

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR marcelo Becker
E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 25.02.97.

ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Estudo sobre Robôs de Locomoção: Formas Construtivas, Dirigibilidade e Controle

Autor: **Marcelo Becker**

Orientador: **Franco Giuseppe Dedini**

Fevereiro / 1997

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

Estudo sobre Robôs de Locomoção: Formas Construtivas, Dirigibilidade e Controle

Autor: Marcelo Becker

Orientador: Franco Giuseppe Dedini ✍

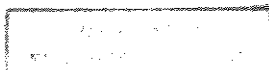
Curso: Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Dissertação de mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 1997

S.P. - Brasil



8.11.10.16

UNIDADE	BC
1. CHAMADA:	Unicamp
2. B388e	
3. E.	
4. NBO B3/	30787
5. PROC.	281/97
6. C ☐ D ☒	
7. PREÇO	R\$ 11,00
8. DATA	14/06/97
9. N.º CPD	

CM-00098671-0

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

B388e Becker, Marcelo
Estudo sobre robôs de locomoção: formas construtivas,
dirigibilidade e controle / Marcelo Becker.--Campinas,
SP: [s.n.], 1997.

Orientador: Franco Giuseppe Dedini.[✓]
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Robôs.[✓] 2. Estabilidade.[✓] 3. Conjuntos nebulosos.[✓] I.
Dedini, Franco Giuseppe. II. Universidade Estadual de
Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

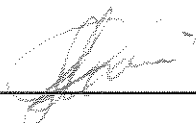
**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Estudo sobre Robôs de Locomoção: Formas Construtivas, Dirigibilidade e Controle

Autor: **Marcelo Becker**

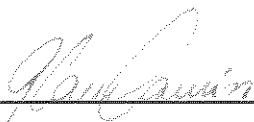
Orientador: **Franco Giuseppe Dedini**



**Prof. Dr. Franco Giuseppe Dedini, Presidente
Faculdade de Engenharia Mecânica - UNICAMP**



**Prof. Dr. João Maurício Rosário
Faculdade de Engenharia Mecânica - UNICAMP**



**Prof. Dr. Glauco Augusto de Paula Caurin
Escola de Engenharia de São Carlos - USP**

Campinas, 25 de fevereiro de 1997

Dedicatória

Dedico este trabalho aos meus Pais.

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ter sido concluído sem o apoio e a ajuda de diversas pessoas às quais presto homenagem:

Ao Sr. Antônio Manoel José da Silva cujos ‘puxões de orelha’ ensinaram-me muito sobre a vida.

Ao meu orientador que além de me mostrar o caminho a seguir, tornou-se um grande amigo.

Aos meus amigos Cláudio e Clivaldo pelos momentos de descontração.

Aos meus amigos da XL Turma da FMRP - USP pela acolhida no retorno a Ribeirão Preto.

Ao Prof. Dr. Hans Ingo Weber da Faculdade de Engenharia Mecânica - UNICAMP, pela sua participação como membro convidado na Banca Examinadora.

A todos cujos nomes não foram citados, mas que de alguma forma auxiliaram na realização deste trabalho.

Eu quase nada sei mas, desconfio de muita coisa.

João Guimarães Rosa (1908 - 1967)

Sumário

Capítulo 1	Introdução	1
1.1	- Ambientes de Operação	2
1.2	- Objetivo do Trabalho	3
1.3	- Organização do Trabalho	4
Capítulo 2	Formas Construtivas	5
2.1	- Acionamento por Rodas	6
2.2	- Acionamento por Esteiras	8
2.3	- Acionamento por Pernas	10
Capítulo 3	Estudo e Modelagem das Rodas	13
3.1	- Estudo dos Movimentos das Rodas	13
3.1.1	- Rolamento	14
3.1.2	- Escorregamento	14
3.2	- Tipos de Rodas	15
3.2.1	- Rodas Rígidas em Solos Rígidos	15
3.1.2	- Rodas Elásticas em Solos Rígidos	16
3.3	- Direcionabilidade	17
3.4	- Modelagem Linear das Rodas	20
3.5	- Modelagem Não Linear das Rodas	21

Capítulo 4 Estabilidade Dinâmica	23
4.1 - Modelo Linear	24
4.1.1 - Estabilidade Lateral - Escorregamento	24
4.1.2 - Estabilidade Lateral - Tombamento	32
4.1.2.1 - Aplicação de Força Lateral	32
4.1.2.2 - Plano Inclinado e Movimento Retilíneo	35
4.1.2.3 - Curva Plana com Aceleração Positiva	37
4.1.2.4 - Curva Inclínada com Aceleração Positiva	41
4.1.2.5 - Curva Plana com Aceleração Negativa	43
4.1.2.6 - Curva Inclínada com Aceleração Negativa	45
4.2 - Modelo Não Linear	48
4.3 - Simulações	52
4.4 - Análise dos Resultados	59
Capítulo 5 Dirigibilidade	60
5.1 - Robô Móvel de 4 Rodas com Acionamento Traseiro e Esterçamento Frontal	61
5.2 - Robô Móvel de 4 Rodas com Acionamento e Esterçamento Frontal	64
5.3 - Robô Móvel de 4 Rodas com Acionamento e Esterçamento Traseiro	67
5.4 - Robô Móvel de 4 Rodas com Acionamento Frontal e Esterçamento Traseiro	70
5.5 - Robô Móvel de 3 Rodas (2F) com Acionamento Traseiro e Esterçamento Frontal	73
5.6 - Robô Móvel de 3 Rodas (2F) com Acionamento e Esterçamento Frontal	75
5.7 - Robô Móvel de 3 Rodas (2F) com Acionamento e Esterçamento Traseiro	78
5.8 - Robô Móvel de 3 Rodas (2F) com Acionamento Frontal e Esterçamento Traseiro	80
5.9 - Robô Móvel de 3 Rodas (1F) com Acionamento Traseiro e Esterçamento Frontal	82
5.10 - Robô Móvel de 3 Rodas (1F) com Acionamento e Esterçamento Frontal	84

5.11 - Simulações	86
5.12 - Análise dos Resultados	109
Capítulo 6 Controle	111
6.1 - Introdução	111
6.2 - Projeto e Simulação do Controlador Nebuloso	113
6.2.1 - Definição das Variáveis de Estado	114
6.2.2 - Controle de Navegação	115
6.2.3 - Desvio de Obstáculos	120
6.2.4 - Controle de Velocidade	125
6.3 - Resultados das Simulações	126
6.4 - Análise dos Resultados	134
Capítulo 7 Conclusão e Perspectivas Futuras	136
Apêndice 1 Efeito das rodas pivotadas sobre o CG de um veículo	A1.1
Apêndice 2 Modelagem não linear das rodas - Dugoff (1970)	A2.1
Apêndice 3 Cálculo das forças normais às rodas	A3.1
Apêndice 4 Cálculo dos ângulos de escorregamento ψ_i	A4.1
Apêndice 5 Fundamentos de Lógica Nebulosa e Redes Neurais	A5.1
Referências Bibliográficas	

Resumo

BECKER, Marcelo, *Estudo sobre robôs de locomoção: formas construtivas, dirigibilidade e controle*, Campinas,: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1997. 137 p. Tese (Mestrado)

O objetivo deste trabalho é estudar as formas construtivas mais viáveis para a construção de um módulo de locomoção para pessoas com deficiência física. Como os resultados podem ser aplicados a robôs móveis, o módulo é tratado como tal. Inicialmente é feita uma introdução às principais formas de acionamento utilizadas em robôs móveis encontradas na literatura e o estudo dos movimentos das rodas. Através das equações dinâmicas é feita a análise de estabilidade dinâmica e de dirigibilidade para 3 configurações básicas de robôs móveis (4 rodas, 3 rodas - 2 frontais e 3 rodas - 1 frontal), para diferentes formas de acionamento e esterçamento. E, finalmente, são discutidas as opções de controle (convencional, nebuloso, neural e neural-nebulosos) e é apresentado o desenvolvimento de um controlador nebuloso para navegação e desvio de obstáculos.

Palavras Chave:

- Rodas, Robôs Móveis, Estabilidade, Dirigibilidade, Controle Nebuloso

Abstract

BECKER, Marcelo, *Estudo sobre robôs de locomoção: formas construtivas, dirigibilidade e controle*, Campinas,: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1997. 137 p. Tese (Mestrado)

The objective of this work is to study the constructive forms more viable to build an autonomous vehicle for people with some physical deficiency. This vehicle will be called as mobile robot, because the vehicle's results can be applied to this type of robots. Initially an introduction to main driven forms applied to mobile robots and the study of tires' motions is made. Through the dynamic equations, the analyses of dynamic stability and dirigibility for the 3 basics' configurations of mobile robots (4 wheeled, 3 wheeled - 2 front wheels and 3 wheeled - 1 front wheel), for different ways of driving and steering, are made. Finally, the control's options (traditional, fuzzy, neural and neural-fuzzy) are discussed and the development of a fuzzy controller to navigation and obstacle avoidance is made.

Key words:

- Tires, Mobile Robots, Stability, Dirigibility, Fuzzy Control

Lista de Figuras

1.1	Exemplos de mobilidade linear, planar e espacial em robôs móveis industriais	2
2.1	Principais formas construtivas de robôs móveis acionados por rodas	6
2.2	MDOF utilizado por Borenstein	8
2.3	Formas construtivas de robôs móveis acionados por esteiras	9
2.4	Configurações de robôs móveis com suspensão adaptativa estudados por Gat	10
2.5	Esquema do AMR utilizado por Bares	11
2.6	Robôs móveis bípedes de 3, 5 e 7 links	12
3.1	Movimento de rolamento	14
3.2	Roda rodando	14
3.3	Roda escorregando	15
3.4	Roda elástica em contato com o solo	16
3.5	Distribuição de pressão na área de contato	16
3.6	Forças laterais na roda	17
3.7	Roda em uma curva	18
3.8	Ângulo Caster em rodas pivotadas	18
3.9	Comportamento do Torque Auto-Alinhante	19
3.10	Ângulos Camber e de Inclinação do Pino	19
3.11	Roda elástica em movimento em solo rígido	20
3.12	Esquema das forças que atuam na roda em movimento	20
4.1	Componentes das forças do modelo de bicicleta adotado para os robôs	25

4.2	Modelo para o robô móvel de quatro rodas	25
4.3	Modelo para o robô móvel de três rodas - 2F	28
4.4	Modelo para o robô triciclo	29
4.5	Modelo para o robô de quatro rodas em movimento retilíneo, submetido a uma força lateral externa	32
4.6	Modelo para o robô de três rodas - 2F - em movimento retilíneo, submetido a uma força lateral externa	33
4.7	Modelo para o robô triciclo em movimento retilíneo, submetido a uma força lateral externa	34
4.8	Modelo para o robô de quatro rodas em movimento retilíneo uniforme, em um plano inclinado	35
4.9	Modelo para o robô de três rodas - 2F - em movimento retilíneo uniforme, submetido a uma força lateral externa	36
4.10	Modelo para o robô triciclo em movimento retilíneo uniforme, submetido a uma força lateral externa	37
4.11	Modelo do robô de quatro rodas em curva plana, com $a > 0$	38
4.12	Modelo para o robô de três rodas - 2F - em curva plana, com $a > 0$	39
4.13	Modelo para o robô triciclo em curva plana, com $a > 0$	40
4.14	Modelo para o robô de quatro rodas em curva inclinada, com $a > 0$	41
4.15	Modelo para o robô de três rodas - 2F - em curva inclinada, com $a > 0$	42
4.16	Modelo para o robô triciclo em curva inclinada, com $a > 0$	43
4.17	Modelo para o robô de quatro rodas em curva plana, com $a < 0$	44
4.18	Modelo para o robô de três rodas - 2F - em curva plana, com $a < 0$	44
4.19	Modelo para o robô triciclo em curva plana, com $a < 0$	45
4.20	Modelo para o robô de quatro rodas em curva inclinada, com $a < 0$	46
4.21	Modelo para o robô de três rodas - 2F - em curva inclinada, com $a < 0$	46
4.22	Modelo para o robô triciclo em curva inclinada, com $a < 0$	47
5.1	Diagrama de corpo livre para o robô de 4 rodas, com acionamento traseiro e esterçamento frontal	61
5.2	Diagrama de corpo livre para o robô de 4 rodas, com acionamento e esterçamento frontal	64

5.3	Diagrama de corpo livre para o robô de 4 rodas, com acionamento e esterçamento traseiro	67
5.4	Diagrama de corpo livre para o robô de 4 rodas, com acionamento frontal e esterçamento traseiro	70
5.5	Diagrama de corpo livre para o robô de 3 rodas (2F), com acionamento traseiro e esterçamento frontal	73
5.6	Diagrama de corpo livre para o robô de 3 rodas (2F), com acionamento e esterçamento frontal	75
5.7	Diagrama de corpo livre para o robô de 3 rodas (2F), com acionamento e esterçamento traseiro	78
5.8	Diagrama de corpo livre para o robô de 3 rodas (2F), com acionamento frontal e esterçamento traseiro	80
5.9	Diagrama de corpo livre para o robô triciclo, com acionamento traseiro e esterçamento frontal	82
5.10	Diagrama de corpo livre para o robô triciclo, com acionamento e esterçamento frontal	84
5.11	Exemplo de cálculo e ângulo de esterçamento	87
6.1	Comparação entre lógica nebulosa e redes neurais	112
6.2	Variáveis de estado e sistema de coordenadas global	115
6.3	Funções de pertinência para θ_{fe}	117
6.4	Funções de pertinência para θ_{he} e θ_{oc}	117
6.5	Funções de pertinência para d_f	117
6.6	Funções de pertinência para $\theta_{correção}$	117
6.10	Exemplo de conjunto de desvio	122
6.11	Exemplo de aplicação do ‘Windowing’	123
6.12	Exemplo de aplicação do ‘Rule Spreading’ em um vetor fit	124
6.13	Fluxograma do controlador nebuloso	124
6.14	Funções de pertinência do controle de velocidade	126
A1.1	Veículo e variáveis geométricas	A1.1

A2.1 Roda elástica em movimento em solo rígido	A2.1
A2.2 Geometria da região de contato roda-solo	A2.1
A2.3 Esquema de deformação na área de contato sem escorregamento	A2.2
A3.1 Eixos principais - roll, pitch e yaw e distribuição das forças no robô	A3.1
A3.2 Eixos principais - roll, pitch e yaw e distribuição das forças no robô	A3.3
A3.3 Eixos principais - roll, pitch e yaw e distribuição das forças no robô	A3.4
A4.1 Decomposição vetorial da velocidade de uma roda	A4.1
A5.1 Funções de pertinência	A5.1
A5.2 Variável lingüística <i>Velocidade</i>	A5.4
A5.3 Regra de inferência composicional	A5.7
A5.4 Mecanismo de inferência nebulosa	A5.8
A5.5 Estrutura básica de um controlador nebuloso	A5.9
A5.6 Métodos de defuzzificação	A5.10
A5.7 Esquema de um neurônio biológico	A5.11
A5.8 Modelo de um Neurônio Artificial	A5.11
A5.9 Arquiteturas básicas de redes neurais - (a) redes em camadas, (b) redes recorrentes e (c) redes reticuladas	A5.13

Nomenclatura

Latinas

A	Força lateral externa	[N]
A	Constante positiva dependente das propriedades da roda (Huston)	[rad ⁻¹]
$\vec{A}$	Força de inércia causada pela aceleração longitudinal a	[N]
A_s	Fator de redução de adesão devido à velocidade	[N]
a	Aceleração longitudinal	[m/s ²]
a_x	Aceleração no eixo X	[m/s ²]
a_y	Aceleração no eixo Y	[m/s ²]
B	Constante positiva dependente das propriedades da roda (Huston)	[Nrad ⁻¹]
B	Matriz dos coeficientes das equações diferenciais	[-]
B	Força adicional de resistência ao movimento	[N]
b	Largura do robô móvel	[m]
b_i	Coefficientes da equação característica	[-]
C_n	Carga normal à roda	[N]
C_s	Rigidez longitudinal da roda	[N/volta]
$C_{\psi F}$	Rigidez ao escorregamento das rodas frontais (F)	[N/rad]
$C_{\psi T}$	Rigidez ao escorregamento das rodas traseiras (T)	[N/rad]
c	Comprimento da área de contato	[m]
c_i	Coefficientes da equação característica	[-]
$\vec{D}$	Vetor de inércia devido à aceleração d	[N]
d	Distância entre o robô móvel e o obstáculo	[m]
d_i	Coefficiente da equação característica	[-]
$\vec{E}$	Força de inércia causada pela aceleração lateral	[N]

e	Distância devido ao Caster	[m]
F	Força externa aplicada no robô móvel	[N]
F	Força de resistência ao deslizamento	[N]
F	Força centrífuga	[N]
F	Vetor 'fit' normal	[-]
F_R	Força de cisalhamento resultante	[N]
F_{SR}	Força de reação do solo na roda	[N]
F_{RS}	Força de reação da roda no solo	[N]
F_ξ	Força de cisalhamento longitudinal da roda	[N]
F_η	Força de cisalhamento lateral da roda	[N]
f_0	Distância horizontal entre o centro da roda e ponto de aplicação da força normal	[m]
g	Aceleração da gravidade	[m/s ²]
h	Altura do C.G. do robô móvel	[m]
I_z	Momento de inércia com relação ao eixo vertical (Z) no C.G. do robô móvel	[kg.m ²]
$\hat{i}_x\hat{i}_y$	Sistema de coordenadas solidário à projeção do centro da roda	[-]
i	Posição do vetor	[-]
K_f	Rigidez à inclinação frontal	[N.m/rad]
K_t	Rigidez à inclinação traseira	[N.m/rad]
K_{us}	Coefficiente de estabilidade do robô móvel	[rad ⁻¹]
k_x	Rigidez longitudinal da roda	[N/m ³]
k_y	Rigidez lateral da roda	[N/rad.m ³]
L	Distância total entre o eixo frontal e traseiro	[m]
l	Largura da área de contato	[m]
l_1	Distância do C.G. do robô móvel ao eixo frontal	[m]
l_2	Distância do C.G. do robô móvel ao eixo traseiro	[m]
M	Torque interno da roda	[N.m]
m	Massa total do robô móvel	[kg]
m	Posição da máxima ativação do vetor	[-]
P	Pressão ao longo da área de contato	[N/m ²]
P	Força de reboque da roda	[N]

$P(t)$	Potência motora aplicada nas rodas	[W]
P e Q	Decomposições do vetor N	[N]
Q	Componente de S na direção do centro de curvatura	[N]
r	Raio da roda	[m]
r_{din}	Distância vertical entre o centro da roda e ponto de aplicação da força normal	[m]
R_e	Raio dinâmico da roda	[m]
S	Força de reação da roda	[N]
S_i	Forças transversais das rodas	[N]
$\overline{S_R}$	Parâmetro adimensional	[-]
s	Coefficiente de escorregamento longitudinal	[-]
s	Distância entre as projeções do centro da roda e do pino	[m]
T_f e T_t	Momento de inclinação frontal e traseiro	[N.m]
TT	Eixo de tombamento	[-]
U_w	Velocidade longitudinal da roda	[m/s]
U_i	Forças longitudinais das rodas	[N]
$V_{critica}$	Velocidade limite para estabilidade lateral - escorregamento	[m/s]
V_s	Velocidade de escorregamento da roda	[m/s]
V_{RS}	Velocidade da roda em relação ao solo	[m/s]
V_X	Velocidade do robô móvel na direção do eixo X	[m/s]
V_Y	Velocidade do robô móvel na direção do eixo Y	[m/s]
W	Peso efetivo sobre a roda	[N]
W_i	Vetor ‘windowing’	[-]
W_F	Peso efetivo do robô móvel sobre o eixo frontal	[N]
W_T	Peso efetivo do robô móvel sobre o eixo traseiro	[N]
w	largura da ‘janela’ para a aplicação do ‘windowing’	[-]
$\vec{Z}$	Resultado da soma vetorial de $\vec{A}$ e $\vec{E}$	[N]

Gregas

α	Ângulo entre o vetor resultante $\vec{Z}$ e a linha que define a distância entre o centro de massa do robô móvel e o eixo de tombamento	[rad]
----------	---	-------

β	Ângulo entre a direção do movimento e a direção de rolamento da roda (torque auto-alinhante)	[rad]
β	Ângulo entre o vetor resultante $\vec{Z}$ e a linha que define a distância entre o centro de massa do robô móvel e o eixo de tombamento	[rad]
β_i	Ângulo entre a força S_i e o eixo X	[rad]
δ	Ângulo de inclinação da pista	[rad]
δ_f	Ângulos de esterçamento frontal	[rad]
δ_t	Ângulos de esterçamento traseiro	[rad]
ϕ	Ângulo de inclinação do robô móvel	[rad]
γ	Ângulo formado entre as linhas que unem o centro de curvatura da trajetória, o centro de massa do robô móvel e o eixo traseiro	[rad]
φ	Ângulo formado entre o vetor $\vec{Z}$ e o eixo Y	[rad]
μ_s	Coefficiente de adesão roda-solo - escorregamento	[-]
μ_o	Coefficiente de adesão roda-solo - rolamento	[-]
μ	Coefficiente de atrito ao rolamento	[-]
θ	Ângulo de inclinação do pino	[rad]
θ	Ângulo formado pela linha que define a distância entre o centro de massa do robô móvel e o eixo de tombamento ($l_2 \cdot \sin\theta$) e a linha de centro do Robô Móvel	[rad]
θ_f	Ângulo de orientação desejado do robô móvel	[°]
θ_r	Ângulo de orientação atual do robô móvel	[°]
θ_{oe}	Erro de orientação do robô móvel (ver figura 6.2)	[°]
θ_{hc}	Erro de orientação do robô móvel (ver figura 6.2)	[°]
θ_{fe}	Erro de orientação do robô móvel (ver figura 6.2)	[°]
θ_{obst}	Ângulo entre o robô móvel e o obstáculo detectado pelos sensores	[°]
ρ	Raio de curvatura	[m]
σ_{max}	Limite de cisalhamento	[N/m ²]
τ	Torque aplicado nas rodas	[N.m]
ω	Velocidade angular da roda	[rad/s]
ω_Z	Velocidade angular do robô móvel no eixo Z	[rad/s]
ξ_s'	Coordenada longitudinal do ponto no corpo da roda	[m]

ξ_s	Coordenada longitudinal do ponto no corpo da roda	[m]
ψ	Ângulo de escorregamento	[rad]

Abreviações

AGV -	Automatic Guided Vehicle
AMR	Autonomous Mobile Robot
MDOF -	Multi Degree of Freedom
PDW -	Passive Dynamic Walking

Siglas

LAAS -	Laboratoire d' Automatique et d' Analyse des Systemes - France
---------------	--

Capítulo 1

Introdução

Nos últimos anos, robôs móveis têm sido aplicados nas mais diversas áreas (por exemplo, manuseio de materiais perigosos, combate a incêndios e calamidades, resgate, transporte de cargas em fábricas, transporte de pessoas etc.). A tendência é que o uso de robôs móveis (autônomos ou não) expanda-se nos próximos anos em áreas como a mineração, transporte de cargas e agricultura.

A pesquisa de robôs móveis autônomos iniciou-se na década de 60. Na época, o Laboratoire d'Automatique et d'Analyse des Systemes (LAAS), França, desenvolveu o projeto do Hilaré que causou furor por adotar a filosofia de dividir as tarefas de controle em blocos, sendo que a mesma filosofia tem sido adotada por grande parte dos pesquisadores até os dias atuais, COZMAN (1991).

Porém, na década de 60, não havia equipamento computacional poderoso o suficiente para o desenvolvimento do controle de robôs móveis, deixando-os muito abaixo das especificações desejadas. Na década de 80, o desenvolvimento da tecnologia dos microprocessadores, impulsionou este estudo, possibilitando a utilização de grande poder computacional embarcado nos robôs. A pesquisa voltou-se ao sensoriamento, ao estudo da modelagem do ambiente de trabalho dos robôs e a novas formas construtivas.

Desde então, um grande número de projetos surgiram, introduzindo diversos algoritmos, técnicas de processamento sensorial e de interpretação do ambiente, novas formas construtivas e, aumentando cada vez mais o número de aplicações para robôs móveis.

Atualmente, a utilização na indústria de robôs móveis com manipuladores embarcados é pesquisada. Deste modo, uma classificação comumente utilizada refere-se ao número adicional de graus de liberdade proporcionado pelo robô móvel ao manipulador, WARNECKE (1985): mobilidade linear (apenas no eixo x , y ou z), planar (no plano xy , xz ou yz), ou espacial. Isto pode ser melhor observado na figura 1.1.

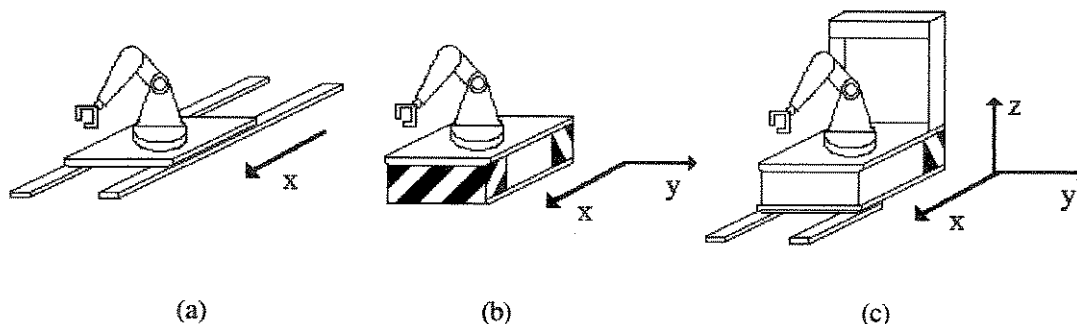


Figura 1.1 - Exemplos de mobilidade linear (a), planar (b) e espacial (c) em robôs móveis industriais.

1.1 Ambientes de Operação

Em função do ambiente de operação, ou trabalho, os robôs móveis autônomos podem ser classificados em:

- A caminho fixo - geralmente utilizados em ambientes industriais (estáticos) onde, o robô possui um número finito e invariável de trajetórias possíveis. Em caso de alterações em seu ambiente de trabalho, é necessário reestruturar as trajetórias. Um exemplo típico são AGVs para sistemas flexíveis de manufatura, MORANDIN (1993).
- A caminho indeterminado - geralmente utilizados em ambientes dinâmicos onde, a incerteza das condições do ambiente de operação requerem um sensoriamento constante do mesmo e a tomada de decisões, ou seja, a definição de uma nova trajetória a ser seguida, correção de trajetória etc..

De forma geral, denomina-se ambiente estático, ou estruturado, aquele cuja configuração é conhecida e não sofre alterações, podendo ser modelado matematicamente. Já um ambiente dinâmico, ou não estruturado, possui uma configuração não conhecida ou que sofre alterações que impedem o seu modelamento matemático.

Robôs móveis autônomos a caminho indeterminado constituem a base para pesquisas experimentais em diversas áreas como, por exemplo: sensoriamento, planejamento de trajetórias, organização de ambientes e determinação de estratégias de controle. Os graus de autonomia e compreensão acerca do seu ambiente de trabalho determinam o tipo de sensoriamento e estratégias de controle a serem utilizadas.

1.2 Objetivo do Trabalho

O ambiente de trabalho e o tipo de aplicação ao qual um robô móvel autônomo é destinado, são fatores determinantes na escolha de suas características construtivas e do tipo de controle utilizado. Mas, deve-se observar que não é suficiente adotar uma estratégia de controle altamente sofisticada se seus limites de desempenho não forem respeitados. Por isso, é dada uma atenção especial à modelagem e à análise de estabilidade dinâmica dos robôs, deste modo, é possível melhorar as estratégias de controle e obter desempenhos melhores.

Observa-se que controles convencionais, para planejamento, correção de trajetórias e desvio de obstáculos em ambientes complexos, ou não estruturados, não apresentam um bom desempenho, visto que, pode não ser possível fazer uma modelagem adequada do conjunto robô-ambiente, como também, pode haver conflito entre os objetivos: ir à localização desejada e desviar de obstáculos durante a movimento do robô. Estas deficiências são difíceis de serem resolvidas com controles convencionais. Controles utilizando procedimentos nebulosos, neurais, neural-nebulosos e algoritmos genéticos estão sendo cada vez mais empregados para resolver estes problemas e têm apresentado desempenhos muito promissores, com menor esforço computacional, BEOM (1995).

O objetivo deste trabalho é estudar as formas construtivas mais viáveis para um módulo de locomoção autônomo para transporte de pessoas com deficiência física geral (portadores de paralisia infantil, de derrames, acidentados, pessoas idosas, pessoas em estado pós-operatório etc.), em ambientes não estruturados fechados (por exemplo, o interior de uma casa). Por este motivo, o estudo é centralizado em formas construtivas com quatro e três rodas. Mas, os resultados obtidos podem ser aplicados a quaisquer robôs móveis com estas configurações, independentemente do tipo de aplicação a qual se destinam.

1.3 Organização do Trabalho

No Capítulo 2 é feita uma introdução às formas básicas de acionamento utilizadas em robôs móveis encontradas na literatura. Estas formas são: acionamento por meio de rodas, esteiras e pernas. Como já foi mencionado no item anterior, item 1.2, em todo o trabalho há um enfoque maior no acionamento por rodas.

No Capítulo 3 é feito um estudo dos movimentos das rodas, enfocando o caso específico de rodas elásticas e solos rígidos. Também são mostradas as equações de dois modelos utilizados para a modelagem das rodas: um modelo linear, HUSTON (1982), e não-linear, DUGOFF (1970). Apesar do modelo de Dugoff ter sido desenvolvido na década de 70, ainda hoje é amplamente utilizado. O desenvolvimento completo das equações de Dugoff é feito no Apêndice 2 e, das equações utilizadas por Huston, no Apêndice 4.

No Capítulo 4 é feito o desenvolvimento das equações dinâmicas e a análise de estabilidade dinâmica para 3 configurações básicas de robôs móveis (4 rodas, 3 rodas - 2 frontais e 3 rodas - 1 frontal). Estas equações são obtidas através das equações de Newton e Euler (somatória de forças e momentos no diagrama de corpo livre de cada configuração). Graças às hipóteses assumidas, é possível obter-se um sistema de duas equações diferenciais não acopladas e lineares e, através do critério de Routh-Hurwitz, as velocidades limites para estabilidade lateral - escorregamento de cada configuração. São utilizados os modelos linear e não linear, sendo possível compará-los.

No Capítulo 5, é estudada a dirigibilidade de 10 diferentes configurações (derivadas das 3 configurações básicas, alterando-se as formas de acionamento e esterçamento - frontal ou traseiro). Isto é feito novamente através das equações de Newton e Euler e, utilizando o modelo linear de Huston. Mas, neste caso, o sistema de equações é composto por três equações acopladas e não lineares, sendo necessário o uso de métodos numéricos para obter-se as suas soluções.

No Capítulo 6 são discutidas as opções de controle (convencional, nebuloso, neural e neural-nebulosos) e é apresentado o desenvolvimento de um controlador nebuloso para navegação e desvio de obstáculos. Um estudo introdutório sobre lógica nebulosa e redes neurais é feito no Apêndice 5. No Capítulo 7 é feita uma análise dos resultados obtidos e das futuras perspectivas.

Capítulo 2

Formas Construtivas

Na literatura são encontradas as mais diversas formas construtivas de robôs móveis, com diversas formas de acionamento, direcionamento, navegação e controle. Mas, deve-se observar que, a aplicação à qual o robô destina-se é o fator determinante na escolha de suas características (autonomia, peso, design, estabilidade, velocidade, acionamento, tipo de estratégia de controle etc.).

O primeiro passo é decidir se o acionamento do robô será feito através de rodas, esteiras, pernas ou por uma mistura destes três tipos básicos. Esta escolha está estritamente ligada ao tipo de solo ao qual o robô será exposto e à sua aplicação. OKELLO (1994) realizou estudos comparativos em tratores, com acionamento por rodas e por esteiras, em solos com diversos níveis de compactação. Estes estudos chegaram a diversas conclusões que podem ser estendidas a robôs móveis, entre as quais, que o acionamento através de esteiras impõe maior resistência ao rolamento, perdas internas de energia maiores e maior impacto ambiental mas, proporciona maiores coeficientes de tração e melhor distribuição de pressão em solos pouco compactados, evitando o travamento do robô.

Estas duas últimas características são muito interessantes quando o robô opera em ambientes abertos, onde a presença de irregularidades no solo e o seu nível de compactação são imprevisíveis. Mas, em ambientes fechados, a economia de energia visando o aumento da autonomia do robô é imprescindível logo, perdas de energia devem ser evitadas. Isto justifica o

fato de a maioria dos robôs móveis utilizados em salvamento e em ambientes abertos serem acionados por esteiras e os utilizados em ambientes fechados, por rodas.

Por outro lado, a utilização de pernas em robôs móveis pode lhes proporcionar uma mobilidade maior em solos com um nível extremo de irregularidades (áreas de construção, minas, áreas com presença de valetas e degraus etc.) mas, implica na utilização de velocidades baixas de locomoção.

Não é possível afirmar que existe um tipo de acionamento (rodas, esteiras ou pernas) que seja ideal para qualquer situação, visto que, cada configuração oferece vantagens e desvantagens para cada situação que o robô poderá estar sujeito. O ideal é aproveitar ao máximo as vantagens de cada tipo de acionamento para a aplicação desejada, se possível, através da combinação de mais de um tipo de acionamento e, caso contrário, adotar soluções criativas que minimizem os problemas.

2.1 Acionamento por Rodas

Como foi mencionado anteriormente, é o tipo de acionamento mais utilizado em ambientes fechados, como por exemplo, indústrias, prédios, hospitais etc.. A figura 2.1 mostra as formas construtivas mais usuais, ou seja, robôs móveis com três e quatro rodas, WICKENS (1991), em todas, o acionamento pode ser frontal ou traseiro.

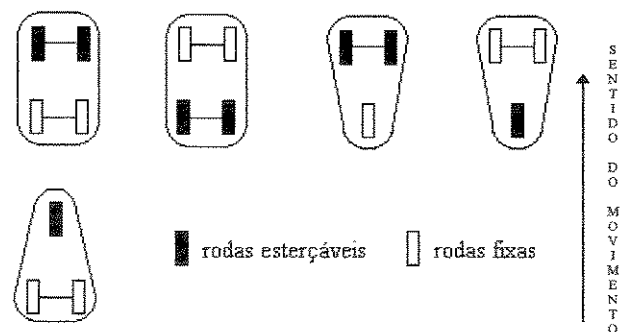


Figura 2.1 - Principais formas construtivas de robôs móveis acionados por rodas.

A direção do robô pode ser dada através de acionamento diferencial nas rodas motrizes (um motor para cada roda) ou de esterçamento nas rodas direcionais, ou seja, um motor exclusivo para o esterçamento e outro para o acionamento do robô.

Uma característica muito importante nos robôs móveis com acionamento diferencial quando comparados com outros tipos de acionamento é que, além de possuírem um raio de giro muito menor devido à capacidade de acionamento com rotações de sentido contrário, a energia gasta pelos motores é transformada em movimento, ou seja, não há um motor com a tarefa exclusiva de direcionar o robô.

A escolha por uma destas configurações está ligada diretamente às características de desempenho exigidas pela aplicação à qual o robô destina-se e pela relação custo-benefício resultante. O número de rodas e sua disposição são fatores fundamentais na estabilidade do robô.

ZAPATA (1994) utilizou um robô de quatro rodas chamado Snake, cujo esterçamento era feito nas rodas dianteiras através de dois motores elétricos, seu acionamento, através de um motor de combustão interna e o controle do cabo de aceleração e do freio era feito por dois servo-motores. NAGATA (1990) utilizou um robô de quatro rodas, no qual, através de dois motores e um sistema de engrenagens, as quatro rodas proporcionam, ao mesmo tempo, o acionamento e o direcionamento do robô. HOOTSMANS (1991) utilizou um robô de quatro rodas com suspensão e um manipulador hidráulico de três graus de liberdade embarcado, em seus estudos de movimentação de manipuladores móveis.

Atualmente, a forma construtiva de robôs móveis com rodas mais utilizada é a do *triciclo* (uma roda frontal e duas traseiras - 1F). CHENG (1992) realizou estudos de solução cinemática inversa em um veículo auto-guiado (AGV) triciclo, com os motores de direcionamento e acionamento na roda frontal. MAKINO (1993) estudou a redução de vibrações em AGVs triciclos, com acionamento nas rodas traseiras e esterçamento na roda dianteira. FENG (1991) e BEOM (1995) utilizaram robôs móveis autônomos (AMRs) triciclos, em suas simulações para planejamento e controle de trajetórias. COZMAN (1991) utilizou um robô, chamado, Ariel em forma de triciclo com acionamento diferencial nas rodas traseiras, em seus estudos de controle ótimo para controladores de trajetória.

MORANDIN (1993) optou por uma configuração de AGV de duplo triciclo (5 rodas dispostas na sequência 2-1-2), sendo a roda central a motora e direcionadora e, as demais, pivotadas. Há outras formas construtivas com mais de quatro rodas que formam uma classe de robôs móveis com multi-graus de liberdade (MDOF), como o utilizado por BORENSTEIN (1995). Neste caso, o MDOF é composto por dois sub-módulos (cada sub-módulo possui duas rodas pivotadas e outras duas motoras). A ligação entre as duas partes do MDOF é feita por um sistema de fusos de esferas e roscas-sem-fim. A variação da posição dos fusos proporciona uma variação no comprimento do robô, tornando-o mais manobrável em espaços confinados mas, infelizmente, torna o seu controle mais complexo.

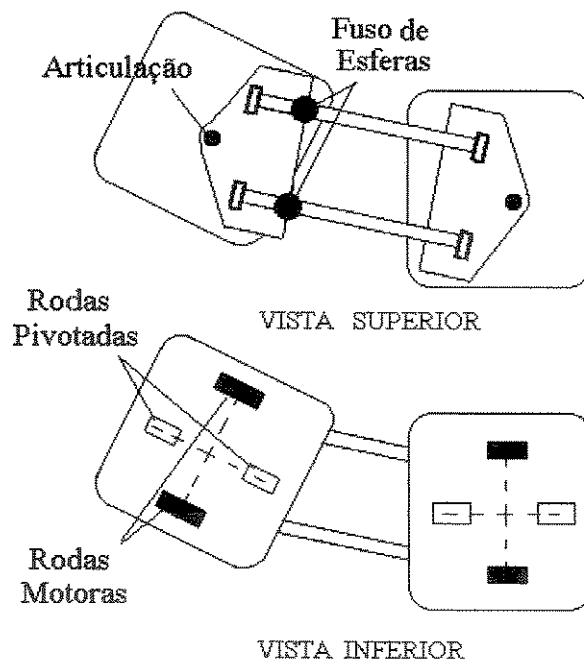


Figura 2.2 - MDOF utilizado por Borenstein.

2.2 Acionamento por Esteiras

O acionamento por esteiras é geralmente utilizado em ambientes abertos, devido à presença de irregularidades e às incertezas quanto ao grau de compactação do solo. O fato deste tipo de acionamento ter perdas internas de energia grandes desestimula o seu uso, pois isto afeta sua autonomia. Deste modo, a sua utilização recai principalmente para tarefas de curta duração, como por exemplo, regaste, combate a incêndios, desarme de explosivos etc..

FOGLE (1992) em seu artigo mostra vários modelos de robôs móveis teleoperados, com acionamento por esteiras, para aplicações de alta periculosidade (manipulação de materiais radioativos, trabalhos de descontaminação etc.).

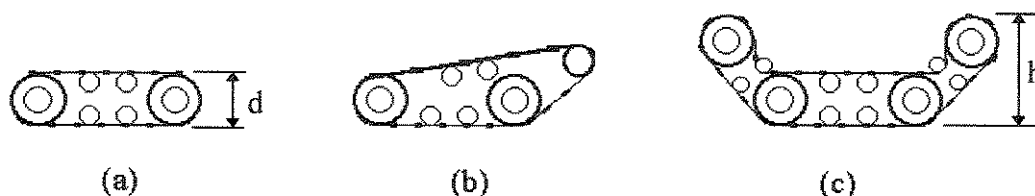


Figura 2.3 - Formas construtivas de robôs móveis com acionamento por esteiras.

O acionamento do robô é feito, pelo menos, por dois motores - acionamento diferencial, como no caso da figura 2.3(a) mas, há casos em que podem haver quatro motores ou mais, figura 2.3(c): quatro, um motor na parte frontal, um na traseira, e dois na parte central, sendo um no lado esquerdo e outro no lado direito.

A geometria adotada para as esteiras define o espectro de ação do robô. Isto pode ser facilmente observado na figura 2.3: a configuração (a) dificilmente poderá transpor obstáculos cuja altura seja superior a $d/2$, já a configuração (c), com seu sistema articulado de esteiras e acionamentos em seus três conjuntos de esteiras (frontal, central e traseiro), pode até mesmo subir degraus cuja altura seja inferior a h .

Quando o solo apresenta um nível extremo de irregularidades, podem ocorrer problemas de estabilidade em robôs móveis acionados por esteiras. Para resolver este tipo de problema, têm sido utilizados robôs com capacidade adaptativa, isto é, com capacidade de interagir e acomodar-se com o solo. Isto é feito através de acionamento por pernas ou, por rodas com suspensão adaptativa. O acionamento por rodas com suspensão adaptativa possui mobilidade menor e, em certas situações, menor estabilidade, que o acionamento por pernas mas, a sua construção e controle são mais simples. GAT (1994) fez um estudo de configurações de robôs móveis com suspensão adaptativa para exploração planetária.

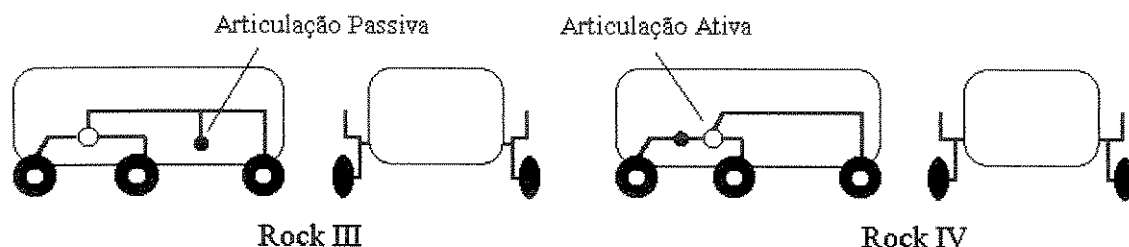


Figura 2.4 - Configurações de robôs móveis com suspensão adaptativa estudados por Gat.

O acionamento e o esterçamento, tanto no robô Rock III, como no IV, são feitos nas seis rodas. A combinação de articulações ativas e passivas proporciona o caráter adaptativo da suspensão. Através da figura 2.4, pode-se observar que a articulação passiva é fixada diretamente no corpo do veículo, enquanto que a articulação ativa é fixada em uma das barras que compõem a suspensão do veículo.

2.3 Acionamento por Pernas

A utilização de acionamento por pernas tem, além de suas vantagens já mencionadas, no caso de solos com nível extremo de irregularidades, um caráter subjetivo muito forte: imitar a locomoção de seres vivos. Esta é uma tendência explicável, já que os resultados obtidos podem, no futuro auxiliar no desenvolvimento de próteses para pessoas que tiveram membros amputados.

Mas, apesar de suas vantagens, este tipo de locomoção têm nos impactos das pernas com o solo e obstáculos, um sério problema, visto que, comparados aos seres vivos, as máquinas não possuem mobilidade, agilidade e elasticidade suficientes. Isto pode causar instabilidade e deterioração de suas partes construtivas. Uma forma de garantir a estabilidade de robôs movidos por pernas é utilizar mais de duas pernas (robôs multi-pernas), geralmente 4 ou 6 pernas, e velocidades baixas para a locomoção. Este tipo de configuração é utilizada em robôs para exploração planetária. No caso de robôs bípedes, velocidades maiores são utilizadas, BLAJER (1992). Isto dificulta tanto a construção dos robôs como o seu controle. Para robôs multi-pernas, a escolha do número de pernas é fundamental e as pesquisas indicam que a

configuração mais adequada é a com seis pernas (insetos), visto que para superfícies acidentadas, a configuração com quatro pernas não apresenta estabilidade suficiente, LEE (1986). Resultados promissores foram obtidos com esta configuração (seis pernas) por XIDING (1995), WALDRON (1995) e BARES (1993). Mas, o custo de construção e a velocidade de operação baixa são pontos negativos deste tipo de configuração.

Muitos trabalhos têm sido publicados, visando principalmente robôs bípedes e robôs para exploração planetária. Basicamente, eles tratam tanto de aspectos dinâmicos, de distribuição de forças como de controle. GARDNER (1991) estudou a distribuição de forças entre as pernas e o solo em robôs de três e quatro pernas. BLAJER (1992) enfatizou o problema de impactos durante a locomoção de robôs bípedes. ZHANG (1994) estudou o mecanismo de locomoção de robôs movidos por pernas. LEE (1986) e SANO (1991) estudaram controle em tempo real para robôs com quatro pernas e KUMAR (1989), estratégias de controle para robôs com seis pernas.

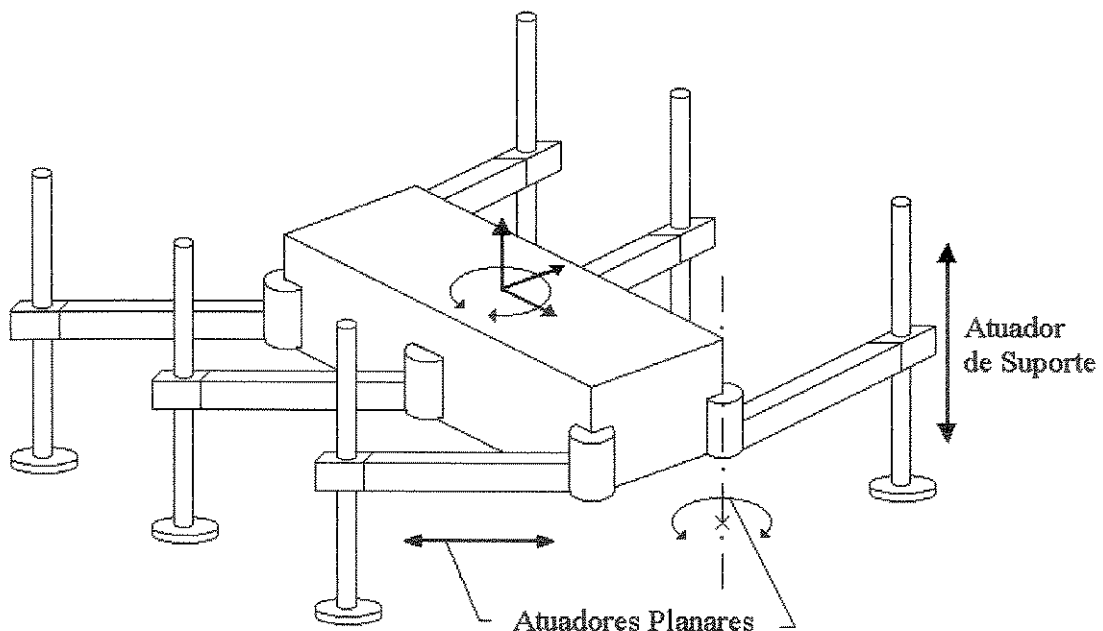


Figura 2.5 - Esquema do AMR utilizado por Bares.

Pela figura 2.5, pode-se observar que o AMR movimenta-se através da combinação do movimento de seus atuadores planares, que possibilitam o giro das pernas e a sua contração / extensão, e dos atuadores de suporte, que regulam a altura das pernas. Deste modo, a

configuração mais estável para o tipo de solo pode ser obtida a cada momento. A baixa velocidade de locomoção e a grande quantidade de energia utilizada no acionamento dos atuadores planares e de suporte, que diminui a autonomia do AMR são as desvantagens desta configuração.

No caso de robôs bípedes, é possível encontrar exemplos com 3, 5 e até 7 barras (links). O aumento do número de links aumenta enormemente a complexidade das equações diferenciais do robô e, conseqüentemente, a complexidade de seu controle. GRISHIN (1994) estudou robôs bípedes com três links, ou seja, duas pernas, controladas por dois motores. FURUSHO (1986,1987) e CHANG (1993) estudaram controle de robôs bípedes com cinco links e BLAJER (1992), o efeito de impactos em robôs bípedes com sete links.

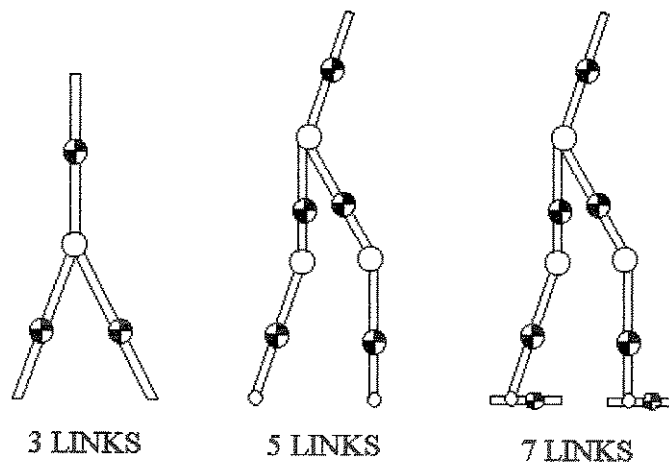


Figura 2.6 - Robôs móveis bípedes de 3, 5 e 7 links.

Há também uma classe de robôs de pernas chamada andadores passivos (PDW), que não necessita de controle de motores para se locomoverem, podendo apresentar uma variedade de configurações muito grandes. A sua locomoção é feita através do aproveitamento das forças da gravidade e de inércia. McGEER (1991) fez um trabalho detalhado sobre este assunto.

Capítulo 3

Estudo e Modelagem das Rodas

A modelagem adequada das rodas proporciona uma análise mais real do comportamento dos robôs, através de seus limites de estabilidade dinâmicos. Por este motivo, inicialmente é feito um estudo das rodas, onde são abordados temas como: os seus tipos de movimentos (rolamento e escorregamento), os tipos de rodas (elástica e rígida) e sua direcionabilidade. Em seguida, são desenvolvidos dois modelos para as rodas - um modelo linear, HUSTON (1982), e outro não linear, DUGOFF (1970). Estes modelos serão incorporados nas equações de movimento dos robôs móveis para a análise de estabilidade dinâmica e dirigibilidade, nos Capítulos 4 e 5.

3.1 Estudo dos Movimentos das Rodas

Em veículos rebocados, a roda serve apenas como suporte à estrutura do veículo e como elemento redutor de atrito, tornando o movimento do mesmo mais fácil. Em veículos com torque interno, além das funções acima descritas, as rodas devem transformar o torque originado dentro do veículo em força de tração e resistir às forças laterais, permitindo o efetivo controle direcional do veículo. Isto só é possível com um alto valor do coeficiente de atrito estático entre a roda e a superfície, CANALE (1989). No estudo do movimento das rodas, o coeficiente de atrito estático entre a roda e a superfície será denominado coeficiente de adesão, visto que, ao contrário dos demais coeficientes de atrito (atrito de Coulomb), este sofre influência da área de contato existente entre a roda e o solo e da velocidade da roda, podendo, em certos casos, assumir valores superiores a um. As rodas podem ter dois tipos de movimento, escorregamento ou rolamento, os quais serão descritos a seguir.

3.1.1 Rolamento

Assumindo uma roda rígida em solo rígido, rolamento é o movimento progressivo de um corpo cilíndrico, no qual os pontos em contato instantâneo da roda e solo não possuem movimento relativo entre si, isto é, a velocidade da roda na linha de contato com o solo é nula, como pode ser observado na figura 3.1.

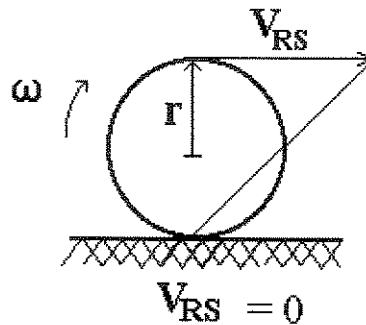


Figura 3.1 - Movimento de rolamento.

3.1.2 Escorregamento

Ocorre quando há movimento relativo entre os pontos em contato instantâneo da roda e solo. Deve ser ressaltado o fato de que o movimento de rolamento só é possível na presença de altos coeficientes de adesão ou pesos efetivos sobre as rodas, ou seja, a condição necessária para que haja o movimento de rolamento é que a força transmitida ao solo seja menor ou, no máximo, igual ao produto do peso efetivo sobre a roda (W) e o máximo coeficiente de adesão (μ_0) das superfícies em contato.

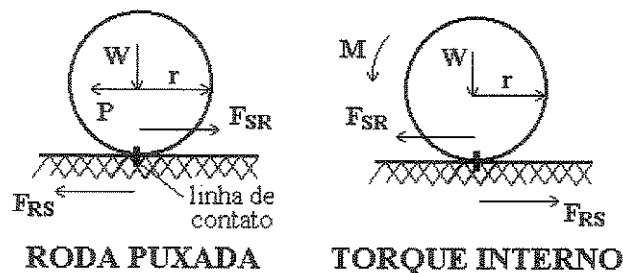


Figura 3.2 - Roda rolando.

Pela figura 3.2, é possível afirmar que para $F_{RS} > W \mu_0$, surge uma combinação entre os movimentos de rolamento e de escorregamento.

3.2 Tipos de rodas

É importante observar que a rigidez das rodas e do solo são fatores que influenciam muito o seu movimento, deste modo, têm-se a seguinte classificação: as rodas podem ser rígidas ou elásticas e o solo, rígido, elástico ou plástico. Um bom estudo sobre este assunto foi feito por CANALE (1989), aqui serão apresentadas apenas as rodas rígida e elástica em solo rígido.

3.2.1 Rodas Rígidas em Solo Rígido

São aquelas que apresentam deformações desprezíveis na região de contato com o solo. Esta mesma definição pode ser dada para solo rígido.

Quando uma roda rígida está em contato com um solo rígido, há apenas uma linha de contato entre ambos (figura 3.3) e as definições de rolamento e escorregamento, já vistas, são válidas. No caso de um escorregamento total durante o movimento da roda, $\omega = 0$, têm-se que, a força de resistência ao escorregamento, F_{SR} , pode ser calculada através do coeficiente de atrito no escorregamento, μ_S , conforme a figura 3.3:

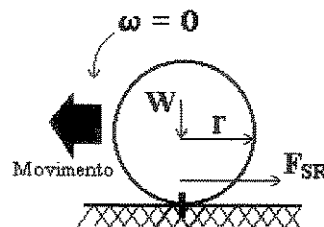


Figura 3.3 - Roda escorregando.

$$F_{SR} = \mu_S W \quad (3.1)$$

3.2.2 Rodas Elásticas

As propriedades de uma roda elástica não seguem totalmente as leis de atrito e rolamento usadas para as rodas rígidas (leis de Coulomb), sendo que, a sua principal diferença

é no contato com o solo. Neste caso, há uma grande área de contato e não apenas uma linha de contato, como foi descrito para as rodas rígidas em solo rígido.

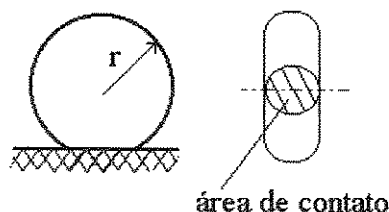


Figura 3.4 - Roda elástica em contato com o solo.

Nesta área de contato, a distribuição de pressão para diferentes tipos de carregamento são ilustrados na figura 3.5.

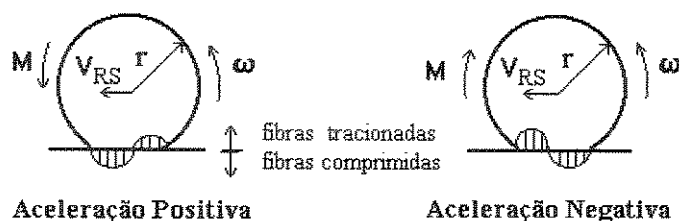


Figura 3.5 - Distribuição de pressão na área de contato.

Quando as fibras comprimidas da roda expandem-se durante o seu movimento, ocorre um escorregamento destas fibras sobre o solo. Isto origina um escorregamento parcial (movimento de deformação e acomodação das fibras). Deste modo, o torque transmitido ao solo pelas rodas, e vice-versa, causa um escorregamento parcial da roda. Experimentalmente foi verificado que a máxima transferência de força entre a roda e o solo é obtida quando a porcentagem do escorregamento em relação ao rolamento é de 10% a 20%, CANALE (1989).

A obtenção dos coeficientes de adesão é muito difícil devido aos vários fatores que nele influem, entre eles, podem ser destacados:

- Materiais em contato (tipo de material da roda e do solo);
- Condições das faces em contato (rugosidade da roda e do solo);

- Características da roda - elasticidade, rigidez estrutural, forma da banda de rodagem, etc.

Mas, algumas tendências podem ser observadas, CANALE (1989):

- Borrachas mais elásticas na banda de rodagem fornecem maior força de tração;
- Rodas com estrutura mais rígida fornecem maior resistência às forças laterais nas curvas e maior estabilidade;
- Riscos finos na banda de rodagem implicam em tração maior em superfícies duras e, riscos profundos, em lama e neve;
- O aumento da força de tração através da utilização de borracha mais flexível na banda de rodagem implica em um desgaste maior da roda;
- O valor do coeficiente de adesão (μ_0) sofre um pequeno decréscimo com o aumento de velocidade.

3.3 Direcionabilidade

A direcionabilidade é a capacidade das rodas elásticas suportarem as forças laterais. Se, sob a ação de forças externas, a direção do movimento da roda não coincide com a direção de rolamento puro, a roda reage com uma força lateral de atrito S .

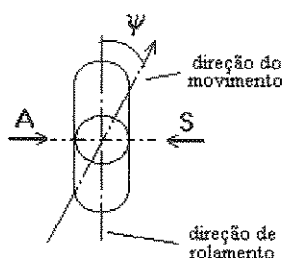


Figura 3.6 - Forças laterais na roda.

Em uma curva, as direções de rolamento puro e de movimento instantâneo devem diferir de uma quantidade tal que as forças lateral de atrito, S , (reação) e centrífuga, F , sejam iguais.

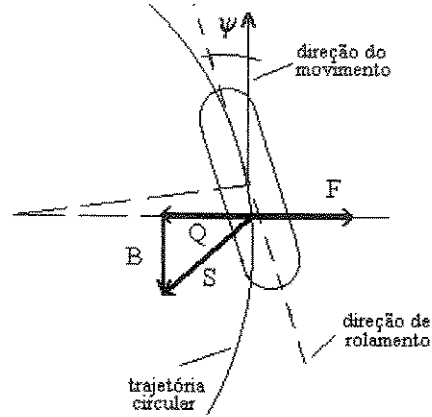


Figura 3.7 - Roda em uma curva.

É importante que o ponto de incidência de S esteja atrás da projeção do centro da roda sobre o solo pois, deste modo, é produzido um torque com tendência a diminuir o ângulo ψ (torque auto-alinhante). Este fenômeno é facilmente observável em rodas pivotadas, através da utilização do ângulo caster com valores negativos (em rodas motrizes, com valores positivos).

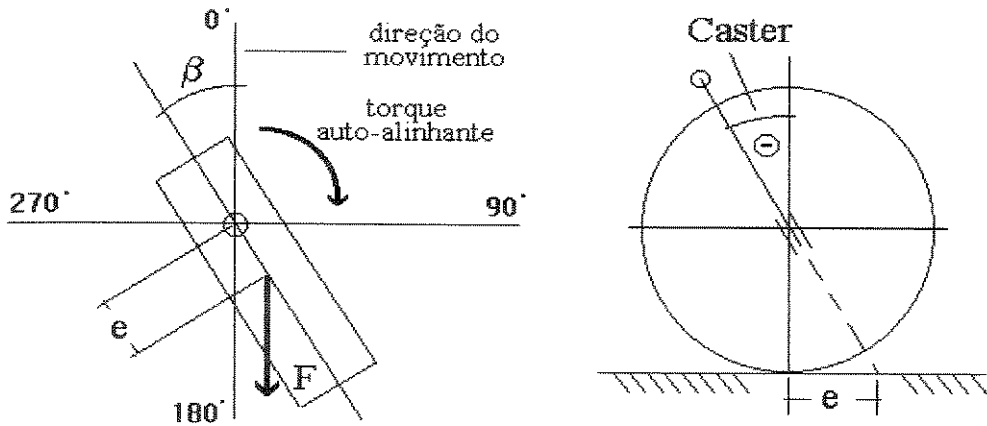


Figura 3.8 - Ângulo Caster em rodas pivotadas.

Observa-se pela figura 3.8 que:

$$M = F e \sin \beta \quad (3.2)$$

Observa-se que o torque auto-alinhante possui um comportamento semelhante à função seno, estando em uma condição instável quando β vale 180° (figura 3.9).

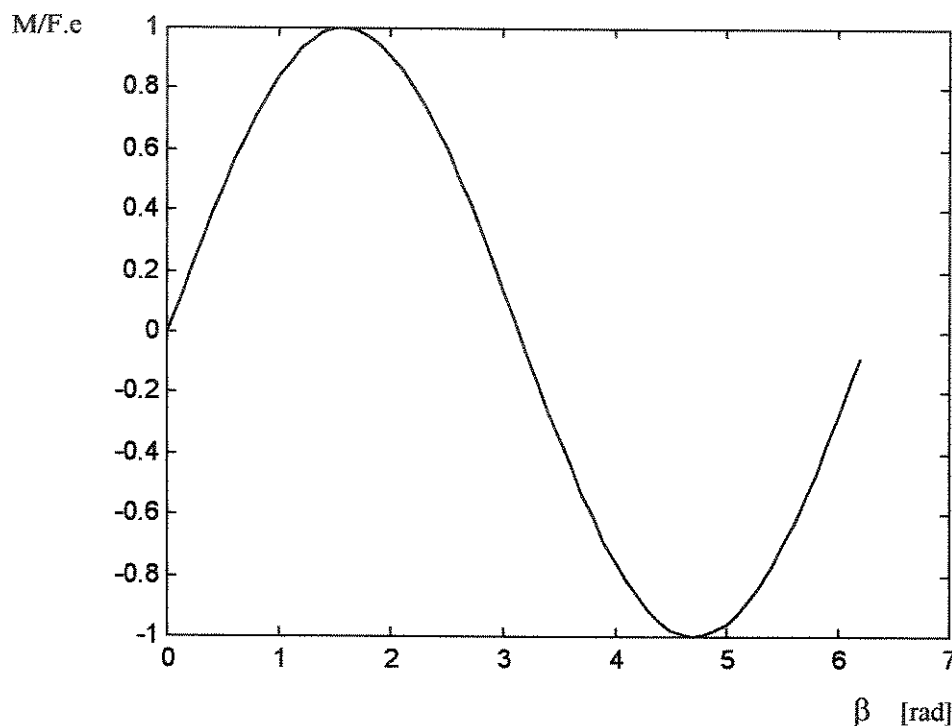


Figura 3.9 - Comportamento do torque auto-alinhante.

Deve-se observar que a variação do valor de β causa uma variação na posição do centro de massa do veículo, podendo gerar instabilidades em manobras (Apêndice 1).

No caso de veículos automotores, além do ângulo Caster, outros ângulos de orientação da roda com relação ao solo estão relacionados com o torque auto-alinhante, são eles, o ângulo Camber e o ângulo de inclinação do pino (θ).

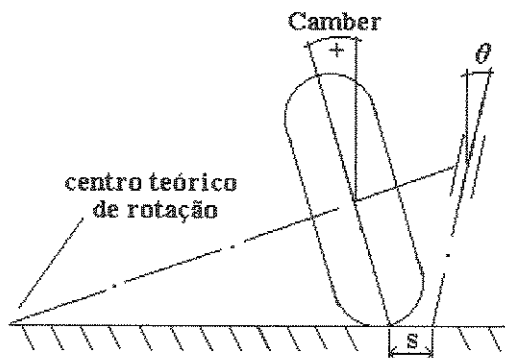


Figura 3.10 - Ângulos Camber e de inclinação do pino.

3.4 Modelagem linear das rodas - HUSTON (1982)

O modelo das rodas adotado por Huston em seu estudo de estabilidade de veículos de quatro e três rodas não leva em conta os efeitos da sua velocidade e da compressão e tração de suas fibras. Aceita-se apenas a existência de um ângulo de escorregamento (ψ) que origina uma força de reação transversal na roda (F_η).

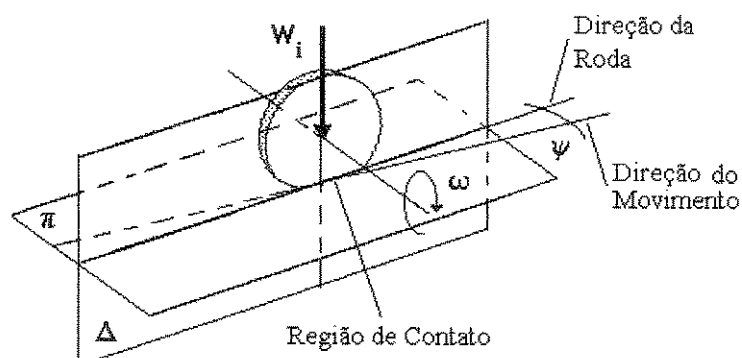


Figura 3.11 - Roda elástica em movimento em solo rígido.

A figura 3.12 mostra o esquema de forças que atuam na roda e, a partir deste esquema, as equações para as forças transversal e longitudinal podem ser deduzidas.

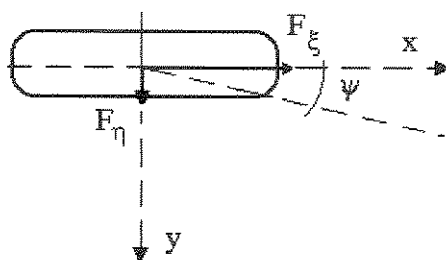


Figura 3.12 - Esquema das forças que atuam na roda em movimento.

Assim, por definição, a força transversal:

$$F_\eta = -C_\psi \operatorname{tg} \psi \quad (3.3)$$

E, supondo que a roda possui um momento de inércia desprezível, pode-se afirmar que o torque aplicado na roda vale:

$$\tau = F_{\xi} \cdot r \quad (3.4)$$

Sendo $P(t)$ a potência aplicada à roda motora:

$$P(t) = \omega \cdot \tau \quad (3.5)$$

E U_w , a velocidade longitudinal da roda:

$$U_w = \omega \cdot r \quad (3.6)$$

Combinando as equações (3.4), (3.5) e (3.6), obtêm-se:

$$F_{\xi} = \frac{P(t)}{U_w} \quad (3.7)$$

3.5 Modelagem não-linear das rodas - DUGOFF (1970)

A modelagem das rodas, segundo Dugoff, leva em conta as características não lineares do movimento das rodas elásticas. Isto implica em utilizar equações muito mais complicadas mas, muito mais realistas. Devido à complexidade do modelo, sua dedução detalhada é feita no Apêndice 2.

Sendo o parâmetro adimensional $\overline{s_R}$:

$$\overline{s_R} = \frac{(C_s^2 s^2 + C_v^2 \operatorname{tg}^2(\psi))^{1/2}}{\mu |W| (1-s)} \quad (A2.31)$$

E, a função :

$$f(\overline{s_R}) = \begin{cases} 1 & \text{se } \overline{s_R} \leq 1 \\ \frac{2\overline{s_R} - 1}{\overline{s_R}^2} & \text{se } \overline{s_R} > 1 \end{cases} \quad (\text{A2.32})$$

Adota-se as seguintes variáveis:

$$\frac{C_s}{(1-s)} f(\overline{s_R}) = P(\overline{s_R}) \quad (\text{A2.35})$$

$$\frac{C_\psi}{(1-s)} f(\overline{s_R}) = Q(\overline{s_R}) \quad (\text{A2.36})$$

Obtêm-se as expressões simplificadas, para a força longitudinal:

$$F_\xi = P(\overline{s_R}) s \quad (\text{A2.37})$$

E, para a força transversal:

$$F_\eta = -Q(\overline{s_R}) \operatorname{tg} \psi \quad (\text{A2.38})$$

Portanto, através destas equações será possível introduzir nas equações de Newton e Euler a influência das rodas na dinâmica de movimento das configurações de robôs, obter tanto as velocidades limites para estabilidade (Capítulo 4), como as respostas do veículo a manobras (Capítulo 5) e, através destes resultados, ter dados concretos para o desenvolvimento do controle do robô.

Capítulo 4

Estabilidade Dinâmica

O estudo de estabilidade dinâmica é feito para três configurações básicas de robôs móveis, sendo um de quatro rodas e dois de três rodas (2F e 1F), seguindo os procedimentos utilizados por EL-GINDY (1980), HUSTON (1982) e CHANG (1990, 1994). Ou seja, o robô é modelado como um veículo de largura desprezível (modelo de bicicleta) com um número de rodas por eixo igual à sua configuração inicial e as rodas são posicionadas na linha de centro do robô. Neste estudo de estabilidade, não são considerados os tipos de acionamento e esterçamento (frontal ou traseiro), isto é feito no estudo de dirigibilidade no Capítulo 5.

Com a finalidade de demonstrar a importância da modelagem das rodas, a análise de estabilidade lateral é feita inicialmente com o modelo linear proposto por HUSTON (1982), sendo em seguida utilizado o modelo de DUGOFF (1970), desenvolvido no Apêndice 2. Os resultados de estabilidade lateral obtidos nos dois casos para as três configurações são comparados.

O estudo de estabilidade longitudinal só se justifica para robôs móveis com centros de gravidade altos ou com manipuladores embarcados, como o utilizado por HOOTSMANS (1991). Pois, a variação da altura e da posição do centro de gravidade do robô, podendo assumir posições fora do polígono formado por suas rodas (em condições normais ou críticas, como planos inclinados), pode produzir um momento de tombamento longitudinal considerável. Para as demais utilizações de robôs móveis, o momento de tombamento longitudinal pode ser desprezado.

4.1 Modelo Linear

Inicialmente é analisada a estabilidade lateral quanto ao escorregamento das três configurações e em seguida, a estabilidade lateral quanto ao tombamento em movimento retilíneo e em curvas, utilizando-se um modelo linear para as rodas (HUSTON - 1982).

4.1.1 Estabilidade Lateral - Escorregamento

Para se obter as equações que regem o movimento dos robôs, as seguintes hipóteses são assumidas como verdadeiras:

- Os robôs são tratados como corpos rígidos simétricos ao longo do eixo longitudinal;
- Os centros de gravidade (C.G.) dos robôs são suficientemente baixos para que os movimentos nos eixos pitch e roll sejam desprezados em movimentos retilíneos;
- A força de resistência do ar e a velocidade angular no eixo yaw são suficientemente pequenas e podem ser desprezadas;
- Os efeitos produzidos pelo ângulo Camber e Torque auto-alinhante não são considerados;
- O ângulo de escorregamento longitudinal (ψ) é pequeno e uma relação linear entre ele e a força de adesão é assumida;
- O mesmo ocorre para o ângulo de escorregamento lateral em relação à força lateral;
- Assume-se que a força lateral resultante exercida pelo solo sobre a roda é perpendicular ao plano da roda e age diretamente sobre a projeção do centro da roda.

Baseados nestas hipóteses, pode-se considerar o movimento dos robôs como sendo o de corpos rígidos em superfícies planas. Assim, apenas os movimentos longitudinais, laterais e no eixo yaw devem ser considerados na análise da estabilidade dos robôs. Isto simplifica as equações e permite obter-se um sistema de equações diferenciais lineares.

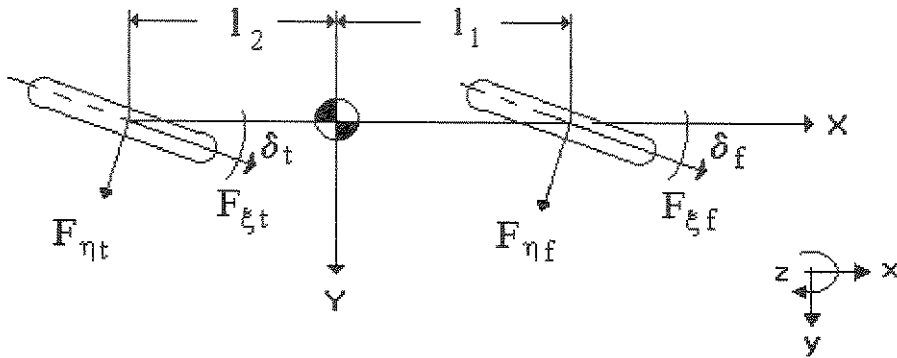


Figura 4.1 - Componentes das forças do modelo de bicicleta adotado para os robôs.

Fixando o eixo (X,Y) no C.G. do robô e (x,y) na superfície, supondo que a sua velocidade na direção X seja constante e assumindo que pequenos ângulos de perturbação δ_f e δ_t são subitamente aplicados entre as rodas e a direção original de movimento, obtêm-se as seguintes equações:

$$\sum F_x = F_{\xi_f} \cos \delta_f + F_{\xi_t} \cos \delta_t - F_{\eta_f} \sin \delta_f - F_{\eta_t} \sin \delta_t \quad (4.1)$$

$$\sum F_y = F_{\eta_f} \cos \delta_f + F_{\eta_t} \cos \delta_t + F_{\xi_f} \sin \delta_f + F_{\xi_t} \sin \delta_t \quad (4.2)$$

$$\sum T_z = l_1 (F_{\eta_f} \cos \delta_f + F_{\xi_f} \sin \delta_f) - l_2 (F_{\eta_t} \cos \delta_t + F_{\xi_t} \sin \delta_t) \quad (4.3)$$

Assume-se que o robô está em movimento retilíneo uniforme, ou seja, os ângulos de esterçamento (δ_i) são nulos e $\sum F_x = 0$.

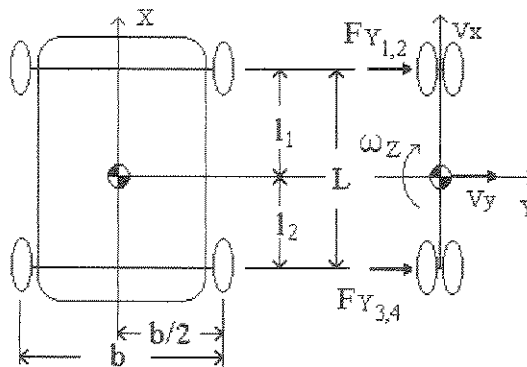


Figura 4.2 - Modelo para o Robô de Quatro Rodas.

Desta forma, as equações de movimento que regem o comportamento do robô de quatro rodas podem ser obtidas através das equações de Newton e Euler:

$$\sum F_Y = m a_Y = m(\dot{V}_Y + V_X \omega_Z) = F_{Y1} + F_{Y2} + F_{Y3} + F_{Y4} \quad (4.4)$$

$$\sum M_Z = I_Z \dot{\omega}_Z = l_1 (F_{Y1} + F_{Y2}) - l_2 (F_{Y3} + F_{Y4}) \quad (4.5)$$

Utilizando as equações (3.3), (A4.15) e (A4.16) e igualando-se F_{Yi} a F_{η} , pode-se expressar (4.4) e (4.5), de uma forma mais concisa, em um sistema de duas equações diferenciais não acopladas e lineares:

$$m \dot{V}_Y + \left(m V_X + \frac{2 l_1 C_{\psi F} - 2 l_2 C_{\psi T}}{V_X} \right) \omega_Z + \left(\frac{2 C_{\psi F} + 2 C_{\psi T}}{V_X} \right) V_Y = 0 \quad (4.6)$$

$$I_Z \dot{\omega}_Z + \left(\frac{2 l_1^2 C_{\psi F} + 2 l_2^2 C_{\psi T}}{V_X} \right) \omega_Z + \left(\frac{2 l_1 C_{\psi F} - 2 l_2 C_{\psi T}}{V_X} \right) V_Y = 0 \quad (4.7)$$

Onde: I_Z - Momento de inércia com relação ao eixo vertical (Z) no C.G. do robô, V_X - Velocidade do robô na direção do eixo X, V_Y - Velocidade do robô na direção do eixo Y, ω_Z - Velocidade angular do robô no eixo Z, $C_{\psi F}$ e $C_{\psi T}$ - Rigidez ao escorregamento das rodas frontais (F) e traseiras (T).

Através da teoria de autovalores e autovetores, KREYSZIG (1993), é possível obter a equação característica do sistema de equações diferenciais através do cálculo do determinante da expressão $(B - \lambda I)$ e igualando o valor obtido a zero, onde: B é a matriz dos coeficientes da equação e I é uma matriz identidade de 2ª ordem. Deste modo:

$$\lambda^2 - \left(\frac{b_1}{m} + \frac{b_4}{I_Z} \right) \lambda + \left(\frac{b_1 b_4 - b_2 b_3}{I_Z m} \right) = 0 \quad (4.8)$$

Onde os coeficientes b_i são:

$$b_1 = \frac{2C_{\psi F} + 2C_{\psi T}}{V_X} \quad b_2 = mV_X + \frac{2C_{\psi F}l_1 - 2C_{\psi T}l_2}{V_X}$$

$$b_3 = \frac{2C_{\psi F}l_1 - 2C_{\psi T}l_2}{V_X} \quad b_4 = \frac{2C_{\psi F}l_1^2 + 2C_{\psi T}l_2^2}{V_X}$$

Para analisar a estabilidade de um sistema cuja equação característica é de segundo grau, sem obter as raízes desta equação, pode-se utilizar o critério de Routh-Hurwitz, HUSTON (1982) , ou seja, todos os coeficientes b_i da equação característica devem ser positivos. Analisando a equação (4.8), observa-se que apenas o termo independente pode assumir valor negativo ou nulo. Deste modo, substituindo os valores dos coeficientes b_i no termo independente, e impondo a condição de que este seja positivo, obtêm-se:

$$L + \frac{V_X^2}{g} \left(\frac{W_F}{C_{\psi F}} - \frac{W_T}{C_{\psi T}} \right) > 0 \quad (4.9)$$

$$\text{Fazendo: } K_{us} = \left(\frac{W_F}{C_{\psi F}} - \frac{W_T}{C_{\psi T}} \right) \quad (4.10)$$

Onde: K_{us} - Coeficiente de estabilidade do robô.

Para determinar a velocidade do robô que o torna instável, basta igualar a zero a equação (4.9), obtendo:

$$V_{CRITICA} = \sqrt{\frac{-gL}{K_{us}}} \quad (4.11)$$

Observa-se que, graças às hipóteses assumidas no início deste item, foi possível simplificar o sistema de equações diferenciais a um sistema composto por duas equações diferenciais não acopladas e lineares. Isto possibilitou a determinação de uma expressão simples para a determinação da velocidade limite para escorregamento lateral. O mesmo não será possível no Capítulo 5, já que as formas de acionamento e esterçamento serão consideradas e não será utilizado o modelo de bicicleta.

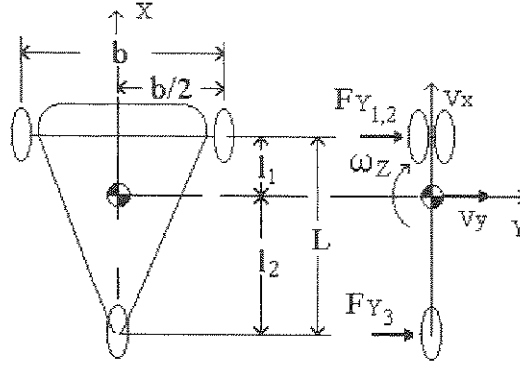


Figura 4.3 - Modelo para o robô de três rodas - 2F.

As equações de movimento:

$$\sum F_Y = m a_Y = m(\dot{V}_Y + V_X \omega_Z) = F_{Y1} + F_{Y2} + F_{Y3} \quad (4.12)$$

$$\sum M_Z = I_Z \dot{\omega}_Z = l_1 (F_{Y1} + F_{Y2}) - l_2 F_{Y3} \quad (4.13)$$

E, o sistema de equações diferenciais:

$$m \dot{V}_Y + \left(m V_X + \frac{2 l_1 C_{\psi F} - l_2 C_{\psi T}}{V_X} \right) \omega_Z + \left(\frac{2 C_{\psi F} + C_{\psi T}}{V_X} \right) V_Y = 0 \quad (4.14)$$

$$I_Z \dot{\omega}_Z + \left(\frac{2 l_1^2 C_{\psi F} + l_2^2 C_{\psi T}}{V_X} \right) \omega_Z + \left(\frac{2 l_1 C_{\psi F} - l_2 C_{\psi T}}{V_X} \right) V_Y = 0 \quad (4.15)$$

Sendo (4.16) a sua equação característica:

$$\lambda^2 - \left(\frac{c_1}{m} + \frac{c_4}{I_Z} \right) \lambda + \left(\frac{c_1 c_4 - c_2 c_3}{I_Z m} \right) = 0 \quad (4.16)$$

Onde os coeficientes c_i são:

$$c_1 = \frac{2C_{\psi F} + C_{\psi T}}{V_X} \quad c_2 = mV_X + \frac{2C_{\psi F}l_1 - C_{\psi T}l_2}{V_X}$$

$$c_3 = \frac{2C_{\psi F}l_1 - C_{\psi T}l_2}{V_X} \quad c_4 = \frac{2C_{\psi F}l_1^2 + C_{\psi T}l_2^2}{V_X}$$

Seguindo o mesmo critério adotado para a configuração anterior:

$$L + \frac{V_X^2}{g} \left(\frac{W_F}{C_{\psi F}} - \frac{W_T}{C_{\psi T}} \right) > 0 \quad (4.17)$$

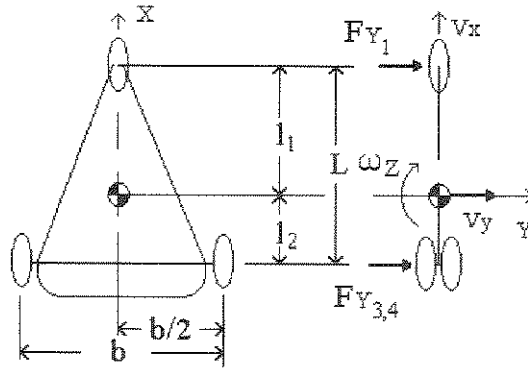


Figura 4.4 - Modelo para o robô triciclo.

As equações de movimento:

$$\sum F_Y = ma_Y = m(\dot{V}_Y + V_X \omega_Z) = F_{Y1} + F_{Y3} + F_{Y4} \quad (4.18)$$

$$\sum M_Z = I_Z \dot{\omega}_Z = l_1 F_{Y1} - l_2 (F_{Y3} + F_{Y4}) \quad (4.19)$$

O sistema de equações:

$$m \dot{V}_Y + \left(mV_X + \frac{l_1 C_{\psi F} - 2l_2 C_{\psi T}}{V_X} \right) \omega_Z + \left(\frac{C_{\psi F} + 2C_{\psi T}}{V_X} \right) V_Y = 0 \quad (4.20)$$

$$I_z \dot{\omega}_z + \left(\frac{l_1^2 C_{\psi F} + 2l_2^2 C_{\psi T}}{V_X} \right) \omega_z + \left(\frac{l_1 C_{\psi F} - 2l_2 C_{\psi T}}{V_X} \right) V_Y = 0 \quad (4.21)$$

Sendo (4.22) a sua equação característica:

$$\lambda^2 - \left(\frac{d_1}{m} + \frac{d_4}{I_z} \right) \lambda + \left(\frac{d_1 d_4 - d_2 d_3}{I_z m} \right) = 0 \quad (4.22)$$

Onde os coeficientes d_i são:

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{C_{\psi F} + 2C_{\psi T}}{V_X} & d_2 &= mV_X + \frac{C_{\psi F} l_1 - 2C_{\psi T} l_2}{V_X} \\ d_3 &= \frac{C_{\psi F} l_1 - 2C_{\psi T} l_2}{V_X} & d_4 &= \frac{C_{\psi F} l_1^2 + 2C_{\psi T} l_2^2}{V_X} \end{aligned}$$

E:

$$L + \frac{V_X^2}{g} \left(\frac{W_F}{C_{\psi F}} - \frac{W_T}{C_{\psi T}} \right) > 0 \quad (4.23)$$

Embora as equações (4.9), (4.17) e (4.23) possam parecer idênticas, isto não é verdade, pois os valores de W_F e W_T são diferentes para cada configuração (Apêndice 3). Deste modo, é possível estabelecer as relações geométricas do robô que atendem as exigências de estabilidade lateral. Para isso, assume-se que a rigidez ao deslizamento (C_ψ) das rodas pode ser expressa da seguinte forma (HUSTON - 1982):

$$C_\psi = (A - BC_n) C_n \quad (4.24)$$

Onde: C_n - Carga normal à roda, A e B - Constantes positivas dependentes das propriedades da roda.

Assim, combinando as equações (A3.9), (4.9) e (4.24), obtêm-se, para robôs de quatro rodas:

$$K_{us} = \left(\frac{W_F}{C_{\psi F}} - \frac{W_T}{C_{\psi T}} \right) = \frac{Bmg(l_2 - l_1)}{2L(A - BW_F)(A - BW_T)} \geq 0 \quad (4.25)$$

Como a rigidez ao deslizamento é sempre positiva, chega-se à seguinte condição para a estabilidade lateral: $l_2 \geq l_1$. Ou seja, o centro de gravidade do robô de quatro rodas deve estar em sua parte frontal.

Do mesmo modo, combinando as equações (A3.16), (4.17) e (4.24), obtêm-se para robôs de três rodas 2F:

$$K_{us} = \frac{Bmg(l_2 - 2l_1)}{2L(A - BW_F)(A - BW_T)} \geq 0 \quad (4.26)$$

E a seguinte condição: $l_2 \geq 2l_1$. Ou seja, o centro de gravidade do robô deve estar, no mínimo, a uma distância do eixo frontal de um terço da distância total entre eixos.

E, finalmente, combinando as equações (A3.23), (4.23) e (4.24), para robôs triciclos:

$$K_{us} = \frac{Bmg(2l_2 - l_1)}{2L(A - BW_F)(A - BW_T)} \geq 0 \quad (4.27)$$

Chegando à seguinte condição: $l_2 \geq \frac{1}{2} l_1$. Ou seja, o centro de gravidade do robô deve estar, no mínimo, a uma distância do eixo frontal de dois terços da distância total entre eixos.

Tabela 4.1 - Condições Geométricas para Estabilidade Lateral - Escorregamento.

Configuração	Quatro Rodas	Três Rodas - 2F	Triciclo
Condição p/ $K_{us} \geq 0$	$l_2 \geq l_1$	$l_2 \geq 2l_1$	$l_2 \geq \frac{1}{2} l_1$

4.1.2 Estabilidade Lateral - Tombamento

Para analisar a estabilidade lateral das três configurações de robôs, quanto ao tombamento, deve-se observar as acelerações laterais às quais o robô é submetido durante a manobra de uma curva plana, curva inclinada ou, devido à uma colisão durante um movimento retilíneo. Nas figuras que seguem, o eixo T-T, eixo que une os pontos de contato solo-roda, representa o eixo de tombamento e, é em relação a este eixo, que é feita a somatória de momentos. O sentido horário foi adotado como positivo na somatória de momentos.

4.1.2.1 Aplicação de Força Lateral

Inicialmente será analisado o caso em que um robô em movimento retilíneo uniforme é sujeito a uma força lateral externa F , aplicada a uma altura h do solo. Deste modo é possível determinar a força lateral externa máxima suportada pelas diferentes configurações de robôs.

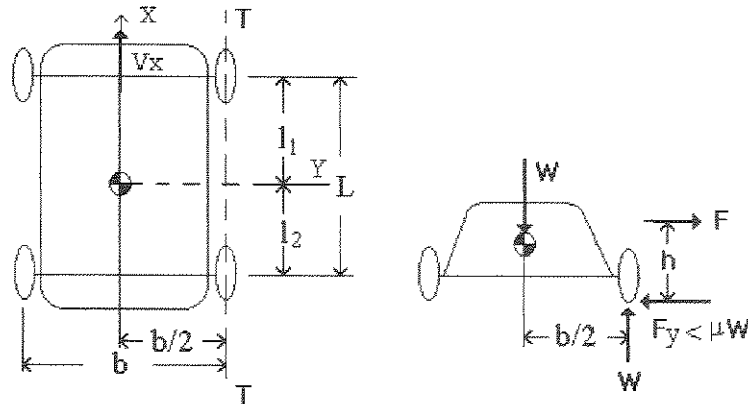


Figura 4.5 - Modelo do robô de quatro rodas em movimento retilíneo, submetido a uma força lateral externa..

Desta forma, para evitar o tombamento de um robô de quatro rodas:

$$\sum M_{TT} = -W \frac{b}{2} + F h < 0 \quad (4.28)$$

Ou, rescrevendo (4.28):

$$F < \frac{b}{2h} W \quad (4.29)$$

A somatória das forças laterais resulta em:

$$F = F_y < \mu W \quad (4.30)$$

Onde: μ - Coeficiente de adesão entre o solo e a roda.

Ou seja, quando μ tiver valores inferiores a $b/2h$, o robô deslizará sob o solo antes que ocorra o tombamento. Desta forma, deve-se fazer com que a relação $b/2h$ para robôs de quatro rodas seja o maior possível, ou seja, h deve ser o menor possível. Mas, no caso de uma colisão em que o deslizamento das rodas sob o solo é impedido, a força lateral cresce rapidamente, causando o tombamento.

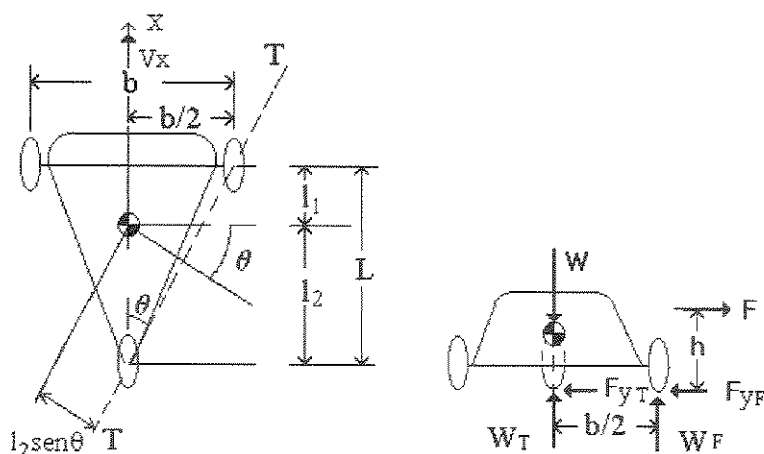
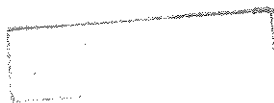


Figura 4.6 - Modelo do robô de três rodas - 2F, em movimento retilíneo, submetido a uma força lateral externa..

Considerando o robô de três rodas com a configuração 2F, têm-se que:

$$\sum M_{TT} = -W l_2 \sin \theta + F h \cos \theta < 0 \quad (4.31)$$

Ou, rescrevendo (4.31):



$$F < \frac{l_2}{h} W \operatorname{tg} \theta \quad (4.32)$$

Sendo que θ é obtido pela geometria do robô:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{b}{2L} \quad (4.33)$$

Substituindo a equação (4.33) em (4.32), obtêm-se como condição necessária para evitar o tombamento:

$$F < \frac{b l_2}{2 h L} W \quad (4.34)$$

Como l_2 é sempre menor que L , esta configuração necessita de uma menor força lateral, comparado com o robô de quatro rodas, para que ocorra o tombamento.

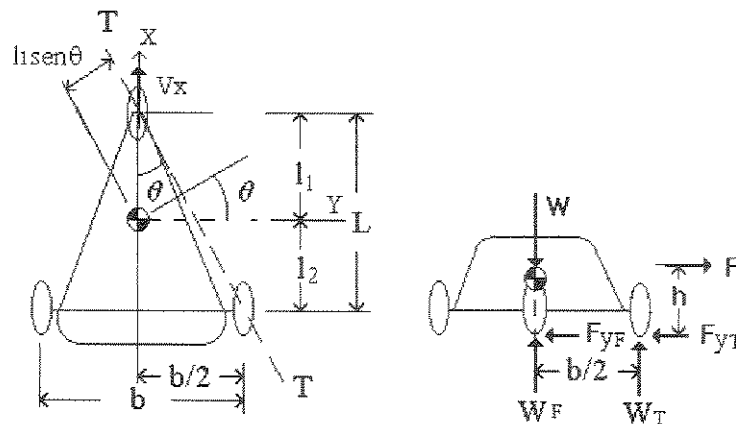


Figura 4.7 - Modelo do robô triciclo, em movimento retilíneo, submetido a uma força lateral externa.

Para o robô triciclo:

$$\sum M_{TT} = -W l_2 \operatorname{sen} \theta + F h \cos \theta < 0 \quad (4.35)$$

E:

$$F < \frac{b l_1}{2 h L} W \quad (4.36)$$

Sendo esta, novamente, uma condição menos estável que a obtida para o robô de quatro rodas. Já a comparação entre as duas configurações de robôs de três rodas depende da posição dos seus centros de gravidade.

4.1.2.2 Plano Inclinado e Movimento Retilíneo

Analizando o caso em que o robô de quatro rodas está se movimentando em um plano inclinado em movimento retilíneo com velocidade constante, têm-se que apenas o seu peso pode causar o tombamento, dependendo da inclinação da pista:

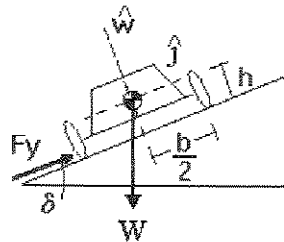


Figura 4.8 - Modelo do robô de quatro rodas em movimento retilíneo uniforme, num plano inclinado.

Onde: δ - Ângulo de inclinação da pista.

A somatória de momentos com relação ao eixo de tombamento T-T, decompondo as forças no sistema local jw , resulta em:

$$\sum M_{TT} = W \frac{b}{2} \cos \delta - W h \sin \delta > 0 \quad (4.37)$$

Ou, rescrevendo (4.37):

$$\operatorname{tg} \delta < \frac{b}{2h} \quad (4.38)$$

Obtendo então, a seguinte condição para evitar o tombamento do robô no plano inclinado:

$$\delta < \arctg\left(\frac{b}{2h}\right) \quad (4.39)$$

Para evitar o escorregamento do robô, F_y deve ser menor que a força máxima de adesão:

$$\mu W > F_y = W \sen \delta \quad (4.40)$$

Que resulta na seguinte condição:

$$\sen \delta < \mu \quad (4.41)$$

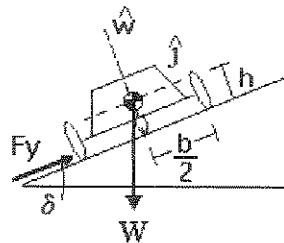


Figura 4.9 - Modelo do robô de três rodas - 2F, em movimento retilíneo uniforme, num plano inclinado.

Para o robô de três rodas - 2F, a somatória de momentos resulta em:

$$\sum M_{TT} = W l_2 \cos \delta \sen \theta - W h \sen \delta \cos \theta > 0 \quad (4.42)$$

Rescrevendo:

$$\tg \delta < \frac{b l_2}{2 L h} \quad (4.43)$$

Chegando à condição:

$$\delta < \arctg\left(\frac{b l_2}{2 L h}\right) \quad (4.44)$$

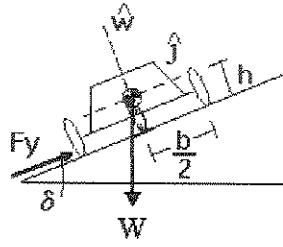


Figura 4.10 - Modelo do robô triciclo, em movimento retilíneo uniforme, num plano inclinado.

Para o robô triciclo, a somatória de momentos resulta em:

$$\sum M_{TT} = W l_1 \cos \delta \sin \theta - W h \sin \delta \cos \theta > 0 \quad (4.45)$$

Rescrevendo:

$$\operatorname{tg} \delta < \frac{b l_1}{2 L h} \quad (4.46)$$

Chegando à condição:

$$\delta < \arctg \left(\frac{b l_1}{2 L h} \right) \quad (4.47)$$

4.1.2.3 Curva Plana com Aceleração Positiva

Considerando agora a influência de uma aceleração positiva na estabilidade do robô em uma curva plana, têm-se que o valor da força de inércia causada pela aceleração longitudinal, é:

$$A = \left| \vec{A} \right| = \frac{W}{g} a \quad (4.48)$$

Onde: a - Aceleração longitudinal.

E, a força de inércia causada pela aceleração lateral:

$$E = |\vec{E}| = \frac{W V^2}{g R} \quad (4.49)$$

Sendo $\vec{Z}$ o resultado da soma vetorial de $\vec{A}$ e $\vec{E}$.

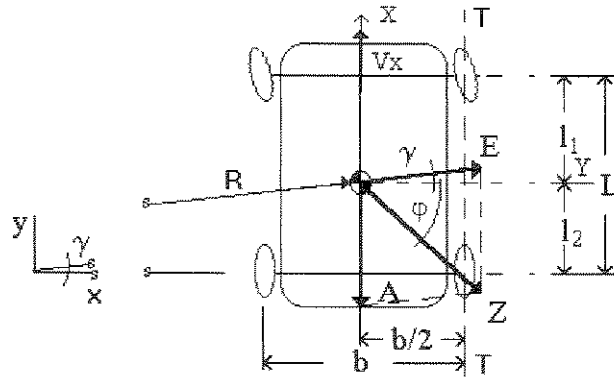


Figura 4.11 - Modelo do robô de quatro rodas em curva, com $a > 0$.

Onde: γ - Ângulo formado entre as linhas que unem o centro de curvatura da trajetória, o centro de gravidade do robô e o eixo traseiro e ϕ - Ângulo formado entre o vetor $\vec{Z}$ e o eixo Y.

Sendo que:

$$\gamma = \arcsen\left(\frac{l_2}{R}\right) \quad (4.50)$$

Seguindo o que foi feito anteriormente para o movimento retilíneo, têm-se que a força de inércia, $\vec{A}$, causada pela aceleração longitudinal, a , é paralela ao eixo de tombamento T-T, não contribuindo na somatória de momentos:

$$\sum M_{TT} = E h \cos \gamma - \frac{W b}{2} < 0 \quad (4.51)$$

Chegando à condição para estabilidade lateral:

$$E < \frac{W b}{2 h \cos \gamma} \quad (4.52)$$

Substituindo a equação (4.49) em (4.52):

$$V_{ro} = \sqrt{\frac{g R b}{2 h \cos \gamma}} \quad (4.53)$$

A equação (4.53) fornece a velocidade limite para que não ocorra o tombamento de um robô de quatro rodas em uma curva, com aceleração positiva. A seguir é feito o mesmo estudo para os robôs triciclos mas, deve ser dito antecipadamente que não será possível obter equações semelhantes para suas velocidades limites, devido à geometria do problema, que provoca uma dependência linear entre seus elementos. Para obter os valores das velocidades limites é necessário fazer um processo numérico.

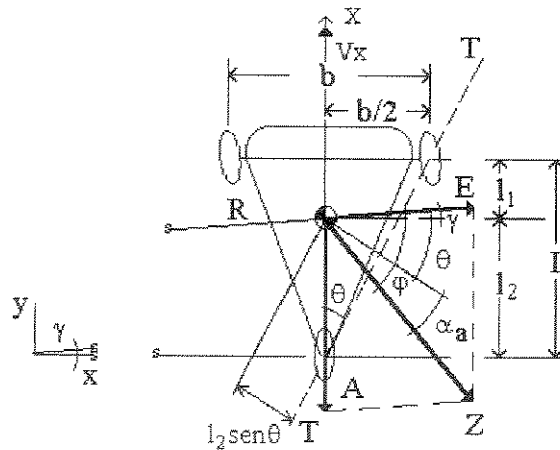


Figura 4.12 - Modelo para o robô de três rodas - 2F, em curva, com $a > 0$.

Onde: θ - Ângulo formado pela linha que define a distância entre o centro de gravidade do robô e o eixo de tombamento ($l_2 \cdot \sin \theta$) e a linha de centro do robô e α - Ângulo entre o vetor resultante $\vec{Z}$ e a linha que define a distância entre o centro de gravidade do robô e o eixo de tombamento.

Pela figura 4.12, têm-se que o vetor resultante $\vec{Z}$ pode ser escrito como:

$$\vec{Z} = E \cos \gamma \hat{i} + (E \sin \gamma - A) \hat{j} \quad (4.54)$$

Chegando à condição para estabilidade lateral:

$$E < \frac{1}{\cos \gamma} \left(\frac{2W h \sin \delta + W b \cos \delta}{2h \cos \delta - b \sin \delta} \right) \quad (4.64)$$

Substituindo (4.49) em (4.64), obtêm-se:

$$V < \sqrt{\frac{g R}{\cos \gamma} \left(\frac{2h \sin \delta + b \cos \delta}{2h \cos \delta - b \sin \delta} \right)} \quad (4.65)$$

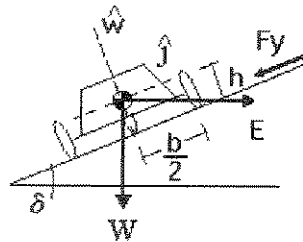


Figura 4.15 - Modelo do robô de três rodas - 2F, em curva inclinada, com $a > 0$.

Do mesmo modo, para o robô de três rodas - 2F, a somatória de momentos resulta em:

$$\begin{aligned} \sum M_{TT} &= Z h \cos \delta \cos \alpha - Z l_2 \cos \alpha \sin \delta \sin \theta \\ &\quad - W l_2 \cos \delta \sin \theta - W h \sin \delta < 0 \end{aligned} \quad (4.66)$$

Chegando à seguinte condição para estabilidade:

$$Z \cos \alpha < \left(\frac{W h \sin \delta \left(L^2 + \left(\frac{b}{2} \right)^2 \right)^{1/2} + W l_2 \left(\frac{b}{2} \right) \cos \delta}{h \cos \delta \left(L^2 + \left(\frac{b}{2} \right)^2 \right)^{1/2} - l_2 \left(\frac{b}{2} \right) \sin \delta} \right) \quad (4.67)$$

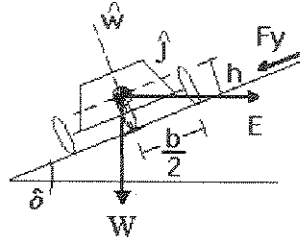


Figura 4.16 - Modelo do robô triciclo, em curva inclinada, com $a > 0$.

Para o robô triciclo:

$$\sum M_{TT} = Zh \cos \delta \cos \beta - Z l_1 \cos \beta \sin \delta \sin \theta \quad (4.68)$$

$$-W l_1 \cos \delta \sin \theta - W h \sin \delta < 0$$

Que resulta em:

$$Z \cos \beta < \frac{W h \sin \delta \left(L^2 + \left(\frac{b}{2} \right)^2 \right)^{1/2} + W l_1 \left(\frac{b}{2} \right) \cos \delta}{h \cos \delta \left(L^2 + \left(\frac{b}{2} \right)^2 \right)^{1/2} - l_1 \left(\frac{b}{2} \right) \sin \delta} \quad (4.69)$$

4.1.2.5 Curva Plana com Aceleração Negativa

Para o caso em que o robô está em uma curva plana com aceleração negativa, têm-se um vetor $\vec{D}$ de inércia devido à aceleração, d . O módulo deste vetor é:

$$D = |\vec{D}| = \frac{W}{g} d \quad (4.70)$$

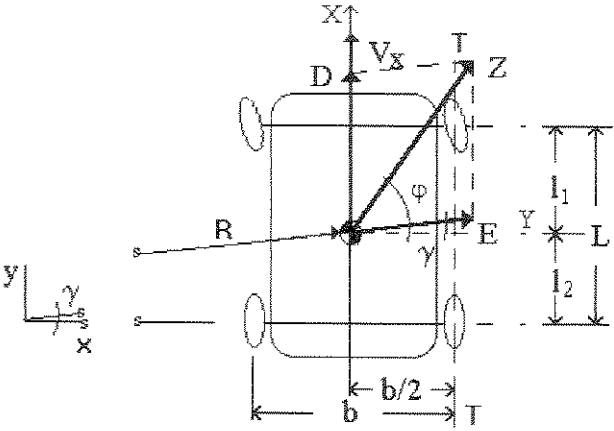


Figura 4.17 - Modelo para o robô de quatro rodas em curva plana, com $a < 0$.

Como no caso da aceleração positiva, aqui o vetor $\vec{D}$, paralelo ao eixo de tombamento T-T, não contribui na somatória de momentos, que resulta nas mesmas condições obtidas anteriormente:

$$E < \frac{Wb}{2h\cos\gamma} \tag{4.71}$$

$$V_{ra} = \sqrt{\frac{gRb}{2h\cos\gamma}} \tag{4.72}$$

Para os robôs de três rodas, a condições de dependência linear e de estabilidade repetem-se, sendo alteradas as expressões dos ângulos α e β .

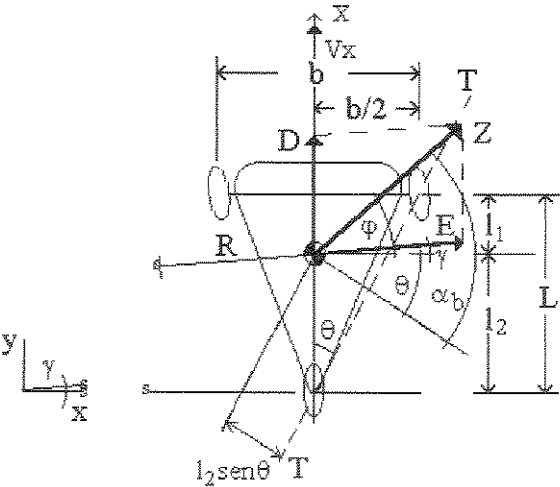


Figura 4.18 - Modelo para o robô de três rodas - 2F, em curva plana, com $a < 0$.

A somatória de momentos resulta em:

$$\sum M_{TT} = Zh \cos \alpha - W l_2 \sin \theta < 0 \quad (4.73)$$

Deste modo, a condição obtida é:

$$Z \cos \alpha < \frac{W b}{2 h} \frac{l_2}{\sqrt{L^2 + (b/2)^2}} \quad (4.74)$$

$$\text{Onde: } \alpha = \varphi + \theta \quad (4.75)$$

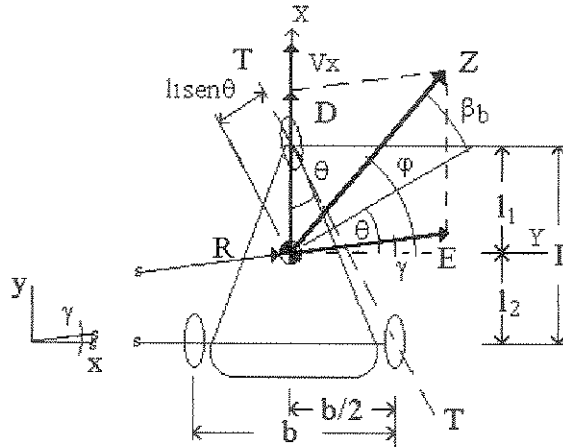


Figura 4.19 - Modelo para o robô triciclo, em curva plana, com $a < 0$.

E, para o robô triciclo:

$$\sum M_{TT} = Zh \cos \beta - W l_1 \sin \theta < 0 \quad (4.76)$$

$$Z \cos \beta < \frac{W b}{2 h} \frac{l_1}{\sqrt{L^2 + (b/2)^2}} \quad (4.77)$$

$$\text{Onde: } \beta = \varphi - \theta \quad (4.78)$$

4.1.2.6 Curva Inclinada com Aceleração Negativa

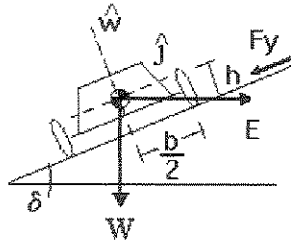


Figura 4.20 - Modelo do robô de quatro rodas em curva inclinada, com $a < 0$.

No caso do robô de quatro rodas estar em uma curva inclinada, com aceleração negativa, têm-se que:

$$\begin{aligned} \sum M_{TT} = & -W h \sin \delta - \frac{b}{2} (W \cos \delta + E \sin \delta \cos \gamma) \\ & + E h \cos \delta \cos \gamma < 0 \end{aligned} \quad (4.79)$$

Chegando à condição para estabilidade lateral:

$$E < \frac{1}{\cos \gamma} \left(\frac{2W h \sin \delta + W b \cos \delta}{2h \cos \delta - b \sin \delta} \right) \quad (4.80)$$

Substituindo (4.49) em (4.80), obtêm-se:

$$V < \sqrt{\frac{gR}{\cos \gamma} \left(\frac{2h \sin \delta + b \cos \delta}{2h \cos \delta - b \sin \delta} \right)} \quad (4.81)$$

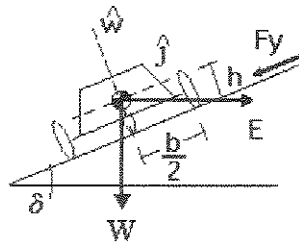


Figura 4.21 - Modelo do robô de três rodas - 2F, em curva inclinada, com $a < 0$.

Do mesmo modo, a somatória de momentos resulta em:

$$\sum M_{TT} = Zh \cos \delta \cos \alpha - Z l_2 \cos \alpha \sin \delta \sin \theta$$

$$-W l_2 \cos \delta \sin \theta - W h \sin \delta < 0$$
(4.82)

Chegando à seguinte condição para estabilidade:

$$Z \cos \alpha < \frac{W h \sin \delta \left(L^2 + \left(\frac{b}{2} \right)^2 \right)^{1/2} + W l_2 \left(\frac{b}{2} \right) \cos \delta}{h \cos \delta \left(L^2 + \left(\frac{b}{2} \right)^2 \right)^{1/2} - l_2 \left(\frac{b}{2} \right) \sin \delta}$$
(4.83)

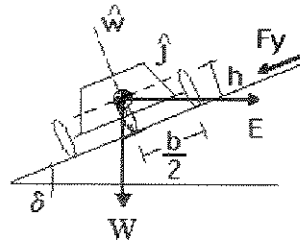


Figura 4.22 - Modelo do robô triciclo, em curva inclinada, com $\alpha < 0$.

Para o robô triciclo:

$$\sum M_{TT} = Zh \cos \delta \cos \beta - Z l_1 \cos \beta \sin \delta \sin \theta$$

$$-W l_1 \cos \delta \sin \theta - W h \sin \delta < 0$$
(4.84)

Que resulta em:

$$Z \cos \beta < \frac{W h \sin \delta \left(L^2 + \left(\frac{b}{2} \right)^2 \right)^{1/2} + W l_1 \left(\frac{b}{2} \right) \cos \delta}{h \cos \delta \left(L^2 + \left(\frac{b}{2} \right)^2 \right)^{1/2} - l_1 \left(\frac{b}{2} \right) \sin \delta}$$
(4.85)

Com estas equações, pode-se conduzir um estudo do comportamento das três configurações básicas de robôs em vários tipos de trajetórias (reta ou curva) e solos (plano ou inclinado), sendo possível obter os limites de estabilidade das configurações e compará-los.

4.2 Modelo Não Linear

Com o objetivo de comparar os resultados obtidos com o modelo de Huston, mesmo sabendo que: como a velocidade utilizada em robôs móveis é baixa, os efeitos de escorregamento das fibras são pequenos e podem ser desprezados; utiliza-se o modelo de DUGOFF (1970). Os resultados irão demonstrar a importância da escolha do modelo das rodas para a modelagem de veículos com velocidade alta.

As equações de Dugoff alteram apenas o estudo de estabilidade lateral - escorregamento, visto que, no caso do tombamento, as condições de estabilidade são obtidas através da intersecção entre as condições de escorregamento com modelo não linear e da somatória de momentos para tombamento desenvolvidas no item 4.1.2 pois, as forças das rodas não entram nas somatórias de momentos.

Seguindo os procedimentos utilizados por CHANG (1990,1995), as equações que regem o movimento dos robôs incorporam os efeitos não lineares do modelo de Dugoff. As hipóteses assumidas no início do Capítulo continuam sendo utilizadas. Considerando o robô em movimento retilíneo uniforme, ou seja, $\delta_i \rightarrow 0$ e $\sum F_x = 0$, as equações do modelo de Dugoff (Apêndice 2) são incorporadas às equações de movimento desenvolvidas no início deste capítulo.

Para o robô de quatro rodas, incorporando as equações (A2.37) e (A2.38) às equações (4.4) e (4.5), e simplificando a notação de $Q(\overline{S_R})_i$, para Q_i , obtêm-se o sistema de equações diferenciais:

$$m\dot{V}_Y + b_1 V_Y + b_2 \omega_z = 0 \quad (4.86)$$

$$b_3 V_T + I_Z \dot{\omega}_Z + b_4 \omega_Z = 0 \quad (4.87)$$

Onde, os coeficientes b_i são:

$$b_1 = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4}{V_X} \quad b_2 = \frac{V_X^2 + I_1(Q_1 + Q_2) - I_2(Q_3 + Q_4)}{V_X}$$

$$b_3 = \frac{I_1(Q_1 + Q_2) - I_2(Q_3 + Q_4)}{V_X} \quad b_4 = \frac{I_1^2(Q_1 + Q_2) + I_2^2(Q_3 + Q_4)}{V_X}$$

Cuja equação característica é:

$$m I_Z \lambda^2 - (I_Z b_1 + m b_4) \lambda + b_1 b_4 - b_2 b_3 = 0 \quad (4.88)$$

A condições necessárias para a estabilidade são:

$$b_1 b_4 - b_2 b_3 > 0 \quad (4.89)$$

$$I_Z b_1 + m b_4 > 0 \quad (4.90)$$

Admitindo que a condição (4.90) seja sempre verdadeira, a (4.89) é a condição dominante que deve ser verificada. Deste modo:

$$(I_1 + I_2)^2 (Q_1 + Q_2)(Q_3 + Q_4) > m V_X^2 [I_1(Q_1 + Q_2) - I_2(Q_3 + Q_4)] \quad (4.91)$$

ou:
$$V_X^2 < \frac{L^2 (Q_1 + Q_2)(Q_3 + Q_4)}{m [I_1(Q_1 + Q_2) - I_2(Q_3 + Q_4)]} \quad (4.92)$$

Graças à condição de simetria, pode-se afirmar que:

$$Q_1 = Q_2 = Q_F \quad \text{e} \quad Q_3 = Q_4 = Q_T \quad (4.93)$$

Deste modo, a equação (4.92) pode ser escrita da seguinte forma:

$$L + \frac{V_X^2}{g} \left[\frac{1}{Q_F} \left(\frac{mg l_2}{2L} \right) - \frac{1}{Q_T} \left(\frac{mg l_1}{2L} \right) \right] > 0 \quad (4.94)$$

Novamente, devido à simetria: $W_1 = W_2 = W_F$ e $W_3 = W_4 = W_T$, pode-se rescrever (4.94):

$$L + \frac{V_X^2}{g} \left[\frac{W_F}{Q_F} - \frac{W_T}{Q_T} \right] > 0 \quad (4.95)$$

Fazendo: $K_{us} = \left[\frac{W_F}{Q_F} - \frac{W_T}{Q_T} \right]$ (4.96)

Obtêm-se:

$$L + \frac{V_X^2}{g} K_{us} > 0 \quad (4.97)$$

Tomando (4.96) como coeficiente de estabilidade, verifica-se que:

Para $K_{us} \geq 0$, o robô está absolutamente estável (4.98)

Para $K_{us} < 0$, o robô está estável, ou seja, $V_X < \sqrt{\frac{-gL}{K_{us}}}$ (4.99)

Seguindo o mesmo raciocínio para o robô de três rodas - 2F, as equações que regem o movimento do robô, na forma compacta são:

$$m\dot{V}_Y + c_1 V_Y + c_2 \omega_Z = 0 \quad (4.100)$$

$$c_3 V_Y + I_Z \dot{\omega}_Z + c_4 \omega_Z = 0 \quad (4.101)$$

Onde, os coeficientes c_i valem:

$$c_1 = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{V_X}$$

$$c_2 = \frac{V_X^2 + l_1(Q_1 + Q_2) - l_2 Q_3}{V_X}$$

$$c_3 = \frac{l_1(Q_1 + Q_2) - l_2 Q_3}{V_X}$$

$$c_4 = \frac{l_1^2(Q_1 + Q_2) + l_2^2 Q_3}{V_X}$$

E, para o robô triciclo:

$$m\dot{V}_Y + d_1 V_Y + d_2 \omega_Z = 0 \quad (4.102)$$

$$d_3 V_Y + I_Z \dot{\omega}_Z + d_4 \omega_Z = 0 \quad (4.103)$$

Onde, os coeficientes d_i valem:

$$d_1 = \frac{Q_1 + Q_3 + Q_4}{V_X}$$

$$d_2 = \frac{V_X^2 + l_1 Q_1 - l_2(Q_3 + Q_4)}{V_X}$$

$$d_3 = \frac{l_1 Q_1 - l_2(Q_3 + Q_4)}{V_X}$$

$$d_4 = \frac{l_1^2 Q_1 + l_2^2(Q_3 + Q_4)}{V_X}$$

Seguindo a análise de estabilidade dinâmica através das soluções homogêneas das equações (4.100) e (4.101) para o robô de três rodas -2F e (4.102) e (4.103) para o robô triciclo, obtêm-se as seguintes equações:

para o robô de três rodas 2F:

$$V_X^2 < \frac{L^2(Q_1 + Q_2)Q_3}{m[l_1(Q_1 + Q_2) - l_2 Q_3]} \quad (4.104)$$

para o robô triciclo:

$$V_X^2 < \frac{L^2 Q_1(Q_3 + Q_4)}{m[l_1 Q_1 - l_2(Q_3 + Q_4)]} \quad (4.105)$$

Graças às condições de simetria, em ambos os casos, os coeficientes de estabilidade (K_{us}) obtidos são semelhantes ao que foi obtido para a configuração com quatro rodas - equação (4.96). Os valores de W_F e W_T de cada configuração proporcionam valores diferentes para a estabilidade.

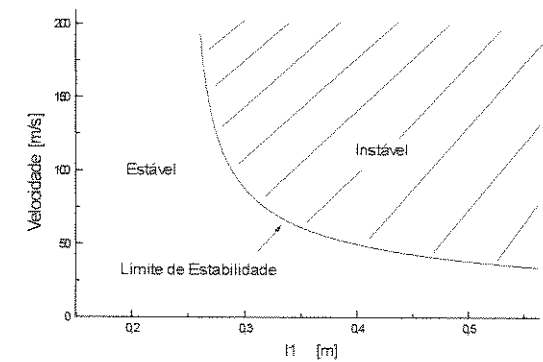
4.3 Simulações

As simulações foram feitas utilizando o software MatLab, por ser de fácil programação e manuseio de gráficos. As equações obtidas nos itens anteriores foram simuladas para um robô móvel com as seguintes características:

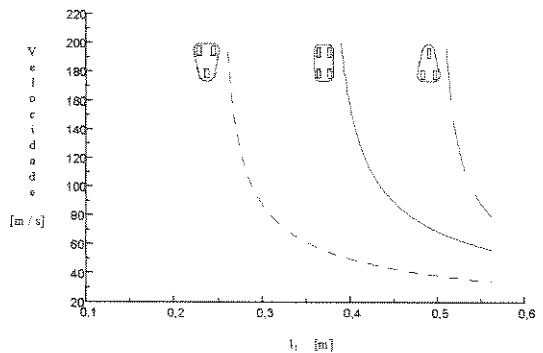
Tabela 4.2 - Parâmetros de simulação.

Nome	Símbolo	Valor	Unidade
largura do robô	b	0,75	[m]
comprimento do robô	L	0,75	[m]
altura do C.G. do robô	h	0,50	[m]
massa do robô	m	150	[kg]

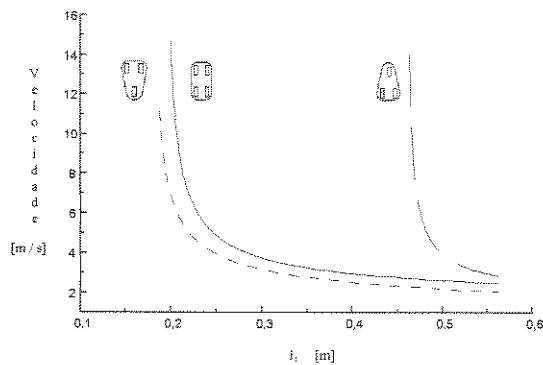
Deste modo, foram plotados 6 gráficos que mostram o comportamento dinâmico das três configurações básicas de robôs móveis para pistas planas e inclinadas. O gráfico 4.1 mostra o comportamento das três configurações quanto à velocidade limite para estabilidade lateral - escorregamento, usando os modelos de Huston ($A = 16,3 \text{ rad}^{-1}$ e $B = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ Nrad}^{-1}$) e Dugoff. O gráfico 4.2, as velocidades limites quanto à estabilidade lateral - tombamento em curvas planas e inclinadas, com acelerações positivas e negativas ($a = \pm 0,1 \text{ g}$) e a influência do ângulo de inclinação da pista na velocidade limite para $l_1 = 0,35 \text{ m}$. O gráfico 4.3, a influência do coeficiente de escorregamento (s) nas velocidades limites utilizando o modelo de Dugoff. Nos gráficos 4.4 e 4.5, foi utilizado o modelo de Dugoff para obter as velocidades limites quanto ao escorregamento e ao tombamento. E, no gráfico 4.6, são mostrados os ângulos limites para tombamento em função da variação do valor de l_1 .



(a)



(b)



(c)

Gráfico 4.1 - Comportamento das configurações de robôs - velocidade limite para estabilidade lateral - escorregamento: (a) região estável, instável e velocidade limite, (b) modelo linear das rodas (modelo de Huston) e (c) modelo não linear das rodas (modelo de Dugoff) com $s_f = 0,1$ e $s_t = 0,3$.

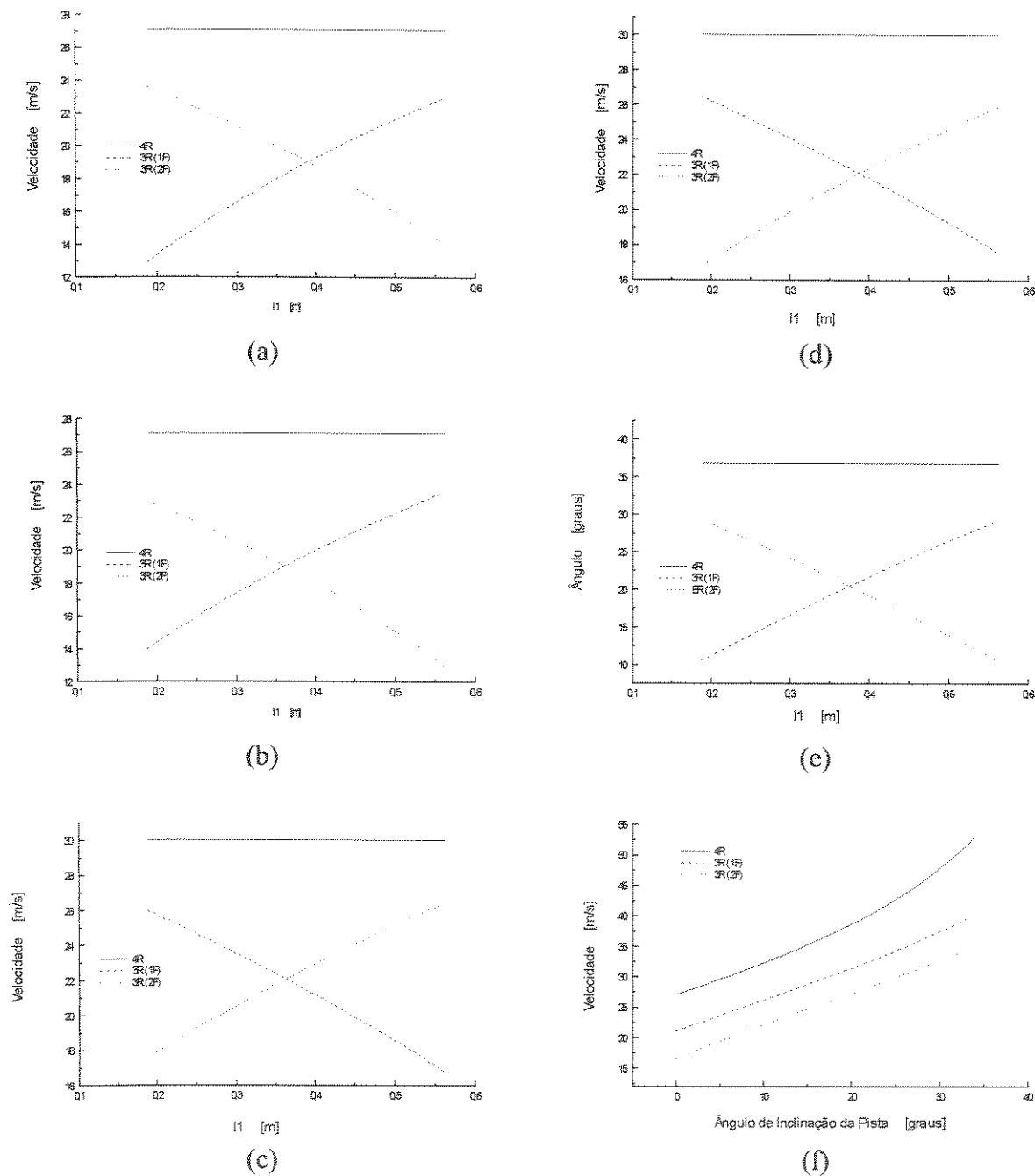
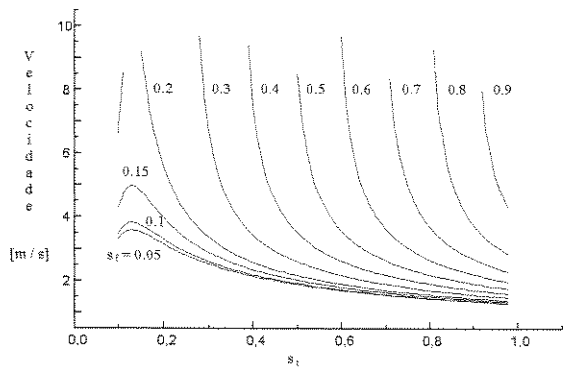
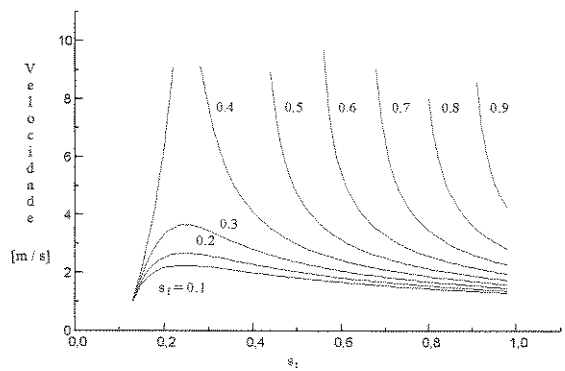


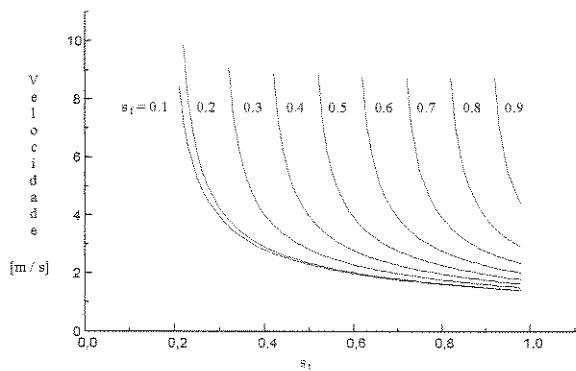
Gráfico 4.2 - Comportamento das configurações de robôs: (a) Velocidade limite para estabilidade lateral - tombamento em curva com $a > 0$, (b) com $a < 0$, (c) curva inclinada ($\delta = 5,73^\circ$), com $a > 0$, (d) curva inclinada ($\delta = 5,73^\circ$), com $a < 0$, (e) ângulo máximo para estabilidade lateral - tombamento em pista inclinada, e (f) influência do ângulo de inclinação da pista na velocidade limite.



(a)

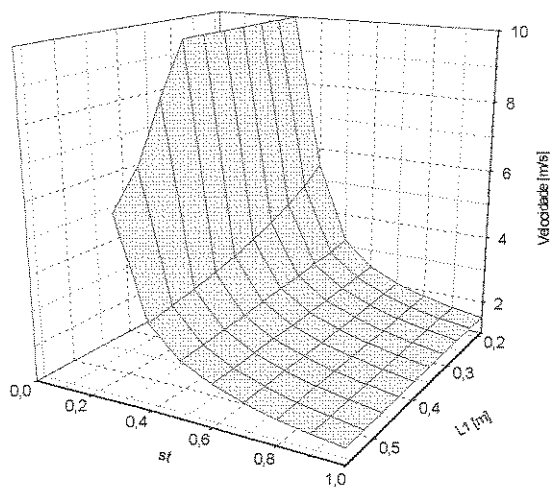


(b)

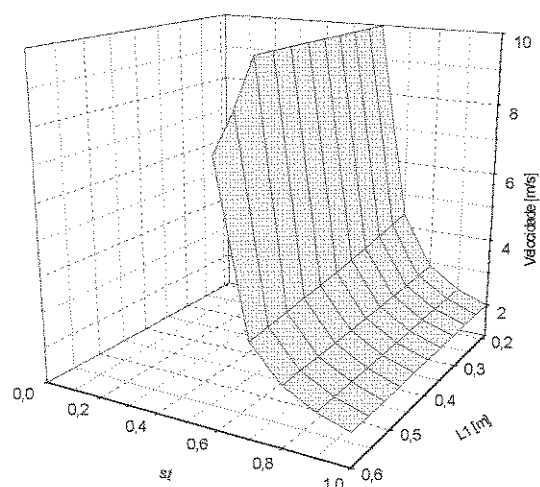


(c)

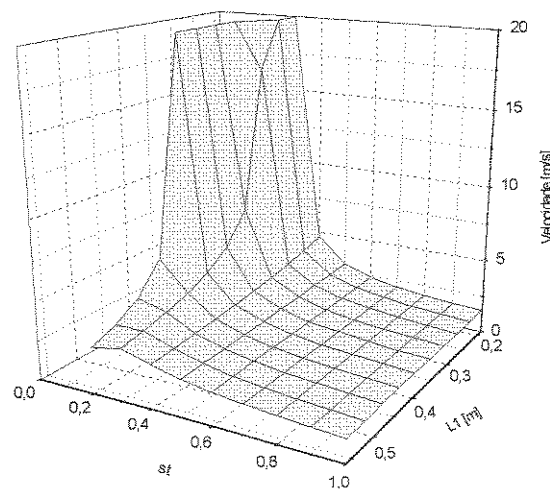
Gráfico 4.3 - Comportamento das configurações de robôs para velocidade limite - estabilidade lateral - escorregamento para diferentes valores de s_f e s_t usando modelo de Dugoff (fixada a posição do CG): (a) 4R, (b) 3R - 2F e (c) 3R - 1F.



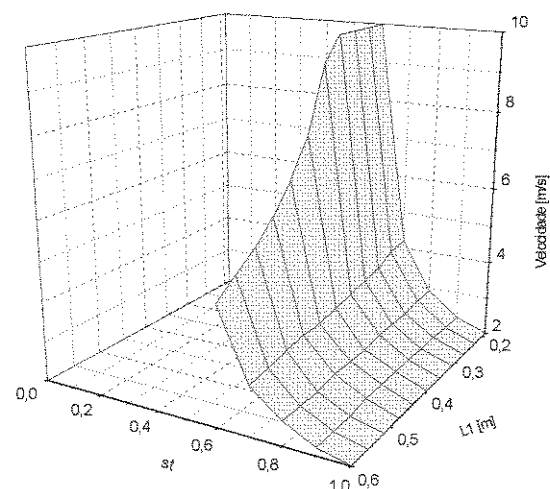
(a)



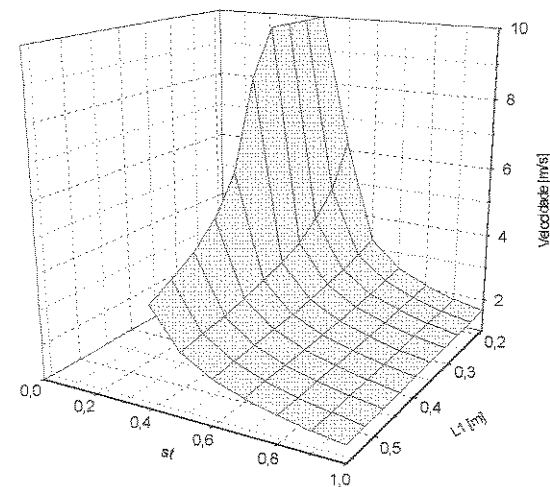
(d)



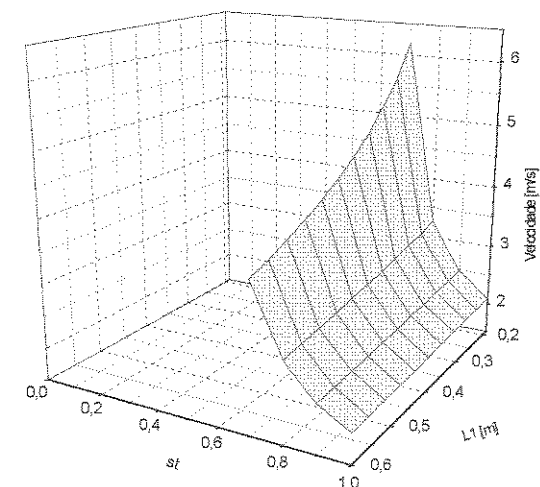
(b)



(e)



(c)



(f)

Gráfico 4.4 - Comportamento das configurações de robôs - velocidade limite para estabilidade lateral com modelo de Dugoff: (a) 4R e $s_f = 0,3$, (b) 3R - 2F e $s_f = 0,3$, (c) 3R - 1F e $s_f = 0,3$, (d) 4R e $s_f = 0,6$, (e) 3R - 2F e $s_f = 0,6$, (f) 3R - 1F e $s_f = 0,6$.

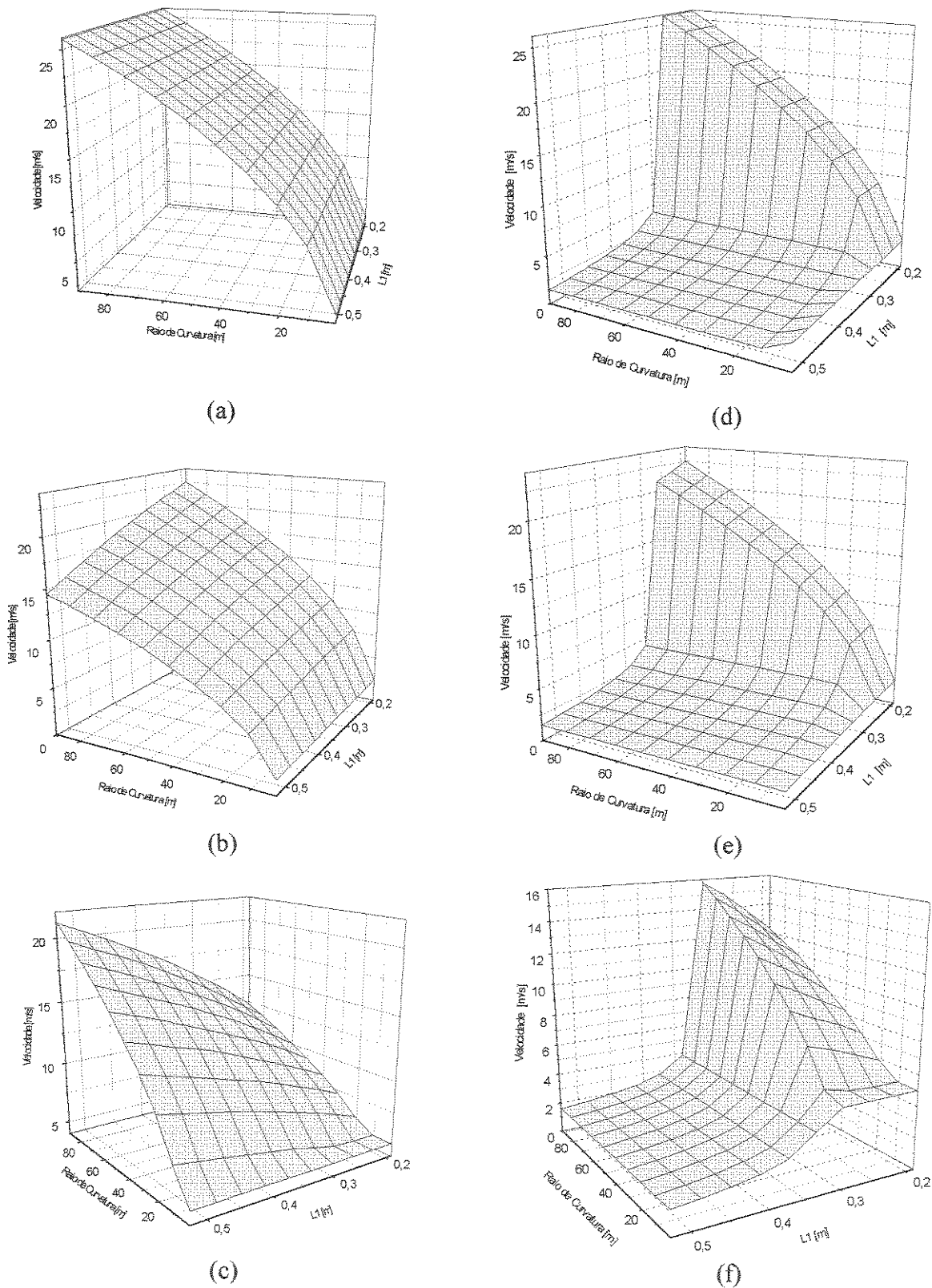
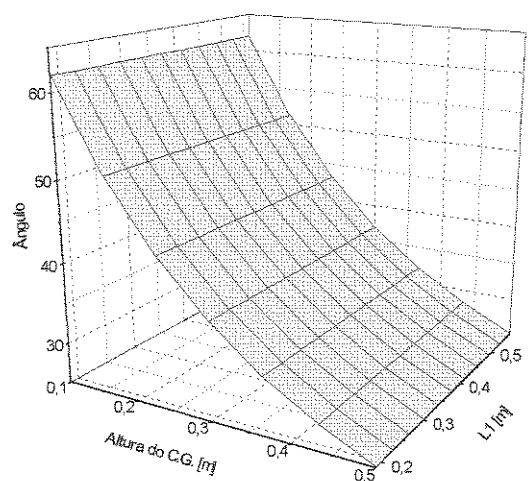
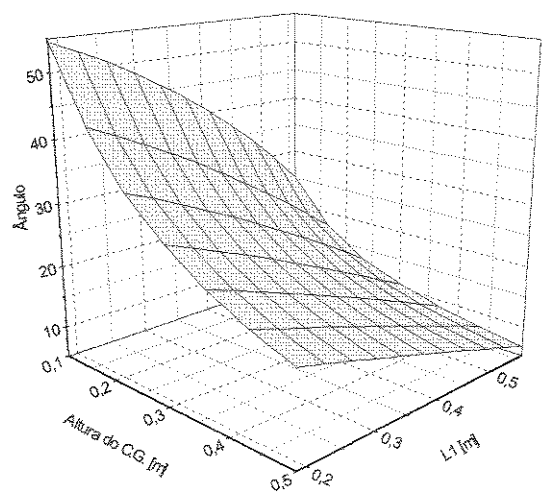


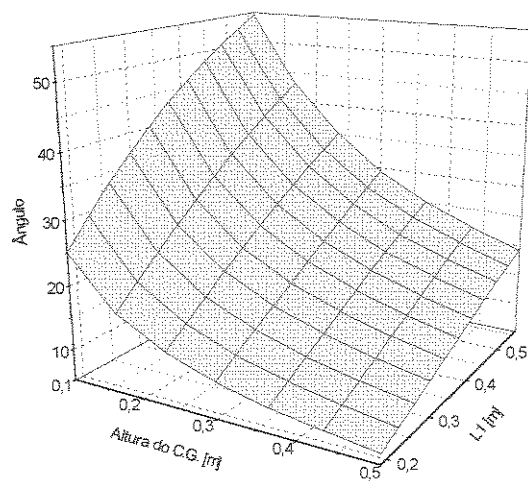
Gráfico 4.5 - Comportamento das configurações de robôs - velocidade limite para estabilidade lateral - tombamento em curvas planas com $a > 0$, com modelo linear: (a) 4R, (b) 3R - 2F, (c) 3R - 1F, e com modelo de Dugoff ($s_l = s_f = 0,3$): (d) 4R, (e) 3R - 2F, (f) 3R - 1F.



(a)



(b)



(c)

Gráfico 4.6 - Comportamento das configurações de robôs - ângulo limite para tombamento em pista inclinada: (a) 4R, (b) 3R - 2F e (c) 3R - 1F.

4.4 Análise dos Resultados

Pelo gráfico 4.1, verifica-se que a escolha do modelo das rodas a ser adotado na modelagem de um veículo (seja ele um robô, ou não) é muito importante para avaliar as condições limites para estabilidade lateral - escorregamento. Mas, verificou-se que, mesmo com o modelo não linear das rodas, problemas de instabilidade quanto ao escorregamento ocorrem apenas a velocidades altas para a aplicação desejada (acima de 2 m/s).

Para determinar qual a configuração mais estável quanto ao escorregamento lateral, é necessário avaliar qual a posição de seu C.G. e quais as características dos seus pneus (valores experimentais de s_f e s_l ou $C_{\psi i}$). O gráfico 4.2 mostra que a configuração menos propensa ao tombamento em curvas é a com 4 rodas, sendo seguida pelo triciclo e, por último a com 3 rodas (2F).

Os gráficos 4.3 e 4.4 mostram que a influência do coeficiente de escorregamento (s_i) e da posição do C.G. sobre a velocidade limite é muito grande, daí a necessidade de uma boa estimativa de seus valores para uma correta avaliação dos limites de desempenho do robô.

No gráfico 4.5 foi feita uma intersecção entre os resultados obtidos, para as velocidades limites para o tombamento em curvas e, escorregamento em movimento retilíneo, como forma de estimar um comportamento mais realístico das velocidades limite.

Nota-se que, apesar das hipóteses assumidas no início do capítulo terem simplificado o sistema de equações diferenciais, as simplificações prejudicaram uma avaliação mais realística do comportamento das configurações. Um estudo mais detalhado, evitando o modelagem por 'bicicleta' do robô, bem como, adicionar nas equações os efeitos de aceleração / desaceleração em manobras, foi feito no Capítulo 5 mas, as equações obtidas formaram um sistema de equações diferenciais de 3ª ordem, extremamente não lineares e acopladas, impossibilitando a obtenção de uma expressão simples que fornecesse a velocidade limite quanto ao escorregamento.

Capítulo 5

Dirigibilidade

O estudo de dirigibilidade é feito para 10 configurações de acionamento e esterçamento de robôs móveis (quatro de quatro rodas, quatro de três rodas - 2F e dois triciclos). Seguindo os procedimentos utilizados por RAMAN (1995). Através dos diagramas de corpo livre são obtidas as equações de Newton e Euler para cada configuração estas equações formam sistemas de equações diferenciais que, por serem fortemente não lineares e acopladas, não permitem uma análise de estabilidade como a realizada no Capítulo 4. Mas, utilizando a função 'ode45' do software MatLab é possível resolvê-las por processo numérico e obter as respostas de posicionamento, velocidade e aceleração para cada configuração.

Neste capítulo é feito o equacionamento geral das 10 configurações, sem utilizar o modelo de bicicleta e com o modelo linear das rodas (HUSTON - 1982). Deste modo é possível analisar a influência do tipo de acionamento e esterçamento nas respostas dos veículos (acelerações e velocidades) para a mesma potência fornecida ao robô. Isto não seria possível com o modelo não linear de DUGOFF (1970), visto que há uma dependência linear entre as variáveis do modelo.

As equações desenvolvidas neste capítulo servem para robôs em pistas planas, curvas ou retas e para acelerações positivas ou negativas. Para o caso de pistas inclinadas, será necessário utilizar os mesmos procedimentos usados no Capítulo 4 (pe. item 4.1.2.2), onde através de um sistema de coordenadas auxiliar é feita a decomposição de forças.

5.1 Robô Móvel de 4 Rodas com Acionamento Traseiro e Esterçamento Frontal

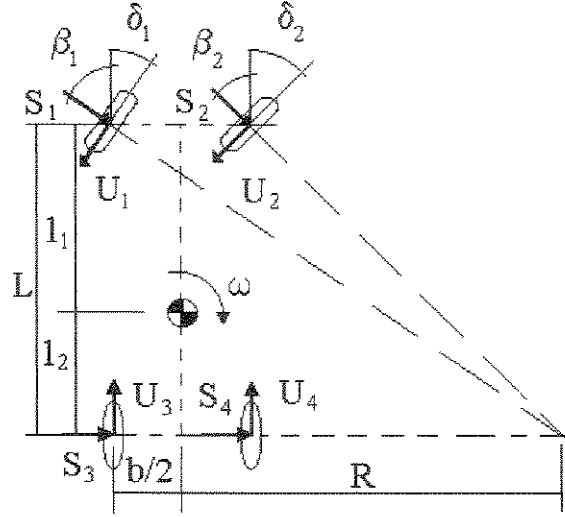


Figura 5.1 - Diagrama de corpo livre para o robô de 4 rodas, com acionamento traseiro e esterçamento frontal.

Os ângulos de esterçamento (δ_i), em função das variáveis geométricas, valem:

$$\delta_1 = \arctg \left(\frac{L}{R + \frac{b}{2}} \right) \quad \delta_2 = \arctg \left(\frac{L}{R - \frac{b}{2}} \right) \quad (5.1)$$

Os ângulos de escorregamento (ψ_i) e as forças transversais das rodas (S_i), definidos no Apêndice 4:

$$\psi_1 = \delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_1 = C_{\psi F} \left(\delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.2)$$

$$\psi_2 = \delta_2 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_2 = C_{\psi F} \left(\delta_2 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.3)$$

$$\psi_3 = \frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_3 = -C_{\psi T} \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.4)$$

$$\psi_4 = \frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_Z} \quad S_4 = -C_{\varphi T} \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_Z} \right) \quad (5.5)$$

E, as forças longitudinais das rodas, obtidas através da somatória entre as forças de atrito e de tração:

$$U_1 = \frac{\mu m g l_2}{2 L} \quad U_2 = \frac{\mu m g l_2}{2 L} \quad (5.6)$$

$$U_3 = \frac{P(t)}{2 \left(V_X + \frac{b}{2} \omega_Z \right)} - \frac{\mu m g l_1}{2 L} \quad U_4 = \frac{P(t)}{2 \left(V_X - \frac{b}{2} \omega_Z \right)} - \frac{\mu m g l_1}{2 L}$$

Deve-se observar que para o cálculo das forças de atrito utiliza-se a distribuição de pesos desenvolvida no Apêndice 3.

As equações de Newton e Euler:

$$\sum F_X = m a_X = m (\dot{V}_X - V_Y \omega_Z) = U_3 + U_4 - U_1 \cos \delta_1 - U_2 \cos \delta_2 - S_1 \cos \beta_1 - S_2 \cos \beta_2 \quad (5.7)$$

$$\sum F_Y = m a_Y = m (\dot{V}_Y + V_X \omega_Z) = S_3 + S_4 + S_1 \sin \beta_1 + S_2 \sin \beta_2 - U_1 \sin \delta_1 - U_2 \sin \delta_2 \quad (5.8)$$

$$\sum M_Z = I_Z \dot{\omega}_Z = \frac{b}{2} (U_3 - U_4) - l_1 (U_1 \sin \delta_1 + U_2 \sin \delta_2) - l_2 (S_3 + S_4) + \dots \quad (5.9)$$

$$l_1 (S_1 \sin \beta_1 + S_2 \sin \beta_2) + \frac{b}{2} (U_2 \cos \delta_2 - U_1 \cos \delta_1 + S_2 \cos \beta_2 + S_1 \cos \beta_1)$$

Deste modo, obtêm-se o sistema de equações diferenciais ordinárias definidas pelas equações (5.10), (5.11) e (5.12):

$$\dot{V}_X = V_Y \omega_Z - \frac{\mu g}{L} \left(\frac{l_2 \cos \delta_1}{2} + \frac{l_2 \cos \delta_2}{2} + l_1 \right) + \frac{V_X P(t)}{m \left(V_X^2 - \frac{b^2}{4} \omega_Z^2 \right)} - \dots \quad (5.10)$$

$$\frac{C_{\psi F} \cos \beta_1}{m} \left(\delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{\left(V_X + \frac{b}{2} \omega_Z \right)} \right) - \frac{C_{\psi F} \cos \beta_2}{m} \left(\delta_2 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{\left(V_X - \frac{b}{2} \omega_Z \right)} \right)$$

$$\dot{V}_Y = -V_Y \omega_Z - \frac{2V_X C_{\psi T}}{m} \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{\left(V_X^2 - \frac{b^2}{4} \omega_Z^2 \right)} \right) - \frac{\mu g l_2}{2L} (\sin \delta_1 + \sin \delta_2) + \dots \quad (5.11)$$

$$\frac{C_{\psi F} \sin \beta_1}{m} \left(\delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{\left(V_X + \frac{b}{2} \omega_Z \right)} \right) + \frac{C_{\psi F} \sin \beta_2}{m} \left(\delta_2 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{\left(V_X - \frac{b}{2} \omega_Z \right)} \right)$$

$$\dot{\omega}_Z = \frac{\mu m g b l_2}{4 L I_Z} (\cos \delta_2 - \cos \delta_1) - \frac{\mu m g l_1 l_2}{2 L I_Z} (\sin \delta_1 + \sin \delta_2) + \dots$$

$$\frac{\omega_Z b^2 P(t)}{4 I_Z \left(V_X^2 - \frac{b^2}{4} \omega_Z^2 \right)} + \frac{C_{\psi F}}{I_Z} \left(\delta_2 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_Z} \right) \left(l_1 \sin \beta_2 + \frac{b}{2} \cos \beta_2 \right) + \dots \quad (5.12)$$

$$\frac{C_{\psi F}}{I_Z} \left(\delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_Z} \right) \left(l_1 \sin \beta_1 - \frac{b}{2} \cos \beta_1 \right) + \frac{2V_X l_2 C_{\psi T}}{I_Z} \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{\left(V_X^2 - \frac{b^2}{4} \omega_Z^2 \right)} \right)$$

5.2 Robô Móvel de 4 Rodas com Acionamento e Esterçamento Frontal

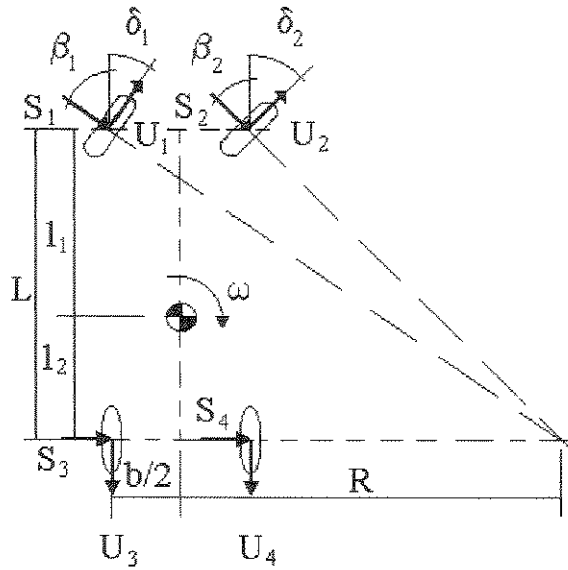


Figura 5.2 - Diagrama de corpo livre para o robô móvel de 4 rodas, com acionamento frontal e esterçamento frontal.

Os ângulos de esterçamento (δ_i), em função das variáveis geométricas valem:

$$\delta_1 = \arctg \left(\frac{L}{R + \frac{b}{2}} \right) \quad \delta_2 = \arctg \left(\frac{L}{R - \frac{b}{2}} \right) \quad (5.13)$$

Os ângulos de escorregamento (ψ_i) e as forças transversais das rodas (S_i):

$$\psi_1 = \delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_1 = C_{\psi F} \left(\delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.14)$$

$$\psi_2 = \delta_2 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_2 = C_{\psi F} \left(\delta_2 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.15)$$

$$\psi_3 = \frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_3 = -C_{\psi T} \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.16)$$

$$\psi_4 = \frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_4 = -C_{\psi T} \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.17)$$

E, as forças longitudinais das rodas:

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{P(t)}{2K_1} - \frac{\mu m g l_2}{2L} & U_2 &= \frac{P(t)}{2K_2} - \frac{\mu m g l_2}{2L} \\ U_3 &= \frac{\mu m g l_1}{2L} & U_4 &= \frac{\mu m g l_1}{2L} \end{aligned} \quad (5.18)$$

Onde:

$$K_1 = \left(V_X + \frac{b}{2} \omega_z \right) \cos \delta_1 + (V_Y + l_1 \omega_z) \sin \delta_1$$

$$K_2 = \left(V_X - \frac{b}{2} \omega_z \right) \cos \delta_2 + (V_Y + l_1 \omega_z) \sin \delta_2$$

As equações de Newton e Euler:

$$\sum F_X = m a_X = m(\dot{V}_X - V_Y \omega_z) = U_3 + U_4 - U_1 \cos \delta_1 - U_2 \cos \delta_2 - S_1 \cos \beta_1 - S_2 \cos \beta_2 \quad (5.19)$$

$$\sum F_Y = m a_Y = m(\dot{V}_Y + V_X \omega_z) = S_3 + S_4 + S_1 \sin \beta_1 + S_2 \sin \beta_2 - U_1 \sin \delta_1 - U_2 \sin \delta_2 \quad (5.20)$$

$$\sum M_Z = I_Z \dot{\omega}_Z = \frac{b}{2} (U_3 - U_4) - l_1 (U_1 \sin \delta_1 + U_2 \sin \delta_2) - l_2 (S_3 + S_4) + \dots \quad (5.21)$$

$$l_1 (S_1 \sin \beta_1 + S_2 \sin \beta_2) + \frac{b}{2} (U_2 \cos \delta_2 - U_1 \cos \delta_1 + S_2 \cos \beta_2 + S_1 \cos \beta_1)$$

Deste modo, obtêm-se o sistema de equações diferenciais ordinárias definido pelas equações (5.22), (5.23) e (5.24):

$$\dot{V}_X = V_Y \omega_Z - \frac{\mu g l_2}{2L} (\cos \delta_1 + \cos \delta_2) - \frac{\mu g l_1}{L} + \frac{P(t)}{2mK_1} \cos \delta_1 + \frac{P(t)}{2mK_2} \cos \delta_2 - \dots \quad (5.22)$$

$$\frac{C_{\psi F} \cos \beta_1}{m} \left(\delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{\left(V_X + \frac{b}{2} \omega_Z \right)} \right) - \frac{C_{\psi F} \cos \beta_2}{m} \left(\delta_2 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{\left(V_X - \frac{b}{2} \omega_Z \right)} \right)$$

$$\dot{V}_Y = -V_Y \omega_Z + \frac{P(t)}{2mK_1} \sin \delta_1 + \frac{P(t)}{2mK_2} \sin \delta_2 - \frac{\mu g l_2}{2L} (\sin \delta_1 + \sin \delta_2) + \dots$$

$$\frac{C_{\psi F} \sin \beta_1}{m} \left(\delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{\left(V_X + \frac{b}{2} \omega_Z \right)} \right) + \frac{C_{\psi F} \sin \beta_2}{m} \left(\delta_2 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{\left(V_X - \frac{b}{2} \omega_Z \right)} \right) - \dots \quad (5.23)$$

$$\frac{2V_X C_{\psi T}}{m} \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{\left(V_X^2 - \frac{b^2}{4} \omega_Z^2 \right)} \right)$$

$$\dot{\omega}_Z = -\frac{\mu m g b l_2}{4L I_Z} (\cos \delta_1 - \cos \delta_2) - \frac{\mu m g l_1 l_2}{2L I_Z} (\sin \delta_1 + \sin \delta_2) + \frac{P(t) l_1}{2I_Z K_1} \sin \delta_1 + \dots$$

$$\frac{P(t) l_1}{2I_Z K_2} \sin \delta_2 + \frac{P(t) b}{4I_Z K_1} \cos \delta_1 - \frac{P(t) b}{4I_Z K_2} \cos \delta_2 + \frac{2V_X l_2 C_{\psi T}}{I_Z} \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{\left(V_X^2 - \frac{b^2}{4} \omega_Z^2 \right)} \right) + \dots \quad (5.24)$$

$$\frac{C_{\psi F}}{I_Z} \left(\delta_2 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_Z} \right) \left(l_1 \sin \beta_2 + \frac{b}{2} \cos \beta_2 \right) + \frac{C_{\psi F}}{I_Z} \left(\delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_Z} \right) \left(l_1 \sin \beta_1 - \frac{b}{2} \cos \beta_1 \right)$$

5.3 Robô Móvel de 4 Rodas com Acionamento e Esterçamento Traseiro

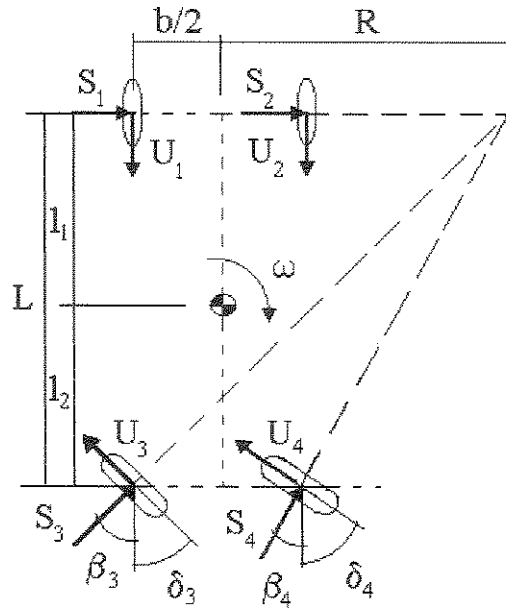


Figura 5.3 - Diagrama de corpo livre para o robô móvel de 4 rodas, com acionamento traseiro e esterçamento traseiro

Os ângulos de esterçamento, em função das variáveis geométricas valem:

$$\delta_3 = \arctg \left(\frac{L}{R + \frac{b}{2}} \right) \quad \delta_4 = \arctg \left(\frac{L}{R - \frac{b}{2}} \right) \quad (5.25)$$

Os ângulos de escorregamento (ψ_i) e as forças transversais das rodas (S_i):

$$\psi_1 = \frac{V_y + l_1 \omega_z}{V_x + \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_1 = -C_{\psi F} \left(\frac{V_y + l_1 \omega_z}{V_x + \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.26)$$

$$\psi_2 = \frac{V_y + l_1 \omega_z}{V_x - \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_2 = -C_{\psi F} \left(\frac{V_y + l_1 \omega_z}{V_x - \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.27)$$

$$\psi_3 = \delta_3 - \frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_3 = C_{\psi T} \left(\delta_3 - \frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.28)$$

$$\psi_4 = \delta_4 - \frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_4 = C_{\psi T} \left(\delta_4 - \frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.29)$$

E, as forças longitudinais das rodas:

$$U_1 = \frac{\mu m g l_2}{2L} \quad U_2 = \frac{\mu m g l_2}{2L} \quad (5.30)$$

$$U_3 = \frac{P(t)}{2K_3} - \frac{\mu m g l_1}{2L} \quad U_4 = \frac{P(t)}{2K_4} - \frac{\mu m g l_1}{2L}$$

Onde:

$$K_3 = \left(V_X + \frac{b}{2} \omega_z \right) \cos \delta_3 + (V_Y - l_2 \omega_z) \sin \delta_3$$

$$K_4 = \left(V_X - \frac{b}{2} \omega_z \right) \cos \delta_4 + (V_Y - l_2 \omega_z) \sin \delta_4$$

As equações de Newton e Euler:

$$\sum F_X = m a_X = m(\dot{V}_X - V_Y \omega_z) = -(U_1 + U_2) + U_3 \cos \delta_3 + U_4 \cos \delta_4 + S_3 \cos \beta_3 + S_4 \cos \beta_4 \quad (5.31)$$

$$\sum F_Y = m a_Y = m(\dot{V}_Y + V_X \omega_z) = S_1 + S_2 + S_3 \sin \beta_3 + S_4 \sin \beta_4 - U_3 \sin \delta_3 - U_4 \sin \delta_4 \quad (5.32)$$

$$\sum M_Z = I_Z \dot{\omega}_z = \frac{b}{2} (U_2 - U_1) + l_2 (U_4 \sin \delta_4 + U_3 \sin \delta_3) + l_1 (S_1 + S_2) - \dots \quad (5.33)$$

$$l_2 (S_3 \sin \beta_3 + S_4 \sin \beta_4) + \frac{b}{2} (U_3 \cos \delta_3 - U_4 \cos \delta_4 + S_3 \cos \beta_3 - S_4 \cos \beta_4)$$

Deste modo, obtêm-se o sistema de equações diferenciais ordinárias definido pelas equações (5.35), (5.36) e (5.37):

$$\dot{V}_X = V_Y \omega_Z - \frac{\mu g}{L} \left(\frac{l_1 \cos \delta_3}{2} + \frac{l_1 \cos \delta_4}{2} + l_2 \right) + \frac{P(t)}{2mK_3} \cos \delta_3 + \frac{P(t)}{2mK_4} \cos \delta_4 + \dots \quad (5.35)$$

$$\frac{C_{\psi T} \cos \beta_3}{m} \left(\delta_3 - \frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{\left(V_X + \frac{b}{2} \omega_Z \right)} \right) + \frac{C_{\psi T} \cos \beta_4}{m} \left(\delta_4 - \frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{\left(V_X - \frac{b}{2} \omega_Z \right)} \right)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_Y = & -V_Y \omega_Z - \frac{P(t)}{2mK_3} \sin \delta_3 - \frac{P(t)}{2mK_4} \sin \delta_4 + \frac{\mu g l_1}{2L} (\sin \delta_3 + \sin \delta_4) - \dots \\ & \frac{2V_X C_{\psi F}}{m} \left(\frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{\left(V_X^2 - \frac{b^2}{4} \omega_Z^2 \right)} \right) + \frac{C_{\psi T} \sin \beta_3}{m} \left(\delta_3 - \frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{\left(V_X + \frac{b}{2} \omega_Z \right)} \right) + \dots \end{aligned} \quad (5.36)$$

$$\frac{C_{\psi T} \sin \beta_4}{m} \left(\delta_4 - \frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{\left(V_X - \frac{b}{2} \omega_Z \right)} \right)$$

$$\dot{\omega}_Z = \frac{P(t)l_2}{2I_Z K_3} \sin \delta_3 + \frac{P(t)l_2}{2I_Z K_4} \sin \delta_4 + \frac{P(t)b}{4I_Z K_3} \cos \delta_3 - \frac{P(t)b}{4I_Z K_4} \cos \delta_4 + \dots$$

$$\frac{\mu m g b l_1}{4L I_Z} (\cos \delta_4 - \cos \delta_3) - \frac{\mu m g l_1 l_2}{2L I_Z} (\sin \delta_3 + \sin \delta_4) - \dots$$

$$\frac{2V_X l_1 C_{\psi T}}{I_Z} \left(\frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{\left(V_X^2 - \frac{b^2}{4} \omega_Z^2 \right)} \right) - \frac{C_{\psi T}}{I_Z} \left(\delta_4 - \frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_Z} \right) \left(l_2 \sin \beta_4 + \frac{b}{2} \cos \beta_4 \right) - \dots$$

$$\frac{C_{\psi T}}{I_Z} \left(\delta_3 - \frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_Z} \right) \left(l_2 \sin \beta_3 - \frac{b}{2} \cos \beta_3 \right) \quad (5.37)$$

5.4 Robô Móvel de 4 Rodas com Acionamento Frontal e Esterçamento Traseiro

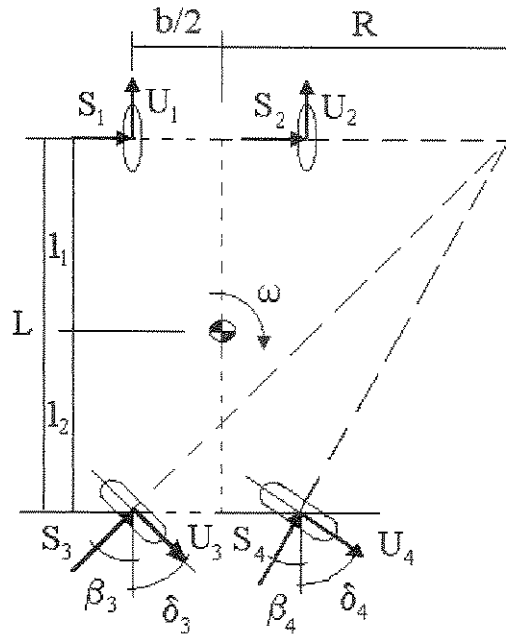


Figura 5.4 - Diagrama de corpo livre para o robô móvel de 4 rodas, com acionamento frontal e esterçamento traseiro

Os ângulos de esterçamento, em função das variáveis geométricas valem:

$$\delta_3 = \arctg \left(\frac{L}{R + \frac{b}{2}} \right) \quad \delta_4 = \arctg \left(\frac{L}{R - \frac{b}{2}} \right) \quad (5.38)$$

Os ângulos de escorregamento (ψ_i) e as forças transversais das rodas (S_i):

$$\psi_1 = \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_1 = -C_{\psi F} \left(\frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.39)$$

$$\psi_2 = \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_2 = -C_{\psi F} \left(\frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.40)$$

$$\psi_3 = \delta_3 - \frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_3 = C_{\psi T} \left(\delta_3 - \frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.41)$$

$$\psi_4 = \delta_4 - \frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_4 = C_{\psi T} \left(\delta_4 - \frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.42)$$

E, as forças longitudinais das rodas:

$$U_1 = \frac{P(t)}{2 \left(V_X + \frac{b}{2} \omega_z \right)} - \frac{\mu m g l_2}{2 L} \quad U_2 = \frac{P(t)}{2 \left(V_X - \frac{b}{2} \omega_z \right)} - \frac{\mu m g l_2}{2 L} \quad (5.43)$$

$$U_3 = \frac{\mu m g l_1}{2 L} \quad U_4 = \frac{\mu m g l_1}{2 L}$$

As equações de Newton e Euler:

$$\sum F_X = m a_X = m (\dot{V}_X - V_Y \omega_z) = (U_1 + U_2) - U_3 \cos \delta_3 - U_4 \cos \delta_4 + S_3 \cos \beta_3 + S_4 \cos \beta_4 \quad (5.44)$$

$$\sum F_Y = m a_Y = m (\dot{V}_Y + V_X \omega_z) = S_1 + S_2 + S_3 \sin \beta_3 + S_4 \sin \beta_4 + U_3 \sin \delta_3 + U_4 \sin \delta_4 \quad (5.45)$$

$$\sum M_Z = I_Z \dot{\omega}_z = \frac{b}{2} (U_1 - U_2) - l_2 (U_4 \sin \delta_4 + U_3 \sin \delta_3) + l_1 (S_1 + S_2) - \dots \quad (5.46)$$

$$l_2 (S_3 \sin \beta_3 + S_4 \sin \beta_4) + \frac{b}{2} (S_3 \cos \beta_3 - U_3 \cos \delta_3 + U_4 \cos \delta_4 - S_4 \cos \beta_4)$$

Deste modo, obtêm-se o sistema de equações diferenciais ordinárias definido pelas equações (5.47), (5.48) e (5.49):

$$\dot{V}_X = V_Y \omega_Z - \frac{\mu g}{L} \left(\frac{l_1 \cos \delta_3}{2} + \frac{l_1 \cos \delta_4}{2} + l_2 \right) + \frac{V_X P(t)}{m \left(V_X^2 - \frac{b^2}{4} \omega_Z^2 \right)} + \dots \quad (5.47)$$

$$\frac{C_{\psi T} \cos \beta_3}{m} \left(\delta_3 - \frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{\left(V_X + \frac{b}{2} \omega_Z \right)} \right) + \frac{C_{\psi T} \cos \beta_4}{m} \left(\delta_4 - \frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{\left(V_X - \frac{b}{2} \omega_Z \right)} \right)$$

$$\dot{V}_Y = -V_Y \omega_Z - \frac{2V_X C_{\psi T}}{m} \left(\frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{\left(V_X^2 - \frac{b^2}{4} \omega_Z^2 \right)} \right) + \frac{\mu g l_2}{2L} (\sin \delta_3 + \sin \delta_4) + \dots \quad (5.48)$$

$$\frac{C_{\psi T} \sin \beta_3}{m} \left(\delta_3 - \frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{\left(V_X + \frac{b}{2} \omega_Z \right)} \right) + \frac{C_{\psi T} \sin \beta_4}{m} \left(\delta_4 - \frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{\left(V_X - \frac{b}{2} \omega_Z \right)} \right)$$

$$\dot{\omega}_Z = \frac{\mu m g b l_1}{4 L I_Z} (\cos \delta_4 - \cos \delta_3) - \frac{\mu m g l_1 l_2}{2 L I_Z} (\sin \delta_3 + \sin \delta_4) + \dots$$

$$\frac{\omega_Z b^2 P(t)}{4 I_Z \left(V_X^2 - \frac{b^2}{4} \omega_Z^2 \right)} - \frac{C_{\psi T}}{I_Z} \left(\delta_4 - \frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_Z} \right) \left(l_2 \sin \beta_4 + \frac{b}{2} \cos \beta_4 \right) - \dots \quad (5.49)$$

$$\frac{C_{\psi T}}{I_Z} \left(\delta_3 - \frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_Z} \right) \left(l_2 \sin \beta_3 - \frac{b}{2} \cos \beta_3 \right) - \frac{2V_X l_1 C_{\psi F}}{I_Z} \left(\frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{\left(V_X^2 - \frac{b^2}{4} \omega_Z^2 \right)} \right)$$

5.5 Robô Móvel de 3 Rodas (2F) com Acionamento Traseiro e Esterçamento Frontal

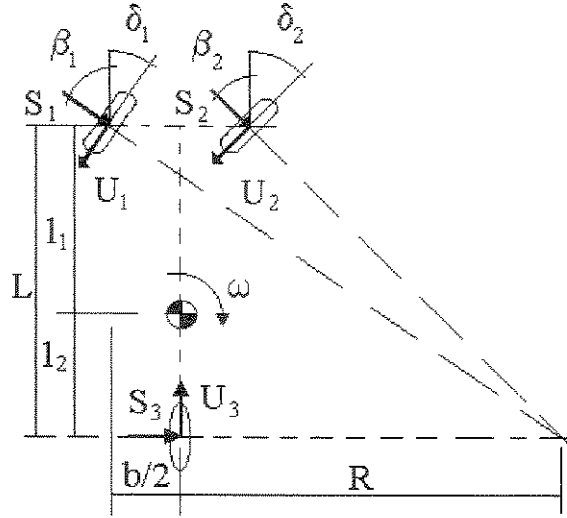


Figura 5.5 - Diagrama de corpo livre para o robô móvel de 3 rodas (2F), com acionamento traseiro e esterçamento frontal.

Os ângulos de esterçamento, em função das variáveis geométricas valem:

$$\delta_1 = \arctg \left(\frac{L}{R + \frac{b}{2}} \right) \quad \delta_2 = \arctg \left(\frac{L}{R - \frac{b}{2}} \right) \quad (5.50)$$

Os ângulos de escorregamento (ψ_i) e as forças transversais das rodas (S_i):

$$\psi_1 = \delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_Z} \quad S_1 = C_{\psi F} \left(\delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_Z} \right) \quad (5.51)$$

$$\psi_2 = \delta_2 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_Z} \quad S_2 = C_{\psi F} \left(\delta_2 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_Z} \right) \quad (5.52)$$

$$\psi_3 = \frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X} \quad S_3 = -C_{\psi T} \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X} \right) \quad (5.53)$$

E, as forças longitudinais das rodas:

$$U_1 = \frac{\mu m g l_2}{2L}, \quad U_2 = \frac{\mu m g l_2}{2L} \quad \text{e} \quad U_3 = \frac{P(t)}{V_X} - \frac{\mu m g l_1}{L} \quad (5.54)$$

As equações de Newton e Euler:

$$\sum F_X = m a_X = m(\dot{V}_X - V_Y \omega_z) = U_3 - U_1 \cos \delta_1 - U_2 \cos \delta_2 - S_1 \cos \beta_1 - S_2 \cos \beta_2 \quad (5.55)$$

$$\sum F_Y = m a_Y = m(\dot{V}_Y + V_X \omega_z) = S_3 + S_1 \sin \beta_1 + S_2 \sin \beta_2 - U_1 \sin \delta_1 - U_2 \sin \delta_2 \quad (5.56)$$

$$\sum M_Z = I_Z \dot{\omega}_z = -l_1 (U_1 \sin \delta_1 + U_2 \sin \delta_2) - l_2 S_3 + l_1 (S_1 \sin \beta_1 + S_2 \sin \beta_2) + \dots \quad (5.57)$$

$$\frac{b}{2} (U_2 \cos \delta_2 - U_1 \cos \delta_1 + S_2 \cos \beta_2 + S_1 \cos \beta_1)$$

Deste modo, obtêm-se o sistema de equações diferenciais ordinárias definido pelas equações (5.58), (5.59) e (5.60):

$$\dot{V}_X = V_Y \omega_z - \frac{\mu g}{L} \left(\frac{l_2 \cos \delta_1}{2} + \frac{l_2 \cos \delta_2}{2} + l_1 \right) + \frac{P(t)}{m V_X} - \dots \quad (5.58)$$

$$\frac{C_{\psi F} \cos \beta_1}{m} \left(\delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{\left(V_X + \frac{b}{2} \omega_z \right)} \right) - \frac{C_{\psi F} \cos \beta_2}{m} \left(\delta_2 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{\left(V_X - \frac{b}{2} \omega_z \right)} \right)$$

$$\dot{V}_Y = -V_Y \omega_z - \frac{C_{\psi T}}{m} \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X} \right) - \frac{\mu g l_2}{2L} (\sin \delta_1 + \sin \delta_2) + \dots \quad (5.59)$$

$$\frac{C_{\psi F} \sin \beta_1}{m} \left(\delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{\left(V_X + \frac{b}{2} \omega_z \right)} \right) + \frac{C_{\psi F} \sin \beta_2}{m} \left(\delta_2 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{\left(V_X - \frac{b}{2} \omega_z \right)} \right)$$

$$\dot{\omega}_z = \frac{\mu m g b l_2}{4L I_z} (\cos \delta_2 - \cos \delta_1) - \frac{\mu m g l_1 l_2}{2L I_z} (\sin \delta_1 + \sin \delta_2) + \dots$$

$$\frac{C_{\psi F}}{I_z} \left(\delta_2 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \right) \left(l_1 \sin \beta_2 + \frac{b}{2} \cos \beta_2 \right) + \frac{l_2 C_{\psi T}}{I_z} \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X} \right) + \dots \quad (5.60)$$

$$\frac{C_{\psi F}}{I_z} \left(\delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \right) \left(l_1 \sin \beta_1 - \frac{b}{2} \cos \beta_1 \right)$$

5.6 Robô Móvel de 3 Rodas (2F) com Acionamento e Esterçamento Frontal

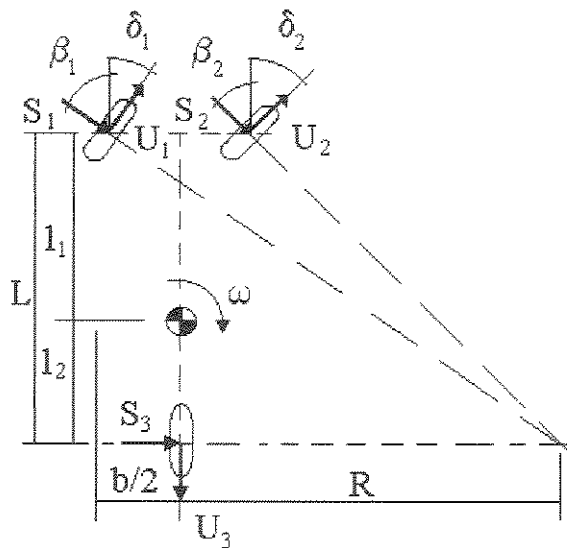


Figura 5.6 - Diagrama de corpo livre para o robô móvel de 3 rodas (2F), com acionamento frontal e esterçamento frontal.

Os ângulos de esterçamento, em função das variáveis geométricas valem:

$$\delta_1 = \arctg \left(\frac{L}{R + \frac{b}{2}} \right) \quad \delta_2 = \arctg \left(\frac{L}{R - \frac{b}{2}} \right) \quad (5.61)$$

Os ângulos de escorregamento (ψ_i) e as forças transversais das rodas (S_i):

$$\psi_1 = \delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_1 = C_{\psi F} \left(\delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.62)$$

$$\psi_2 = \delta_2 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_2 = C_{\psi F} \left(\delta_2 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.63)$$

$$\psi_3 = \frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X} \quad S_3 = -C_{\psi T} \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X} \right) \quad (5.64)$$

E, as forças longitudinais das rodas:

$$U_1 = \frac{P(t)}{2K_1} - \frac{\mu m g l_2}{2L}, \quad U_2 = \frac{P(t)}{2K_2} - \frac{\mu m g l_2}{2L} \quad \text{e} \quad U_3 = \frac{\mu m g l_1}{L} \quad (5.65)$$

Onde:

$$K_1 = \left(V_X + \frac{b}{2} \omega_z \right) \cos \delta_1 + (V_Y + l_1 \omega_z) \sin \delta_1$$

$$K_2 = \left(V_X - \frac{b}{2} \omega_z \right) \cos \delta_2 + (V_Y + l_1 \omega_z) \sin \delta_2$$

As equações de Newton e Euler:

$$\sum F_X = m a_X = m(\dot{V}_X - V_Y \omega_Z) = -U_3 + U_1 \cos \delta_1 + U_2 \cos \delta_2 - S_1 \cos \beta_1 - S_2 \cos \beta_2 \quad (5.66)$$

$$\sum F_Y = m a_Y = m(\dot{V}_Y + V_X \omega_Z) = S_3 + S_1 \sin \beta_1 + S_2 \sin \beta_2 + U_1 \sin \delta_1 + U_2 \sin \delta_2 \quad (5.67)$$

$$\sum M_Z = I_Z \dot{\omega}_Z = -l_1 (U_1 \sin \delta_1 + U_2 \sin \delta_2) - l_2 S_3 + l_1 (S_1 \sin \beta_1 + S_2 \sin \beta_2) + \dots \quad (5.68)$$

$$\frac{b}{2} (U_1 \cos \delta_1 - U_2 \cos \delta_2 + S_2 \cos \beta_2 - S_1 \cos \beta_1)$$

Deste modo, obtêm-se o sistema de equações diferenciais ordinárias definido pelas equações (5.69), (5.70) e (5.71):

$$\dot{V}_X = V_Y \omega_Z - \frac{\mu g l_2}{2L} (\cos \delta_1 + \cos \delta_2) - \frac{\mu g l_1}{L} + \frac{P(t)}{2mK_1} \cos \delta_1 + \frac{P(t)}{2mK_2} \cos \delta_2 - \dots \quad (5.69)$$

$$\frac{C_{\psi^F} \cos \beta_1}{m} \left(\delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{\left(V_X + \frac{b}{2} \omega_Z \right)} \right) - \frac{C_{\psi^F} \cos \beta_2}{m} \left(\delta_2 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{\left(V_X - \frac{b}{2} \omega_Z \right)} \right)$$

$$\dot{V}_Y = -V_Y \omega_Z + \frac{P(t)}{2mK_1} \sin \delta_1 + \frac{P(t)}{2mK_2} \sin \delta_2 - \frac{\mu g l_2}{2L} (\sin \delta_1 + \sin \delta_2) + \dots$$

$$\frac{C_{\psi^F} \sin \beta_1}{m} \left(\delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{\left(V_X + \frac{b}{2} \omega_Z \right)} \right) + \frac{C_{\psi^F} \sin \beta_2}{m} \left(\delta_2 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{\left(V_X - \frac{b}{2} \omega_Z \right)} \right) - \dots \quad (5.70)$$

$$\frac{C_{\psi^T}}{m} \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{V_X} \right)$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_z = & -\frac{\mu m g b l_2}{4 L I_z} (\cos \delta_1 - \cos \delta_2) - \frac{\mu m g l_1 l_2}{2 L I_z} (\sin \delta_1 + \sin \delta_2) + \frac{P(t) l_1}{2 I_z K_1} \sin \delta_1 + \dots \\ & \frac{P(t) l_1}{2 I_z K_2} \sin \delta_2 + \frac{P(t) b}{4 I_z K_1} \cos \delta_1 - \frac{P(t) b}{4 I_z K_2} \cos \delta_2 + \frac{l_2 C_{\varphi T}}{I_z} \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X} \right) + \dots \end{aligned} \quad (5.71)$$

$$\frac{C_{\varphi F}}{I_z} \left(\delta_2 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \right) \left(l_1 \sin \beta_2 + \frac{b}{2} \cos \beta_2 \right) + \frac{C_{\varphi F}}{I_z} \left(\delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \right) \left(l_1 \sin \beta_1 - \frac{b}{2} \cos \beta_1 \right)$$

5.7 Robô Móvel de 3 Rodas (2F) com Acionamento e Esterçamento Traseiro

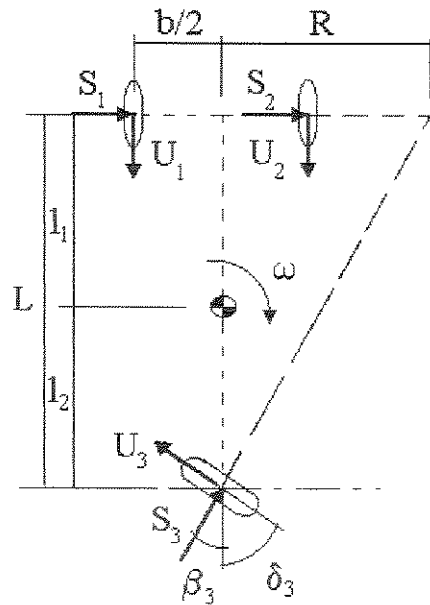


Figura 5.7 - Diagrama de corpo livre para o robô móvel de 3 rodas (2F), com acionamento traseiro e esterçamento traseiro.

O ângulo de esterçamento, em função das variáveis geométricas vale:

$$\delta_3 = \arctg \left(\frac{L}{R} \right) \quad (5.72)$$

Os ângulos de escorregamento (ψ_i) e as forças transversais das rodas (S_i):

$$\psi_1 = \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_1 = -C_{\psi^F} \left(\frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.73)$$

$$\psi_2 = \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_2 = -C_{\psi^F} \left(\frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.74)$$

$$\psi_3 = \delta_3 - \frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_3 = C_{\psi^T} \left(\delta_3 - \frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.75)$$

E, as forças longitudinais das rodas:

$$U_1 = \frac{\mu m g l_2}{2L}, \quad U_2 = \frac{\mu m g l_2}{2L} \quad \text{e} \quad U_3 = \frac{P(t)}{K_3} - \frac{\mu m g l_1}{L} \quad (5.76)$$

Onde: $K_3 = V_X \cos \delta_3 + (V_Y - l_2 \omega_z) \sin \delta_3$

As equações de Newton e Euler:

$$\sum F_X = m a_X = m(\dot{V}_X - V_Y \omega_z) = -U_1 - U_2 + U_3 \cos \delta_3 + S_3 \cos \beta_3 \quad (5.77)$$

$$\sum F_Y = m a_Y = m(\dot{V}_Y + V_X \omega_z) = S_1 + S_2 + S_3 \sin \beta_3 - U_3 \sin \delta_3 \quad (5.78)$$

$$\sum M_Z = I_Z \dot{\omega}_z = -l_2 (U_3 \sin \delta_3 - S_3 \sin \delta_3) + l_1 (S_1 + S_2) + \frac{b}{2} (U_2 - U_1) \quad (5.79)$$

Deste modo, obtêm-se o sistema de equações diferenciais ordinárias definido pelas equações (5.80), (5.81) e (5.82):

$$\dot{V}_X = V_Y \omega_z - \frac{\mu g}{L} (l_1 \cos \delta_3 + l_2) + \frac{P(t)}{m K_3} \cos \delta_3 + \frac{C_{\psi^T} \cos \beta_3}{m} \left(\delta_3 - \frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X} \right) \quad (5.80)$$

$$\dot{V}_Y = -V_Y \omega_Z - \frac{P(t)}{m K_3} \sin \delta_3 + \frac{\mu g l_1}{2 L} \sin \delta_3 - \dots \quad (5.81)$$

$$\frac{2V_X C_{\psi F}}{m} \left(\frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{\left(V_X^2 - \frac{b^2}{4} \omega_Z^2 \right)} \right) + \frac{C_{\psi T} \sin \beta_3}{m} \left(\delta_3 - \frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{V_X} \right)$$

$$\dot{\omega}_Z = \frac{P(t) l_2}{I_Z K_3} \sin \delta_3 - \frac{\mu m g l_1 l_2}{L I_Z} \sin \delta_3 - \frac{2V_X l_1 C_{\psi F}}{I_Z} \left(\frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{\left(V_X^2 - \frac{b^2}{4} \omega_Z^2 \right)} \right) - \dots \quad (5.82)$$

$$\frac{C_{\psi T} l_2 \sin \beta_3}{I_Z} \left(\delta_3 - \frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_Z} \right)$$

5.8 Robô Móvel de 3 Rodas (2F) com Acionamento Frontal e Esterçamento Traseiro

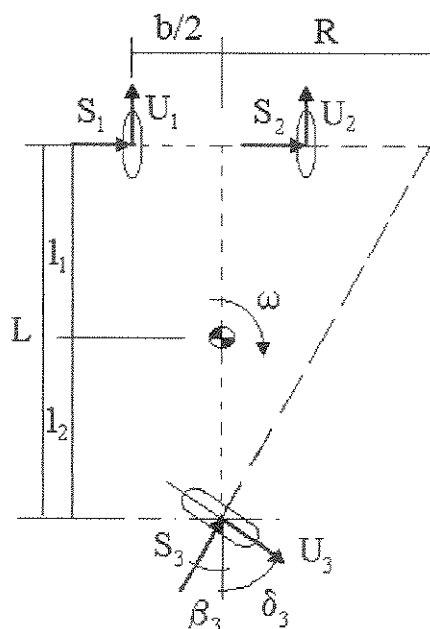


Figura 5.8 - Diagrama de corpo livre para o robô móvel de 3 rodas (2F), com acionamento frontal e esterçamento traseiro.

O ângulo de esterçamento, em função das variáveis geométricas vale:

$$\delta_3 = \arctg\left(\frac{L}{R}\right) \quad (5.83)$$

Os ângulos de escorregamento (ψ_i) e as forças transversais das rodas (S_i):

$$\psi_1 = \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_Z} \quad S_1 = -C_{\psi F} \left(\frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_Z} \right) \quad (5.84)$$

$$\psi_2 = \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_Z} \quad S_2 = -C_{\psi F} \left(\frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_Z} \right) \quad (5.85)$$

$$\psi_3 = \delta_3 - \frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_Z} \quad S_3 = C_{\psi T} \left(\delta_3 - \frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_Z} \right) \quad (5.86)$$

E, as forças longitudinais das rodas:

$$U_1 = \frac{P(t)}{2\left(V_X + \frac{b}{2} \omega_Z\right)} - \frac{\mu m g l_2}{2L}, \quad U_2 = \frac{P(t)}{2\left(V_X - \frac{b}{2} \omega_Z\right)} - \frac{\mu m g l_2}{2L} \quad \text{e} \quad U_3 = \frac{\mu m g l_1}{L} \quad (5.87)$$

As equações de Newton e Euler:

$$\sum F_X = m a_X = m(\dot{V}_X - V_Y \omega_Z) = U_1 + U_2 - U_3 \cos \delta_3 + S_3 \cos \beta_3 \quad (5.88)$$

$$\sum F_Y = m a_Y = m(\dot{V}_Y + V_X \omega_Z) = S_1 + S_2 + S_3 \sin \beta_3 + U_3 \sin \delta_3 \quad (5.89)$$

$$\sum M_Z = I_Z \dot{\omega}_Z = -l_1 (S_1 + S_2) - l_2 (S_3 \sin \beta_3 + U_3 \sin \delta_3) + \frac{b}{2} (U_1 - U_2) \quad (5.90)$$

Deste modo, obtêm-se o sistema de equações diferenciais ordinárias definido pelas equações (5.91), (5.92) e (5.93):

$$\dot{V}_X = V_Y \omega_Z - \frac{\mu g}{L} (l_1 \cos \delta_3 + l_2) + \frac{V_X P(t)}{m \left(V_X^2 - \frac{b^2}{4} \omega_Z^2 \right)} + \frac{C_{\psi T} \cos \beta_3}{m} \left(\delta_3 - \frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{V_X} \right) \quad (5.91)$$

$$\dot{V}_Y = -V_Y \omega_Z - \frac{2V_X C_{\psi F}}{m} \left(\frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{\left(V_X^2 - \frac{b^2}{4} \omega_Z^2 \right)} \right) + \frac{\mu g l_1}{L} \sin \delta_3 + \dots \quad (5.92)$$

$$\dot{\omega}_Z = -\frac{\mu m g l_1 l_2}{L I_Z} \sin \delta_3 + \frac{\omega_Z b^2 P(t)}{4 I_Z \left(V_X^2 - \frac{b^2}{4} \omega_Z^2 \right)} - \frac{2V_X l_1 C_{\psi F}}{I_Z} \left(\frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{\left(V_X^2 - \frac{b^2}{4} \omega_Z^2 \right)} \right) - \dots \quad (5.93)$$

$$\frac{C_{\psi T} l_2 \sin \beta_3}{I_Z} \left(\delta_3 - \frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_Z} \right)$$

5.9 Robô Móvel de 3 Rodas (1F) com Acionamento Traseiro e Esterçamento Frontal

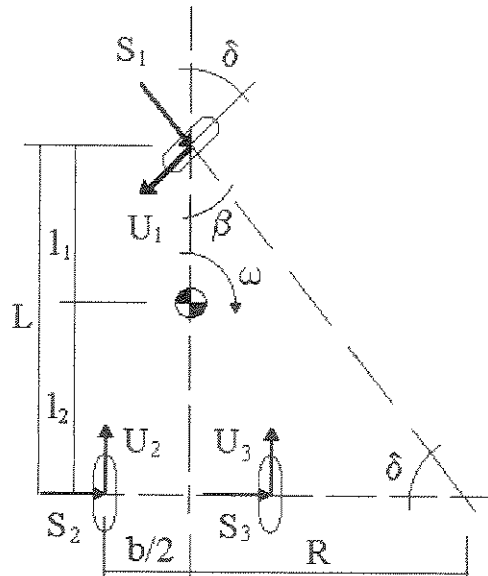


Figura 5.9 - Diagrama de corpo livre para o robô triciclo com acionamento traseiro e esterçamento frontal.

O ângulo de esterçamento, em função das variáveis geométricas vale:

$$\delta_1 = \arctg\left(\frac{L}{R}\right) \quad (5.94)$$

Os ângulos de escorregamento (ψ_i) e as forças transversais das rodas (S_i):

$$\psi_1 = \delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_1 = C_{\psi T} \left(\delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.95)$$

$$\psi_3 = \frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_3 = -C_{\psi T} \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.96)$$

$$\psi_4 = \frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_4 = -C_{\psi T} \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.97)$$

E, as forças longitudinais das rodas (U_i):

$$U_1 = \frac{\mu m g l_2}{L} \quad , \quad U_3 = \frac{P(t)}{2\left(V_X + \frac{b}{2} \omega_z\right)} - \frac{\mu m g l_1}{2L} \quad \text{e} \quad U_4 = \frac{P(t)}{2\left(V_X - \frac{b}{2} \omega_z\right)} - \frac{\mu m g l_1}{2L} \quad (5.98)$$

As equações de Newton e Euler:

$$\sum F_X = m a_X = m(\dot{V}_X - V_Y \omega_z) = U_3 + U_4 - U_1 \cos \delta_1 - S_1 \cos \beta_1 \quad (5.99)$$

$$\sum F_Y = m a_Y = m(\dot{V}_Y + V_X \omega_z) = S_3 + S_4 + S_1 \sin \beta_1 - U_1 \sin \delta_1 \quad (5.100)$$

$$\sum M_Z = I_Z \dot{\omega}_z = \frac{b}{2} (U_3 - U_4) - l_1 U_1 \sin \delta_1 + l_1 S_1 \sin \beta_1 - l_2 (S_3 + S_4) \quad (5.101)$$

Deste modo, obtêm-se o sistema de equações diferenciais ordinárias definido pelas equações (5.102), (5.103) e (5.104):

$$\dot{V}_x = V_r \omega_z - \frac{\mu g}{L}(l_2 \cos \delta_1 + l_1) + \frac{V_x P(t)}{m \left(V_x^2 - \frac{b^2}{4} \omega_z^2 \right)} - \frac{C_{\psi^F} \cos \beta_1}{m} \left(\delta_1 - \frac{V_r + l_1 \omega_z}{V_x} \right) \quad (5.102)$$

$$\dot{V}_Y = -V_Y \omega_Z - \frac{2V_X C_{\psi T}}{m} \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{\left(V_X^2 - \frac{b^2}{4} \omega_Z^2 \right)} \right) - \frac{\mu g l_2}{L} \sin \delta_1 + \frac{C_{\psi F} \sin \beta_1}{m} \left(\delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{V_X} \right) \quad (5.103)$$

$$\dot{\omega}_z = -\frac{\mu m g l_1 l_2}{L I_z} \sin \delta_1 + \frac{\omega_z b^2 P(t)}{4 I_z \left(V_x^2 - \frac{b^2}{4} \omega_z^2 \right)} + \frac{2 V_x l_2 C_{\psi T}}{I_z} \left(\frac{V_y - l_2 \omega_z}{\left(V_x^2 - \frac{b^2}{4} \omega_z^2 \right)} \right) + \dots \quad (5.104)$$

$$\frac{C_{\varphi F} l_1 \sin \beta_1}{I_Z} \left(\delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_Z} \right)$$

5.10 Robô Móvel de 3 Rodas (1F) com Acionamento e Estercamento Frontal

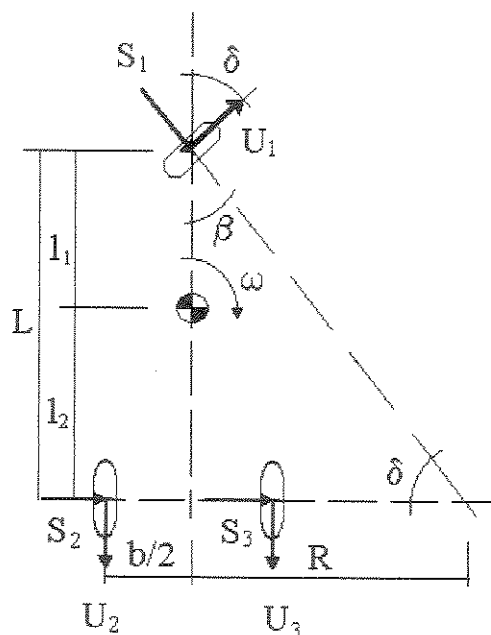


Figura 5.10 - Diagrama de corpo livre para o robô triciclo com esterçamento frontal e acionamento frontal.

O ângulo de esterçamento, em função das variáveis geométricas vale:

$$\delta_1 = \arctg\left(\frac{L}{R}\right) \quad (5.105)$$

As equações (5.2) a (5.5) mostram os valores dos ângulos de escorregamento (ψ_i) e das forças transversais das rodas (S_i):

$$\psi_1 = \delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_1 = C_{\psi F} \left(\delta_1 - \frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.106)$$

$$\psi_3 = \frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_3 = -C_{\psi T} \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X + \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.107)$$

$$\psi_4 = \frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \quad S_4 = -C_{\psi T} \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X - \frac{b}{2} \omega_z} \right) \quad (5.108)$$

E, as forças longitudinais das rodas (U_i):

$$U_1 = \frac{P(t)}{K_1} - \frac{\mu m g l_2}{L}, \quad U_3 = \frac{\mu m g l_1}{2L} \quad \text{e} \quad U_4 = \frac{\mu m g l_1}{2L} \quad (5.109)$$

Onde: $K_1 = V_X \cos \delta_1 + (V_Y + l_1 \omega_z) \sin \delta_1$

As equações de Newton e Euler:

$$\sum F_X = m a_X = m(\dot{V}_X - V_Y \omega_z) = - (U_3 + U_4) + U_1 \cos \delta_1 - S_1 \cos \beta_1 \quad (5.110)$$

$$\sum F_Y = m a_Y = m(\dot{V}_Y + V_X \omega_z) = S_3 + S_4 + S_1 \sin \beta_1 + U_1 \sin \delta_1 \quad (5.111)$$

$$\sum M_Z = I_Z \dot{\omega}_z = \frac{b}{2} (U_4 - U_3) + l_1 U_1 \sin \delta_1 + l_1 S_1 \sin \beta_1 - l_2 (S_3 + S_4) \quad (5.112)$$

Deste modo, obtêm-se o sistema de equações diferenciais ordinárias definido pelas equações (5.113), (5.114) e (5.115):

$$\dot{V}_x = V_y \omega_z - \frac{\mu g}{2L} (l_2 \cos \delta_1 + l_1) + \frac{P(t)}{m K_1} \cos \delta_1 - \frac{C_{\psi^F} \cos \beta_1}{m} \left(\delta_1 - \frac{V_y + l_1 \omega_z}{V_x} \right) \quad (5.113)$$

$$\dot{V}_y = -V_y \omega_z + \frac{P(t)}{m K_1} \sin \delta_1 - \frac{\mu g l_2}{L} \sin \delta_1 + \frac{C_{\psi^F} \sin \beta_1}{m} \left(\delta_1 - \frac{V_y + l_1 \omega_z}{V_x} \right) - \dots \quad (5.114)$$

$$\frac{2V_x C_{\psi^T}}{m} \left(\frac{V_y - l_2 \omega_z}{\left(V_x^2 - \frac{b^2}{4} \omega_z^2 \right)} \right)$$

$$\dot{\omega}_z = -\frac{\mu m g l_1 l_2}{L I_z} \sin \delta_1 + \frac{P(t) l_1}{I_z K_1} \sin \delta_1 + \frac{C_{\psi^F} l_1 \sin \beta_1}{I_z} \left(\delta_1 - \frac{V_y + l_1 \omega_z}{V_x} \right) + \dots \quad (5.115)$$

$$\frac{2V_x l_2 C_{\psi^T}}{I_z} \left(\frac{V_y - l_2 \omega_z}{\left(V_x^2 - \frac{b^2}{4} \omega_z^2 \right)} \right)$$

5.11 Simulações

Como foi dito no início do capítulo, a função ‘ode45’, do software MatLab, foi utilizada para obter a solução numérica dos sistemas de equações diferenciais das 10 configurações. Desta forma, foram obtidas as respostas quanto à posição, velocidade e aceleração de cada configuração para variações nos raios de curvatura de manobras (de 1 a 10 m) e posições do C.G. do robô, sendo possível avaliar o comportamento de cada configuração e compará-los entre si.

Os parâmetros usados nas simulações são apresentados na tabela 5.1:

Tabela 5.1 - Parâmetros usados nas simulações.

Nome	Símbolo	Valor	Unidade
comprimento do robô	L	0,75	[m]
potência motora (^{ele})	P(t)	100	[W]
altura do CG do robô	h	0,25	[m]
massa total do robô	m	150	[kg]
largura do robô	b	0,375	[m]
variável de Huston*	A	16,3	[rad ⁻¹]
variável de Huston*	B	1,6 . 10 ⁻⁴	[Nrad ⁻¹]
coeficiente de atrito	μ	0,1	[-]
raio de curvatura	ρ	[1;10]	[m]

O esterçamento do robô foi simulado da seguinte forma: através do valor do raio de curvatura desejado (ρ - linha que une o C.G. do robô ao centro de curvatura), obtêm-se o valor de R e, através dele, o valor do ângulo de esterçamento desejado δ . Isto pode ser melhor observado com a figura abaixo e o equacionamento que segue.

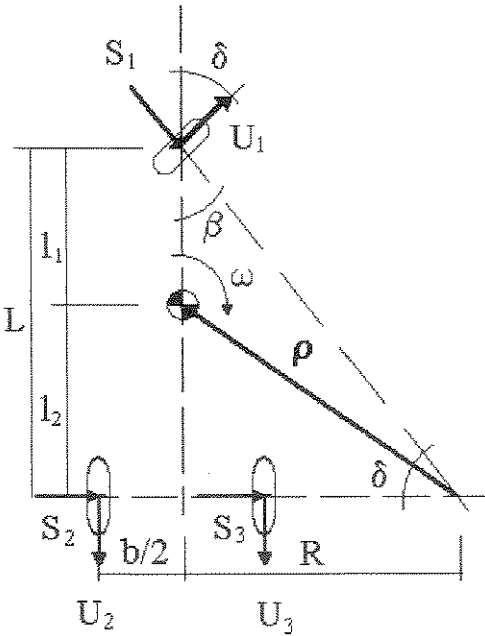


Figura 5.11 - Exemplo de cálculo de ângulo de esterçamento.

* Estas constantes de Huston são descritas no Capítulo 4 e em HUSTON et al. (1982).

Deste modo: $R^2 = \rho^2 - l_2^2$ e $\delta = \arctg(l/R)$

Assim, varia-se o valor de δ em função do tempo.

para $t = 0$: $\delta(t) = 0$

para $t < 1$: $\delta(t) = 0,5 \cdot \delta_{\text{final}} \cdot (1 - \cos \pi t)$

para $1 < t < 2$: $\delta(t) = \delta_{\text{final}}$

para $2 < t < 3$: $\delta(t) = \delta_{\text{final}} - 0,5 \cdot \delta_{\text{final}} \cdot (1 - \cos \pi t)$

para $t > 3$: $\delta(t) = 0$

Os gráficos obtidos mostram o comportamento do C.G. do robô quanto às velocidades e acelerações em seu sistema de coordenadas XYZ. A seguir estão os gráficos das simulações para as 10 configurações. Para todas as configurações, os gráficos em preto são relativos às variações nos raios de curvatura (ρ) para $l_1 = 0,35$ m e, os coloridos, às variações na posição do C.G. (l_1), para $\rho = 1$ m.

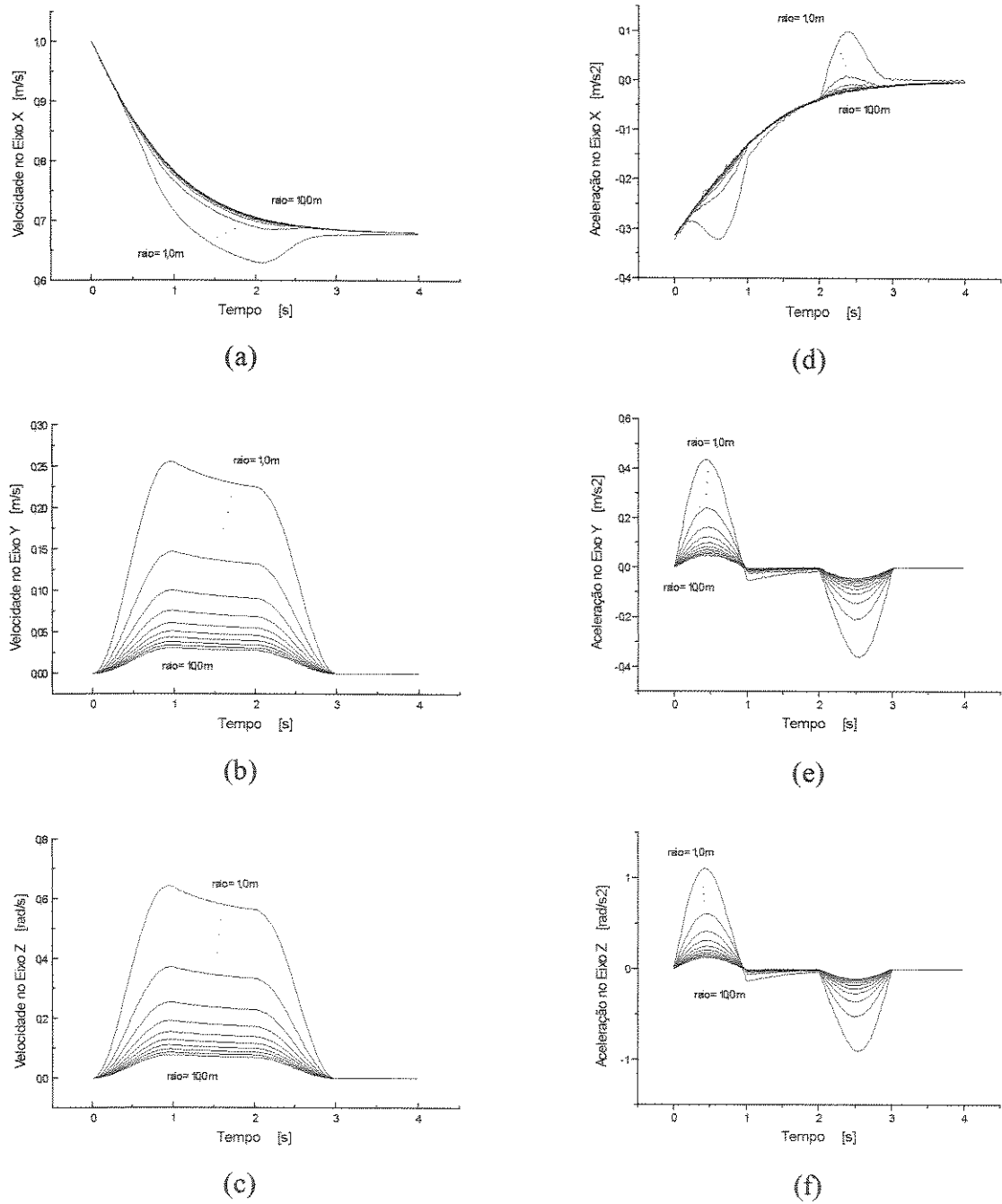


Gráfico 5.1 - Comportamento do robô de quatro rodas com acionamento traseiro e esterçamento frontal, quanto à variação do raio de curvatura.

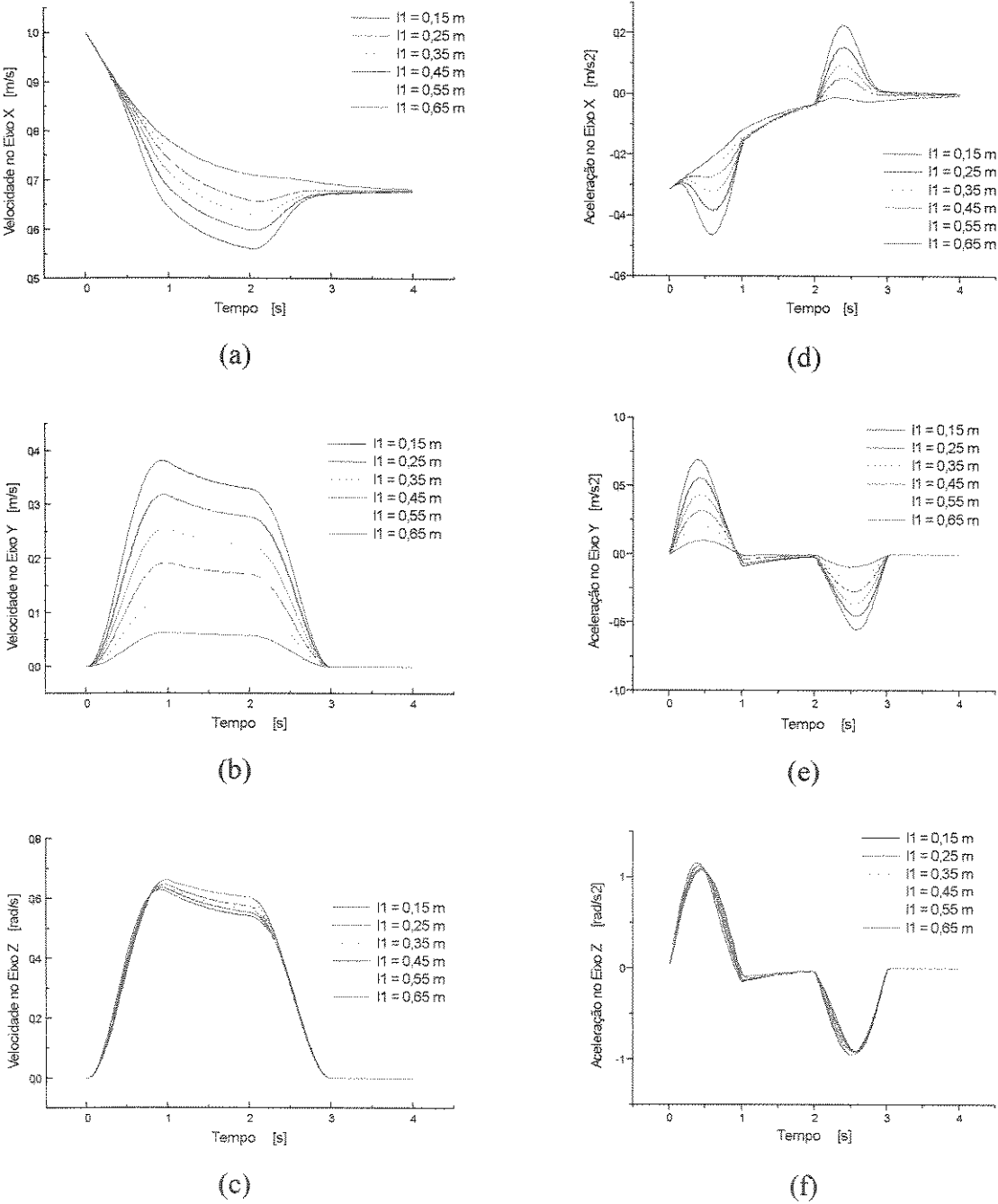


Gráfico 5.2 - Comportamento do robô de quatro rodas com acionamento traseiro e esterçamento frontal, quanto à variação da posição do C.G..

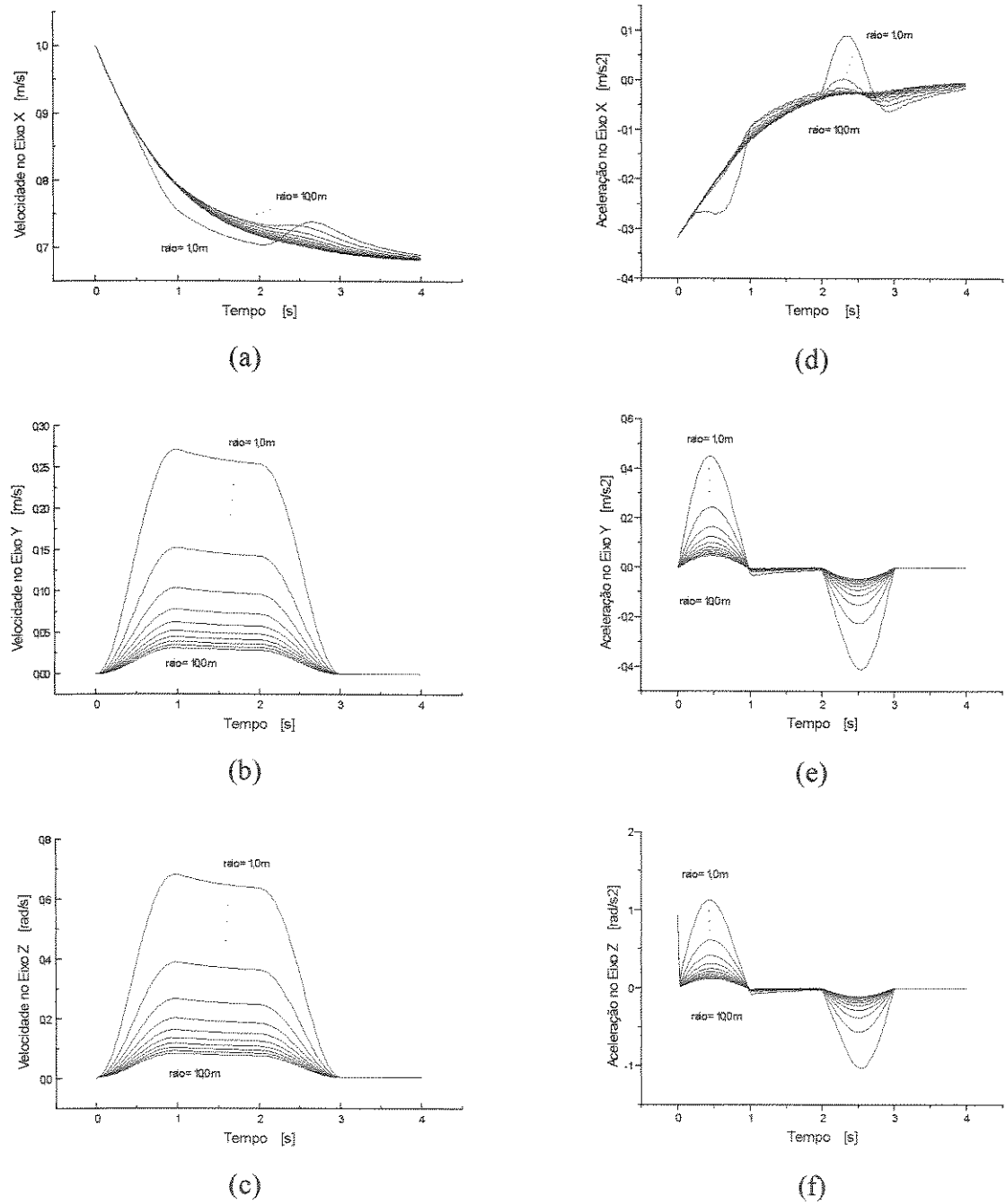


Gráfico 5.3 - Comportamento do robô de quatro rodas com acionamento frontal e esterçamento frontal, quanto à variação do raio de curvatura.

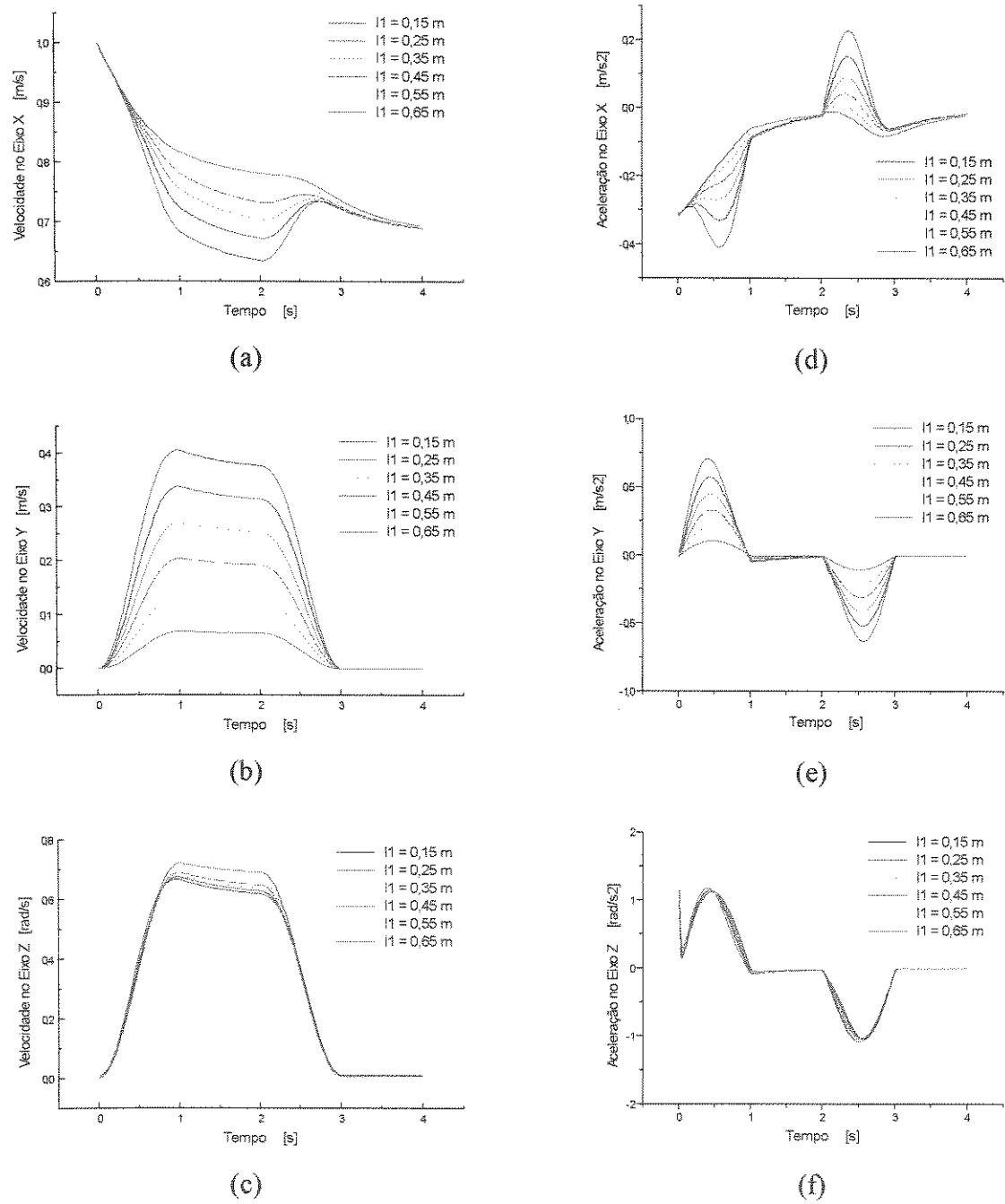


Gráfico 5.4 - Comportamento do robô de quatro rodas com acionamento frontal e esterçamento frontal, quanto à variação da posição do C.G..

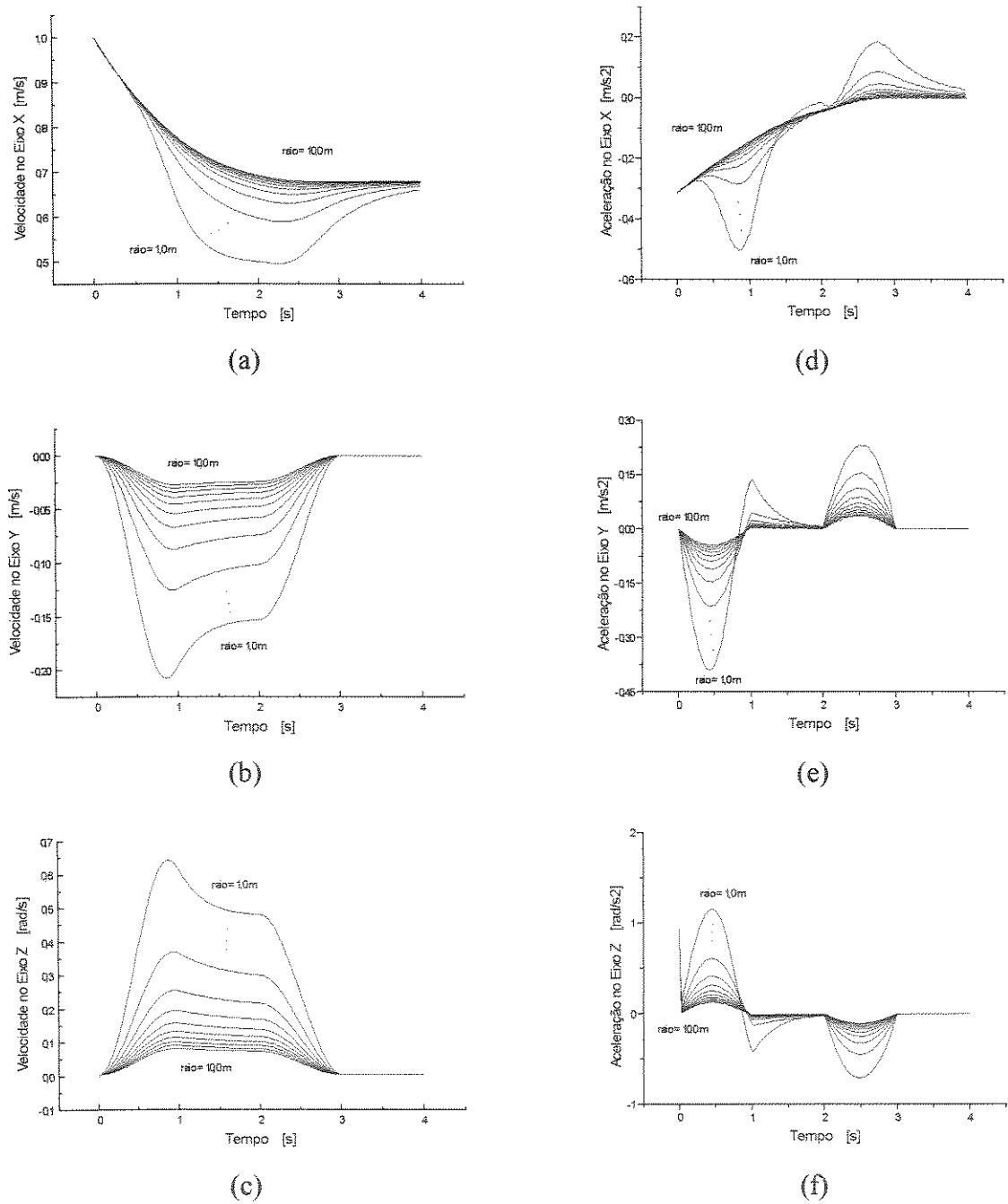


Gráfico 5.5 - Comportamento do robô de quatro rodas com acionamento traseiro e esterçamento traseiro, quanto à variação do raio de curvatura.

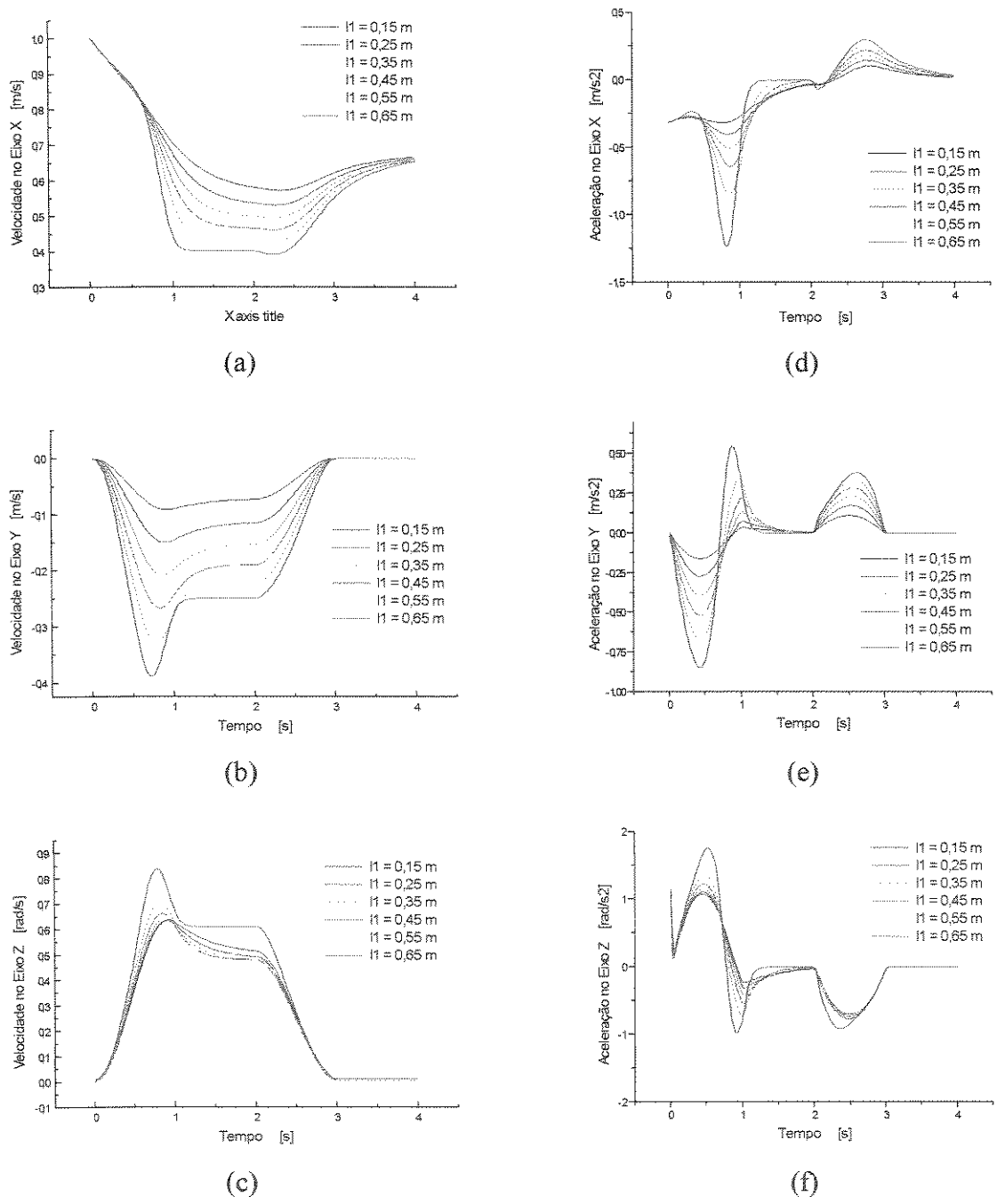


Gráfico 5.6 - Comportamento do robô de quatro rodas com acionamento traseiro e esterçamento traseiro, quanto à variação da posição do C.G..

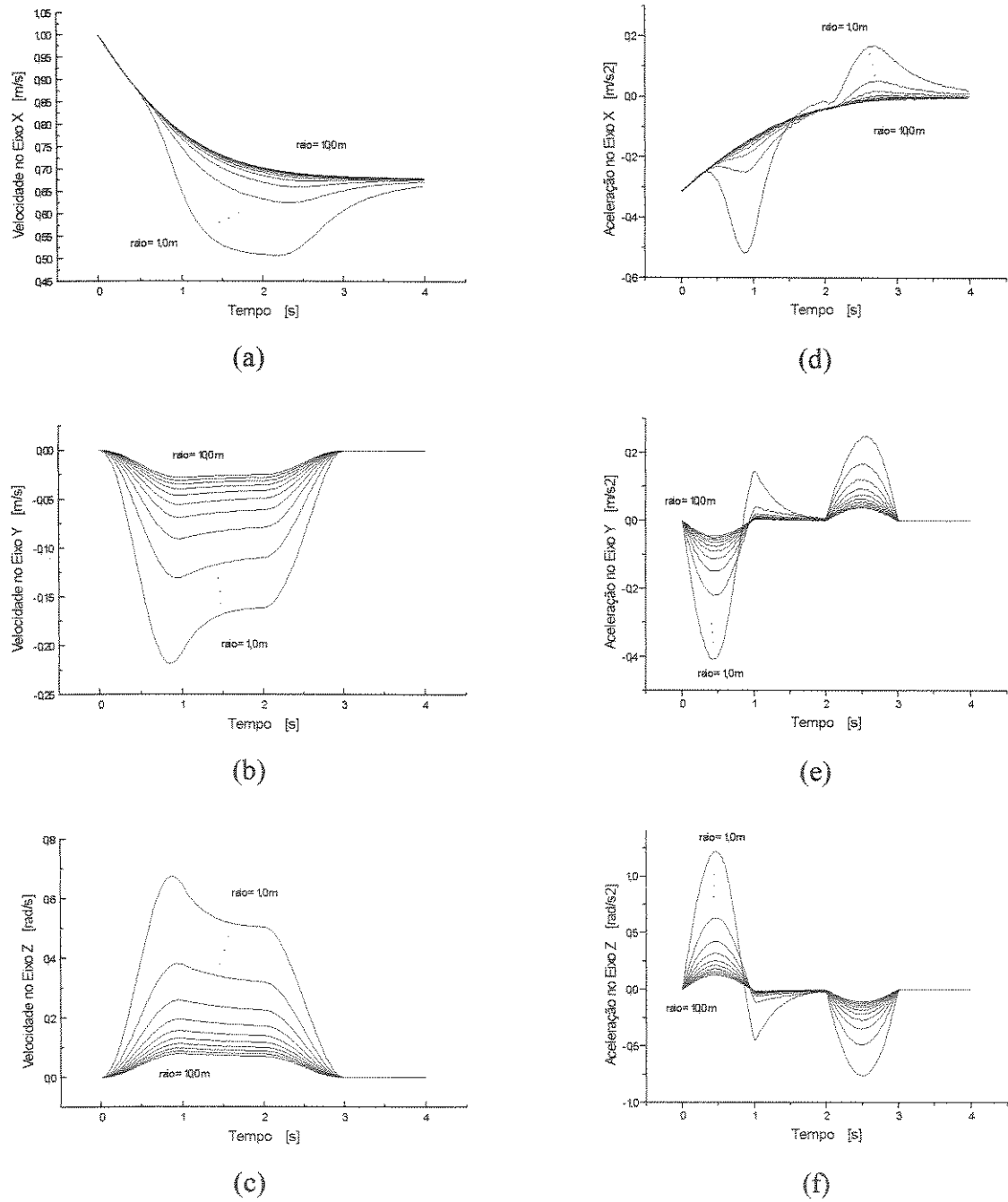


Gráfico 5.7 - Comportamento do robô de quatro rodas com acionamento frontal e esterçamento traseiro, quanto à variação do raio de curvatura.

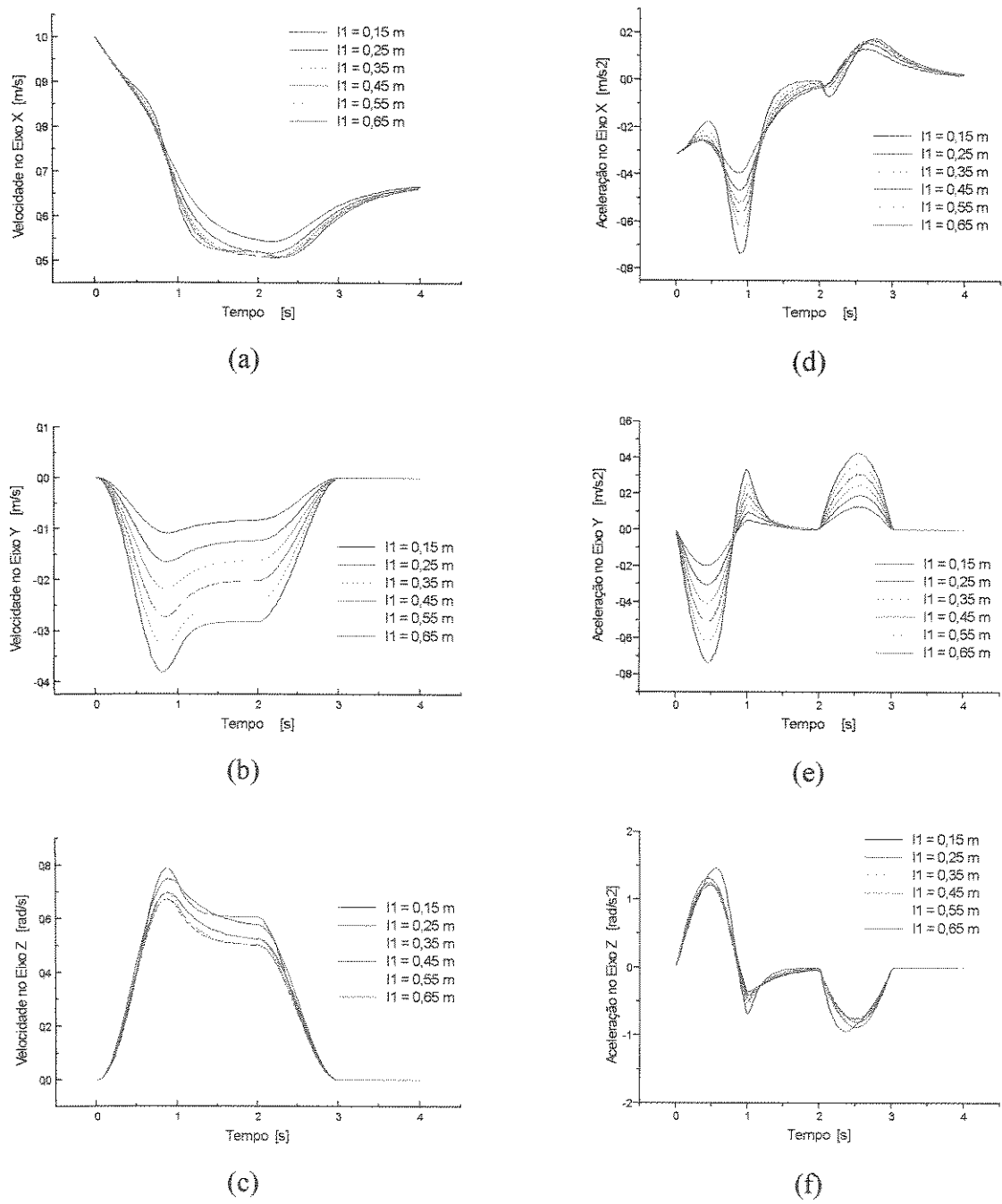


Gráfico 5.8 - Comportamento do robô de quatro rodas com acionamento frontal e esterçamento traseiro, quanto à variação da posição do C.G..

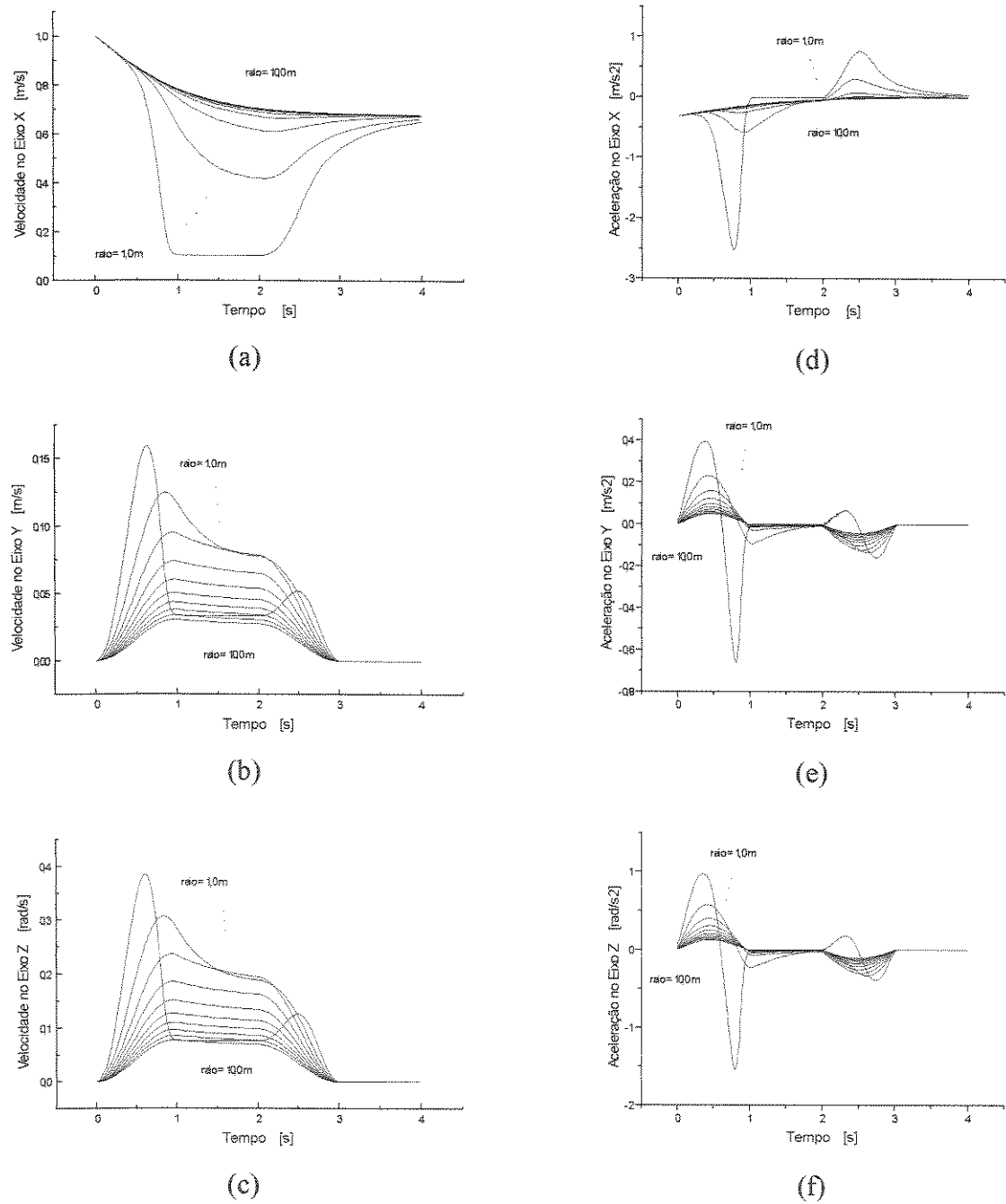


Gráfico 5.9 - Comportamento do robô de três rodas (2F) com acionamento traseiro e esterçamento frontal, quanto à variação do raio de curvatura.

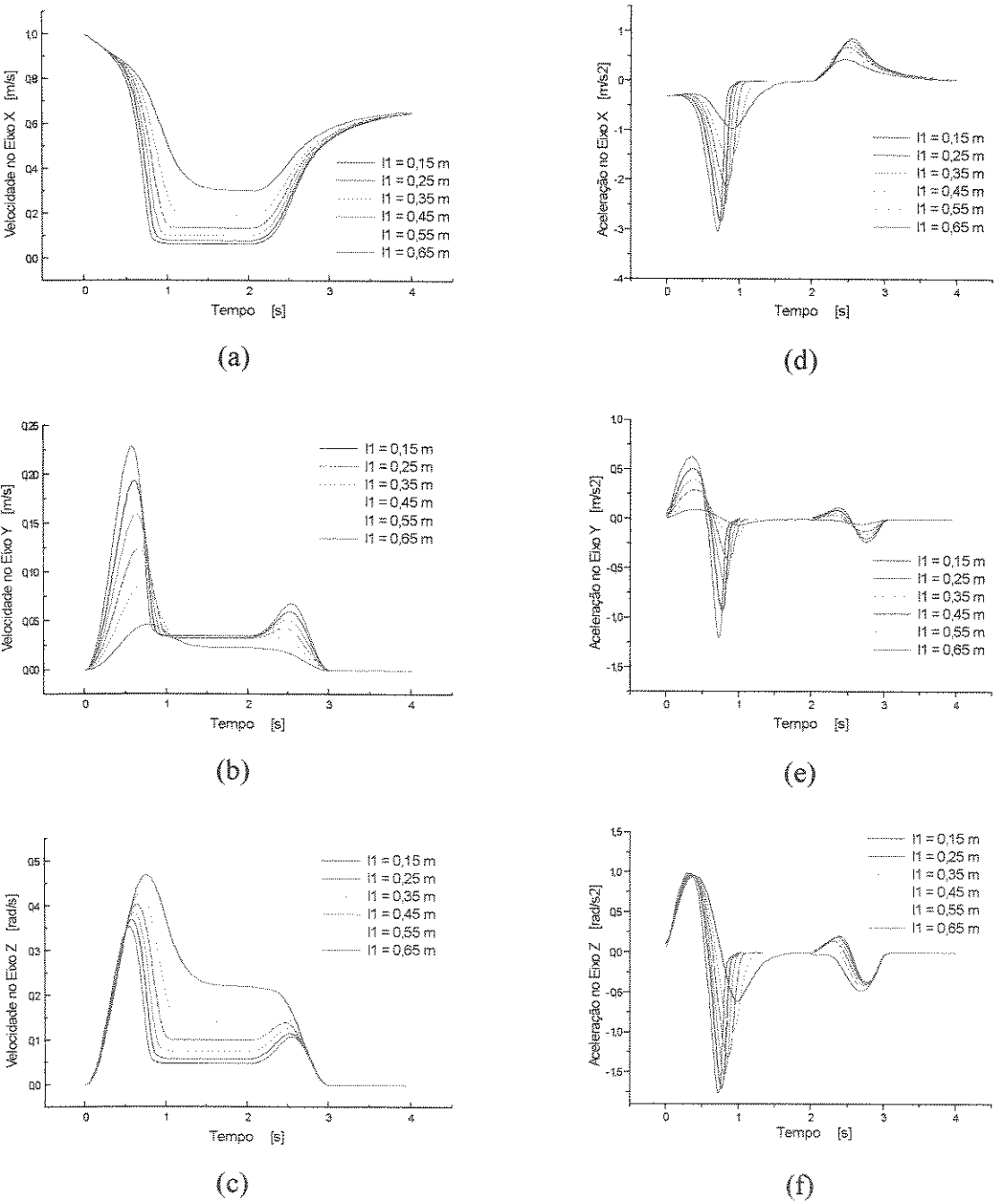


Gráfico 5.10 - Comportamento do robô de três rodas (2F) com acionamento traseiro e esterçamento frontal, quanto à variação da posição do C.G..

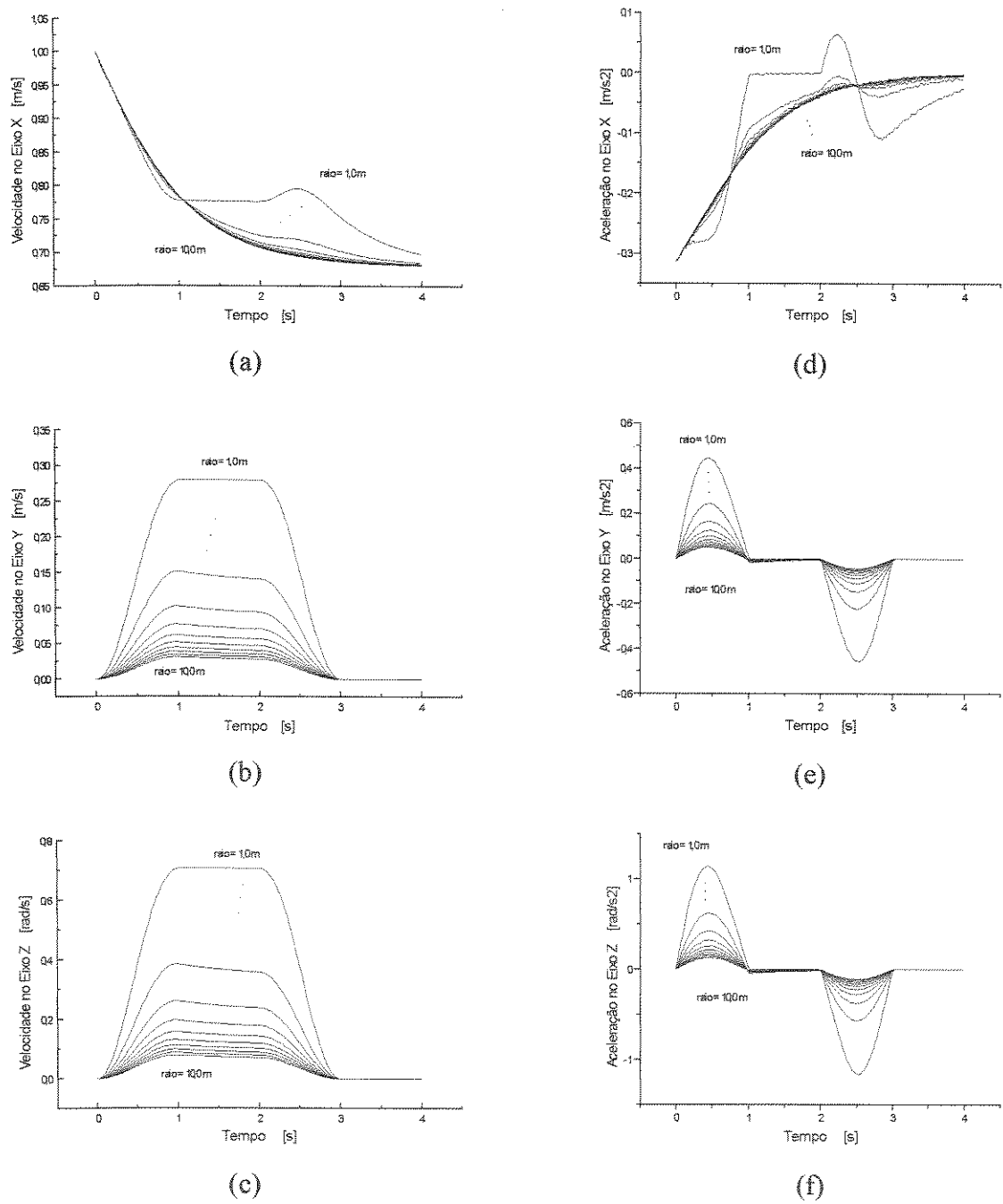
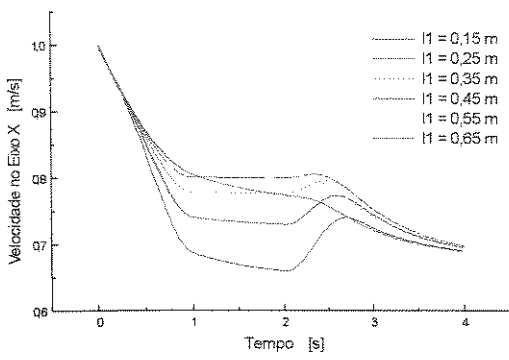
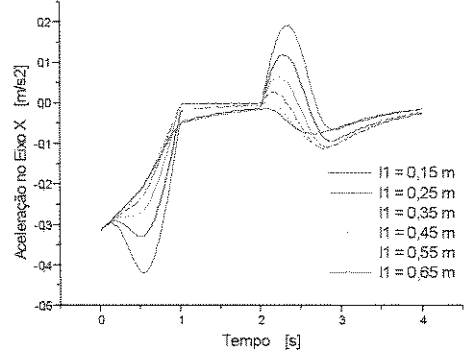


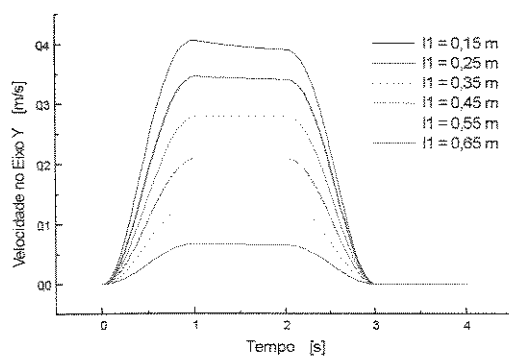
Gráfico 5.11 - Comportamento do robô de três rodas (2F) com acionamento frontal e esterçamento frontal, quanto à variação do raio de curvatura.



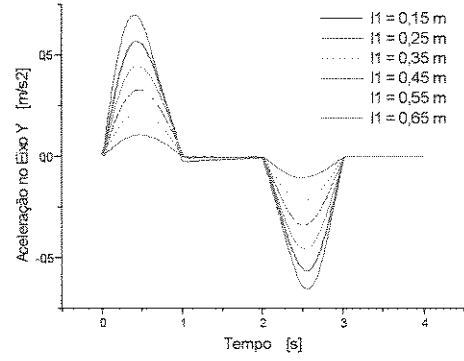
(a)



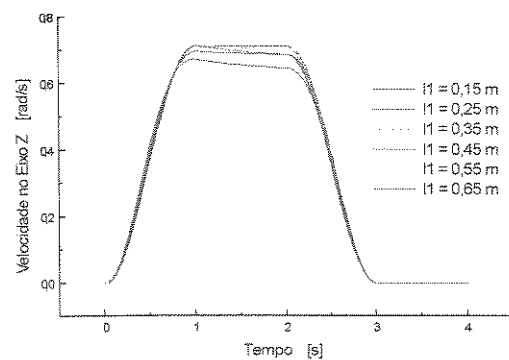
(d)



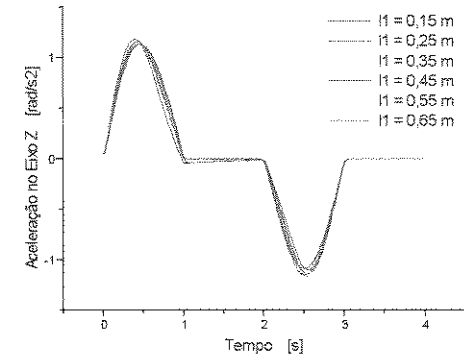
(b)



(e)



(c)



(f)

Gráfico 5.12 - Comportamento do robô de três rodas (2F) com acionamento frontal e esterçamento frontal, quanto à variação da posição do C.G..

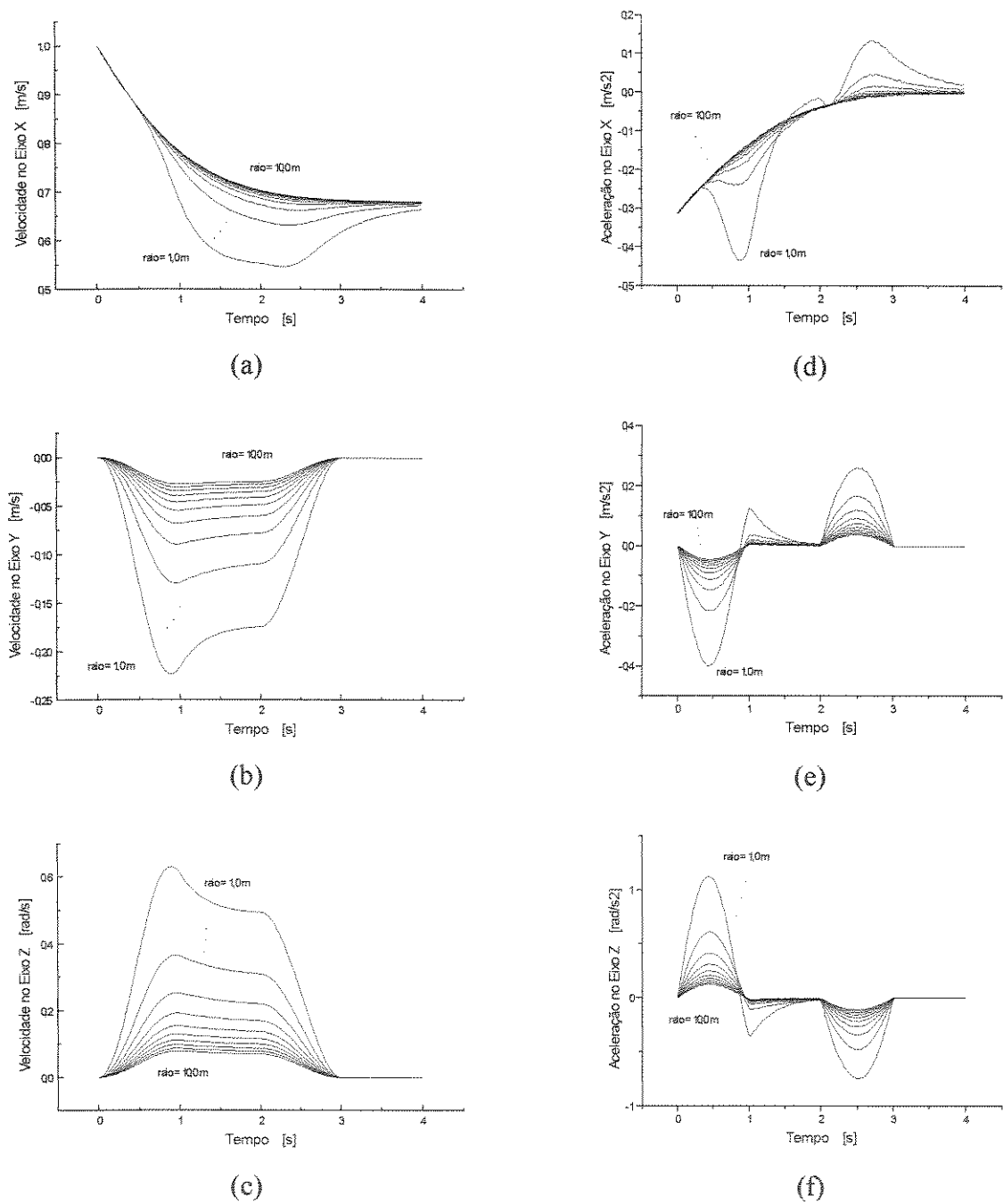


Gráfico 5.13 - Comportamento do robô de três rodas (2F) com acionamento traseiro e esterçamento traseiro, quanto à variação do raio de curvatura.

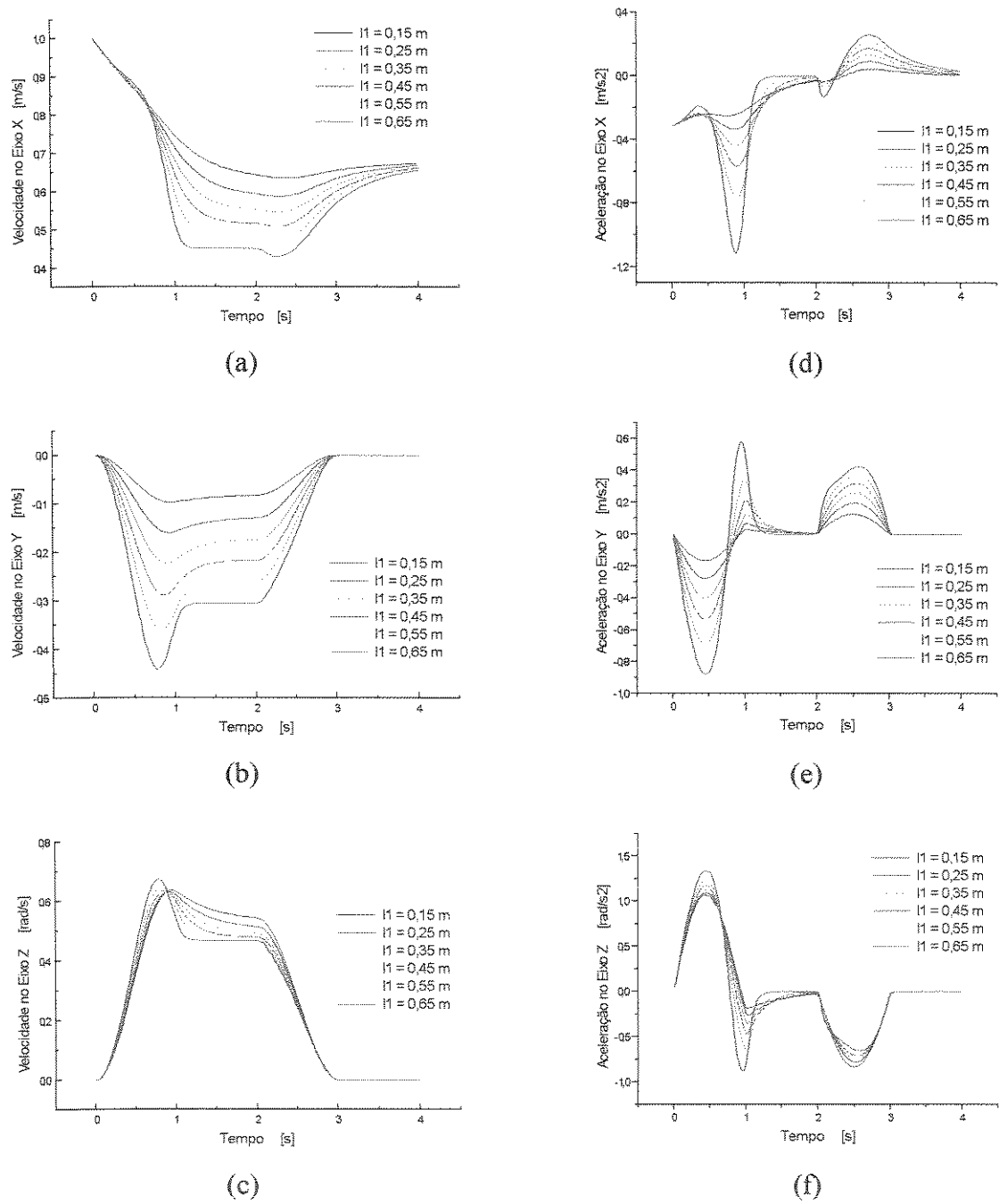


Gráfico 5.14 - Comportamento do robô de três rodas (2F) com acionamento traseiro e esterçamento traseiro, quanto à variação da posição do C.G..

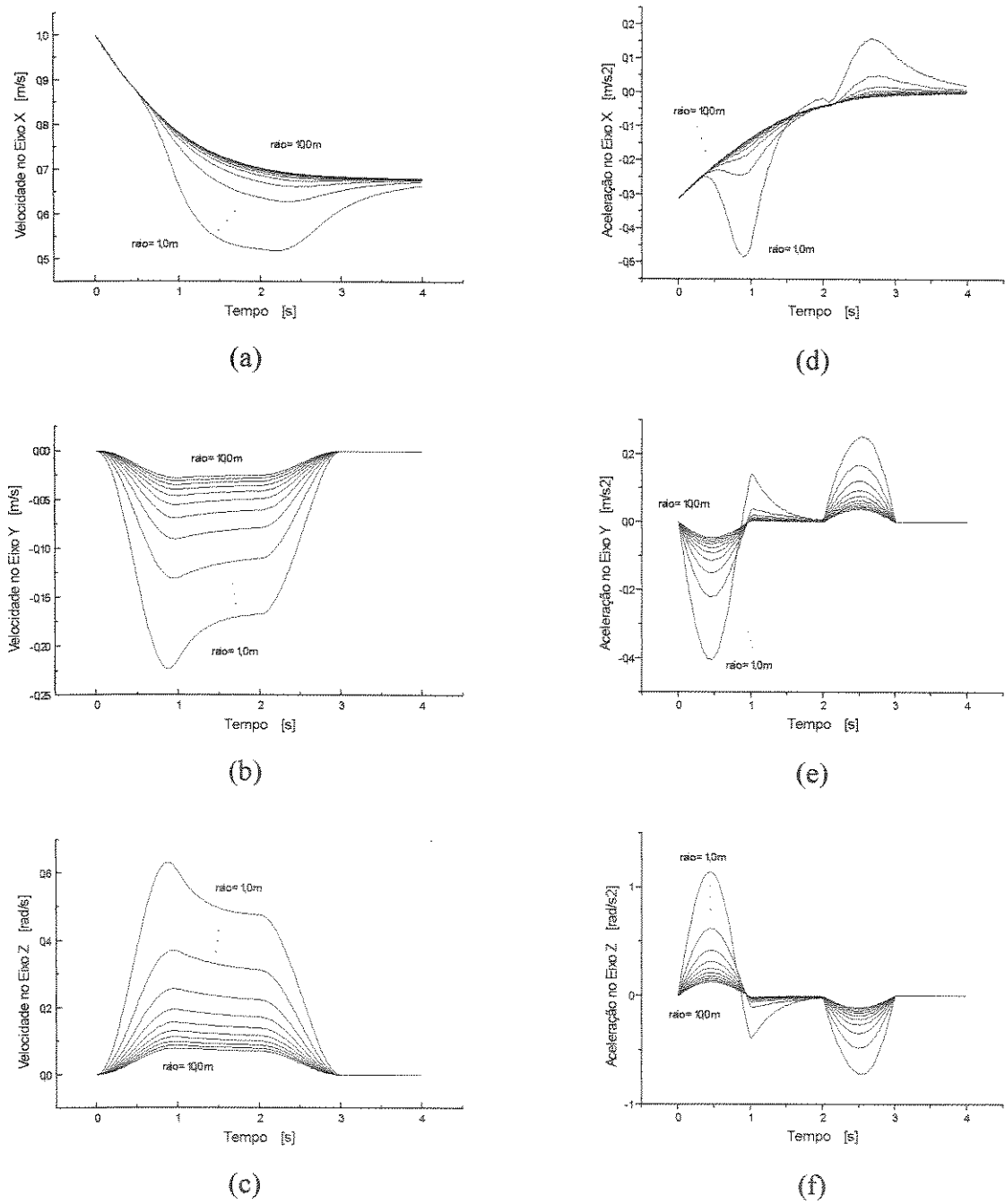


Gráfico 5.15 - Comportamento do robô de três rodas (2F) com acionamento frontal e esterçamento traseiro, quanto à variação do raio de curvatura.

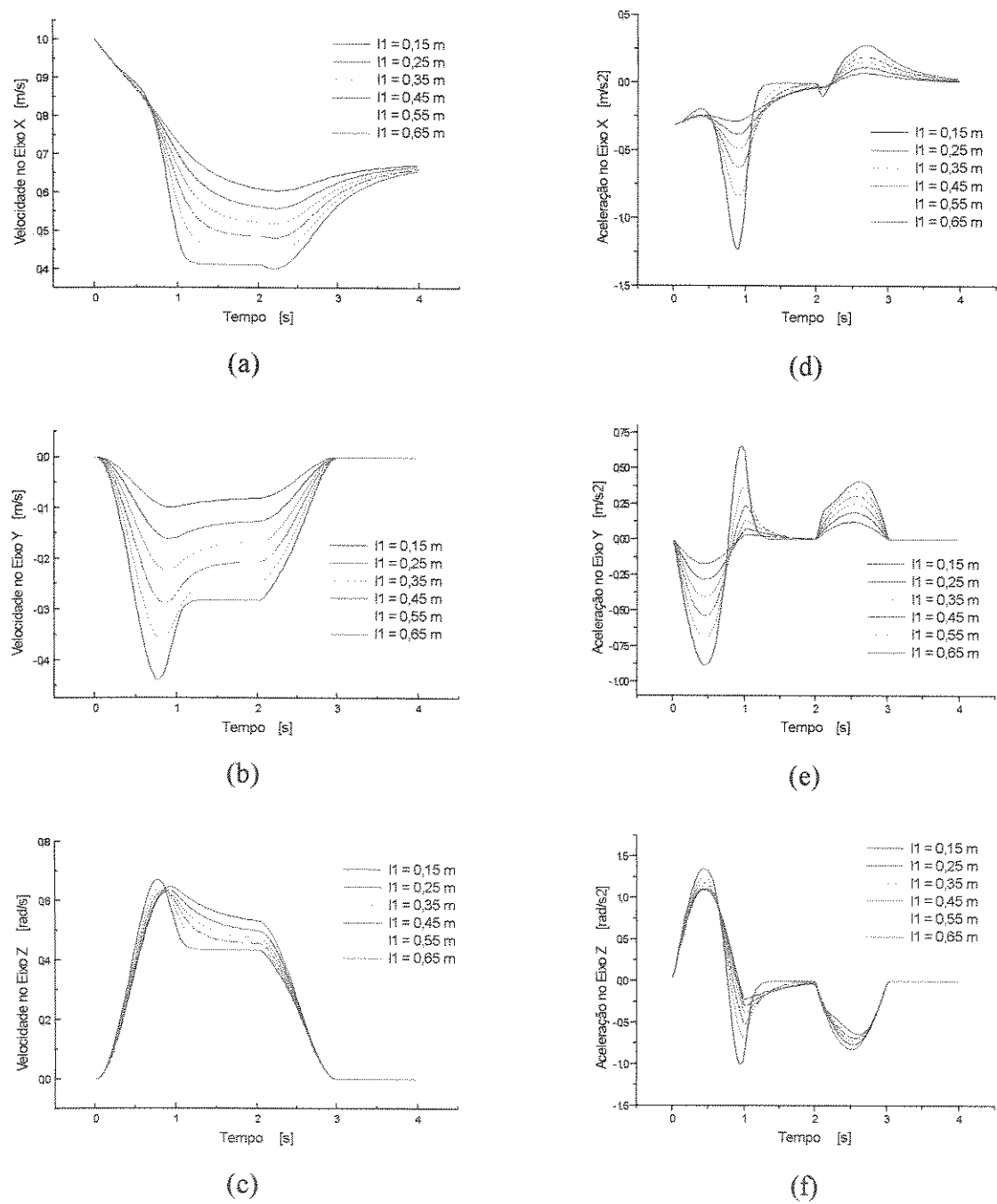


Gráfico 5.16 - Comportamento do robô de três rodas (2F) com acionamento frontal e esterçamento traseiro, quanto à variação da posição do C.G..

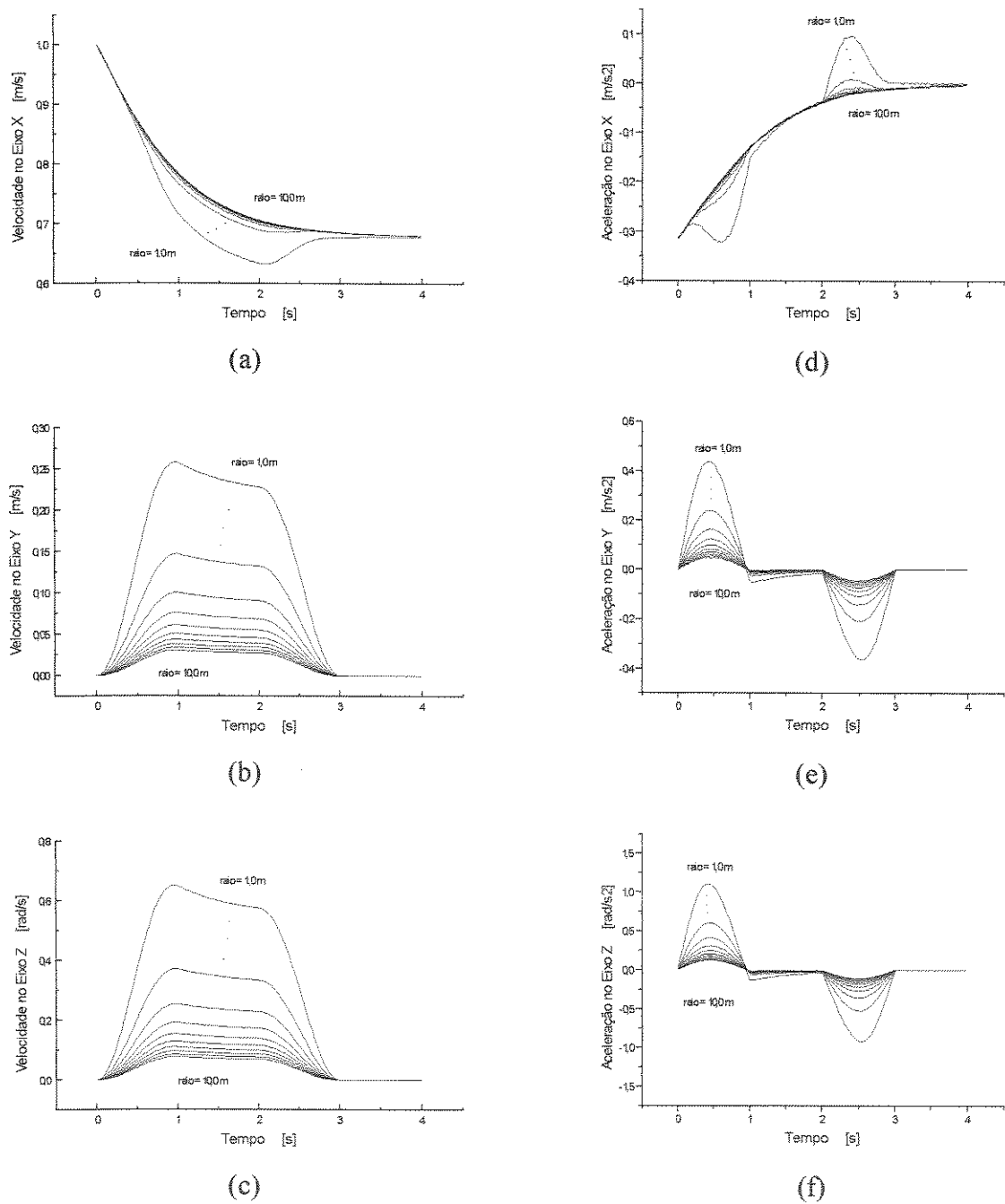


Gráfico 5.17 - Comportamento do robô de três rodas (1F) com acionamento traseiro e esterçamento frontal, quanto à variação do raio de curvatura.

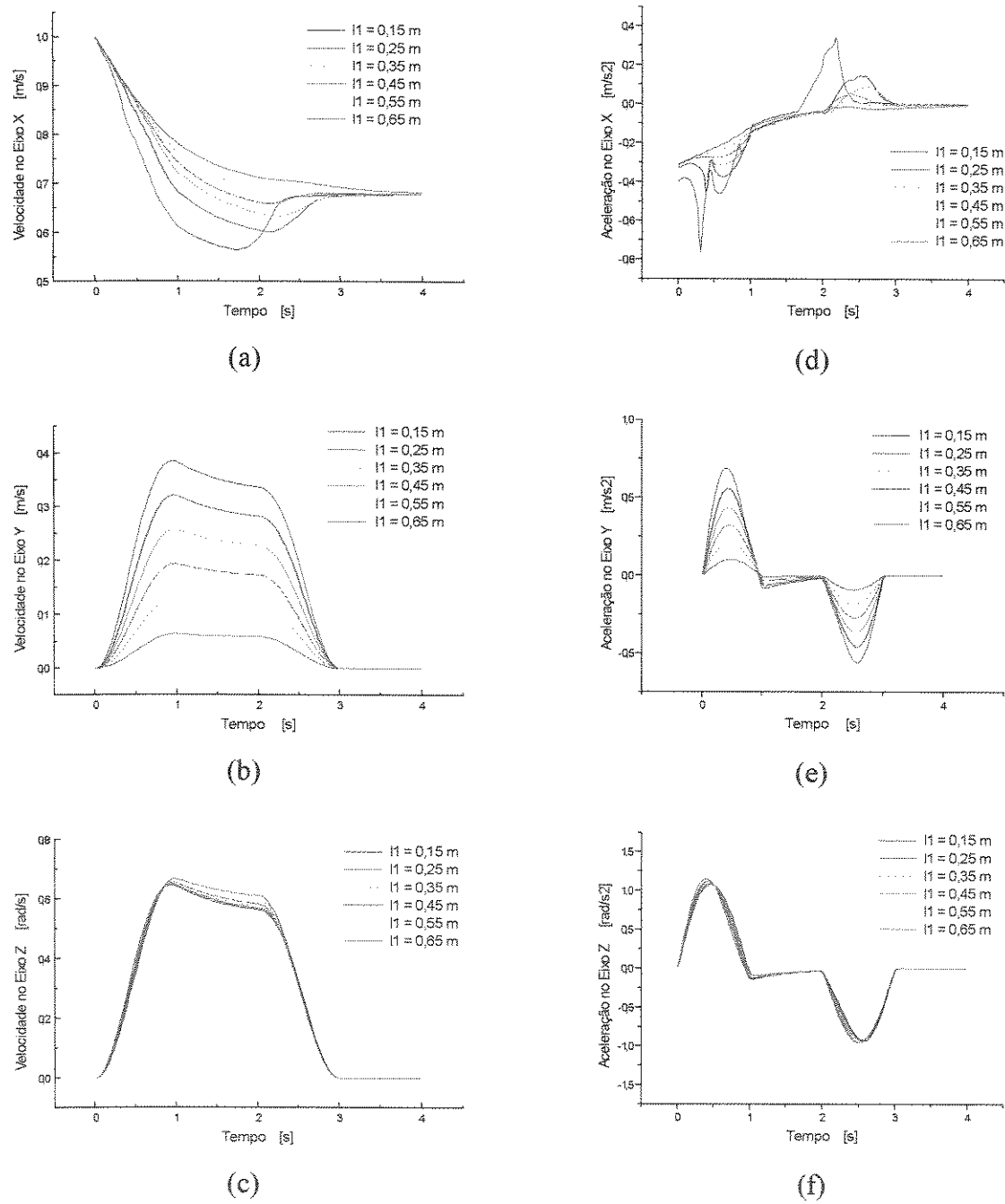


Gráfico 5.18 - Comportamento do robô de três rodas (1F) com acionamento traseiro e esterçamento frontal, quanto à variação da posição do C.G..

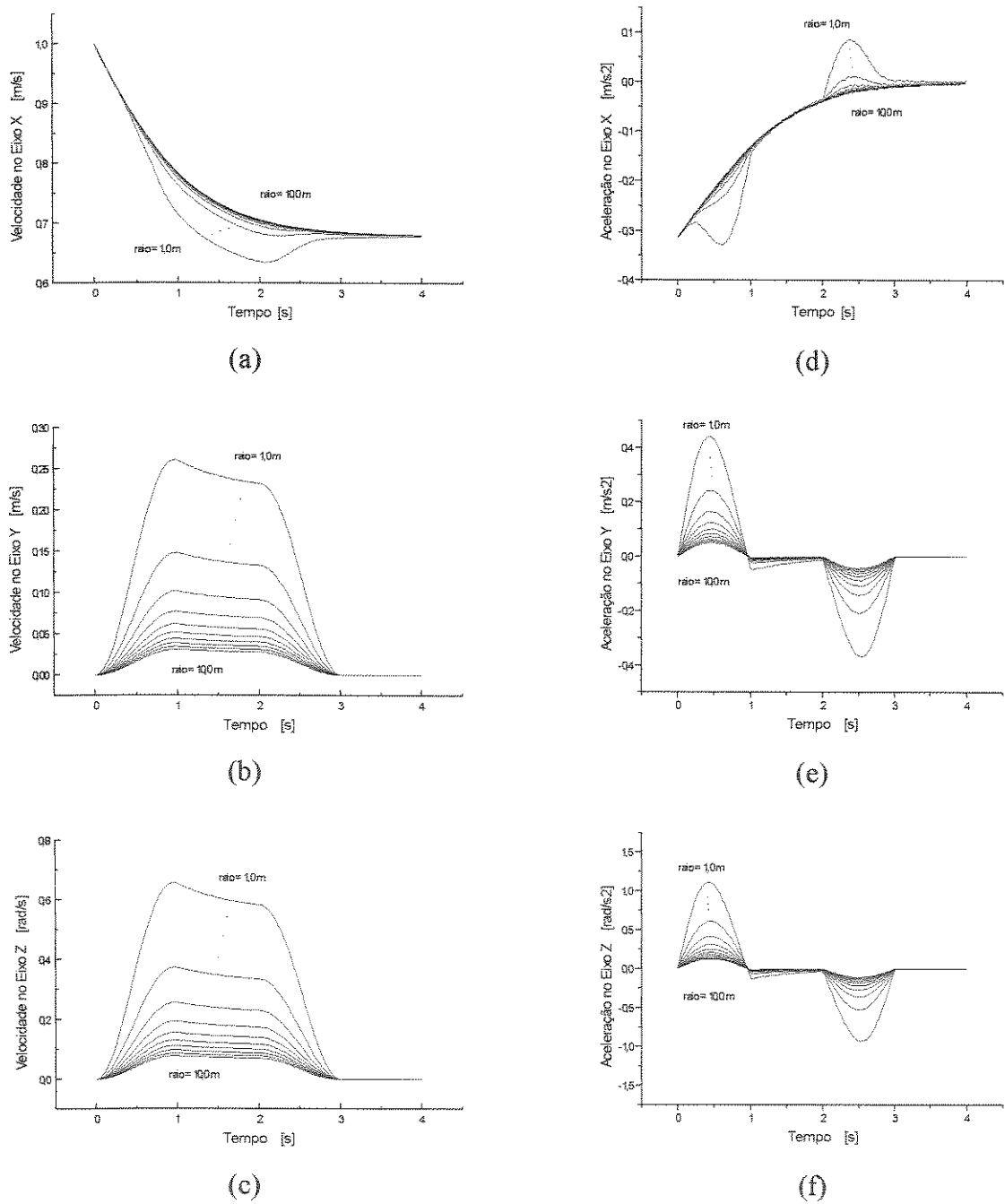


Gráfico 5.19 - Comportamento do robô de três rodas (1F) com acionamento frontal e esterçamento frontal, quanto à variação do raio de curvatura.

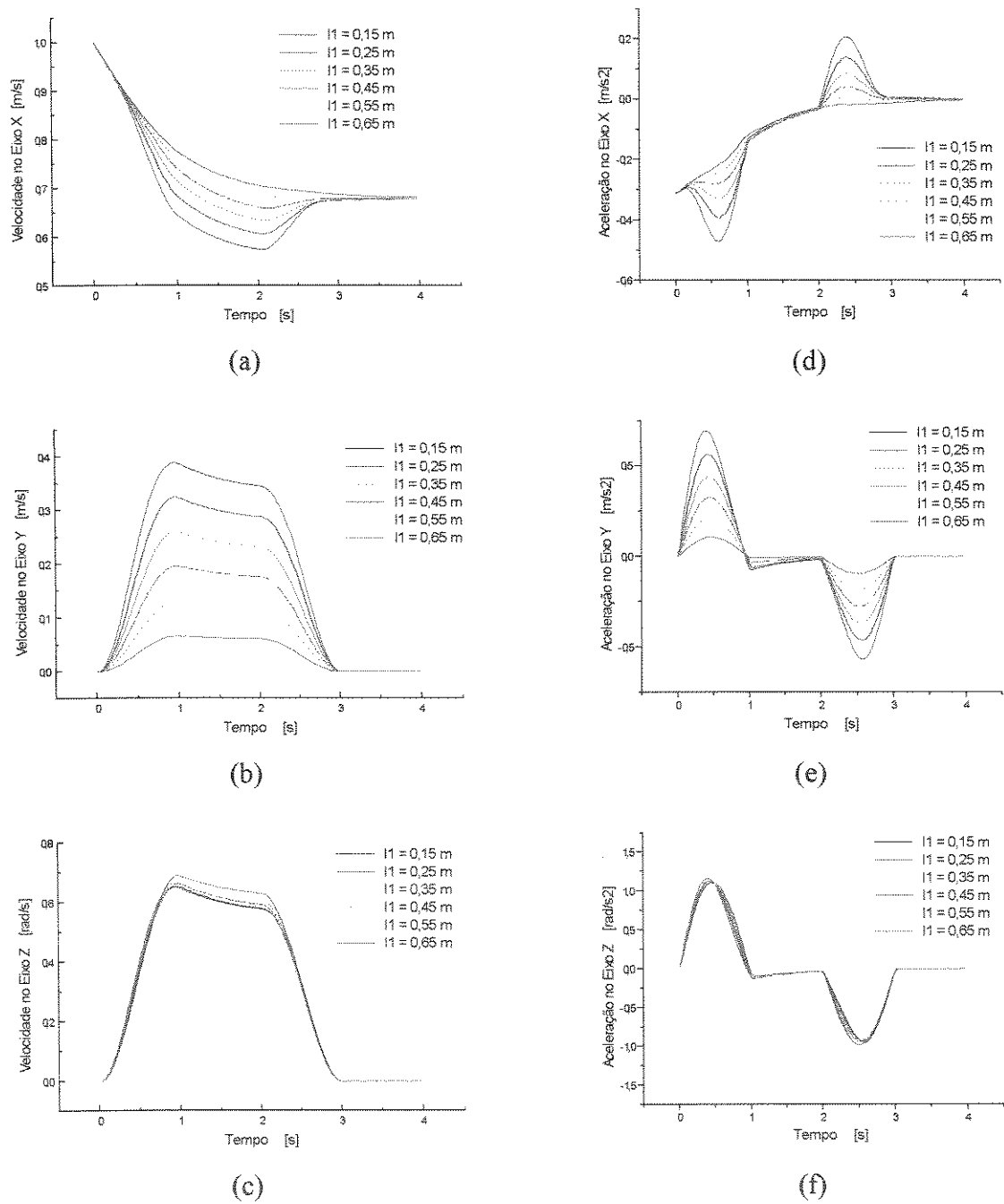


Gráfico 5.20 - Comportamento do robô de três rodas (1F) com acionamento frontal e esterçamento frontal, quanto à variação da posição do C.G..

5.12 Análise dos Resultados

Pelos gráficos verifica-se que, nas configurações em que o esterçamento é traseiro, ocorrem ‘picos’ de aceleração nos eixos Y e Z (itens (e) e (f)), com mudanças bruscas em seus sentidos. Além disso, a velocidade no eixo Y assume valores negativos, ou seja, um observador localizado no C.G. do robô teria a sensação de que o mesmo estaria perdendo a aderência no eixo traseiro e prestes à ‘derrapar’. Este comportamento não é muito recomendado para um módulo de locomoção para pessoas.

Verifica-se também que, no caso de robôs com 3 rodas (2F), com acionamento traseiro e esterçamento frontal (gráficos 5.9 e 5.10), ocorrem perdas de aderência (‘derrapadas’) do robô para pequenos raios de curvatura, sendo que, o comportamento do mesmo melhora à medida que o seu C.G. aproxima-se do eixo traseiro. Isto faz com que a distribuição de peso melhore a transmissão das forças motoras pelas rodas. Mas, o posicionamento do C.G. próximo ao eixo traseiro implica em ângulos limites para tombamento em pista inclinada menores (Capítulo 4, gráfico 4.6, item (b)).

As duas configurações de robôs triciclos (gráficos 5.17 a 5.20), a de 3 rodas (2F) com acionamento e esterçamento frontal (gráficos 5.11 e 5.12) e as duas de 4 rodas com esterçamento frontal (gráficos 5.1 a 5.4) apresentaram comportamentos semelhantes, ou seja, variações de aceleração e velocidade bem mais ‘suaves’ que as demais configurações. Isto as torna mais indicadas para um módulo de locomoção para pessoas. Observa-se que no caso das configurações de 4 rodas, 3 rodas (2F) e triciclo com acionamento frontal, o posicionamento ideal para minimizar os efeitos de aceleração no eixo Y seria próximo ao eixo traseiro mas, isto é difícil ser obtido visto que, tanto os motores de acionamento, como o de esterçamento estão próximos ao eixo frontal. Deste modo, conclui-se que as configurações mais indicadas para serem aplicadas em módulos de locomoção para transporte de pessoas são as de 4 rodas e triciclo com acionamento traseiro e esterçamento frontal.

As velocidades e acelerações observadas no eixo X, em todas as configurações, mostram que os robôs estavam desacelerando durante as manobras. Isto ocorreu devido ao baixo valor da potência motora utilizada nas simulações ($P(t) = 100 \text{ W}_{\text{cte}}$).

Deve-se observar que, no equacionamento das configurações, foi admitido que a potência motora, dependendo da quantidade de rodas motoras, seria fornecida através de um ou dois motores conectados diretamente às rodas, sem o uso de redutores ou diferencial, ou seja, transmissão não diferencial, e que o esterçamento seria feito através de um motor próprio para esta função. Logo, o equacionamento não é apropriado para robôs com acionamento diferencial que possuam rodas pivotadas pois, não estão sendo consideradas relações de diferencial, eventuais mudanças na posição do C.G. do robô (vide exemplo no Apêndice 1) ou outros efeitos devido ao torque auto-alinhante produzido pelas rodas pivotadas.

No caso de se usar um único motor para acionar duas rodas motoras, seria necessário entrar com a relação de diferencial nas equações. Isto provocaria um limite na diferença de velocidades das rodas onde, abaixo deste limite o comportamento dos robôs seria semelhante ao já equacionado e acima, ocorreria escorregamento das rodas com o solo ('derrapagem').

Capítulo 6

Controle

6.1 Introdução

O tipo de controle utilizado é vital para o planejamento de trajetória e controle de velocidade de um robô móvel. No caso de robôs móveis com trajetória indeterminada, ele deve chegar ao seu objetivo e desviar dos obstáculos que estejam no seu caminho. Isto pode originar conflitos de objetivo difíceis de serem resolvidos com controles convencionais. Há muitos métodos utilizados na solução do problema de planejamento de trajetória em ambientes estáticos, ou estruturados. CHENG (1992) fez o modelamento cinemático de um robô móvel de três rodas, estudando critérios de existência de uma solução cinemática inversa. Em outras palavras, o movimento do robô móvel é controlado sem a utilização da posição absoluta do robô, ele apenas retorna os valores das velocidades lineares e angulares que devem ser seguidas para atingir o objetivo. FENG (1991) propôs um algoritmo que utiliza sub-objetivos que definem a trajetória para o objetivo final. Estes métodos são baseados no modelamento matemático do conjunto robô-ambiente, ou seja, são utilizados o mapeamento prévio do ambiente e a computação interna da posição através do sensoriamento interno.

Já em ambientes dinâmicos, sujeitos a variações nas suas características, tais procedimentos não são eficientes. Os requisitos de controle de um robô móvel autônomo podem ser separados em uma estrutura hierárquica clara, definida como: plano de tarefas, planejamento de trajetórias, navegação, desvio de obstáculos e controle dos atuadores. São adotados, então, algoritmos que utilizam informações de sensores para avaliar o ambiente e fazer as correções necessárias durante o percurso. ZAPATA (1994) utiliza a ideia de forças de repulsão que agem no robô móvel quando sensores de ultra-som detectam obstáculos. Deste modo, o controle do robô móvel evita os obstáculos, tomando uma nova trajetória. FU (1990)

propôs um algoritmo que utiliza um gráfico de visibilidade que encontra a distância mínima para a colisão com um obstáculo. WANG (1991) propôs um método de navegação em corredores, através da utilização de uma versão modificada do método do mínimo erro quadrático (*least-mean-square-error*), que estima o trajeto de obstáculos móveis e determina as novas trajetórias. Infelizmente, estes algoritmos requerem um grande esforço computacional e não são eficientes em ambientes muito complexos.

Com a intenção de superar estas dificuldades, atualmente têm sido utilizados procedimentos com lógica nebulosa e redes neurais. Estes algoritmos podem ser utilizados em situações em que o modelo matemático do conjunto robô-ambiente não é totalmente conhecido e requerem um esforço computacional menor. A idéia fundamental é proporcionar ao controle meios de lidar com as incertezas de seu ambiente de trabalho. Visando o melhor entendimento, os conceitos básicos de lógica nebulosa e redes neurais são apresentados no Apêndice 3.

	Lógica Nebulosa	Redes Neurais Artificiais
Representação de Conhecimento	● ○	● ○
Aprendizagem	○ ○	● ●
Tratamento de Incertezas	● ●	● ○

Figura 6.1 - Comparação entre lógica nebulosa e redes neurais.

Há várias pesquisas sendo desenvolvidas nesta área, tentando fornecer ao controle do robô móvel capacidade de decisão, seja através do manuseio de incertezas (lógica nebulosa), de aprendizado (redes neurais) ou da combinação destas duas características. Um exemplo de aplicação de lógica nebulosa no controle de robôs móveis autônomos pode ser encontrado em GOMIDE (1994). BEOM (1992, 1995) propôs dois tipos de controle, no primeiro, uma rede neural de *error back propagation* é utilizada para caracterizar o ambiente e atuar como navegador, e no segundo, uma rede neural com reforço de aprendizado, através de elementos adaptativos propostos por BARTO (1983), obtém melhores resultados. NAGATA (1990)

utilizou uma estrutura hierárquica de rede neural de camadas com duas sub-redes (uma chamada de razão e outra de instinto) que atuam como navegador do robô móvel.

Este trabalho é baseado no trabalho de BAXTER (1995) e trata os aspectos de controle de navegação e desvio de obstáculos do robô durante sua movimentação a um objetivo. Procurou-se desenvolver um controlador que pudesse ser aplicado a qualquer configuração de robô móvel acionado por rodas deste modo, os seus sinais de saída são a velocidade e o ângulo de orientação do centro de gravidade do robô. Para cada configuração estes valores são transformados em sinais para os atuadores.

Para obter meios de representar e atualizar a posição dos obstáculos é necessário utilizar um espaço de trabalho, ressaltando que estes dados contêm erros devido às incuracidades dos sensores utilizados na sua obtenção. Além disto, é muito importante que, além de calcular a distância a um objeto, o controle possa fornecer a probabilidade da presença do objeto na posição sugerida. Com isto, o controle pode adaptar progressivamente a sua tática de navegação e desvio de obstáculos.

Por exemplo, se o robô está distante de um obstáculo, cuja probabilidade de estar presente é pequena, uma leve ação de desvio deve ser tomada, enquanto que, se a probabilidade de um obstáculo estar perto for alta, um grande ângulo de esterçamento é necessário para obter-se uma ação evasiva.

Para obter-se estes objetivos, uma técnica de mapeamento que represente o espaço de trabalho como um grid bidimensional é usada. Cada elemento do grid representa o grau com que um obstáculo pode ser esperado. Isto tem sido utilizado juntamente com um controle de navegação nebuloso para obter um controle robusto. Deste modo, ele é capaz de trabalhar com incertezas da posição dos obstáculos e guiar o robô da sua posição inicial até o seu objetivo final.

6.2 Projeto e Simulação do Controlador Nebuloso - BAXTER (1995)

O desenvolvimento do controlador nebuloso pode ser convenientemente dividido em três partes: o controle de navegação, o controle de desvio de obstáculos e o controle de velocidade. Dois princípios básicos são adotados logo de início:

- A estrutura de desvio de obstáculos deve sempre estar ativa mas, não deve afetar a operação normal do robô desnecessariamente.
- Qualquer ângulo de esterçamento exigido deve ser compatível com a velocidade do robô, caso isto não ocorra, ele deve ser limitado até a velocidade ser reduzida a um valor aceitável.

O primeiro destes princípios requer que o controle de navegação e de desvio de obstáculos seja uma estrutura de controle cuidadosamente integrada, de modo a prevenir conflitos entre estes controles, como já foi observado em estruturas independentes.

O segundo princípio implica na separação do sistema de controle nebuloso de velocidade e é aplicado em robôs móveis com motor de acionamento com rotação variável (p.e. acionamento por servo-motor).

6.2.1 Definição das Variáveis de Estado

Para localizar o robô em um ambiente, um sistema de coordenadas cartesianas é usado, com sua origem em seu canto inferior esquerdo (figura 6.2). A orientação do robô (θ) no sistema de coordenadas, é medida com relação ao eixo X. As variáveis de estado devem conter referências a x_r e y_r (posição atual do robô), x_f e y_f (posição final do robô), θ_r orientação do robô e θ_f orientação desejada do robô quando chegar a seu objetivo (posição final). As duas primeiras variáveis de estado selecionadas compreendem um conjunto de coordenadas polar relativas à posição do objetivo definidas pela distância ao objetivo, d_f , e o erro, θ_{fe} (quando o robô é direcionado diretamente atrás do objetivo, o erro $\theta_{fe} \rightarrow 0$).

A terceira variável de estado envolve a orientação do robô, θ_r . Há dois candidatos óbvios: θ_{he} e θ_{oe} , mas θ_{he} pode sofrer grandes variações com pequenas mudanças na posição do robô, deste modo, θ_{oe} é a melhor escolha para monitorar o erro de orientação independentemente da posição do robô, não produzindo problemas de estabilidade no controle.

Isto pode ser melhor visualizado na figura a seguir:

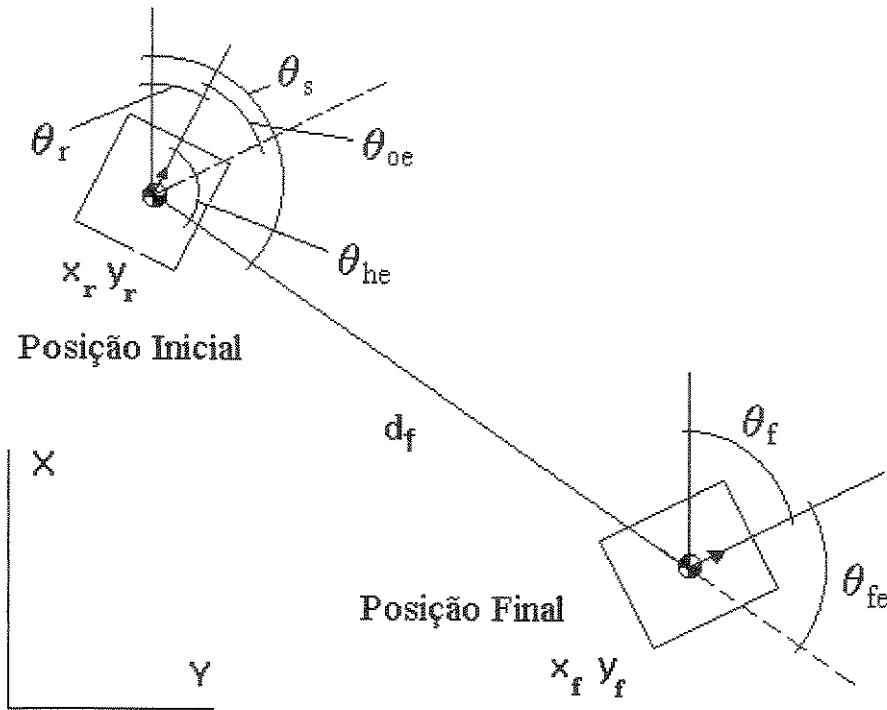


Figura 6.2 - Variáveis de estado e sistema de coordenadas global.

Deste modo:

$$d_f = \sqrt{(x_f - x_r)^2 + (y_f - y_r)^2} \quad (6.1)$$

$$\theta_s = \arctg\left(\frac{y_f - y_r}{x_f - x_r}\right) \quad (6.2)$$

$$\theta_{fe} = \theta_s - \theta_f \quad (6.3)$$

$$\theta_{he} = \theta_r - \theta_s \quad (6.4)$$

$$\theta_{oe} = \theta_r - \theta_f \quad (6.5)$$

6.2.2 Controle de Navegação

O controle básico de navegação (sem a presença de obstáculos) é responsável pela movimentação do robô desde a sua posição inicial até o seu objetivo final (definido por x_f , y_f e θ_f). Para obter-se este controle, cinco princípios são adotados:

- Se o robô está *distante* de seu objetivo, ele deve mover-se em linha reta na sua direção.
Deste modo: $\theta_{he} \rightarrow 0$.
- Se o robô está a uma *distância média* de seu objetivo, ele deve aproximar-se por um trajeto diretamente atrás do objetivo, tornando $\theta_{fe} \rightarrow 0$.
- Se o robô está a uma *distância pequena* de seu objetivo, ele deve seguir sobre a linha de centro, tornando θ_{he} e $\theta_{fe} \rightarrow 0$.
- Se a orientação do robô não for a desejada, ele deve afastar-se do objetivo e tentar uma nova aproximação.
- Se o robô quase estiver sobre o seu objetivo: θ_{oe} ou $\theta_{he} + \theta_{fe} \rightarrow 0$.

Através destes princípios de navegação, as entradas são fuzzyficadas, conforme as figuras 6.3 a 6.5.

Tabela 6.1 - Variáveis linguísticas para a distância.

Conjunto	ZE	S	M	L
Nome	Zero	Pequena	Média	Grande

Tabela 6.2 - Variáveis linguísticas para os ângulos.

Conjunto		Nome	Conjunto		Nome
NA	Negativo muito grande		PA	Positivo muito grande	
NB	Negativo grande		PB	Positivo grande	
NP	Negativo perpendicular		PP	Positivo perpendicular	
NL	Negativo largo		PL	Positivo largo	
NM	Negativo médio		PM	Positivo médio	
NS	Negativo pequeno		PS	Positivo pequeno	
NVS	Negativo muito pequeno		PVS	Positivo muito pequeno	
NZ	Negativo zero		PZ	Positivo zero	

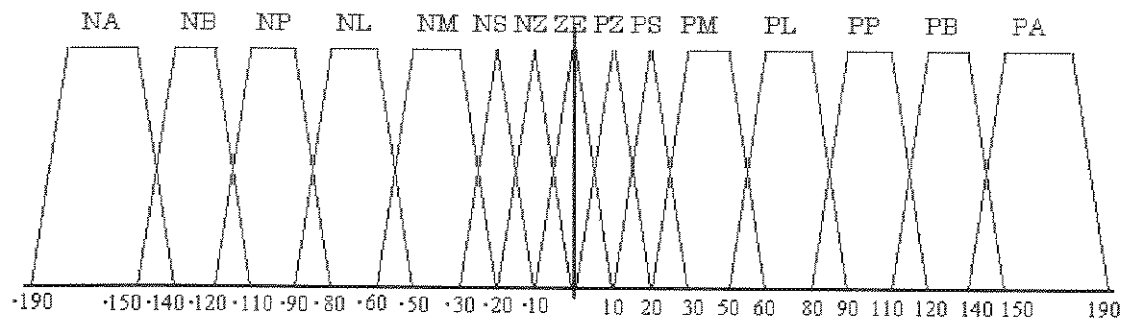


Figura 6.3 - Funções de pertinência para θ_{fe} .

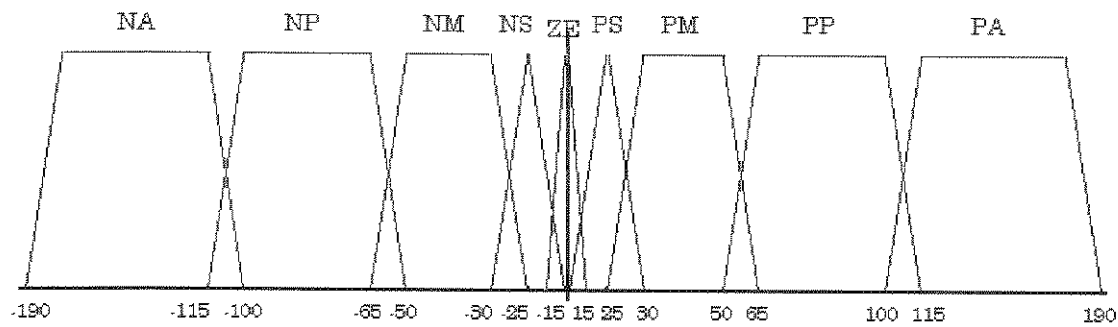


Figura 6.4 - Funções de pertinência para θ_{hc} e θ_{oe} .

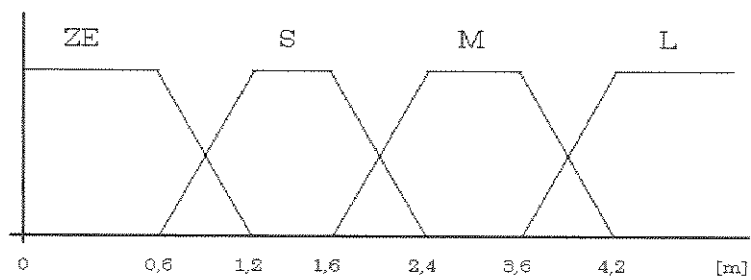


Figura 6.5 - Funções de pertinência para d_f .

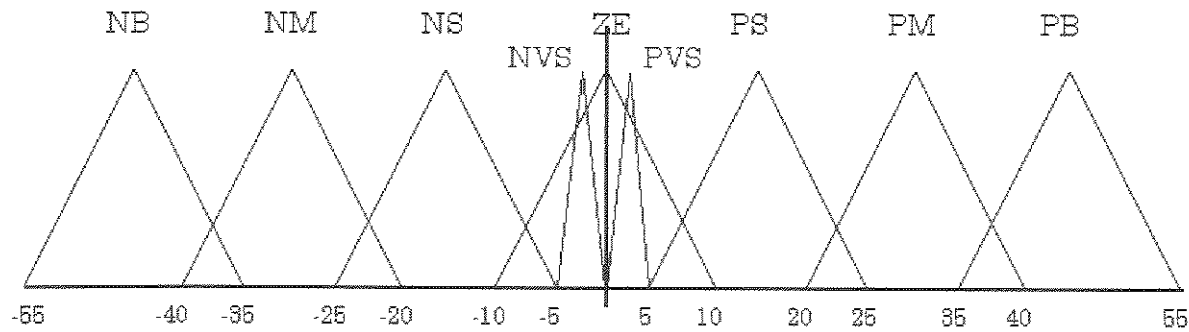


Figura 6.6 - Funções de pertinência para $\theta_{correção}$.

Para facilitar a visualização das regras nebulosas, as tabelas 6.3 a 6.6 mostram o banco de regras nebulosas em função da distância d_f , visto que não é possível representá-lo em uma única tabela por ele ser tridimensional.

Tabela 6.3 - Banco de regras nebulosas para d_f (ZE).

		θ_{fe}														
		PA	PB	PP	PL	PM	PS	PZ	ZE	NZ	NS	NM	NL	NP	NB	NA
θ_{oc}	PA	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE
	PP	ZE	ZE	ZE	NB	NB	NB	NB	NM	NB	NB	NB	NB	ZE	ZE	ZE
	PM	NB	NB	NB	NB	NB	NB	NS	NS	NS	NB	NB	NB	NB	NB	NB
	PS	NS	NS	NS	NS	ZE	NM	PVS	PVS	PVS	NM	ZE	NS	NS	NS	NS
	ZE	PS	PS	PM	PM	PS	PS	ZE	ZE	ZE	PS	PS	PM	PM	NS	PS
	NS	PS	PS	PS	PM	PM	PS	PVS	PVS	PVS	PS	PM	PM	PS	PS	PS
	NM	PB	PB	PB	PB	PB	PB	PS	PS	PS	PB	PB	PB	PB	PB	PB
	NP	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	PM	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE
	NA	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE

Tabela 6.4 - Banco de regras nebulosas para d_f (S).

		θ_{fe}														
		PA	PB	PP	PL	PM	PS	PZ	ZE	NZ	NS	NM	NL	NP	NB	NA
θ_{hc}	PA	ZE	ZE	ZE	NS	NS	NM	NM	NM	NB	NB	NB	NB	NB	NB	NB
	PP	PS	ZE	ZE	NS	NS	NS	NM	NM	NB	NB	NB	NB	NB	NB	NB
	PM	PM	PS	ZE	ZE	NS	NS	NS	NM	NM	NS	NS	NM	NB	NB	NB
	PS	PB	PB	PM	PS	ZE	ZE	ZE	NS	NS	NS	NS	NM	NB	NB	NB
	ZE	PB	PB	PB	PM	PM	PS	ZE	ZE	ZE	NS	NM	NM	NB	NB	NB
	NS	PB	PB	PB	PM	PS	PS	PS	PS	ZE	ZE	ZE	NS	NM	NB	NB
	NM	PB	PB	PB	PM	PS	PS	PM	PM	PS	PS	PS	ZE	ZE	NS	NM
	NP	PB	PB	PB	PB	PB	PB	PB	PB	PM	PS	PS	PS	ZE	ZE	NS
	NA	PB	PB	PB	PB	PB	PB	PB	PB	PM	PM	PS	PS	ZE	ZE	ZE

Tabela 6.5 - Banco de regras nebulosas para d_f (M).

		θ_{fc}														
θ_{hc}		PA	PB	PP	PL	PM	PS	PZ	ZE	NZ	NS	NM	NL	NP	NB	NA
	PA	ZE	ZE	ZE	NS	NS	NS	NS	NB	NB	NB	NB	NB	NB	NB	NB
	PP	PS	PS	ZE	ZE	ZE	NS	NS	NM	NM	NM	NM	NM	NB	NB	NB
	PM	PM	PM	ZE	ZE	ZE	ZE	PS	NS	NS	NM	NM	NM	NB	NB	NB
	PS	PB	PB	PM	PB	ZE	ZE	ZE	NS	NS	NS	NM	NM	NB	NB	NB
	ZE	PB	PM	PM	PS	PS	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	NS	NM	NM	NB
	NS	PB	PB	PB	PM	PS	PS	PS	ZE	ZE	ZE	ZE	NS	NM	NB	NB
	NM	PB	PB	PB	PM	PM	PS	PS	PS	PS	ZE	ZE	ZE	ZE	NM	NM
	NP	PB	PB	PB	PM	PB	PM	PM	PS	PS	PS	ZE	ZE	ZE	NM	NS
	NA	PB	PB	PB	PB	PB	PB	PB	PS	PS	PS	PS	PS	ZE	ZE	ZE

Tabela 6.6 - Banco de regras nebulosas para d_f (L).

		θ_{fc}														
θ_{hc}		PA	PB	PP	PL	PM	PS	PZ	ZE	NZ	NS	NM	NL	NP	NB	NA
	PA	NM	NM	NM	NM	NM	NM	NM	NB	NB	NB	NB	NB	NB	NB	NB
	PP	NM	NM	NM	NM	NM	NM	NM	NB	NB	NB	NB	NB	NB	NB	NB
	PM	NS	NS	NS	NS	NS	NS	NS	NM	NM	NM	NM	NM	NM	NM	NM
	PS	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	NS	NS	NS	NM	NM	NM	NM	NM
	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE
	NS	PM	PM	PS	PS	PS	PS	PS	PS	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE
	NM	PM	PM	PM	PM	PM	PM	PM	PM	PS	PS	PS	PS	PS	PS	PS
	NP	PB	PB	PB	PB	PB	PB	PB	PB	PM	PM	PM	PM	PM	PM	PM
	NA	PB	PB	PB	PB	PB	PB	PB	PB	PM	PM	PM	PM	PM	PM	PM

6.2.3 Desvio de Obstáculos

O controle de desvio de obstáculos é extremamente dependente dos sensores utilizados para detectar objetos ao redor do robô. Os sensores podem perder objetos ou produzir falsos sinais que não condizem com o ambiente real. Para representar estes sensores, é necessário caracterizar as informações fornecidas por eles através da sua acuracidade. Um método muito usado para representar as informações dos sensores é o método de ELFES (1989). Este método divide a área ao redor do robô em grids e atribui a cada grid um valor que indica a probabilidade deste estar ocupado por um objeto.

Este método possui várias propriedades valiosas. Primeiramente, é possível fundir dados de vários sensores para obter um ‘quadro’ mais preciso do ambiente. Além disto, as informações contidas no grid podem ser utilizadas nas rotinas de navegação e desvio de obstáculos sem a necessidade de saber como ela foi adquirida. E, por último, a informação, sendo de natureza probabilística, é ideal para processamento em lógica nebulosa. Usando esta técnica, o mapa do ambiente é constantemente atualizado enquanto o robô move-se através do ambiente. Deste modo, obstáculos temporários ou permanentes são constantemente representados.

O desvio de obstáculos é adicionado ao controle através de um conjunto de regras inibitivas, com a forma:

“SE o obstáculo está EM FRENTE então NÃO esterce NEGATIVO PEQUENO (NS)”

Este tipo de conjunto de regras inibe a ativação de uma saída, antes que seja aplicada ao robô. Há casos em que regras de desvio excitatórias são utilizadas mas, as regras inibitórias são preferidas por produzirem uma ação de controle melhor - BAXTER (1995).

O intuito destas regras inibitivas é produzir um vetor máscara que, quando multiplicado pelo vetor ‘fit’ (vetor que contém o conjunto de saída do banco de regras de navegação), produz o vetor final de saída. O vetor máscara contém valores que indicam o quão aceitável é cada possível conjunto de ângulos de correção do robô, tendo em vista a proximidade de obstáculos.

Uma entrada ‘zero’ no vetor máscara indica um obstáculo próximo em certa direção e vai prevenir qualquer correção de orientação do robô nesta direção. Um valor ‘unitário’ no vetor máscara indica a inexistência de obstáculos em certa direção.

Os conjuntos de entrada para o controle de desvio de obstáculos são acoplados a áreas específicas do grid, em relação ao robô. A área convertida a um conjunto é a área que o robô poderá ocupar se um conjunto de saída for ativado. Cada regra acopla um ou mais destes conjuntos de entradas a um grau de inibição nas correspondentes saídas desde 0 (inibição total) até 1 (nenhuma inibição). Conjuntos que convertem áreas próximas ao veículo têm um poder inibitivo maior e previnem qualquer ativação na sua saída acoplada, enquanto que quanto mais distante, menor a inibição. A ativação de um conjunto de entrada é definido como o valor máximo encontrado para a área definida no conjunto. Este valor de ativação combinado com o valor de inibição da regra é usado para calcular a entrada do vetor máscara de saída, no qual a regra age. O vetor máscara final é obtido através da combinação com as regras de navegação e fornece o ângulo efetivo de correção de orientação.

Tabela 6.6 - Conjunto de regras inibitivas

Regra	Posição do Obstáculo	Inibir Saídas
P1	$-100^{\circ} \leq \theta_{\text{obstáculo}} \leq -35^{\circ}$	PB, PM, PS, PVS e NVS
P2	$-40^{\circ} \leq \theta_{\text{obstáculo}} \leq -20^{\circ}$	PB, PM, PS, PVS e NVS
P3	$-25^{\circ} \leq \theta_{\text{obstáculo}} \leq -5^{\circ}$	PB, PM, PS, PVS, ZE, NVS e NS
P4	$-10^{\circ} \leq \theta_{\text{obstáculo}} \leq 10^{\circ}$	PM, PS, PVS, ZE, NVS, NS e NM
P5	$5^{\circ} \leq \theta_{\text{obstáculo}} \leq 25^{\circ}$	PS, PVS, ZE, NVS, NS, NM e NB
P6	$20^{\circ} \leq \theta_{\text{obstáculo}} \leq 40^{\circ}$	PVS, NVS, NS, NM e NB
P7	$35^{\circ} \leq \theta_{\text{obstáculo}} \leq 100^{\circ}$	PVS, NVS, NS, NM e NB

Tabela 6.7 - Conjunto de desvio dos grids em função da distância ao obstáculo.

Distância [m]	$d \geq 4$	$4 < d \leq 3$	$3 < d \leq 2$	$2 > d$
Conj. Desvio	1,0	0,8	0,5	0

No caso em que mais de um objeto é detectado, o valor usado no vetor máscara é o menor entre todos, ou seja, desvia-se primeiro do obstáculo mais próximo.

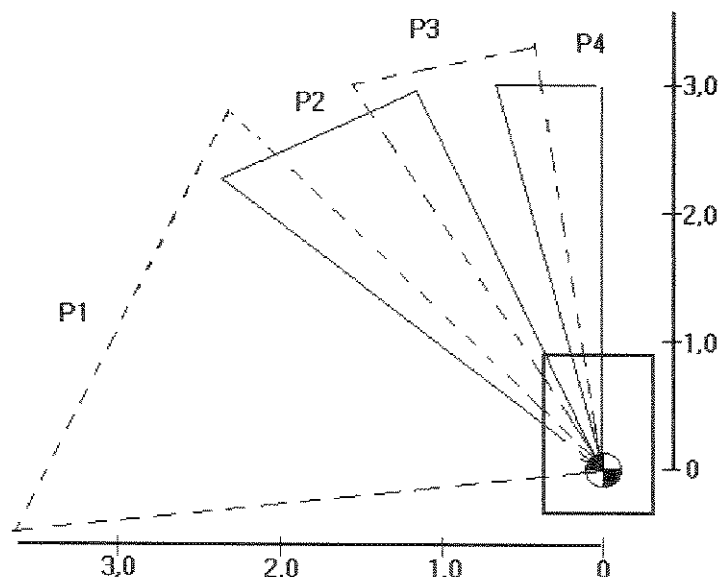


Figura 6.7 - Exemplo de conjunto de desvio.

Mas, há alguns problemas com a utilização de regras inibitivas. Considere-se o caso em que o robô está em uma trajetória reta e encontra um obstáculo bem à sua frente. As regras inibitivas são ativadas e inibem a saída ZE mas, com o método de ‘defuzzyficação’ por centro de gravidade, a saída resultante pode novamente ser ZE e certamente ocorrerá uma colisão.

Para garantir que a ‘defuzzyficação’ não entrará em conflito com as regras de inibição, adota-se um método conhecido por ‘Windowing’ ou ‘Sliding Window Defuzzification’. Para garantir que exista alguma regra ativa, no caso em que todos os conjuntos de saída ativados estão inibidos pelo controle de desvio de obstáculos, usa-se uma técnica chamada ‘Rule Spreading’.

- ‘Windowing’: esta técnica é um híbrido entre os métodos de ‘defuzzyficação’ por centro de gravidade e MAX. Ela determina no conjunto de regras a que possui o maior grau de ativação e calcula a saída, através do centro de gravidade da sua vizinhança. Apenas as regras contidas na ‘janela’ centrada na regra com a maior ativação são consideradas ativas.

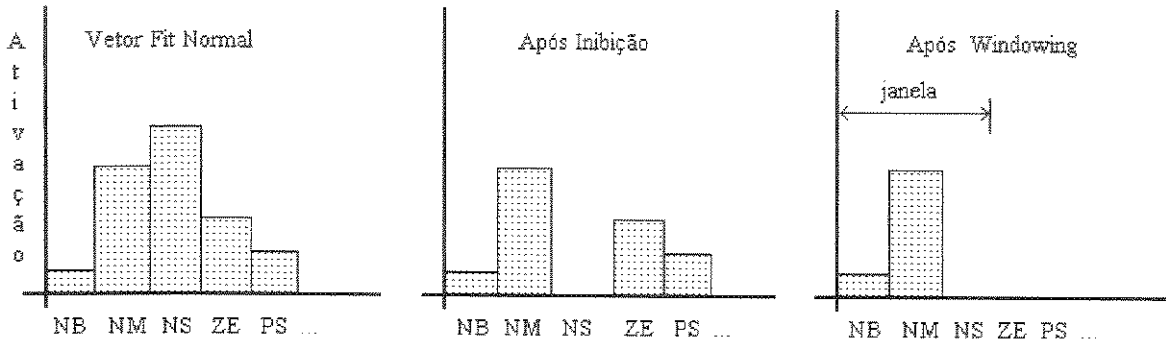


Figura 6.8 - Exemplo de aplicação do 'Windowing'.

O método pode ser expresso pela seguinte equação:

$$W_i = \begin{cases} F_i & \text{se } |i - m| \leq w \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases} \quad (6.24)$$

Onde: F_i : vetor 'fit' normal, m : posição da máxima ativação, i : posição do vetor, w : largura da janela e W_i : vetor 'Windowing'.

O valor usado para a largura da janela, neste trabalho, é $w = 1$.

- 'Rule Spreading': o segundo problema ao se utilizar regras inibitivas é que pode não existir nenhuma regra que não tenha sido inibida. Para garantir que haja uma saída para controle, a técnica rule spreading ativa todas as saídas em algum grau, de modo que não haja regra com grau de ativação nulo. Esta técnica consiste em declarar os conjuntos de saída como uma função Gaussiana que não possua nenhum termo nulo em todo universo de discurso. Ela opera usando um função Gaussiana para adicionar valores de ativação para todo o conjunto em função da distância ao ponto de maior ativação (r). A ativação da r -éssima é multiplicada por $e^{-k(i-r)^2}$ e adicionada à ativação da i -éssima. k é uma constante usada para definir a forma da função Gaussiana (neste trabalho $k = \log_e 2$)

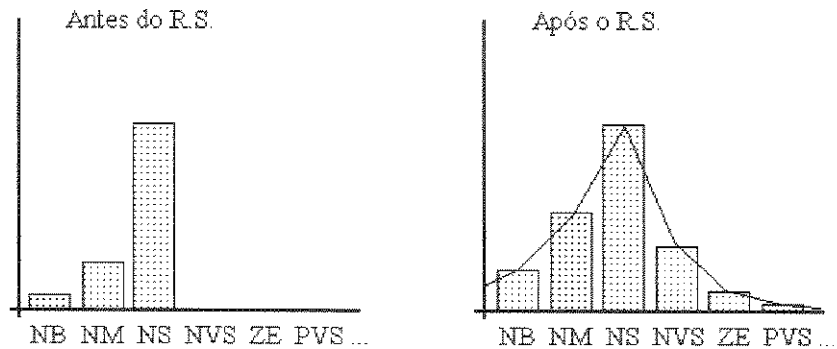


Figura 6.9 - Exemplo de aplicação do Rule Spreading em um vetor fit.

Quando as duas técnicas são combinadas, o Windowing garante que qualquer saída indesejável não esteja ativa e o Rule Spreading garante que todas as saídas estarão ativadas em algum grau. Isto proporciona saídas alternativas e garante que as saídas que foram desprezadas pelo Windowing terão alguma influência no sinal de saída final.

Os controles de navegação e desvio de obstáculos são combinados, como é mostrado no fluxograma da figura 6.19, multiplicando-se o vetor Spread Fit do controle de navegação pelo vetor Máscara gerado pelo controle de desvio de obstáculos. O vetor resultante passa então pela rotina de Windowing e finalmente o sinal de saída é obtido através da defuzzyficação por centro de gravidade da ‘janela’.

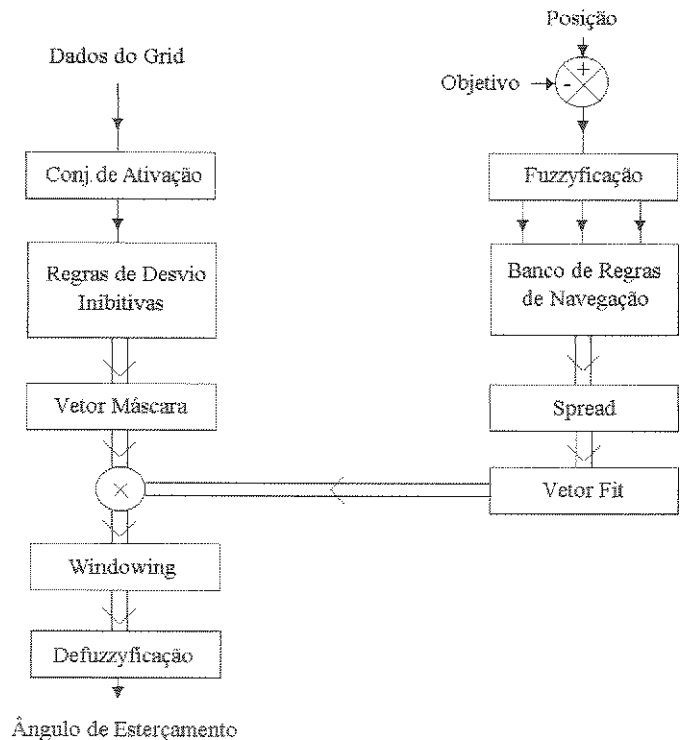


Figura 6.10 - Fluxograma do Controlador Nebuloso.

6.2.4 Controle de Velocidade

Dependendo da configuração adotada para o robô (tipo de acionamento e esterçamento) podem ocorrer problemas de estabilidade em manobras. Um controlador de velocidade é um modo simples de minimizar estes problemas em robôs cujo acionamento é feito através de motores com velocidade variável (p.e. servo-motores).

O controlador de velocidade que foi desenvolvido é um controlador nebuloso simples que usa apenas quatro regras e seis variáveis de entrada. Através do processo de inferência max-min, ele fornece a velocidade do centro de gravidade do robô em função do ângulo de correção e da distância do robô ao objetivo. A tabela a seguir mostra as variáveis linguísticas para o módulo do ângulo de correção, o módulo da variação do ângulo de correção, a distância ao objetivo e a velocidade do centro de gravidade do robô.

Tabela 6.8 - Variáveis linguísticas para o controle de velocidade.

Conjunto	S	L	NS	R	D
Nome	Pequeno	Grande	Não Pequeno	Rápido	Devagar

As regras nebulosas são listadas a seguir:

- SE o módulo do ângulo de correção é (L) ENTÃO → Vel (D);
- SE a distância ao objetivo é (S) ENTÃO → Vel (D);
- SE o módulo da variação do ângulo de correção é (L) ENTÃO → Vel (D);
- SE o módulo da variação do ângulo de correção é (S) e a distância ao objetivo é (NS) ENTÃO → Vel (R).

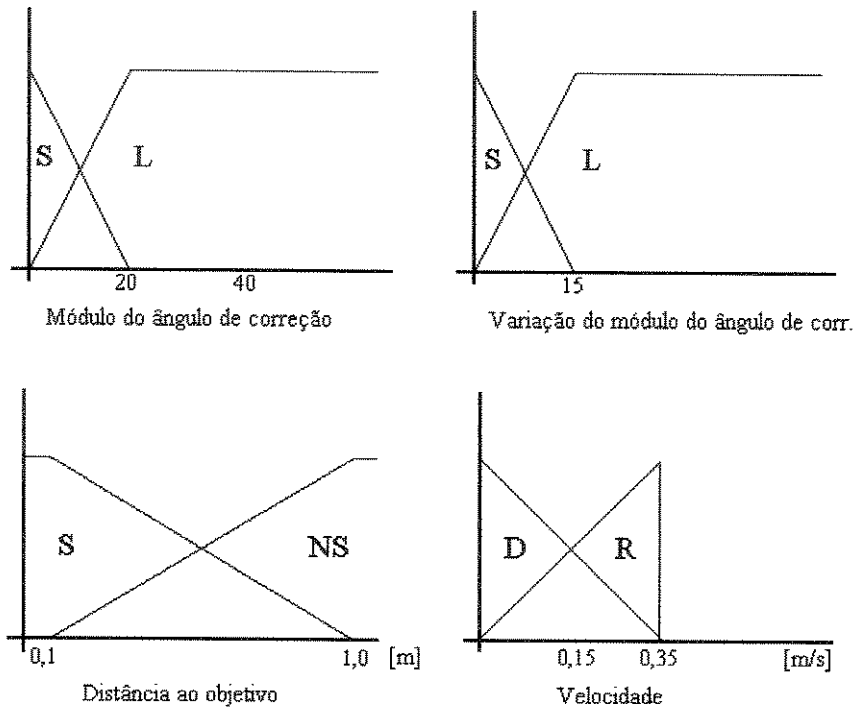


Figura 6.11 - Funções de pertinência das entradas do controle de velocidade.

Deste modo, é possível representar o controle do robô móvel através da seguinte figura:

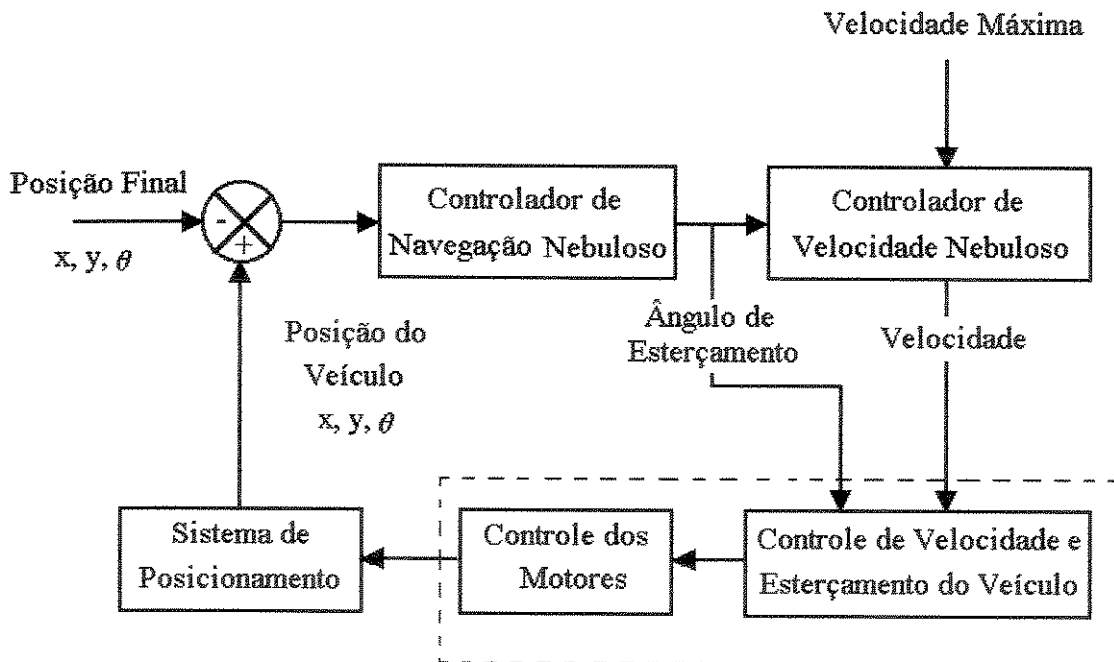


Figura 6.12 - Controle do robô móvel em malha fechada.

6.3 Resultados das Simulações

Para simular o controle nebuloso, foram desenvolvidos dois programas, um em Visual Basic 3.0 e outro em MatLab. O Visual Basic possui as seguintes qualidades: uma linguagem

fácil, cujos recursos visuais permitem acompanhar o processo de iteração passo a passo, um ‘diálogo’ maior entre o usuário e o programa e tempo real de cálculo, permitindo sua implementação em um protótipo. O MatLab, por sua vez, permite simular todo o conjunto (controle nebuloso, atuadores etc.). Comparando o tempo de simulação do programa em VB e em MatLab, obtêm-se os seguintes resultados para uma mesma trajetória: (VB: 15 seg. vs. MatLab: 3,2 min).

Tabela 6.9 - Casos simulados.

Caso	Obstáculos	Posição Inicial	Posição Final
1	não	(0, 0, 0°)	(9.4, 12, 180°)
2	um	(0, 10, 90°)	(20, 10, 90°)
3	um	(0, 0, 45°)	(20, 20, 45°)
4	dois	(0, 10, 90°)	(20, 10, 90°)

As simulações seguem a tabela 6.9. No caso 1, é mostrada a navegação em um ambiente sem a presença de obstáculos. Os gráficos 6.1 a 6.6 mostram o comportamento da variáveis de estado e das saídas do controle nebuloso. O mesmo procedimento é adotado para os demais casos, sendo que, nos casos 2 e 3, o obstáculo é representado por uma circunferência de raio 1 m com centro em (10, 10) e, no caso 4, por duas circunferências de raio 1 m, com centros em (5, 11) e (15, 9).

Nos gráficos 6.1 a 6.6 item (f), Raio de Curvatura x Número de Iterações, para facilitar a representação, quando o valor do raio de curvatura era maior que 100 m, ele foi representado como sendo nulo.

Os casos 1 e 2 foram novamente simulados para controle de velocidade apenas na aproximação final ao objetivo e seus resultados, plotados nos gráficos 6.5 e 6.6.

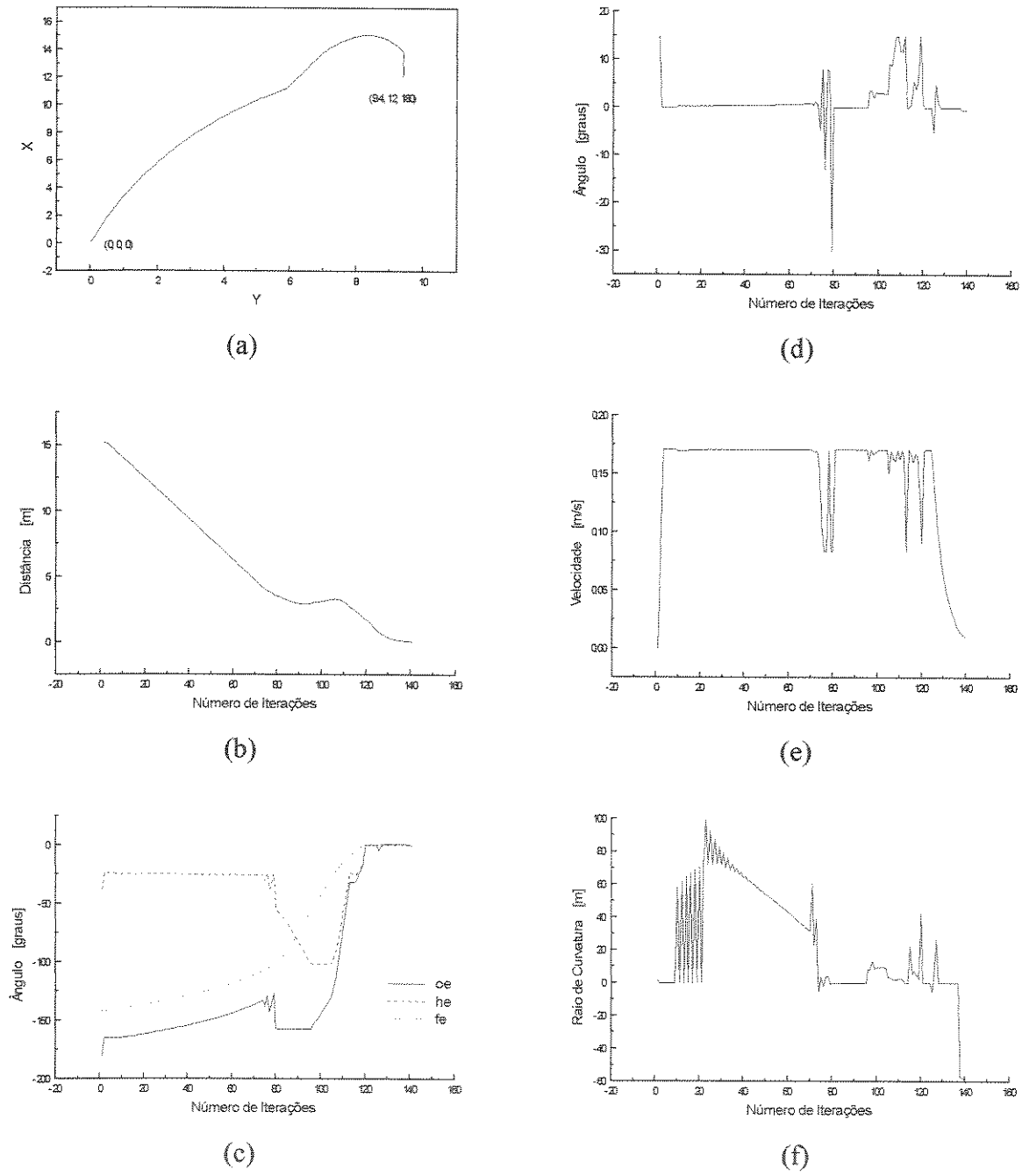


Gráfico 6.1 - Comportamento do robô em ambiente sem obstáculos durante a simulação em malha aberta: (a) plano XY, (b) distâncias ao objetivo e aos obstáculos, (c) ângulos θ_{oe} , θ_{he} e θ_{fe} , (d) ângulo de correção, (e) velocidade e (f) raio de curvatura.

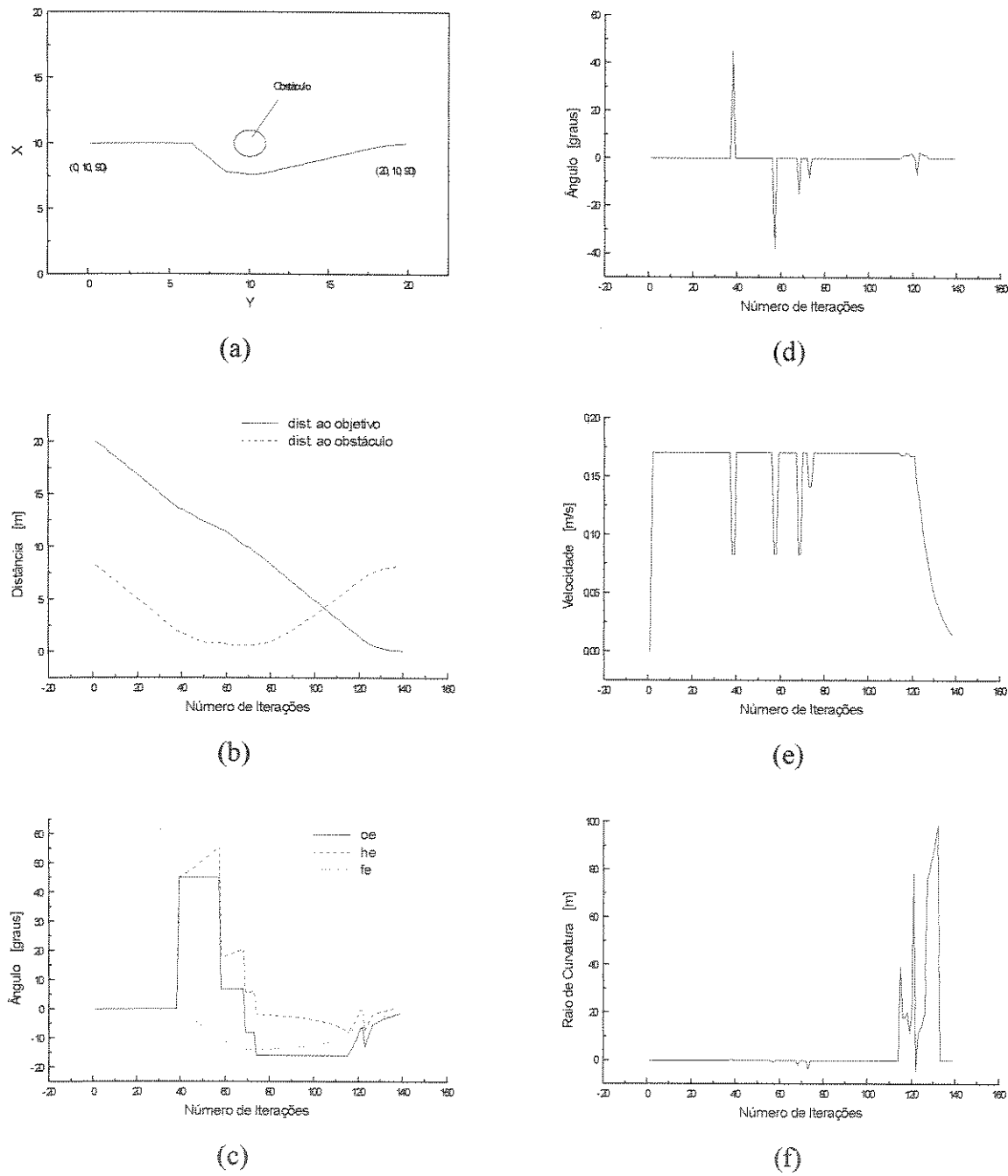


Gráfico 6.2 - Comportamento do robô em ambiente com um obstáculo durante a simulação em malha aberta: (a) plano XY, (b) distâncias ao objetivo e aos obstáculos, (c) ângulos θ_{oe} , θ_{he} e θ_{fe} , (d) ângulo de correção, (e) velocidade e (f) raio de curvatura.

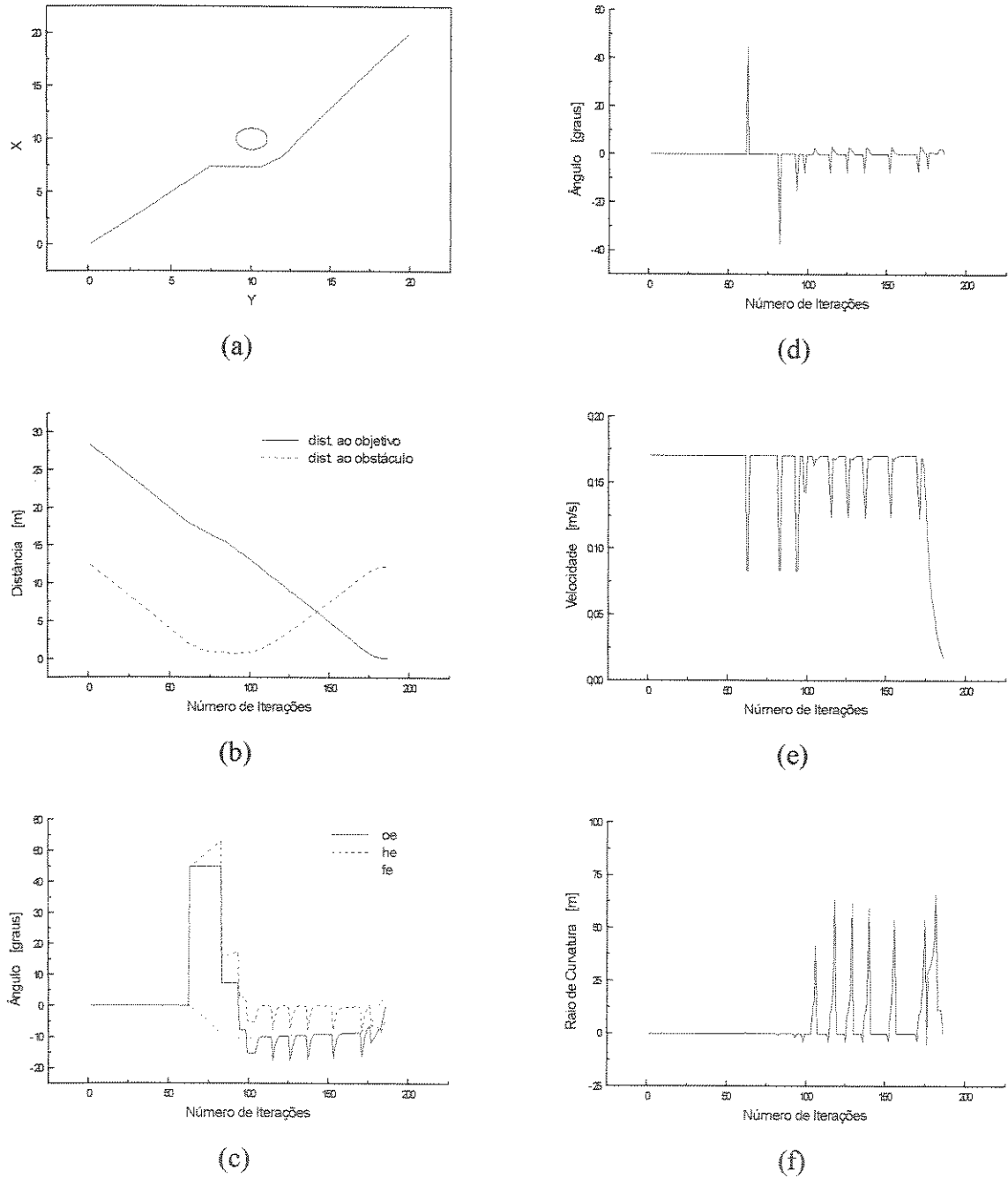


Gráfico 6.3 - Comportamento do robô em ambiente com um obstáculo durante a simulação em malha aberta: (a) plano XY, (b) distâncias ao objetivo e aos obstáculos, (c) ângulos θ_{oe} , θ_{he} e θ_{fe} , (d) ângulo de correção, (e) velocidade e (f) raio de curvatura.

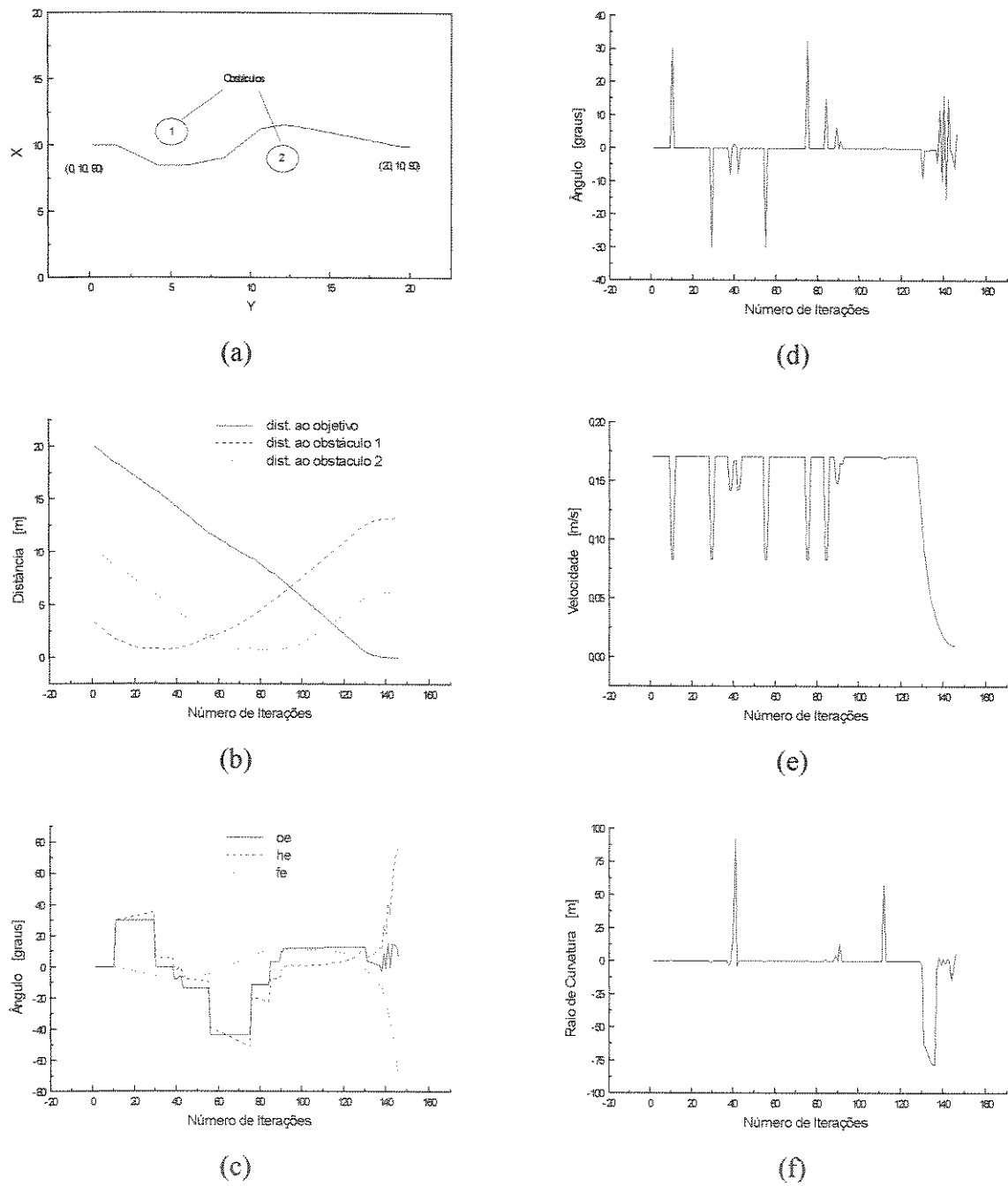


Gráfico 6.4 - Comportamento do robô em ambiente com dois obstáculos durante a simulação em malha aberta: (a) plano XY, (b) distâncias ao objetivo e aos obstáculos, (c) ângulos θ_{oc} , θ_{he} e θ_{fe} , (d) ângulo de correção, (e) velocidade e (f) raio de curvatura.

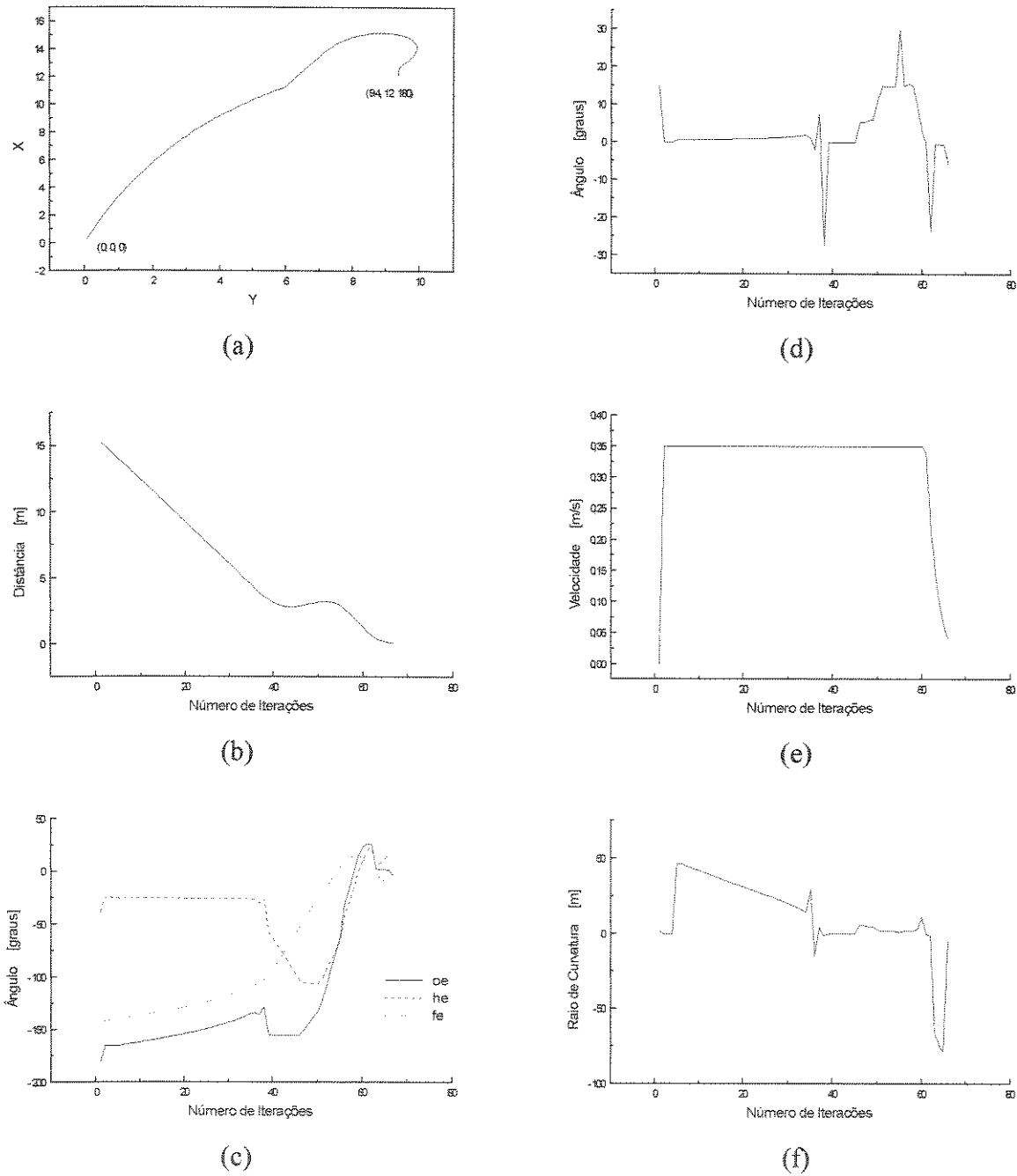


Gráfico 6.5 - Comportamento do robô em ambiente sem obstáculos durante a simulação em malha aberta e com controle de velocidade apenas na aproximação final: (a) plano XY, (b) distâncias ao objetivo e aos obstáculos, (c) ângulos θ_{oe} , θ_{he} e θ_{fe} , (d) ângulo de correção, (e) velocidade e (f) raio de curvatura.

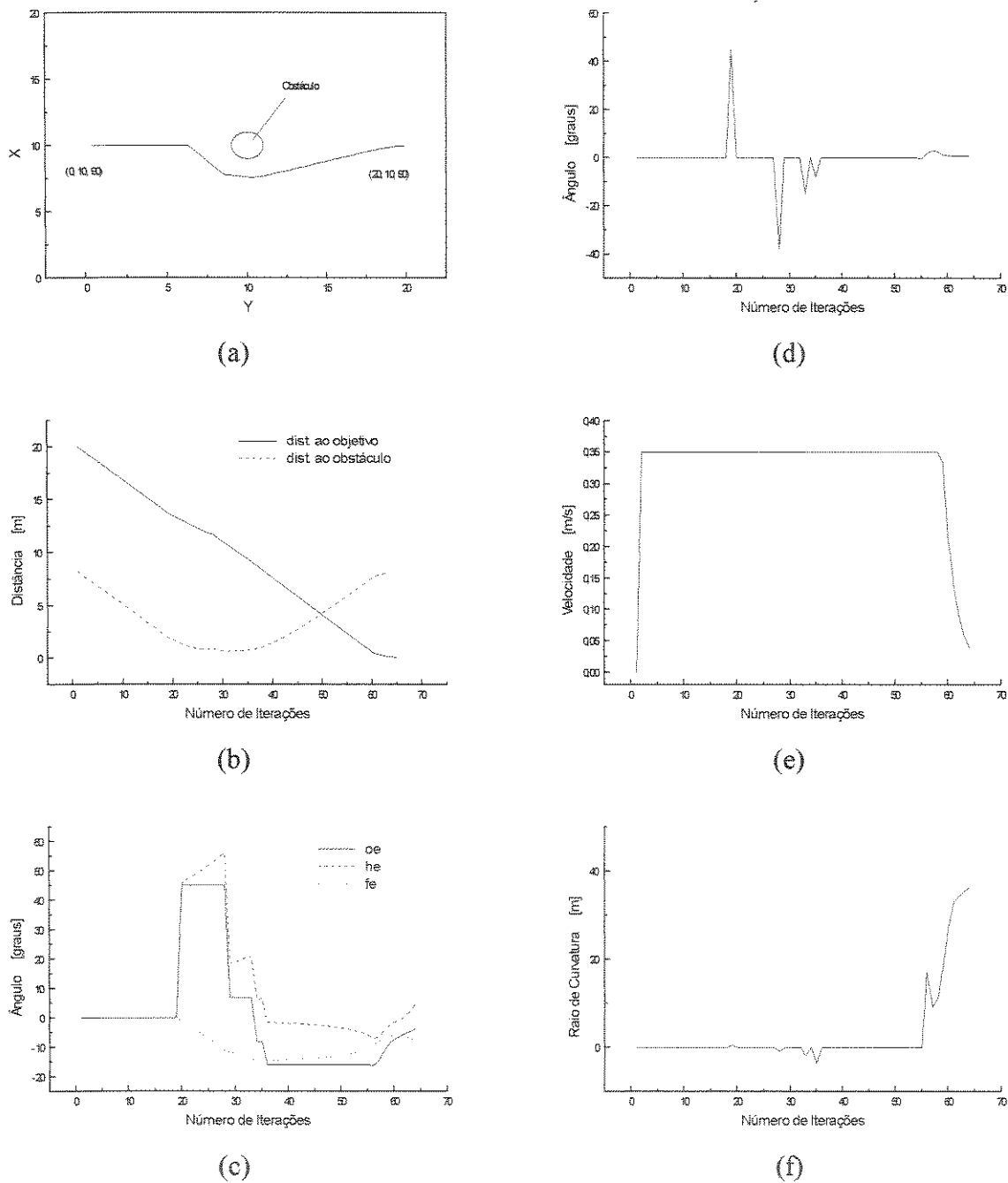


Gráfico 6.6 - Comportamento do robô em ambiente com um obstáculo durante a simulação em malha aberta e com controle de velocidade apenas na aproximação final: (a) plano XY, (b) distâncias ao objetivo e aos obstáculos, (c) ângulos θ_{oe} , θ_{he} e θ_{fe} , (d) ângulo de correção, (e) velocidade e (f) raio de curvatura.

6.4 Análise dos Resultados

Para a elaboração das regras nebulosas, levou-se em conta os limites de estabilidade obtidos nos capítulos anteriores, por exemplo, o raio de curvatura deveria ser superior a 1 m e a velocidade inferior a 1 m/s para evitar problemas de tombamento em manobras. As simulações foram feitas com a finalidade de verificar se a estratégia de controle adotada seria aplicável a qualquer tipo de configuração.

Foram obtidos os seguintes resultados:

Tabela 6.10 - Resultados das simulações.

Caso	θ_{fe}	θ_{oe}	θ_{hc}	d_f	dist
1	- 0,16°	- 0,34°	- 0,18°	0.06 m	0,0002 m
2	- 3,00°	- 1,60°	1,40°	0,09 m	0,0050 m
3	4,07°	0,20°	- 3,87°	0,08 m	0,0060 m
4	- 69,8°	7,00°	76,8°	0,06 m	0,0500 m
1*	- 21,5°	- 4,23°	17,3°	0,08 m	0,0060 m
2*	- 8,44°	- 3,70°	4,74°	0,07 m	0,0045 m

Na tabela acima, a variável dist é obtida conforme a figura abaixo:

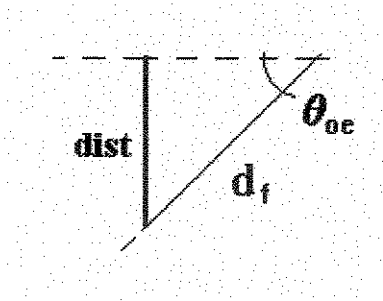


Figura 6.12 - Variável dist.

Onde:

$$dist = d_f \cdot \text{sen } \theta_{oe}$$

(6.25)

* Controle de velocidade apenas na aproximação final do objetivo.

Observa-se que, no pior caso simulado com controle de velocidade durante todo o trajeto, caso 4, após o desvio de dois obstáculos, o robô ficou deslocado 0,05 m da posição desejada ($dist$) mas, com pequeno erro de orientação ($\theta_{oe} \cong 7^\circ$).

Nos dois casos simulados com controle de velocidade apenas na aproximação final do objetivo, os valores obtidos tanto para $dist$, como para o erro de orientação (θ_{oe}), foram piores que os valores com controle de velocidade durante toda a trajetória. Mas, o conforto do passageiro seria maior, visto que, evita-se acelerações e desacelerações durante manobras que provocariam sensações de desconforto ao passageiro. Este método é aplicável desde que sejam utilizadas uma velocidade de cruzeiro e ângulos de esterçamento para o módulo que não provoquem problemas de estabilidade, não sendo necessário reduzir a velocidade cada vez que algum esterçamento é realizado.

Para casos em que os valores de $dist$ e θ_{oe} não atenderem aos limites aceitáveis de erro, é possível alterar o algoritmo de controle, fazendo com que o módulo ‘dê marcha ré’ e tente uma nova aproximação.

Capítulo 7

Conclusões e Perspectivas Futuras

As várias condições de limite para estabilidade lateral (escorregamento e tombamento) em pistas planas e inclinadas para as três configurações básicas de robôs móveis acionados por rodas (4R, 3R - 2F e triciclo) foram obtidas no Capítulo 4. Como foi comentado anteriormente, devido às hipóteses assumidas para a simplificação do equacionamento do problema, os limites obtidos não são exatos mas, mostram qualitativamente quais as configurações que apresentam maiores problemas de estabilidade.

Um tema a ser desenvolvido futuramente é a utilização de métodos matemáticos que permitam linearizar equações mais complexas, como por exemplo, as obtidas no Capítulo 5 (sistema de equações diferenciais de 3ª ordem formado por equações acopladas e não lineares). Desta forma seria possível obter limites mais realísticos para os problemas de estabilidade, melhorando os resultados obtidos no Capítulo 4.

O estudo de dirigibilidade feito no Capítulo 5, forneceu dados importantes sobre o comportamento dinâmico das diversas configurações, variando os tipos de acionamento e esterçamento. Os resultados indicaram as configurações de 4 rodas e triciclo com acionamento traseiro e esterçamento frontal, com transmissão não diferencial, como as mais apropriadas e viáveis para a utilização em um módulo de locomoção para pessoas.

Como o modelo utilizado na modelagem das rodas foi o modelo linear de Huston, é recomendável refazer o estudo de dirigibilidade, utilizando-se outro modelo que, como o modelo de Dugoff, seja mais exato mas que, não possua as equações acopladas, permitindo o

uso de parâmetros de entrada iguais para as diversas configurações, no caso a potência. Deste modo será possível comparar os resultados e checar a exatidão das simulações feitas.

As condições de limite de estabilidade obtidas no Capítulo 4 foram utilizadas na elaboração das regras do controlador nebuloso desenvolvido no Capítulo 6. Os resultados obtidos mostraram a aplicabilidade do controlador nebuloso para o controle do robô móvel em ambientes não estruturados, utilizando o controle de velocidade apenas na aproximação final. O passo seguinte é determinar a forma construtiva mais apropriada para o módulo de locomoção (o Capítulo 5 indicou a com 4 rodas e triciclo com acionamento traseiro e esterçamento frontal) e simular o controlador e o sistema completo (motores, redutores etc.). Deste modo será possível avaliar de uma forma mais precisa as regras nebulosas e fazer as correções necessárias.

Os resultados obtidos neste estudo podem ser aplicados não apenas a robôs móveis autônomos mas, também a veículos auto-guiados, módulos de locomoção para transporte de cargas, manipuladores embarcados e pessoas (cadeira de rodas autônoma). Como continuidade deste estudo pretende-se dar prosseguimento ao trabalho desenvolvido através da construção de protótipo de um módulo base de locomoção autônomo que seja multi-uso, modular e opere em ambientes fechados não estruturados com piso compacto (interior de casas, fábricas, hospitais etc.).

Apêndice 1

Efeito das rodas pivotadas sobre o CG de um veículo

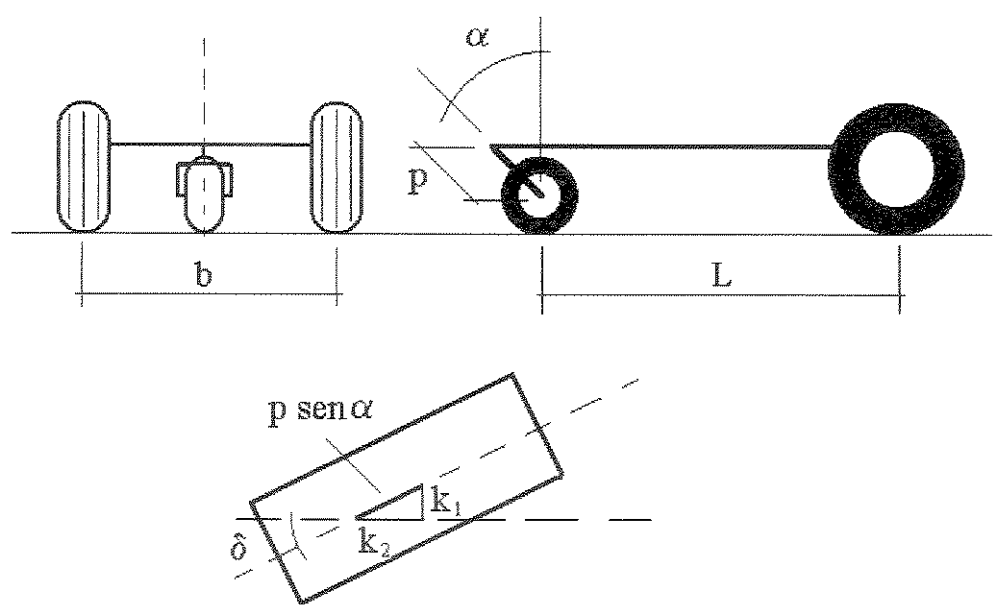


Figura A1.1 - Veículo e variáveis geométricas.

A mudança do CG de um veículo durante manobras pode alterar consideravelmente os seus limites de estabilidade, ocasionando tombamentos ou derrapagens indesejáveis. Para mostrar o efeito produzido por uma roda pivotada sobre o CG de um veículo, toma-se como exemplo o veículo da figura A1.1, cujas variáveis geométricas são dadas na tabela A1.1:

Tabela A1.1 - Variáveis geométricas do exemplo.

Nome	Símbolo	Valor	Unidade
largura do veículo	b	0,75	[m]
comprimento do veículo	L	1,50	[m]
comprimento do pino	p	0,15	[m]
ângulo de inclinação do pino	α	15	[°]
ângulo de esterçamento	δ	- π a π	[rad]

A partir da figura A1.1, obtêm-se:

$$k_1 = p \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \delta(t) \qquad \text{e} \qquad k_2 = p \operatorname{sen} \alpha \cos \delta(t)$$

(A1.1)

Supondo que os carregamentos no veículo estão posicionados segundo a tabela A1.2:

Tabela A1.2 - Carregamentos no veículo de três rodas (1F).

Carregamento	Valor [N]	X	Y
W_1	50	$L - k_2$	$^{b/2} - k_1$
W_2	50	$L - k_2$	$^{b/2} + k_1$
W_7	20	0	0
W_3	100	$L - k_2$	$^{3b/8} - k_1$
W_5	100	$L - k_2$	$^{3b/8} + k_1$
W_6	700	$0,75 - k_2$	k_1
W_4	50	$L - k_2$	k_1

Utilizando os procedimentos de CANALE (1989), faz-se a somatória de momentos em relação ao ponto de contato roda frontal-solo:

$$S_1 = \frac{W_6(L_1 - k_2) + (L - k_2)(W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5)}{\sum_{i=1}^6 W_i}$$

(A1.2)

$$S_2 = \frac{-W_6 k_1 - W_4 k_1 - W_5 \left(k_1 + \frac{3b}{8}\right) - W_2 \left(k_1 + \frac{b}{2}\right) + W_1 \left(\frac{b}{2} - k_1\right) + W_1 \left(\frac{3b}{8} - k_1\right)}{\sum_{i=1}^6 W_i} \quad (A1.3)$$

Variando o valor do ângulo de esterçamento $\delta(t)$, é possível plotar os seguintes gráficos:

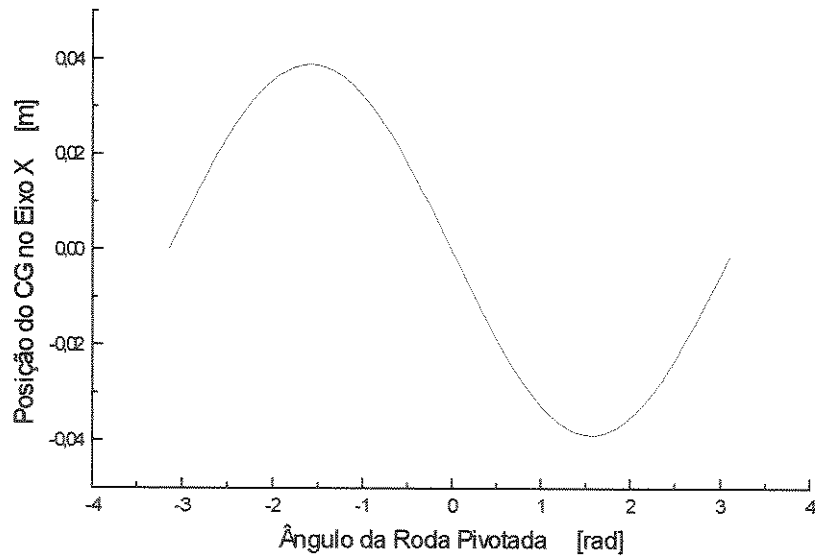


Gráfico A1.1 - Variação da posição do CG do veículo ao longo do eixo longitudinal (X).

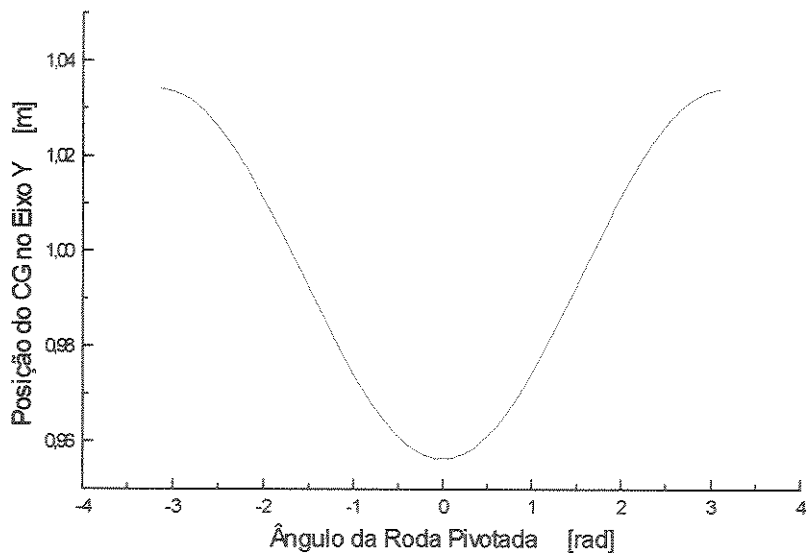


Gráfico A1.2 - Variação da posição do CG do veículo ao longo do eixo transversal (Y).

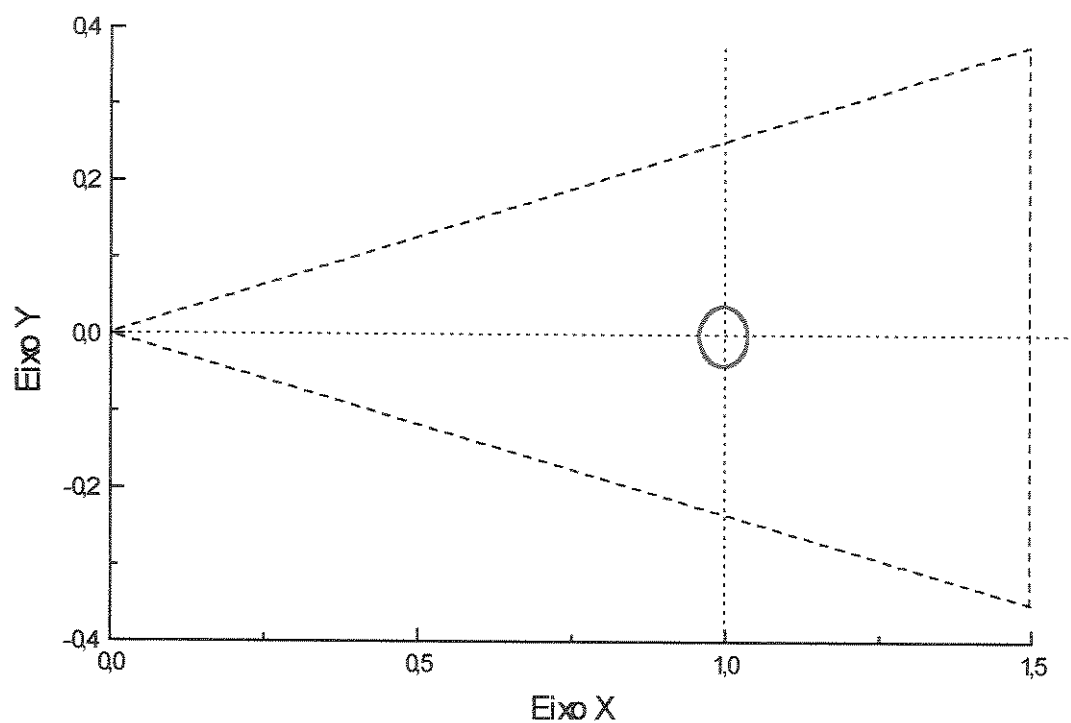


Gráfico A1.3 - Variação da posição do CG do veículo ao longo dos eixos XY.

Um modo de minimizar este problema é utilizar ângulos de inclinação do pino pequenos ($5^{\circ} \sim 10^{\circ}$).

Apêndice 2

Modelagem Não Linear das Rodas - DUGOFF (1970)

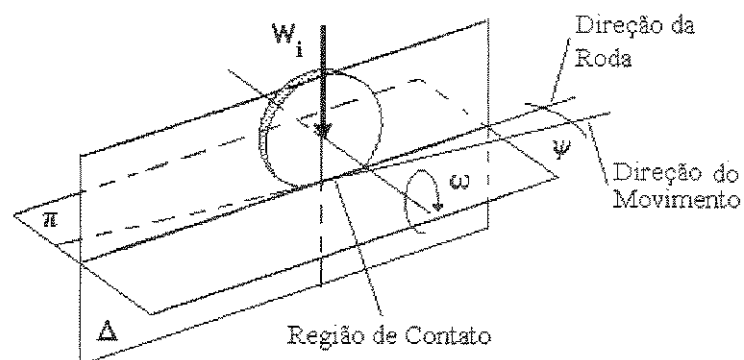


Figura A2.1 - Roda elástica em movimento em solo rígido.

A linha 0-1-2, na Figura A2.2, é a linha de centro longitudinal da região de contato da roda com o solo, a linha 3-4 é linha de centro do corpo da roda, ψ é o ângulo de escorregamento e Δ , o plano que contém o eixo longitudinal ξ e a linha 3-4.

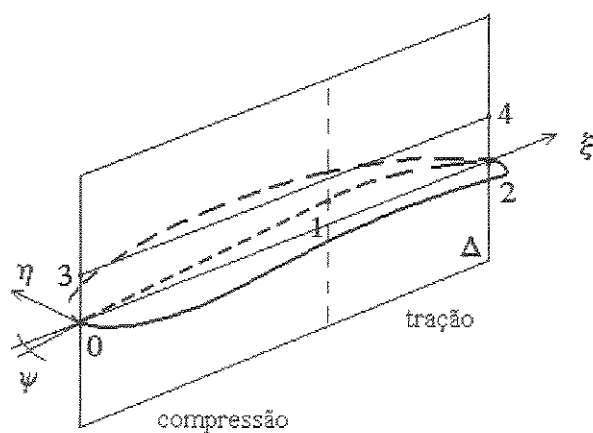


Figura A2.2 - Geometria da região de contato roda-solo.

Supõe-se que cada ponto pertencente à linha 3-4 esteja conectado elasticamente, através de molas ortogonais, a pontos correspondentes na linha 0-1-2, obtendo, desta forma, forças linearmente independentes nas direções ξ e η . O ponto 1, pertencente à linha de centro da região de contato, representa o limite de escorregamento, ou seja, a linha 0-1 representa uma região de fibras comprimidas (a roda adere ao solo sem escorregamento) a partir do ponto 1, seguindo a linha 1-2, as fibras estão tracionadas, ocorrendo então o escorregamento da roda em relação ao solo.

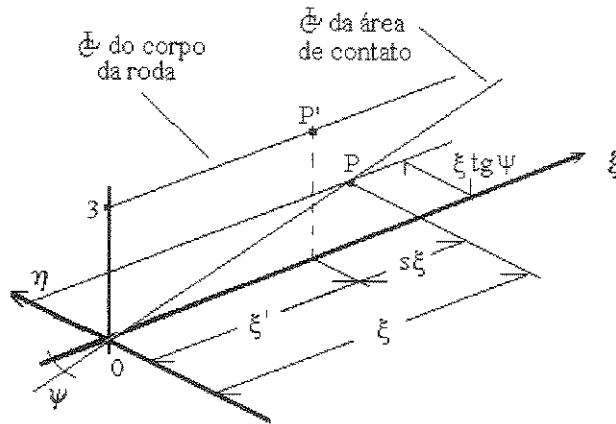


Figura A2.3 - Esquema de Deformação na Área de Contato sem Escorregamento.

A figura A2.3 representa um esquema de deformação de um ponto P ($P \in (\xi, \eta)$), na região de contato sem escorregamento 0-1. A coordenada de P em ξ é igual ao produto entre a velocidade longitudinal da roda (U_w) e o intervalo de tempo Δt , desde o instante que P ocupava a posição 0 até o momento representado na figura A.3. Deste modo:

$$\xi = U_w \Delta t \quad (A2.1)$$

Durante o mesmo intervalo de tempo, Δt , o ponto P' , pertencente à linha de centro do corpo da roda, deslocou-se de 3 de uma distância ξ' . Assim:

$$\xi' = \omega R_e \Delta t \quad (A2.2)$$

A deformação longitudinal do ponto P , com relação a P' é:

$$\xi - \xi' = U_w \Delta t - \omega R_e \Delta t$$

$$= U_w \Delta t \left(1 - \frac{\omega R_e}{U_w} \right) = s \xi \quad (\text{A2.3})$$

A tensão de cisalhamento longitudinal no ponto P é:

$$\sigma_\xi = k_x s \xi \quad (\text{A2.4})$$

Seguindo o mesmo raciocínio para a deformação lateral, obtêm-se:

$$\eta = -\xi \operatorname{tg} \psi \quad (\text{A2.5})$$

E a tensão de cisalhamento lateral é:

$$\sigma_\eta = -k_y \xi \operatorname{tg} \psi \quad (\text{A2.6})$$

A tensão de cisalhamento máxima de um ponto na área de contato é chamada de limite de cisalhamento ($\sigma_{\max}$). O principal fator que influencia o valor de $\sigma_{\max}$ é a distribuição de pressão ao longo da área de contato. Caso seja assumido que a distribuição é linear, tem-se:

$$P = \frac{W}{l_c} \quad (\text{A2.7})$$

Esta aproximação é muito realística, exceto nas bordas da área de contato. Deste modo, $\sigma_{\max}$ é dado por:

$$\sigma_{\max} = \frac{\mu W}{l_c} = \mu P \quad (\text{A2.8})$$

Através da equação (A2.8) é possível determinar a posição do ponto 1 (limite de escorregamento), onde a tensão de cisalhamento da deformação elástica é igual ao limite de cisalhamento da roda. Desta forma:

$$\left(\sigma_{\xi}^2 + \sigma_{\eta}^2 \right)^{1/2} = \sigma_{\max} = \mu \frac{W}{l_c} \quad (\text{A2.9})$$

Assumindo que ξ_s é a coordenada longitudinal do ponto 1, e substituindo (A2.4) e (A2.6) em (A2.9):

$$\xi_s = \mu \frac{W}{l_c} \left[(k_x s)^2 + (k_y \operatorname{tg} \psi)^2 \right]^{-1/2} \quad (\text{A2.10})$$

E, ξ_s' é a coordenada longitudinal do ponto no corpo da roda associado ao ponto ξ_s :

$$\begin{aligned} \xi_s' &= (1 - s) \xi_s \\ &= \mu \frac{W}{l_c} (1 - s) \left[(k_x s)^2 + (k_y \operatorname{tg} \psi)^2 \right]^{-1/2} \end{aligned} \quad (\text{A2.11})$$

Para simplificar o cálculo das forças de cisalhamento da roda, assume-se que a deformação devido ao escorregamento na área de contato é uniforme. Deste modo, as forças de cisalhamento longitudinal, F_{ξ} , e lateral, F_{η} , da roda são, respectivamente:

$$F_{\xi} = \int_{-l/2}^{l/2} \left(\int_0^{\xi_s} \sigma_{\xi}(\xi') d\xi' + \int_{\xi_s}^c \sigma_{\xi}(\xi') d\xi' \right) dl \quad (\text{A2.12})$$

$$F_{\eta} = \int_{-l/2}^{l/2} \left(\int_0^{\xi_s} \sigma_{\eta}(\xi') d\xi' + \int_{\xi_s}^c \sigma_{\eta}(\xi') d\xi' \right) dl \quad (\text{A2.13})$$

Através das equações (A2.3), (A2.4) e (A2.6), obtêm-se:

$$\sigma_{\xi}(\xi') = \begin{cases} \frac{K_X s \xi'}{1-s} & \text{para } \xi' \leq \xi'_s \\ \frac{K_X s \xi'_s}{1-s} & \text{para } \xi' > \xi'_s \end{cases} \quad \text{e} \quad \sigma_{\eta}(\xi') = \begin{cases} -\frac{K_Y \xi' \tan \psi}{1-s} & \text{para } \xi' \leq \xi'_s \\ -\frac{K_Y \xi'_s \tan \psi}{1-s} & \text{para } \xi' > \xi'_s \end{cases}$$

Como a distribuição de tensão foi assumida como sendo uniforme ao longo da largura da área de contato, resolvendo as integrais, obtêm-se:

$$F_{\xi} = \begin{cases} \frac{c^2 l k_X s}{1-s} & \text{para } \xi'_s \geq c \\ \frac{c l k_X s \xi'_s}{1-s} - \frac{l k_X s (\xi'_s)^2}{2(1-s)} & \text{para } \xi'_s < c \end{cases} \quad (\text{A2.14})$$

$$F_{\eta} = \begin{cases} -\frac{c^2 l k_Y \tan \psi}{1-s} & \text{para } \xi'_s \geq c \\ \frac{l k_Y \tan \psi (\xi'_s)^2}{2(1-s)} - \frac{c l k_Y \xi'_s \tan \psi}{1-s} & \text{para } \xi'_s < c \end{cases} \quad (\text{A2.15})$$

Estas equações podem ser escritas de forma mais concisa através das seguintes variáveis:

$$\overline{\psi} = \frac{c^2 l k_Y \tan \psi}{\mu |W| (1-s)} \quad (\text{A2.16})$$

$$\overline{s} = \frac{c^2 l k_X s}{\mu |W| (1-s)} \quad (\text{A2.17})$$

$$\overline{s_R} = \left(\overline{s}^2 + \overline{\psi}^2 \right)^{1/2} \quad (\text{A2.18})$$

$$F_R = (F_{\xi}^2 + F_{\eta}^2)^{1/2} \quad (\text{A2.19})$$

Considerando um instante em que $\psi = 0$, através das equações (A2.16), (A2.17) e (A2.18), obtêm-se:

$$\left. \frac{F_{\xi}}{\mu |W|} \right|_{\psi=0} = \bar{s} \quad (\text{A2.20})$$

Pela equação (A2.17):

$$\left. \frac{\partial F_{\xi}}{\partial s} \right|_{\psi=s=0} = c^2 l k_x \quad (\text{A2.21})$$

Por definição:

$$\left. \frac{\partial F_{\xi}}{\partial s} \right|_{\psi=s=0} = C_s = c^2 l k_x \quad (\text{A2.22})$$

Utilizando as equações (A2.21) e (A2.22), a equação (A2.17) pode ser rescrita:

$$\bar{s} = \frac{C_s s}{\mu |W| (1-s)} \quad (\text{A2.23})$$

Utilizando o mesmo raciocínio, para o caso em que $s = 0$, a equação (A2.16) é equivalente a:

$$\bar{\psi} = \frac{C_{\psi} \operatorname{tg} \psi}{\mu |W| (1-s)} \quad (\text{A2.24})$$

$$\text{onde:} \quad \left. \frac{\partial F_{\eta}}{\partial \psi} \right|_{\psi=s=0} = C_{\psi} \quad (\text{A2.25})$$

O coeficiente de adesão μ é uma função da velocidade de escorregamento, das propriedades das rodas e do solo e da geometria da área de contato, podendo ser aproximado por uma equação linear, como segue:

$$\mu = \mu_0 (1 - A_s V_s) \quad (A2.26)$$

Sendo que, o valor de V_s é dado por:

$$V_s = U_w [s^2 + tg^2 \psi]^{1/2} \quad (A2.27)$$

Para simplificar as equações (A2.14) e (A2.15), adota-se o seguinte procedimento: substitui-se as equações (A2.11), (A2.16) e (A2.17) em (A2.18), obtendo-se o parâmetro:

$$\overline{s_R} = \frac{c^2 l}{\mu |W| (1-s)} \left(k_x^2 s^2 + k_y^2 tg^2 \psi \right)^{1/2} = \frac{c}{\xi_s} \quad (A2.28)$$

Em seguida, substitui-se as equações (A2.16) e (A2.17) nas equações (A2.23) e (A2.24) e isola-se os valores de C_s e C_ψ , obtendo-se:

$$C_s = c^2 l k_x \quad (A2.29)$$

$$C_\psi = c^2 l k_y \quad (A2.30)$$

Retornando à equação (A2.28), introduzindo o termo $c^2 l$ na raiz quadrática e substituindo-se as equações (A2.29) e (A2.30), obtêm-se:

$$\overline{s_R} = \frac{(C_s^2 s^2 + C_\psi^2 tg^2(\psi))^{1/2}}{\mu |W| (1-s)} \quad (A2.31)$$

Deste modo, pela equação (A2.28), pode-se chegar a uma nova expressão para o cálculo das forças longitudinal e lateral das rodas, equações (A2.14) e (A2.15), em função do parâmetro adimensional $\overline{s_R}$:

$$f(\overline{s_R}) = \begin{cases} 1 & \text{se } \overline{s_R} \leq 1 \text{ ou } \xi'_S \geq c \\ \frac{2\overline{s_R} - 1}{\overline{s_R}^2} & \text{se } \overline{s_R} > 1 \text{ ou } \xi'_S < c \end{cases} \quad (\text{A2.32})$$

$$F_{\xi} = \frac{C_s s}{(1-s)} f(\overline{s_R}) \quad (\text{A2.33})$$

$$F_{\eta} = -\frac{C_{\psi} \operatorname{tg} \psi}{(1-s)} f(\overline{s_R}) \quad (\text{A2.34})$$

Adotando as variáveis $P(\overline{s_R})$ e $Q(\overline{s_R})$:

$$\frac{C_s}{(1-s)} f(\overline{s_R}) = P(\overline{s_R}) \quad (\text{A2.35})$$

$$\frac{C_{\psi}}{(1-s)} f(\overline{s_R}) = Q(\overline{s_R}) \quad (\text{A2.36})$$

Obtêm-se então as expressões simplificadas:

$$F_{\xi} = P(\overline{s_R}) s \quad (\text{A2.37})$$

$$F_{\eta} = -Q(\overline{s_R}) \operatorname{tg} \psi \quad (\text{A2.38})$$

Apêndice 3

Cálculo das forças normais às rodas

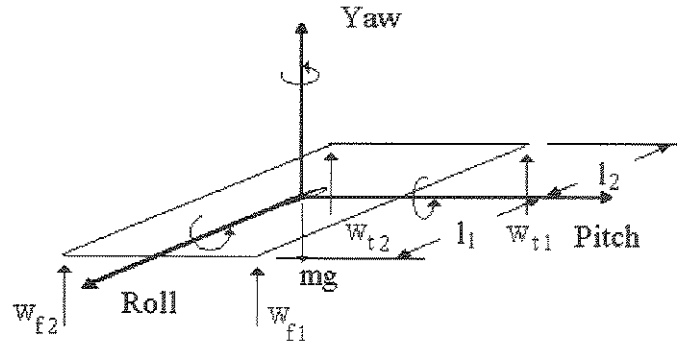


Figura A3.1 - Eixos Principais - Roll, Pitch e Yaw e Distribuição das Forças no Robô.

Para o robô de quatro rodas, sendo h a distância entre o C.G. do robô e o solo, a somatória de forças e momentos, respectivamente no eixo Z, pitch e roll resulta em:

$$mg + w_{f1} + w_{f2} + w_{t1} + w_{t2} = 0 \quad (A3.1)$$

$$-l_1(w_{f1} + w_{f2}) + l_2(w_{t1} + w_{t2}) + \sum F_x h = 0 \quad (A3.2)$$

$$-\frac{b}{2}(w_{f1} + w_{t2}) + \frac{b}{2}(w_{f2} + w_{t1}) - \sum F_y h = 0 \quad (A3.3)$$

Definindo ϕ como sendo o ângulo de inclinação do robô:

$$\phi = \frac{T_f}{K_f} = \frac{T_t}{K_t} \quad (A3.4)$$

Onde: $T_f = -\frac{b}{2}(W_{f1} - W_{f2})$ e $T_t = -\frac{b}{2}(W_{t1} - W_{t2})$

Sendo: K_f e K_t são respectivamente a rigidez à inclinação frontal e traseira e T_f e T_t o momento de inclinação frontal e traseiro.

Deste modo, combinando-se as equações (A3.1), (A3.2), (A3.3) e (A3.4), obtêm-se as seguintes equações:

$$-W_{f1} = \frac{mg l_2}{2L} - \frac{\sum F_x h}{2L} + \frac{\sum F_y h}{b} \frac{K_f}{K_f + K_t} \quad (A3.5)$$

$$-W_{f2} = \frac{mg l_2}{2L} - \frac{\sum F_x h}{2L} - \frac{\sum F_y h}{b} \frac{K_f}{K_f + K_t} \quad (A3.6)$$

$$-W_{t1} = \frac{mg l_1}{2L} + \frac{\sum F_x h}{2L} + \frac{\sum F_y h}{b} \frac{K_f}{K_f + K_t} \quad (A3.7)$$

$$-W_{t2} = \frac{mg l_1}{2L} + \frac{\sum F_x h}{2L} - \frac{\sum F_y h}{b} \frac{K_f}{K_f + K_t} \quad (A3.8)$$

Onde: L - Distância total entre o eixo frontal e traseiro, g - Aceleração da gravidade, m - Massa total do robô.

Como foi assumido por hipótese que $(h/b) \ll 1$ e $(h/L) \ll 1$, e que o robô é simétrico ao longo do eixo longitudinal, as equações (A3.5) à (A3.8) podem ser simplificadas, obtendo-se os seguintes valores em módulo:

$$W_F = \frac{mg l_2}{2L} \quad \text{e} \quad W_T = \frac{mg l_1}{2L} \quad (A3.9)$$

Onde: W_F e W_T - Peso do robô no eixo frontal e traseiro.

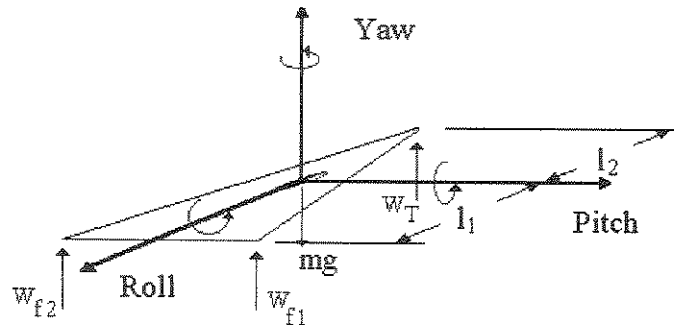


Figura A3.2 - Eixos Principais - Roll, Pitch e Yaw e Distribuição das Forças no Robô.

Seguindo o mesmo raciocínio feito para o robô de quatro rodas, obtêm-se, respectivamente no eixo z, pitch e roll:

$$mg + W_{f1} + W_{f2} + W_T = 0 \quad (\text{A3.10})$$

$$-l_1 (W_{f1} + W_{f2}) + l_2 W_T + \sum F_X h = 0 \quad (\text{A3.11})$$

$$-\frac{b}{2} (W_{f1} - W_{f2}) - \sum F_Y h = 0 \quad (\text{A3.12})$$

Através da combinação destas equações, obtêm-se:

$$-W_{f1} = \frac{mg l_2}{2L} - \frac{\sum F_X h}{2L} + \frac{\sum F_Y h}{b} \quad (\text{A3.13})$$

$$-W_{f2} = \frac{mg l_2}{2L} - \frac{\sum F_X h}{2L} - \frac{\sum F_Y h}{b} \quad (\text{A3.14})$$

$$-W_T = \frac{mg l_1}{L} + \frac{\sum F_X h}{L} \quad (\text{A3.15})$$

E do mesmo modo que foi feito na configuração anterior, devido às hipóteses assumidas:

$$W_F = \frac{mg l_2}{2L} \quad \text{e} \quad W_T = \frac{mg l_1}{L} \quad (\text{A3.16})$$

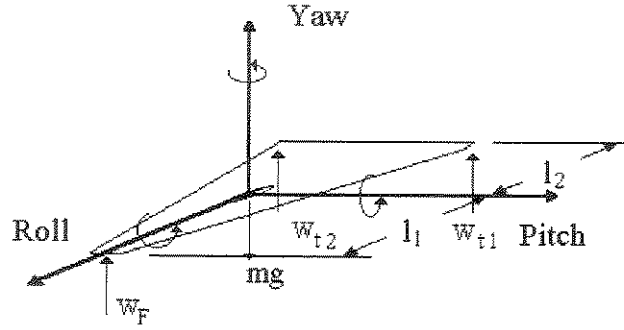


Figura A3.3 - Eixos principais (Roll, Pitch e Yaw) e distribuição das forças no robô.

Seguindo o mesmo raciocínio para o robô triciclo, obtêm-se, respectivamente no eixo Z, pitch e roll:

$$mg + W_{t1} + W_{t2} + W_F = 0 \quad (\text{A3.17})$$

$$-l_1 W_F + l_2 (W_{t1} + W_{t2}) + \sum F_X h = 0 \quad (\text{A3.18})$$

$$-\frac{b}{2} (W_{t1} - W_{t2}) - \sum F_Y h = 0 \quad (\text{A3.19})$$

E, através da combinação destas equações:

$$-W_F = \frac{mg l_2}{L} - \frac{\sum F_X h}{L} \quad (\text{A3.20})$$

$$-W_{T1} = \frac{mg l_1}{2L} + \frac{\sum F_X h}{2L} + \frac{\sum F_Y h}{b} \quad (\text{A3.21})$$

$$-W_{T2} = \frac{mg l_1}{2L} + \frac{\sum F_X h}{2L} - \frac{\sum F_Y h}{b} \quad (\text{A3.22})$$

Do mesmo modo que foi feito nas configurações anteriores:

$$W_F = \frac{mg l_2}{L} \quad \text{e} \quad W_T = \frac{mg l_1}{2L} \quad (\text{A3.23})$$

Apêndice 4

Cálculo dos ângulos de escorregamento ψ_i

Utilizando o modelo de bicicleta, têm-se primeiramente para o robô de quatro rodas que, devido à simetria:

$$\psi_{f1} = \psi_{f2} = \psi_F \quad \text{e} \quad \psi_{t1} = \psi_{t2} = \psi_T \quad (\text{A4.1})$$

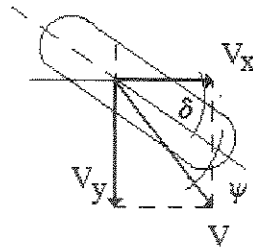


Figura A4.1 - Decomposição vetorial da velocidade de uma roda.

Decompondo a velocidade de uma roda em um sistema de coordenadas $\hat{i}_x, \hat{i}_y$ solidário à projeção do centro da roda, obtêm-se:

$$V_F = V_{f1} = V_{f2} = V_X \hat{i}_x + (V_Y + l_1 \omega_Z) \hat{i}_y \quad (\text{A4.2})$$

$$V_T = V_{t1} = V_{t2} = V_X \hat{i}_x + (V_Y - l_2 \omega_Z) \hat{i}_y \quad (\text{A4.3})$$

Sendo δ_i o ângulo de esterçamento da roda, o ângulo de escorregamento ψ_i é:

$$\psi_i = \arctan\left(\frac{V_{Yi}}{V_{Xi}}\right) - \delta_i, \quad \text{para } i = 1, 2, 3, 4 \quad (\text{A4.4})$$

Combinando as equações acima, obtêm-se:

$$\psi_F = \arctg\left(\frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{V_X}\right) - \delta_F \quad (\text{A4.5})$$

$$\psi_T = \arctg\left(\frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{V_X}\right) - \delta_T \quad (\text{A4.6})$$

Como $V_Y \ll V_X$, as equações (A4.5) e (A4.6) podem ser simplificadas:

$$-\psi_F \cong \delta_F - \left(\frac{V_Y + l_1 \omega_Z}{V_X}\right) \quad (\text{A4.7})$$

$$-\psi_T \cong \delta_T - \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_Z}{V_X}\right) \quad (\text{A4.8})$$

Seguindo o mesmo raciocínio para o robô de três rodas (2F), têm-se que:

$$\psi_{f1} = \psi_{f2} = \psi_F \quad \text{e} \quad \psi_i = \psi_T \quad (\text{A4.9})$$

O valor da velocidade no sistema de coordenadas $\hat{i}_x \hat{i}_y$ solidário à projeção do centro da roda, é:

$$V_F = V_{f1} = V_{f2} = V_X \hat{i}_x + (V_Y + l_1 \omega_Z) \hat{i}_y \quad (\text{A4.10})$$

$$V_T = V_X \hat{i}_x + (V_Y - l_2 \omega_Z) \hat{i}_y \quad (\text{A4.11})$$

Para o robô triciclo, têm-se:

$$\psi_f = \psi_F \quad \text{e} \quad \psi_{t1} = \psi_{t2} = \psi_T \quad (\text{A4.12})$$

Do mesmo modo, as velocidades da roda no sistema de coordenadas solidário à projeção do centro da roda:

$$V_F = V_X \hat{i}_x + (V_Y + l_1 \omega_z) \hat{i}_y \quad (\text{A4.13})$$

$$V_T = V_{t1} = V_{t2} = V_X \hat{i}_x + (V_Y - l_2 \omega_z) \hat{i}_y \quad (\text{A4.14})$$

Observa-se que para todas as configurações, utilizando o modelo de bicicleta, as expressões dos ângulos de escorregamento (ψ_F e ψ_T) foram idênticas, deste modo, obtêm-se as seguintes equações para as forças transversais nas rodas (F_η):

para as rodas frontais:

$$F_\eta = -Q \operatorname{tg} \psi_F \cong -Q \psi_F = Q \left(\delta_F - \left(\frac{V_Y + l_1 \omega_z}{V_X} \right) \right) \quad (\text{A4.15})$$

para as rodas traseiras:

$$F_\eta = -Q \operatorname{tg} \psi_T \cong -Q \psi_T = Q \left(\delta_T - \left(\frac{V_Y - l_2 \omega_z}{V_X} \right) \right) \quad (\text{A4.16})$$

Apêndice 5

Fundamentos de Lógica Fuzzy e Redes Neurais

A5.1 Lógica Nebulosa

A lógica nebulosa é a lógica baseada nos conjuntos nebulosos GOMIDE (1994), diferindo dos sistemas lógicos tradicionais em suas características e detalhes. Ela suporta os modos de raciocínio que são aproximados ao invés de exatos. O raciocínio exato corresponde a um caso limite do aproximado, sendo interpretado como um processo de composição de relações nebulosas.

Na lógica nebulosa, o valor verdade de uma proposição pode ser um subconjunto nebuloso de qualquer conjunto parcialmente ordenado, ao contrário dos sistemas lógicos binários, onde o valor verdade só pode assumir dois valores: verdadeiro (1) ou falso (0). Nos sistemas lógicos multi-valores, o valor verdade de uma proposição pode ser, ou um elemento de um conjunto finito, num intervalo, ou uma álgebra booleana. Na lógica nebulosa, os valores verdade são expressos linguisticamente, ou seja: verdade, muito verdade, pouco verdade, falso etc. Cada termo lingüístico é interpretado como um subconjunto nebuloso de intervalo unitário.

Em sistemas lógicos binários, os predicados são exatos (par, ímpar, maior que, menor que etc.), o modificador de predicado mais utilizado é a negação e existem apenas os quantificadores existenciais ($\exists$) e universais ($\forall$), ao passo que, na lógica nebulosa, os predicados são nebulosos (alto, baixo, grande etc.), há uma grande variedade de modificadores de predicado (muito, pouco, mais ou menos etc.) e de quantificadores (frequentemente, usualmente etc.) que proporcionam uma grande variedade de variáveis lingüísticas.

A modelagem e o controle nebuloso são técnicas para se manusear informações qualitativas de uma maneira rigorosa. Tais técnicas consideram como a falta de exatidão e a incerteza são descritas e, fazendo isso, tornam-se suficientemente poderosas para manipular de maneira conveniente o conhecimento. A sua utilização em sistemas de controle de processos em tempo real, em computadores ou micro-controladores, é das mais convenientes, visto que, geralmente, não envolvem nenhum problema computacional sério.

A5.2 Fundamentos da Lógica Nebulosa - GOMIDE (1994)

Como a lógica nebulosa é fundamentada nos conjuntos nebulosos, esta seção irá evidenciar apenas o necessário para o entendimento das idéias básicas de controle nebuloso.

Na teoria de conjuntos clássica, um elemento ou pertence a um conjunto ou não. Dado um universo U e um elemento particular $x \in U$, o grau de pertinência $\mu_A(x)$ com respeito a um conjunto $A \subseteq U$ e dado por:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in A \\ 0 & \text{se } x \notin A \end{cases} \quad (\text{A5.1})$$

A função $\mu_A(x) : U \rightarrow \{0,1\}$ é chamada de função característica na teoria clássica de conjuntos. Frequentemente, uma generalização desta idéia é usada, por exemplo, para a manipulação de dados com erros limitados. Todos os números dentro de um erro percentual terão um fator de pertinência 1, tendo os demais, um fator de pertinência 0. Isto pode ser observado na figura A5.1 (a).

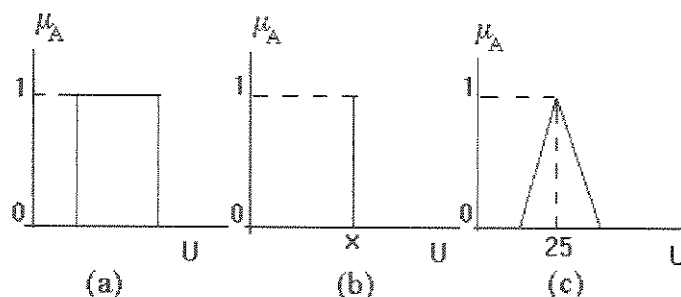


Figura A5.1 - Funções de Pertinência.

Para o caso preciso, o fator de pertinência é 1 somente no número exato, sendo 0 para os demais valores, figura A5.1 (b). Zadeh em 1965 propôs uma caracterização mais ampla, na medida em que sugere que alguns elementos são mais membros de um conjunto que outros. O

fator de pertinência pode então assumir qualquer valor entre 0 e 1, sendo que o valor 0 indica uma completa exclusão e um valor 1, completa pertinência. Esta generalização aumenta o poder de expressão da função característica. Por exemplo, para expressar a idéia de que uma velocidade tem seu valor por volta de 25 m/s, pode-se utilizar a função de pertinência triangular, com pico em 25, para sugerir a idéia de que quanto mais perto o número de 25, mais ele se identifica com o conceito representado (figura A5.1 (c)).

Formalmente, seja U uma coleção de objetos denominados genericamente por $\{u\}$, U é chamado de universo de discurso, podendo ser contínuo ou discreto. Um conjunto nebuloso A em um universo de discurso U é definido por uma função de pertinência μ_A que assume valores em um intervalo $[0,1]$:

$$\mu_A : U \rightarrow [0,1] \quad (A5.2)$$

O conjunto suporte de um conjunto nebuloso A é o subconjunto dos pontos u de U tal que $\mu_A(u) > 0$. Um conjunto nebuloso cujo conjunto suporte é um único ponto de U com $\mu_A = 1$ é chamado de conjunto unitário nebuloso.

Sejam A e B dois conjuntos nebulosos em U com funções de pertinência μ_A e μ_B , respectivamente. As operações de conjuntos, tais como, união ($A \cup B$), intersecção ($A \cap B$) e complemento ($\neg A$) para conjuntos nebulosos são definidas do seguinte modo:

$$\mu_{A \cup B}(u) = \mu_A(u) s \mu_B(u) \quad (A5.3)$$

$$\mu_{A \cap B}(u) = \mu_A(u) t \mu_B(u) \quad (A5.4)$$

$$\mu_{\neg A}(u) = 1 - \mu_A(u) \quad (A5.5)$$

Onde t é uma norma triangular (norma-t) e s , uma co-norma triangular (norma-s). Uma norma triangular é uma função $t: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ tal que, $\forall x, y, z, w \in [0,1]$:

$$(1) \quad x t w \geq y t z, \text{ se } x \geq y, w \geq z$$

$$(2) \quad x t y = y t x$$

$$(3) \quad (x t y) t z = x t (y t z)$$

$$(4) \quad x t 0 = 0 \quad \text{e} \quad x t 1 = x$$

Uma co-norma triangular é uma função $s: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ satisfazendo as propriedades 1 a 3 acima e ainda:

$$(4) \quad x \text{ s } 0 = x \quad \text{e} \quad x \text{ t } 1 = 1$$

Exemplos de normas-t incluem o mínimo ($\wedge$) e o produto algébrico ($\cdot$), e de normas-s, o máximo ($\vee$) e a soma limitada ($\oplus$).

Se $A_1, A_2, \dots, A_n$ são conjuntos nebulosos em $U_1, U_2, \dots, U_n$ respectivamente, uma relação nebulosa n-ária é um conjunto nebuloso em $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ expresso da seguinte maneira:

$$R = \{[(u_1, \dots, u_n), \mu_R(u_1, \dots, u_n)] / (u_1, \dots, u_n) \in U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n\} \quad (A5.6)$$

Se R e P são relações nebulosas em $U \times V$ e $V \times W$ respectivamente, a composição de R e P é uma relação denotada por $R \circ P$ definida por:

$$R \circ P = \{[(u, w), \sup_v (\mu_R(u, v) \text{ t } \mu_P(v, w))]; u \in U, v \in V, w \in W\} \quad (A5.7)$$

Para expressar conceitos é muito comum o uso de elementos qualitativos ao invés de quantitativos. Elementos típicos incluem “mais ou menos”, “alto”, “baixo” etc. Estas idéias são capturadas pela definição de variável lingüística. Uma variável lingüística tem por característica assumir valores dentro de um conjunto de termos lingüísticos, ou seja, palavras ou frases. Assim, ao invés de assumir instâncias numéricas, uma variável lingüística assume instâncias lingüísticas. Por exemplo, uma variável lingüística *Velocidade* poderá assumir como valor um dos membros do conjunto $\{baixa, média, alta\}$. Para se atribuir um significado aos termos lingüísticos, associa-se cada um destes a um conjunto nebuloso definido sobre um universo de discurso comum. Isto pode ser observado na figura A5.2.

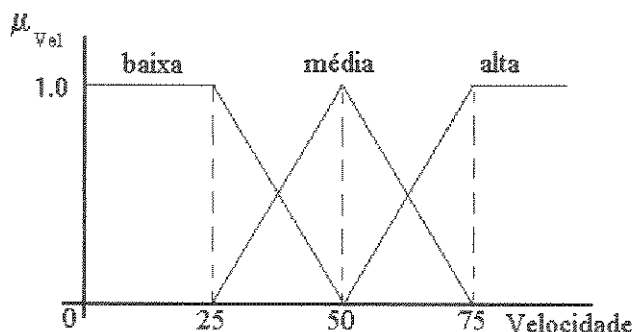


Figura A5.2 - Variável Lingüística *Velocidade*.

A forma mais comum de expressar o conhecimento é por meio de regras do tipo condição - ação. Nestas, um conjunto de condições descrevendo uma parcela observável das saídas do processo é associado com uma ação de controle que irá manter ou levar o processo às condições de operação desejadas. Tipicamente, uma condição é uma proposição lingüística (envolvendo variáveis lingüísticas) sobre o valor de alguma das variáveis de entrada, como por exemplo, *o erro é grande e positivo*. De modo análogo, uma típica ação de controle é uma descrição lingüística, como por exemplo, *aumente um pouco a velocidade*. A idéia geral é representar o conhecimento por meio de um conjunto de regras nas quais as condições são dadas a partir de um conjunto de termos lingüísticos associados às variáveis de entrada/saída do processo (que são entradas do controlador/modelo). As ações (de controle) ou as saídas (modelo) são expressas de modo similar para cada variável de controle (saída). Regras do tipo se-então são freqüentemente chamadas de declarações condicionais nebulosas, ou simplesmente, regras nebulosas. Dependendo do propósito ser controle ou modelagem, podem ser chamadas ainda de regras de controle ou de modelagem nebulosas.

Uma regra nebulosa como a seguinte:

Se (x é A_i e y é B_i) então (z é C_i)

é interpretada como uma relação nebulosa R_i , definida como:

$$\mu_{R_i} = \mu_{(A_i \text{ and } B_i \rightarrow C_i)}(u, v, w) = [\mu_{A_i}(u) \text{ and } \mu_{B_i}(v)] \rightarrow \mu_{C_i}(w) \quad (\text{A5.8})$$

onde: (A_i and B_i) é um conjunto nebuloso $A_i \times B_i$ em $U \times V$, $R_i = (A_i \text{ and } B_i) \rightarrow C_i$ é uma relação nebulosa em $U \times V \times W$ e $\rightarrow$ denota o operador nebuloso de implicação.

Considerando regras do tipo $A \rightarrow B$, exemplos do operador nebuloso de implicação incluem:

$$\mu_{R_c}(u, v) = \mu_A(u) \wedge \mu_B(v) \quad (\text{A5.9})$$

$$\mu_{R_p}(u, v) = \mu_A(u) \cdot \mu_B(v) \quad (\text{A5.10})$$

Em um sistema nebuloso (representando um modelo ou um controlador), cada regra nebulosa é representada por uma relação nebulosa. O comportamento do sistema é caracterizado pelo conjunto das relações nebulosas associadas às regras. O sistema como um todo será então representado por uma única relação nebulosa que é a combinação de todas as relações nebulosas provenientes das diversas regras. Esta combinação envolve um operador de agregação de regras:

$$R = \text{agreg}(R_1, R_2, \dots, R_n) \quad (\text{A5.11})$$

Usualmente, o operador de agregação é interpretado com um operador de união (utilizando a operação *max*), embora exista uma ampla classe de operadores de agregação.

Em lógica nebulosa, uma importante regra de inferência é decorrente do modus ponens generalizado:

Fato:	$x \text{ é } A'$
Regra:	<u>$\text{se } (x \text{ é } A) \text{ então } (y \text{ é } B)$</u>
Consequência:	$y \text{ é } B'$

Esta regra de inferência é interpretada pela lei de inferência composicional, sugerida por Zadeh. Nesta abordagem, uma regra nebulosa *se x é A então y é B* , escrita resumidamente como $A \rightarrow B$, é primeiramente transformada em uma relação nebulosa $R_{A \rightarrow B}$. Por exemplo:

$$\mu_{R_{A \rightarrow B}}(u, v) = \min(\mu_A(u), \mu_B(v)); u \in U, v \in V \quad (\text{A5.12})$$

onde: *min* é o operador de implicação.

Dado um fato $x \text{ é } A'$ (ou simplesmente A') e uma regra $A \rightarrow B$, a lei de inferência composicional de Zadeh diz que:

$$B' = A' \circ R_{A \rightarrow B} \quad (\text{A5.13})$$

$$\mu_{B'}(v) = \max_u \{ \min(\mu_{A'}(u), \mu_{R_{A \rightarrow B}}(u, v)) \} \quad (\text{A5.14})$$

Esta é a regra de inferência max-min, cuja interpretação gráfica é mostrada na figura 6.4, onde a intersecção é interpretada pela t-norma *min* e a projeção em V pelo operador *max*. Esta regra é constituída basicamente de duas etapas: intersecção da extensão cilíndrica de A' , $\overline{A'}$ com $R_{A \rightarrow B}$, e a projeção desta intersecção em V.

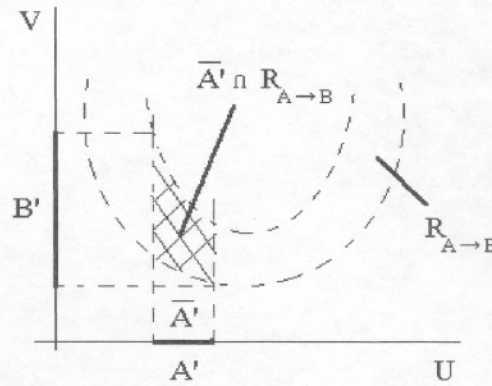


Figura A5.3 - Regra de Inferência Composicional.

Esta regra é expressa por:

$$\mu_{B'}(v) = \sup_u \{ \mu_{A'}(u) \wedge \mu_{R_{A \rightarrow B}}(u, v) \} \quad (\text{A5.15})$$

Quando mais de uma regra é acionada, as contribuições das diversas regras, após a inferência, são combinadas pelo operador de agregação. Por exemplo, supondo-se que $B'_1, \dots, B'_n$ são os resultados derivados das diversas regras acionadas, todos relacionados com a mesma variável lingüística, o resultado combinado B' é:

$$B' = \bigcup_i^n B'_i \quad (\text{A5.16})$$

onde: $\bigcup$ representa o operador agregação (união, por exemplo).

A Figura A5.4 ilustra o processo de inferência max-min quando existem duas regras $A_i \rightarrow B_i$ e $A_j \rightarrow B_j$. A' é o fato de entrada, representado como um conjunto nebuloso.

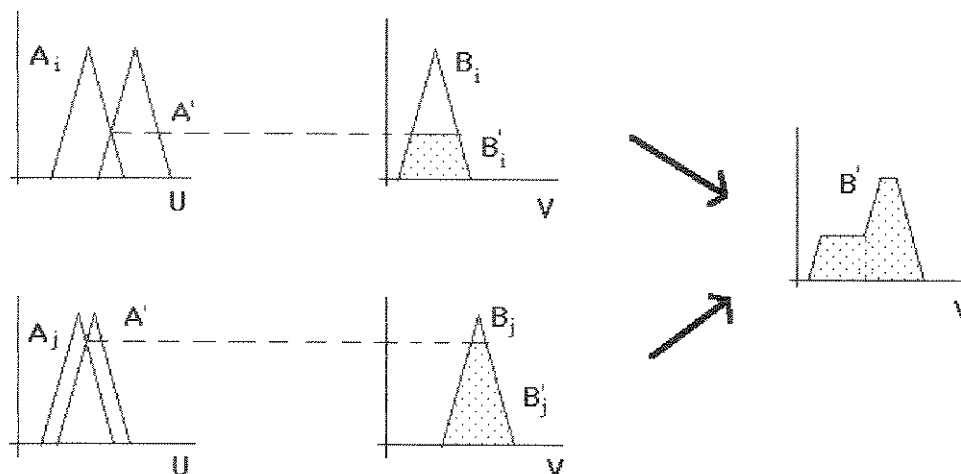


Figura A5.4 - Mecanismo de Inferência Nebulosa.

A5.3 Sistemas de Controle Nebulosos

A idéia básica do controle nebuloso é modelar as ações a partir de conhecimento especialista, ao invés de, necessariamente, modelar o processo em si. Isso leva a uma abordagem diferente dos métodos convencionais de controle de processos, onde os mesmos são desenvolvidos via modelagem matemática dos processos, de modo a derivar as ações de controle como função do próprio processo. A motivação para esta nova abordagem veio de casos onde o conhecimento especialista de controle era disponível, seja por meio de operadores ou de projetistas, e os modelos matemáticos envolvidos eram muito custosos, ou muito complicados para serem desenvolvidos.

A estrutura de um processo controlado por um controlador nebuloso é mostrada na figura A5.5, enfatizando-se seus componentes básicos: a interface de fuzzyficação, a base de conhecimento, a base de dados, o processo, o procedimento de inferência e a interface de defuzzyficação.

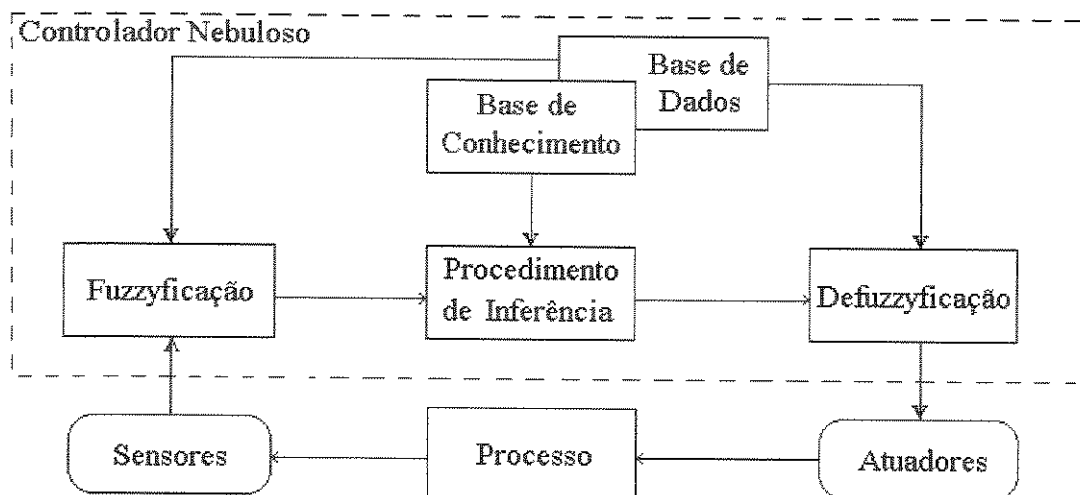


Figura A5.5 - Estrutura Básica de um Controlador Nebuloso.

A interface de fuzzyficação toma os valores das variáveis de entrada, faz um escalonamento para condicionar os valores a universos de discurso normalizados e fuzzyfica os valores, transformando números em conjuntos nebulosos, de modo que possam se tornar instâncias de variáveis lingüísticas.

A base de conhecimento consiste de uma base de regras, caracterizando a estratégia de controle e suas metas.

A base de dados armazena as definições necessárias sobre discretizações e normalizações dos universos de discurso, as partições nebulosas dos espaços de entrada e saída e as definições das funções de pertinência.

O procedimento de inferência processa os dados nebulosos de entrada, junto com as regras, de modo a inferir as ações de controle nebulosas, aplicando o operador de implicação nebuloso e as regras de inferência da lógica nebulosa.

A interface de defuzzyficação transforma as ações de controle nebulosas inferidas em ações de controle não-nebulosas. Em seguida, efetua um escalonamento, de modo a compartilhar os valores normalizados vindos do passo anterior com os valores dos universos de discurso reais das variáveis.

Após a inferência da ação de controle nebulosa, é necessária a determinação de uma ação de controle não-nebulosa que melhor represente a decisão nebulosa, para ser enviada ao controle. Apesar de não haver nenhum procedimento sistemático para a escolha da estratégia de defuzzyficação, as mais comuns incluem: o critério do máximo (MAX), que escolhe o ponto onde a função inferida tem seu máximo, a média dos máximos (MDM), que representa o valor médio dentre todos os pontos de máximo quando existe mais de um máximo e o método do centro de área (CDA), que retorna o valor do centro da área inferida.

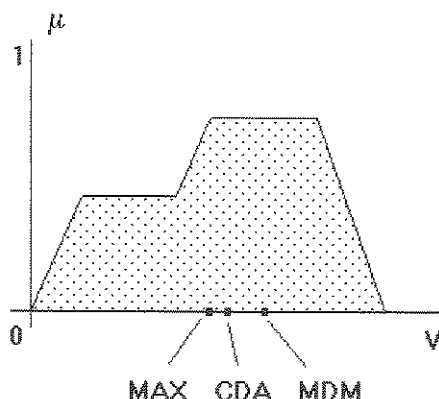


Figura A5.6 - Métodos de Defuzzyficação.

A5.4 Redes Neurais Artificiais - TURBAN (1992)

Uma rede neural artificial é um modelo que emula uma rede biológica, através da utilização extremamente limitada de concepções dos sistemas neurais biológicos. Um exemplo típico desta limitação é o fato de que os neurônios artificiais possuem seu funcionamento à base de amplitude de pulsos enquanto que, os neurônios biológicos utilizam a variação de frequência de pulsos (menos sujeita a ruídos).

Estas concepções são utilizadas para a implementação de simulações em softwares de processamento paralelo, envolvendo elementos interconectados em rede.

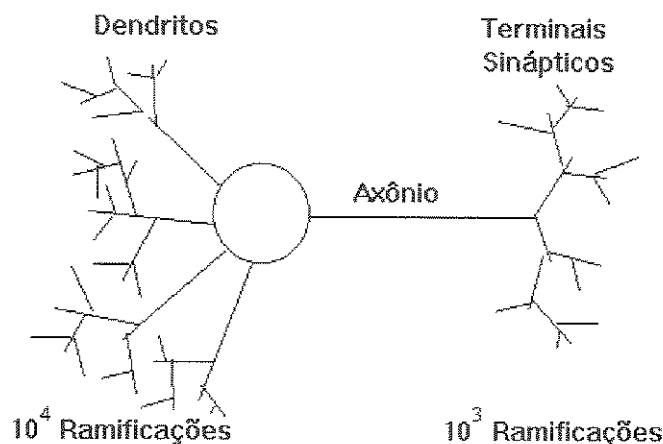


Figura A5.7 - Esquema de um Neurônio Biológico.

A5.5 Fundamentos de Redes Neurais Artificiais

A rede artificial é composta por elementos de processamento, organizados de diferentes modos na estrutura da rede. Estes elementos de processamento são chamados de neurônios artificiais. Cada neurônio recebe sinais de entrada, processa-os e devolve um sinal de saída.

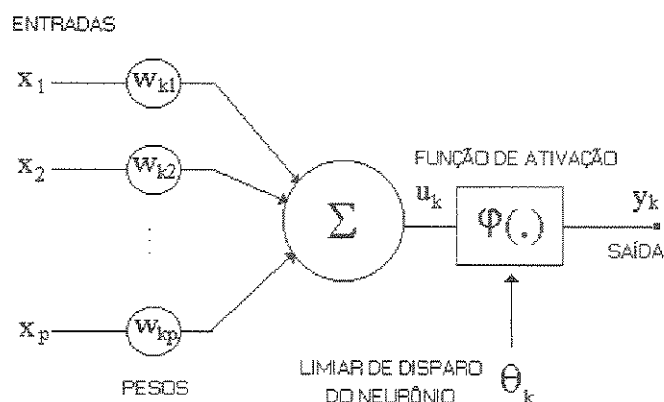


Figura A5.8 - Modelo de um Neurônio Artificial.

onde: x_j são os sinais de entrada do neurônio, w_{kj} são os pesos sinápticos do neurônio k , u_k é a saída do combinador linear, $\phi(.)$ é a função de ativação do neurônio k e y_k é a saída do neurônio k .

Os pesos são os elementos chaves da rede, pois expressam a importância relativa de cada entrada do neurônio. São expressos em valores numéricos, podendo assumir valores positivos (excitando o neurônio) ou negativos (inibindo o neurônio), e é através de repetitivos ajustes em seus valores que ocorre o aprendizado da rede.

A saída do combinador linear encontra a média ponderada das várias entradas de cada neurônio, multiplicando cada entrada por seu peso e totalizando-as em uma soma. Assim, para vários neurônios:

$$u_k = \sum_{j=1}^p w_{kj} x_j \quad (\text{A5.17})$$

A saída do combinador linear computa os estímulos internos, ou os níveis de ativação dos neurônios. Baseado nestes níveis, o neurônio pode ou não produzir uma saída, pois a relação entre o nível de ativação interna e a saída pode ou não ser linear. Muitas relações são representadas por uma função de ativação, cuja proposta é modificar o nível de saída para um valor razoável entre 0 e 1. Isto ocorre antes que a saída atinja um outro nível de neurônios, ou apenas na saída final da rede, evitando que o valor da saída seja muito grande. A função de ativação pode ser de diferentes tipos, sendo que, inicialmente foi utilizada a função degrau. Hoje, as funções mais utilizadas são a tangente hiperbólica, a gaussiana e a sigmóide. A saída da rede é obtida por:

$$y_k = \varphi (u_k - \theta_k) \quad (\text{A5.18})$$

A rede é composta por um conjunto de neurônios artificiais agrupados em camadas. De modo análogo às redes biológicas, uma rede artificial pode ser organizada de diferentes maneiras (topologias), isto é, os neurônios podem ser interconectados de diferentes modos, mas há três arquiteturas básicas: redes em camadas, redes recorrentes e redes reticuladas.

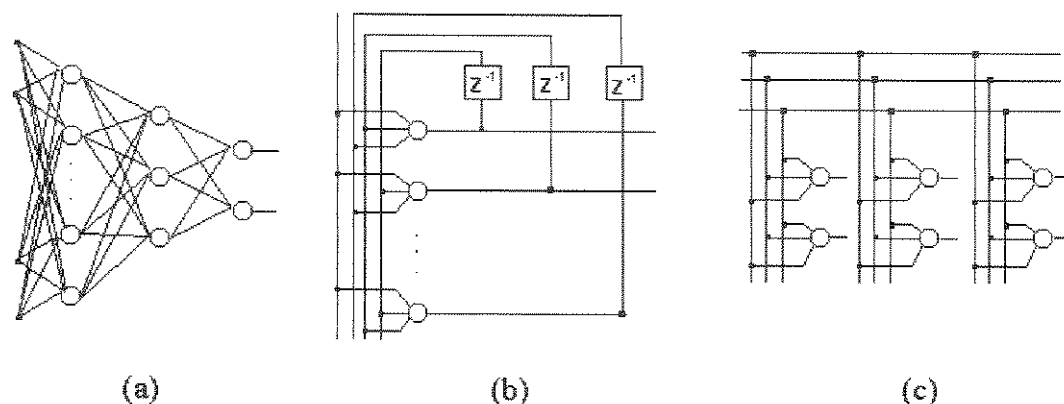


Figura A5.9 - Arquiteturas Básicas de Redes: (a) Redes em Camadas, (b) Redes Recorrentes e (c) Redes Reticuladas.

No processamento de informações, muitos neurônios estão ativos ao mesmo tempo. Este processamento paralelo assemelha-se ao cérebro biológico ao contrário do processamento convencional que é seriado.

O aprendizado da rede é um processo no qual os parâmetros livres da rede são afetados pela estimulação contínua causada pelo ambiente no qual a rede está inserida. O tipo de aprendizado é determinado pela maneira pela qual os parâmetros são alterados. O processo de aprendizado envolve basicamente três etapas: computar as saídas da rede, comparar as saídas com as respostas desejadas e ajustar os pesos, repetindo o processo até que o erro seja admissível. Um conjunto bem definido de regras para a minimização do erro, ou obtenção dos ajustes dos pesos, é denominado algoritmo de aprendizagem e a maneira pela qual o ambiente influencia a rede em seu aprendizado define o paradigma de aprendizagem para o sistema completo. Como exemplos de algoritmos de aprendizagem, têm-se a Lei de Hebb, Algoritmos Competitivos e Algoritmos de *back-propagation* e, exemplos de paradigmas, aprendizado supervisionado e não supervisionado, ou auto-organizado (neste caso, o são utilizados algoritmos competitivos). Deve ser observado que a escolha da estrutura da rede e das condições iniciais é muito importante, pois determinam o tempo necessário para o aprendizado (treinamento).

Referências Bibliográficas

DUGOFF, H. et al. An analysis of tire traction properties and their influence on vehicle dynamic performance. *SAE Transactions*, vol. 78, Paper n. 700377, p. 1219 - 1243, 1970.

EL GINDY, M., ILOSVAI, L. Vehicle stability during braking maneuvers. *International Journal of Vehicle Design*, vol. 1, n. 3, p. 231 - 238, 1980.

HUSTON, J. C. et al. Three wheeled vehicle dynamics. *SAE Transactions*, vol. 91, Paper n. 820139, p. 591 - 604, 1982.

BARTO, A. G. et al. Neuronlink adaptive elements that can solve difficult learning control problems. *IEEE Trans. Syst. Man Cyber...*, vol. SMC 13, n. 5, p. 834 - 846, 1983.

WARNECKE, H. J., SCHULER J. *Handbook of industrial robotics*. John Wiley & Sons Inc., 1985. Cap. 59: Mobile robots applications, p. 1002 - 1010, 1985.

FURUSHO, J., MASUBUCHI, M. Control of a dynamical biped locomotion system for steady walking. *Transactions of ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 108, n. 2, p. 111 - 118, 1986.

LEE, T., SHIH, C. Real time computer control of a quadruped walking robot. *Transactions of ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 108, n. 4, p. 346 - 353, 1986.

FURUSHO, J., MASUBUCHI, M. A theoretically motivated reduced order model for the control of dynamic biped locomotion. *Transactions of ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 109, n. 2, p. 155 - 163, 1987.

CANALE, A. C., *Automobilística: dinâmica e desempenho*, Livros Érica Editora Ltda., 1989, 125p.

KUMAR, V. R., WALDRON K. J. Adaptive gait control for a walking robot. *Journal of Robotic Systems*, 6(1), p. 49 - 76, 1989.

CHANG, C., LEE, T. Stability analysis of three and four wheel vehicles. *JSME International Journal*, serie III, vol. 33, n. 4, p. 567 - 574, 1990.

FU, L., LIU, D. An efficient algorithm for finding a collision-free path among polyhedral obstacles. *Journal of Robotic Systems*, 7(1), p. 129 - 137, 1990.

NAGATA, S. et al. Mobile robot control by a structured hierarchical neural network. *IEEE Control Systems Mag*, vol. 10, n. 3, p. 69 - 76, 1990.

COZMAN, Fabio. Gagliardi.. *Controlador de trajetória para o robô móvel Ariel - solução de controle ótimo*. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1991. Dissertação de mestrado, 1991, 180p.

FENG, D., KROGH, B. H. Dynamic steering control of conventionally steered mobile robots. *Journal of Robotic Systems*, 8(5), p. 699 - 721, 1991.

GARDNER, J. F. Force distribution in walking machines over rough terrain. *Transactions of ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 113, n. 4, p. 754 - 758, 1991.

HOOTSMANS, N. A. M., DUBOWSKY, S. Large motion control of mobile manipulators including vehicle suspension characteristics. In: The 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Sacramento, California, 4, 1991, *Proceedings...*, p. 2336 - 2341, 1991.

McGEER, T. Passive dynamic biped catalogue, 1991. In: Second International Symposium on Experimental Robotics, Session 9 - Legged Locomotion, Toulouse, France, 6, 1991, *Proceedings...*, 1991.

SANO, A., FURUSHO, J. Realization of dynamic quadruped locomotion in pace gait by controlling walking cycle. In: of Second International Symposium on Experimental Robotics, Session 9 - Legged Locomotion, Toulouse, France, 6, 1991, *Proceedings...*, 1991.

WANG, L., TSAI, W. Collision avoidance by a modified least-mean-square error classification scheme for indoor autonomous land vehicle navigation. *Journal of Robotic Systems*, 8(5), p. 677 - 698, 1991.

WICKENS, A. H. Dynamics of actively guided vehicles. *Vehicle System Dynamics*, vol. 20, p. 219 - 242, 1991.

BEOM, H. R., CHO, H. S. A sensor-based obstacle avoidance controller for a mobile robot using fuzzy logic and neural network. In: International Conference of Intelligent Robots and Systems - Raleigh, NC, 7, 1992, *Proceedings...*, p. 1470 - 1475, 1992.

BLAJER, W., SCHIEHLEN, W. Walking without impacts as a motion / force control problem. *Transactions of ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 114, n. 4, p. 660 - 665, 1992.

CHENG, R. M. H., RAJAGOPALAN, R. Kinematics of automatic guided vehicles with an inclined steering column and an offset distance: criterion for existence of inverse kinematic solution. *Journal of Robotic Systems*, 9(8), p. 1059 - 1081, 1992.

FOGLE, R. F., HECKENDORN, F. M. Teleoperated equipment for emergency response applications at the Savannah River Site. *Journal of Robotic Systems*, 9(2), p. 169 - 185, 1992.

TURBAN, E. *Expert systems and applied artificial intelligence*, Macmillan Inc., 1992.

BARES, J. E., WHITTAKER, W. L. Configuration of autonomous walkers for extreme terrain. *The International Journal of Robotics Research*, vol. 12, n. 6, p. 535 - 559, 1993.

CHANG, T., HURMUZLU, Y. Sliding control without reaching phase and its application to bipedal locomotion. *Transactions of ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 115, n. 3, p. 447 - 455, 1993.

MAKINO, T. Study on hunting reduction of an automated guided vehicle. *JSME International Journal*, serie C, vol. 36, n. 3, p. 368 - 374, 1993.

MORANDIN Jr, O., PORTO, A J. V. Projeto e construção de um AGV de baixo custo para sistemas flexíveis de manufatura. In: XII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, 12, 1993, Brasília, Brasil, *Proceedings...*, p. 377 - 380, 1993.

RILEY, W. F., STURGES, L. D. *Engineering Mechanics - Dynamics*. John Wiley & Sons, Inc., 1993, 567p.

KREYSZIG, E. *Advanced Engineering Mathematics*. Seventh Edition, John Wiley & Sons, Inc., 1993, Cap. 4: Systems of differential equations, phase plane, stability, p. 152 - 196.

CHANG, C., DING, D. Theoretical stability analyses of the cornering of three and four wheel vehicles. *International Journal of Vehicle Design*, vol. 15, ns. 3/4/5, p. 301 - 317, 1994.

GAT, E. et al. Behavior control for robotic exploration of planetary surfaces. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 10, n. 4, p. 490 - 503, 1994.

GOMIDE, F. A. C., GUDWIN, R. R. Modelagem, controle, sistemas e lógica fuzzy. *Controle & Automação*, vol. 4, n. 3, p. 97 - 115, 1994.

GRISHIN, A. A. et al. Dynamic walking of a vehicle with two telescopic legs controlled by two drives. *The International Journal of Robotics Research*, vol. 13, n. 2, p. 137 - 147, 1994.

OKELLO, J. A. et al. The tractive performance of rubber tracks and a tractor driving wheel tire as influenced by design parameters. *Journal of Agricultural Engineering Research*, vol. 59, p. 33 - 43, 1994.

ZAPATA, R. et al. Reactive behaviors of fast mobile robots. *Journal of Robotic Systems*, 11(1), p. 13 - 20, 1994.

ZHANG, S. J. et al. The mechanics of parallel mechanisms and walking machines. *Proceedings of Institution of Mechanical Engineers - Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 208, p. 367 - 377, 1994.

BAXTER, J. W., BUMBY, J. R. Fuzzy control of a robotic vehicle. *Proceedings of Institution of Mechanical Engineers.- Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, vol. 209, p. 79 - 91, 1995.

BEOM, H. R., CHO, H. S. A sensor-based navigation for a mobile robot using fuzzy logic and reinforcement learning. *IEEE Trans. Syst. Man Cyber...*, vol. 25, n. 3, p. 464 - 477, 1995.

BORENSTEIN, J. Control and kinematic design of multi-degree-of-freedom mobile robots with compliant linkage. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 11, n. 1, p. 21 - 35, 1995.

RAMAN, A., et al. Overturning stability of three wheeled motorized vehicles. *Vehicle System Dynamics*, (24), p. 123 - 144, 1995.

WALDRON, K. J. Terrain adaptive vehicles. *Transactions of ASME - Special 50th Anniversary Design Issue*, vol. 117, p. 107 - 112, 1995.

XIDING, Q. et al. Analysis of the dynamics of six-legged vehicle. *The International Journal of Robotics Research*, vol. 14, n. 1, p. 1 - 8, 1995.