

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**Identificação de parâmetros modais de
estruturas e máquinas rotativas através da
filtragem adaptativa**

**Autor: Sérgio Junichi Idehara
Orientador: Prof. Dr. Milton Dias Junior**

02/07

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

Identificação de parâmetros modais de estruturas e máquinas rotativas através da filtragem adaptativa

Autor: Sérgio Junichi Idehara
Orientador: Prof. Dr. Milton Dias Junior

Curso: Engenharia Mecânica
Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Tese de doutorado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2007.
SP – Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Id2i Idehara, Sérgio Junichi
Identificação de parâmetros modais de estruturas e máquinas rotativas através da filtragem adaptativa / Sérgio Junichi Idehara.--Campinas, SP: [s.n.], 2007.

Orientador: Milton Dias Junior
Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Estimativa de parâmetro. 2. Análise modal. 3. Rotores. 4. Filtros adaptativos. I. Dias Junior, Milton. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Modal parameter identification of structures and rotating machines by adaptive filter

Palavras-chave em Inglês: Parameter identification, Modal analysis, Rotor, Adaptive filter

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Doutor em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Robson Pederiva, Douglas Eduardo Zampieri, Luiz de Paula do Nascimento e João Antonio Pereira

Data da defesa: 27/02/2007

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

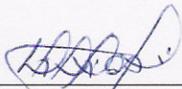
TESE DE DOUTORADO

**Identificação de parâmetros modais de
estruturas e máquinas rotativas através da
filtragem adaptativa**

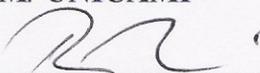
Autor: Sérgio Junichi Idehara

Orientador: Prof. Dr. Milton Dias Junior

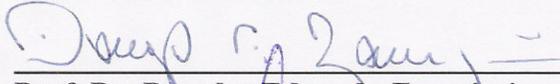
A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Tese:



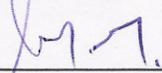
Prof. Dr. Milton Dias Junior, Presidente
DPM/ FEM/ UNICAMP



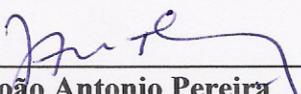
Prof. Dr. Robson Pederiva
DPM/ FEM/ UNICAMP



Prof. Dr. Douglas Eduardo Zampieri
DMC/ FEM/ UNICAMP



Prof. Dr. Luiz de Paula do Nascimento
UNESP/ Ilha Solteira



Prof. Dr. João Antonio Pereira
UNESP/ Ilha Solteira

Campinas, 27 de fevereiro de 2007.

O sonho de uma existência,
à Annelise Y. Idehara.

Agradecimentos

Este trabalho, apesar de ter sido desenvolvido durante os quatro anos do doutorado, na realidade encerra a experiência e aprendizado que vêm desde a iniciação científica. Em verdade, muito devo ao meu orientador que proporcionou desde àqueles tempos, inúmeras oportunidades de crescer pessoalmente e profissionalmente. Agradeço-lhe, professor Milton Dias Junior, por isso e, principalmente, a confiança que o senhor depositou em mim ao longo destes anos, algo que em minha opinião é “um tesouro sem preço”.

A minha passagem pela faculdade foi marcada pela ajuda e suporte de diversas pessoas, mas que é tão difícil enumerá-las, uma vez que envolve pessoas as vezes anônimas ou distantes. Assim, deixo o meu agradecimento a todas as pessoas que diretamente ou indiretamente contribuíram com o desenvolvimento deste trabalho. Porém, ainda gostaria de agradecer nominalmente e profundamente aos técnicos das oficinas: Maurício Oliveira de Sant'anna, Mauro Romera, Rosangelo W. Aparecido Ferreira, José Luis Correa Almeida, Geraldo Creci Filho e Eli Paulino de Souza pelo empenho na montagem e finalização das bancadas experimentais.

Agradeço aos amigos de mesma sina, que apoiaram com companheirismo a vivência do dia-dia na universidade: Paulo Cezar Monteiro Lamim Filho, Jorge Henrique Marano, Hélio Fiori de Castro, Rogério Mendonca Furtado, Fábio Augusto Cante Lopes, Fabiano Bianchini Batista, Ludmila Correa de Alkmin e Silva, Marcelo Braz de Aquino e Alex Pereira do Prado. Em especial, pelas conversas e trocas de idéias fundamentais nos momentos de “percalço da vida”, obrigado a Abdon Tapia Tadeo e Samuel da Silva.

Agradeço à prof. Katia Lucchesi Cavalca Dedini e o prof. Rainer Nordmann, coordenadores do projeto PROBAL, e ao co-orientador na Alemanha, prof. Richard Markert, pela chance de descobrir novas experiências durante o intercâmbio. E também a CAPES, por prover as condições do estágio.

Aos professores Robson Pederiva, Renato Pavanello, Euclides de Mesquita Neto e Helder Anibal Hermi, que indicaram o caminho, nem sempre fácil de enxergar, do processo de ensino-aprendizagem. Aos coordenadores da graduação e pós-graduação pela oportunidade de participar do programa BIG. E enfim, à Unicamp por subsidiar o programa de doutorado.

Aproveito o procedimento da faculdade/ universidade, que após a defesa indica um prazo para realizar correções no trabalho e acrescento um agradecimento aos membros da banca. Obrigado, professores, pelas correções e discussões que foram levantadas durante a arguição, que possibilitaram ampliar e construir novas formas de ver os conceitos e entendimento do trabalho. E desejo expressar meus sinceros agradecimentos, em particular, ao prof. João Antônio por ter podido participar da defesa, mesmo na adversidade que surgiu.

Sérgio J. Idehara
(26/03/2007)

かたつぶりそろそろ登れ富士の山

*little snail
inch by inch, climb
Mount Fuji!*

(Kobayashi Issa, 1763-1828)

(David G. Lanoue)

Resumo

IDEHARA, Sérgio Junichi, *Identificação de parâmetros modais de estruturas e máquinas rotativas através da filtragem adaptativa*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2007. 123 p. Tese (Doutorado).

Este trabalho consiste na investigação de algoritmos da filtragem adaptativa utilizados no contexto da identificação de parâmetros. Apesar de ainda ser uma técnica pouco explorada na engenharia mecânica, os algoritmos adaptativos, com destaque para o método dos mínimos quadrados recursivo e mínimos quadrados com decomposição QR, podem ser implementados na prática com base na equação diferencial de segunda ordem para a caracterização dos parâmetros modais. A partir dessa colocação, esse estudo tem como objetivo compreender como se dá a dinâmica de estruturas e máquinas rotativas. Muitas vezes, ao se executar uma análise em campo, depara-se com a situação em que as máquinas da planta não podem ter seu funcionamento interrompido. Dessa forma, ao realizar medições nestes equipamentos ou nas estruturas ao redor, adquirem-se também componentes de vibrações desconhecidas provenientes da operação destas máquinas. Nesse sentido, a metodologia desenvolvida apresenta contribuição em duas áreas distintas. Primeiramente, ela permite realizar a análise modal experimental de estruturas mesmo com a presença de excitação harmônica desconhecida nas medições, necessitando, para isto, apenas conhecer a frequência instantânea da harmônica. Na visão da dinâmica de rotores, por outro lado, a metodologia possibilita a identificação dos parâmetros modais do sistema com este operando em uma condição não-estacionária, por exemplo, durante a partida ou parada da máquina, bastando que se conheça a rotação da mesma. Os resultados apontam para uma boa precisão da estimativa das frequências naturais e dos modos de vibrar, mesmo quando há variação temporal dos parâmetros modais. As análises numéricas e experimentais revelam uma maior

dificuldade de identificar o fator de amortecimento, principalmente quando o sinal é mal-condicionado. Dentre as várias características destes métodos destaca-se a possibilidade de determinar os parâmetros modais em tempo-real.

Palavras Chave: identificação de parâmetros, análise modal, rotor, filtragem adaptativa

Abstract

IDEHARA, Sérgio Junichi, *Modal parameter identification of structures and rotating machines by adaptive filter*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2007. 123 p. Tese (Doutorado)

This work investigates the use of adaptive filters for parameter identification. Although adaptive algorithms are still rarely utilized in the mechanical engineering field, the recursive least square and recursive least square with QR decomposition methods can be implemented based on the second ordinary differential equations in order to characterize the modal parameters. With this in mind, this study seeks to understand structure and rotating machine dynamics. In many case, when performing field analysis, it is common to face the situation where it is impossible to stop some critical equipments. In this case, all measurements performed on these equipments and the neighboring structures will be corrupted by the harmonic noise generated during the operation of these machines. In this direction, the proposed methodology contributes to the solution of this problem in two distinct ways. First, this approach can handle with measurements coming from experimental modal analysis of structures even when they are corrupted by harmonic noise. The only information needed is the instantaneous frequency of this noise. For rotor dynamics, on the other hand, the methodology allows the identification of the modal parameters of the system while this is operating in non-stationary condition, for example, during start-up or shut-down. In this case the measurement of the rotational speed is also required. The results suggest that the natural frequency and the vibration modes are precisely estimated, even for time varying systems. The numerical and experimental analysis reveals difficulty on the identification of the damping factor, especially when the signal is poorly conditioned. Amongst the nice characteristics of these methods, maybe one of the most interesting is the possibility to extract modal parameters in real-time.

Key Words: parameter identification, modal analysis, rotor, adaptive filter

Índice

Lista de Figuras	xiv
Lista de Tabelas	xix
Nomenclatura	xxi
1. Introdução	1
1.1. Máquinas rotativas e suas subestruturas	1
1.2. Análise dinâmica de máquinas e estruturas	2
1.3. Objetivo	5
1.4. Estrutura do trabalho	5
2. Revisão Bibliográfica	7
2.1. Análise modal em rotores	8
2.2. Filtragem adaptativa na análise de estruturas e rotores	13
3. Filtragem Adaptativa	19
3.1. Algoritmo RLS SISO	20
3.2. Algoritmo RLS MIMO	28
3.3. Algoritmo RLS/ QRD SISO	29
3.4. Algoritmo RLS/ QRD MIMO	38
4. Modelo do filtro adaptativo - Espaço de Estados	41
4.1. Modelo do sistema	42

4.2. Modelo da força de excitação	45
4.3. Modelo do filtro adaptativo	46
5. Análise numérica de estruturas	51
5.1. Análise modal de estruturas	51
5.2. Análise modal com presença de excitação harmônica desconhecida	62
6. Análise numérica de rotores	69
6.1. Sistemas rotativos	69
6.2. Modelo sem efeito giroscópico	71
6.3. Modelo com efeito giroscópico	80
7. Análise experimental de estruturas	87
7.1. Bancada experimental	87
7.2. Análise modal pela filtragem adaptativa	90
7.3. Análise modal na presença de excitação harmônica desconhecida	95
8. Análise experimental de rotores	103
8.1. Caracterização do rotor	104
8.2. Análise modal na partida do rotor	110
8.3. Análise modal na partida com excitação impulsiva	115
9. Conclusão e trabalhos futuros	121
9.1. Conclusão e comentários	121
9.2. Trabalhos futuros	123
Referências Bibliográficas	125

Lista de Figuras

Figura 3.1: Fluxograma de um sistema de identificação de parâmetros com filtro adaptativo	21
Figura 5.1: Estrutura de quatro andares simulada no Benchmark	52
Figura 5.2: Força de excitação aleatória nas direções x e y do último andar	53
Figura 5.3: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,992$), excitação aleatória de 1.500 N	54
Figura 5.4: Identificação do fator de amortecimento com RLS ($\lambda = 0,992$), excitação aleatória de 1.500 N	54
Figura 5.5: Modos de vibração simulados de 9,41, 11,79 e 25,54 Hz e estimados com RLS em 3s	56
Figura 5.6: Modos de vibração simulados de 32,01, 38,66 e 48,01Hz e estimados com RLS em 3s	57
Figura 5.7: Modos de vibração simulados de 48,44 e 60,15 Hz e estimados com RLS em 3s	58
Figura 5.8: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,992$), excitação aleatória de 1.500 N e ruído de 2%	60
Figura 5.9: Identificação do fator de amortecimento com RLS ($\lambda = 0,992$), excitação aleatória de 1.500 N e ruído de 2%	60
Figura 5.10: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,992$), excitação aleatória de 1.500 N e taxa de amostragem de 250 Hz	61
Figura 5.11: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,992$), excitação aleatória de 1.500 N e taxa de amostragem de 500 Hz	61
Figura 5.12: Sinal de deslocamento das colunas 4 e 8 do quarto andar a uma excitação aleatória (1.500 N) e harmônica de 20 Hz (5.000N)	64

Figura 5.13: Auto densidade espectral do deslocamento nas colunas 8 (direção x) e 4 (direção y) do quarto andar	64
Figura 5.14: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,992$) e sem considerar a informação da excitação de 20 Hz	65
Figura 5.15: Identificação do fator de amortecimento com RLS ($\lambda = 0,992$) e sem considerar a informação da excitação de 20 Hz	65
Figura 5.16: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,992$) e com a informação da excitação de 20Hz	66
Figura 5.17: Identificação do fator de amortecimento com RLS ($\lambda = 0,992$) e com a informação da excitação de 20Hz	66
Figura 5.18: Sinal de deslocamento das colunas 4 e 8 do teto a uma excitação aleatória (1.500 N) e força não-estacionária (5.000N)	66
Figura 6.1: Modelo de rotor simulado em elementos finitos sem efeito giroscópico	69
Figura 6.2: Modos do rotor simulado de dois discos	70
Figura 6.3: Sinal temporal no nó 7 (disco 1) e 13 (disco 2) nas direções y e z com 63 rad/s ²	72
Figura 6.4: Diagrama em cascata direcional $y(t) + j.z(t)$ do disco 1 na aceleração de 63 rad/s ²	72
Figura 6.5: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,997$), nos sinais das estações 2, 4, 7 e 13 com aceleração de 63 rad/s ²	73
Figura 6.6: Identificação do fator de amortecimento com RLS ($\lambda = 0,997$), nos sinais das estações 2, 4, 7 e 13 com aceleração de 63 rad/s ²	73
Figura 6.7: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,997$), nos sinais das estações 2, 4, 7 e 13 com ruído aditivo de 2% de aceleração 63 rad/s ²	75
Figura 6.8: Identificação do fator de amortecimento com RLS ($\lambda = 0,997$), nos sinais das estações 2, 4, 7 e 13 com ruído aditivo de 2% de aceleração 63 rad/s ²	75
Figura 6.9: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,995$), nos sinais das estações 2, 4, 7 e 13 com aceleração de 63 rad/s ²	77
Figura 6.10: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,999$), nos sinais das estações 2, 4, 7 e 13 com aceleração de 63 rad/s ²	77

Figura 6.11: Sinal temporal no nó 7 (disco 1) e 13 (disco 2) nas direções y e z com aceleração de 13 rad/s ²	79
Figura 6.12: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,997$), nos sinais das estações 2, 4, 7 e 13 com aceleração de 13 rad/s ²	79
Figura 6.13: Identificação da frequência natural com RLS/ QRD ($\lambda = 0,9999$), nos sinais das estações 2, 4, 7 e 13 com aceleração de 13 rad/s ²	79
Figura 6.14: Identificação do fator de amortecimento com RLS/ QRD ($\lambda = 0,9999$), nos sinais das estações 2, 4, 7 e 13 com aceleração de 13 rad/s ²	79
Figura 6.15: Modelo de um rotor simulado em elementos finitos com efeito giroscópico	81
Figura 6.16: Diagrama de Campbell das frequências naturais do rotor simulado de 20 elementos	83
Figura 6.17: Diagrama de Campbell dos fatores de amortecimento do rotor simulado de 20 elementos	83
Figura 6.18: Sinal temporal no nó 7 (disco 1) nas direções y e z com aceleração de 31 rad/s ²	83
Figura 6.19: Diagrama em cascata direcional $y(t) + j \cdot z(t)$ do disco 1 na aceleração de 31 rad/s ²	83
Figura 6.20: Identificação da frequência natural com RLS/ QRD ($\lambda = 0,9999$), nos sinais das estações 3, 7, 15 e 19 com aceleração de 31 rad/s ²	84
Figura 6.21: Identificação do fator de amortecimento com RLS/ QRD ($\lambda = 0,9999$), nos sinais das estações 3, 7, 15 e 19 com aceleração de 31 rad/s ²	84
Figura 6.22: Identificação da frequência natural com RLS-QRD ($\lambda = 0,9999$), nos sinais das estações 3, 7, 15 e 19 e ruído de 2% com aceleração de 31 rad/s ²	85
Figura 6.23: Ampliação da curva de identificação da frequência natural com RLS-QRD ($\lambda = 0,9999$), primeiro e segundo modos	85
Figura 7.1: Bancada experimental com os pontos de medição e tacômetro	88
Figura 7.2: FRF da estrutura metálica no <i>driving-point</i> na direção y	89
Figura 7.3: Coerência da FRF do <i>driving-point</i> na direção y	89
Figura 7.4: Modos de vibração experimental obtidos pelo método da <i>Rational Fraction Polynomial Method</i> de ordem 10	91

Figura 7.5: Estimativa da frequência natural pelo método RLS com excitação impulsiva	92
Figura 7.6: Estimativa do fator de amortecimento pelo método RLS com excitação impulsiva	92
Figura 7.7: Estimativa da frequência natural pelo método RLS com excitação impulsiva na faixa de 35 a 80 Hz	94
Figura 7.8: Estimativa do fator de amortecimento pelo método RLS com excitação impulsiva na faixa de 35 a 80 Hz	94
Figura 7.9: Flutuação da velocidade de rotação do motor	97
Figura 7.10: FRF da estrutura no <i>driving-point</i> na direção y com rotação do motor em 26,3 Hz	97
Figura 7.11: Flutuação da velocidade de rotação do motor	98
Figura 7.12: Estimativa da frequência natural pelo método RLS com excitação impulsiva e rotação de 29,6 Hz	99
Figura 7.13: Estimativa do fator de amortecimento pelo método RLS com excitação impulsiva e rotação de 29,6 Hz	99
Figura 7.14: Variação da velocidade de rotação do motor	100
Figura 7.15: Estimativa da frequência natural pelo método RLS com excitação impulsiva e rotação variável	100
Figura 7.16: Estimativa do fator de amortecimento pelo método RLS com excitação impulsiva e rotação variável	100
Figura 8.1: Foto da bancada com as estações de medição	104
Figura 8.2: Resposta ao desbalanceamento medido no disco 1, intervalo de frequência de 1 Hz	105
Figura 8.3: Resposta ao desbalanceamento medido no disco 2, intervalo de frequência de 1 Hz	105
Figura 8.4: Mancal de escorregamento na extremidade livre do eixo, com excitadores magnéticos e instrumentado através de acelerômetros e células de carga	105
Figura 8.5: FRF do <i>driving-point</i> na direção y	107
Figura 8.6: FRF do <i>driving-point</i> na direção z	107
Figura 8.7: Coerência do <i>driving-point</i> na direção y	108

Figura 8.8: Coerência do <i>driving-point</i> na direção z	108
Figura 8.9: Resposta temporal do disco 1 na horizontal (y) e vertical (z)	111
Figura 8.10: Resposta temporal do disco 2 na horizontal (y) e vertical (z)	111
Figura 8.11: Diagrama em cascata direcional $y(t) + j \cdot z(t)$ do disco 1 na partida do rotor	111
Figura 8.12: Diagrama em cascata direcional $y(t) + j \cdot z(t)$ do disco 2 na partida do rotor	111
Figura 8.13: Estimativa da frequência natural pelo método RLS/ QRD durante a partida do rotor	112
Figura 8.14: Estimativa do fator de amortecimento pelo método RLS/ QRD durante a partida do rotor	112
Figura 8.15: Estimativa da frequência natural pelo método RLS/ QRD, durante a partida do rotor, sem as medições nos discos	114
Figura 8.16: Resposta temporal do eixo, com excitação impulsiva na horizontal	115
Figura 8.17: Resposta temporal do eixo, com excitação impulsiva na vertical	115
Figura 8.18: Diagrama em cascata direcional $y(t) + j \cdot z(t)$ do disco 2, na partida do rotor, com impulso na horizontal	116
Figura 8.19: Diagrama em cascata direcional $y(t) + j \cdot z(t)$ do disco 2, na partida do rotor, com impulso na vertical	116
Figura 8.20: Estimativa da frequência natural pelo método RLS/ QRD, durante a partida do rotor, com excitação impulsiva na horizontal	118
Figura 8.21: Estimativa da frequência natural pelo método RLS/ QRD, durante a partida do rotor, com excitação impulsiva na vertical	118
Figura 8.22: Estimativa do fator de amortecimento pelo método RLS/ QRD, durante a partida do rotor, com excitação impulsiva na horizontal	118
Figura 8.23: Estimativa do fator de amortecimento pelo método RLS/ QRD, durante a partida do rotor, com excitação impulsiva na vertical	118

Lista de Tabelas

Tabela 5.1: Freqüências naturais e fatores de amortecimento e erro da estimativa no instante 3 s	55
Tabela 5.2: MAC [%] – modos simulados x modos estimados (3 s)	59
Tabela 5.3: Estimativa e erro da identificação das freqüências naturais com ruído no instante 3 s	60
Tabela 5.4: Estimativa e erro da identificação das freqüências naturais e fator de amortecimento com excitação não-estacionária no instante 3 s	67
Tabela 6.1: MAC [%] – Freqüências simuladas (linhas) e Freqüências estimadas (colunas) para o instante 6,67 s	74
Tabela 6.2: MAC [%] – Freqüências simuladas (linhas) e Freqüências estimadas (colunas) para o instante 6,67 s e ruído aditivo de 2%	75
Tabela 6.3: MAC [%] – Freqüências simuladas (linhas) e Freqüências estimadas (colunas) para o instante 27 s	80
Tabela 7.1: Freqüência natural e fator de amortecimento médio estimados pelo método da <i>Rational Fraction Polynomial Method</i> de ordem 10	90
Tabela 7.2: MAC entre os modos obtidos pela <i>Rational Fraction Polynomial Method</i> e RLS na amostra 13.000 (2,6 s) com excitação impulsiva	93
Tabela 7.3: MAC entre os modos obtidos pela <i>Rational Fraction Polynomial Method</i> e RLS na amostra 31.000 (6,2 s) com excitação impulsiva na faixa de 35 a 80 Hz	95
Tabela 7.4: Freqüência natural em Hz estimado pelo método da <i>Rational Fraction Polynomial Method</i> de ordem 10 com rotação de 26,3 Hz	97
Tabela 7.5: Fator de amortecimento em % estimado pelo método da <i>Rational Fraction Polynomial Method</i> de ordem 10 com rotação de 26,3 Hz	97

Tabela 7.6: MAC entre os modos obtidos pela <i>Rational Fraction Polynomial Method</i> e RLS na amostra 33.500 (6,7 s) com excitação impulsiva e rotação em 29,6 Hz	99
Tabela 7.7: MAC entre os modos obtidos pela <i>Rational Fraction Polynomial Method</i> e RLS na amostra 19.000 (3,8 s) com excitação impulsiva e rotação variável	101
Tabela 8.1: Frequência natural e fator de amortecimento, em função da rotação, com excitação na horizontal	109
Tabela 8.2: Frequência natural e fator de amortecimento, em função da rotação, com excitação na vertical	109
Tabela 8.3: MAC (%) entre o modo obtido pelo <i>Rational Fraction Polynomial Method</i> (sem rotação) e modos estimados pelo RLS/ QRD (7 segundos)	113
Tabela 8.4: MAC (%) entre o modo obtido pelo método da <i>Rational Fraction Polynomial Method</i> (sem rotação) e modos estimados pelo RLS/ QRD (5,5 s) com excitação em y	119
Tabela 8.5: MAC (%) entre o modo obtido pelo método da <i>Rational Fraction Polynomial Method</i> (sem rotação) e modos estimados pelo RLS/ QRD (2,4 s) com excitação em z	119

Nomenclatura

Letras Latinas

a	- amplitude senoidal da excitação harmônica	[N]
b	- amplitude cosseínodal da excitação harmônica	[N]
\bar{A}	- matriz do sistema (modelo de espaço de estados)	
\bar{B}	- matriz de ganho de entrada (modelo de espaço de estados)	
\bar{C}	- matriz de amortecimento	
d	- resposta desejada	
e	- erro a posteriori	
E	- função erro	
\bar{G}	- matriz giroscópica	
\bar{k}	- vetor de ganho do filtro adaptativo	
\bar{K}	- matriz de ganho do filtro adaptativo	
m	- número de equações	
M	- número de incógnitas	
\bar{M}	- Matriz de massa	
\bar{p}	- vetor de correlação cruzada entre a entrada e a resposta desejada	
\bar{Q}	- matriz ortonormal da decomposição QR	
\bar{R}	- matriz triangular superior dos dados de entrada	
t	- instante de tempo	[s]
\bar{T}	- matriz de atualização da matriz unitária \bar{Q}	
\bar{u}	- vetor de entrada	

\vec{U} - matriz de entrada
 \vec{w} - vetor de incógnitas do filtro adaptativo
 y - estimativa do filtro adaptativo

Letras Gregas

γ - fator de conversão
 Γ - vetor de fator de conversão
 $\vec{\delta}$ - vetor de erro
 Δt - intervalo de tempo [s]
 ε - erro da estimativa normalizada
 λ - fator de esquecimento exponencial
 $\bar{\Lambda}$ - matriz diagonal de fator de esquecimento
 ξ - erro entre o sinal desejado e a estimativa do filtro adaptativo (a priori)
 Φ - matriz de autocorrelação do sinal de entrada
 Ω - velocidade de rotação [rad/s]

Superescritos

* - complexo conjugado
-1 - matriz inversa
H - transposto e complexo conjugado

Abreviações

FRF - Função de resposta na frequência
GDL - Graus de liberdade
LMS - *Least Mean Square*
MAC - *Modal Assurance Criterion*
MIMO - *Multiple Input Multiple Output*
SISO - *Single Input Single Output*
RLS - *Recursive Least Square*
RLS/QRD - *Recursive Least Square/QR Decomposition*

Capítulo 1

1. Introdução

1.1. Máquinas rotativas e suas subestruturas

Estudadas em um período anterior ao século I d.C. por iniciativa de pesquisadores como o grego Hero de Alexandria e o romano Pollio Vitruvius, as máquinas rotativas impulsionadas a água romperam com o conceito de geração de potência através da força motriz animal. Idéia esta se expandiu amplamente na indústria durante o século XVIII pelas máquinas rotativas a vapor. Com efeito, neste período, surgiram diversas patentes enfocando o acionamento de moinhos, Thomas Savery (1650-1715), a aplicação de bombas hidráulicas à mineração, Thomas Newcomen (1663-1729), e a modelagem da máquina a vapor, James Watt (1736-1819), conforme a descrição histórica da engenharia apresentada por Abbot (2003).

O potencial bastante diferenciado tornou, com isso, as máquinas rotativas ponto primordial em aplicações mecânicas, de modo que, desde as primeiras máquinas construídas no século XIX, iniciou-se a difusão do conceito em áreas como o de transporte (motor à combustão, turbinas propulsoras), geração de energia (turbinas hidráulicas, geradores), produtos domésticos (aspirador de pó, máquina de lavar roupa), etc. Sobretudo, no contexto particular de rotores e estatores, é dado enfoque sobre as questões da dinâmica de seu movimento, como um caminho para a compreensão e estabelecimento de procedimentos mais eficientes e seguros no uso cotidiano.

Segundo Frederick (2003), o estudo sobre a dinâmica deste tipo de sistema foi realizado inicialmente em 1869 por W. J. Macquorn Rankine, conduzido na avaliação da rotação de eixos e introduzindo o termo “*whirling*”. A observação da vibração do eixo, neste caso acionado através de polias, é realizada por Stanley Dunkerley em 1895, que se refere ao termo “velocidade crítica” para designar uma velocidade específica em que o rotor sofre elevado nível de flexão. A questão experimental aparece com Carl G. P. De Laval em 1889, ao atingir a velocidade supercrítica em uma turbina a vapor e W. Kerr, em 1916, no qual indica a existência de uma segunda velocidade crítica.

Entretanto, a transição para uma descrição matemática mais próxima do comportamento real de rotores ocorre somente com a modelagem de Jeffcott em 1919. A partir destes trabalhos, muitos estudos acerca da modelagem foram desenvolvidos. Melvin Prohl (anos 30 e 40) adota uma abordagem analítica desenvolvendo um método que viria a ser conhecido, posteriormente, como método da matriz de transferência. Essa formulação foi utilizada por um longo período de tempo na análise dinâmica de rotores industriais. Na medida em que se presencia o crescimento computacional após 1960, as técnicas de análise incorporaram uma abordagem numérica, como o método de elementos finitos (FREDERICK, 2003).

Esta pequena retrospectiva aponta o esforço da comunidade acadêmica de investigar a dinâmica destes sistemas. Vale ressaltar que a análise assim efetuada contribui para elevar as chances de evitar acidentes e danos à estrutura e pessoas, conforme ilustrado no estudo de caso de Watson (2006). Sob este prisma histórico, a proposta deste trabalho constitui na busca de um melhor entendimento da dinâmica de rotores e do estator, salientando as dificuldades relacionadas na avaliação do sistema em funcionamento.

1.2. Análise dinâmica de máquinas e estruturas

Em se tratando da análise dinâmica de máquinas e estruturas, os requisitos de projeto são cada vez mais exigentes e mais restritivos, tanto para desenvolver novos produtos quanto para

modificação estrutural de itens já existentes. Seja qual for a aplicação, o processo de avaliar a dinâmica pode ser classificado em relação à: modelagem, excitação, resposta, validação, identificação e otimização, conforme colocado em Ewins (2000). Neste sentido, a caracterização da estrutura se traduz na busca de relações matemáticas para descrever a maneira como esta vibra sob “condições naturais” – sem forças externas aplicadas – e aspectos ligados às condições operacionais.

Na prática, a dificuldade inerente na modelagem teórica das condições de contorno e operacionais de máquinas girantes ainda gera uma visão restrita do equipamento em questão, conforme citam Rodriguez et al. (2006). Trata-se, portanto, da necessidade de descrever a dinâmica de estruturas com comportamento não-linear e/ ou características variantes no tempo buscando modelos mais acurados (LIEVEN & EWINS, 2001). A complexidade, no entanto, não só compreende as variações da característica dinâmica da estrutura, como também incertezas e indeterminações das forças envolvidas durante a operação do rotor. Sendo assim, a modelagem relaciona-se também na perspectiva de inferir a respeito dessas forças (REDMOND, 2001), por exemplo, em descrever a interação fluido-estrutura ou forças de natureza eólica, marinha, impacto ou que provém da própria máquina rotativa, Bachschmid (2000).

Também é significativo o fato de que em diversas destas situações é necessário realizar além de estudos analíticos/ computacionais, análises experimentais. Isto porquê, a existência dessas dificuldades em produzir modelos compatíveis com o fenômeno real faz surgir à necessidade de ajustar e validar estes modelos por meio de medições experimentais, constituindo, portanto, um dos importantes pilares na análise dinâmica.

A análise modal experimental, por ser uma metodologia que possibilita a construção de modelos matemáticos baseados em sinais de vibração medidos, desde sua criação há 50 anos, vem apresentando um uso bastante expressivo. As pesquisas e aplicações nesta área desenvolveram-se consideravelmente e, assim sendo, seus conceitos e metodologias aplicados a estruturas – lineares e não rotativas – estão bem estabelecidos hoje em dia (BUCHER & EWINS,

2001). Desta forma, por exemplo, a análise modal experimental é utilizada nas atividades de projeto da indústria automobilística, aviação, ferroviária, aeroespacial, estruturas da engenharia civil – prédio, ponte, represa, etc e equipamentos industriais de grande porte – (VAN DER AUWERAER, 2001). Sem dúvida, nos dias atuais, trata-se de uma metodologia de grande importância quando se considera a caracterização experimental de estruturas.

Muitos dos métodos de identificação de parâmetros, tal como é a análise modal, demandam o conhecimento prévio de um modelo, seja através do domínio do tempo ou da frequência. Todavia, a ideia de caracterizar um sistema real a partir de relações matemáticas nem sempre é fácil de se estabelecer. Na literatura associa-se diretamente a qualidade da estimativa das variáveis com a proximidade da representação do sistema pelo modelo. Para tanto, métodos como o dos mínimos quadrados no domínio da frequência têm indicado maior robustez a imprecisões da modelagem, segundo Pennacchi et al. (2006). Uma análise realizada no domínio da frequência revela-se mais simples, no entanto, são necessários longos tempos de medição e são restritos quanto ao tipo de excitação, o que tem limitado a aplicação em estruturas trabalhando em condições de operação não-estacionárias (KUMAR, 1992).

Assim, a fim de evitar o uso de técnicas baseadas na transformada de Fourier, possibilitando uma maneira de identificar parâmetros mesmo em condições adversas na entrada – vibração forçada não-estacionária ou transiente –, diversas metodologias baseadas no domínio temporal têm sido desenvolvidas. Desta forma, encontram-se abordagens envolvendo conceitos como o de mínimos quadrados, variável instrumental, máxima verossimilhança e análise de série temporal.

Além destes métodos temporais, nas últimas décadas, novas tecnologias, resultantes do avanço computacional e eletrônico, chegaram às áreas da dinâmica de estruturas com outras perspectivas de análise e solução de problemas. Entre os temas desenvolvidos observa-se a grande utilização de algoritmos de processamento de sinais e identificação de parâmetros (WATSON, 2006). Assim, pode-se perceber o aumento do número de técnicas de identificação

no campo da dinâmica de rotores. Alguns métodos dedicados ao monitoramento de estruturas não girantes têm se voltado para a análise de rotores e fundações, tais como, lógica Fuzzy, “*Bayesian network*”, rede neural artificial, algoritmos adaptativos, etc.

1.3. Objetivo

Com vistas na importância de sistemas rotativos e a necessidade de subsídio experimental, ilustrada nos parágrafos anteriores, o presente trabalho abrange a identificação experimental de parâmetros modais de máquinas rotativas, bem como o de suas subestruturas não girantes. Embora o foco principal deste trabalho seja a análise modal do rotor, busca-se também analisar partes do equipamento/ máquina que não giram, mas que sofrem influência da rotação dos componentes móveis. Mais interessante do que determinar as características modais com o equipamento desligado é a possibilidade de obter os parâmetros através de dados corrompidos com as harmônicas da velocidade de rotação.

Guiado pelos resultados obtidos pela comunidade acadêmica utilizando filtros adaptativos, citados no Capítulo 2, procede-se na concepção de uma metodologia para o propósito de identificação. A utilização de métodos temporais da filtragem adaptativa contribui para um processamento em tempo-real. Outro aspecto discutido no texto é que a formulação matemática do modelo possibilita a autonomia quanto às forças harmônicas envolvidas durante uma medição em condição não-estacionária. A motivação que leva a proceder nesta perspectiva se insere na real necessidade de obter a caracterização de equipamentos, de uma maneira rápida e com um aparato experimental menos complexo, visualizado no dia-a-dia de empresas que procuram a universidade acerca do tema.

1.4. Estrutura do trabalho

A tese está dividida em 9 capítulos, relacionados com o desenvolvimento e validação das técnicas implementadas. O Capítulo 2 é dedicado à revisão bibliográfica das concepções e

histórico da identificação de parâmetros de estruturas e rotores, a fim de explicitar as referências que fundamentam a produção deste texto.

O contexto desenvolvido ao longo do trabalho é embasado nos conceitos da filtragem adaptativa, destacando os algoritmos RLS e RLS/ QRD, apresentados no Capítulo 3. Por sua vez, as considerações do modelo utilizado junto do filtro, na caracterização dos parâmetros modais, são descritos no Capítulo 4, em que se apresenta o detalhamento da modelagem, importante na elaboração do processo de identificação.

Na seqüência, os Capítulos 5 e 6, que se destinam à exposição das possibilidades de aplicação das técnicas implementadas, apresentam as análises de simulações numéricas com o propósito de realizar, no primeiro, a análise modal de estruturas com presença de excitação harmônica desconhecida e no Capítulo 6, evidenciar as características de identificação de rotores em condição não-estacionária de operação.

No que diz respeito à análise experimental, é apresentado nos Capítulos 7 e 8, respectivamente, a análise modal de estruturas e rotores. Nestes capítulos, desenvolve-se uma avaliação da qualidade da estimativa do filtro adaptativo comparada com um método tradicional de identificação. Finalmente, o Capítulo 9 compõe-se das reflexões finais e de propostas para futuros trabalhos.

Capítulo 2

2. Revisão Bibliográfica

Inicialmente, o objetivo mais geral deste trabalho era avaliar a dinâmica de sistemas girantes, entretanto, ao propor o método pela filtragem adaptativa podem ser lançadas novas luzes para diferentes aspectos do problema de identificação. De fato, é possível consolidar uma maneira de realizar a análise modal de estruturas estacionárias. Não apenas isso, mas uma outra consequência da busca e formulação de modelos para descrever a presença da excitação, dependente da velocidade de rotação do rotor, foi a possibilidade de identificar parâmetros em sinais contendo componentes harmônicas.

Assim, este capítulo se atém no contexto histórico relacionado ao procedimento da análise modal em rotores, desenvolvido nas últimas décadas, com destaque à atuação de pesquisadores como C.-W. Lee, A. Muszynska e R. Nordmann. Considerando o fato de que a análise modal de estruturas não girantes já está bem definida e, desta maneira, não requer maiores descrições, adota-se a opção de não apresentar mais detalhes a respeito. Ademais, o estudo da identificação de parâmetros relacionados com componentes harmônicas, ainda é algo pouco explorado na literatura e mais especificamente no Capítulo 5 dirige-se especial atenção às produções realizadas acerca do assunto.

Além disso, apresenta-se também uma revisão de trabalhos utilizando ferramentas de filtragem adaptativa, visando o estudo de estruturas e rotores através de processamento de sinais e identificação de parâmetros.

2.1. Análise modal em rotores

A prática da análise modal experimental empreendida em sistemas não rotativos tem se revelado suficientemente eficiente e precisa na caracterização da dinâmica de estruturas. Essa perspectiva, já atingida nos anos 70 e 80, é tomada como base do processo de identificação em sistemas girantes (NASCIMENTO, 1979 e NORDMANN, 1984). O problema central da investigação em rotores, nessa época, refere-se à variação das características modais dependente da velocidade de rotação do eixo. Nesse sentido, Nordmann faz um levantamento experimental das frequências naturais em função da velocidade de um rotor apoiado em mancais hidrodinâmicos. Constituído pela estimativa de FRFs (Função de Resposta em Frequência) durante uma seqüência de operações em condição estacionária e por meio de excitação impulsiva.

Este trabalho marca também a verificação experimental do que vem sendo discutido quanto à abertura da frequência natural (LUND, 1974), delineando a influência da anisotropia da rigidez de mancais na segmentação dos modos de vibração. No trabalho de Lund, a representação analítica do problema acompanha uma série de simulações numéricas, explorando o surgimento de modos de precessão direta e retrógrada.

Essa abordagem, que utiliza os procedimentos da análise modal clássica no estudo de máquinas rotativas, muitas vezes não é acurada como ponderam Nordmann (1984), Bently & Muszynska (1986) e Bucher & Ewins (2001). Na realidade, a questão básica é que a excitação clássica excita ambos os tipos de modos (direto e retrógrado); dado que os modos de precessão podem se encontrar próximos uns dos outros, evidenciar estes modos e classificá-los em relação a sua direcionalidade torna-se mais difícil. De qualquer forma, a informação sobre o tipo de modo pode ser obtida através da utilização de filtros com banda estreita e análise de órbita.

No ano de 1986, Bently & Muszynska (1986) propõem um dispositivo excitador, mais especificamente, uma perturbação de força circular síncrona ou não com a rotação do equipamento testado, de forma que os modos de precessão direta e retrógrada possam ser excitados separadamente. Trata-se aqui de exemplificar o método a partir de um rotor apoiado sobre mancais hidrodinâmicos, a fim de caracterizar os modos auto-excitados de *whirl* e *whip*, relacionados com a meia ordem e a primeira frequência natural (MUSZYNSKA, 1986). A abordagem possui vantagem com relação ao controle da amplitude, fase e frequência, mas requer atenção para eliminar componentes de força não circular, não introduzir alteração na dinâmica do sistema por causa do dispositivo e não-linearidades que podem ser excitadas para altas amplitudes da resposta.

Os resultados observados até então já revelavam a dependência das características modais em relação à natureza não simétrica das matrizes (rigidez e amortecimento), uma vez que envolve a solução de um sistema não Hermitiano (*non self-adjoint*). Uma interpretação deste problema pode ser vista como um processo de cálculo de autovetores à direita, que resulta fisicamente nos modos de precessão direta e retrógrada. Esta forma de se desenvolver a dinâmica de rotores é apresentada em Lee & Jei (1988). O desenvolvimento por eles utilizado com base em equações diferenciais parciais – modelo contínuo de Rayleigh – no qual são considerados efeitos da rotação e momentos giroscópicos conduz a uma definição matemática das formas modais para diversas condições de contorno. Também no trabalho, procura-se assinalar com resultados analíticos a variação da frequência de precessão com a velocidade de rotação, e assim, explicitá-lo em um diagrama de Campbell.

O fundamento matemático da análise modal experimental em rotores, por sua vez, é apresentado por Irretier (1999). Neste trabalho, entretanto, não faz referência apenas à anisotropia do sistema, mas diz respeito à variação das características dinâmicas no tempo por influência, por exemplo, de força de Coriolis e centrífuga, ressaltando a contribuição dos autovetores à direita e esquerda na obtenção da resposta ao impulso e da FRF. Frederick (2002), nessa mesma linha de

pesquisa, identifica o efeito do momento de inércia de massa polar – matriz giroscópica – na dependência das frequências naturais em relação à velocidade de rotação.

Seguindo a idéia de que um sistema não Hermitiano implica na assimetria da matriz de FRF, Rogers & Ewins (1989) apresentam uma concepção, no qual para se chegar a uma caracterização completa das propriedades dinâmicas é preciso conhecer os conjuntos de autovetores: à direita e à esquerda. O conceito do autovetor à direita está relacionado com as colunas da FRF, por outro o autovetor à esquerda com as linhas da matriz, e, portanto, como ressaltam os autores a identificação depende da medição de pelo menos uma linha e uma coluna da matriz de FRF. De forma que o número mínimo de medidas deva ser compreendido de duas vezes a requerida em uma análise modal convencional.

No que se refere ao problema da excitação do rotor em operação, apesar da característica prática de testes impulsivos quanto ao posicionamento dos pontos de excitação (NORDMANN, 1984), acompanha ainda dificuldades como repetibilidade, quantidade de energia suficiente para excitar grandes sistemas, presença de não-linearidades para altas amplitudes do impulso e geração de componentes tangenciais. No intuito de se obter um melhor controle sobre a entrada, Rogers & Ewins (1989) utilizam um excitador eletromagnético – *shaker* – conectado ao eixo através de um mancal. Torna-se possível a realização de medições nas linhas e colunas da FRF, como exemplificam os autores do trabalho mediante a comparação da análise modal de um rotor sobre mancais de rolamento em repouso e em operação estacionária, dentre o qual se destaca a obtenção de modos de precessão direta e retrógrada através dos autovetores à direita e esquerda.

Na perspectiva de reduzir a complexidade e tempo gasto nas medições de rotores, Gutierrez-Wing (2003) consideram as matrizes analíticas, relacionadas com a FRF, como partes vindas de uma estrutura fixa e outra da estrutura girante. Assim, a primeira caracterizada por autovetores complexo conjugados, pois, refere-se a matrizes simétricas, necessitam de apenas uma linha ou coluna para serem identificadas. A segunda remete ao cálculo dos autovetores a direita e esquerda, uma vez que estão associadas com matrizes não simétricas. Baseando-se

nessas relações matemáticas em que permite escrever expressões entre os elementos da matriz de FRF, que se reduz o número de medições requeridas.

Os trabalhos citados anteriormente referem-se à determinação das funções em frequência para identificar os parâmetros modais com algoritmos como Mínimos Quadrados (NORDMANN, 1984) e *Circle Fit* (ROGERS & EWINS, 1989). Contudo, há que se apresentar ainda a complexidade de identificar modos diretos e retrógrados da FRF, uma vez que se observa a sobreposição dos modos de precessão direta e retrógrada. A dissociação destes modos numa FRF é conseguida pelo uso de coordenadas complexas (LEE, 1990 e 1991), advindo dos resultados analíticos obtidos em Lee & Jei (1988).

A coordenada complexa que diz respeito à montagem de um sinal pela soma complexa de duas direções ortogonais, se expressa no domínio da frequência através de duas regiões: uma com frequência positiva e uma outra com frequência negativa. A primeira representa as componentes com precessão direta, enquanto que a segunda parte reflete as componentes de precessão retrógrada. Portanto, ao submeter a análise em coordenada complexa, faz com que os modos de precessão direta e retrógrada tendam a ocorrer em partes separadas da FRF. Nestes trabalhos, Lee desempenha um papel importante na sistematização da formulação complexa para a análise modal de rotores, comparando com a formulação clássica e verifica a metodologia em simulações numéricas de rotor anisotrópico. Ao mesmo tempo em que se constata a necessidade de medir somente uma das linhas ou colunas da matriz de FRF, quando a identificação está associada com rotores isotrópicos ou fracamente anisotrópicos. Cujo processo, então, requer a metade do número de FRFs de uma análise modal de rotores.

É preciso, porém, acrescentar que uma função de resposta em frequência direcional (dFRF) – Lee, C.-W., Kwon, K.-S. & Lee, S.-K (2000) – apresenta normalmente uma frequência natural associada tanto a um pico em frequência positiva quanto negativa. Assim, o movimento de precessão do modo pode ser definido como direta na situação em que a amplitude da frequência positiva é maior do que a negativa, e a orientação retrógrada na condição contrária, a componente

de frequência negativa maior que a positiva (JEI & KIM, 1993). Tal fato significa que o tipo de precessão durante a operação do sistema, modo operacional, possa ser reconhecido também a partir da coordenada complexa. Mesquita (2004) estuda um rotor na condição de partida e através do mapa de ordem direcional, enfatizando a presença de modos operacionais mistos em análise numérica e experimental.

Como ocorre na análise modal de rotores tradicional, a excitação ainda se insere em uma questão complexa. Com efeito, torna-se essencial para a identificação da estrutura que duas direções do rotor sejam excitadas. Lee, C.-W., Kwon & Lee, S.-K (2000) se referem ao fato de que o método de uma excitação e duas medições fornecem os mesmos resultados de dFRF que seguindo duas excitações e duas medições. Por conseguinte, este tipo de situação pode simplificar consideravelmente o aparato experimental.

Entretanto, é certo que o uso de elementos em contato com o eixo em rotação, conforme assinalado por Bucher & Ewins (2001), representa a grande dificuldade em excitar sistemas girantes. A mudança deste quadro ocorre ao final dos anos 80, mediante a construção de mancais magnéticos. Este produz uma força de sustentação na forma de campo magnético, e, sobretudo, que possibilita a introdução de uma força aleatória ou harmônica como mecanismo de excitação do sistema (LEE, 2000). A fim de verificar como se configura a força produzida, sensores de densidade de fluxo magnético Hall são sugeridos na literatura, e como resultado, a ênfase dada na eficácia da excitação sem contato. O trabalho faz menção também à estimativa experimental da dFRF a partir do método de uma excitação e duas medições, no intuito de facilitar a excitação do sistema.

A análise modal passou, assim, a criar condições práticas para a caracterização da dinâmica de rotores com estimativas mais confiáveis e precisas. Ademais, pelas inúmeras aplicações de máquinas rotativas existentes – com destaque para diferentes estruturas de rotor/ estator e condições de operação – seguem-se variações de assimetria (DREW, HESTERMAN & STONE, 1999 e RAO & SREENIVAS, 2003), anisotropia, não-linearidade (TIWARI, LEES &

FRISWELL, 2002), defeito – trinca no eixo, folga radial e desbalanceamento – (PENNACCHI et al., 2006, LEE, 2000, SUH, HONG & LEE, 2005, SMART et al., 1998, SMART, FRISWELL, & LEES, 2000 e EDWARDS, LEES & FRISWELL, 2000), velocidades não-estacionárias do eixo (SINHA, FRISWELL & LEES, 2002), variação periódica: rigidez geométrica (SARACHO, 2002), etc. De forma que, além da bifurcação da frequência natural, também pode haver dependência temporal de outras variáveis do sistema, no qual esse processo pode assumir proporções significativas na influência da dinâmica.

O problema fundamental na análise deste tipo de sistema é o desenvolvimento de uma estrutura capaz de seguir parâmetros em relação às mudanças no tempo e de entrada. Mas percebe-se que, para estes casos, a identificação a partir dos métodos citados muitas vezes não é satisfatória, podendo fornecer uma interpretação errônea do comportamento do equipamento. Portanto, torna-se necessário buscar novas alternativas que permitam extrair as informações requeridas através de condições que não estejam restritas quanto à linearidade e estacionaridade do sistema (BALDA, 2002; HIRATA, 2004, VANIA, 2000). De um modo geral, significa que a identificação deve ser realizada em uma estrutura cujas características variam no tempo, ou seja, pode-se dizer que métodos temporais mostram condições favoráveis para construir modelos não-estacionários ou não-lineares, já que permitem apontar as variações do sistema de um instante de tempo para outro. Em especial, as técnicas de filtragem adaptativa se apresentam como ferramentas potenciais para a análise e compreensão dessas estruturas.

2.2. Filtragem adaptativa na análise de estruturas e rotores

Introduzida inicialmente por Bernard Widrow (ABEND, 2002), a filtragem adaptativa já vem sendo utilizada com sucesso há várias décadas em aplicações, principalmente, na área de telecomunicações, localização e controle ativo (HAYKIN, 1996). Esses métodos envolvem processamento de sinais de sistemas cujas características são desconhecidas a priori. Filtros adaptativos são filtros auto-ajustáveis, baseados em um algoritmo recursivo, e cuja formulação

permite obter um resultado melhor quando comparado com filtros de parâmetros fixos, nos casos em que o sinal de entrada ou o ruído presente mostrem comportamento não-linear.

A filtragem adaptativa, conforme descrito nas referências citadas, desperta grande interesse dos pesquisadores e engenheiros em função das facilidades de implementação e resultados positivos obtidos, tanto acadêmicos quanto comerciais. A resolução de um problema através desta metodologia não possui apenas uma única solução e há diversos algoritmos com diferentes características de eficiência e custo computacional. Os principais métodos são baseados na teoria de filtragem de Wiener: como o algoritmo *Steepest Descent* e o LMS (*Least Mean Square*); na teoria de filtro de Kalman, e no método dos Mínimos Quadrados, no qual se enquadram o RLS (*Recursive Least Square*), o LSL (*Least Square Lattice*) e algoritmo dos Mínimos Quadrados com Decomposição QR.

Dentre as aplicações possíveis, os algoritmos adaptativos podem ser utilizados para seguir ou estimar parâmetros de modelos, em problemas de identificação de sistemas e estimação de parâmetros. O controle adaptativo de robôs é um exemplo desta aplicação, em que se necessita estimar os parâmetros (modais, por exemplo) do robô que, neste caso, variam de acordo com a sua configuração de posição ou carga. Outra aplicação importante é no diagnóstico e monitoramento em tempo-real de máquinas e estruturas, uma vez que os parâmetros do sistema podem variar na presença de falhas ou danos.

Neste sentido, Zhan, Makis & Jardine (2003) destacam que o desgaste natural de equipamentos rotativos, mediante ao monitoramento das frequências e amplitudes dos sinais de vibração, pode ser identificado através de modelo de série temporal com múltiplas variáveis. Modelo este que se constitui no VAR (*Vector Autoregressive Model*) no referido trabalho, sendo o filtro modificado de Kalman estendido usado para seguir os parâmetros. O artigo desenvolve exemplos de simulações de sinais com diversas componentes harmônicas e um monitoramento experimental de uma caixa de transmissão. A presente análise no processo de monitorar

mudanças abruptas no sinal mostra-se precisa, e expõe sobre as condições da máquina com o auxílio de ferramentas estatísticas no processamento dos parâmetros estimados.

No interesse por identificar indícios de defeito, através das medidas de vibração, Lee & White (1998) propuseram uma metodologia para melhorar os sinais coletados de equipamentos. Este trabalho trata de métodos de cancelamento de ruído adaptativo (ANC – *Adaptive Noise Canceller*), para o qual é possível eliminar componentes tonais e ressaltar sinais de impulsos periódico, relacionados com a falha do sistema. Esta idéia de filtrar o ruído é desenvolvida pela técnica ALE – *Adaptive Line Enhancer* – em dois estágios: a primeira para extrair as harmônicas do sinal pelo algoritmo LMS e a segunda para melhorar a linha dos impulsos, incorporada na técnica QR-LSL. Ocorre que no ALE não há necessidade de um sinal de referência, posto que, são utilizadas amostras atrasadas da própria entrada para separar o conteúdo do sinal. Os autores atentam para a redução no nível de ruído aleatório e da influência de harmônicas como resultado no diagnóstico de um motor a combustão e de uma transmissão industrial.

Outro destaque dado pelos pesquisadores está no interesse de implementar controladores adaptativos. Há, assim, um grande campo relacionado principalmente com controle ativo de ruído. Por exemplo, Hills, Harrison & Stoten (2005) apresentam um trabalho na direção de reduzir o nível de ruído emitido por motores através de controle ativo nos coxins e fazem a comparação entre dois algoritmos adaptativos: FXLMS (*Filtered-x Least Mean Square*), (SUJBERT & PÉCELI, 1997 e QIU & HANSEN, 2001), e Er-MCSI (*Error-driven Minimal Controller Synthesis*). O primeiro algoritmo utiliza um modelo harmônico, no qual é necessária a estimativa da defasagem entre o sinal original e a estimada na aplicação em tempo-real, tendo em vista a simplificação da implementação. O segundo método emprega modelos FIR (*Finite Impulse Response*) ou IIR (*Infinite Impulse Response*) com banda de frequência estreita para minimizar o efeito da defasagem. Segundo os autores, tem-se que essas metodologias, aplicadas em um motor turbo-diesel quatro cilindros, reduzem o ruído de 50 a 90% - próximo ao nível de ruído de fundo gerado pelos pneus.

O estudo referente à filtragem adaptativa na identificação paramétrica de estruturas ainda é pouco explorado. No entanto, com a crescente dificuldade em lidar com sistemas mais complexos, encaminha-se para soluções baseadas em algoritmos inteligentes (ANGANTYR, 2004). Tal fato tem encontrado ressonância, principalmente, com questões relacionadas ao monitoramento em tempo-real. É sob este ponto de vista que Yang & Lin (2003) e Yang et al. (2006) investigam variações na rigidez de estruturas utilizando o algoritmo LSE (*Least Square Estimator*) e filtro de Kalman estendido, respectivamente.

O que se observa nos resultados numéricos, desses trabalhos, é a precisão em seguir os valores da rigidez e amortecimento em meio a variações abruptas. Entretanto, estes métodos requerem o conhecimento da matriz de massa do sistema. Ainda segundo os autores, a formulação pela filtragem adaptativa pode tanto analisar sistemas lineares quanto não-lineares. Assim, para a necessidade de identificar sistemas não-lineares com amortecimento histerético, Hoshiya & Saito (1984) e Yang & Ma (2003) apontam que o uso do filtro de Kalman é capaz de seguir o parâmetro em meio a ruído com boa precisão e rápida convergência.

Tendo como referência as características do filtro adaptativo e o enfoque na estimação em tempo-real, Zhou & Shi (2000 e 2004) apresentam uma metodologia de identificação de parâmetros não-lineares e variantes no tempo de máquinas rotativas, estudando um rotor simulado com assimetria da matriz de rigidez, amortecimento interno estrutural, forças elásticas não-lineares nos mancais (polinômio de segunda ordem) e efeito giroscópico. Trata-se neste trabalho o modelo do rotor como linear nos parâmetros, que possibilita uma formulação em regressão linear. Segundo o autor, o uso da filtragem pelo método de fatoração QR oferece resultados numéricos estáveis e precisos após a passagem pela frequência natural, em uma condição de aceleração.

A abordagem de identificar parâmetros mesmo desconhecendo a força de excitação permitiu conceber um outro processo em que o desbalanceamento possa ser estimado em condição não-estacionária (ZHOU, 2001 e ZHOU & SHI, 2001). A ênfase está na criação de um

algoritmo para controle adaptativo de vibração e balanceamento ativo em tempo-real de rotores rígidos, a partir do modelo de estado de espaço para representar o sistema variante no tempo.

Os algoritmos e técnicas anteriores envolvem o uso de modelos cujos parâmetros são ajustados a cada instante de tempo, de maneira a ser possível uma implementação em tempo-real. O modelo a ser usado constitui o centro de todo o procedimento e, nesse sentido, faz-se necessário escolher adequadamente um que represente os fenômenos de interesse. Segundo Smith (1994), esta escolha não se apresenta como um trabalho fácil de realizar, pois está ligado a uma série de fenômenos e subestruturas, tais como: engrenagens, mancais, selos mecânicos, anéis, parafusos e rebites, trocas de calor, distúrbios ambientais, etc, que podem ser complexos de descrever e compreender. Em outras palavras, a representação, em geral, utilizada para sistemas mecânicos constitui uma série de hipóteses e simplificações, as quais, por sua vez limitam a forma de análise (GENTA, DELPRETE & BUSA, 1999).

Ao longo do processo de identificação, diversos tipos de modelos podem ser concebidos, segundo Allemang (1999), com uma visão física do problema através de modelo modal (frequência natural, fator de amortecimento e modos próprios de vibrar) e parâmetros físicos – matrizes de rigidez, massa e amortecimento –, ou quando se adota uma representação com parâmetros sem significado físico (caixa-preta): modelo polinomial e ARMA (*Auto Regressive Moving-Average*), Gautier (1995). Neste último caso, com a possibilidade de obter os parâmetros modais dos coeficientes da equação a diferença (UHL, 2005). Tais soluções são aplicáveis sob certas condições às máquinas rotativas, como verificadas computacionalmente por Yang & Lin (2003) e Zhou & Shi (2000 e 2004).

Neste capítulo, muitos pontos foram levantados a respeito das dificuldades em determinar as características dinâmicas de máquinas rotativas. Na medida em que o uso de mancais magnéticos ainda é um procedimento complexo e requer diversos dispositivos instalados na máquina, algumas vezes não praticáveis, no presente trabalho propõe-se investigar a estimação de parâmetros modais a partir de filtros adaptativos sem o uso de excitadores externos. Na avaliação

de estrutura girante investigam-se rotores em condição não-estacionária e a excitação natural desconhecida, mas tendo informações a respeito da sua velocidade instantânea e das componentes de ordem. O uso dessa metodologia para estruturas estacionárias faz parte do estudo deste trabalho, como uma extensão possível à formulação desenvolvida.

Capítulo 3

3. Filtragem Adaptativa

Conforme descreve Haykin (1996), destacam-se na filtragem adaptativa as formulações com base na teoria de Wiener, na filtragem de Kalman e no método dos mínimos quadrados. Considerando a arquitetura do primeiro método, baseada na estimativa de um vetor gradiente, pode-se obter um bom resultado quando os autovalores da matriz de autocorrelação da entrada são próximas uma das outras. O algoritmo é conhecido como LMS (“Least Mean Square”). Já a filtragem de Kalman é concebida sobre um modelo de duas equações, na forma de estado de espaço: uma relacionada com a dinâmica do sistema e a outra com o sinal de medição, ligada à presença de ruído. Essa estrutura favorece uma maior robustez do algoritmo em relação ao LMS, contudo, aumenta consideravelmente a complexidade computacional.

Ao se abordar o problema na perspectiva do filtro de Wiener ou de Kalman está se baseando em conceitos estocásticos. Uma segunda visão é obtida quando a formulação é determinística, voltada para o método dos mínimos quadrados. Tais diferenciações e características permitem identificar uma ampla variedade de algoritmos possíveis na filtragem adaptativa. Porém, neste trabalho são avaliados os métodos baseados em mínimos quadrados recursivo. Enfatiza-se esta escolha por ser uma formulação não tão sensível aos dados de entrada como no LMS e que, no entanto, não tenha tamanha complexidade computacional, como o encontrado no filtro de Kalman.

Destaca-se dois métodos utilizados neste trabalho: RLS e RLS/ QRD, cujas formulações são apresentadas a seguir. O primeiro método é suficientemente preciso e rápido para o problema de identificação proposto, contudo, para o processamento de grandes quantidades de amostras pode ocorrer divergência do filtro. Do ponto de vista da análise modal de estruturas estacionárias, em geral, identificam-se os parâmetros antes deste evento, mas na avaliação de rotores, cujos parâmetros variam em função da velocidade de rotação, esse método não é apropriado, sendo portanto, indicado o segundo: RLS/ QRD, que é numericamente mais robusto.

3.1. Algoritmo RLS SISO

O método RLS – *Recursive Least Square* – é formulado com base em modelo linear regressivo. Portanto, as relações que caracterizam o sistema são uma somatória do produto entre as variáveis do problema e dados conhecidos, denominados, respectivamente, por w_i e u_i . Sendo o índice i indicativo dos regressores na forma de vetores coluna, pode-se escrever:

$$y(t) = \sum_i w_i^*(t) \cdot u_i(t) + e_0(t) = \bar{w}^H(t) \cdot \bar{u}(t) + e_0(t). \quad (3.1)$$

Mais especificamente, a segunda parte da igualdade da equação é tratada na forma vetorial, através de produto escalar, e identificada com uma flecha acima da variável. Esta abordagem é utilizada ao longo de todo o texto. A notação sobre-escrita H indica vetor ou matriz transposta e complexo conjugado. Trata-se de um modelo de filtro transversal, y , que representa o dado medido e composto de um erro de medição (e_0). O erro é um parâmetro desconhecido e é considerada uma variável aleatória de média zero e variância σ^2 .

O objetivo explícito do método dos mínimos quadrados é a minimização deste erro, redefinido a partir da Eq. (3.1) como a diferença entre a resposta real (desejada) e a saída do filtro (entrada ponderada), indicada a seguir.

$$e(t) = d(t) - y(t) = d(t) - \bar{w}^H(t) \cdot \bar{u}(t). \quad (3.2)$$

A Figura 3.1 apresenta um fluxograma com as entradas conhecidas \bar{u} sobre o modelo de filtro transversal, que corresponde a uma combinação linear com os parâmetros a serem determinados (\bar{w}), e na saída a resposta modelada (y). Sendo o erro (e) entre a saída e a resposta real (d) a outra entrada do algoritmo de ajuste (filtro adaptativo).

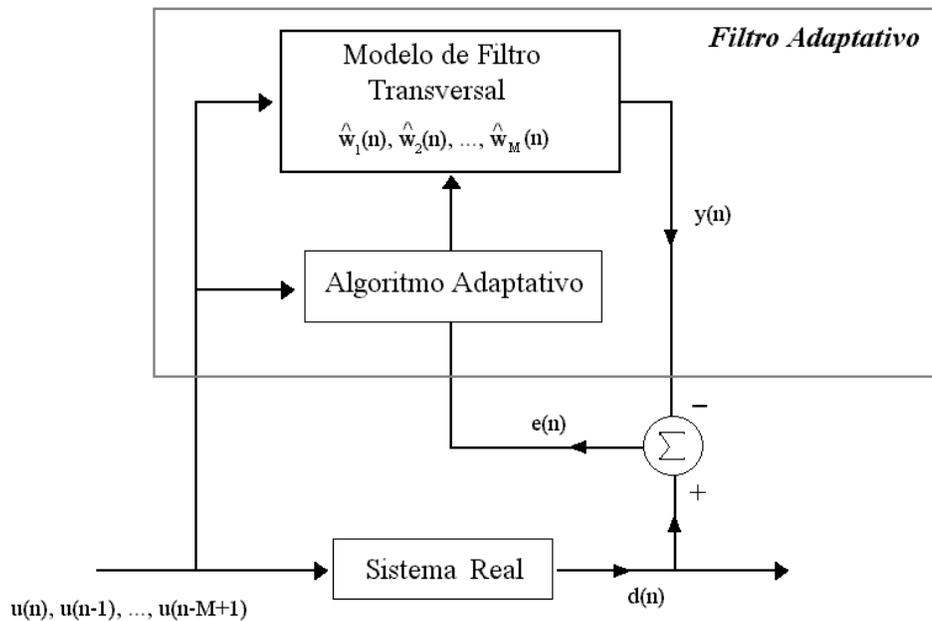


Figura 3.1: Fluxograma de um sistema de identificação de parâmetros com filtro adaptativo (HAYKIN, 1996).

A formulação do algoritmo estabelece uma função objetiva a ser minimizada com relação às incógnitas \bar{w} , proposta como a somatória do quadrado do erro:

$$E(t) = \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} |e(i)|^2. \quad (3.3)$$

A somatória da Eq. (3.3) ressalta a dependência da função erro para com as amostras anteriores ao instante da estimativa. Aspecto a ser destacado, pois diz respeito ao uso de todo o histórico anterior para obter a estimativa de uma amostra, em outras palavras, estabelece a capacidade do algoritmo de atualizar estimativas antigas. Essa definição está relacionada com o método de pré-janelamento dos dados de entrada, interpretado com valores nulos das amostras anteriores ao instante 1.

O parâmetro λ , denominado fator de esquecimento exponencial, age sobre a atualização do filtro, de modo que, em um ambiente não-estacionário, basta selecionar corretamente este parâmetro para reduzir a importância das primeiras amostras coletadas. O valor do fator varia entre zero e um, e quando se usa igual a um, o método é exatamente o de mínimos quadrados tradicional. A utilização da expressão $\frac{1}{1-\lambda}$ como valor de referência à memória do algoritmo é sugerida em Haykin (1996). Assim, por exemplo, para um fator igual a um a memória é infinita.

O conjunto de equações escrito pela Eq. (3.2) no intervalo entre a primeira amostra e o instante t pode ser expressa na forma matricial por:

$$\begin{cases} e(1) = d(1) - \vec{w}^H \cdot \vec{u}(1) \\ \vdots \\ e(t) = d(t) - \vec{w}^H \cdot \vec{u}(t) \end{cases} \Rightarrow \vec{\epsilon}^H = \vec{b} - \vec{w}^H \cdot [\vec{u}(1) \ \dots \ \vec{u}(t)], \quad (3.4)$$

cujo $\vec{\epsilon}_{N \times 1} = \begin{Bmatrix} e(1) \\ \vdots \\ e(t) \end{Bmatrix}$ é o vetor residual e $\vec{b}_{1 \times N} = \{d(1) \ \dots \ d(t)\}$, o vetor de resposta desejada. N é

número de amostras do instante 1 até t .

Denominando a matriz de dados (*input*) $\vec{A}_{M \times N} = [\vec{u}(1) \ \dots \ \vec{u}(t)]$, no qual M é o número de incógnitas (comprimento do vetor \vec{w}), e calculando-se o complexo conjugado transposto em ambos os lados da Eq. (3.4), chega-se a:

$$\vec{\varepsilon} = \vec{b}^H - \vec{A}^H \cdot \vec{w} . \quad (3.5)$$

Segundo o cálculo do erro (Eq. (3.3)) baseado na notação vetorial, tem-se que:

$$E(t) = \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} |e(i)|^2 = \lambda^{t-i} (\vec{\varepsilon}^H \cdot \vec{\varepsilon}) . \quad (3.6)$$

Substituindo a relação da Eq. (3.5) na Eq. (3.6) e realizando o produto, obtém-se:

$$E(t) = \lambda^{t-i} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{b}^H - \vec{b} \cdot \vec{A}^H \cdot \vec{w} - \vec{w}^H \cdot \vec{A} \cdot \vec{b}^H + \vec{w}^H \cdot \vec{A} \cdot \vec{A}^H \cdot \vec{w}) . \quad (3.7)$$

O gradiente da função erro com relação à \vec{w} é dado pela seguinte relação:

$$\frac{\partial E(t)}{\partial \vec{w}} = \lambda^{t-i} \cdot (-2 \vec{A} \cdot \vec{b}^H + 2 \vec{A} \cdot \vec{A}^H \cdot \vec{w}) . \quad (3.8)$$

Dessa forma, o mínimo erro pode ser determinado quando o vetor gradiente é $\frac{\partial E(t)}{\partial \vec{w}} = 0$, ou seja,

$$\lambda^{t-i} \cdot \vec{A} \cdot \vec{A}^H \cdot \vec{w} = \lambda^{t-i} \cdot \vec{A} \cdot \vec{b}^H . \quad (3.9)$$

Enfim, a solução da minimização de $E(t)$ em função dos coeficientes \vec{w} pode ser escrita na forma da Eq. (3.10).

$$\bar{\Phi}(t) \cdot \bar{w}(t) = \bar{p}(t), \quad (3.10)$$

no qual, $\bar{\Phi}(t) = \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} \bar{u}(i) \cdot \bar{u}^H(i)$ é a matriz de autocorrelação do sinal de entrada e

$\bar{p}(t) = \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} \bar{u}(i) \cdot d^*(i)$, o vetor de correlação cruzada entre o sinal de entrada e a resposta

medida. O asterisco indica operação em um escalar: complexo conjugado. Esta equação matricial é denominada de equação normal ou Wiener e é determinística.

A matriz de autocorrelação pode ser repetida separando-se da somatória o instante da estimativa:

$$\bar{\Phi}(t) = \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} \bar{u}(i) \cdot \bar{u}^H(i) = \lambda \cdot \left[\sum_{i=1}^{t-\Delta t} \lambda^{t-\Delta t-i} \bar{u}(i) \cdot \bar{u}^H(i) \right] + \lambda^0 \cdot \bar{u}(t) \cdot \bar{u}^H(t). \quad (3.11)$$

Como se percebe, o primeiro termo da somatória, apresenta a mesma forma que a expressão da autocorrelação, sendo o intervalo de tempo entre 1 e $t - \Delta t$. Assim, representa-se a matriz de autocorrelação na forma recursiva como:

$$\bar{\Phi}(t) = \lambda \cdot \bar{\Phi}(t - \Delta t) + \bar{u}(t) \cdot \bar{u}^H(t). \quad (3.12)$$

O que se observa é que o produto $\bar{u}(t) \cdot \bar{u}^H(t)$ está envolvido na atualização da autocorrelação. De forma análoga, a correlação cruzada é desenvolvida como sendo:

$$\bar{p}(t) = \lambda \cdot \bar{p}(t - \Delta t) + \bar{u}(t) \cdot d^*(t). \quad (3.13)$$

Com efeito, as equações (3.12) e (3.13) determinam uma maneira de tratar o problema de forma recursiva. Entretanto a solução em \bar{w} a partir da Eq. (3.10) demanda, para cada instante

estimado, a inversão da matriz de autocorrelação. Tal situação acarreta um alto gasto computacional. No caso deste algoritmo, a solução é obtida de simplificações a partir do lema da inversão de matriz¹. Relacionando os termos com a Eq. (3.12):

$$\vec{A} = \vec{\Phi}, \vec{E} = \lambda \cdot \vec{\Phi}(t - \Delta t), \vec{B} = \vec{u}(t), \vec{C} = 1 \text{ e } \vec{D} = \vec{u}^H(t), \text{ ou seja,}$$

$$\begin{aligned} \vec{\Phi}^{-1}(t) &= \left[\lambda \cdot \vec{\Phi}(t - \Delta t) + \vec{u}(t) \cdot \vec{u}^H(t) \right]^{-1} = \lambda^{-1} \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) + \\ &- \lambda^{-1} \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) \cdot \vec{u}(t) \left[\vec{u}^H(t) \cdot \lambda^{-1} \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) \cdot \vec{u}(t) + 1 \right]^{-1} \cdot \vec{u}^H(t) \cdot \lambda^{-1} \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t). \end{aligned} \quad (3.14)$$

Simplificando-a, tem-se que:

$$\vec{\Phi}^{-1}(t) = \lambda^{-1} \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) - \frac{\lambda^{-2} \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) \cdot \vec{u}(t) \cdot \vec{u}^H(t) \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t)}{\lambda^{-1} \cdot \vec{u}^H(t) \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) \cdot \vec{u}(t) + 1}. \quad (3.15)$$

Denominando o termo $\vec{k}(t) = \frac{\lambda^{-1} \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) \cdot \vec{u}(t)}{\lambda^{-1} \cdot \vec{u}^H(t) \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) \cdot \vec{u}(t) + 1}$, conhecido como vetor de ganho, a Eq. (3.15) pode ser reescrita como:

$$\vec{\Phi}^{-1}(t) = \lambda^{-1} \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) - \lambda^{-1} \cdot \vec{k}(t) \cdot \vec{u}^H(t) \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t). \quad (3.16)$$

Multiplicando-se ambos os lados da expressão do ganho \vec{k} pelo denominador desta expressão, tem-se:

$$\vec{k}(t) \cdot \left[\lambda^{-1} \cdot \vec{u}^H(t) \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) \cdot \vec{u}(t) + 1 \right] = \lambda^{-1} \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) \cdot \vec{u}(t). \quad (3.17)$$

¹ $\vec{A}^{-1} = \left[\vec{E} + \vec{B} \cdot \vec{C} \cdot \vec{D} \right]^{-1} = \vec{E}^{-1} - \vec{E}^{-1} \cdot \vec{B} \left[\vec{D} \cdot \vec{E}^{-1} \cdot \vec{B} + \vec{C}^{-1} \right]^{-1} \cdot \vec{D} \cdot \vec{E}^{-1}$, cujos A , C , e E são matrizes quadradas.

Logo,

$$\vec{k}(t) = \lambda^{-1} \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) \cdot \vec{u}(t) - \lambda^{-1} \cdot \vec{k}(t) \cdot \vec{u}^H(t) \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) \cdot \vec{u}(t). \quad (3.18)$$

Colocando o vetor \vec{u} em evidência,

$$\vec{k}(t) = \left[\lambda^{-1} \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) - \lambda^{-1} \cdot \vec{k}(t) \cdot \vec{u}^H(t) \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) \right] \vec{u}(t). \quad (3.19)$$

Da comparação das equações (3.16) e (3.19) pode-se obter, facilmente, a relação entre o vetor de ganho e a matriz de autocorrelação do sinal de entrada, que é dada por:

$$\vec{k}(t) = \Phi^{-1}(t) \cdot \vec{u}(t). \quad (3.20)$$

A partir da Eq. (3.10) tem-se que: $\vec{w}(t) = \vec{\Phi}^{-1}(t) \cdot \vec{p}(t)$. Substituindo o termo da inversa da matriz de autocorrelação da Eq. (3.14) e a expressão recursiva da correlação cruzada da Eq. (3.13), tem-se:

$$\begin{aligned} \vec{w}(t) &= \vec{\Phi}^{-1}(t) \cdot \vec{p}(t) = \\ &= \left[\lambda^{-1} \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) - \lambda^{-1} \cdot \vec{k}(t) \cdot \vec{u}^H(t) \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) \right] \cdot (\lambda \cdot \vec{p}(t - \Delta t) + \vec{u}(t) \cdot d^*(t)), \end{aligned} \quad (3.21)$$

ou ainda,

$$\begin{aligned} \vec{w}(t) &= \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) \cdot \vec{p}(t - 1) - \vec{k}(t) \cdot \vec{u}^H(t) \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) \cdot \vec{p}(t - \Delta t) + \\ &+ \lambda^{-1} \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) \cdot \vec{u}(t) \cdot d^*(t) - \lambda^{-1} \cdot \vec{k}(t) \cdot \vec{u}^H(t) \cdot \vec{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) \cdot \vec{u}(t) \cdot d^*(t), \end{aligned} \quad (3.22)$$

e finalmente,

$$\begin{aligned} \bar{w}(t) = & \bar{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) \cdot \bar{p}(t - 1) - \bar{k}(t) \cdot \bar{u}^H(t) \cdot \bar{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) \cdot \bar{p}(t - \Delta t) + \\ & + \left[\lambda^{-1} \cdot \bar{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) - \lambda^{-1} \cdot \bar{k}(t) \cdot \bar{u}^H(t) \cdot \bar{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) \right] \cdot \bar{u}(t) \cdot d^*(t). \end{aligned} \quad (3.23)$$

Pela relação da Eq. (3.19) e interpretando que $\bar{w}(t - \Delta t) = \bar{\Phi}^{-1}(t - \Delta t) \cdot \bar{p}(t - \Delta t)$ como a estimativa do passo anterior, chega-se a:

$$\bar{w}(t) = \bar{w}(t - \Delta t) - \bar{k}(t) \cdot \bar{u}^H(t) \cdot w(t - \Delta t) + \bar{k}(t) \cdot d^*(t). \quad (3.24)$$

Reordenando os termos, tem-se que:

$$\bar{w}(t) = \bar{w}(t - \Delta t) + \bar{k}(t) \cdot \left[d^*(t) - \bar{u}^H(t) \cdot w(t - \Delta t) \right]. \quad (3.25)$$

As alterações realizadas na equação normal – solução de mínimos quadrados – possibilitam que a implementação seja feita recursivamente e sem a necessidade de inversão de matriz. A Eq. (3.25) permite a atualização da estimativa com base nos dados anteriores e controlado pelo fator de esquecimento, consolidado na expressão do vetor de ganho. Na equação aparece o termo $\bar{u}^H(t) \cdot w(t - 1)$, que corresponde à saída do filtro, isto é, a reconstituição da resposta desejada d^* .

Em relação ao erro, este é definido como a diferença: $d^*(t) - \bar{u}^H(t) \cdot w(t - 1)$, análogo ao modelo introduzido pela Eq. (3.2), neste caso chamado de erro da estimativa a priori ou também denominado de inovação. Ainda para o mesmo processo, é comum verificar o uso do erro da estimativa a posteriori:

$$e(t) = d^*(t) - \bar{u}^H(t) \cdot w(t), \quad (3.26)$$

definido com os valores da estimativa atual.

A seqüência do algoritmo RLS, dada uma condição inicial de coeficientes e a inversa da matriz de correlação, $\Phi^{-1}(0) = \delta^{-1} \bar{I}$, δ sendo uma constante positiva pequena e \bar{I} matriz identidade, é então:

$$\bar{k}(t) = \frac{\lambda^{-1} \cdot \Phi^{-1}(t - \Delta t) \cdot \bar{u}(t)}{1 + \lambda^{-1} \cdot \bar{u}^H(t) \cdot \Phi^{-1}(t - \Delta t) \cdot \bar{u}(t)}, \text{ vetor de ganho;}$$

$$\xi(t) = d^*(t) - \bar{u}^H(t) \cdot w(t - \Delta t), \text{ erro de estimação a priori;}$$

$$\hat{w}(t) = \hat{w}(t - \Delta t) + \bar{k}(t) \cdot \xi(t), \text{ atualização dos coeficientes do filtro;}$$

$$\Phi^{-1}(t) = \lambda^{-1} \cdot \Phi^{-1}(t - \Delta t) - \lambda^{-1} \cdot \bar{k}(t) \cdot \bar{u}^H(t) \cdot \Phi^{-1}(t - \Delta t), \text{ cálculo da inversa da matriz de autocorrelação.}$$

Apesar do alto número de operações requeridas a cada interação, o método RLS apresenta a vantagem de uma taxa de convergência mais rápida do que o LMS, e que não depende do dado de entrada (HAYKIN, 1996).

3.2. Algoritmo RLS MIMO

Relacionada ao processo anteriormente descrito, a filtragem RLS para múltiplas entradas/saídas pode ser escrita de modo a ajustar simultaneamente diversos parâmetros de um sistema de equações. Esta abordagem minimiza, através do método dos mínimos quadrados, um vetor de erros, referente a cada uma das entradas. Tal concepção é apresentada por Djigan (2005 e 2006).

A análise de múltiplas variáveis se traduz na introdução de uma matriz $M \times m$ de dados de entrada \bar{U} , em que M é o número de incógnitas e m o número de entradas/saídas. De forma

similar, a resposta desejada é descrita como um vetor \vec{d} de ordem $1 \times m$. Assim, a seqüência do algoritmo é reescrita como sendo:

$\Phi^{-1}(t) = \lambda^{-1} \cdot [\Phi^{-1}(t - \Delta t) - \vec{K} \cdot \vec{U}(t - \Delta t)^H \cdot \Phi^{-1}(t - \Delta t)]$, estimativa da inversa da matriz de autocorrelação $M \times M$;

$\vec{K}(t) = \frac{\Phi^{-1}(t - \Delta t) \cdot \vec{U}(t)}{\lambda \cdot \vec{S} + \vec{U}(t)^H \cdot \Phi^{-1}(t - \Delta t) \cdot \vec{U}(t)}$, matriz de ganho $M \times m$;

$\vec{\delta}(t) = \vec{d}(t) - \vec{w}(t - \Delta t)^H \cdot \vec{U}(t)$, vetor de erro, $1 \times m$;

$\vec{w}(t) = \vec{w}(t - \Delta t) + \vec{K}(t) \cdot \vec{\delta}^H(t)$, estimativa dos coeficientes do filtro (vetor coluna de M elementos).

A matriz \vec{S} tem ordem $m \times m$ e é definida por Djigan (2005) da seguinte forma:

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix}.$$

Em suma, a estrutura do filtro MIMO é análoga ao método SISO, porém tratando com um ganho na forma matricial, decorrente do conjunto de dados na entrada. Pode-se dizer que as m entradas correspondem à m equações a serem ajustadas.

3.3. Algoritmo RLS/ QRD SISO

Uma das premissas dos algoritmos RLS (SISO e MIMO) é a condição de que a estimativa da inversa da matriz de autocorrelação é vista como sendo sempre hermitiana. Embora

amplamente utilizada, a hipótese apresenta o problema grave de divergir a solução quando incorpora um longo período de tempo ou iterações. Esta instabilidade da filtragem adaptativa deriva de erros de truncamento e arredondamentos, que torna a matriz não hermitiana. Segundo Zóltowski (1998), a explosão numérica do algoritmo também pode estar relacionada com o nível de ruído na entrada. Tal presença provoca flutuações na matriz de autocorrelação, de modo que o ganho do filtro não previne o acúmulo entre iterações, e assim, gerando a divergência do filtro.

O algoritmo RLS, sob tal óptica, torna-se limitado, pois nas situações em que surge a instabilidade da filtragem, o mesmo terá que ser reiniciado – zerando as “condições iniciais” – e a estimativa passa novamente por um período transiente até atingir o regime. Por isso, diversos algoritmos alternativos foram e estão sendo implementados (DJIGAN, 2005 e 2006), e entre elas destaca-se o método RLS/ QRD (*Recursive Least Square – QR Decomposition*). Sendo entendida como uma formulação mais robusta do que o método usual do RLS. É o caso de ser aplicada para identificação de sinais com longos períodos e cujos parâmetros variam em função do tempo.

O problema de mínimos quadrados consiste na determinação dos parâmetros $\vec{w}(t)$, de forma que minimize a função custo $E(t)$. A obtenção destes valores se faz pela solução da equação normal, Eq. (3.10), conforme discutido anteriormente. Nesse sentido, pode-se dizer que a solução deste sistema de equações permite obter os valores de $\vec{w}(t)$. Ou seja, o problema central do método refere-se a encontrar um algoritmo que solucione um sistema de equações lineares.

Associado à resolução de sistemas de equações algébricas, podem ser observados inúmeros algoritmos, tais como: método de eliminação de Gauss, Fatoração LU e método de Choleski, reflexão de Householder, ortogonalização de Gram-Schmidt modificado, rotação de Givens, etc (CIOFFI, 1990, SAKAI, 1994, HALLER & GÖTZE, 1997, CARINI & MUMOTO, 1999, e ZHOU, CHAN & HO, 2003).

Além desses, o processo de triangularização ortogonal pela fatoração QR apresenta-se como uma importante alternativa, devido à sua boa estabilidade numérica. O foco da técnica é a parcial

anulação dos elementos da matriz da equação normal, tornando-a uma matriz triangular superior e com significativa redução das operações computacionais, uma vez que não é necessário calcular a inversa da matriz de autocorrelação, mas resolver o sistema linear de equações pela retro-substituição (*backward substitution*) – Haykin (1996).

A função a ser minimizada originalmente colocada na Eq. (3.3), $E(t) = \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} |e(i)|^2$, é redefinida, a partir do vetor de erro da Eq. (3.4), como sendo,

$$E(t) = \sum_{i=1}^t \bar{\mathbf{e}}^H(t) \cdot \bar{\Lambda}(t) \cdot \bar{\mathbf{e}}(t) = \left\| \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \bar{\mathbf{e}}(t) \right\|^2. \quad (3.27)$$

O fator de esquecimento é expresso na matriz diagonal de ponderação exponencial $\bar{\Lambda}(t)$,

$$\bar{\Lambda}(t) = \begin{bmatrix} \lambda^{t-\Delta t} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda^{t-2\Delta t} & 0 \\ & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{N \times N}, \quad (3.28)$$

de tamanho $N \times N$, sendo N o número de amostras do primeiro instante até o instante da estimativa.

A fatoração busca a eliminação dos elementos da matriz através do produto desta com uma matriz ortonormal \bar{Q} ($N \times N$), de modo que:

$$E(t) = \left\| \bar{Q}(t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \bar{\mathbf{e}}(t) \right\|^2. \quad (3.29)$$

Na realidade, a questão da triangularização é abordada como a rotação dos vetores coluna da matriz sem que, no entanto, haja qualquer mudança da função custo definida na Eq. (3.27), pois a norma não é afetada pelo produto de uma matriz unitária ($\|\bar{Q}\| = 1$).

O erro para os N conjuntos de equações, definida na Eq. (3.5), pode ser pré-multiplicada por $\bar{Q}(t) \cdot \bar{\Lambda}(t)^{\frac{1}{2}}$, resultando em:

$$\bar{\varepsilon} = \bar{b}^H - \bar{A}^H \cdot \bar{w} \quad \rightarrow \quad \bar{Q}(t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \bar{\varepsilon} = \bar{Q}(t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \bar{b}^H - \bar{Q}(t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \bar{A}(t)^H \cdot \bar{w}. \quad (3.30)$$

A fim de triangularizar a matriz $\bar{A}_{N \times M}$, sendo M o número de incógnitas, assume-se que $N \geq M$ e o produto com $\bar{Q}_{N \times N}$ resulta em um conjunto de matrizes do tipo:

$$\bar{Q}(t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \bar{A}(t)^H = \begin{bmatrix} \bar{R}(t) \\ \bar{0}_{(N-M) \times M} \end{bmatrix}, \quad (3.31)$$

sendo \bar{R} uma matriz triangular superior $M \times M$ e $\bar{0}_{(N-M) \times M}$ uma matriz de zeros $(N - M) \times M$. Esta forma de fatoração é conhecida na literatura como decomposição QR.

A matriz ortonormal também pode ser representada em duas partes, da seguinte forma:

$$\bar{Q}(t) = \begin{bmatrix} E_{M \times N}(t) \\ F_{(N-M) \times N}(t) \end{bmatrix}, \quad (3.32)$$

sendo a primeira com M linhas e a segunda com $N - M$, e ambas com N colunas.

Ao multiplicar ambos os lados da expressão (3.32) pelo termo $\bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \bar{b}^H$, tem-se que:

$$\bar{Q}(t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \bar{b}^H = \begin{bmatrix} E_{M \times N}(t) \\ F_{(N-M) \times N}(t) \end{bmatrix} \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \bar{b}^H = \begin{bmatrix} E_{M \times N}(t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \bar{b}^H \\ F_{(N-M) \times N}(t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \bar{b}^H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{p}(t) \\ \bar{v}(t) \end{bmatrix}. \quad (3.33)$$

Reescrevendo a Eq. (3.30) com os produtos das Eq. (3.31) e (3.33), e subdividindo o resultado nas M primeiras linhas e, também na últimas $N - M$, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} \bar{Q}(t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \bar{\varepsilon} &= \bar{Q}(t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \bar{b}^H - \bar{Q}(t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \bar{A}(t)^H \cdot \bar{w} = \\ &= \begin{bmatrix} \bar{p}(t) \\ \bar{v}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{R}(t) \\ \bar{0}_{(N-M) \times M} \end{bmatrix} \cdot \bar{w} = \begin{bmatrix} \bar{p}(t) \\ \bar{v}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{R}(t) \cdot \bar{w} \\ \bar{0}_{(N-M) \times M} \cdot \bar{w} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.34)$$

ou seja,

$$\bar{Q}(t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \bar{p}(t) - \bar{R}(t) \cdot \bar{w} \\ \bar{v}(t) \end{bmatrix}. \quad (3.35)$$

Verifica-se, assim, que a minimização por mínimos quadrados da função da Eq. (3.29) – análoga ao procedimento do RLS SISO – com relação aos parâmetros do vetor \bar{w} resulta no sistema de equações:

$$\bar{R}(t) \cdot \bar{w} = \bar{p}(t). \quad (3.36)$$

De forma que, o mínimo erro é determinado pela norma Euclidiana ao quadrado de \bar{v} : $\varepsilon_{\min} = \|\bar{v}(n)\|^2$. Cumpre que a matriz \bar{R} é triangular superior e desse arranjo pode-se obter facilmente os valores de \bar{w} .

A alteração desse processo de triangularização permite que o algoritmo seja escrito na forma recursiva. Assim, a Eq. (3.31) para um instante $t - \Delta t$ é:

$$\bar{Q}(t - \Delta t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t - \Delta t) \cdot \bar{A}(t - \Delta t)^H = \begin{bmatrix} \bar{R}(t - \Delta t) \\ \bar{O}_{(N-M-1) \times M} \end{bmatrix}, \quad (3.37)$$

Convém ressaltar que a equação constitui as entradas do instante 1 até $t - \Delta t$, e portanto, para a estimativa no instante t a ordem da matriz aumenta de uma unidade, isto é,

$$\bar{A}(t) = [\bar{A}(t - \Delta t) \quad u(t)] \text{ e } \bar{\Lambda}(t) = \begin{bmatrix} \lambda \cdot \bar{\Lambda}(t - \Delta t) & \bar{O}_{(N-1) \times 1} \\ \bar{O}_{1 \times (N-1)} & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.38)$$

Torna-se necessário redefinir a matriz ortonormal \bar{Q} para realizar o produto com a nova composição da entrada, que é designada por \bar{Q}' e é dada por:

$$\bar{Q}'(t) = \begin{bmatrix} \bar{Q}(t - \Delta t) & \bar{O}_{(N-1) \times 1} \\ \bar{O}_{1 \times (N-1)} & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.39)$$

Então, a Eq. (3.37) para o instante t , utilizando as definições da Eq. (3.38) e (3.39) corresponde a:

$$\begin{aligned} & \bar{Q}'(t - \Delta t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \bar{A}(t)^H = \\ & \begin{bmatrix} \bar{Q}(t - \Delta t) & \bar{O}_{(N-1) \times 1} \\ \bar{O}_{1 \times (N-1)} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda \cdot \bar{\Lambda}(t - \Delta t) & \bar{O}_{(N-1) \times 1} \\ \bar{O}_{1 \times (N-1)} & 1 \end{bmatrix}^{\frac{1}{2}} \cdot [\bar{A}(t - \Delta t) \quad u(t)]^H = \\ & = \begin{bmatrix} \lambda^{\frac{1}{2}} \cdot \bar{Q}(t - \Delta t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t - \Delta t) \cdot \bar{A}(t - \Delta t) \\ \bar{u}^H(t) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Pela expressão da Eq. (3.37), o conjunto de matrizes relacionado à matriz triangular superior do instante t , com as rotações da iteração anterior, $\bar{Q}(t - \Delta t)$, é:

$$\bar{Q}'(t - \Delta t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \bar{A}(t)^H = \begin{bmatrix} \lambda^{\frac{1}{2}} \cdot \bar{R}(t - \Delta t) \\ \bar{O}_{(N-M-1) \times M} \\ \bar{u}^H(t) \end{bmatrix}. \quad (3.41)$$

A Eq. (3.41) revela, sobretudo, que a triangularização da matriz de entrada \bar{A} pode ser feita sobre os cálculos do instante anterior, de modo que o processo de eliminação dos elementos de \bar{A} será somente com respeito à última linha da equação. Por conseguinte, este tipo de situação deve ser analisado como uma atualização da matriz ortonormal \bar{Q}' , que corresponde ao produto de outra matriz de rotação, denominada de matriz unitária $\bar{T}_{N \times N}$.

O produto de $\bar{T}_{N \times N}$ na Eq. (3.41) visa anular os valores de \bar{u} , como indicado a seguir:

$$\bar{T} \cdot \bar{Q}'(t - \Delta t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \bar{A}(t)^H = \bar{T} \cdot \begin{bmatrix} \lambda^{\frac{1}{2}} \cdot \bar{R}(t - \Delta t) \\ \bar{O}_{(N-M-1) \times M} \\ \bar{u}^H(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{R}(t) \\ \bar{O}_{(N-M-1) \times M} \\ \bar{O}_{1 \times M} \end{bmatrix}. \quad (3.42)$$

Essa iteração com a matriz ortonormal representa a atualização da matriz triangular $\bar{R}_{M \times M}$. Entretanto, para a solução da Eq. (3.36) ainda é necessário determinar \bar{p} , que sofre as alterações das matrizes de rotação. Portanto, definindo o vetor com as respostas desejadas como

$$b(t) = [b(t - \Delta t) \quad d(t)], \quad (3.43)$$

e utilizando-se a relação da Eq. (3.33), pode-se escrever:

$$\begin{aligned}
& T \cdot \bar{Q}'(t - \Delta t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \bar{b}(t)^H = \\
& = T \cdot \begin{bmatrix} \bar{Q}(t - \Delta t) & \bar{0}_{(N-1) \times 1} \\ \bar{0}_{1 \times (N-1)} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda \cdot \bar{\Lambda}(t - \Delta t) & \bar{0}_{(N-1) \times 1} \\ \bar{0}_{1 \times (N-1)} & 1 \end{bmatrix}^{\frac{1}{2}} \cdot [b(t - \Delta t) \quad d(t)]^H = \\
& = T \cdot \begin{bmatrix} \lambda^{\frac{1}{2}} \cdot \bar{Q}(t - \Delta t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t - \Delta t) \cdot b(t - \Delta t)^H & \\ & d^*(t) \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{3.44}$$

Como,

$$\bar{Q}(t - \Delta t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t - \Delta t) \cdot \bar{b}(t - \Delta t)^H = \begin{bmatrix} E_{M \times N}(t - \Delta t) \\ F_{(N-M) \times N}(t - \Delta t) \end{bmatrix} \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t - \Delta t) \cdot \bar{b}(t - \Delta t)^H = \begin{bmatrix} \bar{p}(t - \Delta t) \\ \bar{v}(t - \Delta t) \end{bmatrix}, \tag{3.45}$$

logo,

$$\bar{T} \cdot \bar{Q}'(t - \Delta t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \bar{b}(t)^H = \bar{T} \cdot \begin{bmatrix} \lambda^{\frac{1}{2}} \cdot \bar{Q}(t - \Delta t) \cdot \bar{\Lambda}^{\frac{1}{2}}(t - \Delta t) \cdot b(t - \Delta t)^H & \\ & d^*(t) \end{bmatrix} = \bar{T} \cdot \begin{bmatrix} \lambda^{\frac{1}{2}} \cdot \bar{p}(t - \Delta t) \\ \lambda^{\frac{1}{2}} \cdot \bar{v}(t - \Delta t) \\ d^*(t) \end{bmatrix}. \tag{3.46}$$

Por fim, a estimativa de \bar{p} no instante t é obtida através do produto da matriz unitária e do fator de esquecimento com o valor de \bar{p} da iteração anterior, obtendo-se a Eq. (3.47).

$$\begin{bmatrix} \bar{p}(t) \\ \bar{v}(t) \end{bmatrix} = \bar{T} \cdot \begin{bmatrix} \lambda^{\frac{1}{2}} \cdot \bar{p}(t - \Delta t) \\ \lambda^{\frac{1}{2}} \cdot \bar{v}(t - \Delta t) \\ d^*(t) \end{bmatrix}. \quad (3.47)$$

No decorrer do processo iterativo, para cada instante de tempo é possível estabelecer a estimativa de \bar{w} em função dos valores da iteração anterior, utilizando o sistema da Eq. (3.36). O problema fundamental da inversa de \bar{R} pode ser simplificado através da solução por retro-substituição da matriz triangular superior. O desenvolvimento do algoritmo QRD, tratado por Ma, Parhi & Deprettere (2000) e Chi (2001), em geral, é proposta na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} \bar{R}(t) & \bar{p}(t) & \bar{R}^{-1}(t) \cdot \bar{u}(t) \\ \bar{0}_{1 \times M} & \varepsilon(t) & \gamma^{\frac{1}{2}}(t) \end{bmatrix} = \bar{Q}(t) \cdot \begin{bmatrix} \lambda^{\frac{1}{2}} \cdot \bar{R}(t - \Delta t) & \lambda^{\frac{1}{2}} \cdot \bar{p}(t - \Delta t) & \bar{0}_{M \times 1} \\ \bar{u}^H(t) & d(t) & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.48)$$

cujos elementos das matrizes são: $\bar{Q}(t)$ matriz ortogonal $N \times N$, $\bar{R}(t)$ matriz triangular superior da matriz de entrada $M \times M$, $\bar{p}(t)$ vetor dos dados de entrada $M \times 1$, $\varepsilon(t)$ erro da estimativa normalizada na minimização por mínimos quadrados e $\gamma(t)$ um fator de conversão.

Os erros a priori e a posteriori são definidos, respectivamente, por,

$$\xi(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\gamma(t)^{\frac{1}{2}}} \text{ e } e(t) = \varepsilon(t) \cdot \gamma(t)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.49)$$

Neste trabalho, a questão da triangularização está sendo resolvida a partir de comandos do Matlab[®], que utiliza as rotinas do Lapack (biblioteca de sub-rotinas em Fortran), com um bom desempenho na operação de fatoração.

3.4. Algoritmo RLS/ QRD MIMO

Conforme o algoritmo estabelecido para problemas do tipo SISO, existe também uma formulação para sistemas MIMO (MA, PARHI & DEPRETTERE, 2000, TENQCHEN et al., 2002 e YU, 2001), sendo constituída de diversas entradas e respostas desejadas. Ou seja, o vetor $\vec{u}(t)$ passa a ser uma matriz $m \times M$ de entrada $\vec{U}(t)$ e o valor escalar do sinal desejado $d(t)$ torna-se um vetor $m \times 1$ $\vec{d}(t)$, sendo m correspondente aos sinais de entrada/saída e M o número de incógnitas do modelo regressivo.

Como resultado das múltiplas entradas e saídas, o algoritmo passa a ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} \vec{R}(t) & \vec{p}(t) & \vec{R}^{-1}(t) \cdot \vec{U}(t) \\ \vec{0}_{m \times M} & \vec{\varepsilon}_{m \times 1}(t) & \vec{\Gamma}^{1/2}(t) \end{bmatrix} = \vec{Q}(t) \cdot \begin{bmatrix} \lambda^{m/2} \cdot \vec{R}(t - M \cdot \Delta t) & \lambda^{m/2} \cdot \vec{p}(t - M \cdot \Delta t) & \vec{0}_{M \times 1} \\ \vec{U}_{m \times M}(t) & \vec{d}_{m \times 1}(t) & \vec{\Delta}_{m \times 1} \end{bmatrix}. \quad (3.50)$$

cujo $\vec{0}_{m \times M}$ e $\vec{0}_{M \times 1}$ são matriz e vetor de zeros e $\vec{\Delta} = [0 \ 0 \ \dots \ 1]^T$. No que se refere à matriz triangular superior \vec{R} e o vetor relacionado com a resposta desejada \vec{p} continuam com as dimensões de $M \times M$ e $M \times 1$, respectivamente.

Outro aspecto desta formulação é a determinação de um vetor de erro normalizado ($\vec{\varepsilon}$), no qual cada elemento relaciona-se ao ajuste das várias entradas/saídas, tal como é observado no vetor $m \times 1$ do fator de conversão ($\vec{\Gamma}$).

Neste caso, o erro de estimação a posteriori é determinado da seguinte forma:

$$e(t) = \left(\vec{\Gamma}^{1/2}(t) \right)^H \cdot \vec{\varepsilon}_{m \times 1}(t). \quad (3.51)$$

Como sugere a Eq. (3.50), o desenvolvimento da solução do QRD – MIMO é análoga à metodologia SISO, entretanto, exige um esforço computacional maior do algoritmo de fatoração QR, pois implica no aumento da matriz ortonormal \tilde{Q} $((M + m) \times (M + m))$ em função do número de entradas.

Capítulo 4

4. Modelo do filtro adaptativo - Espaço de Estados

A identificação baseada em modelos permite que sejam levantados parâmetros específicos do sistema analisado, entretanto o resultado é fortemente influenciado pela correlação entre o modelo e o problema físico. Em realidade, a escolha de um modelo matemático se apresenta como um aspecto importante, e até mesmo fundamental, para a caracterização do sistema. Portanto, este capítulo abre espaço para aprofundar as condições e hipóteses adotadas na modelagem do problema.

A opção por trabalhar com equações de movimento, na forma de modelo de espaço de estados, reflete a busca por parâmetros que tenham significado físico. Como discutido nos Capítulos anteriores, existem diversas formas de modelar um sistema mecânico, algumas relacionadas com identificação não-paramétrica e outras com modelos do tipo caixa-preta. Embora seja uma forma de caracterizar a máquina/ estrutura estudada, pode não ser uma tarefa simples a interpretação destes dados e inferir a condição dinâmica do sistema, principalmente se esta apresenta variações temporais em suas propriedades.

Assim, com a preocupação central de obter parâmetros que possíveis usuários da metodologia possam compreender rapidamente o estado do sistema, adota-se um modelo dependente de parâmetros modais, advindo da formulação de espaço de estados. Este Capítulo é

também importante por tratar não somente do modelo adotado, mas a forma como este deve ser apresentado para relacionar com o filtro adaptativo.

4.1. Modelo do sistema

O problema dinâmico pode ser descrito a partir de um conjunto de equações diferenciais, escrito na forma matricial, conforme indica a equação de movimento a seguir:

$$\vec{M} \cdot \ddot{\vec{x}}(t) + [\vec{C} + \vec{G}(\Omega(t))] \dot{\vec{x}}(t) + \vec{K} \cdot \vec{x}(t) = \vec{u}(t). \quad (4.1)$$

Os termos representam a matriz de massa \vec{M} ($m \times m$), rigidez \vec{K} ($m \times m$), amortecimento \vec{C} ($m \times m$) e efeito giroscópico \vec{G} ($m \times m$) em função da velocidade de rotação $\Omega(t)$. \vec{x} é o vetor de deslocamento dos graus de liberdade ($m \times 1$) e \vec{u} o vetor de excitação ($m \times 1$).

A adoção de uma mudança de variáveis é utilizada para reduzir a ordem das equações diferenciais, compondo um vetor com $2m$ elementos, da seguinte forma:

$$\vec{y}(t) = \begin{bmatrix} \vec{x}(t) \\ \dot{\vec{x}}(t) \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Portanto, a equação de movimento pode ser reescrita como:

$$\dot{\vec{y}}(t) = \vec{A} \cdot \vec{y}(t) + \vec{B} \cdot \vec{u}(t), \quad (4.3)$$

sendo,

$\bar{A} = \begin{bmatrix} \bar{0} & \bar{I} \\ -\bar{M}^{-1} \cdot \bar{K} & -\bar{M}^{-1} \cdot [\bar{C} + \bar{G}(\Omega(t))] \end{bmatrix}$ a matriz do sistema e, neste caso, $B = \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{M}^{-1} \end{bmatrix}$ a matriz de ganho da entrada.

É conhecido o fato de que a matriz do sistema, \bar{A} , contém toda a informação da dinâmica do sistema. De acordo com Kumar (1992) e Pridham (2004), a extração dos modos de vibrar e autovalores do sistema podem ser obtidos diretamente desta matriz, a partir de uma análise de valores próprios.

A solução se baseia na resolução de uma equação do tipo $\bar{A} \cdot \bar{V} = \bar{V} \cdot \bar{\Lambda}$, cujos autovalores (λ_i) são definidos na matriz espectral e os autovetores ($\bar{\psi}_i$), respectivamente, como:

$$\bar{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{2M} \end{bmatrix} \text{ e } \bar{V} = [\bar{\psi}_1 \quad \bar{\psi}_2 \quad \dots \quad \bar{\psi}_{2M}]. \quad (4.4)$$

Assim, a auto-análise da matriz \bar{A} segundo as relações anteriores é:

$$\begin{bmatrix} \bar{0} & \bar{I} \\ -\bar{M}^{-1} \cdot \bar{K} & -\bar{M}^{-1} \cdot [\bar{C} + \omega \bar{G}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \cdot \bar{\Lambda} \\ \bar{V}_2 \cdot \bar{\Lambda} \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Explicitando os dois conjuntos de equações, dado na Eq. (4.5), tem-se:

$$\begin{cases} \bar{V}_2 = \bar{V}_1 \cdot \bar{\Lambda} \\ -\bar{M}^{-1} \cdot \bar{K} \cdot \bar{V}_1 - \bar{M}^{-1} \cdot [\bar{C} + \omega \bar{G}] \bar{V}_2 = \bar{V}_2 \cdot \bar{\Lambda} \end{cases} \quad (4.6)$$

Com base na substituição da primeira das Eq. (4.6) na segunda, pode-se escrever a relação matricial em função apenas de \vec{V}_1 da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \vec{0} & \vec{I} \\ -\vec{M}^{-1} \cdot \vec{K} & -M^{-1} \cdot [\vec{C} + \omega \cdot \vec{G}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{V}_1 \\ \vec{V}_1 \cdot \vec{\Lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{V}_1 \cdot \vec{\Lambda} \\ \vec{V}_1 \cdot \vec{\Lambda} \cdot \vec{\Lambda} \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

Vale notar que, nesta abordagem de espaço de estados, as primeiras m linhas dos autovetores correspondem às variáveis de deslocamento, de acordo com a definição apresentada na Eq. (4.2).

O sistema de equação da análise de valores próprios, descrita pelos $2m$ autovetores e autovalores – Eq. (4.4) –, passa, portanto, a ser:

$$\vec{A} \cdot [\vec{\psi}_1 \quad \vec{\psi}_2 \quad \dots \quad \vec{\psi}_{2M}] = [\vec{\psi}_1 \quad \vec{\psi}_2 \quad \dots \quad \vec{\psi}_{2M}] \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{2M} \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

Desta forma, cada modo específico, indicado pelo índice i , é obtido através de:

$$\vec{A} \cdot \vec{\psi}_i = \lambda_i \cdot \vec{\psi}_i, \quad (4.9)$$

ou seja,

$$[\vec{A} - \lambda_i \cdot \vec{I}] \vec{\psi}_i = \vec{0}. \quad (4.10)$$

A solução não trivial deve satisfazer a condição de que o determinante da matriz $[\vec{A} - \lambda_i \cdot \vec{I}]$ seja nulo. O resultado do determinante leva aos valores de λ_i que por sua vez são substituídos na Eq. (4.10) para a determinação dos autovetores. Dessa forma, conhecida a matriz do sistema e o

uso da auto-análise como instrumento de determinação dos parâmetros modais, é possível caracterizar a estrutura analisada. De acordo com esta perspectiva, o algoritmo está baseado em um modelo contínuo de espaço de estados, mas com o processamento desenvolvido digitalmente. Enfatiza-se que este tipo de análise é válida para sistemas linearmente independentes, mais especificamente, para determinar autovalores/ autovetores de sistemas linearmente dependentes (raízes repetidas) uma formulação alternativa deve ser usada, como, por exemplo, a solução baseada na forma canônica de Jordan.

4.2. Modelo da força de excitação

Quanto às formas de excitação, diversos tipos de forças podem ser considerados, como, por exemplo, algumas relacionadas à velocidade de rotação do rotor – força de desbalanceamento ($1 \times \Omega$) – e outras como uma excitação do tipo aleatória. A partir desta visão, que também pode considerar a multiplicidade da excitação, pode-se conceber uma metodologia mais ampla para a análise, não só de sistemas rotativos, mas também na identificação de parâmetros modais de sistemas não girantes.

Dentro desta perspectiva, propõe-se a construção da excitação considerando duas partes distintas: a primeira relacionada com forças medidas ($\vec{p}(t)$) – excitação aleatória ou impulsiva –, vista como um parâmetro de entrada conhecido, e a segunda que considera funções harmônicas ($\text{sen}(\Omega(t).t)$ e $\text{cos}(\Omega(t).t)$), estas excitadas, por exemplo, de forças senoidais desconhecidas. Neste caso, $\Omega(t)$ representa a velocidade ou frequência instantânea da componente harmônica. Desta forma, a equação de movimento (4.1) pode ser escrita como:

$$\vec{M} \cdot \ddot{\vec{x}}(t) + [\vec{C} + \vec{G}(\Omega(t))] \dot{\vec{x}}(t) + \vec{K} \cdot \vec{x}(t) = \vec{p}(t) + [\vec{a} \cdot \text{sen}(\Omega(t).t) + \vec{b} \cdot \text{cos}(\Omega(t).t)]. \quad (4.11)$$

Nota-se que a parcela harmônica da excitação possui uma componente senoidal e outra co-senoidal dependentes da frequência instantânea, $\Omega(t)$, e a amplitude destas funções, \vec{a} e \vec{b} ,

respectivamente. O termo harmônico apesar de ser representada desta forma, na realidade, consiste de uma amplitude e fase, sendo esta última relacionada a um sinal de referência – que deveria ser medido juntamente com os sinais de vibração. Entretanto, como não é objetivo deste trabalho a caracterização das forças de excitação harmônica desconhecidas, mas envolve-las na formulação do modelo para que se possa identificar os parâmetros do sistema, nas análises que se seguem nos próximos capítulos não há considerações a respeito de um sinal de referência.

Os meios de medição disponíveis podem não fornecer todas as informações necessárias à representação destas forças. Por exemplo, na aquisição do sinal de vibração de máquinas rotativas excitadas por desbalanceamento, em geral, desconhece-se o valor da excentricidade e sua posição ao longo do rotor, ao passo que não é difícil conhecer a velocidade de rotação. Neste caso específico, as incógnitas da excitação harmônica passam a ser somente as amplitudes. O uso da formulação de filtragem adaptativa possibilita a inclusão das amplitudes das harmônicas, além dos parâmetros da matriz do sistema (\vec{A}), como variáveis a serem determinadas no procedimento de identificação.

4.3. Modelo do filtro adaptativo

Conforme descrita no Capítulo 3, a formulação matemática do filtro está centrada em um modelo regressivo, dependente de amostras atrasadas do sinal medido. Porém, neste caso, delimita-se a modelagem a parâmetros que não correspondem a regressores, mas variáveis de sinais distintos, ligados aos vários graus de liberdade e suas derivadas. Assim, é necessário reescrever o modelo definido na Eq. (4.11) para que possa ser utilizada no filtro adaptativo MIMO.

Dado que o objetivo dos métodos RLS é trabalhar com representação do sistema através da somatória do produto de parâmetros conhecidos e incógnitas, procura-se colocar o modelo dinâmico no mesmo tipo de estrutura. Inicialmente, a equação de movimento adotada na forma de

espaço de estados, Eq. (4.3), é associada com as forças de excitação, Eq. (4.11), da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\bar{x}}(t) \\ \ddot{\bar{x}}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{0} & \bar{I} \\ -\bar{M}^{-1} \cdot \bar{K} & -\bar{M}^{-1} \cdot [\bar{C} + \bar{G}(\Omega(t))] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{x}(t) \\ \dot{\bar{x}}(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \bar{0} \\ M^{-1} \cdot \bar{p}(t) + M^{-1} \cdot (\bar{a} \cdot \text{sen}(\Omega(t) \cdot t) + \bar{b} \cdot \text{cos}(\Omega(t) \cdot t)) \end{Bmatrix}. \quad (4.12)$$

A partir da segunda metade do sistema de equações (4.12), chega-se na seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \ddot{\bar{x}}(t) = & \left\{ -\bar{M}^{-1} \cdot \bar{K} \right\} \cdot \bar{x}(t) + \left\{ -\bar{M}^{-1} \cdot [\bar{C} + \bar{G}(\Omega(t))] \right\} \cdot \dot{\bar{x}}(t) + \left\{ \bar{M}^{-1} \right\} \cdot \bar{p}(t) + \\ & + \left\{ \bar{M}^{-1} \cdot \bar{a} \right\} \cdot \text{sen}(\Omega(t) \cdot t) + \left\{ \bar{M}^{-1} \cdot \bar{b} \right\} \cdot \text{cos}(\Omega(t) \cdot t). \end{aligned} \quad (4.13)$$

Assim, os termos indicados pelas chaves correspondem às variáveis a serem determinadas na filtragem, e $\bar{x}(t)$, $\dot{\bar{x}}(t)$, $\ddot{\bar{x}}(t)$, $\bar{p}(t)$ e $\Omega(t)$ envolvem sinais conhecidos, seja diretamente através de medições ou através de cálculos numéricos. Neste trabalho, utilizam-se medições de deslocamento e por meio de diferenciação numérica (diferença central) obtêm-se os sinais de velocidade e aceleração. Uma dificuldade que pode surgir, neste caso, é a piora do nível de ruído durante o processo de diferenciação.

Embora esse procedimento possa influenciar na performance do algoritmo, por outro lado, o uso da integração numérica, a partir de medições de aceleração, requer o conhecimento das condições iniciais, o que, em geral, não ocorre. Muitas vezes, os usuários impõem uma condição inicial qualquer, mas que, então, surgem infinitas possibilidades de respostas.

Fazendo a analogia com o algoritmo RLS (MIMO), cuja equação do vetor de erro é novamente indicada, a seguir,

$$\bar{\delta}(t) = \bar{d}(t) - \bar{w}(t - \Delta t)^H \cdot \bar{U}(t), \quad (4.14)$$

trata-se o sinal de aceleração da vibração, $\ddot{x}(t)$, como a resposta desejada \vec{d} , enquanto que o lado direito da Eq. (4.13) é o modelo a ser ajustado, isto é, o termo correspondente à $\vec{w}(t - \Delta t)^H \cdot \vec{U}(t)$. No que se refere à formulação do filtro adaptativo, considera-se o erro como sendo aleatório e de média zero, hipótese adotada para obter uma solução não polarizada.

E nesta situação, a matriz de dados é montada conforme a expressão a seguir:

$$\vec{U}(n) = \begin{bmatrix} \vec{x}(t) & 0 \\ \dot{\vec{x}}(t) & 0 \\ \vec{p}(t) & 0 \\ \text{sen}(\Omega(t).t) & 0 \\ \text{cos}(\Omega(t).t) & 0 \\ 0 & \ddots & \vec{x}(t) \\ 0 & & \dot{\vec{x}}(t) \\ 0 & & \vec{p}(t) \\ 0 & \text{sen}(\Omega(t).t) \\ 0 & \text{cos}(\Omega(t).t) \\ & & & \ddots \end{bmatrix}. \quad (4.15)$$

Sendo que as incógnitas do problema são colocadas no vetor \vec{w} , na seguinte forma:

$$\vec{w}(t - \Delta t) = \{\vec{e}_1 \quad \vec{f}_1 \quad \vec{k}_1 \quad p_1^s \quad p_1^c \quad \dots \quad \vec{e}_i \quad \vec{f}_i \quad \vec{k}_i \quad p_i^s \quad p_i^c \quad \dots\}^T, \quad (4.16)$$

sendo que, \vec{e}_i é a i-ésima linha da matriz $\vec{E} = \begin{bmatrix} \vec{e}_1 \\ \vdots \\ \vec{e}_i \\ \vdots \end{bmatrix} = -\vec{M}^{-1} \cdot \vec{K}$ e \vec{f}_i a i-ésima linha de da matriz

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} \vec{f}_1 \\ \vdots \\ \vec{f}_i \\ \vdots \end{bmatrix} = -\vec{M}^{-1} \cdot [\vec{C} + \vec{G}(\Omega(t))].$$

Os valores escalares de p_i^s e p_i^c correspondem aos elementos dos vetores de amplitude da força harmônica, respectivamente,

$$\vec{M}^{-1} \cdot \vec{a} = \begin{Bmatrix} p_1^s \\ \vdots \\ p_i^s \\ \vdots \end{Bmatrix}, \quad \vec{M}^{-1} \cdot \vec{b} = \begin{Bmatrix} p_1^c \\ \vdots \\ p_i^c \\ \vdots \end{Bmatrix}. \quad (4.17)$$

Apesar de estimar os vetores relacionados com a força harmônica desconhecida, não é possível estabelecer a amplitude e fase destas forças devido à dependência do termo M^{-1} – inversa da matriz de massa – que é uma variável não conhecida. Assim, neste trabalho não há investigação, por exemplo, no sentido de realizar balanceamento de rotores.

Cabe destacar que a estrutura usada para $\vec{U}(t)$ possibilita a identificação de múltiplas equações com diferentes parâmetros cada uma e, nesse sentido, a matriz tem $N_{\text{var}} = 2m^2 + 2m$ linhas e m colunas (número total de variáveis e número de equações, respectivamente). Além deste, $\vec{w}(t - \Delta t)$ é um vetor coluna de N_{var} elementos e $\vec{d}(t)$ um vetor linha de m elementos.

Posto que pode-se identificar as matrizes \vec{E} e \vec{F} de um instante de tempo para outro com este procedimento, os modos de vibração e os autovalores são determinados em função do tempo pela montagem da matriz do sistema,

$$\vec{A}(t) = \begin{bmatrix} \vec{0} & \vec{I} \\ \vec{E}(t) & \vec{F}(t) \end{bmatrix}, \quad (4.18)$$

e, subseqüentemente, do cálculo dos valores próprios – Eq. (4.10).

Os elementos da matriz \vec{A} são a matriz de zeros $\vec{0}$, a matriz identidade \vec{I} e as matrizes \vec{E} e \vec{F} , todas de ordem $m \times m$. Em função disso, o número de modos que são identificáveis depende diretamente do número de entradas/ pontos medidos (m).

Capítulo 5

5. Análise numérica de estruturas

5.1. Análise modal de estruturas

Tendo por base a formulação apresentada no Capítulo 4 e o enfoque dado ao processo de identificação de parâmetros com conhecimento da força de excitação, discute-se o uso desta abordagem como ferramenta de análise modal convencional, que permite a obtenção dos parâmetros modais de estruturas lineares. Neste estudo, o foco central de análise está no uso de um programa de simulação dinâmica disponibilizado na internet. A simulação deste *benchmark*, oferecida pelo grupo ASCE (*American Society Civil Engineers*) – *Task Group on Structural Health Monitoring*, pode ser baixada na página da universidade de Washington (DYKE, 2006).

A estrutura simulada é um exemplo de uma construção de aço tridimensional formada de quatro andares, com dimensões de 3,5 m em altura e uma base quadrada de 2,5 m (Figura 5.1). O modelo busca representar a vibração lateral e torcional do sistema, e para tanto as colunas e vigas que conectam os andares correspondem à rigidez e os andares como massas concentradas. Assim, cada andar possui três graus de liberdade (GDL) – deslocamento na direção x , y e rotação em z , totalizando um número de 12 GDL. Nos dados de entrada utilizam-se momentos de inércia das barras, com relação aos eixos principais da seção transversal, de valores diferentes e, portanto, os modos de vibração de translação (flexão) não são simétricos.

Os sinais simulados na saída do programa, proposta pelos autores, constituem da resposta de vibração medidos nas laterais de cada andar, nas posições indicadas pelas setas da Figura 5.1. Essa passagem, dos graus de liberdade descritos anteriormente para as medições nos andares, parte do pressuposto de que cada uma delas é um corpo rígido. De modo que a resposta nas direções indicadas, na Figura 5.1, possa ser calculada através de uma matriz de transformação.

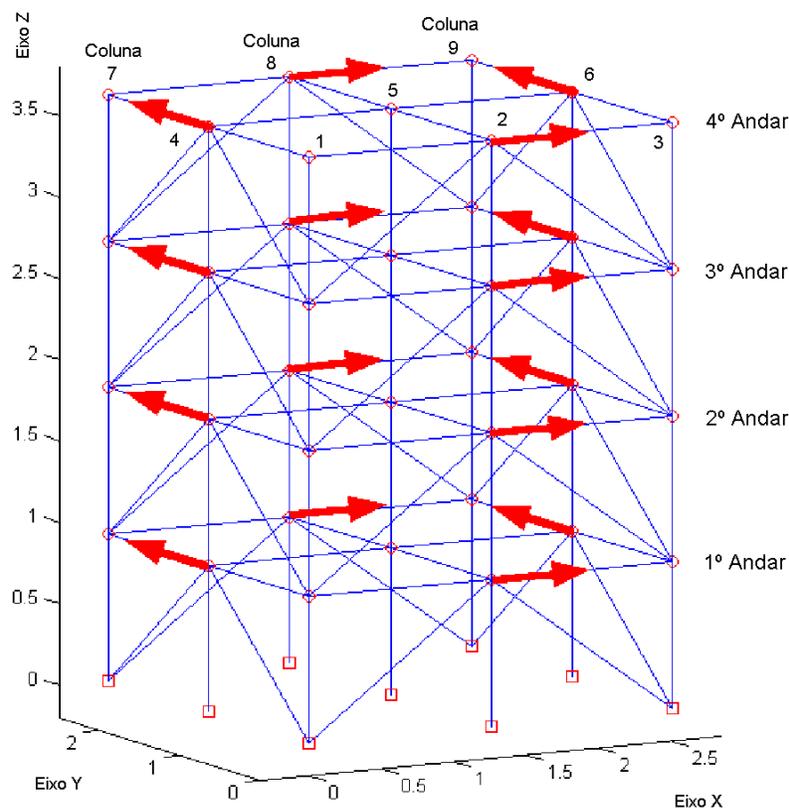


Figura 5.1: Estrutura de quatro andares simulada no *Benchmark* (DYKE, 2006).

Como se visualiza no esquema, a medida na direção x está associada com as colunas 2 e 8, enquanto que para a direção y , com as colunas 4 e 6. A descrição deste procedimento está apresentada na página da universidade (DYKE, 2006). É interessante notar nessa abordagem que o modelo tem 12 graus de liberdade, porém é possível trabalhar com um número maior de

medições. Tais condições favorecem o ensaio de estimadores com ordem superior ao do modelo simulado, quando a ordem do algoritmo depende do número de dados de entrada (número de medições).

Nesta análise, o objetivo é a identificação dos parâmetros modais a partir do sinal medido dos andares. Para isso, uma excitação aleatória de 1.500 N em valor RMS e faixa de frequência de 0 à 100 Hz é aplicada sobre o centro geométrico (CG) do teto – quarto andar –, composta de uma força na direção de x e outra em y (Figura 5.2). Entretanto, como se utiliza somente excitação linear (translação) sobre o CG, os modos correspondentes à torção, i.e., relacionados com os graus de liberdade de rotação em z não são identificados.

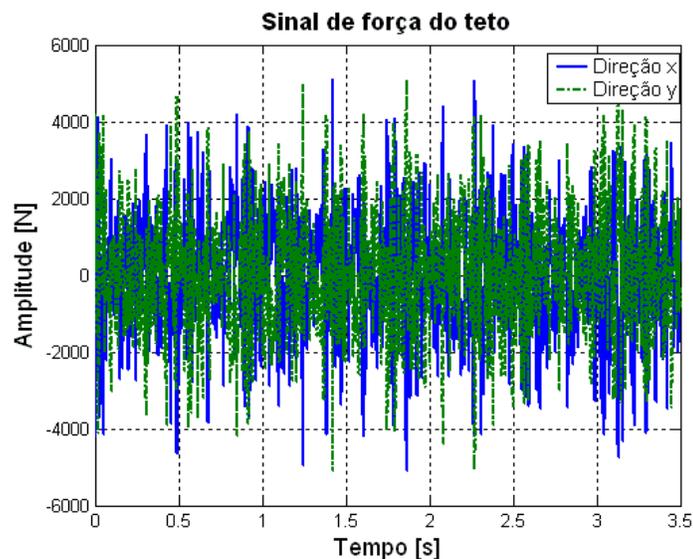


Figura 5.2: Força de excitação aleatória nas direções x e y do último andar.

O processo de simulação é realizado com uma taxa de amostragem de 1.000 Hz, e condições iniciais da integração numérica igual à zero (integrador do Matlab[®]: "LSIM"). Neste caso, utiliza-se o amortecimento proporcional à matriz de rigidez e massa. Os resultados da identificação pelo filtro RLS com fator de esquecimento de 0,992, e como dado de entrada: a

força de excitação aleatória e medidas das respostas nas 16 posições indicadas anteriormente, são apresentados na Figura 5.3 e Figura 5.4.

A Figura 5.3 se constitui na ordenada das freqüências naturais estimadas para cada instante de tempo – abscissa –, até aproximadamente 60 Hz, e na Figura 5.4 o fator de amortecimento estimado, também em função do tempo. Em ambos os casos, observa-se que há um período transiente, que se sabe dependente do valor do fator de esquecimento ϵ , em seguida o estabelecimento de uma condição estável nos parâmetros estimados. Com relação à identificação do amortecimento, os resultados tendem para os valores simulados, entretanto, existe ainda uma oscilação em torno destes.

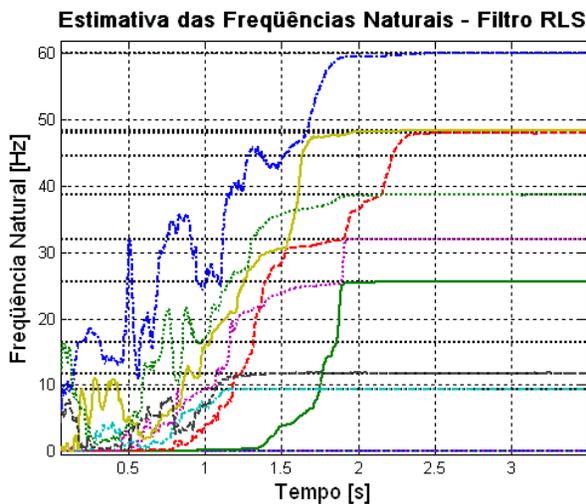


Figura 5.3: Identificação da freqüência natural com RLS ($\lambda = 0,992$), excitação aleatória de 1500 N.

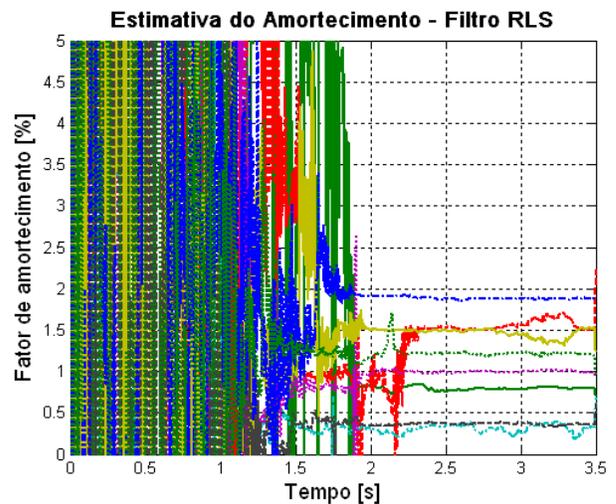


Figura 5.4: Identificação do fator de amortecimento com RLS ($\lambda = 0,992$), excitação aleatória de 1500 N.

Uma análise das estimativas na iteração da amostra 3.000 (3 s) revela um erro percentual em relação aos valores reais (simulados) pequeno, abaixo de 1%, na freqüência natural e de 10% na estimativa do fator de amortecimento, conforme indicado na Tabela 5.1. Contudo, os modos relacionados com o grau de liberdade torcional não são identificados, uma vez que não se tem

uma excitação angular. Este é caso das frequências de 16,38; 44,64; 67,48 e 83,62 Hz, todas associadas a modos torcionais. Evidentemente, a construção de um modelo dinâmico fiel à realidade só pode ser obtida excitando as características de interesse. De fato, a inclusão de um momento em relação à z possibilitaria a determinação destes modos.

Tabela 5.1: Frequências naturais e fatores de amortecimento e erro da estimativa no instante 3 s.

Frequência Natural Simulado [Hz]	Frequência Natural Estimado [Hz]	Erro da estimativa da f_n [%]	Fator de Amortecimento Simulado [%]	Fator de Amortecimento Estimado [%]	Erro da estimativa do ξ [%]
9,41	9,41	0,0191	0,2965	0,2650	10,5936
11,79	11,79	0,0180	0,3711	0,3821	2,9510
16,38	-	-	0,5152	-	-
25,54	25,54	0,0144	0,8028	0,7854	2,1729
32,01	32,00	0,0162	1,0058	0,9949	1,0833
38,66	38,65	0,0420	1,2149	1,2202	0,4404
44,64	-	-	1,4027	-	-
48,01	47,99	0,0435	1,5084	1,5644	3,6988
48,44	48,44	0,0094	1,5220	1,4514	4,6360
60,15	60,13	0,0292	1,8898	1,8824	0,3878
67,48	-	-	2,1200	-	-
83,62	-	-	2,6272	-	-

Com base na estimativa dos autovetores estimados para este mesmo instante de tempo (3 s), gera-se uma visualização da forma de vibração de cada um dos modos relacionados à translação. Na Figura 5.5, Figura 5.6 e Figura 5.7 estão os modos da direção x e y , à esquerda os modos simulados e à direita as estimadas pelo filtro RLS. Uma avaliação visual aponta que os resultados obtidos estão muito próximos do real (simulado).

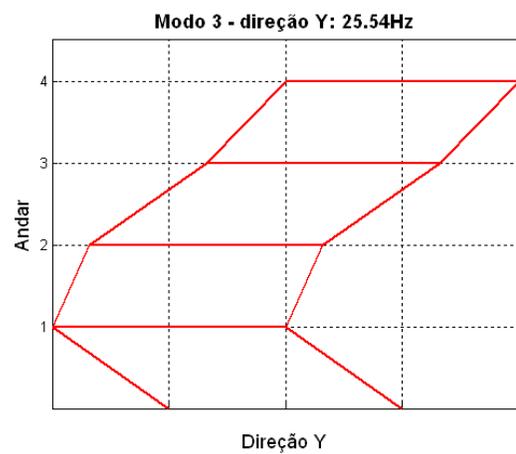
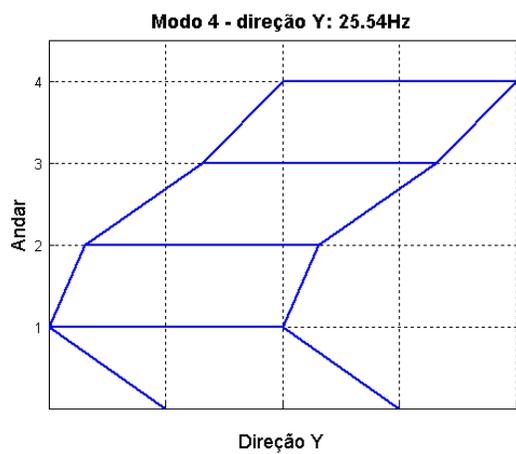
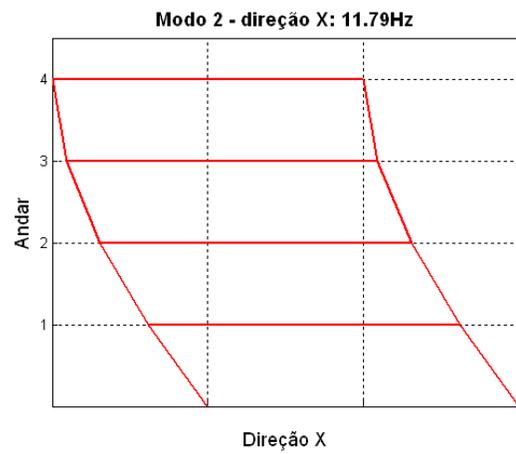
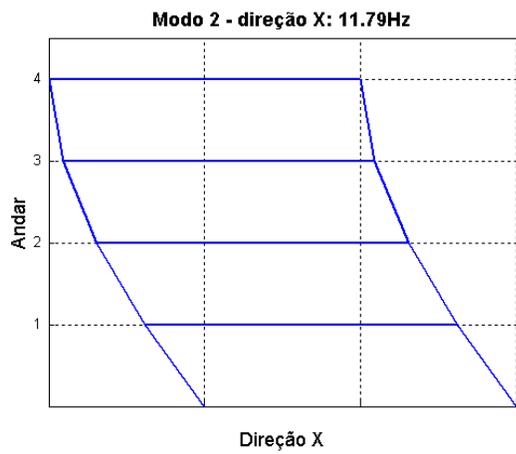
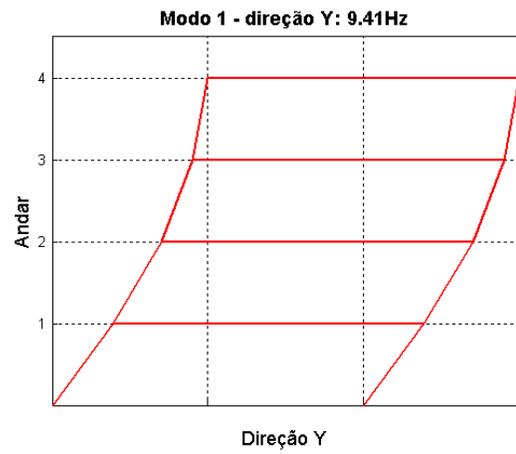
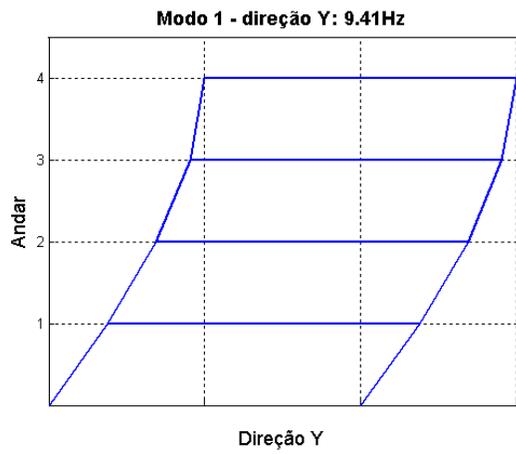


Figura 5.5: Modos de vibração simulados de 9,41, 11,79 e 25,54 Hz e estimados com RLS em 3s.

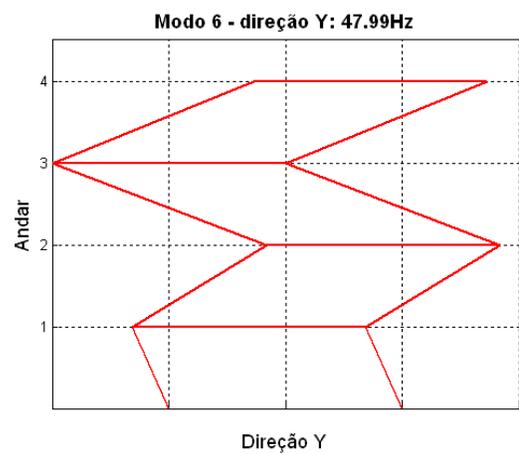
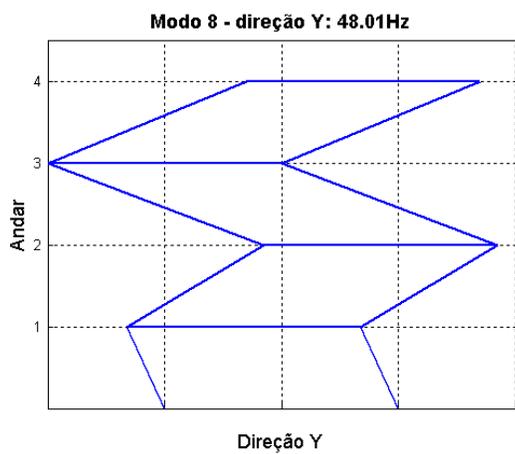
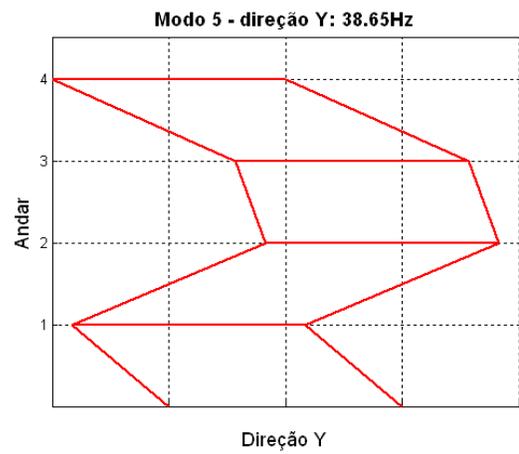
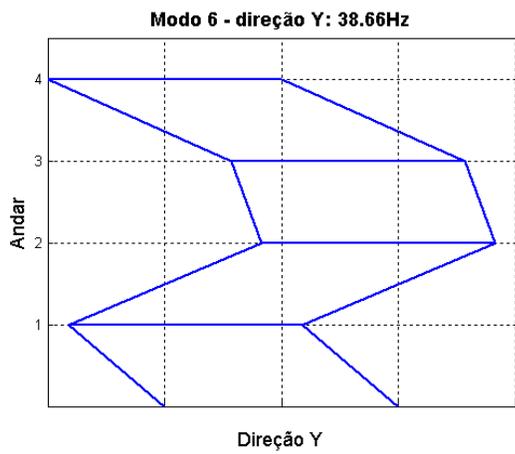
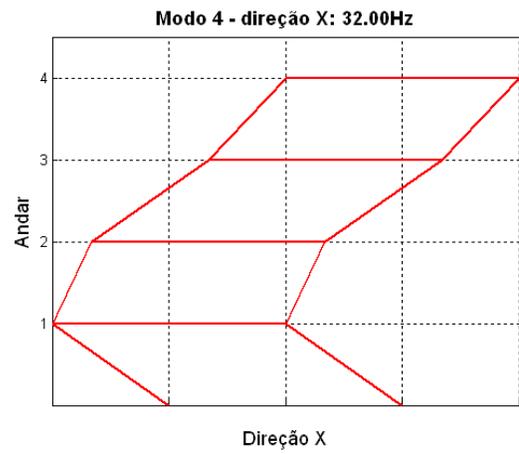
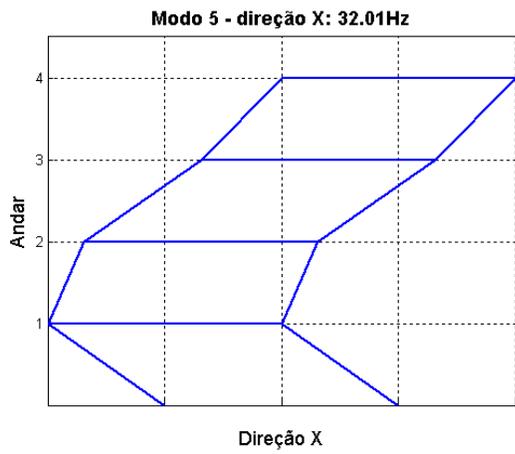


Figura 5.6: Modos de vibração simulados de 32,01, 38,66 e 48,01Hz e estimados com RLS em 3s.

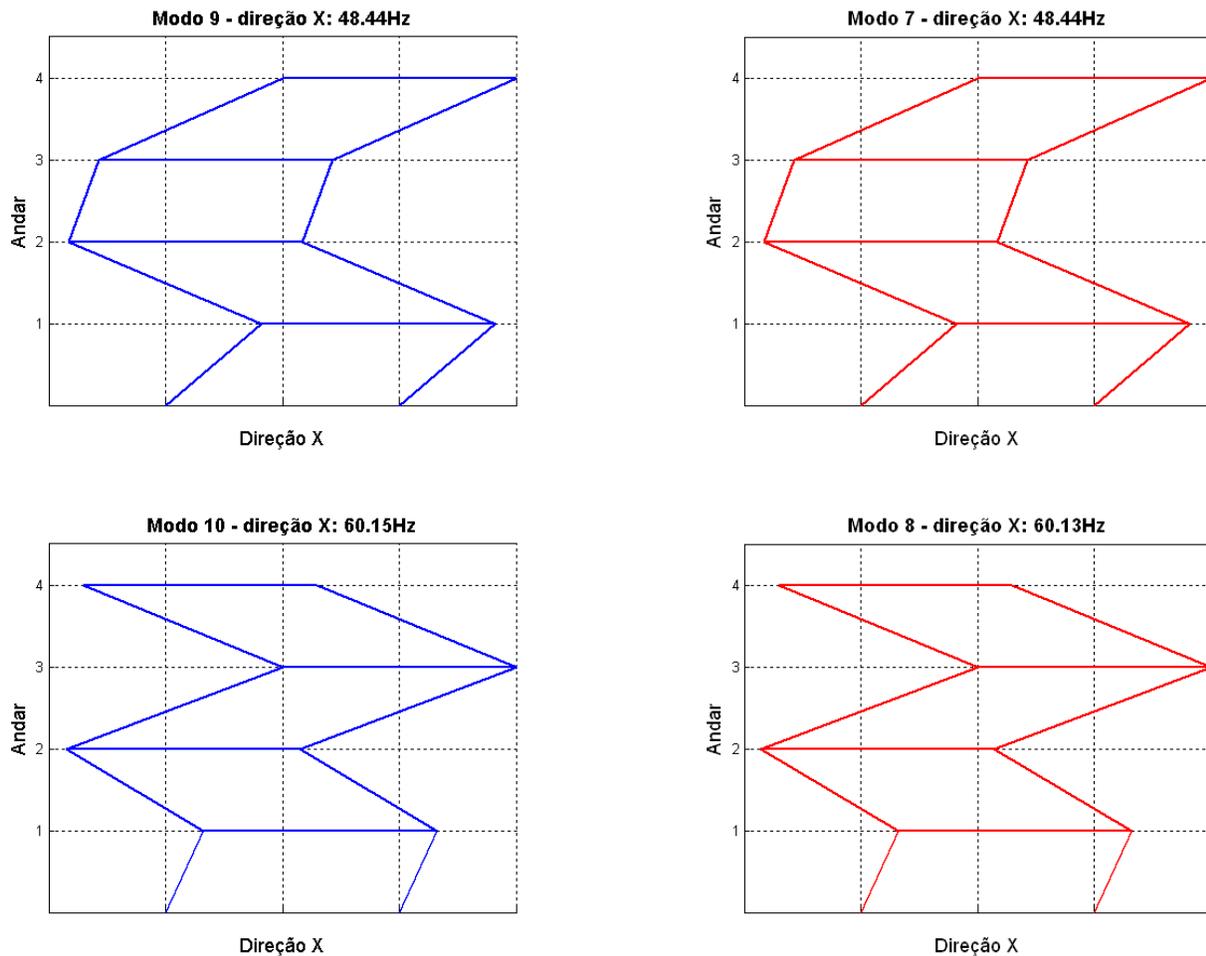


Figura 5.7: Modos de vibração simulados de 48,44 e 60,15 Hz e estimados com RLS em 3s.

Entretanto, frequentemente utiliza-se o conceito de MAC (*Modal Assurance Criterion*) para a comparação dos modos. O cálculo dos valores do MAC revela qual é a proximidade da forma de vibrar entre os modos estimados e simulados (FRISWELL & MOTTERSHEAD, 1995), no qual o valor de 100% indica a correlação exata entre modos. Assim, o MAC entre a estimativa dos autovetores em 3 s, Tabela 5.2, revela que os elementos associados às frequências naturais estimadas (coluna) próximas da simulada (linha) têm valores acima de 99%. Portanto, a estimativa dos modos mostra-se muito boa, confirmando a visualização da Figura 5.5, Figura 5.6 e Figura 5.7. As duas linhas compostas somente de zeros, i.e., não relacionadas com nenhum dos modos estimados, referem-se a modos torcionais não são identificados.

Tabela 5.2: MAC [%] – modos simulados x modos estimados (3 s).

		Modos Estimados RLS (3 s)							
		9,4091	11,7892	25,5413	32,0011	38,6471	47,9864	48,4384	60,1329
Modos Simulados	9,41	99,9998	0,0001	2,9591	0,0000	0,7427	1,1575	0,0082	0,0001
	11,79	0,0002	99,9999	0,0000	2,9580	0,0002	0,0028	0,7586	1,1763
	16,38	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	25,54	2,9729	0,0000	99,999	0,0001	4,5748	0,2461	0,0038	0,0001
	32,01	0,0000	2,9728	0,0001	99,9998	0,0006	0,0237	4,6204	0,2535
	38,66	0,7613	0,0000	4,6451	0,0000	99,9987	1,4118	0,0141	0,0001
	44,64	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	48,01	1,1913	0,0000	0,2636	0,0000	1,4989	99,2598	0,3919	0,0001
	48,44	0,0000	0,7613	0,0000	4,6457	0,0001	0,7346	99,6042	1,4414
	60,15	0,0000	1,1913	0,0000	0,2636	0,0000	0,0151	1,4701	99,9994

No que diz respeito à influência sobre as estimativas quando na presença de ruído aditivo nos dados medidos, colocando um ruído aleatório de 2% em relação ao valor RMS no sinal de deslocamento, nas mesmas condições da simulação anterior, resulta na identificação da Figura 5.8 e Figura 5.9, respectivamente, frequência natural e fator de amortecimento.

A identificação produzida destes dados possui, de forma análoga ao caso anterior, um período transiente até atingir a estabilização – próximo a 1,5 s –, contudo com flutuações mais acentuadas na fase inicial. Pode-se dizer também que há um aumento na amplitude da oscilação das frequências e amortecimento estimados, neste último de modo a ser difícil identificar os valores, e, portanto, não conclusivo. Tais simulações revelam uma grande dificuldade em obter estimativas do amortecimento, principalmente, em situações com ruído aditivo.

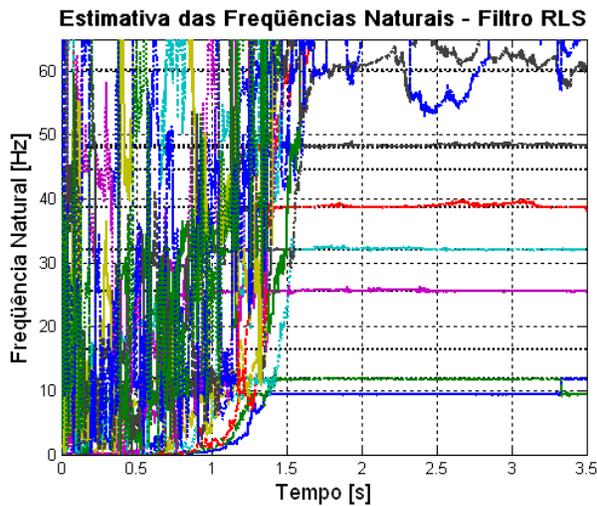


Figura 5.8: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,992$), excitação aleatória de 1500 N e ruído de 2%.

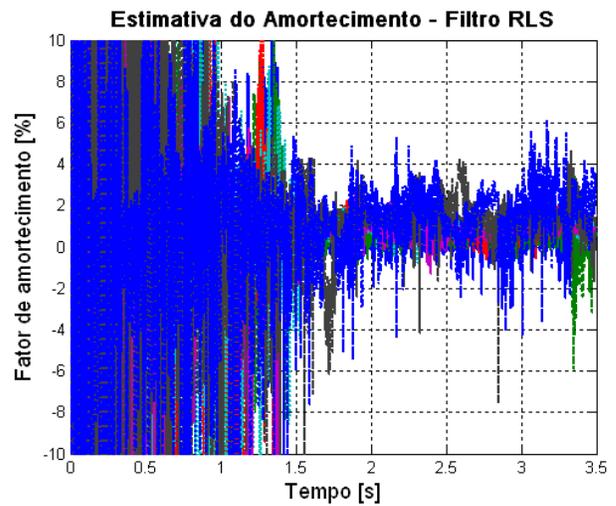


Figura 5.9: Identificação do fator de amortecimento com RLS ($\lambda = 0,992$), excitação aleatória de 1500 N e ruído de 2%.

Quanto aos modos de vibração, as relações do MAC continuam as mesmas para os cinco primeiros modos, ainda que o valor indicado fosse reduzido pelo efeito do ruído, mas mantendo-se acima de 98%. A inclusão do ruído revela uma tendência, neste processo, de dificultar a caracterização de modos com frequências mais elevadas, como, por exemplo, ocorre com os modos de 48,44 e 60,15 Hz, nos quais a correlação observada entre os modos é menor do que 90%. O erro da estimativa e a frequência natural estimada, cujos MAC estão acima de 98%, são indicados na Tabela 5.3, que mostra um erro percentual ainda pequeno.

Tabela 5.3: Estimativa e erro da identificação das frequências naturais com ruído no instante 3 s.

Frequência natural estimada [Hz]	9,45	11,75	25,58	32,04	39,12	48,51	62,31
Erro da estimativa da f_n [%]	0,3826	0,3155	0,1546	0,0982	1,1934	-	-

Nas simulações anteriores, procura-se explicitar a identificação dos parâmetros com uma taxa de amostragem de 1.000 Hz. Para compreender a influência da discretização temporal sobre as estimativas, realizam-se novas simulações com diferentes taxas de amostragem, mas mantendo as outras condições de teste: excitação aleatória de 1.500 N em valor RMS sobre o teto em x e y (de 0 a 100 Hz). O resultado da filtragem adaptativa RLS, para as frequências naturais, com fator de esquecimento de $\lambda = 0,992$, é apresentado na Figura 5.10 e Figura 5.11, respectivamente, para uma taxa de amostragem de 250 e 500 Hz.

Segundo os gráficos, a estimativa obtida é similar aos resultados com uma amostragem de 1.000 Hz (Figura 5.3), porém, pode-se apontar diferenças entre os valores simulados e estimados nos modos de frequências mais elevadas, por exemplo, como ocorre para 60,15 Hz com amostragem de 250 Hz. Além disso, há um maior gasto de tempo para chegar na estabilização do filtro, de aproximadamente 10 s para a amostragem de 250 Hz e 5 s na de 500 Hz.

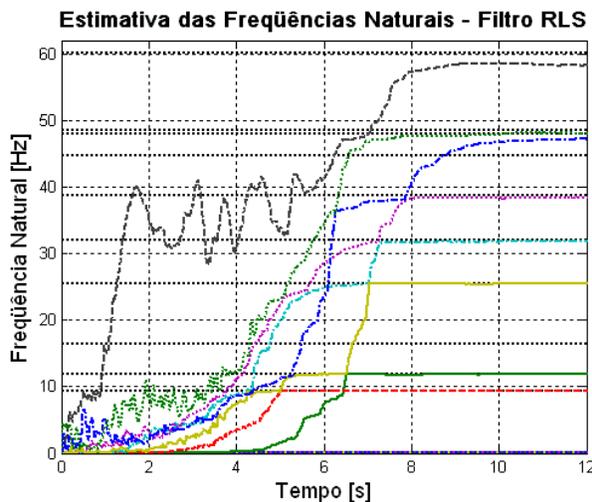


Figura 5.10: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,992$), excitação aleatória de 1500 N e taxa de amostragem de 250 Hz.

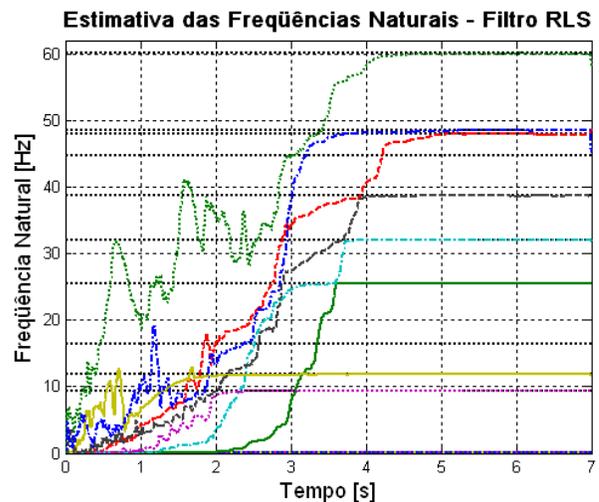


Figura 5.11: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,992$), excitação aleatória de 1500 N e taxa de amostragem de 500 Hz.

Nota-se também que o número de amostras necessárias, para a convergência de todos os modos, é o mesmo para a simulação com 250, 500 ou 1.000 Hz, algo em torno de 2.500 iterações. A diferença de tempo apresentada antes surge devido à frequência de amostragem, mas que corresponde ao mesmo número de amostras. Portanto, os resultados demonstram que independentemente da escolha da taxa de amostragem – obedecendo as relações de Nyquist – a fase transiente do filtro não é reduzida.

5.2. Análise modal com presença de excitação harmônica desconhecida

A inovação, do método de análise estudado neste trabalho, reside no fato de ser possível estudar sistemas excitados por componentes harmônicas de amplitudes desconhecidas, mas das quais se conhecem as frequências instantâneas. A análise modal na presença de harmônicas é necessária, por exemplo, nas estruturas em que há equipamentos em operação ou interferência da tensão de rede (60 Hz) nos dados coletados, o que nos métodos clássicos poderia influenciar a identificação.

Para tanto, Blough et. al. (1994) desenvolve um método de estimação não paramétrica para eliminar quaisquer componentes harmônicas da FRF, por meio de uma “pré-medição” da resposta vibratória com a harmônica desconhecida, mas sem a excitação modal, e posteriormente, outra realizada para a análise modal. Os autores baseiam-se nas funções de densidade espectral para reescreverem o estimador H_1 , subtraindo a presença da componente harmônica. Contudo, é necessário que a(s) força(s) seja(m) estacionária(s) em relação à frequência e amplitude.

Outro aspecto discutido na literatura é a modificação da formulação de métodos clássicos para incluir o efeito das harmônicas. Como, por exemplo, fazem Mohanty & Rixen (2004a), ao reformularem o algoritmo da exponencial complexa por mínimos quadrados, para melhorar o resultado da análise modal operacional experimental (OMA – *Operational Modal Analysis*) de uma viga com excitação harmônica desconhecida, cuja frequência está próxima das frequências naturais.

Os autores também modificaram o método de Ibrahim, Mohanty & Rixen (2004b), exemplificando com a estimativa dos parâmetros modais de uma placa sob influência de componentes harmônicas. E, recentemente, desenvolveram uma versão do ERA – *Eigensystem Realisation Algorithm*, Mohanty & Rixen (2006), computando a presença de harmônicas. Este último trabalho, apresenta exemplos de análise modal experimental de uma placa com excitação de múltiplas harmônicas, sobrepostas sobre a excitação aleatória. Em todos os casos requer que a frequência da excitação desconhecida seja conhecida e, ainda, não deve haver não-estacionariedade das forças harmônicas.

Mais especificamente, neste trabalho por adotar uma abordagem de modelagem da força harmônica, que prevê a inclusão desta componente como mais uma variável a ser identificada durante as iterações da filtragem adaptativa, pode-se buscar a redução do erro induzido por esta componente harmônica.

Para verificar de que forma uma excitação harmônica não conhecida influi nas estimativas desta formulação, analisa-se o mesmo modelo do *benchmark*, simulado com uma força senoidal de 20 Hz (126 rad/s) e amplitude de 5.000 N aplicada sobre o teto na direção de y , que será considerada como desconhecida durante a identificação. Nesse caso, os parâmetros da simulação consistem de uma taxa de amostragem de 1.000 Hz e força aleatória conhecida – a exemplo de uma excitação modal – de 1.500 N em valor RMS aplicada no último andar nas direções x e y . As respostas a estas forças nas colunas 4 e 8 do quarto andar são apresentadas na Figura 5.12. Nota-se que a vibração do primeiro modo, para cada direção, é dominante no sinal temporal.

A Figura 5.13, densidade espectral de potência, ilustra o efeito da força harmônica sobre as respostas do modelo na forma de um pico na frequência de 20 Hz (coluna 4 do teto). Dado que a força harmônica é aplicada somente na direção de y , o mesmo não se verifica no sinal da coluna 8 do teto. Esta mesma curva indica pelos picos que os modos associados à direção de x são: 11,79; 32; 48 e 60,15 Hz, e o restante relacionado com a direção y .

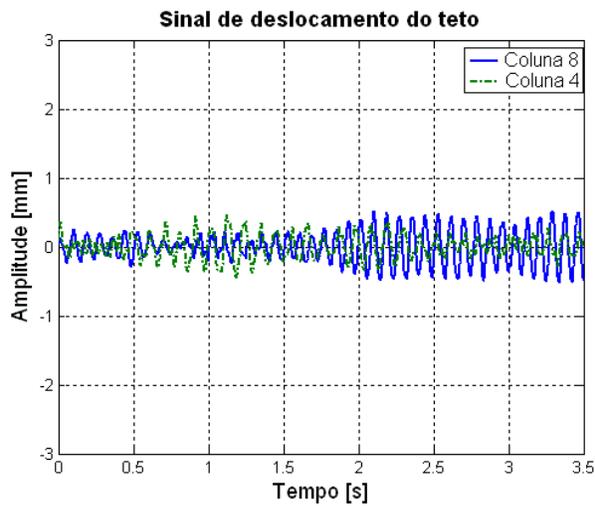


Figura 5.12: Sinal de deslocamento das colunas 4 e 8 do quarto andar a uma excitação aleatória (1.500 N) e harmônica de 20 Hz (5.000N).

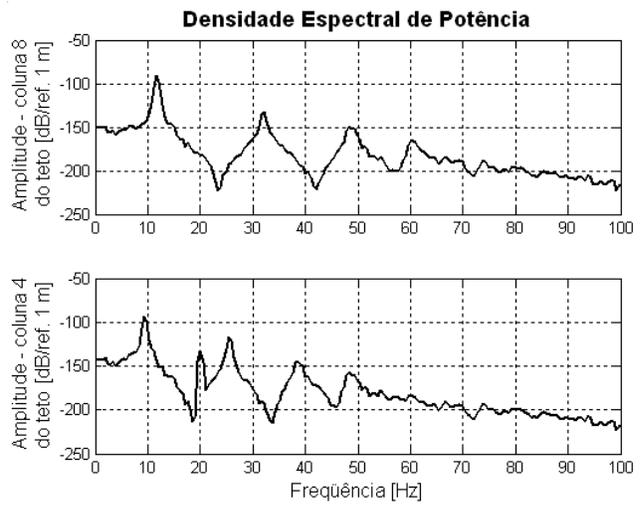


Figura 5.13: Auto densidade espectral do deslocamento nas colunas 8 (direção x) e 4 (direção y) do quarto andar.

Em se tratando da identificação com presença de excitação harmônica não conhecida, requer-se acesso à frequência instantânea da componente excitada. Tendo em vista isto, a análise seguinte tem como objetivo: observar a performance do algoritmo RLS no caso de não haver informações a respeito da frequência da componente harmônica. Assim, ao processar como entrada do algoritmo os 16 sinais de vibração, a excitação aleatória e $\lambda = 0,992$, sem considerar conhecida a frequência da componente senoidal, observa-se, na Figura 5.14 e Figura 5.15, que existem frequências e fatores de amortecimentos não identificados, que mesmo após o transiente, não tendem à estabilizar nos valores simulados.

Esse comportamento indica a dificuldade em seguir os parâmetros modais quando há componentes que não são considerados no modelo do filtro adaptativo, ou seja, a informação da harmônica na entrada. É interessante destacar que, nesse caso de uma identificação MIMO, as estimativas na direção x não são prejudicadas pela má identificação da direção y , apesar do ajuste do filtro ser realizado simultaneamente para todos os pontos medidos (para as duas direções).

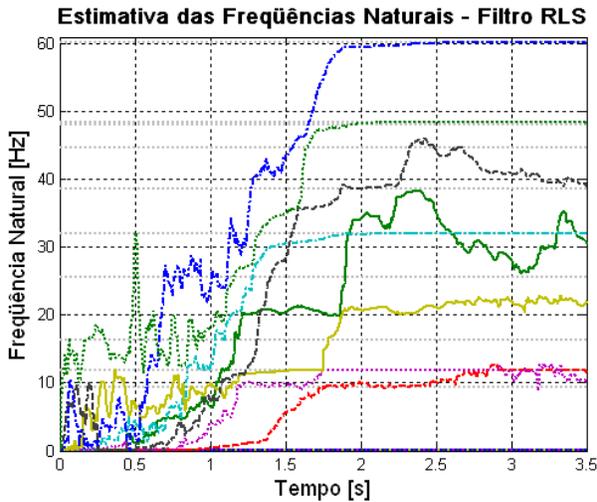


Figura 5.14: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,992$) e sem considerar a informação da excitação de 20 Hz.

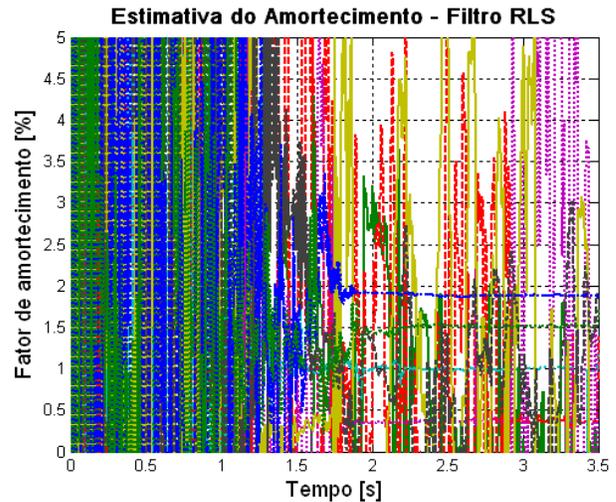


Figura 5.15: Identificação do fator de amortecimento com RLS ($\lambda = 0,992$) e sem considerar a informação da excitação de 20 Hz.

Por outro lado, a Figura 5.16 e a Figura 5.17 apresentam o processo de determinação dos parâmetros, incluindo a informação de frequência da componente harmônica (20 Hz). Os resultados refletem a mesma precisão obtida, quando identificado sem a presença da excitação harmônica desconhecida. Desta maneira, tal configuração do procedimento permite minimizar ou eliminar erros vindo de componentes harmônicas presentes nos sinais medidos. Contudo, há ainda a possibilidade de introduzir excitação harmônica não-estacionária.

Assim, é também conduzido um estudo análogo ao caso anterior, excitando o sistema com uma força harmônica de amplitude constante de 5.000 N, mas variando linearmente sua frequência a partir de 10 Hz (63 rad/s) e com aceleração de 63 rad/s². Neste caso, tem-se um sistema operando em condição não-estacionária, cujas respostas temporais das colunas 4 e 8 do teto são apresentadas na Figura 5.18. Novamente, percebe-se a predominância dos primeiros modos da direção x e y , e neste caso, com amplitude maior do que a encontrada no caso estacionário – Figura 5.12 –, o qual pode ser associado à passagem da excitação não-estacionária sobre o primeiro modo.

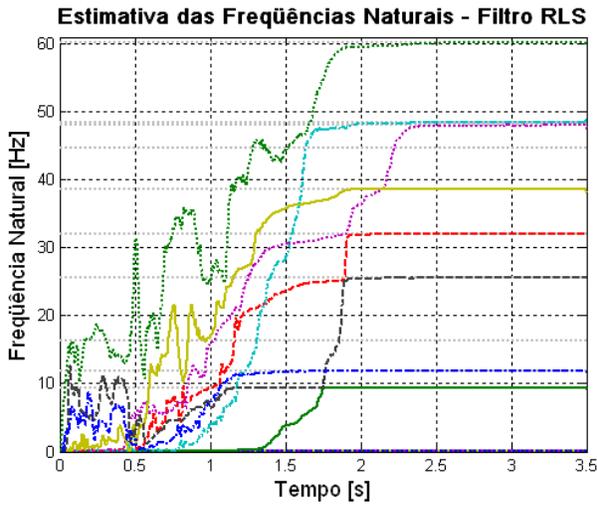


Figura 5.16: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,992$) e com a informação da excitação de 20Hz.

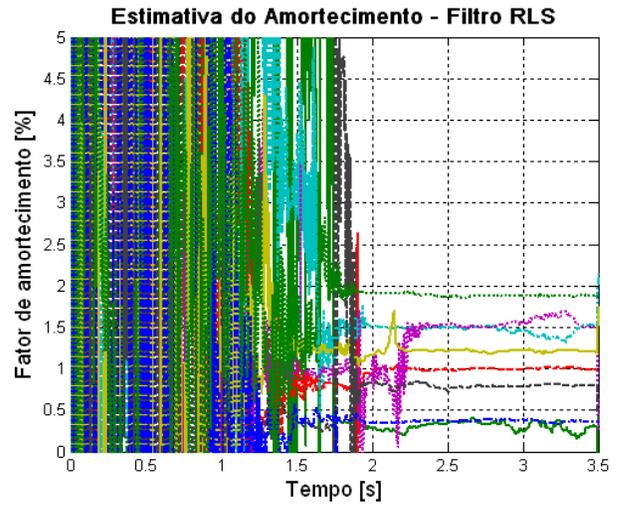


Figura 5.17: Identificação do fator de amortecimento com RLS ($\lambda = 0,992$) e com a informação da excitação de 20Hz.

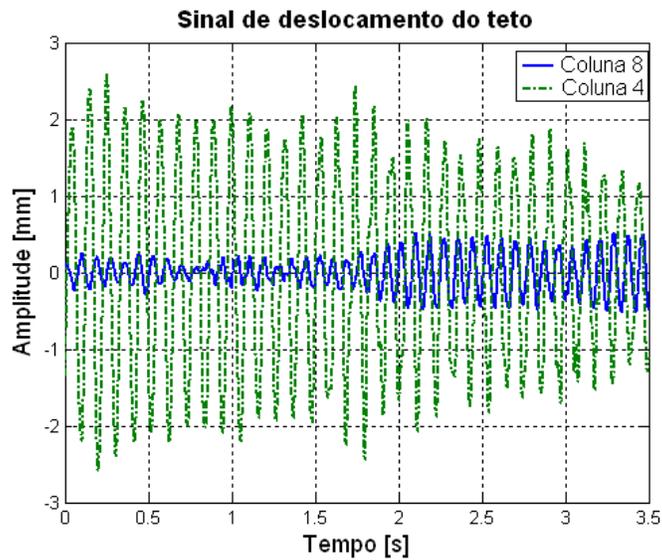


Figura 5.18: Sinal de deslocamento das colunas 4 e 8 do teto a uma excitação aleatória (1.500 N) e força não-estacionária (5.000N).

Essa mudança introduz a condição de que seja necessário o conhecimento da frequência da força harmônica a cada instante de tempo, e não um valor instantâneo. Empregando novamente no processo de identificação, nas entradas do filtro RLS as 16 medições de vibração, a força aleatória e a informação da frequência em função do tempo, obtém-se as estimativas da Tabela 5.4 para o instante 3 s. O erro percentual da frequência natural e do fator de amortecimento é menor que 2% em relação aos valores simulados. E, embora não apresentado neste trabalho, o cálculo do MAC entre o modo estimado e simulado correspondentes mantém correlação acima de 99%.

Tabela 5.4: Estimativa e erro da identificação das frequências naturais e fator de amortecimento com excitação não-estacionária no instante 3 s.

Frequência natural estimada [Hz]	9,41	11,79	25,54	32,00	38,66	48,00	48,44	60,13
Erro da estimativa da f_n [%]	0,0015	0,0204	0,0057	0,0201	0,0049	0,0249	0,0156	0,0332
Fator de amortecimento estimado [%]	0,2919	0,3829	0,7964	0,9915	1,2166	1,5324	1,4865	1,8836
Erro da estimativa do ξ [%]	1,5554	3,1671	0,8013	1,4153	0,1444	1,5956	2,3341	0,3295

Assim, a problemática desta análise trata de identificar, junto aos parâmetros modais, a amplitude de uma excitação harmônica cuja frequência varia com o tempo. Mas, cujos valores identificados não podem ser utilizados, na atual formulação, para caracterizar a força harmônica desconhecida, pois os coeficientes da amplitude estimados, na realidade, são pré-multiplicados pela inversa da matriz de massa, conforme discutido no capítulo anterior.

Tais análises de estruturas, desenvolvidas a partir do sinal de deslocamento da vibração, constituem uma forma de obter a caracterização dinâmica de estruturas lineares, com a possibilidade em aplicações envolvendo excitações harmônicas não conhecidas. A opção pelo uso somente do algoritmo RLS deve-se ao fato de aplicar um número restrito de iterações, e neste caso, não ocorrer instabilidade do filtro adaptativo.

Capítulo 6

6. Análise numérica de rotores

6.1. Sistemas rotativos

Neste capítulo, simula-se a resposta a uma excitação por desbalanceamento de rotores flexíveis, em que se procura verificar o comportamento do algoritmo adaptativo na identificação dos parâmetros modais, especificamente quando estes não são constantes, como ocorre quando o sistema opera em condição não-estacionária. Para isso, um rotor de aço foi modelado utilizando o método dos elementos finitos, que compõe-se de 20 elementos, tendo dois elementos de disco e três de rigidez/ amortecimento, conforme ilustrado na Figura 6.1. As dimensões são: comprimento de 0,60 m, diâmetro do eixo 10 mm, e peso dos discos de 1 kg. As formas modais, frequências naturais e fatores de amortecimento são apresentados na Figura 6.2.

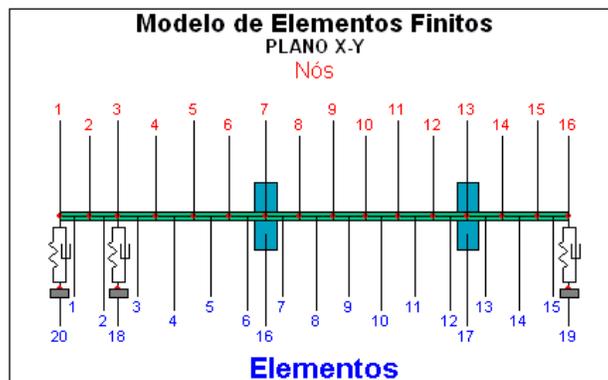
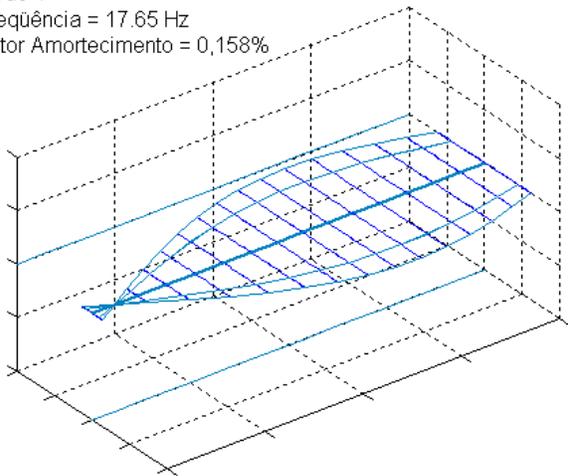
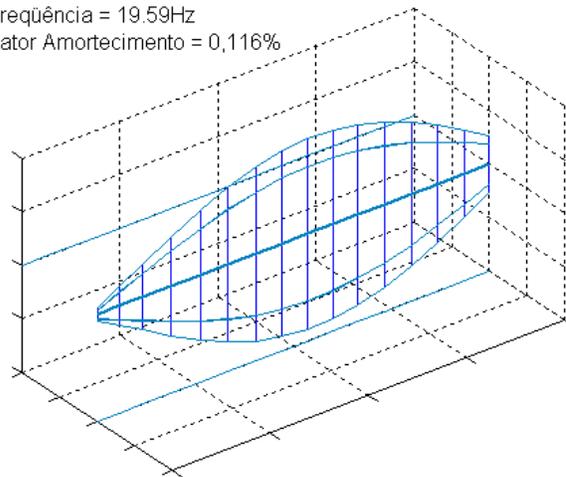


Figura 6.1: Modelo de rotor simulado em elementos finitos sem efeito giroscópico.

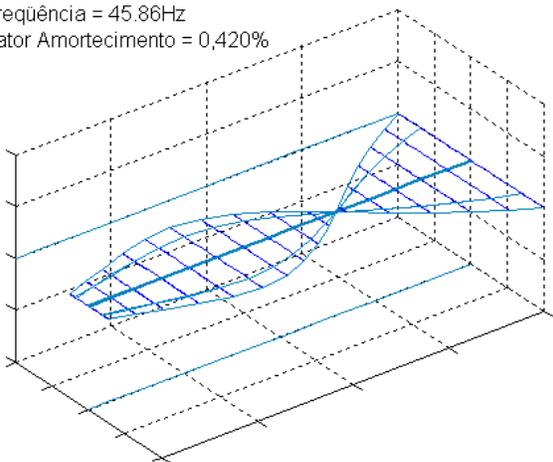
Modo 1
Frequência = 17.65 Hz
Fator Amortecimento = 0,158%



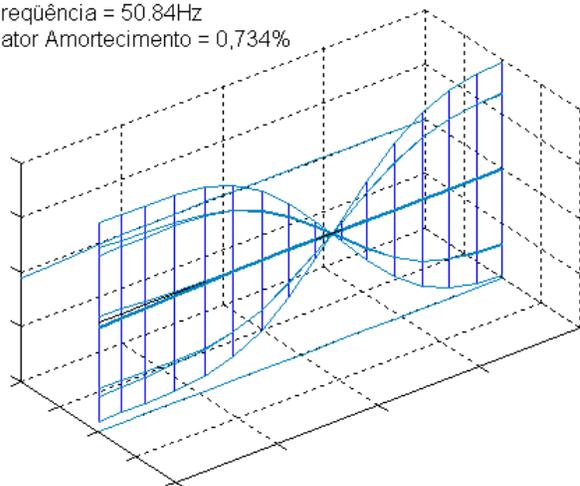
Modo 2
Frequência = 19.59Hz
Fator Amortecimento = 0,116%



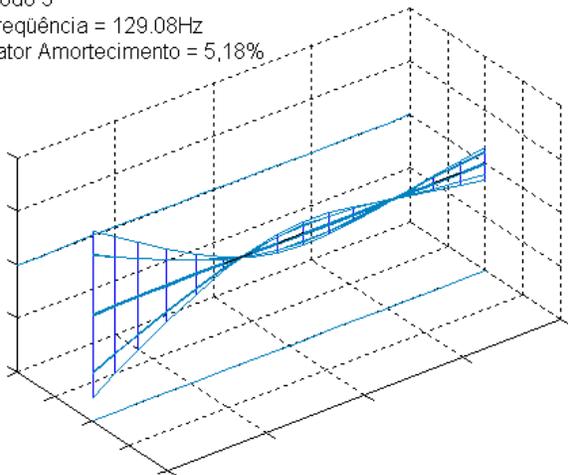
Modo 3
Frequência = 45.86Hz
Fator Amortecimento = 0,420%



Modo 4
Frequência = 50.84Hz
Fator Amortecimento = 0,734%



Modo 5
Frequência = 129.08Hz
Fator Amortecimento = 5,18%



Modo 6
Frequência = 148.63Hz
Fator Amortecimento = 4,24%

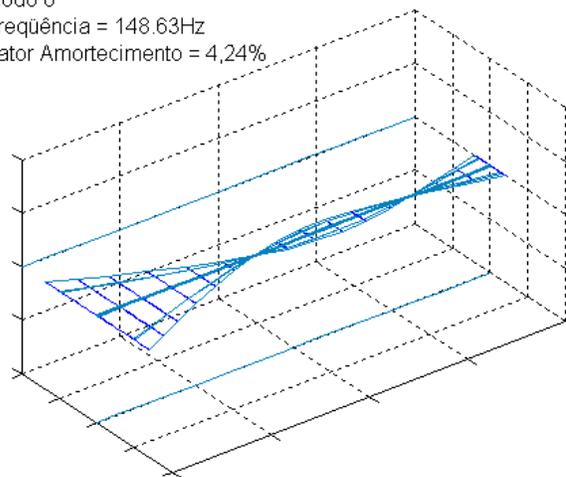


Figura 6.2: Modos do rotor simulado de dois discos.

6.2. Modelo sem efeito giroscópico

Procede-se inicialmente a uma simulação não-estacionária, com uma aceleração constante de 63 rad/s^2 a partir do repouso. O tempo total de aceleração é de 10 s e a excitação por desbalanceamento aplicada ao nó 7 (disco 1) tem excentricidade de $1 \times 10^{-5} \text{ kg.m}$. A resposta resultante destas condições, sem considerar o efeito giroscópico, é apresentada na Figura 6.3 – sinal temporal nos discos – e Figura 6.4 – diagrama em cascata direcional do disco 1. Pode-se observar claramente na resposta temporal da Figura 6.3 a passagem pelas velocidades críticas – aumento do nível de vibração seguido do decréscimo, quando se varia a velocidade de rotação –, que são diferentes nas direções em y e z devido à simulação com anisotropia nos mancais (rigidez diferentes em y e z).

O diagrama em cascata tradicional (não direcional) consiste na investigação das frequências que compõem o sinal processado, através da aplicação da transformada de Fourier e apresentadas em função do tempo ou da velocidade de rotação. Os gráficos gerados possuem apenas componentes de frequência positivas. Para realizar a análise direcional são utilizados dois sinais de direções perpendiculares, somados de forma complexa: $y(t) + j.z(t)$. Sob esta perspectiva, surgem no diagrama componentes de frequência positiva e negativa. O fato de haverem componentes com a frequência negativa, de amplitudes maiores do que as frequências positivas correspondentes, revela a existência de modos de precessão retrógrada. Ou seja, esse tipo de estudo pode facilitar o entendimento da direcionalidade dos modos de precessão.

O diagrama da Figura 6.4 revela a presença de componentes com frequências constantes (frequências naturais) e a primeira ordem (uma vez a velocidade de rotação), relativa à excitação por desbalanceamento. Este indica também que os modos são excitados somente após a passagem pelas velocidades críticas – cruzamento entre a primeira ordem e as frequências naturais.

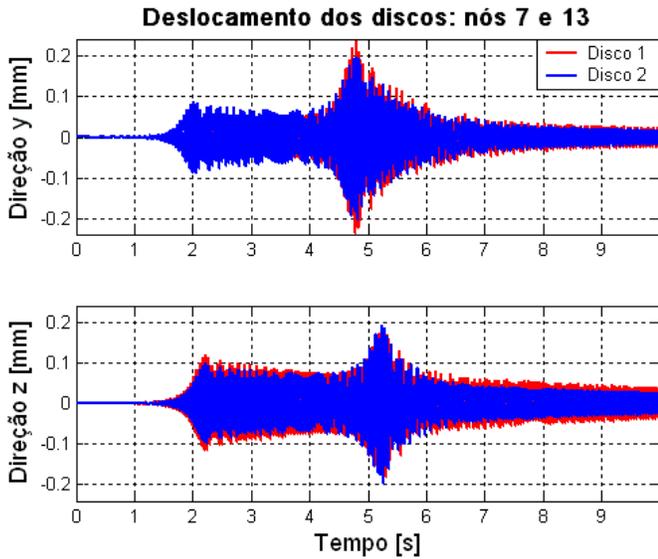


Figura 6.3: Sinal temporal no nó 7 (disco 1) e 13 (disco 2) nas direções y e z com 63 rad/s^2 .

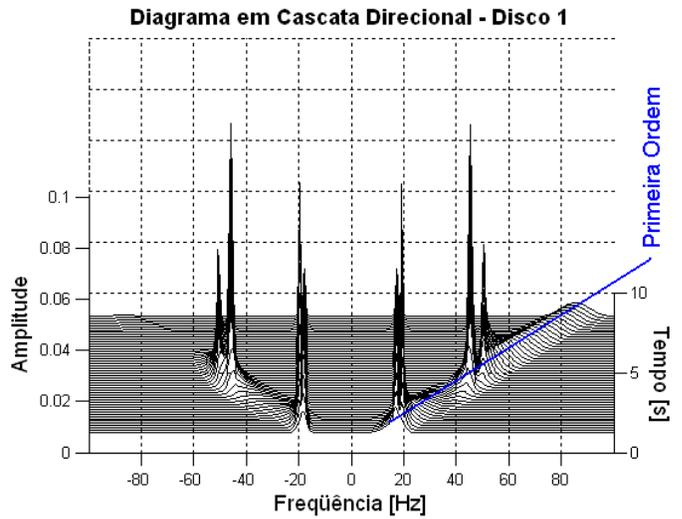


Figura 6.4: Diagrama em cascata direcional $y(t) + j \cdot z(t)$ do disco 1 na aceleração de 63 rad/s^2 .

Do ponto de vista da excitação, esta análise cobre os quatro modos até 100 Hz (628 rad/s) e, nesse sentido, uma definição mais clara das estimativas seria obtida com um mínimo de 4 medições. Assim, define-se como pontos de observação as estações localizadas nos nós 2, 4, 7 e 13, para cada uma tendo medições nas direções y e z, e totalizando 8 medições a serem utilizadas na filtragem adaptativa. Aplicando-se com um fator de esquecimento de 0,997, obtém-se as estimativas da frequência natural e fator de amortecimento apresentadas na Figura 6.5 e na Figura 6.6, respectivamente.

O gráfico da frequência natural mostra a tendência das curvas aos valores simulados, estes indicados pelas retas horizontais tracejadas. Entretanto, a identificação ocorre somente após a passagem pelas velocidades críticas do rotor, pois é nesse momento em que os modos são excitados pelo desbalanceamento. Em outras palavras, cada um dos modos é estimado em diferentes instantes de tempo.

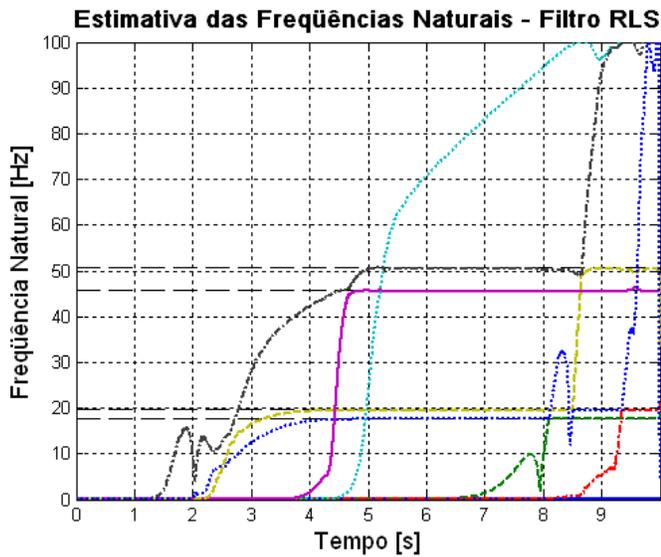


Figura 6.5: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,997$), nos sinais das estações 2, 4, 7 e 13 com aceleração de 63 rad/s².

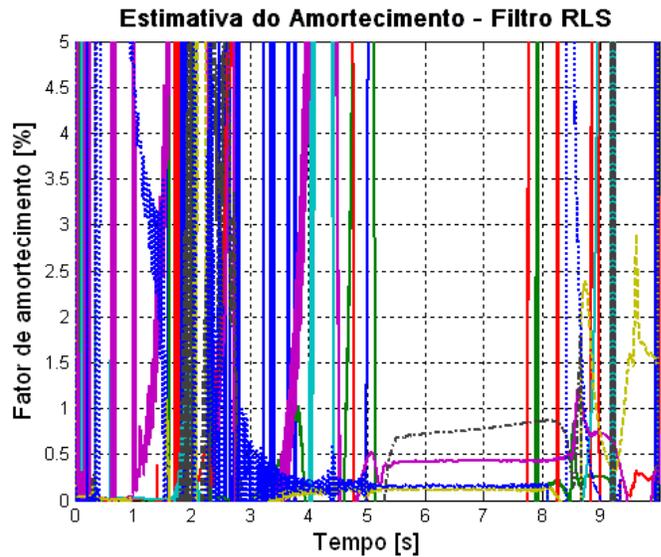


Figura 6.6: Identificação do fator de amortecimento com RLS ($\lambda = 0,997$), nos sinais das estações 2, 4, 7 e 13 com aceleração de 63 rad/s².

Contudo, diferente dos resultados da análise modal observados no capítulo anterior, existem linhas não associadas aos modos físicos, e com valores diferentes de zero. Tais curvas não se estabilizam, e dentro desta concepção, pode-se considerá-las como sendo associadas a modos computacionais. Dentre as várias causas do surgimento destes modos, destaca-se o aparecimento destes como uma necessidade numérica durante o ajuste, devido a imprecisões na modelagem.

As estimativas obtidas anteriormente estão relacionadas às medições em y e z das estações 2, 4, 7 e 13, como descrito no início deste tópico, assim para fazer a comparação das formas de vibrar dos modos estimados e o simulado (64 GDL) pelo MAC é necessário que o modelo simulado seja reduzido nos graus de liberdade da identificação. O processo utilizado é o método dinâmico de Guyan (FRISWELL & MOTTERSHEAD, 1995), cuja frequência central é de 50 Hz, uma vez que a faixa de estudo é de 0 a 100 Hz.

O MAC, Tabela 6.1, calculado no instante 6,67 s entre os modos identificados e os modos do modelo reduzido indicam uma boa correlação – acima de 99 %. Além disso, percebe-se que o

modo computacional (79,16 Hz) não está correlacionado, particularmente, com nenhum dos modos simulados, conforme visualizado na oscilação dos valores do MAC da última coluna, entre 25 e 70 %.

Tabela 6.1: MAC [%] – Frequências simuladas (linhas) e Frequências estimadas (colunas) para o instante 6,67 s.

		Modos estimados				
		17,63 [Hz]	19,57 [Hz]	45,54 [Hz]	50,41 [Hz]	79,16 [Hz]
Modos simulados	17,65 [Hz]	100,00	0,00	76,07	0,00	25,99
	19,59 [Hz]	0,00	100,00	0,00	65,35	46,83
	45,88 [Hz]	76,04	0,00	99,99	0,00	32,41
	50,84 [Hz]	0,00	65,31	0,00	99,96	67,18
	130,47 [Hz]	0,00	12,79	0,00	69,74	44,56

Considerando-se a influência de um ruído aditivo aleatório nos sinais medidos, simulado com os mesmos dados anteriores e nível de ruído de 2% em relação à amplitude instantânea, observa-se um comportamento análogo ao verificado na análise modal de estruturas estacionárias, ou seja, aumento da flutuação da estimativa, como fica evidente nas curvas do fator de amortecimento (Figura 6.8) e uma pequena redução da correlação do MAC, mostrada na Tabela 6.2.

Constata-se que o ruído limita a capacidade de seguir determinados modos, conforme observado na perda de estabilidade do quarto modo próximo de 8,5 s, Figura 6.7. Tal aspecto está relacionado com o fator de amortecimento que reduz a amplitude da resposta transiente, e estabelece um nível de sinal/ ruído pouco favorável à identificação. De fato, o amortecimento do quarto modo é superior aos dos três primeiros modos (Figura 6.2).

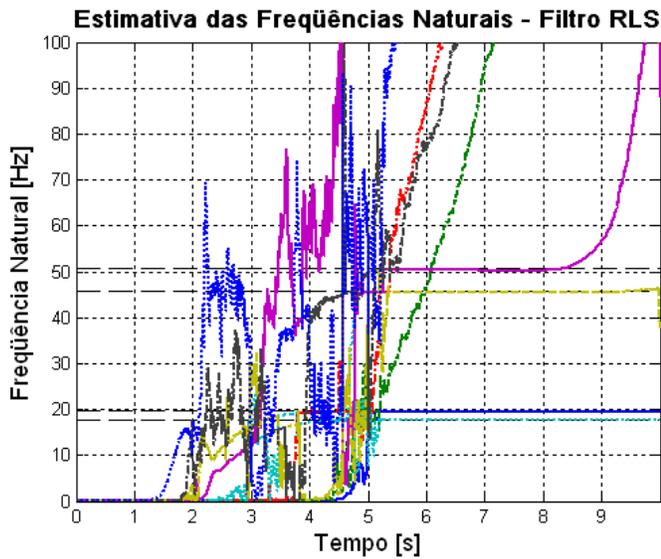


Figura 6.7: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,997$), nos sinais das estações 2, 4, 7 e 13 com ruído aditivo de 2% de aceleração 63 rad/s².

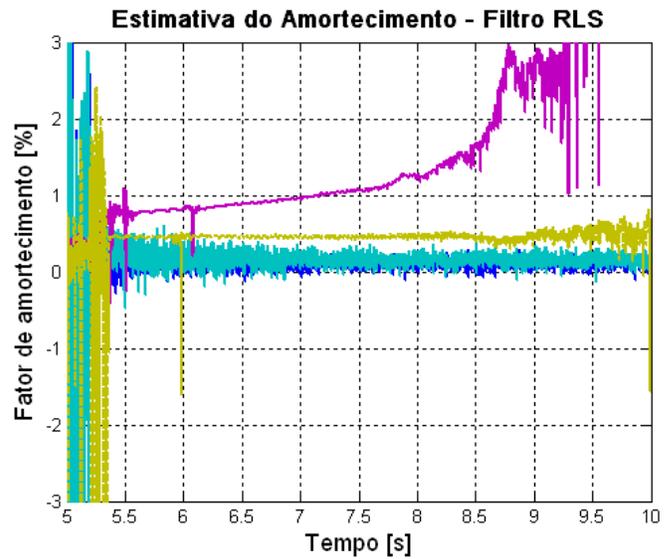


Figura 6.8: Identificação do fator de amortecimento com RLS ($\lambda = 0,997$), nos sinais das estações 2, 4, 7 e 13 com ruído aditivo de 2% de aceleração 63 rad/s².

Tabela 6.2: MAC [%] – Frequências simuladas (linhas) e Frequências estimadas (colunas) para o instante 6,67 s e ruído aditivo de 2%.

		Modos estimados				
		17,65 [Hz]	19,58 [Hz]	45,51 [Hz]	50,34 [Hz]	68,23 [Hz]
Modos simulados	17,65 [Hz]	99,98	0,01	76,02	0,04	0,39
	19,59 [Hz]	0,02	99,99	0,00	65,15	57,10
	45,88 [Hz]	76,05	0,00	99,99	0,05	0,14
	50,84 [Hz]	0,01	65,29	0,00	99,91	88,34
	130,47 [Hz]	0,00	12,78	0,00	69,86	62,45

Ocorre na identificação sob uma condição não-estacionária que nem todos os modos são excitados continuamente na faixa de tempo analisada, pois a excitação dos modos está associada aos momentos em que há cruzamento com a(s) velocidade(s) crítica(s) do rotor. E, nesse caso, ainda poderiam ser observados mesmo após a velocidade crítica, os modos cuja energia não é rapidamente dissipada pelo amortecimento. Por tratar de identificação enquanto os parâmetros procurados são excitados, o método apresenta em geral resultados positivos após (no caso de aceleração do rotor) e próximas das velocidades críticas.

Uma das variáveis do filtro, o fator de esquecimento, influencia a velocidade com que o método segue mudanças no sistema. Segundo a formulação desenvolvida, quanto menor o fator de esquecimento maior é a capacidade de seguir variações bruscas. Por outro lado, para valores próximos de 1 (um) o filtro torna-se mais “rígido”, mas também, reduz imprecisões da estimativa.

Diante desse quadro, pode-se dizer também que o fator de esquecimento influencia no tempo de estabilização do filtro, de maneira que quanto mais lento é o filtro mais iterações serão necessárias até atingir o regime, assim como se observa na Figura 6.9 e na Figura 6.10. A primeira, obtida com os mesmos parâmetros de entrada da simulação do rotor sem ruído aditivo e fator de esquecimento de 0,995, indica convergência por volta do instante de tempo 2,5 segundos. Por sua vez, na Figura 6.10, na qual utiliza-se um fator de 0,999, a estabilização não ocorre antes dos 5 segundos.

Em termos práticos, o estabelecimento do fator de esquecimento é realizado para que haja a convergência do filtro adaptativo nos primeiros instantes de tempo, sobretudo em função do número de pontos disponível da medição e, particularmente, quando possível, que estabilize antes de ocorrer a instabilidade do processo de identificação. Conforme já discutida no Capítulo 3, a implementação do algoritmo RLS incorpora, para longas seqüências de filtragem, erros de aproximação numérica, fazendo com que os resultados das estimativas diverjam.

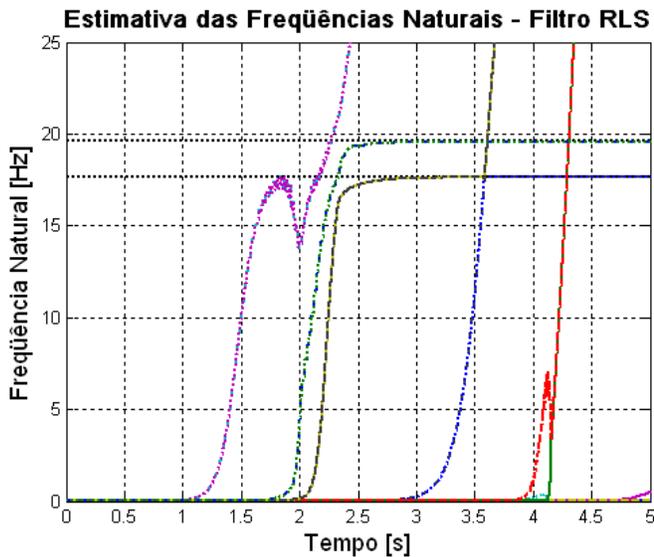


Figura 6.9: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,995$), nos sinais das estações 2, 4, 7 e 13 com aceleração de 63 rad/s^2 .

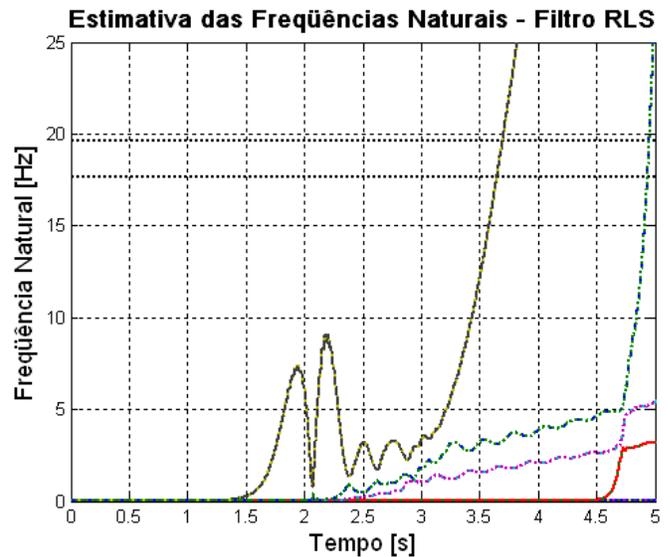


Figura 6.10: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,999$), nos sinais das estações 2, 4, 7 e 13 com aceleração de 63 rad/s^2 .

Houve um interesse neste trabalho de averiguar as possíveis divergências da identificação e, mais especificamente, realiza-se novamente uma simulação do rotor da Figura 6.1 em partida com aceleração menor do que no primeiro caso (sem ruído aditivo aleatório). Do ponto de vista da análise, a menor aceleração representa um maior tempo para atingir as frequências naturais, e que, portanto, requer um processamento por um período mais longo de tempo. Assim, imprimindo uma aceleração de 13 rad/s^2 e com desbalanceamento aplicado no nó 7 de $1 \times 10^{-5} \text{ kg.m}$ verificam-se os deslocamentos nos discos 1 e 2 na Figura 6.11.

Utilizando-se as medições das estações nos nós 2, 4, 7 e 13 (medidas em y e z) e $\lambda = 0,997$, obtém-se as curvas da estimativa pelo algoritmo RLS apresentadas na Figura 6.12. Pode-se perceber desta figura que o processo de identificação envolve um período de convergência de aproximadamente 10 s, momento este em que ocorre a instabilidade do filtro. Consta-se, também, que a divergência surge a todas as linhas, tornando, portanto, inviável uma definição das

freqüências naturais. O mesmo comportamento é observado na estimativa do fator de amortecimento (resultado não apresentado).

Na proposta deste trabalho, a utilização de uma formulação baseada na decomposição QR tinha por objetivo garantir a estabilidade da filtragem, mesmo quando aplicado a longos períodos de tempo ou grande quantidade de dados. Assim, processando o mesmo conjunto de dados de entrada do caso anterior pelo algoritmo RLS/ QRD ($\lambda = 0,9999$), verifica-se as estimativas da freqüência natural e fator de amortecimento, respectivamente, mostrados na Figura 6.13 e na Figura 6.14. Até 10 s, os resultados são análogos aos encontrados com a utilização do filtro RLS. Entretanto, após este instante, não ocorre a instabilidade numérica, o que possibilita a identificação destes parâmetros modais.

Uma vez que a estabilização dos quatro modos ocorre em torno de 25 s (amostra 25.000), é possível obter a estimativa dos parâmetros modais a qualquer momento a partir desta amostra. Por exemplo, o MAC definido no instante 27 segundos, entre o modelo do rotor reduzido nos graus de liberdade medidos e as estimativas do RLS/ QRD, indica uma boa correlação, conforme mostrado na Tabela 6.3. Posto que o primeiro modo estimado desta iteração (4,99 Hz) não está estabilizado, assume-se que é um modo numérico, como vem confirmar a comparação do MAC, sem correlação específica com nenhum dos modos físicos (simulados).

Esta idéia do método RLS/ QRD de desenvolver a solução diretamente da Eq. (3.10), tem como conseqüência a elevação do número de operações. Com efeito, o tempo de processamento, neste caso, utilizando o algoritmo RLS, é de 204 s, enquanto que usando o RLS/ QRD, este chega a 840 s, em um PC com processador de 3,2 GHz e memória RAM de 512 MB. Ocorre que quanto maior o número de sinais na entrada, maior é a diferença de tempo no processamento entre os dois métodos. Para tanto, afirma-se que o uso do método RLS ainda é sugerido pela sua simplicidade computacional, sendo a aplicação do RLS/ QRD necessária quando na identificação de parâmetros constantes de dados com elevado número de amostras, ou ainda, para processamento de sistemas variantes no tempo.

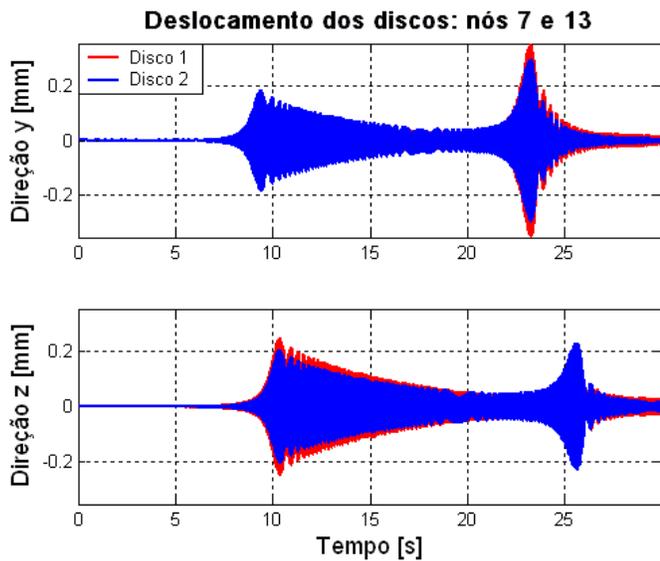


Figura 6.11: Sinal temporal no nó 7 (disco 1) e 13 (disco 2) nas direções y e z com aceleração de 13 rad/s².

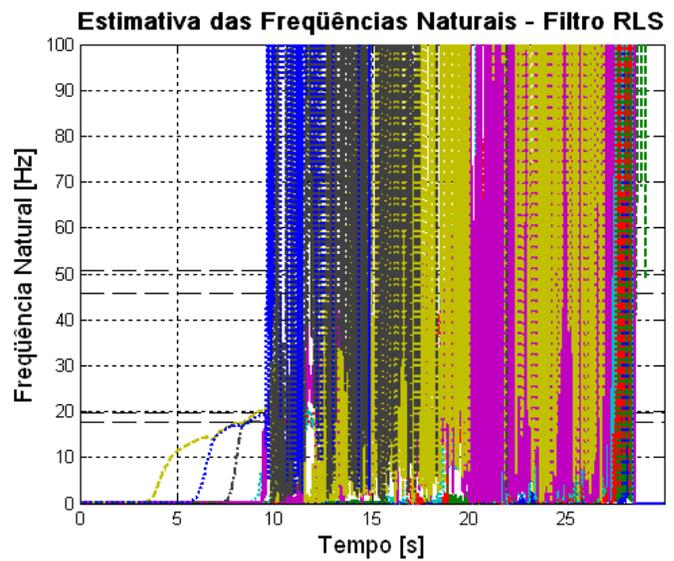


Figura 6.12: Identificação da frequência natural com RLS ($\lambda = 0,997$), nos sinais das estações 2, 4, 7 e 13 com aceleração de 13 rad/s².

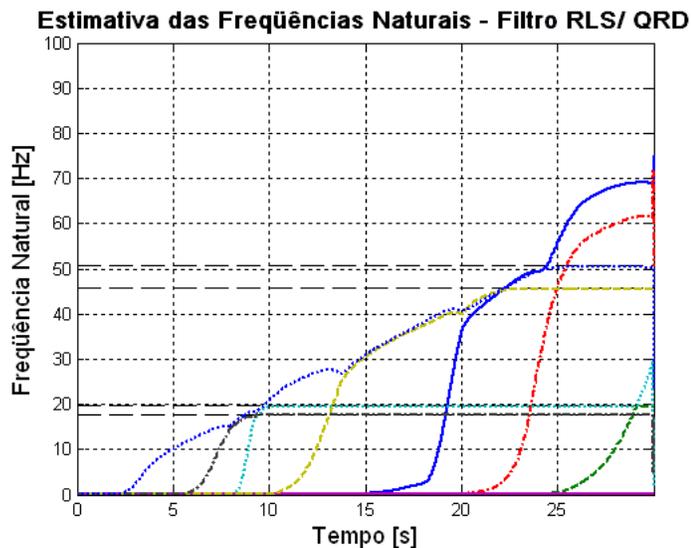


Figura 6.13: Identificação da frequência natural com RLS/QRD ($\lambda = 0,9999$), nos sinais das estações 2, 4, 7 e 13 com aceleração de 13 rad/s².

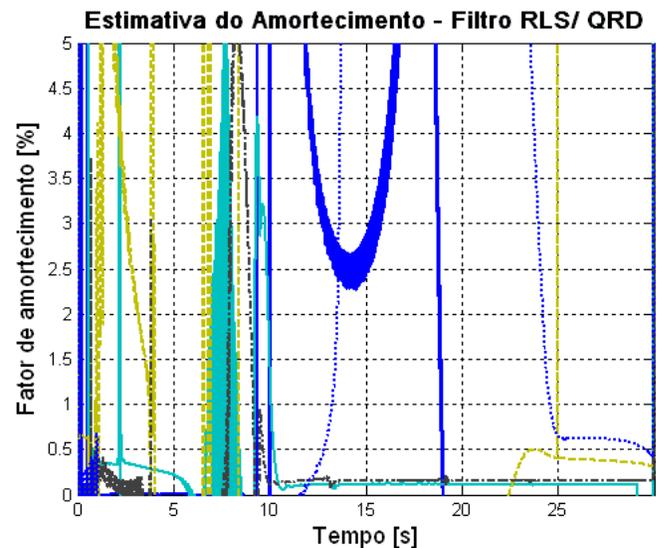


Figura 6.14: Identificação do fator de amortecimento com RLS/QRD ($\lambda = 0,9999$), nos sinais das estações 2, 4, 7 e 13 com aceleração de 13 rad/s².

Tabela 6.3: MAC [%] – Frequências simuladas (linhas) e Frequências estimadas (colunas) para o instante 27 s.

		Modos estimados				
		4,99 [Hz]	17,63 [Hz]	19,57 [Hz]	45,53 [Hz]	50,33 [Hz]
Modos simulados	17,65 [Hz]	17,07	100,00	0,00	76,06	0,03
	19,59 [Hz]	82,74	0,00	100,00	0,00	65,18
	45,88 [Hz]	13,45	76,04	0,00	99,99	0,04
	50,84 [Hz]	57,40	0,00	65,31	0,00	99,92
	130,47 [Hz]	12,99	0,00	12,79	0,00	69,85

Na elaboração deste conjunto de simulações, os parâmetros modais são constantes durante a variação da velocidade de rotação, visto que não é considerado o efeito giroscópico. Tais características de identificação resultam em uma análise similar ao da análise modal de estruturas, excetuando que a excitação é baseada em uma força senoidal de frequência variável, o que constitui, então, a identificação dos modos em momentos distintos do processamento. Importa considerar aqui que qualquer instante após a estabilização é válido como resultado da identificação, mesmo que isso não ocorra com todos os modos simultaneamente.

6.3. Modelo com efeito giroscópico

Ao tratar de rotores com a matriz giroscópica e em uma condição não-estacionária, a característica do sistema muda conforme a velocidade, aspecto já discutido no início do trabalho. Nessa situação é importante identificar os parâmetros para todas as velocidades de rotação, mas como existe sempre um número inicial de amostras no processo de convergência da filtragem adaptativa, isto é, uma fase transiente antes que o filtro possa começar a estimar e que, portanto, não se espera nenhuma identificação concreta, as estimativas neste caso estarão restritas à parte do sinal coletado. Embora, isso prejudique na análise, observa-se nas simulações anteriores que o período de convergência é relativamente pequeno, não passando de 2.500 amostras iniciais.

No exemplo a seguir, um rotor – Figura 6.15 – de comprimento 0,80 m, diâmetros dos discos de 180 mm e do eixo de 17 mm, é simulado com influência da matriz giroscópica. A largura dos discos é de 20 mm e o peso de cada uma é de 4 kg. Uma excitação por desbalanceamento de $1 \times 10^{-5} \text{ kg.m}$ é aplicada nos nós 7 e 13 (discos 1 e 2) defasadas de 90° , com aceleração de 31 rad/s^2 e 20 segundos de tempo de processamento.

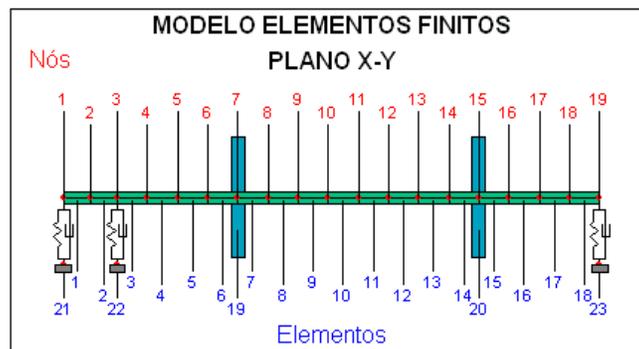


Figura 6.15: Modelo de um rotor simulado em elementos finitos com efeito giroscópico.

A variação das frequências naturais em função da velocidade de rotação, que surge basicamente nos modos 1 e 2, e a característica quanto a direcionalidade do movimento: PD e PR, respectivamente, precessão direta e retrógrada são apresentadas no diagrama de Campbell (Figura 6.16). A linha tracejada representa a primeira ordem, e a intersecção desta com as curvas das frequências naturais apontam as possíveis velocidades críticas do rotor. O diagrama de Campbell do fator de amortecimento, Figura 6.17, indica que além das frequências naturais, o amortecimento dos dois primeiros modos também varia com a rotação, enquanto que para os modos 3 e 4 são praticamente constantes.

Em particular, faz-se um comentário a respeito da taxa de amostragem usada no processo de integração numérica (método de Newmark, autor: E. Taciroglu). Enquanto que nas simulações iniciais (sem efeito giroscópico), obedecer à relação de Nyquist produz sinais precisos, o mesmo não é observado quando se inclui o efeito giroscópico. Nestas condições e dependendo da

discretização, o integrador gera uma resposta com frequências diferentes das esperadas teoricamente, principalmente, nos modos de frequências naturais mais elevadas. Nesse sentido, o uso de 1.000 Hz para descrever os modos acima de 70 Hz é insuficiente para caracterizá-los. Assim, a análise deste rotor é feita com uma taxa de amostragem de 5.000 Hz e utiliza-se uma decimação com fator de 5 para obter sinais com amostragem de 1.000 Hz.

A Figura 6.18 – resposta temporal do disco 1 – mostra o aumento da amplitude de vibração após a passagem pelas velocidades críticas, com uma elevação significativa do nível após o terceiro e quarto modos. A resposta é gerada em um sistema com baixo valor de amortecimento (Figura 6.17), responsável por um lento decaimento da amplitude da componente transiente, como pode ser visto no diagrama em cascata da Figura 6.19.

Seguindo as curvas do diagrama em cascata, percebe-se que existem, tanto na parte de frequência positiva quanto na negativa, linhas que não permanecem com a frequência constante. Estas constituem as componentes de frequência natural (direta e retrógrada) variando em função da velocidade de rotação. Por outro, os modos 3 e 4 não apresentam variações significativas com a rotação.

O uso da filtragem RLS/ QRD, considerando como entrada de dados os pontos de medição 3, 7, 15 e 19 (direção y e z), a velocidade de rotação e fator de esquecimento de 0,9999, resulta na identificação da Figura 6.20. A estimativa dos dois primeiros modos ocorre por volta de 6 s, seguida do terceiro e quarto em aproximadamente 14,5 s, a partir de então as curvas acompanham as frequências naturais – indicadas pelas linhas pretas tracejadas. À medida que a energia do modo diminui a identificação é interrompida, tal como ocorre no modo 1 após 19 s. Em suma, no contexto da formulação, novamente, o que se observa é a necessidade que as características de interesse sejam excitadas para que possam ser identificadas.

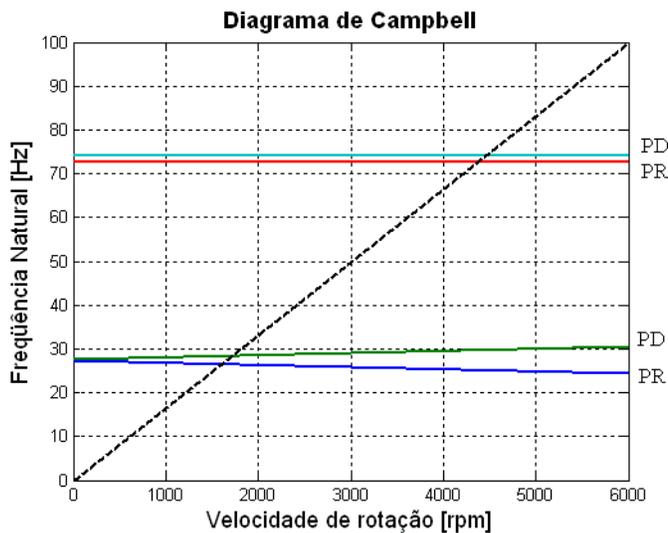


Figura 6.16: Diagrama de Campbell das frequências naturais do rotor simulado de 20 elementos.

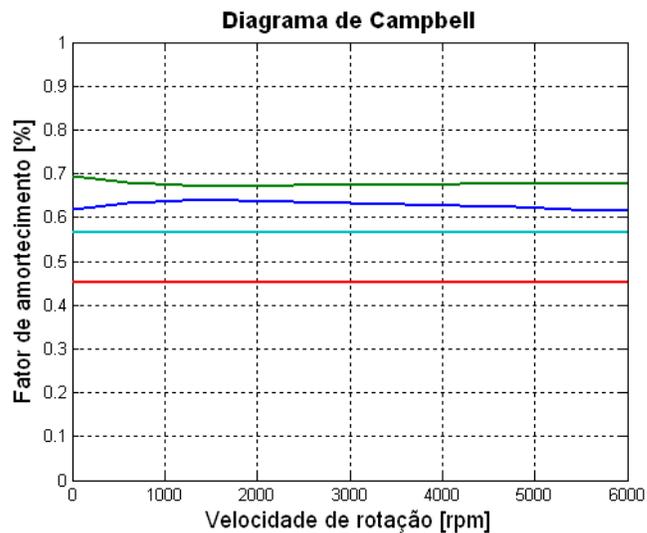


Figura 6.17: Diagrama de Campbell dos fatores de amortecimento do rotor simulado de 20 elementos.

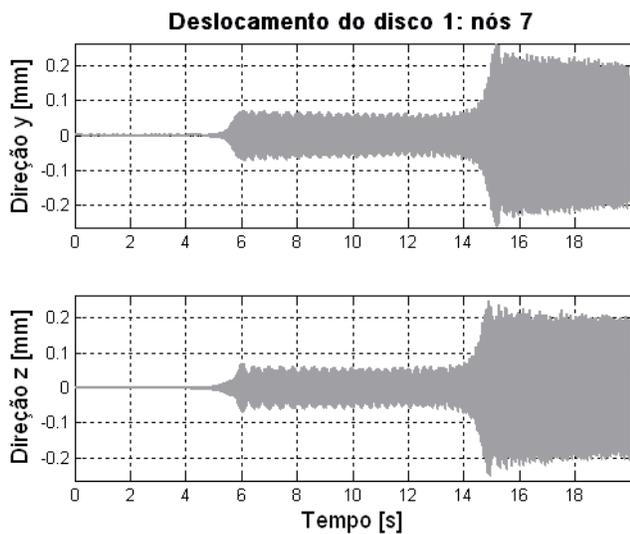


Figura 6.18: Sinal temporal no nó 7 (disco 1) nas direções y e z com aceleração de 31 rad/s^2 .

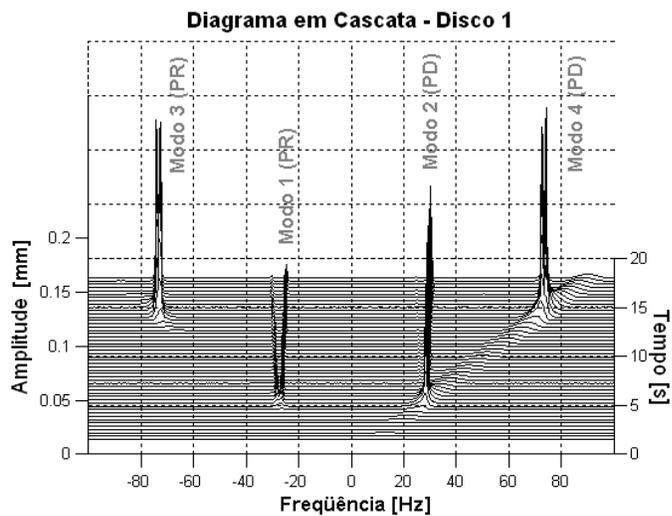


Figura 6.19: Diagrama em cascata direcional $y(t) + j \cdot z(t)$ do disco 1 na aceleração de 31 rad/s^2 .

Apesar das frequências naturais convergirem para próximo de seus valores reais, não se verifica o mesmo comportamento para os fatores de amortecimento, como ilustra a Figura 6.21. Essa situação em que, mesmo após a estabilização do filtro, os parâmetros permanecem flutuando acaba comprometendo a identificação, uma vez que não é possível determinar com precisão o valor do(s) parâmetro(s).

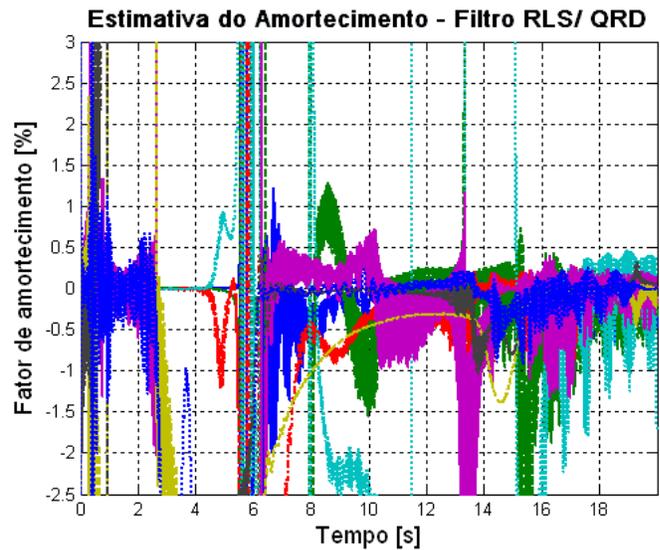
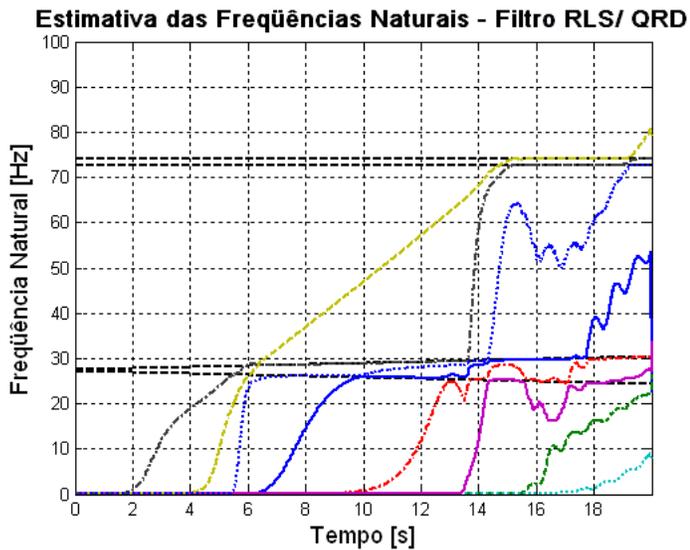


Figura 6.20: Identificação da frequência natural com RLS/ QRD ($\lambda = 0,9999$), nos sinais das estações 3, 7, 15 e 19 com aceleração de 31 rad/s².

Figura 6.21: Identificação do fator de amortecimento com RLS/ QRD ($\lambda = 0,9999$), nos sinais das estações 3, 7, 15 e 19 com aceleração de 31 rad/s².

Uma avaliação nas mesmas condições anteriores de aceleração e análise, mas adicionando ruído aleatório de 2 % nas medidas, revela o resultado de identificação das frequências naturais mostrada na Figura 6.22. Pela figura é possível inferir a estabilização dos modos um e dois próximo aos 7 s e dos modos três e quatro em torno de 14 s, de maneira a permanecer próximo das frequências simuladas durante a faixa de processamento.

Percebe-se que quanto menor é a amplitude da componente seguida, piora a qualidade da estimativa. Em função, também do ruído, a capacidade do algoritmo de permanecer seguindo as

freqüências naturais reduz com o decréscimo da resposta transiente, conforme apresentado nas curvas da Figura 6.22 e Figura 6.23, sendo esta última ressaltando a identificação das duas primeiras freqüências do sistema.

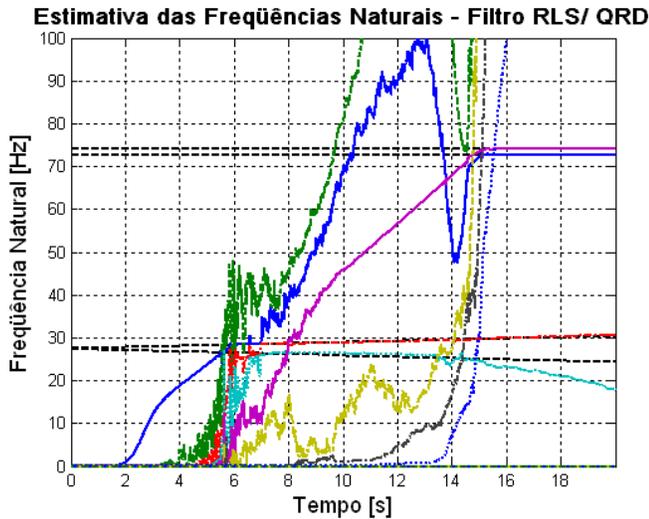


Figura 6.22: Identificação da freqüência natural com RLS-QRD ($\lambda = 0,9999$), nos sinais das estações 3, 7, 15 e 19 e ruído de 2% com aceleração de 31 rad/s².

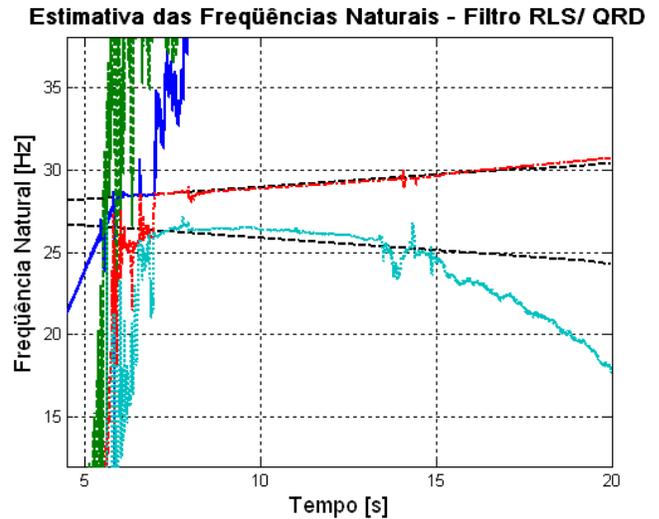


Figura 6.23: Ampliação da curva de identificação da freqüência natural com RLS-QRD ($\lambda = 0,9999$), primeiro e segundo modos.

A perspectiva de trabalhar com sistemas rotativos em condição não-estacionária, com a possibilidade de identificar parâmetros não constantes no tempo, vem ao encontro da necessidade de se construir modelos de forma acurado, cujos parâmetros pudessem ser obtidos por algoritmos precisos e fáceis de implementar na prática. Essa análise numérica, dentro das condições e contexto apresentado, revela a limitação do procedimento em obter corretamente as variáveis relacionadas com o amortecimento, sobretudo, na presença de ruído e do efeito giroscópico.

Por outro lado, as estimativas das freqüências naturais apontam para uma boa qualidade na determinação e rastreamento destes parâmetros. Tal procedimento pode ser utilizado, em sua atual formulação, em rotores com valores pequenos de amortecimento, cujas respostas apresentam longos períodos de componentes transientes – excitação das freqüências naturais.

Entretanto, há de se acrescentar a essa metodologia outras componentes de excitação, tais como a impulsiva – através de martelo, por exemplo – ou excitador eletromagnético acoplado ao sistema, que possibilitam introduzir energia aos modos sem depender, unicamente, da excitação natural (desbalanceamento). É com esse objetivo que se apresenta o desenvolvimento experimental apresentado no Capítulo 8.

Capítulo 7

7. Análise experimental de estruturas

O estudo da dinâmica de estruturas não-rotativas, conforme visto no Capítulo 5, permite afirmar que a prática da análise modal através do filtro adaptativo é possível. Neste tópico, discute-se a extração dos parâmetros modais da estrutura de aço apresentada na Figura 7.1, a partir de medidas experimentais.

7.1. Bancada experimental

As dimensões da bancada são: altura de 150 cm (direção z), comprimento de 80 cm (direção x) e largura de 56 cm (direção y) e apoiada sobre pés de borracha. As barras soldadas da estrutura são vazadas e têm perfil retangular de 30 por 50 mm. Na parte superior é instalado um motor desbalanceado (WEG CFW08), fixado em uma barra na diagonal do último andar. Deste modo, a excitação harmônica não está alinhada com as direções das barras laterais. Para o controle da velocidade do motor é utilizado um “transformador variador de voltagem”. Se por um lado, este apresenta melhores condições quanto ao nível de ruído elétrico comparado a um inversor de frequência, por outro se tem um menor controle e há surgimento de flutuação da rotação.

A localização dos acelerômetros – modelo 4384 de fabricação da Brüel & Kjær (B&K) – é indicada na Figura 7.1 e corresponde aos seguintes pontos: abaixo do motor (1), nas extremidades

do último andar (2 - 5) e nas posições 6 e 7 das barras na metade da altura, todas na direção y . Com o intuito de fazer o levantamento das características do sistema, um excitador eletromagnético é instalado próximo ao acelerômetro 4 – na extremidade superior da bancada – e instrumentado com uma célula de carga B&K modelo 8200. Um sensor óptico é posicionado na ventoinha do motor elétrico para servir como sinal de tacômetro, relativo à medição da velocidade instantânea de rotação.

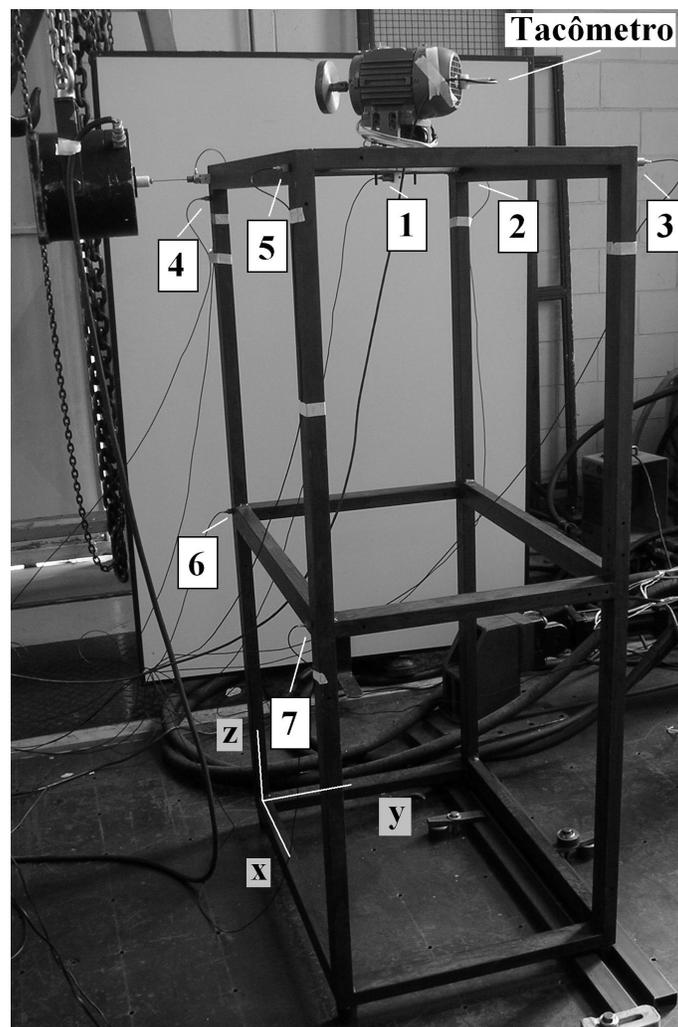


Figura 7.1: Bancada experimental com os pontos de medição e tacômetro.

O processo de excitação, para a caracterização da estrutura, é feito por um sinal aleatório de 0 a 2.000 Hz – a partir de um gerador de sinais analógico – e a resposta tratada com um filtro analógico passa-baixa de 1.000 Hz. A taxa de amostragem do sistema de aquisição de dados é de 5.000 Hz. Todas as medidas mencionadas são adquiridas simultaneamente segundo o requerimento do método MIMO. Nesta configuração, obtêm-se as funções de resposta na frequência (inertância) e coerências, como as apresentadas, respectivamente, na Figura 7.2 e Figura 7.3 da posição de excitação em 4 (*driving-point*). As medidas são processadas com blocos de 16.384 pontos em um total de 60 segundos e com janela *Hanning*.

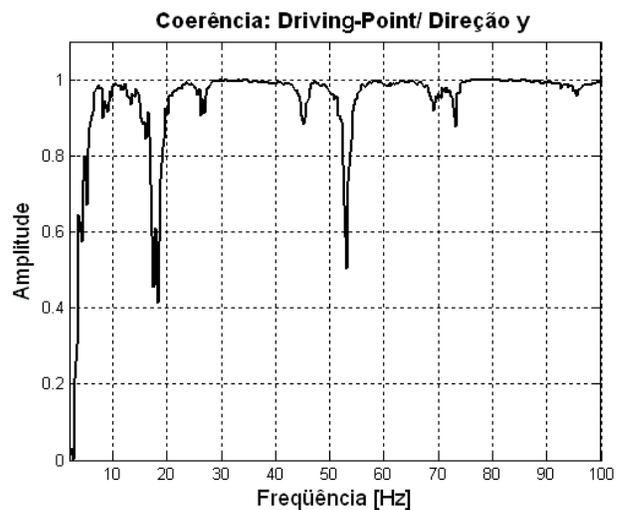
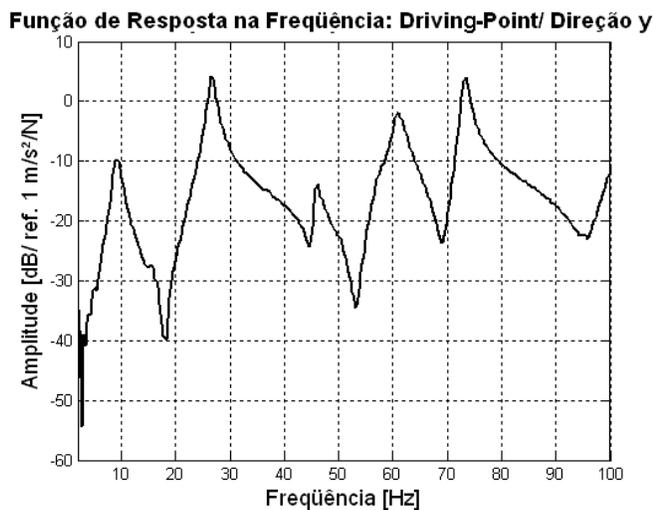


Figura 7.2: FRF da estrutura metálica no *driving-point* na direção y.

Figura 7.3: Coerência da FRF do *driving-point* na direção y.

Na avaliação dos parâmetros modais pelo *Rational Fraction Polynomial Method* (Método Fração Racional Polinomial – domínio da frequência), Inglesias (2000) e Novak (2003), aponta para as frequências naturais e fatores de amortecimento apresentados na Tabela 7.1 – valores médios das estimativas entre as sete FRFs. A análise é subdividida no limite de até 100 Hz: em uma faixa de 2,5 a 60 Hz e outra de 55 a 95 Hz, ambas com ordem 10 nos polinômios do numerador e denominador.

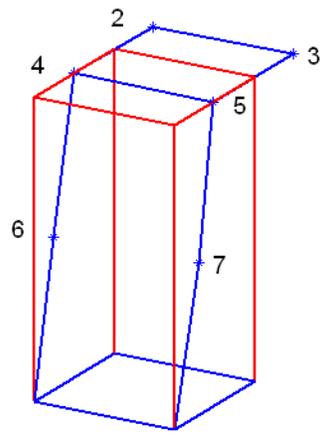
Tabela 7.1: Frequência natural e fator de amortecimento médio estimados pelo método da *Rational Fraction Polynomial Method* de ordem 10.

Modos	Frequência Natural [Hz]	Fator de Amortecimento [%]
1	9,14	7,13
2	26,44	2,70
3	45,68	1,26
4	60,95	1,87
5	73,22	0,82

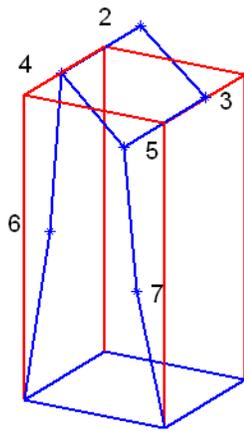
Assim, encontram-se cinco frequências naturais na faixa de estudo, sendo que o primeiro modo apresenta o maior nível de amortecimento, 7,13%. Também, entre as características identificadas da estrutura, pode ser destacada a presença de modos de flexão: modos 1, 3 e 4, e de torção: modos 2 e 5, como se verifica na Figura 7.4.

7.2. Análise modal pela filtragem adaptativa

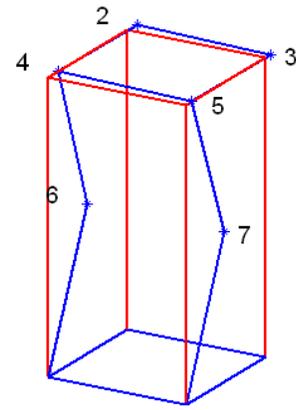
A caracterização anterior configura-se pelo uso de medidas de aceleração, contudo existe a condição de que as entradas devem ser de deslocamento na técnica desenvolvida neste trabalho. Nesse sentido, é utilizado o recurso de integração analógica dos condicionadores de sinal para promover a obtenção do deslocamento a partir de acelerômetros. Esta prática faz surgir um elevado nível de ruído e especificamente para as frequências com pequenos deslocamentos, compromete a qualidade do sinal. O que, neste caso, tem se constituído em uma das maiores dificuldades encontradas na identificação dos parâmetros com excitadores eletromagnéticos. Assim, toma-se a excitação impulsiva como foco da análise, pelo fato de poder excitar maiores deslocamentos.



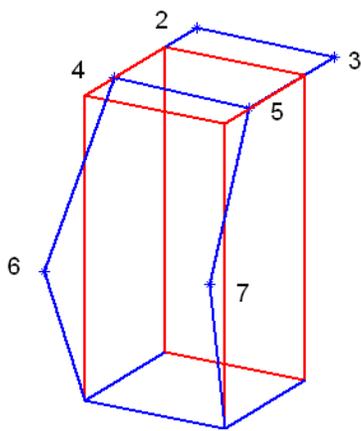
Modo 1: 9,14 Hz



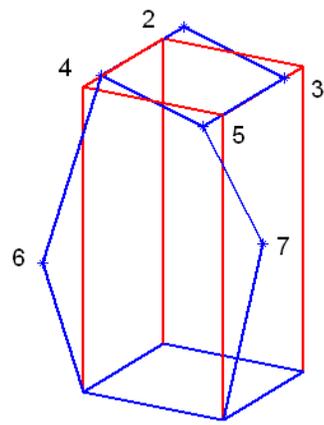
Modo 2: 26,44 Hz



Modo 3: 45,68 Hz



Modo 4: 60,95 Hz



Modo 5: 73,22 Hz

Figura 7.4: Modos de vibração experimental obtidos pelo método da *Rational Fraction Polynomial Method* de ordem 10

Um martelo com ponta de borracha e instrumentado com a célula de carga é utilizado para excitar a estrutura na posição 5. Neste momento, o excitador eletromagnético está desacoplado da estrutura testada. Como uma primeira identificação, os dados coletados dos acelerômetros – integrados analogicamente duas vezes – passam por um filtro digital de 2 a 50 Hz (filtro Chebyshev de ordem 3), considerando três modos na faixa de análise. Os resultados da estimativa com o método RLS para a entrada de dados considerando as sete medidas de deslocamento, de fator de esquecimento em 0,999, para a frequência natural e o fator de amortecimento estão na Figura 7.5 e Figura 7.6, respectivamente.

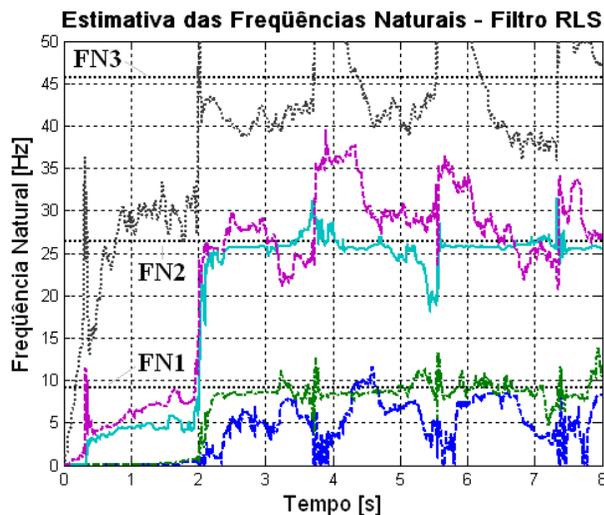


Figura 7.5: Estimativa da frequência natural pelo método RLS com excitação impulsiva.

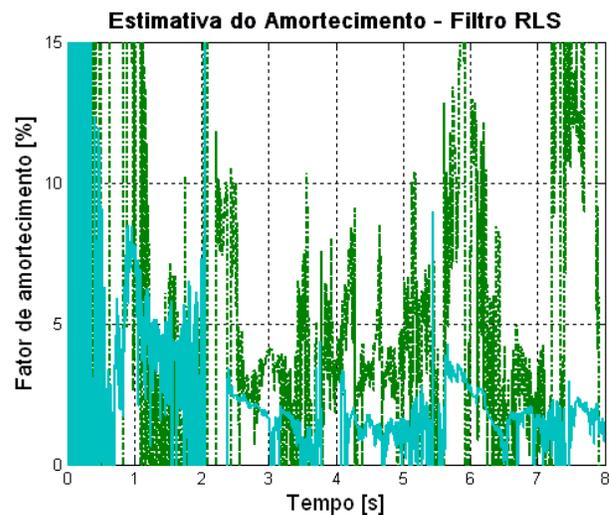


Figura 7.6: Estimativa do fator de amortecimento pelo método RLS com excitação impulsiva.

A observação do gráfico da frequência natural leva a perceber períodos de estabilização, relacionados aos instantes da excitação, e próximos dos valores encontrados pelo *Rational Fraction Polynomial Method*, estes indicados como frequência natural do modo 1 (*FN1*), modo 2 (*FN2*) e modo 3 (*FN3*). Entretanto, o modo de 9,14 Hz está sujeito a uma variação da estimativa maior do que a encontrada no de 26,44 Hz, e não foi possível identificar o terceiro modo, 45,68 Hz. Uma questão que se coloca é a elevada oscilação das estimativas e que pode dificultar na

distinção de modos físicos e computacionais. Evidentemente, o conhecimento das FRFs auxilia a esclarecer estes pontos, já que podem indicar quais são as frequências naturais pelos picos das curvas.

Nas curvas do fator de amortecimento predominam uma flutuação das estimativas, que reduz a precisão da identificação. Contudo, ainda pode-se inferir, baseado nos dados existentes entre os instantes de 2,5 e 3 s, que o amortecimento do primeiro modo, em torno de 4%, é menor em relação ao estimado na análise modal, enquanto que o segundo modo estaria aproximadamente em 2,4%, uma diferença menor vista pela Tabela 7.1.

A comparação dos modos de vibração obtidos no instante 2,6 s através do filtro RLS e pelo *Rational Fraction Polynomial Method* aponta para as relações do MAC da Tabela 7.2. O cálculo revela que a correlação entre os modos estabilizados de 8,33 e 25,63 Hz da estimativa do filtro adaptativo e os modos de 9,14 e 26,44 Hz da análise modal está acima de 99%. Acrescenta-se ainda que, os modos numéricos de frequência próximos de frequências naturais físicas possuem formas modais similares. Conforme verificado nas correlações, por exemplo, entre 4,35 e 12,52 Hz em relação a 9,14 Hz, nos quais apresentam um comportamento vibratório parecido ao real, de aproximadamente 90%.

Tabela 7.2: MAC entre os modos obtidos pela *Rational Fraction Polynomial Method* e RLS na amostra 13.000 (2,6 s) com excitação impulsiva.

	Método RLS (<i>Recursive Least Square</i>)							
<i>Rational Fraction Polynomial Method</i>	[Hz]	4,35	8,33	12,52	25,63	27,98	34,82	39,45
	9,14	89,51	99,39	91,40	0,17	4,73	4,58	7,09
	26,44	0,85	0,49	1,13	99,72	62,97	24,94	13,47
	45,68	23,03	32,47	27,13	0,81	9,11	24,13	23,00

Neste caso, a identificação é feita com ordem 7 (número de medições na entrada) para a determinação de três modos. Contudo, quando se estende a faixa de análise, com interesse em um maior número de modos, a ordem do modelo deveria também ser aumentada. Isto gera a necessidade de ampliar o número de pontos medidos. Entretanto, na mesma linha de análise do *Rational Fraction Polynomial Method*, é possível restringir as faixas de frequências e limitar o número de modos a ser identificado, a partir de filtros digitais passa-banda.

A análise no qual se desenvolve a identificação dos modos de frequência mais elevada, portanto, utiliza um filtro digital de 35 a 80 Hz, que atende aos três últimos modos. Este processo, com as mesmas configurações da análise anterior – fator de esquecimento de 0,999 e entrada com as 7 medições de deslocamento –, fornece os resultados apresentados na Figura 7.7 (frequência natural) e Figura 7.8 (fator de amortecimento). Percebe-se uma razoável estabilização das frequências naturais dos modos FN3, FN4 e FN5, sendo a primeira àquela que apresenta maiores flutuações.

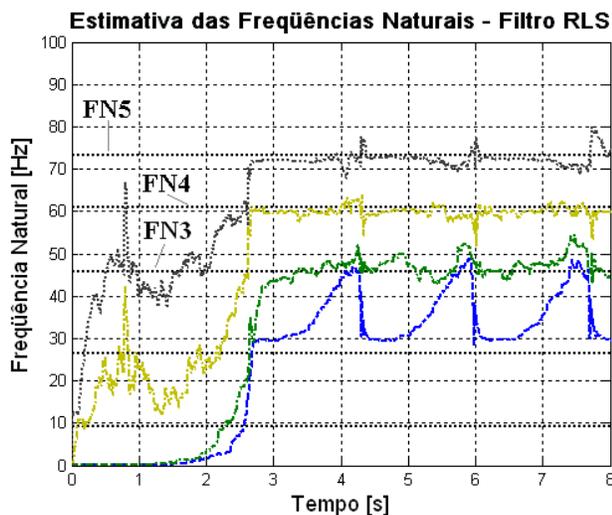


Figura 7.7: Estimativa da frequência natural pelo método RLS com excitação impulsiva na faixa de 35 a 80 Hz.

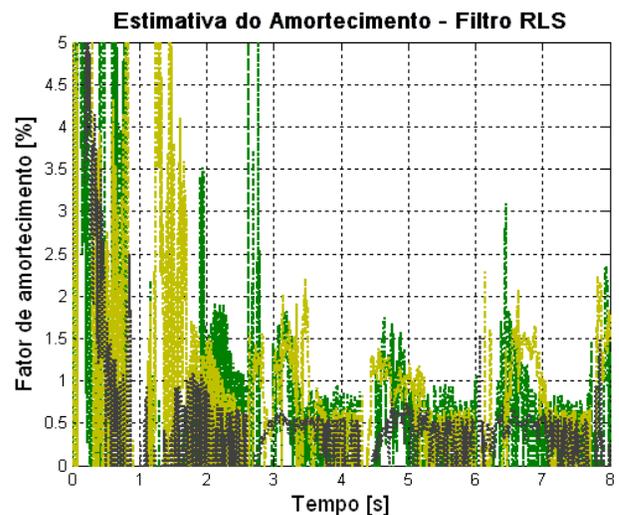


Figura 7.8: Estimativa do fator de amortecimento pelo método RLS com excitação impulsiva na faixa de 35 a 80 Hz.

Com relação às súbitas variações da estimativa da frequência, visto principalmente na primeira curva (em azul), estão associadas aos instantes dos impactos. No momento da martelada ocorre uma brusca mudança da resposta, o que gera no resultado da filtragem uma divergência nas amostras em seguida à excitação. Contudo, o tempo necessário para estabilizar novamente é relativamente pequeno, em torno de 0,2 s.

Embora a identificação do amortecimento não configure uma estabilização análoga ao da frequência natural, o gráfico revela uma tendência a valores inferiores, algo menor do que 1%, em relação aos encontrados na análise modal. Com relação aos modos, cabe citar que a correlação (Tabela 7.3), dos dados da análise modal comparados com as estimativas do RLS no instante 6,2 segundos, está em torno de 69% para o modo 3, 88% no modo 4 e 99% para o último. Como indicado antes, quanto maior a vibração do modo, melhor é a estimativa, já que se tem uma relação sinal/ ruído mais alta.

Tabela 7.3: MAC entre os modos obtidos pela *Rational Fraction Polynomial Method* e RLS na amostra 31.000 (6,2 s) com excitação impulsiva na faixa de 35 a 80 Hz.

		Método RLS (<i>Recursive Least Square</i>)						
Rational Fraction Polynomial Method	[Hz]	29,68	46,17	53,27	60,06	64,29	66,06	72,69
	45,68	0,16	68,84	29,17	13,79	11,60	15,90	0,11
	60,95	0,06	7,15	9,99	87,96	20,10	14,33	1,07
	73,22	1,06	1,63	3,84	1,87	8,44	32,53	98,99

7.3. Análise modal na presença de excitação harmônica desconhecida

A bancada busca retratar as dificuldades/ problemas freqüentes na avaliação de máquinas em que seu funcionamento não pode ser interrompido. Os testes a seguir aprofundam as questões relacionadas a este tema, de modo que são conduzidos com o motor ligado e, inicialmente, com

uma velocidade de rotação de, aproximadamente, 26,3 Hz. Opta-se por esta velocidade por ter uma maior influência do motor sobre a dinâmica da estrutura.

Como pode-se verificar através da velocidade na Figura 7.9, existe uma flutuação gerada pelo variador de tensão. A fim de verificar sua influência na estimativa pelo *Rational Fraction Polynomial Method*, repete-se novamente a metodologia aplicada com o excitador eletromagnético, utilizando ruído aleatório de 0 a 2.000 Hz e pós-processamento com filtro analógico passa-baixo de 1.000 Hz. As condições de processamento são as mesmas utilizadas anteriormente ($\Delta f \cong 0,31 \text{ Hz}$).

A função de resposta na frequência (inertância) está apresentada na Figura 7.10. Diante da inconstância da velocidade, que envolve a perda da definição do pico da segunda frequência natural – observado na ampliação do gráfico –, extraem-se os parâmetros indicados na Tabela 7.4 e Tabela 7.5, respectivamente para a frequência natural e fator de amortecimento para cada ponto de medição. Os valores médios apresentados nas últimas colunas são similares ao da análise modal, com exceção do amortecimento do modo de 26,44 Hz, que tem um valor negativo, e do terceiro modo com valores menores que os originais.

Embora a influência da rotação, mesmo tão próxima da frequência natural, não pareça interferir consideravelmente no conteúdo médio da identificação, é possível afirmar que as estimativas entre as FRFs tendem a apresentar uma maior variabilidade. Principalmente, com relação ao fator de amortecimento, que, muitas vezes, envolve valores menores que zero, indicando fisicamente instabilidade da estrutura. O que se procura destacar é a redução da qualidade das estimativas em um processo tradicional de análise, quando os dados são influenciados pela presença de componentes harmônicas.

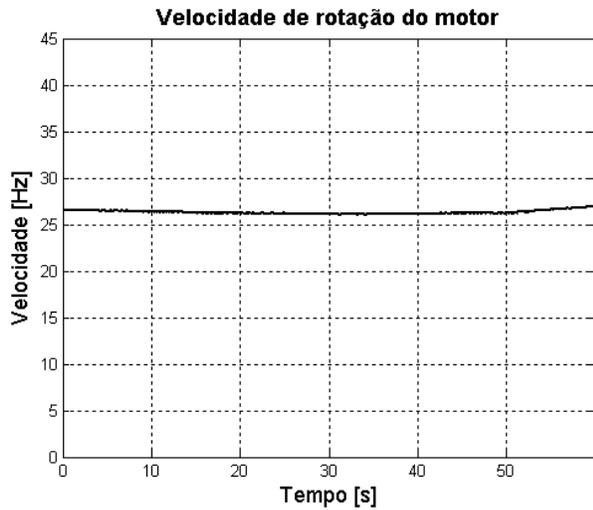


Figura 7.9: Flutuação da velocidade de rotação do motor.

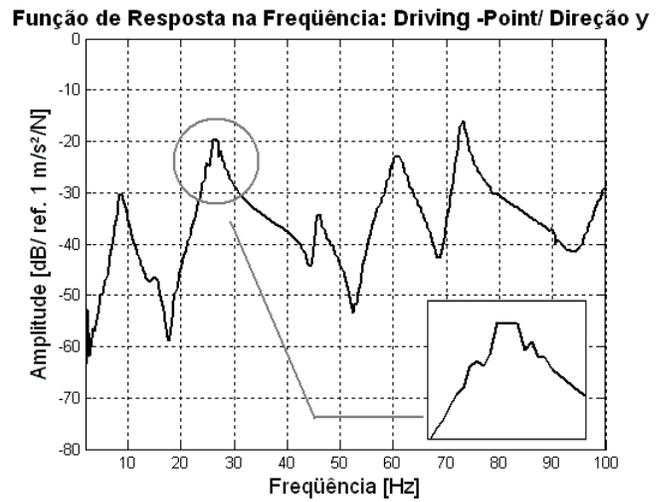


Figura 7.10: FRF da estrutura no *driving-point* na direção y com rotação do motor em 26,3 Hz.

Tabela 7.4: Frequência natural em Hz estimado pelo método da *Rational Fraction Polynomial Method* de ordem 10 com rotação de 26,3 Hz.

Modos	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 6	Ponto 7	Média [Hz]
1	8,70	8,94	9,66	8,96	9,71	9,01	10,54	9,36
2	26,31	26,38	26,12	26,39	26,12	26,30	26,08	26,24
3	44,99	41,13	35,66	40,87	35,63	45,55	45,48	41,33

Tabela 7.5: Fator de amortecimento em % estimado pelo método da *Rational Fraction Polynomial Method* de ordem 10 com rotação de 26,3 Hz.

Modos	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 6	Ponto 7	Média [%]
1	8,31	6,42	8,04	5,73	8,08	8,22	8,94	7,68
2	-0,11	-0,78	-0,70	-0,74	-0,71	-0,93	-0,94	-0,70
3	1,46	-0,67	1,16	-1,20	1,03	1,00	1,63	0,63

O desenvolvimento do processamento pela filtragem adaptativa RLS, usando $\lambda = 0,999$, com excitação impulsiva e contendo as informações na entrada do algoritmo da frequência instantânea (Figura 7.11), resulta nas curvas da Figura 7.12 e Figura 7.13. A primeira apresenta as frequências naturais de forma análoga aos resultados obtidos anteriormente, com períodos de estabilidade dos dois primeiros modos e próximos dos valores encontrados pela análise modal. Uma vez mais, o modo de 45,68 Hz não é identificado. O fator de amortecimento, Figura 7.13, constitui para o segundo modo um amortecimento aproximado de 2,4%, mas que para o primeiro modo a flutuação prejudica a determinação de um valor mais preciso.

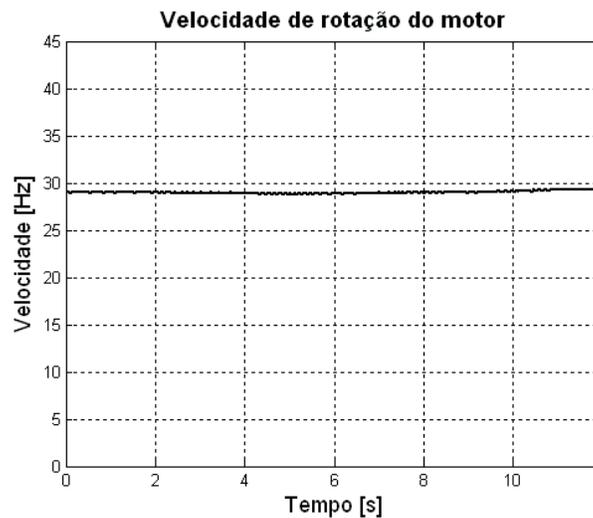


Figura 7.11: Flutuação da velocidade de rotação do motor.

A metodologia do filtro RLS com o conhecimento da velocidade de rotação produz resultados similares aos obtidos com o motor desligado. De fato, a formulação permite eliminar a influência da harmônica, mesmo estando próxima de uma das frequências naturais. Além disso, a avaliação dos modos de vibrar pelo MAC indica uma correlação das curvas estabilizadas em 6,7 s com relação ao *Rational Fraction Polynomial Method* acima de 99%, como colocado na Tabela 7.6.

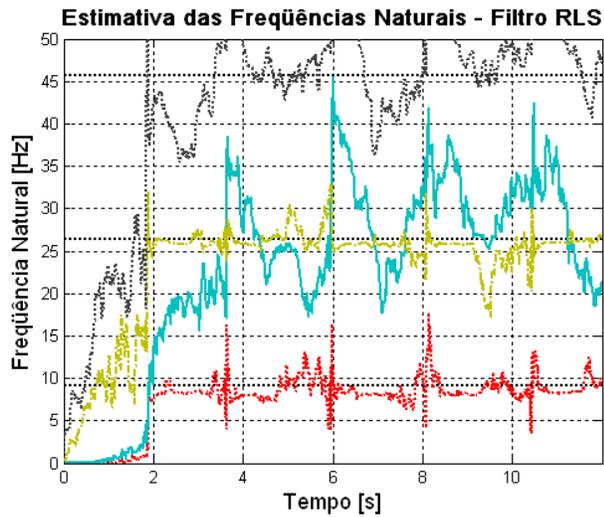


Figura 7.12: Estimativa da frequência natural pelo método RLS com excitação impulsiva e rotação de 29,6 Hz.

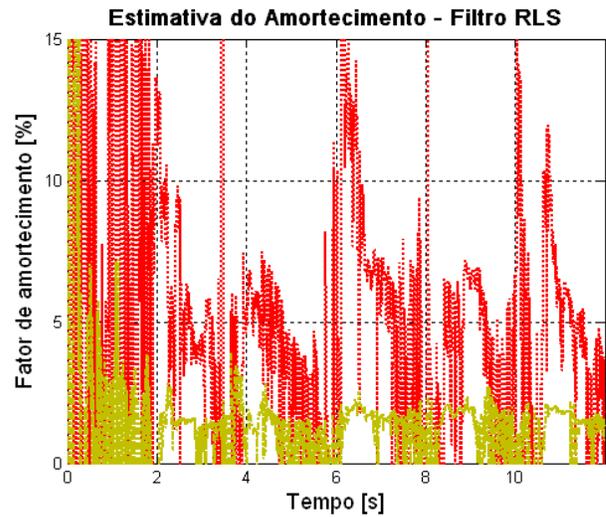


Figura 7.13: Estimativa do fator de amortecimento pelo método RLS com excitação impulsiva e rotação de 29,6 Hz.

Tabela 7.6: MAC entre os modos obtidos pela *Rational Fraction Polynomial Method* e RLS na amostra 33.500 (6,7 s) com excitação impulsiva e rotação em 29,6 Hz.

		Método RLS (<i>Recursive Least Square</i>)						
		[Hz]	8,06	13,37	19,79	26,03	31,43	36,57
<i>Rational Fraction Polynomial</i>	9,14	99,39	70,16	4,57	0,28	9,30	3,86	1,74
	26,44	0,58	11,56	58,02	99,82	57,51	3,40	5,65
	45,68	31,20	23,49	0,67	0,82	2,71	39,42	38,54

Outra condição possível refere-se à variação da velocidade de rotação do motor desbalanceado em uma faixa de frequência mais ampla. Assim, esta análise considera um aumento da velocidade de 10 a 35 Hz em um intervalo de 12 segundos – Figura 7.14 – em que a curva não é linear devido ao variador da tensão. A partir das mesmas condições de processamento

adotada no cálculo com a velocidade semi-estacionária, chega-se aos resultados da frequência natural presentes na Figura 7.15 e fator de amortecimento mostrados na Figura 7.16.

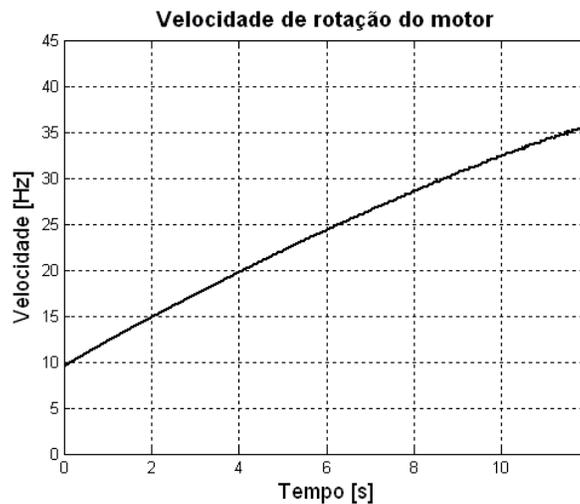


Figura 7.14: Variação da velocidade de rotação do motor.

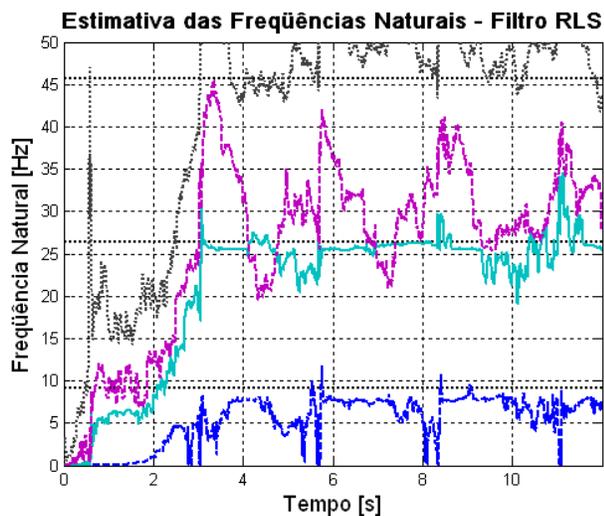


Figura 7.15: Estimativa da frequência natural pelo método RLS com excitação impulsiva e rotação variável.

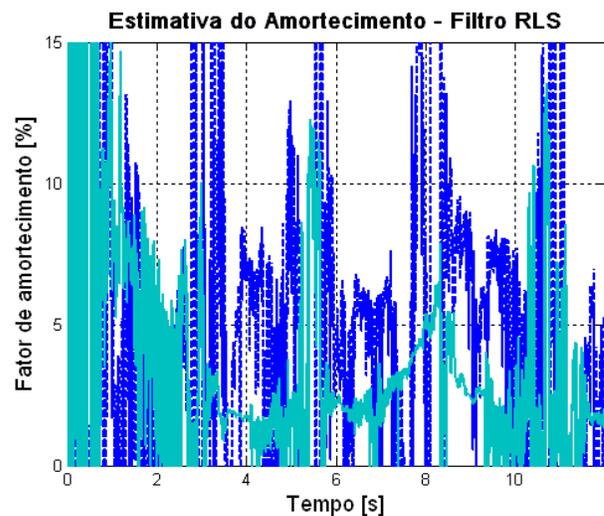


Figura 7.16: Estimativa do fator de amortecimento pelo método RLS com excitação impulsiva e rotação variável.

Esses resultados mostram-se próximos dos valores encontrados na análise sem a excitação harmônica desconhecida. O que indica que o método é capaz de identificar os parâmetros modais mesmo com componentes harmônicas não-estacionárias. Além disso, os modos estimados no instante 3,8 s também possuem uma correlação com a análise modal de cerca de 99% (Tabela 7.7).

Tabela 7.7: MAC entre os modos obtidos pela *Rational Fraction Polynomial Method* e RLS na amostra 19.000 (3,8 s) com excitação impulsiva e rotação variável.

		Método RLS (<i>Recursive Least Square</i>)						
<i>Rational Fraction Polynomial</i>	[Hz]	7,60	11,40	18,80	25,52	35,27	39,39	45,12
	9,14	99,32	78,13	30,51	0,40	8,29	2,14	7,64
	26,44	0,61	1,73	40,59	99,67	30,08	28,30	1,32
	45,68	31,99	16,05	14,27	0,61	42,99	26,88	30,32

De maneira geral, o que se observa na presença de ruído aleatório é uma maior flutuação dos parâmetros identificados, e não somente com os modos físicos, mas também em relação aos modos computacionais. A dificuldade deste tipo de situação é nos momentos em que os modos computacionais aproximam-se dos modos identificados, gerando uma divergência nos instantes próximos do cruzamento, o que constitui um comprometimento da análise se os modos computacionais permanecem muito próximos daqueles que estão sendo identificados.

Capítulo 8

8. Análise experimental de rotores

Esta parte do trabalho consiste na avaliação do procedimento de identificação de parâmetros modais de sistemas rotativos a partir de dados experimentais, com foco sobre um rotor de dois discos (25 mm de largura e 75 mm de diâmetro) e suportado através de dois mancais de rolamento, sendo um deles fixado através de molas. O que se busca nessa configuração de suporte é introduzir o efeito de anisotropia na rigidez do sistema.

O comprimento do eixo é de 650 mm e diâmetro de 10 mm. O motor de acionamento, de 0,12 kW, é controlado por um inversor de frequência modelo CFW08, ambos de fabricação da WEG. Os dados do rotor, advindos de sensores de deslocamento Bently Nevada, são coletados através de uma placa de aquisição de sinais da National Instrument (NI-DAQPad 6015) a uma taxa de amostragem de 5.000 Hz. A medição da velocidade instantânea de rotação vem do processamento de um sinal de tacômetro óptico (IDEHARA, 2003), colocado junto ao acoplamento do motor.

Os sensores, em número de oito, são posicionados nas direções y (direção horizontal) e z (direção vertical) nas estações: (1) sobre o disco 1; (2) no eixo, entre o disco 1 e disco 2; (3) sobre o disco 2 e (4) no eixo, entre o disco 2 e a extremidade livre do rotor, conforme ilustrado na Figura 8.1.

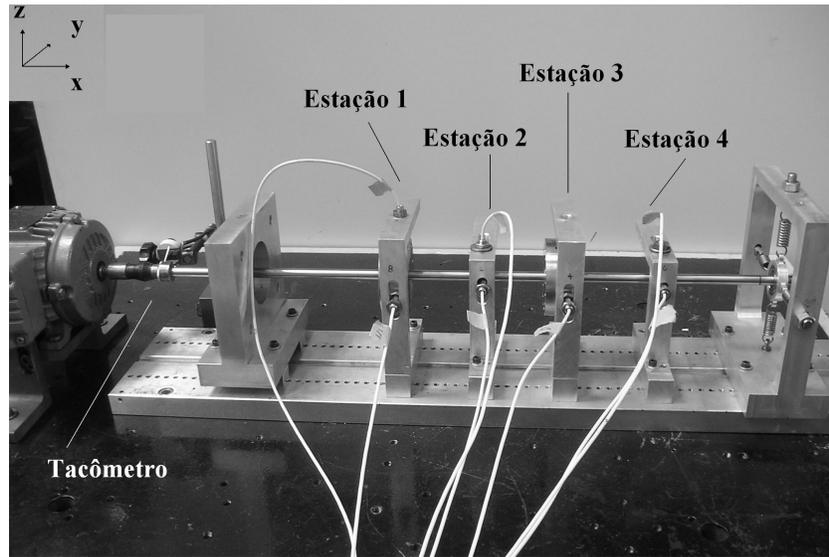


Figura 8.1: Foto da bancada com as estações de medição.

8.1. Caracterização do rotor

Observando-se as respostas ao desbalanceamento dos discos apresentadas nas Figura 8.2 e Figura 8.3, obtidas em valores RMS nas condições estacionárias de velocidade e espaçamento de 1 Hz, notam-se duas velocidades críticas na faixa de 0 e 40 Hz: a primeira predominantemente na direção vertical em torno de 22 Hz e, a outra, na horizontal próxima a 25 Hz.

A análise modal realizada neste sistema se caracteriza pela excitação aleatória nas direções y e z de 0 a 500 Hz por meio de excitadores eletromagnéticos, na extremidade livre do rotor (Figura 8.4). Além dos sensores Bently Nevada, ainda são medidos os deslocamentos no “*driving-point*” e as forças através, respectivamente, de acelerômetros (com integração analógica) e transdutores de força (Brüel & Kjær). O processamento corresponde a uma aquisição em 10.000 amostras por segundo, janela *Hanning* e blocos de 8.192 pontos de um total de 60 segundos.

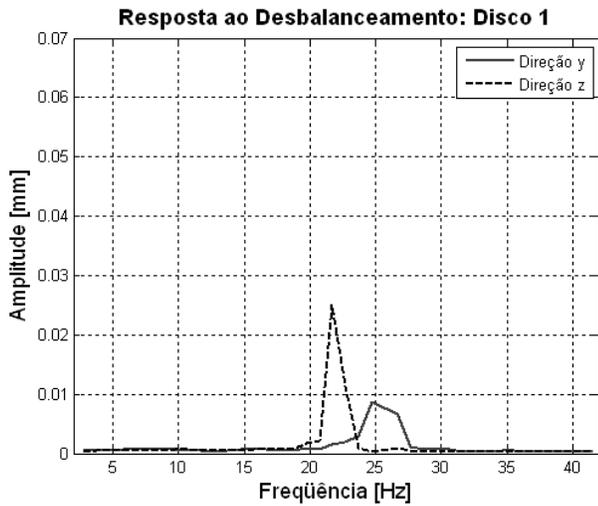


Figura 8.2: Resposta ao desbalanceamento medido no disco 1, intervalo de frequência de 1 Hz.

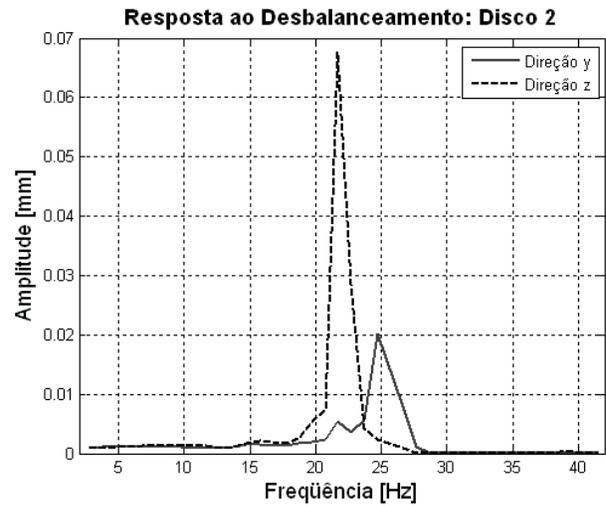


Figura 8.3: Resposta ao desbalanceamento medido no disco 2, intervalo de frequência de 1 Hz.

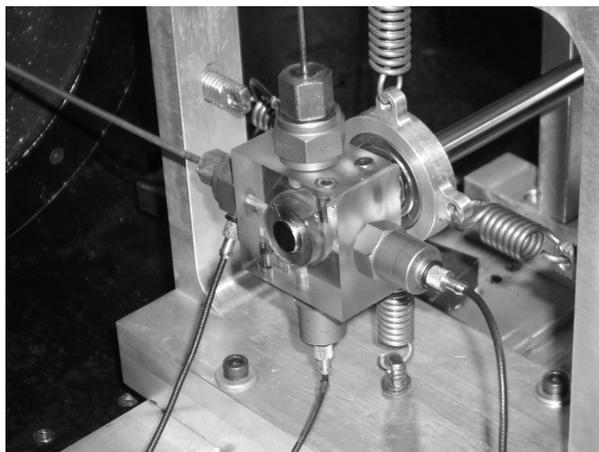


Figura 8.4: Mancal de escorregamento na extremidade livre do eixo, com excitadores magnéticos e instrumentado através de acelerômetros e células de carga.

O dispositivo de excitação ainda é composto de um mancal de escorregamento (deslizamento) – Figura 8.4–, produzido em material de bronze auto-lubrificado, de modo a permitir que se excite o rotor com este em funcionamento. Observou-se que a excitação simultânea na direção y e z resultam em curvas com elevado nível de ruído, prejudicando a

avaliação das características modais do sistema. Fato verificado mesmo com excitação não correlacionada em ambas as direções. Desta forma, no processo de identificação, os resultados a uma excitação unidirecional mostraram-se melhores do que a estimativa, não-paramétrica, com uma excitação simultânea nas duas direções. De modo que as análises seguintes consideram a avaliação de cada uma das direções separadamente.

Com base nessas configurações, obtêm-se as curvas de FRF (receptância) indicadas na Figura 8.5 e Figura 8.6, e coerência, Figura 8.7 e Figura 8.8, para as direções na horizontal e vertical do “*driving-point*” (ponto de medição igual ao ponto de excitação). Neste caso, o estimador utilizado é o H_1 (BENDAT & PIERSOL, 1986). Segundo os gráficos, percebe-se a presença das duas frequências naturais na faixa de 0 a 50 Hz, conforme visto na resposta ao desbalanceamento. Ademais, visualizam-se também “vales” que dependem da velocidade de rotação. Esta interferência nas FRFs está associada à primeira e segunda ordem, esta última possivelmente sendo gerada devido a um desalinhamento.

A identificação dos parâmetros modais é feita a partir do *Rational Fraction Polynomial Method* – Inglesias (2000) e Novak (2003), com ordem 12 tanto no numerador quanto no denominador, e na faixa de frequência de 15 a 150 Hz. Os dados estimados com as curvas de FRF do “*driving-point*”, apresentados nas Tabela 8.1 e Tabela 8.2, mostram que há pouca variação das frequências naturais ao longo da velocidade de rotação.

E em se tratando do fator de amortecimento, chama a atenção a diferença que surge entre as estimativas com as diversas velocidades de rotação. Contudo, coloca-se o problema de que a instalação do mancal e excitadores alteraria o sistema, especialmente, o amortecimento, uma vez que o lubrificante liberado durante a rotação do eixo atuaria na dissipação da energia do sistema. Esta é uma das dificuldades que surgem na caracterização de máquinas rotativas a partir de excitadores com contato, como levantado no início do trabalho. Além disso, em algumas das estimativas não foi possível obter valores físicos coerentes, a exemplo dos amortecimentos negativos (indicativo de instabilidade).

Função de Resposta na Frequência: Driving-Point/ Direção y

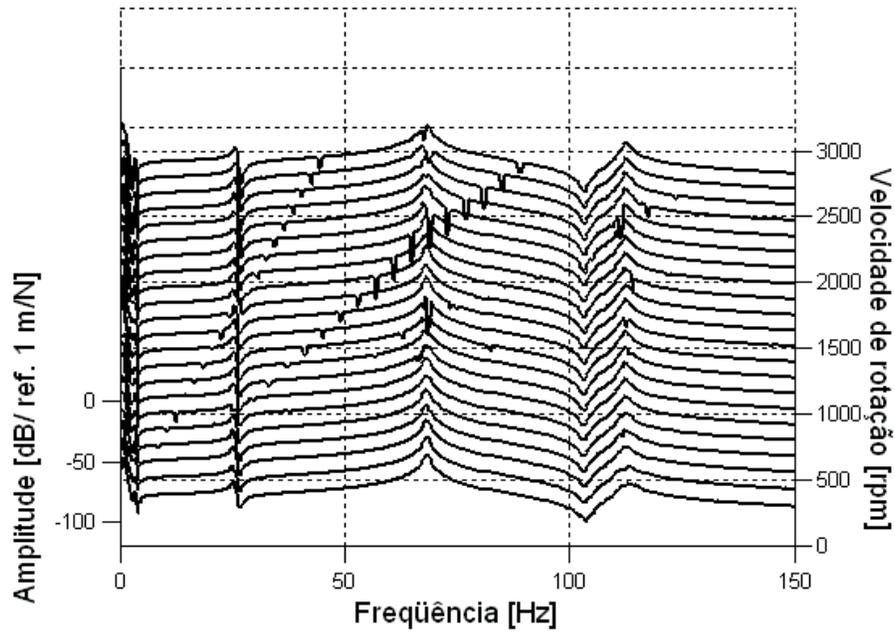


Figura 8.5: FRF do *driving-point* na direção y.

Função de Resposta na Frequência: Driving-Point/ Direção z

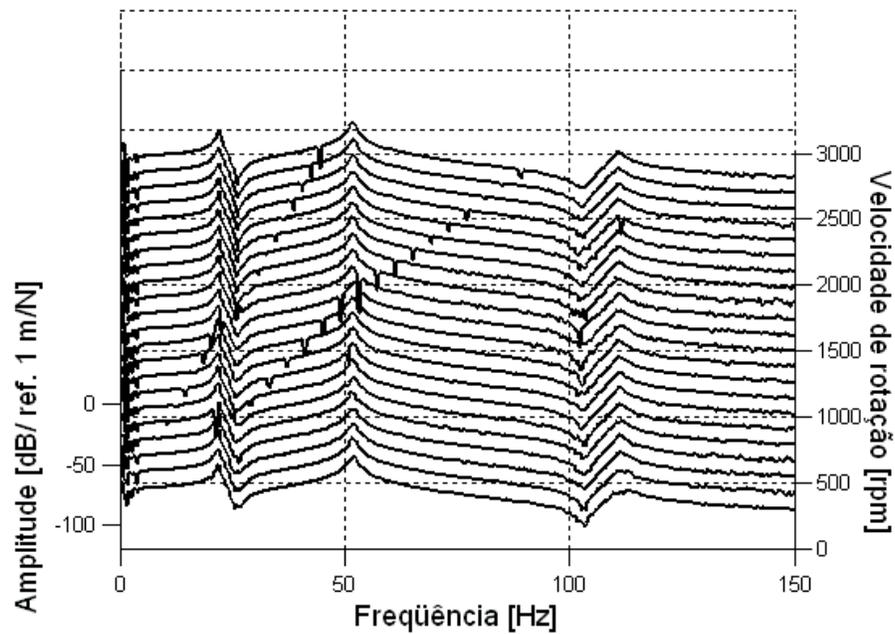


Figura 8.6: FRF do *driving-point* na direção z.

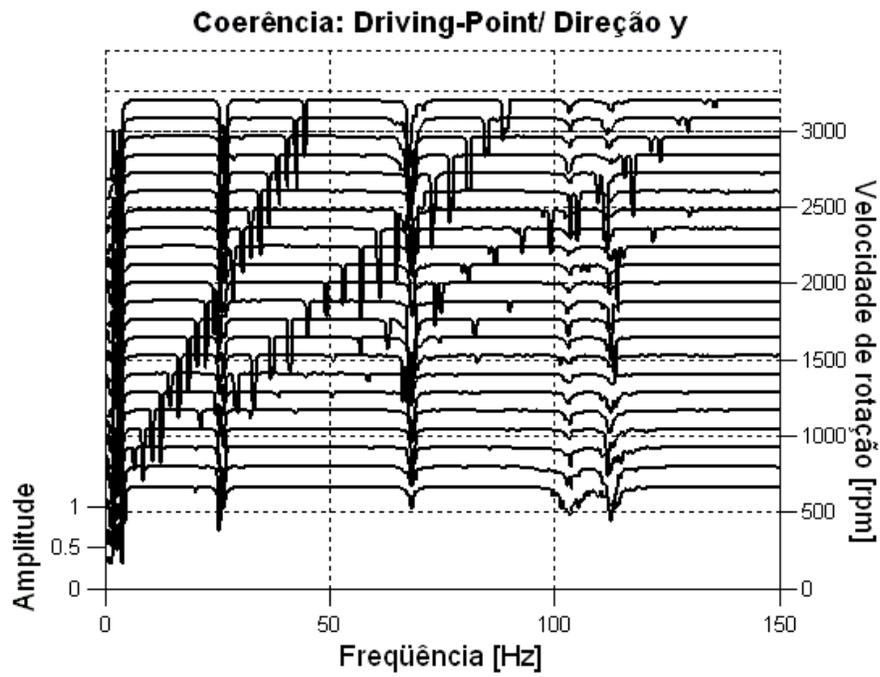


Figura 8.7: Coerência do *driving-point* na direção y.

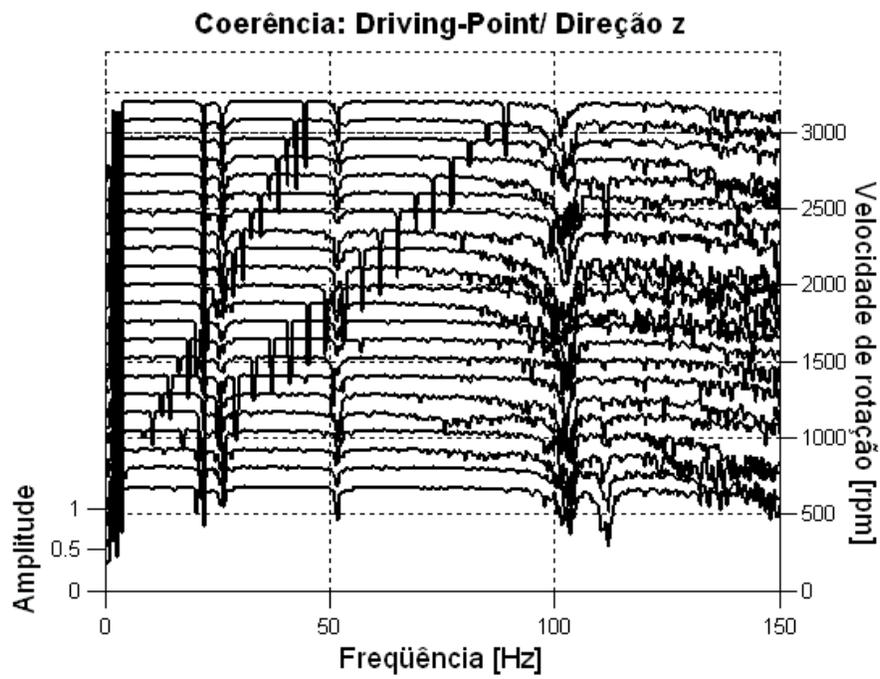


Figura 8.8: Coerência do *driving-point* na direção z.

Tabela 8.1: Frequência natural e fator de amortecimento, em função da rotação, com excitação na horizontal.

<i>Velocidade de rotação [Hz]</i>	<i>Frequência natural [Hz]</i>	<i>Fator de amortecimento [%]</i>
0	25,33	2,63
4,44	25,34	0,88
8,59	25,51	0,18
12,62	24,84	-1,79
16,58	25,86	0,67
20,57	25,89	0,09

<i>Velocidade de rotação [Hz]</i>	<i>Frequência natural [Hz]</i>	<i>Fator de amortecimento [%]</i>
24,55	24,79	-3,17
28,52	26,07	-0,16
32,51	26,27	-0,24
36,51	25,75	-0,08
40,50	26,31	-0,15
44,48	27,25	0,04

Tabela 8.2: Frequência natural e fator de amortecimento, em função da rotação, com excitação na vertical.

<i>Velocidade de rotação [Hz]</i>	<i>Frequência natural [Hz]</i>	<i>Fator de amortecimento [%]</i>
0	21,42	3,21
4,63	21,80	1,61
8,67	21,79	1,95
12,65	21,75	1,16
16,62	21,73	1,68
20,61	21,71	-0,60

<i>Velocidade de rotação [Hz]</i>	<i>Frequência natural [Hz]</i>	<i>Fator de amortecimento [%]</i>
24,59	21,87	0,19
28,61	21,96	0,88
32,60	21,76	1,16
36,55	21,93	1,57
40,54	21,86	0,39
44,52	21,95	0,50

8.2. Análise modal na partida do rotor

Para estabelecer os parâmetros modais pela filtragem RLS/ QRD deste sistema, parte-se o rotor do repouso até próximo a 40 Hz, com uma aceleração constante. Neste caso, a única excitação no rotor é aquela gerada durante a aceleração, não sendo utilizado o excitador eletromagnético, que não se encontrava instalado. A curva da velocidade do eixo e da vibração nos discos 1 e 2 são apresentadas na Figura 8.9 e na Figura 8.10. Os sinais são processados com um filtro digital passa-banda entre 2 e 50 Hz e taxa de amostragem de 5.000 Hz.

O aumento da amplitude nas duas curvas indica a passagem pelas velocidades críticas, embora seja perceptível também, próximo a 2,5 segundos uma excitação decorrente da segunda ordem. A análise, através de diagramas em cascata direcional (Figura 8.11 e Figura 8.12), mostra essas componentes de frequência, sendo que o transiente gerado pela excitação de duas vezes a rotação diminui de amplitude rapidamente, enquanto que a passagem da primeira ordem se mantém por um período de tempo maior, com ênfase para o segundo modo. Esse comportamento pode ser associado aos diferentes níveis de forças geradas, que é maior no desbalanceamento ($1x\omega$). Neste trabalho, a posição e o valor da excentricidade são desconhecidos, não sendo necessário o seu conhecimento para realizar a identificação.

A identificação pela filtragem adaptativa RLS/ QRD é realizada com fator de esquecimento de 0,9999 e como entrada: os sinais dos oito canais medidos (deslocamento) e a frequência instantânea, medida pelo tacômetro. Os resultados da estimativa da frequência natural e fator de amortecimento estão nas Figura 8.13 e Figura 8.14. No que se refere às frequências, determinadas na análise modal (*Rational Fraction Polynomial Method*), são indicadas no gráfico como asteriscos.

Do primeiro gráfico, verifica-se que o modo de 21,42 Hz estabiliza por volta de 5 s e o segundo modo, em 5,5 s, instantes em que há o cruzamento com as velocidades críticas. Deste ponto em diante a estimativa permanece praticamente estável. Quanto às outras curvas, não

indicam tendências a uma estabilização, sendo, portanto, não consideradas como estimativas físicas. A análise evidencia que as frequências obtidas pela análise modal estão próximas das linhas obtidas nesta identificação.

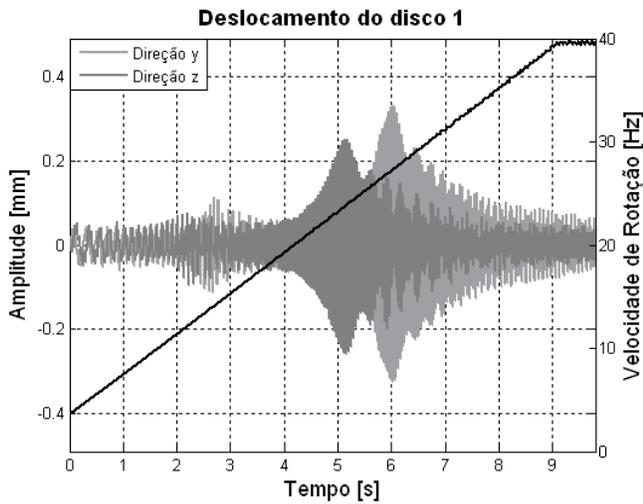


Figura 8.9: Resposta temporal do disco 1 na horizontal (y) e vertical (z).

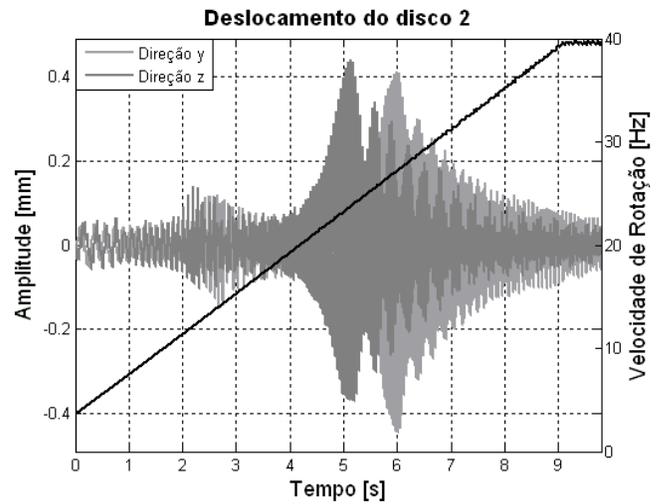


Figura 8.10: Resposta temporal do disco 2 na horizontal (y) e vertical (z).

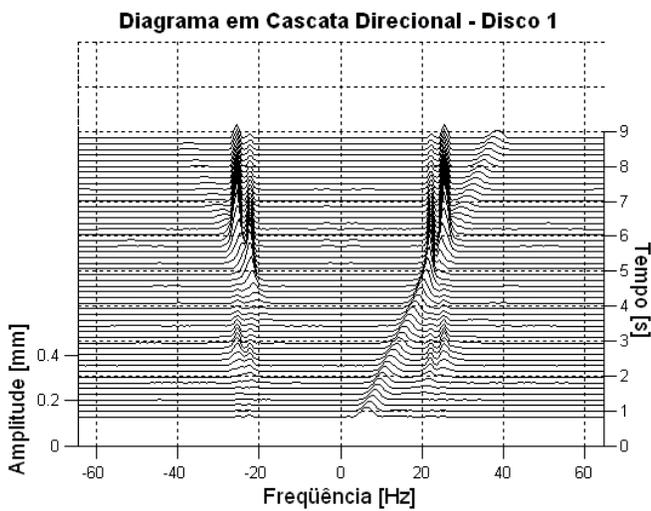


Figura 8.11: Diagrama em cascata direcional $y(t) + j \cdot z(t)$ do disco 1 na partida do rotor.

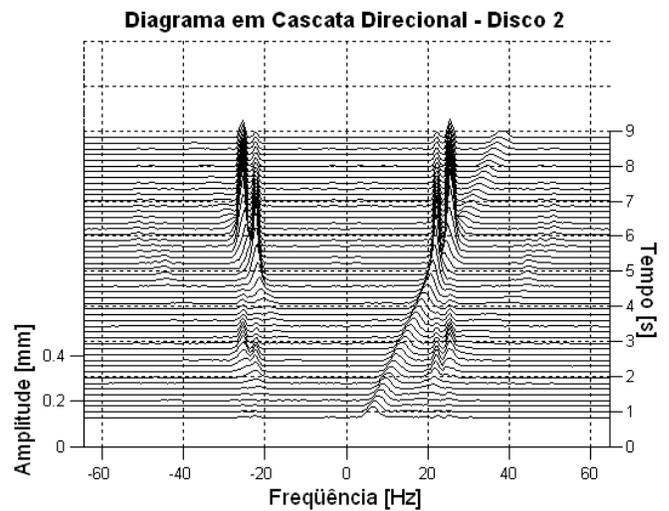


Figura 8.12: Diagrama em cascata direcional $y(t) + j \cdot z(t)$ do disco 2 na partida do rotor.

Na Figura 8.14 nota-se que o fator de amortecimento estimado varia em torno de um valor próximo de 0,5% para ambos os modos. Entretanto, considerando que não há uma estabilização, como as encontradas nas estimativas da frequência natural, não é possível afirmar com precisão quais são os valores do amortecimento. No caso deste gráfico, as curvas foram traçadas somente para as frequências naturais identificadas para melhorar a visualização.

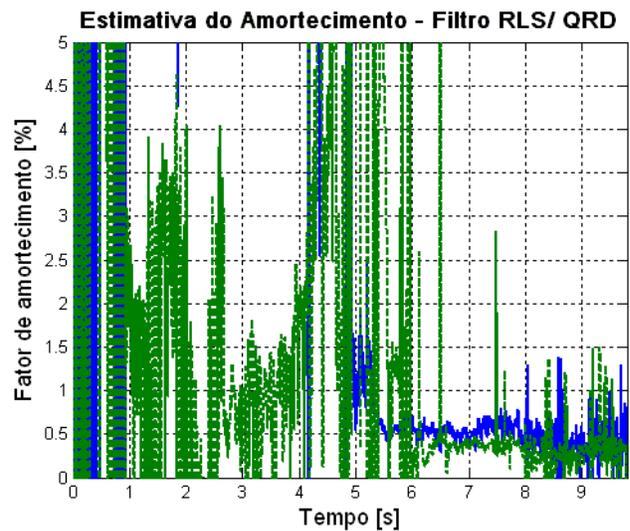
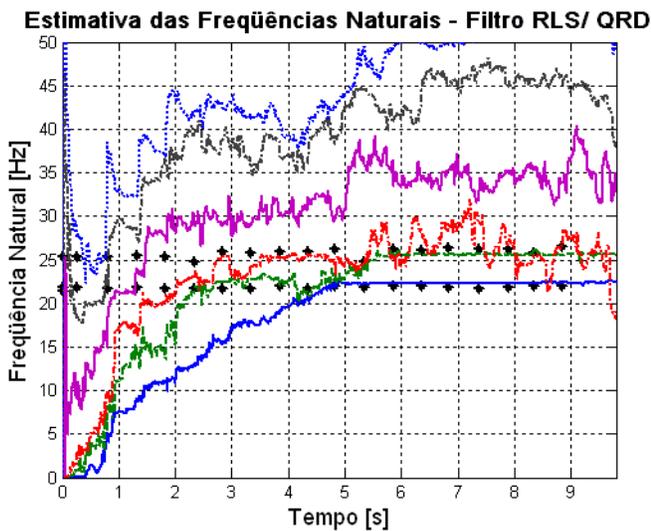


Figura 8.13: Estimativa da frequência natural pelo método RLS/ QRD durante a partida do rotor.

Figura 8.14: Estimativa do fator de amortecimento pelo método RLS/ QRD durante a partida do rotor.

Sabe-se que os modos de vibração podem variar quando a frequência natural associada muda em função da velocidade de rotação. Mas, especificamente para este rotor, há pouca mudança das duas primeiras frequências (Tabela 8.1 e Figura 8.13), o que indica que não devem ocorrer variações dos modos. Assim, a comparação dos modos próprios é feita com os resultados do *Rational Fraction Polynomial Method* sem a rotação do rotor.

Os modos obtidos pela análise modal são comparados, a partir do cálculo do MAC, com as estimativas do RLS/ QRD no instante 7 s (amostra 35.000), período em que as duas frequências naturais já se encontram estabilizadas. A Tabela 8.3 apresenta em destaque duas colunas, correspondentes aos modos obtidos na análise modal, para a direção y (25,33 Hz) e z (21,42 Hz),

e nas linhas estão as estimativas da filtragem adaptativa. A correlação encontrada entre os modos é de 95 % para primeira frequência natural e de 86% para a segunda frequência.

Tabela 8.3: MAC (%) entre o modo obtido pelo *Rational Fraction Polynomial Method* (sem rotação) e modos estimados pelo RLS/ QRD (7 segundos).

		Modos reais	
		<i>Rational Fraction Polynomial Method</i>	
		21,42 Hz	25,33 Hz
Modos estimados RLS/ QRD (7 segundos)	22,32 [Hz]	95,01	4,36
	25,58 [Hz]	1,65	86,20
	28,80 [Hz]	7,16	60,64
	30,97 [Hz]	11,45	43,68
	36,59 [Hz]	4,81	15,86
	40,21 [Hz]	26,16	19,06
	44,70 [Hz]	23,95	28,07
	50,06 [Hz]	2,89	40,38

Para compreender o processo de identificação é preciso levar em conta diversos fatores. Inicialmente, deve-se considerar o número de medidas necessárias para que haja a convergência do filtro. De acordo com os testes realizados, a qualidade da estimativa é melhor quanto maior o número de sinais, e neste caso, acima de quatro medições para determinar os dois primeiros modos. Desta forma, o modelo ajustado tem uma ordem maior do que o número de modos do sistema dentro da faixa de análise.

A outra característica importante é a posição no eixo em que os dados são medidos. Na análise cujos resultados estão apresentados na Figura 8.13 encontram-se dados de vibração dos discos, que correspondem aos graus de liberdade relacionados com a força de excitação (desbalanceamento). Entretanto, na maioria das vezes, a medição sobre, por exemplo, as palhetas

de um ventilador ou turbina revela-se impraticável. Para verificar esta questão faz-se o processamento somente utilizando os sinais medidos no eixo (estação 2 e 4), sendo que os resultados estão apresentados na Figura 8.15. Nota-se que a identificação é similar aos obtidos com a medição nos discos. O fator fundamental dessa identificação é a colocação do termo das forças harmônicas em todos os elementos dos dados de entrada (Eq. (4.13)).

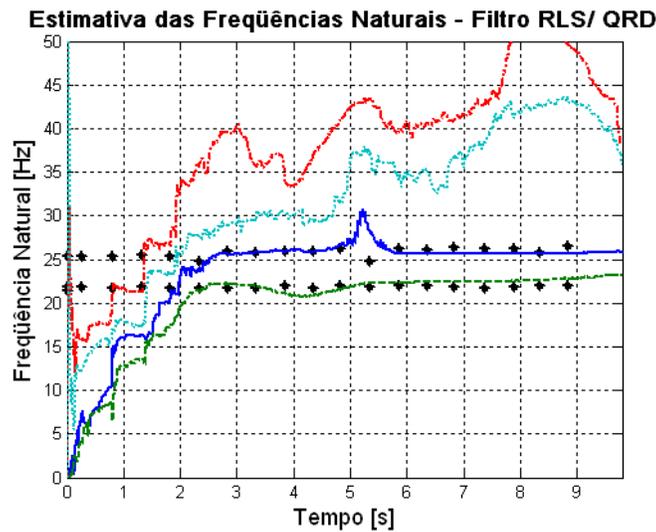


Figura 8.15: Estimativa da frequência natural pelo método RLS/ QRD, durante a partida do rotor, sem as medições nos discos.

Assim, no decorrer da análise pôde-se identificar os parâmetros modais com razoável precisão, especialmente, quando se trata das frequências naturais. Por outro lado, o estudo possibilitou a caracterização somente após a excitação dos modos na velocidade crítica, no qual há uma ausência de estimativas antes desta condição. Em vista da capacidade do algoritmo de identificar somente quando os modos são excitados, propõe-se o uso em conjunto de uma excitação impulsiva.

8.3. Análise modal na partida com excitação impulsiva

A escolha do teste impulsivo com um martelo instrumentado deve-se à facilidade da utilização, uma vez que não há a necessidade de instalar dispositivos mais complexos. Neste caso, a excitação é aplicada sobre a estação 4 – no eixo – e os dados são coletados na partida do rotor, com aceleração constante, sendo que a aplicação dos impulsos é feita em uma direção de cada vez. O martelo é instrumentado com uma célula de carga (Brüel & Kjær), tipo 8200, com o filtro do condicionador de sinais em passa-alta de 0,3 Hz e passa-baixa de 1.000 Hz. A aquisição é efetuada com 5.000 Hz de taxa de amostragem.

A resposta temporal da estação excitada e a velocidade de rotação, que varia do repouso à 26 Hz, é apresentada na Figura 8.16 e Figura 8.17, para impulsos aplicados na horizontal e vertical. Observa-se uma série de elevação repentina da amplitude de vibração, que corresponde os instantes de aplicação da excitação externa. O efeito destes impulsos, nos dois primeiros modos, e o intervalo de tempo em que o transiente permanece nos sinais é apresentado nos diagramas em cascata direcional das Figura 8.18 e Figura 8.19.

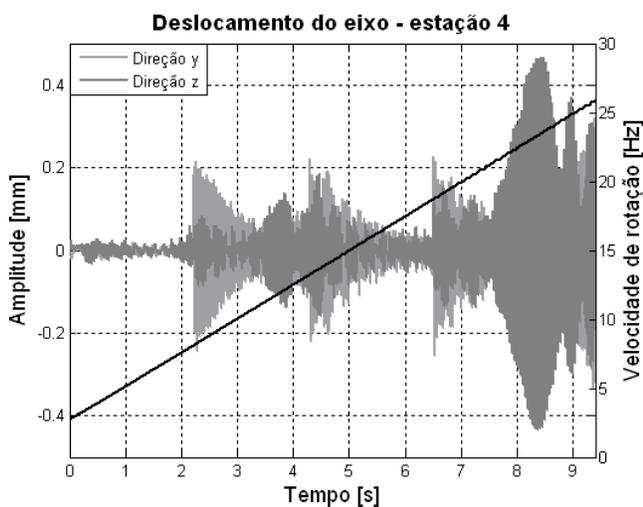


Figura 8.16: Resposta temporal do eixo, com excitação impulsiva na horizontal.

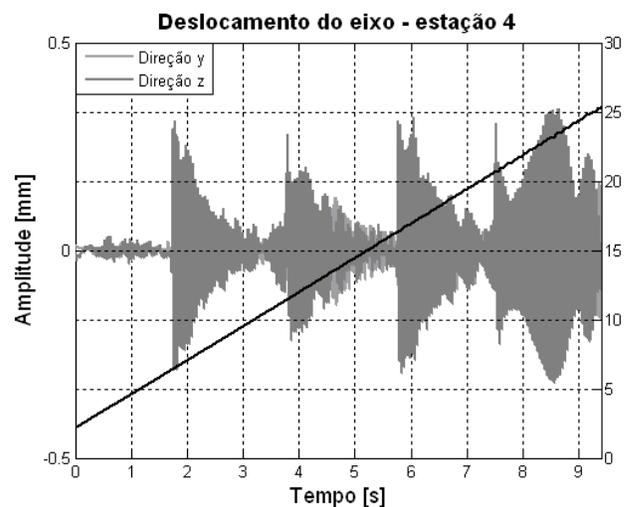


Figura 8.17: Resposta temporal do eixo, com excitação impulsiva na vertical.

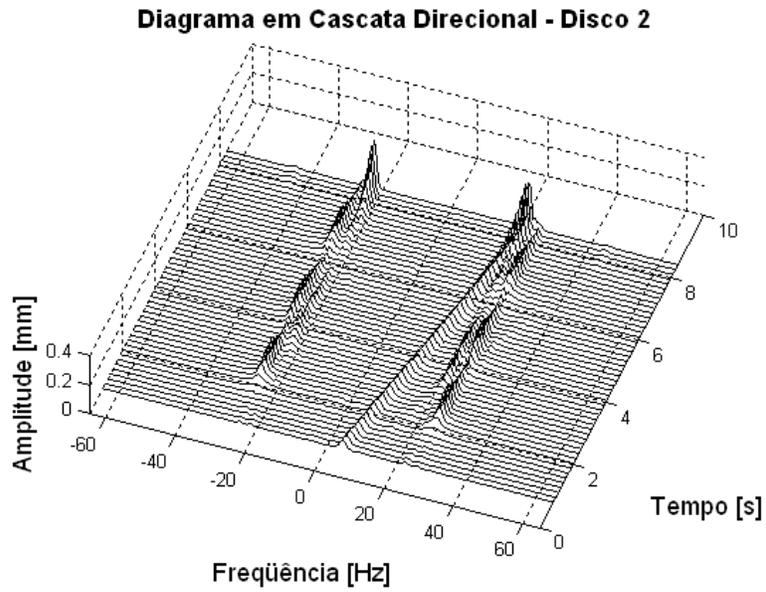


Figura 8.18: Diagrama em cascata direcional $y(t) + j.z(t)$ do disco 2, na partida do rotor, com impulso na horizontal.

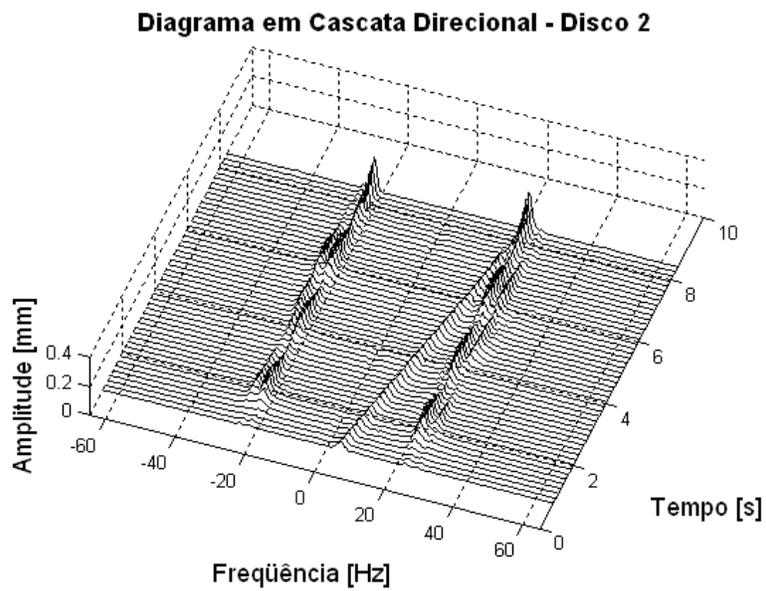


Figura 8.19: Diagrama em cascata direcional $y(t) + j.z(t)$ do disco 2, na partida do rotor, com impulso na vertical.

Nota-se na Figura 8.18, com excitação na horizontal, a forte presença do modo de 25,33 Hz antes do cruzamento com a velocidade crítica. No entanto, encontra-se também, mas com um nível de vibração inferior, transientes relacionados com o modo de 21,42 Hz. De forma análoga ocorre na excitação vertical (Figura 8.19), em que o modo horizontal também é excitado. Verifica-se o acoplamento entre os modos e/ ou que durante a aplicação dos impactos, componentes tangenciais foram geradas e, portanto, excitando o modo transversal à direção da excitação.

Os resultados do processamento dos dois ensaios apresentados anteriormente – Figura 8.18 e Figura 8.19 –, considerando como entrada do filtro adaptativo os oito canais de deslocamento, a velocidade de rotação e a força impulsiva, demonstram que as frequências naturais são identificadas, Figura 8.20 (com excitação na horizontal) e Figura 8.21 (com excitação na vertical), com valores muito próximos aos encontrados na análise modal. Apesar da excitação ser unidirecional, neste caso é possível identificar os dois modos simultaneamente. Pode-se afirmar ainda que o filtro adaptativo reduz o potencial de seguir os parâmetros no momento em que a amplitude do transiente diminui, como, por exemplo, ocorre aos 4,5 e 6,5 segundos da análise horizontal (Figura 8.20), e 4, 6 e 8 segundos na vertical (Figura 8.21).

No caso do fator de amortecimento, Figura 8.22 (com excitação na horizontal) e Figura 8.23 (com excitação na vertical), pode-se notar uma variação da estimativa maior em relação àquela encontrada no teste anterior, entre 0,5 e 1%. Em que limita a possibilidade de análise e é insuficiente para caracterizar o valor do amortecimento.

Com relação ao modo de vibrar, o MAC entre os modos da análise modal e a estimativa no instante 5,5 e 2,4 s, respectivamente, para o ensaio impulsivo na horizontal e vertical são apresentados nas Tabela 8.4 e Tabela 8.5. Conclui-se que os resultados são semelhantes aos encontrados na partida do rotor sem a excitação externa (excitação impulsiva), neste caso, aproximadamente 93% de correlação do primeiro modo e 84% no segundo modo.

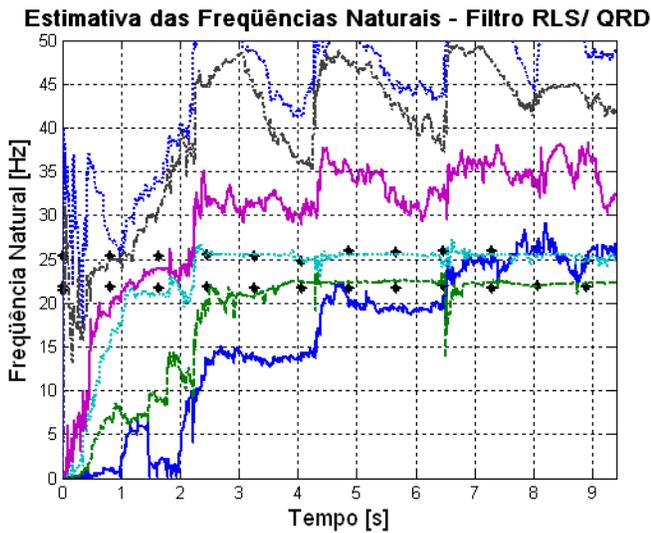


Figura 8.20: Estimativa da frequência natural pelo método RLS/ QRD, durante a partida do rotor, com excitação impulsiva na horizontal.

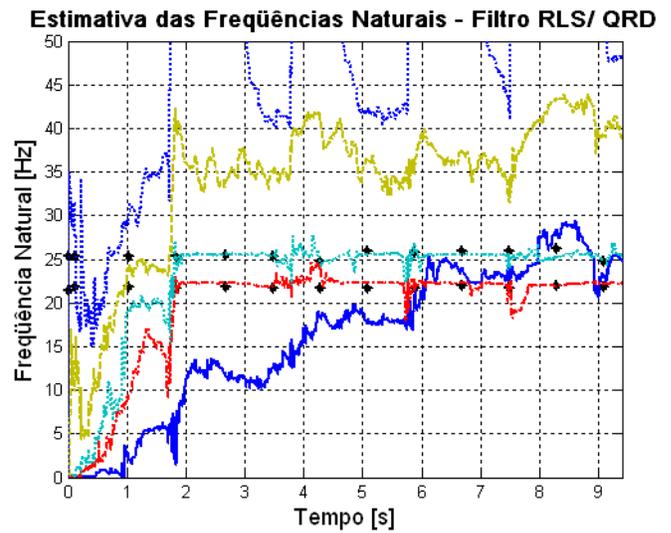


Figura 8.21: Estimativa da frequência natural pelo método RLS/ QRD, durante a partida do rotor, com excitação impulsiva na vertical.

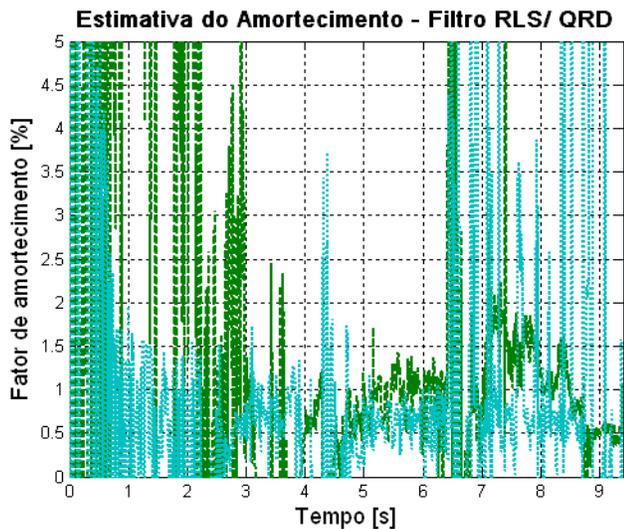


Figura 8.22: Estimativa do fator de amortecimento pelo método RLS/ QRD, durante a partida do rotor, com excitação impulsiva na horizontal.

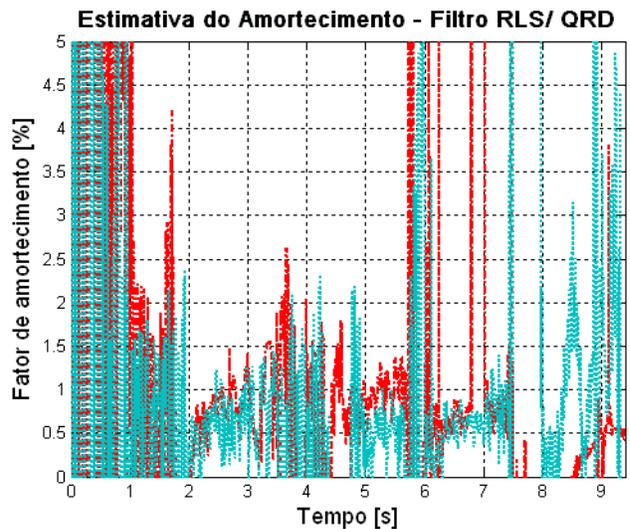


Figura 8.23: Estimativa do fator de amortecimento pelo método RLS/ QRD, durante a partida do rotor, com excitação impulsiva na vertical.

Tabela 8.4: MAC (%) entre o modo obtido pelo método da *Rational Fraction Polynomial Method* (sem rotação) e modos estimados pelo RLS/ QRD (5,5 s) com excitação em y.

		Modos reais	
		<i>Rational Fraction Polynomial Method</i>	
		21,42 Hz	25,33 Hz
Modos estimados RLS/ QRD (5,5 segundos)	19,46	42,62	49,63
	22,51	93,22	6,97
	25,59	3,14	83,89
	29,38	20,14	50,90
	32,01	11,83	27,31
	41,46	30,25	2,53
	43,50	1,45	17,40
	45,97	3,68	16,18

Tabela 8.5: MAC (%) entre o modo obtido pelo método da *Rational Fraction Polynomial Method* (sem rotação) e modos estimados pelo RLS/ QRD (2,4 s) com excitação em z.

		Modos reais	
		<i>Rational Fraction Polynomial Method</i>	
		21,42 Hz	25,33 Hz
Modos estimados] RLS/ QRD (2,4 segundos)	12,82	7,47	39,66
	18,29	11,27	73,67
	22,30	93,29	7,73
	25,47	0,71	87,38
	29,53	2,96	64,68
	36,63	8,73	24,26
	40,51	9,26	1,62
	59,87	5,99	0,19

Esta segunda possibilidade, ao menos potencialmente, permite que os parâmetros possam ser extraídos mesmo nas condições distantes das velocidades críticas. Quando este procedimento é realizado durante a partida do rotor, pode servir para seguir características que dependem da velocidade de rotação, embora não tenha sido explorado mais profundamente neste trabalho.

Capítulo 9

9. Conclusão e trabalhos futuros

9.1. Conclusão e comentários

Conforme colocado nas considerações dos capítulos anteriores, o objetivo deste procedimento é a avaliação experimental da dinâmica de rotores. A formulação matemática do filtro adaptativo e do modelo é desenvolvida de forma mais ampla para que possa ser aplicada além dos sistemas rotativos também em estruturas estacionárias. As questões abordadas têm como tema central a possibilidade de analisar sistemas em que as características variam no tempo, especialmente orientada no estudo de rotores com efeito giroscópico.

Tomando a análise de sistemas não-rotativos, é possível levantar as propriedades dinâmicas mesmo em situações em que se verifica a existência de excitação harmônica desconhecida, de frequência constante ou variável. Pôde ser explicitado nos Capítulos 5 e 7, através de simulações numéricas e medições experimentais, que as estimativas dos parâmetros modais são razoavelmente precisas, apesar de permitir somente evidenciar tendências aos valores do fator de amortecimento, o qual depende fortemente do nível de ruído dos dados coletados. É importante destacar, além disso, que o método requer, para cada grau de liberdade medido, o conhecimento da resposta em deslocamento, velocidade e aceleração.

A melhor simplificação desta necessidade é a medição de uma das três repostas, e determinar as outras através da derivação ou integração numérica. Neste caso, geralmente, a

integração numérica apresenta uma dificuldade relacionada ao desconhecimento das condições iniciais. Por este motivo, no decorrer do trabalho, sempre se utilizou como medida a resposta de deslocamento, do qual se obtêm a velocidade e aceleração por meio da diferença central. Por outro lado, a análise modal de estruturas é freqüentemente realizada com acelerômetros, apesar da possibilidade de integrar analogicamente com condicionadores de sinais, ainda assim poderia ser uma limitação do uso deste método.

A partir dos testes (numéricos e experimentais) foi possível evidenciar na análise de rotores a perspectiva de obter com qualidade a estimativa dos parâmetros modais. Trata-se de poder determinar as freqüências naturais e os modos de vibração para cada velocidade de rotação, embora seja complicada a verificação do valor do fator de amortecimento. Vinculado à questão da resposta medida, no caso de rotores, usualmente trabalha-se com sensores de deslocamento, o que constitui uma vantagem para o processamento.

Um outro ponto importante, é o número de entradas necessário para ter uma boa identificação. Os resultados obtidos neste trabalho indicam a necessidade de uma ordem do sistema – respostas medidas – de pelo menos duas vezes o número de modos analisados. Em geral, o aumento da ordem provoca o surgimento de mais modos computacionais, que podem dificultar a identificação de modos físicos. Contudo, o uso de diagramas em cascata (real ou direcional) auxilia na determinação das curvas e instantes em que características físicas estão sendo estimadas.

Desta forma, torna-se possível a análise em diversas condições e tipos de estruturas pelos processos dos algoritmos RLS e RLS/ QRD. O primeiro algoritmo é o mais simples de implementar, contudo há o problema da divergência – Capítulo 6 – que prejudica a eficácia para longos períodos de processamento ou grande quantidade de dados. O método QRD tem as mesmas bases teóricas do RLS, e fornece resultados análogos, porém sem que ocorra instabilidade na identificação. Entretanto, sua programação não é tão simples e consome mais recursos computacionais (memória e tempo). Destaca-se, assim, essa característica numérica que

impõe a necessidade de considerar a situação e as condições para a escolha de um algoritmo ou do outro.

9.2. Trabalhos futuros

Seguramente, ainda é requerido um maior número de testes experimentais, focando principalmente a variação dos parâmetros em função do tempo. Dentre os quais se inclui o estudo de rotores com efeito giroscópico mais pronunciado, avaliação das características de sistemas com rigidez geométrica, como as encontradas em estruturas com palhetas, em que a rigidez pode se alterar na mudança da velocidade de rotação, sistemas compostos de biela-manivela, cuja inércia varia periodicamente durante uma volta, etc.

Em vários pontos deste estudo é levantada a questão da identificação de parâmetros variantes no tempo, bem como o fato de que a estimação é de instante para instante. Nessa situação o modelo dinâmico identificado poderia ser aplicado no controle em tempo-real, por exemplo, de ruído e vibração. Dentre as diferentes abordagens na análise em tempo-real, também se destacam as atividades de identificação de falhas e danos em estruturas. O algoritmo, em conjunto com técnicas de monitoramento *on-line*, auxiliaria na melhor compreensão do instante em que ocorre o dano.

No tema de identificação, é possível consolidar processos que considerem a determinação de forças, como é a problemática do balanceamento de equipamentos rotativos, no qual, a partir das características modais identificadas, pode-se desenvolver uma metodologia no sentido de estimar as forças de desbalanceamento para cada instante de tempo, isto é, em tempo-real. Neste caso, retoma-se novamente a questão do controle de vibração, mas voltada para rotores.

Referências Bibliográficas

- Abbot, D. *Engineering and Technology*. The Encyclopedia of British History, Helicon Publishing, 2003. Em:<<http://www.historystudycentre.co.uk>>. Acesso em: 5 setembro 2006.
- Abend, K. The 2001 Benjamin Franklin medal in engineering presented to Bernard Widrow. *Journal of the Franklin Institute*, v.339, pp.283-294, 2002.
- Allemang, R. J. *Vibrations: Experimental Modal Analysis*. SDRL University of Cincinnati, March 1999. cap. 3 – History of Experimental Modal Analysis, pp.1-24.
- Angantyr, A. *Constrained optimization of rotor-bearing system by evolutionary algorithms*. Luleå, Sweden: Luleå University of Technology, 2004, 49p. Tese (Doutorado).
- Bachschnid, N., Pennacchi, P., Tanzi, E., Vania, A. Accuracy of modeling and identification of malfunctions in rotor systems: experimental results. *Journal of Brazilian Society of Mechanical Sciences*, v.22, n.3, 2000.
- Balda, M. Identification of dynamic properties of a turboset rotor from its rundown. In: IFToMM International Conference on Rotor Dynamics, 6, 2002, Sydney. *Proceedings...* Sydney: UNSW Printing Services, 2002, pp.822-829.

- Bendat, J. S., Piersol, A. G. *Random data. Analysis and measurement procedures*. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 1986, 566p.
- Bently, D. E., Muszynska, A. Modal testing and identification of rotating shaft/ fluid lubricated bearing system. In: International Modal Analysis Conference, 4, 1986, Los Angeles. *Proceedings...* Bethel: Society for Experimental Mechanics, 1986, v.2, pp.1393-1402.
- Blough, J. R., Landgraf, M. W., Brown, D. L., Vold, H. Signal Processing Procedures for Trouble-Shooting Rotating Equipment. In: International Seminar of Modal Analysis, Tool for Noise and Vibration Analysis, 19, 1994, Leuven, Belgium. *Proceedings...* , , 1994, pp.621-632.
- Bucher, I., Ewins, D. J. Modal analysis and testing of rotating structures. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, v.359, pp.61-96, 2001.
- Carini, A., Mumolo, E. A numerically stable fast RLS algorithm for adaptive filtering and prediction based on the UD factorization. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v.47, n.8, pp.2309-2313, August 1999.
- Chi, Z. High performance high speed VLSI architectures for wireless communication applications. Minneapolis, EUA: Faculty of the Graduate School, University of Minnesota, 2001, 175p. Tese (Doutorado).
- Cioffi, J. The fast Householder filters RLS adaptive filter. In: International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1990, Albuquerque, USA. *Proceedings...* Los Alamitos, EUA: IEEE, 1990, v.3, pp.1619-1622.

- Djigan, V. I. Fast RLS with parallel computations. In: CAS Symposium on Emerging Technologies: Circuits and Systems for 4G Mobile Wireless Communications, 7, 2005, S. Petersburg, Russia. *Proceedings...* Los Alamitos, EUA: IEEE, 2005, pp.42 - 45.
- Djigan, V. I. Multichannel parallelizable sliding window RLS and fast RLS algorithms with linear constraints. *Signal Processing*, v.86, pp.776-791, 2006.
- Drew, S. J., Hesterman, D. C., Stone B. J. The torsional excitation of variable inertia effects in a reciprocating engine. *Mechanical System and Signal Processing*, v.13, n.1, pp.125-144, 1999.
- Dyke, S. J. *ASCE Structural Health Monitoring Committee: Main*. <<http://cive.seas.wustl.edu/wusceel/asce.shm/>>. Acesso em: 25 de Outubro de 2006.
- Edwards, S., Lees, A. W., Friswell, M. I. Experimental identification of excitation and support parameters of a flexible rotor-bearings-foundation system from a single run-down. *Journal Sound and Vibration*, v.232, n.5, pp.963-992, 2000.
- Ewins, D. J. Basics and state-of-the-art of modal testing. *Sadhana Academy Proceedings in Engineering Sciences*, Bangalore, India, v.25, part 3, pp.207-220, 2000.
- Frederick, N. C. Rotor dynamics – critical speeds. *Sound and Vibration*, v.36, n.5, pp.6-8, May 2002.
- Frederick, N. A brief history of early rotor dynamics. *Sound and Vibration*, v.37, n.6, pp.8-11, June 2003.
- Friswell, M.I., Mottershead, S.E. *Finite element model updating in structural dynamics*. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1995, 286p.

- Gautier, P.-E., Gontier, C., Smail, M. Robustness of an ARMA identification method for modal analysis of mechanical systems in the presence of noise. *Journal of Sound and Vibration*, v.179, n.2, pp.227-242, 1995.
- Genta, G., Delprete, C., Busa, E. Some considerations on the basic assumptions in rotordynamics. *Journal of Sound and Vibration*, v.227, n.3, pp.611-645, 1999.
- Gutierrez-Wing, E. S. *Modal analysis of rotating machinery structures*. London, England: Department of Mechanical Engineering, Imperial College London, 2003, 153p. Tese (Doutorado).
- Haller, B., Götze, J., Cavallaro, J. R. Efficient implementation of Rotation Operations for high performance QRD-RLS filtering. In: IEEE International Conference on Application-Specific Systems, Architectures and Processors, 1997, Zurich, Switzerland. *Proceedings...* Los Alamitos, EUA: IEEE, 1997, pp.162-174.
- Haykin, S. *Adaptive Filter Theory*. 3rd ed. New York: Prentice-Hall, 1996, 989p.
- Hills, A. J., Harrison, A. J. L., Stoten, D. P. A comparison of two adaptive algorithms for the control of active engine mounts. *Journal of Sound and Vibration*, v.286, pp.37-54, 2005.
- Hirata, Y. A method for monitoring invisible changes in a structure using its non-stationary vibration. *Journal of Sound and Vibration*, 270, pp.1041-1044, 2004.
- Hoshiya, M., Saito, E. Structural identification by extended Kalman filter. *Journal of Engineering Mechanics*, v.110, n.12, pp.1757-1770, 1984.

- Idehara, S. J. *Aplicação de técnicas de order tracking para a análise de máquinas e componentes rotativos*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2003, 132p. Dissertação (Mestrado).
- Inglesias, A. M. *Investigating various modal analysis extraction techniques to estimate damping ratio*. Virginia, EUA: Virginia Polytechnic Institute, 2000, 114p. Dissertação (Mestrado).
- Irretier, H. Mathematical foundations of experimental modal analysis in rotor dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v.13, n.2, pp. 183-191, 1999.
- Jei, Y.-G., Kim, Y.-J. Modal testing theory of rotor-bearing systems. *Journal of Vibration and Acoustics*, v.115, pp.165-176, April 1993.
- Kumar, S. *Statistical system identification of structures using ARMA models*. Texas, EUA: University of Texas, 1992, 218p. Dissertação (Mestrado).
- Lee, C.-W., Jei, Y.-G. Modal analysis of continuous rotor-bearing systems. *Journal of Sound and Vibration*, v.126, n.2, pp.354-361, 1988.
- Lee, C.-W. A new modal test theory in rotating machinery. In: International Modal Analysis Conference, 8, 1990, Orlando. *Proceedings...* Bethel: Society for Experimental Mechanics, 1990, pp.148-154.
- Lee, C.-W. A complex modal testing theory for rotating machinery. *Mechanical System and Signal Processing*, v.5, n.2, pp.119-137, 1991.
- Lee, C.-W. Modal testing of rotors with rotating asymmetry. In: VETOMAC Vibration Engineering & Technology of Machinery, 1, 2000, Bangalore, India. *Proceedings...* Bangalore: IISC, 2000, pp.1-6.

- Lee, C.-W., Kwon, K.-S., Lee, S.-K. Modal testing of rotors with shaft inertia/ stiffness asymmetry: one-exciter/ two-sensor method. In: International Congress on Sound and Vibration, 7, 2000, Garmisch-Partenkirchen, Germany. *Proceedings...* Alois Heiss, Germany: International Institute of Acoustics and Vibration, 2000, pp.869-876.
- Lee, S. K., White, P. R. The enhancement of impulsive noise and vibration signals for fault detection in rotating and reciprocating machinery. *Journal of Sound and Vibration*, v.217, n.3, pp.485-505, 1998.
- Lieven, N. A. J., Ewins, D. J. The context of experimental modal analysis. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, v.359, pp.5-10, 2001.
- Lund, J. W. Modal response of flexible rotor in fluid-film bearings. *Journal of Engineering for Industry*, pp.525-533, May 1974.
- Ma, J., Parhi, K. K., Deprettere, E. F. Annihilation-reordering look-ahead pipelined CORDIC-based RLS adaptive filters and their application to adaptive beamforming. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v.48, n.8, pp.2414-2431, August 2000.
- Mesquita, A. L. A. *Identificação de modos operacionais e naturais de vibração em máquinas rotativas utilizando coordenadas complexas*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2004, 133p. Tese (Doutorado).
- Mohanty, P., Rixen, D. J. Operational modal analysis in the presence of harmonic excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 270, pp.93-109, 2004a.

- Mohanty, P., Rixen, D. J. A modified Ibrahim time domain algorithm for operational modal analysis including harmonic excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 275, pp. 375-390, 2004b.
- Mohanty, P., Rixen, D. J. Modified ERA method for operational modal analysis in the presence of harmonic excitations. *Mechanical System and Signal Processing*, 20, pp. 114-130, 2006.
- Muszynska, A. Whirl and whip – rotor/ bearing stability problems. *Journal of Sound and Vibration*, v.110, n.3, pp. 443-462, 1986.
- Nascimento, N. *Vibrações de eixos flexíveis bi-apoiados: análise modal*. São Paulo: Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1979, 112p. Dissertação (Mestrado).
- Nordmann, R. Identification of modal parameters of an elastic rotor with oil film bearings. *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, v.106, pp.107-112, 1984.
- Novak, P. R. *Técnicas de identificação de amortecimento estrutural*. Curitiba: Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2003, 124p. Dissertação (Mestrado).
- Pennacchi, P., Bachschmid, N., Vania, A., Zanetta, G. A., Gregori, L. Use of modal representation for the supporting structure in model-based fault identification of large rotating machinery: part I – theoretical remarks. *Mechanical System and Signal Processing*, v.20, n.3, pp. 662-681, 2006.
- Pridham, B. A. *State space modeling and identification of stochastic linear structural systems*. Hamilton, Canada: McMaster University, 2004, 310p. Tese (Doutorado).

- Qiu, X., Hansen, C. H. An algorithm for active control of transformer noise with on-line cancellation path modeling based on the perturbation method. *Journal of Sound and Vibration*, v.240, n.4, pp.647-665, 2001.
- Rao, J. S., Sreenivas, R. Dynamics of asymmetric rotors using solid models. In: International Gas Turbine Congress, 8, 2003, Tokyo. *Proceedings...* Tokyo: Gas Turbine Society of Japan, 2003, pp.1-6.
- Redmond, I. The importance of rotordynamics. *Sound and Vibration*, v.35, n.9, pp.14-20, September 2001.
- Rodriguez, C. G., Egusquiza, E., Escaler, X., Liang, Q. W., Avellan, F. Experimental investigation of added mass effects on a Francis turbine runner in still water. *Journal of Fluids and Structures*, v.22, pp. 699-712, 2006.
- Rogers, P. J., Ewins, D. J. Modal testing of an operating rotor system using a structural dynamics approach. In: International Modal Analysis Conference, 7, 1989, Las Vegas. *Proceedings...* Bethel: Society for Experimental Mechanics, 1989, v.1, pp.466-473.
- Sakai, H. Recursive least-squares algorithms of modified Gram-Schmidt type for parallel weight extraction. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v.42, n.2, pp.429-433, February 1994.
- Saracho, C. M. *Modelos matemáticos lineares e não-lineares para representar o acoplamento entre rotor e palhetas flexíveis – exemplos numéricos e verificação experimental*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2002, 244p. Tese (Doutorado).

- Sinha, J. K., Friswell, M. I., Lees, A. W. The identification of the unbalance and the foundation model of a flexible rotating machine from a single run-down. *Mechanical System and Signal Processing*, v.16, 2-3, pp.255-271, 2002.
- Smart, M. G., Friswell, M. I., Lees, A. W., Prells, U. Estimating turbogenerator foundation parameters. *Proceedings of the IMECHE Journal of Mechanical Engineering Science, Part C*, v.212, n.8, pp.653-665, 1998.
- Smart, M. G., Friswell, M. I., Lees, A. W. Estimating turbogenerator foundation parameters: model selection and regularization. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, v.456, n.1999, pp.1583-1607, 2000.
- Smith, D. L. *Introduction to dynamic systems modeling for design*. New Jersey: Prentice Hall, 1994, 472p.
- Suh, J.-H., Hong, S.-W., Lee, C.-W. Modal analysis of asymmetric rotor system with isotropic stator using modulated coordinates. *Journal of Sound and Vibration*, v.284, pp.651-671, 2005.
- Sujbert, L., Péceli, G. Signal model based periodic noise controller design. *Measurement*, v.20, n.2, pp.135-141, 1997.
- Tenqchen, S., Chang, J.-H., Feng, W.-S., Jeng, B.-S. Pipelining extended Givens Rotation RLS adaptive filters. In: IEEE International Workshop on Electronic Design, Test and Applications, 1, 2002, Christchurch, New Zealand. *Proceedings...* Los Alamitos, EUA: IEEE, 2002, pp.466-473.
- Tiwari, R., Lees, A. W., Friswell, M. I. Identification of speed-dependent bearing parameters. *Journal of Sound and Vibration*, v.254, n.5, pp.967-986, 2002.

- Uhl, T. Identification of modal parameters for nonstationary mechanical systems. *Archive of Applied Mechanics*, v.74, pp.878-889, 2005.
- Van der Auweraer, H. Structural dynamics modeling using modal analysis: applications, trends and challenges. In: Instrumentation and Measurement Technology Conference, 18, 2001, Budapest, Hungary. *Proceedings...* Los Alamitos, EUA: IEEE, 2001, v.3, pp.1502-1509.
- Vania, A. On the identification of the foundation of a large turbogenerator unit by the analysis of transient vibrations. In: International Conference on Vibrations in rotating machinery, 7, 2000, Nottingham, UK. *Proceedings...* London: IMechE, 2000, pp. 313-322.
- Watson, N. Troubleshooting large turbine/ compressor problems. *Sound and Vibration*, v.40, n.2, pp.8-10, February 2006.
- Yang, J. N., Lin, S. Parametric identification of structures using an adaptive tracking technique. In: ASCE Engineering Mechanics Conference, 16, 2003, Seattle, EUA. *Proceedings...* Reston: American Society of Civil Engineers, 2003, pp.1-12.
- Yang, J. N., Lin, S., Huang, H., Zhou, L. An adaptive extended Kalman filter for structural damage identification. *Structural Control and Health Monitoring*, v.13, pp.849-867, 2006.
- Yang, Y., Ma, F. Constrained Kalman filter for nonlinear structural identification. *Journal of Vibration and Control*, v.9, pp.1343-1357, 2003.
- Yu, F., Bouchard, M. Recursive least-squares algorithms with good numerical stability for multichannel active noise control. In: IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2001, Salt Lake City, EUA. *Proceedings...* Los Alamitos: IEEE, 2001, v.5, pp.3221-3224.

- Zhan, Y., Makis, V., Jardine, A. K. S. Adaptive model for vibration monitoring of rotating machinery subject to random deterioration. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, v.9, n.4, pp.351-375, 2003.
- Zhou, S., Shi, J. On-line estimation of nonlinear and time varying effects in rotor system using QR orderly recursive method. In: Japan-USA Symposium on Flexible Automation, 2000, Michigan, EUA. *Proceedings...* New York: ASME, 2000, n.13132 CD-ROM.
- Zhou, S. *Modeling, estimation, and active balancing of speed varying rotor system*. EUA, Michigan: University of Michigan, 2001, 157p. Tese (Doutorado).
- Zhou, S., Shi, J. Imbalance estimation for speed-varying rigid rotors using time-varying observer. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v.123, pp.637-644, December, 2001.
- Zhou, S., Shi, J. Identification of non-linear effects in rotor systems using recursive QR factorization method. *Journal of Sound and Vibration*, v.270, pp.455-469, 2004.
- Zhou, Y., Chan, S. C., Ho, K. L. An improved approximate QR-LS based second-order Volterra filter. In: IEEE Workshop on Statistical Signal Processing, 2003, St. Louis, EUA. *Proceedings...* Los Alamitos, EUA: IEEE, 2003, pp.214-217.
- Zóltowski, M. Why do optimal forgetting RLSs exhibit long term divergence and how can this be avoided? *Signal Processing*, v.68, pp.195-218, 1998.