


imp  
12/03/89

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Dissertação Apresentada a  
Faculdade de Engenharia de Campinas  
Como Requisito Parcial à Obtenção do  
Título de Mestre em Engenharia de Petróleo

SOLUÇÕES PARA TESTE DE FORMAÇÃO  
COM GEOMETRIAS DIVERSAS

Este exemplar corresponde a redação final da Tese defendida pela Eng<sup>a</sup> Maria Lúcia de Fátima e Silva e aprovada pela comissão julgadora em 21/03/89.

  
Autor : Maria Lúcia de Fátima e Silva  
Orientador : Antônio Cláudio de França Corrêa

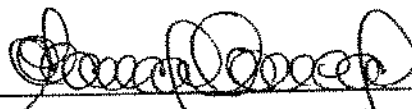
Março de 1989

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

A dissertação "Soluções para Teste de Formação com Geometrias Diversas", elaborada por Maria Lúcia de Fátima e Silva e aprovada por todos os membros da Banca Examinadora foi aceita pela Sub-Comissão de Pós-Graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial a obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 21 de Março de 1989.

Banca Examinadora



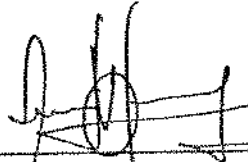
---

Antônio Cláudio de França Corrêa, Ph. D



---

Kelsen Valente Serra, Ph. D.



---

Osvair Vidal Trevisan, Ph. D.

## AGRADECIMENTOS

Sinceros agradecimentos ao Dr. Antônio Cláudio de França Corrêa, pela sugestão do tema deste trabalho, pela sua orientação e valiosas contribuições técnicas.

Um reconhecimento importante para a Dra. Maria Cristina da Cunha Bezerra, que me ajudou bastante com suas sugestões.

Aos alunos da 1<sup>a</sup> Turma do Curso de Engenharia de Petróleo da Universidade Estadual de Campinas que de uma maneira ou de outra colaboraram na realização deste trabalho.

Finalmente, um agradecimento todo especial para Luis e Elisa, meus pais, responsáveis por minha formação.

## RESUMO

O estudo do comportamento transiente da pressão em reservatórios homogêneos de hidrocarbonetos com geometria de fluxo radial cilíndrica, muitas vezes não explica anomalias encontradas em alguns testes de campo.

O conhecimento prévio da influência das heterogeneidades do reservatório no comportamento da pressão é importante na análise de testes, e conseqüentemente na determinação dos parâmetros do reservatório. Por outro lado, geometrias de fluxo que não a radial cilíndrica, algumas vezes representam melhor o modelo físico do reservatório em estudo.

O "DST" (Drill Stem Test), ou teste de formação, é uma importante ferramenta na obtenção de dados transientes de pressão, e a análise destes dados nos fornece informações como: pressão inicial do reservatório, permeabilidade da formação e dano do poço.

Neste trabalho a solução do problema do "DST" apresentada por Corrêa e Ramey (1987), é aplicada para os seguintes casos :

- 1- fluxo esférico,
- 2- fluxo radial com falha plana selante,
- 3- fluxo radial em reservatório composto,
- 4- fluxo linear.

A interpretação dos dados de pressão do período de estática para os quatro casos acima mencionados é apresentada. O método é baseado na aproximação de longo tempo da solução da pressão do "DST", a qual é equivalente à derivada em relação ao tempo da solução da pressão para o caso da vazão constante, considerando-se "skin" e estocagem. Este conceito pode ser aplicado a qualquer modelo de reservatório, do qual se conheça a solução da pressão para o caso de vazão constante.

São apresentadas novas curvas para interpretação

da pressão do período da estática.

A solução da pressão do "DST" é obtida através da transformada de Laplace. A solução numérica é obtida através da transformada inversa da pressão no poço, usando-se o algoritmo de Crump para os casos de fluxo esférico e linear. Um modelo de diferenças-finitas foi desenvolvido para obtenção da solução do modelo radial, devido ao comportamento errático da pressão quando se usou o algoritmo de Stehfest.

## ABSTRACT

Analysis of pressure transient data with the assumptions of isotropic and homogeneous porous medium and radial cylindrical flow, not always represent the anomalous pressure behaviour found in field test data, due to reservoir heterogeneities or due flow geometry other than radial flow.

A well is often subjected to physical conditions such that the flow geometry may be best represented by spherical flow (as in a partially penetrating wells), or by linear flow (short time pressure in artificially fractured wells).

Large-scale heterogeneities such as physical barriers (composite reservoir) or faults, affect transient pressure testing.

A drillstem test (DST) is usually a short-term pressure transient test, and analysis of DST pressure data may provide an estimate of formation properties and wellbore damage.

In this work, the solution of DST problem is characterized as a changing wellbore storage problem following an instantaneous pressure drop at the well. This approach was presented originally by Corrêa and Ramey(1987), and is applied in this work for the following cases:

- 1 - spherical flow,
- 2 - radial flow with a sealing fault,
- 3 - radial flow in a composite reservoir,
- 4 - linear flow.

Interpretation of DST pressure buildup data for the four cases mentioned above, is presented.

The method is based upon long-time approximations of the wellbore pressure solutions for drillstem tests, which are equivalent to the derivative with respect to time of the

constant-rate skin effect and wellbore storage solutions. This concept may be applied to any reservoir model with known analytical solutions for the constant-rate case.

New specialized plots have been developed for interpretation of DST pressure buildup data.

The DST wellbore pressure solution is obtained by Laplace transformation. A numerical solution is found by inverting wellbore pressure from the Laplace space using Crump's algorithm for spherical and linear flow cases. A finite-difference treatment was used for the radial flow case, because Stehfest algorithm has shown erratic behavior for this case.

## INDICE

PÁGINA DE APROVAÇÃO .....	ii
AGRADECIMENTOS .....	iii
RESUMO .....	iv
ABSTRACT .....	vi
INDICE .....	viii
LISTA DE FIGURAS .....	x
1 - INTRODUÇÃO .....	1
2 - SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO "DST" .....	3
2.1 - APROXIMAÇÃO DA SOLUÇÃO DA PRESSÃO PARA LONGO TEMPO DE ESTÁTICA .....	12
3 - DEFINIÇÃO DO PROBLEMA .....	14
4 - ANÁLISE DA PRESSÃO DO "DST" .....	16
4.1 - Geometria de Fluxo Radial Esférico .....	16
4.1.1 - Solução do "Slug-Test" .....	22
4.1.2 - Aproximação para Longo Tempo de Estática .....	26
4.2 - Geometria de Fluxo Linear .....	32
4.2.1 - Solução do "Slug-Test" .....	36
4.2.2 - Aproximação para Longo Tempo de Estática .....	40
4.3 - Fluxo Radial - Reservatório com Falha Plana Selante .....	43
4.3.1 - Solução do "Slug-Test" .....	49
4.3.2 - Aproximação para Longo Tempo de Estática .....	52
4.4 - Fluxo Radial - Reservatório Composto .....	59
4.4.1 - Solução do "Slug-Test" .....	66
4.4.2 - Aproximação para Longo Tempo de Estática .....	72
5 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....	77
6 - NOMENCLATURA .....	79
7 - REFERÊNCIAS .....	81



APENDICE A - APROXIMAÇÃO DA PRESSÃO DE FLUXO POR UMA SPLINE CÚBICA .....	85
APENDICE B - PROGRAMA COMPUTACIONAL .....	89

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Função Degrau Unitário .....	11
Figura 4.1.1	Penetração Parcial .....	17
Figura 4.1.2	Completação Parcial .....	17
Figura 4.1.3	Solução do "Slug-Test" para o Fluxo Esférico .....	24
Figura 4.1.4	Solução do "Slug-Test" para o Fluxo Radial .....	25
Figura 4.1.5	Influência do Coeficiente de Estocagem do Período de Estática - Fluxo Esférico ..	30
Figura 4.1.6	Influência do Coeficiente de Estocagem do Período de Estática - Fluxo Radial ....	31
Figura 4.2.1	Modelo Físico de Poço Fraturado Verticalmente .....	33
Figura 4.2.2	Solução do "Slug-Test" para o Fluxo Linear .....	38
Figura 4.2.3	Solução do "Slug-Test" para o Fluxo Linear .....	39
Figura 4.2.4	Influência do Coeficiente de Estocagem do Período de Estática - Fluxo Linear ....	42
Figura 4.3.1	Sistema com Falha Plana Selante .....	44
Figura 4.3.2	Solução do "Slug-Test" para o Fluxo Radial em Reservatório com Falha Plana Selante .....	51
Figura 4.3.3	Influência do Tempo de Produção no Comportamento da Pressão do Período de Estática em Reservatório com Falha Plana Selante .....	55
Figura 4.3.4	Influência do Tempo de Produção no Comportamento da Pressão do Período de Estática em Reservatório com Falha Plana Selante .....	56
Figura 4.3.5	Influência do Tempo de Produção no Comportamento da Pressão do Período de Estática em Reservatório com Falha Plana Selante .....	57

Figura 4.3.6	Influência da Distância da Falha no Comportamento da Pressão do Período de Estática .....	58
Figura 4.4.1	Reservatório Composto com Duas Zonas Concêntricas .....	60
Figura 4.4.2	Solução do "Slug-Test" para o Reservatório Composto com $k_1 < k_2$ .....	68
Figura 4.4.3	Solução do "Slug-Test" para o Reservatório Composto com $k_1 > k_2$ .....	69
Figura 4.4.4	Influência da Distância da Descontinuidade na Pressão do "Slug-Test" em Reservatório Composto $k_1 < k_2$ .....	70
Figura 4.4.5	Influência da Distância da Descontinuidade na Pressão do "Slug-Test" em Reservatório Composto $k_1 > k_2$ .....	71
Figura 4.4.6	Influência do Tempo de Produção no Comportamento da Pressão do Período de Estática em Reservatório Composto .....	74
Figura 4.4.7	Influência do Tempo de Produção no Comportamento da Pressão do Período de Estática em Reservatório Composto .....	75
Figura 4.4.8	Influência do Tempo de Produção no Comportamento da Pressão do Período de Estática em Reservatório Composto .....	76

## 1 - INTRODUÇÃO

Um teste de formação onde não há surgência de líquidos na superfície é um importante problema em análise transiente de pressão. Na maioria dos casos a duração do teste é pequena, a vazão é variável, e apenas uma parte da formação produtora é testada.

Mesmo nos casos em que a vazão é variável, o método de Horner é amplamente empregado na interpretação dos dados de pressão do período de estática. Para tanto usa-se a vazão média do período. No caso de poços de alta produtividade, esta consideração pode levar a erros significativos.

Na interpretação dos dados do período de fluxo, quando a vazão é variável e o coeficiente de estocagem é praticamente constante, utiliza-se o método das curvas tipo, apresentadas por Ramey, Agarwall e Martin (1972), onde se leva em conta a existência de dano.

O teste de formação não surgente pode ser descrito do seguinte modo. No instante inicial, a válvula de fundo é aberta e a pressão na face de formação é aquela exercida pela coluna de fluido existente acima da válvula. A medida que o fluido da formação entra na coluna, a pressão na face de formação aumenta, devido ao crescimento da coluna de fluido, e a vazão de produção decresce, podendo chegar a zero nas formações com baixa pressão estática.

Depois que o poço é fechado, o fluxo do meio poroso para o poço não cessa instantaneamente, havendo uma vazão decrescente, a qual é função da compressibilidade do fluido.

A solução do problema do "DST" ( teste de formação ) modelada como um "slug-test" (fluxo), onde há uma variação instantânea no coeficiente de estocagem, foi apresentada por Corrêa e Ramey, de uma forma generalizada, para qualquer geometria de fluxo. Foi também apresentado um novo método de interpretação dos dados de pressão do período

de estática para uma geometria de fluxo radial cilíndrica.

Este trabalho tem como objetivo, investigar o comportamento dos períodos de fluxo e estática para geometria de fluxo esférica, linear, radial com falha plana selante e em reservatórios compostos, utilizando-se a solução do "DST" através de uma variação instantânea do coeficiente de estocagem.

São apresentadas curvas tipo log-log para o período de fluxo, semelhantes às curvas tipo de Ramey et alii(1972), juntamente com uma função da derivada da pressão em relação ao tempo para cada caso em particular.

Para o período de estática são apresentados gráficos cartesianos, através dos quais é possível a determinação da pressão inicial e permeabilidade do reservatório.

## 2- SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO "DST"

Um teste do tipo "DST" é usualmente realizado a poço aberto a fim de testar possíveis intervalos produtores durante a fase de perfuração de um poço, ou testar intervalos comprovadamente produtores com o objetivo de determinar os parâmetros de rocha, tanto a poço aberto quanto a poço revestido. É possível se detectar também a existência de barreiras de fluxo, como falha, mudança de permeabilidade, etc.

A ferramenta utilizada na execução de um "DST" é um conjunto de obturadores e válvulas controlados da superfície, colocada na extremidade inferior da coluna de perfuração. O objetivo básico desta ferramenta é isolar a formação a ser testada, liberar a pressão hidrostática devido ao fluido existente dentro do poço, e permitir que a formação produza para dentro da coluna. Através do controle das válvulas de sub-superfície é possível a execução de uma sequência de períodos de fluxo e estática, enquanto a pressão no fundo do poço é registrada.

Através da análise da curva de pressão, pode-se estimar a permeabilidade e pressão inicial do reservatório e o dano do poço.

A maioria dos testes "DST" é não surgente, e a vazão durante o período de fluxo decresce continuamente com o tempo, enquanto a pressão de fluxo na face da formação cresce, devido ao crescimento do nível de fluido dentro da coluna. Apesar disto um dos métodos de interpretação correntemente utilizados na análise dos dados de pressão do período da estática é o método de Horner(1951).

O método de Horner tem como base a solução da equação da difusividade para um poço produzindo com vazão constante por um período de tempo  $t_p$ , e com o posterior fechamento do poço.

Para o caso de vazão variável Horner sugeriu que o tempo de produção fosse substituído por um tempo

equivalente, obtido dividindo-se a produção acumulada durante o período de fluxo pela última vazão estabilizada. O problema está na determinação da última vazão estabilizada. Dependendo do valor escolhido, obtêm-se diferentes valores da permeabilidade e da pressão inicial.

Normalmente utiliza-se na interpretação dos dados uma vazão média de produção, que é determinada dividindo-se o volume acumulado de fluido recuperado pelo tempo de produção.

Dolan et alii (1957) mostraram que, quando a diferença entre a vazão inicial e a vazão final de fluxo não é grande, a vazão média pode ser usada com boa aproximação na análise da pressão pelo método de Horner. Quanto maior o tempo de fechamento, menor será o erro cometido. Quando a taxa de declínio de vazão com o tempo é constante, esta aproximação leva a resultados bastante próximos do real.

Odeh e Selig (1963) apresentaram um método para interpretação dos dados de pressão do período da estática no caso de vazão variável, onde o tempo de fluxo é menor do que o tempo de estática.

A equação resultante é semelhante aquela do método de Horner, porém a vazão e o tempo de produção são dados pelas equações abaixo:

$$t^* = 2 \left[ t - \frac{1}{2} \frac{\sum_{i=1}^n (p_i - p_{i-1}) (t_i - t_{i-1})}{\sum_{i=1}^n (p_i - p_{i-1})} \right],$$

e

$$q^* = \frac{Q}{t^*},$$

onde :

Q → é o volume acumulado de fluido produzido no intervalo 0 a t.

t → duração do tempo de fluxo.

$p_o$  → pressão no início do fluxo.

$p_n$  → pressão final do último período de fluxo.

Correa (1982), observou que a solução da equação da difusividade para o caso do poço produzindo com vazão constante, resulta em uma pressão de fluxo decrescente com o tempo, enquanto que a maioria dos dados de "DST" mostram uma pressão de fluxo crescente com o tempo. Portanto concluiu que a aplicação do método de Horner na análise dos dados de pressão de fechamento poderia levar a resultados errôneos.

Em 1987, Correa e Ramey resolveram de forma analítica o problema do "DST", modelando-o como um "slug-test" com uma mudança brusca do coeficiente de estocagem na passagem do fluxo para a estática. Usou-se a função degrau unitário para escrever uma única condição de contorno interna, válida tanto para o período de fluxo quanto para o período de estática.

A solução analítica da pressão considera os efeitos de "skin" e estocagem, e é válida para todo o teste.

Através desta solução, Corrêa (1987) propôs um novo método de interpretação para o período de estática, onde não é necessário o uso da superposição de efeitos, e é possível se determinar a permeabilidade, a pressão inicial do reservatório, e o dano do poço.

As equações que modelam o problema físico do "DST" em forma adimensional, para a geometria de fluxo radial cilíndrica são (Corrêa, 1988):

equação do fluxo de fluidos no reservatório :

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}, \quad (2.1)$$

condição inicial do reservatório :

$$p_D(r_D, t_D=0) = 0, \quad (2.2)$$



condição de contorno externa do reservatório :

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_D(r_D, t_D) = 0, \quad (2.3)$$

condição inicial do poço :

$$p_{vD}(t_D = 0+) = 1, \quad (2.4)$$

equação de fluxo no poço :

$$q_{vD}(t_D) + C_{FD} \frac{dp_{vD}}{dt_D} = 0, \quad 0 < t_D < t_{pD}, \quad (2.5)$$

equação da estática no poço :

$$q_{vD}(t_D) + C_{SD} \frac{dp_{vD}}{dt_D} = 0, \quad t_D > t_{pD}, \quad (2.6)$$

fluxo na face da formação :

$$q_{vD}(t_D) = - \left[ r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right]_{r_D=1}, \quad (2.7)$$

efeito "Skin" :

$$p_{vD}(t_D) = p_D(r_D=1, t_D) + S q_{vD}(t_D), \quad S > 0 \quad (2.8)$$

e

$$p_{vD}(t_D) = p_D(r_D = e^{-S}, t_D), \quad S \leq 0. \quad (2.9)$$

As seguintes definições de variáveis dimensionais são utilizadas:

$$t_D = \frac{k t}{\phi \mu c_t r_w^2}, \quad (2.10)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (2.11)$$

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{p_i - p(r, t)}{p_i - p_o} \quad (2.12)$$

$$q_{vD}(t_D) = \frac{q_v(t) \mu}{2 \pi k h (p_i - p_o)} \quad (2.13)$$

e

$$C_D = \frac{C}{2 \pi \phi h c_t r_w^2} \quad (2.14)$$

A solução da equação (2.1) com suas condições de contorno e inicial, é dada no espaço de Laplace por:

$$\bar{p}_{vD}(s) = \frac{C_{FD} - (C_{FD} - C_{SD}) \left[ p_{vD}(k_-) \exp(-ks) + s \int_0^k \exp(-st_D) p_{vD}(t_D) dt_D \right]}{s C_{SD} + \frac{\sqrt{s} K_1(\sqrt{s})}{K_0(\sqrt{s}) + S \sqrt{s} K_1(\sqrt{s})}} \quad (2.15)$$

onde :

- $k \rightarrow$  tempo de produção adimensional
- $C_{FD} \rightarrow$  coeficiente de estocagem adimensional no fluxo.
- $C_{SD} \rightarrow$  coeficiente de estocagem adimensional na estática
- $S \rightarrow$  "skin"
- $K_n \rightarrow$  função de Bessel modificada de ordem "n"

A transformada de Laplace da solução da pressão no poço, para o caso de vazão constante com "skin" e estocagem em um reservatório infinito, é dada por (Agarwall, et alii 1970):

$$\bar{g}_{vD}(S, C_D, s) = \frac{1}{\left[ s^2 C_D + \frac{s \sqrt{s} K_1(\sqrt{s})}{K_0(\sqrt{s}) + S \sqrt{s} K_1(\sqrt{s})} \right]} \quad (2.16)$$

Neste trabalho a função  $g_{vD}$  é a solução da pressão no poço para o caso da vazão constante, e  $\bar{g}_{vD}$  é sua transformada de Laplace. A função  $g_{vD}(S, C_D, t_D)$  leva em conta os efeitos de "skin" e estocagem, e  $g_{vD}(0, 0, t_D)$  é a pressão no poço quando não são considerados estes efeitos. A função  $p_{vD}$  é a solução da pressão no poço do teste de formação não surgente.

Portanto, usando a equação (2.16) a equação (2.15) pode ser escrita como:

$$\bar{p}_{vD}(s) = s C_{FD} \bar{g}_{vD}(S, C_{SD}, s) \left\{ 1 - \left[ 1 - \frac{C_{SD}}{C_{FD}} \right] \cdot \left[ s \int_0^k \exp(-s t_D) p_{vD}(t_D) dt_D + p_{vD}(k) \exp(-k s) \right] \right\} \quad (2.17)$$

Correa (1987) mostrou que a equação (2.17) é geral, e que a solução do "DST" pode ser encontrada através desta equação para modelos de fluxo tais como sistemas com dupla porosidade, reservatório limitado, sistemas com falhas, etc., considerando-se geometrias de fluxo linear, radial e esférica. Na equação (2.17),  $\bar{g}_{vD}(S, C_{SD}, s)$  é a transformada de Laplace da solução da pressão para vazão constante, com "skin" e estocagem, para o modelo e geometria de fluxo desejados.

A solução da pressão é dada por :

$$p_{vD}(t_D) = C_{SD} g'_{vD}(S, C_{SD}, t_D) + (C_{SD} - C_{FD}) \int_0^{t_D} g'_{vD}(S, C_{SD}, t_D - \tau_D) (1 - S_K) p'_{vD}(\tau_D) d\tau_D, \quad (2.18)$$

onde  $S_K$  é a função degrau unitário como indicado na figura 2.1.

Como  $(1 - S_K)$  é zero para  $t_D > k$ , a solução da pressão para o período de estática ( $t_D > k$ ) é dada por :

$$p_{vD}(t_D) = (C_{SD} - C_{FD}) \int_0^{t_D} g'_{vD}(S, C_{SD}, t_D - \tau_D) p'_{vD}(\tau_D) d\tau_D + C_{SD} g'_{vD}(S, C_{SD}, t_D), \quad t_D > k. \quad (2.19)$$

Quando  $t_D < k$ ,  $S_K$  é zero, e a equação (2.18) reduz-se a:

$$p_{vD}(t_D) = C_{FD} g'_{vD}(S, C_{FD}, t_D), \quad t_D < k, \quad (2.20)$$

que é a solução do "slug-test".

O método de interpretação do período de estática do "DST" apresentado, será aplicado para os casos ora em estudo, tendo como objetivo a definição de um grupo  $n$ -dimensional equivalente aquele encontrado para o caso do fluxo radial. Isto é, para escoamento radial, mostrou-se que um gráfico cartesiano de  $p_v(t)$  versus  $t_p/(t_p + \Delta t)$  apresenta uma linha reta quando  $\Delta t$  é grande, sendo que a declividade desta reta é inversamente proporcional a permeabilidade da formação. A extrapolação desta reta para  $t_p/(t_p + \Delta t) = 0$  fornece a pressão estática do reservatório. O que se busca é um grupo equivalente a  $t_p/(t_p + \Delta t)$ , tal que um gráfico cartesiano de  $p_v(t)$  versus este grupo, resulte numa reta para o caso de outras geometrias tais como fluxo esférico ou

linear. Também investiga-se qual seria o comportamento da pressão no caso do fluxo radial cilíndrico, de um poço produzindo próximo a uma falha plana selante, ou um poço em um reservatório composto.

No capítulo 4, será feita a análise do comportamento da pressão para longo tempo de fechamento, para os casos em estudo.

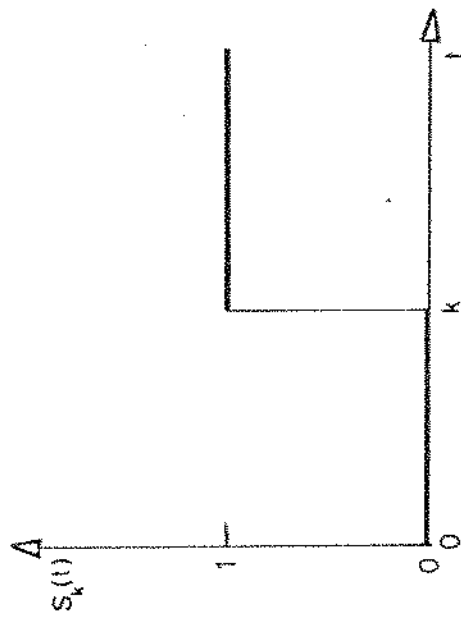
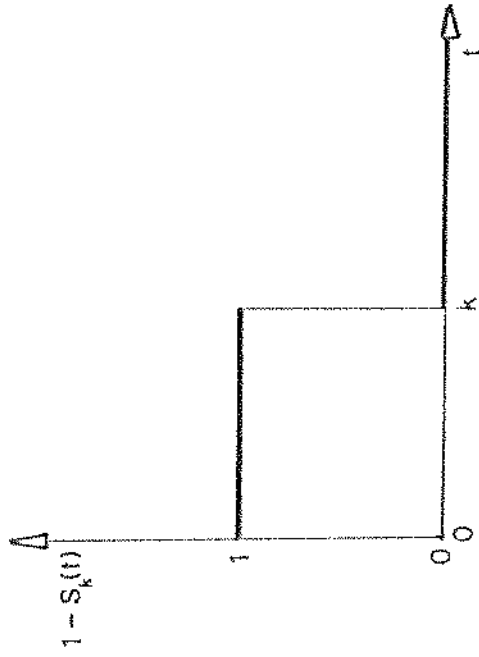


Figura 2.1 FUNÇÃO DEGRAU UNITÁRIO E SEU COMPLEMENTO

## 2.1- APROXIMAÇÃO DA SOLUÇÃO DA PRESSÃO PARA LONGO TEMPO DE ESTÁTICA.

Se o tempo de estática é longo, comparado ao tempo de produção, a seguinte aproximação pode ser usada :

$$g'_{vD}(S, C_{SD}, t_D - k) = g_{vD}(S, C_{SD}, t_D) , \quad (2.21)$$

e a equação (2.19) pode ser escrita como :

$$p_{vD}(t_D) = g'_{vD}(S, C_{SD}, t_D) \left[ C_{FD} [1 - p_{vD}(k)] + C_{SD} p_{vD}(k) \right] . \quad (2.22)$$

### SOLUÇÃO DE LONGO TEMPO PARA $g_{vD}(S, C_D, s)$

A solução da pressão, no espaço de Laplace, considerando-se "skin" e estocagem, para um modelo de fluxo qualquer é :

$$\bar{g}_{vD}(S, C_D, s) = \frac{1}{\left[ s^2 C_D + \frac{1}{\bar{g}_{vD}(S, 0, s)} \right]} . \quad (2.23)$$

Utilizando-se o teorema do valor final para transformadas de Laplace, isto é, quando  $t_D \rightarrow \infty$  o parâmetro  $s \rightarrow 0$ , resulta :

$$\lim_{s \rightarrow 0} \bar{g}_{vD}(S, C_D, s) = \bar{g}_{vD}(S, 0, s) , \quad (2.24)$$

o que normalmente é observado na prática, pois para longo tempo, os efeitos de estocagem não mais influenciam o comportamento da pressão devido à produção com vazão constante.

A solução da vazão constante, sem "skin", pode ser correlacionada com a solução considerando-se

"skin", através da seguinte equação:

$$\bar{g}_{vD}(S, 0, s) = \bar{g}_{vD}(0, 0, s) + \frac{S}{s} . \quad (2.25)$$

Substituindo-se a equação (2.25) na transformada da equação (2.24), temos que, para longo tempo:

$$\bar{g}_{vD}(S, C_D, s) = \bar{g}_{vD}(0, 0, s) + \frac{S}{s} , \quad (2.26)$$

cuja transformada inversa produz :

$$g_{vD}(S, C_D, t_D) = g_{vD}(0, 0, t_D) + S . \quad (2.27)$$

A equação (2.27) indica que o efeito de película pode ser incluído na solução de longo tempo para produção com vazão constante, como um termo aditivo. Derivando-se a equação (2.27) em relação ao tempo, tem-se, para longo tempo:

$$g'_{vD}(S, C_D, t_D) = g'_{vD}(0, 0, t_D) . \quad (2.28)$$

Ou seja, os efeitos de estocagem e dano não influenciam a solução de longo tempo da derivada da pressão em relação ao tempo, para o caso da vazão constante. Este resultado será utilizado no desenvolvimento de métodos de interpretação para testes de formação, considerando-se as condições definidas a seguir.



### 3-DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Este trabalho tem como objetivo analisar o comportamento da solução da pressão de um teste de formação em poços não surgentes, para os seguintes modelos e geometrias de fluxo :

- 1- Geometria de fluxo radial esférica,
- 2- Geometria de fluxo linear,
- 3- Geometria de fluxo radial cilíndrica,
  - 3.1- Com poço próximo a falha plana selante,
  - 3.2- Com poço em reservatório composto.

Para se gerar as soluções da pressão no poço para os casos acima mencionados, foi desenvolvido um programa computacional com a seguinte sequência de cálculo :

1-TRANSFORMADA DE LAPLACE DA SOLUÇÃO DA PRESSÃO NO POÇO PARA O CASO DA VAZÃO CONSTANTE SEM "SKIN" E ESTOCAGEM :

$$\bar{g}_{vD}(0,0,s) .$$

2-TRANSFORMADA DE LAPLACE DA SOLUÇÃO DA PRESSÃO NO POÇO COM "SKIN" E ESTOCAGEM:

$$\bar{g}_{vD}(S,C_D,s) = \frac{1}{\left[ s^2 C_D + \frac{s}{s \bar{g}_{vD}(0,0,s) + S} \right]} . \quad (2.26)$$

3-TRANSFORMADA DE LAPLACE DA SOLUÇÃO DO "SLUG TEST"

$$\bar{p}_{vD}(s) = C_{FD} s \bar{g}_{vD}(S,C_D,s) , \quad 0 < t_D < t_{pD} . \quad (3.1)$$

4-INVERSÃO NUMÉRICA DA TRANSFORMADA DE LAPLACE DA SOLUÇÃO DO "SLUG-TEST" USANDO-SE O ALGORITMO DE STEPHENST OU CRUMP.

$$\bar{p}_{VD}(s) \longrightarrow p_{VD}(t_D) .$$

5-APROXIMAÇÃO DE  $p_{VD}(t_D)$  POR UMA SPLINE CÚBICA

$$p_{VD}(t_D) = \sum_{i=0}^{n-1} f_i(t_D) . \quad (A.2)$$

6-CÁLCULO DA INTEGRAL

$$I = \int_0^{t_{pD}} \exp(-s t_D) \sum_{i=0}^{n-1} f_i(t_D) dt_D . \quad (3.2)$$

7-CÁLCULO DA TRANSFORMADA DE LAPLACE DA SOLUÇÃO DA PRESSÃO PARA  $t_D \geq t_{pD}$  ,

$$\bar{p}_{VD}(s) = s \bar{g}_{VD}(S, C_{SD}, s) \left\{ C_{FD} - (C_{FD} - C_{SD}) \cdot \left[ s \int_0^{t_{pD}} \exp(-s t_D) \sum_{i=0}^{n-1} f_i(t_D) dt_D + p_{VD}(k-) \exp(-k s) \right] \right\} . \quad (3.3)$$

8 - INVERSÃO NUMÉRICA DE  $\bar{p}_{VD}(s)$

$$\bar{p}_{VD}(s) \longrightarrow p_{VD}(t_D) .$$

A solução da equação diferencial parcial (2.1), com as condições de contorno e inicial dadas através das equações (2.2) a (2.7), (fluxo radial), foi encontrada aplicando-se a técnica de diferenças finitas.

Esta solução se fez necessária devido às oscilações encontradas na inversão numérica da equação (3.3), para o período da estática, quando se usou o algoritmo de Stehfest (1970), para o cálculo da pressão através do método anteriormente descrito.

## 4 -ANÁLISE DA PRESSÃO DO "DST".

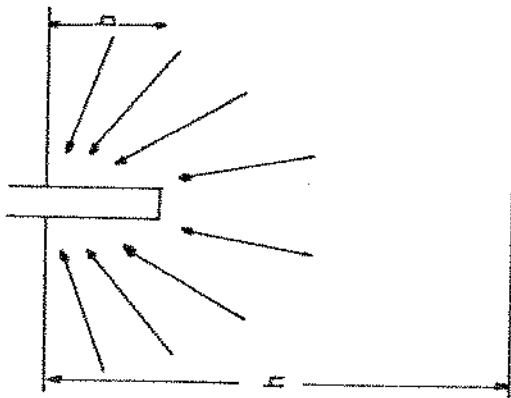
### 4.1- GEOMETRIA DE FLUXO RADIAL ESFÉRICO.

A teoria de interpretação dos dados de fluxo ou de crescimento de pressão, como foi proposta por Horner, é baseada no escoamento radial cilíndrico de um fluido de pequena compressibilidade em um meio homogêneo infinito. Para que o fluxo seja radial o poço deve atravessar completamente a formação produtora.

No caso de um poço em que parte da zona produtora é bloqueada, devido à penetração parcial (fig.4.1.1), completação parcial (fig.4.1.2), ou ainda no caso de um teste de formação onde apenas um pequeno intervalo da formação produtora é selecionado para teste, a geometria de fluxo radial esférica pode representar melhor o comportamento da produção.

Nisle (1958) apresentou a teoria da análise de crescimento de pressão para poços com penetração parcial. Ele mostrou que a análise através do método de Horner indica que, para valores pequenos de tempo, o poço se comporta como se a espessura da zona porosa fosse igual ao intervalo aberto ao fluxo. Assim o gráfico de Horner apresenta uma reta cuja declividade é proporcional ao valor de  $kh/\mu$ , sendo que neste caso a espessura é igual ao intervalo aberto, ou seja  $h=b$ . Depois de um período de transição, uma nova reta se desenvolve, e neste caso o valor de  $kh/\mu$  calculado representa a produtividade da formação.

Portanto, o comportamento do fluxo em poços com penetração parcial, apresenta três períodos de fluxo distintos, ou seja, radial com espessura porosa igual ao intervalo aberto ao fluxo, transição e radial com espessura porosa igual a espessura da formação produtora.



h - espessura da formação produtora  
 b - intervalo aberto ao fluxo

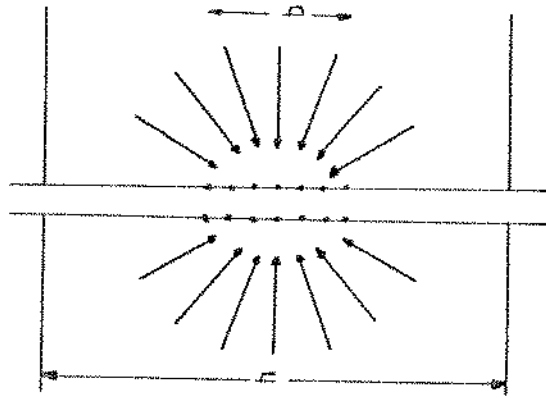


Figura 4.1.1 PENETRAÇÃO PARCIAL

Figura 4.1.2 COMPLETAÇÃO PARCIAL

De acordo com Brons (1961) o tempo no qual o fluxo se comporta como radial cilíndrico com  $h=b$  ( 1º período de fluxo radial), é da ordem de poucos minutos, e pode ser totalmente mascarado pela estocagem. Por outro lado, o segundo período de fluxo radial pode demorar muitas horas para se desenvolver, e pode até não ocorrer se o tempo de fluxo é pequeno e/ou se a formação produtora for muito espessa. Culhan (1974) mostrou através de vários exemplos, que este tempo é bastante grande, e em um caso específico este tempo foi de 162.0 horas.

Culhan mostrou que o período de transição entre o primeiro e o segundo comportamento de fluxo radial, pode ser analisado considerando-se uma geometria de fluxo esférica.

Um reservatório com geometria de fluxo esférica pode ser definido num determinado instante de tempo como superfícies esféricas concêntricas (equipotenciais), cujas propriedades físicas variam somente com a distância radial.

A solução da equação da difusividade em coordenadas esféricas, para várias condições de contorno, foi apresentada por Chatas (1966).

Para se aplicar a equação de fluxo esférico no caso de penetração parcial, ou completação parcial, deve-se utilizar um raio de poço equivalente ao raio esférico, utilizado na equação com coordenadas esféricas.

De acordo com Moran e Finklea (1962), o raio equivalente é dado por :

$$r_{sv} = \frac{b}{2 \ln \left[ \frac{b}{r_v} \right]}, \quad (4.1.1)$$

onde :

$r_v$  → raio do poço.

$b$  → espessura da zona aberta ao fluxo.

$r_{sv}$  → raio equivalente, para o fluxo esférico.

Moran e Finklea sugeriram uma fórmula aproximada para o cálculo do raio de investigação dado por  $r_{Di} = \sqrt{4 t_D}$ , e Culhan sugeriu que este raio seja calculado por  $r_{Di} = \sqrt{10 t_D}$ . Através de qualquer destas fórmulas nota-se que, para casos práticos, a distância investigada é muito grande quando comparada com o diâmetro do poço, de modo que o resultado da distribuição de pressão não é afetado pela dimensão do poço.

A equação diferencial em forma adimensional para o fluxo radial em coordenadas esféricas, para um fluido de pequena compressibilidade num meio homogêneo, é :

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{2}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}, \quad (4.1.2)$$

onde as variáveis adimensionais são definidas como :

$$r_D = \frac{r}{r_{sv}}, \quad (4.1.3)$$

$$t_D = \frac{k t}{\phi \mu c_t r_{sv}^2}, \quad (4.1.4)$$

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{4 \pi k r_{sv}}{q \mu} \left[ p_i - p(r, t) \right], \quad (4.1.5)$$

$$e \quad C_D = \frac{C}{4 \pi \phi c_t r_{sv}^3}. \quad (4.1.6)$$

Para o caso de um poço produzindo com vazão constante na face da formação, de um reservatório originalmente em equilíbrio, com dimensões tais que a queda de pressão no seu limite externo é desprezível, as condições de contorno e inicial são :

i) condição inicial :

$$p_D(r_D, t_D=0) = 0, \quad (4.1.7)$$

ii) condição de contorno interna :

$$\left[ r_D^2 \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right]_{r_D=1} = -1, \quad (4.1.8)$$

iii) condição de contorno externa :

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_D(r_D, t_D) = 0. \quad (4.1.9)$$

A solução da equação (4.1.2), com as condições dadas pelas equações (4.1.3) a (4.1.9), no espaço de Laplace, é :

$$\bar{p}_D(r_D, s) = \frac{\exp[-(r_D-1)\sqrt{s}]}{r_D s [1 + \sqrt{s}]}. \quad (4.1.10)$$

A solução no espaço real é obtida invertendo-se a equação anterior, o que produz :

$$p_D(r_D, t_D) = -\frac{1}{r_D} \left[ \exp(t_D + r_D - 1) \operatorname{erfc} \left( \sqrt{t_D} + \frac{r_D - 1}{2\sqrt{t_D}} \right) + \operatorname{erfc} \left( \frac{r_D - 1}{2\sqrt{t_D}} \right) \right]. \quad (4.1.11)$$

A solução da pressão no poço, para escoamento esférico com produção com vazão constante, é :

$$g_{vD}(S=0, C_D=0, t_D) = p_D(r_D=1, t_D) = 1 - \exp(t_D) \operatorname{erfc} \left( \sqrt{t_D} \right). \quad (4.1.12)$$

Para grandes valores de  $t_D$ , a seguinte aproximação pode ser feita (Carslaw e Jaeger) :

$$\exp(t_D) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{t_D}\right) \approx \frac{1}{\sqrt{\pi} \sqrt{t_D}} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{2t_D} + \frac{1.3}{(2t_D)^2} - \frac{1.3.5}{(2t_D)^3} \dots \right], \quad (4.1.13)$$

tal que :

$$\exp(t_D) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{t_D}\right) \approx \frac{1}{\sqrt{\pi} \sqrt{t_D}}. \quad (4.1.14)$$

Portanto, para longo tempo,

$$g_{vD}(S=0, C_D=0, t_D) \approx 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi} \sqrt{t_D}}, \quad (4.1.15)$$

e ainda :

$$g'_{vD}(S=0, C_D=0, t_D) \approx \frac{1}{2\sqrt{\pi} (t_D)^{3/2}}. \quad (4.1.16)$$

Essas equações, para comportamento de longo tempo da pressão no poço e sua derivada temporal, serão utilizadas no desenvolvimento de métodos para interpretação de testes de formação em sistemas com geometria esférica.



#### 4.1.1- SOLUÇÃO DO "SLUG-TEST" .

A solução da pressão no poço para o período de fluxo do "DST", é dada pela solução do "slug-test".

$$p_{vD}(t_D) = C_{FD} g'_{vD}(S, C_{FD}, t_D) . \quad (2.20)$$

Substituindo-se a derivada em relação ao tempo da solução de longo tempo para produção com vazão constante, equação (4.1.16), tem-se :

$$p_{vD}(t_D) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{1}{(t_D^{3/2}/C_{FD})} . \quad (4.1.17)$$

Esta solução tem comportamento similar à solução de longo tempo do "slug-test", para fluxo radial, a qual é dada por :

$$p_{vD}(t_D) = \frac{1}{2(t_D/C_D)} , \quad (4.1.18)$$

sendo que neste caso o tempo é substituído por  $t_D^{3/2}$ .

Tomando-se a derivada de  $p_{vD}$  em relação à  $(t_D^{3/2}/C_{FD})$  na equação (4.1.17), e agrupando-se as variáveis resultantes em forma conveniente, resulta :

$$-\sqrt{\pi} \left[ \frac{t_D^{3/2}}{C_{FD}} \right]^2 \frac{\partial p_{vD}}{\partial (t_D^{3/2}/C_{FD})} = \frac{1}{2} . \quad (4.1.19)$$

Ou seja, para qualquer valor de  $C_{FD}$ , todas as soluções obtidas através da equação (4.1.19), convergem para um único valor (0.5), quando o tempo de produção é suficientemente grande (fig. 4.1.3).

Na figura (4.1.3) temos a solução do "slug-test" para o fluxo esférico. Comparando-se com a figura (4.1.4), a

qual apresenta a solução do "slug-test" para o fluxo radial, observa-se que o efeito de estocagem no fluxo esférico é mais pronunciado do que no fluxo radial.

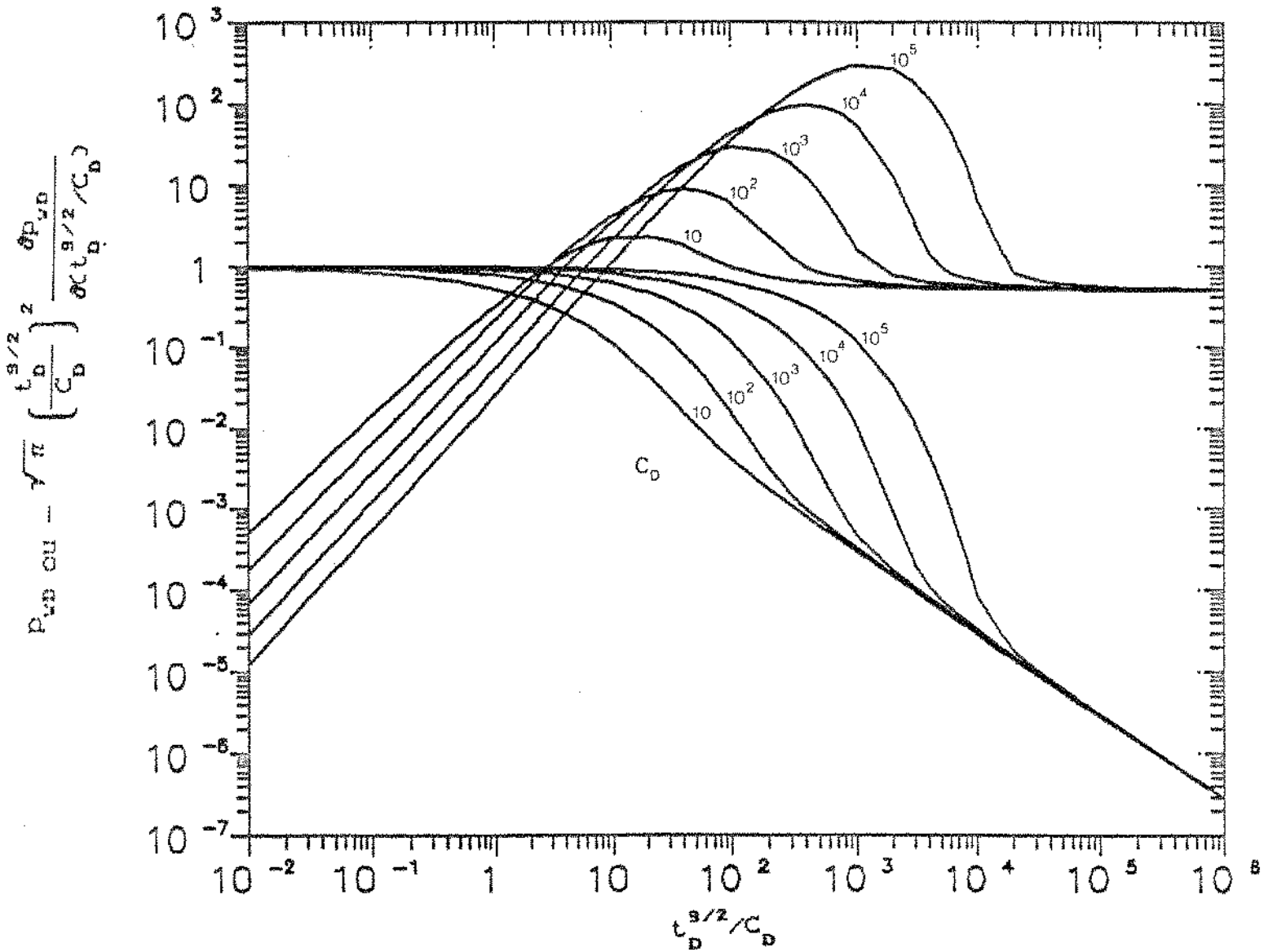


Figura 4.1.3 SOLUÇÃO DO "SLUG-TEST" - FLUXO ESFÉRICO

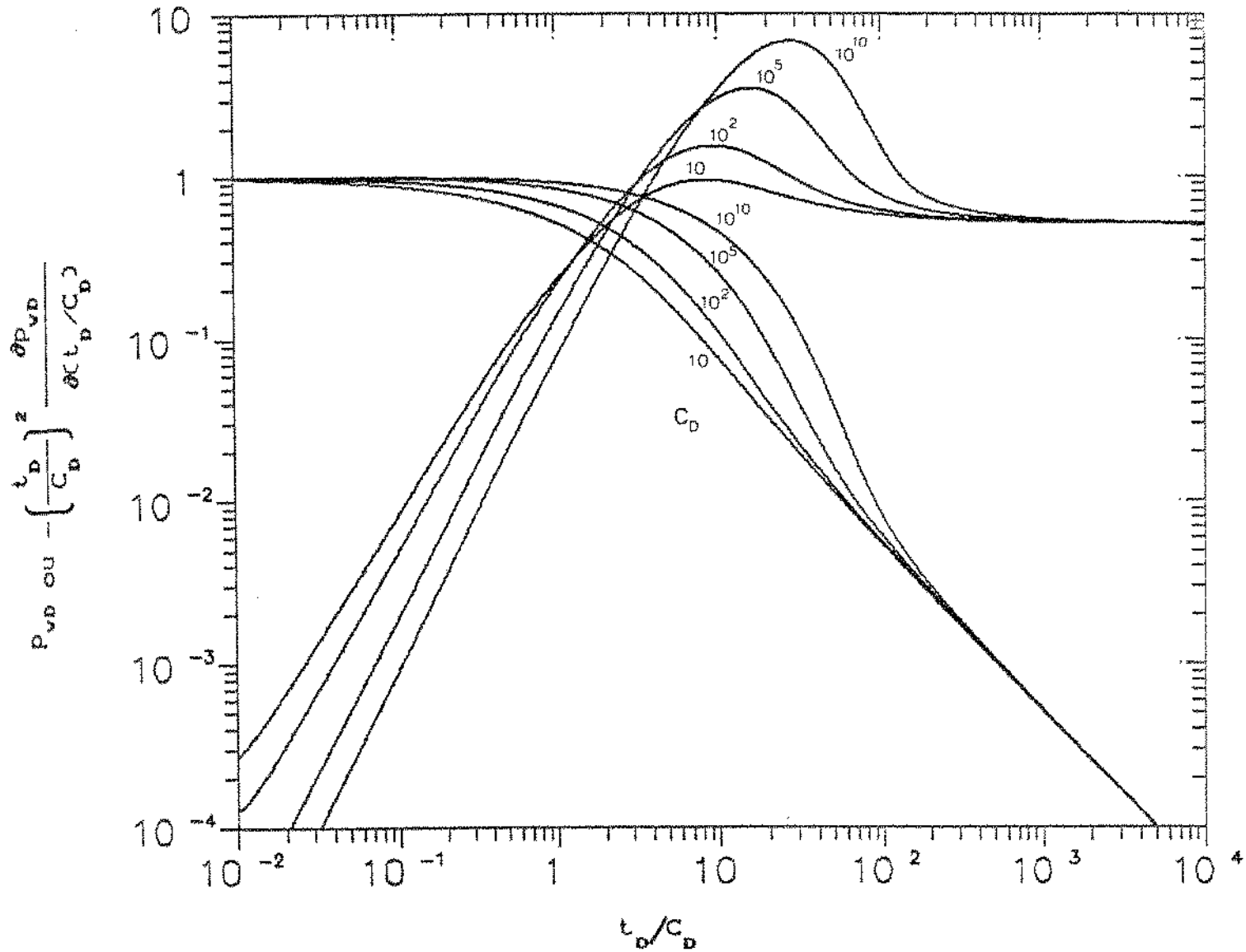


Figura 4.1.4 SOLUÇÃO DO "SLUG-TEST" - FLUXO RADIAL

#### 4.1.2 - APROXIMAÇÃO PARA LONGO TEMPO DE ESTÁTICA

Conforme descrito no item 2.1, a solução do "DST" para longo tempo de estática é :

$$p_{vD}(t_D) = g'_{vD}(S, C_{SD}, t_D) \left[ C_{FD} [1 - p_{vD}(k)] + C_{SD} p_{vD}(k) \right] . \quad (2.22)$$

Quando o tempo de produção é grande bastante, de tal modo que os efeitos de estocagem não sejam mais importantes, então  $g'_{vD}(S, C_{SD}, t_D)$  pode ser representado pela equação (4.1.16), a qual pode ser substituída em (2.22), resultando :

$$p_{vD}(t_D) = \frac{1}{2 \sqrt{\pi} (t_D)^{3/2}} \left[ C_{FD} \left( 1 - p_{vD}(k) \right) + C_{SD} p_{vD}(k) \right] . \quad (4.1.20)$$

que, em termos das variáveis originais, pode ser escrita como :

$$p_i - p_v(t) = \frac{\mu}{8 k \pi^{3/2}} \sqrt{\frac{\phi \mu c_t}{k}} \cdot \left[ C_F (p_{ff} - p_{fi}) + C_S (p_i - p_{ff}) \right] \frac{1}{t^{3/2}} . \quad (4.1.21)$$

Sabendo - se que a vazão média de produção é dada por:

$$q = \frac{C_F (p_{ff} - p_{fi})}{t_p} , \quad (4.1.22)$$

então a equação (4.1.21) se reduz a :

$$P_v(t) = p_i - m_c \left[ \frac{t_p}{t_p + \Delta t} \right]^{3/2}, \quad (4.1.23)$$

onde :

$$m_c = \frac{q \mu}{8 k \pi^{3/2}} \sqrt{\frac{\phi \mu c_t}{t_p k}} \left[ 1 + \frac{C_s(p_i - p_{ff})}{q t_p} \right]. \quad (4.1.24)$$

Portanto, traçando-se num gráfico cartesiano  $P_v(t)$  versus  $\left[ \frac{t_p}{t_p + \Delta t} \right]^{3/2}$ , os pontos correspondentes a grandes valores de  $\Delta t$  estão alinhados numa reta cuja declividade é  $m_c$ . A declividade da reta é inversamente proporcional a permeabilidade da formação.

O termo:

$$\alpha_v = \frac{C_s(p_i - p_{ff})}{q t_p}, \quad (4.1.25)$$

na maioria dos casos pode ser desprezado quando comparado à unidade (Corrêa, 1967), e portanto, a permeabilidade da formação pode ser calculada por :

$$k = \left[ \frac{q \mu}{8 \pi m_c} \sqrt{\frac{\phi \mu c_t}{t_p \pi}} \right]^{2/3}. \quad (4.1.26)$$

A extrapolação da reta para  $\Delta t \rightarrow \infty$  fornece a pressão inicial do reservatório.

Na figura (4.1.5) vê-se a influência do coeficiente de estocagem da estática, no tempo requerido para que a reta seja observada. Quanto maior o seu valor, maior será o tempo de estática necessário para que a reta se desenvolva. Para fins de comparação, na figura (4.1.6), é apresentada a solução para o caso de reservatório homogêneo com fluxo radial cilíndrico.

Observa-se ainda que a equação (4.1.20) pode ser

escrita como:

$$p_{vD}(t_D) = \frac{1}{2 \sqrt{\pi} (t_D^{3/2} / C_D^*)} , \quad (4.1.27)$$

onde :

$$C_D^* = C_{FD} [1 - p_{vD}(k)] + C_{SD} p_{vD}(k) \quad (4.1.28)$$

Comparando-se esta solução com a equação (4.1.17), observa-se que o comportamento de longo tempo da solução da pressão do período de fechamento, é semelhante ao comportamento para longo tempo de fluxo, definido por um coeficiente de estocagem equivalente ( $C_D^*$ ), o qual é função do tempo de produção.

Na Tabela 1 vemos como varia o valor de  $C_D^*$  para tempos de produção distintos, como função de  $C_{FD}$  e  $C_{SD}$ , para os casos de fluxo esférico, linear e radial .

TABELA 1

$C_D^*$  COMO FUNÇÃO DE  $C_{SD}$  E  $t_{PD}$  PARA  $C_{FD} = 10^3$

FLUXO ESFÉRICO

$C_{SD} \backslash t_{PD}$	1	10	100	1000
1	3,1	14,4	105,8	640,5
10	12,1	23,3	113,9	643,8
100	101,9	112,1	194,4	676,2

FLUXO RADIAL

$C_{SD} \backslash t_{PD}$	1	10	100	1000
1	2,6	8,4	42,9	249,2
10	11,5	17,3	51,5	256,0
100	101,4	106,6	137,7	323,6

FLUXO LINEAR

$C_{SD} \backslash t_{PD}$	1	10	100	1000
1	2,1	4,5	12,2	35,7
10	11,1	13,5	21,0	44,3
100	101,0	103,2	110,0	131,2



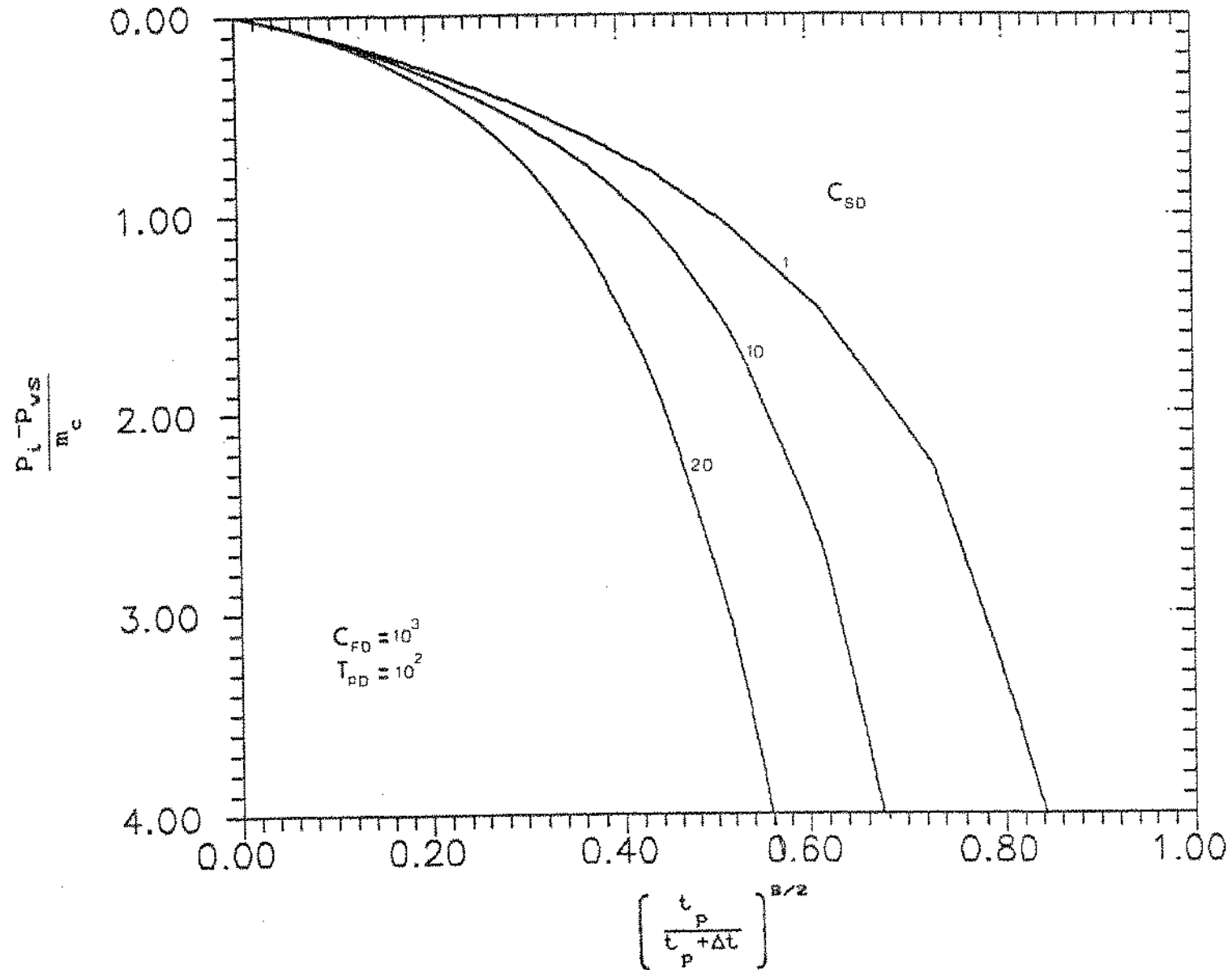


Figura 4.1.5 INFLUENCIA DO COEFICIENTE DE ESTOCAGEM DA ESTATICA - FLUXO ESFERICO

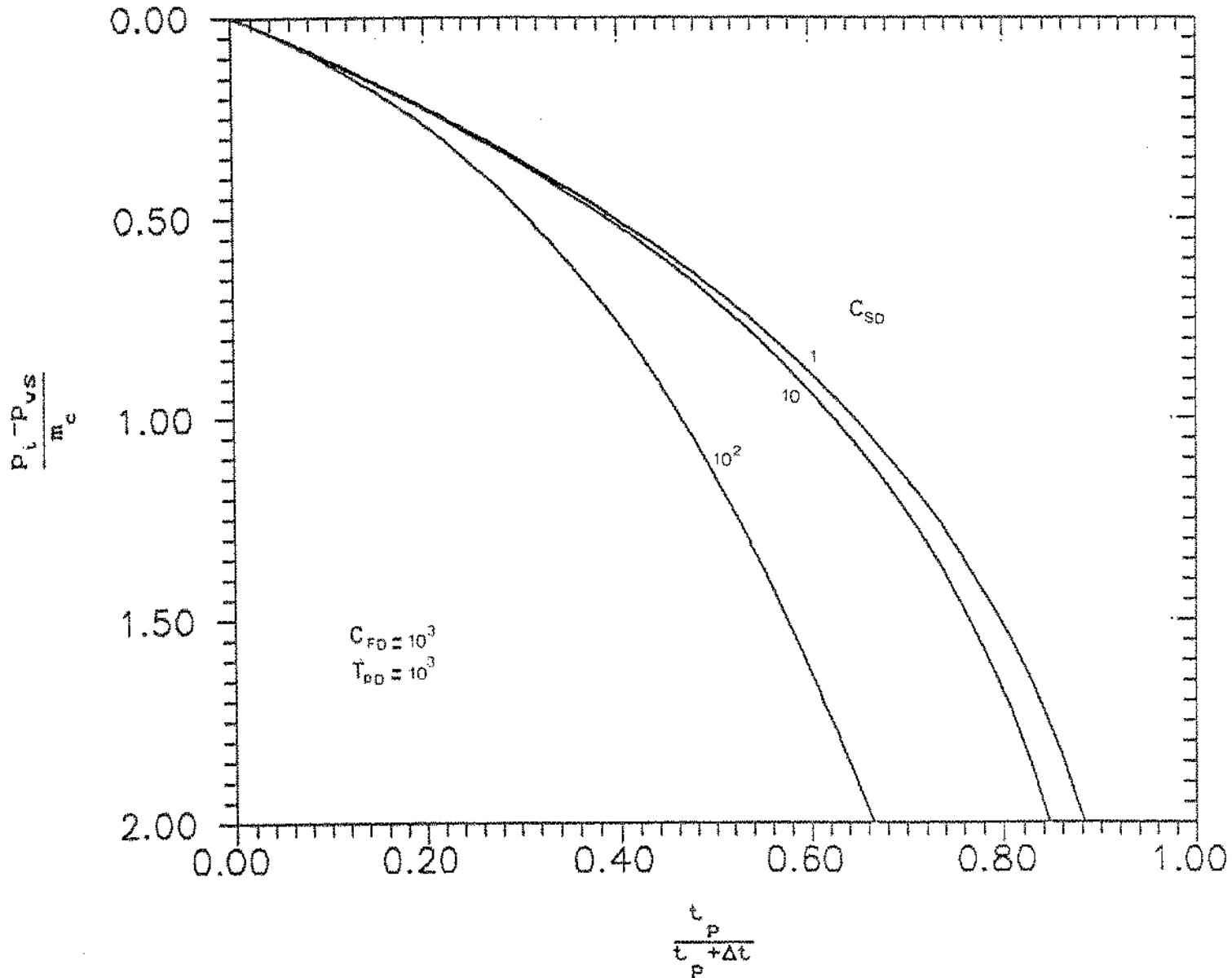


Figura 4.1.6 INFLUENCIA DO COEFICIENTE DE ESTOCAGEM DA ESTATICA - FLUXO RADIAL

## 4.2 - POÇO COM FRATURA ARTIFICIAL VERTICAL ( GEOMETRIA DE FLUXO LINEAR )

Um grande número de poços completados atualmente são estimulados através da técnica de fraturamento hidráulico. Portanto, é importante que o efeito do fraturamento no comportamento da pressão seja conhecido.

A orientação da fratura depende da distribuição de tensões na formação, de modo que tanto fraturas horizontais como verticais podem ser induzidas artificialmente. Acredita-se que para profundidades maiores que 1000 metros, todas as fraturas induzidas artificialmente são verticais (Earlougher,1977).

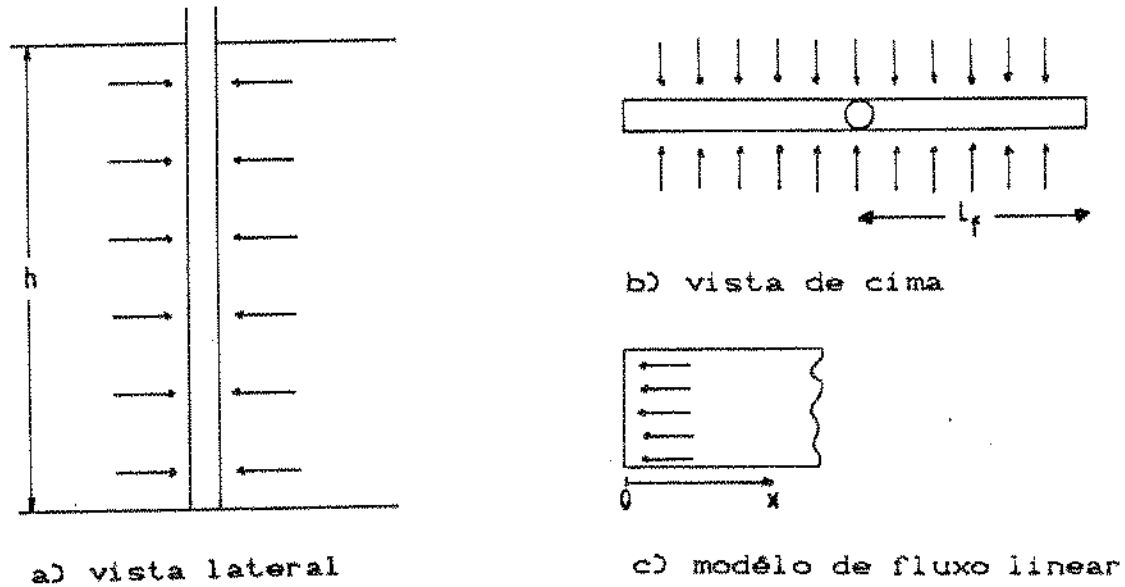
Quando a fratura tem alta condutividade, isto é, quando a queda de pressão na própria fratura é desprezível, o comportamento da pressão para curto tempo pode ser analisado através da teoria de fluxo linear. Admite-se que o fluxo de fluidos seja uniforme através da fratura (a vazão por unidade de área transversal é constante ao longo de toda a fratura ). Quanto maior o comprimento da fratura, maior será a duração do tempo em que o escoamento apresenta comportamento linear. Para valores grandes de tempo de produção, o fluxo terá comportamento radial.

Apesar do pequeno tempo de duração esperado, no comportamento de fluxo linear através de uma fratura vertical artificial, será considerada a geometria de fluxo linear em um reservatório semi-infinito, para se modelar o problema de "DST" em poço com fratura vertical (fig. 4.2.1a,4.2.1b,4.2.1c) .

Neste caso, as variáveis adimensionais são definidas por :

$$x_D = \frac{x}{L} , \quad (4.2.1)$$

$$t_D = \frac{k t}{\phi \mu c_t L^2} , \quad (4.2.2)$$



- $h$  - altura da fratura = espessura do reservatório
- $L_f$  - meio comprimento de fratura
- $A = 2L_f h$  - área aberta ao fluxo

Figura 4.2.1 MODELO FÍSICO DE POÇO FRATURADO VERTICALMENTE

$$p_D(x_D, t_D) = \frac{k A}{q \mu L^2} \left[ p_i - p(x, t) \right], \quad (4.2.3)$$

$$e \quad C_D = \frac{C}{4 L^2 h \phi c_t}, \quad (4.2.4)$$

onde L é uma dimensão de referência.

A equação do fluxo no reservatório é dada por :

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}, \quad (4.2.5)$$

sendo condição inicial para o reservatório em repouso :

$$p_D(x_D, t_D = 0) = 0, \quad (4.2.6)$$

a condição de contorno interna para produção com vazão constante na face da formação:

$$\left[ \frac{\partial p_D}{\partial x_D} \right]_{x_D = 0} = -1, \quad (4.2.7)$$

e a condição de contorno externa para reservatório infinito :

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_D(x_D, t_D) = 0. \quad (4.2.8)$$

A solução da equação (4.2.5) no espaço de Laplace, considerando-se as condições inicial e de contorno descritas pelas equações (4.2.6) a (4.2.8), é dada por :

$$\bar{p}_D(x_D, s) = \frac{\exp(-x_D \sqrt{s})}{s \sqrt{s}}, \quad (4.2.9)$$

com a pressão no poço, (face  $x=0$ ), dada por :

$$\bar{g}_{vD}(S=0, C_D=0, t_D) = \bar{p}_D(x_D=0, s) = \frac{1}{s \sqrt{s}} \quad (4.2.10)$$

A solução da pressão no espaço real é :

$$p_D(x_D, t_D) = 2 \sqrt{\frac{t_D}{\pi}} \exp\left[\frac{-x_D^2}{4 t_D}\right] - x_D \operatorname{erfc}\left[\frac{x_D}{\sqrt{4 t_D}}\right], \quad (4.2.11)$$

ou ainda, para a pressão no poço:

$$g_{vD}(S=0, C_D=0, t_D) = p_D(x_D=0, t_D) = 2 \sqrt{\frac{t_D}{\pi}}, \quad (4.2.12)$$

cuja derivada temporal produz :

$$g'_{vD}(S=0, C_D=0, t_D) = \frac{1}{\sqrt{\pi t_D}} \quad (4.2.13)$$

#### 4.2.1 - SOLUÇÃO DO "SLUG-TEST" .

A transformada de Laplace da solução da pressão no poço para o período de fluxo do "DST" é dada pela equação:

$$\bar{p}_{VD}(s) = C_{FD} s \bar{g}_{VD}(S, C_{FD}, t_D) , \quad (3.1)$$

onde :

$$\bar{g}_{VD}(S, C_{FD}, s) = \frac{1}{\left[ S^2 C_{FD} + \frac{s}{s \bar{g}_{VD}(0,0,s) + S} \right]} . \quad (2.26)$$

No caso do fluxo linear, a transformada da solução da vazão constante sem "skin" e estocagem, é dada pela equação :

$$\bar{g}_{VD}(S=0, C_D=0, s) = \bar{p}_D(x_D=0, s) = \frac{1}{s \sqrt{s}} . \quad (4.2.10)$$

Portanto, considerando-se  $S=0$ , as equações (2.26) e (4.2.10) podem ser substituídas em (3.1), o que produz :

$$\bar{p}_{VD}(s) = \frac{1}{\sqrt{s} (\sqrt{s} + 1/C_{FD})} . \quad (4.2.14)$$

A transformada inversa da equação (4.2.14) é (Churchill) :

$$p_{VD}(t_D) = \exp(t_D/C_{FD}^2) \operatorname{erfc}(\sqrt{t_D}/C_{FD})^2 . \quad (4.2.15)$$

Portanto, para "skin" zero, a pressão adimensional no poço pode ser correlacionada com o grupo  $\sqrt{t_D}/C_{FD}$ . A figura (4.2.2), apresenta o gráfico de  $p_{VD}$  versus  $\sqrt{t_D}$ , onde observa-se a influência do coeficiente de estocagem no comportamento da pressão . A figura (4.2.3) apresenta os resultados da pressão e de uma função de sua

derivada temporal, versus o grupo  $\sqrt{t_D}/C_{FD}$ .

Para grandes valores de  $\sqrt{t_D}/C_{FD}$ , a equação (4.2.15) pode ser aproximada por :

$$p_{vD}(t_D) \approx \frac{1}{\sqrt{\pi} \sqrt{t_D}/C_{FD}} .$$

$$\cdot \left[ 1 - \frac{1}{2(\sqrt{t_D}/C_{FD})^2} + \frac{1.3}{[2(\sqrt{t_D}/C_{FD})^2]^2} + \dots \right] , \quad (4.2.16)$$

ou ainda,

$$P_{vD}(t_D) \approx \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{t_D}/C_{FD}} . \quad (4.2.17)$$

A solução de longo tempo da pressão é uma linha reta num gráfico log-log, onde a pressão adimensional é grafada contra  $\sqrt{t_D}$ .

Tomando-se a derivada de  $p_{vD}$  em relação ao grupo  $(t_D^{1/2}/C_{FD})$ , na equação (4.2.17), e agrupando-se convenientemente os resultados, tem-se :

$$-\frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[ \frac{t_D^{1/2}}{C_{FD}} \right]^2 \frac{\partial p_{vD}}{\partial (t_D^{1/2}/C_{FD})} = \frac{1}{2} , \quad (4.2.18)$$

a qual produz uma curva única em relação ao grupo  $\sqrt{t_D}/C_{FD}$ , como indicado na figura (4.2.3).



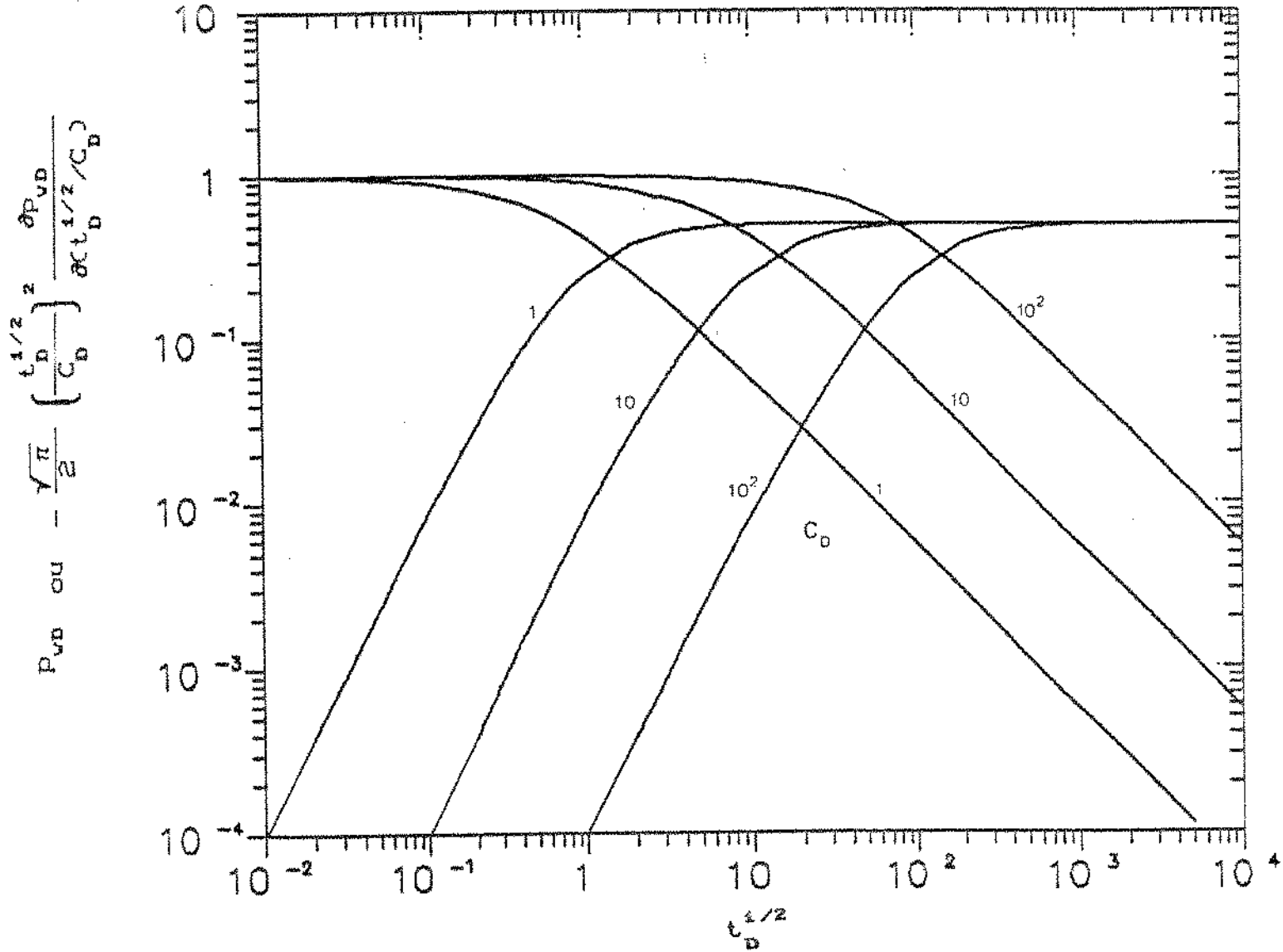


Figura 4.2.2 SOLUÇÃO DO "SLUG-TEST" - FLUXO LINEAR

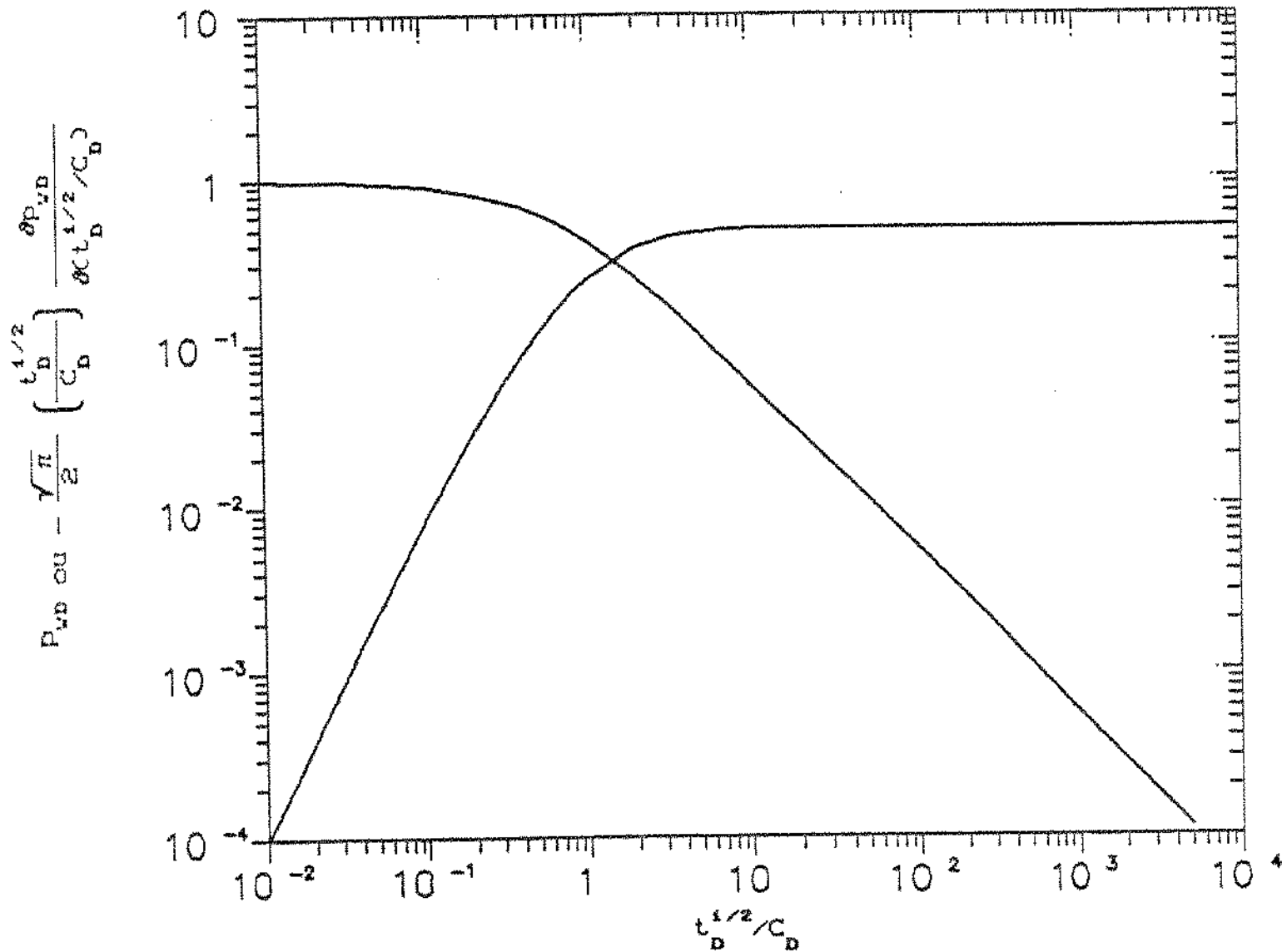


Figura 4.2.3 SOLUÇÃO DO "SLUG-TEST" - FLUXO LINEAR

#### 4.2.2 - APROXIMAÇÃO PARA LONGO TEMPO DE ESTÁTICA.

Para longo tempo após o fechamento do poço, a equação 2.22 é válida, ou seja :

$$p_{VD}(t_D) = g'_{VD}(S, C_{SD}, t_D) \left[ C_{FD} \left[ 1 - p_{VD}(k) \right] + C_{SD} p_{VD}(k) \right] . \quad (2.22)$$

Se o tempo de produção é grande bastante para que os efeitos de estocagem não sejam mais sentidos, então :

$$g'_{VD}(S, C_D, t_D) = \frac{1}{\sqrt{\pi t_D}} . \quad (4.2.13)$$

Substituindo-se a aproximação para longo tempo de  $g'_{VD}(S, C_D, t_D)$ , e usando-se as definições das variáveis adimensionais na equação (2.22), tem-se :

$$p_{VD}(t_D) = \frac{1}{\sqrt{\pi t_D}} \left[ C_{FD} \left[ 1 - p_{VD}(k) \right] + C_{SD} p_{VD}(k) \right] . \quad (4.2.19)$$

a qual, em termos das variáveis reais, produz :

$$p_i - p_v(t) = \frac{1}{4 h L} \sqrt{\frac{\mu}{\pi k \phi c_t}} \left[ C_F (p_{ff} - p_{fi}) + C_S (p_i - p_{ff}) \right] \frac{1}{\sqrt{t_D}} . \quad (4.2.20)$$

Sabendo-se que a vazão média de produção é dada pela equação (4.1.22), então a equação (4.2.20) pode ser escrita como :

$$p_v(t) = p_i - m_c \sqrt{\frac{t_p}{t_p + \Delta t}} . \quad (4.2.21)$$

onde :

$$m_c = \frac{q \mu}{4 L k h} \sqrt{\frac{k t_p}{\pi \phi \mu c_i}} \left[ 1 + \frac{C_s (p_i - p_{ff})}{q t_p} \right] \quad (4.2.22)$$

Portanto, um gráfico cartesiano de  $p_w(t)$  versus  $[(t_p/(t_p + \Delta t))]^{1/2}$ , deverá produzir uma linha reta quando o tempo de fechamento for longo. A declividade desta reta ( $m_c$ ) é inversamente proporcional a permeabilidade, e a extrapolação da reta para um tempo de fechamento infinito, tal que  $[(t_p/(t_p + \Delta t))]^{1/2} \rightarrow 0$ , fornece a pressão inicial do reservatório.

Quando o termo:

$$\alpha_v = \frac{C_s (p_i - p_{ff})}{q t_p} \quad (4.1.24)$$

pode ser desprezado, a permeabilidade pode ser determinada pela seguinte expressão :

$$k = \left[ \frac{q}{m_c L h} \right]^2 \frac{\mu t_p}{16 \pi \phi c_i} \quad (4.2.23)$$

Na figura (4.2.4) observa-se que o tempo necessário para o início do desenvolvimento da reta cartesiana é praticamente o mesmo, independente do valor de  $C_s$  escolhido, mostrando que para fluxo linear, a estocagem tem pouca influencia .

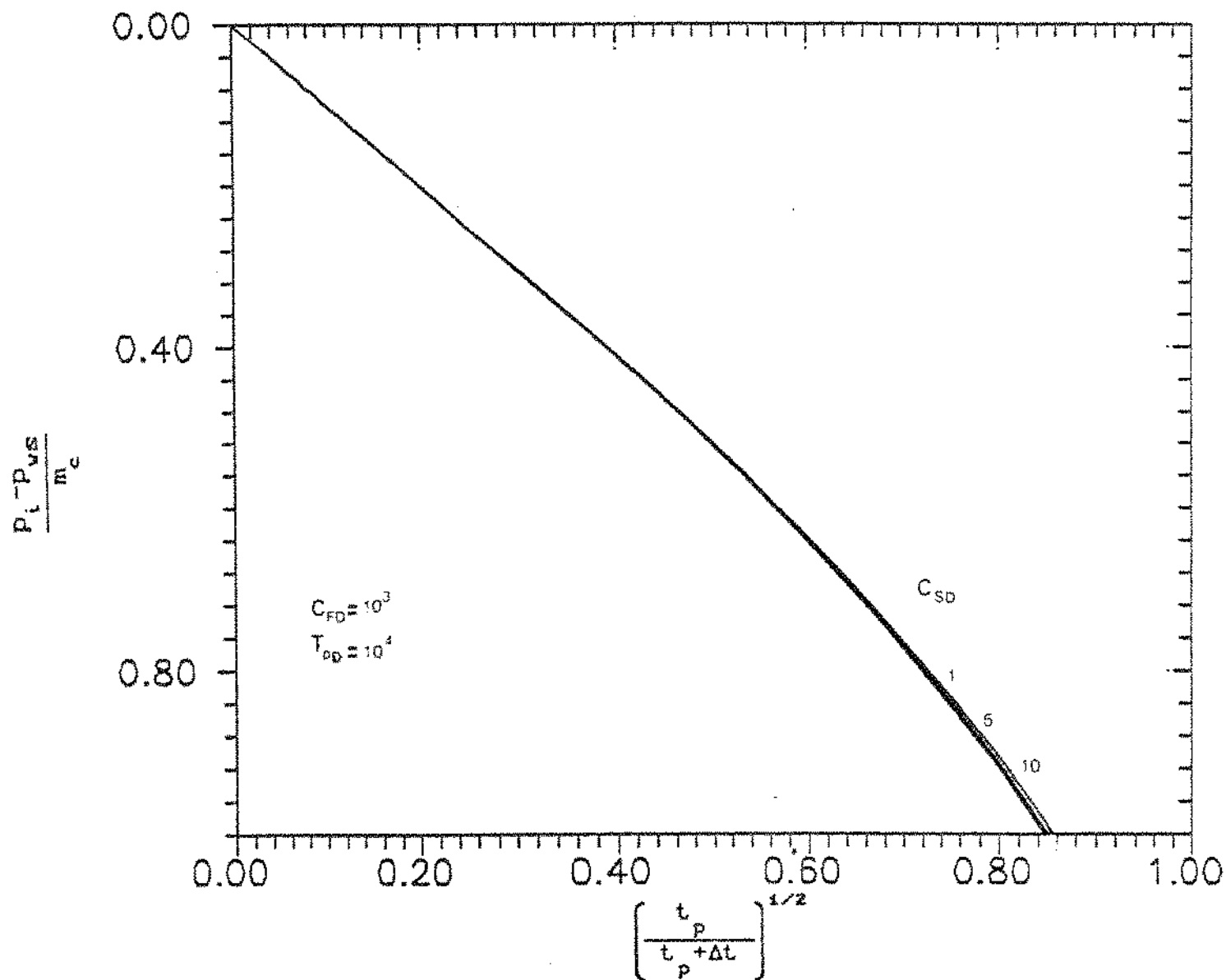


Figura 4.2.4 INFLUENCIA DO COEFICIENTE DE ESTOCAGEM DA ESTATICA - FLUXO LINEAR

#### 4.3.1 - FLUXO RADIAL - RESERVATÓRIO COM FALHA PLANA SELANTE

As descontinuidades provocadas por falhas planas selantes (que impedem totalmente o fluxo), ou barreiras de permeabilidade, são muito comuns nos reservatórios de petróleo. A fim de se analisar os resultados obtidos em um teste de campo (dados de pressão), é necessário que se conheça o comportamento anômalo da pressão devido às heterogeneidades encontradas nos reservatórios.

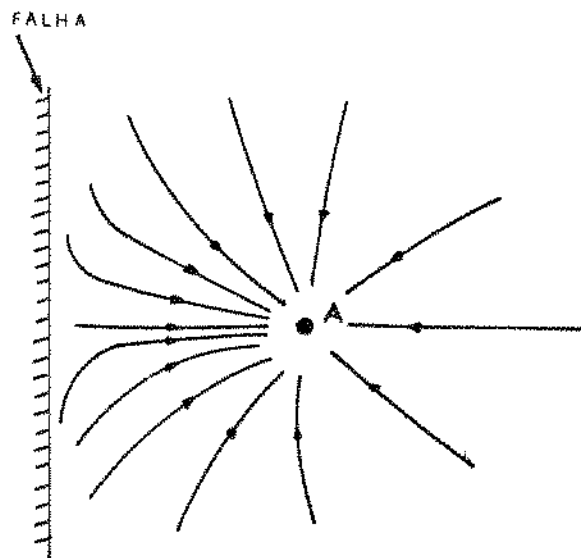
O comportamento da pressão em um poço produzindo próximo a uma falha plana selante, ou outro tipo de barreira de fluxo em um reservatório infinito, foi primeiramente apresentado por Horner (1951). Neste caso o comportamento da pressão pode ser determinado aplicando-se a técnica denominada "método das imagens", que consiste em se colocar tantos poços quantos forem necessários num sistema infinito, de tal modo que a configuração das linhas de fluxo seja idêntica à original.

No caso particular de uma falha plana selante, o efeito da barreira é simulado assumindo-se um reservatório infinito com a presença de um poço idêntico (com o mesmo histórico de produção), produzindo numa posição simétrica à falha em relação ao poço em estudo. Assim, deve existir uma linha equidistante aos dois poços onde o gradiente de pressão normal a esta linha é zero, e portanto não existindo fluxo através desta linha, simulando o comportamento de uma barreira de permeabilidade.

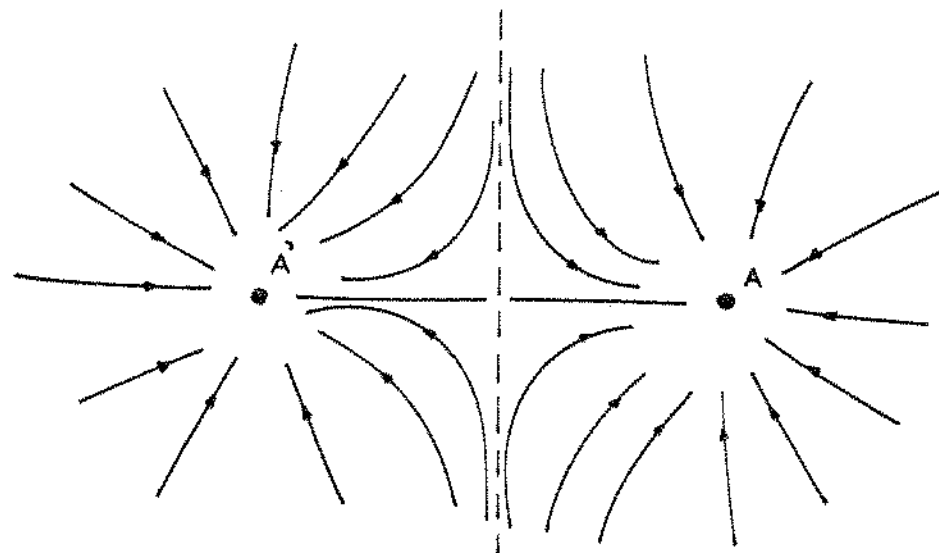
Matematicamente, a solução deste problema pode ser encontrada aplicando-se o princípio da superposição de efeitos (Van Everdingen e Hust, 1949), considerando-se dois poços produzindo de um sistema infinito.

A queda de pressão no poço em questão é a soma das quedas de pressão causadas por ele mesmo e pelo poço imagem, ou seja,

$$p_D(d, r_D=1, t_D) = p_D^A(t_D, r_D=1) + p_D^B(t_D, r_D=2d/r_w) \quad (4.3.1)$$



LINHAS DE FLUXO NO SISTEMA  
COM FALHA PLANA SELANTE



A' - POÇO IMAGEM

MÉTODO DAS IMAGENS NO SISTEMA  
COM FALHA PLANA SELANTE

Figura 4.3.1 SISTEMA COM FALHA PLANA SELANTE

onde :

- $p_D^p$  → queda de pressão adimensional causada pelo poço P  
 $d$  → distância do poço a falha.

A solução da pressão para uma geometria de fluxo radial cilíndrica em um poço produzindo com vazão constante, na face da formação sem "skin" e estocagem, pode ser encontrada através da equação diferencial abaixo, com suas condições de contorno e inicial.

A equação de fluxo no reservatório é :

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left( r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}, \quad (4.3.2)$$

com a condição inicial :

$$p_D(r_D, t_D=0) = 0, \quad (4.3.3)$$

condição de contorno interna :

$$\left( r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1, \quad (4.3.4)$$

e condição de contorno externa :

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_D(r_D, t_D) = 0. \quad (4.3.5)$$

A solução da pressão no espaço de Laplace é :

$$p_D(r_D, s) = \frac{K_0(r_D \sqrt{s})}{s \sqrt{s} K_1(\sqrt{s})} \quad (4.3.6)$$



onde :

$K_n(x) \rightarrow$  função de Bessel modificada de ordem "n".

A solução da pressão no espaço real, para longo tempo de produção, é :

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} E_1 \left[ \frac{r_D^2}{4 t_D} \right]. \quad (4.3.7)$$

Para valores pequenos do argumento  $x$ , a função integral exponencial,  $E_1(x)$ , pode ser aproximada pela função logarítmica, sendo que a pressão no poço pode ser dada por :

$$g_{vD}(S=0, C_D=0, t_D) = p_D(r_D=1, t_D) = \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{4 t_D}{\gamma} \right], \quad (4.3.8)$$

onde :

$\gamma = 1.781072302$  é a exponencial da constante de Euler.

e a função integral exponencial é definida por :

$$E_1(x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \quad (4.3.9)$$

As variáveis adimensionais para este problema são dadas por :

$$r_D = \frac{r}{r_v}, \quad (4.3.10)$$

$$t_D = \frac{k t}{\phi \mu c r^2}, \quad (4.3.11)$$

$$C_D = \frac{C}{2 \pi \phi c_t h r_v^2}, \quad (4.3.12)$$

e

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{2 \pi k h}{q \mu} \left[ p_i - p(r, t) \right]. \quad (4.3.13)$$

A transformada de Laplace da pressão em um sistema poço-falha, para produção com vazão constante, é :

$$\bar{p}_D(d, r_D=1, s) = \frac{K_0(\sqrt{s})}{s \sqrt{s} K_1(\sqrt{s})} + \frac{K_0(2d/r_v \sqrt{s})}{s \sqrt{s} K_1(\sqrt{s})} . \quad (4.3.14)$$

A solução da pressão, considerando-se longo tempo de produção, é dada por :

$$g_{vD}(S=0, C_D=0, t_D) = p_D(d, r_D=1, t_D) = \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{4 t_D}{\gamma} \right] + \frac{1}{2} E_1 \left[ \frac{(2d/r_v)^2}{4t_D} \right] , \quad (4.3.15)$$

sendo sua derivada temporal dada por :

$$g'_{vD}(S, C_D, t_D) = \frac{1}{2t_D} + \frac{\exp[-(2d/r_v)^2/4t_D]}{2t_D} . \quad (4.3.16)$$

Quando a distância do poço à falha é grande, de tal modo que  $(2d/r_v)^2/4t_D \rightarrow \infty$ , então  $\exp[-(2d/r_v)^2/4t_D] \rightarrow 0$ , e a solução reduz-se ao caso de fluxo radial para um poço em um reservatório infinito, ou seja :

$$g'_{vD}(S=0, C_{SD}, t_D) = \frac{1}{2t_D} . \quad (4.3.17)$$

Quando a distância "d" é pequena, de tal modo que  $(2d/r_v)^2/4 t_D \rightarrow 0$ , então,

$$\exp \left[ - \frac{(2d/r_v)^2}{4t_D} \right] \rightarrow 1 , \text{ resultando}$$

resultando

$$g'_{vD}(S=0, C_{SD}, t_D) = \frac{1}{t_D}, \quad (4.3.18)$$

que é o dobro do caso anterior.

As equações (4.3.17) e (4.3.18) serão utilizadas na análise da solução de longo tempo, para os períodos de fluxo e estática.

#### 4.3.1 - SOLUÇÃO DO "SLUG-TEST" .

Durante o período de fluxo, a solução da pressão do "DST", como foi mostrada anteriormente, é dada por :

$$p_{vD}(t_D) = C_{FD} g'_{vD}(S, C_{FD}, t_D) . \quad (2.20)$$

Para grandes valores de  $t_D / (2d/r_v)^2$ , a função  $g'_{vD}(S, C_{FD}, t_D)$  é dada pela equação (4.3.18), e a solução do "slug-test" para longo tempo se torna :

$$p_{vD}(t_D) = \frac{1}{t_D / C_{FD}} . \quad (4.3.19)$$

Comparando-se esta solução com aquela de reservatório homogêneo, (equação 4.1.18), observa-se que a solução de longo tempo da pressão no poço para o caso da falha plana selante, é duas vezes maior que a solução para o caso de reservatório homogêneo.

A figura (4.3.2) apresenta estas duas soluções, para um mesmo coeficiente de estocagem, e para diferentes distâncias do poço a falha. À medida que a distância do poço à falha aumenta, a solução da pressão permanece coincidente com a solução de reservatório homogêneo, por tempo mais longo. Após isto há um período de transição, até que seja atingida uma solução onde a pressão no poço apresenta um valor igual ao dobro da solução para reservatório homogêneo.

Tomando-se a derivada de  $p_{vD}$  em relação à  $(t_D / C_{FD})$  na equação (4.3.19), e agrupando-se os resultados, tem-se :

$$- \left[ \frac{t_D}{C_{FD}} \right]^2 \frac{\partial p_{vD}}{\partial (t_D / C_{FD})} = 1 . \quad (4.3.20)$$

Para reservatório homogêneo, esta função da derivada é dada por :

$$- \left[ \frac{t_D}{C_{FD}} \right]^2 \frac{\partial p_{vD}}{\partial (t / C)} = \frac{1}{2} \quad (4.3.21)$$

Portanto, a solução de longo tempo desta função da derivada converge para  $1/2$  no caso de reservatório homogêneo e, se um falha plana selante for observada o valor desta função desviará até atingir o valor unitário (fig. 4.3.2).

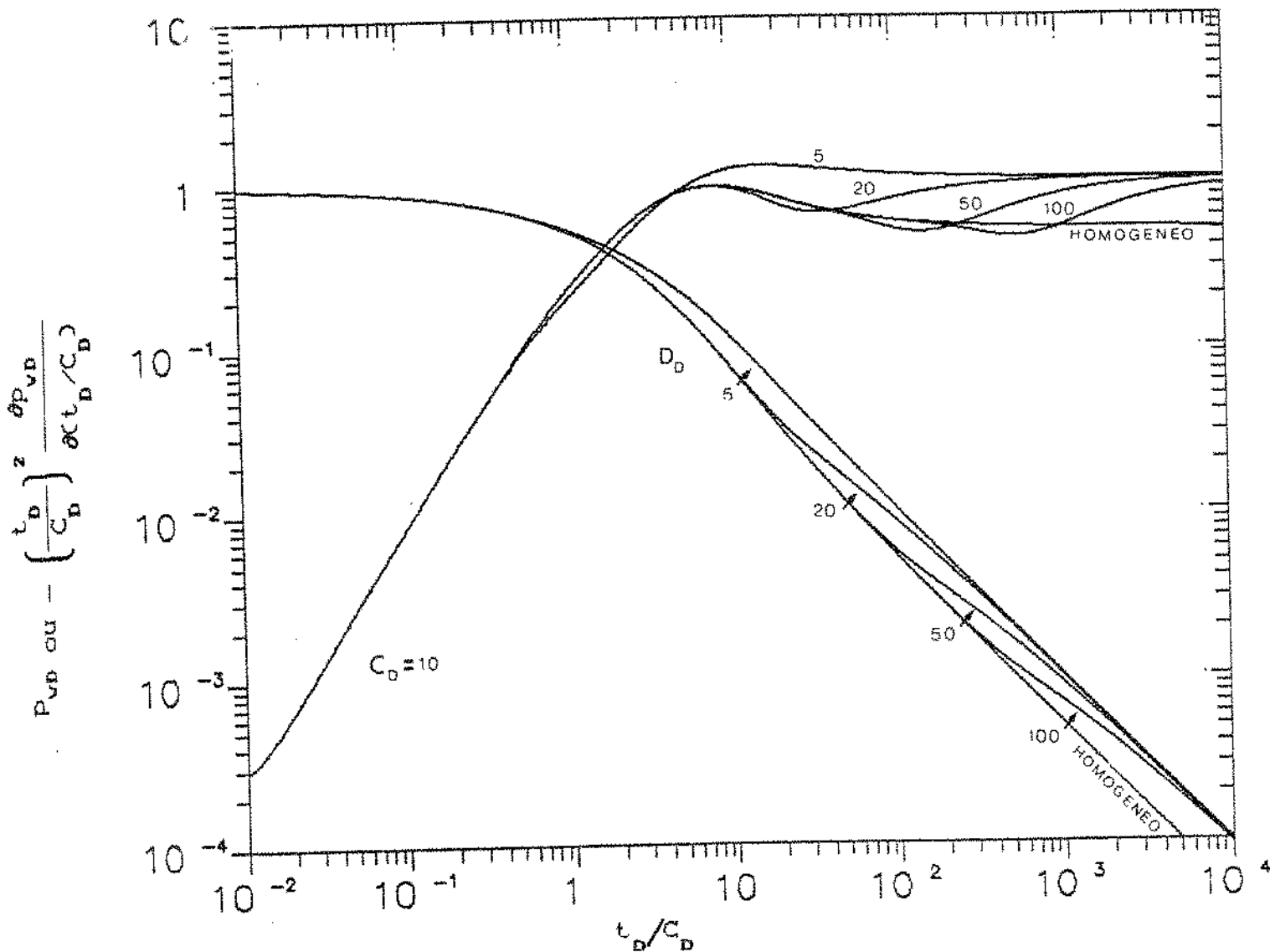


Figura 4.3.2 SOLUÇÃO DO "SLUG-TEST" - FALHA PLANA SELANTE

#### 4.3.2- APROXIMAÇÃO PARA LONGO TEMPO DE ESTÁTICA.

Para longo tempo de estática, a pressão no poço é dada por :

$$p_{vD}(t_D) = g'_{vD}(S, C_{SD}, t_D) \left[ C_{FD} \left( 1 - p_{vD}(k) \right) + C_{SD} p_{vD}(k) \right] . \quad (2.22)$$

Substituindo-se a aproximação para longo tempo de  $g'_{vD}$ , dada na equação (4.3.16), e usando as definições das variáveis adimensionais na equação (2.22), resulta :

$$p_{vD}(t_D) = \left[ \frac{1}{2t_D} + \frac{\exp[-(2d/r_v)^2/4t_D]}{2t_D} \right] \left[ C_{FD} \left( 1 - p_{vD}(k) \right) + C_{SD} p_{vD}(k) \right] \quad (4.3.22)$$

que em termos das variáveis reais é expressa como :

$$p_i - p_v(t) = \frac{\mu}{4 \pi k h} \left[ C_F (p_{if} - p_{fi}) + C_S (p_i - p_{ff}) \right] \cdot \frac{1}{t} \left[ 1 + \exp \left[ - \frac{(2d/r_v)^2}{4t_D} \right] \right] . \quad (4.3.23)$$

Sabendo-se que a vazão média de produção é dada pela equação (4.1.22), a equação (4.3.23) pode ser escrita como :

$$p_v(t) = p_i - m_c \frac{t_p}{t_p + \Delta t} , \quad (4.3.24)$$

onde :

$$m_c = \frac{q \mu}{2 \pi k h} \left[ 1 + \frac{C_S (p_i - p_{ff})}{q t_p} \right] , \quad \frac{(2d/r_v)^2}{4 t_D} \rightarrow 0 \quad (4.3.25)$$

$$\text{ou } m_c = \frac{q \mu}{4 \pi k h} \left[ 1 + \frac{C_s (p_i - p_{ff})}{q t_p} \right] \cdot \frac{(2d/r_v)^2}{4 t_D} \rightarrow \infty$$

(4.3.26)

Quando a distância do poço à falha for muito grande, é necessário que o tempo de produção e estática sejam grandes para que a sua influência se faça sentir. Se este tempo não é grande o suficiente, a declividade da reta será a mesma para o caso de um poço produzindo em um reservatório homogêneo infinito.

Quando a distância do poço e falha é pequena, a declividade da reta no gráfico cartesiano será o dobro daquela observada no caso do reservatório homogêneo.

Portanto, espera-se o desenvolvimento de dois comportamentos no gráfico cartesiano. Inicialmente o comportamento é semelhante ao de reservatório homogêneo, com o posterior afastamento deste até que a solução de longo tempo seja obtida, através da existência de uma reta cuja declividade tem o dobro da declividade observada no caso de reservatório homogêneo.

Nas figuras (4.3.3), (4.3.4) e (4.3.5) observa-se que, se o tempo de produção é muito grande, não é possível identificar a existência da falha. Nestes casos, observa-se uma única reta com declividade igual ao dobro daquela obtida para o caso de reservatório homogêneo. Na figura (4.3.6) observa-se este comportamento para diferentes distâncias do poço a falha.

Apesar de não se observar o caso de duas retas com inclinações dobradas, verifica-se que o gráfico cartesiano de  $p_{wD}$  versus  $t_p / (t_p + \Delta t)$  apresenta um comportamento distinto daquele de reservatório homogêneo. No caso de falha plana selante, o gráfico cartesiano apresenta uma concavidade para cima, a medida que a pressão se aproxima da pressão inicial do reservatório. Isto oferece uma indicação qualitativa da heterogeneidade do reservatório, que pode ser utilizada na interpretação do



teste de formação.

A extrapolação da segunda reta, para um tempo de fechamento infinito, fornece a pressão inicial do reservatório. A permeabilidade pode ser calculada através da equação :

$$k = \frac{q \mu}{2 \pi h m_c} \quad , \quad (4.3.27)$$

quando o termo  $\frac{C_s (p_i - p_{ff})}{q t_p}$  é muito menor que a unidade.

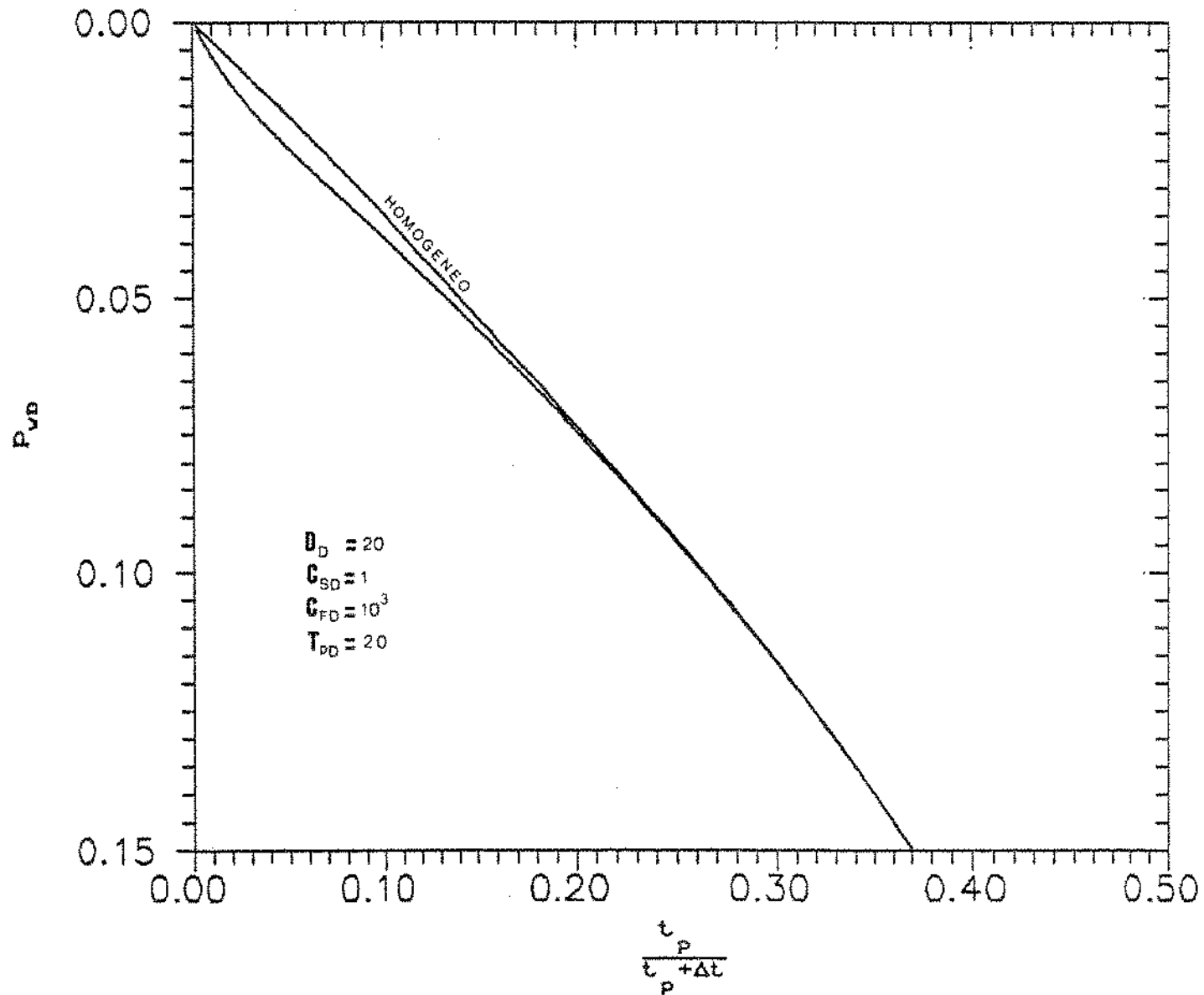


Figura 4.3.3 INFLUENCIA DO TEMPO DE PRODUÇÃO NA PRESSÃO DE FECHAMENTO - FALHA PLANA SELANTE

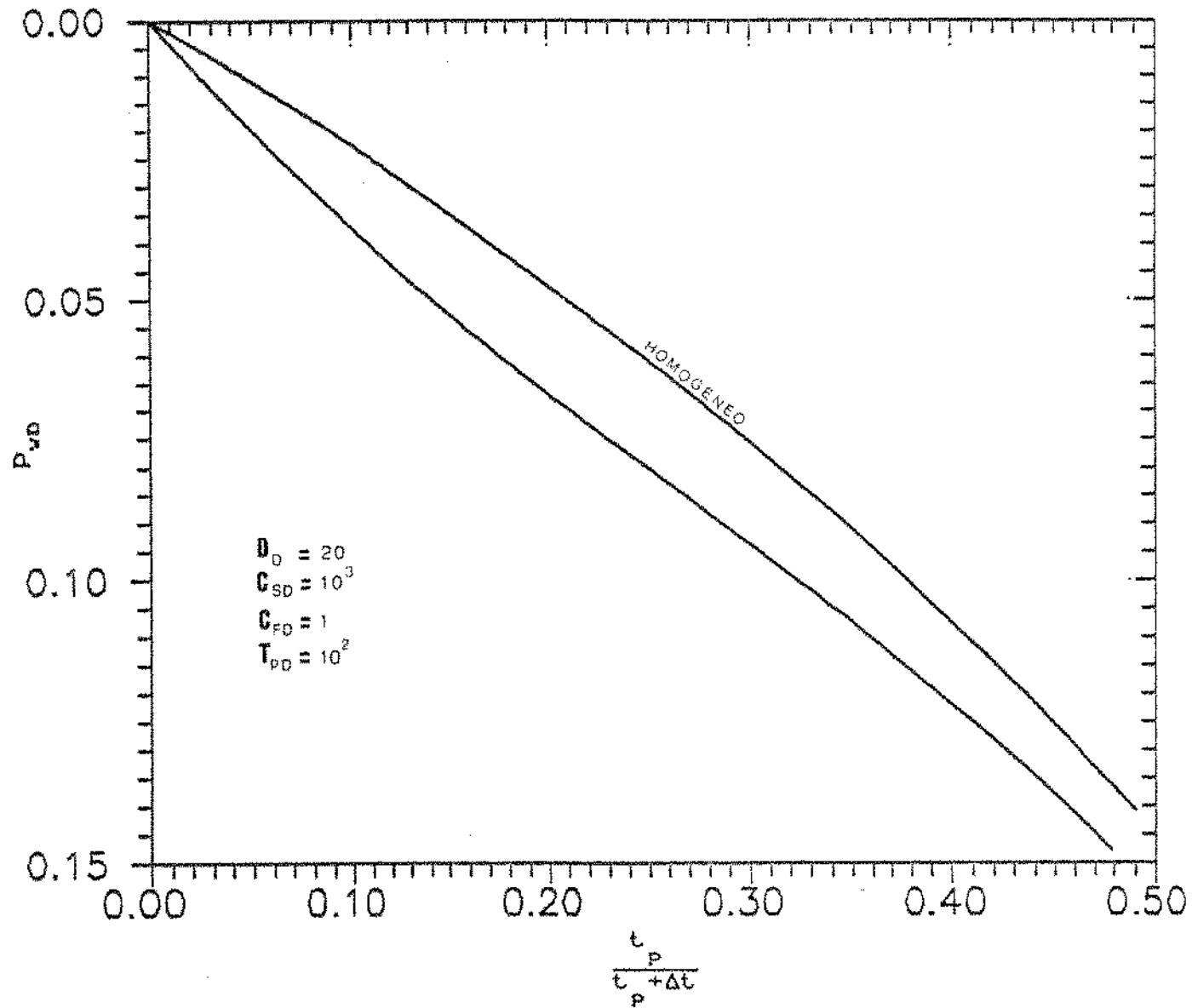


Figura 4.3.4 INFLUENCIA DO TEMPO DE PRODUÇÃO NA PRESSÃO DE FECHAMENTO - FALHA PLANA SELANTEF

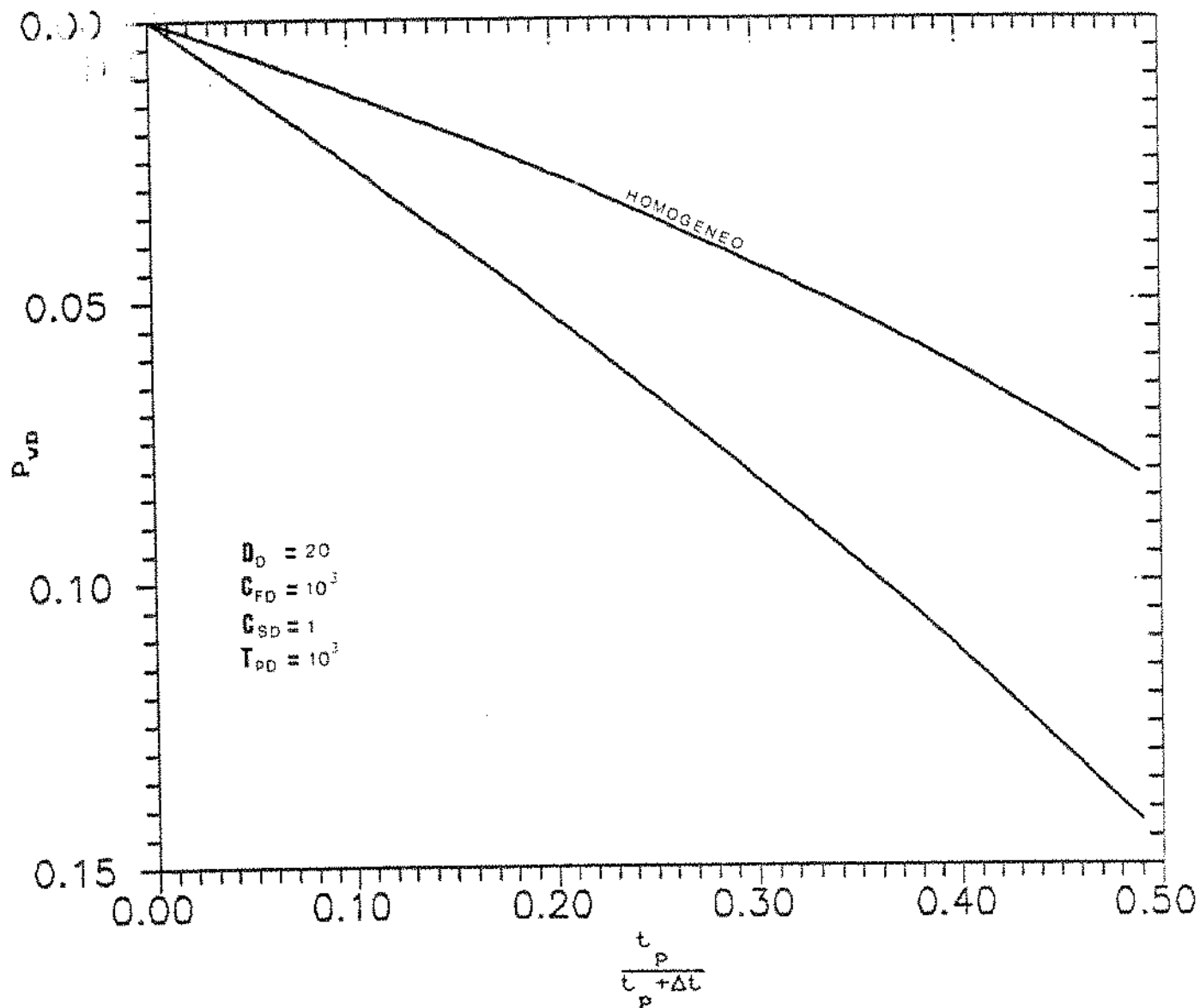


FIGURA 4.3.5 INFLUENCIA DO TEMPO DE PRODUÇÃO NA PRESSÃO DE FECHAMENTO - FALHA PLANA SELANTE

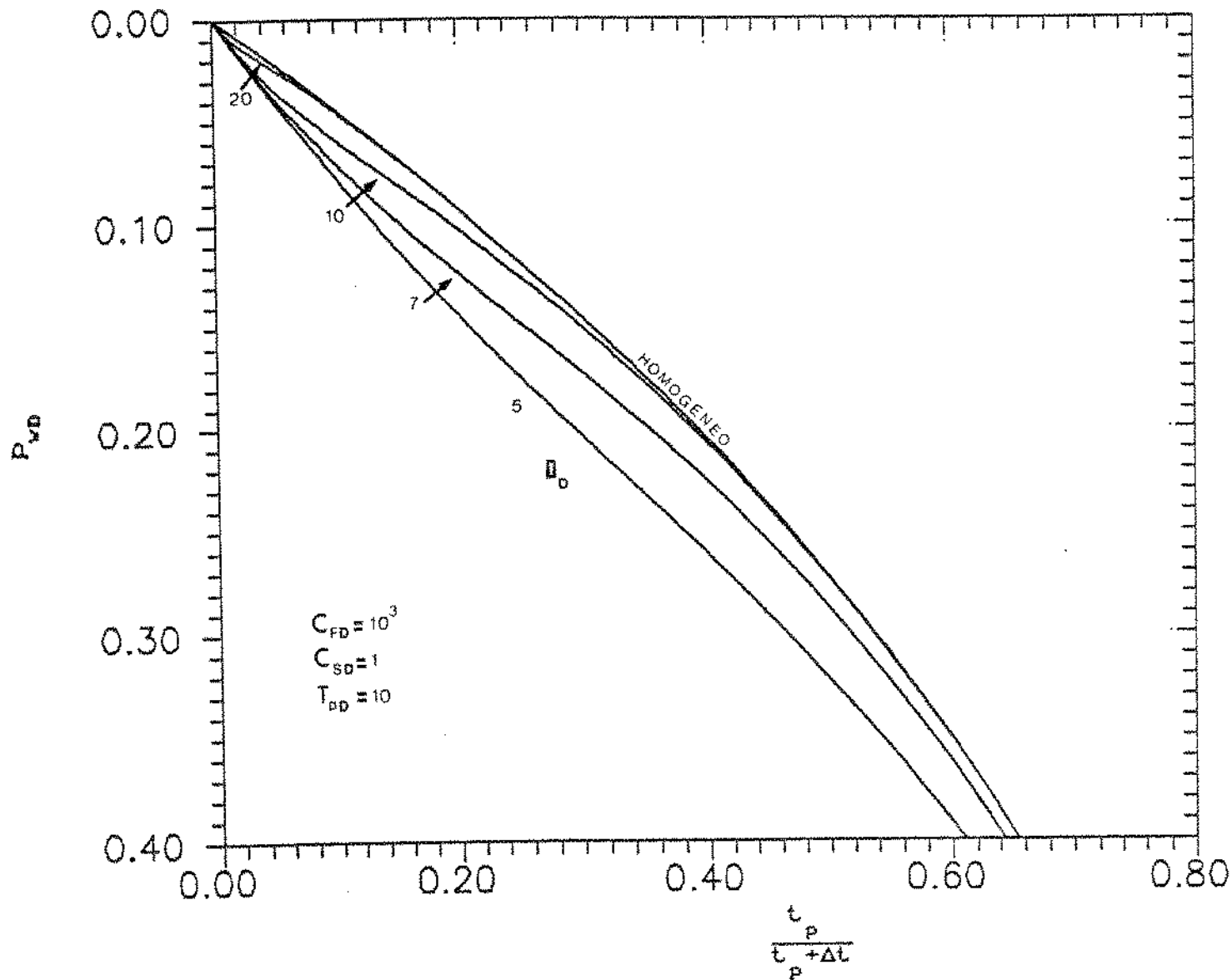


Figura 4.3.6 INFLUÊNCIA DA DISTANCIA DA FALHA NA PRESSÃO DE FECHAMENTO

#### 4.4 - FLUXO RADIAL - RESERVATÓRIO COMPOSTO

O conhecimento do comportamento da queda de pressão em reservatórios compostos é de grande interesse, devido às variedades de configurações que podem ser representadas através deste modelo.

Reservatórios compostos são sistemas porosos que apresentam duas zonas concêntricas com diferentes valores de difusividade hidráulica ( $\eta = k/\phi \mu c_t$ ), como esquematizado na figura 4.4.1 .

Frequentemente a região do reservatório em torno do poço apresenta permeabilidade alterada em relação ao resto do reservatório, devido a operações de perfuração e completação do poço.

Exemplos de sistemas compostos são os reservatórios com redução de permeabilidade em torno do poço devido a invasão de fluidos de perfuração, reservatórios submetidos à acidificação (aumento da permeabilidade em torno do poço), banco de água em projetos de injeção de água, contato óleo água, contato gás-óleo, poço de óleo com saturação de gás livre em torno do poço, etc.

Wattenbarger e Ramey (1970) modelaram o efeito "skin" considerando que um certo volume do reservatório adjacente ao poço apresenta uma variação uniforme no valor da permeabilidade. Isto é, por definição, um reservatório composto. Existe uma infinidade de pares de  $r_s$  e  $k_s$  que correspondem a um determinado valor de "skin", dado pela seguinte equação:

$$S = \left[ \frac{k_z}{k} - 1 \right] \ln \frac{r_s}{r} . \quad (4.4.1)$$

Bixel, Lakin e Van Poolen (1967) publicaram um estudo sobre os efeitos da descontinuidade da difusividade hidráulica ( $\eta = k/\phi \mu c_t$ ) no comportamento da pressão. Eles mostraram que para valores de  $\eta_2 > \eta_1$ , observa-se uma redução

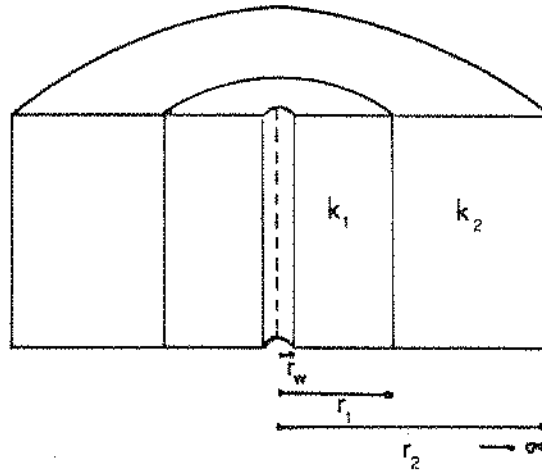


Figura 4.4.1 RESERVATÓRIO COMPOSTO COM DUAS ZONAS CONCENTRICAS

na queda da pressão, e a medida que esta diferença cresce, a pressão tende a um valor estabilizado. Quando a região externa apresenta uma difusividade hidráulica menor que a região adjacente ao poço ( $\eta_2 < \eta_1$ ), a taxa de variação da pressão com o tempo é maior quando a influência da região externa é sentida. Se o valor de  $\eta_1$  é igual ao valor de  $\eta_2$ , a solução do reservatório composto é equivalente à solução do reservatório homogêneo.

Loucks (1961) apresentou a solução da pressão para um reservatório composto, onde apenas a permeabilidade das duas zonas são diferentes. Este será o caso considerado neste trabalho.

As variáveis adimensionais a serem utilizadas nesta seção são definidas por:

$$r_D = \frac{r}{r_w}, \quad (4.4.2)$$

$$t_D = \frac{k_1 t}{\phi \mu c_t r_w^2}, \quad (4.4.3)$$

$$C_D = \frac{C}{2 \pi \phi c_t h r_w^2}, \quad (4.4.4)$$

$$p_{D2}(r_D, t_D) = \frac{2 \pi k_1 h}{q \mu} \left[ p_i - p_2(r, t) \right], \quad (4.4.5)$$

$$p_{D1}(r_D, t_D) = \frac{2 \pi k_1 h}{q \mu} \left[ p_i - p_1(r, t) \right], \quad (4.4.6)$$

e

$$M = \frac{k_1 / \mu_1}{k_2 / \mu_2}, \quad (4.4.7)$$

onde :



$k_1 \rightarrow$  permeabilidade da zona 1,

$k_2 \rightarrow$  permeabilidade da zona 2,

$P_1(r, t) \rightarrow$  pressão na região 1,  $r_w \leq r \leq r_1$ ,

$P_2(r, t) \rightarrow$  pressão na região 2,  $r \geq r_1$ .

A equação de fluxo para a região interna é :

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left[ r_D \frac{\partial p_{D1}}{\partial r_D} \right] = \frac{\partial p_{D1}}{\partial t_D}, \quad 1 \leq r_D \leq R_D, \quad (4.4.8)$$

e para a região externa tem-se :

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left[ r_D \frac{\partial p_{D2}}{\partial r_D} \right] = M \frac{\partial p_{D2}}{\partial t_D}, \quad r_D \geq R_D. \quad (4.4.9)$$

A condição inicial para reservatório em repouso é

$$p_{D1}(r_D, t_D = 0) = 0, \quad (4.4.10)$$

e

$$p_{D2}(r_D, t_D = 0) = 0. \quad (4.4.11)$$

A condição de contorno interna para poço produzindo com vazão constante na face da formação é:

$$\left[ r_D \frac{\partial p_{D1}}{\partial r_D} \right]_{r_D=1} = -1. \quad (4.4.12)$$

A condição de contorno externa para reservatório infinito é :

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_{D2}(r_D, t_D) = 0. \quad (4.4.13)$$

A condição de continuidade na interface exige que para  $\epsilon \rightarrow 0$ ,  $p(t, r_1 - \epsilon) = p(t, r_1 + \epsilon)$  e  $q(t, r_1 - \epsilon) = q(t, r_1 + \epsilon)$ .

ou seja,

$$p_{D1}(R_D, t_D) = p_{D2}(R_D, t_D) , \quad (4.4.14)$$

$$e \quad M \left[ r_D \frac{\partial p_{D1}}{\partial r_D} \right] = \left[ r_D \frac{\partial p_{D2}}{\partial r_D} \right] , \quad r_D = R_D . \quad (4.4.15)$$

A solução da pressão no espaço de Laplace para este problema é dada por :

$$\bar{p}_{D2}(r_D, s) = D K_0(r_D \sqrt{sM}) , \quad r_D \geq R_D , \quad (4.4.16)$$

$$e \quad \bar{p}_{D1}(r_D, s) = \frac{1}{A} \left[ B I_0(r_D \sqrt{s}) + K_0(r_D \sqrt{s}) \right] , \quad 1 < r_D < R_D , \quad (4.4.17)$$

onde:

$$A = s\sqrt{s} \left[ K_1(\sqrt{s}) - B I_1(\sqrt{s}) \right] , \quad (4.4.18)$$

$$B = \frac{\sqrt{M} K_0(\theta) K_1(\alpha) - K_1(\theta) K_0(\alpha)}{I_0(\alpha) K_1(\alpha) + \sqrt{M} I_1(\alpha) K_0(\theta)} , \quad (4.4.19)$$

$$D = \frac{[K_1(\alpha) + B I_1(\alpha)]\sqrt{M}}{A K_1(\theta)} , \quad (4.4.20)$$

$$\theta = R_D \sqrt{\frac{s k_1}{k_2}} , \quad (4.4.21)$$

$$e \quad \alpha = R_D \sqrt{s} . \quad (4.4.22)$$

A aproximação da solução da pressão no poço para

grandes valores de tempo, (Ramey, 1970), é:

$$g_{vD}(S=0, C_D=0, t_D) = \frac{1}{2} \left[ E_1 \left( \frac{1}{4 t_D} \right) - E_1 \left( \frac{R_D^2}{4 t_D} \right) \right] +$$

$$+ M \exp \left[ \left( \frac{(\eta-1)R_D}{4 t_D} \right) E_1 \left( \frac{\eta R_D^2}{4 t_D} \right) \right], \quad (4.4.23)$$

onde :

$$M = \frac{\left[ \frac{k}{\mu} \right]_1}{\left[ \frac{k}{\mu} \right]_2}, \quad (4.4.24)$$

$$t_D = \frac{k_1 t}{(\phi \mu c_l)_1 r_v^2}, \quad (4.4.25)$$

$$\eta = \frac{\left[ \frac{k}{\phi \mu c_l} \right]_1}{\left[ \frac{k}{\phi \mu c_l} \right]_2}, \quad (4.4.26)$$

e

$$R_D = \frac{r_1}{r_v}. \quad (4.4.27)$$

A função  $E_1(x)$  pode ser aproximada pela seguinte expressão :

$$E_1(x) \approx -\gamma - \ln x + \left[ \frac{x^2}{1.1!} - \frac{x^3}{2.2!} + \frac{x}{3.3!} \dots \right]. \quad (4.4.28)$$

Para pequenos valores do argumento  $x$ , a função pode ser aproximada por :

$$E_1(x) \approx -\ln(xe^{\gamma}) \quad (4.4.29)$$

Portanto, para grandes valores de  $t_D/R_D^2 M$ , a função  $g_{vD}(S=0, C_D=0, t_D)$  é dada por (Ramey, 1970) :

$$g_{vD}(S=0, C_D=0, t_D) = \frac{1}{2} \left[ M \ln \left( \frac{2.2458 t_D}{\eta R_D^2} \right) + \ln(R_D)^2 \right] \quad (4.4.30)$$

A derivada da pressão em relação ao tempo é :

$$g'_{vD}(S=0, C_D=0, t_D) = \frac{M}{2 t_D} \quad (4.4.31)$$

Na próxima seção utiliza-se a equação (4.4.31) na análise da solução de longo tempo do período de fluxo, e a seguir esta mesma equação é usada na análise de longo tempo do período de estática.

#### 4.4.1 - SOLUÇÃO DO "SLUG-TEST" .

A solução da pressão do "DST" durante o período de fluxo é dada por :

$$p_{vD}(t_D) = C_{FD} g'_{vD}(S, C_{FD}, t_D) . \quad (2.20)$$

Substituindo a equação (4.4.31) na equação (2.20) tem-se que, para longo tempo:

$$p_{vD}(t_D) = \frac{M}{2(t_D/C_{FD})} . \quad (4.4.32)$$

Comparando-se esta solução com a solução do fluxo radial homogêneo (eq. 4.1.18), observa-se que a solução de longo tempo para reservatório composto é similar a solução para reservatório homogêneo multiplicada por um fator igual a  $M = k_1/k_2$ .

Nas figuras (4.4.2) e (4.4.3) tem-se a solução do "slug-test" para reservatório composto, em comparação à solução para reservatório homogêneo, considerando-se diversos valores de M, e com a descontinuidade localizada a uma distância radial  $R_D$ .

A exemplo de como se procedeu nos casos anteriores, derivando-se a solução de longo tempo de  $p_{vD}$  em relação à  $t_D/C_{FD}$ , tem-se após algumas simplificações, o resultado:

$$- \left[ \frac{t_D}{C_{FD}} \right]^2 \frac{\partial p_{vD}}{\partial (t_D/C_{FD})} = \frac{M}{2} . \quad (4.4.33)$$

O valor desta função converge para 1/2, para reservatório homogêneo, afastando-se posteriormente para um valor que é metade da razão entre as permeabilidades das zonas 1 e 2 (fig.4.4.2 e fig.4.4.3). Nas figuras 4.4.4 e 4.4.5 observa-se a influência da distância da

descontinuidade no comportamento da pressão. A medida que esta distância aumenta, aumenta o tempo em que a solução para reservatório composto é coincidente com a solução para reservatório homogêneo.

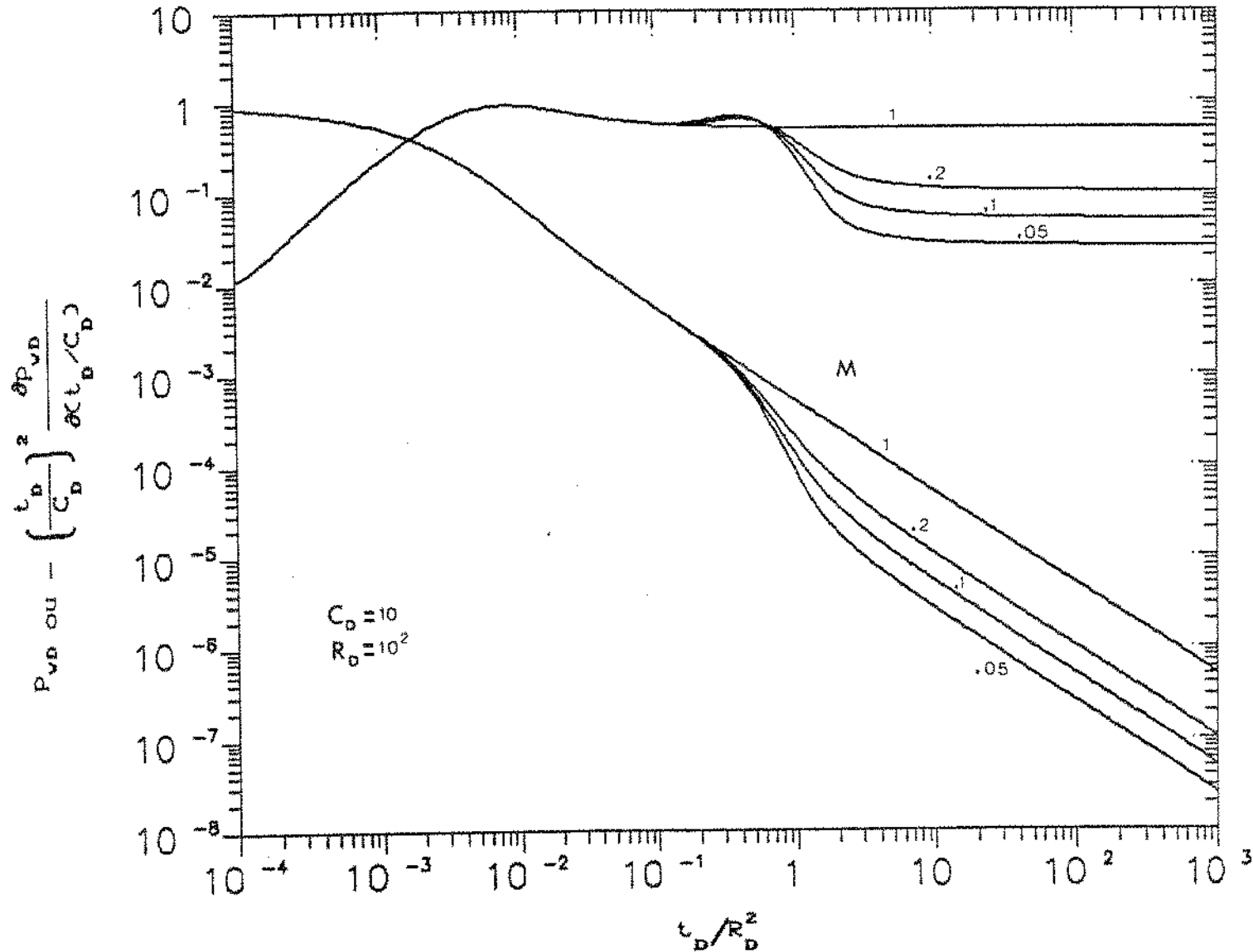


Figura 4.4.2 SOLUÇÃO DO "SLUG-TEST" - RESERVATÓRIO COMPOSTO  $k_1 < k_2$

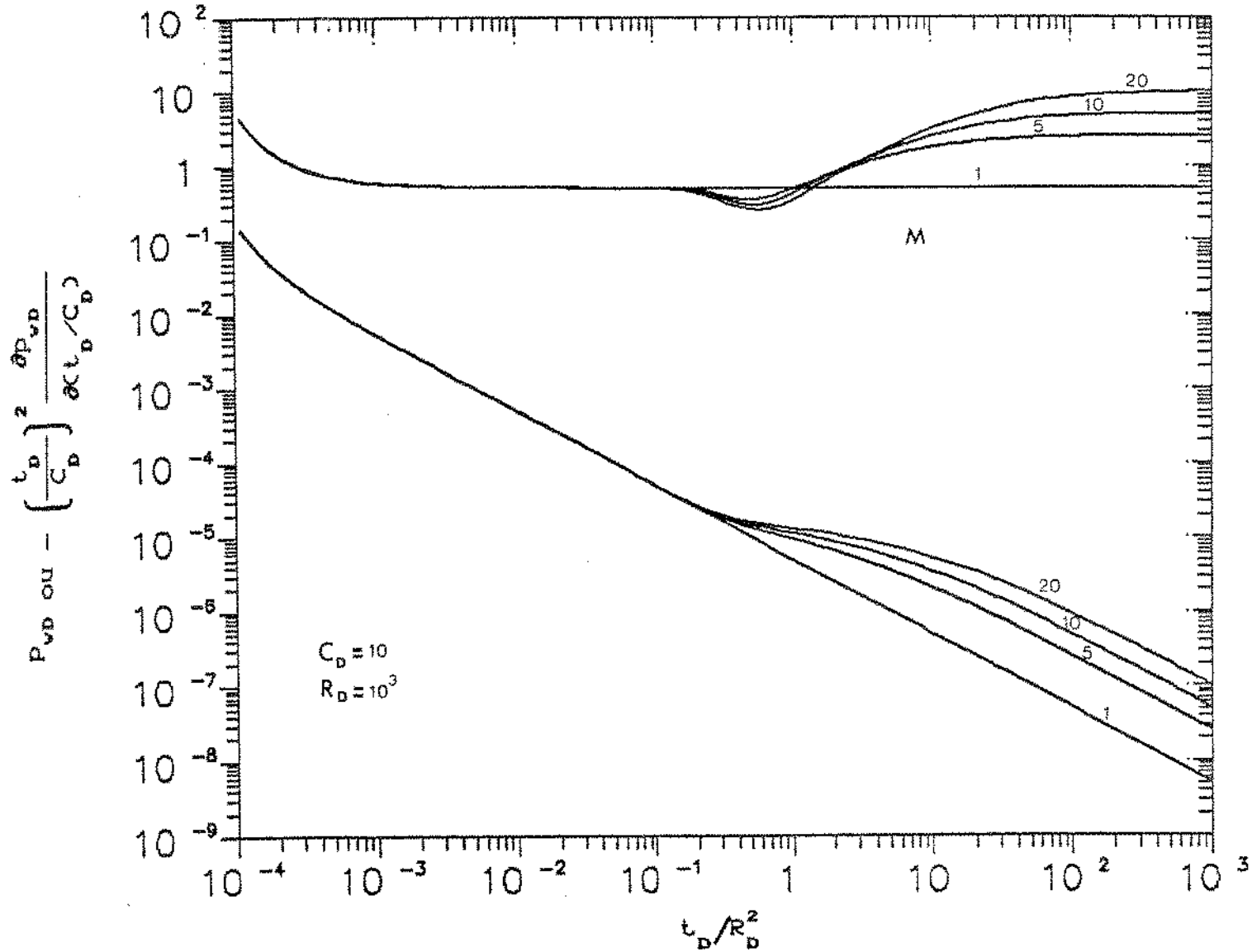


Figura 4.4.3 SOLUÇÃO DO "SLUG-TEST" - RESERVATÓRIO COMPOSTO  $k_1 > k_2$



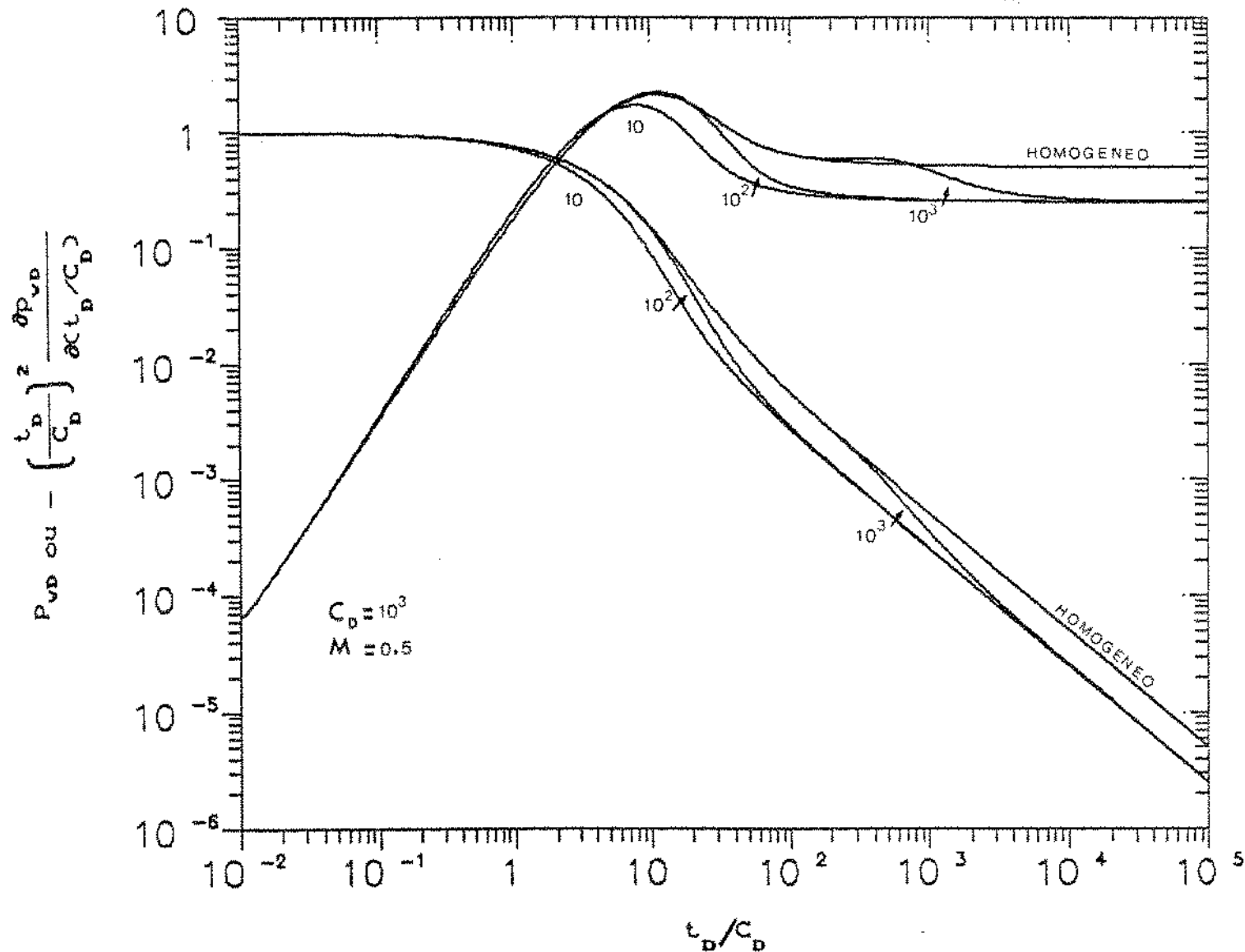


Figura 4.4.4 INFLUENCIA DA DISTANCIA DA DESCONTINUIDADE NA PRESSAO DE FLUXO - RESERVATORIO COMPOSTO COM  $k_1 < k_2$

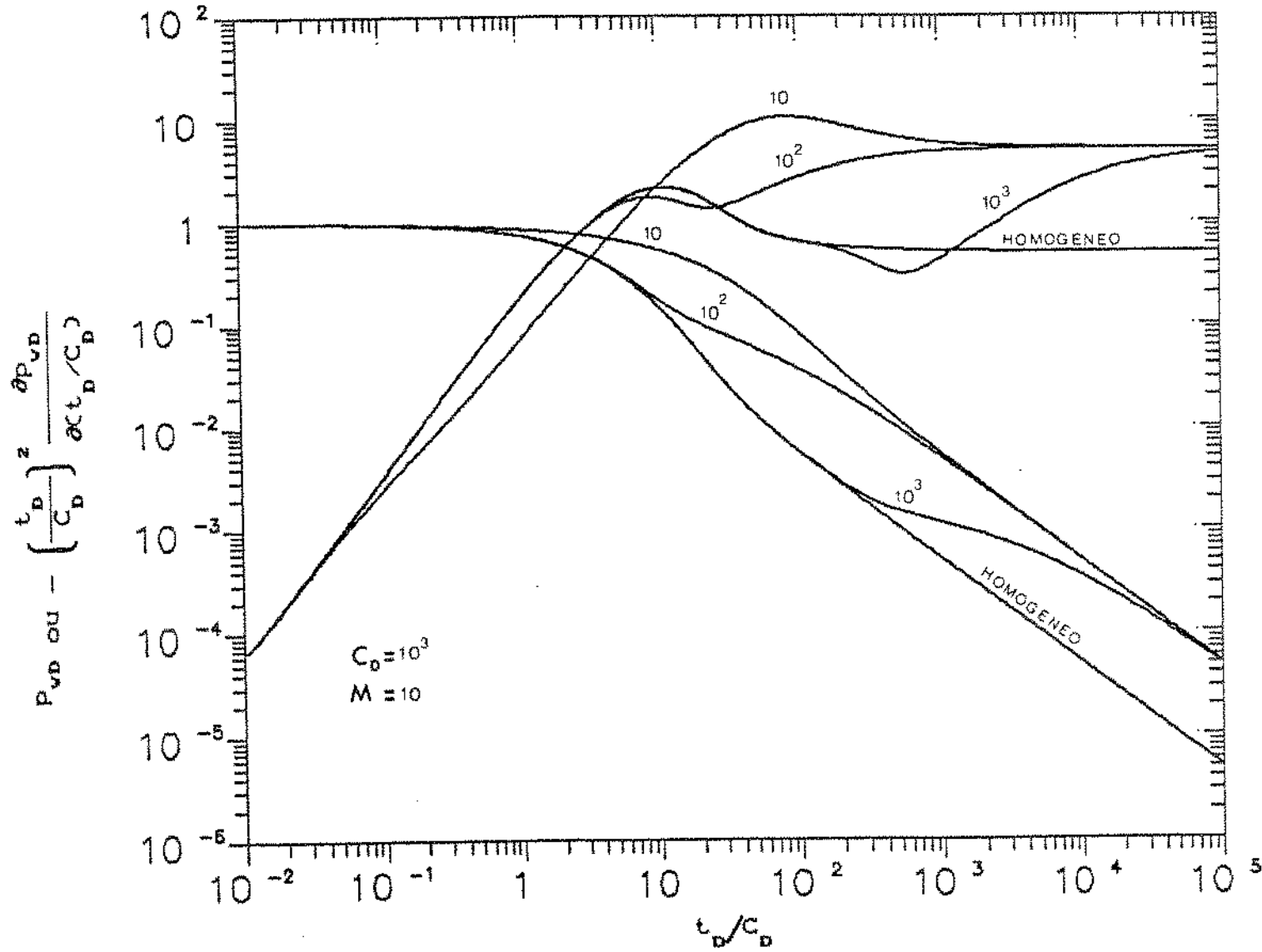


Figura 4.4.5 INFLUENCIA DA DISTANCIA DA DESCONTINUIDADE NA PRESSÃO DE FLUXO - RESERVATÓRIO COMPOSTO COM  $k_1 > k_2$

#### 4.4.2. -APROXIMAÇÃO PARA LONGO TEMPO DE ESTÁTICA.

Para longo tempo de estática, tem-se que:

$$p_{vD}(t_D) = g'_{vD}(S, C_{SD}, t_D) \left[ C_{FD} [1 - p_{vD}(k)] + C_{SD} p_{vD}(k) \right]. \quad (2.22)$$

Para longo tempo de produção, os efeitos da estocagem não mais existem, e portanto:

$$g'_{vD}(S, C_{SD}, t_D) = \frac{M}{2 t_D}. \quad (4.4.34)$$

Substituindo-se a equação (4.4.34) na equação (2.22), e usando-se as definições das variáveis adimensionais, resulta:

$$p_v(t) = p_i - m_c \frac{t_p}{t_p + \Delta t}, \quad (4.4.35)$$

onde :

$$m_c = \frac{q \mu M}{2 \pi k_1 h} \left[ 1 + \frac{C_S (p_i - p_{ff})}{q t_p} \right]. \quad (4.4.36)$$

Esta declividade é M vezes o valor da declividade para o caso de reservatório homogêneo com permeabilidade  $k_1$ .

Desprezando-se o termo  $\alpha_v$  na equação (4.3.36), a permeabilidade pode ser calculada à partir de:

$$m_c = \frac{q \mu}{2 \pi k_2 h}. \quad (4.3.37)$$

Portanto, um gráfico cartesiano de  $p_v(t)$  versus  $t_p / (t_p + \Delta t)$  poderá apresentar uma linha reta para longo tempo de fechamento, cuja extrapolação para  $t_p / (t_p + \Delta t) = 0$  poderá fornecer a pressão inicial do reservatório. A permeabilidade

da região externa pode ser calculada através da expressão

$$k_2 = \frac{q \mu}{2 \pi h m_c} \quad (4.4.38)$$

No caso em que  $r_1$  é grande de modo que apenas a região 1 é investigada, a permeabilidade calculada será a permeabilidade da zona interna .

Quando houver desenvolvimento das retas nas regiões 1 e 2, observa-se que a declividade da segunda reta é M vezes a declividade da primeira .

Se a distância da descontinuidade é pequena de modo que a solução de longo tempo é observada apenas na região externa, uma única reta se desenvolve cuja declividade nos permite calcular a permeabilidade da região externa.

Nas figuras (4.4.6) a (4.4.8) vê-se a influência do tempo de produção no comportamento da pressão. Para um determinado valor de  $M = (k_1/k_2)$ , quando o tempo de produção é muito grande, observa-se apenas uma única reta com declividade M vezes o valor daquela obtida para o caso de reservatório homogêneo (fig.4.4.8).

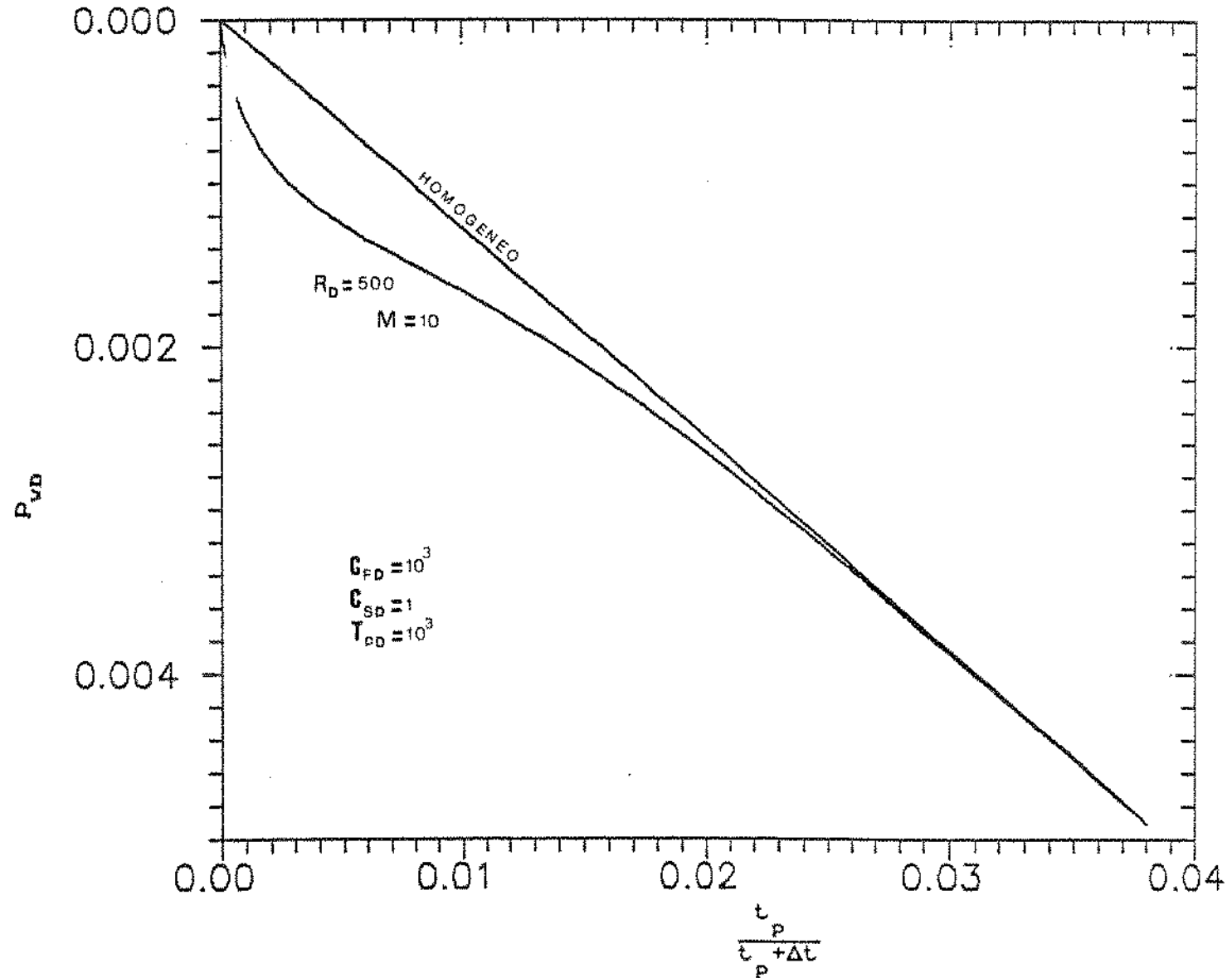


Figura 4.4.6 INFLUENCIA DO TEMPO DE PRODUÇÃO NO COMPORTAMENTO DA PRESSÃO DE FECHAMENTO - RESERVATÓRIO COMPOSTO

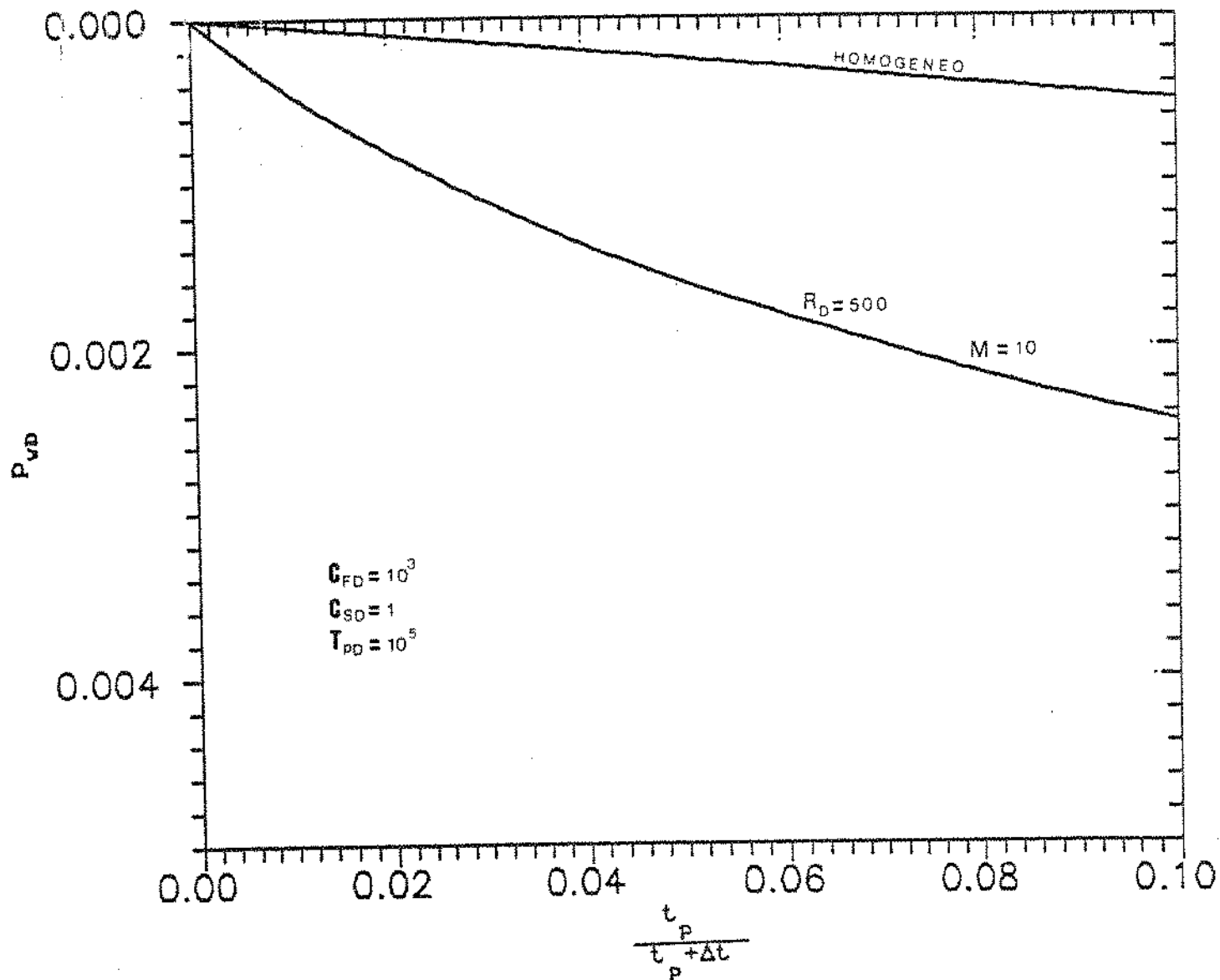


Figura 4.4.7 INFLUENCIA DO TEMPO DE PRODUÇÃO NO COMPORTAMENTO DA PRESSÃO DE FECHAMENTO - RESERVATÓRIO COMPOSTO

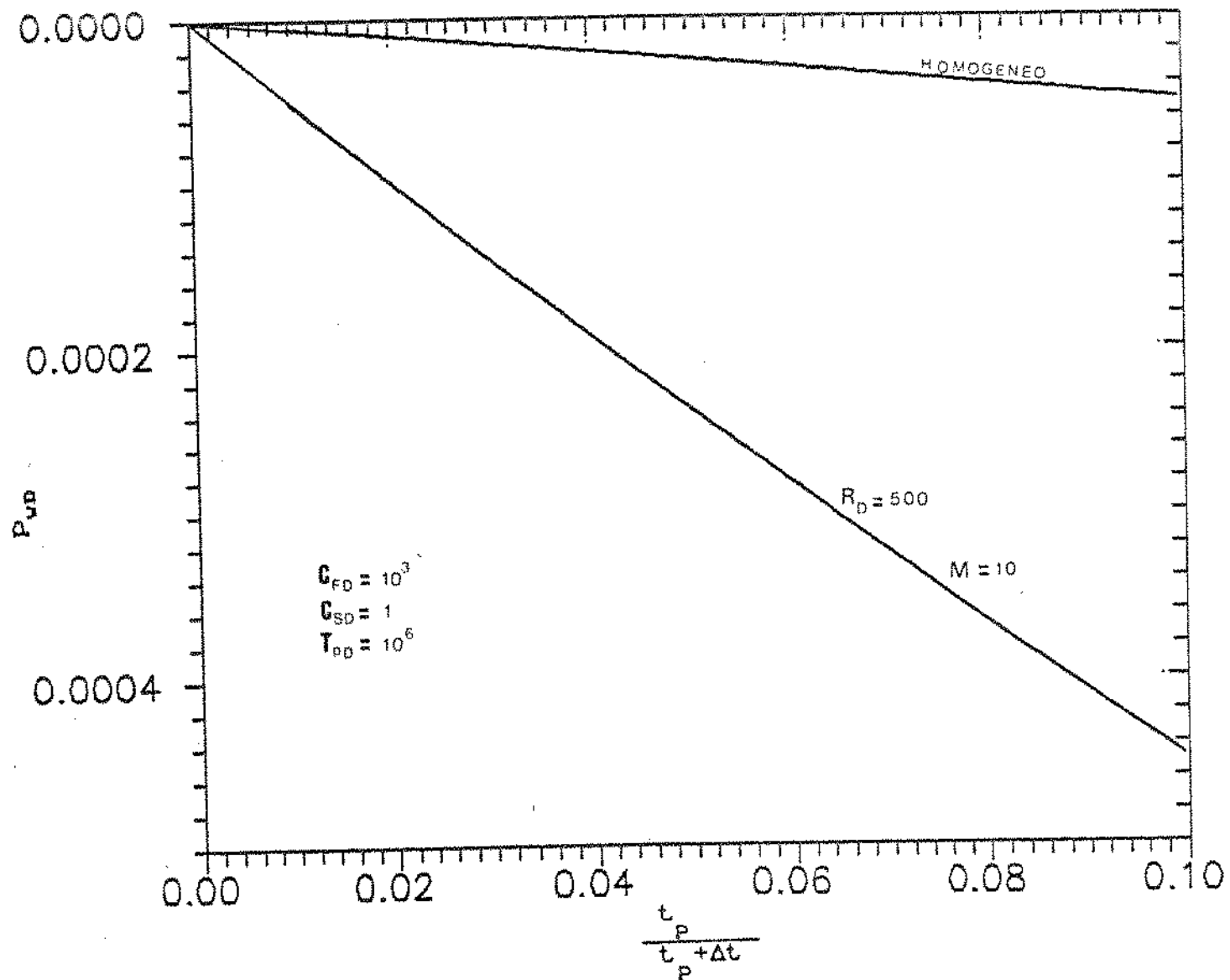


Figura 4.4.8 INFLUENCIA DO TEMPO DE PRODUÇÃO NO COMPORTAMENTO DA PRESSÃO DE FECHAMENTO - RESERVATÓRIO COMPOSTO

## 5 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O problema do teste de formação em poços não surgentes foi modelado como um escoamento causado por uma queda instantânea da pressão no poço no instante inicial, com variação do coeficiente de estocagem na passagem do período de fluxo para o período de estática. Esta idealização foi aplicada às geometrias de fluxo linear, esférica, radial com poço produzindo próximo a uma falha plana selante e reservatório composto.

A solução do problema foi obtida aplicando-se a técnica da transformada de Laplace, cuja transformada inversa foi efetuada numericamente, para os casos de fluxo linear e esférico, através do algoritmo de Crump.

Um modelo de diferenças finitas foi desenvolvido para resolver o problema do fluxo radial, uma vez que para este caso a inversão numérica da transformada de Laplace não produziu resultados satisfatórios, quando se usou o algoritmo de Stehfest.

Gráficos bi-logarítmicos da pressão e de sua derivada versus tempo, são apresentados em função do coeficiente de estocagem, através das quais é possível se fazer a interpretação dos dados do período de fluxo.

São apresentadas novas curvas cartesianas para interpretação dos dados do período de estática, para os casos de fluxo linear e esférico, através das quais é possível a determinação da pressão inicial e permeabilidade do reservatório.

Faz-se necessário uma análise mais profunda do comportamento da pressão do período de estática, para os casos de poço produzindo próximo a uma falha plana selante ou em reservatório composto.

Investigando-se a influência do tempo de produção na determinação da existência de uma falha plana selante, observou-se que para um determinado reservatório, existe um tempo de produção mínimo a partir do qual a dupla



inclinação esperada em um gráfico cartesiano não mais é obtida.

A verificação da existência de uma variação de permeabilidade na direção radial, é função do tempo de produção, podendo não ser perceptível quando o tempo de produção é tal que a solução de longo tempo da estática só é verificada na região externa do reservatório.

Analogamente ao que foi desenvolvido neste trabalho, pode-se estudar o comportamento da solução da pressão do teste de formação não surgente em reservatórios naturalmente fraturados, reservatórios limitados e em outras geometrias de fluxo.

## 6 - NOMENCLATURA

- A - área aberta ao fluxo,  $[L]^2$
- b - intervalo da formação aberto ao fluxo, [L]
- C - coeficiente de estocagem do poço,  $[M]^{-1}[L]^4[T]^2$
- $c_t$  - compressibilidade total,  $[M]^{-1}[L][T]^2$
- d - distância do poço à falha, [L]
- $D_D$  - duas vezes a distância adimensional do poço à falha,  
 $2d/r_w$
- $E_1$  - função integral exponencial
- f - spline cúbico
- h - espessura da formação, [L]
- $I_0$  - função de Bessel modificada de 1º tipo e ordem zero
- $I_1$  - função de Bessel modificada de 1º tipo e primeira ordem
- k - permeabilidade da formação,  $[L]^2$
- k - tempo de produção adimensional
- $K_0$  - função de Bessel modificada de 2º tipo e ordem zero.
- $K_1$  - função de Bessel modificada de 2º tipo e primeira ordem
- L - comprimento de referência, [L]
- $L_f$  - meio comprimento de fratura, [L]
- M - razão de mobilidades
- $m_c$  - declividade do gráfico de  $p_{vs}$  versus  $t_p/(t_p + \Delta t_p)$  ou  $t_p/(t_p + \Delta t_p)^{3/2}$  ou  $[t_p/(t_p + \Delta t_p)]^{1/2}$ ,  $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
- p - pressão,  $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
- $p_i$  - pressão inicial do reservatório,  $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
- $p_o$  - pressão inicial de fluxo,  $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
- $p_{fi}$  - pressão inicial de fluxo,  $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
- $p_{ff}$  - pressão de fluxo final,  $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
- $p_w$  - pressão no poço,  $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
- $p_{wf}$  - pressão de fluxo no poço,  $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
- $p_{vs}$  - pressão estática no poço,  $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
- q - vazão de fluxo na superfície,  $[L]^3[T]^{-1}$
- $q_w$  - vazão variável de sub-superfície,  $[L]^3[T]^{-1}$
- R - distância radial da descontinuidade, [L]
- r - distância radial do poço, [L]
- $r_w$  - raio do poço, [L]

- $r_{sv}$  - raio equivalente do fluxo esférico, [L]
- $s$  - variável do espaço de Laplace
- $S$  - fator "skin"
- $S_k$  - função degrau unitário
- $t$  - tempo, [T]
- $t_p$  - tempo de produção, [T]
  
- $\gamma$  - exponencial da constante de Euler = 1.781072302
- $\Delta t$  - tempo de estática, [T]
- $\eta$  - difusividade hidráulica, [L]<sup>2</sup>[T]<sup>-1</sup>
- $\mu$  - viscosidade, [M][L]<sup>-1</sup>[T]<sup>-1</sup>
- $\tau$  - variável de integração
- $\phi$  - porosidade, fração do volume de rocha
- $\partial$  - operador de derivada parcial

#### SUBSCRITOS

- D - adimensional
- F - fluxo
- S - estática
- 1 - região em torno do poço, no reservatório composto
- 2 - região longe do poço, no reservatório composto

#### UNIDADES FISICAS

- [L] - comprimento
- [M] - massa
- [T] - tempo

## 7 - REFERENCIAS

- Abbott, W.A., Collins, T., and Tippie, D.B.: "Practical Applications of Spherical Flow", artigo apresentado na 53ª SPE - AIME Annual Fall Technical Conference and Exhibition, Houston, Texas, (Outubro, 1-3, 1970)
- Agarwal, R.G., Al-Hussainy, R., e Ramey, H.J., Jr. : " An Investigation of Wellbore Storage and Skin Effect in Unsteady Liquid Flow : I. Analytical Treatment", soc. pet. Eng. J. (Setembro, 1970) 279-290.
- Bixel, H. C. e Van Poolen, H. K.: " Pressure Drawdown and Buildup in the Presence of Radial Discontinuities ", soc. pet. Eng. J. (Setembro, 1967) 301-309.
- Brons, F. e Waring, V. E. : " The Effect of Restricted Fluid Entry on Well Productivity", J.P.T. (Fevereiro, 1961) 172-174.
- Brown, L.P.: "Pressure Transient Behavior of the Composite Reservoir", artigo apresentado na 60ª SPE- AIME Annual Technical Conference and Exhibition, Las Vegas, Nevada, (Setembro, 22-25, 1965).
- Carslaw, H. S. e Jaeger, J.C.: Conduction of Heat in Solids, 2ª ed., Oxford at the Clarendon Press, London (1959).
- Chatas, A.T.: "Unsteady Spherical Flow in Petroleum Reservoirs", soc. Pet. Eng. J. (Junho, 1966) 102-114.
- Churchill, R.V.: Operational Mathematics, Mc Graw-Hill, New York (1972).
- Correa, A.C. : "Análise de Crescimento de Pressão em Poços Produzindo com Pressão Constante ", Artigo apresentado no 2ª

Congresso Brasileiro de Petróleo, Rio de Janeiro, (Outubro 3-7, 1982).

Correa, A.C. : "Application of the Unit Step Function to Transient Flow Problems with Time-Dependent Boundary Conditions", Dissertação de Ph.D., Stanford University, Stanford, CA, Março, 1988.

Correa, A.C. e Ramey H.J. Jr.: "Combined Effects of Shut-in and Production: Solution with a New Inner Boundary Condition", artigo apresentado na 61ª SPE-AIME Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, L.A. (Outubro, 5-8, 1986).

Correa, A.C. e Ramey, H.J., Jr.: "A Method of Pressure Buildup Analysis of Drillstem Tests", artigo apresentado na 62ª SPE-AIME Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, Texas (Setembro 27-30, 1987).

Correa, A.C. e Ramey, H.J., Jr.: "Application of Unit Step Function to Unusual Well Test Problems", artigo apresentado na 63ª SPE-AIME Annual Technical Conference and Exhibition, Houston, Texas (Outubro 2-5, 1988)

Crump, K.S.: "Numerical Inversion of Laplace Transforms Using a Fourier Series Approximation", Journal of the ACM (Janeiro, 1976) Vol.23, No.1, 89-96.

Culham, W.E.: "Pressure Buildup Equation for Spherical Flow Regime Problems", Soc. Pet. Eng. J. (Dezembro, 1974) 545-555.

Dolan, J.P., Einarsen, C.A., e Hill, G.A.: "Special Application of Drill-Stem Test Pressure Data", trans., AIME (1957) 210, 318-324.

Earlougher, R.C., Jr.: Advances in Well Test Analysis, Monograph Series, SPE, Dallas (1977).

Hopkinson, J.L. e Natanson, S.G.: "Effects of Reservoir Heterogeneity on Performance", Artigo Apresentado na SPE-AIME 35<sup>o</sup> Annual Fall Meeting, Denver, (Outubro 2-5, 1980).

Horner, D.R.: "Pressure Buildup in Wells", Proc., Third World Pet. Cong., The Hague (1961) Sec II, 503-523.

Loucks, T.L. e Guerrero, E.T.: "Pressure Drop in a Composite Reservoir", Soc. Pet. Eng. J. (Setembro, 1961) 170-176.

Matthews, C.S. e Russell, D.G.: Pressure Buildup and Flow test in wells, Monograph Series, SPE, Dallas (1967).

Moran, J.H. e Finklea, E.E.: "Theoretical Analysis of Pressure Phenomena Associated with the Wireline Formation Tester", J. P. T. (Agosto, 1962) 899-908.

Nisle, R.G.: "The Effect of Partial Penetration on Pressure Build-Up in Oil Wells", trans. AIME, (1958) 213, 85-90.

Odeh, A.S., e Selig, F.: "Pressure Buildup Analysis Variable Rate Case", J. P. T. (Julho, 1963) 790-794, trans. AIME, 228.

Olarewayu, J.S. e Lee, W.J.: "A Comprehensive Application of a Composite Reservoir Model to Pressure Transient Analysis", artigo apresentado na SPE California Regional Meeting, Ventura, California (Abril 8-10, 1967).

Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A. e Vetterling, W.T. : "Numerical Recipes - The Art of Scientific Computing", Cambridge University Press, Cambridge.

Ramey, H.J. Jr. e Agarwal, R.G.: "Annulus Unloading Rates as Influenced by Wellbore Storage and Skin Effect", Soc. Pet. Eng. J. (Outubro, 1972) 453-462.

Ramey, H.J.Jr., Agarwal, R.G.e Martin, I.: "Analysis of "Slug Test" or DST Flow Period Data", J. Ind. Pet. Tech. (Julho-Setembro, 1975) 37-47.

Stehfest, H.: "Numerical Inversion of Laplace Transforms", Communications of the ACM (Janeiro, 1970) Vol. 13, No.1, 47-49.

Van Everdingen, A.F. e Hurst, W.: "The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs", Trans. AIME (1949).Vol 186, 305-324.

Wattenbarger, R.A. e Ramey, H.J., Jr.: "An Investigation of Wellbore Storage and Skin Effect in Unsteady Liquid: II. Finite Difference Treatment", Soc. Pet. Eng. J. (Setembro, 1970) 291-297.

## APÊNDICE A

### APROXIMAÇÃO DA PRESSÃO DE FLUXO POR UMA SPLINE CUBICA.

Na solução da pressão para o período de crescimento da pressão é necessário se calcular a integral :

$$I = \int_0^{t_{pD}} \exp(-s t_D) p_{vD}(t_D) dt_D, \quad (A.1)$$

O procedimento que se segue será utilizado para a estimativa da integral, através da aproximação dos pontos discretos  $(t_{D_i}, p_{vD_i})$  por uma Spline cúbica.

Dispondo-se de "n" pares de pontos  $(t_{D_i}, p_{vD_i})$  no intervalo  $[0, t_{pD}]$ , faz-se a seguinte aproximação :

$$p_{vD}(t_D) = \sum_{i=1}^{n-1} f_i(t_D), \quad 0 < t_D < t_{pD}, \quad (A.2)$$

onde  $f_i(t_D)$  é um polinômio do terceiro grau no intervalo  $[t_{D_{i-1}}, t_{D_i}]$ , de tal modo que  $f_i(t_{D_i}) = p_{vD_i}$ , sendo :

$$f_i(t_D) = P_{vD_{i-1}} + A_i(t_D - t_{D_{i-1}}) + B_i(t_D - t_{D_{i-1}})^2 + C_i(t_D - t_{D_{i-1}})^3, \quad (A.3)$$

onde :

$$A_i = k_{i-1}, \quad (A.4)$$

$$B_i = \frac{1}{h_i} \left[ -2k_{i-1} - k_i + 3d_i \right], \quad (A.5)$$





$$Y = \begin{bmatrix} 3d_2 \\ 3(h_1 d_2 + d_2 h_2) \\ \vdots \\ 3(h_{n-2} d_{n-1} + h_{n-1} d_{n-2}) \\ 3d_{n-1} \end{bmatrix}$$

Desenvolvendo-se a equação (A.3), vem :

$$f_i(t_D) = p_{vDi-1} + a_i t_{iD} + b_i t_{iD}^2 + c_i t_{iD}^3 + d_i \quad , \quad (A.12)$$

onde :

$$a_i = A_i - 2B_i t_{iDi-1} + 3C_i t_{iDi-1}^2 \quad , \quad (A.13)$$

$$b_i = B_i - 3C_i t_{iDi-1} \quad , \quad (A.14)$$

$$c_i = C_i \quad , \quad (A.15)$$

$$e \quad d_i = -A_i t_{iDi-1} + B_i t_{iDi-1}^2 - C_i t_{iDi-1}^3 \quad , \quad (A.16)$$

Substituindo-se a equação (A.2) na equação (A.1)

resulta :

$$I = \sum_{i=1}^{n-1} I_i \quad , \quad (A.17)$$

sendo que:

$$I_i = - \frac{\exp(-s t_{Di})}{s} \left[ D_{oi} + D_{1i} t_{Di} + D_{2i} t_{Di}^2 + D_{3i} t_{Di}^3 \right] +$$

$$+ \frac{\exp(-s t_{Di-1})}{s} \left[ D_{oi} + D_{1i} t_{Di-1} + D_{2i} t_{Di-1}^2 + D_{3i} t_{Di-1}^3 \right], \quad (\text{A.18})$$

onde :

$$D_{oi} = p_{vDi-1} + d_i + \frac{a_i}{s} + \frac{2b_i}{s^2} + \frac{6c_i}{s^3}, \quad (\text{A.19})$$

$$D_{1i} = a_i + \frac{2b_i}{s} + \frac{6c_i}{s^2}, \quad (\text{A.20})$$

$$D_{2i} = b_i + \frac{3c_i}{s}, \quad (\text{A.21})$$

$$e \quad D_{3i} = c_i. \quad (\text{A.22})$$

## APENDICE B

```

C #####
C PROGRAM LUC
C #####
C
C NP = NUMERO DE INTERVALOS NO FLUXO
C
C NE = NUMERO DE INTERVALOS NA ESTATICA
C
C NSTEF = NUMERO DE TERMOS USADO NO ALGORITMO DE STEHFEST
C
C RW = RAO DO POCO
C
C H = ESPESSURA DO RESERVATORIO
C
C D = DISTANCIA DO POCO A FALHA
C OU
C COMPRIMENTO DA FRATURA
C
C RD1 = RAO DA INTERFACE DO RESERVATORIO COMPOSTO
C
C AM = K1 / K2
C
C K2 = PERMEABILIDADE DA ZONA LONGE DO POCO
C
C K1 = PERMEABILIDADE DA ZONA PROXIMA AO POCO
C
C ISCA -> 1 - SLUGTEST
C
C 2 - DST
C
C ICASO -> 1 - FLUXO RADIAL - FALHA PLANA SELANTE
C
C 2 - FLUXO RADIAL - RESERVATORIO COMPOSTO
C
C 3 - FLUXO RADIAL - RESERVATORIO HOMOGENEO
C
C 4 - FLUXO ESFERICO
C
C 5 - FLUXO LINEAR - FRATURAS ARTIFICIAIS
C
C *****
C
C IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C COMMON / LPL / V(20),ML
C COMMON / SLUG / TDF(O:300),PWDF(O:300)
C COMMON / COEFIC / A1(300),B1(300),C(300),D(300)
C COMMON / BLOC01 / TPD,TTD,PL,PO,ERR,NP,NE,NSTEF,ICASO,IFLAG
C COMMON / BLOC02 / CTD,CFD,CSD,SKIN,AM,RD1,DD,RDA
C
C
C OPEN (1,FILE='ESLUG.DAT')
C OPEN (2,FILE='ESTATIC.DAT')

```

```

OPEN (3,FILE='PRESSAO. DAT')
OPEN (4,FILE='SLUG. DAT')
OPEN (5,FILE='DST. DAT')
OPEN (6,FILE='DST. OUT')
OPEN (7,FILE='SLUGTEST. DAT')

C
READ (5,100) ISCA
IF (ISCA. EQ. 1) THEN
    CALL SLUGTEST
ELSE
    CALL DST
ENDIF

C
100 FORMAT (//,I5)

C
STOP
END

C
C #####
C SUBROUTINE SLUGTEST
C #####
C
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON / LPL / V(20),ML
COMMON / SLUG / TDF(0:300),PWDF(0:300)
COMMON / BLOCO1 / TPD,TTD,PI,PO,ERR,NP,NE,NSTEF,ICASO,IFLAG
COMMON / BLOCO2 / CTD,CFD,CSD,SKIN,AM,RD1,DD,RDA

C
C SOLUCAO DA PRESSAO APENAS PARA O PERIODO DE FLUXO -> SLUG-TEST
C
C
READ (7,100) ICASO,NP,NSTEF
READ (7,101) CFD,ERR,RD1,AM,DD

C
    PII = 4.0D0 * DATAN (1.0D0)
    IFLAG = 1
    RDA = 1.0D0
    AUX = 1.772453851D0
    AUX1 = 2.0D0 / 3.0D0

C
    IF ( ICASO. NE. 4. AND. ICASO. NE. 5) CALL COEFF (NSTEF)

C
DO ? I = 1,NP
    READ (7,102) TSTAR
    IF( ICASO. EQ. 1. OR. ICASO. EQ. 3) TDF(I) = TSTAR * CFD
C
    IF( ICASO. EQ. 2) TDF(I) = TSTAR * RD1 * RD1
    IF( ICASO. EQ. 2) TDF(I) = TSTAR * CFD
C
    IF( ICASO. EQ. 4) TDF(I) = (TSTAR * CFD) ** AUX1
C
    IF( ICASO. EQ. 5) TDF(I) = TSTAR ** 2.0D0
    IF( ICASO. EQ. 5) TDF(I) = (TSTAR * CFD) ** 2.0D0

C
    IF (ICASO. EQ. 4. OR. ICASO. EQ. 5) THEN
        CALL CRUMP ( TDF(I),ERR,PII,N,PWDF(I),DPDT )
    ELSE
        CALL STEF ( TDF(I),PWDF(I),DPDT )
    ENDIF

```

```

C
GO TO (1,2,3,4,5),ICASO
1   DVT = - DPDT * TDF(I) * TDF(I) / CFD
GO TO 6
2   DVT = - DPDT * TDF(I) * TDF(I) / CFD
GO TO 6
3   DVT = - DPDT * TDF(I) * TDF(I) / CFD
GO TO 6
4   DVT = -AUX*AUX1* TDF(I) * TDF(I) * DSQRT (TDF(I)) * DPDT / CFD
GO TO 6
5   DVT = - AUX * TDF(I) * DSQRT (TDF(I)) * DPDT / CFD
6   WRITE (4,200) TSTAR,PWDF(I),DVT
7   CONTINUE
C
100  FORMAT (//,5I5)
101  FORMAT (//,5F10.0)
102  FORMAT (F10.0)
200  FORMAT (4E15.9)
C
STOP
END
C
C #####
C SUBROUTINE DST
C #####
C
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON / SLUG / TDF(1:300),PWDF(1:300)
COMMON / BLOCO1 / TPD,TTD,PI,PO,ERR,NP,NE,NSTEF,ICASO,IFLAG
COMMON / BLOCO2 / CTD,CFD,CSD,SKIN,AM,RD1,DD,RDA
C
C
C SOLUCAO DO " DRILL STEM TEST "
C
C
C IFLAG -> 1 - SOLUCAO DO FLUXO
C
C          2 - SOLUCAO DA ESTATICA
C
C
C CALL ENTRADA
C
C NN = 10
C IF ( ICASO.NE.4.AND.ICASO.NE.5 ) CALL COEFF (NN)
C
C T = 0
C TF = 0.00
C TDF(I) = 0.000
C PWDF(I) = 1.000
C DIF = PI - PO
C DT = 4.000 * DATAN (1.000)
C DT = TPD / (NP-1)
C WRITE (*,*) I,TDF(I),PWDF(I)
C WRITE (5,204) TF,PO,TDF(I),PWDF(I)
C
C
C DO 4 I = 1,NP - 1
C   TDF(I) = TDF(I-1) + DT

```

```

IF (I.EQ.NP-1) TDF(I) = TPD
IFLAG = 1
C
IF (ICASO.EQ.4.OR.ICASO.EQ.5) THEN
CALL CRUMP ( TDF(I),ERR,PII,N,PWDF(I),DPDT)
ELSE
CALL STEF (TDF(I),PWDF(I),DPDT)
ENDIF
C
IF (I.GT.2) CALL CURVA (I)
C
TF = TDF(I) * CTD
PWF = PI - PWDF(I) * DIF
C
WRITE (*,*) I,TDF(I),PWDF(I)
WRITE (3,204) TF,PWF,TDF(I),PWDF(I)
1 CONTINUE
C
WRITE (6,200) TF,PWF
C
CALL SPLINE
C
CALL COEFF (NSTEF)
C
TDE = 1.1D0 * TDF (NP-1)
CSTAR = CFD - PWDF (NP-1) * (CFD-CSD)
FAT = ( (TTD + TPD) / TDE ) ** (1.0D0 / (NE-1))
C
IF (ICASO.NE.4.AND.ICASO.NE.5) THEN
IF (ICASO.EQ.1) AUX = TDF(NP-1) / CSTAR
IF (ICASO.EQ.2) AUX = 2.0D0 * TDF(NP-1) / (AM * CSTAR)
IF (ICASO.EQ.3) AUX = 2.0D0 * TDF(NP-1) / CSTAR
ELSE
IF (ICASO.EQ.4)
* AUX = 2.0D0 * DSQRT(PII) * (TDF(NP-1)) ** 1.5D0 / CSTAR
IF (ICASO.EQ.5) AUX = DSQRT(PII) * DSQRT (TDF(NP-1)) / CSTAR
ENDIF
C
DO 3 I = 1,NE
IFLAG = 2
C
IF (ICASO.EQ.4.OR.ICASO.EQ.5) THEN
CALL CRUMP ( TDE,ERR,PII,N,PWDE,DPDT)
ELSE
CALL STEF (TDE,PWDE,DPDT)
ENDIF
C
CALL GRAFICO (I,TDE,PWDE,DPDT,CSTAR,DIF,AUX)
C
TDE = TDE * FAT
3 CONTINUE
C
WRITE (6,203) TDE*CTD,PI-PWDE*(PI-PO)
C
200 FORMAT (//,5X,'TEMPO FINAL DE FLUXO', //,FB.3,' HORAS',//,5X,
* 'PRESSAO FINAL DE FLUXO', //,FB.3,' PSI')
201 FORMAT (5(3X,E15.9))

```

```

208 FORMAT (5X,'TEMPO FINAL DA ESTATICA  =','FB. 2,' HORAS',/,5X,
          * 'PRESSAO FINAL DA ESTATICA  =','FB. 3,' PSI')

```

```

C      RETURN
C      END
C #####
C      SUBROUTINE ENTRADA
C #####
C      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C      COMMON / SLUG / TDF(0:300),PWDF(0:300)
C      COMMON / BLOCO1 / TPD,TTD,PI,PO,ERR,NP,NE,NSTEF,ICASO,IFLAG
C      COMMON / BLOCO2 / CTD,CFD,CSD,SKIN,AM,RD1,DD,RDA
C
C      READ (5,100) AK,PHI,AMI,CT,SKIN,PI,PO,RW,H,ERR,CFD,CSD,DD,TPD,TTD
C      READ (5,101) ICASO,NP,NE,NSTEF
C
C      CALCULO DAS CONSTANTES PARA DIMENSIONALIZACAO DOS PARAMETROS
C
C      SKINA = SKIN
C      RDA = 1.0D0
C      IF (SKIN.LT.0.0D0) THEN
C          RA = RW * DEXP (-SKIN)
C          RDA = RA / RW
C          SKIN = 0.0D0
C      ENDIF
C
C      GO TO (1,2,3,4,5), ICASO
1      D = DD * RW
      AUX = PHI * CT * RW * RW
      AUX1 = AUX * H * 1.11900006D0
      WRITE (6,300) D,DD,H
      GO TO 6
2      READ (5,102) AM,RD1
      AUX = PHI * CT * RW * RW
      AUX1 = AUX * H * 1.11900006D0
      WRITE (6,400) AM,RD1,H
      GO TO 6
3      AUX = PHI * CT * RW * RW
      AUX1 = AUX * H * 1.11900006D0
      WRITE (6,700) H
      GO TO 6
4      AUX = PHI * CT * RW * RW
      AUX1 = 2.29800011D0 * RW * AUX
      WRITE (6,500)
      TO 6
5      AUX = DD * DD * PHI * CT
      AUX1 = AUX * H * .71237756D0
      WRITE (6,600) DD,H
6
      CTD = AUX * AMI * 3792.188099D0 / AK
      CS = CSD * AUX1
      CF = CFD * AUX1
      TP = TPD * CTD
      TT = TTD * CTD
      WRITE (6,800) AK,PHI,AMI,CT,RW,SKINA,PI,PO,CF,CS,CFD,CSD,TP,TTD,

```



```

*          TT,TTD
WRITE (6,900) NP,NE

```

```

C
100 FORMAT (3//,5F10.0)
101 FORMAT (//,5I5)
102 FORMAT (//,7F10.0)
103 FORMAT (////,7F10.0)
104 FORMAT (2F10.0)
300 FORMAT (//,5X,'RESERVATORIO COM FALHA PLANA SELANTE',//,5X,
*          'DISTANCIA DO POCO A FALHA =' ,F8.3,' RW'//,5X,
*          'H =' ,F8.3,' PES')
400 FORMAT (//,5X,'RESERVATORIO COMPOSTO ' ,//,5X,
*          'K/K1 =' ,F8.3,' MD      RD1 =' ,F8.3,' RW'//,5X,
*          'H =' ,F8.3,' PES')
500 FORMAT (//,5X,'RESERVATORIO COM FLUXO ESFERICO ' ,//)
600 FORMAT (//,5X,'RESERVATORIO COM FRATURA VERTICAL ARTIFICIAL'//,5X,
*          'COMPRIMENTO DA FRATURA =' ,F8.3,' PES'//,5X,
*          'H =' ,F8.3,' PES')
700 FORMAT (//,5X,'RESERVATORIO HOMOGENEIO COM FLUXO RADIAL'//,5X,
*          'H =' ,F8.3,' PES')
800 FORMAT (5X,'K =' ,F8.3,' MD      O      =' ,F8.3,'//,5X,
*          'MI =' ,F8.3,' CP      CT      =' ,E8.3,' 1/PSI'//,5X,
*          'RW =' ,F8.3,' PES      SKIN =' ,F8.3,'//,5X,
*          'PI =' ,F8.3,' PSI      PO      =' ,F8.3,' PSI'//,5X,
*          'CF =' ,E8.3,' RB/PSI      CS      =' ,E8.3,' RB/PSI'//,5X,
*          'CFD =' ,E13.3,'      CSD      =' ,E13.3,'//,5X,
*          'TEMPO DE PRODUCAO      =' ,F8.3,' HORAS'//,5X,
*          '      TPD      =' ,E13.3,'//,5X,
*          'TEMPO DE FECHAMENTO      =' ,F8.3,' HORAS'//,5X,
*          '      TFD      =' ,E13.3)
900 FORMAT (//,5X,'NUMERO DE DADOS NO FLUXO      =' ,I5,'//,5X,
*          'NUMERO DE DADOS NA ESTATICA      =' ,I5)

```

```

C
RETURN
END

```

```

C
C #####
C SUBROUTINE CURVA (I)
C #####

```

```

C
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON / SLUG / TDF(0:300),PWDF(0:300)

```

```

C
CALCULO DA CURVATURA DA FUNCAO PRESSAO DE FLUXO

```

$$Y = [ P \text{ " } ] / [ ( 1 + P * P \text{ " } ) ** 3/2 ]$$

```

C
H2 = TDF(I) - TDF(I-1)
H1 = TDF(I-1) - TDF(I-2)
HH = H1 + H2
HM = HH / 2.000
Y2L = ( ( PWDF(I) - PWDF(I-1) ) / H2 -
*          ( PWDF(I-1) - PWDF(I-2) ) / H1 ) / HM
Y1L = ( PWDF(I) - PWDF(I-2) ) / HH
Y4L = Y1L * Y1L

```

```

R2 = Y2L / ( (1.0DO + Y1L) ** 1.5DO)
RR = R1 / R2
write (*,*) RR
R1 = R2

```

```

RETURN
END

```

```

SUBROUTINE GRAFICO (I,TDE,PWDE,DPDT,CSTAR,DIF,AUX)

```

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON / SLUG / TDF(O:300),PWDF(O:300)
COMMON / BLOCO1 / TPD,TTD,PI,PO,ERR,NP,NE,NSTEF,ICASO,IFLAG
COMMON / BLOCO2 / CTD,CFD,CSB,SKIN,AM,RD1,DD,RDA

```

```

SAIDA PARA GRAFICOS DO PERIODO DE ESTATICA

```

```

Rc -> GRUPO ADMENSIONAL FUNCAO DO MODELO DE FLUXO

```

```

Y -> (PI - PW) / Mc

```

```

DVT -> FUNCAO DA DERIVADA DE PW EM RELACAO AO TEMPO

```

```

TE = TDE * CTD
PWE = PI - PWDE * DIF

```

```

IF (ICASO.NE.4.AND.ICASO.NE.5) THEN

```

```

T = TDE
RC = TDF(NP-1) / TDE
DVT = - TDE * TDE * DPDT / CSTAR

```

```

ELSE

```

```

IF (ICASO.EQ.4) THEN
T = TDE ** 1.5DO
RC = (TDF(NP-1) / TDE) ** 1.5DO
DVT = - 1.181635901DO * TDE * T * DPDT / CSTAR

```

```

ELSE

```

```

T = DSQRT ( TDE )
RC = DSQRT (TDF(NP-1) / TDE)
DVT = - 1.772453851 * TDE * T * DPDT / CSTAR

```

```

ENDIF

```

```

ENDIF

```

```

Y = PWDE * AUX

```

```

WRITE (*,*) I,TDE,PWDE
WRITE (3,201) TE,PWE,TDE,PWDE
WRITE (2,201) RC,Y,PWDE,PWE
WRITE (1,201) T/CSTAR,PWDE,DVT
IF (I.EQ.1) WRITE (6,202) TE,PWE

```

```

201 FORMAT (5I3X,E15.9)

```

```

202 FORMAT (5X,TEMPO INICIAL DA ESTATICA =',F8.3,' HORAS',/,5X,

```

```

* PRESSAO INICIAL DA ESTATICA =',F8.3,' PSI)

```

```

C
C RETURN
C END
C
C #####
C SUBROUTINE F (SR,SI,FR,FI,DR,DI)
C #####
C
C IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C COMPLEX*16 S,SQ,AUX,PWD,SOMA,DPD
C COMMON / SLUG / TDF(0:300),PWDF(0:300)
C COMMON / BLOC01 / TPD,TTD,PL,PO,ERR,NP,NE,NSTEF,ICASO,IFLAG
C COMMON / BLOC02 / CTD,CFD,CSD,SKIN,AM,RD1,DD,RDA
C
C C
C C TRANSFORMADA DE LAPLACE DA PRESSAO NO POCO PARA FLUXO:
C C
C C -> ESFERICO
C C
C C -> LINEAR
C C
C C
C S = DCMLX (SR,SI)
C SQ = CDSQRT (S)
C
C IF (ICASO.EQ.4) THEN
C AUX = CDEXP ( (1.0D0 - RDA) * SQ ) / ( RDA * S * (1.0D0 + SQ) )
C ELSE
C AUX = 1.0D0 / (S * SQ)
C ENDIF
C
C IF (IFLAG.EQ.1) THEN
C PWD = CFD / ( S * CFD + 1.0D0 / (S * AUX + SKIN) )
C ELSE
C PWD = ( CFD - (CFD - CSD) *
C * ( SOMA (S) + PWDF (NP-1) * CDEXP (-S * TDF(NP-1)) ) )
C * / (S * CSD + 1.0D0 / (S * AUX + SKIN) )
C ENDIF
C DPD = S * PWD - 1.0D0
C
C FR = DBLE (PWD)
C FI = DIMAG (PWD)
C DR = DBLE (DPD)
C DI = DIMAG (DPD)
C
C RETURN
C END
C
C #####
C SUBROUTINE P (S,PWD,DPD)
C #####
C
C IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C COMMON / SLUG / TDF(0:300),PWDF(0:300)
C COMMON / BLOC01 / TPD,TTD,PL,PO,ERR,NP,NE,NSTEF,ICASO,IFLAG
C COMMON / BLOC02 / CTD,CFD,CSD,SKIN,AM,RD1,DD,RDA
C
C

```

```

C
C   TRANSFORMADA DE LAPLACE DA PRESSAO NO POCO PARA FLUXO:
C
C       -> RADIAL - HOMOGENEO
C
C               - COM FALHA
C
C               - COMPOSTO
C
C
C   SQ = DSQRT (S)
C   GO TO (1,2,3),ICASO
C
C   1   AUX = ( BESSKO ( RDA * SQ ) + BESSKO (2.ODO * DD * SQ ) ) /
C   *           ( S * SQ * BESSK1 (SQ) )
C   GO TO 4
C
C   2   TETA = RDI * DSQRT (S * AM)
C   ALFA = RDI * SQ
C   GAMA = DSQRT (AM)
C   CSI = ( GAMA * BESSKO (TETA) * BESSK1 (ALFA) -
C   *       BESSK1 (TETA) * BESSKO (ALFA) ) /
C   *       ( BESSIO (ALFA) * BESSK1 (TETA) +
C   *       GAMA * BESSII (ALFA) * BESSKO (TETA) )
C   DELTA = S * SQ * ( BESSK1 (SQ) - CSI * BESSII (SQ) )
C   AUX = ( CSI * BESSIO (RDA*SQ) + BESSKO (RDA*SQ) ) / DELTA
C   GO TO 4
C
C   3   AUX = BESSKO (RDA * SQ) / ( S * SQ * BESSK1 (SQ) )
C
C   4   IF (IFLAG.EQ.1) THEN
C       PWD = CFD / ( S * CFD + 1.ODO / (S * AUX + SKIN) )
C   ELSE
C       PWD = ( CFD - (CFD - CSD) *
C   *         ( ASOMA (S) + PWDF (NP-1) * DEXP (-S * TDF(NP-1)) ) )
C   *         / ( S * CSD + 1.ODO / (S * AUX + SKIN) )
C   ENDIF
C   DPD = S * PWD - 1.ODO
C
C   RETURN
C   END
C
C   #####
C   SUBROUTINE SPLINE
C   #####
C
C   IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C   DIMENSION H(0:300),AK(0:300),A(0:300),B(0:300)
C   COMMON / SLUG / TDF(0:300),PWDF(0:300)
C   COMMON / COEFIC / A1(300),B1(300),C(300),D(300)
C   COMMON / BLOC01 / TPD,TTD,PL,PO,ERR,NP,NE,NSTEF,ICASO,IFLAG
C
C
C   COEFICIENTES DO POLINOMIO QUE APROXIMA A PRESSAO DE FLUXO
C   NO POCO
C
C

```

```

DO 1 I = 1,NP-1
  H (I) = TDF(I) - TDF(I-1)
  D (I) = ( PWDF(I) - PWDF(I-1) ) / H(I)
1 CONTINUE
DO 2 I = 1,NP-2
  A (I) = 2.ODO * ( H(I) + H(I+1) )
  B (I) = 3.ODO * ( D(I+1) * H(I) + D(I) * H(I+1) )
2 CONTINUE
A (0) = 2.ODO
B (0) = 3.ODO * D (1)
A (NP-1) = 2.ODO
B (NP-1) = 3.ODO * D (NP-1)
H (0) = 1.ODO
H (NP) = 1.ODO
DO 3 I = 0,NP-2
  L = I + 1
  A (L) = A (L) - H(I) * H(I+2) / A(I)
  B (L) = B (L) - B(I) * H(I+2) / A(I)
3 CONTINUE
AK (NP-1) = B (NP-1) / A (NP-1)
DO 4 I = NP-2,0,-1
  L = I + 1
  AK (I) = ( B (I) - AK(L) * H(I) ) / A (I)
4 CONTINUE
C
C COEFICIENTES DO SPLINE CUBICO
C
DO 5 I = 1,NP-1
  A (I) = AK (I-1)
  B (I) = ( - 2.ODO * AK (I-1) - AK (I) + 3.ODO * D (I) ) / H (I)
  C (I) = ( AK (I-1) + AK (I) - 2.ODO * D (I) ) / ( H (I)*H (I) )
5 CONTINUE
C
C COEFICIENTES DO POLINOMIO PRESSAO
C
DO 6 I = 1,NP-1
  TQ = TDF (I-1) * TDF (I-1)
  TC = TQ * TDF (I-1)
  A1 (I) = A (I) - 2.ODO * B (I) * TDF (I-1) + 3.ODO * C (I) * TQ
  B1 (I) = B (I) - 3.ODO * C (I) * TDF (I-1)
  D (I) = B (I) * TQ - A (I) * TDF (I-1) - C(I) * TC
6 CONTINUE
C
RETURN
END
C
C #####
C COMPLEX*16 FUNCTION SOMA (S)
C #####
C
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMPLEX*16 S,SQ,SC,CO,C1,C2,S1,S2
COMMON / SLUG / TDF(0:300),PWDF(0:300)
COMMON / COEFIC / A1(300),B1(300),C(300),D(300)
COMMON / BLOCO1 / TPD,TTD,PL,PO,ERR,NP,NE,NSTEF,ICASO,IFLAG
C
C

```

```

C      CALCULO DA INTEGRAL      EXP (-S * TD) * PWDF (TD)  , ( 0,TPD )
C
C
C      SQ = S * S
C      SC = S * SQ
C      TGA = 0. DO
C      TCA = 0. DO
C
C      SOMA = (0. DO,0. DO)
C      DO 1 I = 1, NP-1
C          TQ = TDF (I) * TDF (I)
C          TC = TDF (I) * TQ
C          CO = D(I) + A1(I) / S + 2. DO * B1(I) / SQ + 6. DO * C (I) / SC
C          *      + PWDF (I-1)
C          C1 = A1 (I) + 2. DO * B1 (I) / S + 6. DO * C (I) / SQ
C          C2 = B1 (I) + 9. DO * C (I) / S
C          S1 = -CDEXP (-S * TDF (I-1)) * (CO + C1 * TDF(I-1)
C          *      + C2 * TGA + C(I) * TCA )
C          S2 = -CDEXP (-S * TDF(I)) * (CO + C1*TDF(I)+C2*TQ+C(I)*TC)
C          SOMA = SOMA + S2 - S1
C          TGA = TQ
C          TCA = TC
C      1 CONTINUE
C
C      RETURN
C      END
C
C #####
C REAL*8 FUNCTION ASOMA (S)
C #####
C
C      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C      COMMON / SLUG / TDF(0:300),PWDF(0:300)
C      COMMON / COEFIC / A1(300),B1(300),C(300),D(300)
C      COMMON / BLOCO1 / TPD,TTD,PI,PO,ERR,NP,NE,NSTEF,ICASO,IFLAG
C
C
C      CALCULO DA INTEGRAL      EXP (-S * TD) * PWDF (TD)  , ( 0,TPD )
C
C
C      SQ = S * S
C      SC = S * SQ
C      TGA = 0. DO
C      TCA = 0. DO
C
C      ASOMA = 0. DO
C      DO 1 I = 1, NP-1
C          TQ = TDF (I) * TDF (I)
C          TC = TDF (I) * TQ
C          CO = D(I) + A1(I) / S + 2. DO * B1(I) / SQ + 6. DO * C (I) / SC
C          *      + PWDF (I-1)
C          C1 = A1 (I) + 2. DO * B1 (I) / S + 6. DO * C (I) / SQ
C          C2 = B1 (I) + 9. DO * C (I) / S
C          S1 = -DEXP (-S * TDF (I-1)) * (CO + C1 * TDF(I-1)
C          *      + C2 * TGA + C(I) * TCA )
C          S2 = -DEXP (-S * TDF(I)) * (CO + C1*TDF(I)+C2*TQ+C(I)*TC)
C          ASOMA = ASOMA + S2 - S1

```

```
TQA = TQ
TCA = TC
CONTINUE
```

```
RETURN
END
```

```
#####
SUBROUTINE CRUMP ( T,ERR,PIL,N,FT,FD)
#####
```

```
NUMERICAL INVERSION OF THE LAPLACE TRANSFORM USING THE CRUMP'S
TECHNIQUE
```

```
(Journal of the ACM, Vol. 23, No. 1, January 1976, pp. 89-95.)
```

```
ON ENTRY
```

```
  T      REAL*8
         Time for which the transform is to be computed
```

```
  F      DOUBLE COMPLEX EXTERNAL FUNCTION
         The Laplace transform to be inverted
```

```
  alpha  REAL*8
         Maximum real valued pole of ZLAP
```

```
  err    REAL*8
         Maximum relative error allowed.
```

```
ON OUTPUT
```

```
  FT     REAL*8
         Computed value of the inverse Laplace transform of F
```

```
  N      INTEGER*4
         Number of terms in the Fourier series used to approximate FT
```

```
ANTONIO CLAUDIO CORREA - STANFORD UNIVERSITY - FEBRUARY 1987
```

```
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 ImZ,ImD
DIMENSION E(499),ED(499)
```

```
ALPHA = 0.0D0
```

```
DO 10 I = 1, 499
  E(I) = 0.0D0
  ED(I) = 0.0D0
```

```
10 CONTINUE
```

```
NMAX = 249
```

```
TT = 0.8D0 * T
a = alpha - 0.5D0 * DLOG(err) / TT
ST = 0.0D0
```

```

SD = 0.000
SUM = 0.000
SSD = 0.000
SUMLST = 0.000
SSDLST = 0.000
nflag = 0
mflag = 0
DO 40 k = 1, 2*NMAX+1
  arg1 = k*pi/TT
  arg2 = arg1 * i
C
  call F (A,ARG1,ReZ,ImZ,ReD,ImD)
C
  aa = DCOS(arg2)
  bb = DSIN(arg2)
  ST = ST + ReZ * aa - ImZ * bb
  SD = SD + ReD * aa - ImD * bb
C
C ***** BEGIN EPSILON ALGORITHM *****
C
  Eim1 = 0.000
  Eim2 = 0.000
  Ei = E(1)
  Eid = ED(1)
  E(1) = ST
  ED(1) = SD
  IF ( k .EQ. 1) GO TO 95
  DO 90 i = 1, k-1
    aux = E(i+1)
    auxD = ED(i+1)
    dif = E(i) - Ei
    difD = ED(i) - Eid
    IF ( DABS(dif) .LT. 1.0D-70) THEN
      E(i+1) = E(i)
    ELSE
      E(i+1) = (1.000 + Eim1 * dif) / dif
    ENDIF
    IF ( DABS(difD) .LT. 1.0D-70) THEN
      ED(i+1) = ED(i)
    ELSE
      ED(i+1) = (1.000 + Eim2 * difD) / difD
    ENDIF
    Eim1 = Ei
    Eim2 = Eid
    Ei = aux
    Eid = auxD
    SUM = E(i+1)
    SSD = ED(i+1)
90    CONTINUE
C
C    TEST FOR CONVERGENCE
C
  IF ( k/2*2 .NE. k ) THEN
    errest = DABS(SUM) - DABS(SUMLST)
    errest = DABS(errest) / DABS(SUM)
    erratD = DABS(SSD) - DABS(SSDLST)

```



```

errstd = DABS(errstd) / DABS(SSD)
IF (nflag. ne. 1. and. mflag. ne. 1) THEN
  IF (errest. LT. .001d0*dabs(err)) THEN
    write (*,*) k
    sumf = SUM
    nflag = 1
    if (errstd. LT. .001d0*dabs(err)) THEN
      write (*,*) k
      sumd = SSD
      N = k
      GO TO 50
    endif
  ELSE
    IF (errstd. LT. .001d0*dabs(err)) THEN
      write (*,*) k
      sumd = SSD
      mflag = 1
    endif
  ENDIF
ELSE
  IF (nflag. eq. 1. and. mflag. ne. 1) THEN
    if (errstd. LT. .001d0*dabs(err)) THEN
      write (*,*) k
      sumd = SSD
      N = k
      GO TO 50
    endif
  ELSE
    IF (nflag. ne. 1. and. mflag. eq. 1) THEN
      if (errest. LT. .001d0*dabs(err)) THEN
        write (*,*) k
        sumf = SUM
        N = k
        GO TO 50
      endif
    ENDIF
  ENDIF
ENDIF
ENDIF
ENDIF
ENDIF
C
95  CONTINUE
   IF ( k/2*2 .NE. k ) THEN
     SUMLST = SUM
     SSDLST = SSD
   ENDIF
C
C ***** END EPSILON ALGORITHM *****
C
40  CONTINUE
50  call F(A,O.ODO,ReZ,ImZ,ReD,ImD)
    aa = DEXP(a * D) / TT
    FT= aa * ( 0.5D0 * ReZ + sumf )
    FD= aa * ( 0.5D0 * ReD + sumd )
C
    RETURN
    END
C

```

```

C #####
SUBROUTINE COEFF (N)
C #####
C
  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
  DIMENSION G(0:20),H(10)
  COMMON / LPL / V(20),ML
C
C
C   CALCULO DOS COEFICIENTES PARA O ALGORITMO DE STEHFEST
C
C
  SOMA = 0.0d0
  IF (ML.EQ.N) GO TO 100
  ML = N
  G(0) = 1.00
  G(1) = 1.00
  NH = N/2
C
  DO 5 I = 2,N
    G(I) = G(I-1) * I
  5 CONTINUE
C
  H(1) = 2.00 / G(NH-1)
C
  DO 10 I = 2,NH
    FI = I
    IF (I.EQ.NH) GO TO 8
    H(I) = FI ** NH * G(2*I) / (G(NH-I) * G(I) * G(I-1) )
    GO TO 10
  8 H(I) = FI ** NH * G(2*I) / (G(I) * G(I-1) )
  10 CONTINUE
C
  SN = 2 * (NH - NH / 2 * 2) - 1
C
  DO 50 I = 1,N
    V(I) = 0.00
    K1 = (I+1)/2
    K2 = I
    IF (K2.GT.NH) K2 = NH
C
  DO 40 K = K1,K2
    IF (2 * K-I.EQ.0) GO TO 37
    IF (I.EQ.K) GO TO 38
    V(I) = V(I) + H(K) / (G(I-K) * G(2 * K-I) )
    GO TO 40
  37 V(I) = V(I) + H(K) / G(I-K)
    GO TO 40
  38 V(I) = V(I) + H(K) / G(2 * K-I)
  40 CONTINUE
C
  V(I) = SN * V(I)
  SN = -SN
  SOMA = SOMA + V(I)
  50 CONTINUE
C
  100 CONTINUE

```



```

ELSE
  AX = DABS(X)
  Y = 3.75D0/AX
  BESSIO = (DEXP(AX)/DSQRT(AX))*(Q1+Y*(Q2+Y*(Q3+Y*(Q4
*       +Y*(Q5+Y*(Q6+Y*(Q7+Y*(Q8+Y*Q9))))))
ENDIF
C
RETURN
END
C
C #####
C REAL*8 FUNCTION BESSKO (X)
C #####
C
C IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C
C
C FUNCAO MODIFICADA DE BESSEL DE ORDEM ZERO [ K0 ]
C
C FONTE -> NUMERICAL RECIPES
C
C
C DATA P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7/-0.57721565D0,0.42278420D0,0.23069756D0,
*       0.3488590D-1,0.262698D-2,0.10750D-3,0.74D-5/
C DATA Q1,Q2,Q3,Q4,Q5,Q6,Q7/1.25331414D0,-0.7832358D-1,0.2189568D-1,
*       -0.1062446D-1,0.587872D-2,-0.251540D-2,0.53206D-3/
C
IF (X.LE.2.0D0) THEN
  Y = X*X/4.0D0
  BESSKO = (-DLOG(X/2.0D0)*BESSIO(X)+(P1+Y*(P2+Y*(P3+
*       Y*(P4+Y*(P5+Y*(P6+Y*P7))))))
ELSE
  Y = (2.0D0/X)
  BESSKO = (DEXP(-X)/DSQRT(X))*(Q1+Y*(Q2+Y*(Q3+
*       Y*(Q4+Y*(Q5+Y*(Q6+Y*Q7))))))
ENDIF
C
RETURN
END
C
C #####
C REAL*8 FUNCTION BESSK1 (X)
C #####
C
C IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C
C
C FUNCAO MODIFICADA DE BESSEL DE PRIMEIRA ORDEM [ K1 ]
C
C FONTE -> NUMERICAL RECIPES
C
C
C DATA P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7/1.0D0,0.15443144D0,-0.67278579D0,
*       -0.18156897D0,-0.1919402D-1,-0.110404D-2,-0.4685D-4/
C DATA Q1,Q2,Q3,Q4,Q5,Q6,Q7/1.25331414D0,0.23498619D0,-0.3655620D-1,
*       0.1504268D-1,-0.780353D-2,0.325614D-2,-0.68245D-3/
C

```

```

IF (X .LE. 2.0D0) THEN
  Y = X*X/4.0D0
  BESSK1 = (DLOG(X/2.0D0)*BESSI1(X))+(1.0D0/X)*(P1+Y*(P2+
*      Y*(P3+Y*(P4+Y*(P5+Y*(P6+Y*P7))))))
ELSE
  Y = 2.0D0/X
  BESSK1 = (DEXP(-X)/DSQRT(X))*(Q1+Y*(Q2+Y*(Q3+
*      Y*(Q4+Y*(Q5+Y*(Q6+Y*Q7))))))
ENDIF

C
RETURN
END

C
C #####
C REAL*8 FUNCTION BESS14 (X)
C #####
C
C IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C
C
C FUNCAO MODIFICADA DE BESSEL DE PRIMEIRA ORDEM ( I1 )
C
C FONTE -> NUMERICAL RECIPES
C
C
C
C DATA P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7/O. 5D0,O. 87890594D0,O. 51498869D0,
*      O. 15084934D0,O. 2658733D-1,O. 501532D-2,O. 92411D-3/
C DATA Q1,Q2,Q3,Q4,Q5,Q6,Q7,Q8,Q9/O. 39894228D0,-O. 3988024D-1,
*      -O. 362018D-2,O. 163804D-2,-O. 1031555D-1,O. 2282967D-1,
*      -O. 2895312D-1,O. 1787654D-1,-O. 420059D-2/
C
C IF (DABS(X) .LT. 3.75D0) THEN
  Y = (X/3.75D0)
  Y = Y * Y
  BESS14 = X*(P1+Y*(P2+Y*(P3+Y*(P4+Y*(P5+Y*(P6+Y*P7))))))
ELSE
  AX = DABS(X)
  Y = 3.75D0/AX
  BESS14 = (DEXP(AX)/DSQRT(AX))*(Q1+Y*(Q2+Y*(Q3+Y*(Q4+
*      Y*(Q5+Y*(Q6+Y*(Q7+Y*(Q8+Y*Q9))))))
ENDIF

C
RETURN
END

```

```

C
C #####
C PROGRAM SIL
C #####
C
C NP = NUMERO DE INTERVALOS DE TEMPO NO FLUXO
C
C NE = NUMERO DE INTERVALOS DE TEMPO NA ESTATICA
C
C NX = NUMERO DE PONTOS NO RAI0 PARA CALCULO DA PRESSAO
C
C DD = DISTANCIA DO POCO A FALHA (adimensional)
C
C RE = RAI0 EXTERNO DO RESERVATORIO (adimensional)
C
C RD1 = RAI0 DA INTERFACE DO RESERVATORIO COMPOSTO (adimensional)
C
C K2 = PERMEABILIDADE DA ZONA EXTERNA
C
C K1 = PERMEABILIDADE DA ZONA EM TORNO DO POCO
C
C AM = K1 / K2
C
C ICASO -> 1 - FALHA PLANA SELANTE -> AM = 1
C
C          2 - RESERVATORIO COMPOSTO -> AM < 1
C          -> AM > 1
C
C          3 - FLUXO RADIAL - RESERVATORIO HOMOGENEO -> AM = 1
C
C TETA -> 1 - TOTALMENTE IMPLICITO
C
C          -> 1/2 - CRANK NICOLSON
C
C #####
C
C IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C COMMON / ENT / TPD,TE,PI,PO,CTD,CSD,TETA,RD1,NP,NE,ICASO,IFLAG
C COMMON / MON / AM,AMINT,CD,DT,DX,TETAC,XF,XNN,NX,N1
C COMMON / TRI / A(100),B(100),C(100),D(100),P(100),X(100)
C
C OPEN (4,FILE='ESLUG. DAT')
C OPEN (5,FILE='RADIAL. DAT')
C OPEN (6,FILE='PRESSAO. DAT')
C OPEN (7,FILE='SLUG. DAT')
C OPEN (8,FILE='ESTATIC. DAT')
C OPEN (9,FILE='TUDO. OUT')
C
C DVT -> FUNCAO DA DERIVADA DE PW EM RELACAO AO TEMPO
C
C          DVT = - ((TD/CD) ** 2) * B(PD)/D(TD/CD)
C
C CALL ENTRADA
C

```

```

READ (5,100) T1
C
TEMP = AM
AM = 1.000
DIF = PI - PO
NT = NP + NE
C
C CONDICAO INICIAL
C
T = 0.00
P(1) = 1.00
PW = 1.00
DO 1 I = 2,NX
    P(I) = 0.00
1 CONTINUE
C
C COEFICIENTE PARA CALCULO DA PRESSAO NO POCO IMAGEM
C
IF (ICASO.EQ.1) THEN
    DO 2 I = 1,NX
        IF (XF-X(I).LE.DX) THEN
            NF = I
            CNF = (X(I+1) - XF) / (X(I+1) - X(I))
            GO TO 3
        ENDIF
    2 CONTINUE
    ENDIF
C
3 FAT = (TPD / T1) ** (1.00/(NP-2))
C
C INICIO DO CALCULO DA SOLUCAO DA PRESSAO NO INTERVALO [0,T]
C
WRITE (6,200) T,PO,T,PW
KK = 10
C
DO 4 K = 2,NT
    TOLD = T
    POLD = PW
C
    T = FAT * T
    IF (K.EQ.2) T = T1
    DT = T - TOLD
C
    IF (K.GT.NP) THEN
        TSTAR = T / CSTAR
    ELSE
        IF (ICASO.NE.2) TSTAR = T / CD
        IF (ICASO.EQ.2) TSTAR = T / (RD1 * RD1)
        TSTAR = T / CD
    ENDIF
C
    CALL MONTAGEM (TEMP)
C
    PW = P(1)
    IF (ICASO.EQ.1) THEN
        PF = P(NF + 1) + CNF * ( P(NF) - P(NF+1) )
        PW = P(1) + PF

```

```

        ENDIF
C
        T1 = T * CTD
        P1 = PI - DIF * PW
        DVT = - (PW - POLD) * T * T / DT
C
        WRITE (6,200) T1,P1,T,PW
C
        IF (K. EQ. KK) THEN
            WRITE (*,*) T,PW,P(NX)
            KK = KK + 10
            IF (K. LE. NP) THEN
                DVT = DVT / CD
                WRITE (7,200) TSTAR,PW,DVT
            ELSE
                DVT = DVT / CSTAR
                WRITE (1,200) TSTAR,PW,DVT
                WRITE (8,200) TPD/T,PW * YY,PW
            ENDIF
        ENDIF
C
        IF (K. EQ. NP) THEN
            CSTAR = CD - PW * (CD - CSD)
            IF (ICASO. EQ. 1) YY = T / CSTAR
            IF (ICASO. EQ. 2) YY = 2.0DO * T / (CSTAR * TEMP)
            IF (ICASO. EQ. 3) YY = 2.0DO * T / CSTAR
            CD = CSD
            FAT = ((TE + TPD)/T) ** (1.0DO/NE)
        ENDIF
        AM = 1.0DO
C
        CONTINUE
C
100  FORMAT (//,F10.0)
200  FORMAT (5(1X,E15.9))
C
        STOP
        END
C
C #####
C SUBROUTINE ENTRADA
C #####
C
        IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
        COMMON / ENT / TPD,TE,PI,PO,CTD,CSD,TETA,RD1,NP,NE,ICASO,IFLAG
        COMMON / MON / AM,AMINT,CD,DT,DX,TETAC,XF,XNN,NX,N1
        COMMON / TRI / A(100),B(100),C(100),D(100),F(100),X(100)
C
        READ (5,100) AK,PHI,AMI,CT,H,PI,PO,RW,RE,TETA,CD,CSD,DD,TPD,TE
        READ (5,101) ICASO,NP,NE,NX
        READ (5,100) AM,RD1
C
C
C
C
C
        CALCULO DAS CONSTANTES PARA DIMENSIONALIZACAO DOS PARAMETROS
C
        TETAC = (1.0DO - TETA) / TETA
        AUX = PHI * CT * RW * RW

```



```

aux1 = AUX * H * 1.11900005d0
C
CTD = AUX * AMI * 9792.188093d0 / AK
CS = CSD * aux1
CF = CD * aux1
TP = TPD * CTD
TT = TE * CTD
C
NN = DLOG (RE)
XNN = DEXP (2.0D0 * NN)
IF (ICASO.EQ.2) THEN
  DX = XN / (NX-2)
ELSE
  DX = XN / (NX-1)
ENDIF
AUX = DX
X(1) = 0.0D0
C
GO TO (1,2,3), ICASO
1  XF = DLOG (2.0D0 * DD)
  WRITE (9,800) DD
GO TO 4
2  X1 = DLOG (RD1)
  WRITE (9,400) AM,RD1
GO TO 4
3  WRITE (9,700)
C
4  WRITE (9,800) AK,PHI,AMI,CT,CF,CS,RV,SKIN,H,PI,PO,TP,TPD,TT,TE
  WRITE (9,900) NP,NE,CD,CSD
C
C
C LOCALIZACAO DA POSICAO DA INTERFACE
C
C
DO 5 I = 2,NX
  IF (ICASO.EQ.2) THEN
    IF (N1.NE.0) THEN
      IF (I.EQ.N1) AUX = (X1 - X(I-1)) * 2.0D0 - DX
      IF (I.EQ.N1+1) AUX = 2.0D0 * (X1 - X(I-1))
      IF (AUX.EQ.0.0D0) AUX = DX
      IF (I.EQ.N1+2) THEN
        IF ((X1 - X(I-3)).LE.DX) THEN
          AUX = DX
        ELSE
          AUX = DX - AUX
        ENDIF
      ENDIF
      IF (I.EQ.N1+3) AUX = DX
    ELSE
      AUX1 = ( X1 - X(I-1) )
      IF (AUX1.LE.1.5D0*DX) N1 = I
      IF (AUX1.LE.2.0D0*DX. and. aux1.gt.1.5d0*dx) N1 = I + 1
    ENDIF
  ENDIF
  X(I) = X(I-1) + AUX
5 CONTINUE
C

```

```

C      CALCULO DA TRANSMISSIBILIDADE DA INTERFACE
C
      IF (ICASO.EQ.2)
*      AMINT = (X1 - X(N1) + (X(N1+1) - X1) * AM) / (X(N1+1) - X(N1))
C
C
100  FORMAT (3//,5F10.0)
101  FORMAT (//,5I5)
102  FORMAT (//)
900  FORMAT (//,5X,'RESERVATORIO COM FALHA PLANA SELANTE',//,5X,
*      'DISTANCIA DO POÇO A FALHA =',F8.1,' RW')
400  FORMAT (//,5X,'RESERVATORIO COMPOSTO',//,5X,
*      'K/K1 =',F8.3,' MD      RD1 =',F8.3,'RW')
700  FORMAT (//,5X,'RESERVATORIO HOMOGENEO COM FLUXO RADIAL')
800  FORMAT (5X,'K =',F8.3,' MD      O      =',F8.3,'/5X,
*      'MI =',F8.3,' CP      CT      =',E8.3,' 1/PSI',//,5X,
*      'CF =',E8.3,' RB/PSI      CS      =',E8.3,' RB/PSI',//,5X,
*      'RW =',F8.3,' PES      SKIN =',F8.3,'/5X,
*      'H =',F8.3,' PES',//,5X
*      'PI =',F8.3,' PSI      PO      =',F8.3,' PSI',//,5X,
*      'TEMPO DE PRODUCAO =',F8.3,' HORAS',//,5X,
*      '      TPD =',E13.3,'/5X,
*      'TEMPO DE FECHAMENTO =',F8.3,' HORAS',//,5X,
*      '      TFD =',E13.3)
900  FORMAT (//,5X,'NUMERO DE DADOS NO FLUXO      =',15,'/5X,
*      'NUMERO DE DADOS NA ESTATICA =',15,'/5X,
*      'CFD =',E13.3,'/5X,
*      'CSD =',E13.3)
C
6      RETURN
      END
C
C #####
C SUBROUTINE MONTAGEM (TEMP)
C #####
C
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      COMMON / ENT / TPD,TE,PL,PO,CTD,CSD,TETA,RD1,NP,NE,ICASO,IFLAG
      COMMON / MON / AM,AMINT,CD,DT,DX,TETAC,XF,XNN,NX,N1
      COMMON / TRI / A(100),B(100),C(100),D(100),P(100),X(100)
C
C
C      MONTAGEM DA MATRIZ TRIDIAGONAL
C
C
C      I = 1 -> CONDICAO DE CONTORNO INTERNA
C
C
C      AUX = 1.0D0 / (TETA * DT)
      DXM = X(2) - X(1)
      BETA = - AUX * DXM * CD
      B(1) = BETA - 1.0D0
      C(1) = 1.0D0
      D(1) = BETA * P(1) - TETAC * ( P(2) - P(1) )
C
C
C      SISTEMA DOS PONTOS INTERNOS

```

```

C
C
DO 2 I = 2,NX-1
  DXP = X(I+1) - X(I)
  DXM = X(I) - X(I-1)
  DXX = .5DO * (DXM + DXP)
  RX = DXM / DXP
C
  ALFA = - DEXP (2. DO * X(I)) * AUX * DXX * DXM * AM
  IF (ICASO. EQ. 2. AND. I. EQ. N1) THEN
    RX = RX / AMINT
    AM = TEMP
  ENDIF
  IF (ICASO. EQ. 2. AND. I. EQ. N1+1) THEN
    RX = RX * AMINT / AM
    ALFA = - DEXP (2. DO * X(I)) * AUX * DXX * DXM * AMINT
  ENDIF
  AA = - 1. ODO - RX
  A(I) = 1. ODO
  B(I) = ALFA + AA
  C(I) = RX
  D(I) = ALFA*P(I) - TETAC*(P(I-1) + AA * P(I) + RX * P(I+1))
2
CONTINUE
C
C
I = NX -> CONDICAO DE CONTORNO EXTERNA
C
  ALFA = - XNN * AUX * DXP * DXP * AM
  A(NX) = 2. ODO
  B(NX) = ALFA - 2. ODO
  D(NX) = ALFA * P(NX) - TETAC * 2. ODO * ( P(NX-1) - P(NX) )
C
C
SOLUCAO DA PRESSAO PARA O TEMPO ATUAL
C
  CALL TRIDAG (NX)
C
  RETURN
  END
C
C #####
C SUBROUTINE TRIDAG (N)
C #####
C
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  COMMON / TRI / A(100),B(100),C(100),D(100),P(100),X(100)
C
  A -> DIAGONAL INFERIOR
C
  B -> DIAGONAL PRINCIPAL
C
  C -> DIAGONAL SUPERIORL
C
  D -> VETOR INDEPENDENTE
C
  P -> VETOR SOLUCAO
C

```

```

C      N -> NUMERO DE EQUACOES
C
C
      DO 1 I = 1,N-1
          L = I + 1
          B(L) = B(L) - C(I) * A(L) / B(I)
          D(L) = D(L) - D(I) * A(L) / B(I)
1      CONTINUE
      P(N) = D(N) / B(N)
      DO 2 I = N-1,1,-1
          L = I+1
          P(I) = ( D(I) - C(I) * P(L) ) / B(I)
2      CONTINUE
C
      RETURN
      END
C
C #####

```