

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA

TESE DEFENDIDA POR CARLOS HENRIQUE

WINK E APROVADA PELA

COMISSÃO JULGADORA EM 30/09/2002

Alberto Luiz Serpa.
ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Cálculo do erro de transmissão de pares
engrenados com modificações na microgeometria
dos dentes**

Autor : **Carlos Henrique Wink**
Orientador: **Alberto Luiz Serpa**

32/02

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SEÇÃO CIRCULANTE

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL**

**Cálculo do erro de transmissão de pares
engrenados com modificações na microgeometria
dos dentes**

Autor : **Carlos Henrique Wink**
Orientador: **Alberto Luiz Serpa**

Curso: Engenharia Mecânica.
Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Dissertação de mestrado apresentada à comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2002
SP - Brasil

| | |
|------------|-------------------------------------|
| UNIDADE | BC |
| Nº CHAMADA | T/UNICAMP |
| | W728c |
| V | EX |
| TOMBO BC/ | 51752 |
| PROC. | 16-833-02 |
| C | <input type="checkbox"/> |
| D | <input checked="" type="checkbox"/> |
| PREÇO | R\$ 11,00 |
| DATA | 10-12-02 |
| Nº CPD | |

CM00176941-1

BIB ID 271617

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

W728c Wink, Carlos Henrique
 Calculo do erro de transmissão de pares engrenados com modificações na microgeometria dos dentes / Carlos Henrique Wink.--Campinas, SP: [s.n.], 2002.

Orientador: Alberto Luiz Serpa.
 Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Automóveis – Dispositivos de transmissão. 2. Engrenagens. 3. Máquinas. 4. Peças de máquinas. I. Serpa, Alberto Luiz. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

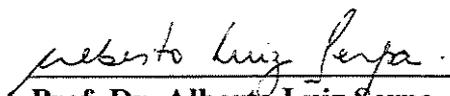
**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Cálculo do erro de transmissão de pares
engrenados com modificações na microgeometria
dos dentes**

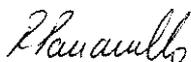
Autor : **Carlos Henrique Wink**

Orientador: **Alberto Luiz Serpa**



Prof. Dr. Alberto Luiz Serpa, Presidente

Departamento de Mecânica Computacional – FEM / UNICAMP



Prof. Dr. Renato Pavanello

Departamento de Mecânica Computacional – FEM / UNICAMP



Prof. Dr. Jonas de Carvalho

Departamento de Engenharia Mecânica – EESC / USP

Campinas, 30 de setembro de 2002

079752509

Dedicatória:

Dedico este trabalho aos meus pais, Carlos Alberto e Maria José.

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser realizado sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

Aos meus pais pelo incentivo em todos os momentos da minha vida.

À minha querida esposa e à minha querida filha pela paciência e compreensão.

Ao meu orientador, que me mostrou os caminhos a serem seguidos.

Ao Prof. Dr. Donald R. Houser da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Ohio - EUA, pelas valiosas discussões e informações fornecidas.

À Eaton Ltda. - Divisão de Transmissões, nas pessoas do Eng. Wilson Marques Junior, Gerente da Engenharia do Produto; Eng. Adilson Dividino, Diretor; e Eng. Marco Antonio Nardelli Diniz, Gerente Divisional da Engenharia do Produto, pelo apoio e facilidades oferecidas para o desenvolvimento deste trabalho.

*Algo só é impossível até que alguém duvide
e acabe provando o contrário.*

Albert Einstein.

Resumo

WINK, Carlos H., *Cálculo do erro de transmissão de pares engrenados com modificações na microgeometria dos dentes*. Campinas, 2002. 154 p. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas.

Neste trabalho desenvolveu-se um método de cálculo do erro de transmissão estático de engrenagens helicoidais submetidas à carga. Para isto empregou-se a análise do contato e a determinação da distribuição de carga entre os dentes. Na análise do contato considerou-se o contato também fora do plano de ação, modificações de projeto, erros de fabricação e deflexões dos dentes sob carga que foram calculadas através do método dos coeficientes de influência. Além disto, desenvolveu-se um método interativo com aplicação gradual de carga para determinação da distribuição de carga entre os vários dentes em contato. O procedimento proposto foi implementado em forma de programa computacional e exemplos numéricos foram calculados. Os resultados obtidos foram analisados e comparados com os obtidos em outro programa de reconhecida confiança e as diferenças encontradas foram investigadas e justificadas. Os resultados deste trabalho são importantes para o estudo e compreensão do contato entre os dentes e também para trabalhos futuros de previsão do ruído de engrenagens em um modelo dinâmico.

Palavras Chave:

- Erro de transmissão, contato de dentes, engrenagens helicoidais, distribuição de carga, deflexão de dentes.

Abstract

WINK, Carlos H., *Calculation of the transmission error of gear pairs with modified tooth surface*. Campinas, 2002. 154 p. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas.

A procedure for the analysis of static transmission error of helical gears under load is presented in this work. It gets rid of the assumption that the tooth contact will occur on the plane of action. A complete tooth contact analysis is considered taking into account lead and profile modifications, manufacturing errors and tooth deflections under load. Coefficients of influence method was employed to calculate the tooth deflections and a method to determine the load distribution on gear meshing was developed. The procedure was fully implemented through a computer code and some numerical examples were verified. The results were analyzed and compared to results of other reliable computer program and the differences between results were discussed and their causes were presented. This work presents a relevant contribution to the study and understanding of tooth contact under load, and contributes in the direction of a future work such as the dynamic model for gear noise prediction.

Key Words:

- Transmission error, tooth contact, helical gears, load distribution, tooth deflection.

Índice

| | |
|--|-----------|
| Lista de Figuras | iii |
| Lista de Tabelas | ix |
| Nomenclatura | xi |
| 1 Introdução | 1 |
| 1.1 Origem do ruído característico de engrenagens | 4 |
| 1.2 O fluxo usual de projeto e dimensionamento | 12 |
| 1.3 Objetivos | 13 |
| 2 Revisão da literatura | 17 |
| 3 Modelagem teórica | 23 |
| 3.1 Fundamentos para a representação das superfícies dos dentes | 25 |
| 3.1.1 Superfícies teóricas dos dentes de engrenagens helicoidais | 26 |
| 3.1.2 Desvios das superfícies teóricas dos dentes: erros e modificações | 30 |
| 3.1.3 Desalinhamento e deflexão dos eixos que suportam as engrenagens | 32 |
| 3.2 Modelo proposto para a análise de contato | 39 |
| 3.3 Deflexões do modelo submetido à carga | 48 |
| 3.3.1 Deflexão da região de contato (achatamento da superfície) | 49 |
| 3.3.2 Deflexão do dente | 55 |
| 3.3.3 Deflexão total em um ponto arbitrário: método dos coeficientes de influência | 64 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 3.4 | Distribuição de carga | 65 |
| 3.5 | Discussão quanto a precisão do método e estrutura de programação | 68 |
| 4 | Verificação do método | 77 |
| 4.1 | Verificação inicial do método | 80 |
| 4.2 | Verificação do modelo com modificações nas superfícies dos dentes | 84 |
| 4.2.1 | Verificação cinemática do erro de transmissão | 89 |
| 4.3 | Verificação do modelo com carga aplicada | 98 |
| 4.4 | Verificação da metodologia de cálculo do erro de transmissão para um par de engrenagens helicoidais | 115 |
| 4.4.1 | Verificação do cálculo do erro de transmissão do par de engrenagens helicoidais com modificações nas superfícies dos dentes | 117 |
| 4.4.2 | Verificação do cálculo do erro de transmissão do par de engrenagens helicoidais com carga aplicada | 126 |
| 5 | Conclusões e sugestões para próximos trabalhos | 137 |
| | Referências bibliográficas | 141 |
| | Anexos | 149 |

Lista de Figuras

| | | |
|------|---|----|
| 1.1 | Fluxo de vibração e ruído de uma caixa de engrenagens | 5 |
| 1.2 | Transmissão do ruído de engrenagens | 5 |
| 1.3a | Condição de contato sem carga aplicada | 6 |
| 1.3b | Condição de contato com carga aplicada | 7 |
| 1.4 | Velocidade de escorregamento em engrenagens | 8 |
| 1.5 | Definição do erro de transmissão através de uma representação simplificada | 10 |
| 1.6 | Rotação das engrenagens com e sem erro de transmissão | 10 |
| 1.7 | Apresentação do erro de transmissão | 11 |
| 3.1 | Condição de contato teórico e real numa dada seção transversal do par engrenado | 24 |
| 3.2 | Coordenadas de um ponto qualquer P na superfície do dente | 26 |
| 3.3 | Definição das coordenadas relativas a uma seção transversal do dente | 27 |
| 3.4 | Ponto P distante x_p do plano de referência | 28 |
| 3.5 | Efeito angular devido ao dente helicoidal | 30 |
| 3.6 | Controle do desvio no perfil do dente | 31 |
| 3.7 | Controle do desvio no passo da engrenagem | 31 |
| 3.8 | Erros de posicionamento dos eixos | 34 |
| 3.9 | Convenção de sinais para os desalinhamentos | 35 |
| 3.10 | Efeito das inclinações em função da localização do dente – Plano XZ | 36 |
| 3.11 | Efeito das inclinações em função da localização do dente – Plano XY | 37 |

| | | |
|-------|--|----|
| 3.12 | Representação do modelo | 40 |
| 3.13 | Representação dos pontos P_1 e P_2 | 41 |
| 3.14 | Discretização da superfície – engrenagem | 44 |
| 3.15 | Obtenção da matriz com os pontos discretos da engrenagem movida para diversos dentes numa dada posição do ciclo de engrenamento θ_1 | 47 |
| 3.16 | Distância da aresta livre A_f para diferentes leiautes | 50 |
| 3.17 | Distância da aresta livre na direção do passo ζ | 52 |
| 3.18 | Transferência da deflexão da superfície para o plano transversal e forma angular | 54 |
| 3.19 | Placa de seção trapezoidal análoga ao dente helicoidal | 56 |
| 3.20 | Duas condições de geometria típicas dos dentes de engrenagens | 57 |
| 3.21 | Ângulo de inclinação da placa análoga | 58 |
| 3.22 | Dimensões finais da placa análoga | 59 |
| 3.23 | Placa análoga padronizada | 60 |
| 3.24 | Sistema de coordenadas cartesianas do plano neutro da placa análoga | 62 |
| 3.25 | Transferência da deflexão da placa para a forma de afastamento angular do modelo | 64 |
| 3.26 | Fluxograma do procedimento proposto | 69 |
| 3.27 | Fluxograma de entrada dos dados | 70 |
| 3.28 | Fluxograma do pré-processamento | 71 |
| 3.29a | Fluxograma do processamento | 72 |
| 3.29b | Fluxograma do processamento | 73 |
| 3.29c | Fluxograma do processamento | 74 |
| 3.30 | Fluxograma do pós-processamento | 75 |
| 4.1 | Posições no ciclo de engrenamento | 81 |
| 4.2 | Posições no ciclo de engrenamento após o deslocamento | 82 |

| | | |
|-------|---|-----|
| 4.3 | Variação no resultado do erro de transmissão devido à discretização da superfície | 83 |
| 4.4 | Erro de transmissão do par de engrenagens sem modificações, sem erros e sem carga - pontos discretos coincidentes com os pontos teóricos de contato | 84 |
| 4.5 | Ilustração da modificação no perfil evolvente para o par de engrenagens retas | 85 |
| 4.6a | Erro de transmissão para o Par 1 | 86 |
| 4.6b | Harmônicas do erro de transmissão para o Par 1 | 86 |
| 4.7a | Erro de transmissão para o Par 2 | 87 |
| 4.7b | Harmônicas do erro de transmissão para o Par 2 | 87 |
| 4.8a | Erro de transmissão para o Par 3 | 88 |
| 4.8b | Harmônicas do erro de transmissão para o Par 3 | 88 |
| 4.9 | Ilustração das espessuras calculada e interpolada | 90 |
| 4.10 | Influência do afastamento do perfil evolvente no erro de transmissão | 91 |
| 4.11 | Ilustração dos afastamentos do perfil evolvente | 92 |
| 4.12 | Dentes em contato na posição 8 considerando evolventes teóricas | 94 |
| 4.13 | Ângulo de referência para a posição 8 | 94 |
| 4.14 | Condição real de contato na posição 8 | 95 |
| 4.15 | Ângulo resultante para a posição 8 | 96 |
| 4.16a | Comparação do erro de transmissão sem carga entre dois níveis de discretização | 99 |
| 4.16b | Comparação das harmônicas do erro de transmissão sem carga entre dois níveis de discretização | 100 |
| 4.17 | Efeito da discretização das superfícies com carga aplicada | 100 |
| 4.18 | Efeito da discretização das superfícies com carga aplicada | 101 |
| 4.19 | Efeito da discretização da carga aplicada | 102 |
| 4.20 | Efeito da discretização da carga aplicada nas diversas posições do ciclo de engrenamento | 103 |

| | | |
|-------|--|-----|
| 4.21 | Comparação do erro de transmissão longitudinal com carga aplicada obtido com o ETE e LDP | 104 |
| 4.22 | Comparação das harmônicas do erro de transmissão com carga | 105 |
| 4.23 | Comparação do erro de transmissão longitudinal com 10 Nm | 106 |
| 4.24 | Comparação do erro de transmissão longitudinal com 15 Nm | 106 |
| 4.25 | Comparação do erro de transmissão longitudinal com 20 Nm | 107 |
| 4.26 | Comparação do erro de transmissão longitudinal com 30 Nm | 108 |
| 4.27a | Afastamentos na posição 9 no par de dentes -1 | 109 |
| 4.27b | Afastamentos na posição 9 no par de dentes 0 | 110 |
| 4.28 | Comparação entre os afastamentos iniciais e a distribuição da carga | 111 |
| 4.29 | Comparação entre os afastamentos com carga do ETE e LDP para a posição 9 | 112 |
| 4.30 | Comparação entre a distribuição de carga do ETE e LDP para a posição 9 | 113 |
| 4.31 | Variação da convergência no erro de transmissão devido à discretização - engrenagens helicoidais | 117 |
| 4.32a | Erro de transmissão para o Par 4 | 119 |
| 4.32b | Harmônicas do erro de transmissão para o Par 4 | 119 |
| 4.33 | Pontos discretos na posição 4 - Par 4 | 120 |
| 4.34a | Erro de transmissão para o Par 5 | 123 |
| 4.34b | Harmônicas do erro de transmissão para o Par 5 | 123 |
| 4.35a | Erro de transmissão para o Par 6 | 124 |
| 4.35b | Harmônicas do erro de transmissão para o Par 6 | 124 |
| 4.36 | Pontos discretos na posição 4 - Pares 4, 5 e 6 | 125 |
| 4.37 | Pontos discretos na posição 10 - Pares 4, 5 e 6 | 126 |
| 4.38 | Efeito da discretização da carga aplicada no erro de transmissão do par 5 | 128 |
| 4.39 | Comparação dentre os erros de transmissão longitudinais com carga obtidos com o ETE e LDP para o par 5 | 129 |
| 4.40 | Erro de transmissão do par 5 para 5 Nm | 130 |

| | | |
|------|--|-----|
| 4.41 | Harmônicas do erro de transmissão do par 5 para 5 Nm | 130 |
| 4.42 | Comparação das harmônicas do erro de transmissão com carga obtido com o ETE e LDP para o par 5 | 131 |
| 4.43 | Erro de transmissão do par 5 para 30 Nm | 132 |
| 4.44 | Região do dente -1 com carga aplicada 30 Nm - Par 5 | 134 |
| 4.45 | Região do dente 0 com carga aplicada 30 Nm - Par 5 | 134 |

Lista de Tabelas

| | | |
|------|---|-----|
| 3.1 | Convenção de sinais para $\Delta\gamma_{XZ1,2}$ e $\Delta\gamma_{XY1,2}$, respectivamente | 43 |
| 3.2 | Critério para determinação da distância da aresta livre para o cálculo da função de correção $c(\hat{x})$ | 51 |
| 4.1 | Características das engrenagens retas usadas na comparação entre a metodologia ETE e LDP | 81 |
| 4.2 | Modificações no perfil evolvente para o par de engrenagens retas | 85 |
| 4.3 | Diferenças encontradas entre pontos calculados e interpolados | 90 |
| 4.4 | Diferenças encontradas entre pontos calculados e interpolados nos afastamentos do perfil evolvente | 92 |
| 4.5 | Pontos de contato encontrados graficamente - evolvente teórica | 93 |
| 4.6 | Pontos de contato encontrados graficamente - perfil evolvente modificado | 95 |
| 4.7 | Comparação dos resultados obtidos analiticamente e graficamente | 97 |
| 4.8 | Discretização usada nos cálculos com carga | 103 |
| 4.9 | Afastamentos iniciais sem carga nas posições 7, 8 e 9 | 109 |
| 4.10 | Características das engrenagens helicoidais | 115 |
| 4.11 | Discretização da superfície dos dentes - engrenagem helicoidal | 116 |
| 4.12 | Modificações nas superfícies para as engrenagens helicoidais | 118 |
| 4.13 | Pontos discretos na posição 4 - Par 4 | 121 |

| | | |
|------|--|-----|
| 4.14 | Discretização usada nos cálculos do erro de transmissão do par 5 | 127 |
| 4.15 | Distribuição de carga entre os dentes em contato para 30 Nm de torque - Par 5 | 133 |
| 4.16 | Diferença nos afastamentos dos pontos em contato na posição 4 para 30 Nm de torque - Par 5 | 135 |

Nomenclatura

Letras Latinas

| | | |
|----------------------|--|------------------------|
| A | – ponto na superfície do dente | |
| A_f | – distância entre as faces das engrenagens tomada no eixo z | [mm] |
| a | – distância entre centros do par de engrenagens | [mm] |
| ab | – distância entre centros do par de engrenagens com deflexão dos eixos | [mm] |
| B | – ponto na superfície do dente | |
| C | – ponto na superfície do dente | |
| D | – ponto na superfície do dente | |
| E | – módulo de elasticidade de tração e compressão | [kgf/mm ²] |
| F | – largura da placa análoga | [mm] |
| fl | – flecha causada pela deflexão do eixo | [mm] |
| fm | – frequência do engrenamento | [Hz] |
| H | – altura do dente da engrenagem | [mm] |
| Ke | – rigidez do eixo | [kgf.m/mm] |
| l | – largura do dente da engrenagem | [mm] |
| MP | – módulo equivalente da placa análoga | |
| N | – número de dentes da engrenagem | |
| n | – rotação | [rpm] |
| O | – origem do sistema de coordenadas | |

| | | |
|----------------------|---|----------|
| P | – ponto qualquer na superfície do dente | |
| p | – força tangencial aplicada num ponto discreto do dente | [kgf] |
| p_N | – força normal à superfície do dente | [kgf] |
| r | – raio da engrenagem | [mm] |
| S | – sistema de coordenadas cartesianas | |
| s | – espessura do dente da engrenagem | [mm] |
| T | – torque total aplicado na engrenagem motora | [kgf.m] |
| t | – torque aplicado numa dada análise | [kgf.m] |
| Tr | – espessura máxima da placa análoga | [mm] |
| Tt | – espessura mínima da placa análoga | [mm] |
| U | – valor absoluto da deflexão (Anexo II) | [μm/kgf] |
| v() | – função comum das deflexões (Anexo V) | |
| w_H | – deflexão da superfície do dente | [mm] |
| w_B | – deflexão do dente | [mm] |
| x | – eixo de um sistema de coordenadas cartesianas | |
| y | – eixo de um sistema de coordenadas cartesianas | |
| z | – eixo de um sistema de coordenadas cartesianas | |

Letras Gregas

| | | |
|----------|--|-------|
| α | – ângulo de pressão | [rad] |
| β | – ângulo de hélice | [rad] |
| χ | – ângulo de desalinhamento e deflexão dos eixos | [rad] |
| δ | – ângulo de rotação de aproximação entre as superfícies dos dentes | [rad] |
| φ | – ângulo total de um ponto discreto do dente ao eixo y | [rad] |
| γ | – ângulo no flanco do dente devido ao desalinhamento dos eixos | [rad] |
| η | – distância na direção radial da engrenagem e em relação ao raio externo | [mm] |

| | | |
|-----------|---|-------|
| φ | - ângulo individual do eixo y a um ponto na superfície do dente | [rad] |
| λ | - fator de escala da coordenada (Anexo VI) | |
| ν | - coeficiente de Poisson | |
| θ | - ângulo de rotação da engrenagem | [rad] |
| ξ | - ângulo de posição do dente da engrenagem | [rad] |
| ψ | - ângulo de inclinação da placa análoga | [rad] |
| ζ | - eixo de um sistema de coordenadas na direção do passo | |
| Δ | - desvio angular da posição teórica | [rad] |
| Σ | - superfície do dente da engrenagem | |

Superescritos

Defl. - deflexão do eixo

Desal. - desalinhamento do eixo

j - dente da engrenagem em análise

^ - refere-se a uma distância tomada em relação a aresta livre

' - refere-se à placa análoga

— - refere-se à dimensão dividida pela altura H da placa análoga

Subscritos

1 - engrenagem motora ou pinhão

2 - engrenagem movida

a - valor angular [rad]

c - dimensão circular [mm]

eap - fim do perfil ativo do dente

g - refere-se ao raio de base da engrenagem

l - valor longitudinal [mm]

- cont** - região de contato do dente
- máx** - refere-se a uma dimensão máxima
- médio** - refere-se a uma dimensão média
- min** - refere-se a uma dimensão mínima
- n** - plano normal da engrenagem
- o** - refere-se ao raio primitivo da engrenagem
- p** - ponto P qualquer na superfície do dente
- raiz** - refere-se ao fundo ou raiz do dente
- s** - plano transversal
- sap** - início do perfil ativo do dente
- XZ** - no plano XZ
- YZ** - no plano YZ

Abreviações

- ET** – erro de transmissão
- ETE** – erro de transmissão estático
- FFT** – transformada rápida de Fourier
- inv** – função evolvente de um ângulo
- LDP** – “*load distribution program*”

Capítulo 1

Introdução

A crescente evolução tecnológica que se tem verificado nas últimas décadas deve-se principalmente: ao conhecimento científico, o qual fornece subsídios para a melhor compreensão dos fenômenos físicos e à evolução dos recursos computacionais, que permitem a manipulação e processamento de grande volume de dados. Além disso, os recursos para simulação e testes são hoje bem difundidos e auxiliam no projeto e desenvolvimento de novos produtos tornando-se parte integrada do sistema de desenvolvimento de produtos e tecnologia da maioria das empresas.

A tecnologia de informação também tem dado grande contribuição para divulgação e ampliação do conhecimento científico, fazendo com que informações neste campo tornem-se disponíveis aos pesquisadores e estudiosos em todas as partes do mundo. Hoje as descobertas científicas são mais rapidamente divulgadas e conhecidas através dos meios eletrônicos.

Como consequência dentro da área de projeto mecânico, o interesse pelo melhor desempenho dos componentes aumenta, ao mesmo tempo que seu custo e facilidade de obtenção devem ser mantidos ou mesmo reduzidos. Neste cenário a evolução dos recursos computacionais tem contribuído para que estes objetivos sejam seguidos, com os “softwares” de CAD (“computer aided design”) que permitem projetar com facilidade novos componentes em três dimensões, proporcionando excelente visualização, maior domínio sobre o componente, eliminando potenciais problemas dimensionais e os “softwares” de simulação que tornam possível avaliar a

performance do produto antes deste ser fabricado e submetido a um teste real, possibilitando a otimização, reduzindo as despesas com desenvolvimento e reduzindo o tempo necessário para introdução do produto no mercado, como por exemplo os aplicativos de cálculos por elementos finitos.

GRILLO (1988) afirma em seu trabalho que as engrenagens quando comparadas a outros componentes demonstram pouca aplicação de novos conceitos. O autor menciona ainda, que efetivamente muito progresso tem havido, porém dificilmente estes são trazidos à prática, devido principalmente à alta complexidade do projeto e fabricação das engrenagens.

A maior evolução no projeto de engrenagens tem sido observada na otimização de performance quanto a resistência e durabilidade deste componente. Os projetos são usualmente avaliados quanto a resistência à ruptura do dente por fadiga a flexão e quanto a resistência à fadiga de contato das superfícies dos dentes. As empresas que projetam este tipo de componente valem-se normalmente de programas para computador desenvolvidos internamente, os quais utilizam a formulação difundida na literatura técnica específica com fatores ajustados pela prática trazida do histórico de desempenho dos projetos e testes realizados.

Este enfoque de projeto voltado para a durabilidade das engrenagens tem sofrido uma transformação em função de novas exigências do mercado e da maior competitividade necessária à sobrevivência das empresas nas economias globalizadas. Atualmente o projeto não é somente voltado para a máxima resistência. Parte-se do pressuposto que a engrenagem deve ser isenta de falha durante toda a vida útil do produto e busca-se um diferencial em conforto acústico.

Nos trabalhos de HOUSER (1990) e HOUSER (1991) as seguintes situações são apontadas como causa desta maior importância que se tem dado à qualidade sonora nos projetos de engrenagens:

- Regulamentação dos limites de ruído: leis e normas que estabelecem níveis de ruído permissíveis para comercialização do produto. Para os veículos automotores, por exemplo, assim

como os níveis de emissão de poluentes, também o nível de ruído gerado pelos veículos são limitados. Normas técnicas como a NBR 8433/1984 e a ISO 362/1981 foram criadas para determinação do nível de ruído em veículos rodoviários automotores em aceleração.

- Desconforto acústico: mesmo o nível de ruído não excedendo os limites legais, este pode ainda incomodar o usuário. O ruído característico gerado pela maioria das engrenagens é em geral inaceitável pelo usuário final do produto.

- Limite de ruído estabelecido por contrato de fornecimento: contratos de fornecimento de engrenagens são muitas vezes estabelecidos entre o cliente e o fabricante de engrenagens com critérios de aprovação dos lotes de produção baseados em níveis prescritos de ruído.

Segundo HOUSER (1991), nos sistemas de transmissão de potência por engrenagens o nível de ruído tem sido uma preocupação constante porque o ruído característico de engrenagens é muito próximo do tom puro e possui um alto nível de pressão sonora onde as frequências predominantes são próximas da região sensível do ouvido humano. Isto se justifica pelo fato da engrenagem ser um elemento rotativo onde cada par de dentes engrenado executa um movimento periódico numa dada frequência, f_m , chamada frequência de engrenamento, a qual é definida pela equação 1.1.

$$f_m = \frac{n}{60} \cdot N \quad , \quad (1.1)$$

onde:

f_m = frequência de engrenamento em Hz;

N = número de dentes da engrenagem;

n = rotações por minuto da engrenagem.

1.1 Origem do ruído característico de engrenagens

O ruído característico de engrenagens, chamado de “whine noise”, ou choro de engrenagem, é provocado por excitações do par engrenado quando em movimento. Na maioria dos casos a excitação é gerada por imperfeições no contato entre os dentes do par engrenado. Estas imperfeições no contato das engrenagens resultam em forças dinâmicas nos dentes, as quais excitam vibrações nos corpos das engrenagens e nos eixos sobre os quais as engrenagens estão apoiadas, ver os trabalhos de BEACHAM et al. (1999), DONLEY, LIM & STEYER (1992), HOUSER (1990), HOUSER (1991) e SMITH (1987). Um efeito da vibração dos corpos das engrenagens é a transmissão de ruído pelo ar, chamado de “airborne noise”, o qual chegaria ao ouvido do usuário caso não houvesse a barreira física formada pela carcaça que normalmente envolve os sistemas com engrenagens. Como as paredes da carcaça são más transmissoras de ruído, este normalmente não atinge o ouvido do usuário, ver HOUSER (1990) e HOUSER (1991).

Segundo DONLEY, LIM & STEYER (1992), HOUSER (1990), HOUSER (1991) e SMITH (1987), o caminho mais importante do ruído é pela estrutura do sistema, chamado de “structureborne noise”, ou seja, as vibrações geradas pela excitação da ação irregular dos dentes engrenados no próprio corpo da engrenagem, eixos e rolamentos excita também a carcaça que por fim atua como um auto falante irradiando o ruído para fora do sistema e atingindo o ouvido do usuário.

Outro caminho de propagação do ruído é através da excitação do sistema onde a caixa de engrenagens está fixada. Desta forma, a vibração vinda pelos eixos e carcaça excita outros componentes próximos, gerando ruído, ver HOUSER (1990) e HOUSER (1991).

Baseado no fluxo da energia de vibração e propagação acústica, torna-se claro que uma maneira eficiente para reduzir o ruído é a redução da excitação gerada pelo engrenamento.

As figuras 1.1 e 1.2 ilustram a explicação anterior.

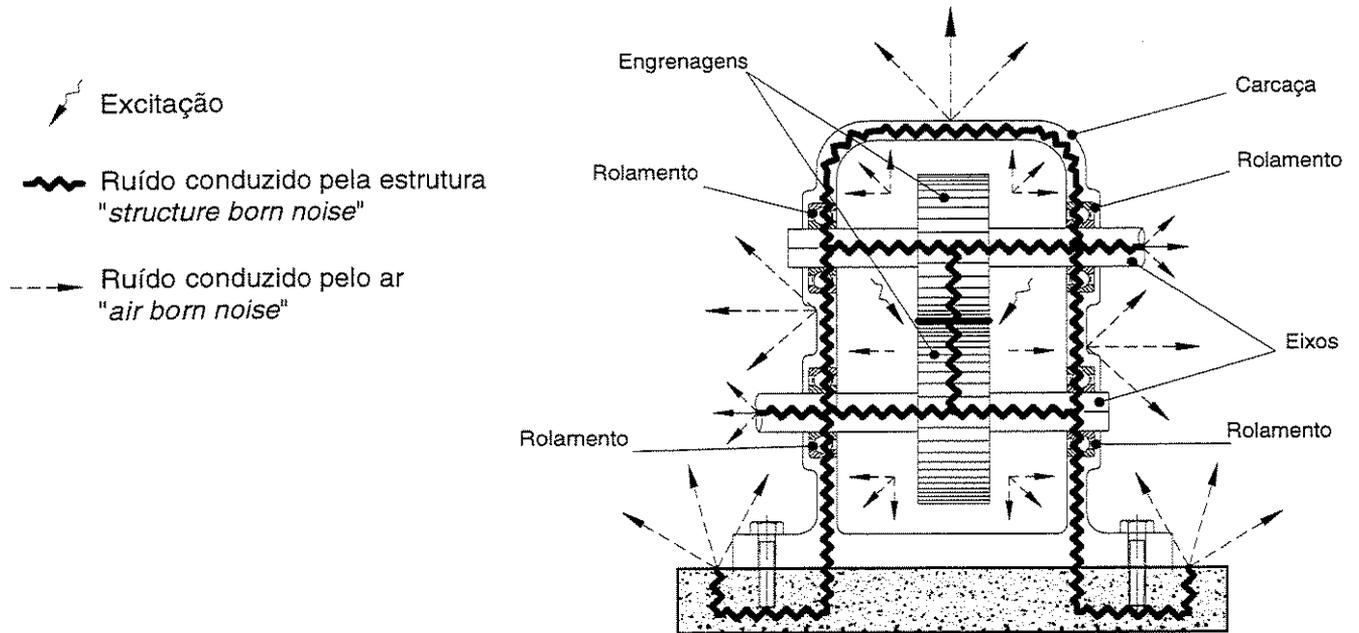


Figura 1.1 – Fluxo de vibração e ruído de uma caixa de engrenagens.

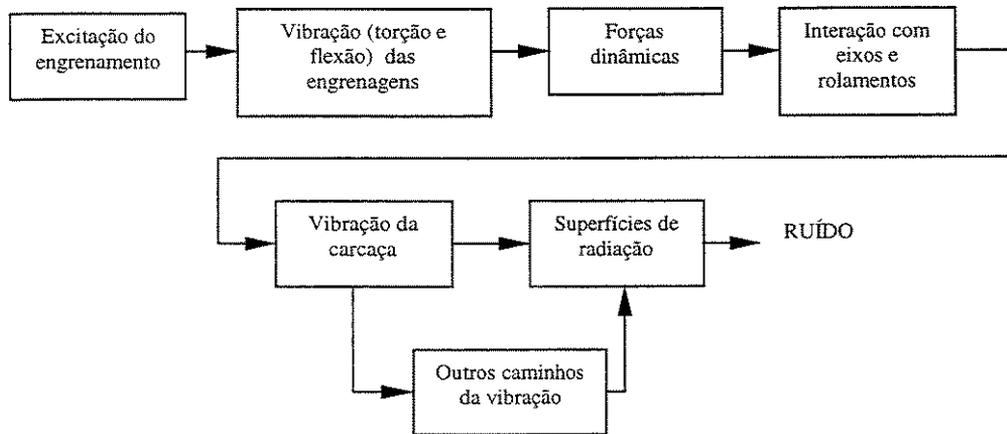


Figura 1.2 - Transmissão do ruído de engrenagens

Segundo HOUSER (1990) e HOUSER (1991), os fatores que têm sido propostos como excitadores das engrenagens e que são periódicos na frequência do engrenamento, são os seguintes:

- Impactos entre os dentes das engrenagens quando no início do contato;
- Alterações na força de atrito devido ao escorregamento entre os dentes;
- Bolhas de ar que se formam no óleo;
- Fluxo do óleo lubrificante;
- Erros de transmissão.

Os impactos entre a ponta do dente da engrenagem movida e o fundo do dente da engrenagem motora podem ocorrer no início do contato devido à deflexão do dente quando submetido à carga, e devido aos erros de espaçamento gerados no processo de fabricação. Estes impactos resultam em forças dinâmicas que causam, além de alto nível de ruído na frequência de engrenamento, também uma redução na vida a fadiga do dente da engrenagem. Modificações nas superfícies dos dentes são empregadas para evitar ou pelo menos minimizar este efeito. As figuras 1.3a e 1.3b ilustram esta condição.

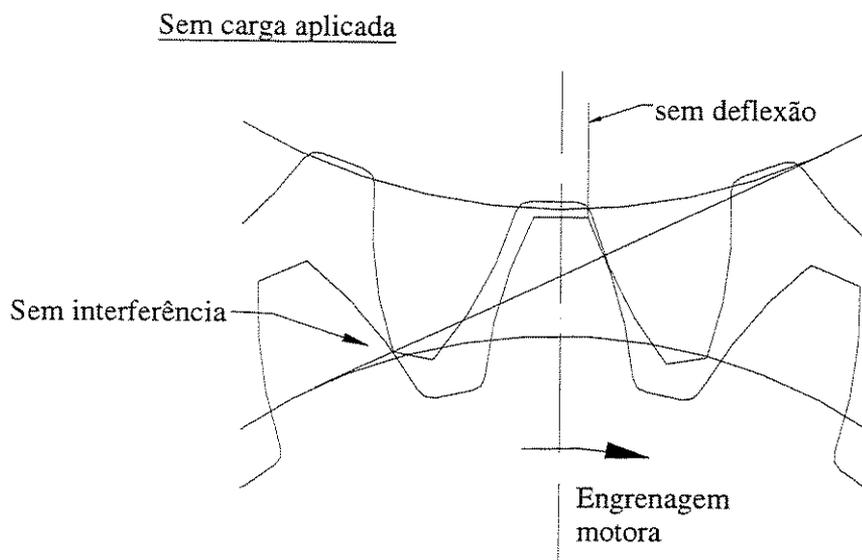


Figura 1.3a – Condição de contato sem carga aplicada.

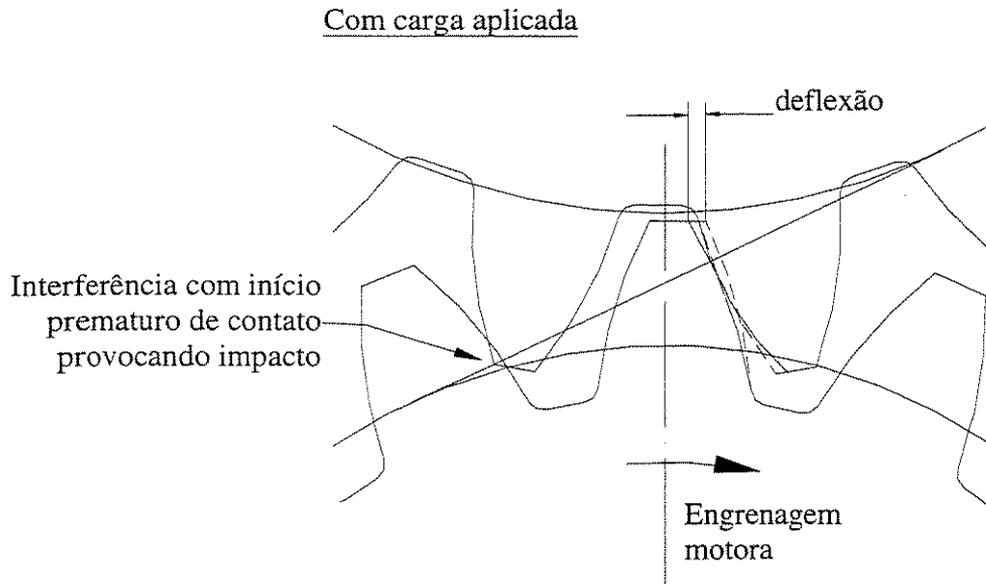


Figura 1.3b – Condição de contato com carga aplicada.

A ação de engrenamento é caracterizada pelo rolamento e escorregamento entre as superfícies dos dentes em contato. Quando o dente inicia o contato, a velocidade de deslizamento é máxima (posição 1 da figura 1.4), e é reduzida à medida que o contato aproxima-se do diâmetro primitivo, onde se torna nula e somente rolamento puro existe (posição 2 da figura 1.4). A partir deste ponto a velocidade de deslizamento muda de direção, e aumenta à medida que o dente sai do engrenamento (posição 3 da figura 1.4). Esta transição na direção da velocidade de deslizamento causa uma reversão brusca na direção da força de atrito. Se esta força for significativa pode excitar a engrenagem. Este conceito tem sido considerado secundário em importância, principalmente para engrenagens helicoidais, ver HOUSER (1990) e HOUSER (1991).

As bolhas de ar no óleo geram ruído principalmente em engrenagens com alta rotação, devido às bolhas serem comprimidas junto com o óleo entre os flancos dos dentes engrenados. Em sistemas de engrenagens de alta rotação, a velocidade do ar comprimido entre os dentes em contato pode atingir a velocidade do som, e resultar em ruído na frequência de engrenamento, ver os trabalhos de HOUSER (1990) e HOUSER (1991).

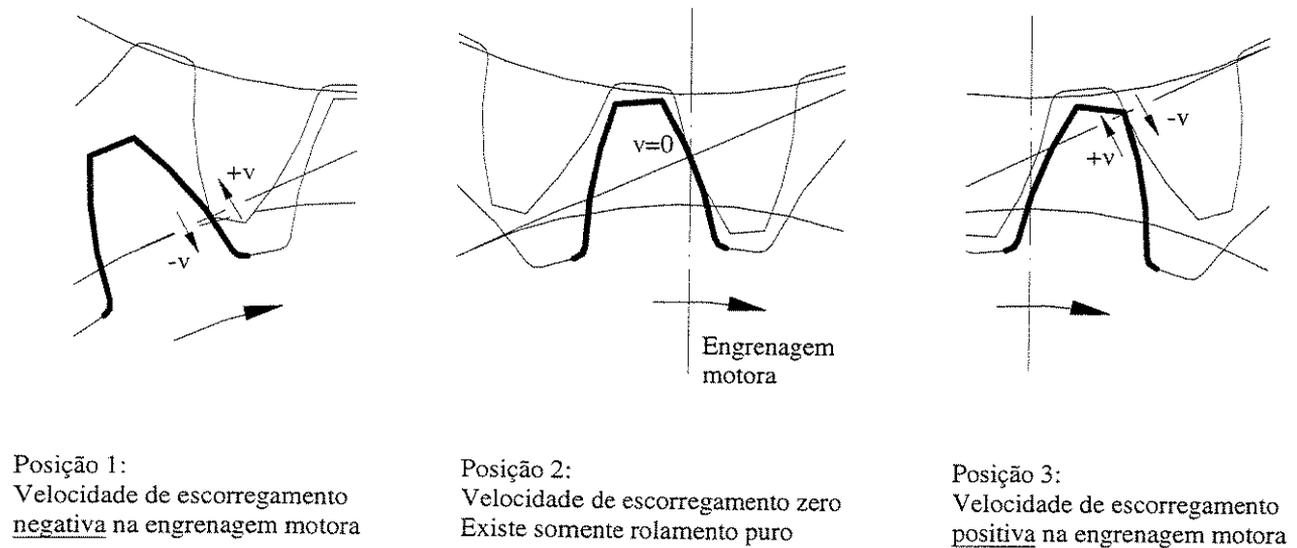


Figura 1.4 – Velocidade de escorregamento em engrenagens.

Ainda segundo HOUSER (1990) e HOUSER (1991), o fluxo do óleo lubrificante pode também gerar ruído na frequência de engrenamento quando as folgas são inadequadas para que o óleo que está entre os dentes seja expulso durante o movimento.

Segundo HOUSER (1990), HOUSER (1991) e MUNRO (1989), a rigidez do engrenamento é definida como a relação entre a força e a deflexão do dente ao longo da linha de ação. A rigidez varia com a rotação do dente no ciclo de engrenamento. Observando um par de engrenagens em movimento de rotação, podemos definir o ciclo de engrenamento como o período que compreende o início do contato de um par de dentes das engrenagens motora e movida até o estágio em que este par de dentes perde o contato. Em engrenagens de dentes retos, normalmente durante o ciclo de engrenamento alternam-se um e dois pares de dentes em contato. Considerando um modelo onde o dente é representado por uma mola, temos em dado momento a rigidez de uma mola e em outro a rigidez de duas molas em paralelo. Nas engrenagens helicoidais a rigidez pode ser considerada como sendo proporcional à somatória dos comprimentos das linhas de contato. Desta forma quando esta somatória é mantida constante durante o ciclo de engrenamento, a rigidez será constante e seu efeito no ruído será reduzido.

O erro de transmissão é o fator mais importante na geração de ruído e vibração, ver por exemplo os trabalhos de BEACHAM et al. (1999), HOUSER (1990), MARK (1989), ÖZGÜVEN & HOUSER (1988) e ZHANG & FANG (1997).

O erro de transmissão é definido por WELBOURN (1979) como a diferença entre a posição real da engrenagem movida e a posição teórica que ela deveria ocupar. O erro de transmissão pode ser expresso em unidade angular (ET_a) ou como um deslocamento linear (ET_l) ao longo da linha de ação. O erro de transmissão é periódico na frequência de engrenamento e tem relação direta com a amplitude do ruído característico da engrenagem, ver os trabalhos de BARON, FAVRE & MAIRESSE (1988) e SMITH (1987). A figura 1.5 ilustra a definição do erro de transmissão através de uma representação simplificada.

As seguintes equações representam o erro de transmissão:

$$ET_a = \theta_2 - \frac{N_1}{N_2} \theta_1 \quad [\text{rad}] \quad , \quad (1.2)$$

ou

$$ET_l = r_{g2} \left(\theta_2 - \frac{N_1}{N_2} \theta_1 \right) \quad [\text{mm}] \quad , \quad (1.3)$$

onde:

- N_1 = número de dentes da engrenagem motora;
- N_2 = número de dentes da engrenagem movida;
- θ_1 = posição angular da engrenagem motora;
- θ_2 = posição angular da engrenagem movida;
- r_{g2} = raio de base da engrenagem movida.

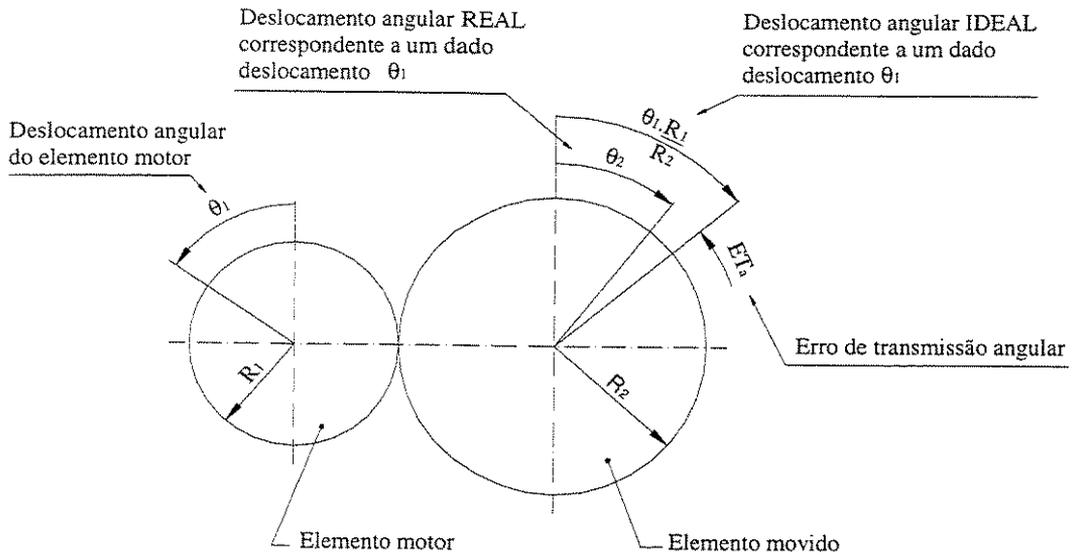


Figura 1.5 – Definição do erro de transmissão através de uma representação simplificada.

O erro de transmissão mostrado na figura 1.5 apresenta um único valor, porém o erro de transmissão deve ser considerado como uma função contínua. Como exemplo, a figura 1.6 mostra um gráfico de rotação de uma engrenagem movida correspondente a rotação da engrenagem par motora. A linha tracejada representa as rotações de um par engrenado ideal, ou seja, isento de erros de fabricação, sem modificações nas superfícies dos dentes e sem carga aplicada. Já a linha contínua representa uma condição real.

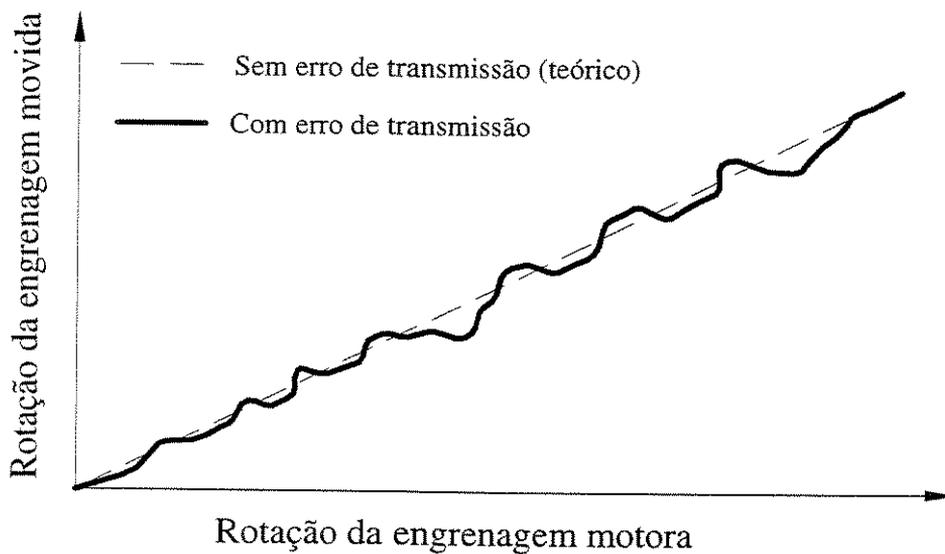


Figura 1.6 – Rotação das engrenagens com e sem erro de transmissão.

Ainda com referência a figura 1.6, o erro de transmissão é o desvio da linha tracejada (teórica) para cada posição da engrenagem motora. A representação mostrada na figura 1.7 torna-se mais conveniente para a análise do erro de transmissão. Na figura 1.7 o erro de transmissão é apresentado em relação a linha tracejada da figura 1.6.

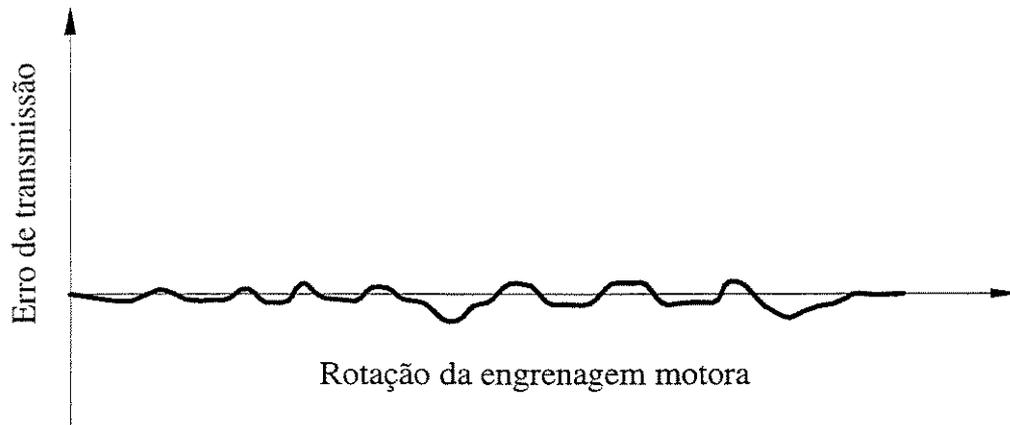


Figura 1.7 – Apresentação do erro de transmissão.

As principais causas do erro de transmissão são:

- imprecisões da fabricação das engrenagens, tais como: erros de perfil, erros de espaçamento, erros de hélice e excentricidade;
- deflexão elástica do dente devido a carga transmitida;
- modificações especificadas no projeto para a topografia dos dentes não adequada;
- deflexão dos eixos e mancais que apoiam o par engrenado;
- desgaste devido ao uso, ver o trabalho de CHOY et al. (1996).

Erros de fabricação de engrenagens são intrínsecos de cada processo utilizado. Processos mais sofisticados como as retíficas de dentes de engrenagens, por exemplo, geram menores valores de erros de fabricação e também peças com pequena dispersão dentro de um lote.

Os dentes quando submetidos à carga de trabalho e sujeitos à variação de rigidez dentro do ciclo de engrenamento, como mencionado anteriormente, sofrem deflexões elásticas. Estas deflexões são afetadas principalmente pelas características da geometria dos dentes da engrenagem, como módulo, ângulo de pressão, ângulo de hélice, altura e espessura do dente. Estas características também são chamadas de macrogeometria e são definidas no projeto em função da resistência ou vida requerida para o par, ver ROUTE (1973).

O erro de transmissão é muito sensível às modificações na topografia dos dentes, também chamadas de modificações de microgeometria. As modificações mais comuns são alívios no passo e no perfil evolvente, e o tipo de modificação e sua amplitude podem levar a redução ou aumento do erro de transmissão. Diversos estudos têm sido feitos para redução do erro de transmissão através destas modificações, como por exemplo os trabalhos de HOUSER (1990), KAWAMOTO et al. (1991), KUROKAWA, ARIURA & OHTAHARA (1996), NORMAN (1995) e UMEZAWA (2000).

1.2 O fluxo usual de projeto e dimensionamento

Como já mencionado, o nível de ruído tem sido um ponto de grande preocupação nos projetos de engrenagens devido à crescente importância que este tem recebido nos últimos anos em função, principalmente, das novas regulamentações e das exigências do mercado.

Diante deste novo cenário, o projetista de engrenagens tem procurado projetar os novos pares de engrenagens com ênfase também no nível de ruído, porém na maioria dos casos usando seu antigo “software” de projeto voltado apenas para a resistência e vida da engrenagem. Desta forma, apenas algumas linhas gerais são aplicadas, como projetar o par para o máximo grau de recobrimento, o seja, maior número de dentes em contato no ciclo de engrenamento, e assim com melhor distribuição de carga entre os dentes.

Quanto as especificações de projeto para modificações de microgeometria, normalmente são adotadas modificações padronizadas, que são definidas pelo histórico de bom resultado prático em outros projetos. Porém é intuitivo que deve existir uma modificação ótima diferente para cada par de engrenagens, que é função da carga de trabalho a qual o par é submetido, da rigidez do dente e do contato entre os dentes. Assim, geralmente muito pouco é feito em termos de refinamento ou otimização do novo projeto e de melhoria no nível de ruído dos pares já existentes em produção, nos quais custos com ferramentas e dispositivos de fabricação estão envolvidos, além do tempo e altos custos já despendidos com testes de validação destes pares quanto a resistência.

Um procedimento de projeto usual é o dimensionamento das engrenagens considerando a condição de máxima sollicitação. Porém na prática, os pares de engrenagens trabalham a maior parte do tempo sob cargas inferiores ao valor máximo. Nesta condição o contato entre os dentes não atinge o comprimento ideal, gerando um nível de ruído elevado, ver MATSUMURA, UMEZAWA & HOUJOH (1996).

As análises convencionais de contato entre os dentes consideram que o contato ocorre sempre no plano de ação. Assim, os possíveis pontos de contato fora deste plano são negligenciados. No caso de engrenagens perfeitas e não submetidas à carga, esta aproximação está provavelmente correta. Mas em um par de engrenagens com erros de fabricação, modificações de topografia na superfície dos dentes e deflexões dos dentes devido à carga aplicada, o contato poderá ocorrer fora do plano de ação. Neste caso, os procedimentos convencionais de análise de contato apresentam uma imprecisão, ver HONDA (1993) e KUROKAWA, ARIURA & OHTAHARA (1996).

1.3 Objetivos

O modelamento do erro de transmissão pela análise de contato tem sido extensivamente estudado. Segundo BEACHAM et al. (1999) são três as abordagens básicas usadas para o cálculo da deflexão de dentes de engrenagens helicoidais:

- a teoria de fatias finas que considera a engrenagem como uma série de fatias bidimensionais separadas;
- o método dos coeficientes de influência, o qual gera uma matriz de rigidez com relação direta e cruzada para todos os pontos no dente carregado e no dente adjacente;
- e o método dos elementos finitos que permite simular o contato completo entre os dentes engrenados.

Ainda segundo BEACHAM et al. (1999), o método dos coeficientes de influência tem mostrado boa correlação teórico experimental e possibilita que modificações de microgeometria sejam feitas com facilidade.

Observa-se que em diversos trabalhos foi aplicado o método dos coeficientes de influência para simulação analítica do contato dos dentes e cálculo do erro de transmissão, como por exemplo nos trabalhos de BEACHAM et al. (1999), HOUSER (1982), KAWAMOTO et al. (1991), NORMAN (1995), PARK & LEE (1993), UMEYAMA, KATO & INOUE (1998), UMEZAWA (2000), ZHANG & FANG (1997).

Constata-se que poucos trabalhos mencionam a influência da interação das modificações de passo, de perfil e contato fora do plano de ação devido às modificações e deflexões dos dentes em contato. Além disso, são desconhecidos na literatura disponível trabalhos sobre o estudo do comportamento do erro de transmissão em baixos torques, sendo que geralmente para aplicações de caixas de engrenagem os maiores problemas de ruído incômodo ao usuário ocorrem nesta condição, ver MUNRO (1990).

Assim, das afirmações anteriores conclui-se que:

- Atualmente é necessário que o projeto de engrenagens seja voltado também para o baixo nível de ruído;

- O projetista de engrenagens necessita ter a sua disposição um método eficiente de previsão do nível de ruído na fase de projeto que possibilite a obtenção de pares engrenados dentro dos limites de ruído desejados;

- Para que a otimização do projeto quanto ao nível de ruído seja realista, é necessário um método de dimensionamento que promova boa precisão considerando desde as modificações de microgeometria dos dentes até a análise da carcaça que envolve o par engrenado, ou seja, todo o sistema envolvido no fluxo da energia de vibração e acústica;

- A principal fonte de excitação é a irregularidade no contato dos dentes causada pelo erro de transmissão, que por sua vez sofre grande influência das modificações de microgeometria. Assim a correta previsão do erro de transmissão é fundamental para a alimentação de um modelo dinâmico completo para previsão do nível de ruído do sistema em termos absolutos;

- O modelo de previsão do erro de transmissão deve possibilitar a análise do contato também fora do plano de ação e deve ter boa correlação em baixos níveis de carga;

- Os pontos de contato mudam com a aplicação da carga. A carga gera deflexão dos dentes o que faz na prática com que ocorra um deslocamento angular da engrenagem motora e conseqüentemente um movimento de translação dos pontos de contato. Os métodos usuais de cálculo, por considerarem o contato somente no plano de ação, negligenciam este fenômeno. O modelo de previsão do erro de transmissão deve considerar uma aproximação do fenômeno real.

Desta forma, o presente trabalho propõe-se a contribuir para o estudo do erro de transmissão de pares de engrenagens helicoidais através da análise e implementação de um método numérico para o cálculo do erro de transmissão estático que considere as modificações de microgeometria dos dentes, erros intrínsecos do processo de fabricação, assim como os efeitos de desalinhamentos e deflexões dos eixos, possibilitando assim uma análise quantitativa no ambiente de projeto.

Devido à larga aplicação, principalmente em sistemas de engrenagens onde são exigidos menores níveis de ruído, serão abordadas neste trabalho as engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais com eixos paralelos.

Para atender aos objetivos desejados, o procedimento de cálculo deverá possibilitar a análise do contato não só no plano de ação, mas em qualquer região na superfície dos dentes, além de possibilitar a previsão do erro de transmissão de pares engrenados submetidos a baixas solicitações. Para tanto deve-se completar as seguintes etapas básicas:

1. Desenvolver um procedimento para cálculo do erro de transmissão;
2. Implementar este procedimento através de um simulador numérico;
3. Prever o erro de transmissão através do simulador numérico desenvolvido considerando pares de engrenagens com modificações de microgeometria e torques baixos;
4. Validar o modelo através da análise crítica dos resultados teóricos obtidos.

Para a verificação do método os resultados obtidos através do simulador numérico desenvolvido serão comparados com os resultados obtidos em um outro simulador numérico de reconhecida confiança.

Capítulo 2

Revisão da Literatura

As principais abordagens encontradas na literatura para o tratamento do erro de transmissão referem-se a regras gerais para redução de ruído e vibração de engrenagens baseadas em resultados experimentais.

Entre os trabalhos que propõem uma revisão da literatura sobre o assunto destacam-se:

- WELBOURN (1979) que estabelece uma definição clássica para o erro de transmissão e que é citada na maioria dos trabalhos relacionados. Segundo sua definição o erro de transmissão é a diferença entre a posição real da engrenagem movida e a posição teórica que ela deveria ocupar. Seu trabalho também estabelece, através de uma revisão ampla da literatura disponível na época, relações de influência do ruído com diversos fatores no intuito de fornecer linhas gerais para o projeto e para a solução de problemas. O erro de transmissão é citado como causa fundamental do ruído de engrenagens.

- HOUSER (1988) fez uma revisão valiosa de 188 trabalhos científicos sobre os modelos matemáticos usados na análise dinâmica de engrenagens destacando a importância do erro de transmissão para esta análise.

HARRIS (1958) foi o primeiro a reconhecer a importância do erro de transmissão. Ele usou um modelo matemático com um grau de liberdade para engrenagens retas. Segundo seu trabalho, existem três fontes internas de vibração: erros de manufatura, variações na rigidez dos dentes e não linearidade na rigidez dos dentes devido à perda de contato. Ele considerou a excitação como periódica e mostrou o comportamento do erro de transmissão em diversos torques em forma de gráficos, onde o eixo das abscissas era representado pelos valores lineares do erro de transmissão e pelos valores de torque aplicados e o eixo das ordenadas representado por posições no ciclo de engrenamento. Esta forma de representação do erro de transmissão é atualmente muito usual e conhecida como mapa de Harris.

O procedimento proposto por CONRY & SEIREG (1973) para previsão da variação do erro de transmissão e da distribuição de carga ao longo da linha de ação tem sido bastante utilizado. Este procedimento é baseado no método para projeto de corpos elásticos em contato, CONRY & SEIREG (1971), e usa um algoritmo de otimização simplex modificado para resolver o conjunto de equações de elasticidade linear que descrevem as deflexões de pontos discretos ao longo do engrenamento.

HOUSER (1990) fez uma revisão das possíveis causas do ruído de engrenagens e usou um modelo matemático baseado no procedimento proposto por CONRY & SEIREG (1973) para avaliar a influência de fatores como a largura da engrenagem, modificações de microgeometria e o desalinhamento dos eixos devido à deflexão no comportamento do erro de transmissão de engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais, assumindo que o erro de transmissão é a maior excitação do ruído de engrenagens. Ele simulou através de seu modelo uma razoável quantidade de amplitudes das variáveis e os resultados mostraram grande influência do desalinhamento dos eixos, porém ele se limitou a um único par de engrenagens com apenas um nível de carregamento e não realizou uma correlação experimental para comprovação dos resultados.

SUNDARESAN, ISHII & HOUSER (1990) propuseram um procedimento para projeto de engrenagens helicoidais com baixo erro de transmissão e baixa sensibilidade a erros de

fabricação. Eles usaram neste procedimento o modelo matemático proposto em HOUSER (1990) e as técnicas estatísticas de otimização para controle de qualidade. O trabalho propõe combinações de modificações de passo e perfil, avaliando inclusive modificações cruzadas, chamadas “cross modifications” ou “bias-in / bias-out”. Através de simulações computacionais, os autores concluíram que diversas combinações de modificações de microgeometria levam a resultados próximos. Foram considerados como forma de comparação dos resultados: a máxima variação do erro de transmissão dentro de um ciclo de engrenamento e a somatória das três primeiras harmônicas do erro de transmissão. Segundo os resultados, a modificação cruzada gera o menor erro de transmissão, porém é muito sensível ao erros de fabricação. Os pares de engrenagens com graus de recobrimento próximos de números inteiros mostraram melhores resultados tanto em relação ao erro de transmissão quanto a variação dos erros de fabricação. O trabalho limitou-se à análise teórica sem experimentos de comprovação dos resultados. As simulações realizadas não consideraram o desalinhamento dos eixos e fixaram duas variáveis relevantes: a amplitude da modificação no passo e a carga aplicada no par.

O trabalho de KAWAMOTO et al. (1991) mostrou que as forças de excitação são muito dependentes do grau de recobrimento total e são pouco afetadas pelo grau de recobrimento de valor inteiro. Estes autores confirmaram também que os erros ou modificações de microgeometria são a maior causa do erro de transmissão e que o erro de transmissão pode ser reduzido por alívios na topografia dos dentes. Para isto fizeram uma análise teórica, usando um programa para computador baseado no procedimento de CONRY & SEIREG (1973), e realizaram uma série de experimentos com torque variável considerando dez modificações diferentes de microgeometria e dois pares com diferentes características de macrogeometria. A grande maioria das modificações usadas no trabalho não são usuais em ambientes de produção e tentam simular condições de erros acentuados de fabricação, e não propostas de especificação de projeto.

KUROKAWA, ARIURA & OHTAHARA (1996) propõem um método para calcular o contato entre os dentes de engrenagens de dentes retos considerando a hipótese de ocorrer contato no engrenamento fora do plano de ação. Segundo os autores, o contato de pares de engrenagens com modificações de microgeometria, erros de fabricação e deflexões devido às cargas aplicadas

pode gerar deslocamento do contato para fora do plano de ação, o que é negligenciado na grande maioria dos procedimentos de cálculos. Para isto, estes autores fazem uma análise bidimensional considerando os afastamentos entre pontos discretos de uma seção dos dentes das engrenagens, que representa modificações e erros médios de microgeometria. A condição de contato fora do plano de ação é mostrada através da comparação do grau de recobrimento calculado com o teórico. Os experimentos realizados com três diferentes modificações de microgeometria e com diferentes níveis de carga mostraram boa correlação com os resultados dos cálculos. Os autores definiram para o cálculo dos afastamentos entre os pontos discretos, a rotação da engrenagem movida em direção à motora, o que no fenômeno físico ocorre de forma inversa. O trabalho não faz referência ao método usado para cálculo da deflexão das superfícies dos dentes e se esta foi considerada. O método dos coeficientes de influência foi usado para o cálculo da deflexão dos dentes. O procedimento proposto é interessante, porém é limitado às engrenagens de dentes retos. Para a aplicação em engrenagens de dentes helicoidais seria necessário uma análise tridimensional. Os autores não mencionam o erro devido à consideração de valores médios de modificações e erros de microgeometria.

Segundo ZHANG & FANG (1997) os métodos usados até então para prever o contato dos dentes e o erro de transmissão apresentam bons resultados para engrenagens submetidas a baixas cargas, porém para altas cargas não têm grande precisão por não considerarem a deflexão da superfície dos flancos em contato. Estes autores então propuseram um procedimento, baseado no trabalho de CONRY & SEIREG (1973), e que define os elementos da matriz de flexibilidade pelo método dos elementos finitos. Este modelo proposto é chamado de LTCA (“loaded tooth contact analysis”) e possibilita obter resultados mais realísticos do erro de transmissão em comparação com as análises de contato usuais.

BEACHAM et al. (1999) desenvolveram um procedimento para previsão do ruído de engrenagens (“whine noise”) em decibels. Este procedimento propõe modelamento da excitação do engrenamento, da resposta dinâmica do eixo e da resposta da carcaça. O sistema completo é modelado, permitindo analisar efeitos de alterações de micro e macrogeometria das engrenagens, de leiaute dos eixos e da carcaça. Para modelar a excitação eles usaram o método dos coeficientes de influência proposto no procedimento de CONRY & SEIREG (1973), destacando a vantagem

deste método sobre outros métodos devido à boa correlação com o erro de transmissão encontrado em aplicações automotivas e pela facilidade de alteração das características de microgeometria dos dentes. O procedimento desenvolvido por estes autores mostrou boa correlação com resultados experimentais. Os experimentos foram feitos variando a rotação das engrenagens e considerando dois níveis de carga em dois pares de engrenagens com graus de recobrimento diferentes. Não foi explorado o efeito de modificações diferentes de microgeometria, assim como o comportamento do modelo quando as engrenagens são submetidas a cargas baixas.

UMEZAWA (2000) propôs uma classificação das engrenagens quanto ao nível de vibração de acordo com o grau de recobrimento de face e o grau de recobrimento de perfil. Em seu trabalho ele realizou uma série de experimentos onde foram avaliadas várias modificações de microgeometria, assim como a influência do erro no ângulo de pressão e de hélice. Uma atenção especial foi dada à investigação da influência do desalinhamento dos eixos, e foi avaliada a influência da amplitude e da direção do desalinhamento. Um simulador numérico também foi desenvolvido para possibilitar uma análise teórica principalmente da influência dos desvios na superfície dos dentes. Seu trabalho mostrou que as modificações de microgeometria, considerando amplitude e direção, afetam o nível de vibração do par de engrenagens. O trabalho dedicou-se bastante à análise da vibração, tanto analítica como experimental, em três faixas de rotação, baixa, média e alta velocidade, porém em um único nível de torque.

Capítulo 3

Modelagem Teórica

O algoritmo proposto aplica-se à análise estática dos pares de engrenagens helicoidais considerando o movimento de rotação uniforme e constante de tal forma que os efeitos dinâmicos são desconsiderados. É fato que a análise estática é um modelo bem simplificado do fenômeno real, uma vez que se impõe uma aplicação constante de torque e também os efeitos dinâmicos não são levados em conta. Por outro lado, este procedimento oferece subsídios para uma investigação mais aprofundada visto que se determina o erro de transmissão, o qual é periódico na frequência de engrenamento, e é o principal responsável pelo surgimento de cargas dinâmicas.

Em engrenagens helicoidais o contato teórico entre os dentes de um par de engrenagens perfeito e com rigidez infinita ocorre sobre uma linha, a qual é definida pela interseção da superfície do dente com um plano tangente aos diâmetros de base do par de engrenagens, chamado de plano de ação, ver LITVIN (1994) e LITVIN et al. (1995). Porém, como nas aplicações reais as engrenagens apresentam desvios da superfície teórica dos dentes e os dentes são elásticos, deformando-se quando submetidos à carga, o contato entre os dentes conjugados pode ocorrer fora deste plano de ação, ver os trabalhos de HONDA (1993) e KUROKAWA, ARIURA & OHTAHARA (1996). Desta forma toda a superfície dos dentes deve ser considerada pelo modelo proposto, afim de identificar a região em contato.

Durante o movimento de engrenamento, a região de contato entre os dentes conjugados desloca-se com a rotação das engrenagens em movimento de rotação e translação. Desta forma, além da região dos dentes que está submetida à carga, também o número de pares de dentes em contato muda afetando a distribuição de carga. Com isto ocorre a variação da rigidez dos dentes, e conseqüentemente o erro de transmissão também varia. Por este motivo, o procedimento de cálculo exige que as diversas posições no ciclo de engrenamento e diversos pares de dentes candidatos ao contato sejam analisados.

O erro de transmissão para uma dada posição no ciclo de engrenamento será definido como a mínima variação angular da engrenagem motora, $\delta\theta_1$, necessária para que ocorra o contato entre as superfícies dos dentes do par de engrenagens, considerando a engrenagem movida fixa, ou seja, sem grau de liberdade de rotação. A figura 3.1 ilustra esta condição para uma dada seção transversal do par engrenado. De forma a não limitar a análise do contato somente no plano de ação, toda a superfície dos dentes é considerada. Assim, a região do dente que apresentar menor afastamento angular em relação a superfície dos dentes da engrenagem par é considerada em contato, independente de estar ou não no plano de ação.

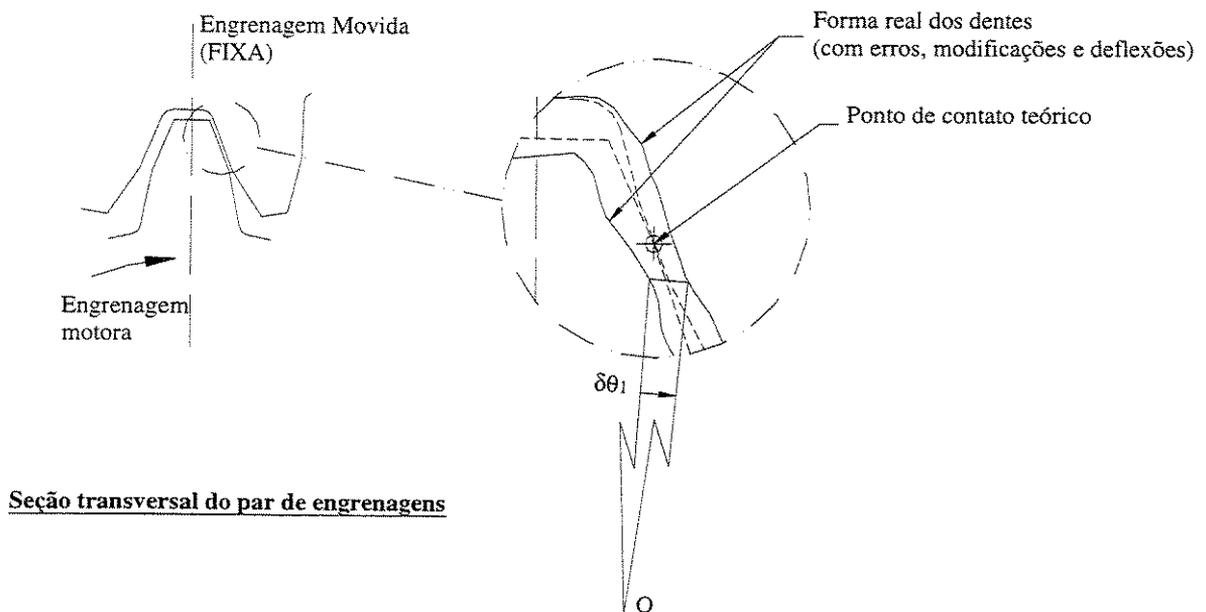


Figura 3.1 – Condição de contato teórico e real numa dada seção transversal do par engrenado.

Para efeito prático de implementação de tal análise, é adotado como aproximação do modelo ideal o método de discretização das superfícies dos dentes, no qual as superfícies são representadas com um grau de precisão aceitável por pontos discretos uniformemente distribuídos. Para isto, faz-se necessário estabelecer funções que possam definir estes pontos discretos nas superfícies através de um sistema de coordenadas conveniente. Estas funções devem ser adequadas para representar:

- as superfícies teóricas dos dentes de engrenagens helicoidais;
- as modificações nas superfícies impostas no projeto;
- os erros comuns aos processos de fabricação de engrenagens;
- as deflexões das superfícies dos dentes e as deflexões dos dentes quando submetidos à carga.

Neste capítulo apresenta-se a fundamentação teórica de cada estágio do procedimento de cálculo, com uma crítica às suas limitações e imprecisões. Além disso, comenta-se as principais características dos modelos adotados para as deflexões dos dentes quando submetidos à carga.

3.1 Fundamentos para a representação das superfícies dos dentes

Pela definição do erro de transmissão estabelecida anteriormente é conveniente aos objetivos propostos neste trabalho, representar os pontos discretos das superfícies dos dentes através de coordenadas no sistema polar a partir de um plano de referência fixo na face de contato das engrenagens (plano yz da figura 3.2). Desta forma um raio, um ângulo e a distância do ponto ao plano de referência tornam-se suficientes para a definição de qualquer ponto discreto na superfície dos dentes, como ilustrado na figura 3.2.

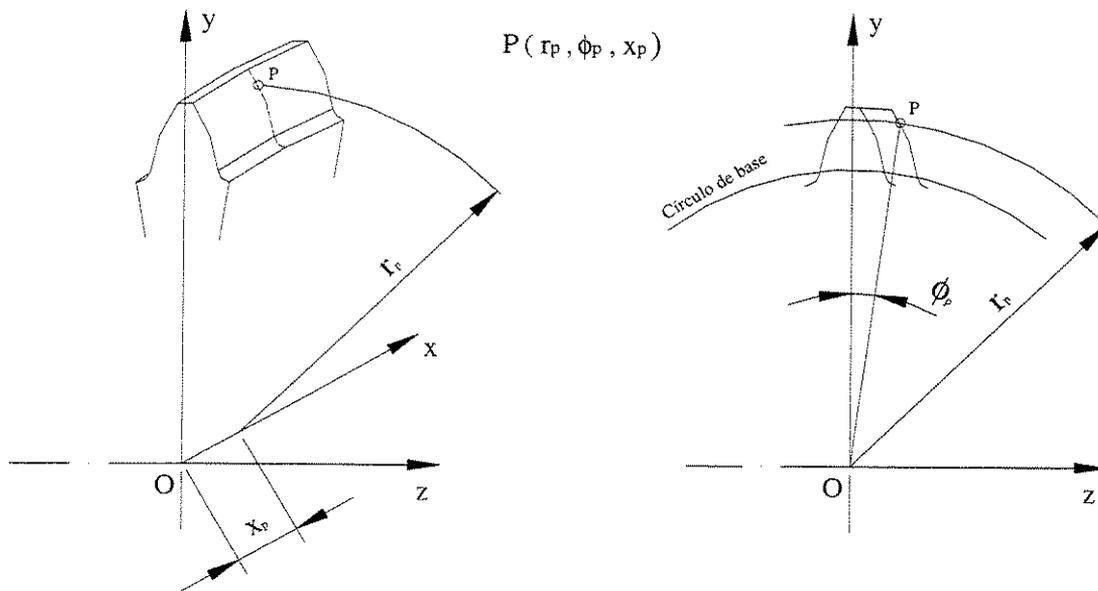


Figura 3.2 – Coordenadas de um ponto qualquer P na superfície do dente.

3.1.1 Superfícies teóricas dos dentes de engrenagens helicoidais

Os perfis de dentes de engrenagens largamente usados devido à sua facilidade de fabricação e montagem são os do tipo evolvente, ver DRAGO (1991) e DUDLEY (1991). Assim considera-se somente este tipo de perfil neste trabalho.

Para um perfil evolvente do dente, dado um raio qualquer r_p , acima do raio de base da engrenagem é possível determinar o ângulo correspondente ϕ_p , conforme mostrado na figura 3.3.

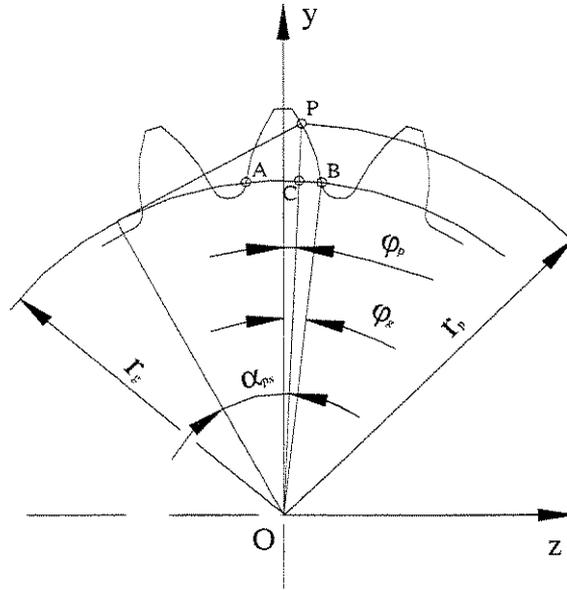


Figura 3.3 – Definição das coordenadas relativas a uma seção transversal do dente.

Conhecidos o círculo de base da engrenagem cujo raio é r_g e a espessura circular do dente no círculo de base no plano de referência, s_{gsc} , o ângulo φ_g é definido como:

$$\varphi_g = \frac{AB}{2 \cdot r_g} = \frac{s_{gsc}}{2 \cdot r_g} \quad , \quad (3.1)$$

$$\angle CB = \text{inv}\alpha_{ps} = \tan\alpha_{ps} - \alpha_{ps} \quad , \quad (3.2)$$

onde:

$AB = s_{gsc}$ é o comprimento do arco de raio r_g definido entre os pontos A e B ;

$\angle CB$ é o ângulo formado entre os pontos C e B no raio de base.

Por sua vez o ângulo do ponto P pertencente ao perfil evolvente é definido por:

$$\varphi_p = \varphi_g - \text{inv}\alpha_{ps} \quad , \quad (3.3)$$

onde $inv\alpha_{ps}$ é a função evolvente no raio r_p , dada pela equação 3.2, sendo o ângulo de pressão α_{ps} no raio r_p calculado pela equação a seguir:

$$\cos \alpha_{ps} = \frac{r_g}{r_p} . \quad (3.4)$$

Através da equação 3.3 é possível definir as coordenadas de qualquer ponto pertencente ao perfil evolvente em um plano de referência fixo que passa pelos eixos y e z pertencentes a um sistema de coordenadas cartesianas xyz mostrado na figura 3.4 e definido como sistema de coordenadas S . A análise deve ser tridimensional, ou seja, deve-se considerar pontos discretos que representem toda a superfície dos dentes e o efeito angular imposto pelo ângulo de hélice ao longo do eixo de rotação x deve ser considerado.

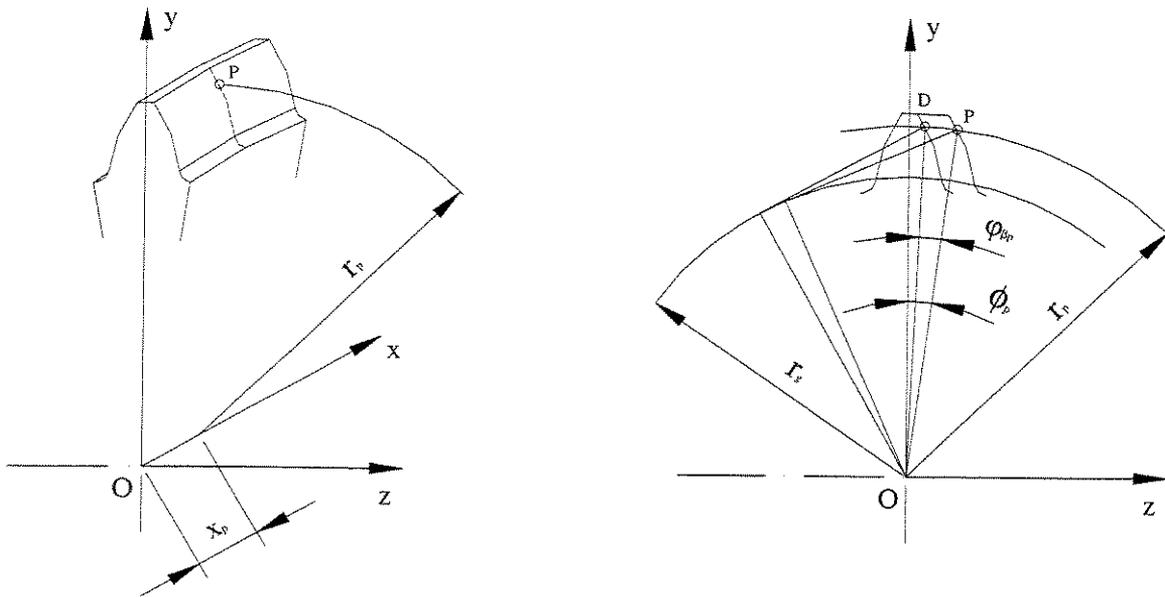


Figura 3.4 – Ponto P distante x_p do plano de referência.

Da teoria de geometria de engrenagens, tem-se que o ângulo de hélice β varia em função do raio, ou seja, para cada posição radial tem-se um ângulo de hélice correspondente definido pela equação 3.5, ver LITVIN (1994):

$$\tan \beta_p = \frac{\tan \beta_g}{\cos \alpha_{ps}} \quad , \quad (3.5)$$

onde β_g é o ângulo de hélice no círculo de base da engrenagem.

Considerando um ponto qualquer P , pertencente a superfície do dente e distante x_p do plano YZ como mostrado na figura 3.4, pode-se definir o efeito angular devido à hélice da engrenagem, $\varphi_{\beta p}$, como sendo:

$$\varphi_{\beta p} = \frac{DP}{r_p} \equiv \frac{x_p \cdot \tan \beta_p}{r_p} \quad . \quad (3.6)$$

A figura 3.5 mostra um corte axial do dente no raio referente ao ponto P e a indicação do efeito angular devido à hélice no plano transversal de referência.

Desta forma, incluindo o efeito da hélice na equação 3.3, obtém-se a equação que define o ângulo no plano formado pelos eixos yz do sistema de coordenadas S para qualquer ponto na superfície teórica de um dente evolvente de uma engrenagem helicoidal:

$$\phi_p = \phi_g - inv \alpha_{ps} \pm \varphi_{\beta p} \quad , \quad (3.7)$$

onde o sinal positivo (+) de $\varphi_{\beta p}$ indica sentido da hélice à direita e o sinal negativo (-) indica sentido da hélice à esquerda.

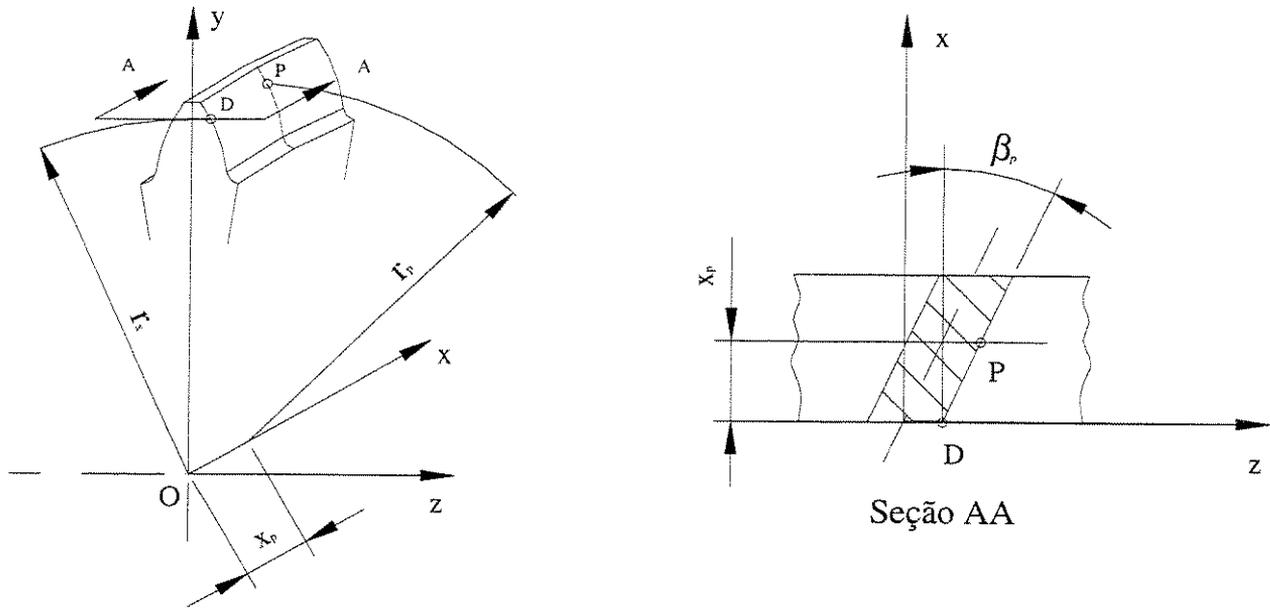


Figura 3.5 – Efeito angular devido ao dente helicoidal.

Para a aplicação no presente trabalho considera-se somente os pontos nos intervalos:

$$r_{sap} \leq r_p \leq r_{eap} \text{ e } 0 \leq x_p \leq l_{cont},$$

onde,

r_{sap} é o raio de início do perfil ativo do dente;

r_{eap} é o raio relativo ao final do perfil ativo do dente;

l_{cont} é a largura de contato entre os dentes.

3.1.2 Desvios das superfícies teóricas dos dentes: erros e modificações

Modificações nas superfícies dos dentes são usualmente impostas visando melhorar a condição de contato entre os dentes de forma a se obter ganhos de vida e menor nível de ruído. De maneira geral, o projetista de engrenagens utiliza-se de alguns parâmetros para especificar estas modificações na topologia dos dentes, de tal forma a facilitar o controle destas modificações no ambiente de produção. Como por exemplo:

- desvios ou afastamentos da curva evolvente teórica a partir de um traço obtido no sentido do perfil do dente, chamados de especificação de perfil (figura 3.6);

- desvios ou afastamentos do passo teórico do dente da engrenagem tomados a partir de um traço no sentido axial e na altura do raio primitivo, chamados de especificação de passo (figura 3.7);

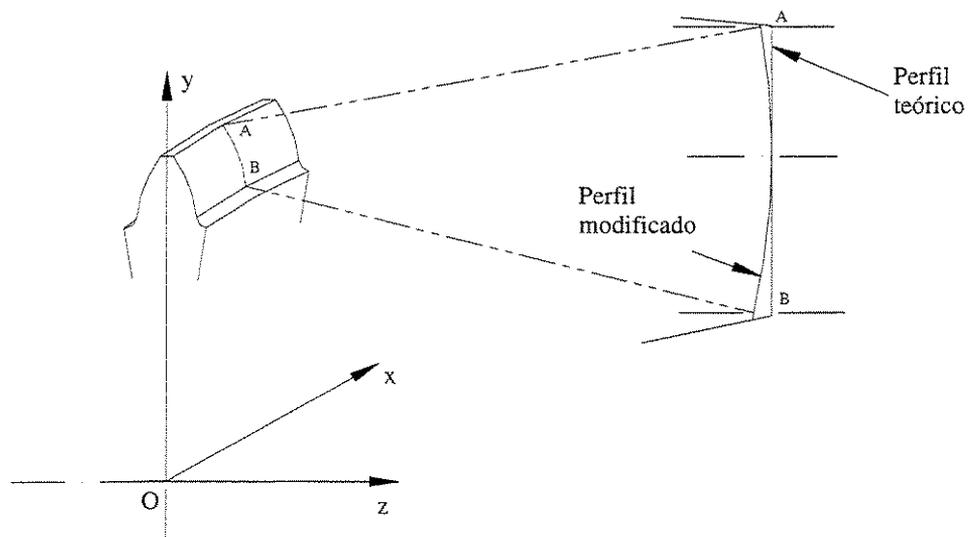


Figura 3.6 – Controle do desvio no perfil do dente.

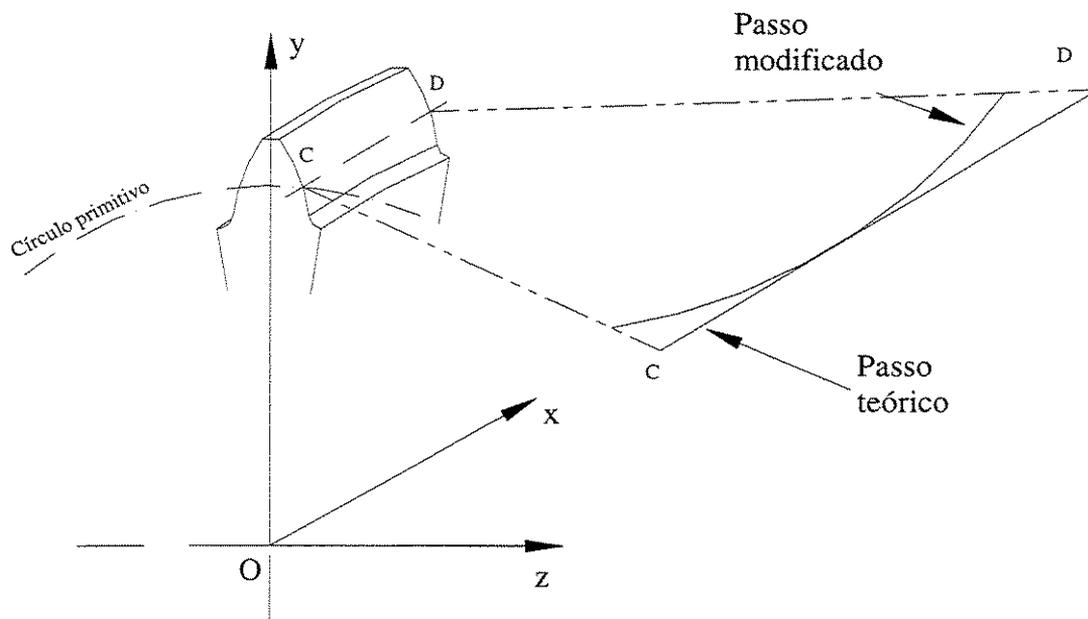


Figura 3.7 – Controle do desvio no passo da engrenagem.

Nos métodos usualmente empregados para a fabricação de engrenagens as modificações usadas são os alívios no perfil e no passo segundo uma forma parabólica. Assim, através dos parâmetros citados anteriormente e com os valores dos desvios representados em forma de ângulo de afastamento da superfície teórica, os ângulos referentes a todos pontos discretos pertencentes a ela podem ser obtidos por interpolação polinomial por exemplo.

Além das modificações intencionais de projeto, outros desvios da superfície teórica dos dentes são encontrados devido aos erros de fabricação. Os erros mais comuns são: os desvios do ângulo de pressão teórico ($fH\alpha$), os desvios do ângulo de hélice teórico ($fH\beta$) e os desvios do espaçamento teórico entre os dentes (fp), ver norma DIN 3960 (1987).

Os erros de fabricação são tratados de modo similar às modificações de projeto, ou seja, os desvios lineares correspondentes a cada ponto discreto são transformados em afastamentos angulares. Admite-se porém que os erros podem ser diferentes de um dente para outro numa mesma engrenagem. Assim, o procedimento proposto considera os valores dos afastamentos angulares para cada dente em análise, diferentemente das modificações intencionais de projeto que são assumidas como sendo iguais para todos os dentes de uma mesma engrenagem.

Convencionou-se neste trabalho que erros ou modificações nas superfícies dos dentes recebem o sinal negativo quando há remoção de material, e sinal positivo para quando há adição de material em relação a superfície teórica.

3.1.3 Desalinhamento e deflexão dos eixos que suportam as engrenagens

UMEZAWA (2000) destacou em seu trabalho a influência do desalinhamento dos eixos no nível de vibração gerado pelo par engrenado. O desalinhamento dos eixos provoca uma inclinação no corpo da engrenagem refletindo em uma irregularidade no contato entre os dentes.

Este desalinhamento é proveniente de duas fontes principais:

- erro de posicionamento dos eixos na montagem devido a erros de fabricação das carcaças;
- desalinhamento devido à deflexão dos eixos quando submetidos à carga.

Quando o erro de posicionamento é devido aos desvios dimensionais na fabricação das peças, considera-se que este erro é fixo, não variando com a carga aplicada. Já no caso do desalinhamento provocado por deflexão dos eixos, o valor varia com a carga aplicada.

Usualmente nos estudos de contato dos dentes e cálculo do erro de transmissão, a abordagem dada para a determinação da influência da deflexão dos eixos é feita através da modelagem simplificada dos componentes envolvidos, onde os eixos são biapoiados e com seção constante. Estas considerações não refletem com precisão os eixos reais da maioria das aplicações em caixas de engrenagens. Portanto, devido à complexidade construtiva dos eixos reais, este estudo não se propõe ao cálculo detalhado das deflexões destes componentes, deixando isto a cargo de procedimentos de cálculo específicos para este fim. No entanto, devido à relevante influência dos desalinhamentos no erro de transmissão, prevê-se no presente trabalho a consideração e a análise de tais efeitos dados a rigidez dos eixos e o ângulo de deflexão dos eixos por unidade de carga aplicada na posição onde as engrenagens estão localizadas. Portanto, considera-se que uma relação entre a deflexão, o ângulo resultante da deflexão e a carga aplicada possa ser estabelecida através de funções com precisão adequada aos fins propostos.

Os efeitos dos erros de posicionamento ou alinhamento dos eixos no contato dos dentes são estudados em dois planos distintos conforme mostrado na figura 3.8. Já a deflexão dos eixos é considerada somente no plano onde sua amplitude é máxima devido à ação da componente radial da força, ou seja no plano XY .

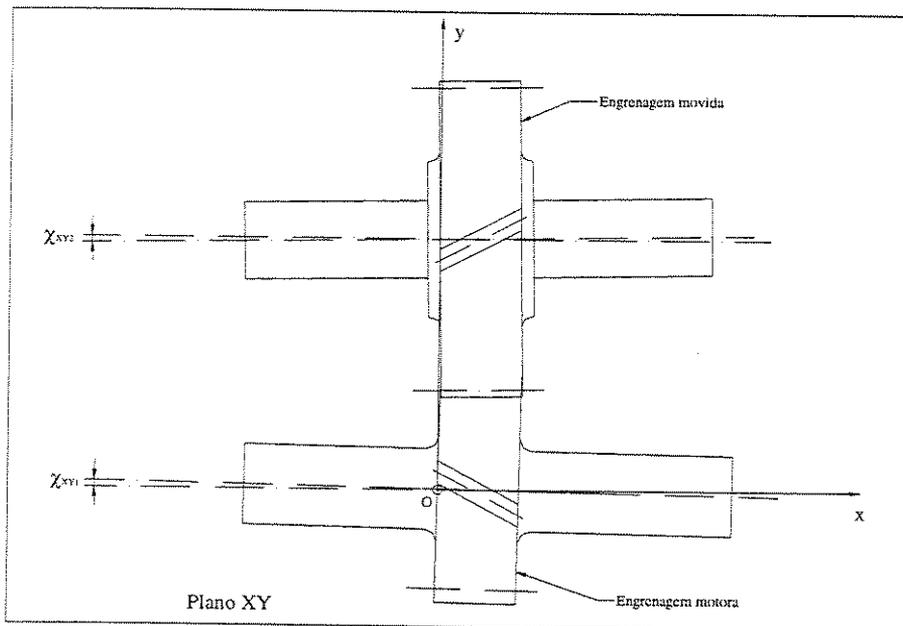
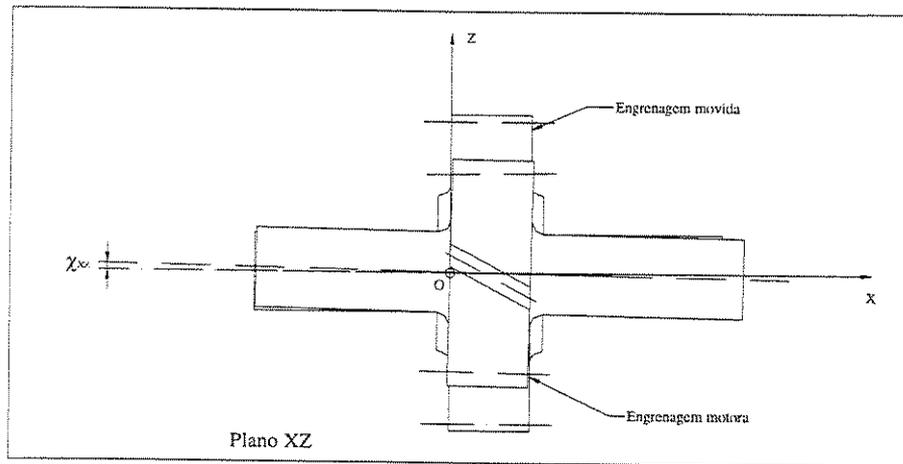


Figura 3.8 – Erros de posicionamento dos eixos.

Convencionou-se neste trabalho que os desalinhamentos são expressos na forma angular, sendo o sinal positivo para ângulos no sentido horário e negativo no sentido anti-horário, conforme mostrado na figura 3.9.

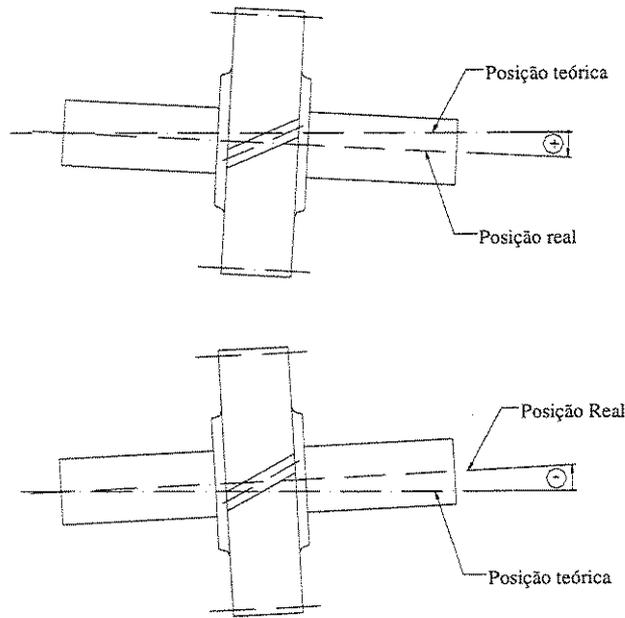


Figura 3.9 – Convenção de sinais para os desalinhamentos.

Os desalinhamentos causam inclinações de todo o dente devido ao tombamento da engrenagem motora e/ou da engrenagem movida. Isto resulta em um ângulo de inclinação de toda a superfície na direção do passo diferente para cada dente em função da posição do dente em relação ao plano do desalinhamento.

Da figura 3.10 pode-se concluir que o ângulo de inclinação no passo, γ_{XZ} , devido ao desalinhamento é dado por:

$$\gamma_{XZ} = \chi_{XZ} \quad , \quad (3.8)$$

para a posição 1, ou seja, $\xi=0$, e,

$$\tan \gamma_{XZ} = \tan \chi_{XZ} \cdot \tan \alpha_{os} \quad , \quad (3.9)$$

para a posição 2, ou seja, $\xi = \frac{\pi}{2}$,

onde, α_{os} é o ângulo de pressão transversal no raio primitivo da engrenagem e χ_{XZ} é o ângulo devido ao desalinhamento no plano XZ conforme mostrado na figura 3.8.

Assim, pode-se definir o ângulo de inclinação no passo, γ_{XZ} , para qualquer posição como sendo:

$$\gamma_{XZ} = \tan^{-1}[\tan \chi_{XZ} \cdot \tan \alpha_{os} \cdot \cos(\pi - \xi)] + \text{sen}^{-1}[\text{sen} \chi_{XZ} \cdot \text{sen}(\pi - \xi)] \quad , \quad (3.10)$$

onde, α_{os} é o ângulo de pressão transversal no raio primitivo da engrenagem.

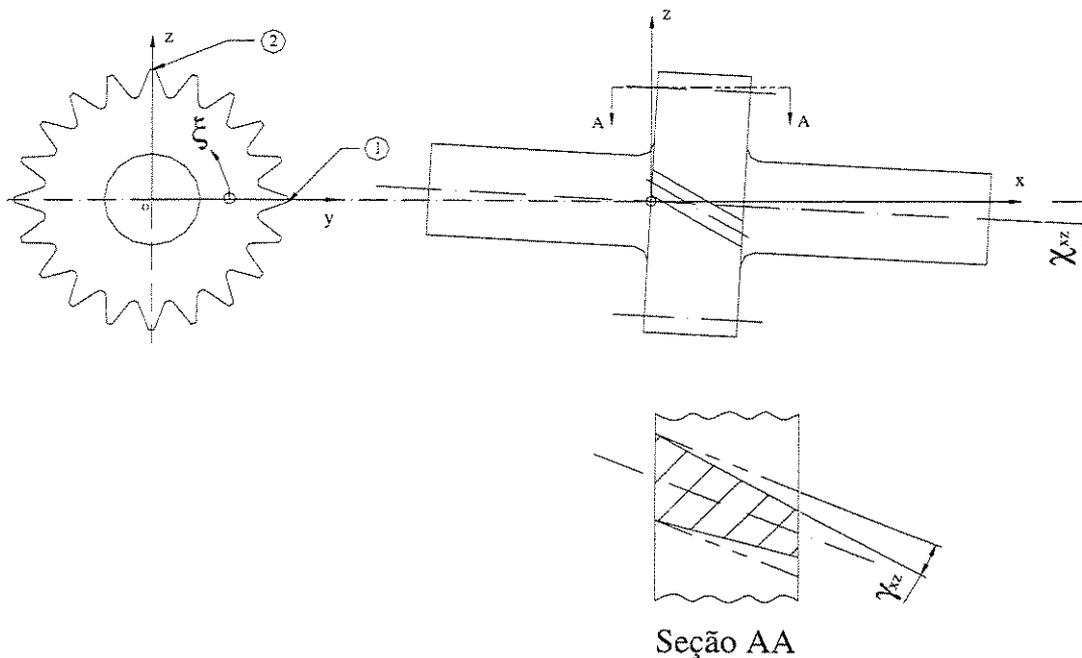


Figura 3.10 – Efeito das inclinações em função da localização do dente – Plano XZ.

Já no plano XY mostrado na figura 3.11, pode-se definir de forma similar os efeitos do desalinhamento neste plano.

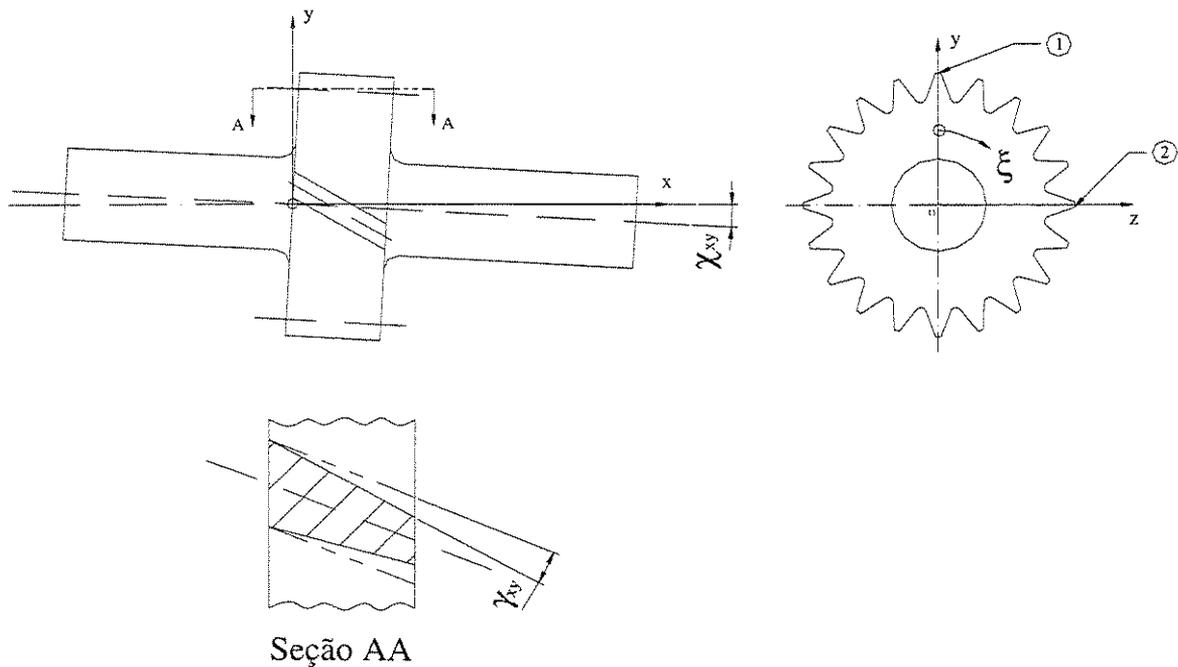


Figura 3.11 – Efeito das inclinações em função da localização do dente – Plano XY.

No plano XY considera-se também o desalinhamento provocado pela deflexão dos eixos. O ângulo de desalinhamento, χ_{xy} , é dado por:

$$\chi_{XY} = \chi_{XY}^{Desal.} + \chi_{XY}^{Defl.}(t) \quad , \quad (3.11)$$

onde: $\chi_{XY}^{Defl.}(t)$ é uma função conhecida, através da qual é possível determinar o ângulo devido à deflexão do eixo para um dado torque t e $\chi_{XY}^{Desal.}$ é o ângulo devido ao desalinhamento do eixo no plano XY conforme mostrado na figura 3.8.

O ângulo de inclinação no passo, γ_{XY} , devido ao desalinhamento é dado por:

$$\tan \gamma_{XY} = \tan \chi_{XY} \cdot \tan \alpha_{os} \quad , \quad (3.12)$$

onde, α_{os} é o ângulo de pressão transversal no raio primitivo da engrenagem, para a posição 1, ou seja, $\xi=0$, e,

$$\gamma_{XY} = \chi_{XY} \quad , \quad (3.13)$$

para a posição 2, ou seja, $\xi = \frac{\pi}{2}$.

Assim, pode-se definir o ângulo de inclinação no passo, γ_{XY} , para qualquer posição como sendo:

$$\gamma_{XY} = \tan^{-1}[\tan \chi_{XY} \cdot \tan \alpha_{os} \cdot \cos \xi] + \sin^{-1}[\sin \chi_{XY} \cdot \sin \xi] \quad , \quad (3.14)$$

onde, α_{os} é o ângulo de pressão transversal no raio primitivo da engrenagem.

Como as inclinações nos dentes ocorrem devido ao tombamento das engrenagens, todo o dente é inclinado, ou melhor, o eixo do centro do dente sofre uma inclinação em relação ao eixo teórico de rotação da engrenagem. Desta maneira, considera-se o afastamento longitudinal e angular resultantes no dente constantes radialmente.

Os afastamentos angulares, $\Delta\gamma_{XZ}$ e $\Delta\gamma_{XY}$, numa dada posição da largura da engrenagem, dada pela coordenada x_p no eixo de rotação x são calculados respectivamente por:

$$\Delta\gamma_{XZ} = \frac{x_p \cdot \tan \gamma_{XZ}}{r_o} \quad , \quad (3.15)$$

$$\Delta\gamma_{XY} = \frac{x_p \cdot \tan \gamma_{XY}}{r_o} \quad . \quad (3.16)$$

A convenção de sinais para estes afastamentos será mostrada oportunamente.

Além do efeito de tombamento da engrenagem causado pela deflexão dos eixos, também considera-se o efeito gerado no contato dos dentes devido ao aumento da distância entre centros.

Conhecida a rigidez dos eixos, calcula-se a amplitude da flecha, fl_i , correspondente a uma carga aplicada através de um torque t , como sendo:

$$fl_i = \frac{t}{Ke_i} \quad , \quad (3.17)$$

onde o índice i é igual a 1 para a engrenagem motora e igual a 2 para a engrenagem movida;
 Ke_i é uma constante de rigidez do eixo que considera o torque aplicado.

Desta forma o aumento da distância entre centros é dada por:

$$\Delta_{Dist.} = \sum_{i=1}^2 fl_i \quad . \quad (3.18)$$

Com esta formulação obtém-se a distância entre centros para análise considerando a deflexão dos eixos, ab , como:

$$ab = a + \Delta_{Dist.} \quad , \quad (3.19)$$

onde a é a distância entre centros nominal.

3.2 Modelo proposto para a análise de contato

O modelo proposto para a análise de contato é baseado no procedimento de KUROKAWA, ARIURA & OHTAHARA (1996) para engrenagens retas, e estendido para as engrenagens helicoidais. Isso implica numa análise tridimensional de maior complexidade quando comparada com a análise bidimensional que foi usada para as engrenagens retas. Além disto, propõem-se duas alterações básicas de abordagem do procedimento original com o objetivo de representar com maior exatidão o fenômeno real, que são descritas brevemente a seguir:

- O procedimento de KUROKAWA, ARIURA & OHTAHARA (1996) considera o deslocamento angular da engrenagem movida em direção à engrenagem motora. No modelo proposto neste trabalho, ao contrário, considera-se para uma dada posição no ciclo de engrenamento, o deslocamento angular da engrenagem motora em direção à engrenagem movida como ocorre no fenômeno real;

- Quanto a distribuição da carga, no procedimento original a carga total é aplicada nos pontos de contato e um processo iterativo é realizado até que se obtenha a convergência dos resultados. No presente trabalho, é proposto um processo também iterativo de aplicação de pequenas cargas nos pontos discretos de contato, analisando as deflexões nos dentes, eixos e seus efeitos no deslocamento dos dentes que faz com que surjam novos pontos de contato. O contato é então reavaliado até que a carga total tenha sido aplicada. Esta questão é abordada com mais detalhes na seção 3.4.

O sistema de coordenadas S discutido anteriormente, mostra-se conveniente para a definição dos pontos discretos que representam as superfícies dos dentes mesmo considerando o par engrenado com diferentes leiautes. Assim impõe-se a configuração mostrada na figura 3.12:

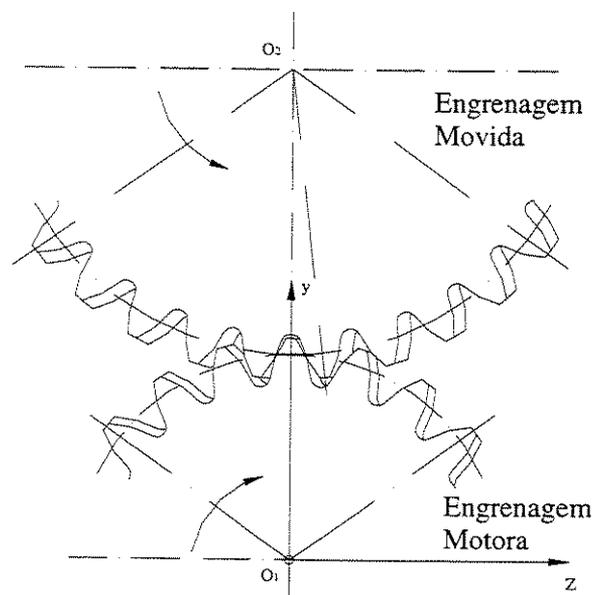


Figura 3.12 – Representação do modelo.

- A engrenagem motora possui rotação no sentido horário. Já a engrenagem movida possui sentido de rotação anti-horário;
- A origem do sistema de coordenadas localiza-se no centro O_1 e na face da engrenagem motora;
- Os pontos discretos das superfícies das duas engrenagens são definidos pelo mesmo sistema de coordenadas S ;
- Pelas características do movimento de um par de engrenagens estabelece-se a premissa que um ponto qualquer P_2 da superfície do dente da engrenagem movida deve pertencer a uma circunferência definida com centro em O_1 e passando por P_1 , sendo que P_2 e P_1 estão contidos num mesmo plano YZ distante x_p do plano YZ de referência, sendo que os eixos em x coincidem com o eixo de rotação da engrenagem motora;

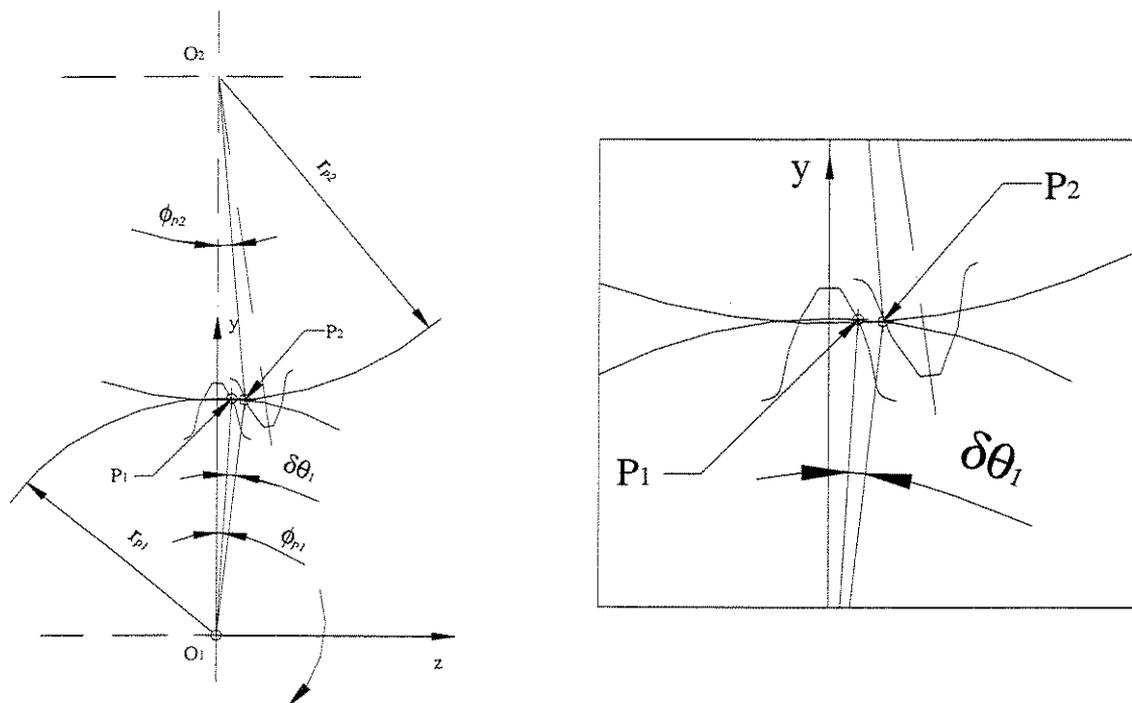


Figura 3.13 – Representação dos pontos P_1 e P_2 .

Pode-se definir através da equação 3.20, uma relação entre os raios r_{p1} e r_{p2} para assegurar que o ângulo de aproximação $\delta\theta_1$ entre os pontos P_1 e P_2 , correspondente a uma dada posição no ciclo de engrenamento θ_1 , seja calculado respeitando-se o movimento característico do problema real. O raio r_{p1} é calculado como:

$$r_{p1} = \sqrt{(ab - r_{p2} \cdot \cos \phi_{p2})^2 + (r_{p2} \cdot \sin \phi_{p2})^2} \quad , \quad (3.20)$$

onde:

$$\phi_{p2} = \theta_1 \cdot \frac{N_1}{N_2} \pm (\varphi_{\beta p2} + \Delta\gamma_{xz2} + \Delta\gamma_{xy2} + \Delta\beta_2) + \frac{\pi}{N_2} - (\varphi_{p2} + \Delta\alpha_2) \quad , \quad (3.21)$$

e sendo $\Delta\beta_2$ e $\Delta\alpha_2$ o montante de desvios da superfície teórica do dente da engrenagem movida devido aos erros de fabricação e modificações intencionais de projeto tomados no sentido da hélice e do perfil respectivamente, conforme mencionado anteriormente.

Na equação 3.21 o sinal positivo (+) indica sentido da hélice da engrenagem movida à esquerda e o sinal negativo (-) indica sentido da hélice à direita.

Das equações 3.20 e 3.21, pode-se concluir que para cada ponto discreto da superfície do dente da engrenagem movida é possível determinar um respectivo ponto candidato ao contato na superfície do dente da engrenagem motora, bem como o ângulo de aproximação entre eles.

Através da equação 3.22 determina-se o ângulo de aproximação $\delta\theta_1$:

$$\delta\theta_1 = \sin^{-1} \left(\frac{r_{p2} \cdot \sin \phi_{p2}}{r_{p1}} \right) - \phi_{p1} \quad , \quad (3.22)$$

onde:

$$\phi_{p1} = \theta_1 \pm (\varphi_{\beta p1} + \Delta\gamma_{xz1} + \Delta\gamma_{xy1} + \Delta\beta_1) + (\varphi_{p1} + \Delta\alpha_1) \quad , \quad (3.23)$$

e sendo $\Delta\beta_1$ e $\Delta\alpha_1$ o montante de desvios da superfície teórica do dente da engrenagem motora devido aos erros de fabricação e modificações intencionais de projeto tomados no sentido da hélice e do perfil respectivamente, conforme mencionado anteriormente.

Na equação 3.23 o sinal positivo (+) indica sentido da hélice da engrenagem motora à direita e o sinal negativo (-) indica sentido da hélice à esquerda.

Torna-se oportuno neste momento a definição da convenção de sinais para os ângulos de afastamento devido aos desalinhamentos e efeitos da deflexão dos eixos nos planos XZ e XY, definidos nas equações 3.15 e 3.16 respectivamente e apresentados nas equações 3.21 e 3.23. Define-se a convenção de sinais conforme a tabela 3.1.

| | $\chi_{xz} > 0$ | $\chi_{xz} < 0$ | $\chi_{xy} > 0$ | $\chi_{xy} < 0$ |
|---------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Engrenagem motora 1 | + | - | - | + |
| Engrenagem movida 2 | - | + | + | - |

Tabela 3.1 – Convenção de sinais para $\Delta\gamma_{xz1,2}$ e $\Delta\gamma_{xy1,2}$, respectivamente.

Desta forma, a partir de uma matriz com os pontos discretos que representam a superfície da engrenagem movida, calculam-se pelas equações 3.20 e 3.23 os respectivos pontos na engrenagem motora e finalmente pela equação 3.22 obtém-se uma terceira matriz formada pelos ângulos de aproximação. A figura 3.14 ilustra a discretização da superfície da engrenagem movida e a forma da matriz Σ_2 correspondente.

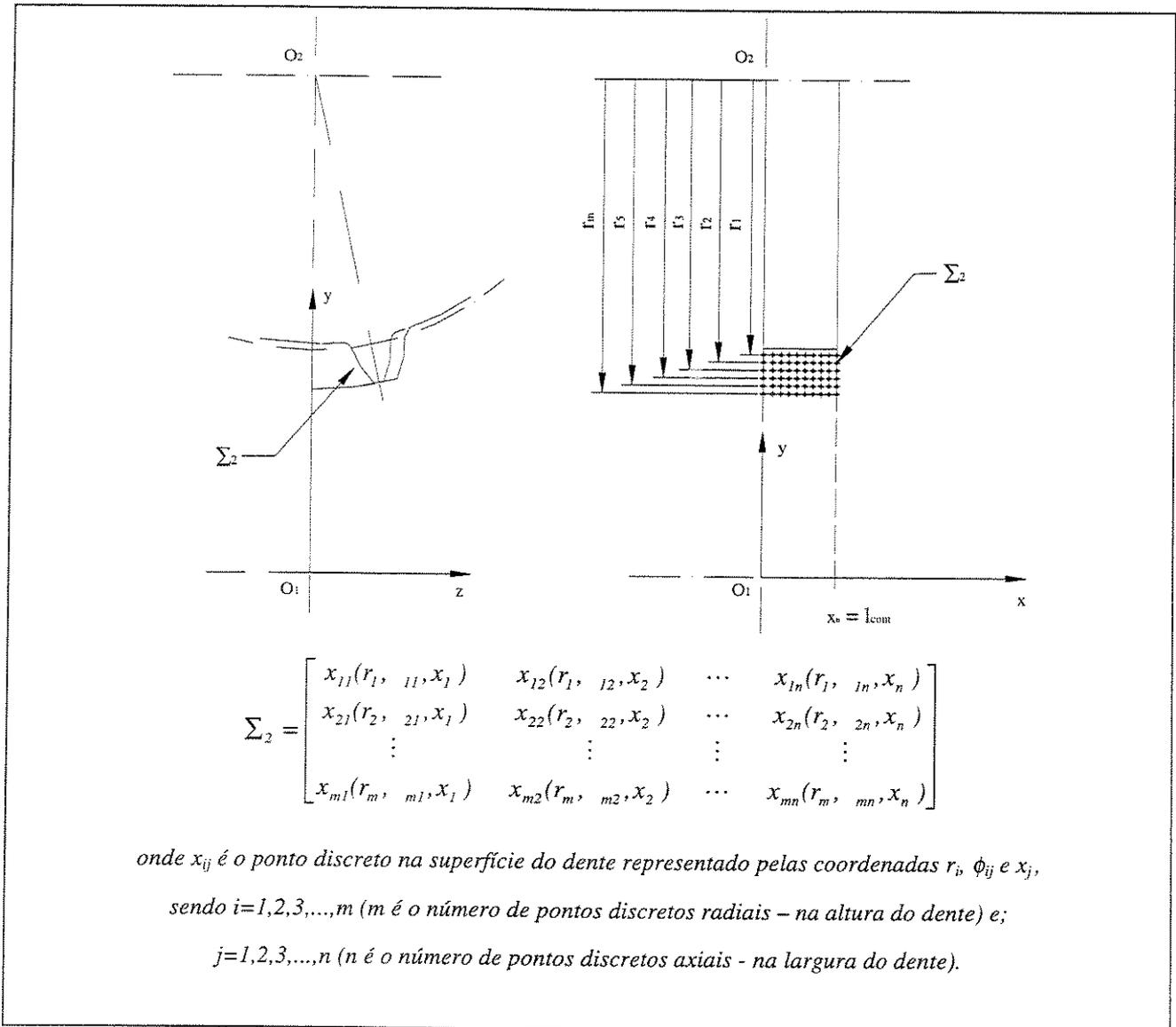


Figura 3.14 – Discretização da superfície – engrenagem.

Como mais de um par de dentes conjugados podem estar em contato, numa dada posição no ciclo de engrenamento, faz-se necessário a análise simultânea de diversos pares de dentes. Define-se o ângulo de espaçamento entre dois dentes de uma engrenagem como:

$$\xi_i = \frac{2 \cdot \pi}{N_i} \quad , \quad (3.24)$$

onde N_i é o número de dentes das engrenagens, sendo $i = 1$ para a engrenagem motora e $i = 2$ para engrenagem movida.

Já o erro angular de espaçamento devido aos desvios introduzidos pelo processo de fabricação para um dado dente j , é dado por:

$$\Delta\xi_i^j = \frac{fp_i^j}{r_{oi}} \quad , \quad (3.25)$$

onde fp_i^j é o valor longitudinal do desvio do espaçamento entre dentes definido pela norma DIN 3960 (1987); e r_{oi} é o raio primitivo das engrenagens, sendo $i = 1$ para a engrenagem motora e $i = 2$ para engrenagem movida.

Pode-se complementar as equações 3.21, 3.23 e 3.22 para análise em diferentes dentes, como mostrado respectivamente nas equações 3.26, 3.27 e 3.28:

$$\phi_{p2}^j = \theta_1 \cdot \frac{N_1}{N_2} \pm (\varphi_{\beta p2} + \Delta\gamma_{xz2} + \Delta\gamma_{xy2} + \Delta\beta_2^j) + \frac{\pi}{N_2} - (\varphi_{p2} + \Delta\alpha_2^j) + (j \cdot \xi_2 + \sum_{w=1}^j \Delta\xi_2^w) \quad , \quad (3.26)$$

$$\phi_{p1}^j = \theta_1 \pm (\varphi_{\beta p1} + \Delta\gamma_{xz1} + \Delta\gamma_{xy1} + \Delta\beta_1^j) + (\varphi_{p1} + \Delta\alpha_1^j) + (j \cdot \xi_1 + \sum_{w=1}^j \Delta\xi_1^w) \quad , \quad (3.27)$$

$$\delta\theta_1^j = \text{sen}^{-1}\left(\frac{r_{p2} \cdot \text{sen}\phi_{p2}^j}{r_{p1}}\right) - \phi_{p1}^j \quad , \quad (3.28)$$

onde o índice j é o número do dente em análise conforme mostrado na figura 3.15.

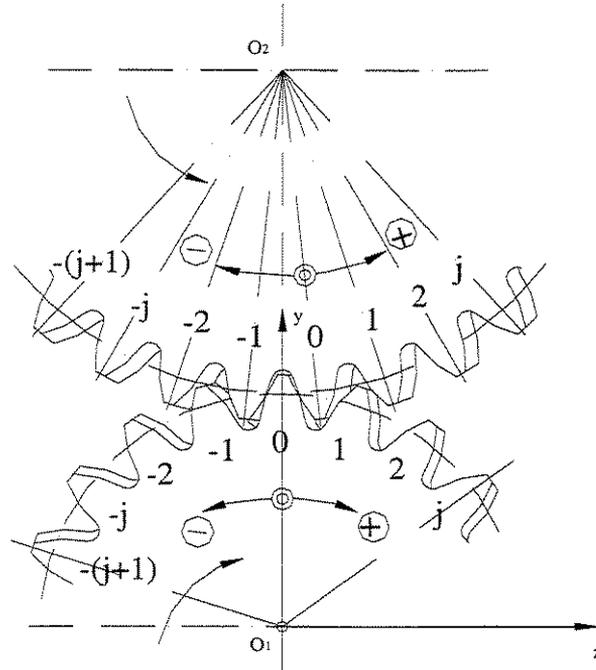
Desta forma uma nova matriz pode ser construída contendo cada dente da engrenagem motora como uma submatriz, como mostrado na figura 3.15.

Para cada posição discreta do ciclo de engrenamento θ_j , é obtida uma matriz com os ângulos de aproximação entre os pontos das superfícies dos dentes, $\delta\theta_j$, considerando diversos dentes em ação. Considera-se como pontos candidatos ao contato os pontos que apresentam menor ângulo de aproximação, ou seja, aqueles pontos de menor deslocamento angular da engrenagem motora para encostar na engrenagem movida, sem que esta se mova.

O ângulo de aproximação calculado pela equação 3.28 refere-se ao deslocamento angular da engrenagem motora. Como convencionou-se que o erro de transmissão é tomado em deslocamento angular, ou defasagem angular, na engrenagem movida onde o sinal negativo indica atraso na rotação de saída do par engrenado, é possível proceder a transformação através da equação 3.29:

$$\delta\theta_2 = -\delta\theta_1 \cdot \frac{N_1}{N_2} \quad . \quad (3.29)$$

Sendo que o menor valor de $\delta\theta_2$ encontrado é o erro de transmissão angular sem carga aplicada para uma dada posição do ciclo de engrenamento.



$$\Sigma_2 = \begin{bmatrix} x_{11}^{-j}(r_1, \phi_{11}^{-j}, x_1) & x_{12}^{-j}(r_1, \phi_{12}^{-j}, x_2) & \cdots & x_{1n}^{-j}(r_1, \phi_{1n}^{-j}, x_n) \\ x_{21}^{-j}(r_2, \phi_{21}^{-j}, x_1) & x_{22}^{-j}(r_2, \phi_{22}^{-j}, x_2) & \cdots & x_{2n}^{-j}(r_2, \phi_{2n}^{-j}, x_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{m1}^{-j}(r_m, \phi_{m1}^{-j}, x_1) & x_{m2}^{-j}(r_m, \phi_{m2}^{-j}, x_2) & \cdots & x_{mn}^{-j}(r_m, \phi_{mn}^{-j}, x_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{11}^0(r_1, \phi_{11}^0, x_1) & x_{12}^0(r_1, \phi_{12}^0, x_2) & \cdots & x_{1n}^0(r_1, \phi_{1n}^0, x_n) \\ x_{21}^0(r_2, \phi_{21}^0, x_1) & x_{22}^0(r_2, \phi_{22}^0, x_2) & \cdots & x_{2n}^0(r_2, \phi_{2n}^0, x_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{m1}^0(r_m, \phi_{m1}^0, x_1) & x_{m2}^0(r_m, \phi_{m2}^0, x_2) & \cdots & x_{mn}^0(r_m, \phi_{mn}^0, x_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{11}^j(r_1, \phi_{11}^j, x_1) & x_{12}^j(r_1, \phi_{12}^j, x_2) & \cdots & x_{1n}^j(r_1, \phi_{1n}^j, x_n) \\ x_{21}^j(r_2, \phi_{21}^j, x_1) & x_{22}^j(r_2, \phi_{22}^j, x_2) & \cdots & x_{2n}^j(r_2, \phi_{2n}^j, x_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{m1}^j(r_m, \phi_{m1}^j, x_1) & x_{m2}^j(r_m, \phi_{m2}^j, x_2) & \cdots & x_{mn}^j(r_m, \phi_{mn}^j, x_n) \end{bmatrix} \begin{matrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} x_{11}^{-j} \\ x_{21}^{-j} \\ \vdots \\ x_{m1}^{-j} \end{matrix}} \right\} \text{Dente } -j \\ \left. \vphantom{\begin{matrix} x_{11}^0 \\ x_{21}^0 \\ \vdots \\ x_{m1}^0 \end{matrix}} \right\} \text{Dente } 0 \\ \left. \vphantom{\begin{matrix} x_{11}^j \\ x_{21}^j \\ \vdots \\ x_{m1}^j \end{matrix}} \right\} \text{Dente } j \end{matrix}$$

Figura 3.15 – Obtenção da matriz com os pontos discretos da engrenagem movida para diversos dentes numa dada posição do ciclo de engrenamento θ_l .

3.3 Deflexões do modelo submetido à carga

Quando um par de engrenagens helicoidais é submetido a torque, observa-se que devido às deflexões dos dentes, a posição da engrenagem movida fica defasada em relação à motora de um certo ângulo de rotação ou de atraso.

Transferindo-se este efeito do fenômeno real para o modelo proposto, pode-se interpretar este ângulo de atraso como um afastamento adicional entre os pontos discretos das superfícies das engrenagens motora e movida. Assim, o ângulo de afastamento total entre estes pontos dar-se-á pela contribuição das modificações na topologia dos dentes causadas por modificações intencionais de projeto e pelos erros gerados pelo processo de fabricação, além do afastamento devido as deflexões dos dentes geradas pela carga aplicada.

As deflexões que surgem nos dentes das engrenagens quando submetidas à carga podem ser calculadas por diversos métodos. Segundo BEACHAM et al. (1999) os principais métodos usados são:

- o método dos elementos finitos;
- o método de fatias finas, no qual a engrenagem helicoidal é tratada como uma série de engrenagens com largura muito pequena ligadas entre si por molas;
- o método dos coeficientes ou funções de influência, o qual tem sido muito usado devido principalmente à sua flexibilidade no que se refere à facilidade de alterar a micro e macrogeometria do modelo, além de apresentar boa correlação com resultados experimentais;
- métodos mistos, onde o método de coeficientes de influência é usado considerando uma matriz de rigidez definida pelo método dos elementos finitos.

Como o modelo proposto neste trabalho considera que o contato pode ocorrer em qualquer ponto discreto da superfície dos dentes, torna-se necessário o emprego de um método que permita calcular além das deflexões locais nos pontos discretos em contato onde forças são aplicadas, também as deflexões em qualquer outro ponto da superfície dos dentes, causadas pela influência destas forças.

Adota-se no presente trabalho o método dos coeficientes, ou funções de influência para o cálculo das deflexões. Através do método dos coeficientes de influência pode-se calcular a deflexão gerada em um ponto em análise devido a uma força aplicada num ponto qualquer do dente. Assume-se que a deflexão elástica total num dado ponto é igual a somatória das deflexões elásticas naquele ponto causadas por uma força aplicada diretamente nele e por forças aplicadas em outros pontos do dente.

As seguintes deflexões são consideradas neste estudo:

1. Deflexão da região de contato (achatamento da superfície);
2. Deflexão do dente como um todo, que é considerada próxima daquela que surge em uma placa engastada de dimensões análogas que venham a representar o dente;

Assume-se que as principais componentes da deflexão total são estas citadas acima e ainda as deflexões dos eixos que suportam as engrenagens que foram descritas na seção 3.1.3. Outras componentes de deflexão do sistema não são consideradas neste trabalho.

3.3.1 Deflexão da região de contato (achatamento da superfície)

Seguindo a formulação usada por CONRY & SEIREG (1973), baseada na tensão de contato de Hertz segundo um modelo de dois cilindros em contato, a deflexão na superfície, ou achatamento, é considerada somente no ponto onde a força é aplicada, não havendo influência desta força sobre outros pontos discretos da superfície. Contudo, deve-se considerar os resultados experimentais apresentados por UMEZAWA & ISHIKAWA (1973) que mostram que a deflexão provocada por uma dada força unitária é maior próxima das arestas livres do que no centro do corpo. Este efeito das deflexões deve ser considerado na análise dos dentes de engrenagens, já que os dentes possuem a aresta correspondente ao diâmetro externo, além das arestas nas duas extremidades dos dentes. Assim a função de correção $c(\hat{x})$ para a deflexão proposta por UMEZAWA & ISHIKAWA (1973) é utilizada no cálculo da deflexão neste trabalho. Pontos

distantes até 15 mm da aresta livre são afetados por esta função de correção. Esta função encontra-se no Anexo I.

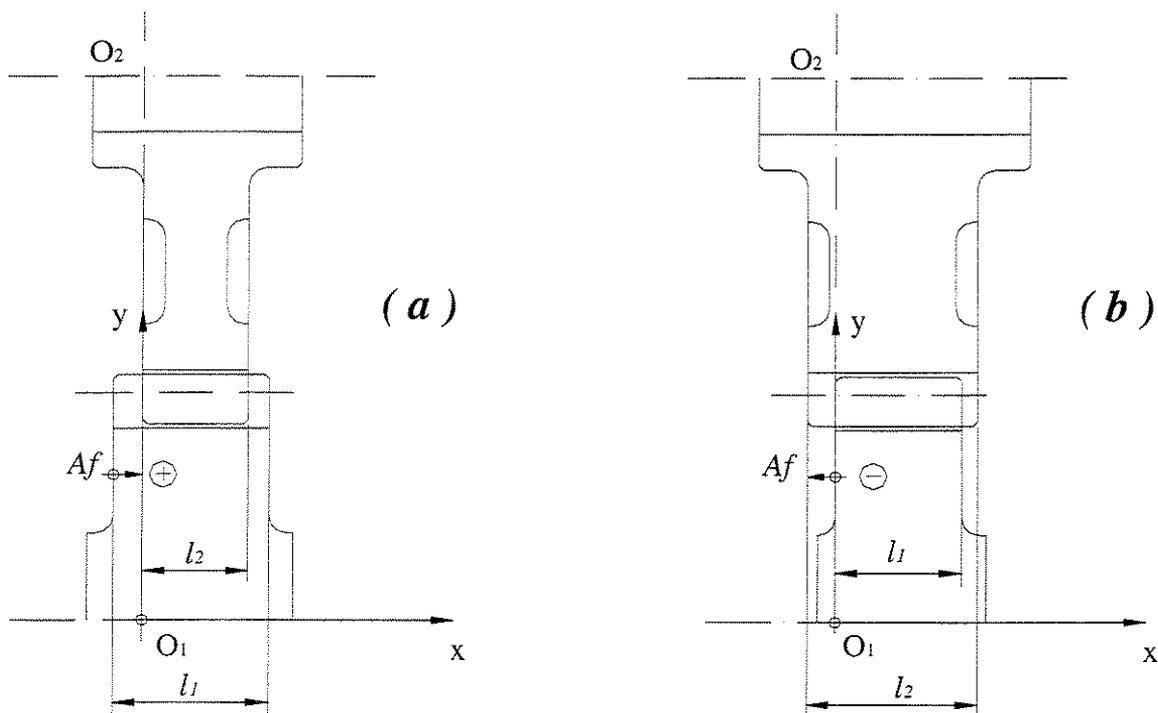


Figura 3.16 – Distância da aresta livre A_f para diferentes leiautes.

A distância do ponto de aplicação da força à aresta livre deve ser determinada para que se possa definir o valor da função de correção $c(\hat{x})$. O procedimento deve levar em conta diversas configurações usuais de leiaute.

A figura 3.16 mostra duas configurações básicas de leiautes que atendem a grande parte das aplicações de pares de engrenagens.

Calcula-se a distância da aresta livre \hat{x} para um dado ponto distante x_p da origem do eixo x , através da análise dos critérios da tabela 3.2, o qual é usado na equação 3.30 para o cálculo da distância da aresta livre na direção do passo da engrenagem como mostrado na figura 3.16.

Observa-se que além dos leiautes básicos mostrados na figura 3.16, também as diversas variações destes leiautes estão abrangidas pelos critérios estabelecidos na tabela 3.2 para determinação da distância da aresta livre.

| | | Critério | Distância da aresta livre \hat{x} |
|----------------------------|-------------------|-------------------------------------|--|
| Leiaute (a) $Af \geq 0$ | Engrenagem motora | $x_p + Af - \frac{l_1}{2} > 0$ | $\hat{x}_{p1} = l_1 - x_p - Af$ |
| | | $x_p + Af - \frac{l_1}{2} \leq 0$ | $\hat{x}_{p1} = x_p + Af$ |
| | Engrenagem movida | $x_p - \frac{l_2}{2} > 0$ | $\hat{x}_{p2} = l_2 - x_p$ |
| | | $x_p - \frac{l_2}{2} \leq 0$ | $\hat{x}_{p2} = x_p$ |
| Leiaute (b) $Af \leq 0$ | Engrenagem motora | $x_p - \frac{l_1}{2} > 0$ | $\hat{x}_{p1} = l_1 - x_p$ |
| | | $x_p - \frac{l_1}{2} \leq 0$ | $\hat{x}_{p1} = x_p$ |
| | Engrenagem movida | $x_p + Af - \frac{l_2}{2} > 0$ | $\hat{x}_{p2} = l_2 - x_p - Af $ |
| | | $x_p + Af - \frac{l_2}{2} \leq 0$ | $\hat{x}_{p2} = x_p + Af $ |

Tabela 3.2 – Critérios para determinação da distância da aresta livre para o cálculo da função de correção $c(\hat{x})$.

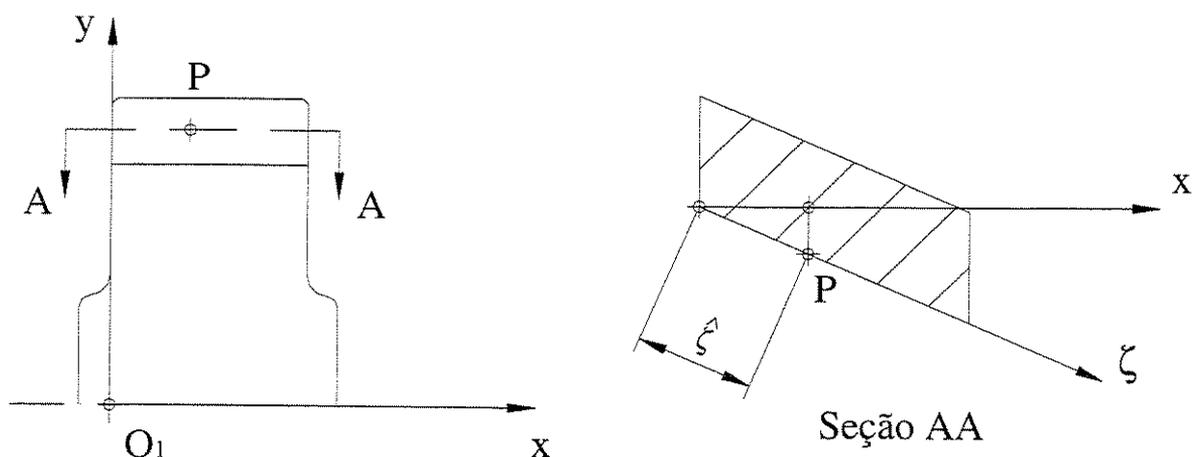


Figura 3.17 – Distância da aresta livre na direção do passo ζ .

Portanto, a distância da aresta livre na direção do passo, ζ , conforme mostrado na figura 3.17, é definida pela equação 3.30 e pela tabela 3.2.

$$\hat{\zeta}_{pi} = \frac{\hat{x}_{pi}}{\cos \beta_p} \quad , \quad (3.30)$$

onde:

$\hat{\zeta}_{pi}$ é a distância da aresta livre referente ao ponto P tomada na direção do passo da engrenagem, sendo que o índice $i = 1$ refere-se à engrenagem motora e $i = 2$ refere-se à engrenagem movida;

\hat{x} é a distância da aresta livre tomado no eixo x e obtida pelo critério da tabela 3.2.

Para o cálculo da deflexão da superfície, considera-se a força aplicada perpendicularmente à superfície do dente. Isto pode ser feito através de uma aproximação da superfície do dente à superfície evolvente teórica, considerando que os desvios na superfície real são pequenos. Assim, a seguinte equação aproximada pode ser utilizada:

$$p_N = p \cdot \frac{r_p}{r_g} \cdot \sqrt{1 + (\tan \beta_g)^2} \quad , \quad (3.31)$$

onde: p_N é a força normal à superfície do dente;

p é a força tangente à circunferência de raio r_p aplicada no dente;

r_p é o raio correspondente ao ponto P;

r_g é o raio de base da engrenagem;

β_g é o ângulo de hélice no raio de base.

A equação 3.32 é proposta para o cálculo da deflexão local da superfície. Esta equação é baseada na equação apresentada por CONRY & SEIREG (1973) com a função de correção proposta por UMEZAWA & ISHIKAWA (1973) :

$$w_H = \frac{25 \cdot (1 - \nu^2) \cdot p_N}{\pi \cdot E} \cdot c(\xi) \cdot c(\hat{\eta}) \quad , \quad (3.32)$$

onde:

w_H é a deflexão tomada perpendicularmente à superfície;

p_N é a força perpendicular à superfície aplicada no ponto discreto;

E é o módulo de elasticidade (tração e compressão);

ν é o coeficiente de Poisson;

$c(\xi)$ e $c(\hat{\eta})$ são os valores da função de correção da deflexão devido à proximidade da aresta livre nas direções axial e radial respectivamente (Anexo I).

Para se obter a deflexão da superfície no plano transversal da engrenagem, plano YZ, outra correção deve ser aplicada. A equação 3.33 mostra a correção usada para projetar a deflexão perpendicular à superfície para o plano YZ e na forma angular, para que esta possa ser adicionada aos outros afastamentos. A figura 3.18 ilustra a projeção da deflexão para a forma desejada.

$$\Delta w_{Hs} = \tan\left(\frac{\sqrt{r_p^2 - r_g^2}}{r_g}\right) - \tan\left(\frac{\sqrt{r_p^2 - r_g^2} - w_H \cdot \cos \beta_p}{r_g}\right) \quad (3.33)$$

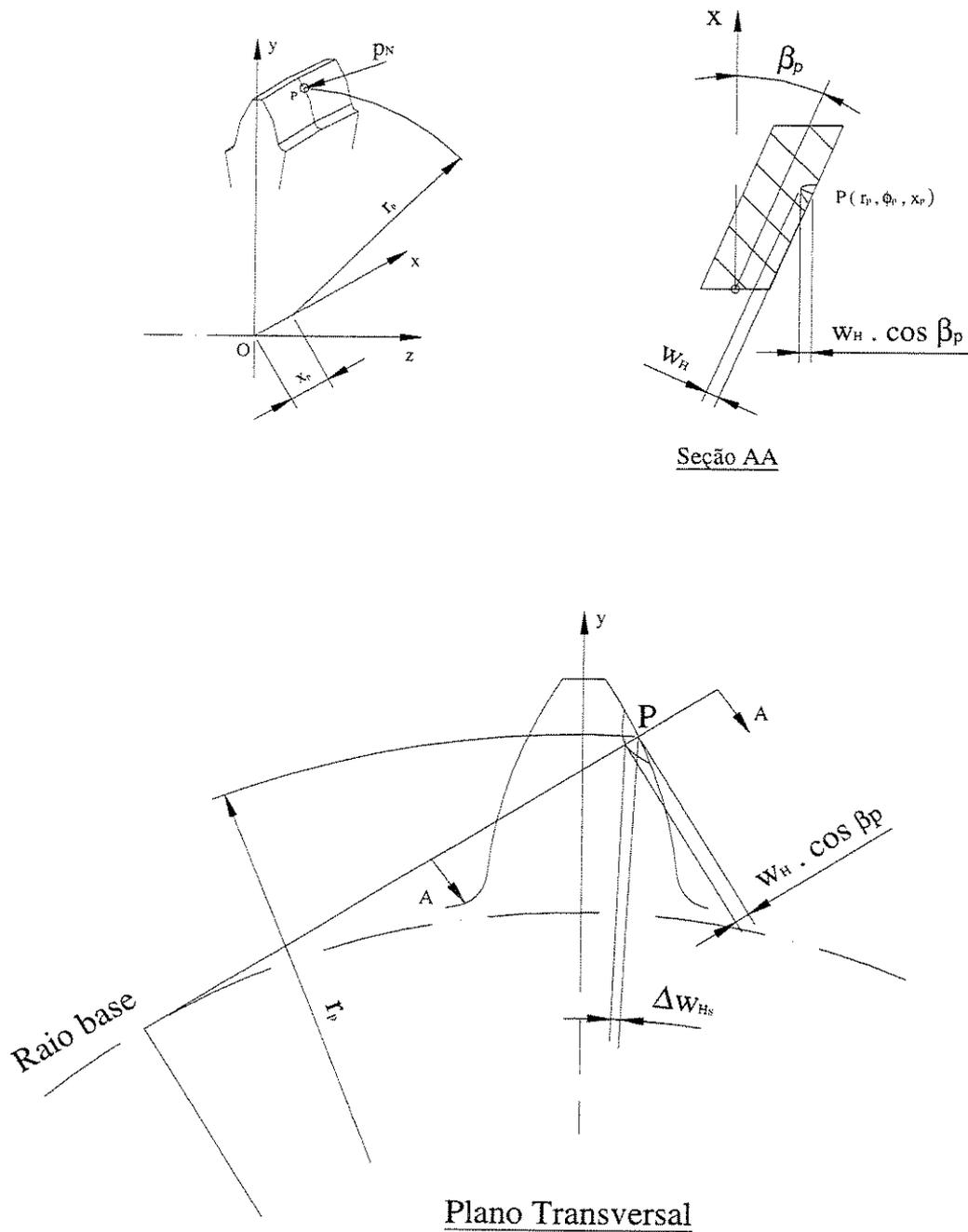


Figura 3.18 – Transferência da deflexão da superfície para o plano transversal e forma angular.

3.3.2 Deflexão do dente

O procedimento semi-empírico proposto por UMEZAWA (1972b) determina as deflexões do dente devido cargas concentradas a partir de um modelo bidimensional que aproxima o dente da engrenagem a uma placa engastada de dimensões representativas e largura finita.

PARK & LEE (1993) propuseram algumas correções nos fatores usados por UMEZAWA (1972b). Os fatores propostos foram obtidos a partir de um modelo em elementos finitos. Conforme os autores, o uso destes fatores corrigidos torna mais realista o comportamento das deflexões quando comparado ao problema real porque consideram o efeito da fundação do dente.

Desta forma, adota-se neste trabalho o procedimento proposto por UMEZAWA (1972b) com os fatores corrigidos propostos por PARK & LEE (1993). Para tanto, parte-se da hipótese de que um dente helicoidal pode ser razoavelmente representado por uma placa retangular engastada de espessura linearmente variável (seção trapezoidal).

Estuda-se as deflexões em todo o domínio quando uma força unitária é aplicada em um ponto (ζ', η') arbitrário, conforme mostrado na figura 3.19.

Adota-se o seguinte procedimento para a determinação das dimensões da placa análoga:

1. Calcula-se as espessuras do dente no plano normal nos diâmetros externo e de raiz através das equações 3.34 e 3.35 ou 3.36.

$$s_{\min n} = 2 \cdot r_{eap} \cdot \operatorname{sen} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{s_{cgs}}{r_g} - \operatorname{inv} \alpha_{eap} \right) \cdot \cos \beta_{eap} \quad , \quad (3.34)$$

onde:

$s_{\min n}$ é a espessura mínima do dente da engrenagem;

r_{eap} é o raio externo da engrenagem;

s_{cgs} é a espessura circular da engrenagem no diâmetro de base e no plano transversal;

$inv \alpha_{eap}$ é o valor da função evolvente correspondente ao ângulo de pressão no raio externo;

β_{eap} é o ângulo de hélice no raio externo.

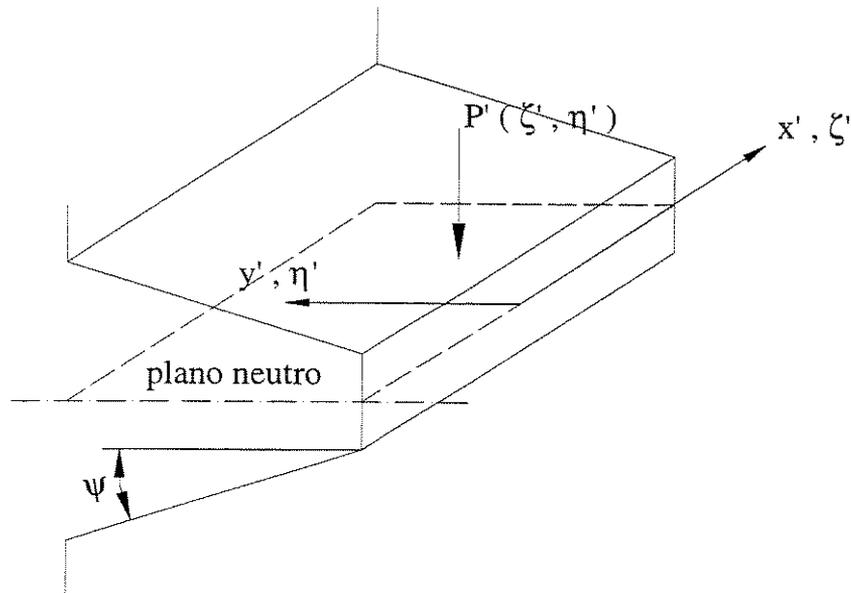


Figura 3.19 – Placa de seção trapezoidal análoga ao dente helicoidal.

Para o cálculo da espessura máxima do dente, ou seja a espessura na base do dente, deve-se considerar duas condições de geometria típicas dos dentes de engrenagem. A primeira onde o diâmetro de base está localizado abaixo do diâmetro de raiz e a segunda condição típica onde o diâmetro de base está acima do diâmetro de raiz, conforme ilustrado nas figuras 3.20 (a) e (b) respectivamente.

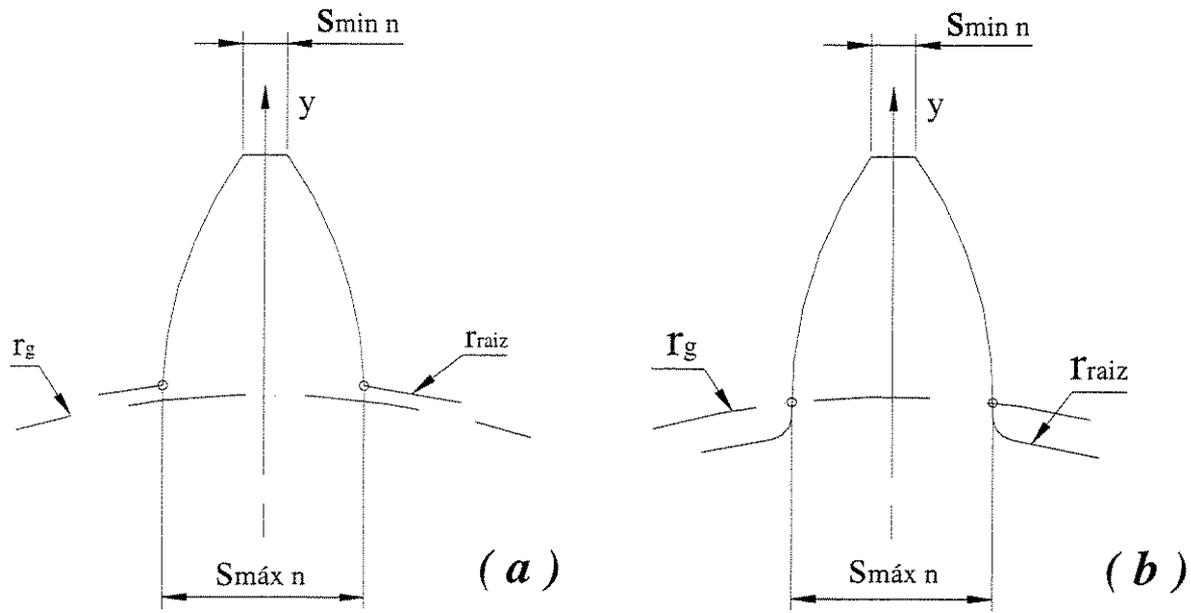


Figura 3.20 – Duas condições de geometria típicas dos dentes de engrenagens.

Para a primeira condição, figura 3.20(a), define-se a maior espessura através da equação 3.35.

$$s_{máx n} = 2 \cdot r_{raiz} \cdot \text{sen} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{s_{cgs}}{r_g} - \text{inv} \alpha_{raiz} \right) \cdot \cos \beta_{raiz} \quad , \quad (3.35)$$

onde:

$s_{máx n}$ é a espessura máxima do dente da engrenagem;

r_{raiz} é o raio de raiz da engrenagem;

$\text{inv} \alpha_{raiz}$ é o valor da função evolvente correspondente ao ângulo de pressão no raio de raiz;

β_{raiz} é o ângulo de hélice no raio de raiz.

Como por definição não existe perfil evolvente abaixo do raio base, para os casos da figura 3.20(b) calcula-se a espessura máxima no raio base da engrenagem e considera-se esta espessura projetada para o raio de raiz do dente. A equação 3.36 é aplicada nestes casos:

$$s_{máxn} = 2 \cdot r_g \cdot \text{sen} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{s_{cgs}}{r_g} \right) \cdot \cos \beta_g \quad (3.36)$$

Desta forma, conhecidas as espessuras máxima e mínima do dente é possível calcular o ângulo de inclinação da placa análoga ψ conforme a equação 3.37:

$$\tan \psi = \frac{s_{máxn} - s_{mín}}{2 \cdot H} \quad (3.37)$$

onde H é a altura referente à distância de $s_{máxn}$ a $s_{mín}$ conforme mostrado na figura 3.21.

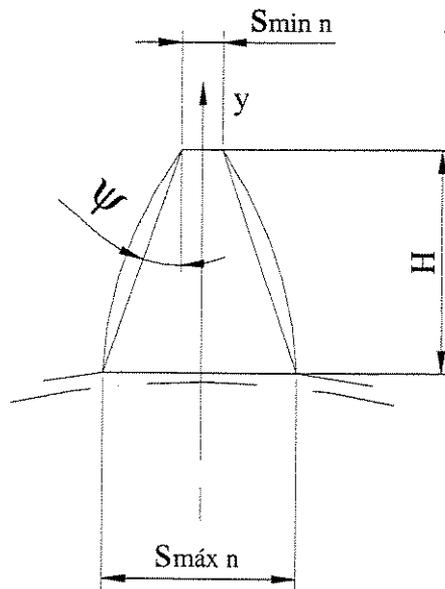


Figura 3.21 – Ângulo de inclinação da placa análoga.

Observa-se através da figura 3.21 que a placa análoga poderia ser melhor ajustada às dimensões do dente da engrenagem. Neste sentido sugere-se um próximo passo no procedimento para definição das dimensões da placa.

2. Calcula-se a espessura na metade da altura do dente através da equação 3.38:

$$s_{médion} = 2 \cdot r_{médio} \cdot \operatorname{sen} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{s_{cgs}}{r_g} - \operatorname{inv} \alpha_{médio} \right) \cdot \cos \beta_{médio} \quad , \quad (3.38)$$

onde:

$s_{médion}$ é a espessura no raio médio do dente da engrenagem;

$r_{médio}$ é o raio médio da engrenagem dado pela média entre o raio externo e o raio de raiz;

$\operatorname{inv} \alpha_{médio}$ é o valor da função evolvente correspondente ao ângulo de pressão no raio médio;

$\beta_{médio}$ é o ângulo de hélice no raio médio.

Duas retas com ângulo de inclinação ψ e passando pela espessura média, $s_{médion}$, são definidas conforme mostrado na figura 3.22(a).

3. Define-se então a espessura final para a placa análoga através de uma reta paralela e eqüidistante das duas retas anteriormente definidas conforme mostrado na figura 3.22(b).

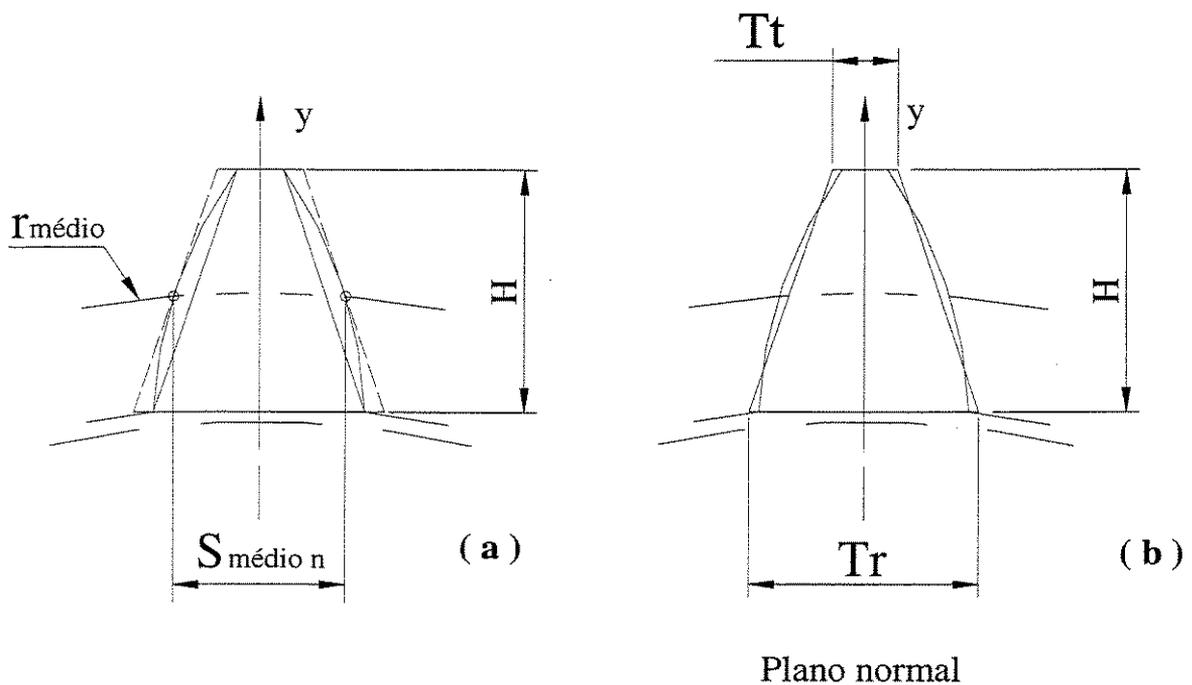


Figura 3.22 – Dimensões finais da placa análoga.

As espessuras máxima e mínima da placa podem também ser definidas conforme indicado na figura 3.22(b).

4. Como a formulação proposta por UMEZAWA (1972b) e PARK & LEE (1993) prevê o cálculo das deflexões considerando uma placa análoga padronizada, faz-se necessário um ajuste para aproximar a placa análoga calculada de uma placa padronizada. Baseado na figura 3.23 da placa padronizada, as equações 3.39 e 3.40 definem o módulo equivalente, MP , e a largura da placa, F , respectivamente:

$$MP = \frac{2 \cdot Tt}{\pi - 4 \cdot \tan \psi} \quad , \quad (3.39)$$

$$F = \frac{l}{\cos \beta_o} \quad . \quad (3.40)$$

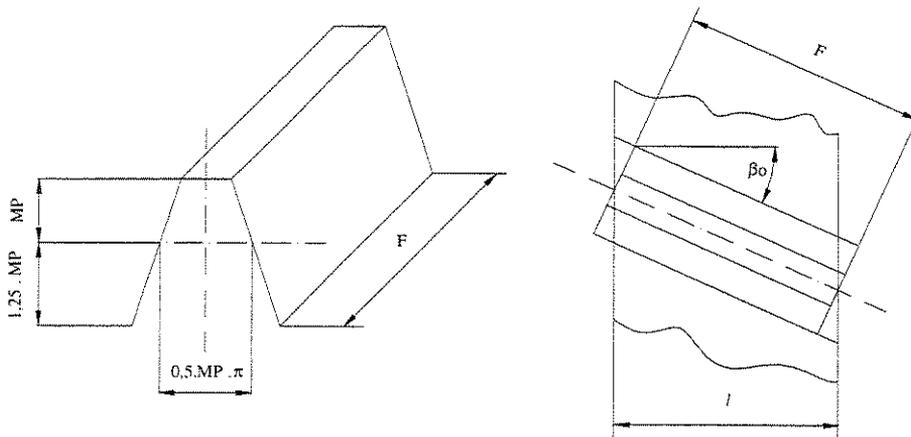


Figura 3.23 – Placa análoga padronizada.

Algumas considerações devem ser feitas quanto ao método empregado:

- A analogia do dente helicoidal à placa apresenta dificuldade nas regiões extremas das laterais pois a formulação de placa não prevê o caso real em que a seção normal nas extremidades não é completa (ver figura 3.23);

- Também não se prevê a distorção da seção normal devido à diferença gradual no ângulo de hélice entre o raio de raiz e o raio externo do dente;

- Assume-se que uma força aplicada em um dente não causa influência direta na deflexão de um outro dente, ou seja, as funções de influência agem isoladamente em cada dente.

A formulação proposta por UMEZAWA (1972b) considera a aplicação de cargas concentradas no plano neutro da placa análoga e também as deflexões são obtidas neste plano.

Quanto a força unitária, a equação 3.41 é adotada para projetar a força tangencial para a forma perpendicular ao plano neutro da placa:

$$p' = p \cdot \left[1 + \left(\frac{r_p}{r_o} \cdot \tan \beta_o \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (3.41)$$

onde:

p' é a força normal ao plano neutro da placa;

p é a força tangente à circunferência de raio r_p aplicada no dente.

Adota-se um sistema de coordenadas cartesianas S' (x' , y') específico para a placa análoga. Desta forma, funções de transferência do sistema de coordenadas S' para o sistema de coordenadas original S do modelo e vice e versa devem ser estabelecidas. A figura 3.24 mostra o sistema de coordenadas cartesianas adotado para a placa análoga, onde os eixos ζ' e η' coincidem com os eixos x' e y' respectivamente e são usados para diferenciar pontos discretos onde forças unitárias são aplicadas em pontos discretos onde se deseja calcular a deflexão.

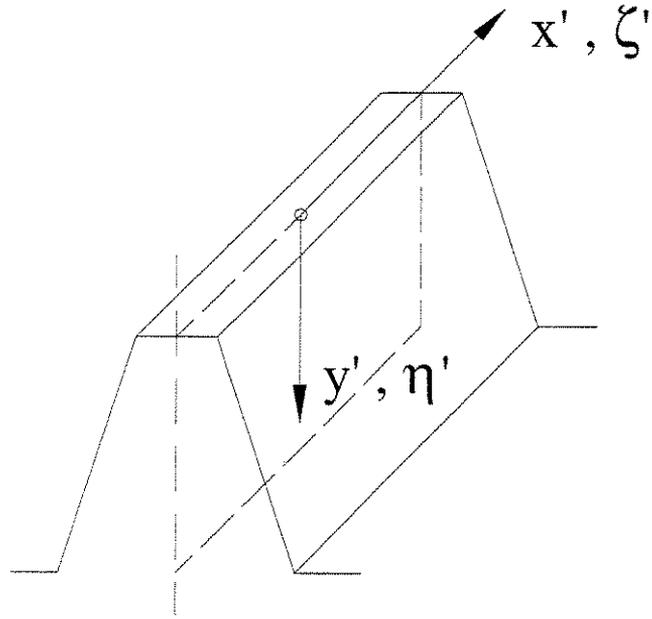


Figura 3.24 – Sistema de coordenadas cartesianas do plano neutro da placa análoga.

A transformação de coordenadas entre os sistemas S e S' de um ponto discreto qualquer P pertencente à superfície do dente é dada da seguinte forma:

$$y' = r_{cap} - r_p \cdot \cos \varphi_p \quad , \quad (3.42)$$

$$x' = \frac{x_p}{\cos \beta_o} - \frac{1}{2} \cdot F \quad . \quad (3.43)$$

Finalmente, define-se a equação para o cálculo da deflexão da placa de dimensões análogas ao dente helicoidal. A equação 3.44 refere-se à deflexão num dado ponto discreto P definido pelas coordenadas (x', y') tomada na direção perpendicular ao plano neutro da placa:

$$w_B(x', y') = \frac{U \cdot f(\lambda \cdot \bar{x}') \cdot g(\bar{y}')}{MP} \cdot \sum_{k=1}^N p_k' \cdot \frac{v(\bar{r}_k)}{f(\lambda \cdot |\bar{x}' - \bar{\zeta}'_k|) \cdot g(|\bar{y}' - \bar{\eta}'_k|)} \cdot f(\lambda \cdot \bar{\zeta}'_k) \cdot g(\bar{\eta}'_k) \quad , \quad (3.44)$$

onde:

$w_B(x', y')$ é a deflexão devido a todas as forças aplicadas em pontos discretos da placa;

U é o valor absoluto da deflexão em função do ângulo de inclinação da placa (Anexo II);

$g(\bar{y}') = \sqrt{G(\bar{y}')}$ é a função comum das deflexões na direção da altura da placa, y' (Anexo III);

$f(\bar{x}') = \sqrt{F(\bar{x}')}$ é a função comum das deflexões na direção da largura da placa, x' (Anexo IV);

$v(\bar{r}_k)$ é uma função comum das deflexões dada pela distância entre um ponto discreto de aplicação da força e o ponto discreto onde se deseja calcular a deflexão. Esta distância é dada pela equação 3.45. (Anexo V);

$\bar{x}' = \frac{x'}{H}$, (demais variáveis com barra significam que são divididas pela altura da placa);

$k=1,2,\dots,N$, onde N é o número total de forças discretas aplicadas na placa;

a equação 3.45 calcula a distância r do ponto em análise (x', y') ao ponto onde a carga concentrada é aplicada (ζ, η):

$$\bar{r}_k^2 = (\lambda \cdot \bar{x}' - \lambda \cdot \bar{\zeta}'_k)^2 + (\bar{y}' - \bar{\eta}'_k)^2 \quad , \quad (3.45)$$

λ é um fator de escala das coordenadas x' e ζ para ajustar a função $v(\bar{r}_k)$ a uma dada relação de largura e altura da placa (Anexo VI).

O presente trabalho propõe-se somente à aplicação da formulação apresentada através das equações 3.44 e 3.45. Maiores detalhes sobre esta formulação são encontrados nas referências: UMEZAWA (1972a), UMEZAWA (1972b) e PARK & LEE (1993).

No modelo proposto os afastamentos no plano transversal da engrenagem foram tomados no plano YZ . Assim, torna-se necessário o emprego de uma função de transferência da deflexão linear calculada perpendicular ao plano neutro para o plano YZ em forma de afastamento angular. A equação 3.46 é adotada como uma forma aproximada para esta transferência, e é ilustrada na figura 3.25.

$$\Delta w_{Bs} = \tan^{-1} \left(\frac{w_B \cdot \cos \beta_p}{r_p \cdot \cos \varphi_p} \right) \quad (3.46)$$

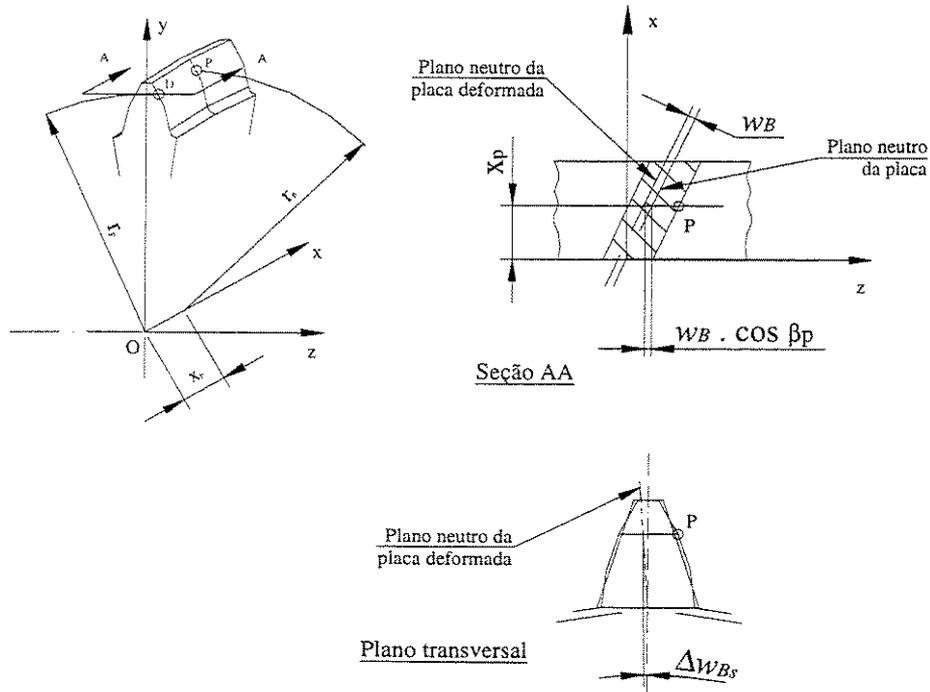


Figura 3.25 - Transferência da deflexão da placa para a forma de afastamento angular do modelo.

3.3.3 Deflexão total em um ponto arbitrário: método dos coeficientes de influência.

Como mencionado no início da seção 3.3, o método dos coeficientes de influência foi adotado no presente trabalho para a determinação da deflexão total nos pontos discretos em análise. Por este método é possível determinar a deflexão gerada em qualquer ponto discreto devido à carga aplicada no próprio ponto, bem como a deflexão causada por cargas aplicadas em outros pontos discretos da superfície do dente.

Assume-se que a deflexão total num ponto discreto da superfície do dente é dada pela somatória da deflexão da região de contato, ver seção 3.3.1 e da deflexão do dente como um todo, ver seção 3.3.2.

A deflexão da região de contato é considerada somente pontual, ou seja, somente no ponto de aplicação da carga. Nos pontos onde não há carga aplicada, pontos fora do contato, esta deflexão é considerada zero. Enquanto que a deflexão do dente, ver seção 3.3.2, é calculada para todos os pontos discretos da superfície do dente através da equação 3.44, independentemente do ponto discreto estar ou não em contato. Para isto assume-se que um ponto discreto mesmo não estando em contato poderá sofrer deflexão por influência de uma força aplicada em um outro ponto discreto do dente.

No procedimento proposto considera-se que qualquer ponto discreto na superfície dos dentes pode estar em contato e desta forma receber uma parcela da carga transmitida. Para atender esta premissa, o emprego de uma matriz de rigidez em sua forma usual no método dos coeficientes de influência exigiria a construção de uma matriz de grandes dimensões. Assim para a implementação do método dos coeficientes de influência usou-se identificar os pontos em contato e calcular as deflexões nestes pontos, bem como as deflexões que cada um destes pontos com carga aplicada provoca nos demais pontos discretos da superfície. A equação 3.44 foi usada para estes cálculos.

3.4 Distribuição de carga

A transmissão de torque por meio de um par de engrenagens é realizada através de um ou mais pares de dentes em contato, sendo que a forma como a carga correspondente a este torque é distribuída entre estes dentes é aqui chamada de distribuição de carga e será usada para a determinação das deflexões. Para tanto, deve-se levar em conta que em cada posição no ciclo de engrenamento existe uma condição particular de contato. Assim a distribuição de carga deve ser determinada para cada uma das posições.

As deflexões dos dentes das duas engrenagens fazem com que haja uma pequena diferença na rotação angular da engrenagem motora e da engrenagem movida, o que faz com que o contato teórico seja também alterado devido à cinemática característica das engrenagens.

Supondo-se uma aplicação gradual de carga é intuitivo que à medida em que a intensidade de carga aplicada aumenta, novas deflexões ocorrem e a região de contato muda, fazendo com que haja uma distribuição de carga diferente da inicial.

Na abordagem convencional para o problema da distribuição de carga, considera-se que as deflexões que ocorrem ao longo da linha de contato dos dentes é constante, ver os trabalhos de PARK & LEE (1993) e UMEZAWA & ISHIKAWA (1973). Desta forma, resolvendo-se um sistema de equações lineares, é possível determinar uma distribuição de carga aproximada. Porém esta abordagem não atende aos objetivos propostos neste trabalho, devido a duas razões básicas:

1. Propõe-se neste trabalho a análise do contato em toda a superfície do dente e não somente no plano de ação teórico;
2. Considera-se relevante a alteração de contato durante a aplicação de carga devido às deflexões elásticas que ocorrem.

O problema de contato envolvido é não linear devido ao fato de existirem pontos das superfícies com afastamento que podem ou não entrar em contato conforme as deflexões resultantes da aplicação de carga. Outro fator que dificulta a determinação da distribuição de carga está relacionada à complexidade da geometria e cinemática das engrenagens helicoidais. Propõe-se neste estudo uma aproximação do modelo ao problema real através da discretização da carga aplicada em incrementos de forças e um processo de iteração para se atingir o torque desejado. Desta forma espera-se obter uma melhor aproximação do fenômeno real quanto a alteração da região de contato e quanto a distribuição de carga.

O torque transmitido pelo par engrenado pode ser representado pela equação 3.47:

$$T = \sum_{i=1}^M t_i = \sum_{j=1}^J p_j \cdot r_j \quad , \quad (3.47)$$

onde: T é o torque na engrenagem motora a ser transmitido;

t é o torque discretizado;

p é a força aplicada nos pontos discretos em contato;

r é o raio da engrenagem motora referente ao ponto em contato onde a força p é aplicada;

$i=1,2,\dots,M$, onde M é o número de iterações necessárias para a aplicação do torque T ;

$j=1,2,\dots,J$, onde J é o número de forças aplicadas nos pontos discretos em contato nos pares de dentes conjugados.

O procedimento proposto para determinar a distribuição de carga prevê a aplicação de forças de pequena intensidade nos pontos discretos em contato localizados numa primeira análise sem carga, em seguida calculam-se as deflexões devido à aplicação destas forças e se realiza uma nova análise dos pontos de contato. A partir daí tem-se duas possibilidades: novos pontos de contato podem surgir e pontos anteriormente em contato podem permanecer no conjunto de pontos de mínimo afastamento, significando que a força aplicada não provocou deflexão suficiente para tirá-los da zona de contato. Assim forças de pequena intensidade são aplicadas nos novos pontos em contato e forças são somadas as anteriormente aplicadas nos pontos que permanecem em contato. Este processo iterativo é realizado até que a somatória dos produtos das forças aplicadas pelos raios de seus respectivos pontos discretos seja igual ao torque total T . Este processo é mostrado nas figuras 3.28 e 3.29 da seção 3.5 através de um fluxograma.

São negligenciadas as aplicações excessivas de carga nos pontos discretos, ou seja, o procedimento proposto não prevê a redução da força aplicada num dado ponto devido, por exemplo, à deflexão local excessiva ou à alterações causadas no modelo por deflexões em outros pontos discretos. Com isto, a precisão deste método está relacionada com o número de forças discretas adotadas, ou seja, a precisão na determinação da distribuição de carga aumenta à medida que a intensidade das forças aplicadas em cada iteração diminui. O que por outro lado aumenta o tempo de processamento computacional. Uma adequação entre o tempo de processamento e o número de forças discretas aplicadas deve ser feita para se obter um nível de precisão satisfatório. O mesmo fato quanto a precisão ocorre em relação ao número de pontos usados na discretização das superfícies dos dentes.

3.5 Discussão quanto a precisão do método e estrutura de programação

A obtenção do modelo não objetiva simplificar a análise geométrica ou cinemática do par engrenado. Embora um tanto complexa, toda a análise geométrica e cinemática das engrenagens é perfeitamente exequível em micro computadores, obtendo-se valores exatos como resultado.

Uma vez que o procedimento proposto se baseia em métodos numéricos onde os resultados são necessariamente compostos por aproximações, deve-se avaliar a precisão resultante. Além disso, cada um dos modelos matemáticos empregados representam apenas parcialmente o fenômeno real, o que obviamente pode introduzir maiores imprecisões. O procedimento proposto, deve portanto ser comparado a resultados teóricos, bem como a outros métodos analíticos de precisão comprovada. Estas comparações são mostradas e discutidas de forma detalhada no capítulo 4.

Ao se colocar o algoritmo descrito em forma de programa computacional, algumas considerações devem ser observadas:

1. definiu-se desenvolver o programa em linguagem Matlab, ver MATHWORKS (2002);
2. o programa deve ser modularizado para facilitar o entendimento e possibilitar alterações sem que sejam necessárias grandes mudanças no programa;
3. o nível de precisão do cálculo (função do número pontos discretos, como mencionado anteriormente) não deve ser pré estabelecido, pelo contrário, deve ser definido pelo usuário baseando-se no binômio “precisão - tempo de processamento”.

Visando tais propósitos o fluxograma da figura 3.26, que mostra a estrutura básica do procedimento descrito neste capítulo, foi proposto.

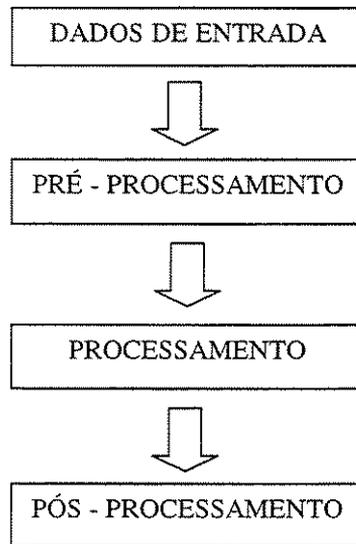
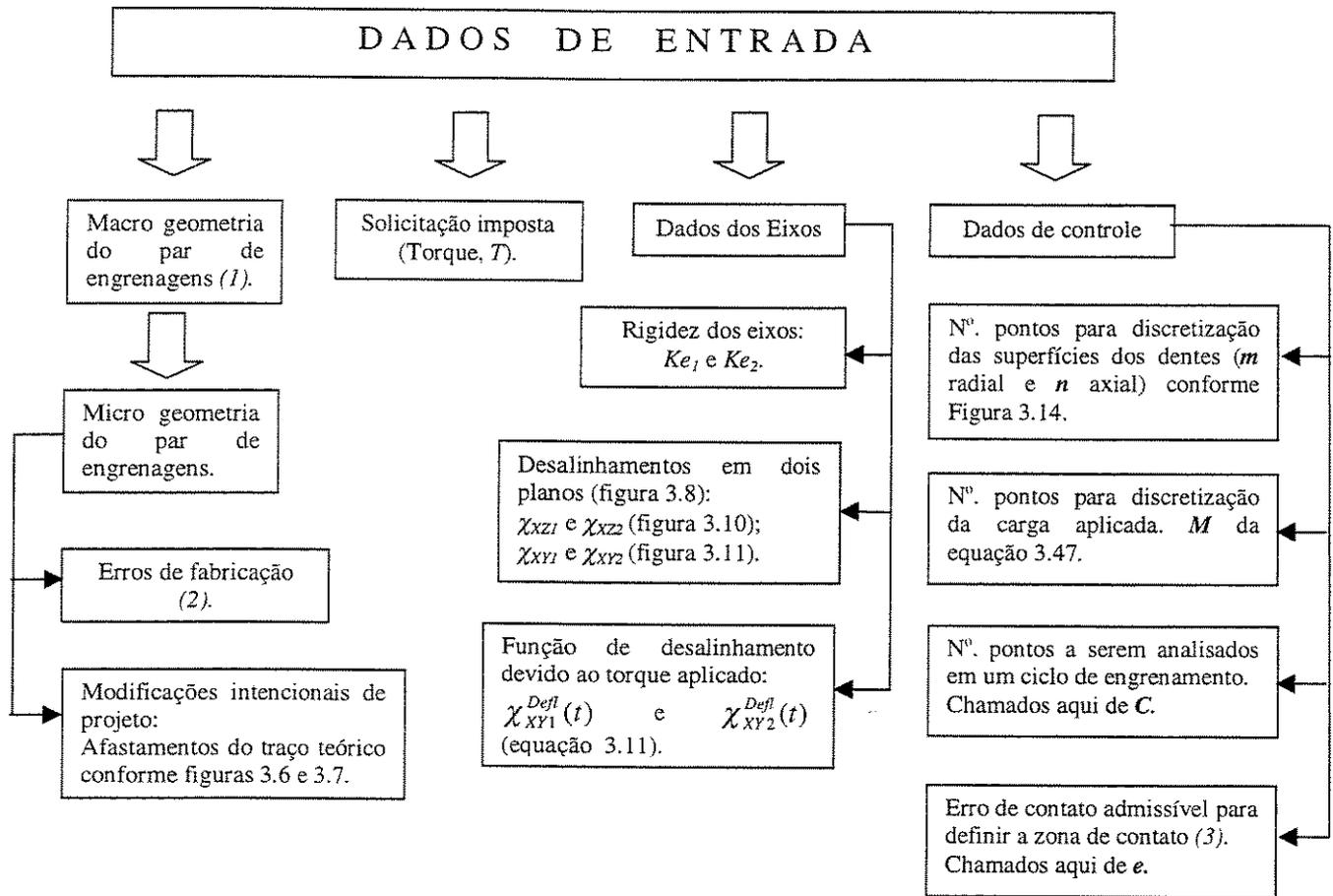


Figura 3.26 – Fluxograma do procedimento proposto.

Os fluxogramas das figuras 3.27, 3.28, 3.29 e 3.30 mostram com mais detalhes cada uma das fases do fluxograma mostrado na figura 3.26.

Como o erro de transmissão é periódico na frequência de engrenamento, diversos autores apresentaram em seus trabalhos os valores das amplitudes das duas primeiras harmônicas do erro de transmissão, ver os trabalhos de SMITH (1987), MUNRO (1990) e HOUSER, BOLZE & GRABER (1996). O trabalho de SMITH (1987) mostra que existe uma boa correlação entre estas duas harmônicas e o ruído gerado por pares engrenados. Os resultados apresentados no capítulo 4 tornam mais clara a importância da análise no domínio da frequência através das harmônicas do erro de transmissão.

Desta forma foi implementado no programa desenvolvido a transformada rápida de Fourier do erro de transmissão. Para isto considerou-se que as dez posições no ciclo de engrenamento para as quais calculou-se os erros de transmissão, correspondem a dez pontos discretos de um sinal que pode ser representado matematicamente por uma combinação de senos e cossenos (sinal periódico). Usou-se a função $\text{fft}(x)$ do Matlab, ver MATHWORKS (2002), considerando o número de elementos, N , do vetor x igual ao número de posições no ciclo de engrenamento, obtendo-se como resposta as amplitudes das harmônicas do erro de transmissão.



- (1) Número de dentes das engrenagens: N_1 e N_2 ;
 Ângulo de pressão: α_{on} ;
 Ângulo de hélice: β_o ;
 Raios de base: r_{b1} e r_{b2} ;
 Distância entre centros: a ;
 Espessuras no raio de base: s_{gvc1} e s_{gvc2} ;
 Largura das engrenagens: l_1 e l_2 ;
 Largura de contato: l_{cont} ;
 Afastamento das faces: Af ;
 Raios externos: r_{eap1} e r_{eap2} ;
 Raios de início perfil ativo: r_{sap1} e r_{sap2} ;
 Raios de raiz: r_{raiz1} e r_{raiz2} .

- (2) Erro do ângulo de pressão: $fH\alpha_1$ e $fH\alpha_2$;
 Erro do ângulo de hélice: $fH\beta_1$ e $fH\beta_2$;
 Erro de espaçamento: fp_1 e fp_2 .

- (3) Define-se o termo zona de contato (ZC) como o conjunto de pontos discretos pertencentes às superfícies dos dentes cujos afastamentos entre as engrenagens motora e movida encontram-se num mesmo intervalo.
 Este intervalo é dado pelo mínimo afastamento encontrado e por afastamentos maiores até um erro pré definido considerado aceitável devido à precisão dos métodos medição e da imprecisão provocada pela discretização das superfícies dos dentes.

Figura 3.27 – Fluxograma de entrada dos dados.

PRÉ - PROCESSAMENTO

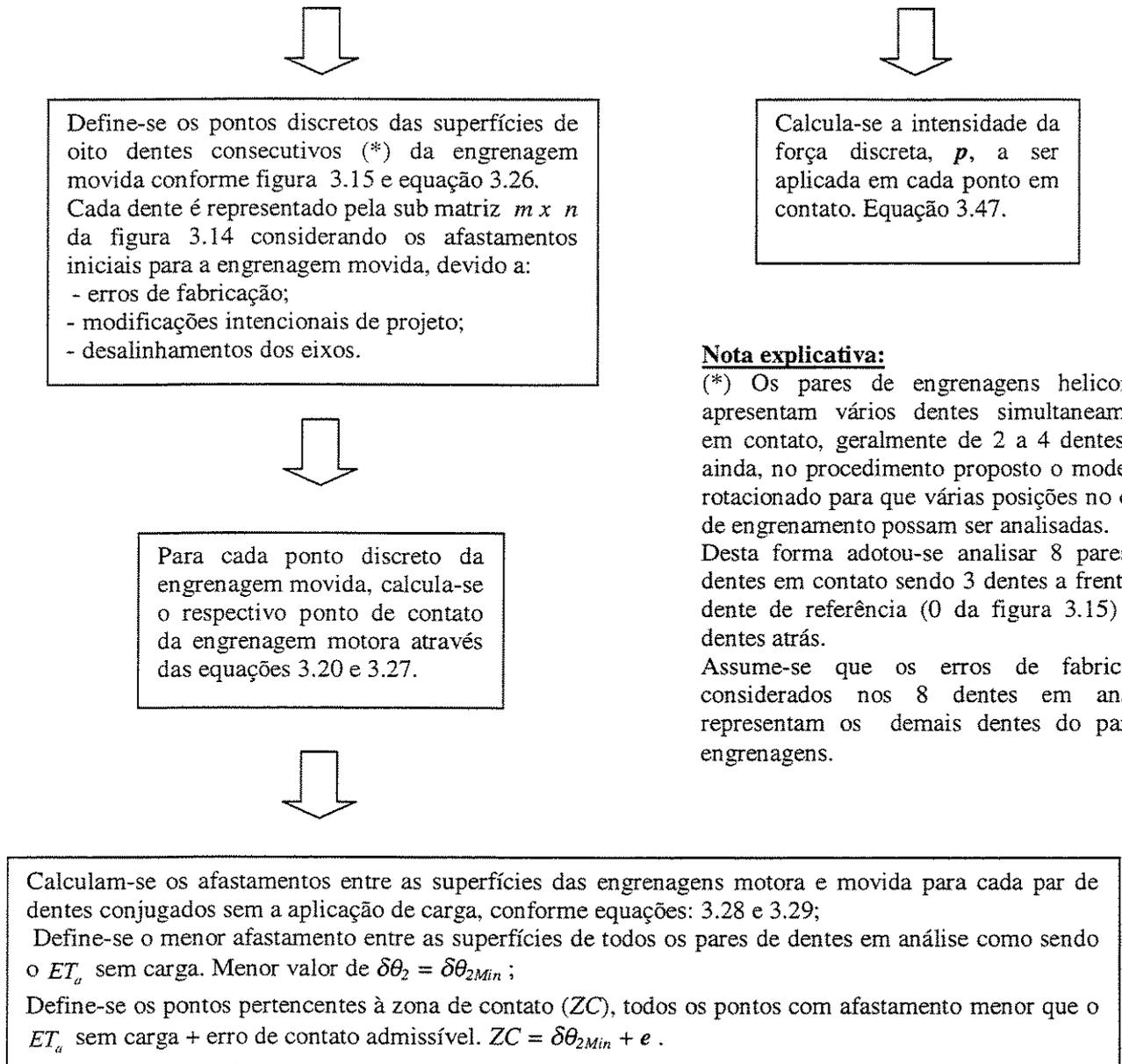


Figura 3.28 – Fluxograma do pré-processamento.

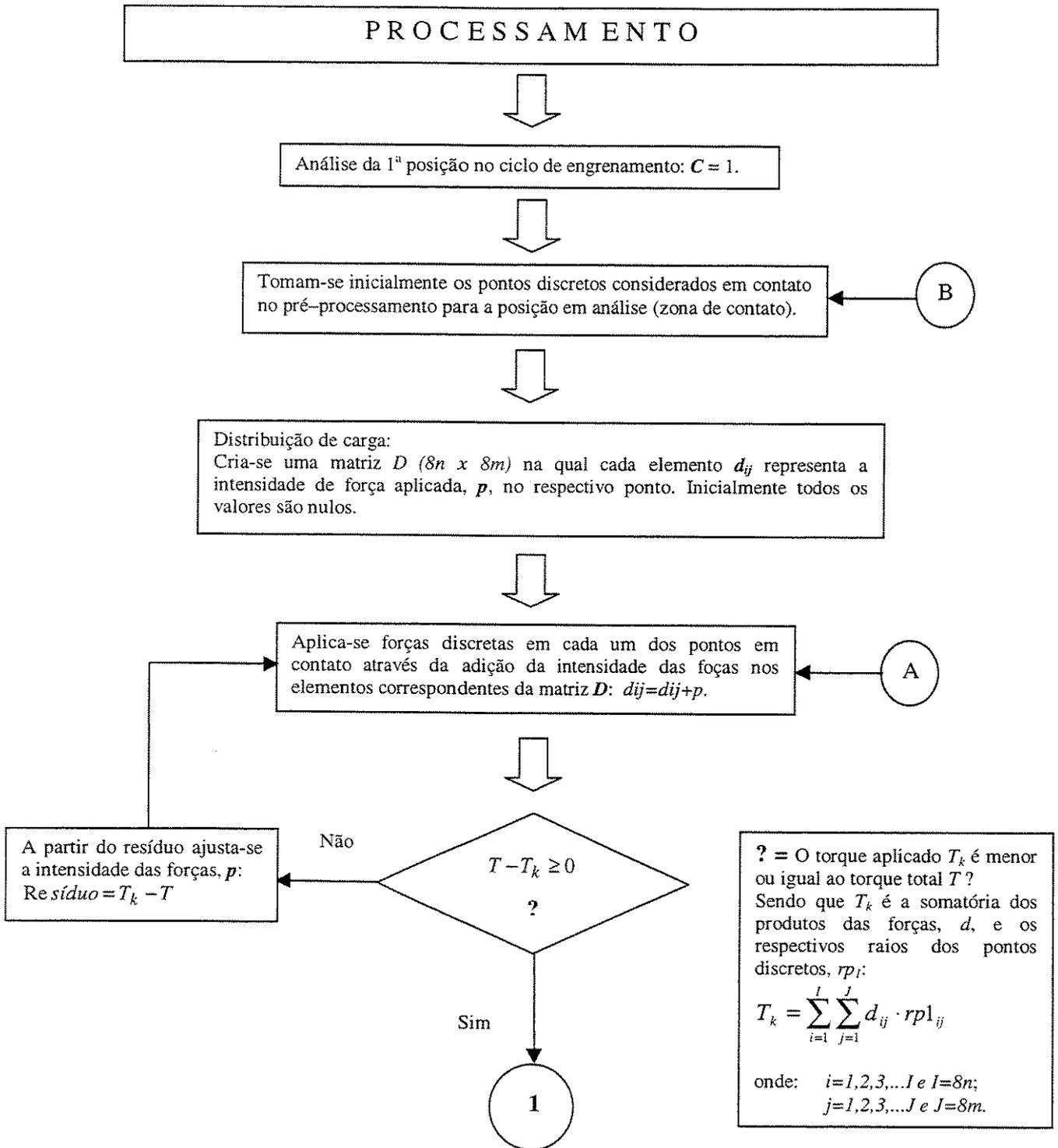


Figura 3.29a – Fluxograma do processamento.

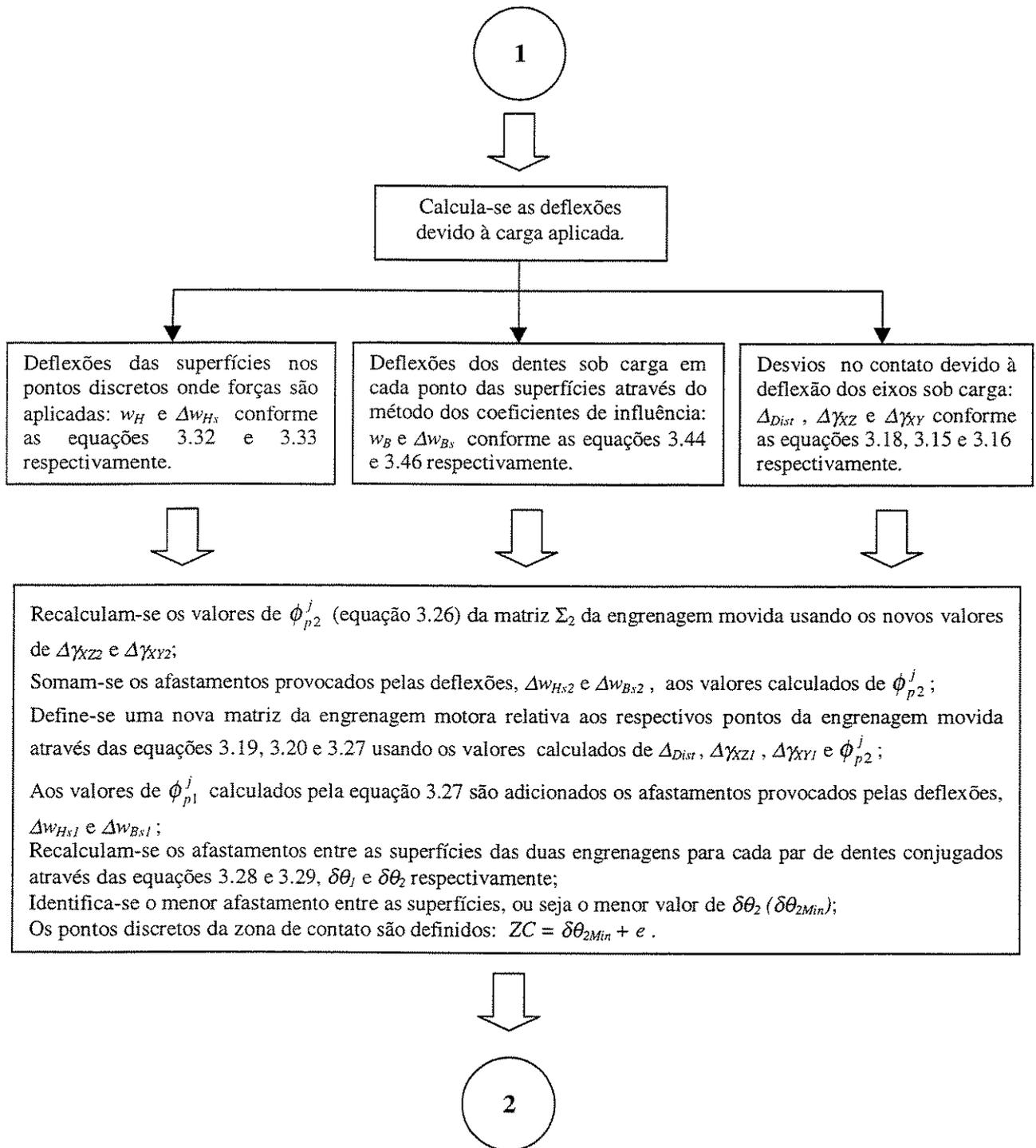


Figura 3.29b – Fluxograma do processamento.

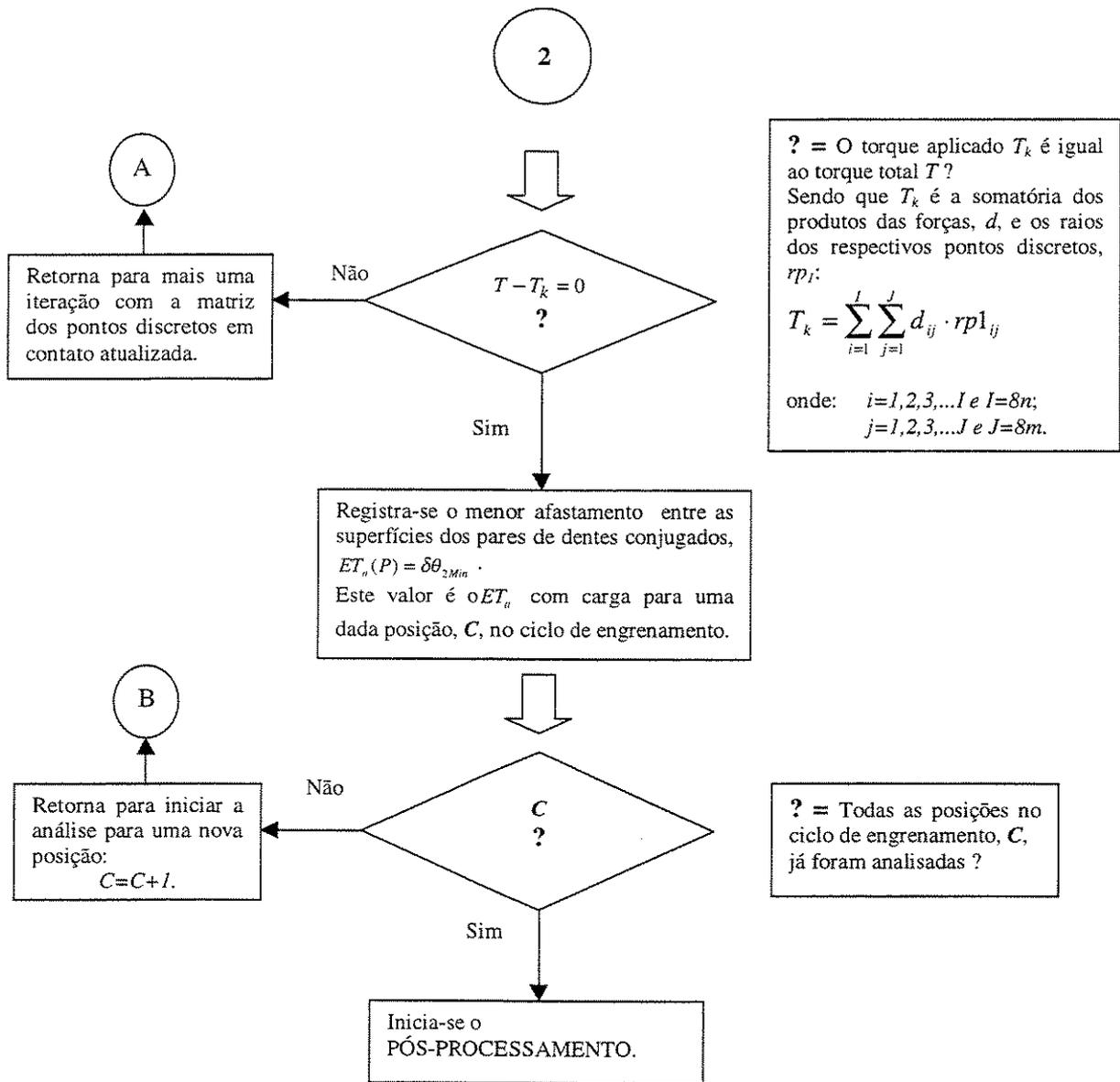


Figura 3.29c – Fluxograma do processamento.

PÓS PROCESSAMENTO



Calcula-se o erro de transmissão longitudinal, ET_l , a partir dos valores do erro de transmissão angular, ET_a , conforme a equação 1.3.



Procede-se a FFT do ET_l a partir do vetor com os valores do ET_l e com a respectiva posição no ciclo de engrenamento.
Calcula-se as harmônicas do ET_l com carga.



Apresentam-se os seguintes resultados:

- Erro de transmissão longitudinal para cada posição, ET_l ;
- Erro de transmissão angular para cada posição, ET_a ;
- Máxima variação do ET_l num ciclo de engrenamento, ou seja o pico-a-pico do ET_l :
 $PPET = |Máx ET_l - Mín ET_l|$;
- Amplitude das harmônicas do ET_l .



FIM

Figura 3.30 – Fluxograma do pós-processamento.

Capítulo 4

Verificação do Método

Alguns métodos têm sido empregados para medição do erro de transmissão, entre os quais predominam as máquinas comerciais de medição de precisão, que são usadas no ambiente produtivo para inspeção das engrenagens em processo de fabricação. Nestas máquinas o par de engrenagens é submetido a uma carga muito baixa, somente para arraste e manutenção do contato entre os dentes, e também baixa rotação. Este tipo de ensaio é chamado em inglês de “*single flank test*”, ver os trabalhos de HOUSER & BLANKENSHIP (1989), MUNRO (1990) e SMITH (1987).

MUNRO (1990) destacou a importância do uso destas máquinas devido à precisão obtida e pelo fato de que o ruído incômodo é normalmente encontrado sob baixa carga. Além disso, sob altas cargas outras deflexões envolvidas como: deflexões dos eixos e das carcaças tornam-se significativas. Nestes casos é adequado medir o erro de transmissão na própria caixa de engrenagens onde o par irá operar.

Por outro lado, HOUSER & BLANKENSHIP (1989) afirmaram que poucos trabalhos de verificação experimental dos modelos desenvolvidos para previsão do erro de transmissão foram feitos, principalmente na condição real de operação do par de engrenagens. Estes autores apresentaram uma revisão dos diferentes métodos para medição do erro de transmissão.

Ainda segundo HOUSER & BLANKENSHIP (1989), para medição do erro de transmissão sob carga alguns equipamentos usados são os dinamômetros e os sistemas de circuito fechado, mais conhecidos como “*four square machines*” ou “*back-to-back*”. Nesse tipo de equipamento, duas caixas de engrenagens iguais são montadas uma contra a outra de forma a manter a mesma potência no sistema, porém apresenta como desvantagem a dificuldade em isolar o resultado do par em estudo, pelo fato de usar dois pares de engrenagens no teste.

Quanto a instrumentação necessária para a medição, são dois os equipamentos que se destacam: os que utilizam “*encoders*” óticos de alta resolução e os que utilizam acelerômetros torcionais. Cada um destes sistemas de medição apresenta vantagens e desvantagens conforme suas características, sendo que os acelerômetros torcionais necessitam de uma atenção especial quanto a calibração para a obtenção de resultados precisos, além de um tratamento matemático do sinal adquirido, ver HOUSER & BLANKENSHIP (1989).

Torna-se evidente que um equipamento de precisão adequada para medição do erro de transmissão com carga é um equipamento específico de alto custo. Constatou-se que poucos laboratórios e instituições de pesquisa dispõem de tal equipamento, sendo que estes ainda possuem limitações quanto ao tamanho das engrenagens aplicáveis. Provavelmente isto justifica porque poucos trabalhos científicos apresentam comprovações experimentais para os modelos propostos para previsão do erro de transmissão.

Como o erro de transmissão é a principal fonte de excitação para a geração do ruído, muitos trabalhos determinam o erro de transmissão teoricamente e aplicam-no em outros modelos para a previsão do nível de ruído do sistema, sendo que a comprovação do modelo completo é feita através da medição do ruído gerado pelo par de engrenagens e não do erro de transmissão.

Devido à dificuldade imposta pela necessidade de equipamento específico para medição do erro de transmissão e da escassez de trabalhos publicados com resultados experimentais, levando-se em conta ainda que os poucos trabalhos disponíveis não apresentam explicitamente as características dos pares de engrenagens testados e as condições impostas, adotou-se como forma

de verificação do procedimento proposto, comparar resultados obtidos através da formulação proposta neste trabalho chamada de ETE com os resultados de um outro programa computacional de reconhecida confiança conhecido como LDP.

O programa LDP ("*Load Distribution Program*") foi desenvolvido pelo laboratório de engrenagens da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Ohio - EUA, ver HOUSER (1990). Este programa foi desenvolvido na década de 80 e é constantemente atualizado com recursos de um consórcio formado por grandes empresas norte-americanas, as quais atualmente utilizam este aplicativo no processo de desenvolvimento de seus produtos.

A formulação do programa LDP está baseada nos seguintes pontos:

- cálculo das deflexões através dos coeficientes de influência;
- as deflexões relevantes são a deflexão da superfície e a deflexão do dente como um todo;
- deflexão do dente é calculada pela aproximação do dente a uma placa de dimensões análogas;
- considera a deflexão da superfície somente no ponto de aplicação da força;
- considera o contato do dente somente no plano teórico de ação;
- considera os erros e modificações na microgeometria dos dentes.

Portanto, a diferença significativa entre o procedimento proposto e o LDP está na análise do contato entre os dentes: o LDP considera o contato somente no plano teórico de ação, enquanto o procedimento proposto analisa o contato em toda a superfície dos dentes.

Diversos trabalhos relacionados com erro de transmissão e ruído de engrenagens foram feitos usando o LDP como simulador numérico do erro de transmissão, ver por exemplo os trabalhos de HOUSER (1982), HOUSER (1990), SUNDARESAN, ISHII & HOUSER (1990), VINAYAK & HOUSER (1992) e HOUSER, BOLZE & GRABER (1996).

A versão usada do programa LDP para fins de comparação de resultados neste trabalho foi a versão 10.8B2 de 29/08/2000.

No presente trabalho adotou-se calcular o erro de transmissão em dez pontos discretos igualmente espaçados do ciclo de engrenamento para todos os casos analisados, tanto no programa desenvolvido, o ETE, quanto no LDP.

Como o erro de transmissão é periódico na frequência de engrenamento, diversos autores adotaram em seus trabalhos apresentar como resultado as amplitudes das duas primeiras harmônicas do erro de transmissão, ver SMITH (1987), MUNRO (1990) e HOUSER, BOLZE & GRABER (1996). Os trabalhos de SMITH (1987) e MUNRO (1990) mostram que existe uma boa concordância entre as amplitudes das duas primeiras harmônicas do erro de transmissão e o nível de ruído gerado pelo par engrenado.

Desta forma no presente trabalho, além do erro de transmissão longitudinal em dez posições discretas do ciclo de engrenamento, também são comparadas as amplitudes das duas primeiras harmônicas do erro de transmissão obtidas a partir da transformada de Fourier. A 1ª e 2ª harmônica do erro de transmissão correspondem respectivamente a frequência fm e a frequência fm multiplicada por dois na equação 1.1.

4.1 Verificação inicial do modelo

Embora o objetivo do procedimento proposto é o cálculo do erro de transmissão de pares de engrenagens helicoidais, um par de engrenagens retas foi usado nas verificações iniciais para facilitar a análise e entendimento das diferenças encontradas entre os dois programas. Os dados das engrenagens utilizadas nestas análises estão na tabela 4.1.

Os cálculos feitos nos dois programas consideraram dez posições no ciclo de engrenamento, porém devido a critérios diferentes adotados nas modelagens, a posição inicial (posição 1) dos dois programas não são coincidentes. A figura 4.1 ilustra a condição original adotada nos dois programas.

| Características | Engrenagem | |
|---------------------------------|------------|-----------|
| | Motora | Movida |
| Número de dentes | 27 | 43 |
| Relação do par | 1,593 | |
| Distância entre Centros | 70 mm | |
| Módulo normal | 2 | |
| Ângulo de pressão normal | 20° | |
| Ângulo de hélice normal | 0 | |
| Diâmetro externo | 58 mm | 90 mm |
| Diâmetro de raiz | 48 mm | 80 mm |
| Diâmetro início do perfil ativo | 51,535 mm | 83,365 mm |
| raio de base | 25,371 mm | 40,407 mm |
| Grau de recobrimento de perfil | 1,572 | |
| Espessura circular | 3,117 mm | 3,117 mm |
| Largura das engrenagens | 15 mm | 15 mm |

Tabela 4.1 - Características das engrenagens retas usadas na comparação entre a metodologia ETE e LDP.

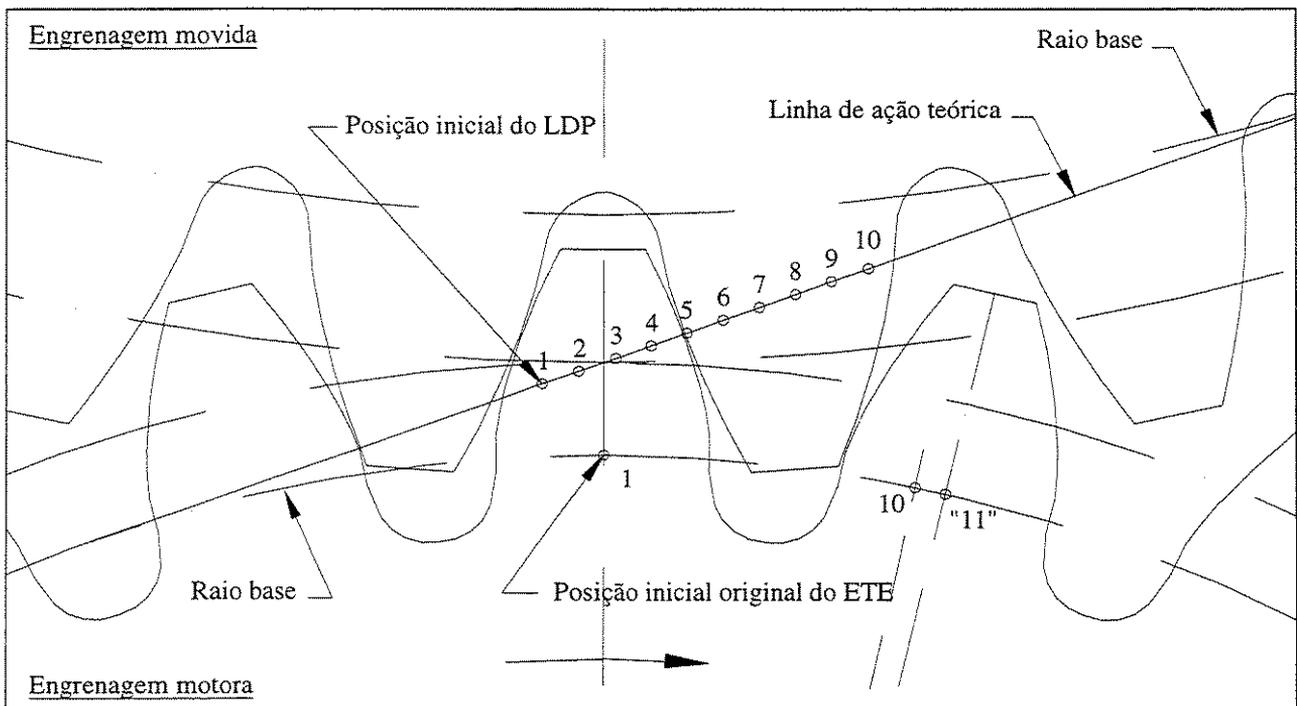


Figura 4.1 - Posições no ciclo de engrenamento.

Na condição mostrada na figura 4.1, os resultados obtidos com os dois programas ficariam deslocados um em relação ao outro, o que dificultaria a comparação e análise. Desta forma, um deslocamento angular inicial de 0,101821 rad foi introduzido no programa ETE de modo a rotacionar o par engrenado para a mesma posição 1 do LDP, como mostrado na figura 4.2.

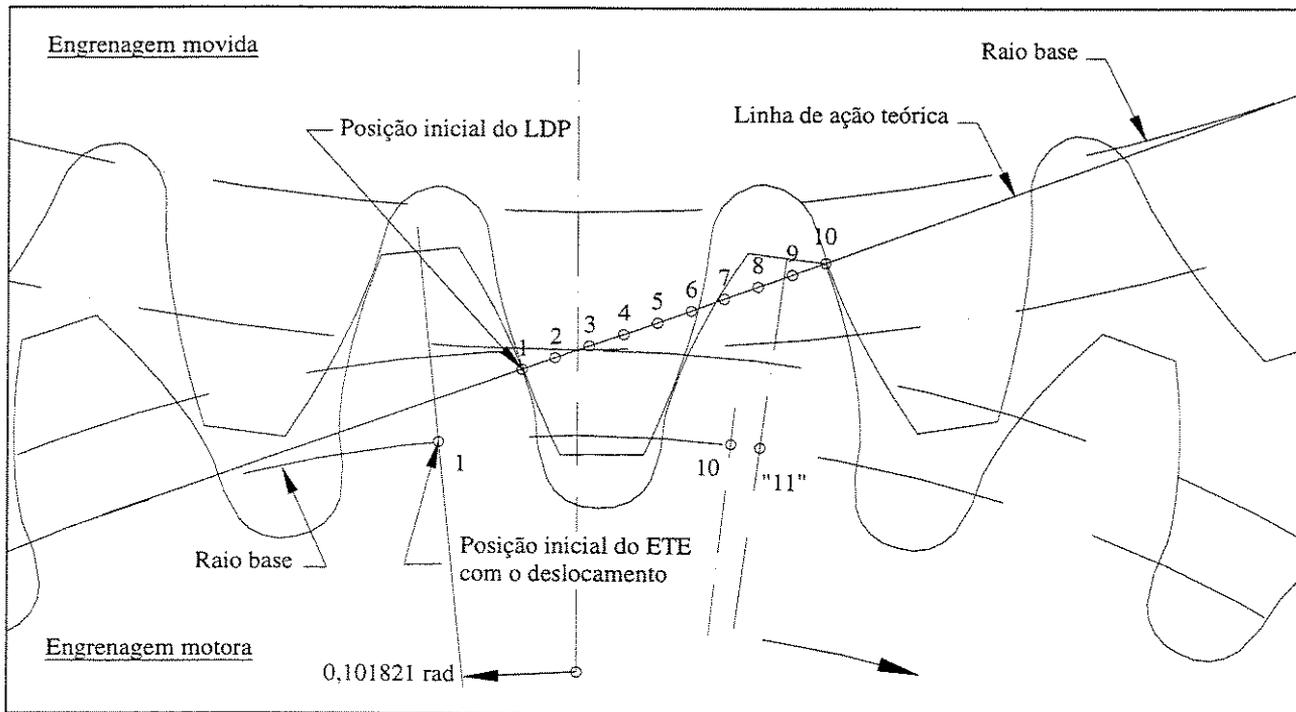


Figura 4.2 - Posições no ciclo de engrenamento após o deslocamento.

Em pares engrenados perfeitos, isto é, sem modificações ou erros, e não submetidos à carga, o erro de transmissão deve ser zero para qualquer posição no ciclo de engrenamento. Assim, numa primeira avaliação, os dados das engrenagens da tabela 4.1 foram introduzidos no programa desenvolvido ETE, e nenhuma modificação, erro ou carga foi considerada.

Calculou-se o erro de transmissão em dez posições do ciclo de engrenamento para vários graus de discretização das superfícies. Considerou-se de 100 a 1000 pontos discretos no sentido radial (altura do dente) e apenas 1 ponto discreto no sentido axial (largura da engrenagem) por tratar-se de engrenagens perfeitas e sem carga. Os pontos no sentido radial foram distribuídos de tal forma que ficassem igualmente espaçados, com o primeiro ponto correspondente ao raio de

início do perfil ativo e o último ponto correspondente ao raio externo. Os resultados obtidos são mostrados na figura 4.3.

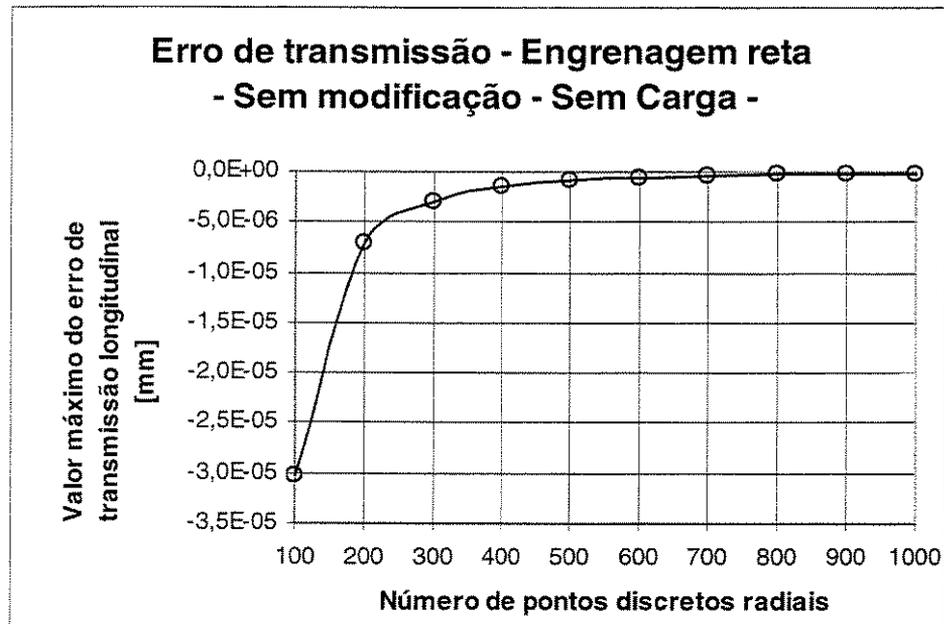


Figura 4.3 – Variação no resultado do erro de transmissão devido à discretização da superfície.

Observa-se na figura 4.3 que à medida que aumenta o grau de discretização das superfícies dos dentes diminui o erro devido à discretização, ou seja, os valores obtidos aproximam-se do valor teórico que é zero para esta condição. O máximo desvio obtido em relação ao valor teórico com 1000 pontos foi $-1,49 \times 10^{-7}$ mm, que do ponto de vista prático é aceitável, porém do ponto de vista numérico esperava-se encontrar valores próximos da precisão do sistema usado (equipamento e software de programação).

Para avaliar se existem outros erros ou imprecisões da modelagem, alterou-se a forma de discretização para esta verificação. Escolheu-se como pontos discretos no sentido radial da engrenagem movida os pontos teóricos de contato nas dez posições analisadas. Os resultados obtidos nesta análise são mostrados na figura 4.4.

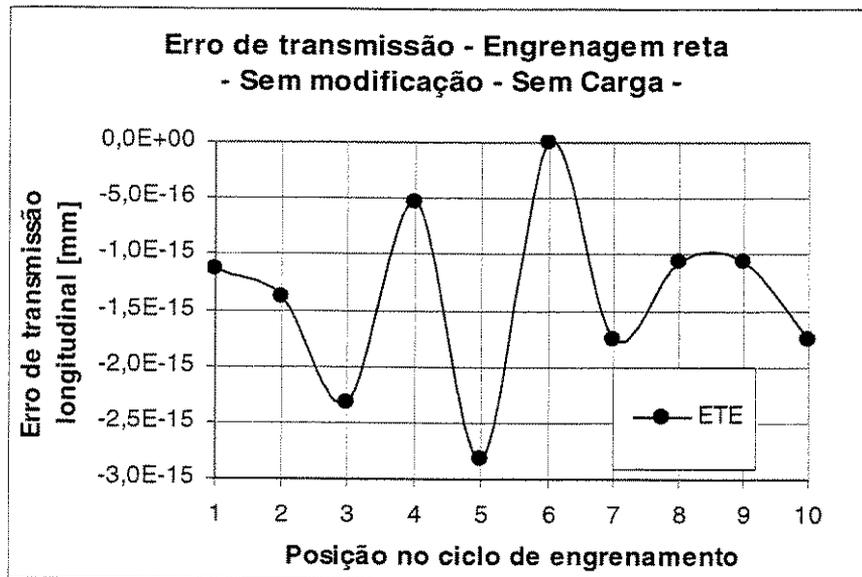


Figura 4.4 – Erro de transmissão do par de engrenagens sem modificações, sem erros e sem carga - pontos discretos coincidentes com os pontos teóricos de contato.

Observa-se na figura 4.4 que o máximo desvio em relação ao valor teórico (zero) foi obtido na posição 5 do ciclo de engrenamento, e corresponde a $-2,82 \times 10^{-15}$ mm, que pode ser considerado adequado também do ponto vista numérico (zero numérico).

4.2 Verificação do modelo com modificações nas superfícies dos dentes

Uma vez que o modelo apresenta uma precisão adequada quando comparado com o valor teórico para um par de engrenagens sem modificações, sem erros e sem carga (par ideal), verificou-se o comportamento quanto às modificações nas superfícies dos dentes ainda sem considerar a aplicação de carga.

Para verificar o erro de transmissão sem carga do mesmo par de engrenagens mostrado na tabela 4.1, três níveis de modificação no perfil evolvente foram utilizados, conforme mostrado na tabela 4.2 e ilustrado na figura 4.5.

| Modificação no perfil evolvente | Par 1 | Par 2 | Par 3 |
|---|----------------|----------------|----------------|
| Afastamento do perfil teórico no raio externo | 0,010 mm | 0,020 mm | 0,050 mm |
| Raio de início da modificação | Raio primitivo | Raio primitivo | Raio primitivo |

Tabela 4.2 - Modificação no perfil evolvente para o par de engrenagens retas.

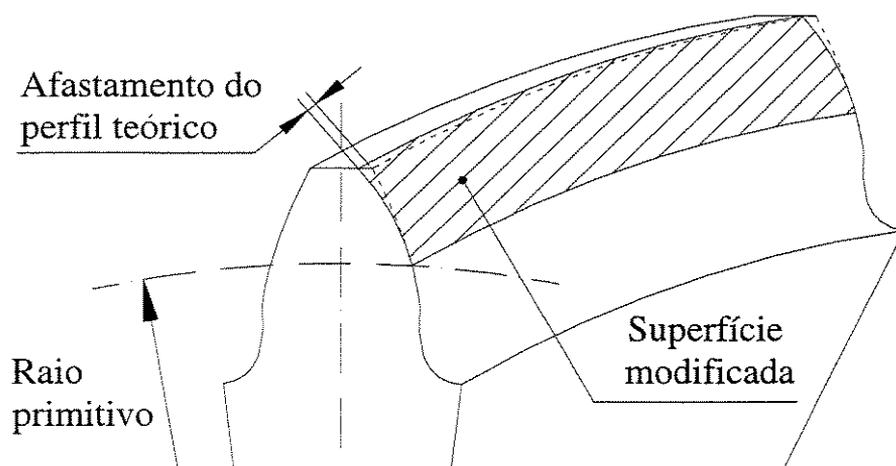


Figura 4.5 – Ilustração da modificação no perfil evolvente para o par de engrenagens retas.

Foram consideradas as duas engrenagens do par com a mesma modificação de perfil evolvente. A partir dos dados da tabela 4.2 foram calculados no programa ETE os afastamentos do perfil teórico para os pontos intermediários entre o raio primitivo e o raio externo usando-se uma função de interpolação polinomial. Os valores obtidos foram introduzidos também no programa LDP para que os dois programas calculassem o erro de transmissão em função das mesmas modificações.

Este tipo de modificação é largamente aplicada na indústria devido à sua facilidade de obtenção através dos processos de acabamento dos dentes por operação de raspagem (“*shaving*”).

Adotou-se nos três casos 500 pontos radiais (na altura do dente) e 1 ponto axial (na largura do dente) para discretização das superfícies dos dentes do par de engrenagens retas. As figuras 4.6a, 4.7a e 4.8a mostram os valores do erro de transmissão obtidos com os pares 1, 2 e 3 respectivamente. Já as figuras 4.6b, 4.7b e 4.8b mostram as amplitudes das duas primeiras harmônicas relativas ao erro de transmissão.

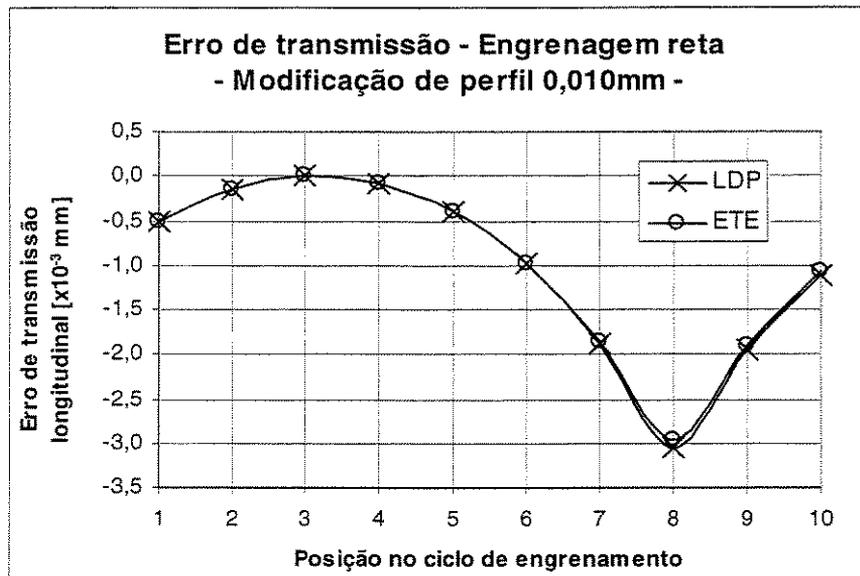


Figura 4.6a - Erro de transmissão para o Par 1.

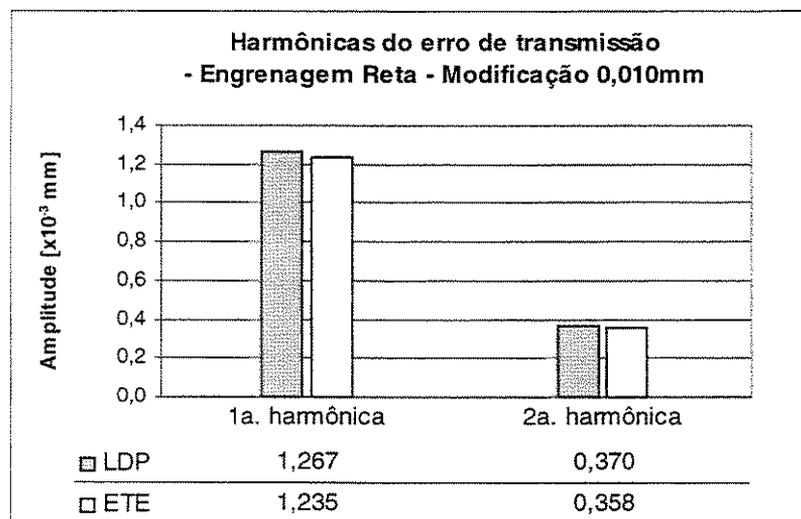


Figura 4.6b - Harmônicas do erro de transmissão para o Par 1.

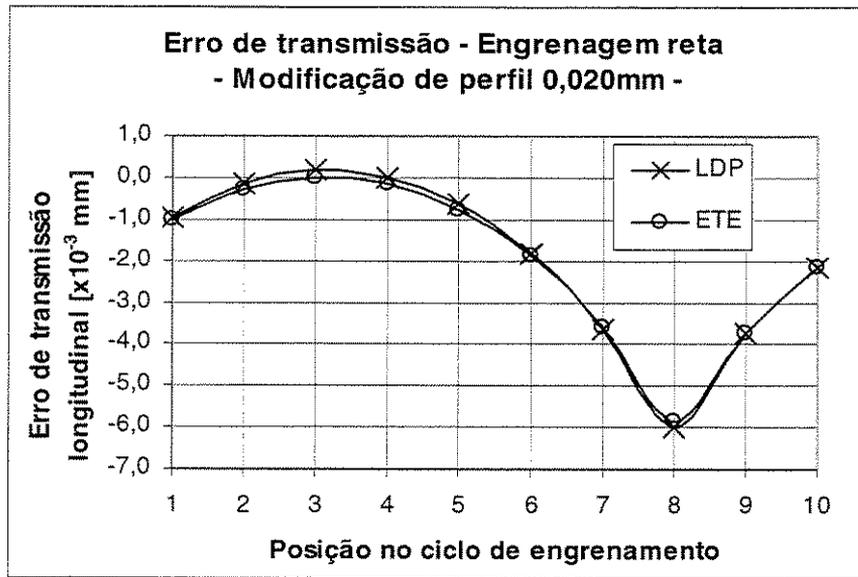


Figura 4.7a - Erro de transmissão para o Par 2.

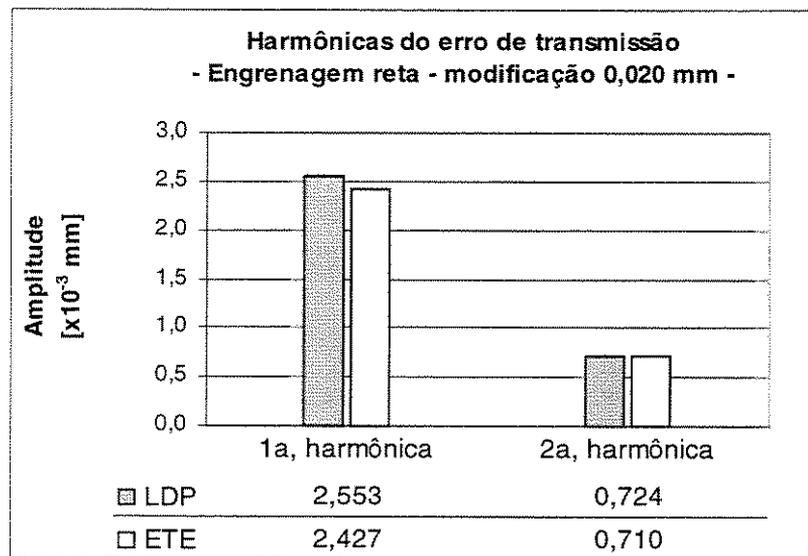


Figura 4.7b - Harmônicas do erro de transmissão para o Par 2.

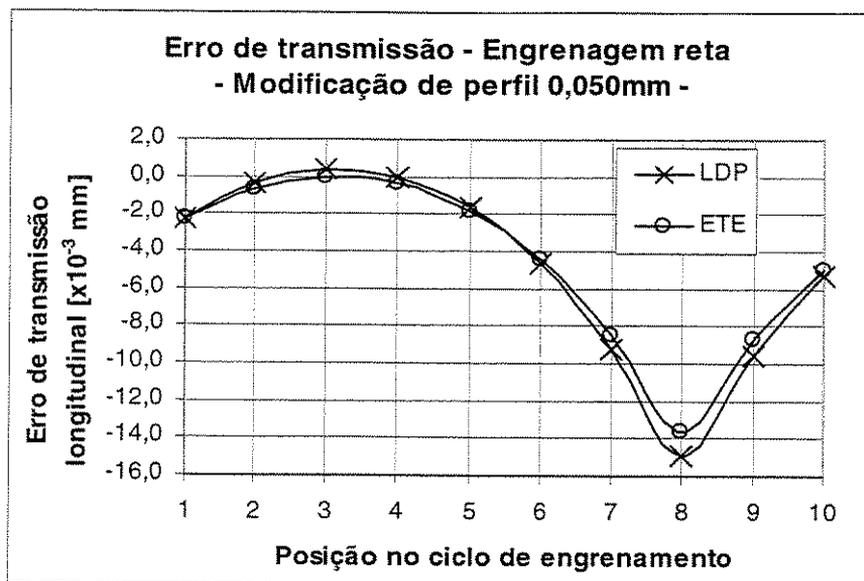


Figura 4.8a - Erro de transmissão para o Par 3.

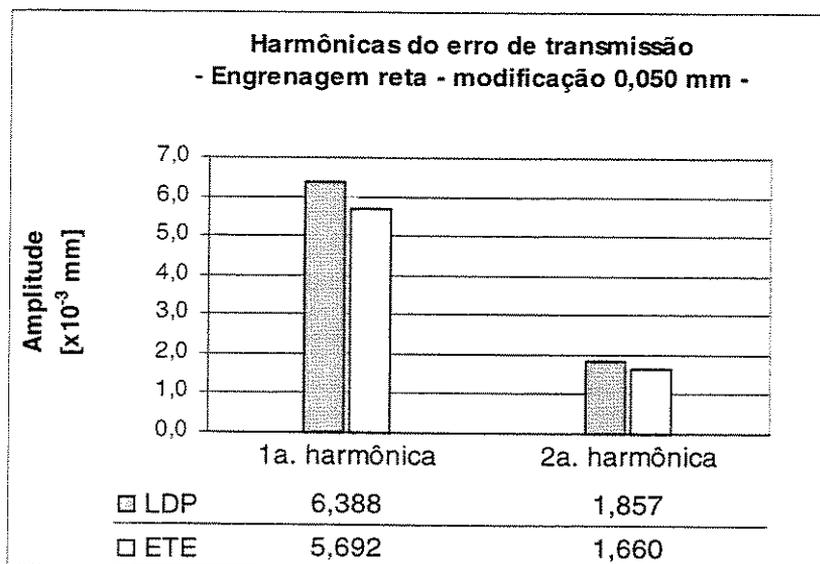


Figura 4.8b - Harmônicas do erro de transmissão para o Par 3.

Observa-se nas figuras 4.6a, 4.7a e 4.8a que os valores do erro de transmissão calculados com o ETE para cada posição são próximos àqueles obtidos com o aplicativo LDP.

A maior diferença em termos absolutos entre os resultados dos dois programas foi encontrada na posição 8 do par 3, ver figura 4.8a . Esta diferença corresponde a $1,221 \times 10^{-3}$ mm ou em termos percentuais 8,2 % tomando-se como referencia o valor do LDP.

4.2.1 Verificação cinemática do erro de transmissão

Considerando que os pares em questão não estão submetidos à carga, o cálculo para determinar o erro de transmissão envolve somente uma análise da geometria dos dentes. No sentido de verificar com mais profundidade as diferenças com relação ao LDP, decidiu-se modelar o par de engrenagens graficamente utilizando um aplicativo de CAD, no caso o AutoCAD 2000, ver AUTODESK (2002). Por se tratar de engrenagens de dentes retos é possível modelar o engrenamento em duas dimensões.

O processo necessário para representar o par de engrenagens no aplicativo de CAD foi feito através das etapas descritas a seguir:

1. O perfil evolvente teórico das duas engrenagens foi discretizado em 50 pontos entre o raio de início do perfil ativo e o raio externo. Foram calculadas as espessuras circulares e cordais para cada ponto discreto;

2. Através dos raios e respectivas espessuras, foram determinados os pontos discretos. Usou-se a função *spline* do AutoCAD, ver AUTODESK (2002), para interpolar os pontos e traçar o perfil evolvente.

Para verificar a precisão da interpolação dos pontos foram calculados 3 pontos intermediários entre pontos usados para traçar o perfil e foram calculadas as espessuras correspondentes nestes pontos. Os pontos escolhidos foram exatamente entre dois pontos usados para traçar o perfil, onde o erro deveria ser máximo. Os pontos foram traçados e comparados com o perfil desenhado, conforme ilustrado na figura 4.9, e as diferenças encontradas estão na tabela 4.3.

| Engrenagem Moviada | | | |
|----------------------|---------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Raios intermediários | Espessura cordal calculada [mm] | Espessura cordal interpolada [mm] | Diferença [$\times 10^{-5}$ mm] |
| 44,81570 | 1,67787 | 1,67786 | 1,12 |
| 43,34130 | 2,88352 | 2,88350 | 2,03 |
| 41,86680 | 3,74798 | 3,74799 | -1,31 |

Tabela 4.3 - Diferenças encontradas entre pontos calculados e interpolados.

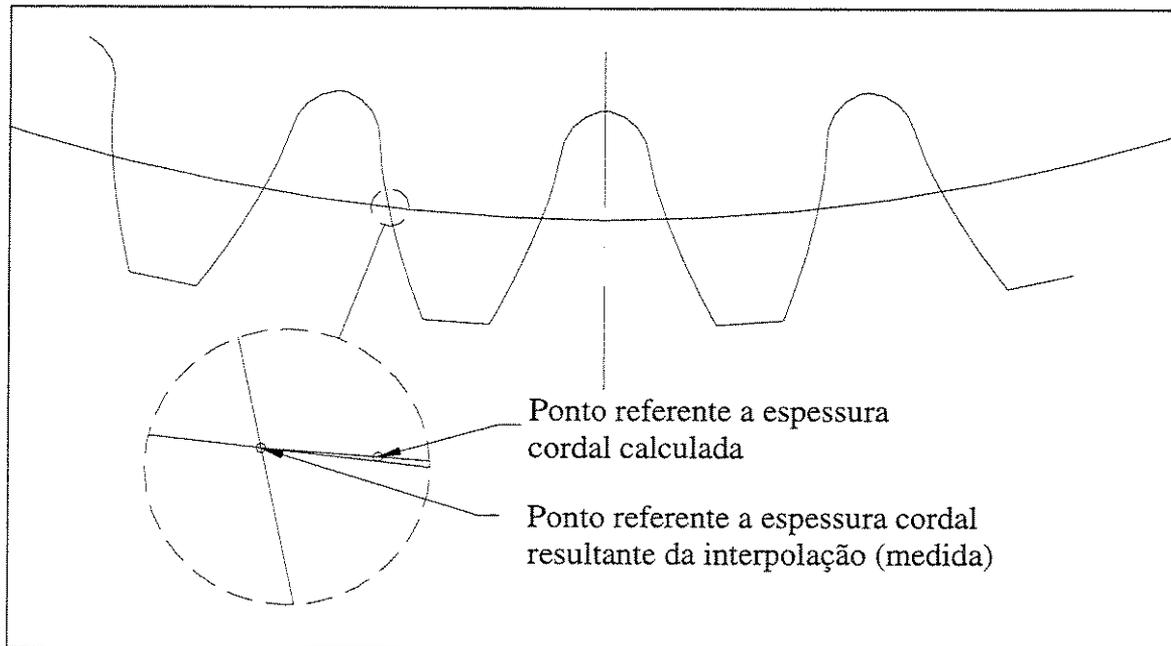


Figura 4.9 - Ilustração das espessuras calculada e interpolada.

A figura 4.10 mostra o comportamento do erro de transmissão em função do afastamento do perfil evolvente teórico. O gráfico mostrado foi feito tomando-se o máximo valor absoluto do erro de transmissão para cada um dos pares 1, 2 e 3 conforme foi mostrado nas figuras 4.6a, 4.7a e 4.8a.

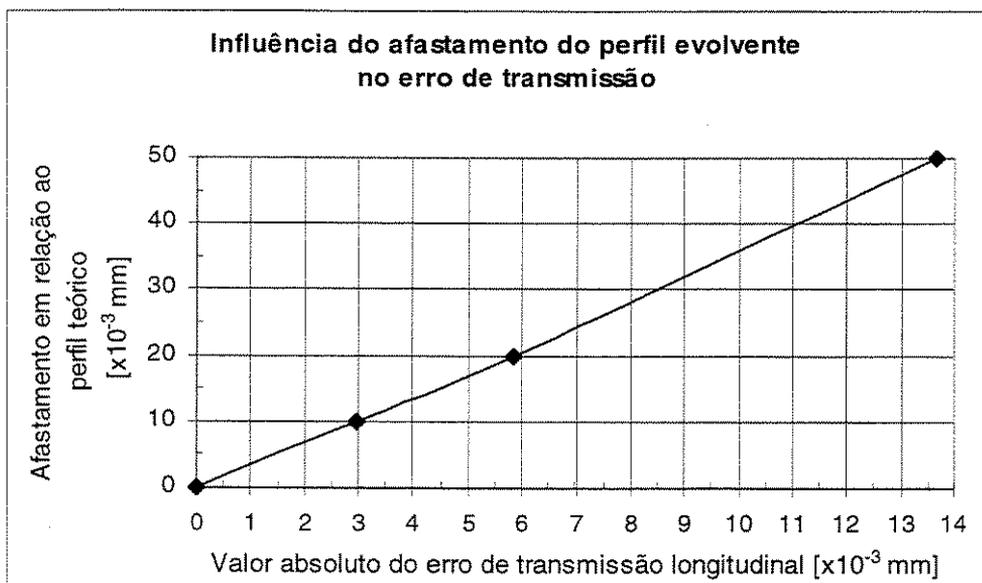


Figura 4.10 - Influência do afastamento do perfil evolvente no erro de transmissão.

Baseado no comportamento mostrado na figura 4.10, pode-se estimar o efeito do erro encontrado na modelagem do perfil evolvente. Observa-se na tabela 4.3, que o máximo erro imposto pela interpolação encontrado na verificação foi de $2,03 \times 10^{-5}$ mm, o que pela figura 4.10 representa um erro de $4,850 \times 10^{-6}$ mm no erro de transmissão. Este valor é pequeno quando comparado com a diferença em investigação de $1,221 \times 10^{-3}$ mm referente a posição 8 do par 3. Considera-se portanto, adequada a precisão obtida para o perfil evolvente através da interpolação dos 50 pontos discretos.

3. Para a introdução da modificação no perfil evolvente, uma função polinomial foi usada para calcular os afastamentos em relação ao perfil evolvente teórico nos 50 pontos discretos para as duas engrenagens do par. A modificação usada foi a referente ao par 3 da tabela 4.2. Isto porque neste par é que foi observada a maior diferença entre os dois programas.

Os afastamentos correspondentes a cada ponto discreto foram calculados e os pontos foram desenhados no aplicativo de CAD. Estes afastamentos são tomados perpendicularmente à superfície dos dentes como ilustrado na figura 4.11.

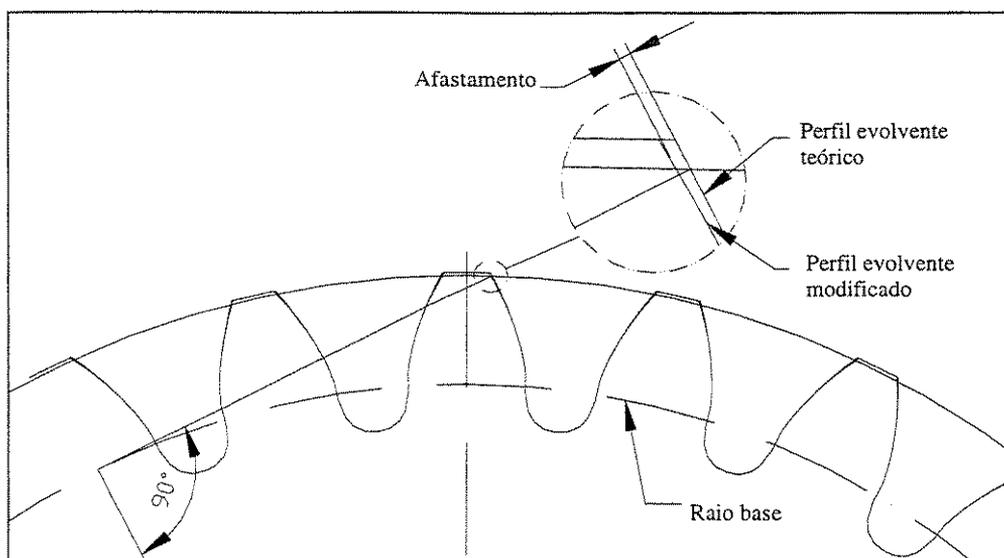


Figura 4.11 - Ilustração dos afastamentos do perfil evolvente.

A interpolação dos pontos foi feita usando a função *spline* do AutoCAD, ver AUTODESK (2002), e o erro devido à interpolação foi verificado de forma análoga à verificação do perfil evolvente teórico descrita no item 2. Os resultados encontrados nesta verificação estão na tabela 4.4.

| Engrenagem Motora | | | |
|--------------------------|--|--|----------------------------------|
| Raios intermediários | Afastamento calculado [$\times 10^{-3}$ mm] | Afastamento interpolado [$\times 10^{-3}$ mm] | Diferença [$\times 10^{-5}$ mm] |
| 25,99610 | 1,2788 | 1,2930 | -1,42 |
| 27,18440 | -0,8607 | -0,8461 | -1,46 |
| 28,57090 | -30,1592 | -30,1780 | 1,88 |
| Engrenagem Movida | | | |
| 41,91945 | 1,7192 | 1,6950 | 2,42 |
| 43,13815 | -1,1415 | -1,1216 | -1,99 |
| 44,55995 | -31,4785 | -31,4884 | 0,99 |

Tabela 4.4 - Diferenças encontradas entre pontos calculados e interpolados nos afastamentos do perfil evolvente.

Considerou-se também adequada a precisão obtida para a modificação do perfil evolvente. Observa-se na tabela 4.4, que o máximo erro imposto pela interpolação encontrado na verificação foi de $2,42 \times 10^{-5}$ mm o que pela figura 4.10 representa um erro de $5,868 \times 10^{-6}$ mm no erro de transmissão. Este valor é pequeno quando comparado com a diferença em investigação de $1,221 \times 10^{-3}$ mm referente a posição 8 do par 3.

4. Como deseja-se estudar a posição 8 no ciclo de engrenamento, rotacionou-se o par de engrenagens no ângulo correspondente a posição 8, conforme a figura 4.1. Nesta condição os dentes não estão em contato devido à folga entre dentes existente no projeto do par. Assim a engrenagem movida foi considerada fixa e rotacionou-se apenas a engrenagem motora até que os perfis teóricos se encontrassem. Esta aproximação foi feita manualmente no aplicativo de CAD e o afastamento longitudinal encontrado e considerado adequado como critério de parada foi $1,482 \times 10^{-5}$ mm.

Observa-se pela figura 4.12 que na posição 8, dois pares de dentes são candidatos ao contato. No caso das engrenagens perfeitas os dois pares de dentes estariam simultaneamente em contato, chamados de -1 e 0 em concordância com a figura 3.15 do capítulo 3. A tabela 4.5 mostra os afastamentos encontrados entre os perfis teóricos em cada um destes pontos, bem como os respectivos raios.

| | Dente -1 | Dente 0 |
|---------------------------------|---------------------------|---------------------------|
| Raio - Motora | 26,158 mm | 28,184 mm |
| Raio - Movida | 44,063 mm | 42,058 mm |
| Afastamento longitudinal medido | $1,482 \times 10^{-5}$ mm | $4,309 \times 10^{-7}$ mm |

Tabela 4.5 - Pontos de contato encontrados graficamente – evolvente teórica

Diante dos valores de afastamento encontrados e mostrados na tabela 4.5, considera-se que os dentes estão em contato. Assim tomando-se como referência a linha de centro vertical da engrenagem, mediu-se o ângulo formado entre esta linha e a linha de centro do dente 0. O ângulo obtido é mostrado na figura 4.13.

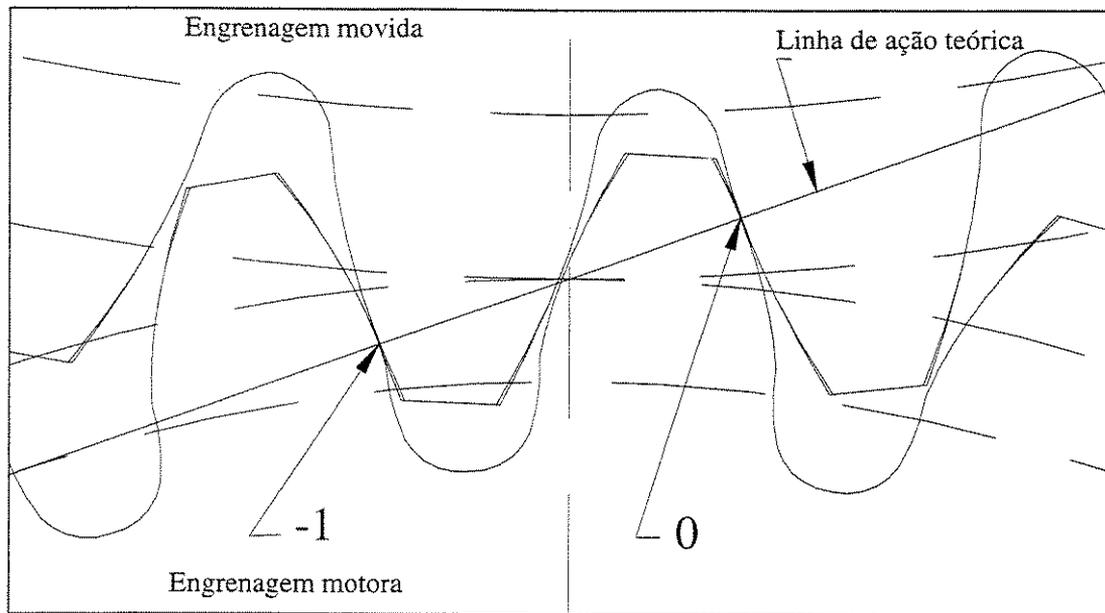


Figura 4.12 - Dentes em contato na posição 8 considerando evolventes teóricas.

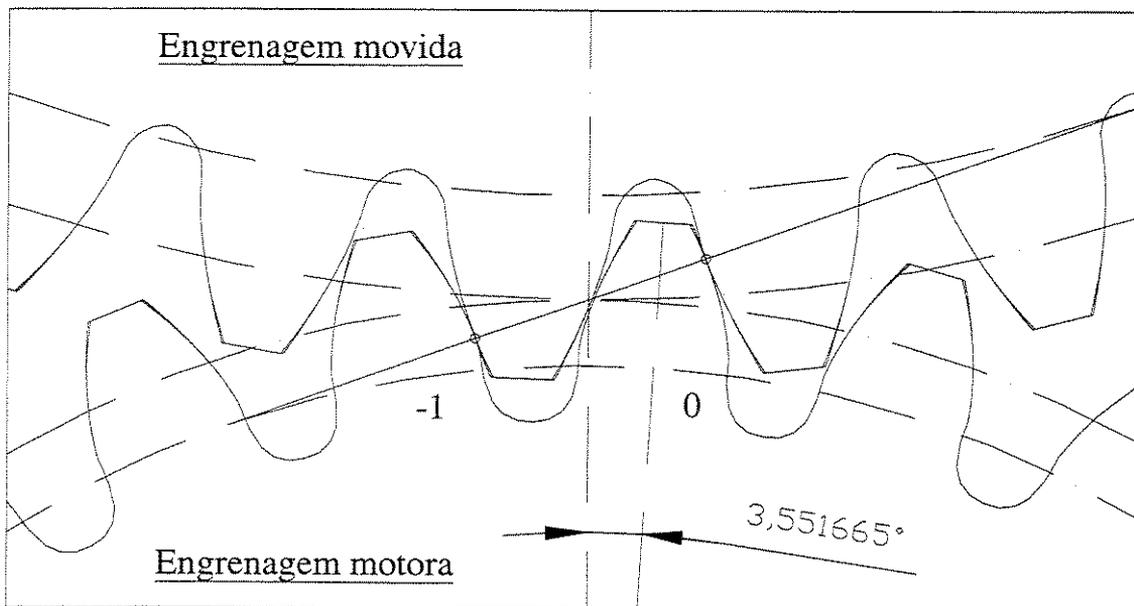


Figura 4.13 - Ângulo de referência para a posição 8.

5. Definido o ângulo de referência na posição 8 do ciclo de engrenamento (figura 4.13), rotacionou-se a engrenagem motora até que os perfis evolventes modificados (reais) entrassem em contato. A tabela 4.6 mostra os valores encontrados para os afastamentos nos dentes -1 e 0 e os respectivos raios.

| | Dente -1 | | Dente 0 | |
|---------------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| | Ponto real | Ponto teórico | Ponto real | Ponto teórico |
| Raio - Motora | 26,270 mm | 26,158 mm | 28,071 mm | 28,182 mm |
| Raio - Movida | 43,955 mm | 44,064 mm | 42,179 mm | 42,059 mm |
| Afastamento longitudinal medido | $4,589 \times 10^{-7}$ mm | $1,255 \times 10^{-3}$ mm | $1,834 \times 10^{-4}$ mm | $2,037 \times 10^{-3}$ mm |

Tabela 4.6 - Pontos de contato encontrados graficamente - perfil evolvente modificado.

Os valores da tabela 4.6 mostram que o contato ocorre primeiramente no dente chamado de -1, enquanto o dente 0 permanece afastado. Observa-se ainda que o contato no dente -1 ocorre em um ponto diferente do ponto de contato teórico, ou seja, em engrenagens com modificações nas superfícies, o contato ocorre fora da linha de ação teórica. A figura 4.14 mostra esta condição de contato.

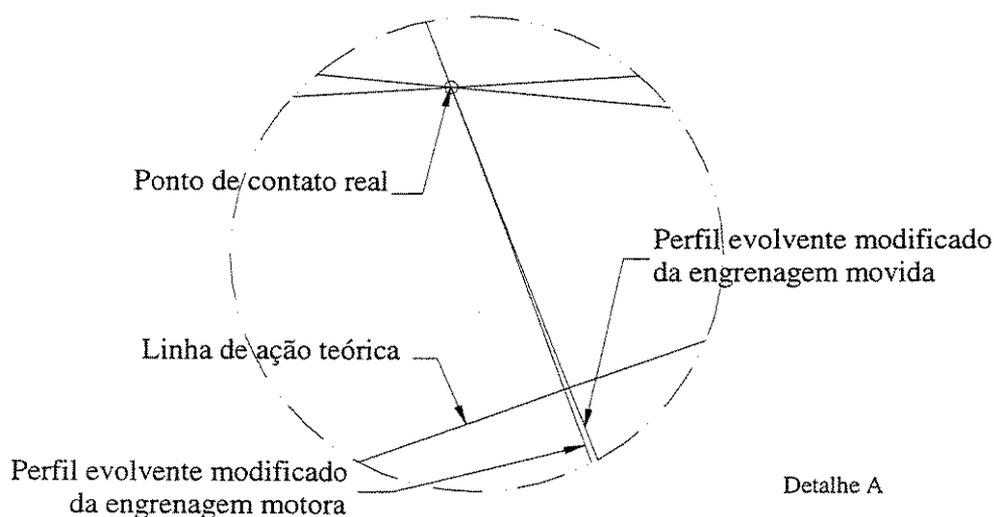
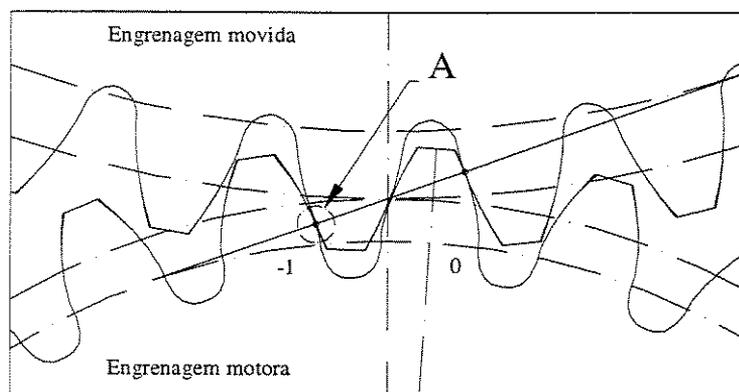


Figura 4.14 - Condição real de contato na posição 8.

Considerando-se que o par de dentes -1 está em contato, mediu-se o ângulo resultante entre a linha de centro vertical das engrenagens e a linha de centro do dente 0 da engrenagem motora. O valor medido é mostrado na figura 4.15.

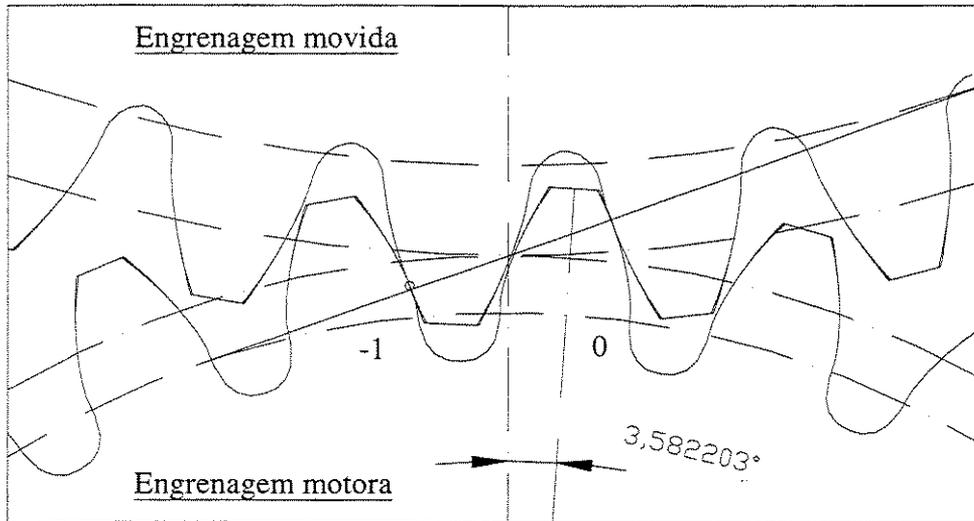


Figura 4.15 - Ângulo resultante para a posição 8.

6. Com o ângulo de referência, ver figura 4.13, e o ângulo resultante, ver figura 4.15, calculou-se do erro de transmissão para a posição 8 utilizando-se a equação 1.3 do capítulo 1, conforme mostrado a seguir:

Da equação 1.3,

$$ET_1 = r_{g2} \left(\theta_2 - \frac{N_1}{N_2} \theta_1 \right) \quad [\text{mm}] \quad ,$$

pode-se transformá-la para o caso em questão como,

$$ET_1 = r_{g2} \cdot \frac{N_1}{N_2} \cdot (\hat{\text{Ângulo de referência}} - \hat{\text{Ângulo resultante}}) \quad ,$$

onde: o raio base r_{g2} e os números de dentes N_1 e N_2 são encontrados na tabela 4.1.

Assim tem-se,

$$ET_l = 40,406783 \cdot \frac{27}{43} \cdot (3,551665^\circ - 3,582203^\circ) \cdot \frac{\pi}{180} = -13,523 \times 10^{-3} \text{ mm} ,$$

Considerando-se como referência a premissa do LDP de contato somente na linha de ação, calcula-se o erro de transmissão teórico adicionando-se o afastamento encontrado na linha de ação teórica, ver tabela 4.6, com o erro de transmissão real. Assim obtém-se :

$$ET_{l(\text{TEÓRICO})} = -(13,523 + 1,255) \times 10^{-3} = -14,778 \times 10^{-3} \text{ mm} .$$

A tabela 4.7 mostra a comparação e as diferenças entre os resultados obtidos analiticamente pelos dois programas, ETE e LDP, assim como os resultados obtidos pelo método gráfico descrito. Na coluna denominada "Medido graficamente", os resultados obtidos graficamente na linha de ação e fora da linha de ação (contato real) são mostrados nas linhas denominadas "LDP" e "ETE" respectivamente, conforme os conceitos de cálculo dos respectivos programas.

| | Erro de transmissão longitudinal [$\times 10^{-3}$ mm] | | Diferença [$\times 10^{-3}$ mm] |
|----------------------------------|---|------------------------|-------------------------------------|
| | Calculado analiticamente | Medido graficamente | |
| LDP | -14,890 | -14,778 | 0,112 (0,7 %) |
| ETE | -13,669 | -13,523 | 0,146 (1,1 %) |
| Diferença [$\times 10^{-3}$ mm] | 1,221 (8,2 %) | 1,255 (8,5 %) | |

Tabela 4.7 - Comparação dos resultados obtidos analiticamente e graficamente.

A tabela 4.7 mostra que a modelagem gráfica apresentou boa correlação quando comparada com os resultados analíticos. As diferenças encontradas entre os métodos gráfico e analítico são consideradas pequenas (próximas de 1 %) comparadas com a diferença investigada entre os dois programas analíticos (8,2 %).

Conclui-se pelo estudo realizado que o LDP, assim como os métodos convencionais de análise de contato, apresenta imprecisão pelo fato de considerar o contato somente no plano de ação e que o programa ETE foi eficiente na identificação do ponto em contato e no cálculo correto do erro de transmissão sem carga.

Neste estudo foi observado que existe uma relação entre o afastamento do perfil evolvente teórico com o desvio do contato da linha de ação teórica. Portanto espera-se que diferenças maiores entre os dois programas sejam encontradas na condição com carga. Isto porque os afastamentos provocados pelas deflexões serão somados aos iniciais o que fará com que o contato ocorra ainda mais distante da linha de ação teórica.

Conforme mencionado nos capítulos 1 e 2, a grande maioria dos autores negligencia o contato fora da linha de ação teórica, o que conforme foi demonstrado provoca um erro nos resultados. Alguns poucos autores mencionam em seus trabalhos o contato fora da linha de ação como sendo a entrada prematura do dente em contato como mostrado na figura 1.3b do capítulo 1, ver os trabalhos de HOUSER (1990) e HOUSER (1991). Os trabalhos considerados na revisão bibliográfica não mencionam o contato deslocado radialmente do contato teórico até o momento.

O programa LDP possui uma opção em sua programação para um cálculo chamado fora de linha de ação, porém nesta opção apenas é realizada uma análise adicional do afastamento no raio externo para verificar se existe ou não o contato prematuro do dente. Para o caso em questão, esta análise não identifica o contato deslocado como foi observado nos exemplos calculados.

4.3 Verificação do modelo com carga aplicada

Para a verificação do modelo com carga aplicada adotou-se o mesmo par de engrenagens especificado na tabela 4.1 com as modificações nas superfícies dos dentes do par denominado par 1 da tabela 4.2. Quanto à carga aplicada, adotou-se a aplicação de vários níveis de carga. Variou-se o torque aplicado de 0 a 30 Nm.

Para todos os cálculos com carga considerou-se tanto no LDP com no ETE o módulo de elasticidade do material igual a $2,10 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2$ e o coeficiente de Poisson igual a 0,3.

Mesmo se tratando de um par de engrenagens retas, a análise com carga deve ser realizada considerando um número adequado de pontos discretos também na largura da engrenagem para que as deflexões dos dentes possam ser calculadas, diferentemente do que foi adotado para a análise sem carga mostrada nas seções 4.1 e 4.2. Como foi mostrado na figura 4.4, uma maior precisão é obtida com um maior número de pontos discretos. Para adequar o tempo de processamento ao refinamento da discretização realizou-se uma análise do efeito da discretização nos resultados. A figura 4.16a e 4.16b mostram os resultados do erro de transmissão e as respectivas harmônicas para o par 1 ainda sem carga, considerando dois níveis de discretização. Pode-se observar que o erro entre as duas condições é pequeno comparado com os valores do erro de transmissão.

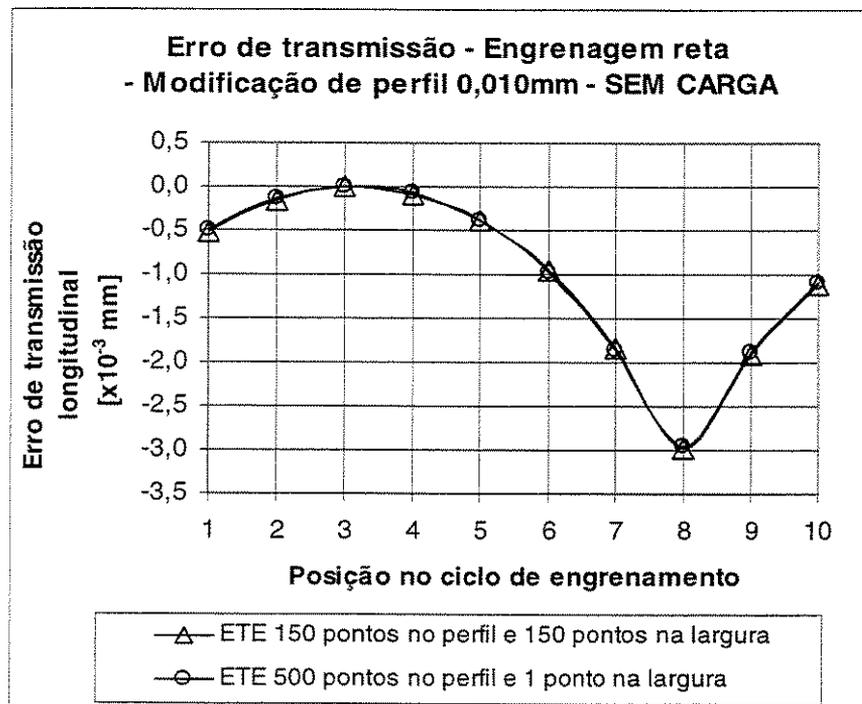


Figura 4.16a - Comparação do erro de transmissão sem carga entre dois níveis de discretização.

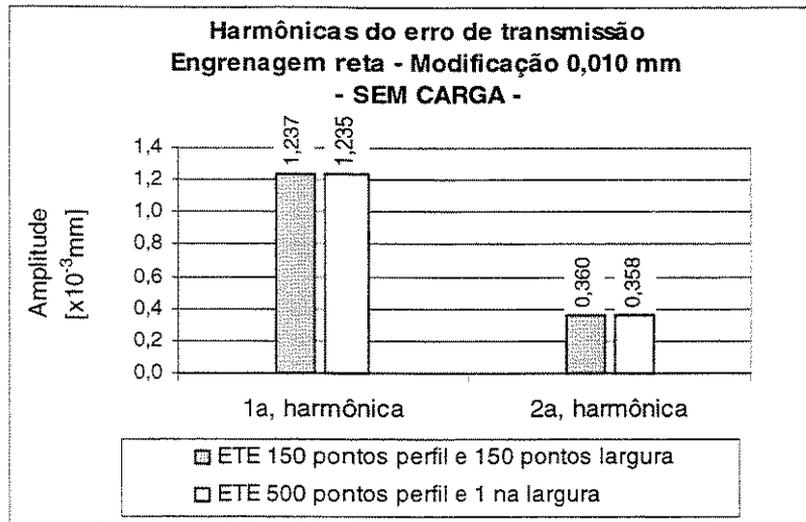


Figura 4.16b - Comparação das harmônicas do erro de transmissão sem carga entre dois níveis de discretização.

Para a análise do efeito da discretização das superfícies com carga aplicada, calculou-se o erro de transmissão para o par 1 com um torque de 20Nm considerando 6 níveis de discretização das superfícies. Em todos os casos a carga total foi discretizada em 500 forças. Os resultados são mostrados na figura 4.17.

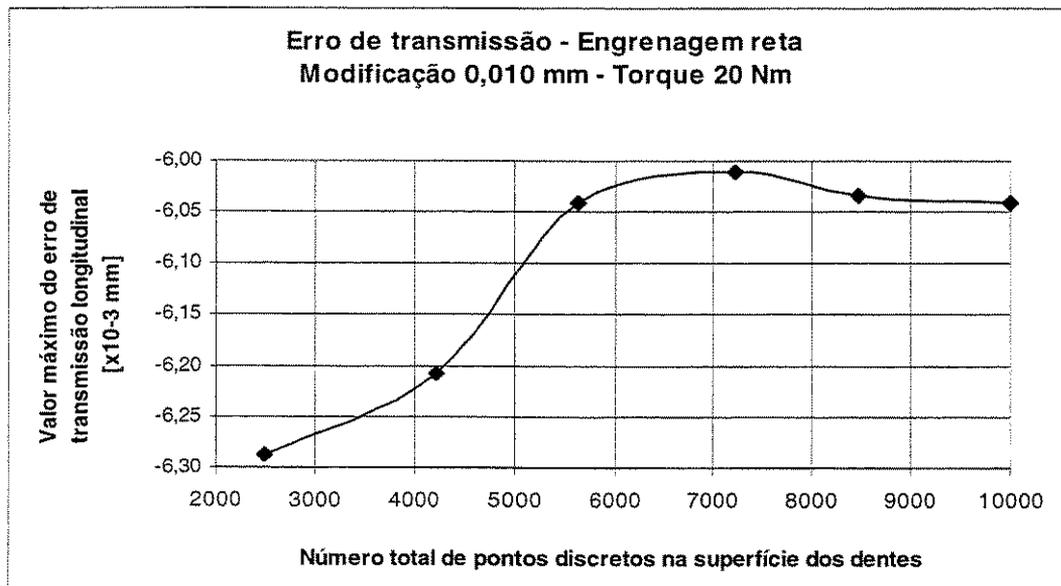


Figura 4.17 – Efeito da discretização das superfícies com carga aplicada.

Observa-se na figura 4.17 que existe uma relação entre a amplitude do erro de transmissão longitudinal e o número de pontos discretos que representam as superfícies dos dentes. Uma tendência de redução do erro de transmissão com o aumento do número de pontos discretos nas superfícies pode ser observada.

A figura 4.18 mostra o erro de transmissão em dez posições no ciclo de engrenamento nos dois extremos analisados, ou seja, com 2500 pontos e com 10000 pontos discretos. Observa-se que em algumas posições, como por exemplo nas posições 6, 7 e 9, houve uma variação maior no valor do erro de transmissão, chamando a atenção para outras influências além da discretização das superfícies.

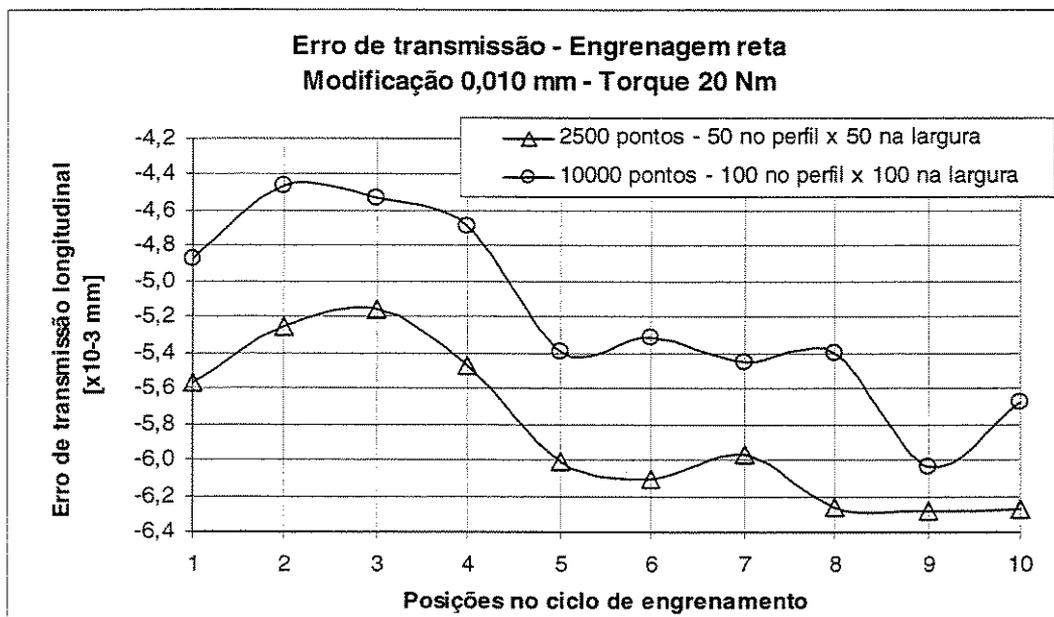


Figura 4.18 – Efeito da discretização das superfícies com carga aplicada.

Uma outra análise foi realizada referente ao efeito da discretização da carga aplicada. Calculou-se o erro de transmissão do par 1 para um torque de 20 Nm considerando 6 níveis de discretização da carga aplicada. Em todos os casos usou-se 2500 pontos discretos para representar as superfícies dos dentes (50 pontos radiais e 50 pontos na largura do dente). Os resultados obtidos encontram-se na figura 4.19.

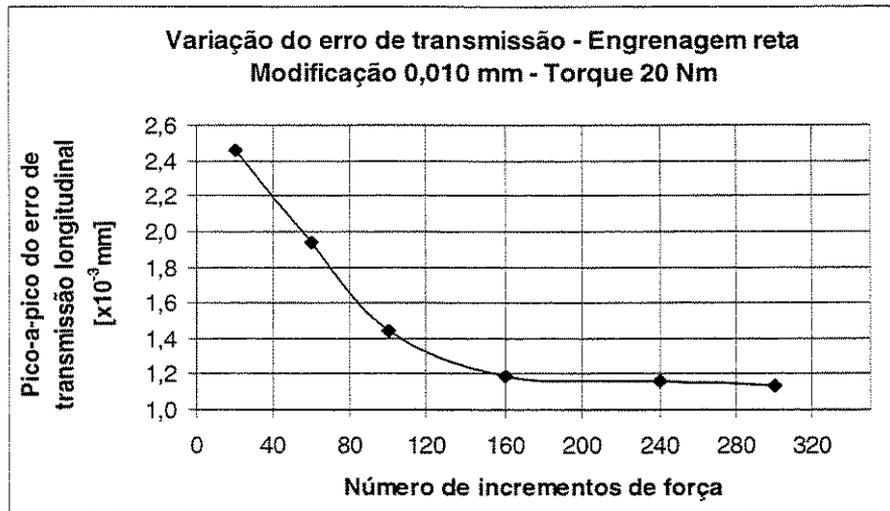


Figura 4.19 – Efeito da discretização da carga aplicada.

Através da figura 4.19, observa-se que a variação entre as 10 posições no ciclo de engrenamento, ou seja, a diferença entre o valor máximo e mínimo do erro de transmissão entre as posições analisadas, diminui com o aumento do grau de discretização das forças usadas no cálculo.

Para ilustrar este efeito da discretização da carga é mostrado na figura 4.20 o erro de transmissão longitudinal para as diversas posições no ciclo de engrenamento considerando os casos extremos analisados: 20 e 300 incrementos de força. Para 20 incrementos de força a variação encontrada no erro de transmissão calculado nas dez posições do ciclo de engrenamento foi de $2,462 \times 10^{-3}$ mm com valor médio de $-4,641 \times 10^{-3}$ mm, enquanto que para 300 incrementos de força os valores encontrados foram $1,130 \times 10^{-3}$ mm e $-5,837 \times 10^{-3}$ mm respectivamente. Ou seja, além da redução na variação do erro de transmissão calculado nas diversas posições, observa-se um deslocamento do valor médio do erro de transmissão com o aumento do grau de discretização da carga.

Quanto ao tempo de processamento computacional, gastou-se 5 minutos para o cálculo do erro de transmissão nas dez posições com 20 incrementos de força e 27 minutos com 300 incrementos de força. O equipamento utilizado foi um microcomputador Pentium III com velocidade de 1 GHz e memória RAM de 256 MB.

Observando as figura 4.18 e 4.20, é intuitivo que existam interações entre as discretizações das superfícies e da carga aplicada. No presente trabalho estas interações não foram estudadas.

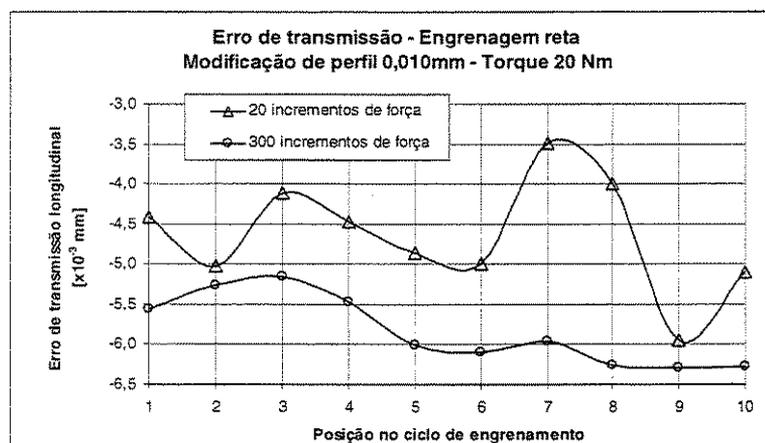


Figura 4.20 – Efeito da discretização da carga aplicada nas diversas posições do ciclo de engrenamento.

Torna-se evidente através da análise realizada que um número maior de pontos usados tanto na discretização das superfícies dos dentes quanto na discretização da carga aplicada conduz a uma maior precisão dos resultados obtidos - melhor aproximação do contínuo. Por outro lado o tempo de processamento e os recursos computacionais necessários também aumentam. Buscou-se um compromisso entre precisão e tempo de processamento para os cálculos dos vários exemplos com carga aplicada mostrados a seguir. A tabela 4.8 mostra os parâmetros de discretização usados nos cálculo para os diversos torques.

| Torque Nm | Número de pontos discretos utilizados - ETE | | |
|-----------|---|-----------------------------|----------------------|
| | Na altura do dente (radial) | Na largura do dente (axial) | Incrementos de força |
| 0 | 500 | 1 | 0 |
| 5 | 150 | 150 | 500 |
| 10 | 150 | 150 | 1000 |
| 15 | 150 | 150 | 1500 |
| 20 | 150 | 150 | 2000 |
| 25 | 150 | 150 | 2500 |
| 30 | 150 | 150 | 3000 |

Tabela 4.8 – Discretização usada nos cálculos com carga.

A figura 4.21 mostra os resultados obtidos com os torques da tabela 4.8. Os valores obtidos com o programa desenvolvido, ETE, são comparados com os resultados obtidos com o programa LDP. Para facilitar a comparação são mostrados na figura 4.21 apenas os valores máximo e mínimo do erro de transmissão nas dez posições do ciclo de engrenamento obtidos para cada torque. Observa-se que o comportamento do erro de transmissão obtido pelos dois programas é similar, embora existam algumas diferenças entre os valores calculados. A maior diferença foi encontrada no torque de 15 Nm e corresponde a $3,32 \times 10^{-4}$ mm ou 6,2 % em relação ao LDP.

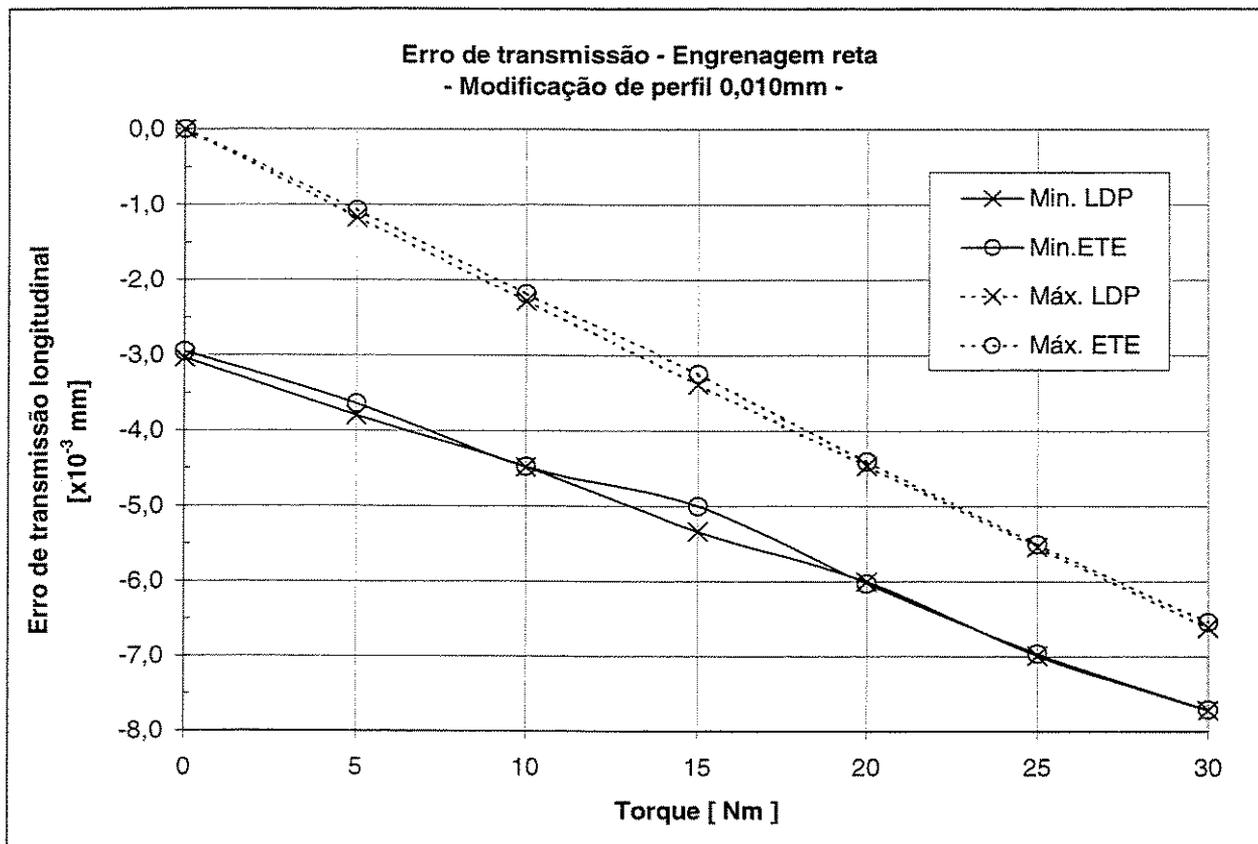


Figura 4.21 – Comparação do erro de transmissão longitudinal com carga obtido com o ETE e LDP.

Comparou-se também as amplitudes das duas primeiras harmônicas do erro de transmissão para cada torque. Esta comparação é mostrada na figura 4.22.

As amplitudes das harmônicas do erro de transmissão calculadas pelos dois programas e apresentadas na figura 4.22 mostram comportamentos similares para os vários níveis de torque. No entanto, observa-se que existem diferenças entre os valores calculados com o ETE e com o LDP principalmente para os torques de 15 e 20 Nm. Por outro lado obteve-se boa concordância nas amplitudes referentes aos torques de 5, 10 e 30 Nm.

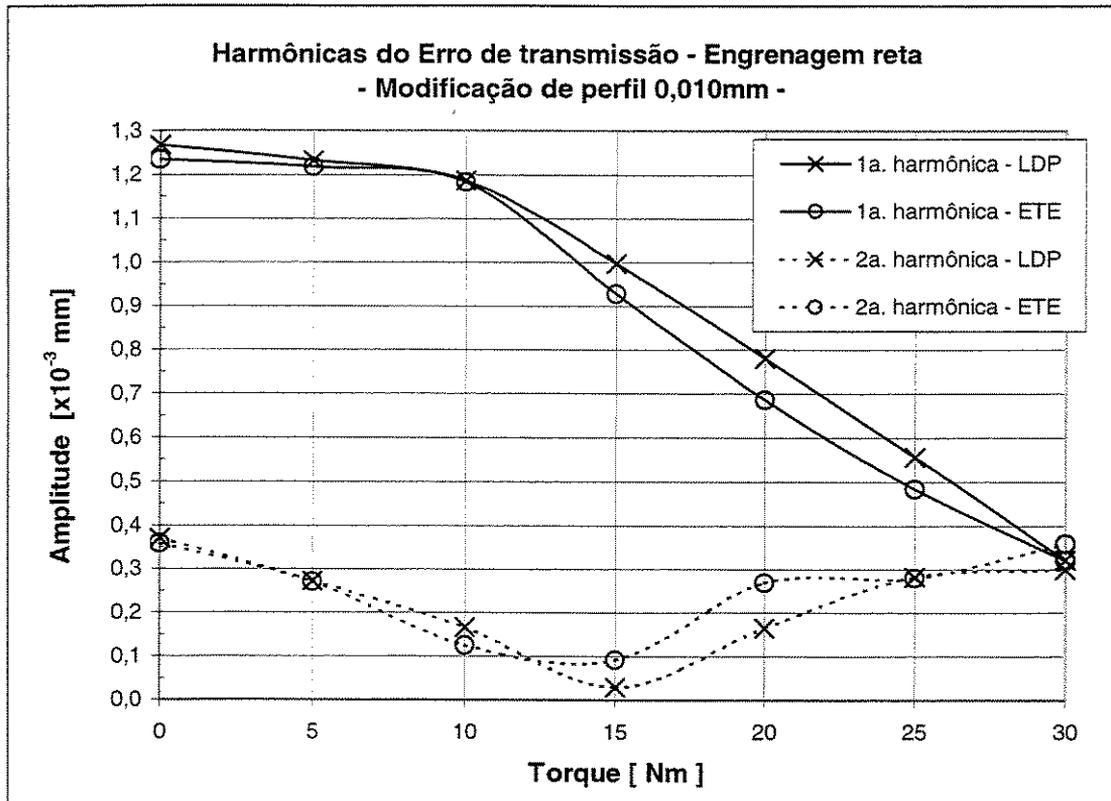


Figura 4.22 – Comparação das harmônicas do erro de transmissão com carga.

Para a investigação destas diferenças torna-se necessário a análise dos valores do erro de transmissão calculados pelos dois programas para cada uma das dez posições do ciclo de engrenamento. A figura 4.23 mostra os valores do erro de transmissão para o torque de 10 Nm.

Observa-se na figura 4.23 que os valores calculados pelos dois programas nas dez posições apresentam valores próximos. A máxima diferença foi encontrada na posição 7 e corresponde a $1,470 \times 10^{-4}$ mm ou 3,3 % em relação ao LDP.

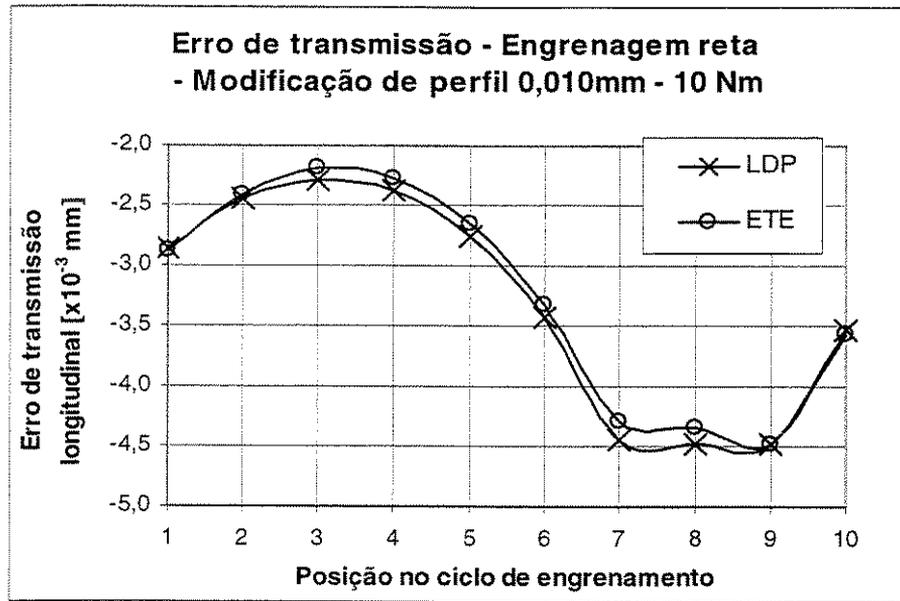


Figura 4.23 – Comparação do erro de transmissão longitudinal com 10 Nm.

Para a condição de 15 Nm, mostrada na figura 4.24, nota-se que as maiores diferenças entre os valores calculados pelo ETE em relação LDP ocorrem nas posições 8 e 9, correspondendo a $2,866 \times 10^{-4}$ mm (ou 5,6 % em relação ao LDP) e $3,320 \times 10^{-4}$ mm (ou 6,2 % em relação ao LDP) respectivamente.

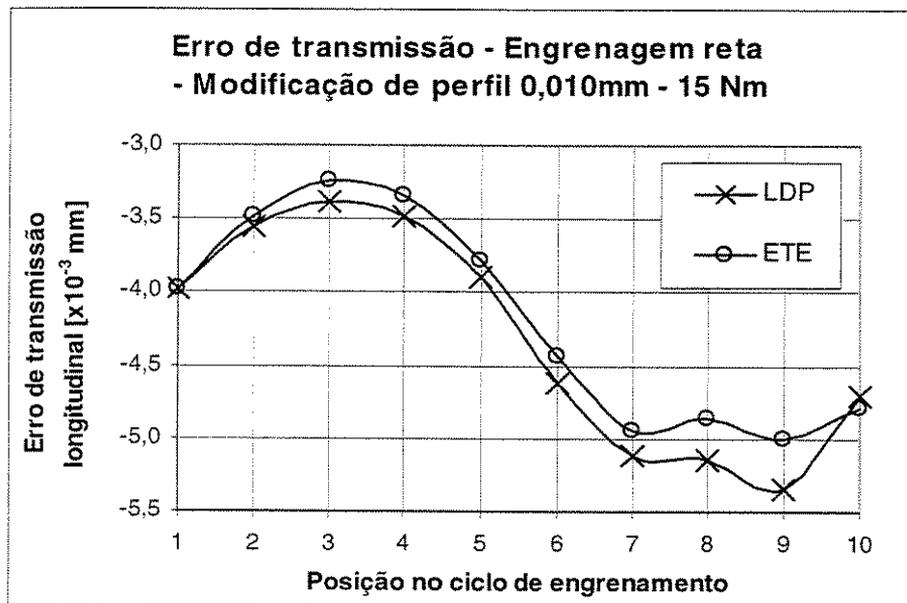


Figura 4.24 – Comparação do erro de transmissão longitudinal com 15 Nm.

A figura 4.25 mostra os valores do erro de transmissão calculados nas dez posições do ciclo de engrenamento com os dois programas para o torque de 20 Nm.

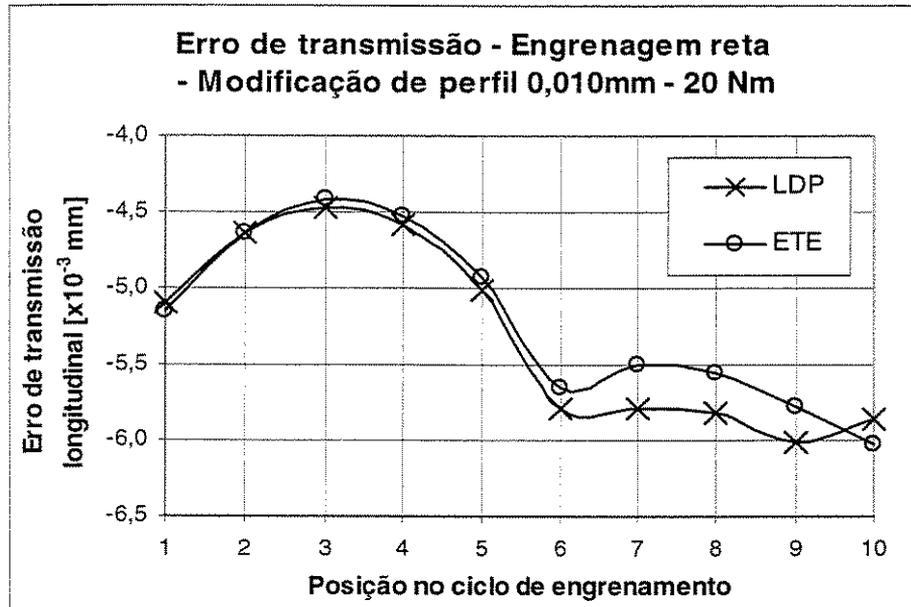


Figura 4.25 – Comparação do erro de transmissão longitudinal com 20 Nm.

Observa-se na figura 4.25 que as maiores diferenças entre os valores calculados pelo ETE e pelo LDP permanecem nas posições 7, 8 e 9, correspondendo respectivamente a $2,874 \times 10^{-4}$ mm (ou 5,0 % em relação ao LDP), $2,568 \times 10^{-4}$ mm (ou 4,4 % em relação ao LDP) e $2,365 \times 10^{-4}$ mm (ou 3,9 % em relação ao LDP).

Já os valores calculados pelo ETE para o torque de 30 Nm e mostrados na figura 4.26 apresentam uma boa concordância com os valores calculados pelo LDP. Observa-se na figura 4.26 que as diferenças nos resultados nas posições 7, 8 e 9 são menores quando comparadas as diferenças encontradas no torque de 20 Nm (ver figura 4.25). As diferenças dos valores do ETE em relação ao LDP para as posições 7, 8 e 9 são $9,315 \times 10^{-5}$ mm (1,3 %), $1,121 \times 10^{-4}$ mm (1,6 %) e $4,009 \times 10^{-5}$ mm (0,6 %) respectivamente.

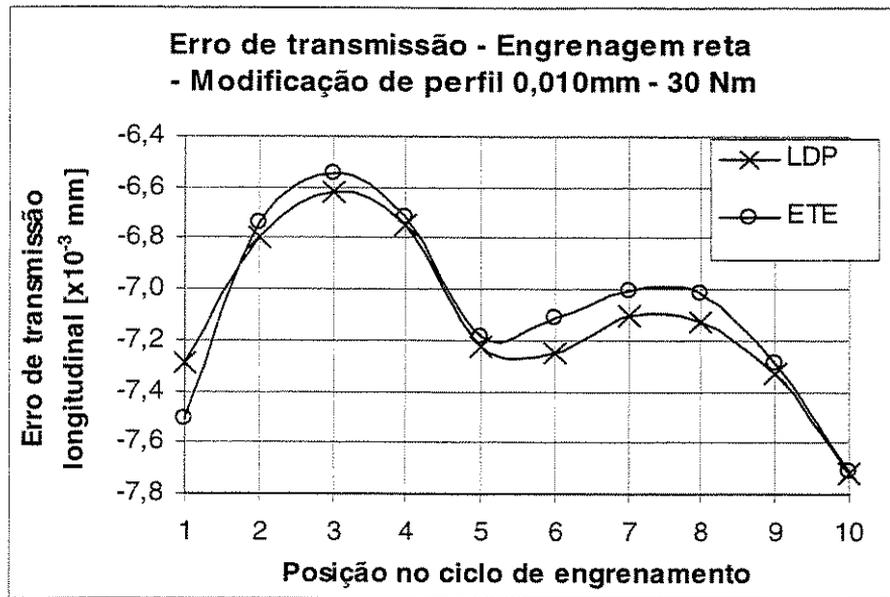


Figura 4.26 – Comparação do erro de transmissão longitudinal com 30 Nm.

Verificou-se através da análise das figuras 4.23 e 4.26 que uma boa concordância entre os valores do erro de transmissão obtida pelos dois programas para as dez posições resultou em amplitudes das harmônicas do erro de transmissão próximas, ver figura 4.22. Nas figuras 4.24 e 4.25 verificou-se que as diferenças nos valores do erro de transmissão calculados pelos dois programas, principalmente nas posições 7, 8 e 9, resultaram nas diferenças das amplitudes das harmônicas mostradas na figura 4.22, nos torques de 15 e 20 Nm.

Com o objetivo de investigar a origem das diferenças encontradas entre a metodologia proposta (ETE) e o aplicativo LDP foram analisadas as posições 7, 8 e 9 com os vários níveis de torque. Nestas três posições investigadas, existem dois pares de dentes candidatos ao contato. Pela análise sem carga feita nas seções 4.1 e 4.2, sabe-se que devido às engrenagens possuírem modificações no perfil evolvente, os dois pares de dentes não entram em contato simultaneamente, pois seus afastamentos iniciais são diferentes. Espera-se que o par de dentes de menor afastamento inicial entre em contato inicialmente. Em função dos afastamentos iniciais e das deflexões dos dentes devido à carga aplicada, o segundo par de dentes poderá entrar ou não em contato. Com a entrada do segundo par de dentes em contato haverá uma distribuição da carga entre os pares de dentes.

A tabela 4.9 mostra que existem diferenças nos afastamentos iniciais (sem carga) calculados pelo ETE e pelo LDP nos dois pares de dentes para as posições 7, 8 e 9. Estas diferenças nos afastamentos iniciais são justificadas pelo fato do contato real ocorrer fora da linha de ação teórica como já mencionado.

| | Dente -1 | | Dente 0 | |
|-----------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| | Ponto real - ETE - | Ponto teórico - LDP - | Ponto real - ETE - | Ponto teórico - LDP - |
| Posição 7 | $-4,314 \times 10^{-3}$ mm | $-4,410 \times 10^{-3}$ mm | $-1,840 \times 10^{-3}$ mm | $-1,890 \times 10^{-3}$ mm |
| Posição 8 | $-2,975 \times 10^{-3}$ mm | $-3,040 \times 10^{-3}$ mm | $-3,073 \times 10^{-3}$ mm | $-3,160 \times 10^{-3}$ mm |
| Posição 9 | $-1,909 \times 10^{-3}$ mm | $-1,955 \times 10^{-3}$ mm | $-4,740 \times 10^{-3}$ mm | $-4,870 \times 10^{-3}$ mm |

Tabela 4.9 – Afastamentos iniciais sem carga nas posições 7, 8 e 9.

As figuras 4.27a e 4.27b ilustram a condição de contato fora da linha de ação na posição 9 nos dentes -1 e 0 respectivamente.

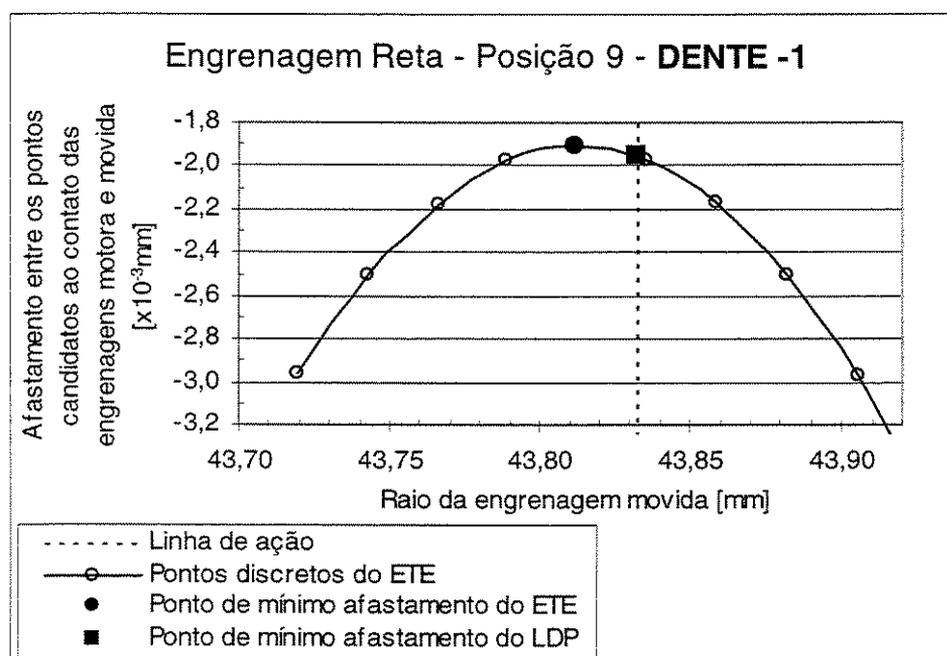


Figura 4.27a – Afastamentos na posição 9 no par de dentes -1.

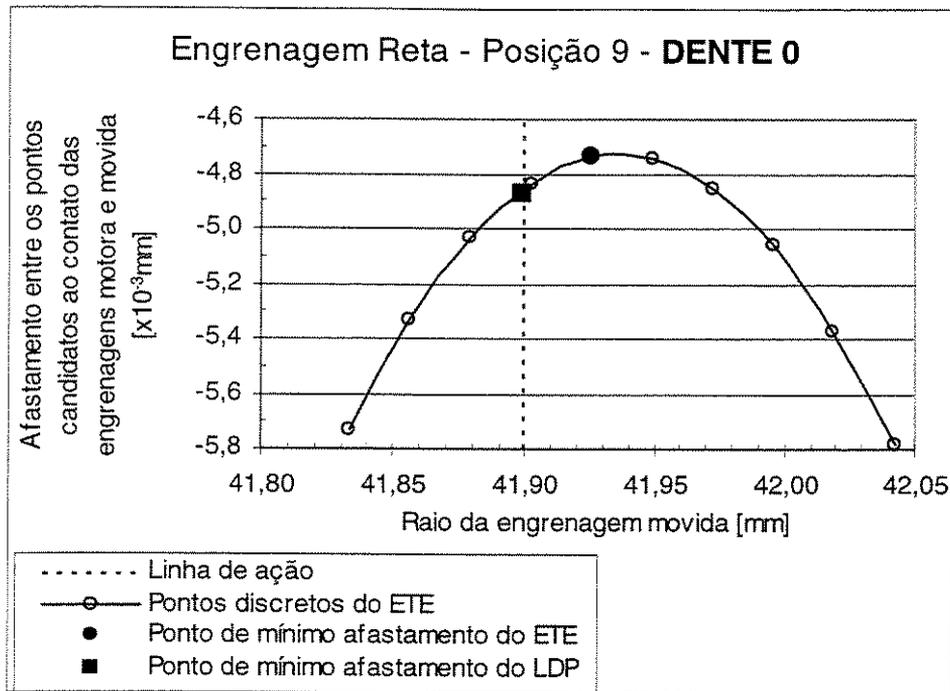


Figura 4.27b – Afastamentos na posiçãõ 9 no par de dentes 0.

Nas figuras 4.27a e 4.27b sãõ mostrados os afastamentos sem carga entre os pontos candidatos ao contato da engrenagem motora e engrenagem movida nos pares de dentes -1 e 0 respectivamente. Tomou-se como referenciã no eixo das abcissas dos grãficos os valores dos raios da engrenagem movida.

Observa-se nas figuras 4.27a e 4.27b que o ponto de mìnimo afastamento identificado pelo ETE estã deslocado da linha de açãõ teórica e que o LDP por considerã o contato somente no plano de açãõ negligenciã estes pontos deslocados da linha de açãõ teórica.

Afim de verificar se os cãlculos dos afastamentos iniciais feitos pelo ETE e mostrados nas figuras 4.27a e 4.27b estãõ corretos, introduziu-se entre os pontos discretos do ETE pontos coincidentes com os pontos de contato na linha de açãõ teórica, nesta condiçãõ espera-se obter valores de afastamento iguais aos calculados pelo LDP. Os resultados obtidos nesta condiçãõ apresentãõ diferençã de 0,2 % em relaçãõ ao valor do afastamento mìnimo do LDP para o dente 0 e valores idênticos para o dente -1.

A investigação das posições 7, 8 e 9 mostrou ainda que existe uma relação entre os afastamentos iniciais (sem carga) dos dois pares de dentes candidatos ao contato e a distribuição de carga entre eles. Para tanto, tomou-se as diferenças entre a carga aplicada no dente -1 e no dente 0 em termos percentuais para o torque de 30 Nm nas posições 6, 7, 8 e 9 que foram determinadas pelo ETE e pelo LDP para os cálculos das deflexões dos dentes. Estas diferenças na distribuição de carga nos dois dentes em contato foram comparadas com as diferenças entre os afastamentos iniciais determinados pelos dois programas. A figura 4.28 mostra esta comparação.

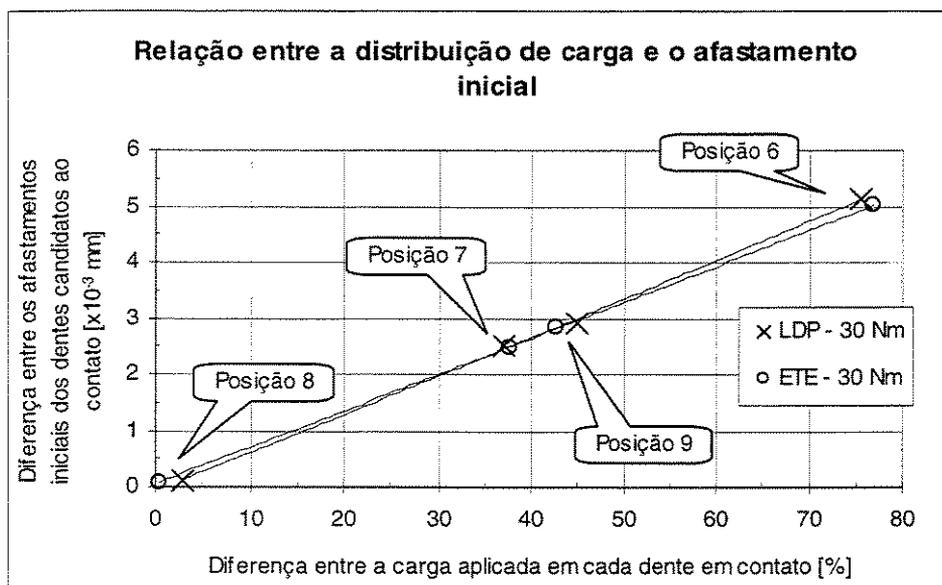


Figura 4.28 – Comparação entre os afastamentos iniciais e a distribuição da carga.

A figura 4.28 mostra que tanto o LDP como o ETE apresentam comportamentos próximos nas posições consideradas e constata-se que quanto maior a diferença nos afastamentos iniciais entre os dois dentes candidatos ao contato (-1 e 0) maior é a diferença na distribuição da carga entre eles.

Uma vez que se verificou a existência de diferenças nos afastamentos iniciais dos dois pares de dentes candidatos ao contato calculados pelo ETE e pelo LDP devido ao fato do contato real ocorrer fora da linha de ação, ver tabela 4.9 e figuras 4.27a e 4.27b, e que se identificou uma relação entre estas diferenças nos afastamentos iniciais e a distribuição de carga entre os dentes,

ver figura 4.28, investigou-se então a influência destes dois fatores, afastamentos iniciais e distribuição de carga, nos resultados do erro de transmissão obtidos pelos dois programas nos vários níveis de torque nas posições 7, 8 e 9.

A figura 4.29 mostra o comportamento dos afastamentos determinados pelo ETE e pelo LDP na posição 9 para os vários níveis de torque. Para facilitar a interpretação do gráfico os valores de afastamento estão expressos em módulo. Observa-se que até aproximadamente 10 Nm de torque apenas um par de dentes está em contato (dente -1) e que nesta condição o LDP e o ETE apresentam valores muito próximos. Isto mostra que a metodologia para os cálculos das deflexões dos dentes empregada no ETE está adequada quando comparada com o LDP.

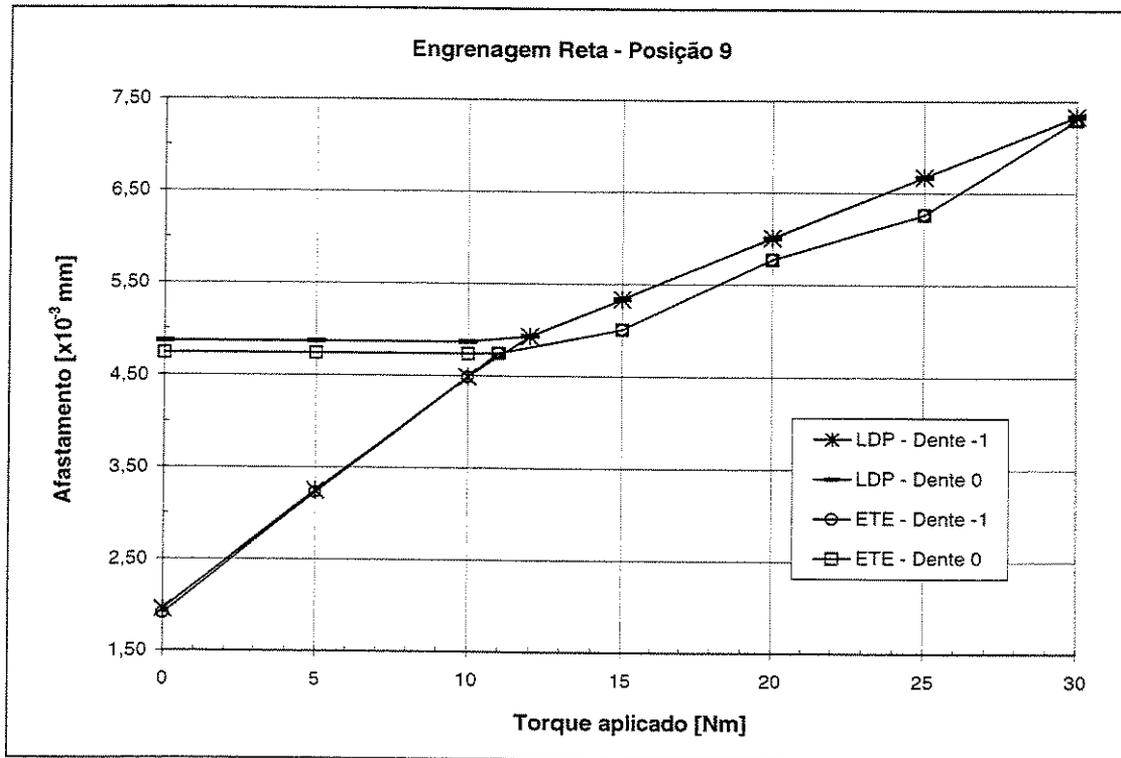


Figura 4.29 – Comparação entre os afastamentos com carga do ETE e LDP para a posição 9.

Observa-se ainda na figura 4.29 que a partir da entrada do segundo par de dentes em contato (dente 0) a taxa de aumento do afastamento com o torque diminui. Isto se deve à distribuição da carga aplicada entre os dois pares de dentes em contato. Nota-se que como o LDP

considera um maior afastamento inicial entre o dente -1 e o dente 0, este segundo dente entra em contato com um certo atraso em relação ao cálculo do ETE o que faz com que a distribuição de carga, as deflexões e conseqüentemente o afastamento nesta região de torque sejam diferentes entre os dois programas. Com o aumento do torque aplicado os resultados dos dois programas tendem a convergência devido ao equilíbrio na distribuição de carga entre os dois dentes, ver figura 4.30.

A figura 4.30 mostra a distribuição de carga entre os dois pares de dentes candidatos ao contato na posição 9 para vários níveis de torque determinada pelo ETE e pelo LDP.

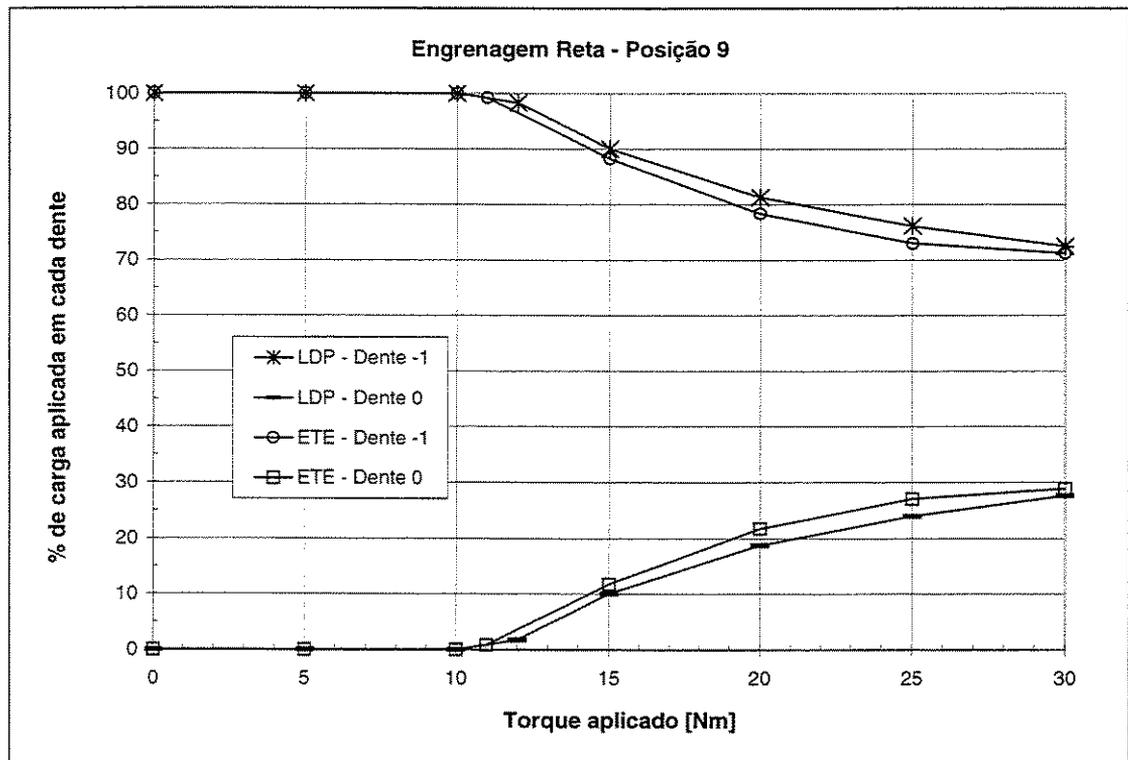


Figura 4.30 – Comparação entre a distribuição de carga do ETE e LDP para a posição 9.

Observa-se na figura 4.30 que o par de dentes -1 suporta 100 % da carga aplicada até a entrada do segundo par de dentes em contato (dente 0). A partir de aproximadamente 10 Nm os dois pares de dentes passam a dividir a carga aplicada, e com o aumento do torque existe uma tendência para uma distribuição uniforme da carga entre os dois dentes em contato. Nota-se que o

ETE apresenta comportamento similar ao LDP na distribuição de carga e que a diferença observada deve-se principalmente às diferenças nos afastamentos iniciais calculados pelos dois programas mostradas na tabela 4.9 e na figura 4.29.

Na análise realizada comparou-se a influência dos afastamentos iniciais nos resultados do erro de transmissão com carga aplicada. Para isto, na análise dos afastamentos iniciais, comparou-se somente o ponto de mínimo afastamento de cada par de dentes, assumindo que os pontos subsequentes com afastamentos maiores seguem um mesmo comportamento para o ETE e para o LDP. Porém considerando que o ponto de mínimo afastamento encontra-se fora do plano de ação teórico, ver figuras 4.27a e 4.27b, é esperado que o contato dos pontos com afastamentos superiores aos de afastamento mínimo também ocorra fora do plano de ação teórico.

É intuitivo que à medida que novos pontos ou regiões dos dentes entram em contato, ocorram alterações na distribuição de carga e nas deflexões dos dentes, e que desta forma o comportamento para um maior grau de discretização do torque aplicado não deva ser próximo ao linear como apresentado na figura 4.29.

Conclui-se que as diferenças encontradas nos cálculos do erro de transmissão nas diversas posições do ciclo de engrenamento entre os dois programas, devem-se às diferenças nos afastamentos iniciais calculados, as quais são função da aproximação do LDP na análise do contato somente na linha de ação conforme explicado anteriormente. Estas diferenças no afastamento inicial provocam, por sua vez, diferenças na distribuição de carga entre os dois pares de dente em contato, o que influencia no cálculo das deflexões dos dentes gerando valores diferentes no erro de transmissão. A formulação proposta pode ser considerada mais precisa por considerar o contato real entre os dentes.

4.4 Verificação da metodologia de cálculo do erro de transmissão para um par de engrenagens helicoidais

Para a verificação do método de cálculo do erro de transmissão aplicado as engrenagens helicoidais, o par de engrenagens mostrado na tabela 4.10 foi usado.

De forma análoga ao par de engrenagens retas, o cálculo do erro de transmissão das engrenagens helicoidais foi feito usando os dois programas, o ETE desenvolvido neste trabalho e o LDP considerando dez posições no ciclo de engrenamento. Também foi necessário aplicar uma transformação de coordenadas nas posições do programa ETE para que as mesmas posições no ciclo de engrenamento fossem usadas pelos dois programas. Uma rotação de 0,097422 rad foi aplicada na engrenagem motora no sentido anti-horário e o valor correspondente a este deslocamento da engrenagem motora foi aplicado na engrenagem movida.

| Características | Engrenagem | Engrenagem |
|----------------------------------|------------|------------|
| | Motora | Movida |
| Número de dentes | 27 | 43 |
| Relação do par | 1,593 | |
| Distância entre Centros | 70 mm | |
| Módulo normal | 1,93 | |
| Âng. de pressão normal | 20° | |
| Âng. de hélice normal | 15° | |
| Diâmetro externo | 58 mm | 90 mm |
| Diâmetro de raiz | 48 mm | 80 mm |
| Diâmetro início do perfil ativo | 51,20 mm | 83,05 mm |
| Grau de recobrimento de perfil | 1,643 | |
| Grau de recobrimento transversal | 0,640 | |
| Grau de recobrimento total | 2,284 | |
| Espessura circular normal | 3,031 mm | 3,031 mm |
| Largura das engrenagens | 15 mm | 15 mm |

Tabela 4.10 - Características das engrenagens helicoidais.

Verificou-se inicialmente o erro de transmissão do par de engrenagens helicoidais sem modificações, sem erros de forma dos dentes e sem carga aplicada. Nesta condição, é esperado que não exista erro de transmissão (o erro de transmissão deve ser zero). As engrenagens da tabela 4.10 foram analisadas no programa desenvolvido, ETE, e os cálculos do erro de transmissão foram realizados com vários níveis discretização das superfícies afim de verificar a convergência para o valor teórico desta condição.

A tabela 4.11 mostra a quantidade de pontos discretos usada para a verificação do cálculo do erro de transmissão e os valores obtidos.

| Número total de pontos discretos na superfície | Número de pontos radiais (altura do dente) | Número de pontos axiais (largura do dente) | Erro de transmissão ETE [mm] |
|--|--|--|------------------------------|
| 400 | 20 | 20 | -4,468E-06 |
| 900 | 30 | 30 | -6,533E-07 |
| 1600 | 40 | 40 | -1,540E-07 |
| 2500 | 50 | 50 | -1,351E-07 |
| 3600 | 60 | 60 | -5,337E-08 |
| 4900 | 70 | 70 | -3,309E-08 |
| 6400 | 80 | 80 | -1,130E-08 |
| 8100 | 90 | 90 | -2,581E-08 |
| 10000 | 100 | 100 | -1,211E-08 |

Tabela 4.11 – Discretização da superfície dos dentes – engrenagens helicoidais.

No caso de engrenagens helicoidais, o contato teórico dos dentes se dá em linhas com um certo ângulo de inclinação em relação ao eixo de rotação da engrenagem, diferentemente do que ocorre com as engrenagens retas, ver DUDLEY (1991) e LITVIN (1994). Desta forma, a análise do contato deve considerar a discretização também na largura das engrenagens mesmo para esta verificação inicial onde considera-se as engrenagens perfeitas e sem carga aplicada. A figura 4.31 mostra o efeito da discretização conforme os dados da tabela 4.11.

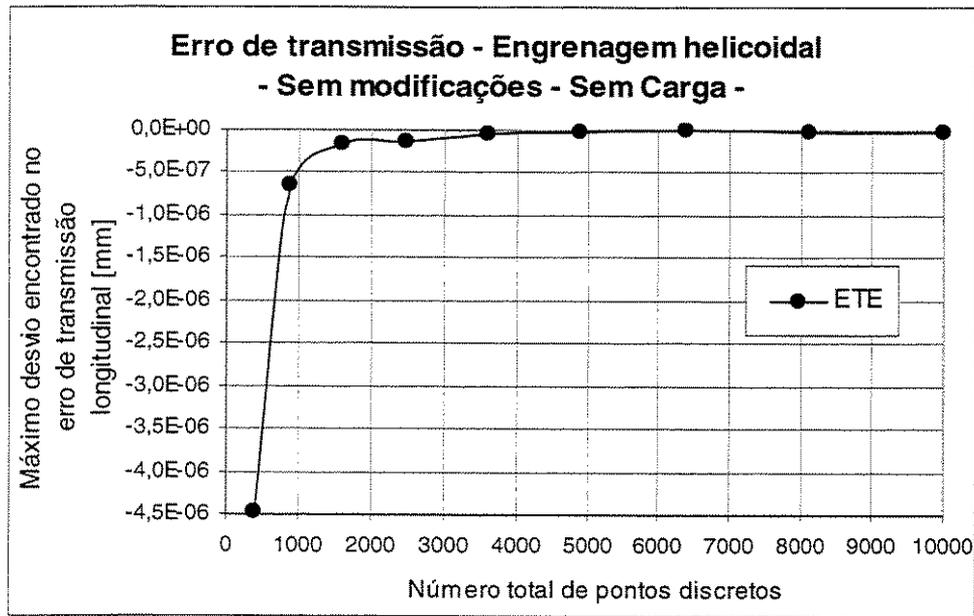


Figura 4.31 – Variação da convergência no erro de transmissão devido à discretização – engrenagens helicoidais.

Observa-se na figura 4.31 um comportamento similar ao observado no par de engrenagens retas (ver figura 4.3), ou seja, um maior número de pontos discretos levam a uma maior precisão na representação das superfícies dos dentes como esperado.

4.4.1 Verificação do cálculo do erro de transmissão do par de engrenagens helicoidais com modificações nas superfícies dos dentes

Para verificar o cálculo do erro de transmissão pelo ETE para o par de engrenagens helicoidais da tabela 4.10 com modificações nas superfícies dos dentes, três níveis de modificações foram considerados: o primeiro é similar ao usado no par de engrenagens retas (ver tabela 4.2 da seção 4.2); no segundo, além do alívio no perfil evolvente considerou-se também um abaulamento circular na direção axial das engrenagens; e no terceiro considerou-se os mesmos tipos de modificações do segundo par com os afastamentos ampliados. A tabela 4.12 apresenta as modificações consideradas.

| Modificações nas superfícies | Par 4 | Par 5 | Par 6 |
|---|----------------|----------------|----------------|
| Afastamento do perfil teórico no raio externo | 0,010 mm | 0,010 mm | 0,015 mm |
| Raio de início da modificação | Raio primitivo | Raio primitivo | Raio primitivo |
| Afastamento no passo da engrenagem nas posições $x = 0$ e $x = 15$ mm | 0 | 0,005 mm | 0,008 mm |

Tabela 4.12 - Modificações nas superfícies para as engrenagens helicoidais.

Os afastamentos da tabela 4.12 referem-se à remoção de material em relação a superfície teórica, ver figuras 3.6 e 3.7 da seção 3.1.2 e a figura 4.5 da seção 4.2.

Foram consideradas as duas engrenagens de cada par com as mesmas modificações nas superfícies dos dentes. A partir dos dados da tabela 4.12 foram calculados no programa ETE os afastamentos do perfil e do passo para os pontos intermediários usando-se funções de interpolação polinomial. Os valores obtidos foram introduzidos no aplicativo LDP para que os dois programas calculassem o erro de transmissão em função das mesmas modificações. Adotou-se em todas as análises com o ETE, 6400 pontos discretos na superfície de cada dente em análise, sendo 80 pontos na altura e 80 pontos na largura do dente.

Verificou-se inicialmente o comportamento do modelo para engrenagens helicoidais com diferentes modificações nas superfícies dos dentes sem a aplicação de carga.

Os resultados obtidos com o par 4 da tabela 4.12 são mostrados na figura 4.32a e 4.32b.

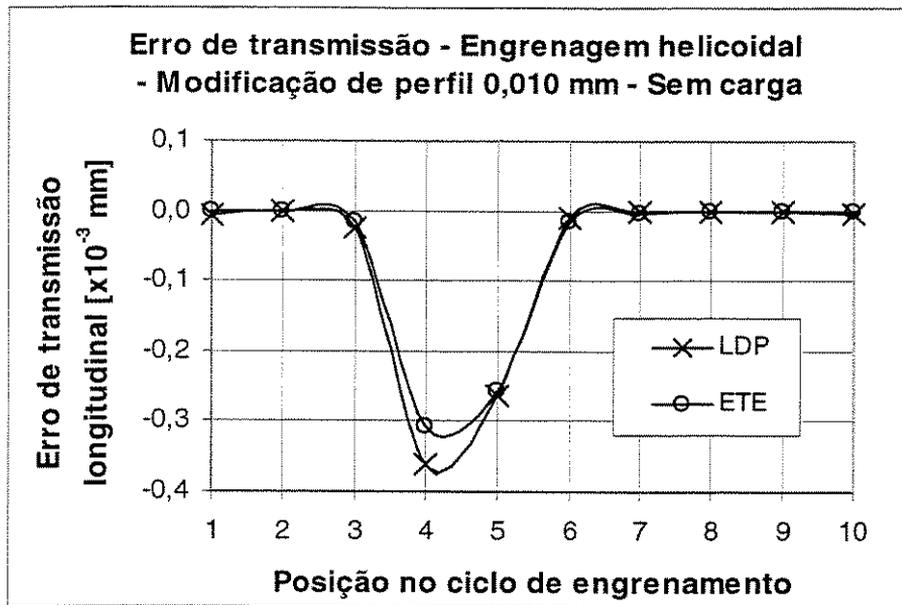


Figura 4.32a – Erro de transmissão para o Par 4.

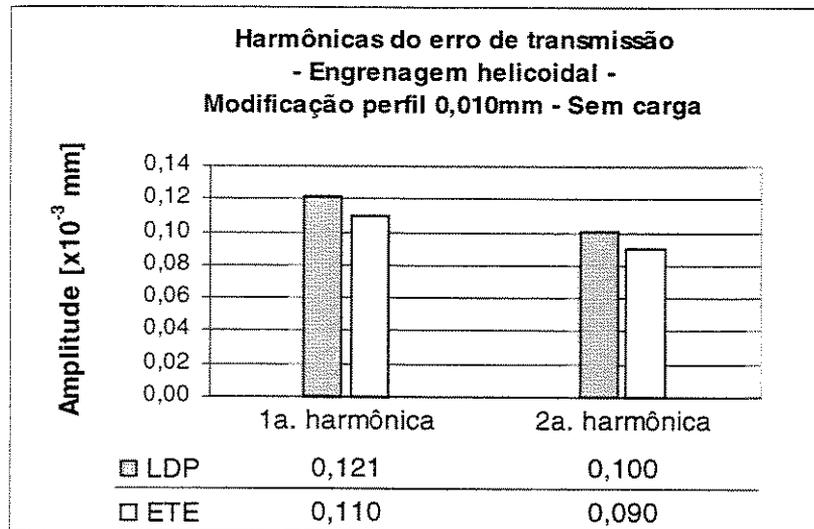


Figura 4.32b – Harmônicas do erro de transmissão para o Par 4.

Observa-se na figura 4.32a que os valores do erro de transmissão longitudinal calculados através do ETE apresentam-se muito próximos daqueles obtidos pelo LDP, exceto na posição 4 onde foi encontrada uma diferença de $5,28 \times 10^{-5}$ mm ou 17,1 % em relação ao ETE.

A análise gráfica realizada para as engrenagens retas na seção 4.2, como forma de investigação das diferenças encontradas entre os dois programas, torna-se impraticável para as engrenagens helicoidais devido à sua maior complexidade geométrica, pois requer uma análise tridimensional. Além disso, a diferença investigada no par de engrenagens retas era muito superior a do par de engrenagens helicoidais da figura 4.32a, ou seja, o método gráfico usado na seção 4.2 não apresenta precisão suficiente para a análise requerida nesta condição.

Uma forma encontrada para investigar as diferenças entre os dois programas na posição 4 foi analisar os valores calculados pelos dois programas e comparar os pontos em contato e os afastamentos nestes pontos, conforme mostrado na figura 4.33 e na tabela 4.13.

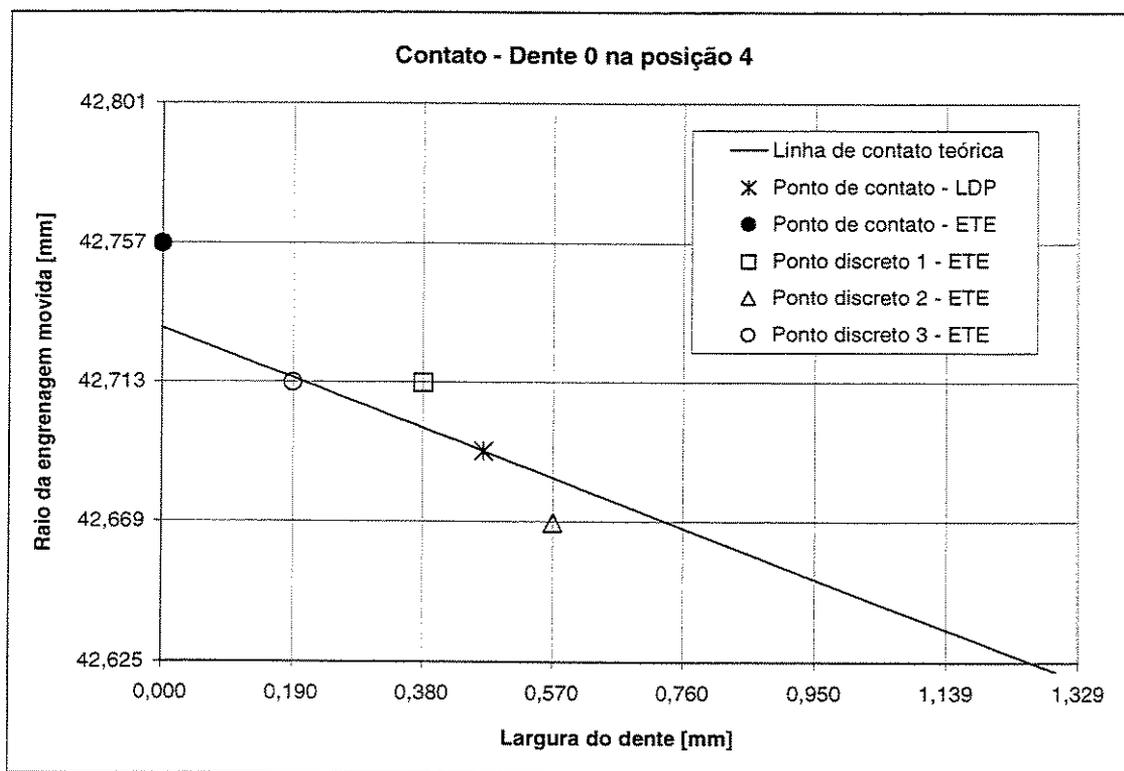


Figura 4.33 – Pontos discretos na posição 4 - Par 4.

A figura 4.33 mostra os pontos discretos considerados em contato pelo ETE e pelo LDP. As linhas verticais e horizontais da figura 4.33 representam a grade de pontos considerada pelo ETE na discretização da superfície. Alguns outros pontos discretos do ETE, próximos ao ponto de contato do LDP também foram analisados. O dente chamado 0 refere-se à figura 3.15.

| Pontos discretos no dente “0” posição 4 | Afastamento longitudinal [$\times 10^{-3}$mm] | Raio da engrenagem movida [mm] | Posição na largura do dente [mm] |
|--|---|---------------------------------------|---|
| Ponto de contato – LDP | -0,362 | 42,691 | 0,469 |
| Ponto de contato – ETE | -0,309 | 42,757 | 0 |
| 1 – outro ponto discreto do ETE | -0,345 | 42,713 | 0,380 |
| 2 – outro ponto discreto do ETE | -0,423 | 42,669 | 0,570 |
| 3 – outro ponto discreto do ETE | -0,312 | 42,713 | 0,190 |

Tabela 4.13 – Pontos discretos na posição 4 – Par 4.

A tabela 4.13 apresenta os valores considerados na figura 4.33. A coluna chamada afastamento longitudinal corresponde à distância longitudinal entre as superfícies dos dentes da engrenagem movida para a motora no ponto discreto. O sinal negativo é para manter a convenção definida para o erro de transmissão, ver capítulo 1.

O LDP considera pontos discretos distribuídos sobre a linha de ação teórica. Como se pode observar na figura 4.33, o ponto considerado em contato pelo LDP encontra-se sobre esta linha. Observou-se que o LDP não considerou nenhum outro ponto discreto sobre a linha de ação teórica mais próximo da face da engrenagem.

O ponto discreto considerado em contato pelo ETE, ponto de menor afastamento entre as superfícies, está localizado na face da engrenagem. Região esta que não foi analisada pelo LDP.

Na figura 4.33 observa-se que o ponto considerado em contato pelo LDP encontra-se entre quatro pontos discretos analisados pelo ETE. Dois destes pontos são destacados na figura 4.33 e chamados de pontos 1 e 2. A tabela 4.13 mostra que existe uma coerência entre os afastamentos nos pontos 1 e 2 com o afastamento no ponto em contato do LDP, o que indica que caso um

maior número de pontos discretos fosse considerado no ETE, de tal sorte que um destes pontos coincidissem com o ponto do LDP, os valores encontrados seriam iguais. Esta condição foi induzida no ETE criando-se um ponto discreto coincidente com o ponto do LDP e a diferença entre o afastamento encontrado pelo ETE neste ponto comparado com o LDP foi de $1,3 \times 10^{-6}$ mm ou 0,3 %.

Observa-se ainda na figura 4.33 que existe um ponto discreto do ETE, chamado de ponto 3, localizado próximo da linha de ação e mais próximo da face da engrenagem do que o ponto do LDP. Conforme mostrado na tabela 4.13, no ponto 3 o afastamento é menor do que o afastamento encontrado pelo LDP, o que indica que o LDP encontraria afastamentos menores caso pontos discretos mais próximos da face da engrenagem fossem considerados, mesmo sobre linha de ação teórica.

Conclui-se portanto que a diferença entre os resultados obtidos pelos dois programas no cálculo do erro de transmissão do par 4 mostrado na figura 4.32a deve-se à imprecisão da discretização da linha de ação considerada pelo LDP. Já o programa ETE mostrou um resultado consistente na análise do contato.

A análise do erro de transmissão dos pares 5 e 6 da tabela 4.12 mostrou resultados próximos entre o ETE e o LDP, conforme mostrado nas figuras 4.34a, 4.34b, 4.35a e 4.35b. Isto deve-se à modificação imposta no passo das engrenagens, ou seja, a modificação introduziu um alívio nas extremidades das engrenagens deslocando o ponto de contato na direção do centro do dente, como mostrado na figura 4.36.

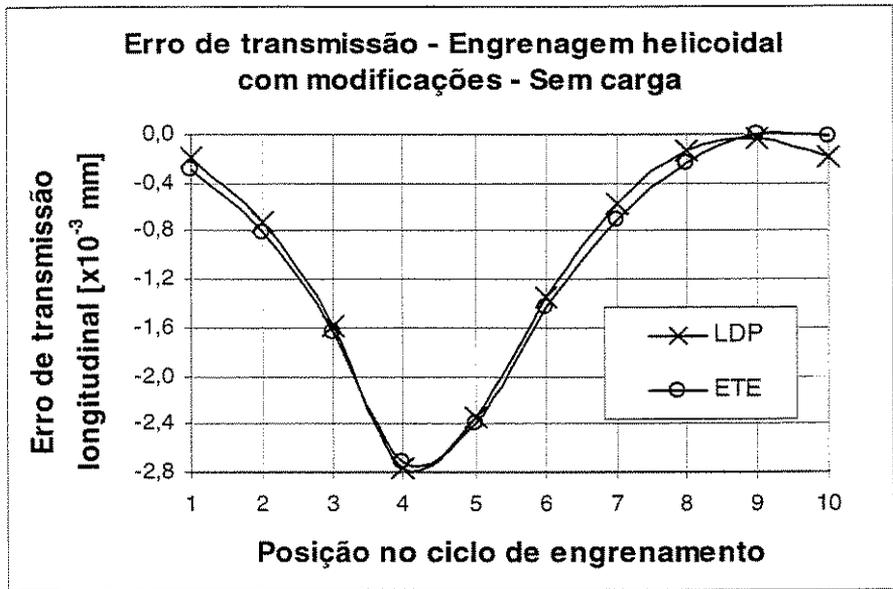


Figura 4.34a – Erro de transmissão para o Par 5.

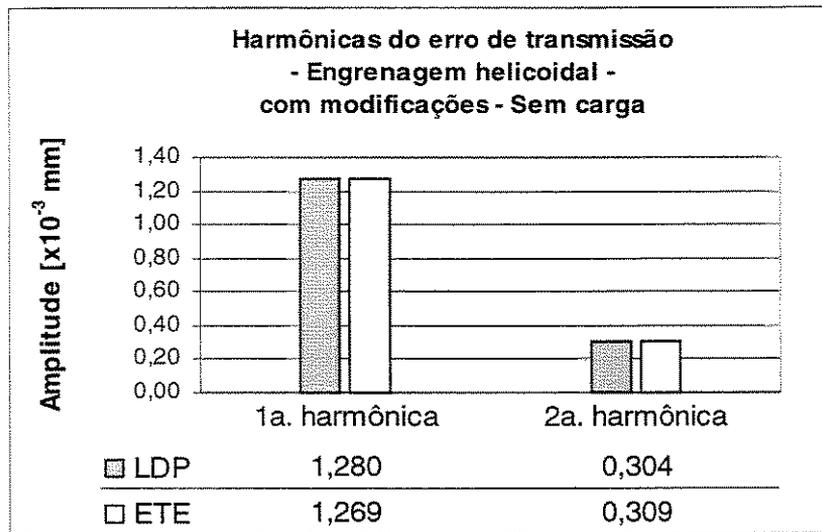


Figura 4.34b – Harmônicas do erro de transmissão para o Par 5.

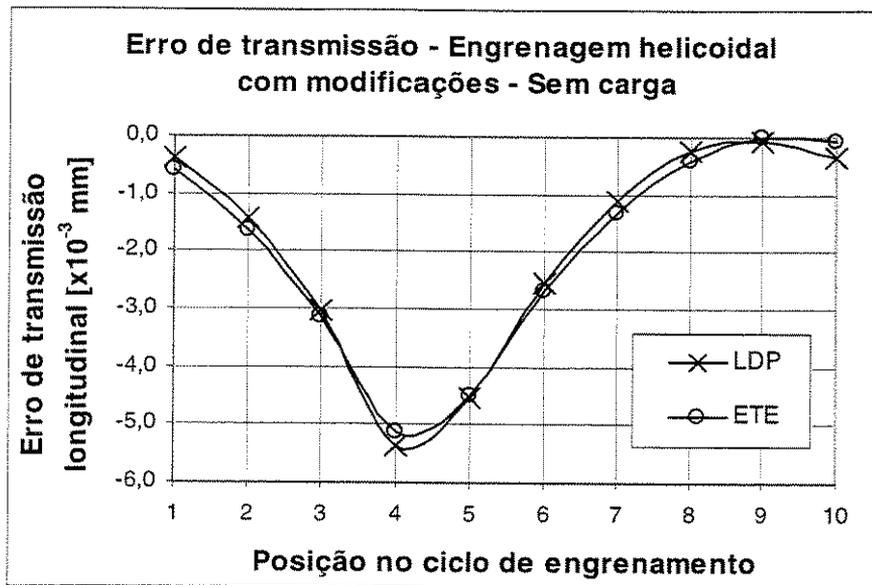


Figura 4.35a – Erro de transmissão para o Par 6.

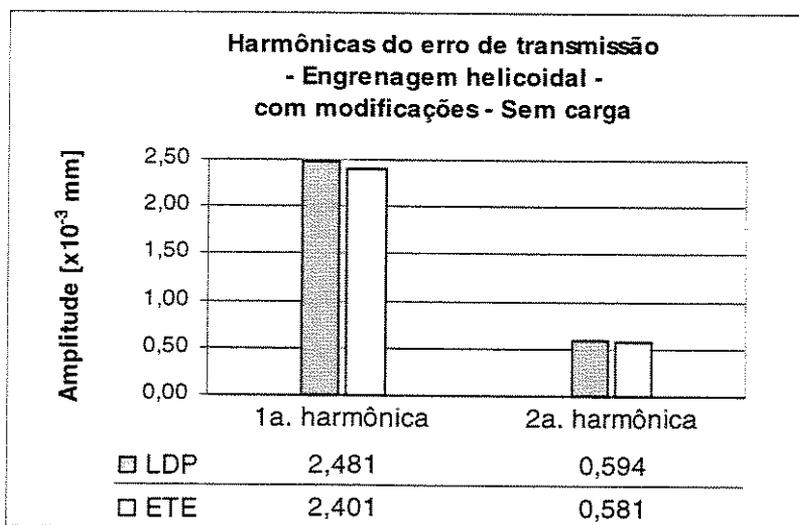


Figura 4.35b – Harmônicas do erro de transmissão para o Par 6.

Embora o comportamento do erro de transmissão nos pares 5 e 6 sejam semelhantes, observa-se através das figuras 4.34a e 4.35a que o erro de transmissão aumentou com a ampliação das modificações das superfícies imposta no par 6. Nota-se também, comparando-se as figuras 4.34b e 4.35b que as amplitudes das harmônicas do erro de transmissão tiveram um aumento significativo.

Contato - Dente 0 na posição 4

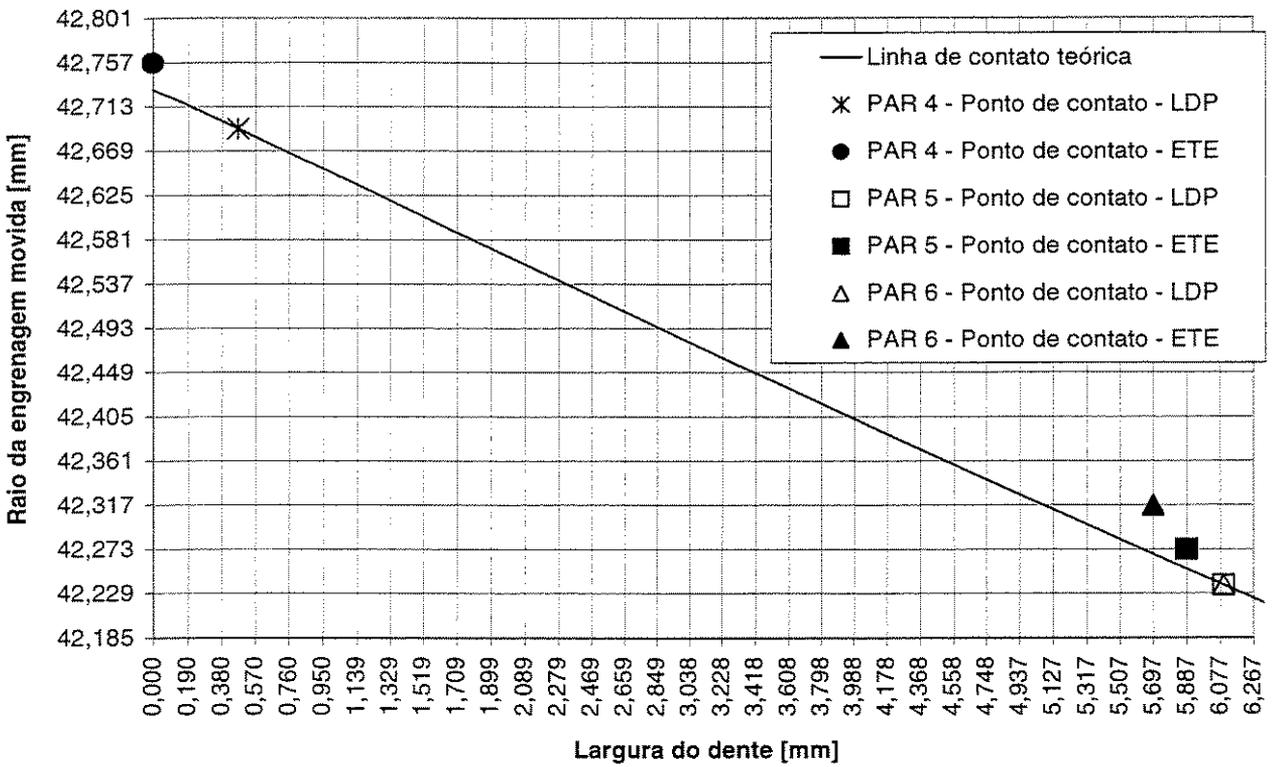


Figura 4.36 – Pontos discretos na posição 4 - Pares 4, 5 e 6.

Observa-se na figura 4.36 o deslocamento dos pontos de contato na direção do centro do dente devido à modificação imposta nos pares 5 e 6. Observa-se ainda que os resultados encontrados pelo LDP e pelo ETE para o par 5 estão mais próximos do que nos pares 4 e 6 o que reflete os resultados encontrados para a posição 4 mostrados nas figuras 4.33a, 4.34a e 4.35a .

Quanto as diferenças nos resultados obtidos pelos dois programas nos pares 5 e 6, observou-se a maior diferença em termos absolutos na posição 10 do par 6, sendo $3,11 \times 10^{-4}$ mm. A figura 4.37 mostra os pontos de contato encontrados pelo LDP e pelo ETE (o dente chamado de -1 na figura 4.37 refere-se à figura 3.15). Observa-se que o contato ocorre fora da linha de ação teórica devido aos alívios no perfil evolvente e no passo das engrenagens, fato este já mencionado em análises anteriores neste capítulo.

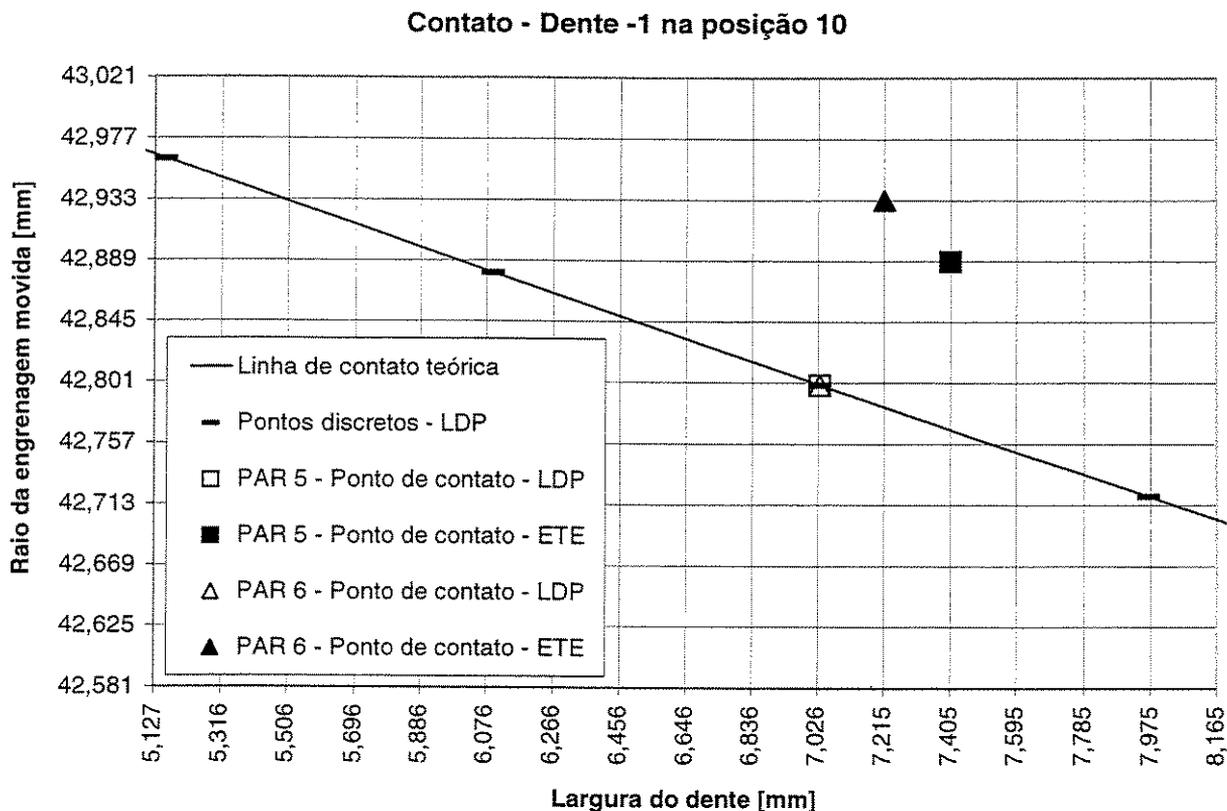


Figura 4.37 – Pontos discretos na posição 10 - Pares 4, 5 e 6.

Observa-se ainda na figura 4.37 que o LDP encontrou o menor afastamento entre os dentes num mesmo ponto discreto para os pares 5 e 6, o que é justificado pela discretização da linha de ação usada. Já o ETE encontrou pontos em contato próximos, porém distintos para os pares 5 e 6 devido à uma maior densidade de pontos discretos usada.

4.4.2 Verificação do cálculo do erro de transmissão do par de engrenagens helicoidais com carga aplicada

Para verificação do modelo do cálculo do erro de transmissão com carga aplicada adotou-se o mesmo par de engrenagens helicoidais especificado na tabela 4.10 com as modificações nas superfícies dos dentes do par denominado par 5 da tabela 4.12. Quanto à carga aplicada, adotou-se a aplicação de vários níveis de carga. Variou-se o torque aplicado de 0 a 50 Nm.

Para todos os cálculos com carga considerou-se, tanto no LDP com no ETE, o módulo de elasticidade do material igual a $2,10 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2$ e o coeficiente de Poisson igual a 0,3.

Quanto à discretização das superfícies e da carga aplicada adotou-se os parâmetros mostrados na tabela 4.14.

| Torque Nm | Número de pontos discretos utilizados - ETE | | |
|--------------|---|-----------------------------|-----------------------------------|
| | Altura do dente (radial) | Largura do dente (axial) | Número de incrementos de força |
| 0 | 80 | 80 | 0 |
| 5 | 60 | 60 | 50 |
| 10 | 60 | 60 | 100 |
| 15 | 60 | 60 | 250 |
| 20 | 60 | 60 | 300 |
| 25 | 60 | 60 | 400 |
| 30 | 80 | 80 | 1000 |
| 35 | 80 | 80 | 1000 |
| 40 | 80 | 80 | 1000 |
| 45 | 80 | 80 | 1000 |
| 50 | 80 | 80 | 1000 |

Tabela 4.14 – Discretização usada nos cálculos do erro de transmissão do par 5.

Assim como ocorreu com as engrenagens retas (ver figura 4.19), nas engrenagens helicoidais também verificou-se uma influência significativa da discretização da carga aplicada nos resultados obtidos. A figura 4.38 mostra os resultados do erro de transmissão para dois níveis de discretização da carga aplicada para um torque de 30Nm. Observa-se na figura 4.38 um comportamento semelhante ao da engrenagem reta mostrado na figura 4.20.

Adotou-se a discretização que gerou a menor variação no erro de transmissão entre as dez posições no ciclo de engrenamento. No caso de 30Nm adotou-se 1000 incrementos de força.

É intuitivo que deva existir uma condição de discretização da carga que resulte na mínima variação do erro de transmissão, pois quanto maior o grau de discretização menor é o erro devido à discretização, até o limite de erros computacionais. Este assunto não foi explorado neste trabalho.

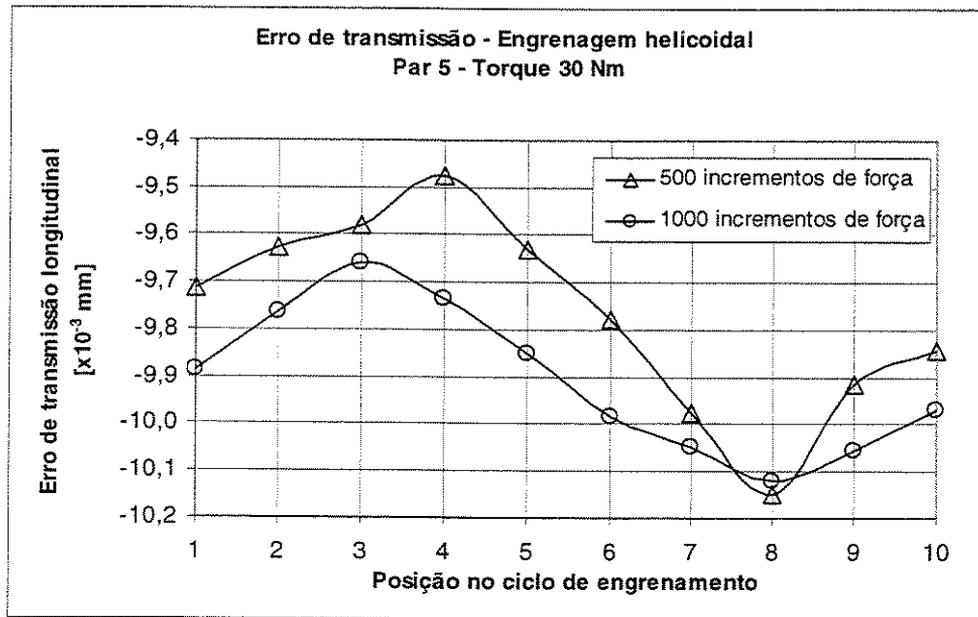


Figura 4.38 – Efeito da discretização da carga aplicada no erro de transmissão do par 5.

A figura 4.39 mostra os resultados obtidos para o erro de transmissão nos diversos torques aplicados, ver tabela 4.14. Esta figura mostra o máximo e o mínimo valor obtido para o erro de transmissão no ciclo de engrenamento através do programa ETE e do LDP.

Observa-se na figura 4.39 que os resultados obtidos pelo ETE nos diversos torques calculados são próximos e seguem um mesmo comportamento dos resultados obtidos pelo LDP. Nota-se ainda que embora a amplitude do erro de transmissão cresce com o aumento do torque, a variação mínima no erro de transmissão num ciclo de engrenamento para o par 5 é encontrada entre 25 e 30Nm. Nesta faixa de torque espera-se que o par engrenado apresente as menores amplitudes das harmônicas do erro de transmissão.

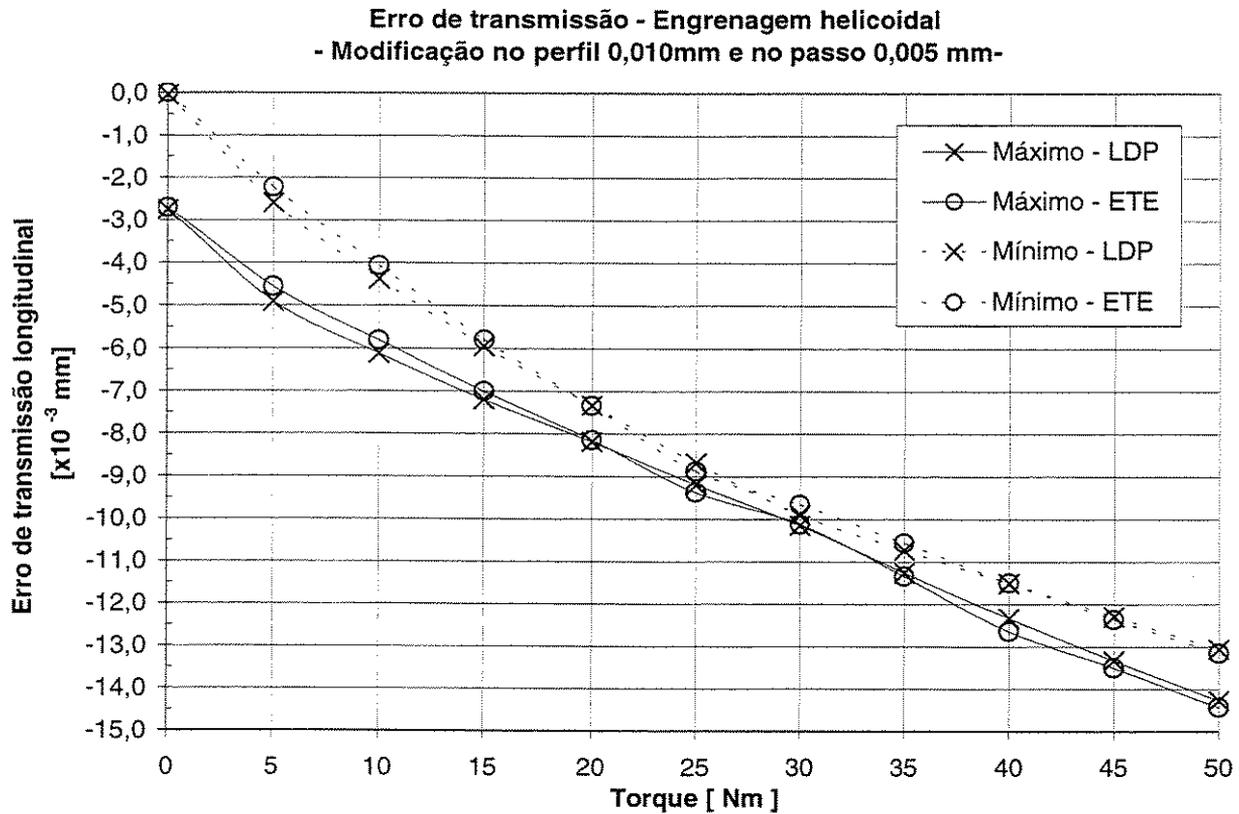


Figura 4.39 – Comparação dentre os erros de transmissão longitudinais com carga obtidos com o ETE e LDP para o par 5.

A maior diferença em termos absolutos entre os resultados do ETE e do LDP, mostrados na figura 4.39, foi encontrada no torque de 5 Nm e corresponde a $3,47 \times 10^{-4}$ mm ou 7,1 % em relação ao LDP. A figura 4.40 mostra os resultados neste torque para cada uma das posições no ciclo de engrenamento.

Observa-se na figura 4.40 que os valores do erro de transmissão calculados pelo ETE nas dez posições do ciclo de engrenamento são semelhantes aos resultados obtidos pelo LDP. A maior diferença entre as posições foi encontrada na posição 10, sendo de $6,01 \times 10^{-4}$ mm ou 21,2 % em relação ao LDP. Credita-se esta diferença aos pontos de contato e aos afastamentos iniciais encontrados nesta posição sem carga conforme mostrado anteriormente, ver figura 4.37.

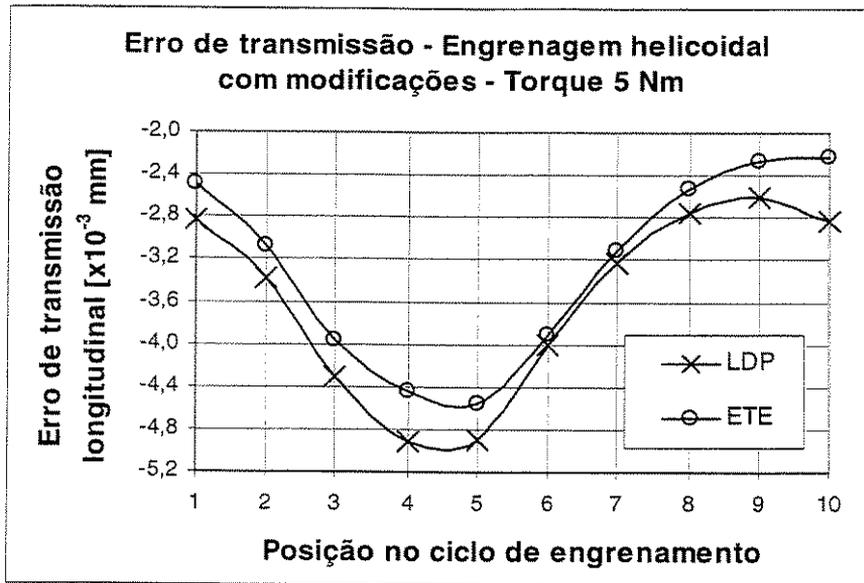


Figura 4.40 – Erro de transmissão do par 5 para 5 Nm.

Como o comportamento entre os resultados obtidos pelo ETE e pelo LDP foram semelhantes para o torque de 5 Nm, as harmônicas do erro de transmissão neste torque também apresentaram boa concordância, conforme mostrado na figura 4.41.

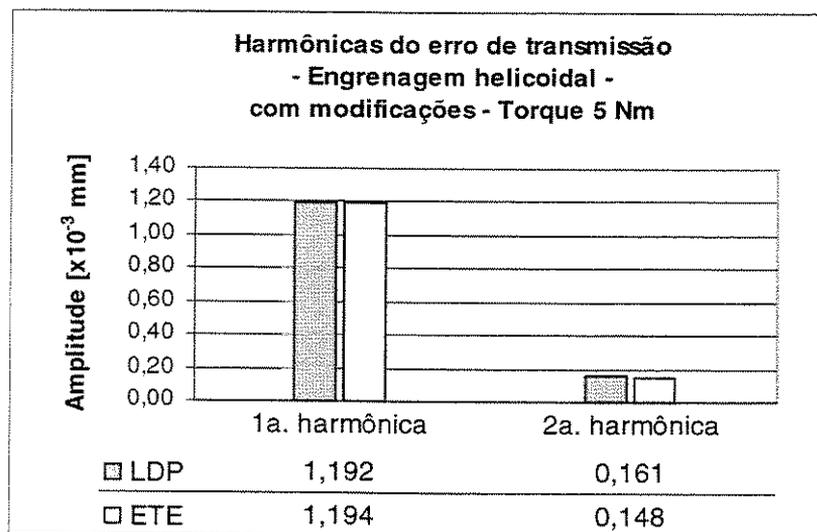


Figura 4.41 – Harmônicas do erro de transmissão do par 5 para 5 Nm.

As harmônicas do erro de transmissão para os outros níveis de torque correspondentes aos erros de transmissão calculados e apresentados na figura 4.39, são mostradas na figura 4.42.

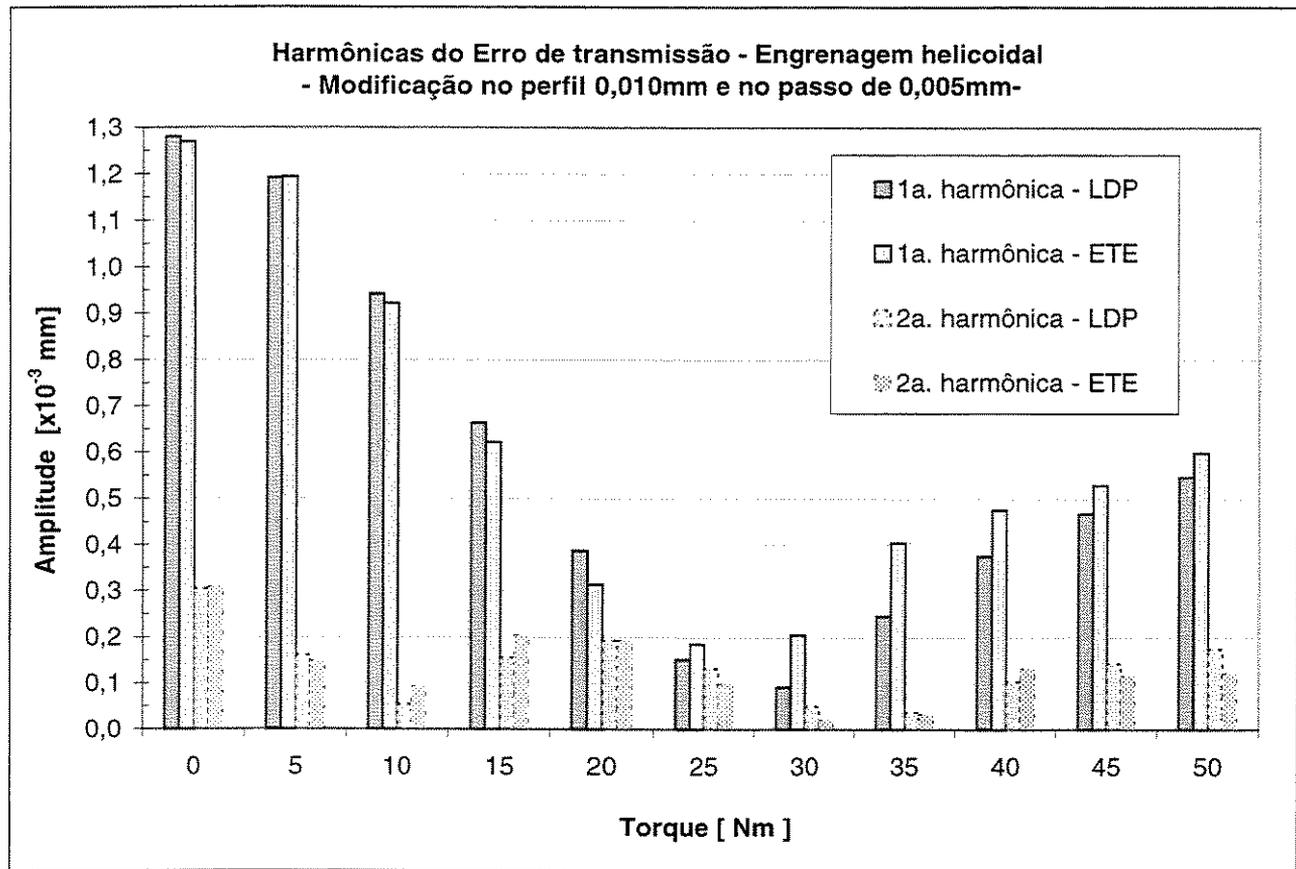


Figura 4.42 – Comparação das harmônicas do erro de transmissão com carga obtido com o ETE e LDP para o par 5.

Como era esperado, as amplitudes das harmônicas são menores para menores variações no erro de transmissão no ciclo de engrenamento.

Observa-se na figura 4.42 que as amplitudes das duas primeiras harmônicas do erro de transmissão calculadas pelo ETE seguem a mesma tendência dos valores obtidos pelo LDP. Embora em alguns níveis de carga, como por exemplo no torques de 30 e 35 Nm, diferenças mais significativas nas amplitudes são observadas.

As maiores diferenças em termos absolutos das amplitudes das harmônicas calculadas pelos dois programas foram encontradas nos torques de 30 e 35 Nm e correspondem a $1,12 \times 10^{-4}$ mm e $1,59 \times 10^{-4}$ mm respectivamente.

A figura 4.43 mostra o erro de transmissão calculado pelos dois programas nas diversas posições do ciclo de engrenamento para o torque de 30 Nm.

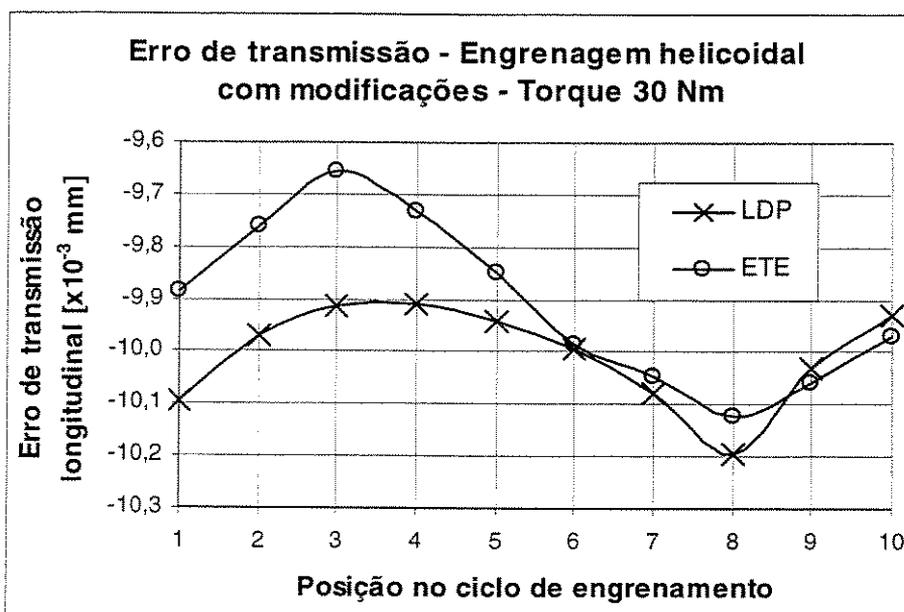


Figura 4.43 – Erro de transmissão do par 5 para 30 Nm.

A maior diferença encontrada nos resultados do ETE comparados com os do LDP foi de $2,56 \times 10^{-4}$ mm ou 2,6 % na posição 3 mostrada na figura 4.43.

Observa-se na figura 4.43 que existem divergências entre os valores calculados nas diversas posições e que embora sejam consideradas pequenas (máxima diferença de 2,6 %), causam diferenças significativas nas amplitudes das harmônicas como mostrado na figura 4.42.

Afim de investigar a origem das diferenças nos valores do erro de transmissão observadas na figura 4.43, comparou-se inicialmente a distribuição de carga nos dentes em contato nas

posições 3 e 4, que correspondem as posições das maiores diferenças encontradas, conforme a tabela 4.15.

| Posições analisadas | Diferença encontrada no erro de transmissão LDP-ETE | Distribuição percentual de carga | | | |
|---------------------|---|----------------------------------|---------|----------|---------|
| | | LDP | | ETE | |
| | | Dente -1 | Dente 0 | Dente -1 | Dente 0 |
| Posição 3 | $-2,56 \times 10^{-4}$ mm (2,6 %) | 27,4 % | 72,6 % | 29,5 % | 70,5 % |
| Posição 4 | $-1,86 \times 10^{-4}$ mm (1,8 %) | 44,2 % | 55,8 % | 43,2 % | 56,8 % |

Tabela 4.15 - Distribuição de carga entre os dentes em contato para 30 Nm de torque - Par 5

Observa-se na tabela 4.15 que a distribuição de carga calculada pelos dois programas para os dois pares de dentes em contatos, chamados de -1 e 0, apresenta pequenas diferenças. Na posição 3 observa-se uma diferença de 2% na distribuição de carga para uma diferença no erro de transmissão de 2,6% em relação ao LDP, e na posição 4 diferença de 1% na distribuição de carga para uma diferença de 1,8% no erro de transmissão em relação ao LDP.

Outro ponto analisado foi a forma da distribuição da carga em cada um dos pares de dentes em contato. As figuras 4.44 e 4.45 mostram a região dos dentes -1 e 0, respectivamente, na qual as forças discretas foram aplicadas, comparando o LDP e o ETE na posição 4.

Observa-se nas figuras 4.44 e 4.45 que a distribuição de carga feita pelo LDP ocorre em pontos discretos sobre a linha de ação, ou seja, a carga é distribuída apenas sobre uma linha. Já no ETE a carga é distribuída sobre pontos discretos em uma área do dente. Observa-se ainda que a nuvens de pontos discretos carregados do ETE apresentam um ligeiro deslocamento em relação a linha de contato teórico acompanhando a direção do desvio da linha de ação inicial (sem carga) mostrado na figura 4.36.

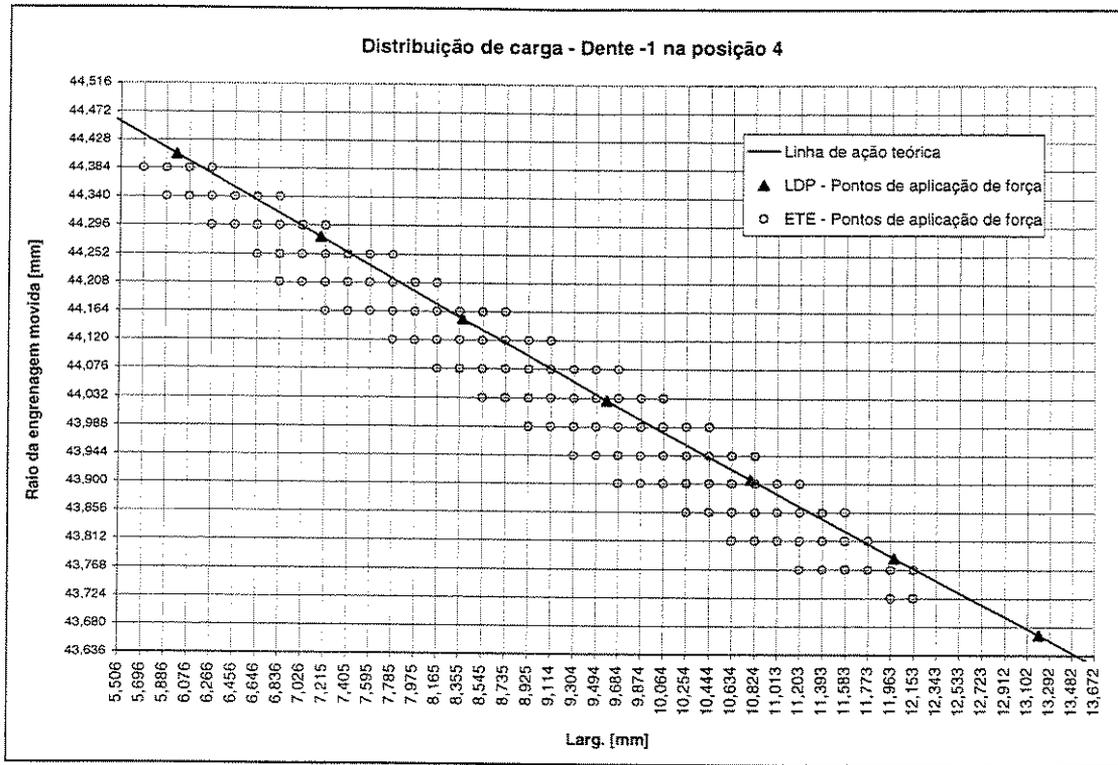


Figura 4.44 – Região do dente -1 com carga aplicada 30Nm - Par 5.

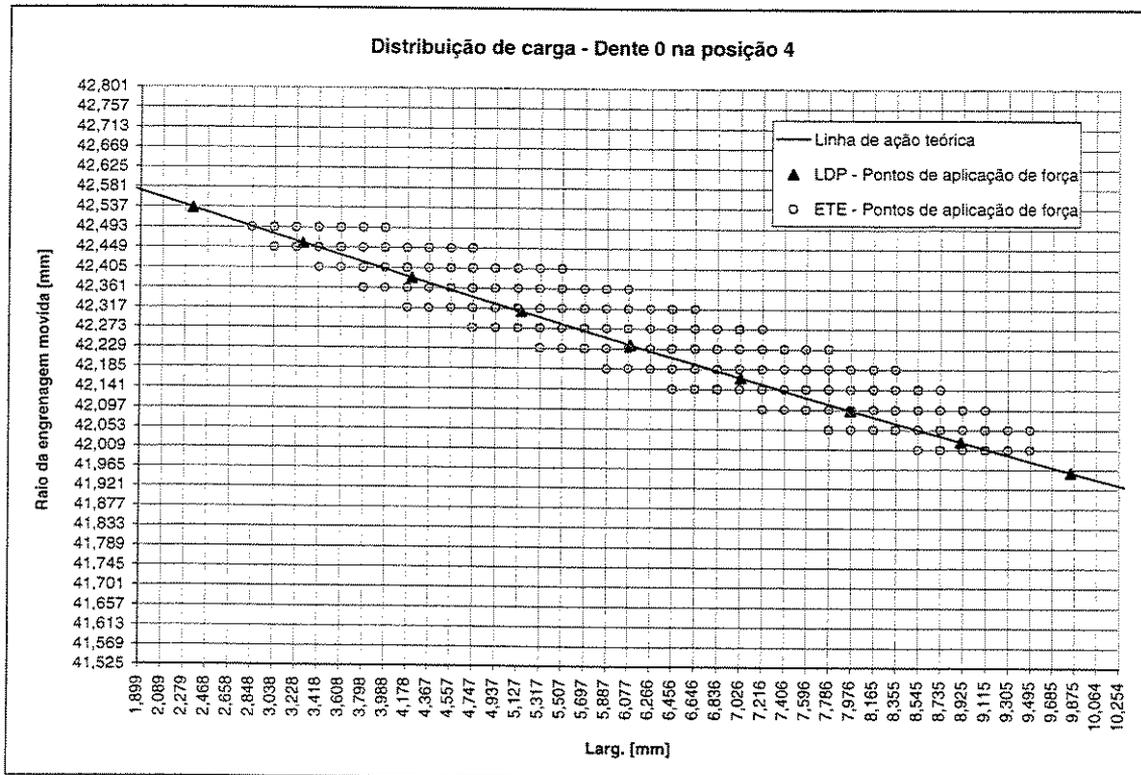


Figura 4.45 – Região do dente 0 com carga aplicada 30Nm - Par 5.

As abordagens para a aplicação de carga são diferentes entre o LDP e o ETE. No ETE considera-se que à medida que os pontos em contato sofrem deflexões devido à carga aplicada, novos pontos discretos próximos a estes entram em contato e passam a receber uma parcela da carga total, o que intuitivamente representa melhor o fenômeno real de contato. Já o LDP calcula as deflexões dos dentes pela aproximação das deflexões nos pontos sobre a linha de ação, negligenciando que existem outras regiões dos dentes candidatas ao contato.

Um outro fator importante investigado é que o LDP apresenta em todos os pontos em contato o mesmo valor de afastamento, enquanto que o ETE apresenta diferenças nos valores dos afastamentos entre os pontos em contato. Isto se deve ao método de distribuição de carga empregado, que a carga de forma gradual e interativa sobre os pontos de menor afastamento. Assim a precisão do método está relacionada com o grau de discretização da carga.

Constatou-se analisando os pontos discretos em contato do ETE que os afastamentos nestes pontos apresentam uma imprecisão que contribui para justificar a diferença encontrada nos resultados do erro de transmissão calculado em relação ao LDP. A tabela 4.16 mostra a diferença encontrada nos afastamentos dos pontos em contato para dois graus de discretização da carga.

| Discretização da carga (número de incrementos de força) | Máxima diferença nos afastamentos encontrada entre os pontos discretos em contato ETE [$\times 10^{-3}$ mm] | |
|---|---|---------|
| | Dente -1 | Dente 0 |
| 1000 forças | 0,332 | 0,219 |
| 5000 forças | 0,048 | 0,065 |

Tabela 4.16 - Diferença nos afastamentos dos pontos em contato na posição 4 para 30 Nm de torque - Par 5

Na tabela 4.16 observa-se que a discretização da carga aplicada em um número maior de forças leva a erros menores nos afastamentos dos pontos carregados. Por outro lado o tempo de processamento computacional aumenta. Gastou-se 3,2 horas para o cálculo do erro de transmissão nas dez posições com 1000 incrementos de força e 5,3 horas com 5000 incrementos de força. O equipamento utilizado foi um microcomputador Pentium III com velocidade de 1 GHz e 256 MB de memória RAM.

Como resultado da investigação realizada sobre as diferenças encontradas nos resultados do erro de transmissão calculado entre os dois programas computacionais, apresentados inicialmente nas figuras 4.39 e 4.42, conclui-se que os seguintes aspectos contribuíram para tais diferenças:

1. As diferenças nos afastamentos iniciais (sem carga) nos pontos discretos devido à discretização considerada pelo LDP e devido ao fato do contato real ocorrer fora da linha de ação teórica, o que é negligenciado pelo LDP, ver figuras 4.36 e 4.37. Como mostrado na seção 4.3 estas diferenças levam a diferenças na distribuição da carga entre os dentes em contato, ver tabela 4.15;

2. O conceito de distribuição de carga entre os dois programas. Enquanto o LDP considera a carga distribuída em pontos discretos somente sobre uma linha (a linha de ação teórica), o ETE considera a distribuição de carga sobre uma área levando em conta os pontos discretos candidatos ao contato, ver as figuras 4.44 e 4.45;

3. A imprecisão apresentada pelo ETE nos afastamentos dos pontos discretos carregados devido à discretização da carga usada, ver tabela 4.16.

Quanto à questão da precisão do ETE nos afastamentos dos pontos discretos carregados, as seguintes ações poderiam ser investigadas em um futuro trabalho no sentido de minimizar este efeito:

- aumentar o número de forças na discretização da carga aplicada, que conforme mostrado na tabela 4.16 reduz as diferenças dos afastamentos entre os pontos. Porém leva a um maior tempo de processamento computacional;

- desenvolver ou utilizar um algoritmo para o cálculo da distribuição de carga que gere uma melhor precisão, minimizando as diferenças entre os afastamentos nos pontos carregados e que atenda as características do método proposto de análise do contato em toda a região dos dentes.

Capítulo 5

Conclusões e sugestões para próximos trabalhos

Desenvolveu-se neste trabalho um método numérico para previsão do erro de transmissão estático aplicável às engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais, que tem como característica principal a análise do contato entre os dentes não apenas no plano de ação teórico. A metodologia leva em conta as modificações intencionais de projeto nas superfícies dos dentes, os erros de fabricação, bem como desvios do contato em função da deflexão dos dentes e dos eixos que suportam as engrenagens quando submetidas à carga.

O procedimento de cálculo proposto foi implementado computacionalmente na linguagem Matlab, ver MATHWORKS (2002), e seus resultados foram avaliados contra os obtidos com um outro método de cálculo de reconhecida confiança chamado LDP e desenvolvido pela Universidade Estadual de Ohio, EUA. As diferenças encontradas entre eles foram investigadas e discutidas.

Os exemplos numéricos apresentados mostraram que os métodos de cálculo convencionais, ou seja, aqueles que consideram o contato dos dentes somente no plano de ação teórico podem levar a erros significativos nos resultados calculados, mesmo para pares de engrenagens sem carga aplicada, conforme foi apresentado também nos trabalhos de HONDA (1993) e KUROKAWA, ARIURA & OHTAHARA (1996). O procedimento proposto por sua vez, se mostrou adequado a este tipo de análise.

Considerando-se o emprego do programa desenvolvido em um ambiente de projeto, este mostra-se adequado para a previsão do erro de transmissão em baixos torques. Para altos torques o tempo de processamento pode torná-lo inviável, devido à necessidade do aumento de pontos para discretização das forças de forma a manter a precisão. Para aplicação prática, onde a velocidade de processamento é importante, o algoritmo deveria ser implementado em uma linguagem de programação mais adequada que o Matlab, ver MATHWORKS (2002), em termos de velocidade.

Os resultados obtidos nas simulações numéricas realizadas com o programa desenvolvido mostraram que o erro de transmissão pode ser reduzido para um dado torque, ou faixa de torque, através das modificações na microgeometria do par engrenado. Desta forma pode-se esperar uma minimização do ruído gerado pelo par de engrenagens em certas condições. Isto pode ser visualizado comparando-se por exemplo as amplitudes das harmônicas do par de engrenagens helicoidais, chamado de par 5 da figura 4.42 para a faixa de torque entre 25 a 30 Nm. Observa-se que nesta condição de torque, e com as modificações impostas nas superfícies dos dentes as amplitudes das duas primeiras harmônicas são pequenas.

Como pode ser visto nas figuras 4.22 e 4.42, as amplitudes das harmônicas do erro de transmissão mostraram-se maiores para níveis de torque baixos, principalmente sem carga. Isto justifica porque nesta condição é que são observados certos ruídos incômodos conforme mencionado nos trabalhos de MUNRO (1990) e MATSUMURA, UMEZAWA & HOUJOH (1996), o que ressalta a importância do estudo e consideração desta condição na fase de projeto.

Para baixos torques, onde a influência dos afastamentos iniciais é mais significativa, o procedimento proposto apresenta melhor precisão na determinação de erro de transmissão do que os métodos convencionais de cálculo por considerar o contato fora do plano de ação, ver seção 4.3 (figura 4.29). Já para torques elevados as diferenças nos afastamentos iniciais tornam-se pouco significativas devido ao equilíbrio na distribuição da carga entre os dentes em contato conforme mostrado na seção 4.3 (ver figura 4.30).

Constatou-se uma influência significativa das modificações das superfícies dos dentes nas amplitudes das duas primeiras harmônicas do erro de transmissão como pode ser visualizado através das figuras 4.34b e 4.35b correspondentes aos pares 5 e 6 respectivamente. As diferenças nas modificações de microgeometria entre estes dois pares são pequenas, e em ambientes de fabricação seriada de engrenagens estas diferenças encontrar-se-iam dentro das tolerâncias especificadas no projeto.

Uma vez que o procedimento proposto fornece quantitativamente as variações no erro de transmissão e suas harmônicas devido a alterações no contato, o mesmo poderá servir como uma ferramenta para uma análise das conseqüências dos erros de fabricação, das especificações de modificações de microgeometria e suas combinações no desempenho de pares engrenados quanto ao ruído gerado.

Como a verificação da formulação desenvolvida neste trabalho restringiu-se à comparação de resultados teóricos com os obtidos em outro método de cálculo, diversas características previstas, implementas no programa desenvolvido e que representam melhor a condição real das engrenagens, tais como os erros de fabricação, os desalinhamentos e deflexões dos eixos, não foram adequadamente verificadas. Para tal tarefa seriam necessárias medições experimentais em uma bancada específica, conforme descrito no início do capítulo 4, na qual fosse possível obter resultados para verificação e ajuste do método. Isto seria um assunto interessante e de grande importância para a aplicação prática do procedimento proposto em ambientes de projeto e poderia ser abordado em um trabalho futuro.

Um aspecto importante observado foi o comportamento do valor do erro de transmissão longitudinal, o qual cresceu com o aumento do torque, ver figuras 4.21 e 4.39. Este comportamento não foi acompanhado pelas amplitudes das duas primeiras harmônicas como mostrado nas figuras 4.22 e 4.42. Presume-se que deva existir uma relação entre a amplitude do erro de transmissão, sua variação ao longo da ciclo de engrenamento e o nível de ruído gerado. O fato dos trabalhos sobre o assunto não citarem tal relação indica uma carência nesta linha de pesquisa e potencial para estudo futuro.

O procedimento proposto pode servir de ponto de partida para um modelo dinâmico de previsão do nível de ruído gerado por pares engrenados. A obtenção de um modelo destes é um ponto a ser considerado para um futuro trabalho devido à sua importância no ambiente de projeto.

Visando melhorar a precisão do procedimento proposto, é interessante o estudo de outros métodos, ou ainda, o desenvolvimento de um algoritmo de contato mais eficiente para o cálculo das deflexões e distribuição de carga aplicado a dentes de engrenagens.

O procedimento proposto poderia ser otimizado em termos de velocidade de processamento através da análise das interações da discretização da superfície dos dentes e da discretização da força aplicada, assim como através do estudo da influência de outras formas de discretização não abordadas no presente trabalho.

Quanto as deflexões dos dentes sob carga, a utilização do método dos coeficientes de influência mostrou-se adequado ao cálculo das deflexões da placa análoga, porém para o cálculo da deflexão da superfície dos dentes notou-se que os autores que se utilizaram do método simplificaram suas análises considerando a deflexão da superfície somente pontual. Embora a formulação adotada no procedimento proposto e na maioria dos trabalhos pesquisados seja da década de 70, não se observa trabalhos mais recentes específicos neste assunto, a não ser o emprego do método dos elementos finitos. Existe uma deficiência de trabalhos sobre a interação entre a deflexão da superfície do dente e a deflexão do dente como um todo.

Finalmente, o método apresentado por KUROKAWA, ARIURA & OHTAHARA (1996) para engrenagens de dentes retos foi estendido para as engrenagens helicoidais através do procedimento proposto neste trabalho, apresentando precisão suficiente para que se possa estudar, através da análise completa do contato entre os dentes, as modificações de microgeometria que minimizem o erro de transmissão e conseqüentemente o ruído gerado por pares engrenados de dentes helicoidais.

Referências Bibliográficas

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 8433*: Determinação do nível de ruído em veículos rodoviários automotores em aceleração. 1984.
- AUTODESK. *AutoCAD2000*. Disponível em: <<http://pt.latinamerica.autodesk.com/adsk>>. Acessado em: 30 julho 2002.
- BARON, E.; FAVRE, B.; MAIRESSE, Ph. Analysis of relation between noise and transmission error. *Inter-Noise 88*, p.611-614, 1988.
- BEACHAM, M. R. et al. Development of transmission whine prediction tools. *Journal of the Society of Automotive Engineers*, p.887-897, 1999.
- CONRY, T. F.; SEIREG, A . A mathematical programming method for design of elastic bodies in contact. *Journal of Applied Mechanics – Transactions of the ASME*, v.38, n.2, p.387-392, 1971.
- CONRY, T. F.; SEIREG, A . A mathematical programming technique for the evaluation of load distribution and optimal modifications for gear systems. *Journal of Engineering for Industry – Transactions of the ASME*, v.95, p.1115-1122, 1973

- CHOY, F. K. et al. Analysis of the effects of surface pitting and wear on the vibration of a gear transmission system. *Tribology International*. Great Britain, v.29, n.1, p.77-83, 1996.
- DIN - Deutsche Normen. *DIN 3960: Concepts and parameters associated with cylindrical gears and cylindrical gear pairs with involute teeth*. 1987.
- DONLEY, Mark G.; LIM, Teik C.; STEYER, Glen C. Dynamic analysis of automotive gearing systems. *Journal of the Society of Automotive Engineers*, paper 920762, p.77-87, 1992.
- DRAGO, Raymond J. Gear types and nomenclature. In: TOWNSEND, P. S. *Dudley's gear handbook*. 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1991, Chapter 2, p.2.2-2.7.
- DRAGO, Raymond J. et al. The relative noise levels of parallel axis gear sets with various contact ratios and gear tooth forms. *NASA Lewis Reserch Center*. Technical Memorandum TM-106431, 1993, p.1-15.
- DUDLEY, Darle W. Gear tooth design. In: TOWNSEND, P. S. *Dudley's gear handbook*. 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1991, Chapter 4, p.4.1-4.9.
- GRILLO, Ricardo Castro de Meiroz. *Estudo de distribuição dos esforços e tensões em engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais*. Campinas, 1988. 76 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas.
- HARRIS, Cyril M. *Handbook of noise control*. 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1979. cap. 2 – Sound and sound levels, p. 2.1-2.4.
- HARRIS, S. L. Dynamic loads on the teeth of spur gears. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, v.172, n.2, p.87-112, 1958.

HONDA, Sho. Rotational vibration of a helical gear pair with modified tooth surfaces (Modified tooth surface and its equivalent tooth profile). *JSME International Journal Series C: Dynamics Control Robotics*, v.36, n.1, p.125-134, 1993.

HONDA, Sho. Rotational vibration of a helical gear pair with modified tooth surfaces – Verification of the new theory by experiment and a new design method for dynamic performance. *JSME International Journal Series C: Vibration, Control Engineering, Engineering for Industry*, v.38, n.1, p.112-121, 1995.

HOUSER, Donald R. Research in the gear dynamics and gear noise research laboratory. *Journal of the Society of Automotive Engineers*, paper 821066, p.15-23, 1982.

HOUSER, Donald R.; BLANKENSHIP, G. W. Methods for measuring gear transmission error under load and at operating speeds. *Journal of the Society of Automotive Engineers*, paper 891869, 1989.

HOUSER, Donald R.; BOLZE, Victor M.; GRABER, James M. Static and dynamic transmission error measurements and predictions for spur and helical gear sets. In: INTERNATIONAL POWER TRANSMISSION AND GEARING CONFERENCE, 7., 1996, San Diego, *Proceedings...* New York: American Society of Mechanical Engineers – Design Engineering Division, 1996, v.88, p.365-372.

HOUSER, Donald R. Gear noise sources and their prediction using mathematical models. In: SAE International, *Gear design, manufacturing and inspection manual AE-15*. 1990, cap. 16, p. 213-222.

HOUSER, D. R. Gear noise. In: TOWNSEND, P. S. *Dudley's gear handbook*. 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1991, Chapter 14, p.14.1-14.32.

- KAWAMOTO, Shigeru et al. A study on gear noise reduction based on helical-gear tooth accuracy. *Journal of the Society of Automotive Engineers*, paper 911943, p.67-72, 1991.
- KUBO, Aizoh; KUBOKI, Takashi; NONAKA, Tetsuya. Estimation of transmission error of cylindrical involute gears by tooth contact pattern. *JSME International Journal Series III: Vibration, Control Engineering, Engineering for Industry*, v.34, n.2, p.252-259, 1991.
- KUBO, Aizoh; MATSU-URA, Masayuki; NONAKA, Tetsuya. Prediction of performance of involute helical gears by observation of tooth contact pattern. In: INTERNATIONAL POWER TRANSMISSION AND GEARING CONFERENCE, 7., 1996, San Diego, *Proceedings...* New York: American Society of Mechanical Engineers – Design Engineering Division, 1996, v.88, p.551-558.
- KUROKAWA, Syuhei; ARIURA, Yasutsune; OHTAHARA, Masaru. Transmission errors of cylindrical gears under load – influence of tooth profile modification and tooth deflection. In: INTERNATIONAL POWER TRANSMISSION AND GEARING CONFERENCE, 7., 1996, San Diego, *Proceedings...* New York: American Society of Mechanical Engineers – Design Engineering Division, 1996, v.88, p.213-217.
- LITVIN, F. L. *Gear geometry and applied theory*. New Jersey: PTR Prentice-Hall, 1994. 724p.
- LITVIN, F. L. et al. Computerized design and generation of low-noise helical gears with modified surface topology. *Journal of Mechanical Design – Transactions of the ASME*, v.117, n.2A, p.254-261, June 1995.
- LIU, J. et al. Gear noise and the making of silent. *Gear Technology – The Journal of Gear Manufacturing*, p.8-15, Mar./Apr. 1990.

- MARK, W. D. The generalized transmission error of parallel-axis gears. *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design – Transactions of the ASME*, v.111, p.414-423, Sep. 1989.
- MATHWORKS. *Matlab: The language of technical computing*. Version 6.10.450 release 12.1. Disponível em: <<http://www.mathworks.com>>. Acessado em: 30 julho 2002.
- MATSUMURA, Shigeki; UMEZAWA, Kiyohiko; HOUJOH, Haruo. Performance diagram of a helical gear pair having tooth surface deviation during transmission on light load. In: INTERNATIONAL POWER TRANSMISSION AND GEARING CONFERENCE, 7., 1996, San Diego, *Proceedings...* New York: American Society of Mechanical Engineers – Design Engineering Division, 1996, v.88, p.161-168.
- MITCHELL, L. D.; DAWS, J. W. A basic approach to gearbox noise prediction. *Journal of the Society of Automotive Engineers*, paper 821065, p.1-14, 1982.
- MUNRO, R. G. The D.C. component of gear transmission error. In: INTERNATIONAL POWER TRANSMISSION AND GEARING CONFERENCE, 5., 1989, Chicago, *Proceedings...* New York: American Society of Mechanical Engineers – Design Engineering Division, 1989, p.467-470.
- MUNRO, R. G. A review of the theory and measurement of gear transmission error. *The Institution of Mechanical Engineers*, C404/032, p.3-10, 1990.
- NORMAN, M. E. A new design tool for optimising gear geometry for low noise. *The Institution of Mechanical Engineers*, C492/034/95, p.231-244, 1995.
- OSWALD, Fred B. et al. Comparison of analysis and experiment for gearbox noise. *NASA Lewis Reserch Center*. Technical Memorandum TM-105330, 1992, p.1-5.

- ÖZGÜVEN, H. N.; HOUSER, D. R. Mathematical models used in gear dynamics – A review. *Journal of Sound and Vibration*, v.121, n.3, p.383-411, 1988.
- PARK, Chan II; LEE, Jang Moo. The load transmission and vibration characteristics of automobile gear. *Journal of the Society of Automotive Engineers*, paper 932917, p.1-11, 1993.
- ROUTE, W. D. Gear design for noise reduction. In: SAE International, *Design practices – Passenger car automatic transmissions*. 2nd. ed. New York: SAE, 1973, v.5, cap. 8, p. 58-67.
- SMITH, R. E. What single flank measurement can do for you. *American Gear Manufacturers Association*, paper 84FTM2, p.1-12, 1984.
- SMITH, R. E. The relationship of measured gear noise to measured gear transmission errors. *American Gear Manufacturers Association*, paper 87FTM6, p.1-10, 1987.
- SMITH, J. D. The uses and limitations of transmission error. *Gear Technology – The Journal of Gear Manufacturing*, p.34-39, July / Aug. 1988.
- SUNDARESAN, Sivakumar; ISHII, Kosuke; HOUSER, Donald R. A procedure that accounts for manufacturing errors in the design minimization of transmission error. *American Gear Manufacturers Association*, p.1-12, Oct. 1990.
- THE INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. *ISO 362: Acoustics – Measurement of noise emitted by accelerating road vehicle – Engineering method*. 1981.

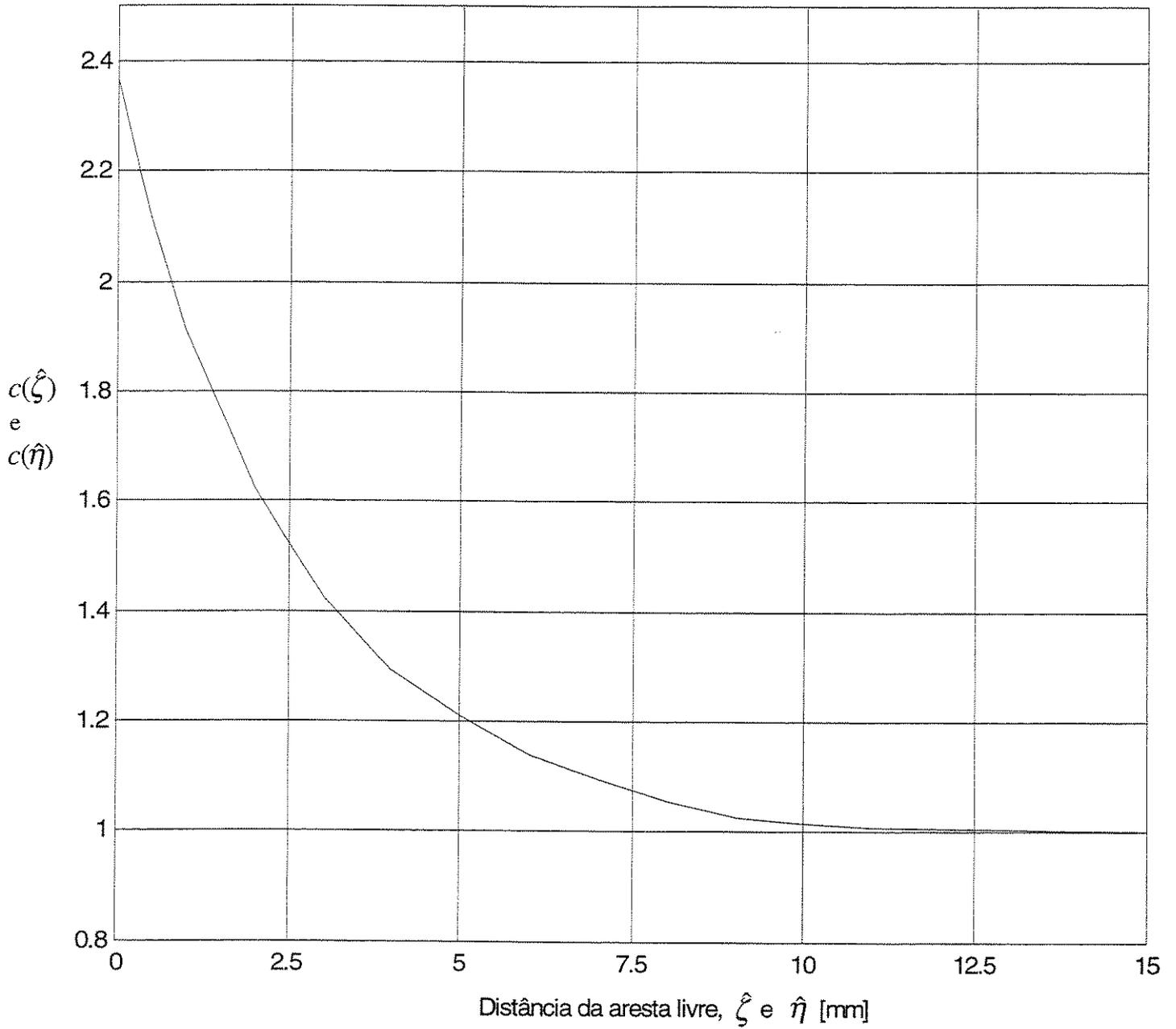
- UMEYAMA, M.; KATO, M.; INOUE, K. Effects of gear dimensions and tooth surface modifications on the loaded transmission error of a helical gear pair. *Journal of Mechanical Design – Transactions of the ASME*, v.120, n.1, p.119-125, Mar. 1998.
- UMEZAWA, Kiyohiko. Deflections and moments due to a concentrated load on a rack-shaped cantilever plate with finite width for gears. *Bulletin of the JSME*, v.15, n.79, p.116-130, 1972(a).
- UMEZAWA, Kiyohiko. The meshing test on helical gears under load transmission – 1st Report, the approximate formula for deflections of gear tooth. *Bulletin of the JSME*, v.15, n.90, p.1632-1639, 1972(b).
- UMEZAWA, Kiyohiko; ISHIKAWA, Jiro. Deflection due to contact between gear teeth with finite width. *Bulletin of the JSME*, v.16, n.97, p.1085-1093, 1973.
- UMEZAWA, Kiyohiko. Low vibration design on a helical gear pair. *Gear Technology – The Journal of Gear Manufacturing*, v.17, n.1, p.18-25, Jan./Feb. 2000.
- WELBOURN, D. B. Fundamental knowledge of gear noise – A survey. *The Institution of Mechanical Engineers – Noise and Vibrations of Engines and Transmissions*, v.117, p.9-14, Jul.1979.
- VELEX, P.; MAATAR, M. Some numerical methods for the simulation of geared transmission dynamic behavior formulation and assessment. In: INTERNATIONAL POWER TRANSMISSION AND GEARING CONFERENCE, 7., 1996, San Diego, *Proceedings...* New York: American Society of Mechanical Engineers – Design Engineering Division, 1996, v.88, p.29-38.

- VELEX, P.; MAATAR, M. Quasi-static and dynamic analysis of narrow-faced helical gears with profile and lead modifications. *Journal of Mechanical Design – Transactions of the ASME*, v.119, n.4, p.474-480, Mar. 1997.
- VINAYAK, Harsh; HOUSER, Donald R. A comparison of analytical predictions with experimental measurements of transmission error of misaligned loaded gears. In: INTERNATIONAL POWER TRANSMISSION AND GEARING CONFERENCE, 3., 1992, Scottsdale, *Proceedings...* New York: American Society of Mechanical Engineers – Design Engineering Division, 1992, v.43, p.11-18.
- ZHANG, Y.; FANG, Z. Analysis of transmission errors under load of helical gears with modified tooth surfaces. *Journal of Mechanical Design – Transactions of the ASME*, v.119, n.1, p.120-126, Mar. 1997.

Anexo I

Função de correção proposta por UMEZAWA & ISHIKAWA (1973).

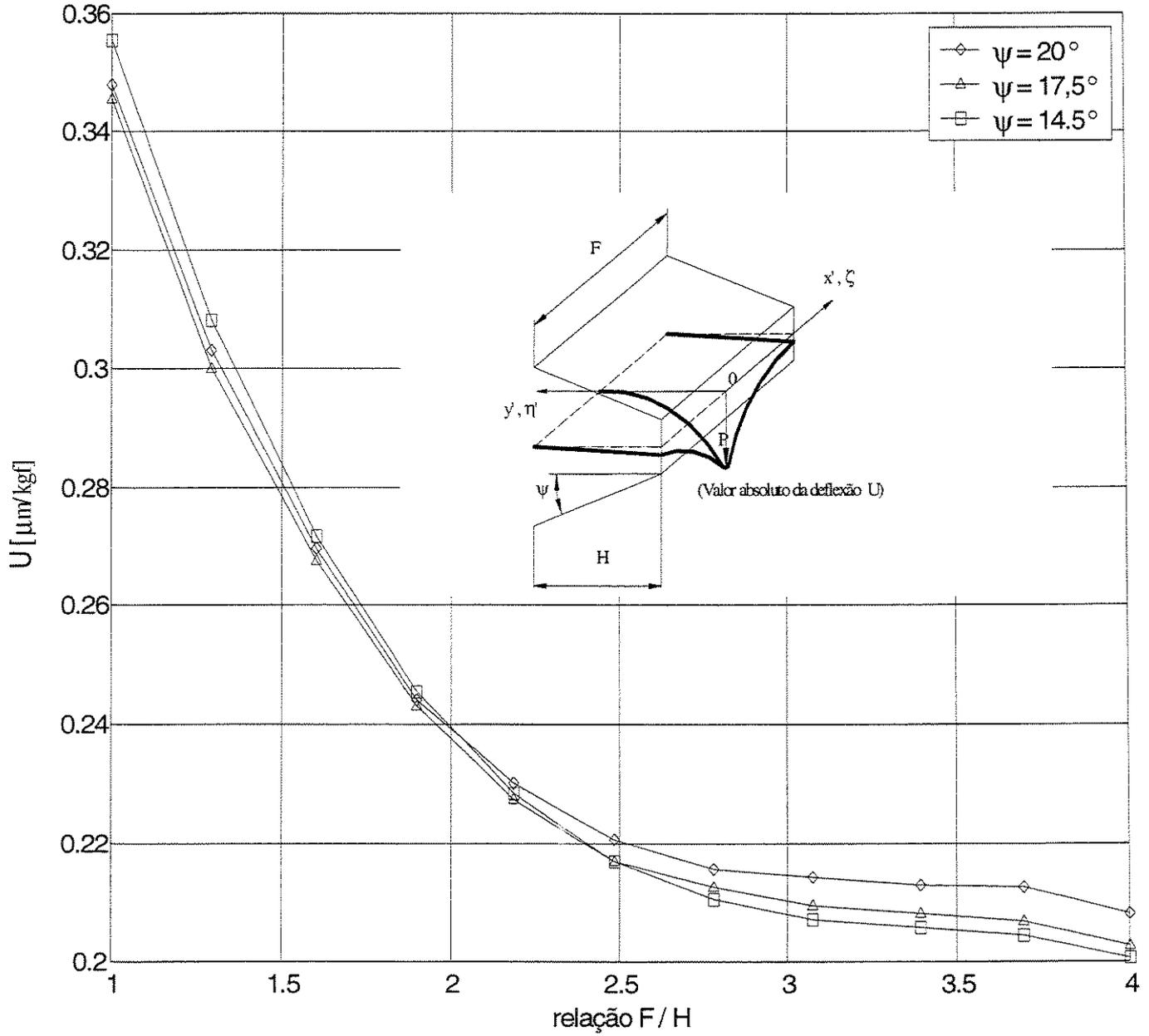
Função de correção devido à proximidade com a aresta livre



Anexo II

U é o valor absoluto da deflexão da placa na origem quando uma carga concentrada P é aplicada neste ponto, ver UMEZAWA (1972b) e PARK & LEE (1993).

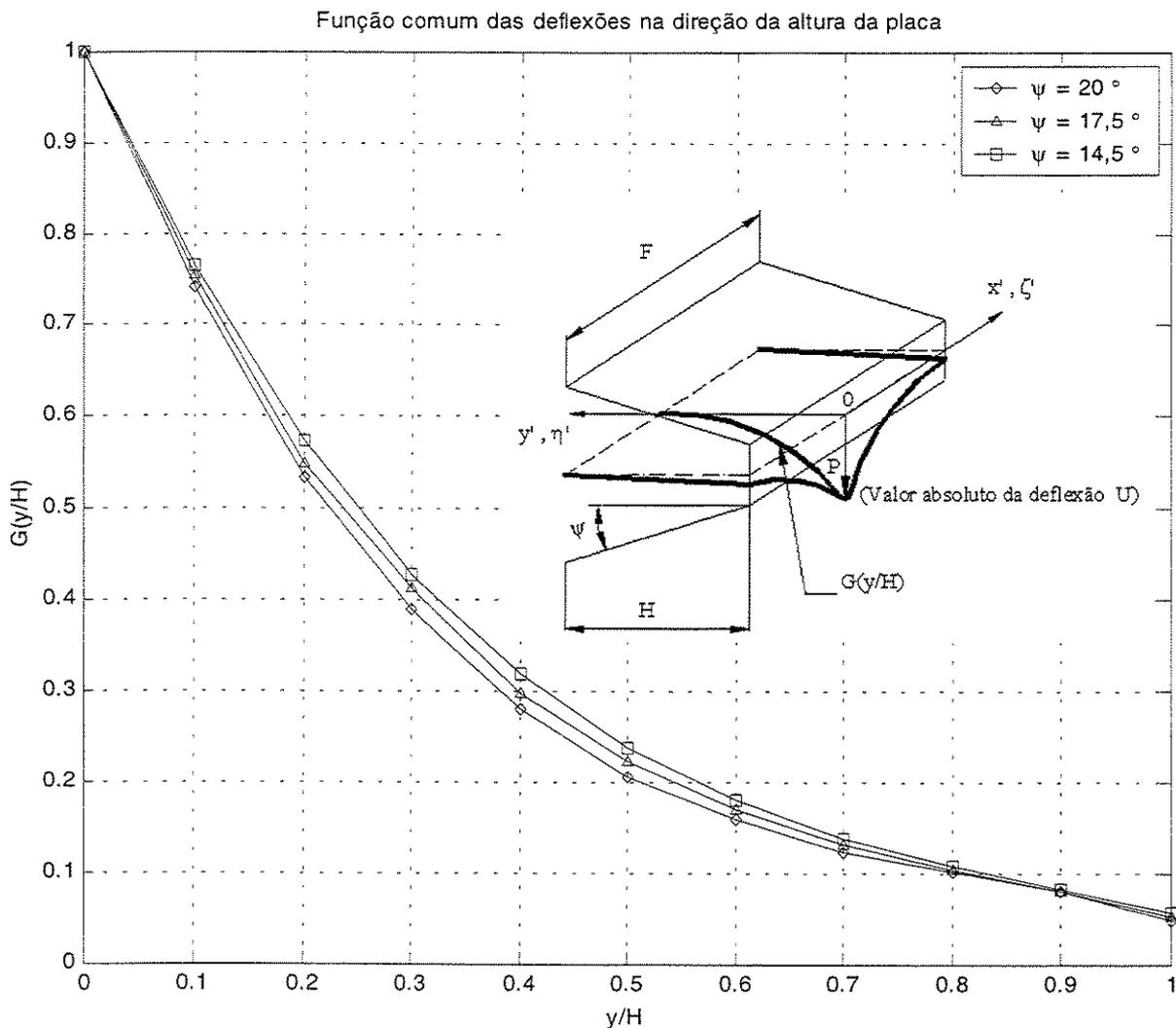
DEFLEXÃO DA PLACA - Valor absoluto da deflexão



Anexo III

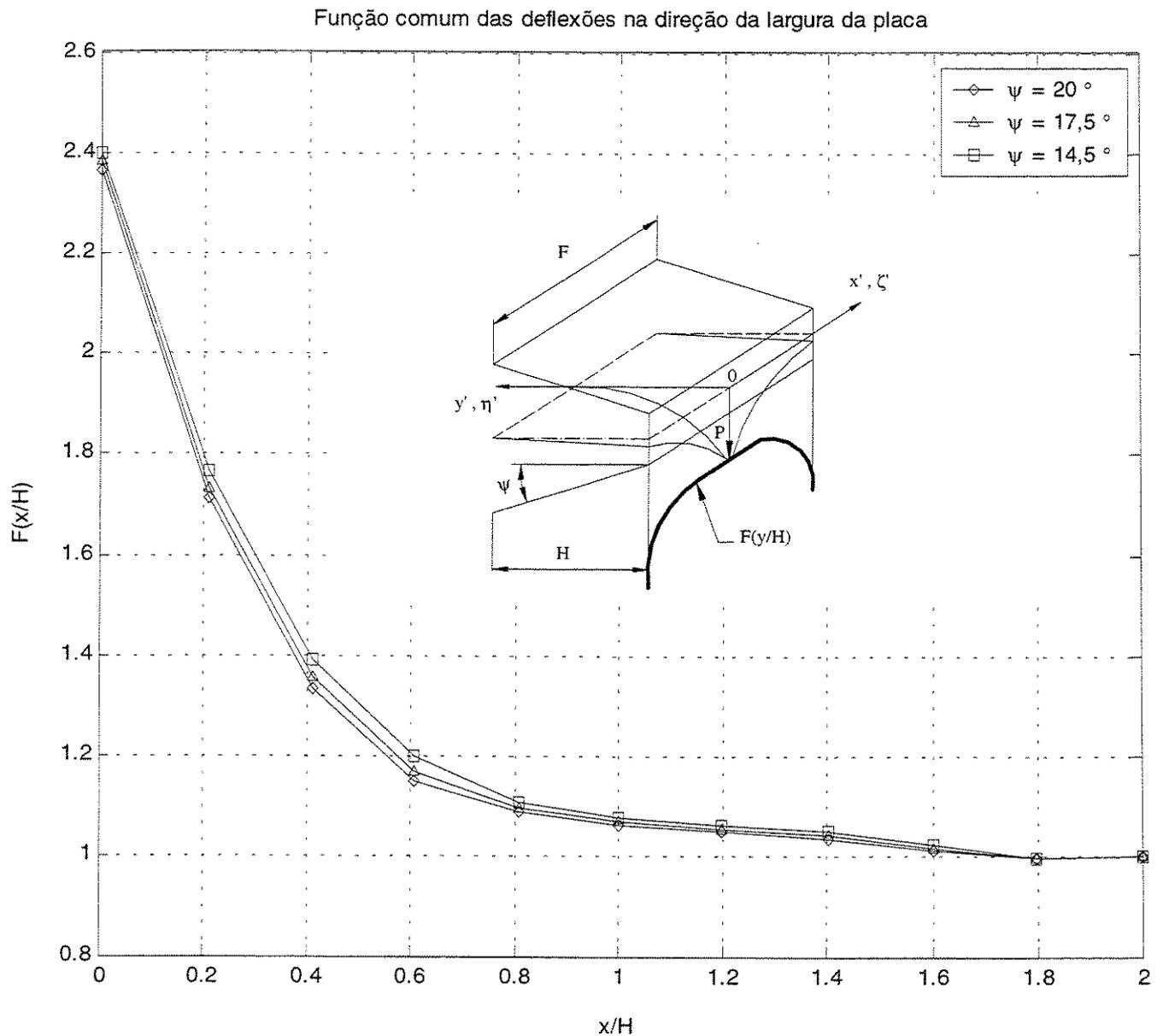
A função $G(y)$ determina a relação entre a deflexão causada por uma carga concentrada P aplicada numa dada posição y_p na direção da altura da placa e a deflexão causada pela mesma carga P aplicada na posição $y=0$.

Na função $G(y)$ definida inicialmente por UMEZAWA (1972b) a deflexão causada por uma força aplicada na extremidade engastada da placa era nula, assim a função $G(y/H)=G(1)=0$. Já no trabalho de PARK & LEE (1993) usando um modelo em elementos finitos a função apresentada abaixo foi proposta. Neste caso uma pequena deflexão é considerada no caso de força aplicada em $y=H$.



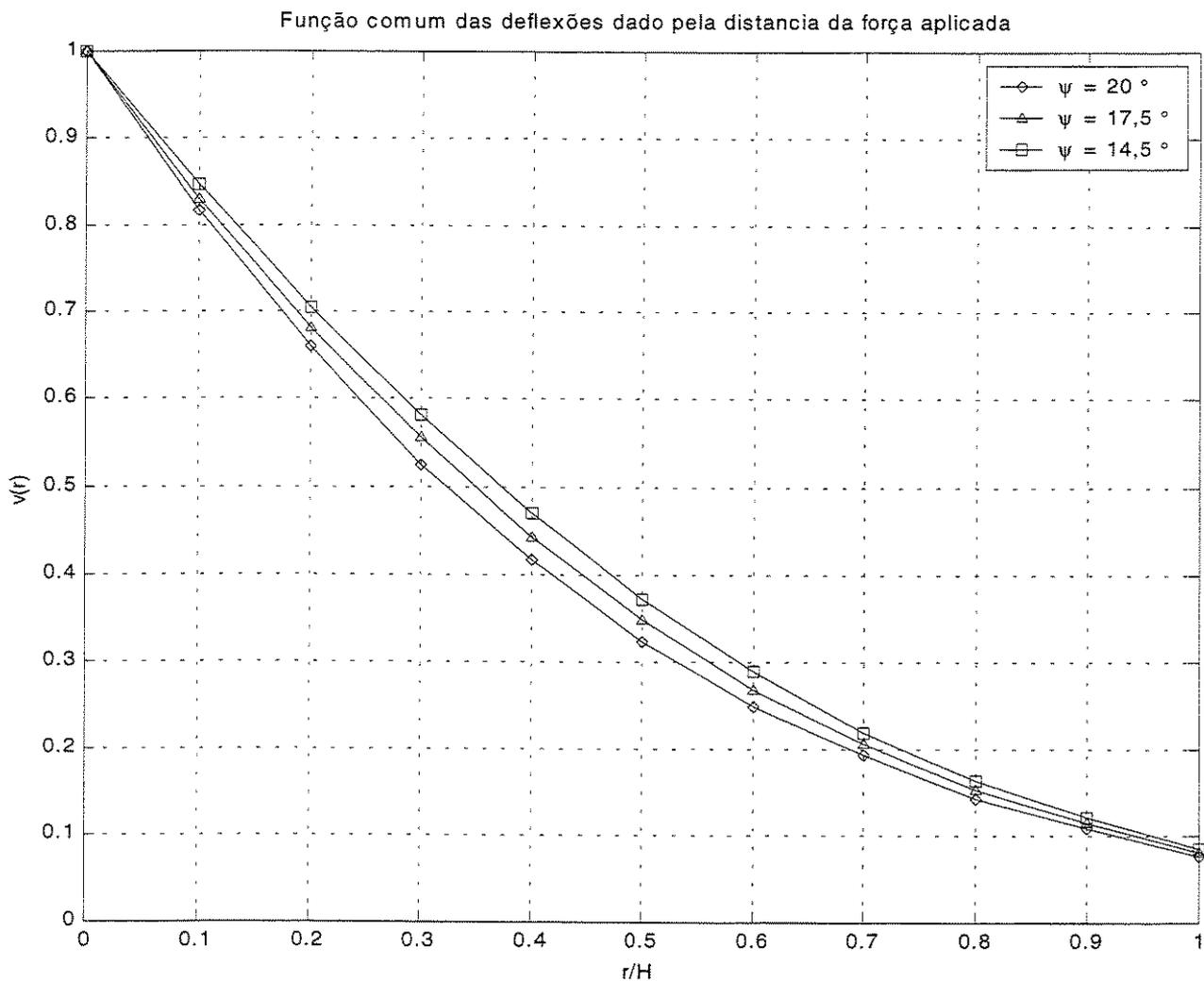
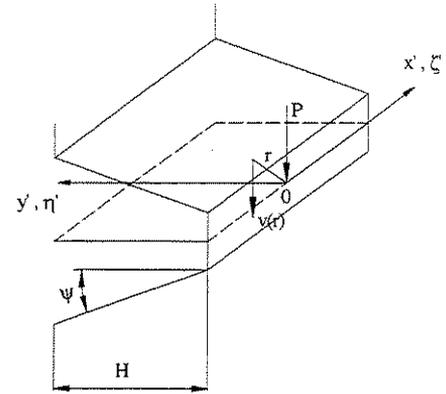
Anexo IV

A função $F(x/H)$ define uma relação entre a deflexão causada por uma carga concentrada P aplicada numa dada posição x_p no eixo x e a deflexão causada pela mesma carga aplicada na origem $P(0,0)$. Para placas com largura maior do que $4H$, ou seja, $x/H > 2$ o valor da função $F(x/H) = 1$. Ver os trabalhos de UMEZAWA (1972b) e PARK & LEE (1993).



Anexo V

A função $v(r)$ é a função que define a influência de uma carga concentrada aplicada na origem em outro ponto qualquer distante r da origem. Assim, esta função define uma relação entre a deflexão num ponto qualquer distante r da origem e a deflexão absoluta. Ver os trabalhos de UMEZAWA (1972b) e PARK & LEE (1993).



Anexo VI

O fator de escala λ é aplicado no cálculo da distância r , que é a distância do ponto em análise ao ponto onde a carga concentrada é aplicada. Este fator é usado na coordenada x para ajustar a função $v(r)$ para uma dada relação de largura e altura da placa. Ver os trabalhos de UMEZAWA (1972b) e PARK & LEE (1993).

Fator de escala da coordenada

