

DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO MATEMATICO
PARA PROGNOSTICAR AS CARACTERISTICAS DE
DESEMPENHO DOS CONVERSORES DE TORQUE

20/91

E APROVADA PELA
198/92
LIL

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA PROGNOSTICAR AS CARACTERÍSTICAS DE DESEMPENHO DOS CONVERSORES DE TORQUE

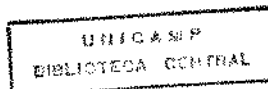
Co-Orientador: Prof. Dr. Kamal A.R. Ismail

72

Prof. Dr. Kamal A.R. Ismail

Prof. Dr. Moysès Zindeluk

Campinas, 30 de Agosto de 1891.



PARA MINHA QUERIDA ESPOSA, BETH, PELA PACIÊNCIA,
APOIO, INCENTIVO E ENCORAJAMENTO INDISPENSÁVEIS À
CONCLUSÃO DESTES TRABALHOS E PARA MEUS FILHOS
ISABELLE E RODRIGO.

AGRADECIMENTOS

O autor deseja expressar os seus agradecimentos a todos àqueles que contribuíram de uma forma ou de outra para que este trabalho pudesse ser realizado.

Ao meu pai, Nelson Santini, (in memoriam), à minha mãe, Dinorah J.L.Santini, à minha avó, Tereza G. Lourenço e ao meu grande amigo, Antonio Lourenço Dal Porto (Lico), (in memoriam), por tudo.

Ao meu orientador Prof. Dr. Hans Ingo Weber, pela indispensável orientação e pela cordialidade que marcou o nosso relacionamento.

À Direção de Equipamentos Clark Ltda, nas pessoas do Engg Francisco Edmir Bertolaccini, Diretor Presidente, e Engg Jorge Vinicius da Silva Junior, Diretor de Componentes Fora-de-Estrada pelo incentivo, apoio e facilidades oferecidos que possibilitaram a realização deste trabalho.

Ao Engg Wilson Marques Junior, pelo respeito e confiança demonstrados e pelo apoio constante sem o qual este trabalho não seria possível.

Ao meu amigo, Prof. Dr. Antonio Roberto Pereira, pelo interesse demonstrado e sugestões dadas durante o desenvolvimento do trabalho.

Ao Prof. Dr. Kamal A.R. Ismail, pelo apoio dado no posicionamento e discussão dos resultados.

Expresso minha gratidão à amiga Ana Maria Fantini pela revisão gramatical.

Aos Eng^{os} Andy Zawisza, J. Peppel, J.Chen, Mauricio Parma e Sérgio C. Standke pelas informações e pelo interesse demonstrados por este trabalho.

Finalmente quero agradecer a Ana Maria da Silva, Roberta D. Pithon, Marcos Perceguetti e Alessandra A. Borges Marini pela preparação dos originais, confecção dos desenhos e execução do programa de simulação.

RESUMO

Descreve-se um procedimento teórico para prognosticar as características de desempenho dos conversores de torque com três elementos.

O modelo matemático é desenvolvido supondo o movimento de circulação do fluido similar a um vórtice forçado, e com uma distribuição linear de velocidade a partir do raio médio (R_m). Além disso, desenvolve-se todas as equações para as secções de escoamento do fluido no interior do conversor de torque.

Os resultados obtidos são comparados com o modelo convencional e com as medições experimentais.

ABSTRACT

A theoretical procedure is described to predict the performance characteristics of the torque converters with three elements. The mathematical model is developed assuming that the circulation motion of the fluid is similar to a forced vortex and with a linear velocity distribution from the mean radius (R_m). Besides this, all equations are developed to the flow section of the fluid inside the torque converter.

The results obtained are compared to the conventional model and with the experimental measurements.

ÍNDICE

I.	INTRODUÇÃO	
1.1	Considerações Sobre Conversores de Torque.....	51
1.2	Princípio de Operação de Conversores Hidráulicos.....	62
1.3	Modelos Teóricos para Avaliação do Desempenho dos Conversores de Torque.....	67
II.	CONCEITOS DE MECÂNICA DOS FLUIDOS	
II.1	Relações entre as Equações Relativas ao Sistema e Aqueles Referentes ao Volume de Controle.....	71
II.2	Desenvolvimento das Equações da Continuidade, Quantidade de Movimento e Momento da Quantidade de Movimento.....	75
II.2.1	Equação da Continuidade.....	76
II.2.2	Equação da Quantidade de Movimento para um Volume de Controle Inercial.....	77
II.2.3	Equação do Momento da Quantidade de Movimento para um Volume de Controle Inercial.....	78
II.2.3.1	Aplicações da Equação do Momento da Quantidade de Movimento à Turbomáquinas..	80
II.3	Perdas de Potência.....	82
III.	MODELO MATEMÁTICO	
III.1	Equacionamento do Centro de Rotação do Vórtice Forçado..	83
III.2	Determinação dos Torques Desenvolvidos no Impulsor e Turbina	85
III.2.1	Desenvolvimento da Equação do Torque no Impulsor.....	87
III.2.2	Desenvolvimento da Equação do Torque na Turbina.....	87
III.3	Determinação da Velocidade Angular do Fluido Circulante (ω) Através do Conversor.....	88
III.3.1	Perdas por Choque.....	88
III.3.1.1	Perdas por Choque no Impulsor.....	88
III.3.1.2	Perda por Choque na Turbina.....	88
III.3.1.3	Perdas por Choque no Estator.....	88

III.3.2 Perdas por Atrito.....	56
III.3.2.1 Perdas por Atrito no Impulsor.....	56
III.3.2.2 Perdas por Atrito na Turbina.....	54
III.3.2.3 Perdas por Atrito no Estator.....	55
III.3.3 Perdas por Escoamento Secundário.....	67
III.3.3.1 Perdas por Escoamento Secundário no Impulsor.....	67
III.3.3.2 Perdas por Escoamento Secundário na Turbina.....	66
III.3.3.3 Perdas por Escoamento Secundário no Estator.....	66
IV. PARTE EXPERIMENTAL	
IV.1 Introdução.....	71
IV.2 Equipamentos e Instrumentos.....	74
IV.3 Descrição dos Testes Efetuados.....	82
IV.3.1 Teste para Avaliação do Desempenho em Condições Normais de Operação.....	82
IV.3.2 Teste para Avaliação do Desempenho com a Velocidade de Saída Nula.....	82
IV.3.3 Testes para Avaliação do Desempenho com o Torque de Saída Nulo.....	82
IV.4 Resultados Obtidos.....	83
V. SIMULAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	
V.1 Simulação.....	83
V.2 Discussão dos Resultados.....	83
VI. CONCLUSÃO.....	84
BIBLIOGRAFIA.....	85

LISTA DE FIGURAS

1.1	Esquema Típico de um Conversor de Torque de um Único Estágio e com Três Elementos.....	05
1.2	Secção Toroidal do Conversor de Torque.....	08
2.1	Configuração do Sistema e do Volume de Controle.....	11
2.2	Vista Ampliada da Sub-Região (3) da Fig. 2.1.....	13
2.3	Vista Ampliada da Sub-Região (1) da Fig. 2.1.....	14
2.4	Diagrama de Velocidade de uma Partícula Fluidica.....	21
2.5	Representação do Sistema de Coordenadas e das Superfícies de Controle no Rotor.....	22
2.6	Diagrama de Velocidade na Entrada do Rotor.....	23
2.7	Diagrama de Velocidade na Saída do Rotor.....	24
3.1	Secção Toroidal do Conversor de Torque Mostrando um Típico Tubo de Corrente.....	29
3.2	Circuito Fechado.....	30
3.3	Distribuição Linear de Velocidade a partir do Raio Médio (R_m).....	31
3.4	Linhas de Corrente Coincidentes com a Curvatura das Aletas....	32
3.5	Volume de Controle para a Determinação do Centro de Rotação do Vórtice Forçado.....	33
3.6	Área A_1	34
3.7	Diagramas de Velocidade na Entrada e Saída das Aletas para os Elementos do Conversor de Torque.....	36
3.8	Localização de um Tubo de Corrente a partir do Raio Médio (R_m).....	38
3.9	Elemento de Área dA_1	41
3.10	Elemento de Área dA_2	43
3.11	Sistema de Coordenadas para a Posição Média do Impulsor.....	59
3.12	Elemento de Área Lateral de um Tronco de Cone na Linha Média do Canal.....	60
3.13	Sistema de Coordenadas Adotado para a Posição Média da Turbina.....	64

3.14 Sistema de Coordenadas Adotado para a Posição Média do Estator.....	86
5.1 Secção Toroidal Mostrando uma Linha de Corrente Média.....	88
5.2 Avaliação das Perdas (gráfico de barras).....	89
5.3 Avaliação das Perdas (gráfico de linha).....	91
5.4 Comparação das Eficiências.....	92
5.5 Comparação das Relações de Torque	93

LISTA DE FOTOS

- 1.1 Impulsor
- 1.2 Turbina
- 1.3 Estator
- 1.4 Detalhe dos Três Elementos do Conversor de Torque
- 1.5 Detalhe de Montagem dos Elementos do Conversor de Torque na Carcaça, Mostrando o Fluxo do Óleo
- 1.6 Conjunto de Aletas do Impulsor em Vermelho e da Turbina em Azul
- 1.7 Conjunto das Aletas do Estator
- 4.1 Vista Superior da Área Dinamométrica onde Observamos um Conversor de Torque sendo Preparado para o Ensaio
- 4.2 Pó Carregadeira Instrumentada para a Realização de Testes Estruturais
- 4.3 Vista Parcial da Subdivisão de Hidráulica
- 4.4 Curva Característica dos Motores
- 4.5 Curva Característica dos Geradores
- 4.6 Vista Parcial do Sistema de Carga
- 4.7 Detalhe dos Trocadores de Calor
- 4.8 Detalhe da Bomba de Alimentação e Reservatório
- 4.9 Detalhe do Aquecedor
- 4.10 Vista Lateral do Torquímetro
- 4.11 Detalhe do Sistema de Aquisição dos Dados
- 4.12 Vista Lateral da Preparação de um Conversor de Torque
- 4.13 Vista Lateral do Conversor Montado entre o Gerador e o Motor

NOMENCLATURA

A	área da seção transversal
d	diâmetro hidráulica
F	componente meridional ou normal da velocidade absoluta
f	coeficiente de atrito
K_C	coeficiente de proporcionalidade
K_S	coeficiente empírico que depende da geometria
l	comprimento hidráulico
$\dot{m}$	vazão mássica
N	propriedade extensiva do sistema
M	massa do sistema
P	perímetro molhado
P_A	perdas por atrito
P_C	perdas por choque
P_S	perdas por escoamento secundário
P_{TOT}	potência total dissipada
R	raio (figura 3.5)
r	raio (figura 3.5)
R_1	raio (figura 3.8)
R_2	raio (figura 3.8)
R_3	raio (figura 3.8)
R_{CI}	raio interno do núcleo
R_{CO}	raio externo do núcleo
R_I	raio interno do conversor
R_m	raio médio
R_O	raio externo do conversor
S	componente tangencial da velocidade absoluta
T_E	torque no estator
T_I	torque no impulsor
T_T	torque na turbina
U	velocidade tangencial ou linear do rotor
V	velocidade absoluta do fluido
x, y, z	coordenadas não ortogonais (figura 3.8)
w	velocidade relativa do fluido
Z_E	número de aletas do estator
Z_I	número de aletas do impulsor
Z_T	número de aletas da turbina

SÍMBOLOS GREGOS

α	ângulo formado entre o vetor velocidade e o vetor elemento de área
β	ângulo da aleta
γ_E	ângulo (figura 3.8)
γ_I	ângulo (figura 3.8)
γ_T	ângulo (figura 3.8)
Θ	ângulo de deflexão da curva
ϕ	ângulo formado entre a velocidade absoluta e a velocidade tangencial do rotor
η	propriedade extensiva do sistema por unidade de massa
ρ	densidade do fluido
ω	velocidade angular do fluido circulante em rad/s
ω_I	velocidade do impulsor em (rad/s)
ω_T	velocidade da turbina em (rad/s)

ÍNDICES INFERIORES

1E	saída do estator
1I	entrada do impulsor
2I	saída do impulsor
2T	entrada da turbina
3T	saída da turbina
3E	entrada do estator
mI	linha média do canal formado pelas aletas do impulsor
mT	linha média do canal formado pelas aletas da turbina
mE	linha média do canal formado pelas aletas do estator

CAPÍTULO I

1. INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES SOBRE CONVERSORES DE TORQUE

Conversores de torque são mecanismos cujo objetivo principal é o incremento do torque em cadeias de transmissão de potência para baixas relações de velocidade. Isto significa que estes elementos recebem um torque de entrada vindo de um motor, por exemplo, transmitem-no e multiplicam-no, a fim de fornecê-lo, por exemplo, ao sistema de tração de um veículo. A multiplicação do torque ocorre automaticamente de acordo com a condição de operação. O torque de saída do conversor é máximo quando o eixo de saída está bloqueado. E diminui, a partir do aumento da velocidade do eixo de saída até atingir o chamado ponto de acoplamento, no qual o torque de entrada é igual ao de saída.

A concepção dos conversores de torque antecede a 1906. Porém, foi neste ano que Herman Föttinger, um alemão, registrou a primeira patente para aplicação dos conversores nos Estados Unidos. Segundo as referências [1,7,14, 30 e 31], esta aplicação englobava tanto os conversores de torque como os acoplamentos hidráulicos de cuja concepção se originaram os conversores. Por este motivo o departamento de patentes dos USA emitiu em 1916 duas patentes, separando os acoplamentos hidráulicos dos conversores de torque.

Durante a segunda guerra mundial, foram realizados consideráveis esforços para o desenvolvimento e aplicação dos conversores em veículos militares pesados. Após a guerra, diversas organizações desenvolveram pesquisas para a utilização dos conversores em automóveis, caminhões e outros veículos. O principal objetivo destes estudos era obter uma unidade simples, que pudesse ser fabricada pelos métodos desenvolvidos e que resultasse em baixo custo.

Evidências do sucesso destes trabalhos podem ser observadas pelos milhões de conversores construídos desde 1950, com aplicações que vão desde automóveis até equipamentos fora de estrada, tais como pás-carregadeiras, motorizadoras, guindastes, empilhadeiras e outros.

É grande a variedade de modelos de conversores utilizados comercialmente. A ref. [17] agrupa-os em quatro tipos, de um a quatro estágios, conforme o número de turbinas existentes no conversor. Esta mesma referência discute detalhadamente estes tipos.

Este estudo será desenvolvido para os conversores de torque que são aplicados em equipamentos fora de estrada e com um único estágio, pois são estes os projetados e fabricados pela "Equipamentos Clark".

1.2. PRINCÍPIO DE OPERAÇÃO DE CONVERSORES HIDRÁULICOS.

O coração de um conversor "Clark", oriundo do Projeto "Fottinger", é o circuito hidráulico, o qual contém três elementos distintos que são: impulsor, turbina e estator - todos consolidados em uma simples carcaça e formando um circuito hidráulico fechado. As fotos 1.1, 1.2, 1.3 e 1.4 mostram estes elementos e a foto 1.5 a montagem dos mesmos na carcaça.

O impulsor é solidário com o eixo de entrada e a turbina com o eixo de saída. O estator normalmente é inercialmente fixo mas pode ser liberado em algumas relações de velocidade (Louco-Free Wheel) quando o conversor, por razões de desempenho, deve operar como um acoplamento hidráulico.

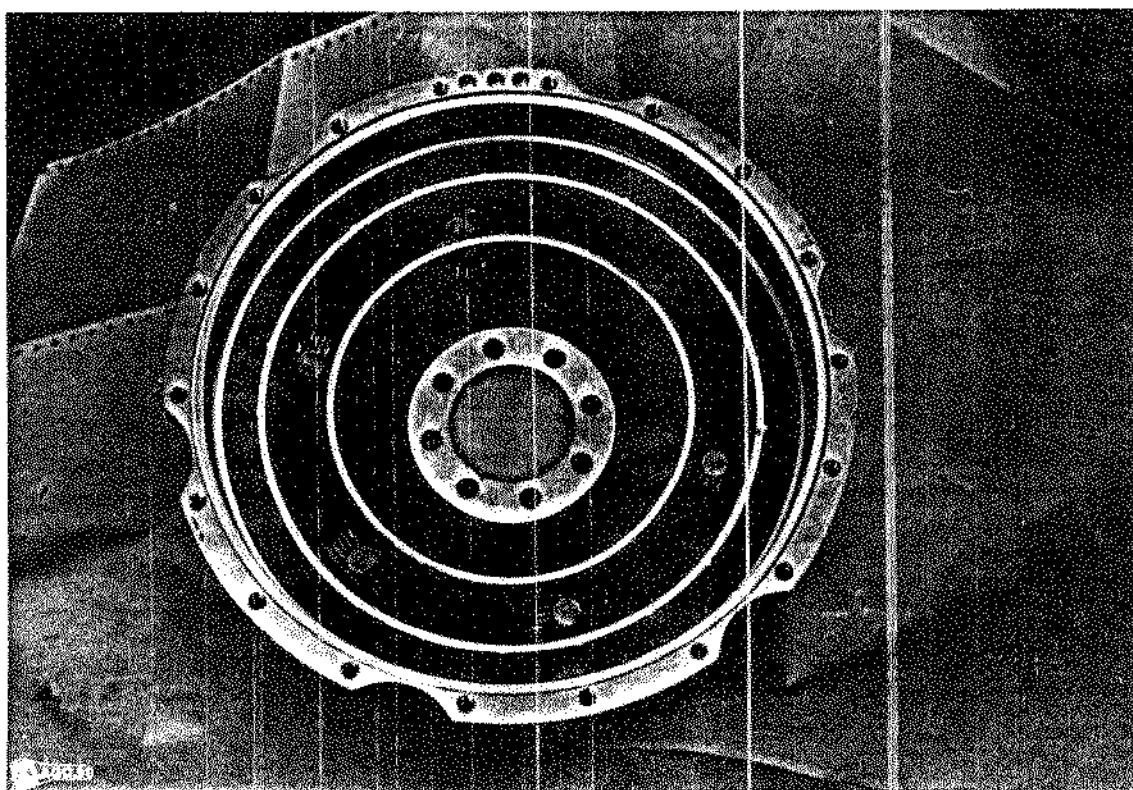


Foto 1.1 - Impulsor

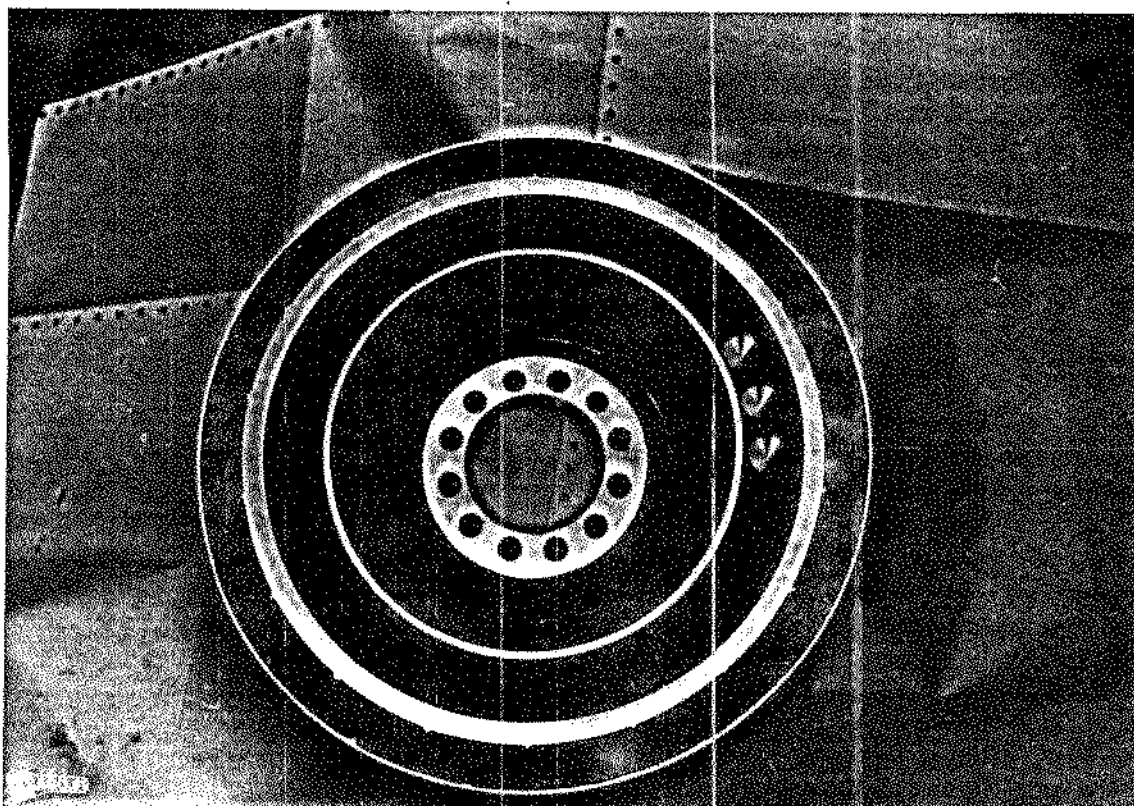


Foto 1.2 - Turbina

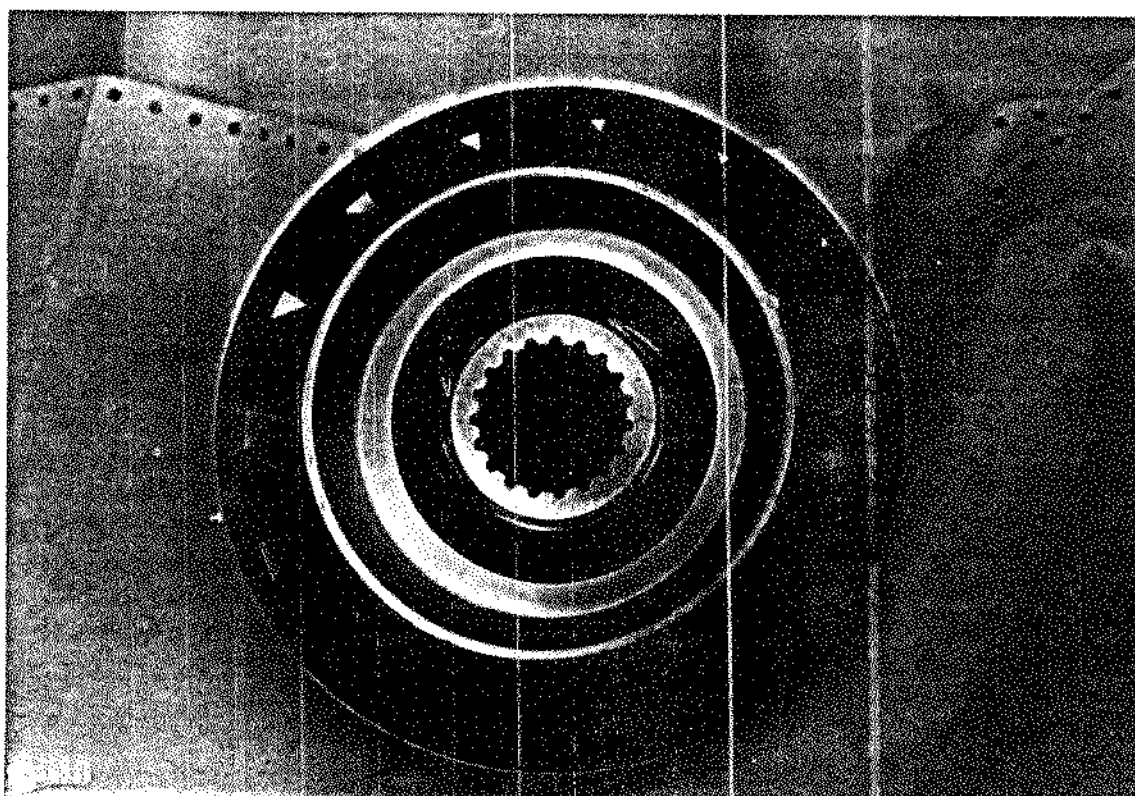


Foto 1.3 - Estator

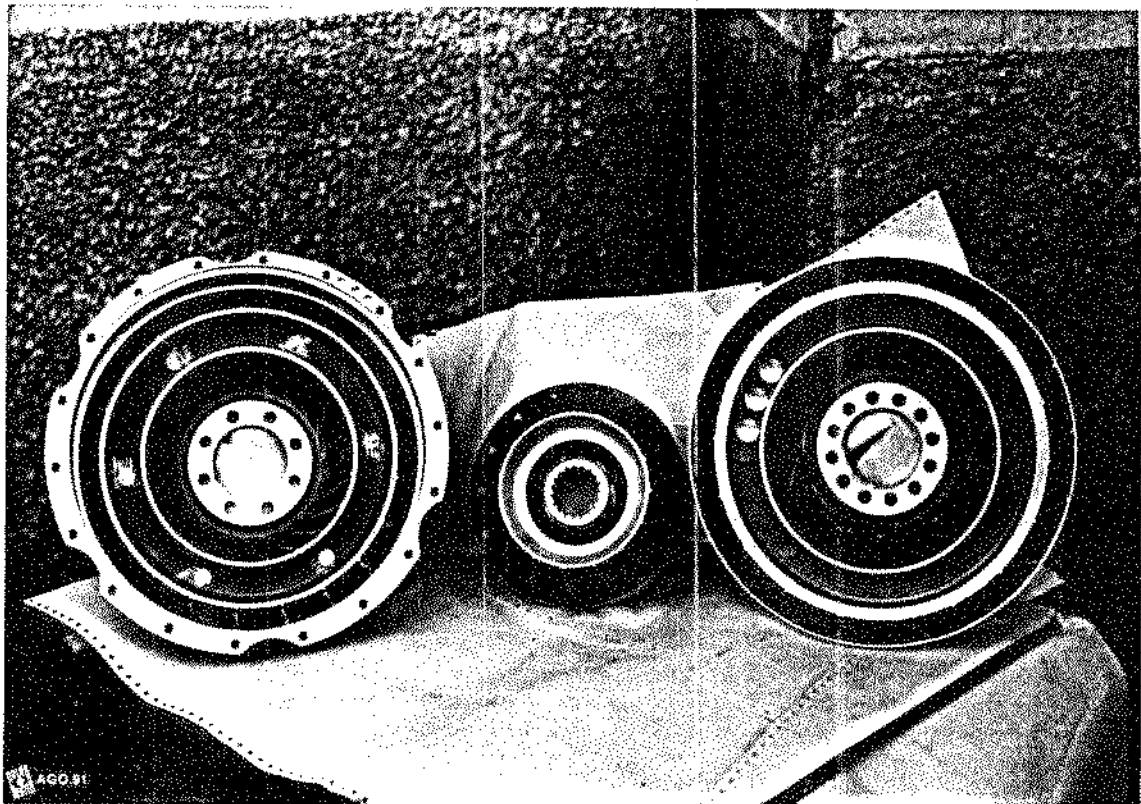


Foto 1.4 - Detalhe dos Três Elementos do Conversor de Torque



Foto 1.5 Detalhe da Montagem dos Elementos do Conversor de Torque na Carcaça, Mostrando o Fluxo do óleo.

Em nosso caso o consideramos fixo por ser esta a configuração mais utilizada no mercado brasileiro. Na Figura 1.1 apresentamos esquematicamente o conversor de torque.

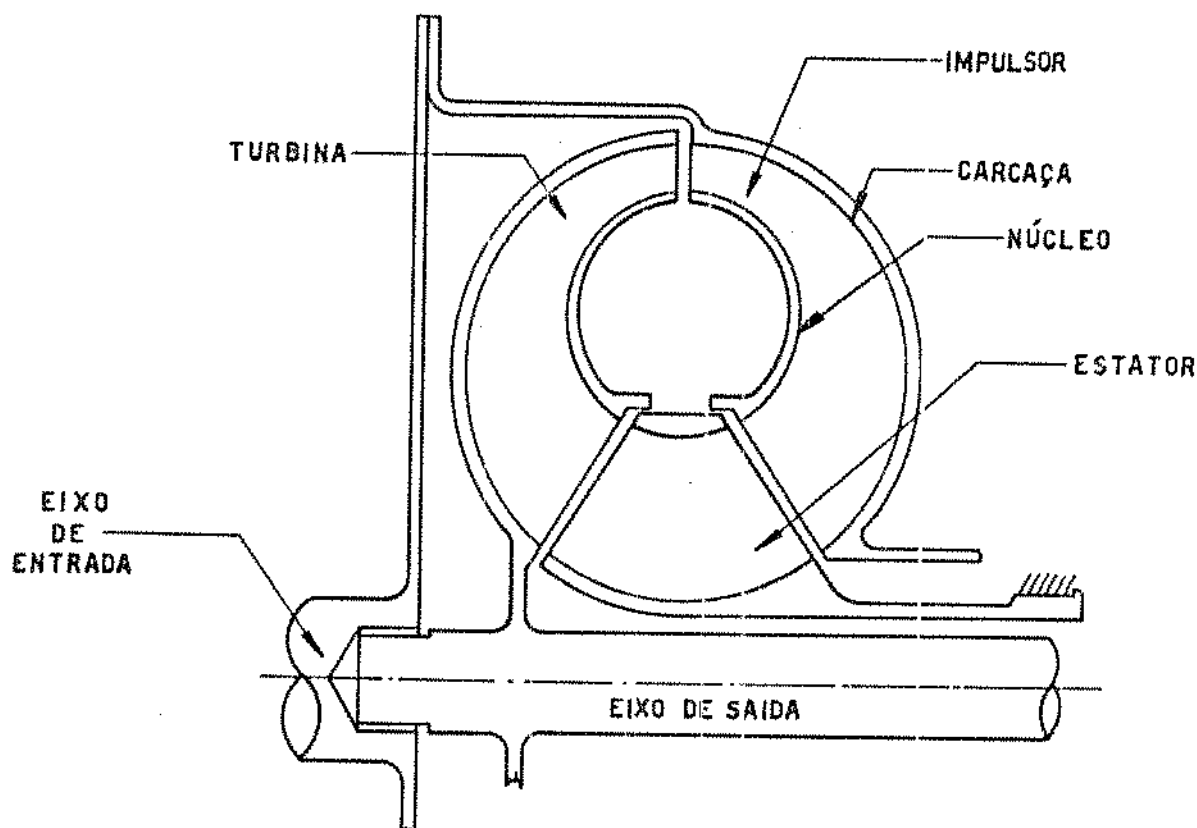


Figura 1.1 - Esquema Típico de um Conversor de Torque de um Único Estágio e com Três Elementos.

Para analisar o princípio de operação do conversor, observe-se o circuito fechado correspondente do fluxo do óleo: o fluido entra pelo impulsor e tem aí o seu momento da quantidade de movimento aumentado à medida que escoar radialmente penetrando na turbina. Esta, convenientemente projetada, acaba operando em uma rotação inferior à do impulsor devido às perdas, absorve este momento da quantidade de movimento carregado pelo fluido e o transmite através de um torque ao eixo de saída. O fluido, ao sair da turbina, entra no estator que é projetado de modo a redireccionar o escoamento, apoiando-se para tanto em um suporte inercial e termina fornecendo um momento de quantidade de

movimento do fluido, advindo deste esforço de reação. Em seguida, entra novamente no impulsor completando o ciclo. Como o circuito é fechado, este ciclo repete-se continuamente. Na seção III.2 equaciona-se este ciclo. As fotos 1.6 e 1.7 mostram o arranjo esquemático simplificado das aletas do conversor de torque. Por não fazer parte do objeto central deste trabalho, não se discute o projeto das aletas (uma verdadeira ciência per se), o qual é detalhadamente abordado nas referências [5,18,19 e 20].

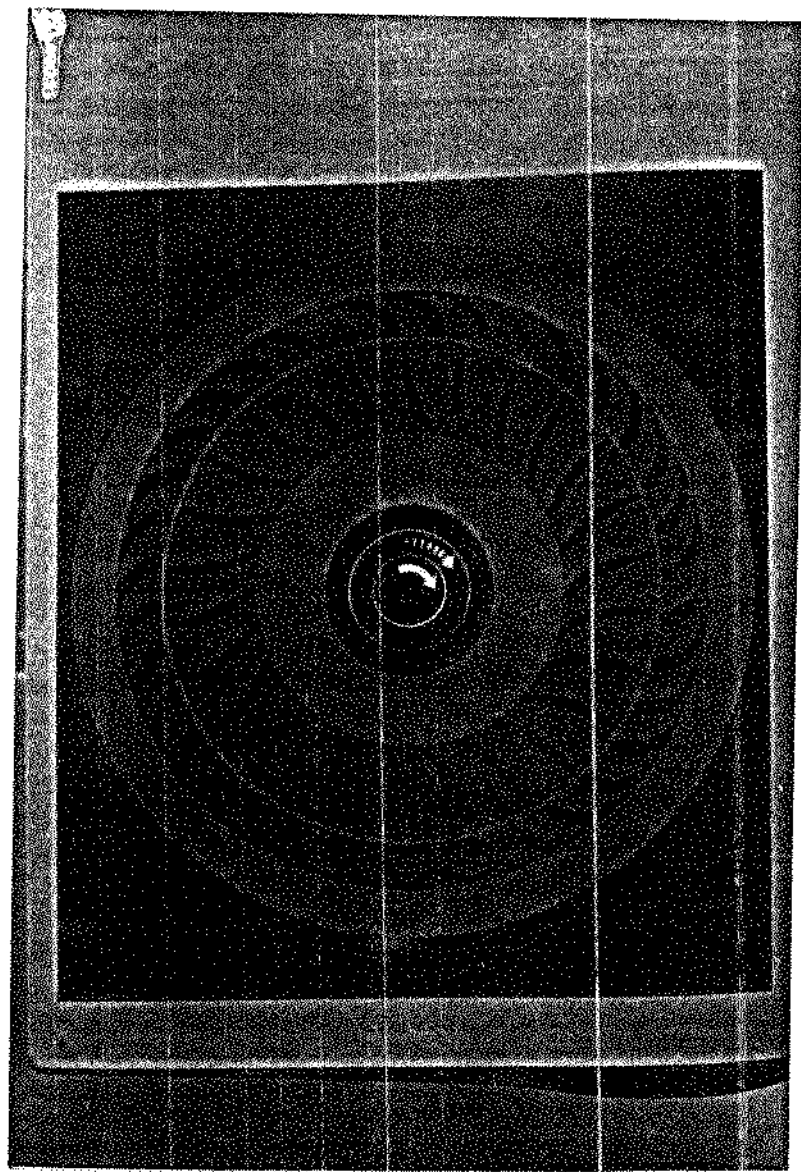


Foto 1.6 - Conjunto das Aletas do Impulsor em Vermelho e da Turbina em Azul.

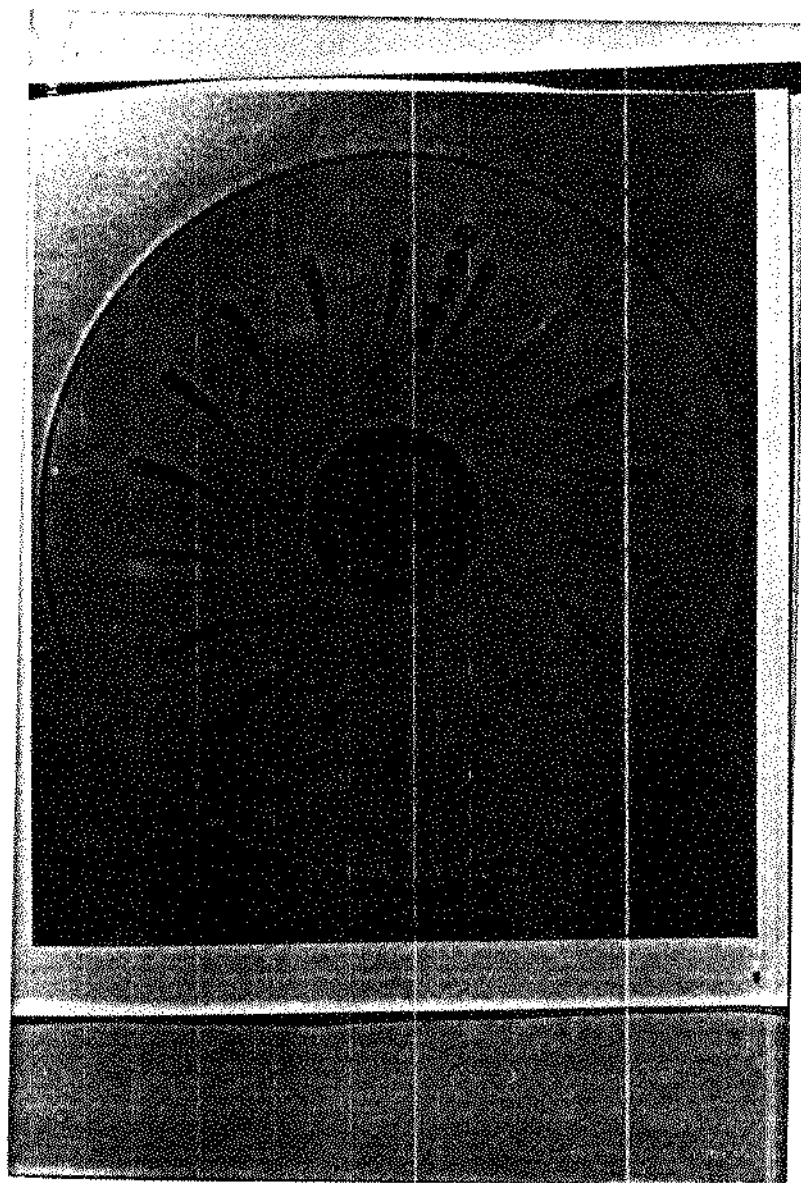


Foto 1.7 Conjunto das Aletas do Estator

1.3. MODELOS TEÓRICOS PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS CONVERSORES DE TORQUE.

Os primeiros esforços na direção de desenvolver um modelo para prognosticar o desempenho dos conversores de torque foram realizados por Eksbergian em 1943 [5] e por outros posteriormente, tais como: Mitcher, em 1953 [10], Sheally, em 1956 [20] e McLean, em 1958 [21].

Os modelos desses pesquisadores são similares e basicamente supõe para o escoamento do fluido uma distribuição constante de velocidade, desenvolvendo todo o equacionamento para um tubo de corrente média (vide Cap. III).

Upton, em 1970 [6], utilizando o modelo de Eksergian [5], porém refinando a estimativa das perdas, conseguiu melhores resultados.

Em 1978, um grupo de pesquisadores da Universidade de Bath na Inglaterra, publicou um trabalho sobre acoplamentos hidráulicos [7], onde considerou para o escoamento uma distribuição linear de velocidade. E toda a formulação foi desenvolvida para a região de escoamento na interface entre os elementos (impulsor, turbina e estator).

O procedimento para avaliação do desempenho dos conversores de torque adotado pela engenharia de projeto da Clark é similar ao desenvolvido por Upton [6], mas devido às discrepâncias encontradas entre os valores calculados e os experimentais, surgiu a necessidade de um novo modelo que pudesse apresentar melhores resultados teóricos, otimizando e agilizando o processo de desenvolvimento desde o seu projeto.

Com base nos estudos da referência [7], é que se desenvolveu um modelo matemático para a avaliação do desempenho dos conversores de torque, onde se considerou o movimento de circulação do fluido no conversor similar a um vórtice forçado, implicando em uma distribuição linear de velocidade. Além disso, desenvolveu-se todo o equacionamento para as secções de escoamento do fluido na entrada e saída de cada elemento (impulsor, turbina e estator).

Com a aplicação deste modelo, obteve-se resultados teóricos mais próximos dos experimentais do que os modelos até agora existentes. Todo o procedimento de cálculo para obtenção do mesmo e os estudos comparativos serão apresentados nos próximos capítulos. No Capítulo II apresenta-se os conceitos básicos de Mecânica dos Fluidos, isto é, Equação de Continuidade, Equação de Momento da Quantidade de Movimento e Equações das Perdas de Potência. No Capítulo III aplica-se estas equações ao caso em estudo. No Capítulo IV é discutida a realização experimental e no Capítulo V são comparados os resultados de simulação teórica e da medição experimental.

Vale ressaltar que todos os modelos descritos acima, inclusive este, são desenvolvidos para a secção toroidal do conversor, como ilustrado na Figura 1.2. Assim vale enfatizar que na realidade o escoamento do fluido não se processa bidimensionalmente em um movimento de circulação em um plano, como poderia apresentar a Figura

1.1, mas tridimensionalmente, em uma espécie de espiral ao longo deste tóroide.

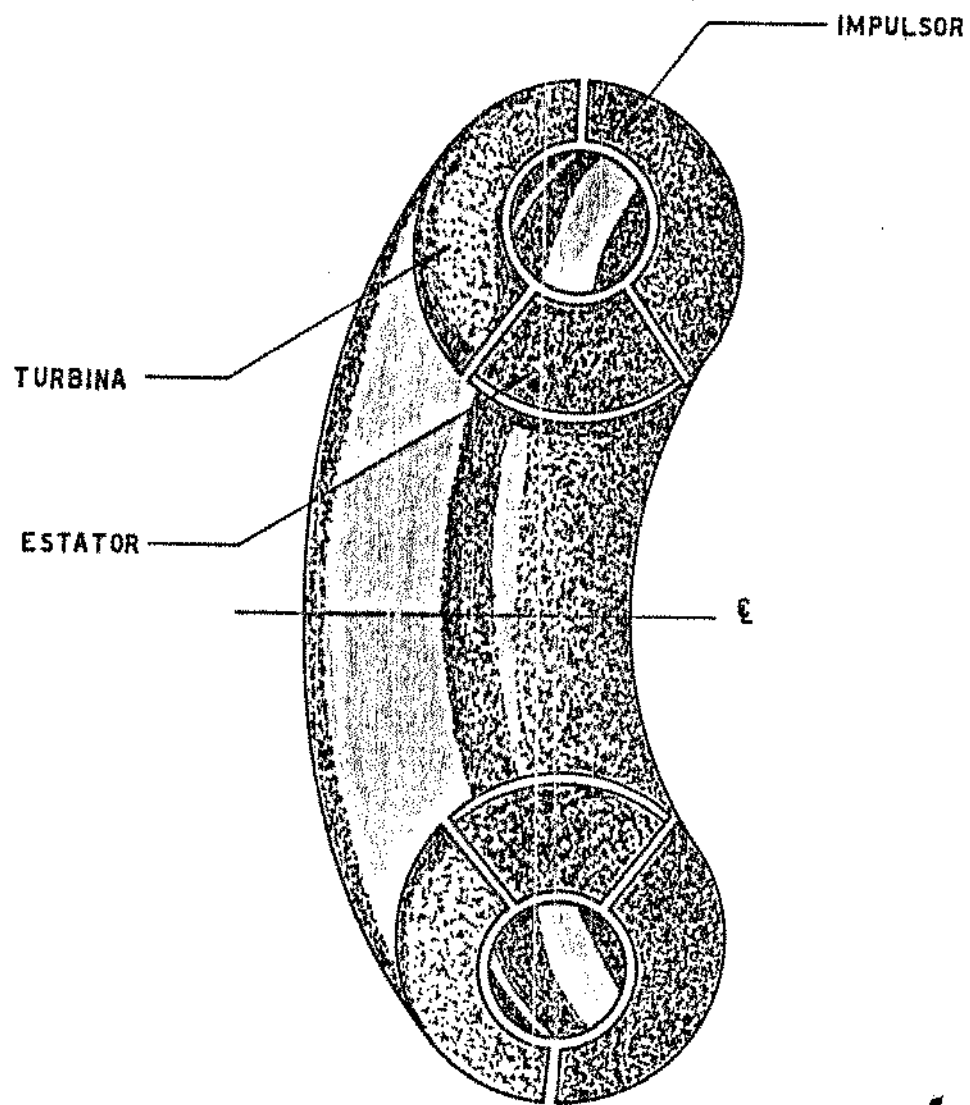


Figura 1.2 - Secção Tóroidal do Conversor de Torque.

CAPÍTULO II

11. CONCEITOS DE MECÂNICA DOS FLUIDOS

Neste capítulo serão apresentadas os principais conceitos de mecânica dos fluidos aplicados ao conversor de torque para o desenvolvimento do modelo matemático.

O primeiro ponto a ser tratado é a relação entre as equações relativas ao sistema e aquelas referentes ao volume de controle, a partir da qual se desenvolverão as equações da continuidade, da quantidade de movimento e do momento da quantidade de movimento. A seguir será deduzida a equação de Euler para turbomáquinas. Por último serão abordadas as principais perdas de potência que ocorrem nos conversores de torque.

11.1. RELAÇÃO ENTRE AS EQUAÇÕES RELATIVAS AO SISTEMA E AQUELAS REFERENTES AO VOLUME DE CONTROLE.

Considere-se um campo de escoamento arbitrário $\vec{V}(x,y,z,t)$, quando observado de uma referência x e y e z , onde acompanha-se uma certa massa de fluido contida no sistema e cuja fronteira está indicada pela linha tracejada, Figura 2.1-a, onde as linhas de correntes traçadas correspondem às descritas no instante t_0 . Além desse sistema, considera-se também um volume de controle fixo em relação aos eixos x e y e z e que coincida exatamente com o sistema acima descrito no instante t_0 . No instante $t_0 + \Delta t$ o sistema terá se deslocado um pouco, Figura 2.1-b.

Seja N o valor de alguma grandeza associada ao sistema no instante t_0 (massa, energia, quantidade de movimento, etc): relaciona-se, em termos de volume de controle, a taxa de variação com o tempo do valor de N para o sistema ($\dot{N}$). A distribuição de N por unidade de massa será dada por η , onde

$$N = \int_{V(\text{SIST})} \eta \rho \, dV \quad (2.1)$$

com dV representando um elemento de volume e ρ a densidade.

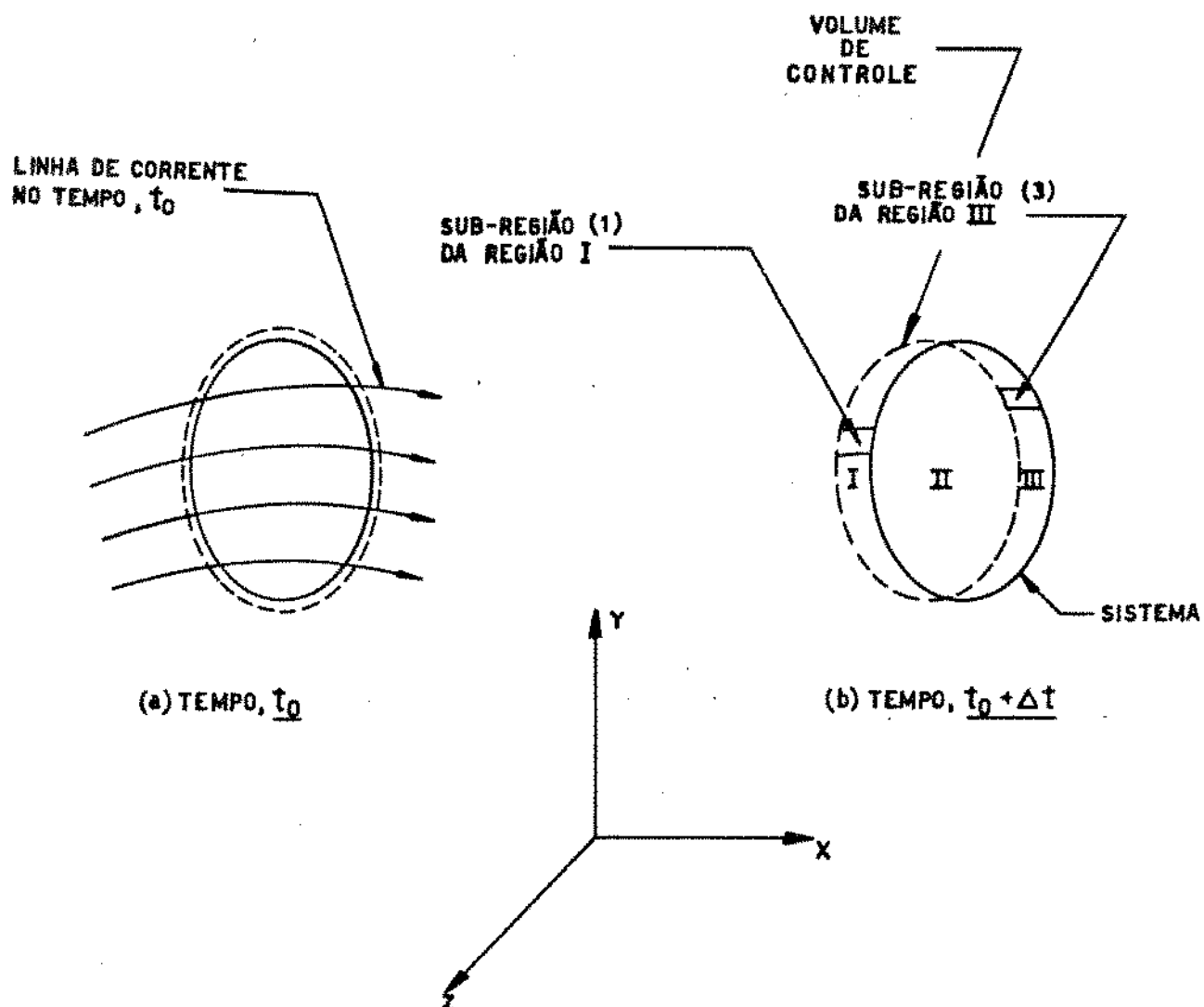


Figura 2.1 - Configuração do Sistema e do volume de Controle.

A Figura 2.1 mostra que o sistema no instante $(t_0 + \Delta t)$ ocupa as regiões II e III e no instante t_0 o sistema e o volume de controle (vc) coincidem. A variação da grandeza N do sistema, no intervalo de tempo Δt é dada por:

$$(N_{\text{sist}})_{t_0 + \Delta t} - (N_{\text{sist}})_{t_0} = (N_{II} + N_{III})_{t_0 + \Delta t} - (N_{vc})_{t_0}$$

$$(N_{\text{sist}})_{t_0 + \Delta t} - (N_{\text{sist}})_{t_0} = (N_{vc} - N_I + N_{III})_{t_0 + \Delta t} - (N_{vc})_{t_0}$$

$$(N_{\text{sist}})_{t_0 + \Delta t} - (N_{\text{sist}})_{t_0} = \left[\int_{vc} \eta p dV \right]_{t_0 + \Delta t} - \left[\int_I \eta p dV \right]_{t_0 + \Delta t} + \left[\int_{III} \eta p dV \right]_{t_0 + \Delta t} - \left[\int_{vc} \eta p dV \right]_{t_0}$$

Rearranjando os termos e dividindo por Δt obtém-se :

$$\begin{aligned} \frac{(N_{\text{slst}})_{t_0+\Delta t} - (N_{\text{slst}})_{t_0}}{\Delta t} &= \frac{\left[\int_{VC} \eta P dV \right]_{t_0+\Delta t} - \left[\int_{VC} \eta P dV \right]_{t_0}}{\Delta t} + \\ &+ \frac{\left[\int_{III} \eta P dV \right]_{t_0+\Delta t}}{\Delta t} - \frac{\left[\int_{VC} \eta P dV \right]_{t_0}}{\Delta t} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Aplicando-se o limite na equação (2.2) e rearranjando obtém-se :

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{(N_{\text{slst}})_{t_0+\Delta t} - (N_{\text{slst}})_{t_0}}{\Delta t} \right\} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{\left[\int_{VC} \eta P dV \right]_{t_0+\Delta t} - \left[\int_{VC} \eta P dV \right]_{t_0}}{\Delta t} \right\} + \\ &+ \frac{\left[\int_{III} \eta P dV \right]_{t_0+\Delta t} - \left[\int_{VC} \eta P dV \right]_{t_0+\Delta t}}{\Delta t} \right\} \end{aligned}$$

Como a soma dos limites é igual ao limite das somas, pode-se reordenar a equação acima:

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{(N_{\text{slst}})_{t_0+\Delta t} - (N_{\text{slst}})_{t_0}}{\Delta t} \right\} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{\left[\int_{VC} \eta P dV \right]_{t_0+\Delta t} - \left[\int_{VC} \eta P dV \right]_{t_0}}{\Delta t} \right\} + \\ &+ \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{\left[\int_{III} \eta P dV \right]_{t_0+\Delta t}}{\Delta t} \right\} - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{\left[\int_{VC} \eta P dV \right]_{t_0+\Delta t}}{\Delta t} \right\} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Cada um dos quatro termos da equação acima será analisado separadamente.

TERMO 1: É a definição de derivada, ou seja,

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{[N_{\text{sis}}]_{t_0 + \Delta t} - [N_{\text{sis}}]_{t_0}}{\Delta t} \right\} = \frac{dN}{dt} \bigg|_{\text{sis}} \quad (2.4)$$

TERMO 2:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{\left[\int_{VC} \eta_P dV \right]_{t_0 + \Delta t} - \left[\int_{VC} \eta_P dV \right]_{t_0}}{\Delta t} \right\} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \eta_P dV \quad (2.5)$$

TERMO 3:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{\left[\int_{III} \eta_P dV \right]_{t_0 + \Delta t}}{\Delta t} \right\} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{[N_{III}]_{t_0 + \Delta t}}{\Delta t} \quad (2.6)$$

Após várias manipulações matemáticas e utilizando a Figura 2.2, obtém-se :

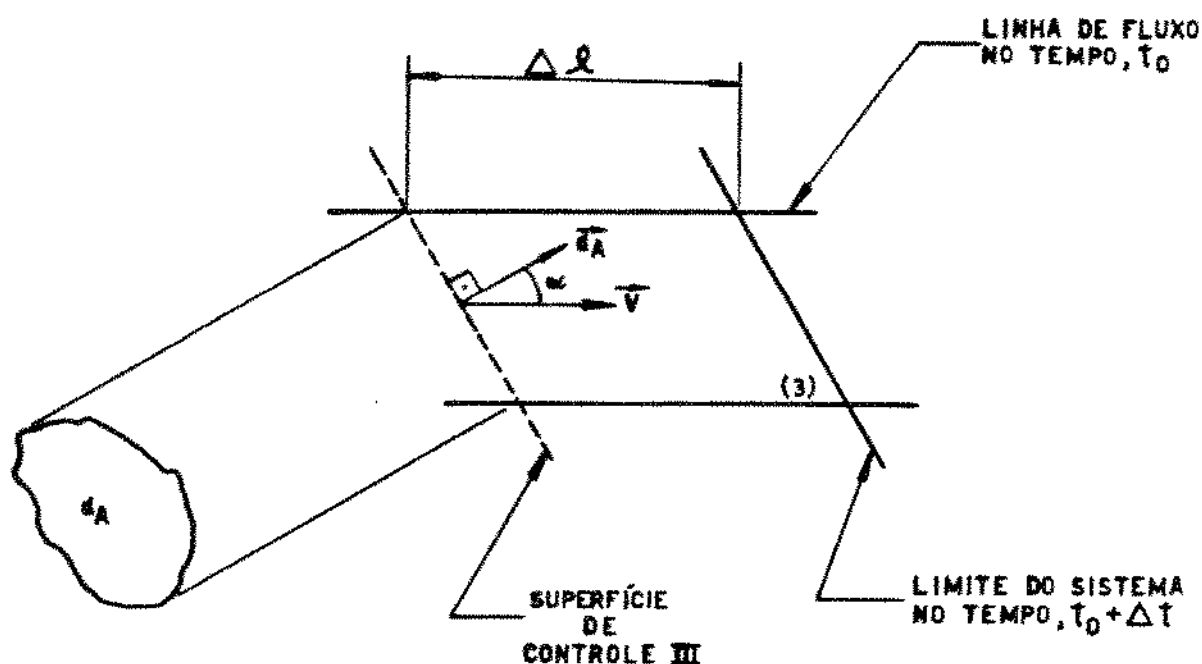


Figura 2.2 - Vista Ampliada da Sub-Região (3) da Fig. 2.1.

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{\left[\int_{III} \eta_F dV \right]_{t_0 + \Delta t}}{\Delta t} \right\} = \int_{SC III} \eta_F |\vec{V}| \cos \alpha |d\vec{A}| \quad (2.7)$$

TERMO 4:

$$- \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{\left[\int_I \eta_F dV \right]_{t_0 + \Delta t}}{\Delta t} \right\} = - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{[N_I]_{t_0 + \Delta t}}{\Delta t} \quad (2.8)$$

Para calcular $[N_I]_{t_0 + \Delta t}$, é preciso se fixar numa vista ampliada da sub-região típica da região I, como mostrada na Figura 2.3. Pode-se obter uma expressão final como,

$$- \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{\left[\int_I \eta_F dV \right]_{t_0 + \Delta t}}{\Delta t} \right\} = \int_{SC I} \eta_F |\vec{V}| \cos \alpha |d\vec{A}| \quad (2.9)$$

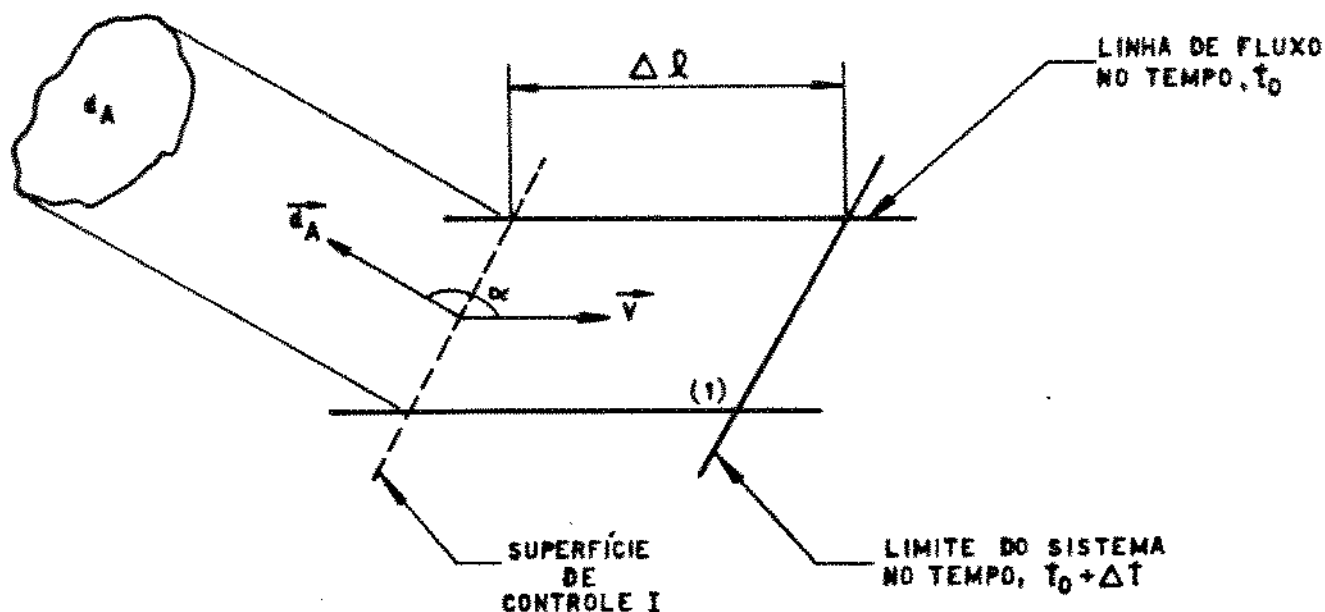


Figura 2.3 - Vista Ampliada da Sub-Região (I) da Fig. (2.1).

Substituindo-se as equações (2.4), (2.5), (2.7) e (2.9) em (2.3), obtém-se :

$$\left. \frac{dN}{dt} \right|_{\text{Sistema}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_C} \eta_P dV + \int_{S_C(1)} \eta_P |\vec{V}| \cos \alpha |d\vec{A}| + \int_{S_C(2)} \eta_P |\vec{V}| \cos \alpha |d\vec{A}| \quad (2.10)$$

ou finalmente

$$\left. \frac{dN}{dt} \right|_{\text{Sistema}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_C} \eta_P dV + \int_{S_C} \eta_P \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (2.11)$$

É importante observar, através da equação (2.11), que a taxa de variação total de uma propriedade extensiva qualquer, N , do sistema é igual à taxa de variação em relação ao tempo da propriedade extensiva arbitrária, N , dentro do volume de controle mais a taxa resultante de efluxo de N , através da superfície de controle.

Além das considerações já expostas anteriormente é importante notar que para deduzir-se a equação (2.11) considerou-se que :

- O volume de controle é fixo em relação às coordenadas de referência x , y e z ,. (Figura 2.1)
- A velocidade $\vec{V}$ foi medida em relação ao volume de controle fixo, ou seja, o campo de velocidades foi especificado em relação às coordenadas de referência.
- O sistema movimentou-se no campo de velocidades especificado, portanto a taxa de variação em relação ao tempo da propriedade extensiva arbitrária, N , no volume de controle foi avaliada por um observador fixo no volume de controle.

11.2. DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES DA CONTINUIDADE, QUANTIDADE DE MOVIMENTO E MOMENTO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

11.2.1. Equação da Continuidade

As equações da continuidade serão deduzidas a partir do princípio geral da conservação de massa, segundo o qual a massa de um sistema é constante com o tempo, isto é,

$$\left. \frac{dM}{dt} \right|_{\text{sistema}} = 0 \quad (2.12)$$

Utilizando-se a equação (2.11) com N sendo a massa do sistema, ou seja, $N = M$ e η será a massa por unidade de massa ($\eta=1$) obtém-se :

$$\left. \frac{dM}{dt} \right|_{\text{sistema}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_C} \rho dV + \int_{S_C} \rho \vec{V} \cdot \vec{dA} \quad (2.13)$$

Das equações (2.12) e (2.13), tem-se que:

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_C} \rho dV + \int_{S_C} \rho \vec{V} \cdot \vec{dA} \quad (2.14)$$

A expressão acima é a equação da continuidade para o volume de controle, na qual o primeiro termo representa a taxa de variação de massa no volume de controle e o segundo a taxa de efluxo de massa resultante através da superfície de controle.

Serão efetuadas duas simplificações na equação (2.14), considerando-se inicialmente um escoamento permanente e compressível e posteriormente um escoamento permanente e incompressível.

Por definição tem-se que para um escoamento permanente em relação a uma referência fixa no volume de controle, todas as propriedades físicas, incluindo a densidade em qualquer posição fixa na referência, devem permanecer invariantes com o tempo.

Assim, tem-se para o escoamento permanente e compressível:

$$\int_{sc} p \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (2.15)$$

E para o caso de escoamento em regime permanente e incompressível:

$$\int_{sc} \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (2.16)$$

11.2.2. Equação da Quantidade de Movimento para um Volume de Controle Inercial

Para se deduzir a formulação da quantidade de movimento para um volume de controle inercial, primeiro utiliza-se a segunda lei de Newton para um sistema movimentando-se em relação a um sistema de coordenadas inerciais. Depois emprega-se a equação (2.11) para ir da formulação de sistema para a de volume de controle.

A segunda lei de Newton para este caso é definida como:

$$\vec{F} \Big|_{\text{sobre o sistema}} = \frac{d\vec{P}}{dt} \Big|_{\text{slst}} \quad (2.17)$$

onde

$\vec{P}_{\text{slst}}$ = quantidade de movimento linear do sistema é definido por:

$$\vec{P}_{\text{slst}} = \int_V \vec{V}_P \, dV \quad \text{SISTEMA} \quad (2.18)$$

$\vec{F}$ = é a força resultante, incluindo todas as forças de corpo e de superfície que atuam sobre o sistema, ou seja,

$$\vec{F} = \vec{F}_S + \vec{F}_B \quad (2.19)$$

Fazendo-se N corresponder a $\vec{P}$, tem-se n , igual a quantidade de movimento linear por unidade de massa. Portanto, comparando-se a expressão (2.18) com a (2.1), conclui-se que n corresponde a $\vec{V}$.

Substituindo-se estas correspondências na equação (2.11) obtém-se :

$$\left. \frac{d\vec{P}}{dt} \right|_{t=t_0} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_C} \vec{V}_P \, dV + \int_{S_C} \vec{V}_P \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (2.20)$$

É importante notar que a equação (2.11) foi deduzida considerando-se o sistema e o volume de controle coincidentes no tempo t_0 . Logo :

$$\vec{P} \Big|_{\text{sobre o sistema}} = \vec{P} \Big|_{\text{sobre o volume de controle}}$$

Portanto a equação (2.20) transforma-se em

$$\vec{P} = \vec{P}_S + \vec{P}_B = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_C} \vec{V}_P \, dV + \int_{S_C} \vec{V}_P \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (2.21)$$

Pela equação acima, nota-se que a soma de todas as forças (superfície e corpo) que atuam sobre um volume de controle não acelerado é igual à soma da taxa de variação da quantidade de movimento dentro do volume de controle e a taxa de efluxo da quantidade de movimento resultante através da superfície de controle.

11.2.3. Equação do Momento da Quantidade de Movimento para um Volume de Controle Inercial.

Para este desenvolvimento utilizam-se as equações do momento da quantidade de movimento para um sistema, do torque aplicado a um sistema e da equação (2.11).

A equação do momento da quantidade de movimento para um sistema é definida como:

$$\vec{T} = \frac{d\vec{H}}{dt} \Big|_{\text{stat}} \quad (2.22)$$

onde

$$1) \vec{H}_{\text{stat}} = \int_{V(\text{stat})} \vec{r} \times \vec{V}_P \, dV \quad (2.23)$$

$\vec{H}_{\text{stat}}$ = quantidade de movimento angular do sistema

$\vec{r}$ = vetor posição, o qual situa cada elemento de massa ou volume do sistema em relação ao sistema de coordenadas inerciais.

$$2) \vec{T} = \vec{T} \times \vec{r}_S + \vec{T} \times \vec{r}_B + \vec{T}_{\text{eixo}} \quad (2.24)$$

$\vec{T}$ = torque total exercido sobre o sistema

$\vec{T} \times \vec{r}_S$ = torque devido às forças de superfície

$\vec{T} \times \vec{r}_B$ = torque devido às forças de corpo

$\vec{T}_{\text{eixo}}$ = torque produzido através de eixos que atravessam os limites do sistema

Para este caso N corresponde a $\vec{H}$. Portanto comparandose a equação (2.23) com a (2.1), obtem-se a correspondência entre η e $\vec{T} \times \vec{V}$. Com os valores acima na equação (2.11), tem-se

$$\frac{d\vec{H}}{dt} \Big|_{\text{stat}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_C} \vec{r} \times \vec{V}_P \, dV + \int_{S_C} \vec{r} \times \vec{V}_P \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (2.25)$$

O sistema e o volume de controle coincidem no tempo t_0 , portanto

$$\vec{T}_{\text{sistema}} = \vec{T}_{\text{volume de controle}}$$

Considerando-se as equações (2.22), (2.24) e (2.25) tem-se

$$\vec{T} \times \vec{T}_S + \vec{T} \times \vec{T}_B + \vec{T}_{\text{eixo}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{T} \times \vec{V}_P \, dV + \int_{SC} \vec{T} \times \vec{V}_P \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

Ou finalmente

$$\vec{T} \times \vec{T}_S + \int_{VC} \vec{T} \times \vec{G}_P \, dV + \vec{T}_{\text{eixo}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{T} \times \vec{V}_P \, dV + \int_{SC} \vec{T} \times \vec{V}_P \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (2.26)$$

A equação acima é uma equação vetorial geral para o momento da quantidade de movimento para um volume de controle inercial. O primeiro membro da equação é uma expressão para todos os torques que agem sobre o volume de controle. O segundo membro consiste em termos que expressem a taxa de variação da quantidade de movimento angular dentro do volume de controle e a taxa de efluxo da quantidade de movimento angular do volume de controle.

11.2.3.1 Aplicações da Equação do Momento da Quantidade de Movimento à Turbomáquinas.

Para a análise de turbomáquinas, é conveniente escolher em geral um volume de controle fixo envolvendo o elemento rotativo. Torques devido às forças de superfície são ignorados como uma primeira aproximação. A contribuição da força de corpo é desprezada por simetria. Estas considerações são comentadas na ref. [11, 12 e 13].

Assim pode-se escrever

$$\vec{T}_{\text{eixo}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{T} \times \vec{V}_P \, dV + \int_{SC} \vec{T} \times \vec{V}_P \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (2.27)$$

E para o escoamento permanente

$$\vec{T}_{\text{eixo}} = \int_{S_C} \vec{r} \times \vec{V} \cdot \vec{n} \, dA \quad (2.28)$$

Ao se aplicar a equação acima, normalmente usa-se a forma escalar das componentes e o sistema de coordenadas escolhido é aquele no qual o eixo "z" fica alinhado com o eixo de rotação da turbomáquina. Uma forma útil da equação (2.28) é quando desenvolvida para os elementos do conversor de torque (Impulsor, Turbina e Estator).

O movimento do fluido através do rotor destes elementos pode ser subdividido em: movimento de transporte imposto ao fluido pelo giro do rotor e o movimento relativo do fluido em relação ao rotor. Considerando-se "U" a velocidade tangencial ou linear do elemento, "W" a velocidade relativa do fluido em relação ao rotor, tem-se a velocidade absoluta do fluido $\vec{V} = \vec{U} + \vec{W}$. As componentes meridional ou normal e tangencial da velocidade absoluta serão denominadas "F" e "S" respectivamente. O ângulo entre os vetores velocidade relativa e velocidade tangencial do rotor será " β " e é função da curvatura das aletas. Na figura (2.4), contrai-se o diagrama de velocidade de uma partícula, que escoa através do rotor em qualquer ponto do percurso.

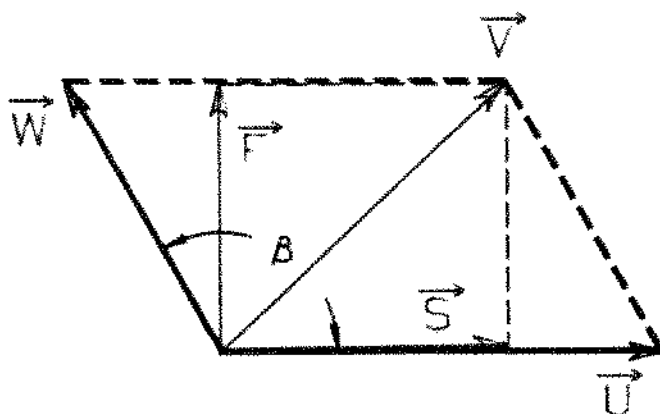


Figura 2.4 - Diagrama de Velocidade de uma Partícula Fluidica.

Para o desenvolvimento da equação (2.28'), considere-se a figura 2.5, onde são mostrados o volume de controle, a superfície de controle, o sistema de coordenadas e o diagrama de velocidade na entrada e na saída do rotor de um impulsor. Então pode-se escrever:

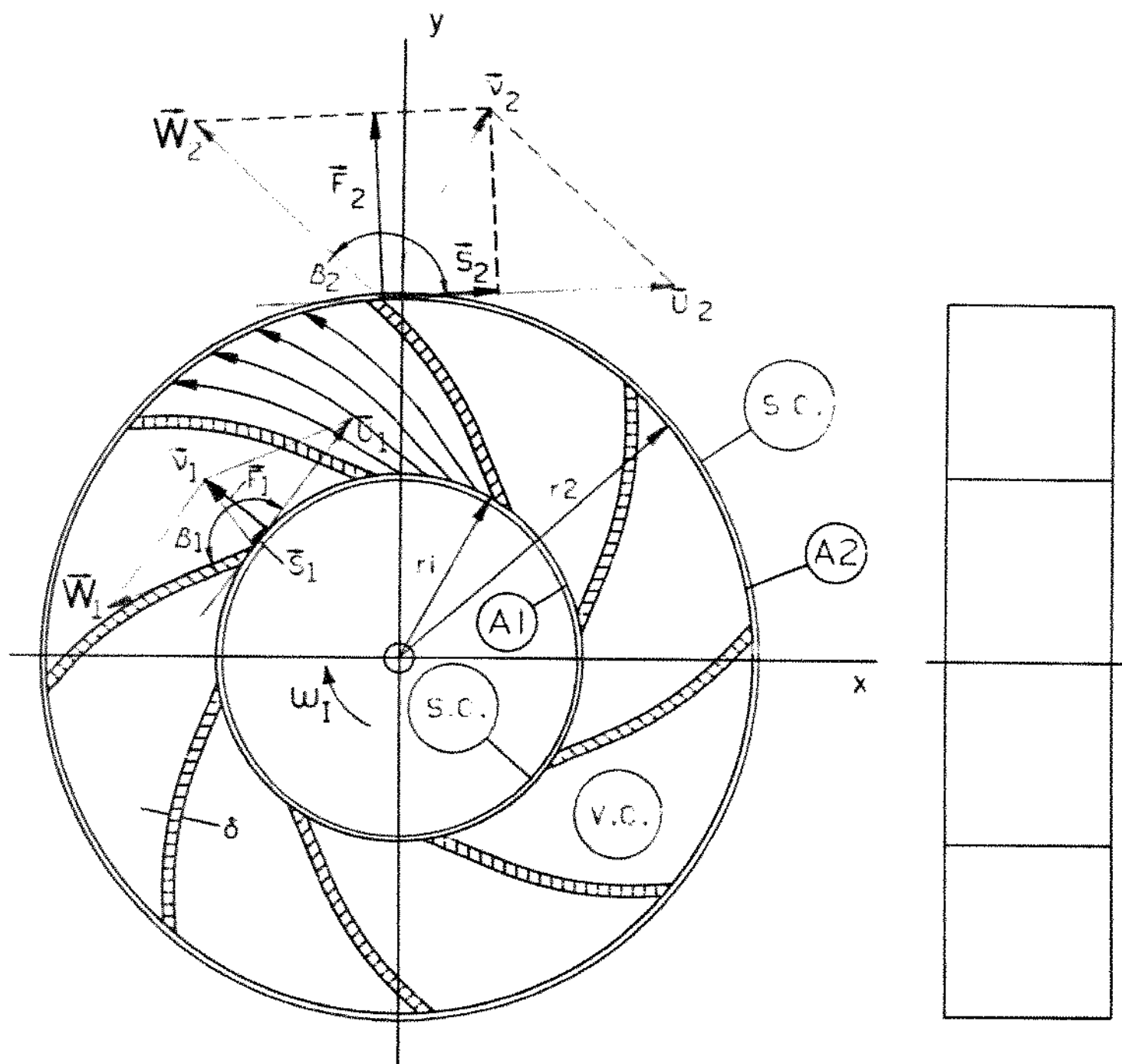


Figura 2.5 - Representação do Sistema de Coordenadas e das Superfícies de Controle no Rotor.

$$\vec{T}_{\text{exce}} = \int_{S_0} \vec{T} \times \vec{V} \cdot \vec{V} \cdot d\vec{A} = \int_{A_1} \vec{T}_1 \times \vec{V}_1 \cdot \vec{V}_1 \cdot dA_1 + \int_{A_2} \vec{T}_2 \times \vec{V}_2 \cdot \vec{V}_2 \cdot dA_2 \quad (2.25)$$

como r_1 , S_1 , Γ_1 e p são constantes na entrada do rotor, segue que:

$$I_1 = -r_1 S_1 \Gamma_1 p A_1$$

mas $\Gamma_1 p A_1 = \dot{m}_1$

$$\text{Finalmente, tem-se : } I_1 = -\dot{m}_1 r_1 S_1 \quad (2.30)$$

Analogamente à integral I_1 , através da Figura 2.7, pode-se chegar a:

$$I_2 = \dot{m}_2 r_2 S_2 \quad (2.31)$$

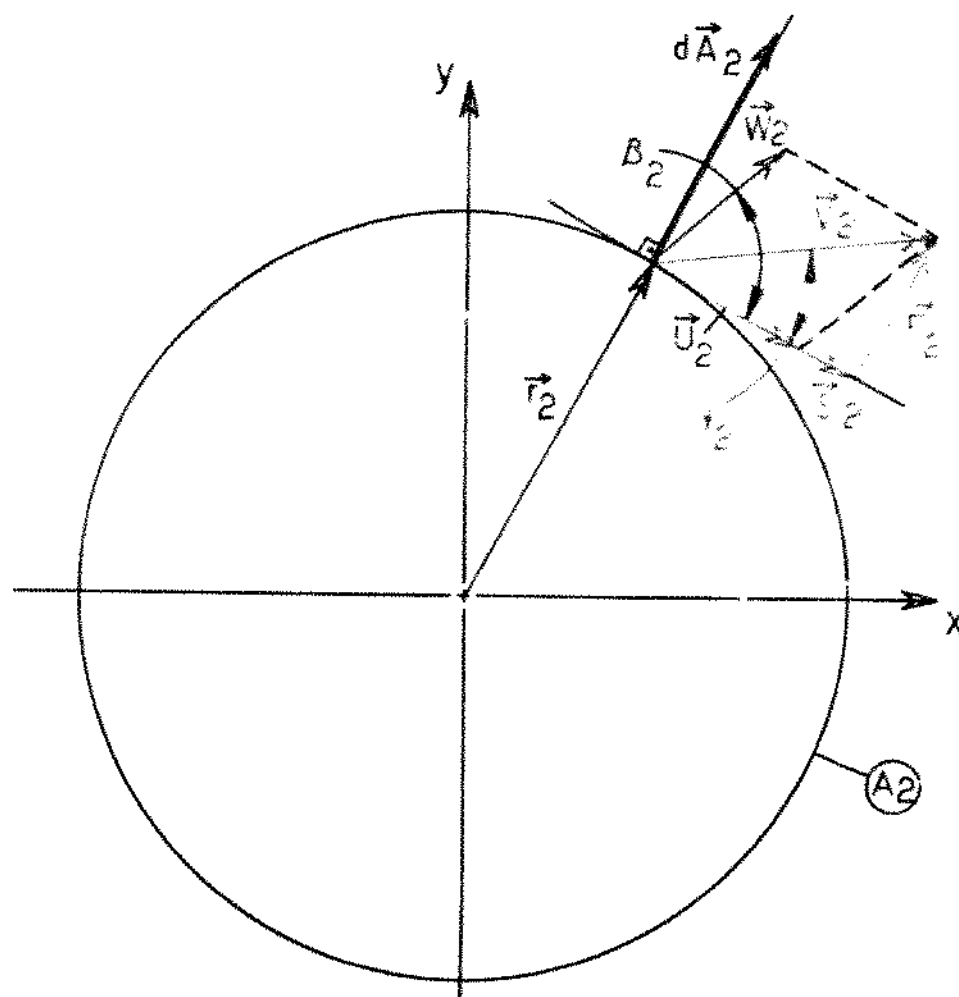


Figura 2.7 - Diagrama de Velocidade na Saída do Rotor.

Substituindo-se as equações (2.30) e (2.31) em (2.28),

$$T_{eixo} = -\dot{m}_1 r_1 S_1 + \dot{m}_2 r_2 S_2$$

Pelo princípio geral da conservação de massa tem-se que $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$.

$$\text{Logo } T_{eixo} = \dot{m} (r_2 S_2 - r_1 S_1) \quad (2.32)$$

É importante ressaltar que a expressão acima é a relação básica entre torque e o momento da quantidade de movimento, podendo ser aplicada em todos os tipos de turbomáquinas e é a chamada equação de Euler para Turbomáquinas.

11.3. PERDAS DE POTÊNCIA.

O fenômeno que envolve a circulação do fluido no interior dos conversores de torque é extremamente complexo, como pode ser observado na Foto 1.5. Consequentemente é necessário recorrer a métodos empíricos para se estimar as perdas de potência que ocorrem nos conversores. É conveniente separar estas perdas em três tipos.

- 1 - Perdas por choque, que ocorrem nas arestas de entrada de cada elemento do conversor. É preciso observar que estas perdas não se devem ao choque mecânico das moléculas do fluido com as arestas de entrada, mas sim às perturbações causadas no escoamento do fluido sob a forma de turbulência e deslocamento da camada limite.

Upton [6] sugere que a perda por choque seja calculada pela expressão:

$$P_C = K_C \frac{\dot{m}}{2} (S' - S)^2$$

onde: P_C = perda por choque
 K_C = coeficiente de proporcionalidade que dependem da geometria das aletas.
 $\dot{m}$ = vazão massica.
 $(S' - S)$ = diferença entre as componentes tangenciais de velocidade absoluta na saída de um elemento (S') e entrada do seguinte (S).

A mesma referência sugere como uma primeira aproximação $K_C = 1$. Assim :

$$P_C = \frac{\dot{m}}{2} (S' - S)^2 \quad (2.33)$$

2 - Perdas devido ao atrito do fluido com as aletas. A referência [7] trata estas perdas de forma similar as que se apresentam em tubos não circulares.

$$P_A = \frac{\dot{m} f l W}{2 d} \quad (2.34)$$

onde: P_A = perdas por atrito.
 f = coeficiente de atrito.
 $\dot{m}$ = vazão massica.
 l = comprimento hidráulico.
 W = velocidade relativa.
 d = diâmetro hidráulico.

3 - Perdas que ocorrem nos canais formados entre as aletas devido aos escoamentos secundários. Segundo Whitfield [7] estas perdas podem ser estimadas pela expressão:

$$P_S = \dot{m} K_S \frac{e}{\pi/2} \frac{F^2}{2} \quad (2.35)$$

onde: P_s = perdas por escoamento secundário,
 K_s = coeficiente empírico que depende da geometria do
conversor de torque,
 θ = ângulo de deflexão da curva,
 Γ = componente meridional da velocidade absoluta.

CAPÍTULO III

III. MODELO MATEMÁTICO.

Este capítulo contém uma descrição detalhada do procedimento teórico para prognosticar o desempenho dos conversores de torque com três elementos.

A análise teórica foi desenvolvida pela aplicação das equações do capítulo II para um tubo de corrente e integrada ao longo das secções de entrada e saída, como mostra a Figura 3.1.

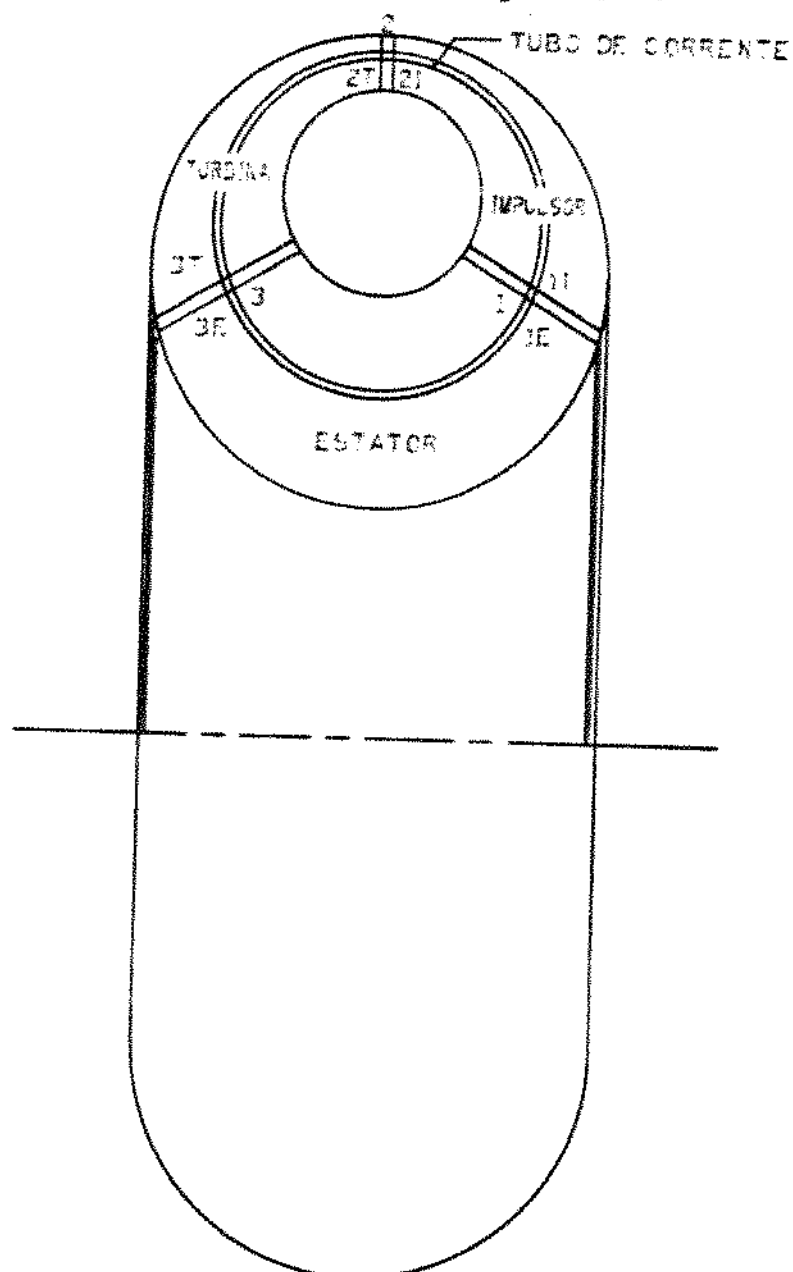


Figura 3.1 - Seção Toroidal do Conversor de Torque Mostrando um Típico Tubo de Corrente.

O desenvolvimento teórico basear-se nas seguintes hipóteses :

- 1 - o escoamento do fluido é considerado permanente, incompressível, turbulento e tridimensional, de acordo com as referências [3, 4, 5, 6, 7, 10, 19, 20, 21, 23, 24, 27 e 32].
- 2 - o movimento de circulação do fluido ocorre em um circuito fechado, como mostra a Figura 3.2, e é similar a um vórtice forçado, implicando em uma distribuição linear de velocidade, variando linearmente com a distância a partir do centro de rotação do vórtice forçado. Ou seja, partindo-se do raio médio (R_m), como sugerem as referências [7]. Esta consideração pode ser melhor compreendida através da Figura 3.3.
- 3 - o rotor é imaginado com um número infinito de aletas de espessura zero. Portanto admite-se o escoamento através do rotor na forma de tubos de corrente idênticos e com a trajetória do fluido coincidente com a curvatura das aletas. Assim o ângulo do fluxo (β_o) é igual ao ângulo das aletas, (β) conforme também referências [3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 23, 27 e 32]. A Figura 3.4 ilustra esta hipótese.
- 4 - O estator é fixo, sem velocidade angular. (Ver seção 1.2).

O desenvolvimento do modelo foi dividido em três etapas: a equacionamento do centro de rotação do vórtice forçado, a determinação dos torques desenvolvidos no impulsor (torque de entrada) e turbina (torque de saída) em função da velocidade angular do fluido circulante (ω), e a determinação desta velocidade angular (ω) por intermédio da equação das perdas de potência.

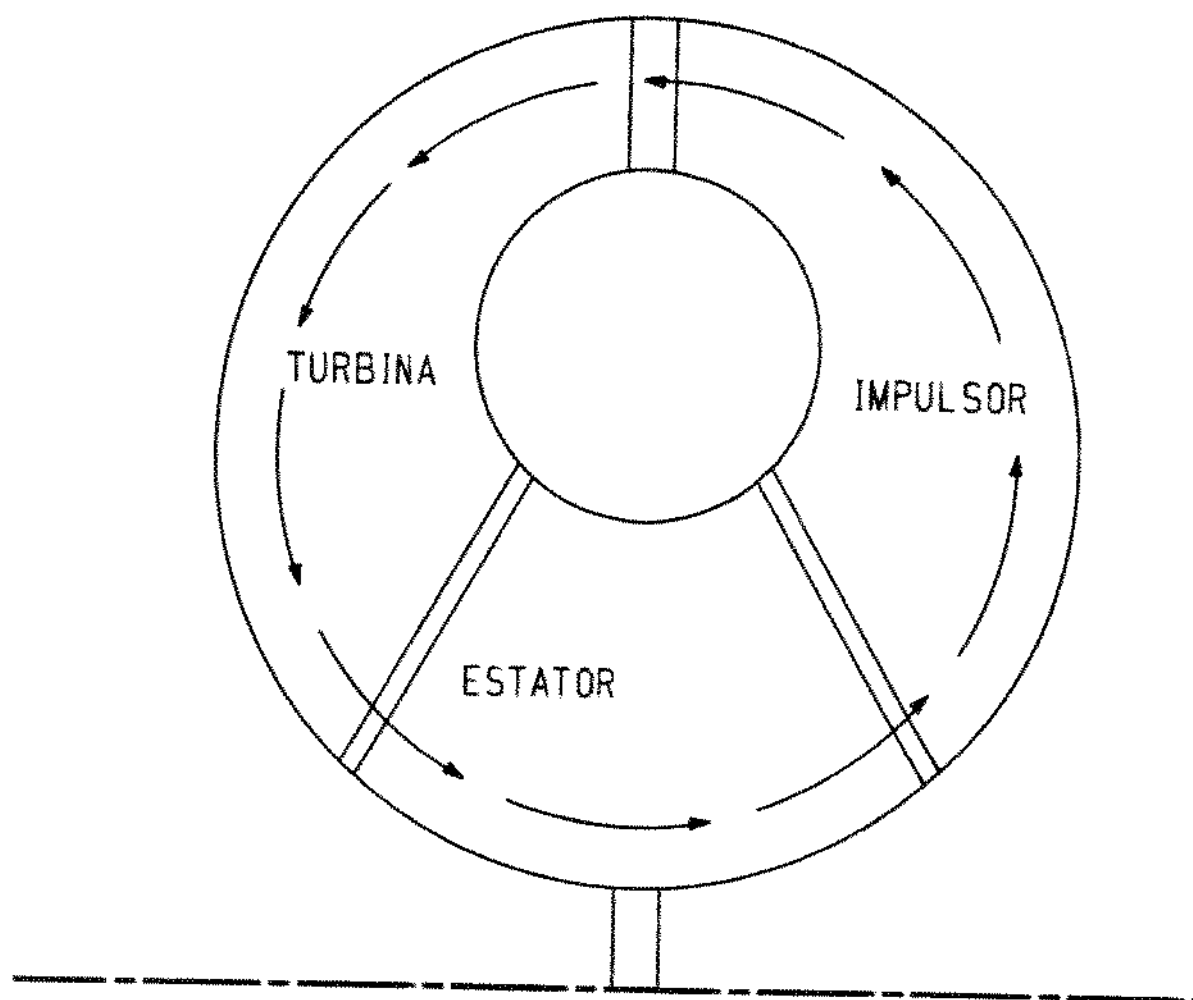


Figura 3.2 - Circuito Fechado.

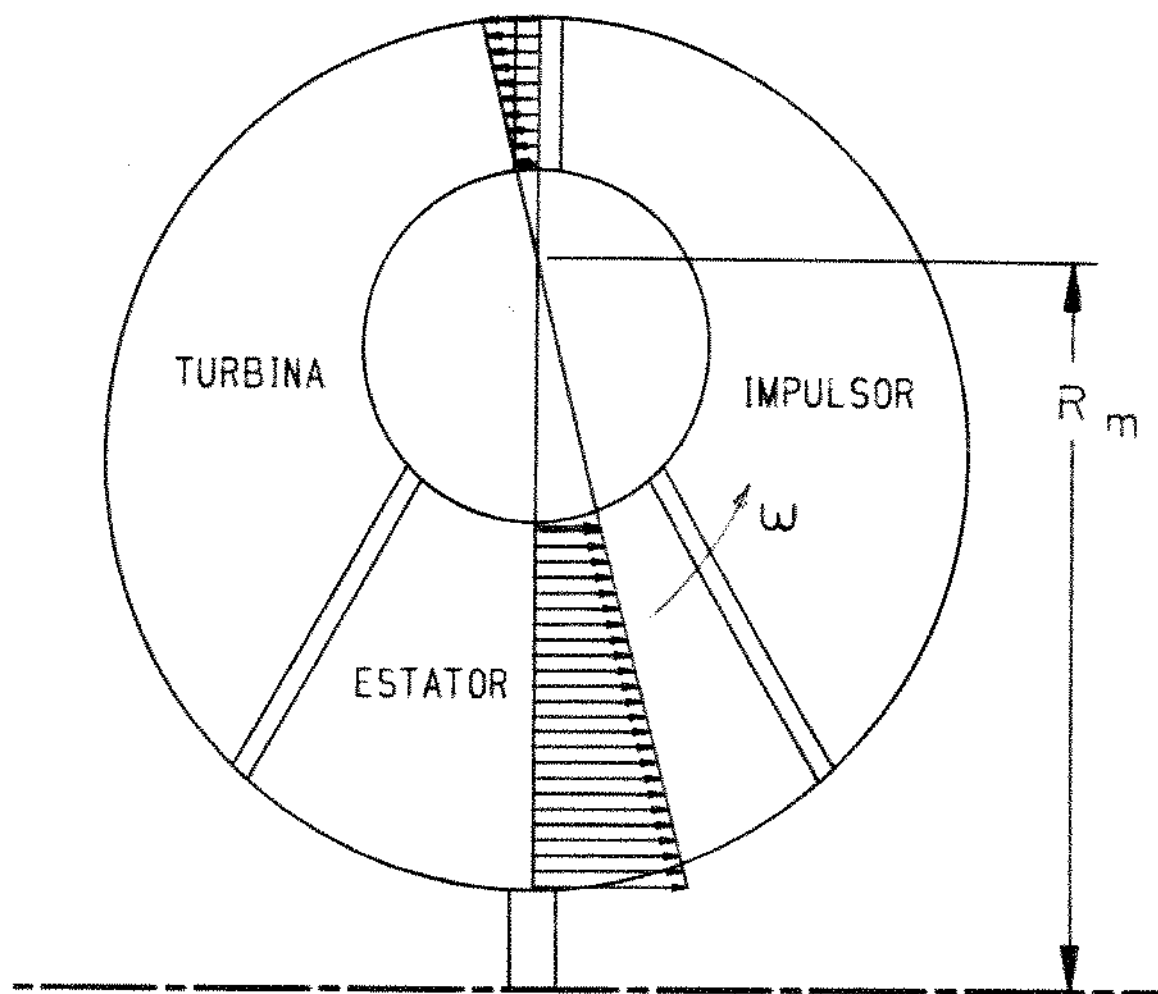


Figura 3.3 - Distribuição Linear de Velocidade a partir do Raio Médio (R_m).

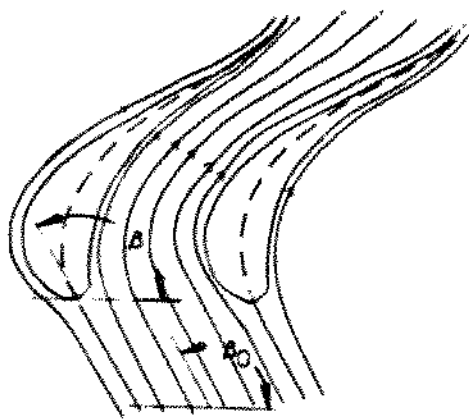


Figura 3.4 - Linhas de Corrente Coincidentes com a Curvatura das Aletas.

3.1.1. Equacionamento do Centro de Rotação do Vórtice Forçado.

Para o desenvolvimento matemático do raio médio (R_m), sobre o qual considerou-se o vórtice forçado girando com velocidade angular (ω), utilizou-se a equação da continuidade para um escoamento permanente e incompressível (2.16), tomando-se um volume de controle conveniente com o caso estudado.

Na Figura 3.5, representa-se o volume de controle, a superfície de controle e a distribuição linear de velocidade.

Aplicando-se a equação (2.15) ao volume de controle considerado, nota-se que existem duas seções por onde a massa se escoa através da superfície de controle.

$$\int_{SC} \vec{V} \cdot d\vec{A} = \int_{A_1} \vec{V} \cdot d\vec{A} + \int_{A_2} \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (3.1)$$

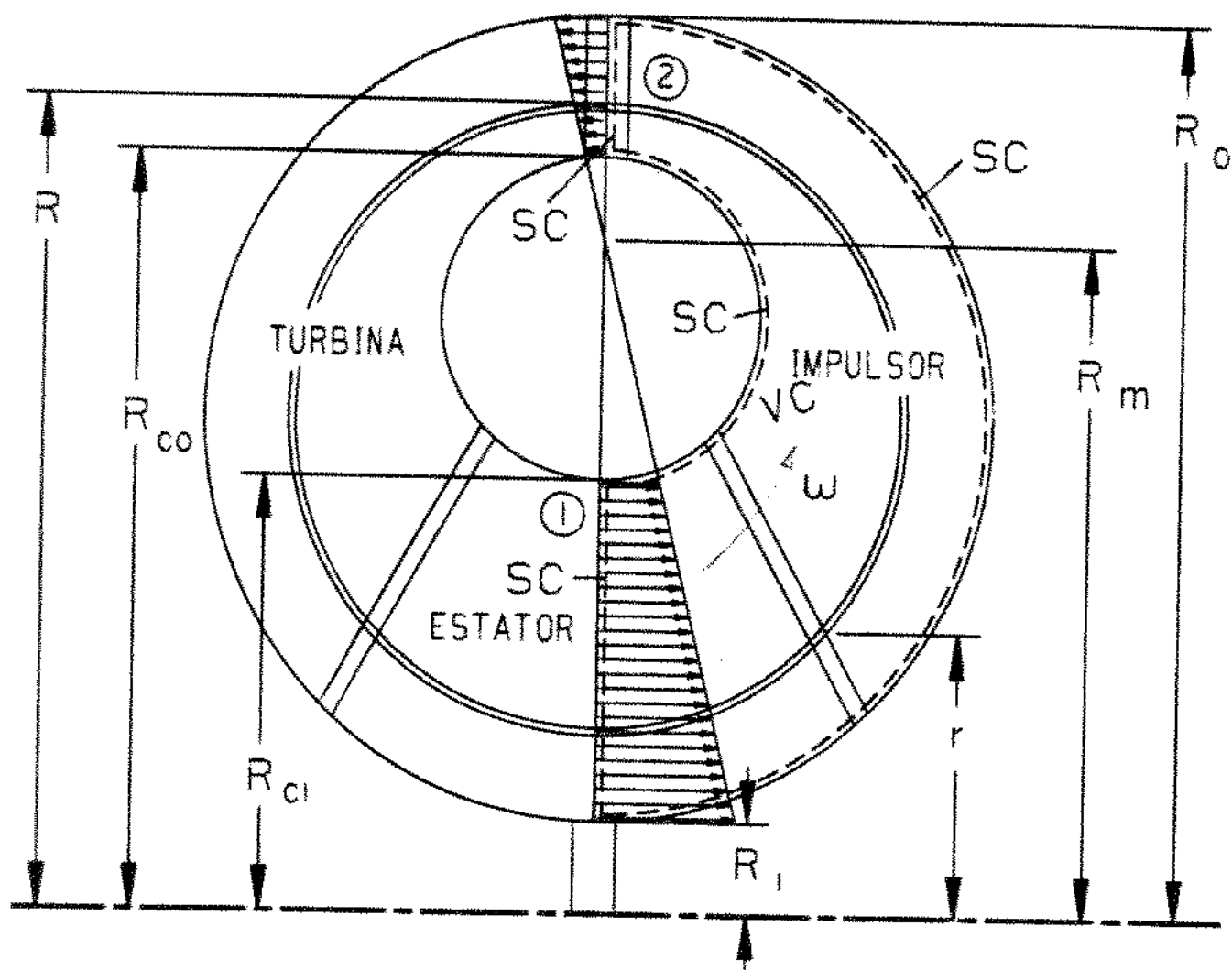


Figura 3.5 - Volume de Controle para a Determinação do Centro de Rotação do Vórtice Forçado.

onde: A_1 e A_2 são, respectivamente, as áreas de entrada e saída.

Concentrando-se em cada uma das integrais, separadamente, tem-se

$$I_1 = \int_{A_1} \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

O produto escalar acima foi discutido na secção II.2.3.1, logo

$$I_1 = - \int_{A_1} F \, dA$$

A componente meridional (F) da velocidade absoluta é dada por:

$$F = \omega (R_m - r) \quad (3.2)$$

onde: r é um raio qualquer considerado na parte inferior da seção toroidal, como pode ser visto na Figura 3.5.

Então $I_1 = - \int_{A_1} \omega (R_m - r) dA$

Para solução da integral I_1 utilizarse o sistema de coordenadas polares, o qual está ilustrado na Figura 3.6 para a área de entrada A_1 .

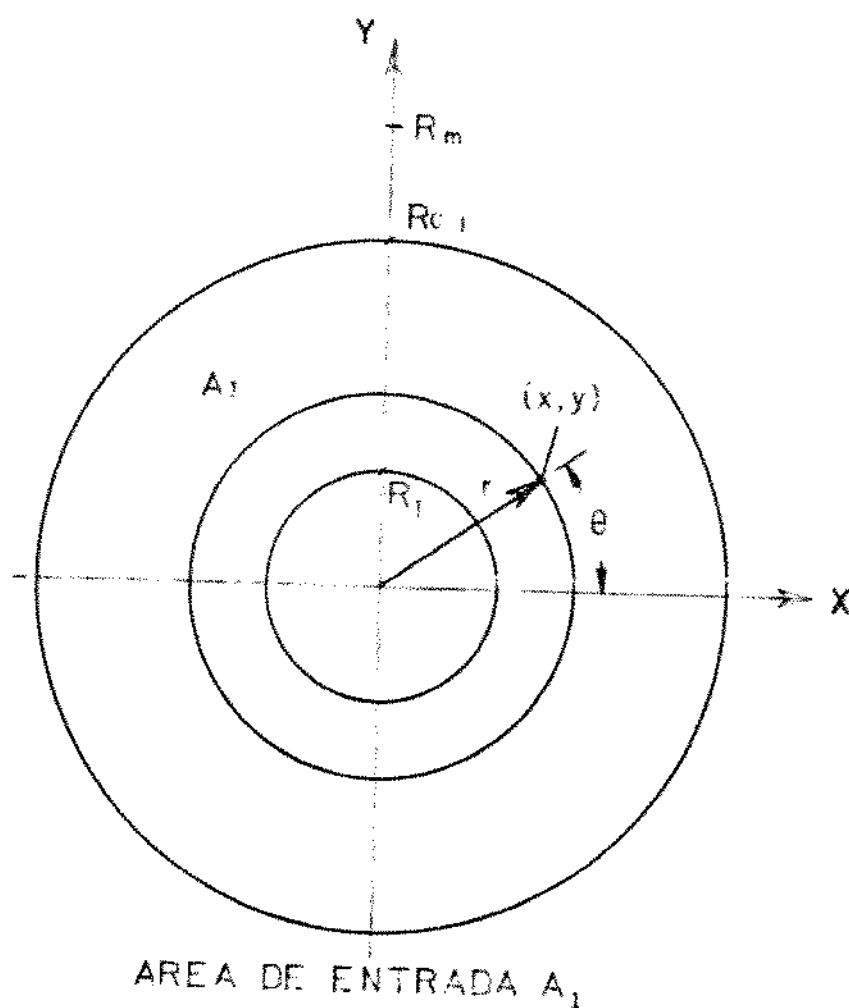


Figura 3.6 - Área A_1 .

Transformando a integral I_1 para o sistema de coordenadas polares onde $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ e $dx dy = r d\theta dr$, obtém-se

$$I_1 = - \int_{A_1} \omega (R_m - r) (r d\theta dr)$$

como r varia no intervalo $R_1 \leq r \leq R_{c1}$

e θ no intervalo $0 \leq \theta \leq 2\pi$ logo :

$$I_1 = - \int_{R_1}^{R_{c1}} \int_0^{2\pi} \omega r (R_m - r) d\theta dr$$

Efetuada a integração acima, finalmente chega-se a

$$I_1 = -2\pi\omega \left[R_m \left(\frac{R_{c1}^2 - R_1^2}{2} \right) - \left(\frac{R_{c1}^3 - R_1^3}{3} \right) \right] \quad (3.3)$$

Resolvendo a integral $I_2 = \int_{A_2} \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0$, análogamente à integral I_1 , chega-se a

$$I_2 = +2\pi\omega \left[\left(\frac{R_c^3 - R_{co}^3}{3} \right) - R_m \left(\frac{R_c^2 - R_{co}^2}{2} \right) \right] \quad (3.4)$$

Substituindo as expressões (3.3) e (3.4) na expressão (3.1) e simplificando, obtém-se

$$R_m = + \frac{2(R_c^3 - R_{co}^3 + R_{c1}^3 - R_1^3)}{3(R_{c1}^2 - R_1^2 + R_c^2 - R_{co}^2)} \quad (3.5)$$

III.2 - DETERMINAÇÃO DOS TORQUES DESENVOLVIDOS NO IMPULSOR E TURBINA.

Na formulação para o cálculo dos torques no impulsor e turbina,

em função da velocidade angular do fluido, é utilizada a equação de Euler para turbomáquinas (2.32), que relaciona o torque com a variação do momento da quantidade de movimento. Esta pode ser escrita para cada elemento do conversor de torque como segue:

$$T_I = \dot{m} (S_{2I} R_2 - S_{1E} R_1) \quad (3.6)$$

$$T_T = \dot{m} (S_{3T} R_3 - S_{2I} R_2) \quad (3.7)$$

$$T_E = \dot{m} (S_{1E} R_1 - S_{3T} R_3) \quad (3.8)$$

onde

T_I , T_T e T_E = torques desenvolvidos no impulsor, turbina e estator, respectivamente.

$\dot{m}$ = vazão mássica

S_{2I} , S_{1E} e S_{3T} = componentes tangenciais, que podem ser vistas na Figura 3.7

R_1 , R_2 e R_3 = raios, que estão representados na Figura 3.8.

A soma das equações (3.6), (3.7) e (3.8) será igual a zero, pois os torques atuantes estão em equilíbrio.

$$\sum T = T_I + T_T + T_E = 0$$

Logo, a alteração total de momento da quantidade de movimento do fluido, quando ele entra no impulsor (ponto 1 - Figura 3.3), passa através da turbina (ponto 2), do estator (ponto 3), e retorna ao ponto 1 é igual a zero. Portanto, o aumento do momento da quantidade de movimento do fluido no impulsor e estator é igual a redução do momento

da quantidade de movimento na turbina. Consequentemente, fazendo o equilíbrio das quantidades de movimento e sabendo que elas estão relacionadas aos torques, pode-se escrever que

$$T_T = T_I + T_E \quad (3.9)$$

III.2.1 - Desenvolvimento da Equação do Torque no Impulsor.

Como mencionado anteriormente, para obter-se a equação do torque no impulsor, aplica-se a equação de Euler para turbomáquinas (2.32) a um elemento de fluido e utiliza-se a Figura 3.8 que mostra a localização geométrica de um tubo de corrente a partir do raio médio (R_m). Vale ressaltar que o sistema de coordenadas adotado (x, y, z), na Figura 3.8, é específico e não ortogonal.

Assim, pode-se escrever

$$dT_I = dm (S_{2I} R_2 - S_{1E} R_1) \quad (3.10)$$

As componentes tangenciais S_{2I} e S_{1E} são obtidas através da Figura 3.7, onde apresentam-se esquematicamente os diagramas de velocidade para a entrada e saída de cada aleta dos elementos do conversor de torque.

$$S_{2I} = U_{2I} - \frac{F_{2I}}{\operatorname{tg}(180^\circ - \beta_{2I})} \quad (3.11)$$

$$S_{1E} = \frac{F_{1E}}{\operatorname{tg} \beta_{1E}} \quad (3.12)$$

Tomando por base a Figura 3.8, as componentes meridionais (F_{2I} e F_{1E}) e a velocidade tangencial do rotor (U_{2I}), são assim definidas:

$$F_{2I} = w_y \quad (3.13)$$

$$F_{1E} = w_x \quad (3.14)$$

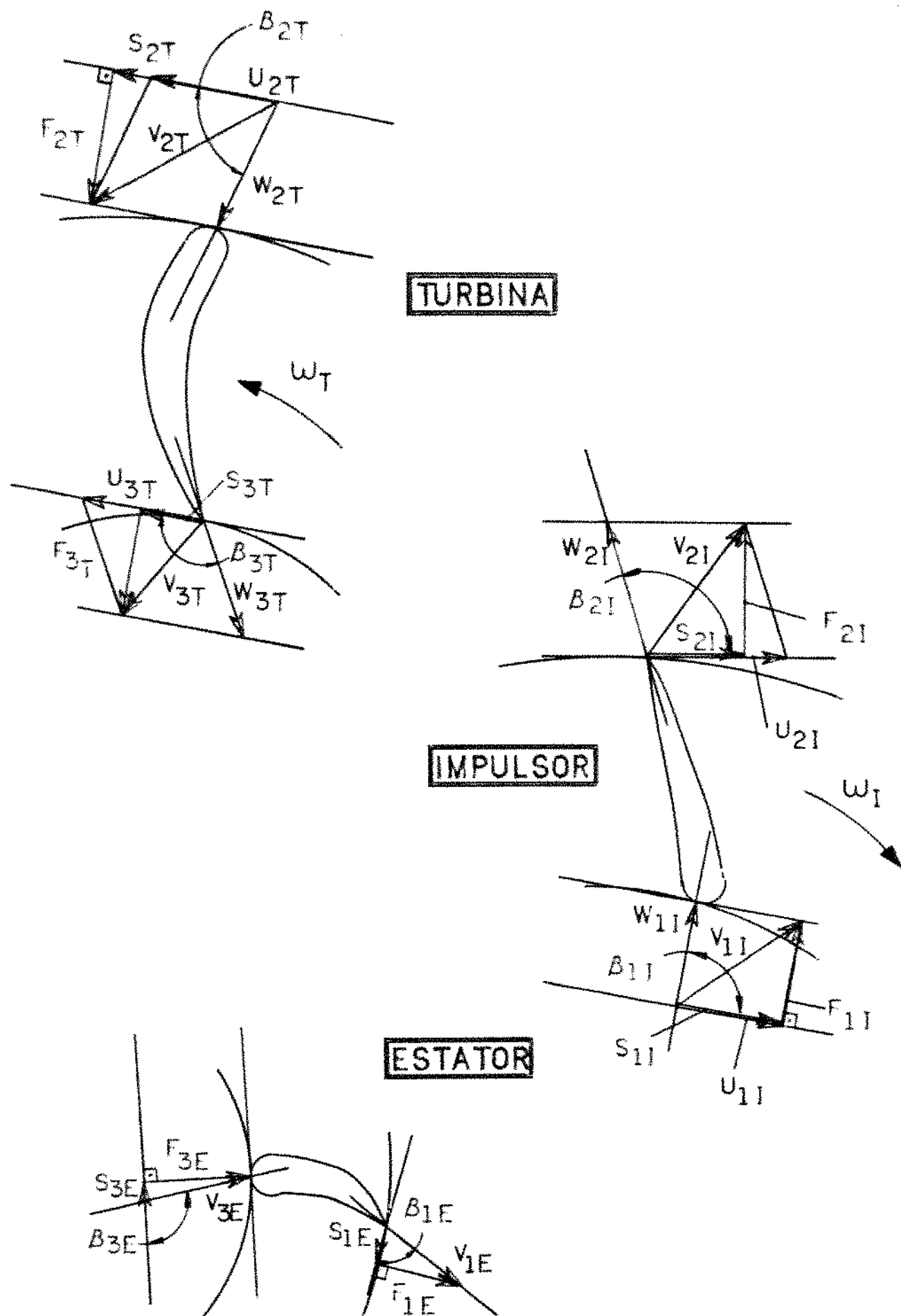


Figura 3.7 - Diagramas de Velocidade de Entrada e Saída das Aletas para os Elementos do Conversor de Torque.

$$U_{2I} = w_I (R_m + y) \quad (3.15)$$

Substituindo-se as equações (3.13) e (3.15) em (3.11) e (3.14) em (3.12), chega-se a:

$$S_{2I} = w_I (R_m + y) + w y \cotg \beta_{2I} \quad (3.16)$$

$$S_{1E} = w x \cotg \beta_{1E} \quad (3.17)$$

Da Figura 3.8:

$$R_2 = R_m + y \quad (3.18)$$

$$R_1 = R_m - x \cos (180^\circ - \gamma_1) = R_m + x \cos \gamma_1 \quad (3.19)$$

Com as equações (3.16), (3.17), (3.18) e (3.19) em (3.10), obtém-se :

$$\begin{aligned} dT_I = \dot{dm} \left\{ \left[w_I (R_m + y) + w y \cotg \beta_{2I} \right] \cdot (R_m + y) \right\} - \dot{dm} \left[\left(w x \cotg \beta_{1E} \right) \cdot \right. \\ \left. \cdot (R_m + x \cos \gamma_1) \right] \end{aligned} \quad (3.20)$$

Pelo princípio de conservação de massa, tem-se que

$$\dot{dm} = \dot{dm}_1 = \dot{dm}_2 \quad (3.21)$$

onde: $\dot{dm}_1$ e $\dot{dm}_2$ são respectivamente, a vazão do elemento de massa para a entrada e saída do impulsor.

Com a equação (3.21) em (3.20), tem-se

$$\begin{aligned} dT_I = \dot{dm}_2 \left\{ \left[w_I (R_m + y) + w y \cotg \beta_{2I} \right] \cdot (R_m + y) \right\} - \dot{dm}_1 \left[\left(w x \cotg \beta_{1E} \right) \cdot \right. \\ \left. \cdot (R_m + x \cos \gamma_1) \right] \end{aligned} \quad (3.22)$$

A variação do elemento de massa dm_1 é expressa por:

$$dm_1 = \rho \, dA_1 \, F_{1E} \quad (3.23)$$

O elemento de área dA_1 está mostrado na Figura 3.9, onde pode-se verificar o elemento de área lateral de um tronco de cone, citado na referência [10].

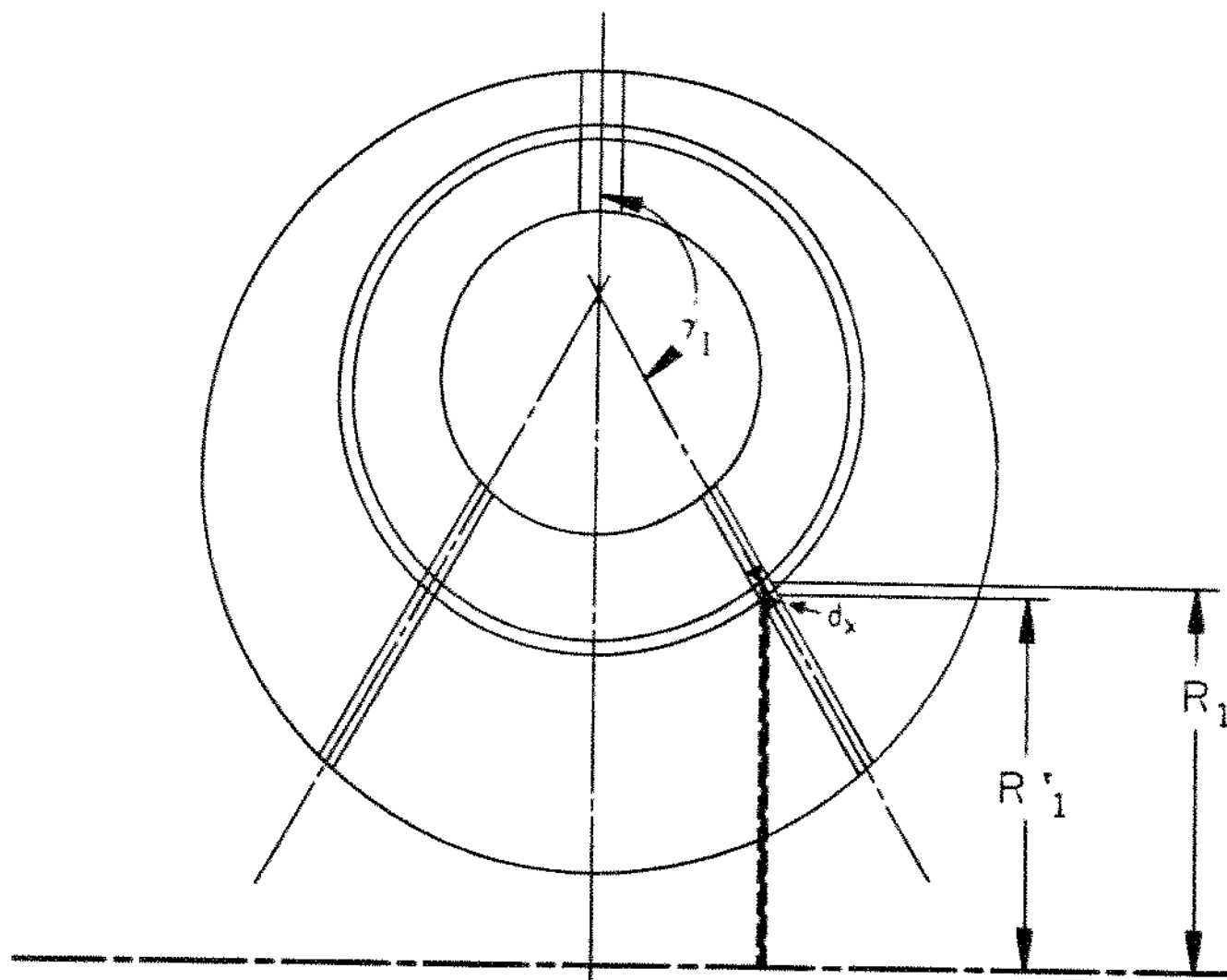


Figura 3.9 - Elemento de Área dA_1

Assim, pode-se escrever :

$$dA_1 = \pi dx (R_1 + R'_1) \quad (3.24)$$

mas $R'_1 = R_1 + dx \cos \gamma_1$ (3.25)

Substituindo (3.25) em (3.24) e simplificando, obtém-se :

$$dA_1 = 2\pi R_1 dx \quad (3.26)$$

com a equação (3.19) em (3.26), tem-se:

$$dA_1 = 2\pi (R_m + x \cos \gamma_1) dx \quad (3.27)$$

Das equações (3.14) e (3.27) em (3.23), chega-se a :

$$dm_1 = 2\pi \rho w x (R_m + x \cos \gamma_1) dx \quad (3.28)$$

Para o elemento de massa dm_2 , tem-se que:

$$dm_2 = \rho dA_2 F_{21} \quad (3.29)$$

Através da Figura 3.10, que mostra o elemento de área de uma coroa circular (dA_2), referência (10), pode-se escrever:

$$dA_2 = \pi (R_2 + dy)^2 - \pi R_2^2$$

Logo $dA_2 = 2\pi R_2 dy$

mas $R_2 = R_m + y$ (3.18)

Portanto $dA_2 = 2\pi(R_m + y) dy$ (3.30)

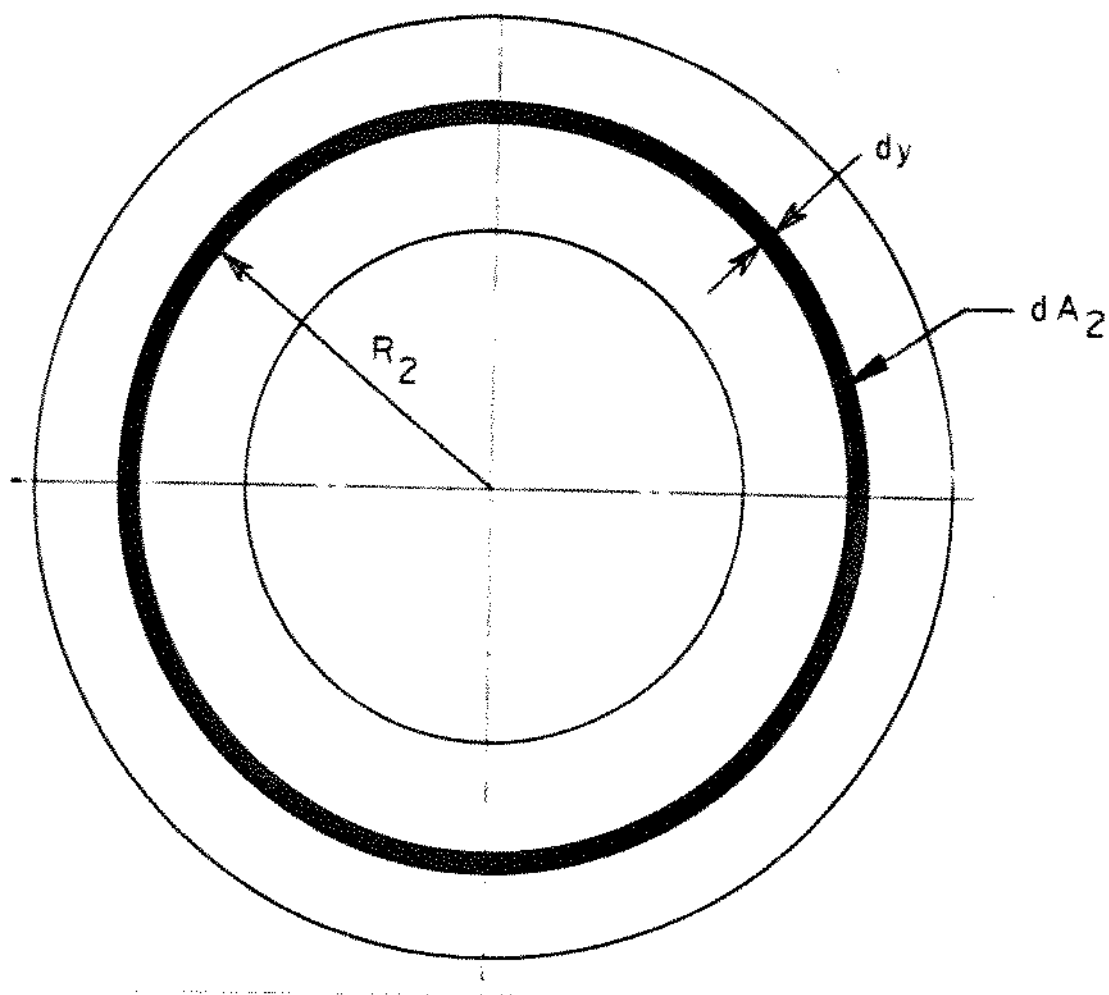


Figura 3.10 - Elemento de Área dA_2

Com as equações (3.13) e (3.30) em (3.28), obtêm-se :

$$dm_2 = 2\pi \rho w y (R_m + y) dy \quad (3.31)$$

Substituindo-se as expressões (3.28) e (3.31), em (3.22), tem-se:

$$dT_I = 2\pi \rho w y (R_m + y) dy \left\{ \left[w_I (R_m + y) + w y \cotg \beta_{2I} \right] (R_m + y) \right\} - \\ - 2\pi \rho w \lambda (R_m + \lambda \cos \beta_I) d\lambda \left[(w \lambda \cotg \beta_{1E}) (R_m + \lambda \cos \beta_I) \right] \quad (3.32)$$

Para integrar-se a expressão acima necessitar-se conhecer como o ângulo do fluxo, o qual considerou-se igual ao ângulo das aletas através da hipótese 3 descrita no início deste capítulo, varia com a posição radial. As aletas dos conversores Clark são projetadas de acordo com Jandasek [5], que sugere que o ângulo da aleta β , para qualquer raio R, seja calculado pela expressão:

$$\frac{\cotg \beta}{R} = \frac{\cotg \beta_{ref}}{R_{ref}} \quad (3.33)$$

onde o ângulo β_{ref} é conhecido para um certo raio R_{ref} .

Desta forma, os ângulos β_{2I} e β_{1E} , podem ser expressos da seguinte maneira:

$$\cotg \beta_{2I} = R_2 \frac{\cotg \beta_{2Iref}}{R_{2Iref}} \quad (3.34)$$

$$\cotg \beta_{1E} = R_1 \frac{\cotg \beta_{1Eref}}{R_{1Eref}} \quad (3.35)$$

Substituindo as equações (3.18) e (3.19) em (3.34) e (3.35) respectivamente, obtém-se :

$$\cotg \beta_{2I} = (R_m + y) \frac{\cotg \beta_{2Iref}}{R_{2Iref}} \quad (3.36)$$

$$\cotg \beta_{1E} = (R_m + x \cos \gamma_I) \frac{\cotg \beta_{1Eref}}{R_{1Eref}} \quad (3.37)$$

Com as equações (3.36) e (3.37) em (3.32) tem-se então

$$d\tau_I = 2\pi p (R_m + y)^3 wy \left[w_I + wy \left(\frac{\cotg \beta_{2Iref}}{R_{2Iref}} \right) \right] dy +$$

$$= 2\pi p (R_m + x \cos \gamma_1)^3 w^2 x^2 \left[\frac{\cot \beta \sqrt{1ER\phi}}{R_{1ER\phi}} \right] dx \quad (3.38)$$

Pode-se agora integrar a equação acima para os valores de x variando no intervalo $x_{11C} \leq x \leq x_{11S}$ e y no intervalo $y_{21C} \leq y \leq y_{21S}$

Portanto

$$T_I = I_1 + I_2 \quad (3.39)$$

onde:

$$I_1 = \int_{y_{21C}}^{y_{21S}} 2\pi p (R_m + y)^3 w y \left[w_1 + w y \left(\frac{\cot \beta \sqrt{21R\phi}}{R_{21R\phi}} \right) \right] dy$$

e

$$I_2 = - \int_{x_{11C}}^{x_{11S}} 2\pi p w^2 x^2 (R_m + x \cos \gamma_1)^3 \left[\frac{\cot \beta \sqrt{1ER\phi}}{R_{1ER\phi}} \right] dx$$

Resolvendo-se as integrais I_1 e I_2 , obtêm-se :

$$\begin{aligned} I_1 = 2\pi p w \left\{ w_1 \left[\frac{R_m^3}{3} (y_{21S}^2 - y_{21C}^2) + R_m^2 \left(\frac{y_{21S}^3}{3} - \frac{y_{21C}^3}{3} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{3}{4} R_m \left(y_{21S}^4 - y_{21C}^4 \right) + \frac{1}{5} \left(y_{21S}^5 - y_{21C}^5 \right) \right] + \left(\frac{w \cot \beta \sqrt{21R\phi}}{R_{21R\phi}} \right) \right. \\ \left. \left[\frac{R_m^3}{3} \left(y_{21S}^3 - y_{21C}^3 \right) + \frac{3}{4} R_m^2 \left(y_{21S}^4 - y_{21C}^4 \right) + \frac{3}{5} R_m \left(y_{21S}^5 - y_{21C}^5 \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{6} \left(y_{21S}^6 - y_{21C}^6 \right) \right] \right\} \quad (3.40) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_2 = & -2\pi \rho w^2 \frac{\cotg \beta_{1ERef}}{R_{1ERef}} \left[\frac{R_m^3}{3} \left(x_{1IS}^3 - x_{1IC}^3 \right) + \left(\frac{3}{4} R_m^2 \right) \cdot \right. \\
& \cdot \left. \left(x_{1IS}^4 - x_{1IC}^4 \right) \cos \gamma_I + \frac{3}{5} R_m \cos^2 \gamma_I \left(x_{1IS}^5 - x_{1IC}^5 \right) + \right. \\
& \left. + \frac{\cos^3 \gamma_I}{6} \left(x_{1IS}^6 - x_{1IC}^6 \right) \right] \quad (3.41)
\end{aligned}$$

Finalmente, substituindo-se as integrais I_1 e I_2 na equação (3.39), obtém-se o torque desenvolvido no impulsor em função da velocidade angular do fluido w .

$$T_I = C_1 w_I w + C_2 w^2 \quad (3.42)$$

onde C_1 e C_2 são constantes, definidas abaixo, que dependem das características geométricas dos elementos do conversor de torque, envolvidos no estudo.

$$\begin{aligned}
C_1 = & 2\pi \rho \left[\frac{R_m^3}{2} \left(y_{2IS}^2 - y_{2IC}^2 \right) + R_m^2 \left(y_{2IS}^3 - y_{2IC}^3 \right) + \frac{3}{4} R_m \left(y_{2IS}^4 - y_{2IC}^4 \right) + \right. \\
& \left. + \frac{1}{5} \left(y_{2IS}^5 - y_{2IC}^5 \right) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_2 = & 2\pi \rho \left\{ \frac{\cotg \beta_{2IRef}}{R_{2IRef}} \left[\frac{R_m^3}{3} \left(y_{2IS}^3 - y_{2IC}^3 \right) + \frac{3}{4} R_m^2 \left(y_{2IS}^4 - y_{2IC}^4 \right) \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{3}{5} R_m \left(y_{2IS}^5 - y_{2IC}^5 \right) + \frac{1}{6} \left(y_{2IS}^6 - y_{2IC}^6 \right) \right] - \left(\frac{\cotg \beta_{1ERef}}{R_{1ERef}} \right) \cdot \right. \\
& \cdot \left[\frac{R_m^3}{3} \left(x_{1IS}^3 - x_{1IC}^3 \right) + \frac{3}{4} R_m^2 \left(x_{1IS}^4 - x_{1IC}^4 \right) \cos \gamma_I + \frac{3}{5} R_m \cos^2 \gamma_I \left(x_{1IS}^5 - x_{1IC}^5 \right) \right. \\
& \left. \left. + \frac{\cos^3 \gamma_I}{6} \left(x_{1IS}^6 - x_{1IC}^6 \right) \right] \right\}
\end{aligned}$$

III.2.2. Desenvolvimento da Equação do Torque na Turbina

Adotando-se o mesmo procedimento de cálculo utilizado para a determinação do torque no impulsor, chegar-se a seguinte expressão para o torque na turbina.

$$T_T = C_3 w_I w + C_4 w^2 \quad (3.43)$$

onde C_3 e C_4 são constantes, descritas abaixo, e somente dependem das características geométricas do impulsor e da turbina.

$$\begin{aligned} C_3 = 2\pi p \left\{ \frac{w_T}{w_I} \left[\frac{R_m^3}{2} \left(z_{3TS}^2 - z_{3TC}^2 \right) + R_m^2 \cos \gamma_T \left(z_{3TS}^3 - z_{3TC}^3 \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{3}{4} R_m \cos^2 \gamma_T \left(z_{3TS}^4 - z_{3TC}^4 \right) + \frac{\cos^3 \gamma_T}{5} \left(z_{3TS}^5 - z_{3TC}^5 \right) \right] - \right. \\ \left. - \left[\frac{R_m^3}{2} \left(y_{2IS}^2 - y_{2IC}^2 \right) + R_m^2 \left(y_{2IS}^3 - y_{2IC}^3 \right) + \frac{3}{4} R_m \left(y_{2IS}^4 - y_{2IC}^4 \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{5} \left(y_{2IS}^5 - y_{2IC}^5 \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_4 = 2\pi p \left\{ \frac{\cos \beta_{3TRsf}}{R_{3TRsf}} \left[\frac{R_m^3}{3} \left(z_{3TS}^3 - z_{3TC}^3 \right) + \frac{3}{4} R_m^2 \cos \gamma_T \left(z_{3TS}^4 - z_{3TC}^4 \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{3}{5} R_m \cos^2 \gamma_T \left(z_{3TS}^5 - z_{3TC}^5 \right) + \frac{\cos^3 \gamma_T}{6} \left(z_{3TS}^6 - z_{3TC}^6 \right) \right] - \frac{\cos \beta_{2IRsf}}{R_{2IRsf}} \right. \\ \left[\frac{R_m^3}{3} \left(y_{2IS}^3 - y_{2IC}^3 \right) + \frac{3}{4} R_m^2 \left(y_{2IS}^4 - y_{2IC}^4 \right) + \frac{3}{5} R_m \left(y_{2IS}^5 - y_{2IC}^5 \right) + \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{6} \left(y_{2IS}^6 - y_{2IC}^6 \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

11.3. DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE ANGULAR DO FLUIDO CIRCULANTE (ω) ATRAVÉS DO CONVERSOR

Antes de aplicarmos as equações (3.42) e (3.43) para calcular os torques no impulsor e turbina, a velocidade angular (ω), deve ser determinada. Ela é obtida pela aplicação das equações das perdas descritas na seção 11.3. A potência total dissipada no conversor de torque é a diferença entre a potência de entrada e a potência de saída, isto é :

$$P_{TOT} = P_I - P_T = T_I \omega_I - T_T \omega_T \quad (3.44)$$

com as equações (3.42) e (3.43) em (3.44), tem-se:

$$P_{TOT} = (C_1 - C_3 \frac{\omega_I}{\omega_1}) \omega_I^2 \omega + (C_2 - C_4 \frac{\omega_I}{\omega_1}) \omega_I \omega^2 \quad (3.45)$$

Como foi discutido no capítulo 11, as principais perdas de potência nos elementos do conversor ocorrem por choque, por atrito e por escoamento secundário.

Assim, pode-se escrever :

$$P_{TOT} = P_C + P_A + P_S \quad (3.46)$$

onde P_C = perdas por choque
 P_A = perdas por atrito
 P_S = perdas por escoamento secundário

Igualando-se as expressões (3.45) e (3.46), tem-se :

$$P_C + P_A + P_S = (C_1 - C_3 \frac{\omega_I}{\omega_1}) \omega_I^2 \omega + (C_2 - C_4 \frac{\omega_I}{\omega_1}) \omega_I \omega^2 \quad (3.47)$$

Necessitam-se agora, calcular estas perdas em função da velocidade angular (ω).

3.3.1. Perdas por Choque.

Para o equacionamento das perdas por choque no impulsor, turbina e estator, aplica-se a expressão (2.39) a um tubo de corrente que seja integrado ao longo das seções de entrada. O 1.º e 2.º trabalhos deste desenvolvimento são Figuras 3.7 e 3.8.

3.3.1.1. Perdas por Choque no Impulsor.

Considerando-se um elemento de fluido na entrada do impulsor, a perda de potência para este elemento é dada por:

$$dP_{c1} = \frac{dm}{2} (s_{1E} - s_{1I})^2 \quad (3.46)$$

Pela Figura 3.7, pode-se escrever para a componente tangencial s_{1I} ,

$$s_{1I} = u_{1I} + \frac{F_{1I}}{\rho \sin(180^\circ - \beta_{1I})} \quad (3.48)$$

Da figura 3.8, tem-se que :

$$u_{1I} = \omega_1 (R_m + x \cos \gamma_1) \quad (3.50)$$

$$F_{1I} = \omega x \quad (3.51)$$

Com as equações (3.50) e (3.51) em (3.48), obtem-se a:

$$s_{1I} = \omega_1 (R_m + x \cos \gamma_1) + \omega x \cotg \beta_{1I} \quad (3.52)$$

Substituindo-se as equações (3.17), (3.28) e (3.52) em (3.46), obtém-se :

$$dP_{ci} = \pi p \omega x (R_m + x \cos \gamma_1) dx [\omega x (\cot \beta_{1E} - \cot \beta_{1I})]$$

$$\omega_1 (R_m + x \cos \gamma_1)^2 \quad (3.53)$$

Utilizando-se a equação (3.33), poder-se expressar o ângulo β_{1I} como:

$$\cot \beta_{1I} = R_{1I} \frac{\cot \beta_{1ERel}}{R_{1ERel}} \quad (3.54)$$

De acordo com E.W. Opler [5], considerase que:

$$R_{1E} = R_{1I} = R_1$$

onde: R_{1E} = raio de saída do estator (ponto 1E - Figura 3.1),
 R_{1I} = raio de entrada do impulsor (ponto 1I - Figura 3.1)
 R_1 = raio no ponto 1 (Figura 3.1)

Logo a equação (3.53), transformar-se em:

$$\cot \beta_{1I} = R_1 \frac{\cot \beta_{1ERel}}{R_{1ERel}}$$

$$\text{Mas } R_1 = R_m + x \cos \gamma_1 \quad (3.55)$$

Então tem-se:

$$\cot \beta_{1I} = (R_m + x \cos \gamma_1) \frac{\cot \beta_{1ERel}}{R_{1ERel}} \quad (3.56)$$

Substituindo-se as equações (3.37) e (3.56) em (3.53), tem-se assim:

$$dP_{ci} = \pi p \omega x (R_m + x \cos \gamma_1) dx \left[\omega x (R_m + x \cos \gamma_1) \left(\frac{\cot \beta_{1ERel} - \cot \beta_{1IRel}}{R_{1ERel}} \right) - \omega_1 (R_m + x \cos \gamma_1) \right]^2 \quad (3.57)$$

Desenvolvendo-se a expressão (3.56), chega-se a:

$$dF_{C1} = \pi p (R_m + x \cos \gamma_1)^3 \omega^3 x^3 \left(\frac{\cot \beta_{1ERel} - \cot \beta_{1IRel}}{R_{1ERel}} \right)^2 dx +$$

$$- 2\pi p \omega_1 (R_m + x \cos \gamma_1)^3 \omega^2 x^2 \left(\frac{\cot \beta_{1ERel} - \cot \beta_{1IRel}}{R_{1ERel}} \right) dx +$$

$$+ \pi p \omega_1^2 (R_m + x \cos \gamma_1)^3 \omega dx \quad (3.57)$$

Integrando-se a equação (3.57) para os valores de x variando no intervalo $x_{1IC} \leq x \leq x_{1IS}$ obtém-se:

$$F_{C1} = I_1 + I_2 + I_3 \quad (3.58)$$

onde:

$$I_1 = \int_{x_{1IC}}^{x_{1IS}} \omega^3 x^3 \pi p (R_m + x \cos \gamma_1)^3 \left(\frac{\cot \beta_{1ERel} - \cot \beta_{1IRel}}{R_{1ERel}} \right)^2 dx$$

$$I_2 = \int_{x_{1IC}}^{x_{1IS}} 2\omega^2 x^2 \omega_1 \pi p (R_m + x \cos \gamma_1)^3 \left(\frac{\cot \beta_{1ERel} - \cot \beta_{1IRel}}{R_{1ERel}} \right) dx$$

$$I_3 = \int_{x_{1IC}}^{x_{1IS}} \pi p \omega x \omega_1^2 (R_m + x \cos \gamma_1)^3 dx$$

A resolução das integrais resulta em:

$$\begin{aligned}
 \dot{I}_1 &= \omega^3 \pi p \left[\frac{\cos^3 \beta_{IERel} - \cos^3 \beta_{IIRel}}{R_{IERel}} \right]^2 \left[\frac{R_m^3}{2} (x_{1IS}^4 - x_{1IC}^4) + \right. \\
 &+ \frac{3}{5} R_m^2 \cos \gamma_1 (x_{1IS}^5 - x_{1IC}^5) + \frac{3}{5} R_m^2 \cos^2 \gamma_1 (x_{1IS}^6 - x_{1IC}^6) + \\
 &\left. + \frac{\cos^3 \gamma_1}{7} (x_{1IS}^7 - x_{1IC}^7) \right] \quad (3.59)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{I}_2 &= 2 \omega^2 \omega_1 \pi p \left[\frac{\cos^3 \beta_{IERel} - \cos^3 \beta_{IIRel}}{R_{IERel}} \right] \left[\frac{R_m^3}{3} (x_{1IS}^3 - x_{1IC}^3) + \right. \\
 &+ \frac{3}{4} R_m^2 \cos \gamma_1 (x_{1IS}^4 - x_{1IC}^4) + \frac{3}{5} R_m^2 \cos^2 \gamma_1 (x_{1IS}^5 - x_{1IC}^5) + \\
 &\left. + \frac{\cos^3 \gamma_1}{6} (x_{1IS}^6 - x_{1IC}^6) \right] \quad (3.60)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{I}_3 &= \pi p \omega \omega_1^2 \left[\frac{R_m^3}{2} (x_{1IS}^2 - x_{1IC}^2) + R_m^2 \cos \gamma_1 (x_{1IS}^3 - x_{1IC}^3) + \right. \\
 &\left. + \frac{3}{4} R_m^2 \cos^2 \gamma_1 (x_{1IS}^4 - x_{1IC}^4) + \frac{\cos^3 \gamma_1}{5} (x_{1IS}^5 - x_{1IC}^5) \right] \quad (3.61)
 \end{aligned}$$

Com as equações (3.59), (3.60) e (3.61) em (3.58), finalmente chega-se à equação da perda de potência devido ao choque na estufa do impulsor, em função da velocidade angular do fluido (ω).

$$P_{C1} = C_{C1} \omega_1^2 \omega - C_{C2} \omega_1 \omega^2 + C_{C3} \omega^3 \quad (3.62)$$

onde C_{C1} , C_{C2} e C_{C3} são constantes, definidas abaixo, que dependem das características geométricas dos elementos do conversor de torque envolvidos n. relação.

$$C_{C1} = \pi p \left[\frac{R_m^3}{2} (x_{11S}^2 - x_{11C}^2) + R_m^2 \cos \gamma_I (x_{11S}^3 - x_{11C}^3) + \right. \\ \left. + \frac{3}{4} R_m \cos^2 \gamma_I (x_{11S}^4 - x_{11C}^4) + \frac{\cos^3 \gamma_I}{5} (x_{11S}^5 - x_{11C}^5) \right]$$

$$C_{C2} = 2 \pi p \left(\frac{\cos \beta_{1ERel} - \cos \beta_{1IRel}}{R_{1ERel}} \right) \left[\frac{R_m^3}{3} (x_{11S}^3 - x_{11C}^3) + \right. \\ \left. + \frac{3}{4} R_m^2 \cos \gamma_I (x_{11S}^4 - x_{11C}^4) + \frac{3}{5} R_m \cos^2 \gamma_I (x_{11S}^5 - x_{11C}^5) + \right. \\ \left. + \frac{\cos^3 \gamma_I}{5} (x_{11S}^6 - x_{11C}^6) \right]$$

$$C_{C3} = \pi p \left(\frac{\cos \beta_{1ERel} - \cos \beta_{1IRel}}{R_{1ERel}} \right)^2 \left[\frac{R_m^3}{4} (x_{11S}^4 - x_{11C}^4) + \right. \\ \left. + \frac{3}{5} R_m^2 \cos \gamma_I (x_{11S}^5 - x_{11C}^5) + \frac{R_m}{2} \cos^2 \gamma_I (x_{11S}^6 - x_{11C}^6) + \right. \\ \left. + \frac{\cos^3 \gamma_I}{7} (x_{11S}^7 - x_{11C}^7) \right]$$

III.3.1.2. Perda por Choque na Turbina.

Procedendo-se da mesma maneira como foi desenvolvida a equacionamento da perda por choque no impeller, obtém-se a seguinte equação para a perda de potência devido ao choque na entrada do turbina:

$$P_{C2} = C_{C4} (\omega_I - \omega_T)^2 \omega + C_{C5} (\omega_I - \omega_T) \omega^2 + C_{C6} \omega^3 \quad (3.53)$$

onde C_{C4} , C_{C5} e C_{C6} são constantes.

$$C_{C4} = \pi F \left[\frac{R_m^3}{2} (y_{2IS}^2 - y_{2IC}^2) + R_m^2 (y_{2IS}^3 - y_{2IC}^3) + \frac{3}{5} R_m (y_{2IS}^4 - y_{2IC}^4) + \frac{(y_{2IS}^5 - y_{2IC}^5)}{5} \right]$$

$$C_{C5} = 2\pi F \left[\frac{\cot \beta_{2IRef} - \cot \beta_{2TRef}}{R_{2IRef}} \right] \left[\frac{R_m^3}{5} (y_{2IS}^3 - y_{2IC}^3) + \frac{3}{5} R_m^2 (y_{2IS}^4 - y_{2IC}^4) + \frac{3}{5} R_m (y_{2IS}^5 - y_{2IC}^5) + \frac{1}{5} (y_{2IS}^6 - y_{2IC}^6) \right]$$

$$C_{C6} = \pi F \left[\frac{\cot \beta_{2IRef} - \cot \beta_{2TRef}}{R_{2IRef}} \right]^2 \left[\frac{R_m^3}{5} (y_{2IS}^4 - y_{2IC}^4) + \frac{3}{5} R_m^2 (y_{2IS}^5 - y_{2IC}^5) + \frac{1}{2} R_m (y_{2IS}^6 - y_{2IC}^6) + \left(\frac{y_{2IS}^7 - y_{2IC}^7}{7} \right) \right]$$

III.3.1.3. Perdas por Choque no Estator

De modo similar à seção III.3.1.1., tem-se que a perda de potência por choque na entrada do estator é dada por:

$$P_{CB} = C_{CT} \omega_T^2 \omega + C_{CB} \omega_T^2 \omega^2 + C_{CP} \omega^3 \quad (3.54)$$

onde C_{CT} , C_{CB} e C_{CP} são constantes.

$$C_{CT} = \pi P \left[\frac{R_m^2}{2} \left(Z_{3TS}^2 - Z_{3TC}^2 \right) + R_m^2 \cos \gamma_T \left(Z_{3TS}^3 - Z_{3TC}^3 \right) + \right. \\ \left. + \frac{3}{4} R_m^2 \cos^2 \gamma_T \left(Z_{3TS}^4 - Z_{3TC}^4 \right) + \frac{\cos^3 \gamma_T}{5} \left(Z_{3TS}^5 - Z_{3TC}^5 \right) \right]$$

$$C_{CB} = 2\pi P \left[\frac{\cos \beta_{STRel} + \cos \beta_{SERel}}{R_{STRel}} \right] \left[\frac{R_m^3}{3} \left(Z_{3TS}^3 - Z_{3TC}^3 \right) + \right. \\ \left. + \frac{3}{4} R_m^2 \cos \gamma_T \left(Z_{3TS}^4 - Z_{3TC}^4 \right) + \frac{3}{5} R_m^2 \cos^2 \gamma_T \left(Z_{3TS}^5 - Z_{3TC}^5 \right) + \right. \\ \left. + \frac{\cos^3 \gamma_T}{6} \left(Z_{3TS}^6 - Z_{3TC}^6 \right) \right]$$

$$C_{CP} = \pi P \left[\frac{\cos \beta_{STRel} + \cos \beta_{SERel}}{R_{STRel}} \right]^2 \left[\frac{R_m^3}{4} \left(Z_{3TS}^4 - Z_{3TC}^4 \right) + \right. \\ \left. + \frac{3}{5} R_m^2 \cos \gamma_T \left(Z_{3TS}^5 - Z_{3TC}^5 \right) + \frac{R_m^2}{2} \cos^2 \gamma_T \left(Z_{3TS}^6 - Z_{3TC}^6 \right) + \right. \\ \left. + \frac{\cos^3 \gamma_T}{7} \left(Z_{3TS}^7 - Z_{3TC}^7 \right) \right]$$

Somando-se as expressões (3.52), (3.53) e (3.54), chega-se a:

$$P_c = (C_{c1} \omega_I^2 + C_{c4} (\omega_I - \omega_T)^2 + C_{c7} \omega_T^2) \omega + (C_{c2} \omega_I + C_{c5} (\omega_I - \omega_T) + C_{c8} \omega_I) \omega^2 + (C_{c3} + C_{c6} + C_{c9}) \omega^3 \quad (3.55)$$

onde P_c é a perda total por choque.

É importante observar que a expressão (3.55) relaciona a perda total de potência atribuída ao choque com a velocidade angular do fluido circulante (ω).

III.3.2. PERDAS POR ATRITO.

A fim de desenvolver a formulação para o cálculo das perdas de potência atribuída ao atrito, em função da velocidade angular (ω), aplica-se a equação (2.34) a um tubo de corrente integrando-o ao longo da linha média dos canais formados entre as aletas. Isto é, ao longo das linhas, para os ângulos $\gamma_I/2$, $\gamma_T/2$ e $\gamma_E/2$, mostradas juntamente com o sistema de coordenadas utilizado neste desenvolvimento nas Figuras 3.11, 3.12 e 3.14 respectivamente.

Vale ressaltar que os tubos de corrente em contato com as superfícies do núcleo e da carcaça, apresentam uma superfície molhada maior do que os tubos de corrente internos. Portanto, serão equacionados separadamente, como propõe a referência [7].

III.3.2.1. Perdas por Atrito no Impulsor

Como mencionado anteriormente, o equacionamento destas perdas será separado nas três etapas, descritas a seguir:

3. TUBOS DE CORRENTE INTERNO.

A potência dissipada devido ao atrito em um elemento de tubo de corrente interno é expressa por:

$$dP_A = (\dot{dm}_{mI}) \frac{f l_{mI} W_{mI}^2}{2d_{mI}} \quad (3.55)$$

onde: $\dot{dm}_{mI}$ = vazão do elemento de massa.

f = coeficiente de atrito.

l_{mI} = comprimento hidráulico de um tubo de corrente interno.

W_{mI} = velocidade relativa do tubo de corrente na linha média do canal.

C_{mI} = diâmetro hidráulico para um tubo de corrente interno.

Se β_{mI} é o ângulo da aleta no ponto médio do canal, considera-se que o mesmo permanecerá constante durante a integração.

Através da Figura 3.7, observa-se que a velocidade relativa do fluido (W) é dada por:

$$W = \frac{F}{\sin(180^\circ - \beta)}$$

Assim, poder-se escrever que a velocidade relativa do tubo de corrente na linha média do canal, Figura 3.11, será:

$$W_{mI} = \frac{F_{mI}}{\sin(180^\circ - \beta_{mI})}$$

$$\text{mas } F_{mI} = \omega \times_{mI}$$

$$\text{logo } W_{mI} = \frac{\omega \times_{mI}}{\sin(180^\circ - \beta_{mI})} \quad (3.57)$$

Da Figura 3.11 conclui-se que o comprimento hidráulico (l_{mI}) pode ser expresso por:

$$l_{mi} = \frac{\lambda_{mi} / 2}{\sin \beta_{mi}} \quad (3.68)$$

O diâmetro hidráulico para canais não circulares, que é o nosso caso, é definido pela equação abaixo, referência (15).

$$d = \frac{4 A}{P}$$

onde: d = diâmetro hidráulico

A = área de seção transversal

P = perímetro molhado

Portanto, podemos escrever

$$C_{mi} = \frac{4 A_{mi}}{P_{mi}} \quad (3.69)$$

onde A_{mi} é um elemento de área lateral de um tronco de cone, como mostrado na figura 3.12, e P_{mi} é o perímetro molhado de um elemento de tubo de corrente interno para o impulsor.

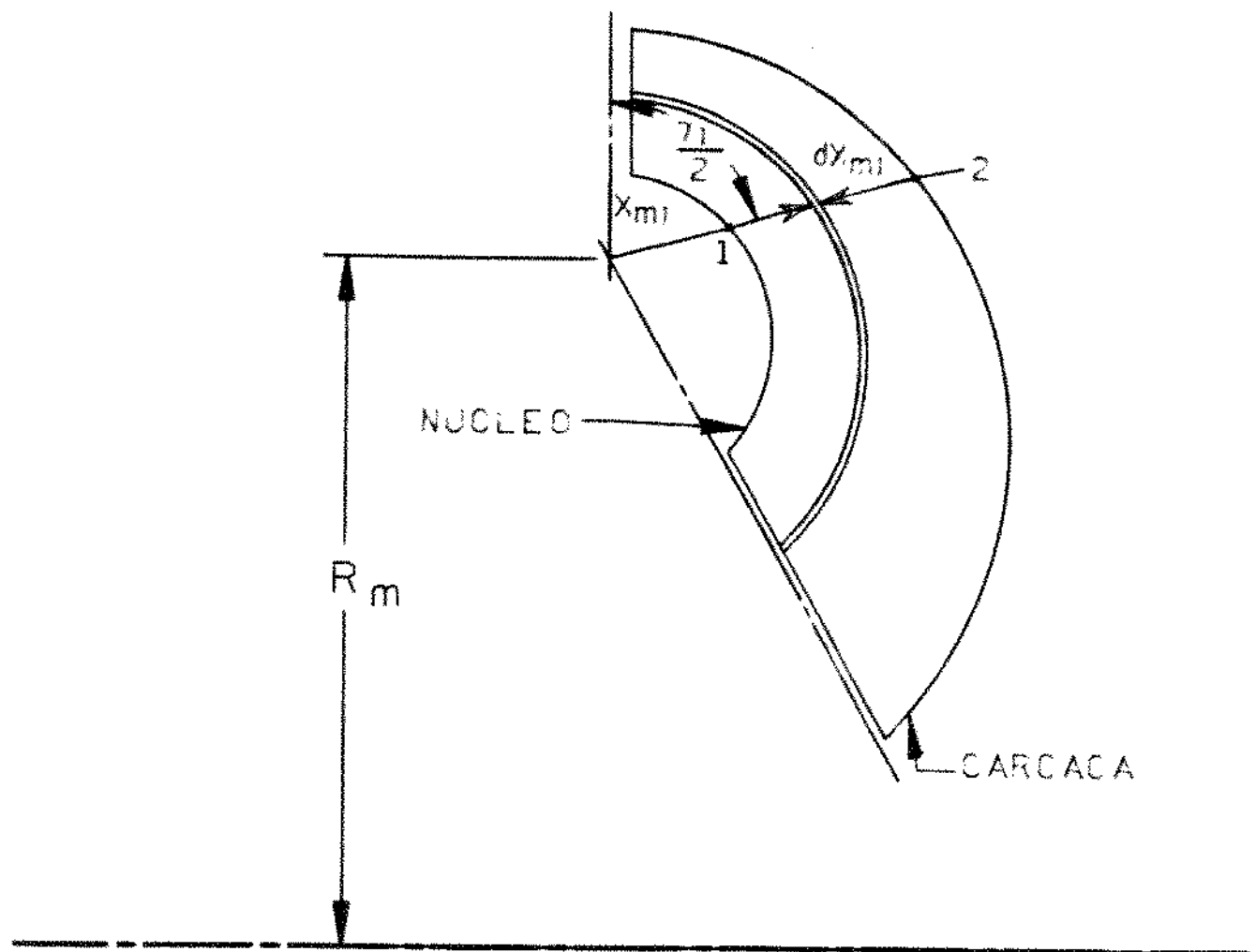


Figura 3.11 - Sistema de Coordenadas para a Posição Média do Impulsor.

Da Figura 3.12, tem-se que:

$$A_{mI} = \pi \, dx_{mI} \, (R_a + R_b) \quad (3.71)$$

mas

$$R_a = R_m + x_{mI} \cos(\gamma_1/2) \quad (3.71)$$

$$R_b = (R_m + x_{mI} \cos(\gamma_1/2)) + dx_{mI} \cos(\gamma_1/2) \quad (3.72)$$

com as equações (3.71) e (3.72) em (3.70), obtém-se :

$$A_{mI} = 2\pi \, dx_{mI} \, (R_m + x_{mI} \cos(\gamma_1/2)) \quad (3.73)$$

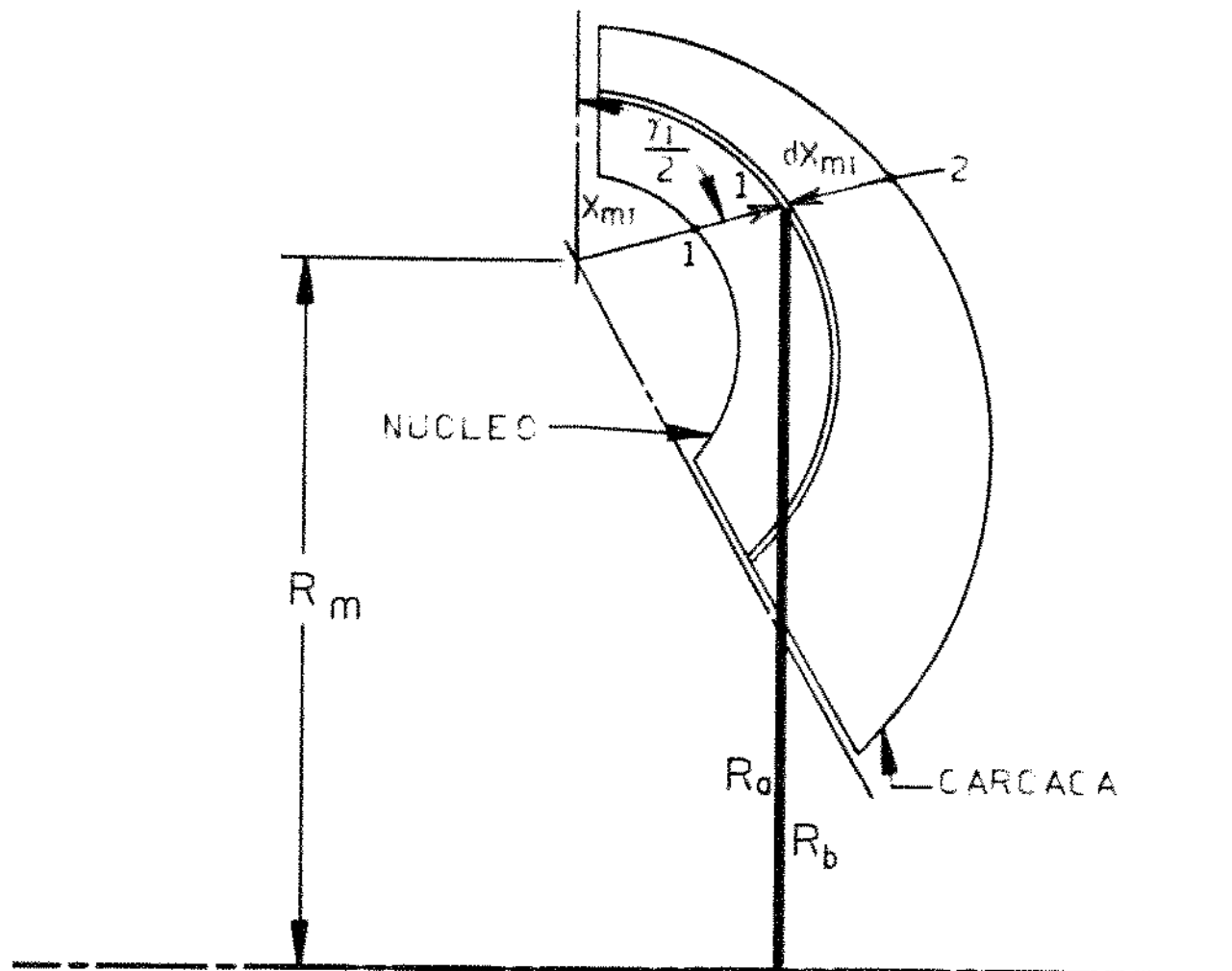


Figura 3.12 - Elemento de Área Lateral de um Tronco de Cone na Linha Média do Canal.

Tomando por base a Figura 3.11, o perímetro multiplicado para um elemento de tubo de corrente interno (P_{mI}) é assim definido:

$$P_{mI} = 2 \cdot z_1 \cdot \frac{dx_{mI}}{\sin \beta_{mI}} \quad (3.74)$$

onde z_1 é o número de eletos.

Substituindo-se as equações (3.73) e (3.74) em (3.58), conclui-se que:

$$C_{mI} = \frac{4\pi (R_m + x_{mI} \cos(\gamma_1/2))}{z_1} \cdot \sin \beta_{mI} \quad (3.75)$$

A vazão do elemento de massa $\dot{dm}_{mI}$ pode ser expressa de modo análogo a equação (3.28).

$$d\sigma_{mI} = 2\pi r d\lambda_{mI} (B_m + \lambda_{mI} \cos(\gamma_1/2)) w \lambda_{mI} \quad (3.75)$$

Com as equações (3.67), (3.68), (3.75) e (3.76) em (3.65), tem-se:

$$dP_{AmI} = \frac{w^3 \cdot \gamma_1 \cdot f \cdot z_1 \cdot P \cdot \lambda_{mI}^4 d\lambda_{mI}}{4 \sin^4 \beta_{mI}} \quad (3.77)$$

Integrando-se a equação (3.77) para as valores de λ_{mI} variando no intervalo $\lambda_{mI1} < \lambda_{mI} < \lambda_{mI2}$, ou seja, pontos 1 e 2 da figura 3.11, obtém-se:

$$P_{AmI} = \frac{f \cdot z_1 \cdot P \cdot \gamma_1}{20 \sin^4 \beta_{mI}} (\lambda_{mI2}^5 - \lambda_{mI1}^5) w^3 \quad (3.78)$$

2. TUBOS DE CORRENTE EM CONTATO COM A SUPERFÍCIE DO NÚCLEO.

Procedendo-se da mesma maneira como foi desenvolvido a etapa 1, a perda por atrito para um elemento de tubo de corrente em contato com o núcleo é dada por:

$$dP_{AmI1} = (d\sigma_{mI1}) \cdot \frac{f l_{mI1} \cdot W_{mI1}^2}{2 C_{mI1}} \quad (3.79)$$

Da Figura 3.11, tem-se que:

$$W_{mI1} = \frac{W \cdot \lambda_{mI1}}{\sin \beta_{mI}} \quad (3.80)$$

$$l_{mI1} = \frac{\lambda_{mI1} \cdot f_1}{\cos \beta_{mI}} \quad (3.81)$$

O diâmetro hidráulico é expresso por:

$$C_{m11} = \frac{4 A_{m11}}{P_{m11}} \quad (3.82)$$

Utilizando-se a equação (3.73) pode-se escrever:

$$A_{m11} = 2\pi (R_m + x_{m11} \cos(\gamma_1/2)) dx_{m1} \quad (3.83)$$

Através da Figura 3.11, o perímetro molhado para um tubo de corrente em contato com a superfície do líquido é definido pela seguinte expressão:

$$P_{m11} = \frac{2\pi (R_m + x_{m11} \cos(\gamma_1/2))}{\sin \beta_{m1}} \quad (3.84)$$

Com as equações (3.83) e (3.84) em (3.82), tem-se:

$$C_{m11} = 4 \sin \beta_{m1} dx_{m1} \quad (3.85)$$

Por intermédio da equação (3.29) pode-se escrever

$$dm_{m11}^* = 2\pi p dx (R_m + x_{m11} \cos(\gamma_1/2)) \omega x_{m11} \quad (3.86)$$

Substituindo-se (3.80), (3.81), (3.85), (3.86) em (3.75), obtém-se

$$P_{Am11} = \frac{\pi p (R_m + x_{m11} \cos(\gamma_1/2)) \omega^3 x_{m11}^4 \gamma_1}{4 \sin^4 \beta_{m1}} \quad (3.87)$$

3 - TUBOS DE CORRENTE EM CONTATO COM A SUPERFÍCIE DA CARCASA.

De modo análogo à Etapa 2, chega-se a:

$$P_{Am12} = \frac{\pi p l (R_m + x_{m12} \cos(\gamma_1/2)) \omega^3 x_{m12}^4}{4 \sin^4 \beta_{m1}} \quad (3.28)$$

Substituindo as equações (3.26), (3.27) e (3.28), finalmente chega-se a perda de potência devido ao atrito no impulsor:

$$P_{AI} = P_{Am1} + P_{Am11} + P_{Am12}$$

portanto

$$P_{AI} = (C_{1A} + C_{2A}) \omega^3 \quad (3.29)$$

onde C_{1A} e C_{2A} são constantes que se dependem das características geométricas do impulsor.

$$C_{1A} = \frac{f \cdot Z_1 \cdot p \cdot l \cdot (x_{m12}^5 - x_{m11}^5)}{20 \sin^4 \beta_{m1}}$$

e

$$C_{2A} = \frac{\pi p l \gamma_1}{4 \sin^4 \beta_{m1}} \left[(R_m + x_{m11} \cos(\gamma_1/2)) x_{m11}^4 + \right. \\ \left. + (R_m + x_{m12} \cos(\gamma_1/2)) x_{m12}^4 \right]$$

III.3.2.2. Perdas por Atrito na Turbina.

Utilizando-se a Figura 3.13 e adotando-se o mesmo procedimento de cálculo da seção III.3.2.1, obter-se a seguinte expressão para esta perda.

$$P_{AT} = C C_{3A} + C_{4A} \omega^3 \quad (3.81)$$

ONDE

$$C_{3A} = \frac{f Z_T P T_T}{20 \sin^4 \beta_{mT}} (\lambda_{mT4}^5 - \lambda_{mT3}^5)$$

$$C_{4A} = \frac{R p f \gamma_T}{9 \sin^4 \beta_{mT}} \left[\left(R_w + \lambda_{mT4} \cos(\gamma_T/2) \right) \lambda_{mT4}^4 + \left(R_w - \lambda_{mT3} \cos(\gamma_T/2) \right) \lambda_{mT3}^4 \right]$$

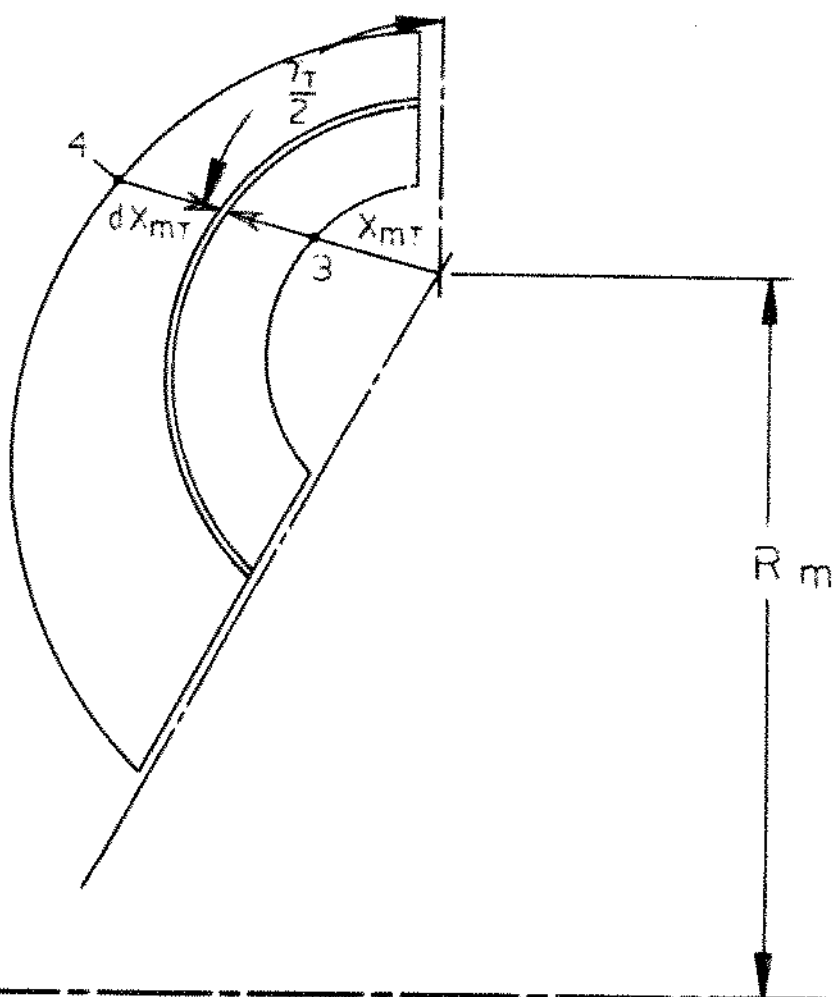


Figura 3.13 - Sistema de Coordenadas Adotado para a Eq. 4.50 Mf. a da Turbina

III.3.2.3. Perdas por Atrito no Leito:.

Estas perdas podem ser formuladas conforme a seção III.3.2.1 e com a Figura 3.14.

$$P_{AE} = (C_{SA} + C_{OA}) \omega^3 \quad (3.87)$$

onde

$$C_{SA} = \frac{1}{20} \frac{Z_E P \gamma_E}{\sin^4 \beta_{mE}} (x_{mE\phi}^5 - x_{mE\psi}^5)$$

$$C_{OA} = \frac{\pi p f \gamma_E}{4 \sin^4 \beta_{mE}} \left\{ \left[R_m + x_{mE\psi} \cos(\gamma_E/2) + \gamma_I \right] x_{mE\psi}^4 + \right. \\ \left. + \left[R_m + x_{mE\phi} \cos(\gamma_E/2) + \gamma_I \right] x_{mE\phi}^4 \right\}$$

Após o equacionamento destas perdas, para cada elemento do conversor de torque, conclui-se que a perda total de potência atribuída ao atrito pode ser expressa por

$$P_A = P_{AI} + P_{AT} + P_{AE} \quad (3.88)$$

Substituindo-se as equações (3.85), (3.86) e (3.87) em (3.88), chega-se a

$$P_A = C_A \omega^3 \quad (3.89)$$

onde C_A é uma constante, que só depende das características geométricas dos elementos do conversor de torque.

$$C_A = C_{1A} + C_{2A} + C_{3A} + C_{4A} + C_{5A} + C_{6A}$$

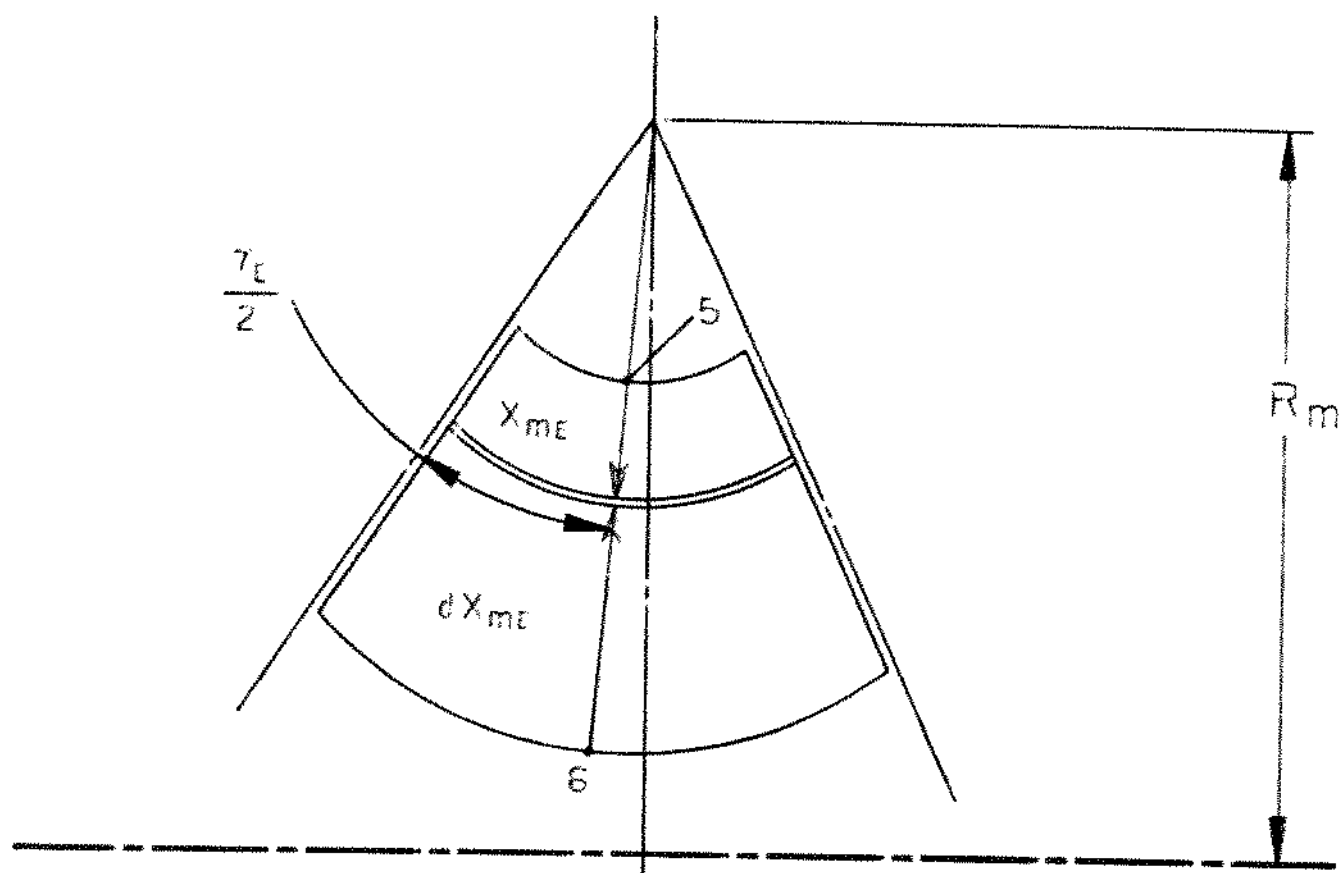


Figura 3.14 - Sistema de Coordenadas Acotado para a Posição Média do Estator.

III.3.3. PERDAS POR ESCOAMENTO SECUNDÁRIO.

Com o objetivo de equacionar as perdas de potência atribuídas ao escoamento secundário para cada elemento do conversor de torque, aplica-se a equação (2.35) a um tubo de corrente integrando-a de modo similar ao apresentado na seção III.3.2.

III.3.3.1. Perdas por Escoamento Secundário no Impulsor.

Considerando-se a figura 3.11, pode-se expressar a potência dissipada em um tubo de corrente como sendo

$$dP_{SI} = dm_{mI} \left\{ \frac{v_I^2}{\pi/2} + K_s \frac{v_{mI}^2}{2} \right\} \quad (3.34)$$

onde, neste caso, v_I corresponde ao ângulo de deflexão da curva (B), como foi visto na subseção (III.3) e K_s é um coeficiente empírico que depende da geometria do conversor de torque.

mas

$$v_{mI} = \omega \cdot x_{mI}$$

e

$$dm_{mI} = 2\pi p \cdot dx_{mI} \left(R_m + x_{mI} \cos(\theta_I/2) \right) \omega \cdot x_{mI} \quad (3.35)$$

Assim, pode-se escrever:

$$dP_{SI} = 2\pi p \cdot \omega^3 \cdot x_{mI}^3 \cdot \frac{v_I^2}{\pi} + K_s (R_m + x_{mI} \cos(\theta_I/2)) \omega x_{mI} \quad (3.36)$$

Integrando-se a equação (3.36) para x_{mI} variando no intervalo $x_{mI1} \leq x_{mI} \leq x_{mI2}$, obtém-se

$$P_{SI} = C_{IS} \omega^3 \quad (3.37)$$

onde C_{1S} é uma constante que só depende das características geométricas do impulsor.

$$C_{1S} = 2 P \gamma_1 K \left[\frac{R_m}{4} \left(\lambda_{m12}^4 - \lambda_{m11}^4 \right) + \frac{\cos(\gamma_1/2)}{5} \left(\lambda_{m12}^5 - \lambda_{m11}^5 \right) \right]$$

III.3.3.2. Perdas por escoamento secundário no T. Líquido.

Formulando-se estas perdas de maneira similar à desenvolvida na secção III.3.3.1, e utilizando-se da Figura 3.18, chega-se a

$$P_{ST} = C_{2S} \omega^3 \quad (3.97)$$

onde

$$C_{2S} = 2 P \gamma_T K \left[\frac{R_m}{4} \left(\lambda_{mT4}^4 - \lambda_{mT3}^4 \right) + \frac{\cos(\gamma_T/2)}{5} \left(\lambda_{mT4}^5 - \lambda_{mT3}^5 \right) \right]$$

III.3.3.3. Perdas por escoamento secundário no Estator.

Por intermédio da Figura 3.19, e do esboço da secção III.3.3.1, obtém-se a seguinte expressão para a potência dissipada devido ao escoamento secundário no estator.

$$P_{SE} = C_{3S} \omega^3 \quad (3.98)$$

onde

$$C_{3S} = 2 P \gamma_E K \left[\frac{R_m}{4} \left(\lambda_{mE6}^4 - \lambda_{mE5}^4 \right) + \frac{\cos[(\gamma_E/2)+\gamma_I]}{5} \left(\lambda_{mE6}^5 - \lambda_{mE5}^5 \right) \right]$$

Somando-se as equações (3.95), (3.97) e (3.98), obtém-se a perda total por escoamento secundário.

$$P_S = P_{SI} + P_{ST} + P_{SE}$$

portanto

$$P_S = C_S \omega^3 \quad (3.98)$$

onde

$$C_S = C_{1S} + C_{2S} + C_{3S}$$

Após o desenvolvimento da formulação para se estimar as perdas que ocorrem no conversor de torque, poder-se determinar a velocidade angular do fluido circulante (ω).

Assim, substituindo-se as expressões (3.65), (3.93) e (3.98) em (3.46), tem-se que:

$$P_{TOT} = C_S \omega + C_O \omega^2 + C_T \omega^3 \quad (3.100)$$

onde

$$C_S = C_{11} \omega_1^2 + C_{41} (\omega_1 - \omega_T)^2 + C_{71} \omega_T^2$$

$$C_O = -[C_{21} \omega_1 + C_{51} (\omega_1 - \omega_T) + C_{81} \omega_T]$$

$$C_T = C_{31} + C_{61} + C_{91} + C_A + C_B$$

Com a equação (3.100) em (3.47), tem-se

$$-C_T \omega^3 + \left[\left(C_2 - C_4 \frac{\omega_T}{\omega_1} \right) \omega_1 - C_O \right] \omega^2 + \left[\left(C_1 - C_3 \frac{\omega_T}{\omega_1} \right) \omega_1^2 - C_S \right] \omega - 0$$

Considerando-se

$$A = \left[\left(C_2 - C_4 \frac{\omega_T}{\omega_1} \right) \omega_1 - C_O \right]$$

$$D = \left[\left(C_1 - C_2 \frac{\omega_1}{\omega_2} \right) \omega_1^2 - C_3 \right]$$

$$\text{Logo } C_7 \omega^3 - A \omega^2 - B \omega - D = 0$$

Colocando-se ω em evidência tem-se :

$$\omega (C_7 \omega^2 - A \omega - B) = D \quad (3.101)$$

Resolvida a equação (3.101) e desprezando-se as soluções nula e negativa, que não interessam em nosso estudo, finalmente chega-se à expressão (3.102) com a qual pudese calcular a velocidade angular (ω).

$$\omega = \frac{A + \sqrt{A^2 + 4 C_7 B}}{2 C_7} \quad (3.102)$$

CAPÍTULO IV

IV. PARTE EXPERIMENTAL

IV.1 INTRODUÇÃO

A parte experimental desta tese foi realizada no "Clark Laboratory Services" - CLS, na cidade de Buchanan, estado de Michigan, Estados Unidos. Ali, durante três semanas, foram acompanhados os testes que são executados para avaliação de um conversor de torque.

Como um laboratório de serviços, o CLS presta serviços externos, mas sobretudo atende a Engenharia de Projeto e às fábricas da Clark espalhadas pelo mundo, atuando nas seguintes áreas:

- 1 - Estruturas e Testes de Campo;
- 2 - Engenharia de Análise;
- 3 - Metalurgia e Química;
- 4 - Dinamométrica e
- 5 - Instrumentação e Hidráulica.

As fotos 4.1, 4.2 e 4.3 mostram algumas áreas do CLS.

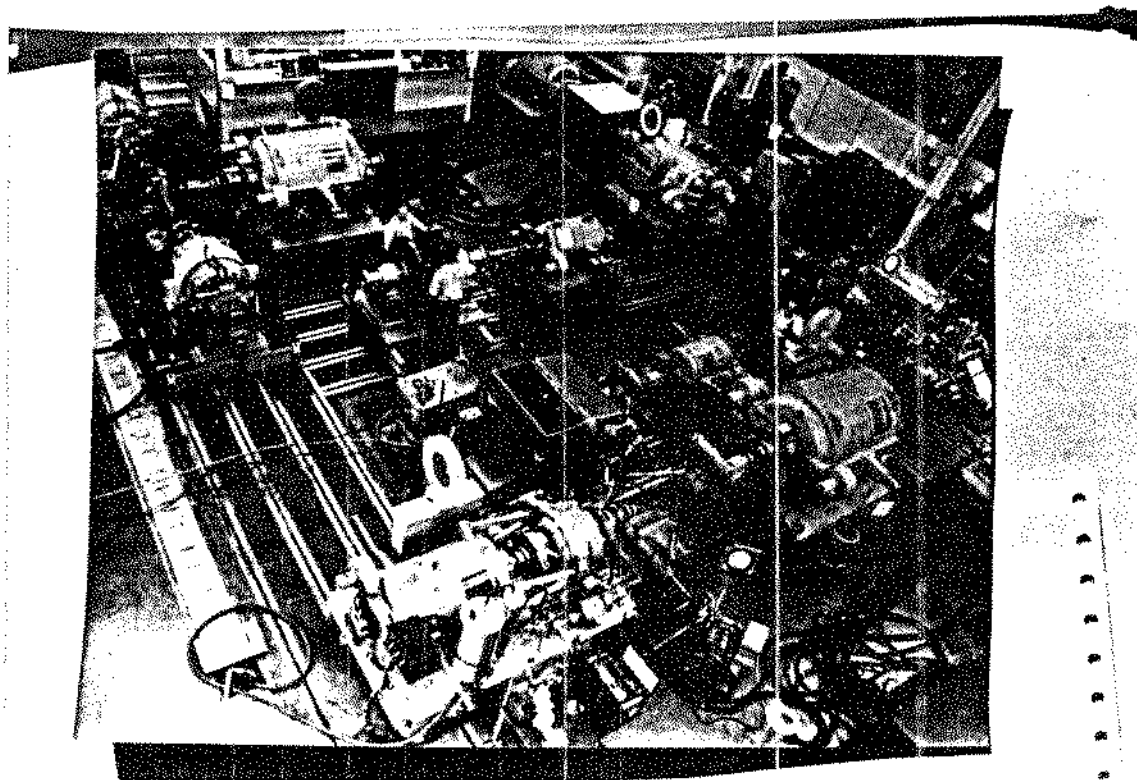


Foto 4.1 - Vista Superior da Área Dinamométrica onde Observamos
um Conversor de Torque sendo Preparado para o Teste.

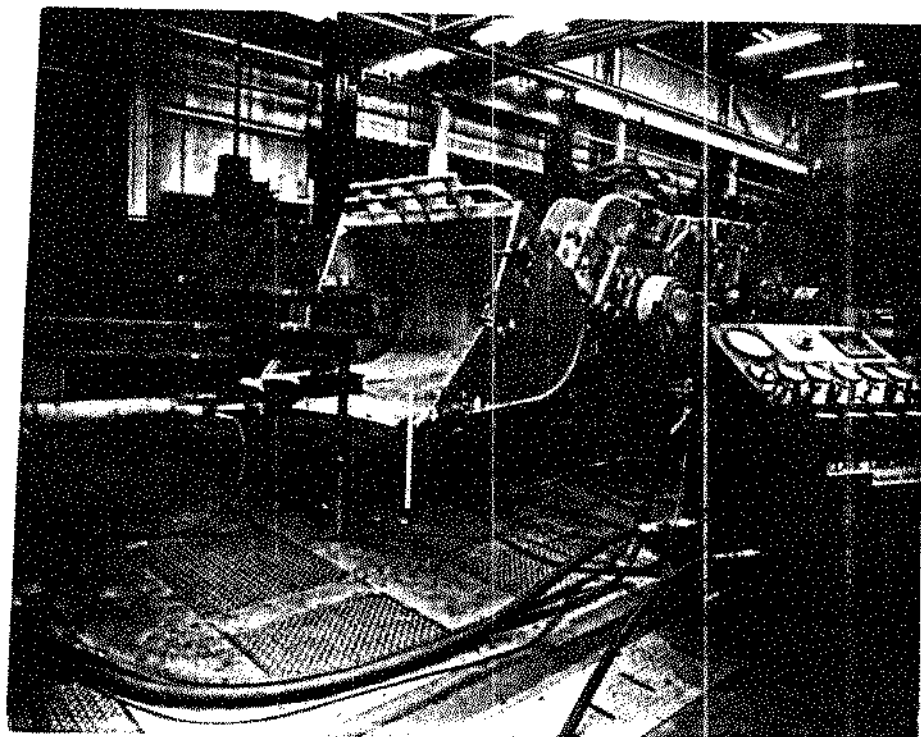


Fig. 4.2 - 94 Ton Scrap Loader Instrumentada para a Realização de Testes Estruturais.

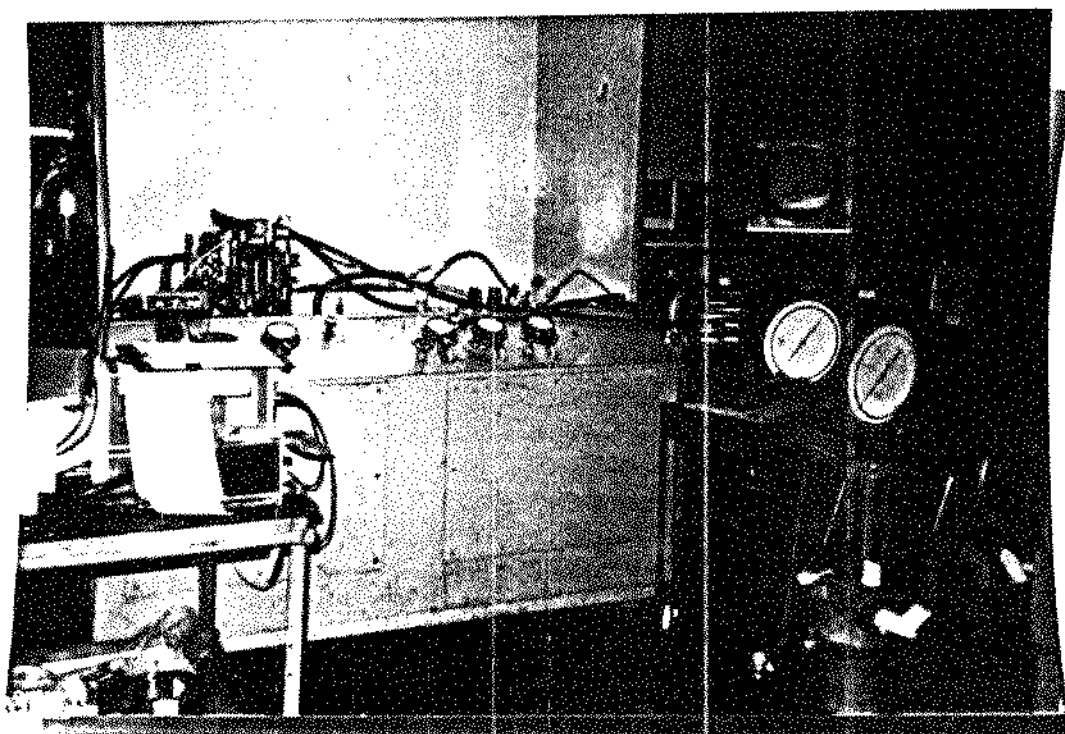


Figura 9.3 - Vista Parcial da Subdivisão de Hidráulica.

Na parte de Estruturas e Testes de Campo, a GLS desenvolve: análise experimental de tensões, testes de fadiga e durabilidade, métodos de medição de deflexões e de resistência, programas de redução de peso, testes acelerados de durabilidade, simulação do ciclo operação, avaliação de desempenho e teste para avaliação da confiabilidade do produto.

As atividades da Engenharia de Análise envolvem: diagnóstico e controle da vibração e do ruído, teste de vibração, análise modal, análise pelo método de elementos finitos, desenvolvimento de "software", estudo para isolamento acústico, além de seminários educativos.

Em Metalurgia e Química, a GLS realiza avaliação de tratamentos térmicos: determinação de propriedades física, química e mecânica, determinação da composição de materiais, bem como pesquisa e

desenvolvimento para aplicação de materiais alternativos.

Na área Dinamométrica são feitos: testes de desempenho e durabilidade em transmissões, eixos, conversores de torque, sistemas de frenagem e motores elétricos; estudos em sistemas de resfriamento; simulação das características de operação; estudo do ciclo de vida e simulação Inercial.

Em Instrumentação e Hidráulica, o CLS atua com projeto e construção de células de carga; projeto e construção de instrumentação específica; consultoria e treinamento em instrumentação; testes de desempenho e durabilidade em válvulas hidráulicas pneumáticas; avaliação em sistemas hidráulicos e testes em cilindros, filtros, pistões e outros componentes.

Os equipamentos existentes no CLS encontram-se relacionados na referência [16].

IV.2. EQUIPAMENTOS E INSTRUMENTOS

Para a realização dos ensaios o CLS mantém os seguintes equipamentos e instrumentos.

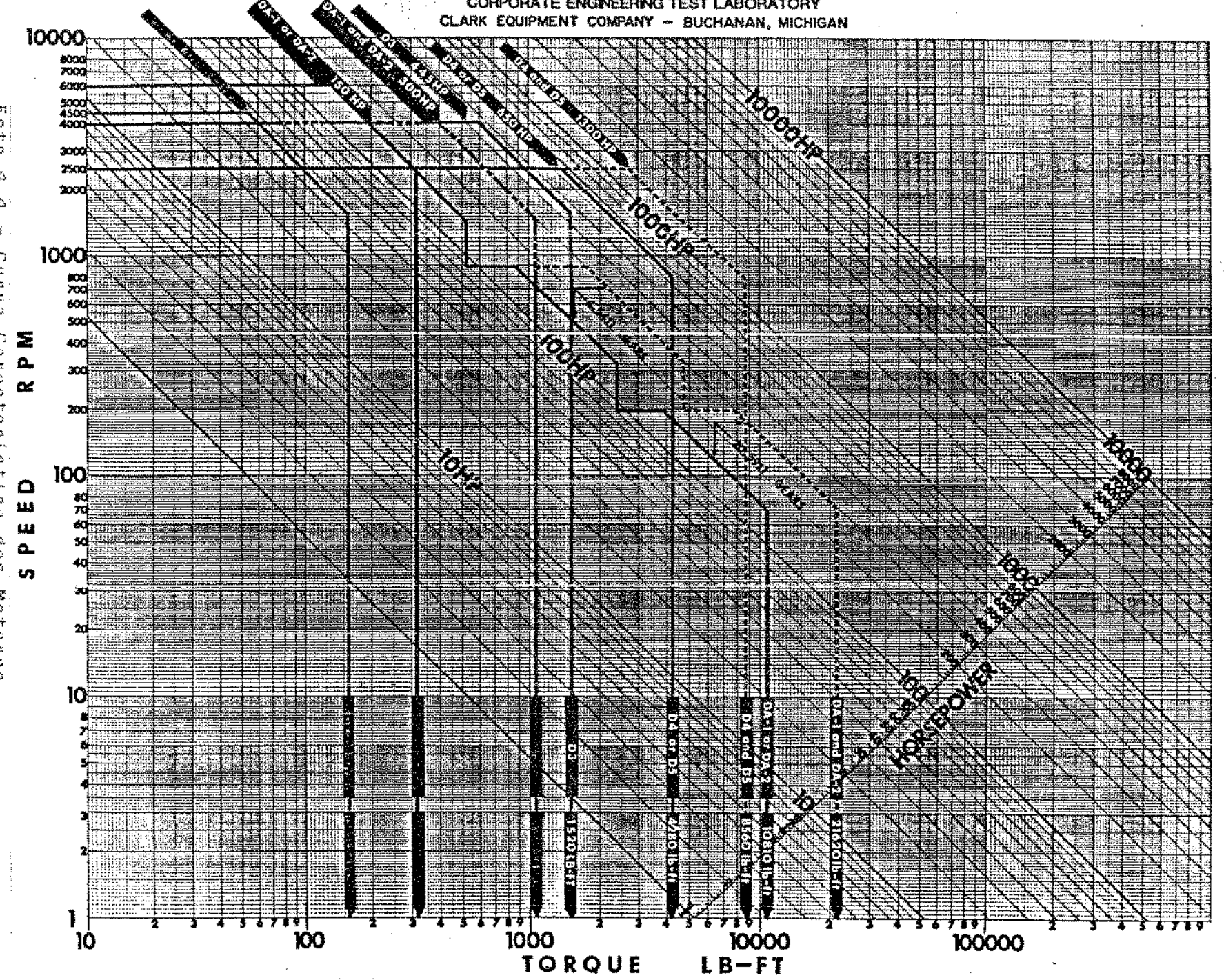
- 1 - Motor e gerador com velocidades variáveis capazes de atingir velocidades de 3000 rpm e potência mínima de 300 Hp. As fotos 4.4 e 4.5 mostram as curvas características dos dezoito motores e geradores existentes no CLS.
- 2 - Um sistema independente de fornecimento de óleo capaz de operar nas seguintes condições:
 - 2.1 - Vazão variando entre 5 e 50 rpm.
 - 2.2 - Pressões de até 60 pse
 - 2.3 - Temperaturas variando entre 80 e 110° C.As fotos 4.6, 4.7, 4.8 e 4.9 ilustram este sistema de carga.
- 3 - Instrumentação para medição da temperatura, pressão e vazão do óleo, de entrada e saída, dos conversores de torque.

CLARK

DYNAMOMETER MOTORING CHARACTERISTICS

CORPORATE ENGINEERING TEST LABORATORY
CLARK EQUIPMENT COMPANY - BUCHANAN, MICHIGAN

Foto 4.4 - Curva Característica dos Motores.



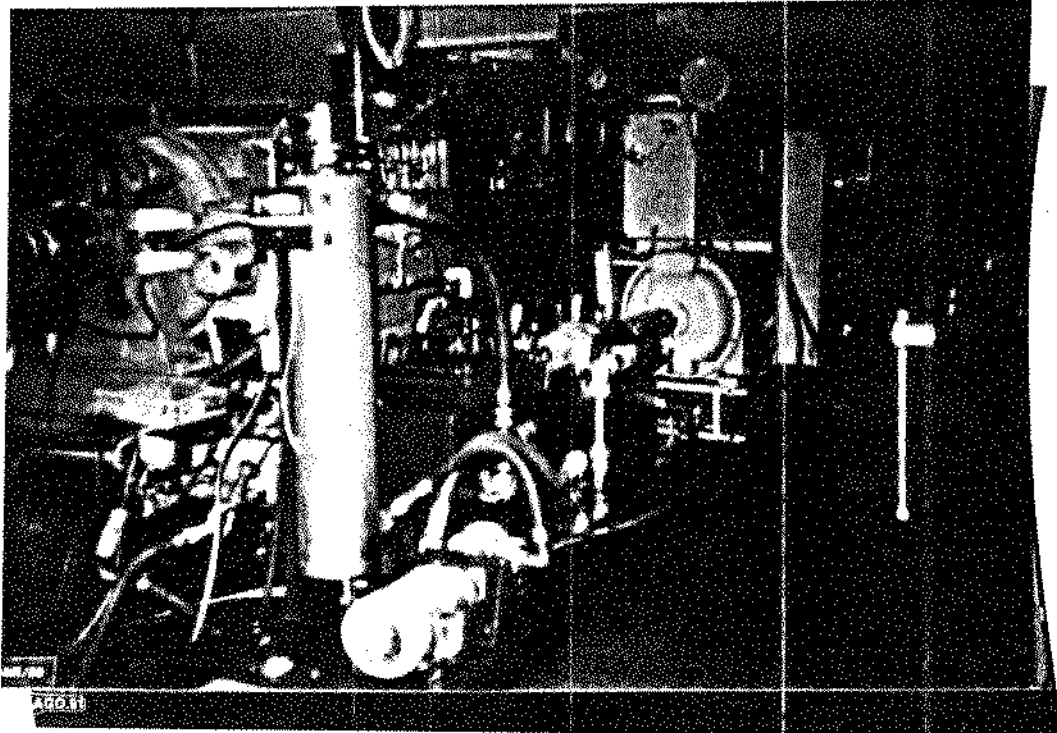


Foto 4.6 Vista Parcial do Sistema de Carga.

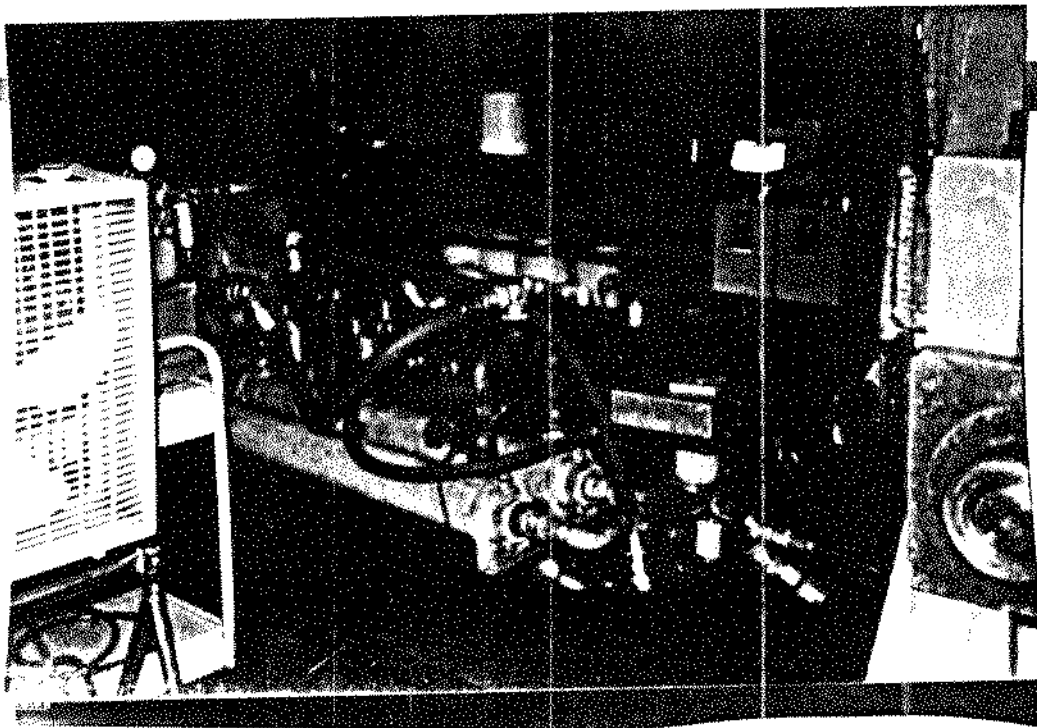


Foto 4.7 Detalhe dos Trocadores de Calor.

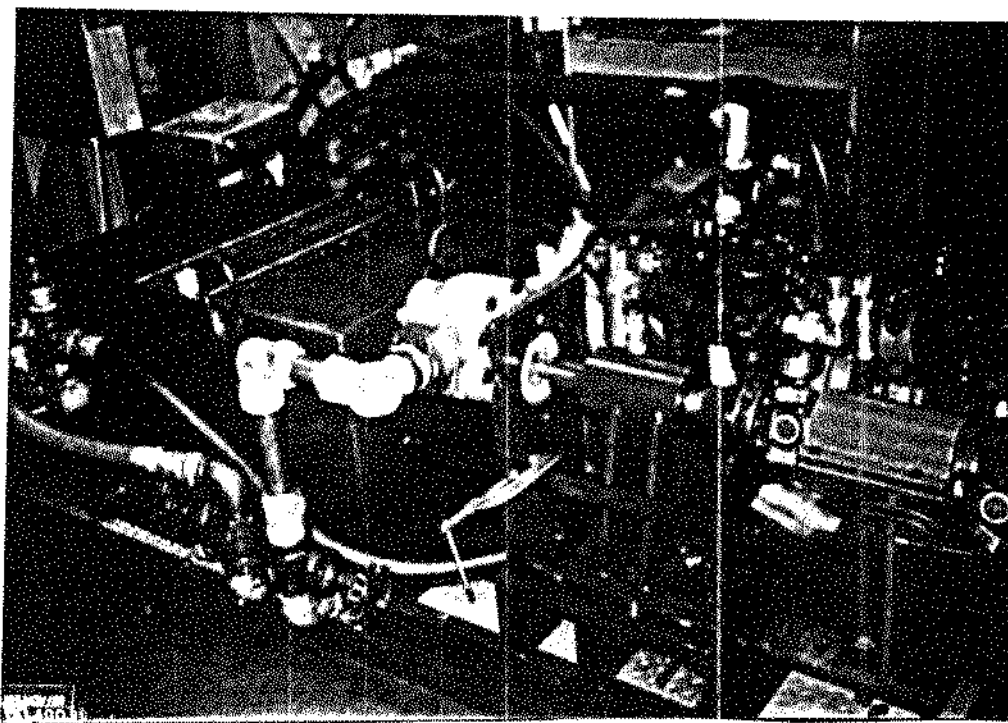


Foto 4.8 - Detalhe da Bomba de Alimentação e Reservatório.

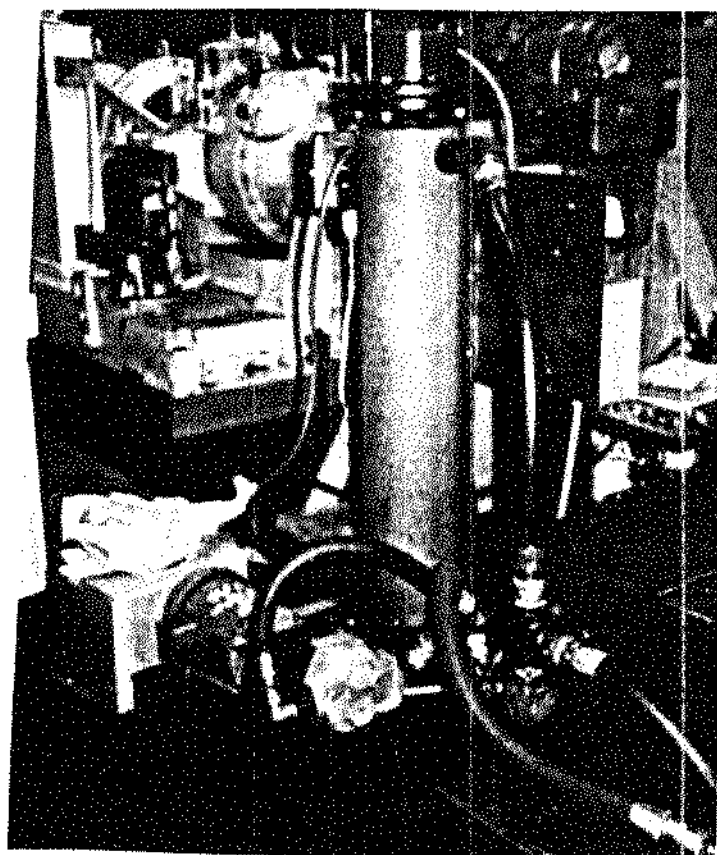


Foto 4.9 - Detalhe do Aquecedor.

Para efetuar as medições a GLS utiliza os seguintes instrumentos:

- 3.1 Temperaturas - Termopares e indicadores digitais capazes de operar na faixa entre 10 a 150°C e com precisão de $\pm 1^{\circ}\text{C}$.
 - 3.2 Pressões - Medidores de pressão que trabalham entre 0 e 200 PSI e com precisão de ± 1.0 PSI.
 - 3.3 Vazões - Medidores de vazão tipo turbina e indicadores que operam entre 5 a 50 gpm e com precisão de $\pm 2\%$.
- 4 Instrumentação para medição de torque e rotação de entrada e saída, com precisão de $\pm 0,5\%$ do fundo de escala e um sistema de aquisição dos dados.

Em nosso ensaio foram utilizadas torquímetros e células foto elétricas que podem ser observadas nas fotos 4.10 e foto 4.11.

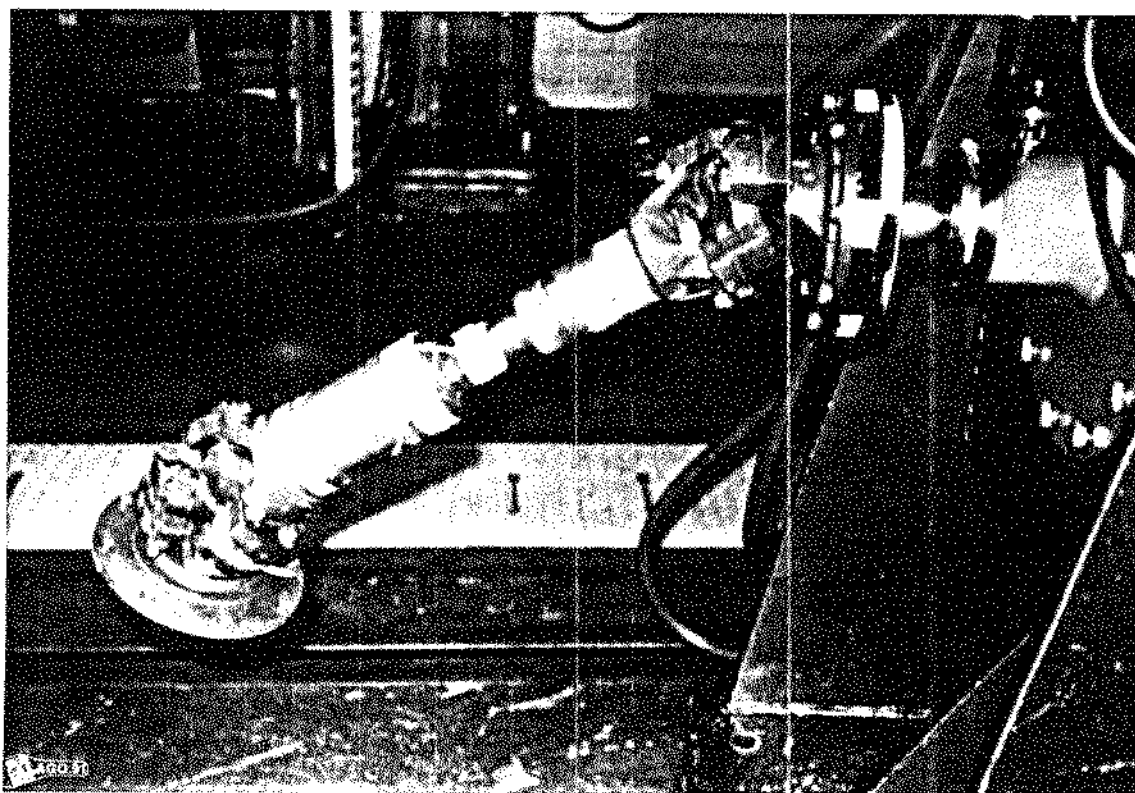


Foto 4.10 - Vista Lateral do Torquímetro.

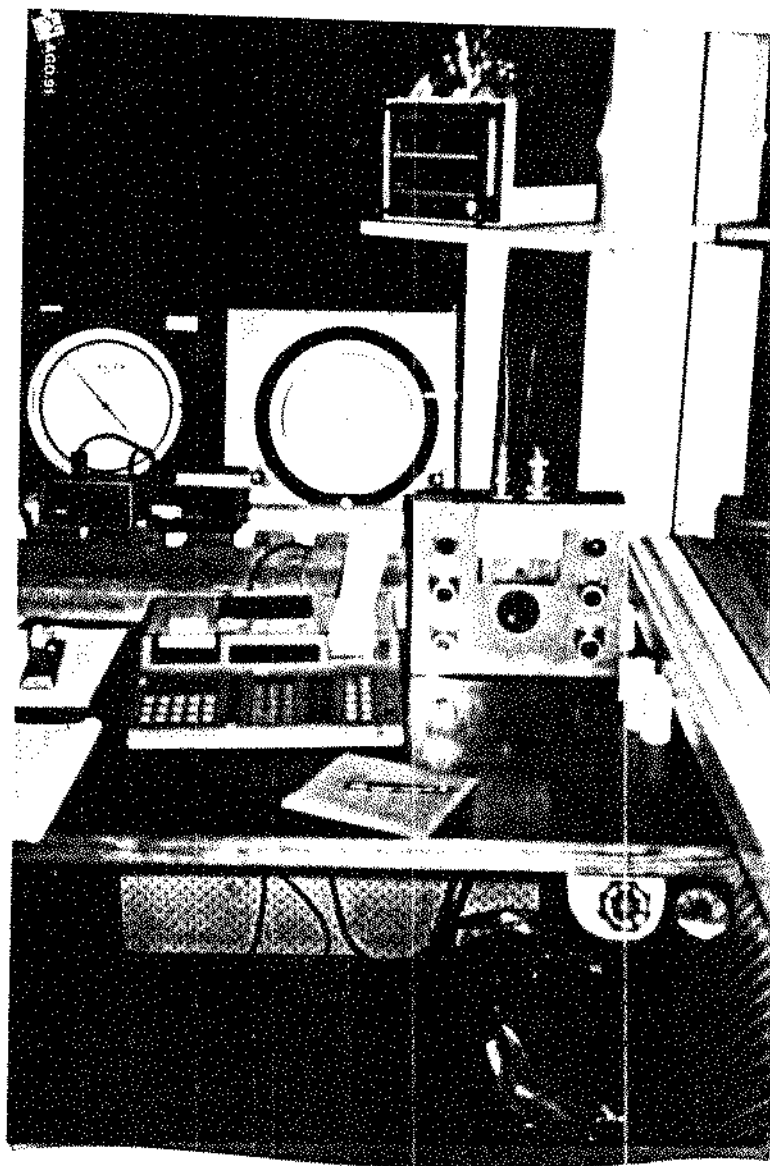


Foto 4.11 Detalhe do Sistema de Aquisição dos Dados.

5 - Acessórios: adaptadores, mangueiras, flanges e outras, ver foto 4.12.

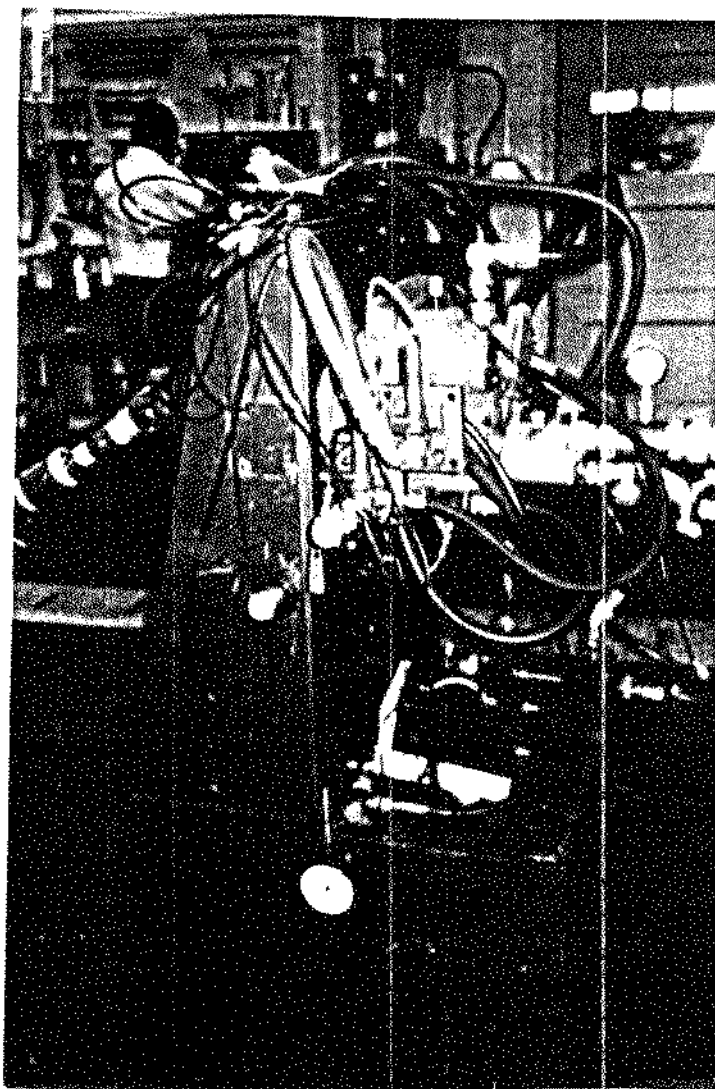


Foto 4.12 Vista Lateral da Preparação de um Conversor de Torque

IV.3. DESCRIÇÃO DOS TESTES EFETUADOS

Como foi comprovado, há uma grande variedade de testes que podem ser realizados com os conversores de torque - Vide ref. [17]. Mas aqui serão abordados os testes padrão para avaliação de desempenho executados durante a fase de experimento no CLS, envolvendo o conversor CLARK 12.2, cujos resultados foram utilizados nesta tese. Todos os ensaios foram desenvolvidos com equipamentos e instrumentos da seção IV.2 mantendo-se a temperatura do óleo em $95^{\circ}\text{C} \pm 5^{\circ}\text{C}$; a pressão de saída do conversor em $50 \text{ PSI} \pm 2 \text{ PSI}$ e a vazão de entrada em $12,5 \text{ gpm} \pm 0,2 \text{ gpm}$.

IV.3.1 Teste para Avaliação do Desempenho em Condições Normais de Operação.

Estes testes foram executados com a velocidade de entrada constante e correspondente a 2400 rpm e com a velocidade de saída variando de 0 até a velocidade na qual o torque de saída é nulo, com incrementos de 240 rpm.

IV.3.2. Teste para Avaliação do Desempenho com a Velocidade de Saída Nula.

Este teste foi realizado com a velocidade de entrada variando de 2600 até 400 rpm, com decrementos de 200 rpm, e o eixo de saída bloqueado.

IV.3.3. Testes para Avaliação do Desempenho com o Torque de Saída Nulo

A velocidade de entrada variou de 2600 até 400 rpm, com decrementos de 200 rpm, enquanto a velocidade de saída variou para obter o torque de saída nulo.

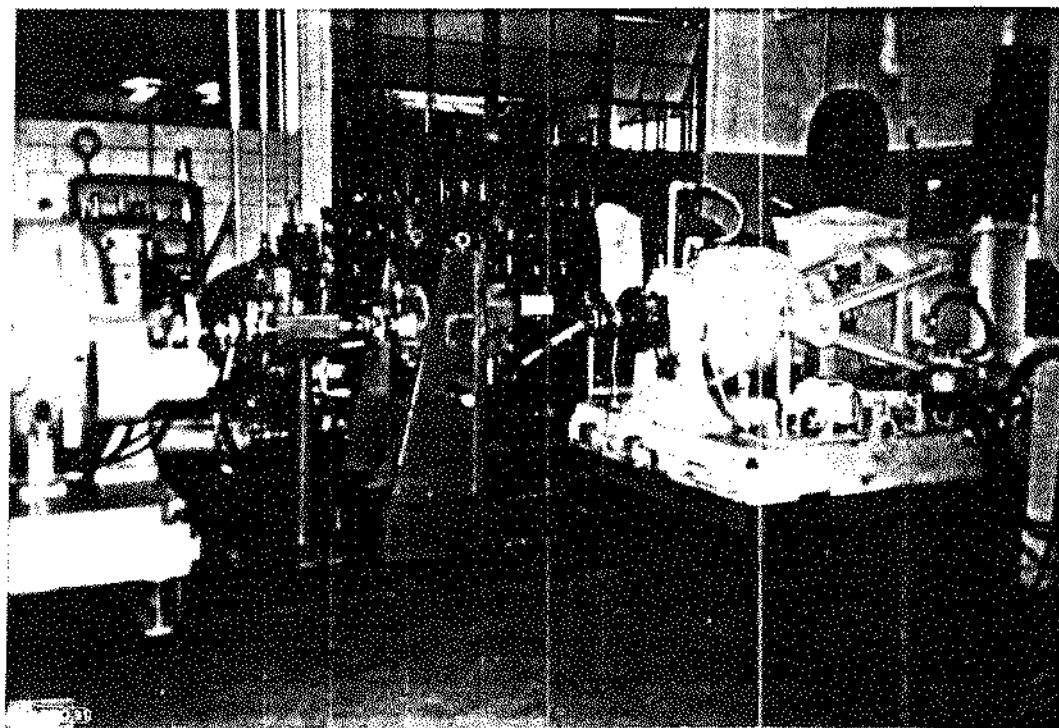


Foto 4.13 - Vista Lateral do Conversor Montado entre o Gerador e o Motor.

IV.4. RESULTADOS OBTIDOS

Por serem de uso estritamente interno, os dados resultantes dos ensaios (Tabela IV.1) são apresentados aqui de forma restrita , limitando-se às necessidades deste estudo .

TABELA IV.1 - DADOS EXPERIMENTAIS PARA CONVERSOR - CLARK 12.2

RELAÇÃO DE VELOCIDADE (ω_T / ω_I)	RELAÇÃO DE VELOCIDADE (T_T / T_I)	EFICIÊNCIA
.000	2.852	0
.100	2.572	25.7
.200	2.271	45.4
.300	2.007	60.2
.400	1.770	70.8
.500	1.556	77.8
.600	1.374	82.4
.650	1.289	83.8
.700	1.206	84.4
.750	1.120	84.0
.800	1.024	81.9
.850	.912	77.5
.900	.791	71.2
.950	.660	62.7
1.000	0	0

CAPÍTULO V

V. SIMULAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

V.1. SIMULAÇÃO

O sistema desenvolvido para simular o desempenho do conversor de torque tem como objetivo básico manipular os dados de entrada, que são as diversas variáveis presentes nas equações (3.5, 3.42, 3.43, 3.65, 3.93, 3.99, 3.102) do Capítulo III, e oferecer os valores de relação de torque e eficiência para as diversas relações de velocidade e as perdas de potência. Todos os resultados dessa simulação estão mostrados nas Figuras 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5 .

A linguagem de programação utilizada foi a Turbo Pascal, por ser uma linguagem capaz de ser aplicada igualmente a problemas simples e avançados.

Abaixo, seguem as expressões analíticas para as coordenadas dos diagramas comparativos apresentados neste capítulo.

$$\text{Relação de velocidade} = \frac{\omega_T}{\omega_I}$$

$$\text{Relação de torque} = \frac{T_T}{T_I}$$

$$\text{Eficiência} = \frac{T_T \omega_T}{T_I \omega_I}$$

V.2. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A seguir, são apresentados os resultados obtidos por este modelo denominado "Clark-Brasil", pelo modelo da engenharia de projeto da "Clark-USA" e compara-se os resultados destes modelos teóricos com a medição experimental realizada nos Estados Unidos.

Vale ressaltar que os dados obtidos do modelo "Clark-USA" são originários de um programa de computador para avaliação de desempenho (Ref. [27 e 32]), desenvolvido a partir do modelo de Upton [7]. Este considera a velocidade do fluido constante ao longo da linha média de

corrente e desenvolve todo o equacionamento nesta linha média, como pode ser observado na Figura 5.1.

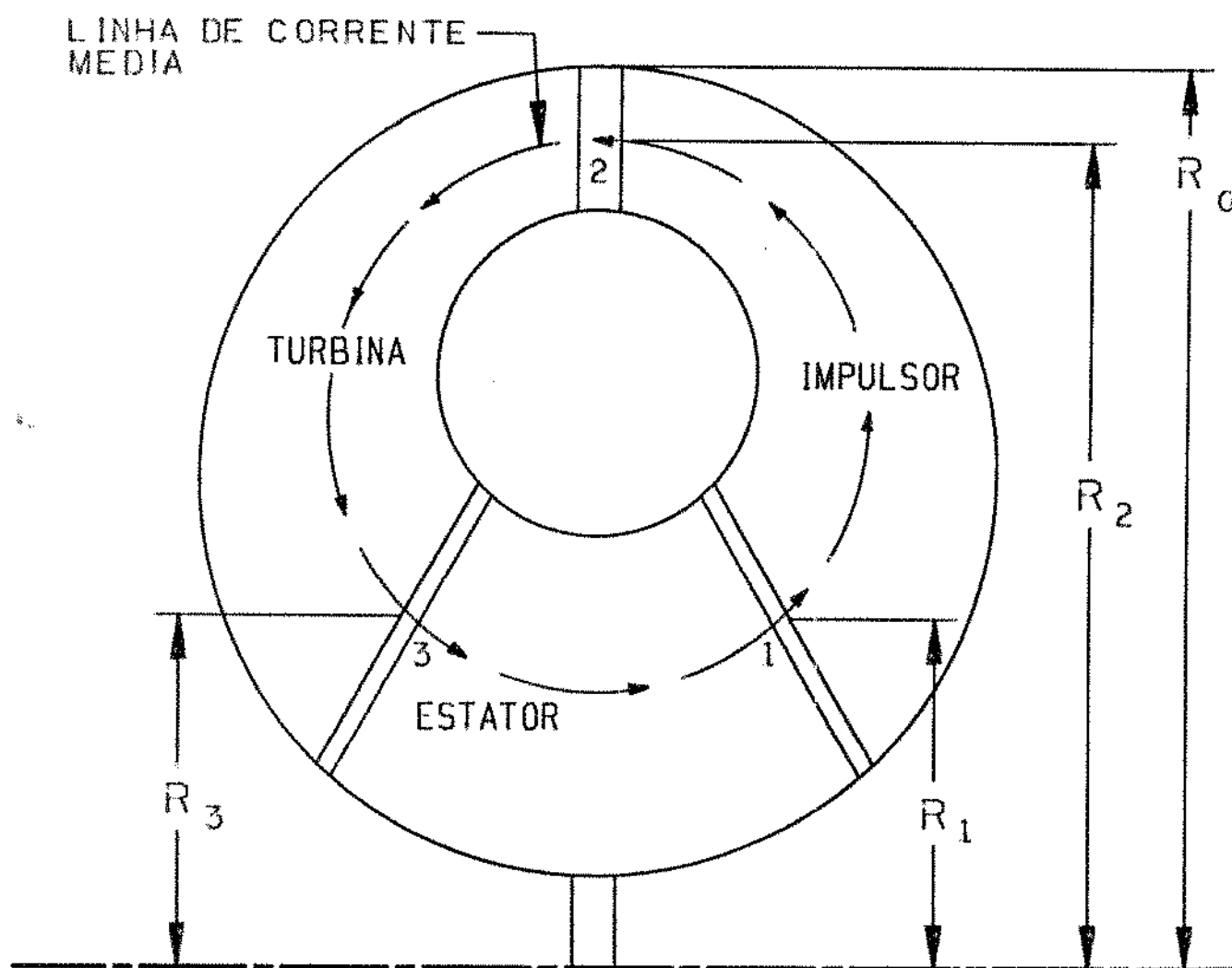


Figura 5.1 -Seção Tóroidal Mostrando uma Linha de Corrente Média

A avaliação das perdas em função da relação de velocidade computada pelo modelo "Clark-Brasil" é mostrada nas Figuras 5.2 e 5.3. Nestas, no eixo horizontal são plotadas as relações de velocidade e no eixo vertical mostra-se em termos percentuais a contribuição de cada perda. Considera-se a condição de perda total quando o eixo de saída ficar bloqueado, isto é, cem por cento das perdas ocorrendo para a relação de velocidade igual a 0.

Da Figura 5.2 podemos notar que a soma das perdas é mínima na faixa de projeto dos conversores de torque, isto é, para as relações de velocidade de 0,6 à 0,8. Para as faixas de relação de velocidade mais alta e mais baixa as perdas aumentam, principalmente devido a contribuição das perdas por choque. Isto pode ser explicado pela não coincidência da direção da velocidade relativa com o ângulo das aletas (3) nas secções de entrada do impulsor, turbina e estator. O que acaba provocando portanto perdas por choque hidrodinâmico que resultam em altas perdas de potência. Uma solução para minimizar esta perda seria utilizar aletas móveis, onde fosse possível variar a sua inclinação em função das relações de velocidade. Entretanto, isto pode não ser justificável em função da pouca utilização dos conversores fora da sua faixa de projeto. As perdas por atrito também variam, mas em menor grau. Pode-se notar que estas perdas são altas nas faixas de relação de velocidade baixa. Pelo fato que neste regime existe alta turbulência, provocando maiores vorticidades que absorvem mais energia. Este fenômeno é bastante reduzido no caso de alta relação de velocidade, pela redução substancial destas vorticidades. As perdas por escoamento secundário são de modo geral bastante pequenas e podem ser desprezadas numa primeira aproximação sem afetar os resultados finais.

Na Figura 5.3 observamos de forma gráfica a variação contínua das perdas em função das relações de velocidade, onde pode-se notar de forma clara os efeitos discutidos na Figura 5.2. Infelizmente, não são disponíveis os resultados sobre as perdas para o modelo "Clark-USA".

A Figura 5.4 mostra uma comparação das eficiências obtidas a partir dos modelos "Clark-Brasil" e "Clark-USA" e das medidas experimentais. Como se pode verificar, os dois modelos numéricos têm um comportamento geral similar, mostrando as mesmas tendências com os resultados experimentais. Nota-se também que o modelo "Clark-USA"

prevê perdas menores, resultando em um comportamento superior às medidas experimentais para todas as relações de velocidade, incluindo, obviamente a faixa de projeto. O modelo "Clark-Brasil" mostra um comportamento tecnicamente superior ao modelo "Clark-USA", especialmente na faixa de projeto entre as relações de velocidade de 0.5 à 0.8. É que aí as curvas deste modelo coincidem com a experimental, indicando que a sua previsão para esta faixa é extremamente correta. Isto também indica que os modelos hidrodinâmicos propostos para a avaliação das perdas são adequadas. Para relações de velocidade abaixo de 0.5 as perdas previstas pelo modelo "Clark-Brasil" são maiores do que são as medidas experimentais. De um modo geral, isto é bom porque as previsões terão uma margem de segurança, o que aumenta o nível de confiabilidade do conversor de torque. A previsão de altas perdas para esta faixa abaixo de 0,5, é causada pelo aumento excessivo das perdas por choque, baseado-se no fato de que este modelo adota um perfil linear de velocidade, enquanto que o perfil real não é linear e portanto as perdas reais são menores do que as previstas por este modelo. Esta situação pode ser resolvida fazendo-se medições experimentais específicas e ajustando-se o modelo das perdas até coincidir com os resultados de testes para esta faixa de relação de velocidade. Para a faixa de relação de velocidade acima de 0,8 o modelo "Clark-Brasil" mostra eficiências maiores e portanto perdas menores que as medidas experimentais. Isto significa que este necessita de um ajuste experimental e analítico em relação às perdas por atrito, pois a contribuição destas é um pouco menor do que o esperado. É importante observar que este ajuste no modelo das perdas por atrito deve ser feito de forma cuidadosa, usando-se modelagem correta para os efeitos da camada limite e avaliação experimental dos fatores de atrito interno.

A Figura 5.5 mostra um gráfico comparativo da relação de torque em função da relação de velocidade para os modelos "Clark-Brasil" e "Clark-USA" e as medidas experimentais. Como pode ser verificado os modelos se comportam de modo geral, de maneira similar às medidas experimentais. Entretanto, o modelo "Clark-USA" apresenta resultados maiores para a relação de torque do que as medidas experimentais. Isto caracteriza um modelamento inadequado das perdas hidrodinâmicas nesse caso. Os resultados do modelo "Clark-Brasil" coincidem com as medidas

experimentais na faixa de 0,5 a 0,9. Isto indica que os modelos das perdas são adequados para o comportamento hidrodinâmico real do conversor de torque dentro da faixa de projeto. Para as relações de velocidade, de 0 até 0,5, as relações dos torques por este modelo são menores do que as medidas experimentais. Isto, de um modo, é bom aumentando a confiança do conversor. Tecnicamente esta diferença pode ser reduzida adotando modificações nos modelos das perdas baseada em medidas experimentais e uma modelagem mais real para o escoamento e a formação da camada limite. Como se pode notar, este fato não deve alterar o desempenho do conversor na faixa de operação para o qual o mesmo é projetado e onde a concordância é excelente.

CAPÍTULO VI

VI. CONCLUSÃO

A conclusão mais importante deste estudo analítico experimental é que o modelo "Clark-Brasil" é adequado para uma previsão segura do conversor de torque, estimando perdas um pouco maiores do que as medidas experimentais, enquanto o modelo "Clark-USA" prevê sempre perdas menores que as medidas experimentais.

Vale ressaltar, que o modelo desenvolvido neste estudo permite ao projetista do conversor, realizar uma profunda investigação teórica da influência das características geométricas, tanto da secção tóroidal como das aletas, no desempenho dos conversores de torque. Isto não é possível com o modelo "Clark-USA".

Acreditamos que, deverão ser investigados pela "Equipamentos Clark Ltda", com o objetivo de refinar ainda mais o modelo apresentado em nosso estudo, os efeitos que causam as distorções fora da faixa de projeto.

TABELA DOS RESULTADOS

RELACAO DE VELOCIDADES	X PC	X PA
0	8.01E+01	1.89E+01
0.1	5.93E+01	1.81E+01
0.2	4.18E+01	1.79E+01
0.3	2.78E+01	1.64E+01
0.4	1.74E+01	1.46E+01
0.5	1.06E+01	1.25E+01
0.6	7.40E+00	1.04E+01
0.65	7.12E+00	9.26E+00
0.7	7.70E+00	8.10E+00
0.75	9.15E+00	6.94E+00
0.8	1.15E+01	5.75E+00
0.85	1.48E+01	4.56E+00
0.9	1.92E+01	3.35E+00
0.95	2.52E+01	2.09E+00
1.0	3.71E+01	4.80E-01

TABELA DOS
RESULTADOS

RELAÇÃO DE VELOCIDADES	I PC	I PA
0	8.01E+01	1.88E+01
0.1	5.83E+01	1.91E+01
0.2	4.18E+01	1.78E+01
0.3	2.78E+01	1.64E+01
0.4	1.74E+01	1.48E+01
0.5	1.06E+01	1.25E+01
0.6	7.40E+00	1.04E+01
0.65	7.12E+00	8.28E+00
0.7	7.70E+00	8.10E+00
0.75	8.15E+00	6.84E+00
0.8	1.15E+01	5.75E+00
0.85	1.48E+01	4.58E+00
0.9	1.82E+01	3.35E+00
0.95	2.52E+01	2.08E+00
1.0	3.71E+01	4.80E-01

COMPARACAO DAS EFICIENCIAS

TABELA DOS RESULTADOS

	TESTE	CCI	ECLA
0.00	0.00	0.00	0.00
0.10	25.70	31.20	21.60
0.20	45.40	53.70	40.31
0.30	60.20	69.40	55.85
0.40	70.80	79.70	68.05
0.50	77.80	85.70	76.84
0.60	82.40	88.30	82.21
0.65	83.80		83.62
0.70	84.40	88.10	84.19
0.75	84.00		83.91
0.80	81.90	85.40	82.75
0.85	77.50		80.65
0.90	71.20	80.20	77.47
0.95	62.70		72.74
1.00	0.00	68.20	62.39

LEGENDA:

ECLA = CLARK BRASIL

CCI = CLARK USA

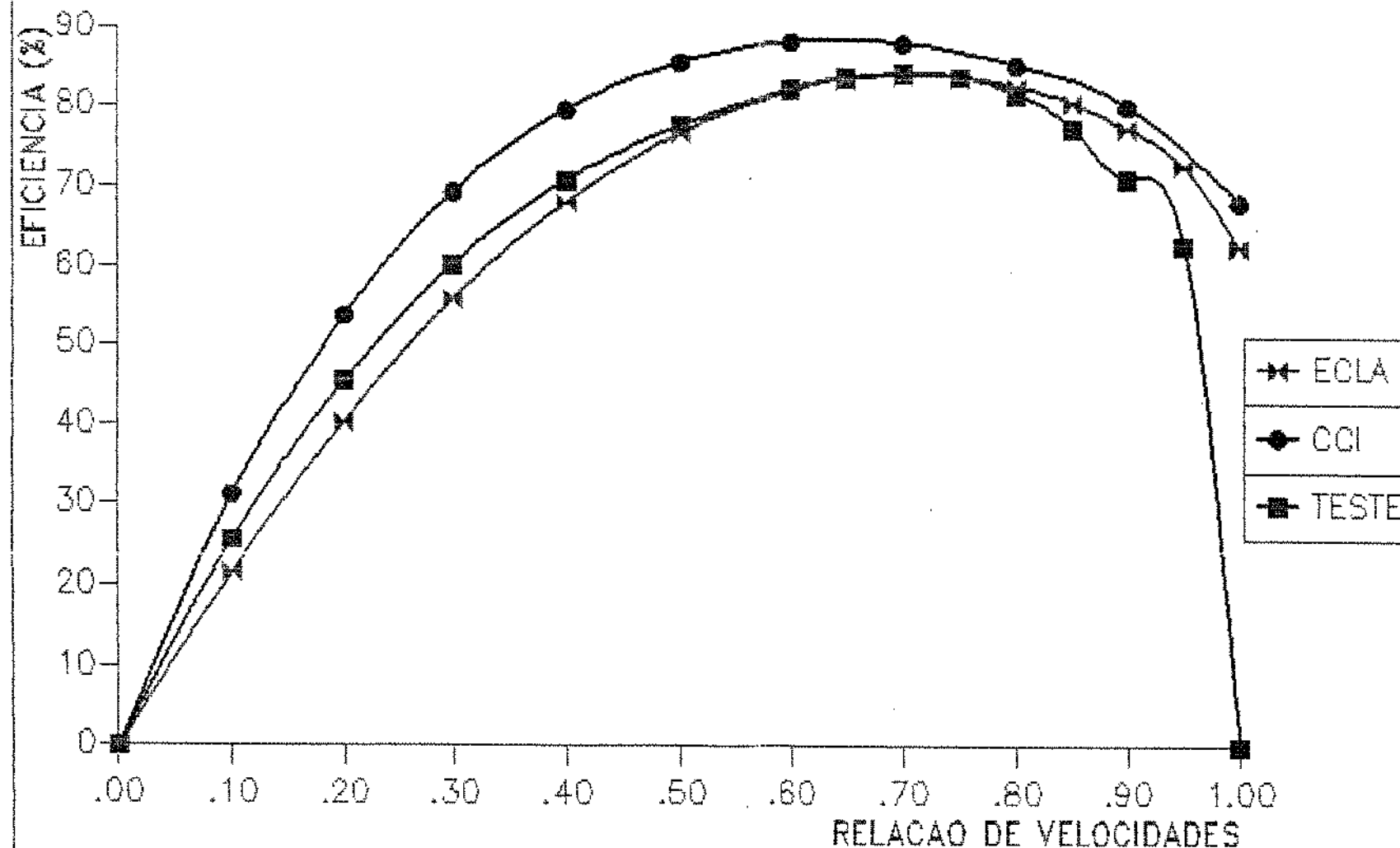
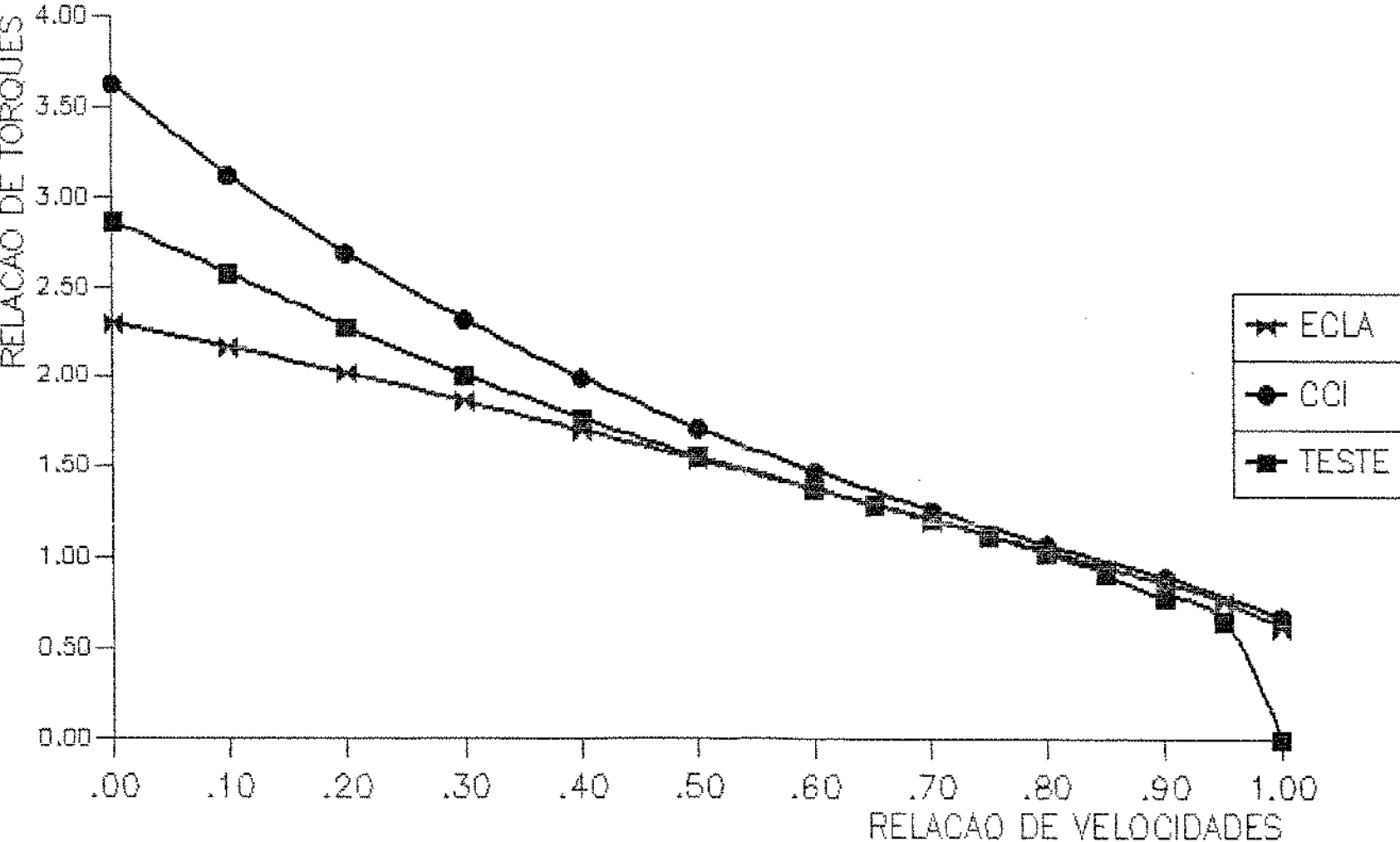


Figura 5.4 : comparacao das eficiencias

COMPARACAO DAS RELACOES DE TORQUE



ELA DOS
ULTADOS

	TESTE	CCI	ECLA
00	2.85	3.62	2.29
10	2.57	3.12	2.16
20	2.27	2.69	2.02
30	2.01	2.31	1.88
40	1.77	1.99	1.70
50	1.56	1.71	1.54
60	1.37	1.47	1.37
65	1.29		1.29
70	1.21	1.26	1.20
75	1.12		1.12
80	1.20	1.07	1.03
85	0.91		0.95
90	0.79	0.89	0.88
95	0.68		0.77
00	0.60	0.68	0.62

ENDA:
CLA = CLARK BRASIL
CI = CLARK USA

Figura 5.5 : comparacao das relacoes de torque

BIBLIOGRAFIA

- [1] WIRRY, H.J. - "Technical Considerations for the Application of Hydraulic Torque Converters", ASME Journal Paper n^o 58-SA-64, April, 1959.
- [2] WAGLAUER, M.J. - "Altering Hydrodynamic Torque Converter Performance, SAE paper n^o 730001, January, 1973.
- [3] EKSERGIAN, R. - "The Fluid Torque Converter and Coupling", Journal of Franklin Institute, Vol.235, May 1943, pp. 441-478.
- [4] QUALMAN, F.J. E EGBERT E.L. - "Fluid Couplings". Passenger Car Autom. Trans., SAE Transaction, Vol. 5, 1970, pp. 183-197.
- [5] JANDASEK, V.J. - "Design of Single-Stage, Three-Element Torque Converter", Passenger Car Autom. Trans., SAE Transaction, Vol. 5, 1970, pp. 201-226.
- [6] UPTON, E.W. - "Application of Hydrodynamic Drive Units to Passenger Car", Passenger Car Autom. Trans., SAE Transaction, Vol. 5, 1970, pp.165-181.
- [7] WALLACE, F.J., WHITFIELD, A. E SIVALINGAM R. - "A Theoretical Model for the Performance Prediction of Fully Filled Fluid Couplings", Int. J. Mech. Sci, Vol. 20, 1978, pp. 335-347.
- [8] PFLEIDERER, C. E PETERMANN, H. - "Máquinas de Fluxo", Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 1979.
- [9] MACINTYRE, A.J. - "Máquinas Motrizes Hidráulicas", Ed. Guanabara Dois S.A., Rio de Janeiro, RJ., 1983.
- [10] MITCHNER, J.A. - "Calculating Performance of a Torque Converter", Allison Division, Feb. 17, 1954.

- [11] FOX & McDONALD - "Introdução à Mecânica dos Fluidos", Ed. Guanabara Dois S.A., Rio de Janeiro, RJ., 1981.
- [12] SHAMES, I.H. - "Mecânica dos Fluidos", Edgard Blücher Ltda, São Paulo, 1973.
- [13] STREETER, VICTOR L. - "Mecânica dos Fluidos", Ed. MacGraw-Hill do Brasil, 1977.
- [14] WALLACE, F.J., WHITFIELD, A. E SIVALINGAM R. - "A Performance Prediction Procedure for Three Element Torque Converter", Int. J. Mech. Sci., Vol. 20, 1978, pp. 801-814.
- [15] VENNARD, J.K. E STREET, R.L. - "Elementos de Mecânica dos Fluidos", Ed. Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1978.
- [16] Catálogo da "Clark Laboratory Services", 1990.
- [17] SAE Handbook, "SAE J 643", Vol. 4, 1950, pp. 29.05-29.07.
- [18] SCHNEIDER, H. E SPANNHAKKE W. - "Hydraulic Torque Converter", United States Patent Office nº 2, 306,758, Dec. 1942.
- [19] MCLEAR, P.M. - "The Design Procedure of a Three Element Torque Converter", Allison Division, Feb. 20, 1953.
- [20] SHEALY, A. - "Hydraulic Torque Converter Design", Clark Division Nov. 13, 1956.
- [21] MCLEAR, P.M. - "Torque Converter Vane Design", Allison Division, June, 1958.
- [22] GHEREDNIGHENKO, Y.I. - "The Integrative and Power Properties of Torque Converters", Soviet Engineering Research, Vol. 4, nº 2, 1984, pp. 20-24.
- [23] WHITFIELD, A., WALLACE, F.J. E PATEL, A. - "Design of Three Element Hydrokinetic Torque Converters", Int. J. Mech. Sci., Vol.

25 no 7, 1983, pp. 485-497.

- [24] RUMYANTSEV, L.A. - "Research on the Internal Characteristics of a Torque Converter Assembly", Soviet Engineering Research, Vol. 3 no 8, 1983, pp. 18-20
- [25] PATEL, A., WHITFIELD A., WALLACE F.J. - "Performance Prediction of Multi Element Torque Converters", Int. J. Mech. Sci., Vol. 25 no 2, 1983, pp. 77-85.
- [26] KOTWICKI, A.J. - "Dynamic Models for Torque Converter Equipped Vehicles", SAE paper no 820383, 1982.
- [27] CHEN, J. - "Torque Converter Performance Estimation", Clark Division, Feb. 8, 1989.
- [28] CRANE INDUSTRIAL PRODUCTS GROUP - "Flow of Fluids Through Valves, Fittings and Pipe", Technical Paper no 410, 1957.
- [29] DUBBEL - "Manual da Construção de Máquinas, Ed. Hemus, São Paulo, 1979.
- [30] ZINGSHEIM, E.W. E SCHALL, M.M. - "Progress of Torque Converters", SAE Transactin, Vol. 63, 1955, pp. 84-97.
- [31] STUART, D.J.K. - "Industrial Vehicle Torque Converter Transmissions", Proc. Instn. Mech. Engrs, Paper 5, 1970, pp. 97-127.
- [32] PEPPEL, J. - "Torque Converter Performance Evaluation", Clark Division, May, 1975.
- [33] ELDERTON, J. - "Fluid Couplings for Road Vehicle Transmission", Proc. Instn. Mech. Engrs, Paper 4, 1970, pp. 78-96.
- [34] "Hidrodynamic Power Transmissions", Voith Division, 1982.