

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Ajuste de Histórico Automatizado
Através de Otimização Multivariada e
Paralelização Externa**

Autor: **Hélio Chagas Leitão**
Orientador: **Denis Schiozer**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO**

Ajuste de Histórico Automatizado Através de Otimização Multivariada e Paralelização Externa

Autor: **Hélio Chagas Leitão**
Orientador: **Denis Schiozer**

Dissertação de mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Petróleo

Campinas, 1997
S.P. - Brasil

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Ajuste de Histórico Automatizado
Através de Otimização Multivariada e
Paralelização Externa**

Autor: **Hélio Chagas Leitão**

Orientador: **Denis Schiozer**

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Denis José Schiozer
UNICAMP / FEM / DEP

Prof. Dr. Sérgio Nascimento Bordalo
UNICAMP / FEM / DEP

Prof. Dr. Antônio Carlos Bittencourt de Andrade Filho
PETROBRAS

Campinas, 25 de novembro de 1997

Dedicatória:

Dedico este trabalho às minhas queridas Maria Kleiber e Vanessa.

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de algumas instituições e pessoas às quais presto minha homenagem:

À PETROBRAS pela oportunidade e apoio financeiro oferecidos.

Ao Dr. Denis José Schiozer, pela sugestão do tema e orientação concedida.

À minha esposa, Maria Kleiber, pelo carinho, apoio e incentivo nos momentos mais difíceis.

Aos meus pais pelo incentivo em todos os momentos da minha vida.

A todos os professores e colegas do departamento, que ajudaram de forma direta e indireta na conclusão deste trabalho.

Resumo

LEITÃO, Héliο Chagas, *Ajuste de Histórico Automatizado Através de Otimização Multivariada e Paralelização Externa*, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1997. 145 p. Dissertação (Mestrado)

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma metodologia capaz de automatizar parcialmente o processo de ajuste de histórico de produção em simulações numéricas de reservatórios, através da minimização matemática de uma função-objetivo multi-dimensional que representa as diferenças entre valores observados e simulados. O procedimento pode ser usado com qualquer simulador comercial e é voltado para aplicações práticas, permitindo o ajuste simultâneo de pressões e/ou produções de um conjunto de poços. A minimização da função é realizada com o uso de duas categorias de algoritmos de otimização: métodos de busca direta (Politopo e Hooke & Jeeves) e métodos de primeira ordem (Gradientes e Quase-Newton), o que torna a rotina bastante flexível e robusta. O pacote PVM (*Parallel Virtual Machine*) é usado para paralelizar a execução de simulações e obter múltiplas soluções, proporcionando uma sensível aceleração do processo. Alguns problemas hipotéticos são utilizados para validação da metodologia e investigação do desempenho dos métodos de otimização. Finalmente, o algoritmo é utilizado no ajuste de histórico de um campo real, demonstrando-se a potencialidade da ferramenta na aceleração dos estudos de reservatórios.

Palavras Chave

- Engenharia do Petróleo, Engenharia de Reservatório de Óleo, Simulação (Computadores digitais), Otimização Matemática, Programação Paralela (Computação).

Abstract

LEITÃO, Hélió Chagas, *Reservoir Automated History Matching by Multivariate Optimization and External Parallelization*, Campinas,: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1997. 145 p. Dissertação (Mestrado)

The objective of this work is to develop a methodology which can partially automate the history matching process in reservoir numerical simulations, by mathematical minimization of a multidimensional objective-function that represents the differences between observed and calculated data. The procedure can be used with any commercial simulator and is directed to practical applications, allowing the simultaneous adjustment of pressure and/or production data of a group of wells. The minimization of the function is performed with two categories of multivariate optimization techniques: direct search methods (Polytope and Hooke & Jeeves) and first derivative methods (Gradient and Quasi-Newton), which turn the routine very flexible and robust. The software PVM (*Parallel Virtual Machine*) is used to parallelize the simulator runs and to obtain multiple solutions, allowing a great acceleration of the process. Some hypothetical problems are used to validate the methodology and to investigate the performance of the optimization techniques. Finally, the algorithm is used in a practical reservoir problem, which demonstrates the potential of the tool in accelerating reservoir studies.

Key Words

-Petroleum Engineering, Oil Reservoir Engineering, Simulation (Digital computers), Mathematical Optimization, Parallel Processing

Índice

Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas.....	xiv
Nomenclatura	xv
1. Introdução.....	1
1.1 Revisão Bibliográfica	2
1.2 Objetivos.....	7
2. Ajuste de Histórico Automatizado	9
3.1 Simulação numérica de reservatórios: uma breve revisão.....	9
3.2 Ajuste de histórico automatizado: algumas definições importantes.....	11
3. Metodologia	14
3.1 Aplicabilidade.....	14
3.2 Definição da função-objetivo	15
3.3 Seleção de parâmetros e limites de incerteza	17
3.4 Solução do problema	18
4. Métodos de Otimização Multivariada.....	25
4.1 Métodos diretos	27
4.2 Métodos que utilizam derivadas	34
4.3 Pesquisa uni-dimensional	42
4.4 Critério de convergência.....	48
5. Paralelização Externa	50
5.1 Conceitos básicos sobre o PVM.....	51
5.2 Paralelização do processo principal.....	52
5.3 Paralelização dos algoritmos de otimização.....	53
6. Aplicações	54

6.1 Descrição dos modelos	55
6.2 Validação do algoritmo	60
6.3 Considerações sobre o número de processos.....	87
6.4 Estimativa do número de simulações	89
6.5 Gerenciamento de processos	90
6.6 Comparação dos métodos de otimização.....	95
6.7 Análise dos métodos de otimização	100
6.8 Combinação de métodos de otimização	113
6.9 Análise da paralelização	115
6.10 Aplicação a um campo real (Caso 3A).....	121
Conclusões e Recomendações.....	137
Referências Bibliográficas	142

Lista de Figuras

3-1 - Esquema do ajuste de histórico automatizado	19
3-2 - Metodologia de ajuste automatizado	20
3-3 - Esquema da paralelização do processo de ajuste com o PVM	22
3-4 - Ilustração de um conjunto de soluções obtidas com o algoritmo	24
4-1 - Representação gráfica do algoritmo “Politopo” em duas dimensões	29
4-2 - Fluxograma do algoritmo Politopo	30
4-3 - Exemplo de minimização com o algoritmo Politopo	31
4-4 - Ilustração dos tipos de pesquisa da “Busca Padrão” em duas dimensões	32
4-5 - Fluxograma do Algoritmo de “Hooke e Jeeves”	34
4-6 - Exemplo de minimização com o algoritmo de Hooke & Jeeves	34
4-7 - Fluxograma do Algoritmo “Steepest Descent”	37
4-8 - Exemplo de minimização com o algoritmo dos Gradientes	38
4-9 - Fluxograma do Algoritmo “Quase-Newton”	42
4-10 - Exemplo de minimização com o algoritmo Quase-Newton	43
4-11 - Método de Fibonacci	44
4-12 - Fluxograma do Algoritmo de Fibonacci	46
6-1 - Malha de simulação / Modelo 1	55
6-2 - Permeabilidades relativas - Modelo exponencial	56
6-3 - Representação esquemática do Modelo 2	57
6-4 - Malha de Simulação do Modelo 3 (caso real)	59
6-5 - Seção transversal do Modelo 3 ao longo da linha 10	60
6-6 - Superfície da função-objetivo (ajuste da produção de água)	62
6-7 - Superfície da função-objetivo combinada (pressões + produções)	64
6-8 - Análise de sensibilidade (Caso 1B)	66

6-9 - Vazões de óleo calculadas antes do ajuste (Caso 1B)	70
6-10 - Ajuste de vazões de óleo / Caso 1B / Hooke & Jeeves	70
6-11 - Vazões de água calculadas antes do ajuste (Caso 1B)	71
6-12 - Ajuste de vazões de água / Caso 1B / Hooke & Jeeves	71
6-13 - Pressões estáticas calculadas antes do ajuste (Caso 1B)	72
6-14 - Ajuste de pressões / Caso 1B / Hooke & Jeeves	72
6-15 - Análise de sensibilidade (Caso 1C)	74
6-16 - Vazões de óleo calculadas antes do ajuste (Caso 1C)	78
6-17 - Ajuste de vazões de óleo / Caso 1C / Politopo	78
6-18 - Vazões de água calculadas antes do ajuste (Caso 1C)	79
6-19 - Ajuste de Vazões de água / Caso 1C / Politopo	79
6-20 - Pressões estáticas calculadas antes do ajuste (Caso 1C)	80
6-21 - Ajuste de pressões estáticas / Caso 1C / Politopo	80
6-22 - Análise de Sensibilidade (Caso 2A)	82
6-23 - Ajuste final de vazões de água / Caso 2A / Hooke & Jeeves	85
6-24 - Ajuste final de vazões de gás / Caso 2A / Hooke & Jeeves	86
6-25 - Ajuste final de pressões / Caso 2A / Hooke & Jeeves	86
6-26 - Índice de sucesso / Modelo 1 / Casos 1A a 1C	88
6-27 - Esforço computacional médio para as aplicações do Modelo 1	90
6-28 - Soluções paralelas obtidas com o método Politopo (Caso 1B)	92
6-29 - Soluções paralelas obtidas com o método Politopo (Caso 1C)	92
6-30 - Redução relativa da função-objetivo (Caso 1B - Hooke & Jeeves)	93
6-31 - Redução relativa da função-objetivo (Caso 1C - Politopo)	94
6-32 - Desempenho dos algoritmos no Caso 1B (Soluções 1 e 2)	96
6-33 - Desempenho dos algoritmos no Caso 1B (Soluções 3 e 4)	97
6-34 - Desempenho dos algoritmos no Caso 1B (Soluções 5 e 6)	97
6-35 - Desempenho dos algoritmos no Caso 1B (Soluções 7 e 8)	97
6-36 - Desempenho dos algoritmos no Caso 1B (Soluções 9 e 10)	98
6-37 - Desempenho dos algoritmos no Caso 1C (Soluções 1 e 2)	98
6-38 - Desempenho dos algoritmos no Caso 1C (Soluções 3 e 4)	98
6-39 - Desempenho dos algoritmos no Caso 1C (Soluções 5 e 6)	99
6-40 - Desempenho dos algoritmos no Caso 1C (Soluções 7 e 8)	99

6-41 - Desempenho dos algoritmos no Caso 1C (Soluções 9 e 10)	99
6-42 - Eficiência do método Polítopo / Caso 1B / Soluções 1 e 2	101
6-43 - Eficiência do método Polítopo / Caso 1B / Soluções 3 e 4	101
6-44 - Eficiência do método Polítopo / Caso 1B / Soluções 5 e 6	102
6-45 - Eficiência do método Polítopo / Caso 1B / Soluções 7 e 8	102
6-46 - Eficiência do método Polítopo / Caso 1B / Soluções 9 e 10	102
6-47 - Eficiência do método de Hooke & Jeeves / Caso 1B / Soluções 1 e 2	104
6-48 - Eficiência do método de Hooke & Jeeves / Caso 1B / Soluções 3 e 4	104
6-49 - Eficiência do método de Hooke & Jeeves / Caso 1B / Soluções 5 e 6	104
6-50 - Eficiência do método de Hooke & Jeeves / Caso 1B / Soluções 7 e 8	105
6-51 - Eficiência do método de Hooke & Jeeves / Caso 1B / Soluções 9 e 10	105
6-52 - Influência das diferenças finitas / Gradientes / Casos 1B e 1C	108
6-53 - Algoritmos de Pesquisa uni-dimensional / (Casos 1B e 1C)	111
6-54 - Versões do Método Quase-Newton (Caso 1C - Soluções 3 e 4)	113
6-55- Combinação dos métodos dos Gradientes e Hooke & Jeeves	114
6-56 - Tempos de execução de cada processo / Caso 1B / Método Polítopo	116
6-57 - Tempo médio de uma única simulação (Caso 1B / Polítopo)	117
6-58 - Tempos de execução de cada processo / Caso 1C / Método Polítopo	117
6-59 - Tempo médio de uma única simulação (Caso 1C / Polítopo)	118
6-60 - Aceleração proporcionada pela paralelização (Quase-Newton / Caso 1B)	119
6-61 - Aceleração proporcionada pela paralelização (Gradientes / Caso 1C)	120
6-62 - Análise do Speedup para uma solução do Caso 1C	121
6-63 - Ajuste inicial da produção do campo	123
6-64 - Evolução da função-objetivo na determinação de permeabilidades médias	124
6-65 - Curva de vazão de óleo após ajustes iniciais de permeabilidades	126
6-66 - Imagem de permeabilidades verticais obtidas com o algoritmo	128
6-67 - Evolução da função-objetivo no ajuste das produções de água	129
6-68 - Ajuste de BSW dos poços PO-008 e PO-010	130
6-69 - Ajuste de BSW dos poços PO-012 e PO-016	130
6-70 - Ajuste de BSW dos poços PO-025 e PO-030	130
6-71 - Ajuste de BSW dos poços PO-034 e PO-036	131
6-72 - Ajuste de BSW dos poços PO-040 e PO-041	131

6-73 - Ajuste de BSW dos poços PO-042 e PO-044	131
6-74 - Ajuste de BSW dos poços PO-046 e PO-047	132
6-75 - Ajuste de BSW dos poços PO-048 e PO-049	132
6-76 - Ajuste de BSW dos poços PO-052 e PO-053	132
6-77 - Ajuste final de vazões totais de óleo e BSW	135
6-78 - Ajuste da pressão média do campo	135
6-79 - Ajuste da RGO do campo	136

Lista de Tabelas

6-1 - Informações principais sobre o Modelo 1	56
6-2 - Características gerais do Modelo 2	57
6-3 - Descrição das propriedades das camadas do Modelo 2	58
6-4 - Características gerais do Modelo 3	60
6-5 - Resultados da Otimização (Caso 1A)	65
6-6 - Resultados da otimização (Caso 1B)	68
6-7 - Diminuição dos intervalos de incerteza no Caso 1B (Hooke & Jeeves)	69
6-8 - Desempenho dos algoritmos (dez processos - Caso 1B)	69
6-9- Resultados da otimização (Caso 1C)	76
6-10 - Intervalos de incerteza finais dos parâmetros (método Politopo)	77
6-11 - Desempenho dos algoritmos (Dez processos - Caso 1C)	81
6-12 - Resultados da otimização (Caso 2A)	84
6-13 - Desempenho dos algoritmos (Dez processos - Caso 1C)	85
6-14 - Porcentagem de sucessos nos Casos 1B e 1C (Gradientes)	107
6-15 - Permeabilidades médias obtidas com o algoritmo	124
6-16 - Lista de parâmetros otimizados para ajuste da produção de água	128

Nomenclatura

Letras Latinas

c	- ponto centróide (método Politopo)
d_i	- vetor unitário na direção de cada parâmetro
D	- aproximação da inversa da matriz Hessiana (método Quase-Newton)
F_o	- função-objetivo
Ftol	- tolerância final desejada para a função-objetivo
h	- intervalo de diferença finita
h	- vetor com intervalos de diferenças finitas
H	- matriz Hessiana (método Quase-Newton)
K	- permeabilidade absoluta
Kr	- permeabilidade relativa
Kr_{o_{rw}}	- permeabilidade relativa do óleo na saturação de água irreduzível
Kr_{w_{ro}}	- permeabilidade relativa da água na saturação de óleo residual
n	- número de parâmetros da otimização
N_o	- expoente da curva de permeabilidade relativa do óleo (Molina)
N_w	- expoente da curva de permeabilidade relativa da água (Molina)
nsim	- número de simulações
p	- pressão estática
p	- $\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k$
q	- vazão de uma determinada fase
q	- $\nabla F_o(\mathbf{x}_{k+1}) - \nabla F_o(\mathbf{x}_k)$
$\tilde{q}$	- vazão mássica por unidade de volume
S	- saturação

S_{or}	- saturação residual de óleo
S_{wi}	- saturação de água irreduzível
t	- tempo de simulação
Δt	- intervalo de tempo
x	- parâmetro a ser alterado no ajuste de histórico
$\mathbf{x}$	- ponto no espaço n-dimensional (vetor de parâmetros)
$\mathbf{x}_c$	- ponto contraído (método Politopo)
$\mathbf{x}_e$	- ponto expandido (método Politopo)
$\mathbf{x}_r$	- ponto refletido (método Politopo)
$xtol$	- tolerância relativa à variação dos parâmetros
y	- fração molar
Z	- cota estrutural

Letras Gregas

α	- peso atribuído a um poço na composição da função-objetivo
β	- peso atribuído a um dado observado na composição da função-objetivo
ϕ	- porosidade
γ	- peso específico
λ	- tamanho do movimento a ser dado em uma pesquisa uni-dimensional
μ	- viscosidade
ρ	- massa específica
Δ	- variação inicial dos parâmetros nos métodos diretos
Δ	- vetor de variações iniciais dos parâmetros nos métodos diretos

Superescritos

$calc$	- propriedade calculada na simulação
obs	- propriedade observada

T - transposta de uma matriz ou vetor

Subscritos

c - relativo a um determinado componente

e - ponto expandido (método Politopo)

h - horizontal

k - iteração corrente

$k+1$ - próxima iteração

min - mínimo valor admissível de um parâmetro de ajuste

max - máximo valor admissível de um parâmetro de ajuste

$norm$ - variável normalizada

p - relativo a uma determinada fase

r - ponto refletido (método Politopo)

v - vertical

Abreviações

INT - parte inteira de um número

NA - número aleatório

Siglas

CMG - Computer Modeling Group

MPS - Módulo de Paralelização de Simuladores

PVM - Parallel Virtual Machine

IMEX - Modelo comercial Black-Oil da CMG

SPMD - Single Program Multiple Data

Símbolos

∇ - vetor gradiente de uma função multidimensional

Capítulo 1

Introdução

Nos últimos anos, o crescente desenvolvimento da área de informática tem transformado a simulação numérica de reservatórios numa ferramenta de uso rotineiro no gerenciamento e previsão de comportamento de jazidas de hidrocarbonetos. Estudos de pequeno porte, que antigamente eram conduzidos através de análises simplificadas, como curvas de declínio, balanço de materiais ou métodos de Muskat ou Turner, estão sendo substituídos por modelagens numéricas mais sofisticadas (simulações), frente à constante evolução de “*software*” e “*hardware*” disponíveis.

No entanto, a construção de um modelo de simulação que incorpore adequadamente a caracterização geológica do reservatório (dados estáticos) e reproduza satisfatoriamente as informações dinâmicas disponíveis (pressões e produções) continua sendo uma tarefa árdua e bastante envolvente. Trata-se de um processo demorado, realizado por grupos multidisciplinares, cuja execução é dividida em duas macro etapas: caracterização do reservatório e modelagem de fluxo.

A etapa de caracterização do reservatório tornou-se uma frente importante de pesquisa a partir de meados da década de 80, com o desenvolvimento de métodos geoestatísticos. O mesmo não ocorreu com um dos principais processos da modelagem de fluxo, conhecido como *ajuste de histórico de produção*, que foi objeto de inúmeras pesquisas durante as décadas de 70 e 80 visando a sua automatização, mas cujos resultados não produziram os efeitos desejados. Conseqüentemente, a tarefa continua sendo realizada manualmente na grande maioria das aplicações práticas, através de procedimentos de tentativa e erro que

tendem a ser bastante ineficientes, principalmente se o profissional responsável pelo estudo não possuir a experiência necessária.

Portanto, a motivação para este trabalho surgiu da necessidade do desenvolvimento de ferramentas que agilizem as etapas mais repetitivas do processo de ajuste de histórico de produção, e que possam melhorar a eficiência e o tempo global dispendido em estudos de reservatórios. Com este objetivo, é apresentada uma metodologia para automatização parcial do processo, através de algoritmos de otimização multivariada e com uso da paralelização externa. Ao contrário dos primeiros trabalhos sobre o tema, que buscavam uma completa substituição de procedimentos manuais por um ajuste totalmente automático, este trabalho propõe uma alternativa intermediária, onde a automatização seja apenas uma ferramenta adicional, a ser aplicada conjuntamente com procedimentos manuais durante algumas fases específicas de um ajuste de histórico.

O texto está dividido em seis capítulos: no primeiro, apresenta-se uma revisão bibliográfica sobre o tema e são definidos os objetivos do trabalho. No segundo, expõe-se uma breve revisão sobre as principais etapas da simulação numérica de reservatórios e são introduzidos alguns conceitos importantes sobre ajuste de histórico automatizado. No terceiro, é proposta uma metodologia de trabalho e um algoritmo geral para solução do problema. Em seguida, são descritos os métodos de otimização usados para minimização da função-objetivo (Capítulo 4) e a forma de utilização da computação paralela (Capítulo 5). Finalmente, no Capítulo 6, são apresentados alguns exemplos de aplicação para validação da ferramenta, análise dos métodos de otimização e investigação dos benefícios da computação paralela.

1.1 Revisão Bibliográfica

Embora inúmeros trabalhos tenham sido propostos durante as décadas de 70 e 80 visando à automatização do processo de ajuste de histórico de produção, o uso generalizado desta ferramenta não se difundiu como o esperado. Algumas razões para isto são: 1) a multiplicidade de soluções, comum nos problemas do tipo inverso, onde muitos conjuntos de parâmetros podem resultar em ajustes igualmente satisfatórios. Nestes casos, os parâmetros finais calculados tendem a ser fortemente influenciados pelas aproximações iniciais adotadas; 2) as respostas dos modelos são, quase sempre, extremamente não-lineares com

relação aos parâmetros, o que dificulta ou torna bastante lenta a convergência dos métodos de otimização; 3) ocorrência de oscilações da função-objetivo, que podem provocar a interrupção prematura do cálculo dos parâmetros em pontos de “mínimo local” que não satisfazem às exigências do problema; e 4) grande esforço computacional requerido, que inviabiliza a utilização do processo em estudos de grande porte.

De modo geral, os trabalhos publicados até hoje sobre o tema concentraram-se em duas linhas principais de pesquisa: aplicação ou adaptação de algoritmos de otimização multivariada ao processo de ajuste de histórico de produção; e desenvolvimento de métodos eficientes para cálculo dos chamados “*coeficientes de sensibilidade*”, que são as derivadas parciais da função-objetivo com relação aos parâmetros selecionados para o ajuste. Usualmente, estes coeficientes têm sido calculados através de três procedimentos distintos, conforme será visto adiante: diferenças finitas avançadas (métodos de perturbação), métodos variacionais (“Optimal Control Theory”) e através de métodos analíticos rigorosos, que baseiam-se na diferenciação das equações constitutivas do modelo.

Provavelmente, Jacquard^[1] (1964) e Jacquard e Jain^[2] (1965) foram os primeiros a propor a automatização do cálculo de parâmetros no ajuste de histórico, utilizando modelos monofásicos uni e bi-dimensionais. Apresentaram um método de convolução para cálculo dos coeficientes de sensibilidade, que se baseia na linearização da relação entre a função-objetivo (diferenças entre pressões calculadas e observadas) e as variações das propriedades do reservatório, transmissibilidades e estocabilidades. Para determinação dos parâmetros, utilizaram uma variante do clássico método dos quadrados mínimos lineares (regressão linear). Contudo, devido à falta de experiência com a convergência do algoritmo, não consideraram o método totalmente operacional.

Jahns^[3] (1966), seguindo as idéias básicas introduzidas por Jacquard e Jain, utilizou o clássico método de regressão não-linear de *Gauss-Newton* para obter automaticamente a distribuição de transmissibilidades e estocabilidades em um modelo monofásico bi-dimensional. Para melhorar a convergência do algoritmo, propôs um procedimento de pesquisa uni-dimensional ao final de cada iteração Gaussiana. A matriz de coeficientes de sensibilidade (Jacobiano) é obtida pelo método de perturbação, com diferenças finitas avançadas. Ou seja, no cálculo de uma determinada coluna do Jacobiano, um único parâmetro é perturbado de uma pequena quantidade (usualmente 5%), enquanto todos os outros são mantidos constantes. Um total de “ $n+1$ ” corridas são necessárias a cada iteração,

onde “ n ” representa o número de propriedades do reservatório selecionadas para o ajuste. Além da descrição do procedimento numérico, Jahns fez comentários sobre alguns dos problemas usuais da metodologia, tais como: seleção do arranjo e do número de zonas em que as propriedades são consideradas constantes; e falta de unicidade do problema.

Em 1968, Coats e outros^[4] aplicaram o método dos mínimos quadrados lineares e uma técnica de programação linear (SIMPLEX) para desenvolver um novo algoritmo de ajuste de histórico automático (LSSP - *Least Squares Linear Programming*). Neste procedimento, um número predefinido de simulações são realizadas, utilizando-se como base de dados um conjunto de parâmetros cujos valores são escolhidos aleatoriamente dentro de seus limites de incerteza. Em seguida, aproxima-se a função-objetivo (módulo da diferença entre valores calculados e observados) por uma combinação linear dos parâmetros, cujos coeficientes são determinados por regressão linear, minimizando-se os resíduos. Uma vez obtida a equação linear aproximada da função-objetivo, resolve-se o problema inverso, determinando-se as propriedades do reservatório. Esta fase é solucionada com o uso do algoritmo SIMPLEX de programação linear, que difere de uma regressão linear simples pela imposição de limites máximos e mínimos a cada variável. Embora o procedimento seja bastante geral e aplicável a qualquer simulador (modelos trifásicos, tri-dimensionais), sua validade foi contestada por alguns pesquisadores, que previam a possibilidade de erros no cálculo das variáveis, devido à linearização imposta pelo método. Na grande maioria das aplicações práticas, os modelos são bastante complexos e suas respostas às variações dos parâmetros tendem a ser extremamente não lineares.

Slater e Durrer^[5] (1970) utilizaram uma combinação de algoritmos para otimizar o cálculo de parâmetros. Algumas vezes, resolviam o problema através de uma versão modificada do *método dos gradientes*, na qual se realiza uma ponderação do vetor gradiente com relação aos erros obtidos em cada região do reservatório. Em outras situações, utilizavam programação linear, num procedimento semelhante ao proposto por Coats.

Thomas^[6] (1971) desenvolveu uma nova adaptação do método de regressão não-linear de *Gauss-Newton* que apresentou desempenho superior aos obtidos por Jahns e Coats. A diferença entre o seu algoritmo e a implementação proposta por Jahns consiste da substituição da pesquisa uni-dimensional ao final de cada iteração por um simples passo de verificação: em caso de redução da função-objetivo, uma nova iteração é iniciada; caso contrário, realiza-se uma interpolação quadrática da função na direção do ponto anterior.

Chen^[9] (1974) e Chavent^[11] (1975), em trabalhos independentes, introduziram a chamada Teoria do Controle Ótimo (*Optimal Control Theory*). Trata-se da aplicação de algoritmos de primeira ordem (gradientes ou gradientes conjugados) conjuntamente com uma nova metodologia para cálculo dos coeficientes de sensibilidade. O procedimento possibilita a obtenção de todo o vetor gradiente com o equivalente a duas corridas do simulador, independente do número de parâmetros envolvidos no ajuste (Métodos Variacionais). Equações explícitas para os coeficientes são obtidas a partir da formulação original do modelo, cujas soluções, expressas em termos de uma *variável adjunta* apropriada, são determinadas através de integrações independentes das realizadas para o modelo de fluxo. Ao contrário dos algoritmos desenvolvidos até aquela data, que serviam apenas como “guias” para os simuladores no processo de ajuste, esta nova metodologia requer a criação de um código semelhante ao do simulador para solução das equações adjuntas. Com o seu desenvolvimento, o número de parâmetros de ajuste, antes limitado a um máximo de dez ou doze, passou a ser sensivelmente maior. No entanto, só foi aplicada a modelos monofásicos ou, quando muito, bifásicos, após a contribuição de Watson^[15] (1980). Para fluxo trifásico, a técnica não é considerada viável.

Dogru^[16] (1981) fez uma análise comparativa dos desempenhos computacionais dos métodos de perturbação e variacionais no cálculo dos coeficientes de sensibilidade. Comparando o número de operações ponto flutuante requeridas por cada técnica, concluiu que os primeiros tendem a ser mais eficientes quando o número de parâmetros é pequeno em relação ao número de blocos do modelo. Quando este número cresce, atinge-se um ponto a partir do qual os métodos variacionais são mais econômicos.

Durante a década de 80, o número de trabalhos sobre o tema diminuiu sensivelmente devido à dificuldade de aplicação da teoria à maioria dos casos práticos. Por isto, as pesquisas, nesta fase, concentraram-se na busca de algoritmos de otimização mais robustos e eficientes, ou seja, capazes de obter o mínimo da função-objetivo a partir de qualquer aproximação inicial e num tempo considerado aceitável.

Com este objetivo, Watson^[17] (1986) propôs modificações ao algoritmo de Marquardt (utilizado para minimização de mínimos quadrados não-lineares), obtendo desempenho superior aos dos métodos de *Gauss-Newton* ou “*Steepest Descent*”. As principais alterações foram o cálculo independente do “tamanho do passo” e a imposição de limites aos parâmetros com o objetivo de garantir a obtenção de valores fisicamente corretos.

Yang e Armasu^[18] (1987) pela primeira vez aplicaram os chamados métodos “*Quase-Newton*” (*Variable Metric Methods*) ao processo de ajuste de histórico de produção. Atualmente, tais algoritmos são considerados os mais eficientes entre os que utilizam apenas derivadas de primeira ordem, apresentando convergência próxima à quadrática (superlinear). Foram comparadas quatro formulações do método (BFGS, FS, SSVM e OCSS) com o algoritmo “*Steepest Descent*”, obtendo-se resultados muito superiores.

Mais recentemente, Anterior^[19] (1989) e Tan^{[21],[31]} (1991 e 1995) desenvolveram um método analítico bastante eficiente para cálculo dos coeficientes de sensibilidade. Seu fundamento baseia-se na diferenciação das equações originais do modelo com relação aos parâmetros, obtendo-se um sistema de equações cuja solução fornece diretamente a matriz de coeficientes de sensibilidade. Inicialmente, integram-se as equações do modelo para obtenção das variáveis pressões e saturações. Em seguida, utilizando os Jacobianos calculados nas últimas iterações do método de Newton, determinam-se os coeficientes através de uma operação de multiplicação de matrizes. Tan utilizou o clássico método de *Gauss-Newton* para otimizar os parâmetros, enquanto Anterior propôs novas aplicações dos gradientes neste processo (leis de extrapolação). Embora diferindo no método de otimização, a mesma teoria básica foi adotada pelos dois autores, a menos de algumas diferenças de implementação. A eficiência da técnica é muito superior à de métodos de perturbação, que requerem o equivalente a “ $n + 1$ ” simulações para cálculo dos coeficientes. Porém, sua implementação é mais trabalhosa, já que exige a alteração do código do simulador, além de ter sido implementada apenas para o cálculo de permeabilidades absolutas ou porosidades.

Ounes^[23] (1993), foi o primeiro a aplicar o método “*Simulated Annealing*” na automatização de ajustes de histórico, visando a solucionar uma das principais dificuldades do problema, que é a existência de mínimos locais. Este algoritmo, bastante utilizado em problemas de geoestatística, é um procedimento de minimização global, que permite movimentos probabilísticos em direções com maior valor da função-objetivo (“*uphill*”), impedindo que a busca pelo mínimo seja interrompida prematuramente em pontos de mínimo local. Foi aplicado com sucesso por Sultan e Ouenes^[24] em um campo real, com resultados satisfatórios. Uma desvantagem do método é o grande número de iterações necessárias para obter a solução final, devido à natureza de busca dos métodos probabilísticos.

Finalmente, Cuervo^[33] (1996) utilizou o algoritmo *Politopo* (simplex modificado) para cálculo de dois parâmetros no processo de ajuste de histórico de produção, obtendo resultados satisfatórios. Trata-se de um método de busca direta (não utiliza derivadas), bastante robusto, mas cuja convergência é considerada lenta na região de vales.

1.2 Objetivos

Com base no que foi exposto, percebe-se que o tema em questão foi bastante explorado, embora não se tenha conseguido avanços significativos na sua aplicação prática. Nenhum dos algoritmos desenvolvidos é suficientemente robusto e eficiente para vencer as dificuldades usuais de tempo de processamento, multiplicidade de soluções ou existência de mínimos locais.

Este trabalho tem como objetivo dar uma contribuição neste sentido, através de duas linhas de atuação:

1) Desenvolvimento de um novo sistema de ajuste de histórico automatizado em um ambiente paralelo, composto de várias estações de trabalho (utilizando **PVM** - *Paralell Virtual Machine*), com o qual se pretende contornar ou pelo menos minimizar duas das dificuldades acima. A paralelização externa é um recurso novo e só recentemente passou a ser explorada na área de simulação de reservatórios, em trabalhos publicados por Ouenes^[30], Salazar^[32], Cuervo^[33] e Machado^[34].

2) Comparação do desempenho de duas categorias de algoritmos de otimização neste novo ambiente: Técnicas de comparação de funções (ou de busca direta) representados pelos métodos “*Politopo*” e de “*Hooke e Jeeves*”; e métodos que utilizam derivadas de primeira ordem, representados pelos métodos dos gradientes (*Steepest Descent*) e Quase-Newton (*Variable Metric Methods*).

Devido à complexidade da simulação numérica de reservatórios, alguns autores concluíram que a automatização do cálculo de parâmetros não é viável para um número grande de variáveis. Por exemplo, Shah^[14], utilizando um modelo monofásico e linear, com apenas três poços, demonstrou que o número máximo de parâmetros que poderiam ser estimados com precisão seria seis, pois, do contrário, os erros cresceriam dramaticamente. Portanto, com base nesta argumentação e em resultados obtidos neste trabalho, a

metodologia a ser descrita nos capítulos seguintes deve ser aplicada, preferencialmente, a um número limitado de variáveis. Porém, o processo pode ser repetido várias vezes até que todas as propriedades desejadas tenham sido incluídas no ajuste.

Capítulo 2

Ajuste de Histórico Automatizado

Este capítulo contém uma breve revisão sobre o processo de simulação de reservatórios e suas principais etapas. Além disto, são introduzidos alguns conceitos importantes sobre ajuste de histórico automatizado, que serão utilizados no decorrer do trabalho.

3.1 Simulação numérica de reservatórios: uma breve revisão

A simulação de reservatórios é um processo bastante complexo que tem como objetivo estimar o comportamento de pressões, saturações e produções de uma jazida de hidrocarbonetos, através da solução numérica das equações não-lineares que regem o escoamento dos fluidos no interior do meio poroso.

Tais equações resultam da aplicação do *Princípio da Conservação da Massa* para cada componente e da *Lei de Darcy* e apresentam a seguinte forma geral:

$$\sum_p \nabla \left[\rho_p y_{c,p} \frac{kk_{rp}}{\mu_p} (\nabla p_p - \gamma_p \nabla D) \right] - \tilde{q}_c = \sum_p \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_p y_{c,p} S_p) \quad (2-1)$$

onde “ p ” representa a fase (óleo, água ou gás) e “ c ” o componente presente em cada fase. A solução numérica do problema é obtida dividindo-se o reservatório em blocos (em uma, duas ou três dimensões) e discretizando-se as equações, com aplicação do método das diferenças finitas. O sistema de equações resultante (não-linear) é resolvido a cada intervalo de tempo por um método iterativo, como o de Newton-Raphson. Este é o princípio básico em que se baseiam os simuladores comerciais disponíveis.

O processo de simulação compreende quatro etapas principais, conhecidas por: *Caracterização do Reservatório*, (2) *Definição e Construção do Modelo de Simulação*, (3) *Ajuste de Histórico de Produção* e (4) *Previsão de Comportamento*.

A Caracterização do Reservatório é a fase inicial do estudo, na qual todas as informações disponíveis são utilizadas para conceber modelos geológico e de fluxo que representem adequadamente a jazida. Com este objetivo, geram-se informações sobre a geometria do sistema, distribuições de permeabilidades e porosidades, propriedades dos fluidos (PVT) e da rocha (permeabilidades relativas e pressões capilares) assim como distribuições iniciais de pressões e saturações.

Com base na qualidade da caracterização e nos objetivos do estudo, define-se um modelo de simulação que incorpore adequadamente as características do reservatório. Parâmetros como número de blocos e de camadas, tipo de modelo (*Black-Oil*, composicional, etc), geometria (retangular, radial, etc) ou número de fases (monofásico, bifásico ou trifásico) são definidos nesta etapa.

Uma vez construído o modelo, são realizadas simulações para verificar se o comportamento passado do reservatório é reproduzido satisfatoriamente, já que este requisito é essencial para a confiabilidade das previsões. Infelizmente, a quantidade de informações disponíveis quase nunca permite uma caracterização perfeita. Conseqüentemente, são necessários ajustes de alguns parâmetros de maior incerteza de modo a reproduzir o histórico de produção e pressão existentes. Este processo é denominado *Ajuste de Histórico de Produção*, e tem sido realizado por “tentativa e erro” na grande maioria das aplicações práticas. Tipicamente, as alterações mais frequentes incluem ajustes das seguintes propriedades: permeabilidades horizontais para ajustar os gradientes de pressão; permeabilidades verticais ou extensão de heterogeneidades verticais para ajustar o movimento de fluidos nesta direção; pressões capilares ou curvas de permeabilidades relativas para ajustar o movimento de frentes de saturação; e tamanho e transmissibilidades de aquíferos ou capa de gás para ajustar o nível global de pressão e de influxo de fluidos. O processo é encerrado quando a concordância entre os valores calculados e observados é considerada aceitável sob o ponto de vista de engenharia, ou quando o tempo ou os recursos disponíveis para o estudo tiverem sido esgotados.

Finalmente, o modelo é utilizado para prever o comportamento futuro do reservatório, provendo subsídios para uma exploração eficiente da jazida em estudo. A qualidade das previsões depende, basicamente, da exatidão com que o modelo representa a física e o movimento dos fluidos no interior do meio poroso. Quanto maior o conhecimento do reservatório, melhor será a sua caracterização e representação.

Um modelo é considerado eficiente se for capaz de atender adequadamente aos objetivos do estudo com a menor quantidade possível de recursos. Normalmente isto pode ser obtido, evitando-se soluções demasiadamente complexas e que requeiram informações não disponíveis.

As aplicações mais úteis e econômicas das simulações de reservatórios são obtidas na fase inicial de desenvolvimento das jazidas, quando várias políticas de exploração podem ser comparadas, permitindo máxima eficiência na implantação de projetos e na recuperação de petróleo. No entanto, devido ao crescente desenvolvimento das máquinas e dos simuladores, seu uso está se tornando rotineiro, inclusive como ferramenta de gerenciamento de reservatórios.

3.2 Ajuste de histórico automatizado: algumas definições importantes

Um dos principais requisitos para obtenção de previsões confiáveis em uma simulação de reservatórios é a reprodução adequada do comportamento passado. Tendo em vista que raramente se conhece o suficiente de uma jazida a ponto de se construir um modelo que represente fielmente a realidade, é quase sempre necessária a calibração de alguns parâmetros para atingir este objetivo. O *Ajuste de Histórico de Produção* é, portanto, um problema de “modelagem inversa” através do qual se determina um conjunto de propriedades que reproduza satisfatoriamente as informações dinâmicas disponíveis (pressões e produções dos poços). Como todo problema desta natureza, a maior dificuldade reside na multiplicidade de soluções, pois um número infinito de combinações de parâmetros pode fornecer respostas semelhantes. Portanto, é sempre necessário um julgamento final do engenheiro de reservatórios para escolha de uma solução coerente com as informações disponíveis e com os objetivos do estudo.

Usualmente, este processo tem sido realizado manualmente, por tentativa e erro, devido às limitações de capacidade de processamento dos computadores atuais, que dificulta o uso generalizado de algoritmos de ajuste automatizado. Por este motivo, adota-se a seguinte divisão de tarefas, visando a uma maior sistematização: ajuste dos níveis globais de pressão, ajuste grosseiro dos gradientes de pressão, ajuste preciso dos gradientes de pressão, ajuste regional das produções de fluidos e, finalmente, ajuste do comportamento individual dos poços.

A experiência tem mostrado, entretanto, que o processo manual de ajuste é bastante demorado e ineficiente, principalmente em casos mais complexos. Conseqüentemente, a automatização parcial da tarefa, apesar das dificuldades, tende a se tornar uma opção atraente diante das excelentes perspectivas de progresso da área de informática. Neste aspecto, a computação paralela ou distribuída (execução simultânea de tarefas independentes em máquinas diferentes) já permite um ganho significativo de desempenho, o que motivou a linha de pesquisa a ser adotada neste trabalho, cujo objetivo é o desenvolvimento de uma metodologia de ajuste de histórico automatizado a ser aplicada em estudos de pequeno ou médio porte.

Por *Ajuste de Histórico Automatizado* entende-se a automatização parcial de algumas etapas do processo de ajuste de histórico de produção, através da minimização matemática de uma função-objetivo, definida como o somatório do valor absoluto ou do quadrado dos erros (resíduos) entre valores calculados e observados. Dependendo do algoritmo de otimização a ser utilizado, esta função pode ser definida por uma das expressões abaixo:

$$F_o(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \beta_i |v_i^{calc} - v_i^{obs}| \quad (2-2)$$

ou

$$F_o(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \beta_i (v_i^{calc} - v_i^{obs})^2 \quad (2-3)$$

onde “ x_i ” representa qualquer parâmetro do modelo que possua influência significativa sobre a função-objetivo, “ β_i ” é o peso a ser imposto a um determinado dado, e “ v_i ” são os valores calculados ou observados da propriedade a ser ajustada, que pode ser a pressão ou qualquer parâmetro de produção de um ou um conjunto de poços. A segunda formulação (Equação 2-3) é mais utilizada com métodos de regressão não-linear (mínimos quadrados).

A minimização da função-objetivo é obtida com o uso de ferramentas matemáticas que permitem obter o mínimo de funções de múltiplas variáveis. Até o presente, os algoritmos mais utilizados na simulação de reservatórios foram os de “Gauss-Newton” e o método dos “Gradientes”, que requerem o uso de derivadas de primeira ordem. Por isto, grande parte das pesquisas concentraram-se na busca de métodos mais eficientes para cálculo do vetor gradiente. Neste trabalho, são utilizados dois métodos de busca direta (que não utilizam derivadas) e dois que utilizam derivadas de primeira ordem para fins de comparação. Maiores detalhes serão fornecidos no Capítulo 4.

Até o presente, as aplicações de algoritmos de ajuste automatizado têm sido restritas a modelos simplificados (monofásicos ou bifásicos) para ajuste de pressões e, secundariamente, de produções. Nestes casos, as variáveis ajustadas são, normalmente, as distribuições de permeabilidades e porosidades. Tais simplificações são motivadas pela complexidade do problema e pelo grande tempo de processamento necessário em estudos de maior porte. No entanto, os conceitos básicos podem ser aplicados a qualquer tipo de problema e tendem a ser amplamente utilizados com a evolução da capacidade computacional.

Capítulo 3

Metodologia

Este capítulo contém uma descrição da metodologia geral de ajuste de histórico automatizado desenvolvida ao longo deste trabalho. Inicialmente, são feitas algumas considerações sobre a aplicabilidade da rotina. Posteriormente, são apresentadas equações para cálculo da função-objetivo, sugeridas algumas diretrizes para seleção dos parâmetros de ajuste e critérios para determinação dos limites de incerteza de cada variável. Finalmente, é apresentado o algoritmo geral para solução do problema.

3.1 Aplicabilidade

Atualmente, devido à limitação da capacidade de processamento dos computadores, o uso de algoritmos de ajuste de histórico automatizado tem sido restrito a estudos de pequeno porte. Isto porque os métodos de otimização requerem um grande número de simulações para se obter a solução final, o que pode inviabilizar sua aplicação a modelos complexos, cujo tempo de execução é demasiadamente elevado.

Portanto, seguindo a tendência observada na literatura, a metodologia proposta neste trabalho deve ser aplicada, preferencialmente, a casos mais simples, em que o tempo de execução da simulação não seja muito grande. Algumas exceções podem ser consideradas apenas em situações específicas, se o ajuste manual não estiver sendo efetivo. Dependendo do número de máquinas disponíveis em rede e de suas velocidades, a paralelização pode

acelerar bastante o processo, viabilizando a aplicação da rotina a casos um pouco mais complexos.

Em relação ao processo convencional de ajuste, a automatização pode proporcionar uma redução considerável do tempo de estudo e da interação de mão de obra qualificada. Por outro lado, o preço deste benefício é um aumento substancial do tempo de processamento. Conseqüentemente, uma avaliação cuidadosa dos custos computacionais deve ser realizada antes da utilização do algoritmo.

3.2 Definição da função-objetivo

O primeiro passo a ser realizado em qualquer processo de ajuste de histórico de produção, seja este manual ou automatizado, é definir o que será ajustado. Com este objetivo, algumas corridas iniciais do modelo são realizadas para identificar as curvas que precisam ser calibradas. Ao final deste processo, é possível compor a função-objetivo a ser adotada inicialmente.

Embora alguns autores^{[23],[28]} tenham trabalhado com ajustes simultâneos de pressões e produções, o procedimento mais usual é a divisão do processo em fases, como se procede nos casos convencionais. Ou seja, deve-se iniciar a tarefa com o ajuste de pressão e, em seguida, realizar o ajuste de produções.

Para ajustar a pressão, a seguinte função-objetivo é definida:

$$F_o(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^{n_{\text{poços}}} \alpha_i \frac{\sum_{j=1}^{n_i} \beta_{i,j} \frac{|p_{i,j}^{\text{calc}} - p_{i,j}^{\text{obs}}|}{p_{i,j}^{\text{obs}}}}{\sum_{j=1}^{n_i} \beta_{i,j}} \times \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_{\text{poços}}} \alpha_i} \quad (3-1)$$

onde “x” representam os parâmetros a serem calculados, “i”, o número do poço, “ $n_{\text{poços}}$ ”, o número total de poços, “ n_i ”, o número de dados observados de cada poço, “ $p_{i,j}$ ”, as pressões calculadas ou observadas e “ α_i ” e “ $\beta_{i,j}$ ” os pesos a serem adotados para cada poço ou para cada dado de um poço, respectivamente. Com este procedimento, é possível obter o ajuste simultâneo de um conjunto de poços, ou de todo o reservatório, facilitando a etapa inicial de ajuste do nível global de pressão. Nas etapas posteriores, quando se estiver buscando o refinamento do ajuste, deve-se trabalhar com um número restrito de poços (por regiões ou

individualmente), evitando a mistura de comportamentos muito heterogêneos, pois isto tende a aumentar a complexidade da função-objetivo.

De forma semelhante, para ajustar as produções de óleo, água ou gás, define-se uma nova função-objetivo de acordo com a expressão:

$$F_o(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\sum_{i=1}^{n_{\text{poços}}} \alpha_i \times \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\beta_{i,j} |q_{i,j}^{\text{calc}} - q_{i,j}^{\text{obs}}| \Delta t}{\beta_{i,j} q_{i,j}^{\text{obs}} \Delta t_j}}{\sum_{i=1}^{n_{\text{poços}}} \alpha_i} \quad (3-2)$$

onde “ x ” representam os parâmetros a serem calculados, “ i ”, o número do poço, “ $n_{\text{poços}}$ ”, o número total de poços, “ n_i ”, o número de dados observados de cada poço, “ q ”, as vazões calculadas ou observadas, Δt_j , o intervalo de tempo entre dois pontos consecutivos e “ α_i ” e “ $\beta_{i,j}$ ” os pesos a serem adotados para cada poço ou para cada dado de um poço, respectivamente. Como no ajuste de pressão, esta expressão permite o ajuste das produções de vários poços simultaneamente, assim como o tratamento combinado de vazões das fases óleo, água e gás.

O ajuste de produções também deve ser realizado em etapas, priorizando-se, inicialmente, as produções totais dos fluidos e, posteriormente, os comportamentos individuais dos poços.

Se necessário, as Expressões 4.1 e 4.2 podem ser combinadas para obter o ajuste simultâneo de pressões e produções. No entanto, tal procedimento tende a aumentar a complexidade da função-objetivo, aumentando a dificuldade do problema. Portanto, deve ser aplicado, preferencialmente, a casos pequenos.

Os pesos α_i e $\beta_{i,j}$ são importantes para diferenciar a importância de um determinado dado no contexto do ajuste. Isto pode ocorrer, por exemplo, quando se deseja “ênfatizar” o comportamento de um poço cuja produção é mais relevante do que a de seus vizinhos.

3.3 Seleção de parâmetros e limites de incerteza

Uma vez definida a função-objetivo, o passo seguinte consiste da seleção de um conjunto de variáveis a serem alteradas no modelo para obtenção do ajuste desejado. Um número reduzido de parâmetros deve ser adotado a fim de reduzir as dificuldades do problema. De modo geral, qualquer propriedade ou “conjunto” de propriedades (por exemplo, toda a malha de permeabilidades) pode ser considerada como parâmetro. No segundo caso, utiliza-se um único multiplicador para alterar o conjunto de dados.

Em princípio, deve-se escolher apenas as variáveis que apresentem forte influência sobre a função-objetivo, pois a inclusão de incógnitas desnecessárias torna o processo mais lento e ineficiente. Para isto, recomenda-se a realização de *análises de sensibilidade* conforme a metodologia proposta por Machado^[34]. Este processo consiste da execução de algumas simulações para avaliação da influência que cada parâmetro exerce sobre a função-objetivo. Com a obtenção de índices de sensibilidade relativos, pode-se selecionar facilmente os parâmetros mais importantes, e excluir os menos relevantes. Preferencialmente, deve-se incluir, no processo, apenas as variáveis que possuam índices de sensibilidade semelhantes, pois observou-se que isto evita a ocorrência de oscilações e vales na superfície da função-objetivo, provocadas por variáveis de pequena sensibilidade.

Outro critério importante a ser considerado é a precisão com que os parâmetros foram estimados durante a caracterização do reservatório, pois deve-se alterar apenas aqueles que apresentem maior grau de incerteza. Normalmente, tais propriedades incluem as transmissibilidades e estocabilidades de aquíferos, permeabilidades verticais e horizontais do reservatório e as curvas de permeabilidades relativas e pressões capilares. Variáveis como porosidades, espessuras, definição estrutural, compressibilidade da rocha, propriedades de fluidos e posição de contatos também podem ser alterados, mas, freqüentemente, apresentam maior grau de confiabilidade.

Além de identificar as variáveis a serem consideradas no processo, é preciso estimar limites máximos e mínimos associados a cada uma. Isto para evitar que os algoritmos de otimização forneçam resultados fisicamente incorretos, tais como valores negativos ou muito diferentes dos esperados para o campo. Esta é uma nítida vantagem da automatização, pois, em ajustes manuais, estes limites são freqüentemente violados para compensar a não inclusão de outras variáveis importantes no processo.

Para obter tais limites, todas as informações disponíveis e as diversas fontes de pesquisa devem ser analisadas: geofísica e geologia de reservatórios, perfuração e completção de poços, engenharia de produção e de reservatórios, análises de laboratório, etc. O uso de ferramentas estatísticas (histogramas, médias, desvios padrões, variâncias, etc) é muito importante nesta fase, pois permite uma manipulação mais efetiva dos dados. Se a quantidade de informações for insuficiente para este tipo de análise, recomenda-se a busca de correlações com reservatórios semelhantes de um mesmo campo ou de uma mesma formação.

Sempre que possível, deve-se restringir ao máximo os limites de variação dos parâmetros, pois, quanto maior o grau de liberdade, maior a dificuldade e a complexidade do problema. A única forma de reduzir o “leque” de soluções possíveis num problema de modelagem inversa é a redução dos intervalos de incerteza. Outro requisito desejável é a homogeneidade entre as variações percentuais de cada variável, pois a existência de intervalos muito heterogêneos pode prejudicar o comportamento de alguns métodos de otimização, conforme será visto no Capítulo 6.

3.4 Solução do problema

A solução final do problema é obtida com o uso do algoritmo esquematizado na Figura 3-1, que realiza todas as tarefas de modo automatizado. A primeira etapa consiste da execução do simulador, partindo-se do arquivo de dados (modelo) definido nas fases anteriores. Em seguida, é feito o cálculo da função-objetivo através de uma das equações descritas no Item 3.2. Se o critério de convergência não tiver sido satisfeito, novos valores dos parâmetros são estimados pelo algoritmo de otimização. Então, procede-se a alteração do arquivo de dados do simulador, para que uma nova simulação seja realizada, reiniciando-se processo. O ciclo é repetido diversas vezes, até que o ajuste de histórico seja considerado satisfatório, ou outro critério de convergência tenha sido satisfeito. Para acelerar o processo, algumas tarefas dos algoritmos de otimização são paralelizadas com o uso do pacote **PVM**^[44], conforme será visto no Capítulo 5.

A precisão final desejada para o ajuste é definida através de um critério de convergência, cuja descrição será feita em detalhes no Capítulo 4. Dependendo dos objetivos do estudo e da dificuldade do problema, adota-se valores mais ou menos exigentes para este

índice. Como regra geral, deve-se dimensioná-lo para que se obtenha soluções satisfatórias e com o menor custo possível.

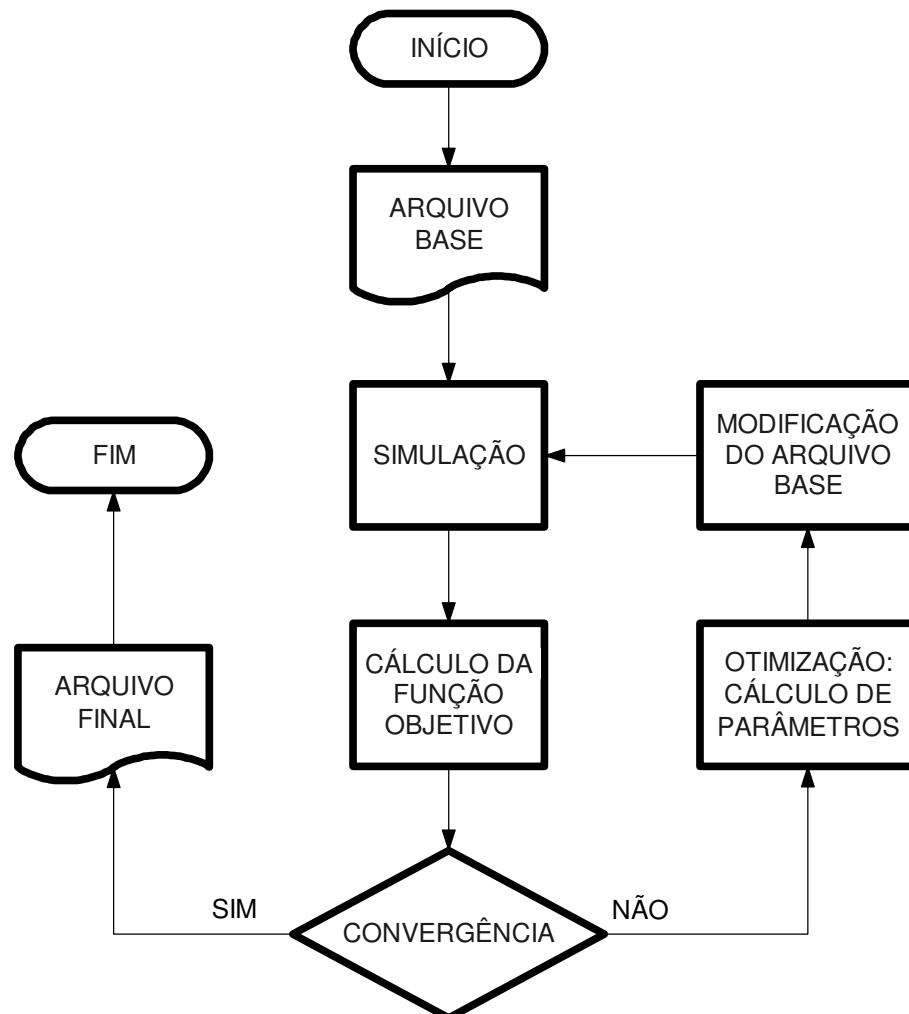


Figura 3-1 - Esquema do ajuste de histórico automatizado

É importante ressaltar que o algoritmo não deve ser encarado como uma rotina capaz de obter o ajuste de histórico de forma totalmente automática, mas apenas como uma ferramenta auxiliar para agilizar e automatizar as etapas mais repetitivas do processo. Por isto, é necessário um constante acompanhamento e julgamento do engenheiro para definir possíveis alterações de rumo, se pouco ou nenhum progresso estiver sendo obtido na redução da função-objetivo. Nestes casos, devem ser cuidadosamente revistas as variáveis do problema ou os seus limites de variação, excluindo-se propriedades de pequena sensibilidade, ou incluindo-se novas variáveis que não foram inicialmente consideradas. Além disto, as tolerâncias usadas no processo também podem ser revistas.

A Figura 3-2 ilustra a filosofia de trabalho apresentada nos parágrafos anteriores. Observa-se que o algoritmo apenas sistematiza o cálculo das variáveis, evitando procedimentos de tentativa e erro. Todas as decisões importantes do ajuste de histórico continuam a ser definidas pelo usuário.

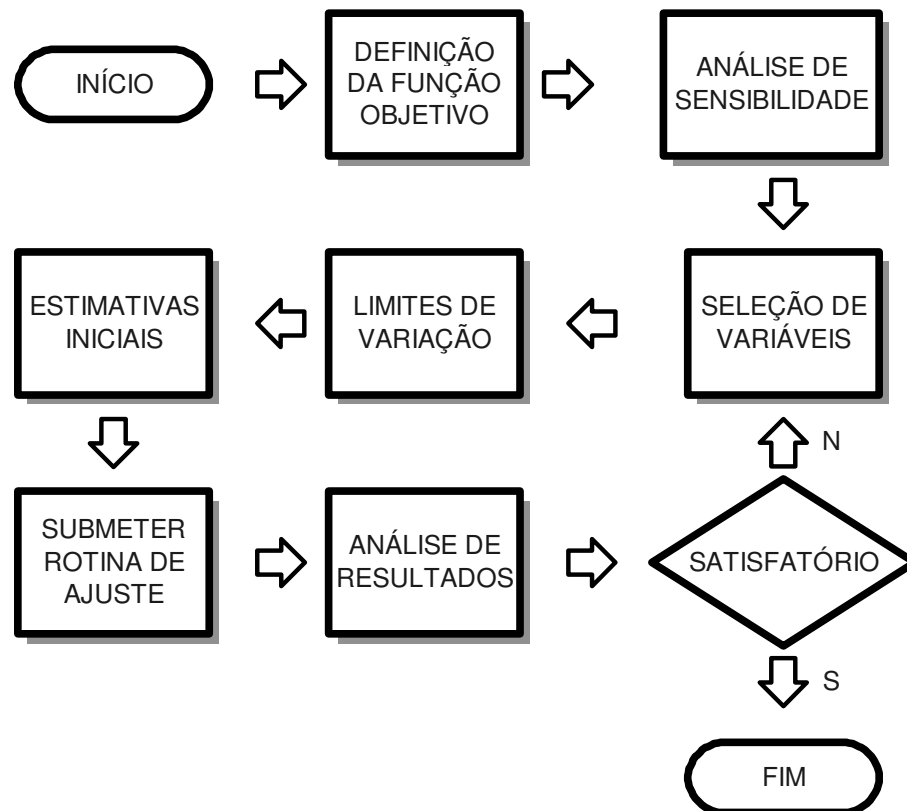


Figura 3-2 - Metodologia de ajuste automatizado

A aplicação prática de algoritmos de otimização multivariada costuma ser dificultada pela existência de mínimos locais, que provocam a interrupção prematura do processo de minimização em pontos que não atendem às exigências do problema. Estima-se que o número de mínimos locais cresça exponencialmente com o número de variáveis, o que é um grande problema para métodos determinísticos, cujos movimentos são sempre direcionados para pontos com menor valor da função-objetivo. Para reduzir este problema, Ounes^[23] aplicou um procedimento de minimização global (*simulated annealing*), capaz de evitar o término do processo em pontos de mínimo local. Uma desvantagem desta técnica é o grande número de simulações necessárias para obter a solução final, devido à natureza dos métodos de minimização probabilísticos.

No presente trabalho, a alternativa adotada para contornar este problema consiste da inicialização simultânea de algumas tarefas de busca a partir de aproximações iniciais diferentes dos diversos parâmetros. Para isto, novamente é utilizado o pacote **PVM** para paralelizar o processo, reduzindo-se drasticamente o tempo necessário para obtenção do conjunto de soluções. Um programa mestre calcula um conjunto de aproximações iniciais distintas (obtidas aleatoriamente dentro dos intervalos de incerteza de cada variável) e envia todas as informações necessárias para processos escravos que executarão o procedimento descrito na Figura 3-1. Dependendo do número de máquinas disponíveis em rede, cada ajuste pode ser inicializado em um processador diferente, conforme o esquema da Figura 3-3.

Para garantir que as aproximações iniciais sejam bem distribuídas dentro dos intervalos de incerteza, as variáveis são convenientemente discretizadas de modo que cada propriedade possa assumir apenas um número limitado de valores discretos (M), estimados por:

$$M \geq (\text{numero de processos})^{\frac{1}{n}} \quad (3-3)$$

onde n representa o número de parâmetros de ajuste. Com este número, os intervalos de cada variável são calculados por:

$$\Delta x_i = \frac{x_{i_{\max}} - x_{i_{\min}}}{M} \quad (3-4)$$

onde $x_{\min}$ e $x_{\max}$ representam os limites mínimo e máximo, respectivamente. Finalmente, usando um número aleatório (NA), gerado a partir de uma distribuição uniforme $[0,1]$, as aproximações iniciais são calculadas por:

$$x_i = x_{i_{\min}} + [INT(NA \times M) + 0,5] \Delta x_i \quad (3-5)$$

onde INT representa a parte inteira de um número. Um passo de verificação é incluído após os cálculos para evitar a existência de pontos coincidentes.

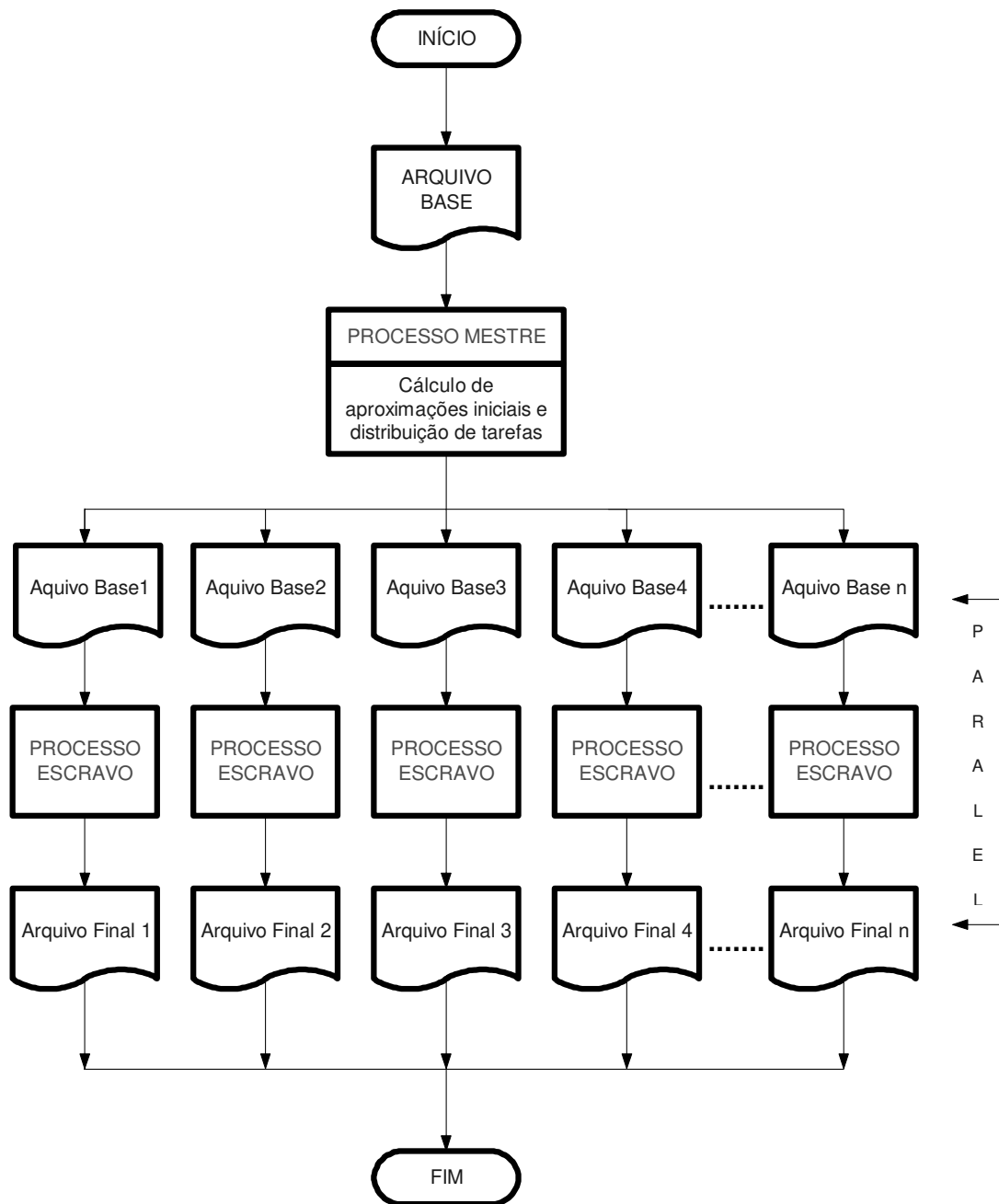


Figura 3-3 - Esquema da paralelização do processo de ajuste com o PVM

A quantidade de processos necessária para obtenção do ajuste varia caso a caso, dependendo da dificuldade do problema e do número de máquinas disponíveis. Nos exemplos estudados, observou-se uma tendência de crescimento do número de insucessos (tarefas que não reduzem suficientemente a função-objetivo) com a dimensão do problema, conforme será visto no Capítulo 6. No entanto, nenhuma relação quantitativa pôde ser

inferida com base nos exemplos utilizados. Como regra geral, pode-se apenas generalizar que um número maior de tentativas devem ser realizadas em problemas de maior dimensão.

Para reduzir o número total de simulações necessárias para obter a solução final, é conveniente que alguns processos sejam cancelados durante a sua execução se a função-objetivo não estiver sendo suficientemente reduzida. Uma alternativa possível é o cancelamento manual pelo próprio engenheiro, através de um monitoramento dos resultados. Outra alternativa viável é o corte automático dos piores processos pelo programa mestre. Neste trabalho, a rotina principal pode cancelar automaticamente um número de predefinido de tarefas em dois momentos específicos da otimização. Neste caso, ambos os parâmetros devem ser definidos previamente pelo usuário. No Capítulo 6, alguns exemplos serão apresentados para demonstrar as vantagens e desvantagens deste tipo de procedimento.

O produto final da rotina de ajuste automatizado é um conjunto de soluções diferentes para o problema, que podem ser utilizadas para estimar limites de incerteza durante as extrapolações ou para a escolha de uma solução que seja considerada mais coerente com a caracterização inicial do reservatório. Em casos maiores, onde as simulações são muito lentas, a automatização pode ser útil na redução dos intervalos de incerteza, resultando num ponto de partida inicial para o ajuste manual bem mais próximo da solução que o modelo inicialmente construído.

A Figura 3-4 apresenta um exemplo ilustrativo de aplicação da metodologia no ajuste da produção de água de um determinado poço. Os pontos em azul representam o histórico de produção de água, enquanto as outras curvas são as soluções obtidas em dez processos simultâneos inicializados em máquinas diferentes. Observa-se que quatro soluções não reproduziram satisfatoriamente o histórico, devido à parada prematura do algoritmo em pontos de mínimo local. As demais, entretanto, resultaram em bons ajustes, e foram utilizadas para gerar as previsões apresentadas na figura. Dependendo dos objetivos do estudo, pode-se escolher uma única solução ou estabelecer limites máximos e mínimos que reflitam o grau de incerteza da caracterização do reservatório durante as previsões de produção.

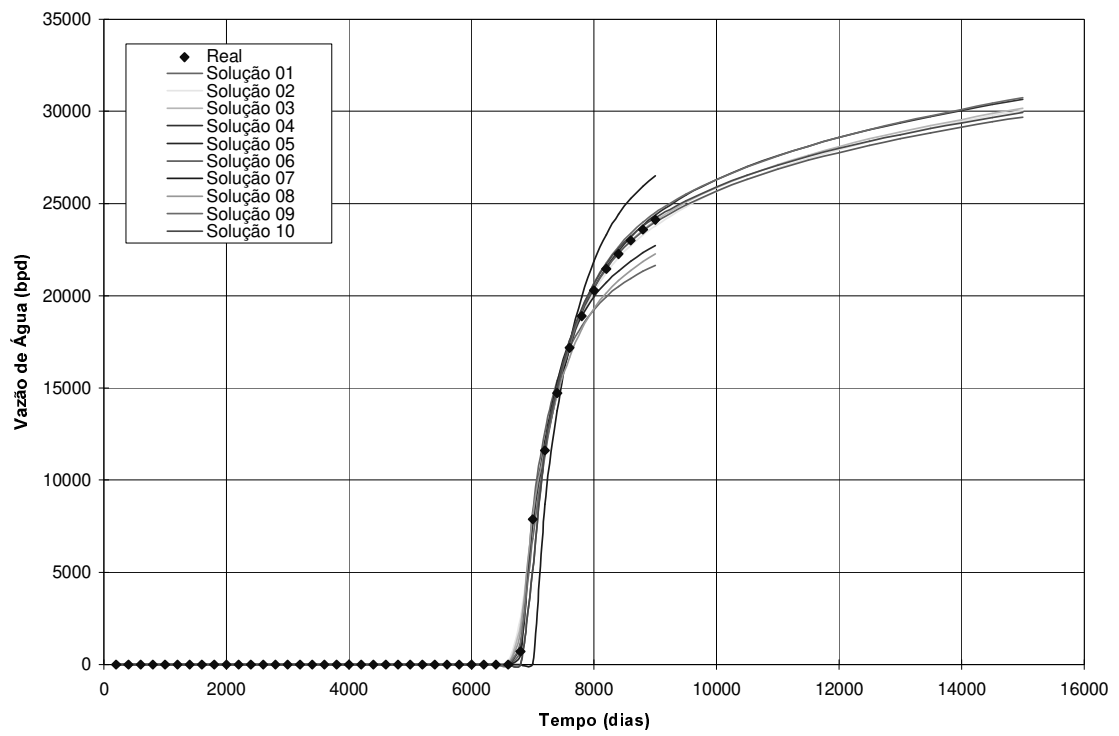


Figura 3-4 - Ilustração de um conjunto de soluções obtidas com o algoritmo

Capítulo 4

Métodos de Otimização Multivariada

Otimização multivariada é um processo matemático através do qual se determina o extremo (máximo ou mínimo) de uma função-objetivo multi-dimensional, dependente de um conjunto de variáveis ($x_1, x_2, \dots, x_n$). As inúmeras técnicas de otimização existentes podem ser classificadas em três Categorias básicas:

1. Métodos que utilizam apenas valores das funções (sem a necessidade de derivadas), denominados métodos diretos ou de comparação de funções;
2. Métodos que utilizam derivadas de primeira ordem;
3. Métodos que utilizam derivadas de primeira e segunda ordem.

De modo geral, os métodos da Categoria 3, também chamados “*Tipo-Newton*”, são considerados mais rápidos, pois apresentam convergência quadrática. No entanto, nem sempre são viáveis, pois requerem o dispendioso cálculo de derivadas de segunda ordem, que se torna crítico quando é necessário o uso da diferenciação numérica. Em outras situações, podem falhar se a superfície da função-objetivo não for “suave”. Portanto, a maior complexidade de uma técnica não lhe assegura maior eficiência nas aplicações práticas. A escolha de um método adequado depende de uma avaliação exploratória do problema, da precisão desejada, de bom senso e experiência.

A simulação numérica de reservatórios é um processo bastante complexo, que envolve, quase sempre, um grande esforço computacional. Portanto, a otimização de funções que resultam de um processo desse nível deve priorizar uma técnica que exija o menor número

possível de avaliações da função-objetivo. Neste contexto, os *métodos diretos* são opções atraentes, pois permitem a obtenção da solução sem a necessidade do cálculo de derivadas. Além disto, são menos afetados por eventuais descontinuidades ou oscilações da função-objetivo, bastante comuns em problemas de ajuste de histórico. Por outro lado, a grande maioria dos algoritmos de ajuste de histórico automatizado foram desenvolvidos com métodos da Categoria 2, entre os quais podem ser destacados os métodos dos *Gradientes* ou *Gradientes Conjugados*, o método de regressão não-linear de *Gauss-Newton* e os chamados métodos “*Quase-Newton*”, atualmente considerados os mais eficientes entre os da Categoria 2.

Os resultados de inúmeras pesquisas anteriores sobre o tema indicam que o problema é particularmente difícil para os métodos de otimização devido: (1) ao comportamento extremamente não-linear da função-objetivo; (2) mínimos locais; (3) mau-condicionamento (múltiplas soluções); (4) ocorrência de oscilações e descontinuidades; (5) forte interação entre parâmetros; (6) existência de longos vales quando variáveis de pequena sensibilidade são incluídas no processo.

Para conviver com todos estes problemas e, ao mesmo tempo, desenvolver uma ferramenta flexível e menos suscetível à falhas, quatro algoritmos de otimização foram selecionadas para minimização da função-objetivo: dois métodos de busca direta (*Politopo* e *Hooke & Jeeves*), considerados bastante robustos, inclusive em situações de descontinuidades da função-objetivo; e dois métodos de primeira ordem (*Gradientes* e *Quase-Newton*), que teoricamente apresentam convergência mais rápida.

Nesta seção, são apresentadas as idéias básicas de cada um destes algoritmos, assim como alguns detalhes de implementação. Também são descritas duas técnicas de pesquisa uni-dimensional, que são utilizadas pelos métodos da Categoria 2 para determinação do mínimo ao longo de uma direção de pesquisa. Finalmente, é discutido o critério de convergência adotado para definição da qualidade do ajuste de histórico.

4.1 Métodos diretos

Os métodos de otimização multivariada classificados como de “*busca direta*”, também denominados métodos de “*comparação de funções*”, operam através de um simples procedimento de comparação de valores, sem a necessidade do cálculo de derivadas. Embora considerados mais lentos que os das Categorias 1 e 2, são bastante simples e de fácil implementação, além de apresentarem eficiência e robustez comprovadas quando o número de parâmetros não é muito elevado^[35]. São especialmente indicados para situações em que a superfície da função-objetivo não é suave (derivadas descontínuas) ou quando o cálculo numérico de derivadas exige um grande esforço computacional. Estas duas condições ocorrem com frequência em problemas de ajuste de histórico de produção, o que motivou uma investigação detalhada sobre o desempenho destes métodos em relação ao de técnicas mais sofisticadas.

4.1.1 Algoritmo “*Politopo*”

O algoritmo *Politopo*^[35], também conhecido como “*Simplex modificado*”, foi originalmente proposto por Spendley em 1962 e, posteriormente, modificado por Nelder e Mead em 1965.

Trata-se de uma técnica bastante simples, que trabalha com “ $n+1$ ” pontos ($\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \dots, \mathbf{x}_{n+1}$) no espaço n -dimensional para obter a direção de pesquisa. Estes pontos podem ser considerados vértices de um “*politopo*”, que nos casos mais simples, $n = 2$ ou 3 , pode ser identificado como um *triângulo* ou um *tetraedro*, respectivamente. Inicialmente, a função-objetivo é avaliada em cada um dos vértices e os valores resultantes são ordenados de modo que: $Fo_{n+1} \geq Fo_n \geq \dots \geq Fo_2 \geq Fo_1$. A cada iteração, alguns movimentos são realizados (reflexão, expansão e contração) para substituir o pior ponto, $\mathbf{x}_{n+1}$ (ou seja, o ponto com o maior valor da função).

Se $\mathbf{c}$ é o centróide dos “ n ” melhores vértices $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \dots, \mathbf{x}_n$, então suas coordenadas podem ser calculadas pela expressão:

$$\mathbf{c} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \quad (4-1)$$

No começo de cada iteração, um novo ponto é gerado num passo denominado “*reflexão*”, no qual se constrói um ponto com coordenadas:

$$\mathbf{x}_r = \mathbf{c} + \alpha(\mathbf{c} - \mathbf{x}_{n+1}) \quad (4-2)$$

onde $\alpha(\alpha > 0)$ é conhecido como o “coeficiente de reflexão”. A função é avaliada no novo ponto (F_r), após o que uma das três opções deve ser escolhida:

1. Se $F_1 \leq F_r \leq F_n$, (ou seja, não é o melhor, mas também não é o pior), $\mathbf{x}_r$ substitui $\mathbf{x}_{n+1}$ e a próxima iteração é iniciada;
2. Se $F_r < F_1$, então $\mathbf{x}_r$ é o novo melhor ponto; uma vez que a direção de reflexão é boa, faz-se uma “*expansão*” do “*politopo*” nesta direção, definindo-se um novo ponto $\mathbf{x}_e$, com coordenadas:

$$\mathbf{x}_e = \mathbf{c} + \beta(\mathbf{x}_r - \mathbf{c}) \quad (4-3)$$

onde $\beta(\beta > 1)$ é o “coeficiente de expansão”. Se $F_e < F_r$, a expansão foi bem sucedida, e $\mathbf{x}_e$ substitui $\mathbf{x}_{n+1}$. Caso contrário, a expansão terá falhado, e $\mathbf{x}_{n+1}$ é substituído por $\mathbf{x}_r$.

3. Se $F_r > F_n$, o *politopo* é considerado muito longo e deve ser “*contraído*”. Isto é feito definindo-se:

$$\mathbf{x}_{c1} = \mathbf{c} + \gamma(\mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{c}), \text{ se } F_r > F_{n+1} \quad (4-4)$$

$$\mathbf{x}_{c2} = \mathbf{c} + \gamma(\mathbf{x}_r - \mathbf{c}), \text{ se } F_r < F_{n+1} \quad (4-5)$$

onde $\gamma(0 < \gamma < 1)$ é o “coeficiente de contração”. Se $F_c < \min \{F_r, F_{n+1}\}$, a contração foi bem sucedida e $\mathbf{x}_c$ substitui $\mathbf{x}_{n+1}$. Caso contrário, uma nova contração deve ser realizada.

A Figura 4-1 ilustra a posição dos pontos refletido ($\mathbf{x}_r$), expandido ($\mathbf{x}_e$) e contraído ($\mathbf{x}_{c1}$ ou $\mathbf{x}_{c2}$) em um politopo de duas dimensões, onde $\mathbf{x}_3$ é considerado o pior ponto. Além disto, um resumo dos principais passos do algoritmo é apresentado no fluxograma da Figura 4-2.

Se alguma das coordenadas dos pontos refletido, expandido ou contraído sair da região de busca, o limite da variável correspondente (inferior ou superior) é ativado, substituindo o valor previamente calculado.

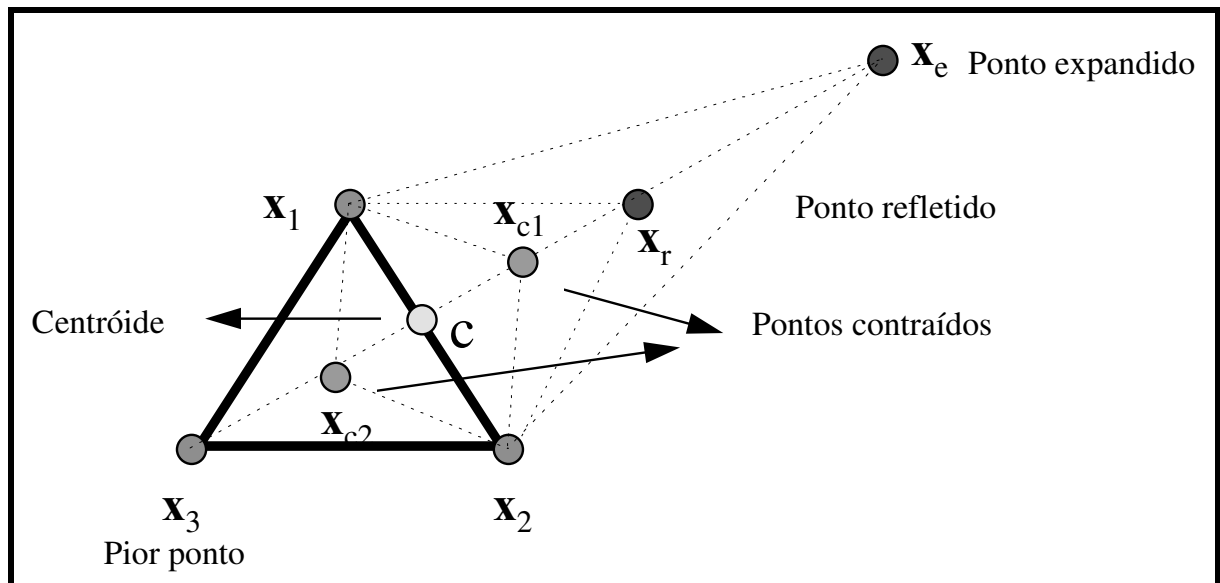


Figura 4-1- Representação gráfica do algoritmo “Politopo” em duas dimensões

Algumas modificações podem ser feitas ao método Polítopo com o objetivo de melhorar seu desempenho. Por exemplo, durante a contração, um novo ponto é encontrado sobre uma linha que une dois pontos piores (o pior ponto e o ponto refletido). Uma opção mais atraente seria a obtenção de um novo ponto na direção do melhor, F_1 , através de uma modificação do passo 3 do algoritmo original, como abaixo:

$$\mathbf{x}_{c1} = \mathbf{x}_1 + \gamma(\mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_1), \text{ se } F_r \geq F_{n+1} \quad (4-6)$$

$$\mathbf{x}_{c2} = \mathbf{x}_1 + \gamma(\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_1), \text{ se } F_r < F_{n+1} \quad (4-7)$$

Outra modificação envolve o “*encolhimento*” do *politopo* se o passo da contração não for bem sucedida ou se o melhor ponto permanecer inalterado por algumas iterações. Isto é feito movendo-se os vértices até a metade do caminho em direção ao melhor ponto na ordem $\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \dots$ etc. Estas modificações serão avaliadas e comparadas no capítulo de aplicações. Os coeficientes de reflexão, expansão e de contração utilizados nas aplicações foram: $\alpha = 1,0$ e $\beta = 2,0$ e $\gamma = 0,5$.

A Figura 4-3 ilustra os movimentos do algoritmo na minimização de uma função analítica bi-dimensional, com extremo no ponto (2,1). Observa-se a rápida expansão do Polítopo nas iterações iniciais, quando o gradiente é alto. Próximo ao vale, entretanto, várias contrações são necessárias antes da convergência para a solução.

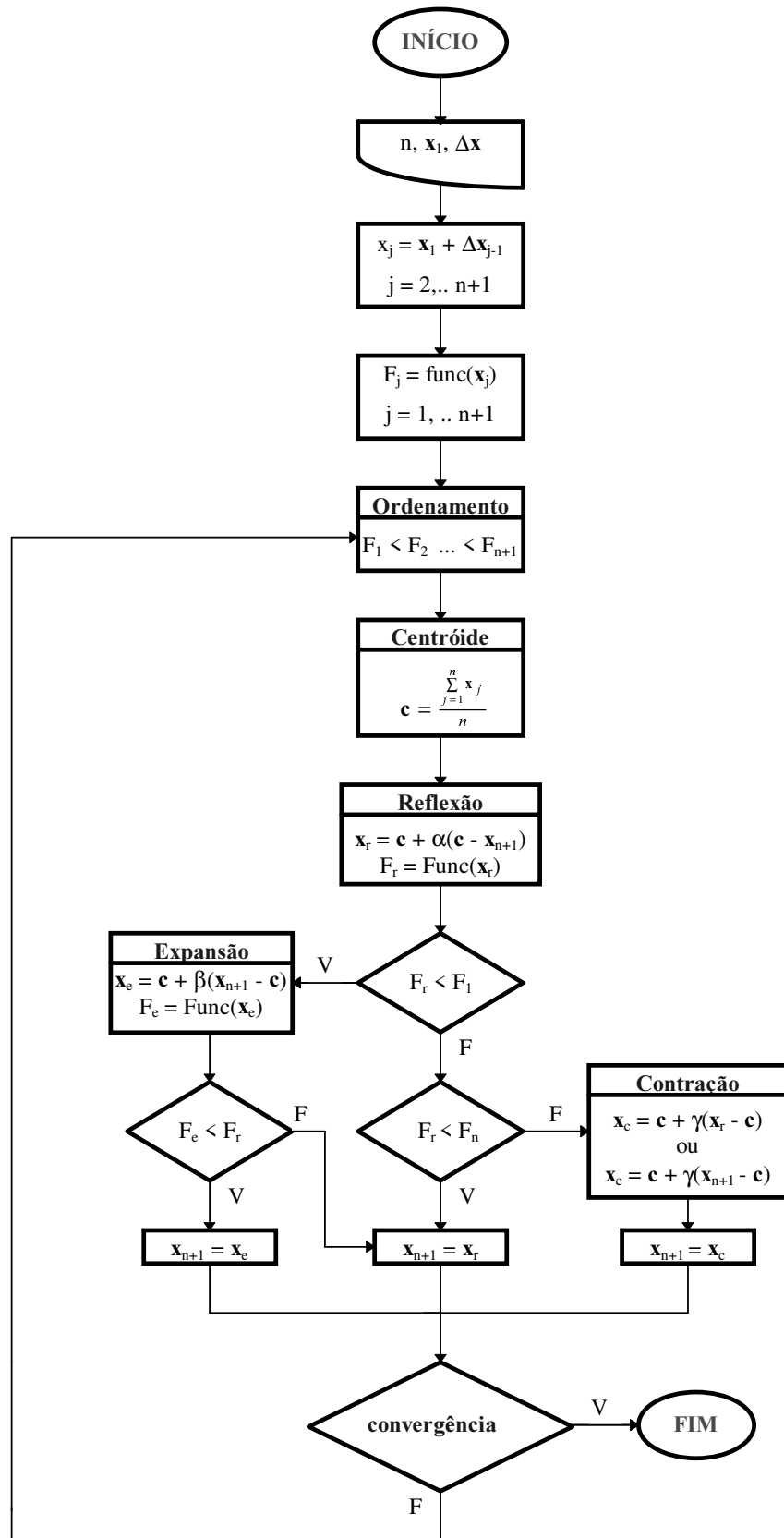


Figura 4-2 - Fluxograma do algoritmo Polítopo

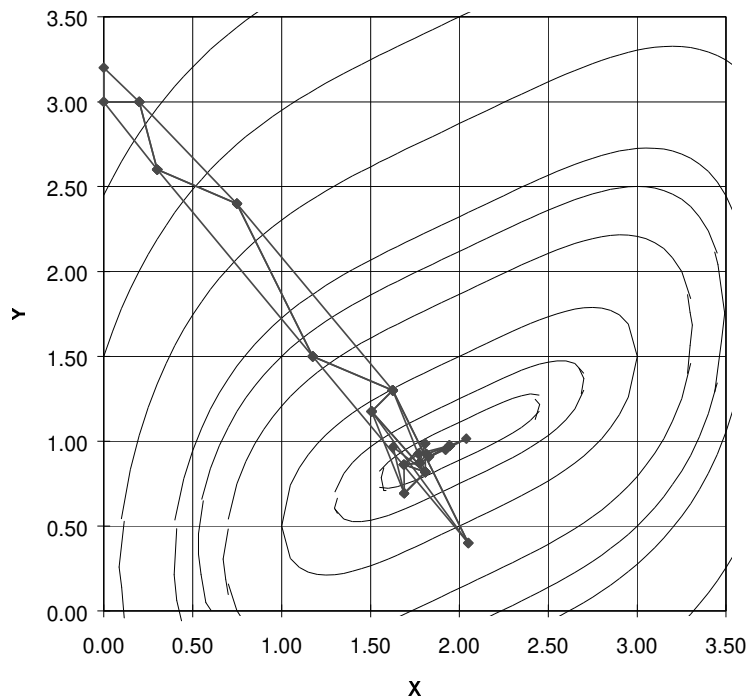


Figura 4-3 - Exemplo de minimização com o algoritmo Politopo

4.1.2 Algoritmo de Hooke e Jeeves

Em 1961, Hooke e Jeeves^{[36],[37]} propuseram um novo método direto para minimização de funções n -dimensionais denominado *busca padrão*. A idéia é bastante simples e intuitiva: procura-se as direções das ravinas da função-objetivo e tenta-se segui-las até a determinação dos extremos. Inicialmente, num passo denominado “pesquisa exploratória”, investigam-se as vizinhanças de um ponto inicial $\mathbf{x}_0$, variando-se um parâmetro por vez, na busca de um novo ponto com menor valor da função-objetivo. Ao final deste processo, se uma direção de pesquisa se mostrar promissora, realizam-se novas buscas ao longo desta direção (“pesquisa em linha”) até que não mais se encontrem menores valores da função-objetivo. Quando isto ocorrer, repete-se uma nova pesquisa exploratória e reinicia-se o processo se o critério de convergência não tiver sido satisfeito. A Figura 4-4 ilustra os dois tipos de pesquisa realizadas num exemplo de duas dimensões:

Existem versões do método que substituem a pesquisa uni-dimensional por um único movimento ao longo da direção da “ravina”, cujo comprimento é definido por meio de um

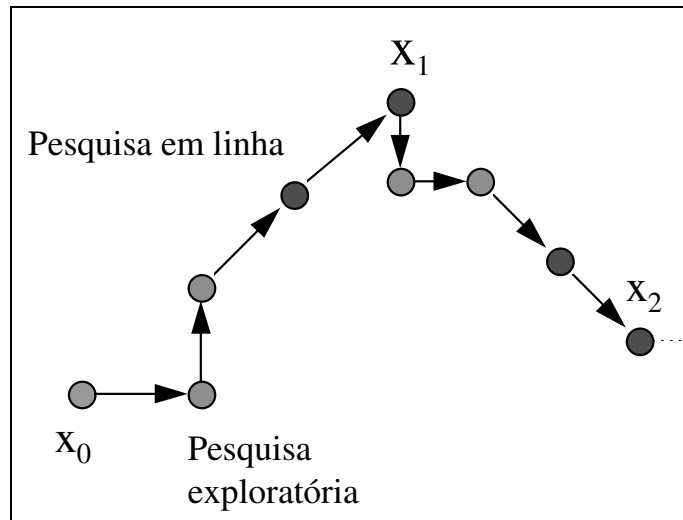


Figura 4-4 - Ilustração dos tipos de pesquisa da “Busca Padrão” em duas dimensões

coeficiente de aceleração. Neste caso, a avaliação do passo só é realizada após a execução de uma nova pesquisa exploratória. As duas versões foram implementadas e são comparadas com alguns exemplos no Capítulo 6.

A seguir, são apresentados os principais passos do algoritmo, também apresentados em forma de fluxograma na Figura 4-5:

Inicialização: Sejam $\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_n$ as direções das coordenadas (parâmetros). Escolhe-se uma tolerância para término do programa ($\epsilon > 0$), uma variação inicial para cada variável, Δ_i e um fator de aceleração, α . Estabelece-se um ponto de partida $\mathbf{x}_1$ e faz-se $\mathbf{y}_1 = \mathbf{x}_1$ e $k = i = 1$, onde k é o número da iteração, e i corresponde à direção da coordenada. Seja $f(\mathbf{x}_i)$ a avaliação da função-objetivo no ponto inicial;

1. Se $f(\mathbf{y}_i + \Delta \mathbf{d}_i) < f(\mathbf{y}_i)$, a tentativa é considerada um sucesso. Faz-se $\mathbf{y}_{i+1} = \mathbf{y}_i + \Delta \mathbf{d}_i$ e segue-se para o passo 2. Se $f(\mathbf{y}_i + \Delta \mathbf{d}_i) > f(\mathbf{y}_i)$, a tentativa é considerada um fracasso. Neste caso, se $f(\mathbf{y}_i - \Delta \mathbf{d}_i) < f(\mathbf{y}_i)$, faz-se $\mathbf{y}_{i+1} = \mathbf{y}_i - \Delta \mathbf{d}_i$ e segue-se para o passo 2. Caso contrário, faz-se $\mathbf{y}_{i+1} = \mathbf{y}_i$ e segue-se para o passo 2.
2. Se $i < n$, substitui-se i por $i + 1$ e repete-se o passo 1. Caso contrário, segue-se para o passo 3 se $f(\mathbf{y}_{n+1}) < f(\mathbf{x}_i)$, ou para o passo 4 se $f(\mathbf{y}_{n+1}) \geq f(\mathbf{x}_i)$.

3. Faz-se $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{y}_{n+1}$ e $\mathbf{y}_1 = \mathbf{x}_{k+1} + \alpha(\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k)$, substitui-se k por $k + 1$, faz-se $i = 1$ e segue-se o passo 1.

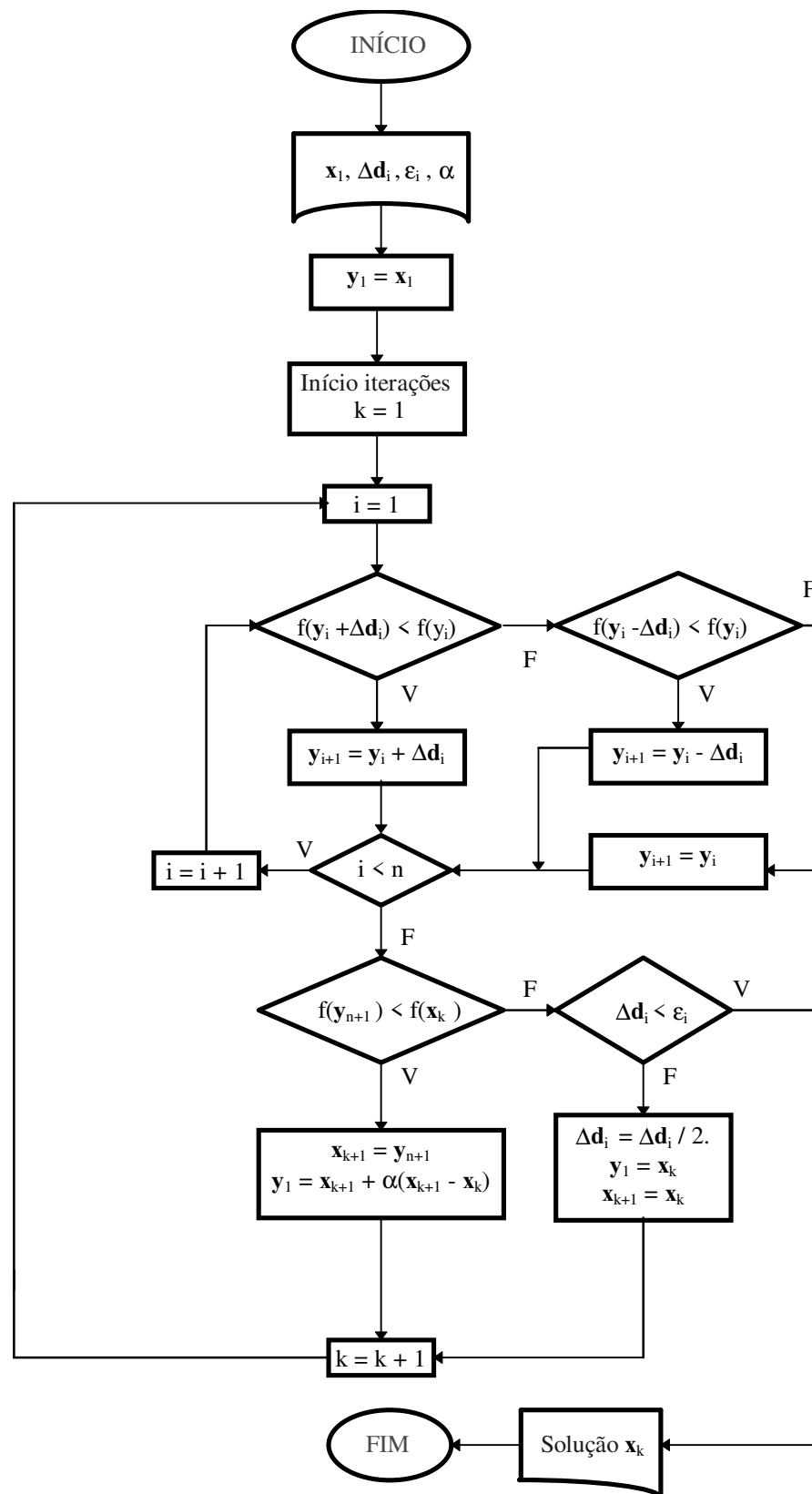


Figura 4-5- Fluxograma do Algoritmo de “Hooke e Jeeves”

4. Se $\Delta_i < \epsilon$ para todas as variáveis, então $\mathbf{x}_k$ é a solução. Caso contrário, substitui-se Δ_i por $\Delta_i/2$, faz-se $\mathbf{y}_1 = \mathbf{x}_k$ e $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k$. Incrementa-se o contador de iterações ($k = k + 1$), faz-se $i = 1$ e repete-se o passo 1.

Para que os valores dos parâmetros atendam aos limites máximo e mínimo predefinidos, adota-se um procedimento semelhante ao utilizado com o algoritmo Politopo, ou seja, os resultados são automaticamente substituídos pelos limites em caso de saída dos intervalos permitidos

A Figura 4-6 apresenta o caminho percorrido pelo algoritmo na minimização da função mencionada no item anterior. Os pontos representam as tentativas realizadas nas pesquisas exploratórias, enquanto as linhas indicam os movimentos bem sucedidos realizados ao longo das direções das ravinas.

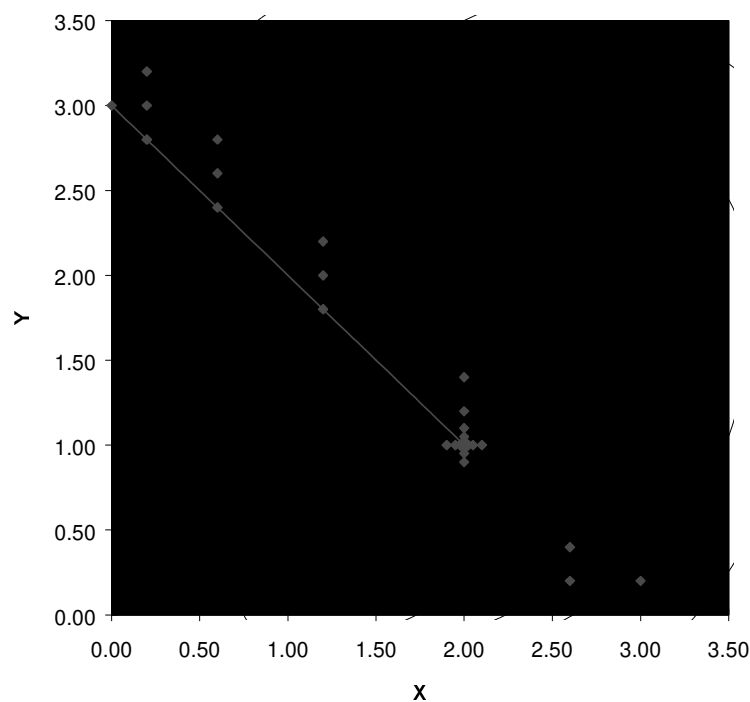


Figura 4-6 - Exemplo de minimização com o algoritmo de Hooke & Jeeves

4.2 Métodos que utilizam derivadas

Historicamente, os métodos que utilizam derivadas têm sido mais utilizados no desenvolvimento de algoritmos de ajuste de histórico automatizado. Entre eles, o método dos *Gradientes* foi um dos mais utilizados nas pesquisas, servindo como referência para inúmeras novas técnicas que foram aplicadas na área. Por este motivo, também é adotado neste trabalho para permitir uma análise comparativa com os métodos diretos e com o algoritmo Quase-Newton implementado.

Para cálculo dos coeficientes de sensibilidade, é utilizado um método de perturbação por diferenças finitas avançadas, de acordo com o procedimento adotado por alguns pesquisadores^{[3],[6],[17]}. Neste caso, cada componente do vetor gradiente é obtida através da expressão:

$$\frac{\partial F_o}{\partial x_i} \approx \frac{F_o(x_i + h_i) - F_o(x_i)}{h_i} \quad (4-8)$$

onde h_i representam os intervalos de diferenças finitas de cada variável. Embora existam técnicas modernas que permitam o cálculo analítico do gradiente^{[19],[21]}, com grande redução do esforço computacional por iteração, optou-se por um procedimento mais simples e geral, já que a aplicação destas teorias requer a alteração do código do simulador e só funciona em situações específicas (normalmente, ajuste de permeabilidades e porosidades), o que não atende aos objetivos deste trabalho, que é mais direcionado para aplicações práticas. Para acelerar o processo, utiliza-se o recurso da paralelização externa, já que o cálculo das derivadas parciais envolve “ n ” simulações independentes.

A eficiência destes métodos é sensivelmente afetada pelo tamanho dos intervalos de diferenças finitas adotados para cada variável. No Capítulo 6, são apresentadas algumas considerações e conclusões sobre o dimensionamento dos mesmos.

4.2.1 Algoritmo “*Steepest Descent*”

O método “*Steepest Descent*”^[36] (máximo decréscimo) é um dos procedimentos mais fundamentais para minimização de funções diferenciáveis multidimensionais. Consiste da procura do mínimo ao longo das direções de “máximo decréscimo” da função-objetivo.

Sabe-se que a direção de máximo crescimento de uma função suave é dada pelo vetor gradiente, $\nabla f(\mathbf{x})$. Logo, a direção de máximo decréscimo é $-\nabla f(\mathbf{x})$. Por este motivo, o procedimento é também chamado de “método dos gradientes”.

Utilizando apenas os termos de primeira ordem da série de Taylor, pode-se aproximar a função-objetivo por:

$$f(\mathbf{x}_k + \Delta \mathbf{x}) = f(\mathbf{x}_k) + \nabla f \Delta \mathbf{x} \quad (4-9)$$

Portanto, para obter o mínimo, o produto escalar $\nabla f \Delta \mathbf{x}$ deve ser negativo, o que pode ser obtido adotando-se uma direção de pesquisa igual a: $\Delta \mathbf{x} = -\nabla f(\mathbf{x})$.

Então, partindo-se de uma aproximação inicial $\mathbf{x}_1$, a cada iteração, os novos pontos são determinados minimizando-se a função ao longo da direção $-\nabla f(\mathbf{x})$. Ou seja:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \lambda \nabla f(\mathbf{x}_k) \quad (4-10)$$

onde λ é o “tamanho do passo” a ser dado ao longo de cada direção de pesquisa. Nesta fase, utiliza-se um algoritmo de pesquisa uni-dimensional (Figura 4-7), como os que serão descritos no final desta seção.

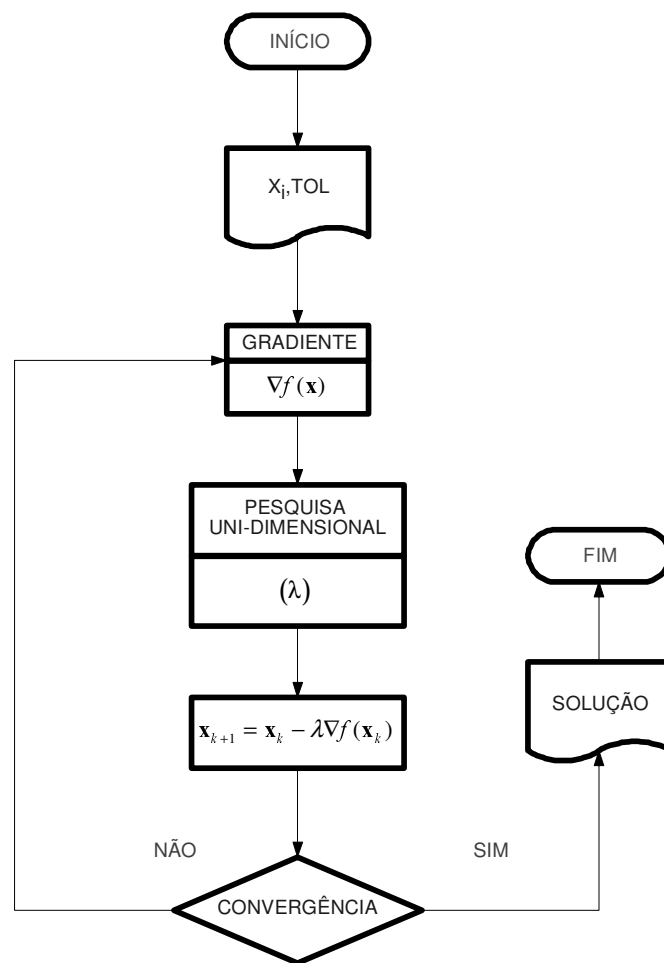


Figura 4-7- Fluxograma do Algoritmo “Steepest Descent”

Embora o método apresente boa estabilidade, pois sempre avança em direção a pontos com menor valor da função, sua convergência é considerada lenta nas iterações finais. Caracteriza-se por um movimento em forma de “zig-zag” ao longo dos vales da função-objetivo, conforme a ilustração da Figura 4-8. A baixa velocidade de convergência se deve à linearização adotada pelo método, cuja formulação despreza os termos de segunda ordem da série de Taylor. O mesmo não acontece com os métodos “*Tipo-Newton*”, que procuram corrigir as direções dos movimentos com o uso das derivadas de segunda ordem.

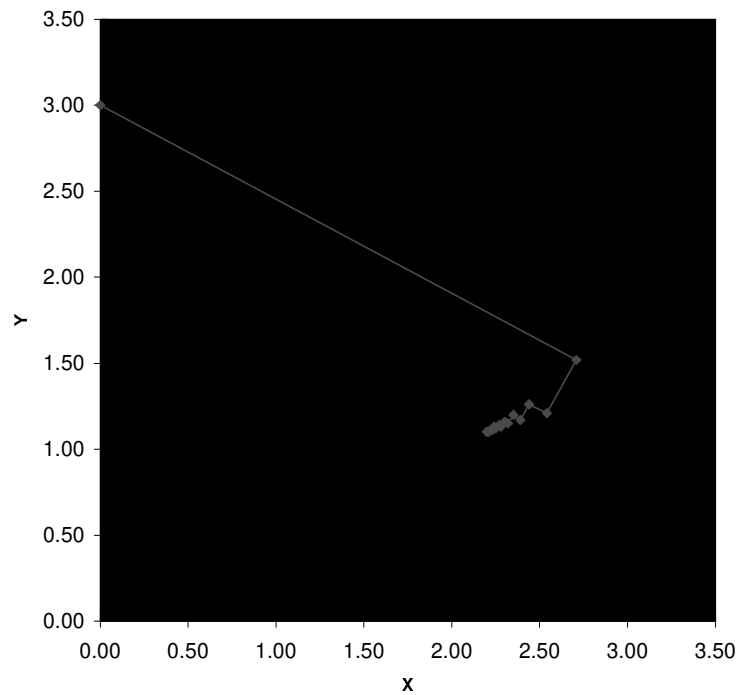


Figura 4-8 - Exemplo de minimização com o algoritmo dos Gradientes

4.2.2 Algoritmo Quase-Newton

Apesar de bastante simples e estável, o método dos gradientes apresenta convergência lenta. Por isto, outros algoritmos mais sofisticados foram desenvolvidos, como os “*Tipo-Newton*”, que aproximam a função-objetivo através de uma formulação quadrática, desprezando apenas os termos de ordem três ou mais da série de Taylor. Então tem-se:

$$f(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \nabla f(\mathbf{x}) \times \Delta\mathbf{x} + \frac{1}{2} \Delta\mathbf{x}^T H \nabla f(\mathbf{x}) \quad (4-11)$$

onde H é a matriz de derivadas de segunda ordem (matriz Hessiana), dada por:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_n} \end{bmatrix}$$

Nestes métodos, a cada iteração, os novos pontos são obtidos através da expressão:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \lambda \nabla f(\mathbf{x}_k) H^{-1} \quad (4-12)$$

que envolve o cálculo de derivadas de segunda ordem e inversão de matriz, operações que demandam um grande esforço computacional, principalmente se for necessário o uso da diferenciação numérica.

A idéia dos métodos “*Quase-Newton*”^{[18],[36],[37],[40]} consiste em manter uma taxa de convergência satisfatória, porém eliminando-se os custos de construção e inversão da matriz Hessiana exata. Ao invés disto, a cada iteração, constrói-se uma matriz positiva definida simétrica que aproxime a inversa da matriz Hessiana.

Isto é feito através de uma generalização do método da secante para o caso de funções de múltiplas variáveis. A técnica foi, inicialmente, proposta por Davidon^[36], em 1959, e aperfeiçoada por Fletcher e Powell^[36] em 1963.

Se D_k é uma aproximação da inversa da matriz Hessiana (H^{-1}), então, seguindo-se a mesma filosofia do método de Newton, o próximo ponto deverá ser obtido através da expressão:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \lambda \times D_k \nabla f(\mathbf{x}_k) \quad (4-13)$$

onde λ é uma solução ótima para o “sub-problema” de minimizar a função $f(\mathbf{x}_k - \lambda \times D_k \nabla f(\mathbf{x}_k))$ ao longo da direção $-D_k \nabla f(\mathbf{x}_k)$, com $\lambda > 0$, respeitando-se os limites pré-definidos de cada variável.

Se um conjunto de vetores linearmente independentes $\mathbf{d}_0, \mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_{k-1}$ é conjugado com a matriz H , então vale a propriedade:

$$\left(\sum_{i=0}^{k-1} \frac{\mathbf{d}_i \mathbf{d}_i^T}{\mathbf{d}_i^T H \mathbf{d}_i} \right) H \mathbf{d}_j = \mathbf{d}_j, \quad j = 0, 1, 2, \dots, k-1 \quad (4-14)$$

Portanto, uma aproximação para H^{-1} em R^n é dada por:

$$D_k = \sum_{i=0}^{k-1} \frac{\mathbf{d}_i \mathbf{d}_i^T}{\mathbf{d}_i^T H \mathbf{d}_i} \quad (4-15)$$

Quando um novo vetor conjugado com a matriz H (autovetor) e com os vetores $\mathbf{d}_i, i = 1, 2, \dots, k-1$ se tornar disponível no processo iterativo, então uma nova aproximação de H^{-1} pode ser obtida por:

$$D_{k+1} = D_k + \frac{\mathbf{d}_k \mathbf{d}_k^T}{\mathbf{d}_k^T H \mathbf{d}_k} \quad (4-16)$$

Definindo-se $\mathbf{p}_k = \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k$, pode-se utilizar este vetor como uma aproximação para $\mathbf{d}_k$ na equação acima. Como $\mathbf{p}_k$ não é conjugado, introduz-se uma correção C_k , de modo que:

$$D_{k+1} = D_k + \frac{\mathbf{p}_k \mathbf{p}_k^T}{\mathbf{p}_k^T H \mathbf{p}_k} + C_k \quad (4-17)$$

que é obtida forçando $\mathbf{p}_i$ ($i = 0, 1, \dots, k$) a ser conjugado com H . Por definição isto acontece quando $D_{k+1} H \mathbf{p}_k = \mathbf{p}_k$. Logo, tem-se:

$$\left(H_k + \frac{\mathbf{p}_k \mathbf{p}_k^T}{\mathbf{p}_k^T H \mathbf{p}_k} + C_k \right) H \mathbf{p}_k = \mathbf{p}_k \quad (4-18)$$

Ou ainda:

$$(H_k + C_k) H \mathbf{p}_k = 0 \quad (4-19)$$

que é conhecida como a condição “*Quase-newton*”, ou simplesmente “*Equação da Secante*”.

Existem diversas maneiras de atender a essa condição. Uma delas foi proposta por Davidon, Fletcher e Powell, que aproxima a inversa da matrix Hessiana por:

$$H^{-1} \approx D_k^{DFP} = D_k + \frac{\mathbf{p}_k \mathbf{p}_k^T}{\mathbf{p}_k^T \mathbf{q}_k} - \frac{D_k \mathbf{q}_k \mathbf{q}_k^T D_k}{\mathbf{q}_k^T D_k \mathbf{q}_k} \quad (4-20)$$

onde $\mathbf{q}_k = \nabla f(\mathbf{x}_{k+1}) - \nabla f(\mathbf{x}_k)$.

Uma outra aproximação, conhecida como *atualização da secante positiva definida*, proposta por Broyden, Fletcher, Goldfarb e Shanno (BFGS), é considerada a mais eficiente. Neste caso, a aproximação da inversa da matriz Hessiana é obtida pela seguinte expressão:

$$H^{-1} \approx D_{k+1}^{BFGS} = D_k + \frac{\mathbf{p}_k \mathbf{p}_k^T}{\mathbf{p}_k^T \mathbf{q}_k} \left[I + \frac{\mathbf{q}_k^T D_k \mathbf{q}_k}{\mathbf{p}_k^T \mathbf{q}_k} \right] - \frac{(D_k \mathbf{q}_k \mathbf{p}_k^T + \mathbf{p}_j \mathbf{q}_j^T D_k)}{\mathbf{p}_k^T \mathbf{q}_k} \quad (4-21)$$

A aproximação inicial de D_k é a matriz identidade. Logo a primeira iteração do método é equivalente a um passo com o algoritmo “Steepest descent”. Nas iterações seguintes, as direções de pesquisa são corrigidas conforme as equações acima.

Em aplicações práticas, a eficiência global dos métodos Quase-Newton é considerada melhor que a dos Tipo-Newton, já que propiciam um menor número de avaliações da função-

objetivo. O preço desta redução é uma ligeira queda na taxa de convergência, que passa a ser intermediária, entre linear e quadrática (superlinear).

Por ser considerada mais eficiente, implementou-se a versão de Broyden, Fletcher, Goldfarb e Shanno (BFGS), dada pela Equação 4-21. Os principais passos do algoritmo estão apresentados em forma de fluxograma na Figura 4-9.

Um exemplo de aplicação pode ser visto na Figura 4-10, que ilustra a maior velocidade de convergência nas iterações finais. Observa-se que os movimentos são realizados na direção do eixo do vale, evitando-se as oscilações (“zig-zag”) que caracterizam o método dos Gradientes.

Para evitar problemas de escala ao se trabalhar com variáveis de diferentes tipos, faz-se uma normalização dos parâmetros através da equação abaixo, válida tanto para o algoritmo dos Gradientes quanto para o Quase-Newton:

$$\mathbf{x}_{norm} = \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_{min}}{\mathbf{x}_{max} - \mathbf{x}_{min}} \quad (4-22)$$

Com este tratamento, todas as propriedades passam a variar no intervalo [0,1], melhorando sensivelmente o desempenho do processo.

Os limites máximos e mínimos das variáveis são utilizados durante a pesquisa unidimensional, para limitar o tamanho do passo, impedindo que os parâmetros sejam calculados fora dos intervalos de incerteza previamente definidos.

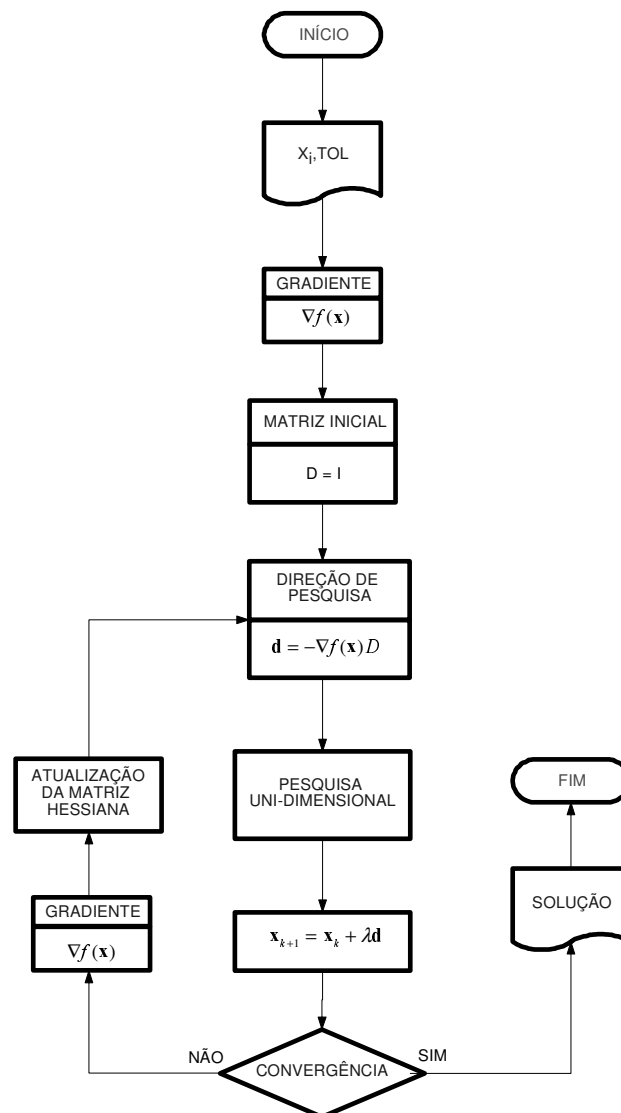


Figura 4-9 - Fluxograma do Algoritmo “Quase-Newton”

4.3 Pesquisa uni-dimensional

Uma característica dos problemas de otimização multivariada com métodos que utilizam derivadas é a necessidade de minimização da função-objetivo ao longo de uma determinada direção. Daí a motivação para a apresentação deste item.

Assim como nos casos multi-dimensionais, os métodos de minimização de funções uni-dimensionais também podem ser classificados em duas categorias básicas: *métodos*

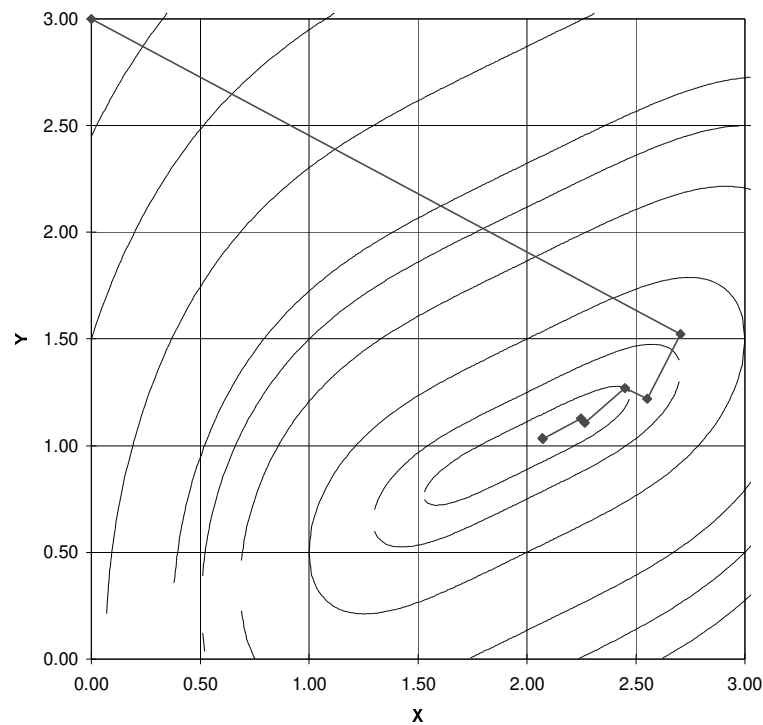


Figura 4-10 - Exemplo de minimização com o algoritmo Quase-Newton

diretos e métodos que utilizam derivadas. Estes últimos são, em geral, mais eficientes, porém contra-indicados quando a diferenciação numérica exige grande esforço computacional. Nestes casos, os métodos diretos costumam ser mais eficientes, sendo bastante aplicados na prática. Dentre os algoritmos de pesquisa direta, o *método de Fibonacci* destaca-se como um dos mais utilizados, pois permite a determinação do mínimo com grande eficiência. Em muitas aplicações práticas, entretanto, o uso de algoritmos de pesquisa inexata tem gerado bons resultados, com redução significativa do número de avaliações da função-objetivo. Neste trabalho, os dois métodos são utilizados para fins de comparação.

4.3.1 Algoritmo de Fibonacci

Esta técnica^[36] é aplicável quando a função é “convexa” e apresenta um ponto de mínimo num intervalo finito $a_1 \leq x \leq b_1$, conforme a Figura 4-11:

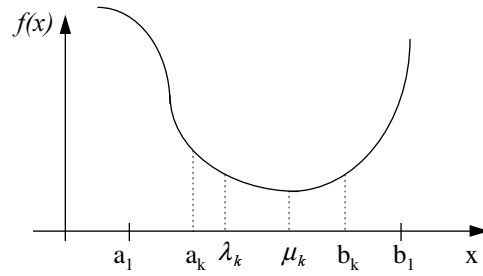


Figura 4-11 - Método de Fibonacci

O procedimento baseia-se numa seqüência de números conhecida como “números de Fibonacci”, definida por:

$$F_v = F_{v-1} + F_{v-2},$$

onde $F_0 = F_1 = 1$ e $v = 1, 2, 3 \dots$ e cujos primeiros números são: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144

Supondo que após “ k ” iterações o intervalo de incerteza tenha sido reduzido para $[a_k, b_k]$, então avalia-se a função em dois pontos λ_k e μ_k , dados por:

$$\lambda_k = a_k + \frac{F_{n-k-1}}{F_{n-k+1}}(b_k - a_k), \quad k = 1, 2, \dots, n-1 \quad (4-23)$$

$$\mu_k = a_k + \frac{F_{n-k}}{F_{n-k+1}}(b_k - a_k), \quad k = 1, 2, \dots, n-1 \quad (4-24)$$

onde “ n ” é o número de avaliações da função a ser realizado no intervalo de incerteza, que depende da precisão final desejada. Então, considerando que a função é “convexa”, o próximo intervalo de pesquisa é $[\lambda_k, b_k]$ se $f(\lambda_k) > f(\mu_k)$ ou $[a_k, \mu_k]$ se $f(\lambda_k) < f(\mu_k)$. Em ambos os casos, pode-se verificar que o tamanho do intervalo é reduzido de um fator F_{n-k}/F_{n-k+1} de uma iteração para outra.

Outro detalhe importante é que, após a primeira iteração, quando duas avaliações da função são realizadas nos pontos λ_1 e μ_1 , apenas uma é necessária no restante das iterações, pois ou $\lambda_{k+1} = \mu_k$ ou $\mu_{k+1} = \lambda_k$. Ao final da iteração $k = n-2$, $n-1$ avaliações terão sido realizadas. Além disso, quando $k = n-1$, verifica-se pelas Equações 5-23 e 5-24 que $\lambda_{n-1} = \mu_{n-1} = 0,5(a_{n-1} + b_{n-1})$. Desde que $\lambda_{n-1} = \mu_{n-1}$ e $\mu_{n-1} = \lambda_{n-2}$, nenhuma avaliação adicional é

necessária a partir deste momento. No entanto, para reduzir ainda mais o intervalo de interceza, a última observação é ligeiramente transladada para a direita ou para a esquerda do ponto médio ($\lambda_{n-1} = \mu_{n-1}$) de modo que o comprimento do intervalo final de incerteza $[a_n, b_n]$ seja dado por: $0,5 (b_{n-1} + a_{n-1})$.

O número de avaliações da função depende da precisão desejada. Pode ser obtido a partir da relação F_{n-k}/F_{n-k+1} , que é a redução do intervalo de incerteza a cada iteração. Sabendo-se que após $n-1$ iterações o comprimento inicial $(b_1 - a_1)$ se reduz para $(b_1 - a_1)/n$, então deve-se projetar “ n ” tal que F_n seja maior que a relação $(b_1 - a_1)/l$, onde l é a precisão final desejada.

A seguir, são apresentados os principais passos do algoritmo, que também estão apresentados em forma de fluxograma na Figura 4-12:

Dados iniciais: Os seguintes parâmetros devem ser definidos: comprimento final desejado para o intervalo de incerteza ($l > 0$); constante $\varepsilon > 0$; e o intervalo de incerteza inicial $[a_1, b_1]$;

1. *Inicialização:* Calcula-se o número de avaliações a ser feito no intervalo (n) de modo que $F_n > (b_1 - a_1) / l$; Calculam-se λ_1, μ_1 através das Equações 5-23 e 5-24, avaliam-se $f(\lambda_1)$ e $f(\mu_1)$ e inicializa-se o contador de iterações ($k = 1$);
2. Se $f(\lambda_k) > f(\mu_k)$, segue-se para o passo 3; Caso contrário, ou seja, $f(\lambda_k) < f(\mu_k)$, segue-se para o passo 4;
3. Faz-se $a_{k+1} = \lambda_k$, $b_{k+1} = b_k$, $\lambda_{k+1} = \mu_k$ e calcula-se μ_{k+1} através da Equação 4-24; Se $k = n-2$, segue-se para o passo 5; caso contrário, avalia-se $f(\mu_{k+1})$, incrementa-se o contador de iterações e repete-se novamente o passo 2;
4. Faz-se $a_{k+1} = a_k$, $b_{k+1} = \mu_k$, $\mu_{k+1} = \lambda_k$ e calcula-se λ_{k+1} através da Equação 4-23; Se $k = n-2$, segue-se para o passo 5; caso contrário, avalia-se $f(\lambda_{k+1})$, incrementa-se o contador de iterações e repete-se novamente o passo 2;
5. Faz-se $\lambda_n = \lambda_{n-1}$ e $\mu_n = \lambda_{n-1} + \varepsilon$; Se $f(\lambda_n) > f(\mu_n)$, faz-se $a_n = \lambda_n$ e $b_n = b_{n-1}$; Se $f(\lambda_n) < f(\mu_n)$, faz-se $a_n = a_{n-1}$ e $b_n = \lambda_n$. O ponto de mínimo está no intervalo $[a_n, b_n]$, sendo estimado por: $(a_n + b_n)/2$.

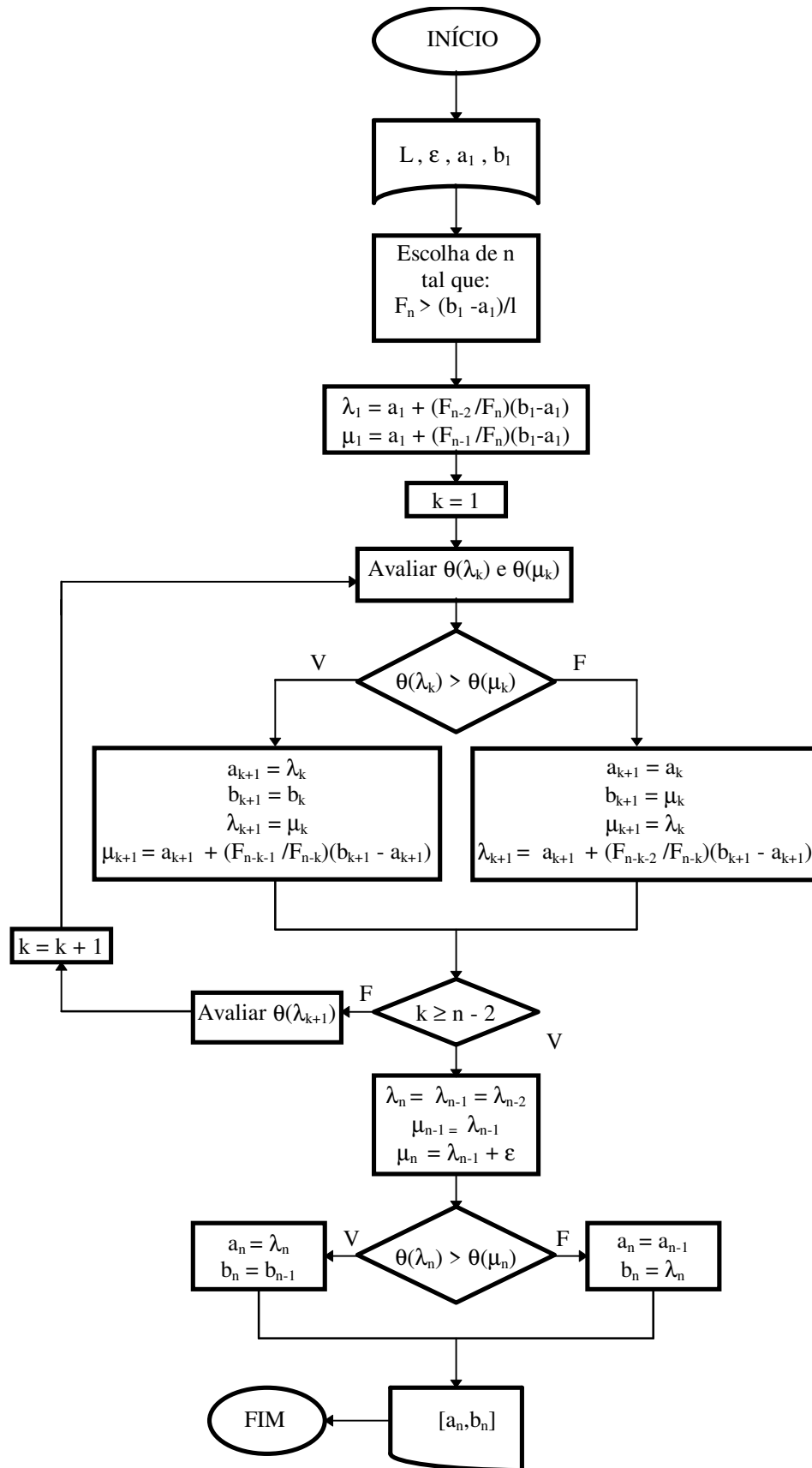


Figura 4-12 - Fluxograma do Algoritmo de Fibonacci

4.3.2 Pesquisa uni-dimensional inexata

O objetivo de qualquer algoritmo de pesquisa uni-dimensional é obter o mínimo de uma função $f(\mathbf{x} + \lambda \mathbf{d})$ ao longo de uma direção, $\mathbf{d}$. Até o começo da década de 70, o procedimento usual era a determinação exata de “ λ ” de modo a se obter a solução com a máxima precisão possível. No entanto, sabe-se, hoje, que este procedimento resulta num número excessivamente elevado de avaliações da função-objetivo, com conseqüente perda de desempenho. Uma estratégia mais eficiente^{[40],[41]} consiste em se adotar, inicialmente, um passo de Newton completo ($\lambda = 1$), o que permite a obtenção de uma convergência quadrática quando $\mathbf{x}$ se aproximar da solução correta. Se $f(\mathbf{x} + \lambda \mathbf{d})$ não atender ao critério de convergência, realiza-se uma interpolação, em busca de um menor valor de “ λ ” que atenda as condições desejadas, ou seja: decréscimo da função-objetivo para um valor suficientemente pequeno de “ λ ”.

Para aceitação do tamanho do passo, “ λ ”, não é suficiente apenas que $f(\mathbf{x} + \lambda \mathbf{d}) < f(\mathbf{x})$, pois este critério pode não levar à convergência em duas situações: primeiro, quando o decréscimo da função-objetivo for demasiadamente pequeno em relação ao tamanho do passo; e, segundo, quando os tamanhos dos passos forem excessivamente pequenos em relação à taxa inicial de decréscimo da função-objetivo.

Para evitar a primeira situação, impõe-se que a taxa média de decréscimo da função seja pelo menos uma fração, “ α ”, da taxa inicial, $\nabla f \cdot \mathbf{d}$, ou seja:

$$f(\mathbf{x} + \lambda \mathbf{d}) \leq f(\mathbf{x}) + \alpha \lambda \nabla f \cdot \mathbf{d} \quad (4-25)$$

onde $0 < \alpha < 1$. Como ponto de partida, adota-se $\alpha = 0.0001$.

A segunda possibilidade pode ser evitada exigindo-se que a taxa de decréscimo da função no ponto $\mathbf{x} + \lambda \mathbf{d}$ seja superior à taxa em $\mathbf{x}$ de uma fração β .

Quando alguma das duas condições acima não for satisfeita, então é necessário uma interpolação para determinar um “tamanho de passo” adequado. O seguinte procedimento é adotado:

1. Define-se $g(\lambda) = f(\mathbf{x} + \lambda \mathbf{d})$, onde $g'(\lambda) = \nabla f \cdot \mathbf{d}$

2. Após a primeira iteração, com os valores $g(0)$, $g(\lambda_1 = 1)$ e $g'(0)$ disponíveis, aproxima-se a função por uma parábola, cujo mínimo é dado pela expressão:

$$\lambda_2 = -\frac{g'(0)}{2[g(1) - g(0) - g'(0)]} \quad (4-26)$$

3. Para evitar valores excessivamente pequenos de λ_2 , exige-se que $\lambda_{\min} = 0,1$
4. Se novas interpolações forem necessárias, aproxima-se a função com uma equação cúbica, utilizando os pontos anteriores disponíveis: $g(0)$, $g(\lambda_1)$, $g(\lambda_2)$ e $g'(0)$. A expressão a ser obtida é da forma:

$$g(\lambda) = a\lambda^3 + b\lambda^2 + g'(0)\lambda + g(0) \quad (4-27)$$

cujos coeficientes a e b podem ser obtidos por:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \begin{bmatrix} 1/\lambda_1^2 & -1/\lambda_2^2 \\ -\lambda_2/\lambda_1^2 & \lambda_1/\lambda_2^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} g(\lambda_1) - g'(0)\lambda_1 - g(0) \\ g(\lambda_2) - g'(0)\lambda_2 - g(0) \end{bmatrix} \quad (4-28)$$

O ponto de mínimo da equação cúbica é:

$$\lambda = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 3ag'(0)}}{3a} \quad (4-29)$$

que deve atender a condição: $0,1\lambda_1 \leq \lambda \leq 0,5\lambda_1$.

4.4 Critério de convergência

Para definir a qualidade do ajuste a ser obtido ou um critério de parada “adequado”, as seguintes condições são verificadas a cada iteração:

$$F_o(\mathbf{x}_{k+1}) \leq Ftol_2 \quad (4-30)$$

$$\frac{\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k}{\mathbf{x}_k} \leq Xtol \quad (4-31)$$

$$\frac{F_o(\mathbf{x}_{k+1}) - F_o(\mathbf{x}_k)}{F_o(\mathbf{x}_k)} \leq Ftol_1 \quad (4-32)$$

$$nsim \leq nsim_{\max} \quad (4-33)$$

onde $nsim$ representa o número de simulações realizada até a iteração corrente. Se uma das quatro condições ocorrer, gera-se um arquivo de dados final para o simulador, e o programa é encerrado.

O primeiro critério é o único que garante o nível de ajuste desejado e, neste caso, a tolerância deve ser definida cuidadosamente em cada caso, levando-se em conta a complexidade do problema e os objetivos do estudo. Em situações práticas, normalmente buscam-se erros inferiores a 10 %, o que nem sempre é possível.

Os outros critérios são necessários para evitar um número excessivo de simulações, principalmente quando mínimos locais são encontrados.

Capítulo 5

Paralelização Externa

No que diz respeito à programação e uso de computadores, *paralelização* significa a execução simultânea de tarefas independentes em processadores diferentes com o objetivo de reduzir o tempo total de execução de um processo.

No passado recente, o desenvolvimento de grandes computadores paralelos e arquiteturas vetoriais permitiu um avanço significativo nesta área. Muitas pesquisas foram realizadas para modificar o código dos simuladores de reservatórios existentes, visando a um melhor aproveitamento das novas máquinas. Os maiores esforços concentraram-se na busca de algoritmos que permitissem a paralelização dos cálculos envolvidos na solução dos sistemas de equações não-lineares, responsáveis pela maior parte do tempo de uma simulação.

Mais recentemente, com a nova tendência do “*downsizing*” e conseqüente domínio das estações de trabalho em relação aos antigos “*mainframes*”, surgiram os chamados “*softwares*” de comunicação, como o **PVM**, **PVME**, **MPL** ou **MPI**, que permitem a transformação de um conjunto de computadores ligados em rede em uma grande máquina paralela virtual. Assim, problemas que exigem grande esforço computacional podem ser resolvidos usando a força conjunta de várias máquinas.

Com o uso do **PVM** (*Paralell Virtual Machine*) Ouenes^[30] e Salazar^[32] propuseram uma nova filosofia de paralelização dos simuladores de reservatórios, denominada *Paralelização Externa*. Consiste da paralelização da parte executável do “*software*” sem a necessidade de alteração do seu código fonte original. Por exemplo, em um processo de

ajuste de histórico de produção, diversas simulações simultâneas podem ser realizadas, modificando-se apenas os dados de entrada do modelo. Com isto, é possível utilizar os simuladores seriais de forma paralela.

Esta metodologia é particularmente útil no desenvolvimento de algoritmos de ajuste de histórico automatizado, já que diversas simulações podem ser realizadas simultaneamente. Salazar^[32] e Cuervo^[33] aplicaram-na para a otimização de um e dois parâmetros respectivamente. Neste trabalho, a mesma idéia será utilizada com dois objetivos distintos: 1) paralelização do processo principal descrito na Seção 3.4; e 2) paralelização das simulações durante a otimização das variáveis.

A escolha da forma de pesquisa uni-dimensional (Seção 4.3) ou até do método de otimização passa a depender não só do problema a ser resolvido, mas também da disponibilidade de máquinas. Como resultado, espera-se uma redução no tempo total de todo o processo, embora com possível aumento do tempo de CPU.

5.1 Conceitos básicos sobre o PVM

O **PVM** (*Paralell Virtual Machine*) é um “*software*” de domínio público que permite a transformação de uma rede de computadores que opera com sistema operacional UNIX num grande computador paralelo de memória distribuída. Isto através de um conjunto de rotinas que podem ser utilizadas com as linguagens de programação C ou FORTRAN, designadas para criação e comunicação de processos concorrentes, inicializados em uma ou várias máquinas independentes. Uma vez definidas tais tarefas, o PVM se encarrega da sua distribuição pelas diversas máquinas da rede, de acordo com o critério adotado pelo usuário (velocidades relativas, arquitetura, etc).

Seu desenvolvimento foi iniciado em 1989 no Oak Ridge National Laboratory (ORNL) no estado do Tennessee, Estados Unidos e prossegue até hoje. Apresenta, como grande vantagem, a capacidade de operar em redes heterogêneas (composta de diversas arquiteturas) desde que o protocolo de comunicação seja o TCP/IP. Desta forma, qualquer computador da rede pode ser utilizada para compor a máquina virtual, o que torna o processo bastante flexível.

As rotinas do PVM permitem a realização das seguintes funções básicas: criar um determinado número de processos a serem executados simultaneamente em uma ou mais máquinas; empacotar e enviar mensagens e/ou dados para tais processos; desempacotar e receber mensagens ou dados; sincronizar e/ou incluir novos processos ou novas máquinas, etc. Estas funções podem ser aplicadas através dois modelos de programação: **mestre/escravo** e **SPMD** (*Single Program Multiple Data*). No primeiro, dois programas independentes são realizados: um *mestre*, que cria um determinado número de processos escravos, envia os dados necessários para sua execução e aguarda as respostas para processar o resultado final; e um *escravo*, que é executado tantas vezes quantas forem solicitadas pelo programa mestre, processando as informações recebidas e enviando seus resultados de volta tão logo seja encerrada sua execução. No modelo **SPMD**, um único programa é utilizado para criar e executar as tarefas concorrentes, funcionando como mestre ou escravo, dependendo da situação. Em ambos os casos, um *processo* PVM deve ser inicializado antes da execução dos programas para realizar o gerenciamento e a distribuição das tarefas pelas diversas máquinas.

O tempo necessário para transferência de mensagens através da rede pode gerar perda de desempenho (*overhead*) em muitos processos. Felizmente, este problema não afeta sensivelmente as aplicações deste trabalho, já que o tempo despendido com a comunicação entre processos pode ser considerado desprezível em relação ao requerido pelas simulações numéricas de reservatórios.

5.2 Paralelização do processo principal

Na Figura 3-2, apresentou-se um esquema simplificado de uma das formas de paralelização implementadas neste trabalho. Consiste da execução simultânea do algoritmo de *ajuste de histórico automatizado* nas diversas máquinas da rede com o objetivo de determinar um conjunto de soluções para o problema. Neste caso, um programa **mestre** é utilizado para cálculo das aproximações iniciais dos parâmetros e para criação e envio de dados para diversos processos **escravos**, com o uso das rotinas do PVM. Cada um destes processos, partindo de aproximações iniciais diferentes, busca a minimização da função-objetivo, tentando obter uma solução que atenda ao critério de convergência preestabelecido. A cada iteração, estes enviam informações para o programa mestre sobre o andamento do

processo (número de simulações e valor da função-objetivo), que, por sua vez, realiza um gerenciamento das diversas corridas, cancelando aquelas que não estejam reduzindo suficientemente a função-objetivo, dependendo da opção selecionada pelo usuário.

O número de processos escravos pode variar em cada caso, em função da complexidade do problema e do número de máquinas disponíveis.

5.3 Paralelização dos algoritmos de otimização

Para agilizar ainda mais o processo, as rotinas do PVM também são utilizadas para paralelizar algumas tarefas dos algoritmos de otimização descritos no Capítulo 4. Tais etapas consistem, basicamente, das simulações numéricas do reservatório, responsáveis pela maior parte do tempo total de processamento.

Por exemplo, no método “*Politopo*”, são paralelizadas as “ $n+1$ ” simulações numéricas necessárias para construção do “*simplex*” inicial. Isto é feito com o uso do programa **MPS**^[47] (*Módulo de Paralelização de Simuladores*), que é uma rotina desenvolvida no Departamento de Engenharia de Petróleo da UNICAMP (com o uso do PVM) com o fim específico de paralelizar a execução dos simuladores de reservatórios.

Nos algoritmos *Gradientes* e *Quase-Newton*, a computação paralela é usada durante o cálculo do vetor gradiente, permitindo uma redução considerável do tempo requerido para estimativa das derivadas. A cada iteração, n simulações são convenientemente distribuídas pelas diversas máquinas da rede (programa **MPS**), de acordo com as velocidades relativas das mesmas e das cargas as quais estão submetidas.

No Capítulo 6, são apresentadas as vantagens que os dois tipos de paralelização proporcionaram na solução dos problemas estudados.

Capítulo 6

Aplicações

Este capítulo apresenta algumas aplicações do procedimento de ajuste de histórico automatizado descrito ao longo das seções anteriores. Inicialmente, é feita a validação da ferramenta, com alguns problemas hipotéticos. Em seguida, vários aspectos importantes da metodologia são abordados com maior detalhe para identificar as principais vantagens e desvantagens do algoritmo, assim como os pontos que podem ser melhorados com futuras pesquisas. Entre os vários assuntos estudados, destacam-se: definição da função-objetivo, importância da análise de sensibilidade, número de processos necessários para obter soluções satisfatórias, estimativa do número total de simulações, análise do desempenho de cada algoritmo de otimização, comparação e combinação dos métodos de otimização, análise da paralelização, etc.

Três modelos de reservatório foram utilizados, sendo que os dois primeiros são casos simples e pequenos, para validação do programa com problemas hipotéticos. O terceiro envolve o estudo de um campo real, onde o algoritmo foi utilizado conjuntamente com procedimentos manuais para ajuste das produções de água do campo.

Em todas as aplicações, utilizou-se o simulador **IMEX**, que é o modelo comercial “Black-Oil” da CMG (*Computer Modelling Group*^[46]).

6.1 Descrição dos modelos

6.1.1 Modelo 1 (*five-spot*, bifásico, tridimensional)

O primeiro modelo é composto por uma malha Cartesiana de 10 x 10 x 3 blocos, conforme a ilustração da Figura 6-1. Trata-se de um modelo bifásico (óleo-água) e homogêneo, para modelagem do deslocamento de óleo por água numa configuração equivalente a um quarto de “*five-spot*”. Suas principais características estão descritas na Tabela 6-1.

As vazões brutas de produção (óleo + água) e de injeção são especificadas a cada passo de tempo para simular uma situação real de ajuste de histórico. Um tempo de simulação equivalente a 9000 dias é executado, que é suficiente para garantir a erupção de água no poço produtor.

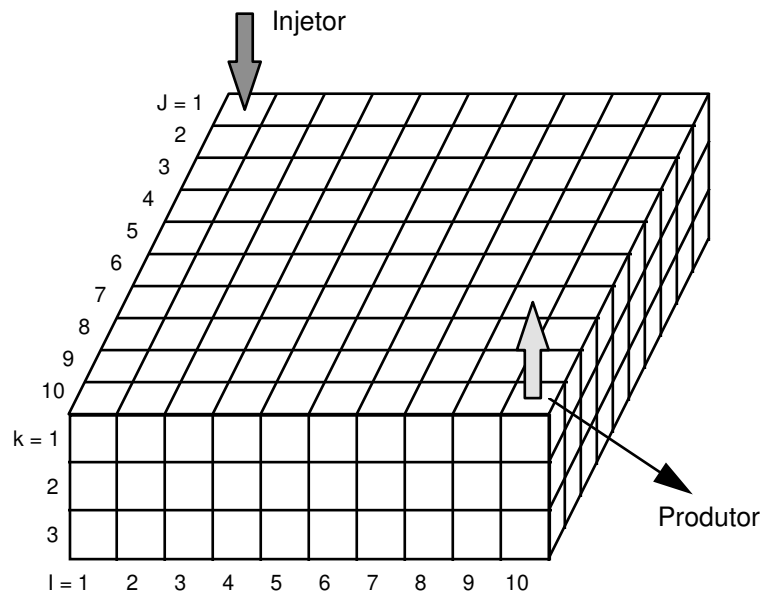


Figura 6-1- Malha de simulação / Modelo 1

As permeabilidades relativas (óleo-água) foram aproximadas por equações exponenciais^{[48],[49]}, dadas pelas expressões:

$$k_{rw} = k_{rwro} \left[\frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi} - S_{or}} \right]^{N_w} \quad (6-1)$$

$$k_{ro} = k_{rorw} \left[\frac{1 - S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi} - S_{or}} \right]^{N_o} \quad (6-2)$$

onde k_{rwo} , k_{rorw} , S_{wi} e S_{or} representam os pontos terminais e N_o e N_w são os expoentes, que determinam as curvaturas, conforme ilustração da Figura 6-2.

Tabela 6-1 - Informações principais sobre o Modelo 1

Características	Valor / Posição	Unidades
Número de blocos	300	Ad.
Malha	$10_i \times 10_j \times 3_z$	Ad.
Comprimento do blocos i, j	304,8	metros
Espessura das camadas ($k_1 / k_2 / k_3$)	6,1 / 9,1 / 15,2	metros
Permeabilidade Horizontal (K_h)	1000	mD
Permeabilidade Vertical (K_v)	0,1	mD
Porosidade (ϕ)	0,30	Fração
Poço Produtor de Óleo	(10, 10, 1)	Ad.
Poço Injetor de Água	(1, 1, 3)	Ad.
Profundidade do Bloco (1, 1, 1)	2560,0	metros
Densidade do óleo	46	°API
Razão de solubilidade	0,18	m ³ /m ³
Pressão de saturação	100,0	KPa
Viscosidade do óleo	6,0	cp
S_{wi}	0,12	Fração
S_{or}	0,88	Fração
K_{rwo}	0,1	Ad.
K_{rorw}	0,5	Ad.

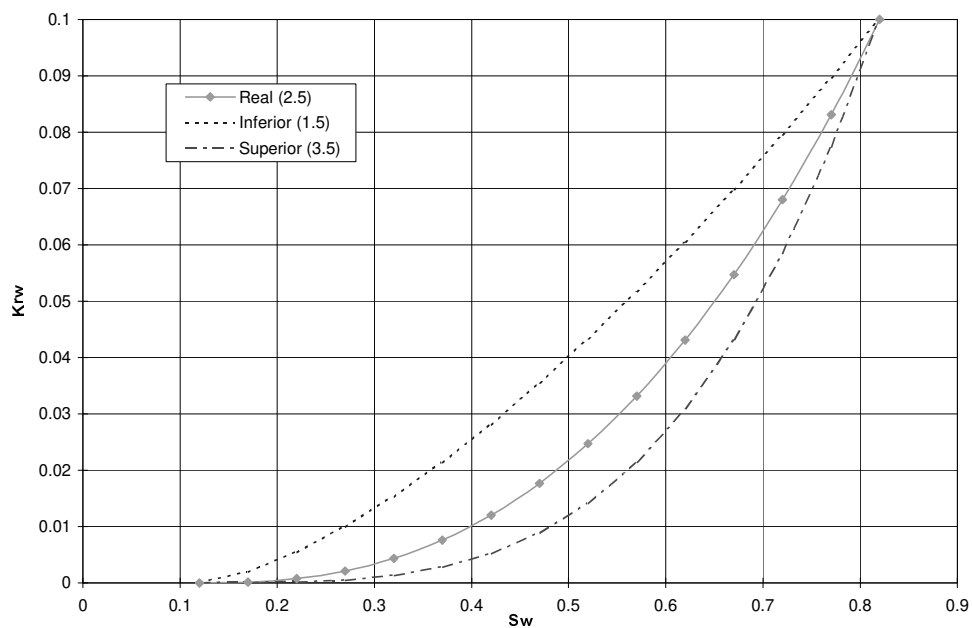


Figura 6-2 - Permeabilidades relativas - Modelo exponencial

Freqüentemente, estes parâmetros (N_o e N_w) são alterados durante processos de ajuste de histórico para calibração da produção de água de alguns poços.

6.1.2 Modelo 2 - (reservatório radial, trifásico, bidimensional)

O segundo reservatório é um modelo de poço bidimensional, em coordenadas radiais, composto de 10 anéis concêntricos logaritmicamente espaçados e quinze camadas. Cada camada possui porosidade e permeabilidades distintas. Uma capa de gás e um aquífero estão ambos presentes (Figura 6-3), proporcionando a existência de cone de água e gás durante a produção. Durante um curto período de simulação (900 dias), algumas variações bruscas de vazão de óleo são impostas, que provocam rápidas mudanças de pressão e saturação, inclusive com aparecimento e desaparecimento de fases. O poço está completado nas camadas 7 e 8, conforme indicação da Figura 6-3. As Tabelas 6-2 e 6-3 apresentam as principais características do modelo.

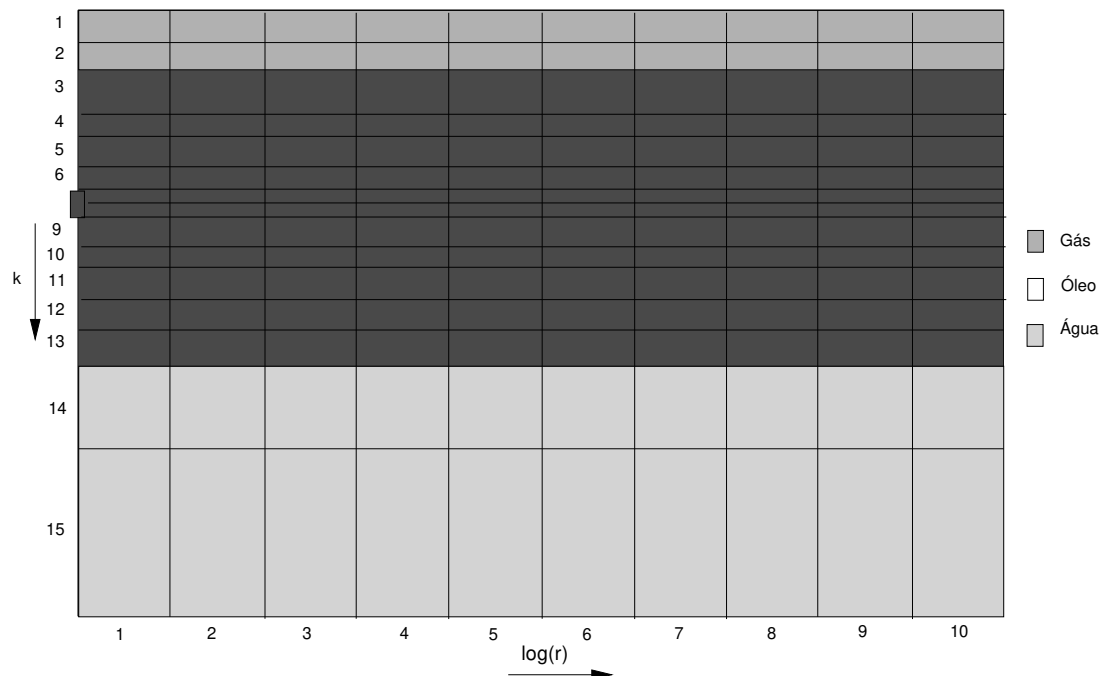


Figura 6-3 - Representação esquemática do Modelo 2

Tabela 6-2 - Características gerais do Modelo 2

Características	Valor / Posição	Unidades
Número de blocos	150	Ad.
Malha	$10_r \times 1_\theta \times 15_z$	Ad.
Poço Produtor de Óleo	(1, 1, 7:8)	Ad.
Comprim. blocos 1 a 5	0,61/0,71/1,53/3,30/7,13	metros
Comprim. blocos 6 a 10	15,4/33,3/71,9/155,4/ 335,6	metros
Prof. Bloco (1, 1, 1)	2746,0	metros
Densidade do óleo	45	°API
$K_{ro} @ S_{wi}$	1,00 @ 0,22	Ad.
$K_{rw} @ S_{or}$	0,83 @ 0,10	Ad.
$K_{rgcw} @ S_{wi}$	1,00 @ 0,22	Ad.

Tabela 6-3 - Descrição das propriedades das camadas do Modelo 2

Camada	h	ϕ	K_h	K_v	Camada	h	ϕ	K_h	K_v
	(m)		(mD)	(mD)		(m)		(mD)	(mD)
1	6,1	0,087	35,0	3,5	9	5,5	0,140	682,0	68,2
2	4,6	0,097	47,5	4,8	10	3,7	0,130	472,0	47,2
3	7,9	0,111	148,0	14,8	11	5,8	0,120	125,0	12,5
4	4,6	0,160	202,0	20,2	12	5,5	0,105	300,0	30,0
5	4,9	0,130	90,0	9,0	13	6,1	0,120	137,5	13,8
6	4,3	0,170	418,5	41,9	14	15,2	0,116	191,0	19,1
7	2,4	0,170	775,0	77,5	15	30,5	0,157	350,0	35,0
8	2,4	0,080	60,0	6,0	—	—	—	—	—

6.1.3 Modelo 3 - (caso real)

O terceiro e último modelo corresponde ao estudo de um campo real, cujo nome não é divulgado por se tratar de informação confidencial.

O reservatório é composto de um espesso pacote de arenitos turbidíticos grosseiros (espessura porosa com óleo máxima de 130 m), que se depositaram na forma de leques, formando corpos amalgamados horizontal e verticalmente. Apesar da existência de algumas barreiras verticais ao fluxo, constituídas principalmente por folhelhos descontínuos ou arenitos cimentados, todo o pacote é considerado um sistema hidráulico único, com boa comunicação horizontal e vertical, confirmada por inúmeras medidas de pressão realizadas em todo o campo. Estruturalmente, a jazida possui uma forma dômica, com fechamento por falhas normais nas direções leste e oeste, acunhamento na direção sul e mergulho estrutural na direção norte.

O mecanismo de produção predominante é o de gás em solução, pois o aquífero de fundo existente não é capaz de manter a pressão estática. Por esta razão, foi implantado um projeto de recuperação secundária por injeção de água através de 12 poços injetores, em sua maioria completados abaixo do contato óleo-água (-3100 m). Este projeto tem permitido a manutenção da pressão estática em níveis próximos da pressão de saturação do óleo (21,1 MPa), impedindo que a razão gás-óleo se eleve substancialmente. Por outro lado, a razão água-óleo do campo cresceu sensivelmente após o início da injeção.

A malha de simulação utilizada compõe-se de 36 x 19 x 5 blocos, dois quais apenas 1383 (40 %) são ativos. O refinamento vertical foi realizado visando à coincidência dos topos das camadas com alguns dos principais planos de restrição ao fluxo vertical, e também baseado no histórico de recompletação dos poços. O topo da camada 5 coincide com o contato óleo-água do campo. A Figura 6-4 apresenta a malha de simulação adotada, que exhibe os limites externos de cada camada, assim como a posição relativa de poços produtores e injetores:

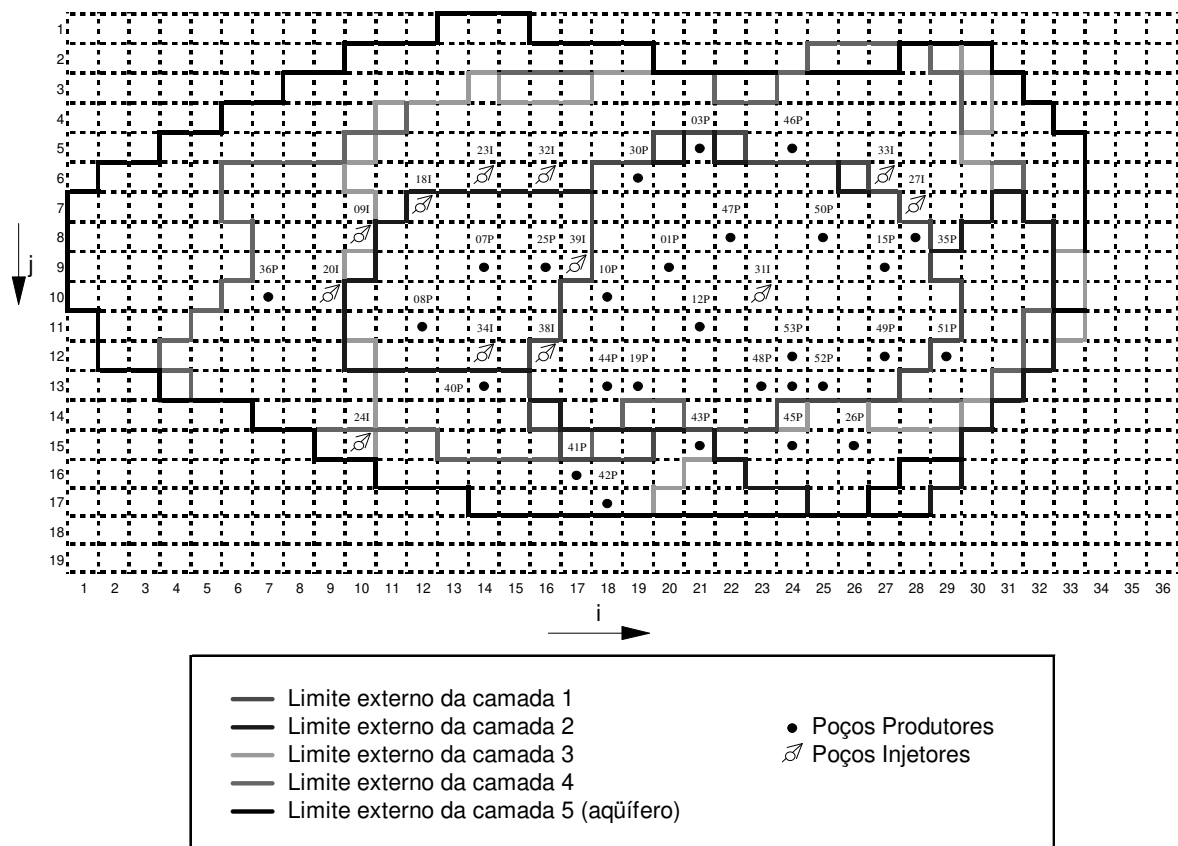


Figura 6-4 - Malha de Simulação do Modelo 3 (caso real)

Um corte vertical ao longo da linha 10 da malha horizontal também é apresentado na Figura 6-5. Mais informações são fornecidas na Tabela 6-4.

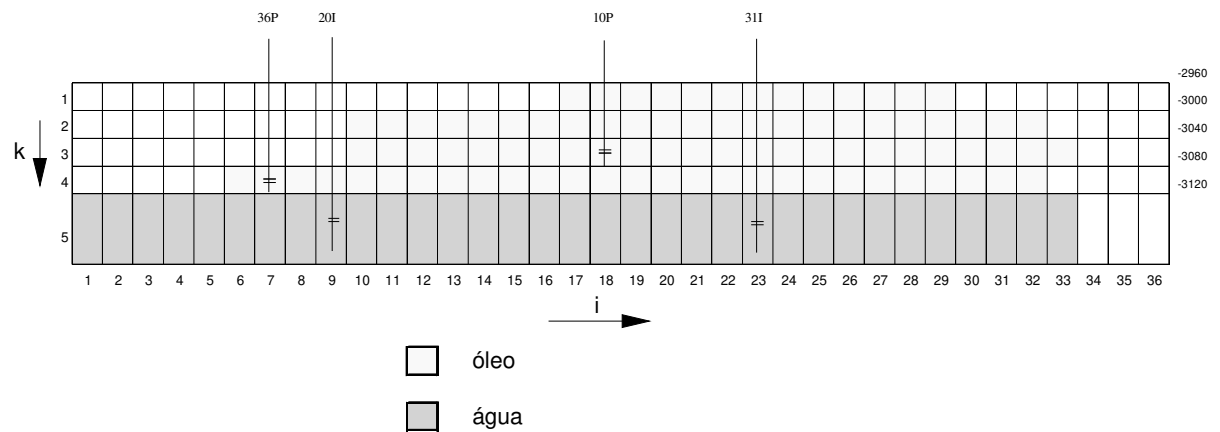


Figura 6-5 - Seção transversal do Modelo 3 ao longo da linha 10

Partindo de um modelo homogêneo ($K_h \approx 300$ mD e $K_z = 10$ mD), que reproduzia razoavelmente o comportamento de pressão do campo, ajustaram-se as produções de água dos principais poços produtores, com o uso da metodologia proposta neste trabalho.

Tabela 6-4 - Características gerais do Modelo 3

Características	Valor / Posição	Unidades
Malha	$36_i \times 19_j \times 5_z$	Ad.
Número de blocos ativos	1383	Ad.
Comprim. dos blocos (i e j)	250	metros
Porosidade média	0,26	Ad.
Densidade do óleo	28	°API
Viscosidade do óleo	1,0	cp
Razão de solubilidade	110,0	m^3/m^3
Pressão de saturação	21,1	MPa
S_{wi}	0,25	Ad.

6.2 Validação do algoritmo

O objetivo deste item é demonstrar que o algoritmo descrito nos capítulos anteriores pode ser uma valiosa ferramenta para agilizar algumas fases específicas de um ajuste de histórico, já que o processo é realizado de forma automatizada. No entanto, várias

dificuldades são facilmente identificadas, que limitam a aplicação da rotina a casos pequenos a médios (uso em estudos grandes apenas para redução de incertezas ou determinação de tendências). Os problemas mais evidentes são: (1) grande esforço computacional; (2) insucesso de alguns processos devido a mínimos locais, ou à incapacidade dos algoritmos de otimização de reduzir suficientemente a função-objetivo (falha ou limite de precisão atingidos) e (3) multiplicidade de soluções.

Para ilustrar todos estes aspectos, alguns problemas hipotéticos foram idealizados com o uso dos Modelos 1 e 2, e são descritos a seguir.

6.2.1 Caso 1A (dois parâmetros / Modelo 1)

- Definição do problema

O primeiro problema estudado teve como objetivo o ajuste da produção de água do Modelo 1, através do cálculo de dois parâmetros. Inicialmente, realizou-se uma análise de sensibilidade preliminar para identificação das propriedades que mais afetavam a curva de produção de água. Tal estudo revelou que as variáveis mais críticas eram a porosidade, as permeabilidades absolutas (horizontal e vertical) e os expoentes das curvas de permeabilidade relativa. Então, dois destes parâmetros foram inicialmente selecionados para o ajuste: (1) permeabilidade horizontal (constante em todo o reservatório) e (2) expoente da curva de permeabilidade relativa da água.

Utilizando os valores reais dos parâmetros ($K_h = 1000$ mD e $N_w = 2,5$), geraram-se dados observados artificiais; além disto, arbitraram-se intervalos de incerteza para cada propriedade, como abaixo:

- Permeabilidade horizontal: $500 \leq K_h \leq 1500$ mD
- Expoente de K_{rw} : $1,5 \leq N_w \leq 3,5$.

Finalmente, o programa foi utilizado para calibrar a curva de produção de água, partindo-se de aproximações iniciais arbitrárias e variando-se os parâmetros dentro dos seus limites de incerteza.

- Seleção da função-objetivo

Seguindo a metodologia proposta no Capítulo 3, após a definição da curva a ser ajustada, deve-se escolher uma função-objetivo apropriada. Em princípio, trabalhou-se com a Equação 3-2, como segue:

$$F_o(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i |q_{w_i}^{calc} - q_{w_i}^{obs}| \Delta t_i}{\beta_i q_{w_i}^{obs} \Delta t_i} \quad (6-3)$$

Entretanto, observou-se, após as primeiras corridas do programa, que apenas o expoente da curva de permeabilidade relativa era bem determinado, enquanto as permeabilidades apresentavam uma vasta faixa de variação. Para melhor entender o problema, construiu-se um mapa da superfície da função-objetivo, apresentado na Figura 6-6.

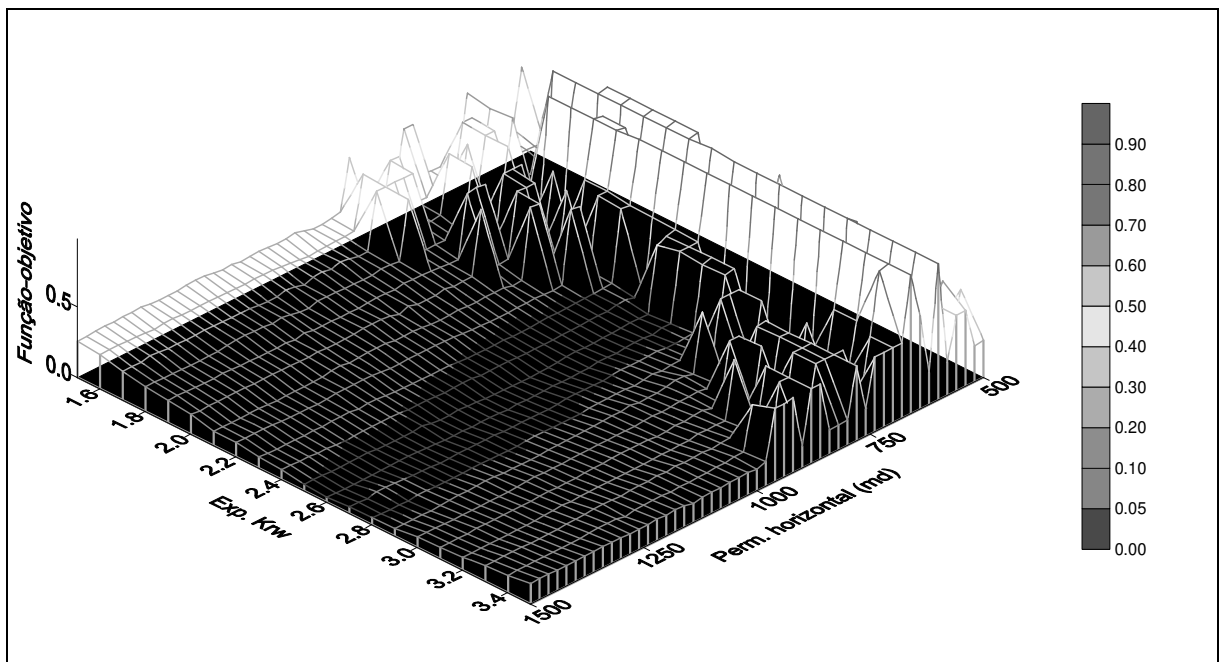


Figura 6-6 - Superfície da função-objetivo (ajuste da produção de água)

Os picos foram causados por instabilidades numéricas do modelo, que algumas vezes (baixos valores de permeabilidades), provocavam interrupção prematura da simulação. Este comportamento “não suave” prejudica sensivelmente o desempenho dos métodos que utilizam derivadas, já que estes se baseiam na continuidade da função e suas derivadas. Já os métodos diretos são menos afetados por este tipo de problema, razão pela qual são considerados mais robustos.

Pode-se observar a presença de um vale na região entre $2,4 \leq N_w \leq 2,8$, caracterizado por baixos valores da função-objetivo e do seu gradiente. Isto explica a obtenção das múltiplas respostas, já que todo o vale satisfaz ao critério de ajuste. Também indica que a permeabilidade absoluta exerce pouca influência sobre a produção de água, se os valores forem superiores a 800 mD.

Uma análise mais detalhada dos resultados mostrou que a maioria das soluções não reproduziam satisfatoriamente o comportamento de pressão do reservatório. Esta observação sugeriu uma outra forma de colocar o problema, tornando-o mais “bem posto”. Se por um lado as permeabilidades absolutas pouco afetam a produção de água, sabe-se que elas condicionam o comportamento da pressão. Portanto, adotando uma função-objetivo combinada, para ajuste simultâneo de pressões e produções o problema passaria a ser bem condicionado. Então uma nova função foi definida:

$$F_o(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{1}{3} \frac{\sum_{i=1}^n \beta_i \frac{|p_i^{calc} - p_i^{obs}|}{p_i^{obs}}}{\sum_{i=1}^n \beta_i} + \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i |q_{o_i}^{calc} - q_{o_i}^{obs}| \Delta t_i}{\beta_i q_{o_i}^{obs} \Delta t_i} + \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i |q_{w_i}^{calc} - q_{w_i}^{obs}| \Delta t_i}{\beta_i q_{w_i}^{obs} \Delta t_i} \quad (7-4)$$

cuja superfície está apresentada na Figura 6-7. Observa-se, claramente, que o mínimo da função passou a ser bem definido ($K_h = 1000$ mD e $N_w = 2,5$), o que melhorou sensivelmente o desempenho dos algoritmos de otimização e a qualidade das respostas obtidas.

Este exemplo, apesar de bastante simples, é capaz de ilustrar como um parâmetro de pequena sensibilidade pode afetar o processo e como a escolha adequada da função-objetivo pode reduzir problemas de mau-condicionamento (múltiplas soluções). Embora a permeabilidade tenha sido selecionada com base em resultados de análises de sensibilidade, sua influência sobre a função-objetivo só foi significativa nas proximidades do limite inferior do intervalo de variação, como se pôde perceber nas Figuras 6-6 e 6-7.

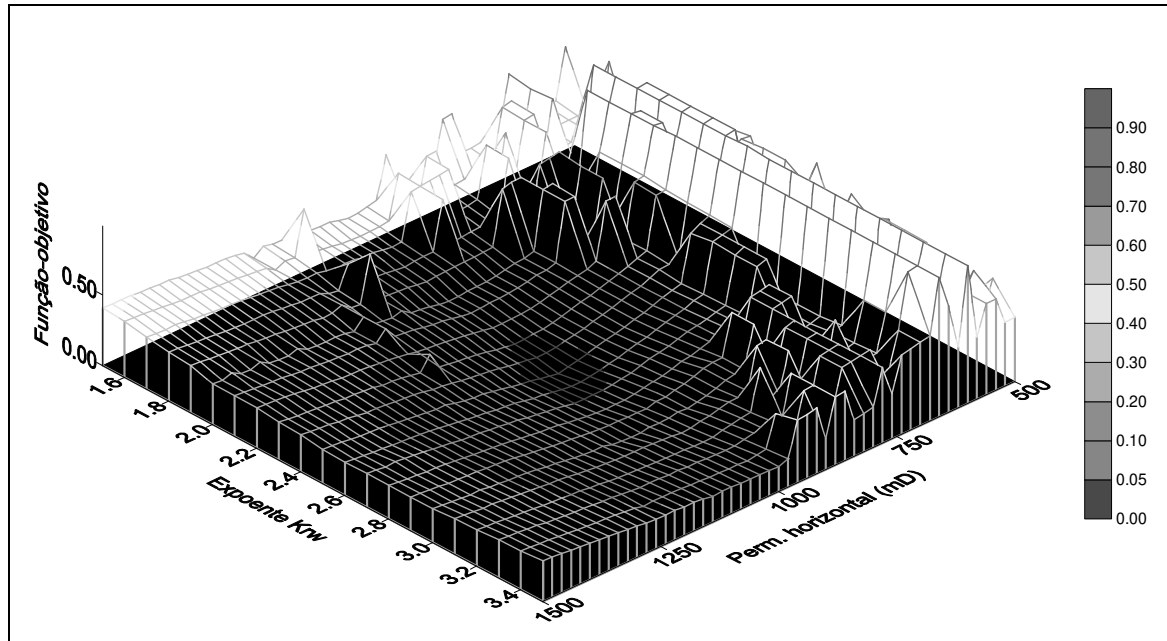


Figura 6-7 - Superfície da função-objetivo combinada (pressões + produções)

- Resultados

Quatro conjuntos de soluções foram obtidos com os métodos de otimização descritos no Capítulo 4, cujos resultados estão sumarizados na Tabela 6-5.

Como critério de convergência, utilizou-se $Ftol = 0,01$ e $xtol_I = 0,04$ nas Equações 5-30 e 5-31, ou seja, a minimização foi encerrada quando a função-objetivo foi reduzida abaixo de 0,01 (1 %) ou quando a variação dos parâmetros foi inferior a 4%. Observa-se que o desempenho dos métodos de otimização são semelhantes, com leve predomínio do algoritmo de Hooke & Jeeves sobre os demais. O número médio de simulações foi: 19,5 (Politopo), 17 (Hooke & Jeeves), 19,75 (Gradientes) e 20,25 (Quase-Newton). Todas as respostas obtidas são bastante próximas dos valores reais, com exceção da segunda solução obtida com o método Quase-Newton, que não convergiu para o mínimo. Conforme será visto adiante, este método mostrou-se bastante sensível às aproximações de diferenças finitas, com conseqüente aumento do número de falhas.

Tabela 6-5 - Resultados da Otimização (Caso 1A)

Método	K_h	N_w	F_o	Nº Simulações
Estim. Inicial 1	750	2,00	0,604	–
Politopo	1025	2,50	0,017	14
Hooke & Jeeves	1000	2,50	0,000	22
Gradientes	1007,9	2,52	0,008	16
Quase-Newton	1004,2	2,51	0,003	20
Estim. Inicial 2	750	3,00	0,554	–
Politopo	984,4	2,51	0,014	24
Hooke & Jeeves	1050	2,60	0,039	12
Gradientes	1004,7	2,51	0,004	17
Quase-Newton	931,2	2,23	0,069	20
Estim. Inicial 3	1250	2,00	0,232	–
Politopo	995,3	2,56	0,021	15
Hooke & Jeeves	1000	2,50	0,000	15
Gradientes	997,8	2,52	0,008	23
Quase-Newton	995,2	2,50	0,004	17
Estim. Inicial 4	1250	3,00	0,162	–
Politopo	997,0	2,51	0,005	25
Hooke & Jeeves	1000	2,50	0,000	19
Gradientes	993,4	2,49	0,010	23
Quase-Newton	992,7	2,50	0,007	24

6.2.2 Caso 1B (quatro parâmetros - Modelo 1)

- Definição do problema

O segundo problema é uma extensão do primeiro, com a inclusão de dois parâmetros adicionais: (1) porosidade e (2) permeabilidade vertical (constantes). A função-objetivo continuou sendo calculada através da Expressão 6-4, para ajuste simultâneo de produções e pressões no poço produtor. Portanto, um total de quatro propriedades foram simultaneamente estimadas pelos algoritmos de otimização.

Como no caso anterior, arbitraram-se limites de incerteza para cada variável, como abaixo:

- Porosidade: $0,25 \leq \phi \leq 0,35$ ($\phi_{\text{real}} = 0,3$)
- Permeabilidade horizontal: $500 \leq K_h \leq 1500$ mD ($K_{h \text{ real}} = 1000$ mD)
- Permeabilidade vertical: $0,1 \leq K_v \leq 1,0$ mD ($K_{v \text{ real}} = 0,1$ mD)
- Expoente de Krw: $1,5 \leq N_w \leq 3,5$ mD ($N_{w \text{ real}} = 2,5$)

- Análise de Sensibilidade

Uma vez que num problema com quatro variáveis não é possível a visualização da superfície da função-objetivo, realizou-se uma análise de sensibilidade prévia para verificação da influência que cada parâmetro exerce sobre a função-objetivo. Para isto, cada variável foi alterada entre os seus limites de incerteza, enquanto as demais foram mantidas constantes nos seus valores reais. Os resultados estão apresentados na Figura 6-8, onde os parâmetros encontram-se normalizados conforme a Equação 4-22. Observa-se que os parâmetros que mais afetam a função-objetivo são, pela ordem: (1) porosidade, (2) permeabilidade horizontal, (3) expoente da curva de permeabilidade relativa da água e (4) permeabilidade vertical.

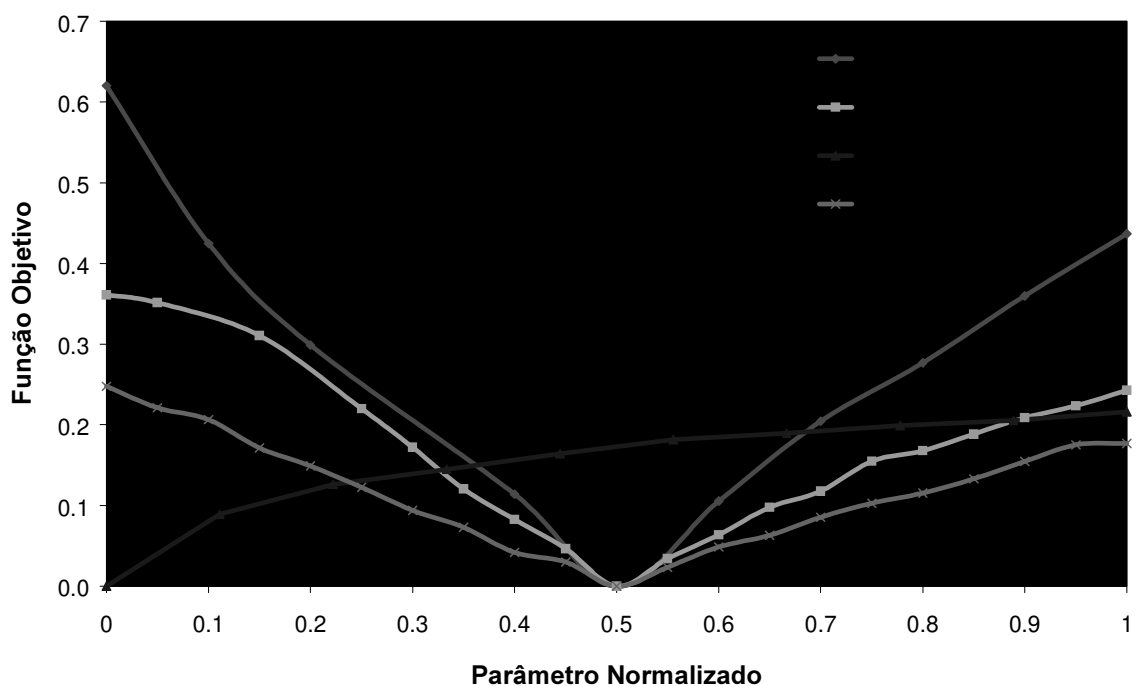


Figura 6-8 - Análise de sensibilidade (Caso 1B)

No presente caso, estas informações foram importantes para melhor entender os resultados obtidos com os métodos de otimização. Numa situação prática, entretanto, a análise de sensibilidade é um passo fundamental para seleção das variáveis de ajuste.

- Resultados

Dez processos de busca foram simultaneamente inicializados conforme a metodologia de paralelização ilustrada na Figura 3-3. Os resultados obtidos por cada método estão descritos na Tabela 6-6. Três aspectos importantes podem ser facilmente verificados: (1) vários processos não reduziram suficientemente a função-objetivo, principalmente quando a minimização foi realizada com métodos que utilizam derivadas (Gradientes ou Quase-Newton); (2) mesmo as soluções consideradas satisfatórias não reproduziram com exatidão os valores dos parâmetros e (3) um grande número de simulações foram necessárias para obter as soluções.

Estes fatos ilustram as dificuldades usualmente enfrentadas neste tipo de aplicação, porém não invalidam a ferramenta. Embora os parâmetros não tenham sido reproduzidos com exatidão, bons ajustes foram obtidos, inclusive na fase de extrapolação, conforme se verifica nas Figuras 6-9 a 6-14, para as soluções 1, 2, 4, 6 e 10 do método de Hooke & Jeeves. A multiplicidade de soluções é uma das características dos problemas do tipo inverso, já que muitos conjuntos de parâmetros podem fornecer respostas semelhantes. Se, por um lado, não se conseguiu determinar os parâmetros com precisão, pelo menos foi possível reduzir os intervalos de incerteza, conforme se verifica na Tabela 6-7. A permeabilidade vertical apresentou maior variação final, em função da menor influência que exerce sobre a função-objetivo, como se mostrou com a análise de sensibilidade. Note-se que um maior refinamento pode ser obtido em novas corridas, excluindo-se as variáveis bem determinadas (porosidade e expoente da permeabilidade relativa) e repetindo-se a otimização apenas com as propriedades de maior variação, adotando-se os novos intervalos de incerteza resultantes da corrida inicial. Este deve ser o procedimento padrão a ser seguido nas aplicações práticas se o ajuste obtido nas primeiras tentativas não forem satisfatórios.

O critério utilizado para aceitação das soluções foi: $F_o \leq 0,04$. Logo, o número de soluções que atenderam a este critério foram: cinco (método Polítopo), oito (Hooke &

Tabela 6-6 - Resultados da otimização (Caso 1B)

Método	ϕ	K_h	K_v	N_w	F_o	Nº Sim.	Qualidade
Estim. Inicial 1	0,275	750	0,325	3,00	0,571	–	-
Politopo	0,289	874	0,394	2,95	0,033	29	satisfatória
Hooke & Jeeves	0,299	875	0,235	2,50	0,012	95	satisfatória
Gradientes	0,289	843	0,531	2,98	0,041	41	insatisfatória
Quase-Newton	0,295	731	0,947	2,61	0,032	41	satisfatória
Estim. Inicial 2	0,325	750	0,325	3,00	0,337	–	-
Politopo	0,290	882	0,501	3,17	0,072	22	insatisfatória
Hooke & Jeeves	0,300	925	0,145	2,45	0,015	55	satisfatória
Gradientes	0,325	751	0,293	2,98	0,329	17	insatisfatória
Quase-Newton	0,325	752	0,278	2,95	0,328	24	insatisfatória
Estim. Inicial 3	0,275	750	0,775	2,00	0,558	–	-
Politopo	0,298	873	0,268	2,50	0,020	50	satisfatória
Hooke & Jeeves	0,295	750	0,910	2,60	0,028	30	satisfatória
Gradientes	0,294	760	0,819	2,66	0,028	53	satisfatória
Quase-Newton	0,272	854	0,999	3,50	0,168	27	insatisfatória
Estim. Inicial 4	0,275	1250	0,325	2,00	0,429	–	-
Politopo	0,300	883	0,220	2,42	0,020	44	satisfatória
Hooke & Jeeves	0,305	978	0,100	2,33	0,022	76	satisfatória
Gradientes	0,295	933	0,220	2,65	0,038	32	satisfatória
Quase-Newton	0,292	863	0,371	2,83	0,028	31	satisfatória
Estim. Inicial 5	0,275	1250	0,775	3,00	0,330	–	-
Politopo	0,285	812	0,867	3,27	0,053	65	insatisfatória
Hooke & Jeeves	0,293	850	0,370	2,70	0,024	72	satisfatória
Gradientes	0,286	830	0,720	3,16	0,051	52	insatisfatória
Quase-Newton	0,295	806	0,500	2,70	0,027	36	satisfatória
Estim. Inicial 6	0,325	1250	0,325	2,00	0,390	–	-
Politopo	0,303	752	0,605	2,30	0,032	53	satisfatória
Hooke & Jeeves	0,297	850	0,303	2,55	0,018	80	satisfatória
Gradientes	0,312	810	0,100	2,13	0,130	33	insatisfatória
Quase-Newton	0,300	850	0,253	2,27	0,036	47	satisfatória
Estim. Inicial 7	0,325	750	0,775	2,00	0,195	–	-
Politopo	0,304	728	0,840	2,15	0,048	25	insatisfatória
Hooke & Jeeves	0,315	700	0,910	1,80	0,075	39	insatisfatória
Gradientes	0,308	726	0,797	2,03	0,054	20	insatisfatória
Quase-Newton	0,311	698	0,822	1,93	0,067	25	insatisfatória
Estim. Inicial 8	0,325	750	0,775	3,00	0,321	1	-
Politopo	0,288	776	0,959	2,96	0,049	24	insatisfatória
Hooke & Jeeves	0,295	800	0,640	2,70	0,035	31	satisfatória
Gradientes	0,292	562	0,741	2,73	0,264	21	insatisfatória
Quase-Newton	0,303	550	0,741	2,90	0,301	12	insatisfatória
Estim. Inicial 9	0,275	750	0,775	3,00	0,526	–	-
Politopo	0,295	744	0,908	2,60	0,029	62	satisfatória
Hooke & Jeeves	0,285	850	0,685	3,30	0,059	22	insatisfatória
Gradientes	0,286	807	0,847	3,18	0,051	33	insatisfatória
Quase-Newton	0,284	1198	0,921	3,33	0,246	32	insatisfatória
Estim. Inicial 10	0,325	1250	0,325	3,00	0,502	–	-
Politopo	0,281	978	0,234	3,49	0,077	59	insatisfatória
Hooke & Jeeves	0,300	925	0,145	2,45	0,015	56	satisfatória
Gradientes	0,290	945	0,229	3,05	0,050	40	insatisfatória
Quase-Newton	0,288	894	0,315	3,09	0,045	61	insatisfatória

Tabela 6-7 - Diminuição dos intervalos de incerteza no Caso 1B (Hooke & Jeeves)

	Variação inicial	Variação Final
Porosidade	0,25-0,35	0,293-0,305
Perm. horizontal (mD)	500 - 1500	750-978
Perm. vertical (mD)	0,1 - 1,0	0,1-0,91
Expoente de K _{rw}	1,5 - 3,5	2,33-2,70

Jeeves), duas (Gradientes) e quatro (Quase-Newton). O número médio de simulações para atingir esta tolerância foram: 31 (Politopo); 23 (Hooke & Jeeves); 36 (Gradientes) e 32 (Quase-Newton). E os valores médios correspondentes da função-objetivo ao final do processo foram: 0,027 (Politopo); 0,021 (Hooke & Jeeves); 0,033 (Gradientes) e 0,0308 (Quase-Newton). Percebe-se que os métodos diretos mostraram-se mais robustos, com índice de sucesso superior a 50 %. Além disto, foram capazes de obter respostas mais refinadas (menor valor final da função-objetivo), razão pela qual realizaram maior número de simulações. A Tabela 6-8 apresenta um resumo do desempenho dos algoritmos na obtenção das dez soluções apresentadas na Tabela 6-6. Observa-se que um grande número de simulações foram perdidas com os métodos dos Gradientes ou Quase-Newton, devido à grande porcentagem de processos que não reduziram suficientemente a função-objetivo:

Tabela 6-8 - Desempenho dos algoritmos (dez processos - Caso 1B)

	Método			
	Politopo	Hooke	Grad	QN
Número total de simulações	433	556	342	336
Porcentagem de soluções satisfatórias (%)	50	80	20	40
Porcentagem de simulações perdidas (%)	37	11	75	54
Nº médio de simulações para obter $F_o = 0,04$	31	23	36	32
Valor médio final da função-objetivo	0,027	0,021	0,033	0,031

Deve-se enfatizar que o critério para aceitação das soluções varia caso a caso, dependendo da dificuldade do problema e da qualidade dos dados observados. Neste exemplo, por se tratar de um problema simples e com solução conhecida, buscaram-se respostas um pouco mais refinadas. No entanto, em casos práticos, uma diferença de 10 % ($F_o = 0,1$) pode ser perfeitamente aceitável.

Uma solução é considerada satisfatória se a função-objetivo é reduzida abaixo da tolerância especificada e/ou se o ajuste obtido atende aos objetivos do estudo. Por outro lado,

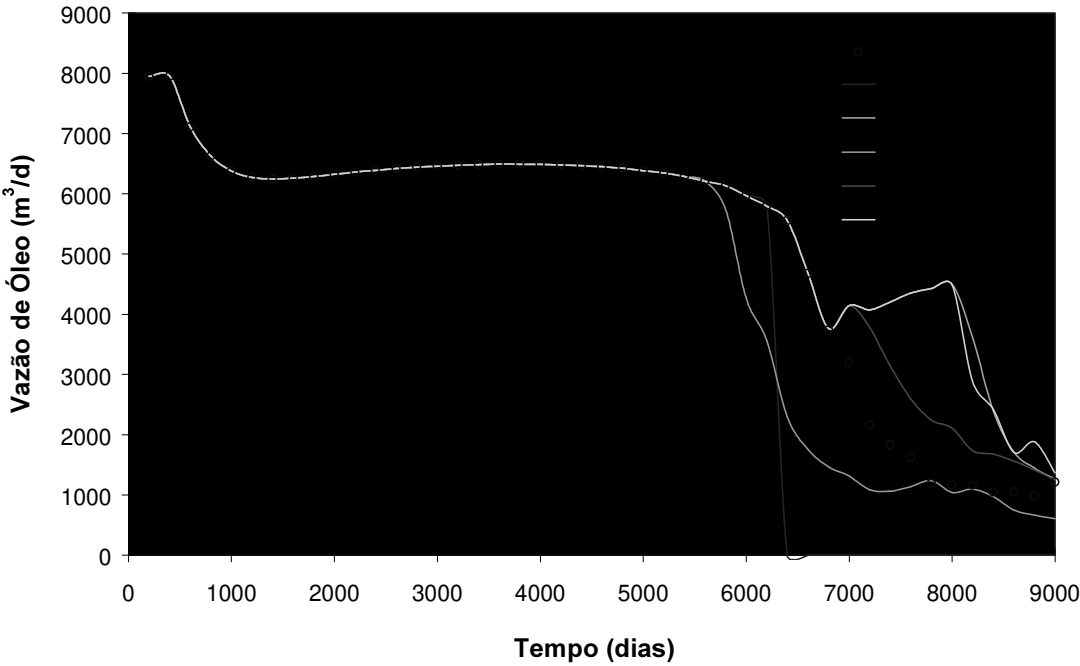


Figura 6-9 - Vazões de óleo calculadas antes do ajuste (Caso 1B)

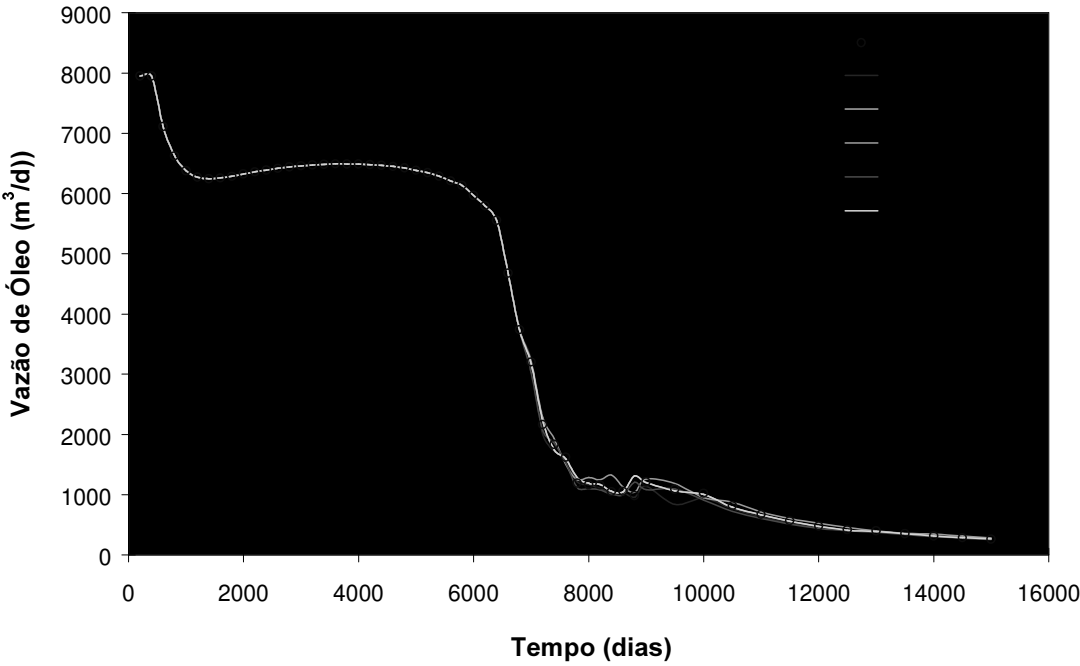


Figura 6-10 - Ajuste de vazões de óleo / Caso 1B / Hooke & Jeeves

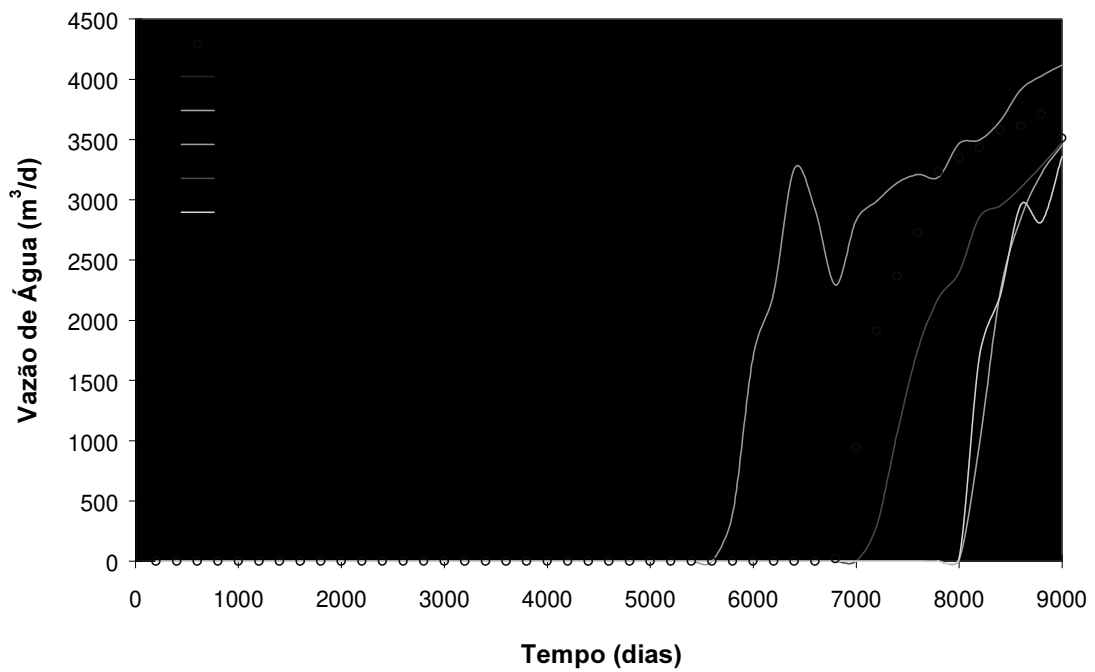


Figura 6-11 - Vazões de água calculadas antes do ajuste (Caso 1B)

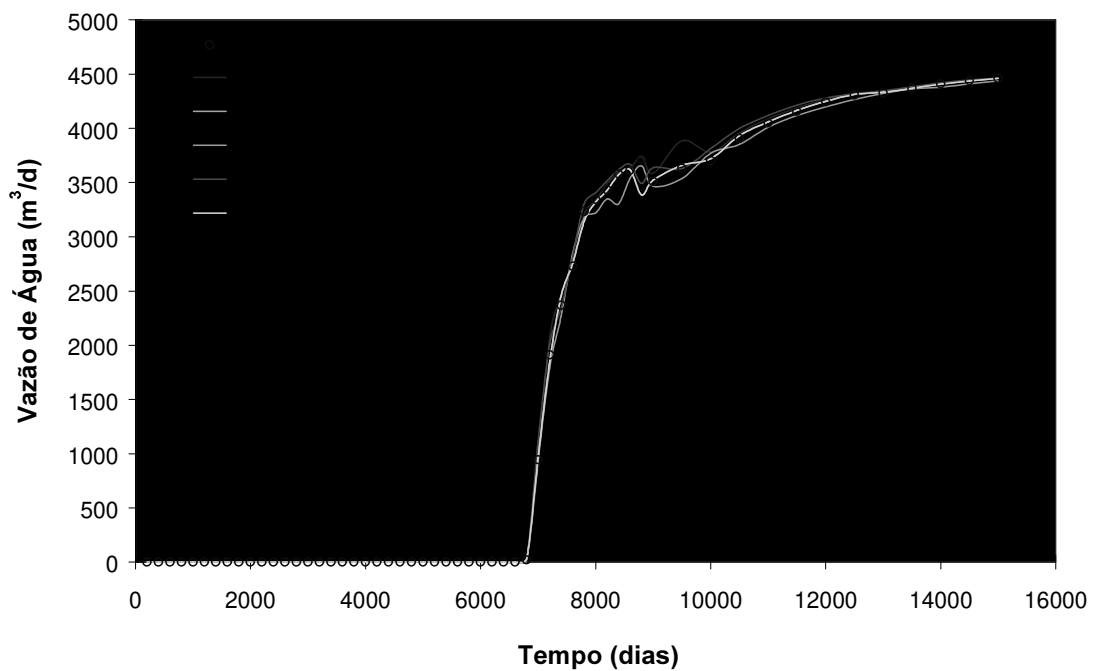


Figura 6-12 - Ajuste de vazões de água / Caso 1B / Hooke & Jeeves

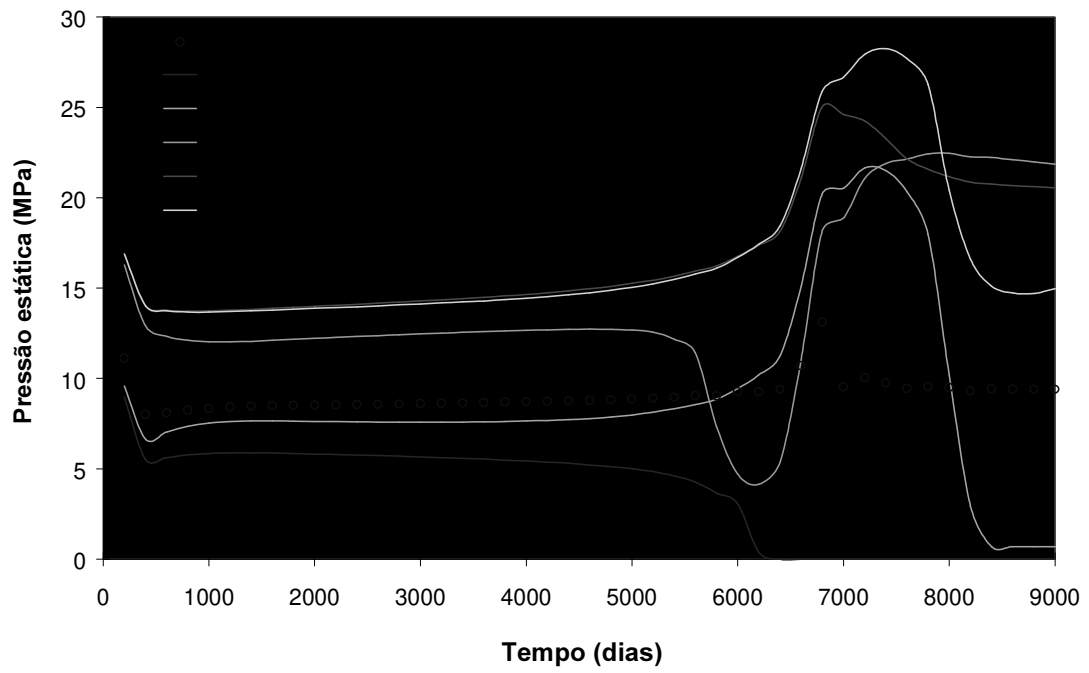


Figura 6-13 - Pressões estáticas calculadas antes do ajuste (Caso 1B)

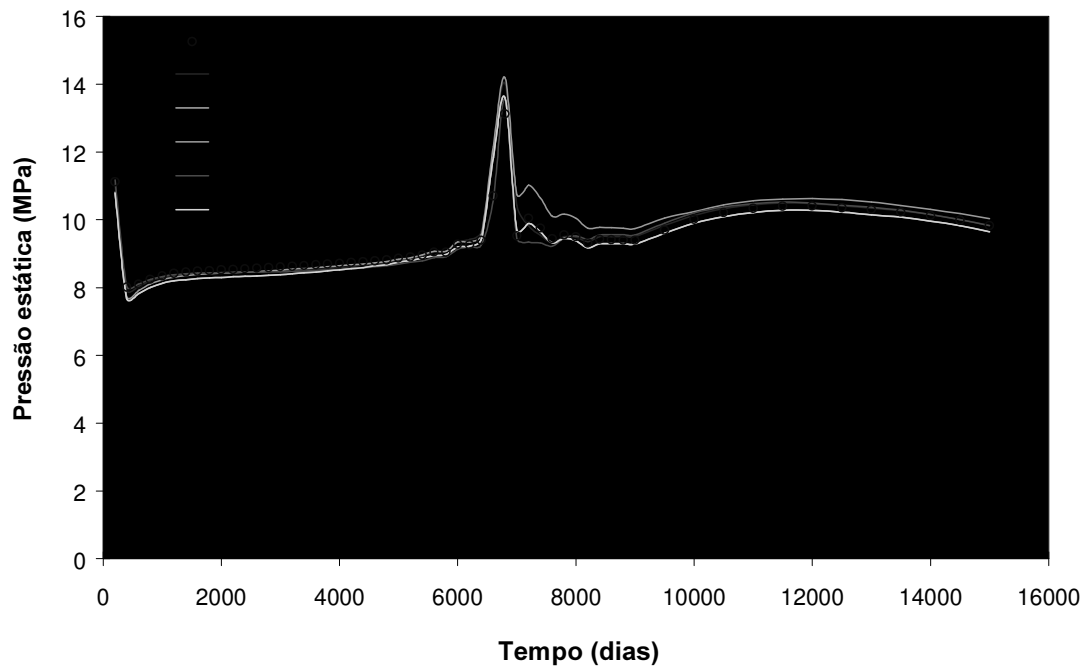


Figura 6-14 - Ajuste de pressões / Caso 1B / Hooke & Jeeves

soluções insatisfatórias podem ser provocadas por mínimos locais ou por falhas específicas dos algoritmos de otimização. Normalmente, os métodos diretos são menos sujeitos à falhas e na maioria das vezes, convergem para os extremos mais próximos da função. Já os métodos que utilizam derivadas podem falhar devido a erros de aproximação do vetor gradiente (diferenças-finitas), por escala inadequada das variáveis ou por mau-condicionamento do processo iterativo, no caso do método Quase-Newton. Algumas tentativas de melhorar o desempenho de cada algoritmo foram realizadas e serão descritas posteriormente. Por exemplo, no algoritmo Quase-Newton, foram testados procedimentos de “*restarting*” e “*auto-scaling*”, além da variação dos intervalos de diferenças finitas. No entanto, devido ao comportamento extremamente não-quadrático da função-objetivo, e à aproximação numérica das derivadas parciais, não se conseguiu obter desempenhos substancialmente melhores que os obtidos com o algoritmo “Steepest Descent”.

Percebe-se, claramente, que a qualidade das soluções depende das aproximações iniciais. Devido à grande complexidade da função-objetivo, cada método segue trajetórias distintas e está sujeito a problemas os mais diversos. Portanto, a paralelização de vários processos simultâneos é uma maneira eficiente de contornar algumas destas dificuldades e de acelerar a obtenção de uma ou várias soluções satisfatórias.

Melhores respostas poderiam ter sido obtidas com a adoção de um critério de convergência mais exigente. Porém, para efeitos práticos, as soluções atendem aos objetivos de um ajuste de histórico, principalmente em casos reais, onde ajuste refinados dificilmente podem ser obtidos em função das grandes oscilações e erros dos valores observados.

7.2.3 Caso 1C (Oito parâmetros - Modelo 1)

- Definição do problema

Este problema consistiu do cálculo simultâneo de oito parâmetros para ajuste das curvas de produção e pressão do Modelo 1 (Equação 6-4). Enquanto nos primeiros casos as permeabilidades foram consideradas constantes em todo o reservatório, neste exemplo, tais propriedades foram constantes por camada. Como antes, foram obtidas curvas observadas artificiais a partir dos valores reais, e arbitraram-se limites de incerteza para cada variável, como abaixo:

- Permeabilidade horizontal da camada 1: $500 \leq K_{h1} \leq 1500$ mD ($K_{h1 \text{ real}} = 500$ mD)
- Permeabilidade horizontal da camada 2: $500 \leq K_{h2} \leq 1500$ mD ($K_{h2 \text{ real}} = 800$ mD)
- Permeabilidade horizontal da camada 3: $500 \leq K_{h1} \leq 1500$ mD ($K_{h3 \text{ real}} = 1200$ mD)
- Permeabilidade vertical da camada 1: $0,1 \leq K_{v1} \leq 1,5$ mD ($K_{v1 \text{ real}} = 0,5$ mD)
- Permeabilidade vertical da camada 2: $0,1 \leq K_{v2} \leq 1,5$ mD ($K_{v2 \text{ real}} = 0,8$ mD)
- Permeabilidade vertical da camada 3: $0,1 \leq K_{v3} \leq 1,5$ mD ($K_{v3 \text{ real}} = 1,2$ mD)
- Expoente de Kro: $1,0 \leq N_o \leq 3,5$ ($N_o \text{ real} = 2,5$)
- Expoente de Krw: $1,5 \leq N_w \leq 3,5$ ($N_w \text{ real} = 2,5$)

- Análise de Sensibilidade

Novamente, realizou-se uma análise de sensibilidade para verificar a influência que cada parâmetro exerce sobre a função-objetivo combinada (pressões e produções). Para isto, cada variável foi alterada entre os seus limites de incerteza, enquanto as demais foram mantidas constantes nos seus valores reais. O resultado está apresentado na Figura 6-15, onde todos os parâmetros encontram-se normalizados de acordo com a Equação 4-22.

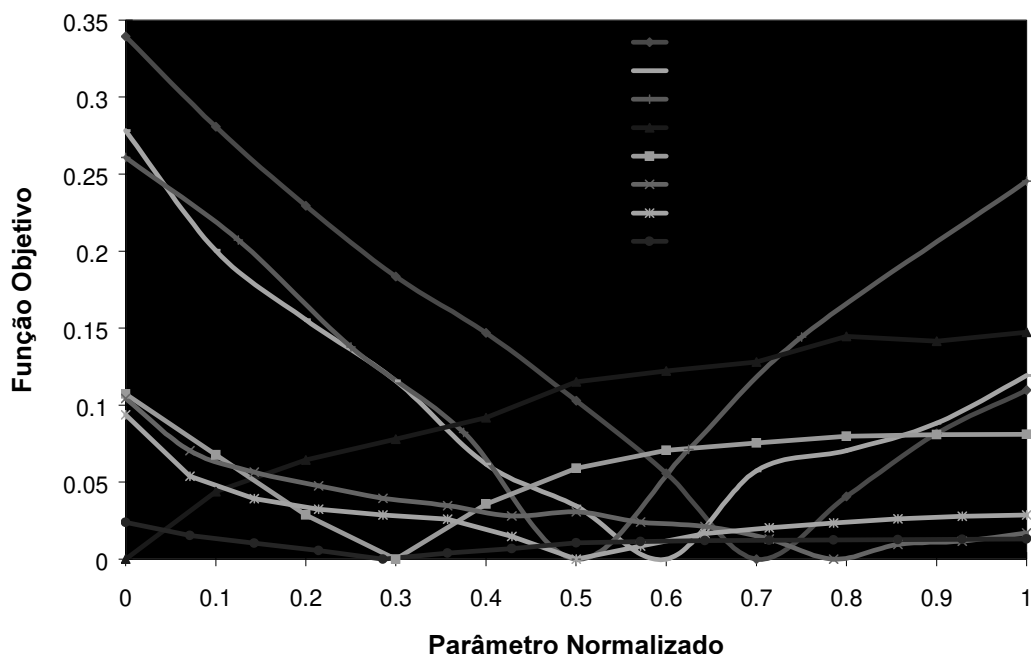


Figura 6-15 - Análise de sensibilidade (Caso 1C)

A legenda da figura apresenta, pela ordem, os parâmetros de maior índice de sensibilidade. Verifica-se que as permeabilidades verticais e as permeabilidades horizontais

das camadas 1 e 2 pouco afetam a função-objetivo, em relação aos demais parâmetros. Por este motivo, os valores calculados durante a otimização apresentaram maiores desvios em relação aos dados reais, conforme será visto no próximo item.

- Resultados

Dez processos foram simultaneamente inicializados, conforme a metodologia proposta no Capítulo 3. Os resultados obtidos por cada algoritmo de otimização estão descritos na Tabela 6-9. As mesmas dificuldades já observadas no caso anterior repetiram-se neste problema, porém com maior intensidade devido ao maior número de parâmetros. Ou seja, vários processos não reduziram suficientemente a função-objetivo, os parâmetros obtidos não equivalem aos dados reais e o número médio de simulações necessárias para obter as respostas mostrou-se bastante elevado.

Porém, como no caso anterior, vários processos reduziram a função-objetivo abaixo de 0,05, o que representa bons ajustes sob o ponto de vista prático. No método Politopo, cinco respostas foram consideradas satisfatórias (1, 2, 4, 5 e 10); Hooke & Jeeves, 9 (1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, e 10); Gradientes, 3 (3, 5 e 7) e Quase-Newton, 2 (3 e 5). Os ajustes obtidos com o método Politopo estão apresentados nas Figuras 6-16 a 6-21, onde se observa-se que as curvas finais são bastante próximas dos dados observados, inclusive na fase de extrapolação.

O aspecto da multiplicidade de soluções e dos mínimos locais são bastante evidentes neste problema, pois nenhuma das soluções reproduziu com exatidão o mínimo global conhecido. Isto só confirma as experiências anteriores neste tipo de aplicação, que sempre registram um dramático aumento dos erros e das dificuldades quando o número de variáveis aumenta. A prova disto é que, no primeiro caso (dois parâmetros), todas as soluções convergiram para o mínimo global, enquanto que, no segundo (quatro parâmetros), algumas chegaram próximo da solução real. Portanto, é sempre conveniente a limitação do número de variáveis para que respostas mais confiáveis possam ser obtidas. Na prática, isto pode ser conseguido concentrando-se o objetivo do ajuste à áreas específicas (número restrito de

Tabela 6-9- Resultados da otimização (Caso 1C)

Método	K_{h3}	K_{h2}	K_{h1}	K_{v3}	K_{v2}	K_{v1}	Exp_{kro}	Exp_{krw}	F_o	Sim.	Qualidade
Est. Inicial 1	750	750	750	1,15	1,15	0,45	2,00	2,88	0,306	-	-
Politopo	1143	791	569	1,35	0,92	0,27	2,48	2,23	0,026	123	satisfatória
H & J	1147	866	575	1,45	1,24	0,10	2,60	2,16	0,028	207	satisfatória
Gradientes	1127	1135	500	1,21	1,17	0,46	2,60	2,24	0,053	61	insatisfatória
Qua-Newton	714	959	500	1,19	1,17	0,45	2,85	2,27	0,198	28	insatisfatória
Est. Inicial 2	750	750	1250	0,45	0,45	1,15	2,00	1,63	0,158	1	-
Politopo	1310	527	1238	0,25	0,34	0,95	2,55	2,01	0,029	144	satisfatória
H & J	1069	706	1375	0,77	0,72	0,23	2,40	1,63	0,054	121	insatisfatória
Gradientes	852	773	1295	0,51	0,49	1,15	2,17	1,49	0,082	75	insatisfatória
Qua-Newton	697	752	1311	0,48	0,47	1,15	2,25	1,55	0,141	23	insatisfatória
Est. Inicial 3	750	1250	1250	1,15	1,15	1,15	2,00	1,63	0,112	-	-
Politopo	807	1266	1210	1,13	1,02	1,09	2,38	1,74	0,052	56	insatisfatória
H & J	800	1450	1500	1,43	1,50	1,50	2,40	1,88	0,039	96	satisfatória
Gradientes	816	1275	1282	1,20	1,19	1,19	2,37	1,72	0,049	34	satisfatória
Qua-Newton	847	1278	1287	1,21	1,20	1,20	2,44	1,72	0,046	33	satisfatória
Est. Inicial 4	750	1250	750	0,45	0,45	0,45	2,00	2,88	0,279	-	-
Politopo	983	1383	643	0,69	0,50	0,35	2,32	1,84	0,044	131	satisfatória
H & J	950	1500	600	1,22	1,08	0,73	2,40	2,06	0,029	109	satisfatória
Gradientes	1241	1500	1389	0,90	0,37	0,42	2,63	2,01	0,097	47	insatisfatória
Qua-Newton	1230	1500	671	0,32	0,59	0,46	2,54	2,02	0,061	50	insatisfatória
Est. Inicial 5	1250	750	1250	0,45	1,15	0,45	3,00	2,88	0,129	-	-
Politopo	1380	689	1034	0,66	1,29	0,53	2,87	2,63	0,05	115	satisfatória
H & J	1250	600	1000	0,63	1,47	1,05	2,60	2,38	0,021	134	satisfatória
Gradientes	1227	500	1158	0,81	1,16	0,50	2,50	2,22	0,034	86	satisfatória
Qua-Newton	1256	534	1174	0,84	1,17	0,53	2,58	2,21	0,041	31	satisfatória
Est. Inicial 6	750	750	1250	0,45	0,45	0,45	3,00	2,88	0,571	-	-
Politopo	1495	1267	819	0,10	0,91	0,10	2,58	2,14	0,052	159	insatisfatória
H & J	1075	1306	1275	0,31	0,77	0,45	2,50	1,69	0,05	170	satisfatória
Gradientes	781	852	1275	0,47	0,46	0,45	2,26	3,41	0,292	42	insatisfatória
Qua-Newton	762	757	1249	0,45	0,45	0,45	2,99	3,50	0,312	28	insatisfatória
Est. Inicial 7	1250	1250	750	1,15	0,45	1,15	3,00	2,88	0,115	-	-
Politopo	1457	977	872	1,26	0,41	1,13	2,85	2,53	0,057	96	insatisfatória
H & J	1163	1247	1050	1,50	0,10	0,80	2,40	1,63	0,047	186	satisfatória
Gradientes	1182	1073	500	1,13	0,46	1,14	2,58	2,29	0,041	75	satisfatória
Qua-Newton	1357	1234	750	1,15	0,28	1,12	2,96	2,23	0,101	33	insatisfatória
Est. Inicial 8	750	750	1250	0,45	1,15	0,45	2,00	1,63	0,142	-	-
Politopo	957	896	1234	0,74	1,14	0,10	2,37	1,52	0,059	132	insatisfatória
H & J	1013	600	1188	1,31	1,34	0,36	2,40	1,69	0,05	143	satisfatória
Gradientes	831	763	1266	0,51	1,16	0,46	2,24	1,39	0,08	46	insatisfatória
Qua-Newton	883	843	1231	0,65	1,16	0,42	2,24	1,47	0,072	45	insatisfatória
Est. Inicial 9	1250	750	1250	0,45	1,15	1,15	2,00	2,88	0,275	-	-
Politopo	1217	658	1351	0,44	1,41	1,27	2,65	2,04	0,053	130	insatisfatória
H & J	1200	500	1300	0,66	1,29	1,50	2,40	2,13	0,044	70	satisfatória
Gradientes	1138	701	1209	0,47	1,14	1,15	3,20	2,67	0,158	23	insatisfatória
Qua-Newton	1138	701	1209	0,47	1,14	1,15	3,20	2,67	0,163	22	insatisfatória
Est. Inic. 10	750	750	1250	0,45	1,15	0,45	3,00	2,88	0,279	1	-
Politopo	803	1390	1414	1,50	1,48	0,45	2,38	1,85	0,04	186	satisfatória
H & J	900	1300	1500	0,52	1,36	0,73	2,40	1,75	0,05	85	satisfatória
Gradientes	750	750	1250	0,45	1,15	0,45	3,00	2,88	0,279	14	insatisfatória
Qua-Newton	750	750	1250	0,45	1,15	0,45	3,00	2,88	0,279	14	insatisfatória

poços) e selecionando-se apenas as variáveis mais importantes. Outras regiões ou parâmetros podem ser incluídos posteriormente.

As propriedades que apresentaram menores desvios em relação aos valores reais são os expoentes das curvas de permeabilidade relativa e a permeabilidade da Camada 3. Isto se deve à maior influência que exercem sobre a função-objetivo, conforme se verificou com a análise de sensibilidade (Figura 6-15). Os demais parâmetros pouco afetam a função, razão pela qual apresentaram grandes intervalos finais de variação, como está demonstrado na Tabela 6-10.

Tabela 6-10 - Intervalos de incerteza finais dos parâmetros (método Polítopo)

	Variação inicial	Variação Final
Expoente K_{ro}	1,0-3,5	2,32-2,87
Expoente K_{rw}	1,5-3,5	1,84-2,63
Perm. horiz. camada 3 (mD)	500-1500	803-1380
Perm. horiz. camada 2 (mD)	500-1500	527-1390
Perm. horiz. camada 1 (mD)	500-1500	569-1414
Perm. vert. camada 3 (mD)	0,1-1,5	0,251-1,352
Perm. vert. camada 2 (mD)	0,1-1,5	0,337-1,477
Perm. vert. camada 1 (mD)	0,1-1,5	0,258-0,949

Os números médios de simulações necessárias para atingir a tolerância desejada ($F_o = 0,05$) foram: 75 (método Polítopo); 78 (Hooke & Jeeves); 35 (Gradientes) e 21 (Quase-Newton). E os valores finais médios da função-objetivo foram: 0,0378 (Polítopo); 0,0398 (Hooke & Jeeves); 0,0415 (Gradientes) e 0,0435 (Quase-Newton). Novamente, os métodos que utilizam derivadas apresentaram um alto índice de soluções insatisfatórias (vide Tabela 6-11), embora tenham convergido rapidamente nos poucos processos bem sucedidos. No entanto, não se pode concluir que estes sejam mais rápidos que os métodos diretos, já que o grande número de processos falhos prejudica a obtenção de médias representativas. Em várias corridas, os métodos diretos também foram capazes de reduzir a função-objetivo à tolerância especificada ($F_o = 0,05$) com um máximo de 30 simulações.

A rigor, o desempenho dos algoritmos “Steepest Descent” e Quase-Newton é satisfatório apenas nas iterações iniciais, quando os gradientes são mais elevados. Nas proximidades do mínimo, os erros de aproximação das derivadas tornam-se mais significativos e impedem que as soluções sejam refinadas tanto quanto nos métodos diretos.

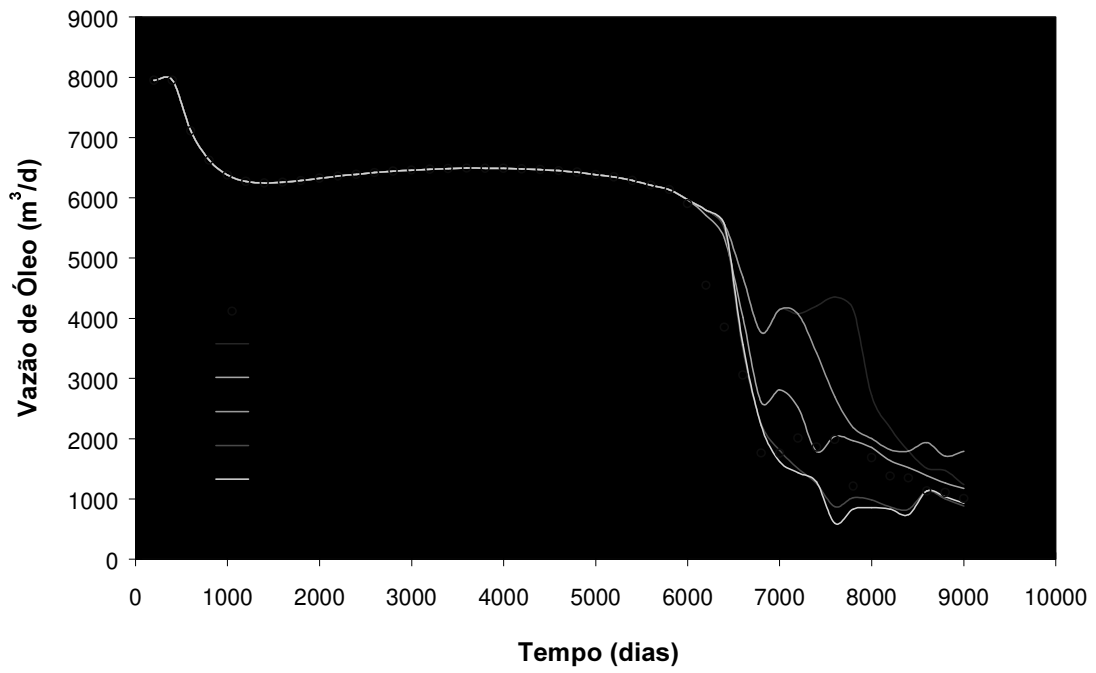


Figura 6-16 - Vazões de óleo calculadas antes do ajuste (Caso 1C)

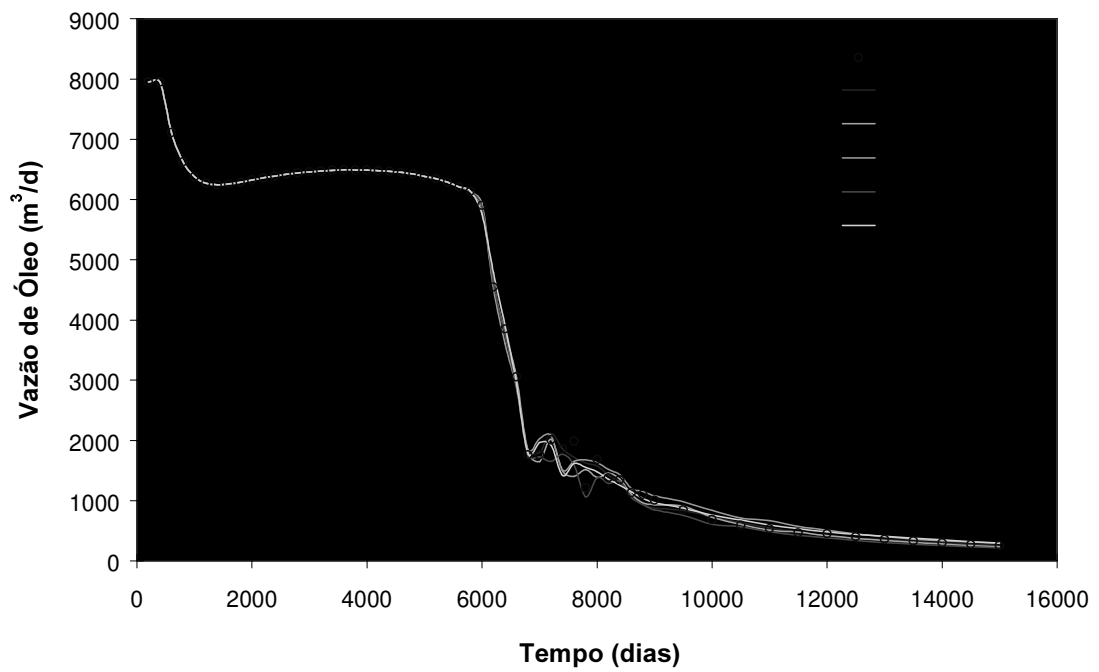


Figura 6-17 - Ajuste de vazões de óleo / Caso 1C / Polítopo

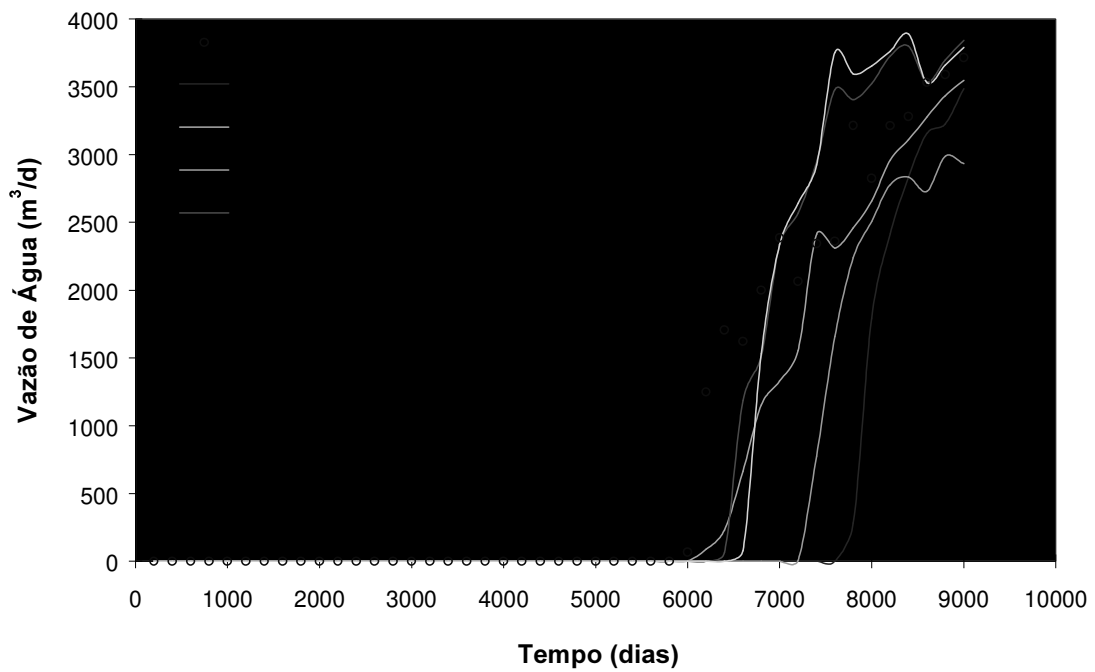


Figura 6-18 - Vazões de água calculadas antes do ajuste (Caso 1C)

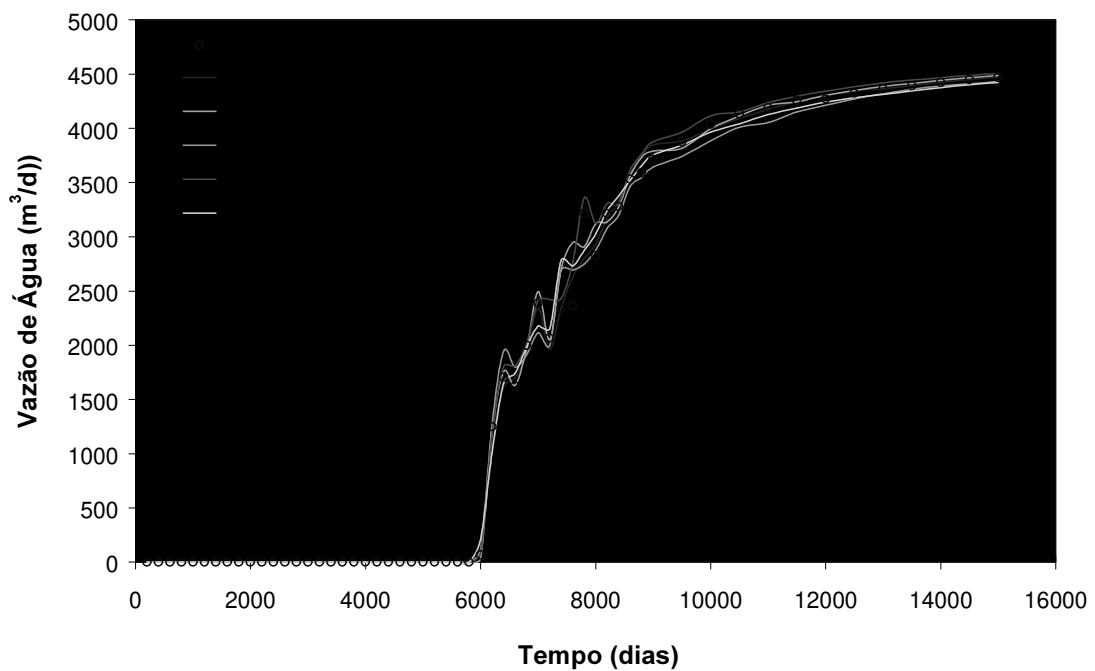


Figura 6-19 - Ajuste de Vazões de água / Caso 1C / Politopo

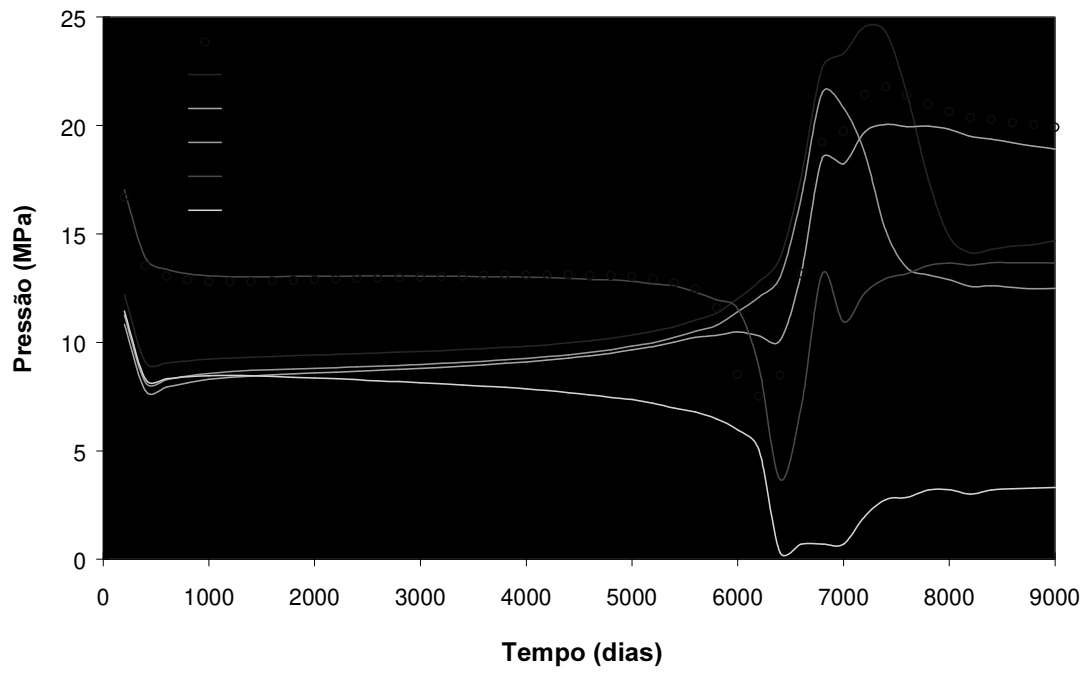


Figura 6-20 - Pressões estáticas calculadas antes do ajuste (Caso 1C)

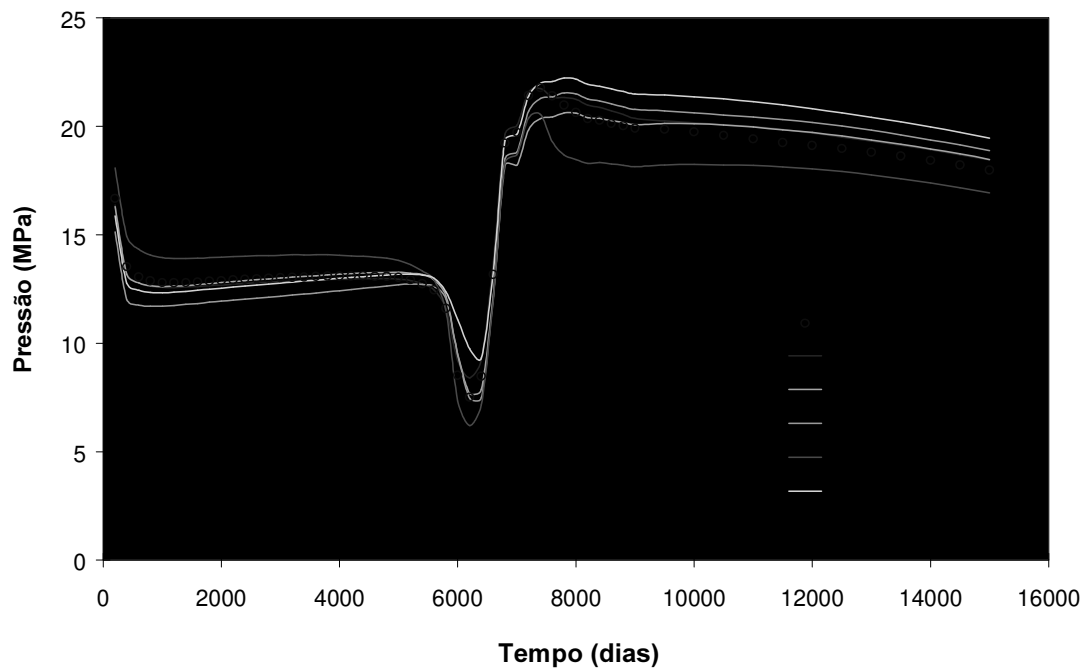


Figura 6-21 - Ajuste de pressões estáticas / Caso 1C / Politopo

Conseqüentemente, um menor número de simulações são normalmente realizadas, já que as corridas são interrompidas prematuramente. Estes detalhes poderão ser observados com maior clareza no Item 6.6, onde o desempenho dos algoritmos são comparados através de gráficos, que demonstram a semelhança entre as taxas de convergência das quatro técnicas.

Mais uma vez, ficou evidente a necessidade do lançamento de vários processos para contornar os mínimos locais ou eventuais insucessos dos métodos de otimização. Neste contexto, a paralelização mostrou-se de fundamental importância para acelerar o processo, reduzindo substancialmente o tempo para obter o conjunto de soluções. Este aspecto torna a ferramenta bastante ágil e, portanto, mais atrativa nas aplicações práticas.

Tabela 6-11 - Desempenho dos algoritmos (Dez processos - Caso 1C)

	Método			
	Poli	Hooke	Grad	QN
Número total de simulações	1272	1321	503	307
Porcentagem de soluções satisfatórias (%)	50	90	30	20
Porcentagem de simulações perdidas (%)	45	9	61	79
Nº médio de simulações para obter $F_o = 0,05$	75	78	35	21
Valor médio final da função-objetivo	0,038	0,039	0,042	0,044

7.2.4 Caso 2A (dez parâmetros - Modelo 2)

- Definição do problema

A quarta e última aplicação consistiu do cálculo simultâneo de dez parâmetros para ajuste das produções e pressões do Modelo 2 (radial).

As permeabilidades horizontais das camadas 3 a 12 foram selecionadas como variáveis de ajuste, e os intervalos de variação foram arbitrados de forma que: $50 \leq K_h \leq 800$ mD (em todas as camadas). Novamente, dados observados artificiais foram gerados com base nos valores reais dos parâmetros, descritos na Tabela 6-3.

A função-objetivo foi composta visando ao ajuste simultâneo da produção de água e das pressões. As vazões de óleo e gás não se mostraram sensíveis às permeabilidades horizontais, razão pela qual não foram consideradas no processo.

- Análise de Sensibilidade

A Figura 6-22 apresenta os resultados da análise de sensibilidade realizada para esta aplicação, obtida com um procedimento semelhante ao utilizado nos exemplos anteriores. A legenda mostra, pela ordem, os parâmetros de maior sensibilidade, onde se verifica que as variáveis mais importantes são as permeabilidades das camadas 7, 6 e 8, duas das quais correspondem ao intervalos canhoneados do poço.

Com exceção das primeiras curvas, que apresentam maiores gradientes, pode-se observar que a maioria dos parâmetros pouco afeta a função-objetivo, razão pela qual não foram bem determinados pelos métodos de otimização (próximo item). Como já foi visto no Caso 1A, a inclusão de variáveis de baixa sensibilidade provoca a existência de longos vales, dificultando sensivelmente o desempenho dos métodos de otimização, que passam a apresentar comportamento oscilatório.

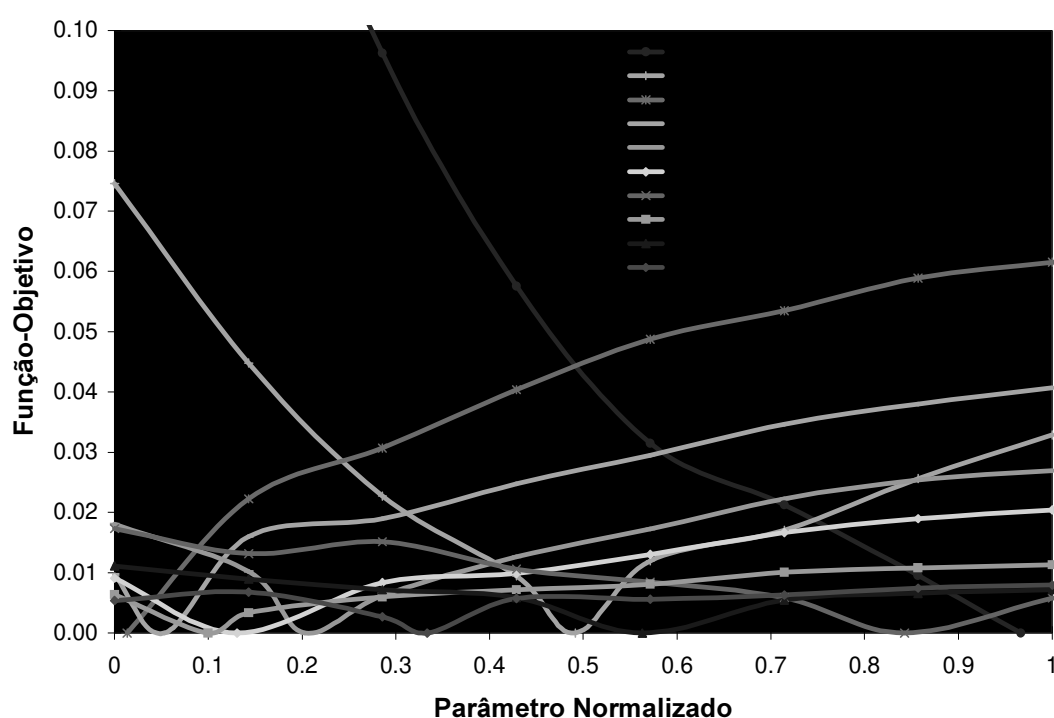


Figura 6-22 - Análise de Sensibilidade (Caso 2A)

- Resultados

Novamente, um total de dez processos foram inicializados com cada método de otimização, e os resultados estão apresentados na Tabela 6-12. O mesmo comportamento médio observado nos casos anteriores foi detectado: (1) grande esforço computacional; (2) grande número de processos que não reduziram suficientemente a função-objetivo (especialmente com os métodos que utilizam derivadas); e (3) multiplicidade de soluções, ou seja, permeabilidades diferentes forneceram respostas muito semelhantes aos dados observados. Mais uma vez, as soluções finais revelaram-se fortemente dependentes das aproximações iniciais, confirmando a necessidade de múltiplos processos para a determinação de soluções satisfatórias.

O critério de aceitação dos resultados foi bem mais exigente neste caso ($F_o < 0,025$), para garantir um ajuste suficientemente refinado dos períodos em que as vazões do modelo foram substancialmente elevadas ($q_o = 1000$ bpd). No entanto, muitas das respostas consideradas insatisfatórias seriam perfeitamente aceitáveis em situações práticas. Pode-se observar que nenhuma das soluções reproduziu o mínimo global conhecido, porém ajustes perfeitos foram obtidos apesar das grandes diferenças de permeabilidades em relação aos valores reais. As Figuras 6-23 a 6-25 apresentam, por exemplo, os ajustes finais fornecidos pelo método de Hooke & Jeeves para a estimativa inicial nº 7. A grande quantidade de parâmetros e a pequena influência que a maioria exerce sobre a função-objetivo são alguns dos fatores que contribuíram para estes desvios. A permeabilidade da camada 7, que corresponde a um dos intervalos canhoneados do poço (superior), foi a única a ser estimada com melhor precisão.

Algumas das soluções obtidas forneceram ajustes praticamente perfeitos das vazões de água, porém um mesmo refinamento não foi obtido para as pressões. Uma investigação mais detalhada dos resultados revelou que 75 % do valor da função-objetivo era resultante dos desvios da curva de água enquanto que apenas 25 % provinham da curva de pressão. Portanto, para contornar este tipo de desbalanceio, é conveniente a adoção de pesos adequados para cada componente da função, de modo a se obter uma influência equilibrada de cada curva a ser ajustada.

Tabela 6-12 - Resultados da otimização (Caso 2A)

Métodos	K_{12}	K_{11}	K_{10}	K_9	K_8	K_7	K_6	K_5	K_4	K_3	F_0	Sim.	Qualidade
Real	300	125	472	682	60	775	419	90	202	148	0,000	-	-
Est. Ini. 1	238	238	238	613	613	238	238	613	238	238	0,201	-	-
Politopo	50	259	51	324	413	581	553	797	208	393	0,037	131	insatisfatória
H & J	800	800	650	238	313	688	800	575	125	613	0,028	203	insatisfatória
Gradientes	206	185	50	618	558	495	349	691	356	235	0,063	36	insatisfatória
Qua-New	219	77	50	591	563	361	236	637	255	118	0,121	34	insatisfatória
Est. Ini. 2	613	238	238	613	238	238	238	613	613	613	0,113	-	-
Politopo	533	181	190	681	146	436	329	666	617	553	0,039	76	insatisfatória
H & J	777	463	233	688	88	795	317	50	294	720	0,012	205	satisfatória
Gradientes	606	218	162	635	254	526	331	629	606	620	0,038	46	insatisfatória
Qua-New	621	205	50	614	181	742	187	579	560	371	0,036	46	insatisfatória
Est. Ini. 3	613	613	238	238	238	613	238	238	238	238	0,128	-	-
Politopo	670	604	215	265	50	690	324	269	283	243	0,013	71	satisfatória
H & J	575	730	55	519	92	650	313	388	50	463	0,015	205	satisfatória
Gradientes	610	606	260	292	137	725	329	359	353	268	0,022	87	satisfatória
Qua-New	605	597	246	349	160	763	384	348	355	259	0,023	38	satisfatória
Est. Ini. 4	238	613	613	238	613	238	613	238	613	613	0,209	-	-
Politopo	313	361	509	468	310	666	667	421	421	642	0,032	109	insatisfatória
H & J	800	350	331	303	88	575	256	350	800	716	0,026	219	insatisfatória
Gradientes	219	605	599	423	553	715	746	383	669	673	0,046	46	insatisfatória
Qua-New	217	609	601	464	584	796	759	426	678	681	0,046	34	insatisfatória
Est. Ini. 5	238	238	613	238	238	238	613	613	613	613	0,099	-	-
Politopo	142	161	491	287	281	538	783	605	535	525	0,037	116	insatisfatória
H & J	800	725	734	125	163	725	725	88	538	125	0,021	206	satisfatória
Gradientes	130	207	657	236	203	468	648	656	622	625	0,038	38	insatisfatória
Qua-New	50	206	685	241	318	552	578	656	727	673	0,038	45	insatisfatória
Est. Ini. 6	238	613	238	613	613	613	238	238	613	238	0,115	-	-
Politopo	253	605	195	643	191	679	394	362	739	189	0,029	100	insatisfatória
H & J	800	613	125	688	219	575	500	463	763	444	0,032	181	insatisfatória
Gradientes	214	582	63	621	459	800	338	185	668	210	0,046	34	insatisfatória
Qua-New	218	586	50	613	471	770	303	197	653	234	0,053	34	insatisfatória
Est. Ini. 7	238	613	238	238	613	238	613	238	613	613	0,185	-	-
Politopo	757	573	91	185	132	584	502	73	656	620	0,020	189	satisfatória
H & J	228	78	378	584	50	800	359	50	125	500	0,012	257	satisfatória
Gradientes	164	594	334	359	502	675	667	346	648	675	0,043	57	insatisfatória
Qua-New	169	565	418	366	186	534	314	557	661	755	0,032	59	insatisfatória
Est. Ini. 8	238	238	238	613	613	238	613	238	238	238	0,178	-	-
Politopo	257	338	229	391	192	614	789	153	50	226	0,021	216	satisfatória
H & J	688	465	277	535	90	584	535	50	238	685	0,012	250	satisfatória
Gradientes	204	176	50	646	466	585	785	428	348	263	0,042	47	insatisfatória
Qua-New	202	227	89	644	338	548	748	344	318	263	0,034	73	insatisfatória
Est. Ini. 9	238	613	613	238	613	238	613	613	613	613	0,180	-	-
Politopo	216	563	504	274	254	587	755	774	349	649	0,034	123	insatisfatória
H & J	322	322	238	88	313	538	650	800	678	603	0,032	147	insatisfatória
Gradientes	142	543	463	50	177	623	549	493	551	406	0,030	194	insatisfatória
Qua-New	221	571	499	373	140	535	397	649	800	599	0,032	92	insatisfatória
Est. Ini. 10	238	238	238	238	238	238	238	238	238	613	0,190	-	-
Politopo	290	173	292	105	50	653	189	346	290	700	0,017	144	satisfatória
H & J	264	316	275	147	307	609	609	354	668	724	0,030	202	insatisfatória
Gradientes	245	714	694	537	50	562	427	153	169	668	0,014	124	satisfatória
Qua-New	224	211	206	266	50	275	345	288	278	618	0,068	34	insatisfatória

A Tabela 6-13 apresenta o desempenho médio dos algoritmos de otimização nos dez processos executados. Observa-se que a porcentagem de insucessos dos métodos que utilizam derivadas foi ainda maior que nos casos anteriores, a obtenção de dados médios representativos.

Tabela 6-13 - Desempenho dos algoritmos (Dez processos - Caso 1C)

	Método			
	Poli	Hooke	Grad	QN
Número total de simulações	1275	2075	709	489
Porcentagem de soluções satisfatórias (%)	40	50	20	10
Porcentagem de simulações perdidas (%)	51	46	70	92
Nº médio de simulações para obter $F_o = 0,025$	75	96	40	23
Valor médio final da função-objetivo	0,018	0,014	0,018	0,023

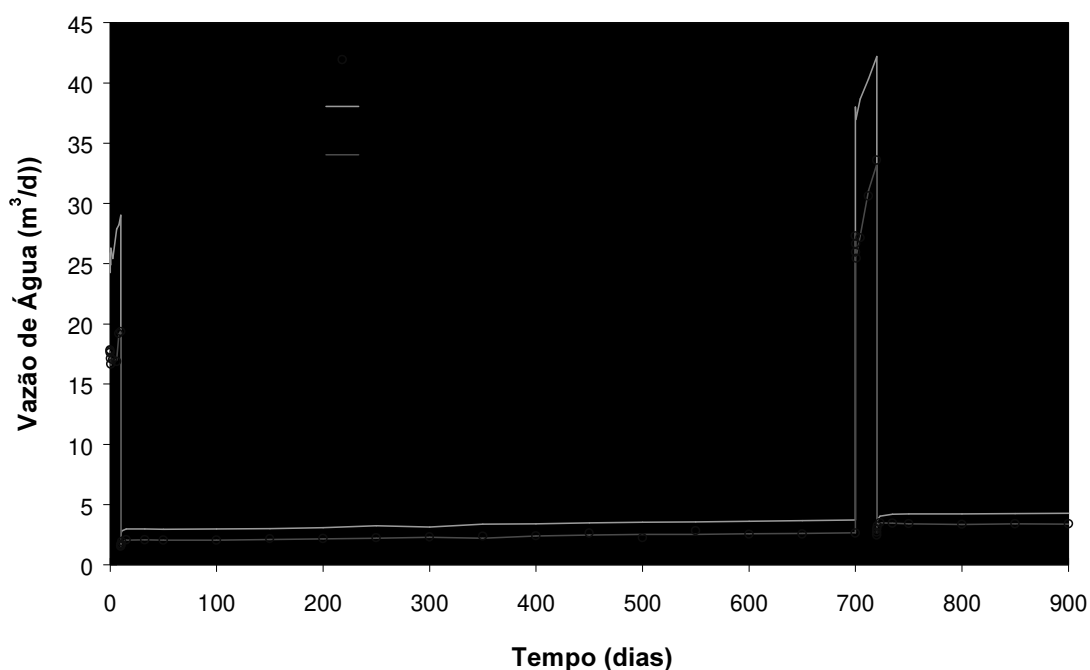


Figura 6-23 - Ajuste final de vazões de água / Caso 2A / Hooke & Jeeves

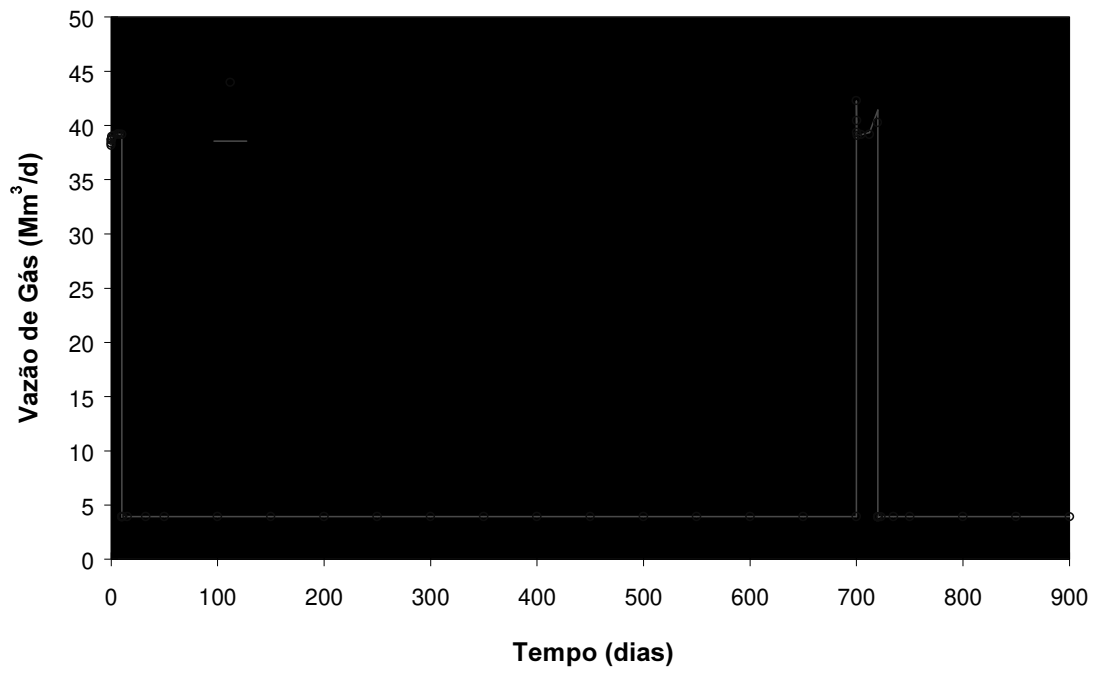


Figura 6-24 - Ajuste final de vazões de gás / Caso 2A / Hooke & Jeeves

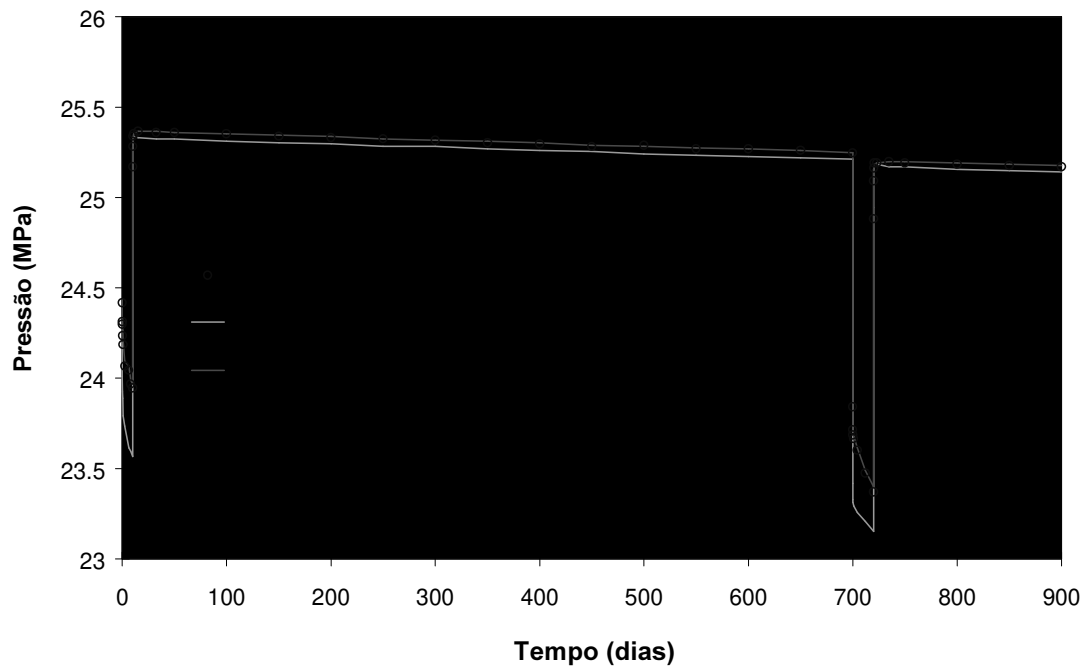


Figura 6-25 - Ajuste final de pressões / Caso 2A / Hooke & Jeeves

6.3 Considerações sobre o número de processos

Nos Capítulos 3 e 5, mencionou-se que uma das formas de paralelização exploradas neste trabalho consiste do lançamento simultâneo de alguns processos de busca a partir de aproximações distintas para contornar dificuldades relacionadas com mínimos locais ou à falhas dos algoritmos de otimização. Os exemplos apresentados na seção anterior demonstraram os benefícios deste tipo de procedimento, já que grande parte das corridas não reduziram suficientemente a função-objetivo. Neste contexto, a computação paralela acelerou bastante a solução do problema, já que um conjunto de respostas pôde ser obtida num tempo equivalente ao do processo mais lento.

No entanto, em aplicações práticas, é preciso limitar a quantidade de corridas para evitar um número excessivo de simulações e uma possível sobrecarga da rede. Logo, em cada problema, deve-se lançar um número adequado de processos que permitam a obtenção da solução com o menor custo computacional possível.

O correto dimensionamento do esforço a ser aplicado a cada caso é uma questão delicada e só poderá ser melhor estimado com o uso continuado da ferramenta em aplicações práticas. Infelizmente, os casos estudados até agora não permitem a obtenção de conclusões generalizadas, já que o desempenho dos algoritmos depende de uma grande quantidade de fatores, tais como: número de parâmetros de ajuste, complexidade da função-objetivo, ocorrência de variáveis de pequena sensibilidade; interação entre parâmetros, qualidade das aproximações iniciais, etc. Como tendência geral, observou-se um maior número de insucessos (mínimos locais ou falha dos algoritmos) nos problemas de maior dimensão, conforme se observa na Figura 6-26 para os ajustes realizados com o Modelo 1. O gráfico apresenta a porcentagem de processos que reduziram a função-objetivo abaixo de 0,04.

Embora não se possa estabelecer regras precisas para uma quantificação exata do número de processos, é possível enumerar alguns fatores que devem ser considerados nesta análise:

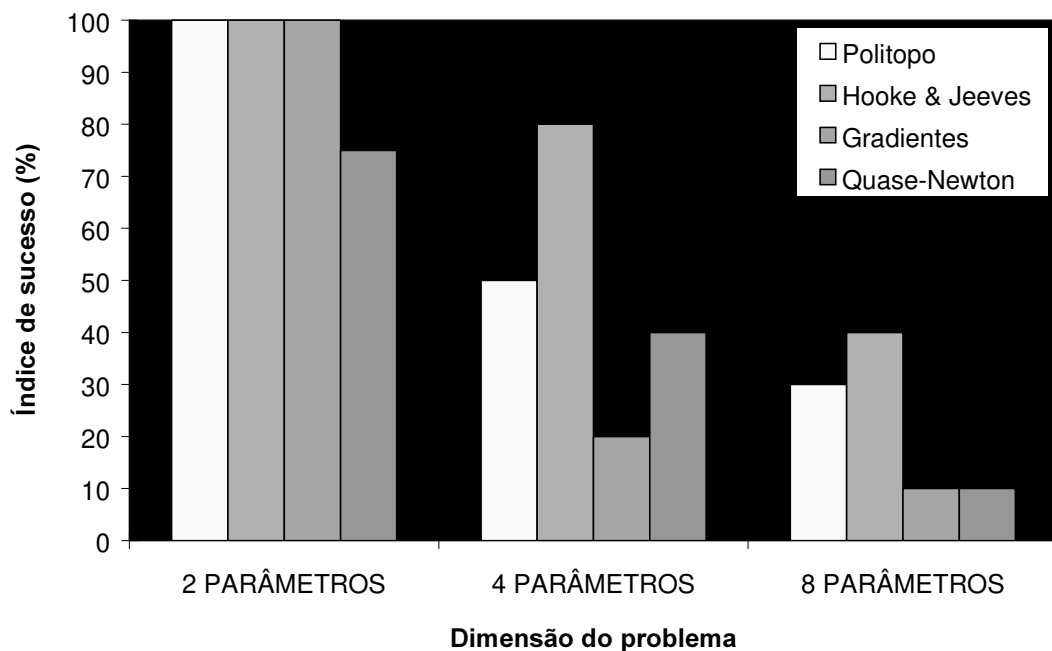


Figura 6-26 - Índice de sucesso / Modelo 1 / Casos 1A a 1C

1. *Número de máquinas disponíveis na rede*: dependendo do tempo de execução da simulação e da velocidade relativa das máquinas, pode ser conveniente a inicialização de um único processo por máquina, para evitar sobrecarga. Portanto, o número de estações de trabalho pode ser usado como um limite máximo de referência;
2. *Área de disco disponível*: normalmente, os arquivos de resultados dos simuladores ocupam grande espaço de disco, dependendo das opções de impressão solicitadas. Logo, é necessária uma avaliação prévia do espaço disponível para dimensionar quantas simulações simultâneas podem ser realizadas; Para melhorar a eficiência, recomenda-se a impressão apenas de informações essenciais (histórico de poços), deixando-se para o final do processo ou para situações específicas a impressão de informações adicionais.
3. *Taxa de utilização da rede*: o processo de otimização normalmente envolve um grande número de simulações, dependendo do problema. Portanto, é recomendável uma avaliação do índice de ocupação das máquinas para evitar sobrecarga e possível prejuízo para outros usuários;
4. *Número de variáveis de ajuste*: em geral, estima-se que o número de processos falhos ou que convergem para mínimos locais tende a aumentar com a dimensão do problema, como realmente ocorreu nos exemplos apresentados. Conseqüentemente, um maior número de

aproximações iniciais deve ser inicializado à medida que o número de variáveis cresce. Como ponto de partida, pode-se tentar um processo de busca para cada parâmetro de ajuste. Se esta estratégia não funcionar, pode-se adotar medidas corretivas após a obtenção das primeiras respostas.

Os resultados obtidos também demonstraram que alguns processos só conseguem reduzir significativamente a função-objetivo nas primeiras iterações, permanecendo praticamente estabilizados por um grande número de simulações. Para evitar este tipo de comportamento, o trabalho evoluiu para o desenvolvimento de um gerenciador de processos, capaz de cancelar automaticamente algumas corridas durante a otimização se pouco ou nenhum progresso estiver sendo obtido na redução da função-objetivo. Tal procedimento já foi descrito no Capítulo 3, mas será melhor detalhado no Item 6.5.

6.4 Estimativa do número de simulações

No Capítulo 3, comentou-se que o uso da metodologia proposta neste trabalho deve ser precedida de uma avaliação de custos computacionais. Para que isto seja possível, é necessária uma estimativa prévia do número total de simulações esperado.

Porém, em estudos reais, é muito difícil uma avaliação deste tipo porque não se sabe “a priori” quantas vezes e em que circunstâncias o programa de ajuste automatizado será utilizado. Além disto, é possível que mais de uma corrida sejam necessárias para obter um mesmo ajuste, já que nem sempre as variáveis selecionadas permitem a determinação de respostas satisfatórias.

Mesmo que fosse possível prever o esquema de utilização do programa em uma determinada aplicação, ainda assim seria bastante complicado estimar qual o número de simulações esperado em cada otimização, pois inúmeros fatores afetam o desempenho do processo, tais como: qualidade das aproximações iniciais, tolerância desejada, quantidade de parâmetros, complexidade da função-objetivo, etc. O que de concreto se pode esperar é um aumento do número de simulações com a quantidade de parâmetros, conforme ilustra o gráfico da Figura 6-27, que apresenta o esforço médio requerido pelos métodos Politopo e Hooke & Jeeves para reduzir a função-objetivo abaixo de 0,04 nos casos estudados com o

Modelo 1 (dois, quatro e oito parâmetros). Verifica-se que a relação não é linear, já que as dificuldades tendem a aumentar com a dimensão do problema.

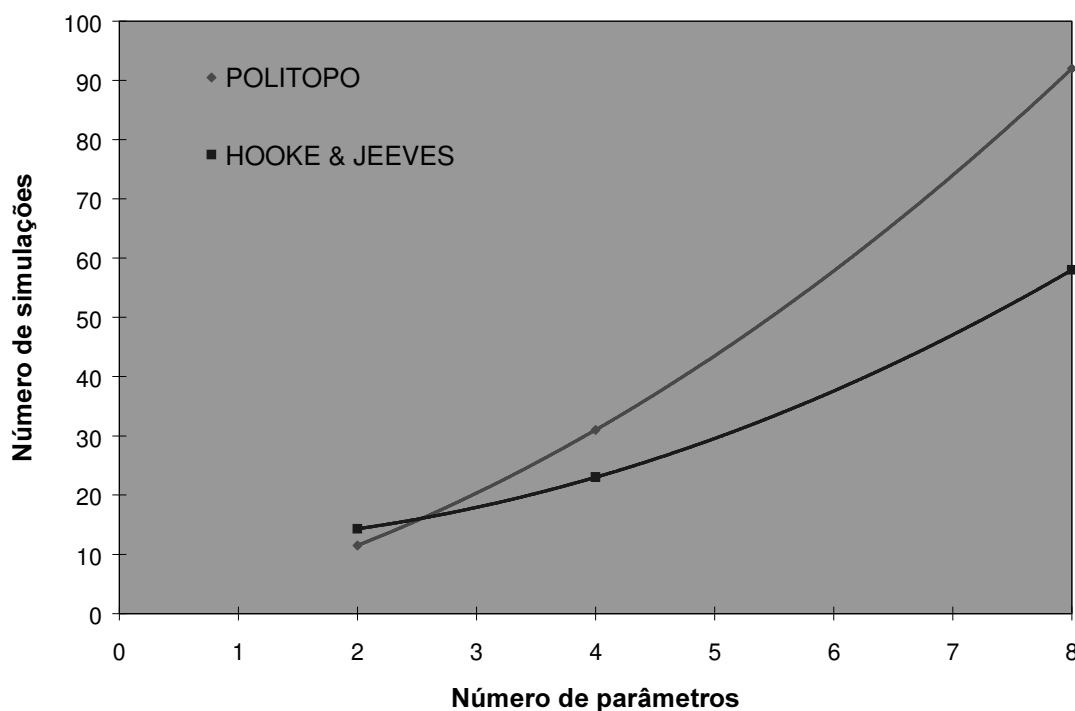


Figura 6-27 - Esforço computacional médio para as aplicações do Modelo 1

Portanto, qualquer estimativa mais apurada de custos só poderá ser feita após a experiência adquirida com o uso da ferramenta em alguns estudos de reservatórios. Espera-se que as estatísticas obtidas nas primeiras aplicações possam servir de referência para a extrapolação em novos estudos.

6.5 Gerenciamento de processos

A análise do desempenho dos métodos de otimização revelou que cada solução exige esforço computacional bastante diferenciado, dependendo das aproximações iniciais adotadas. Enquanto algumas respostas são determinadas em poucas iterações, outras requerem um grande número de simulações, muitas vezes, com pouco ou nenhum decréscimo da função-objetivo. Este comportamento é mais comum quando a otimização é feita com os métodos diretos, podendo ser causado por sucessivas contrações (método

Politopo) ou por inúmeras pesquisas exploratórias mal sucedidas (método de Hooke & Jeeves). Exemplos típicos são as soluções 5 e 10 da Figura 6-28.

Para evitar que corridas como estas se prolonguem desnecessariamente e, desta forma, reduzir o custo computacional final da otimização, esforços adicionais foram investidos no desenvolvimento de uma rotina para gerenciamento dos processos. Além do cálculo de aproximações iniciais e da distribuição de tarefas, o programa principal ficaria encarregado de cancelar determinadas corridas em momentos específicos da otimização, com base nas informações enviadas pelos programas escravos sobre a função-objetivo e o número de simulações realizadas.

Para implementar o programa, alguns aspectos foram analisados: (1) quantos processos devem ser cancelados; (2) qual o momento mais adequado para o corte; e (3) qual o critério para seleção das corridas. Embora não tenha sido possível definir uma estratégia padrão para atender satisfatoriamente a todas as situações, este gerenciamento é extremamente importante para evitar simulações desnecessárias.

Uma opção implementada permite o cancelamento automático de todos os processos pendentes no momento em que a primeira solução satisfatória é obtida. Por exemplo, no Caso 1B (Figura 6-28), a otimização seria encerrada no instante em que a Curva 4 interceptasse a linha de referência ($F_o = 0,04$), ou seja, após 28 simulações. Com isto, várias iterações seriam evitadas nas corridas 5 e 10, porém com prejuízo para corridas 3, 6 e 9, que seriam interrompidas prematuramente. Resultados semelhantes também seriam obtidos com o Caso 1C (Figura 6-29).

Outro procedimento avaliado foi o seguinte: cancelamento de 50 % dos piores processos (aqueles com maiores valores correntes da função-objetivo) ao final de $2,5n$ simulações (n = número de parâmetros). A estratégia permite uma sensível redução do número total de simulações, mas algumas soluções podem ser perdidas, já que os cancelamentos são realizados ainda no início do processo. Por exemplo, nos Casos 1B e 1C (Figuras 7-28 e 7-29), mais da metade das soluções satisfatórias seriam perdidas se 50 % das corridas tivessem sido canceladas ao final de 10 e 20 simulações, respectivamente.

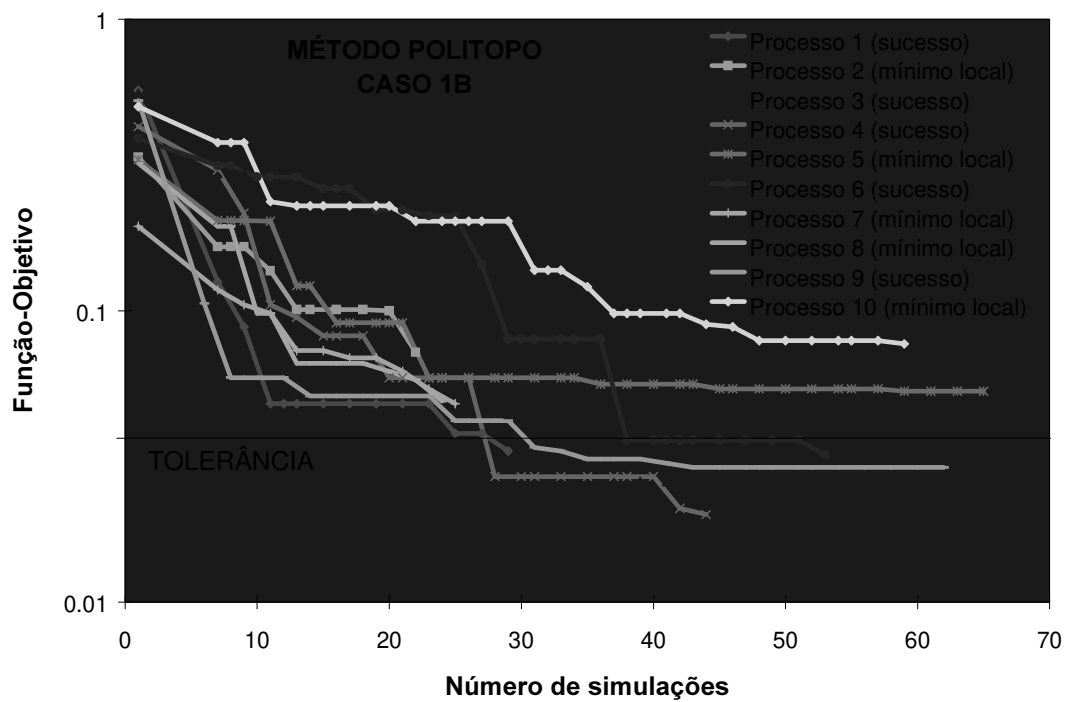


Figura 6-28 - Soluções paralelas obtidas com o método Polítopo (Caso 1B)

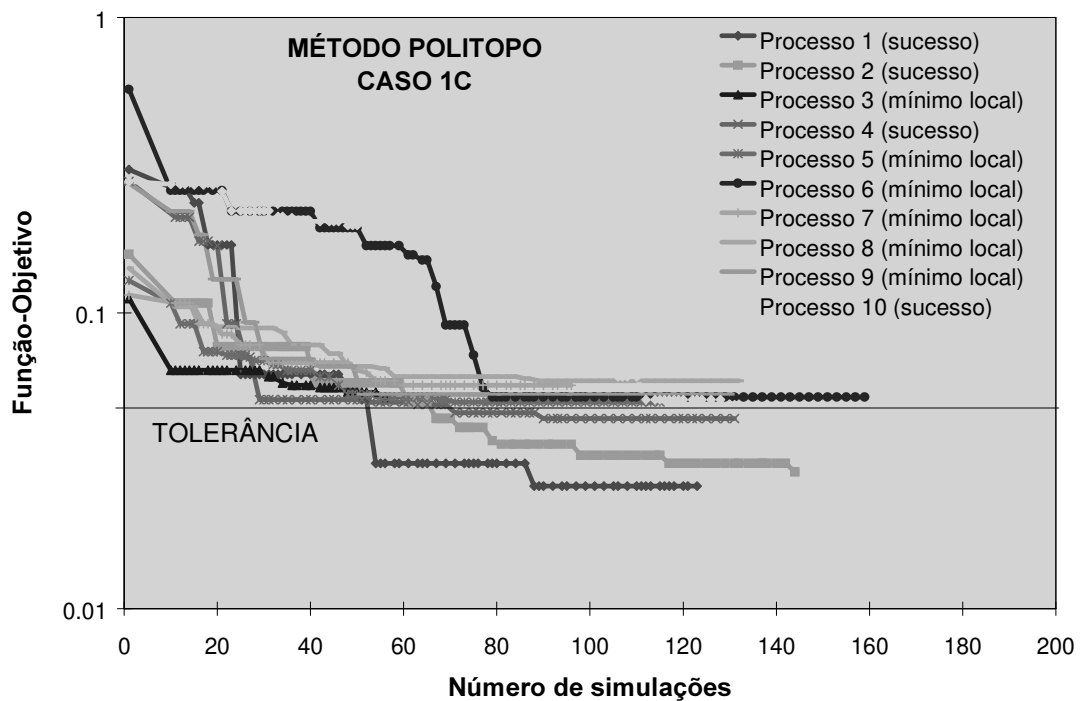


Figura 6-29 - Soluções paralelas obtidas com o método Polítopo (Caso 1C)

Para tentar melhorar os resultados, outra estratégia foi investigada procurando-se incorporar mais informações resultantes do processo de otimização: corte de 30 % dos processos ao final de $2,5n$ simulações e de mais 30 % após $5n$ simulações (total de 60 %). Tal procedimento se mostrou mais eficaz em algumas situações, mas não em todas. Por exemplo, no Caso 1B, apenas duas das cinco soluções aceitas seriam perdidas, porém, no Caso 1C, três das quatro soluções o seriam.

Um dos motivos deste desempenho é que, ao se adotar o valor da função-objetivo como critério para seleção dos piores processos, algumas boas soluções podem ser perdidas já que nem sempre as melhores respostas correspondem aos mais baixos valores iniciais da função. Então, um outro critério de seleção foi adotado, com base em valores normalizados da função-objetivo (Fo/Fo_i , onde Fo_i = valor inicial), cujos gráficos estão apresentados nas Figuras 6-30 e 6-31 para os Casos 1B e 1C, respectivamente. Este procedimento de fato melhorou os resultados em alguns casos, mas não pode ser classificado como o melhor em todas as ocasiões.

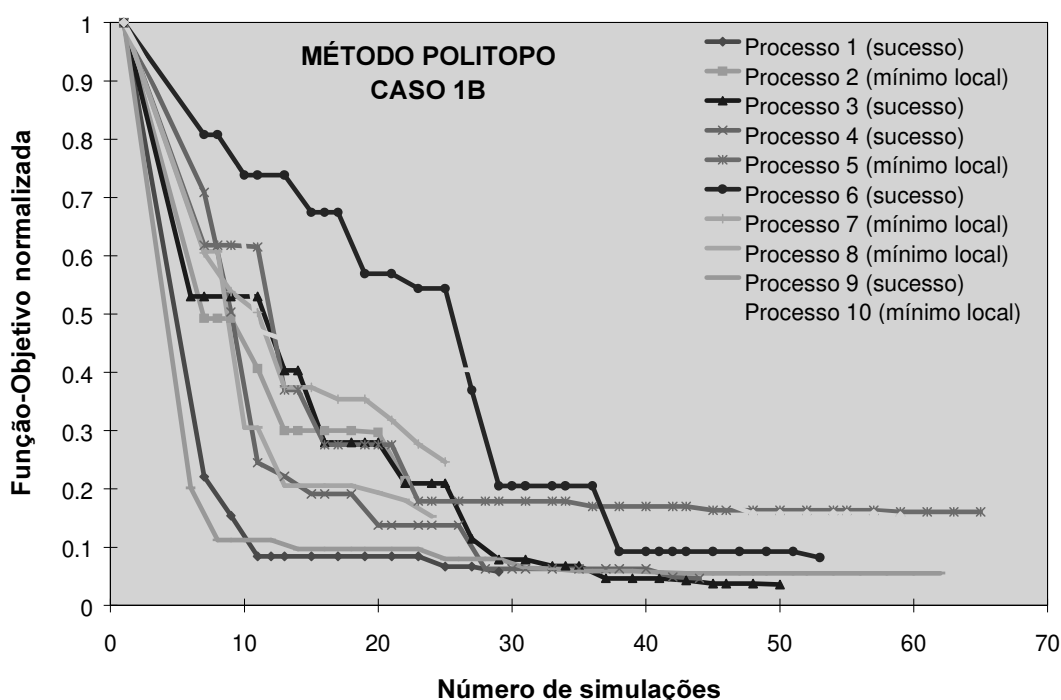


Figura 6-30 - Redução relativa da função-objetivo (Caso 1B - Hooke & Jeeves)

Tendo em vista que não se conseguiu estabelecer critérios satisfatórios e gerais, o programa foi implementado de forma bastante flexível. O usuário define, inicialmente, se

deseja ou não realizar cortes. Em caso positivo, dois cancelamentos podem ser realizados durante a otimização e, neste caso, deve-se definir quantos processos deverão ser cortados de cada vez e quando isto deve ocorrer (número de simulações). A seleção dos processos pode ser feita pela função-objetivo ou pelo valor normalizado. Outra opção possível é o cancelamento automático de todos as corridas quando a primeira solução satisfatória for determinada, caso particularmente interessante para simulações com alto tempo computacional.

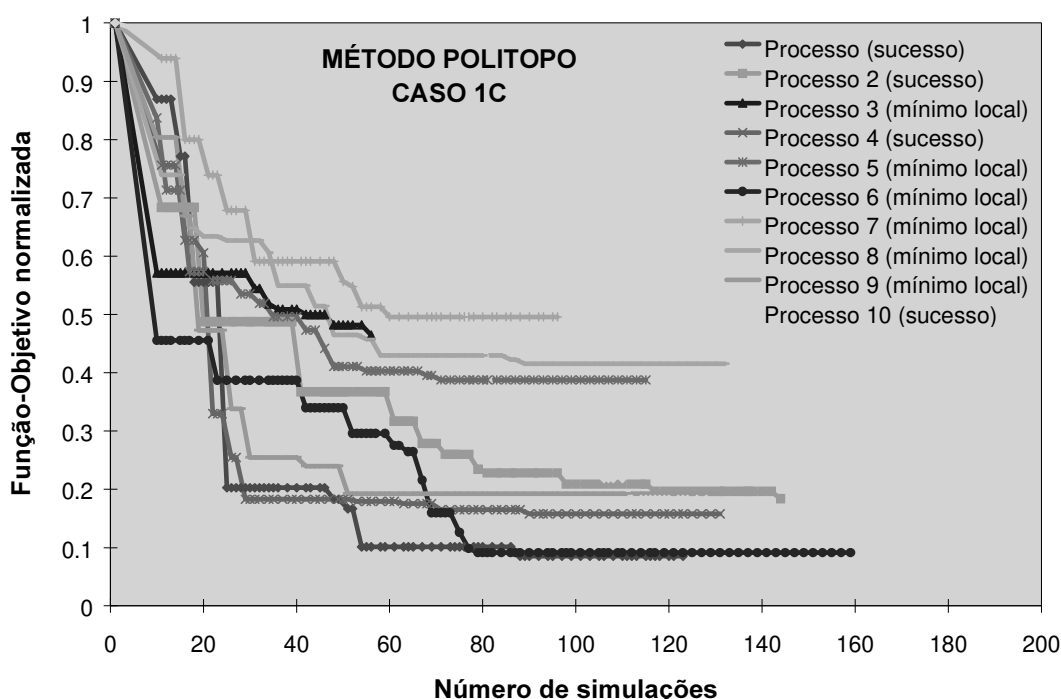


Figura 6-31 - Redução relativa da função-objetivo (Caso 1C - Polítopo)

Obviamente, a escolha de todos esses parâmetros deve ser analisada caso a caso, num processo iterativo. A estratégia a ser adotada dependerá da disponibilidade de máquinas e do índice de ocupação médio das mesmas.

Várias outras alternativas poderão ser implementadas em trabalhos futuros. Por exemplo, se um determinado processo for encerrado prematuramente (mínimos locais), uma nova aproximação inicial pode ser lançada automaticamente ou um outro método pode ser utilizado para tentar refinar a solução. Outras possibilidades são o lançamento de vários métodos ao invés do mesmo em regiões diferentes e a redução automática do número de parâmetros, em caso de detecção de variáveis de baixa sensibilidade.

6.6 Comparação dos métodos de otimização

Os exemplos apresentados no Item 6.2 forneceram uma idéia aproximada do comportamento médio de cada método de otimização. No entanto, para reforçar e melhor fundamentar as conclusões obtidas, uma comparação da eficiência dos algoritmos é apresentada nesta seção sob forma de gráficos. O critério de comparação baseia-se no número de simulações necessárias para obter uma redução equivalente da função-objetivo, já que todas as demais operações envolvidas no processo requerem um tempo de execução desprezível, em relação ao dispendido nas simulações.

As Figuras 6-32 a 6-41 apresentam os desempenhos obtidos nos Casos 1B e 1C da Seção 6.2 (quatro e oito parâmetros, respectivamente). Em geral, as seguintes conclusões foram obtidas:

1. Os métodos de busca direta (Politopo e Hooke & Jeeves) apresentaram desempenho global melhor que os algoritmos “Steepest Descent” e Quase-Newton, pois revelaram-se muito mais robustos e capazes de obter respostas mais refinadas. Os índices de sucesso médios (porcentagem de processos bem sucedidos) foram da ordem de 50 % nos primeiros e inferior a 20 % nos últimos. No que diz respeito ao número de simulações para obter uma redução equivalente da função-objetivo (taxa de convergência), as quatro técnicas apresentaram desempenhos semelhantes.
2. A maior incidência de falhas nos métodos de primeira ordem resulta da influência dos seguintes fatores: (1) natureza bastante complexa da função-objetivo, cuja superfície mostrou-se “não-suave” em algumas situações; (2) erros de aproximação das derivadas parciais da função-objetivo (diferenças finitas); (3) comportamento extremamente não-linear e não-quadrático da função-objetivo, que prejudica o desempenho dos métodos baseados em aproximações de segunda ordem; (4) escala inadequada das variáveis, que freqüentemente provoca erros no cálculo da direção de pesquisa;
3. Em geral, o desempenho dos algoritmos “Steepest Descent” e Quase-Newton foi satisfatório apenas nas iterações iniciais, devido aos maiores gradientes. Nas iterações finais, pouco ou nenhum progresso foi obtido, caracterizando-se uma convergência tipicamente linear. Este comportamento tornou-se mais crítico devido aos erros de

aproximação das derivadas, que impediram um maior refinamento das soluções na região de vales. Por este motivo, o número médio de simulações requerido por estas técnicas foi usualmente menor.

4. O método Quase-Newton apresentou eficiência global semelhante à do algoritmo “Steepest Descent”, porém com um número ligeiramente maior de falhas. Este mau desempenho foi provocado pela natureza “não-quadrática” da função-objetivo ou por problemas locais de escala, que comprometem sensivelmente a taxa de convergência do método, podendo torná-la inferior à do algoritmo “Steepest Descent” (linear).
5. O método de Hooke & Jeeves apresentou desempenho superior ao Politopo, principalmente quando o número de parâmetros foi maior.
6. A grande vantagem dos métodos que utilizam derivadas consiste na possibilidade de serem eficientemente paralelizados. A cada iteração, “ n ” simulações podem ser convenientemente distribuídas pelas diversas máquinas da rede, durante o cálculo do vetor gradiente. Conseqüentemente, o tempo de execução dos processos tende a ser sensivelmente reduzido, dependendo da quantidade de máquinas disponíveis. Por outro lado, os métodos Politopo e Hooke & Jeeves não apresentam a mesma vantagem, já que a otimização é realizada de forma seqüencial. Ambos podem ser adaptados para o ambiente paralelo, com um aumento do número total de simulações, mas possível diminuição do tempo global de execução.

A seguir estão apresentados os gráficos comparativos:

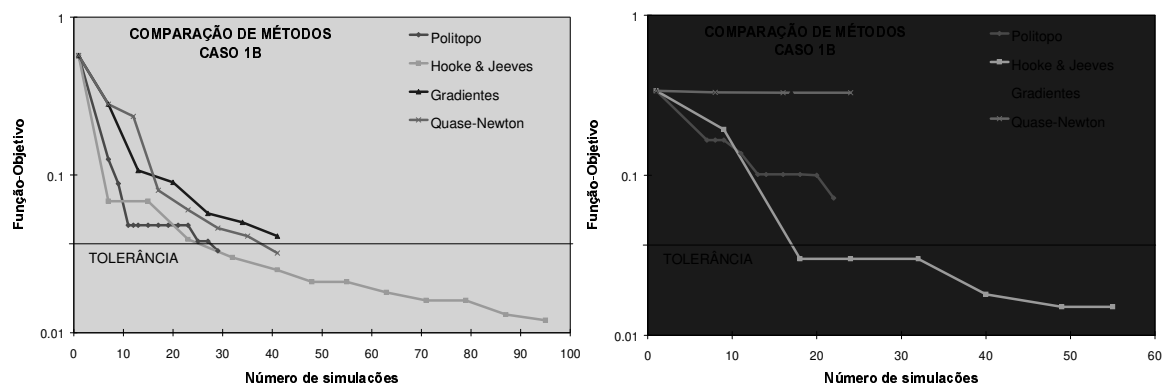


Figura 6-32 - Desempenho dos algoritmos no Caso 1B (Soluções 1 e 2)

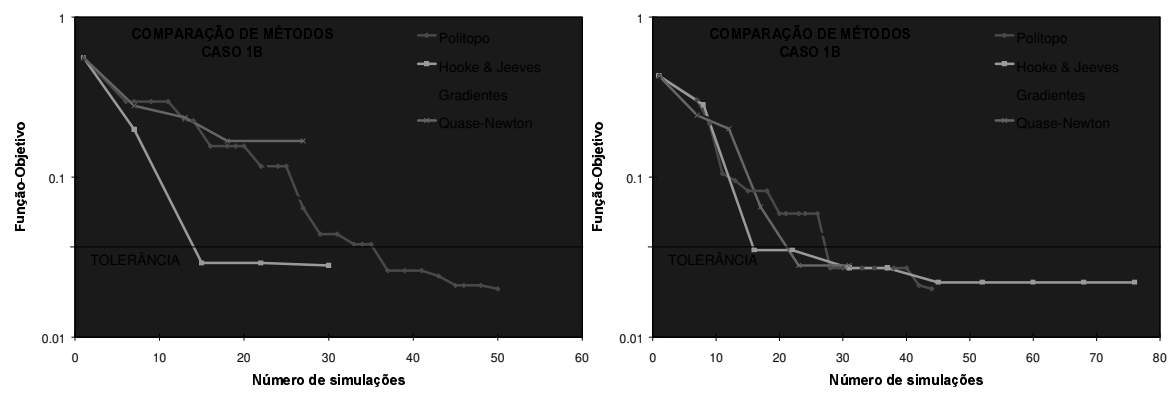


Figura 6-33 - Desempenho dos algoritmos no Caso 1B (Soluções 3 e 4)

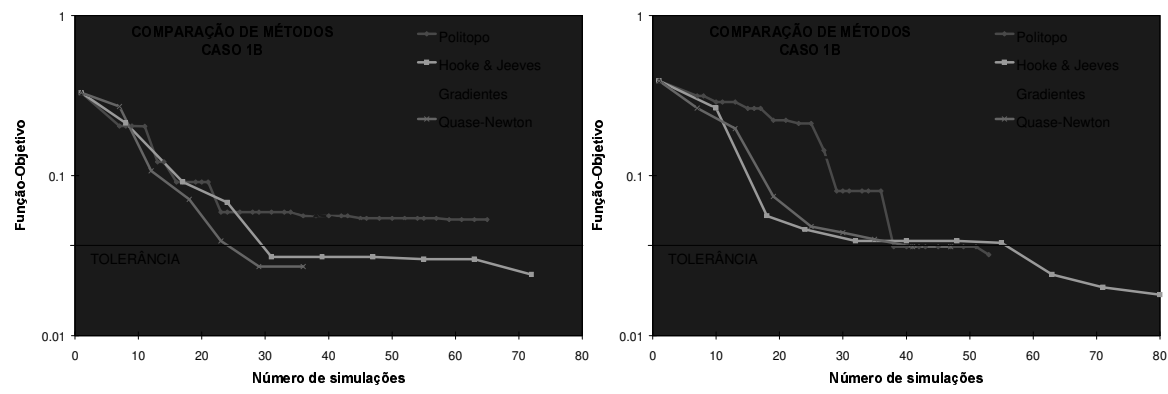


Figura 6-34 - Desempenho dos algoritmos no Caso 1B (Soluções 5 e 6)

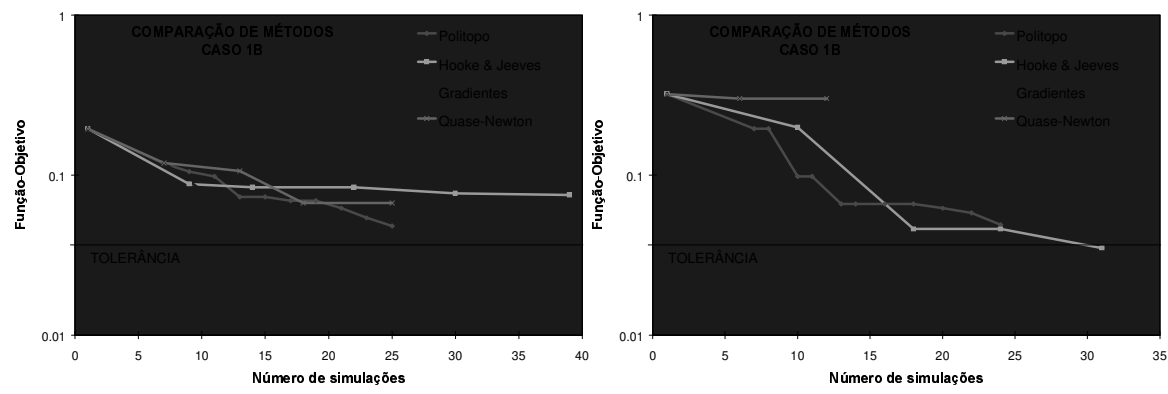


Figura 6-35 - Desempenho dos algoritmos no Caso 1B (Soluções 7 e 8)

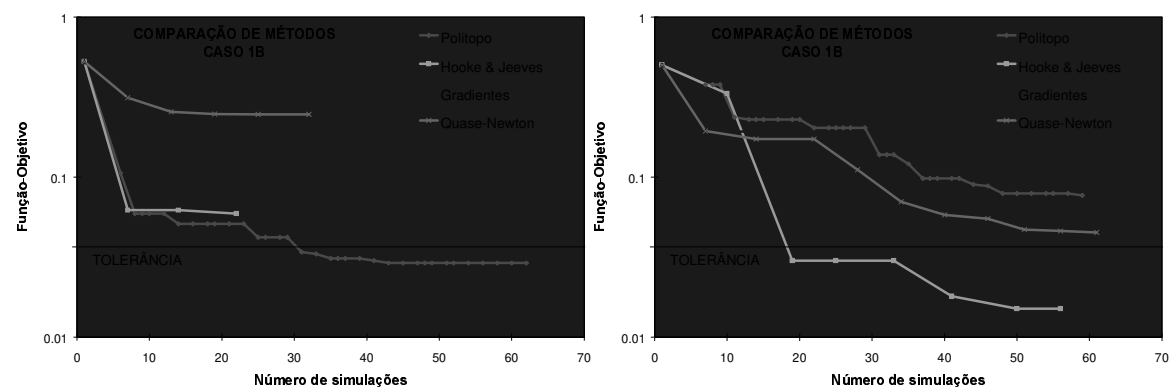


Figura 6-36 - Desempenho dos algoritmos no Caso 1B (Soluções 9 e 10)

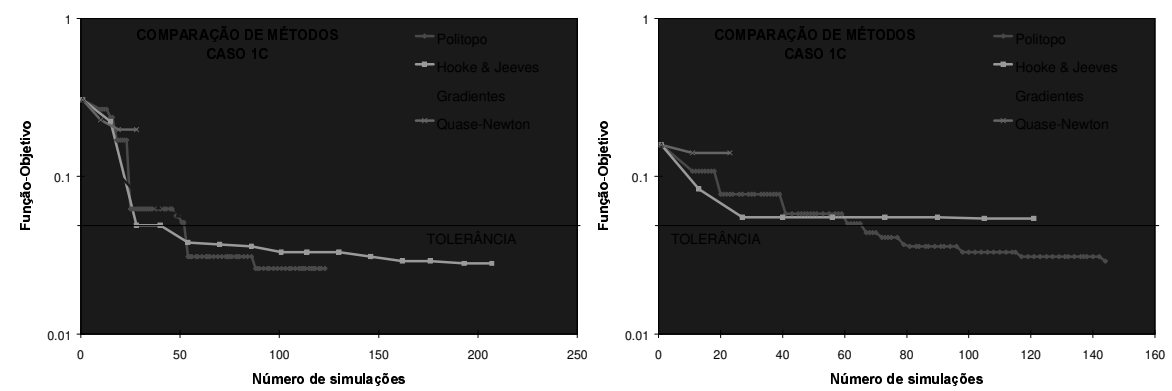


Figura 6-37 - Desempenho dos algoritmos no Caso 1C (Soluções 1 e 2)

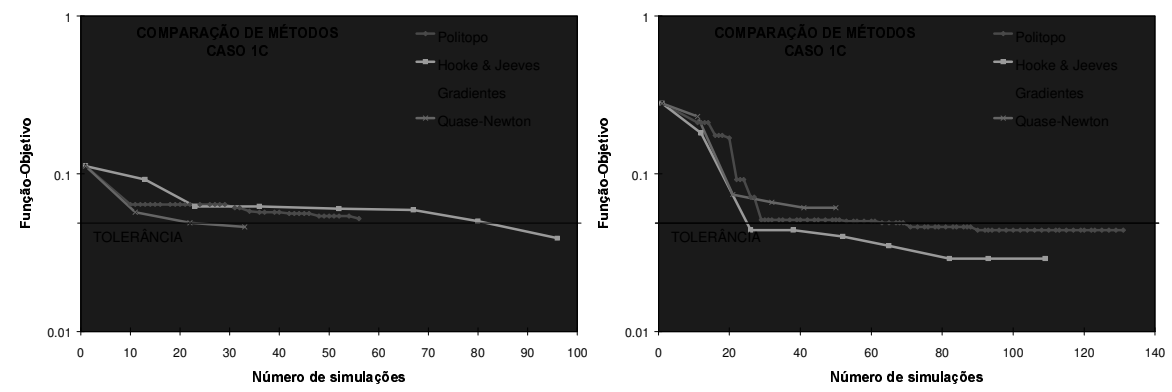


Figura 6-38 - Desempenho dos algoritmos no Caso 1C (Soluções 3 e 4)

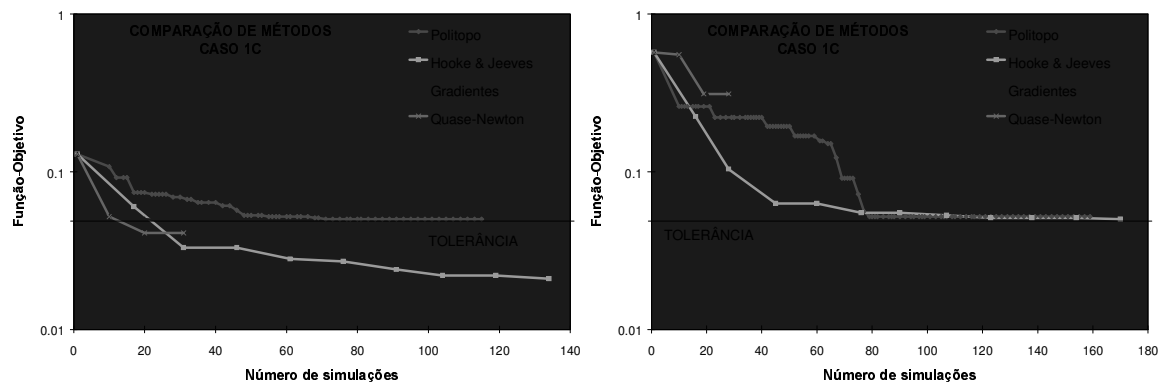


Figura 6-39 - Desempenho dos algoritmos no Caso 1C (Soluções 5 e 6)

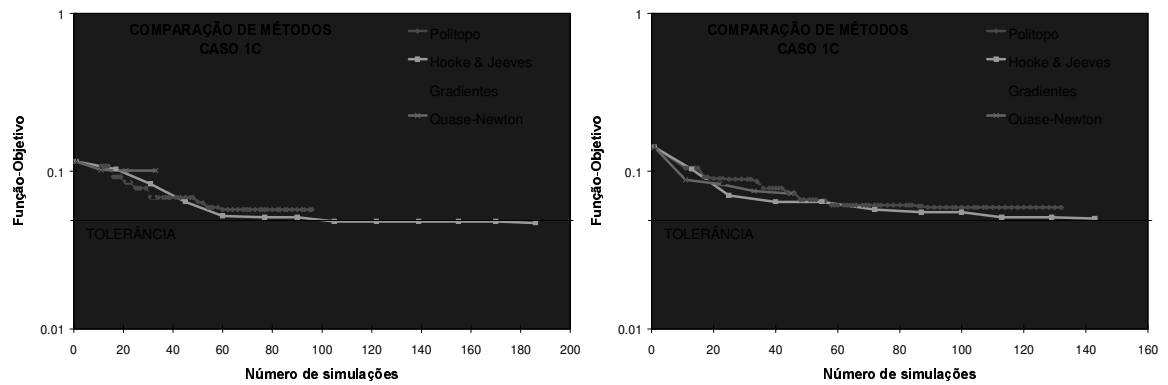


Figura 6-40 - Desempenho dos algoritmos no Caso 1C (Soluções 7 e 8)

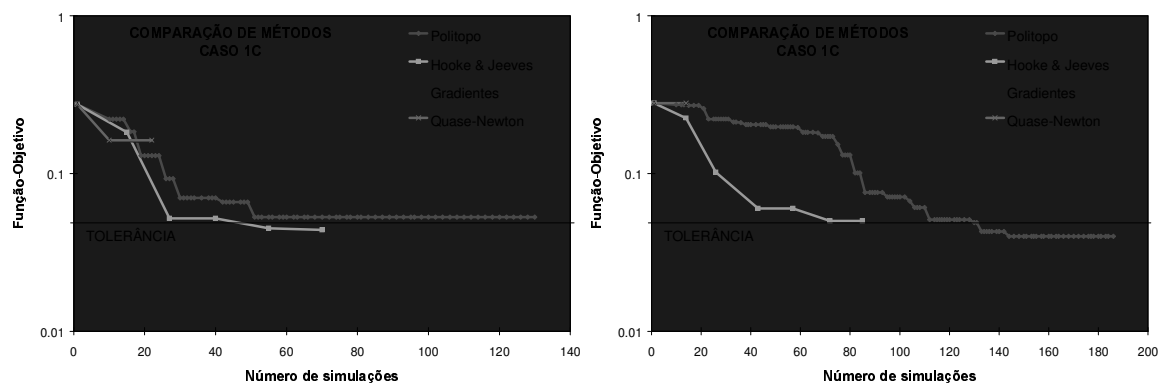


Figura 6-41 - Desempenho dos algoritmos no Caso 1C (Soluções 9 e 10)

6.7 Análise dos métodos de otimização

Este item apresenta algumas análises realizadas com o objetivo de tentar melhorar a eficiência de cada algoritmo de otimização. Especial atenção foi dispensada aos métodos que utilizam derivadas, já que os desempenhos obtidos não corresponderam às expectativas iniciais.

6.7.1 Algoritmo Politopo

Em geral, o desempenho do método Politopo mostrou-se satisfatório na maioria das aplicações. No entanto, algumas modificações foram implementadas visando a torná-lo mais eficiente, conforme sugestões descritas no Capítulo 4. Entre estas mudanças, as mais importantes foram a alteração do cálculo do ponto contraído e a realização de encolhimento nas situações em que a função permanece inalterada por várias iterações. Ambas as modificações foram incorporadas em uma nova rotina para comparação com o algoritmo original.

Além disto, o tamanho do politopo inicial foi outro aspecto investigado. Se $\mathbf{x}_0$ é a aproximação inicial, então os n vértices adicionais são obtidos pela expressão:

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_0 + \Delta_i \mathbf{d}_i \quad (7-5)$$

onde $\mathbf{d}_i$ são vetores unitários na direção de cada parâmetro e Δ_i são as variações iniciais. Em princípio, tais variações foram adotadas como sendo 10 % do intervalo de variação dos parâmetros. Nesta seção, novos testes foram realizados aumentando-se esta proporção para 30 e 60 %.

Os resultados de todos estes testes estão apresentados nas Figuras 6-42 a 6-46, para o Caso 1B da Seção 6.2 (4 parâmetros). A Curva 1 equívale ao algoritmo original; a Curva 2 equívale à versão modificada com alteração no cálculo do ponto contraído e realização de encolhimento; e as Curvas 3 e 4 representam o algoritmo original, mas com mudança do tamanho do politopo inicial (30 e 60 % dos intervalos de variação dos parâmetros). As seguintes conclusões gerais foram obtidas:

1. A versão modificada do algoritmo (mudança da contração e encolhimento) apresentou desempenho semelhante ao original, principalmente no Caso 1B. No Problema 3 (oito parâmetros), a versão original do método mostrou-se mais eficiente.
2. A adoção de intervalos maiores para construção do politopo inicial parece influenciar positivamente o desempenho da otimização. Pode-se observar nas figuras que melhores resultados foram obtidos com maiores tamanhos iniciais dos Politopos.

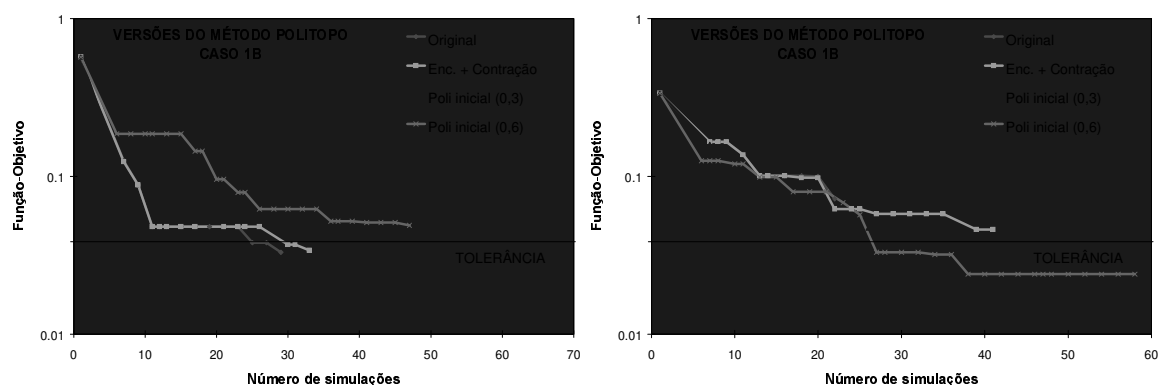


Figura 6-42 - Eficiência do método Politopo / Caso 1B / Soluções 1 e 2

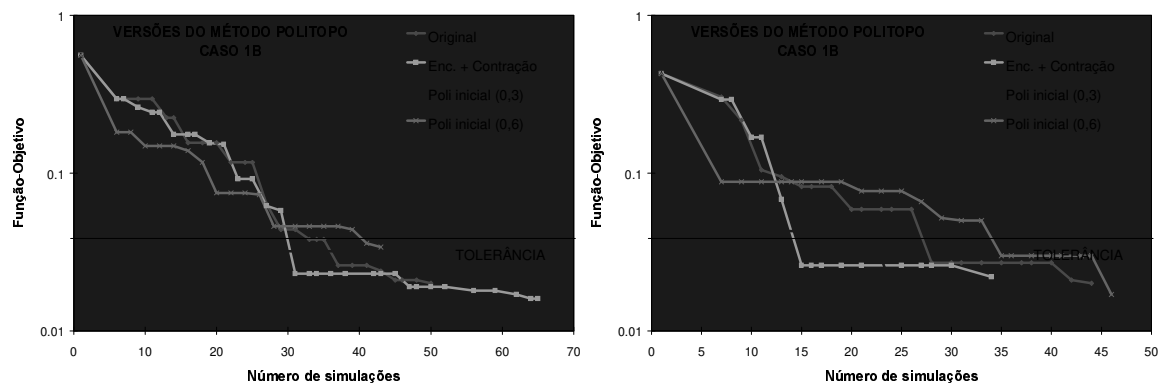


Figura 6-43 - Eficiência do método Politopo / Caso 1B / Soluções 3 e 4

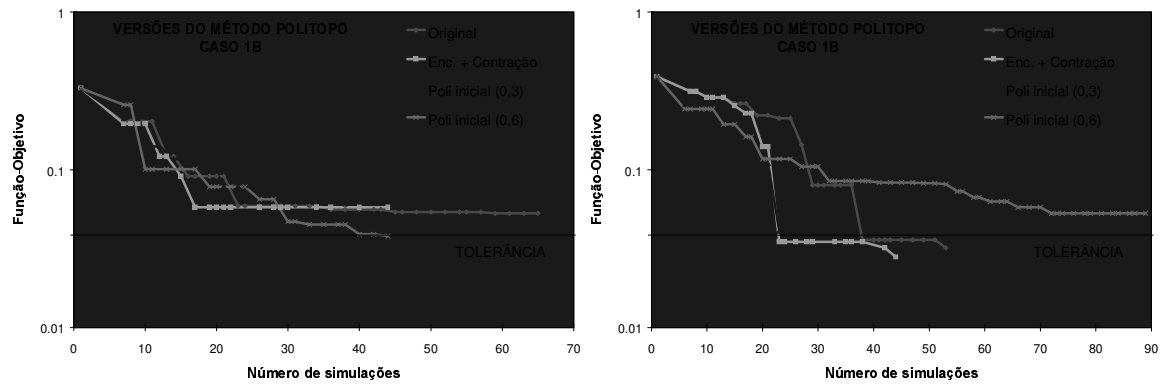


Figura 6-44 - Eficiência do método PolitoPO / Caso 1B / Soluções 5 e 6

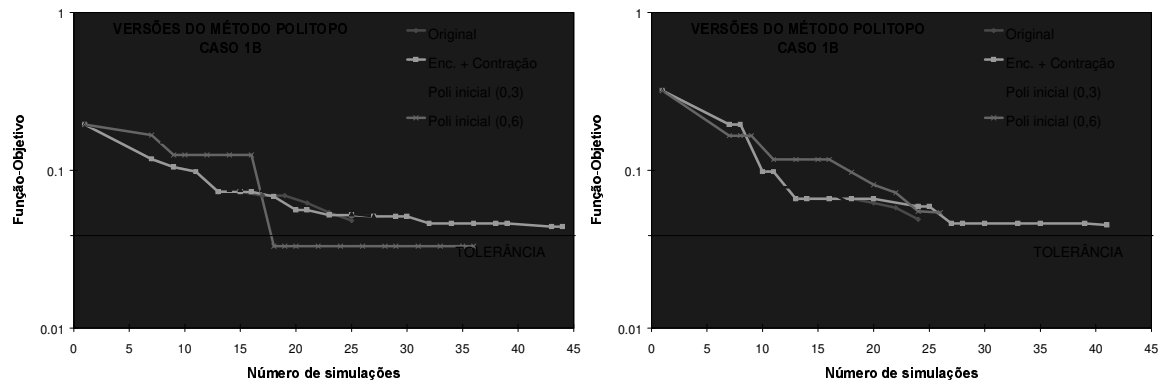


Figura 6-45 - Eficiência do método PolitoPO / Caso 1B / Soluções 7 e 8

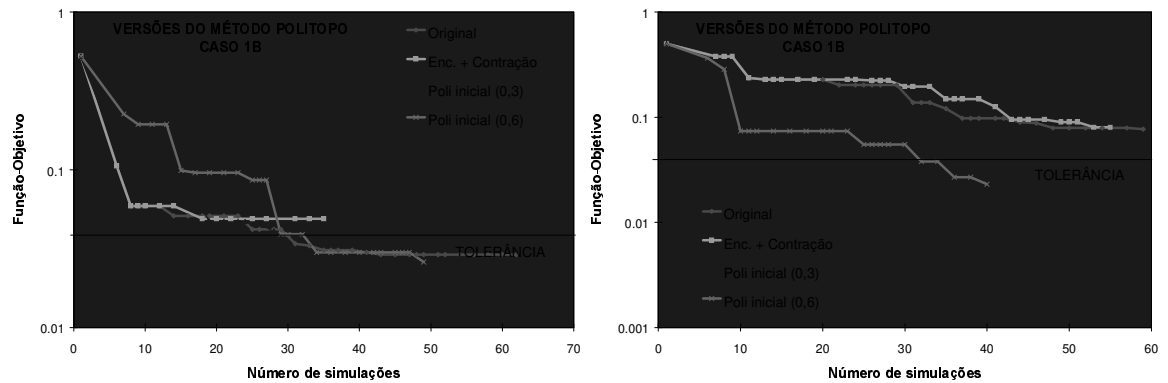


Figura 6-46 - Eficiência do método PolitoPO / Caso 1B / Soluções 9 e 10

6.7.2 Algoritmo de Hooke & Jeeves

No Capítulo 4, mencionou-se que o método de Hooke & Jeeves pode ser implementado de duas formas diferentes. Na primeira, realiza-se um único movimento ao longo da direção das ravinas (obtida ao final da pesquisa exploratória), cujo comprimento é definido através de um coeficiente de aceleração. Neste caso, a aceitação ou não do passo só é decidida após a realização de uma nova pesquisa exploratória. A segunda versão substitui tal movimento por uma pesquisa uni-dimensional, onde se avaliam vários pontos ao longo da direção das ravinas (a intervalos crescentes), até que não mais se encontrem menores valores da função-objetivo. Quando isto ocorre, uma nova pesquisa exploratória é reiniciada e o todo o ciclo é repetido.

As duas versões do algoritmo foram implementadas e comparadas nos exemplos anteriores (Casos 1B e 1C). Em geral, os desempenhos mostraram-se semelhantes, conforme se verifica nas Figuras 6-47 a 6-51, para o Caso 1B.

Um detalhe importante no método de Hooke & Jeeves é a variação inicial de cada parâmetro durante a realização das pesquisas exploratórias. Inicialmente, adotaram-se valores correspondentes a 10 % dos intervalos de variação de cada propriedade, ou seja: $\Delta = 0,1 \times (\mathbf{x}_{\max} - \mathbf{x}_{\min})$. Nesta seção, estas proporções foram alteradas para 30 e 60 %, e os resultados também estão apresentados nas Figuras 6-47 a 6-51. Como ocorreu com o método Polítopo, observou-se uma maior quantidade de sucessos (corridas que convergiram para a tolerância especificada) quando se trabalhou com intervalos mais extensos, porém com maior esforço computacional (número total de simulações). Isto se justifica pelo maior número de iterações necessárias para redução dos intervalos iniciais até a variação mínima permitida para cada parâmetro (Vide Figura 4-6).

A seguir, estão apresentados os gráficos comparativos com as opções testadas. As Versões 1 e 2 correspondem às implementações sem e com pesquisa unidimensional, respectivamente. E as outras curvas apresentam os testes realizados para diferentes variações iniciais dos parâmetros: $\Delta = 0,3 (\mathbf{x}_{\max} - \mathbf{x}_{\min})$ e $\Delta = 0,6 (\mathbf{x}_{\max} - \mathbf{x}_{\min})$.

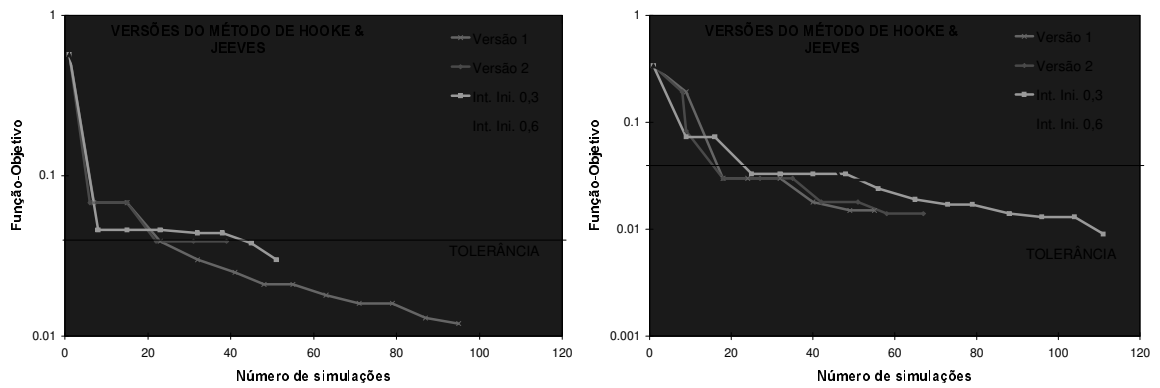


Figura 6-47 - Eficiência do método de Hooke & Jeeves / Caso 1B / Soluções 1 e 2

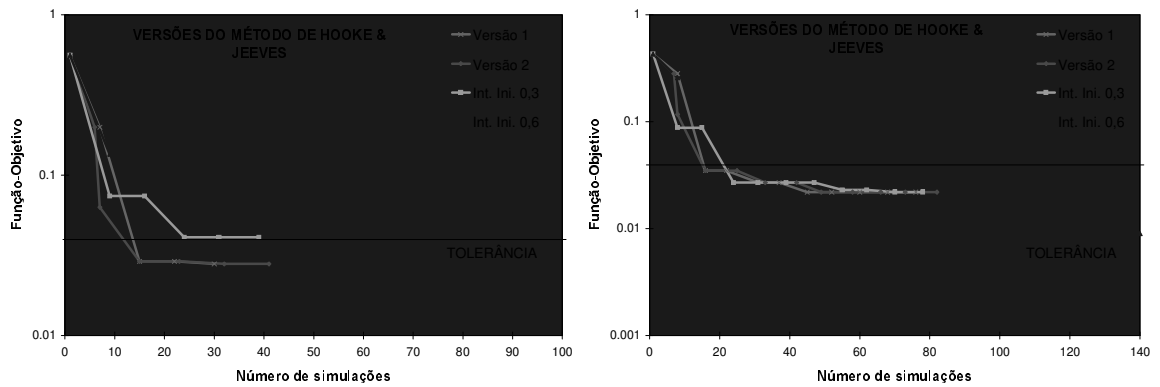


Figura 6-48 - Eficiência do método de Hooke & Jeeves / Caso 1B / Soluções 3 e 4

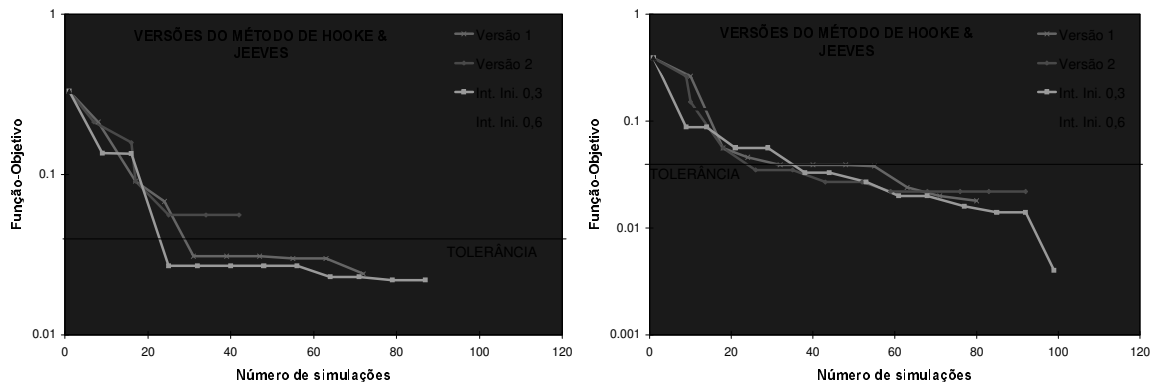


Figura 6-49 - Eficiência do método de Hooke & Jeeves / Caso 1B / Soluções 5 e 6

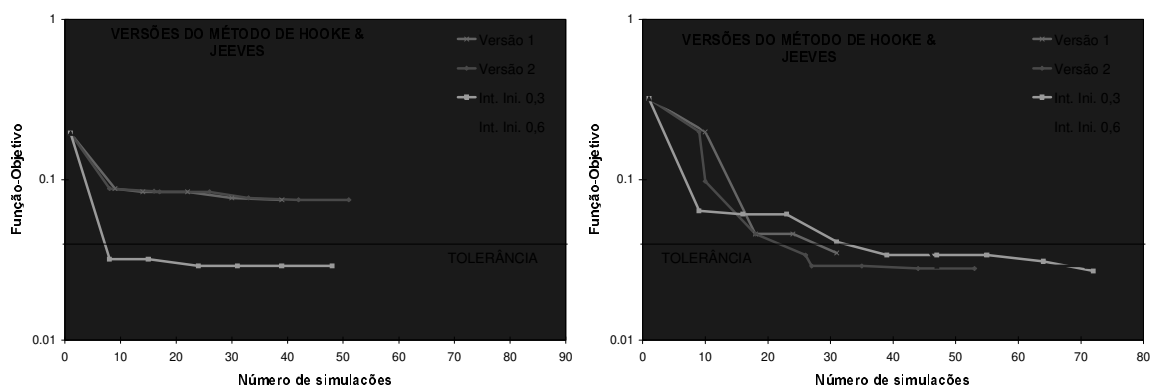


Figura 6-50 - Eficiência do método de Hooke & Jeeves / Caso 1B / Soluções 7 e 8

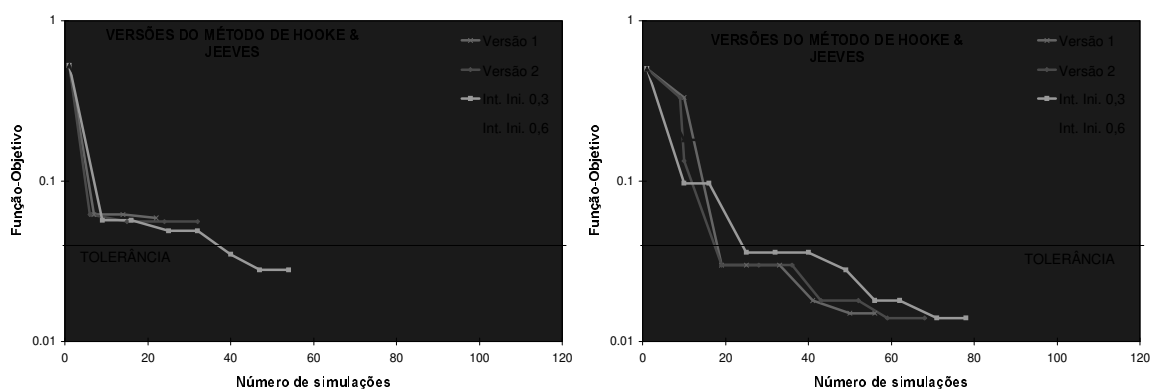


Figura 6-51 - Eficiência do método de Hooke & Jeeves / Caso 1B / Soluções 9 e 10

6.7.3 Gradientes e Quase-Newton

No Item 6.2, pôde-se perceber que os algoritmos de primeira ordem (Gradientes e Quase-Newton) apresentaram desempenho inferior ao esperado, principalmente o Quase-Newton. Em muitos casos, tais técnicas não foram capazes de reduzir suficientemente a função-objetivo ou simplesmente interromperam a minimização em pontos não-estacionários, ou seja, que não representam mínimos locais ou global. Algumas possíveis causas deste relativo insucesso são:

1. *Erros de aproximação das derivadas parciais (diferenças finitas)*: este tipo de problema pode ocorrer em fases distintas da otimização e, normalmente, apresenta naturezas distintas. Por exemplo, em algumas aplicações, a função-objetivo é bastante reduzida no

início do processo, ao passo que pouco ou nenhum progresso é obtido nas iterações finais. Isto indica que o limite de precisão foi atingido e que maiores refinamentos não podem ser obtidos. Em outros casos, a falha pode ocorrer no início da otimização, em pontos ainda distantes de um extremo, devido a erros de estimativa do vetor gradiente. Normalmente, são provocados por intervalos de diferenças finitas inadequados ou pela existência de oscilações ou descontinuidades na superfície da função-objetivo.

2. *Problemas de Escala*: em alguns casos, mesmo que esforços adicionais sejam aplicados para garantir uma boa aproximação do vetor gradiente, não se consegue obter menores valores da função-objetivo. Quando isto acontece, é provável que um problema local de escala seja a causa principal do insucesso, já que este detalhe pode provocar desbalanceio das derivadas ou ineficiência do processo de minimização.
3. *Estrutura inadequada de autovalores*: quando a otimização é feita com o método Quase-Newton, a influência dos fatores acima e de termos não quadráticos da função-objetivo podem provocar estrutura inadequada de autovalores, com conseqüente mau-condicionamento do processo iterativo. Além disto, a aproximação da inversa da matriz Hessiana pode deixar de ser positiva-definida, o que provoca falhas na determinação da direção de pesquisa. Conseqüentemente, a convergência do algoritmo pode ser sensivelmente degradada, podendo tornar-se pior do que a apresentada pelo método dos Gradientes, como de fato ocorreu em vários exemplos.

Para tentar contornar estes problemas, alguns detalhes de implementação foram investigados com maior profundidade.

- Intervalos de diferenças finitas

Para obter derivadas numéricas representativas, é fundamental que se estime corretamente os intervalos de diferenças finitas a serem utilizados na Equação 4-8, o que nem sempre é uma tarefa simples.

Alguns autores^{[3],[6],[17]} utilizaram uma porcentagem fixa, correspondente a 5 % dos valores dos parâmetros. Tal estratégia serviu como referência inicial e foi adotada como ponto de partida. Entretanto, em função da grande quantidade de insucessos, esforços

adicionais foram realizados para investigar a influência que o tamanho destes intervalos apresentam sobre a eficiência global dos algoritmos.

Um dos primeiros aspectos estudados foi a forma de cálculo propriamente dita. Observou-se que quando as diferenças finitas são calculadas como uma fração fixa dos valores das variáveis, uma grande variação pode ocorrer no campo normalizado, dependendo do “range” de variação de cada parâmetro. Por exemplo, suponha-se que as variáveis porosidade e permeabilidade estão sendo estimadas e que os respectivos limites são [0,25-0,35] e [500-1500 mD]. Se o ponto corrente é (0,3;1000), então 5 % destes valores representam, respectivamente, 0,015 e 50 mD. Quando transformados para o espaço normalizado (Equação 4-22), estes valores passam a ser 0,15 e 0,05, o que representa um desbalanceio. Como os algoritmos de otimização fazem a busca no espaço normalizado, temia-se que este tipo de problema pudesse dificultar a obtenção de respostas refinadas. Por este motivo, decidiu-se testar outra estratégia de cálculo, onde os intervalos seriam definidos como frações fixas dos valores normalizados.

Infelizmente, todas as hipóteses testadas forneceram resultados semelhantes no que diz respeito ao número de processos que reduziram a função-objetivo abaixo da tolerância especificada (Tabela 6-14). Conseqüentemente, não foi possível definir uma forma padrão de cálculo, capaz de fornecer bons resultados em “todas” as ocasiões. O que de fato se observou foi uma grande variação do comportamento dos algoritmos (e dos resultados), dependendo dos intervalos adotados.

Tabela 6-14 - Porcentagem de sucessos nos Casos 1B e 1C (Gradientes)

Diferenças finitas	Caso 1B ($F_o \leq 0,04$)	Caso 1C ($F_o \leq 0,05$)
$h = 0,025x_{\text{norm}}$	10 %	40 %
$h = 0,05x_{\text{norm}}$	20 %	20 %
$h = 0,1x_{\text{norm}}$	30 %	20 %
$h = 0,01x$	20 %	40 %
$h = 0,025x$	20 %	50 %
$h = 0,05x$	20 %	40 %

Por exemplo, a Figura 6-52 apresenta os desempenhos obtidos com o método dos Gradientes na obtenção de uma solução específica para os Casos 1B e 1C, adotando-se os intervalos definidos na Tabela 6-14. Observa-se que os resultados da otimização são

completamente diferentes em cada caso, o que indica a grande sensibilidade destes algoritmos aos intervalos de diferenças finitas:

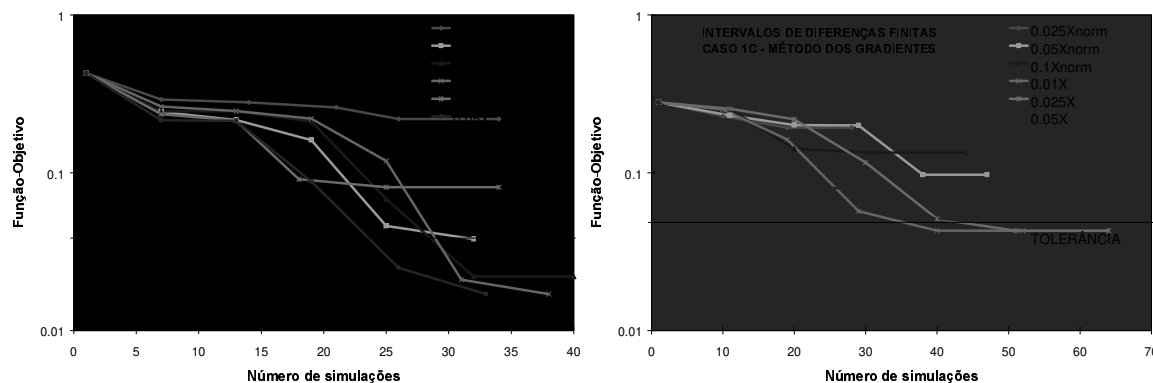


Figura 6-52 - Influência das diferenças finitas / Gradientes / Casos 1B e 1C

Além dos testes acima, tentou-se a utilização de um procedimento mais sofisticado para obtenção de derivadas numéricas^[41]. A idéia consiste em se estimar intervalos adequados, partindo-se de valores iniciais mais elevados, que são continuamente reduzidos até a determinação de um ótimo. Tenta-se extrapolar para $h \rightarrow 0$ os resultados de diferenças finitas obtidos com valores cada vez menores de h . Entretanto, as respostas não se mostraram melhores que as obtidas com procedimentos mais simples como os descritos acima. Em geral, houve uma tendência de se obter intervalos excessivamente pequenos, com prejuízo para os resultados finais. Além disto, a técnica é mais indicada para uso com diferenças finitas centradas, que requerem um número consideravelmente maior de simulações por iteração ($2n$ simulações).

Portanto, recomenda-se a utilização de frações fixas entre 1% a 10 % dos valores dos parâmetros (ou dos parâmetros normalizados) para estimativa das diferenças finitas. Todos os testes realizados entre estes limites apresentaram resultados semelhantes com relação ao número de soluções que atenderam à tolerância do problema.

- Problemas de escala: influência da normalização

Em problemas de ajuste de histórico de produção, os parâmetros apresentam escalas as mais diversas, daí porque a necessidade da transformação de variáveis (normalização) descrita no Capítulo 4.

Para ilustrar a importância deste procedimento, considere-se um problema de otimização em que as propriedades permeabilidades e porosidades devem ser estimadas e cujos intervalos de variação são, respectivamente, [500-1500 mD] e [0,25-0,35]. Se numa determinada iteração o ponto corrente é (800;029) e a direção de pesquisa é dada pelo vetor $(1,1)^T$, então o tamanho máximo do passo a ser dado ao longo desta direção é obtido de modo que o novo ponto se mantenha dentro dos intervalos de interesse de cada parâmetro. Ou seja, $\lambda = \min[\lambda_1, \lambda_2]$, onde $\lambda_1 = (1500 - 800)/1.0 = 700$ e $\lambda_2 = (0,35 - 0,29)/1.0 = 0,06$. Em se adotando $\lambda = 0,06$, somente a porosidade é variada no processo, ao passo que a permeabilidade praticamente não sofre alterações. Com a normalização dos parâmetros, ambos passam a apresentar o mesmo intervalo de variação e, em tese, este tipo de problema é contornado.

No entanto, este procedimento só funciona bem quando os intervalos de incerteza dos parâmetros são pequenos e as variações percentuais são aproximadamente homogêneas. Quando tais condições não ocorrem, a normalização não é capaz de escalonar adequadamente o problema, e o processo de otimização tende a se tornar bastante ineficiente, com comportamento semelhante ao descrito acima. Outras consequências deste problema são o desbalanceio das derivadas numéricas, erro nas direções de pesquisa ou mau-condicionamento do método Quase-Newton.

Para aliviar tais efeitos, é conveniente que todas as propriedades apresentem intervalos de variação aproximadamente semelhantes. Isto pode ser conseguido através de uma redução gradativa das incertezas com o uso de resultados obtidos em corridas preliminares, feitas com o objetivo específico de reduzir incertezas, sem a preocupação com maiores refinamentos.

- Comparação entre rotinas de pesquisa uni-dimensional

No Capítulo 4, foram apresentados dois tipos de algoritmos de pesquisa uni-dimensional: um mais preciso (Fibonacci), que isola o mínimo de uma função convexa com a precisão especificada pelo usuário; e um que realiza pesquisa inexata, ou seja, não obtém o mínimo com precisão, mas apenas busca reduzir suficientemente a função-objetivo.

Quando as derivadas da função a ser minimizada podem ser obtidas analiticamente, os métodos de pesquisa uni-dimensional inexata são considerados mais rápidos, pois permitem a obtenção do extremo com um menor número de avaliações da função-objetivo. Por outro lado, se as derivadas são obtidas numericamente (diferenças finitas), os algoritmos de pesquisa exata podem ser mais indicados, pois, propiciam uma redução do número total de iterações e do número de vezes que o vetor gradiente é avaliado. Conseqüentemente, o número final de simulações pode ser reduzido, dependendo do caso.

Além deste aspecto, os métodos de pesquisa uni-dimensional exata podem ser mais vantajosos quando a minimização é feita com métodos Quase-Newton, pois, entre os diversos fatores que provocam mau-condicionamento do processo iterativo, um deles é a realização de pesquisa inexata. Portanto, pelos motivos acima, decidiu-se investigar a influência que os dois tipos de algoritmos provocam neste tipo de aplicação.

Após a comparação dos métodos em diversas aplicações pôde-se concluir que ambos forneceram respostas semelhantes. Em algumas situações, o algoritmo de Fibonacci forneceu melhores resultados, ao passo que, em outras, a pesquisa inexata mostrou-se melhor. No conjunto, pode-se considerar os desempenhos equivalentes. Em todos os casos, o intervalo final de incerteza utilizado no método de Fibonacci foi fixado em 0,05 (campo nomalizado).

A Figura 6-53 apresenta exemplos de aplicação dos dois algoritmos na obtenção de uma solução específica para os Casos 1B e 1C com o método Quase-Newton:

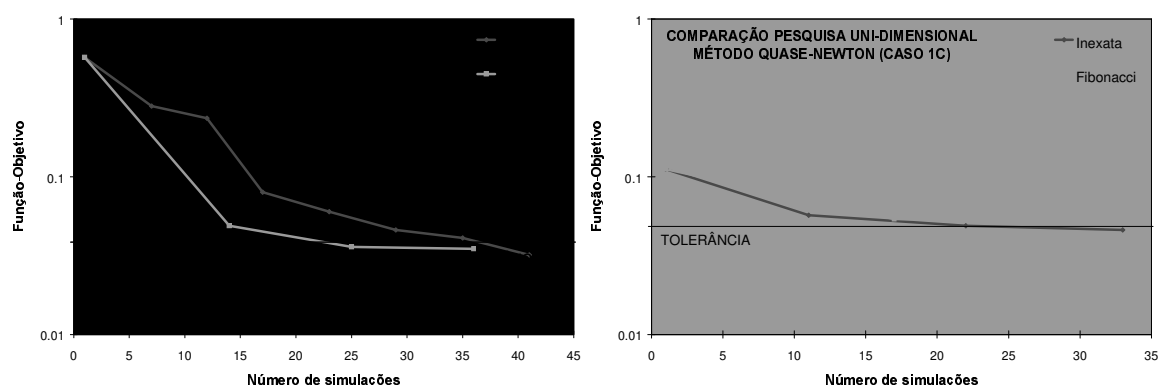


Figura 6-53 - Algoritmos de Pesquisa uni-dimensional / (Casos 1B e 1C)

- Método Quase-Newton com “Scaling” e “Restart”

No Capítulo 4, viu-se que quando se utiliza o método Quase-Newton para minimizar uma determinada função, a cada movimento no espaço n -dimensional, gera-se um autovetor adicional para a aproximação da inversa da matriz Hessiana (D_{k+1}), com autovalor unitário para a matriz $D_{j+1}H$. Em algumas situações, entretanto, é possível que D_1 seja escolhida de modo que os autovalores da matriz D_1H sejam todos significativamente maior que 1. Como estes autovalores são transformados para a unidade um de cada vez, à medida que o processo iterativo avança, pode-se esperar uma razão desfavorável entre o maior e o menor autovalor da matriz D_kH nos passos intermediários. Quando a função-objetivo não é quadrática ou quando as derivadas parciais são obtidas numericamente (como é o caso da presente aplicação), tal fenômeno pode resultar em efeitos de mau-condicionamento, com conseqüente prejuízo para a taxa de convergência do algoritmo. O uso de algoritmos de pesquisa uni-dimensional inexata também pode provocar este tipo de comportamento.

Para aliviar este problema, foram desenvolvidos métodos Quase-Newton com a capacidade de se auto-previnirem contra mau-condicionamento^{[36],[40]} (*Self-scaling Quasi-Newton Algorithms*). A idéia consiste em se multiplicar a matriz D_k por um determinado escalar $s_k > 0$ antes da atualização. Este procedimento garante que os autovalores da matriz $s_k D_k H$ se distribuam em torno da unidade, melhorando a eficiência global do processo. Uma conseqüência desta alteração é a perda da propriedade $D_n = H^{-1}$ no caso quadrático, porém sem prejuízos para a propriedade das direções conjugadas.

Um fator de escala adequado pode ser obtido pela expressão^[40]:

$$s_k = \frac{\mathbf{p}_k^T \mathbf{q}_k}{\mathbf{q}_k^T H_k \mathbf{q}_k} \quad (6-6)$$

Logo, a versão modificada do método Quase-Newton de Broyden, Fletcher, Goldfarb e Shanno (BFGS) com realização de “*scaling*” pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$D_{k+1} = \left[D_k + \frac{\mathbf{q}_k^T D_k \mathbf{q}_k}{\mathbf{q}_k^T \mathbf{p}_k} \times \frac{\mathbf{p}_k \mathbf{p}_k^T}{\mathbf{p}_k^T \mathbf{q}_k} - \frac{\mathbf{p}_k \mathbf{q}_k^T D_k + D_k \mathbf{q}_k \mathbf{p}_k^T}{\mathbf{q}_k^T \mathbf{p}_k} \right] \times \frac{\mathbf{p}_k^T \mathbf{q}_k}{\mathbf{q}_k^T H_k \mathbf{q}_k} + \frac{\mathbf{p}_k \mathbf{p}_k^T}{\mathbf{p}_k^T \mathbf{q}_k} \quad (6-7)$$

Estas mudanças foram implementadas em uma nova versão do algoritmo para tentar melhorar os resultados obtidos até então. Para garantir maior robustez, também foi incorporado um procedimento de “*restart*”, que reinicializa a busca na direção negativa do vetor gradiente sempre que houver falha na obtenção da direção de pesquisa.

Infelizmente, apesar destes esforços, não se conseguiu melhorar o desempenho global do método. Conforme se observa em dois exemplos apresentados na Figura 6-54 (Caso 1C), a eficiência das duas versões do algoritmo são bastante semelhantes, sugerindo que o comportamento desfavorável está mais relacionado com erros de aproximação das derivadas parciais ou com a natureza não-quadrática da função-objetivo. De fato, alguns autores^[11] concluíram que métodos baseados em aproximações de segunda ordem não são capazes de fornecer resultados substancialmente melhores que o algoritmo “Steepest Descent” quando os termos de ordem superior da função-objetivo possuem influência não desprezível.

Gill e Murray^[35] sugerem uma implementação alternativa destes métodos para evitar que a matriz Hessiana (ou sua inversa) perca a propriedade de ser positiva-definida durante o processo iterativo. Em tese, esta propriedade seria preservada se $\mathbf{p}_k^T \mathbf{q}_k > 0$ (vide Capítulo 4), mas, na prática, é comum que a matriz atualizada se torne singular ou indefinida devido a erros de arredondamento. Para evitar tais problemas, estes autores sugerem que a própria matriz Hessiana seja aproximada (e não a sua inversa) e que a direção de pesquisa seja obtida através da solução do sistema: $\mathbf{p}_k H = -\nabla f$. O uso da fatorização de Cholesky permite que a solução seja obtida com n^2 operações, que é compatível com as implementações usuais. A grande vantagem desta metodologia é que ações corretivas podem ser tomadas para evitar que a aproximação da matriz Hessiana se torne mau-condicionada, modificando-se os procedimentos para cálculo e atualização dos fatores de Cholesky de modo a garantir que o número condicionante de H não exceda um determinado limite superior. Tal propriedade pode garantir a convergência global do algoritmo.

Este procedimento não foi implementado no presente trabalho, mas pode ser utilizado em futuras pesquisas como um último recurso para tentar melhorar o desempenho destes algoritmos.

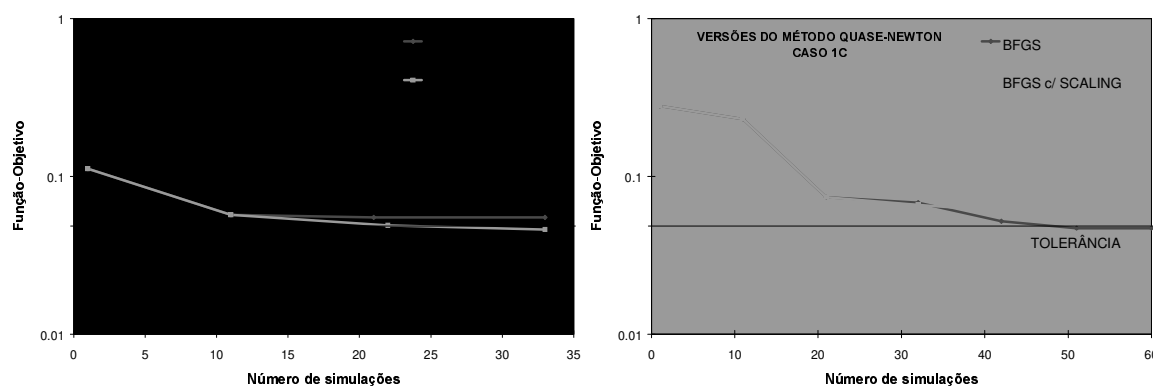


Figura 6-54 - Versões do Método Quase-Newton (Caso 1C - Soluções 3 e 4)

6.8 Combinação de métodos de otimização

Com a análise realizada no item anterior, pôde-se perceber que os métodos de otimização utilizados neste trabalho apresentaram algumas vantagens e desvantagens. Por exemplo, os algoritmos de busca direta, além de mais robustos, revelaram-se capazes de obter respostas mais refinadas. Porém não podem ser eficientemente paralelizados, já que os passos da minimização são executados de forma sequencial. Já os métodos que usam derivadas são próprios para paralelização, porém bastante suscetíveis à falhas, conforme se demonstrou nos exemplos apresentados. Estas características motivaram o desenvolvimento de um algoritmo misto, capaz de combinar as vantagens das duas categorias de métodos, tornando o processo mais rápido.

A idéia consiste em se iniciar a busca com métodos baseados em derivadas, já que estes funcionam relativamente bem no início do processo. Se uma resposta satisfatória for obtida, encerra-se a corrida normalmente, como no procedimento anterior. Porém, se a função-objetivo não foi suficientemente reduzida, tenta-se refinar a solução com o uso de um método direto. O ganho deste procedimento em relação ao uso exclusivo dos algoritmos Polítopo ou Hooke & Jeeves pode ser um decréscimo do tempo total de execução, já que a paralelização é utilizada de forma eficiente pelo menos em parte do processo. Nos exemplos apresentados, várias situações ocorreram em que os algoritmos “Steepest Descent” ou Quase-

Newton reduziram bastante a função-objetivo, mas não o suficiente para satisfazer à tolerância do problema.

A Figura 6-55 apresenta exemplos de aplicação deste procedimento na obtenção de soluções para o Caso 1C.

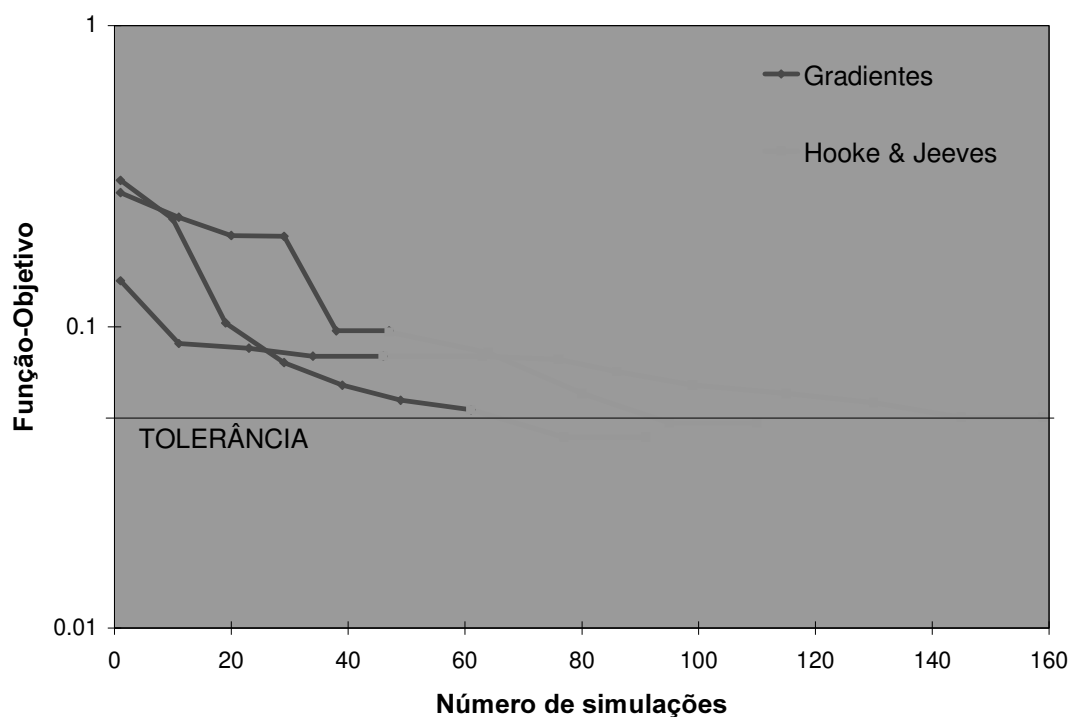


Figura 6-55- Combinação dos métodos dos Gradientes e Hooke & Jeeves

Observa-se que, em média, 50 % da minimização foi realizada com o método dos gradientes (vermelho), permitindo ganho de tempo com o uso da computação paralela. Nas iterações finais o método de Hooke & Jeeves (azul) foi utilizado para refinar as soluções, reduzindo-se a função-objetivo abaixo da tolerância desejada. Portanto, o procedimento pode ser usado com vantagens sobre a utilização pura e simples dos métodos de primeira ordem.

6.9 Análise da paralelização

A computação paralela mostrou-se um recurso de fundamental importância para reduzir o tempo de execução do processo de otimização e as dificuldades relacionadas com mínimos locais. Entretanto, a economia de tempo a ser obtida nas aplicações será função dos recursos disponíveis (número de máquinas da rede, velocidades relativas e índice médio de ocupação) e da dimensão do problema. Apenas para demonstrar a potencialidade da ferramenta na aceleração do processo, são apresentadas, nesta seção, alguns resultados típicos obtidos nos exemplos estudados.

A rede disponível é composta de oito estações de trabalho com arquitetura homogênea (SUN), mas com velocidades relativas diferentes. Os dois tipos de paralelização descritos no Capítulo 5 são avaliados independentemente: (1) lançamento simultâneo de vários processos de busca e (2) paralelização do cálculo do vetor gradiente quando se utiliza os algoritmos “Steepest Descent” ou Quase-Newton. Devido à limitação imposta pela licença do simulador IMEX, que não permite mais que dezesseis simulações simultâneas, não foi possível explorar as duas formas de paralelização concomitantemente. Por exemplo, se dez processos fossem lançados ao mesmo tempo num caso tri-dimensional (três parâmetros), um total de 30 simulações seriam realizadas simultaneamente.

6.8.1 Processo principal

A Figura 6-55 apresenta os tempos de execução dos dez processos de busca inicializados com o método Politopo para o Caso 1B, onde se observa que o conjunto de soluções foi obtido após 81 minutos, correspondentes ao tempo de execução do processo mais lento (SPATEN). Os valores acima das colunas representam o número total de simulação de cada corrida.

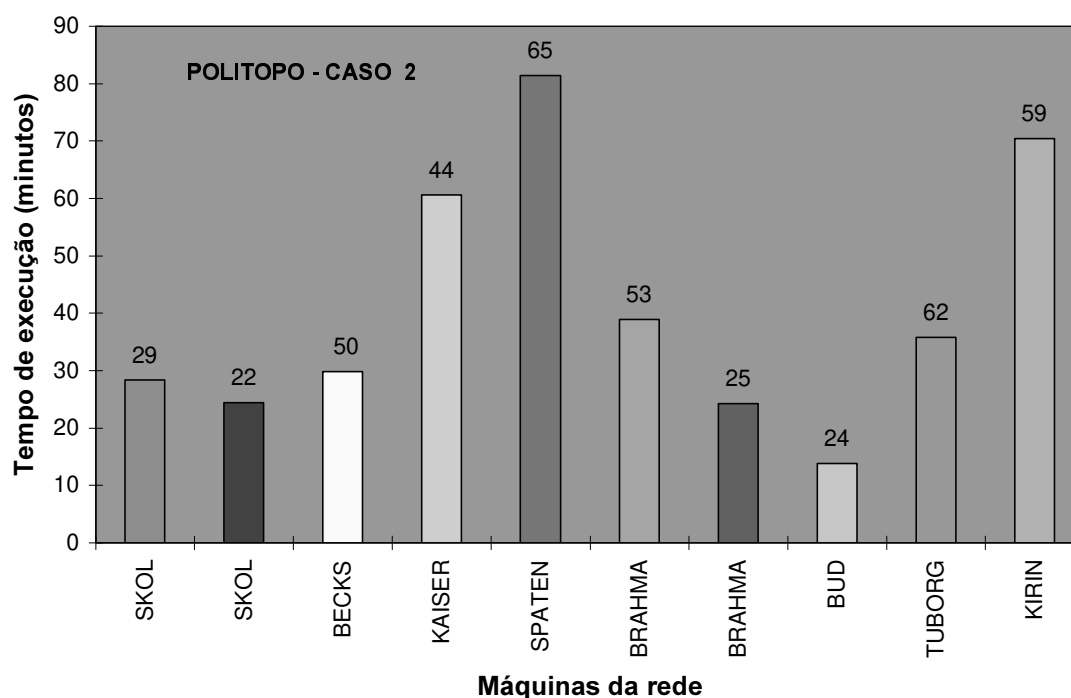


Figura 6-56 - Tempos de execução de cada processo / Caso 1B / Método Politopo

Já a Figura 6-57 mostra os tempos médios de uma única simulação em cada uma das máquinas da rede, obtidos dividindo-se o tempo total das corridas pelos respectivos números de simulações. Tais valores foram usados como referência para estimar o tempo de execução sequencial de todos estes processos na máquina mais rápida da rede (BRAHMA), que seria da ordem de 216 minutos. Isso indica que a relação entre os tempos paralelos e sequenciais é da ordem de 0,38, o que representa uma sensível aceleração.

Para o Caso 1C, o mesmo tipo de análise foi repetida (algoritmo Politopo), e os resultados estão apresentados nas Figuras 6-58 e 6-59. O tempo paralelo para obtenção do conjunto de soluções foi de 210 minutos (KIRIN) ao passo que o tempo sequencial na máquina mais rápida da rede (BRAHMA) seria de aproximadamente 697 minutos. Ou seja, a relação entre os tempos paralelos e sequenciais seria de 0,30, que é ainda melhor que a obtida no caso anterior. Em tese, a economia de tempo será proporcional ao número de máquinas utilizadas na otimização e tende a ser maior se as velocidades relativas forem semelhantes.

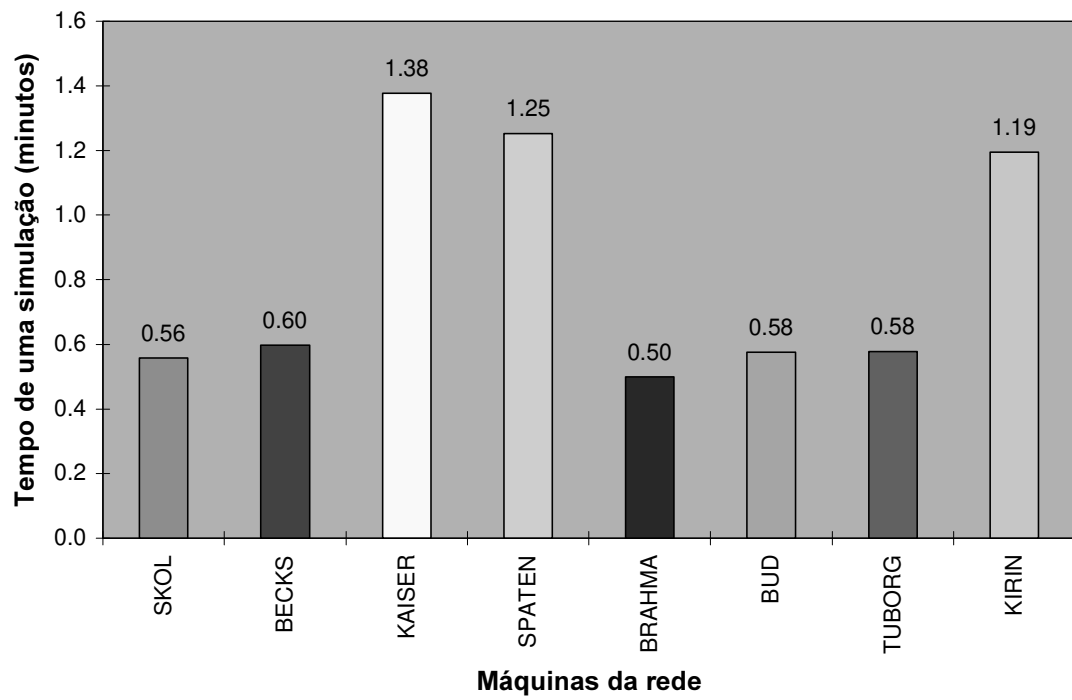


Figura 6-57 - Tempo médio de uma única simulação (Caso 1B / Politopo)

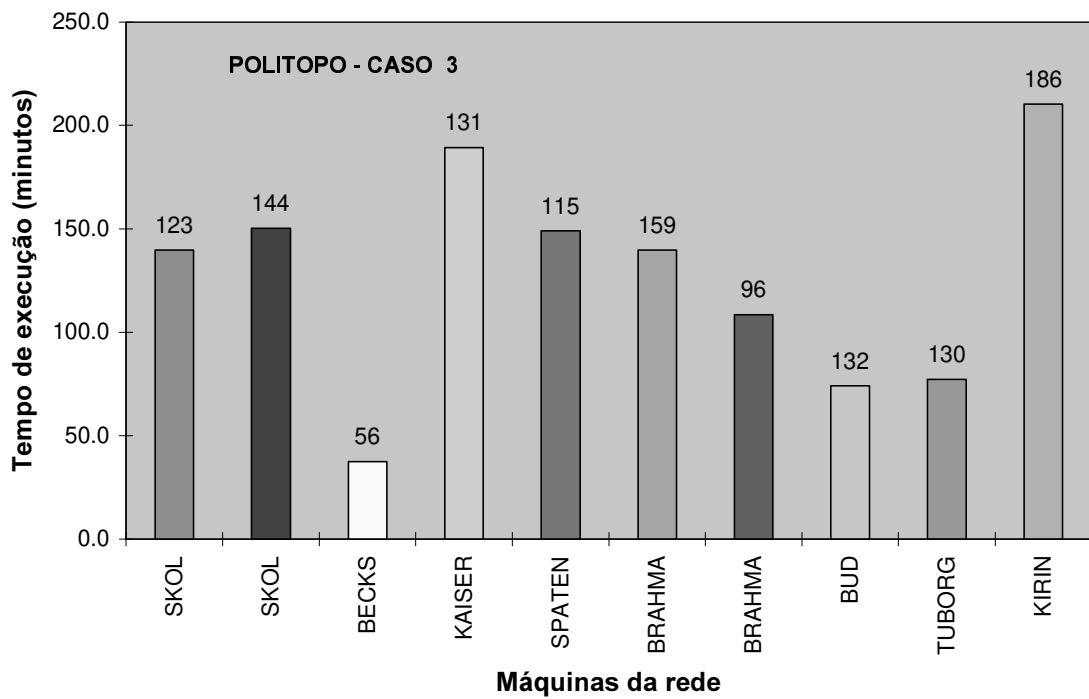


Figura 6-58 - Tempos de execução de cada processo / Caso 1C / Método Politopo

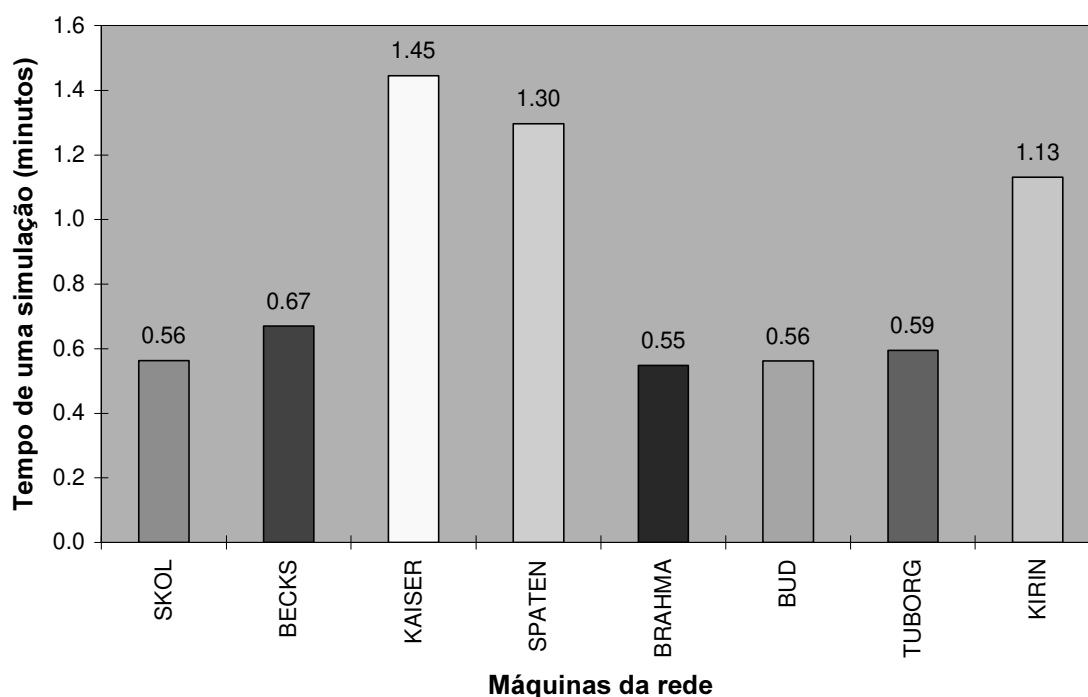


Figura 6-59 - Tempo médio de uma única simulação (Caso 1C / Politopo)

É importante notar que estes números foram obtidos considerando-se cada processo lançado inteiramente para uma máquina. Por conseguinte, o esforço computacional não foi bem distribuído, já que as máquinas mais rápidas tornaram-se ociosas prematuramente, enquanto alguns processos continuaram a ser executados em máquinas lentas (vide Figuras 6-56 e 6-58). Um desempenho ainda melhor pode ser obtido se as simulações de cada corrida forem convenientemente distribuídas pela rede, tornando a carga das máquinas aproximadamente homogêneas. Entretanto, isto não foi implementado neste trabalho, visto que existia um programa (**MPS**) sendo desenvolvido especificamente com esta finalidade, mas que não ficou pronto a tempo de ser utilizado.

6.8.2 Métodos que utilizam derivadas

A minimização com métodos baseados em derivadas permite a utilização bastante eficiente da computação paralela, já que, a cada iteração, “ n ” simulações podem ser convenientemente distribuídas pelas diversas máquinas da rede durante o cálculo do vetor

gradiente (com o uso da rotina **MPS**). Isto resulta numa sensível redução do tempo de execução dos processos, conforme se demonstra nesta seção com alguns exemplos.

A Figura 6-60 apresenta, por exemplo, a relação média entre os tempos paralelos e sequenciais na máquina mais rápida da rede (BRAHMA) quando se utilizou o método Quase-Newton para obter um conjunto de soluções para o Caso 1B (quatro parâmetros). Observa-se que esta relação variou entre 0,7 (duas iterações) e 0,53 (sete iterações), com uma tendência de aumento das vantagens com a quantidade de iterações. Isto se justifica pelo maior número de vezes que o vetor gradiente é avaliado à medida que o processo se prolonga por mais iterações.

No Caso 1C, as vantagens são ainda maiores devido ao maior número de parâmetros, conforme se verifica na Figura 6-61, que apresenta a mesma análise para o algoritmo dos gradientes. Novamente, pode-se observar maiores acelerações à medida que o número de iterações aumenta.

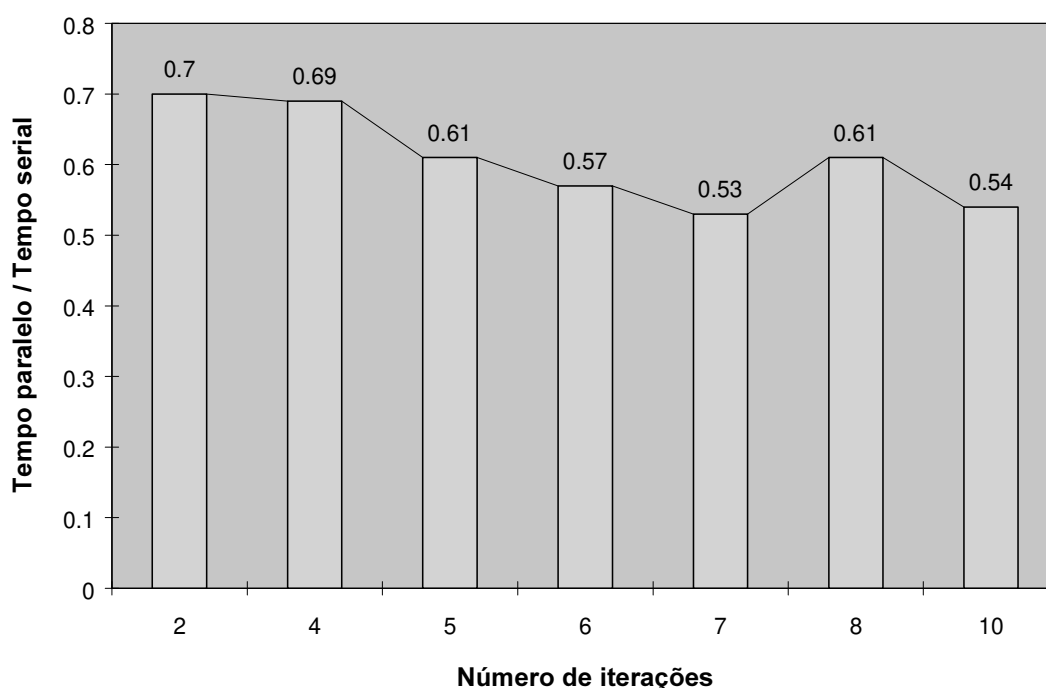


Figura 6-60 - Aceleração proporcionada pela paralelização (Quase-Newton / Caso 1B)

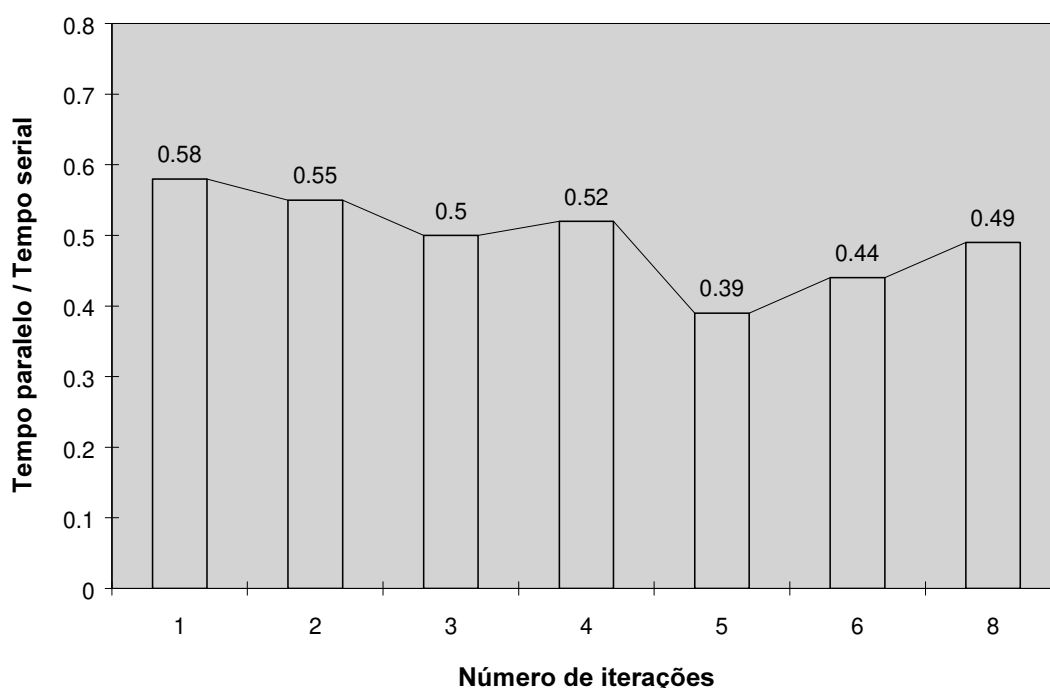


Figura 6-61 - Aceleração proporcionada pela paralelização (Gradientes / Caso 1C)

Apesar de bastante expressivos, os ganhos obtidos nestes exemplos podem parecer “modestos” diante da quantidade de máquinas utilizadas (oito). No entanto, é preciso considerar que apenas as simulações realizadas durante o cálculo do vetor gradiente foram paralelizadas. Todas as outras tarefas do processo (simulações realizadas durante a pesquisa uni-dimensional, geração de arquivos de dados para o simulador, cálculo da função-objetivo, etc.) continuaram a ser executadas seqüencialmente, o que de certa forma justifica este desempenho.

Para ilustrar este aspecto, o gráfico da Figura 6-62 apresenta a evolução do *speedup* (relação entre tempos seqüenciais e paralelos) para uma das corridas realizadas no Caso 1C (oito parâmetros), cujo tempo seqüencial foi de 2854 segundos. A Reta azul representa o *speedup* ideal, ou seja, aquele que seria obtido se não houvesse qualquer tipo de perdas e se todas as tarefas da otimização fossem realizadas de forma paralela. E a Curva vermelha representa o *speedup* real obtido. A grande diferença de desempenho resulta dos seguintes fatores:

1. Apenas parte do processo é paralelizada (cálculo do gradiente)
2. As velocidades das máquinas são diferentes

3. Existem perdas devido à comunicação entre processos

Para se ter uma idéia da eficiência real da paralelização e estimar o peso dos fatores acima, realizou-se uma estimativa do *speedup* máximo teórico que se poderia esperar para esta aplicação. Inicialmente, com base no número de simulações que podem ser paralelizadas (64) em relação esforço computacional global do processo (86 simulações), estimaram-se a fração de tempo executada sequencialmente (25,6 %) e a que pode ser executada paralelamente (74,4 %). Em seguida, dividindo-se a fração do tempo sequencial que pode ser paralelizada ($0,744 \times 2854$ s) pelos respectivos números de máquinas previstas, obteve-se a curva verde da Figura 6-62. Observa-se que o *speedup* real está relativamente próximo da estimativa teórica, indicando que a eficiência obtida foi satisfatória. Na verdade, a paralelização parcial do processo foi o motivo principal para o desvio em relação ao desempenho ideal. Os Fatores 2 e 3 também foram responsáveis por alguma perda de eficiência, mas em menor proporção. Note-se que a inclusão de máquinas de menor velocidade ao final do processo provocou a estabilização do *speedup* real a partir da utilização da quinta máquina.

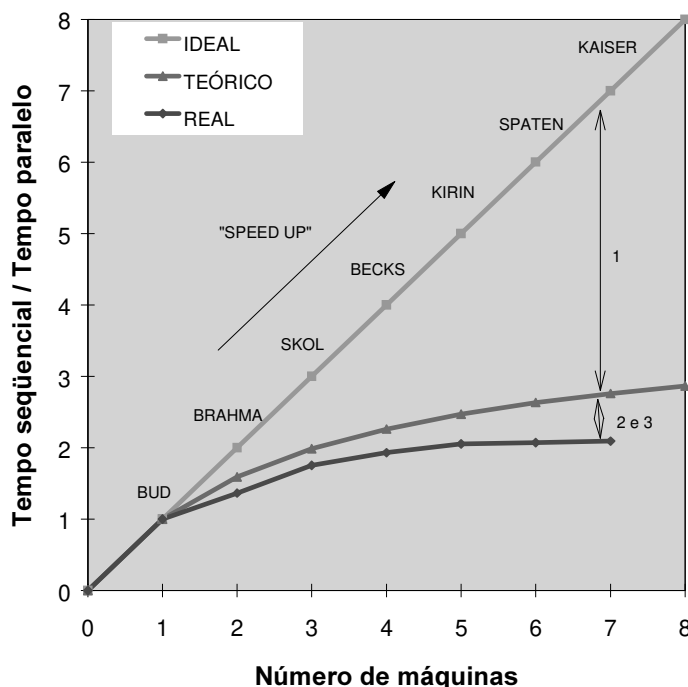


Figura 6-62 - Análise do *Speedup* para uma solução do Caso 1C

6.10 Aplicação a um campo real (Caso 3A)

Para finalizar, neste item, é apresentada uma aplicação do algoritmo de ajuste automatizado ao estudo de um campo real, com o objetivo de demonstrar a potencialidade da ferramenta na solução de problemas de ajuste de histórico de produção. Trata-se de um campo médio, simulado com uma malha grosseira (Modelo 3), composta de 1383 blocos ativos, 5 camadas, 29 poços produtores de óleo e gás associado, 12 injetores de água e cuja simulação dura cerca de 300 segundos na máquina mais rápida da rede, ou seja, dez vezes mais do que a média dos exemplos anteriores.

Em princípio, não se deu muita importância à qualidade do ajuste em si, pois as informações disponíveis sobre o campo e o tempo disponível para o estudo foram limitados. Ao invés disto, deu-se maior ênfase ao uso do algoritmo e da metodologia proposta no Capítulo 3, embora tenha-se sempre procurado manter uma certa coerência em todas as modificações realizadas.

Partindo-se de uma caracterização inicial bastante simples, com propriedades constantes por todo o reservatório (ou por camada) e que reproduzia aproximadamente o comportamento de pressão do campo, realizou-se o ajuste das produções de óleo e água dos principais poços com o uso da rotina de ajuste de histórico automatizado e de procedimentos manuais.

O processo foi iniciado com a realização de corridas sem produção para verificação do equilíbrio inicial do modelo. Após esta fase, partiu-se para o ajuste de histórico propriamente dito. Com a realização das primeiras corridas, pôde-se perceber que, embora as vazões de óleo tivessem sido especificadas mês a mês, o modelo não reproduzia as vazões totais do campo, conforme se verifica na Figura 6-63. Metade dos poços apresentavam comportamento típico de baixa transmissibilidade, já que as vazões eram reduzidas para atender à condição de pressão mínima de fundo. Na maioria dos casos, os problemas decorriam de baixas permeabilidades, e poucos estavam relacionados com a mobilidade das fases (produção de água). Logo, as primeiras alterações buscaram a alteração das permeabilidades absolutas visando à reprodução da curva de produção total de óleo.

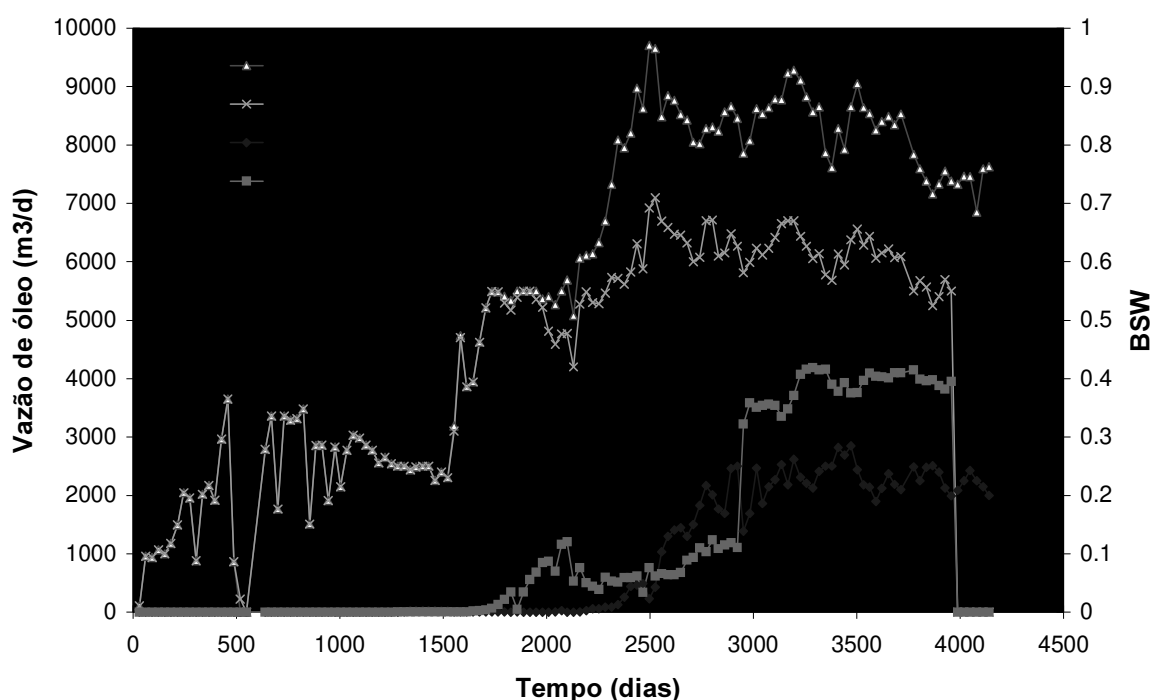


Figura 6-63 - Ajuste inicial da produção do campo

Com este objetivo, realizou-se uma corrida inicial do programa de ajuste automatizado para determinação de propriedades médias iniciais que resultassem em melhores ajustes desta curva. Para isto, os seguintes parâmetros foram selecionados:

- Permeabilidade horizontal da camada 2 (200-1000 mD)
- Permeabilidade horizontal da camada 3 (200-1000 mD)
- Permeabilidade horizontal da camada 4 (200-1000 mD)
- Permeabilidade vertical média (0,1-100 mD)

Os números entre parêntesis representam os limites mínimo e máximo das propriedades, determinados através de uma análise das informações disponíveis. A função-objetivo foi calculada com o uso da Equação 3-2, considerando-se a produção do campo como um todo. Portanto, o valor da função representa o erro da produção acumulada calculada de óleo em relação ao valor observado, já que todos os pesos foram considerados unitários.

A Figura 6-64 apresenta a evolução da função-objetivo em um processo inicializado com o método de Hooke & Jeeves para estimativa destas variáveis:

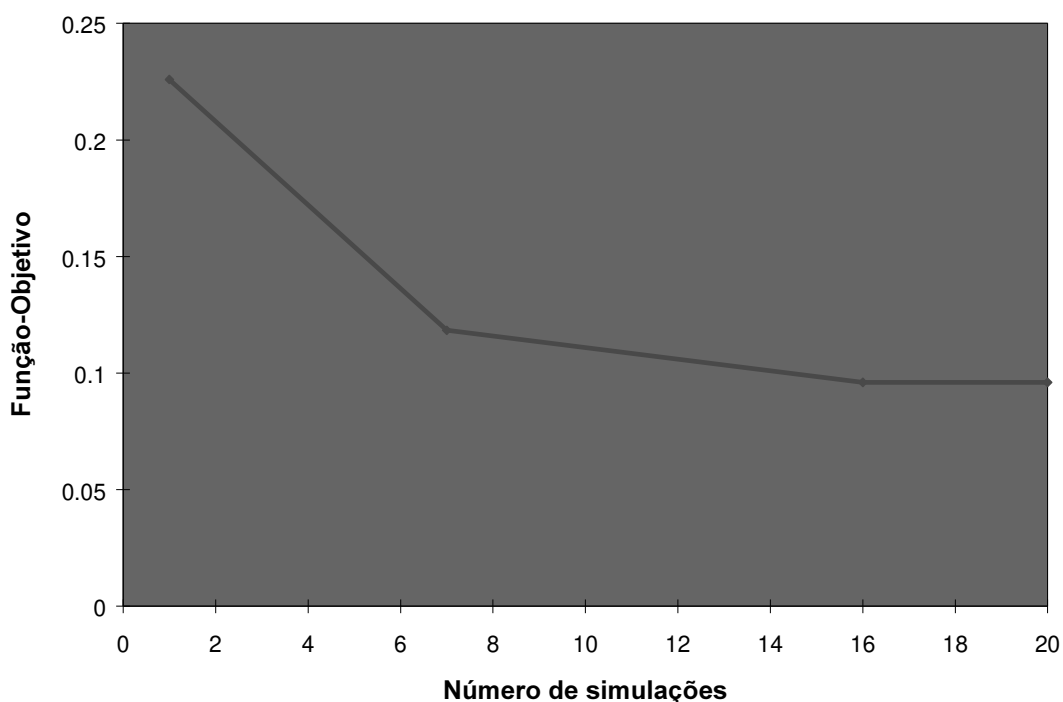


Figura 6-64 - Evolução da função-objetivo na determinação de permeabilidades médias

Observa-se que a função-objetivo foi pouco reduzida (de 0,2 para 0,1), indicando que a simples manipulação de propriedades médias entre os limites definidos não levaria ao ajuste. A tolerância desejada para o caso ($F_o \leq 0,05$) não pôde ser atingida e, por conseguinte, os processos foram encerrados pelo critério do número máximo de simulações (20), tendo a solução convergido para os seguintes valores médios de permeabilidades:

Tabela 6-15 - Permeabilidades médias obtidas com o algoritmo

Parâmetro	Valor inicial	Valor final
Perm. horiz. camada 2 (mD)	295	1000
Perm. horiz. camada 3 (mD)	342	1000
Perm. horiz. camada 4 (mD)	297	400
Perm. vertical média (mD)	10	12

Estes resultados indicam que a permeabilidade vertical praticamente não influencia a curva de produção de óleo, e, conseqüentemente, foi pouco alterada no processo. Já a permeabilidade horizontal das camadas 2 e 3, apresentaram nítida influência e convergiram para os extremos dos intervalos, indicando que os valores inicialmente considerados foram

um pouco conservadores. De fato, em vários poços, as permeabilidades efetivas obtidas em testes de formação foram superiores a 1000 mD, confirmando a necessidade de alteração destes dados.

Deve-se ressaltar que esta corrida foi realizada com o objetivo principal de investigar a influência das propriedades médias sobre a curva total de óleo (análise de sensibilidade) e, desta forma, obter um caminho a ser seguido. No entanto, parece óbvio que a forma mais simples de se reduzir a distância entre as curvas teria sido através de uma simples elevação das permeabilidades horizontais até o limite máximo admissível. Em muitas situações práticas, entretanto, as alterações a serem feitas não são evidentes e, nestes casos, este tipo de análise pode ser útil para reduzir os intervalos de incerteza dos parâmetros e indicar as variáveis mais importantes a serem consideradas em processos subsequentes. No entanto, para reduzir o esforço computacional, recomenda-se a limitação do número máximo de simulações a valores pequenos e o uso de “grandes” intervalos de variação dos parâmetros, em caso de utilização dos métodos diretos.

Após estas mudanças iniciais, a maioria dos poços passou a produzir as vazões especificadas, com exceção de cinco poços (PO-008, 015, 026, 043 e 045) que continuaram a não reproduzir o histórico. Somente após a alteração de transmissibilidades ao redor dos mesmos é que se conseguiu honrar as produções reais. Isto foi feito manualmente, multiplicando-se as permeabilidades ou espessuras porosas (dependendo de cada caso) por fatores que variaram entre 1,5 e 2,0. Em todos os casos, procurou-se alterar os valores que pareciam incoerentes com as informações disponíveis (testes de formações e seções geológicas). Após estas alterações, conseguiu-se aproximar bastante a curva de produção total de óleo, conforme ilustração da Figura 6-65. Os problemas remanescentes estavam relacionados com as mobilidades das fases e, por este motivo, foram deixados para a fase de ajuste das produções de água.

A fase seguinte do ajuste, que consistiu da calibração das produções de água do modelo, foi realizada com a aplicação do algoritmo de ajuste de histórico automatizado. No entanto, antes do uso da rotina, investiu-se algum tempo na identificação das variáveis de ajuste, de acordo com a metodologia proposta no Capítulo 3.

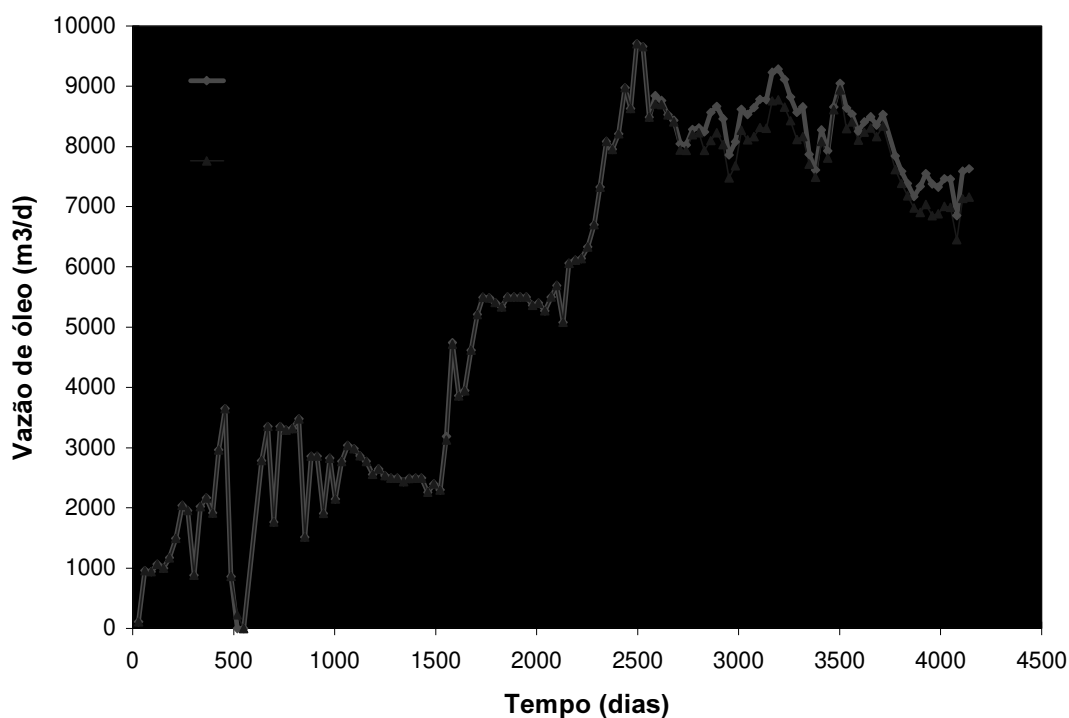


Figura 6-65 - Curva de vazão de óleo após ajustes iniciais de permeabilidades

Conforme se mencionou no Item 6.1.3, a produção de água do campo é proveniente do aquífero (Camada 5), que recebe o influxo dos diversos poços injetores de água com o objetivo de se manter a pressão estática do reservatório. Portanto, as permeabilidades verticais foram as propriedades mais freqüentemente alteradas nesta etapa, já que determinam o comportamento do fluxo nesta direção.

Inicialmente, foram identificados todos os poços que precisavam de ajustes e as respectivas áreas de influência (células ao redor do poço para alteração de propriedades). Em seguida, algumas simulações foram realizadas para verificar a sensibilidade das curvas de produção de água às variações locais de permeabilidades verticais. Ou seja, na região de cada poço, as variáveis foram alteradas para valores extremos (mínimo ou máximo), dependendo da posição da curva calculada em relação à real. Desta forma, foi possível constatar que a maioria dos poços poderia ser ajustada com uma simples alteração das permeabilidades verticais.

Por outro lado, alguns poços (PO-008, 010, 034, 041, 042, e 047) apresentaram pequena sensibilidade às variações de permeabilidades verticais. Nestes casos, verificou-se que o refinamento vertical do modelo não permitia a representação adequada do movimento

dos fluidos nesta direção e nem do histórico de completação dos poços. A grande espessura das camadas dificultava a reprodução de crescimentos bruscos de vazões de água, provocados por fenômenos como cone-de-água ou canalizações. Para compensar tais efeitos, passou-se a investigar a influência dos índices de poços de cada camada (*well index*), no caso de múltiplas completações. Com a manipulação conveniente destes parâmetros é possível aumentar ou diminuir a contribuição de cada camada no fluxo total do poço, facilitando a representação do histórico de produção. Portanto, nos casos em que as Camadas 3 e 4 estavam abertas, procurou-se dar um maior peso à camada inferior nas situações em que as vazões de água calculadas se mostraram conservadoras. Em algumas situações, mesmo que a Camada 4 não fosse originalmente canhoneada, utilizou-se esse artifício como uma forma de compensar a impossibilidade de se representar adequadamente o histórico de completação dos poços, já que, muitas vezes, os arenitos canhoneados pertenciam à base das camadas, caso em que as mobilidades dos fluidos não são bem representadas. Logo, em cada um destes poços foram selecionados índices de determinadas camadas que seriam alterados pela rotina de ajuste automatizado durante períodos específicos do histórico. Então, a seguinte lista final de parâmetros foi selecionada:

Tabela 6-16 - Lista de parâmetros otimizados para ajuste da produção de água

Parâmetro	Lim. Inf.	Lim. sup.	Inicial	Final
01) Perm. vert. PO-008 (mD)	0,1	12,0	12,0	6,1
02) Perm. vert. PO-010 (mD)	0,1	100,0	12,0	5,1
03) Perm. vert. PO-012 (mD)	0,1	100,0	12,0	7,8
04) Perm. vert. PO-015 (mD)	0,1	100,0	12,0	1,9
05) Perm. vert. PO-016 (mD)	12,0	100,0	12,0	51,6
06) Perm. vert. PO-025 (mD)	12,0	100,0	12,0	16,4
07) Perm. vert. PO-030 (mD)	12,0	120,0	12,0	120,0
08) Perm. vert. PO-034 (mD)	12,0	100,0	12,0	78,0
09) Perm. vert. PO-036 (mD)	0,1	12,0	12,0	0,1
10) Perm. vert. PO-040 (mD)	12,0	100,0	12,0	60,4
11) Perm. vert. PO-041 (mD)	12,0	100,0	12,0	34,0
12) Perm. vert. PO-044 (mD)	0,1	12,0	12,0	4,9
13) Perm. vert. PO-046 (mD)	0,1	12,0	12,0	0,1
14) Perm. vert. PO-047 (mD)	0,1	100,0	12,0	95,0
15) Perm. vert. PO-048 (mD)	12,0	100,0	12,0	29,6
16) Perm. vert. PO-049 (mD)	0,1	12,0	12,0	0,1
17) Perm. vert. PO-052 (mD)	0,1	100,0	12,0	10,1
18) Perm. vert. PO-053 (mD)	12,0	100,0	12,0	64,8
19) WI layer 4 PO-008	0,05	1,0	1,0	0,525
20) WI layer 4 PO-010	0,05	1,0	1,0	1,000
21) WI layer 3 PO-034	0,05	1,0	1,0	0,098
22) WI layer 3 PO-041	0,1	1,0	1,0	0,235
23) WI layer 3 PO-047	0,1	1,0	1,0	0,325
24) WI layer 4 PO-042	0,1	1,0	1,0	0,235

A última coluna da tabela representa os valores finais calculados pelo algoritmo de ajuste automatizado. A imagem final de permeabilidades verticais está apresentada na Figura 6-66, que apresenta as regiões de influência de cada poço. As áreas em branco continuaram

com os valores médios inicializados no início do estudo (12 mD). Nas regiões alteradas, os valores indicados na legenda representam valores médios de permeabilidades entre as camadas 3 a 5.

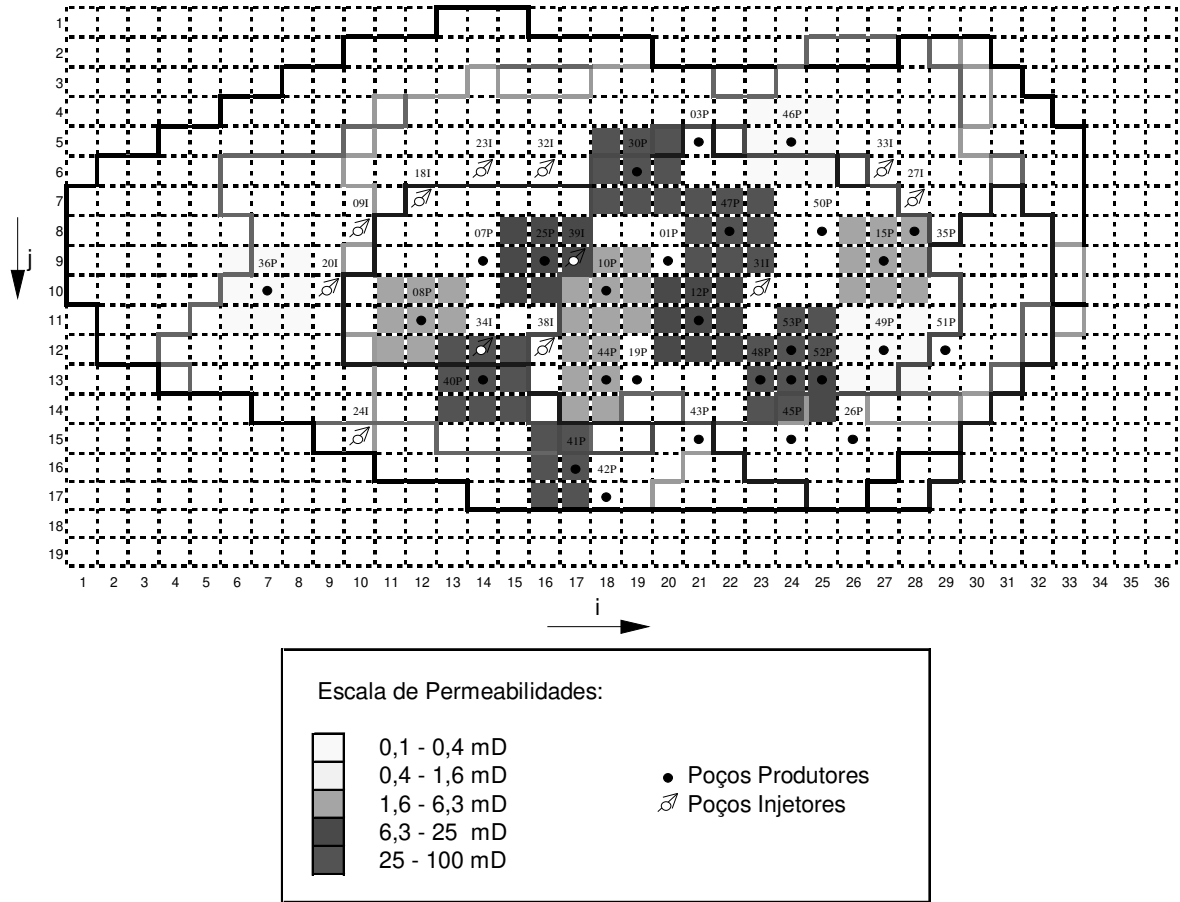


Figura 6-66 - Imagem de permeabilidades verticais obtidas com o algoritmo

A função-objetivo foi definida conforme a Equação 3-2, para ajuste simultâneo de todos os poços selecionados. Ou seja:

$$F_o(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^{n_{\text{poços}}} \alpha_i \times \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\beta_{j,i,j} |q_{wi,j}^{\text{calc}} - q_{wi,j}^{\text{obs}}| \Delta t_i}{\beta_{i,j} q_{wi,j}^{\text{obs}} \Delta t_j} \quad (7-8)$$

onde os pesos α e β foram considerados unitários. Embora não seja recomendável o cálculo simultâneo de muitas variáveis, optou-se pela estimativa de todas as propriedades da Tabela 6-16 em uma única corrida, já que, neste caso, cada parâmetro influencia apenas a produção de um único poço. Ou seja, a função-objetivo é predominantemente composta pelo somatório

de várias funções de uma única variável, situação em que os algoritmos de otimização funcionam bem. A Figura 6-67 apresenta a evolução da função-objetivo em três processos inicializados com o método de Hooke & Jeeves:

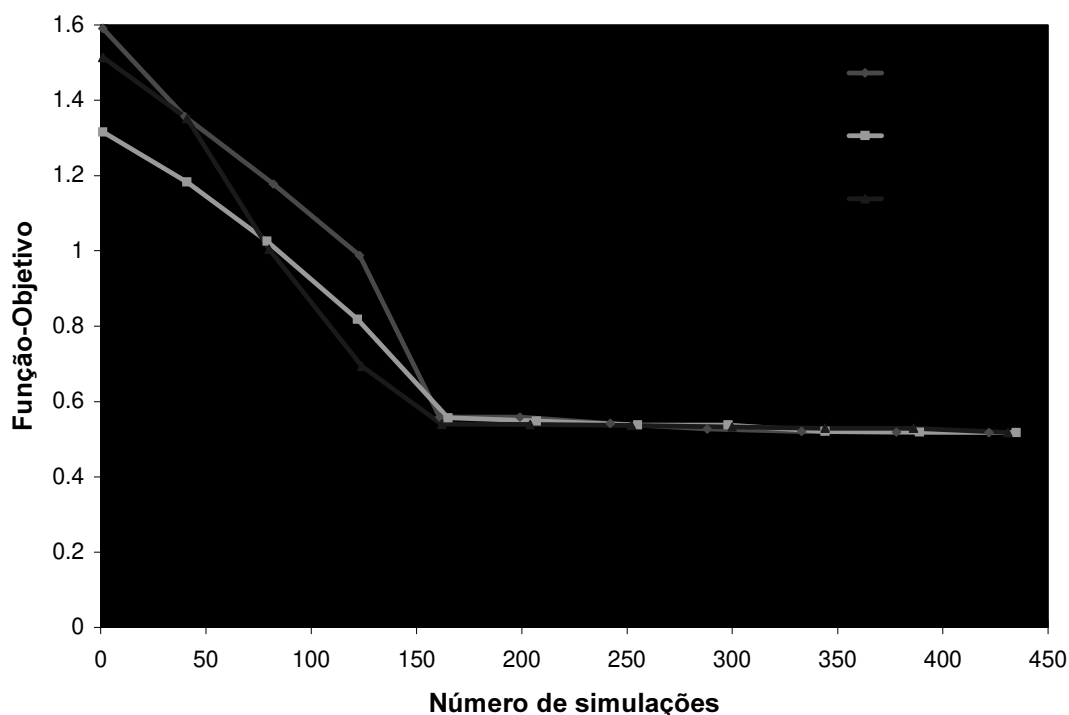


Figura 6-67 - Evolução da função-objetivo no ajuste das produções de água

Todas as corridas convergiram para soluções semelhantes, e os resultados estão descritos na Tabela 6-16 e nos gráficos das Figuras 6-68 a 6-76 para os poços mais importantes. O alto valor final da função-objetivo ($F_o \approx 0,5$) resulta da pequena produção acumulada de água em alguns poços. Nestes casos específicos, embora as produções calculadas sejam consideradas desprezíveis e os ajustes satisfatórios, os desvios em relação às produções observadas são elevados, aumentando a média dos erros. Observa-se que pouco progresso foi obtido após a quarta iteração, indicando que o processo poderia ter sido abortado sem grandes prejuízos após 200 simulações. O critério que prevaleceu para término

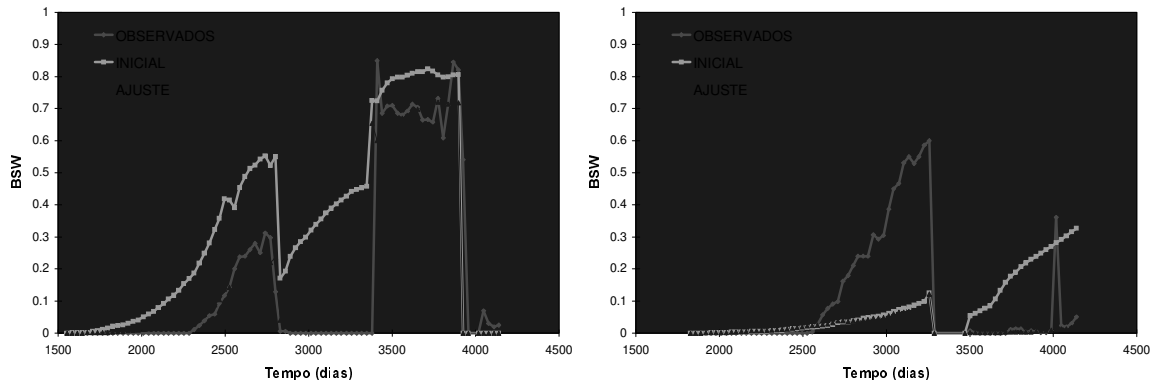


Figura 6-68 - Ajuste de BSW dos poços PO-008 e PO-010

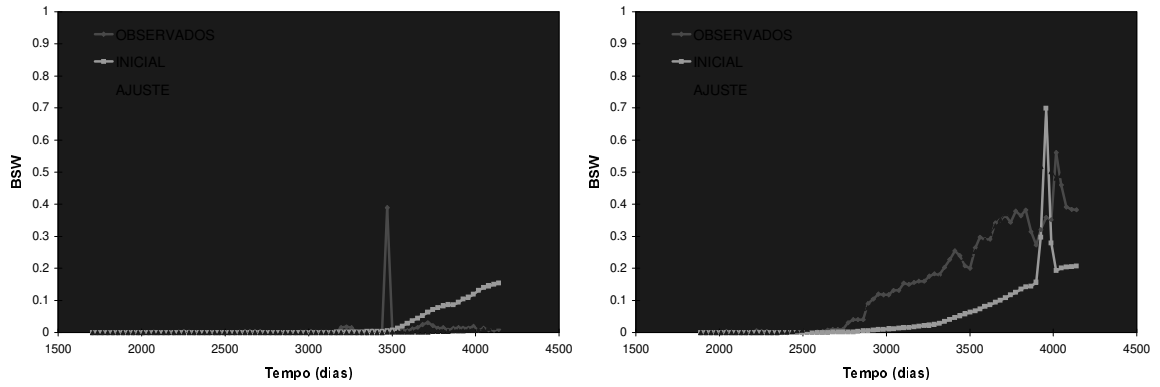


Figura 6-69 - Ajuste de BSW dos poços PO-012 e PO-016

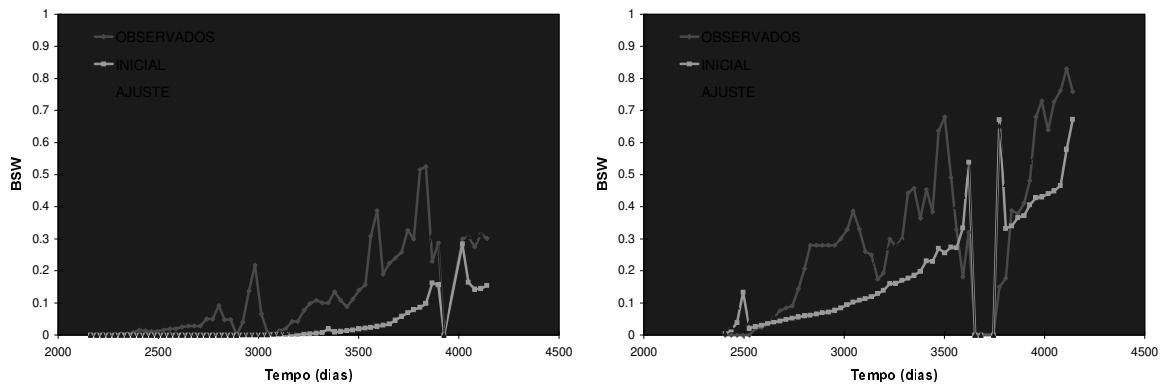


Figura 6-70 - Ajuste de BSW dos poços PO-025 e PO-030

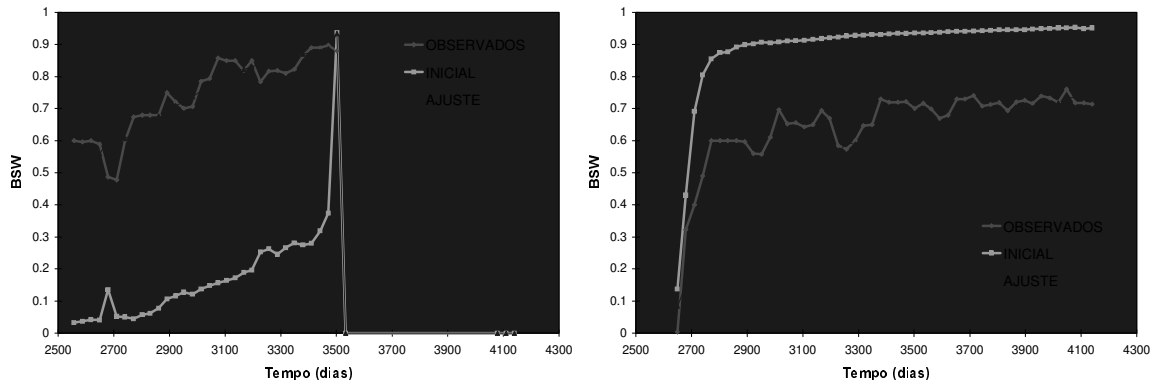


Figura 6-71 - Ajuste de BSW dos poços PO-034 e PO-036

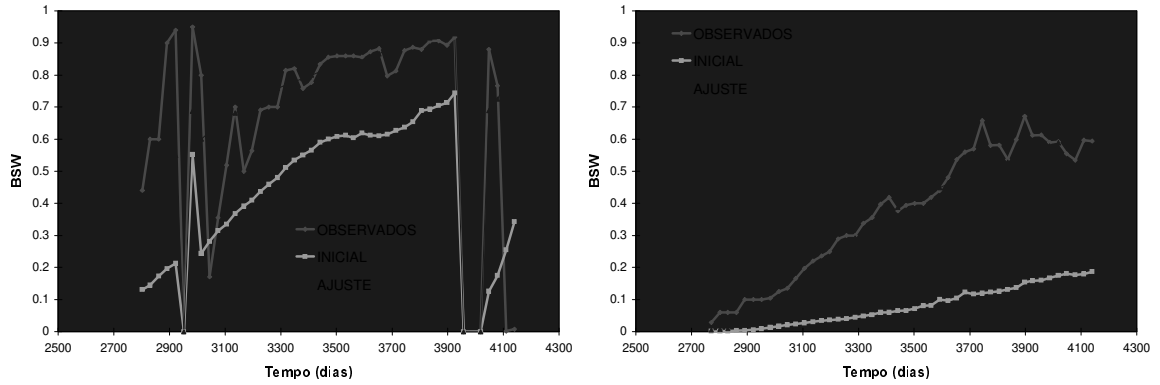


Figura 6-72 - Ajuste de BSW dos poços PO-040 e PO-041

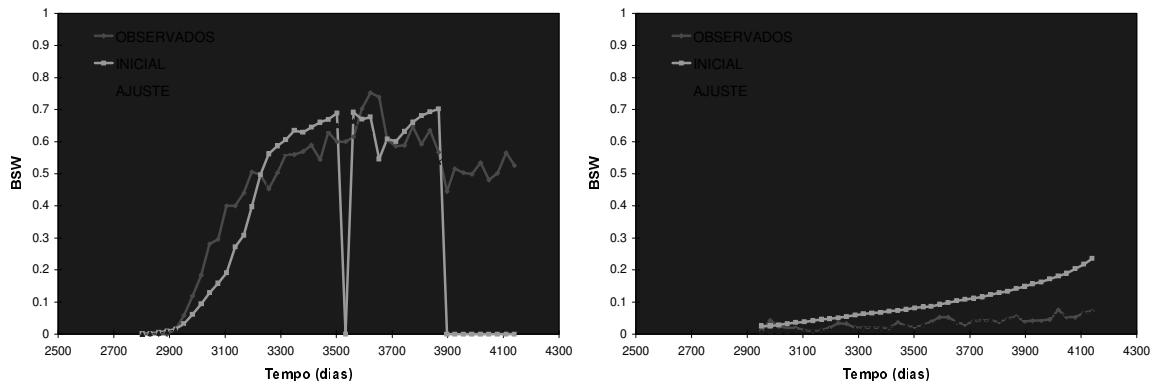


Figura 6-73 - Ajuste de BSW dos poços PO-042 e PO-044

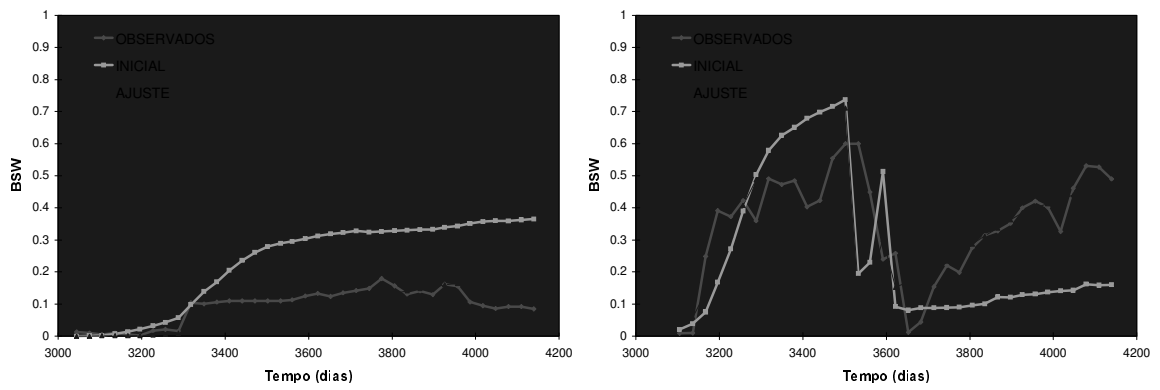


Figura 6-74 - Ajuste de BSW dos poços PO-046 e PO-047

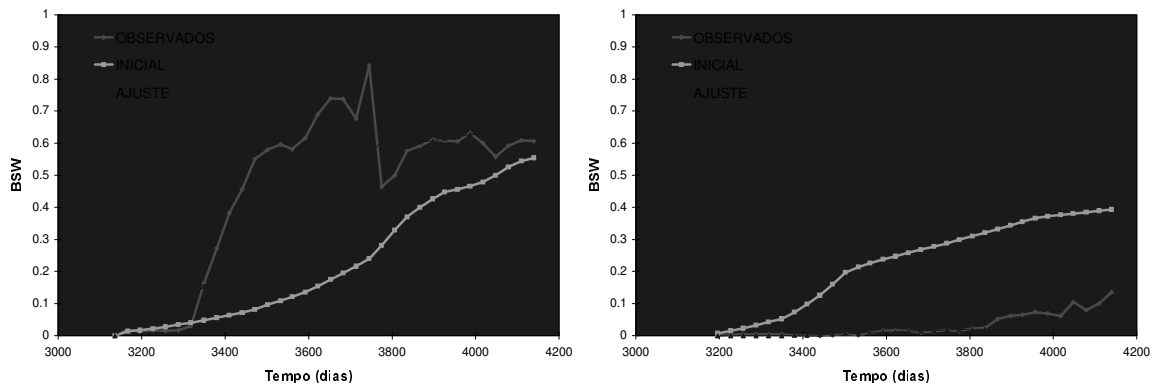


Figura 6-75 - Ajuste de BSW dos poços PO-048 e PO-049

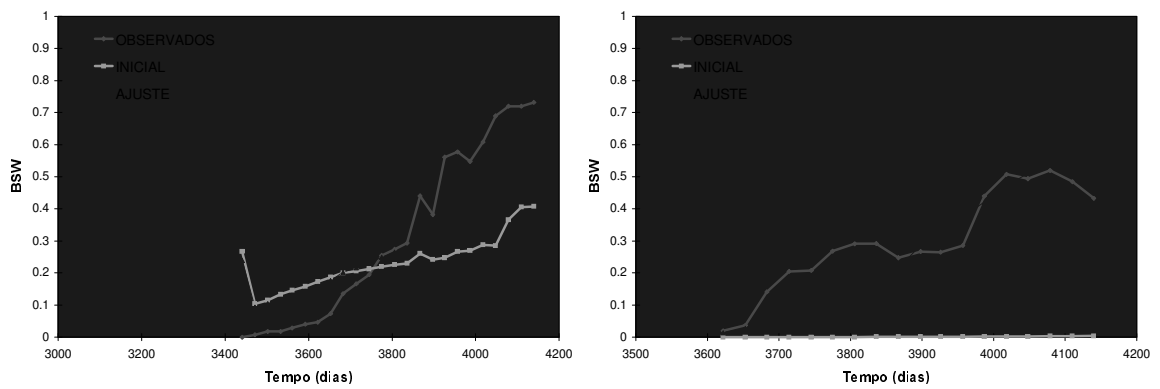


Figura 6-76 - Ajuste de BSW dos poços PO-052 e PO-053

da otimização foi o do número máximo de simulações que, neste caso, foi fixado em 400 para garantir a obtenção de respostas mais refinadas. No entanto, em situações práticas, todos os critérios de convergência devem ser cuidadosamente definidos para evitar grandes tempos de execução e evitar desperdício de simulações quando maiores refinamentos não podem ser obtidos.

O problema poderia ter sido resolvido de forma mais eficiente, dividindo-se o processo em duas fases distintas: num passo inicial, o programa seria utilizado apenas para obter tendências, limitando-se o número total de simulações a um máximo equivalente a quatro ou cinco iterações; numa segunda corrida, buscariam-se maiores refinamentos apenas naqueles poços cujo ajuste inicial não ficou tão bom. Ou, conforme o caso, o próprio ajuste manual poderia ser utilizado se a resposta já estivesse próxima da solução. Com isso, seria possível reduzir substancialmente o esforço computacional para resolver o problema. No presente caso, adotou-se a estratégia de uma única corrida para demonstrar que quanto maior a automatização desejada, maiores serão os custos computacionais envolvidos.

Os tempos totais de execução dos processos foram da ordem de 35 horas, com média de cinco minutos para cada simulação. Isto demonstra que os tempos computacionais requeridos pelas aplicações práticas podem ser elevados se um grande número de variáveis for estimado simultaneamente. Para reduzi-los, recomenda-se a solução do problema em fases, limitando-se o número de parâmetros de forma que soluções parciais para o problema possam ser obtidas em tempos mais convenientes para o usuário. Além disto, para que a computação paralela possa ser utilizada de forma eficiente, é necessário adequar a quantidade de simulações por iteração ao número de máquinas disponíveis.

Em princípio, o esforço computacional requerido para obter este ajuste pode levar a um sentimento de que o problema poderia ser solucionado de forma mais eficiente através de procedimentos manuais, pois, provavelmente, o número de simulações seria menor. De fato, o uso da ferramenta aumenta substancialmente o custo computacional de um problema de ajuste de histórico de produção, como já foi dito no Capítulo 3. No entanto, o tempo de execução da tarefa pode ser reduzido sensivelmente, já que o programa pode ser usado durante as noites ou finais-de-semana, permitindo uma melhor utilização das máquinas disponíveis. Além disto, é preciso considerar que, enquanto o ajuste está sendo realizado de forma automatizada, evitam-se procedimentos de tentativa e erro e o profissional encarregado do estudo pode ser liberado para realizar outras tarefas mais importantes, o que,

de certa forma, compensa o aumento do custo computacional. Dificilmente, o ajuste obtido nesta aplicação poderia ter sido obtido num tempo equivalente a 35 horas através de procedimentos manuais (tentativa e erro), mesmo que fosse realizado por um profissional experiente. A máquina trabalha mais, porém muito mais rapidamente do que o homem. Tarefas manuais tais como manipulação dos arquivos de dados, execução dos programas de pós-processamento e análise de resultados exigem tempos relativamente grandes entre uma simulação e outra, o que provoca aumento do tempo de final de ajuste, mesmo que um menor número de corridas sejam realizadas. Conseqüentemente, a automatização pode proporcionar uma redução do tempo total do estudo, com antecipação de tomada de decisões importantes para as empresas.

O ajuste final de vazões e pressões para o campo estão apresentados nas Figuras 6-77 a 6-79, que foi considerado satisfatório, considerando os objetivos do presente trabalho. O poço PO-010 foi o único a apresentar maior desvio durante um período específico do histórico, devido à limitações do refinamento vertical do modelo. Melhor ajuste poderia ter sido tentado através de alterações das curvas de permeabilidades relativas na região do poço ou com um refinamento localizado, porém o tempo disponível para o estudo não permitiu maiores avanços. Embora não se tenha trabalhado nos ajustes de pressão e RGO, observa-se que as curvas calculadas reproduzem razoavelmente o histórico do campo, indicando que o modelo aproxima bem os volumes de fluidos envolvidos. Uma vez que a pressão tem sido mantida mais ou menos próxima da pressão de saturação, a RGO se manteve aproximadamente constante em todo o período do histórico.

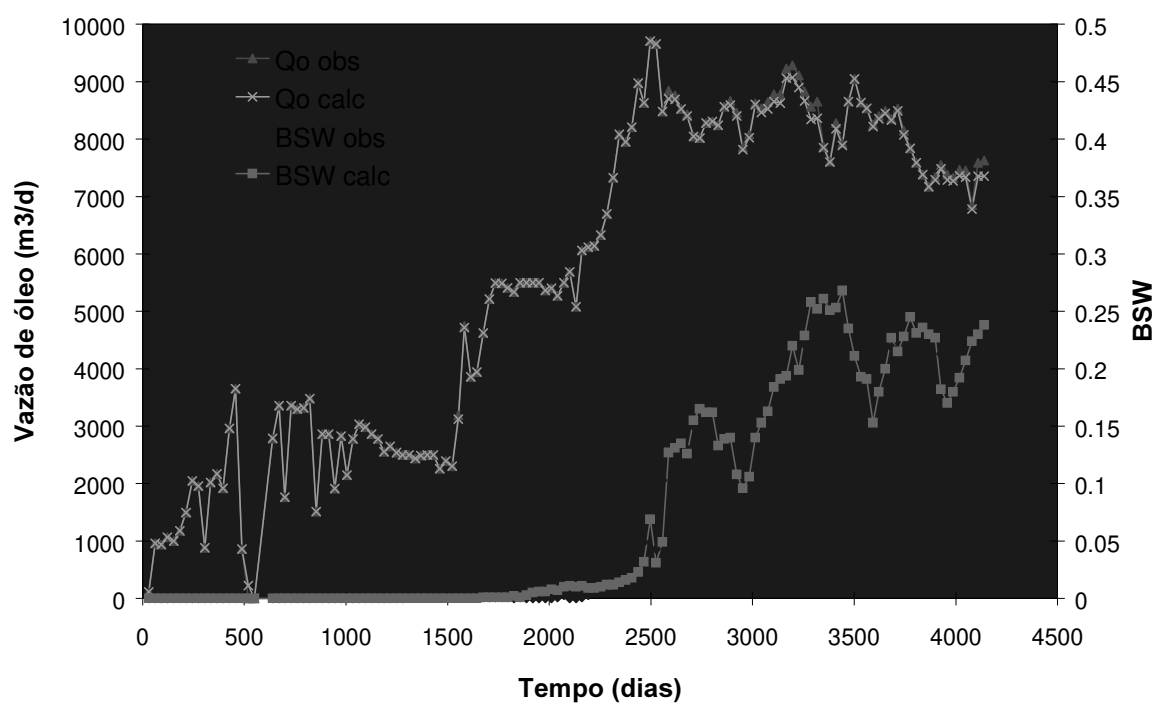


Figura 6-77 - Ajuste final de vazões totais de óleo e BSW

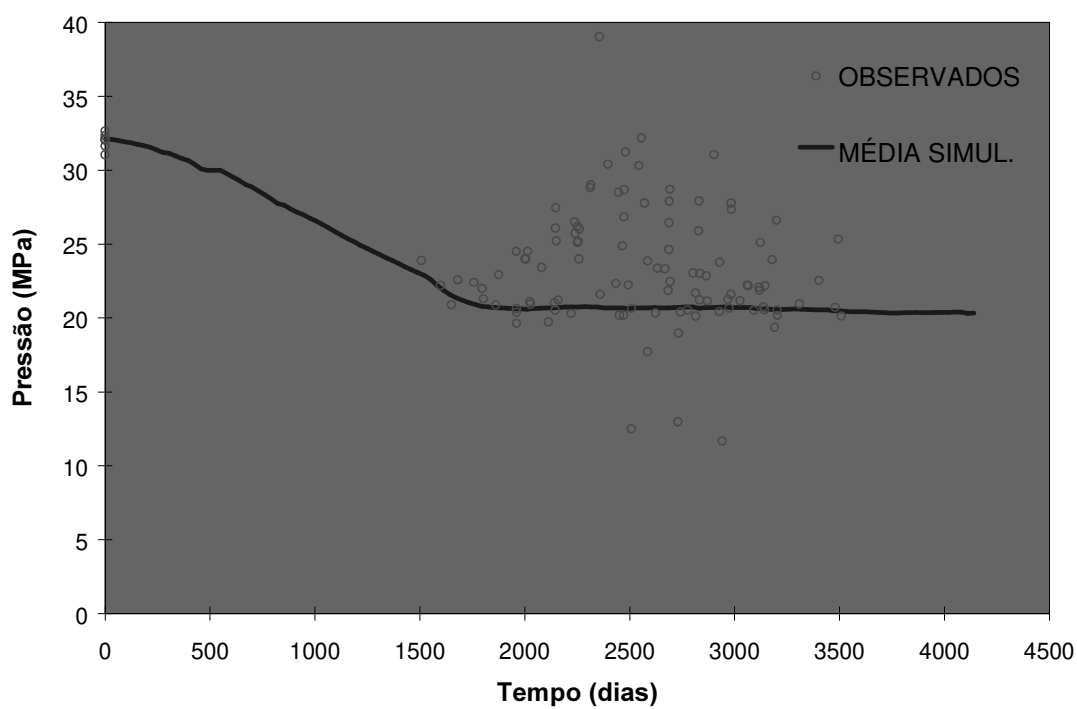


Figura 6-78 - Ajuste da pressão média do campo

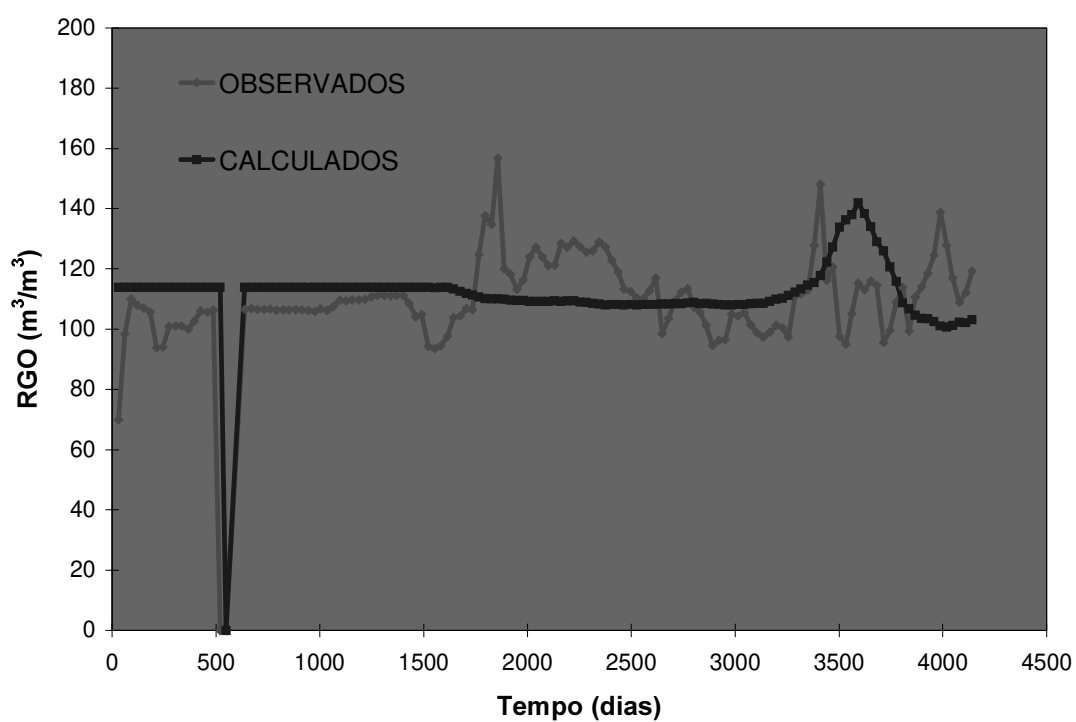


Figura 6-79 - Ajuste da RGO do campo

Conclusões e Recomendações

A pesquisa realizada neste trabalho permitiu a obtenção das seguintes conclusões:

- Ajuste automatizado:

- O processo de ajuste de histórico de produção pode ser parcialmente automatizado com o uso de técnicas de otimização multivariada. Uma vez selecionados os parâmetros a serem alterados no processo, a ferramenta é capaz de determinar automaticamente uma combinação destas variáveis que proporcione o ajuste da(s) curva(s) selecionada(s). Conseqüentemente, o tempo dispendido em estudos de reservatórios pode ser sensivelmente reduzido, já que os recursos disponíveis (homens e máquinas) podem ser utilizados de forma mais eficiente. O preço a ser pago por este benefício é um aumento dos custos computacionais.

- Devido ao grande número de simulações envolvidas no processo de otimização, esta metodologia deve ser aplicada, preferencialmente, a casos pequenos e médios. O uso em estudos grandes deve ser restrito à situações em que o ajuste manual não esteja sendo efetivo ou para redução de intervalos de incerteza e/ou obtenção de tendências. Nestes casos, o número de variáveis de ajuste deve ser o mínimo possível.

- A rotina desenvolvida neste trabalho permite o ajuste simultâneo de pressões e/ou produções de um grupo de poços, assim como a obtenção concomitante de múltiplas soluções. Qualquer propriedade do modelo (ou um conjunto) pode ser considerada um parâmetro assim como qualquer simulador comercial pode ser utilizado. No entanto, o êxito do processo depende da escolha correta das variáveis de ajuste, razão pela qual é essencial a

realização prévia de *análises de sensibilidade*. Não se recomenda, em hipótese alguma, a aplicação do programa de forma “exploratória”, sem que se tenham indicações de que a manipulação das variáveis selecionadas poderá levar ao ajuste da(s) curva(s) desejada(s).

- A inclusão de variáveis de pequena sensibilidade dificulta sensivelmente o desempenho dos métodos de otimização, pois verificou-se que isto provoca a existência de extensos vales na superfície da função-objetivo. O problema pode ser evitado com a realização de análises de sensibilidade, que permitem a seleção apenas das variáveis que exercem maior influência sobre a função-objetivo.

- Os resultados obtidos indicam que as dificuldades relacionadas com mínimos locais, erros de estimativa das variáveis ou falha dos algoritmos de otimização tendem a aumentar com o número de variáveis de ajuste. Portanto, é sempre recomendável a “quebra” do problema em partes menores com o objetivo de reduzir estes tipos de dificuldades e de garantir uma estimativa mais apurada dos parâmetros. Algumas exceções podem ser consideradas apenas em situações específicas, se a função-objetivo for composta pelo somatório de várias funções de uma única variável. Porém, mesmo nestes casos, a solução do problema em fases permite a redução dos tempos de processamento e do número total de simulações, assim como uma melhor utilização da paralelização externa.

- Computação Paralela:

- A computação paralela proporcionou uma sensível aceleração do tempo para obter múltiplas soluções e do processo de otimização, reduzindo uma das principais dificuldades deste tipo de aplicação, que é o grande esforço computacional. Os benefícios a serem obtidos em cada caso dependem da dimensão do problema e dos recursos disponíveis.

- Quando vários processos são inicializados a partir de aproximações iniciais diferentes dos parâmetros, três situações costumam ocorrer: (1) convergência para o mínimo global ou para mínimos locais que atendem à tolerância especificada; (2) convergência para mínimos locais que não atendem às exigências do problema e (3) interrupção prematura da otimização em pontos não-estacionários devido à falha dos métodos de otimização. Portanto, a paralelização destas corridas permite uma sensível aceleração da obtenção de respostas satisfatórias. Os parâmetros finais calculados tendem a ser fortemente influenciados pelas

aproximações iniciais, refletindo o aspecto da multiplicidade de soluções (mau-condicionamento), que é característico dos problemas do tipo inverso. As respostas obtidas podem ser utilizadas para estimar limites de incerteza durante as previsões de produção.

- Métodos de Otimização:

- Os métodos de otimização de busca direta (Politopo e Hooke & Jeeves) mostraram-se mais eficientes e robustos que os algoritmos que utilizam derivadas de primeira ordem (Gradientes e Quase-Newton). Além de obterem respostas mais refinadas, foram capazes de reduzir a função-objetivo abaixo da tolerância em um maior número de casos. Em geral, os métodos de primeira ordem mostraram-se mais suscetíveis a falhas devido aos seguintes fatores: existência de descontinuidades na superfície da função-objetivo, erros de aproximação das derivadas (diferenças finitas) e problemas decorrentes de escalas muito diferentes das variáveis.

- A taxa de convergência das quatro técnicas foi semelhante na maioria das aplicações, indicando que os métodos diretos podem ser utilizados com vantagens num contexto em que as derivadas parciais da função-objetivo são obtidas numericamente (diferenças finitas).

- O método Quase-Newton apresentou desempenho semelhante ao do algoritmo “Steepest Descent”, contrariando as expectativas iniciais de obtenção de uma melhor taxa de convergência. Este comportamento pode ser atribuído ao comportamento extremamente não quadrático da função-objetivo e a erros de aproximação das derivadas, que costumam degradar o desempenho destes algoritmos.

- A grande vantagem dos métodos que utilizam derivadas é a sua propriedade de serem eficientemente paralelizados, permitindo uma sensível redução do tempo de otimização. Por outro lado, os métodos diretos não apresentam a mesma vantagem, já que a minimização da função é feita através de procedimentos sequenciais. Estes podem ser adaptados para o ambiente paralelo, mas com um possível aumento do número final de simulações.

- A investigação do desempenho dos métodos diretos revelou que a utilização de intervalos iniciais maiores dos parâmetros (para construção do politopo inicial ou realização das pesquisas exploratórias no método de Hooke & Jeeves) parece influenciar positivamente o resultado final da otimização, proporcionando maior índice de sucessos.

- O tamanho dos intervalos de diferenças finitas mostraram uma grande influência sobre o desempenho dos algoritmos que utilizam derivadas. No entanto, não foi possível definir uma estratégia padrão para dimensionamento dos mesmos, já que todos os testes realizados com frações entre 1 e 10 % dos valores dos parâmetros (ou dos parâmetros normalizados) forneceram resultados semelhantes no que diz respeito ao número de soluções que atenderam à tolerância especificada.

- Um estudo comparativo entre os dois algoritmos de pesquisa uni-dimensional aplicados neste trabalho (Fibonacci e pesquisa inexata) revelou igualdade de desempenho para as duas técnicas. Nenhuma delas foi capaz de melhorar sensivelmente o desempenho global da otimização com os métodos de primeira ordem.

- A aplicação de fatores de escala ao método Quase-Newton para evitar a ocorrência de mau-condicionamento do processo iterativo também não melhorou significativamente a eficiência do algoritmo. Os problemas parecem estar mais relacionados com os erros de aproximação das derivadas (diferenças finitas) e com o comportamento não quadrático e, algumas vezes, “não suave” da função-objetivo.

Em função dos resultados obtidos, recomendam-se as seguintes ações em trabalhos futuros nesta mesma linha de pesquisa:

- Implementar outros métodos de otimização que utilizam derivadas de primeira ordem para tentar melhorar a eficiência global desta categoria de algoritmos. Sugere-se os métodos de Gauss-Newton ou de Levenberg-Marquardt, designados para solução de mínimos-quadrados não-lineares.

- Otimizar o desempenho dos algoritmos dos Gradientes ou Quase-Newton, implementando uma variação automática dos intervalos de diferenças finitas (para mais ou para menos) quando houver falha na obtenção de uma direção de descida. Este procedimento aumentará o número final de simulações, mas pode tornar os algoritmos mais robustos.

- Implementar o algoritmo Quase-Newton com o uso da fatorização de Cholesky^[35]. Este tipo de procedimento tem melhorado a convergência do método em algumas aplicações práticas.

- Pesquisar e implementar uma metodologia para cálculo analítico dos coeficientes de sensibilidade. Sugere-se a aplicação da teoria proposta por Tan^{[21],[31]} ou Anterior^[19], cujos resultados permitem uma redução considerável do esforço computacional por iteração. Recomenda-se a implementação inicial em modelos mais simples, para domínio da técnica; posteriormente, pode-se partir para a adaptação de códigos comerciais existentes.

- Implementar novas opções para o gerenciador de processos, tais como: lançamento automático de novas corridas em caso de insucesso; lançamento de métodos diferentes ao invés do mesmo em regiões diferentes; identificação e eliminação automática de variáveis de pequena sensibilidade.

- Aplicar a metodologia de ajuste automatizado a outros casos reais, para identificar eventuais falhas ou aspectos do algoritmo que possam ser melhorados.

Referências Bibliográficas

[01] JACQUARD, P. : Théorie de Interprétation des Mesures de Pression. Revue IFP, March 1964, Vol. XIX.

[02] JACQUARD, P. ; JAIN, C. : Permeability Distribution From Field Pressure Data. SPE 1307, June 1965.

[03] JAHNS, HANS O.: A Rapid Method for Obtaining a Two-Dimensional Reservoir Description From Well Pressure Response Data. SPE 1473, July 1966.

[04] COATS, K. H.; DEMPSEY, J. R.; HENDERSON J. H.: A New Technique for Determining Reservoir Description from Field Performance Data. SPE 2344, July 1969.

[05] SLATER, G. E.; DURRER E. J. : Adjustment of Reservoir Simulation Models To Match Field Performance. SPE 2983, July 1970.

[06] THOMAS, L. K ; HELLUMS, L. J.; REHEIS, G. M. : A Non Linear Automatic History Matching Technique for Reservoir Simulations Models. SPE 3475, July 1971.

[07] DOUGHERTY, E. L. : Application of Optimization Methods to Oilfield Problems, SPE 3978, October 1972.

[08] CARTER, R. D. ET ALL: Performance Matching With Constraints. SPE 4260, January 1973.

- [09] CHEN, W.H.; GAVALAS, G.R.; SEINFELD, J.H.; WASSERMAN, M.L.: A New Algorithm for Automatic History Matching. SPEJ 4545, December 1974.
- [10] WASSERMAN, M. L. ET AL: Practical Applications of Optimal Control Theory to History Matching Multiphase Simulator Models. SPE 5020, October 1974.
- [11] CHAVENT, G., DUPUY, M., AND LEMONNIER, P.: History Matching by Use of Optimal Theory, SPEJ (Feb 1975) 74-86 ; Trans.,AIME, 259.
- [12] BISHOP, K. A.; KNAPP R. M. : An Approach to the Problem of Slow Convergence For Automatic History Matching Procedures. SPE 5424, May 1975.
- [13] GAVALAS, G. R. ; SHAH P. C. AND SEINFELD J. H.: Reservoir History Matching by Bayesian Estimation. SPE 5740, December 1976.
- [14] SHAH, P. C.; GAVALAS, G. R. AND SENFELD, J. R.: Error Analysis in History Matching: The Optimal Level of Parametrization. SPE 6508, February 1978.
- [15] WATSON, A. T. ET ALL.: History Matching in Two-Phase Petroleum Reservoirs. *SPEJ*, p.521-532, december 1980
- [16] DOGRU, A. H. ; SEINFELD, J. H. : Comparison of Sensitivity Coefficient Calculation Methods in Automatic History Matching. SPE 8251, September 1979.
- [17] WATSON, A. T. AND LEE, W. J.: A New Algorithm for Automatic History Matching Production Data. SPE 15228, May 1986.
- [18] YANG, P. H.; ARMASU, R.V AND WATSON, A.T.: Automatic History Matching with Variable Metric Methods, SPE 16977, Sept 1987.
- [19] ANTERIOR, F. ; EYMARD, R. AND KARCHER, B.: Use of Parameter Gradients for Reservoir History Matching. SPE 18433, February 1989.

- [20] CARROLL, JAMES AUBREY.: *Multivariate Production Systems Optimization*. Department of Petroleum Engineering School of Earth Sciences, Stanford University, Stanford, California, December 1990.
- [21] TAN, T. B. AND KALOGERAKIS, N.: A Fully Implicit, Three-Dimensional, Three-Phase Simulator With Automatic History Matching Capability. SPE 21205, February 1991.
- [22] BISELL, R.; KILLOUGH, J. E.; SHARMA, J.: Reservoir History Matching Using the Method of Gradients on a Workstation. SPE 24265, May 1992.
- [23] OUENES, A. ET ALL.: A New Algorithm for Automatic History Matching: Application of Simulated Annealing Method (SAM) to Reservoir Inverse Modeling, SPE 26297, May 1993.
- [24] SULTAN, A. J. ; OUENES, A. AND WEISS, W. W.: Reservoir Description by Inverse Modeling: Application to EVGSAU Field. SPE 26478, October 1993.
- [25] SMITH, R. A. W.; TAN, T. B. : Reservoir Characterization of a Fractured Reservoir Using Automatic History Matching. SPE 25251, March 1993.
- [26] PARISH, R.G.; CALDERBANK, V.J.; WAATKINS, A.J.; MUGGERIDGE, A.H.; GOODE, A.T.; ROBINSON, P.R.: Effective History Matching: The application of Advanced Software Techniques to the History Matching Process. SPE 25250, March 1993.
- [27] FUJII, HIKARI.: *Multivariate Production Systems Optimization in Pipeline Networks*. Department of Petroleum Engineering School of Earth Sciences, Stanford University, Stanford, California, August 1993.
- [28] BISSEL, R. C; SHARMA, Y.: History Matching Using the Method of Gradients: Two Case Studies., SPE 28590, September 1994.

- [29] OUNES, A. ET ALL : A New Method To Characterize Fractured Reservoirs: Applications to Infill Drilling. SPE 27799, April 1994.
- [30] OUNES, A.; WEISS,W.: Parallel Reservoir Automatic History Matching Using a Network of Workstation and PVM. SPE 29107, February 1995.
- [31] TAN, T. B. ET AL.: A Computationally Efficient Gauss-Newton Method for Automatic History Matching. SPE 29100, February 1995.
- [32] SALAZAR, A. V. M.: *Paralelização de Ajuste de Históricos de Produção em Rede de Estações Usando PVM*. UNICAMP, Tese de mestrado em Engenharia de Petróleo, 1995.
- [33] CUERVO, CARLOS H. V. : *Otimização do Cálculo de Parâmetros no Processo de Ajuste de Histórico de Produção usando PVM*. UNICAMP, Tese de mestrado em Engenharia de Petróleo, 1996.
- [34] MACHADO, A. A. V.: “*Análise de Sensibilidade Aplicada a Ajuste de Histórico de Produção Usando PVM*”, UNICAMP, Tese de mestrado em Engenharia de Petróleo, 1996.
- [35] GILL, P. E.; MURRAY, W. AND WRIGHT, M. H.: *Practical Optimization*. Academic Press Inc., 1981.
- [36] BAZARAA, M. S.; HANIF, D. SHERALI; SHETTY, C. M.: *Nonlinear Programming. Theory and Algorithms*. John Wiley & Sons Inc., 2ed., 1979.
- [37] AOKI, M.: *Introduction to Optimization Techniques. Fundamentals and Applications of Nonlinear Programming*. The Macmillian Company, 1ed., 1971.
- [38] WISMER, D. A. AND CHATTERGY, R.: *Introduction to Non-Linear Optimization: A Problem Solving Approach*. Elsevier North-Holland Inc, 1978.

- [39] BEIGHTLER, C. S.; PHILLIPS, D. T. AND WILDE, D. J.: *Foundations of Optimization*. Prentice Hall Inc., 2ed., 1979.
- [40] LUENBERGER, D. G.: *Linear and Nonlinear Programming*. Addison-Wesley Publishing Company, 2ed., 1984.
- [41] PRESS, W. H.; FLANERY B. P.; TEUKOLSKY, S. A.: *Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing (FORTRAN version)*. Cambridge University Press, 1989.
- [42] MATAX, C. C.; DALTON, R. L.: *Reservoir Simulation*. SPE Monograph Series, Richardson, TX., 1990.
- [43] HEHL, M. E.: : *FORTRAN 77: Linguagem de Programação Estruturada*. McGraw Hill Ltda, São Paulo, 1987.
- [44] GEIST, AL.; BEGUELIN, A.; DONGARRA, J.; JIANG, W.; MANCHECK, R.; SUNDERAM, V.: *PVM 3 Users Guide and Reference Manual*. Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge. Tennessee 37831, May 1994.
- [45] CENTRO NACIONAL DE COMPUTAÇÃO DE ALTO DESEMPENHO (CENAPAD): *Introdução ao PVM*. UNICAMP-CCUEC & MCT-FINEP, São Paulo, - SP, Brasil, Fevereiro 1997.
- [46] COMPUTER MODELLING GROUP.: *IMEX User's Manual*. Calgary, Alberta Canada 1995.
- [47] SCHIOZER, D.J.; SOUZA, S.H.G.: *MPS Manual do Usuário. Relatório Interno DEP-FEM*, UNICAMP, Campinas-SP, Brasil, Agosto 1996.
- [48] MOLINA, N. N.: *Systematic Aproach aids Reservoir Simulation*. TECHNOLOGY, Apr 11, 1983, *Oil & Gas Journal*.

[49] MOLINA, N. N.: How to Use Relative Permeability Correlations. TECHNOLOGY, Apr 25, 1983, *Oil & Gas Journal*.