

Este exemplar corresponde a redação final  
da tese defendida por Galileu P. H. A.  
de Oliveira e aprovada  
pela comissão julgadora em 14/12/1995.

  
ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**

**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO**

9618043

**Dissertação Apresentada à  
Faculdade de Engenharia Mecânica  
Como Requisito Parcial para a Obtenção do  
Título de Mestre em Engenharia de Petróleo**

**ESTABILIDADE OPERACIONAL DE POÇOS  
COM GAS-LIFT CONTÍNUO**

**Autor: Galileu Paulo Henke Alves de Oliveira  
Orientador: Prof. Dr. Francisco José Soares Alhanati**

Dezembro de 1995

UNIVERSIDADE	BC
CHAMADA:	UNICAMP
	OL4e
Ex.	
UNIVERSIDADE	28.626
DOC.	667196
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
ECO	R\$ 11,00
DATA	19-03-96
CPD	

CM-00092068-1

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

OL4e

Oliveira, Galileu Paulo Henke Alves de  
Estabilidade operacional de poços com gas-lift  
contínuo / Galileu Paulo Henke Alves de  
Oliveira.--Campinas, SP: [s.n.], 1995.

Orientador: Francisco José Soares Alhanati.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

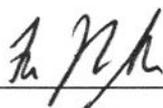
1. Poços de petróleo. 2. Engenharia do petróleo.  
3. Estabilidade. I. Alhanati, Francisco José Soares.  
II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de  
Engenharia Mecânica. III. Título.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO**

A dissertação “Estabilidade Operacional de Poços Com *Gas-Lift* Contínuo” elaborada por Galileu Paulo Henke Alves de Oliveira foi aceita pela Subcomissão de Pós-Graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 14 de dezembro de 1995.

Banca Examinadora



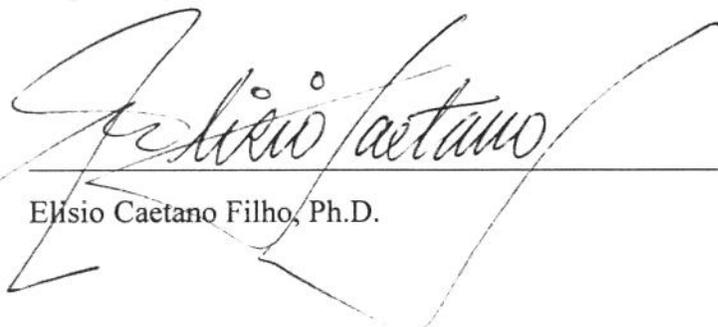
---

Francisco José Soares Alhanati, Ph.D.



---

Eugênio Spanó Rosa, Ph.D.



---

Elísio Caetano Filho, Ph.D.

Em retribuição à dedicação de meus pais, Benedito e Gertrude, e minha esposa, Juana.

## **Agradecimentos**

Ao Dr. Antônio Carlos Bannwart e ao Dr. José Francisco Soares Alhanati pelo incentivo e grande auxílio na preparação deste trabalho.

À Petróleo Brasileiro S.A. pela oportunidade e pelo apoio oferecido durante a realização deste trabalho.

Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia de Petróleo da UNICAMP a quem recorri em inúmeras ocasiões.

A todos aqueles que, privados da citação nominal pelo esquecimento, contribuíram para que o objetivo fosse atingido.

# Índice

<b>RESUMO.....</b>	<b>VII</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>VIII</b>
<b>I - INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
DEFINIÇÃO DO PROBLEMA .....	1
CONCEITUAÇÃO DE INSTABILIDADE .....	5
OBJETIVO E ABORDAGEM .....	8
<i>Objetivo.....</i>	8
<i>Abordagem.....</i>	8
<i>Definições.....</i>	9
<b>II - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>11</b>
TRANSIENTES EM FLUXOS MULTIFÁSICOS EM TUBULAÇÕES .....	11
TRANSIENTES EM INSTALAÇÕES DE GAS-LIFT APLICADOS À ANÁLISE DE ESTABILIDADE. ....	12
<b>III - MODELAGEM.....</b>	<b>23</b>
MODELO FÍSICO .....	23
MODELO MATEMÁTICO.....	24
<i>Coluna de produção .....</i>	25
<i>Coluna de produção - regime permanente .....</i>	28
<i>Equações constitutivas.....</i>	29
<i>Espaço anular.....</i>	30
<i>Formação produtora .....</i>	32
<i>Acoplamento .....</i>	35
<i>Relações adicionais .....</i>	42
<b>IV - SOLUÇÃO NUMÉRICA.....</b>	<b>44</b>
COLUNA .....	44
ANULAR .....	50
RESERVATÓRIO .....	51
PROCEDIMENTO.....	52
<b>V - RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>	<b>55</b>
PROCEDIMENTO.....	57
ANÁLISES PRELIMINARES .....	58
<i>Influência do passo de tempo e comprimento de célula .....</i>	58
<i>Comportamento de poços surgentes .....</i>	60
<i>Soluções de regime permanente para o poço A.....</i>	66
<i>Análise de estabilidade para o poço A .....</i>	72
INFLUÊNCIA DAS CONDIÇÕES DE OPERAÇÃO.....	77
<i>Vazão de gás de injeção, diâmetro da válvula e pressão na coluna .....</i>	77
<i>Controle de injeção de gás .....</i>	84
<i>Índice de produtividade.....</i>	89
<i>Regime de operação da válvula.....</i>	91
<i>Choke de produção .....</i>	96
<i>Modelo de reservatório.....</i>	98
<b>VI- CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....</b>	<b>100</b>
CONCLUSÕES.....	100

<i>Solução numérica</i> .....	100
<i>Análise de casos</i> .....	100
<i>Crítérios de estabilidade</i> .....	102
RECOMENDAÇÕES .....	102
<b>NOMENCLATURA</b> .....	<b>104</b>
LETRAS ROMANAS .....	104
LETRAS GREGAS .....	106
SUBSCRITOS .....	107
SUPERSCRITO .....	107
<b>VII - BIBLIOGRAFIA</b> .....	<b>108</b>
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	108
FONTES CONSULTADAS .....	110
<b>APÊNDICE A - EQUAÇÕES DO MODELO DE DESLIZAMENTO</b> .....	<b>112</b>
<b>APÊNDICE B - DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DE TRANSFERÊNCIA</b>	
<b>DE MASSA ENTRE FASES</b> .....	<b>117</b>

## RESUMO

O método de elevação artificial *gas-lift* contínuo é responsável por uma parcela significativa da produção de petróleo, tanto em campos terrestres quanto em campos *offshore*. No entanto, poços produzindo por este método estão sujeitos a instabilidades. Estas instabilidades, manifestadas na forma de grandes variações nas vazões e pressões, acarretam uma redução da produção do poço, além de problemas operacionais nas plantas de processo e tratamento de óleo e gás.

O fenômeno da instabilidade em poços com *gas-lift* contínuo foi estudado por diversos autores, essencialmente através de três enfoques diferentes: análise desenvolvida a partir de relações válidas para o regime permanente, abordagem transiente com solução numéricas e abordagem transiente com solução analítica, esta última resultando em critérios analíticos de aplicação mais ou menos imediata. Estes enfoques implicam em diferentes graus de compromisso entre simplicidade, exatidão e generalidade.

Este trabalho trata o fenômeno de instabilidade através uma abordagem transiente com solução numérica, com características, em certos aspectos, semelhantes a alguns trabalhos encontrados na literatura. O modelo desenvolvido faz uso de uma formulação unidimensional para o fluxo multifásico em escoamento vertical, incluindo a transferência de massa gás-líquido e com o escorregamento entre fases modelada através de uma equação algébrica para a velocidade relativa entre fases. A formação produtora foi tratada tanto segundo um modelo IPR linear quanto de um modelo de fluxo em meio poroso, radial, monofásico e transiente. O efeito desses dois modelos para a formação produtora sobre o comportamento transiente para o poço foi analisado. Restrições ao fluxo de gás e de líquido (*chokes*) foram acrescentadas ao modelo, mostrando ter um efeito considerável sobre a estabilidade. O controle da vazão de gás de elevação foi estabelecido através de um modelo para válvulas de *gas-lift* de orifício de fole carregado. O comportamento dos fluidos foi modelado segundo o método *black-oil*.

Diversos tipos de comportamento foram observados, a depender da configuração estabelecida para o poço. Os resultados do modelo desenvolvido, obtidos através de simulação computacional, foram contrapostos a previsões dos critérios analíticos.

## ABSTRACT

The continuous gas-lift method is responsible for a great share of the world oil production, in both onshore and offshore fields. However, some gas-lifted wells are faced with unstable behaviour. These instabilities, shown by huge variations in flow rates and pressures, imply decrease in the production of the well, and operational problems in the plants for oil and gas treatment.

Studies of the phenomenon of instability in continuous gas-lift wells were carried out by several authors, basically through three different approaches: analysis based on steady state flow equations, transient approach using a numerical solution and transient approach using an analytical solution. The option for each one of these three implies a compromise among simplicity, accuracy and generality.

This work treats the above cited phenomenon through a transient approach, with numerical solution, and has characteristics, in some aspects, similar to works already published. The model developed makes use of an unidimensional drift flux formulation to describe the vertical two-phase flow, accounting for mass transfer between the gas and the liquid phases. The gas-liquid slipping was taken into account through an algebraic equation for the relative velocity. The reservoir was described both by an IPR model, and a transient, radial, monophasic porous media flow. The effect of the reservoir model over the predicted well behaviour was discussed. Restrictions to the flow (chokes) were added to the model, resulting in important effects over the system stability. Orifice and bellows-charged gas-lift valve models were also added, to describe closely the lift gas flow income into the tubing. Fluids phase behaviour was modelled using the black-oil method.

Different types of well behaviour were observed, depending on the particular well characteristics. The developed model results, obtained through computer simulations, were compared to analytical criteria predictions.

# I - INTRODUÇÃO

## **Definição do problema**

Na produção de petróleo utilizam-se freqüentemente métodos de elevação artificial para aumentar as vazões dos poços. Em vários casos, o emprego de elevação artificial constitui a única alternativa para se obter alguma vazão do poço ou torná-lo economicamente explorável.

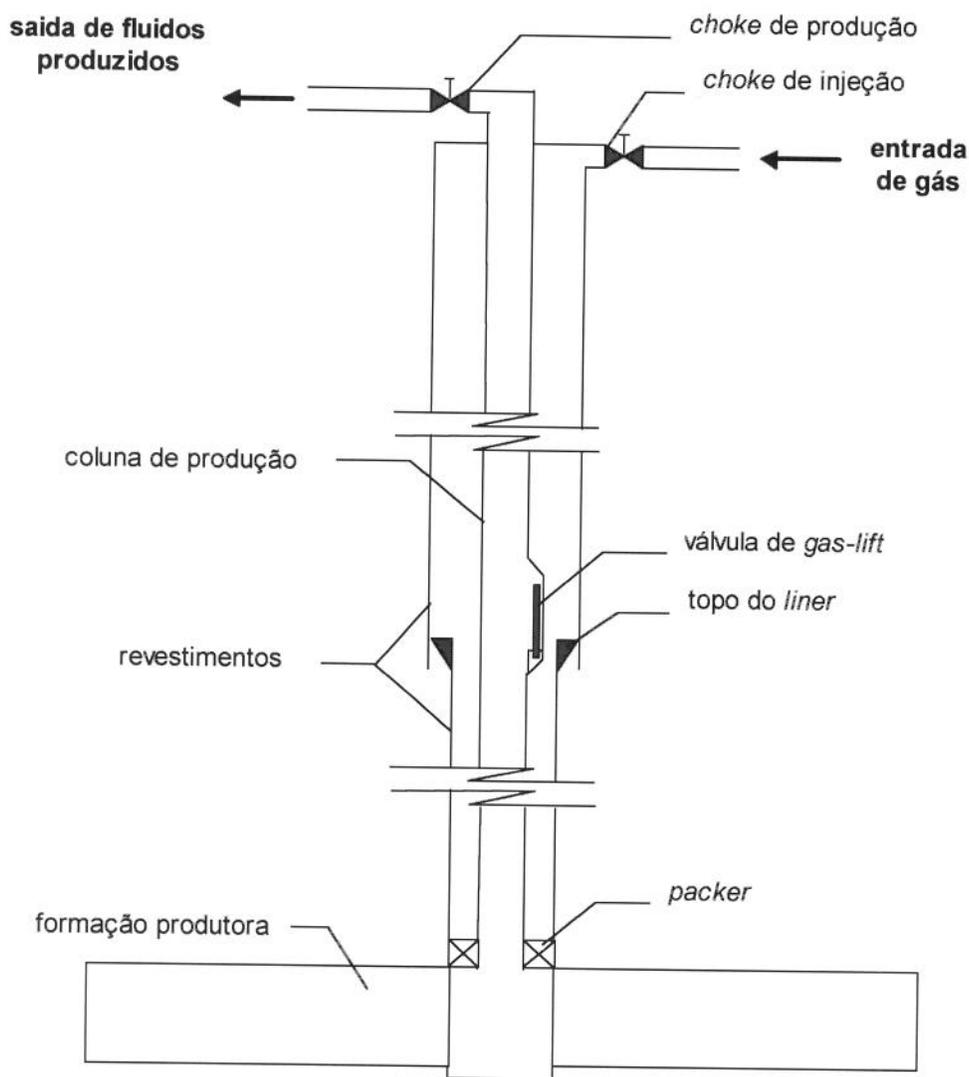
O método de elevação artificial conhecido como *gas-lift* contínuo (GLC) é extensivamente utilizado na exploração de campos petrolíferos, principalmente em áreas *offshore*, respondendo diretamente por uma significativa parcela da produção mundial. No Brasil, este método é responsável, em números de 1995, pela produção de 6,8 % do número total de poços e 39,4% do volume de óleo. Na Bacia de Campos estes números sobem para 54,4 % e 53,6 %, respectivamente. A relevância do GLC para a produção mundial de petróleo promoveu, ao longo das últimas décadas, a realização de um grande número de trabalhos enfocando os diversos fatores que tem efeito sobre a eficiência do método.

O GLC consiste na injeção contínua de gás em um ponto determinado da coluna de produção com o objetivo de reduzir o gradiente de pressão e, conseqüentemente, a pressão requerida defronte à formação produtora. Isto implica num aumento da vazão de óleo ou, em certos casos, num valor de vazão que de outra forma seria nulo.

A Figura 1.1 mostra um desenho esquemático de um poço equipado para produzir por *gas-lift* contínuo. A injeção do gás normalmente é feita via espaço anular entre revestimento e coluna de produção. Este espaço, usualmente denominado simplesmente anular, é freqüentemente limitado próximo ao fundo do poço por um *packer* ou obturador que, entre outras funções, promove seu isolamento da formação produtora.

As vazões de gás injetado e fluidos produzidos são normalmente controladas por válvulas de acionamento manual na superfície denominados, respectivamente, *choke* de injeção e *choke* de produção. Estes dispositivos, de fato, não podem ser considerados

como controladores, no sentido em que se aplica o termo na teoria de controle, mas tão somente impõe uma perda de carga localizada ao escoamento, e constituem quase sempre o único modo de atuação possível sobre a operação do poço. Em certas instalações, porém, o *choke* de injeção é substituído por uma válvula controladora, que mantém a vazão de gás num valor especificado, a despeito de variações de pressão a montante e a jusante.



**Figura 1.1:** Desenho esquemático de um poço produtor por *gas-lift* contínuo.

A comunicação entre anular e coluna de produção é estabelecida por uma ou mais válvulas de *gas-lift* (Figura 1.2) adequadamente distribuídas ao longo do poço.

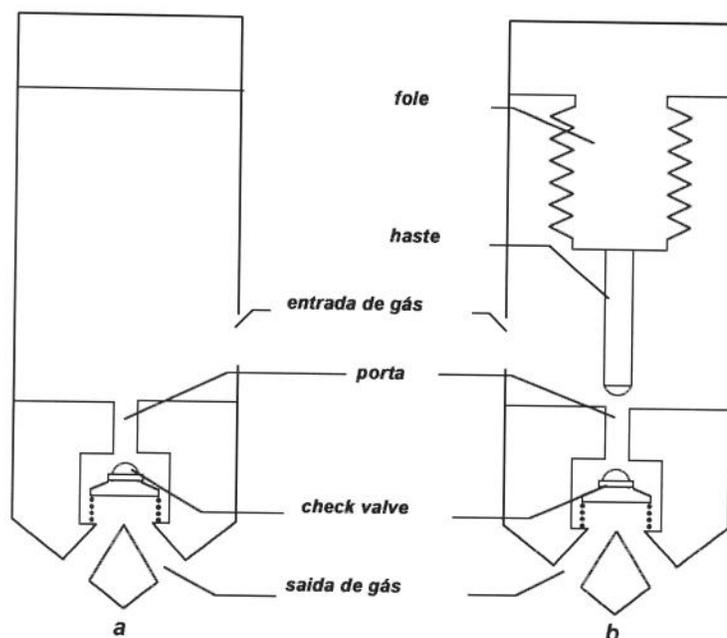


Figura 1. 2: Desenho esquemático de válvulas de *gas-lift* a) de orifício e b) de fole carregado operada pelo revestimento.

Normalmente utiliza-se uma válvula de orifício ou válvula de fole carregado com nitrogênio, operada pelo anular; esta última, freqüentemente denominada *válvula de pressão*. Em ambas, a restrição ao fluxo se dá basicamente na porta da válvula. Na segunda, a pressão do nitrogênio no fole, previamente calibrada num valor adequado, força a esfera na extremidade da haste sobre a sede, obstruindo parcial ou totalmente a passagem de gás a depender das pressões a montante e jusante da válvula. O comportamento característico desta válvula é apresentado na Figura 1.3, onde duas situações distintas podem ser observadas. Na primeira, para pressões de montante suficientemente altas, a haste se encontra recolhida de modo a não obstruir a porta e o comportamento é essencialmente o de um *choke* (obturador de restrição fixa). Duas regiões de operação são observáveis, nominalmente regiões **A** e **B**, onde se tem fluxo subcrítico e crítico, respectivamente. O comportamento mostrado nesta curva é comumente referenciado como *comportamento de orifício*, pois é típico de válvulas de orifício. Na segunda situação, para pressões de montante menores, a principal restrição ao fluxo pode se dar entre a esfera e a sede. O efeito desta restrição é que, para pressões altas a jusante, uma redução da pressão a jusante resulta em aumento da vazão de gás (região **C**). Contudo, para baixas pressões a jusante o comportamento é inverso, i.e., uma redução

da pressão a jusante causa redução da vazão de gás (região **D**), podendo ocorrer o completo fechamento da válvula. Este comportamento é usualmente conhecido como de *estrangulamento*.

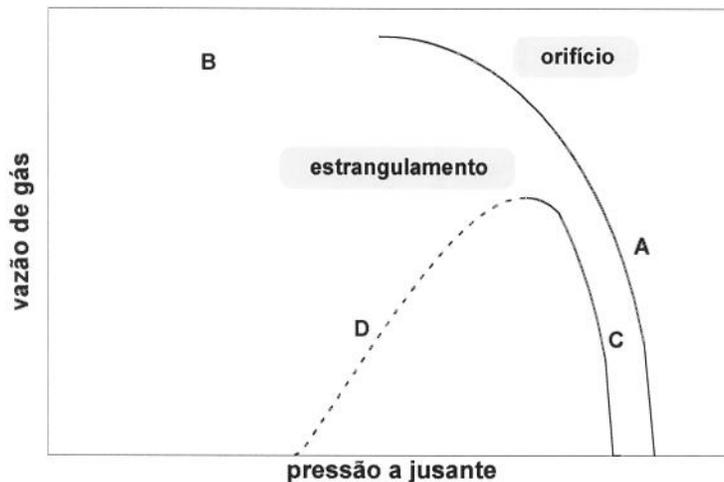


Figura 1.3: Comportamento típico de válvula de *gas-lift* de fole carregado. As regiões A e B correspondem a alta pressão de montante; a região C corresponde a média/baixa pressão de montante e alta pressão de jusante; a região D a média/baixa pressão de montante e baixa pressão de jusante.

A geometria do poço, parâmetros de reservatório propriedades dos fluidos, características de *chokes* e válvula de *gas-lift* e condições de operação determinam o comportamento do poço.

Este trabalho aborda o fenômeno da instabilidade de poços produtores por *gas-lift* contínuo. Esta instabilidade consiste na absoluta impossibilidade prática de se manter o poço produzindo em determinada condição sem que ocorram amplas variações na vazão e pressão nos diferentes pontos do sistema. Estas oscilações, em geral, têm um período aproximadamente constante que atinge valores da ordem de minutos ou horas e resultam numa desfavorável relação entre o consumo de gás de elevação e a produção de óleo (FITREMANN & VEDRINES, 1985; ALHANATI *et al.*, 1993; EVERITT, 1994). Mais que isso, a alternância entre picos e vales nas vazões e pressões causa dificuldades operacionais para a planta de processo (separadores, compressores, etc.). Sabe-se que estas situações têm sua origem na combinação inadequada dos equipamentos instalados e

condições impostas para a operação, mas ainda não se dispõe de procedimentos de projeto capazes de evitá-las.

ALHANATI *et al.* (1993) apresentaram registros obtidos em campos do Alasca onde os valores de pressão e vazão oscilam com uma periodicidade de aproximadamente 3 horas. FITREMANN & VEDRINES (1985) publicaram dados semelhantes.

EVERITT (1994) cita exemplos de situações instáveis encontradas em campo do Golfo do México. Nos casos apresentados nesse trabalho, a pressão de coluna e de revestimento na superfície apresentaram variações de grande regularidade e com períodos da ordem de 3 a 6 horas. O autor atribuiu o fenômeno a uma conjugação inadequada de vazão de gás de injeção e diâmetro da porta da válvula de *gas-lift* ou à interferência entre válvulas instaladas.

### **Conceituação de instabilidade**

Conceitua-se o regime (ou estado) estacionário como aquele em que as variáveis do sistema (tais como pressão, velocidades, fração de vazio, etc.), em termos de média temporal, são função exclusivamente da variável espacial num referencial Euleriano. Naturalmente, em termos de variáveis instantâneas, ocorrem pequenas flutuações devidas à turbulência própria do fluxo multifásico, ou às descontinuidades na interface entre as fases.

O fluxo estacionário é dito estável se, após a ocorrência de alguma perturbação (flutuação) de duração e intensidade finitas em alguma variável do escoamento, o sistema retorna naturalmente à situação anterior de modo assintótico ou na forma de oscilações amortecidas. Em oposição, as situações que não se enquadrem nesta definição são ditas instáveis.

Em geral, a conceituação de estabilidade para sistemas dinâmicos envolve a suposição de existência de uma perturbação de duração finita, sem que se faça referência à sua forma. Faz-se referência, contudo, à *intensidade* da perturbação que é determinada pelo binômio amplitude-duração. Os sistemas que retornam ao ponto de equilíbrio inicial quando da ocorrência de uma perturbação de intensidade suficientemente pequena, i.e., de pequena amplitude e/ou duração, mas não o fazem necessariamente no caso de

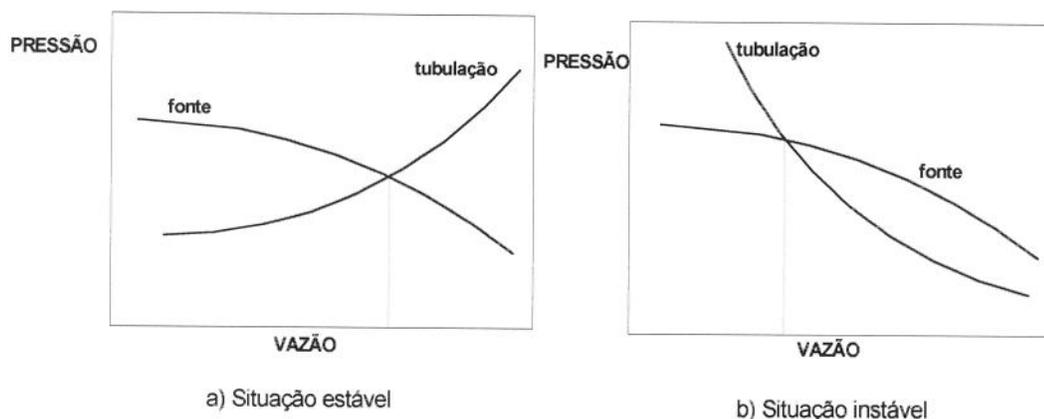
perturbações de grande amplitude, são ditos localmente estáveis. Caso a estabilidade destes sistemas independa da intensidade da perturbação, são classificados como globalmente estáveis. Ambas as situações foram classificadas neste trabalho como estáveis, sem distinção.

BERGLES (1981) divide o fenômeno da instabilidade no fluxo multifásico em tubulações e canais em duas classes: estática e dinâmica. Segundo o autor, um sistema está sujeito à instabilidade estática se “no caso da ocorrência de uma pequena variação a partir do regime estacionário, nenhum outro estado estacionário é possível nas proximidades do estado original”. Conseqüentemente, o sistema caminhará para um novo estado estacionário (que pode ser a situação completamente estática) ou permanecerá oscilando. A instabilidade estática teria origem em diferentes fenômenos como a excursão de fluxo ou a transição de regime de fluxo. As leis e equações válidas para o regime permanente seriam aplicáveis para a análise deste tipo de instabilidade.

Também segundo este autor, a instabilidade dinâmica é um fenômeno de natureza mais complexa onde os efeitos de inércia e realimentação são significativos: “O mecanismo [da instabilidade dinâmica] envolve a propagação de perturbações [...] transportadas por dois tipos de onda: de pressão (ou acústica) e de densidade”. A instabilidade dinâmica se apresentaria na sua forma fundamental (ondas acústicas e de densidade) ou como somatória de diversos fenômenos que envolvem freqüentemente troca térmica e transferência de massa entre fases. Cumpre observar que a classificação e descrição da instabilidade feita pelo autor foi dirigida particularmente à análise de reatores nucleares onde os transiente rápidos e efeitos térmicos são de interesse comparativamente maior que no caso de poços de petróleo.

Na indústria de petróleo, é comum a utilização do conceito de excursão de fluxo em análises de estabilidade de poços. A análise faz uso de curvas de pressão requerida e pressão disponível referidas a um determinado ponto do sistema (também denominado nó), freqüentemente o fundo do poço (Figura 1.4). A curva de pressão requerida consiste no conjunto de pontos (vazão, pressão) que satisfazem as equações que governam o fluxo para o regime permanente a jusante do nó, ou seja, indica a pressão necessária no nó para fazer fluir determinada vazão no estado estacionário. No caso de fluxo multifásico, esta curva muitas vezes apresenta um ponto de mínimo, em geral para valores baixos de vazão. A curva de pressão disponível consiste nos pares de vazão e pressão que

satisfazem as equações de fluxo para o regime permanente a montante do nó. Assim, estabelecida uma pressão no nó, a vazão entregue pela fonte seria dada por esta curva. Os pontos onde estas duas curvas se interceptam são pontos de equilíbrio porque satisfazem o conjunto de equações que rege o comportamento do sistema no regime permanente.



**Figura 1.4: Curvas de pressão requerida e de pressão disponível ilustrativas do conceito de excursão de fluxo.**

Na situação em que, para um pequeno aumento da vazão, a pressão requerida é maior que a disponível, a condição de equilíbrio na entrada da tubulação exige uma redução da vazão (realimentação negativa), tornando o sistema estável. A situação oposta, i.e., aquela em que, para valores de vazão acima do valor de equilíbrio, a pressão requerida na entrada da tubulação é menor que a disponível, conduz naturalmente a um novo aumento de vazão (realimentação positiva).

Embora provida de um certo sentido, não há, a princípio, motivos para supor que a análise baseada no conceito de excursão de fluxo seja absolutamente correta, já que não há garantias de que o equacionamento do regime permanente contenha as necessárias informações sobre o transiente. Além disso, não se encontrou na literatura pesquisada uma prova conclusiva da aplicabilidade ou não deste conceito para sistemas não lineares.

## **Objetivo e abordagem**

### **Objetivo**

Este trabalho não buscou classificar detalhadamente as situações de instabilidade encontradas em poços operados por GLC. Buscou, contudo, investigar os diversos comportamentos possíveis do poço a partir da introdução de uma pequena perturbação, tanto para situações estáveis quanto instáveis.

Como acréscimo ao tratamento dado ao problema por alguns autores (CARALP, DEFAYE, HOURI, 1989; CARALP, DEFAYE, VIDAL, 1992), este trabalho procurou, também, investigar a adequação de critérios de estabilidade propostos na literatura, valendo-se de uma comparação entre as previsões de tais critérios e os resultados da abordagem proposta. Pela simplicidade de aplicação e caráter eminentemente prático, os critérios propostos por ASHEIM (1988) e ALHANATI *et al.* (1993) foram escolhidos como objeto de análise e comparação.

### **Abordagem**

A análise do fenômeno da instabilidade em poços produzindo por *gas-lift* contínuo consiste basicamente no estudo da propagação de transientes num sistema composto por uma coluna de produção onde se apresenta fluxo multifásico, um espaço anular atuando como um acumulador de gás, uma formação produtora atuando como uma fonte de vazão variável e equipamentos adicionais, como válvulas e *chokes* que oferecem resistência ao fluxo.

O estudo da propagação destes transientes requer uma modelagem matemática do sistema físico. Basicamente, há dois enfoques possíveis, que constituem as abordagens analítica e numérica. Diversos autores têm realizado trabalhos utilizando-se destas abordagens, eventualmente acompanhadas de experimentação (GRUPPING, LUCA, VERMEULEN, 1984a, 1984b; FITREMANN & VEDRINES, 1985; ASHEIM, 1988; BLICK, ENGA, LIN, 1988; GANG & GOLAN, 1989; CARALP, DEFAYE, HOURI, 1989; CARALP, DEFAYE, VIDAL, 1992; ALHANATI *et al.*, 1993).

O tratamento do problema a partir de uma abordagem analítica requer certas simplificações, de modo a tornar o modelo matemático adequado ao ataque com técnicas

analíticas de solução de equações. Estas simplificações distanciam o modelo matemático da realidade física e restringem a validade de suas previsões, ao menos no aspecto quantitativo. Contrariamente, a análise do problema a partir de um modelo mais elaborado - que necessariamente requer solução numérica - deve oferecer resultados quantitativamente e qualitativamente mais próximos da realidade física, porém, de generalização bem mais difícil. De fato, os resultados deste modelo aplicado a um caso específico não podem ser estendidos com absoluta segurança a outros casos, mesmo que semelhantes. A observação sistemática de um considerável número de casos com representatividade estatística pode conduzir ao estabelecimento de tendências, critérios ou regras de caráter prático, mas cuja validade irrestrita dificilmente poderia ser provada. O enfoque analítico, em oposição, permite obter algumas conclusões de natureza geral. Sua validade está restrita apenas pela precisão do modelo.

Neste trabalho optou-se por estudar o fenômeno através de uma modelagem transiente recorrendo-se a modelos de literatura para descrever escoamento na coluna de produção, espaço anular, formação produtora e *chokes*, obtendo-se os resultados por via numérica (computacional). A razão desta escolha reside no fato da literatura apresentar diversas explicações e análises simplificadas do problema, mas cuja aceitação e aplicação requer maior sustentação.

## **Definições**

As seguintes definições foram utilizadas neste trabalho:

- Variáveis de escoamento: pressão, vazão de líquido e de gás e variáveis associadas (velocidade, fração de vazio, velocidade de escorregamento, etc.);
- Sistema: conjunto formado pela coluna de produção, espaço anular, formação produtora e *chokes*.
- Estado estacionário ou regime permanente: condição de operação de um poço em que não se verificam alterações nos valores das variáveis de escoamento nos diversos pontos do sistema;
- Situação estática: estado estacionário em que os valores de velocidade do líquido e do gás são nulos em qualquer ponto do sistema;

- Ponto de equilíbrio ou solução: conjunto de valores das variáveis de escoamento que satisfaz as equações de regime permanente para a coluna de produção, espaço anular e formação produtora (reservatório) simultaneamente;
- Solução estável: ponto de equilíbrio para o qual o sistema retorna naturalmente e definitivamente após ser submetido a uma perturbação.
- Solução instável: ponto de equilíbrio para o qual o sistema, após ser submetido a uma perturbação, não retorna espontaneamente, exceto por eventuais e breves instantes de tempo;
- Pressão de separação: pressão a jusante do *choke* de produção;
- Pressão na cabeça: pressão na coluna a montante do *choke* de produção;
- Pressão de tubo: pressão no interior da coluna de produção na profundidade da válvula de *gas-lift*;
- Pressão de fundo em fluxo: pressão no poço defronte a formação produtora;
- Pressão de injeção: pressão a montante do *choke* de injeção;
- Pressão no revestimento: pressão no espaço anular imediatamente a jusante do *choke* de injeção;
- Pressão na válvula: pressão no espaço anular na profundidade da válvula de *gas-lift*.

## II - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Diversos autores têm estudado a ocorrência de fenômenos transientes relacionados com a produção de petróleo. Alguns poucos enfocam a ocorrência dos transientes em poços produtores por GLC (*gas-lift* contínuo), analisando as causas da instabilidade e propondo critérios para detectá-la ainda na fase de dimensionamento do sistema. A maioria, porém, restringe-se ao estudo do fluxo multifásico em tubulações.

### ***Transientes em fluxo multifásico em tubulações***

SCOGGINS (1977) desenvolveu um código computacional para o fluxo multifásico em tubulações baseado no modelo de deslizamento com as seguintes características: i) três equações de balanço: duas de massa, uma para cada fase, e uma de quantidade de movimento; ii) fluxo isotérmico; iii) utilização de correlações para *hold-up* e fator de fricção desenvolvidas para o regime estacionário; iv) modelo *black-oil* para a transferência de massa e propriedades dos fluidos; v) formulação implícita das diferenças finitas. Os resultados desta modelagem foram confrontados com resultados experimentais para linhas terrestres mostrando razoável concordância.

A maioria dos modelos constantes na literatura utiliza mapas de fluxo e equações para velocidade relativa, *hold-up* e fator de atrito desenvolvidos para o regime permanente. Isto ocorre em função da não disponibilidade de correlações equivalentes aplicáveis ao transiente. Porém, TAITEL, LEE, DUKLER (1978) modelaram a transição de regime de escoamento para o caso transiente em tubulações horizontais e mostraram que, sob certas condições, as velocidades dos fluidos para as quais ocorre a transição de regime podem ser significativamente diferentes daquelas previstas para a situação estacionária. Em consequência, as fronteiras dos mapas de fluxo são alteradas e regimes não esperados surgem quando as variações de velocidade são muito rápidas.

DUTA-ROY (1977) utilizou a modelagem de TAITEL *et al.* (1978) e a de SCOGGINS (1977) e procedeu a uma comparação com dados experimentais, concluindo que a primeira se ajustou melhor aos experimentos.

GOKDEMIR (1992) elaborou modelagem semelhante à de SCOGGINS (1977), incorporando, entretanto, algumas modificações: i) uso da equação de balanço de massa da mistura em substituição à equação de balanço do gás; ii) as relações constitutivas utilizadas para o escorregamento entre as fases foram equações de natureza mecanicista para a velocidade relativa entre fases, ao invés de derivadas de correlações para *hold-up*; iii) a discretização foi executada com uso de malha defasada e formulação semi-implícita.

A utilização da malha defasada constitui-se num artifício para evitar soluções irreais das equações de diferenças (PATANKAR, 1980), embora à custa de maior complexidade da formulação. Este esquema consiste na discretização das equações de balanço de massa e quantidade de movimento sobre malhas diferentes, defasadas de  $\frac{1}{2}$  célula.

STEWART & WENDROFF (1984), através de uma análise detalhada das equações de conservação, justificaram a utilização da formulação semi-implícita na discretização das equações de balanço de quantidade de movimento, sendo os termos convectivos referenciados ao instante de tempo imediatamente anterior ao calculado. Este modo de discretização foi o utilizado por GOKDEMIR (1992), aparentemente com bons resultados.

STEWART & WENDROFF (1984) mencionam ainda a conveniência da utilização de malha defasada na formulação semi-implícita, em conjunto com o método *up-wind* para avaliação das propriedades nas faces dos volumes de controle. Segundo o autor, a utilização de malha defasada é uma necessidade no caso de fluxo bifásico, pois a discretização das equações segundo o esquema de diferenças centradas para a variável espacial resulta em instabilidade numérica, embora isso não necessariamente ocorra para o caso de fluxo monofásico.

### ***Transientes em instalações de gas-lift aplicados à análise de estabilidade.***

GILBERT (1954) abordou o comportamento de poços produtores por surgência natural e *gas-lift*, com ênfase nos primeiros, utilizando-se intensivamente de métodos gráficos para descrever os efeitos dos parâmetros de produção (razão gás-líquido de produção, fração de água presente na fase líquida, características geométricas do poço,

etc.) sobre o comportamento do escoamento na coluna de produção. O efeito desses parâmetros sobre a o desempenho da formação produtora e dos *chokes* de produção também foi analisado. Sua análise restringiu-se quase exclusivamente ao regime estacionário de produção, embora descreva qualitativamente um fenômeno de instabilidade observado em certas instalações de poços surgentes. Menciona, ainda, o conceito de excursão de fluxo como um indicativo de situações potencialmente instáveis. Este trabalho foi, possivelmente, um dos primeiros a valer-se de uma representação tridimensional do desempenho da coluna de produção a partir da vazão de líquido, da razão gás-líquido de produção e da pressão de fundo e fluxo, permitindo a rápida identificação de características gerais do fluxo bifásico vertical.

GRUPPING *et al.* (1984a, 1984b) adotaram uma abordagem do fenômeno de instabilidade, via simulação computacional, buscando reproduzir as ocorrências conhecidas da prática operacional e sugerem ações a serem tomadas para reduzir ou evitar o problema. Na elaboração do simulador os autores adotaram algumas simplificações tais como: modelo de IPR linear para o reservatório, desconsideração de perdas de carga no fluxo do espaço anular, e injeção num ponto único da coluna. Os autores concluem que a redução da porta da válvula de *gas-lift* e do *choke* de produção, e o aumento da vazão de gás injetado e do *choke* de injeção conduzem a situações mais estáveis.

FITREMANN & VEDRINES (1985) elaboraram um modelo teórico para o comportamento de transientes em linhas de produção e poços produtores por *gas-lift*, partindo de equações linearizadas para a conservação da massa e quantidade de movimento e aplicando a teoria da pequena perturbação, onde as variáveis do estado estacionário sofrem uma perturbação na forma de uma função exponencial complexa. Consideraram, assim como diversos autores, que as relações constitutivas desenvolvidas para o estado estacionário podem ser usadas para a situação transiente, no caso em que as oscilações tenham um período relativamente grande. Suas conclusões foram confrontadas com dados experimentais de laboratório mostrando boa concordância.

ASHEIM (1988) desenvolveu dois critérios quantitativos bastante simples para a verificação da possibilidade de ocorrência de instabilidade num poço, pressupondo pressão de revestimento ou vazão de gás de injeção constante. Sua análise é fundada nas variações da densidade média do fluido na coluna e da pressão de revestimento de acordo

com as vazões de líquido e gás (da formação e do revestimento) que adentram a coluna, e na variação destas vazões com a pressão de tubo. O primeiro critério considera que o efeito de uma redução da pressão de fundo seria um aumento da vazão de fluidos do reservatório e de gás vindo do revestimento, resultando numa variação da densidade média do fluido na coluna. Uma redução desta densidade conduziria a numa redução da pressão de fundo que causaria um novo acréscimo das vazões, levando à instabilidade. O segundo critério considera que uma redução da pressão de tubo resultaria num aumento da demanda de gás e conseqüente redução da pressão de revestimento. Uma redução da pressão de revestimento mais rápida que uma redução da pressão de coluna conduziria a um decréscimo da vazão de gás e um conseqüente efeito estabilizador. Estes critérios se mostram compatíveis com algumas conclusões explicitadas por GRUPPING *et al.* (1984a, 1984b), FITREMANN & VEDRINES (1985) e GANG & GOLAN (1989). Embora sejam critérios de aplicação simples, estão sujeitos a limitações impostas pelas considerações necessárias à sua dedução. De fato, as principais simplificações adotadas pelo autor foram: gradiente de pressão do gás no espaço anular desconsiderado, reservatório modelado na forma de IPR linear, válvula de *gas-lift* de orifício com fluxo isotérmico, desconsideração dos efeitos de aceleração e fricção dos fluidos na coluna, e velocidade dos fluidos constante ao longo da coluna.

Os critérios de estabilidade de ASHEIM (1988) estão equacionados na forma de dois fatores,  $F_1$  e  $F_2$ , explicitados nas equações (2.1) e (2.2). A condição (2.3) permite classificar o poço quanto à estabilidade, ou seja, o poço é considerado estável quando uma das desigualdades for satisfeita.

Nestas equações  $q_G$ ,  $q_F$ ,  $\rho_G$ ,  $\rho_F$  e  $B_F$ , representam, respectivamente, os valores de vazão de gás injetado e fluidos (líquido e gás) produzidos, a massa específica do gás e dos fluidos e o fator volume de formação do gás, todos em condições de pressão e temperatura da coluna na profundidade da válvula. A pressão, a temperatura e o fator de compressibilidade do gás no anular e na coluna na profundidade da válvula são denotados por  $P_c$ ,  $P_t$ ,  $T_c$ ,  $T_t$ ,  $Z_c$  e  $Z_t$ . O índice de produtividade do reservatório e as vazões de gás injetado e líquido produzido em condições padrão são representados por  $J$ ,  $Q_G$ ,  $Q_L$ . As variáveis de natureza geométrica com influência sobre a estabilidade são  $V_t$ ,  $V_c$ ,  $L_{vv}$  e  $A_p$ , correspondendo aos volumes da coluna e espaço anular, profundidade vertical da válvula e à área da porta da válvula, respectivamente. Todas as variáveis de fluxo são referidas à

condição de regime permanente. Ao fator de eficiência da válvula,  $E$ , o autor atribuiu o valor constante de 0,9.

$$F_1 = \frac{\rho_G^{sc} B_F (Q_G)^2}{Q_L} \frac{J}{(EA_p)^2} \quad (2.1)$$

$$F_2 = \frac{P_t T_c Z_c}{P_c T_t Z_t} \frac{V_t}{V_c} \frac{1}{gL_{vv}} \frac{P_t}{(\rho_F - \rho_G)} \frac{q_F + q_G}{q_F (1 - F_1)} \quad (2.2)$$

$$F_1 > 1, \quad \text{se pressão de revestimento constante}$$

$$F_1 > 1 \quad \text{ou} \quad F_2 > 1, \quad \text{se vazão de gás de injeção constante} \quad (2.3)$$

BLICK *et al.* (1988) adotaram uma abordagem matemática diferente de ASHEIM (1988) e estabeleceram critérios também diversos. Seu enfoque, baseado na teoria de controle, consiste essencialmente na modelagem do comportamento da coluna, anular e reservatório com o tempo e a transformação das equações resultantes para o campo de Laplace. A solução do conjunto de equações algébricas neste campo conduz às transformadas de Laplace de funções que representam a pressão e vazão em alguns pontos do sistema. As singularidades destas funções são analisadas quanto à sua natureza, pois os valores de  $s$  (variável de Laplace) para os quais se observa singularidades são correspondentes aos coeficientes exponenciais da solução do problema no campo de tempo. Como a estabilidade pressupõe a existência de coeficientes exponenciais não positivos, as singularidades devem ser valores cuja parte real seja negativa ou nula. As equações finais apresentam três coeficientes cuja natureza (real ou complexa) e sinal definem a estabilidade do sistema.

GANG & GOLAN (1989) procederam a uma análise da instabilidade segundo o conceito de excursão de fluxo para o caso de poços de *gas-lift*. O ponto de partida é a construção de curvas de vazão contra pressão para os diversos componentes do sistema (coluna de produção acima e abaixo da válvula, espaço anular e formação produtora). O nó selecionado para análise corresponde à localização da válvula de *gas-lift*. As variáveis principais do regime permanente para este caso podem ser relacionadas conforme as equações (2.4) a (2.7), onde  $P_t$ ,  $P_w$ ,  $Q_L$ ,  $Q_G$  representam a pressão de tubo, pressão de fundo em fluxo, vazão de líquido produzido e vazão de gás injetado em condições padrão, respectivamente.

$$P_t = f_1(Q_L, Q_G) \quad (2.4)$$

$$Q_G = f_2(P_t) \quad (2.5)$$

$$Q_L = f_3(P_w) \quad (2.6)$$

$$P_w = f_4(P_t, Q_L) \quad (2.7)$$

As funções  $f_1$  a  $f_4$  respondem pelos modelos escolhidos para cada componente. A função  $f_1$  corresponde ao modelo de escoamento multifásico adotado para a coluna acima da válvula e dá origem a uma família de curvas conhecidas por OPR (*Outflow Performance Relationship*), mostradas na Figura 2.1, parametrizadas pela vazão de gás. A curva apresentada na Figura 2.2 é denominada por GANG & GOLAN (1989) DPR (*Gas Discharge Performance Relationship*) e representa graficamente a função  $f_2$ . Esta curva é obtida a partir da pressão de injeção do gás, considerando as restrições ao fluxo impostas pelo *choke* e pela válvula, e o gradiente de pressão no anular. A função  $f_3$  representa o comportamento do reservatório e dá origem à curva conhecida como IPR (*Inflow Performance Relationship*), e  $f_4$  modela o comportamento do fluxo na coluna de produção abaixo do ponto de injeção. Ainda na Figura 2.1 está a curva correspondente à representação gráfica da combinação de  $f_3$  e  $f_4$ . Esta curva é às vezes chamada de pseudo-IPR porque o nó a que se refere não coincide com o fundo do poço.

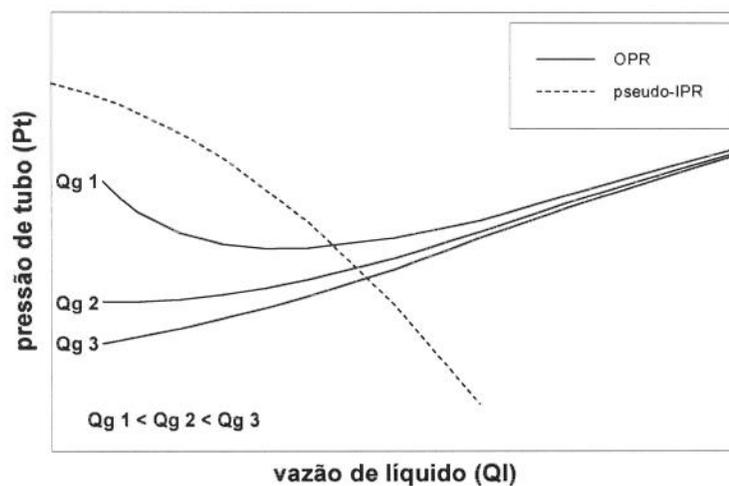


Figura 2.1: Curvas típicas de OPR e IPR.

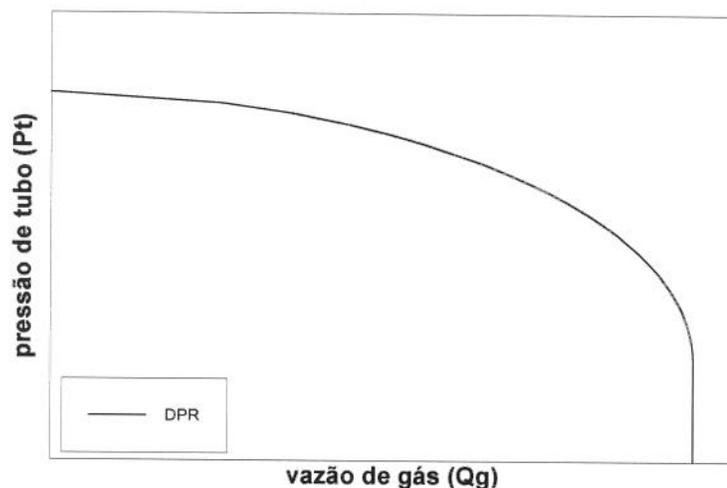


Figura 2.2: Curva típica de DPR.

A combinação das funções  $f_1$ ,  $f_3$  e  $f_4$  estabelece uma relação entre a vazão de gás injetado e a pressão de tubo que GANG & GOLAN (1989) denominaram GPR (*Gas Performance Relationship*). Esta curva pode ser sobreposta à DPR na forma apresentada na Figura 2.3. GPR e DPR podem ser vistas como curvas de pressão requerida e disponível, respectivamente, cuja interseção corresponde aos pontos de equilíbrio (usualmente dois). Então, segundo o conceito de excursão de fluxo, no ponto **A** o efeito de um pequeno aumento da vazão de gás, seria o de tornar a pressão disponível maior que a requerida, o que causaria um novo aumento da vazão de gás, realimentando o processo e conduzindo o sistema para longe do ponto de equilíbrio. No ponto **B**, como conseqüência de um pequeno aumento da vazão de gás, a pressão disponível seria menor que a requerida, o que causaria uma imediata redução da vazão de gás e o retorno do sistema ao ponto de equilíbrio inicial. Desta forma, os pontos **A** e **B** seriam classificados, segundo o conceito de excursão de fluxo, como instável e estável, respectivamente.

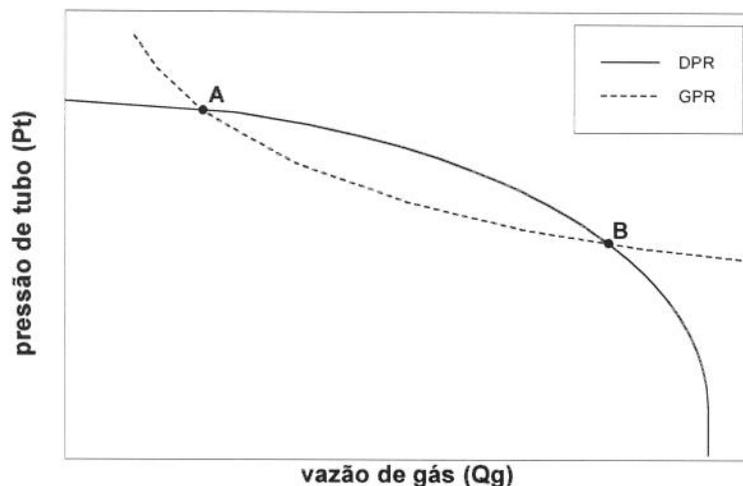


Figura 2.3: Curvas GPR e DPR mostrando a existência de dois pontos de equilíbrio.

CARALP *et al.* (1989, 1992) desenvolveram um simulador transiente usando um modelo de deslizamento para o fluxo bifásico. Para o espaço anular foi utilizado um modelo que considera variação de pressão com a profundidade apenas devido à gravidade. A formação produtora foi modelada como IPR linear. Os autores analisam a estabilidade para um poço exemplo através da variação de três parâmetros: vazão de gás no espaço anular, pressão na cabeça do poço e diâmetro do orifício da válvula de injeção de gás. O início da simulação transiente se dá pela introdução de uma pequena variação em algum dos parâmetros do poço. Com os resultados obtidos, foram gerados mapas de estabilidade em função de dois desses parâmetros, mantendo-se o terceiro constante. As regiões dos mapas foram classificadas como estável monotônica, estável oscilante e instável. Nesta última região a situação final do poço é, supostamente, a de parada de produção.

ALHANATI *et al.* (1993) promoveram uma compilação de diferentes critérios de estabilidade publicados, estabelecendo suas limitações. É ressaltado o fato de que, para poços de *gas-lift*, as análises fundamentadas em curvas para o regime permanente, i.e., análise de estabilidade como as desenvolvidas por GANG & GOLAN (1989), podem conduzir a conclusões antagônicas a partir de raciocínios aparentemente corretos. Isto ocorre porque, ao contrário de poços que produzem por surgência natural, um poço com *gas-lift* apresenta duas fontes de massa, i.e., reservatório e anular, que respondem simultaneamente a variações de pressão na coluna. Para ilustrar esta problemática tome-

se como exemplo as Figura 2.3 e 2.4. Ambas apresentam curvas de equilíbrio para o mesmo poço. A primeira contém as curvas de DPR e GPR, conforme descrito anteriormente, que interceptam-se em dois pontos, dos quais apenas o ponto **B**, segundo a análise desenvolvida por GANG & GOLAN (1989) seria estável. A segunda mostra a pseudo-IPR do poço, i.e., a representação gráfica da combinação de  $f_3$  e  $f_4$ , e a curva denominada TPR (*Tubing Performance Relationship*), resultante da combinação de  $f_1$  e  $f_2$ . Esta curva de TPR difere das OPR apresentadas na Figura 2.1, por não ter a vazão de gás como parâmetro. Ela é composta pelo conjunto de pontos destas OPR que atende também as restrições impostas pelo sistema de injeção de gás. O mesmo tipo de análise de estabilidade se aplicada a esta figura levaria à conclusão de que ambos os pontos de operação seriam estáveis.

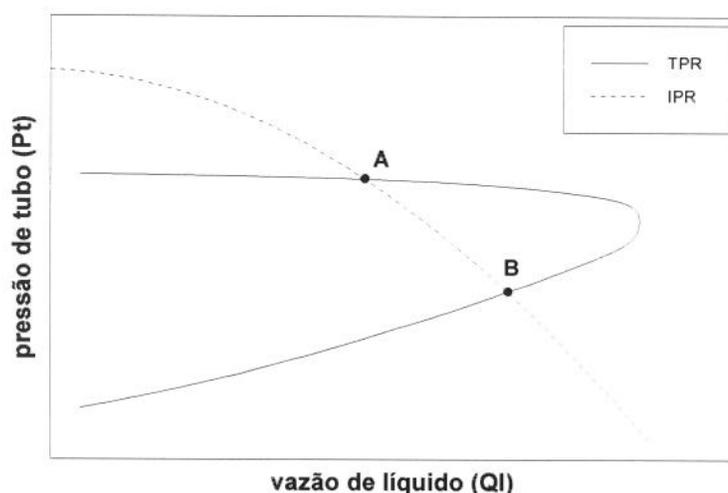


Figura 2.4: Curvas IPR e TPR mostrando a existência de dois pontos de equilíbrio.

ALHANATI *et al.* (1993) propuseram um novo critério quantitativo semelhante ao de ASHEIM (1988), embora mais abrangente por incluir as alternativas de configuração com válvulas de *gas-lift* de fole carregado e de *chokes* de injeção parcialmente abertos, em regime subcrítico. A comparação das previsões deste critério com dados de campo colhidos pelos autores indicou que o critério seria conservador, i.e., em geral preveria corretamente situações estáveis, mas classificaria como instáveis algumas situações que se mostrariam, na realidade, estáveis.

O critério é explicitado pelas equações (2.8) e (2.9). O requisito de estabilidade, equação (2.10), é que  $G_1$  e  $G_2$  sejam simultaneamente maiores que zero.

$$G_1 = \frac{B_F J P_t}{q_F} + K_v^t + \frac{(q_F + q_G) A_t}{(\rho_F - \rho_G) g} \frac{P_t}{q_G q_F} a \quad (2.8)$$

$$G_2 = \frac{B_F J P_t}{q_F} + K_v^t + \frac{K_v^c P_t}{P_c} \frac{b}{a} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} G_1 &> 0 \\ e \\ G_2 &> 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

As quantidades  $a$ ,  $b$ ,  $K_v^t$ ,  $K_v^c$  e  $K_{ch}^c$  são definidos segundo (2.11) a (2.15).

$$a = -\frac{\dot{m}_G \bar{Z}_c R \bar{T}_c}{V_c M} \frac{1}{P_c} (K_{ch}^c - K_v^c) \quad (2.11)$$

$$b = -\frac{\dot{m}_G \bar{Z}_c R \bar{T}_c}{V_c M} \frac{1}{P_t} K_v^t \quad (2.12)$$

$$K_{ch}^c = \frac{P_c}{\dot{m}_{ch}} \frac{d \dot{m}_{ch}}{d P_c} \quad (2.13)$$

$$K_v^c = \frac{P_c}{\dot{m}_v} \frac{\partial \dot{m}_v}{\partial P_c} \quad (2.14)$$

$$K_v^t = \frac{P_t}{\dot{m}_v} \frac{\partial \dot{m}_v}{\partial P_t} \quad (2.15)$$

A simbologia é a mesma adotada nos critérios de ASHEIM (1988). As variáveis  $\dot{m}_G$ ,  $\dot{m}_{ch}$  e  $\dot{m}_v$  representam as vazões mássicas de gás no espaço anular, no *choke* e na válvula, que no estado estacionário são coincidentes.  $\bar{T}_c$  e  $\bar{Z}_c$  são a temperatura e fator de compressibilidade médios do gás no espaço anular. Como os autores desconsideraram a existência de gradientes de temperatura e pressão no anular, estes valores seriam os mesmos a jusante do *choke* e a montante da válvula. Assim, a utilização de valores médios para a temperatura e fator de compressibilidade constitui uma interpretação da formulação original dos autores.  $M$  representa o peso molecular do gás no espaço anular,  $A_t$  a área da seção transversal do tubo e  $B_F$  o fator volume de formação dos fluidos produzidos na profundidade da válvula.

As equações (2.13) a (2.15) com as constantes  $K_v^c$ ,  $K_v^t$  e  $K_{ch}^c$ , expressam uma linearização do comportamento da válvula e do *choke* de injeção. Considerando-se que a

vazão de gás através do *choke* seja função da pressão de revestimento, e que a vazão de gás através da válvula seja função da pressão de revestimento e da pressão de tubo, admite-se que a vazão de gás através do *choke* sofra variações relativas proporcionais à variação relativa da pressão de revestimento, onde a constante de proporcionalidade seria  $K_{ch}^c$ . Igualmente a vazão de gás na válvula deve variar relativamente segundo a soma das variações relativas das pressões de revestimento e de tubo previamente multiplicadas por  $K_v^c$  e  $K_v^t$ .

Um caso particular que os autores analisaram foi a utilização de válvula de fole carregado operando na região de estrangulamento ou em fluxo crítico (Figura 1.3, regiões D e B). Nesta situação  $K_v^t$  é positivo ou nulo e, visto que  $K_{ch}^c$  é não positivo e  $K_v^c$  é não negativo, segue-se a conclusão de que o poço é sempre estável.

Os critérios e análises de estabilidade que dispensam simulação computacional consistem na elaboração de um modelo simplificado do fenômeno e na aplicação de um método matemático para obtenção da solução ou de suas propriedades. Naturalmente o método matemático empregado não deve afetar o resultado da análise e, como consequência, os resultados dependem apenas do modelo utilizado para descrever o comportamento dos componentes. Em geral, o ponto mais frágil está no modelo adotado para o componente coluna.

As equações descritivas do fluxo bifásico na coluna não admitem solução analítica, a não ser com simplificações consideráveis, tais como desconsideração do escorregamento e de variações de velocidade e densidade ao longo da coordenada espacial. Na modelagem do anular, as simplificações se limitam a desconsiderar os termos de atrito e convectivos da equação de balanço de quantidade de movimento. Estes termos, porém, são de importância relativamente pequena. Considerações como o modelo estático de reservatório (IPR) também têm seu efeito sobre os resultados, embora BLICK *et al.* (1988) tenham prescindido desta simplificação.

A desconsideração dos efeitos de atrito e aceleração no fluxo bifásico supostamente conduz a previsões conservadoras. Espera-se que isto ocorra porque aceleração é um dos efeitos que atua sempre em oposição às variações de vazão, e porque o atrito equivale a um efeito dissipativo de energia.

Resumindo, análises de estabilidade apropriadas para instalações de GLC exigem formulações transientes, tratadas segundo uma abordagem analítica ou numérica. Entre as

abordagens analíticas destacam-se os critérios de ASHEIM (1988) e ALHANATI *et al.* (1993) que, em favor da simplicidade, serão denominados critérios de Asheim e Alhanati. Eles apresentam resultados qualitativos semelhantes, ou seja, a estabilidade do sistema favorecida com o acréscimo da vazão de gás e índice de produtividade da formação, e decréscimo do volume do anular. Em termos quantitativos, o critério de Alhanati reduz-se ao de Asheim uma vez adotadas hipóteses simplificadoras apropriadas.

Em oposição às abordagens de natureza analítica, alguns autores recorrem a modelos numéricos representativos do fenômeno com o objetivo de definir a fronteira de estabilidade para um determinado poço. Esta abordagem prescinde da grande quantidade de simplificações própria do tratamento analítico, gerando portanto resultados mais confiáveis. Por outro lado, exige um esforço computacional elevado e os resultados são válidos exclusivamente para o conjunto de parâmetros utilizado na simulação, i.e., têm pouca generalidade.

### III - MODELAGEM

#### **Modelo físico**

A análise da estabilidade e da propagação de transientes em poços de *gas-lift* foi feita a partir de um modelo matemático representativo da realidade física. Este modelo foi concebido a partir de simplificações da realidade observada em poços produtores e sua geometria está representada esquematicamente na Figura 1.1.

Este modelo admite as seguintes considerações de natureza geométrica, hidrodinâmica e relativas ao comportamento dos fluidos:

1. coluna de produção com diâmetros interno e externo constantes ao longo do comprimento;
2. completação fechada, i.e., com *packer* no fundo do poço localizado logo acima da formação produtora;
3. espessura da formação produtora e altura do *packer* negligenciáveis em comparação com a profundidade do poço, i.e., reservatório, extremidade da coluna e do espaço anular coincidentes;
4. câmara de acumulação entre a extremidade inferior da coluna e o fundo do poço com volume negligenciável;
5. existência de *chokes* na cabeça do poço para controlar entrada de gás e saída de fluidos produzidos;
6. inexistência de restrições ao fluxo ou perdas de carga localizadas, com exceção dos *chokes*;
7. poço direcional com inclinação constante por partes;
8. existência de *liner*, i.e., porção inferior do revestimento com diâmetro interno menor.
9. transferência de massa entre as fases líquida e gasosa modelada segundo o método *black-oil*, com a fase líquida representada por um fluido homogêneo com propriedades médias entre as do óleo e da água;
10. densidade do gás produzido igual à do gás injetado;
11. reservatório representado por um modelo transiente monofásico e radial.

- 12.ponto de injeção de gás na coluna único;
- 13.acoplamento entre espaço anular e coluna através de modelo adequado para válvulas de *gas-lift* de orifício e de fole carregado com nitrogênio;
- 14.pressão a jusante do *choke* de produção constante.
- 15.pressão a montante do *choke* de injeção ou vazão de gás constante;
- 16.perfis de temperatura invariáveis no tempo e distintos para o gás do anular e fluidos da coluna;

### **Modelo matemático**

O modelo matemático utilizado para descrever o poço produtor por *gas-lift* (aqui denominado sistema) é composto por um conjunto de equações diferenciais representativas do fenômeno em estudo, acrescido de condições de contorno e uma condição inicial.

As condições de contorno representam limitações externas impostas ao sistema frequentemente encontradas na prática operacional. Ao sistema esquematicamente representado na Figura 1.1 foram impostas duas classes de condições de contorno, denominadas condições externas. A primeira consistiu em impor valores de pressão a jusante de *choke* de produção e a montante de *choke* de injeção invariáveis no tempo. Esta é uma das situações mais comumente encontradas. A segunda considerou a existência de valores constantes para a pressão a jusante do *choke* de produção e para a vazão mássica de gás que entra no anular (equivalendo à substituição do *choke* de injeção por um controlador de vazão).

A condição inicial mais adequada à abordagem do problema é a situação de regime permanente, pois é esta condição que se buscou classificar quanto à estabilidade. Esta condição foi obtida a partir da solução das mesmas equações utilizadas para o problema completo, à exceção dos termos que englobam a variável tempo.

O modelo completo desenvolvido é formado pela reunião de modelos individuais para cada um dos componentes do sistema, que são coluna de produção, espaço anular e formação produtora. As condições de contorno para cada componente foram dadas pelas condições externas já citadas e condições de acoplamento entre os componentes. Em acréscimo aos modelos para coluna, anular e formação, outros foram necessários para

descrever os elementos adicionais do sistema: válvula de *gas-lift* e *chokes*. Cada componente é descrito na forma que se segue.

### Coluna de produção

A elaboração de um simulador representativo do problema considerado implica, entre outras coisas, na necessidade de resolver um sistema de equações diferenciais que descreva o fluxo bifásico na coluna de produção.

Dentre as formulações existentes para o fluxo bifásico uma amplamente utilizada para a elaboração de simuladores na área de petróleo tem sido o modelo de deslizamento unidimensional, elaborado a partir de uma formulação geral para dois fluidos. O conjunto de equações utilizadas expressa os balanços de conservação da massa, quantidade de movimento e energia, sendo que apenas os dois primeiros foram utilizados porque o campo de temperatura não foi calculado, mas arbitrado conforme citado quando da apresentação do modelo físico.

No modelo de deslizamento, um caso especial do modelo de difusão, o escoamento é descrito matematicamente a partir da consideração de que os fluidos formam uma *mistura hipotética* cujas equações diferenciais representativas são resultado da soma das equações de balanço das fases. Entretanto, a identidade das fases é preservada nos termos de deslizamento introduzidos nas equações o que, em essência, diferencia o modelo de deslizamento do modelo homogêneo.

A Figura 3.1 apresenta o desenho esquemático da coluna de produção.

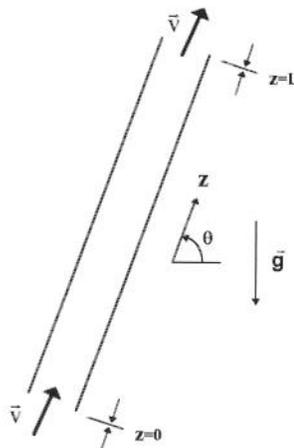


Figura 3. 1: Representação esquemática da coluna de produção.

Na sua forma unidimensional os balanços de massa e quantidade de movimento são descritos pelas equações (3.1), (3.2) e (3.3). O Apêndice A apresenta com mais detalhes estas equações e as simplificações nelas contidas. Estas EDPs em conjunto com as condições de contorno (3.4) a (3.6) constituem um problema matemático cuja solução são os valores de  $\alpha$ ,  $\mathbf{P}$  e  $\mathbf{v}$  no espaço  $(\mathbf{z}, \mathbf{t})$ . Estas equações assumem a forma proposta por LILES & REED (1978).

Nesta formulação ao fundo do poço foi arbitrada a coordenada zero e à cabeça do poço atribuiu-se a coordenada  $\mathbf{L}$  (correspondente ao comprimento total do poço).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v) = \Gamma_{\text{lif}} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha \rho_G) + \frac{\partial}{\partial z}(\alpha \rho_G v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_f v_r) = \Gamma_G + \Gamma_{\text{lif}} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v^2) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_f v_r^2) + \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z + \tau = 0 \quad (3.3)$$

$$v(0, t) = v_0(t) \quad (3.4)$$

$$P(L, t) = P_L(t) \quad (3.5)$$

$$\alpha(0, t) = \alpha_0(t) \quad (3.6)$$

Este modelo faz uso de três equações de balanço, quais sejam, as equações de balanço de massa para a mistura, balanço de massa para a fase gasosa e balanço de quantidade de movimento para a mistura, respectivamente equações (3.1), (3.2) e (3.3). As equações de balanço de massa podem ser escolhidas do conjunto de três relações disponíveis, i.e., uma para cada fase e outra para a mistura. Optou-se pela utilização das equações da mistura e da fase gasosa.

Nestas equações as variáveis dependentes  $\alpha$ ,  $\mathbf{P}$  e  $\mathbf{v}$  correspondem à fração de vazio, pressão termodinâmica e módulo do vetor velocidade da mistura, respectivamente.  $\Gamma_G$  é o termo de transferência de massa entre as fases líquida e gasosa e corresponde à taxa de vaporização por unidade de volume do fluido.  $\Gamma_{\text{lif}}$  é a taxa de entrada de gás na coluna de produção a partir do espaço anular. Este último termo corresponde a uma “geração de massa” para a fase gasosa no interior da coluna e é normalmente nulo, exceto na posição em que se situa a válvula de *gas-lift*.

Definem-se ainda dois valores de massa específica ponderados para a mistura, que são  $\rho$  e  $\rho_f$ , a partir das variáveis dependentes e dos valores de massa específica para as fases gasosa e líquida, respectivamente  $\rho_G$  e  $\rho_L$ :

$$\rho_f = \frac{\alpha(1-\alpha)\rho_L\rho_G}{\rho} \quad (3.7)$$

$$\rho = (1-\alpha)\rho_L + \alpha\rho_G \quad (3.8)$$

A velocidade da mistura é também dada em termos das velocidades das fases na forma da equação (3.9). Esta quantidade corresponde à velocidade do centro de massa da mistura.

$$v = \frac{(1-\alpha)\rho_L v_L + \alpha\rho_G v_G}{\rho} \quad (3.9)$$

O escorregamento entre fases é preservado nas equações de balanço nos termos  $\rho_f \mathbf{v}_r$  e  $\rho_f \mathbf{v}_r^2$  onde

$$v_r = v_G - v_L \quad (3.10)$$

A quantidade  $\mathbf{v}_r$  corresponde à velocidade relativa entre as fases líquida e gasosa ou velocidade de escorregamento e seu valor é obtido através de relações disponíveis na literatura e estabelecidas em termos de variáveis do escoamento e propriedades físicas dos fluidos.

O efeito gravitacional na equação de balanço de quantidade de movimento corresponde ao termo  $\rho \cdot \mathbf{g}_z$  onde

$$g_z = g \sin(\theta) \quad (3.11)$$

O efeito do atrito entre fluidos e a parede da tubulação é representado pelo termo  $\tau$  modelado na forma da equação (3.12), onde  $\tau_w$  corresponde à tensão de cisalhamento na parede da tubulação e  $p$ ,  $A_t$  e  $D_t$  ao perímetro, área da seção transversal e diâmetro interno da tubulação, respectivamente. O fator de atrito bifásico ( $f$ ) correlaciona-se com as variáveis do escoamento.

$$\tau = \tau_w \frac{p}{A_t} = \frac{2f}{D_t} \rho v |v| \quad (3.12)$$

O termo de transferência de massa entre as fases na coluna de produção, desenvolvido no Apêndice B, é resumido pela equação (3.13).

$$\Gamma_G = -\frac{\partial}{\partial t}[(1-\alpha)\rho_D] - \frac{\partial}{\partial z}[(1-\alpha)\rho_D v] + \frac{\partial}{\partial z}[\rho_{Df} v_r] \quad (3.13)$$

onde

$$\rho_D = \frac{R_s \gamma_G \rho_{ar}^{sc}}{B_L} \quad (3.14)$$

$$\rho_{Df} = \frac{(1-\alpha)\alpha\rho_G\rho_D}{\rho} \quad (3.15)$$

### Coluna de produção - regime permanente

As equações (3.1) a (3.3) requerem para sua solução uma condição inicial para as variáveis dependentes  $\alpha$ ,  $P$  e  $v$ . Estas condições são obtidas a partir da solução para o regime permanente.

As mesmas equações e condições de contorno impostas para o estudo do transiente valem para a situação de regime permanente à exceção dos termos de variação no tempo. O problema de obtenção da condição inicial, como proposto, resume-se nas equações (3.16) a (3.21).

$$\frac{d}{dz}(\rho v) = \Gamma_{lift} \quad (3.16)$$

$$\frac{d}{dz}(\alpha\rho_G v) + \frac{d}{dz}(\rho_f v_r) = \Gamma_G + \Gamma_{lift} \quad (3.17)$$

$$\frac{d}{dz}(\rho v^2) + \frac{d}{dz}(\rho_f v_r^2) + \frac{dP}{dz} + \rho g_z + \tau = 0 \quad (3.18)$$

$$v(0) = v_0 \quad (3.19)$$

$$P(L) = P_L \quad (3.20)$$

$$\alpha(0) = \alpha_0 \quad (3.21)$$

onde  $\alpha$ ,  $P$  e  $v$  são função exclusivamente da variável espacial  $z$ .

O termo de transferência de massa, a exemplo das equações anteriores, mantém-se inalterado a menos das derivadas na variável tempo, e para os demais termos valem as mesmas definições anteriores.

$$\Gamma_G = -\frac{d}{dz}[(1-\alpha)\rho_D v] + \frac{d}{dz}[\rho_{Df} v_r] \quad (3.22)$$

## Equações constitutivas

Alguns termos envolvidos nas equações para a coluna de produção requerem equações adicionais para sua avaliação. Estas equações são explicitadas a seguir.

### *Fator de atrito*

O fator de atrito bifásico para cálculo do termo de dissipação viscosa na equação de balanço de quantidade de movimento foi determinado por (3.23), que tem a forma da equação de Blasius. O número de Reynolds (**Re**) foi obtido segundo (3.24).

$$f = a \cdot \text{Re}^{-n} \quad (3.23)$$

$$\text{Re} = \frac{\rho v D_t}{\mu_m} \quad (3.24)$$

A viscosidade da mistura ( $\mu_m$ ) consiste numa média das viscosidades das fases. BRILL & BEGGS (1978) citam diversas formulações utilizadas por diferentes autores para o cálculo da viscosidade da mistura. Adotou-se a média ponderada pela respectiva fração de residência, na forma da equação (3.25).

$$\mu_m = (1-\alpha)\mu_L + \alpha\mu_G \quad (3.25)$$

Os parâmetros **a** e **n** são dados por

$$\begin{aligned} \text{Re} < 1190 &\Rightarrow \begin{cases} a = 16 \\ n = 1 \end{cases} \\ 1190 \leq \text{Re} \leq 49820 &\Rightarrow \begin{cases} a = 0.079 \\ n = 0.25 \end{cases} \\ \text{Re} > 49820 &\Rightarrow \begin{cases} a = 0.046 \\ n = 0.2 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.26)$$

Os limites do número de Reynolds para determinação de **a** e **n** foram ajustados de forma que estes parâmetros sejam função contínua de **Re**. A não observância desta continuidade conduz a dificuldades de convergência durante a solução numérica do problema.

### *Velocidade de escorregamento*

O escorregamento entre fases pode ser quantificado de diferentes formas a depender do regime de fluxo e da inclinação da tubulação. Entretanto, devido à falta de

relações apropriadas ao fluxo transiente, os diversos autores que elaboraram simuladores (SCOGGINS, 1977; GOKDEMIR, 1992; CARALP *et al.*, 1989, 1992) fizeram uso de equações para velocidade de escorregamento ou velocidade de deslizamento determinadas para o regime permanente. Admite-se, assim, que estas equações se apliquem ao menos em situações de transientes lentos.

O modelo elaborado utilizou-se de apenas uma equação para a velocidade de escorregamento, de modo a evitar a necessidade de utilização de um mapa de fluxo e avaliar as transições entre regimes.

A relação implementada no modelo é aplicável ao regime agitado turbulento em escoamento vertical (conforme citado no Apêndice A). Esta relação é explicitada em (3.27), onde  $\sigma$  representa a tensão interfacial.

$$v_r = \frac{\sqrt{2}}{1-\alpha} \sqrt[4]{\frac{\sigma g(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2}} \quad (3.27)$$

### **Espaço anular**

O espaço anular, por envolver fluxo monofásico e em velocidade relativamente baixa, pode ser tratado de modo semelhante a um *plenum*, de modo que os efeitos de atrito do gás nas paredes do revestimento e coluna além dos termos difusivos do balanço de quantidade de movimento são negligenciáveis. Assim, apenas o efeito gravitacional foi considerado.

Este modelo, representado na Figura 3.2, faz uso de um balanço global de massa e uma equação para o gradiente de pressão.

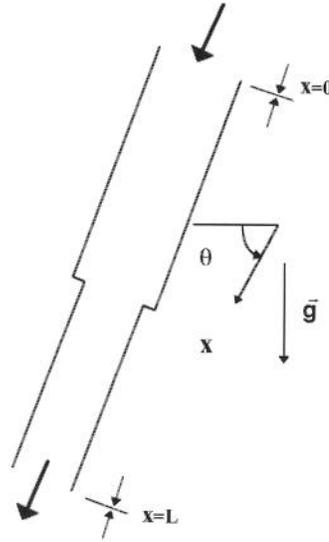


Figura 3. 2: Desenho esquemático do espaço anular.

O balanço de massa é expresso na forma da equação (3.28) e da condição de inicial (3.29), onde  $\mathbf{m}_G = \mathbf{m}_G(t)$  corresponde à massa total de gás contida no espaço anular e  $\dot{\mathbf{m}}_{ch}$  e  $\dot{\mathbf{m}}_v$  são as vazões mássicas através do *choke* de gás e da válvula de *gas-lift*, respectivamente.

$$\frac{dm_G}{dt} = \dot{m}_{ch} - \dot{m}_v \quad (3.28)$$

$$m_G(0) = m_{G0} \quad (3.29)$$

O gradiente de pressão na coluna de gás é determinado como função da massa específica do gás pela relação (3.30) e pela condição de contorno (3.31). Considera-se, ao contrário da formulação para a coluna, que a origem da coordenada espacial se encontra na cabeça do poço.

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{PM}{ZRT} g_x \quad (3.30)$$

$$P(0, t) = P_0(t) \quad (3.31)$$

Nesta equação o gradiente de pressão se apresenta como função da própria pressão  $\mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{x}, t)$ , peso molecular do gás  $\mathbf{M}$ , fator de compressibilidade do gás  $\mathbf{Z}$  e da temperatura  $\mathbf{T} = \mathbf{T}(\mathbf{x})$ . O termo gravitacional  $\mathbf{g}_x$  é idêntico ao do modelo da coluna de produção.

Embora o problema esteja colocado na forma de uma equação diferencial parcial e uma ordinária, a solução pode ser obtida pelo tratamento de cada equação separadamente.

A solução para o problema formado por (3.30) e (3.31) corresponde à equação (3.32) onde o fator de compressibilidade do gás ( $Z$ ) e o gradiente de temperatura ( $G_{Tc}$ ) são função da profundidade  $x$ . Igualmente, pelo fato do poço ser direcional o termo gravitacional  $g_x$  também é dependente da profundidade.

$$P(x, t) = P_0(t) \cdot \exp \left\{ \frac{M}{R} \int_{x_0}^x \frac{g_x}{Z(T(x_0) + G_{Tc} \xi)} d\xi \right\} \quad (3.32)$$

A massa de gás contida no espaço anular em cada instante foi calculada pela equação (3.33). Considerando a possibilidade de existência do *liner*, a área da seção transversal do espaço anular ( $A_c$ ) não seria constante ao longo da profundidade, mas sofreria uma descontinuidade. Logo, a integral da equação (3.33) deve ser avaliada através de uma subdivisão do poço em intervalos.

$$m_G(t) = \int_0^L \frac{A_c}{g_x} \frac{\partial P}{\partial x} dx \quad (3.33)$$

A obtenção da solução de regime permanente que serviu de condição inicial para a equação (3.28) foi obtida através da equação (3.33) uma vez estabelecido o perfil de pressão ao longo do espaço anular. Este perfil deve ser tal que a vazão de gás através do *choke* de injeção seja igual à vazão através da válvula de *gas-lift*, ou seja, a condição inicial corresponde à solução de (3.34) e (3.35).

$$\dot{m}_v = \dot{m}_{ch} \quad (3.34)$$

$$P(x) = P_0 \cdot \exp \left\{ \frac{M}{R} \int_{x_0}^x \frac{g_x}{Z(T(x_0) + G_{Tc} \xi)} d\xi \right\} \quad (3.35)$$

## Formação produtora

A formação produtora foi modelada na forma de um reservatório homogêneo, circular, com fluxo radial monofásico e espessura constante.

A hipótese de geometria circular com espessura constante não corresponde aos reservatórios existentes, mas trata-se de uma consideração relativamente comum nos estudos de reservatório e que permite a obtenção de solução para o problema de modo relativamente fácil. De fato, alguma geometria tem que ser suposta para a elaboração do

modelo e, dentro da proposta deste trabalho, não há nenhuma vantagem evidente em se utilizar geometrias mais complexas.

Do mesmo modo, a consideração de homogeneidade e isotropia ao longo do reservatório atende aos requisitos de simplicidade sem acarretar prejuízos visíveis ao estudo da estabilidade de poços com *gas-lift*.

A consideração com maiores implicações consiste na hipótese de fluxo monofásico no meio poroso. Efetivamente, a menos que a pressão em todos os pontos do reservatório seja maior que a pressão de saturação dos fluidos, a existência de fluxo bifásico ou trifásico é fato conhecido e tem implicações nos resultados do modelo. Uma das razões é a diferente mobilidade dos diferentes fluidos em função das propriedades dos próprios fluidos e da rocha.

Ainda assim, supostamente este efeito teria pouca importância no resultado final em termos qualitativos, embora quantitativamente tenha conseqüências relevantes. Uma vez que o que se deseja é reproduzir de modo aproximado o fenômeno físico do escoamento num reservatório, as hipóteses acima resultam num modelo satisfatório que mesmo que não constituindo uma expressão fiel da realidade, trata-se de um modelo muito melhor que o de IPR comumente adotado.

O fato dos reservatórios reais não serem isotrópicos, monofásicos, nem tampouco possuírem uma geometria regular implica na existência de perturbações na produção do poço, oriundas da própria formação produtora. Tais perturbações, embora tenham eventualmente um impacto significativo sobre qualquer método de elevação artificial, não constituiu matéria deste estudo.

A Figura 3.3 apresenta o desenho esquemático do reservatório com a geometria adotada.

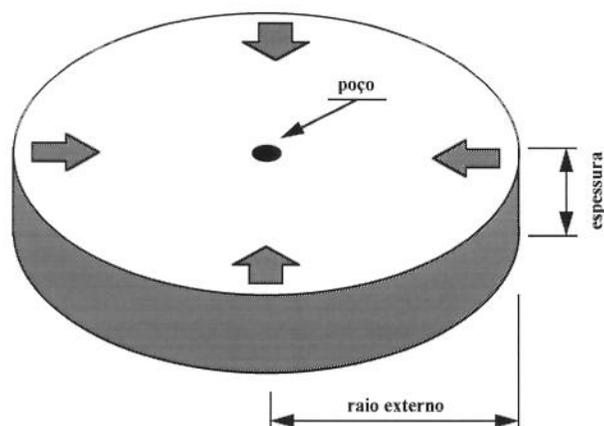


Figura 3. 3: Geometria do reservatório.

A equação que descreve o fluxo no meio poroso é resultado da combinação da lei de Darcy com um balanço de massa e, em coordenadas cilíndricas, tem a forma mostrada em (3.36).

As condições de contorno impostas ao problema foram a pressão na fronteira externa do reservatório (pressão estática) constante e a pressão na fronteira reservatório/poço como função do tempo. A condição inicial, como nos demais casos, foi uma solução de regime permanente. Estas condições são expressas pelas equações (3.37) a (3.39), nesta ordem.

A condição de pressão constante na fronteira externa do reservatório, significando um reservatório aberto à entrada de fluidos, é necessária para a obtenção de um regime permanente. Caso contrário, se se utilizasse um reservatório fechado, poderia ser obtido, no máximo, o regime pseudo-permanente, que não atende às necessidades deste estudo.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\rho_r k}{\mu_r} \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_r \phi) \quad (3.36)$$

$$P(r_e, t) = P_e \quad (3.37)$$

$$P(r_w, t) = P_w(t) \quad (3.38)$$

$$P(r, 0) = P_0(r) \quad (3.39)$$

A pressão ( $\mathbf{P}$ ) é função das duas variáveis independentes  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{t}$  que representam a posição e o tempo, respectivamente (trata-se, portanto, de um modelo unidimensional transiente). As fronteiras do reservatório são o raio externo e raio do poço,  $\mathbf{r}_e$  e  $\mathbf{r}_w$ , nesta ordem, onde são estabelecidas as condições de contorno, sendo que a pressão no poço

está vinculada ao modelo proposto para a coluna de produção. A distribuição da pressão é ainda afetada pelos parâmetros da formação e dos fluidos, quais sejam, permeabilidade ( $k$ ), porosidade ( $\phi$ ), viscosidade ( $\mu_r$ ) e massa específica do fluido ( $\rho_r$ ).

A solução de regime permanente que servirá de condição inicial ao problema foi obtida através da mesma formulação anterior, desconsiderando os termos de variação no tempo. Assim é descrita por (3.40) a (3.42), onde  $P = P(r)$ .

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{\rho_r k}{\mu_r} \frac{dP}{dr} \right) = 0 \quad (3.40)$$

$$P(r_e) = P_e \quad (3.41)$$

$$P(r_w) = P_w \quad (3.42)$$

Como alternativa muito mais simples a este modelo utilizou-se uma curva de IPR na qual a formação produtora é tratada como um reservatório de transmissibilidade infinita e pressão constante. A pressão na junção poço/reservatório é dada pela relação (3.43), onde  $J$  e  $Q_L$  correspondem respectivamente ao índice de produtividade, característica mensurável do poço/reservatório, e à vazão de líquido produzido em condições padrão.

$$P_w = P_e - \frac{Q_L}{J} \quad (3.43)$$

Não se trata de um modelo transiente, todavia é de solução trivial e de uso corrente na engenharia de petróleo. A utilização desta alternativa permite avaliar o impacto da simplificação do modelo para o reservatório sobre os resultados da análise de estabilidade.

### **Acoplamento**

Os componentes do sistema, i.e., coluna de produção, espaço anular e reservatório, representados por três modelos diferentes, requerem equações adicionais para o perfeito fechamento do problema.

### **Anular/superfície**

O modelo utilizado para o espaço anular requer a informação de vazão mássica de gás através do choke de produção. A condição externa pode ser a definição da pressão a montante do *choke* (pressão de injeção) ou da vazão mássica de gás.

No primeiro caso fez-se necessário estabelecer a relação entre pressão de injeção e a vazão de gás, o que pode ser feito com uso da equação de Thornhill-Craver (3.44).

$$Q_{ch} = 155 \cdot C_{di} A_{ch} P_{inj} \sqrt{\frac{2g \frac{k}{k-1} (r^{2/k} - r^{(k+1)/k})}{\gamma_G T_{inj}}} \quad (3.44)$$

onde

$$r = \text{Max} \left\{ \frac{P_{rev}}{P_{inj}}, \left( \frac{2}{k+1} \right)^{k/(k-1)} \right\} \quad (3.45)$$

Nestas equações  $P_{inj}$  e  $P_{rev}$  correspondem, respectivamente, à pressão de injeção e pressão de revestimento na cota zero, i.e., a montante e a jusante do *choke* em psia,  $A_{ch}$  corresponde à área de passagem do *choke* em  $\text{pol}^2$ ,  $T_{inj}$  à temperatura a montante do *choke* em R,  $g$  à constante 32,17  $\text{pés/s}^2$  e  $k$  à constante adiabática do gás. A vazão de gás resulta em Mscf/d. A razão entre as pressões de montante e jusante,  $r$ , é limitada inferiormente a um valor dependente da constante adiabática do gás, situação que corresponde à ocorrência de fluxo crítico. O coeficiente de descarga  $C_{di}$  é um valor de natureza empírica e permite adequar a previsão do modelo à experimentação e, normalmente, assume valores próximos a 0,8 ou 0,9.

A vazão mássica é finalmente obtida com a equação (3.46).

$$\dot{m}_{ch} = \rho_G^{sc} Q_{ch} \quad (3.46)$$

Na segunda situação, onde a vazão de volumétrica de gás é especificada, a relação (3.46) é suficiente para estabelecer o vínculo entre o modelo do anular e a condição externa.

### **Anular/coluna**

A existência de um fluxo de gás vindo do espaço anular para a coluna de produção exige a inclusão de novas equações para avaliar o termo  $\Gamma_{lift}$  das equações (3.1) e (3.2). Fisicamente o acoplamento é realizado através de uma válvula de *gas-lift* cuja característica essencial é permitir o fluxo de gás apenas na direção anular-coluna numa

proporção que é função das pressões a montante e jusante, e de características da própria válvula.

Este acoplamento é descrito matematicamente por um modelo capaz de representar com razoável acuracidade o comportamento da válvula. Dentre os disponíveis na literatura encontra-se o modelo de NIEBERDING *et al.* (1990) para válvulas de fole carregado com nitrogênio, com razoável sofisticação e acuracidade. Entretanto apresenta o inconveniente da utilização de modelos diferentes para as situações de fluxo em regime de orifício e estrangulamento. Isto obrigatoriamente gera uma descontinuidade que resulta em dificuldade de convergência da solução numérica do problema.

Outro modelo foi proposto por WINKLER & EADS (1993), é apresentado nas equações (3.47) a (3.54). Este apresenta a vantagem de ser contínuo e adaptável com facilidade a um programa computacional.

$$M_{vs} = \frac{(P_c - P_{bt})A_b - (P_c - P_t)A_p}{B_{sr}} \quad (3.47)$$

$$C_1 = \sqrt{r_b^2 - r_p^2} \quad (3.48)$$

$$C_2 = \sqrt{r_p^2 + (C_1 + M_{vs})^2} \quad (3.49)$$

$$r_{rf} = \frac{r_p r_b}{C_2} \quad (3.50)$$

$$s = C_2 - r_b \quad (3.51)$$

$$A_{pe} = \text{Min}\{\pi(r_{rf} + r_p)s, A_p\} \quad (3.52)$$

$$Q_v = 155 \cdot C_{dv} \cdot A_{pe} \cdot P_c \sqrt{\frac{2g \frac{k}{k-1} (r^{2/k} - r^{(k+1)/k})}{\gamma_G T_c}} \quad (3.53)$$

$$r = \text{Max}\left\{\frac{P_c}{P_t}, \left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/(k-1)}\right\} \quad (3.54)$$

Nestas equações a pressão de tubo, de revestimento, de fole e temperatura na altura da válvula são representadas por  $P_t$ ,  $P_c$ ,  $P_{bt}$  e  $T_c$ , respectivamente.  $A_p$  e  $A_b$  são as áreas da porta da válvula e do fole e  $r_p$  e  $r_b$  os raios da porta e da esfera na terminação da haste.

Este modelo é essencialmente o mesmo de Thornhill-Craver dado pela equação (3.44), exceto que a área aberta ao fluxo ( $A_{pe}$ ) não é exatamente a área da porta, mas estabelecida com base no deslocamento da haste. Esta área é igual à área lateral do tronco de cone cuja face inferior é a porta da válvula e a superior é limitada pela esfera na extremidade da haste, conforme mostrado na Figura 3.4. Este valor tem como limite superior a própria área da porta. A posição da haste é dada como função das forças sobre ela atuantes devido às pressões e a uma constante própria do fole ( $B_{sr}$ ). Esta constante assume os valores de 372,0 e 308,0 lb/pol para válvulas com diâmetro externo de 1 e 1½ polegadas, respectivamente. WINKLER & EADS (1993) utilizaram a equação (3.53) na forma (3.55), onde à densidade do gás, à constante adiabática e ao coeficiente de descarga foram arbitrados os valores 0,6, 1,26 e 0,865, respectivamente.

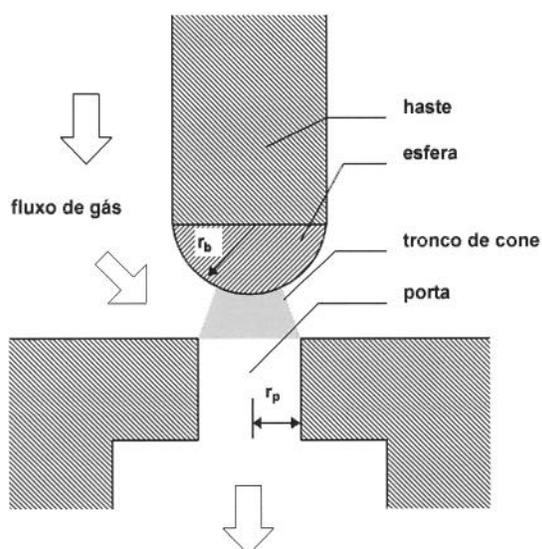


Figura 3. 4: Detalhe de uma válvula de *gas-lift* de pressão, mostrando a área de passagem do gás.

$$Q_v = 2946 \cdot A_{pe} P_v \sqrt{\frac{\Gamma^{1,587} - \Gamma^{1,794}}{T_c}} \quad (3.55)$$

Estabelecida a vazão volumétrica de gás através da válvula, a vazão mássica decorre imediatamente de relação semelhante a (3.46). O termo  $\Gamma_{lift}$  pode ser, então, definido por

$$\Gamma_{lift} = \delta(z - z_v) \frac{\dot{m}_v}{A_t} \quad (3.56)$$

onde  $\delta$  corresponde à função delta de Dirac que assume o valor infinito para o valor da coordenada espacial correspondente à posição da válvula e zero para os demais pontos, de forma que sua integral avaliada sobre todo o domínio é igual a 1.

### ***Coluna/reservatório***

A solução do modelo da formação consiste na distribuição de pressão em todos os pontos do reservatório, o que permite obter a velocidade local do fluido e, correspondentemente, a vazão de líquido na fronteira interna do reservatório, na forma das equações (3.57) a (3.59). A vazão de gás associada àquela vazão de líquido foi obtida imediatamente a partir da razão gás-óleo de produção (RGO). Observe-se que, como a distribuição de pressão no reservatório é função do tempo, também o são as vazões de líquido e gás.

$$\mathbf{u} = -\frac{k}{\mu_r} \bar{\nabla} P \quad (3.57)$$

$$q_L = \int_{A_w} \mathbf{u} \, dA = -2\pi h r_w u_w \quad (3.58)$$

$$q_L = 2\pi \frac{h r_w k}{\mu_r} \left. \frac{\partial P}{\partial r} \right|_{r=r_w} \quad (3.59)$$

As condições de contorno impostas para a coluna de produção no fundo do poço, equações (3.4) e (3.6), foram obtidas diretamente das vazões de líquido e gás através das equações (3.60) e (3.61), admitindo inexistência de escorregamento entre fases na entrada da tubulação.

$$v_0(t) = \frac{q_L + q_G}{A_t} \quad (3.60)$$

$$\alpha_0(t) = \frac{q_G}{q_L + q_G} \quad (3.61)$$

A solução do modelo para a coluna de produção permite encontrar o valor de pressão no fundo do poço ( $\mathbf{z} = 0$ ). Esta pressão corresponde exatamente à condição de contorno na fronteira interna do reservatório, ou seja,

$$P_{\text{reservatorio}}(r_w, t) = P_{\text{coluna}}(0, t) \quad (3.62)$$

Logo, a solução do modelo de reservatório fornece as condições de contorno na entrada da tubulação. Ao mesmo tempo, a solução do modelo da coluna estabelece a condição de contorno na fronteira interna do reservatório.

### **Coluna/superfície**

A condição externa referente à coluna de produção consiste na hipótese de pressão a jusante do *choke* de produção constante. Entretanto o modelo matemático da coluna de produção considera apenas o valor de pressão na cabeça do poço, i.e., a montante do *choke*. A relação entre estes dois valores de pressão foi obtida a partir da correlação de SACHDEVA *et al.* (1986) para fluxo através de *chokes*.

Esta correlação considera que no fluxo através de restrições as seguintes aproximações são válidas: forças de cisalhamento na parede da garganta do *choke* desprezíveis, inexistência de escorregamento entre fases (velocidade do líquido igual à do gás), fase líquida incompressível e ausência de transferência de massa entre as fases. Esta última consideração implica que o título da mistura é o mesmo na entrada e na saída do orifício.

A correlação admite a existência de fluxo crítico ou subcrítico, a depender das pressões de montante, jusante e propriedades do escoamento. A fronteira de escoamento crítico/subcrítico é dada pela solução da equação (3.63), onde  $y$  corresponde à relação entre as pressões de jusante ( $P_2$ ) e montante ( $P_1$ ) na fronteira. As equações (3.64) e (3.65) definem  $v_{G2}$  e  $\eta$ . O valor de  $y$  que satisfaça estas equações denomina-se  $y_C$ .

$$y = \left[ \frac{\frac{k}{k-1} + \frac{(1-\chi_1)v_L(1-y)}{\chi_1 v_{G1}}}{\frac{k}{k-1} + \frac{\eta}{2} + \frac{\eta(1-\chi_1)v_L}{\chi_1 v_{G2}} + \frac{\eta}{2} \left( \frac{(1-\chi_1)v_L}{\chi_1 v_{G2}} \right)^2} \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (3.63)$$

$$v_{G2} = v_{G1} y^{\frac{1}{k}} \quad (3.64)$$

$$\eta = 1 + \frac{\chi_1(c_p - c_v)}{\chi_1 c_v + (1-\chi_1)c_L} \quad (3.65)$$

Nestas equações  $k$  e  $\eta$  são o coeficiente adiabático do gás e coeficiente de expansão politrópica da mistura.  $c_p$ ,  $c_v$  e  $c_L$  são, respectivamente o calor específico a pressão constante e volume constante do gás, e calor específico a pressão constante do

líquido. O coeficiente  $\eta$  assume valores entre 1 e  $k$ , correspondendo à existência de um processo de expansão da mistura intermediário entre o isotérmico e adiabático.  $\chi$  é o título da mistura e  $\mathcal{V}$  o volume específico. Os subscritos (L) e (G) identificam as fases líquida e gasosa e os subscritos (1) e (2) são referentes à entrada e saída do orifício, respectivamente.

À variável  $y$  atribui-se um valor segundo (3.66).

$$y = \text{Max} \left\{ \frac{P_2}{P_1}, y_c \right\} \quad (3.66)$$

Finalmente, o fluxo mássico  $G_{ch}$  é determinado por (3.67), onde  $C_{Dp}$  é o coeficiente de descarga do *choke* de produção. A variável  $\rho_{m2}$  é definida por (3.68) e identifica a massa específica dos fluidos na saída.

$$G_{ch} = C_{Dp} \sqrt{2 P_1 \rho_{m2}^2 \left[ \frac{(1 - \chi_1)(1 - y)}{\rho_L} + \frac{\chi_1 k}{k - 1} (\mathcal{V}_{G1} - y \mathcal{V}_{G2}) \right]} \quad (3.67)$$

$$\rho_{m2} = \frac{1}{\chi_1 \mathcal{V}_{G2} + (1 - \chi_1) \mathcal{V}_L} \quad (3.68)$$

Considerando a geometria adotada para o poço, os valores de  $P_1$  e  $P_2$  da formulação acima correspondem exatamente às pressões de cabeça e de separação, i.e.,  $P_L$  e  $P_{sep}$ . O primeiro valor de pressão é a variável referenciada na condição de contorno (3.5) para a coluna de produção e o segundo é um valor constante e arbitrado (condição externa).

A vazão mássica na coluna é obtida diretamente a partir das velocidades das fases na forma da equação (3.69). Esta equação é aplicável a qualquer ponto da coluna e em particular à saída ( $z = L$ ) que coincide com a entrada do *choke*.

$$G_t(z, t) = \alpha v_G \rho_G + (1 - \alpha) v_L \rho_L \quad (3.69)$$

O fechamento do problema exige que os valores de fluxo mássico calculados por (3.67) e (3.69) num mesmo instante de tempo sejam idênticos. Assim, o valor de pressão a montante do *choke* ( $P_1$  ou  $P_L$ ) que satisfaz esta condição corresponde à condição de contorno (3.5) para a coluna de produção.

## Relações adicionais

A solução do problema matemático como proposto depende ainda de algumas equações adicionais para a descrição de propriedades físicas envolvidas nas equações de balanço.

### Porosidade

A porosidade do reservatório é função da pressão local. Esta relação pode ser estabelecida de modo simples pela equação (3.70). A porosidade de referência ( $\phi_{ref}$ ) e a compressibilidade ( $C_r$ ) são propriedades da formação produtora, sendo que a primeira é relativa à pressão  $P_{ref}$ .

$$\phi = \phi_{ref} \exp\{C_r(P - P_{ref})\} \quad (3.70)$$

### Propriedades dos fluidos

As propriedades dos fluidos no reservatório, coluna de produção e espaço anular são dadas por correlações de natureza empírica, típicas do modelo *black-oil*, de autoria diversa e compilada por BRILL & BEGGS (1978). As correlações utilizadas para cálculo das propriedades físicas estão resumidas na Tabela 3.1.

O fator volume de formação, razão de solubilidade e viscosidade do líquido, respectivamente  $B_L$ ,  $R_s$  e  $\mu_L$ , são calculados como média das propriedades do óleo e da água ponderados pela fração volumétrica do componente, na forma das equações (3.71) a (3.73).

$$B_L = (1 - F_w)B_o + F_w B_w \quad (3.71)$$

$$R_s = (1 - F_w)R_{so} + F_w R_{sw} \quad (3.72)$$

$$\mu_L = (1 - F_w)\mu_o + F_w \mu_w \quad (3.73)$$

A massa específica da fase líquida é dada pela equação (3.74) e a da fase gasosa pela equação de estado (3.75).

$$\rho_L = \frac{\rho_L^{sc} + \rho_G^{sc} R_s}{B_L} \quad (3.74)$$

$$\rho_G = \frac{PM}{ZRT} \quad (3.75)$$

O conjunto de equações assim estabelecido permite a obtenção das propriedades dos fluidos em qualquer ponto da coluna de produção, espaço anular e reservatório.

<b>propriedade</b>		<b>correlação</b>
$R_{so}$	razão de solubilidade do gás no óleo	Lasater
$R_{sw}$	razão de solubilidade do gás na água	Culberson & Mcketta
$B_o$	fator volume de formação do óleo	Standing
$B_w$	fator volume de formação da água	Gould
$Z$	fator de compressibilidade do gás	Yarborough & Hall
$C_o$	compressibilidade do óleo	Vazquez
$\mu_G$	viscosidade do gás	Lee <i>et al.</i>
$\mu_w$	viscosidade da água	Van Wingen
$\mu_o$	viscosidade do óleo	Beggs & Robinson/ Vazquez & Beggs

**Tabela 3. 1: Correlações utilizadas para cálculo de propriedades físicas dos fluidos.**

## IV - SOLUÇÃO NUMÉRICA

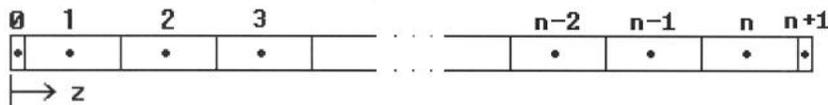
O conjunto de equações utilizadas para descrever o sistema, com suas condições de contorno, foi aproximado por equações algébricas com utilização de um método numérico adequado.

Para a obtenção da solução das equações de transporte de massa e quantidade de movimento na coluna de produção recorreu-se ao método dos volumes de controle. As equações que descrevem o fluxo bifásico foram discretizadas sobre uma malha composta por volumes de controle defasados. O mesmo método, entretanto sem utilização de malha defasada, foi utilizado para a obtenção da solução das equações do reservatório e espaço anular.

Nestas equações  $n$  representa o número de células da coluna de produção,  $m$  o número de células do espaço anular,  $k$  o número de células do reservatório e  $N$  o passo temporal. Toda a formulação tem como objetivo obter a solução para o passo de tempo  $(N+1)$  conhecida a solução no tempo  $N$ .

### **Coluna**

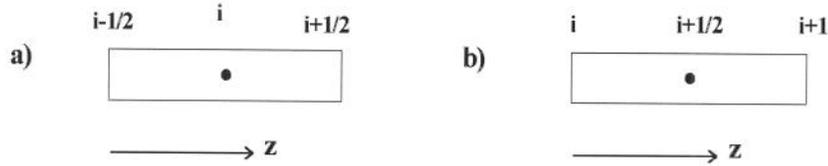
A discretização das EDP representativas da coluna de produção foi feita com uso da malha da Figura 4.1. A coluna foi subdividida em  $n$  volumes de controle, mais dois volumes infinitesimais nas extremidades.



**Figura 4. 1: Representação esquemática da coluna de produção com a malha para discretização das equações.**

A discretização envolve a integração das equações de balanço de massa e quantidade de movimento entre as extremidades dos volumes de controle. Esta integração

foi efetuada com a notação especificada nos desenhos da Figura 4.2 onde se observa a defasagem dos volumes em 1/2 célula para as equações de continuidade e quantidade de movimento. Estas equações são em seguida integradas entre o tempo  $t$  e  $(t + \Delta t)$ .



**Figura 4. 2: : Representação de uma única célula com a notação adotada para discretização das equações de a) balanço de massa e b) balanço de quantidade de movimento.**

Considerando  $F$  como a representação de qualquer variável dependente do problema, estas integrações se dão na forma de (4.1) a (4.3), ou seja, as equações resultantes são centradas na coordenada espacial e adiantadas na coordenada tempo, resultando num sistema implícito.

$$\int_{z_{i-1/2}}^{z_{i+1/2}} \int_{t^N}^{t^{N+1}} \frac{\partial F}{\partial t} dt dz = (F_i^{N+1} - F_i^N) \Delta z \quad (4.1)$$

$$\int_{t^N}^{t^{N+1}} \int_{z_{i-1/2}}^{z_{i+1/2}} \frac{\partial F}{\partial z} dz dt = (F_{i+1/2}^{N+1} - F_{i-1/2}^{N+1}) \Delta t \quad (4.2)$$

$$\int_{z_{i-1/2}}^{z_{i+1/2}} \int_{t^N}^{t^{N+1}} F dt dz = (F_i^{N+1}) \Delta z \Delta t \quad (4.3)$$

O resultado da discretização das equações (3.1) a (3.3) está contido nas equações (4.4) a (4.6). O fechamento do sistema depende, entretanto, de um balanço de quantidade de movimento na extremidade final da coluna, entre o ponto  $n$  e  $n+1/2$ . Este balanço está representado na equação (4.7).

$$-(\rho v)_{i-1/2}^{N+1} + (\rho v)_{i+1/2}^{N+1} + \omega(\rho_i^{N+1} - \rho_i^N) = \frac{1}{\Delta t} \int_{z_{i-1/2}}^{z_{i+1/2}} \int_{t^N}^{t^{N+1}} \Gamma_{\text{lift}} dt dz \quad (4.4)$$

$$\forall i: 1 \leq i \leq n$$

$$\begin{aligned}
& -(\alpha\rho_G v)_{i-\frac{1}{2}}^{N+1} + (\alpha\rho_G v)_{i+\frac{1}{2}}^{N+1} - (\rho_f v_r)_{i-\frac{1}{2}}^{N+1} + (\rho_f v_r)_{i+\frac{1}{2}}^{N+1} + \\
& + \omega \left[ (\alpha\rho_G)_i^{N+1} - (\alpha\rho_G)_i^N \right] = \\
& = \frac{1}{\Delta t} \int_{z_i-\frac{1}{2}}^{z_i+\frac{1}{2}} \int_{t^N}^{t^{N+1}} \Gamma_G dt dz + \frac{1}{\Delta t} \int_{z_i-\frac{1}{2}}^{z_i+\frac{1}{2}} \int_{t^N}^{t^{N+1}} \Gamma_{\text{lift}} dt dz \\
& \forall i: 1 \leq i \leq n
\end{aligned} \tag{4.5}$$

$$\begin{aligned}
& \omega(\rho v)_{i+\frac{1}{2}}^{N+1} + (\rho v^2)_{i+1}^{N+1} - (\rho v^2)_i^{N+1} + (\rho g_z)_{i+\frac{1}{2}}^{N+1} \Delta z + P_{i+1}^{N+1} - P_i^{N+1} = \\
& = \omega(\rho v)_{i+\frac{1}{2}}^N - (\rho_f v_r^2)_{i+1}^{N+1} + (\rho_f v_r^2)_i^{N+1} - \tau_{i+\frac{1}{2}}^{N+1} \Delta z \\
& \forall i: 1 \leq i \leq (n-1)
\end{aligned} \tag{4.6}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\omega}{2}(\rho v)_{n+\frac{1}{2}}^{N+1} + (\rho v^2)_{n+\frac{1}{2}}^{N+1} - (\rho v^2)_n^{N+1} + (\rho g_z)_{n+\frac{1}{2}}^{N+1} \frac{\Delta z}{2} + P_{n+\frac{1}{2}}^{N+1} - P_n^{N+1} = \\
& = \frac{\omega}{2}(\rho v)_{n+\frac{1}{2}}^N - (\rho_f v_r^2)_{n+\frac{1}{2}}^{N+1} + (\rho_f v_r^2)_n^{N+1} - \tau_{n+\frac{1}{2}}^{N+1} \frac{\Delta z}{2}
\end{aligned} \tag{4.7}$$

A quantidade  $\omega$  é definida por

$$\omega = \frac{\Delta z}{\Delta t} \tag{4.8}$$

O sistema assim elaborado tem um total de  $3n$  equações algébricas. As variáveis dependentes envolvidas são  $\alpha_0, \dots, \alpha_{n+1}, P_0, \dots, P_{n+1}, v_{1/2}, \dots, v_{n+1/2}$  somando, portanto  $3n+5$  variáveis.

O excesso de variáveis pode ser eliminado com uso de informações adicionais. Assim, as condições de contorno em  $\mathbf{z} = \mathbf{0}$ , equações (3.4) e (3.6) impõe valores para  $\alpha_0$  e  $v_{1/2}$ . A condição (3.5) fornece o valor de  $P_{n+1}$ . À fração de vazio na saída da coluna atribuiu-se o valor da última célula, i.e.,  $\alpha_{n+1} = \alpha_n$ , resultado imediato da aplicação do método *up-wind*. A pressão no nó  $\mathbf{0}$ , necessária para o cálculo de propriedades físicas naquele ponto, é determinada por extrapolação linear de  $P_1$  e  $P_2$ , resultando na eliminação da incógnita  $P_0$ . Deste modo, o problema fica limitado à obtenção das incógnitas  $\alpha_1, \dots, \alpha_n, P_1, \dots, P_n, v_{1/2}, \dots, v_{n+1/2}$ .

Cabe notar que a natureza da condição de contorno na saída da coluna não é compatível com a existência de fluxo negativo de massa (entrada de fluidos) naquele

ponto, uma vez que não são fornecidos valores de  $\mathbf{v}$  e  $\alpha$  externos. Assim, a solução deste problema é provida de sentido físico apenas enquanto persistir a saída de fluidos da coluna.

O termo  $\Gamma_{\text{lift}}$  é normalmente nulo, mas na célula em que ocorre a injeção de gás é obtido pela integração da equação (3.56) resultando na equação (4.9). A vazão mássica de gás na válvula,  $\dot{m}_v$ , foi tomada no instante  $t^{N+1}$ .

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t} \int_{z_i-\frac{1}{2}}^{z_{i+\frac{1}{2}}} \int_{t^N}^{t^{N+1}} \Gamma_{\text{lift}} dt dz &= \frac{1}{\Delta t} \int_{t^N}^{t^{N+1}} \int_{z_i-\frac{1}{2}}^{z_{i+\frac{1}{2}}} \delta(z - z_v) \frac{\dot{m}_v}{A_t} dz dt = \\ &= \frac{1}{\Delta t} \int_{t^N}^{t^{N+1}} \frac{\dot{m}_v}{A_t} dt = \frac{\dot{m}_v^{N+1}}{A_t} \end{aligned} \quad (4.9)$$

A discretização do termo de transferência de massa dado por (3.13) conduz à equação (4.10).

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t} \int_{z_i-\frac{1}{2}}^{z_{i+\frac{1}{2}}} \int_{t^N}^{t^{N+1}} \Gamma_G dt dz &= -\omega \left[ [(1-\alpha)\rho_D]_i^{N+1} - [(1-\alpha)\rho_D]_i^N \right] + \\ &\quad - \left[ [(1-\alpha)\rho_D v]_{i+\frac{1}{2}}^{N+1} - [(1-\alpha)\rho_D v]_{i-\frac{1}{2}}^{N+1} \right] + \\ &\quad + \left[ [\rho_{Df} v_r]_{i+\frac{1}{2}}^{N+1} - [\rho_{Df} v_r]_{i-\frac{1}{2}}^{N+1} \right] \end{aligned} \quad (4.10)$$

O sistema de equações assim construído é obviamente não linear e a solução requer um processo iterativo. A opção imediata para obter a solução consiste em colocar estas equações na forma de um sistema linear onde a matriz dos coeficientes conteria termos envolvendo o valor das variáveis na iteração anterior, i.e., tratar o sistema como se fosse linear. Esta alternativa, porém, não necessariamente conduz à convergência além de constituir um processo lento de aproximação da solução. Ocorre que a aceleração da convergência do processo iterativo para cada passo de tempo depende de uma adequada linearização das equações. A linearização de todos os termos, com exceção do termo de tensão cisalhante por ser de importância relativamente pequena, foi feita através de sua expansão na forma de série de Taylor em função das variáveis  $\alpha$ ,  $\mathbf{P}$  e  $\mathbf{v}$  até o termo de primeira ordem. A título de exemplo, a equação (4.11) mostra a expansão da massa específica da mistura em função das variáveis dependentes, para um determinado passo de tempo, onde o til ( $\sim$ ) denota o valor da variável na iteração anterior. Nesta equação o termo  $\rho_{GL}$  corresponde à diferença entre as massas específicas do gás e do líquido.

$$\rho = \tilde{\rho} + \tilde{\rho}_{GL}(\alpha - \tilde{\alpha}) + \left( (1 - \tilde{\alpha}) \frac{\partial \tilde{\rho}_L}{\partial P} + \tilde{\alpha} \frac{\partial \tilde{\rho}_G}{\partial P} \right) (P - \tilde{P}) \quad (4.11)$$

O cálculo de uma propriedade física (como  $\rho$  neste exemplo) numa determinada iteração é feito com os valores de  $\mathbf{P}$  e  $\alpha$  da iteração anterior. Desta forma, a linearização permite que o sistema de equações incorpore não apenas o valor da propriedade, mas também uma estimativa da sua variação em função dos novos valores de pressão e fração de vazio que serão calculados. À medida que as variáveis convergem para uma solução, os valores  $(\alpha - \tilde{\alpha})$  e  $(\mathbf{P} - \tilde{\mathbf{P}})$  aproximam-se de zero e  $\tilde{\rho}$  aproxima-se de  $\rho$ . O mesmo procedimento foi aplicado a todos os termos não lineares das equações de balanço que envolvem o produto de velocidades e/ou massas específicas e/ou fração de vazio.

A determinação das variáveis e propriedades dos fluidos nas faces dos volumes de controle, bem como o cálculo da velocidade nos nós foi feita pelo método *up-wind*, utilizando funções peso  $\phi$  e  $\psi$  como definidas a seguir. Nestas definições  $\mathbf{M}$  representa qualquer função calculada nos nós, como massas específicas e fração de vazio. Igualmente, a velocidade relativa entre fases, sendo uma função das propriedades dos fluidos, foi calculada nos nós e seu valor nas faces dos volumes de controle foi determinado do mesmo modo que as propriedades físicas.

$$\mathbf{M}_{i+\frac{1}{2}} = \phi_{i+\frac{1}{2}}^- \mathbf{M}_i + \phi_{i+\frac{1}{2}}^+ \mathbf{M}_{i+1} \quad (4.12)$$

$$\mathbf{v}_i = \psi_i^- \mathbf{v}_{i-\frac{1}{2}} + \psi_i^+ \mathbf{v}_{i+\frac{1}{2}} \quad (4.13)$$

$$\phi_{i+\frac{1}{2}}^- = \frac{1 + \text{sinal}(\mathbf{v}_{i+\frac{1}{2}})}{2} \quad (4.14)$$

$$\phi_{i+\frac{1}{2}}^+ = \frac{1 - \text{sinal}(\mathbf{v}_{i+\frac{1}{2}})}{2} \quad (4.15)$$

$$\psi_i^- = \begin{cases} \frac{1 + \text{sinal}(\mathbf{v}_{i-\frac{1}{2}})}{2} \Leftrightarrow |\mathbf{v}_{i-\frac{1}{2}}| \geq |\mathbf{v}_{i+\frac{1}{2}}| \\ \frac{1 + \text{sinal}(\mathbf{v}_{i+\frac{1}{2}})}{2} \Leftrightarrow |\mathbf{v}_{i-\frac{1}{2}}| < |\mathbf{v}_{i+\frac{1}{2}}| \end{cases} \quad (4.16)$$

$$\psi_i^+ = \begin{cases} \frac{1 - \text{sinal}(\mathbf{v}_{i-\frac{1}{2}})}{2} \Leftrightarrow |\mathbf{v}_{i-\frac{1}{2}}| \geq |\mathbf{v}_{i+\frac{1}{2}}| \\ \frac{1 - \text{sinal}(\mathbf{v}_{i+\frac{1}{2}})}{2} \Leftrightarrow |\mathbf{v}_{i-\frac{1}{2}}| < |\mathbf{v}_{i+\frac{1}{2}}| \end{cases} \quad (4.17)$$



## Anular

A exemplo da coluna de produção o espaço anular foi subdividido em células. Supõe-se que no interior desses segmentos o fator de compressibilidade, o gradiente de temperatura e a inclinação do poço sejam constantes.

Utilizando-se para o espaço anular a notação mostrada no desenho da Figura 4.3, e considerando as simplificações anteriores, a distribuição de pressão no anular é dada pelas equações na forma discreta (4.19) e (4.20). Estas equações são consequência imediata de (3.32), onde os limites de integração correspondem às extremidades de cada célula. A massa de gás contida no espaço anular obtém-se, de modo semelhante, a partir de (3.33), e resulta na equação (4.21).

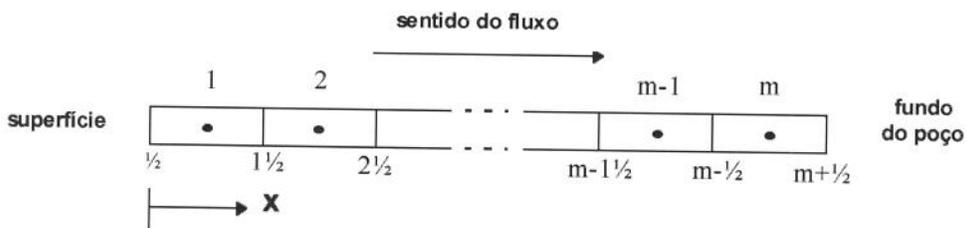


Figura 4. 3: Notação utilizada para o anular.

$$P_{i+1/2}^{N+1} = P_{i-1/2}^{N+1} \left( \frac{T_{i-1/2} + G_{Tc_i} \Delta z_i}{T_{i-1/2}} \right) a_i^{N+1} \quad (4.19)$$

$$a_i^{N+1} = \frac{M g_{x_i}}{R Z_i^{N+1} G_{Tc_i}} \quad (4.20)$$

$$m_G^{N+1} = \sum_{i=1}^m \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \frac{A_{ai}}{g_{x_i}} \frac{\partial P^{N+1}}{\partial x} dx = \sum_{i=1}^m \frac{A_{ai}}{g_{x_i}} \left( P_{i+1/2}^{N+1} - P_{i-1/2}^{N+1} \right) \quad (4.21)$$

A aplicação destas equações à malha proposta resulta num sistema de  $m+1$  equações, i.e.,  $m$  equações oriundas de (4.19), acrescidas de (4.21). O número total de incógnitas é  $m+2$ , que são as pressões nas faces de cada célula e a massa total de gás no anular. O valor de pressão em cada nó, necessário para o cálculo do fator de compressibilidade do gás ( $Z_i$ ), foi considerado como sendo a média aritmética entre os valores de pressão nas extremidades da correspondente célula. A relação adicional

necessária para obtenção da solução provém de (3.28). A integração desta equação sobre o intervalo de tempo em questão gera a equação discreta (4.22).

$$m_G^{N+1} = m_G^N + \Delta t \cdot (\dot{m}_{ch}^{N+1} - \dot{m}_v^{N+1}) \quad (4.22)$$

O sistema assim constituído permite obter o campo de pressões e a massa de gás no espaço anular no instante de tempo  $N+1$ , conhecida a massa de gás no instante  $N$  e estabelecidas as condições de acoplamento com a coluna e com a superfície (vazões de gás através da válvula e do *choke* de injeção).

### **Reservatório**

A equação descritiva do reservatório (3.36) requer a utilização de uma malha de discretização não regular para sua solução, uma vez que a dependência da pressão com o raio é fortemente não linear. Evitou-se este inconveniente com a substituição da variável  $r$  por  $\xi$  na forma

$$r = e^\xi \quad (4.23)$$

Esta substituição conduz às equações (4.24) a (4.27) para o fluxo no meio poroso e condições de contorno e inicial.

$$\frac{1}{e^{2\xi}} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{\rho_r k}{\mu_r} \frac{\partial P}{\partial \xi} \right] = \frac{\partial(\rho_r \phi)}{\partial t} \quad (4.24)$$

$$P(\xi_e, t) = P_e \quad (4.25)$$

$$P(\xi_w, t) = P_w(t) \quad (4.26)$$

$$P(\xi, 0) = P_0(\xi) \quad (4.27)$$

A obtenção da equação de diferenças foi realizada com uso dos mesmos critérios explicitados pelas equações (4.1) e (4.2) sobre a malha apresentada na Figura 4.4. O resultado está contido na equação (4.28) e a variável  $\lambda$  é definida por (4.29).

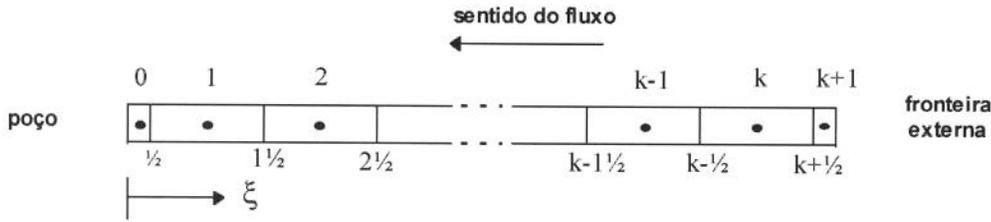


Figura 4. 4: Esquema de discretização para o reservatório.

$$\lambda_{i+1/2}^{N+1} (P_{i+1}^{N+1} - P_i^{N+1}) - \lambda_{i-1/2}^{N+1} (P_i^{N+1} - P_{i-1}^{N+1}) = e^{2\xi_i} \left[ (\rho_r \phi)_i^{N+1} - (\rho_r \phi)_i^N \right] \frac{\Delta \xi^2}{\Delta t} \quad (4.28)$$

$$\lambda = \frac{\rho_r k}{\mu_r} \quad (4.29)$$

Obtêm-se, assim, um sistema de  $k$  equações, uma para cada célula, e  $k+2$  incógnitas, que são as pressões em cada célula e nos volumes infinitesimais nas extremidades do domínio. A compatibilização entre o número de equações e incógnitas se dá pela introdução das condições de fronteira, que estabelecem valores para  $P_0$  e  $P_{k+1}$ . Assim como no modelo para a coluna, a aceleração da convergência deste modelo de reservatório requer linearização dos termos.

A condição de acoplamento poço reservatório foi estabelecida através da discretização de (3.59) sobre a primeira meia célula da malha, resultando na equação (4.30), onde  $P_1$  e  $P_w$  ( $P_w$  é igual à pressão na entrada da tubulação) representam os valores de pressão na primeira célula e no fundo do poço, respectivamente. A quantidade  $s$  corresponde ao fator de película e contabiliza o eventual dano ou estimulação da formação nas proximidades do poço.

$$q_L = \frac{2\pi k h (P_1 - P_w)}{\mu_r \left( \ln \left( \frac{r_i}{r_w} \right) + s \right)} \quad (4.30)$$

### Procedimento

O conjunto de equações gerado pelos modelos apresentados para cada componente, acrescidos dos modelos para os componentes discretos (válvula e *chokes*) mencionados no Capítulo 3, foi resolvido segundo uma ordem específica e adequada.

Estabelecida a solução (pressões, velocidades, etc., em todos os pontos do sistema) num tempo  $t^N$ , a obtenção da solução do tempo  $t^{N+1}$  teve início com uma estimativa de todas as variáveis relevantes através de extrapolação linear a partir de seus valores em  $t^{N-1}$  e  $t^N$ , seguida de um processo iterativo.

A Figura 4.4 apresenta, de forma compacta, a marcha de cálculo adotada para a obtenção da solução do problema para cada passo de tempo. Através de experimentação numérica determinou-se esta seqüência como a mais apropriada, observando um compromisso entre tempo de execução e convergência.

A solução dos modelos individuais da coluna, anular, reservatório e *choke* de produção exige processos iterativos não explicitados no fluxograma da Figura 4.4. Alguns desses processos, entretanto, apresentam forte tendência à divergência, em particular quando a estimativa inicial para o valor das variáveis dependentes não é suficientemente boa. Nestes casos recorreu-se ao uso de relaxação das iterações, de forma a reduzir sua marcha até que se esteja próximo da solução. Assim, o valor das variáveis em questão em cada iteração é modificado segundo (4.31), onde  $F$  representa a variável de interesse,  $j+1$  a iteração mais recente e  $\beta$  fator de relaxação. Este fator de relaxação reduz-se automaticamente à medida que a convergência se aproxima.

$$F^{N+1,j+1} \leftarrow \beta F^{N+1,j} + (1 - \beta) F^{N+1,j+1} \quad (4.31)$$

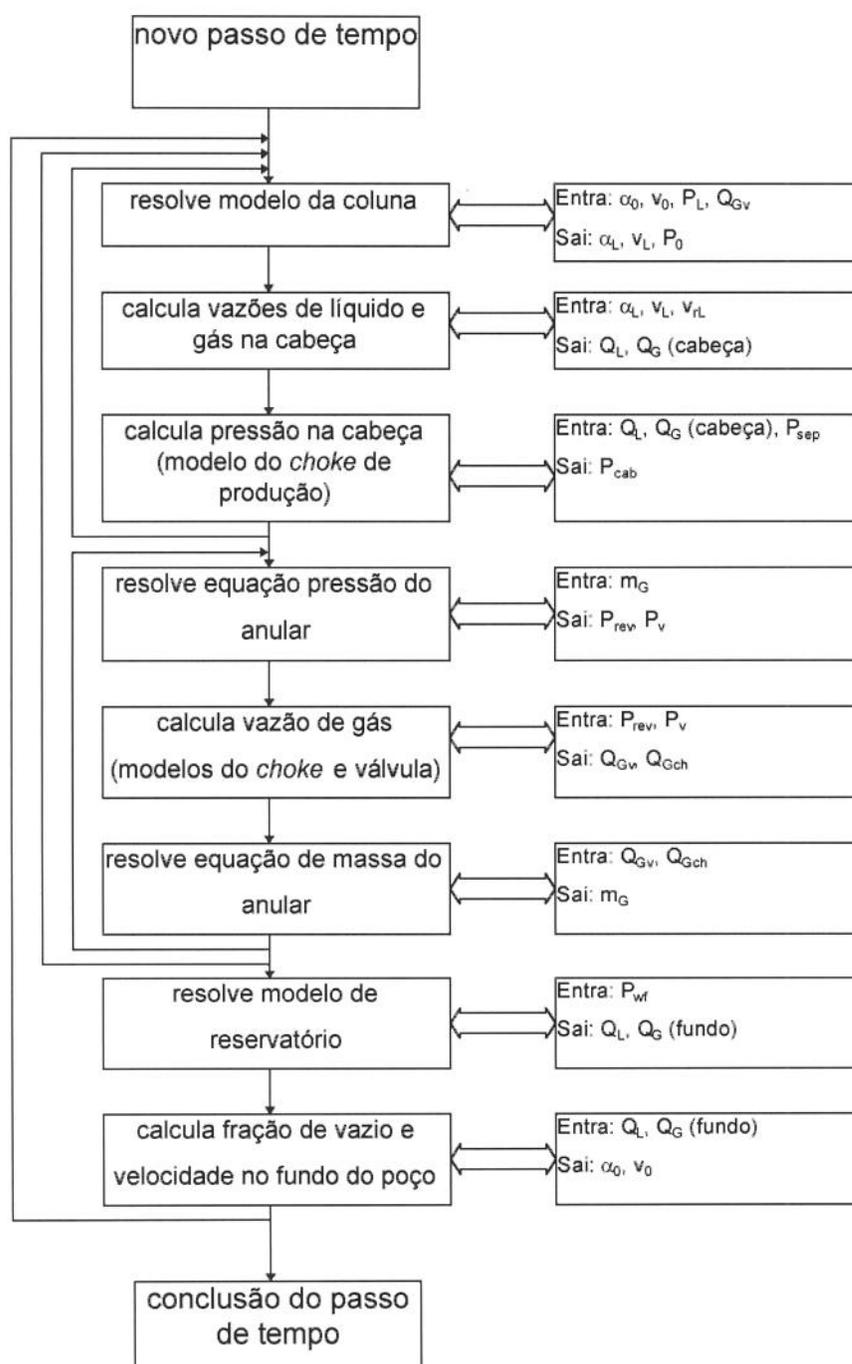


Figura 4. 5: Fluxograma de cálculo.

## V - RESULTADOS E DISCUSSÃO

O simulador transiente para poços com *gas-lift* contínuo, elaborado segundo a modelagem apresentada nos Capítulos III e IV, foi utilizado para experimentação numérica da estabilidade de situações de equilíbrio.

A Tabela 5.1 apresenta as características básicas dos poços estudados. Estes parâmetros, no entanto, foram modificados quando necessário, de modo a ilustrar um certo tipo de comportamento. Estas alterações são mencionadas ao longo do texto.

A Tabela 5.2 apresenta uma descrição qualitativa dos dados constantes na Tabela 5.1. Os valores referenciados como altos, médios ou baixos tem como termo de comparação os poços normalmente encontrados na Bacia de Campos.

Em todos os casos apresentados, salvo menção em contrário, as vazões volumétricas de óleo e gás são referentes às condições padrão de temperatura e pressão, i.e., 20 °C e 1 atm.

A nomenclatura utilizada para designar pressões em vários pontos do sistema reporta-se às definições apresentadas no Capítulo I.

	unidades	poço A	poço B	poço C
profundidade do reservatório	m	3680	1150	3000
inclinação média	graus	42,9	90,0	90,0
diâmetro interno da coluna	m (pol)	0,0762 (3,0)	0,0762 (3,0)	0,1005 (3,958)
diâmetro externo da coluna	m (pol)	0,0889 (3,5)	0,0889 (3,5)	0,1143 (4,5)
diâmetro interno do revestimento	m (pol)	0,2143 (8,437)	0,1397 (5,5)	0,2224 (8,756)
válvula de <i>gas-lift</i>				
profundidade	m	3675	1000	1835
tipo		orifício	orifício	orifício
diâmetro da porta	m (pol)	0,00476 (3/16)	0,00635 (1/4)	0,00476 (3/16)
pressão de fole	kgf/cm <sup>2</sup>	-	-	-
coef. descarga do <i>choke</i> (produção)		0,85	0,85	0,85
coef. descarga do <i>choke</i> (injeção)		0,87	0,87	0,87
coef. descarga da válvula		0,865	0,865	0,865

**Tabela 5. 1-a: Características dos poços estudados: dados básicos.**

	unidades	poço A	poço B	poço C
modelo		estacionário	estacionário	transiente
pressão estática	kgf/cm <sup>2</sup>	240,0	132,6	250,0
índice de produtividade	(m <sup>3</sup> /d)/(kgf/cm <sup>2</sup> )	4,73	1,35	8,18 <sup>1</sup>
razão gás/óleo de produção	m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>	120,0	73,0	50,0
fração de água (BSW)		0,50	0,0	0,30
permeabilidade	md	-	-	100,0
raio externo	m	-	-	150,0
raio do poço	m	-	-	0,15
porosidade		-	-	0,30
compressibilidade da formação	cm <sup>2</sup> /kgf	-	-	9,81.10 <sup>-7</sup>
espessura	m	-	-	15,0
fator de película		-	-	0

**Tabela 5.1-b: Características dos poços estudados: dados de reservatório.**

	unidades	poço A	poço B	poço C
<b>dados dos fluidos</b>				
°API		20,0	24,5	22,0
densidade do gás		0,750	0,869	0,700
densidade da água		1,05	1,05	1,05
constante adiabática do gás		1,33	1,33	1,33
calor específico a pressão const. do gás	J/(kg K)	0,24	0,24	0,24
calor específico a pressão const. do líquido	J/(kg K)	0,8	0,8	0,8
<b>dados de operação</b>				
pressão de separação	kgf/cm <sup>2</sup>	20,0	15,3	10,0
diâmetro do <i>choke</i> de produção	m (pol)	-	-	-
diâmetro do <i>choke</i> de injeção	m (pol)	0,00508 (0,2)	-	0,00483 (0,19)
pressão de injeção de gás	kgf/cm <sup>2</sup>	117,1	-	89,5
temperatura na coluna (superfície)	°C	58,0	34,0	50,0
temperatura na coluna (fundo)	°C	77,0	59,0	103,0
temperatura do gás no anular (superfície)	°C	20,0	34,0	20,0
temperatura do gás no anular (fundo)	°C	50,0	59,0	70,0

**Tabela 5.1-c: Características dos poços estudados: dados de fluidos e operação.**

<sup>1</sup> Valor médio de índice de produtividade, considerando uma vazão de 537,2 m<sup>3</sup>/d em regime permanente.

característica	poço A	poço B	poço C
profundidade	alta	baixa	alta
inclinação	43 °	vertical	vertical
posição da válvula	fundo do poço	fundo do poço	meio do poço
reservatório	estacionário	estacionário	transiente
RGO	média	baixa	baixa
BSW	alto	baixo	médio
choke de injeção	sim	não	sim
choke de produção	não	não	sim
vazão de líquido	alta	baixa	alta

Tabela 5.2: Características qualitativas dos poços estudados.

### Procedimento

A análise de estabilidade dos pontos de equilíbrio (soluções) consistiu em duas fases: inicialmente foi obtida uma solução para o regime permanente; em seguida, partindo-se desta solução, uma perturbação foi introduzida no sistema, gerando-se o comportamento transiente do poço até um tempo suficientemente longo.

O tempo de simulação foi considerado suficientemente longo quando:

- i) as vazões e pressões nos diferentes pontos do sistema não mais apresentaram variações significativas. Os limites adotados para concluir pela inexistência de variações significativas foram de 0,01 m<sup>3</sup>/d ou 0,001 kgf/cm<sup>2</sup> para vazões e pressões, respectivamente;
- ii) mesmo no caso das variações ainda não serem suficientemente pequenas, o sistema se aproximasse assintoticamente de um novo estado de equilíbrio de modo evidente;
- iii) a vazão de líquido na superfície assumisse valores negativos, indicando que o poço caminhava para a situação estática (*poço morto*).

A perturbação introduzida nos poços consistiu num aumento ou redução de algum parâmetro, quase sempre o diâmetro dos *chokes*, a vazão de gás de injeção, a pressão de separação ou a pressão de injeção, durante um intervalo de tempo finito. Estes parâmetros coincidem com aqueles passíveis de perturbação na prática operacional.

Acredita-se que a natureza da solução (estável ou instável) independa do tipo de perturbação introduzida no sistema (fato observado em todas as simulações realizadas), embora possa depender de sua amplitude e tempo de aplicação. Efetivamente, o caminho seguido pelo sistema ao longo do tempo, após cessada a perturbação, é determinado pelo

seu estado, i.e., pelo valor instantâneo de todas as variáveis de escoamento. Logo, perturbações de maior intensidade ou mais prolongadas devem conduzir o sistema a um estado mais distante do estado estacionário, reduzindo a possibilidade ou aumentando o tempo para o sistema retornar à situação original. Por este motivo nos casos onde se concluiu pela estabilidade da solução, admite-se que esta se comportaria como tal para perturbações menores (de menor amplitude ou mais breves) ou iguais às introduzidas durante a simulação, mas não se poderia estender, a priori, esta conclusão para perturbações maiores. Nos casos onde se verificou a instabilidade da solução, considera-se que esta permaneceria instável para perturbações maiores, mas poderia se mostrar estável para perturbações suficientemente pequenas. Por este motivo, em todas as situações cuja instabilidade se pretendeu demonstrar, tomou-se o cuidado de promover perturbações menores que as normalmente existentes na prática das unidades de produção. Assim, a expectativa é que situações identificadas como instáveis na experimentação numérica, também o seriam na prática.

## ***Análises preliminares***

### **Influência do passo de tempo e comprimento de célula**

A solução numérica apresentada no Capítulo IV estabelece a solução como dependente do passo de tempo ( $\Delta t$ ) e do comprimento da célula ( $\Delta z$ ) utilizados. Por isto, a influência destes valores nos resultados foi analisada.

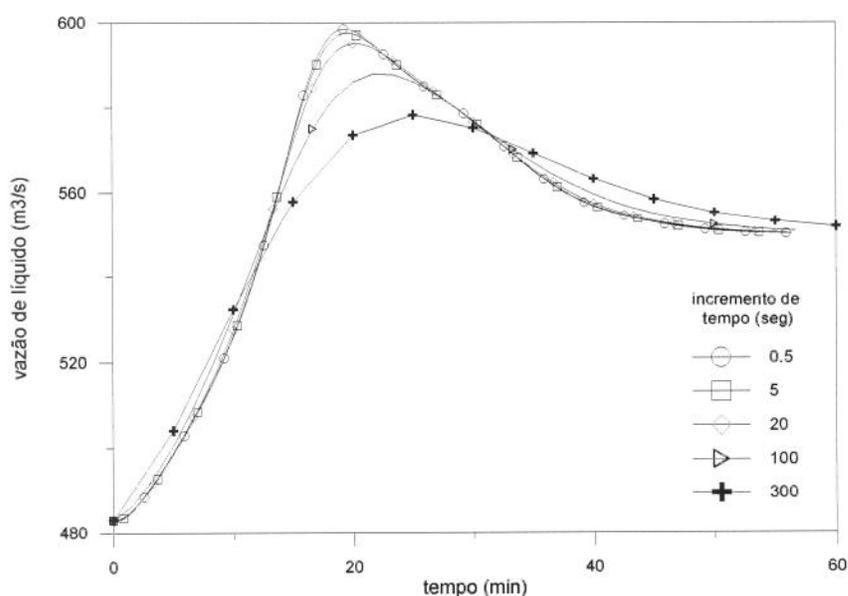
Praticamente toda a literatura relativa à solução numérica das equações de conservação aplicadas ao escoamento em tubulações menciona a condição de Von Newman,

$$\frac{\Delta z}{\Delta t} > v, \quad (5.1)$$

onde  $v$  é a velocidade do fluido, como necessária para a estabilidade numérica da solução. Estabelecem-se, assim, limites para a relação entre  $\Delta z$  e  $\Delta t$  sob o risco de não convergência. Comumente esta relação se aplica a formulações do tipo semi-implícita. Como a discretização utilizada foi totalmente implícita pode-se esperar obter convergência mesmo desrespeitando este limite. Contudo, a convergência não significa a

ausência de erros na solução numérica, tendo os valores adotados para o passo de tempo e para o comprimento da célula efeitos sobre a precisão e grau de detalhamento do resultado.

A Figura 5.1 apresenta a evolução da vazão de líquido do poço A para uma variação do diâmetro do *choke* de injeção de 0,2 para 0,3 polegadas, com  $\Delta z$  igual a 73,6 metros, para diferentes passos de tempo. A condição inicial corresponde a uma das possíveis soluções de regime permanente, com vazão de líquido de  $483,1 \text{ m}^3/\text{d}$  e vazão de gás injetado de  $21480 \text{ m}^3/\text{d}$ . Neste caso o valor máximo de velocidade da mistura é de cerca de  $10 \text{ m/s}$ , o que estabelece um valor máximo para  $\Delta t$  da ordem de 7 segundos pela equação (5.1). Nota-se a convergência para, virtualmente, qualquer valor de  $\Delta t$ , embora os detalhes do transiente sejam bastante afetados. Do mesmo modo,  $\Delta z$  afeta o resultado como se observa no gráfico da Figura 5.2, onde  $\Delta t$  foi fixado em 5 segundos. Nota-se nesta figura que a solução de regime permanente (que depende do comprimento da célula) é ligeiramente diferente para os dois valores de  $\Delta z$ .



**Figura 5. 1: Influência de  $\Delta t$  - Vazão de líquido na cabeça do poço em função do tempo - poço A; diâmetro do *choke* de injeção: 0,2 pol em  $t = 0$  e 0,3 pol para  $t > 0$ ;  $\Delta z = 73,6 \text{ m}$ .**

De modo geral, em todas as simulações realizadas procurou-se satisfazer a condição de Von Newman, embora o resultado anteriormente apresentado indique, em se

tratando exclusivamente da convergência, sua pouca relevância para a formulação adotada.

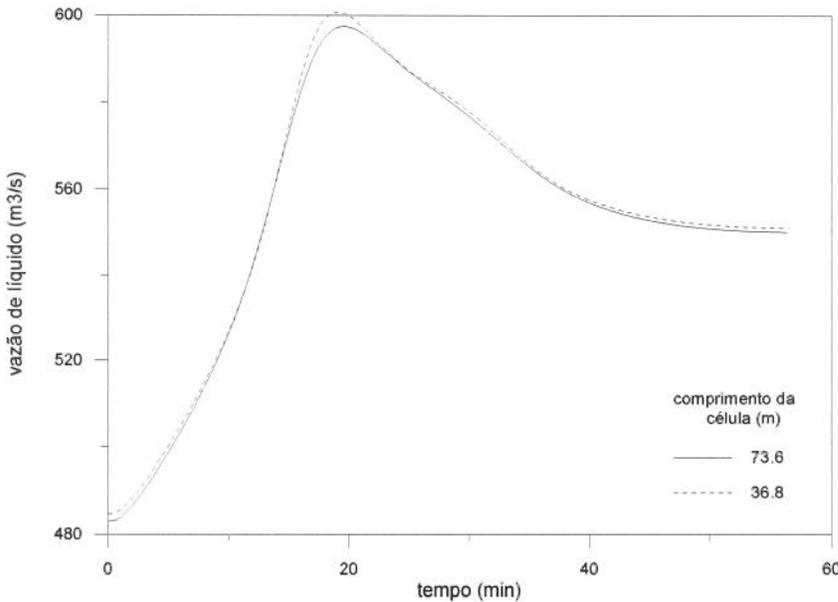


Figura 5. 2: Influência de  $\Delta z$  - Vazão de líquido na cabeça do poço em função do tempo - poço A; diâmetro do *choke* de injeção: 0,2 pol em  $t = 0$  e 0,3 pol para  $t > 0$ ;  $\Delta t = 5$  s.

### Comportamento de poços surgentes

Pode-se entender o poço surgente como um caso especial de poço com GLC. Assim, procurou-se primeiramente observar o comportamento típico de um poço sem elevação artificial quando perturbações são introduzidas. Utilizou-se para isto o poço A (Tabela 5.1).

Como dito no Capítulo I, convencionalmente as análises relativas a poços surgentes são feitas com base nas curvas de **pressão requerida** (OPR) e **pressão disponível** (IPR) típicas da análise nodal. Para este poço, estas curvas são apresentadas na Figura 5.3, referenciadas ao fundo do poço, para dois pares de índice de produtividade e pressão estática (ambos diferentes dos valores da Tabela 5.1). Observa-se a existência de duas soluções possíveis para cada uma dessas curvas de IPR, conforme apresentado na Tabela 5.3, sendo que as soluções de menor vazão coincidem para os dois casos.

Segundo a análise convencional, baseada no conceito de excursão de fluxo, a solução de menor vazão para cada caso seria instável, e a de maior vazão, estável. Para a análise da estabilidade das soluções com o simulador, o equilíbrio foi perturbado através de uma alteração da pressão de separação em 1 %, durante 5 segundos. Os resultados são apresentados nas Figuras 5.4 a 5.8.

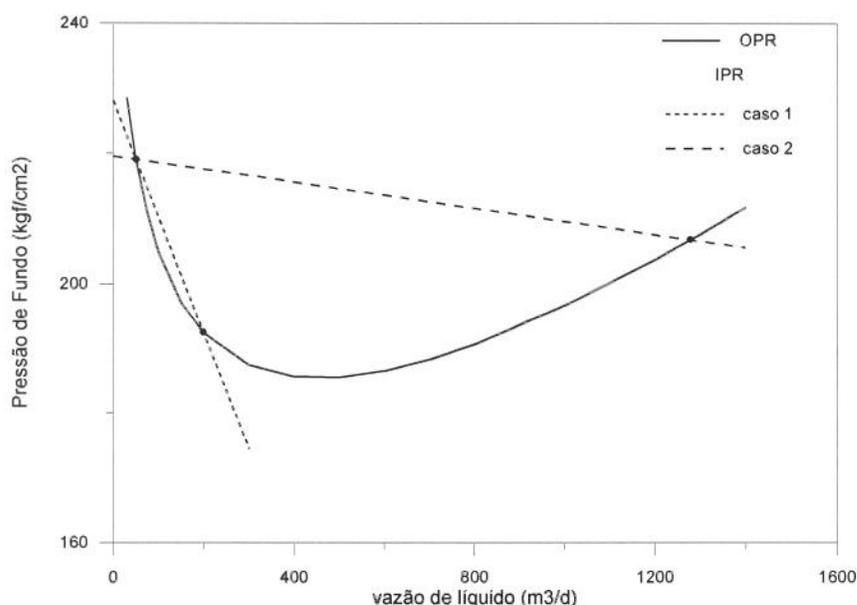


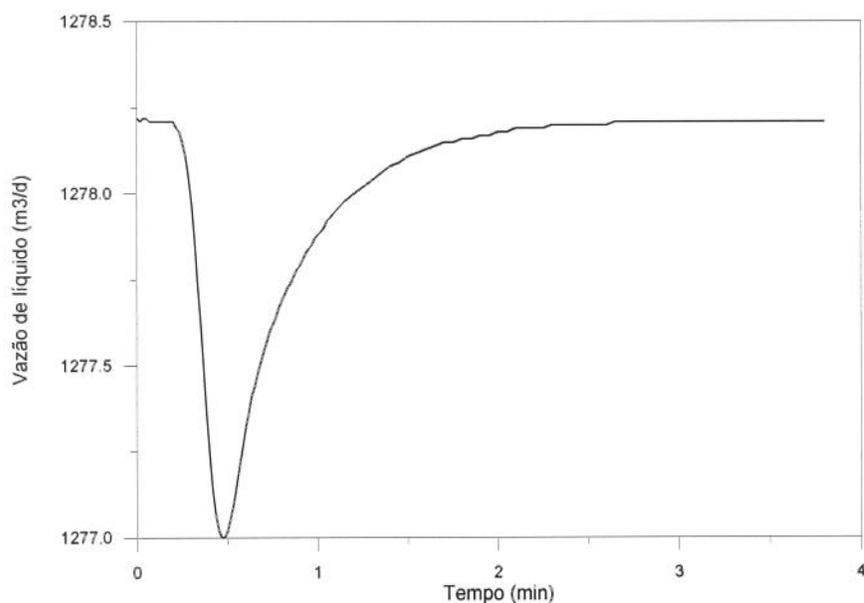
Figura 5. 3: Curvas OPR e IPR - poço A.

caso	valores de $J ((m^3/d)/(kgf/cm^2))$ $Pe (kgf/cm^2)$	solução 1		solução 2	
		vazão de líquido ( $m^3/d$ )	pressão de fundo ( $kgf/cm^2$ )	vazão de líquido ( $m^3/d$ )	pressão de fundo
caso 1	$J = 5,6$ $Pe = 228,0$	50,1	219,1	199,7	192,3
caso 2	$J = 100,0$ $Pe = 219,5$	50,1	219,1	1278,2	206,8

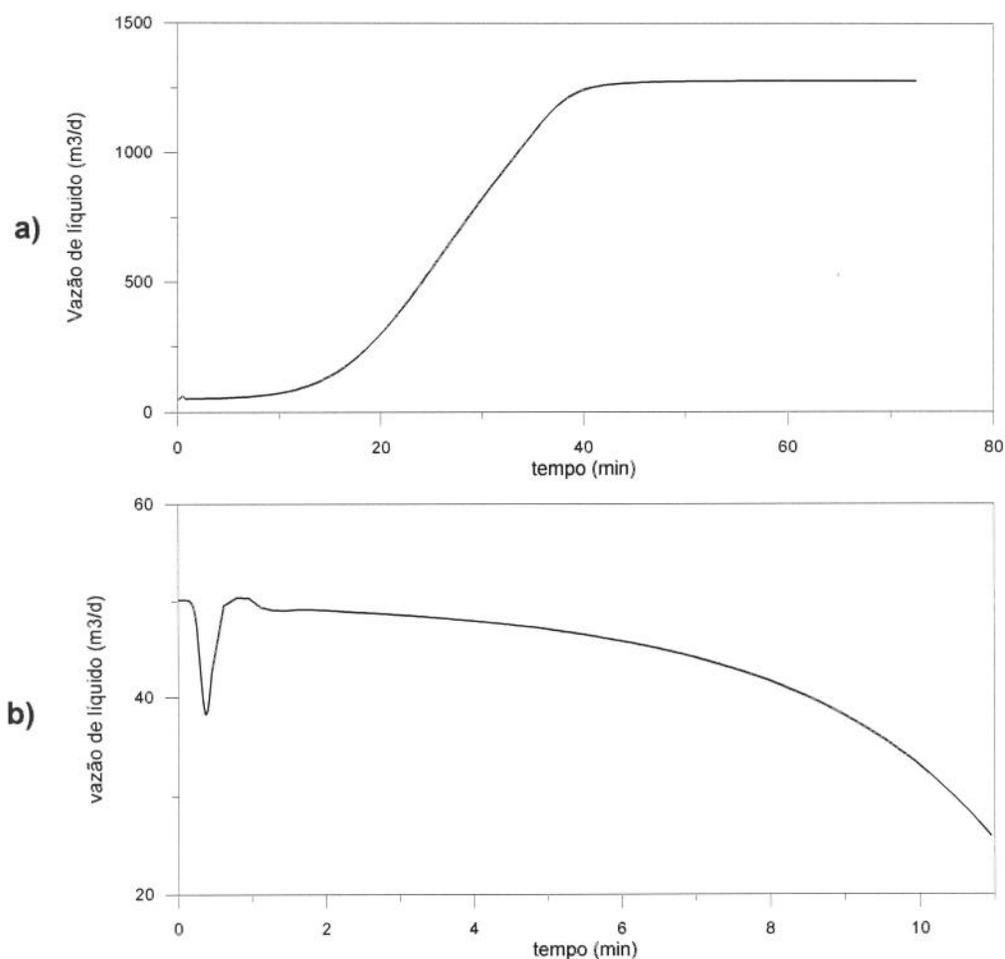
Tabela 5.3: Pontos de operação para o poço A com diferentes valores de pressão estática ( $Pe$ ) e índice de produtividade ( $J$ ).

A Figura 5.4 mostra a estabilidade da solução de maior vazão para o caso de maior índice de produtividade (caso 2, solução 2), situação em que a vazão de líquido no fundo do poço retornou ao valor inicial assintoticamente. A Figura 5.5 demonstra a

instabilidade da solução de menor vazão para este mesmo caso (caso 2, solução 1). O poço caminhou naturalmente para a solução de maior vazão após um impulso negativo (diminuição) na pressão de separação, ou para a situação estática (poço morto) após um impulso positivo.

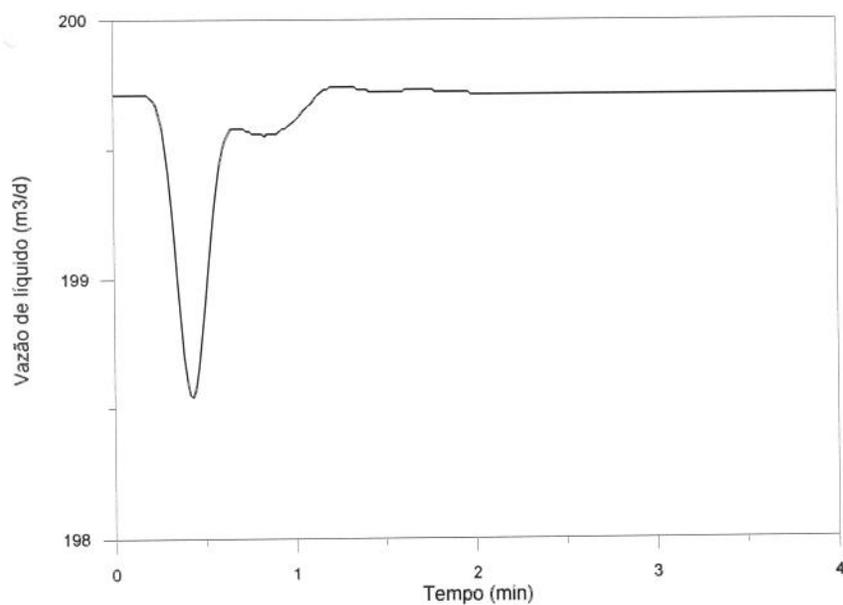


**Figura 5. 4: Vazão de líquido no fundo do poço em função do tempo - poço A, caso 2; condição inicial: solução 2; perturbação: +1 % na pressão de separação para  $0 < t < 5$  s.**

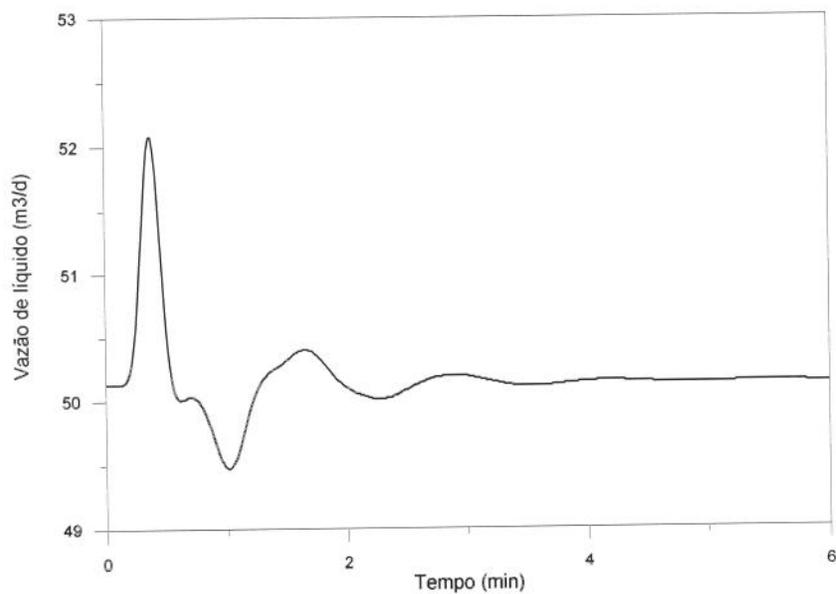


**Figura 5. 5: Vazão de líquido no fundo do poço em função do tempo - poço A, caso 2; condição inicial: solução 1; perturbação: a) -1 % na pressão de separação e b) + 1 % na pressão de separação para  $0 < t < 5$  s.**

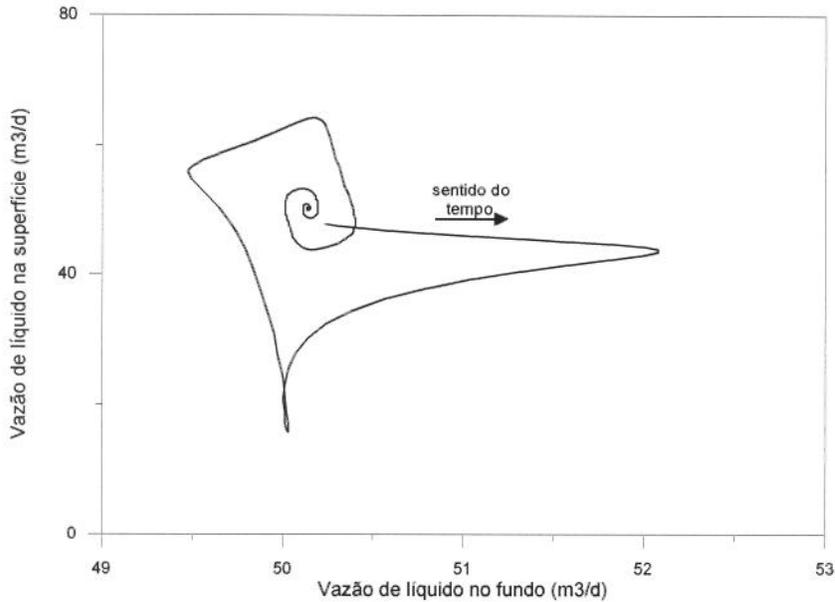
O mesmo processo de simulação aplicado ao caso de IP mais baixo mostrou ser a solução de maior vazão (caso 1, solução 2) estável (Figura 5.6). Porém, A Figura 5.7 apresenta um resultado inesperado: para a solução de menor vazão (caso 1, solução 1) a vazão volumétrica de líquido no fundo do poço retorna ao valor inicial aproximadamente 6 minutos após a ocorrência da perturbação, indicando a estabilidade desta solução. A Figura 5.8 mostra o comportamento das vazões de líquido no fundo do poço e superfície ao longo do tempo de simulação para esta situação (os primeiros 0,2 minutos de simulação foram excluídos do gráfico devido às grandes variações de vazão na superfície, que implicariam numa escala inadequada para a visualização do fenômeno). Apesar das evidentes defasagem e diferença de amplitude das oscilações destas variáveis, ambas as vazões convergiram para o ponto inicial.



**Figura 5. 6:** Vazão de líquido no fundo do poço em função do tempo - poço A, caso 1; condição inicial: solução 2; perturbação: +1 % na pressão de separação para  $0 < t < 5$  s.



**Figura 5. 7:** Vazão de líquido no fundo do poço em função do tempo - poço A, caso 1; condição inicial: solução 1; perturbação: -1 % na pressão de separação para  $0 < t < 5$  s.



**Figura 5. 8: Vazões de líquido na superfície e no fundo do poço - poço A, caso 1; condição inicial: solução 1; perturbação: -1 % na pressão de separação para  $0 < t < 5$  s.**

A discordância entre o resultado da simulação e a previsão da análise convencional (excursão de fluxo) para esta situação pode ter origem nas características do poço utilizado. Trata-se de um poço profundo, com pouco gás e, portanto, com grande inércia, de modo que as variações na vazão proveniente do reservatório correspondem, necessariamente, a variações na pressão de fundo relativamente grandes. Ou seja, uma grande inércia implicaria num aumento da pressão de fundo com o aumento da vazão, e não numa diminuição como faz supor a curva OPR. Entretanto, cabe observar que este tipo de análise simplificada de sistemas dinâmicos pode não ter uma sustentação sólida. Assim, explicar este caso onde ocorre a violação das previsões da análise baseada no conceito de excursão de fluxo a partir de respostas dos componentes (coluna e reservatório) isoladamente, pode resultar num argumento de consistência duvidosa.

Este resultado sugere que, em sendo o simulador uma boa aproximação do comportamento real de um poço, a análise convencional baseada na idéia de excursão de fluxo poderia não ser aplicável em alguns casos.

## Soluções de regime permanente para o poço A

Uma das condições externas que podem ser impostas a um poço operando por *gas-lift* é uma pressão constante a montante do *choke* de injeção de gás. A análise nodal, se aplicada a este caso, envolve a determinação não só da pressão de fundo em fluxo e da vazão de fluido produzido como no caso de poços surgentes, mas também da vazão de gás de injeção. Mas, como anteriormente, as relações válidas para o regime permanente são o primeiro referencial para a análise do problema, na forma das equações (2.4) a (2.7). Esta abordagem, quando aplicada ao poço A, conduziu às representações gráfica no espaço  $(Q_L, Q_G, P_I)$  das Figuras 5.9 a 5.11. O nó a que se refere estas figuras corresponde à posição da válvula de *gas-lift*.

A superfície mostrada na Figura 5.9, que constitui a representação gráfica de  $f_1$  [equação (2.4)], pode ser interpretada como uma coletânea de curvas OPR para o poço e tem um formato mais ou menos óbvio: para as vazões de gás de injeção mais altas e de líquido mais baixas resultam em menores valores de pressão. Observa-se que, para os menores valores de vazão de gás, a curva  $P_I$  contra  $Q_I$  apresenta um ponto de mínimo característico de curvas de fluxo multifásico. Na ausência de nomenclatura apropriada, esta superfície é denominada *Desempenho da Coluna* (DC).

A Figura 5.10 mostra a vazão de gás de injeção disponível como função da pressão de tubo, i.e., a representação de  $f_2$  da equação (2.5) no espaço  $(Q_L, Q_G, P_I)$ , resultando numa casca cilíndrica paralela ao eixo  $Q_L$ . Denomina-se esta superfície de *Desempenho do Anular* (DA).

Finalmente a Figura 5.11 permite visualizar a representação, no espaço considerado, da IPR (ou pseudo IPR) do reservatório que, neste caso, apresenta-se como um plano paralelo ao eixo  $Q_G$ , e constitui a superfície resultante da combinação de  $f_3$  e  $f_4$  [equações (2.6) e (2.7)]. Esta superfície é denominada *Desempenho do Reservatório* (DR).

As Figuras 5.12 a 5.14 mostram a interseção entre estas superfícies. Observa-se na Figura 5.14 a existência de dois pontos comuns a estas três superfícies, que são os pontos de equilíbrio possíveis para o regime permanente.

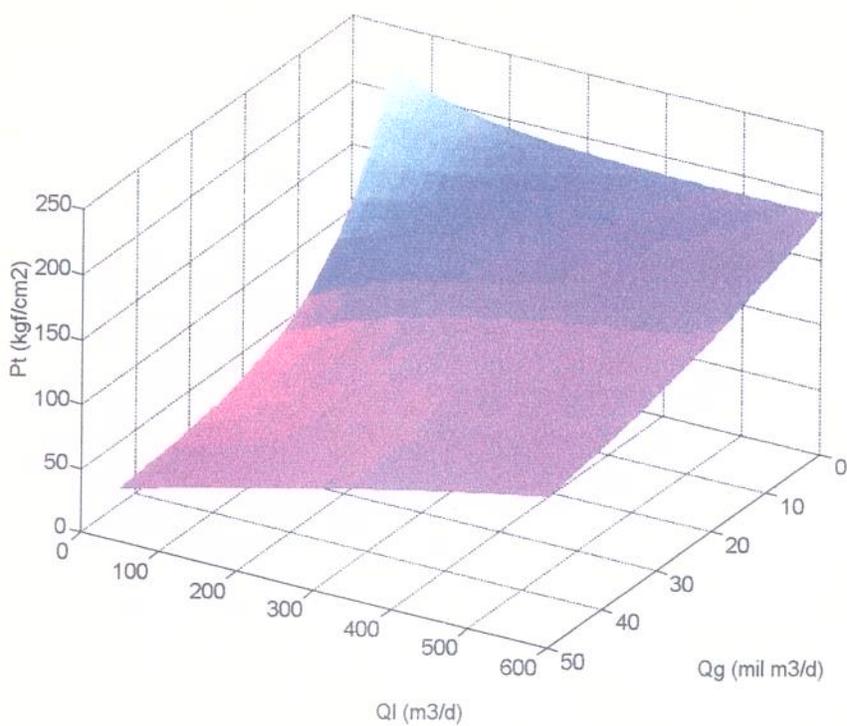


Figura 5. 9: Desempenho da Coluna (DC) - poço A

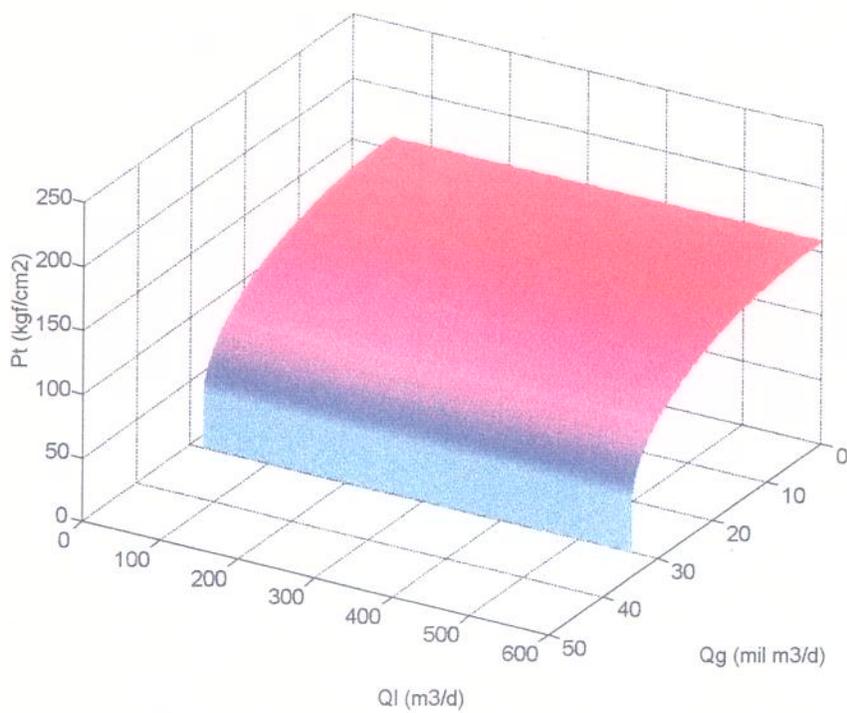


Figura 5. 10: Desempenho do Anular (DA) - poço A

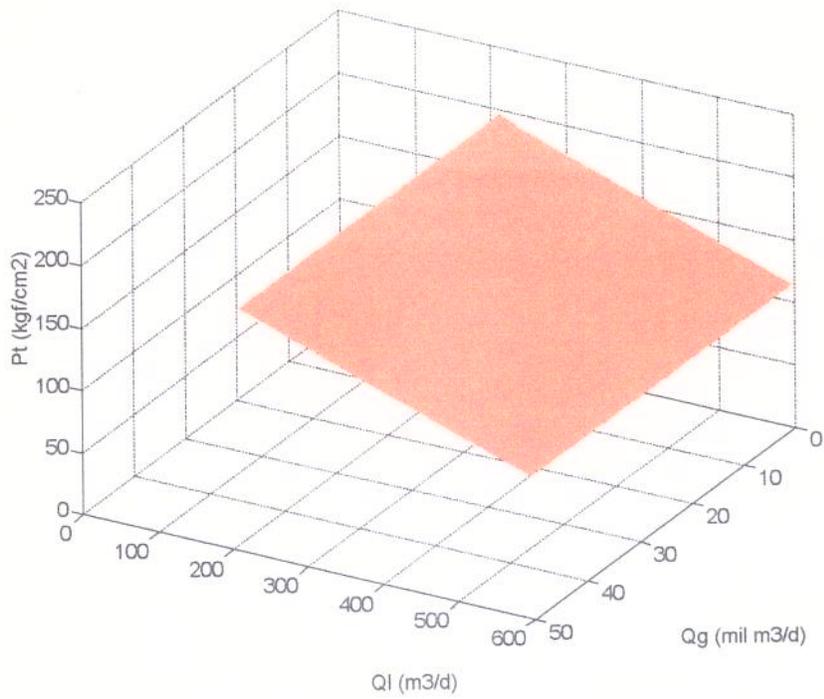


Figura 5. 11: Desempenho do Reservatório (DR) - poço A

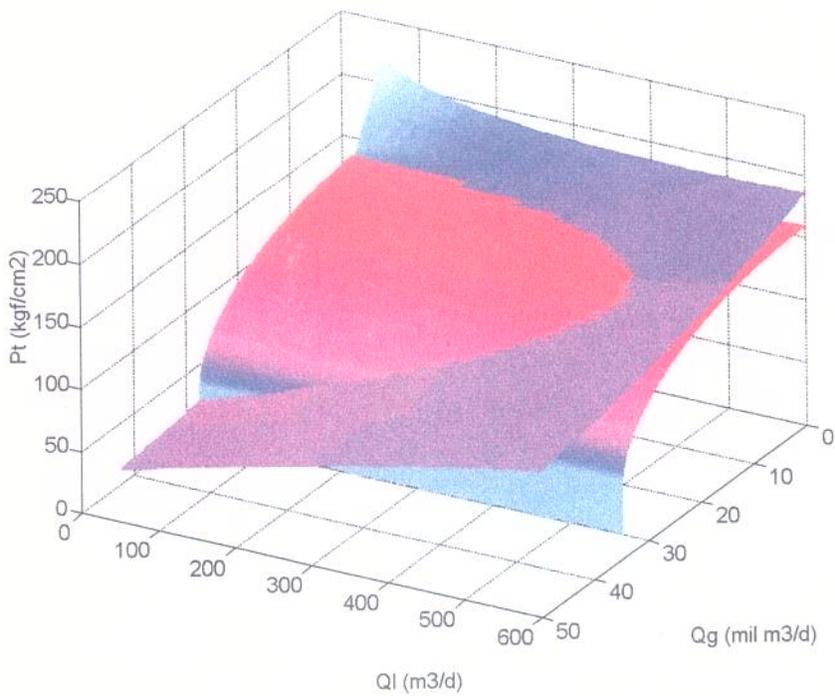
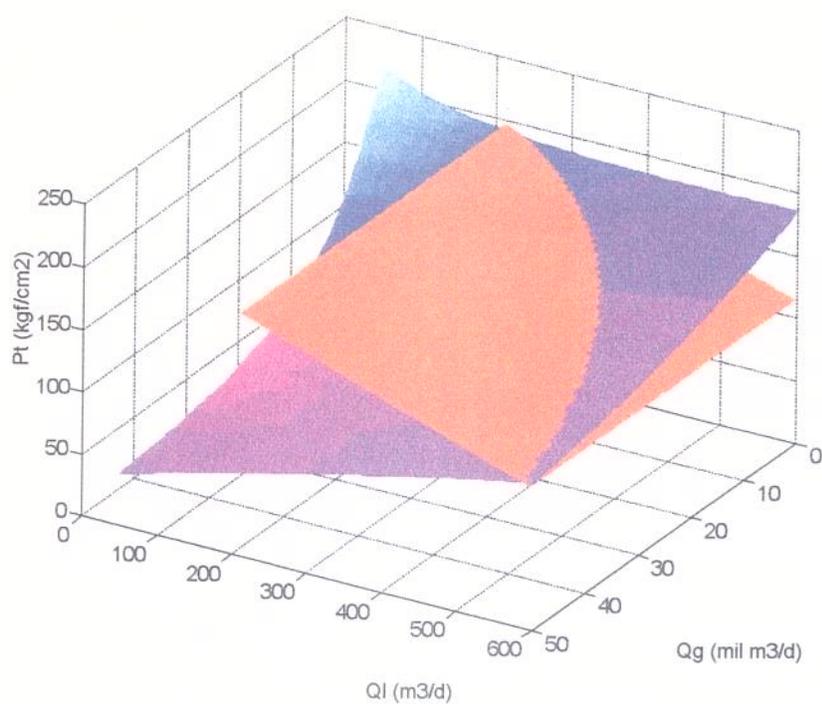
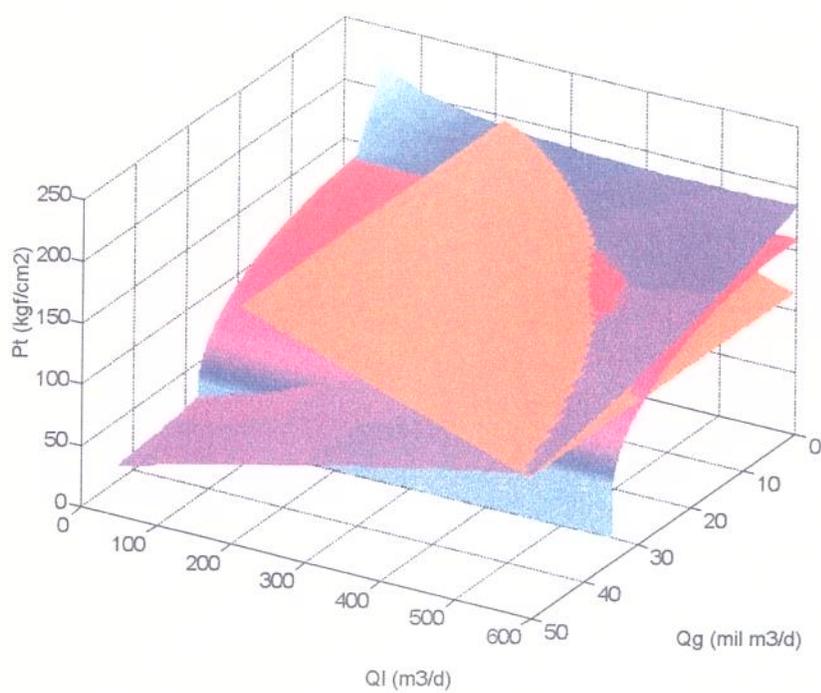


Figura 5. 12: Sobreposição das superfícies de Desempenho da Coluna e do Anular - poço A.



**Figura 5. 13: Sobreposição das superfícies de Desempenho da Coluna e do Reservatório - poço A.**



**Figura 5. 14: Sobreposição das superfícies de Desempenho da Coluna e do Anular e do Reservatório - poço A.**

Pelo fato de DA e DR serem superfícies cilíndricas, as figuras tridimensionais anteriores podem gerar representações bidimensionais de mais fácil visualização e análise e, portanto, mais adequadas ao estudo do poço.

A Figura 5.15 mostra curva intersecção entre as superfícies DC e DA (Figura 5.12) rebatida no plano  $(Q_L, P_t)$  acrescida da IPR do reservatório. Esta curva constitui uma TPR cujos pontos representam as pressões requeridas pelo conjunto coluna-anular para cada vazão de líquido. Como citado no Capítulo II, esta curva difere da OPR de poço surgente porque a cada par  $(Q_L, P_t)$  corresponde uma vazão de gás diferente. Ainda para este poço, a curva TPR ou OPR para vazão de gás injetado nula também é uma representação válida para as pressões requeridas pelo conjunto coluna-revestimento, e corresponde à situação em que as pressões de tubo são superiores à pressão de anular na altura da válvula. Existem dois pontos de equilíbrio com *gas-lift* e o de menor vazão de líquido corresponde necessariamente ao de menor vazão de gás injetado. Além disso, há outros dois pontos de equilíbrio sem injeção de gás (poço surgente). Os quatro possíveis pontos de operação para o poço A estão resumidos na Tabela 5.4.

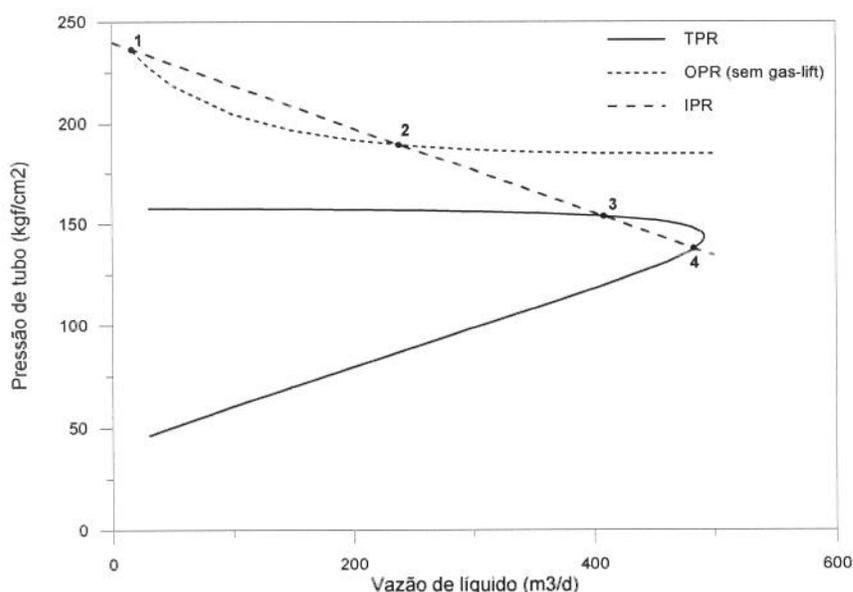
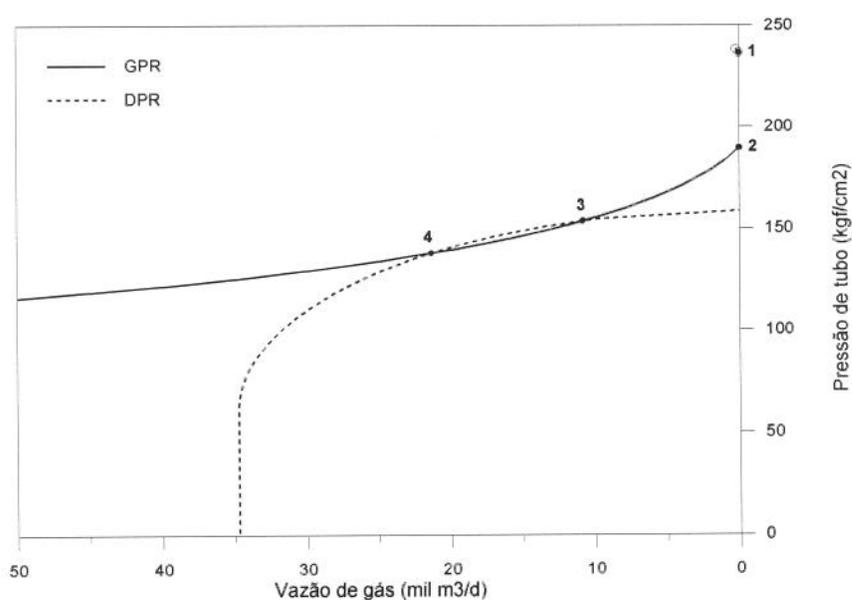


Figura 5. 15: TPR, OPR e IPR - poço A.

solução	vazão de líquido (m <sup>3</sup> /d)	vazão de gás injetado (mil m <sup>3</sup> /d)	pressão na válvula (kgf/cm <sup>2</sup> )	pressão de tubo (kgf/cm <sup>2</sup> )	pressão de revestimento (kgf/cm <sup>2</sup> )
1	17,1	0	158,6	236,1	117,1
2	236,3	0	158,6	189,7	117,1
3	406,2	10,71	155,6	153,8	115,0
4	483,1	21,48	145,7	137,6	108,0

**Tabela 5. 4: Pontos de operação possíveis para o poço A; pressão estática e índice de produtividade conforme Tabela 5.1.**

De modo equivalente, a Figura 5.16 contém as curvas DPR e GPR para o poço A. Esta última corresponde à intersecção das superfícies DC e DR (Figura 5.13) rebatida no plano ( $P_v$ ,  $Q_G$ ). Na verdade, existe uma segunda curva GPR, de extensão muito pequena, correspondente a vazões de líquido entre zero e 17 m<sup>3</sup>/d e de gás injetado de zero a 200 m<sup>3</sup>/d. Uma vez que os pontos do eixo das ordenadas acima de 158,6 kgf/cm<sup>2</sup> também fazem parte da curva DPR, surgem daí as duas soluções adicionais para o poço surgente (soluções 1 e 2) mencionados quando da análise da Figura 5.15.



**Figura 5. 16: GPR e DPR - poço A.**

## Análise de estabilidade para o poço A

A Figura 5.17 mostra o comportamento do poço A em termos de vazões de gás, pressões e vazões de líquido quando, a partir da solução de regime permanente 3 (Tabela 5.4), sofre uma perturbação devida a um aumento de 10% do diâmetro do *choke* de gás durante 30 segundos. O comportamento deste poço segue uma rota em termos de vazões e pressões que o aproximam da solução 4 resultando, porém, num estado final que é o de surgência natural (solução 2). A solução 3, neste caso, apresentou-se como instável, e o fato do sistema ter estado próximo da solução 4 sem, contudo, convergir para ela, sugere não haver solução estável com *gas-lift* para este poço. Isto foi confirmado através de simulação, com o transiente iniciando na solução de maior vazão (4), cujos resultados constam na Figura 5.18.

A Figura 5.19 apresenta novos resultados, para uma situação idêntica a esta, com exceção do diâmetro de revestimento que foi reduzido para 0.1143 metros. As soluções de regime permanente foram as mesmas, já que o diâmetro do revestimento não influi nestes cálculos. Neste caso, porém, o transiente iniciado na solução 3 converge para o estado final correspondente ao ponto de equilíbrio 4. Logo, os resultados de simulação para esta situação indicaram ser a solução de menor vazão instável, e a de maior vazão, estável.

As diferenças de comportamento entre as situações com diferentes diâmetros de revestimento, partindo da solução 3, podem ser melhor visualizadas na Figura 5.20.

Este fato se repetiu em outros casos, com diferentes tipos de poços e diferentes condições de operação, i.e., o ponto de equilíbrio correspondente à menor vazão de gás injetado (e também menor vazão de líquido) mostrou-se sempre instável; o ponto de equilíbrio de maior vazão, porém, e ao contrário do que permite concluir o conceito de excursão de fluxo, nem sempre se apresentou estável.

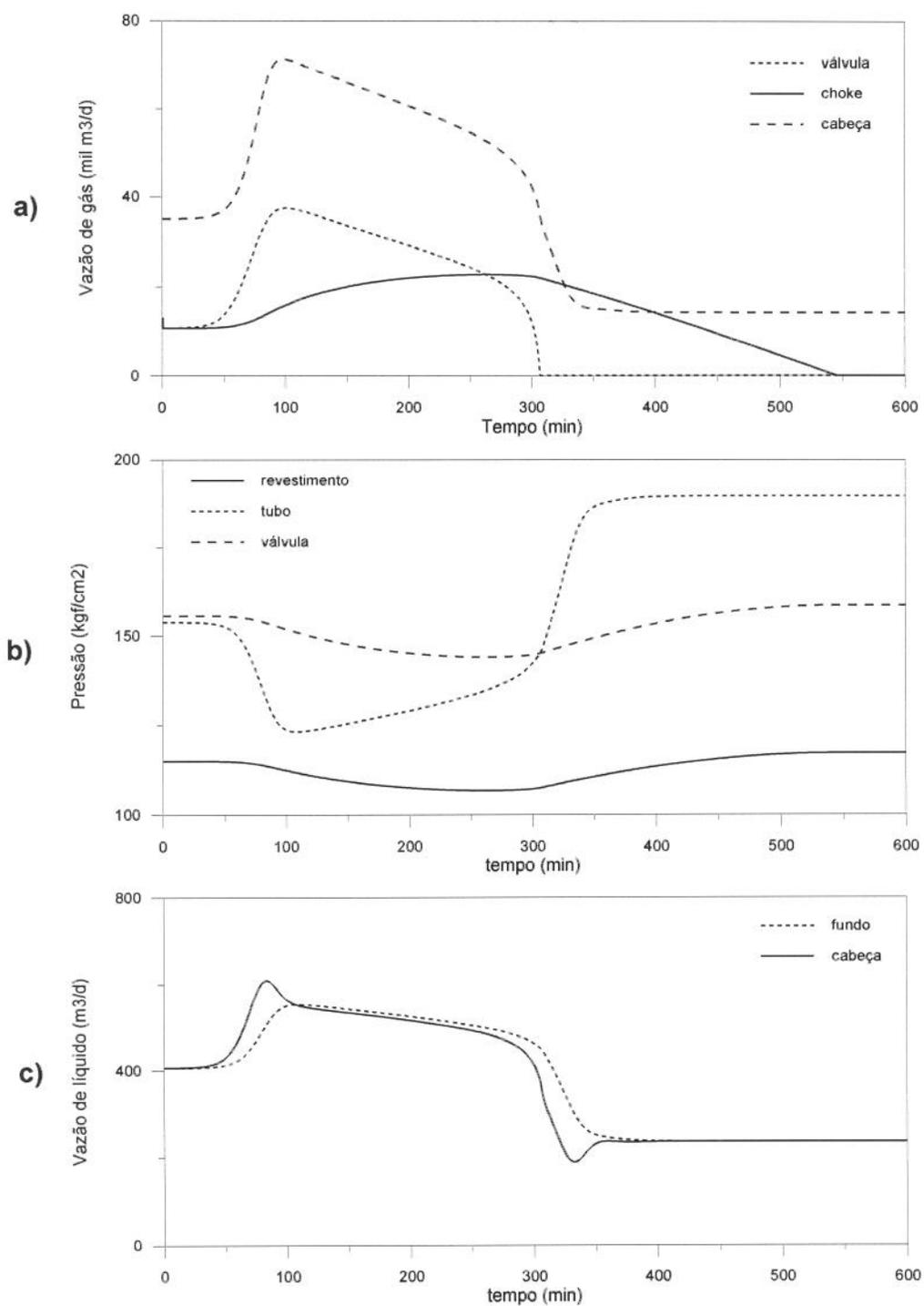
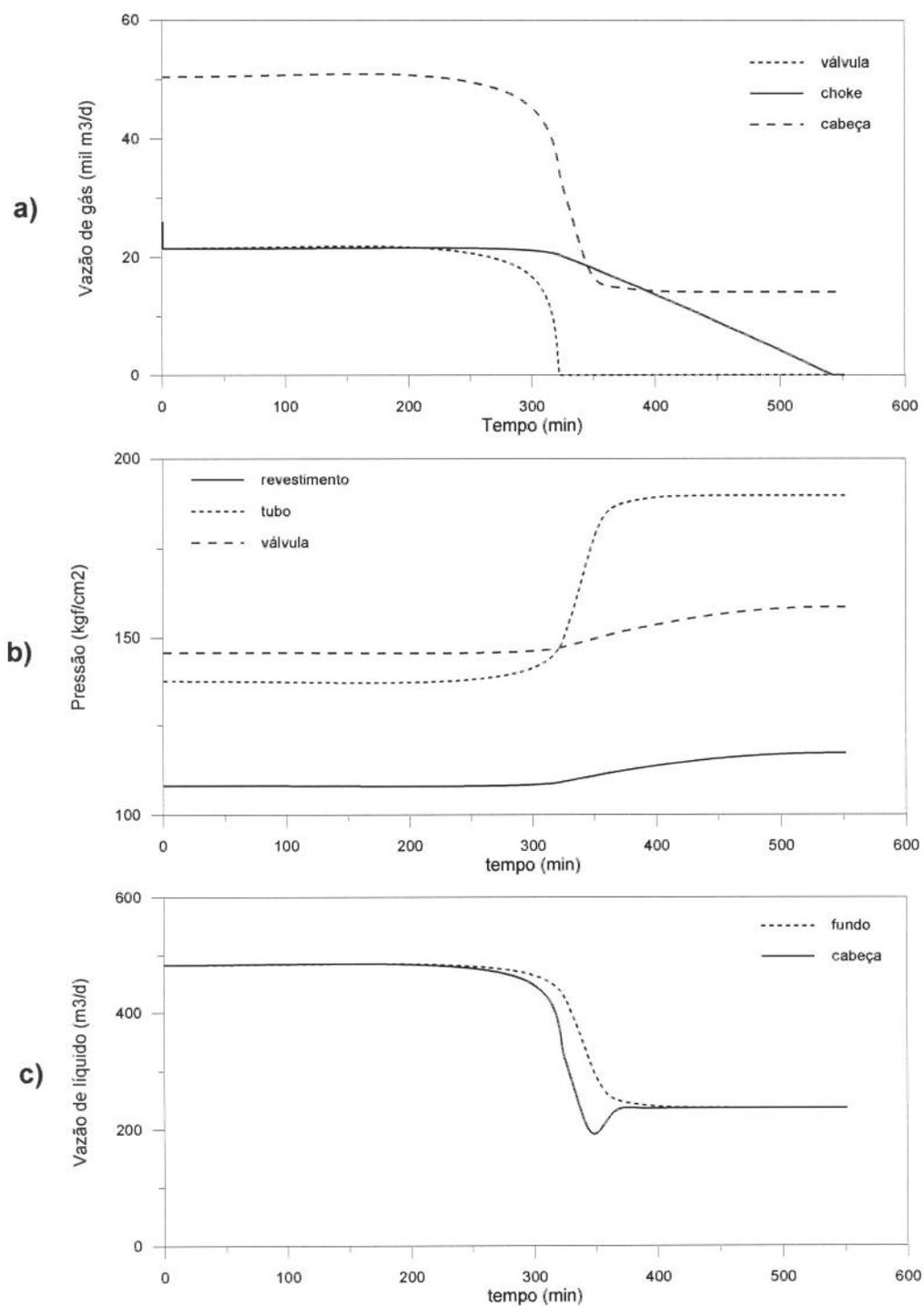
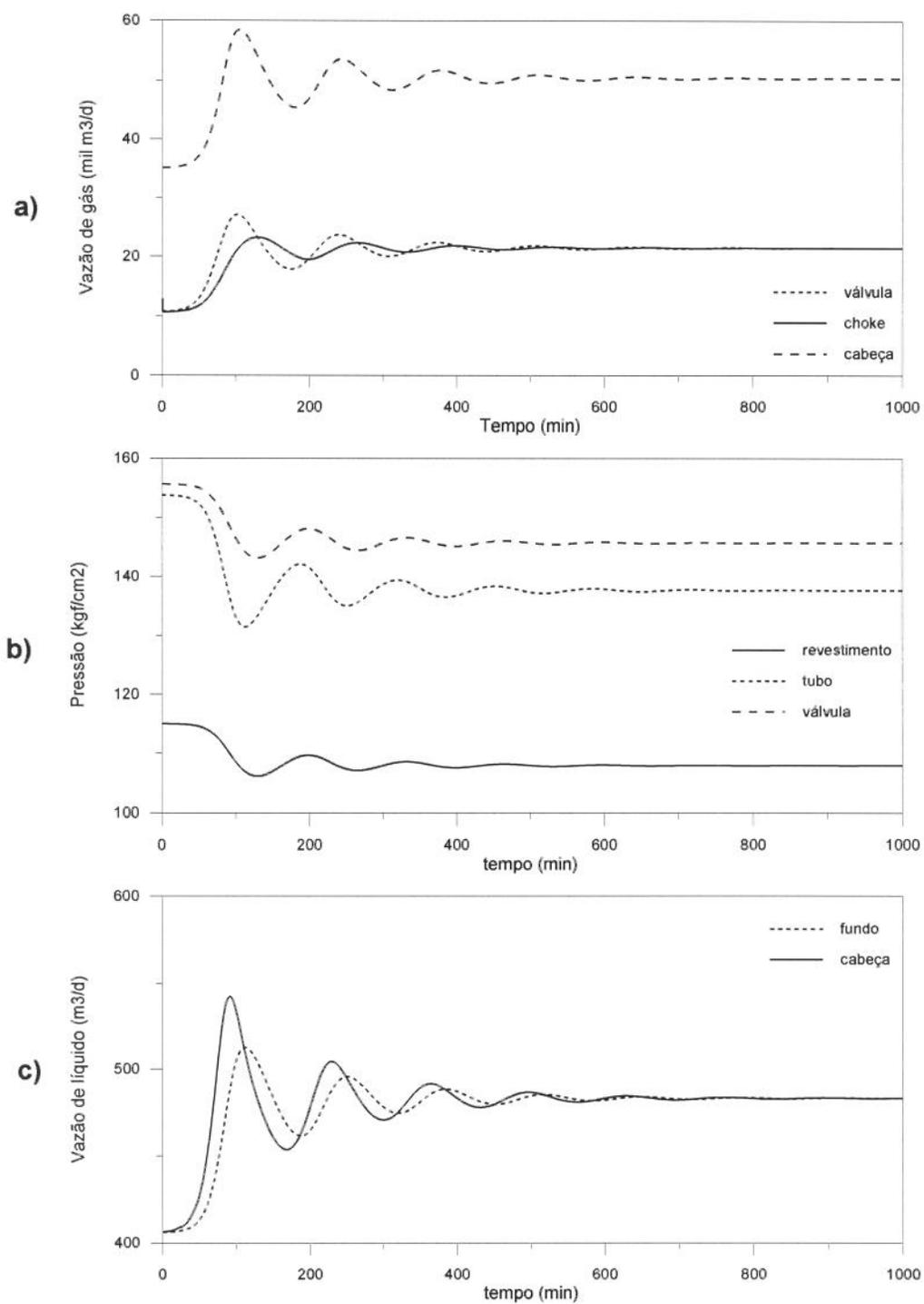


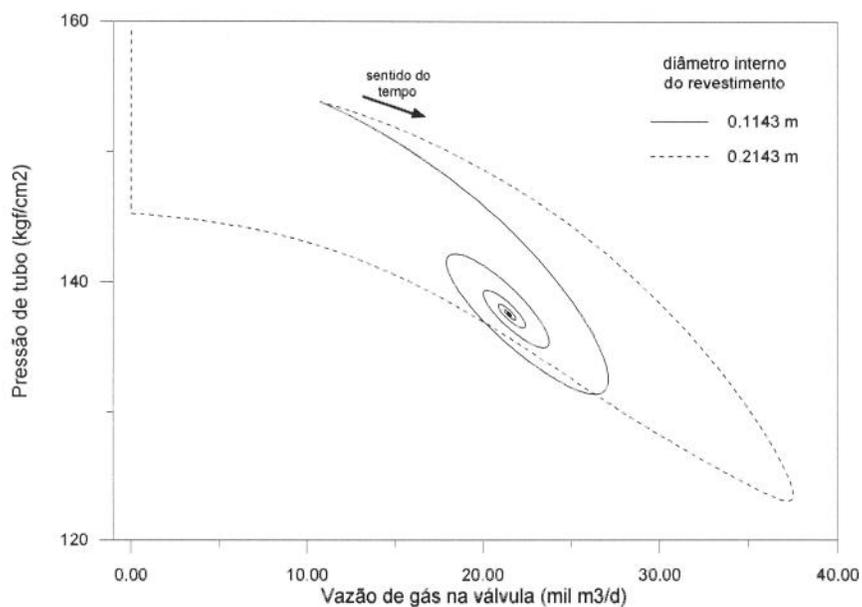
Figura 5. 17: Pressão, vazão gás e vazão de líquido em função do tempo - poço A; condição inicial: solução 3; perturbação: +10 % no diâmetro do *choke* de injeção para  $0 < t < 30$  s.



**Figura 5. 18:** Pressão, vazão gás e vazão de líquido em função do tempo - poço A; condição inicial: solução 4; perturbação: +10 % no diâmetro do *choke* de injeção para  $0 < t < 30$  s.



**Figura 5. 19:** Pressão, vazão gás e vazão de líquido em função do tempo - poço A; condição inicial: solução 3; perturbação: +10 % no diâmetro do *choke* de injeção para  $0 < t < 30$  s; diâmetro interno do revestimento: 0,1143 m.



**Figura 5.20: Pressão de tubo contra vazão de gás na válvula - poço A; condição inicial: solução 3; perturbação: +10 % no diâmetro do *choke* de injeção para  $0 < t < 30$  s; parâmetro: diâmetro interno do revestimento.**

### **Influência das condições de operação**

Diversos parâmetros, tais como diâmetro da porta da válvula e a vazão de gás injetado, têm reconhecida influência na estabilidade de uma solução (GRUPPING *et al.*, 1984a, 1984b; ASHEIM, 1988; GANG & GOLAN, 1989; CARALP *et al.*, 1989, 1992; ALHANATI *et al.*, 1993).

Para verificar esta influência, utilizou-se o simulador para estudar as diferenças de comportamento de um poço, quando algumas condições operacionais eram modificadas.

### **Vazão de gás de injeção, diâmetro da válvula e pressão na coluna**

O poço inicialmente objeto de análise foi o poço **B** (Tabela 5.1) utilizado por CARALP *et al.* (1989, 1992). As condições externas impostas ao poço são a pressão na cabeça do poço e a vazão de gás injetado constantes.

A formulação utilizada por CARALP *et al.* (1989) foi, em linhas gerais, semelhante à utilizada neste trabalho. Contudo, algumas relações constitutivas e o método numérico diferem de um trabalho para outro. Assim, embora sejam esperados comportamentos qualitativos equivalentes de ambos, necessariamente diferenças quantitativas devem existir.

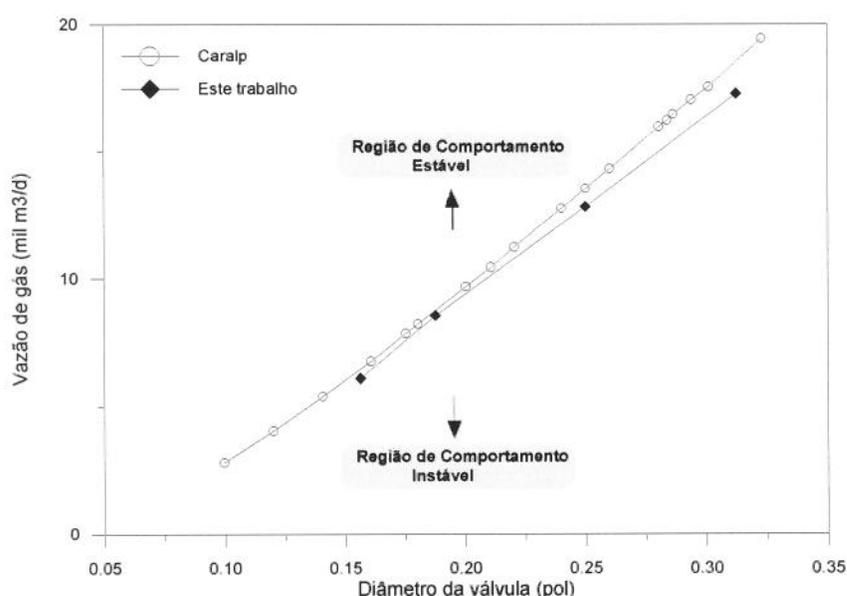
Com o objetivo de sustentar conclusões posteriores, foi realizada uma comparação entre os resultados obtidos por aqueles autores e os do simulador elaborado neste trabalho. A Tabela 5.5 apresenta os resultados obtidos para uma solução de estado estacionário, para um diâmetro da porta da válvula de 0,16 polegadas, uma pressão na cabeça de 14,1 kgf/cm<sup>2</sup> e uma vazão de gás injetado de 0,12 kg/s. Como as diferenças encontradas foram consideradas pequenas, admitiu-se que os resultados do estudo transiente seriam também passíveis de comparação.

A Figura 5.21 apresenta um mapa de estabilidade, onde regiões de comportamento estável e instável são identificadas em função do diâmetro de válvula e da vazão de gás de injeção. Observa-se uma boa concordância entre a curva de CARALP

*et al.* (1992) e a deste trabalho. Este mapa confirma, como já afirmado por diversos autores, que às maiores vazão de gás e menores diâmetros da porta da válvula correspondem os comportamentos mais estáveis.

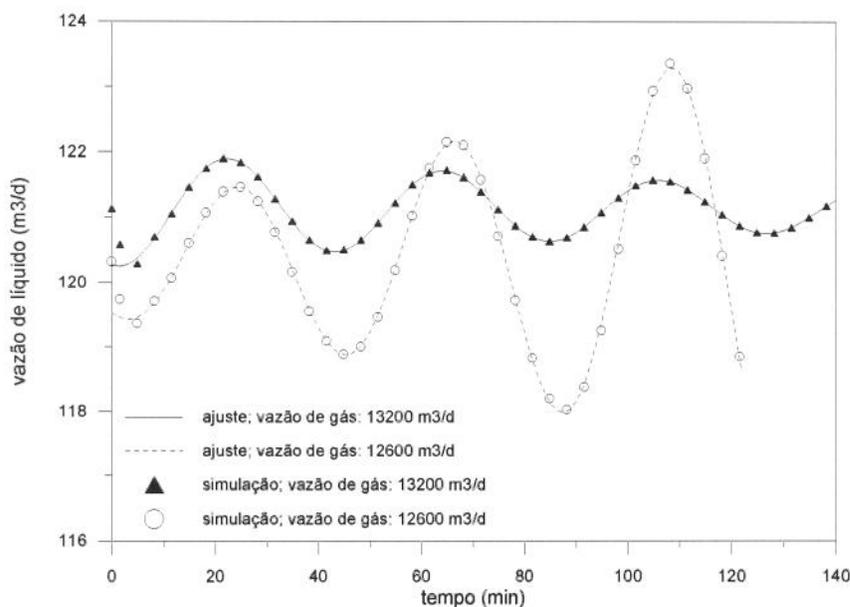
variável	unidade	resultado		
		CARALP <i>et al.</i>	este trabalho	diferença (%)
$\dot{m}_{Gres}$	kg/s	0,0824	0,0697	-15
$\dot{m}_{Geab}$	kg/s	0,217	0,214	-1
$\dot{m}_{Lres}$	kg/s	1,280	1,248	-3
$\dot{m}_{Lcab}$	kg/s	1,24	1,22	-2
$P_{rev}$	kgf/cm <sup>2</sup>	44,92	45,43	+1
$P_{wf}$	kgf/cm <sup>2</sup>	43,24	46,11	+7

**Tabela 5. 5:** Comparação entre resultados obtidos por CARALP *et al.* (1992) e este trabalho para uma solução de estado estacionário - poço B, vazão de gás injetado: 0,12 kg/s, diâmetro da porta da válvula: 0,16 pol; pressão na cabeça: 14,1 kgf/cm<sup>2</sup> - variáveis: vazão mássica de gás no fundo do poço e na cabeça, vazão de líquido no fundo do poço e na cabeça, pressão de revestimento e de coluna no fundo; vazões mássicas referenciadas às condições locais de equilíbrio de fases.



**Figura 5.21:** Mapa de estabilidade - poço B; pressão na cabeça: 15,3 kgf/cm<sup>2</sup>.

O termo *mais estável* aplicado acima significa um retorno mais rápido ao ponto de equilíbrio após a ocorrência da perturbação. A Figura 5.22 apresenta o comportamento do poço **B**, quando perturbado após estar em equilíbrio, para valores de vazão de gás injetado ligeiramente acima e abaixo do limite de estabilidade.



**Figura 5.22:** Vazão de líquido na cabeça do poço contra tempo - poço **B**; perturbação: - 50% na vazão de gás injetado para  $0 < t < 5$  s.

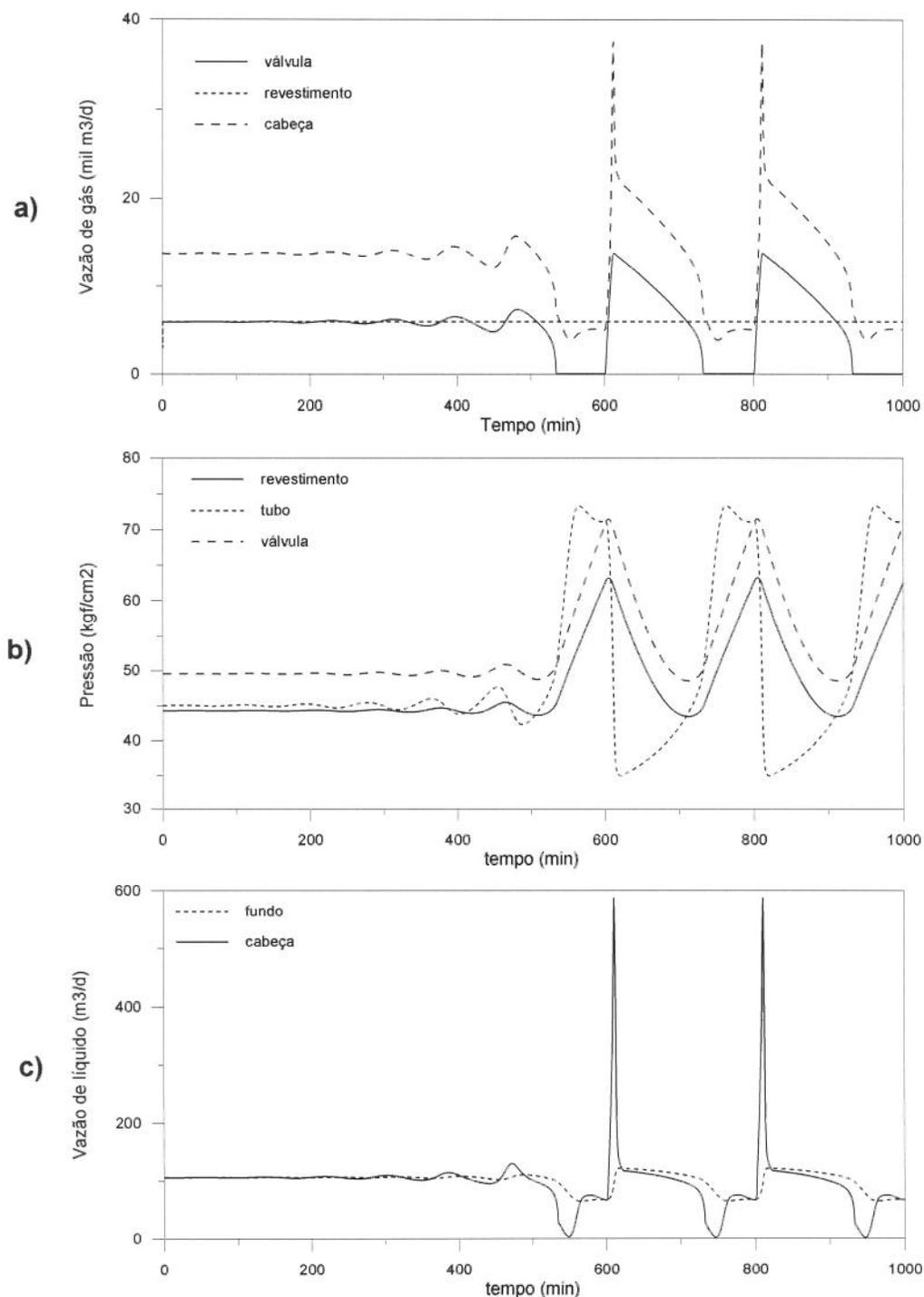
Estas oscilações adquirem a forma da equação (5.2), onde **Y** corresponde a uma variável qualquer de interesse. Em particular, a escolha de **Y** como sendo a vazão de líquido na cabeça do poço permite um ajuste por regressão para os parâmetros **A**, **B**, **C**,  $\omega$  e  $\phi$  e resultam nas curvas mostradas na mesma Figura 5.22 sobrepostas aos pontos obtidos com o simulador. Vê-se que, desprezando-se os primeiros minutos de simulação, o ajuste na forma proposta é preciso. Entretanto, em situações extremas de vazão de gás muito baixa ou muito alta não se observa mais qualquer oscilação, e sim um comportamento monotônico em direção ao estado estacionário.

$$Y = A \cdot e^{Bt} \cdot \sin(\omega t + \phi) + C \quad (5.2)$$

O coeficiente do termo exponencial (**B**) define a rapidez com que o sistema retorna ou se afasta do ponto de equilíbrio. Assim, nas situações mais estáveis o coeficiente do termo exponencial é negativo e de valor absoluto alto.

CARALP *et al.* (1992) mencionam a existência de uma região do mapa denominada alternativa-estável (*alternatif stable*) onde o poço permanece num ciclo

transiente. A esta região correspondem baixos valores para o diâmetro da válvula e para a vazão de gás injetado. A Figura 5.23 ilustra esta situação, para uma vazão de gás pouco abaixo da curva limite de estabilidade. O poço tem um comportamento cíclico, com períodos em que há passagem de gás pela válvula e outros com vazão de gás nula.



**Figura 5. 23: Vazão de gás, pressão e vazão de líquido contra tempo - poço B; perturbação: -50% na vazão de gás injetado para  $0 < t < 5$  s; válvula: de orifício 5/32 pol; pressão na cabeça:  $15,3 \text{ kgf/cm}^2$ ; vazão de gás injetado  $5900 \text{ m}^3/\text{d}$ .**

Outro mapa de estabilidade agora em função da vazão de gás injetado e da pressão na cabeça é apresentado na Figura 5.24. A região de comportamento estável compreende as mais altas vazões de gás e os menores valores de pressão de cabeça.

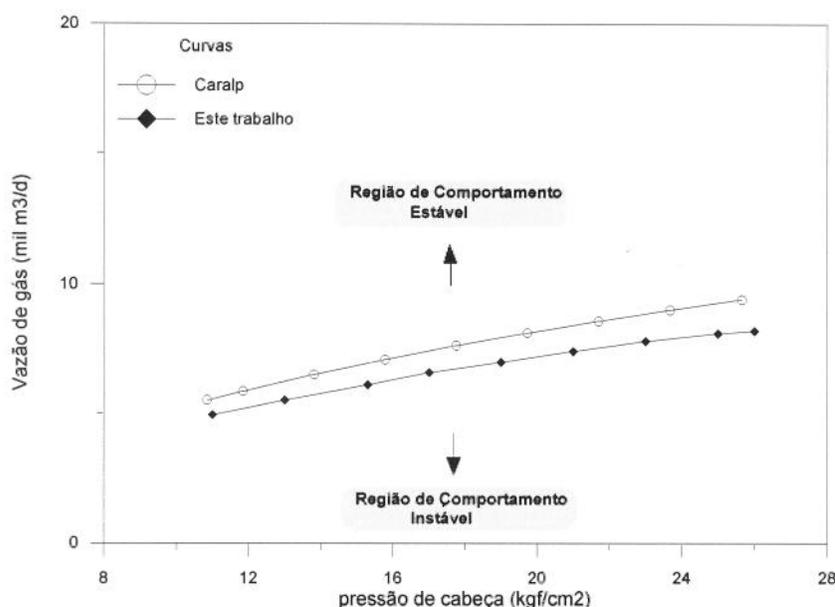


Figura 5. 24: Mapa de estabilidade -poço B; válvula: de orifício 5/32 pol.

Os mapas apresentados nas Figuras 5.21 e 5.24 não têm validade geral, e dependem diretamente das características do poço em questão. Além disso, a utilização do simulador para análise de estabilidade caso a caso é trabalhosa, enquanto que os critérios analíticos de estabilidade encontrados na literatura são de aplicação mais fácil. Entretanto, a acuracidade dos mesmos não foi comprovada, como atestam os próprios autores. O simulador elaborado permitiu fazer uma avaliação desses critérios e verificar a possibilidade prática de sua utilização. Não se trata de avaliação inexorável dos critérios, mas de sua comparação com um modelo mais elaborado e, supostamente, mais próximo da realidade.

Os critérios selecionados para verificação, nominalmente os de Asheim e Alhanati, são razoavelmente simples e, segundo os autores, apresentam alguma concordância com as observações de campo. Cabe notar que estes critérios foram elaborados para prever situações em que ocorre uma amplificação de perturbações nas proximidades do estado estacionário, mas sem qualquer referência ao possível estado

final do sistema. Assim, sistemas cujo estado final é o de poço morto, ou alternativo estável como mostrado na Figura 5.23, são tratados de modo indistinto pelos critérios.

O poço **B** foi de início selecionado como objeto de estudo, porque o segundo critério de Asheim se aplica à condição externa de vazão de gás constante no anular, e porque os mapas de estabilidade anteriormente apresentados para este poço servem como parâmetro de comparação.

A Figura 5.25 apresenta um mapa de estabilidade semelhante ao da Figura 5.21. As três curvas correspondem ao limite de estabilidade obtidos com o simulador, e com os critérios de Alhanati e de Asheim. Como se pode observar, os dois critérios tiveram desempenho qualitativo concordante com o simulador. Quantitativamente, ao contrário do que se esperava, os critérios analíticos se mostraram não conservativos.

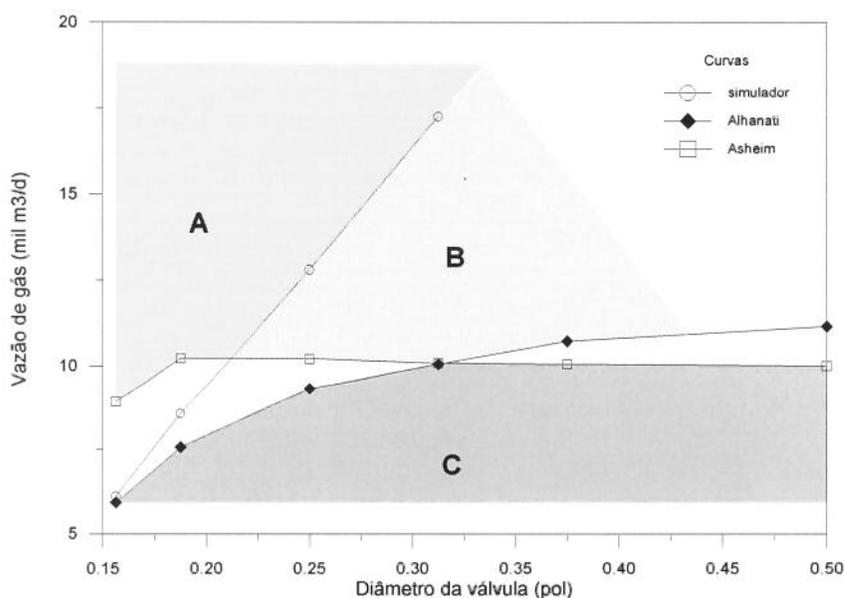


Figura 5. 25: Mapa de estabilidade para o poço B - pressão na cabeça: 15,3 kgf/cm<sup>2</sup>.

Nas regiões marcadas como **A** e **C** os resultados do simulador e dos critérios mostram concordância quanto à estabilidade e instabilidade, respectivamente. Entretanto, na região **B** ambos os critérios prevêm um comportamento estável não confirmado pelo simulador.

A Figura 5.26 apresenta o mapa de estabilidade em termos de pressão de cabeça e vazão de gás de injeção. Nas regiões **A** e **C** os critérios e o simulador concordam. Entretanto, na região **B** os critérios prevêm a estabilidade que não se confirma pelo

simulador e, na região **D** os critérios se mostram conservativos, i.e., consideram instáveis situações que pelo simulador apresentam-se como estáveis.

Há claramente uma discrepância entre os critérios analíticos e o simulador no que se refere à tendência. Os critérios analíticos prevêem uma curva limite de estabilidade decrescente com a pressão na cabeça, enquanto que pelo simulador a tendência seria inversa.

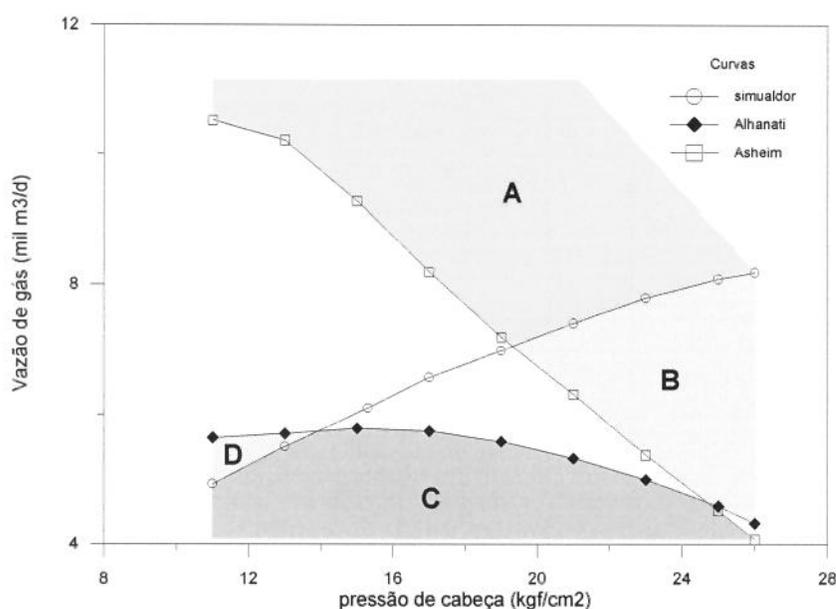


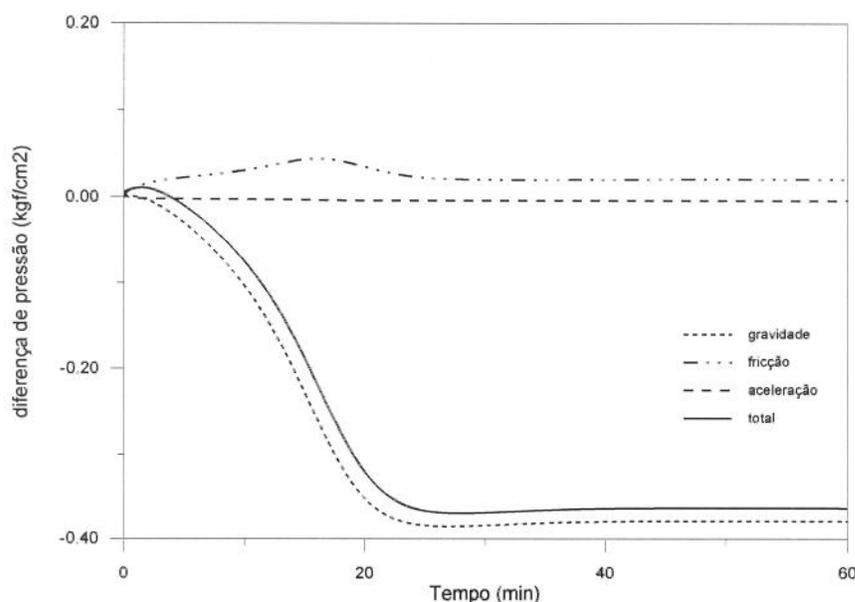
Figura 5. 26: Mapa de estabilidade para o poço B - válvula: de orifício 5/32 pol.

Em se considerando apenas este caso, os critérios de estabilidade tenderam a ser excessivamente relaxados, i.e., se apontaram para a instabilidade estavam geralmente corretos mas, quando concluíram pela estabilidade houve erro de avaliação para diversas situações.

O que se esperava era o inverso, dadas as simplificações e premissas utilizadas pelos autores dos critérios. Com a desconsideração dos gradientes de aceleração e de atrito do fluido na coluna de produção, as variações na pressão na coluna devido a variações na vazão de gás injetado estariam superestimadas. Os critérios tenderiam a ser conservativos, uma vez que estes gradientes desconsiderados teriam um aparente efeito estabilizador.

Estes efeitos podem ser visualizados na Figura 5.27 para o poço A. A simulação transiente partiu da solução 4 (Tabela 5.4) e as respostas do reservatório e do anular a

variações de pressão foram suprimidas. A vazão de líquido no fundo do poço foi mantida constante e a vazão de gás através da válvula foi aumentada em 1 % no instante inicial. Na situação de regime permanente inicial, as parcelas dos gradientes de pressão por gravidade, fricção e aceleração, no diferencial de pressão entre o fundo e a cabeça, correspondem a 110,6, 5,6 e 1,7 kgf/cm<sup>2</sup>, respectivamente. Durante o transiente estas parcelas conservaram aproximadamente a mesma importância relativa. Nota-se, porém, que nos instantes iniciais ocorre um ligeiro aumento da pressão (ao invés de redução como supõe as formulações mais simples) devido essencialmente à aceleração e a fricção. Este fato tende a fortalecer a idéia de que os critérios seriam conservativos.



**Figura 5. 27: Variação na pressão no fundo do poço contra o tempo - Poço A; perturbação: + 1% na vazão de gás através da válvula para  $t > 0$ ; vazão de líquido constante.**

### Controle de injeção de gás

O gráfico da Figura 5.28 mostra outro mapa de estabilidade, desta vez para o poço C. As curvas representadas correspondem aos limites de estabilidade obtidos com uso do simulador e do critério de Alhanati com diferentes condições externas (pressão a montante do choke de injeção ou vazão de gás injetado constantes), e do critério de

Asheim (vazão de gás injetado constante). No caso da condição externa de pressão de injeção constante, a pressão de injeção foi ajustada para resultar na vazão de gás em consideração, mantendo-se o diâmetro do *choke* de injeção constante. Uma diferença importante, em relação ao poço **B** foi o uso de um modelo transiente de reservatório, ao invés de um modelo IPR. Este mapa, em termos de tendência, concorda com o da Figura 5.21 para o poço **B**. Contudo, neste caso, ambos os critérios se mostram conservativos, i.e., designaram como instável uma região do mapa que pelo simulador seria estável.

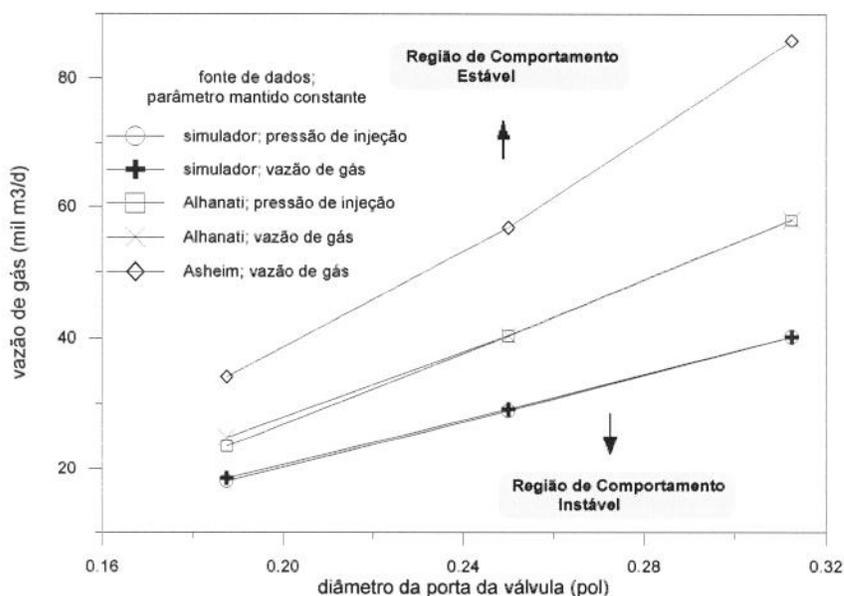


Figura 5. 28: Mapa de estabilidade - poço C; válvula de orifício.

Observa-se ainda que as curvas para a condição de pressão de injeção constante estão ligeiramente abaixo daquelas para vazão de gás constante, tanto na resposta do simulador quanto na previsão pelo critério de Alhanati. A grande proximidade (ou mesmo coincidência) das curvas para os maiores diâmetros de orifício da válvula é consequência do regime de fluxo no *choke* de injeção, próximo à fronteira crítico/subcrítico, o que equívale aproximadamente à situação de vazão de gás de injeção constante.

O fato da curva de pressão de injeção constante estar abaixo (mesmo que pouco) da curva de vazão constante sugere que a operação de um poço com uso de *chokes* de gás poderia ser mais eficaz, sob o aspecto da estabilidade, que através de uma válvula controladora de vazão. Para este poço, e nas condições estabelecidas, esta afirmação é verdadeira. A Figura 5.29 apresenta o comportamento do poço **C** quando a condição de

equilíbrio correspondente a uma vazão de líquido de  $537,2 \text{ m}^3/\text{d}$  e gás injetado de  $18510 \text{ m}^3/\text{d}$ , foi perturbada.

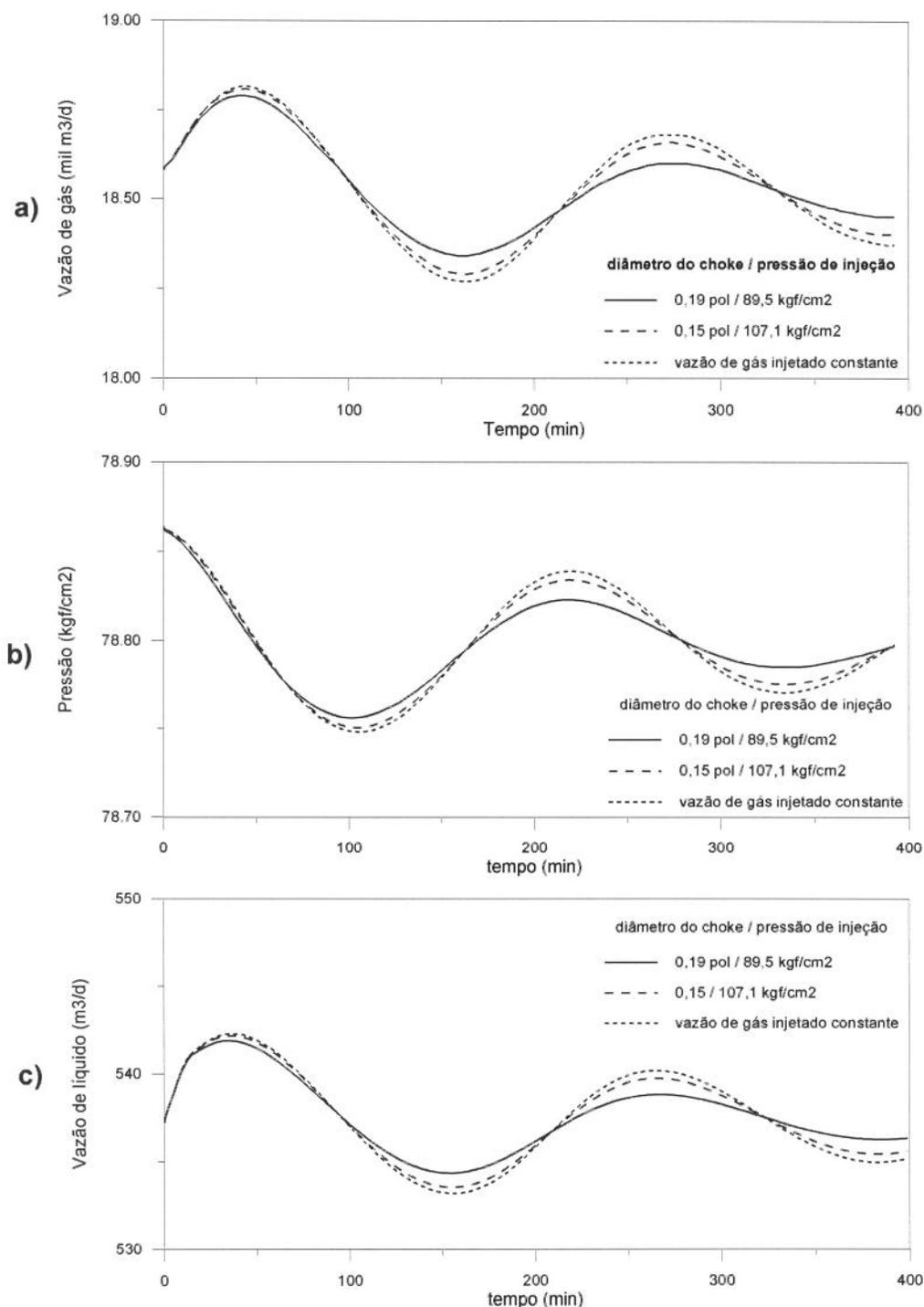


Figura 5. 29: Vazão de gás na válvula, pressão de revestimento e vazão de líquido na cabeça em função do tempo - poço C; condição inicial: vazão de líquido  $537,2 \text{ m}^3/\text{d}$ , vazão de gás  $18510 \text{ m}^3/\text{d}$ ; perturbação: aumento da massa de gás no espaço anular em 0,1 %.

Três situações distintas são mostradas nesta figura: a primeira com vazão de gás injetado constante, e as demais com pressão de injeção constante para *chokes* de 0.15 e 0.19 polegadas. Embora as três situações tenham resultado estáveis, mostrando tendência de retorno ao estado inicial, as oscilações para o maior diâmetro do *choke* de injeção apresentam maior amortecimento, enquanto que à situação com vazão de injeção constante corresponde menor amortecimento.

Pode-se explorar esta questão sob a ótica do critério de Alhanati. Admitindo-se que se deseja produzir um poço com dada vazão de gás injetado, três situações são possíveis:

- vazão de gás constante na entrada do espaço anular. (Esta situação pode ser imaginada como consistindo num *choke* de pequena abertura aliada a uma alta pressão de injeção, de modo a resultar em fluxo crítico. Assim, não há dependência da vazão de gás com a pressão de revestimento e  $K_{ch}^c$  é nulo).
- pressão de revestimento constante, significando que  $K_{ch}^c$  é infinito.
- uma situação intermediária, com fluxo subcrítico pelo *choke*.

Na situação (a) os fatores  $G_1$  e  $G_2$  para o primeiro caso são então dados pelas equações (5.3) e (5.4).

$$G_1^a = \frac{B_F J P_t}{q_F} + K_v^t + \frac{(q_F + q_G) A_t}{(\rho_F - \rho_G) g} \frac{1}{q_G q_F} \frac{P_t}{P_c} \frac{\dot{m}_G \bar{Z}_c R \bar{T}_c}{V_c M} K_v^c \quad (5.3)$$

$$G_2^a = \frac{B_F J P_t}{q_F} > 0 \quad (5.4)$$

Na situação (b) como  $K_{ch}^c$  é sempre negativo então

$$G_1^b \rightarrow +\infty \quad (5.5)$$

$$G_2^b = \frac{B_F J P_t}{q_F} + K_v^t \quad (5.6)$$

Logo, a estabilidade nas situações a e b é dependente apenas de  $G_1^a$  e  $G_2^b$ , respectivamente. Mas

$$G_1^a = G_2^b + \frac{(q_F + q_G) A_t}{(\rho_F - \rho_G) g} \frac{1}{q_G q_F} \frac{P_t}{P_c} \frac{\dot{m}_G \bar{Z}_c R \bar{T}_c}{V_c M} K_v^c \quad (5.7)$$

e, como  $K_v^c$  é sempre positivo, tem-se

$$G_1^a > G_2^b \quad (5.8)$$

Deste modo a condição de vazão de gás constante na entrada do anular é mais favorável à estabilidade que aquela de pressão constante. Entretanto, mesmo que nestas situações extremas o poço seja instável, ainda assim a situação **c**, que é intermediária, pode resultar estável. De fato, nas três situações todas as variáveis são rigorosamente iguais, com exceção de  $K_{ch}^c$  cujo valor absoluto aumenta com diâmetro do *choke*. Portanto, para situações **a**, **c** e **b**, nesta ordem, os valores de  $G_1$  e  $G_2$  são, respectivamente, crescente e decrescente. Logo, é possível que para a situação **c**, sejam ambos positivos e a utilização de um *choke* de gás operando na região de fluxo subcrítico pode ser menos propensa à instabilidade que o caso de vazão de gás constante. Exemplificando este fato, a Tabela 5.6 apresenta para o poço **C** os valores de  $G_1$  e  $G_2$  para três situações distintas, correspondendo à mesma solução de regime permanente, mas com diferentes valores para o diâmetro do *choke* e para a pressão de injeção. Assim, sob a ótica do critério de Alhanati, a única diferença entre estas situações é o valor de  $K_{ch}^c$ . O caso com o maior diâmetro do *choke* pode ser associado por semelhança à situação **b**, e os demais casos correspondem às situações **a** e **c**. Observa-se que apenas na situação **c** os valores de  $G_1$  e  $G_2$  são simultaneamente positivos. Não há, portanto, desacordo com os resultados de simulação apresentado na Figura 5.29.

É possível, entretanto, que  $G_1$  seja sempre maior que  $G_2$  para um mesmo diâmetro de *choke*, caso em que este critério indicaria a situação com vazão de gás injetado constante como a menos propensa a instabilidade.

	unidade	SITUAÇÃO		
		a	b	c
pressão de injeção	kgf/cm <sup>2</sup>	-	80,11	97,30
diâmetro do <i>choke</i> de injeção	pol	-	2,00	0,19
vazão de líquido	m <sup>3</sup> /d	595,7	595,7	595,7
vazão de gás injetado	mil m <sup>3</sup> /d	23,54	23,54	23,54
G1		-0,209	686,15	0,009
G2		1,139	-0,476	0,414
classificação		instável	instável	estável

Tabela 5. 6: Pontos de operação com as mesmas vazões de líquido produzido e gás injetado - poço C; fatores de estabilidade (G1 e G2) calculados segundo ALHANATI *et al.* (1993).

### Índice de produtividade

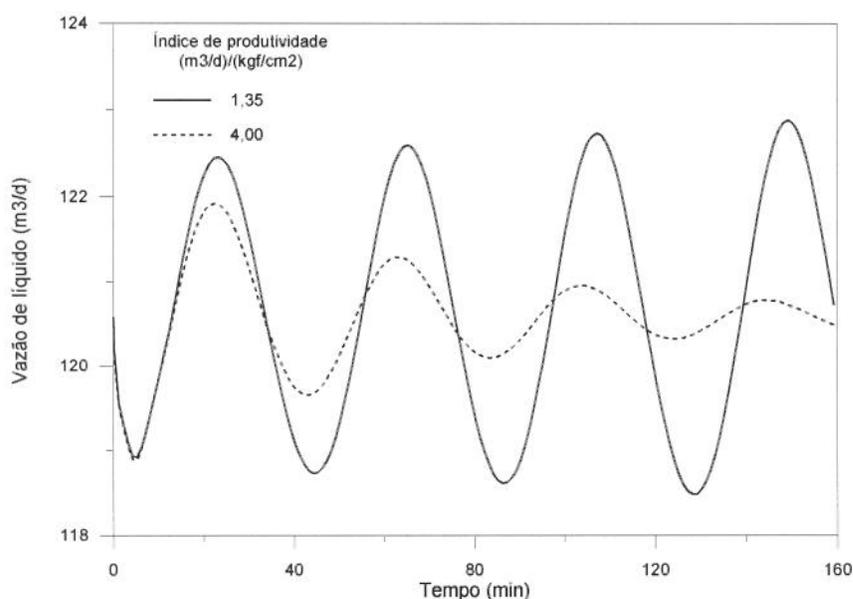
ASHEIM (1988) na dedução de seu critério introduziu um raciocínio segundo o qual uma redução da pressão de tubo causaria um aumento da vazão de líquido proporcional ao índice de produtividade, o que tenderia a aumentar a densidade média do fluido e provocar um aumento de pressão, i.e., uma realimentação negativa. Em sendo correto este raciocínio, então maiores valores de índice de produtividade deveriam corresponder às situações mais estáveis.

Figura 5.30 mostra o comportamento do poço **B** para diferentes índices de produtividade. Aos valores de índice de produtividade de 1,35 e 4 (m<sup>3</sup>/d)/(kgf/cm<sup>2</sup>) correspondem as pressões estáticas de 132,6 e 73,5 kgf/cm<sup>2</sup>, respectivamente, de modo que o ponto de operação inicial (estado estacionário) é o mesmo. A perturbação introduzida resulta em oscilações ligeiramente amplificadas ou amortecidas, a depender do índice de produtividade, confirmando que ao maior índice corresponde a situação mais estável.

Pode-se avaliar a importância do índice de produtividade relativamente à vazão de gás através de comparação entre esta figura e a Figura 5.22. Em ambas o ponto de operação inicial é aproximadamente o mesmo. Nesta última, as vazões de gás injetado

foram de 12600 e 13200 m<sup>3</sup>/d (diferença relativa da ordem de 5%), às quais correspondem os coeficientes de amortecimento [**B** da equação (5.2)] de +0,0231 e -0,0213 min<sup>-1</sup> (diferença de 0,0444 min<sup>-1</sup>), respectivamente. Para as curvas mostradas na Figura 5.30, os valores de IP de 1,35 e 4,0 têm uma diferença relativa da ordem de três vezes, e os coeficientes resultaram ser de +0,0017 e -0,0156 min<sup>-1</sup> (diferença de 0,0173 min<sup>-1</sup>). Logo, embora a variação relativa do IP tenha sido muito maior que a da vazão de gás, o efeito no amortecimento/amplificação das oscilações foi menor. Assim, o índice de produtividade, apesar de seu efeito estabilizador, teria, neste caso, importância pequena se comparado à vazão de gás.

Sugere idêntico resultado o critério de Asheim, onde **F**<sub>1</sub> [equação (2.1)] é proporcional ao índice de produtividade e proporcional ao quadrado da vazão de gás injetado. Pelo critério de Alhanati, entretanto, esta conclusão não é evidente.



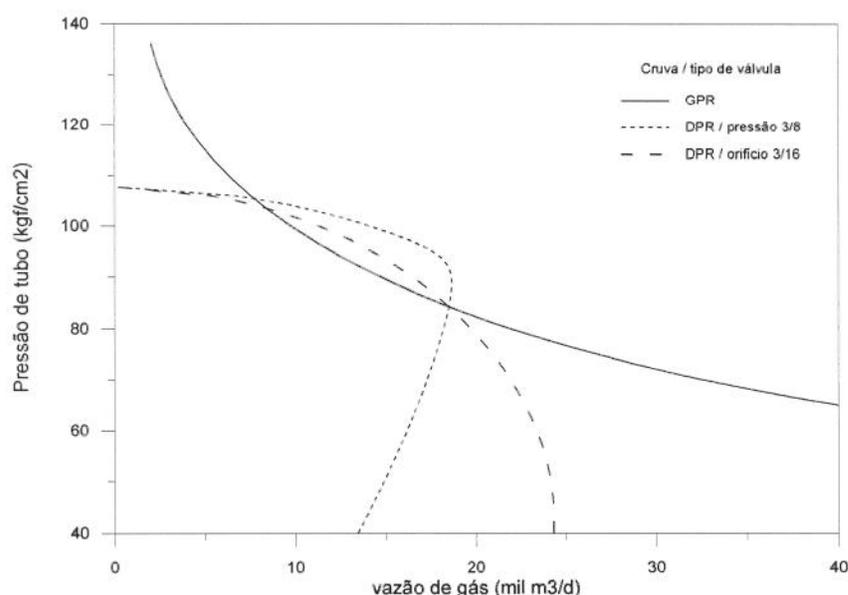
**Figura 5. 30: Vazão de líquido na cabeça em função do tempo - poço B; condição inicial: vazão de líquido: 120,6 m<sup>3</sup>/d; vazão de gás injetado: 12800 m<sup>3</sup>/d; perturbação: - 50 % na vazão de gás injetado para 0 < t < 10 s.**

## Regime de operação da válvula

Como mencionado no Capítulo I, uma válvula de fole carregado pode operar em diferentes regimes: de orifício ou de estrangulamento.

Segundo ALHANATI *et al.* (1993), a região de estrangulamento, onde ocorre redução da vazão de gás com redução da pressão de tubo, seria particularmente interessante porque promoveria um forte efeito estabilizador. O critério proposto pelo autor traduz esta idéia, pois com  $K_v^t$  positivo  $G_1$  e  $G_2$  são também positivos.

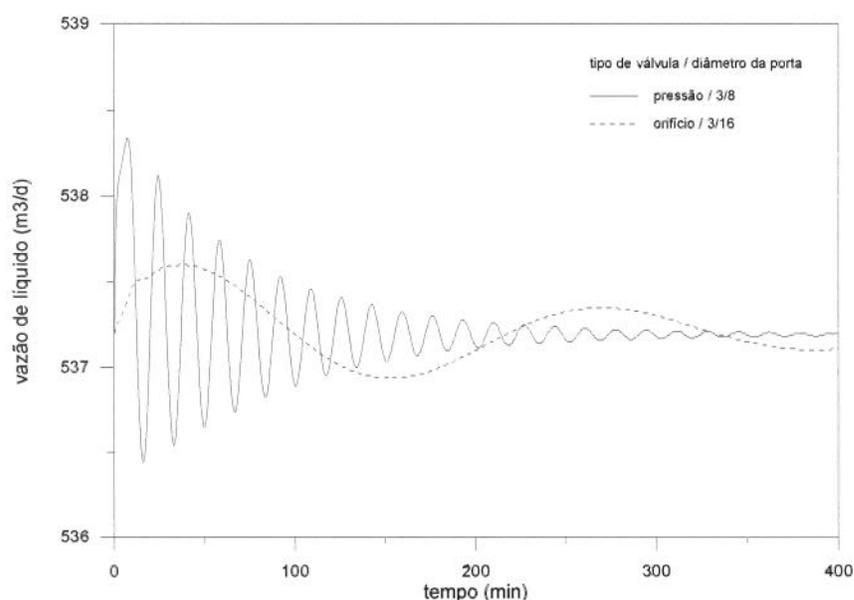
A Figura 5.31 apresenta curvas de pressão de tubo na altura da válvula contra vazão de gás para o poço C. À curva GPR, que depende exclusivamente da resposta do reservatório e da coluna, contrapõe-se duas curvas DPR distintas: a primeira para válvula de orifício, correspondendo à configuração constante na Tabela 5.1, e a segunda para válvula de fole carregado. Ambas as curvas interceptam a GPR no ponto de vazão de gás injetado de  $18510 \text{ m}^3/\text{d}$  sendo que, para a válvula de orifício este ponto está na região de fluxo subcrítico e, para a válvula de pressão, na região de estrangulamento.



**Figura 5.31:** Curvas GPR e DPR - poço C; válvulas: de orifício 3/16 pol, de pressão 3/8 pol com pressão de fole de  $91,5 \text{ kgf/cm}^2$ ; pressão de injeção:  $89,5 \text{ kgf/cm}^2$ .

O comportamento deste poço foi simulado, com condição inicial correspondente a este ponto de equilíbrio, após uma perturbação correspondente a um aumento de 10 % no diâmetro do *choke* de injeção durante 15 segundos. O resultado pode ser observado na Figura 5.32. Os dois modos de operação se mostram estáveis. O caso com válvula de fole carregado apresenta uma amplitude inicial da variação de vazão na cabeça do poço maior que o caso com válvula de orifício, mas um amortecimento visivelmente mais acentuado.

Nos diversos casos estudados envolvendo válvulas de pressão, os poços normalmente apresentaram comportamento estável quando em operação na região de estrangulamento. As oscilações resultantes têm uma alta frequência e forte amortecimento, semelhantes aos observados na Figura 5.32.



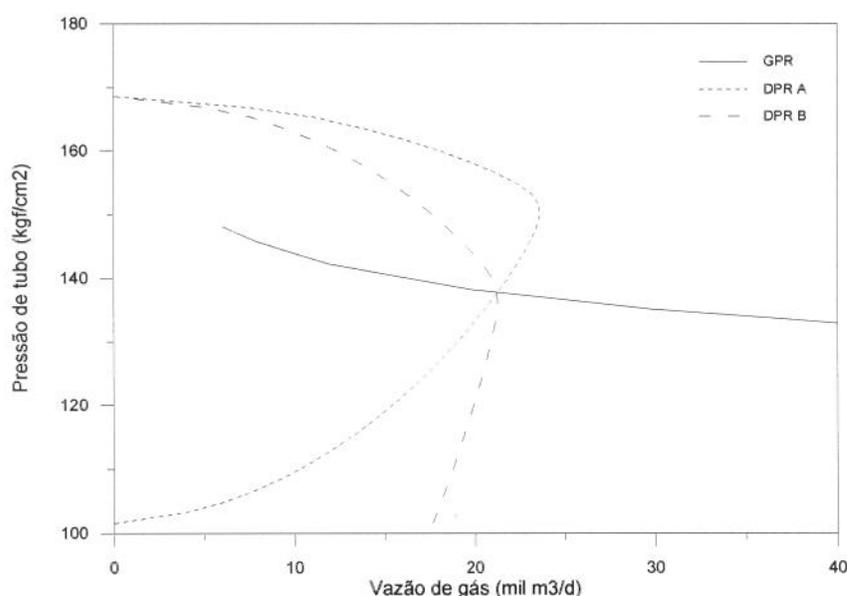
**Figura 5. 32: Vazão de líquido na cabeça do poço contra tempo - Poço C; válvulas de orifício e pressão; perturbação: +10 % no diâmetro do *choke* de injeção para  $0 < t < 15$  s.**

Observaram-se casos, no entanto, em que a operação na região de estrangulamento resultou em comportamento instável. A Figura 5.33 apresenta para o poço A a curva GPR com a pressão estática e índice de produtividade alterados para  $149,9 \text{ kgf/cm}^2$  e  $40,0 \text{ (m}^3/\text{d)} / (\text{kgf/cm}^2)$ , respectivamente, e duas curvas DPR. Cada uma corresponde a um diferente valor para o diâmetro do *choke* de injeção e para a pressão de

fole da válvula. As GPR **A** e **B** interceptam a DPR num ponto de  $K_v^t$  positivo e negativo, respectivamente.

A Figura 5.34 mostra o comportamento do poço, resultado de uma perturbação correspondente a um aumento do diâmetro do *choke* de injeção em 5 % durante 15 segundos, quando a DPR **A** (pressão de fole 151,0 kgf/cm<sup>2</sup> e diâmetro do *choke* 0,2 pol) foi utilizada. Após aproximadamente 350 minutos o poço assume um comportamento oscilatório uniforme. Na Figura 5.34-a percebe-se que, no período de oscilações uniformes, a vazão de gás através do *choke*, e conseqüentemente também através da válvula, adquire um valor médio ligeiramente acima daquele do estado estacionário. De fato, em termos médios as vazões de gás injetado e líquido produzido neste período são, respectivamente, 4 % maior e 9 % menor que os valores do regime permanente. A Figura 5.35 apresenta a trajetória do sistema no plano (pressão de revestimento, vazão de líquido) que converge para um ciclo limite.

A Figura 5.36 mostra o comportamento do poço quando a DPR **B** (pressão de fole 137,0 kgf/cm<sup>2</sup> e diâmetro do *choke* 0,165 pol) é utilizada. Desta vez o sistema é estável, retornando ao o ponto de equilíbrio inicial com um amortecimento bastante suave.



**Figura 5. 33** Curvas GPR e DPR - poço A; válvula: de pressão 1/2 pol; GPR A/B: diâmetro do *choke* de injeção 0,2/0,165 polegadas, pressão de fole 151,0/137,0 kgf/cm<sup>2</sup>, pressão de injeção 124,0 kgf/cm<sup>2</sup>; pressão estática: 149,9 kgf/cm<sup>2</sup>; índice de produtividade: 40,0 (m<sup>3</sup>/d)/(kgf/cm<sup>2</sup>).

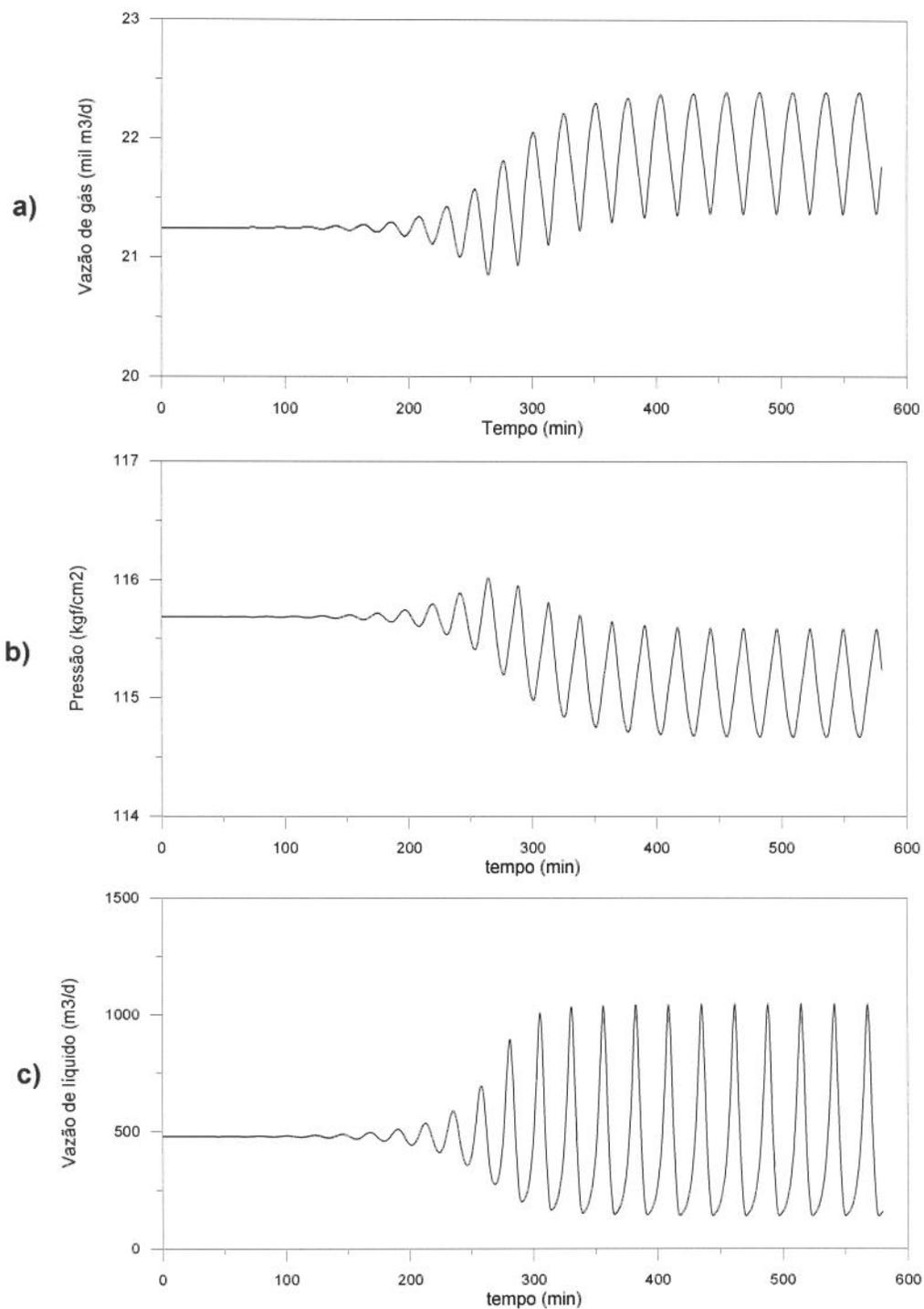
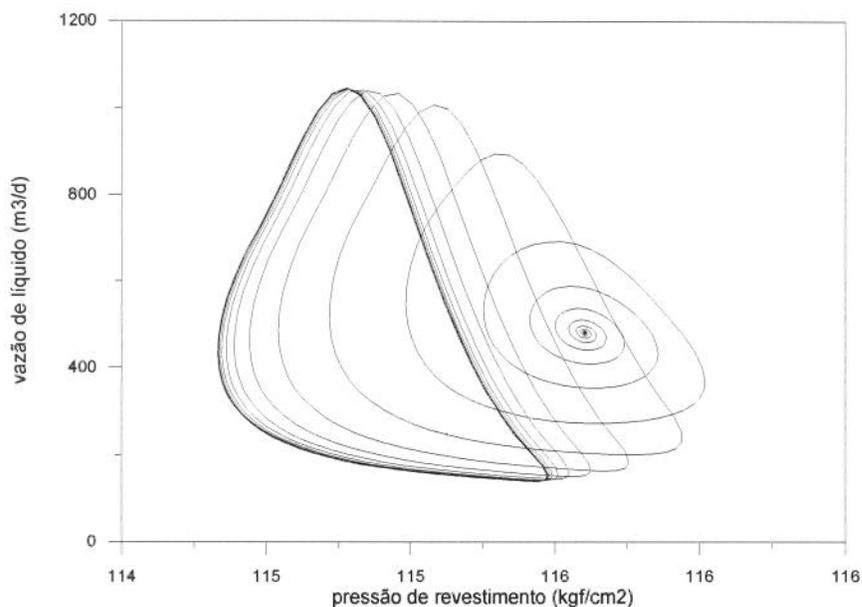
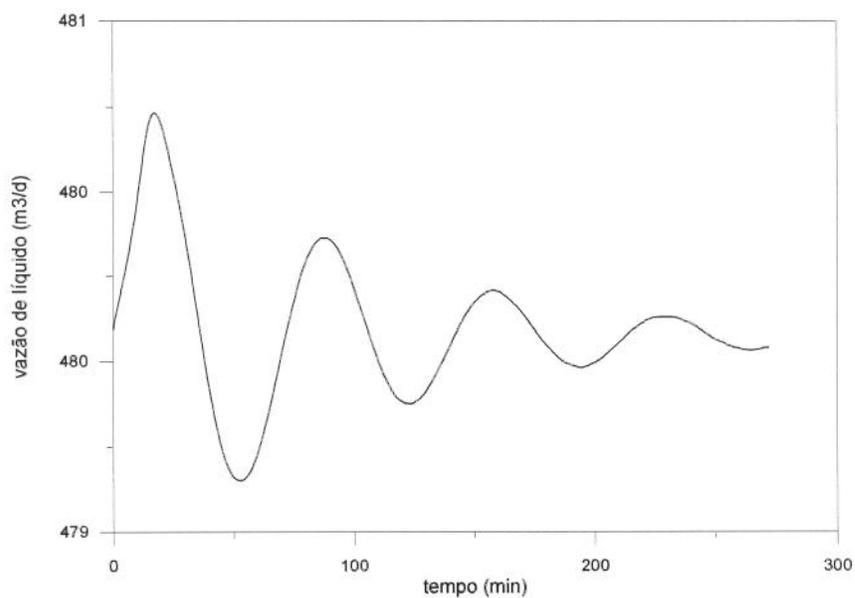


Figura 5. 34: Vazão de gás no *choke*, pressão de revestimento e vazão de líquido na cabeça em função do tempo - Poço A; perturbação: +5 % no diâmetro do *choke* de injeção para  $0 < t < 15$  s; válvula: 1/2 pol, pressão de fole 151,0 kgf/cm<sup>2</sup>; diâmetro do *choke* de injeção: 0,2 pol.



**Figura 5. 35:** Vazão de líquido na cabeça contra pressão de revestimento - Poço A, perturbação: +5 % no diâmetro do *choke* de injeção para  $0 < t < 15$  s; válvula: 1/2 pol, pressão de fole  $151,0 \text{ kgf/cm}^2$ ; diâmetro do *choke* de injeção: 0,2 pol.



**Figura 5. 36:** Vazão de líquido na cabeça em função do tempo - Poço A, perturbação: +5 % no diâmetro do *choke* de injeção para  $0 < t < 15$  s; válvula: 1/2 pol, pressão de fole  $137 \text{ kgf/cm}^2$ ; diâmetro do *choke* de injeção: 0.165 pol.

## **Choke de produção**

A utilização de *choke* de produção é mencionado na literatura (GRUPPING *et al.*, 1984) como tendo um efeito estabilizador, embora possa conduzir a uma redução da vazão de produção do poço.

O real efeito do *choke* foi avaliado com utilização do poço C em duas configurações distintas: a primeira corresponde à configuração ordinária do poço, como descrito na Tabela 5.1, com pressão de separação  $10 \text{ kgf/cm}^2$  e *choke* de produção com abertura plena (equivalente à inexistência de *choke*); a segunda contempla o uso de um *choke* de produção de 1,5 polegadas e uma redução da pressão de separação para  $7,52 \text{ kgf/cm}^2$ . Ambas as configurações admitem a solução de regime permanente de vazão de líquido  $537,2 \text{ m}^3/\text{d}$  e vazão de gás injetado de  $18510 \text{ m}^3/\text{d}$  e, naturalmente, com pressão na cabeça idêntica. Este equilíbrio foi perturbado através de um aumento de 50 % no diâmetro do *choke* de injeção durante 30 segundos e o resultado transiente é apresentado na Figura 5.37. O efeito estabilizador do *choke* de injeção, para este caso, é notório.

Basicamente, este *choke* têm um efeito dinâmico que se opõe às variações do poço, i.e., as variações de pressão e vazão de líquido na cabeça do poço estão aproximadamente em fase (conseqüência imediata do modelo proposto para o *choke*). Logo, um aumento na vazão de líquido na cabeça teria como efeito o imediato aumento da pressão naquele ponto, que se refletiria no fundo do poço como uma redução das vazões de líquido e gás injetado.

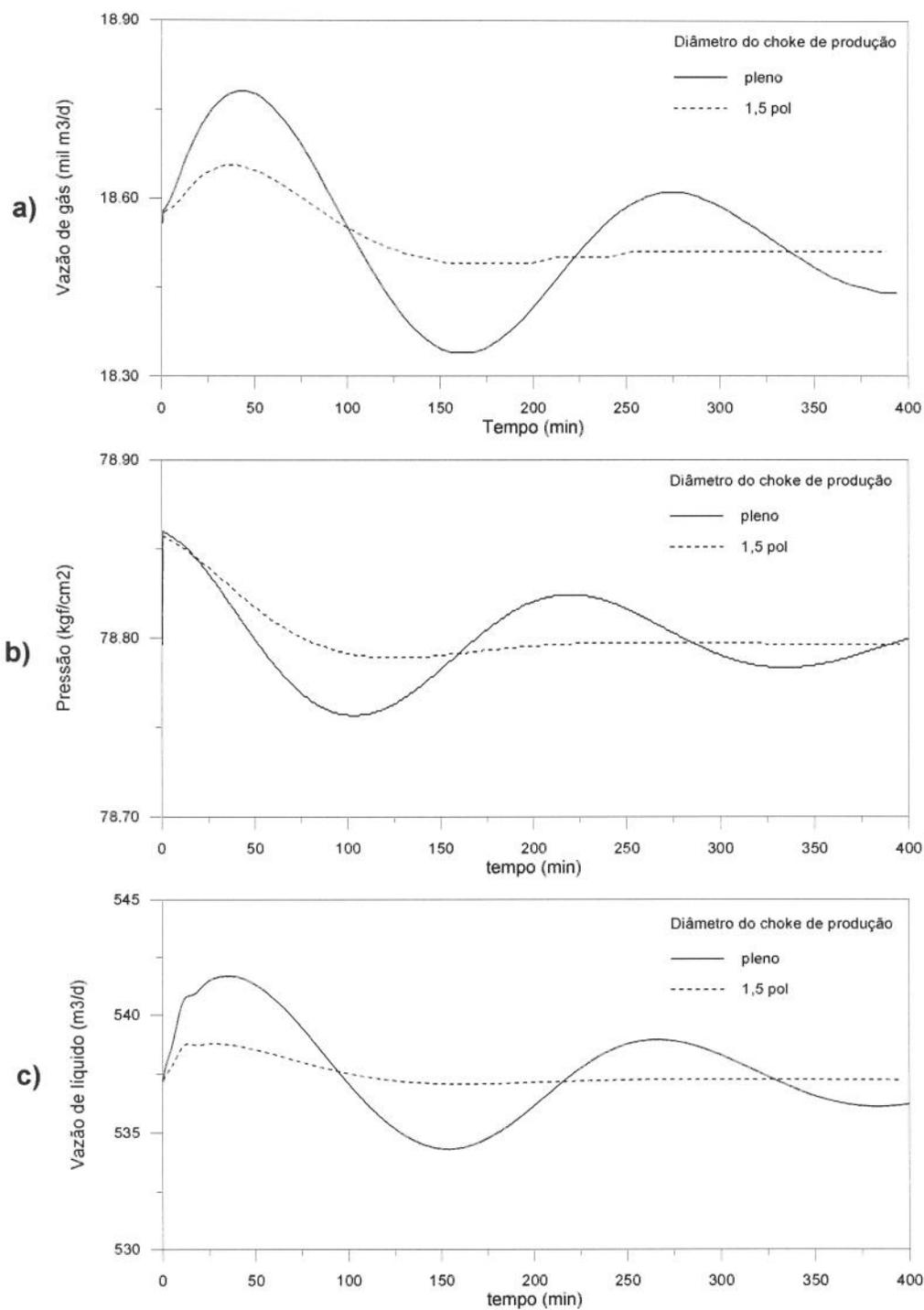


Figura 5. 37: Vazão de gás na válvula, pressão de revestimento e vazão de líquido na cabeça - poço C; condição inicial: vazão de líquido 537,2 m<sup>3</sup>/d, vazão de gás 18510 m<sup>3</sup>/d; perturbação: +50% no diâmetro do *choke* de injeção para  $0 < t < 30$  s; parâmetro: diâmetro do *choke* de produção.

### Modelo de reservatório.

Experimentou-se o efeito que um modelo de reservatório pode ter sobre a análise da estabilidade de um poço operando com GLC.

A Figura 5.38 mostra o comportamento simulado do poço C, iniciando num ponto de equilíbrio e com uma perturbação idênticos aos apresentados na Figura 5.37 para *choke* de produção pleno. Entretanto, utilizou-se os modelos de reservatório radial (transiente) e IPR linear (estacionário), com um índice de produtividade de 8,18 (m<sup>3</sup>/d)/(kgf/cm<sup>2</sup>), de modo que a solução de regime permanente é idêntica nos dois casos. O caso com modelo de reservatório transiente apresentou-se estável, enquanto que o com modelo de IPR mostrou-se altamente instável, caminhando para a situação estática (*poço morto*) rapidamente.

Uma possível razão para justificar a previsão de maior estabilidade do poço com reservatório transiente estaria contida num raciocínio semelhante ao desenvolvido por ASHEIM (1988) na dedução do seu primeiro critério: na ocorrência de um aumento da vazão de gás injetado com a conseqüente redução da pressão de fundo, o reservatório transiente responderia com um valor de vazão inicial maior que o caso com IPR. Esta vazão, em sendo suficientemente alta, causaria um aumento da densidade média do fluido na coluna e um resultante aumento da pressão. Este aumento de pressão tenderia a reduzir a vazão de gás que passa pela válvula, conduzindo o poço novamente ao estado original.

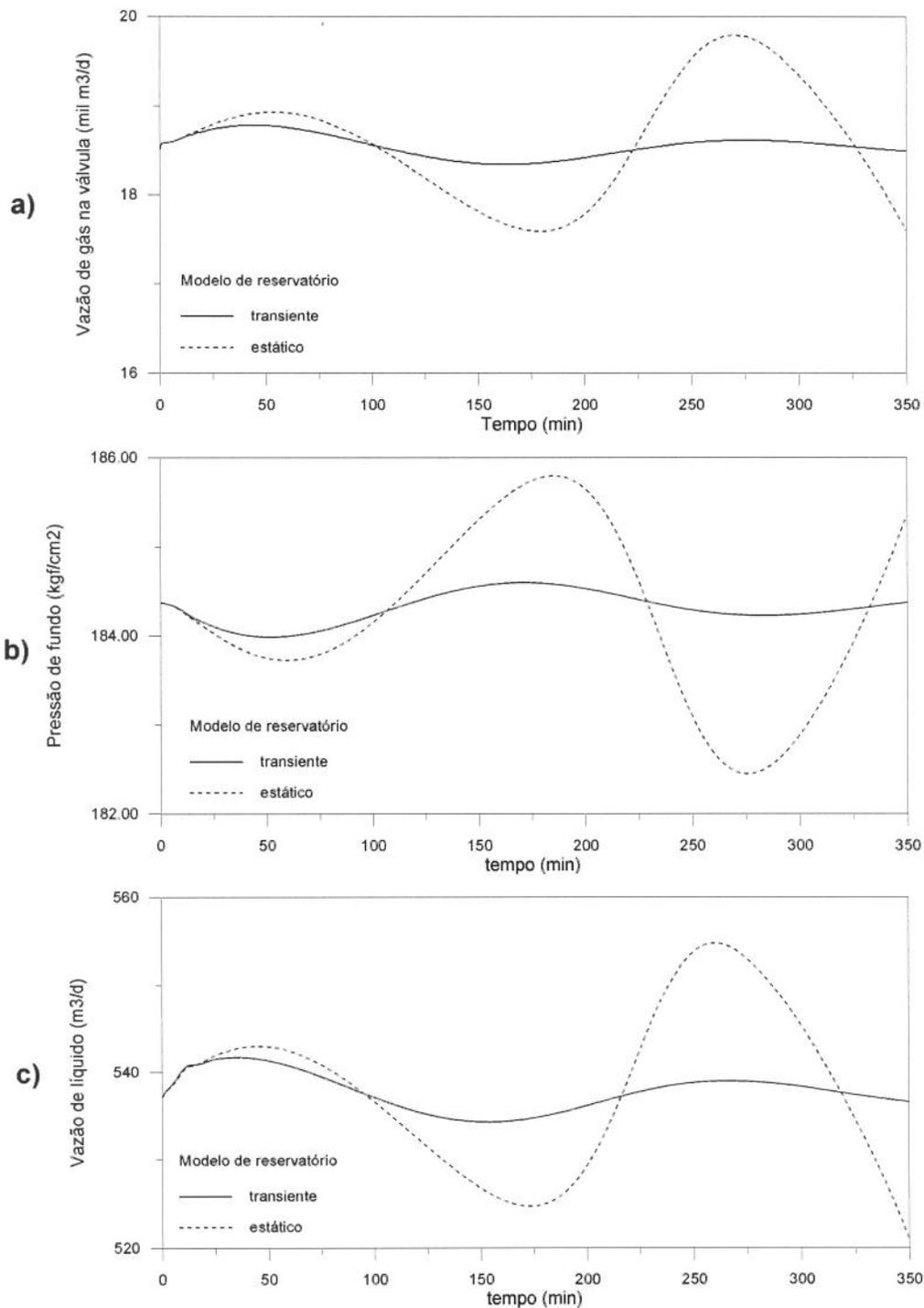


Figura 5. 38: Vazão de gás na válvula, pressão de revestimento e vazão de líquido na cabeça - poço C; condição inicial: vazão de líquido 537,2 m<sup>3</sup>/d, vazão de gás 18510 m<sup>3</sup>/d; perturbação: +50% no diâmetro do *choke* de injeção para  $0 < t < 30$  s; parâmetro: modelo de reservatório.

## VI- CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

### **Conclusões**

O simulador desenvolvido a partir da formulação apresentada nos Capítulos III e IV foi utilizado para análise de diferentes configurações de poços produtores por *gas-lift* contínuo. A análise se concentrou na influência que as características do poço teriam sobre a estabilidade.

### **Solução numérica**

- O simulador elaborado apresentou-se capaz de tratar as diversas situações sob teste, mostrando alguma concordância com casos da literatura e reproduzindo, ao menos em termos qualitativos, fenômenos conhecidos da prática operacional.
- No aspecto da solução numérica, apresentou convergência para altos valores de  $\Delta t$ , mesmo fora da faixa estabelecida pela condição de Von Newman.

### **Análise de casos**

A influência de diversos parâmetros ou características de poços foi analisada, resultando que todos, em maior ou menor grau, tem efeito sobre a estabilidade. Os parâmetros e seus efeitos foram:

- Natureza do ponto de operação: segundo o conceito de excursão de fluxo, para poços com *gas-lift*, todos os casos estudados apresentaram concordância com as previsões baseadas no conceito de excursão de fluxo quando se tratou da solução de menor vazão de gás injetado, ou seja, estas soluções se mostraram sempre instáveis. Porém, as soluções de maior vazão de gás não necessariamente resultaram estáveis, em discordância com aquela análise. Para poços surgentes, a solução de maior vazão de

líquido mostrou-se sempre estável, mas as soluções de menor vazão nem sempre se apresentaram instáveis.

- Vazão de gás injetado: a vazão de gás injetado mostrou ser um fator de grande importância na estabilidade de um poço com GLC. Em todos os casos, as maiores vazões de gás estiveram associadas a um comportamento estável.
- diâmetro da porta da válvula: o diâmetro da porta da válvula de *gas-lift* também afeta fortemente a estabilidade. As válvulas com menor diâmetro reduzem a tendência à ocorrência de comportamento instável. Estabeleceu-se, para casos particulares, uma relação entre o diâmetro da porta da válvula e a vazão de gás injetado na forma de um mapa de estabilidade.
- região de operação da válvula: em alguns casos analisados, a operação da válvula na região de estrangulamento resultou em comportamentos instáveis, contrariando a previsão de critérios existentes.
- diâmetro do *choke* de injeção: os maiores diâmetros do *choke* de injeção são favoráveis à estabilidade. Em particular, a combinação de grandes diâmetros do *choke* de injeção e pequenos diâmetros da porta da válvula resulta nas melhores condições para operação.
- diâmetro do *choke* de produção: A utilização de *choke* de produção resultou ser favorável à estabilidade.
- volume do espaço anular: em todos os casos estudados os menores diâmetros de revestimento, e conseqüentemente os menores volumes do anular, tiveram efeito positivo sobre a estabilidade.
- modelo de reservatório: a análise com modelo transiente de reservatório resultou em comportamento mais estável do poço que a análise com modelo estático (IPR).
- modo de controle do gás injetado: A situação de operação do poço com vazão de gás injetado constante (controle de vazão) mostrou, em alguns casos, ser menos estável que a situação com utilização de *choke* convencional e pressão de injeção constante.
- pressão na cabeça: O aumento da pressão na cabeça do poço resultou ser desfavorável à estabilidade. Entretanto, a pressão na cabeça é função direta da pressão de separação e do *choke* de produção instalado. Assim, para um mesmo valor de pressão na cabeça

a situação mais estável corresponde a uma baixa pressão de separação e pequeno diâmetro do *choke*.

- índice de produtividade: maiores valores de IP favorecem a estabilidade. Entretanto, esta grandeza têm importância pequena se comparada à vazão de gás injetado;

### **Crítérios de estabilidade**

- Relativamente ao efeito da vazão de gás injetado observou-se concordância qualitativa entre os resultados do simulador e os critérios analíticos publicados por ASHEIM (1988) e ALHANATI *et al.* (1992). Entretanto, os critérios e o simulador discordam, mesmo qualitativamente, quanto ao efeito da pressão na cabeça.
- Os critérios analíticos não se mostraram sempre conservativos como seria esperado.
- Em comparação com os resultados da simulação, as previsões dos critérios de Alhanati mostraram-se iguais ou mais precisas que as dos critérios de Asheim.
- Os critérios analíticos estudados, por utilizarem-se do modelo estático para o reservatório, tendem, nesse aspecto, a serem conservativos.
- Os critérios analíticos mostraram-se bastante inadequados, em termos quantitativos, para a determinação da possibilidade de ocorrência de instabilidade em um poço produtor por GLC.

### **Recomendações**

- Buscar a formulação de novos critérios analíticos e verificar sua consistência com dados de campo e/ou simulação. Justifica esta recomendação o fato destes critérios permitirem a rápida avaliação de situações potencialmente instáveis, sendo facilmente incluídos em programas de análise e dimensionamento de *gas-lift*.
- Considerando que a simulação numérica é o método mais seguro para a análise de transientes, e o mais fácil para a avaliação de critérios analíticos, recomenda-se a elaboração de um novo simulador que incorpore as seguintes características em ordem decrescente de importância:

- Mapa de padrões de fluxo e relações para o escorregamento entre fases adequadas a cada padrão.
- Consideração de fluxo em linhas de surgência.
- Outras relações para cálculo do fator de atrito bifásico.
- Mais de uma válvula de *gas-lift*.
- Cálculo térmico.
- Adoção de outro modelo mais elaborado para o fluxo bifásico, ou modelagem dos termos de covariância negligenciados quando da formulação unidimensional do modelo de deslizamento.
- Modelagem do espaço anular considerando equações diferenciais de balanço de massa e quantidade de movimento, de modo semelhante à coluna.
- Proceder uma análise rigorosa da estabilidade numérica da formulação empregada para o fluxo bifásico. O objetivo desta análise é permitir antever a possibilidade de não convergência do processo iterativo de obtenção da solução e, no caso de convergência, garantir que a solução obtida será a correta.
- Validar previsões de simulação através de dados de campo.

## NOMENCLATURA

### Letras romanas

$A_c$	área da secção transversal do espaço anular, $m^2$ .
$A_b$	área do fole da válvula de <i>gas-lift</i> , $m^2$ .
$A_{ch}$	área da secção transversal do orifício do <i>choke</i> , $m^2$ .
$A_p$	área da porta da válvula de <i>gas-lift</i> , $m^2$ .
$A_{pe}$	área aberta ao fluxo na válvula de <i>gas-lift</i> , $m^2$ .
$A_t$	área da secção transversal da coluna de produção, $m^2$ .
$A_w$	área da face interna do reservatório, $m^2$ .
$B_F$	fator volume dos fluidos produzidos.
$B_G$	fator volume de formação do gás.
$B_L$	fator volume de formação do líquido.
$B_o$	fator volume de formação do óleo.
$B_w$	fator volume de formação da água.
$C_{di}$	coeficiente de descarga do <i>choke</i> de injeção.
$C_{dp}$	coeficiente de descarga do <i>choke</i> de produção.
$C_{dv}$	coeficiente de descarga da válvula.
$C_o$	compressibilidade do óleo, $Pa^{-1} (cm^2 kgf^{-1})$ .
$C_r$	compressibilidade da formação produtora, $Pa^{-1}$ .
$E$	fator de eficiência de orifício da válvula.
$D_t$	diâmetro interno da coluna de produção, m.
$F$	critério de estabilidade de Asheim.
$F_w$	fração de água.
$G$	critério de estabilidade de Alhanati.
$G_{ch}$	fluxo mássico no <i>choke</i> de produção, $kg m^{-2} s^{-1}$ .
$G_t$	fluxo mássico na coluna de produção, $kg m^{-2} s^{-1}$ .
$G_{Tc}$	gradiente de temperatura no espaço anular, $^{\circ}C m^{-1}$ .
$J$	índice de produtividade do reservatório, $m^3 s^{-1} Pa^{-1} (m^3 d^{-1} kgf^{-1} cm^2)$ .
$L$	comprimento total do poço, m.
$L_{vv}$	profundidade vertical da válvula de <i>gas-lift</i> , m.
$M$	peso molecular do gás, $kg mol^{-1}$ .
$Max$	função máximo entre dois valores.
$N$	passo de tempo.
$P$	pressão termodinâmica, $Pa (kgf cm^{-2})$ .
$P_1$	pressão a montante do <i>choke</i> de produção, $Pa (kgf cm^{-2})$ .
$P_2$	pressão a jusante do <i>choke</i> de produção, $Pa (kgf cm^{-2})$ .
$P_c$	pressão no espaço anular na profundidade da válvula, $Pa (kgf cm^{-2})$ .
$P_e$	pressão estática do reservatório, $Pa (kgf cm^{-2})$ .
$P_{bt}$	pressão do nitrogênio no fole da válvula, $Pa (kgf cm^{-2})$ .
$P_{inj}$	pressão de gás a montante do <i>choke</i> de injeção, $Pa (kgf cm^{-2})$ .
$P_L$	pressão na extremidade superior da coluna de produção, $Pa (kgf cm^{-2})$ .
$P_{rev}$	pressão de gás a jusante do <i>choke</i> de injeção, $Pa (kgf cm^{-2})$ .

$P_{ref}$	pressão de referência para cálculo da porosidade, Pa ( $\text{kgf cm}^{-2}$ ).
$P_{sep}$	pressão de separação, Pa ( $\text{kgf cm}^{-2}$ ).
$P_t$	pressão na coluna de produção na profundidade da válvula, Pa ( $\text{kgf cm}^{-2}$ ).
$P_w$	pressão no fundo do poço em fluxo, Pa ( $\text{kgf cm}^{-2}$ ).
$Q_{ch}$	vazão de gás no <i>choke</i> (padrão), $\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$ ( $\text{m}^3 \text{ d}^{-1}$ ).
$Q_G, Q_g$	vazão de gás injetado (padrão), $\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$ ( $\text{m}^3 \text{ d}^{-1}$ ).
$Q_L, Q_l$	vazão de líquido produzido (padrão), $\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$ ( $\text{m}^3 \text{ d}^{-1}$ ).
$Q_v$	vazão de gás na válvula de <i>gas-lift</i> (padrão), $\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$ ( $\text{m}^3 \text{ d}^{-1}$ ).
$R$	constante universal dos gases, $\text{J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .
$Re$	número de Reynolds
$RG_O$	razão gás-óleo de produção, $\text{m}^3/\text{m}^3$ .
$R_s$	razão de solubilidade do gás no líquido, $\text{m}^3/\text{m}^3$ .
$R_{so}$	razão de solubilidade do gás no óleo, $\text{m}^3/\text{m}^3$ .
$R_{sw}$	razão de solubilidade do gás na água, $\text{m}^3/\text{m}^3$ .
$T$	temperatura, K ( $^{\circ}\text{C}$ ).
$T_c$	temperatura no espaço anular na profundidade da válvula, K ( $^{\circ}\text{C}$ ).
$\bar{T}_c$	temperatura média do gás no espaço anular, K ( $^{\circ}\text{C}$ ).
$T_{inj}$	temperatura a montante do <i>choke</i> de injeção, K ( $^{\circ}\text{C}$ ).
$T_t$	temperatura na coluna na profundidade da válvula, K ( $^{\circ}\text{C}$ ).
$V_c$	volume do espaço anular, $\text{m}^3$ .
$\mathcal{V}_G$	volume específico da fase gasosa, $\text{m}^3/\text{kg}$ .
$\mathcal{V}_L$	volume específico da fase líquida, $\text{m}^3/\text{kg}$ .
$V_t$	volume da coluna de produção, $\text{m}^3$ .
$Z$	fator de compressibilidade do gás.
$Z_c$	fator de compressibilidade do gás no espaço anular na profundidade da válvula.
$\bar{Z}_c$	fator de compressibilidade médio do gás no espaço anular.
$Z_t$	fator de compressibilidade do gás na coluna na profundidade da válvula.
$c_L$	calor específico do líquido, $\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .
$c_p$	calor específico do gás a pressão constante, $\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .
$c_v$	calor específico do gás a volume constante, $\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .
$f$	fator de atrito bifásico
$g$	aceleração gravitacional, $\text{m s}^{-2}$ .
$g_x$	aceleração gravitacional na direção x, $\text{m s}^{-2}$ .
$g_z$	aceleração gravitacional na direção z, $\text{m s}^{-2}$ .
$h$	espessura do reservatório, m.
$k$	permeabilidade do reservatório, Darcy (mildarcy).
	constante adiabática do gás
	número de células do reservatório
$m$	número de células do espaço anular.
$m_G$	massa de gás contida no espaço anular, kg.
$\dot{m}$	vazão mássica, $\text{kg s}^{-1}$ .
$\dot{m}_{ch}$	vazão mássica de gás no <i>choke</i> de injeção, $\text{kg s}^{-1}$ .
$\dot{m}_G$	vazão mássica de gás no espaço anular, $\text{kg s}^{-1}$ .
$\dot{m}_v$	vazão de gás na válvula, $\text{kg s}^{-1}$ .
$n$	número de células da coluna de produção
	expoente para cálculo de fator de atrito

$p$	perímetro interno da coluna de produção, m.
$q_G$	vazão de gás injetado em condições locais, $m^3 s^{-1}$ ( $m^3 d^{-1}$ ).
$q_F$	vazão de fluidos produzidos em condições locais, $m^3 s^{-1}$ ( $m^3 d^{-1}$ ).
$q_L$	vazão de líquido em condições locais, $m^3 s^{-1}$ ( $m^3 d^{-1}$ ).
$r$	variável espacial para o reservatório, m. razão entre pressões de montante e jusante no <i>choke</i> de gás e na válvula
$r_b$	raio da esfera da válvula de <i>gas-lift</i> , m (pol).
$r_e$	raio externo do reservatório, m.
$r_p$	raio da porta da válvula de <i>gas-lift</i> , m.
$r_w$	raio do poço, m.
$s$	fator de película.
$t$	tempo, s (min).
$u$	velocidade do fluido no meio poroso, $m s^{-1}$ .
$u_w$	velocidade do fluido no meio poroso na posição do poço, $m s^{-1}$ .
$v$	velocidade do centro de massa da mistura, $m s^{-1}$ .
$v_G$	velocidade da fase gasosa, $m s^{-1}$ .
$v_L$	velocidade da fase líquida, $m s^{-1}$ .
$v_r$	velocidade relativa entre fases, $m s^{-1}$ .
$x$	variável espacial para a o espaço anular, m.
$y$	razão entre pressões de montante e jusante no <i>choke</i> de produção.
$z$	variável espacial para a coluna de produção, m.
$z_v$	localização da válvula, m.

### Letras gregas

$\alpha$	fração de vazio da mistura gás-líquido.
$\beta$	fator de relaxação.
$\Gamma_G$	taxa de vaporização, $kg s^{-1} m^{-3}$ .
$\Gamma_{lift}$	taxa de entrada de gás na coluna de produção, $kg s^{-1} m^{-3}$ .
$\gamma_G$	densidade do gás em condições padrão ( $ar = 1$ )
$\Delta t$	incremento de tempo, s.
$\Delta z$	comprimento de célula, m.
$\eta$	coeficiente politrópico da mistura gás-líquido
$\theta$	ângulo de inclinação do poço em relação à horizontal, graus.
$\mu_G$	viscosidade da fase gasosa, $kg m^{-1} s^{-1}$ .
$\mu_L$	viscosidade da fase líquida, $kg m^{-1} s^{-1}$ .
$\mu_m$	viscosidade da mistura gás-líquido na coluna, $kg m^{-1} s^{-1}$ .
$\mu_o$	viscosidade do óleo, $kg m^{-1} s^{-1}$ .
$\mu_r$	viscosidade dos fluidos no reservatório, $kg m^{-1} s^{-1}$ .
$\mu_w$	viscosidade da água, $kg m^{-1} s^{-1}$ .
$\rho$	massa específica da mistura ponderada pela fração de vazio, $kg m^{-3}$ .
$\rho_{ar}$	massa específica do ar, $kg m^{-3}$ .
$\rho_F$	massa específica dos fluidos produzidos, $kg m^{-3}$ .
$\rho_G$	massa específica do gás, $kg m^{-3}$ .
$\rho_{GL}$	diferença entre as massas específicas da fase gasosa e líquida, $kg m^{-3}$ .
$\rho_L$	massa específica da fase líquida, $kg m^{-3}$ .

$\rho_m$	massa específica da mistura ponderada pelo título, $\text{kg m}^{-3}$ .
$\rho_r$	massa específica dos fluidos no reservatório, $\text{kg m}^{-3}$ .
$\sigma$	tensão interfacial gás-líquido, $\text{N m}^{-1}$ .
$\phi$	porosidade
$\phi_{\text{ref}}$	porosidade na pressão de referência
$\tau$	termo representativo do cisalhamento do fluido na parede da tubulação.
$\tau_w$	tensão de cisalhamento, $\text{N m}^{-2}$ .
$\chi$	título da mistura líquido-gás.

### **Subscritos**

0	instante inicial. zero da coordenada espacial.
c	espaço anular.
ch	choke.
e	fronteira externa do reservatório.
F	fluidos produzidos.
G	gás.
L	líquido. extremidade superior da coluna.
t	coluna de produção.
v	válvula de <i>gas-lift</i> .
w	fronteira interna do reservatório.

### **Superscrito**

sc	condições padrão de pressão e temperatura
----	---

## VII - BIBLIOGRAFIA

### **Referências bibliográficas**

- ALHANATI, F.J.S.; SCHMIDT, Z.; DOTY, D.R.; LAGERLEF, D.D. - *Continuous gas-lift instability: diagnosis, criteria, and solutions*. Proceedings. In: Annual Technical Conference and Exhibition, 68, Houston, 1993. Richardson/E.U.A., Society of Petroleum Engineers, 1993. p.401-16. (SPE 26554)
- ASHEIM, H. - *Criteria for gas-lift stability*. Journal of Petroleum Technology, November:1452-56, 1988.
- BERGLES, A.E. - *Instabilities in two-phase systems*. In: BERGLES, A.E.; COLLIER, J.G.; DELHAYE, J.M.; HEWITT, G.F., MAYINGER, F. - *Two-phase flow and heat transfer in the power and process industries*. N.York, McGraw-Hill Book, 1981. p.383-
- BLICK, E.F.; ENGA, P.N.; LIN, P.C. - *Theoretical stability analysis of flowing oil wells and gas-lift wells*. SPE Production Engineering, November:508-14, 1988.
- BRILL, J.P. & BEGGS, H.D. - *Two-phase flow in pipes*. 3 ed., 1978.
- CARALP, L.; DEFAYE, G.; HOURI, O. - *Un simulateur de production de puits exploité en "gas-lift"*. Revue de L'Institut Français du Pétrole, 44(suppl.6):749-61, 1989.
- CARALP, L.; DEFAYE, G.; VIDAL, C. - *Un simulateur de production de puits exploité en "gas-lift"*. Revue de L'Institut Français du Pétrole, 47(suppl.4):525-36, 1992.
- DUTA-ROY, K. - *An investigation of transient phenomena in two-phase flow*. Tulsa/E.U.A., 1977. [M.S. Dissertation - University.of Tulsa]
- EVERITT, T.A. - *Gas-lift optimizatoin in a large, mature GOM field*. Proceedings. In: Annual Technical Conference and Exhibition, 69, N.Orleans, 1994. Richardson/E.U.A., Society of Petroleum Engineers, 1994. p.25-33. (SPE 28466)
- FITREMANN, J.-M. & VEDRINES, P. - *Non steady gas-liquid flow in pipes and gas-lifted wells*. In: International Conference on Multiphase Flow, 2, London, 1985. London, BHRA, The Fluid Engineering Centre, 1985. p.245-62.

- GANG, X.Z. & GOLAN, M. - *Criteria for operation stability of gas lift wells*. SPE 19362, 1989.
- GILBERT, W.E. - *Flowing and gas-lift well performance*. API Drilling, Production and Practice, 1954. p.126.
- GOKDEMIR, O.M. - *Transient drift flux model for wellbores*. Tulsa/E.U.A., 1992. [M.S. Dissertation - University of Tulsa]
- GRUPPING, A.W.; LUCA, C.W.F.; VERMEULEN, F.D. - *Heading action analyzer for stabilization*. Oil and Gas Journal, July 23:47-51, 1984a.
- GRUPPING, A.W.; LUCA, C.W.F.; VERMEULEN, F.D. - *These methods can eliminate or control annulus heading*. Oil and Gas Journal, July 30:186-92, 1984b.
- ISHII, M. - *One-dimensional drift-flux model and constitutive equations for relative motion between phases in various two-phase regimes*. Argonne National Laboratory Report ANL-77-47, Argonne, Illinois, 1977. 60p.
- LILES, D.R. & REED, Wm.H. - *A semi-implicit method for two-phase fluid dynamics*. Journal of Computational Physics 26:390-407, 1978.
- NIEBERDING, M.A.; SCHMIDT, Z.; BLAIS, R.N.; DOTY, D.R. - *Normalization of nitrogen-loaded gas-lift valve performance data*. Proceedings. In: Annual Technical Conference and Exhibition, 65, N.Orleans, 1990. Richardson/E.U.A., Society of Petroleum Engineers, 1990. p.565-78. (SPE 20673).
- PATANKAR, S.V. - *Numerical heat transfer and fluid flow*. N.York, Hemisphere Publishing Corporation, 1980. 197p.
- STEWART, H.B. & WENDROFF, B. - *Two-phase flow: models and methods*. Journal of Computational Physics, 56:363-409, 1984.
- SACHDEVA, R.; SCHMIDT, Z.; BRIL, J.P.; BLAIS, R.M. - *Two-phase flow through chokes*. Proceedings In: Annual Technical Conference and Exhibition, 61, New Orleans, 1986. Richardson/E.U.A., Society of Petroleum Engineers, 1986. (SPE 15657)
- SCOGGINS Jr., M.W. - *A numerical simulation model for transient two-phase flow in a pipeline*. Tulsa/E.U.A., 1977. [Ph.D. Dissertation - University of Tulsa]
- TAITEL, Y.; LEE, N.; DUKLER, A.E. - *Transient gas-liquid flow in horizontal pipes: modeling the flow pattern transitions*. AIChE Journal, 24(suppl.5):920-34, 1978.

WINKLER, H.W. & EADS, P.T. - *Applying the basic performance concepts of single-element, unbalanced gas-lift valves for installation design*. SPE Production and Facilities, August:211-16, 1993.

### **Fontes consultadas**

- ALMEHAIDEB, R.A.; AZIZ, K.; PEDROSA Jr., O.A. - *A reservoir/wellbore model for multiphase injection and pressure transient analysis*. Proceedings. In: Middle East Oil Technical Conference and Exhibition, Manama/Bahrain, 1989. Richardson/E.U.A., Society of Petroleum Engineers, 1989. (SPE 17941)
- AL-TOWAILIB, A.I. & AL-MARHOUN, M.A. - *A new correlation for two-phase flow through chokes*. The Journal of Canadian Petroleum Technology, 33(suppl.5):40-43, 1994.
- ASSMANN, B.W. - *Previsão do comportamento de pressão e temperatura transitórios em poços de petróleo e oleodutos*. Campinas, 1993. [Tese de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas]
- BANERJEE, S. & CHAN, A.M.C. - *Separated flow models-I*. Int.J.Multiphase Flow, 6:1-24, 1980.
- CAPUCCI, E.C. - *Descarga de poços com válvulas de gas-lift*. Campinas, 1990. [Tese de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas]
- CUNHA, C. - *Métodos numéricos para as engenharias e ciências aplicadas*. Campinas, Editora da UNICAMP, 1993. 265p.
- LYCZKOWSKI, R.W.; GIDASPOW, D.; SOLBRIG, C.; HUGHES, E.D. - *Characteristics and stability analyses of transient one-dimensional two-phase flow equations and their finite difference approximations*. Nuclear Science and Engineering, 66:378-96, 1978.
- MFONFU, G.B.S. & GRADER, A.S. - *Versatile implicit four-point method for transient two-phase pipeline flow*. Proceedings. In: Annual Technical Conference and Exhibition, 64, San Antonio, 1989. Richardson/E.U.A., Society of Petroleum Engineers, 1989. (SPE 19703).

- RACHFORD Jr., H.H. & RAMSEY, E.L. - *Application of variational methods to transient flow in complex liquid transmission systems*. Society of Petroleum Engineers Journal, April:151-66, 1977.
- SARICA, C. & SHOHAM, O. - *A simplified transient model for pipeline-riser systems*. Chemical Engineering Science, 46(suppl.9):2167-79, 1991.
- SLOTINE, J.-J.E. & LI, W. - *Applied nonlinear control*. N.Jersey, Prentice Hall, 1991. 461p.
- TAITEL, Y.; SHOHAM, O.; BRILL, J.P. - *Simplified transient solution and simulation of two-phase flow in pipelines*. Chemical Engineering Science, 44(suppl.6):1353-59, 1989.
- WINTERFELD, P.H. - *Simulation of pressure buildup in a multiphase wellbore/reservoir system*. SPE Formation Evaluation, June:247-252, 1989.
- XIAO, J.; ALHANATI, F.J.; REYNOLDS, A.C.; FUENTES-NUCAMENDI, F. - *Modeling and analyzing pressure buildup data affected by phase redistribution in the wellbore*. In: Latin American/Caribbean Petroleum Engineering Conference, 3, Buenos Aires, 1994. Richardson/E.U.A., Society of Petroleum Engineers, 1994. p.1043-58. (SPE 26965)
- ZUBER, N. & FINDLAY, J.A. - *Average volumetric concentration in two-phase flow systems*. Journal of Heat Transfer, November:453-468, 1965.

## APÊNDICE A

### Equações do modelo de deslizamento

Apresenta-se a seguir a dedução das equações de balanço utilizadas no Capítulo III. O objetivo desta dedução é mostrar a equivalência entre aquelas relações e uma formulação amplamente conhecida para o modelo de deslizamento, mencionando as simplificações e a nomenclatura adotada. Uma equação para a velocidade de escorregamento é também apresentada.

A formulação para o modelo de deslizamento utilizada por ISHII (1977) faz uso de equações de balanço de massa e quantidade de movimento que são a soma das respectivas equações para cada fase. Além disso, uma equação adicional de continuidade para a fase dispersa completa o conjunto de equações necessário para a modelagem do problema. Assume-se que a fase dispersa seja a gasosa.

A formulação unidimensional deste modelo utiliza o operador definidos por (A.1), onde  $\mathbf{F}$  representa uma propriedade qualquer escalar, vetorial ou um tensor, e  $\mathbf{A}$  a área da secção transversal do escoamento. Este operador corresponde à média da propriedade sobre a área em questão.

$$\langle \mathbf{F} \rangle = \frac{1}{A} \int_A \mathbf{F} dA \quad (\text{A.1})$$

Além disso, o desdobramento das equações a partir da formulação tridimensional do modelo recorre à definição de média na área da secção transversal ponderada pela fração de residência, definida por (A.2). Nesta equação, a propriedade  $\mathbf{F}$  é relativa à fase  $\mathbf{k}$ .

$$\langle\langle \mathbf{F}_k \rangle\rangle = \frac{\langle \alpha_k \mathbf{F}_k \rangle}{\langle \alpha_k \rangle} \quad (\text{A.2})$$

Algumas variáveis do escoamento que constam na formulação tridimensional e unidimensional do modelo apresentado por ISHII (1977) são definidas a seguir. As variáveis presentes nestas equações e em definições subsequentes constituem valores médios temporais.

A pressão e a massa específica média local da mistura ( $P_m$  e  $\rho_m$ , respectivamente) são dadas por (A.3) e (A.4) na forma de uma média dos respectivos valores para cada fase, ponderada pela fração de residência. A variável  $\alpha_G$  corresponde à fração de residência da fase gasosa.

$$P_m = \alpha_G P_G + (1 - \alpha_G) P_L \quad (\text{A.3})$$

$$\rho_m = \alpha_G \rho_G + (1 - \alpha_G) \rho_L \quad (\text{A.4})$$

A velocidade do centro de massa e a velocidade superficial da mistura são dadas por (A.5) e (A.6), respectivamente, como função das velocidades das fases.

$$\vec{v}_m = \frac{\alpha_G \rho_G \vec{v}_G + (1 - \alpha_G) \rho_L \vec{v}_L}{\rho_m} \quad (\text{A.5})$$

$$\vec{j} = \alpha_G \vec{v}_G + (1 - \alpha_G) \vec{v}_L \quad (\text{A.6})$$

O escorregamento entre fases é quantificado pela velocidade de deslizamento ou pela velocidade relativa (ou de escorregamento) definidas em (A.7) e (A.8).

$$\vec{v}_{Gj} = \vec{v}_G - \vec{j} \quad (\text{A.7})$$

$$\vec{v}_r = \vec{v}_G - \vec{v}_L = \frac{1}{(1 - \alpha_G)} \vec{v}_{Gj} \quad (\text{A.8})$$

A massa específica média na secção transversal é apresentada em (A.9). Esta equação assume que a densidade de cada fase é constante na secção transversal em questão, o que permite a simplificação explicitada em (A.10).

$$\langle \rho_m \rangle = \langle \alpha_G \rangle \rho_G + (1 - \langle \alpha_G \rangle) \rho_L \quad (\text{A.9})$$

$$\langle \langle \rho_k \rangle \rangle = \rho_k \quad (\text{A.10})$$

A velocidade da mistura e a velocidade de deslizamento médias adequadas à formulação unidimensional das equações de balanço são definidas por (A.11) e (A.12), respectivamente.

$$\bar{v}_m \equiv \frac{\langle \rho_m v_m \rangle}{\langle \rho_m \rangle} \quad (\text{A.11})$$

$$\bar{v}_{Gj} \equiv \langle \langle v_G \rangle \rangle - \langle j \rangle \quad (\text{A.12})$$

As definições anteriores permitem rescrever estas velocidades na forma de (A.13) e (A.14).

$$\bar{v}_m = \frac{\langle \alpha_G \rangle \rho_G \langle v_G \rangle + (1 - \langle \alpha_G \rangle) \rho_L \langle v_L \rangle}{\rho_m} \quad (\text{A.13})$$

$$\bar{v}_{Gj} = (1 - \langle \alpha_G \rangle) (\langle v_G \rangle - \langle v_L \rangle) \quad (\text{A.14})$$

A partir destas definições e das equações de balanço da formulação tridimensional do modelo, as equações para a formulação unidimensional são dadas por (A.15) a (A.17), onde  $\Gamma_G$  corresponde à transferência de massa da fase líquida para a fase gasosa.

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho_m \rangle + \frac{\partial}{\partial z} (\langle \rho_m \rangle \bar{v}_m) = 0 \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\langle \alpha_G \rangle \rho_G) + \frac{\partial}{\partial z} (\langle \alpha_G \rangle \rho_G \bar{v}_m) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\langle \alpha_G \rangle \rho_G \rho_L}{\langle \rho_m \rangle} \bar{v}_{Gj} \right) = \langle \Gamma_G \rangle \quad (\text{A.16})$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\langle \rho_m \rangle \bar{v}_m) + \frac{\partial}{\partial z} (\langle \rho_m \rangle \bar{v}_m^2) + \frac{\partial}{\partial z} \langle P_m \rangle + \langle \rho_m \rangle g_z + \frac{f}{2D} \langle \rho_m \rangle \bar{v}_m |\bar{v}_m| + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\langle \alpha_G \rangle \rho_G \rho_L}{(1 - \langle \alpha_G \rangle) \langle \rho_m \rangle} \bar{v}_{Gj}^2 \right) + \frac{\partial}{\partial z} (\langle \tau_{zz} + \tau_{zz}^T \rangle) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} (\text{cov}(\alpha_G \rho_G v_G v_G) + \text{cov}((1 - \alpha_G) \rho_L v_L v_L)) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Nestas equações o termo

$$\tau_{zz} + \tau_{zz}^T$$

corresponde às componentes normais do tensor de tensões na direção  $\mathbf{z}$ , e foi negligenciado.

O termo de covariância que aparece na equação de balanço de quantidade de movimento contabiliza a diferença existente entre a média na secção transversal do produto de variáveis e o produto das médias. Para a fase  $\mathbf{k}$  este termo é dado por (A.18). Observa-se que, se o perfil de velocidades for uniforme na secção, o termo é nulo. Este termo foi também desconsiderado.

$$\mathbf{cov}(\alpha_k \rho_k v_k v_k) \equiv \langle \alpha_k \rho_k v_k (v_k - \langle v_k \rangle) \rangle \quad (\text{A.18})$$

A adoção dessas simplificações e com utilização de (A.14), as equações de balanço de massa da fase dispersa e de quantidade de movimento tornam-se, respectivamente,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\langle \alpha_G \rangle \rho_G) + \frac{\partial}{\partial z} (\langle \alpha_G \rangle \rho_G \bar{v}_m) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\langle \alpha_G \rangle (1 - \langle \alpha_G \rangle) \rho_G \rho_L}{\langle \rho_m \rangle} (\langle \langle v_G \rangle \rangle - \langle \langle v_L \rangle \rangle) \right) = \langle \Gamma_G \rangle \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

e

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\langle \rho_m \rangle \bar{v}_m) + \frac{\partial}{\partial z} (\langle \rho_m \rangle \bar{v}_m^2) + \frac{\partial}{\partial z} \langle P_m \rangle + \langle \rho_m \rangle g_z + \frac{f_m}{2D} \langle \rho_m \rangle \bar{v}_m |\bar{v}_m| + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\langle \alpha_G \rangle (1 - \langle \alpha_G \rangle) \rho_G \rho_L}{\langle \rho_m \rangle} (\langle \langle v_G \rangle \rangle - \langle \langle v_G \rangle \rangle)^2 \right) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.20}).$$

O fechamento do modelo requer ainda a quantificação do escorregamento entre fases.

As equações (A.7) e (A.12) permitem obter a expressão para a velocidade de deslizamento média da mistura como mostrado na seqüência de equações de (A.21) a (A.23). A combinação desta última com (A.14) conduz à equação desejada para o escorregamento (A.24).

$$\langle \langle v_G \rangle \rangle = \langle \langle v_{Gj} + j \rangle \rangle \quad (\text{A.21})$$

$$\bar{v}_{Gj} = \langle \langle v_{Gj} + j \rangle \rangle - \langle j \rangle = \langle \langle v_{Gj} \rangle \rangle + \frac{\langle \alpha_G j \rangle}{\langle \alpha_G \rangle} - \langle j \rangle \quad (\text{A.22})$$

$$\bar{v}_{Gj} = \langle \langle v_{Gj} \rangle \rangle + \left( \frac{\langle \alpha_G j \rangle}{\langle \alpha_G \rangle \langle j \rangle} - 1 \right) \langle j \rangle = \langle \langle v_{Gj} \rangle \rangle + (C_0 - 1) \langle j \rangle \quad (\text{A.23})$$

$$\langle \langle v_G \rangle \rangle - \langle \langle v_L \rangle \rangle = \frac{\langle \langle v_{Gj} \rangle \rangle + (C_0 - 1) \langle j \rangle}{1 - \langle \alpha_G \rangle} \quad (\text{A.24})$$

O parâmetro de distribuição ( $C_0$ ) e a velocidade média da fase gasosa ponderada pela fração de residência assumem valores diferenciados para cada regime de escoamento. ISHII (1977) estabeleceu para o regime de escoamento agitado-turbulento vertical uma relação que, adaptada ao caso em estudo, resulta em (A.25). Esta equação assume que a fase contínua (líquido) tem massa específica maior que a da fase dispersa.

$$\langle \langle v_{Gj} \rangle \rangle = \sqrt{2} \left( \frac{\sigma g (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{1/4} \quad (\text{A.25})$$

Assumindo ainda o valor unitário para o parâmetro de distribuição, obtém-se a equação que descreve a velocidade relativa entre fases (A.26).

$$\langle\langle v_G \rangle\rangle - \langle\langle v_L \rangle\rangle = \frac{\sqrt{2}}{1 - \langle\alpha_G\rangle} \left( \frac{\sigma g (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{1/4} \quad (\text{A.26})$$

Por simplicidade e para seguir a convenção utilizada por outros autores (LILES & REED, 1978) a nomenclatura foi alterada segundo as seguintes definições:

$$\begin{aligned} \rho &\equiv \langle\rho_m\rangle \\ v &\equiv \bar{v}_m \\ v_{Gj} &\equiv \bar{v}_{Gj} \\ \alpha &\equiv \langle\alpha_G\rangle \\ \Gamma_G &\equiv \langle\Gamma_G\rangle \\ v_r &\equiv \langle\langle v_G \rangle\rangle - \langle\langle v_L \rangle\rangle \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

Admite-se ainda que a pressão em ambas as fases seja idêntica, i.e.,  $P_L = P_G$ . Assim, as equações de balanço assumem a forma (A.28) a (A.30). A equação de balanço de quantidade de movimento pode-se apresentar, em alguns casos, com o termo de dissipação viscosa multiplicado por 4, a depender da definição adotada para o fator de atrito.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v) = 0 \quad (\text{A.28})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha \rho_G) + \frac{\partial}{\partial z}(\alpha \rho_G v) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\alpha(1-\alpha)\rho_G \rho_L}{\rho} v_r \right) = \Gamma_G \quad (\text{A.29})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v^2) + \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z + \frac{f_m}{2D} \rho v |v| + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\alpha(1-\alpha)\rho_G \rho_L}{\rho} v_r^2 \right) = 0 \quad (\text{A.30})$$

## APÊNDICE B

### Dedução da equação de transferência de massa entre fases

O modelo *black-oil* de equilíbrio de fases admite a existência de dois componentes na mistura: componente líquido e componente gás. Ambos são definidos como o conteúdo das fases líquida e gasosa, respectivamente, quando em equilíbrio termodinâmico em condições padrão de temperatura e pressão. O estado padrão em questão comumente utilizado é 20 °C e 1 atm. Admite ainda que sob condições de temperatura e pressão reinantes no poço pode haver dissolução parcial ou total do componente gás na fase líquida. Essa solubilidade é quantificada através de relações de natureza empírica. Assim, a fase líquida é composta pelo componente líquido e, freqüentemente, uma parcela do componente gás presente na mistura. A fase gasosa é composta exclusivamente pelo componente gás.

Nas equações seguinte os subscritos (l), (g), (L) e (G) denotam, respectivamente, os componentes líquido e gás, e as fases líquida e gasosa.

Admitindo a existência de um determinado volume da mistura líquido-gás, definem-se o *fator volume de formação* da fase líquida e a *razão de solubilidade* através de (B.1) e (B.2), respectivamente. Ou seja, o fator volume de formação consiste na relação entre o volume da fase líquida e o volume ocupado pelo componente líquido em condições padrão. A razão de solubilidade é a relação entre o volume do componente gás presente na fase líquida, i.e., gás dissolvido, e o volume do componente líquido, ambos em condições padrão.

$$B_L \equiv \frac{V_L}{V_1^{sc}} \quad (B.1)$$

$$R_s \equiv \frac{V_{Lg}^{sc}}{V_1^{sc}} \quad (B.2)$$

A massa específica da fase líquida pode ser determinada por (B.3).

$$\rho_L = \frac{\rho_l^{sc} + \rho_{ar}^{sc} \gamma_g R_s}{B_L} \quad (B.3)$$

A equação de balanço de massa do componente líquido é escrito na equação (B.4) onde  $\alpha_{Ll}$  corresponde à fração volumétrica do componente líquido na secção transversal em questão. Trata-se os componentes líquido e gás da fase líquida como possuindo existência própria e independente. Assim, hipoteticamente, cada um deles ocupa um volume determinado e têm sua fração volumétrica própria.  $\rho_{Ll}$  é a massa específica do componente líquido e  $v_L$  é a velocidade da fase líquida. Esta equação admite que os componentes líquido e gás dissolvido na fase líquida tenham a mesma velocidade da fase (hipótese facilmente aceitável). Naturalmente, nesta equação o termo de transferência de massa é nulo, pois não há troca de massa entre componentes, mas apenas entre fases.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_{Ll} \rho_{Ll}) + \frac{\partial}{\partial z}(\alpha_{Ll} \rho_{Ll} v_L) = 0 \quad (B.4)$$

A relação entre a fração volumétrica da fase gasosa e a do componente líquido pode ser estabelecida na forma de (B.5). Esta é uma relação obtida de considerações de natureza geométrica e das definições acima.

$$\alpha_{Ll} = \frac{\rho_l^{sc} (1 - \alpha)}{\rho_{Ll} B_L} \quad (B.5)$$

A substituição de (B.5) em (B.4) conduz à equação (B.6)

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\rho_l^{sc} (1 - \alpha)}{B_L} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\rho_l^{sc} (1 - \alpha)}{B_L} v_L \right) = 0 \quad (B.6)$$

A equação da continuidade para a fase líquida é

$$\frac{\partial}{\partial t}((1 - \alpha) \rho_L) + \frac{\partial}{\partial z}((1 - \alpha) \rho_L v_L) = \Gamma_L \quad (B.7)$$

As equações (B.3), (B.6) e (B.7) conduzem à expressão para o termo de transferência de massa para a fase líquida na forma:

$$\Gamma_L = \frac{\partial}{\partial t} \left( (1 - \alpha) \frac{R_s \gamma_g \rho_{ar}^{sc}}{B_L} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( (1 - \alpha) \frac{R_s \gamma_g \rho_{ar}^{sc}}{B_L} v_L \right) \quad (B.8)$$

Da definição de velocidade da mistura e velocidade de escorregamento [equações (3.9) e (3.10)], tem-se que

$$v_L = v - \frac{\alpha \rho_G v_r}{\rho} \quad (B.9)$$

A substituição de (B.9) em (B.8) resulta na forma final para o termo de transferência de massa da fase líquida (B.10)

$$\Gamma_L = \frac{\partial}{\partial t}((1-\alpha)\rho_D) + \frac{\partial}{\partial z}((1-\alpha)\rho_D v) - \frac{\partial}{\partial z}((1-\alpha)\rho_{Df} v_r) \quad (\text{B.10})$$

onde

$$\rho_D = \frac{R_s \gamma P_{ar}^{sc}}{B_L} \quad (\text{B.11})$$

e

$$\rho_{Df} = \frac{\alpha(1-\alpha)\rho_G \rho_D}{\rho} \quad (\text{B.12})$$

A taxa de transferência de massa para a fase gasosa é obtida diretamente de (B.10)

$$\Gamma_G = -\Gamma_L \quad (\text{B.13})$$

A obtenção da solução do equacionamento desenvolvido para a transferência de massa, acrescido das equações de balanço de massa para a fase gasosa e para a mistura [equações (3.1) e (3.2)], apresenta uma dificuldade adicional. O cálculo das propriedades físicas em cada ponto da coluna depende da razão de solubilidade. Esta, por sua vez, é dada como função da pressão local, mas está limitada à máxima quantidade do componente gás presente. Rigorosamente, o valor máximo para a razão de solubilidade freqüentemente não é a razão gás-óleo do reservatório, uma vez que há escorregamento entre fases. Visto de outra forma, a pressão de bolha da mistura normalmente varia ao longo da coluna e do tempo. Portanto, a solução do problema requer a determinação da quantidade dos componentes líquido e gás ou, de modo equivalente, um valor de razão gás-óleo local. Isto foi obtido diretamente a partir das propriedades dos fluidos e das variáveis locais do escoamento.