensão dos fenômenos físicos e o delineamento das hipóteses e formulações do problema. A eletrônica de transdução aborda as possibilidades de solução eletrônica do problema e sua integração com a célula da amostra. A validação dos modelos compara as formulações do problema de determinação de parâmetros relacionados com o escoamento multifásico com os ensaios experimentais. Estes três enfoques são interrelacionados.

Ao relacionar os princípios e as formulações básicas da físico-química da matéria com parâmetros de fenômenos de transporte, obteve-se novos parâmetros de referências, especialmente para aplicação em escoamento multifásicos. Os limites de frequência para abordagem condutiva da ordem de 100kHz ou o tratamento da equação de Laplace da consideração de um campo eletrostático abaixo de 1MHz, parecem não obedecer um critério quantitativo, ou a uma metodologia de análise. Através das formulações básicas, dos modelos e dos métodos experimentais estes parâmetros podem ser melhor caracterizados.

O desempenho da unidade de transdução eletrônica é determinado pelo tipo de circuito eletrônico e cuidados na sua implementação. Este trabalho apresentou uma técnica de medida de capacitância de baixo valores, adequado para aplicação em escoamento multifásico, com relação bem definida dos sinais de entrada e saída e o valor da capacitância, para frequência de vários megahertz, um problema ainda não resolvido segundo Huang (1989) e Huang (1992).

O tipo de circuito e os procedimentos para obtenção da eletrônica de transdução aliada a técnica da guarda eletrônica, propiciou um sistema em os modelos teóricos se aproximam bem dos resultados experimentais. Isto levou a uma comparação dos resultados teóricos e experimentais dos parâmetros de escoamento com as impedâncias elétricas.

A metodologia de determinar a propagação dos erros do sistema, através da aferição do circuito e calibragem das células aplicadas aos modelos do meio efetivo e das imposições das condições de contornos, mostrou-se adequada, comprovando as afirmações anteriores. No comportamento das células não invasivas, os ensaios com a guarda proposta mostraram uma boa aproximação da formulação da análise eletrônica para os modelos dos multifásicos. Os ensaios sem as guardas, muitas vezes justificaram a amplitude de certos erros. Estes erros se mostraram sistemáticos e passíveis de corrigir por curva de aferição.

A solução analítica para dois eletrodos fazendo ângulos quaisquer, é um novo elemento para análise de desempenho de sistemas de dois eletrodos e tomográficos, bem como na análise dos programas de elementos finitos para análise tomográfica.

Até este momento, uma tomografia com proposta de processamento tipo paralelo não tinha sido implementada, de acordo com a bibliografia consultada. Nos seus trabalhos mais recentes, Huang (1992) comenta que esta implementação possa ser feita no futuro, com um aumento do custo e da complexidade dos circuitos, aumentando assim o limite de frequência do sistema para 2MHz. Talvez devido ao princípio de funcionamento diferente, o sistema proposto não acarretou complexidade e altos custos conforme imaginado. A limitação de frequências do protótipo foi de 10MHz devido ao gerador de sinais utilizado, indicando que frequências bem maiores poderiam ser utilizadas. Isto permitiria também um maior número de eletrodos, com aumento significativo da sensibilidade.

A alta velocidade da tomografia capacitiva mostrou-se adequada ao acompanhamento dinâmico da interface de um escoamento bifásico, em contraposição a velocidade da tomografia por raio X. Por outro lado, a variação da área sensível dos eletrodos associados para recuperação da imagem, varia com a posição das fases, acompanhando o deslocamento da interface. Algoritmos que discriminam estas variações, que podem avaliados por ensaios estáticos, levando em conta que a resposta eletrônica é bem mais rápida que a dinâmica das interfaces, bem como filtros de processamento de imagem, parecem indicar a correção deste problema.

APÊNDICE A

DAS RELAÇÕES ENTRE A CAPACITÂNCIA E A RESISTÊNCIA ELÉTRICA

A relação entre a condutância e a capacitância entre eletrodos para uma mesma geometria é útil na determinação de um tipo de impedância, quando a aplicação do princípio físico direto torna-se inadequado no desenvolvimento analítico, conforme Coney (1973) e Andreussi (1998). A seguir desenvolve-se esta relação a partir de Reitz et al (1982).

Para um meio contínuo condutor e ôhmico, a equação do estado estacionário é dado por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (a.1)$$

Portanto:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (a.2)$$

Usando a lei de Ohm tem-se:

$$\nabla \cdot \sigma \mathbf{E} = 0 \quad (a.3)$$

Para um meio homogêneo tem-se:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (a.4)$$

De $\nabla \times \mathbf{E} = 0$, em um campo eletrostático, \mathbf{E} é derivável de um potencial escalar:

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi \quad (a.5)$$

Combinando as duas últimas, tem-se a equação de Laplace:

$$\nabla \cdot \varphi^2 = 0 \quad (a.6)$$

O problema da condução pode ser resolvido da mesma forma que os problemas eletrostático da capacitância. As condições de contorno são as que especificam φ ou \mathbf{J} em cada ponto da superfície do condutor. Especificar \mathbf{J} na superfície é equivalente a especificar \mathbf{E} , uma vez que os dois vetores estão relacionados pela lei de ohm. Uma vez que a solução apropriada de Laplace foi

encontrada, E (e em consequência J) pode ser encontrada em cada ponto no interior do meio, a partir da operação gradiente. Nestas condições, em uma área interfacial tem-se:

$$j_{1n} = j_{2n} \quad (\text{a.7})$$

ou

$$g_1 E_{1n} = g_{2n} E_{2n} \quad (\text{a.8})$$

Esta equação é análoga da equação para continuidade de D_n através das interfaces dos dielétricos eletrostático. Como o campo é estático:

$$\oint E \cdot dl = 0 \quad (\text{a.9})$$

Em um percurso fechado que liga ambos os meios:

$$E_{1t} = E_{2t} \quad (\text{a.10})$$

Esta equação é a mesma para ambos os problemas (eletrostático e de condução estacionária).

Considere o tanque eletrolítico: Vários condutores metálicos, que estão conectados a fontes externas, são colocados em um meio condutor de condutividade moderada, como uma solução salina. Uma vez que a condutividade da solução salina é muito menor que a de um metal, o campo no metal será muito menor que o da solução. O campo no metal é tão pequeno que pode ser considerado um equipotencial. A solução se aplica igualmente para o caso do problema eletrostático, em que os meios condutores estão circundados por um meio dielétrico.

Como um segundo problema, considere dois condutores eletrostático num meio ôhmico homogêneo. A relação entre a corrente e o potencial dos condutores é dado por:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} \quad (\text{a.11})$$

onde R é a resistência do meio.

A corrente expressa pela densidade de corrente é dada por:

$$I = \oint_s J \cdot n \, da \quad (\text{a.12})$$

onde S é qualquer superfície fechada que circunda completamente qualquer um dos fios condutores.

A relação entre a condutividade é dada por:

$$J = g E \quad (\text{a.13})$$

Combinando estas últimas:

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = g \oint_S E \cdot n \, da \quad (\text{a.14})$$

Se o campo elétrico idêntico for produzida por cargas eletrostática sobre os dois condutores metálicos em um meio dielétrico, pela lei de gauss, tem-se:

$$\oint_S E \cdot n \, da = \frac{1}{\varepsilon} Q \quad (\text{a.15})$$

onde Q é a carga do condutor metálico circundado pela superfície S.

Nesta condição os dois condutores formam um capacitor:

$$Q = C(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (\text{a.16})$$

Finalmente tem-se:

$$RC = \frac{\varepsilon}{g} \quad (\text{a.17})$$

Que é uma relação entre a resistência do meio e a capacitância eletrostática do meio equivalente. Esta relação permite estimar a resistência de um eletrodo, conhecido a capacitância e vice-versa.

ANEXO A1

RELAÇÃO DA EQUAÇÃO DE MAXWELL PARA FLUIDO BIFÁSICO PARA SER RELACIONADO COM A ALTURA DO FILME DE UM ESCOAMENTO

A determinação da condutividade efetiva de um meio bifásico desordenado tem sido tema de considerável atenção nos anos recentes, conforme Torquato (1985). A fórmula de Maxwell para condutividade, ou a

fórmula de Claussius-Mossoti para permissividade são duas expressões largamente utilizada para esta determinação. Desenvolve-se a relação (a1.3), utilizado na determinação de filme de líquido em um escoamento anular, baseado na equação de Maxwell.

A equação de Maxwell para o meio bifásico é dada por:

$$\frac{\gamma_e - \gamma_1}{\gamma_e + (d-1)\gamma_1} = \phi_2 \left(\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + (d-1)\gamma_1} \right) \quad (\text{a1.1})$$

onde: γ_e = Condutividade elétrica efetiva,

γ_1 = Condutividade do meio 1,

γ_2 = Condutividade do meio 2,

ϕ_2 = Fração Volumétrica do meio 2,

d = Constante característica da substância, determinada pela geometria, para água e várias outras substâncias $d = 3$,

conforme pode ser visto em Becker (1987), para Claussius-Mossoti e Torquato (1985) para condutividade.

Para o problema proposto:

$\gamma_1 = \gamma_1$ é a resistividade do líquido, com $d = 1/3$,

$\gamma_2 = 0$ é a resistividade do vazio, ar,

$\phi_2 = 1 - H_1$, fração de vazio,

H_1 = fração de líquido, numa forma mais geral que a de Coney (1973).

Com os valores acima, em (a1.1) tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_e - \gamma_1}{\gamma_e + (d-1)\gamma_1} &= \phi_2 \left(\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + (d-1)\gamma_1} \right) = -\frac{\phi_2}{2} \\ \frac{\gamma_e - \gamma_1}{\gamma_e + 2\gamma_1} &= -\frac{\phi_2}{2} \end{aligned} \quad (\text{a1.2})$$

Desenvolvendo (a1.2) tem-se (a1.3).

$$2\gamma_e - 2\gamma_1 = -\phi_2\gamma_e - 2\phi_2\gamma_1$$

$$(2 + \phi_2)\gamma_e = 2\gamma_1 - 2\phi_2\gamma_1$$

Utilizando $\phi_2 = 1 - H_1$, tem-se:

$$\gamma_e = \frac{2H_1}{3 - H_1}\gamma_1 \quad (\text{a1.3})$$

APÊNDICE B

ABORDAGEM ESTRUTURAL E COMPLEMENTOS PARA DETERMINAÇÃO DA PERMISSIVIDADE GLOBAL

Um grande desafio na formulação da resposta do meio com um campo elétrico incidente é estabelecer a relação da constante dielétrica complexa e a estrutura e estado da matéria. Somente para o campo eletrostático, que é muitas vezes válida até frequências em torno de 1MHz, encontrou-se uma relação precisa, comprovada experimentalmente para várias substâncias, embora ainda não satisfazendo a toda matéria, Fröhlick (1968). Não há, absolutamente, uma teoria rígida que torna possível obter uma fórmula geral. Várias fórmulas aproximadas com base teórica ou empírica, ou em ambas, tem sido estabelecido. Robert (1988).

ELEMENTOS BÁSICOS PARA O MODELO

Uma substância dielétrica eletricamente neutra pode ser considerada como consistindo de cargas elementares obedecendo a equação (b.1). O momento de dipolo elétrico de uma carga relativo a um ponto fixo é definido pela equação (b.2) e o seu momento de dipolo total dado pela equação (b.3).

$$\sum \varepsilon_i = 0 \tag{b.1}$$

$$m_i = \varepsilon_i l_i \tag{b.2}$$

$$M = \sum \varepsilon_i l_i \tag{b.3}$$

onde l_i é o raio vetor de um ponto fixo a ε_i

De (b.1) e (b.3), o momento de dipolo relativo a um novo referencial, a um ponto em uma distância b do original não muda:

$$\sum \varepsilon_i (l_i + b) = \sum \varepsilon_i l_i + b \sum \varepsilon_i = \sum \varepsilon_i l_i \tag{b.4}$$

O estado de terra de uma substância é o estado de mais baixa energia, podendo-se assumir que seu dipolo elétrico desaparece nesta condição:

$$\sum \varepsilon_i l_{i0} = 0 \tag{b.5}$$

onde l_{i0} é o vetor posicional de ε_i neste estado.

Se r_i é o deslocamento da carga ε_i de sua posição de equilíbrio no nível de terra, o momento de dipolo da substância dado por:

$$M(X) = \sum \varepsilon_i l_i = \sum \varepsilon_i r_i \quad (b.6)$$

onde $l_i = l_{i0} + r_i$
 $X = (r_1, r_2, \dots, r_i, \dots)$

As unidades de cargas elementares e suas posições para uma coleção formado de átomo, íons, molécula, uma célula de cristal ou uma unidade de célula maior são dadas por (b.7) a (b.9).

$$\begin{matrix} e_{j1}, e_{j2}, \dots, e_{jk}, \dots, e_{js} \\ e \\ x_j = (r_{j1}, r_{j2}, \dots, r_{jk}, \dots, r_{js}) \end{matrix} \quad (b.7)$$

Então:

$$m(x_j) = \sum_{k=1}^s e_{jk} r_{jk} \quad (b.8)$$

$$M(X) = \sum_j m(x_j) \quad (b.9)$$

Os dois modelos da mecânica clássica para descrever a distribuição média do efeito do campo externo são:

1. O deslocamento da carga é ligada elasticamente à uma posição de equilíbrio. Este modelo responderá pela polarização induzida.
2. A carga tem várias posições de equilíbrio, cada da qual é ocupada com uma probabilidade que depende do campo. Este modelo responderá principalmente pela polarização orientacional.

Modelo elástico. A interpretação do caso (1) é aquela do deslocamento da carga e , carregada por uma partícula de massa m a uma distância r . Uma força de restauração proporcional a $-r$ age sobre a partícula na direção oposta ao deslocamento. Para um campo externo f é aplicado tem-se (b.10) e (b.11).

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\omega_0^2 r + \frac{e}{m} f \quad (b.10)$$

onde $\omega_0 / 2\pi$ é a frequência de oscilação, e $-m \omega_0^2 r$ é a força restauradora.

$$\frac{d^2}{dt^2}(r - \bar{r}) = -\omega_0^2 (r - \bar{r}) \quad (\text{b.11})$$

$$\text{onde } \bar{r} = \frac{e}{m\omega_0^2} f \quad (\text{b.12})$$

Para o campo constante, tem-se (b.13). A carga e conduz ao desaparecimento de oscilações harmônicas acerca da posição temporal média da média do seu deslocamento, de maneira que C e δ são constante em (b.14).

$$d\bar{r}/dt = 0 \quad (\text{b.13})$$

$$r = \bar{r} + C \cos(\omega_0 t + \delta) \quad (\text{b.14})$$

O momento médio é dado por:

$$e\bar{r} = \frac{e^2}{m\omega_0^2} f \quad (\text{b.15})$$

A abordagem do raio médio do átomo e deslocamento da posição de um elétron, conforme a seção do tratado elementar e a adotada aqui é considerada razoável, e baseado na hipótese do núcleo fixo e os elétrons realizando a órbita. O cálculo do raio médio pela mecânica quântica para o caso simples do hidrogênio assume esta mesma hipótese para o núcleo para descrever a órbita do elétron na solução da equação de Schrodinger, conforme Robert (1988). Para moléculas mais complexas, o sistema de equações pela mecânica quântica para esta observação, conforme Teixeira (1982) e Robert (1988), torna incapacitado pelo próprios modernos com os computadores. A superposição e o empirismo conduz essa área dentro do estudo da matéria condensada.

Modelo da mecânica estatística. O caso (2) pertence ao sistema de partículas governados pela distribuição de Boltzman, cujas características clássicas são:

- Sistema em equilíbrio termodinâmico,
- Sem interação mútuas das partículas,
- Capazes de serem sujeitos a um campo externo.

A expressão da termodinâmica estatística para uma população de partículas é dada por:

$$\frac{N_j}{N} = \frac{e^{-\frac{W_j}{k_B T}}}{\sum e^{-\frac{W_j}{k_B T}}} \quad (\text{b.16})$$

onde: N_j = Número de partículas com energia W_j ,
 N = Número total de partículas,
 W_j = Um dos conjuntos possíveis de energia,
 k_B = Constante de Stefan-Boltzman,
 T = Temperatura absoluta.

EQUACIONAMENTO DO CAMPO ESTÁTICO

Os dois tipos de forças que atuam num dielétrico são a interação curta e a de atuação a grande distância. As forças de interação curtas são aquelas que somente as partículas de uma certa vizinhança são consideradas, como as ligações químicas, atração de van der Walls e forças de repulsão. As forças de interações longas possuem faixa de atuação longa como é o caso da interação dipolar. Embora as forças de van der Walls, responsáveis pelas condensação de gases, sejam determinadas pelas interação de dipolos, ela é um exemplo de equacionamento devido a interação de cargas próximas, Robert (1988).

Um dielétrico polarizado pode ser considerado como composto de pequenas regiões, cada uma tendo um certo dipolo elétrico, e o dipolo total do corpo igual a soma dos dipolos desta região. É bem conhecido da teoria macroscópica que a energia por unidade de volume de uma espécie macroscópica depende de sua forma. Isto implica que as interações entre dipolos precisam levar em conta, mesmo em distância macroscópicas e ilustra a importância da interação da força dipolar.

Equação de Claussius-Mossoti

Devido a longa faixa de atuação das forças dipolares um cálculo preciso da interação de um particular dipolo com todos os outros de uma espécie seria muito complicado. A primeira aproximação para solução deste problema foi a proposta de Lorentz. No método de Lorentz seleciona-se uma região esférica microscópica a qual é suficientemente grande para ter as mesmas propriedades da espécie macroscópica. A interação entre os dipolos dentro da região esférica serão então calculadas de uma maneira exata, mas para o cálculo de suas interações com o resto da espécie a última é considerada como um meio contínuo.

A maioria das publicações acerca do meio dielétrico apresenta uma comprovação da equação de Claussius-Mossoti. Uma das poucas determinação precisa foi realizada por Fröhlick (1968). O modelo consiste de uma grade cúbica de átomos cuja dimensão linear são muitas pequenas, comparadas com as

distâncias das grades. Cada átomo consiste de uma carga positiva $+e$ que é ligada rigidamente aos pontos da rede, e de uma carga negativa $-e$ que é ligada elasticamente a ela. As forças agem sobre uma carga negativa que é deslocada, enquanto todas as outras estão em repouso em suas respectivas posições de equilíbrio serão denotadas como forças de restauração. Quando outras cargas são deslocadas também, uma força adicional agirá sobre a carga devido a mudança na interação entre as cargas. Será assumido que somente interação eletrostática existe, e em particular em particular que não haverá força de faixa curta de interação. Mais ainda, a temperatura será assumida estar perto do zero absoluto de modo que oscilações térmicas podem ser desprezadas.

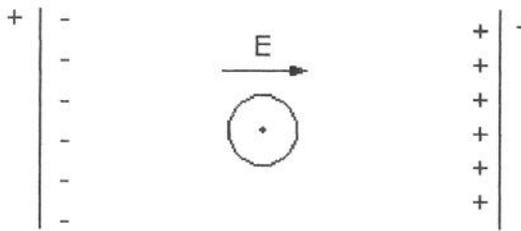


Figura b.1. Círculo imaginário e partícula do modelo de Lorentz.

Com essas suposições, quando um campo elétrico E é levado à uma substância todas cargas negativas serão deslocadas por uma mesma quantidade, formando um dipolo dado por (b.17).

$$m = (-e) \bar{r} \tag{b.17}$$

O campo f agindo sobre uma carga e deslocando a carga contra a força de restauração é referido como campo local ou campo interno. A força de restauração, denotada por $-c^2r$, a distância média é dada por (b.18) e o momento, de (b.17) por (b.19).

$$\bar{r} = \frac{(-e)}{c^2} f \tag{b.18}$$

$$m = \frac{e^2}{c^2} f \tag{b.19}$$

Para calcular f de acordo com o método de Lorentz, separa-se as fontes de f naquelas dentro da região esférica e aquelas fora da região esférica, chamando estas contribuições f_i e f_e respectivamente, (b.20).

$$f = f_i + f_e \tag{b.20}$$

A maioria da literatura na dedução da equação de Claussis-Mossoti, coloca as forças internas nulas. Um detalhamento desta demonstração é feito por Fröhlick (1968). A contribuição externa f_e é calculada macroscopicamente. Ela representa o campo campo elétrico dentro da esfera devido a todas as fontes, exceto a polarização dentro desta região. Relembrando, o campo macroscópico E é parcialmente devido as cargas verdadeiras fora da espécime(ou em sua superfície) e parcialmente devido a polarização P do dielétrico que age em direção oposta. Para obter f_e a contribuição para E devido a região esférica seria omitida. Portanto, se E_s é essa contribuição, tem-se (b.21).

$$f_e = E - E_s \quad (b.21)$$

Por definição, E_s , o auto campo dentro da esfera, é o campo dentro de uma espécie esférica com uma permanente polarização P . Sua direção é oposta a P e calculada no problema geral da eletrostática, conforme Apêndice C, (c.21) igual (b.22).

$$E_s = - \frac{4\pi}{3} P \quad (b.22)$$

Usando (b.20), (b.21), (b.22) e a relação geral do deslocamento, campo e polarização, (b.23), tem-se (b.24).

$$\epsilon_s E - E = 4\pi P \quad (b.23)$$

$$f - f_e = E + \frac{4\pi}{3} P = \frac{\epsilon_s + 2}{3} E \quad (b.24)$$

Note-se que esta expressão é independente do tamanho da região esférica, o que significa que a contribuição de qualquer concha esférica polarizada homoganeamente para o campo interno desaparece, obtido pela consideração detalhada da interação dipolo, feito por Fröhlick (1968). O presente modelo, portanto tem sido escolhido de tal maneira que leva-se a fazer um tratamento macroscópico e microscópico idêntico. Tal resultado, naturalmente, somente seria obtida, assumindo força de faixa curta estarem inteiramente ausente. A existência de tal força, modificaria f_i , mas não alteraria nosso resultado para f_e . Observe o valor e significado da expressão para o vácuo.

A polarização P será dado por:

$$P = N_0 m = \frac{\epsilon_s + 2}{3} N_0 \frac{e^2}{c^2} E \quad (b.25)$$

onde: N_0 é o número de partículas por unidade de volume.

Da relação geral do deslocamento, campo elétrico e polarização, (b.23) em (b.25) tem-se a equação de Claussius-Mossoti, (b.26) ou (b.27).

$$\frac{\epsilon_s - 1}{\epsilon_s + 2} = \frac{4\pi}{3} N_0 \frac{e^2}{c^2} \quad (\text{b.26})$$

$$\frac{\epsilon_s - 1}{\epsilon_s + 2} = \frac{4\pi}{3} N_0 \alpha \quad (\text{b.27})$$

A derivação da fórmula acima para a hipótese de que a constante dielétrica é independente do campo e que a polarização é induzida, funcionando pois razoavelmente para moléculas não polares.

Equação de Debye

A dedução da expressão anterior, baseou-se na polarização induzida. A equação de Debye insere a participação do momento de dipolo permanente na expressão do momento. O momento total da molécula será dado por (b.28).

$$m = \mu_0 + \alpha f \quad (\text{b.28})$$

Para N_0 pequeno pode-se supor diretamente que o campo local será igual ao campo externo, (b.32). Uma análise dimensional para gases polares, onde é válido a equação de Debye, com os valores do momento dipolar, N_0 é bem menor número de avogrado, isto pode ser realizado em detalhes, através de (b.29). (b.29) leva a (b.30).

$$4\pi N_0 \bar{m} / E \ll 1 \quad (\text{b.29})$$

$$\epsilon_s - 1 \ll 1 \quad (\text{b.30})$$

O campo externo, relacionado por (b.31) levará a (b.32).

$$f = D = \epsilon_s E \quad (\text{b.31})$$

$$f = E \quad (\text{b.32})$$

De acordo com (b.28) e (b.32) tem-se (b.33).

$$\bar{m} = \bar{\mu}_0 + \bar{\alpha} E \quad (\text{b.33})$$

A energia potencial de uma molécula de momento de dipolo permanente μ fazendo um ângulo θ com o campo elétrico F é dado por (b.34).

$$u = -\mu F \cos \theta \quad (\text{b.34})$$

Em equilíbrio térmico, a uma temperatura T , a probabilidade de encontrar μ em uma direção, formando um ângulo entre θ e $\theta + d\theta$ é dado de acordo com a equação de Boltzman da mecânica estatística, (b.16) será dada por (b.35).

$$\begin{aligned} & e^{-u/kT} \text{sen} \theta d\theta / \int_0^\pi e^{-u/kT} \text{sen} \theta d\theta \\ & e^{E\mu_0 \cos \theta / kT} \text{sen} \theta d\theta / \int_0^\pi e^{E\mu_0 \cos \theta / kT} \text{sen} \theta d\theta \end{aligned} \quad (\text{b.35})$$

onde $\text{sen} \theta$ surge do diferencial do ângulo sólido $d\Omega$ entre θ e $\theta + d\theta$, (b.36).

$$d\Omega = 2\pi \text{sen} \theta d\theta \quad (\text{b.36})$$

O momento médio na direção do campo de todas as moléculas será (b.37).

$$\begin{aligned} \bar{m} &= \langle \mu \cdot \cos \theta \rangle \\ &= \int_0^\pi \mu \cos \theta e^{E\mu_0 \cos \theta / kT} \text{sen} \theta d\theta / \int_0^\pi e^{E\mu_0 \cos \theta / kT} \text{sen} \theta d\theta \\ &= \int_0^\pi \mu \cos \theta e^{E\mu_0 \cos \theta / kT} \text{sen} \theta d\theta / \int_0^\pi e^{E\mu_0 \cos \theta / kT} \text{sen} \theta d\theta \end{aligned} \quad (\text{b.37})$$

Utilizando-se (b.38) e (b.39) encontra-se (b.40), ou (b.41), a expressão de Langevin.

$$X = \frac{\mu F}{kT} \quad (\text{b.38})$$

$$\xi = \cos \theta \quad (\text{b.39})$$

$$\frac{\bar{m}}{\mu} = \frac{\int_{-1}^{+1} e^{X\xi} \xi d\xi}{\int_{-1}^{+1} e^{X\xi} d\xi} \quad (\text{b.40})$$

$$\frac{\bar{m}}{\mu} = \frac{e^X + e^{-X}}{e^X - e^{-X}} - \frac{1}{X}$$

$$\frac{\bar{m}}{\mu} = \coth X - \frac{1}{X} = L(X) \quad (\text{b.41})$$

Para pequenos valores de X e assumindo que o campo é suficientemente fraco tem-se (b.42).

$$\frac{\mu_0 E}{kT} \ll 1 \quad (\text{b.42})$$

Daí (b.43).

$$L(X) = \frac{X}{3} \quad (\text{b.43})$$

O momento devido a orientação dos dipolos será (b.44).

$$\bar{m} = \frac{\mu^2 F}{3kT} \quad (\text{b.44})$$

Levando-se em conta o efeito do campo induzido tem-se (b.45), com a polarizabilidade dada por (b.46).

$$\bar{m} = \alpha_0 F + \frac{\mu^2 F}{3kT} \quad (\text{b.45})$$

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{\mu^2}{3kT} \quad (\text{b.46})$$

Equação de Onsager

O modelo de Onsager (1936) foi mais um passo na direção da determinação da constante dielétrica estática. Neste modelo, as interações entre as interações dipolares distantes é levado em conta. As hipóteses adotadas por Onsager:

- A molécula ocupa uma esfera de raio a e sua polarizabilidade é isotrópica,
- As faixas curtas de interação são desprezíveis (isto é $\ll kT$ por molécula).

Na ausência de um campo macroscópico, uma esfera polarizada homogeneamente tem um momento de dipolo $M = PV$, onde V é o volume. O auto campo na esfera é dado por (b.22). Se a região esférica é considerada dentro de um meio, haverá uma interação com o exterior, dando um campo alterado dentro da esfera. A diferença de E_s e o campo de reação é desenvolvido no Apêndice C, equação (c.18).

Com as hipótese de Onsager a constante dielétrica pode ser calculada nos líquidos e misturas. Em ambos casos o campo local agindo nas moléculas é o campo dentro de uma cavidade de raio a dentro de um meio dielétrico de constante ϵ_s , e é composto de (i) o campo de cavidade G devido a fonte externa, e (ii) do campo de reação R devido ao momento da própria molécula, como se não existisse campo externo ($m = M + \mu$).

O campo de reação devido a própria molécula e devido ao momento uniformemente distribuído, é dado por (b.47), conforme o apêndice C.

$$R = \frac{2(\epsilon_s - 1) m}{2\epsilon_s + 1 a_m^3} \quad (\text{b.47})$$

$$R = \frac{2}{3} \frac{\epsilon_s - 1}{2\epsilon_s + 1} \frac{4\pi m}{V}$$

$$R = \frac{2}{3} \frac{\epsilon_s - 1}{2\epsilon_s + 1} 4\pi P$$

Se um campo macroscópico é produzido na espécie sem alterar o momento M da esfera, o campo será acrescido por um campo adicional, o campo de cavidade G (c.15), campo dentro da esfera vazia devido ao campo externo E de constante ϵ_s , equação (b.48), conforme Apêndice C.

$$G = \frac{3\epsilon_s}{2\epsilon_s + 1} E \quad (\text{b.48})$$

O campo total dentro da esfera é a soma do campo de cavidade, considerando a mesma vazia e o campo reverso devido a molécula polarizada no centro mais uniformemente polarizada no volume de raio a , (b.49).

$$f_e = G + R$$

$$F = \frac{3\epsilon_s}{2\epsilon_s + 1} E + \frac{2(\epsilon_s - 1) m}{2\epsilon_s + 1 a^3} \quad (\text{b.49})$$

O momento total é dado por (b.50).

$$m = \mu_0 + \alpha_0 F \quad (\text{b.50})$$

Onde (b.51) é para material não polares e (b.52) para material polares.

$$\alpha_0 = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 1} a^3 \quad (\text{b.51})$$

$$\alpha_0 = \frac{\epsilon_\infty - 1}{\epsilon_\infty + 1} a^3 \quad (\text{b.52})$$

onde n é o índice de refração.

Utilizando (b.47) a (b.51) tem-se (b.53) ou (b.54).

$$m = \mu_0 + \left(\frac{\epsilon_\infty - 1}{\epsilon_\infty + 2} \right) a^3 \left[\frac{3\epsilon_s}{2\epsilon_s + 1} E + \frac{2(\epsilon_s - 1)}{2\epsilon_s + 1} \frac{m}{a^3} \right]$$

$$m = \mu_0 \left(\frac{(\epsilon_\infty + 2)(2\epsilon_s + 1)}{3(2\epsilon_s + \epsilon_\infty)} \right) + \left[\frac{\epsilon_s(\epsilon_\infty - 1) a^3}{2\epsilon_s + \epsilon_\infty} \right] E \quad (\text{b.52})$$

$$m = \mu + \alpha E \quad (\text{b.53})$$

onde $\mu = \mu_0 \left(\frac{(\epsilon_\infty + 2)(2\epsilon_s + 1)}{3(\epsilon_s + \epsilon_\infty)} \right)$

$$\alpha = \left[\frac{\epsilon_s(\epsilon_\infty - 1) a^3}{2\epsilon_s + \epsilon_\infty} \right]$$

O problema agora corresponde a calcular a energia efetiva de interação entre a molécula e o campo e a resultante orientação média da molécula. Onsager apontou que para este propósito não é possível assumir como Debye que a força de orientação é proporcional a média de F , campo local, pois esta precisa ser calculada para cada direção individual de μ . Desde que o campo de reação R , sendo paralelo ao dipolo m , não contribui para força de acoplamento nesta direção. O momento resultante será dado por (b.54).

$$M = G \times m = \frac{3\epsilon_s}{2\epsilon_s + 1} E \times m$$

$$= \mu G \times u = \mu^* E \times u \quad (\text{b.54})$$

Onde: u é a vetor unitário na direção do dipolo.

μ^* é a característica externa do momento da molécula, (b.55).

$$\mu^* = \frac{3\epsilon_s}{2\epsilon_s + 1} \mu \quad (\text{b.55})$$

O momento M será pois dado por (b.56), e o valor médio será dado por (b.57).

$$M = \mu^* E \sin\theta \quad (b.56)$$

$$\frac{\bar{M}}{\mu} = \frac{\mu^*}{3kT} E \quad (b.57)$$

A polarização por unidade de volume será dada por (b.58).

$$P = N_1 m = N_1 \left[\frac{\mu\mu^*}{3kT} + \frac{\epsilon_s(\epsilon_\infty - 1) a^3}{2\epsilon_s + \epsilon_\infty} \right] E \quad (b.58)$$

$$P = N_1 m = N_1 \left[\frac{\mu\mu^*}{3kT} + \frac{\epsilon_s(\epsilon_\infty + 2)}{2\epsilon_s + \epsilon_\infty} \right] E$$

Levando em (b.58) em (b.22) tem-se (b.59).

$$\epsilon - 1 = \frac{4\pi P}{E} = 4\pi N_1 \left[\frac{\mu\mu^*}{3kT} + \frac{\epsilon_s(\epsilon_\infty - 1) a^3}{2\epsilon_s + \epsilon_\infty} \right] \quad (b.59)$$

De (b.60) tem-se a equação de Onsager, (b.61).

$$N_1 \times 4\pi a^3 / 3 = 1 \quad (b.60)$$

$$\frac{(\epsilon - \epsilon_\infty)(2\epsilon + \epsilon_\infty)}{\epsilon(\epsilon_\infty + 2)^2} = \frac{4\pi N_1 \mu_0^2}{3 \ 3kT} \quad (b.61)$$

Onde $N_1 \times 4\pi a^3 / 3 = 1$

Equação de Kirkood

Kirkood (1946) generalizou a equação de Onsager, considerando um modelo equivalente ao efeito das faixas de atuações curtas. Apontou a importância maior para o efeito da polarização e utilizou a hipótese dos efeitos das moléculas vizinhas, numa estrutura molecular com certas aproximações dos cristais, estrutura quase cristalina, (b.62).

$$\frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty)(2\epsilon_s + \epsilon_\infty)}{\epsilon_s(\epsilon_s - \epsilon_\infty)^2} = \frac{4\pi N_1 \mu_0^2}{3 \ 3kT} (1 + \overline{z \cos\gamma}) \quad (b.62)$$

Na equação de Kirkood o efeito do momento de dipolo permanente das moléculas somado ao efeito das moléculas vizinhas é dada por (b.63).

$$\overline{\mu\mu} = g\mu^2 \quad (b.63)$$

O cálculo do parâmetro de correlação g (b.63) é, em princípio provido pela mecânica estatística, mas é usualmente prevenido por insuficiente conhecimento da estrutura do líquido. O modelo de Kirkood que o momento de dipolo molecular médio é a soma a soma dos momentos de dipolos e o momento de dipolo induzido como resultado do atrito, oposição a rotação da esfera da molécula. Isto pode ser expresso por (b.64).

$$g = (1 + z\overline{\cos\gamma}) \quad (b.64)$$

onde z é o numero médio de moléculas vizinhas e o $\overline{\cos\gamma}$ é o cosseno médio entre os ângulos dos dipolos vizinhos.

O cálculo de $\overline{\cos\gamma}$ é obtido semelhante pela técnica da mecânica estatística é dada por (b.65).

$$\langle \cos\gamma \rangle = \int \cos\gamma e^{-U/kT} d\omega_1 d\omega_2 / \int e^{-U/kT} d\omega_1 d\omega_2 \quad (b.65)$$

onde $d\omega_1$ e $d\omega_2$ são as superfícies de ângulos sólidos das direções dos dois dipolos.

O fator g , relacionado com a estrutura cristalina, é difícil cálculo, Taraev (1978), embora ressaltamos que seu valor calculado para a água, foi comprovado por técnica de raio X, para a estrutura quase cristalina da água.

EQUACIONAMENTO DO CAMPO DINÂMICO

O grande desafio no estudo da polarização é o equacionamento do campo dinâmico, como pode ser visto em Böttcher e Bordewijk (1978). Kliem (1991) aponta deficiências do modelo das equações diferenciais do contínuo. Robert (1988), elabora um equacionamento dinâmico a partir das equações estática, entretanto utiliza na passagem para dinâmica o modelo de Debye, que é uma limitação. Mostra-se estas equações recentes, em que fica presente a dificuldade de um equacionamento exato.

Polarização Eletrônica. A polarização eletrônica é descrita pelo modelo harmônico, como visto no caso estático. O núcleo, com uma massa da ordem de 2000 vezes a do elétron pode ser considerada imóvel. Esta hipótese é utilizado

mesmo na solução da equação de Schrodinger da mecânica quântica para descrever a órbita do elétron do átomo de hidrogênio, Robert (1988). Assumindo que o campo local desloca a órbita relativo ao núcleo, sem deformá-lo, a equação do oscilador pode ser escrita (b.66).

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{(Ze)^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} x = -kx \quad (b.66)$$

Onde m é a massa total dos Z elétrons que giram em torno do núcleo e K é a constante da força de restauração.

A equação (b.66) é a equação de um oscilador harmônico cuja autofrequência é dada por (b.67). Esta frequência corresponde ao espectro do visível e ultravioleta.

$$\omega_0 = \sqrt{k/m} \quad (b.67)$$

A equação (b.66) é a equação de um oscilador ideal, e para refletir um oscilador real, deve-se somar o amortecimento. No oscilador clássico, este termo é proporcional a velocidade e reflete um efeito viscoso, embora para um átomo este termo perde o sentido. Em um átomo, existe mais de uma origem e sua interpretação é complexa. A descrição fenomenológica deste processo por um termo proporcional a dx/dt é uma aproximação aceitável, conforme Robert (1988): O mecanismo suposto é que quando um campo elétrico externo é aplicado, o campo elétrico local transfere energia para realizar transições resultando em mudança de órbita criando o momento de dipolo no átomo. Esta transferência de energia acontece de maneira descontínua porque os níveis são quantizados. Além disto, acontece um certo tempo entre a energia disponível e o tempo que a transição acontece. Essas são as duas razões porque há um atraso entre causa e efeito e portanto histerese e dissipação de energia na forma de calor. A descrição fenomenológica deste processo por um termo proporcional a dx/dt é uma aproximação aceita.

Para um campo local dado por (b.68), a equação do oscilador é dada por (69).

$$E_L(t) = \text{Re}\{E_{L0} \exp(j\omega t)\} \quad (b.68)$$

Onde E_{L0} é o fasor do campo instantâneo.

$$-\omega^2 m X_0 + j \omega d X_0 + k X_0 = ZeE_{L0} \quad (b.69)$$

Onde $X = \text{Re}\{X_0 \exp(j\omega t)\}$

X_{L0} é o fasor do deslocamento.

d é o fator de amortecimento.

De (b.69) tem-se:

$$X_0 = - \frac{Z \frac{e}{m} E_{L0}}{\omega^2 - \omega_0^2 - j \frac{d}{m} \omega} \quad (b.70)$$

De (b.70) tem-se a expressão tem-se o momento de dipolo:

$$p(t) = \text{Re}\{Z_e X_0 \exp(j\omega t)\} = \{p_0 \exp(j\omega t)\} \quad (b.71)$$

A polarização eletrônica agora é complexa e dada por:

$$\alpha_{e1} = \frac{p_0}{E_{L0}} = - \frac{\frac{Z^2 e^2}{m}}{\omega^2 - \omega_0^2 - j \frac{d}{m} \omega} \quad (b.72)$$

De (b.72) tem-se as componentes reais e imaginárias, (b.73) e (b.74).

$$\alpha'_{e1} = \frac{(Z^2 e^2 / m)(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + (d^2 / m^2)\omega^2} \quad (b.73)$$

$$\alpha''_{e1} = \frac{(Z^2 e^2 / m^2)d\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2) + (d^2 / m^2)\omega^2} \quad (b.74)$$

onde $\alpha_{e1} = \alpha'_{e1} - j\alpha''_{e1}$

Para frequência bem abaixo do infravermelho tem-se (b.75) e (b.76).

$$\alpha'_{e1} \approx \frac{Z^2 e^2}{m} \quad (b.75)$$

$$\alpha''_{e1} \approx 0 \quad (b.76)$$

Ou no C.G.S,

$$\alpha'_{e1} \approx r^3$$

α'_{e1} deverá ser igual a polarização eletrônica encontrada na condição estática.

Polarização Orientacional. Os dois fatores que afetam o momento de dipolos permanentes são:

- O campo local E_L ;
- O movimento térmico, cujo efeito pode ser descrito em termos da colisão dos dipolos.

Essas colisões tendem a produzir uma orientação randômica do dipolo. Robert (1988) propõe que a variação da polarização dP , resulta da variação dn de dipolos tendo experimentado sua última colisão entre os tempo t_0 e $t_0 + dt$, calculado de acordo com a teoria de Langevin. Da teoria da colisão de partículas a variação dn é dada por:

$$dn = N_{or} \frac{1}{\tau} \exp(-\theta / \tau) d\theta \quad (b.77)$$

onde: N_{or} é o número de dipolos por unidade de volume,
 τ é o tempo de relaxação e que representa o tempo médio de duas colisões experimentado por um dipolo,
 θ é o intervalo de tempo.

Para o campo local dado por (b.68), a variação da polarização em um tempo t_0 e $t_0 + dt$ é dada por:

$$dP = \text{Re} \left\{ \frac{\mu_0^2 dn}{3K_b T} E_{L0} \exp(j\omega t_0) \right\} \quad (b.78)$$

A polarização em um tempo t , (b.80), resultando de todos os dipolos é obtido pela integração de (b.78) como função de t_0 , dado por (b.79), sobre todo intervalo de $-\infty$ a t .

$$t_0 = t - \theta \quad (b.79)$$

$$P = \text{Re} \left(\int_0^\infty \frac{p_m^2 dn}{3K_B T} E_{L0} \exp j\omega(t - \theta) \right) \quad (b.80)$$

De (b.80) e (b.77) tem-se:

$$P = \text{Re} \left\{ \frac{N_{or} \mu_0^2}{3K_b T} \frac{1}{1 + j\omega\tau} E_{L0} \exp(j\omega t_0) \right\} \quad (b.81)$$

A expressão (b.81) é a equação de Debye, levando - se em conta o microscópio, diferente do contínuo da seção anterior. De (b.81) tem-se as componentes complexas (b.82) e (b.83).

$$\alpha_o' = \frac{\mu_o^2}{3KT} \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad (b.82)$$

$$\alpha_o'' = \frac{\mu_o^2}{3KT} \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad (b.83)$$

onde $\alpha_o = \alpha_o' - j\alpha_o''$

A constante de relaxação é objeto de ligação do meio microscópio ao contínuo. Atualmente, a teoria mais aceita, segundo Robert (1988), é a da energia de ativação, que é o método da mecânica estatística aplicado a resposta global.

ABORDAGEM EMPÍRICA

Apesar de um crescimento de trabalho nesta área durante as últimas quatro décadas, a maioria dos resultados experimentais dinâmicos ainda não são explicados à luz dessas teorias. Autores desenvolveram equações empíricas ou semi-empíricas, onde procuram fazer correlações com aquelas relações teóricas ou fenomenológicas. É relevante o questionamento da qualidade de dados experimentais, tendo em vista a capacidade tecnológica da época.

Os três métodos mais tradicionais que tem sido utilizado para derivar formas para a função fenomenológica da distribuição do tempo de relaxação (RTDF) são os de Fuoss-Kirkood, Cole - Cole e Davidson - Cole . Estes métodos diferem somente naquela atenção inicial na freqüência, o tempo ou domínio do tempo de relaxação. Resultados obtidos em qualquer um destes métodos podem ser transformados no outro, Maconald (1962).

Diagrama e Equação de Cole - Cole.

Cole e Cole (1941) propuseram um diagrama baseado em um simples tempo de relaxação e um diagrama baseado em um espectro do tempo de relaxação, ou tempo de relaxação ponderada pela freqüência. O diagrama para um único tempo de relaxação, é um semicírculo, equação (b.84), decorrente da teoria de relaxação de Debye, através das equações 3.53 ou (3.54 e 3.55) do capítulo 3. O diagrama de Cole - Cole para um único tempo de relaxação, figura-b.2, é conseqüentemente uma representação gráfica do comportamento de materiais, como o brometo de isobutil, que obedecem ao comportamento proposto por Debye.

$$\left(\epsilon_1 - \frac{\epsilon_s + \epsilon_\infty}{2} \right)^2 + \epsilon_2^2 = \left(\frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{2} \right)^2 \quad (\text{b.84})$$

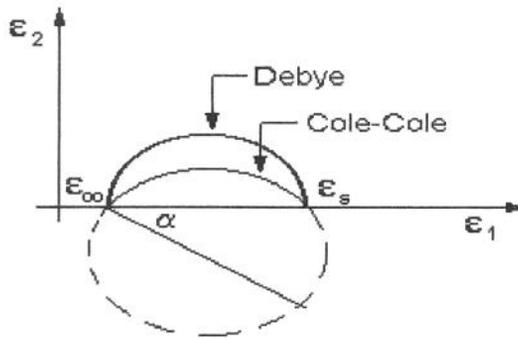


Figura -b.2. Diagrama de Cole - Cole representado pelo círculo inferior com o diâmetro fazendo um ângulo α com o eixo horizontal.

Cole e Cole encontraram um considerável número de amostras materiais como água, álcool etílico, brometo de i-octila, ardósia e óleo de transformador, que se situavam abaixo ou acima do semicírculo da equação (b.84), e propuseram uma generalização da equação de Debye para equação empírica (b.85).

$$\epsilon^* - \epsilon_\infty = \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + (i\omega \tau_0)^{1-a}} \quad (\text{b.85})$$

onde τ_0 é o mais provável tempo de relaxação e corresponde a frequência onde acontece o máximo das perdas.

Diagrama e Equação de Davison - Cole.

Davidson e Cole(1951) encontraram outra expressão empírica, equação (b.86), responsável pelo comportamento de substâncias, como brometo de alquila.

$$\epsilon^* - \epsilon_\infty = \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{(1 - i\omega \tau_0)^\beta} \quad (\text{b.86})$$

O Diagrama de Davidson - Cole, figura b.3, é semelhante ao de Cole - Cole, mas com uma não simetria, aplainado em um dos lados.

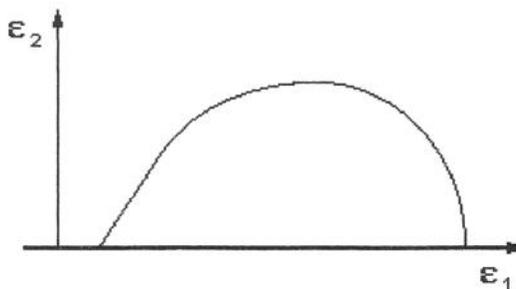


Figura b.3. Representação do Diagrama de Davidson - Cole.

Matsumoto (1962) estuda os haletos de alquilas nos modelos Cole - Cole e Davidson - Cole devidos estas substâncias representarem moléculas não rígidas e também por que elas não mostram nenhum grau de associação intermolecular no estado líquido. Sagal (1962) analisa a relaxação dielétrica de álcoois e diols, para estudar o comportamento de líquidos associados. Austin et al (1975), expande este estudo na área da bioquímica através da análise de determinadas proteínas.

Equação de Fuos - Kirkood.

Partindo da equação de Kirkood, segundo Smyth (1955), ao invés da equação de Debye, Fuos e Kirkood derivaram a equação (b.87) que tem sido aplicado aos sistemas binários, em especial aos polímeros.

$$\frac{(\varepsilon - 1)(2\varepsilon + 1)}{9\varepsilon} - \frac{(\varepsilon_\infty - 1)(2\varepsilon_\infty + 1)}{9\varepsilon_\infty} = \frac{P_2' c_2}{V} \quad (\text{b.87})$$

onde $P_2' = \frac{4\pi N\mu \bar{\mu}}{9kT}$, da relação de Kirkood.

$$V = \frac{c_1 M_1 + c_2 M_2}{d}, \text{ Fração molar volumétrica.}$$

Böttcher (1978), apresenta de outra forma a expressão de Fuos - Kirkood, dado pela equação (b.88).

$$\varepsilon''(\omega) = \varepsilon_m'' \operatorname{sech}(\alpha \ln(\omega\tau_0)) \quad (\text{b.88})$$

Onde $\varepsilon_m'' = \alpha(\varepsilon - \varepsilon_\infty) / 2$

Outras equações utilizadas são a Jonscher (1975), generalizada de Fuos-Kirkood, Williams e Watts (1970), generalizada de Debye, Matsumoto e Higasi (1962), generalizada de Fröhlick. Trabalhos foram feitos para mostrar que as equações deduzidas para o tempo de relaxação de Cole-Cole, Davidson-Cole e Kirkood, podem ser obtidas a partir do modelo da função distribuição, com uma escolha apropriada da função distribuição, apesar de não haver consenso no que diz respeito ao princípio físico. Macdonald (1985) e Matsumoto et al (1964), fazem um trabalho acerca desta função distribuição, com o segundo incluindo nesta, a ativação da energia térmica. Matsumoto explica a distribuição distribuição do brometo de alquila, como o limite inferior da relaxação ser devido a rotação do grupo final CH₂Br e o limite superior corresponde ao movimento da rotação da molécula como um todo.

Um comentário que passa na literatura, ainda de forma sutil, é acerca da qualidade dos dados em que muitas das análises são baseados. No atual momento tecnológico, deverá reforçar ou reformular equações propostas.

ELEMENTOS DA CONDUÇÃO ELÉTRICA

Na resposta dinâmica global, como pode ser vista no capítulo 3, as componentes da perda do dielétrico e da condutividade somam-se. A equação analítica dos componentes é um dos elementos fundamentais na determinação da participação de cada substância. As combinações de materiais para análise eletrônica são misturas de dielétricos, a solução molecular e a de eletrólitos em solventes. Os equacionamentos das duas primeiras combinações, misturas de dielétricos e da solução molecular, são estudadas pela polarização. A condução elétrica contribui para o estudo desta última, eletrólitos em solventes. Num sentido mais restrito, a eletroquímica passou a ser o estudo das soluções de eletrólitos e dos fenômenos que ocorrem nos eletrodos imersos nestas soluções, More (1988). Uma integração do estudo do dielétrico com o estudo do dielétrico é conveniente, como realiza Hasted (1973).

Braustein et Al (1971) analisa as fontes de capacitâncias nas medidas em ponte corrente alternada de soluções eletrolíticas e mostra que a principal capacitância está em série com o eletrólito, sendo proveniente da carga e da descarga da dupla camada elétrica na superfície dos eletrodos. Em estudo de escoamento, Coney (1973) e Andreussi (1988), propõe o uso de frequência acima de 100kHz para o eliminar o efeito da dupla camada na medida com sensores de condutividade.

Ao ser medido a condutividade, observou-se que esta obedece a lei de Ohm e a condutividade de solução de eletrólitos deverá sempre explicar o seguinte fato: O eletrólito está sempre pronto para conduzir eletricidade e esta capacidade não é algo produzida pelo campo elétrico aplicado, More (1988). A condutância de soluções de eletrólitos dependem da concentração de íons e da natureza dos íons, através de suas cargas e mobilidades, e o comportamento da condutância como função da concentração é diferente para eletrólitos fracos e fortes.

Em físico-química, a fim de levar em conta a concentração, é usual definir a condutividade molar como na equação (b.89). A condutividade k pode ser determinada pela lei de ohm, em função da geometria e da medida da condutância. O valor efetivo de uma célula é realizado pela medida da condutância e de uma solução padrão. A solução padrão usada para este propósito é a 0,02000 M de cloreto de potássio, Shoemaker (1989).

$$\Lambda = \frac{k}{c} \quad (\text{b.89})$$

onde: Λ é a condutividade molar,

k é a condutividade,
c é a concentração de eletrólito em mol/cm³.

Para um eletrólito forte, a fração ionizada é unitária em toda concentração, levando Λ a ser aproximadamente constante, variando em alguma extensão própria para mudanças com a variação de sua mobilidade com a concentração. O efeito da atração iônica reduz a mobilidade, e pode ser demonstrado a equação (b.90), Shoemaker (1989).

$$\Lambda = \Lambda_0 - k_c c^{1/2} \quad (b.90)$$

Onde Λ_0 = Condutância molar à concentração nula, ou diluição infinita.

A lei de Kohlrausch relaciona a condutância molar à concentração nula e seus componentes iônicos:

$$\Lambda_0 = \Lambda_0^+ + \Lambda_0^- \quad (b.91)$$

O valor extrapolado Λ_0 para eletrólitos fracos é impraticável de se determinar devido a variação rápida. É usual determinar Λ_0 para eletrólito fraco, aplicando a lei de Kohlrausch em soluções de eletrólitos fortes, como no exemplo abaixo à 298,15°K.

$$\begin{aligned} \Lambda_0(\text{HAc}) &= \Lambda_0(\text{NaAc}) + \Lambda_0(\text{HCl}) - \Lambda_0(\text{NaCl}) \\ &= 387,9 \text{ cm}^2/\Omega \text{ mol.} \end{aligned}$$

Tabela 1 - Condutâncias iônicas molares a diluição infinita, 298,15°K

Cátion	$10^4 \Lambda_0^+$ (m ² /Ω•mol)	Ânion	$10^4 \Lambda_0^-$ (m ² /Ω•mol)
H ⁺	349,82	OH ⁻	198,0
Li ⁺	38,69	Cl ⁻	76,34
Na ⁺	50,11	Br ⁻	78,4
K ⁺	73,52	I ⁻	76,8
NH ₄ ⁺	73,4	NO ₃ ⁻	71,44
Ag ⁺	61,92	CH ₃ COO ⁻	40,9
1/2 Ca ²⁺	59,50	ClO ₄ ⁻	68,0
1/2 Ba ²⁺	63,64	1/2 SO ₄ ²⁻	79,8
1/2 S ²⁺	59,46		
1/2 Mg ²⁺	53,06		
1/2 Li ³⁺	69,6		

Na Tabela 1 tem-se Λ_0 para vários eletrólitos, com o valor para eletrólito forte a partir de dados prolongados da equação (b.90) e para eletrólito fraco segundo o procedimento citado acima.

Arrhenius postulou que dissolvendo um eletrólito em solução aquosa levaria a uma dissociação eletrolítica e mesmo em temperatura ordinária, a conversão de uma apreciável fração do eletrólito para íons livres. Um equilíbrio entre moléculas não dissociadas e os íons que resultam da dissociação que sempre levam a um aumento do grau de dissociação para soluções mais diluídas. A tabela 2 ilustra a variação da condutividade molar com a concentração.

Tabela 2 - Condutância molar com a concentração em $\Lambda \times 10^{-7} *$

c	NaCl	KCl	HCl	NaAc	CuSO ₄	H ₂ SO ₄	HAc	NH ₄ OH
0,0000	12645	14986	42616	9100	26610	85920	39070	27140
0,0005	12450	14781	42274	8920		82620	6770	4700
0,0010	12374	14695	42136	8850	23040	79900	4920	3400
0,1000	11851	14127	41200	8376	16660	67280	1630	1130
1,0000	10674	12896	39132	7280	10100	50160		360
		11190	33280	4910	58600			

* Valor para c=0, extrapolado ou combinação de valores.

O grau de dissociação de um eletrólito pode ser calculado dos dados da condutividade. A suposição de um equilíbrio de dissociação implica que em diluições infinitas todos eletrólitos estão completamente dissociados. Uma comparação da condutância em alguma concentração finita com a condutância de diluição infinita dá uma medida da fração dissociada. O grau de dissociação, para o caso de equilíbrio é dado pela equação:

$$\alpha = \frac{\Lambda}{\Lambda_0} \quad (\text{b.92})$$

Utilizando o grau de dissociação na equação de equilíbrio químico, tem-se a equação de Ostwald, equação (b.93), para o equilíbrio químico, relacionado com a condutividade. Equação de Ostwald, funciona bem para eletrólito fraco, em solução diluídas. Para substâncias fracamente ionizada, Λ varia mais marcadamente com a concentração devido ao grau de ionização α variar fortemente com a concentração. A concentração iônica é pequena e o efeito da atração iônica na mobilidade é leve, portanto, pode-se assumir que a mobilidade é independente da concentração permitindo um bom uso da equação:

$$k_c = \frac{\Lambda^2 c}{\Lambda_0(\Lambda_0 - \Lambda)} \quad (\text{b.93})$$

O modelo acima levará ao modelo da condutividade no modelo de Billard. Da teoria de Arrhenius, tem-se o número de transporte, (b.94) e (b.95).

$$t_0^+ = \Lambda_0^+ / \Lambda_0 \quad (\text{b.94})$$

$$t_0^- = \Lambda_0^- / \Lambda_0 \quad (\text{b.95})$$

Para vários transportadores, tem-se a equação geral da condutividade, como no modelo de Billard, (b.96). A tabela 3 mostra a mobilidade de vários íons em solução aquosa.

$$k = \sum C_i |z_i| u_i \quad (\text{b.96})$$

onde: C_i é Número de transportadores de cada espécie i ,
 u_i é mobilidade de cada espécie.

Tabela 3 -Mobilidade de íons em soluções aquosas a 298.15 K

Cátion	(m ² /s·V)	Ânion	(m ² /s·V)
H ⁺	36,30 x 10 ⁻⁸	OH ⁻	20,52 x 10 ⁻⁸
Li ⁺	4,01 x 10 ⁻⁸	Cl ⁻	7,91 x 10 ⁻⁸
Na ⁺	5,19 x 10 ⁻⁸	HCO ₃ ⁻	4,61 x 10 ⁻⁸
K ⁺	7,62 x 10 ⁻⁸	SO ₄ ²⁻	8,27 x 10 ⁻⁸
Ba ²⁺	6,59 x 10 ⁻⁸	NO ₃ ⁻	7,40 x 10 ⁻⁸

A constante de equilíbrio K_c da equação (b.93) usando o valor de α dado em (b.92) difere da verdadeira constante de equilíbrio K_a devido a omissão da atividade do solvente com o íon e da força iônica de interação do íon com o íon. Levando em conta a atividade, a equação verdadeira de equilíbrio será dada por:

$$k_a = k_c \gamma_{\pm}^2 \quad (\text{b.97})$$

onde γ_{\pm} = Coeficiente de atividade.

De acordo com a teoria de Debye-Hückel, o coeficiente de atividade média em baixa e moderada concentração iônica é dada por (b.98), Atkins (1986).

$$\log \gamma_{\pm} = -|z_{+} z_{-}| \frac{A\sqrt{I}}{1 + B\sqrt{I}} \quad (\text{b.98})$$

onde I = força iônica.

A força iônica é definida por:

$$I = \frac{1}{2} \sum_i m_i z_i^2 \quad (\text{b.99})$$

onde m_i = Concentração das espécies iônicas i em moles por kg do solvente, molalidade.

z_i = Carga do íon i , em unidades de carga do elétron, e a soma tomada em todas as espécies presente na solução.

Para soluções aquosa diluídas a 25 °C, a quantidade A tem o valor de 0,509kg^{1/2} e B é próximo da unidade para muitos sais, Shoemaker (1989). Mais ainda, a diferença entre molalidade e molaridade em soluções diluída é suficientemente pequena que pode aproximar m_i pela concentração c_i em mol/L.

O fenômeno da dupla camada

Mecanismo para ações nas interfaces eletródicas, reconhecem a barreira de potencial para passagem da corrente elétrica, de resultados empíricos. Em um eletrodo imerso em uma solução bem agitada, uma camada estacionária eletrolítica de cerca de 0,1 a 0,01mm de espessura existe ao longo do eletrodo. O conhecimento destes mecanismos é útil para melhor determinação da condutividade e polarização da amostra. Vários modelos da dupla camada que ocorre em uma interface eletrodo-eletrólito tem sido proposto.

O modelo mais antigo da dupla camada foi apresentado por Helmholtz, e consistia de uma camada de íons em uma superfície sólida e uma carga oposta de íons mantida rigidamente na solução, More, 1988. Este modelo é essencialmente semelhante ao do capacitor e o equacionamento, portanto com equacionamento dado por:

$$\Delta\phi = \frac{\lambda Q}{\epsilon_0 \epsilon A} \quad (\text{b.100})$$

Onde λ = distância entre as placas,
 A = Área das placas

O modelo de Goüy (1910) e Chapman (1913) prevê uma camada difusa com uma distribuição estatística dos íons. Para este caso, a solução corresponde a solução de Poisson-Boltzman, na direção do afastamento x da placa:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon} \sum z_i n_i^0 \exp\left(-\frac{z_i e\phi}{kT}\right) \quad (\text{b.101})$$

Onde n_i^0 = Concentração de íons de espécie i ,
 x = Distância da placa.

Uma solução baseado em Devereux (1963) é dado por:

$$e^{y/2} = \frac{e^{w/2} + 1 + (e^{w/2} - 1)e^{-\xi}}{e^{w/2} + 1 - (e^{w/2} - 1)e^{-\xi}} \quad (\text{b.102})$$

onde $y = \frac{ze\phi}{kT}$,
 $w = \frac{ze\phi_0}{kT}$,
 $k^2 = \frac{2n^0 z^2 e^2}{\varepsilon_0\varepsilon kT}$,
 $\xi = kx$.

Uma medida da espessura da dupla camada é dada por $1/k$. Os valores computados a 25 °C para diferente concentração e valências são dadas na tabela 4.

Tabela 4 - Espessura da dupla camada.

c (mol/dm ³)	z=1 (k ⁻¹ cm)	z=2 (k ⁻¹ cm)
10 ⁻⁵	10 ⁻⁵	0,5x10 ⁻⁵
10 ⁻³	10 ⁻⁶	0,5x10 ⁻⁶
10 ⁻¹	10 ⁻⁷	0,5x10 ⁻⁷

O estudo da dupla camada é fundamental nas misturas coloidais, onde observamos seus efeitos com a freqüências em leite de mamíferos e solução de leite de magnésio.

No início do século, Gibbs (1906) apontava a impossibilidade de determinar a energia puramente eletrostática, sem separar da energia química, de uma carga puntiforme ao se deslocar entre as interfaces de fases diferentes pelo modelo da distribuição de cargas. Através da medida da polarização consegue se cada vez maior a seletividade dos componentes e de sua forma em uma mistura, contribuindo para tanto, as medidas de rápidos processos de relaxação e das medidas das partes real e imaginária da permissividade complexa e permissividade complexa generalizada.

APÊNDICE C

UM PROBLEMA GERAL DA ELETROSTÁTICA ÚTIL PARA DETERMINAÇÃO DO MOMENTO DE DIPOLO E DA CONSTANTE DIELÉTRICA

Apresenta-se um problema geral da eletrostática cujo resultados podem ser bastantes utilizados no desenvolvimento da determinação da constante dielétrica e polarização. Consiste de uma amostra de um dielétrico homogêneo infinito com constante dielétrica estática ϵ_1 , contendo uma região esférica de raio "a" e constante dielétrica ϵ_2 . Calcular os campos devido as seguintes fontes:

1. Fonte externa, levando a um campo constante E_∞ , na direção z, à grande distância da esfera.
2. Um ponto dipolo, na direção z, no centro da esfera.
3. Um dipolo estendido M, na direção z, dentro de uma esfera de raio "a", homogeneamente polarizada:

$$M = \frac{4\pi}{3} a^3 P_c \quad (c.1)$$

onde: P_c é a polarização.

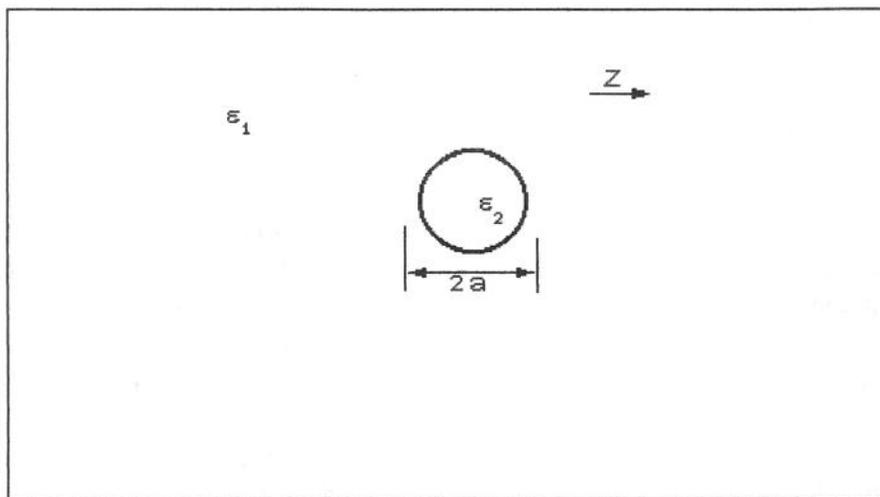


Figura C.1. Amostra de um material para um problema geral da eletrostática

O potencial eletrostático para qualquer amostra é dado por:

$$E = - \nabla \phi \quad (c.2)$$

Para o problema proposto, o potencial satisfaz a equação de Laplace:

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (c.3)$$

As condições de fronteira para cada situação é dada por:

$$\text{caso 1) } E = E_{\infty}, \rightarrow \phi = - E_{\infty} r \cos \theta \text{ se } r \gg a \quad (c.4)$$

$$\text{Pois: } E_z = - \nabla \phi = - \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \theta} = E_{\infty}$$

$$\text{caso 2) } \phi = \frac{\mu}{\epsilon_2} \frac{\cos \theta}{r^2}, \text{ se } r \rightarrow 0 \quad (c.5)$$

Pois, do cálculo do gradiente do campo elétrico de um dipolo pontual, tem-se as respostas segundo Bottcher (1973) e Reitz et al (1982):

$$\phi(r) = \frac{\mu}{r^2} \cos \theta \quad (c.6)$$

$$\phi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}{r^3}$$

$$\text{Caso 3) } D = \epsilon_2 E + 4\pi P_c, \text{ se } r < a \quad (c'.6)$$

$$D = \epsilon_1 E, \text{ se } r > a \quad (c.7)$$

onde r é a distância do centro da esfera e θ ângulo entre r e o eixo z .

Em todos três casos a componente normal de D e a componente tangencial de E precisam ser contínuas em $r = a$.

Os cálculos são simplificados tratando todos os casos juntos porque todos levam a mesma dependência angular de ϕ . Na teoria geral ϕ é desenvolvida em série de esferas harmônicas. Possuindo suas próprias três condições, e para as três condições de fronteira, somente termos proporcionais a $\cos \theta$ aparecerão. Por esta dependência angular a solução geral de (c.3) será dada por:

$$\phi = - \left(\frac{A}{r^2} + Br \right) \cos \theta$$

As constantes arbitrárias A e B terão valores diferentes fora (A1, B1) e dentro (A2, B2) da esfera e serão determinados das condições de fronteira.

De (c.4) tem-se $B_2 = E_\infty$, daí:

$$\phi = - \left(\frac{A_1}{r^2} + E_\infty r \right) \cos \theta, \text{ se } r > a \quad (\text{c.8})$$

De (c.5) tem-se $-A_1 = \frac{\mu}{\epsilon_2}$, (c.9).

$$\phi = \left(\frac{\mu}{\epsilon_2 r^2} - B_2 r \right) \cos \theta, \text{ } r < a \quad (\text{c.9})$$

De acordo com as condições de fronteira:

$$E_\theta = - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}$$

Da continuidade em $r = a$, tem-se (c.10).

$$\frac{A_1}{a^3} + E_\infty = - \frac{\mu}{\epsilon_2 a^3} + B_2 \quad (\text{c.10})$$

Analogamente, usando (c.6) e (c.7), continuidade de $D_r = D \cos \theta$ em $r = a$, tem-se:

$$-2 \epsilon_1 \frac{A_1}{a^3} + \epsilon_1 E_\infty = \frac{2\mu}{\epsilon_2 a^3} + \epsilon_2 B_2 + 4\pi P_c \quad (\text{c.11})$$

De (c.10) e (c.11) tem-se (c.12) e (c.13).

$$\frac{A_1}{a^3} = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{2\epsilon_1 + \epsilon_2} E_\infty - \frac{3}{2\epsilon_1 + \epsilon_2} \frac{\mu}{a^3} - \frac{4\pi P_c}{2\epsilon_1 + \epsilon_2} \quad (\text{c.12})$$

$$B_2 = \frac{3\epsilon_1}{2\epsilon_1 + \epsilon_2} E_\infty + \frac{2}{\epsilon_2} \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{2\epsilon_1 + \epsilon_2} \frac{\mu}{a^3} - \frac{4\pi P_c}{2\epsilon_1 + \epsilon_2} \quad (\text{c.13})$$

Inserindo (c.12) e (c.13) em (c.8) e (c.9) tem-se a solução geral do problema. Ao invés de uma forma geral faz-se a análise de cada um dos casos.

Caso (1): Nenhuma fonte interna, $\mu = 0$ e $P_c = 0$. Neste caso o campo dentro da esfera é igual a B2 e será denotado como campo de cavidade G' . Portanto de (c.13) e (c.2) tem-se (c.14), o campo dentro da esfera.

$$G' = \frac{3\varepsilon_1}{2\varepsilon_1 + \varepsilon_2} E_\infty \quad (c.14)$$

Se a esfera é vazia, $\varepsilon_2 = 1$, tem-se (c.15).

$$G'(\varepsilon_2 = 1) = G = \frac{3\varepsilon_1}{2\varepsilon_1 + 1} E_\infty \quad (c.15)$$

Se a esfera está no vácuo, $\varepsilon_1 = 1$, o campo dentro será (c.16).

$$G'(\varepsilon_1 = 1) = \frac{3}{2 + \varepsilon_2} E_\infty \quad (c.16)$$

O campo fora da esfera de acordo com (c.8) é composto do campo E_∞ no infinito e o campo dipolar com potencial. De (c.12) e (c.8) tem-se (c.17), o campo fora da esfera.

$$\phi_f = - \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \frac{a^3}{r^2} + r \right) E_\infty \cos\theta \quad (c.17)$$

Caso (2). Ponto de dipolo, sem campo externo, $E_\infty = 0$, e sem polarização distribuída, $P_c = 0$. Neste caso, de acordo com (c.9) e (c.2), B2 representa o desvio do campo dentro da esfera de um campo puramente dipolar, isto é, B2 é o campo de reação R' agindo sobre μ . De (c.13) tem-se (c.18).

$$R' = \frac{2}{\varepsilon_2} \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \frac{\mu}{a^3} \quad (c.18)$$

Particularmente, se $\varepsilon_2 = 1$, então o campo de reação será denotado por R:

$$R = g\mu \quad (c.19)$$

onde $g = \frac{\varepsilon_1 - 1}{2\varepsilon_1 + 1} \frac{2}{a^3}$

Fora da esfera temos um campo dipolar com potencial dado por:

$$\phi = - \frac{A_1 \cos \theta}{r^2} = \frac{3}{2\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \frac{\mu \cos \theta}{r^2} \quad (\text{c.20})$$

Caso (3). Esfera polarizada homoganeamente, sem campo externo, $E_\infty = 0$ e $\mu = 0$. Considere primeiro a esfera no vácuo, isto é, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$. Então B2 representa o auto campo dentro da esfera dado por (c.21) de (c.13) e (c.1).

$$E_s = - \frac{4\pi}{3} P_c = - \frac{M}{a^3} \quad (\text{c.21})$$

Agora, envolvendo esta esfera com meio dielétrico ε_1 . Então o aumento do campo dentro da esfera, B2 - E_s , é o campo de reação R, (c.22).

$$\begin{aligned} R &= - \frac{4\pi P_c}{2\varepsilon_1 + 1} + \frac{4\pi}{3} P_c = \frac{2(\varepsilon_1 - 1)}{2\varepsilon_1 + 1} \frac{4\pi}{3} P_c \\ &= \frac{2(\varepsilon_1 - 1)}{2\varepsilon_1 + 1} \frac{M}{a^3} \end{aligned} \quad (\text{c.22})$$

Se a esfera contem um ponto de dipolo μ envolvido por um uma esfera homoganeamente polarizada com momento M, então seu campo de reação é dado por:

$$R = \frac{2}{a^3} \frac{\varepsilon_1 - 1}{2\varepsilon_1 + 1} (M + \mu) = g(\mu + M) \quad (\text{c.23})$$

onde g é definido em (c.19);

$\mu + M$ é o momento de dipolo total da esfera.

Para região fora da esfera, também caso 2 torna-se caso 3 se μ é recolocado por M. Isto se mantém, mesmo se $\varepsilon_2 \neq 1$. Portanto, até no campo na região exterior da esfera, caso 2 e 3 levam aos mesmos resultados.

APÊNDICE D

PARÂMETROS DOS DIELÉTRICOS

Apresenta-se algumas tabelas dos parâmetros dielétricos de um grupo de substâncias entre as quais estão as substâncias que foram utilizados no estudo da análise eletrônica neste trabalho. Foram obtidas de Hippel (1961), a partir de medidas dos Laboratório do M.I.T., Mallinckrodt, U. S. Industrial Chemical, Eastman Kodak. As terminologia referidas nas tabelas são:

ϵ'/ϵ_0 , Constante dielétrica ou permissividade relativa ou vagamente na literatura também por K, χ , ϵ , D. C.

$\text{tg}\delta$, Tangente do ângulo de perda ou fator de dissipação, designado na literatura também por D. F, I/Q e quando as partes são fracas por $\cos\theta$ (fator de potência).

ρ , resistividade em sinal alternada em ohm - cm.

O fator de perdas dielétrica designado por $\text{tg}\delta$ ou vagamente ϵ''/ϵ_0 é o produto da tangente do ângulo de perda por ϵ'/ϵ_0 . A resistividade em corrente alternada é dada por:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{j(\epsilon' / \epsilon_0) \text{tg}\delta}{1,8 \times 10^{12}} \text{ [ohm - cm] f em Hz}$$

Os valores nas Tabelas de $\text{tg}\delta$ são múltiplos de 10^4 , com a freqüência em Hz e freqüência em Hz.

Tabela 1 - Vidro*, **

T° C		1×10^5	1×10^6	1×10^7	1×10^8	3×10^8	3×10^9	1×10^{10}
25	ϵ' / ϵ_0	4,05	4,05	4,05	4,05	-----	4,05	4,05
	$\text{tg}\delta$	4,4	5,8	7,0	8,0	-----	10,6	15,5

* 73,2% SiO₂, 24,8%B₂O₃

** Uma variedade de vidros é dado. É significativo aqui, o efeito do ângulo de perda em função da freqüência.

Tabela 2 - Água

T ° C		1×10^5	1×10^6	1×10^7	1×10^8	3×10^8	3×10^9	1×10^{10}
1,5	ϵ' / ϵ_0	87,0	87,0	87	87	86,5	80,5	38
	$\text{tg} \delta$	1900	190	20	70	320	3100	10300
5	ϵ' / ϵ_0	-----	85,5	-----	-----	85,2	80,2	41
	$\text{tg} \delta$	-----	220	-----	-----	273	2750	9500
15	ϵ' / ϵ_0	-----	81,7	-----	-----	81,0	78,8	49
	$\text{tg} \delta$	-----	310	-----	-----	210	2050	7000
25	ϵ' / ϵ_0	78,2	78,2	78,2	78	77,5	76,7	55
	$\text{tg} \delta$	4000	400	46	50	160	1570	5400
35	ϵ' / ϵ_0	-----	74,8	-----	-----	74,0	74,0	58
	$\text{tg} \delta$	-----	485	-----	-----	125	1270	4400
45	ϵ' / ϵ_0	-----	71,5	-----	-----	71,0	70,7	59
	$\text{tg} \delta$	-----	590	-----	-----	105	1060	4000
55	ϵ' / ϵ_0	-----	68,2	-----	-----	68	67,5	60
	$\text{tg} \delta$	-----	720	-----	-----	92	890	3600
65	ϵ' / ϵ_0	-----	64,8	-----	-----	64,5	64,0	59
	$\text{tg} \delta$	-----	865	-----	-----	84	765	3200
75	ϵ' / ϵ_0	-----	61,5	-----	-----	61	60,5	57
	$\text{tg} \delta$	-----	1030	-----	-----	77	660	2800
85	ϵ' / ϵ_0	58	58	58	58	57	56,5	54
	$\text{tg} \delta$	12400	1240	125	30	73	547	2600

Tabela 3 - Solução aquosa de NaCl.

molar	T ° C		1×10^5	1×10^6	1×10^8	3×10^8	3×10^9	1×10^{10}
0,1	25	ϵ' / ϵ_0	78,2	-----	-----	76	75,5	54
		$\text{tg} \delta$	24*	-----	-----	78000	2400	5600
0,3	25	ϵ' / ϵ_0	78,2	-----	-----	71	69,3	52
		$\text{tg} \delta$	63*	-----	-----	24**	4350	6050
0,5	25	ϵ' / ϵ_0	78,2	-----	-----	69	67,0	51
		$\text{tg} \delta$	99*	-----	-----	39**	6250	6300
0,7	25	ϵ' / ϵ_0	78,2	-----	-----	-----	-----	50
		$\text{tg} \delta$	130*	-----	-----	-----	-----	6600

* x 1000.000

** x 1000

Tabela 4 - Álcoois

	T °C		1×10^2	1×10^4	1×10^7	1×10^8	3×10^8	3×10^9	1×10^{10}
Metílico	25	ϵ' / ϵ_0	----	31	31,0	31,0	30,9	23,9	8,9
		$\text{tg} \delta$	----	2*	260	380	800	6400	8100
Etílico	25	ϵ' / ϵ_0	----	24,5	24,1	23,7	22,3	6,5	1,7
		$\text{tg} \delta$	----	900	330	620	2700	2500	680
N-propílico	25	ϵ' / ϵ_0	----	20,1	20,1	19,0	16,0	3,7	2,3
		$\text{tg} \delta$	----	180	170	2*	4200	6700	900
N-butílico	25	ϵ' / ϵ_0	17,4	17,4	17,4	14,8	11,5	3,5	
		$\text{tg} \delta$	1*	95	240	2700	5500	4700	

*X1000

Tabela 5 - Outros*

	T °C		1×10^2	1×10^4	1×10^5	1×10^6	1×10^7	1×10^8	3×10^8	3×10^9	1×10^{10}
1*	25	ϵ' / ϵ_0	1,971	1,971	----	----	----	----	1,97	1,97	1,97
		$\text{tg} \delta$	<3	<0,4	----	----	----	----	<2,5	1	16
2*	25	ϵ' / ϵ_0	----	42	41	41	41	41	39	12	7
		$\text{tg} \delta$	----	30*	3*	300	80	450	1600	10*	7800
3*	25	ϵ' / ϵ_0	2,17	2,17	2,17	2,17	2,17	2,17	2,17	2,17	2,17
		$\text{tg} \delta$	60	0,4	<0,4	<0,4	<2	<2	<1	4	16
4*	25	ϵ' / ϵ_0	2,28	2,28	2,28	2,28	2,28	----	----	2,28	2,28
		$\text{tg} \delta$	15	0,7	1	2	2	----	----	10	

1* = Heptano, 2* = Etileno Glicol, 3* = Tetracloreto de Carbono

4* = Tetracloroetileno

APÊNDICE E

AÇÃO ELETROQUÍMICA

O assunto deste apêndice serve para procedimentos experimentais a serem levados em conta nos desenvolvimentos de protótipos e para minimizar efeitos causados por ação eletroquímica. Estes cuidados atuarão na prevenção de ruídos advindos de fenômenos galvânico ou eletroquímico, da deterioração com o tempo do sensor e de cuidados na observação de efeito da dupla camada. Estas notas são baseadas principalmente em Ott (1976).

AÇÃO GALVÂNICA

Se materiais metálicos diferentes são utilizados no caminho de um sinal de baixo nível de amplitude, uma voltagem de ruído pode acontecer devido a ação galvânica entre os dois metais. A presença de vapor de água em conjunção com os dois metais produzem uma célula eletroquímica. A voltagem desenvolvida depende dos dois metais usados e é relacionado com sua posição na série galvânica da tabela 1. Quanto mais afastado os metais nesta tabela, maior a voltagem desenvolvida. Se os metais são os mesmos, nenhuma diferença de potencial deverá ocorrer.

Em adição a produção da voltagem de ruído, o uso de materiais diferentes podem produzir um problema de corrosão. Corrosão galvânica causa a transferência de íons positivos de um metal de um metal para outro. A taxa de corrosão depende do conteúdo da umidade do ambiente e do afastamento dos metais na série galvânica. Uma indesejável, más comum combinação de metais é cobre e alumínio.

Quatros elementos são necessários antes que a ação galvânica ocorra:

1. Material Anódico (posição mais alta na tabela)
2. Eletrólito (usualmente presente como umidade)
3. Material Catódico (posição baixa na tabela)
4. Existência de condução elétrica entre o anodo e catodo (usualmente presente em corrente de fuga)

Ação galvânica pode ocorrer mesmo se a umidade não está presente entre o anodo e catodo. Para tanto, é necessário que alguma umidade entre na superfície entre onde os dois metais venham a se juntar.

Como pode ser visto na tabela 1, os metais das séries galvânicas são divididos em cinco grupos. Quando materiais dissimilares precisam ser combinados, é desejável que os materiais sejam do mesmo grupo.

AÇÃO ELETROLÍTICA

Um segundo tipo de corrosão é devido a ação eletrolítica. É causado por uma corrente contínua fluindo entre dois metais com um eletrólito (que seriam levemente ácidos em um ambiente úmido) entre eles. Este tipo de corrosão não depende dos dois metais usados e ocorrerão mesmos se ambos são do mesmo tipo. A taxa de corrosão depende da amplitude da corrente e da condutividade do eletrólito.

Tabela 1 - Séries galvânicas

TERMINAIS ANÓDICOS (Mais suscetíveis a corrosão)

Grupo I	Magnésio	Grupo IV	Níquel
			Latão
Grupo II	Zinco		Cobre
	Aço galvanizado		Bronze
	Alumínio 2S		Solda prata
	Cádmio		liga cobre-níquel
	Alumínio 17ST		"Monel"
			Aço Galvanizado (passivo)
Grupo III	Aço		
	Ferro	Grupo V	Prata
	Chumbo		Grafite
	Estanho		Ouro
	Solda de chumbo e estanho		Platina
	Aço Galvanizado (ativo)		

TERMINAIS ANÓDICOS (menos suscetíveis a corrosão)

APÊNDICE F

IMAGEM TOMOGRÁFICA

Este apêndice trata do desenvolvimento da imagem tomográfica através de um artigo proposto para publicação na revista da ABCM.

Two-Phase Flow Imaging by Electrical Capacitance Tomography: Numerical Simulation for Image Reconstruction Algorithm Development

Luiz Felipe M. Moura - DETF/FEM-UNICAMP

Francisco Antonio Belo - CT/UFPB

Abstract

This paper describes a capacitance system for tomographic imaging of two-components flow based on finite elements model. A linear back projection algorithm is developed to reconstruct the cross-sectional image of two-component flow from the capacitance values. Some reconstructed (stratified, annular and droplet) flow images obtained using the algorithm are given. Emphasis is made on the development of the backprojection reconstruction algorithm and filtering. Limitation and possible future improvements of the system are discussed.

1. Introduction

The problem of determining the effective transport of multiphase media (given the phase properties and volume fractions) has a long history, attracting the attention of such luminaries of science as Maxwell (1873), Rayleigh (1892), Einstein (1906) and Landau (1960). There are no exact analytical predictions of the effective properties of random multiphase systems for arbitrary phase properties and volume fractions, even for the simplest class of problem, Kin (1990). Description of interfacial structure and evolution, as well as gradient which control transfer of mass, moment, and energy at these phase boundaries is the single most important key element and the challenge for the future of two-phase flow analysis. Light scattering, chemical, photographic, ultrasonic, and interfacial velocity measurement methods have been proposed and/or utilized to obtain interfacial area density. The above cited methods are limited and answer part of the problem. Measurement of interfacial velocities itself is extremely difficult in all but simple, low-speed systems and has not been utilized for direct determination of interfacial area density, Lin et al (1991). Tomography technical applied to multiphase flow present to answer the above cited problems. The opportunities for use of industrial application of this technical is discussed by Dickin et al (1992), Huang et al (1992) and Mckee et al (1993).

The tomography is normally knowledge by radiologic technique for obtaining clear x-ray images of deep internal structures by focusing on a specific plane with the body. The tomography by x-ray was developed by Godfrey Hounsfield of Great Britain and Allen Cormack of the United States during the early 1970s, Britain Encyclopedia (1986). Barber et al (1983) and Seager et al (1987) presented a method of producing a tomographic image using electrical resistivity, which could have application in medical diagnosis. Also using electrical resistivity, the research in the development of electrical impedance computed tomography has been undertaken in geological area, Dynes et al (1981). In the traditional computed tomography reconstruction, the probes are high-energy X-rays with straight ray paths independent of the medium being probed. In contrast, the currents paths and equipotential surfaces of electrical impedance tomography are function of unknown resistivity distribution, Yorkey et al (1987).

At the studies involving tomography applied to multiphase flow, MacCuaig et al (1985) used gamma-ray beams to probe laboratory-scale fluidized beds to obtain three-dimensional density maps. The application of x-ray computed tomography techniques of medicine to fluidized bed density imaging by Banholzer et al (1987) and to multiphase flow by Vinegar et al (1986). Hussein et al (1986) applied neutron tomography of two-phase flow. Plaskowski et al (1987) described the application of ultrasound to multiphase imaging flow. Process engineering studies involving impedance tomography include capacitive transducers imaging of oil-gas flows, Huang et al (1991), fluidized beds, Fasching et al (1991), and capacitive and resistive imaging of dense-phase pneumatic conveying, Mckee (1993). These were in accordance with Garaets et al (1988) that show the capacitive electric transducer gain advantage over conductive electric transducer.

The tomography methods above described are serial process hardware. The parallel measurements channels mean that each channel will have its own demodulator. The parallel system offers the possibility of a faster data capture, better imaging resolution and sensitivity due to the better signal to noise relation and more high frequency response. These, principally the sensitivity last are very important to quality, Huang et al (1992) and Fasching et al (1991). Maybe the first parallel tomography system is presented by Belo (1995).

The forward problem, the determination of the electric field (given the phase distribution) it's a problem that doesn't present more difficulty, Belo (1995) and Bastos (1989). A solution of the inverse problem is the development of linear reconstruction algorithm, Herman (1979). The variation of the backprojection algorithm from Herman was also used to impedance tomography methods. The great problem of the reconstruction of imaging of the impedance tomography is the field sensitivity distribution depends on the distribution of the phase. Also, depends on type material, Belo (1995). This can be improved by threshold filter, Huang (1992) or by calibration, Fasching et al (1991).

The impedance tomography based on electric conductivity is well very studied. Yorkey et al (1987) examined several other methods including the perturbation method used by Kim et al (1983), the equipotential lines methods used by Barber et al (1983), Barber et al (1985) and the variational method developed by Kohn et al (1987). These works can contribute to impedance tomography based on electric capacitance. The Increase of

frequency by parallel process tomography and experimental studies due the characteristic from material, Belo (1995) will improve the quality from capacitive tomography.

2. Finite Element Model

In this work, the capacitance between different electrode pairs are obtained numerically by using a two-dimensional finite element model. The electrostatic field problem can be represented by Laplace's equation:

$$\nabla \cdot [\varepsilon_0 \varepsilon(x, y) \nabla \phi(x, y)] = 0 \quad (1)$$

and the boundary conditions imposed by the measurement technique, when the electrode i is the source electrode ($i=1,8$), are:

$$\psi_i = \begin{cases} V_c(x, y) \in \Gamma_i \\ 0 \quad (x, y) \notin \Gamma_i \end{cases} \quad (2)$$

where $\phi(x, y)$ and $\varepsilon(x, y)$ are, respectively, the two-dimensional electrostatic potential and the dielectric constant distributions, and ε_0 the free-space permittivity. Γ_i represent the spatial locations of the 8 electrodes around the external surface of the glass pipe (Figure 1).

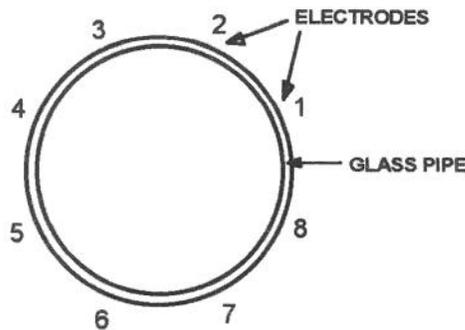


Figure 1 - Schematic representation of a 8-electrode capacitive sensor

The forward problem is to determinate the 28 capacitance measurements for a known distribution of the dielectric constant, that is the distribution of the gas ($\epsilon_g = 1$) and the liquid ($\epsilon_l = 80$) components. To achieve this, equation (1) must be solved to obtain the potential distribution $\phi(x,y)$. Since the flow distribution $\epsilon(x,y)$ is , in general, very irregular, there in no analytical solution to equation (1). Therefore a numerical method based on the finite element method (FEM) is used in this work.

To obtain a finite element solution, the region shown in figure 1 is divided in into P (P=968) three-nodes triangular elements corresponding to Q (Q=529) nodes. The finite element mesh is shown in figure 2. After solving node potentials, the capacitance between the electrode pair $i-j$ can be calculated by performing the following line-integration numerically:

$$C_{i,j} = \frac{\epsilon_0}{V_c} \int_{(x,y) \in \Gamma_j} \epsilon(x,y) \nabla \phi_i(x,y) \cdot d\Gamma_j \quad (3)$$

where $\phi_i(x,y)$ is the potential distribution when electrode i is the source electrode.

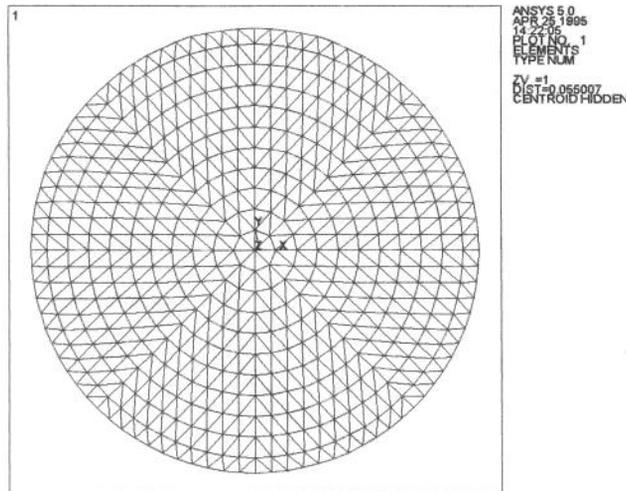


Figure 2 - Finite element mesh of the capacitance sensor

3. Capacitance Sensitivity Distribution

The finite element model described above was used to calculate the capacitance sensitivity distribution needed by the image reconstruction algorithm (figure 3). The input data for the finite element calculations are summarised in table 1.

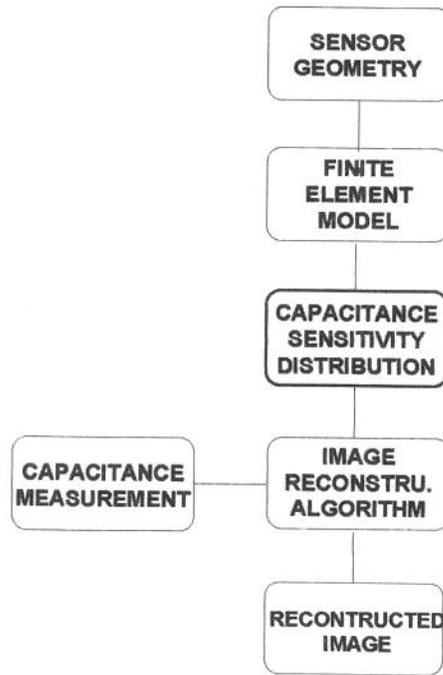


Figure 3 - Flow chart of the electrical capacitance tomography system

Table 1 - Input data for the finite element calculations

DATA	DESCRIPTION	VALUE
R1	inner pipe radius	46.5 mm
R2	outer pipe radius	50.0 mm
θ	electrode angle	45°
ϵ_g	gas dielectric constant	1
ϵ_l	liquid dielectric constant	80
ϵ_p	pipe dielectric constant	4

The capacitance sensitivity distribution of electrode pair i - j is defined as:

$$S_{i,j}(k) = \frac{\mu(k)[C_{i,j}(k) - C_{i,j}^g]}{C_{i,j}^l - C_{i,j}^g} \quad (4)$$

where $C_{i,j}(k)$ is the capacitance when the k th in-pipe element (the element inside the inner radius) has the dielectric constant of the liquid and the rest of the in-pipe elements all have the dielectric constant of the gas (in our model, there are 800 in-pipe elements), $C_{i,j}^l$ and $C_{i,j}^g$ are, respectively, the capacitance when the pipe is filled with gas and with liquid, and $\mu(k)$ is a correction factor related to the area of the k th in-pipe element.

Owing to the propriety of symmetry, only 4 out of 28 capacitance sensitivity distributions need calculating. They are $S_{1,2}$ (sensitivity distribution of an adjacent electrode-pair), $S_{1,3}$ (that of an electrode-pair separated by one electrode), $S_{1,4}$ (that of an electrode-pair separated by two electrodes), and $S_{1,5}$ (that of a diagonally separated electrode-pair). This can significantly reduce computation time, since the rest of the 24 sensitivity distributions can be obtained by simple rotation transformation (the centre of the pipe is the centre of rotation):

$$S_{m,n} = R(S_{i,j}; \gamma) \quad (5)$$

where $R\{\cdot\}$ is an operator representing rotation transformation and may be interpreted as that $S_{m,n}$ is obtained by rotation $S_{i,j}$ anticlockwise by γ degrees. Table 2 gives a full list of the relationship associated with equation (5).

Table 2 - List of the other 24 sensitivity distributions versus the 4 typical ones and the corresponding rotation angle

$S_{i,j}$	45^0	90^0	135^0	180^0	225^0	270^0	315^0
$S_{1,2}$	$S_{2,3}$	$S_{3,4}$	$S_{4,5}$	$S_{5,6}$	$S_{6,7}$	$S_{7,8}$	$S_{1,8}$
$S_{1,3}$	$S_{2,4}$	$S_{3,5}$	$S_{4,6}$	$S_{5,7}$	$S_{6,8}$	$S_{1,7}$	$S_{2,8}$
$S_{1,4}$	$S_{2,5}$	$S_{3,6}$	$S_{4,7}$	$S_{5,8}$	$S_{1,6}$	$S_{2,7}$	$S_{3,8}$
$S_{1,5}$	$S_{2,6}$	$S_{3,7}$	$S_{4,8}$				

The typical four sensitivity distribution $S_{1,2}$ to $S_{1,5}$ are show in the figure 4. It can be observed that the capacitance sensitivity is higher near the pipe wall than in the middle of the pipe, and in some areas the sensitivity exhibits positive response, otherwise it is negative or zero.

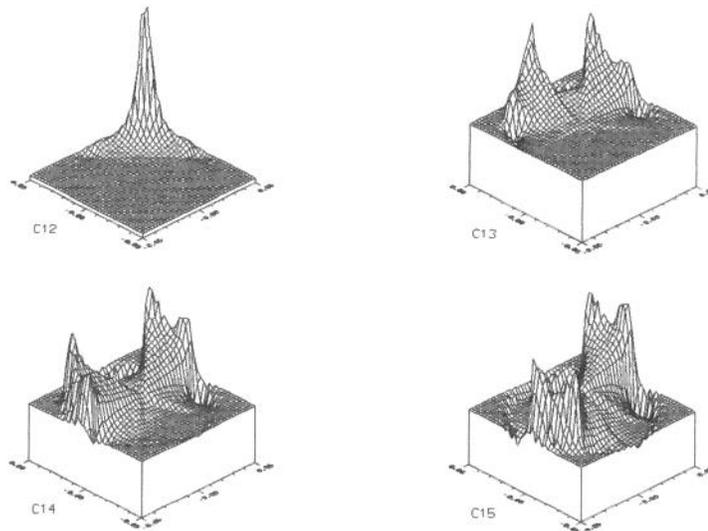


Figure 4 - Capacitance sensitivity distribution of the four typical electrode pairs

4. Simulation of Capacitance Measurements

The finite element model was used to simulate various gas-liquid distribution in the capacitance sensor. The corresponding responses of the sensor, namely, the 28 capacitance data are then calculated, serving as the flow “measurement” data for the image reconstruction algorithm. Different flow regimes, such stratified flow, annular flow, bubble flow and droplet flow can be produced by assigning the corresponding values of the dielectric constant for each in-pipe element. Flows of different liquid concentration(β), and different number and size of bubbles or droplets can be generated. In this work, three flow distributions are studied: stratified flow ($\beta = 0.50$), annular flow ($\beta = 0.36$) and droplet flow ($\beta = 0.08$). Figure 5 shows the corresponding 28 normalised capacitance, defined as:

$$\lambda_{i,j} = \frac{C_{i,j}^m - C_{i,j}^g}{C_{i,j}^l - C_{i,j}^g} \quad (6)$$

where $C_{i,j}^m$ is the capacitance measurement due to a gas-liquid distribution model.

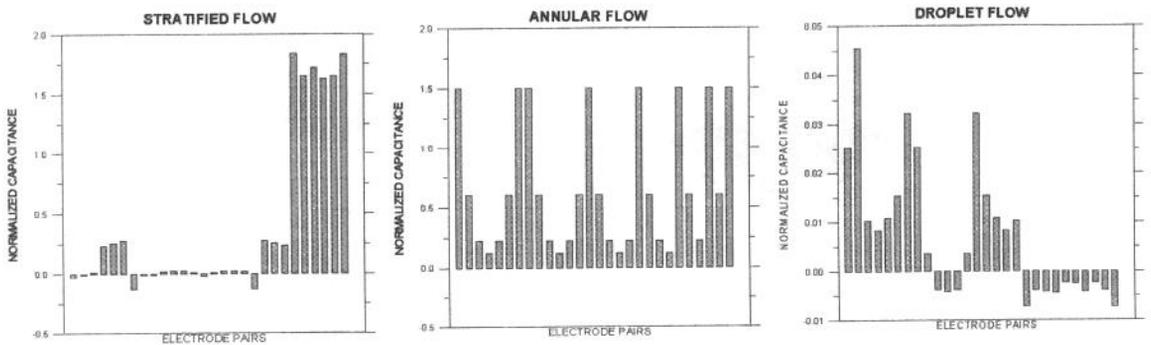


Figure 5 - Normalised capacitance data for different flow regimes

For a linear system, $0 \leq \lambda_{i,j} \leq 1$. Figure 5 indicate that there may be $\lambda_{i,j} \leq 0$ (called under-shooting) or $\lambda_{i,j} \geq 1$ $\lambda_{i,j} \leq 0$ (called over-shooting). The magnitude of the over-shooting is, in general, larger than that of the under-shooting. This nonlinearity in the

capacitance data is caused by the effects of the distribution of the dielectric constant. The presence of the pipe wall and the gas-liquid mixture will redistribute the electric flux lines in the sensor. This redistribution may cause some detecting electrodes to absorb more (or less) electric flux lines than when the pipe is filled with liquid (or gas), resulting in over-shooting (or under-shooting) effects.

5. Image Reconstruction Algorithm

As it is shown in figure 3, the two-phase imaging system is based in an image reconstruction algorithm. A reconstructed flow image is obtained from the capacitance measurements, by using the capacitance sensitivity distribution. The inverse problem is to determinate the distribution of the dielectric constants of the gas-liquid mixture from the measured 28 capacitance, that is, to find the inverse of equation (3). It should to be pointed out that there is no exact solution to such an inverse problem.

To solve the inverse problem for capacitance tomography, some approximation methods are needed. Note that, in general, the number of unknowns in the system (the 800 image pixels) is more than that of the knowns (the 28 capacitance measurements), so that the system is underdetermined. Some *prior* knowledge of the system, such as the capacitance sensitivity distribution, should be used to solve the problem.

An image reconstruction algorithm based on a simple backprojection method has been used for capacitance tomography, Xie (1989). The reconstructed image may be represented by pixel gray-level, which is used to approximate the permittivity distribution and which can be calculated from the following equations:

$$G(k) = W(k) \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \lambda_{ij} S_{ij}(k) \quad (7)$$

$$\text{where } W(k) = \left(\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N S_{ij}(k) \right)^{-1} \quad (8)$$

Note that $W(k)$ are the weighting factor used to compensate for the effects of nonuniform sensitivity distribution on the values of pixel gray level. The plot of $W(k)$ for the proposed capacitance sensor is shown in figure 6.

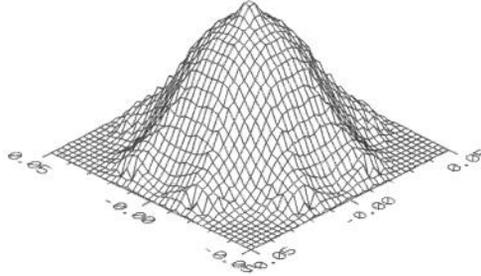


Figure 6 - The distribution of the weighting factors for pixels

For a linear system, the normalized capacitance data λ_y should fall within the interval (0,1), so should the resulting image gray-level $G(k)$. Since a capacitance tomography system exhibits nonlinearity λ_y may have overshooting (larger than 1) or undershooting (smaller than 0) values (see figure 5), so may $G(k)$. The images reconstructed by the backprojection method are always dominated by artefacts arising from elements of low gray levels. Therefore, some processing on $G(k)$ is needed before the gray-level image is displayed. Overshooting in $G(k)$ is eliminated by using a truncation operation in equation (7):

$$\lambda_y = 1 \quad \text{if } \lambda_y > 1 \tag{9}$$

A threshold operation is used to eliminated undershooting. It has been observed that the level of thresholding is dependent upon the flow (permittivity) distribution and the void fraction. To establish a suitable threshold level, some knowledge of the flow patterns should be introduced, such as an estimate of the liquid concentration β_m of the flow from the capacitance measurements. A procedure controlling the degree of thresholding on the basis of the estimated β_m is described here.

As the system is designed to reconstruct only a two-component flow image, the grey levels after thresholding $G_t(k)$ have only two values, say 0 and 1, thus:

$$G_t(k) = \begin{cases} 0 & \text{if } G(k) < \phi \\ 1 & \text{if } G(k) \geq \phi \end{cases} \quad (10)$$

where $(0 \leq \phi \leq 1)$ is the threshold level.

The concentration β_t estimated from the post-thresholding pixel elements $G_t(k)$ is given by:

$$\beta_t = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m G_t(k) \quad (11)$$

where $m=800$ is the number of pixel elements.

When the absolute difference between the concentration estimated from the capacitance measurements β_m and the post-thresholding estimate β_t is smaller than a chosen small value the thresholding procedure is completed.

To illustrate the effectiveness of this algorithm, figure 7c shows the reconstructed image of an stratified flow ($\beta = 0.50$) using the normalized capacitance data shown in figure 5 and a threshold level $\phi = 0.07$. The reconstructed image with filtering closely resembles the flow model shown in figure 7a. The image reconstructed without the threshold operation is shown in figure 7b. It has poorer fidelity in comparison with figure 7c.

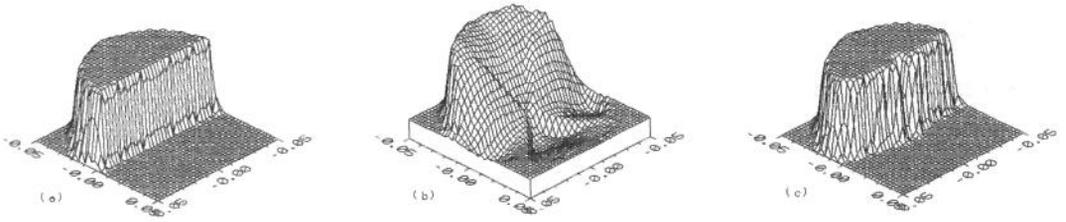


Figure 7 - Image reconstruction of stratified flow. (a) Finite element flow phantom, (b) Reconstructed flow without filtering, (c) Reconstructed flow with threshold filtering ($\phi = 0.07$)

Figure 8c shows the reconstructed image of an annular flow ($\beta = 0.36$) using the normalized capacitance data shown in figure 5 and a threshold level $\phi = 0.85$. The reconstructed image with filtering closely resembles the flow model shown in figure 8a. The image reconstructed without the threshold operation is shown in figure 8b. It has poorer fidelity in comparison with figure 8c.

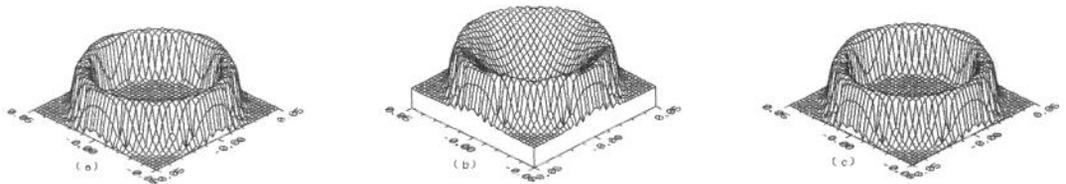


Figure 8 - Image reconstruction of annular flow. (a) Finite element flow phantom, (b) Reconstructed flow without filtering, (c) Reconstructed flow with threshold filtering ($t=0.85$)

Figure 9c shows the reconstructed image of a droplet flow ($\beta = 0.08$) using the normalized capacitance data shown in figure 5 and a threshold level $\phi = 0.035$. The reconstructed image without filtering is given in figure 9b, which is dominated by low gray-level artefacts. After threshold filtering, the reconstructed image is shown in figure 9c. In

this case, though the accuracy of liquid concentration is acceptable, the local component distribution in the reconstructed image may not be.

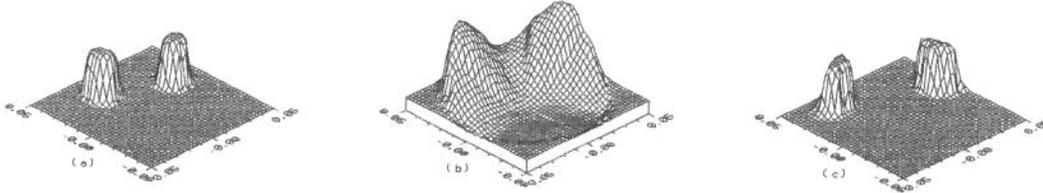


Figure 9 - Image reconstruction of droplet flow. (a) Finite element flow phantom, (b) Reconstructed flow without filtering, (c) Reconstructed flow with threshold filtering ($t=0.035$)

6. Conclusion

A useful method for capacitive tomography systems of two-phase has demonstrated. The method is based that the distribution of the phases, though of the permittivity, can be piecewise approximated with a body by using only boundary excitation and measurement. The finite element analysis solves the forward problem and is known to converge to the solution if enough elements are used. In spite of nonlinear relationship between the system capacitance and the system permittivity distribution, the threshold filtering algorithm applied to the linear backprojection seen give reasonable results, considering that only a limited number of independent measurement are made.

This study has illustrated the potential of using capacitance tomography as on-line aided process operation and control. The great cost of the development was pay at forward solution and the field sensitivity determination. The sensitivity influe in the bakcprojetion imaging. The field dependency sensitivity is compensated by threshold filter that depend on the distribution of the phase simulated by several pattern flow. Application to a practical laboratory situation can to make made without interaction, using only backprojection algorithm and filter.

The specific objective of this work, is application of parallel tomography, Belo (1995). This application allows the use of 12 or 16 electrodes which improves the spatial resolution.

7. References

- Barber, D. C. and Brown, B. H, Imagins Spatial Distributions of Resistivity Using Applied Potential Tomography, Electronics Letter, 27th October 1983 Vol. 19 No. 22.
- Barber, D. C. and Brown, B. H, Recent developments in applied potential tomography - APT, in Proc. 9th Int. Conf. Info. Proc. Med. Imaging, Washington, D.C, 1985.
- Banholzer, W. P. , Spiro, C. L., Kosky, P. G., and Maylotte, Ind. Eng. Chem. Res. 26, 763, 1987.
- Bastos, J. P. A., Eletromagnetismo e Cálculo de Campos, Editora da UFSC, Florianópolis, 1989.
- Belo, F. A., Application of Electronic Analysis to the Study of Multiphase Flow, PhD. Thesis - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.
- Dickin, F. J., Hoyle, B. S., Hunt, A., Huang, S. M., Ilyas, O., Lenn, C., Waterfall, R. A., Xie, C. G. and Beck, M.S., Tomographic Imaging of Industrial Process equipment: Techniques and Application, IEE Proceeding-G, Vol. 139, No. 1, February 1992.
- Dynes, K. A., and Lytle, R. J., Analysis of electrical conductivity imaging, Geophysics, 46, 1981.
- Encyclopaedia Britannica, vol. 11, pp. 837, Fifeenth Edition, 1986.

- Fasching, G. E. and Smith Jr., N. S., A Capacitive System for Three-dimensional Imaging of Fluidized beds, *Rev. Sci. Instrum.*, 62 (9), september 1991.
- Einstein, A. *Ann. Phys. Mag.* 19, 289, 1906.
- Geraets, J. J. M. and Borst, J. C., A Capacitance Sensor for Two-Phase Void Fraction Measurement and Flow Pattern Identification, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 14, No. 3, pp. 305-320, 1988.
- Herman, G. T.(ed.), *Image Reconstruction from Projections: Implementation and Applications*, Topics in Applied Physics, vol. 32, (Berlin:Springer), 1979.
- Huang, S. M., Xie., C. G., Salked, J. A., Plaskowski, A. B., Thorn, R., Williams, R. A., Hunt, A. and Beck, M. S., Process Tomography for identification, Design and Measurement in Industrial Systems, *Powder Technology*, 69 (1992) 85 -92, 1992.
- Huang, S. M., Xie., C. G., Thorn, R., Williams, R. A., Snowden, D. and Beck, M. S., Design of Sensor Electronics for Electrical Capacitance tomography, *IEE Proceeding-G*, Vol. 139, No. 1, February 1992.
- Huang, S. M., Xie., C. G., Thorn, R., Snowden, D., Beck, M. S., Sensor and their application, V. 197, Adam Hilger, Bristol, 1991.
- Hussein, E. M. A. and Meneley, D. A. , Single exposure neutron tomography of two-phase flow, *Int. J. Multiphase Flow*, 12 1-34, 1986.
- Kin, In Chan and Torquato, S., Determination of the effective conductivity of heterogeneneous media by Brownian simulation, *J. Appl. Phys.* 68 (8), 15 October, 1990.

- Kohn, R. V., and Vogelius, M. Relaxation of a Variational Method for Impedance Computed Tomography, *Comm. Pure Appl. Math.*, 40, pg.745-777, 1987.
- Landau, L. and Lifchitz, E. M. *Electrodynamics of Continuous Media*, Addison-Wesley(1960).
- Lin, J. T., Ovacik, L., Jones, O. C., Newell, J. C., Cheney, M. and Susuky, H., Use of Electrical Impedância Imaging in Two-Phase, Gas-Liquid flows, ANS, National Heat Transfer Conference, 1991.
- Maxwell, J. C., *Treatise on Electricity and Magnetism*, Claredon, Oxford, 1873.
- MacCuaig, N, Seville, J. P. K., Gilboy, W. B. and Clift, R., *Appl. Opt.*,24, 4083, 1985.
- McKee, S. L., Williams, R. A., Dyakowski, T. and Bell, T. A., Industrial Application of Electrical Tomography to Conveying Processes, *Trans I ChemE*, Vol. 71, May 1993.
- Plaskowski, K., Beck, M.S., and Krawaczynski, J. S.,Flow imaging for mult-component flow measurement, *Trans. Inst. Meas. Control*, 9,(2), pp. 108-112, 1987.
- Rayleig, L., *Philos. Mag.* 34, 481, 1892.
- Seagar, A. D. , Barber, D. C., and Brpwn, B. H., Electrical Impedance Imaging, *IEE proc.* 134, Pt. A, N0 2, 1987.
- Vinegar, H. J. and Wellington, S. L., Tomographic imaging of three-phase flow experiments, *Rev. Sci. Instrum.* 58 96-107, 1986.

- Xie, C. G. et al, "8-Electrode capacitance system for two-component flow identification. Part 1: Tomographic flow imaging" IEEE Proc., Vol. 136, Pt. A, No. 4, 1989.
- Yorkey, T. J., Webster, J. G. and Tompkins, W. J., Comparing Reconstruction Algorithms for Electrical Impedance Tomography, IEEE transactions on Biomedical Engineering, vol. BME-34, no. 11, november 1987.

APÊNDICE G

PROGRAMAS COMPUTACIONAIS

Este apêndice apresenta a listagem dos programas computacionais mais utilizados durante a análise dos resultados. As implementações destes programas são diretamente relacionadas com suas descrições nas suas seções correspondentes.

O programa **LAMP.C** listado a seguir, corresponde a expressão 3.154 do capítulo 3, para determinação da capacitância de dois eletrodos fazendo ângulos quaisquer externamente ao duto.

```

/* ***** */
/*
/*      Programa para calcular a capacitância de dois
/*      eletrodos fazendo ângulos quaisquer: LAMP.C
/*
/*      Variáveis utilizadas:
/*      t1      = teta1
/*      t2      = teta2
/*      ep1     = permissividade do elemento anular mais interno
/*      ep2     = permissividade do anular intermediário
/*      ep3     = permissividade do isolador (vidro)
/*      A      = ep1 + ep2
/*      B      = ep2 + ep3
/*      C      = ep3 - ep2
/*      D      = ep2 - ep1
/*      F1     = (R2*R2/R1*R1)
/*      F2     = (R3*R3/R2*R2)
/*      F3     = (R3*R3/R1*R1)
/*
/*      Funções utilizadas:
/*      MF2()  = Retorna do F2  $F^{2n-1}$ 
/*      K()    = Retorna valor de k_m
/*
/* ***** */
#include <dos.h>
#include <math.h>
#include <conio.h>
#include <stdio.h>
void FiN();
void cap();
    double phi,q,F1,F1n,F2,F2n,F3,F3n,fat,ep1,ep2,ep3,C,ifat,y;

```

```

double teta,seno,x,delta,delt1,teta1,teta2,teta3,ft,L1,L2;
double R1,R2,R3,t1,t2,t3,A,B,C,D,ir1,teta;
int i,j,i1;

main()
{
int l;clrscr();
/* Valor de  $\pi$  */
    x = 1.0;phi = 2.*asin(x);

/*
/* Ângulo dos arcos dos eletrodos */
    printf("Entre com primeiro angulo:");
    scanf("%lf",&teta1);
    teta1 =(teta1)/180.0*phi;
    printf("Entre com segundo angulo:");
    scanf("%lf",&teta2);
    teta2 =teta2/180.0*phi;
    teta3 = teta2+2*teta1;

/* Entrada dos dados geométricos para gerar parâmetros */
/* adimensionais */
/* Valores dos raios interno e externo ao tubo */
    R1 = 92.7;
    R2 = 92.7;
    R3 = 100.;
    F1 = R2*R2/R1/R1;
    F2 = R3*R3/R2/R2;
    F3 = R3*R3/R1/R1;

/* Parametros fisicos do eletrodo e amostra */
    ep1 = 1.;
    ep2 = 1.;
    ep3 = 1.;
    A = ep1 + ep2;
    B = ep2 + ep3;
    C = ep3 - ep2;
    D = ep2 - ep1;

/* Cálculo da capacitância */
    cap();

/* Saída dos resultados */
    printf("\nR1 = %lf R2 = %lf\n",R1,R2);
    printf("\nteta1   ep1   C\n");
    teta1 = 180.0*teta1/phi;
    printf("%lf %lf %lf\n",teta1,ep1,C);

```

```

}

void cap()
{
    fat = 0.;
    for(i=1;i<400;i++)
    {
        t1 = i*teta1;
        t2 = i*teta2;
        t3 = i*teta3;
/* Valor de (R2/R1) elevado a i                               */
        i1=i;

        FiN();
/* Realiza o somatório                                       */
        L1=A*B*F3n+C*D*F2n-A*C*F1n-B*D;
        L2=A*B*F3n+C*D*F2n+A*C*F1n+B*D;
        ft=L1*sin(t1)*sin(t2)/L2/i;
        ft=ft-L1*sin(t1)*sin(t3)/L2/i;
        fat = fat + ft;
    }

/* Cálculo da capacitância                                   */
    C = fat;
    C =2.*ep3*8.854*C/(phi);

/* para comprimento equivalente a 10 cm                       */
    C = C/10.;
}

void FiN()
{
    F1n = F1;
    F2n = F2;
    F3n = F3;
    for(j=1;j<i1;j++)
    {
        F1n=F1n*F1;
        F2n=F2n*F2;
        F3n=F3n*F3;
    }
}
}

```

O programa **SIST.C** se baseia na representação de um número complexo Z_c por um vetor onde $Z_c[1]$ corresponde a parte real e $Z_c[2]$ corresponde a parte imaginária. Desta maneira, ao manipular, a soma, o produto (`prod()`), e o inverso (`in_nc()`) de números complexos se obtém as mais variadas funções de transferências. A versão que se mostra, embora muito utilizada, foi uma das primeiras versões, existindo transformações de unidades em lugares não bem adequados, certas funções, como associações de impedâncias (série e paralela) que podem não estar relacionados com a determinação da função de transferência do diferenciador.

```

/* *****
/*
/*      Programa para o diferenciador: SIST.C:
/*      Vs(s) [ 1/Zf + 1/AF(s) (1/Zx - 1/Z1 + 1/Zf) ] = - Ve(s)/Zx
/*      F(s) = A/(S + Wo)
/*
/*      Variáveis utilizadas:
/*      Vs      = Sinal de voltagem de saida
/*      Ve      = Sinal de entrada
/*      A       = Ganho de malha direta
/*      Zx      = Impedancia sensora
/*      Zf      = Impedancia de Realimentacao
/*      Z1      = impedancia Paralela a Entrada
/*      F(s)    = funcao de Transf. do Operacional
/*      Zs[ ]   = impedância equivalente serial complexa
/*      Zp[ ]   = impedância paralelo complexa equivalente
/*      Ys[ ]   = Admitância seria complexa equivalente
/*      Yp[ ]   = Admitância paralela complexa equivalente
/*      wc      = frequência de corte do operacional
/*      in_AF[1] = Parte Real do inverso da Funcao de transferencia
/*      in_AF[1] = Parte Real do inverso da Funcao de transferencia
/*
/*      Funções utilizadas para determinar:
/*      imp_s()  = a impedancia serie complexa equivalente
/*      imp_p()  = a impedancia paralela complexa equivalente
/*      adm_s()  = a admitancia serie complexa equivalente
/*      adm_p()  = a admitancia paralela complexa equivalente
/*      tran_inv() = o inverso do ganho do operacioanal
/*      prod()   = o produto de dois números complexos
/*      in_nc()  = o inverso de um número complexo.
/*
#include <dos.h>
#include <math.h>
#include <conio.h>
#include <stdio.h>

```

```

void imp_s();
void imp_p();
void adm_p();
void adm_s();
void tran_inv();
void prod();
void in_nc();

    double Zs[3], Zp[3], Yp[3], Ys[3], freq, f[11], w, x, A, wc, H[3];
    double mod_z, r, c, in_AF[3], phi, xc[3], yc[3], zc[3];
    double rf, cf, r1, c1, rx, cx, errr, erri;
    int i, j;

main()
{
clrscr();x =1.0;phi = 2.0*asin(x);

/* Exemplo do programa aplicado para o OPA 621 KP */
/* Dados do amplificador operacional: ganho = 60db */
/* De Vpp = 2, G=2, "Full Power" = 80MHz tem-se fc = 160khz */
A = 1000.;
wc = 2.0*phi*160000.;

/* Impedância de realimentação */
rf=5.6; cf=.1;

/* um valor de ensaio para Impedancia a ser determinada: rx, cx */
rx=100000.;cx=3.8;

/* impedância de entrada do operacional */
r1=15; c1=1+1;

/* Frequências de operação */
printf("Entrada das Frequencias de Trabalho em kHz\n");
printf("Numero de Pontos:");
scanf("%d",&j);
for(i=1;i<j+1;i++)
{
printf("%d -esima frequencia:",i);
scanf("%lf",&f[i]);
}

/* Cálculo da função de transferência: */
/*  $V_s(s)\{ 1/Z_f + (1/AF)[ 1/Z_x - 1/Z_1 + 1/Z_f]\} = -V_e(s)/Z_x$  */
H[1]=0;H[2]=0;
for(i=1;i<j+1;i++)

```

```

{
/* 1/Zx - 1/Z1 + 1/Zf =H */
    freq=f[i];r=rx;c=cx;
    adm_p();
    H[1]=Yp[1]+H[1];
    H[2]=Yp[2]+H[2];

    r=r1;c=c1;
    adm_p();
    H[1]=-Yp[1]+H[1];
    H[2]=-Yp[2]+H[2];

    r=rf;c=0;
    Yp[1]=1.0/r;
    H[1]=-Yp[1]+H[1];

/* Inverso de AF(s) */

    freq=1000.*f[i];
    tran_inv();

/* (1/AF)(1/Zx - 1/Z1 + 1/Zf) */

    xc[1]=in_AF[1];
    xc[2]=in_AF[2];
    yc[1]=H[1];
    yc[2]=H[2];
    prod();

/* Soma final : 1/Zf + 1/AF(s) (1/Zx - 1/Z1 + 1/Zf) */

    r=rf;c=0;
    Yp[1] = 1.0/r;
    Yp[2] = 0;
    H[1]=zc[1] + Yp[1];
    H[2]=zc[2] + Yp[2];
    printf("Sist real = %lf, imag = %lf\n",H[1],H[2]);
    errr = (H[1]-Yp[1])/Yp[1]*100.;
    erri = H[2]/Yp[1]*100;
    printf("Erro real = %lf Erro Imag = %lf\n",errr,erri);

}

/* Cálculo da função de transferência: */

```

```

/* Vs(s){ 1/Zf + (1/AF)[ 1/Zf - 1/Z1]} = -(Ve + (1/AF)Vs)/Zx */

H[1]=0;H[2]=0;
for(i=1;i<j+1;i++)
{

/* -1/Z1 + 1/Zf */

    r=r1;c=c1;
    adm_p();
    printf("Y1 real = %lf, imag = %lf\n",Yp[1],Yp[2]);
    H[1]=-Yp[1]+H[1];
    H[2]=-Yp[2]+H[2];
    r=rf;
    c=0;
    Yp[1]=1.0/r;
    printf("Yf real = %lf, imag = %lf\n",Yp[1],c);
    H[1]=-Yp[1]+H[1];

/* inverso de AF(s) */
    freq=1000.*f[i];
    tran_inv();
    printf("1/AF real = %lf, imag = %lf\n\n",in_AF[1],in_AF[2]);

/* (1/AF)(1/Zx - 1/Z1 + 1/Zf) */
    xc[1]=in_AF[1];
    xc[2]=in_AF[2];
    yc[1]=H[1];
    yc[2]=H[2];
    prod();
    printf("Soma real = %lf, imag = %lf\n",zc[1],zc[2]);

/* Soma final */
    freq=f[i];
    r=rf;
    c=0;
    Yp[1] = 1.0/r;
    Yp[2] = 0;
    H[1]=zc[1] + Yp[1];
    H[2]=zc[2] + Yp[2];
    printf("Sist real = %lf, imag = %lf\n",H[1],H[2]);
    errr = (H[1]-Yp[1])/Yp[1]*100.;
    erri = H[2]/Yp[1]*100;
    printf("Erro real = %lf Erro Imag = %lf\n",errr,erri);
}

```

```

/* Para Ve=1 (valor normalizado) */
}
}

/* Impedância paralela complexa equivalente */
void imp_p()
{
/* Parte real e imaginária da Impedância equivalente */
w = 2.0*phi*freq;
/* Resposta em Moms */
Zp[1] = w*w*r*r*c*c;
Zp[1] = Zp[1]/1000000. + 1000000.;
Zp[1] = r*1000./Zp[1];

/* Expressao para o calculo da Parte Real da Impedancia equivalente
Zp[1] = r/(1 + w*w*r*r*c*c);
*/
Zp[2] = -w*r*Zp[1];
Zp[2] = Zp[2]/1000000.0;
}

/* Impedância serial complexa equivalente */
void imp_s()
{
/* Parte real e imaginária da impedância */
w = 2.0*phi*freq;

/* Resposta em Moms */
Zs[1] = r/1000.;
/* Resposta em Moms */
Zs[2] = -1000./w/c;
}

/* Admitância equivalente paralela complexa */
void adm_p()
{
/* Parte real e imaginária da impedância */
w = 2.0*phi*freq;
/* Resposta em Moms */
Yp[1] = 1./1000./r;
/* Resposta em Moms */
Yp[2] = w*c/1000000.;
}

```

```

        Yp[2] = Yp[2]/1000.;
    }

/* Admitância complexa serial equivalente */
void adm_s()
{
/* Parte real e imaginária da impedância associada em série */
    w = 2.0*phi*freq;

/* Resposta em 1/ohms */
    Ys[1] = w*w*r*r*c*c;
    Ys[1] = Ys[1]/1000000. + 1000000.;
    Ys[2] = w*c/1000./Ys[1];

/* Resposta em 1/ohms */
    Ys[1] = w*r*c*Ys[2];
    Ys[1] = Ys[1]/1000000.;
}

/* Determina: (1/AF(s)) = inverso de AWc/(s+Wc) */
/* in_AF[1] = parte real */
/* in_AF[2] = parte imaginária */
void tran_inv()
{
w=2.0*phi*freq;
in_AF[1] = 1.0/A;
in_AF[2] = w/wc/A;
}

/* Realiza o produto de dois números complexos */
void prod()
{
zc[1] = xc[1]*yc[1] - xc[2]*yc[2];
zc[2] = xc[1]*yc[2] + xc[2]*yc[1];
}

/* Realiza o inverso de dois números complexos */
void in_nc()
{
zc[1] = xc[1]*xc[1]+xc[2]*xc[2];
zc[2] = -xc[2]/zc[1];
zc[1] = xc[1]/zc[1];
}

```

O programa **ELFIN.C** segue os cinco passos da seção 3.6.1 do capítulo 3 para resolução do problema direto, aplicando o método variacional. Uma diferença na seqüência do capítulo 3, da seção sobre elementos finitos, foi a compressão dos dados da matriz Global, utilizando o algoritmo sugerido por Bastos (1989), na função FORM().

```

/* ***** */
/*
/* Programa para o cálculo do campo elétrico através do método dos
/* elementos finitos: ELEM_FIN.C
/*
/* Parâmetros utilizados:
/* NNO          numero de nos
/* NEL          numero de elementos
/* NCON         numero de linhas de contorno
/* NMAT         numero de meios dieletricos
/* KTRI(NEL,3) arranjo que indica o numero dos elementos
/*              que envolvem os NEL elementos
/* MAT(NEL)     numero dos meio em cada um dos elementos
/* PERM(NMAT)   permissividade dos NMAT meios
/* X(NNO)       abcissa dos NMO nos
/* Y(NNO)       ordenada dos NMO nos
/* VI(NCON)     potenciais impostos nos contornos
/* NOCC(NCON,20) numero de nos contendo potencial imposto VI
/* SS(NNOxNNO)  matriz global do sistema
/* VV(NNO)      vetor dos potenciais incognitos
/* VDR(NNO)     vetor do lado direito do sistema matricial
/* NOX          parametro auxiliar da funcao CONDI
/* Ex,Ey       abcissa e ordenada do Campo eletrico
/* base        numero de colunas de SS[i][j] comprimida
/* CONT[n]     contador de passagem de SS[n1,j]
/* IND[i]      ponteiro que mostra posicao de nos em
/*              em SS[i][base]
/*
/* Funções utilizadas:
/* Zero()      colocacao a zero dos parametros
/* Entra()     Entrada de dados gerais
/* FORM()      Formacao da Matriz SS(NNO,NNO)
/* Mat_s()     Matriz de Contribuicao
/* CONDI()     Insere as Condicoes de Contorno
/* ELIM()      Resolucao pela eliminacao de Gauss
/* grad()      Determina o campo eletrico
/* saida()     Mostra resultados
/*
/* ***** */

```

```

#include <math.h>
#include <stdio.h>
#include <malloc.h>

int NNO,NEL,NCON,NMAT,KTRI[721][4],MAT[721],NOCC[9][20];
int I,NOX,nm;
int n1,n2,n3,N1,N2,N3;
double perm[3],x[401],y[401],VI[401],VV[401],CAP,SS[401][8];
double s[4][4],VDR[402],Ex,Ey,q1,q2,q3,r1,r2,r3,cap[70];
int CONT[401],base;
int IND[401][9];

void Zero();
void Entra();
void FORM();
void Mat_s();
void opera();
void CONDI();
void ELIM();
void SAIDA();
void grad();
void nos();

/* ***** */
/* Coloca Zero nos arranjos */
/* Coloca 1 no Contador */
/* Funcao Zero */
void Zero()
{
int i,j;
int max1, max2, max3;
/* Número de nós */
max1 = 401;
max2 = 14;
max3 = 21;
for(i=1;i<max1;i++)
{
VV[i] = 0;
VDR[i] = 0;
}

for(i=1;i<max2+1;i++)
{
for(j=1;j<max3+1;j++)

```

```

{
NOCC[i][j] = 0;
}
}

for(i=1;i<401;i++)
{
CONT[i]=1;
}
}

/* ***** */

main()
{
/* Variáveis utilizadas na saída */
double Emod;
int i1,j1;
int max1;
clrscr();
base=9;
NNO=400;
NEL=720;

Zero();

Entra();

FORM();

CONDI();

ELIM();

/* Cálculo dos campo pelo gradiente */

for(i1=1;i1<NEL+1;i1++)
{
N1 = KTRI[i1][1];
N2 = KTRI[i1][2];
N3 = KTRI[i1][3];
grad();
Emod = sqrt(Ex*Ex + Ey*Ey);
}
}

```

```

/* Armazena o vetor para utilizar no cálculo do capacitor */
    cap[i1]=Emod;
    }
/* Cálculo da capacitância */
/* O intervalo do índice i diz qual é o ângulo */
    CAP=0;
    for(i1=41;i1<51;i1++)
    {
        CAP=CAP+cap[i1];
    }
    CAP =(8.99*CAP/200.0)*3.14;
    printf("aq1 CAp = %lf\n",CAP);

    CAP=0;
    for(i1=51;i1<61;i1++)
    {
        CAP=CAP+cap[i1];
    }
    CAP =(8.99*CAP/200.0)*3.14;
    printf("aq2 CAp = %lf\n",CAP);

    CAP=0;
    for(i1=61;i1<71;i1++)
    {
        CAP=CAP+cap[i1];
    }
    CAP =(8.99*CAP/200.0)*3.14;
    printf("aq3 CAp = %lf\n",CAP);

    CAP=0;
    for(i1=71;i1<81;i1++)
    {
        CAP=CAP+cap[i1];
    }
    CAP =(8.99*CAP/200.0)*3.14;
    printf("aq4 CAp = %lf\n",CAP);

}

/* Determina o campo elétrico pelo gradiente do potencial */
void grad()
{
/* double q1,q2,q3,r1,r2,r3,det;*/

```

```

double det;
    q1 = y[N2] - y[N3];
    q2 = y[N3] - y[N1];
    q3 = y[N1] - y[N2];
    r1 = x[N3] - x[N2];
    r2 = x[N1] - x[N3];
    r3 = x[N2] - x[N1];

/*  Ca'lculo de det = dobro da área do triângulo                               */
    det = x[N2]*y[N3] + x[N1]*y[N2] + x[N3]*y[N1];
    det = det - x[N1]*y[N3] - x[N3]*y[N2] - x[N2]*y[N1];
    Ex = q1*VV[N1] + q2*VV[N2] + q3*VV[N3];
    Ex = -Ex/det;
    Ey = - (r1*VV[N1] + r2*VV[N2] + r3*VV[N3])/det;

}

/*                                                                                       */
/*  Resolução do sistema matricial                                                     */

void ELIM()
{

int i,j,nn,nn1,m,l,l1;
double fat,som,SSmi,SSmj,SSii,SSij;
    nn = NNO-1;
    for(i=1;i<nn+1;i++)
    {
    for(m=i+1;m<NNO+1;m++)
    {
        SSii=SS[i][1];
        SSmi=0;
        for(l=1;l<base;l++)
        {
            if(IND[m][l]==i)
            {
                SSmi=SS[m][l+1];
            }
        }

        fat = SSmi/SSii;
        VDR[m] = VDR[m] - VDR[i]*fat;

        for(j=i+1;j<NNO+1;j++)
        {

```

```

        SSmj=0;
        for(l1=1;l1<base;l1++)
        {
            if(IND[m][l1]==j)SSmj=SS[m][l1+1];
        }
        SSij=0;
        for(l=1;l<base;l++)
        {
            if(IND[i][l]==j)SSij=SS[i][l+1];
        }

        SS[m][l1+1] = SSmj - SSij*fat;
    }
}
}

```

```

VV[NNO] = VDR[NNO]/SS[NNO][1];

```

```

for(nn1=1;nn1 <nn+1;nn1++)
{
    i=nn+1-nn1;
    som =0.;
    for(j=i+1;j<NNO+1;j++)
    {
        SSij=0;
        for(l=1;l<base;l++)
        {
            if(IND[i][l]==j)SSij=SS[i][l+1];
        }
        som = som + SSij*VV[j];
    }
    VV[i] = (VDR[i] - som)/SS[i][1];
}
}

```

```

}

```

```

/* Inserção das condições de contorno

```

```

*/

```

```

void CONDI()
{
    int i1,j1;
    NCON=2;
}

```

```

        for(i1=1;i1<NCON+1;i1++)
        {
            for(j1=1;j1<23-i1;j1++)
            {
                l=i1;
                NOX = NOCC[i1][j1+i1-1];

/* Coloca G grande ma diagonal */
/* SS[NOX][NOX] = 10000000000 */

                SS[NOX][1]=10000000000.;

/* Coloca potencial imposto no vetor lado direito */
VDR[NOX] = 10000000000.*VI[l];

            }
        }
}

/* Formação da matriz SS[NNO][NNO] */

void FORM()
{
int L,flag,i1,j1;

for(i1=1;i1<NEL+1;i1++)
{

/* Passa pelos NEL elementos */

n1 = KTRI[i1][1];
n2 = KTRI[i1][2];
n3 = KTRI[i1][3];

/* nm = MAT[i1] */

nm=1;

```

```

Mat_s();

/* Condensação matriz s(3,3) na matriz SS(NNO,NNO) */

/* corrida de n1 */

    flag=0;
    SS[n1][1]=SS[n1][1]+s[1][1];
    for(L=1;L<base;L++)
    {

/* Se igual nao incrementa contador */

        if(IND[n1][L]==n2)
        {
            SS[n1][L+1]=SS[n1][L+1]+s[1][2];
            flag=1;
        }
    }

/* Passa pela primeira vez */

    if(flag==0)
    {
        SS[n1][CONT[n1]+1]=SS[n1][CONT[n1]+1]+s[1][2];
        IND[n1][CONT[n1]]=n2;
        CONT[n1]=CONT[n1]+1;
    }

    flag=0;
    for(L=1;L<base;L++)
    {
        if(IND[n1][L]==n3)
        {
            SS[n1][L+1]=SS[n1][L+1]+s[1][3];
            flag=1;
        }
    }

    if(flag==0)
    {
        SS[n1][CONT[n1]+1]=SS[n1][CONT[n1]+1]+s[1][3];
        IND[n1][CONT[n1]]=n3;
        CONT[n1]=CONT[n1]+1;
    }

```

```

}

flag=0;
SS[n2][1]=SS[n2][1]+s[2][2];

for(L=1;L<base;L++)
{
if(IND[n2][L]==n1)
{
SS[n2][L+1]=SS[n2][L+1]+s[1][2];
flag=1;
}
}

if(flag==0)
{
SS[n2][CONT[n2]+1]=SS[n2][CONT[n2]+1]+s[1][2];
IND[n2][CONT[n2]]=n1;
CONT[n2]=CONT[n2]+1;
}

flag=0;
for(L=1;L<base;L++)
{
if(IND[n2][L]==n3)
{
SS[n2][L+1]=SS[n2][L+1]+s[2][3];
flag=1;
}
}

if(flag==0)
{
SS[n2][CONT[n2]+1]=SS[n2][CONT[n2]+1]+s[2][3];
IND[n2][CONT[n2]]=n3;
CONT[n2]=CONT[n2]+1;
}

flag=0;

SS[n3][1]=SS[n3][1]+s[3][3];

for(L=1;L<base;L++)
{

```

```

if(IND[n3][L]==n1)
{
SS[n3][L+1]=SS[n3][L+1]+s[1][3];
flag=1;
}
}

if(flag==0)
{
SS[n3][CONT[n3]+1]=SS[n3][CONT[n3]+1]+s[1][3];
IND[n3][CONT[n3]]=n1;
CONT[n3]=CONT[n3]+1;
}
flag=0;

for(L=1;L<base;L++)
{
if(IND[n3][L]==n2)
{
SS[n3][L+1]=SS[n3][L+1]+s[2][3];
flag=1;
}
}
if(flag==0)
{
SS[n3][CONT[n3]+1]=SS[n3][CONT[n3]+1]+s[2][3];
IND[n3][CONT[n3]]=n2;
CONT[n3]=CONT[n3]+1;
}

flag=0;
}
}

```

As demais funções que aparecem na listagem acima estão em um arquivo denominado `elem_fin.c`. As funções para gerar a malha e calcular a matriz contribuição estão nos arquivos `malha.c` e `matriz.c`. O programa executável é gerado do arquivo projeto, `elem_fin.prj`, cuja listagem é dada abaixo.

```

c:\huge\elem_fin.c
c:\huge\malha.obj
c:\huge\matriz.obj

```

A seguir é dado as listagens dos arquivos malha.c e matriz.c.

```
#include <math.h>
/* Número de nós */
/* Função para formação da malha: */
/* Entra() */

extern int NNO, NEL, NCON, NMAT, KTRI[721][4], NOCC[11][21];
extern int I, NOX, nm;
extern long int n1, n2, n3, N1, N2, N3;
extern double perm[3], x[402], y[402], VI[402];
extern double VV[402];
extern double Ex, Ey, q1, q2, q3, r1, r2, r3;
extern int MAT[3];

void Zero();
void Entra();
void FORM();
void Mat_s();
void opera();
void CONDI();
void ELIM();
void SAIDA();
void grad();
void nos();
void Malha();

/* Formação da malha */

void Entra()
{
int i, j;
double delta, teta, phi, seno, cosseno, teta1;
double r[10], NEL_S, NNO_S;

/* Valores dos raios dos pontos nodais */
r[1]=0.99999; r[2]=0.99998; r[3]=0.99997; r[4]=0.99996; r[5]=0.99995;
r[6]=0.99994; r[7]=0.99993; r[8]=0.99992; r[9]=0.99991;

/* NEL_S: Número de elementos do setor (ou coroa) */
/* NNO_S: Número de nós de cada setor (coroa) */
NEL_S=80;
NNO_S=40;
```

```

/* Dados gerais das características do problema */

/* Número de nós para a coroa circular */
NNO = 400;
/* Número de elementos */
NEL = 720;

/* Número das condições de contorno */
NCON = 8;

/* Número de materiais com variação da permissividade */
NMAT = 2;

phi = 1.;
phi = 2.*asin(phi);

/* Materiais da malha */
for(i=1;i<3;i++)
{
    MAT[i]=1;
}
/* primeira camada */

KTRI[1][1] = 1; KTRI[1][2]=41; KTRI[1][3]=42;
KTRI[2][1] = 2; KTRI[2][2]= 1; KTRI[2][3]=42;
KTRI[3][1] = 3; KTRI[3][2]= 2; KTRI[3][3]=42;
KTRI[4][1] = 3; KTRI[4][2]=42; KTRI[4][3]=43;
KTRI[5][1] = 3; KTRI[5][2]=43; KTRI[5][3]=44;
KTRI[6][1] = 4; KTRI[6][2]= 3; KTRI[6][3]=44;
KTRI[7][1] = 5; KTRI[7][2]= 4; KTRI[7][3]=44;
KTRI[8][1] = 5; KTRI[8][2]=44; KTRI[8][3]=45;
KTRI[9][1] = 5; KTRI[9][2]=45; KTRI[9][3]=46;
KTRI[10][1] = 6; KTRI[10][2]= 5; KTRI[10][3]=46;
KTRI[11][1] = 7; KTRI[11][2]= 6; KTRI[11][3]=46;
KTRI[12][1] = 7; KTRI[12][2]=46; KTRI[12][3]=47;
KTRI[13][1] = 7; KTRI[13][2]=47; KTRI[13][3]=48;
KTRI[14][1] = 8; KTRI[14][2]= 7; KTRI[14][3]=48;
KTRI[15][1] = 9; KTRI[15][2]= 8; KTRI[15][3]=48;
KTRI[16][1] = 9; KTRI[16][2]=48; KTRI[16][3]=49;
KTRI[17][1] = 9; KTRI[17][2]=49; KTRI[17][3]=50;
KTRI[18][1] =10; KTRI[18][2]= 9; KTRI[18][3]=50;

KTRI[19][1] =11; KTRI[19][2]=10; KTRI[19][3]=50;
KTRI[20][1] =11; KTRI[20][2]=50; KTRI[20][3]=51;

```

KTRI[21][1] =11; KTRI[21][2]=51; KTRI[21][3]=52;
KTRI[22][1] =12; KTRI[22][2]=11; KTRI[22][3]=52;
KTRI[23][1] =13; KTRI[23][2]=12; KTRI[23][3]=52;
KTRI[24][1] =13; KTRI[24][2]=52; KTRI[24][3]=53;
KTRI[25][1] =13; KTRI[25][2]=53; KTRI[25][3]=54;
KTRI[26][1] =14; KTRI[26][2]=13; KTRI[26][3]=54;
KTRI[27][1] =15; KTRI[27][2]=14; KTRI[27][3]=54;
KTRI[28][1] =15; KTRI[28][2]=54; KTRI[28][3]=55;
KTRI[29][1] =15; KTRI[29][2]=55; KTRI[29][3]=56;
KTRI[30][1] =16; KTRI[30][2]=15; KTRI[30][3]=56;
KTRI[31][1] =17; KTRI[31][2]=16; KTRI[31][3]=56;
KTRI[32][1] =17; KTRI[32][2]=56; KTRI[32][3]=57;
KTRI[33][1] =17; KTRI[33][2]=57; KTRI[33][3]=58;
KTRI[34][1] =18; KTRI[34][2]=17; KTRI[34][3]=58;
KTRI[35][1] =19; KTRI[35][2]=18; KTRI[35][3]=58;
KTRI[36][1] =19; KTRI[36][2]=58; KTRI[36][3]=59;

KTRI[37][1] =19; KTRI[37][2]=59; KTRI[37][3]=60;
KTRI[38][1] =20; KTRI[38][2]=19; KTRI[38][3]=60;
KTRI[39][1] =21; KTRI[39][2]=20; KTRI[39][3]=60;
KTRI[40][1] =21; KTRI[40][2]=60; KTRI[40][3]=61;
KTRI[41][1] =21; KTRI[41][2]=61; KTRI[41][3]=62;
KTRI[42][1] =22; KTRI[42][2]=21; KTRI[42][3]=62;
KTRI[43][1] =23; KTRI[43][2]=22; KTRI[43][3]=62;
KTRI[44][1] =23; KTRI[44][2]=62; KTRI[44][3]=63;
KTRI[45][1] =23; KTRI[45][2]=63; KTRI[45][3]=64;
KTRI[46][1] =24; KTRI[46][2]=23; KTRI[46][3]=64;
KTRI[47][1] =25; KTRI[47][2]=24; KTRI[47][3]=64;
KTRI[48][1] =25; KTRI[48][2]=64; KTRI[48][3]=65;
KTRI[49][1] =25; KTRI[49][2]=65; KTRI[49][3]=66;
KTRI[50][1] =26; KTRI[50][2]=25; KTRI[50][3]=66;
KTRI[51][1] =27; KTRI[51][2]=26; KTRI[51][3]=66;
KTRI[52][1] =27; KTRI[52][2]=66; KTRI[52][3]=67;
KTRI[53][1] =27; KTRI[53][2]=67; KTRI[53][3]=68;
KTRI[54][1] =28; KTRI[54][2]=27; KTRI[54][3]=68;

KTRI[55][1] =29; KTRI[55][2]=28; KTRI[55][3]=68;
KTRI[56][1] =29; KTRI[56][2]=68; KTRI[56][3]=69;
KTRI[57][1] =29; KTRI[57][2]=69; KTRI[57][3]=70;
KTRI[58][1] =30; KTRI[58][2]=29; KTRI[58][3]=70;
KTRI[59][1] =31; KTRI[59][2]=30; KTRI[59][3]=70;
KTRI[60][1] =31; KTRI[60][2]=70; KTRI[60][3]=71;
KTRI[61][1] =31; KTRI[61][2]=61; KTRI[61][3]=72;
KTRI[62][1] =32; KTRI[62][2]=31; KTRI[62][3]=72;
KTRI[63][1] =33; KTRI[63][2]=32; KTRI[63][3]=72;

```

KTRI[64][1] =33; KTRI[64][2]=72; KTRI[64][3]=73;
KTRI[65][1] =33; KTRI[65][2]=73; KTRI[65][3]=74;
KTRI[66][1] =34; KTRI[66][2]=33; KTRI[66][3]=74;
KTRI[67][1] =35; KTRI[67][2]=34; KTRI[67][3]=74;
KTRI[68][1] =35; KTRI[68][2]=74; KTRI[68][3]=75;
KTRI[69][1] =35; KTRI[69][2]=75; KTRI[69][3]=76;
KTRI[70][1] =36; KTRI[70][2]=35; KTRI[70][3]=76;
KTRI[71][1] =37; KTRI[71][2]=36; KTRI[71][3]=76;
KTRI[72][1] =37; KTRI[72][2]=76; KTRI[72][3]=77;

```

```

KTRI[73][1] =37; KTRI[73][2]=77; KTRI[73][3]=78;
KTRI[74][1] =38; KTRI[74][2]=37; KTRI[74][3]=78;
KTRI[75][1] =39; KTRI[75][2]=38; KTRI[75][3]=78;
KTRI[76][1] =39; KTRI[76][2]=78; KTRI[76][3]=79;
KTRI[77][1] =39; KTRI[77][2]=79; KTRI[77][3]=80;
KTRI[78][1] =40; KTRI[78][2]=39; KTRI[78][3]=80;
KTRI[79][1] = 1; KTRI[79][2]=40; KTRI[79][3]=80;
KTRI[80][1] = 1; KTRI[80][2]=80; KTRI[80][3]=41;

```

```

/* Segunda a oitava camada */
/* Número de camadas é igual 9 */
for(j=1;j<9;j++)
{
for(i=1;i<NEL_S+1;i++)
{
KTRI[i+j*NEL_S][1]=KTRI[i][1]+j*NNO_S;
KTRI[i+j*NEL_S][2]=KTRI[i][2]+j*NNO_S;
KTRI[i+j*NEL_S][3]=KTRI[i][3]+j*NNO_S;
}
}

/* Valores das coordenadas nodais */
/* teta = 360/nnO_S */
teta=9.0;
for(i=1;i<NNO_S+1;i++)
{
teta=(i-1)*phi*9.0/180.;
seno=sin(teta);
cosseno=cos(teta);
x[i]=cosseno;
y[i]=seno;
}

/* Segunda a nona camada */

```

```

for(j=1;j<10;j++)
for(i=1;i<NNO_S+1;i++)
{
x[j*NNO_S+i]=r[j]*x[i];
y[j*NNO_S+i]=r[j]*y[i];
}

```

/* Inserção das condições de contornos

*/

```

i=1;
VI[i]=1.;

for(j=1;j<6;j++)
{
NOCC[i][j]=j;
}
for(i=1;i<NCON+1;i++)

```

```

VI[i]=0;
for(j=1;j<6;j++)
{
NOCC[i][j]=(i-1)*5+j;
}

```

/*

```

for(i=1;i<NCON+1;i++)
{
for(j=6;j<8;j++)
{
NOCC[i][j]=0;
}
}

```

*/

/* Dados pa permissividade do meio

*/

/* para o caso de todo meio igual a 1(um)

*/

```

perm[1]=1.; perm[2]=1.;

```

```
}
```

```
#include <math.h>
/* ***** */
/* Função de formação da matriz contribuição S[3][3] */
/* Mat_s() */
/* ***** */

extern int NNO, NEL, NCON, NMAT, KTRI[600][4], MAT[60], NOCC[11][21];
extern int I, NOX, nm;
extern long int n1, n2, n3, N1, N2, N3;
extern double perm[3], x[402], y[402], VI[402], VV[402];
extern double s[4][4], VDR[402], Ex, Ey, q1, q2, q3, r1, r2, r3;

void Zero();
void Entra();
void FORM();
void Mat_s();
void opera();
void CONDI();
void ELIM();
void SAIDA();
void grad();
void nos();

void Mat_s()
{
double xperm, det, coef;

/* Cálculo de Qi, Qj, Qk, Ri, Rj, Rk */

    q1 = y[n2] - y[n3];
    q2 = y[n3] - y[n1];
    q3 = y[n1] - y[n2];
    r1 = x[n3] - x[n2];
    r2 = x[n1] - x[n3];
    r3 = x[n2] - x[n1];
    xperm = perm[nm];

/* Cálculo de det = dobro da área do triângulo */
```

```
/* Cálculo dos termos s(3,3)
```

```
*/
```

```
    s[1][1] = coef*(q1*q1+r1*r1);  
    s[1][2] = coef*(q1*q2+r1*r2);  
    s[1][3] = coef*(q1*q3+r1*r3);  
    s[2][1] = s[1][2];  
    s[2][2] = coef*(q2*q2+r2*r2);  
    s[2][3] = coef*(q2*q3+r2*r3);  
    s[3][1] = s[1][3];  
    s[3][2] = s[2][3];  
    s[3][3] = coef*(q3*q3+r3*r3);  
}
```

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Akerlof, G. and O. A. Short, J. Am. Chem. Soc., 58, 1241 (1936)
- Alberding, N., Austin, R. H. , Chan, S. S., Einsenstein, L., Frauenfelder, H., Gunsalus, I. C. and Nordlund, T. M., Dynamics of carbon monoxide binding to protothème, Vol. 65, pag. 4701 J. Chem. Phys., 1976.
- Albouelwafa, M. S. A. and Kendal, E. J. M., Analysis and design of helical capacitance sensors for volume fraction determination, Rev. Sci. Instrum. 50(7), Jul. 1979.
- Albouelwafa, M. S. A. and Kendal, E. J. M., Determination of theoretical capacitance of a concave capacitance sensor, Rev. Sci. Instrum. 50(7), Sept. 1979.
- Anderson, R. A., A new Digital Voltmeter Having High Rejection and Noise, Hewlett - Packard J., vol. 13, no. 6, February, 1962.
- Andreussi, P., Di Donfrancesco, A. and Messia, An Impedance for the Measurement of Liquid Hold-Up in Two-Phase Flow, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 14, No. 6, pp. 777-785, 1988.
- Arfken, G. Mathematical Methods for Physicists, Academic Press, New York, 1970.
- Asali, J. C., Hanratty, T. J. & Andreussi, P., Interfacial drag and film height for vertical annular flow, AICh JI 31, 895 - 902, 1985.
- Atkins, P. W., Physical Chemistry, 3d ed., Freeman, New York, 1986.
- Auracher, H., Daubert, J., A capacitance Method for Void Fraction Measurements in Two - Phase Flow, 2nd International Conference on Multiphase flow, London, England, june 1985.
- Austin, R. H., Beeson, K. W., Einsenstein, L. Frauenfelder, H and Gunsalus, I. C. Dynamics of Ligand Binding to Myoglobin, Vol. 14, pag. 5355, Biochemistry, 1975.
- Baba, K. , Fujimura, T. and Kamiyoshi, K. The Dielectric Relaxation of Bynary Liquids Mixtures, The Journal of Phys. Chem., Vol. 73, No. 4, 1147, 1969.

- Barber, C. C., Brown, B. H., Imaging spacial distributions of resistivity using potential tomography, *Electronics Letters*, , vol. 19, no. 22, 27 october, 1983.
- Barrow, G. M., *Physical Chemistry*, McGraw - Hill, 5th Edition, 1988.
- Bastos, J. P. A., *Eletromagnetismo e Cálculo de Campos*, Editora da UFSC, Florianópolis, 1989.
- Becker, R. J., A Simple formula for the dielectric constante of a solution, *J. Appl. Phys.* 61 (3), pp. 1123, 1987
- Belo, F.A., *Desenvolvimento de um Radiômetro Autocompensado Utilizando Fios Termorresistivos como Sensor*, Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica, UFPB, 1982.
- Belo, F. A. and Leite, J. T. F., *Electronic Analyser of Quality*, SAE Brasil, São Paulo, 1992.
- Belo, F. A. e Santos, C. A. A. *Estudo Comparativo entre Dispositivos Deprimogênicos Utilizando Sensores Capaitivos e Extensométricos*, Seminário de Instrumentação, Rio de Janeiro, 1985.
- Belo, F. A. , Santos, C. A. C. e Varani, C. M. R., *Sistema Automático para Levantamento de Dipositivos Alternativos(Compressor e Expansor)*, Seminário de Instrumentação, Rio de Janeiro, 1985.
- Benadda, M., D., Carru, J. C., Druon, C., A measuring device for the determination of electric permittivity in frequency range 0.1-300MHZ, *J. Phys. E: Sci. Instrum*, 15, 132-6, 1982.
- Bolton, H.C., *J. Chem. Phys.*, 16, 486, 1948.
- Böttcher, C. J. F, *The Dielectric Constant of Cristalline of Powders Receuil*, *Trav. Chim. Pay - Bas*, 64, p. 47, 1945.
- Böttcher, C. J. F. and Bordewijk, P. *Theory of Electric Polarization, Vol. II, Dielectrics in time-dependent fields*, Elsevier Scientific Publishing Company, New York, 1978.
- Böttcher, C. J. F. (Revized by Bordewijk, P., Belle, O. C. and Rip, A.) *Dielectric in static fields, Vol. I*, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdan, 1973.

- Boylestad, R. e Nashelsky, L., Dispositivos Eletrônicos e Teoria de Circuitos; tradução de Sales, R. M., Prentice-Hall do Brasil LTDA, Rio de Janeiro, 1982.
- Braustein, J. e Robbins, G. D., J. Chem. Ed. 48, 52, 1971.
- Brot, C., in J. Lascombe (ed), Molecular Motions in Liquids, Proc. 24th Ann. Meeting Soc. Chim. Phys., Reidel, Dordrecht, p. 107, 1974.
- Brot, C., in M. Davies, sen. rep., Dielectric and Related Molecular, Vol. 2, Chem. Soc. Specialist Period. Rep., London, p. 1, 1975.
- Bruggeman, D. A. G., "Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen, Ann. Phys. Leipzig, 24, p. 636, 1935.
- Buckmaster, H. A., Precision Microwave Complex Permittivity Measurements of High Loss Liquids, Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol. 4, No. 7, 645 -659, 1990.
- Bureau of Naval Personnel, Basic Optics and Optical Instruments, Dover Publications Inc, New York, first published in 1969.
- Burn-Brown, Integrated Circuits Data Book , volume 33, 1989.
- Burn-Brown, Integrated Circuits Data Book Supplement, volume 33b, 1989.
- Cardoso, J. R., Coordenador Técnico, II Simpósio Franco - Brasileiro sobre Cálculo de Campos Elétricos e Magnéticos, Núcleo de Ligação Industrial, USP, 1989.
- Carta, D. G., Proc. I. E. E. E. , 59, 422, 1971
- Chang, J - S., Myint, T. A., and Berezin, A. A., Determination of the Interfacial Parameters in Gas-Solid Two-Phase Flow by Capacitance Transducers, pp. 173, 187.
- Claussiu, R. "Die Mechanische Wärmethorie", vol ii, Braunsweich, 1879.
- Cole, K. S. and Cole, R. H., Dispersion and Absorption in Dielectric, J. Chem. Phys., no. 9, 341-351, 1941.
- Cole, R. H., J. Chem. Phys., 6, 385, 1938.
- Cole, R. H., J. Chem. Phys., 42, 637, 1965.
- Cole, R. H., Mol. Physics, 26, 969, 1973.

- Collier, J. G. and Hewitt, G. F., Brit. Chem. Engng. 12 5 p. 231, 1967.
- Combs, C. F. Jr., Editor - in - Chief, Hewlett - Packard Singapore LTD., Basic Electronic Instrument Handbook, Cap 17, McGraw - Hill Book Company, 1972.
- Coney, M. W. E., The theory and application of conductance probes for the measurement of liquid film thickness in two-phase flow, Journal of Physycs E: Scientific Instruments, vol. 6, 1973.
- Connely, J. A. An Overview of Phase Locked Loop, Circuits Lineaires, Manual Techique, Signetics, Paris, pp. 8.89 - 8.148, 1985.
- Crawford, E. C., Impedance Measurements and the In Situ Component Bridge, Vol. 9, fasc. 2, Marconi Instrumentation, 1963
- Cutkosky, R. D. New NBS Measurements of Absolute Farad and Ohm, IEEE Trasns. Instrum. Meas., December 1974, Vol. IM - 23, No. 4, pp. 305 - 309.
- Cutler, P. Análise de Circuito C. A., Tradução de Adalton Pereira de Toledo, McGraw Hill, São Paulo, 1976.
- Daniel, V. V., Dielectric Relaxation, Academic Press, London and New York, 1967.
- Debrunner. P. G. and Frauenfelder, H., Vol. 33, pag. 283, Annu. Rev. phys. Chem., 1982.
- Debye p., Physik. Z., 13, 97 (1912); "Polar Molecules," "Chemical Catalog", New York, 1929.
- Devereux, O.F. and De Bruyn, P. L., Interation of Plane Parall Double Layers, Cambridge, Mass.: M.I.T. Press, 1963.
- Deus, J. D. de, Pimenta, M., Noronha, A., Peña, T. e Brogueira, P. Introdução à Física, McGraw-Hill, Lisboa, 1992.
- Dias, J. J. C. T. Química Quântica, Fundamentos e Métodos, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 1982.
- Dickin, F. J., Hoyle, B. S., Hunt, A., Huang, S. M., Ilyas, O., Lenn, C., Waterfall, R. A., Xie, C. G. and Beck, M.S., Tomographic Imaging of Industrial Process equipment: Techniques and Application, IEE Proceeding-G, Vol. 139, No. 1, February 1992.

- Dissado, A. and Hill, R. M., J. Chem. Soc. Faraday Trans. 2, 80, 291, 1984.
- Dissado, A. and Hill, R. M., Nature 279, 685, 1979.
- Drake, F. H., Pierce, G. W., and Dow, M. T. , Phys. Rev., 35, 613, 1930.
- Dutroi, E. C., Meirhaeghe, R. L. V., Cardon, F. and Gomes, W. P., Vol. 79 , pag. 1206, Ber. bunseges. Chem. Phys, 1975
- Dyre, C., Phys. Lett. 108A, 457(1985); J. Appl. Phys. 64, 2456 (1988).
- Easton, I. G., A guard Circuit for the Capacitance Bridge, Gen. Radio Experimenter, August,1952
- Einstein, A. Ann. Phys. Mag. 19, 289, 1906.
- Eisberg, R. e Resnick, R. Física Quântica, trad. Ribeiro, P. C., Silveira, E. F. e Barroso, M.F., quarta edição , Editora Campus, Rio de Janeiro, 1986.
- Elgerd, O. L., Control Systems Theory, McGraw-Hill, Tokio, 1967.
- Endress and Hausser Ltd 1984, On a capacitance comparator measuring, 1984, patente n° 84087.
- Engstrom, H., Bates, J. B. and Wang, J. C., ***** Vol. 35, pag. 543, .Solid State Commun.1980
- Ewen, J. A., Radio Commmun., 61, 260-3, 1985.
- Fasching, G. E. and Smith Jr., N. S., A Capacitive System for Three-dimensional Imaging of Fluidized beds, Rev. Sci. Instrum., 62 (9), september 1991.
- Fatuzzo, E. and Mason, P. R., Proc. Phys. Soc. London, 90, 741, 1967.
- Ferreira, G., L., F. and Gross, B., Comments on dielectric Theory: Non - Debye Models and the Superposition Principle, J. Appl. Phys., 68 (5), 1 September 1990
- Fink, D. G. (Editor in Chief) and Christiasen, D. (Associate Editor). Electronics Engineers' Handbook, McGraw - Hill Book Company, 1982.
- Fink, D. G. (Editor in Chief) and Careal, J. M., D. (Associate Editor). Standar Handbook for Electrical Engineers, McGraw - Hill Book Company, Tokyo, 1968

- Floyed, R. E., Mcdermott, L. F. and Smith, H. C., IBM Tech. Disclosure Bull. , 27 5449-50, 1985.
- Forest, E. and Smith, C. P. , Microwave Absorption and Molecular Structure in Liquids. LXIV. The Dielectric Behavior of Mixture of Polar Nonassociative liquids, Journal of Physical Chemistry, vol. 69, No. 4, 1303, 1965.
- Fricke, H., A Mathematical Treatment of Electric Conductivity and Capacitive of Disperse Systems, Phys. Rev., 24, p. 575, 1924.
- Fröhlich, H., Theory of Dielectrics, Oxford University, Second Edition 1958, Reprinted 1968.
- Fuente, R. de la, Jubindo, M. A. P., and Tello, M. J., J. Phys., C 18, 6547, 1985.
- Fulks, R. G, The Automatic Capacitance Bridge, .Gen. Radio Experimenter, Abril, 1965
- Fuos, R. M. and Kirkood, J. G., J. Am. Chem. Soc., 63, 385, 1941.
- Gark, S. K., Hadaba, P. K. , Dielectric Relaxation of Mixture of Dipolar Liquids, The Journal of Phys. Chem. , vol. 69, No. 2, 675, 1965.
- Gelfand, I. M. and Fomin, S. V., Calculus of Variations, Translated and Edited by Richard A. Silverman, Prentice-Hall, INC., Englewood Clifs, New Jersey, 1963.
- Geraets, J. J. M. and Borst, J. C., A Capacitance Sensor for Two-Phase Void Fraction Measurement and Flow Pattern Identification, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 14, No. 3, pp. 305-320, 1988.
- Gibss, J. W., Collected Works of J. Willard Gibbs, Vol. 1, Thermodynamics, New Haven, Yale University Press, 1906.
- Gibss, J. W., A Commentary on the Scientific Writing of J. Willard Gibbs, Vol. 1, Thermodynamics, New Haven, Yale University Press, 1936.
- Glarun, S. H., J. Chem. Phys., 33, 1371, 1960.
- Glarun, S. H., Mol. Physics, 26, 969, 1973
- Glaswerwerk Wertheim (Schott gruppe), Kapilaren, Spezialglasröhren, Preisliste, 1986/1987.

- Gradsteheyn, I. S. and Stegun, I. E. Handbook of Mathematics Functions, Ninth Printing, Dover Publications, INC., New York, 1965.
- Granier, J., Granier, G. Propétiés Électriques des Resines Synthétiques", Editora Dunod, Paris, 1948
- Gray, D. E., (Coordinating Editor), American Institute of Physics Handbook, Third Edition, McGraw-Hill, 1972.
- Green, R. G. and Cunlife, J. M., Measurement 1 (4) 110-5, 1983.
- Green, R. G. and Cunlife, J. M., On-Line Measurements of two-Phase Flow with a frequency Modulated Capacitance Transducer, International Conference on Advances in Flow Measurement Techniques, Granfield, Bedford MK43 DAJ, England, 1991.
- Harrop, P. J., Dielectrics(London: Buttworhs), 1972.
- Hasted, J. B., Aqueous Dielectrics, Chapman and Hall Ltd., London, 1973, Distributed in U. S. A. by Halsted Press, a Division of John Wiley & Songs, Inc. New York.
- Havvriiack, S. and Negami, S., J. Polymer Sci., C14, 99, 1966.
- Havvriiack, S. and Negami, Polymer, 8, 161, 1967.
- Heerens, W. C., Microelectric sensor technology, J. Phys. E: Sci. Instrum. 19 897-906, 1986.
- Herman, G. T.(ed.), Image Reconstruction from Projections: Implementation and Applications, Topics in Applied Physics, vol. 32, (Berlin:Springer), 1979.
- Hersh, J. F., Accuracy, Precision and Convenience for Capacitance Measurement, .Gen. Radio Experimenter, August-September, 1962
- Hersh, J. F.,A Close Look at Connection Errors in Capacitance Mesurements, , Gen. Radio Experimenter, July, 1959
- Heston, W. M., Jr., Hennelly, E. J. and Smyth, C. P., J. Am. Chem. Soc., 72, 2071, 1950.
- Hewitt, G. F. and Hall-Taylor, N. S. Annular Two-Phase Flow, Oxford, Pergamon, 1970.

- Hippel, A. V. (Coordinator), Dielectric Material and applications, The Technology Press of M. I. T. and John Wiley & Sons, N.Y. , 1961.
- Hippel, A. V. Dielectrics and Waves, The M. I. T. Press, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, 1954.
- Huang, S. M., Fielden, J., Green, R. G. and Beck, M. S., A new capacitance transducer for industrial applications, Journal of Physycs E: Scientific Instruments, vol. 21, 1988.
- Huang, S. M., Green, R. G., Stott, A. L. and Beck, M. S., Proc. 3rd Int. Conf. on Multh-Phase Flow, The Hague, Netherlands (Cranfield: BHRA)..
- Huang, S. M., Plaskowski, A. B., Xie., C. G. and Beck, M. S., Tomographic Imaging of two-component flow using capacitance sensors, Journal of Physycs E: Scientific Instruments, vol. 22, 1989.
- Huang, S. M., Stott, A. L., Green, R. G. and Beck, M. S., Electronic transducers for industrial measuring of low value capacitance(review aricle), Journal of Physycs E: Scientific Instruments, vol. 21, 1988.
- Huang, S. M., Xie., C. G., Salked, J. A., Plaskowski, A. B., Thorn, R., Williams, R. A., Hunt, A. and Beck, M. S., Process Tomography for identification, Design and Measurement in Industrial Systems, Powder Technology, 69 (1992) 85 - 92, 1992.
- Huang, S. M., Xie., C. G., Thorn, R., Williams, R. A., Snowden, D. and Beck, M. S., Design of Sensor Electronics for Electrical Capacitance tomography, IEE Proceeding-G, Vol. 139, No. 1, February 1992.
- Ichijo, B. A., On the new method of measuring dielectric constant and loss angles of semiconductors, J. Appl. Phys., 24, 307-11, 1953.
- Irons, G. A., Chang, J. S., Particle Fraction and Velocity Measurement in Gas-Powder Streams by Capacitance Transducers, Int. J. Multhiphase Flow, vol. 9, pp. 289 - 297, 1983.
- Jagtap, V and Bapat, V, Electronics, 54, 136-7, 1981.
- Jones, R. V. and Richards, J. C. S., The Design and Some Applications of Sensitive Capacitance Micromenters, Jornal of Physics E: Scientic Instruments Volume 6, Great Britain, 1973
- Jonscher, A. K., Colloid Pol. Sci., 253, 231, 1975.

- Keyes, F. G. Keyes and Kirkood, J. G., Phys. Rev., 36, 1570, 1930.
- Kin, In Chan and Torquato, S., Determination of the effective conductivity of heterogenous media by Brownian simulation, J. Appl. Phys. 68 (8), 15 October, 1990.
- Kirkood, J. G., Trans. Faraday Soc., 42A, 7, 1946.
- Kirkood, J. G. and Fuos, R. M., J. Chem. Phys., 9, 329, 1941.
- Kitel, C. (translate of Luiz, M.) Introdução a Física do Estado solido, Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1978.
- Kliem, H. A comment on dielectric theory: Differential equations and permittivity, J. App. Phys., 70, No. 3, 1991.
- Klug, D. D., Kranbuehl, D. E., and Vaughan, W. E., J. Chem. Phys, 50, 3905, 1969.
- Konratyev, V., The Structure of Atoms and Molecules, Mir Publishers, Moscow, 1967. pp. 453.
- Kraus, K., Measurement of small capacitances by comparison, Electron. Engng 52 (636) 23, 1980.
- Lampard, D. G. A New Theorem in Electrostatics with Application to Calculable Standards Capacitance, Proc. Inst. Elec. Eng. (Lond.), 1957, Vol. 104, Pt. C, pp. 271 - 280.
- Landau, L. and Lifchitz, E. M. Electrodynamics of Continuous Media, Addison-Wesley (1960).
- Landau, L. e Lifchitz, Mecânica, tradução de Pereira, J. S. de C., HEMUS - Livraria Editora LTDA, São Paulo, sem data impressa no livro.
- Landau, L. e Lifchitz, Teoria do Campo, tradução de Fernandes, N. C., HEMUS - Livraria Editora LTDA, São Paulo, sem data impressa no livro.
- Lawrence Berkeley Laboratory, Research Project 1379-1, B. Leskovar, Principal Investigator, Sun, R. K., Kolbe, W. F. and Turko, B., Measurement of the Thicness of Liquid Film by Menas Capcitanace Method, Electric Power Research Institute, Palo Alto, California, 1979.
- Leach, D., P., Discrete and Integrated Circuits Electronics, Sauders College Publishing, Orlando, 1992.

- Lima, L.C. , Desenvolvimento de um Piranômetro de Compensação Elétrica Dinâmica com Detetores Plano, Tese de Doutorado, EESC/USP, São Carlos, São Paulo, 1986.
- Lin, J. T., Ovacik, L., Jones, O. C., Newell, J. C., Cheney, M. and Susuky, H., Use of Electrical Impedância Imaging in Two-Phase, Gas-Liquid flows, ANS, National Heat Transfer Conference, 1991.
- Lobo, P. C. and Belo, F. A. "A self Calibration Radiometer", IV Alternative Energy Source, Ann Arbor, 1982.
- Lobo, P. C. and Belo, F. A. "Validations of Loss Compensated Radiometer", Proc. ASME, Solar Energy Dision, 5th Annual Technical Conference, New York, 1983.
- Looyenga, H., Physica, 31, 401, 1965.
- Lorentz, H. A., Verh. Kon. Acad. van Wetenschappen, Amsterdam 1879, Ann. Phys. 9 (1880) 641, Theory of Electrons, Dover, New York 1952.
- Macdonald , J. R. and Brachman, M. K., Linear System Integral Transform Relations, Vol. 28, pag. 393, Rev. Mod. Phys., 1956
- Macdonald, J. R., Frequency response of unifield dielectric and conductive system involving an exponential distribution of activation energies, J. Appl. Phys., 58 (5), 1955, 1 September, 1985.
- Macdonald, J. R., J. Appl. Phys. 62, R51, 1987.
- Macdonald , J. R., Some Statistical Aspects of Relation Time Distributions, Vol. 28 , pag. 485 Physica 1962.
- Macdonald , J. R, Transiente and Temperature Response of a Distributed Thermally Activated System, Vol. 34 , pag. 538, J. Appl. Phys., 1963.
- Macdonald , J. R, Thermal Activation Reactions, Vol. 40, pag. 1792, J. Chem. Phys.,1964
- Macdonald , J. R., Vol. 13, pag. 147, Solid State Ion, 1984.
- Masuda, Y., Nishikawa, M. and Ichijo, B., New methods of measuring capacitance and resistance of very high loss materials at high frequencies, IEEE Trans. Instrum. Meas. IM - 29 28-36, 1980.

- Matsumoto, A. and Higasi, K., Dielectric Relaxation of Nonrigid Molecules at Lower Temperature, *The Journal of Chemical Physics*, 16(7), pp. 1776, 1962.
- Maxwell, J. C., *Electricity and Magnetism*, Clarendon Press, Oxford, Vol. 1, 452, 1892.
- Maxwell, J. C., *Treatise on Electricity and Magnetism*, Clarendon, Oxford, 1873.
- Maxwell, J. C., *A Treatise on Electricity and Magnetism*, Vol. 1, p.452, Dover Publications, Dover, 1954.
- McCann, J. F. and Badwal, S. P. S., Vol. 129, pag. 551, *J. Electrochem. Soc.*, 1982.
- McCullough, W. A fast reading digital voltmeter with 0.005% Accuracy and Integrating Capability, *Hewlett - Packard J.*, vol. 16, no. 12, August, 1966.
- McKee, S. L., Williams, R. A., Dyakowski, T. and Bell, T. A., Industrial Application of Electrical Tomography to Conveying Processes, *Trans I ChemE*, Vol. 71, May 1993.
- Meredith, R. E. and Tobias, C. W., Resistance to Potential Flow Through a Cubic Array of Spheres, *J. App. Phys.*, 34, 7, 1270, July 1960.
- Merilo, M., Dechene, R. L. & Cicowlas, W. M., Void Fraction Measurement with a Rotating Electric Field Conductance Gauge, *J. Heat Transfer*, 99, 330-332, 1977.
- Messiah, A. *Mécanique quantique*, vol. 1, Dunod, Paris, 1959.
- Misel, D. L. and Sheppard, R. J. , *J. Phys.*, D6, 379, 1973.
- More, W.J., *Físico-Química*, Tradução de Helena Li Chun, Ivo Jordan e Milton Caetano Ferreroni, Editora Edgar Blücher LTDA., São Paulo, S. P., 1998, 2ª Reimpressão.
- Mossoti, P. F., *Bibl. Univ. Modema* 6 (1847) 193.
- Mosotti, F. *Mem. Soc. Ital. Sc. (Modena)*, 14, 49 (1850), "Die Mechanische Wärmetheorie", Vieweg-Verlag, Brunswick, Germany, 1879, vol II, p. 94.
- Mott, F. and I. N. Sneddon, "Wave Mechanics and Its Applications," Oxford, London, 1948, p. 169.

- Moura, L. F. M, Borges, M. G. S. e Tambelini, F., Desenvolvimento de um sistema de medida de vazões para escoamentos bifásicos, V Encontro Nacional de Ciências Térmicas, São Paulo, 1984.
- Mullard, Capacitance humidity sensor, Technical publication M80-0090, 1980.
- Murphy, E. J. and Morgan, S. O. Bell System Tech. J., 18, 502, 1939.
- Musal, H. M., Hahn, H. T. and Bush, G. G., Validation of mixture equations for dielectric-magnetic composites, J. Appl. Phys., 63 (8), 15 April, pp. 3768, 1988.
- National Semiconductor Corporation, Linear Data Book, 1976.
- National Semiconductor Corporation, Linear Applications - Databook, National Semiconductor, LB - 19, pp 1124, Santa Clara, California, 1986
- Ngal, L. In nom Debye Relaxation in Condensed Matter, Edited by T. V. Ramakrishnan and Raj Lakshmi (Word Scientific, Singapore, 1984), pp. 23 - 191.
- Niklasson, G. A. , J. Appl. Phys. 62, R1, 1987.
- Niklasson, G. A. , Comparasion of dielétric response functions for conducting materials, J. Appl. Phys. 66(9), pp. 4350, 1989.
- Oliver, B. M and Cage, J. M. (Editor), Electronic Measurements and Instrumentation, McGraw - Hill Kogakusha, Itda, 1971, Tokio, Japan.
- Onsager, L., J. Am. Chem. Soc., 58, 1486, 1936
- Ott, W. H., Noise Reduction Techniques in Electronic Sístems, John Wiley & Sons, 1976.
- Owen, D. R. and Hinton, E., A Simple Guide to Finite Elements, Pineridge Press Limited, Swansea, 1980.
- Pashniak, D. W., PhD Thesis, Washington University, 1969.
- Pellat, H., J. J. Physique 9, No. 313, 1900.
- Pilla, L., Físico-Química, Vol. 1, Livros Técnicos e Científico Editora, Rio de Janeiro, 1979.

- Pimentel, G. C. e Sprateley, R. D., Química, Um Tratamento Moderno, Vol. 1, Tradução de Henrique E. Toma, Madeleine Perrier, Mário T. Cataldi, Viktoria Lakatos Osório e Vicente G. Toscano, Editora Edgard Blücher LTDA, 1981, 3ª reimpressão, São Paulo, S. P.
- Pimentel, G. C. e Sprateley, R. D., Química, Um Tratamento Moderno, Vol. 2, Tradução de Henrique E. Toma, Madeleine Perrier, Mário T. Cataldi, Viktoria Lakatos Osório e Vicente G. Toscano, Editora Edgard Blücher LTDA, 1981, 3ª reimpressão, São Paulo, S. P.
- Pontriaguine, L., Équations Différentielles Ordinaires, Traduit par Guy Der-Megreditchian, Editions MIR, Moscow, 1969.
- Purcell, E. M., Tradutores: Wajntal Wilktor; Oliveira, Antonio de; Cavallari, E.; Zangari, R., O. e Talpe, j. Eletricidade e Magnetismo, Curso de física de Berkley, Editora Edgard Bluger LTDA., 1973, pag. 93.
- Rayleig, L., Philos. Mag. 34, 481, 1872.
- Reitz, R. R., Milford, F., J. and Crristy, R., W., "Fundamentos da Teoria Eletromagnética", (in Portuguese), Editora Campus Ltda., Rio Janeiro, 1982.
- Richards, J. C. S., Some aspects of transducer immitance measurement, J. Phys. E: Sci. Instrum. 15, 1251-6, 1982.
- Rivail, J. L., J. Chim. Phys., 66, 981, 1969.
- Robert, P., Electrical and Magnetic Properties of Materials, Artech House, INC, Norwood, 1988.
- Sagal, M. W. , Dielectric Relaxations in Liquid Alchols and Diols, The Journal of Chemical Physics, Vol. 36, No. 9, 2437, 1962.
- Schwartz, M., Information Transmission, Modulation, and Noise, Second Edition, McGraw-Hill Kogakusha, LTD., Tokio, 1970.
- Scott, J. Analog Eletronic Design, Principles and Practice of Creative Design, Prentice Hall, Sydbey, 1992.
- Schilling, D. L. e Belove, C., Circuitos Eletrônicos Discretos e Integrados, tradução de Reis, J., C., G. e Simões, A., Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1982.
- Shoemaker, D. P., Garland, C. W. and Nibler, J. W. , Experiments in Physical Chemistry, fifth edition, Mcgraw -Hill International Editions, 1989.

- Shu, M., T., Weinberg, C., B., and Lee, Y., H., A simple Capacitance Sensor for Void Fraction Measurement in Two Phase Flow, *Ind. Chem. Fundam.*, Vol. 21, no. 2, pp. 175, American Chemical Society, 1982.
- Skoog, D. A. and Leary, J. J. *Principles of Instrumental Analysis*, PP. 2, Saunder College Publishing, A Harcourt Brace Jonavich College Publisher, United State of Amecica, 1992
- Smyth, C., P., *Dielectric Behavior and Structure*, Mcgraw - Hill Book Company, New York, 1955
- Spiegel, M. Murray, *Mecânica Racional*, Traduzido por Francisco Abranches Pinheiro, McGraw-Hil do Brasil, LTDA, 1967.
- Stout, D., F. and Kaufman, M., *Handbook of Operational Amplificador Circuit and Design*, McGraw Hill Book Company, Caledonia, 1976.
- Suggett, A., in M. Davies, sen. rep., *Dielectric and Related Molecular Process*, Vol. 1, Chem. p.100, Soc. Specialist Period. Rep., London, 1972.
- Tang, *Ann. Physik*, 29, 59, 1908.
- Taraev, B, *Physics of Dielectric Materials*, Mir Publishers, 1975, 1979
- Therman, Frederic E., *Radio Engineer's Handbook*, pp. 28, McGraw - Hill Book Company, New York, 1943.
- Thompson, A. M., An Absolute Determination of Resistance Based on a Calculable Standard of Capacitance, Vol. 4, fasc. 1, pag. 107, *Metrologia*, January, 1968
- Thompson, A. M. and Lampard, D. G., A new Theorem in Electrostatic and its Application to Calculable Standards of Capacitance, *Nature*, vol. 177, May, 1956.
- Thompson, A. M. and Lampard, D. G., A New Theorem in Electrostatic and Its Application to Calculable Standards of Capacitance, Vol. 166, pag. 888, *Nature*, 1956.
- Thompson, A. M. The Precise Measurent of Small Capacitance, *Trans. IRE, Instrum.*, December 1958, vol 1-7.
- Tin, G. D. and Negrini, A., Development of Electrical Impedance Probes for Fraction Measurement in Air-Water Flow, *Multhiphase Transport*, vol. 5, 1979.

- Telles, A. S. and Duker, A. E., *Ind. Engng Sci.* 11 35-52, 1959.
- Torquato, S., *Effective Electrical Conductivity of two-phase Disordered Composite Media*, *J. Appl. Phys.*, 58(10), 1985.
- Uhlig, H., H., Kirkood, J. G. , and Keyes, F. G., *J. Chem. Phys.*, 1, 155, 1933.
- Van Rossum, J. J. , *Chem. Engng. Sci.* 11 35-52, 1959.
- Wagner, K. W. , *Die Isolierstoffe der Eleetktrotechnik*, pp. 1 ff, Edited by H. Schering, Berlin, Springer, 1924.
- Weiner, O., *Die Theorie des Mischkorpers fur dal Feld Feld der Stationaren Stromung*, *Abh.d. Sachs. Ges. d. Wiss., math. -phys.* K1.32.S.509, 1912.
- Wicks, M., PhD Thesis, University of Houston, 1965.
- Williams, R. A., Xie, C. G., Dickin, F. J., Simons, S. J. R. and Beck, M. S., *Review: Multi-Phase flow Measurements in Powder Processing*, *Powder Technology*, 66, 203-224, 1991.
- Williams, G. and Watts, D. C., *Trans. Faraday Soc.*, 66, 80, 1970.
- Williams, G. and Watts, D. C., Dev, S. B. and North, A. M., *Trans. Faraday Soc.*, 67, 1323, 1971.
- Xie, C. G., Huang, S. M., Hoyle, B. S., Thorn, R., Lenn, C., Snowden, D. and Beck, M. S., *Electrical Capacitance Tomography for Flow Imaging: System Model for Development of Image Reconstruction Algoritms and Design of Primary Sensors*, *IEE Proceedings-G*, Vol. 139, No. 1, July 1989
- Xie, C. G., Plaskowski, A. and Beck, M. S., 8 - *Electrodo Capacitance System for Two-Componen flow identification, Part 1: Tomographic Flow Imaging*, *IEE Proceedings, Science*, Vol. 136, Pt. A, No. 4, pp. 173-1183, July 1989.
- Xie, C. G., Plaskowski, A. and Beck, M. S., 8 - *Electrodo Capacitance System for Two-Componen flow identification, Part 2: Flow Regime Idenfication*, *IEE Proceedings, Science*, Vol. 136, Pt. A, No. 4, pp. 173-1183, July 1989.