

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Comparação entre algoritmos de mínimos quadrados e de zona mínima para desvios de circularidade

Autor : André Luis Chautard Barczak

Orientador: Olívio Novaski

06/96

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR André Luis Chautard
Barczak E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 28/06/1996


ORIENTADOR
Prof. OLÍVIO NOVASKI
Matric. 05403-8
FEM - UNICAMP

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE FABRICAÇÃO**

Comparação entre algoritmos de mínimos quadrados e de zona mínima para desvios de circularidade

Autor : André Luis Chautard Barczak

Orientador: Olívio Novaski

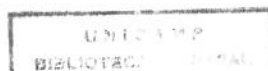
Curso: Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Materiais e processos de fabricação

Dissertação de Mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 1996

S.P. - Brasil



U. 00796

UNIDADE	BC
Nº CHAMADA	UNICAMP
	B235c
	28252
	667/96
	☐ ☐ ☐ ☒
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	14/08/96
Nº CPD	

CM-00091122-2

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

B235c

Barczak, André Luis Chautard

Comparação entre algoritmos de mínimos quadrados e de zona mínima para desvios de circularidade / André Luis Chautard Barczak.--Campinas, SP: [s.n.], 1996.

Orientador: Olívio Novaski.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Algoritmos. 2. Máquinas de medição por coordenada. 3. Tolerância (Engenharia). 4. Medição. 5. Normalização. 6. Mínimos quadrados. I. Novaski, Olívio. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE FABRICAÇÃO

Dissertação de Mestrado

**Comparação entre algoritmos de mínimos
quadrados e de zona mínima para desvios
de circularidade**

Autor : André Luis Chautard Barczak

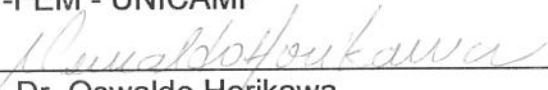
Orientador: Olívio Novaski



Prof. Dr. Olívio Novaski, Presidente
DEF-FEM - UNICAMP



Prof. Dr. Antonio Batocchio
DEF-FEM - UNICAMP



Prof. Dr. Oswaldo Horikawa
EPUSP - USP

Campinas, 28 de junho de 1996

Dedicatória:

Aos meus filhos Erik, Elisa e Ivan e à minha esposa Cecília.

Agradecimentos

A meu orientador , Prof. Dr. Olívio Novaski, grande incentivador deste trabalho.

Aos Prof. Dr. Paulo Magalhães e Prof. Dr. Geraldo Teles pela participação e pelas sugestões valiosas no exame de qualificação.

Aos Técnicos do LAMEDI pela sua contribuição e apoio técnico nos ensaios na máquina de medir por coordenadas.

Aos colegas, professores e amigos do departamento.

Aos órgãos financiadores do trabalho, CAPES e FAPESP.

Sumário

	Páginas
RESUMO	VIII
ABSTRACT	IX
LISTA DE FIGURAS	X
LISTA DE TABELAS	XIV
NOMENCLATURA	XV
1 INTRODUÇÃO	18
2 REVISÃO DA LITERATURA	21
2.1 Introdução.....	21
2.2 Desvios de forma circular.....	22
2.3 Normas para os desvios de forma e metrologia.....	26
2.3.1 A norma ANSI/ASME B89.3.1.....	30
2.3.1.1 Mínimos quadrados (LSC).....	31
2.3.1.2 MIC e MCC.....	32
2.3.1.3 Zona mínima (MZC).....	33
2.4 Máquinas de medir por coordenadas.....	35
2.4.1 Incerteza das MMCs e as normas correspondentes.....	36
2.4.2 Outras máquinas computadorizadas.....	38
2.5 Análise de algoritmos.....	38
2.5.1 Eficiência de algoritmos: complexidade.....	39
2.6 Algoritmos para MMCs e máquinas computadorizadas.....	42

2.6.1 O algoritmo como fonte de erros em medições.....	42
2.7 Algoritmos utilizados em circularidade.....	44
2.7.1 Aproximação linear de Chebyshev.....	48
2.7.2 Simulação de Monte Carlo.....	51
2.7.3 Algoritmo utilizando os diagramas de Voronoi.....	53
2.8 Conclusão da revisão da literatura.....	59
3 MÉTODOS DE SIMULAÇÃO E EQUIPAMENTOS.....	60
3.1 A linguagem e os equipamentos.....	60
3.2 O método LSC implementado.....	61
3.3 A implementação do método MZC utilizando os diagramas de Voronoi.....	64
3.4 Geração de conjuntos de pontos randômicos.....	75
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	78
5 CONCLUSÕES.....	98
5.1 Conclusões.....	98
5.2 Sugestões para trabalhos futuros.....	99
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	101

Resumo

BARCZAK, André Luis Chautard, *Comparação entre algoritmos de mínimos quadrados e de zona mínima para desvios de circularidade*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1996. 100 p. Tese (Mestrado)

Em metrologia é muito importante poder determinar com exatidão os desvios de circularidade de uma peça. Existem sempre erros associados a essas medições, causados por inúmeras fontes. Em máquinas automatizadas ou auxiliadas por computador uma dessas fontes de erro é o próprio algoritmo utilizado, questão só levantada recentemente. O objetivo principal deste trabalho é determinar o comportamento de algoritmos de zona mínima de tolerância para desvios de circularidade, mais corretos do ponto de vista conceitual, em comparação com algoritmos dos mínimos quadrados, mais utilizados na prática. Para analisar as diferenças entre os resultados foi utilizada simulação em computador. Os dois algoritmos foram desenvolvidos em linguagem C e um terceiro programa gerou aleatoriamente milhares de conjuntos de pontos semelhantes aos obtidos em uma máquina de medir por coordenadas. O algoritmo de mínima zona de tolerância (MZC) escolhido foi o dos diagramas de Voronoi, pela garantia de otimização do resultado, baixa complexidade e facilidade de implementação. Para simular uma situação semelhante à encontrada normalmente numa inspeção de indústria, variou-se os valores de desvios de circularidade, números de pontos do conjunto e raios da peça dentro dos intervalos usuais. Os resultados mostraram que o algoritmo de Voronoi obtém um par de círculos concêntricos com separação igual ou menor que o dos mínimos quadrados. A diferença entre os resultados pode chegar a 30% ou mais, dependendo da distribuição dos pontos no conjunto. O comportamento dos desvios máximos entre os resultados pode ser determinado e depende do número de pontos amostrados da peça, e do intervalo de circularidade que está sendo medido. Para os valores simulados o resultado é independente do raio da peça. No caso da circularidade, o algoritmo dos diagramas de Voronoi mostrou um comportamento estável com um bom tempo de execução num ambiente industrial. Para algumas máquinas de medir por coordenadas (MMCs) utilizadas atualmente na indústria a incerteza é muito maior que o erro máximo causado pela escolha do algoritmo para determinados valores de circularidade e número de pontos do conjunto. Nestes casos o uso dos mínimos quadrados é justificável. Quando somente este último estiver disponível em determinada máquina, o erro máximo esperado pode ser diminuído aumentando-se o número de pontos do conjunto. Para máquinas dedicadas ou MMCs mais precisas, que têm uma incerteza menor, os algoritmos são fontes de erros significativos. Os algoritmos MZC são necessários nestes casos. Pelos resultados obtidos pode-se presumir que o desenvolvimento de algoritmos de zona mínima de tolerância para outros desvios de forma em três dimensões, tais como cilindridade, serão de grande interesse na área metrológica.

Palavras Chave

- Algoritmos, Máquinas de medição por coordenadas, Tolerância (Engenharia), Medição, Normalização, Mínimos quadrados.

Abstract

BARCZAK, André Luis Chautard, *Comparison between least squares and minimum zone algorithms for circularity*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1996. 100 p. Tese (Mestrado)

The precisely assessment of out-of-roundness is an important issue in metrology. There are always errors associated with these measurements, caused by different sources. The computer aided measuring machines have an additional source of error, the algorithm itself. This subject was only recently in flux. The main objective in this work is to determine the behavior of minimum zone center (MZC), conceptually the most correct, in comparison with least square center (LSC), used in practice. In order to analyze the differences between the algorithms' answers, computer simulations were used. Both algorithms were developed in C language, and a third program generated thousands of sets similar to that obtained through CMMs. The algorithm of Voronoi diagrams, MZC type, was developed. The choice's reasons were the optimization assurance, low complexity and implementation facility. The out-of-roundness values, numbers of points of the set and the radius of the workpiece were varied to simulate industry environment. The results showed that the Voronoi algorithm gets a pair of concentric circles with separation equal or less then the LSC one. The difference between the results could be about 30% or greater, depending on the points' distribution. The behavior of the maximum errors between results depends on the number of points and the value interval of out-of-roundness. For some CMMs used in industry, the uncertainty of the machine is greater then the maximum error caused by algorithm's choice. This is true for various number of points and out-of-roundness. In these cases the LSC is allowed. Also when only LSC is available, the maximum expected error could be minimized increasing the number of points. For dedicated machines and CMMs more accurate, the algorithm is an important source of error. The MZC algorithms are always necessary in these cases. Through the results one could presume that the development of other minimum zone algorithms, such as cylindricity and sphericity, will be very important for metrology in future.

Key Words

- Algorithms, Coordinate measurement machines, Tolerancing, Measurements, Standards, Least squares, Voronoi diagrams.

Lista de figuras

2.1 - Exemplos de problemas de operação causados por desvios de forma circular. a) perda do ajuste por concentração de tensão; b) vibração e diminuição de vida de um rolamento; c) ajuste imperfeito devido ao diâmetro aparente do eixo	22
2.2 - Exemplos de desvios de circularidade que têm diâmetro aparente.....	23
2.3 - Medindo desvios de circularidade: a) entre centros. b) com blocos V. c) com máquinas especializadas que tenham cilindro de referência.....	24
2.4 - Ajuste manual de um gráfico polar.....	25
2.5 - Exemplo de 2 gráficos polares da mesma peça com aumentos diferentes. a) aumento de 500 vezes; b) aumento de 5000 vezes.....	26
2.6 - Definição da tolerância para desvios de circularidade. Por exemplo a peça em questão deve estar entre dois círculos de 0,02.....	27
2.7 - Definição matemática da circularidade segundo a ASME Y14.5.1.....	29
2.8 - Um perfil com o círculo ajustado pelo método Least square center (LSC).....	32
2.9 - Um perfil com o máximo círculo circunscrito (MCC) e mínimo círculo inscrito (MIC).....	33
2.10 - Um perfil com dois círculos concêntricos obtidos pelo método da zona mínima (MZC).....	34
2.11 - O mesmo perfil tem desvio calculado como: a) $R_{\max} - R_{\min} = 0.88$ mm no MCC; b) $R_{\max} - R_{\min} = 0.76$ mm no MIC; c) $R_{\max} - R_{\min} = 0.72$ mm no MZC; d) $R_{\max} - R_{\min} = 0.75$ mm no LSC.....	35
2.11 - Principais fontes de erros em MMCs.....	37
2.12 - Tempo de execução de um algoritmo em relação ao tamanho do conjunto para diversas complexidades.....	40
2.13 - Um conjunto de pontos S.....	45
2.14 - Anel circular onde dois pontos tocam os círculos.....	46
2.15 - Anel circular onde três pontos tocam os círculos.....	46
2.16 - Posicionamento do centro para que os círculos toquem quatro pontos.....	47
2.17 - Prova geométrica de que a separação com quatro pontos é menor.....	47
2.18 - Os três casos possíveis de configuração dos pontos para o método MZC.....	48

2.19 - Desvio de circularidade com coordenadas polares.....	49
2.20 - Diagrama do algoritmo por aproximação de Chebyshev.....	50
2.21 - Aproximação de um perfil utilizando análise de Fourier.....	51
2.22 - Erros relativos em relação à n	52
2.23 - Definição do diagrama próximo de Voronoi. O exemplo acima considera um conjunto de 5 elementos.....	54
2.24 - Propriedade do diagrama próximo de Voronoi para um conjunto S de 8 pontos.....	55
2.25 - Definição do diagrama afastado de Voronoi. O exemplo acima considera um conjunto de 5 elementos.....	56
2.26 - Propriedade do diagrama afastado de Voronoi para o mesmo conjunto S da figura anterior.....	57
2.27 - Interseção dos diagramas de Voronoi para o conjunto S de oito pontos. Notar que as três interseções são soluções possíveis.....	57
3.1 - Modelamento matemático para o método dos Mínimos quadrados (LSC).....	62
3.2 - Fluxograma do método MZC utilizando os diagramas de Voronoi.....	64
3.3 - Método de Graham.....	66
3.4 - Passo 4 do algoritmo de Voronoi.....	67
3.5 - Passo 5 do algoritmo de Voronoi.....	67
3.6 - Passo 6 do algoritmo de Voronoi.....	68
3.7 - Caso só restem 2 pontos, os últimos vértices são ligados.....	68
3.8 - Espelhando o ponto Inter(i) em relação à aresta.....	70
3.9 - Interseção dos diagramas para 10 pontos.....	72
3.10 - Diagrama próximo de Voronoi para 10 pontos (Caso 2).....	73
3.11. Diagrama distante de Voronoi para 10 pontos (Caso 3).....	74
3.12 - a) Geração de pontos para a simulação. Os pontos p_2 , p_3 , p_4 e p_7 foram os que permaneceram nos círculos b) Resultado do método MZC para os mesmos pontos.....	76
4.1 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=10$, raio=25mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.....	78
4.2 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=25$, raio=25mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.....	79
4.3 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=50$, raio=25mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.....	79
4.4 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=75$, raio=25mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.....	80

4.5 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=100$, raio=25mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.....	80
4.6 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=200$, raio=25mm e desvios entre 0,01 e 0,001 mm.....	81
4.7 - Médias dos pontos obtidos com $n=10$ até $n=200$ nos vários valores de circularidade, para raio=25mm.....	82
4.8 - Pontos máximos obtidos com $n=10$ até $n=200$ nos vários valores de circularidade, para raio=25mm.....	82
4.9 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=10$, raio=50mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.....	83
4.10 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=25$, raio=50mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.....	83
4.11 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=50$, raio=50mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.....	84
4.12 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=75$, raio=50mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.....	84
4.13 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=100$, raio=50mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.....	85
4.14 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=200$, raio=50mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.....	85
4.15 - Médias dos pontos obtidos com $n=10$ até $n=200$ nos vários valores de circularidade, para raio=50mm.....	86
4.16 - Pontos máximos obtidos com $n=10$ até $n=200$ nos vários valores de circularidade, para raio=50mm.....	86
4.17 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=10$, raio=250mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.....	87
4.18 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=25$, raio=250mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.....	87
4.19 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=50$, raio=250mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.....	88
4.20 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=75$, raio=250mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.....	88
4.21 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=100$, raio=250mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.....	89

4.22 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=200$, raio=250mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.....	89
4.23 - Médias dos pontos obtidos com $n=10$ até $n=200$ nos vários valores de circularidade, para raio=250mm.....	90
4.24 - Pontos máximos obtidos com $n=10$ até $n=200$ nos vários valores de circularidade, para raio=250mm.....	90
4.25 - Influência do número de pontos na média das diferenças para raio = 25mm.....	91
4.26 - Influência do número de pontos na média das diferenças para raio = 50mm.....	91
4.27 - Influência do número de pontos na média das diferenças para raio = 250mm.....	92
4.28 - Influência do número de pontos nas diferenças máximas para raio = 25mm.....	92
4.29 - Influência do número de pontos nas diferenças máximas para raio = 50mm.....	93
4.30 - Influência do número de pontos nas diferenças máximas para raio = 250mm.....	93
4.31 - Influência do raio da peça nas médias dos resultados para $n = 10$ e $n = 100$	94
4.32 - Influência do raio da peça nas diferenças máximas para $n = 10$ e $n = 100$	94
4.33 - Gráfico polar de um conjuntos de pontos com raio de 25 mm, 50 pontos e 0.01 mm de desvio MZC. A diferença de métodos = 0,5 %. O centro do MZC é (0;0) e o do LSC é (-0,000146;0,000192).....	95
4.34 - Gráfico polar de um conjuntos de pontos com raio de 25 mm, 50 pontos e 0.009995 mm de desvio MZC. A diferença de métodos = 37,5 %. O centro do MZC é (0,000006;0,000003) e o do LSC é (0,001492;0,001264).....	96

Lista de tabelas

TABELA 2.1 - Conjunto de oito pontos utilizado por ROY & ZHANG (1992)....	58
TABELA 2.2 - Resultados obtidos com o algoritmo de Voronoi.....	58
TABELA 4.1 - Valores indicativos para diferenças médias entre LSC e MZC....	97
TABELA 4.2 - Valores indicativos para diferenças máximas entre LSC e MZC.	97

Nomenclatura

Letras Latinas

A - vetor de um ponto p

C - círculo

D - distância

e - erro de ajuste de um ponto (distância do ponto à circunferência)

ef - aresta do diagrama distante de Voronoi

Ef - conjunto das arestas

en - aresta do diagrama próximo de Voronoi

En - conjunto das arestas

f - função matemática

ml - mediana de dois pontos de um conjunto

n - número de pontos

O - complexidade de um algoritmo

p - ponto

P - ponto

r - raio de círculo ou distância radial da coordenada polar

R - raio de círculo

t - tolerância

T - vetor unitário

|V| - determinante de um produto vetorial

vf - vértice do diagrama distante de Voronoi

vn - vértice do diagrama próximo de Voronoi

x - posição de um ponto em relação à abscissa

y - posição de um ponto em relação à ordenada

Letras Gregas

Σ - somatória

Θ - ângulo da coordenada polar

Superescritos

$\rightarrow$ - vetor

$\wedge$ - vetor unitário

Subescritos

c - relativo ao centro de um método ou de uma circunferência

i - relativo ao i-ésimo elemento de um conjunto

j - relativo ao j-ésimo elemento de um conjunto

o - relativo à origem do sistema de coordenadas

Abreviações

CAD - Computer-aided design

EC - envelope convexo

FVOR - diagrama distante de Voronoi

inter - interseção de duas medianas

INTER - interseção comum à duas ou mais medianas

LSC - Least square center

MAD - Minimum area difference

MCC - Minimum circumscribed circle

MIC - Maximum inscribed circle

MMC - Máquina de medir por coordenadas

MRS - Minimum radial separation

MZC - Minimum zone center

NVOR - diagrama próximo de Voronoi

SEP - separação radial de dois pares de círculos concêntricos

Siglas

ABNT/NBR - Associação Brasileira de Normas Técnicas/ Normas Brasileiras

ASME - American Society of Mechanical Engineering

CMMA - Coordinate Measuring Machine Manufacturing Association

DIN - Deutsches Institut fuer Normung

ISO - International Standards Organization

LAMEDI - Laboratório de Metrologia Dimensional

PTB - Physikalisch Technische Bundesanstalt

VDI/VDE - Verein Deutscher Ingenieure / Verband Deutscher Elektrotechniker

Capítulo 1

Introdução

O desvio de circularidade é um conceito de grande importância para a engenharia. Grande parte das peças fabricadas são de geometria circular. Vários dispositivos, tais como bombas injetoras, rolamentos de precisão, cilindros de motores, eixos de turbinas, anéis de vedação de foguetes de combustível sólido etc., têm sua função comprometida se o desvio de circularidade ultrapassar um determinado valor.

A medição destes desvios era até há pouco tempo interpretada pelo próprio operador através de pequenos padrões de plástico transparentes, que um técnico ajustava manualmente a um gráfico polar do perfil para obter uma resposta. A influência do operador na interpretação destes desvios não é mais compatível com as modernas máquinas auxiliadas por computadores. Estas novas máquinas coletam dados de forma manual ou através de comando numérico e fazem a interpretação de forma automática, facilitando o uso e obtendo-se um resultado mais rápido e confiável. VOELKER (1993) afirma que os métodos e definições, que envolvem eventualmente práticas de indústria, mostraram-se muitas vezes inadequados diante desta nova realidade.

Ao utilizar-se computadores são necessários algoritmos para fazer a interpretação. Neste caso, além dos conceitos de mecânica representados pela

metrologia e pelas teorias de tolerância, estão envolvidas técnicas matemáticas e computacionais. O modelo matemático e a implementação devem procurar otimizar o tempo de resposta, fazendo as aproximações necessárias sem causar erros significativos. Até o final da década de 80 considerava-se que erros causados pelos algoritmos eram desprezíveis, já que o cálculo era feito por um computador com variáveis de ponto flutuante com muitas casas decimais. Alguns problemas começaram a surgir com relação a estes erros. Por exemplo, software de fabricantes diferentes forneciam resultados distintos para o mesmo conjunto de dados de entrada.

Os algoritmos, em especial aqueles que interpretam os desvios de forma, têm sido objeto de estudos há algum tempo. Justamente na década de 80, na qual o uso de máquinas de medir por coordenadas (MMC) auxiliadas por computador começou a ficar bastante popular, apareceram algumas situações que mostravam alguma inconsistência. HOPP (1993) citou várias situações a partir de 1988 onde constatou-se que a maior fonte de erro isolada, considerando todos os erros sistemáticos e aleatórios conhecidos, era justamente o algoritmo. Chamou-se a atenção para um item negligenciado até aquele momento. A partir daí, surgiram uma série de propostas de algoritmos alternativos. KAISER et al. (1994) trata a circularidade mais formalmente, fazendo um resumo histórico das teorias destes algoritmos.

Vários algoritmos foram apresentados nos últimos anos em vários artigos. A preocupação dos autores foi em geral demonstrar matematicamente que o modelo funciona. Conjuntos de pontos foram mostrados contendo pontos esparsos (com desvios da ordem de dezenas de milímetros) para visualização do trabalho do algoritmo. Isto deixou alguma margem de dúvida, pois na prática trabalha-se com desvios da ordem de microns. Pergunta-se neste caso se o erro causado pela escolha do algoritmo é significativo perante a incerteza da máquina.

Para os casos da retilineidade e da planeza, DOWLING et. al. (1995) argumentaram que não são significativos. Por causa da sub-amostragem inerente a algumas MMC, os algoritmos de mínima zona de tolerância apresentariam um erro maior em relação ao valor verdadeiro. Entretanto, os testes foram feitos com conjuntos de no máximo 40 pontos, o que pode ser considerado pouco num caso de medir peças com tolerância mais apertada, mesmo utilizando MMCs manuais (neste caso o computador faz a interpretação, mas não o controle da ponta de prova).

Para circularidade, objeto deste trabalho, algoritmos utilizando geometria computacional mostraram-se mais adequados, necessitando de um estudo de comportamento mais adequado. Estes algoritmos são baseados em zona mínima de tolerância, em oposição aos algoritmos comerciais, que utilizam mínimos quadrados.

O objetivo deste trabalho é determinar o comportamento das diferenças de cálculos entre algoritmos de zona mínima de tolerância (MZC) e os algoritmos por mínimos quadrados (LSC). Este conhecimento garantirá uma melhor qualidade à medição de circularidade feita por máquinas computadorizadas.

Objetivos específicos:

- desenvolver um algoritmo que use método LSC;
- desenvolver um algoritmo com método tipo MZC (escolhido o algoritmo dos diagramas de Voronoi);
- desenvolver um programa que permita gerar pontos aleatórios semelhantes aos que seriam obtidos pelas MMCs;
- fazer um conjunto de testes comparativos entre os dois algoritmos;
- estabelecer o comportamento dos erros para os intervalos de número de pontos, diâmetros e desvios mais utilizados pela indústria.

Capítulo 2

Revisão da Literatura

2.1 Introdução

A revisão traz um resumo das teorias de tolerância e de metrologia para desvios de circularidade vigentes nas principais normas atuais (ASME ,ISO e DIN). Apresenta algoritmos de importância significativa para determinação destes desvios. Um deles é o mais utilizado pela indústria nas MMCs. Os demais são mais recentes e deverão ser comparados ao primeiro no que se refere às questões de modelo matemático, implementação e tempo de resposta.

A pesquisa bibliográfica foi feita com base no Engineering Index nos anos de 1989 a 1995. As palavras-chave foram: CMM, CIRCULARITY, COORDINATE MEASURING MACHINE, MINIMUM ZONE METHOD, ITERATIVE SEARCH TECHNIQUES, ERROR MEASUREMENTS, ALGORITHMS, OUT-OF-ROUNDNESS, FORM ERROR.

Para o conceito de erro de forma, foram consultadas várias normas, destacando-se a norma ANSI Y14.5M (1995). Uma nova norma surgiu, tendo uma preocupação de matematização das definições de tolerância (ANSI Y14.5.1 1995). A norma específica sobre desvio de circularidade foi atualizada em 1988 (ANSI B89.3.1-1979). Nenhuma das normas estudadas trata especificamente da questão dos algoritmos para MMCs.

Além dos documentos encontrados, foram consultados vários livros sobre algoritmos, linguagem C, metrologia e computação geométrica.

No Brasil, pouco foi encontrado na literatura. Alguns artigos que falam sobre as MMCs de modo geral e das dificuldades de normalizar os softwares foram importantes para compor a revisão, mas não tratam especificamente dos algoritmos.

2.2 Desvios de forma circular

A geometria circular é uma das formas mais freqüentemente utilizadas na manufatura. Várias aplicações necessitam que esta forma circular seja respeitada dentro de determinados limites para que o funcionamento não seja prejudicado. Alguns exemplos citados em FARAGO (1982) podem ser vistos na FIG. 2.1. Problemas com ajustes, vazamento de óleo em bombas injetoras, vibrações em rolamentos podem ser causados por geometria circular imperfeita.

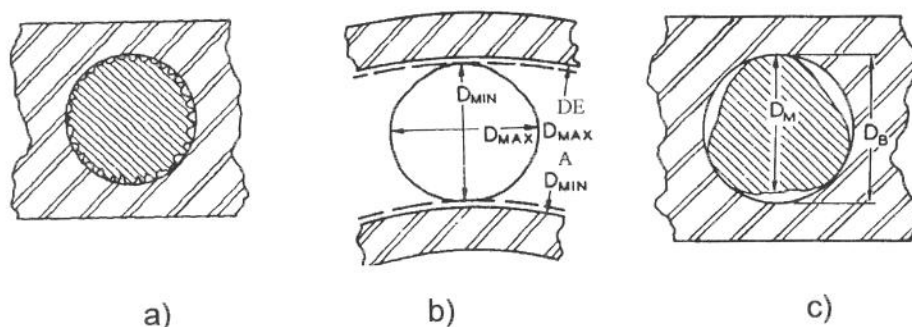


FIGURA 2.1 - Exemplos de problemas de operação causados por desvios de forma circular. a) perda do ajuste por concentração de tensão; b) vibração e diminuição de vida de um rolamento; c) ajuste imperfeito devido ao diâmetro aparente do eixo.

FONTE: FARAGO, 1982.

O desvio de circularidade é, portanto, um fator muito importante a ser considerado na manufatura de peças de precisão. Quando a peça é usinada por um processo qualquer, ocorrem vibrações de múltiplas origens. Nem a peça nem a

máquina são totalmente rígidas. Cada processo de fabricação deixa “pegadas” na peça. Um exemplo típico é o torneamento. A seção transversal de um eixo não é perfeitamente circular. Do ponto de vista geométrico trata-se de uma onda em torno de um círculo. Esta curva apresenta muitas vezes uma característica peculiar. Ela pode ter o que se chama de diâmetro aparente. Ao medir-se o diâmetro do eixo através de um instrumento que toca somente dois pontos, encontrar-se-á aproximadamente o mesmo valor. Cada pico da curva é compensado por um vale. Montando-se este eixo em um furo ligeiramente maior que este diâmetro aparente haverá interferência. Por exemplo, se é o furo que tem o desvio, o ajuste não é perfeito, e é necessário um eixo bem menor que o diâmetro nominal (FIG. 2.2). Uma maneira de se saber se o eixo encaixar-se-á ou não no furo é determinar seu desvio de circularidade. É necessário girar a peça ou o dispositivo de medir para obter vários pontos ao longo da circunferência. Não basta portanto, conhecer apenas o parâmetro diâmetro, o desvio da forma geométrica também deve ser conhecido e comparado (RANK TAYLOR ROBSON, 1984).

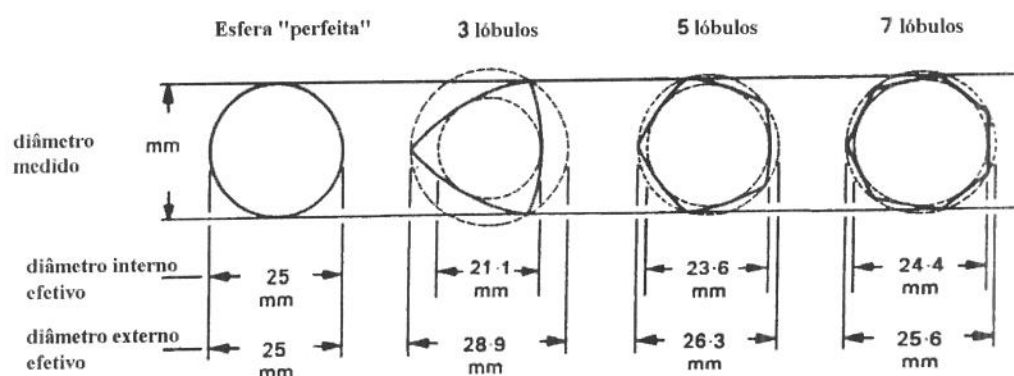


FIGURA 2.2 - Exemplos de desvios de circularidade que têm diâmetro aparente.

FONTE: RANK TAYLOR ROBSON, 1984.

Existem vários modos de se determinar estes desvios. Por exemplo, pode-se medir com blocos V ou fazer inspeção entre centros, vistos na FIG. 2.3. Os erros de medição destes processos são muito influenciados pelo operador e não conseguem obter o desvio segundo o conceito das normas. A medição através de mesas rotativas ou máquinas de medir (FIG. 2.3) é a mais indicada, pois fornece um

conjunto de dados mais adequado para ser interpretado (WHITEHOUSE, 1994). Esta última é de maior interesse para este trabalho, pois é este processo que possibilita a utilização de computadores. As máquinas podem ser especializadas em medição de desvios de forma. Estas geralmente medem girando-se a peça em uma mesa apoiada por rolamentos de precisão. Também as máquinas de medir por coordenadas podem ser usadas para desvios de forma.

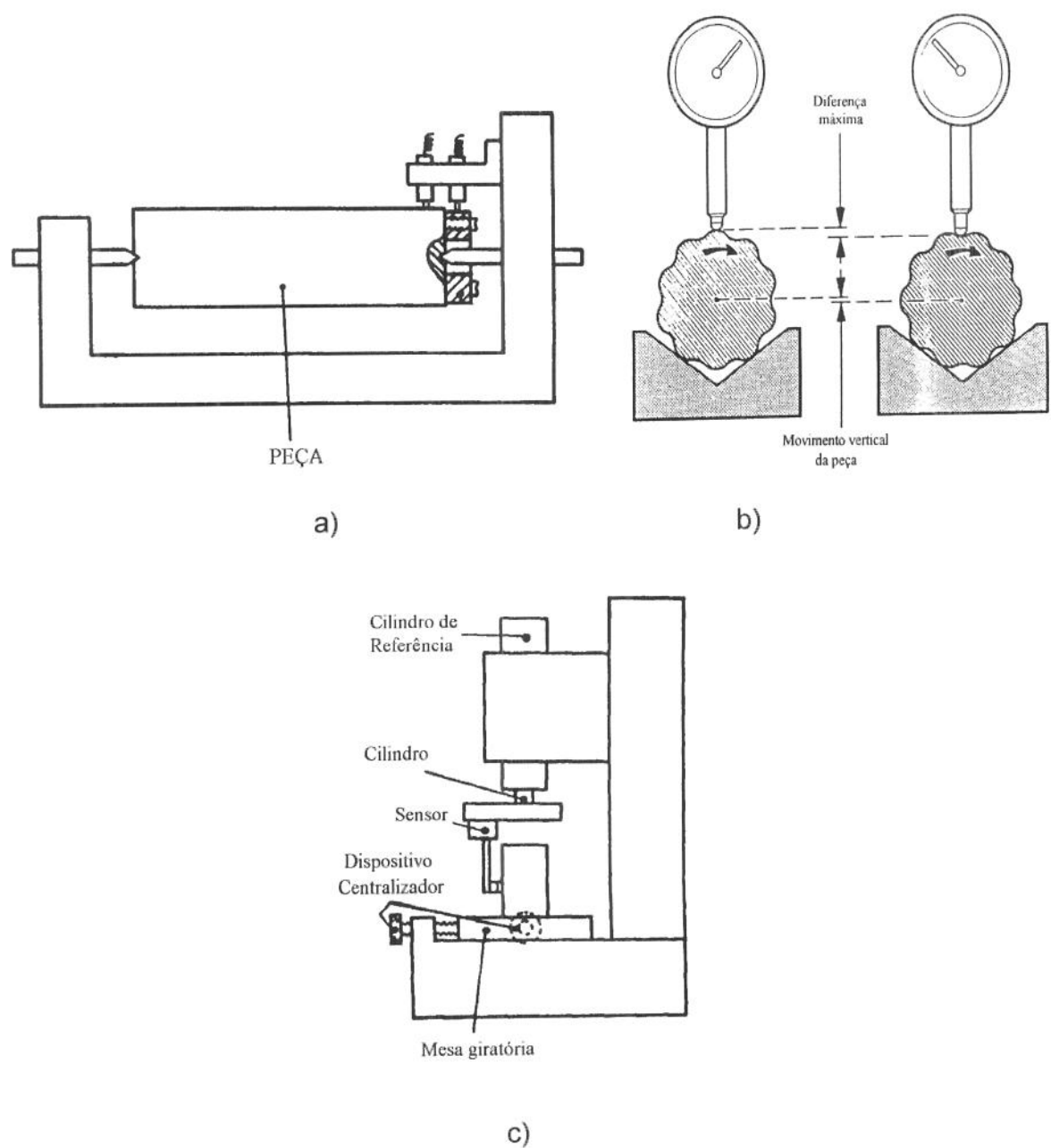


FIGURA 2.3 - Medindo desvios de circularidade: a) entre centros. b) com blocos V. c) com máquinas especializadas.

FONTE: WHITEHOUSE, 1994.

Algumas máquinas específicas para medir circularidade usam um gráfico polar da peça a ser analisada. A interpretação do desvio é feita pelo próprio operador, que com padrões transparentes estima o desvio da peça (FIG. 2.4).

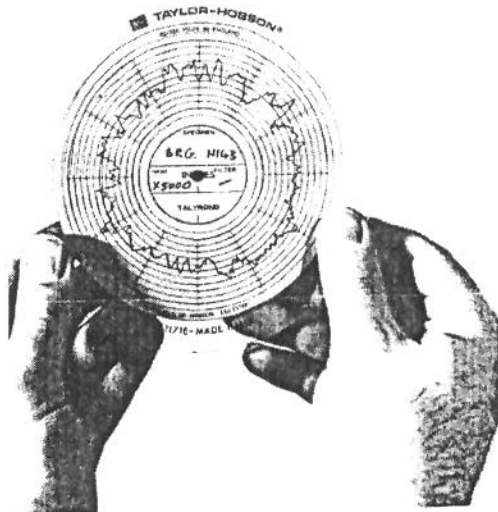


FIGURA 2.4 - Ajuste manual de um gráfico polar.

FONTE: RANK TAYLOR ROBSON, 1984 p. 62.

As medições que utilizam o perfil completo da peça têm uma vantagem em relação à medição por pontos. Pegando-se apenas alguns pontos a amostragem pode não ser significativa, induzindo-se a erros. Entretanto existe um forte argumento de que a influência do operador pode ser determinante na incerteza da medida através de perfis completos, apesar de existirem técnicas que permitem melhorar o uso destes gráficos (CHETWYND & SIDDALL, 1976). É necessário um aumento na escala da coordenada polar para visualizar o desvio, uma vez que este é da ordem de alguns microns. Este aumento pode falsear o desvio se houver grande excentricidade da peça no posicionamento em relação ao cilindro padrão da máquina (WHITEHOUSE, 1976 e CHETWYND & PHILLIPSON, 1980). A FIG. 2.5 mostra dois gráficos feitos com aumentos diferentes para a mesma peça. O ajuste dos padrões transparentes torna a medida extremamente subjetiva. Por esta razão e também pela rapidez de cálculo, as máquinas de medir circularidade mais modernas são auxiliadas por computadores pelo menos na interpretação.

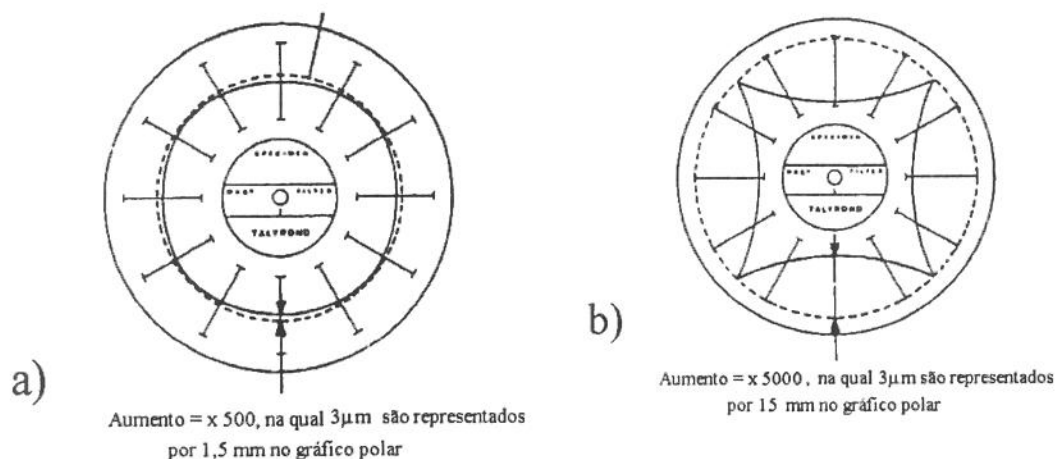


FIGURA 2.5 - Exemplo de 2 gráficos polares da mesma peça com aumentos diferentes. a) aumento de 500 vezes; b) aumento de 5000 vezes. Deve-se notar que os perfis parecem totalmente diferentes, e o ajuste manual das mesmas pode fornecer respostas distintas.

FONTE: RANK TAYLOR ROBSON, 1984 p. 56.

As máquinas de medir por coordenadas também permitem obter medidas dos valores de circularidade com rapidez, ainda que em geral a incerteza destas máquinas seja maior. Para analisar a peça através de algoritmos, o perfil contínuo não é adequado. Pontos da peça, obtidos ao longo da mesma, são sempre necessários. Nas máquinas especializadas também pode-se obter pontos através do apalpador e utilizar-se basicamente dos mesmos algoritmos. O número de pontos tende a ser aumentado com as máquinas CNC que chegam hoje a cerca de 4000 pontos em determinadas máquinas (BREYER & OHNHEISER, 1995).

2.3 Normas para os desvios de forma e metrologia

Os desvios geométricos podem ser microgeométricos, representados pela rugosidade, e macrogeométricos, representados pelos desvios de forma e posição (NOVASKI, 1994). Vários países têm normas sobre desvios de forma e elas são bastante semelhantes no conceito. As normas ASME Y14.5M-1995, ISO 1101-1983,

DIN 7184, ABNT NBR 6409, definem estes desvios como uma diferença entre a superfície real da peça e a forma geométrica teórica.

Segundo AGOSTINHO et al. (1977), a *tolerância de forma* é indicada por duas superfícies paralelas (ou linhas paralelas) entre as quais deve-se encontrar o perfil da peça. Estas superfícies (ou linhas) devem ter a mesma espécie geométrica da peça a ser estudada, isto é, cilindro, plano, círculo etc. As normas de tolerância definem o desvio de circularidade através de uma *zona mínima de tolerância*. Esta é definida como a região contida entre duas entidades da mesma espécie geométrica à qual a peça em estudo pertence. Dois círculos concêntricos devem se procurados, de modo que tenham a menor diferença de diâmetro que ainda permita conter todo o perfil circular da peça. O valor do desvio de circularidade propriamente dito será a diferença entre os raios dos círculos concêntricos encontrados.

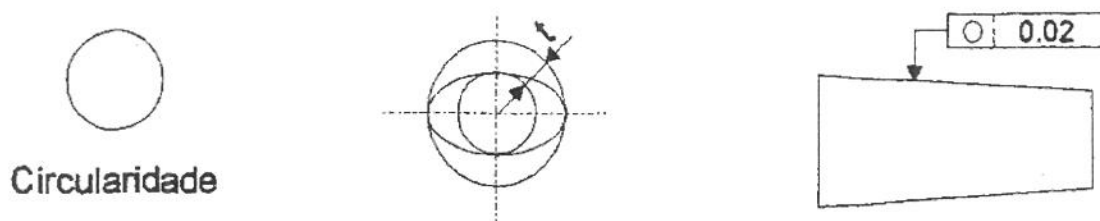


FIGURA 2.6 - Definição da tolerância para desvios de circularidade. Por exemplo, a peça em questão deve estar entre dois círculos de 0,02.

FONTE: NOVASKI, 1994.

Há uma preocupação com a matematização das especificações de tolerância. REQUICHA (1993) propõe a chamada *offset zone* como forma de especificar a tolerância. SRINIVASAN (1993) amplia estes conceitos discutindo conceitos como varredura (sweeps), que seria uma figura geométrica caminhando através do espaço e definindo a região de tolerância. Estes conceitos poderiam ser implementados em CAD, ainda que não de forma trivial.

As novas normas ASME Y14.5.1 (1995) confirmam a definição de zona mínima e procuram matematizar muitos dos conceitos que eram apresentados através de desenhos e exemplos. Além disto, noções de planos e linhas de referência são melhor formalizados. Estas normas são as mais atualizadas dentro do grupo das principais normas internacionais, mas a tendência é que outras normas também adotem esta abordagem. Segundo NEWMAN (1994), que participa do comitê da Y14, a ISO já formou um grupo de trabalho (ISO/TC10/SC5) para desenvolver definições matemáticas para suas normas.

A circularidade é definida pela ASME Y14.5.1(1995) como a condição de uma superfície onde:

a) Para um elemento qualquer, exceto uma esfera, todos os pontos da superfície intersectados por um plano perpendicular a um eixo são eqüidistantes àquele eixo.

b) Para uma esfera, todos os pontos de uma superfície intersectados por um plano passando por um centro comum são eqüidistantes àquele centro.

A tolerância de circularidade especifica uma zona de tolerância limitada por dois círculos concêntricos.

A tolerância de circularidade especifica que todos os pontos do elemento circular da superfície devem estar restritos à uma região limitada por dois círculos concêntricos cujos raios diferem do mesmo valor da tolerância especificada. A zona de tolerância circular em uma determinada seção transversal é uma área anular que consiste de todos os pontos P que satisfazem as seguintes condições:

$$\hat{T} \cdot (\vec{P} - \vec{A}) = 0$$

$$\left| \|\vec{P} - \vec{A}\| - r \right| \leq \frac{t}{2}$$

(2.1)

onde:

$\hat{T}$ = vetor unitário tangente ao eixo de A.

$\vec{A}$ = vetor que localiza um ponto no eixo dos centros.

$\vec{P}$ = vetor de localização de um ponto do perfil da peça.

r = distância radial entre o eixo e o centro da zona de circularidade.

t = tamanho da zona de circularidade.

A FIG. 2.7 ilustra a zona de circularidade para um elemento cilíndrico.

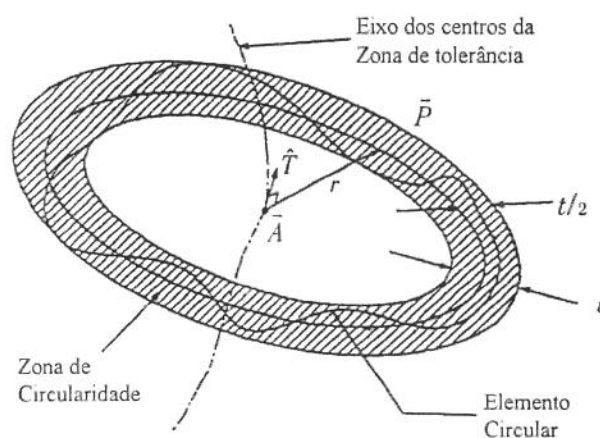


FIGURA 2.7 - Definição matemática da circularidade segundo a ASME Y14.5.1.

FONTE: ASME Y14.5.1, 1995

Um elemento esférico está dentro de uma tolerância t_0 se existir um ponto **A** de tal modo que qualquer plano que corte o elemento contenha o ponto dentro da tolerância especificada. Ou seja, para cada elemento circular existe **T**, **r** e **A** com $t=t_0$ de modo que todos os pontos do elemento circular estejam dentro da zona de circularidade.

Um elemento cilíndrico ou cônico está dentro de uma tolerância t_0 se existir um eixo de modo que em cada ponto **A** do eixo o elemento circular que está perpendicular ao vetor **T** em **A** esteja de acordo com a tolerância t_0 . Para cada elemento circular existe **A** e **r** tal que com $t=t_0$ todos os pontos do elemento circular estejam dentro da zona de circularidade.

O valor real da circularidade para um elemento é a menor tolerância de circularidade para a qual o elemento concorda. Esta última afirmação é de suma importância, pois de acordo com esta norma somente os métodos MZC seriam válidos.

Apesar das normas brasileiras também não tratarem do software, um artigo de CARPINETTI (1995) mostra que aqui também começa a haver uma preocupação com a necessidade de padronização dos algoritmos.

2.3.1 A norma ANSI B89.3.1

Apesar de as normas para tolerância terem sido recentemente atualizadas, as normas específicas para desvios de circularidade ainda não o foram. A norma ASME B89.3.1 (1988) sugere quatro métodos diferentes para a determinação da circularidade (a norma ISO 6318-1985 é equivalente). Somente um destes métodos está exatamente de acordo com as normas de tolerância e metrologia Y14.5M e Y14.5.1, ou seja, com o conceito do desvio de forma. Um grupo de trabalho foi formado e uma nova norma, chamada B89.3.2 está sendo desenvolvida. O escopo desta deve abranger os métodos para medir de acordo com as novas normas Y14.5.1 e Y14.5, tendo uma ênfase no que se refere à incerteza (BECKWITH & PARSON, 1994).

Como as antigas normas ainda estão em vigor, é interessante que se revejam estes métodos. Nestes métodos o centro de um círculo (ou de um par de círculos) é procurado e as distâncias máxima e mínima em relação a este centro definem os raios dos dois círculos concêntricos. O que diferencia cada método é o modelo pelo qual é obtido este centro.

2.3.1.1 Mínimos quadrados

O primeiro método é o dos mínimos quadrados ou *least square center* (LSC). Consiste em calcular o centro de uma circunferência de tal modo que o quadrado das somas das distâncias dos pontos amostrados até a circunferência seja mínimo. A FIG. 2.8 mostra o resultado do método LSC para um perfil qualquer.

Uma das vantagens dos mínimos quadrados é que podem ser usados para qualquer geometria, inclusive perfis genéricos (KURNOSENKO & MIKHAILOV, 1991). Este método é muito utilizado para a circularidade por causa da simplicidade com que se pode fazer os cálculos. Uma das maneiras de calcular é derivar parcialmente a fórmula da circunferência e igualar a zero, obtendo-se o mínimo. As equações resultantes (serão apresentadas no capítulo 3) têm muitos termos e a solução algébrica não é fácil. No entanto, em uma máquina especializada em medir circularidade, a peça deve ser inicialmente “centralizada”. Obtido o gráfico polar, pode-se tirar vários pontos de forma simétrica, dividindo a circunferência em ângulos iguais. Estas duas condições permitem eliminar uma série de termos, podendo-se calcular o centro da seguinte forma:

$$x_c = \sum x_i^2 / n$$

(2.2)

$$y_c = \sum y_i^2 / n$$

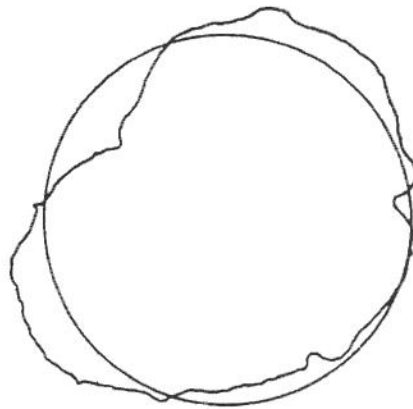


FIGURA 2.8 - Um perfil com o círculo ajustado pelo método Least Square Center (LSC).

FONTE: RANK TAYLOR ROBSON, 1984.

2.3.1.2 MIC e MCC

Outros dois métodos são o máximo círculo inscrito (MIC) e mínimo círculo circunscrito (MCC). Apesar de não estarem de acordo com a definição de circularidade, estes métodos têm sido usados na indústria e foram incluídas na norma B89.3.1 porque podem ser interpretados como o menor anel ajustável a um eixo (MCC) ou como o maior eixo ajustável num furo (MIC).

O MCC é definido como o centro de duas circunferências concêntricas de modo que a circunferência externa seja a menor possível. Analogamente, o MIC define um centro de duas circunferências de modo a ter a maior circunferência interna. Pode-se ver a definição na FIG. 2.9. Até recentemente algoritmos heurísticos eram utilizados, mas algoritmos baseados em geometria computacional foram desenvolvidos e são mais eficientes. MEGIDDO (1983) propôs um algoritmo para achar o menor círculo circunscrito por programação linear. SKYUM (1991) também implementou um algoritmo semelhante, baseado em geometria computacional que roda em tempo $O(n \log n)$.

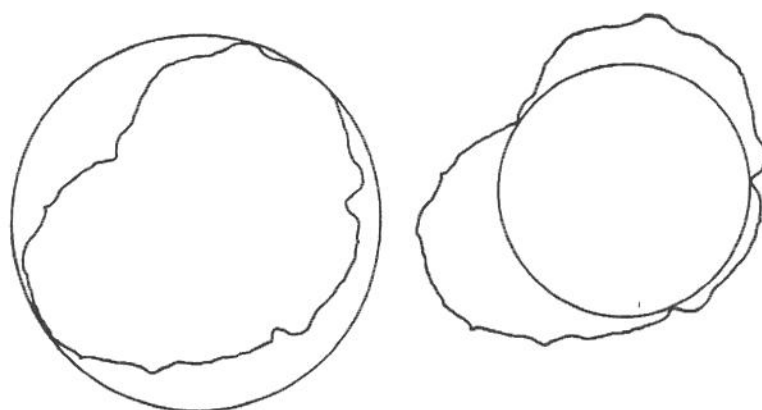


FIGURA 2.9 - Um perfil com o máximo círculo circunscrito (MCC) e mínimo círculo inscrito (MIC).

FONTE: RANK TAYLOR ROBSON, 1984.

2.3.1.3 MZC

O último dos quatro métodos é o de zona mínima de tolerância, ou *minimum zone center* (MZC), também chamada *minimum radial separation* (MRS) ou ainda *total indicator reading* (TIR) (FIG. 2.10). Este está matematicamente de acordo com a definição de circularidade, ou seja, procura-se o par de círculos concêntricos que forneçam a menor separação entre si e que o anel formado contenha o perfil da peça. Não existiam algoritmos suficientemente eficientes e precisos (do ponto de vista estritamente matemático) para calcular o MZC até recentemente. Apesar da aparência simples do problema, pode-se demonstrar que não há solução algébrica. A prova de existência e unicidade da solução não é trivial (KAISER et al. 1994).

Vários algoritmos utilizando aproximações lineares foram desenvolvidos. MURTHY & ABDIN (1980) desenvolveram métodos *simplex* e propuseram “pesquisa espiral” para desvios de forma em geral. Mais tarde descobriu-se que estes métodos não garantem a otimização. O método *simplex* para ajuste de curvas é apresentado de forma mais genérica por CACECI & CACHERIS (1984). SHUNMUGAM (1987) desenvolveu outra abordagem para o método *simplex*, utilizável para várias geometrias de desvios de forma. FUKUDA & SHIMOKHOBE (1984) desenvolveram algoritmos mini-max para circularidade e cilindridade e mostraram que são uma

solução equivalente (e aproximada) do problema. DHANISH & SHUNMUGAM (1991) utilizaram a aproximação linear de Chebyshev. Uma abordagem inicial através de programação quadrática foi feita por VIDIGAL e DIRECTOR (1987) e por WANG (1992). GOTO & IIZUKA (1991) utilizaram aproximação do perfil à uma série harmônica de Fourier. A conclusão foi um tanto polêmica, pois estes autores afirmaram que basta multiplicar o LSC por 0,95 para obter o MZC com 95% de confiabilidade.

Uma forma totalmente diferente de analisar o problema surgiu com o desenvolvimento da computação para aplicações de CAD (PREPARATA & SHAMOS, 1988). Através da chamada *geometria computacional* desenvolveu-se algoritmos de baixa complexidade. Para desvios de planeza e retilineidade TRABAND et al. (1989) desenvolveram um algoritmo baseado no conceito de envelope convexo. LE & LEE (1991) e ROY & ZHANG (1994) desenvolveram algoritmos geométricos para circularidade. Estes métodos não apresentam muitos dos inconvenientes das aproximações e garantem a otimização.

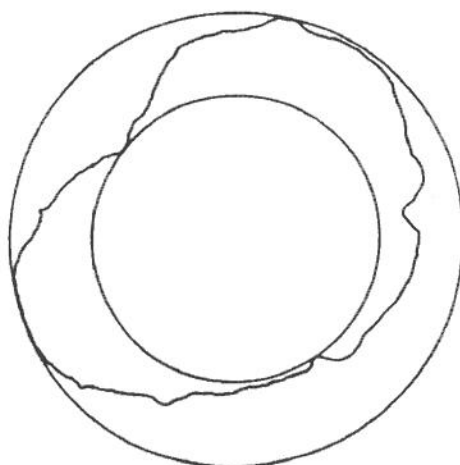


FIGURA 2.10 - Um perfil com dois círculos concêntricos obtidos pelo método da zona mínima (MZC).

FONTE: RANK TAYLOR ROBSON, 1984.

Conhecendo-se os quatro conceitos, é interessante mostrar uma figura onde o mesmo perfil foi calculado por diferentes métodos (FIG. 2.11).

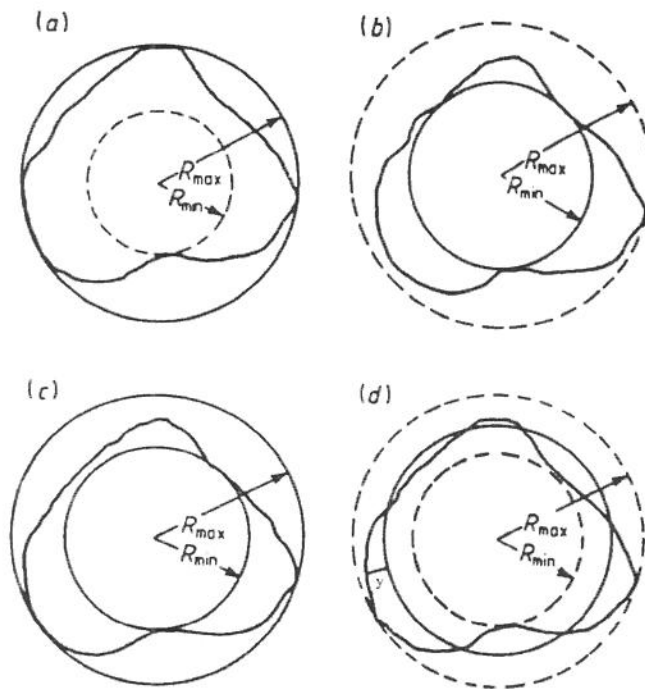


FIGURA 2.11 - O mesmo perfil tem desvio calculado como: a) $R_{max} - R_{min} = 0.88$ mm no MCC; b) $R_{max} - R_{min} = 0.76$ mm no MIC; c) $R_{max} - R_{min} = 0.72$ mm no MZC; d) $R_{max} - R_{min} = 0.75$ mm no LSC.

FONTE: WHITEHOUSE, 1994.

2.4 Máquinas de medir por coordenadas

As máquinas de medir por coordenadas (MMC) supriram uma deficiência da metrologia, já que o surgimento dos centros de usinagem por CNC permitiram geometrias mais complexas e com tolerâncias mais apertadas. Sem as MMCs tornar-se-ia difícil e caro o controle de determinadas peças (FIDELIS & VEIGA, 1995).

As MMCs em geral têm uma estrutura composta por guias, que correm apoiadas sobre uma mesa. Em uma das guias apóia-se um apalpador que faz a leitura ou indica eletronicamente a posição onde tocou a peça. Existem várias configurações e vários tipos de apalpadores. O nível de automação também é bastante variado. No mercado pode-se encontrar máquinas totalmente manuais (movimento de medição, leitura e interpretação), as quais hoje tem função apenas didática. As MMCs que têm acionamento manual e fazem cálculo por computador são as mais comuns. Existem ainda máquinas com CNC, onde o movimento de leitura também é feito por computador e que podem ter até a troca automática de sensores.

Há atualmente uma preocupação muito válida com a performance das MMCs em geral. Em todo tipo de medição há sempre algum erro associado. No caso destas máquinas a análise destes erros é extremamente difícil e muitas vezes contraditória. Por exemplo, até recentemente não era possível rastrear o software de uma MMC. Um método desenvolvido no PTB por KUNSMANN ET AL. (1994) através de software e de placas padrão não mais restringe a rastreabilidade a tarefas específicas. No entanto, estas práticas ainda não estão normalizadas.

2.4.1 Incerteza da MMCs e as Normas correspondentes

As máquinas de medir por coordenadas (MMC) são normalizadas em vários países e elas trazem vários métodos de inspeção e ensaios para determinação da incerteza da máquina. Pode-se citar a CMMA (1982), ASME B89.1.12-1990 (1990), VDI/VDE 2617 (1986). Em todas estas normas não existe um tratamento específico para os algoritmos da máquina. A preocupação maior é com os erros físicos.

As maiores fontes de erros em MMCs são (HOCKEN et al. (1993)):

a) Erros sistemáticos, tais como imperfeições das partes móveis da máquina, imperfeições das pontas de prova (sonda);

- b) Erros aleatórios tais como variações na temperatura, influência da ponta de prova, erros por deformação (máquina não perfeitamente rígida), vibrações;
- c) Erros de software (algoritmos).

A FIG. 2.11 mostra as principais fontes de erros numa MMC.

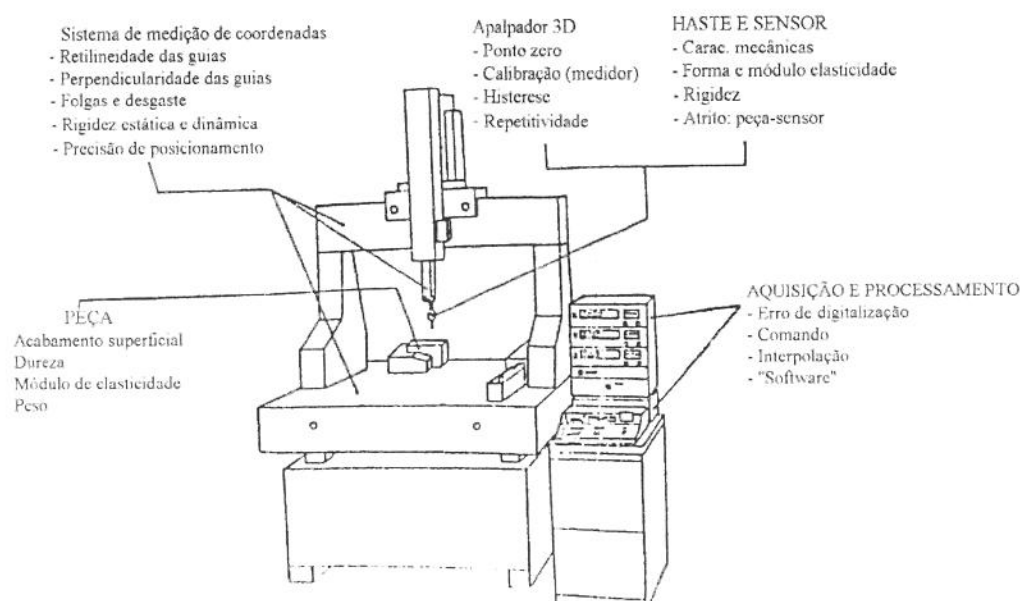


FIGURA 2.11 - Principais fontes de erros em MMCs.

FONTE: FIDELIS & VEIGA, 1995.

Os erros inerentes ao processo físico de medição já foram exaustivamente estudados. Por exemplo, KNAPP (1983) estudou as influências individuais de cada fonte de erro através de testes com cilindro padrão. Suas influências, quando advindas de erros sistemáticos, podem ser neutralizadas através de calibração e softwares que fazem correção automática em função da coordenada da ponta de prova (HOECKEN et al., 1977, BELFORT ET AL., 1987, KUNSMANN ET AL., 1990).

Os erros aleatórios podem ser minimizados com um ambiente adequado. Problemas de gradiente de temperaturas são minimizados com controle ambiente através de ar condicionado. Vibrações são parcialmente eliminadas com fundações adequadas dos prédios e das máquinas. As influências das pontas de prova,

principalmente as eletrônicas podem ser também corrigidas com uma calibração adequada.

O número de pontos que pode ser lido também influencia o erro, pois sabe-se que quanto mais pontos amostrados mais representativo o conjunto obtido. Na prática, pode-se chegar a 4000 pontos, mas na indústria o número é bem mais baixo, pois o tempo de leitura não deve impactar a produção. A incerteza de uma MMC no plano pode variar entre $5\mu\text{m}$ e $0,5\mu\text{m}$ (BREYER & OHNHEISER, 1995).

2.4.2 Outras máquinas computadorizadas

Além das MMC, outras máquinas especializadas em medir desvios de forma podem ser auxiliadas por computador. Existem por exemplo máquinas que medem somente circularidade e cilindridade, eventualmente retilineidade. Para citar um exemplo, no laboratório LAMEDI uma máquina de modelo *Talyround* permite medição de desvios com conjuntos de até 2000 pontos e com incerteza de cerca de $0,04\mu\text{m}$. Os algoritmos descritos a seguir são também utilizados por estas máquinas, motivo pelo qual qualquer análise feita vale também para este tipo de máquina.

2.5 Análise de algoritmos

Segundo BRASSARD e BRATLEY (1988), um algoritmo é um conjunto de instruções definidas de forma não ambígua (não intuitiva) que obtém uma resposta a determinado problema num tempo finito. Não é obrigatório que seja escrito em uma linguagem computacional. Por exemplo, os métodos de divisão que aprendemos na escola primária são em essência um algoritmo. Até receitas de cozinha poderiam ser consideradas algoritmos, desde que se retire instruções do tipo “coloque sal a gosto”, o que seria uma instrução subjetiva. É claro também que ao se incluírem

operações matemáticas onde os cálculos sejam complexos e o número de pontos a ser analisados for muito grande, o uso de computadores torna-se imprescindível.

Ao resolver um determinado problema, é importante decidir sobre qual algoritmo será utilizado. A resposta pode depender de inúmeros fatores: tamanho do conjunto a ser resolvido, a maneira como o problema é apresentado, a velocidade e tamanho da memória do equipamento disponível etc.

Para analisar os algoritmos quanto à sua eficiência computacional foi desenvolvida uma teoria de *complexidade*, importante conceito de comparação entre várias alternativas. Como as máquinas estão ficando cada vez mais baratas e mais eficientes, parece perda de tempo desenvolver algoritmos melhores. Pode-se perguntar se não seria melhor aguardar a próxima geração de máquinas para melhorar o tempo de resposta. Um argumento a favor do desenvolvimento é descrito a seguir.

2.5.1 Eficiência de algoritmos: Complexidade

Supondo-se que um determinado problema resolvido por um algoritmo exponencial com um conjunto de n pontos leve $10^{-4} 2^n$ segundos para um conjunto com 10 pontos, um décimo de segundo bastaria. Para um conjunto de 20 pontos, seriam necessários 2 minutos. Para um conjunto de 30 pontos, um dia inteiro (de 24 horas) não seria suficiente. Um ano inteiro (quase 9000 horas) daria para resolver um conjunto de apenas $n=38$.

Comprando-se um computador cem vezes mais rápido e usando o mesmo algoritmo acima, resolver-se-ia o problema em $10^{-6} 2^n$ segundos. Para $n=10$, o tempo seria abaixado em 100 vezes. Porém, para $n=20$ e 30, este tempo seria de um segundo e trinta minutos respectivamente. E um ano seria necessário para resolver um problema com apenas 45 pontos. De modo geral, a nova máquina

poderia resolver problemas de no máximo $n+7$ pontos no mesmo tempo da máquina anterior.

Se, ao invés disto, o investimento fosse feito na busca de um algoritmo mais eficiente, por exemplo um algoritmo cúbico, o resultado seria melhor. Por exemplo, supondo que o problema pudesse ser resolvido em $10^{-2} n^3$ segundos com o novo método, em um dia seria possível resolver conjuntos de 200 pontos com a máquina antiga. Em um ano poder-se-ia alcançar 1500 pontos. Pode-se ver na FIG. 2.12 o tempo de resposta para vários conjuntos. Para conjuntos pequenos, menores que 20 pontos, eventualmente, o algoritmo antigo pode ser mais rápido. Poder-se-ia desenvolver um terceiro algoritmo combinando os dois e tomando a decisão por um ou outro dependendo do tamanho do conjunto.

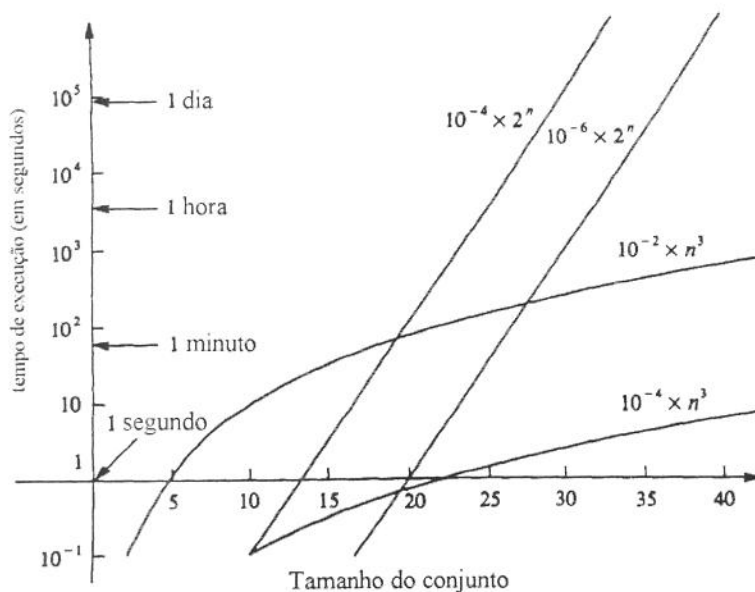


FIGURA 2.12 - Tempo de execução de um algoritmo em relação ao tamanho do conjunto para diversas complexidades.

FONTE: BRASSARD & BRATLEY, 1988.

Um modo de analisar os algoritmos é estudar a performance de *pior caso*, ignorando fatores constantes de modo a determinar a dependência funcional do tempo com o número de entradas n . Esta visão é atrativa porque permite provar para muitos casos a questão da proporcionalidade do tempo. Por exemplo, pode-se

afirmar com certeza que o *mergesort* (algoritmo que executa a união ordenada de dois conjuntos) roda num tempo proporcional a $n \log n$. (SEdgeWICK, 1990). Não faz diferença se o algoritmo roda em um micro ou em um supercomputador, ou se a implementação de determinado passo foi feita com poucas instruções ou com muitas instruções desnecessárias. Do ponto de vista matemático estes fatores são equivalentes.

O artifício matemático para definir precisamente estas noções é chamado notação O. Define-se a seguir:

notação: Uma função $g(N)$ tem ordem $O(f(N))$ se existirem constantes c_0 e N_0 tal que $g(N)$ é menor que $c_0 f(N)$ para todo $N > N_0$.

Isto encapsula a noção de "é proporcional a" e deixa livre a inclusão ou não de detalhes maiores de uma implementação ou de uma máquina. Há outras consequências matemáticas. Um determinado algoritmo que incorpora dois outros algoritmos de ordens diferentes terá complexidade igual ao de maior ordem. A afirmação de que um algoritmo seja $O(f(N))$ não implica que o tempo seja necessariamente o mesmo. O que se afirma é que o tempo será sempre menor ou igual. Para determinadas situações práticas é melhor usar uma noção de análise de caso médio, onde na média existe uma proporção no tempo em relação a n . O problema é que a prova do caso médio é muito mais difícil e é desconhecida de muitos algoritmos na prática. Só para ilustrar, o algoritmo de ordenação de conjuntos chamado de *quicksort* tem complexidade $O(n^2)$, mas para os conjuntos encontrados na prática o tempo é proporcional a $n \log n$.

Além de analisar a complexidade, acaba por ser necessária também uma análise empírica, onde uma performance típica do algoritmo para os conjuntos usados na prática possa ser medida. O perigo de uma análise comparativa meramente empírica está em que um dos algoritmos pode estar otimizado e o outro

não. Além disto, todo o ambiente computacional, tais como máquina, linguagem, tamanho de variáveis deve ser controlado.

2.6 Algoritmos para MMC e máquinas computadorizadas

Nos últimos anos, máquinas computadorizadas para medir desvios de forma começaram a popularizar-se, pois elas permitem obter medidas acuradas de maneira mais rápida e são facilmente reprogramadas em função de alterações nos projetos. Estas máquinas significaram uma mudança repentina e radical na tecnologia metrológica no início dos anos 80. Se por um lado elas representaram uma maior facilidade na obtenção de medidas, por outro lado, os padrões de tolerância e metrologia estabelecidos por décadas de práticas industriais passaram a apresentar inconsistências que não haviam sido percebidas antes. SRINIVASAN & VOELCKER (1993) afirmaram que tal fato levou a uma "crise metrológica" e algumas indústrias de precisão tiveram de interromper o uso de MMCs temporariamente. A principal razão pela qual ocorreu esta crise era o software das máquinas. Os erros de software podem ser divididos em várias fontes, como será visto na próxima seção.

2.6.1 O algoritmo como fonte de erros em medições

Não havia concordância quanto ao fato de que a influência do software na metrologia fosse objeto significativo de estudos. A própria ASME em sua norma de incertezas afirma que os erros advindos de processamento de dados são desprezíveis (ASME PTC 19.1 1985). Situações na prática provaram que isto era ledado engano. Várias evidências ao longo dos últimos anos derrubaram esta certeza. HOPP (1993) cita vários exemplos. Para citar um trabalho, KUNSMANN & WALDELE (1988) testaram vários pacotes de software para vários desvios de forma, comparando-os com um software padrão. Para a circularidade, por exemplo, 76% apresentaram um erro menor que $0,1\mu\text{m}$, 7% um erro até $0,5\mu\text{m}$ e 9% um erro

maior que 2 μm . Deve-se enfatizar que todos os softwares utilizavam o mesmo método, LSC.

Os principais erros a que estão sujeitos os softwares são (HOPP, 1993):

a) Método de otimização escolhido para computar o objeto. Apesar de muitos dos problemas matemáticos encontrados na metrologia serem não lineares, são feitas aproximações para diminuir o tempo de cálculo. Um exemplo no caso da circularidade é o algoritmo de aproximação linear de Chebyshev (DHANISH e SHUNMUGAM, 1989). Obviamente, é necessário verificar se as aproximações não estão causando desvios muito grandes.

b) O ambiente computacional. É preciso lembrar que os computadores são máquinas binárias, mas os dados são decimais. Alguns números redondos em base decimal, como por exemplo 0,1 são dízimas periódicas em binário. Seriam escritos como 0,099999... . O tamanho das variáveis dos programas deve ser suficientemente grande para não propagar erros significativos, mas isto às vezes consome muito espaço em memória.

c) Tratamento de casos extremos. Reside na capacidade do software de tratar os extremos de um determinado problema. Por exemplo, ao calcular a circularidade utilizando pontos (caso discreto), pode ocorrer de dois pontos formarem uma reta paralela ao eixo y. Se o software utiliza a inclinação da reta formada entre os pontos para o cálculo, pode ocorrer um erro uma vez que a tangente é infinita. Existem técnicas que permitem vencer este tipo de obstáculo e a implementação deve enfocar este aspecto.

d) Erros de código. Existem problemas de erros de código que deixam de tratar alguma situação não prevista. Por alguma razão durante os testes estes erros não puderam ser verificados. Isto ocorre às vezes por causa dos conjuntos escolhidos, que não refletem todas as situações práticas.

Todos estes erros podem ser verificados através de métodos comparativos como os propostos por HOPP (1993) e por KUNSMANN & WALDELE (1988). Nestes testes o software é tratado como uma “caixa preta” e conjuntos com dados são rodados. Os resultados são comparados a um software que se considera fornecer o valor verdadeiro da peça. O grande problema desta abordagem é que não existem softwares padrão de comparação aceitos universalmente e o problema continua em aberto. Quando existirem estes padrões será possível assertivas do seguinte teor: o software para determinação de circularidade de determinado fornecedor está X% de acordo com o software padrão do instituto Y (SPROW, 1990).

Além dos problemas citados, pode-se também questionar o modelo matemático utilizado. Como foi visto no item de normas, vários métodos são aceitos e os resultados para um mesmo conjunto serão também diferentes. Mesmo utilizando um mesmo método, algoritmos diferentes podem dar resultados diferentes (KAISER et Al., 1994).

No caso prático específico para MMCs, o algoritmo mais utilizado é o LSC, por ser de fácil implementação. É necessário conhecer o comportamento das diferenças entre este método e o MZC, mais recomendado por estar de acordo com a norma de tolerância. Uma série de algoritmos MZC foram propostos, destacando-se aqueles baseados em geometria computacional.

2.7 Algoritmos MZC utilizados em circularidade

Com base nas informações acima, pode-se ter uma visão de uma série de algoritmos utilizados atualmente e outros propostos em artigos.

Antes de iniciar os algoritmos propriamente ditos, é interessante formalizar o problema do ponto de vista do método MZC e provar que existem 3 arranjos (vistos mais adiante) para possíveis respostas ao problema, conforme ROY e ZHANG (1992).

Seja um conjunto S contendo n pontos $P_1 \dots P_n$, obtido por uma MMC. Deseja-se determinar 2 círculos concêntricos que tenham separação radial (SEP) mínima.

Matematicamente, tem-se as seguintes restrições:

- a) obter um par de círculos C_1 e C_2 com mínima separação radial
($\min SEP = R_1 - R_2$)
- b) C_1 e C_2 são concêntricos
- c) O conjunto S está contido entre C_1 e C_2
- d) $R_1 \geq R_2 \geq 0$, sendo R_1 e R_2 os raios de C_1 e C_2

Os passos para que estas condições sejam obedecidas serão:

Passo 1: Sejam dois círculos C_1 e C_2 concêntricos de modo que todo o conjunto S esteja contido entre eles (FIG. 2.13).

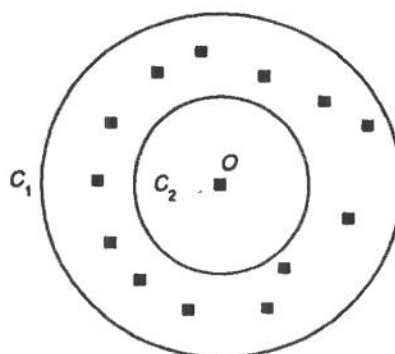


FIGURA 2.13 - Um conjunto de pontos S .

FONTE: ROY & ZHANG (1992).

Aumentando o R_2 e diminuindo R_1 até que cada círculo toque um ponto, fará com que $SEP = R_1 - R_2$ diminua (FIG. 2.14).

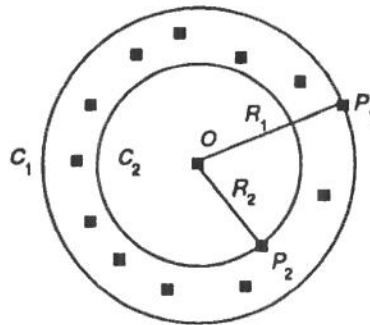


FIGURA 2.14 - Anel circular onde dois pontos tocam os círculos.

FONTE: ROY & ZHANG (1992).

Passo 2: É possível diminuir ainda mais SEP . Deixando R_1 constante, pode-se mover o centro dos círculos ao longo do arco de raio R_1 satisfazendo as condições b) e c), até que mais um ponto seja tocado. Então $SEP' < SEP$ (FIG. 2.15).

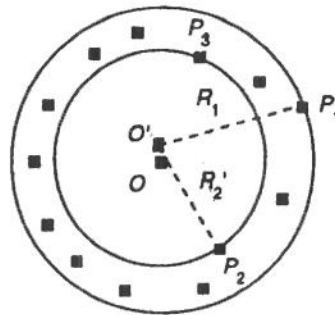


FIGURA 2.15 - Anel circular onde três pontos tocam os círculos. A separação entre os círculos é menor do que a figura anterior.

FONTE: ROY & ZHANG (1992).

Passo 3: Ainda sob as condições b) e c), O' pode mover-se ao longo da bissetriz de P_2P_3 , localizando um novo centro O'' (FIG. 2.16)

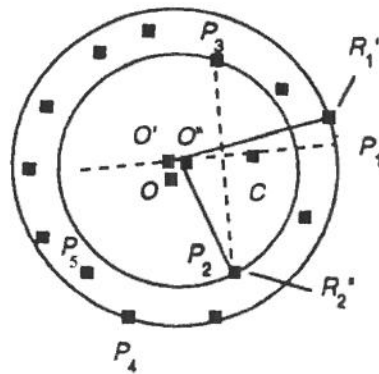


FIGURA 2.16 - Posicionamento do centro para que os círculos toquem quatro pontos.

FONTE: ROY & ZHANG (1992).

Se o'' for movido para a direita C_1 tocará um quarto ponto P_4 . Por outro lado, se o'' for movido para a esquerda C_2 é que tocará um outro ponto, por exemplo, P_5 . Em qualquer destes casos SEP'' será menor que SEP' . A prova para este fato é descrita a seguir (FIG. 2.17).

prova:

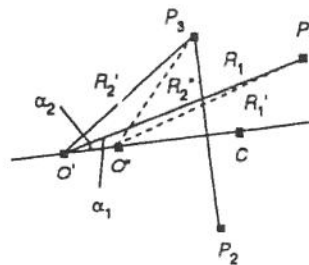


FIGURA 2.17 - Prova geométrica de que a separação com quatro pontos é menor.

FONTE: ROY & ZHANG (1992).

$$\Delta R_1 = o'o'' \cos \alpha_1 \quad \text{e} \quad \Delta R_2 = o'o'' \cos \alpha_2$$

Como $o'o''$ é pequeno, pode-se considerar que $R_1' \approx R_1 - \Delta R_1$ e $R_2'' \approx R_2' - \Delta R_2$

$$SEP' = R_1 - R_2$$

$$SEP'' = R_1' - R_2'' \approx (R_1 - \Delta R_1) - (R_2' - \Delta R_2) = SEP' - (\Delta R_1 - \Delta R_2)$$

Como $\alpha_2 > \alpha_1$, $\Delta R_1 > \Delta R_2$ então $SEP'' < SEP'$.

Pode-se imaginar três casos possíveis para combinar quatro pontos do conjunto (FIG. 2.18).

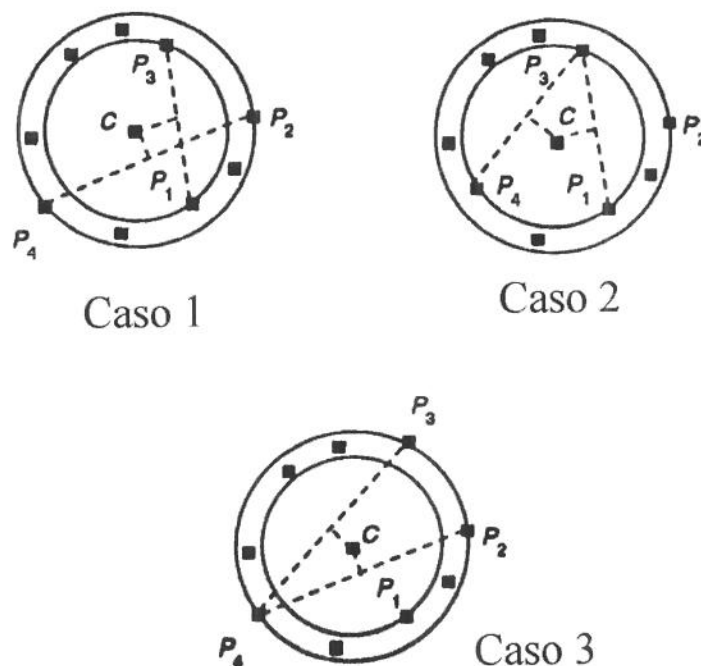


FIGURA 2.18 - Os três casos possíveis de configuração dos pontos para o método MZC.

FONTE: ROY & ZHANG (1992).

Generalizando, dado um conjunto de n pontos ($n \geq 4$) num plano, existe um par de círculos concêntricos com mínima separação que contém o conjunto. Os círculos passam por pelo menos quatro pontos, sendo que cada círculo passa por pelo menos um ponto.

Usando um algoritmo "ad hoc" (heurístico), combinar-se-iam os n pontos quatro a quatro até encontrar uma situação que satisfizesse as restrições. Tal método teria uma complexidade $O(n^4)$, o que, como foi visto, não permitiria um número muito grande de pontos no conjunto.

2.7.1 Aproximação linear de Chebyshev

Várias são as implementações com este tipo de aproximação linear. Por exemplo DHANISH e SHUNMUGAM (1991) desenvolveram um algoritmo que apesar de levar até cinco vezes mais tempo que o LSC, obtém um par de separação

menor. Os autores afirmaram que o algoritmo atinge a otimalidade, mas não houve uma análise dos três casos.

O algoritmo de DHANISH & SHUNMUGAM baseia-se na aproximação linear de Chebyshev. Várias geometrias podem ser expressas por funções lineares do tipo:

$$f_i = a_1 u_{i1} + a_2 u_{i2} + a_3 u_{i3} + \dots a_j u_{ij} + \dots + a_m u_{im} \quad (2.3)$$

Onde m é o número de variáveis, a_j e u_{ij} designam os parâmetros de cada ponto. Através de coordenadas polares, desde que o perfil esteja alinhado (FIG 2.19), pode-se reescrever a equação da circunferência como a aproximação:

$$f_i = r_0 + x_0 \cos \Theta_i + y_0 \sin \Theta_i \quad (2.4)$$

As distâncias do círculo de ajuste a cada ponto do conjunto são:

$$e_i = r_0 + x_0 \cos \Theta_i + y_0 \sin \Theta_i - r_i \quad (2.5)$$

Partindo-se destas equações pode-se montar um algoritmo iterativo que calcula os parâmetros do círculo. Procuram-se os parâmetros a_j de f_i de modo que o maior valor de $|e_i|$ (considerando cada i -ésimo ponto do conjunto) seja mínimo. Nota-se aqui a diferença com o LSC, cujo princípio seria de procurar um círculo onde $\sum |e_i|^2$ fosse mínima. O valor do desvio de circularidade é igual à soma do maior $|e_i|$ e do menor $|e_i|$. Comparando-se as equações, nota-se que para um círculo $u_{i1} = 1$, $u_{i2} = \cos \Theta_i$, $u_{i3} = \sin \Theta_i$ e que $a_1 = r_0$, $a_2 = x_0$ e $a_3 = y_0$. Assim para cada geometria de desvio estas variáveis são alteradas e incluídas no algoritmo.

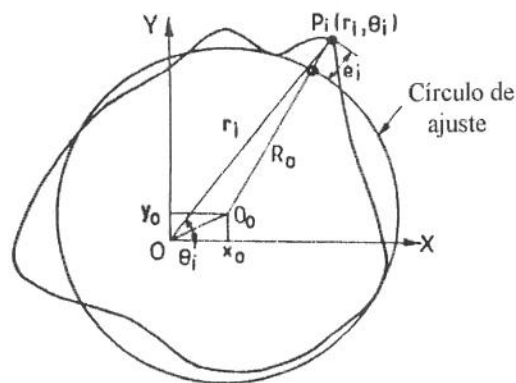


FIGURA 2.19 - Desvio de circularidade com coordenadas polares.

FONTE: DHANISH & SHUNMUGAM, 1991.

Para ter-se uma melhor idéia do funcionamento do algoritmo, pode-se ver na FIG. 2.20 um fluxograma.

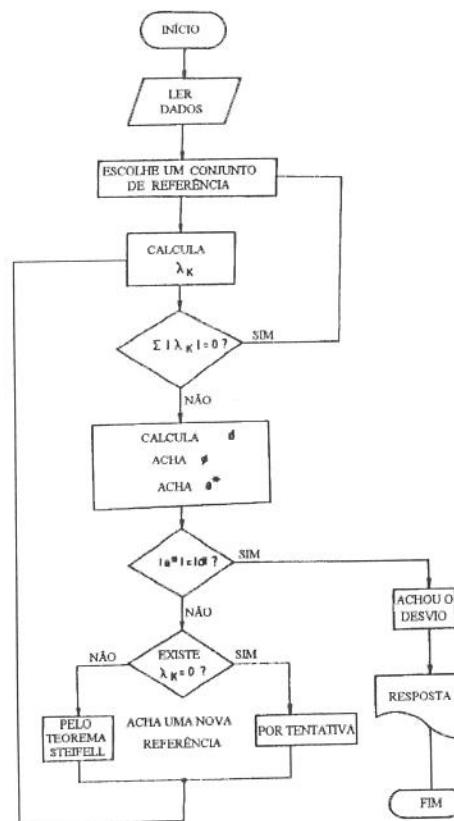


FIGURA 2.20 - Diagrama do algoritmo por aproximação de Chebyshev.

FONTE: DHANISH & SHUNMUGAM, 1991.

A vantagem deste tipo de aproximação e de outros métodos, tais como minimax, simplex etc. é que podem ser aplicados a vários desvios de geometrias diferentes. Este argumento induziu a uma busca de um algoritmo mais genérico. De qualquer modo, um programa diferente deve ser desenvolvido para cada tipo de geometria, mesmo baseando-se no mesmo método. Com os computadores atuais o fato de desenvolver-se um método exclusivo para cada geometria não é mais problema, o que justifica que métodos melhores para uma geometria específica podem ser utilizados. Este algoritmo não teve sua complexidade determinada pelos autores e é de difícil análise. O fato de fazer-se várias tentativas pode implicar em um grande esforço computacional para conjuntos maiores.

2.7.2 Simulação de Monte Carlo

Ainda que este algoritmo seja mais voltado para o problema da amostragem da leitura, uma interessante implementação foi feita recentemente por CHANG e LIN (1993). Eles afirmaram que deve-se levar em conta o fato de que a causa do desvio de circularidade são as vibrações sofridas durante o processo de fabricação. O ponto focal deste artigo é amostrar um número mínimo de pontos de modo a obter a leitura correta. A leitura do desvio MZC foi obtido através de análise da imagem do perfil por um processo de saturação de imagens. As imperfeições da peça foram modeladas através da série harmônica de Fourier e um exemplo pode ser visto na FIG. 2.21.

Vários conjuntos com diferentes ordens da série foram montados. A simulação de Monte Carlo randomizou um número de pontos originados nas séries harmônicas de Fourier. O resultado foi obtido em forma de erro relativo. A partir de $n = 200$, foi atingido o erro mínimo para as várias ordens. Quanto maior o número de ordem i , menor o erro relativo, com mostra a FIG 2.22.

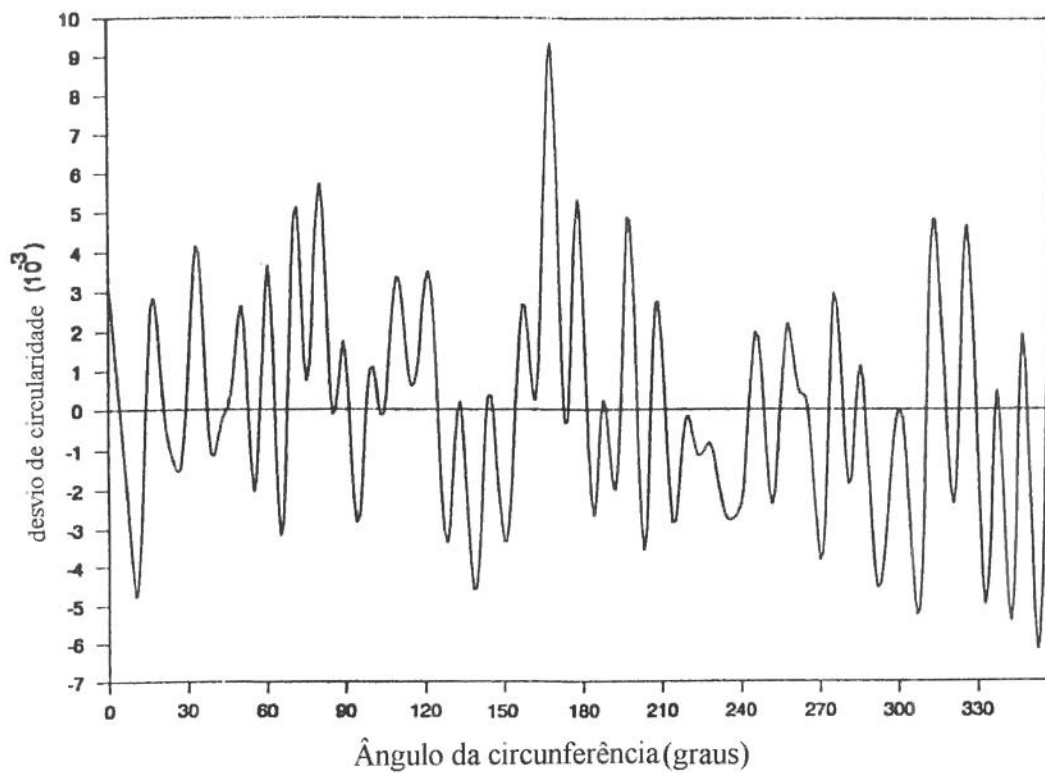


FIGURA 2.21 - Aproximação de um perfil utilizando análise de Fourier.

FONTE: CHANG & LIN, 1993.

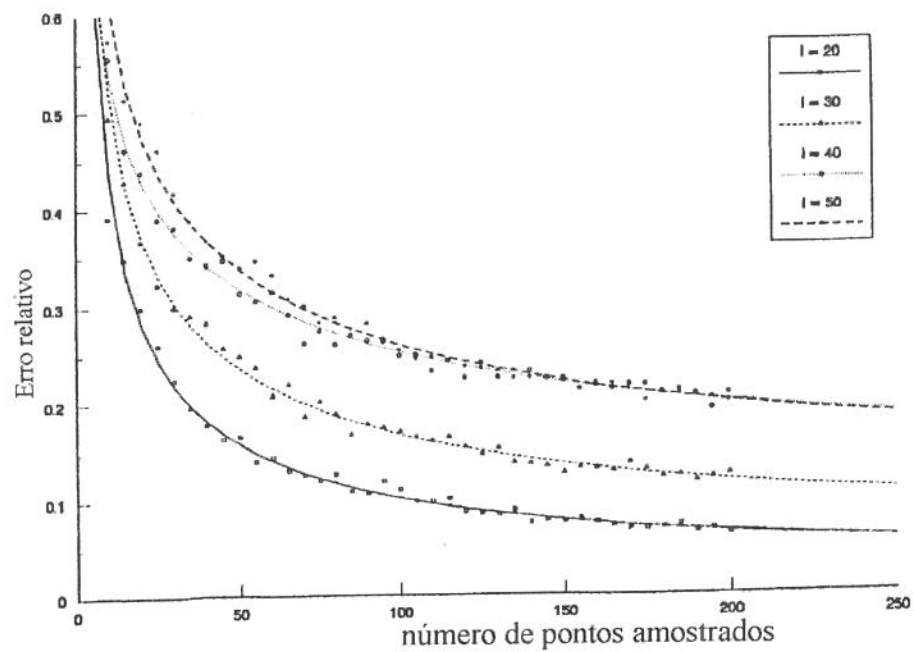


FIGURA 2.22 - Erros relativos em relação à n .

FONTE: CHANG & LIN, 1993.

Isto mostra que deve existir um cuidado na escolha do número de pontos do conjunto a ser considerado. Amostragem de 4 ou 5 pontos, muito usadas na prática podem mascarar o perfil real da peça e fornecer um desvio bem abaixo do real. Segundo HOCKEN et al. (1993), o número mínimo de pontos deveria ser de 7 para formas ovalizadas. Para um número maior de lóbulos, o número mínimo deveria variar entre 13 e 19, para obter uma incerteza de menos de 10% da amplitude.

2.7.3 Algoritmo utilizando os diagramas de Voronoi

Os diagramas de Voronoi (também chamados regiões de Dirichlet) são usados em muitas aplicações como reconhecimento de imagens e cálculos por elementos finitos. Segundo PREPARATA & SHAMOS (1988), os diagramas foram propostos por um matemático russo no século passado para resolver determinados problemas associados a conjuntos de pontos. Várias extensões foram feitas ao conceito inicial, com propriedades específicas para cada tipo de diagrama e generalizando os diagramas para outras figuras geométricas. Por exemplo, para círculos e retas LEE & DRYSDALE (1981) desenvolveram um método. Vários problemas relacionados com otimização, distâncias, proximidade podem ser abordados de uma maneira totalmente diferente ao usarem-se estes diagramas.

Os diagramas de Voronoi para um conjunto de pontos podem ser definidos como uma partição do plano em várias regiões poligonais. Isto implica em que o diagrama é formado por arestas e vértices, com propriedades associadas a um determinado conjunto de pontos. Estas propriedades dependem do tipo do diagrama. Algumas definições e propriedades dadas a seguir são importantes para conhecer seu potencial na área metrológica.

Considere-se um conjunto S com n pontos. O *polígono próximo de Voronoi* associado a um ponto p_i (i varia de 1 a n) de S é a região onde outros pontos estão mais próximos de p_i do que de qualquer outro ponto do conjunto S . O *diagrama*

próximo de Voronoi para o conjunto S é a interseção de todos os polígonos próximos associados a cada ponto p_i . (FIG 2.23)

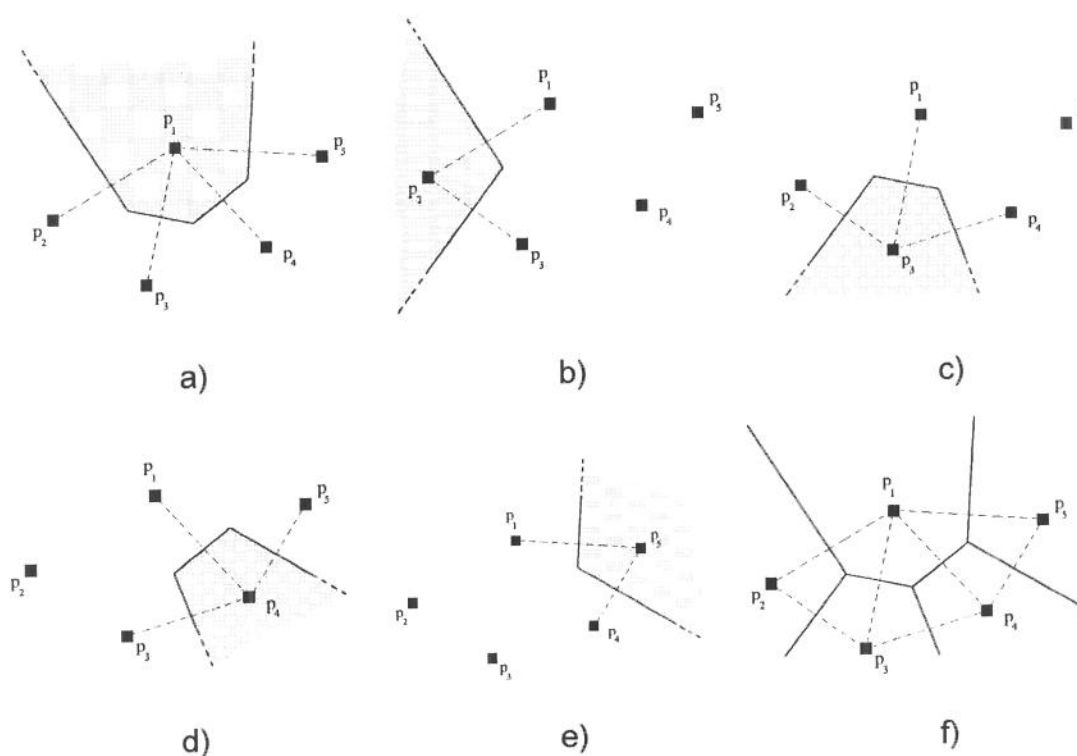


FIGURA 2.23 - Definição do diagrama próximo de Voronoi. O exemplo acima considera um conjunto de 5 elementos. Para cada ponto a região escura define distâncias mais próximas ao ponto p_i do que de qualquer outro ponto do conjunto (a,b,c,d, e para p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 respectivamente). Em f foi feita a interseção das regiões de todos os pontos do conjunto, gerando o *diagrama próximo de Voronoi*.

Cada vértice define para aquele conjunto de pontos, o centro de um círculo que passa por três pontos do conjunto, de modo que nenhum outro ponto do conjunto se encontre dentro do círculo. Por cada aresta passa o centro de um círculo no qual 2 pontos do conjunto intersectam-se de modo que todos os outros pontos de S estejam do lado externo do círculo. A primeira propriedade é de evidente utilidade. Ela pode ser usada para achar o caso 2 do MZC, descrito anteriormente ou para resolver o problema MIC (FIG. 2.24). Nesta figura dois dos seis vértices foram identificados. O vértice v_1 define dois círculos com separação SEP_1 . O vértice v_2 define SEP_2 . Para achar a resposta para o caso 2 bastaria comparar as separações dos seis vértices e escolher a menor delas, neste exemplo

SEP_2 . A segunda propriedade deve ser usada em conjunto com outro diagrama, a ser definido mais adiante.

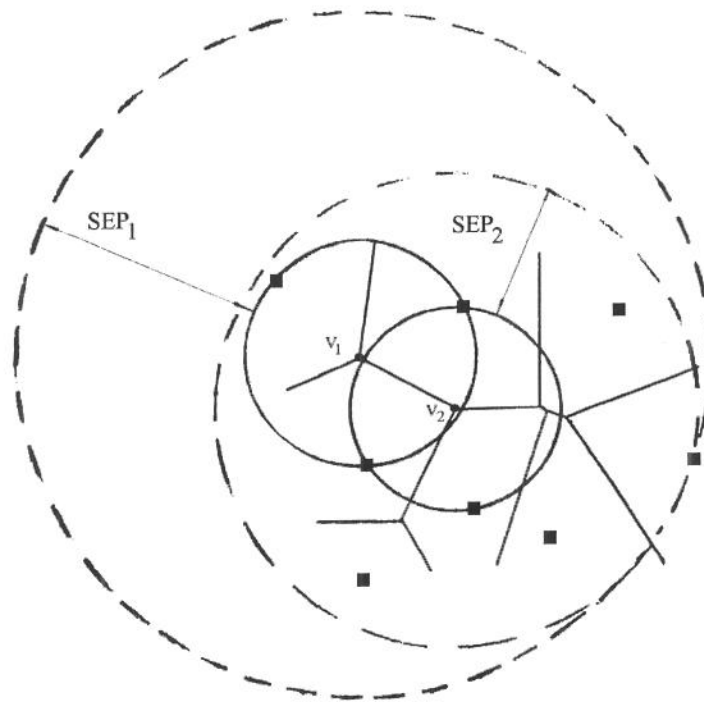


FIGURA 2.24 - Propriedade do diagrama próximo de Voronoi para um conjunto S de 8 pontos.

Analogamente, o *diagrama afastado de Voronoi* forma-se com a interseção das regiões mais afastadas a cada ponto p_i (FIG. 2.25). Os vértices podem ser centros de círculos que passam por três pontos, de modo que todos os outros pontos estarão dentro do círculo. Da mesma forma, sobre as arestas podem-se definir círculos em que dois pontos os tocam e de modo que todos os outros pontos de S estejam entre eles contidos.

A primeira propriedade resolve o caso 3 ou o MCC (FIG. 2.26). Nesta figura os três vértices foram identificados. O vértice v_1 define dois círculos com separação SEP_1 , o vértice v_2 define SEP_2 e o vértice v_3 define SEP_3 . Para achar a resposta

para o caso 3 bastaria comparar as separações dos três vértices e escolher a menor delas, que na FIG. 2.26 é a SEP_1 .

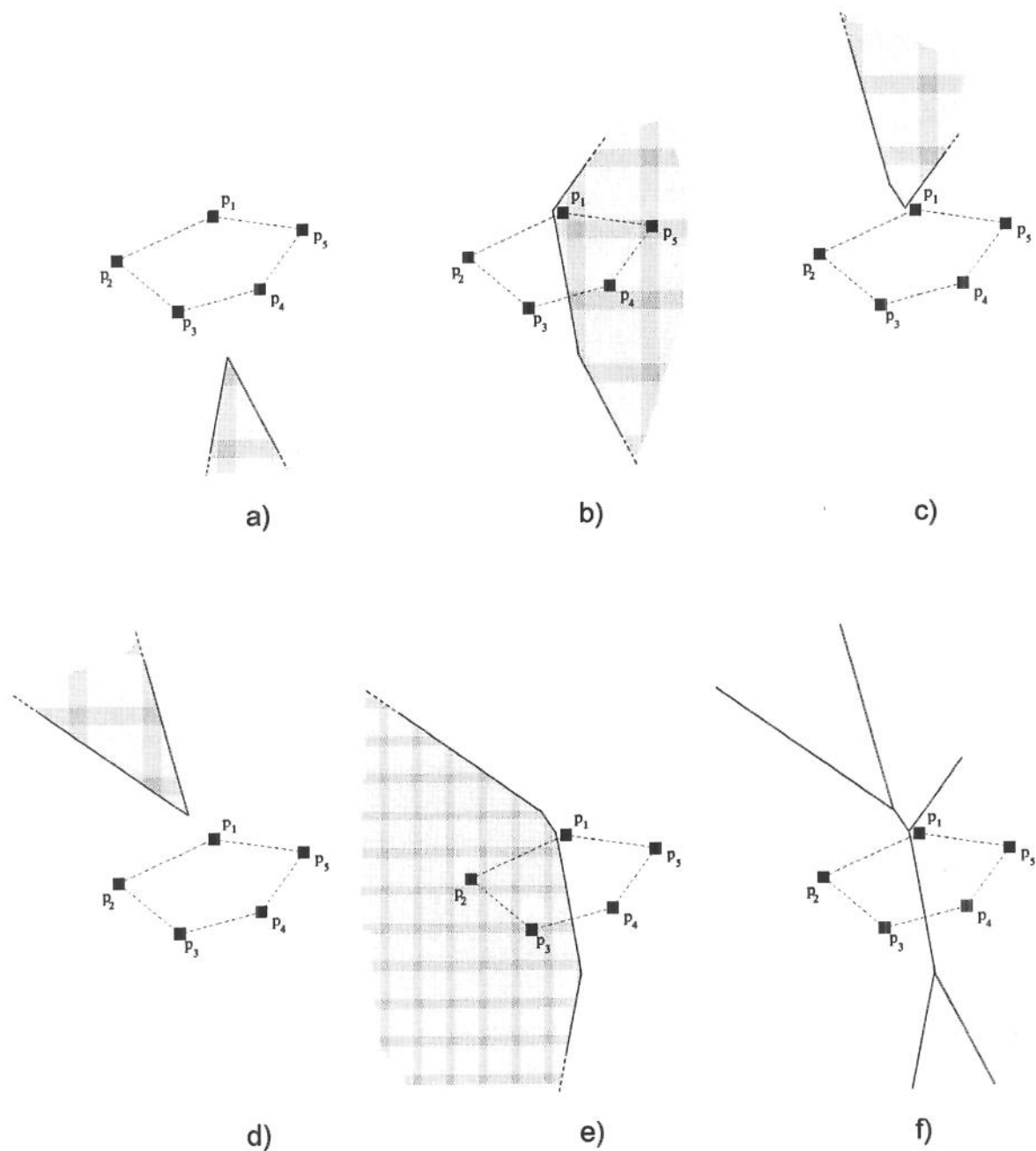


FIGURA 2.25 - Definição do diagrama afastado de Voronoi. O exemplo acima considera um conjunto de 5 elementos. Para cada ponto a região escura define distâncias mais distantes ao ponto p_i do que de qualquer outro ponto do conjunto (a,b,c,d, e para p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 respectivamente). Em f) foi feita a interseção das regiões de todos os pontos do conjunto, gerando o *diagrama afastado de Voronoi*.

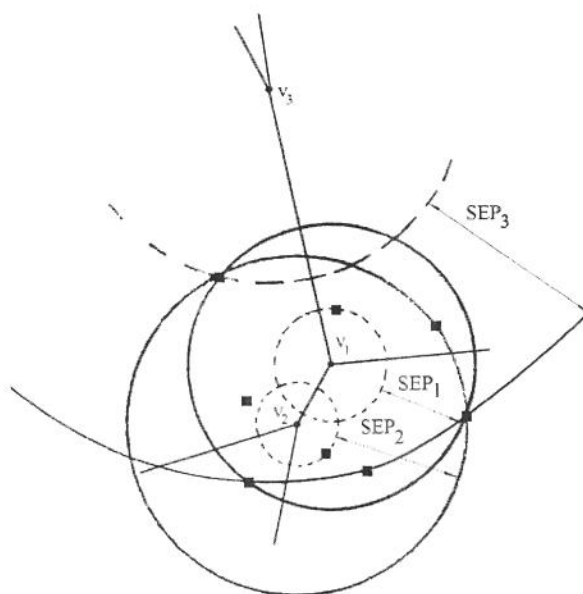


FIGURA 2.26 - Propriedade do diagrama afastado de Voronoi para o mesmo conjunto S da figura anterior.

O último caso é calculado fazendo a interseção dos diagramas (FIG 2.27). Isto se deve às propriedades descritas acima. As interseções definem dois pontos no círculo externo e dois pontos no círculo interno, de modo que o restante do conjunto esteja contido no anel circular.

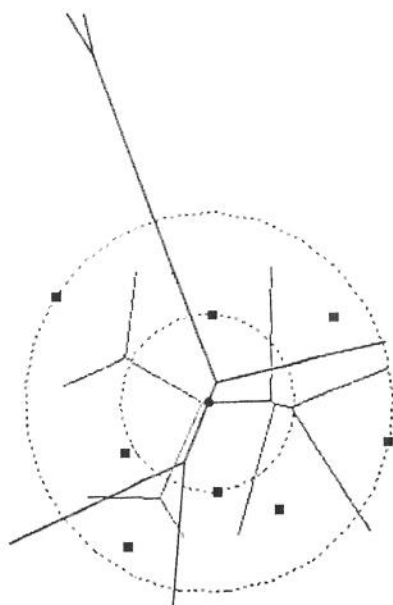


FIGURA 2.27 - Interseção dos diagramas de Voronoi para o conjunto S de oito pontos. Notar que as três interseções são soluções possíveis.

Uma vez calculados os diagramas, cada vértice e cada interseção são considerados como um possível centro para a solução do desvio. A mínima separação é calculada para os casos 1,2 e 3, estes últimos são comparados e o menor valor é escolhido.

Vários autores têm proposto diferentes algoritmos utilizando diagramas de Voronoi. Destacam-se dentre estes o algoritmo de LE & LEE (1991). Nele os autores utilizaram os eixos médios (medial axes, descritos por LEE, 1982)) de um polígono e o diagrama afastado de Voronoi e propuseram um novo método chamado MAD (minimum area difference). Uma implementação mais completa e adequada às normas foi proposta por ROY & ZHANG, onde através dos diagramas obtêm-se resposta otimizada para o MZC com uma complexidade $O(n \log n)$. O método para achar os diagramas será descrito no Capítulo 3. O conjunto de pontos e os resultados obtidos por ROY & ZHANG podem ser vistos nas tabelas 2.1 e 2.2. O resultado gráfico dos diagramas para estes oito pontos foram apresentados nas FIG. 2.24, 2.26 e 2.27. A diferença entre os métodos foi de 14%.

TABELA 2.1 - Conjunto de oito pontos utilizado por ROY & ZHANG (1992).

pontos	1	2	3	4	5	6	7	8
x_i	4,0000	2,8284	0,0000	-3,5355	-2,0000	-2,1213	0,0000	1,4142
y_i	0,0000	2,8284	3,0000	3,5355	0,0000	-2,1213	-1,0000	-1,4142

FONTE - ROY & ZHANG, 1992.

TABELA 2.2 - Resultados obtidos com o algoritmo de Voronoi.

Método	MZC caso 1	MZC caso 2	MZC caso3	LSC
Resultado	2,2433	2,3505	2,6095	2,5575

FONTE - ROY & ZHANG, 1992.

2.8 Conclusão da revisão bibliográfica

Pode-se constatar que um item teórico de grande importância passou a ser o estudo de algoritmos utilizados nas máquinas computadorizadas. Até recentemente os erros causados pelos algoritmos não eram considerados significativos. Com o aprimoramento da tecnologia e o conseqüente aumento do uso de máquinas automáticas, estes problemas não podem mais ser desprezados. A chamada metrologia computacional ainda não amadureceu o suficiente para ser incluída nas normas de tolerância e metrologia mas nos próximos anos isto deverá ocorrer.

A preocupação de muitos autores ao propor novos algoritmos tem sido mais teórica, deixando dúvidas no que se refere à importância do erro do algoritmo com relação à incerteza da máquina para intervalos de circularidade, raios das peças e número de pontos utilizados na prática. Não é possível uma análise somente teórica deste aspecto uma vez que para MZC não existe solução algébrica.

Dos algoritmos vistos foi escolhido o algoritmo de Voronoi para ser comparado ao LSC. Dentre as razões que levaram a isto, pode-se citar as principais. A complexidade do algoritmo é um dos atrativos, pois quando a tecnologia das máquinas permitir uma análise de um número muito grande de pontos ainda será viável o uso deste. A facilidade de implementação também é um fator importante, que permitirá que vários fabricantes possam escrever seus próprios programas. A consistência de tratamento de casos extremos e a garantia de otimização também foram analisados.

No caso de analisar-se também a questão da amostragem, um algoritmo do tipo Monte Carlo pode ser associado ao algoritmo de Voronoi.

Capítulo 3

Métodos de simulação e equipamentos

Dois programas principais foram desenvolvidos para a simulação, um utilizando o método LSC e o outro utilizando o método MZC. Vários outros programas auxiliares foram desenvolvidos, sendo o principal deles o programa que gerou pontos randômicos para simular a leitura numa MMC.

3.1 A linguagem e os equipamentos

A linguagem utilizada foi o C com compilador da Borland. A razão principal é a portabilidade, ou seja, o programa pode ser utilizado tanto em micros com sistemas operacionais distintos (DOS, OS/2) como em máquinas tipo Risc (UNIX). Além disto esta linguagem trabalha com ponto flutuante de precisão bastante elevada, podendo chegar a $3,4 \cdot 10^{-4932}$ no caso de utilizar-se variável *long double*. No caso dos programas desenvolvidos, utilizaram-se variáveis tipo *double*, que limitam-se a $1,7 \cdot 10^{-308}$ (PAPPAS & MURRAY, 1991).

O micro utilizado foi um 486 DX2, com clock de 66 Mhz, com 8 Mb de memória. Este dado está sendo colocado para ter-se uma idéia do tempo computacional em uma máquina de uso comum. Como será visto, no caso dos programas o tempo de resposta foi pequeno o suficiente para ser usado em qualquer ambiente industrial sem comprometer o processo de medição.

3.2 O método LSC implementado

Vários são as implementações para o método LSC. A implementação escolhida foi a proposta por MURTHY e ABDIN (1980) porque esta independe da origem do sistema de coordenadas e da distribuição dos pontos. Para MMCs isto é uma vantagem, pois não é necessário “centralizar” a peça a ser medida.

Se (x_c, y_c) representam o centro do círculo e R_c o raio, a função seguinte deve ser minimizada:

$$f(x_c, y_c, R_c) = \sum \{ [(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2]^{1/2} R_c \}^2 \quad (3.1)$$

Derivando parcialmente, sendo n o número de pontos do conjunto e D_i a distância do centro ao ponto (x_i, y_i) , tem-se:

$$x_c = [\sum x_i - R_c \sum (x_i - x_c) / D_i] / n$$

$$y_c = [\sum y_i - R_c \sum (y_i - y_c) / D_i] / n \quad (3.2)$$

$$R_c = \sum D_i / n$$

Onde x_i e y_i são as coordenadas de cada ponto P_i , D_i é a distância do centro a cada ponto, d_i é a distância da origem a cada ponto e R_c , x_c e y_c são o raio e o centro do círculo LSC.

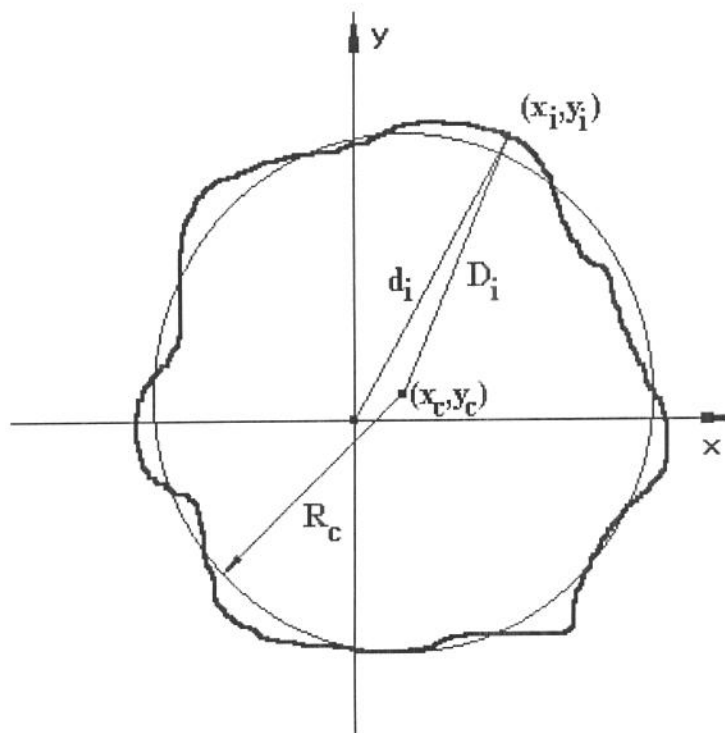


FIGURA 3.1 - Modelamento matemático para o método dos Mínimos quadrados (LSC).

Não é prático resolver estas equações algebricamente para um número grande de pontos. Após resolvê-las de uma forma iterativa, o centro (x_c, y_c) é obtido. As distâncias D_i de cada ponto a partir do centro calculado são ordenadas. A maior e a menor distância são equivalentes ao raio dos círculos concêntricos.

Uma aproximação é muito utilizada quando usam-se gráficos polares com pontos distribuídos simetricamente em relação ao ângulo. Simplificam-se alguns termos devido ao fato da distância da origem ao centro do círculo ser muito pequena e o valor de D_i ser muito próximo do valor de d_i . Neste caso, x_c e y_c são calculados como duas vezes média aritmética dos x_i e y_i e o raio como média das coordenadas polares. Mas quando deseja-se independência da origem do sistema de coordenadas, com pontos distribuídos aleatoriamente ao longo do círculo, deve-se resolver as equações (3.2) de forma iterativa.

O pseudo-código da implementação é escrita a seguir:

```

PROCEDURE LSC
input S(n)
output SEP
Begin
  /***SETANDO VALORES INICIAIS DE a,b,R*****/
    for i = 1 to n
       $a = a + 2 \cdot x_i / n$ 
       $b = b + 2 \cdot y_i / n$ 
       $c = c + [(a - x_i)^2 + (b - y_i)^2]^{1/2} / n$ 
    xcentro=a
    ycentro=b
     $R_c = c$ 
    inicio=1
  /*** INICIO DO PROCESSO ITERATIVO*****/
    While (inicio=1 ou  $[(a - x_c) \neq 0 \text{ and } (b - y_c) \neq 0]$  )
      inicio=0
       $a = x_c$ 
       $b = y_c$ 
       $c = R_c$ 
       $x_c = 0$ 
       $y_c = 0$ 
       $R_c = 0$ 
      for i = 0 to n
         $r_i = [(a - x_i)^2 + (b - y_i)^2]^{1/2}$ 
         $x_c = x_c + (x_i - c \cdot (x_i - a) / r_i) / n$ 
         $y_c = y_c + (y_i - c \cdot (y_i - b) / r_i) / n$ 
         $R_c = R_c + r_i / n$ 
      End
    End
  /*** FIM DO PROCESSO ITERATIVO ***/
  For i = 0 to n
     $r_i = [(x_c - x_i)^2 + (y_c - y_i)^2]^{1/2}$ 
  End
  ORDENA  $r_i$ 
   $SEP = r_{\max} - r_{\min}$ 
End

```

3.3 A implementação do método MZC através do algoritmo de Voronoi

Como foi visto no Capítulo 2, várias implementações de algoritmos para circularidade foram realizadas utilizando parcialmente os diagramas de Voronoi. Pela literatura pesquisada, a implementação mais completa foi a de ROY & ZHANG (1994). Nela utilizam-se os conceitos mais genéricos de diagramas. Geram-se dois tipos de diagramas, o diagrama próximo e o diagrama distante a partir do envelope convexo do conjunto de pontos originais. Um fluxograma simplificado do método é mostrado a seguir na FIGURA 3.2 para ter-se uma visão global do algoritmo.

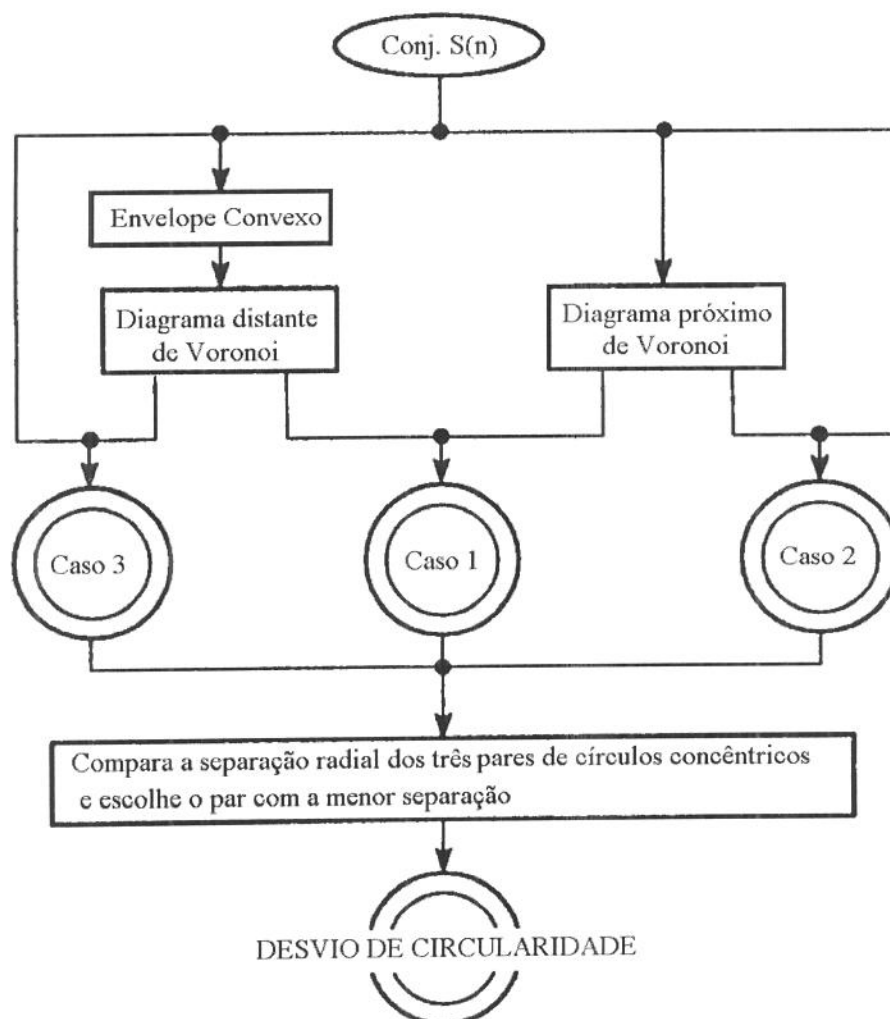


FIGURA 3.2 - Fluxograma do método MZC utilizando os diagramas de Voronoi.

FONTE: ROY & ZHANG (1992).

Os detalhes do fluxograma serão mostrados em quatro passos:

Passo 1: Construir um envelope convexo (convex hull) $EC(S)$.

O chamado *envelope convexo* de um conjunto de pontos S é a fronteira do menor domínio convexo contendo o conjunto S . Ou seja, é o sub-conjunto de S que forma um polígono fechado de modo que:

- contenha todos os pontos de S
- seja convexo, ou seja, todos os ângulos internos ao polígono sejam menores que π .

O algoritmo usado é chamado *Graham Scan Method* que foi proposto por GRAHAM (1972). Sua complexidade equivale a $O(n)$. Nele são examinados três pontos de cada vez, partindo-se do ponto mais próximo do eixo x e varrendo outros pontos no sentido anti-horário. Inicialmente $EC(S)=S$. À medida que os pontos vão sendo identificados como não pertencentes a $EC(S)$ são eliminados do conjunto. Para isto o produto dos vetores $V = P(i+1)P(i) \times P(i)P(i-1)$ é executado. Sendo $|V|$ o determinante de V . Se $|V|$ for maior ou igual a zero, os três pontos formam uma reta ou uma curva para a direita, significando que o ponto do meio não deve fazer parte do conjunto $EC(S)$ (FIG. 3.3). Neste caso ele é eliminado e o próximo ponto entra no vetor. Se $|V|$ for menor que zero o ponto é armazenado. O pseudo-código é escrito como:

Procedure GRAHAM SCAN

Entrada: S

Saída: $EC(S)$ ($\{PO_i\}$)

Begin

For $i = 1$ to N do

Begin

$V = P(i+1)P(i) \times P(i)P(i-1)$

While $|V| < 0$ do

Begin

$CH(S) \leftarrow P(i)$

End

End Output: $CH(S)$

End

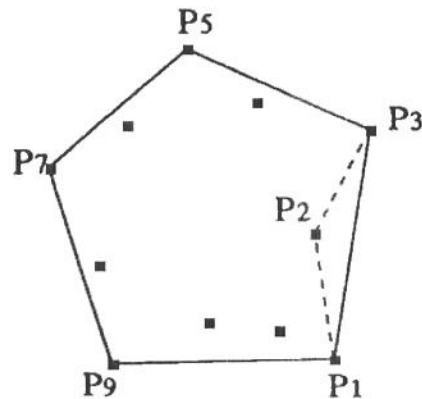


FIGURA 3.3 - Método de Graham. Neste exemplo os pontos p_1 , p_2 e p_3 estão sendo examinados. O ponto p_2 seria eliminado, uma vez que forma um polígono côncavo.

FONTE: ROY & ZHANG (1994).

Passo 2: Gerar o diagrama próximo de Voronoi.

O $NVor(S)$ pode ser construído a partir do próprio conjunto S ou a partir do $EC(S)$. Considerem-se dois pontos $en(j,1)$ e $en(j,2)$ que definem as arestas $En(j)$ do diagrama. O ponto $en(j,2)$ é também o vértice $vn(j)$ do diagrama.

- 1- Determinar os pontos médios $m(i)$ das arestas do polígono.
- 2- Estabelecer uma linha mediana $ml(i)$ passando por $m(i)$ perpendicular à aresta do polígono.
- 3- Cada linha $ml(i)$ tem duas linhas $ml(i-1)$ e $ml(i+1)$ adjacentes. Estas linhas têm dois pontos de interseção, $int(i,1)$ e $int(i,2)$.
- 4- Para cada linha $ml(i)$ é calculada a distância entre $m(i)$ e as interseções. Escolhe-se a interseção mais próxima de $m(i)$, que passa a ser chamada de $Inter(i)$ (FIG. 3.4).

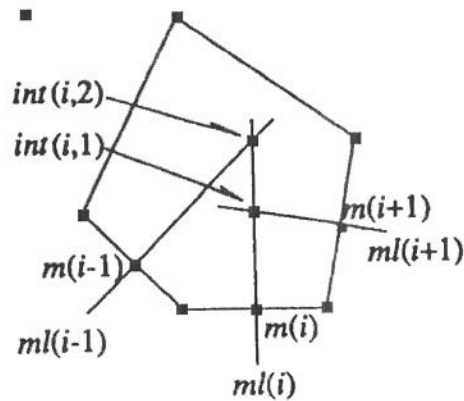


FIGURA 3.4 - Passo 4 do algoritmo de Voronoi.

FONTE: ROY & ZHANG (1994).

5- Se $Inter(i)$ for coincidente com $Inter(i+1)$, então $Inter(i)$ é um vértice $vn(j)$. É também um ponto da aresta $En(j)$, o $en(j,2)$. O outro ponto da aresta neste caso é $en(j,1)=m(i)$ (FIG. 3.5).

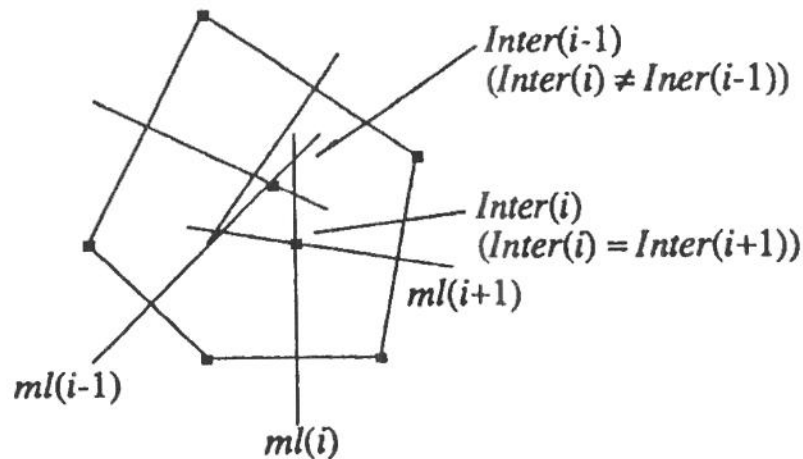


FIGURA 3.5 - Passo 5 do algoritmo de Voronoi.

FONTE: ROY & ZHANG (1994).

6- Os vértices achados no diagrama são formados por três pontos. O ponto que estiver entre as duas arestas deve ser eliminado e um novo conjunto S' é estabelecido. A partir deste novo conjunto uma ação deve ser tomada. No caso da FIG. 3.6, P_2 e P_4 são eliminados e P_1 , P_3 e P_5 formam o novo conjunto.

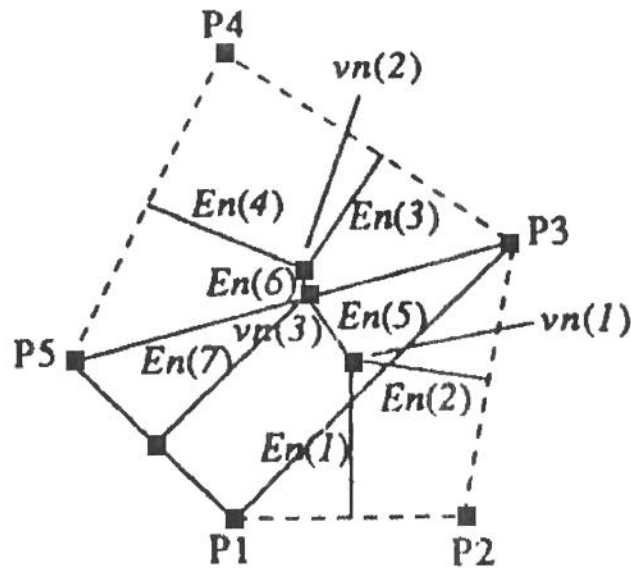


FIGURA 3.6 - Passo 6 do algoritmo de Voronoi

FONTE: ROY & ZHANG (1994).

7- O número de elementos do novo conjunto pode conter:

- a) Zero elementos - neste caso o algoritmo termina
- b) 2 elementos - um segmento ligando os últimos dois vértices completa o diagrama e o algoritmo termina (FIG. 3.7).

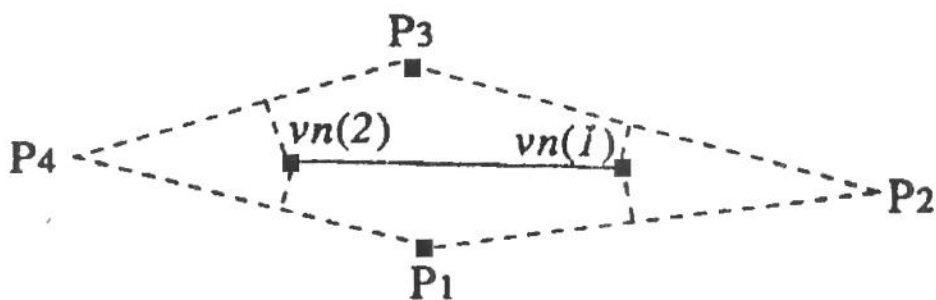


FIGURA 3.7 - Caso só restem 2 pontos, os últimos vértices são ligados.

FONTE: ROY & ZHANG (1994).

- c) Mais de dois elementos - volta ao início do algoritmo com os pontos remanecentes.

O algoritmo pode ser escrito:

Procedure NVOR

```
input S(n)
output vn(j), en(u,1), en(u,2)
Begin
f ← |S|
VOLTA
  k ← f  f ← 0  i ← 1  j ← 1 u ← 1
  For i ← 1 to k
    m(i) ← P(i) + P(i + 1) / 2
    ml(i) ← PERPEND (m(i))
  End
  For i ← 1 to k
    inter(i,1) ← INTERS (ml(i),ml(i + 1))
    inter(i,2) ← INTERS (ml(i),ml(i - 1))
    If DIST(inter(i,1),m(i)) < DIST(inter(i,2),m(i))
      Inter(i) ← inter(i,1)
    Else
      Inter(i) ← inter(i,2)
    End
  End
  For i ← 1 to k
    If Inter(i) = Inter(i + 1)
      vn(j) ← Inter(i)
      en(u,1) ← m(i)      en(u,2) ← Inter(i)
      en(u+1,1) ← m(i + 1)  en(u+1,2) ← Inter(i)
      j ← j + 1      u ← u + 2
    Else
      P(f) ← P(i)
      f ← f + 1
    End
  End
  End
  If |S'| = 0
    FIM
  Else
    If |S'| = 2
      en(u,1) ← vn(j - 1)
      en(u,2) ← vn(j - 2)
      FIM
    Else
      Go to VOLTA
    End
  End
End
End
```

Passo 3: Gerar o diagrama distante de Voronoi.

Para construir um diagrama distante de Voronoi, usa-se o mesmo procedimento, mudando apenas os passos 4 e 5 da seguinte forma:

4 - Ao invés de escolher $Inter(i)$ como mais próximo de $m(i)$, escolhe-se o mais distante.

5 - Se $Inter(i)$ for o mesmo ponto de $Inter(i+1)$, então $Inter(i)$ é um vértice $vf(j)$. É também um ponto $ef(j,2)$ da aresta $Ef(j)$. O outro ponto da aresta neste caso não é $m(i)$, mas o ponto espelhado de $m(i)$ em relação à aresta do polígono original. O ponto $ef(j,1)$ é mostrado na FIG. 3.8. Para calcular-se o espelhamento do ponto em relação à aresta, usa-se a matriz de transformação:

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x & 2ix - y & 2iy \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Esta regra só vale quando o ponto $m(i)$ estiver sobre o polígono original (envelope convexo) estabelecido na primeira iteração. Quando $m(i)$ estiver sobre um aresta secundária $ef(j,1) = m(i)$.

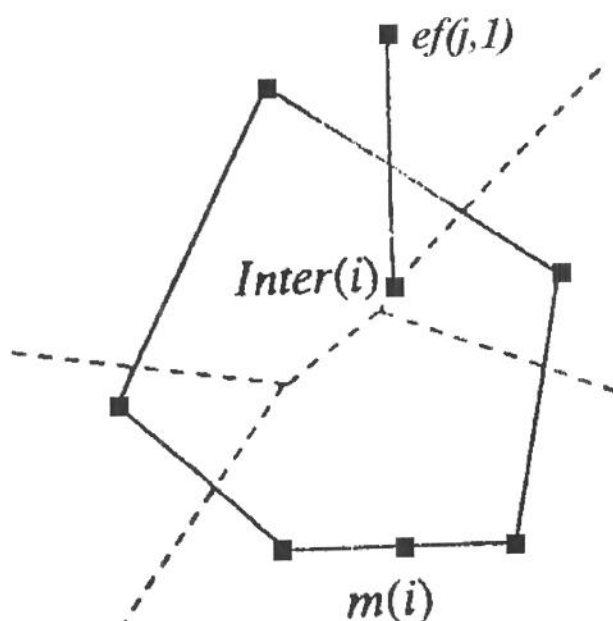


FIGURA 3.8 - Espelhando o ponto $Inter(i)$ em relação à aresta.

FONTE: ROY & ZHANG (1994).

Passo 4: Estabelecer o par de mínima separação para os três casos:

Caso 1: Procura-se as interseções de $F\text{Vor}(S)$ e $N\text{Vor}(S)$. Para toda interseção, pode-se contruir um par de círculos concêntricos em que dois pontos passam pelo menor e dois pelo círculo maior. Calcula-se SEP mínima para o caso 1 (FIG. 3.9). A complexidade para este caso é $O(en.ef)$, onde en e ef são respectivamente o número de arestas do diagrama próximo e do diagrama distante. Pode ser diminuída para $O(en \log ef + k)$, onde k é o número de interseções, segundo um algoritmo proposto em SEDGEWICK (1990).

Caso 2: Para cada vértice $vn(j)$ existe um par de círculos tal que três pontos pertencem ao círculo menor e um ponto ao círculo maior. A separação mínima define SEP2 (FIG. 3.10). A complexidade desta parte do algoritmo é de $O(n.\log n)$.

Caso 3: Para cada vértice $vf(j)$ existe um par de círculos tal que um ponto pertence ao círculo menor e três pontos ao círculo maior. A separação mínima define SEP3 (FIG. 3.11). A complexidade é também $O(n.\log n)$, lembrando apenas que para o diagrama distante o número de pontos é diminuído uma vez que o cálculo é feito sobre o envelope convexo do conjunto S original.

Finalmente, examina-se qual das três separações, SEP1, SEP2 ou SEP3 fornece o menor valor. Este será o desvio de circularidade para aquele conjunto de pontos. Claramente este método é mais eficiente que meramente fazer a combinação dos pontos. A razão para esta melhoria é que, através dos diagramas de Voronoi, somente alguns pares de círculos que satisfazem as definições do erro precisam ser examinados. A complexidade do algoritmo como um todo mantém-se em $O(n.\log n)$. Os pseudo-códigos para examinar os três casos são mostrados a seguir:

Procedure CASO1

Input: $E_N(en(t,1), en(t,2))$

$E_F(ef(u,1), ef(u,2))$

Output: SEP1

Begin

$k \leftarrow 0$

For $i \leftarrow 1$ to N_1 do (N_1 = número de arestas NVor)

For $j \leftarrow 1$ to N_2 do (N_2 = número de arestas de FVor)

$i_p(i,j) \leftarrow \text{INTERSEÇÃO } (E_N(i), E_F(j))$

While $i_p(i,j)$ existe do

RAIO1 ($i_p(i,j), E_N(i)$)

RAIO2 ($i_p(i,j), E_F(j)$)

$k \leftarrow k + 1$

$SEP(k) \leftarrow \text{RAIO1} - \text{RAIO2}$

End

End

End

$SEP1 \leftarrow SEP(1)$

For $i \leftarrow 1$ to k do

If $SEP1 > SEP(k)$

$SEP1 \leftarrow SEP(k)$

End

End

End Output SEP1

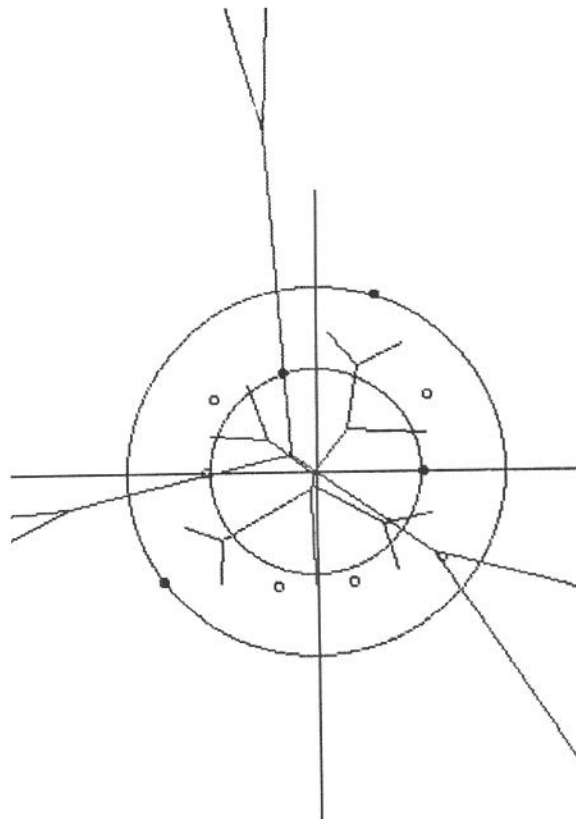


FIGURA 3.9 - Interseção dos diagramas para 10 pontos.

Procedure CASO2

Input: $E_N(en(t,1), en(t,2)), vn(u)$

Output: SEP2

Begin

For $i \leftarrow 1$ to N_1 do ($N_1 = \text{número}$)

$R \leftarrow \text{DIST}(vn(i), P(1))$

For $j \leftarrow 2$ to N_2 do ($N_2 = \text{número}$)

$Raio1 \leftarrow \text{DIST}(vn(i), P(j))$

If $R < Raio1$

$R \leftarrow Raio1$

End

End

$Raio2 \leftarrow (vn(i), en(i,1))$

$SEP(i) \leftarrow Raio1 - Raio2$

End

$SEP2 \leftarrow SEP(1)$

For $i \leftarrow 2$ to N_1 do

If $SEP2 > SEP(i)$

$SEP2 \leftarrow SEP(i)$

End

End

End Output SEP2

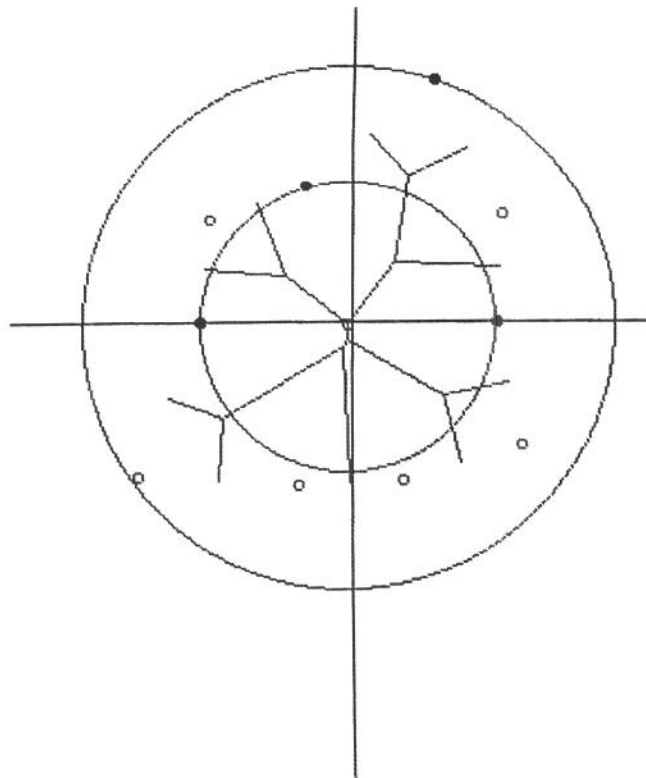


FIGURA 3.10 - Diagrama próximo de Voronoi para 10 pontos (Caso 2).

Procedure CASO3

Input: $E_F(ef(t,1), ef(t,2)), vf(u)$

Output: SEP3

Begin

For $i \leftarrow 1$ to N_1 do (N_1 = número de vértices vf)

$R \leftarrow \text{DIST}(vf(i), P(1))$

For $j \leftarrow 2$ to N_2 do (N_2 = número de S)

$Raio2 \leftarrow \text{DIST}(vf(i), P(j))$

If $R > Raio2$

$R \leftarrow Raio2$

End

End

$Raio1 \leftarrow (vf(i), ef(i,1))$

$SEP(i) \leftarrow Raio1 - Raio2$

End

$SEP3 \leftarrow SEP(1)$

For $i \leftarrow 2$ to N_1 do

If $SEP3 > SEP(i)$

$SEP3 \leftarrow SEP(i)$

End

End

End Output SEP3

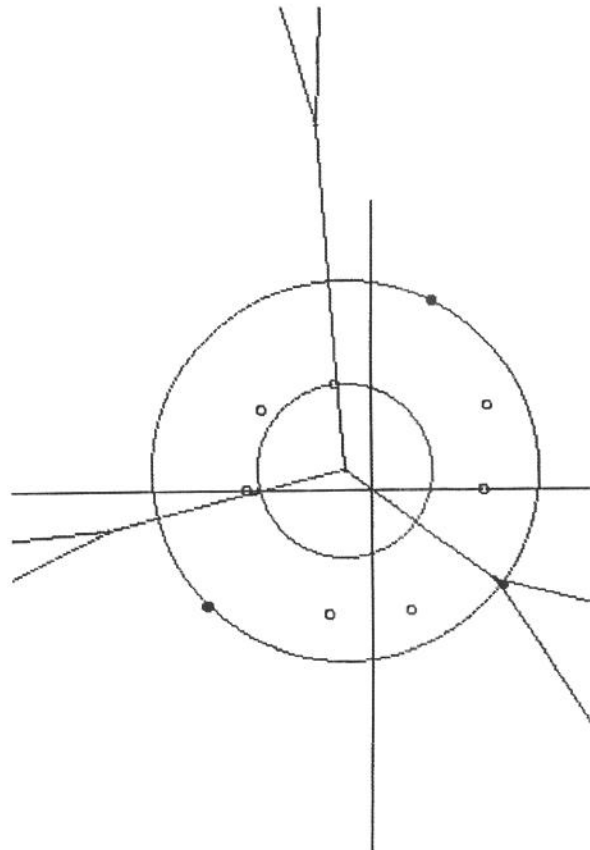


FIGURA 3.11. Diagrama distante de Voronoi para 10 pontos (Caso 3).

3.4 Programa de geração de pontos randômicos

O programa gerador de pontos baseou-se no fato de a linguagem C fornecer um bom randomizador. Deve ser lembrada aqui a diferença entre randômico e aleatório. Um gerador aleatório teria a propriedade de gerar, dentro de um limite pré-estabelecido, um valor qualquer. Por exemplo, repetindo milhares de vezes a operação para números entre 0 e 10, uma distribuição aleatória seria obtida. Poder-se-ia obter o dobro de números 1 em relação aos outros números.

Na geração randômica entre 0 e 10, a probabilidade de aparecer um número dentro do conjunto é idêntica para todos. Ou seja, considerando-se o exemplo acima, supostamente para milhares de jogadas obter-se-ia uma distribuição aproximadamente igual para todos os elementos pertencentes ao conjunto (SEdgeWICK, 1990).

No caso do programa desenvolvido, todos os pontos inicialmente pertencem a uma circunferência perfeita, com raio determinado. Um intervalo de desvio de circularidade é fornecido. Dois pontos escolhidos randomicamente são mantidos em cima da circunferência original. Dois outros pontos são movidos para uma segunda circunferência obtida pelo valor do desvio. Todos os outros pontos do conjunto são movidos randomicamente dentro do anel formado pelos dois círculos, como mostra a FIG. 3.12.

Poder-se-ia esperar que os desvios calculados pelo método MZC fossem iguais ao valor fornecido ao programa. Contudo isto nem sempre acontece, pois dependendo da distribuição do conjunto outro par de círculos, com separação um pouco menor, pode ser obtido. Este fato leva a uma tendência, nos gráficos apresentados a seguir, que os pontos estejam à esquerda do parâmetro fornecido de circularidade. O importante em termos de simulação é que os desvios calculados possam ser comparados, mesmo se os

resultados de conjuntos originados de um determinado parâmetro desloquem-se para outro intervalo de circularidade.

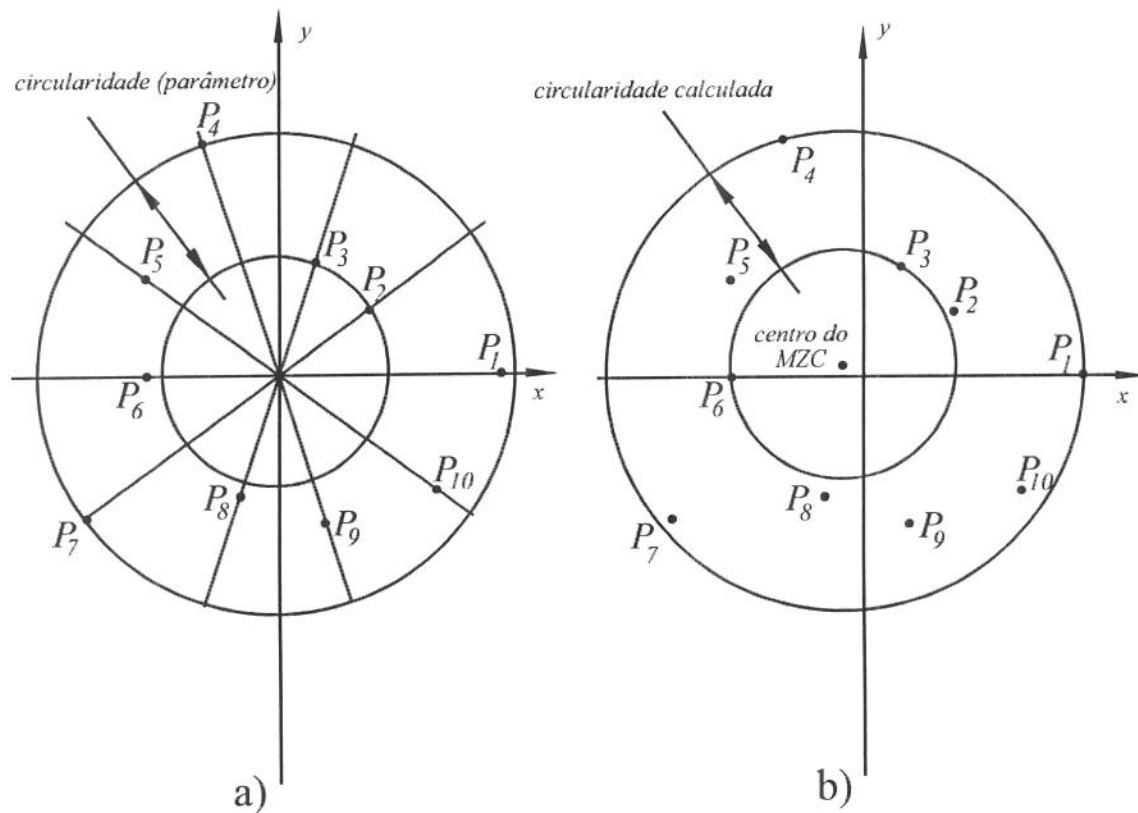


FIGURA 3.12 - a) Geração de pontos para a simulação. Os pontos p_2 , p_3 , p_4 e p_7 foram os que permaneceram nos círculos b) Resultado do método MZC para os mesmos pontos. Nota-se que outra combinação de pontos (p_1 , p_3 , p_4 e p_6) fornece um par de separação menor do que aquele estabelecido como parâmetro do programa. Para cada conjunto pode-se calcular tantos pares quanto são as interseções dos dois diagramas de Voronoi.

Os parâmetros de simulação ficaram limitados às situações mais encontradas numa indústria. A circularidade variou entre 0,01 mm (10 μm) e 0,0001 mm (0,1 μm). Os raios foram inicialmente 25mm e 50mm, simulando depois com 250 mm para confirmar que não há grandes alterações nos resultados. Finalmente o número de pontos do conjunto foi variado entre 10 e 200 pontos.

O programa cria um arquivo sequencial de dados com o seguinte formato:

```
10 0.010 25.000
    "X" 25.010000
    "Y" 0.000000
    "X" 20.231428
    "Y" 14.698993 .....
```

Este formato é conveniente porque é exatamente a saída de muitas MMCs quando a leitura é feita ponto a ponto. Os algoritmos podem ler dados tanto dos arquivos criados pelo gerador de pontos quanto de uma MMC. A primeira linha de comentário indica o número de pontos do conjunto, o desvio de circularidade fornecido como parâmetro e o raio da peça.

Capítulo 4

Resultados e discussão

Os resultados estão apresentados em forma de gráficos. Inicialmente os gráficos apresentam as diferenças absolutas entre os métodos LSC e MZC. As FIG. 4.1, 4.2 4.3, 4.4, 4.5 e 4.6 apresentam as diferenças absolutas encontradas para vários intervalos de circularidade e para raio de 25 mm.

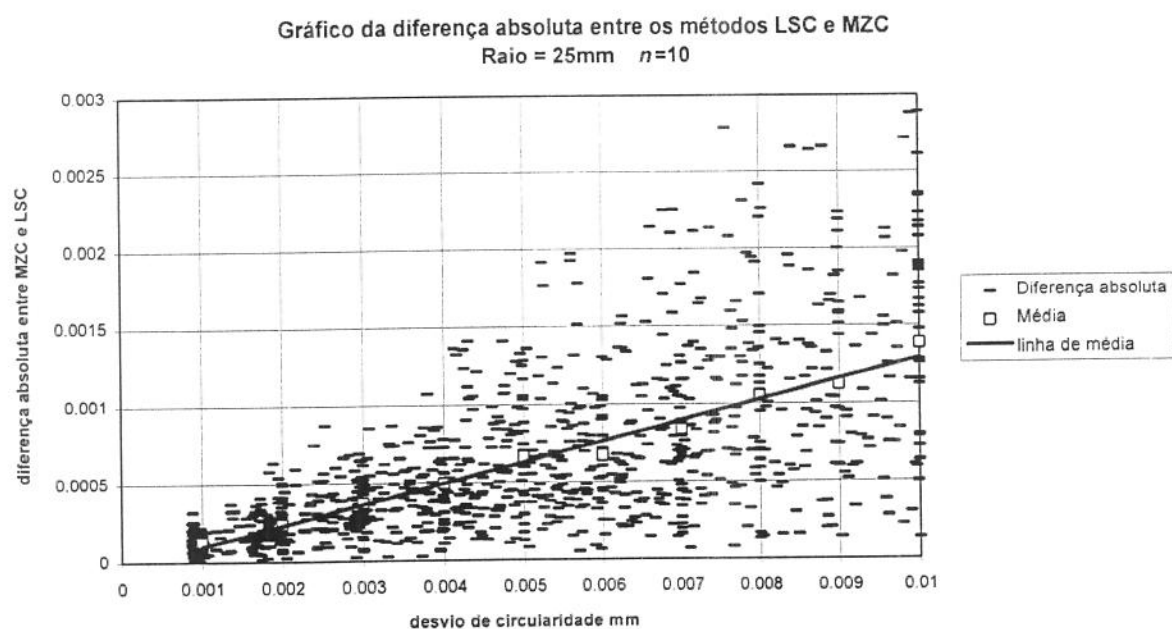


FIGURA 4.1 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=10$, raio=25mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.

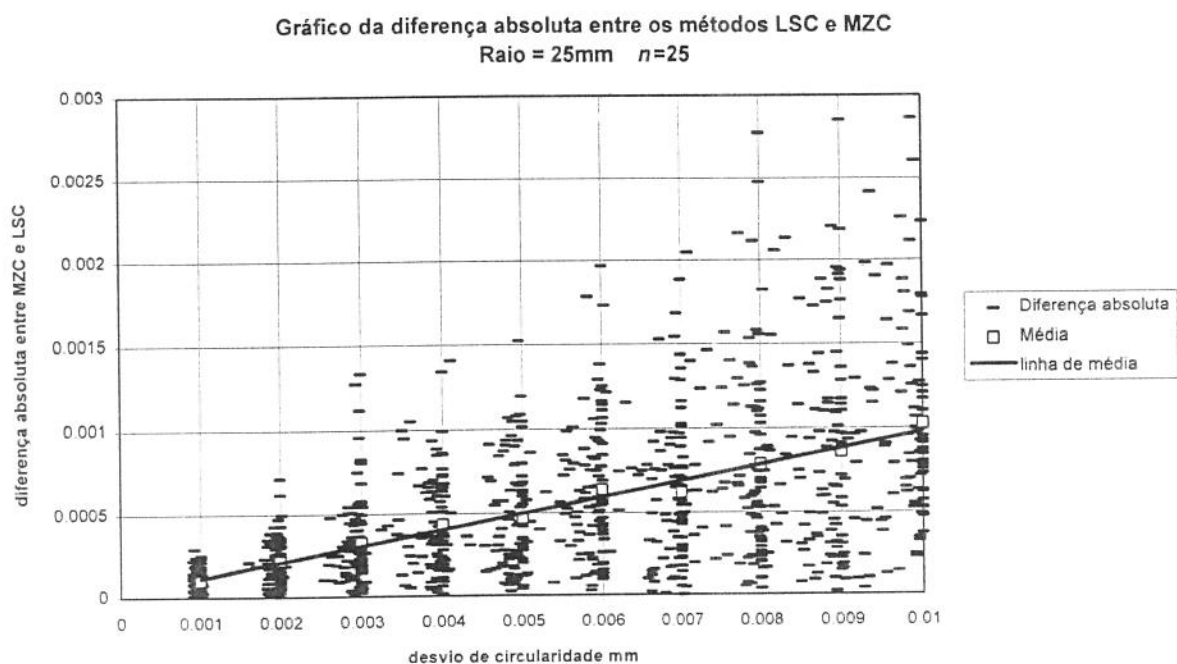


FIGURA 4.2 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=25$, raio=25mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.

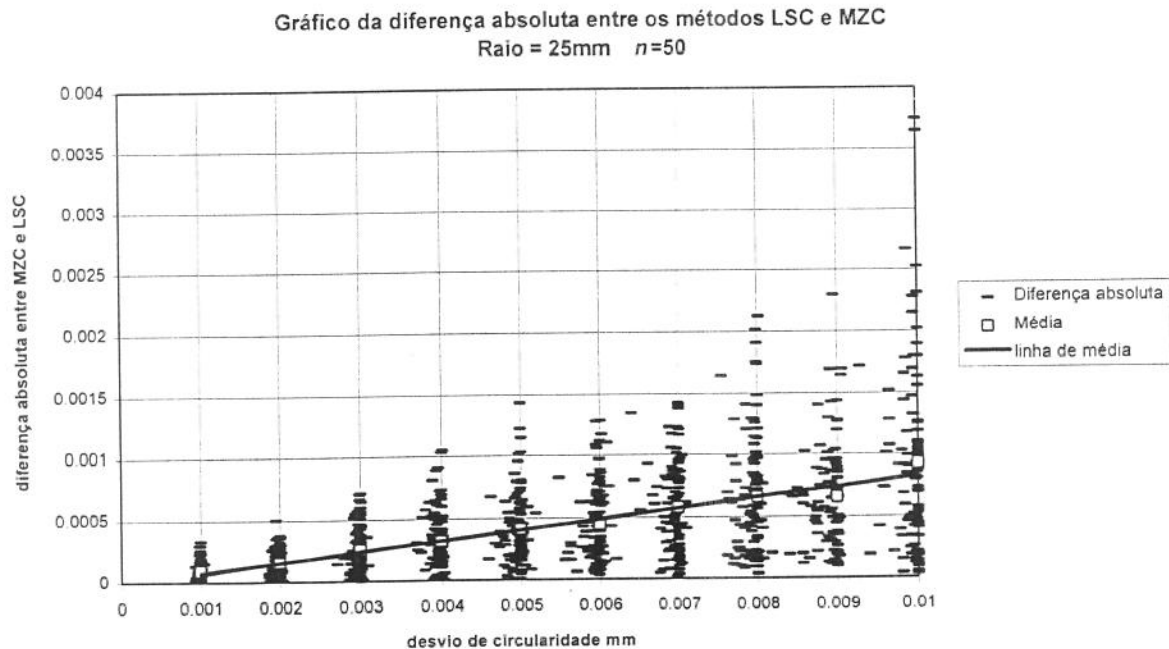


FIGURA 4.3 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=50$, raio=25mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.

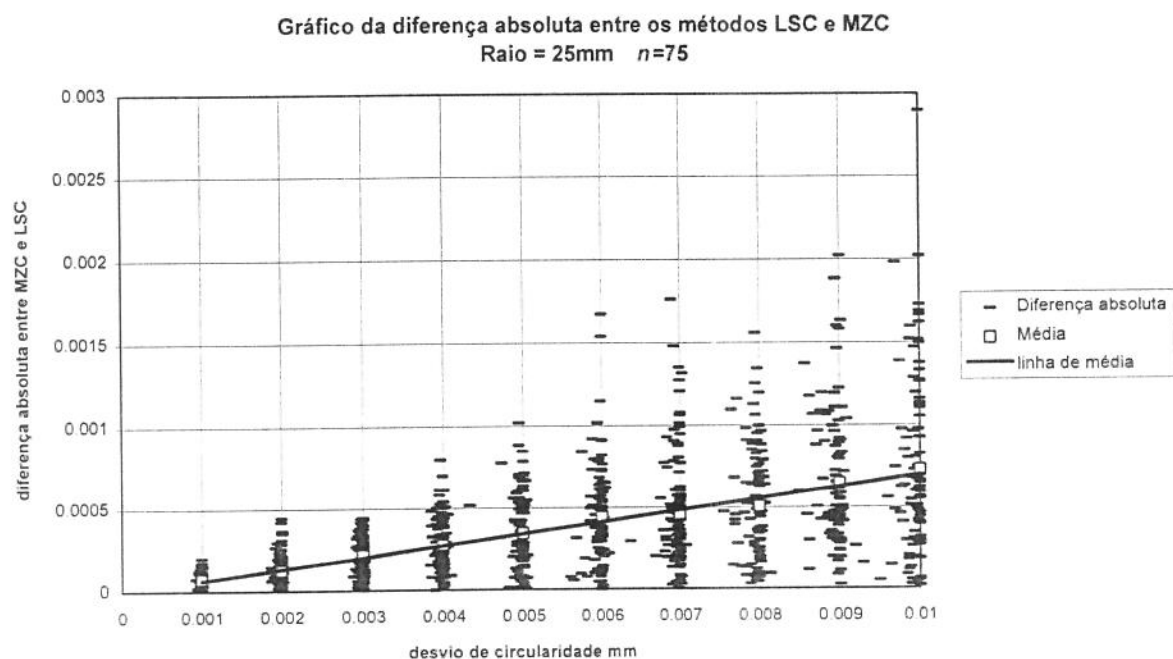


FIGURA 4.4 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=75$, raio=25mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.

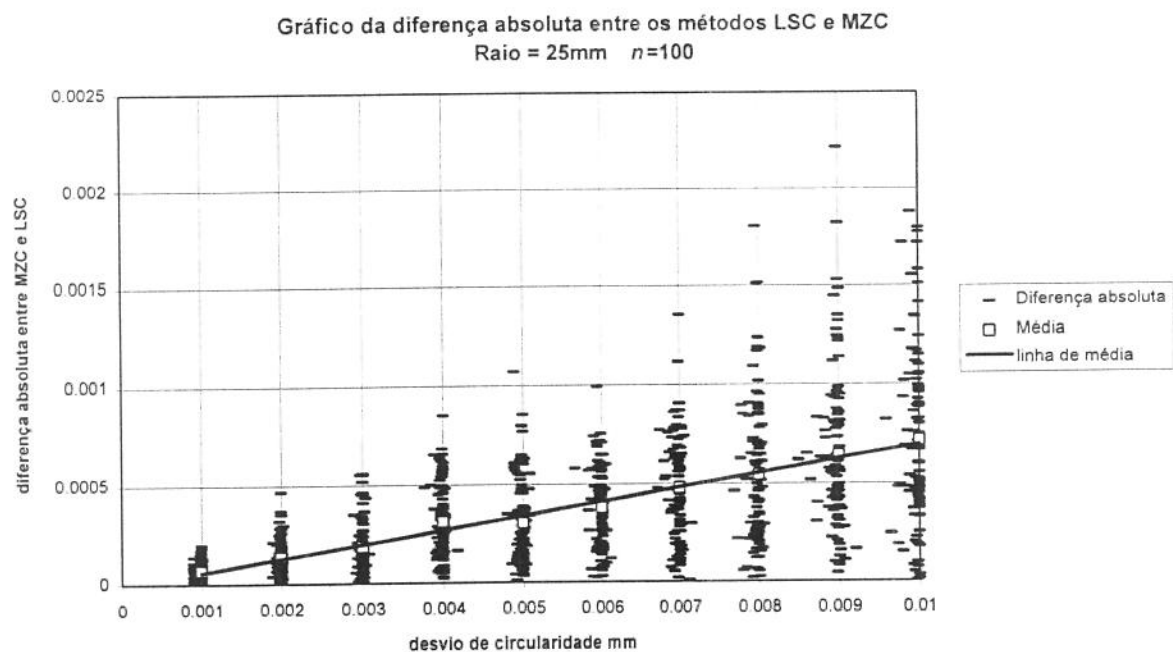


FIGURA 4.5 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=100$, raio=25mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.

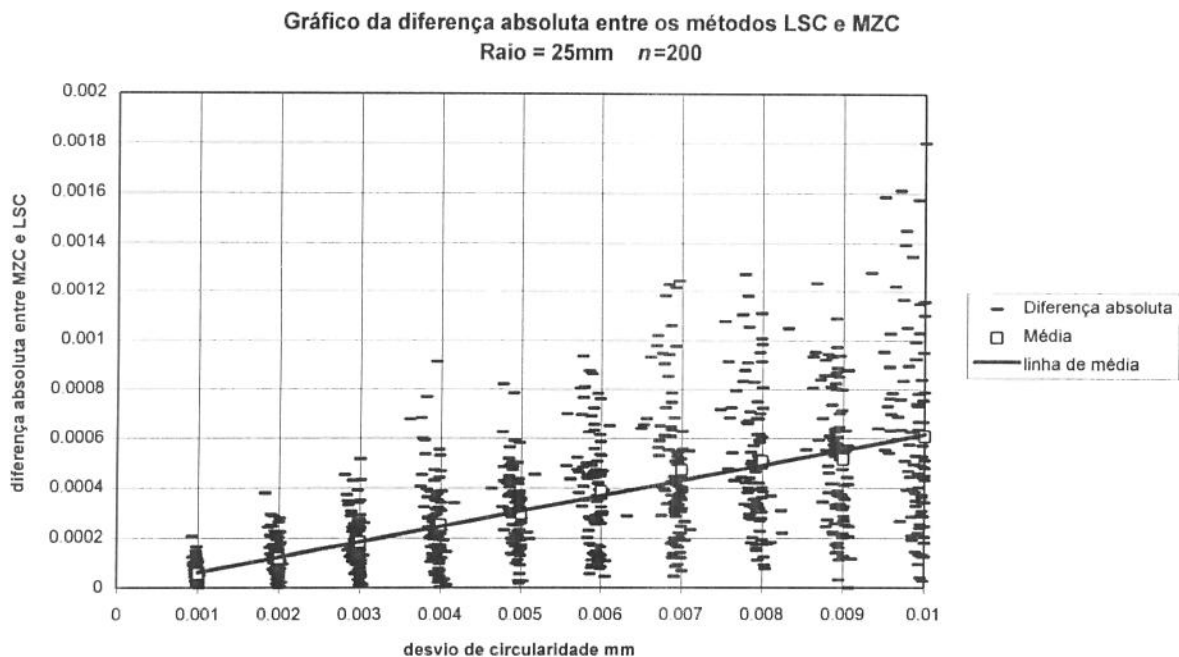


FIGURA 4.6 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=200$, raio=25mm e desvios entre 0,01 e 0,001 mm.

Nota-se inicialmente que há uma região triangular entre o eixo x e determinados valores máximos de diferença para cada intervalo de circularidade. Os valores da diferença para uma certa circularidade podem variar de um máximo (geometricamente possível) a zero. Se a circunferência fosse perfeita, dever-se-ia encontrar o valor zero de circularidade para ambos os métodos, motivo pelo qual a relação mostrada nos gráficos deve passar pela origem. A relação deve ser contínua, devido à geometria. Como a faixa de valores de interesse para a engenharia é muito estreita, pode-se supor que a relação entre os pontos máximos obtidos e o valor de circularidade é aproximadamente linear, tendência obedecida também pelas médias dos valores.

Outro ponto a ser observado é que para valores de n maiores as médias das diferenças tendem a ser menores. É interessante fazer gráficos em função de n variando o raio da peça e os intervalos de circularidade para que os valores dos coeficientes angulares possam ser utilizados como indicadores das diferenças entre o LSC e o MZC. Para o raio de 25 mm, podem ser vistos nas FIG. 4.7 e 4.8 os

gráficos das médias das diferenças e dos pontos máximos em função da circularidade.

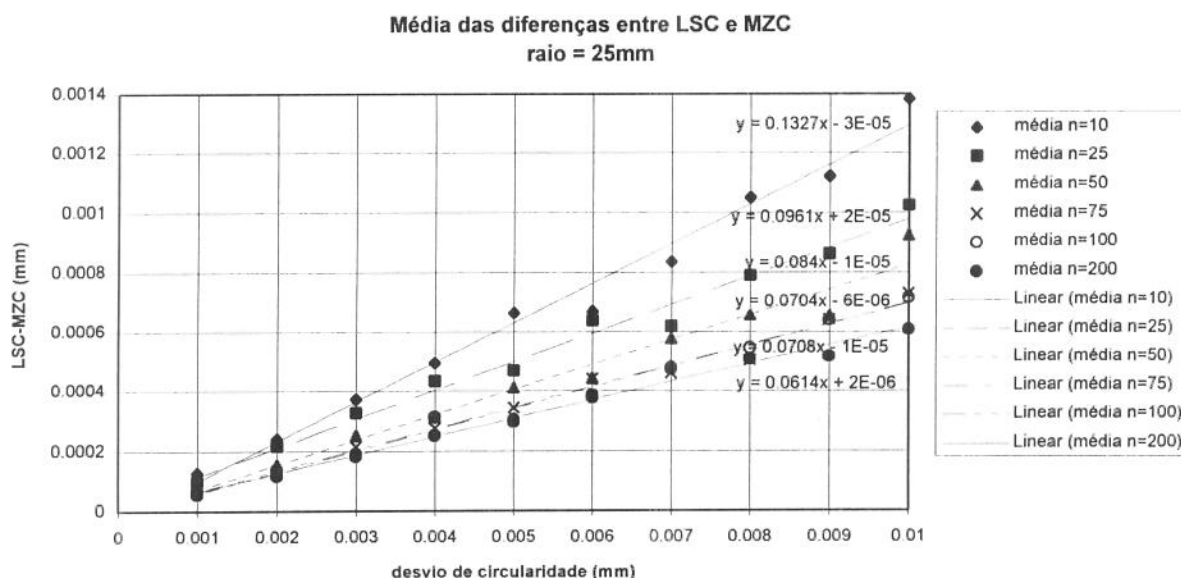


FIGURA 4.7 - Médias dos pontos obtidos com $n=10$ até $n=200$ nos vários valores de circularidade, para raio=25mm.

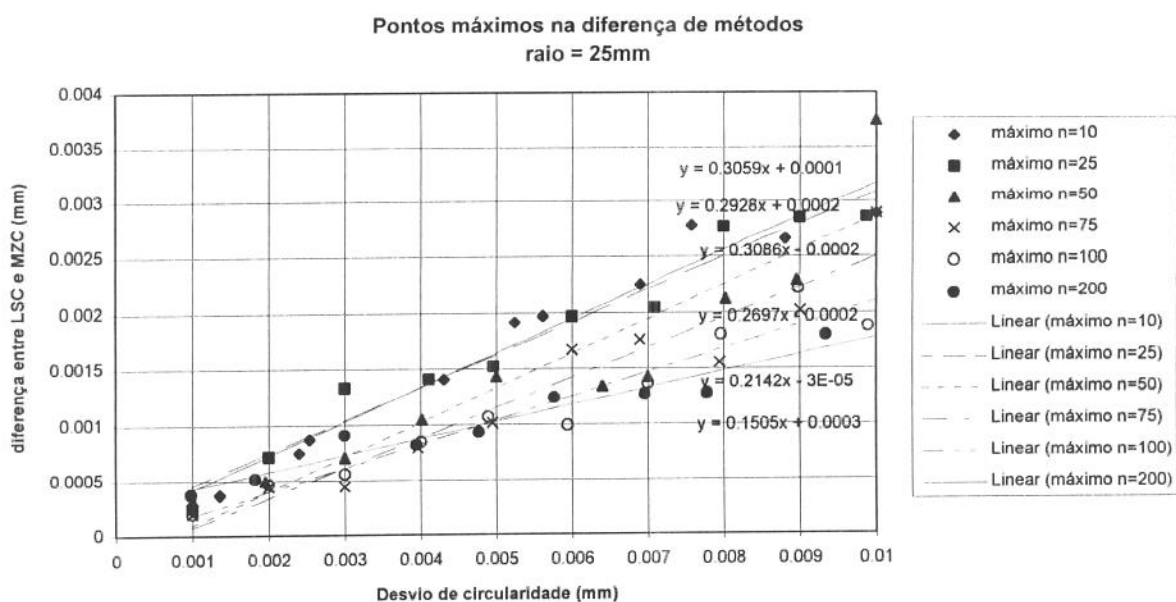


FIGURA 4.8 - Pontos máximos obtidos com $n=10$ até $n=200$ nos vários valores de circularidade, para raio=25mm.

Os resultados para raio de 50mm são apresentados a seguir, nas FIG. 4.9, 4.10, 4.11, 4.12, 4.13, 4.14.

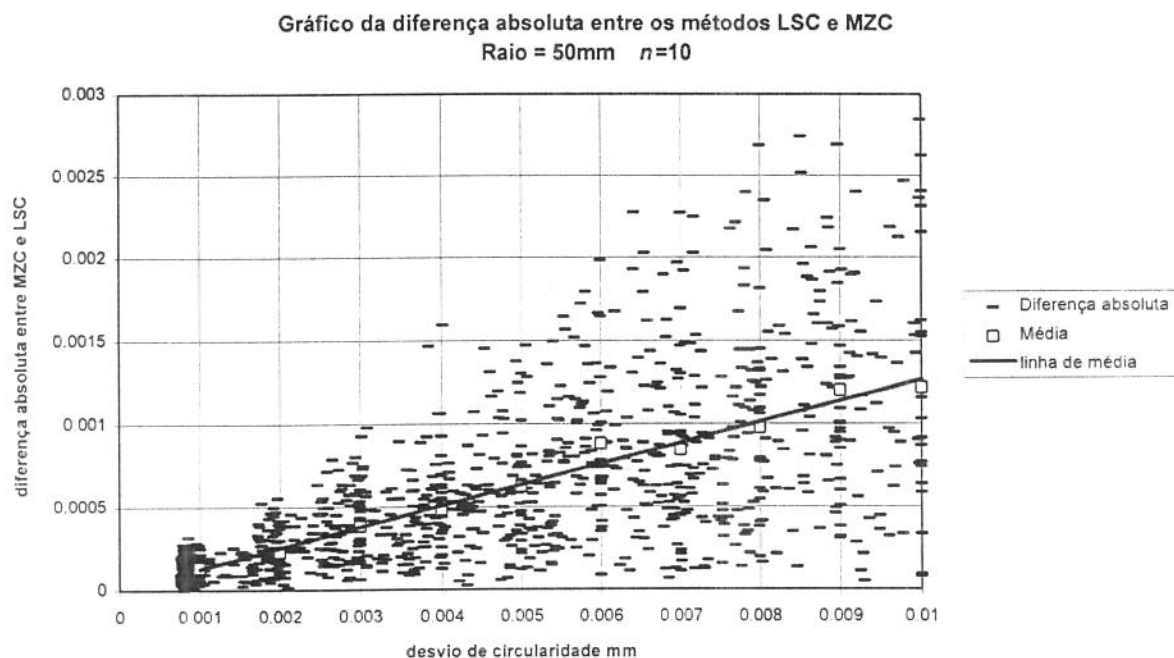


FIGURA 4.9 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=10$, raio=50mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.

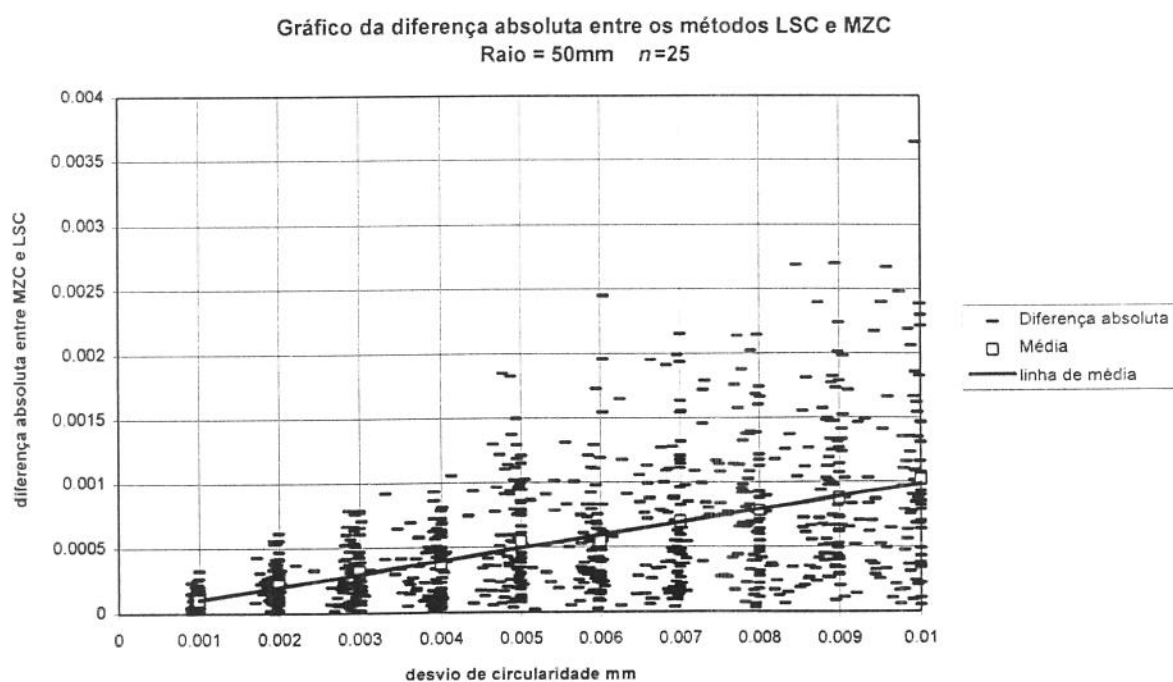


FIGURA 4.10 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=25$, raio=50mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.

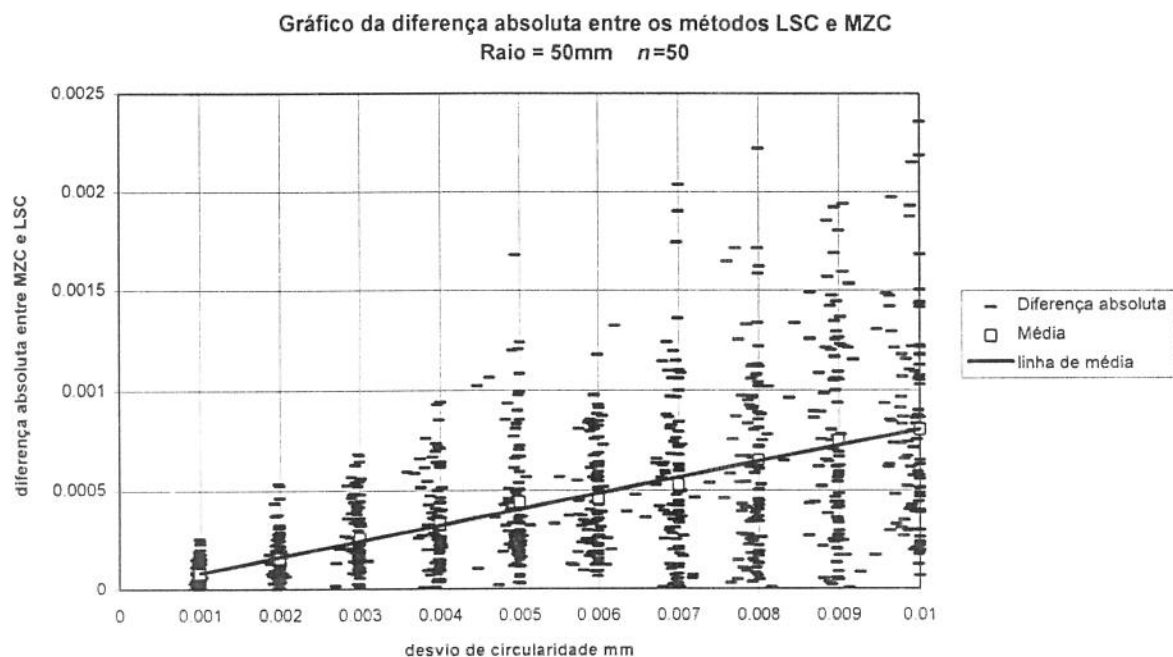


FIGURA 4.11 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=50$, raio=50mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.

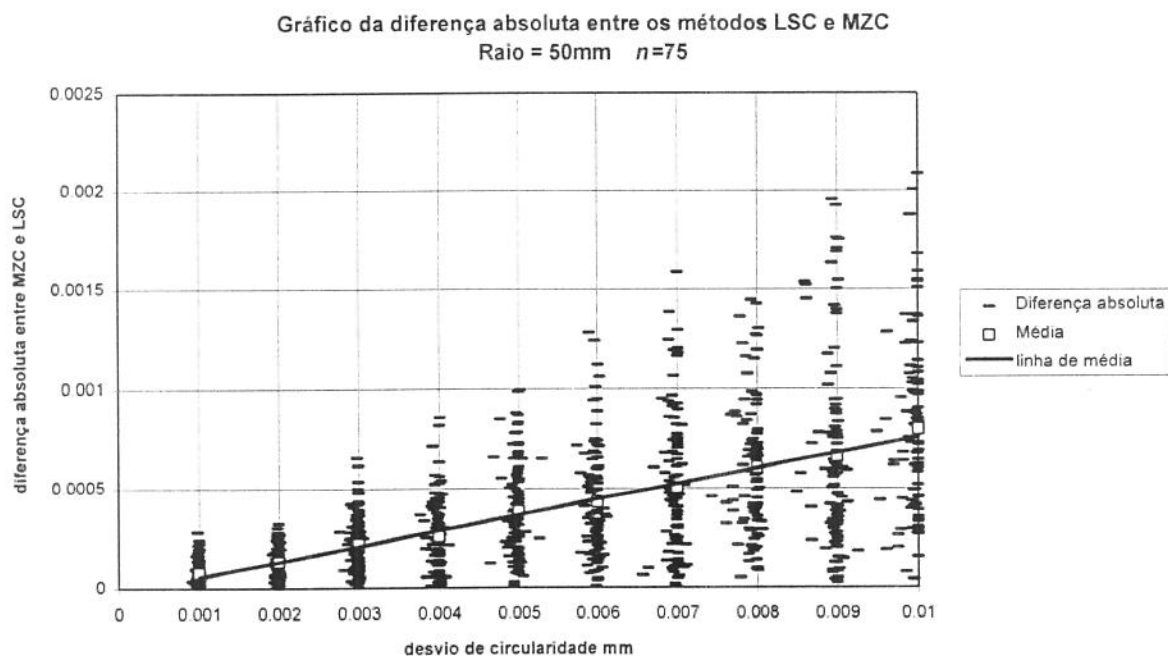


FIGURA 4.12 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=75$, raio=50mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.

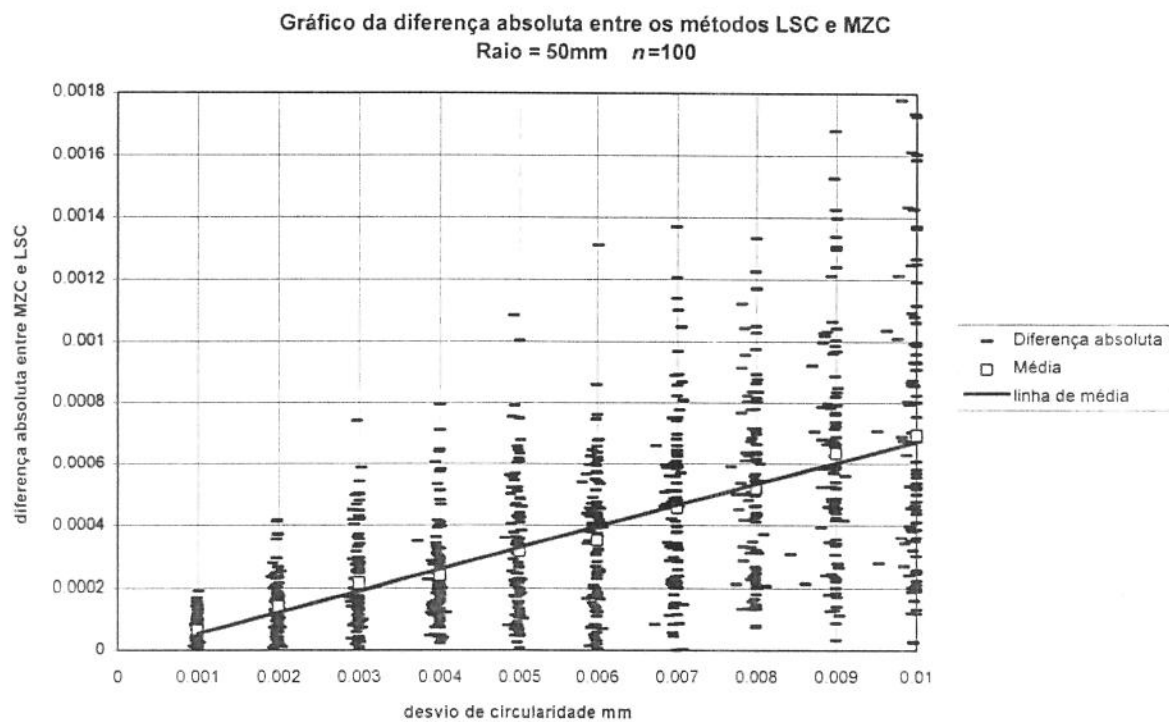


FIGURA 4.13 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=100$, raio=50mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.

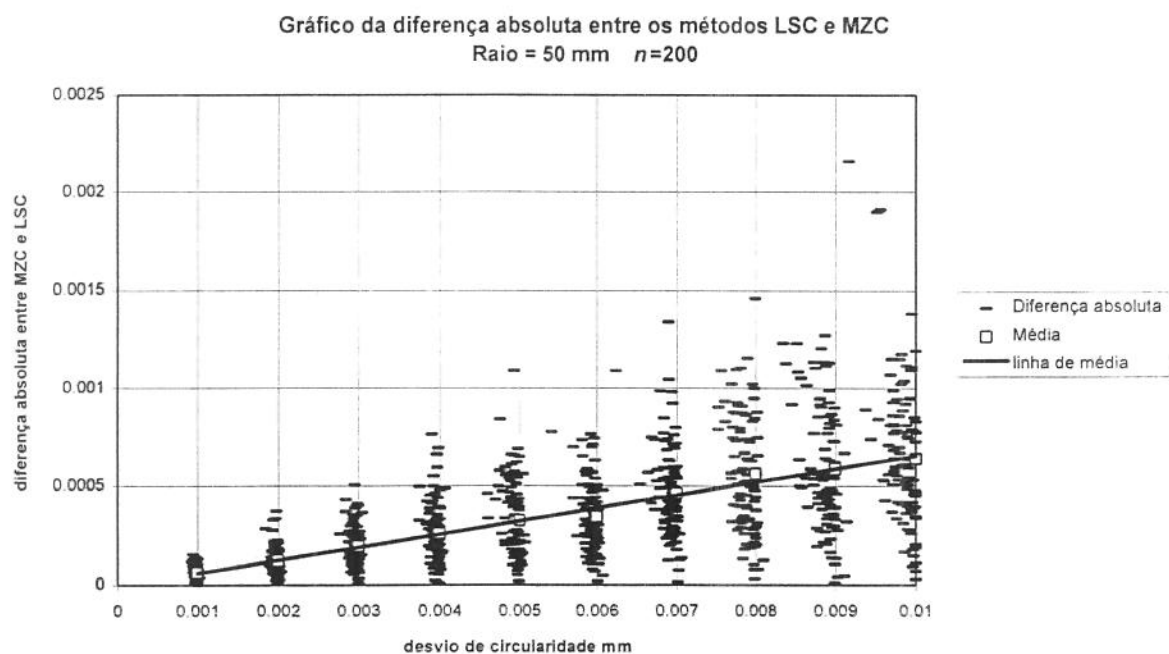


FIGURA 4.14 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=200$, raio=50mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.

Nas FIG. 4.15 e 4.16 podem ser vistos gráficos das médias das diferenças e dos pontos máximos em função da circularidade.

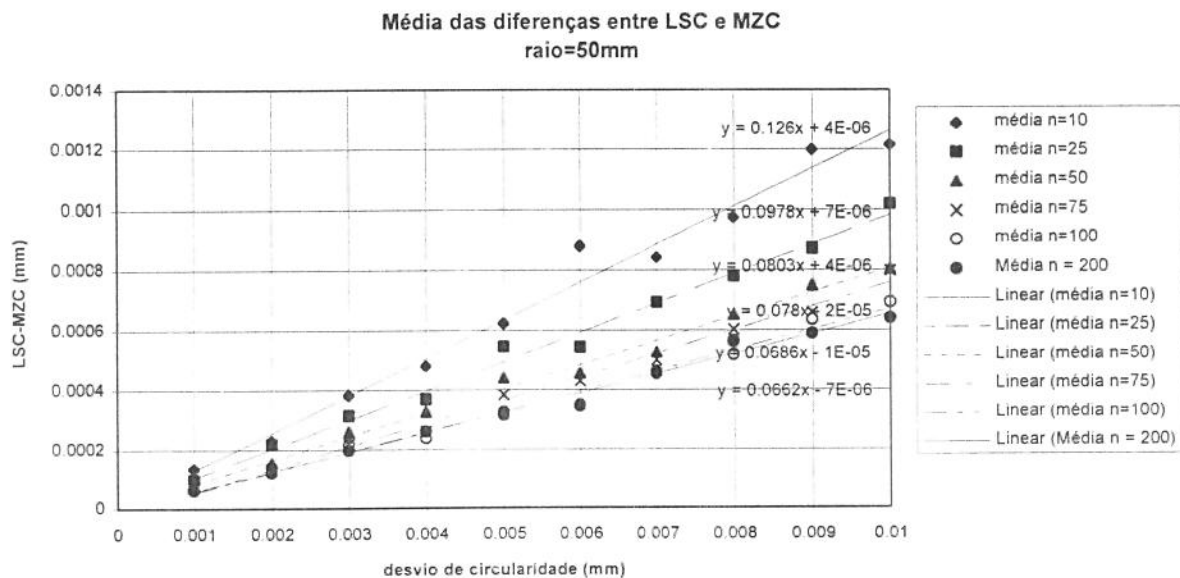


FIGURA 4.15 - Médias dos pontos obtidos com $n=10$ até $n=200$ nos vários valores de circularidade, para raio=50mm.

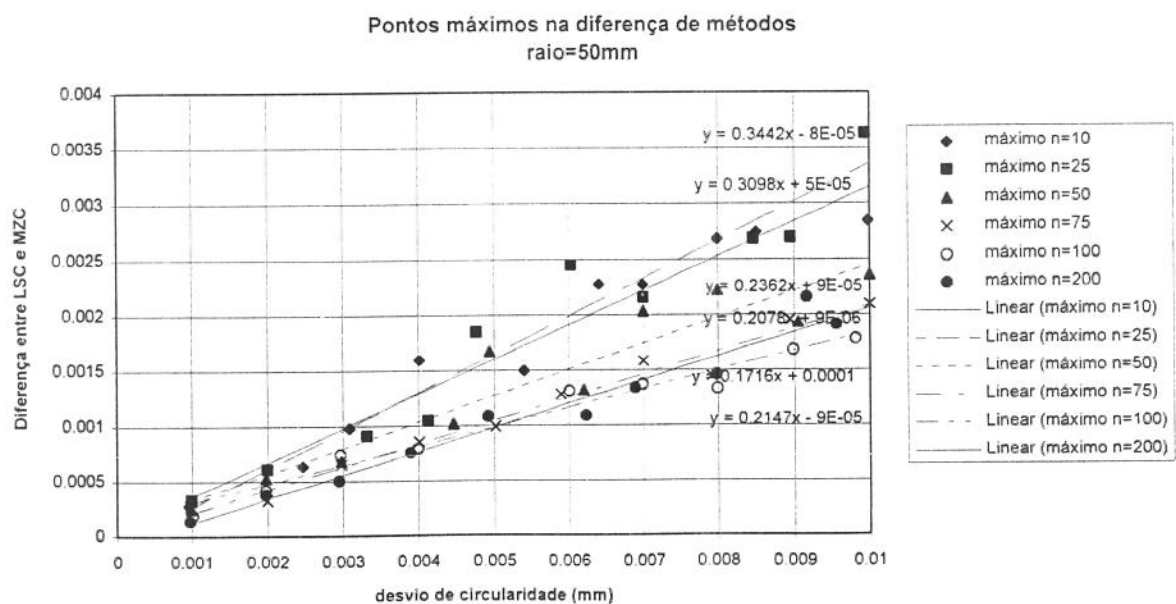


FIGURA 4.16 - Pontos máximos obtidos com $n=10$ até $n=200$ nos vários valores de circularidade, para raio=50mm.

Os resultados para raio de 250mm são apresentados a seguir, nas FIG. 4.17, 4.18, 4.19, 4.20, 4.21, e 4.22.

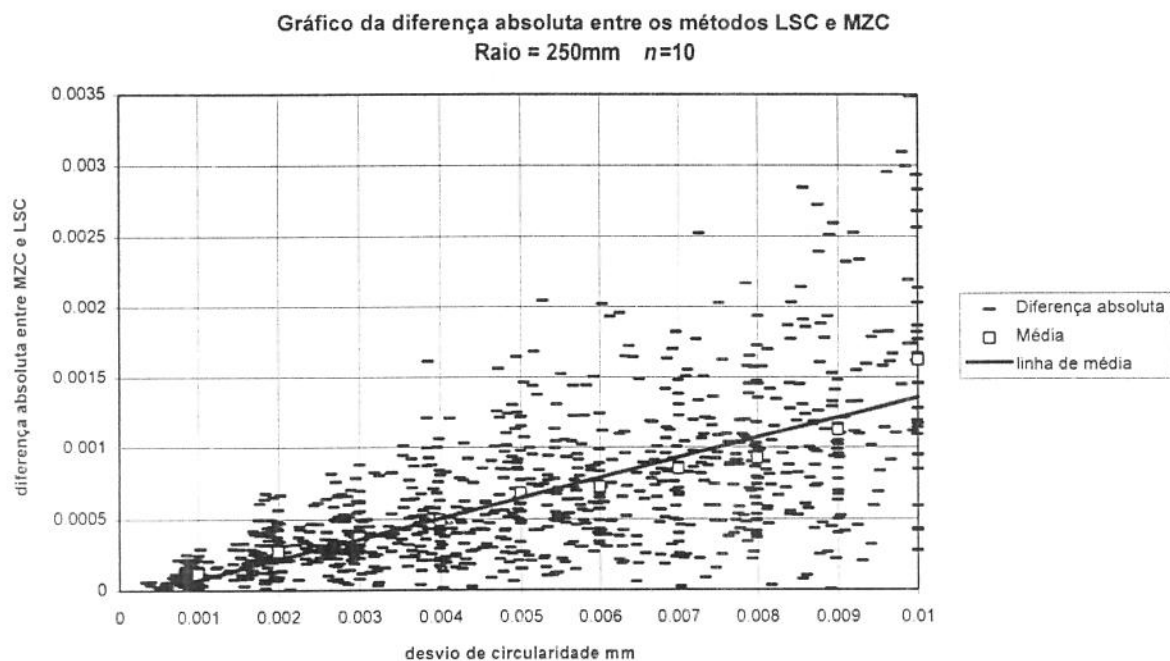


FIGURA 4.17 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=10$, raio=250mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.

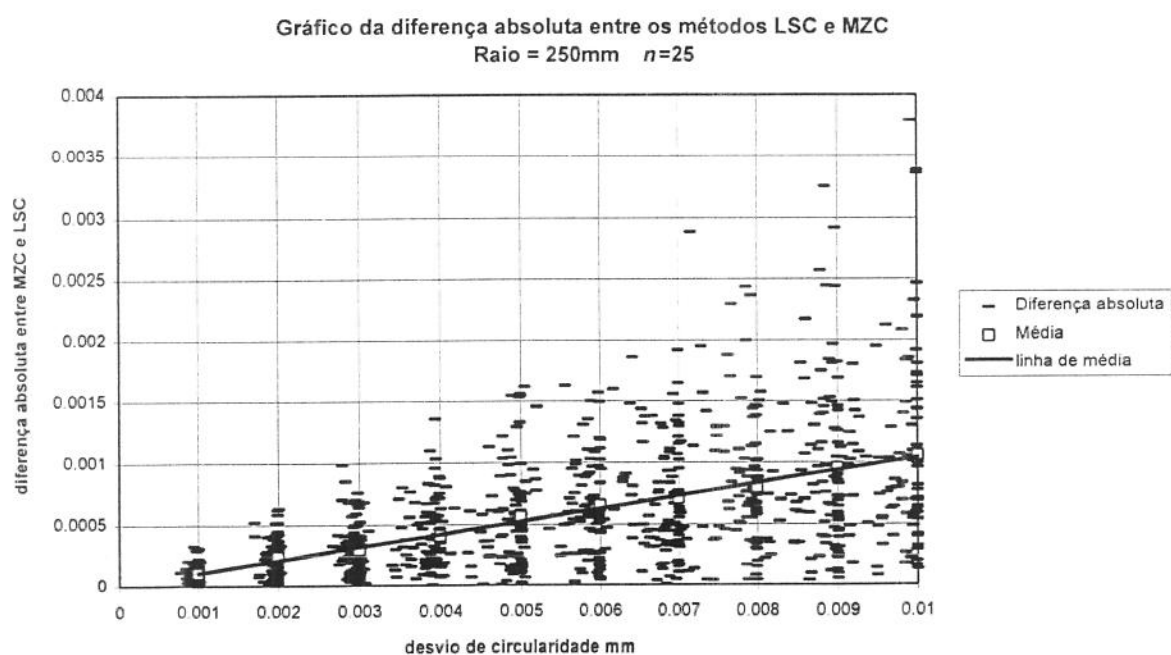


FIGURA 4.18 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=25$, raio=250mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.

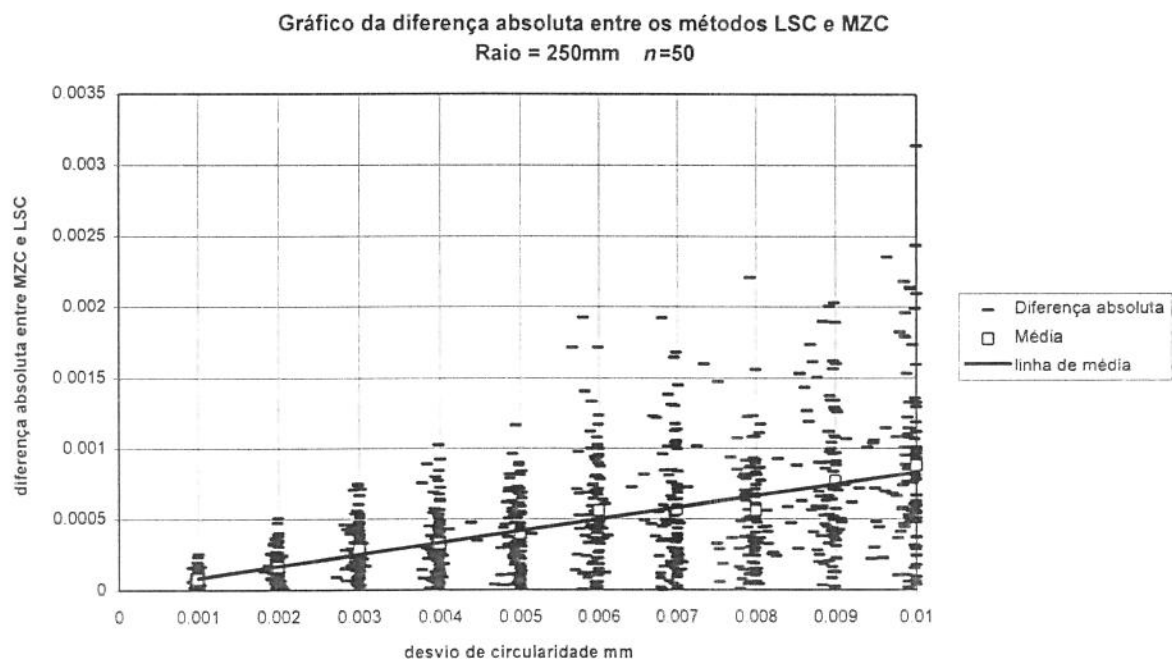


FIGURA 4.19 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=50$, raio=250mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.

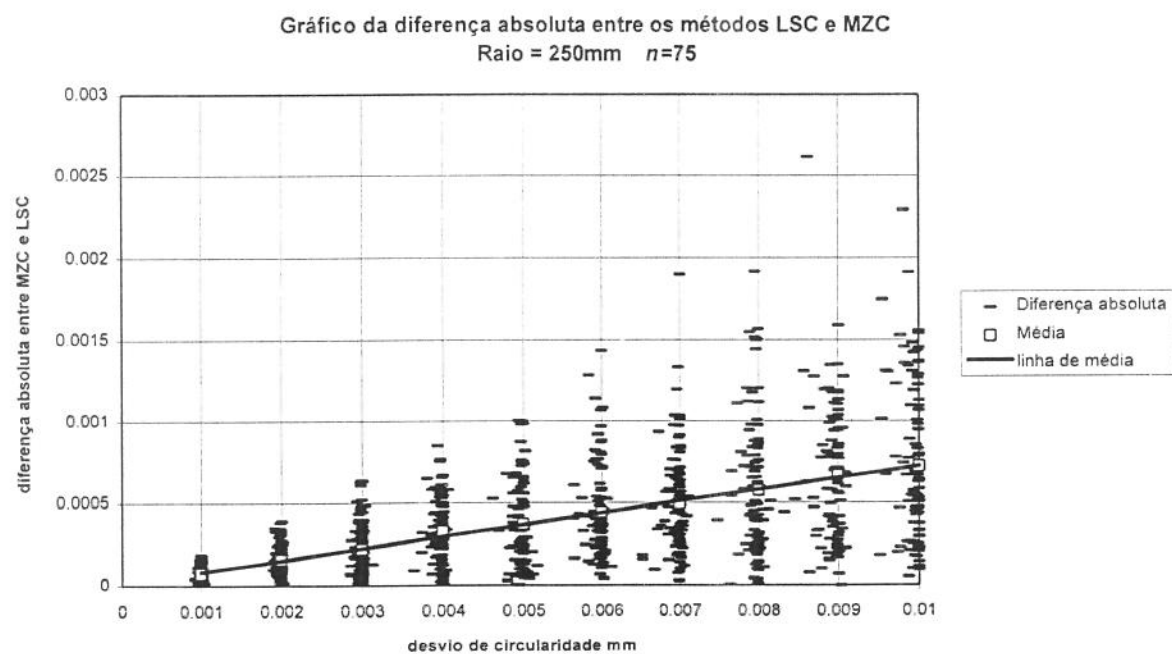


FIGURA 4.20 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=75$, raio=250mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.

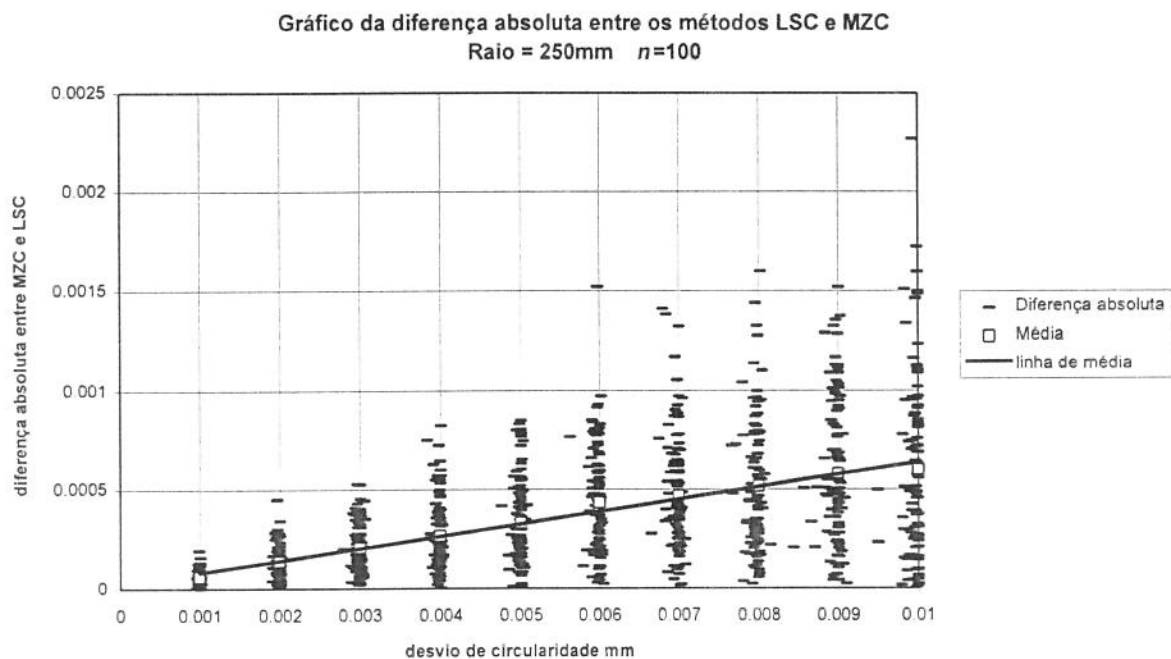


FIGURA 4.21 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=100$, raio=250mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.

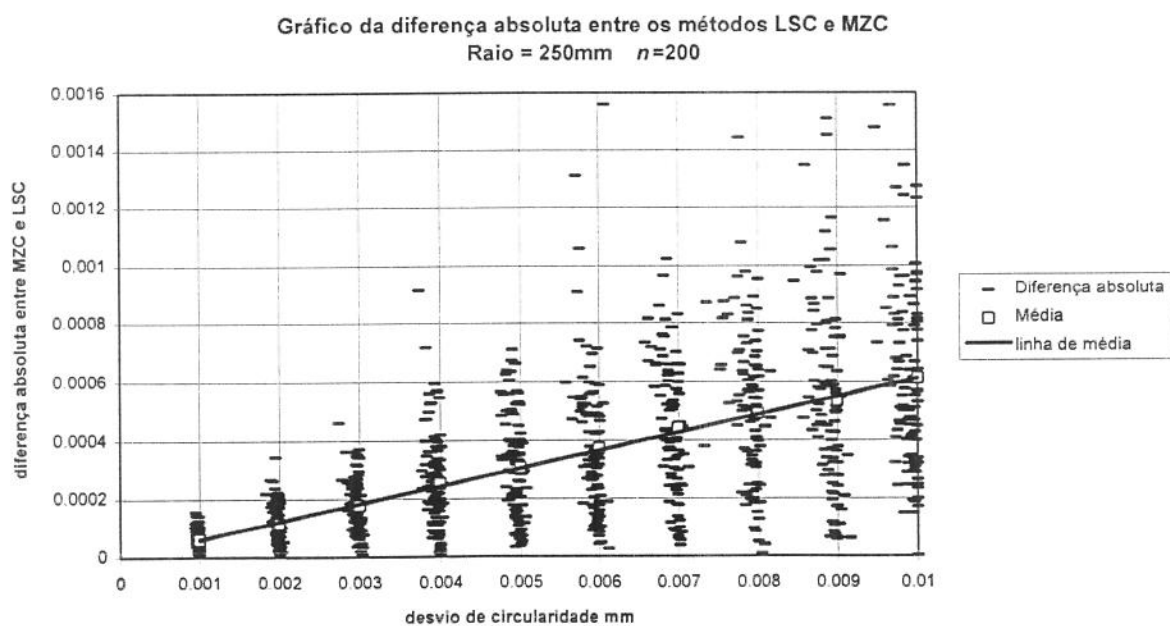


FIGURA 4.22 - Diferença de métodos em função do desvio de circularidade para $n=200$, raio=250mm e desvios entre 0,01 e 0,001mm.

Nas FIG. 4.23 e 4.24 podem ser vistos gráficos das médias das diferenças e dos pontos máximos em função da circularidade.

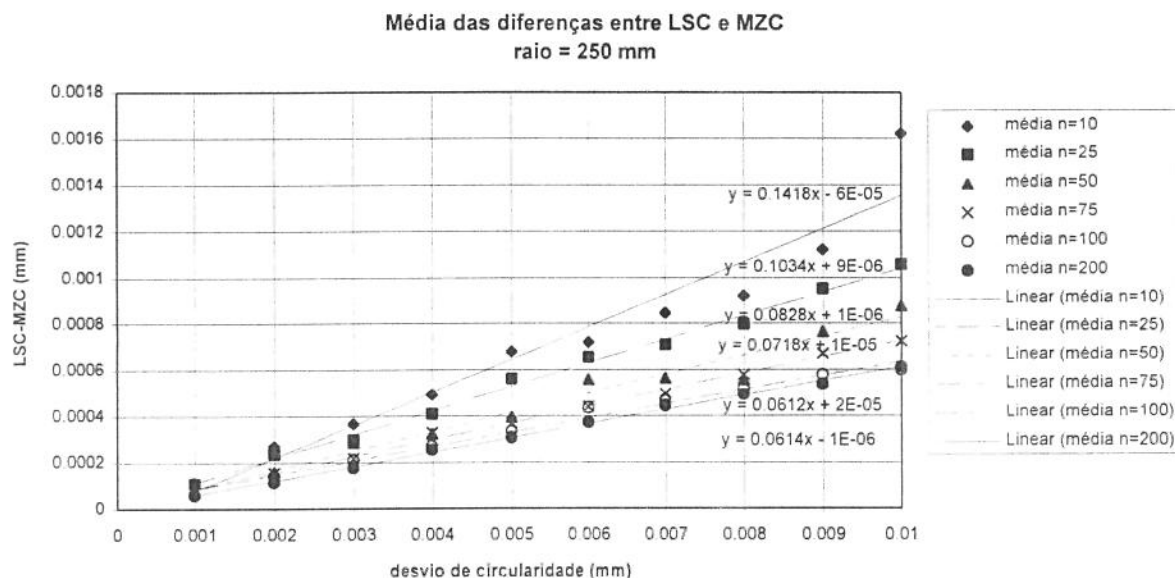


FIGURA 4.23 - Médias dos pontos obtidos com $n=10$ até $n=200$ nos vários valores de circularidade, para raio=250mm.

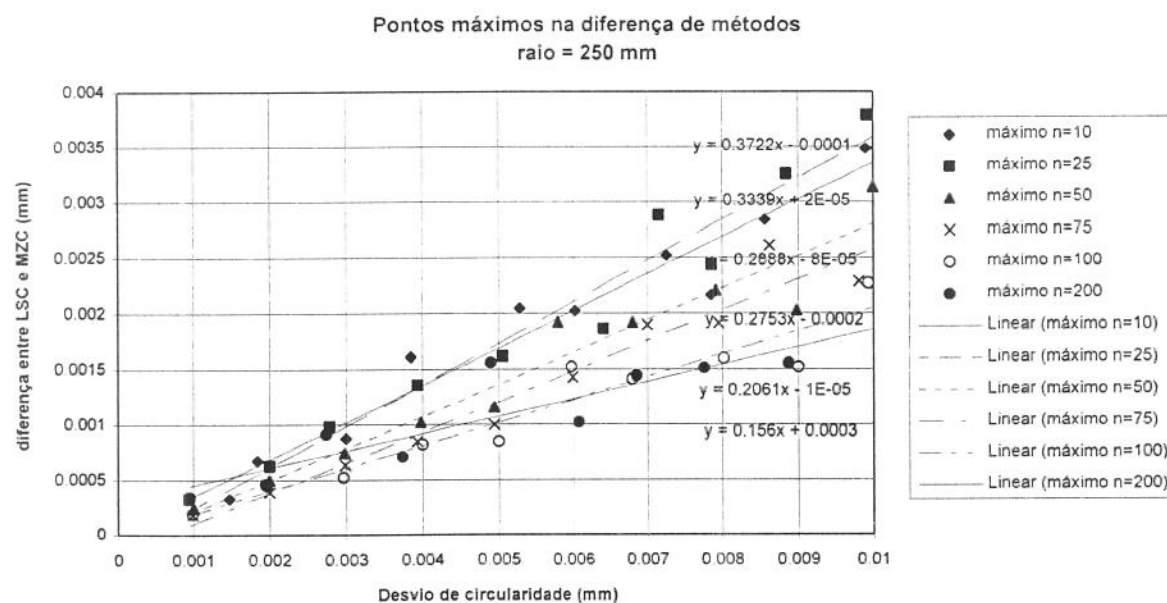


FIGURA 4.24 - Pontos máximos obtidos com $n=10$ até $n=200$ nos vários valores de circularidade, para raio=250mm.

Nas FIG. 4.25, 4.26 e 4.27 foram plotadas as médias das diferenças encontradas para vários intervalos de circularidade em função do número de pontos do conjunto.

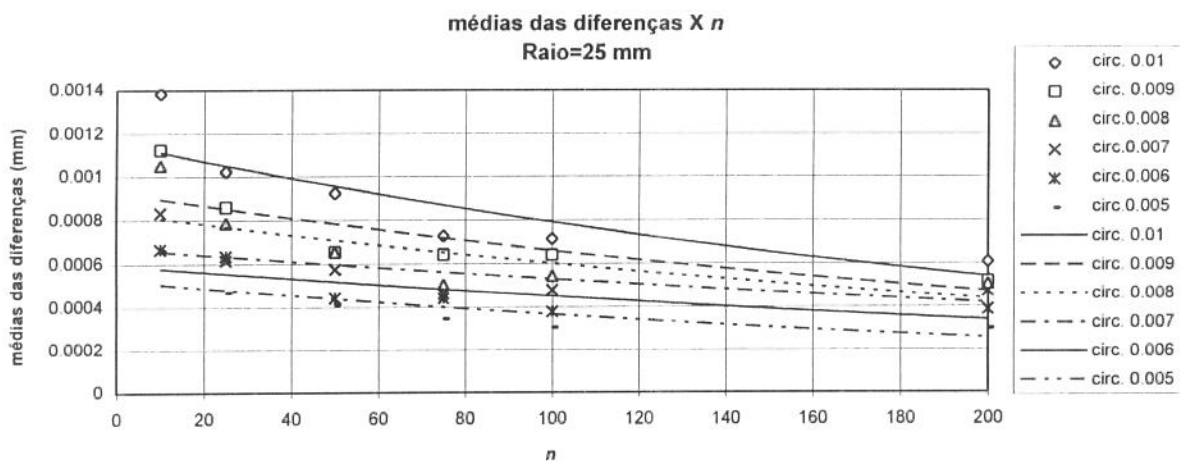


FIGURA 4.25 - Influência do número de pontos na média das diferenças para raio = 25mm.

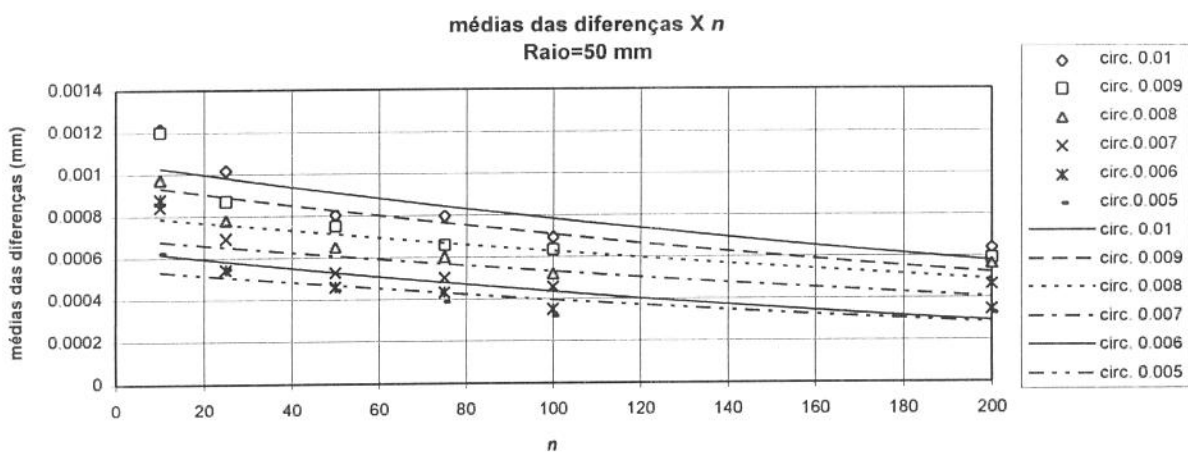


FIGURA 4.26 - Influência do número de pontos na média das diferenças para raio = 50mm.

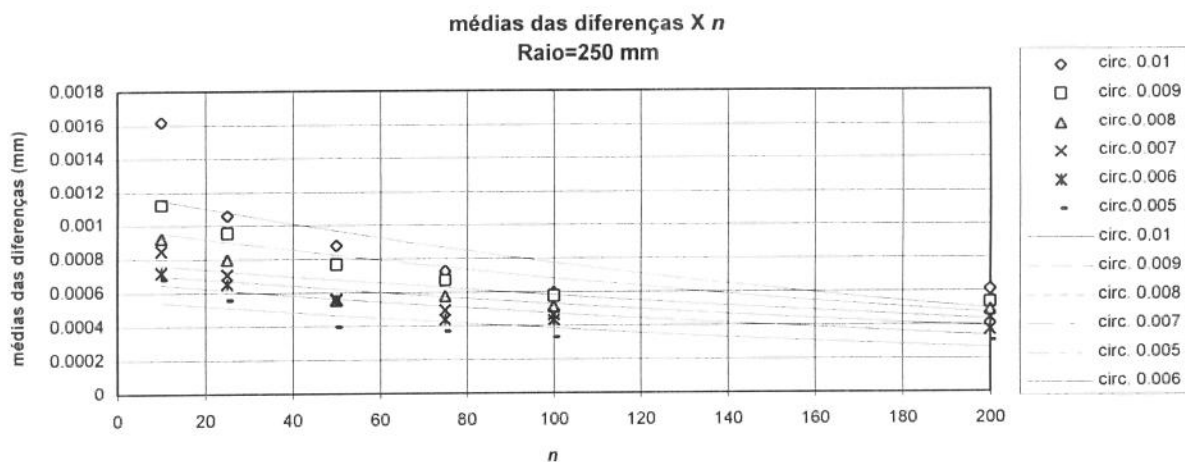


FIGURA 4.27 - Influência do número de pontos na média das diferenças para raio = 250mm.

Nas fig. 4.28, 4.29 e 4.30 foram plotadas de forma semelhante as diferenças máximas encontradas para os mesmos intervalos de circularidade em função do número de pontos do conjunto.

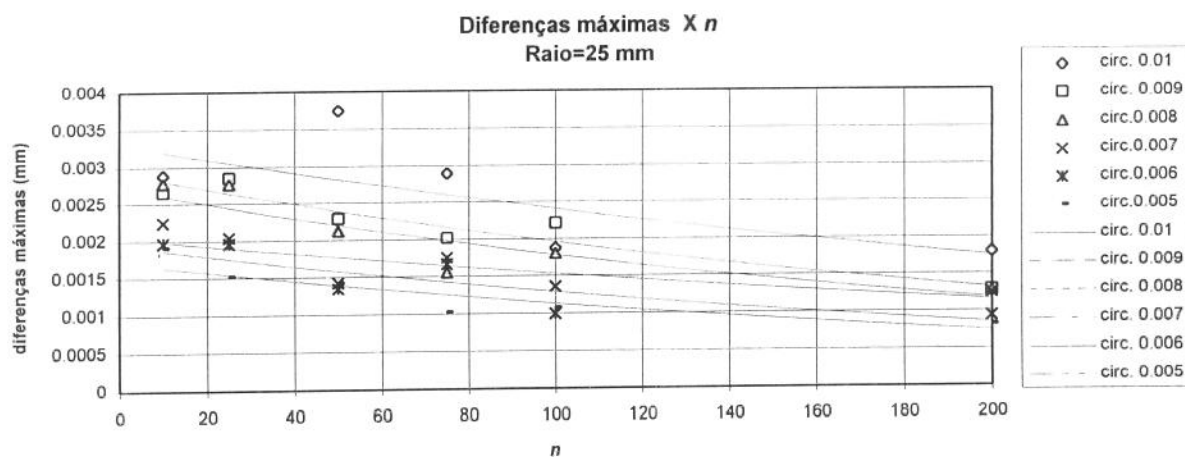


FIGURA 4.28 - Influência do número de pontos nas diferenças máximas para raio = 25mm.

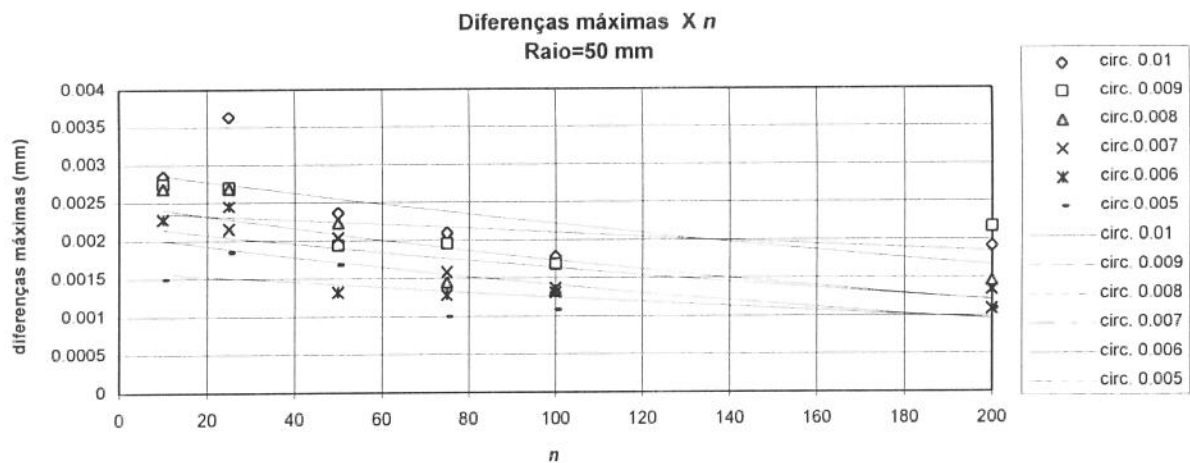


FIGURA 4.29 - Influência do número de pontos nas diferenças máximas para raio = 50mm.

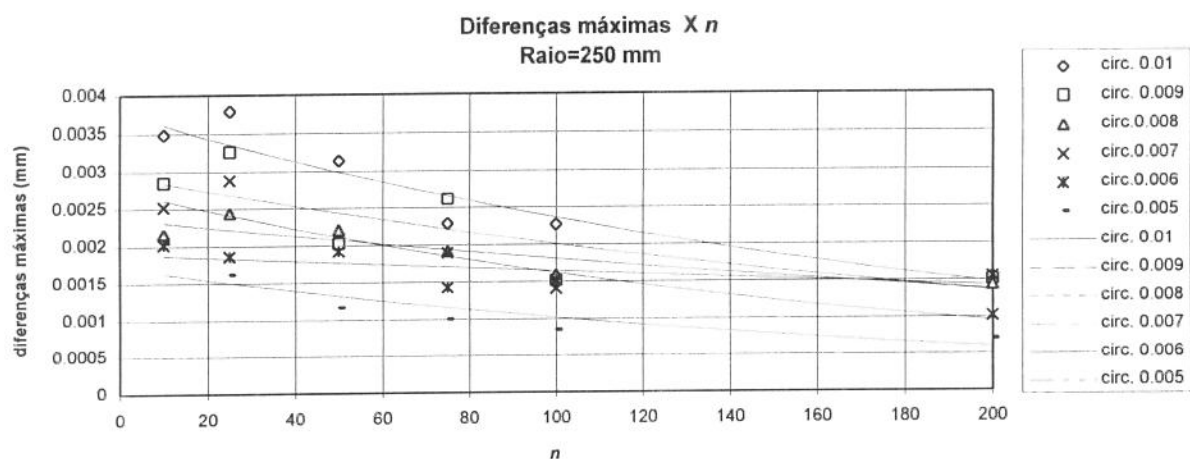


FIGURA 4.30 - Influência do número de pontos nas diferenças máximas para raio = 250mm.

Nota-se que as diferenças médias tendem a cair com o aumento de n . A tendência das médias mantém-se para os valores máximos. É razoável supor-se que a curva estabiliza-se a partir de um determinado valor de n , pois a causa desta influência está ligada à geometria que forma os vários casos de MZC. A partir da solução LSC, pode-se supor que o centro será deslocado até achar um novo par de círculos concêntricos, como foi visto no capítulo 2 (FIG. 2.14, 2.15 e 2.16). Este deslocamento pode ser relativamente grande quando o número de pontos é pequeno. À medida que n aumenta, a probabilidade de aparecer um ponto próximo aos círculos, e portanto limitar o deslocamento, é maior. A partir de um determinado

número de pontos, sempre poderá haver uma diferença nos resultados, porém esta diferença estará limitada pelo motivo descrito acima.

As figuras 4.31 e 4.32 mostram que as diferenças médias e máximas não variam significativamente quando os raios das peças variam.

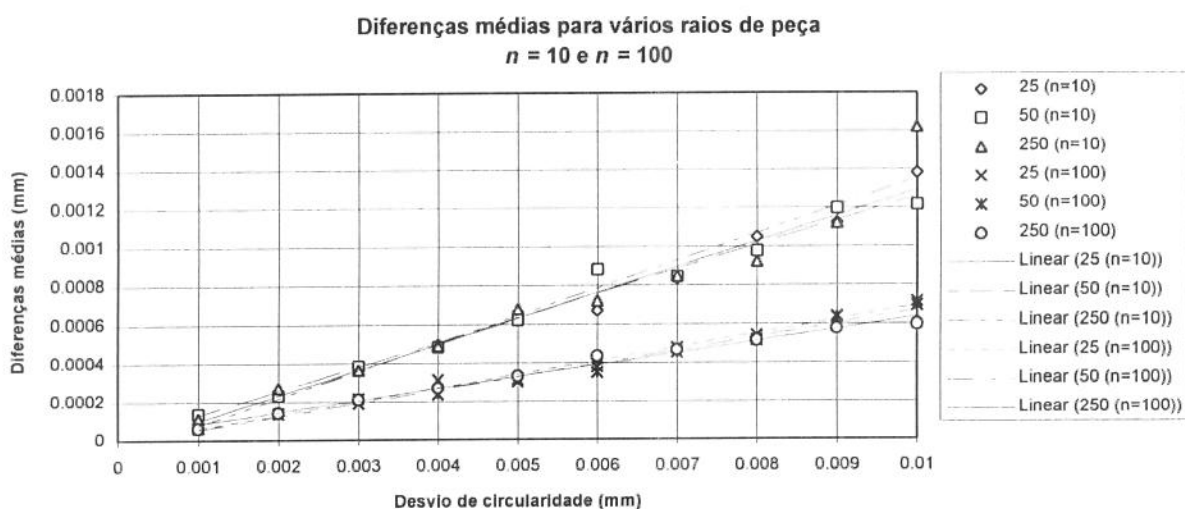


FIGURA 4.31 - Influência do raio da peça nas médias dos resultados para $n = 10$ e $n = 100$.

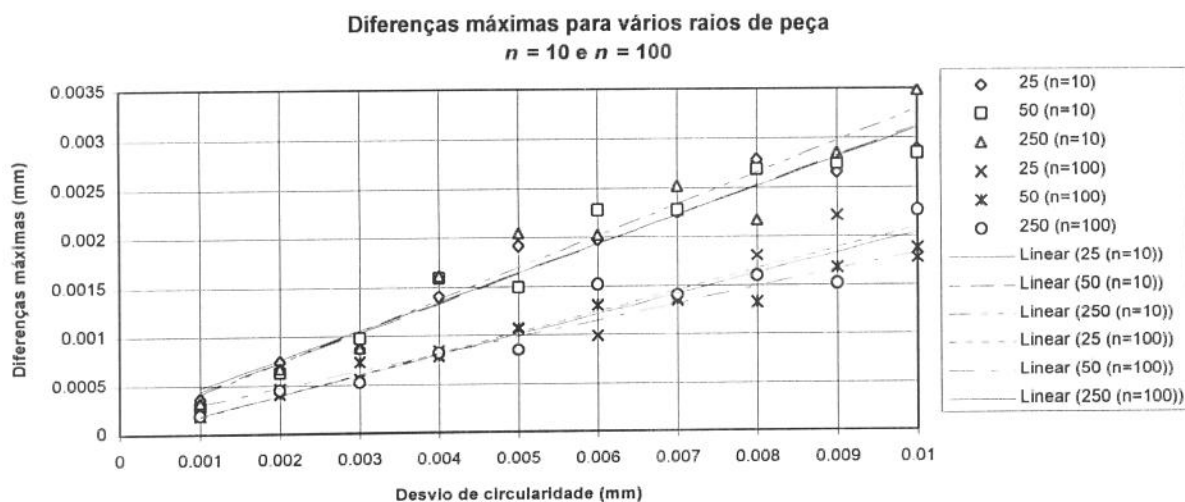


FIGURA 4.32 - Influência do raio da peça nas diferenças máximas para $n = 10$ e $n = 100$.

Através dos gráficos, escolheu-se determinados pontos com diferenças máximas. Alguns gráficos polares foram plotados para verificar o que ocorre quando as diferenças entre os métodos são maiores. Observou-se que quando os centros do método LSC e do MZC quase coincidem, a diferença é pequena ou quase desprezível. Quando a diferença atinge níveis maiores é porque o centro resultante de cada método está mais distante um do outro. E este fenômeno pode ocorrer quando há na peça uma distribuição de pontos não uniforme. Pode-se ver nas FIG. 4.33 e 4.34 dois gráficos polares obtidos de dois conjuntos de pontos que foram incluídos nos gráficos anteriores (FIG. 4.3 e 4.8). O primeiro apresenta uma pequena diferença de métodos de 0,5 %. O segundo apresenta uma diferença de 37,5%. No primeiro a distribuição dos picos é compensada pelos vales, o que faz com que o método LSC, que calcula uma "média" da peça, fique mais próximo da origem. Qualquer ponto que seja alterado no conjunto alterará o valor de LSC. No caso da mínima zona ao alterar-se determinado ponto não obrigatoriamente altera-se o resultado final.

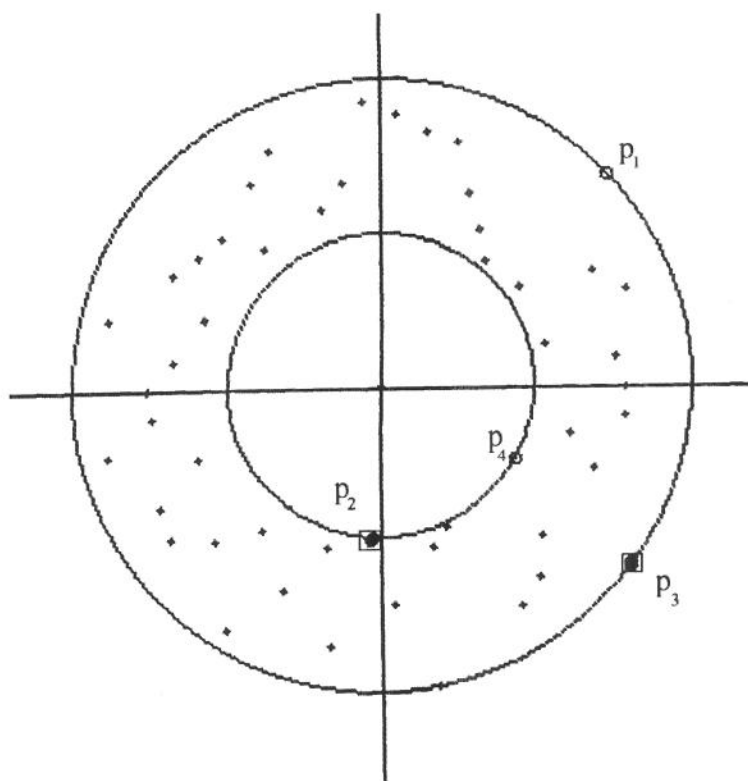


FIGURA 4.33 - Gráfico polar de um conjunto de pontos com raio de 25 mm, 50 pontos e 0.01 mm de desvio MZC. A diferença de métodos ficou em 0,5 %. O centro do MZC é (0;0) e o do LSC é (-0,000146;0,000192).

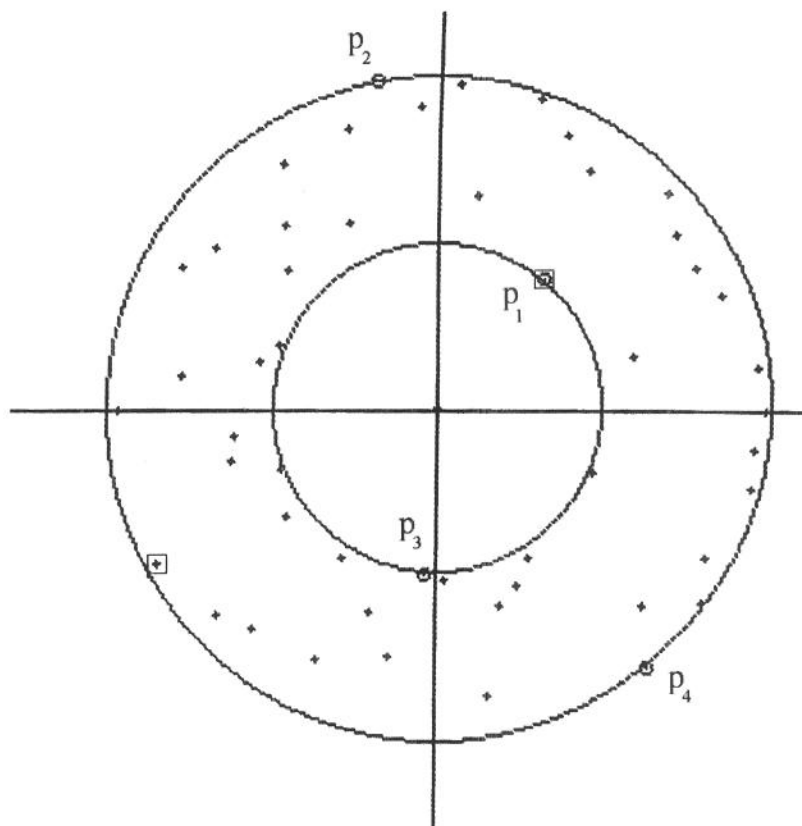


FIGURA 4.34 - Gráfico polar de um conjunto de pontos com raio de 25 mm, 50 pontos e 0.009995 mm de desvio MZC. A diferença de métodos ficou em 37,5 %. O centro do MZC é (0,000006;0,000003) e o do LSC é (0,001492;0,001264).

Nota-se também que no caso da FIG. 4.33, os dois pontos LSC (marcados com quadrados) coincidem com dois dos quatro pontos do MZC. Já na outra configuração da FIG 4.34 somente um dos pontos coincide, permitindo uma maior movimentação do centro dos círculos concêntricos.

As equações encontradas nas retas dos gráficos de médias e máximas podem ser utilizadas como indicadores do erro que ocorre ao utilizar-se o método LSC (tabelas 4.1 e 4.2). Para encontrar o valor de um erro provável (máximo e média) deve-se multiplicar o valor da circularidade encontrado pela última coluna das tabelas, tendo em vista o tamanho do conjunto de pontos.

TABELA 4.1 - Valores indicativos para diferenças médias entre LSC e MZC.

MÉDIAS	valor para 25mm	valor para 50 mm	valor para 250 mm	média
$n = 10$	0.13	0.13	0.14	0.13
$n = 25$	0.10	0.10	0.10	0.10
$n = 50$	0.08	0.08	0.08	0.08
$n = 75$	0.07	0.08	0.07	0.07
$n = 100$	0.07	0.07	0.06	0.07
$n = 200$	0.06	0.07	0.06	0.06

TABELA 4.2 - Valores indicativos para diferenças máximas entre LSC e MZC.

MÁXIMAS	valor para 25mm	valor para 50 mm	valor para 250 mm	média
$n = 10$	0.31	0.34	0.37	0.34
$n = 25$	0.29	0.31	0.33	0.31
$n = 50$	0.31	0.24	0.29	0.28
$n = 75$	0.27	0.21	0.28	0.25
$n = 100$	0.21	0.17	0.21	0.20
$n = 200$	0.15	0.21	0.16	0.17

Admitindo-se que os valores indicativos máximos sejam os erros causados pelo algoritmo LSC e supondo-se que uma determinada MMC tenha uma incerteza fixa de 3 μm , um conjunto de 200 pontos com desvio da ordem de 10 μm estaria sujeito a uma incerteza de 1,7 μm devido ao algoritmo, desprezível em relação à incerteza física da máquina. Esta máquina poderia utilizar o LSC normalmente nas condições em que a diferença máxima fosse suficientemente pequena em relação à incerteza da máquina.

Seguindo o mesmo raciocínio, o resultado de uma medição nas mesmas condições, só que feita em uma MMC com incerteza física de 0,5 μm , seria muito afetado pela escolha do algoritmo, motivo pelo qual somente o método MZC seria recomendável.

Capítulo 5

Conclusões e sugestões

5.1 Conclusões

Dois programas com dois métodos diferentes foram desenvolvidos e seus resultados comparados através de simulação com conjuntos de pontos randômicos. O método MZC sempre calcula um par de círculos concêntricos menor que o método LSC. Os resultados mostraram também que a diferença média e máxima entre os métodos varia significativamente com o valor do desvio de circularidade e com o tamanho do conjunto n , e é independente do raio da peça para os valores simulados. As diferenças máximas encontradas chegaram a mais de 30% indicando que a escolha do método pode ser uma fonte de erro considerável tanto em ambientes industriais quanto em laboratórios de metrologia.

Estas diferenças, examinadas através de gráficos, mostraram que para algumas situações reais em MMCs usadas na indústria, o erro causado pela escolha do método isoladamente pode não ser significativo. A diferença máxima encontrada nas simulações mostraram que, por exemplo, para valores abaixo de 10 μm com n igual ou maior que 100 as diferenças situam-se abaixo de 2,5 μm , valor este que está abaixo da incerteza de muitas máquinas. Entretanto considerando máquinas com incertezas menores, a escolha do método passa a ser importante. Isto vale não só para MMC, cuja incerteza pode chegar a 0,5 μm , como para máquinas dedicadas, que podem ter 0,04 μm de incerteza.

Quanto à influência do número de pontos do conjunto a ser analisado, mostrou-se que a reta que define os erros máximos esperados (FIG. 4.8 por exemplo) tende a ter coeficientes angulares menores à medida que n cresce. Isto significa que se somente um algoritmo LSC estiver disponível pode-se aumentar o número de pontos amostrados diminuindo a diferença máxima provável entre os métodos. Como uma amostragem de pontos maior beneficia também a incerteza da medição, este é um procedimento recomendável nestes casos.

A influência do próprio intervalo do desvio de circularidade na relação diferenças/desvios foi estabelecida. Para os valores usuais na mecânica, a relação das diferenças máxima e média com os desvios é aproximadamente linear, tendendo a passar pela origem. Para a variação de raio da peça não foi notada uma grande influência, o que pode ser explicado pela pequena relação desvio/raio para as faixas de desvio de circularidade estudadas (de $10\mu\text{m}$ a $0,1\mu\text{m}$).

Um outro aspecto observado é que o algoritmo de Voronoi mostrou-se capaz de calcular um conjunto de até 200 pontos em tempo bastante pequeno (da ordem de poucos segundos para 200 pontos), o que o torna apto a ser instalado em uma MMC ou em uma máquina dedicada. Apesar de o tempo não ter sido objeto de estudo específico, sabe-se pela complexidade que este algoritmo é capaz de tratar um grande número de pontos com aumento de $O(n \log n)$ no tempo. Este algoritmo tem grande potencial para ser usado no futuro, quando conjuntos de pontos cada vez maiores poderão ser adquiridos através de máquinas CNC.

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

O desenvolvimento de novas máquinas cada vez mais rápidas e precisas e a necessidade de implementação de métodos de acordo com as novas normas de

tolerância e metrologia encorajam trabalhos de desenvolvimento de algoritmos com outros desvios. Pode-se sugerir outros trabalhos na área, como por exemplo:

- Pesquisa de algoritmos para desvios de forma para zona mínima em três dimensões, tais como cilindridade e conicidade, utilizando geometria computacional.

- Pesquisa de algoritmos para desvios de posição utilizando as novas normas Y14.5 e Y14.5.1 (1995) para tolerância.

- Pesquisa da influência do processo de fabricação nas diferenças encontradas entre os métodos LSC e MZC.

Capítulo 6

Referências Bibliográficas

AGOSTINHO, O. L., RODRIGUES, A. C. S., LIRANI, J. *Tolerâncias, ajustes, desvios e análise de dimensões*. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1977, 296 p.

AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERING. *Dimensioning and tolerancing*, ASME Y14.5M-1994 , ASME, NY, 1995

AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERING. *Mathematical definition of dimensioning and tolerancing principles* , ASME Y14.5.1-1994, ASME, N.Y., 1995.

AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERING. *Measurement of out-of-roundness*, ASME B89.3.1-1979, ASME, N.Y., 1988.

AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERING. *Methods for performance evaluation of coordinate measuring machines*, ASME B89.1.12-1990, ASME, N.Y., 1990.

BECKWITH, W. A., PARSONS, F. G. Measurement methods and the new standard B89.3.2. *Manufacturing review*, v. 7, n. 1, p. 24-28, Mar. 1994.

BELFORT, G., BONA, B., CANUTO, E., DONATI, F., FERRARIS, F. ET ALI.
Coordinate measuring machines and machine tools self calibration and error
correction. *Annals of the CIRP*, v. 36, p. 359-364, Jan. 1987.

BRASSARD, G., BRATLEY, P. *Algorithmics theory & practice*. New Jersey: Prentice
Hall, 1988, 362 p.

BREYER, K. H., OHNHEISER, R. Como avaliar e, principalmente, usar todo o
potencial de uma MMC. *Máquinas e Metais*, n. , p. 134-148, Ago. 1995.

CACECI, M. S., CACHERIS, W. P. Fitting curves to data. *Byte*, v. , p. 340-360, May
1984.

CARPINETTI, L. C. Padronização de algoritmos para metrologia de precisão: uma
necessidade. *Revista de ciência & tecnologia*, v. 4/1, n. 7, Jul. 1995.

CHANG, H. LIN, T. W. Evaluation of circularity tolerance using Monte Carlo
simulation for CMM. *International journal of production research*, v. 31, n. 9, p.
2079-2086, 1993.

CHETWYND, D.G., PHILLIPSON, P. H. An investigation of reference criteria used in
roundness measurement. *Journal of physic E: scientific instruments*, v. 13, p.
530-538, 1980.

CHETWYND, D. G., SIDDALL, G. J. Improving the accuracy of roundness
measurement. *Journal of physics E: scientific instruments*. v. 9, p. 537-544,
1976.

- DHANISH, P. B., SHUNMUGAM, M. S. An algorithm for form error evaluation - using the theory of discrete and linear Chebyshev approximation. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, p. 309-324, 1991.
- DOWLING, M. M., GRIFFIN, P. M., TSUI, K. ZHOU, C. A comparison of the orthogonal least squares and minimum enclosing zone methods for form error estimation. *Manufacturing review*, v. 8, n. 2, June 1995.
- FARAGO, F. T. *Handbook of dimensional measurement*. New york: Industrial Press Inc., 1982, 524 p.
- FIDELIS, G. C., VEIGA, C. *Técnicas de medição e instrumentação para a metrologia dimensional*. Florianópolis, CERTI/LABMETRO, 1995, 259 p.
- FUKUDA, M., SHIMOKOHBE, A. Algorithms for form error evaluation- methods of the minimum zone and least squares. In INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON METROLOGY FOR QUALITY CONTROL IN PRODUCTION, 1984. Tokio. p. 197-202.
- GRAHAM, R. L. An efficient algorithm for determining the convex hull of a finite planar set. *Information processing letters*, v. 1, n. 1, p. 132-133, Jan. 1972.
- GOTO, M., IIZUKA, K. An analysis of the relation between the minimum zone deviation and the least square deviation in circularity and cylindricity. In INTERNATIONAL CONFERENCE PRODUCTION ENGINEERING, 1977. New Delhi. p. 61-70.
- HOCKEN, R. J., RAJA, J., BABU, U. Sampling issues in coordinate metrology. *Manufacturing review*, v. 6, n. 4, p. 282-294, Set. 1993.

HOCKEN, R., SIMPSON, J. A. ET ALI. Three dimensional metrology. *Annals of the CIRP*, v. 26, p. 403-408, Fev. 1977.

HOPP, T.H. Computational Metrology. *Manufacturing review*, v. 6, n. 4, p. 295-304, Set. 1993.

KAISER, M. J., MORIN, T. L. Centers, out-of-roundness measures, and mathematical programming. *Computers for industrial engineering*, v. 26, n. 1, p. 35-54, jan. 1994.

KNAPP, W. Test of the three-dimensional uncertainty of machine tools and measuring machines and its relation of the machine errors. *Annals of the CIRP*, v. 32, p. 459-464, Jan. 1983.

KUNSMANN, H., TRAPET, E. WALDELE, F. Já há como rastrear as medições com máquinas de coordenadas. *Máquinas e metais*, n. , p. 74-85, Ago. 1994.

KUNSMANN, H., TRAPET, E. WALDELE, F. A uniform concept for calibration, acceptance test, and periodic inspection of coordinate measuring machines using reference objects. *Annals of the CIRP*, v. 39, p. 561-564, Jan. 1990.

KUNSMANN, H., WALDELE, F. Performance of CMMs. *Annals of the CIRP*, v. 37, p. 633-640, Fev. 1988.

KURNOSENKO, A. I., MIKHAILOV, O. I. Methods of complex analysis of deviation of the form and arrangement of elements of two-dimensional contours. *Izmeritelnaya tekhnika*, n. 2, p. 16-18, Feb. 1991.

LE, V., LEE, D. T. Out-of-roundness problem revisited. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, v. 13, n. 3, p. 217-223, mar. 1991.

LEE, D. T. Medial axis transformation of a planar shape, *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, v. 4 n. 4 p. 363-369, Jul. 1982.

LEE, D. T., DRYSDALE, R. L. Generalization of voronoi diagrams in the plane. *Society for industrial and applied mathematics*. v. 10, n. 1, p. 73-87, Fev. 1981.

MEGIDDO, N. Linear time algorithms for linear programming in R^3 and related problems. *Society for industry and applied mathematics*, v. 12, n. 4, p. 759-776, Nov. 1983.

MURTHY, T. S. R., ABDIN, S. Z. Minimum zone evaluation of surfaces. *International journal of machine tool design and research*, v. 20, n. 3, p. 123-136, 1980.

NEUMANN, A. G. The new Y14.5M standard on dimensioninf and tolerancing. *Manufacturing review*, v. 7, n. 1, p. 9-15, Mar. 1994.

NOVASKI, O. *Introdução à engenharia de fabricação mecânica*. São Paulo, Edgard Blücher Ltda, 1994, 120 p.

PAPPAS, C.H., MURRAY, W. H. *Turbo C++ completo e total*. São Paulo, Mc-Graw Hill, 1991, 772 p.

PREPARATA, F. P. e SHAMOS, M. *Computational Geometry*, Springer, N.Y. 1988.

RANK TAYLOR HOBSON LIMITED, Leicester, England. *Talking about roundness*. June 1984.

- REQUICHA, A. A. G. Mathematical definition of tolerance specifications, *Manufacturing review*, v. 6, n. 4, p. 269-274, Set. 1993.
- ROY U. and ZHANG X. Establishment of a pair of concentric circles with the minimum radial separation for assessing roundness error. *Computer Aided Design*, v. 24, n. 3, p. 161-168. Mar. 1992.
- ROY U. and ZHANG X. Development and Application of Voronoi Diagrams in the Assessment of Roundness Error in an Industrial Environment. *Computers for Industrial Engineering*, v. 26, n. 1, p. 11-26. Jan. 1994.
- SEDGEWICK, R. *Algorithms in C*. Addison-Wesley, NY, 1990.
- SHUNMUGAM, M. S. New approach for evaluating form errors of engineering surfaces. *Computer-aided design*. v. 19, n. 7, p. 368-374, sep. 1987.
- SKYUM, S. A simple algorithm for computing the smallest enclosing circle. *Information processing letters*. v. 37, p. 121-125, Fev. 1991.
- SPROW, E. Challenges to CMM precision. *Tooling & production*, p. 54-61, Nov. 1990.
- SRINIVASAN, V., VOELKER, H. Guest editors' introduction - dimensional tolerancing and metrology. *Manufacturing review*, v. 6, n. 4, p. 255-257, Set. 1993.
- SRINIVASAN, V. The role of sweeps in tolerancing semantics. *Manufacturing review*, v. 6, n. 4, p. 275-281, Set. 1993.

TRABAND, M. T., JOSHI, S., WYSK, R., CAVALIER, T. M. Evaluation of straightness and flatness tolerances using the minimum zone. *Manufacturing review*, v. 2, n. 3, p. 189-195, Sep. 1989.

VIDIGAL, L. M., DIRECTOR, S. W. A design centering algorithm for nonconvex regions of acceptability. *IEEE transactions of computer-aided design of integrated circuits and systems*, v. 1, n. 1, p. 13-24, Jan. 1982.

VOELKER, H. A current perspective on tolerancing and metrology. *Manufacturing review*, v. 6, n. 4, p. 258-268, Set. 1993.

WALKER, R. K., SRINIVASAN, V. Creation and evolution of the ASME Y14.5.1M standard. *Manufacturing review*, v. 7, n. 1, p. 16-23, Mar. 1994.

WANG, Y. Minimum zone evaluation of form tolerances. *Manufacturing review*, v. 5, n. 3, p. 213-220. Sep. 1992.

WHITEHOUSE, D. J. Some theoretical aspects of error separation techniques in surface metrology. *Journal of physics E: scientific instruments*, v. 9, p. 531-536, 1976.

WHITEHOUSE, D. J. *Handbook of Surface Metrology*, IOP Publishing, Bristol, 1994.