



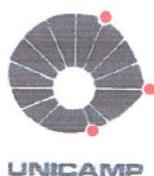
EDUARDO SALMAZO

**MODELAGEM MATEMÁTICA DA EVOLUÇÃO  
DE DOMOS SALINOS E SUA INFLUÊNCIA NA  
PERFURAÇÃO DE POÇOS DE PETRÓLEO**

CAMPINAS

2013

i



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
E INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

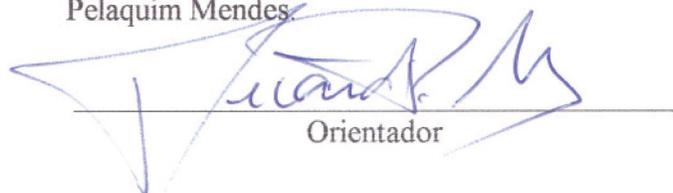
EDUARDO SALMAZO

**MODELAGEM MATEMÁTICA DA EVOLUÇÃO DE  
DOMOS SALINOS E SUA INFLUÊNCIA NA  
PERFURAÇÃO DE PEÇOS DE PETRÓLEO**

Orientador: Prof. Dr. José Ricardo Pelaquim Mendes

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências e Engenharia de Petróleo da Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto de Geociências da Universidade Estadual de Campinas para obtenção do título de Mestre em Ciências e Engenharia de Petróleo na área de Exploração.

Este exemplar corresponde à versão final da dissertação defendida pelo aluno Eduardo Salmazo e orientada pelo Prof. Dr. José Ricardo Pelaquim Mendes.



Orientador

CAMPINAS  
2013

Ficha catalográfica  
Universidade Estadual de Campinas  
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura  
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

Salmazo, Eduardo, 1980-  
Sa35m Modelagem matemática da evolução de domos salinos e sua influência na perfuração de poços de petróleo / Eduardo Salmazo. – Campinas, SP : [s.n.], 2013.

Orientador: José Ricardo Pelaquim Mendes.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto de Geociências.

1. Petróleo. 2. Poços de petróleo - Perfuração. 3. Depósitos salinos. 4. Materiais - Deformação. I. Mendes, José Ricardo Pelaquim, 1971-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

**Título em inglês:** Mathematical modeling of the evolution of salt domes and its influence on drilling oil wells

**Palavras-chave em inglês:**

Petroleum

Oil well - Drilling

Salt deposits

Materials - Deformation

**Área de concentração:** Exploração

**Titulação:** Mestre em Ciências e Engenharia de Petróleo

**Banca examinadora:**

José Ricardo Pelaquim Mendes [Orientador]

Augusto Borella Hougaz

Sérgio Nascimento Bordalo

**Data de defesa:** 26-02-2013

**Programa de Pós-Graduação:** Ciências e Engenharia de Petróleo



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
E INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

**MODELAGEM MATEMÁTICA DA EVOLUÇÃO DE  
DOMOS SALINOS E SUA INFLUÊNCIA NA  
PERFURAÇÃO DE POÇOS DE PETRÓLEO**

Autor: Eduardo Salmazo

Orientador: Prof. Dr. José Ricardo Pelaquim Mendes

A banca examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta dissertação:



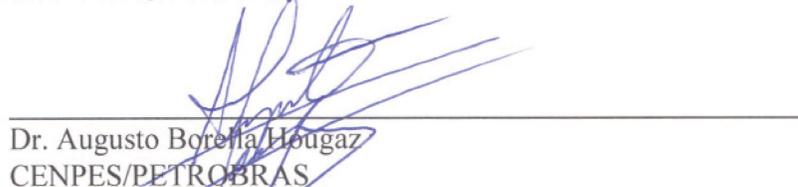
---

Prof. Dr. José Ricardo Pelaquim Mendes, Presidente  
DEP/FEM/UNICAMP



---

Prof. Dr. Sérgio Nascimento Bordalo  
DEP/FEM/UNICAMP



---

Dr. Augusto Borella Hougaz  
CENPES/PETROBRAS

Campinas, 26 de fevereiro de 2013

# DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha família e amigos, porto seguro nos momentos de tormenta.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador professor Dr. José R. P. Mendes e ao professor Dr. Kazuo Miura pelo incentivo e dedicação dispendidos à mim.

Um agradecimento especial ao Dr. Augusto Borella Hougaz e ao professor Dr. Sérgio Nascimento Bordalo pelas críticas tecidas, contribuições importantíssimas para a melhoria deste trabalho, bem como para meu crescimento pessoal.

Ao meu pai, José Arlindo, e à minha mãe, Sônia Aparecida, à eles devo, simplesmente, tudo o que tenho e tudo o que sou.

À minha esposa Kaline e aos meus filhos queridos Yasmin e Pedro, sem dúvida alguma, todo o esforço feito para completar essa etapa da minha vida não teria sentido algum se não fosse por vocês.

Ao Sr. Milton, meu sogro, por me ajudar na obtenção dos primeiros artigos relacionados ao tema dessa dissertação.

Aos meus velhos amigos Gaúcho, Marmota, Rex, Lopes, Taiúva, Fabrício e aos mais velhos amigos Paradelo, Bambam, Carlos, Lawrence, Cesar, Rafael e tantos outros, muito obrigado pelos momentos de descontração, pois, segundo aquele que é responsável pelo meu ingresso no DEP, no final, o que importa é ter história para contar.

Obrigado ao pessoal do DEP, pelo apoio durante o desenvolvimento dessa dissertação, à PETROBRAS, pelo fornecimento de dados de campo e ao CNPq, que financiou meus estudos.

*"The mountains flowed before the Lord"*

Book of Judges 5-5

## RESUMO

SALMAZO, Eduardo, *MODELAGEM MATEMÁTICA DA EVOLUÇÃO DE DOMOS SALINOS E SUA INFLUÊNCIA NA PERFURAÇÃO DE POÇOS DE PETRÓLEO*. Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2013. 79p. Dissertação de Mestrado.

Neste trabalho discute-se os desafios associados à atividade de perfuração de poços de petróleo através de formações afetadas pela presença de domos salinos. Domos salinos podem induzir grandes tensões nas formações subjacentes e adjacentes, impondo a necessidade de um planejamento específico para a perfuração e manutenção de poços de petróleo.

Durante a perfuração, em frente à zonda de sal, há relatos de problemas de aprisionamento de coluna, dissolução de sal no fluido de perfuração, ocasionando a formação de batentes mecânicos e cavernas. Há ainda, nas formações que rodeiam um domo salino, devido à alterações no campo de tensões, problemas de instabilidade nas paredes do poço aberto e formação de zonas anormalmente prossurizadas. Após o revestimento do poço, há casos de colapso do revestimento.

Para prever e mitigar os riscos associados à essa atividade é de fundamental importância o entendimento dos fenômenos físicos que o ocasionam. Com essa finalidade, foi feito um estudo à respeito de tais mecanismo físicos como fluência e instabilidade hidrodinâmica, mais especificamente a instabilidade de Rayleigh-Taylor. Desenvolveu-se, a partir de tal estudo, um modelo analítico para prever o desenvolvimento de um domo salino e discutiu-se a forma como este pode interferir em parâmetros importantes para a atividade de perfuração como, por exemplo, o campo de tensões nas formações adjacentes às camadas de sal.

Palavras-chave: petróleo, perfuração, domo salino, fluência.

## ABSTRACT

SALMAZO, Eduardo, MATHEMATICAL MODELING OF THE EVOLUTION OF SALT DOMES AND ITS INFLUENCE ON DRILLING OIL WELLS. Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2013. 79p. Master Dissertation.

In this present work are discussed the challenges associated with the drilling activities in oil wells through formations affected by the presence of salt domes. This geological structures can induce large stresses in the underlying and adjacent formations, imposing the necessity of specific planning for drilling and maintenance of such oil wells.

During drilling, facing the salt, there are reports of problems of stuck pipe, salt dissolution, forming mechanical stops and caves. There are still, in formations around a salt dome, due changes in the stress field, problems of well instability and abnormally pressure zones. After casing, there are cases of case collapse.

To prevent and mitigate risks associated to this activity, is crucial understand the physical phenomena behind it. With such finality, was made an study related with such physical mechanisms, such hydrodynamic instability, specifically the Rayleigh-Taylor instability. Was developed, from this study, an analytical model to predict the salt dome development and was discussed the way such it can interfere in important paramenters related to the drilling activity as, for exemple, the tension field in the formation around the salt dome.

Key-words: petroleum, drilling, salt dome, creep.

# SUMÁRIO

DEDICATÓRIA . . . . .	vii
AGRADECIMENTOS . . . . .	ix
RESUMO . . . . .	xiii
ABSTRACT . . . . .	xv
<b>Lista de Figuras . . . . .</b>	<b>xix</b>
<b>Lista de Tabelas . . . . .</b>	<b>xxi</b>
<b>1 INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação . . . . .	2
1.2 Objetivos . . . . .	3
1.3 Organização do trabalho . . . . .	3
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA . . . . .</b>	<b>5</b>
<b>3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA . . . . .</b>	<b>14</b>
3.1 Estabilidade Hidrodinâmica . . . . .	14
3.2 Escoamento . . . . .	17
3.2.1 Descrições Eulerianas e Lagrangianas de um fluido . . . . .	17
3.2.2 Derivada Material . . . . .	18
3.2.3 Equações de movimento . . . . .	18

3.2.4	Potencial de escoamento . . . . .	21
3.2.5	Função Corrente (Stream-function) . . . . .	23
3.3	Estado de tensões . . . . .	25
3.4	Reologia das rochas . . . . .	30
3.4.1	Fluência por difusão . . . . .	35
3.4.2	Fluência por deslocamento . . . . .	37
3.5	Rayleigh-Taylor Instability . . . . .	38
3.5.1	Equação da superfície de separação - coordenadas cartesianas . . . . .	39
<b>4</b>	<b>APLICAÇÕES . . . . .</b>	<b>51</b>
4.1	Pressão de Poros . . . . .	51
4.2	Estabilidade do poço . . . . .	56
4.2.1	Teste de absorção ou Leak-off test ( <i>LOT</i> ) . . . . .	57
4.3	Modelo analítico para análise de campo de tensões . . . . .	59
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES . . . . .</b>	<b>64</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES . . . . .</b>	<b>73</b>
6.1	Estudos Futuros . . . . .	74
	<b>Referências . . . . .</b>	<b>76</b>

## LISTA DE FIGURAS

2.1	Testemunhos de rochas evaporíticas. (COSTA; JUNIOR, 2008) . . . . .	6
2.2	Seção evaporítica da Bacia de Santos. Os diversos tipos de rochas evaporíticas encontram-se distribuídos em estratos horizontais. (COSTA et al., 2000) . . . . .	7
2.3	Processo de intrusão do sal. Após sua deposição (a), a camada mãe de sal é recoberta por sedimentos (b). O aumento da sobrecarga faz com que ele passe a apresentar fluência e, devido à sua baixa densidade, intrudir os sedimentos acima (c).	8
2.4	Estágio das estruturas halocinéticas autóctones. (Modificado Trusheim (1960)) . .	11
2.5	Toldos de sal alóctone: (a) cogumelos coalescentes, (b) muralhas coalescentes e (c) línguas coalescentes. (MOHRIAK; SZATMARI, 2008b) . . . . .	11
2.6	Esquema de escoamento do sal da camada mãe em direção ao domo salino. . . . .	12
2.7	Efeito guilhotina em poço de petróleo atravessando camadas de sal. . . . .	13
3.8	Amplitude aumentando com o tempo (a), amplitude contante (b) e amplitude diminuindo com o tempo (c). . . . .	16
3.9	Conservação de momento linear em elemento de volume $\delta v$ . . . . .	19
3.10	Tensões atuantes em um elemento volumétrico de um corpo qualquer submetido à carregamentos externos. (FJAR et al., 2008) . . . . .	26
3.11	Tensões atuantes em um elemento de área de um corpo qualquer submetido à carregamentos externos em estado plano. (FJAR et al., 2008) . . . . .	27
3.12	Corte em direção arbitrária. (FJAR et al., 2008) . . . . .	28
3.13	Estado de tensão representado sobre um círculo de Mohr. . . . .	29
3.14	Comportamento frágil. Ruptura em pequenas deformações. . . . .	31
3.15	Planos de fraturas (a) e falhas por cisalhamento (b). (WEIJERMARS, 1997) . . . . .	32
3.16	Critério de falha de Morh-Coulomb, comumente empregado para materiais frágeis.	32
3.17	Diagrama generalizado para a transição dúctil-frágil em testes de fluência. (WEIJERMARS, 1997) . . . . .	33

3.18	Curva de fluência. . . . .	33
3.19	Corpos de prova após brazilian test. (JANDAKAEW et al., 2003) . . . . .	35
3.20	Imperfeições pontuais da rede cristalina. (WEIJERMARS, 1997) . . . . .	36
3.21	Posições dos átomos ao redor de uma discordância em cunha. (CALLISTER; RETHWISCH, 2010) . . . . .	38
3.22	Escorregamento de discordância devido à tensões de cisalhamento. (CALLISTER; RETHWISCH, 2010) . . . . .	38
3.23	Esquema do arranjo de fluidos. . . . .	39
3.24	Balço de pressão na superfície de separação dos fluidos. . . . .	46
3.25	Distância entre diápiros sucessivos. . . . .	48
3.26	tempo de crescimento vs comprimento de onda adimensionais . . . . .	49
4.27	Pressão de poros normal.(BOURGOYNE et al., 1986, adaptado) . . . . .	52
4.28	Esquema de distribuição de tensões no bulk. . . . .	52
4.29	Comportamento típico de decaimento exponencial da porosidade em função da profundidade (unidades arbitrárias em escala linear) . . . . .	54
4.30	Linha de tendência da porosidade para compactação normal em papel monolog (unidades arbitrárias em escala logarítmica). . . . .	54
4.31	Curva típica para teste de absorção estendido em formação de comportamento frágil. . . . .	58
4.32	Representação da formação intrudida por um domo salino. . . . .	61
4.33	Regiões distintas de uma formação intrudida por domo salino e seus respectivos campos de tensão. . . . .	62
4.34	Em B observa-se a pressão de fluidos esperada (pressão hidrostática) e em A a pressão de fluidos é alterada pelo domo salino. A diferença $\Delta p_{obs}$ deve ser igual ao acréscimo medido. . . . .	63
5.35	Seção sísmica interpretada. . . . .	65
5.36	Gradiente de sobrecarga ( $GS$ ) em poço próximo ao domo salino na Bacia de Santos. . . . .	66
5.37	Tensão de sobrecarga em função da profundidade. . . . .	67
5.38	Campo de velocidades determinado pela função corrente. . . . .	69
5.39	Tensão vertical efetiva na interface (curva pontilhada) em função da profundidade $z$ . . . . .	70
5.40	Tensão de cisalhamento na interface (curva pontilhada) em função da profundidade $z$ . . . . .	71
5.41	Tensão normal máxima na interface (curva pontilhada) em função da profundidade $z$ . . . . .	72

## LISTA DE TABELAS

2.1	Valores médios de algumas características físicas da halita. (Modificado de Mohriak e Szatmari (2008a)) . . . . .	5
3.2	Teste de sensibilidade para o tempo crítico . . . . .	50
5.3	Estudo de sensibilidade para diferentes soterramentos. . . . .	72

# 1 INTRODUÇÃO

Formações salinas são de grande importância para a indústria do petróleo. Essa importância se deve às características de baixa permeabilidade e grande poder de deformação que alguns dos minerais evaporíticos que compõem uma formação salina apresentam. Devido à isso tais formações acabam por apresentar ótimas armadilhas estruturais e, conseqüentemente, podem ajudar a formar ótimos reservatórios de petróleo.

No entanto, essas mesmas características, que fazem das rochas evaporíticas ótimas retentoras de óleo, também impõem grandes desafios relacionados à exploração de petróleo em suas proximidades.

Algumas rochas evaporíticas, quando submetidas à tensões diferenciais e temperaturas elevadas, apresentam grande mobilidade. Tal comportamento é conhecido como fluência ou *creep*.

Durante a fase de perfuração, há inúmeros relatos de problemas envolvendo fechamento de poço, aprisionamento de coluna de perfuração, criação de batentes e cavernas por dissolução do sal no fluido de perfuração. Segundo Costa et al. (2000), no Brasil, até 1985, na Bacia de Campos, foram registrados 11 poços com prisões de coluna ou ameaça de aprisionamento em frente à zonas de sal, 2 poços encontraram pressões anormalmente altas abaixo da camada de sal e 1 caso de revestimento colapsado. O problema de fechamento do poço ainda durante a fase de perfuração, devido à mobilidade do sal, já foi motivo de vários trabalhos (COSTA; JUNIOR, 2008; GRAVINA et al., 1997)

De um ponto de vista de longo prazo, quando soterradas, por conta do constante aumento da sobrecarga e conseqüente aumento da temperatura, rochas evaporíticas se põe a escoar. O fato de formações salinas manterem sua densidade aproximadamente constante, contrasta com o adensamento dos sedimentos adjacentes. Essa compactação faz com que, ao longo do processo de deposição, as rochas acima da camada evaporítica apresentem, em um determinado momento, densidade maior que a do sal. Soma-se à isso o comportamento fluido dos evaporitos e tem-se o surgimento do

fenômeno de inversão de fluidos, regido pelo mecanismo de instabilidade *Rayleigh-Taylor (RT)*. O sal, então, tende a intrudir as camadas adjacentes, formando estruturas chamadas de domos salinos.

Utilizando um modelo analítico de escoamento de fluidos em regime quase estático, dentro da teoria de estabilidade hidrodinâmica, determina-se o campo de escoamento da camada de sal e, conseqüentemente, o campo de tensões na região de separação com os sedimentos logo acima. É possível estimar, a partir do campo de tensões induzida pela intrusão do sal, parâmetros como pressão de poros, gradiente de fratura e direções principais. Tais informações são fundamentais para projetos de poços de petróleo, pois definem, por exemplo, a janela de operação.

Aplicaram-se as equações obtidas a um caso na Bacia de Campos, onde houve ocorrências de *kick* em perfurações próximas à um domo salino. O caso em particular ocorreu em poço de lâmina d'água de 200m e um soterramento de 4950m.

## 1.1 Motivação

Apesar de haver, nos últimos anos, um aumento no interesse por combustíveis alternativos ao petróleo, este ainda permanece figurando como a principal fonte de energia nas atividades humanas e uma das principais matérias primas para a produção de inúmeros produtos como medicamentos, fertilizantes, defensivos agrícolas, materiais poliméricos etc.

Com o esgotamento de reservatórios inexplorados em locais de fácil acesso, em terra ou em lâminas d'água pouco profundas, as empresas responsáveis por sua extração têm se lançado, cada vez mais, em explorações de reservas que até pouco tempo não apresentavam interesse comercial, dada a grande dificuldade no desenvolvimento de campos em tais localidades.

Um exemplo claro de tal movimento é a exploração de campos de petróleo em lâminas d'água ultra-profundas e de reservas abaixo da camada de sal, como é o caso da bacia de Santos, cuja exploração encontra-se atualmente em desenvolvimento. Tal atividade implica em grandes esforços com o objetivo de evitar elevados gastos desnecessários e eventuais acidentes ambientais. Há, portanto, enorme interesse em se prevenir complicações como aquelas que ocorrem na perfuração de poços que atravessam camadas de sal. Com esse intuito, torna-se necessário o acúmulo de conhecimento acerca desse sistema, sendo a motivação do presente trabalho, ampliar o conhecimento sobre o desenvolvimento de domos salinos para que seja possível controlar os riscos inerentes aos desafios encontrados na produção em tais ambientes, reduzindo os custos de exploração e desenvolvimento de campos de petróleo.

## 1.2 Objetivos

O objetivo geral do presente trabalho é estudar o comportamento de fluência de evaporitos, para ajudar na ampliação do entendimento dos mecanismos físicos que controlam o desenvolvimento de domos salinos. Na literatura, há bastante informação à respeito do comportamento do sal e de tais mecanismos físicos, com diversos estudos baseados em simulações físicas (NETTLETON, 1934; SCHULTZ-ELA et al., 1993; GUERRA; SZATMARI, 2008) e numéricas (COSTA; JUNIOR, 2008; GRAVINA et al., 1997; POLIAKOV et al., 1996; FREDRICH et al., 2003).

No texto que se segue, desenvolveu-se um modelo analítico para estimativa de tensões e direções principais nas formações adjacentes ao domo, com a finalidade de contribuir com a discussão sobre a influência que tais estruturas geológicas exercem em alguns aspectos da atividade de perfuração de poços de petróleo, tais como a determinação da janela de operação, posição do acentamento das sapatas e direção de perfuração.

## 1.3 Organização do trabalho

A seguir, são apresentados os capítulos nos quais este trabalho se divide e uma sucinta descrição dos tópicos tratados em cada um deles.

No Capítulo 1 são apresentadas as motivações e objetivos deste trabalho, bem como esta seção de organização.

No Capítulo 2 faz-se uma revisão bibliográfica mostrando uma linha do tempo sobre o desenvolvimento dos conceitos físicos relativos ao desenvolvimento dos domos salinos, a natureza das rochas evaporíticas e suas propriedades físicas são apresentadas, conceitos de fluabilidade e de tectônica extensional, estruturas de sal alóctone e autóctone. São apresentados os principais autores e obras relativas ao tema.

O Capítulo 3 contém a fundamentação teórica, onde os conceitos físicos relacionados ao tema, tais como mecânica dos fluidos, mecânica das rochas e fluência são aprofundados para, então, desenvolver-se um modelo analítico, em coordenadas cartesianas, para a evolução de um domo salino.

No Capítulo 4 são apresentados conceitos relacionados à algumas possíveis aplicações para o modelo analítico desenvolvido no Capítulo 3, tais como previsão de pressão de poros, gradiente de fratura e interpretação de teste de absorção em frente à camada de sal.

O Capítulo 5 contém uma discussão sobre resultados do modelo aplicado à um caso particular.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões acerca dos resultados obtidos e apontadas recomendações para futuros trabalhos.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Sais são rochas sedimentares, formadas por minerais que, em períodos de alta evaporação, devido à precipitação por elevação de sua concentração, depositam-se no leito dos oceanos. Por isso também são chamadas de mineirais evaporíticos.

Há vários tipos de rochas evaporíticas, dentre as quais a mais conhecida é a halita ( $NaCl$  cloreto de sódio), ou sal de cozinha. Outros exemplos comuns nas bacias sedimentares da costa brasileira são: taquidrita ( $CaMg_2.Cl_6.12H_2O$ ), carnalita ( $KMgCl_3.6H_2O$ ) e anidrita ( $CaSO_4$ ), na Figura 2.1 são mostrados alguns testemunhos de evaporitos. A Tabela 2.1 mostra algumas características físicas para a halita.

Tabela 2.1: Valores médios de algumas características físicas da halita. (Modificado de Mohriak e Szatmari (2008a))

Densidade ( $\frac{g}{cm^3}$ )	2,03
Viscosidade ( $cP$ )	$10^{18}$
Condutividade Térmica ( $\frac{W}{mK}$ )	4,5

Para efeito de comparação, com relação à densidade, outras rochas sedimentares podem apresentar valores maiores que  $3,0 \frac{g}{cm^3}$ , com respeito à viscosidade, para o asfalto, essa grandeza é de cerca de  $10^7 cP$  e para o vidro é de  $10^{17} cP$ , quanto à condutividade térmica, rochas sedimentares mostram valores que variam de 2 a  $7 \frac{W}{mK}$ .

Como o processo de sedimentação de tais mineirais está relacionado com a precipitação, essas rochas normalmente são depositadas formando estratos horizontais, dado que há uma sequência de deposição que obedece a concentração de saturação de determinado sal em água. Na Figura 2.2, representa-se uma seção evaporítica da bacia de Santos.

A deposição desses minerais na costa leste brasileira tem início há cerca de 135 milhões de anos, quando se iniciou o processo de separação continental do supercontinente *Gondwana*. Esta

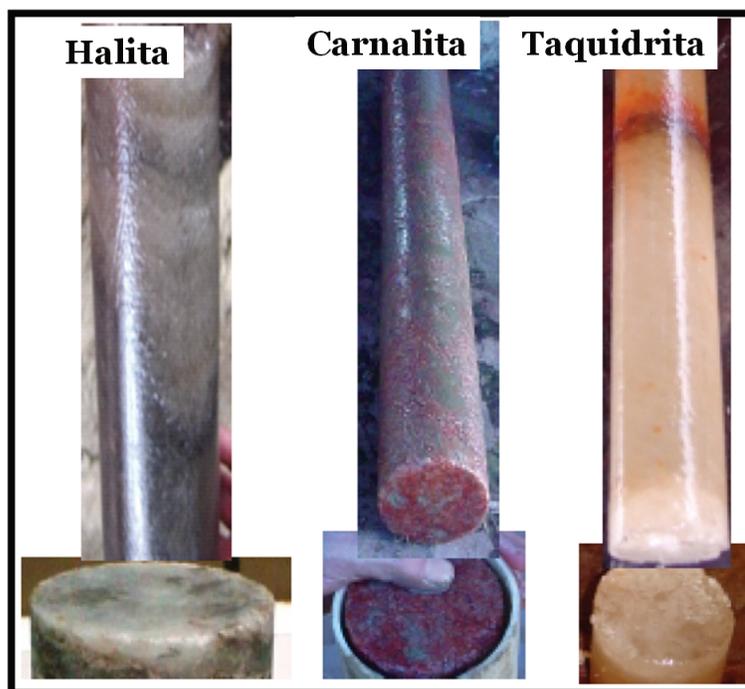


Figura 2.1: Testemunhos de rochas evaporíticas. (COSTA; JUNIOR, 2008)

fragmentação ocasionou o soerguimento de toda a borda leste do recém criado continente da América do Sul e da borda oeste da África. Na continuação do processo, após o abatimento térmico, a América do Sul foi progressivamente separando-se da África, dando origem ao Oceano Atlântico. No período anterior à separação total, quando passa a haver uma comunicação com o oceano, há a formação de golfos com restrições ao fluxo do mar, tais condições possibilitaram a deposição de seções evaporíticas ao longo da linha litorânea.

Segundo Palagi (2008), no Brasil há bacias evaporíticas identificadas em pelo menos nove níveis estratigráficos: (1) Rifinano / Vendiano, na Bacia do Parecis e, possivelmente, na Bacia do São Francisco; (2) Permocarbonífero, nas bacias paleozóicas, inclusive Parecis; (3) Triássico / Jurássico, nas bacias do Tacutu, Acre e Parecis; (4) Aptiano Inferior (Jiquiá / Alagoas) em Sergipe-Alagoas; (5) Aptiano Médio (Paipueira), em Sergipe-Alagoas; (6) Aptiano Superior (Ibura), em praticamente toda a costa leste brasileira, de Santos a Sergipe-Alagoas e, de maneira esparsa, na margem equatorial, da Bacia Potiguar até Cassiporé; (7) Albiano, ocorrências isoladas na costa leste brasileira; (8) Cenomaniano / Turoniano (Jandaíra) no Rio Grande do Norte; (9) Terciário (Eoceno / Oligoceno / Mioceno) em Campos e na Foz do Amazonas / Pará / Maranhão.

Camadas de sal, devido a algumas de suas propriedades físicas, são importantes para prospecção petrolífera. Como visto na Tabela 2.1, diferentes rochas evaporíticas apresentam diferentes

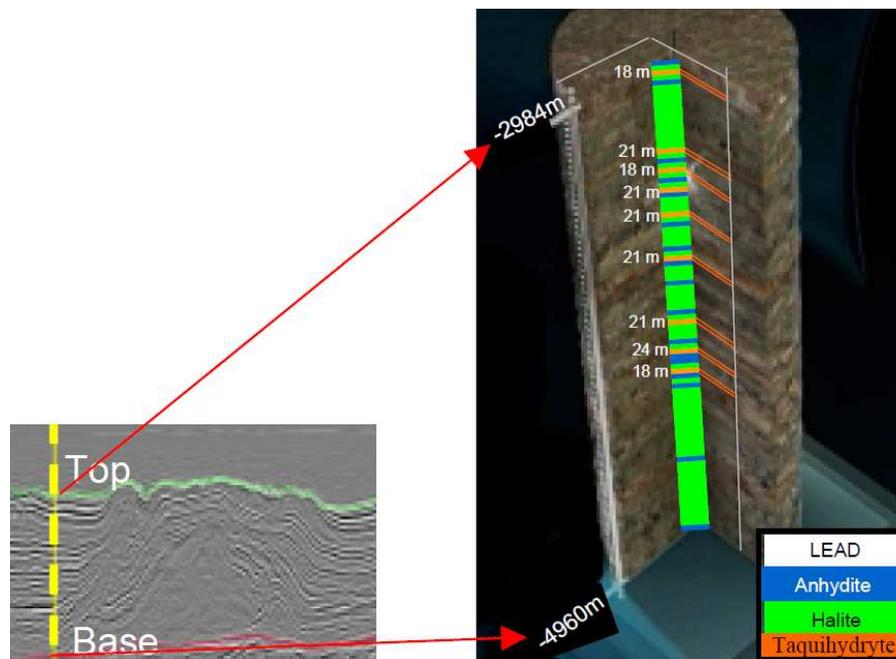


Figura 2.2: Seção evaporítica da Bacia de Santos. Os diversos tipos de rochas evaporíticas encontram-se distribuídos em estratos horizontais. (COSTA et al., 2000)

propriedades físicas, sendo que, de modo geral, todas as rochas evaporíticas mostram permeabilidade e porosidade nulas, podendo constituir ótimas armadilhas, possibilitando a acumulação de petróleo.

No presente trabalho, atenção especial será dada à viscosidade e à densidade dos evaporitos. Se comparado com outras rochas, alguns evaporitos mostram intensa capacidade de deformação quando submetidos à esforços diferenciais, fato que permite às camadas salinas apresentarem comportamento de fluência. Segundo Mohriak e Szatmari (2008b), Talbot e Jarvis (1984) realizaram medições de deformação de camadas de sal aflorantes encontrando taxas de até 2m por ano.

É importante ressaltar que diferentes rochas evaporíticas apresentam diferentes ductilidades. Algumas, como a dolomita e a anidrita, têm comportamento mecânico similar ao de outras rochas sedimentares, enquanto o comportamento de fluência é extremamente acentuado nas rochas de halita, silvita, carnalita e taquidrita (GRAVINA et al., 1997). Segundo Mohriak e Szatmari (2008a, p.28) a taquidrita “*é um cristal que, posto na mesa, em pouco tempo transforma-se em uma poça d’água, absorvendo a água do ar*”.

Após sua deposição, uma camada de sal passa a ser soterrada por outros sedimentos. O aumento da camada acima do sal irá gerar um aumento de pressão *de overburden ou sobrecarga*, que iduzirá,

tanto uma tensão diferencial sobre o sal, quanto um aumento de temperatura, que facilitarão o fenômeno de fluência. Posto que, se comparada a outras rochas sedimentares, sua densidade é baixa, e que evaporitos podem fluir, a camada de sal irá iniciar um processo de intrusão (*piercing*) sobre as rochas acima. Essa sequência de eventos é ilustrada na Figura 2.3.

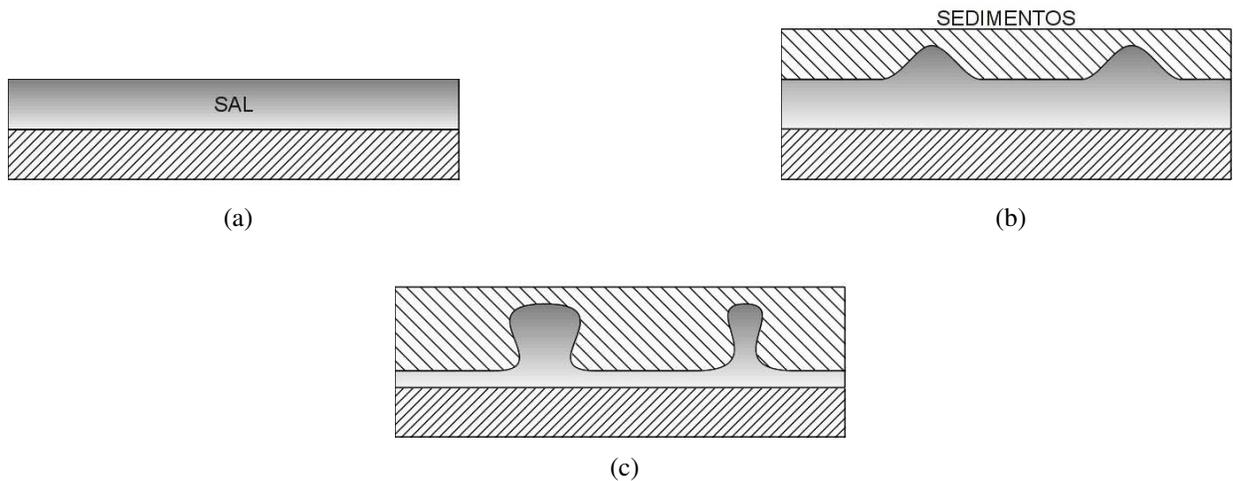


Figura 2.3: Processo de intrusão do sal. Após sua deposição (a), a camada mãe de sal é recoberta por sedimentos (b). O aumento da sobrecarga faz com que ele passe a apresentar fluência e, devido à sua baixa densidade, intrudir os sedimentos acima (c).

A evolução dos conceitos da tectônica salífera pode ser dividida, segundo Jackson (1995), em três linhas de pensamento.

### **TRABALHOS PIONEIROS**

A linha de pensamento seguida logo após 1856, com a publicação de Ville, um mapeamento das cadeias montanhosas no norte da África. Tal período ficou conhecido como período dos trabalhos pioneiros. Nessa época os trabalhos baseavam-se basicamente em resultados de campo obtidos no norte da África e norte do Golfo do Pérsico. O primeiro trabalho sobre a capacidade de deformação apresentada por rochas sedimentares foi, segundo Mohriak e Szatmari (2008b), escrito por Posepney (1871), na Transilvânia.

Stille (1925) propôs um modelo no qual o sal, devido à sua mobilidade, apenas se moldava às formas impostas pelas outras estruturas. Esses trabalhos consideram que a evolução de um diápiro se dá de forma passiva já que o sal não exerce influência sobre a formação ao seu redor

### **MODELO DE FLUIDO**

A linha de pensamento do modelo de fluido que, segundo Mohriak e Szatmari (2008a), é marcada pelo predomínio dos conceitos que relacionavam os diápiros com o movimento do sal submetido à pressões geostáticas, com um comportamento semelhante a um fluido mais leve imerso num fluido mais denso.

Segundo Jackson (1995), os trabalhos que marcam o início dessa linha de pensamento são os de Barton (1933), que propôs o modelo de *downbuilding*, onde o crescimento de um diápiro se dá pela subsidência do embasamento ficando o sal próximo à superfície, e Nettleton (1934), que realizou simulações físicas com fluidos de diferentes densidades, concluindo que tal sistema pode desenvolver formas diapíricas.

A sobrecarga sedimentar e as diferenças de densidade e viscosidade entre o sal e as encaixantes seriam os principais elementos causadores do diapirismo. Tais modelos são ditos de crescimento ativo, pois consideram que um diápiro é formado por causa da força de flutuabilidade, deformando e rompendo as formações adjacentes.

Biot e Ode (1965) desenvolveram um modelo analítico para a determinação da taxa de crescimento de um domo salino em seu estágio inicial, neste trabalho eles também consideraram efeitos de compactação e redistribuição dos sedimentos na superfície livre.

## **TECTÔNICA EXTENSIONAL**

A linha de pensamento da tectônica extensional, cujo marco são as publicações de Vendeville e Jackson (1992), considera que diápiros crescem em regiões de falhamentos extensionais, pois apenas a flutuabilidade não seria suficiente para causar deformações e rupturas nas formações acima da camada de sal, o que impediria o início da formação de um diápiro. Assim, os espaços deixados pelas falhas são ocupados pelo sal. Esse modelo é chamado de modelo reativo.

Schultz-Ela et al. (1993) realizaram simulações e seus resultados mostram que apenas a força devido ao contraste de densidades não é suficiente para iniciar a intrusão, sendo necessários mecanismos como falhamentos e carregamentos diferenciais. Ainda segundo Schultz-Ela et al., Jackson e Vendeville propuseram tal modelo por duas razões:

extensões são repletas de regiões diapíricas, e o diapirismo reativo pode ocorrer independentemente da espessura dos sedimentos depositados acima do sal, da sua litologia e densidade.

Poliakov et al. (1996) propôs um modelo numérico no qual são levados em consideração tanto o efeito de flutuabilidade quanto o efeito de falhamento. Em seu artigo ele aponta casos em que

o diapirismo pode ser associado a cada um dos mecanismos e casos em que ambos atuam em conjunto.

Analisando-se as três linhas de pensamento citadas acima, percebe-se que há um consenso de que a formação de um diápiro está relacionado, direta ou indiretamente, com a flutuabilidade por conta de um contraste de densidades entre a rocha evaporítica e os sedimentos acima dela e com o comportamento fluido dos evaporitos em geral.

Segundo Hubbert (apud MOHRIAK; SZATMARI, 2008b), a pressão resultante da sobrecarga sedimentar diferencial tende a mover o sal das regiões de alta para as regiões de baixas pressões geostáticas, de maneira semelhante ao fluxo de um fluido causado por diferencial de pressão hidrostática, soma-se a isso o efeito da flutuabilidade, fazendo com que o sal suba em busca do equilíbrio isostático.

Um importante mecanismo que rege a evolução de um diápiro está, então, relacionado à instabilidade hidrodinâmica, mais especificamente a instabilidade descrita por Rayleigh (1883) e Taylor (1950).

Dada a complexidade do fenômeno, diferentes geometrias são observadas nas estruturas geológicas formadas devido à halocinese. Tais estruturas, que irão se formar pela intrusão do sal no sedimento acima, segundo Trusheim (apud MOHRIAK; SZATMARI, 2008b, p. 102), são chamadas, em sua fase inicial de crescimento, de *almofadas* e, posteriormente, podem evoluir para *domos salinos* e estruturas pós-diapíricas como *trancos de sal* e *muralhas de sal* (Figura 2.4). Após o topo do domo atingir um estrato onde haja equilíbrio isostático, o diápiro para seu crescimento vertical, no entanto, pode apresentar deslocamento lateral, devido a cargas geostáticas diferenciais, formando estruturas como *cogumelos* e *línguas de sal* que, com o passar do tempo, podem coalescer em *tol-dos (canopy)* (Figura 2.5), permanecendo em uma posição estratigráfica mais jovem que aquela em que foi depositado originalmente.

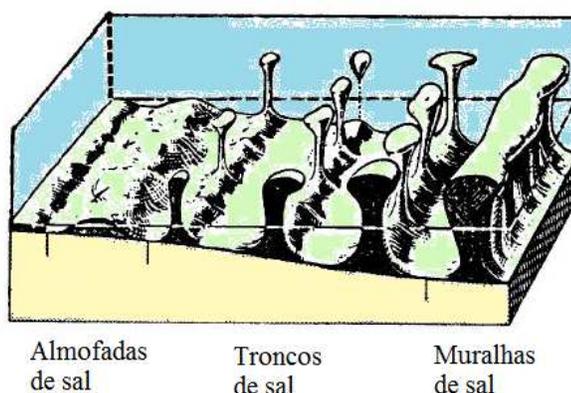


Figura 2.4: Estágio das estruturas halocinéticas autóctones. (Modificado Trusheim (1960))

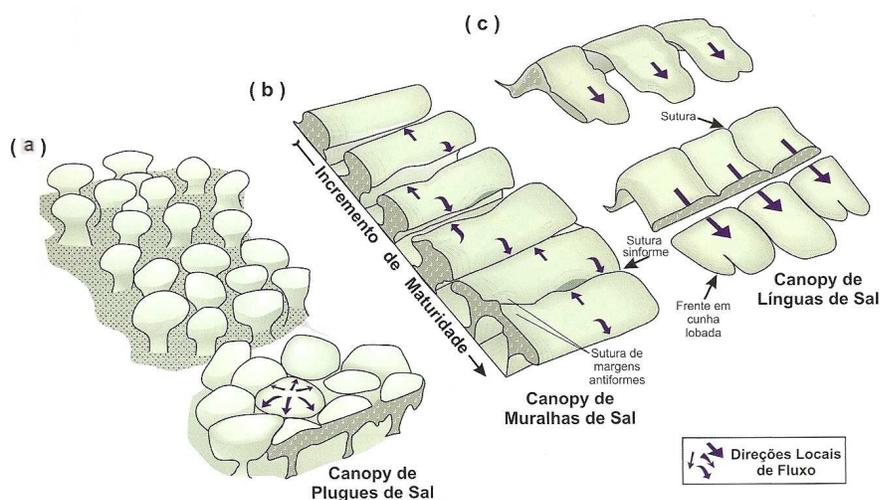


Figura 2.5: Toldos de sal alóctone: (a) cogumelos coalescentes, (b) muralhas coalescentes e (c) línguas coalescentes. (MOHRIAK; SZATMARI, 2008b)

As estruturas representadas na Figura 2.4 são denominadas autóctones, pois mantêm sua estratigrafia original. Já as estruturas finais representadas na Figura 2.5 são denominadas alóctones, pois formam camadas paralelas à camada mãe, em uma posição estratigráfica mais jovem.

Camadas sedimentares que encontram-se abaixo de estruturas de sal autóctone são denominadas de camadas pré-sal, enquanto camadas sedimentares que ficam abaixo de estruturas de sal alóctone são denominadas subsal.

Devido à baixa permeabilidade das rochas evaporíticas, essas formações são de grande importância para a indústria petrolífera, pois propiciam a formação de armadilhas estruturais com grandes

chances de acumulações, tanto em rochas reservatório na camada pré-sal, quanto na camada subsal.

Contudo, esse comportamento de fluidez dos sais pode trazer grandes desafios à perfuração e manutenção dos poços de petróleo.

Problemas já bastante conhecidos, e estudados através de simulações físicas e métodos numéricos, são encontrados ainda na fase de perfuração de poços de petróleo. Devido à fluência do sal, é necessário tomar bastante cuidado com aprisionamento da coluna de perfuração, uma vez que, com o tempo, o evaporito tende a fechar o poço aberto, além disso, fluidos de perfuração não adequados podem produzir, por processos de dissolução, cavernas e batentes mecânicos, causando problemas na fase de cimentação e descida de revestimentos.

Há, todavia, outras questões à serem tratadas. Visto que, para haver a formação de domos salinos, é necessária a migração do sal da camada mãe em direção à intrusão, com o sal se comportando como um fluido à escoar (Figura 2.6).

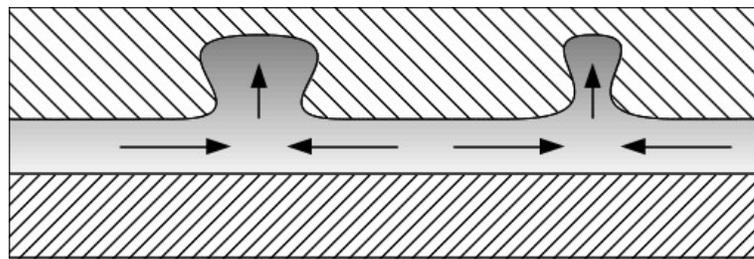


Figura 2.6: Esquema de escoamento do sal da camada mãe em direção ao domo salino.

É comum o surgimento de zonas anormalmente pressurizadas em regiões próximas ao domo salino. Perfurar tais regiões implica em aumento da probabilidade de *kicks* e de perda de circulação para a formação, além disso, poços já perfurados e cimentados em regiões adjacentes à domos salinos poderão ficar sujeitos à esforços cortantes que, eventualmente, ocasionará falhas por cisalhamento. Esses esforços podem ser amplificados por diferentes taxas de deformações apresentadas por diferentes tipos de evaporitos. A Figura 2.7 ilustra o efeito.

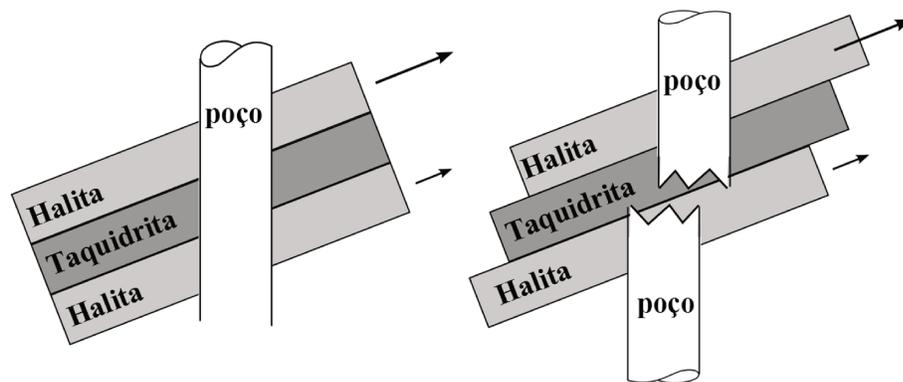


Figura 2.7: Efeito guilhotina em poço de petróleo atravessando camadas de sal.

Outra fonte de prejuízos para a indústria do petróleo encontra-se nas formações adjacentes às estruturas salinas alóctones. Essas formações frequentemente apresentam baixo gradiente de fratura, sendo denominadas por *rubble zones*. Tais zonas ocasionam perda de circulação e instabilidade do poço.

Os campos de petróleo na região do Golfo do México produzem, em boa parte, de reservatórios situados no subsal, por isso, é comum que durante o processo de perfuração, na saída da camada de sal, os poços acabem por atravessar zonas de baixo gradiente de fratura. Segundo Fredrich et al. (2003), há nessas regiões uma perda de resistência do material devido à sua coesão ter sido destruída por conta da deformação imposta pelo sal, além disso, são regiões sujeitas à intensos esforços cisalhantes, em virtude da necessidade de equilibrar a diferença de tensão existente dentro e fora do corpo salino.

Nos próximos capítulos será proposto um modelo matemático analítico, com a finalidade de ajudar a melhorar a compreensão dos mecanismo físicos que controlam o fenômeno de formação de diápiros e a ampliar o entendimento de como tais estruturas podem interferir nas atividades de perfuração de poços de petróleo nas proximidades de um domo de sal.

## 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 3.1 Estabilidade Hidrodinâmica

As ideias fundamentais sobre instabilidade hidrodinâmica foram desenvolvidas no século *XIX*, principalmente por Kelvin (1871), Rayleigh (1883) e Reynolds (1883).

Quando se estuda a estabilidade hidrodinâmica de um fluido deseja-se saber, de um modo geral, se uma pequena perturbação, imposta ao seu estado inicial, irá diminuir até desaparecer, persistir com amplitude constante ou aumentar tanto que fará com que o fluido passe a escoar de forma completamente diferente da inicial. Tais situações são denominadas estável, de neutralidade e instável, respectivamente.

As perturbações são causadas por pequenas irregularidades ou vibrações a que todo sistema físico está sujeito.

É importante salientar que um sistema será considerado estável apenas se apresentar-se assim à todas as perturbações possíveis, em outras palavras, para que o sistema seja considerado instável, basta haver um único modo de excitação cuja amplitude seja crescente com o tempo.

A análise da estabilidade de um fluxo laminar (estacionário ou não) é feita a partir das equações que definem seus campos de velocidade  $U(\vec{x}, t)$ , pressão  $p(\vec{x}, t)$ , temperatura  $\Theta(\vec{x}, t)$ , entre outras propriedades  $F(\vec{x}, t)$  quaisquer. Tais equações são obtidas das equações de movimento e das condições de contorno do problema e definem o fluxo base.

Supõe-se que esse sistema seja perturbado, ou seja, os parâmetros  $F(\vec{x}, t)$ , descritos por suas respectivas funções, com um fluxo base  $F^0$ , devem sofrer acréscimos infinitesimais  $F^1$ , dessa forma, encontram-se as equações diferenciais que regem esses incrementos. Essas equações são chamadas *equações de perturbação*. Apenas os termos de primeira ordem são considerados, o que leva à linearização do problema.

Para determinar se o sistema é estável, faz-se necessário considerar todas as perturbações possíveis, isso é feito impondo-se uma perturbação resultante da superposição de *modos normais*. No caso de modos periódicos, utiliza-se uma expansão em série de Fourier

$$F^1(\vec{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A_k(x_3, t) e^{i(k_{x_1}x_1 + k_{x_2}x_2)} dk_{x_1} dk_{x_2} \quad (3.1)$$

onde

$$k = \sqrt{k_{x_1}^2 + k_{x_2}^2} \quad (3.2)$$

é o número de onda associado à perturbação  $F_k^1(x_3, t)$ . A estabilidade está associada a todos os números de onda, e a instabilidade está associada a ao menos um número de onda. A expansão (3.1) é utilizada em problemas com geometria plana, para outras geometrias é necessário utilizar a expansão mais apropriada. De modo geral

$$F^1(\vec{x}, t) = \int F_k^1(\vec{x}, t) dk \quad (3.3)$$

Para eliminar a dependência do tempo na equação (3.1), procura-se por soluções do tipo

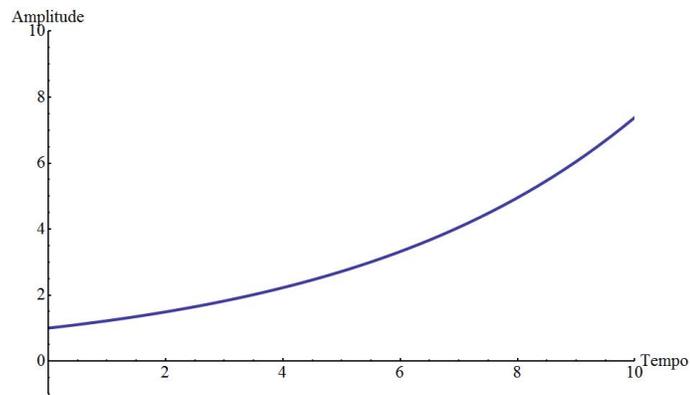
$$F_k^1(\vec{x}, t) = F_k^1(\vec{x}) e^{S_k t} \quad (3.4)$$

onde  $S_k$  é uma constante a se determinar, que dependerá de  $k$ , ou do conjunto de parâmetros  $F(\vec{x}, t)$ . O que se tem é um problema de autovalor, sendo que  $S_k$  é, de modo geral, um número complexo

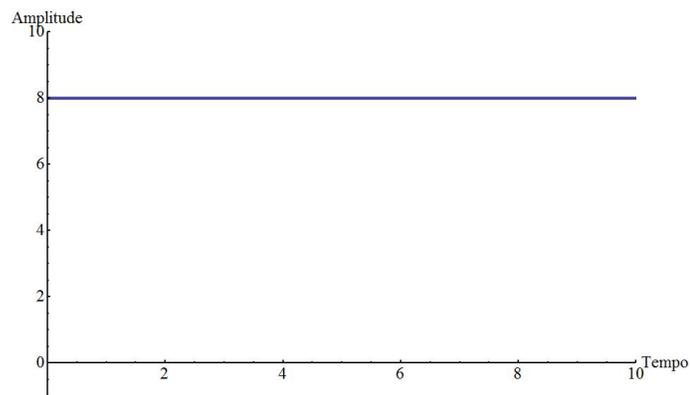
$$S_k = \tau + i\omega \quad (3.5)$$

O parâmetro  $S_k$  irá ditar se o sistema é ou não estável já que, caso sua parte real seja negativa  $Re(S_k) = \tau < 0 \quad \forall k$ , a exponencial complexa  $e^{S_k t} = e^{\tau t} e^{i\omega t} \rightarrow 0$  se  $t \rightarrow \infty$  em (3.4), indicando redução na amplitude da perturbação inicial (modo de estabilidade assintótica, Figura 3.8c), caso sua parte real seja positiva  $Re(S_k) = \tau > 0$  para ao menos um  $k$ , a exponencial complexa  $e^{S_k t} = e^{\tau t} e^{i\omega t} \rightarrow \infty$  se  $t \rightarrow \infty$  em (3.4), indicando aumento na amplitude da perturbação inicial (modo instável, Figura 3.8a) e, caso sua parte real seja nula  $Re(S_k) = \tau = 0$ , a exponencial complexa em (3.4) terá comportamento senoidal de amplitude constante (modo neutro, Figura 3.8b). Há ainda a

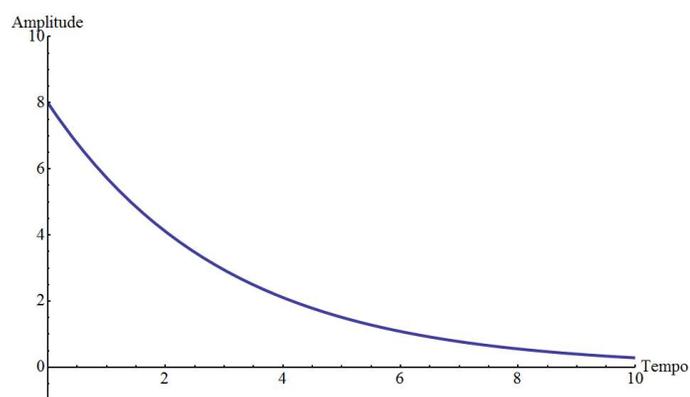
possibilidade de  $Re(S_k) = \tau = 0$  para alguns valores críticos de  $k$  e  $Re(S_k) = \tau > 0$  para valores na vizinhança, tal modo apresenta *estabilidade marginal*.



(a)  $\tau > 0$



(b)  $\tau = 0$



(c)  $\tau < 0$

Figura 3.8: Amplitude aumentando com o tempo (a), amplitude contante (b) e amplitude diminuindo com o tempo (c).

## 3.2 Escoamento

Neste capítulo faz-se uma revisão em alguns conceitos básicos sobre mecânica do contínuo e escoamento de fluidos newtonianos.

### 3.2.1 Descrições Eulerianas e Lagrangianas de um fluido

Para descrever as propriedades de um fluido, durante seu escoamento, há duas formas distintas de fazê-lo. É possível investigar a velocidade  $\vec{U}$ , a pressão  $p$ , a densidade  $\rho$ , dentre outras propriedades  $F(\vec{x}, t)$  quaisquer, em todos os pontos do espaço  $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ , num dado instante  $t$ ; ou determinar a evolução das propriedades  $F(\vec{X}, t)$  de uma determinada partícula, identificada, em um instante de referência  $t_0$ , por sua posição  $\vec{X} = (X_1, X_2, X_3)$ , acompanhando-a durante o escoamento.

As equações obtidas à partir dessas duas abordagens são chamadas, respectivamente, de equações *Eulerianas* e *Lagrangianas* do movimento, sendo  $(x_1, x_2, x_3)$  *coordenadas espaciais* e  $(X_1, X_2, X_3)$  *coordenadas materiais*.

As descrições apresentadas acima se relacionam através da cinemática do fluido.

Sejam  $u_1(\vec{x}, t_0)$ ,  $u_2(\vec{x}, t_0)$ ,  $u_3(\vec{x}, t_0)$  as componentes do campo velocidade de escoamento  $\vec{U}(\vec{x}, t)$  em um determinado ponto  $\vec{x}$  do espaço, em um instante de referência  $t_0$ . Considerando um instante  $t$  após um pequeno intervalo de tempo, ou seja,  $t = t_0 + \delta t$ , tais componentes definem, neste instante, o deslocamento no espaço de todos os pontos materiais do fluido, assim

$$\vec{x} = \vec{X} + \vec{U} \delta t \quad (3.6)$$

é a posição da partícula  $\vec{X}$  após um intervalo de tempo  $\delta t$ . Note que, para  $t = t_0 \Rightarrow X_i = x_i \Rightarrow \vec{X} = \vec{x}$ .

É importante ressaltar que, para a descrição de um movimento contínuo, essas funções devem ser contínuas e finitas e suas derivadas espaciais de primeira ordem  $\frac{\partial u_i}{\partial x_i}$  devem ser finitas em todos os pontos.

### 3.2.2 Derivada Material

Caso o interesse seja saber como variam as propriedades  $F(\vec{X}, t)$  de uma determinada partícula à medida que ela se move, é necessário considerar que a partícula que se encontrava em  $\vec{X} = (X_1, X_2, X_3)$  no instante  $t_0$ , terá coordenada espacial dada por (3.6) após um intervalo de tempo  $\delta t$ , ficando a propriedade  $F(\vec{X}, t)$  será determinada por

$$F(\vec{X} + \vec{U} \delta t, t_0 + \delta t) = F(\vec{X}, t_0) + u_i \delta t \frac{\partial F}{\partial x_i} + \delta t \frac{\partial F}{\partial t} \quad (3.7)$$

Neste ponto emprega-se o conceito de derivada material. Fazendo  $F(\vec{X} + \vec{U} \delta t, t_0 + \delta t) = F(\vec{X}, t_0) + \frac{DF}{Dt} \delta t$ , a equação (3.7) fica

$$\frac{DF}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + u_i \frac{\partial F}{\partial x_i} = \frac{\partial F}{\partial t} + [U(\vec{x}, t) \cdot \vec{\nabla} F] \quad (3.8)$$

### 3.2.3 Equações de movimento

Seja  $p(\vec{x}, t)$  a pressão,  $\rho(\vec{x}, t)$  a densidade do fluido e  $\vec{\Gamma} = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$  uma força de campo atuando sobre o fluido de viscosidade  $\mu$ .

Utilizando o princípio de conservação de momento linear  $\vec{Q} = (q_1, q_2, q_3)$ , em um elemento de volume  $\delta v = \delta x_1 \delta x_2 \delta x_3$ , como mostra a Figura 3.9, tem-se

$$\frac{D\vec{Q}}{Dt} = \rho \delta v \frac{D\vec{U}}{Dt} \quad (3.9)$$

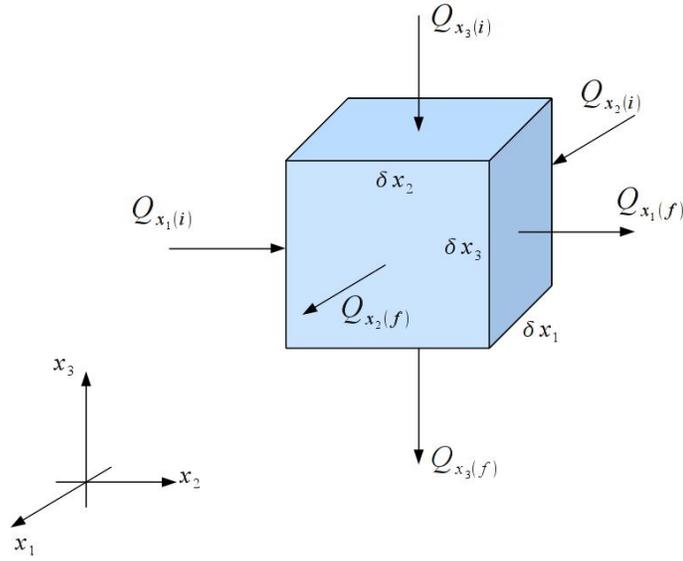


Figura 3.9: Conservação de momento linear em elemento de volume  $\delta v$ .

A variação de momento linear dada pela equação (3.9), está associada à força de campo  $\vec{\Gamma} = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ , à pressão  $p(\vec{x})$  e às tensões de cisalhamento  $\tau_{ij}$ , respectivamente, por  $\rho \delta v \vec{\Gamma}$ ,  $-\delta v \vec{\nabla} p$  e, para um *fluido newtoniano*,  $\delta v \mu \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$ .

Para o caso em que a força de campo possui um potencial  $\Omega(\vec{x})$  independente do tempo ( $\frac{D\Omega}{Dt} = 0$ ), suas componentes podem ser escritas como

$$\vec{\Gamma} = -\vec{\nabla}\Omega \quad (3.10)$$

Interpreta-se  $\Omega(\vec{x})$  como sendo a energia potencial por unidade de massa do fluido no ponto  $\vec{x}$ .

Empregando a forma (3.8) em (3.9), tem-se o seguinte conjunto de equações

$$\begin{cases} \frac{Du_1}{Dt} = \frac{\partial u_1}{\partial t} + \left( u_i \frac{\partial u_1}{\partial x_i} \right) = -\frac{\partial \Omega}{\partial x_1} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1} + \mu \frac{1}{\rho} \nabla^2 u_1 \\ \frac{Du_2}{Dt} = \frac{\partial u_2}{\partial t} + \left( u_i \frac{\partial u_2}{\partial x_i} \right) = -\frac{\partial \Omega}{\partial x_2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_2} + \mu \frac{1}{\rho} \nabla^2 u_2 \\ \frac{Du_3}{Dt} = \frac{\partial u_3}{\partial t} + \left( u_i \frac{\partial u_3}{\partial x_i} \right) = -\frac{\partial \Omega}{\partial x_3} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_3} + \mu \frac{1}{\rho} \nabla^2 u_3 \end{cases} \quad (3.11)$$

conhecidas como *equações de Navie-Stokes*.

Considerando apenas a força gravitacional, orientada no sentido positivo do eixo  $x_3$ , como força de campo  $\vec{\Gamma} = -\vec{\nabla}\Omega = (0, 0, g)$

$$\begin{cases} \frac{Du_1}{Dt} = \frac{\partial u_1}{\partial t} + \left( u_i \frac{\partial u_1}{\partial x_i} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1} + \mu \frac{1}{\rho} \nabla^2 u_1 \\ \frac{Du_2}{Dt} = \frac{\partial u_2}{\partial t} + \left( u_i \frac{\partial u_2}{\partial x_i} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_2} + \mu \frac{1}{\rho} \nabla^2 u_2 \\ \frac{Du_3}{Dt} = \frac{\partial u_3}{\partial t} + \left( u_i \frac{\partial u_3}{\partial x_i} \right) = g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_3} + \mu \frac{1}{\rho} \nabla^2 u_3 \end{cases} \quad (3.12)$$

Fazendo  $P = p - \rho g x_3$ , tem-se

$$\begin{cases} \frac{Du_1}{Dt} = \frac{\partial u_1}{\partial t} + \left( u_i \frac{\partial u_1}{\partial x_i} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_1} + \mu \frac{1}{\rho} \nabla^2 u_1 \\ \frac{Du_2}{Dt} = \frac{\partial u_2}{\partial t} + \left( u_i \frac{\partial u_2}{\partial x_i} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_2} + \mu \frac{1}{\rho} \nabla^2 u_2 \\ \frac{Du_3}{Dt} = \frac{\partial u_3}{\partial t} + \left( u_i \frac{\partial u_3}{\partial x_i} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_3} + \mu \frac{1}{\rho} \nabla^2 u_3 \end{cases} \quad (3.13)$$

Para um sistema de coordenadas cilíndricas  $(r, \theta, z)$  (FOX; MCDONALD, 1995, p.614), com  $z \equiv x_3$

$$\begin{cases} \frac{Du_r}{Dt} = \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \\ \quad + \mu \frac{1}{\rho} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} - \frac{u_r}{r^2} \right] \\ \frac{Du_\theta}{Dt} = \frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{u_\theta u_r}{r} = -\frac{1}{r\rho} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \\ \quad + \mu \frac{1}{\rho} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r^2} \right] \\ \frac{Du_z}{Dt} = \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \\ \quad + \mu \frac{1}{\rho} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right] \end{cases} \quad (3.14)$$

sendo que  $\nabla^2(\bullet) = \frac{\partial^2}{\partial r^2}(\bullet) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\bullet) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}(\bullet) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}(\bullet)$ , o sistema acima pode ser reescrito na forma

$$\begin{cases} \frac{Du_r}{Dt} = \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \\ \quad + \mu \frac{1}{\rho} \left[ \nabla^2 u_r - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} - \frac{u_r}{r^2} \right] \\ \frac{Du_\theta}{Dt} = \frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{u_\theta u_r}{r} = -\frac{1}{r\rho} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \\ \quad + \mu \frac{1}{\rho} \left[ \nabla^2 u_\theta + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r^2} \right] \\ \frac{Du_z}{Dt} = \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \frac{1}{\rho} \nabla^2 u_z \end{cases} \quad (3.15)$$

Outro importante princípio é o da conservação da massa. Considere um elemento com volume

fixo  $\delta v$  se movendo, sua massa será constante se

$$\frac{D\rho \delta v}{Dt} = 0 \implies \frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \frac{1}{\delta v} \frac{D\delta v}{Dt} = 0 \quad (3.16)$$

onde

$$\frac{1}{\delta v} \frac{D\delta v}{Dt} = \text{div}(\vec{U}) \quad (3.17)$$

A expressão  $\text{div}(\vec{U})$ , cuja interpretação é a medida da taxa de expansão do fluido no ponto  $\vec{x}$ , é a divergência do campo vetorial  $\vec{U}$ . Logo

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \text{div}(\vec{U}) = 0 \quad (3.18)$$

Além disso, considerando um fluido incompressível, a densidade  $\rho$  de um determinado elemento  $\delta v$  que se move ao longo de uma linha de fluxo não varia com o tempo

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = 0 \quad (3.19)$$

ou seja

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (3.20)$$

logo, a equação (3.16) se resume a

$$\text{div}(\vec{U}) = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.21)$$

### 3.2.4 Potencial de escoamento

Dado um campo de escoamento  $\vec{U}(\vec{x}, t)$ , caso tal campo seja irrotacional  $\vec{\nabla} \times \vec{U} = \vec{0}$ , ou seja

$$\nabla \times \vec{U} = \left( \frac{\partial u_3}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \right) \hat{e}_1 + \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) \hat{e}_2 + \left( \frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) \hat{e}_3 = \vec{0} \quad (3.22)$$

suas componentes satisfazem

$$\frac{\partial u_3}{\partial x_2} = \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \text{ e } \frac{\partial u_1}{\partial x_3} = \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \text{ e } \frac{\partial u_2}{\partial x_1} = \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \quad (3.23)$$

Com (3.23) reescreve-se o termo  $u_i \frac{\partial u_i}{\partial u_i} = u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + u_3 \frac{\partial u_1}{\partial x_3}$ , da primeira equação em (3.11), na forma  $u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + u_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_1} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x_1} u_1^2 + \frac{\partial}{\partial x_1} u_2^2 + \frac{\partial}{\partial x_1} u_3^2 \right)$ , assim

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x_1} u_i^2 \right) = -\frac{\partial \Omega}{\partial x_1} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1} + \mu \frac{1}{\rho} \nabla^2 u_1 \quad (3.24)$$

estendendo para as três componentes do campo de escoamento *de um fluido não viscoso* ( $\mu = 0$ )

$$\begin{cases} \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x_1} u_i^2 \right) = -\frac{\partial \Omega}{\partial x_1} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1} \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x_2} u_i^2 \right) = -\frac{\partial \Omega}{\partial x_2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_2} \\ \frac{\partial u_3}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x_3} u_i^2 \right) = -\frac{\partial \Omega}{\partial x_3} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_3} \end{cases} \quad (3.25)$$

Para tal campo é possível expressar suas componentes em termos de uma única função escalar potencial  $\Phi(\vec{x}, t)$ , de modo que

$$u_1 = -\frac{\partial \Phi}{\partial x_1}, \quad u_2 = -\frac{\partial \Phi}{\partial x_2}, \quad u_3 = -\frac{\partial \Phi}{\partial x_3} \quad (3.26)$$

ou simplesmente

$$\vec{U} = -\vec{\nabla} \Phi \quad (3.27)$$

tal função escalar  $\Phi(\vec{x}, t)$  é chamada de *potencial de escoamento (velocity-potential)*.

Integrando as equações em (3.25) com relação às variáveis espaciais e somando-as obtém-se

$$\frac{p}{\rho} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (u_i^2) - \Omega + f(t) \quad (3.28)$$

onde  $f(t)$  é um parâmetro a ser determinado. A equação acima é chamada de *equação de Bernoulli*.

As condições necessárias para que tal função potencial exista são as de que a força de campo  $\vec{\Gamma} = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ , que atua no fluido, deva ter um potencial  $\Omega(\vec{x})$  e a densidade  $\rho$  deva ser constante ou depender apenas da pressão  $p$ . Se tais condições são satisfeitas temos a existência da função *potencial de escoamento* garantida pelo teorema abaixo.

### Teorema 1

Se uma função potencial existe, em qualquer instante  $t_0$ , para uma porção finita de um fluido perfeito em movimento sob a ação de forças que possuem potenciais, então, caso a densidade do fluido seja constante ou dependa exclusivamente da pressão, essa função potencial existe para a mesma porção de fluido em todos os instantes  $t_0 \pm \delta t$ .

A prova deste teorema pode ser encontrada em Lamb (1932, p.17).

Das equações (3.26) e (3.21) temos

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial u_i^2} = 0 \quad \text{ou} \quad \nabla^2 \Phi = 0 \quad (3.29)$$

A existência de um potencial para o escoamento do fluido implica na continuidade das linhas de corrente, assim

$$\frac{dx_1}{u_1} = \frac{dx_2}{u_2} = \frac{dx_3}{u_3} \quad (3.30)$$

Além disso tais linhas serão perpendiculares às *superfícies equipotenciais*  $\Phi = \text{const.}$

### 3.2.5 Função Corrente (Stream-function)

Em fluxos de regimes quase estáticos ( $Re \rightarrow 0$ ), despreza-se efeitos de inércia

$$\frac{Du_1}{Dt} = \frac{Du_2}{Dt} = \frac{Du_3}{Dt} = 0 \quad (3.31)$$

que, de modo geral, em coordenadas cartesianas, implica em

$$\begin{cases} \frac{\partial u_1}{\partial t} + \left(u_i \frac{\partial u_1}{\partial x_i}\right) = 0 \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} + \left(u_i \frac{\partial u_2}{\partial x_i}\right) = 0 \\ \frac{\partial u_3}{\partial t} + \left(u_i \frac{\partial u_3}{\partial x_i}\right) = 0 \end{cases} \quad (3.32)$$

assim sendo, há escoamento do fluido, porém, a velocidade de uma partícula é praticamente constante.

Caso as equações (3.31) sejam satisfeitas e, no entanto, a velocidade observada em uma coordenada fixa seja constante  $\left(\frac{\partial u_2}{\partial t} = 0\right)$ , definindo um escoamento em regime permanente, o fluxo é chamado de *creep flow*. Porém, a velocidade em cada ponto pode variar no tempo, satisfazendo as relações

$$\begin{cases} \frac{\partial u_1}{\partial t} = - \left(u_i \frac{\partial u_1}{\partial x_i}\right) \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} = - \left(u_i \frac{\partial u_2}{\partial x_i}\right) \\ \frac{\partial u_3}{\partial t} = - \left(u_i \frac{\partial u_3}{\partial x_i}\right) \end{cases} \quad (3.33)$$

Um fluxo que obedece o conjunto de equações acima, em regime transiente, é chamado de *fluxo quase estático*.

Em um *regime quase estático* bidimensional, é possível definir uma *função corrente*  $\psi(\vec{x}, t)$ , de modo que o campo de escoamento bidimensional seja dado, em coordenadas cartesianas, por

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial z} \quad e \quad w = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (3.34)$$

Essa forma satisfaz, automaticamente, a relação (3.21). A função corrente  $\psi(x, z, t) = cte$ . descreve as linhas de corrente do fluxo, linhas de corrente são tangentes aos vetores  $\vec{U}(\vec{x})$  em cada ponto e, em um intervalo de tempo pequeno, coincidem com as trajetórias das partículas de fluido.

Utilizando (3.34) nas equações 3.13, para um fluxo bidimensional, obtém-se o sistema

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \nabla^2 \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \\ -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \nabla^2 \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (3.35)$$

derivando a primeira equação com relação à  $z$  e a segunda com relação à  $x$

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial z \partial x} + \mu \frac{\partial}{\partial z} \nabla^2 \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \\ -\frac{\partial P}{\partial x \partial z} + \mu \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (3.36)$$

caso a função  $P = p - \rho gz$  seja contínua, tem-se do teorema de *Clairau* que  $\frac{\partial f}{\partial x \partial z} = \frac{\partial f}{\partial z \partial x}$ . Somando as equações em (3.36), elimina-se o termo dependente da pressão e encontra-se a equação bi harmônica

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial z^4} = \nabla^4 \psi = 0 \quad (3.37)$$

Note que a equação diferencial para a função corrente acima não depende, explicitamente, da viscosidade, isso se deve ao fato de que, para um escoamento de baixo número de Reynolds ( $Re \approx 0$ ), efeitos de dissipação interna não afetam as formas das linhas de correntes, definidas pela função  $\psi$ , sendo tais formas determinadas exclusivamente pelas condições de contorno do problema.

### 3.3 Estado de tensões

Importantes parâmetros como gradiente de pressão de poros, gradiente de colapso e gradiente de fratura, estão diretamente relacionados ao estado de tensão ao qual a formação está submetida.

Tomando um elemento volumétrico, de um corpo submetido à ação de forças, sejam forças de campo ou de superfície, este apresentará nove componentes de tensão, três componentes normais às suas faces e seis componentes tangenciais (Figura 3.10).

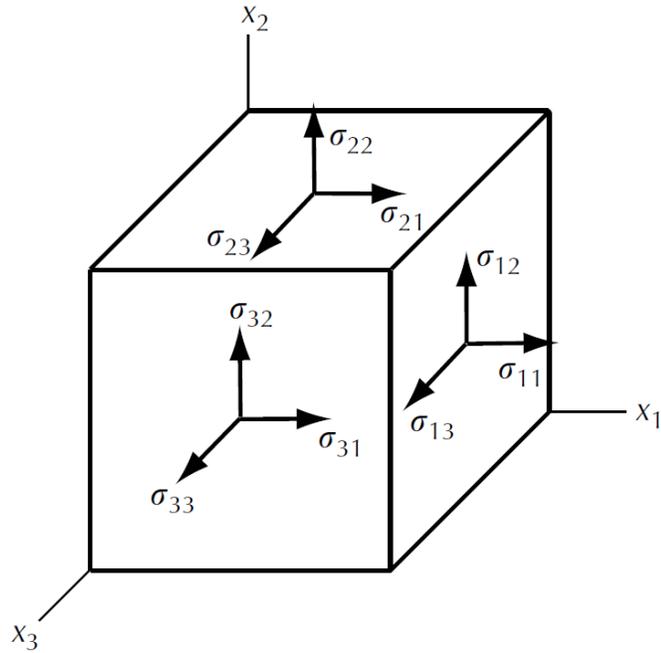


Figura 3.10: Tensões atuantes em um elemento volumétrico de um corpo qualquer submetido à carregamentos externos. (FJAR et al., 2008)

Através das componentes de tensão, mostradas acima, é possível construir uma matriz quadrada, que representa o tensor de tensões para este corpo

$$\underline{\underline{T}} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \sigma_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

Caso o corpo esteja em equilíbrio, a matriz acima será simétrica, o que implica

$$\tau_{ij} = \tau_{ji} \quad (3.39)$$

garantindo que o momento resultante seja nulo.

O estado de tensões em um ponto depende da direção na qual se observa, dependendo do sistema de coordenadas assumido. Dessa forma, é possível encontrar direções  $\hat{e}_1$ ,  $\hat{e}_2$  e  $\hat{e}_3$ , nas quais as tensões de cisalhamento serão todas nulas, do que se conclui que as tensões normais atuantes  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  são paralelas aos eixos de tal sistema. As direções definidas por esses eixos são chamadas de direções principais e as tensões normais atuantes nas direções de tais eixos são chamadas de

tensões principais.

A matriz, que representa o tensor de tensões para tal sistema de coordenadas, ficará

$$\overleftrightarrow{T} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

Algebricamente as direções principais  $\hat{e}_1$ ,  $\hat{e}_2$  e  $\hat{e}_3$  são os autovetores da matriz de tensões e as tensões principais  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  são seus respectivos autovalores.

É possível descrever o estado de tensão em uma direção arbitrária, passando por um ponto qualquer de um corpo, caso sejam dadas as três tensões principais. Também é possível se determinar as tensões principais atuantes em um corpo, caso se conheça um estado de tensões qualquer.

Há também a representação do estado de tensões através dos círculos de Mohr. Para um sistema de coordenadas cartesiano arbitrário, toma-se um corpo em um estado plano de tensões ( $\sigma_z = 0$ ). Um elemento de superfície de tal corpo fica representado como na Figura 3.11.

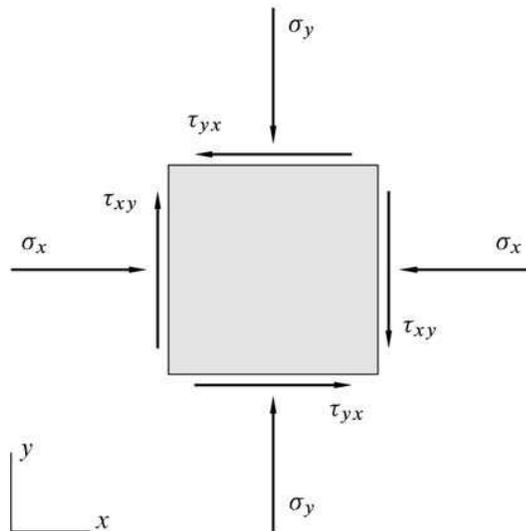


Figura 3.11: Tensões atuantes em um elemento de área de um corpo qualquer submetido à carregamentos externos em estado plano. (FJAR et al., 2008)

Considera-se um corte, em uma direção arbitrária, tal qual na Figura 3.12, onde vê-se a tensão normal  $\sigma$  e a tensão de cisalhamento  $\tau$ .

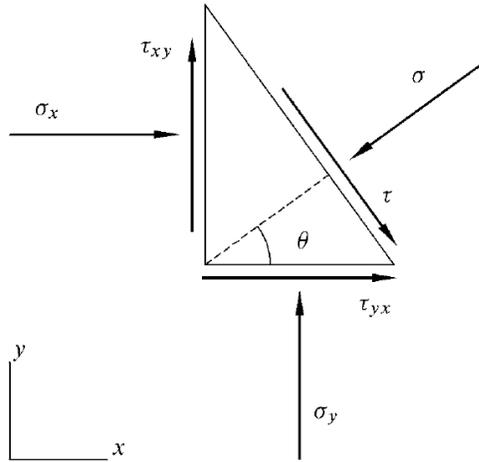


Figura 3.12: Corte em direção arbitrária. (FIAR et al., 2008)

Tais tensões devem satisfazer as condições de equilíbrio de força resultante e momento resultante nulos, assim, escrevendo tais equações obtém-se

$$\sigma = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (3.41)$$

$$\tau = \sigma_y \sin \theta \cos \theta - \sigma_x \cos \theta \sin \theta + \tau_{xy} \cos^2 \theta - \tau_{xy} \sin^2 \theta \quad (3.42)$$

ou

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (3.43)$$

$$\tau = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (3.44)$$

Escolhe-se  $\theta$  de modo que  $\tau = 0$ , o que implica

$$\tan 2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (3.45)$$

cujas soluções são  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , correspondentes às duas direções principais. Substituindo a equação acima na equação 3.43 tem-se

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\tau_{xy}^2 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2} \quad (3.46)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\tau_{xy}^2 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2} \quad (3.47)$$

Reescrevendo as equações (3.43) e (3.44), de modo que os eixos  $x$  e  $y$  coincidam com as direções principais ( $\tau_{xy} = 0$ ,  $\sigma_x = \sigma_1$  e  $\sigma_y = \sigma_2$ ) tem-se

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\theta \quad (3.48)$$

$$\tau = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\theta \quad (3.49)$$

cuja representação em um plano cartesiano de eixos  $\sigma$  e  $\tau$  é um círculo de raio  $\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$  e centro no ponto  $\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$  sobre o eixo  $\sigma$ , chamado de círculo de Mohr<sup>1</sup>. Um estado de tensão definido por  $\sigma$  e  $\tau$  em um ponto qualquer numa direção de ângulo  $\theta$ , com relação à direção principal, é representado sobre o círculo como mostra a Figura 3.13.

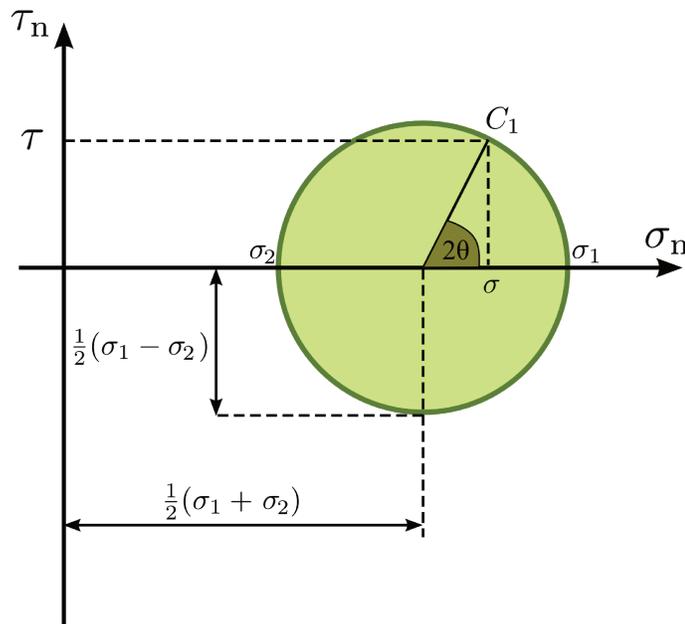


Figura 3.13: Estado de tensão representado sobre um círculo de Mohr.

<sup>1</sup>Christian Otto Mohr, engenheiro alemão nascido em Wesselburen a 8 de outubro de 1935.

### 3.4 Reologia das rochas

Reologia é o ramo da Física que estuda a deformação e o fluxo da matéria, podendo essa se apresentar no estado líquido, gasoso ou sólido. O termo foi sugerido por Eugene Cook Bingham, químico nascido nos Estados Unidos.

Reiner (1964) descreve como se deu o surgimento do termo Reologia e explica o que o levou a definir o número de Débora ou, em inglês, Deborah.

Segundo Reiner, já que esse novo ramo se baseava na ideia de Heraclitus de que tudo flui, era preciso uma forma de diferenciar o comportamento dos corpos sólidos do comportamento de líquidos.

Deborah foi uma profetiza israelense e, há na Bíblia, mais precisamente no velho testamento (Juízes 5-5), uma passagem em que se descreve um hino, entoado por ela após a vitória sobre os Filisteus. Neste hino consta a passagem “As montanhas irão *escoar* aos olhos do Senhor”. Nas versões em português o termo utilizado é *tremor*, não *escoar*, e, segundo Reiner, isso também ocorre na versão inglesa devido a um erro de tradução.

Para Reiner, o que levou Deborah a dizer tal frase foi o conhecimento de dois fatos, o primeiro é que as montanhas escoam, assim como tudo escoam, e o segundo é que as montanhas fazem isso diante do Senhor, e não diante do homem, pela razão de que o intervalo de tempo de uma vida humana é muito curto se comparado com a eternidade de Deus.

Tal raciocínio é empregado na definição do adimensional conhecido como *número de Deborah*

$$De = \frac{\text{tempo de relaxamento do material}(\lambda_r)}{\text{tempo de observação}(t)} \quad (3.50)$$

que indica quando um material irá se apresentar com comportamento de sólido ou de fluido.

Na expressão acima, o tempo de relaxamento  $\lambda_r$  é o tempo necessário para que ocorra algum movimento molecular na estrutura do corpo que se deforma, e o tempo de observação  $t$  é o tempo de aplicação da tensão ou deformação.

Sólidos elásticos apresentam  $De \rightarrow \infty$  e fluidos viscosos  $De \rightarrow 0$ . Materiais com  $0 < De < \infty$  apresentam comportamento polimérico.

Dessa forma, um material pode apresentar comportamento de sólido quando o tempo de relaxamento é muito grande ( $\lambda_r \rightarrow \infty$ ) ou quando o tempo de observação é muito pequeno ( $t \rightarrow 0$ ), não

tendo o material tempo para realizar movimentos moleculares, assim, líquidos podem se comportar como sólidos em deformações muito rápidas ( $t \ll \lambda_r$ ). Em contrapartida, um material apresentará comportamento de fluido quando o tempo de relaxamento for muito pequeno ( $\lambda_r \rightarrow 0$ ) ou quando o tempo de observação for muito grande ( $t \rightarrow \infty$ ), dessa forma, sólidos podem se comportar como fluidos em deformações muito lentas  $t \gg \lambda_r$ .

O tempo de relaxamento dos materiais apresenta dependência de parâmetros como temperatura e pressão. Em condições de baixa temperatura e baixa pressão, rochas - sedimentares ou ígneas - têm, em geral, um comportamento frágil, apresentando um comportamento aproximadamente elástico-linear e, portanto, fraturam para pequenas deformações (Figura 3.14).

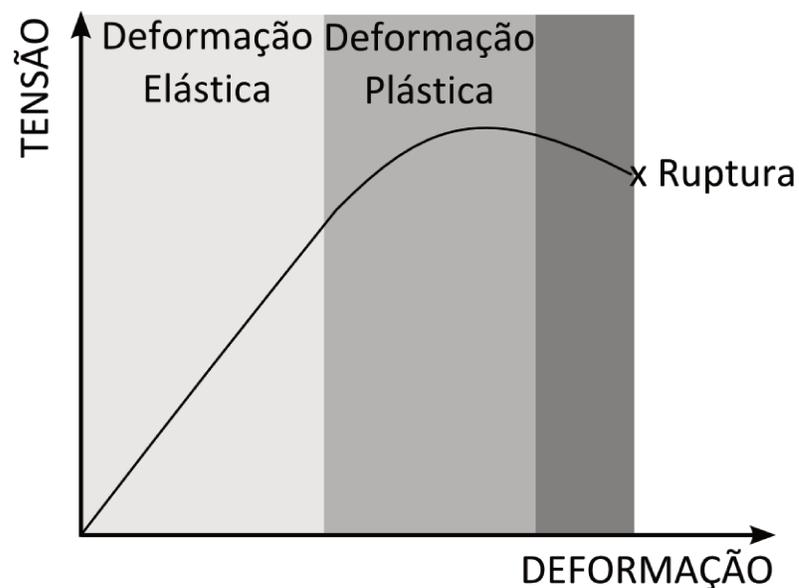


Figura 3.14: Comportamento frágil. Ruptura em pequenas deformações.

Rochas que atingiram seu limite de deformação apresentam planos de descontinuidade, chamados de fissuras, rupturas ou fraturas, caso não se observe discordâncias ao longo do plano de fraturas.

Conjuntos de fraturas, com espaçamentos regulares e praticamente paralelas, são denominados de juntas. Quando é possível verificar um deslocamento relativo entre as faces criadas pela ruptura, estas são denominadas de falhas. Ambas ocorrem em diferentes escalas.

Os planos de falhas e juntas são importantes na determinação das orientações das direções das tensões principais.

Fraturas sem deslocamentos típicos de falhas são denominadas de juntas de tensão e têm ori-

entação perpendicular à menor tensão de confinamento  $\sigma_3$ , sendo paralelas ao plano definido pelas duas maiores tensões *in situ*,  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ . Deslocamentos relativos entre as faces da fratura não são observados pois em tais condições não há tensão de cisalhamento.

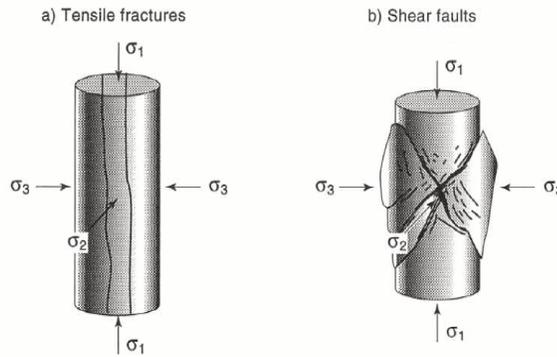


Figura 3.15: Planos de fraturas (a) e falhas por cisalhamento (b). (WEIJERMARS, 1997)

Já falhas por cisalhamento são formadas em direções próximas à máxima tensão de cisalhamento, que se coloca à  $45^\circ$  entre  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$ . Na verdade, o plano de falha por cisalhamento fará um ângulo agudo com a maior tensão principal  $\sigma_1$ . Tal comportamento é previsto à partir do critério de Morh-Coulomb (Figura 3.16), onde  $\alpha$  indica o ângulo do plano da falha por cisalhamento,  $\phi$  é o ângulo de atrito interno e  $C$  é a coesão da rocha. A tensão  $-\sigma_0$  é a tensão na qual a rocha falha por tração. Este critério define o estado de tensões para a falha do material através de uma reta tangente aos círculos de Morh, para os quais uma amostra tenha apresentado falha.

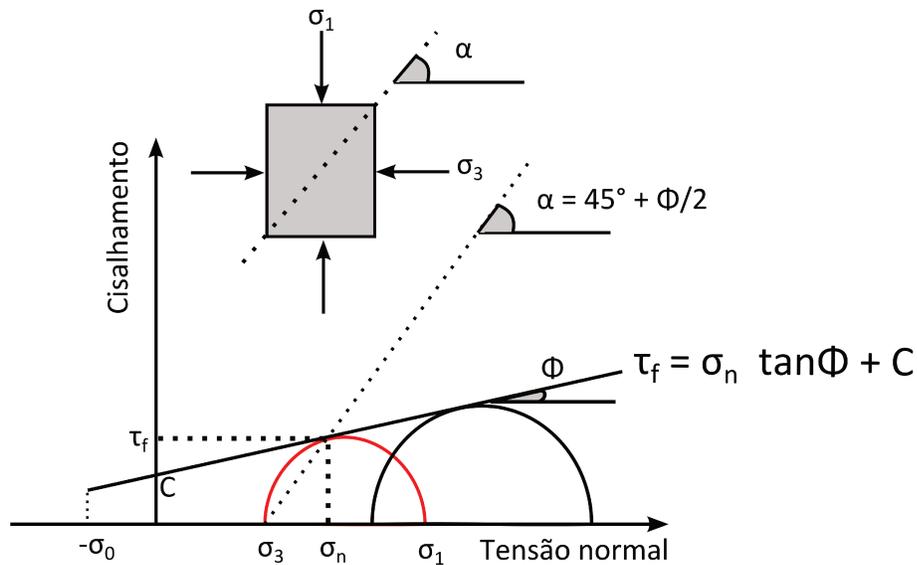


Figura 3.16: Critério de falha de Morh-Coulomb, comumente empregado para materiais frágeis.

No entanto, caso a rocha seja submetida a pressões e temperaturas mais elevadas e a uma baixa taxa de deformação, ela poderá apresentar um comportamento dúctil, apresentando grandes deformações sem apresentar rupturas. A transição do comportamento frágil para o comportamento dúctil ocorre, segundo Turcotte e Schubert (1982), quando a tensão de confinamento, a que a rocha está submetida, aproxima-se da tensão de ruptura. Como dito anteriormente, tais deformações controlam o comportamento de fluência, e ocorrem por uma redistribuição dos cristais constituintes da rocha.

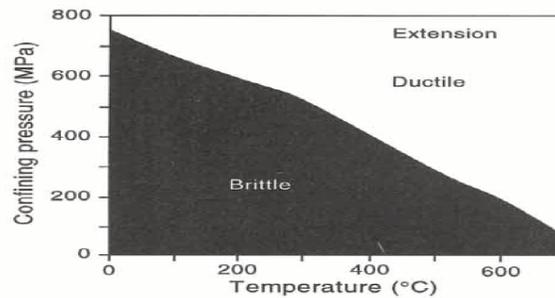


Figura 3.17: Diagrama generalizado para a transição dúctil-frágil em testes de fluência. (WEIJERMARS, 1997)

Costa e Junior (2008) realizou testes laboratoriais, com a finalidade de determinar algumas propriedades mecânicas de evaporitos. Foram ensaiados corpos de prova de diferentes tipos de sais, retirados por testemunhagens realizadas em poços da PETROBRAS na bacia de Sergipe-Alagoas.

Quando uma amostra de rocha, que apresente comportamento de fluência, como o sal, é submetida à testes de compressão triaxiais de longa duração, de até alguns meses, a curva para o diagrama deformação por tempo ( $\epsilon \times t$ ) se aproxima da apresentada na Figura 3.18.

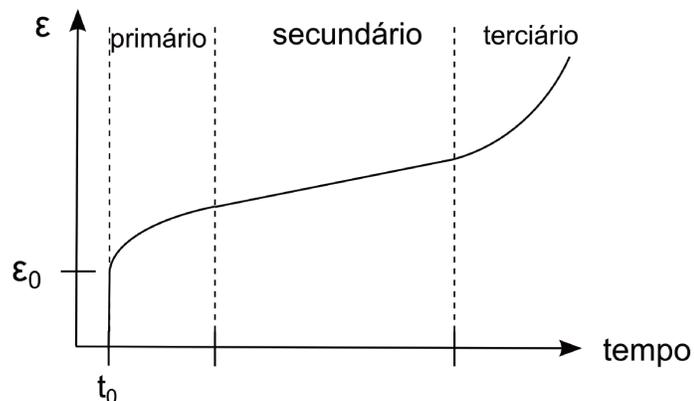


Figura 3.18: Curva de fluência.

Na figura acima observa-se três estágios.

O primeiro, de fluência primária ou transiente, é caracterizado por uma desaceleração da velocidade de deformação. Segundo Gravina et al. (1997), se no decorrer dessa fase a tensão for anulada, o corpo de prova irá restituir sua forma original.

No segundo estágio, de fluência secundária ou estacionária (*steady-state*), a velocidade de deformação permanece aproximadamente constante.

Por fim, no terceiro estágio, ou fluência terciária, observa-se uma aceleração da deformação, fazendo com que o corpo de prova se rompa rapidamente.

A deformação e a velocidade de deformação de um corpo são, como dito anteriormente, altamente dependentes da temperatura, sendo maiores quanto maior for a temperatura.

Segundo Costa e Junior (2008), a descrição da reologia, para fins de engenharia, se restringe à descrição do segundo estágio, por ser o de maior duração. Ainda segundo ele, emprega-se na indústria do petróleo a equação constitutiva de mecanismo duplo de deformação

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0 \left( \frac{\sigma_{ef}}{\sigma_0} \right)^n \exp \left[ \frac{Q}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right] \quad (3.51)$$

onde:

$\dot{\epsilon}$  é a taxa de deformação por fluência no regime estacionário;

$\dot{\epsilon}_0$  é a taxa por fluência de referência. Corresponde à taxa de deformação por fluência em regime estacionário obtida em ensaio de fluência realizado sob tração constante de intensidade  $\sigma_0$  a uma temperatura constante  $T_0$ ;

$\sigma_{ef}$  é a tensão efetiva de fluência;

$Q$  é a energia de ativação;

$R$  é a constante universal dos gases ideais;

$T$  é a temperatura, medida em  $K$ ;

$n$  coeficiente dependente do nível de tensão aplicada.

Quanto à resistência à tração, Jandakaew et al. (2003) realizou testes para levantamento de propriedades mecânicas de rochas evaporíticas, sendo um deles o *brazilian test*, obtendo resultados para  $\sigma_B$  entre 1,5 e 1,9 *Mpa* como resistência à tração, sendo, segundo Obert e Duvall (1967,

p.329)

$$\sigma_B = 2 \frac{p_b}{\pi L D} \quad (3.52)$$

onde  $p_b$  é a força aplicada na ruptura,  $L$  é a espessura e  $D$  o diâmetro do corpo de prova (com formato de disco).

A Figura 3.19 foi retirada do trabalho de Jandakaew et al. e mostra os corpos de prova após o teste.

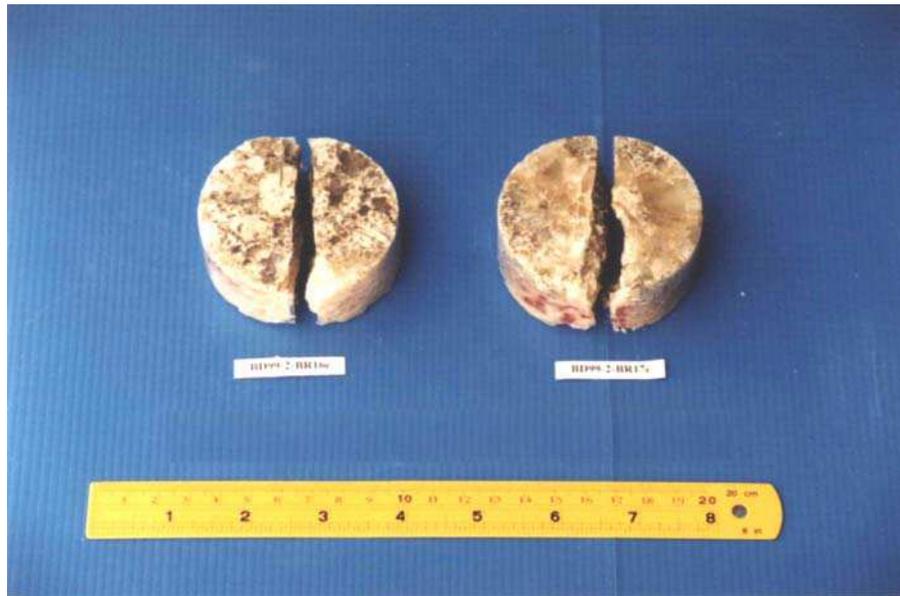


Figura 3.19: Corpos de prova após brazilian test. (JANDAKAEW et al., 2003)

Há diversos mecanismos físico-químicos que podem controlar a fluência em uma amostra de rocha. Os principais mecanismos de fluência são: superelasticidade, transferência de solução, fluência por difusão e por deslocamento.

Rochas são formadas por redes cristalinas. Alguns dos mecanismos de fluência citados acima estão relacionados à defeitos na rede cristalina, tanto defeitos pontuais quanto defeitos lineares.

### 3.4.1 Fluência por difusão

Em deformações à taxas muito lentas, a fluência será dominada pelo mecanismo de difusão.

Este mecanismo está relacionado à defeitos pontuais na rede cristalina da rocha. As imperfeições pontuais mais comuns nas redes cristalinas são: lacunas, impurezas e auto-intersticiais.

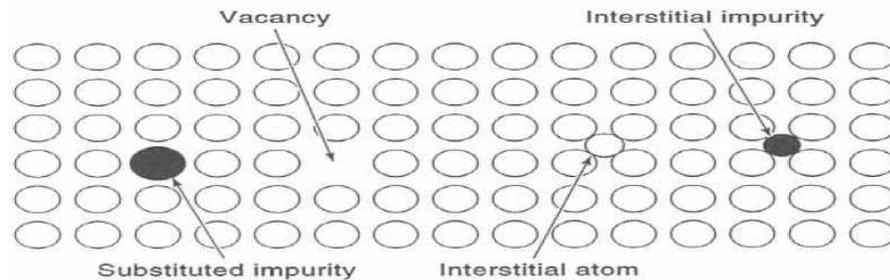


Figura 3.20: Imperfeições pontuais da rede cristalina. (WEIJERMARS, 1997)

A fluência por difusão depende, principalmente, da forma como as lacunas, e seus átomos vizinhos, comportam-se quando o bulk é submetido à tensões de cisalhamento.

Dada uma temperatura  $T$ , na qual a rocha se encontra, haverá, segundo a distribuição de *Maxwell-Boltzmann*, uma quantidade  $n$  de átomos, com energia térmica suficiente para escapar do poço de potencial - com uma barreira potencial  $\phi_0$  - ao qual se encontra, devido à interação com seus átomos vizinhos. Quando um átomo salta de sua posição de equilíbrio, ele irá ocupar uma lacuna e deixará outra em sua posição inicial ou, de outro ponto de vista, a lacuna se desloca alterando o formato do cristal.

Há duas possibilidades para este tipo de fluência.

Em uma delas os átomos acabam se deslocando, através de imperfeições, dentro dos cristais da rede quando esta é submetida à tensões, essa fluência é conhecida como difusão volumétrica ou *difusão de Nabarro-Herring*.

Na outra possibilidade, a difusão ocorre entre átomos e lacunas presentes no contorno dos cristais, essa fluência é conhecida como difusão de contorno ou *difusão de Coble*.

A fluência por difusão, em ambos os casos citados acima, impõe à rocha um comportamento próximo ao de um fluido Newtoniano, já que a taxa de deformação é diretamente proporcional à tensão de cisalhamento aplicada, portanto, é possível determinar um fator de proporcionalidade entre a taxa de deformação e a tensão de cisalhamento, esse fator é interpretado como a viscosidade da rocha.

Turcotte e Schubert (1982) desenvolveram um modelo matemático através do qual é possível determinar a viscosidade apresentada por uma rocha que apresente fluência pelo mecanismo de

difusão. Segundo os autores, quando a fluência por difusão ocorre principalmente por conta de difusão volumétrica, a viscosidade é dada por

$$\mu = \frac{RT h^2}{24V_a D_0} \exp\left(\frac{aT_m}{T}\right) \quad (3.53)$$

e no caso de a fluência por difusão ocorrer principalmente por conta de difusão de contorno, a viscosidade será dada por

$$\mu = \frac{RT h^3}{24V_a \delta D_{b0}} \exp\left(\frac{E_a + pV_a}{RT}\right) \quad (3.54)$$

onde  $R$  é a constante universal dos gases ideais,  $T$  é a temperatura,  $h$  é o tamanho da aresta de uma cela cúbica,  $V_a$  é o volume de ativação por mol,  $E_a$  é a energia de ativação por mol,  $p$  é a pressão e  $D_0$ ,  $D_{b0}$  são fatores de frequência.

### 3.4.2 Fluência por deslocamento

Este mecanismo está relacionado à defeitos de linha nas redes cristalinas da rocha. As imperfeições lineares, ou discordâncias, mais comuns em redes cristalinas são: em cunha, em hélice e mistas.

Tais imperfeições podem surgir devido à terminação, no meio dos cristais, de planos atômicos, fazendo com que os planos atômicos adjacentes apresentem curvaturas, distorcendo a rede e induzindo tensões.

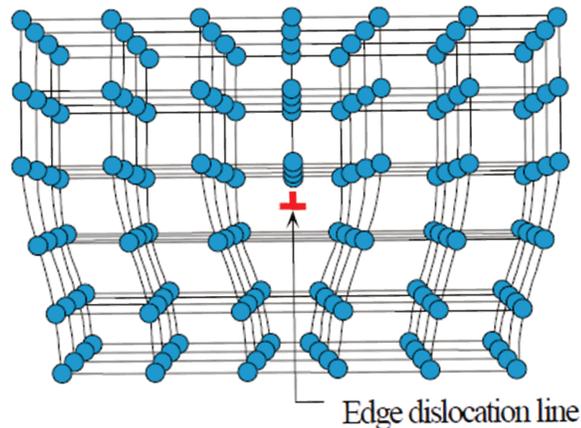


Figura 3.21: Posições dos átomos ao redor de uma discordância em cunha. (CALLISTER; RETHWISCH, 2010)

As discordâncias são definidas em função de vetores de Burgers. Um circuito de Burgers é um circuito fechado, formado por vetores que contornam uma rede sem imperfeições. O vetor de Burgers é o vetor necessário para fechar o circuito, que fica aberto quando este circula uma rede contendo uma imperfeição.

Ao ser submetida à tensões de cisalhamento, poderá ocorrer o deslizamento da imperfeição - *dislocation glide* - alterando a forma final do cristal e, macroscopicamente, o formato do bulk.

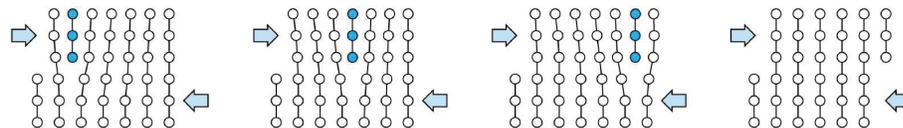


Figura 3.22: Escorregamento de discordância devido à tensões de cisalhamento. (CALLISTER; RETHWISCH, 2010)

Segundo Turcotte e Schubert, todos os escorregamentos de discordâncias são termicamente ativados e diferentes formulações matemáticas para a relação entre tensão e deformação, sofrida pela rocha, sempre levam a resultados não Newtonianos.

### 3.5 Rayleigh-Taylor Instability

A instabilidade de *Rayleigh-Taylor* é observada quando dois fluidos, de diferentes densidades  $\rho_1$  e  $\rho_2$ , estão posicionados formando estratos horizontais. Devido à ação da gravidade, um fluido

é acelerado contra o outro, a depender da relação entre as densidades, pequenas perturbações na superfície de separação podem levar à instabilidade de tal configuração, assim, essas pequenas perturbações crescem exponencialmente no tempo, levando o sistema a uma configuração distinta da inicial.

É conveniente, para o estudo deste problema, assumir um sistema cartesiano de coordenadas  $(x_1, x_2, x_3) = (x, y, z)$ , de modo que a aceleração gravitacional esteja dirigida no sentido positivo do eixo  $z$ , dessa forma  $\Omega = -zg$  e, conseqüentemente,  $\vec{\Gamma} = -\vec{\nabla}\Omega = g\hat{k}$ . As componentes do campo de escoamento  $\vec{U} = (u_1, u_2, u_3)$  serão  $\vec{U} = (u, v, w)$ .

A Figura 3.23 mostra o arranjo dos fluidos, segundo um referencial cartesiano, e a aceleração gravitacional dirigida no sentido positivo do eixo  $z$ . O eixo  $y$  está dirigido para fora da folha.

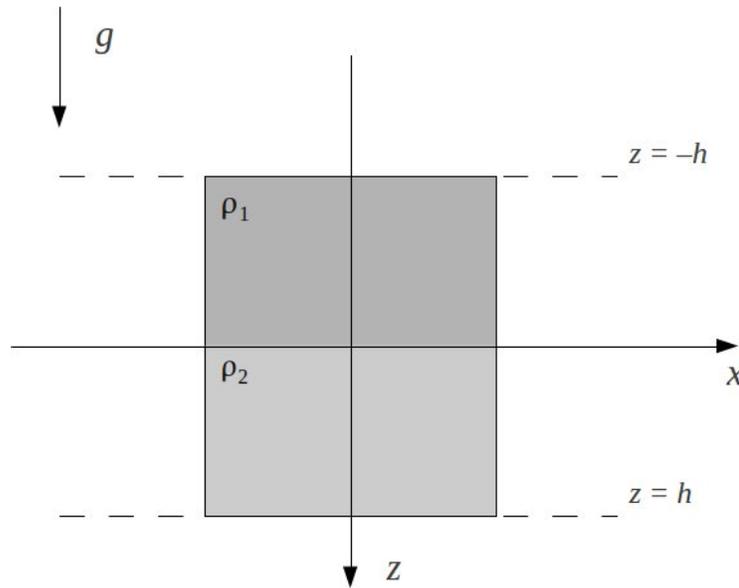


Figura 3.23: Esquema do arranjo de fluidos.

### 3.5.1 Equação da superfície de separação - coordenadas cartesianas

A estabilidade de um estado inicial, com fluidos de diferentes densidades, arranjados em estratos verticais e submetidos à aceleração gravitacional, é definida pela imposição de pequenas flutuações e o acompanhamento de sua evolução no tempo. A dedução apresentada à seguir, para a evolução da superfície de separação entre dois fluidos arranjados em um estrato vertical, é semelhante a apresentada em Turcotte e Schubert (1982), no entanto, aqui há a introdução de diferentes viscosidades para os fluidos. Um modelo mais abrangente foi desenvolvido por Biot (1963), le-

vando em consideração anisotropias e um estado inicial de tensões, contudo, Biot não se preocupou em determinar as linhas de corrente relacionadas à fluência do material.

Seja  $z = \eta(x, t)$  a equação que descreve a superfície de separação entre os fluidos 1 e 2 da Figura 3.23.

Nas condições apontadas (*fluxo quase estático*), considera-se que o fluxo base, dado pela superfície  $\eta^0 = 0$ , também descreve a linha de corrente  $\psi$  na interface, no instante inicial. Como proposto pelo modelo de estabilidade hidrodinâmica, são impostas perturbações  $\eta^1$ , em modos normais, e estuda-se a evolução temporal de tais perturbações periódicas.

$$\eta^1(x, t = 0) = \eta_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad (3.55)$$

Onde  $\lambda$  é um comprimento de onda característico, de modo que  $\eta_0 \ll \lambda$ .

Caso o arranjo dos fluidos seja estável, tal perturbação irá se atenuar até a volta da condição de equilíbrio, caso contrário, a perturbação irá crescer exponencialmente. Esse comportamento será determinado pela solução da equação bi harmônica (3.37).

Para encontrar a função corrente supõe-se que

$$\psi(x, z, t) = \chi(x, t)Z(z, t) \quad (3.56)$$

tenha também um comportamento senoidal, tal qual  $\eta^1(x, t = 0)$ , o que implica

$$\chi(x, t) = H \sin(kx + \varphi_0) \quad (3.57)$$

sendo  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $H$  e  $\varphi_0$  constantes arbitrárias.

Substituindo (3.57) em (3.56), a equação (3.37) fica

$$k^4 [H \sin(kx + \varphi_0)] Z(z, t) - 2k^2 [H \sin(kx + \varphi_0)] \frac{d^2 Z(z, t)}{dz^2} + [H \sin(kx + \varphi_0)] \frac{d^4 Z(z, t)}{dz^4} = 0 \quad (3.58)$$

que, com o uso de (3.57), resulta em

$$k^4 \chi Z - 2k^2 \chi \frac{d^2 Z}{dz^2} + \chi \frac{d^4 Z}{dz^4} = 0 \quad (3.59)$$

ou simplesmente

$$\frac{d^4 Z}{dz^4} - 2k^2 \frac{d^2 Z}{dz^2} + k^4 Z = 0 \quad (3.60)$$

Tem-se acima uma equação diferencial ordinária homogênea de quarta ordem com coeficientes constantes. Essa equação tem solução dada por sua equação característica

$$r^4 - 2k^2 r^2 + k^4 = 0 \quad (3.61)$$

obtida da imposição de que  $Z(z, t) = Ce^{rz}$ . As soluções da equação acima são  $r = \pm k$ , o que implica

$$Z_a(z, t) = C_1 e^{kz} + C_2 e^{-kz} \quad (3.62)$$

porém, é necessário que haja mais duas soluções linearmente independentes para  $Z(z, t)$ , pois tem-se uma E.D.O. de quarta ordem, sendo assim

$$Z_b(z, t) = z C_3 e^{kz} + z C_4 e^{-kz} \quad (3.63)$$

também é solução de (3.60), linearmente independente de (3.62). Combinando linearmente as soluções (3.62) e (3.63) obtém-se

$$Z(z, t) = C_1 e^{kz} + C_2 e^{-kz} + z C_3 e^{kz} + z C_4 e^{-kz} \quad (3.64)$$

Empregando a equação acima, juntamente com (3.57), em (3.56) encontra-se

$$\psi(x, z, t) = H \sin(kx + \varphi_0) \left( C_1 e^{kz} + C_2 e^{-kz} + z C_3 e^{kz} + z C_4 e^{-kz} \right) \quad (3.65)$$

que pode ser reescrita para cada um dos fluidos  $\rho_1$  e  $\rho_2$

$$\psi_1 = \sin(kx + \varphi_0) (A_1 \cosh(kz) + B_1 \sinh(kz) + zC_1 \cosh(kz) + zD_1 \sinh(kz)) \quad (3.66)$$

e

$$\psi_2 = \sin(kx + \varphi_0) (A_2 \cosh(kz) + B_2 \sinh(kz) + zC_2 \cosh(kz) + zD_2 \sinh(kz)) \quad (3.67)$$

As constantes de integração são determinadas pelas condições de contorno do problema.

1. Condições de continuidade na superfície de separação  $z = \eta$ : as componentes dos campos de escoamento de ambos os fluidos deverão ser iguais, logo  $w_1 = \frac{\partial \psi_1}{\partial x} = \frac{\partial \psi_2}{\partial x} = w_2$  e  $u_1 = -\frac{\partial \psi_1}{\partial z} = -\frac{\partial \psi_2}{\partial z} = u_2$ .
2. Condições de estaticidade nas fronteiras superior  $z = -h_1$  e inferior  $z = h_2$ :  $u_1 = w_1 = 0$  em  $z = -h_1$  e  $u_2 = w_2 = 0$  em  $z = h_2$ .
3. A tensão de cisalhamento deverá ser contínua através da superfície de separação, o que implica  $\mu_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial w_1}{\partial x} \right) = \mu_2 \left( \frac{\partial u_2}{\partial z} + \frac{\partial w_2}{\partial x} \right)$  em  $z = \eta$ .

Derivando (3.66) e (3.67) e substituindo em (3.34), obtém-se as componentes do campo de velocidade de escoamento:

$$u_1 = -k \sin(kx + \varphi_0) \left[ \left( A_1 + zC_1 + \frac{D_1}{k} \right) \sinh(kz) + \left( B_1 + zD_1 + \frac{C_1}{k} \right) \cosh(kz) \right] \quad (3.68)$$

$$w_1 = k \cos(kx + \varphi_0) [(A_1 + zC_1) \cosh(kz) + (B_1 + zD_1) \sinh(kz)] \quad (3.69)$$

$$u_2 = -k \sin(kx + \varphi_0) \left[ \left( A_2 + zC_2 + \frac{D_2}{k} \right) \sinh(kz) + \left( B_2 + zD_2 + \frac{C_2}{k} \right) \cosh(kz) \right] \quad (3.70)$$

$$w_2 = k \cos(kx + \varphi) [(A_2 + zC_2) \cosh(kz) + (B_2 + zD_2) \sinh(kz)] \quad (3.71)$$

Aplicando as condições de contorno 1 e 2 citadas anteriormente

$$B_1 + \frac{C_1}{k} = B_2 + \frac{C_2}{k} \quad (3.72)$$

$$A_1 = A_2 \quad (3.73)$$

$$\left( A_1 - hC_1 + \frac{D_1}{k} \right) \operatorname{tgh}(kh) = B_1 - hD_1 + \frac{C_1}{k} \quad (3.74)$$

$$(B_1 - hD_1) \operatorname{tgh}(kh) = A_1 - hC_1 \quad (3.75)$$

$$\left( A_2 + hC_2 + \frac{D_2}{k} \right) \operatorname{tgh}(kh) = -B_2 - hD_2 - \frac{C_2}{k} \quad (3.76)$$

$$(B_2 + hD_2) \operatorname{tgh}(kh) = -A_2 - hC_2 \quad (3.77)$$

As derivadas das componentes do campo de velocidades são

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial z} = -k \sin(kx + \varphi_0) & \left[ \left( A_1 + zC_1 + \frac{D_1}{k} \right) k \cosh(kz) + C_1 \sinh(kz) + \right. \\ & \left. + \left( B_1 + zD_1 + \frac{C_1}{k} \right) k \sinh(kz) + D_1 \cosh(kz) \right] \end{aligned} \quad (3.78)$$

$$\frac{\partial w_1}{\partial x} = -k^2 \sin(kx + \varphi_0) [(A_1 + zC_1) \cosh(kz) + (B_1 + zD_1) \sinh(kz)] \quad (3.79)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_2}{\partial z} = -k \sin(kx + \varphi_0) & \left[ \left( A_2 + zC_2 + \frac{D_2}{k} \right) k \cosh(kz) + C_2 \sinh(kz) + \right. \\ & \left. + \left( B_2 + zD_2 + \frac{C_2}{k} \right) k \sinh(kz) + D_2 \cosh(kz) \right] \end{aligned} \quad (3.80)$$

$$\frac{\partial w_2}{\partial x} = -k^2 \sin(kx + \varphi) [(A_2 + zC_2) \cosh(kz) + (B_2 + zD_2) \sinh(kz)] \quad (3.81)$$

Empregando a condição de contorno 3 às equações acima

$$\mu_1 A_1 + \mu_1 \frac{D_1}{k} = \mu_2 A_2 + \mu_2 \frac{D_2}{k} \quad (3.82)$$

como  $A_1 = A_2$ , então  $D_2 = kA_1 \frac{(\mu_1 - \mu_2)}{\mu_2} + D_1 \frac{\mu_1}{\mu_2}$ , definindo  $\frac{\mu_1}{\mu_2} = \mu_R$  como o contraste de viscosidade entre os fluidos, tem-se

$$D_2 = kA_1(\mu_R - 1) + D_1\mu_R \quad (3.83)$$

ou seja

$$D_2 - D_1 = (\mu_R - 1)(kA_1 + D_1) \quad (3.84)$$

Há sete equações para oito constantes de integração, logo, é possível escrever todas as outras constantes em função, por exemplo, de  $A_1$ . Pondo as equações (3.72) até (3.77) e (3.84) na forma de uma matriz

$$\left( \begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & \frac{1}{k} & 0 & 0 & -1 & -\frac{1}{k} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\operatorname{tgh}(kh)}{h} & \frac{1}{h} & -\frac{kht\operatorname{gh}(kh)+1}{kh} & \frac{\operatorname{tgh}(kh)+kh}{kh} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & \frac{\operatorname{tgh}(kh)}{h} & 1 & -\operatorname{tgh}(kh) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\operatorname{tgh}(kh)}{h} & \frac{1}{h} & \frac{kht\operatorname{gh}(kh)+1}{kh} & \frac{\operatorname{tgh}(kh)+kh}{kh} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{h} & \frac{\operatorname{tgh}(kh)}{h} & 1 & \operatorname{tgh}(kh) \\ -k(\mu_R - 1) & 0 & 0 & -\mu_R & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \quad (3.85)$$

escalonando-a obtém-se

$$\begin{aligned}
\psi_1(x, z) = & A_1 \sin(kx + \varphi_0) [k(2h + z)(1 + \mu_R) \cosh(k(2h - z)) - \\
& - k(z + z\mu_R + 4h(1 + \mu_R) + 8h^3k^2(1 + \mu_R) + 4h^2k^2z(3 + \mu_R)) \cosh(kz) + \\
& + 2hkc \cosh(k(2h + z)) - kz \cosh(k(2h + z)) + 4h^2k^3z \cosh(k(2h + z)) + \\
& + 2h^2k^2 \sinh(k(2h - z)) + 2hk\mu_R \cosh(k(2h + z)) - kz\mu_R \cosh(k(2h + z)) - \\
& + 2hk^2z \sinh(k(2h - z)) + \mu_R \sinh(k(2h - z)) + 2h^2k^2\mu_R \sinh(k(2h - z)) + \\
& + \sinh(k(2h - z)) + 2hk^2z\mu_R \sinh(k(2h - z)) - 4h^2k^3z\mu_R \cosh(k(2h + z)) + \\
& + kz(1 + \mu_R) \cosh(k(4h + z)) + \sinh(kz) + 4hk^2z \sinh(kz) - 8h^3k^4z \sinh(kz) - \\
& - 8h^4k^4 \sinh(kz) + \mu_R \sinh(kz) + 8h^2k^2\mu_R \sinh(kz) + 8h^4k^4\mu_R \sinh(kz) + \\
& + 4hk^2z\mu_R \sinh(kz) + 8h^3k^4z\mu_R \sinh(kz) + \sinh(k(2h + z)) + 8h^2k^2 \sinh(kz) + \\
& + 2h^2k^2 \sinh(k(2h + z)) - 2hk^2z \sinh(k(2h + z)) + \mu_R \sinh(k(2h + z)) + \\
& + 2h^2k^2\mu_R \sinh(k(2h + z)) - 2hk^2z\mu_R \sinh(k(2h + z)) - (1 + \mu_R) \sinh(k(4h + z))] \times \\
& \times [2(1 + \mu_R) (-1 - 2h^2k^2 + \cosh[2hk]) (-2hk + \sinh[2hk])]^{-1} \quad (3.86)
\end{aligned}$$

e a equação  $\psi_2$  fica

$$\begin{aligned}
\psi_2(x, z) = & A_1 \sin(kx + \varphi_0) \left[ \cosh(kz) + kz \left( -1 + \frac{4h^2k^2\mu_R}{(1 + \mu_R)(1 + 2h^2k^2 - \cosh(2hk))} \right) \sinh(kz) + \right. \\
& + \frac{kz(-1 - \mu_R - 4h^2k^2(1 + 3\mu_R) + 4h^2k^2(\mu_R - 1)\cosh(2hk) + (1 + \mu_R)\cosh(4hk)) \cosh(kz)}{2(1 + \mu_R)(-1 - 2h^2k^2 + \cosh(2hk))(-2hk + \sinh(2hk))} + \\
& \left. + \frac{(1 - 8h^4k^4(-1 + \mu_R) + \mu_R + 8h^2k^2(1 + \mu_R) - (1 + \mu_R)\cosh(4hk)) \sinh(kz)}{2(1 + \mu_R)(-1 - 2h^2k^2 + \cosh(2hk))(-2hk + \sinh(2hk))} \right] \quad (3.87)
\end{aligned}$$

Essa última constante de integração  $A_1$  é encontrada analisando-se a força hidrostática na interface perturbada entre os fluidos. A Figura 3.24 mostra a superfície perturbada.

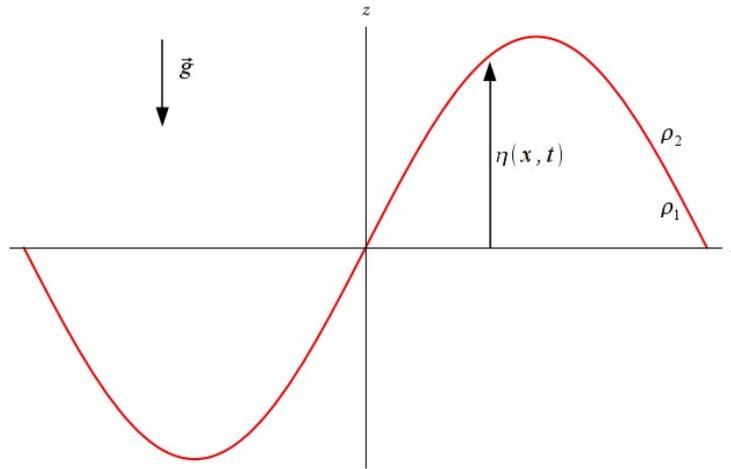


Figura 3.24: Balanço de pressão na superfície de separação dos fluidos.

Tomando uma posição onde há perturbação, haverá ali uma substituição de fluidos, fluido de densidade  $\rho_1$  toma lugar do fluido de densidade  $\rho_2$ , por exemplo. Isso faz surgir uma diferença de peso que será equilibrada exclusivamente por um diferencial de pressão, assim

$$(\rho_1 - \rho_2)g\eta = (P_2 - P_1)_{z=0} \quad (3.88)$$

sendo  $P = p + \rho gz$ . Substituindo as equações (3.86) e (3.87) em (3.35) obtém-se

$$\begin{aligned} (P_1)_{z=0} = & 2A_1k^2\mu_1\cos(kx + \varphi_0) (\mu_1 + 4h^2k^2\mu_1 + \mu_2 + 12h^2k^2\mu_2 + \\ & + 4h^2k^2(\mu_1 - \mu_2)\cosh(2kh) - (\mu_1 + \mu_2)\cosh(4kh)) \times \\ & \times [(\mu_1 + \mu_2) (4hk + 8h^3k^3 - 4hk\cosh(2kh) - 2(1 + 2h^2k^2)\sinh(2kh) + \sinh(4kh))]^{-1} \end{aligned} \quad (3.89)$$

e

$$\begin{aligned} (P_2)_{z=0} = & -A_1k^2\mu_2\cos(kx + \varphi_0) (\mu_1 + 12h^2k^2\mu_1 + \mu_2 + 4h^2k^2\mu_2 - \\ & - 4h^2k^2(\mu_1 - \mu_2)\cosh(2kh) - (\mu_1 + \mu_2)\cosh(4kh)) \times \\ & \times [(\mu_1 + \mu_2) (-1 - 2h^2k^2 + \cosh(2kh)) (-2kh + \sinh(2kh))]^{-1} \end{aligned} \quad (3.90)$$

Substituindo os resultados acima em (3.88)

$$A_1 = -\eta g(\mu_1 + \mu_2)(\rho_1 - \rho_2)\text{Sec}(kx + \varphi_0) (-1 - 2h^2k^2 + \text{Cosh}(2kh)) (-2hk + \text{Sinh}(2kh)) \times \\ [k^2 (\mu_1^2 + 4h^2k^2\mu_1^2 + 2\mu_1\mu_2 + 24h^2k^2\mu_1\mu_2 + \mu_2^2 + 4h^2k^2\mu_2^2 + \\ + 4h^2k^2(\mu_1 - \mu_2)^2\text{Cosh}(2kh) - (\mu_1 + \mu_2)^2\text{Cosh}(4kh))]^{-1} \quad (3.91)$$

A taxa de deslocamento da superfície de separação dos fluidos deve ser igual à componente  $z$  da velocidade de escoamento dos fluidos  $\rho_1$  e  $\rho_2$  na interface ( $z = 0$ ), logo

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_{z=0} \quad (3.92)$$

derivando a expressão (3.86) e aplicando  $z = 0$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -A_1 k \text{Cos}(kx + \varphi_0) (-k(4h(\mu_1 + \mu_2) + 8h^3k^2(\mu_1 + \mu_2)) + \\ + 2hk\mu_1 \text{Cosh}(2hk) + 2hk\mu_2 \text{Cosh}(2hk) + \\ + 2hk(\mu_1 + \mu_2) \text{Cosh}(2hk) + 2\mu_1 \text{Sinh}(2hk) + 4h^2k^2\mu_1 \text{Sinh}(2hk) + \\ 2\mu_2 \text{Sinh}(2hk) + 4h^2k^2\mu_2 \text{Sinh}(2hk) - \mu_1 \text{Sinh}(4hk) - \mu_2 \text{Sinh}(4hk)) \times \\ \times ((\mu_1 + \mu_2)(4hk + 8h^3k^3 - 4hk \text{Cosh}(2kh) - 2(1 + 2h^2k^2) \text{Sinh}(2kh) + \text{Sinh}(4kh)))^{-1} \quad (3.93)$$

substituindo  $A_1$  na expressão acima por (3.91) e integrando, obtém-se

$$\eta(x, t) = \eta(x, t = 0) e^{t/\tau_a} \quad (3.94)$$

que, com a relação  $\eta(x, t = 0) = \eta_0 \cos(kx + \varphi_0)$  fica

$$\eta(x, t) = \eta_0 \cos(kx + \varphi_0) e^{t/\tau_a} \quad (3.95)$$

onde

$$\begin{aligned}
\tau_a = & -\frac{2k}{g(\mu_1 + \mu_2)(\rho_1 - \rho_2)} \times \\
& \times (\mu_1^2 + 4h^2k^2\mu_1^2 + 2\mu_1\mu_2 + 24h^2k^2\mu_2\mu_1 + \\
& + \mu_2^2 + 4h^2k^2\mu_2^2 + 4h^2k^2(\mu_1 - \mu_2)^2\text{Cosh}[2hk] - \\
& - (\mu_1 + \mu_2)^2\text{Cosh}[4hk]) \\
& \times (4hk + 8h^3k^3 - 4hk\text{Cosh}[2hk] - \\
& - 2(1 + 2h^2k^2)\text{Sinh}[2hk] + \text{Sinh}[4hk])^{-1} \quad (3.96)
\end{aligned}$$

é, para  $\rho_1 > \rho_2$ , o *tempo de crescimento* de uma perturbação com comprimento característico qualquer  $\lambda$ . Se o fluido mais denso encontra-se abaixo do menos denso, ou seja,  $\rho_1 < \rho_2$  então a constante  $\tau_a$  é negativa e a configuração é estável para qualquer comprimento de onda  $\lambda$  da perturbação inicial, porém, se o fluido mais denso encontra-se acima do menos denso,  $\rho_1 > \rho_2$ , então a constante  $\tau_a$  é positiva e a configuração é instável para qualquer comprimento de onda  $\lambda$  da perturbação inicial. Todavia, há um determinado comprimento de onda  $\lambda_d$  que apresentará a maior taxa de crescimento para uma perturbação inicial. Uma perturbação com tal comprimento de onda irá dominar a instabilidade e irá definir a distância entre os diápiros de sal sucessivos (Figura 3.25).

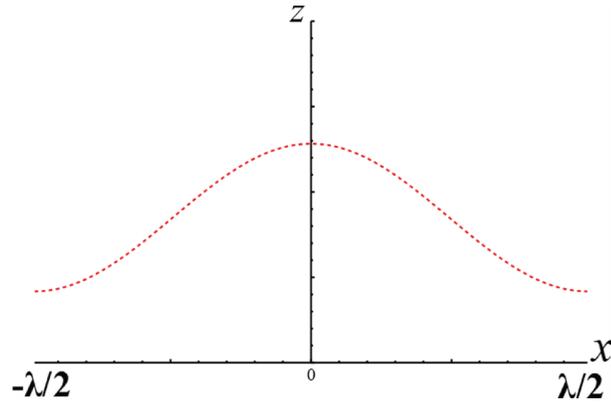


Figura 3.25: Distância entre diápiros sucessivos.

Para encontrar o valor de  $\lambda_d$  basta determinar o menor  $\tau_a$ , minimizando a equação 3.96. Os gráficos da Figura 3.26, *tempo de crescimento*  $\left(\frac{\tau_a g(\rho_1 - \rho_2) h}{\mu_1}\right)$  vs *comprimento de onda*  $\left(\lambda_{adm} = \frac{2\pi h}{\lambda}\right)$  adimensionais, ilustram o comportamento para diferentes viscosidades.

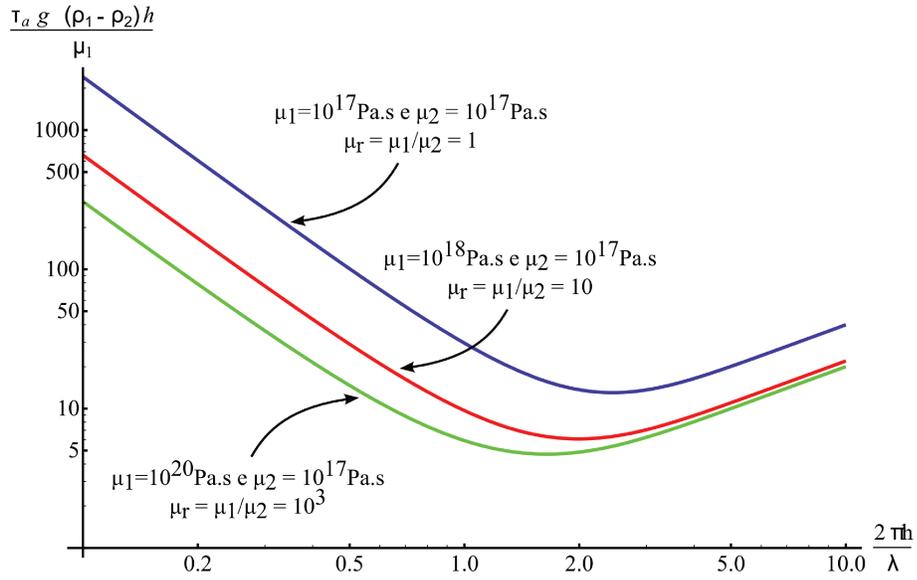


Figura 3.26: tempo de crescimento vs comprimento de onda adimensionais

No gráfico da Figura 3.26, os valores mínimos de  $\lambda_{adm} = \xi$  resultarão nos menores tempos de crescimento e, conseqüentemente, nos comprimentos de onda adimensionais dominantes  $\xi = \frac{2\pi h}{\lambda_d} \therefore \lambda_d = \frac{2\pi}{\xi} h$ .

Para facilitar a análise, Biot e Ode (1965) definem tempo característico  $t_c$  como o tempo necessário para que a amplitude da perturbação aumente de um fator  $10^3$ , dessa forma

$$t_c = 3 \times \tau_a \ln 10 \quad (3.97)$$

Considerando  $\rho_2 = 2,2 \frac{g}{m^3}$  e  $\mu_2 = 10^{20} \text{ cP}$  como sendo, respectivamente, a densidade e a viscosidade de uma formação salina, pode-se analisar como os parâmetros afetam o problema de estabilidade. A Tabela 3.2 a seguir sumariza alguns resultados.

Tabela 3.2: Teste de sensibilidade para o tempo crítico

Caso  $\rho_1 = 2,4 \frac{g}{cm^3}$

$\frac{\mu_1}{\mu_2}$	$\frac{\lambda_d}{h}$	$h (m)$	$t_c (10^3 \text{ anos})$
1	2,57	2000	66,2
		1000	132,3
		500	264,7
10	3,15	2000	307,9
		1000	616,0
		500	1.230,0
$10^3$	3,82	2000	23.930,0
		1000	47.850,0
		500	95.710,0

A tabela acima mostra que o tempo crítico é fortemente afetado pela sobrecarga de sedimentos acima - proporcional à altura  $h$  - sendo que, quanto maior a carga sedimentar, mais rapidamente a instabilidade se desenvolve. Quanto à relação entre as viscosidades, vê-se claramente a dependência entre o tempo de crescimento e o contraste de viscosidade  $\frac{\mu_1}{\mu_2}$ , sendo que, quanto maior a viscosidade  $\mu_1$  do estrato superior, maior será o tempo crítico, o que implica em um desenvolvimento mais lento da instabilidade.

## 4 APLICAÇÕES

### 4.1 Pressão de Poros

Camadas de sedimentos são formadas por deposição de material particulado de diferentes granulometrias, desde matacões e seixos, até pequenos grãos de areia e lama, por conseguinte, haverá a existência de espaços intersticiais. Tais espaços são denominados poros. Essa região é preenchida por fluidos, normalmente água ou, no caso de reservatórios de petróleo, óleo e gás. A pressão a que este fluido está submetido depende, basicamente, da dinâmica deposicional e da tectônica da área e é chamada de pressão de poros.

Em situação normal, o gradiente vertical de pressão de poros  $p_f$  deverá seguir, aproximadamente, o gradiente de pressão hidrostática da água

$$\frac{p_f}{D} = \rho_w g \quad (4.1)$$

logo

$$p_f = \rho_w g D \quad (4.2)$$

onde  $D$  é a profundidade vertical,  $g$  é a aceleração gravitacional e  $\rho_w$  é a densidade da água. Isso se deve ao fato de haver comunicação entre poros, fazendo com que o fluido possa escapar conforme o espaço destes poros se reduz devido ao aumento do peso dos sedimentos.

Com o exposto, o peso dos sedimentos é suportado, portanto, pelo contato grão a grão. A Figura 4.27 ilustra o fenômeno para uma bacia deltaica.

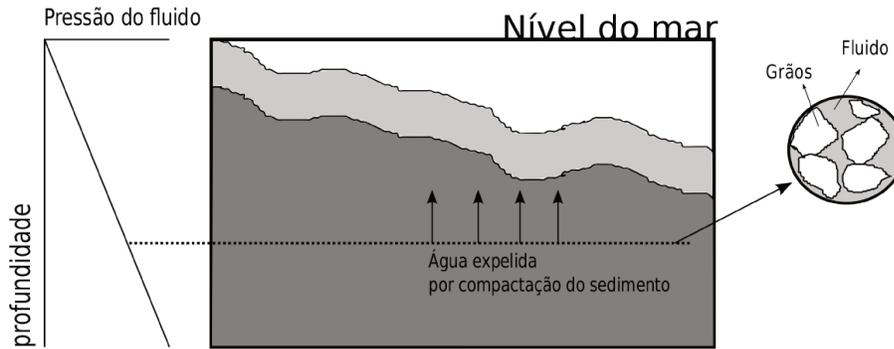


Figura 4.27: Pressão de poros normal.(BOURGOYNE et al., 1986, adaptado)

É importante ressaltar que a pressão hidrostática é afetada por fatores como concentração salina, dissolução de gases e gradientes de temperatura.

Valores típicos de gradiente hidrostático são 0,433 psi/ft para água fresca e 0,465 psi/ft para água salgada (FERTIL, 1981).

A pressão de sobrecarga  $\sigma_{ob}$  é o resultado da soma da pressão exercida pelo peso dos sedimentos e do fluido intersticial e deverá ser equilibrada pela pressão do fluido e pela tensão vertical na matriz da rocha (Figura 4.28), levando à igualdade

$$\sigma_{ob} = \frac{\text{peso de sedimento} + \text{peso de fluido}}{\text{área}} = p_f + \sigma_{zz} \quad (4.3)$$

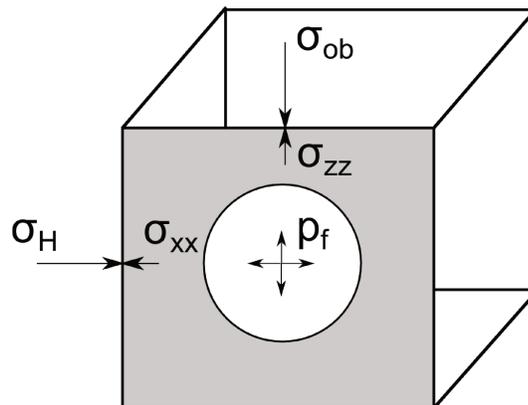


Figura 4.28: Esquema de distribuição de tensões no bulk.

essa equação foi proposta para solos não consolidados por Terzaghi (1925, 1943), sendo posteriormente generalizada por Biot (1941) para aplicação em rochas, assumindo a forma

$$\sigma_{ob} = \alpha(p_f) + \sigma_{zz} \quad (4.4)$$

onde  $p_f$  é a pressão de poros da formação,  $\alpha = 1 - \frac{C_R}{C_B}$  é a constante poroelástica sendo  $C_R$  a compressibilidade da matriz da rocha e  $C_B$  a compressibilidade do *bulk*. Normalmente a constante poroelástica é assumida como sendo a unidade  $\alpha = 1$ . Dessa forma

$$\sigma_{zz} = \sigma_{ob} - p_f \quad (4.5)$$

A tensão de sobrecarga depende da densidade da formação, que varia em função da porosidade

$$\sigma_{ob} = \int \rho_b g dz \quad (4.6)$$

na expressão acima

$$\rho_b = (1 - \phi)\rho_{ma} + \phi\rho_f \quad (4.7)$$

sendo  $\rho_b$  a densidade do bulk,  $\rho_{ma}$  e  $\rho_f$  são, respectivamente, as densidades da matriz da rocha e do fluido intersticial e  $\phi$  é a porosidade ou fração de vazio.

O gradiente de sobrecarga é geralmente assumido como 1,0 psi/ft constante, o que equivale a uma densidade média de *bulk* de, aproximadamente, 19,2 lbm/gal ou 2,3 g/cm<sup>3</sup>. Para uma maior precisão, deve-se levar em consideração que, devido à compactação, a porosidade é, em geral, função inversa da profundidade seguindo, segundo Rubey e Hubbert (1959), de forma bastante próxima a relação

$$\phi = \phi_0 e^{-K_\phi z} \quad (4.8)$$

representada no diagrama da Figura 4.29

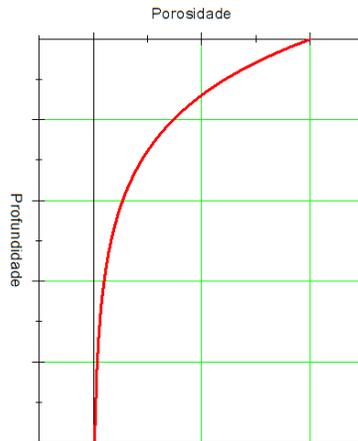


Figura 4.29: Comportamento típico de decaimento exponencial da porosidade em função da profundidade (unidades arbitrárias em escala linear)

de modo que a equação 4.7 fica escrita

$$\rho_b = (1 - \phi_0 e^{-K_\phi z}) \rho_{ma} + \phi_0 e^{-K_\phi z} \rho_f \quad (4.9)$$

onde as constantes  $\phi_0$  (porosidade superficial) e  $K_\phi$  (constante de decaimento da porosidade) podem ser obtidas, graficamente ou pelo método de mínimos quadrados, a partir de dados medidos em campo e linearizados, por exemplo, em um gráfico semi-log (Figura 4.30).

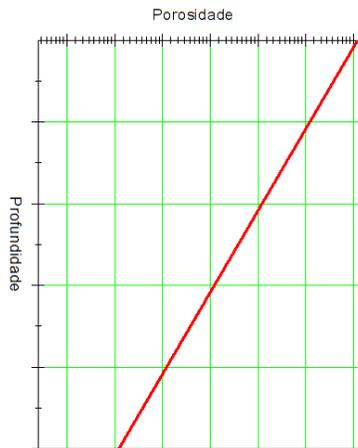


Figura 4.30: Linha de tendência da porosidade para compactação normal em papel monolog (unidades arbitrárias em escala logarítmica).

As curvas acima mostram o comportamento normal esperado para a porosidade, sendo deno-

minadas *trend lines*. Há, no entanto, situações onde o fluido intersticial fica aprisionado e, conseqüentemente, passa a suportar parte do peso dos sedimentos, gerando assim uma sobrepressão no fluido. Dessa forma os poros apresentarão volumes maiores que o esperado para determinada profundidade Bourgoyne et al. (1986) fazendo com que as medições de porosidade desviem de suas curvas de tendência de compactação normal. Regiões onde tal fenômeno é observado são chamadas de *zonas de subcompactação*.

É de fundamental importância a determinação da pressão de poros no processo de perfuração de um poço de petróleo, pois é com base nessa informação que o engenheiro de perfuração escolhe o peso específico do fluido de perfuração. Caso o peso específico do fluido de perfuração esteja abaixo do necessário haverá influxo de fluidos da formação em direção ao poço, dando início a um *kick*, que pode evoluir pra um *blowout* caso não seja controlado. Mesmo que não haja um *blowout* somente um evento de *kick* é suficiente para causar prejuízos à operação, dado que o engenheiro deverá controlá-lo, dispendendo tempo de sonda e pessoal.

Por outro lado, caso o peso de lama seja extremamente maior que o de pressão de poros, ocorrerá perda de circulação, ou seja, haverá infiltração de fluido de perfuração na formação e, em casos extremos, arrombamento do poço ou fratura hidráulica. A diferença entre a pressão de poros e a pressão de fratura define a janela operacional na qual o fluido de perfuração deve se encontrar.

Segundo Bourgoyne et al. há basicamente quatro mecanismos geradores de pressão de poros anormais, são eles:

- Compactação
- Diagênese
- Variação de densidade
- Migração de fluidos

Dentre os mecanismos citados acima o primeiro encontra-se no escopo deste trabalho. Quando da evolução de um domo salino haverá tensões induzidas aos sedimentos, dado que o domo irá deformar a formação imediatamente acima, tal evento pode produzir anomalias à pressão de poros local.

## 4.2 Estabilidade do poço

Um poço aberto é estável quando o estado de tensões em suas paredes é tal que os círculos de *Morh-Coulomb* não atingem nem o limite de tração da rocha, pois isso causaria um fraturamento, nem a envoltória de Coulomb, pois isso causaria ruptura por cisalhamento.

Para um poço vertical aberto é possível deduzir as equações à seguir, em coordenadas cilíndricas, para as tensões induzidas em suas paredes (ROCHA; AZEVEDO, 2009), sendo  $\sigma_r$  a tensão radial (perpendicular à parede do poço),  $\sigma_\theta$  a tensão tangencial,  $\sigma_a$  a tensão longitudinal e  $\tau_{ij}$  as respectivas tensões de cisalhamento:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_r = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \left(1 - \frac{r_w^2}{r^2}\right) + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \left(1 - 4\frac{r_w^2}{r^2} + 3\frac{r_w^4}{r^4}\right) \cos 2\theta + \\ \quad \quad \quad + \tau_{xy} \left(1 - 4\frac{r_w^2}{r^2} + 3\frac{r_w^4}{r^4}\right) \sin 2\theta + \frac{r_w^2}{r^2} p_w \\ \sigma_\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \left(1 + \frac{r_w^2}{r^2}\right) - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \left(1 + 3\frac{r_w^4}{r^4}\right) \cos 2\theta - \\ \quad \quad \quad - \tau_{xy} \left(1 + 3\frac{r_w^4}{r^4}\right) \sin 2\theta - \frac{r_w^2}{r^2} p_w \\ \sigma_a = \sigma_z - 2\nu(\sigma_x - \sigma_y) \frac{r_w^2}{r^2} \cos 2\theta - 4\nu \tau_{xy} \frac{r_w^2}{r^2} \sin 2\theta \\ \tau_{r\theta} = \left(\tau_{xy} \cos 2\theta + \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \sin 2\theta\right) \left(1 + 2\frac{r_w^2}{r^2} - 3\frac{r_w^4}{r^4}\right) \\ \tau_{ra} = (\tau_{xz} \cos \theta + \tau_{yz} \sin \theta) \left(1 - \frac{r_w^2}{r^2}\right) \\ \tau_{\theta a} = (-\tau_{xz} \sin \theta + \tau_{yz} \cos \theta) \left(1 + \frac{r_w^2}{r^2}\right) \end{array} \right. \quad (4.10)$$

onde o eixo  $z$  coincide com a direção longitudinal do poço e o plano  $(x, y)$  é perpendicular à ele. Contudo, o poço não se encontra, necessariamente, alinhado com às tensões principais  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  da formação, cujas direções são  $\hat{e}_1$ ,  $\hat{e}_2$  e  $\hat{e}_3$ , respectivamente.

Nas equações acima  $\theta$  é o ângulo polar medido na parede do poço à partir do eixo  $x$ ,  $r_w$  é o raio do poço,  $r$  é o afastamento do centro do poço até o ponto no qual se deseja determinar a tensão,  $p_w$  é a pressão exercida pelo fluido de perfuração e  $\nu$  é o coeficiente de Poisson. Assim, por uma rotação de eixos

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x = \sigma_2 \cos^2 \beta \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \beta \cos^2 \alpha + \sigma_1 \sin^2 \alpha \\ \sigma_y = \sigma_2 \sin^2 \beta + \sigma_3 \cos^2 \beta \\ \sigma_z = \sigma_2 \cos^2 \beta \sin^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \beta \sin^2 \alpha + \sigma_1 \cos^2 \alpha \\ \tau_{xy} = \cos \alpha \sin \beta \cos \beta (\sigma_3 - \sigma_2) \\ \tau_{yz} = \sin \alpha \sin \beta \cos \beta (\sigma_3 - \sigma_2) \\ \tau_{zx} = \sin \alpha \cos \alpha (-\sigma_1 + \sigma_2 \cos^2 \beta + \sigma_3 \sin^2 \beta) \end{array} \right. \quad (4.11)$$

sendo os ângulo  $\alpha$  e  $\beta$  os ângulos de rotação do eixo  $z$  com relação à direção principal  $\hat{e}_1$  e do eixo  $x$  com relação à direção principal  $\hat{e}_2$ , respectivamente.

Um poço instável pode acarretar diversos problemas para a atividade de perfuração, desde aumento no torque da coluna de perfuração e aprisionamento da mesma até o desmoronamento ou fraturamento das paredes do poço. A deformação das paredes do poço também pode introduzir dificuldades na realização e interpretação de perfis e ainda na cimentação, tornando difícil a previsão da quantidade de pasta necessária para a conclusão da etapa.

A fratura se inicia na parede do poço quando a tensão em um ponto passa de compressão para tração e atinge a resistência à tração da rocha. Assim, a determinação do gradiente de fratura depende do estado de tensão nas paredes do poço.

Atualmente, acredita-se que as tensões in situ são um dos principais causadores de instabilidades nas paredes de um poço de petróleo. Caso um poço seja perfurado em uma direção desfavorável com relação às tensões principais, de modo a impor grandes tensões em suas paredes, há grandes chances do poço se tornar instável, por isso, quando há grandes perturbações nas tensões in situ, caso de poços perfurados próximos à domos salinos, pode ser aconselhável uma perfuração direcional.

#### 4.2.1 Teste de absorção ou Leak-off test (*LOT*)

Leak-off test (*LOT*) ou teste de absorção clássico é realizado durante a fase de perfuração na parte não revestida do poço, logo abaixo à última sapata acentada. Tem a finalidade de determinar a pressão de absorção que, por definição, é a pressão a partir da qual as fissurações pré existentes na rocha, em frente ao poço, começam a abrir e se inicia a perda de circulação, dessa forma, tem-se

uma estimativa da pressão de trabalho para o fluido de perfuração empregado na etapa seguinte.

O procedimento consiste em, após fechar o poço com um BOP (*blowout preventer*), bombear, lentamente e a uma taxa constante, fluido de perfuração para dentro do poço aberto e acompanhar o aumento da pressão. Com o bombeio lento, pode-se desprezar perdas de carga por atrito. Espera-se, à princípio, um aumento linear da pressão em função do tempo, tal aumento é, segundo Bourgoyne et al., creditado à compressibilidade efetiva do sistema  $c_e$ , devido às compressibilidades do fluido de perfuração, revestimento e formação, sendo que as compressibilidades do revestimento e formação, no caso de rochas de comportamento elástico, podem ser desprezadas por serem muito pequenas, quando comparadas à compressibilidade do fluido de perfuração. Dessa forma

$$c_e = \Sigma(c_i \times f_i) \quad (4.12)$$

onde  $c_i$  é a compressibilidade de cada fase do fluido e  $f_i$  sua fração na composição do fluido. Como  $c_e = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp}$ , tem-se que

$$-\frac{1}{c_e V} = \frac{dp}{dV} \quad (4.13)$$

dá a inclinação da reta vista na Figura 4.31, sendo  $V$  o volume inicial de fluido presente no poço.

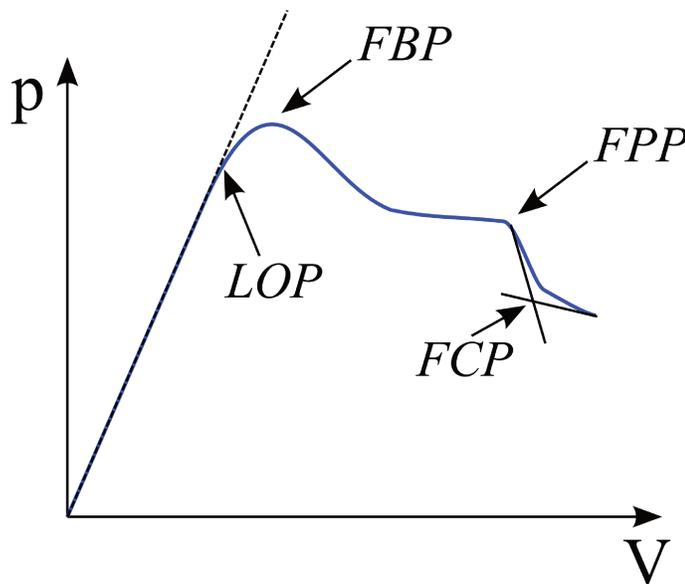


Figura 4.31: Curva típica para teste de absorção estendido em formação de comportamento frágil.

O ponto no qual a pressão deixa o comportamento linear é chamado de *leak-off point (LOP)* ou ponto de absorção e define a pressão para a qual se inicia a perda de fluido para a formação. A pressão para a qual a fratura começa a se propagar é definida pelo ponto *FBP (formation breakdown pressure)*, após este ponto a pressão cai, indicando que há um crescimento da fratura, até que a pressão passa para um comportamento aproximadamente constante, o que indica que taxa de crescimento do volume da fratura se iguala à taxa de bombeio de fluido, tal pressão define o ponto *FPP (fracture propagation pressure)*, então o poço é fechado e observa-se uma queda na pressão, quando é possível determinar o ponto *FCP (fracture closure pressure)*, que dá um indicativo da menor tensão *in situ*  $\sigma_3$ . Importante atentar para o fato de  $FCP < LOP$ .

No caso de um teste de absorção em frente ao sal pode-se perguntar se, devido ao seu comportamento mecânico peculiar, os resultados seriam os mesmo daqueles obtidos em frente a outras rochas sedimentares. Por ser uma rocha de baixa porosidade e permeabilidade, sua compressibilidade não afetará a inclinação da reta no teste. Com relação ao comportamento da pressão após ser atingido o regime de tração, o sal irá se comportar como uma rocha frágil, permitindo a propagação de fraturas tal qual outras rochas sedimentares, contudo, segundo Falcão (2008), essa tensão, em frente ao sal, é sempre maior que a tensão vertical aplicada. Em verdade, o sal apresenta comportamento de fluência apenas para altas tensões de confinamento e temperatura. Por apresentar porosidade e permeabilidade nulas, a distância entre os pontos *LOP* e *FBP* devem ser menores para formações salinas em comparação com outras rochas.

### 4.3 Modelo analítico para análise de campo de tensões

Como visto na seção anterior, as tensões *in situ* jogam um papel fundamental no dimensionamento de diversos parâmetros cruciais à atividade de perfuração.

Nesta seção será proposta uma metodologia para se estimar as tensões geradas na formação adjacente à camada de sal, devido à interação com o domo salino, empregando-se o modelo desenvolvido no capítulo 3.5.1. Para tanto, deve-se determinar o campo de tensões induzido pela deformação causada pela intrusão do domo salino sobre a camada de sedimentos  $\rho_1$ , na interface de separação em  $z = \eta(x, t)$ .

Para um modelo bidimensional de fluido newtoniano incompressível, o tensor de tensões em cada ponto fica representado pela matriz abaixo

$$\overleftrightarrow{T} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

onde

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (4.15)$$

são as tensões de cisalhamento num ponto e

$$\sigma_{zz} = -p + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \quad (4.16)$$

é a tensão vertical na matriz da rocha que, considerando um sistema em equilíbrio, deve se equivaler à diferença entre a pressão de poros e a tensão de sobrecarga, em ambiente offshore, implica

$$\sigma_{ob} = g \int_0^{D_w} \rho_{sw} dz + g \int_{D_w}^D \rho_b dz \quad (4.17)$$

que, com o uso de 4.7 e 4.8, assume a forma

$$\sigma_{ob} = D_w g \rho_{sw} + g \int_{D_w}^D [\rho_{ma} - (\rho_{ma} - \rho_f) \phi_0 e^{-K_\phi z}] dz \quad (4.18)$$

onde  $D$  é a profundidade final considerada,  $D_w$  a profundidade do oceano e  $\rho_{sw}$  a densidade da água do mar. Segundo Bourgoyne et al. (1986)  $D_s = D - D_w$  é definido como a profundidade medida a partir do fundo do oceano e a integral acima resulta em

$$\sigma_{ob} = D_w g \rho_{sw} + g \left[ \rho_{ma} D_s - \frac{(\rho_{ma} - \rho_f) \phi_0}{K_\phi} (1 - e^{-K_\phi D_s}) \right] \quad (4.19)$$

Por fim

$$\sigma_{xx} = -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad (4.20)$$

é a tensão horizontal na matriz da rocha. Considerando  $p = \frac{\sigma_{zz} + \sigma_{xx}}{2}$  a tensão normal média de compressão que, segundo Jurgenson (1973), é a chamada tensão volumétrica sobre a matriz da rocha, obtém-se

$$\sigma_{xx} = -\frac{\sigma_{zz}}{3} + \frac{4\mu}{3} \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\sigma_{ob} - p_f}{3} + \frac{4\mu}{3} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (4.21)$$

assim, o tensor de tensões (4.14), para um referencial onde o eixo  $z$  esteja alinhado com a vertical (vetor aceleração gravitacional), fica

$$\overleftrightarrow{T} = \begin{bmatrix} -\frac{\sigma_{ob} - p_f}{3} + \frac{4\mu}{3} \frac{\partial u}{\partial x} & \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \sigma_{ob} - p_f \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Assim os parâmetros  $\mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$  e  $\frac{4\mu}{3} \frac{\partial u}{\partial x}$  devem estimar a interferência da intrusão do domo sobre a formação.

É fundamental perceber que, em situações normais, a direção vertical é tida como uma das direções principais do campo de tensões em uma formação rochosa, fazendo com que  $\sigma_{zz}$ , na matriz de tensões, seja uma das tensões principais, todavia, eventualmente isso pode não ocorrer. Fatores como diapirismo e tectonismo podem interferir no campo de tensões e alterar tais direções. Devido à tal fato, para se encontrar as tensões principais ( $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ ) em um ponto, é necessário promover uma rotação de eixos. Para isso, basta encontrar os autovalores e autovetores da matriz de tensões. Essa situação é ilustrada nas Figuras 4.32 e 4.33.

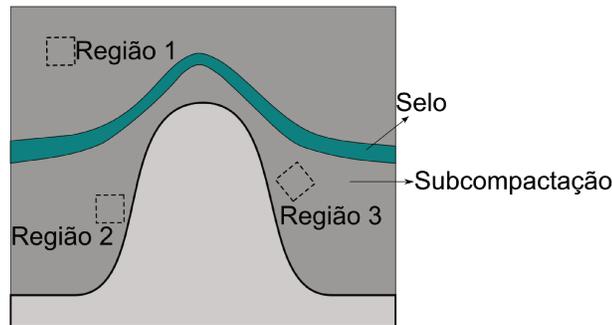
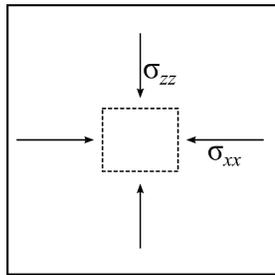


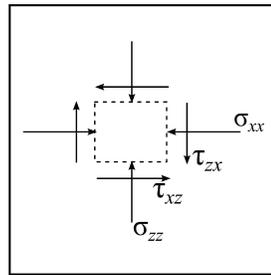
Figura 4.32: Representação da formação intrudida por um domo salino.

## Região 1



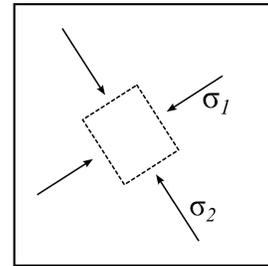
(a) Tensões na região 1, onde não há influência do domo. A direção vertical coincide com uma das tensões principais.

## Região 2



(b) Tensões na região 2, onde há forte influência do domo salino. A direção vertical não coincide mais com uma das tensões principais, por isso há, também, tensões de cisalhamento.

## Região 3



(c) Tensões na região 3, onde há influência do domo salino. A região 3 equivale à região 2 alterada por uma rotação de eixos para coincidir com a direção das tensões principais no local.

Figura 4.33: Regiões distintas de uma formação intrudida por domo salino e seus respectivos campos de tensão.

Caso haja restrição ao escoamento do fluido intersticial através dos poros da rocha da formação, poderá haver acréscimo na pressão de poros e, conseqüentemente, será observada uma região de subcompactação. É possível estimar esse acréscimo na pressão de poros devido à intrusão do domo, basta determinar a maior tensão principal  $\sigma_1$  e compará-la com a tensão de sobrecarga normal esperada  $\sigma_{ob}$ . A diferença entre esses dois valores será suportada pelo fluido.

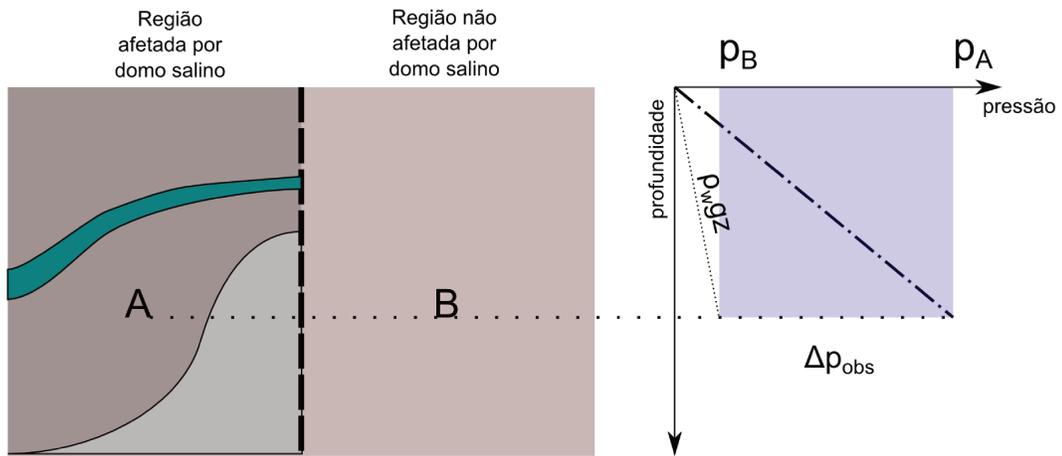


Figura 4.34: Em B observa-se a pressão de fluidos esperada (pressão hidrostática) e em A a pressão de fluidos é alterada pelo domo salino. A diferença  $\Delta p_{obs}$  deve ser igual ao acréscimo medido.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Tendo determinado, na seção 3.5.1, as funções corrente e a constante do tempo de crescimento pode-se, então, estimar os campos de velocidades e de tensões na interface de separação dos estratos com o tensor (4.22). Porém, primeiramente é necessário fazer algumas considerações para se ajustar a forma inicial da interface  $\eta(x, t = 0)$ . Como essa função deve descrever a forma da superfície no instante em que a perturbação inicia seu crescimento, logo, considera-se um formato harmônico, tal qual a perturbação imposta, de tal modo que  $\eta(x, t = 0) = \eta_0 \cos(kx + \varphi_0)$ .

Observando um diápiro, medindo-se a distância do topo do domo até a camada mãe, pode-se estimar sua amplitude atual  $\eta(0, t_F)$ , onde  $t_F$  é o tempo transcorrido do instante em que a instabilidade se inicia até atualmente.

No caso considerado, o domo salino se inicia em aproximadamente  $4300\text{ m}$  e atinge uma profundidade de aproximadamente  $6000\text{ m}$ , totalizando  $1700\text{ m}$  ou uma amplitude de

$$\eta(0, t_F) = 850\text{ m} \quad (5.1)$$

Essa amplitude, juntamente com a informação de que a lâmina d'água no local é de  $200\text{ m}$ , impõe a condição

$$h = 4950\text{ m} \quad (5.2)$$

para a espessura da camada de sedimento do modelo de instabilidade desenvolvido. Com esses dados, determina-se que o comprimento de onda dominante para perturbações nesse sistema é

$$\lambda_d = 18900,0\text{ m} \quad (5.3)$$

A Figura 5.35 resume os resultados dados acima.

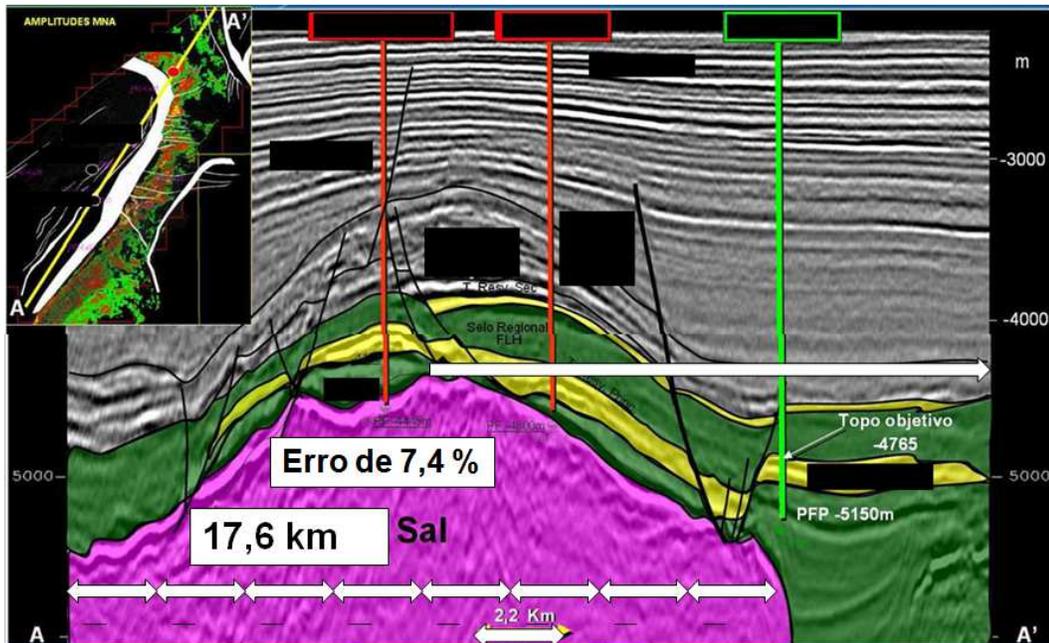


Figura 5.35: Seção sísmica interpretada.

Na seção sísmica interpretada da Figura 5.35 é possível medir o comprimento do diápiro de sal, sendo de aproximadamente  $17,6 \text{ km}$ . Comparando esse resultado com o obtido pelo modelo aqui apresentado, de  $18,9 \text{ km}$ , têm-se um erro de  $7,4\%$ .

Assumindo  $\mu_{sal} = 0,1 \times 10^{21} \text{ cP}$  e  $\mu_{sed} = 100,0 \times 10^{21} \text{ cP}$ , a expressão 3.96, para determinação do tempo de crescimento, resulta

$$\tau_a = 48,5 \times 10^{12} \text{ s} = 1,5 \times 10^6 \text{ a} \quad (5.4)$$

e a expressão 3.97, para determinação do tempo crítico, resulta

$$t_c = 10,4 \text{ Ma} \quad (5.5)$$

Cabe ressaltar aqui que, segundo Drazin (2002), o intervalo de tempo definido por  $\tau_a$  especifica o limite para a aproximação linear feita na teoria de instabilidade hidrodinâmica, sendo que, para intervalos de tempo com ordem de grandeza maiores que este, faz-se necessário uma análise não-linear, pois, devido à grandes deformações impostas aos fluidos, termos de ordem não podem mais ser desprezados.

Dada uma taxa de sedimentação, estima-se o instante no qual a instabilidade RT se inicia, ou seja, o instante no qual as densidades dos sedimentos se igualam ( $\rho_{sal} = \rho_b = 2,2 \text{ g/cm}^3 = 18,4 \text{ lb/gal}$ ) e o sistema passa de um comportamento estável para um comportamento instável.

Baseado na curva da Figura 5.36

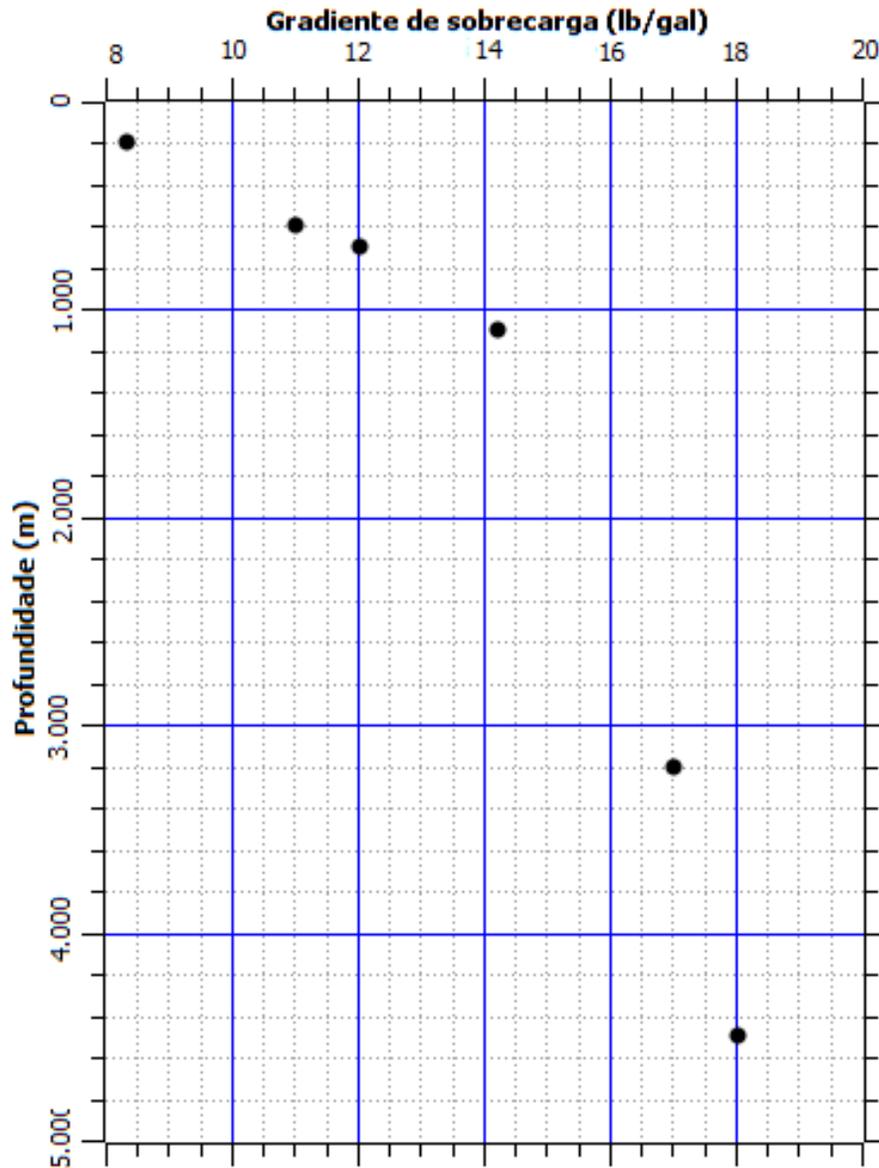


Figura 5.36: Gradiente de sobrecarga (*GS*) em poço próximo ao domo salino na Bacia de Santos.

obtida de perfuração na Bacia de Campos, da qual, através da relação

$$\frac{\sigma_{ob}}{D} = GS \quad (5.6)$$

é possível determinar a tensão de sobrecarga, obtendo os valores mostrados no gráfico da Figura 5.37.

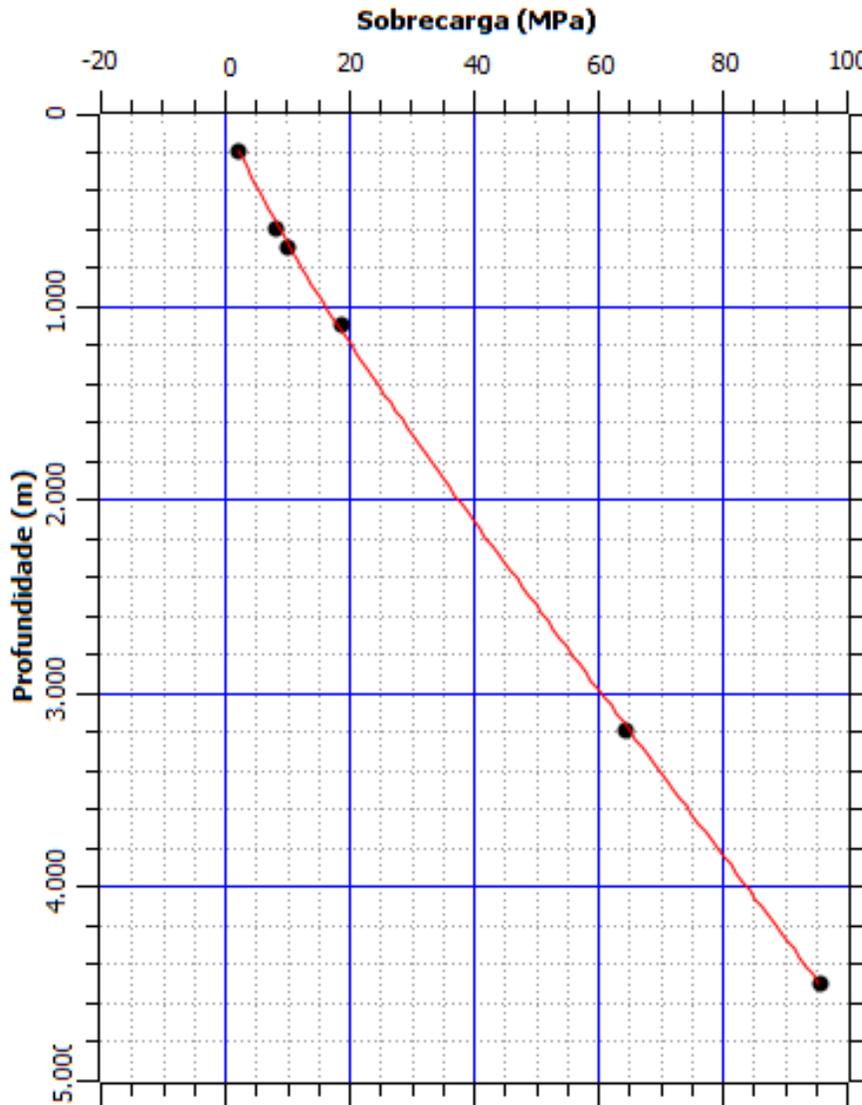


Figura 5.37: Tensão de sobrecarga em função da profundidade.

Por regressão, impondo uma relação do tipo 4.19, com

**densidade da água salgada**  $\rho_{sw} = \rho_f = 1,03 \frac{g}{cm^3}$ ;

**densidade média do *bulk***  $\rho_{ma} = 2,40 \frac{g}{cm^3}$  e

**lâmina d'água**  $D_w = 200 m$

determina-se

**constante de decaimento de porosidade**  $K_\phi = 1,25 \times 10^{-3} m^{-1}$  e

**porosidade inicial**  $\phi_0 = 0,74$

Assim, para este caso particular, a função 4.9, da densidade do *bulk*, assume a forma

$$\rho_b = (1 - 0,74 \exp[-1,25 \times 10^{-3} z]) 2,40 + 0,74 \exp[-1,25 \times 10^{-3} z] 1,03 \quad (5.7)$$

cuja solução, para  $\rho_b = \rho_{sal} = 2,20 \frac{g}{cm^3}$ , é

$$z = 1300 m \quad (5.8)$$

Considerando uma taxa de sedimentação de  $20 \times 10^{-3} \frac{cm}{a}$ , são necessários  $6,5 Ma$  para que a camada de sedimento acima do sal apresente a espessura de  $1300 m$  e, como consequência, a instabilidade se inicie. Dado que a camada tenha sido depositada no Albiano superior, define-se  $t_F = 100,0 Ma - 6,5 Ma = 93,5 Ma$  como o tempo de desenvolvimento do domo.

Obtido o valor  $t_F$  acima, determina-se a amplitude inicial  $\eta_0$  igualando a expressão 3.95, aplicada em  $x = 0$  e  $t = t_F$ , à expressão 5.1

$$\eta_0 = \eta(0, t_F) e^{-t_F/\tau_a} = 3,4 \times 10^{-24} m \quad (5.9)$$

Assim, com os resultados obtidos em 5.3, 5.4 e 5.9 para os coeficientes da função 3.95, esta assume, para o presente caso, a forma

$$\eta(x, t) = 3,4 \times 10^{-24} \exp[6,71 \times 10^{-7} t] \cos(3,3 \times 10^{-4} x) \quad (5.10)$$

com  $[t] = a$  e  $[x] = m$ .

De posse das funções corrente 3.86 e 3.87 e da função 5.10, que descreve a superfície de separação entre os estratos, através das relações 3.34, determina-se o campo de velocidades, representado na Figura 5.38 na página seguinte, onde vê-se a ascensão do topo do domo e o rebaixamento de seus flancos.

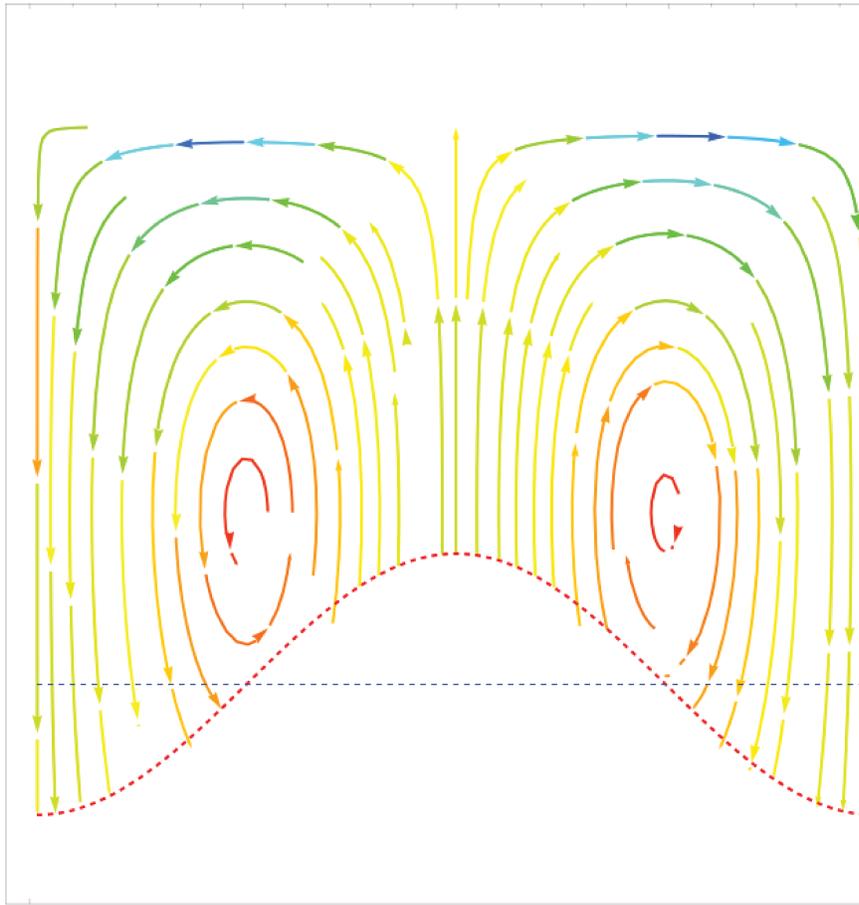


Figura 5.38: Campo de velocidades determinado pela função corrente.

Também é possível, a partir das funções corrente, escrever o tensor de tensões 4.14 para este caso particular.

Com o tensor definido, calcula-se as tensões para pontos na interface de separação ao longo do domo. Para o presente caso foram obtidos os seguintes resultados:

A tensão vertical se equivale à diferença entre a sobrecarga e a pressão de poros (Figura 5.39).

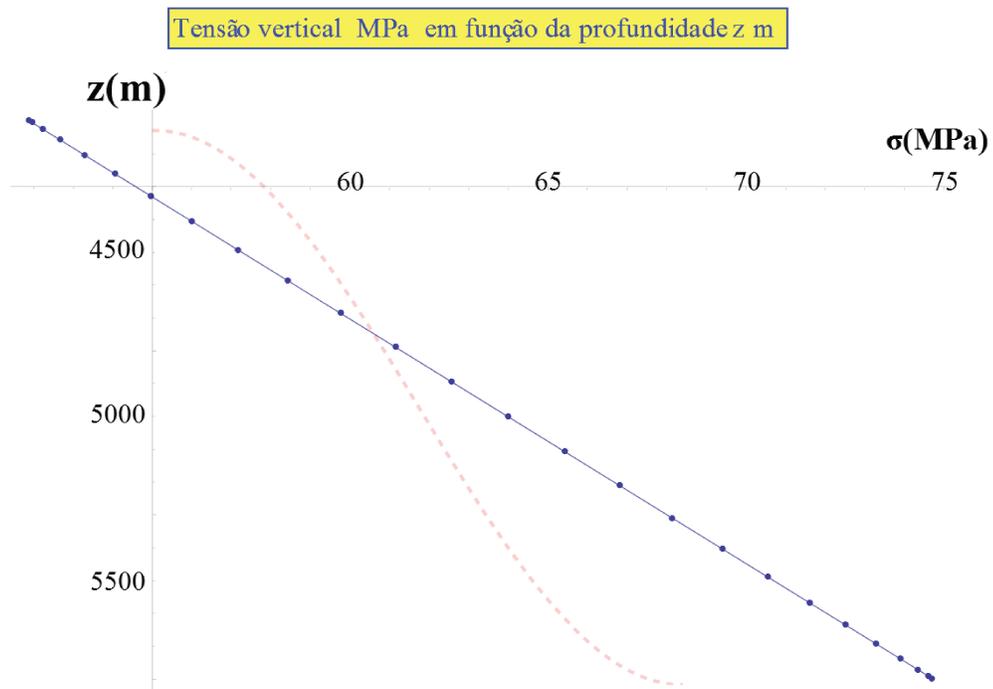


Figura 5.39: Tensão vertical efetiva na interface (curva pontilhada) em função da profundidade  $z$ .

Tensões de cisalhamento são induzidas pela intrusão do domo salino na formação (Figura 5.40). O modelo prevê, para os parâmetros adotados, tensões de cisalhamento pouco acima de  $150\text{ kPa}$  em regiões próximas ao topo do domo.

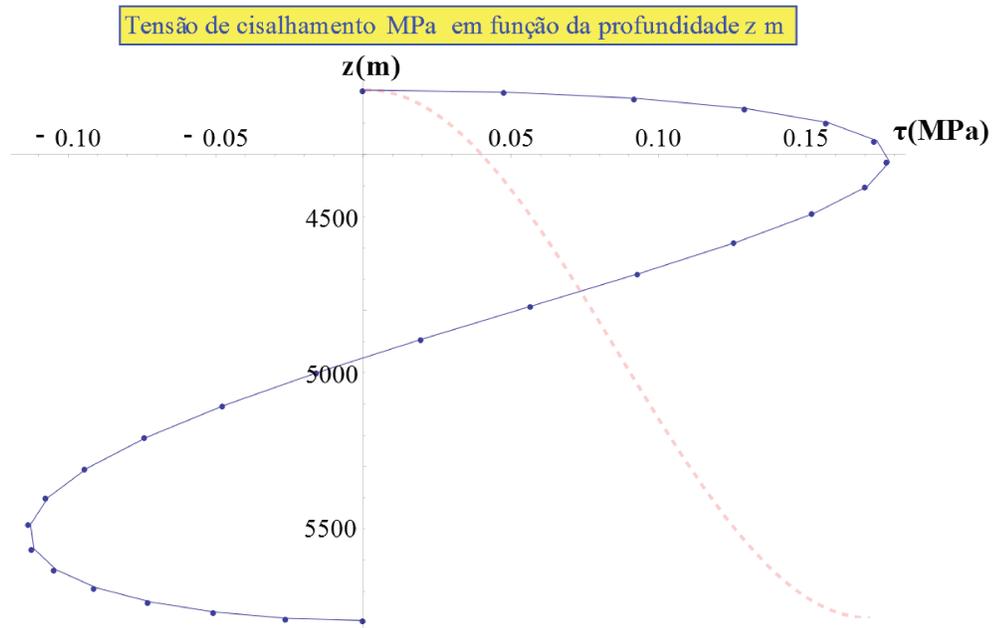


Figura 5.40: Tensão de cisalhamento na interface (curva pontilhada) em função da profundidade  $z$ .

Devido ao surgimento de tensões de cisalhamento, surgem elementos não nulos fora da diagonal principal do tensor  $\overleftrightarrow{T}$ , escrito para um sistema de coordenadas cujo eixo  $z$  coincide com a direção vertical, evidenciando-se que essa não é mais uma direção principal.

Para encontrar as novas direções principais, nas quais a tensão de cisalhamento é nula, basta determinar os autovalores (tensões normais máximas  $\sigma_1$  e  $\sigma_2 < \sigma_1$ ) e os autovetores (direções principais  $\hat{e}_1$  e  $\hat{e}_2$ ) do tensor de tensões em cada ponto. A Figura 5.41 na próxima página mostra os autovalores  $\sigma_1$  calculados para a região na interface de separação entre a camada de sal e a de sedimentos.

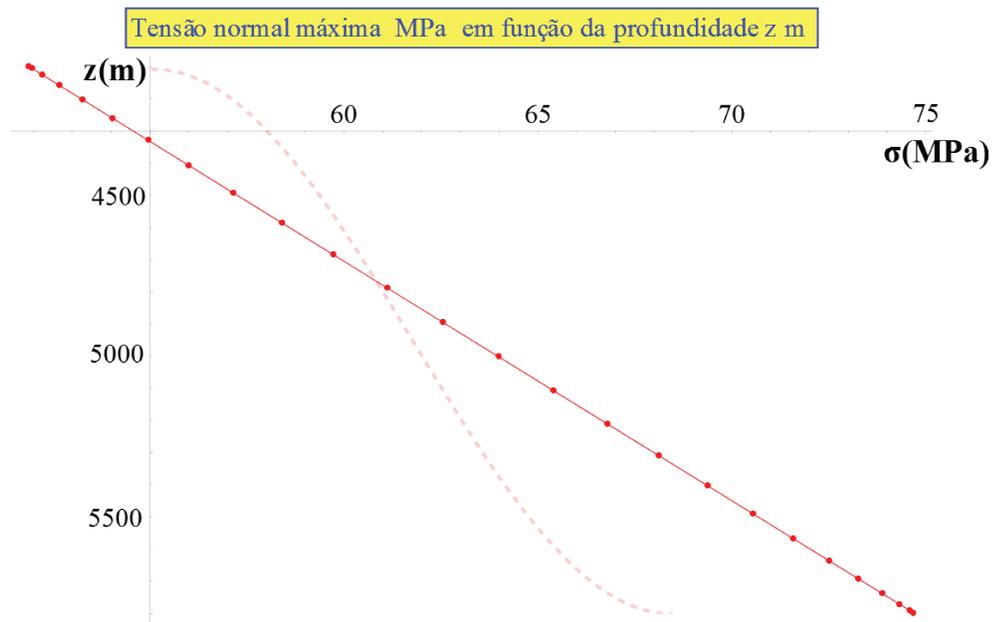


Figura 5.41: Tensão normal máxima na interface (curva pontilhada) em função da profundidade  $z$ .

Fazendo-se um teste de sensibilidade, variando o soterramento  $h$  e mantendo a amplitude do domo em  $850\text{ m}$ , obtêm-se os seguintes resultados para as tensões.

Tabela 5.3: Estudo de sensibilidade para diferentes soterramentos.

Soterramento ( $m$ )	Tensão normal máxima ( $MPa$ )	Tensão vertical ( $MPa$ )	Tensão de cisalhamento máxima ( $MPa$ )	Profundidade de ocorrência ( $m$ )
$h = 1000\text{ m}$	5,0	3,5	2,5	300
$h = 1500\text{ m}$	8,2	8,0	1,2	800
$h = 2000\text{ m}$	13,5	13,5	0,7	1300

## 6 CONCLUSÕES

Os modelos analíticos são importantes, pois aumentam a compreensão dos mecanismos físicos que controlam o fenômeno de evolução de um domo salino e possibilitam, de forma rápida, estimativas de parâmetros importantes no processo de perfuração e completação de um poço de petróleo, no entanto, para se atingir uma maior precisão faz-se necessário o uso de métodos numéricos, pois torna-se muito difícil a análise com um nível de detalhamento necessário para determinações, no presente caso, de tensão e fluência que sejam mais úteis e confiáveis.

Para ilustrar o emprego de modelos analíticos, mesmo que simplificado, o resultado obtido para o comprimento de onda dominante  $\lambda_d$ , na equação 5.3, mostrou boa aderência com dados de campo (Figura 5.35), com um erro de aproximadamente 7,5%, essa informação pode ser empregada, por exemplo, em simulações iterativas, como aproximação inicial, acelerando a convergência na obtenção de valores através de métodos numéricos.

Como visto na previsão de tensões de cisalhamento, o modelo apresentado prevê um valor máximo da ordem de  $150\text{ kPa} \approx 21,75\text{ psi}$ , insuficiente para justificar grandes diferenças entre as tensões e direções principais e a tensão de sobrecarga vertical observadas nas proximidades de domos salinos, tais valores estão de acordo com os argumentos de Schultz-Ela et al. (1993) de que apenas o fenômeno de inversão de fluido não é suficiente para iniciar a formação de um domo.

Os gráficos 5.41 e 5.39 mostram praticamente os mesmos valores, indicando que este modelo não prevê, para o caso estudado, desvios consideráveis entre a tensão vertical e a tensão principal. Todavia, partindo deste modelo é possível elaborar outros mais completos e mais representativos. Pode-se, por exemplo, adicionar condições de contorno ao problema, através da análise de seções sísmicas, inferindo as direções principais através das falhas existentes sobre o domo. No entanto, a discussão de como inserir tais informações no modelo analítico não foi concluída à contento.

O teste de sensibilidade revela que, quanto mais próximo da superfície o domo salino se encontra (menor o soterramento  $h$ ), maior será sua influência sobre o campo de tensões, já que as tensões de cisalhamento induzidas por sua intrusão passam a ser mais relevantes em comparação com às

tensões vertical e horizontal.

## 6.1 Estudos Futuros

Melhorias no modelo apresentado podem ser alcançadas através da implementação de alguns aspectos relevantes do problema.

O modelo analítico aqui apresentado leva em consideração apenas a fase linear da instabilidade *Rayleigh-Taylor*, com isso, pode descrever o desenvolvimento de um diápiro apenas em seu estágio inicial, dado que, com o passar do tempo, outras instabilidades como, por exemplo, a de *Kelvin-Helmholtz*, passam a apresentar um papel importante no formato final do domo. Não linearidades também devem ser consideradas.

Efeitos de falhamentos e redistribuição da sedimentação acima da camada de sal, bem como sobrecargas diferenciais também devem ser levados em consideração, como apontam os trabalhos de Poliakov et al. (1993, 1996), Schultz-Ela et al. (1993). A inclusão de densidade variável do substrato superior à camada de sal, simulando a compactação dos sedimentos. Tais objetivos pode ser alcançado por discretização da camada superior (BIOT, 1963).

Levantamento da intensidade de esforços cisalhantes no revestimento devido à deslocamento diferencial de camadas de sal.

Há relatos de outros problemas relacionados à perfuração em seções salinas que ainda não foram modelados, como inversão de fluido (sal) dentro do poço: arrombamento no fundo do poço e fechamento na seção mais acima. Tal fenômeno pode estar relacionado à dependência da fluência com a temperatura. Segundo Willson e Fredrich (2005), o topo do sal, em um poço perfurado no Golfo do México, encontrava-se à uma temperatura de  $120^{\circ}F$  e sua base a  $200^{\circ}F$ , o que implica em uma diferença de  $80^{\circ}F \approx 44^{\circ}C$ , segundo o autor, tal diferença de temperatura era acompanhada por uma fluência cerca de 100 vezes maior na parte mais aquecida.

Outro fenômeno térmico relevante está relacionado à condutividade térmica do sal, bastante elevada se comparada à outras rochas sedimentares. Por conta de tal característica física, o gradiente térmico através de espessas estruturas salinas apresenta-se menor que gradientes medidos através de sedimentos circunvizinhos (GARCIA, 2008). Tal fato faz com que a base do sal abaixo de grandes domos apresente temperaturas menores que a base do sal abaixo de camadas menos espessas, diferenciando o comportamento de fluência entre tais posições.

Os dois últimos aspectos citados acima podem ser estudados através de um modelo de fluência que considere a interferência da temperatura sobre a viscosidade do sal.

O desenvolvimento do modelo de instabilidade para outras geometrias, como por exemplo a cilíndrica, pode revelar outros aspectos do fluxo dos sedimentos.

Pela complexidade inerente à implementação dos tópicos expostos acima em um modelo analítico, é bastante recomendável que modelos numéricos sejam desenvolvidos para futuras discussões.

## Referências

- BARTON, D. C. Mechanics of formation of salt domes with special reference to gulf coast salt domes of texas an louisiana. *American Petroleum and Geology Bulletin*, v. 17, p. 1025–1083, 1933.
- BIOT, M. A. General theory of three-dimensional consolidation. *Journal of Applied Physics*, v. 12, p. 155–165, 1941.
- BIOT, M. A. Theory of stability of multilayered continua in infinite anisotropic elasticity. *J. Franklin Institute*, v. 276, p. 128–153, 1963.
- BIOT, M. A.; ODE, H. Theory of gravity instability with variable overburden and compaction. *Geophysics*, v. 30(2), p. 213 – 227, 1965.
- BOURGOYNE, A. T. et al. *Applied Drilling Engineering*. [S.l.]: SPE TextBook Series, 1986. 502 p.
- CALLISTER, J. W. D.; RETHWISCH, D.G. *Materials Science and Engineering: An Introduction*. [S.l.]: John Wiley & Sons Canada, Limited, 2010. ISBN 9780470556733.
- COSTA, A. M. da; JUNIOR, E. P. Rocha salina na indústria do petróleo: Aspectos relacionados à reologia e à perfuração de rochas salinas. In: MOHRIAK, W.; SZATMARI, P.; ANJOS, S. M. C. (Ed.). *Sal: Geologia e Tectônica*. [S.l.]: Editora Beca, 2008. cap. XVII, p. 362–385.
- COSTA, A. M. da; MEDEIROS, F. A. S.; FONSECA, C. F. H. Perfuração de espessas camadas de sal na bacia de campos. In: . México: Congresso latino americano de perfuração, 2000. Disponível em: <<http://biblioteca.iapg.org.ar/ArchivosAdjuntos/COLAPER2000/8-Perfuracaodelongas.pdf>>.
- DRAZIN, P.G. *Introduction to Hydrodynamic Stability*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2002. (Cambridge Texts in Applied Mathematics). ISBN 9780521009652.
- FALCÃO, J. L. Perfuração de formações salíferas. In: MOHRIAK, W.; SZATMARI, P.; ANJOS, S. M. C. (Ed.). *Sal: Geologia e Tectônica*. [S.l.]: Editora Beca, 2008. cap. XVIII, p. 387 – 404.
- FERTIL, W. H. *Abnormal Formation pressures*. second. [S.l.]: elsivier, 1981. 382 p. (Developments in Petroleum Science, v. 2).
- FJAR, E. et al. *Petroleum Related Rock Mechanics: 2nd Edition*. [S.l.]: Elsevier Science, 2008. (Developments in Petroleum Science). ISBN 9780080557090.

- FOX, R. W.; MCDONALD, A. T. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. 4th. ed. [S.l.]: John Wiley and Sons, 1995.
- FREDRICH, J. T. et al. Stress perturbations adjacent to salt bodies in the deepwater gulf of mexico. In: *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. [S.l.: s.n.], 2003.
- GARCIA, S. F. M. Fenômenos térmicos associados aos evaporitos. In: MOHRIAK, W.; SZATMARI, P.; ANJOS, S. M. C. (Ed.). *Sal: Geologia e Tectônica*. [S.l.]: Editora Beca, 2008. cap. VI, p. 181 – 189.
- GRAVINA, C. C. et al. *Simulação Numérica do Comportamento Mecânico do Sal em Poços de Petróleo*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas - SP, Brasil, out. 1997.
- GUERRA, M. C. M.; SZATMARI, P. Modelagem física de processos halocinéticos. In: MOHRIAK, W.; SZATMARI, P.; ANJOS, S. M. C. (Ed.). *Sal: Geologia e Tectônica*. [S.l.]: Editora Beca, 2008. cap. V, p. 167 – 179.
- HUBBERT, M. K. Mechanical basis for certain familiar structures. *Geological Society of America Bulletin*, v. 62, p. 355 – 372, 1951.
- JACKSON, M.P.A. Retrospective salt tectonics. In: JACKSON, M.P.A.; ROBERTS, D.G.; SNELSON, S. (Ed.). *Salt Tectonics: A Global Perspective*. [S.l.]: The American Association of Petroleum Geologists, 1995. v. 65.
- JANDAKAEW, M. et al. *Experimental Assessment of Stress Path Effects on Rock Salt Deformation*. Dissertação (Mestrado) — Suranaree University of Technology, 2003.
- JURGENSON, L. Perplexity caused by the hydrostatic stress. *Geotechnique*, v. 23, p. 448–450, 1973.
- KELVIN, W.T.B. *Hydrokinetic Solutions and Observations*. [S.l.]: Phil. Mag., 1871. 362-377 p.
- LAMB, H. *Hydrodynamics*. 6th. ed. New York: Dover Publications, 1932.
- MOHRIAK, W.; SZATMARI, P. Introdução às propriedades químicas e físicas dos evaporitos. In: MOHRIAK, W.; SZATMARI, P.; ANJOS, S. M. C. (Ed.). *SAL: Geologia e Tectônica*. [S.l.]: Editora Beca, 2008. p. 18–40. ISBN 9788587256492.
- MOHRIAK, W.; SZATMARI, P. Tectônica do sal. In: MOHRIAK, W.; SZATMARI, P.; ANJOS, S. M. C. (Ed.). *Sal: Geologia e Tectônica*. [S.l.]: Editora Beca, 2008. p. 93–164.
- NETTLETON, L. L. Fluid mechanics of salt domes. *American Association of Petroleum Geologists Bulletin*, v. 18, p. 1175–1204, 1934.
- OBERT, L.; DUVALL, W.I. *Rock mechanics and the design of structures in rock*. [S.l.]: Wiley, 1967.

- PALAGI, P. R. Evaporitos no brasil e na américa do sul. In: MOHRIAK, W.; SZATMARI, P.; ANJOS, S. M. C. (Ed.). *Sal: Geologia e Tectônica*. [S.l.]: Editora Beca, 2008.
- POLIAKOV, A. N. B. et al. Numerical analysis of how sedimentation and redistribution of superficial sediments affects diapirism. *Tectonophysics*, v. 226, p. 199–216, 1993.
- POLIAKOV, A. N. B. et al. Salt diapirism with simultaneous brittle faulting and viscous flow. *Geological Society Special Publication*, v. 100, p. 291–302, 1996.
- POSEPNEY, F. Studien aus dem salinargebiete siebendyrgens. *Kaiserlich-Ksniglichen Geologischen Reichsanstalt Jahrbuch*, v. 21, p. 123–186, 1871.
- RAYLEIGH, Lord. Investigation of the character of the equilibrium of an incompressible heavy fluid of variable density. *Proceedings of London Mathematical Society*, v. 14, p. 170–177, 1883.
- REINER, M. The deborah number. *Physics Today*, AIP, v. 17, n. 1, p. 62–62, 1964.
- REYNOLDS, O. *An Experimental Investigation of the Circumstances which Determine Whether the Motion of Water Shall be Direct Or Sinuous: And of the Law of Resistance in Parallel Channels*. [S.l.]: Royal Society of London, 1883. (Philosophical transactions).
- ROCHA, L. A. S.; AZEVEDO, C. T. *Projetos de poços de petróleo*. 2. ed. [S.l.]: Editora Interciencia, 2009.
- RUBEY, W. W.; HUBBERT, M. K. Role of fluid pressure in mechanics of overthrust faulting. *GSA Bull*, v. 70, p. 115, 1959.
- SCHULTZ-ELA, D. D.; JACHSON, M. P. A.; VENDEVILLE, B. C. Mechanics of active salt diapirism. *Tectonophysics*, v. 228, p. 275–312, 1993.
- STILLE, H. The upthrust of the salt masses of germany. *American Association of Geologists Bulletin*, v. 9, p. 417–441, 1925.
- TALBOT, C. K.; JARVIS, R. J. Age, budget and dynamics of an active salt extrusion in iran. *Journal of Structural Geology*, v. 6, p. 521–533, 1984.
- TAYLOR, G. The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. *Proc. Royal Soc. A*, n. 201, p. 192–196, 1950.
- THERZAGHI, K. Erbdaumechanik auf bodenphysikalischer grundlage. In: *Leipzig F. Deuticke*. [S.l.: s.n.], 1925.
- THERZAGHI, K. *Theoretical Soil Mechanics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1943.
- TRUSHEIM, F. Mechanism of salt migration in northern germany. *American Association of Petroleum Geologists Bulletin*, v. 44, p. 1519 – 1540, 1960.
- TURCOTTE, D. L.; SCHUBERT, G. *Geodynamics: Applications of Continuum Physics to Geological Problems*. 1st. ed. New York: John Wiley & Sons, 1982. ISBN 0-471-06018-6.

VENDEVILLE, B. C.; JACKSON, M. P. A. The rise of diapirs during thin-skinned extension. *Marine and Petroleum Geology*, v. 9, p. 331–353, 1992.

VILLE, L. Notice geologique sur les salines des zahrez et les gites de sel gemme de rang el melah et d' ain hadjera (algerie). *Annales de Mines*, v. 13, p. 351–334, 1856.

WEIJERMARS, R. *Principles of rock mechanics*. [S.l.]: Alboran Science Publishing, 1997. (Lectures in geoscience). ISBN 9789056740023.

WILLSON, S. M.; FREDRICH, J. T. Geomechanics considerations for through - and near - salt well design. In: *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. Dallas, Texas: [s.n.], 2005.