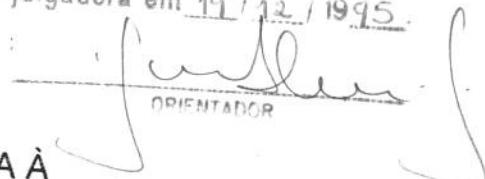


**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO**

Este exemplar corresponde a redação final  
da tese defendida por Francisco de  
Assis Ferreira Noronha e aprovada  
pela comissão julgadora em 19/12/1995.

  
Francisco de Assis Ferreira Noronha  
ORIENTADOR

**DISSERTAÇÃO APRESENTADA À  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMO REQUISITO PARCIAL PARA A OBTENÇÃO DO  
TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA DE PETRÓLEO**

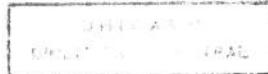
**BOMBEAMENTO HIDRÁULICO A JATO  
COM SUCÇÃO BIFÁSICA**

AUTOR: FRANCISCO DE ASSIS FERREIRA NORONHA  
ORIENTADOR: PROF. DR. FERNANDO DE ALMEIDA, FRANÇA  
CO- ORIENTADOR: PROF. DR. FRANCISCO JOSÉ S. ALHANATI

  
f. s.

N789b  
30781/BC

DEZEMBRO DE 1995



DADE BC  
CHAMADA:  
UNICAMP  
789 b  
Ex  
120 BG/30781  
03 281)97  
C  D   
ECO R\$ 11,00  
ATA 14/06/97  
CPD

CM-00098469-6

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

N789b

Noronha, Francisco de Assis Ferreira  
Bombeamento hidráulico a jato com sucção bifásica /  
Francisco de Assis Ferreira Noronha.--Campinas, SP:  
[s.n.], 1995.

Orientador: Fernando de Almeida França.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

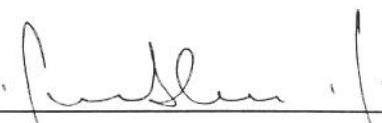
1. Engenharia do petróleo. 2. Poços de petróleo. 3.  
Escoamento bifásico. 4. Bombas hidráulicas. I. França,  
Fernando de Almeida. II. Universidade Estadual de  
Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

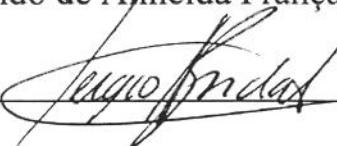
A dissertação “Bombeamento Hidráulico a Jato Com Sucção Bifásica”, elaborada por Francisco de Assis Ferreira Noronha foi aceita pela Subcomissão de Pós-Graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 19 de dezembro de 1995

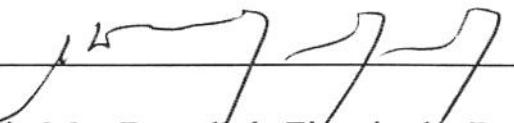
Banca Examinadora:



Fernando de Almeida França, Ph.D.



Sérgio Nascimento Bordalo, Ph.D.



Antônio Mac Dowell de Figueiredo, Dr. Ing.

## **DEDICATÓRIA**

À MINHA ESPOSA  
NORMA  
E MEUS PAIS  
SANTIAGO E DUQUEZA

## AGRADECIMENTOS

Aos Drs. Fernando de Almeida França e Francisco José Soares Alhanati pela orientação e apoio ao longo deste trabalho.

À Dra. Cristina Cunha pelos valiosos esclarecimentos.

Aos colegas da Petrobrás do curso de mestrado e da E & P RN-CE, especialmente ao engenheiro Esmeraldo, pela colaboração e estímulo.

Aos professores e funcionários da Unicamp pela dedicação e presteza.

À Petróleo Brasileiro S.A por todo o apoio e suportes recebidos.

E aos demais amigos que muito me incentivaram ao longo dessa caminhada.

## RESUMO

Um modelo matemático foi desenvolvido para previsão e análise de desempenho de bombas hidráulicas a jato com sucção bifásica. Baseado na fenomenologia do escoamento, o modelo descreve o processo do escoamento no bocal, sucção e garganta-difusor do equipamento. As equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia são aplicadas, em uma formulação unidimensional, ao escoamento de misturas consideradas homogêneas. O modelo desenvolvido difere dos disponíveis para bombeamento de misturas bifásicas, por considerar os efeitos da compressibilidade da fase gasosa.

Os dados experimentais levantados por Jiao (1988), testando modelos industriais de bombas a jato, na Universidade de Tulsa, foram utilizados para calibrar o modelo, gerando valores adequados para os coeficientes de dissipação implícitos nas equações.

Os valores para estes coeficientes de dissipação foram obtidos com a minimização do desvio médio quadrático entre os valores medidos e calculados do parâmetro adimensional representativo do ganho de pressão dos fluidos succionados.

## ABSTRACT

A mathematical model was developed to predict and analyze the performance of hydraulic jet pumps, when pumping two-phase mixtures. Based on the phenomenology of the flow, the model describes the flow through the nozzle, the suction and the throat-diffuser of the device. Equations for the conservation of mass, momentum and energy are applied to a homogeneous flow, in a one-dimensional approach. The developed model takes into account the effects of the compressibility of the gas phase flowing throughout the pump.

Experimental data collected by Jiao (1988), while testing industrial jet pumps at the University of Tulsa, were used to calibrate the model, generating the dissipative coefficients implicit in the equations.

The adequate values for the coefficients were obtained by minimizing the squared deviation between the measured and the calculated values of the dimensionless parameter representing the pressure gain of the suctioned fluids.

## ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS.....	VIII
LISTA DE TABELAS.....	X
CAPÍTULO	
I. INTRODUÇÃO.....	1
II. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	7
III. MODELAGEM DO ESCOAMENTO NA BOMBA.....	19
3.1 - FENOMENOLOGIA DO ESCOAMENTO.....	19
3.2 - PREMISSAS BÁSICAS.....	25
3.3 - DESENVOLVIMENTO TEÓRICO.....	26
IV. DADOS EXPERIMENTAIS.....	36
V. AJUSTE E VERIFICAÇÃO DO MODELO.....	46
5.1 - AJUSTE.....	46
5.2 - VERIFICAÇÃO DO MODELO COM OS DADOS SELECIONADOS.....	71
5.3 - COMPARAÇÃO COM OUTROS MODELOS.....	76
VI. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	79
NOMENCLATURA.....	81
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	84

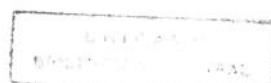
## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Esquema padrão de instalação do BHJ em um poço de petróleo.....	2
Figura 1.2 - Principais componentes de uma BHJ (esquemático).....	3
Figura 1.3 - Distribuição longitudinal de pressão no interior de uma bomba a jato(esquemático).....	4
Figura 2.1 - Comparação entre os resultados teóricos e experimentais (Gosline e O'Brien,1934).....	8
Figura 2.2 - Comparação dos resultados teóricos e experimentais de Cunningham(1974).....	9
Figura 2.3 - Curvas de desempenho de bombas a jato ( Petrie et al., 1983)...	10
Figura 2.4 - Comparação da formulação teórica com os dados experimentais ( Hongqi e Demao,1987).....	14
Figura 2.5 - Valores medidos versus calculados do parâmetro N (Jiao,1988)..	15
Figura 2.6 - Comparação de perfis longitudinais de pressão medidos e calculados ( Alhanati,1989).....	16
Figura 3.1 - Detalhe do escoamento nas diversas regiões de um BHJ.....	19
Figura 4.1 - Diagrama das facilidades de testes utilizadas por Jiao (1988)....	37
Figura 5.1 - Gráfico da equação III-8 com dados de Jiao (1988).....	47
Figura 5.2 - Gráfico da equação III-29 com o parâmetro $k_s = 0$ para o teste 01 do experimento de Jiao (1988).....	49
Figura 5.3 - Gráfico da equação III-46 com o parâmetro $k_s = 0$ na equação III-29 para o teste 01 do experimento de Jiao (1988).....	51
Figura 5.4 - Gráfico da variação da entropia total no choque de mistura, usando Witte (1969), no teste 08 do experimento de Jiao (1968).....	52
Figura 5.5 - Variação da velocidade do som com a fração de vazios em uma mistura homogênea água/ar, em condições padrão, segundo Wallis (1969)...	61

Figura 5.6 - Gráfico da equação III-53 com o parâmetro $k_{td} = 0.20$ e $k_s = 0$ na equação III-29 para o teste 01 do experimento de Jiao (1988).....	61
Figura 5.7 - Gráfico da equação III-8 para 123 testes do experimento de Jiao (1988).....	69
Figura 5.8 - Gráfico de $N_c$ versus $N_m$ para $k_n = 0.100$ , $k_s = 0$ , $k_{td} = 0.216$ (123 pontos).....	70
Figura 5.9 - Gráfico de $N_c$ versus $N_m$ para $k_n = 0.100$ , $k_s = 0$ , $k_{td} = 0.192$ (118 pontos).....	72
Figura 5.10 - Gráfico de $N_c$ versus $N_m$ para o modelo de Jiao (1988) com 118 pontos.....	76
Figura 5.11 - Gráfico de $N_c$ versus $N_m$ para o modelo de Petrie et al. (1983) com 118 pontos .....	77

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Classificação dos resultados disponíveis para BHJ.....	17
Tabela 4.1 - Dados experimentais levantados por Jiao (1988).....	40
Tabela 5.1 - Pressões na entrada da garganta e após o choque de mistura, com $k_s = 0$ (264 testes pré-selecionados).....	54
Tabela 5.2 - Números de Mach na succção e na garganta da bomba a jato e pressões $p_e$ e $p_2$ , com $k_s = 0$ (189 testes pré-selecionados).....	64
Tabela 5.3 - Coeficientes de dissipação publicados por Grupping et al. (1988).....	71
Tabela 5.4 - Valores calculados e medidos do parâmetro N e pressões calculadas ao longo da bomba após o processo final de minimização.....	73



## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

O bombeamento hidráulico a jato tem despertado nos últimos anos um grande interesse. É mais uma boa alternativa de método de elevação artificial na produção de petróleo em áreas remotas ( instalações submarinas, por exemplo ), poços desviados, ou na produção de reservatórios com fluidos de características complexas (altas viscosidades, componentes corrosivos, areia, parafina).

Devido ao elevado custo das intervenções em poços de petróleo, especialmente em áreas marítimas, é importante que os equipamentos de subsuperfície apresentem resistência, simplicidade, flexibilidade e facilidade de manutenção. E por apresentar todas essas qualidades, é que a aplicação do bombeamento hidráulico a jato (BHJ), especialmente nas condições citadas, leva vantagem em relação aos outros métodos de elevação.

A figura 1.1 mostra o esquema padrão de instalação do BHJ em um poço de petróleo. Um obturador e uma coluna de injeção são descidos internamente ao revestimento do poço. O obturador é assentado acima da zona produtora de óleo, vedando o espaço anular entre a coluna de injeção e o revestimento. Acima do obturador, na coluna de injeção, é instalado um conjunto de assentamento que permite o alojamento, vedação e fixação da bomba, bem como a intercomunicação da sua descarga com o espaço anular, por onde se dá o retorno do fluido motriz, juntamente com os fluidos succionados, à superfície.

Uma das vantagens deste tipo de instalação é que a manutenção pode ser feita sem a retirada da coluna de injeção do poço, bastando a retirada da bomba por circulação reversa ou, quando muito, através de uma unidade de arame. A reinstalação da bomba é feita também por bombeamento. Evita-se assim, o uso de sonda, reduzindo-se o custo da intervenção.

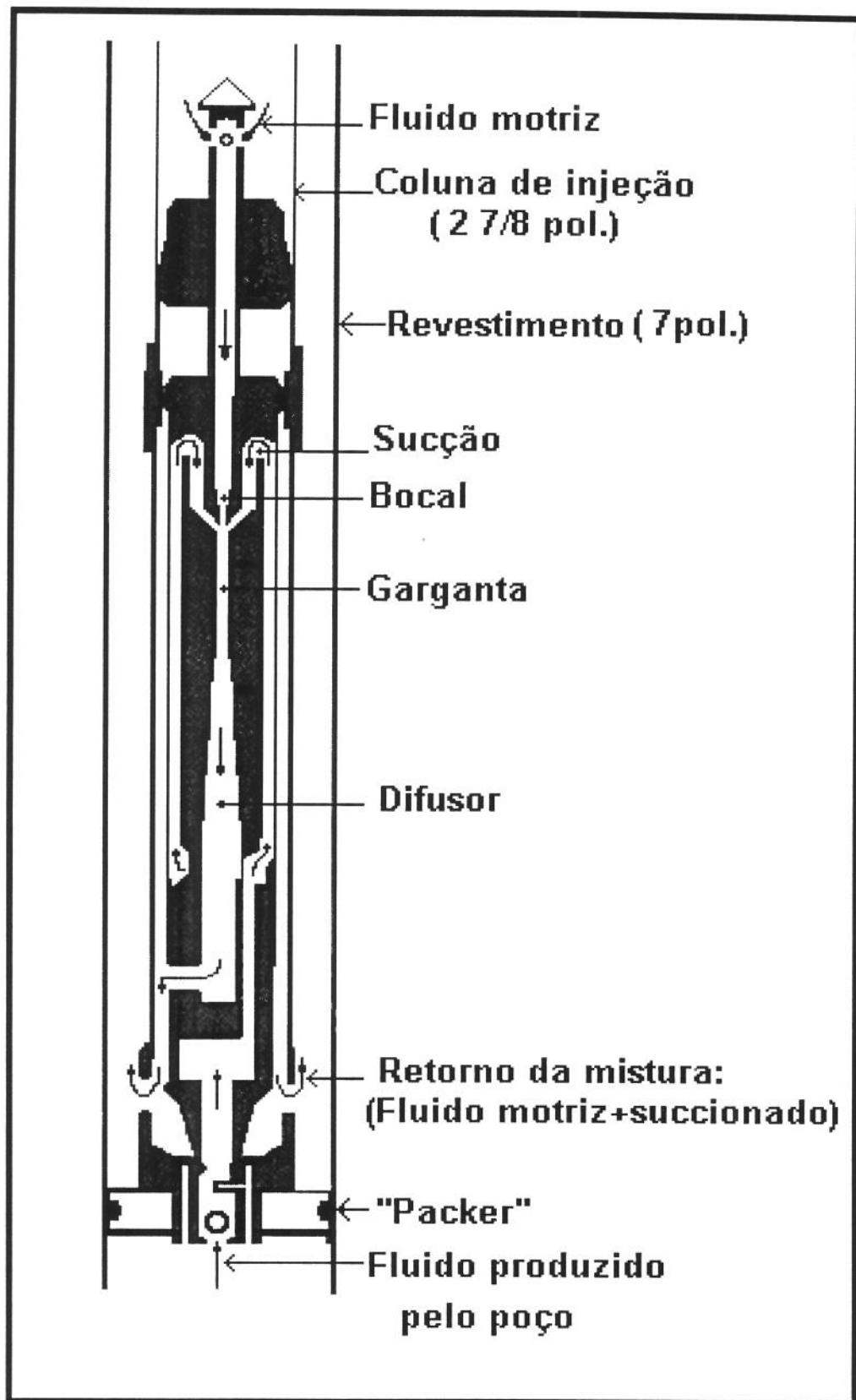
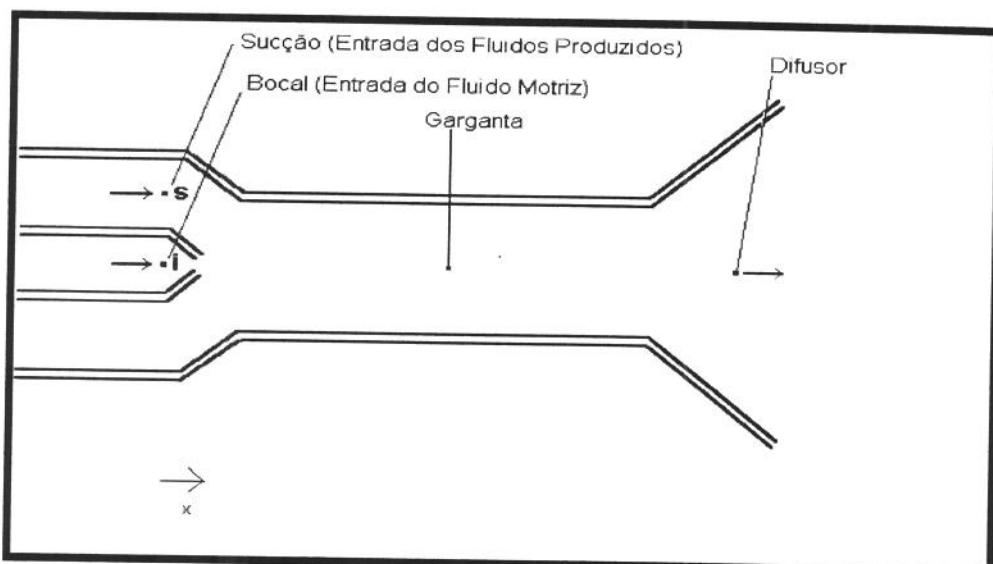


Figura 1.1 : Esquema padrão de instalação do BHJ em um poço de petróleo.

A bomba hidráulica a jato é, entretanto, pouco eficiente energeticamente. Apenas uma parte da energia cedida pelo fluido motriz, da ordem de 30%, se transforma, de fato, em ganho de energia dos fluidos succionados ( Cunningham, 1957; Alhanati, 1989 ).

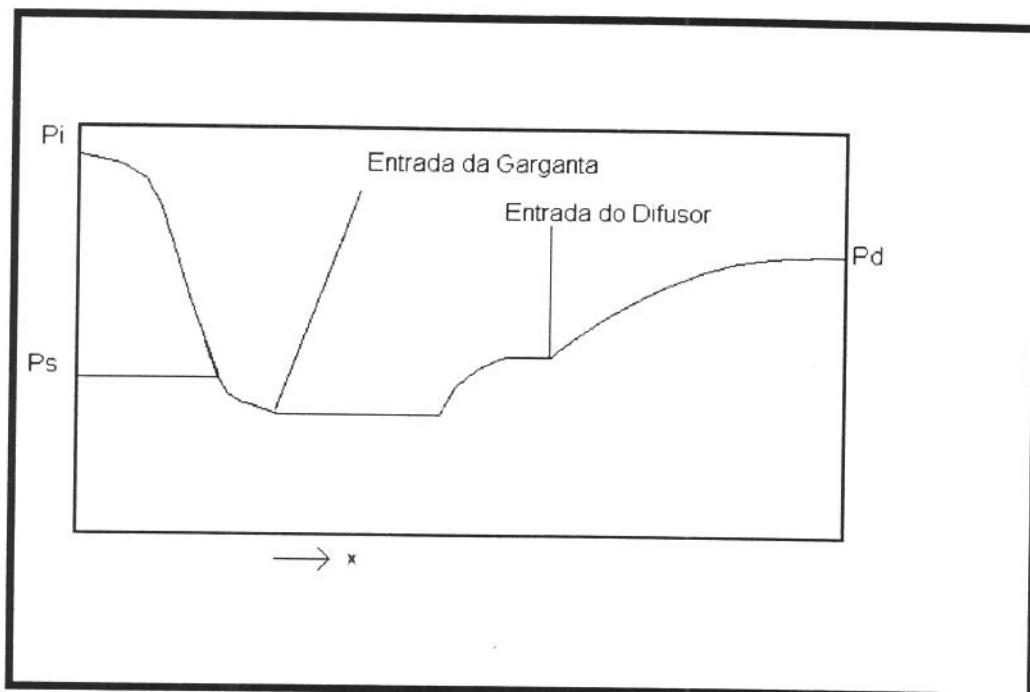
As figuras 1.2 e 1.3 mostram, de forma esquemática, os principais componentes de uma bomba a jato e a distribuição longitudinal de pressão no interior desta, respectivamente.



**Figura 1.2 : Principais componentes de uma BHJ (esquemático).**

O fluido motriz é injetado a uma pressão “ $P_i$ ” em um bocal “ $i$ ”, onde, devido o estrangulamento da área de passagem, sofre um processo de aceleração com consequente queda de pressão.

Devido à queda de pressão que acontece no bocal, os fluidos da sucção “ $s$ ”, que estão a uma pressão “ $P_s$ ”, são succionados e adentram, juntamente com o fluido motriz, em uma garganta. Nesta garganta, ocorre transferência de quantidade de movimento do fluido motriz para os fluidos succionados, quando se misturam. Este processo aparentemente determina a eficiência energética da bomba (Cunningham, 1974; Alhanati, 1989). A mistura adentra, então, em um difusor conjugado à saída da garganta, onde a energia cinética é transformada em energia de pressão. Após a recuperação de pressão a mistura deixa o difusor a uma pressão “ $P_d$ ”.



**Figura 1.3 : Distribuição longitudinal de pressão no Interior de uma bomba a jato (esquemático).**

Segundo Witte (1969), o principal fenômeno que ocorre na garganta é o choque de mistura (*mixing shock*). O jato motriz circundado pelos fluidos succionados adentram na garganta e o processo de mistura dos fluidos se inicia na periferia do jato (*jet flow*). Em um comprimento longitudinal finito, ocorre a transição do escoamento tipo *jet flow* para o escoamento dos fluidos já misturados, do tipo *em bolhas*. De acordo com o autor, aparentemente o jato central não atinge a parede da garganta antes que o choque de mistura ocorra. O gradiente de pressão no escoamento tipo jato é muito inferior a variação de pressão que ocorre no choque. Assim, basicamente, o choque de mistura é o fenômeno da variação brusca de pressão a que está sujeito um escoamento tipo *jet flow* quando há transição para um escoamento tipo *em bolhas*.

Se o choque de mistura ocorre de acordo com o postulado de Witte (1969), o ponto de pressão mínima ocorre na região da entrada de garganta. A partir daí, a pressão do escoamento varia muito pouco até o ponto onde ocorre o choque de mistura, quando há a transferência de quantidade de movimento do fluido motriz para os fluidos succionados. Tem-se como resultado um aumento repentino de pressão da mistura em um trecho finito do escoamento. Se o choque

de mistura ocorrer no interior da garganta, haverá uma redução de pressão no escoamento até a entrada do difusor, resultante da dissipação viscosa.

Ao sair da garganta, a mistura, então, adentra no difusor, tendo-se nesse trecho a conversão de energia cinética em energia de pressão, de forma gradual até a saída do difusor.

Embora já em 1933 houvesse publicação técnica (Gosline e O'Brien, 1933), descrevendo a operação de uma bomba a jato na elevação artificial em poços de petróleo, o primeiro protótipo só veio a ser instalado em 1970. A partir daí, cresceu bastante o número de instalações. Corteville et al. (1987) afirmaram que: "alguns milhares de poços de petróleo estão equipados com bombeio hidráulico a jato, principalmente nos Estados Unidos".

Apesar das *milhares* de bombas instaladas, atualmente não existe disponível uma modelagem de aplicação prática para bombeamento de misturas bifásicas. A exceção do modelo de Alhanati (1989), todos os outros disponíveis são para bombeamento com succção monofásica. Alguns destes modelos sugerem usar no bombeamento com succção multifásica, as mesmas equações deduzidas para o bombeamento com succção monofásica, fazendo-se algumas adaptações (apresentadas no capítulo II) que rigorosamente não apresentam nenhum suporte teórico. Por outro lado, o modelo de Alhanati (1989) tem solução complexa e sua validação experimental foi feita apenas para uma faixa estreita de condições operacionais. No ajuste e verificação do modelo, partiu inicialmente com um total de 19(dezenove) pontos operacionais, mas utilizou apenas 06(seis) para a sua validação. Além disso, os dados experimentais foram obtidos com um protótipo de bomba não industrial. Portanto, o modelo de Alhanati (1989) não é conveniente para inclusão em programas de dimensionamento e análise do método.

Além de uma modelagem teórica adequada, um dos principais fatores para boa previsão do desempenho de uma bomba a jato é a utilização de valores adequados para os coeficientes de dissipação implícitos nas equações de conservação de energia aplicadas ao escoamento no bocal, succção e garganta/difusor do equipamento. Diversos autores/fabricantes fornecem diferentes valores para estes coeficientes, determinados empiricamente através de testes em laboratório e/ou no campo.

No presente trabalho desenvolve-se um modelo matemático que tem por finalidade investigar os valores publicados para os coeficientes de dissipação. Ademais, oferece-se um conjunto de equações que descreve o escoamento ao longo das diversas partes de uma bomba a jato considerando, o bombeamento de misturas bifásicas desde a sucção. Tal conjunto de equações é fundamental no projeto de dimensionamento ou de verificação de desempenho em um sistema de bombeio hidráulico a jato, aplicado à elevação artificial na produção de petróleo. Esta proposição difere dos modelos disponíveis com sucção bifásica (Petrie et al., 1983 e Jiao, 1988) por apresentar equações próprias e adequadas ao escoamento de uma mistura bifásica na sucção. Considera, ainda, os efeitos da compressibilidade da fase gasosa, isto é, os trabalhos de expansão e compressão da mistura baseado em abordagem sugerida por Cunningham (1974).

O modelo desenvolvido foi verificado comparando-se os resultados com dados experimentais levantados por Jiao (1988), no âmbito dos Tulsa University Artificial Lift Projects (TUALP). O conjunto de dados experimentais contém 269 medições com uma bomba industrial.

A verificação do modelo foi feita através da comparação entre os ganhos de pressão dos fluidos succionados medidos e calculados. Os valores calculados foram determinados com o uso de coeficientes de dissipação que melhor se ajustaram ao modelo. O ajuste foi feito através da minimização do valor do erro médio quadrático entre os valores medidos e calculados do ganho de pressão adimensional.

Finalmente, foram feitas comparações de desempenho entre os resultados deste modelo e os fornecidos pelas abordagens sugeridas por Petrie et al. (1983) e por Jiao (1988).

## CAPÍTULO II

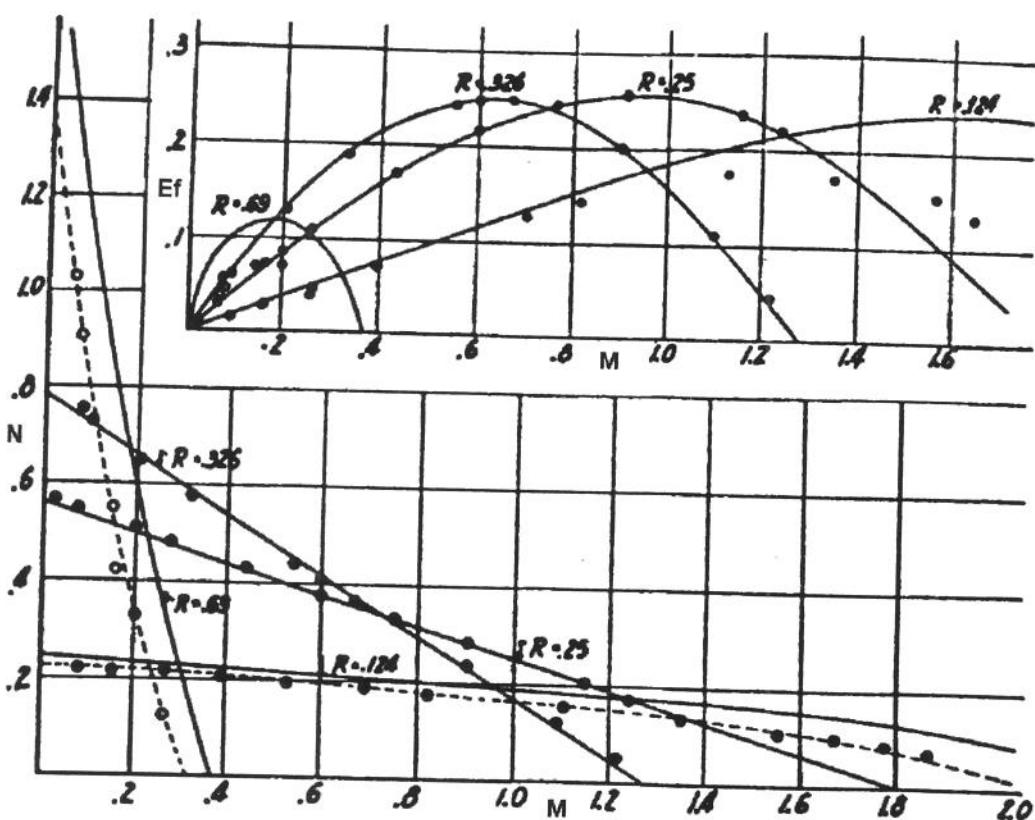
### REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O primeiro uso de bombas a jato é atribuído a James Thomson em 1852, na Inglaterra (Petrie, 1980), sendo que a teoria de bombeamento por ação de jatos foi desenvolvida por Rankine em 1870 (Gosline e O'Brien, 1934). Posteriormente, diversos pesquisadores, incluindo Hesse em 1904, Lorenz em 1910, Gibson em 1924, LeConte em 1926 e Bergeron em 1928, trabalharam no desenvolvimento da teoria de bombeamento a jato. Não havia, entretanto, naquela época, dados experimentais disponíveis para verificação destas equações (Gosline e O'Brien, 1934).

A partir da proposição de Lorenz em 1910, a abordagem teórica no equacionamento do escoamento em uma BHJ tornou-se muito similar (Gosline e O'Brien, 1934). Baseava-se na aplicação das equações da quantidade de movimento, energia e conservação da massa ao escoamento nos diversos componentes da bomba. Gosline e O'Brien (1934) utilizaram-se daquelas formulações para desenvolver procedimento para previsão de desempenho de bombas a jato. Tal procedimento vem sendo utilizado, desde então, por diversos autores, com algumas variações até os dias atuais.

As equações são escritas na forma adimensional para avaliar os fatores de desempenho de bombas a jato. Estes fatores, o ganho de pressão dos fluidos succionados ( $N$ , na forma adimensional) e a eficiência energética ( $E_f$ ) são expressos em função da razão de vazão entre os fluidos succionados e motriz ( $M$ ) e de um fator geométrico característico da bomba ( $R$  - razão entre as áreas do bocal e da garganta) e dos coeficientes de dissipação nas diversas partes da bomba. O procedimento foi comprovado experimentalmente em um programa de testes em laboratório. Gosline e O'Brien (1934) apresentaram curvas teóricas usando coeficientes de dissipação apropriados (ajustados ao modelo) e

compararam com os resultados experimentais. A figura 2.1 mostra as curvas originais dos autores.

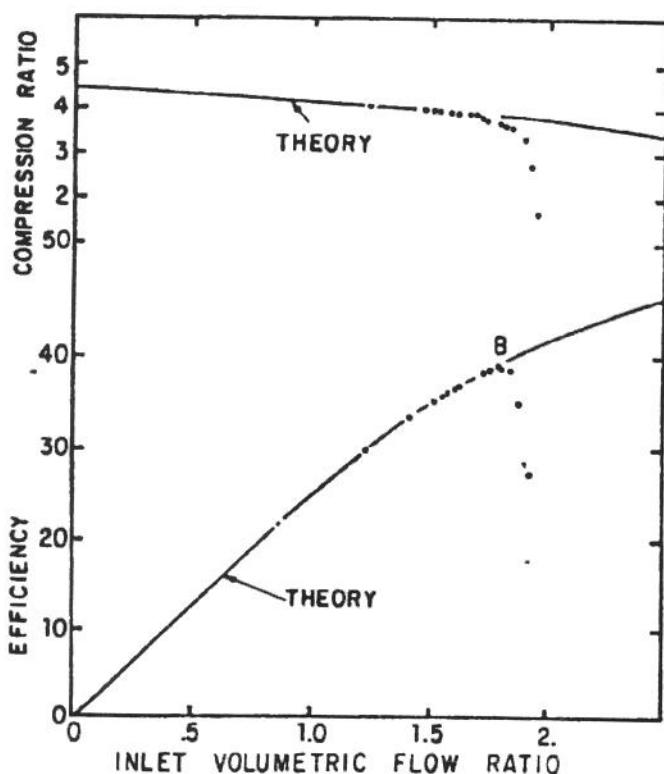


**Figura 2.1 : Comparação entre resultados teóricos e experimentais (Gosline e O'Brien, 1934).**

Utilizando a mesma abordagem teórica, Cunningham (1957) estudou a performance de bombas a jato com líquidos de alta viscosidade. Comparou a teoria com os resultados obtidos a partir de dados experimentais, levantados para diversas combinações de diâmetros de bocais, gargantas e espaçamento bocal-garganta (resultando em 8 bombas diferentes). Correlacionou os coeficientes de perdas de carga por atrito com os números de Reynolds do escoamento no bocal e na garganta, constatando que a eficiência de uma bomba é pouco influenciada pela viscosidade do fluido desde que se trabalhe com valores elevados de números de Reynolds ( $Re > 3800$ ). Abaixo deste valor (correspondente a maiores viscosidades para a mesma configuração de bomba e de vazão), a eficiência é bastante reduzida. Quanto ao espaçamento bico do bocal-entrada da garganta, notou existir um valor ótimo correlacionado com a razão de áreas bocal-garganta, mas esta correlação variava também com o comprimento da garganta.

Em estudo posterior, Cunningham (1974) utilizando metodologia similar, estudou a compressão de gás com um jato de líquido. Considerou os efeitos de compressão isotérmica do gás e da mistura. Ressaltou que no processo de mistura que ocorre na garganta a transferência de quantidade de movimento do líquido motriz é utilizada principalmente para comprimir o gás, em contraste com o bombeamento de líquido, onde a transferência de quantidade de movimento é utilizada principalmente para incrementar a energia cinética do fluido bombeado. Afirma também que a recuperação de pressão no difusor é significativamente diminuída, quando comparado com o bombeamento de líquido, pois em tal trecho, parcela da energia do líquido é utilizada na realização de trabalho de compressão sobre as bolhas de gás dispersas contidas na mistura homogênea líquido-gás.

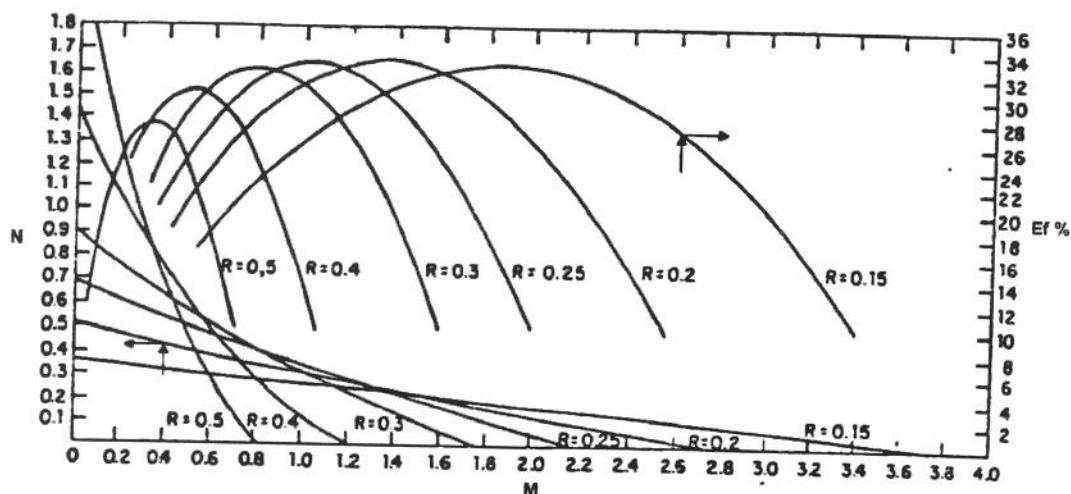
O autor também levantou dados experimentais e comparou os resultados com sua modelagem teórica (figura 2.2).



**Figura 2.2 : Comparação dos resultados teóricos e experimentais de Cunningham (1974).**

O autor afirmou que conseguiu uma boa concordância nos casos em que o processo de mistura do gás succionado com o líquido motriz ocorria dentro da garganta (pontos à esquerda do ponto B), obtendo-se as maiores eficiências quando a mistura ocorria exatamente a montante da saída da garganta. Verificou que esta eficiência caia sensivelmente quando o processo de mistura se estendia até o difusor (pontos à direita do ponto B).

Em meados de 1983 e inicio de 1984, Petrie, Wilson e Smart, representando, respectivamente, os fabricantes National, Kobe e Guiberson, publicaram dois trabalhos, onde pela primeira vez apresenta-se tabelas com as características geométricas das bombas de cada fabricante para produção de petróleo. Apresentaram também, coeficientes de dissipação nas diversas partes da bomba, determinados empiricamente através de testes em laboratório e campo, informações estas até então reservadas. A figura 2.3 mostram as curvas teóricas de desempenho de bombas a jato com coeficientes de dissipação propostos por Petrie et al. (1983), traçadas a partir das equações II-1, II-2 e II-3.



**Figura 2.3 : Curvas de desempenho de bombas a jato (Petrie et al., 1983).**

$$N = \frac{p_d - p_s}{p_n - p_d} \quad (\text{II-1})$$

OU

$$N = \frac{\{2 \cdot R + [(1 - 2 \cdot R) \cdot (M^2 \cdot R^2) / (1 - R)^2] - (1 + k_{td}) \cdot R^2 \cdot (1 + M)^2\}}{1 + k_n - \{2 \cdot R + [(1 - 2 \cdot R) \cdot (M^2 \cdot R^2) / (1 - R)^2] - (1 + k_{td}) \cdot R^2 \cdot (1 + M)^2\}} \quad (\text{II-2})$$

$$\text{e } E_f = N \cdot M \quad (\text{II-3})$$

onde:

N - ganho de pressão adimensional dos fluidos succionados

$p_d$  - pressão na saída do difusor

$p_s$  - pressão na entrada da sucção

$p_b$  - pressão na entrada do bocal

M - razão entre as vazões mássicas dos fluidos succionados e motriz

R - razão entre as áreas do bocal e da garganta

$k_n$  - coeficiente de dissipação no bocal

$k_{td}$  - coeficiente de dissipação na garganta-difusor

$E_f$  - eficiência energética

A abordagem teórica seguiu a metodologia anteriormente desenvolvida por Gosline e O'Brien (1934) para bombeamento de líquidos incompressíveis. Sugeriram, no entanto, para o bombeamento multifásico e compressível, utilizar as mesmas equações determinadas para bombeamento de líquido, tratando a fase gasosa como se fosse líquido, ou seja, substituindo o volume do gás à pressão de sucção por igual volume de líquido bombeado. Desse modo a vazão volumétrica total de bombeio seria determinada a partir da soma das vazões volumétricas das duas fases à pressão de sucção. Apresentaram, também, procedimentos e programas de computador para dimensionamento e seleção de equipamentos.

Jiao (1985), utilizando um protótipo de bomba a jato construído em plástico transparente, que permitia a visualização do fluxo, realizou um longo programa experimental de testes para bombeamento de mistura bifásica água/ar. Os testes foram realizados com diversas combinações de diâmetros de bocal e garganta, comprimentos de gargantas, espaçamentos bocal - garganta e inúmeros perfis longitudinais de pressão foram levantados.

A abordagem teórica seguiu, novamente, a mesma metodologia anteriormente desenvolvida por Gosline e O'Brien (1934) para bombeamento de líquidos incompressíveis. Sugeriu, também, para o bombeamento multifásico e

compressível, utilizar as mesmas equações determinadas para bombeamento de líquido. Contudo, diferentemente de Petrie et al. (1983), aconselhou considerar a vazão volumétrica de líquido total como a soma da vazão volumétrica de líquido succionado com uma “vazão volumétrica equivalente de gás”, isto é, a vazão mássica de gás dividida pela massa específica do líquido. Utilizando análise de regressão linear múltipla correlacionou os coeficientes de dissipação com parâmetros característicos do fluxo e geométricos das bombas.

Grupping et al. (1986) apresentaram uma revisão qualitativa dos fundamentos de bombeamento a jato em poços de petróleo. Discutiram procedimentos para dimensionamento e seleção de uma bomba a jato, e fizeram restrições do uso das equações deduzidas para bombeamento de líquidos, quando empregadas no bombeamento de misturas bifásicas. Os autores afirmaram que, fazendo tal uso, estaria-se assumindo a não variação da vazão volumétrica de gás e das densidades dos fluidos entre as secções de entrada e saída da garganta. A aproximação seria válida apenas quando a própria vazão de gás fosse desprezível ou quando as pressões de entrada e saída da garganta fossem muito próximas. As equações propostas por Grupping et al. (1986) são apresentadas a seguir. Os autores adotaram o coeficiente de dissipação na succção igual a zero.

$$F_{pD} = \frac{2 \cdot F_{AD} + [1 - 2 \cdot F_{AD}] \cdot \left[ \frac{F_{wD}^2 \cdot F_{AD}^2}{(1 - F_{AD})^2} \right] \cdot \left( \frac{\rho_{pf}}{\rho_f} \right) - (1 + k_{td}) \cdot (F_{wD} + 1)^2 \cdot F_{AD}^2 \cdot \left( \frac{\rho_{pf}}{\rho_M} \right)}{1 + k_n - \left\{ 2 \cdot F_{AD} + [1 - 2 \cdot F_{AD}] \cdot \left[ \frac{F_{wD}^2 \cdot F_{AD}^2}{(1 - F_{AD})^2} \right] \cdot \left( \frac{\rho_{pf}}{\rho_f} \right) - (1 + k_{td}) \cdot (F_{wD} + 1)^2 \cdot F_{AD}^2 \cdot \left( \frac{\rho_{pf}}{\rho_M} \right) \right\}} \quad (\text{II-4})$$

$$E = F_{wD} \cdot F_{pD} \cdot \left( \frac{\rho_{pf}}{\rho_f} \right) \quad (\text{II-5})$$

onde:

$F_{pD}$  - ganho de pressão adimensional dos fluidos succionados

$F_{wD}$  - razão entre as vazões mássicas dos fluidos succionados e motriz

$F_{AD}$  - razão entre as áreas do bocal e da garganta

$\rho_f$  - massa específica dos fluidos succionados

$\rho_M$  - massa específica da mistura dos fluidos motriz e succionados na garganta

$\rho_{pf}$  - massa específica do fluido motriz

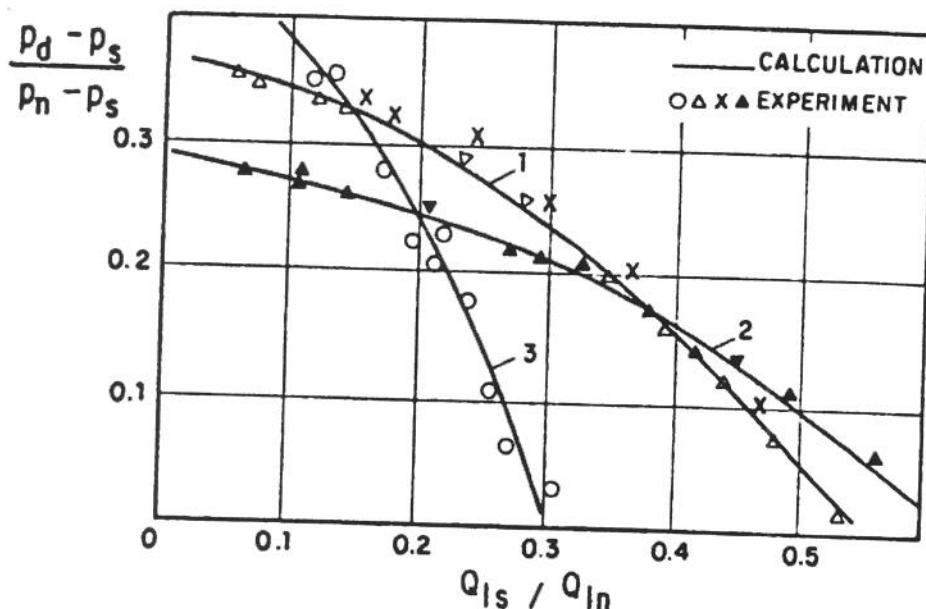
E - eficiência energética

Corteville et al. (1987) apresentaram os resultados de pesquisas realizadas no Instituto Francês de Petróleo. Foram feitos testes com dois tipos de bombas a jato: uma bomba industrial, visando a determinação das características hidráulicas em escoamentos monofásicos e bifásicos; e um protótipo, com a finalidade de se determinar as formas geométricas adequadas ao escoamento bifásico.

No teste com a bomba industrial para bombeamento monofásico de líquidos, a curva de performance do fabricante foi confirmada. No bombeamento monofásico de gás (compressão), o principal parâmetro investigado foi a pressão de sucção, constatando-se aumento de eficiência com o aumento deste parâmetro. No bombeamento bifásico, constatou-se sensível redução de eficiência quando trabalhou-se com altas razões gás-líquido.

Nos testes com o protótipo destacaram a influência das formas geométricas nas diversas partes da bomba no valor da eficiência obtida. A otimização destas formas geométricas conduziu a maiores eficiências. Os autores afirmaram também que, no bombeamento bifásico, chegaram a encontrar valores negativos para os coeficientes de dissipação na sucção e na garganta. Tais valores, sem significação física, são atribuídos a excessivas hipóteses simplificadoras usadas no modelo.

Hongqi e Demao (1987), estudaram o bombeamento de líquidos, utilizando-se como fluido motriz uma mistura bifásica. Usaram as equações de balanço de massa, quantidade de movimento e energia na forma unidimensional, mas estudaram em detalhe a questão do espalhamento do jato na garganta. Consideraram isotérmico o processo da compressibilidade da fase gasosa e introduziram coeficientes de correção nas equações de balanço da quantidade de movimento, de forma a considerar o deslizamento entre as fases líquida e gasosa. Levantaram dados experimentais e compararam com a formulação teórica. Os resultados obtidos são mostrados na figura 2.4.

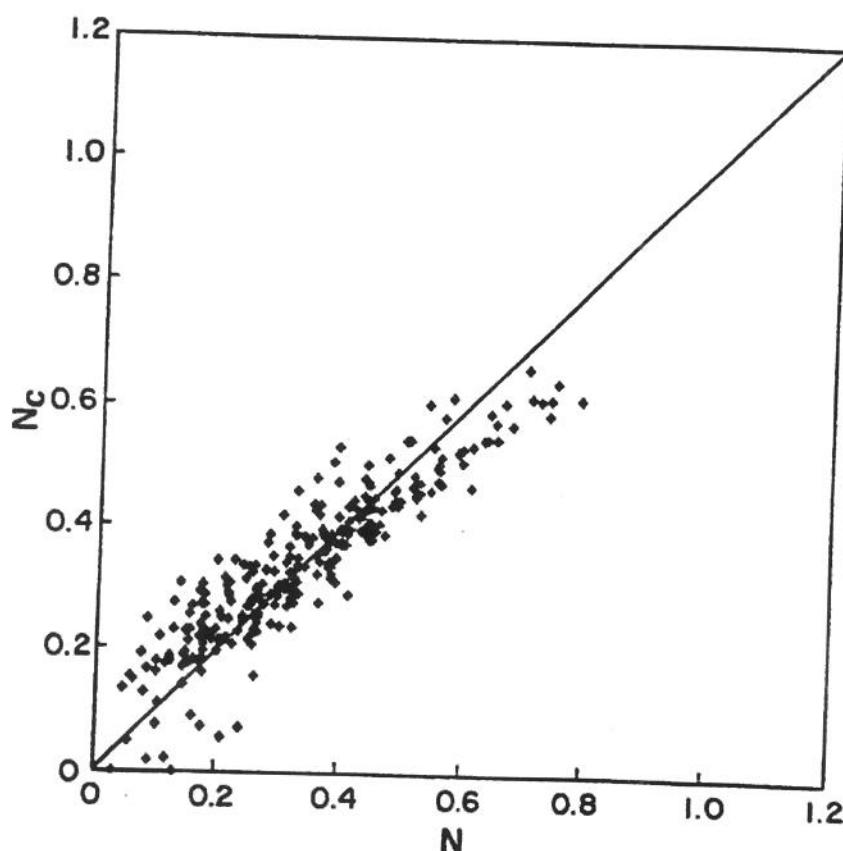


**Figura 2.4 : Comparação da formulação teórica com dados experimentais (Hongqi e Demao, 1987).**

Jiao (1988) realizou novo programa experimental, agora testando uma bomba a jato industrial para altas pressões. Utilizou a mesma formulação teórica e análise estatística de seu estudo anterior. Existem duas diferenças básicas entre os dois trabalhos. A primeira refere-se à determinação do coeficiente de dissipação no bocal: no trabalho de 1988, foi admitido constante; no trabalho anterior (1985), variava com alguns parâmetros de fluxo e geométricos da bomba. A segunda, à determinação do coeficiente de dissipação na garganta-difusor, no qual alterou-se um parâmetro na correlação. No trabalho mais recente, o parâmetro vazão de gás em condições padrão foi substituído pela razão gás-líquido em condições padrão. Os outros parâmetros da correlação não foram alterados.

Jiao (1988) realizou, ainda, comparações dos resultados obtidos com aqueles calculados com o uso da correlação do trabalho anterior (1985). Comparou, também, com os resultados alcançados através do modelo de Petrie et al.(1983) e segundo o autor obteve melhores resultados que ambos. A figura 2.5 apresenta os resultados obtidos por Jiao (1988), mostrando o gráfico dos

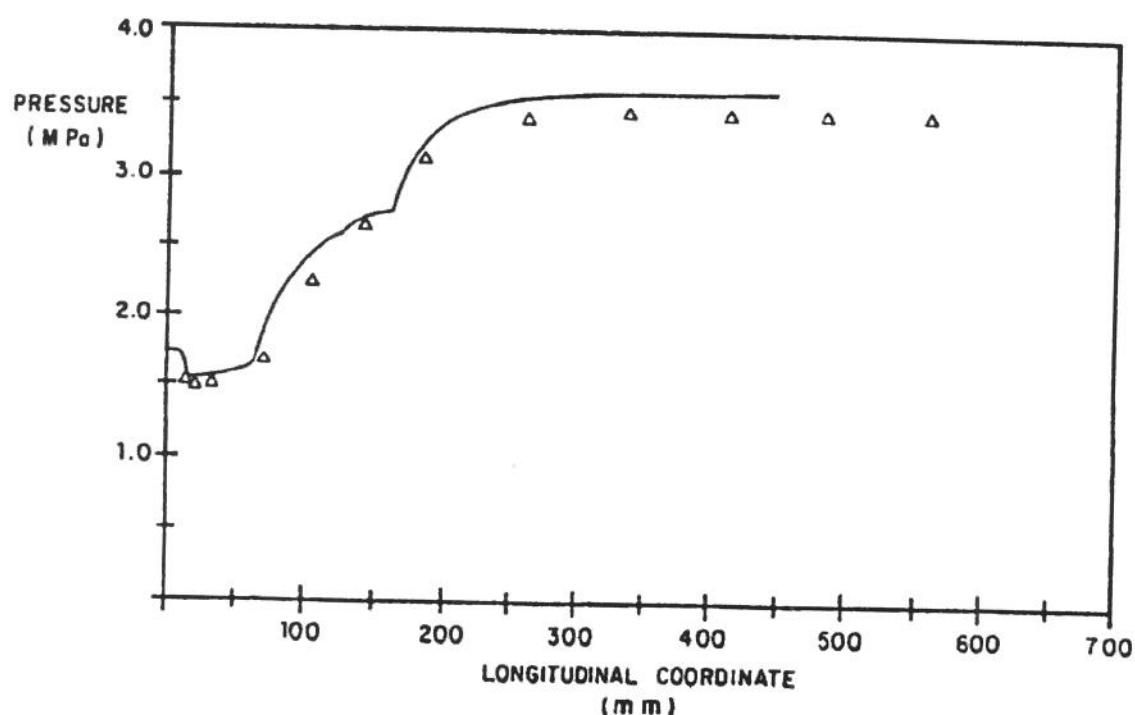
valores medidos versus calculados do parâmetro adimensional ganho de pressão dos fluidos succionados.



**Figura 2.5 : Valores medidos versus calculados do parâmetro N (Jiao,1988).**

Alhanati (1989) elaborou metodologia para previsão de desempenho de bombas a jato no bombeamento de misturas bifásicas por ação de jatos líquidos. Sua abordagem difere das metodologias até então existentes, por considerar com mais detalhe o processo de mistura entre fluidos motriz e succionados no interior da garganta. A metodologia considera o espalhamento do jato do fluido motriz na garganta e, consequentemente, o processo gradual de mistura do fluidos motriz e succionado ao longo daquela. As misturas bifásicas são consideradas homogêneas. Os principais parâmetros do escoamento através da bomba são calculados em cada secção transversal à direcção principal do fluxo. O modelo foi testado contra dados experimentais levantados por Jiao (1985) através da comparação de perfis longitudinais de pressão medidos e calculados. A figura 2.6 mostra um destes perfis. Nesta figura, a coordenada longitudinal igual a zero corresponde à saída do bocal ou entrada da succção, onde a partir daí a pressão

diminui até a entrada da garganta, que corresponde à coordenada 14mm (Alhanati, 1989). Da entrada da garganta até uma coordenada em torno de 65mm a pressão varia muito pouco, pois o processo de mistura dos fluidos succionados e motriz ainda não ocorreu. A partir daí até as proximidades da saída da garganta de coordenada 168,4mm (Alhanati, 1989), o processo de mistura se completa e a pressão aumenta bastante. Da coordenada 168,4mm, que também corresponde à entrada do difusor, até a coordenada 456mm, saída do difusor (Alhanati, 1989), a mistura é desacelerada e recupera pressão. O autor afirma que o modelo foi capaz de prever corretamente os principais eventos relativos ao escoamento através da bomba, nos casos em que não ocorre recirculação junto à parede, escoamento sônico ou cavitação no interior da garganta, os quais são fenômenos indesejáveis em bombeamento a jato.



**Figura 2.6 : Comparação de perfis longitudinais de pressão medidos e calculados (Alhanati, 1989).**

Hatzivramidis (1989) propôs novo modelo para bombeamento de líquido, tendo-se gás como fluido motriz, baseado na abordagem tradicional, ou seja, usando as equações de balanço de massa, quantidade de movimento e energia nas diversas partes da bomba, e adotando a premissa de escoamento de mistura

homogênea. Para o caso da presença de gás no fluido motriz ou no fluido succionado, o autor sugeriu que: a) se o fluido succionado contém gás, o cálculo de desempenho de uma bomba a jato seja tratado como um "caso intermediário" entre os de bombeamento de gás por líquido e de líquido por líquido, que tinham modelos já disponíveis; b) se, por outro lado, o fluido motriz contém gás, o cálculo de desempenho de uma bomba a jato seja tratado como um "caso intermediário" entre os de bombeamento de líquido por gás e de líquido por líquido. Hatziavramidis não explicou, exatamente, o que seria "casos intermediários". Citou que, devido não existirem equações disponíveis para o bombeamento de líquido por gás, estas foram deduzidas no seu trabalho.

Todos os modelos disponíveis, descritos de forma suscinta neste capítulo, podem ser enquadrados em cinco casos diferentes, conforme a composição dos fluidos motriz e succionados (tabela 2.1).

Tabela 2.1 : Classificação dos modelos disponíveis para BHJ.

Caso 01	Bombeamento monofásico de líquido por ação de jato líquido:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Gosline e O'Brien (1934);</li> <li>- Cunningham (1957);</li> <li>- Petrie et al. (1983);</li> <li>- Jiao (1985, 1988);</li> <li>- Grupping et al (1986).</li> </ul>
Caso 02	Bombeamento monofásico de gás (compressão) por ação de jato líquido:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cunningham (1974).</li> </ul>
Caso 03	Bombeamento monofásico de líquido por ação de jato monofásico de gás:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Hatziavramidis (1989).</li> </ul>
Caso 04	Bombeamento monofásico de líquido por ação de jato bifásico:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Hongqi e Demao (1987).</li> </ul>
Caso 05	Bombeamento bifásico por ação de jato líquido:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Petrie et al. (1983);</li> <li>- Jiao (1985, 1988);</li> <li>- Alhanati (1989).</li> </ul>

O modelo desenvolvido no presente trabalho, enquadra-se no caso 5 da classificação acima. Difere dos modelos de Petrie et al.(1983) e Jiao (1985,1988) por considerar os efeitos da compressibilidade da fase gasosa. Difere do modelo de Alhanati (1989) pela abordagem menos detalhista do fenômeno de mistura na garganta; propiciando assim um cálculo menos complexo. Apresenta-se, portanto, como uma ferramenta mais apropriada para utilizar em programas de dimensionamento ou análise de sistemas de bombeamento hidráulico a jato, aplicados à elevação artificial de petróleo, onde predominariam misturas gás-líquido na sucção do equipamento.

## CAPÍTULO III

### MODELAGEM DO ESCOAMENTO NA BOMBA

#### 3.1 - FENOMENOLOGIA DO ESCOAMENTO

O escoamento no interior de uma bomba hidráulica a jato ocorre através de quatro regiões: bocal, sucção, garganta e difusor ( Figura 3.1 ).

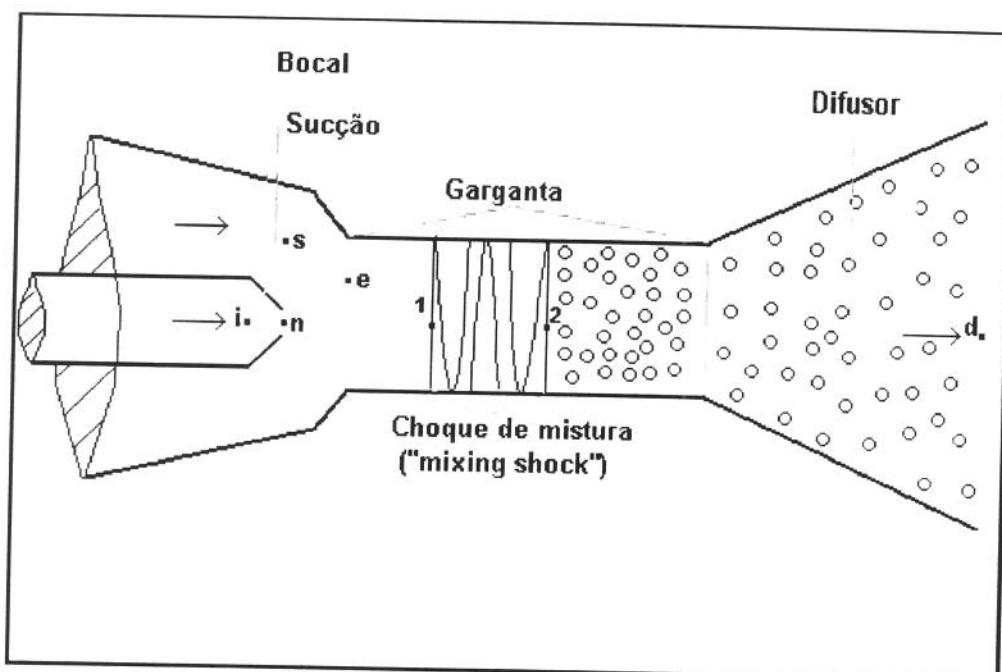


Figura 3.1 : Detalhe do escoamento nas diversas regiões de um BHJ.

A fenomenologia do escoamento nestas regiões da bomba e as características dos processos que ali ocorrem determinam as premissas básicas para uma modelagem coerente e representativa do processo de transferência de energia .

### 3.1.1 - Bocal

O bocal é a região de redução da área de passagem do fluido motriz (trecho i-n). O escoamento monofásico incompressível é acelerado, com a consequente conversão de energia de pressão em energia cinética. O processo ocorre com dissipação viscosa, sendo bem representado por uma formulação unidimensional da equação da energia. O coeficiente de dissipação é estabelecido como uma fração da energia cinética do escoamento na saída do bocal.

### 3.1.2 - Sucção

A sucção é a região compreendida entre a câmara de sucção e a entrada da garganta (trecho s-e). Nesta região, ocorre o escoamento de um fluido compressível, constituído de uma mistura bifásica de líquido e gás, succionados do reservatório. O escoamento se estabelece com a diferença de pressão existente entre o reservatório e a saída do bocal. A mistura bifásica é então succionada e acelerada, sofrendo um processo de expansão da seção "s" até à região de redução de área na entrada da garganta, seção "e".

No estabelecimento de modelos matemáticos para escoamentos, com contra partida física, a distribuição e a concentração (fração de vazios) das fases são parâmetros de suma importância. Para os experimentos de Jiao (1988), que serão utilizados na calibração do modelo, a fração de vazios na entrada da câmara de sucção variou de 27% a 85%, admitindo-se deslizamento nulo entre as fases. Valores baixos de fração de vazio são típicos de escoamento no padrão *em bolhas*. Os valores mais elevados, de escoamentos anulares ou *mist flow*. No escoamento bifásico em uma BHJ, entretanto, outras variáveis, como a velocidade da mistura, devem também ser consideradas. É corrente (Taitel et al.(1980); Mishima & Ishii (1984)) que frações de vazio da ordem de 30% são valores máximos para escoamento bifásico dispersos de baixa velocidade. Para velocidades mais elevadas, Taitel et al (1980 ) referem-se a um escoamento *em bolhas finamente dispersas*. O empacotamento das bolhas determinaria o valor máximo admissível para a fração de vazios. Para o regime de fluxo *em bolhas* podemos ter frações de vazios máximos a depender do arranjo de

empacotamento adotado. Van Vlack (1964), classifica três tipos de empacotamentos diferentes, a saber :

a) Sistema cúbico simples ( cs )

Fator de empacotamento ( FE ) = 0,524

b) Sistema cúbico de corpo centrado ( ccc )

$FE = 0,680$

c) Sistema cúbico de faces centradas ( cfc )

$FE = 0,740$

Assim sendo, teoricamente, poderíamos encontrar frações de vazio de até 74% no regime *em bolhas*. No experimento de Jiao (1988) trabalhou-se com valores tanto acima como abaixo deste valor. Verifica-se, então, que pode ter ocorrido situações em que o regime de fluxo foi caracterizado por bolhas dispersas, tendo-se o líquido como meio contínuo, e outras situações por gotículas dispersas, tendo-se o gás como meio contínuo (*mist flow*). Em ambos os casos, caracteriza-se escoamentos de misturas homogêneas.

Outra particularidade do escoamento que vem corroborar com a hipótese de modelo homogêneo são as altas velocidades atingidas pela mistura na saída da sucção. Nos experimentos de Jiao (1988), a maioria dos casos apresentou velocidades acima de 50 m/s, até um limite superior de 107m/s.

Na saída da sucção, as frações de vazios do escoamento são superiores àquelas observadas na entrada. Cabe aqui considerar que, ao adotarmos o modelo homogêneo, estaremos super-estimando a fração de vazios. Em escoamentos rapidamente acelerados ou desacelerados como os que ocorrem na sucção e no difusor de uma bomba a jato, a razão de deslizamento é diferente da unidade. Na sucção, o gás se desloca mais rápido do que o líquido, ocorrendo o contrário no difusor. Wallis (1969) menciona valores de razão de deslizamento variando de 1,1 a 1,8 em escoamentos de configuração similar.

Ao super-estimarmos a fração de vazios na sucção da bomba, também estamos super-estimando a energia cinética do líquido. Isto é, a velocidade real do líquido é menor que a velocidade da hipotética mistura homogênea. Isto inclusive explica porque Corteville et al. (1987) encontraram valores negativos para o coeficiente de dissipação viscosa na sucção ( $k_s$ ) no termo dissipativo de energia, e porque grande parte dos pesquisadores que modelaram o

desempenho de uma bomba a jato adotaram um coeficiente de dissipação nulo na sucção.

A despeito de todas estas ressalvas, vamos manter a premissa de escoamento homogêneo ao longo de toda sucção, seja com um escoamento com líquido dominante, do tipo *em bolhas* ou um escoamento com gás dominante, do tipo *mist-flow*. A evolução da fração de vazios com a expansão da mistura na sucção, determinará a transição, em muitos casos, entre estes dois padrões.

Um outro aspecto do escoamento na sucção da bomba que deve ser analisado é a possibilidade de ocorrência de fluxo crítico (a mistura homogênea atingir velocidade sônica). A posição do escoamento onde pode vir ocorrer velocidade sônica (número de Mach,  $M = 1$ ) é na saída da sucção. Shapiro (1953), analisando a expansão isoentrópica de fluidos compressíveis em bocais convergentes, mostrou que, partindo-se de uma condição de estagnação com escoamento subsônico (condição similar a existente na câmara de sucção da bomba), é impossível se atingir a condição sônica numa seção intermediária. A condição crítica de velocidade sônica ( $M = 1$ ) ocorreria no ponto de área de secção transversal mínima, ou seja, na entrada da garganta. Se a situação de bloqueio é atingida, a equação do modelo matemático proposto, que descreve o escoamento na sucção não apresenta solução.

### **3.1.3 - Garganta**

A garganta é a região da bomba onde ocorre o processo de mistura dos fluidos motriz e succionados. Vários autores (Cunningham, 1974; Hongqi e Demao, 1987; Alhanati, 1979) analisam este processo como sendo uma transferência de quantidade de movimento que ocorre à medida em que o fluido do jato se mistura com o fluido succionado. Alhanati (1989) discute o processo de mistura no interior da garganta, onde mostra com detalhe a questão do espalhamento do jato motriz. Cunningham (1974), constatou que maiores eficiências eram obtidas quando o processo de mistura se completava ainda na garganta e a montante da saída desta. Mencionou que as eficiências caíam drasticamente quando a zona de mistura se estendia até o interior do difusor.

Witte (1969), trata o processo de mistura na garganta discutindo um fenômeno diferente denominado choque de mistura (*mixing shock*), considerando-o como principal episódio ocorrente na garganta.

O jato do fluido motriz é acelerado no bocal e a pressão é reduzida. Esta baixa pressão succiona o fluido a ser bombeado. Inicia-se o processo de mistura do fluido motriz com o fluido succionado, na periferia do jato, até que, em um comprimento finito, ocorre a transição do escoamento tipo *jet flow* para um escoamento tipo *em bolhas*. O jato central não atingiria a parede da garganta antes que o choque de mistura ocorresse. Assim, o gradiente de pressão no escoamento tipo *jet flow* seria inferior à variação de pressão que ocorre no choque. O choque de mistura é então a variação brusca de pressão a que está sujeito um escoamento tipo *jet flow*, quando há a transição para um escoamento tipo *em bolhas*, isto é, o líquido passa a ser o meio contínuo. A análise do *choque de mistura*, guarda similaridades com a análise de ondas de choque em escoamentos compressíveis. Após o choque, o escoamento seria caracterizado como *em bolhas* e adentraria no difusor como tal, se o choque ocorresse na garganta.

Números de Mach maiores que a unidade, no interior da garganta e antes do *choque de mistura*, podem ocorrer. Tal situação, caracteriza um escoamento supersônico, podendo ocorrer ondas de choques. Nesta análise, podem surgir dois problemas: o primeiro é a questão do *bloqueio* do escoamento a partir da condição sônica, ou seja, a pressão de descarga não mais determina a vazão e a equação do modelo matemático que descreve o *choque de mistura* na garganta pode não apresentar solução para a pressão após o choque(  $p_2$  ); o segundo é quando tal equação apresenta duas soluções (imposição do modelo). Witte (1969) demonstra que a solução de menor valor corresponde à condição supersônica após o *choque de mistura* e que tal situação não é fisicamente possível, pois leva à variação negativa da entropia. Assim sendo, quando a equação que descreve o choque apresenta duas soluções, a que tem maior valor de pressão é a solução real.

### 3.1.4 - Difusor

O difusor é a região terminal da bomba, colocado a jusante da saída da garganta. Tem a função de transformar a energia cinética da mistura, proveniente da garganta, em energia de pressão. Se o processo de mistura é completado no interior da garganta, o escoamento no difusor é caracterizado como *em bolhas* e pode ser tratado como a compressão isotérmica de uma mistura homogênea. Se o processo de mistura se estende até algum ponto do difusor, não se utiliza o trecho inicial do difusor, até a posição do choque, para promover a compressão do escoamento homogêneo *em bolhas* resultante, função esta à qual o difusor é destinado. Em tal situação, o desempenho da bomba a jato pode ser seriamente prejudicado (Cunningham, 1974).

### 3.2 - PREMISSAS BÁSICAS

No desenvolvimento do modelo matemático, adotamos as seguintes premissas básicas:

1. O fluido motriz é um líquido incompressível monofásico.
2. O fluido succionado é uma mistura bifásica líquido-gás.
3. A mistura bifásica é homogênea.
4. O gás que forma a mistura bifásica se comporta como gás ideal.
5. Não há troca de massas entre as fases.
6. O escoamento é permanente e unidimensional.
7. O escoamento é isotérmico. A vazão mássica do líquido é superior a vazão mássica do gás e o líquido tem calor específico elevado.
8. Não há cavitação. As pressões na sucção são superiores à pressão de vapor do líquido ( nos experimentos que foram utilizados para calibração do modelo, a pressão na sucção variou de 500 psi a 1300 psi ).
9. O processo de mistura do fluido motriz com os fluidos succionados ocorre dentro da garganta, no processo conhecido como choque da mistura.
10. O padrão de escoamento na câmara de sucção é do tipo *em bolhas* quando o líquido é predominante, ou tipo *mist flow*, quando o gás é predominante. A medida em que o escoamento ocorre da câmara de sucção até a entrada da garganta, pode haver mudança de padrão, resultado da expansão da mistura compressível.
11. Após o choque de mistura, o padrão de escoamento na garganta-difusor é tipo *em bolhas*.

### 3.3 - DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

#### 3.3.1. Equações Fundamentais

Sejam 1 e 2 seções genéricas no escoamento.

\* Balanço da massa

$$\dot{M}_1 - \dot{M}_2 = 0 \quad (\text{III-1})$$

onde  $\dot{M}_1$  e  $\dot{M}_2$  são os fluxos mássicos nas seções 1 e 2, respectivamente.

\* Balanço da quantidade de movimento

$$QM_1 - QM_2 = \sum \text{Forças externas} \quad (\text{III-2})$$

onde:  $QM_1$  e  $QM_2$  são as quantidades de movimento nas seções 1 e 2, respectivamente. O termo do lado direito da equação representa a somatória das forças externas agindo sobre o fluido entre as seções 1 e 2.

\* Balanço de energia

$$\int_1^2 v \cdot dv + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{k \cdot v^2}{2} = 0 \quad (\text{III-3})$$

Onde :

- o primeiro termo da equação representa a variação da energia cinética entre as seções 1 e 2;
- o segundo termo da equação representa a variação da energia de pressão entre as seções 1 e 2;
- o terceiro termo da equação representa a dissipação viscosa entre as seções 1 e 2. No tratamento de problemas práticos, é usualmente representada como uma parcela da energia cinética.

\* Equações de estado para as fases

$$\rho_l = cte \quad (III-4)$$

$$\rho_g = \frac{p \cdot Mol}{R_g \cdot T} \quad (III-5)$$

$$Q_g = Q_{g0} \cdot \frac{p_0 \cdot T}{p \cdot T_0} \quad (III-6)$$

### 3.3.2 - Aplicação das equações fundamentais nos diversos trechos do escoamento da bomba a jato ( Figura 3.1 ).

#### 3.3.2.1 - Bocal ( Trecho i - n )

Aplicando a equação ( III-3 ) no trecho :

$$\int_{v_i}^v v \cdot dv + \int_{p_i}^p \frac{dp}{\rho} + \frac{k_n \cdot v_n^2}{2} = 0$$

Mas, se  $v_i^2 \ll v_n^2$  e  $p_n \equiv p_s$ , teremos:

$$\frac{1}{2} \cdot v_n^2 + \frac{p_s - p_i}{\rho_n} + \frac{1}{2} \cdot k_n \cdot v_n^2 = 0$$

Fazendo

$$Z = \frac{1}{2} \cdot \rho_n \cdot v_n^2 \quad (III-7)$$

obteremos:

$$p_i - p_s = Z \cdot (1 + k_n) \quad (III-8)$$

### 3.3.2.2 - Sucção ( Trecho s - e )

\* Cálculo da massa específica da mistura homogenêa em uma seção genérica do trecho:

$$\rho = \frac{\rho_s \cdot (Q_{gs} + Q_{ls})}{Q_g + Q_{ls}} = \frac{\frac{\rho_s \cdot (Q_{gs} + Q_{ls})}{\rho_n \cdot Q_n}}{\frac{Q_g + Q_{ls}}{\rho_n \cdot Q_n}} = \gamma_s \cdot \frac{\phi_s}{\phi} \cdot \rho_n \quad (\text{III-9})$$

onde definimos:

$$\gamma_s = \frac{\rho_s}{\rho_n} \quad (\text{III-10})$$

$$\phi_s = \frac{Q_s}{Q_n} = \frac{Q_{gs} + Q_{ls}}{Q_n} \quad (\text{III-11})$$

$$\phi = \frac{Q_g + Q_{ls}}{Q_n} \quad (\text{III-12})$$

A partir da equação (III-6), considerando a expansão isotérmica da fase gasosa na região da sucção, temos:

$$Q_g = Q_{gs} \cdot \frac{p_s}{p} \quad (\text{III-13})$$

Substituindo a equação (III-13) na equação (III-12), vem:

$$\phi = \left( \frac{Q_{gs} \cdot p_s}{Q_{ls} \cdot p} + 1 \right) \cdot \frac{Q_{ls}}{Q_n} \quad (\text{III-14})$$

A fração de vazios na entrada da sucção é definida como:

$$\alpha_s = \frac{Q_{gs}}{Q_{gs} + Q_{ls}} \quad (\text{III-15})$$

Rearranjando, obteremos a relação:

$$\frac{Q_{gs}}{Q_{ls}} = \frac{\alpha_s}{1 - \alpha_s} \quad (\text{III-16})$$

Substituindo a relação anterior na equação (III-11):

$$\phi_s = \frac{\left(\frac{\alpha_s}{1 - \alpha_s}\right) \cdot Q_{ls} + Q_{ls}}{Q_n} \quad (\text{III-17})$$

Rearranjando,

$$\frac{Q_{ls}}{Q_n} = (1 - \alpha_s) \cdot \phi_s \quad (\text{III-18})$$

Substituindo as equações (III-16) e (III-18) na (III-14), chega-se a

$$\phi = \left( \alpha_s \cdot \frac{p_s}{p} + 1 - \alpha_s \right) \cdot \phi_s \quad (\text{III-19})$$

Finalmente, substituindo a equação (III-19) na (III-9), chegaremos à equação que calcula a massa específica em uma seção genérica da sucção:

$$\rho = \frac{\gamma_s \cdot \rho_n}{\alpha_s \cdot \frac{p_s}{p} + 1 - \alpha_s} \quad (\text{III-20})$$

Aplicando a equação (III-3) no trecho s-e (figura III-1), após a substituição da equação (III-20), temos:

$$\int_{v_s}^v v \cdot dv + \int_{p_s}^p \frac{\alpha_s \cdot \frac{p_s}{p} + 1 - \alpha_s}{\gamma_s \cdot \rho_n} \cdot dp + \frac{1}{2} \cdot k_s \cdot v_e^2 = 0$$

Mas, se  $v_s^2 \ll v_e^2$ , a equação acima fica:

$$\frac{1}{2} \cdot v_e^2 + \frac{\alpha_s \cdot p_s \cdot \ln\left(\frac{p_e}{p_s}\right) + (1 - \alpha_s) \cdot (p_e - p_s)}{\gamma_s \cdot \rho_n} + \frac{1}{2} \cdot k_s \cdot v_e^2 = 0 \quad (\text{III-21})$$

A partir da equação (III-12), temos que

$$\phi_e = \frac{Q_{ge} + Q_{le}}{Q_n} = \frac{v_e \cdot (a_t - a_n)}{a_n v_n} \quad (\text{III-22})$$

já que:

$$Q_{ge} + Q_{le} = Q_e \quad (\text{III-23})$$

$$Q_e = v_e \cdot a_e \quad (\text{III-24})$$

$$Q_n = v_n \cdot a_n \quad (\text{III-25})$$

$$a_e = a_t - a_n \quad (\text{III-26})$$

Definindo a razão

$$r = \frac{a_n}{a_t} \quad (\text{III-27})$$

e substituindo na equação (III-22), vem:

$$v_e = \phi_e \cdot \frac{r}{1-r} \cdot v_n \quad (\text{III-28})$$

Substituindo a equação (III-28) na (III-21), obteremos

$$(p_e - p_s) \cdot (1 - \alpha_s) + Z \cdot \frac{\gamma_s \cdot \phi_e^2 \cdot r^2 \cdot (1 + k_s)}{(1-r)^2} + \alpha_s \cdot p_s \cdot \ln\left(\frac{p_e}{p_s}\right) = 0 \quad (\text{III-29})$$

onde, conforme a equação (III-19),

$$\phi_e = \left( \alpha_s \cdot \frac{p_s}{p_e} + 1 - \alpha_s \right) \cdot \phi_s \quad (\text{III-30})$$

### 3.3.2.3 - Garganta ( Trecho e - 2 )

a - Região de pré-choque (sub-trecho e-1)

Considerando no sub-trecho, gradiente de pressão desprezível frente àquele que ocorre através do choque de mistura (figuras 1.3 e 2.6), ou seja,  $\frac{\partial p}{\partial x} \approx 0$ , temos:

$$p_1 \approx p_e \quad (\text{III-31})$$

b - Região de choque de mistura (sub-trecho 1-2)

Aplicando a equação (III-2) no sub-trecho e substituindo a (III-31), vem:

$$\rho_2 \cdot a_t \cdot v_2^2 - \left[ \rho_n \cdot a_n \cdot v_n^2 + \rho_e \cdot (a_t - a_n) \cdot v_e^2 \right] = -a_t \cdot (p_2 - p_e)$$

Após ser ordenada, ficará

$$p_2 - p_e = \rho_n \cdot v_n^2 \cdot \frac{a_n}{a_t} + \rho_e \cdot v_e^2 \left( \frac{a_t - a_n}{a_n} \right) - \rho_2 \cdot v_2^2 \quad (\text{III-32})$$

Substituindo a equação (III-27) na anterior, obteremos:

$$p_2 - p_e = r \cdot \rho_n \cdot v_n^2 + (1-r) \cdot \rho_e \cdot v_e^2 - \rho_2 \cdot v_2^2$$

Após ser ordenada, ficará

$$p_2 - p_e = \rho_n \cdot v_n^2 \left[ r + (1-r) \cdot \frac{\rho_e \cdot v_e^2}{\rho_n \cdot v_n^2} - \frac{\rho_2 \cdot v_2^2}{\rho_n \cdot v_n^2} \right]$$

Substituindo a equação (III-7) na anterior chegaremos a:

$$p_2 - p_e = 2 \cdot Z \left[ r + (1-r) \cdot \frac{\rho_e \cdot v_e^2}{\rho_n \cdot v_n^2} - \frac{\rho_2 \cdot v_2^2}{\rho_n \cdot v_n^2} \right] \quad (\text{III-33})$$

\* cálculo da parcela:  $\frac{\rho_e \cdot v_e^2}{\rho_n \cdot v_n^2}$  (da equação III-33).

Da equação (III-28), temos,

$$v_e^2 = \phi_e^2 \cdot \frac{r^2}{(1-r)^2} \cdot v_n^2 \quad (\text{III-34})$$

Aplicando a equação (III-1) entre a succção e a entrada da garganta, vem:

$$\rho_e \cdot Q_e = \rho_s \cdot Q_s \quad \text{ou}$$

$$\frac{\rho_e \cdot Q_e}{\rho_n \cdot Q_n} = \frac{\rho_s \cdot Q_s}{\rho_n \cdot Q_n} \quad (\text{III-35})$$

Substituindo as equações (III-10), (III-11), (III-22) e (III-23) na (III-35), chegaremos a:

$$\frac{\rho_e}{\rho_n} = \gamma_s \cdot \frac{\phi_s}{\phi_e} \quad (\text{III-36})$$

Combinando as equações (III-34) e (III-36), obteremos:

$$\frac{\rho_e \cdot v_e^2}{\rho_n \cdot v_n^2} = \gamma_s \cdot \phi_s \cdot \phi_e \cdot \left( \frac{r}{1-r} \right)^2 \quad (\text{III-37})$$

\* cálculo da parcela:  $\frac{\rho_2 \cdot v_2^2}{\rho_n \cdot v_n^2}$  (da equação III-33).

Primeiramente, vamos calcular a massa específica da mistura homogênea na seção 2 ( $\rho_2$ ):

$$\rho_2 = \frac{Q_n \cdot \rho_n + Q_s \cdot \rho_s}{Q_n + Q_{g2} + Q_{ls}} \quad (\text{III-38})$$

Ou, em forma correspondente:

$$\rho_2 = \frac{\rho_n + \rho_s \cdot \frac{Q_s}{Q_n}}{1 + \frac{Q_{g2} + Q_{ls}}{Q_n}} \quad (\text{III-39})$$

Partindo-se da definição de  $\phi$  na equação (III-12), temos:

$$\phi_2 = \frac{Q_{g2} + Q_{ls}}{Q_n} \quad (\text{III-40})$$

Substituindo-se as equações (III-10), (III-11), (III-40) na (III-39), obteremos:

$$\rho_2 = \frac{1 + \gamma_s \cdot \phi_s}{1 + \phi_2} \cdot \rho_n \quad (\text{III-41})$$

Agora, vamos calcular a velocidade da mistura homogenêa na seção 2 ( $v_2$ ):

$$v_2 = \frac{Q_{g2} + Q_{ls} + Q_n}{a_t} \quad (\text{III-42})$$

ou na forma correspondente,

$$v_2 = \frac{\frac{Q_{g2} + Q_{ls}}{Q_n} + 1}{\frac{a_t}{Q_n}} \quad (\text{III-43})$$

Substituindo as equações (III-27) e (III-40) na equação (III-43), tiramos

$$v_2 = (\phi_2 + 1) \cdot r \cdot v_n \quad (\text{III-44})$$

Combinando as equação (III-41) e (III-44), obteremos:

$$\frac{\rho_2 \cdot v_2^2}{\rho_n \cdot v_n^2} = (1 + \gamma_s \cdot \phi_s) \cdot (1 + \phi_2) \cdot r^2 \quad (\text{III-45})$$

E, finalmente, substituindo as equações (III-37) e (III-45) na (III-33), chegaremos a

$$p_2 - p_e - 2 \cdot Z \left[ r + \gamma_s \cdot \phi_s \cdot \phi_e \cdot \frac{r^2}{1-r} - (1 + \gamma_s \cdot \phi_s) \cdot (1 + \phi_2) \cdot r^2 \right] = 0 \quad (\text{III-46})$$

onde conforme a equação (III-19),

$$\phi_2 = \left( \alpha_s \cdot \frac{p_s}{p_2} + 1 - \alpha_s \right) \phi_s \quad (\text{III-47})$$

### 3.3.2.4 - Região pós-choque e difusor (trecho 2-d)

\* Cálculo da massa específica da mistura homogenêa em uma seção genérica do trecho:

partindo-se da equação (III-41), que é particularizada para a seção 2 e generalizando para uma seção qualquer do trecho, temos:

$$\rho = \frac{1 + \gamma_s \cdot \phi_s}{1 + \phi} \cdot \rho_n \quad (\text{III-48})$$

Substituindo a equação (III-19) na (III-48), chegaremos a:

$$\rho = \frac{1 + \gamma_s \cdot \phi_s}{1 + \left( \alpha_s \cdot \frac{P_s}{p} + 1 - \alpha_s \right) \cdot \phi_s} \cdot \rho_n \quad (\text{III-49})$$

Aplicando a equação (III-3) no trecho 2-d, temos:

$$\int_{v_2}^{v_d} v \cdot dv + \int_{p_2}^{p_d} \frac{dp}{\rho} + \frac{1}{2} \cdot k_{td} \cdot v_2^2 = 0 \quad (\text{III-50})$$

Substituindo a equação (III-49) na (III-50) e resolvendo as integrais, levará a:

$$\frac{1}{2} \cdot (v_d^2 - v_2^2) + \frac{\left[ 1 + (1 - \alpha_s) \cdot \phi_s \right] \cdot (p_d - p_2) + \alpha_s \cdot p_s \cdot \phi_s \cdot \ln\left(\frac{p_d}{p_2}\right)}{(1 + \gamma_s \cdot \phi_s) \cdot \rho_n} + \frac{1}{2} \cdot k_{td} \cdot v_2^2 = 0 \quad (\text{III-51})$$

Mas, se  $v_d^2 \ll v_2^2$ , teremos:

$$\frac{1}{2} \cdot (1 - k_{td}) \cdot v_2^2 - \frac{\left[ 1 + (1 - \alpha_s) \cdot \phi_s \right] \cdot (p_d - p_2) + \alpha_s \cdot p_s \cdot \phi_s \cdot \ln\left(\frac{p_d}{p_2}\right)}{(1 + \gamma_s \cdot \phi_s) \cdot \rho_n} = 0 \quad (\text{III-52})$$

Finalmente, substituindo as equações (III-7) e (III-44) na (III-52), chegaremos a:

$$(p_d - p_2) \cdot \left[ 1 + (1 - \alpha_s) \cdot \phi_s \right] - Z \cdot (1 - k_{td}) \cdot (1 + \gamma_s \cdot \phi_s) \cdot (1 + \phi_s)^2 \cdot r^2 + \alpha_s \cdot \phi_s \cdot p_s \cdot \ln\left(\frac{p_d}{p_2}\right) = 0 \quad (\text{III-53})$$

## CAPÍTULO IV

### DADOS EXPERIMENTAIS

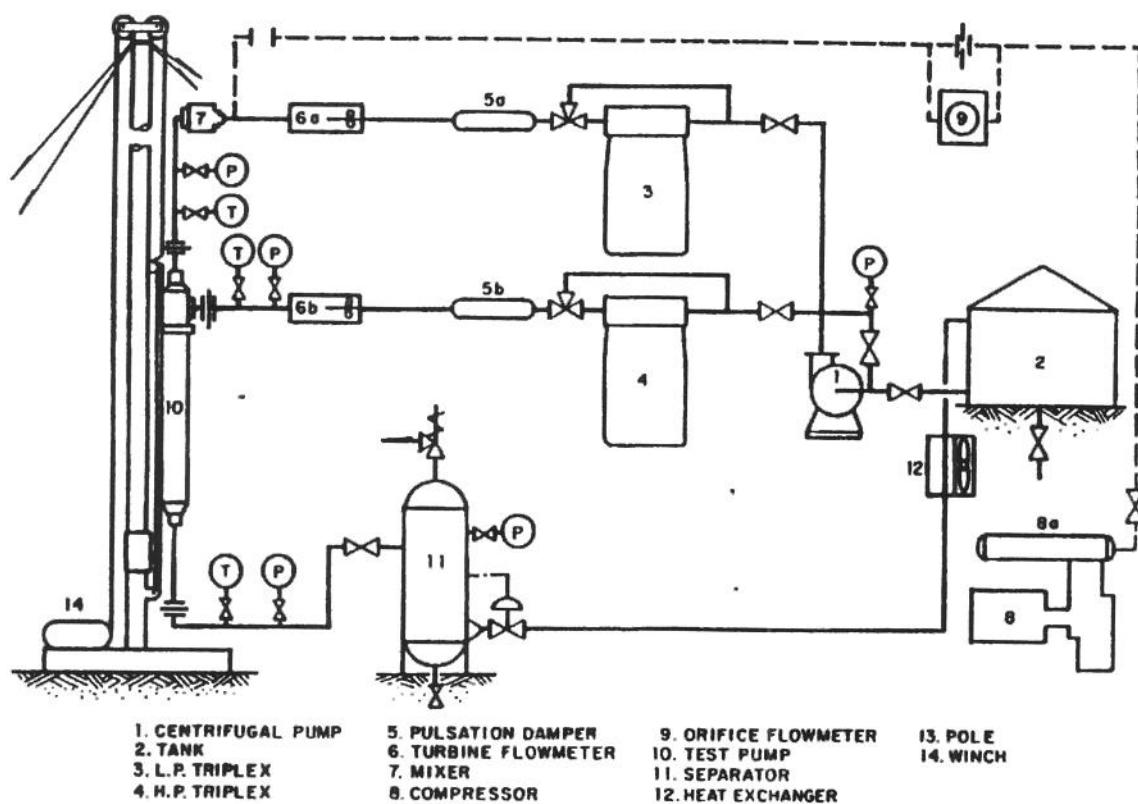
Os dados experimentais usados para verificação do modelo teórico foram levantados por Jiao (1988), na Universidade de Tulsa. Foram realizados 269 testes, no bombeamento de misturas bifásicas água/ar, com uma bomba a jato industrial, tendo-se água como fluido motriz. Quatro combinações distintas de bocal/garganta foram utilizadas nos testes, assim distribuídos;

1. Combinação 1 : - Bocal nº 8 (  $a_n = 0,0131 \text{ pol}^2$  )  
- Garganta nº 8 ( $a_t = 0,0346 \text{ pol}^2$  )  
-  $r = 0,3786$   
- Número de testes = 94 ( Teste nº 001 ao nº 094 )
2. Combinação 2 : - Bocal nº 8 (  $a_n = 0,0131 \text{ pol}^2$  )  
- Garganta nº 10 ( $a_t = 0,0562 \text{ pol}^2$  )  
-  $r = 0,2331$   
- Número de testes = 102 ( Teste nº 095 ao nº 196 )
3. Combinação 3 : - Bocal nº 4 (  $a_n = 0,0050 \text{ pol}^2$  )  
- Garganta nº 4 ( $a_t = 0,0131 \text{ pol}^2$  )  
-  $r = 0,3817$   
- Número de testes = 30( Teste nº 197 ao nº 226)
4. Combinação 4 : - Bocal nº 4 (  $a_n = 0,0050 \text{ pol}^2$  )  
- Garganta nº 5 ( $a_t = 0,0167 \text{ pol}^2$  )  
-  $r = 0,2994$   
- Número de testes = 43( Teste nº 227 ao nº 269)

Nos testes com as diversas combinações, citadas anteriormente, foram medidas as seguintes variáveis com suas respectivas faixas operacionais:

- pressão na entrada do bocal (  $p_i$  ) ..... 2000 - 3000 psi;
  - pressão na sucção (  $p_s$  ) ..... 100 - 1400 psi;
  - pressão na saída do difusor (  $p_d$  ) ..... 800 - 2000 psi;
  - vazão de líquido no bocal (  $Q_i = Q_n$  ) ..... 200 - 860 bbl/d;
  - vazão de líquido succionado (  $Q_{ls}$  ) ..... 40 - 860 bbl/d;
  - vazão de gás em condições standart (  $Q_{g0}$  ) ..... 0 - 185 Mscf/d;
  - temperatura dos fluidos no teste (  $T$  ) ..... 95 - 145 °F.

A figura 4.1 mostra o diagrama das facilidades de testes utilizadas por Jiao (1988).



**Figura 4.1 : Diagrama das facilidades de testes utilizadas por Jiao (1988).**

O procedimento de teste é descrito pelo autor e apresentado a seguir:

"A bomba centrífuga (1) succiona água do tanque (2), suprindo as bombas alternativas *triplex*, de bombeio da água que alimenta a sucção da bomba a jato (3), e de bombeio do fluido motriz (4). A água proveniente da bomba *triplex* (3) passa através de um amortecedor de pulsação (5a) e de uma turbina medidora de vazão (6a), antes de entrar em um misturador (7), onde junta-se com o ar alimentado pelo compressor (8). A água recalcada pela bomba *triplex* (4), que funciona como fluido motriz, passa através de um amortecedor de pulsação (5b) e da turbina medidora de vazão (6b), antes de entrar na bomba a jato em teste (10). Ar ambiente é comprimido através do compressor (8) e estocado em um reservatório de 7,48 m<sup>3</sup> (8a) e a seguir enviado ao misturador (7), passando antes por um medidor de vazão de placa de orifício instalado a montante do misturador. A mistura bifásica água/ar proveniente do misturador entra na sucção da bomba a jato em teste (10). O fluido motriz recalcado pela bomba *triplex* (4) é injetado diretamente na bomba em teste. A aquisição de dados de pressão e temperatura é feita através de sensores P e T instalados nos vários pontos do sistema. O fluido motriz, juntamente com a mistura bifásica succionada, saem da bomba a jato e entram em um separador (11), onde o ar é liberado para a atmosfera e o líquido separado direcionado para o tanque (2), antes passando por um trocador de calor".

Ainda sobre o procedimento de teste, o autor apresenta os passos seguidos na aquisição dos dados, traduzidos e mostrados abaixo.

1. Ajustar as válvulas de *bypass* para controlar a pressão do fluido motriz.
2. Ajustar as válvulas de *bypass* para controlar a pressão do fluido da sucção e do *choke* de controle de ar para obter-se a razão ar-água desejada.
3. Ajustar a válvula de descarga para controlar a pressão de descarga.
4. Manter a pressão do fluido motriz e do fluido de descarga constante durante cada corrida de dados. Mudar a pressão de sucção para obter as leituras das vazões dos medidores de placa de orifício e turbinas.
5. Manter um volume constante de ar para a sucção através da imposição de fluxo crítico no *choke*.
6. Para a mesma configuração de bomba, mudar a vazão de ar e repetir os passos de (1) a (5).

7. Mudar a configuração de bomba e repetir os passos de (1) a (6).

Quanto à aferição dos instrumentos e medidores usados na aquisição dos dados o autor afirmou que: "todos os instrumentos e medidores usados nas tomadas de dados tiveram calibragem comercial. A recalibração *on-line* usando um testador de peso morto, por exemplo, foi feita regularmente durante as tomadas de dados. A precisão dos instrumentos usados foi a seguinte."

- medidores de pressão..... ±0.25%
- termômetro digital..... ±0.25%
- turbinas medidoras de vazão..... ±0.5%
- medidor de vazão de placa de orifício.. ±0.7%

Jiao (1988) não comenta sobre análise de propagação de erros no cálculo dos valores finais de interesse.

Na descrição do procedimento experimental, também não há comentários sobre a verificação da possibilidade de ocorrência de escoamento sônico; seja na sucção ou na garganta da bomba a jato. Os valores das variáveis medidas nos 269 testes realizados por Jiao (1988) constam na tabela 4.1, a seguir.

**Tabela 4.1: Dados experimentais levantados por Jiao (1988).**

Teste	$p_i$	$p_d$	$p_s$	$Q_i$	$Q_{ls}$	$Q_{g0}$	RGL	T
	(psig)	(psig)	(psig)	(bbl/d)	(bbl/d)	(Mscf/d)	scf/stb	(°F)
1	2018	793	559	625	124	97	782	99
2	2021	794	607	614	152	97	638	99
3	2022	778	652	607	182	97	533	99
4	2006	770	698	592	208	97	466	100
5	2012	987	612	609	118	97	822	100
6	2019	994	703	593	195	97	497	100
7	2024	990	805	571	276	95	344	100
8	2016	1178	707	590	102	98	961	103
9	2013	1172	803	569	187	96	513	104
10	2017	1180	906	546	249	100	402	104
11	2017	1175	995	524	309	96	311	104
12	2028	1374	998	521	142	96	676	105
13	2005	1368	1049	507	181	99	547	105
14	2006	1374	1094	495	226	97	429	106
15	2494	970	509	725	109	96	881	106
16	2518	982	611	711	157	100	637	107
17	2506	975	702	693	214	100	467	107
18	2508	1231	609	709	144	94	653	108
19	2509	1227	700	694	222	94	423	108
20	2507	1214	804	673	266	97	365	108
21	2508	1212	901	653	282	97	344	108
22	2506	1468	703	691	99	104	1051	109
23	2500	1476	799	672	150	99	660	109
24	2511	1475	904	653	252	94	373	110
25	2514	1489	1194	594	430	96	223	110
26	2974	1170	510	809	117	98	838	111
27	2977	1182	700	778	231	97	420	111
28	2956	1171	895	742	298	97	326	112
29	2967	1173	993	726	367	100	272	112
30	2974	1487	612	793	152	100	658	113
31	2977	1472	795	762	263	101	384	113
32	2982	1481	1003	727	364	101	277	114
33	2979	1460	1192	691	481	101	210	115
34	2973	1761	702	779	78	101	1295	117
35	2975	1773	907	742	193	99	513	115
36	2992	1774	1095	712	273	97	355	115
37	2971	1760	1193	689	369	100	271	115
38	2002	766	604	612	81	140	1728	118
39	2004	767	655	602	98	140	1429	118
40	1992	774	706	588	118	139	1178	118
41	1998	955	704	590	80	139	1738	119
42	2004	976	752	580	104	138	1327	119
43	1997	970	797	569	137	136	993	120
44	1998	982	852	556	192	132	688	120
45	1999	1150	849	555	86	140	1628	121

**Tabela 4.1: Dados experimentais levantados por Jiao (1988).**

Teste	$p_i$	$p_d$	$p_s$	$Q_i$	$Q_{ls}$	$Q_{g0}$	RGL	T
	(psig)	(psig)	(psig)	(bbl/d)	(bbl/d)	(Mscf/d)	scf/stb	(°F)
46	2004	1171	899	545	121	135	1116	121
47	2006	1166	1000	521	214	137	640	122
48	2001	1159	1088	496	273	136	498	122
49	2005	1350	1093	495	123	135	1098	122
50	2499	972	608	710	88	135	1534	123
51	2510	975	704	575	133	135	1015	123
52	2502	965	805	674	192	135	703	123
53	2499	1205	698	693	86	139	1616	123
54	2497	1212	805	672	157	135	860	123
55	2502	1218	902	653	207	138	667	124
56	2496	1231	1007	632	255	139	545	124
57	2502	1462	852	664	100	134	1340	124
58	2496	1455	997	634	167	140	838	125
59	2508	1479	1100	614	252	136	540	125
60	2502	1727	1149	600	97	132	1361	127
61	2985	1177	702	781	129	138	1070	127
62	2984	1164	902	746	228	140	614	127
63	2991	1183	1100	712	251	137	546	127
64	2976	1475	899	746	211	138	654	127
65	2967	1483	992	728	255	138	541	127
66	2981	1767	1002	728	148	141	953	128
67	2984	1752	1108	708	229	141	616	128
68	2984	1779	1187	692	255	144	565	128
69	2053	790	750	592	112	176	1571	108
70	2036	983	798	575	78	175	2244	109
71	2020	974	847	559	111	175	1577	110
72	1997	971	893	544	140	175	1250	110
73	2008	1180	948	531	92	173	1880	111
74	2017	1160	1043	510	166	175	1054	112
75	2013	1369	1138	482	94	171	1819	115
76	2505	985	700	690	83	172	2072	115
77	2499	982	802	670	118	172	1458	115
78	2496	1208	793	671	90	170	1889	116
79	2485	1232	894	650	123	172	1398	116
80	2491	1215	994	631	183	175	956	117
81	2499	1490	1003	629	97	173	1784	118
82	2494	1467	1093	609	148	171	1155	120
83	2495	1481	1187	590	223	172	771	122
84	2973	1166	703	777	83	173	2084	122
85	2974	1178	801	761	119	175	1471	122
86	2977	1187	899	743	178	175	983	122
87	2981	1181	997	726	215	175	814	122
88	2977	1468	847	752	106	178	1679	123
89	2972	1471	896	743	125	172	1376	123
90	2981	1466	996	726	183	178	973	123

**Tabela 4.1: Dados experimentais levantados por Jiao (1988).**

Teste	$p_i$ (psig)	$p_d$ (psig)	$p_s$ (psig)	$Q_i$ (bbl/d)	$Q_{ls}$ (bbl/d)	$Q_{g0}$ (Mscf/d)	RGL scf/stb	T (°F)
91	2973	1464	1088	708	233	178	764	124
92	2981	1748	997	726	100	174	1740	115
93	2988	1767	1092	711	129	175	1357	116
94	2989	1757	1188	692	215	171	795	116
95	2013	780	395	658	238	93	391	112
96	2017	777	431	652	271	93	343	112
97	2013	775	556	626	506	92	182	112
98	2022	779	701	599	681	91	134	112
99	2014	969	551	626	255	93	365	113
100	2021	979	594	618	271	93	343	113
101	2016	986	698	596	538	93	173	114
102	2029	989	809	576	749	90	120	114
103	2025	1180	799	572	192	92	479	114
104	2009	1165	889	548	442	88	199	115
105	2012	1170	989	527	641	102	159	116
106	2007	1362	1082	496	182	102	560	119
107	2012	1383	1137	483	143	92	643	119
108	2011	1378	1189	469	455	89	196	120
109	2499	978	409	748	252	95	377	120
110	2501	972	508	732	434	95	219	120
111	2488	970	603	712	564	94	167	120
112	2494	976	706	695	682	93	136	120
113	2499	1217	603	711	185	94	508	120
114	2493	1214	703	692	377	93	247	120
115	2490	1217	799	673	577	93	161	121
116	2496	1224	893	658	750	89	119	121
117	2486	1479	990	630	181	97	536	121
118	2488	1478	1085	611	388	97	250	122
119	2498	1485	1187	593	619	96	155	122
120	2981	1162	351	838	181	91	503	115
121	2991	1182	402	833	165	91	552	115
122	2971	1159	503	813	463	91	197	116
123	2990	1180	601	801	596	90	151	117
124	2980	1179	700	784	714	89	125	117
125	2990	1162	797	770	830	87	105	117
126	2992	1480	699	783	153	97	634	119
127	2986	1471	796	765	339	93	274	119
128	2990	1476	896	747	557	86	154	120
129	2991	1484	994	732	689	100	145	120
130	2992	1782	1159	698	170	89	524	113
131	2983	1774	1190	691	243	90	370	115
132	2978	1771	1240	680	319	95	298	116
133	2980	1776	1294	670	448	92	205	117
134	2006	773	505	635	208	137	659	115
135	2014	783	600	617	406	133	328	116

**Tabela 4.1: Dados experimentais levantados por Jiao (1988).**

Teste	$p_i$ (psig)	$p_d$ (psig)	$p_s$ (psig)	$Q_i$ (bbl/d)	$Q_{ls}$ (bbl/d)	$Q_{g0}$ (Mscf/d)	RGL scf/stb	T (°F)
136	2032	972	597	619	128	139	1086	117
137	2024	977	693	599	373	139	373	117
138	2014	972	794	575	555	137	247	117
139	2014	1176	845	559	181	139	768	118
140	2015	1178	996	524	525	141	269	118
141	2010	1372	1105	491	158	135	854	119
142	2019	1378	1191	471	376	129	343	121
143	2499	989	605	714	409	136	333	120
144	2496	986	702	696	528	136	258	121
145	2488	978	801	676	631	136	216	122
146	2498	1221	696	695	223	140	628	122
147	2495	1221	801	675	452	137	303	122
148	2498	1231	895	660	609	132	217	123
149	2485	1213	993	636	731	144	197	123
150	2485	1474	1042	623	250	135	540	124
151	2488	1477	1090	613	312	135	433	124
152	2489	1485	1142	602	428	140	327	125
153	2974	1185	506	813	204	139	681	126
154	2984	1181	603	800	402	139	346	126
155	2983	1182	700	783	526	138	262	126
156	2976	1179	801	761	641	137	214	126
157	2982	1177	898	750	718	144	201	126
158	2978	1483	798	763	221	145	656	127
159	2983	1483	897	748	422	140	332	127
160	2975	1486	992	731	574	142	247	128
161	2977	1489	1093	714	737	143	194	128
162	2989	1771	1240	684	263	141	536	130
163	2984	1782	1292	673	404	136	337	130
164	2987	1769	1386	657	659	132	200	131
165	2033	781	555	630	149	169	1134	116
166	2034	787	655	610	319	169	530	116
167	2010	969	701	594	256	169	660	116
168	2000	975	798	570	465	165	355	117
169	2005	1165	890	547	195	170	872	118
170	2017	1183	998	526	433	170	393	118
171	2499	989	604	711	254	172	677	120
172	2509	974	657	704	334	171	512	120
173	2501	976	699	694	416	171	411	120
174	2504	988	799	675	548	167	305	120
175	2494	1211	748	681	257	169	658	121
176	2495	1216	799	673	380	166	437	121
177	2506	1227	895	657	554	157	283	121
178	2490	1215	990	635	643	174	271	122
179	2491	1464	1055	618	238	173	727	122
180	2502	1481	1100	611	270	172	637	123

**Tabela 4.1: Dados experimentais levantados por Jiao (1988).**

Teste	$p_i$ (psig)	$p_d$ (psig)	$p_s$ (psig)	$Q_i$ (bbl/d)	$Q_{ls}$ (bbl/d)	$Q_{g0}$ (Mscf/d)	RGL scf/stb	T (°F)
181	2507	1477	1183	595	494	165	334	123
182	2978	1181	603	797	264	170	644	124
183	2976	1175	700	782	436	170	390	124
184	2985	1175	809	765	556	170	306	124
185	2976	1182	892	750	665	161	242	124
186	2980	1484	804	763	182	170	934	125
187	2984	1486	901	746	370	161	435	125
188	2971	1476	997	729	555	167	301	125
189	2971	1480	1093	710	674	171	254	126
190	2976	1778	1193	689	126	181	1437	128
191	2975	1784	1292	669	270	185	685	128
192	2976	1776	1385	651	520	169	325	128
193	2982	1465	405	322	91	16	176	126
194	2982	1472	508	316	115	17	148	127
195	2985	1477	699	304	152	17	112	127
196	2982	1477	899	290	202	15	74	128
197	1985	1181	750	227	50	35	700	131
198	1997	1186	804	223	79	34	430	131
199	1993	1164	893	215	108	34	315	131
200	2987	1491	603	310	83	33	398	132
201	2987	1472	696	304	107	33	308	133
202	2986	1464	802	296	134	32	239	133
203	2992	1456	895	291	154	30	195	134
204	2982	1450	991	283	165	33	200	134
205	2983	1447	1088	276	196	27	138	134
206	1993	784	687	233	51	46	902	136
207	1993	984	757	227	66	46	697	136
208	1992	981	804	223	83	45	542	137
209	1995	1185	873	217	59	44	746	137
210	1995	1172	921	213	80	46	575	137
211	1998	1175	1001	206	108	45	417	139
212	2988	1146	603	308	27	46	1704	140
213	2984	1165	708	304	77	46	597	140
214	2986	1179	804	296	97	44	454	140
215	2982	1155	891	289	117	42	359	140
216	2979	770	608	307	56	46	821	140
217	2986	763	653	304	73	46	630	140
218	2976	1455	656	304	38	46	1211	140
219	2982	1484	708	303	78	46	590	140
220	2985	1471	804	294	97	44	454	141
221	2987	1472	899	289	120	42	350	142
222	2986	1453	997	282	135	44	326	142
223	2981	1782	837	293	41	47	1146	143
224	2976	1780	901	289	73	44	603	143
225	2982	1777	993	283	95	40	421	144

**Tabela 4.1: Dados experimentais levantados por Jiao (1988).**

Teste	$p_i$ (psig)	$p_d$ (psig)	$p_s$ (psig)	$Q_i$ (bbl/d)	$Q_{is}$ (bbl/d)	$Q_{g0}$ (Mscf/d)	RGL scf/stb	T (°F)
226	2981	1773	1098	276	128	33	258	144
227	2019	769	455	254	80	34	425	114
228	2016	781	510	249	107	34	318	114
229	2018	767	606	241	144	33	229	115
230	2028	993	557	245	103	33	320	120
231	2014	969	605	241	130	33	254	120
232	2016	978	705	233	166	33	199	120
233	2019	1176	716	232	75	33	440	122
234	2027	1174	800	225	115	33	287	122
235	2027	1172	890	217	160	33	206	123
236	2995	1198	460	320	100	33	330	124
237	2993	1186	506	317	119	33	277	124
238	2985	1180	700	303	177	33	186	125
239	2991	1170	901	290	235	33	140	125
240	2993	1505	561	313	69	33	478	127
241	2988	1493	606	310	101	33	327	128
242	2990	1481	803	298	181	32	177	128
243	2992	1485	1096	276	273	34	125	130
244	2985	1785	938	287	48	34	708	132
245	2981	1766	979	283	82	33	402	132
246	2998	1773	1094	276	125	30	240	134
247	2005	787	575	243	82	46	561	133
248	2011	794	607	241	100	46	460	133
249	2020	1015	657	238	76	46	605	133
250	2012	977	708	233	120	46	383	134
251	2007	965	801	225	145	47	324	134
252	2008	1162	794	224	70	48	686	135
253	2010	1174	889	217	122	45	369	135
254	2006	1170	1000	206	170	47	276	136
255	2003	1161	1089	198	205	48	234	136
256	2004	1361	1036	202	57	46	807	136
257	2993	1163	566	311	93	48	516	137
258	2988	1170	609	307	111	48	432	137
259	2988	1174	708	304	137	48	350	137
260	2986	1162	802	296	170	46	271	138
261	2998	1173	908	290	201	45	224	138
262	2993	1482	665	304	91	47	516	139
263	2990	1489	703	304	101	46	455	140
264	2993	1479	808	296	152	45	296	140
265	2987	1471	896	290	175	46	263	140
266	2981	1437	1090	276	243	46	189	140
267	2987	1767	944	285	56	44	786	141
268	2993	1757	1004	282	77	47	610	141
269	2987	1766	1089	275	104	47	452	141

## CAPÍTULO V

### AJUSTE E VERIFICAÇÃO DO MODELO

#### 5.1 - AJUSTE

O modelo desenvolvido foi ajustado e verificado recorrendo-se aos 269 testes obtidos por Jiao (1988) com uma bomba a jato industrial.

Utilizandos os valores medidos, mostrados na tabela 4.1, calcula-se para cada teste os parâmetros de entrada (  $Z$  ,  $\alpha_s$  ,  $\gamma_s$  ,  $\phi_s$  e  $R$  ) nas equações III-8, III-29, III-30, III-46, III-47, e III-53 a serem resolvidas para estimativa das pressões  $p_e$  ,  $p_2$  e  $p_d$  , com coeficientes de perda de carga ( $k_n$  ,  $k_s$  e  $k_{td}$ ) adequados, a serem determinados através de processo de minimização do desvio médio quadrático entre os valores medidos e calculados do parâmetro N.

#### 5.1.1 - Bocal

Inicialmente, foram utilizados todos os 269 testes para se determinar, com a equação III-8, o valor do coeficiente de dissipação  $k_n$  que se aplica ao bocal.

A equação do bocal, eq.(III-8) é

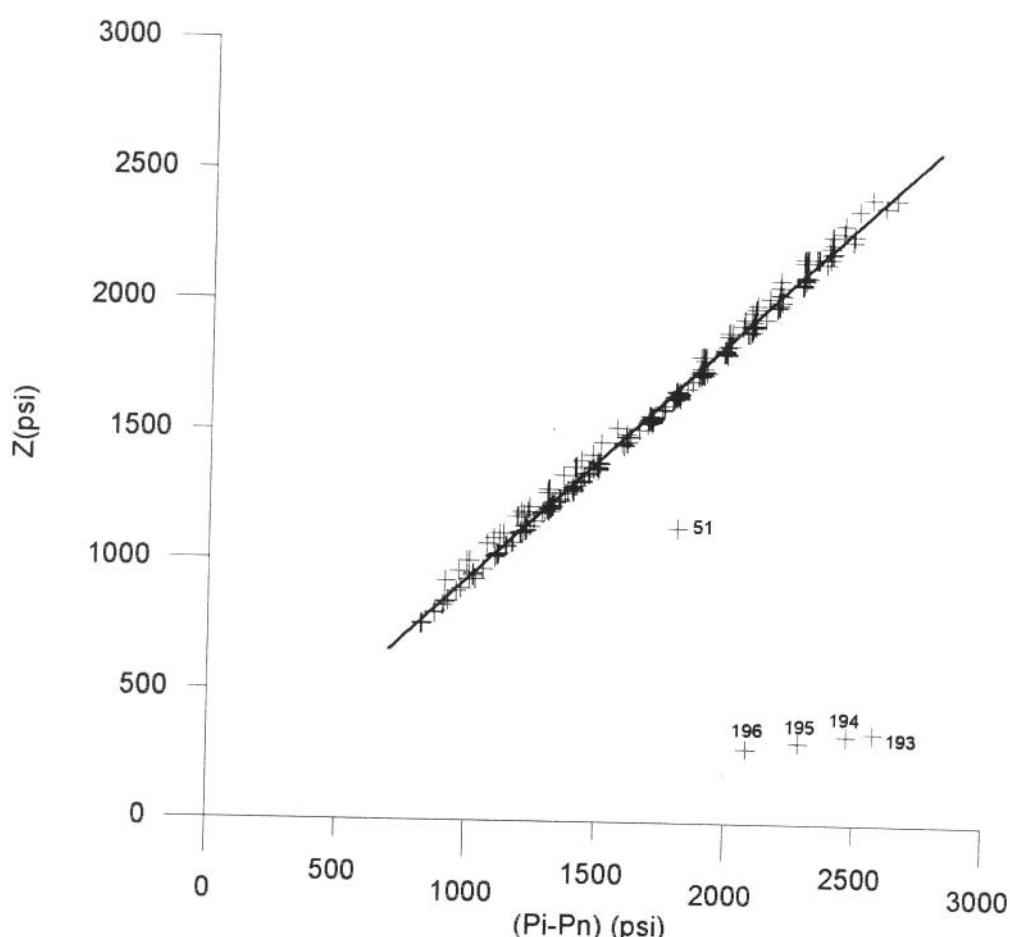
$$p_i - p_s = Z \cdot (1 + k_n)$$

onde,  $Z = \frac{1}{2} \cdot \rho_n \cdot v_n^2$

Nesta equação, com exceção do parâmetro  $k_n$ , todas variáveis são mensuráveis, isto é, foram diretamente obtidas dos dados experimentais de Jiao (1988). Correlacionando-se a variável  $Z$  com a diferença de pressão ( $p_i - p_s$ ), verifica-se que a equação resultante é a de uma reta com coeficiente angular

igual a  $1/(1+k_n)$ . Assim, o parâmetro  $k_n$  pode ser determinado, a partir dos dados experimentais, através de uma regressão linear simples.

A figura 5.1 mostra a relação linear existente entre as variáveis  $Z$  e  $(p_i - p_n)$ .



**Figura 5.1 : Gráfico da equação III-8 com dados de Jiao(1988).**

A inclinação da reta ajustada na correlação é igual a  $1/(1+k_n)$ . Verificou-se que os pontos experimentais classificados com os números 51, 193, 194, 195, e 196 indicaram comportamento completamente diverso dos demais e, assim sendo, foram descartados. Especula-se sobre a possibilidade de erro experimental ou transcrição errônea dos dados. Os 264 testes restantes foram analisados separadamente. Na figura 5.1 a linha contínua é a reta melhor ajustada, recorrendo-se a uma regressão linear simples para os 264 pontos operacionais pré-selecionados.

O valor determinado para  $k_n$  foi  $k_n = 0,083$ . Obtido este valor, recalcaram-se os novos valores de pressões na entrada do bocal ( $p_{ic}$ ) a partir das vazões do fluido motriz ( $Q_i$ ) para os 264 dados experimentais, utilizando-se novamente a equação III - 8.

### 5.1.2 - Sucção e garganta

O processo de solução veio requerer, então, a aplicação das equações III-29, III-30, III-46 e III-47, com uma estimativa inicial do coeficiente de dissipação na sucção. O valor adotado foi  $k_s = 0$ , para se calcular a pressão do escoamento na entrada da garganta e após o choque de mistura ( $p_e$  e  $p_2$ , respectivamente). As equações da sucção e garganta (choque de mistura) serão analisadas a seguir.

#### a) Sucção

A equação que se aplica sucção, eq.(III-29), é

$$F(p_e) \equiv (p_e - p_s) \cdot (1 - \alpha_s) + Z \cdot \frac{\gamma_s \cdot \phi_e^2 \cdot r^2 \cdot (1 + k_s)}{(1 - r)^2} + \alpha_s \cdot p_s \cdot \ln\left(\frac{p_e}{p_s}\right) = 0$$

onde,

$$\phi_e = \left( \alpha_s \cdot \frac{p_s}{p_e} + 1 - \alpha_s \right) \cdot \phi_s$$

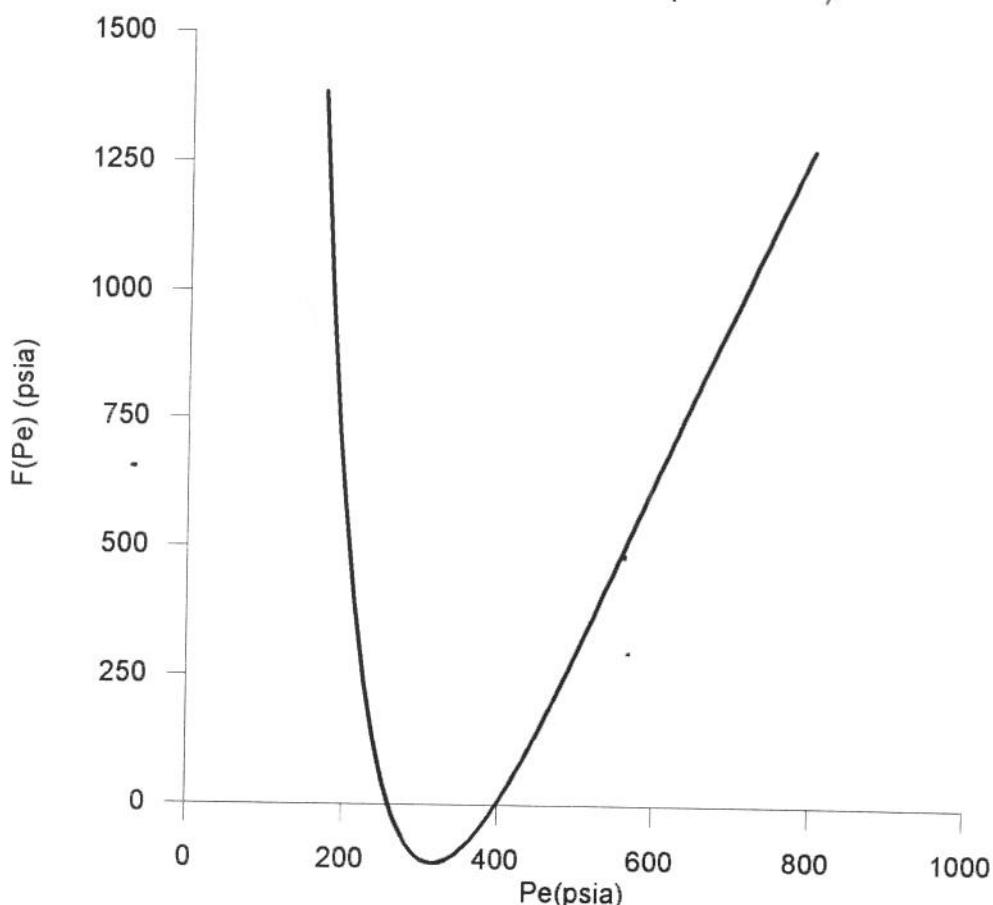
Na equação (III-29), com exceção das variáveis  $p_e$ ,  $\phi_e$  e do parâmetro  $k_s$ , todas as outras são mensuráveis ou foram calculadas a partir dos dados experimentais. O objetivo é calcular a variável  $p_e$ , ou seja, a pressão na entrada da garganta. Verifica-se que  $p_e$  não pode ser obtido de forma direta, pois a equação III-29 não é linear e não tem solução analítica. O valor de  $p_e$  tem que ser obtido por método numérico, com a variação do parâmetro  $k_s$  dentro de um intervalo realista, pré-determinado.

A título de exemplo, a figura 5.2 mostra o gráfico da equação III-29 com o parâmetro  $k_s$  fixado em zero ( valor mencionado na literatura),  $k_s = 0$ , para os dados experimentais do primeiro teste do experimento de Jiao (1988). Verifica-se que duas soluções matemáticas são obtidas neste caso .

Quando a equação apresenta duas soluções para  $p_e$ , apenas a solução de maior valor (solução à direita), é fisicamente plausível. A solução de menor  $p_e$  apresenta números de Mach maior que a unidade. Se assim fosse, haveria ocorrência de escoamento supersônico no bocal convergente, contrariando a análise de Shapiro (1953). A solução da direita apresenta números de Mach menores que a unidade, ou seja, escoamento subsônico. Conforme a discussão apresentada no ítem 3.1, é o que realmente ocorre em um bocal convergente, partindo-se de uma situação de estagnação.

A solução pode ser única, também fisicamente plausível. Alguns dados experimentais, entretanto, não resultaram em qualquer solução para a equação III-29, isto é, o ponto de mínimo da curva tinha ordenada superior a zero.

A não existência de solução está relacionada com a utilização de dados experimentais medidos incorretamente, ou no caso de ocorrência de bloqueio do escoamento na sucção (não relatados na análise experimental).



**Figura 5.2 : Gráfico da equação III-29 com o parâmetro  $k_s = 0$  para o teste 01 do experimento de Jiao(1988).**

b) Garganta (choque de mistura)

A equação que se aplica ao choque de mistura, eq.(III-46), é

$$G(p_2) \equiv p_2 - p_e - 2 \cdot Z \left[ r + \gamma_s \cdot \phi_s \cdot \phi_e \cdot \frac{r^2}{1-r} - (1 + \gamma_s \cdot \phi_s) \cdot (1 + \phi_2) \cdot r^2 \right] = 0$$

onde,

$$\phi_2 = \left( \alpha_s \cdot \frac{p_s}{p_2} + 1 - \alpha_s \right) \phi_s$$

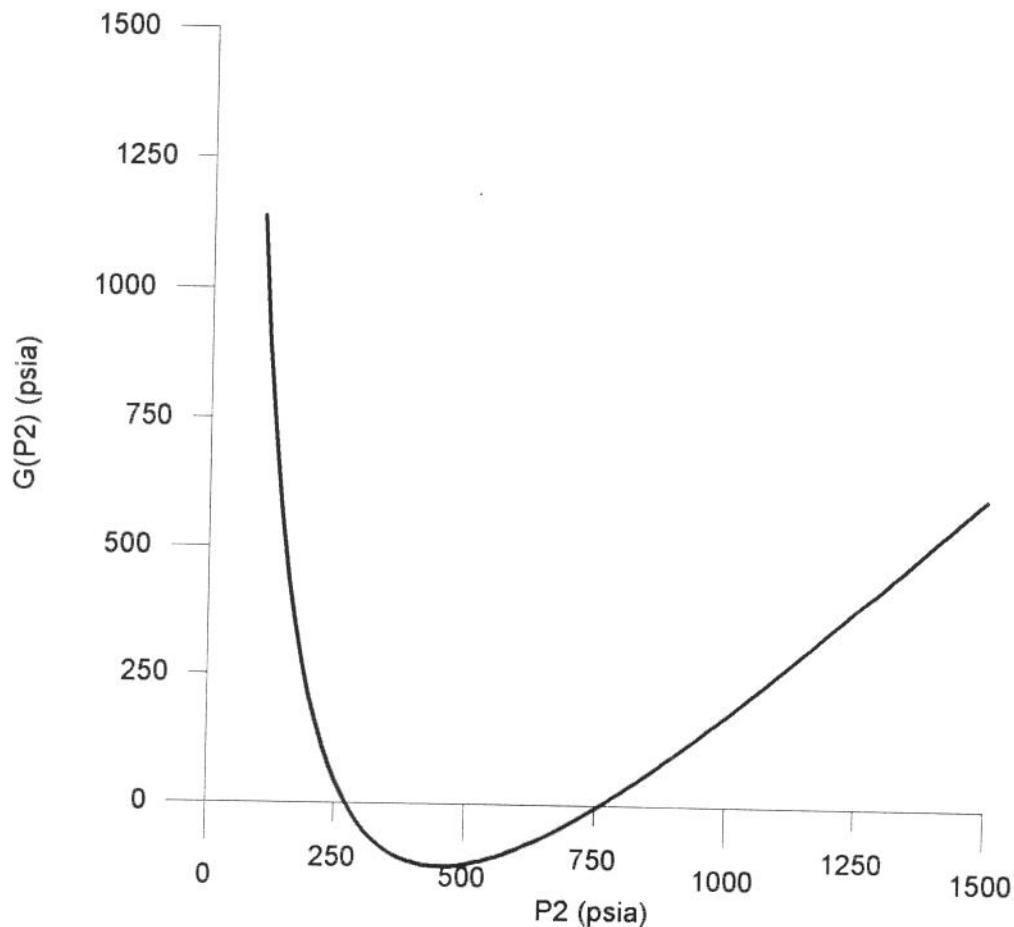
Na equação III-46, com exceção das variáveis  $p_2$  e  $\phi_2$ , todas as outras são obtidas dos dados experimentais ou calculadas de forma direta ou recorrendo a método numérico. Deseja-se calcular a variável  $p_2$ , ou seja, a pressão na garganta, logo após o choque de mistura. Novamente verifica-se que isto não pode ser feito de forma direta: a equação não é linear e não apresenta solução analítica. Assim, a equação III-46 tem que ser resolvida também com método numérico. A figura 5.3 mostra a função  $G(p_2)$  versus  $p_2$  utilizando-se os dados medidos no teste número 01 do experimento de Jiao (1988) e o valor de  $p_e$  calculado com equação III-29 para  $k_s = 0$ .

Novamente, a equação III-46 pode apresentar duas soluções, uma solução ou nenhuma solução. A explicação da possibilidade da não existência de solução é a mesma já discutida para a equação da sucção.

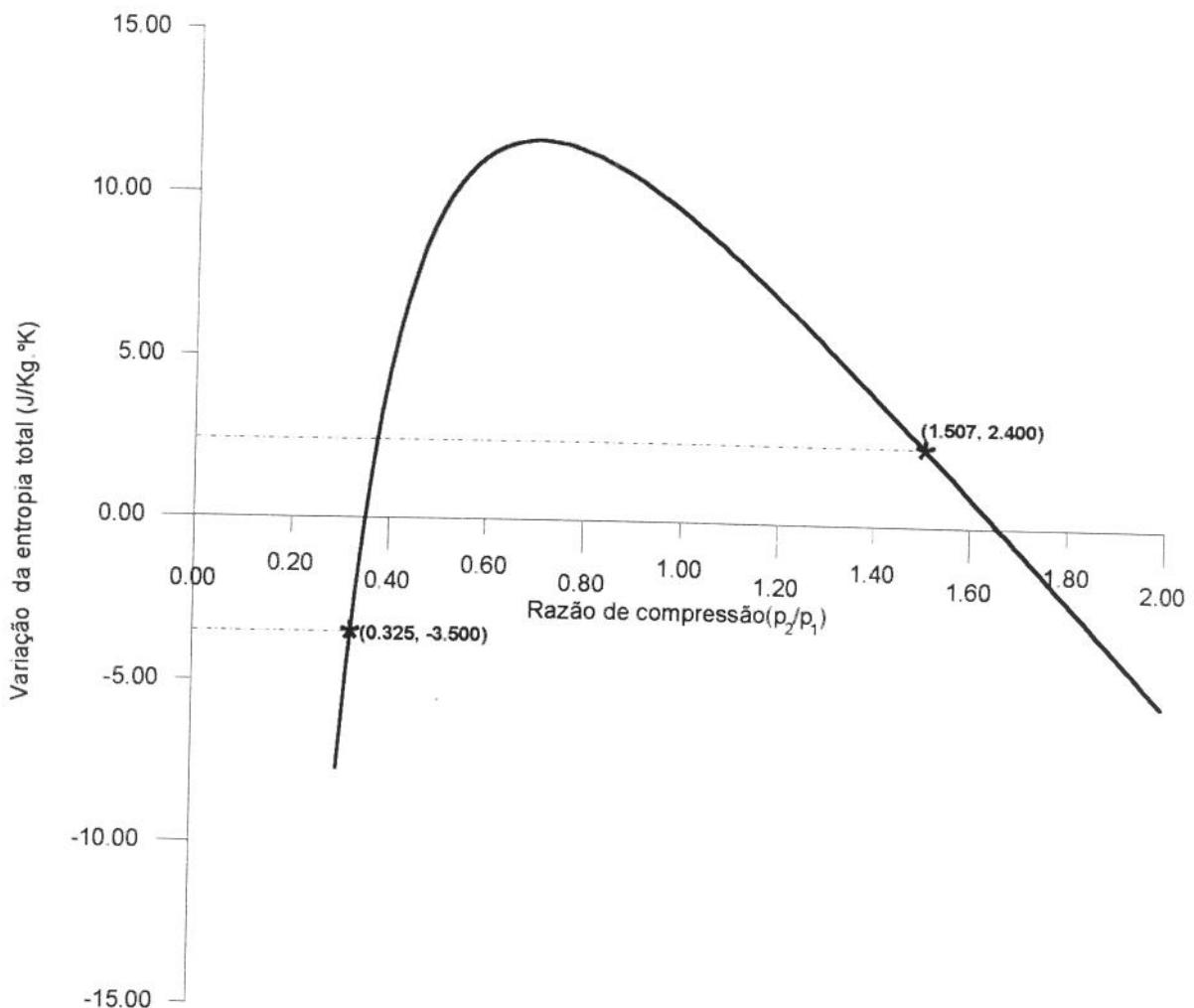
Quando a equação apresenta duas soluções, Witte (1969) demonstra que apenas a situação com a solução de maior valor de  $p_2$  (solução à direita) é fisicamente plausível. Segundo o autor, após o choque de mistura, apenas escoamento subsônico poderia acontecer, o que descarta a solução à esquerda, pois aí estaria ocorrendo escoamento supersônico e levaria a uma condição de variação negativa da entropia total no *choque de mistura*.

A título de ilustração a figura 5.4 mostra o gráfico da variação da entropia total no *choque de mistura* em função da razão de compressão ( $p_2/p_1$ ) para o teste número 08 do experimento de Jiao(1988). No gráfico, vemos que a menor razão de compressão, obtida com a solução de menor valor para  $p_2$  (solução a esquerda na equação III-46), levou a uma variação negativa na entropia total (-3,5 Joules/Kg.°K), enquanto que a maior razão de compressão, obtida com

a solução de maior valor para  $p_2$  (solução a direita na equação III-46), levou a uma variação positiva na entropia total (+2,4 Joules/Kg. $^{\circ}$ K). Isto vem confirmar a teoria de Witte(1969), de que a solução de menor valor para  $p_2$  na equação III-46 não tem significado fisicamente plausível. Assim sendo, quando a equação que descreve o *choque de mistura* apresenta duas soluções, a que tem maior valor de pressão é a solução real.



**Figura 5.3 : Gráfico da equação III-46 com o parâmetro  $k_s = 0$  na equação III-29 para o teste 01 do experimento de Jiao (1988).**



**Figura 5.4 : Gráfico da variação da entropia total no choque de mistura, usando Witte(1969), no teste 08 do experimento de Jiao(1988).**

A tabela 5.1 mostra os resultados obtidos no cálculo dos valores de  $p_e$  e  $p_2$ , para os 264 testes pré-selecionados, a partir das equações (III-29), (III-30), (III-46) e (III-47) com o valor de  $k_s$  igual a zero,  $k_s = 0$ . Fazendo  $k_s = 0$  (menor valor fisicamente plausível para  $k_s$  ), obtemos valores máximos para  $p_e$  e  $p_2$ . Valores máximos para  $p_e$  e  $p_2$  proporcionam valores mínimos para os números de Mach(condição mais severa possível para análise). Qualquer outro valor positivo para  $k_s$ , proporcionaria números de Mach maiores, consequentemente todo ponto operacional que fosse descartado na condição para  $k_s = 0$ , obrigatoriamente seria

descartado em qualquer outra condição de  $k_s$  positivo. Os pontos experimentais para os quais o modelo não apresentou solução para  $p_0$  e  $p_2$  estão caracterizados como "indeterminado". Devidos aos motivos já relatados, anteriormente, serão descartados.

**Tabela 5.1: Pressões na entrada da garganta e após o choque de mistura,  
com  $k_s = 0$  ( 264 testes pré selecionados ).**

Teste	$p_e$ (psia)	$p_2$ (psia)
1	398.70	760.66
2	401.43	724.67
3	Indeterminado	Indeterminado
4	Indeterminado	Indeterminado
5	495.74	829.77
6	460.23	710.89
7	Indeterminado	Indeterminado
8	631.73	952.12
9	641.03	865.64
10	660.21	803.34
11	673.20	757.67
12	918.34	1128.37
13	933.85	1097.36
14	936.42	1060.50
15	339.32	950.82
16	Indeterminado	Indeterminado
17	Indeterminado	Indeterminado
18	442.15	974.98
19	Indeterminado	Indeterminado
20	Indeterminado	Indeterminado
21	572.18	868.78
22	622.63	1133.57
23	681.42	1116.20
24	667.04	985.41
25	600.17	686.79
26	Indeterminado	Indeterminado
27	Indeterminado	Indeterminado
28	Indeterminado	Indeterminado
29	Indeterminado	Indeterminado
30	Indeterminado	Indeterminado
31	Indeterminado	Indeterminado
32	Indeterminado	Indeterminado
33	Indeterminado	Indeterminado
34	645.68	1383.35
35	754.03	1291.30
36	871.45	1273.19
37	808.36	1084.75
38	461.56	694.38
39	497.94	712.12
40	529.86	713.27
41	604.61	850.73
42	627.84	845.68
43	630.93	808.03
44	590.46	691.73

**Tabela 5.1: Pressões na entrada da garganta e após o choque de mistura,  
com  $k_s = 0$  ( 264 testes pré selecionados ).**

Teste	$p_e$ (psia)	$p_2$ (psia)
45	766.64	983.06
46	786.72	974.18
47	758.05	836.32
48	750.44	757.33
49	1003.28	1152.84
50	458.35	960.65
52	Indeterminado	Indeterminado
53	585.97	1048.51
54	598.03	968.09
55	605.76	891.83
56	631.38	834.91
57	758.80	1173.53
58	832.09	1130.53
59	820.58	1022.14
60	1088.73	1421.72
61	479.07	1139.07
62	Indeterminado	Indeterminado
63	819.02	1197.29
64	574.65	1075.13
65	578.68	1005.68
66	863.49	1366.00
67	865.24	1251.13
68	913.90	1244.60
69	512.86	Indeterminado
70	682.34	842.57
71	683.70	780.38
72	683.53	712.71
73	843.22	981.93
74	839.03	889.99
75	1054.85	1173.81
76	537.56	919.67
77	602.24	924.24
78	658.72	1021.35
79	726.28	1026.49
80	723.37	925.49
81	898.60	1208.91
82	935.53	1176.37
83	920.14	1067.45
84	536.33	1155.44
85	583.36	1133.85
86	Indeterminado	Indeterminado
87	Indeterminado	Indeterminado
88	683.63	1217.83
89	722.11	1230.64
90	711.88	1122.36

**Tabela 5.1: Pressões na entrada da garganta e após o choque de mistura, com  $k_s = 0$  ( 264 testes pré selecionados ).**

Teste	$p_e$ (psia)	$p_2$ (psia)
91	693.19	1019.32
92	887.55	1394.60
93	957.82	1409.66
94	942.71	1281.39
95	308.09	704.26
96	335.87	710.53
97	Indeterminado	Indeterminado
98	Indeterminado	Indeterminado
99	492.43	820.92
100	534.10	846.11
101	507.03	715.80
102	464.40	604.50
103	777.22	1059.35
104	788.43	969.18
105	778.55	885.60
106	1066.58	1267.92
107	1131.93	1336.38
108	1097.88	1208.79
109	312.56	855.45
110	Indeterminado	Indeterminado
111	Indeterminado	Indeterminado
112	Indeterminado	Indeterminado
113	573.21	1053.68
114	609.26	989.04
115	606.61	893.00
116	595.01	812.15
117	974.10	1338.54
118	1011.27	1277.29
119	1014.90	1190.71
120	288.68	1025.69
121	361.04	1081.25
122	Indeterminado	Indeterminado
123	Indeterminado	Indeterminado
124	Indeterminado	Indeterminado
125	Indeterminado	Indeterminado
126	681.78	1299.79
127	727.17	1233.46
128	740.46	1131.92
129	752.90	1071.59
130	1149.92	1626.75
131	1165.50	1599.49
132	1194.83	1579.70
133	1207.93	1530.25
134	426.52	759.23

**Tabela 5.1: Pressões na entrada da garganta e após o choque de mistura,  
com  $k_s = 0$  ( 264 testes pré selecionados ).**

Teste	$p_e$ (psia)	$p_2$ (psia)
135	385.07	662.49
136	568.23	899.58
137	555.05	791.13
138	539.88	702.86
139	813.26	1061.14
140	820.52	938.55
141	1088.49	1279.80
142	1112.17	1231.38
143	373.26	810.21
144	Indeterminado	Indeterminado
145	Indeterminado	Indeterminado
146	638.17	1056.12
147	638.20	952.91
148	642.60	891.10
149	628.41	811.72
150	998.24	1312.01
151	1027.48	1307.71
152	1033.00	1260.84
153	426.52	1070.87
154	354.98	957.94
155	Indeterminado	Indeterminado
156	Indeterminado	Indeterminado
157	Indeterminado	Indeterminado
158	747.02	1276.96
159	766.73	1195.25
160	779.37	1126.10
161	768.86	1038.45
162	1196.78	1592.16
163	1202.93	1530.60
164	1177.70	1399.85
165	499.00	817.15
166	509.19	759.56
167	611.32	856.37
168	586.58	750.49
169	845.78	1061.85
170	854.15	985.67
171	488.01	912.74
172	493.45	888.23
173	460.94	830.21
174	Indeterminado	Indeterminado
175	664.41	1035.32
176	654.39	976.93
177	652.06	904.86
178	664.03	857.63

**Tabela 5.1: Pressões na entrada da garganta e após o choque de mistura, com  $k_s = 0$  ( 264 testes pré selecionados ).**

Teste	$p_e$ (psia)	$p_2$ (psia)
179	1003.22	1298.95
180	1039.26	1316.82
181	1029.39	1221.38
182	479.47	1060.23
183	405.26	952.73
184	Indeterminado	Indeterminado
185	Indeterminado	Indeterminado
186	758.34	1292.17
187	784.22	1221.45
188	771.06	1115.42
189	784.75	1061.64
190	1176.86	1618.53
191	1235.18	1590.66
192	1231.33	1480.88
197	648.51	956.37
198	607.83	840.99
199	559.66	701.43
200	Indeterminado	Indeterminado
201	Indeterminado	Indeterminado
202	Indeterminado	Indeterminado
203	Indeterminado	Indeterminado
204	Indeterminado	Indeterminado
205	Indeterminado	Indeterminado
206	487.21	741.40
207	469.23	646.68
208	Indeterminado	Indeterminado
209	727.71	941.80
210	677.49	815.28
211	560.82	Indeterminado
212	508.42	1290.45
213	Indeterminado	Indeterminado
214	Indeterminado	Indeterminado
215	Indeterminado	Indeterminado
216	Indeterminado	Indeterminado
217	Indeterminado	Indeterminado
218	525.20	1255.63
219	Indeterminado	Indeterminado
220	Indeterminado	Indeterminado
221	Indeterminado	Indeterminado
222	Indeterminado	Indeterminado
223	736.95	1381.93
224	699.66	1248.00
225	741.77	1210.80
226	768.15	1137.41

**Tabela 5.1: Pressões na entrada da garganta e após o choque de mistura,  
com  $k_s = 0$  ( 264 testes pré selecionados ).**

Teste	$p_e$ (psia)	$p_2$ (psia)
227	Indeterminado	Indeterminado
228	Indeterminado	Indeterminado
229	Indeterminado	Indeterminado
230	369.99	741.68
231	Indeterminado	Indeterminado
232	Indeterminado	Indeterminado
233	648.08	980.64
234	670.75	924.13
235	669.22	842.59
236	Indeterminado	Indeterminado
237	Indeterminado	Indeterminado
238	Indeterminado	Indeterminado
239	Indeterminado	Indeterminado
240	480.08	1229.78
241	458.51	1142.99
242	438.87	955.29
243	Indeterminado	Indeterminado
244	914.24	1551.11
245	919.49	1472.85
246	983.02	1431.58
247	376.43	732.64
248	Indeterminado	Indeterminado
249	537.90	861.25
250	Indeterminado	Indeterminado
251	Indeterminado	Indeterminado
252	709.46	983.90
253	714.31	907.47
254	693.78	795.60
255	652.33	690.46
256	992.97	1225.85
257	Indeterminado	Indeterminado
258	Indeterminado	Indeterminado
259	Indeterminado	Indeterminado
260	Indeterminado	Indeterminado
261	Indeterminado	Indeterminado
262	493.14	1139.69
263	519.49	1148.65
264	Indeterminado	Indeterminado
265	Indeterminado	Indeterminado
266	Indeterminado	Indeterminado
267	899.73	1489.68
268	929.61	1461.45
269	976.39	1429.07

Verifica-se através dos resultados da tabela 5.1 que 75 pontos experimentais não apresentaram solução para a equação (III-29) ou (III-46) na determinação de  $p_e$  ou  $p_2$ . Restam-nos, agora, 189 pontos experimentais para as análises subsequentes.

### 5.1.2.1 - Análise do bloqueio do escoamento na sucção e garganta

A análise do bloqueio do escoamento na sucção e garganta foi feita através do cálculo do número de Mach (M) na saída da sucção e no trecho de pré-choque de mistura na garganta. O número de Mach do escoamento foi calculado com as equações V-1 e V-2, seguindo o procedimento adotado por Wallis (1969), aplicável a um escoamento homogêneo isotérmico.

$$M = \frac{v_m}{c} \quad (V-1)$$

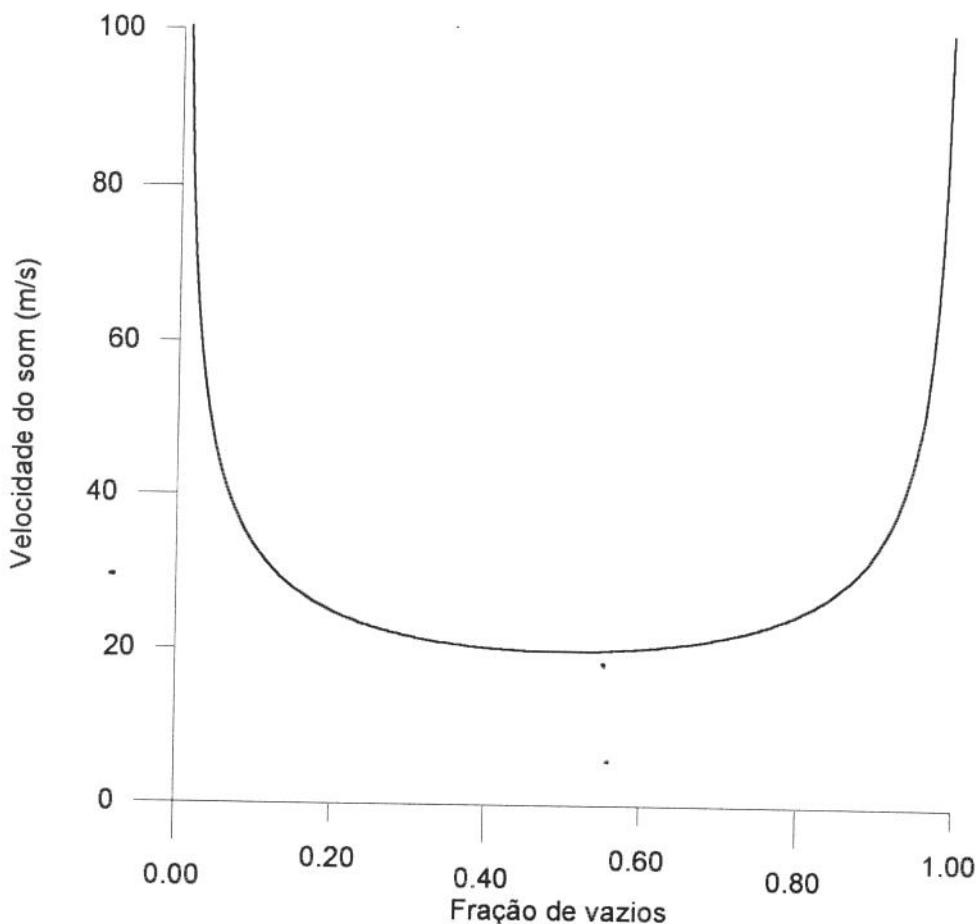
onde,

$$c = \sqrt{\frac{\rho_g \cdot R_g \cdot T}{\alpha \cdot (1-\alpha) \cdot \rho_l}} \quad (V-2)$$

A partir da equação (V-2), a figura 5.5 mostra a dependência da velocidade do som na mistura bifásica ( $c$ ) com a fração de vazios ( $\alpha$ ), para escoamento de uma mistura homogênea de água e ar nas condições padrão (pressão = 1 atm e temperatura = 60 °F). A curva da figura 5.5 apresenta ponto de mínimo para uma fração de vazios,  $\alpha = 0,5$ .

Pode-se notar pela equação (V-1) que o número de Mach é inversamente proporcional a velocidade do som na mistura para as mesmas condições de fluxo. Assim, podemos raciocinar em termos da variação do número de Mach com a fração de vazios no escoamento. No intervalo de 0 a 0,5 para a fração de vazios, a velocidade do som na mistura decresce (e, consequentemente, Mach cresce) com o aumento de  $\alpha$ . No intervalo de 0,5 a 1,0 para a fração de vazios, a velocidade do som na mistura cresce (e, consequentemente, Mach decresce) com o aumento de  $\alpha$ . Além desta dependência complexa do número de Mach

com a fração de vazios, vale ressaltar a questão do deslizamento entre as fases gasosa e líquida. Em um bocal convergente, o gás apresenta maior velocidade e consequentemente a fração de vazios real no escoamento é menor que a calculada recorrendo-se ao modelo homogêneo. Tudo isso nos levou a ser cautelosos no adoção do limite superior do número de Mach no escoamento. Com isso, cresce a probabilidade de estarmos, realmente, trabalhando com dados experimentais em escoamento subsônico. Assim, decidimos considerar os dados experimentais que indicaram número de Mach na sucção e na garganta menor que 0,8.



**Figura 5.5 : Variação da velocidade do som com a fração de vazios em uma mistura homogênea água/ar, em condições padrão, segundo Wallis (1969).**

A tabela 5.2 mostra os resultados obtidos no cálculo dos valores dos números de Mach na saída da sucção e no trecho de pré-choque de mistura na garganta ( $Mach_e$  e  $Mach_1$ , respectivamente), para os 189 pontos experimentais pré-selecionados. Apresenta também, os valores das pressões  $p_e$  e  $P_2$ , a partir das equações (III-29), (III-30), (III-46) e (III-47) com o valor de  $k_s$  igual a zero,  $k_s = 0$ . Os pontos experimentais que apresentam número de Mach maior que 0,8 serão descartados.

### 5.1.3 - Difusor (pós choque de mistura)

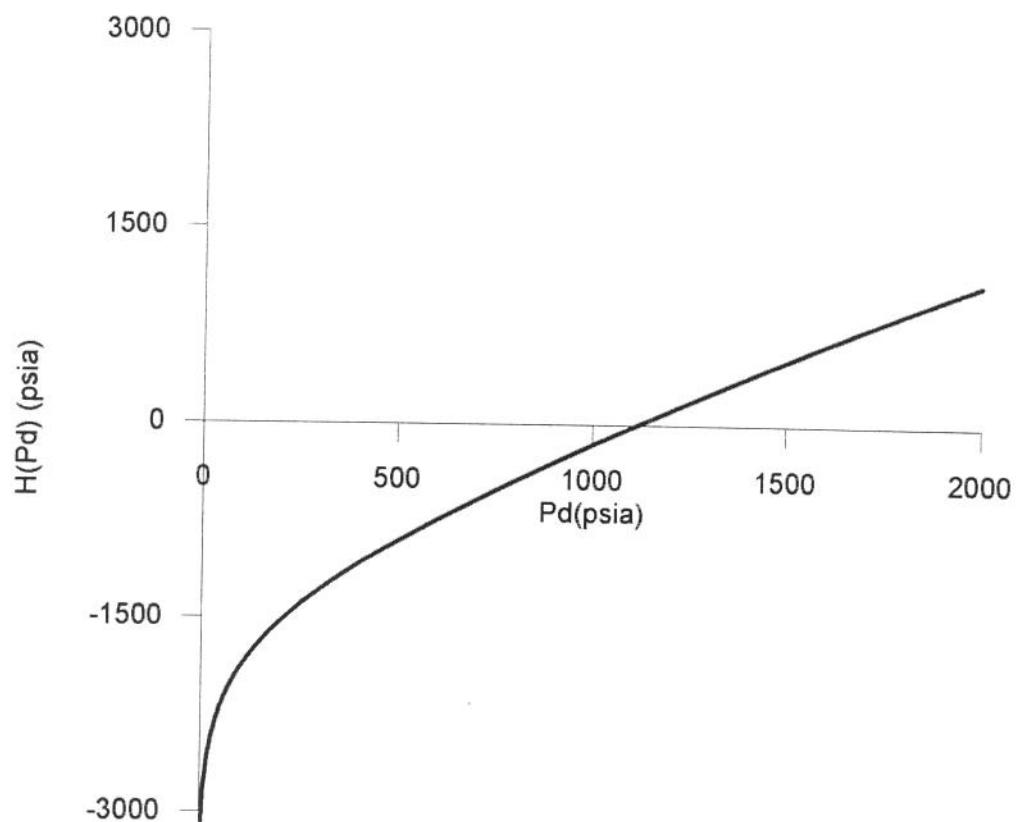
A equação que se aplica ao pós choque de mistura, eq.(III-53), é

$$H(p_d) \equiv (p_d - p_2) \cdot [1 + (1 - \alpha_s) \cdot \phi_s] - Z \cdot (1 - k_{td}) \cdot (1 + \gamma_s \cdot \phi_s) \cdot (1 + \phi_2)^2 \cdot r^2 + \alpha_s \cdot \phi_s \cdot p_s \cdot \ln\left(\frac{p_d}{p_2}\right) = 0$$

Na equação III-53, com exceção da variável  $p_d$  e do parâmetro  $k_{td}$ , todas as outras são medidas no experimento ou calculadas de forma direta ou numérica. Deseja-se calcular a variável  $p_d$  ou seja, a pressão na saída do difusor, portanto o que será realizado numericamente.

A título de ilustração, a figura 5.6 mostra a forma da função  $H(p_d)$  utilizando-se os dados medidos no teste número 01 do experimento de Jiao (1988) com  $p_e$  e  $p_2$  calculados numericamente nas equações III-29 e III-46, respectivamente e adotando-se  $k_s = 0$  e  $k_{td} = 0.20$ .

Pela figura 5.6, verifica-se que caso tenha-se obtido soluções nas equações III-29 e III-46, a equação III-53 apresentará obrigatoriamente sempre uma única solução. E será esta solução, isto é, o valor da pressão calculada na saída do difusor que é a variável final determinada para o cálculo do parâmetro  $Nc$  (valor calculado do ganho de pressão adimensional dos fluidos succionados), a ser comparado com o valor medido de tal parâmetro (Nm).



**Figura 5.6 : Gráfico da equação III-53 com o parâmetro  $k_{td} = 0.20$  e  $k_s = 0$  na equação III-29 para o teste 01 do experimento de Jiao (1988).**

**Tabela 5.2: Números de Mach na sucção (  $Mach_e$  ) e na garganta (  $Mach_1$  )  
e pressões  $p_e$  e  $p_2$  , com  $k_s = 0$  ( 189 testes pré-selecionados).**

Teste	$p_e$ (psia)	$p_2$ (psia)	$Mach_e$	$Mach_1$
1	398.70	760.66	0.74	1.13
2	401.43	724.67	0.81	1.13
5	495.74	829.77	0.58	0.89
6	460.23	710.89	0.80	1.00
8	631.73	952.12	0.43	0.69
9	641.03	865.64	0.56	0.70
10	660.21	803.34	0.64	0.71
11	673.20	757.67	0.69	0.70
12	918.34	1128.37	0.34	0.46
13	933.85	1097.36	0.39	0.47
14	936.42	1060.50	0.43	0.47
15	339.32	950.82	0.81	1.40
18	442.15	974.98	0.71	1.08
21	572.18	868.78	0.78	0.88
22	622.63	1133.57	0.44	0.77
23	681.42	1116.20	0.48	0.70
24	667.04	985.41	0.62	0.74
25	600.17	686.79	0.92	0.88
34	645.68	1383.35	0.37	0.77
35	754.03	1291.30	0.50	0.68
36	871.45	1273.19	0.51	0.60
37	808.36	1084.75	0.65	0.68
38	461.56	694.38	0.63	1.14
39	497.94	712.12	0.64	1.07
40	529.86	713.27	0.66	1.00
41	604.61	850.73	0.48	0.86
42	627.84	845.68	0.52	0.83
43	630.93	808.03	0.59	0.83
44	590.46	691.73	0.74	0.90
45	766.64	983.06	0.39	0.66
46	786.72	974.18	0.44	0.65
47	758.05	836.32	0.62	0.71
48	750.44	757.33	0.70	0.73
49	1003.28	1152.84	0.35	0.49
50	458.35	960.65	0.65	1.22
53	585.97	1048.51	0.51	0.96
54	598.03	968.09	0.67	0.95
55	605.76	891.83	0.76	0.97
56	631.38	834.91	0.82	0.95
57	758.80	1173.53	0.42	0.72
58	832.09	1130.53	0.50	0.69
59	820.58	1022.14	0.62	0.71

**Tabela 5.2: Números de Mach na sucção (  $Mach_e$  ) e na garganta (  $Mach_1$  )  
e pressões  $p_e$  e  $p_2$  , com  $k_s = 0$  ( 189 testes pré-selecionados).**

Teste	$p_e$ (psia)	$p_2$ (psia)	$Mach_e$	$Mach_1$
60	1088.73	1421.72	0.29	0.48
61	479.07	1139.07	0.77	1.26
63	819.02	1197.29	0.62	0.76
64	574.65	1075.13	0.82	1.08
65	578.68	1005.68	0.89	1.09
66	863.49	1366.00	0.46	0.70
67	865.24	1251.13	0.57	0.72
68	913.90	1244.60	0.58	0.69
70	682.34	842.57	0.46	0.83
71	683.70	780.38	0.55	0.84
72	683.53	712.71	0.62	0.85
73	843.22	981.93	0.41	0.66
74	839.03	889.99	0.55	0.69
75	1054.85	1173.81	0.33	0.50
76	537.56	919.67	0.60	1.15
77	602.24	924.24	0.64	1.03
78	658.72	1021.35	0.51	0.92
79	726.28	1026.49	0.55	0.85
80	723.37	925.49	0.67	0.88
81	898.60	1208.91	0.39	0.67
82	935.53	1176.37	0.46	0.65
83	920.14	1067.45	0.58	0.69
84	536.33	1155.44	0.61	1.22
85	583.36	1133.85	0.68	1.14
88	683.63	1217.83	0.55	0.97
89	722.11	1230.64	0.56	0.91
90	711.88	1122.36	0.69	0.96
91	693.19	1019.32	0.81	1.01
92	887.55	1394.60	0.40	0.72
93	957.82	1409.66	0.43	0.68
94	942.71	1281.39	0.55	0.71
95	308.09	704.26	0.65	0.97
96	335.87	710.53	0.64	0.91
99	492.43	820.92	0.42	0.60
100	534.10	846.11	0.40	0.56
101	507.03	715.80	0.60	0.67
102	464.40	604.50	0.76	0.77
103	777.22	1059.35	0.23	0.35
104	788.43	969.18	0.34	0.39
105	778.55	885.60	0.45	0.46
106	1066.58	1267.92	0.17	0.26
107	1131.93	1336.38	0.14	0.22

**Tabela 5.2: Números de Mach na sucção (  $Mach_e$  ) e na garganta (  $Mach_1$  ) e pressões  $p_e$  e  $p_2$  , com  $k_s = 0$  ( 189 testes pré-selecionados).**

Teste	$p_e$ (psia)	$p_2$ (psia)	$Mach_e$	$Mach_1$
108	1097.88	1208.79	0.25	0.27
109	312.56	855.45	0.67	1.03
113	573.21	1053.68	0.31	0.53
114	609.26	989.04	0.42	0.54
115	606.61	893.00	0.52	0.59
116	595.01	812.15	0.59	0.62
117	974.10	1338.54	0.19	0.30
118	1011.27	1277.29	0.26	0.32
119	1014.90	1190.71	0.33	0.35
120	288.68	1025.69	0.60	1.10
121	361.04	1081.25	0.46	0.87
126	681.78	1299.79	0.24	0.46
127	727.17	1233.46	0.33	0.46
128	740.46	1131.92	0.40	0.47
129	752.90	1071.59	0.48	0.52
130	1149.92	1626.75	0.15	0.25
131	1165.50	1599.49	0.17	0.26
132	1194.83	1579.70	0.20	0.27
133	1207.93	1530.25	0.23	0.28
134	426.52	759.23	0.54	0.83
135	385.07	662.49	0.82	1.00
136	568.23	899.58	0.32	0.59
137	555.05	791.13	0.56	0.69
138	539.88	702.86	0.69	0.76
139	813.26	1061.14	0.27	0.41
140	820.52	938.55	0.45	0.49
141	1088.49	1279.80	0.18	0.28
142	1112.17	1231.38	0.27	0.31
143	373.26	810.21	0.86	1.09
146	638.17	1056.12	0.38	0.59
147	638.20	952.91	0.53	0.64
148	642.60	891.10	0.60	0.67
149	628.41	811.72	0.71	0.74
150	998.24	1312.01	0.25	0.36
151	1027.48	1307.71	0.27	0.36
152	1033.00	1260.84	0.32	0.39
153	426.52	1070.87	0.54	0.93
154	354.98	957.94	0.91	1.21
158	747.02	1276.96	0.33	0.53
159	766.73	1195.25	0.43	0.56
160	779.37	1126.10	0.50	0.58
161	768.86	1038.45	0.58	0.62

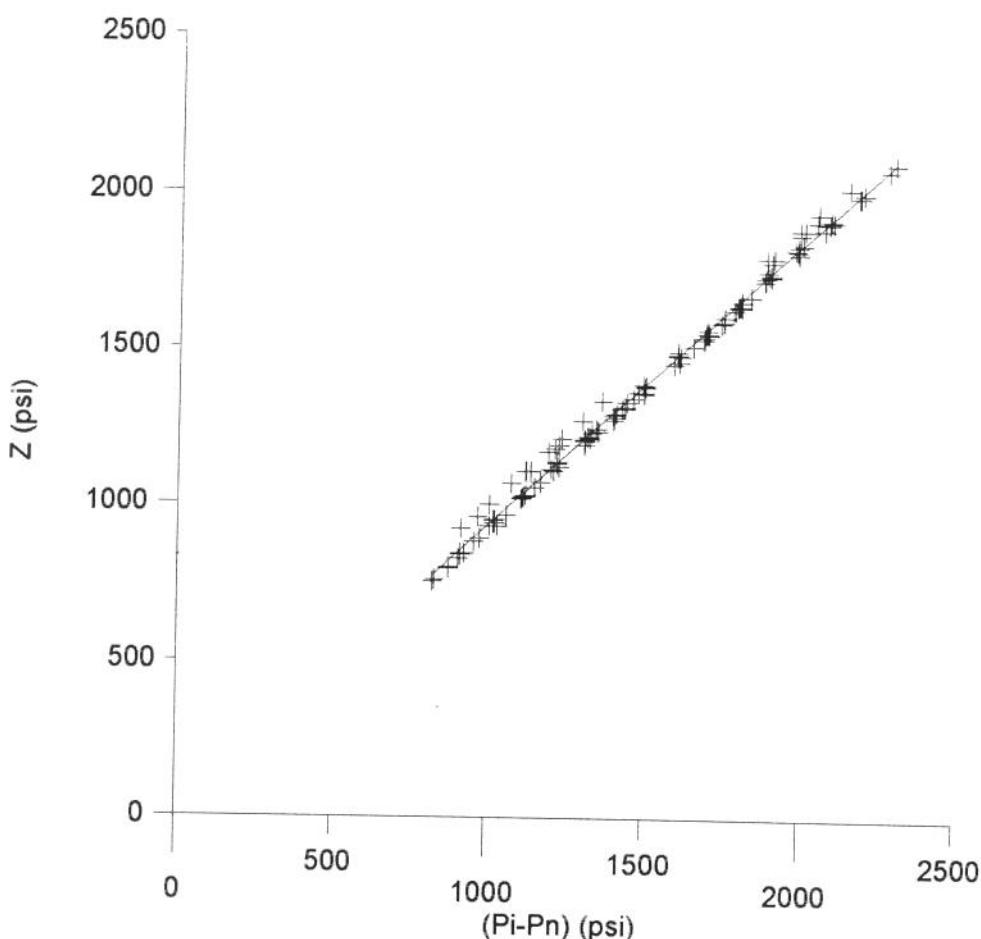
**Tabela 5.2: Números de Mach na sucção (  $Mach_e$  ) e na garganta (  $Mach_1$  )  
e pressões  $p_e$  e  $p_2$  , com  $k_s = 0$  ( 189 testes pré-selecionados).**

Teste	$p_e$ (psia)	$p_2$ (psia)	$Mach_e$	$Mach_1$
162	1196.78	1592.16	0.22	0.32
163	1202.93	1530.60	0.27	0.34
164	1177.70	1399.85	0.34	0.37
165	499.00	817.15	0.43	0.76
166	509.19	759.56	0.62	0.81
167	611.32	856.37	0.46	0.65
168	586.58	750.49	0.64	0.73
169	845.78	1061.85	0.29	0.44
170	854.15	985.67	0.43	0.49
171	488.01	912.74	0.58	0.87
172	493.45	888.23	0.66	0.89
173	460.94	830.21	0.79	0.99
175	664.41	1035.32	0.43	0.63
176	654.39	976.93	0.52	0.67
177	652.06	904.86	0.62	0.70
178	664.03	857.63	0.69	0.74
179	1003.22	1298.95	0.28	0.40
180	1039.26	1316.82	0.28	0.39
181	1029.39	1221.38	0.38	0.43
182	479.47	1060.23	0.60	0.93
183	405.26	952.73	0.92	1.18
186	758.34	1292.17	0.32	0.55
187	784.22	1221.45	0.43	0.57
188	771.06	1115.42	0.54	0.63
189	784.75	1061.64	0.59	0.65
190	1176.86	1618.53	0.18	0.34
191	1235.18	1590.66	0.25	0.36
192	1231.33	1480.88	0.33	0.38
197	648.51	956.37	0.47	0.69
198	607.83	840.99	0.62	0.75
199	559.66	701.43	0.79	0.85
206	487.21	741.40	0.73	1.07
207	469.23	646.68	0.86	1.12
209	727.71	941.80	0.52	0.69
210	677.49	815.28	0.66	0.78
212	508.42	1290.45	0.51	1.11
218	525.20	1255.63	0.59	1.09
223	736.95	1381.93	0.44	0.78
224	699.66	1248.00	0.60	0.82
225	741.77	1210.80	0.62	0.76
226	768.15	1137.41	0.63	0.69
230	369.99	741.68	0.79	1.02

**Tabela 5.2: Números de Mach na sucção (  $Mach_e$  ) e na garganta (  $Mach_1$  ) e pressões  $p_e$  e  $p_2$  , com  $k_s = 0$  ( 189 testes pré-selecionados).**

Teste	$p_e$ (psia)	$p_2$ (psia)	$Mach_e$	$Mach_1$
233	648.08	980.64	0.39	0.55
234	670.75	924.13	0.46	0.56
235	669.22	842.59	0.55	0.59
240	480.08	1229.78	0.50	0.83
241	458.51	1142.99	0.64	0.90
242	438.87	955.29	0.88	1.00
244	914.24	1551.11	0.22	0.42
245	919.49	1472.85	0.29	0.42
246	983.02	1431.58	0.32	0.40
247	376.43	732.64	0.83	1.15
249	537.90	861.25	0.56	0.79
252	709.46	983.90	0.42	0.60
253	714.31	907.47	0.53	0.62
254	693.78	795.60	0.66	0.68
255	652.33	690.46	0.77	0.76
256	992.97	1225.85	0.26	0.39
262	493.14	1139.69	0.68	0.99
263	519.49	1148.65	0.67	0.94
267	899.73	1489.68	0.28	0.49
268	929.61	1461.45	0.33	0.50
269	976.39	1429.07	0.37	0.49

Como mostrado na tabela 5.2, 66 testes foram descartados por não cumprirem com os critérios apresentados ( $Mach > 0,8$ ). Restaram, portanto, 123 testes, que foram aplicados para verificação do modelo. Utilizando-se, então, os 123 testes restantes, recalculou-se o valor do parâmetro de dissipação do bocal,  $k_n$ , na equação III-8. O resultado está mostrado na figura 5.7.



**Figura 5.7 : Gráfico da equação III-8 para 123 testes do experimento de Jiao (1988).**

O novo valor para  $k_n$  foi  $k_n = 0.100$ . O passo seguinte foi o recálculo da pressão na entrada do bocal ( $p_{ic}$ ), através da equação III-8 com o novo valor de  $k_n$ .

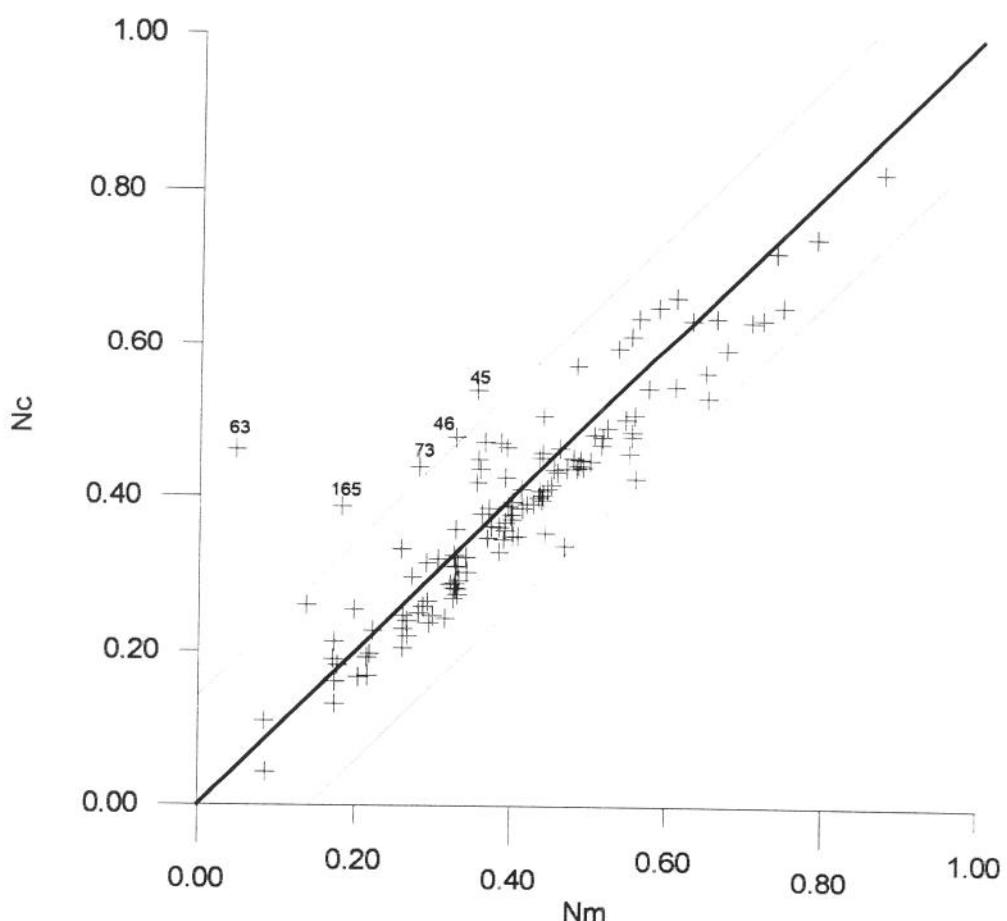
A etapa seguinte foi o cálculo dos coeficientes de dissipação na sucção e na garganta-difusor ( $k_s$  e  $k_{td}$ , respectivamente). O processo foi feito através de técnica de minimização do erro quadrático médio entre os valores calculados e medidos do parâmetro  $N$  para os 123 casos selecionados. No processo de minimização, foram pré-estabelecidos intervalos realistas de pesquisa (de 0 a 1.0 - compatíveis com valores pré-publicados na literatura especializada) para os coeficientes de dissipação e adotou-se a combinação de valores que minimizou o erro. Foram encontrados os seguintes valores para  $k_s$ ,  $k_{td}$  e erro:

$$k_s = 0$$

$$k_{td} = 0.216$$

$$erro = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (N_c - N_m)^2} = 0.071$$

A figura 5.8 mostra o gráfico de  $N_c$  versus  $N_m$  com  $k_n = 0.100$ ,  $k_s = 0$  e  $k_{td} = 0.216$ . A reta contínua representa a relação  $N_c = N_m$  (erro = 0). As retas tracejadas representam a relação  $N_c = N_m \pm 2 \cdot erro$ .



**Figura 5.8 : Gráfico de  $N_c$  versus  $N_m$  para  $k_n = 0.100$ ,  $k_s = 0$ ,  $k_{td} = 0.216$**   
**(123 pontos)**

Pela figura 5.8, verificamos que os pontos referentes aos testes 45, 46, 63, 73 e 165 divergiram muito do restante. Isto é, apresentaram erro maior que duas vezes o erro médio calculado. Em vista disto, resolveu-se descartá-los.

Finalmente, restaram 118 pontos operacionais para a verificação do modelo proposto.

## 5.2 - VERIFICAÇÃO DO MODELO COM OS DADOS SELECIONADOS

Utilizando-se os 118 pontos operacionais restantes, todo o processo de cálculo foi repetido e os novos valores dos coeficientes de dissipaçāo foram:

$$k_n = 0.100$$

$$k_s = 0$$

$$k_{td} = 0.192$$

$$\text{erro} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (N_c - N_m)^2}{n}} = 0.050$$

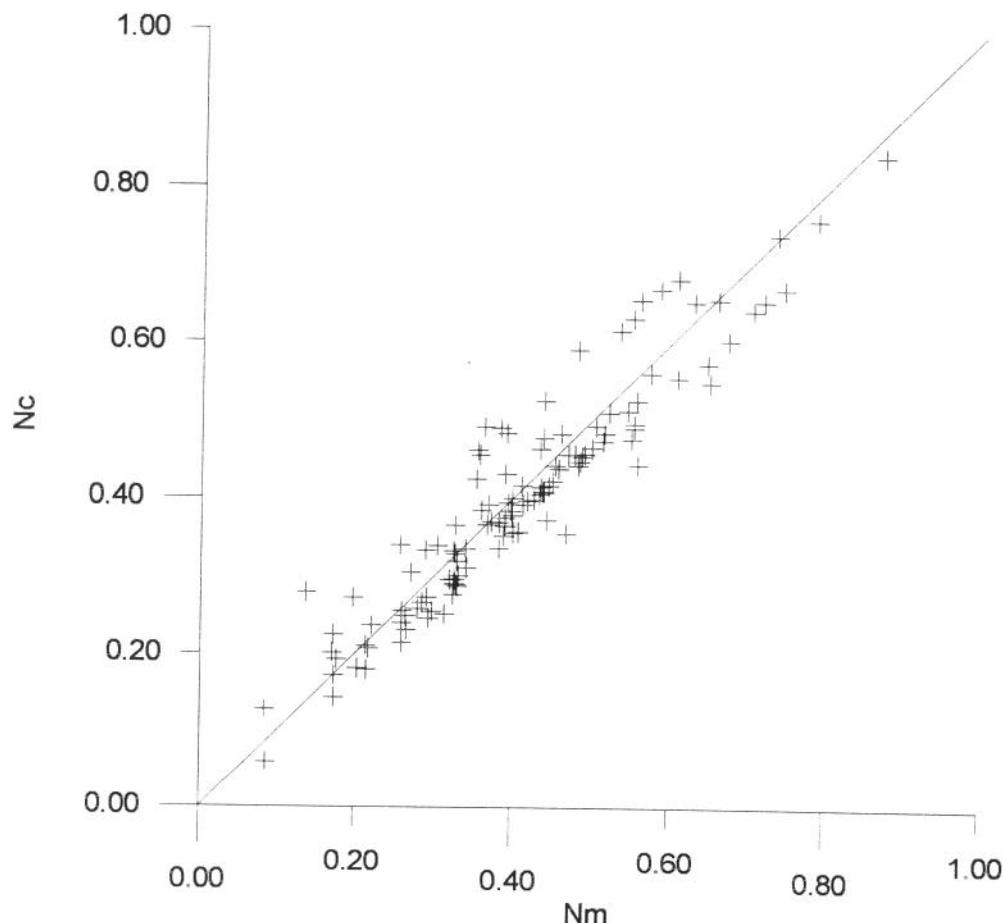
A tabela 5.3, publicada por Grupping et al.(1988), mostra, para efeito de comparação, os valores encontrados para os coeficientes de dissipação por diversos autores. Comparando os valores dos coeficientes de dissipação encontrados no modelo proposto com os valores publicados por Grupping et al.(1988), verificamos coerência nos valores aqui obtidos.

**Tabela 5.3 : Coeficientes de dissipação publicados por Grupping et al.(1988).**

Autor	$k_s$	$k_n$	$k_t$	$k_d$	$k_{td}$
Gosline e O'Brien(1934)	0	0,15	0,28	0,10	0,38
Petrie et al.(1983)	0	0,03	-	-	0,20
Cunningham(1957)	0	0,10	-	-	0,30
Sanger(1968)*	0,036	0,14	0,102	0,102	-
Sanger(1968)*	0,008	0,09	0,098	0,102	-

\* Citado por Grupping et al. (1988).

A figura 5.9 mostra o gráfico relacionando valores calculados e medidos do parâmetro  $N$ , usando-se os coeficientes de dissipação encontrados após o processo de minimização do erro, ou seja,  $k_n = 0.100$ ,  $k_s = 0$  e  $k_{td} = 0.192$ .



**Figura 5.9 : Gráfico de  $N_c$  versus  $N_m$  para  $k_n=0.100$ ,  $k_s=0$ ,  $k_{td}=0.192$  (118 pontos).**

As variáveis  $p_{ic}$ ,  $p_e$ ,  $p_2$ ,  $p_d$ ,  $N_c$  e  $N_m$ , calculadas após o processo de minimização do erro nos 118 testes selecionados são mostradas na tabela 5.4.

**Tabela 5.4 : Valores calculados e medidos do parâmetro N e pressões calculadas ao longo da bomba após o processo final de minimização.**

Teste	$p_{ic}$ (psia)	$p_e$ (psia)	$p_2$ (psia)	$p_d$ (psia)	$N_c$	$N_m$
8	2037.50	631.73	952.12	1242.34	0.6548	0.5621
9	2041.50	641.03	865.64	1213.01	0.4771	0.4388
10	2047.57	660.21	803.34	1199.48	0.3287	0.3274
11	2047.59	673.20	757.67	1190.28	0.2106	0.2138
12	2038.74	918.34	1128.37	1381.30	0.5607	0.5749
13	2035.33	933.85	1097.36	1372.14	0.4651	0.5008
14	2034.88	936.42	1060.50	1359.90	0.3722	0.4430
22	2522.56	622.63	1133.57	1485.40	0.7402	0.7370
23	2520.67	681.42	1116.20	1489.58	0.6555	0.6611
24	2530.51	667.04	985.41	1438.22	0.4756	0.5512
34	3010.53	645.68	1383.35	1766.25	0.8435	0.8738
35	3002.81	754.03	1291.30	1744.17	0.6535	0.7205
36	3025.93	871.45	1273.19	1770.05	0.5258	0.5575
37	3002.13	808.36	1084.75	1678.32	0.3555	0.4682
47	2040.74	758.05	836.32	1234.86	0.2732	0.1976
48	2032.63	750.44	757.33	1208.49	0.1284	0.0843
49	2033.88	1003.28	1152.84	1409.36	0.4830	0.3924
57	2533.27	758.80	1173.53	1534.81	0.6691	0.5865
58	2531.08	832.09	1130.53	1534.64	0.5248	0.4400
59	2539.73	820.58	1022.14	1496.95	0.3666	0.3683
60	2524.49	1088.73	1421.72	1709.56	0.6698	0.7458
66	3020.02	863.49	1366.00	1807.60	0.6523	0.6301
67	3017.46	865.24	1251.13	1762.18	0.5094	0.5227
68	3011.79	913.90	1244.60	1769.79	0.4574	0.4913
74	2040.87	839.03	889.99	1272.33	0.2793	0.1365
75	2030.88	1054.85	1173.81	1427.45	0.4553	0.3587
81	2513.21	898.60	1208.91	1572.83	0.5903	0.4827
82	2509.62	935.53	1176.37	1569.18	0.4907	0.3642
83	2517.50	920.14	1067.45	1531.32	0.3342	0.2899
92	3004.03	887.55	1394.60	1819.16	0.6815	0.6091
93	3017.55	957.82	1409.66	1845.89	0.6309	0.5528
94	3012.79	942.71	1281.39	1791.82	0.4825	0.4619
99	2046.98	492.43	820.92	989.26	0.4004	0.4000
100	2052.36	534.10	846.11	1015.49	0.3923	0.3695
101	2055.40	507.03	715.80	989.04	0.2591	0.2796
102	2077.80	464.40	604.50	981.13	0.1436	0.1731
103	2050.44	777.22	1059.35	1181.01	0.4225	0.4509
104	2038.84	788.43	969.18	1163.55	0.2969	0.3270
105	2053.50	778.55	885.60	1163.34	0.1793	0.2150
106	2026.63	1066.58	1267.92	1365.22	0.4060	0.4341

**Tabela 5.4 : Valores calculados e medidos do parâmetro N e pressões calculadas ao longo da bomba após o processo final de minimização.**

Teste	$p_{ic}$ (psia)	$p_e$ (psia)	$p_2$ (psia)	$p_d$ (psia)	$N_c$	$N_m$
107	2033.52	1131.93	1336.38	1417.53	0.4316	0.3911
108	2035.14	1097.88	1208.79	1372.83	0.2554	0.2986
113	2528.55	573.21	1053.68	1216.15	0.4560	0.4789
114	2527.79	609.26	989.04	1214.39	0.3782	0.3995
115	2525.75	606.61	893.00	1199.34	0.2907	0.3284
116	2544.29	595.01	812.15	1197.36	0.2151	0.2602
117	2504.97	974.10	1338.54	1468.19	0.4470	0.4856
118	2510.84	1011.27	1277.29	1467.63	0.3527	0.3891
119	2530.92	1014.90	1190.71	1464.55	0.2465	0.2942
126	3031.15	681.78	1299.79	1468.26	0.4828	0.5165
127	3022.83	727.17	1233.46	1461.11	0.4165	0.4455
128	3019.95	740.46	1131.92	1441.65	0.3364	0.3831
129	3034.09	752.90	1071.59	1448.90	0.2777	0.3251
130	3015.31	1149.92	1626.75	1764.94	0.4729	0.5149
131	3009.56	1165.50	1599.49	1758.39	0.4425	0.4830
132	3002.55	1194.83	1579.70	1761.65	0.4085	0.4399
133	3005.52	1207.93	1530.25	1754.21	0.3560	0.4003
136	2060.03	568.23	899.58	1043.73	0.4251	0.3538
137	2063.95	555.05	791.13	1025.27	0.3057	0.2713
138	2058.45	539.88	702.86	1017.95	0.2011	0.1708
139	2040.87	813.26	1061.14	1194.05	0.3948	0.3950
140	2048.59	820.52	938.55	1189.01	0.2074	0.2174
141	2030.98	1088.49	1279.80	1378.86	0.3974	0.4185
142	2044.25	1112.17	1231.38	1386.04	0.2740	0.2917
146	2536.51	638.17	1056.12	1247.68	0.4166	0.4111
147	2537.94	638.20	952.91	1232.48	0.3193	0.3297
148	2556.25	642.60	891.10	1238.45	0.2495	0.2652
149	2536.68	628.41	811.72	1232.54	0.1724	0.1730
150	2523.81	998.24	1312.01	1474.44	0.3981	0.4273
151	2525.09	1027.48	1307.71	1487.40	0.3688	0.3828
152	2526.57	1033.00	1260.84	1482.14	0.3116	0.3416
158	3013.28	747.02	1276.96	1482.95	0.4380	0.4582
159	3026.60	766.73	1195.25	1476.38	0.3643	0.3907
160	3026.56	779.37	1126.10	1474.34	0.3013	0.3318
161	3034.71	768.86	1038.45	1469.52	0.2312	0.2661
162	3023.18	1196.78	1592.16	1772.71	0.4143	0.4360
163	3018.75	1202.93	1530.60	1757.49	0.3574	0.4077
164	3032.32	1177.70	1399.85	1729.66	0.2525	0.3144
167	2049.41	611.32	856.37	1054.67	0.3408	0.2574

**Tabela 5.4 : Valores calculados e medidos do parâmetro N e pressões calculadas ao longo da bomba após o processo final de minimização.**

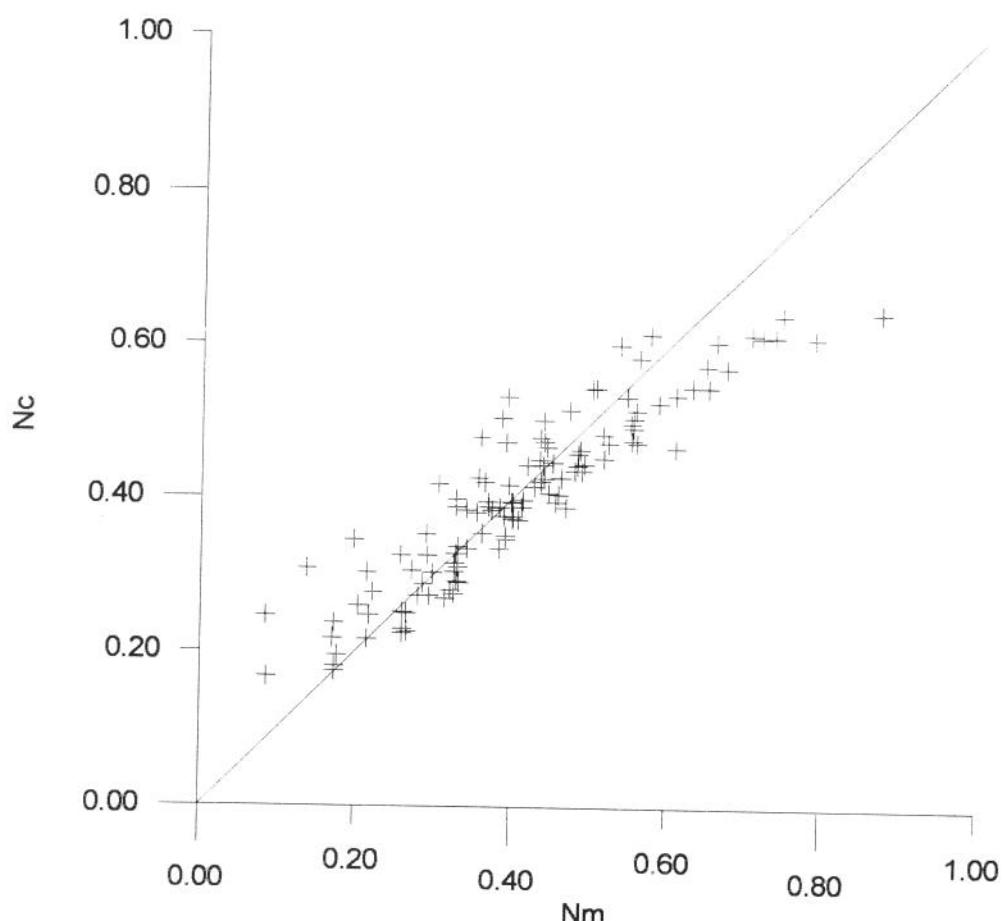
Teste	$p_{ic}$ (psia)	$p_e$ (psia)	$p_2$ (psia)	$p_d$ (psia)	$N_c$	$N_m$
168	2040.81	586.58	750.49	1037.70	0.2243	0.1727
169	2035.70	845.78	1061.85	1207.33	0.3653	0.3274
170	2058.52	854.15	985.67	1213.03	0.2369	0.2218
175	2515.70	664.41	1035.32	1250.09	0.3851	0.3609
176	2525.75	654.39	976.93	1241.38	0.3330	0.3260
177	2541.32	652.06	904.86	1242.69	0.2564	0.2596
178	2528.87	664.03	857.63	1251.48	0.1932	0.1765
179	2513.36	1003.22	1298.95	1470.22	0.3840	0.3982
180	2525.84	1039.26	1316.82	1495.38	0.3694	0.3732
181	2535.90	1029.39	1221.38	1479.90	0.2672	0.2854
186	3019.28	758.34	1292.17	1493.73	0.4425	0.4545
187	3019.31	784.22	1221.45	1489.27	0.3749	0.3905
188	3020.53	771.06	1115.42	1471.02	0.2964	0.3204
189	3013.18	784.75	1061.64	1476.84	0.2403	0.2596
190	3002.13	1176.86	1618.53	1768.14	0.4542	0.4883
191	2998.46	1235.18	1590.66	1783.16	0.3921	0.4131
192	3001.65	1231.33	1480.88	1761.10	0.2913	0.3258
197	2101.73	648.51	956.37	1273.57	0.6145	0.5361
198	2109.03	607.83	840.99	1222.90	0.4561	0.4710
209	2109.53	727.71	941.80	1289.46	0.4899	0.3852
210	2112.90	677.49	815.28	1234.16	0.3396	0.3050
223	3079.24	736.95	1381.93	1813.09	0.7593	0.7882
225	3085.78	741.77	1210.80	1743.75	0.5485	0.6506
226	3089.25	768.15	1137.41	1719.50	0.4430	0.5588
233	2127.28	648.08	980.64	1203.73	0.5122	0.5457
234	2128.27	670.75	924.13	1195.76	0.4086	0.4385
235	2126.53	669.22	842.59	1177.88	0.2880	0.3298
244	3089.94	914.24	1551.11	1787.99	0.6416	0.7058
245	3071.78	919.49	1472.85	1751.03	0.5734	0.6477
246	3085.25	983.02	1431.58	1758.82	0.4901	0.5543
249	2141.45	537.90	861.25	1135.53	0.4611	0.3562
252	2110.62	709.46	983.90	1221.05	0.4635	0.4350
253	2125.53	714.31	907.47	1210.67	0.3355	0.3409
254	2115.79	693.78	795.60	1183.74	0.1814	0.2033
255	2120.93	652.33	690.46	1160.52	0.0592	0.0855
256	2109.45	992.97	1225.85	1400.07	0.4925	0.5054
267	3066.26	899.73	1489.68	1751.75	0.6033	0.6746
268	3082.12	929.61	1461.45	1754.85	0.5546	0.6092
269	3065.95	976.39	1429.07	1753.96	0.4956	0.5545

### 5.3 - COMPARAÇÃO COM OUTROS MODELOS

Usando o conjunto de 118 pontos experimentais selecionados, calculamos o erro médio quadrático do parâmetro N, usando os modelos de Jiao (1988) e Petrie et al. (1983). O valor erro médio, calculado com o modelo de Jiao, resultou:

$$\text{erro} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (N_c - N_m)^2}{n}} = 0.065$$

A figura 5.10 mostra o gráfico de  $N_c$  versus  $N_m$  para o modelo de Jiao com os 118 pontos operacionais selecionados.

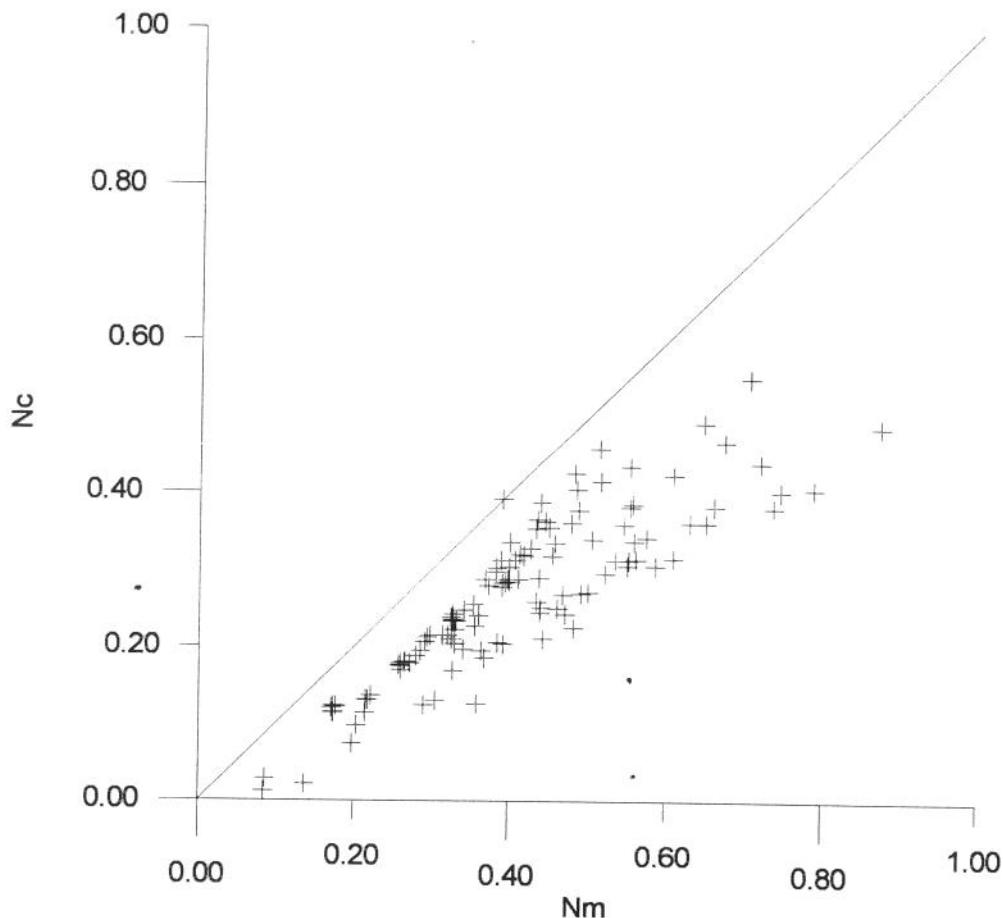


**Figura 5.10 : Gráfico de  $N_c$  versus  $N_m$  para o modelo de Jiao (1988) (118 pontos).**

O valor erro médio, calculado com o modelo de Petrie et al.(1983), usando os coeficientes de dissipação propostos pelos autores ( $k_n = 0.03$  e  $k_{td} = 0.20$ ), resultou:

$$\text{erro} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (N_c - N_m)^2}{n}} = 0.161$$

A figura 5.11 mostra o gráfico de  $N_c$  versus  $N_m$  para o modelo de Petrie et al.(1983) com os 118 pontos operacionais selecionados.



**Figura 5.11 : Gráfico de  $N_c$  versus  $N_m$  para o modelo de Petrie et al. (1983)**  
 $k_n = 0.03$  e  $k_{td} = 0.20$  (118 pontos).

Analisando os resultados apresentados, verifica-se que o modelo proposto forneceu melhores resultados que os modelos de Jiao (1988) e de Petrie et al.(1983). O erro médio calculado neste trabalho foi de 0.050, enquanto que os calculados pelos modelos de Jiao (1988) e de Petrie et al (1983) foram de 0.065 e 0.161, respectivamente, considerando os dados experimentais de Jiao (1988). As variações percentuais de erro em relação ao modelo proposto foram de 30% e 222%, respectivamente.

Vale ressaltar que o modelo proposto analisou a questão da ocorrência de fluxo crítico na garganta da bomba, bem como usou equações próprias derivadas do modelo homogêneo para escoamento bifásico. Os modelos de Jiao (1988) e Petrie et al. (1983) não contemplam tais análises e procedimentos.

## CAPÍTULO VI

### CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Desenvolveu-se um modelo prático para previsão de desempenho de uma bomba a jato, importante ferramenta para dimensionamento e análise de sistemas de BHJ em instalações de produção de petróleo.

No desenvolvimento do modelo considerou-se o escoamento de uma mistura bifásica homogênea compressível desde a sucção da bomba até a saída do difusor. A expansão e a compressão desta mistura, na sucção, na garganta e no difusor da bomba, foram analisados como sendo processos isotérmicos. Para explicar o processo de compressão do escoamento na garganta, seguiu-se à formulação adotada por Witte (1969), aplicável ao fenômeno denominado choque de mistura (*mixing shock*).

A calibração do modelo deu-se contra um subconjunto dos dados experimentais de Jiao (1988) para os quais o número de Mach na garganta (posição do escoamento que apresenta o maior número de Mach), foi inferior a 0,8.

Os valores adequados dos coeficientes de dissipação, relativos às equações que se aplicam ao bocal, à sucção, à garganta e ao difusor da bomba são, respectivamente:

$$k_n = 0.100$$

$$k_s = 0$$

$$k_{td} = 0.192$$

Com esses valores o modelo gerou resultados mais precisos que aqueles de Jiao (1988) e Petrie et al. (1983), considerando o mesmo subconjunto de dados experimentais. O erro médio quadrático calculado neste trabalho foi de 0.050, enquanto que os calculados pelos modelos de Jiao (1988) e Petrie et al. (1983) foram de 0.065 e 0.161, respectivamente. As variações percentuais destes erros em relação ao erro do modelo proposto foram de 30% e 222%, respectivamente.

O valor nulo de  $k_s$  não explica, evidentemente, o processo real de escoamento na sucção da bomba. É um resultado numérico decorrente das premissas simplificadoras adotadas na modelagem. Para superar esta limitação, sugere-se utilizar, em desenvolvimentos futuros, modelos que contemplem o movimento relativo entre as fases nestes escoamentos acelerados ou retardados.

Recorrer a dados experimentais obtidos por outrem para calibração do modelo é uma limitação deste trabalho. Especialmente quando a descrição do procedimento experimental é parcial, carecendo de análise de erros. A construção de um aparato e a realização de medidas em outras faixas operacionais, principalmente com fluidos de altas viscosidades e com ampliação da faixa de fração de vazios, são sugestões complementares. Tais sugestões são importantes, sejam para melhorar e/ou tornar mais confiável a calibração do presente modelo, sejam para permitir a verificação experimental de modelos mais avançados.

## NOMENCLATURA

- $a_n$  área da seção transversal na saída do bocal  
 $a_e$  área da seção transversal de passagem dos fluidos succionados na entrada da garganta  
 $a_t$  área da seção transversal da garganta  
 $c$  velocidade do som na mistura bifásica  
 $E_f$  eficiência energética  
 $k$  coeficiente de dissipação  
 $k_n$  coeficiente de dissipação no bocal  
 $k_{td}$  coeficiente de dissipação na garganta-difusor  
 $k_s$  coeficiente de dissipação na sucção  
 $Mol$  peso molecular  
 $M$  número de Mach  
 $M$  razão de vazões volumétricas sucção-jato (Gosline e O'Brien)  
 $N$  ganho de pressão adimensional dos fluidos succionados;  $N = \frac{P_d - P_s}{P_i - P_d}$   
 $N_c$  ganho de pressão adimensional dos fluidos succionados (valor calculado)  
 $N_m$  ganho de pressão adimensional dos fluidos succionados (valor medido)  
 $p$  pressão  
 $p_d$  pressão na saída do difusor  
 $p_e$  pressão calculada na entrada da garganta  
 $p_i$  pressão de injeção na entrada do bocal  
 $p_{ic}$  pressão de injeção recalculada na entrada do bocal  
 $p_s$  pressão na entrada da sucção  
 $p_0$  pressão em condições padrão  
 $p_1$  pressão calculada antes do choque de mistura  
 $p_2$  pressão calculada após o choque de mistura  
 $Q$  vazão volumétrica

- $Q_e$  vazão volumétrica total dos fluidos succionados na entrada da garganta  
 $Q_g$  vazão volumétrica de gás  
 $Q_{ge}$  vazão volumétrica de gás na entrada da garganta  
 $Q_{gs}$  vazão volumétrica de gás na entrada da sucção  
 $Q_{g0}$  vazão volumétrica de gás em condições padrão  
 $Q_{g2}$  vazão volumétrica de gás após o choque de mistura  
 $Q_{le}$  vazão volumétrica de líquido succionado na entrada da garganta  
 $Q_{ls}$  vazão volumétrica de líquido succionado na entrada da sucção  
 $Q_i$  vazão volumétrica de líquido na entrada do bocal  
 $Q_n$  vazão volumétrica de líquido na saída do bocal  
 $Q_s$  vazão volumétrica total dos fluidos succionados na entrada da sucção  
 $r$  razão de áreas das seções transversais bocal-garganta  
 $R$  razão de áreas das seções transversais bocal-garganta (Gosline e O'Brien)  
 $R_g$  constante universal dos gases  
 $RGL$  razão gás líquido em condições padrão  
 $T$  temperatura absoluta  
 $T_0$  temperatura absoluta em condições padrão  
 $v$  velocidade  
 $v_d$  velocidade da mistura na saída do difusor  
 $v_e$  velocidade dos fluidos succionados na entrada da garganta  
 $v_m$  velocidade da mistura  
 $v_n$  velocidade do fluido motriz na saída do bocal  
 $v_s$  velocidade dos fluidos succionados na entrada da sucção  
 $v_2$  velocidade da mistura após o choque  
 $x$  coordenada longitudinal  
 $Z$  energia cinética específica
- $\alpha$  fração de vazios  
 $\alpha_s$  fração de vazios na entrada da sucção  
 $\phi$  razão entre as vazões volumétricas dos fluidos bombeados e motriz  
 $\phi_e$  razão entre as vazões volumétricas dos fluidos bombeados na entrada da garganta e do fluido motriz  
 $\phi_s$  razão entre as vazões volumétricas dos fluidos bombeados na entrada da

sucção e do fluido motriz

$\phi_2$  razão entre as vazões volumétricas dos fluidos bombeados após o choque de mistura e do fluido motriz

$\gamma$  razão entre as massas específicas dos fluidos bombeados e motriz

$\gamma_s$  razão entre as massas específicas dos fluidos bombeados na entrada da sucção e do fluido motriz

$\rho$  massa específica

$\rho_e$  massa específica dos fluidos bombeados na entrada da garganta

$\rho_g$  massa específica do gás

$\rho_n$  massa específica do fluido motriz

$\rho_s$  massa específica dos fluidos bombeados na entrada da sucção

$\rho_2$  massa específica da mistura após o choque

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALHANATI, F.J.S.: Bombeamento a jato de misturas bifásicas, MS Thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil (1989).

ALHANATI, F.J.S. and FIGUEIREDO, A.M.D.: Multi-Phase Pumping by Jet Pumps, 4th International Conference on Multi-Phase Flow, Nice, France (1989).

BONNINGTON, S.T. et al.: Jet Pumps and Ejectors. A State of the art Review and Bibliography, BHRA Fluid Engineering, Cranfield, England (1972).

COTTEVILLE, J.C. et al.: Research on Jet Pumps for Single and Multiphase Pumping of Cruds, paper SPE 16923 presented at the 1987 SPE Annual Technical Conference and Exibition, Dallas, Sep. 27-30.

CUNNINGHAM, R.G.: Jet Pump Theory and Performance with Fluids of High Viscosity, Trans. ASME (Nov. 1957) 1807 - 1819.

CUNNINGHAM, R.G.: Gas Compression with the Liquid Jet Pump, Journal of Fluids Engineering (Sep. 1974) 203 - 215.

GOSLINE, J. E. & O'BRIEN, M. P. : The Water Jet Pump. University of California Publications in Engineering, University of California Press, Berkeley, U.S.A.(1934) 3(3), 167-190.

GRUPPING, A.W. et al.: Fundamentals of Oilwell Jet Pumping, SPEPE(February. 1988) 9-14.

HATZIAVRAMIDIS, D.T.: Modeling and Design of Jet Pumps, paper SPE 19713 presented at the 1989 SPE Annual Technical Conference and Exibition, San Antonio, Oct. 8-11.

HONGQI, L. and DEMAQ, W.: The Study on Liquid Gas Liquid two Phase Flow Jet Pump, 3rd International Conference on Multihase Flow, The Hague, Netherlands (1987).

JIAO, B.: Behavior of Hydraulic Jet Pumps when Handling a Gas-Liquid Mixture, MS Thesis, The University of Tulsa, Tulsa, OK (1985).

JIAO, B.: Performance Model for Hydraulic Jet Pumping of Two-Phase Fluids, PhD dissertation, The University of Tulsa, Tulsa, OK (1988).

MISHIMA, K. & ISHII, M.: Flow Regime Transition Criteria for Upward Two-Phase Flow in Vertical Tubes, I.J.H.M.T. , 1984, vol 27, n° 5.

PETRIE, H.L.: Jet Pumping, in: The Technology of Artificial Lift Methods. Vol. 2b, Chap.6. BROWN, K.E, et al. The Petroleum Publishing Co. , Tulsa, OK (1980).

PETRIE, H.L. et al.: Jet Pumping Oil Wells, World Oil ( nov./dec.1983 and jan. 1984 ) 51-56.

WITTE, J. H.: Mixing Shocks in Two Phase, Journal Fluid Mechanics (1969) 36, Part 4, 639-655.

SHAPIRO, A. H.: The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow, The Ronald Press Co., New York (1953).

TAITEL, Y. et al.: Modelling Flow Pattern Transitions for Steady Upward Gas-Liquid Flow in Vertical Tubes, AICHE Journal (1980), vol 26.

VAN VLACK, L.H.: Principios de Ciências dos Materiais, Tradução: Luiz Paulo Camargo Ferrão, Editora Edgard Blücher Ltda, São Paulo (1964).

WALLIS, G.B.: One Dimensional Two Phase Flow, Mc Graw Hill Book Company. New York (1969).