

ESTUDO TEÓRICO E EXPERIMENTAL DE  
SOLIDIFICAÇÃO E FUSÃO CILÍNDRICA  
EXTERNA EM ARMAZENADORES TÉRMICOS

37/81

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ESTUDO TEÓRICO E EXPERIMENTAL DE  
SOLIDIFICAÇÃO E FUSÃO CILÍNDRICA  
EXTERNA EM ARMAZENADORES TÉRMICOS

Orientador: Prof. Kamal Abdel Radi Ismail, Ph.D.

Ricardo Fortes de Miranda

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade Estadual de Campinas, para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

## RESUMO

Este trabalho está dividido em duas partes principais: uma parte está voltada à investigação do problema de condução de calor com mudança de fase, enquanto a outra está voltada à verificação experimental. Foram utilizados no tratamento teórico três diferentes métodos de investigação do problema de solidificação e fusão sobre superfícies cilíndricas, e comparadas entre si.

A fim de verificar os resultados teóricos foram projetados e construídos dois modelos experimentais. Um sistema monotubular e outro multitubular. Com parafina utilizada como material armazenador, vários experimentos foram realizados para se obter o comportamento desse processo. Os resultados experimentais foram comparados, analisados e discutidos com os dados teóricos obtidos.

## ABSTRACT

The present study is divided into two main parts, one part is devoted to analytical investigation of the problem of heat transfer with phase change, while the other is devoted to experimental verification of the first.

In the theoretical treatment three different methods of the investigation of the problem of solidification and fusion outside cylindrical geometries were treated and analysed. The three methods were compared and discussed.

In order to verify the theoretical results two experimental models were designed, constructed and set up. One system is single tube type, while the other is multitube type. With paraffin used as the phase change material, various experiments were done to obtain temperature profiles and heat transfer, rates. The experimental results obtained were compared, discussed and analysed with the theoretical findings.

# I N D I C E

PAG.

## CAPÍTULO 1

1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1. Características Térmicas da Substância Armazenadora .....	2
1.2. Características Térmicas do Fluido de Trabalho .....	3
1.3. Geometria do Sistema .....	3
2. ESTUDO DO PROCESSO DE FUSÃO-SOLIDIFICAÇÃO .....	5
2.1. Geometrias Cilíndricas e Esféricas .....	6

## CAPÍTULO 2

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA .....	8
1. INTRODUÇÃO .....	8
2. ESTUDO DO PROBLEMA .....	8
2.1. Condução de Calor num Cilindro Circular Infinito .....	8
2.2. Problema de Mudança de Fase com Simetria Cilíndrica .....	10

## CAPÍTULO 3

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DE MODELOS APROXIMADOS ...	14
1. SOLUÇÃO DE PEKERIS E SLICHTER .....	14
2. SOLUÇÃO DE LONDON E SEBAN .....	22
3. COMPARAÇÃO DO MÉTODO DE PEKERIS E SLICHTER COM O MÉTODO DE LONDON E SEBAN .....	25

## CAPÍTULO 4

FORMULAÇÃO DO MODELO PROPOSTO .....	27
1. ESTUDO ANALÍTICO DO PROBLEMA EM QUE O FLUIDO DE TRABALHO TEM TEMPERATURA CONSTANTE .....	27
2. ANÁLISE DO MÉTODO PROPOSTO PARA FLUXO DE CALOR CONSTANTE (FUSÃO) .....	32
3. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS DO MODELO PROPOSTO .....	34
GRÁFICOS .....	35

## CAPÍTULO 5

ANÁLISE EXPERIMENTAL .....	49
1. ARMAZENADOR MONOTUBULAR .....	49
2. ARMAZENADOR MULTITUBULAR .....	53
3. DISCUSSÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS .....	58
GRÁFICOS .....	61

## CAPÍTULO 6

ANÁLISE DO PROCESSO DE FUSÃO .....	71
1. ANÁLISE TEÓRICA .....	71
2. ANÁLISE DOS DADOS EXPERIMENTAIS .....	74
GRÁFICOS .....	75

## CAPÍTULO 7

CONCLUSÃO .....	83
-----------------	----

BIBLIOGRAFIA .....	85
--------------------	----

NOMENCLATURA .....	88
--------------------	----

## CAPÍTULO 1

### 1. INTRODUÇÃO

Os armazenadores de energia de todos os tipos contribuem na conservação de energia, estes contribuem na economia de combustível devido ao equilíbrio proporcionado entre a fonte geradora e a fonte consumidora, evitando assim o desperdício e também provocando um melhor desempenho do sistema. Já que este passa a trabalhar em um processo mais uniforme, uma vez que, tanto os picos de fornecimento de energia quanto aos de consumo são solicitados ao armazenador.

Existem várias formas de se armazenar energia, [26], dentre as quais podemos citar algumas:

1. Sistemas de armazenamento inercial;
2. Sistemas químicos closed loop (calor de reação);
3. Armazenamento de energia térmica;
4. Sistemas de armazenamento por energia química, os quais poderíamos citar as baterias e também energia hidrogênica;
5. Armazenamento por ar comprimido;
6. Armazenamento por bombeamento hidroelétrico;
7. Armazenamento por supercondutividade magnética.

O tipo de armazenador a ser utilizado é definido de acordo com a fonte de energia, forma e uso final dessa energia, duração e outras condições de projeto.

O armazenamento de energia térmica pode ser feita de duas maneiras:

1. Armazenamento de calor através do calor sensível, isto é, através da variação da temperatura de uma substância sólida ou líquida;

2. Armazenamento de calor latente, isto é, através da mudança de fase de uma substância de sólido...

Os armazenadores podem ser classificados em relação ao nível de temperatura em que trabalham da seguinte forma:

- Armazenamento a baixa temperatura, abaixo de 100°C;
- Armazenamento a média temperatura, de 100 a 300°C;
- Armazenamento a alta temperatura, acima de 300°C.

Em um armazenador de calor latente, é condição primordial conhecer o processo de fusão-solidificação, uma vez que a frente de fusão é que governa a transferência de calor entre a substância armazenadora e o fluido de trabalho. Daí podemos concluir que o processo depende fundamentalmente de:

### 1.1. Características Térmicas da Substância Armazenadora

As propriedades térmicas dos materiais usados para armazenagem de calor constituem fator preponderante em suas seleções. Dentre essas propriedades estão:

- Calor específico alto
- Calor latente alto
- Coeficiente de transferência de calor alto
- Baixa variação de volume durante a mudança de fase
- Baixo coeficiente de expansão
- Ser estável na temperatura de operação
- Baixa variação da viscosidade com a temperatura
- Não ser corrosivo.

Um material ideal para armazenamento térmico deve ter alta energia térmica por unidade de volume com uma variação mínima de temperatura, e boa velocidade de resposta de solicitação do sistema.

Existem vários estudos sobre materiais armazenadores, tais como sais inorgânicos [28], alguns sais eutéticos e sais hidratados [27].

Nosso estudo foi feito com parafina, para armazenamento a baixas temperaturas e enxôfre para armazenamento em médias temperaturas.

De acordo com a TABELA - 1 [25].

Como se pode verificar na TABELA - 1, a densidade de armazenamento do enxôfre é baixo, mas ele tem a qualidade de não degradar após vários ciclos e suas propriedades termofísicas são bem definidas.

### 1.2. Características Térmicas do Fluido de Trabalho

Estas devem ser levadas em conta tais como, nos trocadores de calor. Possuir alta condutibilidade térmica; velocidade de escoamento depende da característica de projeto, mas deve ser o mais alto possível para aumentar a transferência convectiva; estabilidade térmica na faixa de trabalho e, não ser corrosivo.

### 1.3. Geometria do Sistema

- A previsão de uma área de troca de calor adequada é essencial e é um fator importante no estudo dos custos.
- O isolamento deve ser bem eficiente e este pode se tornar de baixa eficiência se a geometria for complexa.
- O estudo da frente de fusão, fator que rege o armazenamento de calor latente, pode ser bastante complexo com geometrias complicadas.

Os sistemas de armazenamento de calor latente encontram aplicação na área de máquinas térmicas, instalações de potência e processos industriais. Pode também ser utilizado em menor escala na área doméstica e comercial.

TABELA - 1

MATERIAL	PONTO DE FUSÃO (°C)	CALOR DE FUSÃO (KJ/KG)	DENSIDADE DE (MJ/m <sup>3</sup> )
Na <sub>2</sub> HPO <sub>4</sub> ·12H <sub>2</sub> O(*)	36	280	422
Na <sub>2</sub> S <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ·5H <sub>2</sub> O(*)	45-48	200	344
CaCl <sub>2</sub> ·6H <sub>2</sub> O(*)	29	170	286
MgCl <sub>2</sub> ·6H <sub>2</sub> O(**)	117	172	269
Ca(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> ·4H <sub>2</sub> O(*)	47	142	259
Mg(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> ·6H <sub>2</sub> O(**)	95	160	234
Zn(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> ·6H <sub>2</sub> O			
Al(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> ·9H <sub>2</sub> O(**)			
EUTÉTICOS (%)			
Ca(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> ·4H <sub>2</sub> O(45)	25	130	251
Zn(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> ·6H <sub>2</sub> O(55)			
Ca(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> ·4H <sub>2</sub> O(67)	30	136	228
Mg(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> ·6H <sub>2</sub> O(33)			
Mg(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> ·6H <sub>2</sub> O(18)	32	130	249
Zn(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> ·6H <sub>2</sub> O(82)			
Ca(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> ·4H <sub>2</sub> O(72)	35	139	240
Al(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> ·9H <sub>2</sub> O(28)			
Mg(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> ·6H <sub>2</sub> O(53)	61	148	249
Al(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> ·9H <sub>2</sub> O(47)			
CERA	61.8	177	
C <sub>8</sub> H <sub>18</sub> (PARAFINA)	100.7	62.4	
C <sub>33</sub> H <sub>68</sub> (PARAFINA)	71.1	226	
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub> O <sub>3</sub> (GLICEROL)	18	199	251
ACETAMIDA	80	252	
EUTÉTICOS DE ACETAMIDA(%)			
ÁCIDO ESTEÁRICO(83)	65.4	213	
ÁCIDO PALMÍTICO(81)	59.1	177	
ÁCIDO PALMÍTICO(89)	57.2	172	
ÁCIDO(89)	48.7	199	
ÁCIDO LAURICO(91)	39.4	183	
ENXÔFRE	119	38.5	77

(\*) MATERIAIS QUE APRESENTAM PROBLEMAS DE NUCLEAÇÃO

(\*\*) CORROSIVO

## 2. ESTUDO DO PROCESSO DE FUSÃO-SOLIDIFICAÇÃO

O principal destaque desses problemas é a existência de uma superfície móvel de separação entre as duas fases. O modo como essa superfície se move deve ser determinado, pois o calor é liberado ou absorvido através dessa superfície. É demonstrado adiante que esse problema é não-linear, assim, soluções particulares não podem ser superpostas.

A primeira publicação discutindo o problema de mudança de estado parece ter sido feita por Stefan, em um estudo sobre a formação de gelo nos pólos, e é por essa razão que os problemas de congelamento são frequentemente denominados "Problemas de Stefan". A mais importante solução exata é dada por Neumann [22], para uma região semi-infinita inicialmente a uma temperatura constante, que é maior que a temperatura de saturação da substância.

Evans, Isaacson e MacDonald [6] dão três soluções de acordo com as condições de contorno e iniciais, da recristalização de uma placa metálica infinita. Em todos os casos abordado é considerado que o modelo seja unidimensional e a espessura da placa uniforme.

Murray e Landis [21] propõem duas soluções numéricas aplicáveis à computação tanto digital quanto analógica. Ambos os métodos são aplicados a uma região com temperatura inicial arbitrária e permite também condições de fronteira arbitrária. Os dois casos são modelos unidimensionais, sendo que no primeiro método os espaços de malha são variáveis e no segundo fixos.

Allen e Severn [10], através do método da relaxação tratam bi-dimensionalmente o caso da solidificação interna de um prisma uniforme de secção transversal quadrada, e a temperatura na interface é considerada constante.

Ainda em soluções planas existem outras formas de abordar o problema, sendo necessário se conhecer o modo como se comporta a frente de solidificação. Esse caso é denominado de "O inverso do Problema de Stefan". Existem ainda refinamentos de métodos já utilizados [13].

## 2.1. Geometrias Cilíndricas e Esféricas

Nesse caso as publicações se apresentam em menor número e também não é disponível nenhuma solução exata. Em todos os casos a substância está à temperatura de saturação.

Para o caso cilíndrico uma das primeiras propostas é dado por Pekeris e Slichter [17], onde descrevem uma solução aproximada para a formação de gelo no lado externo de um cilindro, quando o líquido está inicialmente na temperatura de congelamento. Esse método está aqui representado pois ele mostra bem claramente os problemas que surgem no caso cilíndrico de mudança de fase.

London e Seban [20], apresentam um método geral aproximado para o problema de solidificação em superfícies esféricas, cilíndricas e planas. Essa solução despreza o calor específico das duas fases. Está também aqui representado esse método, devido a sua simplicidade.

Longwell [7] propõe um método gráfico em que é considerado o calor específico, no entanto esse método não pode ser usado em computação numérica quando a interface aproxima-se do centro do cilindro.

Tao [19] apresenta um método numérico, onde são dadas soluções da posição da interface como uma função do tempo durante a solidificação de um líquido saturado dentro de recipientes cilíndricos ou esféricos. A condutividade térmica e a capacidade térmica da fase sólida como também o coeficiente de transmissão de calor por convecção são assumidos como constantes.

Megerlin [18] apresenta uma solução para o problema de mudança de fase sobre superfícies cilíndricas, onde é considerada o efeito do calor sensível da substância. Essa solução é apresentada nesse trabalho como o método proposto, devido ser um método analítico e não numérico, pois assim pode-se compreender melhor matematicamente o problema de mudança de fase.

N. Shamsundar e E. M. Sparrow [16] apresentam uma variação da solução de Megerlin. Tratam da mesma solução só que agora para superfície interna cilíndrica, e apresenta uma variação da solução para fluxo de calor constante.

Lederman e Boley [9] demonstram uma solução para solidificação ou fusão cilíndricas simétricas. É dada uma solução analítica para tempos curtos e outra solução numérica para qualquer tempo dado.

Y.K. Chuang e J. Szekely [14] demonstram uma técnica analítica computacional, usando função de Green para a solução do problema da fusão ou solidificação em coordenadas cilíndricas.

Outros trabalhos mais complexos ou mais explícitos são apresentados por T. Saitoh [8], Anastas Lazaridis [11] e ainda H. Budhia e F. Kreith [12].

Nesse trabalho é apresentado um estudo de armazenadores de calor latente tanto monotubular quanto multitubular, sendo que o material armazenador se encontra envolvendo os tubos, e por esses tubos escoia o fluido de trabalho. A resposta desses armazenadores são funções de vários parâmetros, até mesmo a geometria desses armazenadores são fatores modificantes de seu comportamento.

Para prever a resposta dinâmica desses armazenadores foram necessários se estudar alguns modelos teóricos e analíticos e compará-los com os resultados experimentais.

## CAPÍTULO 2

### FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

#### 1. INTRODUÇÃO

O nosso problema consiste em conhecer o comportamento da frente de solidificação, e com isso saber a resposta do armazenador quanto ao fluxo de calor entregue na borda do duto ao fluido de trabalho.

Esse armazenador de calor latente é constituído de uma carcaça cilíndrica onde se encontra o material armazenador e por vários tubos cilíndricos por onde escoia o fluido de trabalho.

O primeiro problema é como uma frente de solidificação interfere com a outra, e como fazer a distribuição dos tubos para que haja um melhor aproveitamento de espaço e eficiência. Contudo nesse trabalho não trataremos desse assunto, manteremos uma geometria fixa pré-determinada onde tenha a mínima interferência das frentes de solidificação e o melhor aproveitamento de espaço, assim nos preocuparemos apenas com o modo de como se processa a troca de calor de uma substância com mudança de fase sobre uma superfície cilíndrica.

#### 2. ESTUDO ANALÍTICO DO PROBLEMA

##### 2.1. Condução de Calor num Cilindro Circular Infinito

A equação de condução de calor em coordenadas cilíndricas é:

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \alpha \left[ \frac{\delta^2 T}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta T}{\delta r} + \frac{1}{r^2} \frac{\delta^2 T}{\delta \theta^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta z^2} \right] \quad (2.1)$$

onde:

$$\alpha = \frac{K}{\rho c}$$

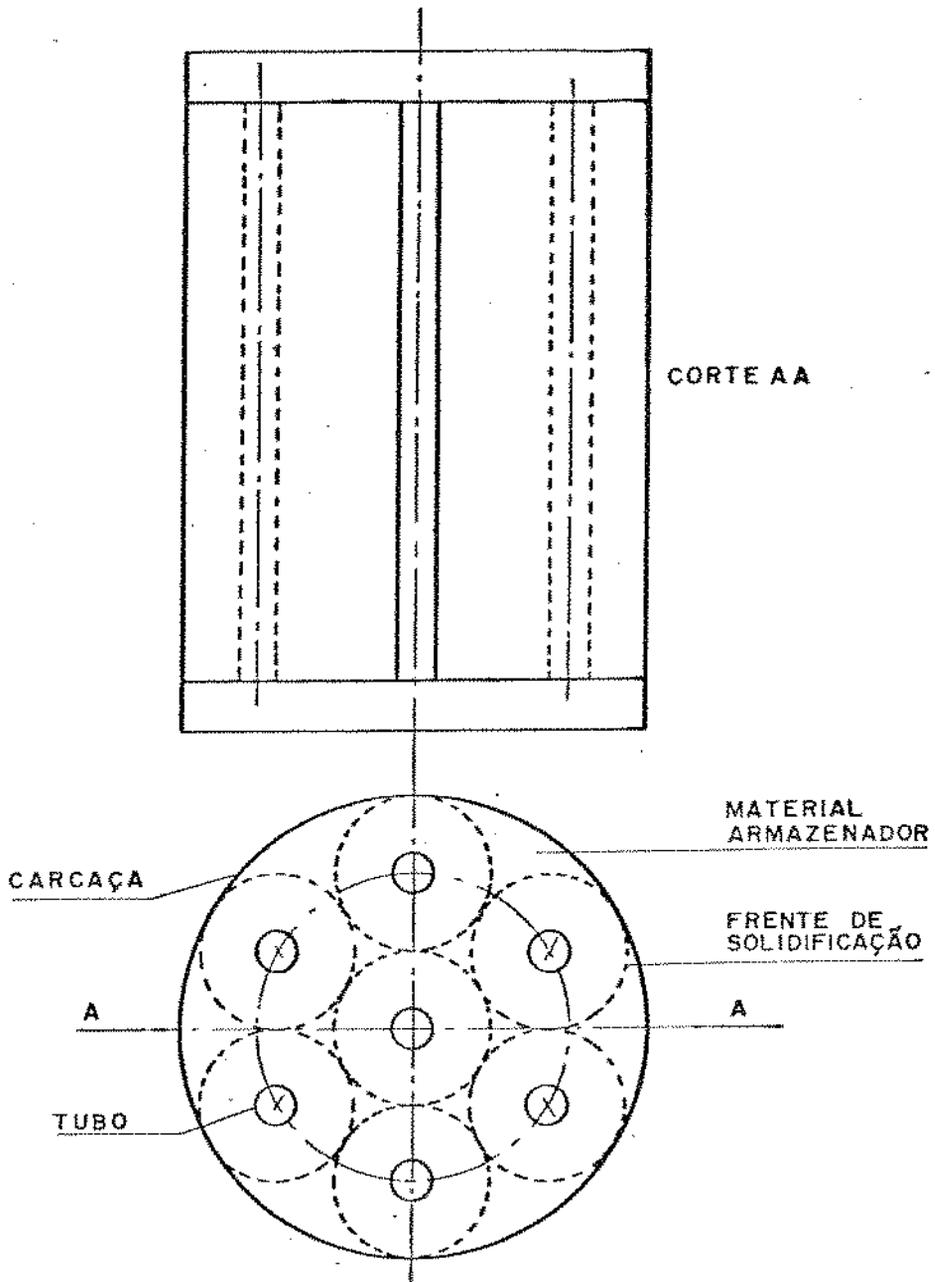


FIG. (2.1) ESQUEMA DE ARMAZENADOR CALOR LATENTE

Num cilindro circular cujos eixos coincidem com o eixo Z, e as condições iniciais são independentes das coordenadas  $\theta$  e Z, a temperatura será uma função do raio e do tempo somente, e a equação (2.1) reduz-se a:

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \alpha \left[ \frac{\delta^2 T}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta T}{\delta r} \right] \quad (2.2)$$

Considerando o sólido como um cilindro oco cujo raio interno é R e o raio externo é  $r^*$ , e não há variação da temperatura com o tempo. A equação (2.2) torna-se:

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) = 0, \quad R < r < r^* \quad (2.3)$$

A solução geral dessa equação é:

$$T = A + B \ln r \quad (2.4)$$

onde A e B são constantes que são determinadas através das condições de contorno,  $r = R$  e  $r = r^*$ .

## 2.2. Problema de Mudança de Fase com Simetria Cilíndrica

Considerando que o líquido esteja a temperatura de saturação e que a mudança de fase ocorra na interface, transferindo calor através da massa solidificada para o interior do duto que está a uma temperatura  $T_0$ , como ilustrado na Fig. (2.2), este escoamento térmico se dá através de 2 formas: por condução através do sólido e por convecção a partir da superfície do sólido para o interior do duto. Existe também uma condução através da parede do duto, mas podemos agrupar essa resistência térmica de condução com a de convecção. A camada sólida está sub-resfriada exceto para a interface móvel que está em contato com o líquido à temperatura de saturação.

Na camada solidificada o processo de condução de calor é dado pela equação (2.2).

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \alpha \left( \frac{\delta^2 T}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta T}{\delta r} \right), \quad R < r < r^* \quad (2.5)$$

onde as propriedades térmicas que aparecem nessa equação e nas outras subsequentes são as propriedades do sólido.

Na interface sólido-líquido, a continuidade de temperatura e fluxo de calor são expressadas como:

$$K \frac{\delta T}{\delta r} = \rho \lambda \frac{dr^*}{dt} \quad r = r^* \quad (2.6)$$

$$T = T_{\text{sat.}}$$

onde  $\lambda$  é o calor latente de solidificação.

Na superfície do duto, as condições de fronteira são:

$$K \frac{\delta T}{\delta r} = h_o (T - T_o), \quad r = R \quad (2.7)$$

No plano  $(r, t)$  as curvas de temperatura constante são dadas por:

$$T(r, t) = C \quad (2.8)$$

ao longo dessas linhas tem-se

$$(\delta T / \delta t) dt + (\delta T / \delta r) dr = 0$$

donde

$$\frac{dr}{dt} = - (\delta T / \delta t) / (\delta T / \delta r) \quad (2.9)$$

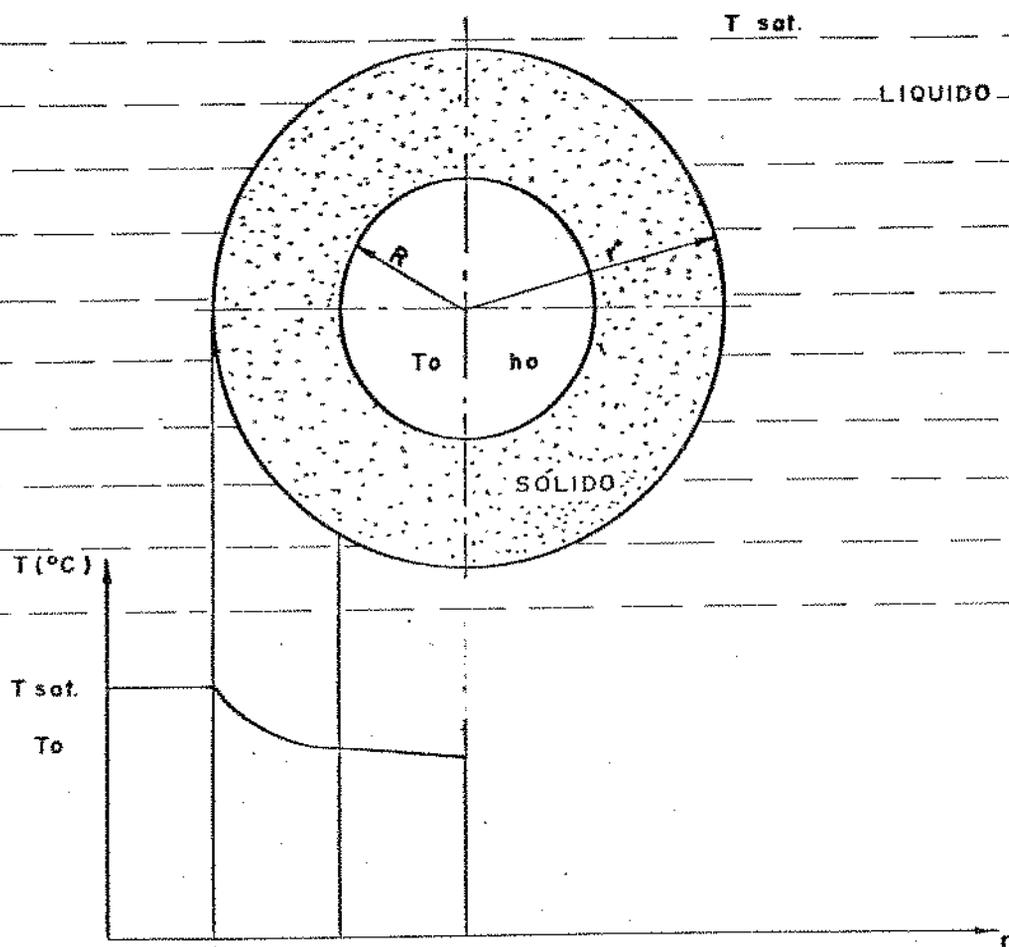


FIG.(2.2) ESQUEMA DE CONDUÇÃO DE CALOR COM MUDANÇA DE FASE NO SENTIDO RADIAL.

Essa equação quando aplicada à linha de  $T = T_{sat}$  determina  $dr^*/dt$ .  
Daí a equação (2.6) é equivalente a:

$$\left( \frac{\delta T}{\delta r} \right)^2 = - \frac{\rho \lambda}{K} \frac{\delta T}{\delta t} \quad (2.10)$$

Como se pode ver o problema não é linear, é uma solução geral não pode ser obtida por superposição de soluções particulares.

Para tal problema, usam-se métodos aproximados.

### CAPÍTULO 3

#### FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DE MODELOS APROXIMADOS

##### 1. SOLUÇÃO DE PEKERIS E SLICHTER [17]

É uma solução dada em expansão em séries para substâncias onde o calor sensível é bem menor que o calor latente, e a temperatura do fluido de trabalho pode ser variável com o tempo.

Na camada solidificada a condução de calor é

$$\frac{\delta T}{\delta t} \approx \alpha \left[ \frac{1}{r} \frac{\delta T}{\delta r} + \frac{\delta^2 T}{\delta r^2} \right], \quad R < r < r^* \quad (3.1)$$

Na interface temos a seguinte condição de contorno

$$\frac{\delta T}{\delta r} = \gamma \left( \frac{\delta r}{dt} \right) \quad r = r^* \quad (3.2)$$

$$T = T_{\text{sat.}}$$

onde:

$$\gamma = \lambda \rho / K$$

Essa solução não considera a troca de calor por convecção ao fluido de trabalho, visto que foge do problema de armazenadores. Mas é interessante mostrar essa solução para se ter um melhor conhecimento do problema de troca de calor com mudança de fase sobre superfícies cilíndricas.

Considerando que a distribuição de temperatura na região do sólido aproxima-se do estado permanente, o que seria obtido se  $r^*$  fosse fixo, é o que mostra a Fig. (2.2). Dessa forma fazendo  $\eta = r/R$  e substituindo na Equação (3.1) resulta:

$$\frac{R^2}{\alpha} \frac{\delta T}{\delta t} = \frac{\delta^2 T}{\delta \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\delta T}{\delta \eta} \quad (3.1a)$$

Admitindo a temperatura na forma polinomial

$$T = T_0(\eta, t) + \left(\frac{R^2}{\alpha}\right) T_1(\eta, t) + \left(\frac{R^2}{\alpha}\right)^2 T_2(\eta, t) + \dots \quad (3.3)$$

substituindo T na equação (3.1a)

$$\begin{aligned} & \left(\frac{R^2}{\alpha}\right) \left[ \frac{\delta T_0}{\delta t} + \left(\frac{R^2}{\alpha}\right) \frac{\delta T_1}{\delta t} + \left(\frac{R^2}{\alpha}\right)^2 \frac{\delta T_2}{\delta t} + \dots \right] = \\ & = \left[ \frac{\delta^2 T_0}{\delta \eta^2} + \left(\frac{R^2}{\alpha}\right) \frac{\delta^2 T_1}{\delta \eta^2} + \left(\frac{R^2}{\alpha}\right)^2 \frac{\delta^2 T_2}{\delta \eta^2} + \dots \right] + \\ & + \frac{1}{\eta} \left[ \frac{\delta T_0}{\delta \eta} + \left(\frac{R^2}{\alpha}\right) \frac{\delta T_1}{\delta \eta} + \left(\frac{R^2}{\alpha}\right)^2 \frac{\delta T_2}{\delta \eta} + \dots \right] \end{aligned}$$

Agrupando os termos com os mesmos coeficientes:

$$\frac{\delta^2 T_0}{\delta \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\delta T_0}{\delta \eta} = 0 \quad (3.4a)$$

$$\frac{\delta^2 T_1}{\delta \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\delta T_1}{\delta \eta} = \frac{\delta T_0}{\delta t} \quad (3.4b)$$

$$\frac{\delta^2 T_2}{\delta \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\delta T_2}{\delta \eta} = \frac{\delta T_1}{\delta t} \quad (3.4c)$$

Calculando a equação (3.4a), resulta:

$$T_0 = B(t) \ln \eta + A(t) \quad (3.5)$$

Para calcular  $T_1$  é usado a equação (3.4b), substituindo  $T_0$  pelo seu valor já calculado, assim:

$$T_1 = \frac{\eta^2}{4} ( \dot{A} - \dot{B} ) + \dot{B} \frac{\eta^2}{4} \ln \eta \quad (3.6)$$

os outros valores são calculados da mesma forma, sucessivamente.

Substituindo esses valores na equação (3.3), fica:

$$T = A + B \ln \eta + \left( \frac{R^2}{\alpha} \right) \left[ \frac{1}{4} ( \dot{A} - \dot{B} ) \eta^2 + \frac{1}{4} \dot{B} \eta^2 \ln \eta \right] + \left( \frac{R^2}{\alpha} \right)^2 \left[ \frac{\eta^4}{128} ( 2\ddot{A} - 3\ddot{B} ) + \frac{\ddot{B}}{64} \eta^4 \ln \eta \right] + \dots \quad (3.7)$$

Assumindo que a solução da equação (3.7) se prende somente para  $t > 0$  e para  $1 < \eta < r^*/R$ , enquanto para grandes valores de  $\eta$ ,  $T = T_{sat.} = 0$ .

Inicialmente em  $t = 0$

$$T = -C \quad \text{para} \quad \eta = 1 \quad (3.8)$$

$$T = 0 \quad \text{para} \quad \eta > 1 \quad (3.9)$$

onde:

C pode ser uma temperatura dada em função do tempo ou constante.

Agora pode-se determinar A e B pelas condições iniciais e as condições de contorno em R e  $r^*$ .

Segue-se das equações (3.7) e (3.8) que:

$$-C = A + \left(\frac{R^2}{\alpha}\right) \left[\frac{1}{4} (\dot{A} - \dot{B})\right] + \left(\frac{R^2}{\alpha}\right)^2 \left[\frac{1}{128} (2\ddot{A} - 2\ddot{B})\right] + \dots \quad (3.10)$$

enquanto as equações (3.7) e (3.9) fornece

$$0 = A + B \ln \frac{r^*}{R} + \left(\frac{R^2}{\alpha}\right) \left[\frac{1}{4} (\dot{A} - \dot{B}) \frac{r^{*2}}{R^2} + \frac{1}{4} \frac{r^{*2}}{R^2} \ln \frac{r^*}{R}\right] +$$

$$+ \left(\frac{R^2}{\alpha}\right)^2 \left[\frac{1}{128} \frac{r^{*4}}{R^4} (2\ddot{A} - 3\ddot{B}) + \frac{\ddot{B}}{64} \frac{r^{*4}}{R^4} \ln \frac{r^*}{R}\right] + \dots$$

fazendo:

$$y = \left(\frac{r^*}{R}\right)^2$$

a equação acima fica:

$$A + \frac{1}{2} B \ln y + \left(\frac{R^2}{\alpha}\right) \left[\frac{1}{4} (\dot{A} - \dot{B}) y + \frac{1}{8} \dot{B} y \ln y\right] +$$

$$+ \left(\frac{R^2}{\alpha}\right)^2 \left[\frac{1}{128} y^2 (2\ddot{A} - 3\ddot{B}) + \frac{\ddot{B}}{128} y^2 \ln y\right] + \dots = 0 \quad (3.11)$$

Das equações (3.7) e (3.2), tira-se:

$$2B + \frac{R}{\alpha} \left[ (\dot{A} - \dot{B}) y + \frac{\dot{B}}{2} (y \ln y + y) \right] + \dots R^2 y \frac{dy}{dt} \quad (3.12)$$

Com C conhecido, as equações (3.10), (3.11) e (3.12) servem para determinar A, B e y, como funções do tempo.

Considerando a solução da seguinte forma

$$A = A_0 + \left( \frac{R^2}{\alpha} \right) A_1 + \left( \frac{R^2}{\alpha} \right)^2 A_2 + \dots \quad (3.13)$$

$$B = B_0 + \left( \frac{R^2}{\alpha} \right) B_1 + \left( \frac{R^2}{\alpha} \right)^2 B_2 + \dots \quad (3.14)$$

$$y = y_0 + \left( \frac{R^2}{\alpha} \right) y_1 + \left( \frac{R^2}{\alpha} \right) y_2 + \dots \quad (3.15)$$

Essas equações quando substituídas nas eqs. (3.10), (3.11) e (3.12), os termos independentes de  $(R^2/\alpha)$  dão as relações:

$$A_0 = -C = -\frac{1}{2} B_0 \ln y_0 \quad (3.16)$$

$$2 B_0 = R^2 \gamma y_0$$

Daí:

$$\ln y_0 \, d y_0 = \frac{C}{R^2 \gamma} dt \quad (3.17)$$

Integrando essa equação

$$y_0 \ln y_0 + 1 - y_0 = \frac{4}{R^2 \gamma} \int_0^t C \, dt \quad (3.18)$$

onde  $y_0$  é uma aproximação suficiente para  $y$  e isso será demonstrado ser o caso para todos os outros valores, exceto para valores extremamente altos de  $C$ .

A equação (3.18) mostrou que  $y$  depende somente da integral do tempo de resfriamento do cilindro. O termo  $y_1$  pode ser determinado através de  $(R^2/\alpha)$  das eqs. (3.10), (3.11) e (3.12) que dão:

$$A_1 + \frac{1}{4} (\dot{A}_0 - \dot{B}_0) = 0 \quad (3.19)$$

$$A_1 + \frac{1}{2} B_1 \ln y_0 + \frac{1}{2} B_0 \frac{y_1}{y_0} + \frac{1}{4} (\dot{A}_0 - \dot{B}_0) + \frac{\dot{B}_0}{8} y_0 \ln y_0 = 0 \quad (3.20)$$

$$2B_1 + y_0 (\dot{A}_0 - \dot{B}_0) + \frac{\dot{B}_0}{2} (y_0 \ln y_0 + y_0) = R^2 \gamma \dot{y}_1 \quad (3.21)$$

Ao eliminar os termos  $A_1$  e  $B_1$  das equações acima, obtêm-se uma equação diferencial de primeira ordem para  $y_1$ .

$$\dot{y}_1 + y_1 \left( \frac{\dot{y}_0}{y_0 \ln y_0} \right) = \frac{1}{2 R^2 \gamma} \dot{B}_0 y_0 \ln y_0 + \frac{1}{R^2 \gamma} (\dot{A}_0 - \dot{B}_0) \left[ y_0 - \frac{(y_0 - 1)}{\ln y_0} \right] \quad (3.22)$$

ou

$$\frac{dy_1}{dy_0} + \frac{y_1}{y_0 \ln y_0} = \frac{1}{2 R^2 \gamma} y_0 \ln y_0 \frac{dB_0}{dy_0} + \frac{1}{R^2 \gamma} \left( \frac{dA_0}{dy_0} - \frac{dB_0}{dy_0} \right) \left[ y_0 - \frac{(y_0 - 1)}{\ln y_0} \right] \quad (3.23)$$

com a ajuda das eqs. (3.16) e (3.17), a eq. (2.23) reduz-se a:

$$\frac{dy_1}{dy_0} + \frac{y_1}{y_0 \ln y_0} = \frac{1}{R^2 \gamma \ln y_0} \frac{d}{dy_0} \left\{ C \left[ -1 - y_0 + \frac{2(y_0 - 1)}{\ln y_0} \right] \right\} \quad (3.24)$$

tem-se que  $y = 1$  em  $t = 0$  e pela eq. (3.18) tem-se que  $y_0 = 1$ , portanto na eq. (3.15)  $y_1 = 0$  quando  $y_0 = 1$ , onde a solução aproximada da eq. (3.24) é:

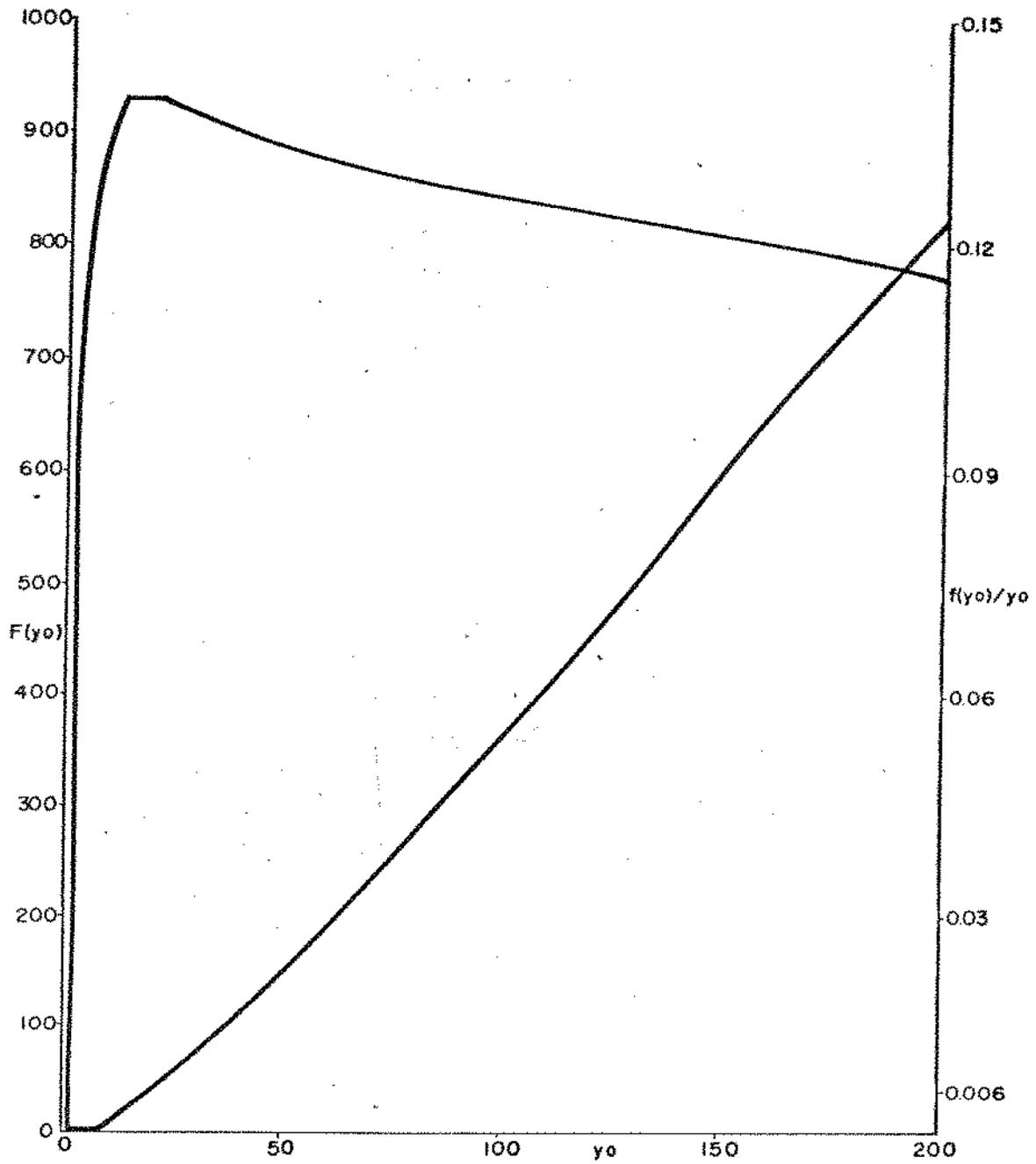


FIG. (3.1)  $F(yo) = yo \ln yo + 1 - yo$ ,  $\frac{f(yo)}{yo} = \frac{2(yo-1)}{yo(\ln yo)^2} \frac{(1-yo)}{yo \ln yo}$

$$yo = (r^*/R)^2$$

$$y_1 = \frac{C}{R^2 \gamma} f(y_0)$$

onde:

$$f(y_0) = \frac{2(y_0 - 1)}{(\ln y_0)} - \frac{(1 + y_0)}{\ln y_0}$$

então da equação (3.15) tira:

$$y = y_0 + (c_p/\lambda) C f(y_0) + \dots \quad (3.25)$$

O primeiro termo da equação (3.25) fornece através da eq. (3.18) a solução para o caso em que é considerada a distribuição de temperatura na região sólida em regime permanente, isto é, supõe-se  $r^*$  fixo. O desvio dessa distribuição de temperatura é dado pelo segundo termo da eq. (3.25), e como se pode verificar este é proporcional à razão do calor específico pelo calor latente do material, multiplicada por uma função  $f(y_0)$ .

A função  $f(y_0)/y_0$  é mostrada na Fig. (4.1), onde se verifica que o seu valor máximo é 0.130. Daí se conclui que essa solução, considerando apenas o primeiro termo de  $y$  é válida para substâncias em que o calor sensível é menor que o seu calor latente. Assim pode-se desprezar o segundo termo da eq. (3.25), usando diretamente a eq. (3.18).

Para iniciar a solução da eq. (3.18) é apropriado apresentar as variáveis adimensionais

$$\theta = \frac{(T - T_0)}{(T_{sat.} - T_0)} \quad (3.26)$$

$$\eta = \frac{r}{R}, \quad \eta^* = \frac{r^*}{R}, \quad F_0 = \frac{\alpha t}{R^2}$$

e os parâmetros adimensionais

$$S_{te} = \frac{c_p(T_{sat.} - T_o)}{\lambda} \quad (3.27)$$

$$Bi = \frac{h_o R}{K}$$

Utilizando alguns desses termos adimensionais na eq. (3.18) fazendo  $C = T_o$  e lembrando que nesse método  $T_{sat} = 0$  tem-se:

$$F_o = \frac{1}{4 S_{te}} \left[ y_o \ln y_o - y_o + 1 \right] \quad (3.28)$$

lembrando que:

$$y_o = \left( \frac{r^*}{R} \right)^2 = \eta^{*2}$$

a eq. (3.28) torna:

$$F_o = \frac{1}{4 S_{te}} \left[ 2 \eta^{*2} \ln \eta^* - \eta^{*2} + 1 \right] \quad (3.29)$$

adiante se verificarã que essa equação é uma solução simplificada da equação apresentada por London e Seban.

## 2. SOLUÇÃO DE LONDON E SEBAN [20]

Do mesmo modo do modelo anterior, esse modelo considera o calor do sólido subresfriado desprezível em relação ao calor latente de solidificação, ou seja, considera a distribuição de temperatura do tipo estado permanente.

Tendo em mente o esquema da Fig. (2.2), o fluxo de calor pode ser representado como:

$$Q_R = \frac{T_{sat.} - T_o}{R_S + R_o} \quad (3.30)$$

onde:

$$R_S = \frac{l}{2 K \pi} \ln \frac{r^*}{R}$$

$$R_o = \frac{l}{2 \pi r h_o}$$

então

$$Q_R = \frac{T_{sat.} - T_o}{\frac{l}{2K\pi} \ln \frac{r^*}{R} + \frac{l}{2K\pi h_o}} \quad (3.31)$$

Esse fluxo térmico  $Q_R$  provém da extração do calor latente devido a mudança de fase na interface  $r^*$ .

Esse calor é:

$$Q^* = 2 \pi \rho \lambda r^* \frac{dr^*}{dt} \quad (3.32)$$

onde:

$2 \pi r \frac{dr}{dt}$  é a razão de crescimento do sólido.

igualando as eqs. (3.31) e (3.32)

$$2 \pi \rho \lambda r^* \frac{dr^*}{dt} = \frac{T_{sat.} - T_o}{\frac{l}{2K\pi} \ln \frac{r^*}{R} + \frac{l}{2KRh_o}} \quad (3.33)$$

rearranjando essa equação, dá:

$$2\pi r^* dr^* \left( \frac{1}{2K\pi} \ln \frac{r^*}{R} + \frac{1}{2KRh_o} \right) = \frac{T_{sat.} - T_o}{\rho\lambda} dt \quad (3.34)$$

Adimensionalizando essa equação com os termos adimensionais dado nas eqs. (3.26) e (3.27), a equação toma a seguinte forma:

$$\left( \ln \eta^* + \frac{1}{Bi} \right) \eta^* d\eta^* = S_{te} dF_o \quad (3.34a)$$

integrando essa equação

$$F_o = \frac{1}{S_{te}} \left[ \frac{\eta^{*2}}{2} \ln \eta^* + \left( \frac{1}{2Bi} - \frac{1}{4} \right) (\eta^{*2} - 1) \right] \quad (3.35)$$

É de interesse conhecer o fluxo de calor em função do tempo. Para isso se introduzirá um novo termo adimensional.

$$\phi_R = \frac{Q_R}{(2\pi K\lambda/C_p)} \quad (3.36)$$

Assim adimensionalizando a eq. (3.31), resulta:

$$\phi_R = \frac{S_{te}}{\ln \eta^* + \frac{1}{Bi}} \quad (3.36a)$$

O perfil de temperatura é dado por:

$$Q = \frac{(T - T_o)}{\frac{1}{2K\pi} \ln \frac{r}{R} + \frac{1}{2\pi Rh_o}} \quad (3.37)$$

COMO

$$\theta = \frac{T - T_o}{T_{sat} - T_o}$$

é fácil verificar que

$$\theta = \frac{1/Bi + \ln \eta}{1/Bi + \ln \eta^*} \quad (3.38)$$

### 3. COMPARAÇÃO DO MÉTODO DE PEKERIS E SLICHTER COM O MÉTODO DE LONDON E SEBAN

Do método de Pekeris e Slichter se obteve a seguinte equação:

$$F_o = \frac{1}{4 S_{te}} \left[ 2 \eta^{*2} \ln \eta^* - \eta^{*2} + 1 \right] \quad (3.29)$$

e do método de London e Seban

$$F_o = \frac{1}{S_{te}} \left[ \frac{\eta^{*2}}{2} \ln \eta^* + \left( \frac{1}{2Bi} - \frac{1}{4} \right) (\eta^{*2} - 1) \right] \quad (3.35)$$

É fácil verificar que considerando o número de Biot muito grande, e introduzindo esse termo na eq. (3.35), obtêm-se a eq. (3.29). Isto é devido ao método anterior não levar em conta a troca de calor por convecção.

Os dois modelos apresentados fornecem uma solução bastante simplificada do problema de transferência de calor com mudança de fase, mas eles não podem ser aplicados a problemas em que o calor sensível da substância armazenadora não seja desprezível em relação ao seu calor latente. Isto porque como já foi visto no método

do proposto por Pekeris e Slichter, equação (3.25), a solução não pode ser simplificada. Mas para substâncias em que o calor sensível pode ser desprezado em relação ao seu calor latente. Como exemplo a água, os dois métodos podem ser utilizados com boa precisão.

O modelo de Pekeris e Slichter é proposto para um sistema em que a condução de calor com mudança de fase ocorra por um processo em que o fluido de trabalho possa ter uma temperatura variável com o tempo, mas em contrapartida ele não considera a troca de calor por convecção entre o fluido de trabalho e a substância armazenadora.

O modelo de London e Seban considera como condição de contorno a troca de calor por convecção, mas impõe que a temperatura do fluido de trabalho seja constante. Como já foi visto e considerando um sistema em que o fluido de trabalho esteja a uma temperatura constante, o método proposto por Pekeris e Slichter torna-se um caso particular da solução proposta por London e Seban.

No próximo capítulo é apresentada uma solução em que o calor sensível é levado em consideração, assim como é feita uma comparação com esses modelos.

CAPÍTULO 4

FORMULAÇÃO DO MODELO PROPOSTO [18]

1. ESTUDO ANALÍTICO DO PROBLEMA EM QUE O FLUIDO DE TRABALHO TEM TEMPERATURA CONSTANTE

Já visto anteriormente, as equações que regem o problema são:

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \alpha \left[ \frac{1}{r} \frac{\delta T}{\delta r} + \frac{\delta^2 T}{\delta r^2} \right], \quad R < r < r^* \quad (4.1)$$

$$K \frac{\delta T}{\delta r} = \rho \lambda \frac{dr^*}{dt} \quad (4.2)$$

$$T = T_{sat.}$$

$$K \frac{\delta T}{\delta r} = h_o (T - T_o), \quad r = R \quad (4.3)$$

Utilizando os termos adimensionais das eqs. (3.26) e (3.27), nas equações (4.1), (4.2) e (4.3) obtêm-se:

$$\frac{\delta \theta}{\delta F_o} = \left[ \frac{\delta^2 \theta}{\delta \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\delta \theta}{\delta \eta} \right], \quad 1 < \eta < \eta^* \quad (4.1a)$$

$$S_{te} \frac{\delta \theta}{\delta \eta} = \dot{\eta}^* \quad (4.2a)$$

$$\theta = 1$$

$$\frac{\delta \theta}{\delta \eta} = Bi \theta, \quad \eta = 1 \quad (4.3a)$$

$$\Theta = 1 \quad \begin{cases} F_o = 0 & \eta > 1 \\ F_o > 0 & \eta > \eta^* \end{cases}$$

Expandindo a temperatura adimensional  $\Theta$ , em séries de potências de  $\ln(\eta^*/\eta)$

$$\Theta = \sum_{m=0}^N K_m(F_o) \left[ \ln(\eta^*/\eta) \right]^m$$

$$\Theta = K_o(F_o) + K_1(F_o) \ln\left(\frac{\eta^*}{\eta}\right) + K_2(F_o) \left[ \ln\left(\frac{\eta^*}{\eta}\right) \right]^2 + \dots \quad (4.4)$$

Na interface onde  $\eta = \eta^*$  a temperatura é igual a temperatura de saturação, portanto  $\Theta = 1$ . Substituindo na eq. (4.4):

$$1 = K_o(F_o) + K_1(F_o) \ln 1 + K_2(F_o) \left[ \ln 1 \right]^2 + \dots \quad (4.5)$$

daí:

$$K_o(F_o) = 1$$

Na segunda condição, utilizando a equação (4.2a) chega a:

$$\frac{\delta\Theta}{\delta\eta} = -K_1(F_o) \frac{1}{\eta^*} - 2K_2(F_o) \frac{1}{\eta^*} \left[ \ln 1 \right] - \dots \quad (4.6)$$

daí:

$$K_1(F_o) = -\frac{1}{S_{te}} \eta^* \dot{\eta}^*$$

Para  $m \geq 2$  é calculado pelo método da recorrência. Expandindo em séries a eq. (4.10)

$$\frac{\delta\theta}{\delta} = \sum_{m=0}^N \frac{dK_m(F_0)}{dF_0} \left[ \ln \left( \frac{\eta^*}{\eta} \right) \right]^m + \sum_{m=1}^N \frac{\dot{\eta}^*}{\eta^*} m K_m(F_0) \left[ \ln \left( \frac{\eta^*}{\eta} \right) \right]^{m-1}$$

$$\frac{1}{\eta} \frac{\delta\theta}{\delta\eta} = -\frac{1}{\eta} \sum_{m=1}^N \frac{1}{\eta} m K_m(F_0) \left[ \ln \left( \frac{\eta^*}{\eta} \right) \right]^{m-1}$$

$$\frac{\delta^2\theta}{\delta\eta^2} = \sum_{m=1}^N \frac{1}{\eta^2} m(m-1) K_m(F_0) \left[ \ln \left( \frac{\eta^*}{\eta} \right) \right]^{m-2} + \sum_{m=1}^N \frac{1}{\eta^2} m K_m(F_0) \left[ \ln \left( \frac{\eta^*}{\eta} \right) \right]^{m-1}$$

eliminando os termos comuns e fazendo  $\eta = \eta^*$

$$\sum_{m=0}^N \frac{dK_m(F_0)}{d} + \sum_{m=0}^N \frac{\dot{\eta}^*}{\eta^*} (m+1) K_{m+1}(F_0) = \sum_{m=0}^N \frac{1}{\eta^{*2}} (m+2)(m+1) K_{m+2}(F_0) \quad (4.7)$$

para  $m = 0$

$$K_2 = -\frac{1}{S_{te}} (\eta^* \dot{\eta}^*)^2$$

substituindo os termos calculados na eq. (4.4) fica:

$$\theta = 1 - \frac{1}{S_{te}} \eta^* \dot{\eta}^* \ln \left( \frac{\eta^*}{\eta} \right) - \frac{1}{2S_{te}} (\eta^* \dot{\eta}^*)^2 \left[ \ln \left( \frac{\eta^*}{\eta} \right) \right]^2 - \dots \quad (4.8)$$

derivando a eq. (4.8) em relação a  $\eta$  e fazendo  $\eta = 1$ ,

$$S_{te} \frac{\delta\theta}{\delta\eta} = \eta^* \dot{\eta}^* + (\eta^* \dot{\eta}^*)^2 \ln \eta^* + \dots \quad (4.9)$$

substituindo as eqs. (4.8) e (4.9) na eq. (4.3a), obtêm-se:

$$\frac{1}{S_{te}} \left[ \eta^* \dot{\eta}^* + (\eta^* \dot{\eta}^*)^2 \ln \eta^* + \dots \right] = Bi - \frac{Bi}{S_{te}} \{ \eta^* \dot{\eta}^* \ln \eta^* +$$

$$+ \frac{1}{2} (\eta^* \dot{\eta}^*)^2 \left[ \ln \eta^* \right]^2 + \dots \}$$

reagrupando os termos:

$$(\eta^* \dot{\eta}^*)^2 \ln \eta^* \left[ 1 + \frac{1}{2} Bi \ln \eta^* \right] + (\eta^* \dot{\eta}^*) \cdot \left[ 1 + Bi \ln \eta^* \right] - S_{te} Bi = 0 \quad (4.10)$$

daí:

$$\eta^* = \frac{-(Bi \ln \eta^* + 1) + \sqrt{(Bi \ln \eta^* + 1)^2 + 2 S_{te} Bi \ln \eta^* (Bi \ln \eta^* + 2)}}{\eta^* \ln \eta^* (Bi \ln \eta^* + 2)} \quad (4.11)$$

O termo requerido para que a frente de fusão atinja uma determinada posição radial  $\eta^*$ , pode ser calculado através de:

$$F_o = \int_1^{\eta^*} \frac{d\eta^*}{\dot{\eta}^*} \quad (4.12)$$

Substituindo  $\dot{\eta}^*$  na eq. (4.12)

$$F_o = \int_1^{\eta^*} \frac{\eta^* \ln \eta^* (Bi \ln \eta^* + 2)}{-(Bi \ln \eta^* + 1) + \sqrt{(Bi \ln \eta^* + 1)^2 + 2Ste \cdot Bi \ln \eta^* (Bi \ln \eta^* + 2)}} d\eta^* \quad (4.13)$$

Na borda do tubo a entrega de calor se faz por convecção, como já foi visto então:

$$q_R = K \left( \frac{\delta T}{\delta r} \right)_R = h_o (T - T_o) \quad (4.14)$$

para expressar essa equação na forma adimensional, é definido que:

$$\phi_R = \frac{q_R}{(K\lambda/CR)}$$

então:

$$\phi_R = S_{te} \left( \frac{\delta \theta}{\delta \eta} \right)_{\lambda=1} = Bi S_{te} \theta \quad (4.15)$$

Na frente de solidificação o fluxo de calor entregue ao sólido é:

$$q^* = K \frac{\delta T}{\delta r} = \rho \lambda \frac{dr^*}{dt}$$

então:

$$\phi_R = S_{te} \frac{\delta \theta}{\delta \eta} = \dot{\eta}^* \quad (4.16)$$

## 2. ANÁLISE DO MÉTODO PROPOSTO PARA FLUXO DE CALOR CONSTANTE (FUSÃO)

As equações que regem o problema são as mesmas já vistas, só que na superfície do tubo a condição de contorno é um fluxo de calor constante, isto é:

$$- \frac{K \delta T}{\delta r} = q_o, \quad r = R \quad (4.17)$$

Para adimensionalizar as equações, é utilizado os mesmos termos e parâmetros adimensionais, sendo que alguns sofrerão modificações devido a nova condição de contorno, assim:

$$\theta = \frac{K(T - T_{sat})}{q_o R} + 1 \quad (4.18a)$$

$$\eta = \frac{r}{R}, \quad \eta^* = \frac{r^*}{R}, \quad \tau = \frac{\alpha t}{R^2} \quad (4.18b)$$

$$Ste = \frac{c(q_o R/K)}{\lambda}, \quad Bi = \frac{h_o R}{K} \quad (4.19)$$

então as equações regentes do problema, adimensionalizadas, são:

$$\frac{\delta \theta}{\delta \tau} = \left[ \frac{1}{\eta} \frac{\delta \theta}{\delta \eta} + \frac{\delta^2 \theta}{\delta \eta^2} \right], \quad 1 < \eta < \eta^* \quad (4.20a)$$

$$- Ste \frac{\delta \theta}{\delta \eta} = \dot{\eta}^* \quad (4.21a)$$

$$\eta = \eta^* \quad (4.21a)$$

$$\theta = 1$$

$$- \frac{\delta \theta}{\delta \eta} = 1, \quad \eta = 1 \quad (4.22a)$$

$$\Theta = 1 \quad \begin{cases} F_o = 0 & \eta > 1 \\ F_o > 0 & \eta > \eta^* \end{cases}$$

Da mesma forma anterior, tem-se:

$$\Theta = 1 + \frac{1}{S_{te}} \eta^* \dot{\eta}^* \ln \left( \frac{\eta^*}{\eta} \right) + \frac{1}{2S_{te}} (\eta^* \dot{\eta}^*)^2 \left[ \ln \left( \frac{\eta^*}{\eta} \right) \right]^2 - \dots \quad (4.23)$$

Derivando essa equação em relação a  $\eta$  e fazendo  $\eta = 1$ ,

$$S_{te} \frac{\delta \Theta}{\delta \eta} = \eta^* \dot{\eta}^* + (\eta^* \dot{\eta}^*)^2 \ln \eta^* + \dots \quad (4.24)$$

Substituindo a eq. (4.24) na eq. (4.22a), fica:

$$(\eta^* \dot{\eta}^*)^2 \ln \eta^* + \eta^* \dot{\eta}^* = STE$$

daí:

$$\dot{\eta}^* = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4STE \ln \eta^*}}{2 \eta^* \ln \eta^*} \quad (4.25)$$

então o tempo requerido para que a frente de fusão atinja uma posição  $\eta^*$ , será:

$$F_o = \int_1^{\eta^*} \frac{2 \eta \ln \eta^*}{-1 + \sqrt{1 + 4STE \ln \eta^*}} d\eta^* \quad (4.26)$$

### 3. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS DO MODELO PROPOSTO

A verificação dos dados teóricos mostra que o número de Stefan tem uma maior influência na verificação das curvas do que o número de Biot. Isto ocorre para todos os casos, daí se conclui que para o controle de um armazenador, o ideal seria através da variação do número de Stefan, mas isso na prática pode exigir uma maior sofisticação, do que fazer um controle do número de Biot que é mais simples de se efetuar. Isto quer dizer que para se ter um controle por temperatura (Stefan) teria que ter várias linhas com fluidos de trabalho com níveis de temperatura diferente, enquanto o controle por vazão (Biot) pode ser feito com um simples registro. Além disso já que o número de Biot reage com menor intensidade na troca de calor entre o fluido de trabalho e o material armazenador, o seu controle é o mais indicado justamente por possuir uma margem maior de controle com pequenas variações na troca de calor.

Em um armazenador é aconselhável utilizar tanto o número de Stefan quanto o número de Biot baixos, pois assim o fluxo de calor em relação a frente de solidificação, Figs. (4.5), (4.6) torna-se mais homogênea. Isto é, evita-se que o fluxo de calor se torne muito acentuado no princípio do processo.

A comparação entre os dados obtidos pelo método de London e Seban e pelo método proposto, nota-se que para números de Stefan pequenos, Figs. (4.9), (4.11), (4.13); o método anterior pode ser utilizado, o que é vantajoso pela sua simplicidade. Enquanto para números de Stefan altos, Figs. (4.10), (4.12), (4.14); não é recomendado a utilização desse método e sim o proposto, já que para valores altos do número de Stefan o método de London e Seban não representam satisfatoriamente o processo, devido a consideração que a distribuição de temperatura na região sólida seja próxima à distribuição em estado permanente, o que não ocorre para números de Stefan altos. Daí a necessidade de se utilizar o método proposto, pois esse atinge todos os níveis do número de Stefan.

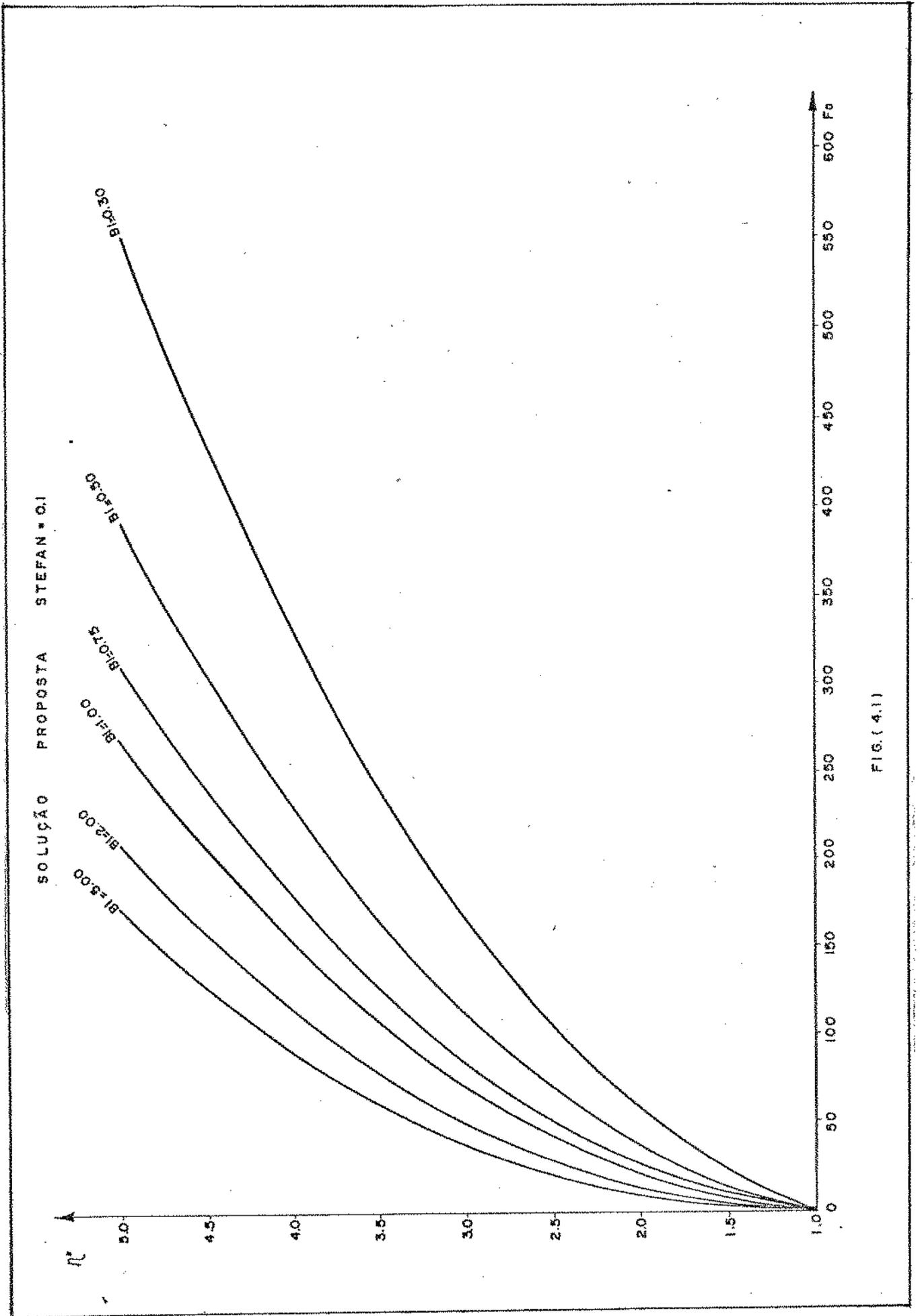


FIG. (4.1)

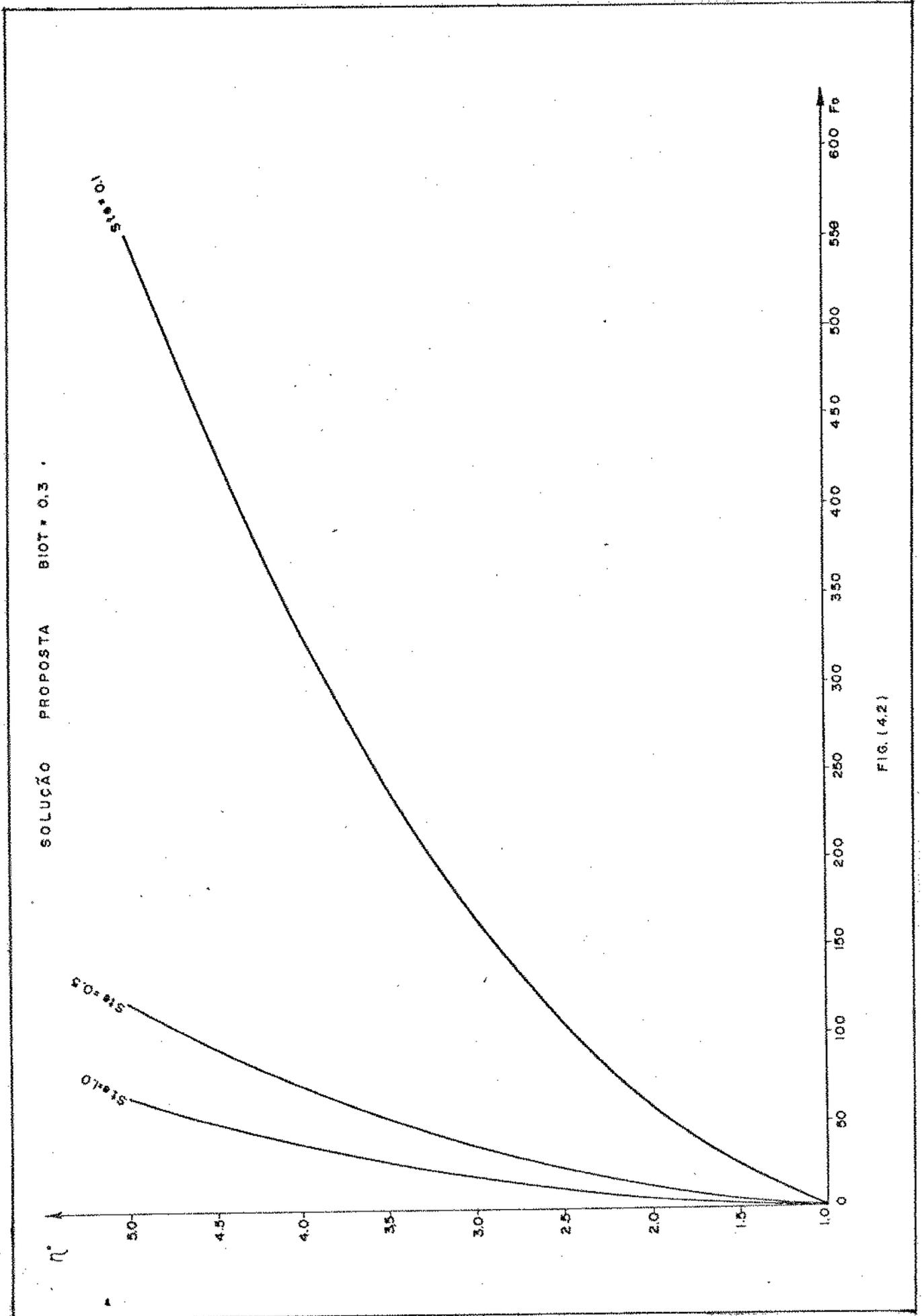


FIG. (4.2)

SOLUÇÃO PROPOSTA  $\eta = 1.5$   $St = 1.0$   
PERFIL DE TEMPERATURA

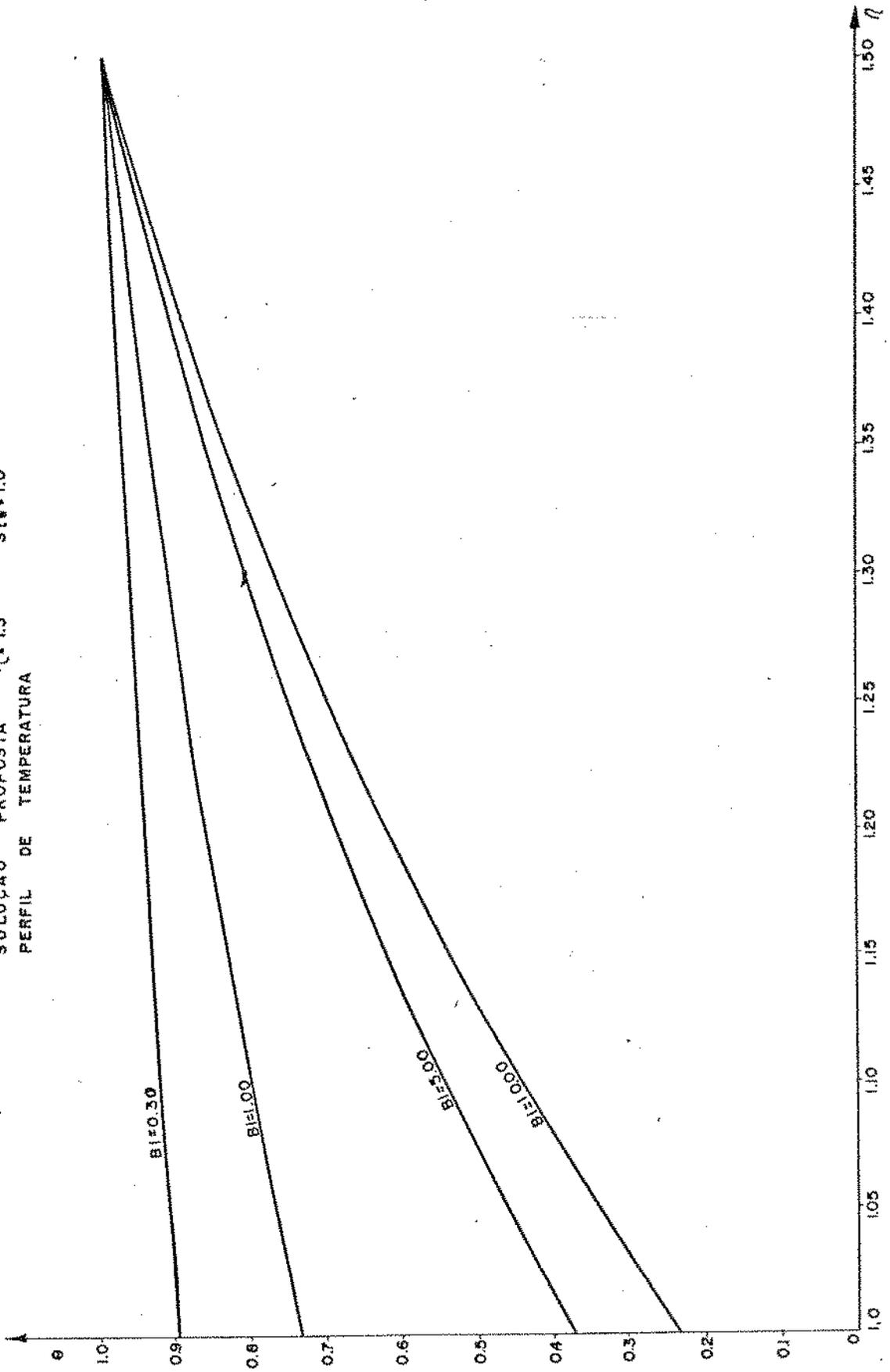


FIG. (4.3)

SOLUÇÃO PROPOSTA  $\eta = 3.0$   $St = 1.0$   
PERFIL DE TEMPERATURA

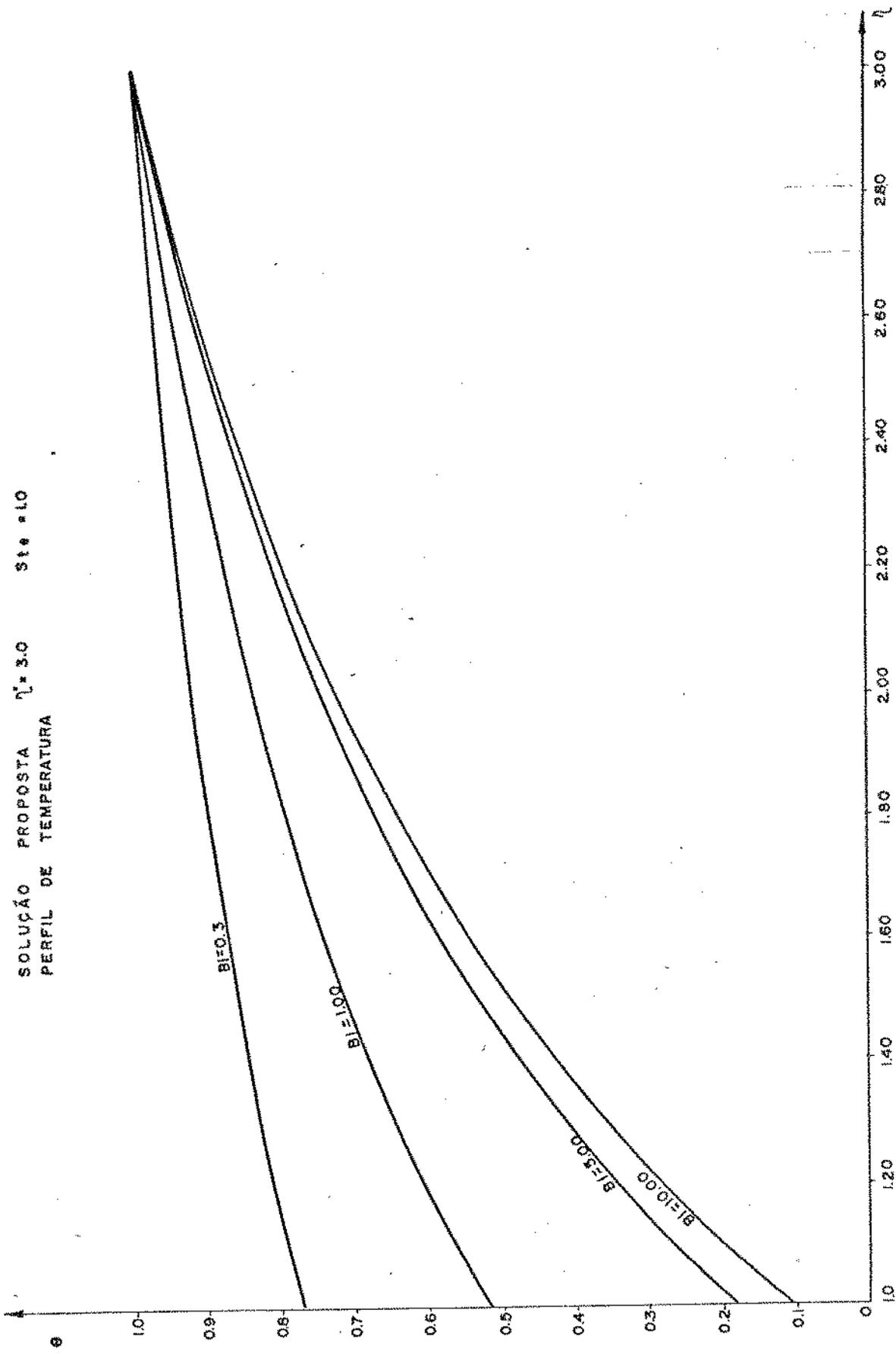


FIG. (4.4)

SOLUÇÃO PROPOSTA STEFAN \*1.0

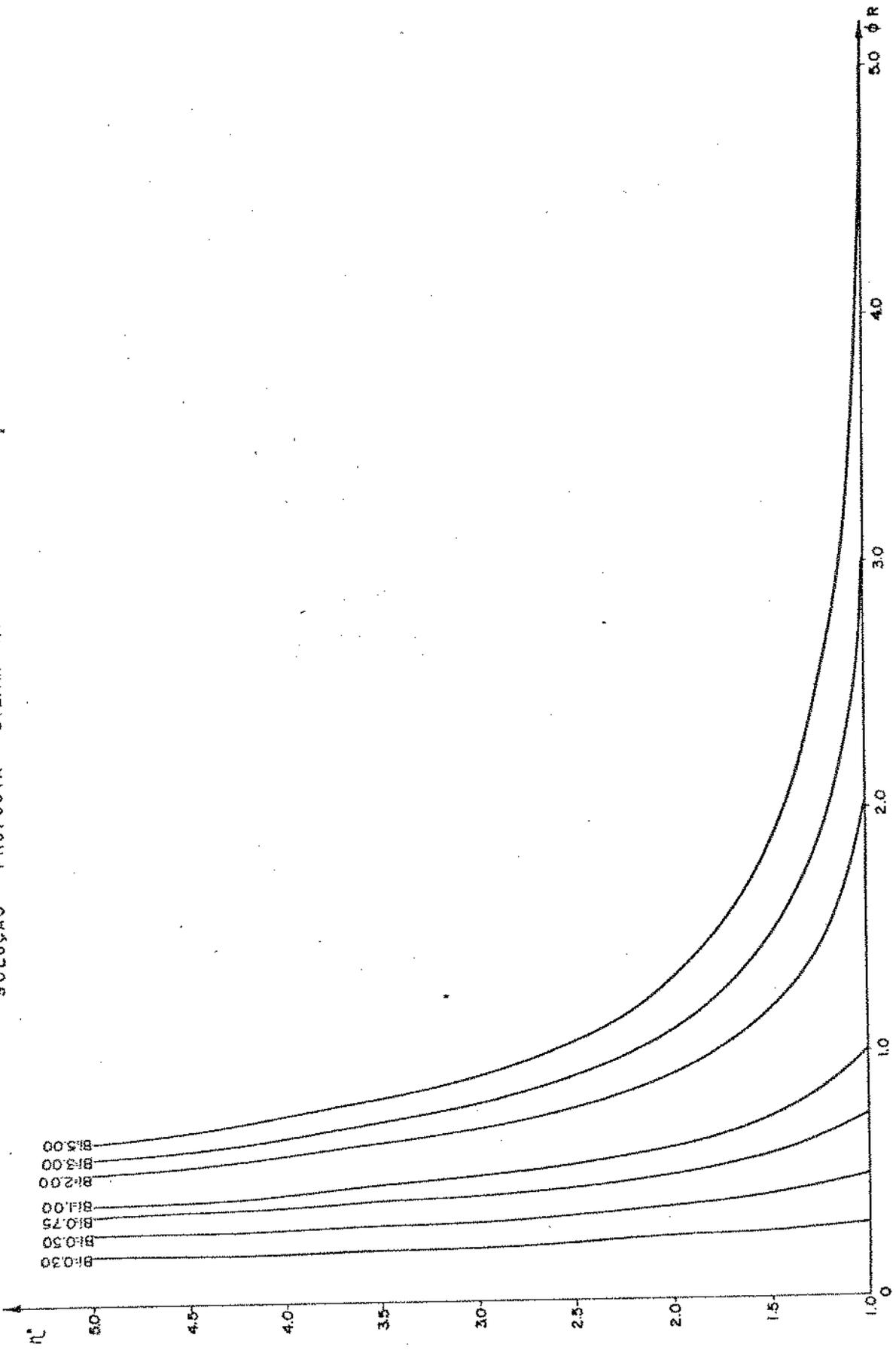


FIG. (4.4)

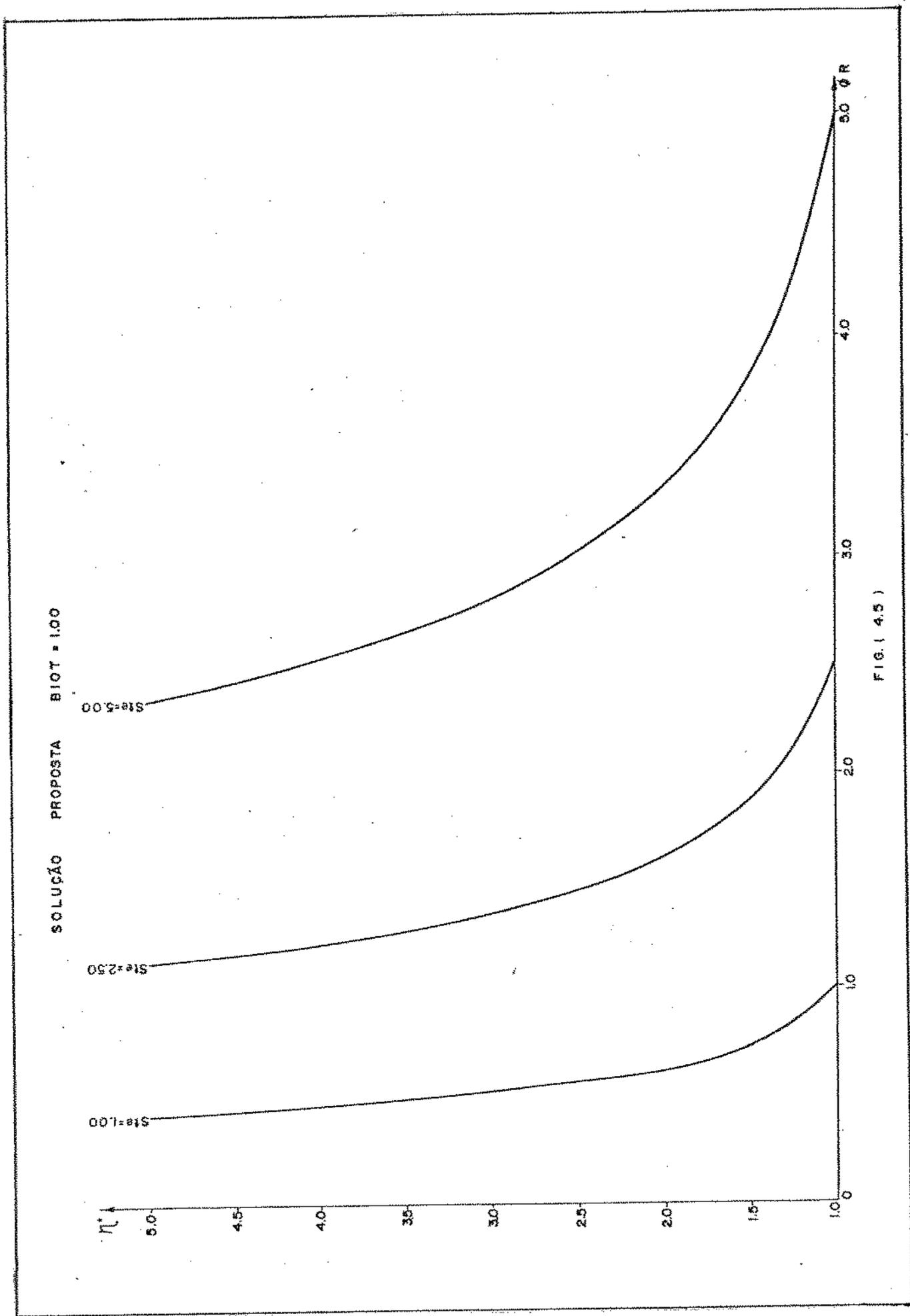


FIG. ( 4.5 )

SOLUÇÃO PROPOSTA  $St = 1.0$   
VELOCIDADE DA FRENTE DE SOLIDIFICAÇÃO

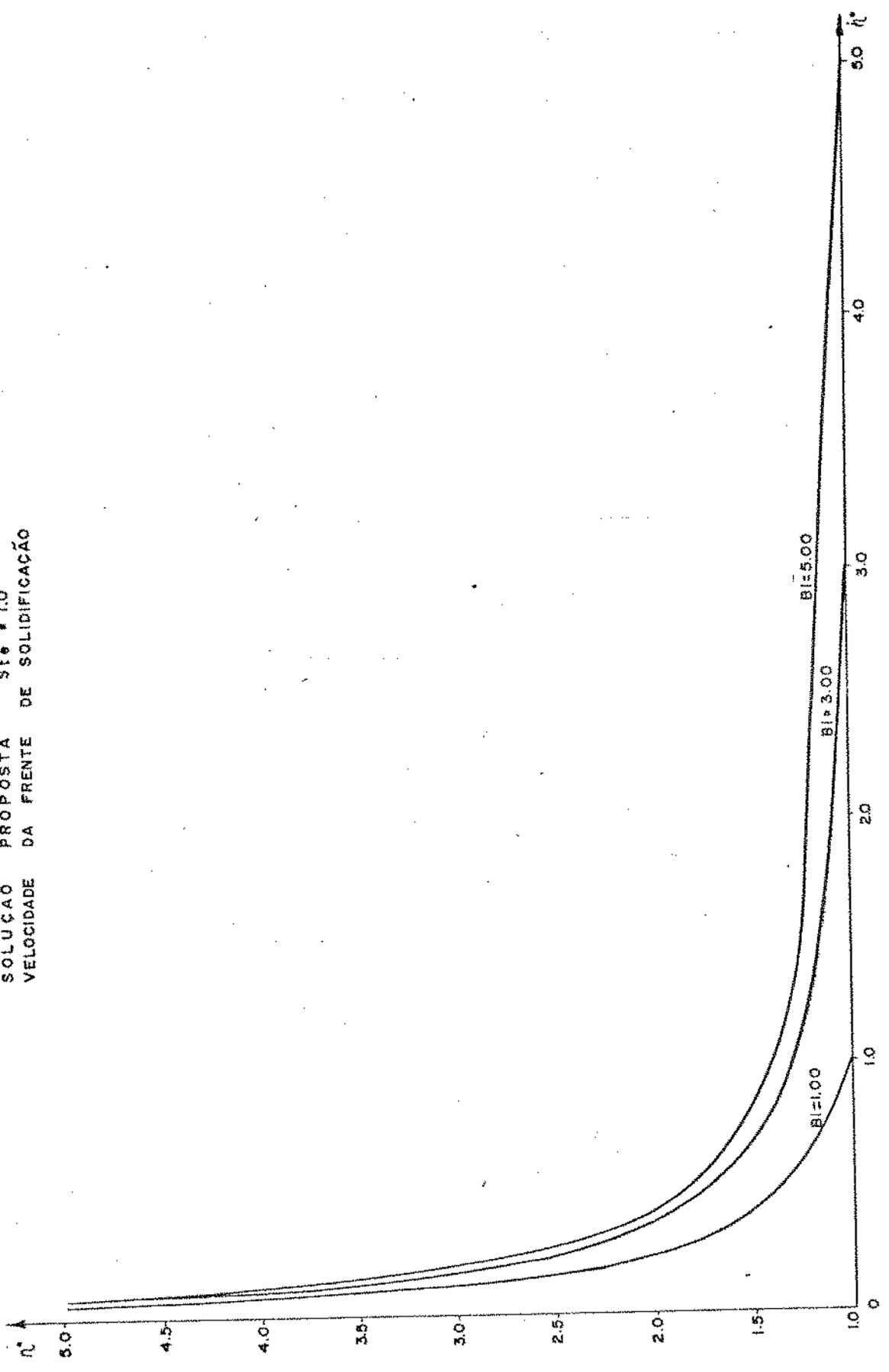


FIG. (4.7)

SOLUÇÃO PROPOSTA  $Bi = 0.3$   
VELOCIDADE DA FRENTE DE SOLIDIFICAÇÃO

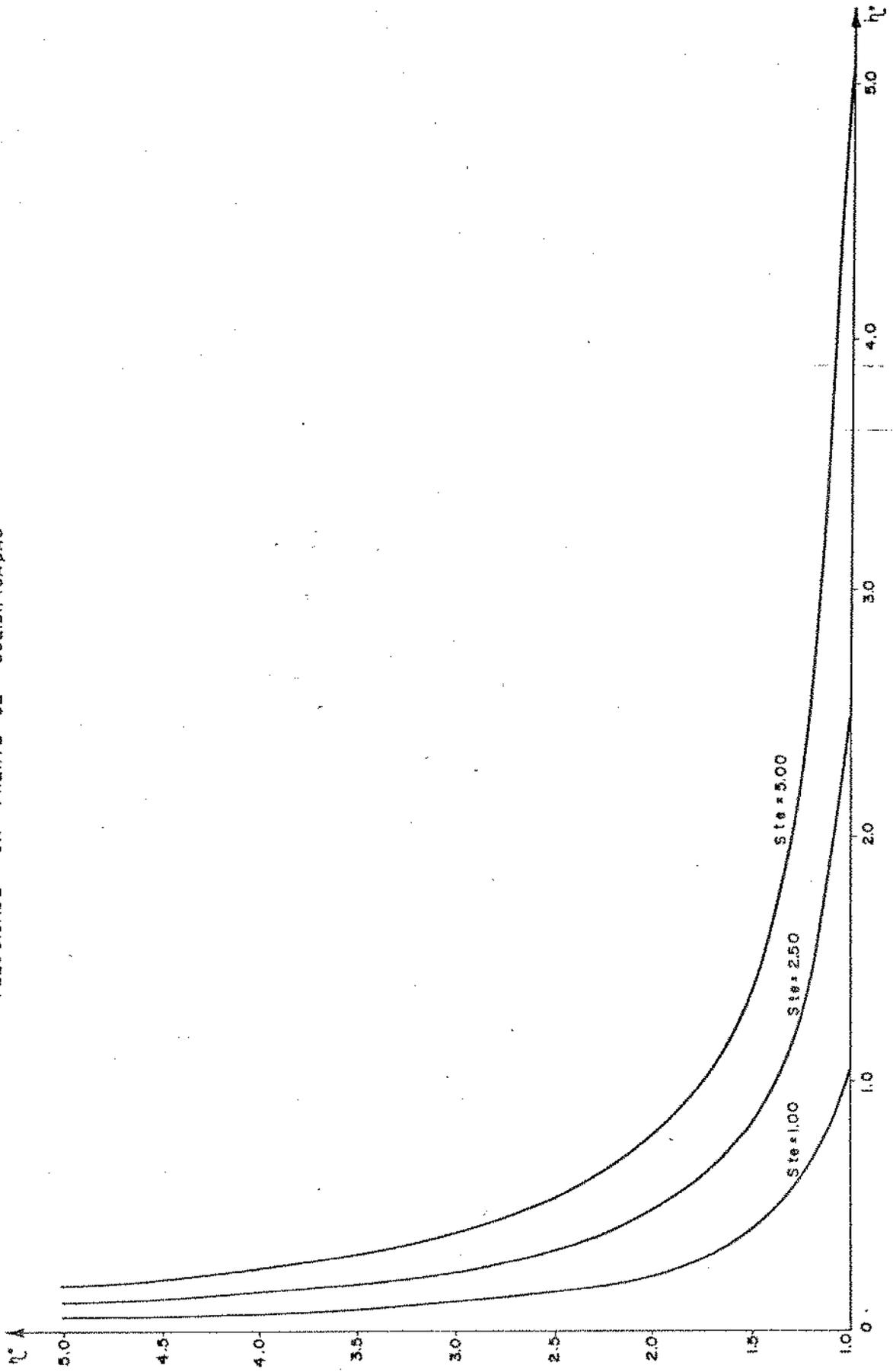


FIG. (4.8)

TEMPO DE AVANÇO DA FRENTE DE SOLIDIFICAÇÃO

$St_0 = 0.1$   
 $Bi = 1.5$

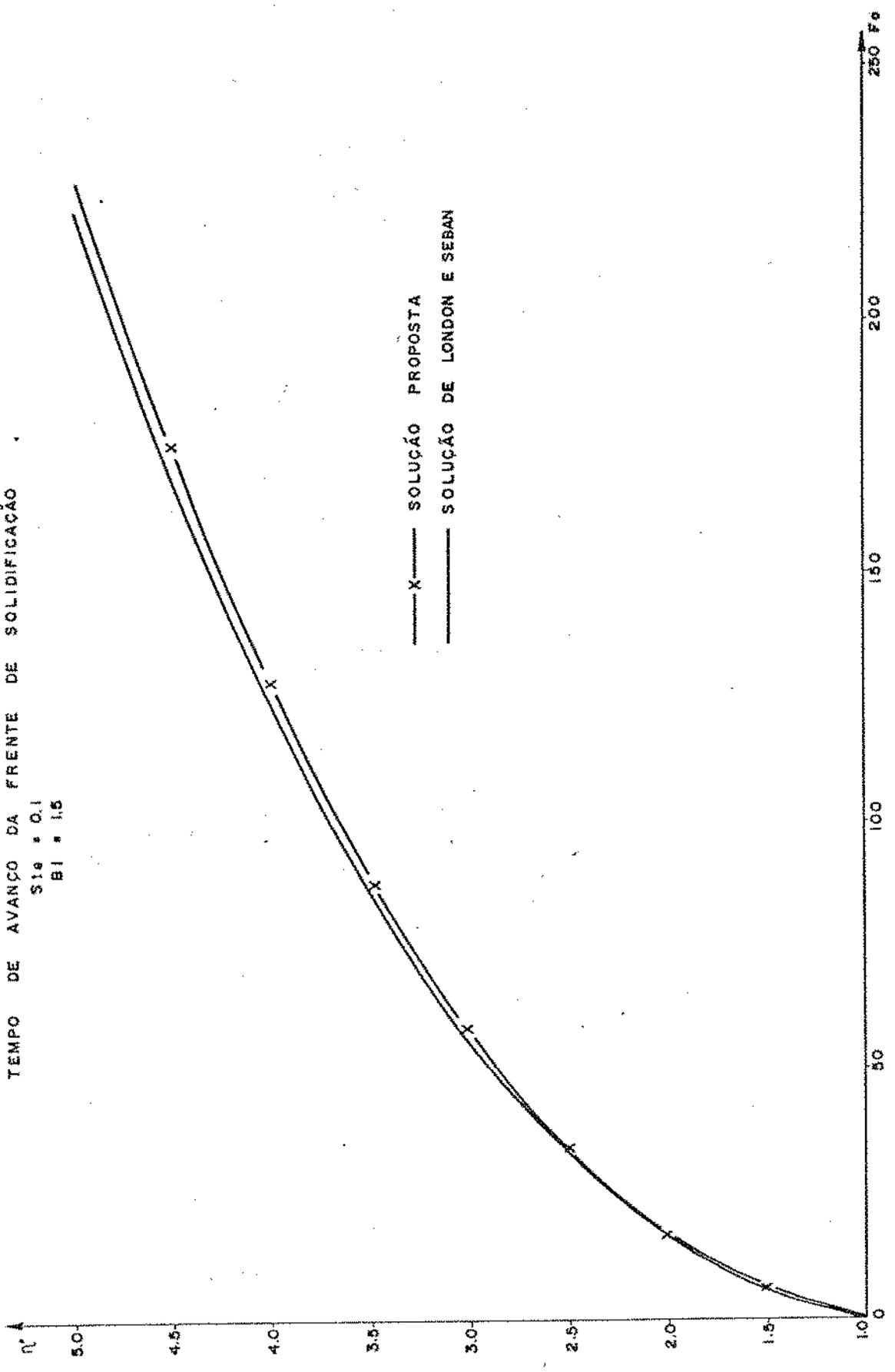


FIG. (4.9)

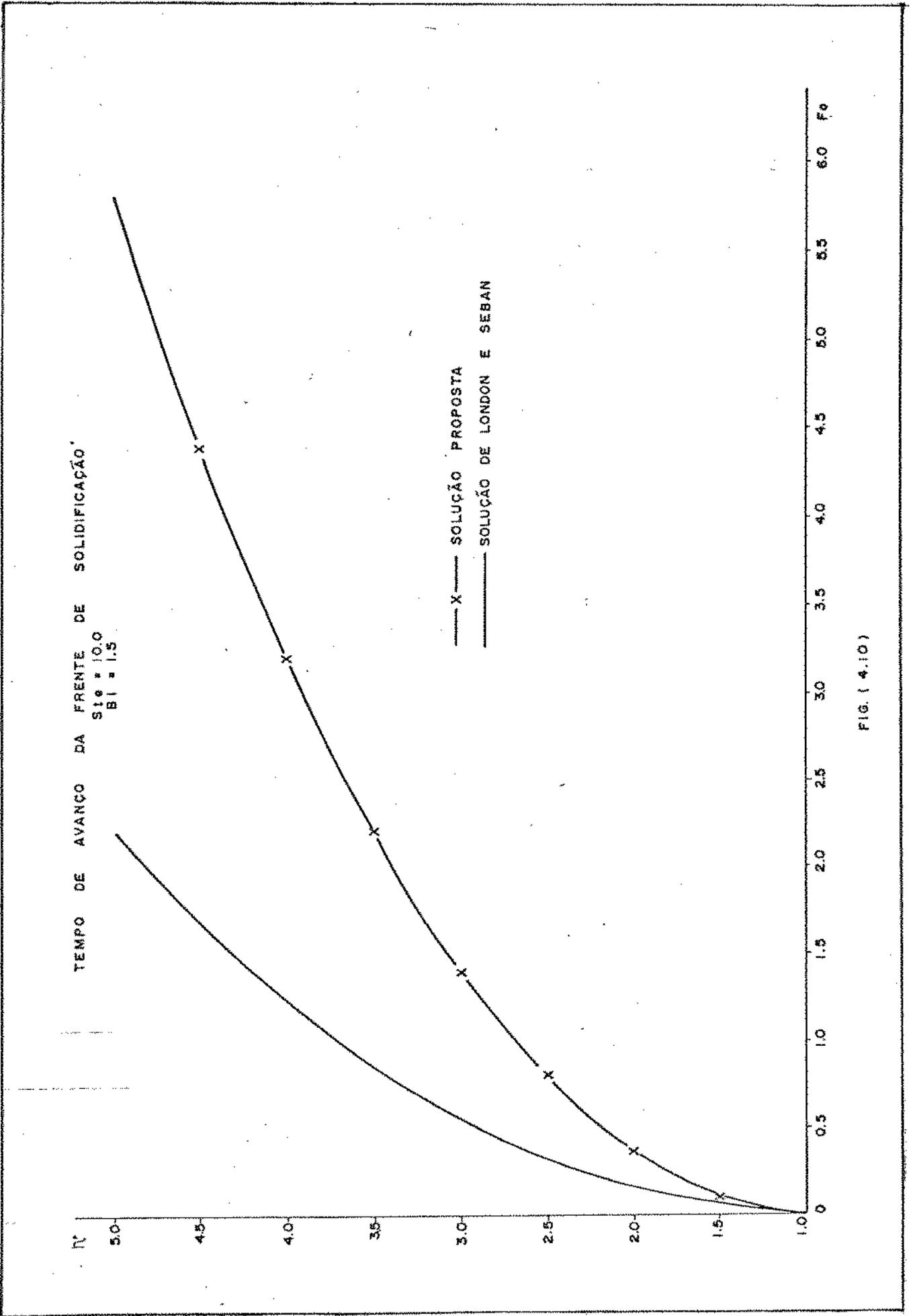


FIG. ( 4.10 )

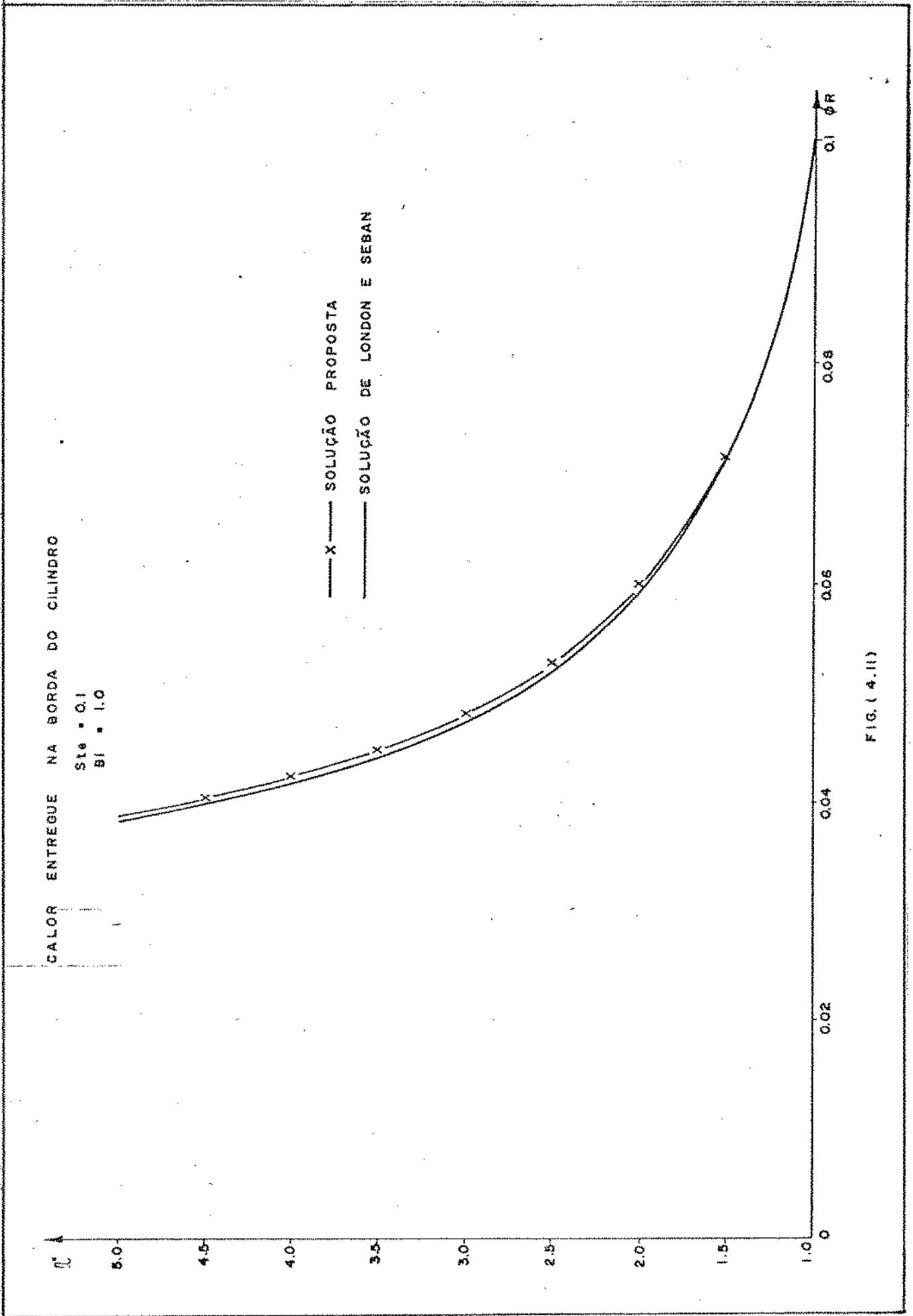


FIG. (4.11)

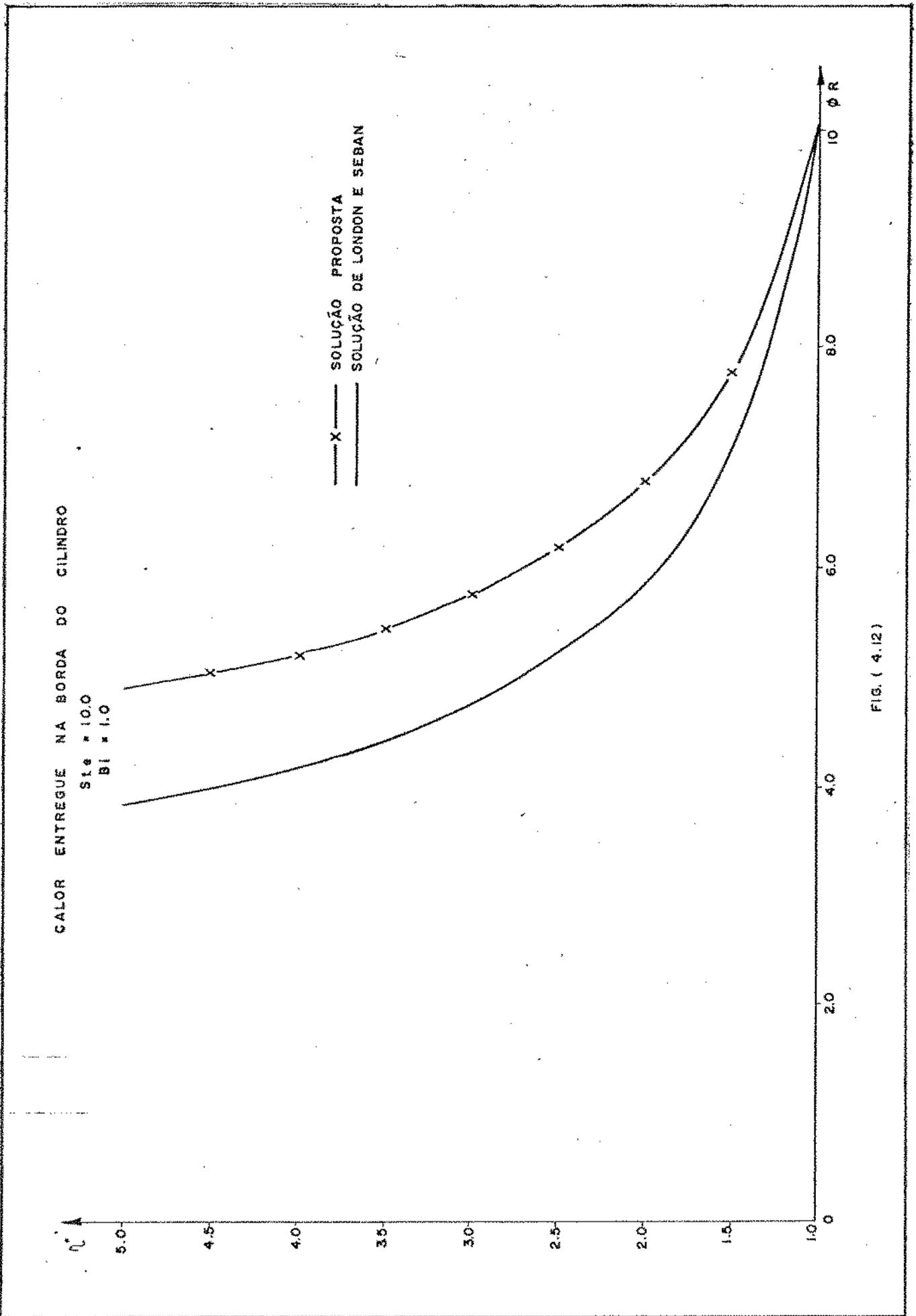
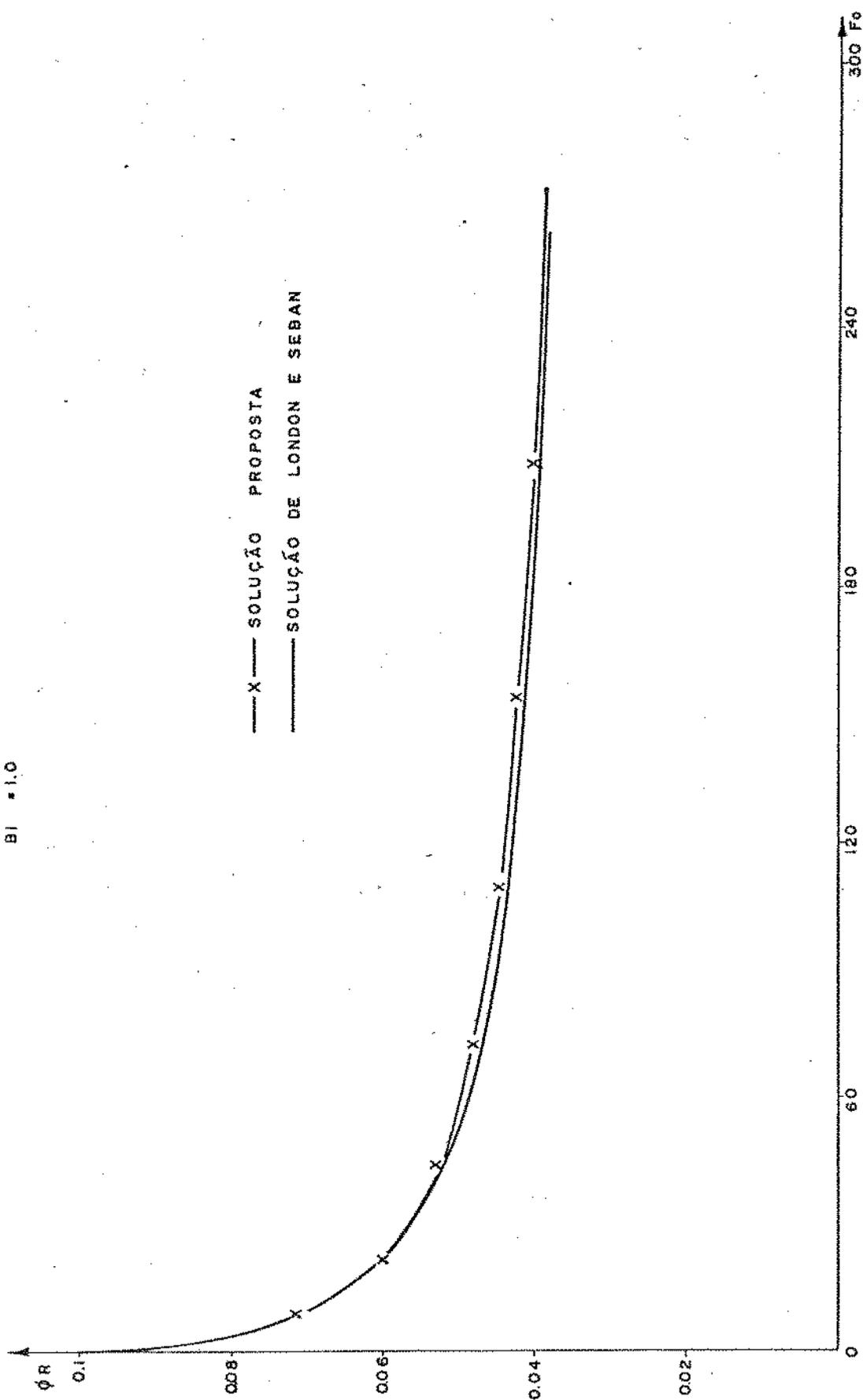


FIG. ( 4.12 )

TAXA DE CALOR ENTREGUE NO BORDE DO CILINDRO

$St_0 = 0.1$   
 $Bi = 1.0$



---X--- SOLUÇÃO PROPOSTA  
———— SOLUÇÃO DE LONDON E SEBAN

FIG. ( 4.13 )

TAXA DE CALOR ENTREGUE NO BORDE DO CILINDRO

Ste = 10.0  
Bi = 1.0

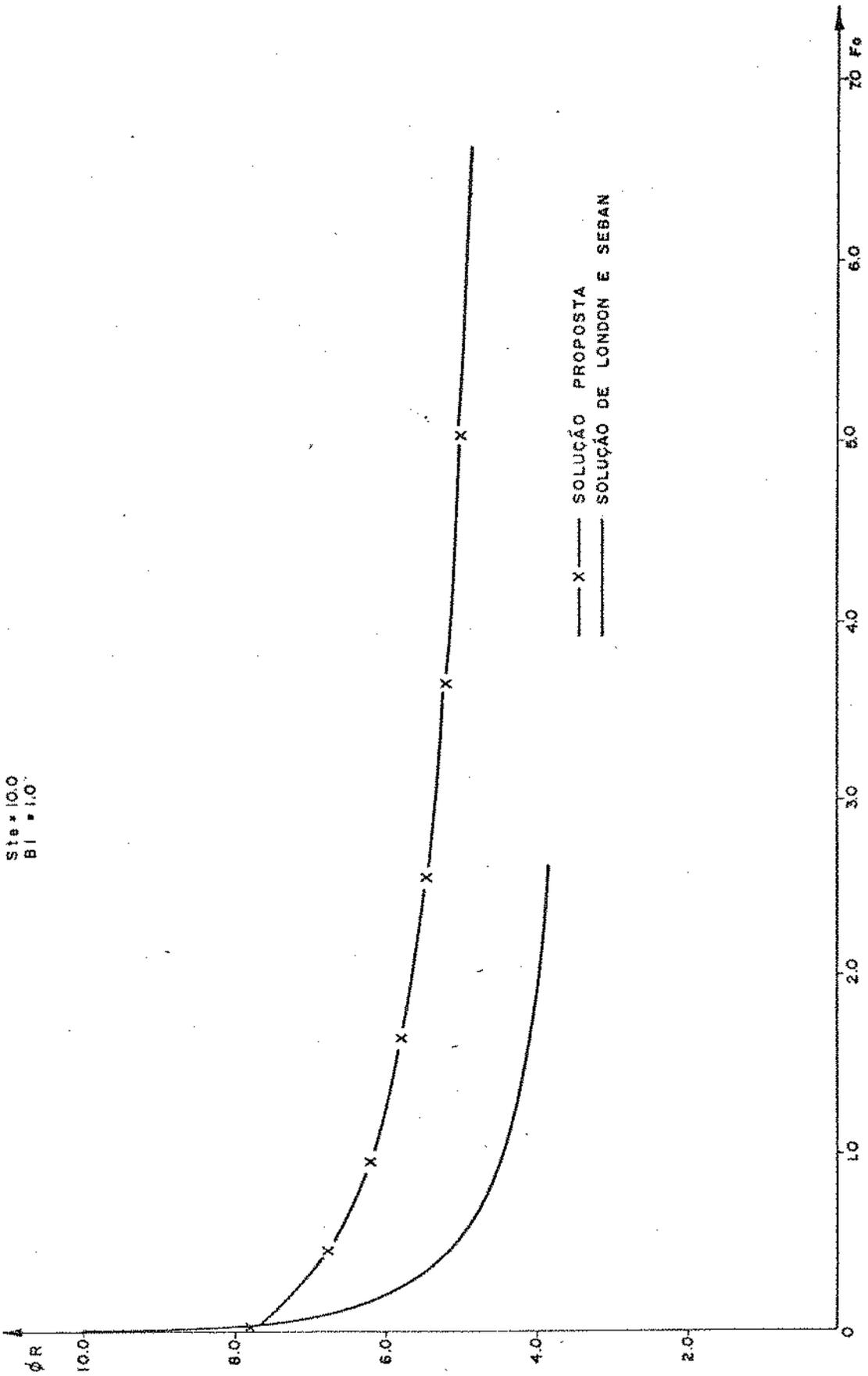


FIG. ( 4.14 )

## CAPÍTULO 5

### ANÁLISE EXPERIMENTAL

As medidas experimentais foram realizadas em dois tipos de armazenadores, um multitubular e outro monotubular. Foram realizados experimentos tanto na fusão quanto na solidificação do material armazenador.

#### 1. ARMAZENADOR MONOTUBULAR

Esse equipamento é constituído de uma carcaça cilíndrica circular de 155 mm de diâmetro onde está acondicionado o material armazenador, que nesse caso é a parafina, e por um duto de 25,4 mm de diâmetro disposto concentricamente à carcaça. Por esse duto escoia o fluido de trabalho que serve tanto para fundir quanto para solidificar o material armazenador, o fluido utilizado foi o óleo de silicone. O comprimento desse conjunto é de 650 mm.

##### - Dados da parafina:

Temperatura de fusão = 56-58°C  
 $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$   
 $C_p = 3.26 \text{ KJ/kg}^\circ\text{C} - 0.7785 \text{ Kcal/kg}^\circ\text{C}$   
 $K = 0.21 \text{ W/}^\circ\text{Cm} - 0.181 \text{ Kcal/hm}^\circ\text{C}$   
 $\lambda = 147.0 \text{ KJ/kg} - 35.104 \text{ Kcal/kg}$   
 Massa = 5.9 kg

##### - Dados do óleo de silicone:

$\rho = 822 \text{ kg/m}^3$   
 $C_p = 2.177 \text{ KJ/kg}^\circ\text{C} - 0.5199 \text{ Kcal/kg}^\circ\text{C}$   
 $K = 0.1252 \text{ W/m}^\circ\text{C} - 0.1076 \text{ Kcal/hm}^\circ\text{C}$   
 $\mu = 8.878 \times 10^{-3} \text{ kg/mh}$

##### - Dados do duto:

Material = aço inox  
 Exp. = 1.5 mm  
 $C_p = 0.46 \text{ KJ/kg}^\circ\text{C} - 0.110 \text{ Kcal/kg}^\circ\text{C}$   
 $K = 47.58 \text{ W/m}^\circ\text{C} - 40.411 \text{ Kcal/hm}^\circ\text{C}$

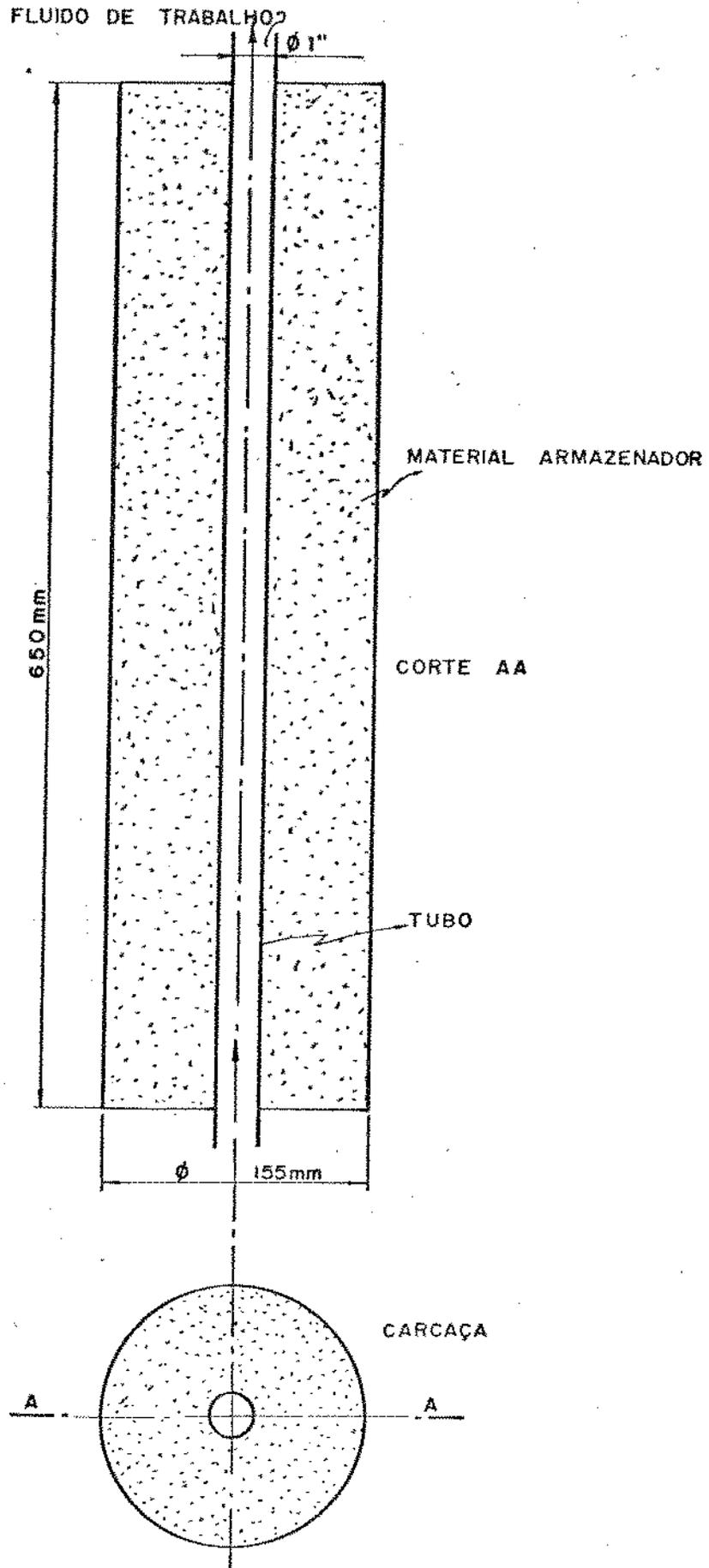


FIG. ( 5.1) ESQUEMA DE ARMAZENADOR DE CALOR LATENTE MONOTUBULAR

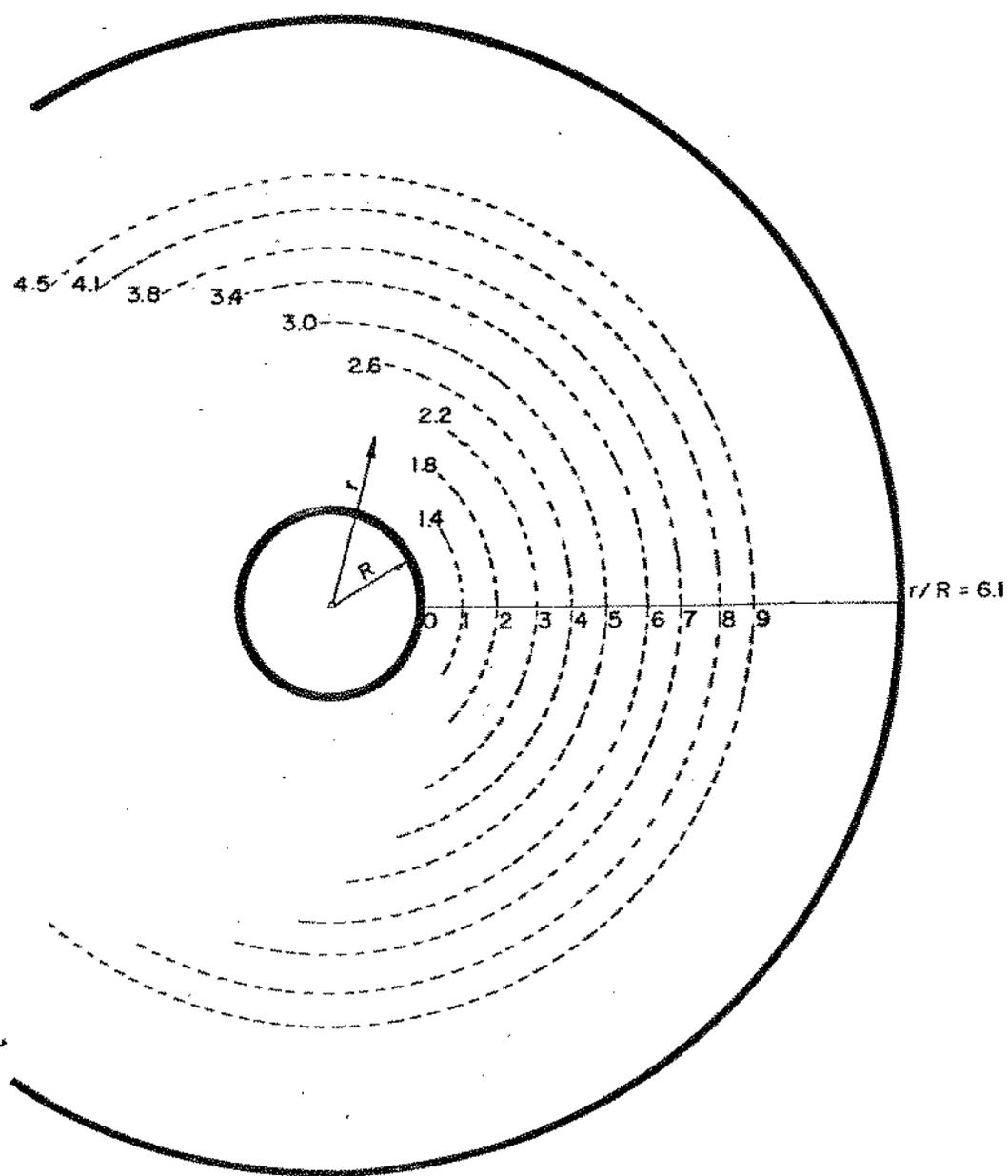


FIG.(5.2) DIAGRAMA DOS TERMOPARES E SUA POSIÇÃO EQUIVALENTE À FRENTE DE FUSÃO

Foram colocados termopares de cobre-constantan no sentido radial e longitudinal, sendo esse último para verificar se a variação de temperatura era ou não de relevância, e notado que essa variação não passava de  $2^{\circ}$  C/m. Assim foi considerada a troca de calor somente no sentido radial.

As medições nesse equipamento tanto na fusão quanto na solidificação foram feitas à temperatura constante. Não foram consideradas pequenas variações devido a dificuldade de manter uma temperatura constante, mas o controle se fazia com uma variação de  $3^{\circ}$  C no máximo.

A finalidade desse experimento foi verificar o comportamento de uma única frente de solidificação com um comprimento de raio elevado, isto é, a relação do raio que a frente de solidificação pode atingir e o raio do duto por onde escoava o fluido de trabalho é alto, e comparar com o modelo teórico proposto.

## 2. ARMAZENADOR MULTITUBULAR

A constituição desse aparelho é similar ao anterior só que em vez de possuir apenas um duto concêntrico à carcaça, possui sete dutos de cobre de 19.05 mm de diâmetro e espessura de parede de 1.0 mm. A esses dutos estão acopladas resistências elétricas de cromo-níquel de 33.55  $\Omega/m$ , sendo cada resistência de 6 m de comprimento; estas servem para fundir o material armazenador, que também é a parafina, com um fluxo de calor constante.

A solidificação do material armazenador é feita através do escoamento de ar pelos dutos; portanto a solidificação se processa à temperatura constante, isto é, à temperatura ambiente do ar. O escoamento desse ar é feito através de um ventilador residencial de baixa potência.

A carcaça onde está contido o material armazenador tem 180.0 mm de diâmetro, e o conjunto armazenador 300.0 mm de comprimento, e contém 6.0 kg de parafina.

- Dados do ar:

$$T_{amb} = 23^{\circ}C$$

$$V = 1.5 \text{ m/s}$$

$$\rho = 1.2928 \text{ kg/m}^3$$

$$C_p = 1.227 \text{ KJ/kg}^{\circ}C - 0.239 \text{ Kcal/kg}^{\circ}C$$

$$K = 0.0265 \text{ W/m}^{\circ}C - 0.0228 \text{ Kcal/mh}^{\circ}C$$

$$\mu = 19.26 \times 10^{-6} \text{ Ns/m}^2$$

- Dados do duto:

Material = cobre

$$\text{Esp.} = 1.0 \text{ mm}$$

$$C_p = 0.394 \text{ KJ/kg}^{\circ}C - 0.0941 \text{ Kcal/kg}^{\circ}C$$

$$K = 372.1000 \text{ W/m}^{\circ}C - 319.9316 \text{ Kcal/hm}^{\circ}C$$

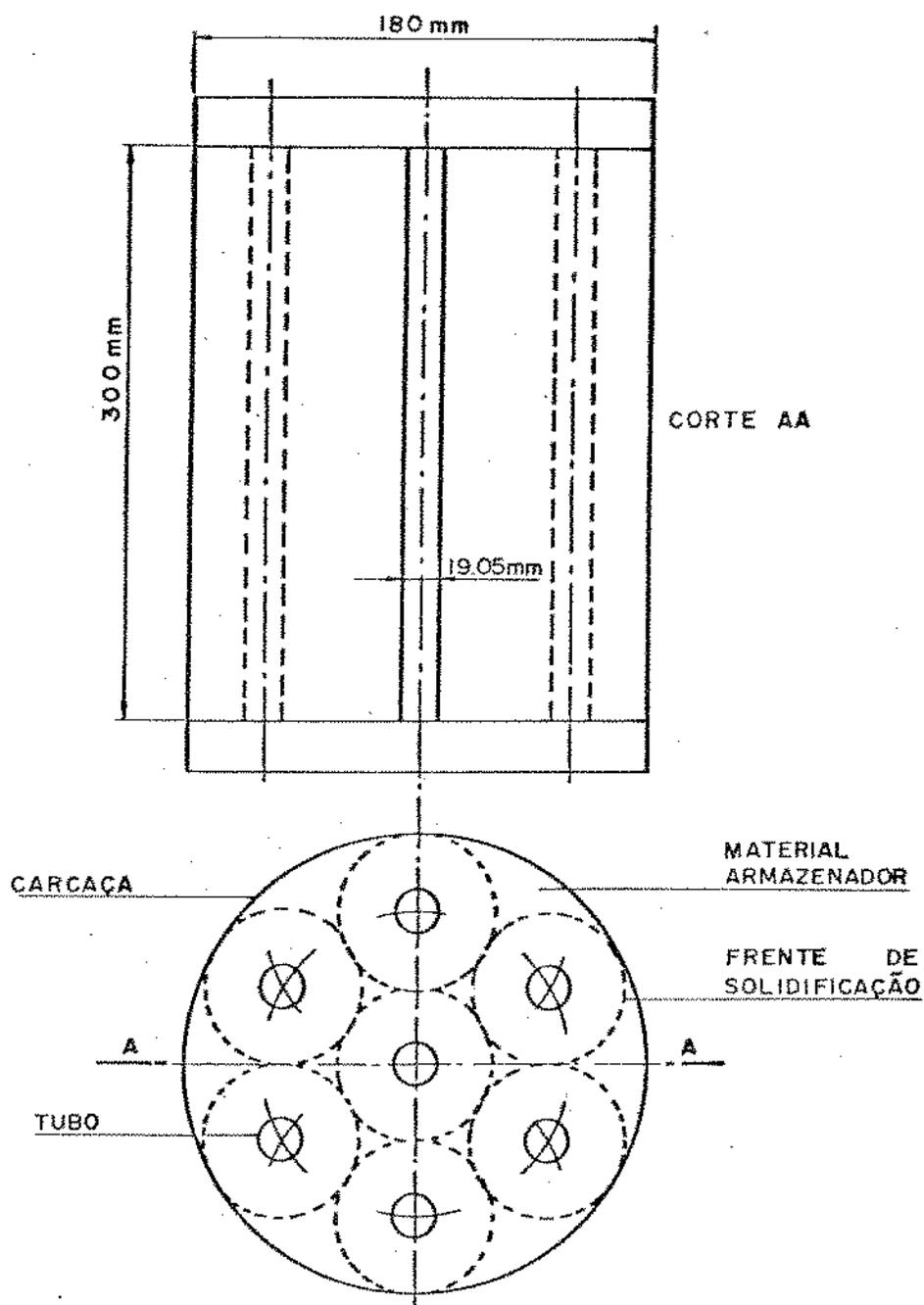


FIG. (5.3) ESQUEMA DE ARMAZENADOR CALOR LATENTE MULTITUBULAR

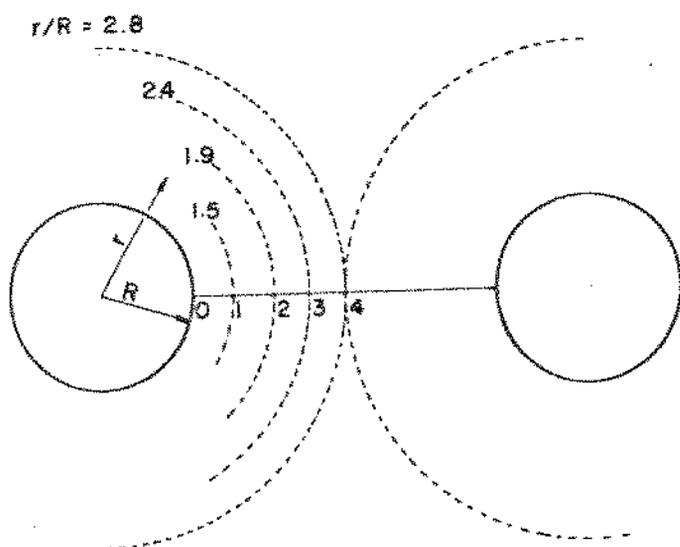


FIG.(5.4) DIAGRAMA DOS TERMOPARES E SUA POSIÇÃO EQUIVALENTE A FRENTE DE FUSÃO

Como a fusão e a solidificação se processam sobre os dutos, foi necessário idealizar uma disposição dos dutos na carcaça para que houvesse a menor interferência possível entre as frentes de solidificação; e teoricamente a disposição utilizada permite que uma frente toque a outra ainda com um remanescente de 20% de material para se solidificar ou fundir.

Foi possível nesse armazenador visualizar o comportamento das múltiplas frentes de solidificação, mas para efeito de medição dessas interfaces, foi colocado termopares de cobre-constantan.

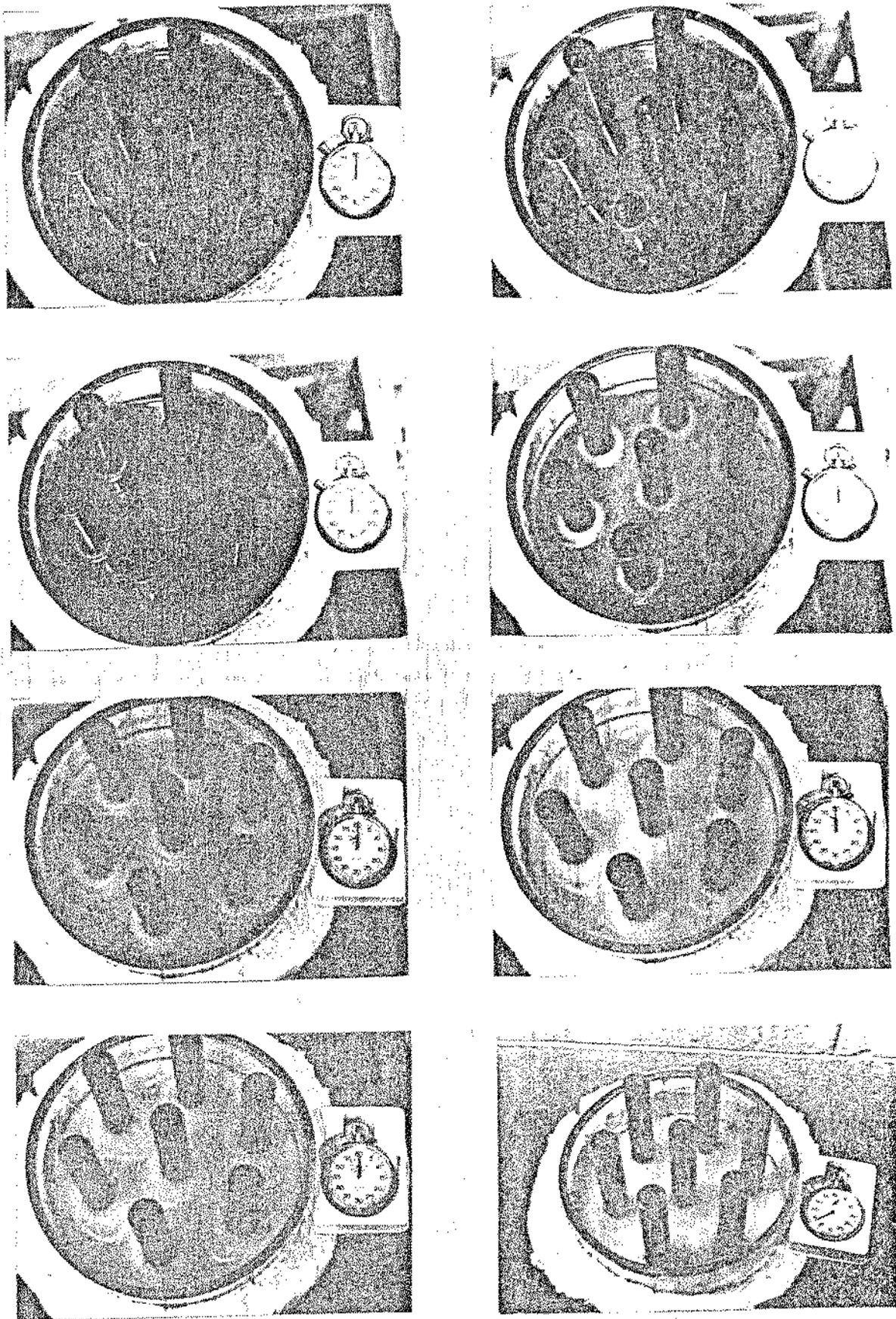


FIG. (5.5) - VISUALIZAÇÃO DO PROCESSO DE SOLIDIFICAÇÃO

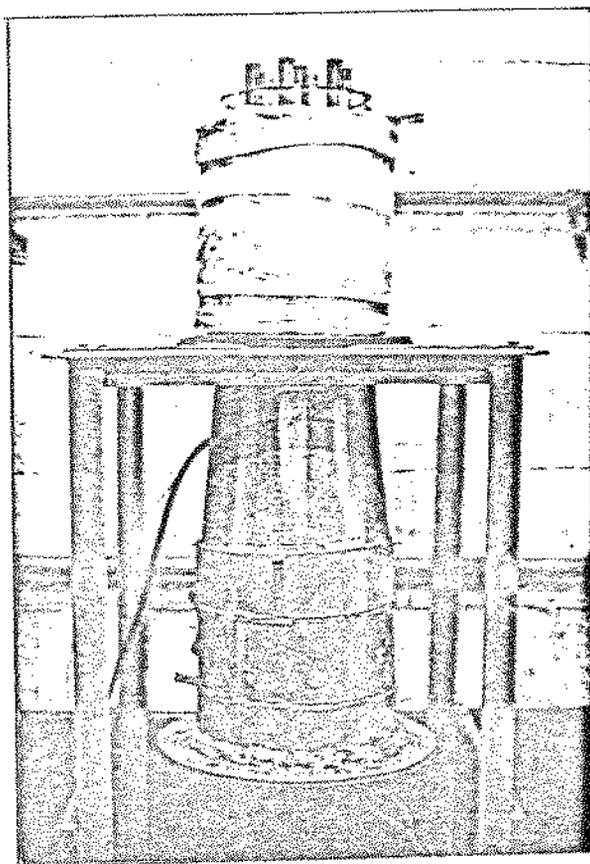


FIG.(5.6) - ARMAZENADOR MULTITUBULAR

Como o comportamento de todos os dutos são considerados iguais, as medidas foram realizadas para apenas uma frente de solidificação e os resultados extrapolados para as demais frentes de solidificação.

A utilização de vários dutos em um armazenador é feito para se ter uma melhor eficiência, ao invés de ter uma única frente de solidificação com um raio muito grande em relação ao duto, e isso implica em um tempo maior, tem-se várias frentes e com um raio não tão grande em relação ao raio do duto. Assim a fusão ou a solidificação de uma massa maior de material armazenador é feita em um tempo menor.

### 3. DISCUSSÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS

Na análise dos dados obtidos na curva de frente de solidificação por tempo, Figs. (5.7), (5.13), verifica-se uma concordância entre as curvas experimental e teórica até um determinado ponto, e depois a curva experimental diverge da curva teórica, essa divergência pode ser causada porque nas equações teóricas o movimento da frente de solidificação se faz com a consideração que a fase líquida esteja à temperatura de saturação do princípio ao fim do processo, o que não ocorre na realidade. Isto se dá por ser finita a região líquida e quando se inicia o processo de solidificação a fase líquida começa a perder calor em seu todo, tanto para o fluido de trabalho quanto para o meio ambiente e conseqüentemente no final do processo a curva experimental diverge da teórica, já que a frente de solidificação experimental leva menos tempo para avançar devido a perda de calor do meio líquido. Essa variação experimental pode também ser a causadora da não concordância das curvas experimental e teórica quanto ao fluxo de calor entregue na borda do duto, entre outros fatores.

A não concordância entre as curvas teóricas e experimentais, pode ocorrer por vários motivos. O primeiro que se poderia aludir seria o erro de cálculo; para se conhecer o número de Biot além de ter que se obter as propriedades tanto do fluido de trabalho quanto do material armazenador, (quase sempre esses dados são imprecisos e considerados constantes) é necessário calcular o coeficiente global de troca de calor que além de ser calculado por equações empíricas pode apresentar erro nos dados obtidos para o cálculo do número de Biot. Nos gráficos de posição da frente de solidificação por tempo, tanto para o armazenador monotubular quanto para o multitubular Figs. (5.7), (5.13), esse erro foi demonstrado. No aparelho monotubular fez-se uma aproximação da curva experimental com um valor de  $S_{te} = 0.5$ , o que significa um erro equivalente a 16%; no aparelho multitubular está representada uma aproximação da curva experimental de  $S_{te} = 1.0$  e  $Bi = 0.5$ , o que representa um erro de 30% para o número de Stefan e de 20% para o número de Biot. Mas esses dados não significam apenas erro no cálculo dos parâmetros adimensionais, pois essas curvas teóricas de correção foram somente ajustadas às curvas experimentais, quer dizer, há outros fatores que influenciam essa não concordância entre as curvas experimentais e não somente os parâmetros adimensionais de Stefan e Biot.

Um outro fator, considerado o de maior influência, de não concordância entre as curvas teóricas e experimentais é o fato do experimento ter sido realizado com parafina, e esse material não possui um ponto de fusão bem definido, e sim, uma faixa que no caso de  $56^{\circ}$  a  $58^{\circ}\text{C}$ , o que significa uma variação no número de Stefan. Para efeito experimental foi necessário definir um ponto de fusão, considerado  $57^{\circ}\text{C}$ . Isso pode acarretar um erro na posição da frente de solidificação, isto é, o ponto medido como sendo a posição da frente de solidificação pode não indicar exatamente essa frente, podendo estar antes ou depois desse ponto e com isso provocar um erro já que a determinação da posição da frente de solidificação no experimento era feita através de termopares, Figs. (5.2), (5.4) com suas posições pré-determinadas e considerando uma temperatura única de saturação.

Numa visualização melhor de como os fatores citados acima são os responsáveis pelos erros causados entre as curvas teóricas e experimentais, a Fig.(5.12) representa o fluxo de calor em relação a posição da frente de solidificação, mas essa frente está representada até o ponto em que a posição dessa em relação ao tempo, (Fig.(5.3)) tanto a curva teórica quanto experimental ainda não divergiram, e ainda é levado em consideração o fato do material armazenador possuir uma faixa de solidificação  $56^{\circ}\text{C}$  ( $S_{te}=0.58-0.62$ ). Nota-se então que os dados experimentais estão dentro dessa faixa, corroborando com a hipótese supra citada.

O fato que o meio líquido não mantém sua temperatura constante desde o início do processo, provoca com isso um aumento na velocidade da frente de solidificação, já explanado anteriormente, e o fato que a entrega de calor, principalmente para números de Stefan e/ou números de Biot altos, para frentes de solidificação próximas aos dutos por onde escoia o fluido de trabalho, Fig. (5.9) o fluxo de calor é muito intenso; é aconselhável que o armazenador trabalhe em uma faixa intermediária de frente de solidificação. Mas um armazenador tanto é receptor quanto fornecedor de calor, então fica difícil que o armazenador trabalhe em uma faixa em que a frente de solidificação esteja afastada ou mesmo em contato com o duto por onde escoia o fluido de trabalho, então a medida que pode ser tomada é trabalhar com os parâmetros adimensionais Stefan e Biot com valores baixos, pois assim evita-se que o fluxo de calor seja

tão intenso, Fig. (5.15) para posições de frente de solidificação próximas aos dutos onde escoo o fluido de trabalho.

Como já foi visto os parâmetros que controlam o processo de mudança de fase em uma substância são o número de Stefan e Biot, mas é desejável conhecer o comportamento desse processo não só através desses dois parâmetros como também através da posição da frente de solidificação, representada por  $\eta^*$ , já que o comportamento do armazenador está representado por esse parâmetro. A posição da frente de solidificação é função do tempo e essa variação não é linear, Figs. (5.7), (5.13), sendo necessários tempos cada vez maiores para que a interface sólida-líquida percorra uma mesma distância, em outras palavras quanto maior a posição da frente de solidificação menor será a sua velocidade; em contrapartida nota-se que para posições de frente de solidificação maiores, Figs. (5.10), (5.15), o fluxo de calor torna-se mais constante em relação a essas posições, mas esse fluxo é de baixa intensidade. Em um armazenador de calor é desejável que ele tenha uma boa velocidade de resposta, para isso o fluxo de calor não deve ser muito baixo; é necessário também que o armazenador não provoque variações no sistema, quer dizer então que ele deve trabalhar em uma faixa de posição de frente de solidificação onde o fluxo de calor seja quase constante. Daí se conclui que é necessário trabalhar em uma faixa intermediária de posição de frente de solidificação, porque em posições de frente de solidificação pequenas, Figs. (5.9), o fluxo de calor é intenso mas muito variável; e quanto as posições de frente de solidificação grandes, como já foi dito, o fluxo de calor é de baixa intensidade. Como todo o processo de fusão-solidificação é regido pelos números de Stefan e Biot, a determinação então dessa faixa de posição da interface também o será, significa então que para cada processo haverá uma faixa de posição de frente de solidificação adequada.

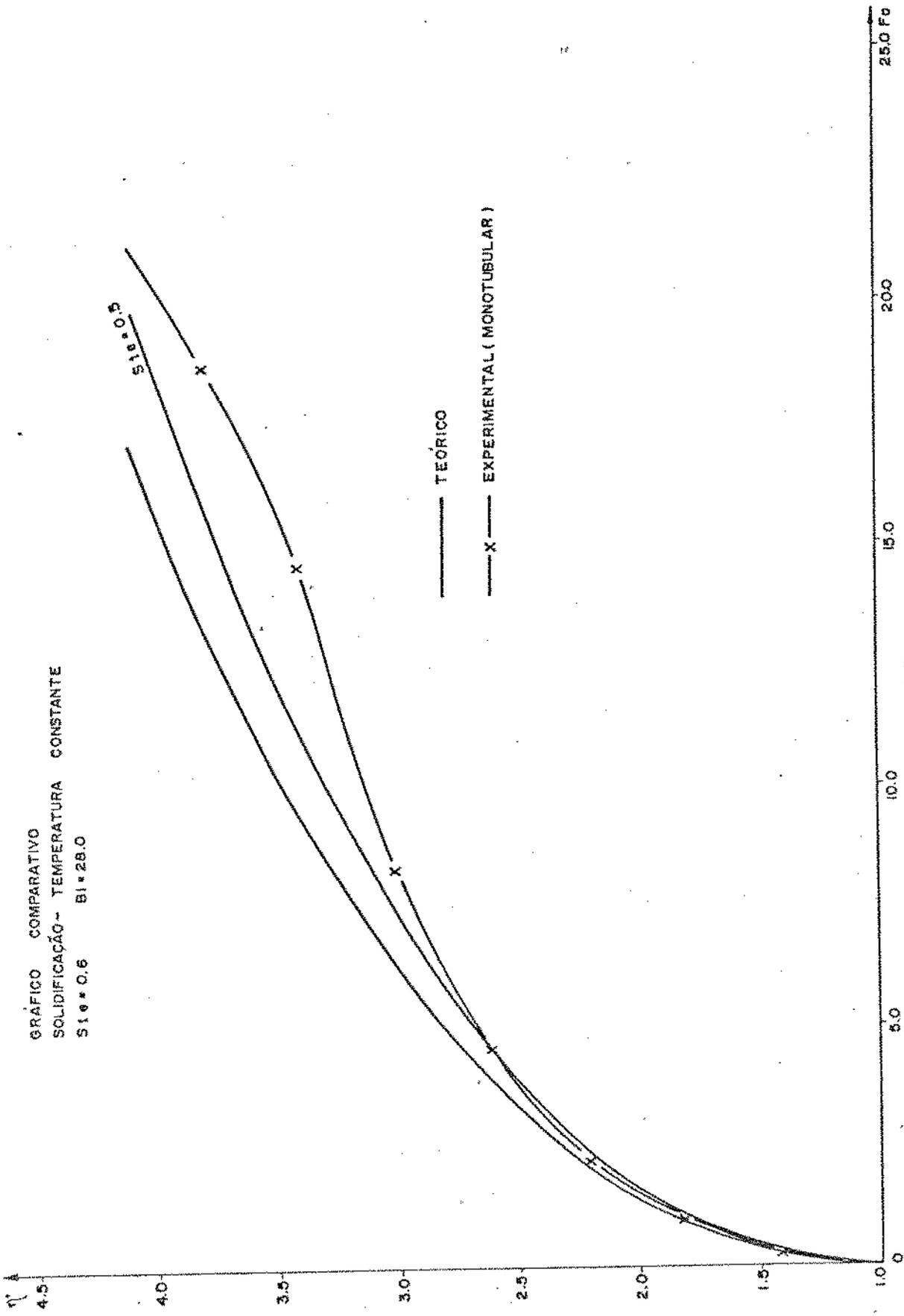


FIG. (5.7)

PERFIL DE TEMPERATURA  
SOLIDIFICAÇÃO - TEMPERATURA CONSTANTE  
St = 0.6    Bi = 28.0

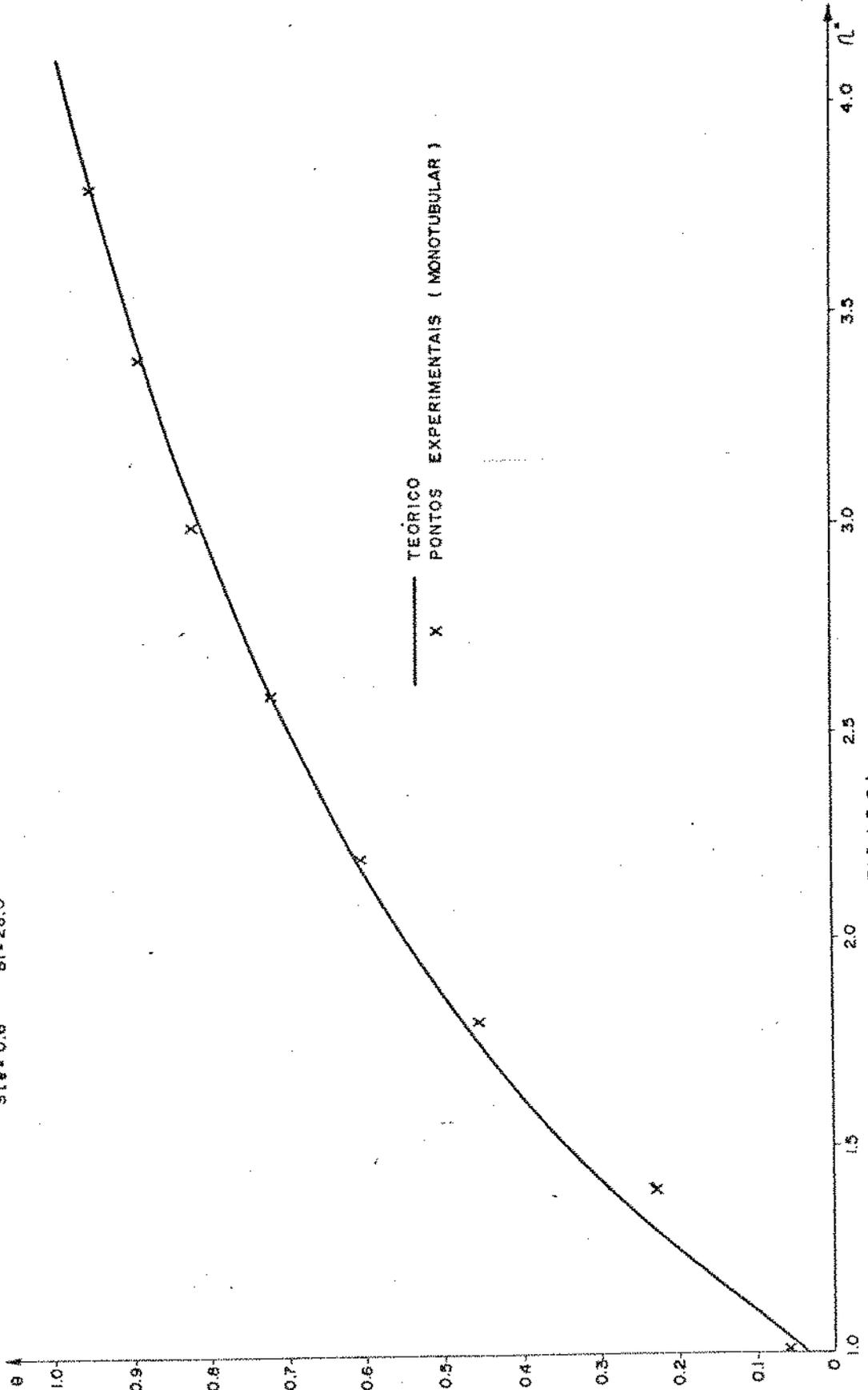
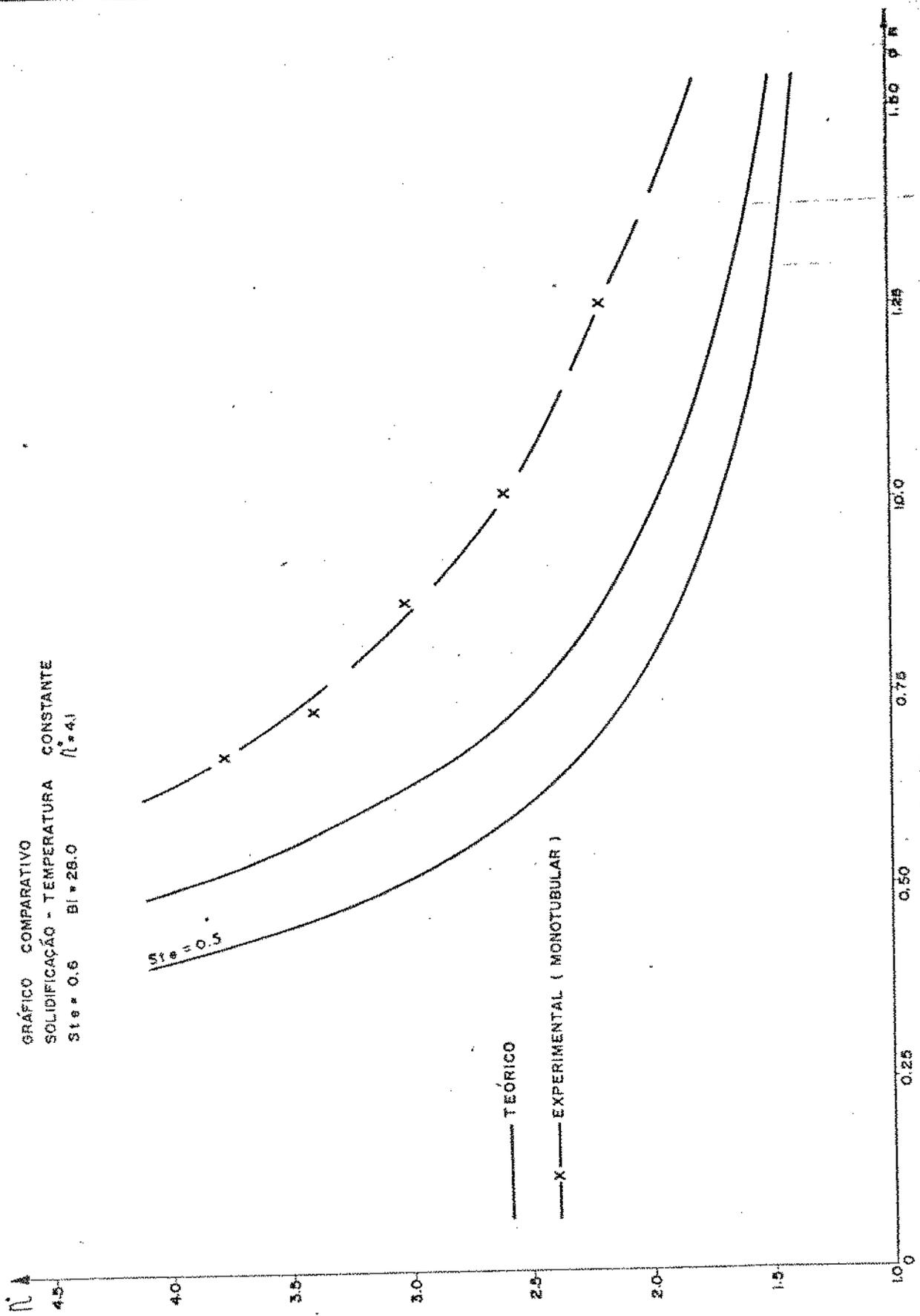


FIG. (5.8)

GRÁFICO COMPARATIVO  
SOLIDIFICAÇÃO - TEMPERATURA CONSTANTE  
 $(t_c = 4.1)$   
 $Ste = 0.5$   $Bi = 28.0$



— TEÓRICO

—x— EXPERIMENTAL ( MONOTUBULAR )

FIG. ( 8.8 )

GRÁFICO COMPARATIVO  
TAXA DE CALOR ENTREGUE NO BORDE DO CILINDRO  
SOLIDIFICAÇÃO TEMPERATURA CONSTANTE  
Ste = 0.6    Bi = 2.0     $R^* = 4.1$

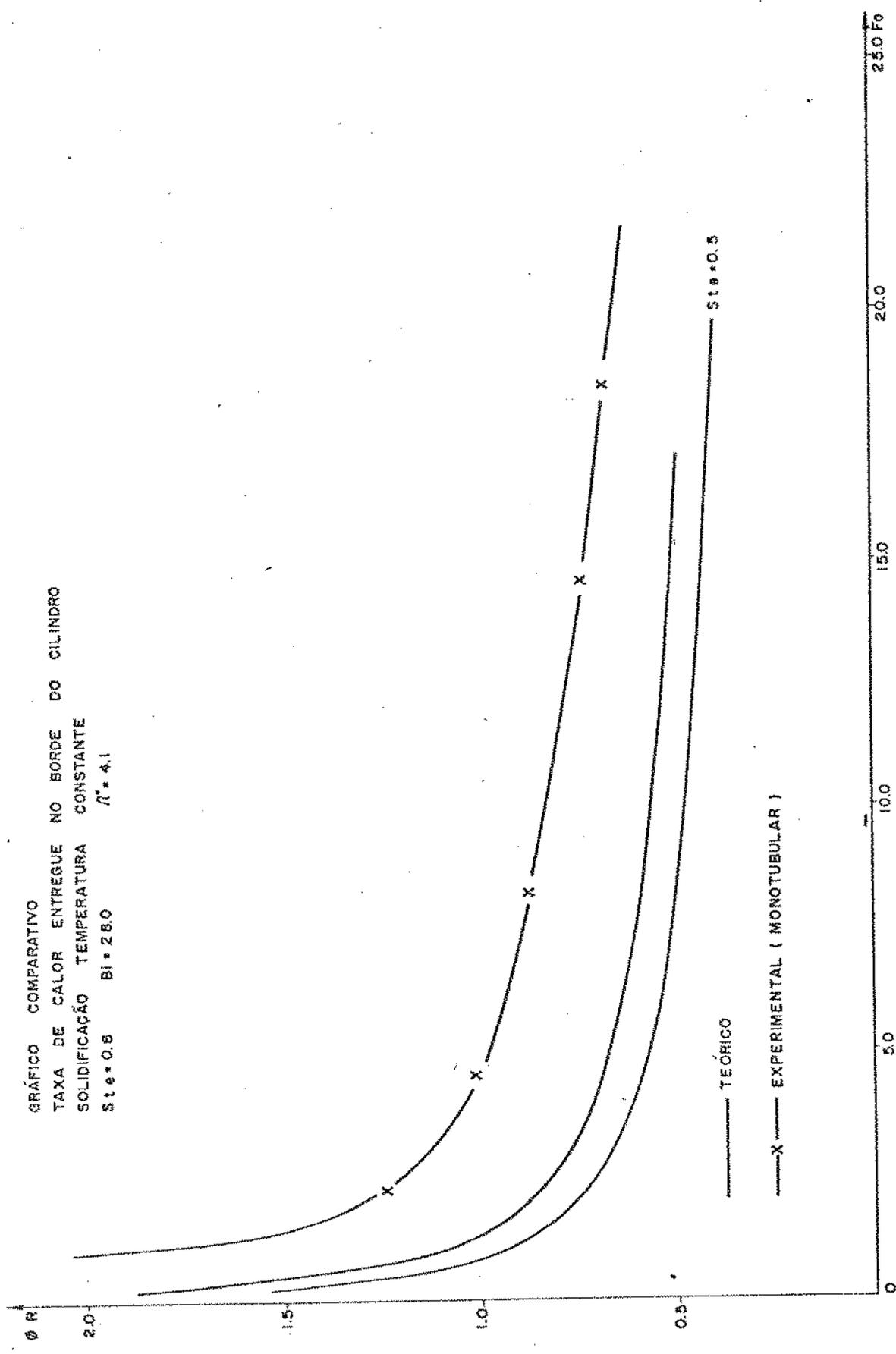


FIG. (5.10)

GRÁFICO COMPARATIVO  
SOLIDIFICAÇÃO TEMPERATURA CONSTANTE  
Ste=0.6 BI=28.0  $\Gamma=3.0$

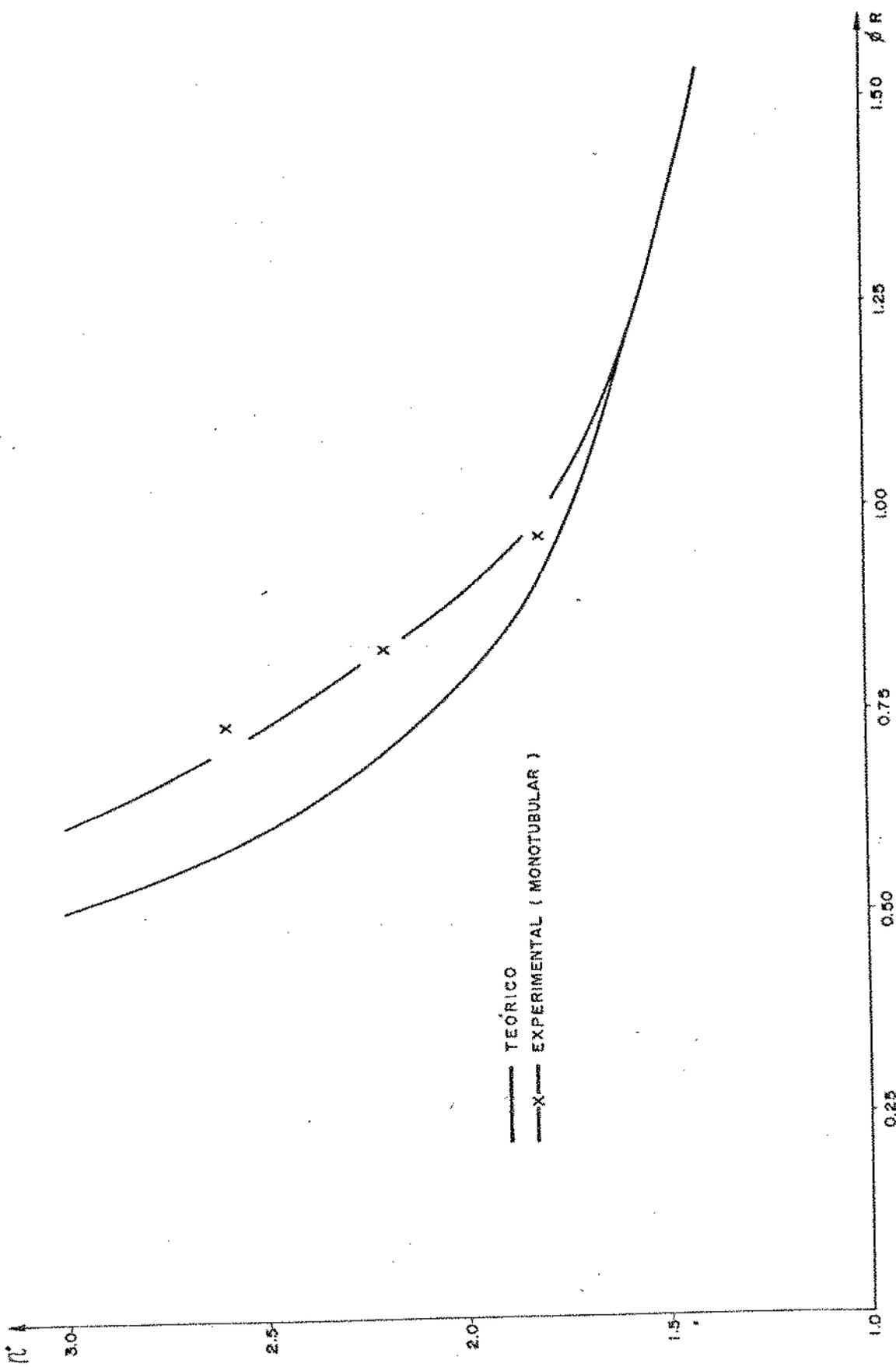


FIG. (5.II)

GRÁFICO COMPARATIVO  
SOLIDIFICAÇÃO - TEMPERATURA CONSTANTE  
FLUXO DE CALOR  $Ste = 0.59 - 0.62$   
 $\beta = 3.0$   $Bi = 28.0$

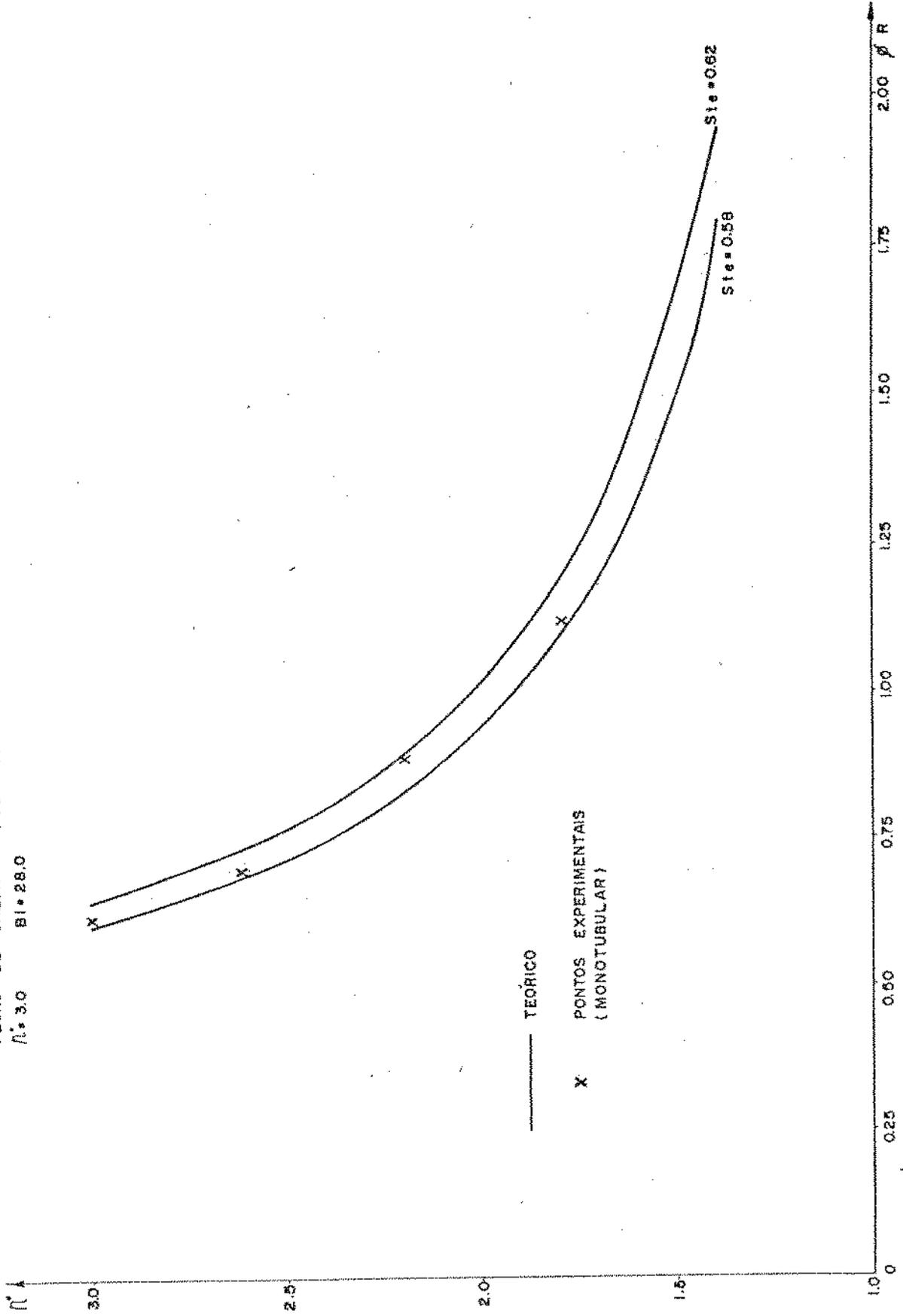


FIG. (5.12)

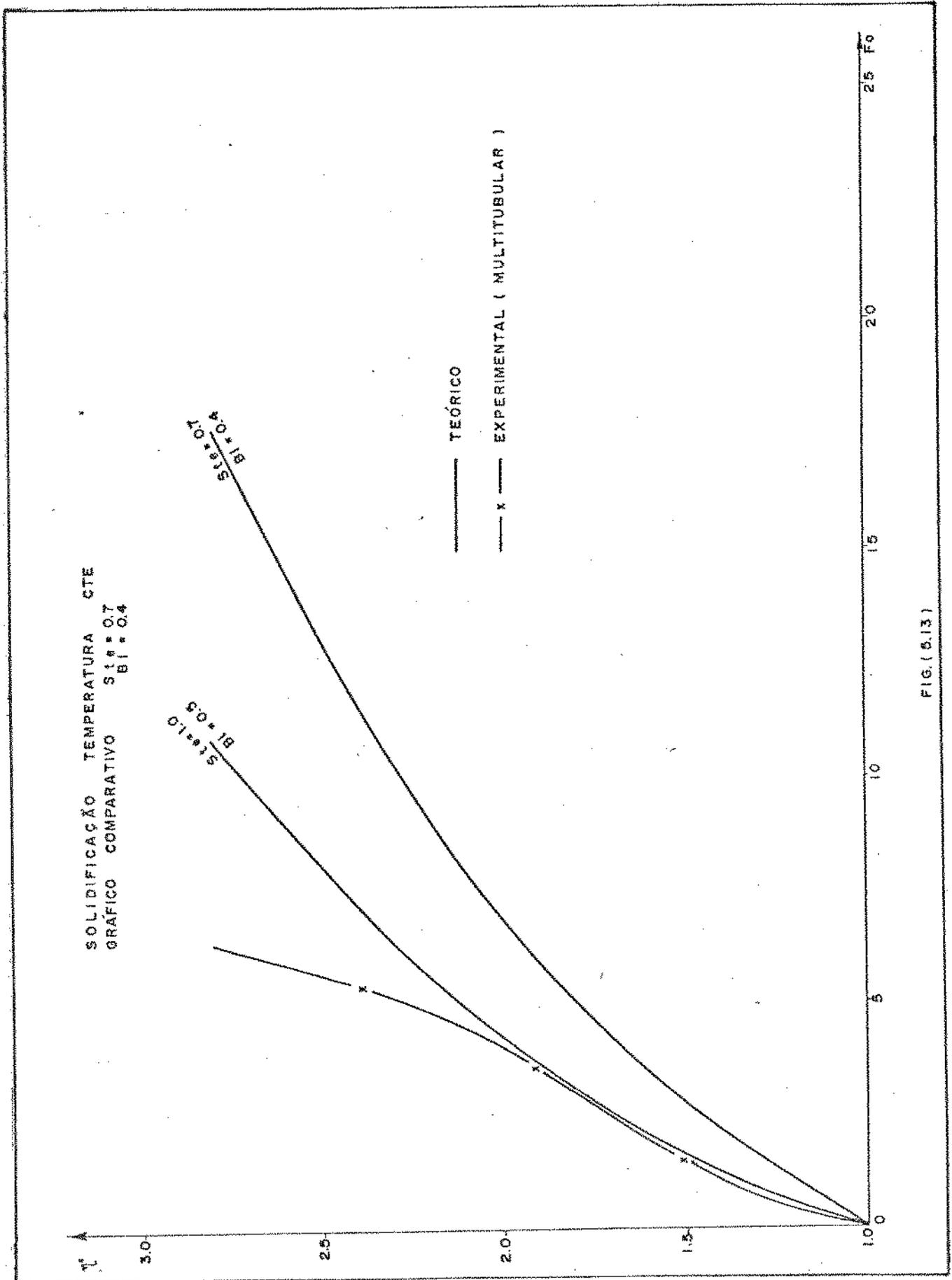


FIG. (6.13)

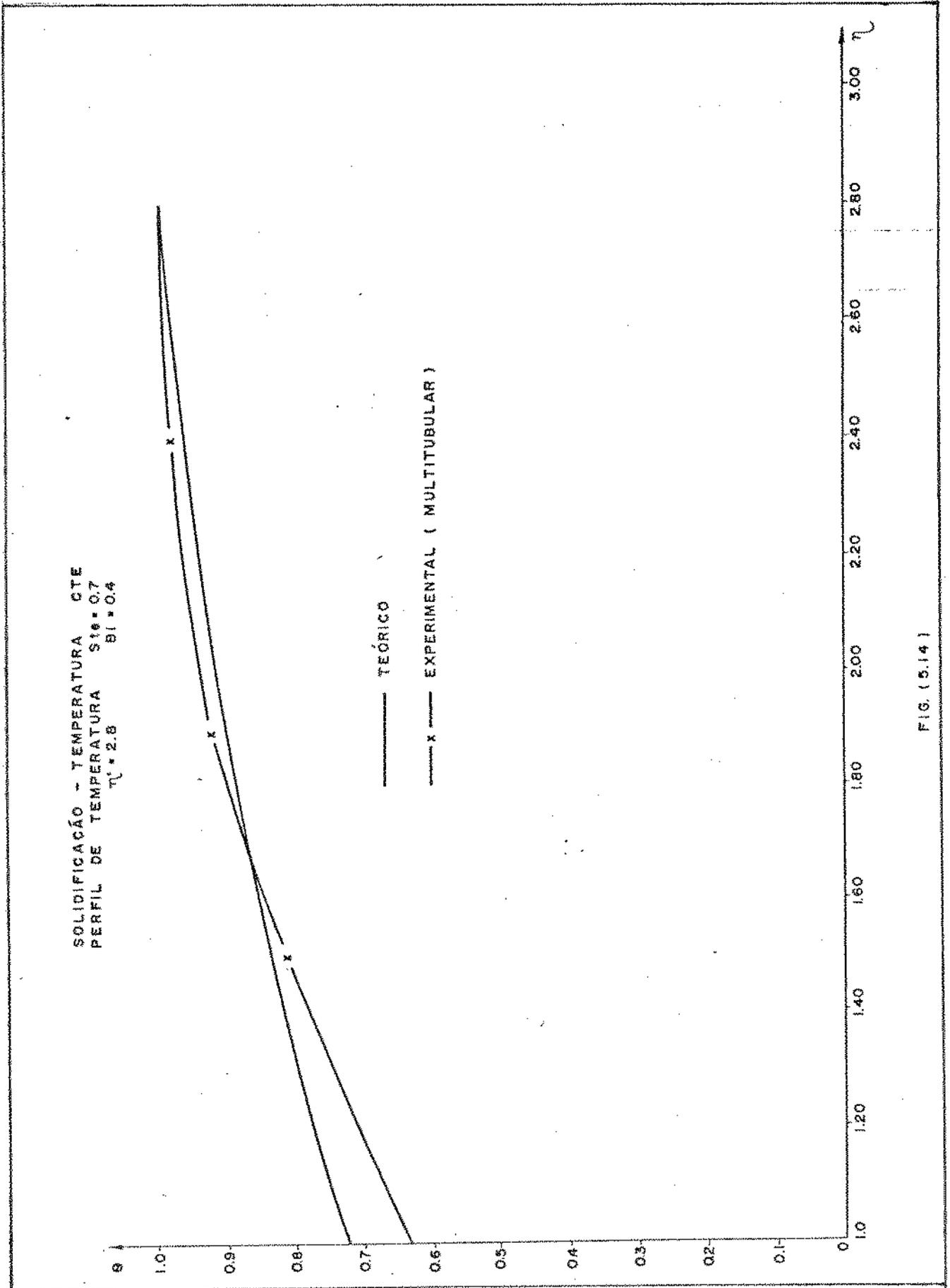


FIG. ( 5.14 )

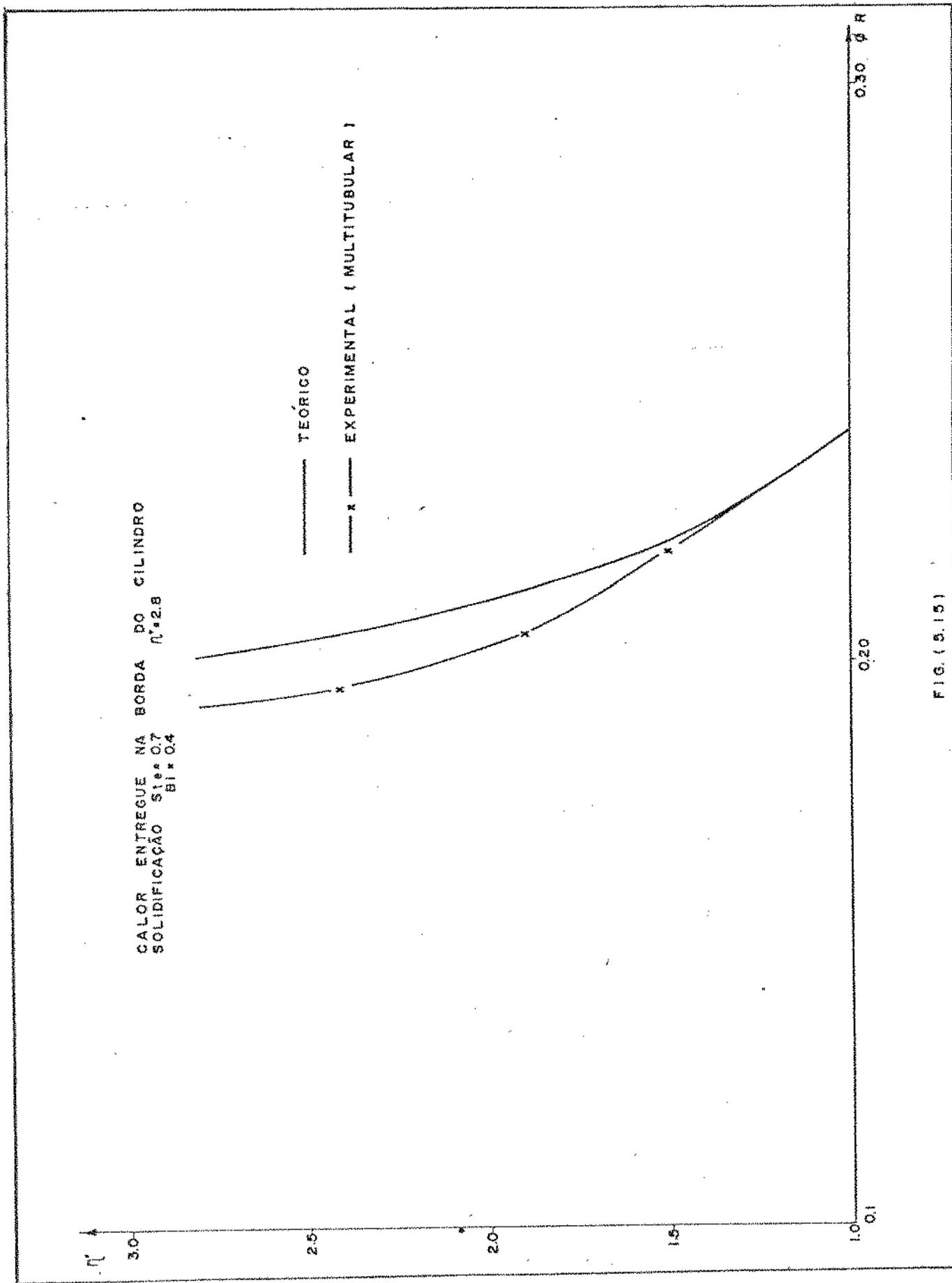


FIG. (5.15)

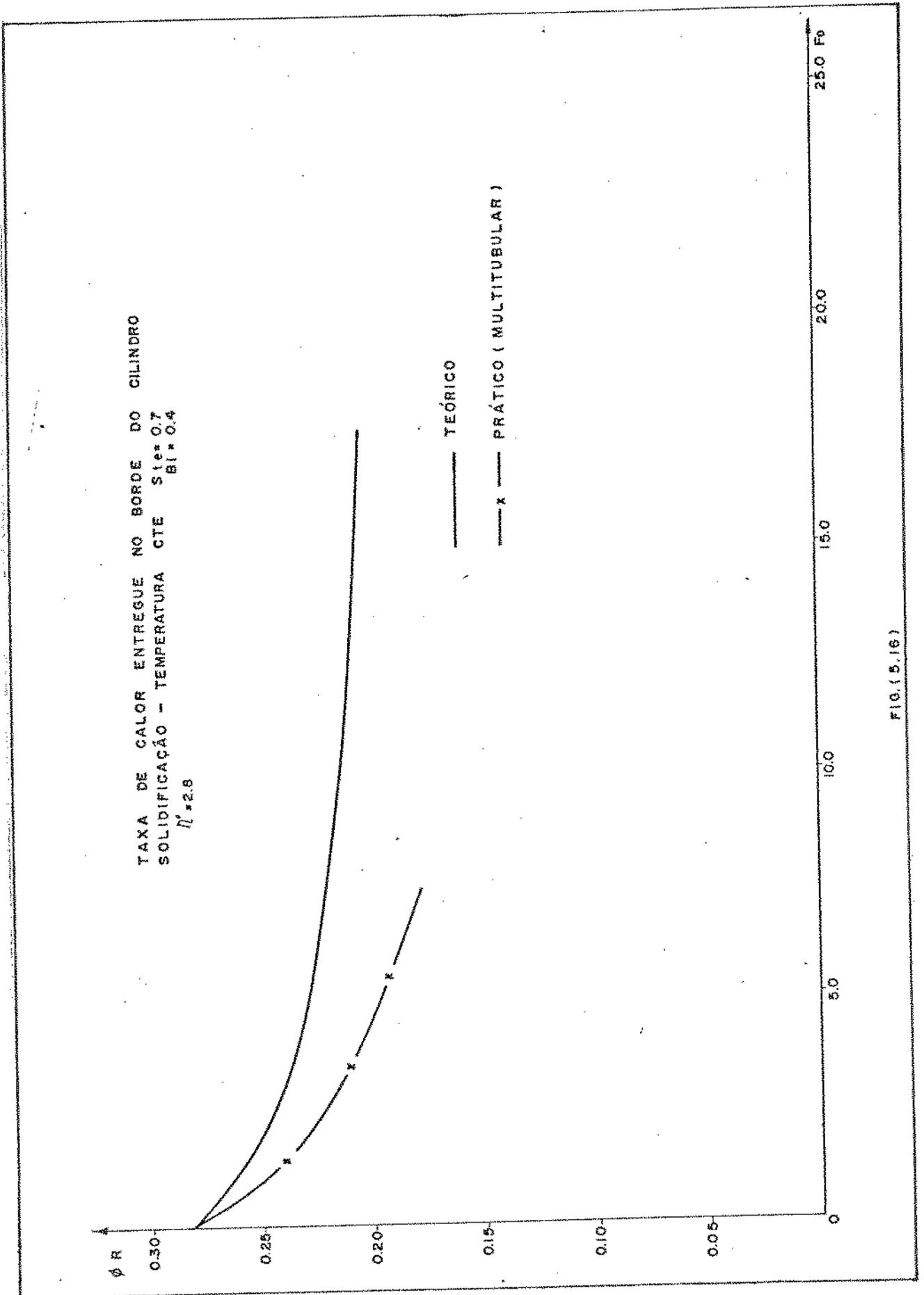


FIG. (5.16)

## CAPÍTULO 6

### ANÁLISE DO PROCESSO DE FUSÃO

É feita uma análise do processo da fusão tanto para troca de calor com o fluido de trabalho à temperatura constante quanto para troca de calor com fluxo de calor constante.

#### 1. ANÁLISE TEÓRICA

A análise teórica do processo de fusão em princípio é a mesma feita para o processo de solidificação, apenas invertendo o processo. Assim:

No meio líquido o processo de condução de calor é dado por:

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \alpha \left[ \frac{\delta^2 T}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta T}{\delta r} \right], \quad R < r < r^* \quad (6.1)$$

Na interface líquido-sólido a condição é:

$$-K \frac{\delta T}{\delta r} = \rho \lambda \frac{dr^*}{dt}, \quad r = r^* \quad (6.2)$$

$$T = T_{\text{sat.}}$$

A outra condição de contorno é o processo de como está sendo fornecido calor para o material armazenador. Este pode ser através de um fluido de trabalho à temperatura constante, ou através de um fluxo de calor constante.

Para o processo à temperatura constante a condição de contorno é a seguinte:

$$-K \frac{\delta T}{\delta r} = h_o (T - T_o), \quad r = R \quad (6.3)$$

Para o processo de fluxo de calor, tem-se:

$$-K \frac{\delta T}{\delta r} = q_o, \quad r = R \quad (6.4)$$

Os termos e os parâmetros adimensionais são os mesmos visto no Capítulo 2, com algumas alterações.

Para o processo à temperatura constante, os termos adimensionais são:

$$\theta = \frac{(T_o - T_{sat})}{(T_o - T_{sat})} + 1 \quad (6.5)$$

$$\eta = \frac{r}{R}, \quad \eta^* = \frac{r^*}{R}, \quad F_o = \frac{\alpha t}{R^2}$$

e os parâmetros adimensionais

$$S_{te} = \frac{c(T_o - T_{sat})}{\lambda}$$

$$Bi = \frac{h_o R}{K} \quad (6.6)$$

Para o processo de fluxo de calor constante, os termos adimensionais são:

$$\theta = \frac{K(T - T_{sat})}{q_o R} + 1 \quad (6.7)$$

$$\eta = \frac{r}{R}, \quad \eta^* = \frac{r^*}{R}, \quad F_o = \frac{\alpha t}{R^2}$$

e os parâmetros adimensionais:

$$STE = \frac{c(q_o R/K)}{\lambda} \quad (6.8)$$

Adimensionalizando as equações regentes do problema e resolvendo-as como já visto nos capítulos anteriores, tanto para o processo à temperatura constante quanto ao de fluxo de calor constante obtém-se:

$$\theta = 1 + \frac{1}{S_{te}} \eta^* \dot{\eta}^* \ln \left( \frac{\eta^*}{\eta} \right) + \frac{1}{2Ste} (\eta^* \dot{\eta}^*)^2 \left[ \ln \left( \frac{\eta^*}{\eta} \right) \right]^2 \quad (6.9)$$

O cálculo do tempo para que a frente de fusão atinja um determinado ponto é, para uma troca de calor pelo processo à temperatura constante, se dá da mesma forma como no processo de solidificação. Isto é:

$$F_o = \int_1^{\eta^*} \frac{\eta^* \ln \eta^* (Bi \ln \eta^* + 2)}{-(Bi \ln \eta^* + 1) + \sqrt{(Bi \ln \eta^* + 1)^2 + 2Ste Bi \ln \eta^* (Bi \ln \eta^* + 2)}} d\eta^*$$

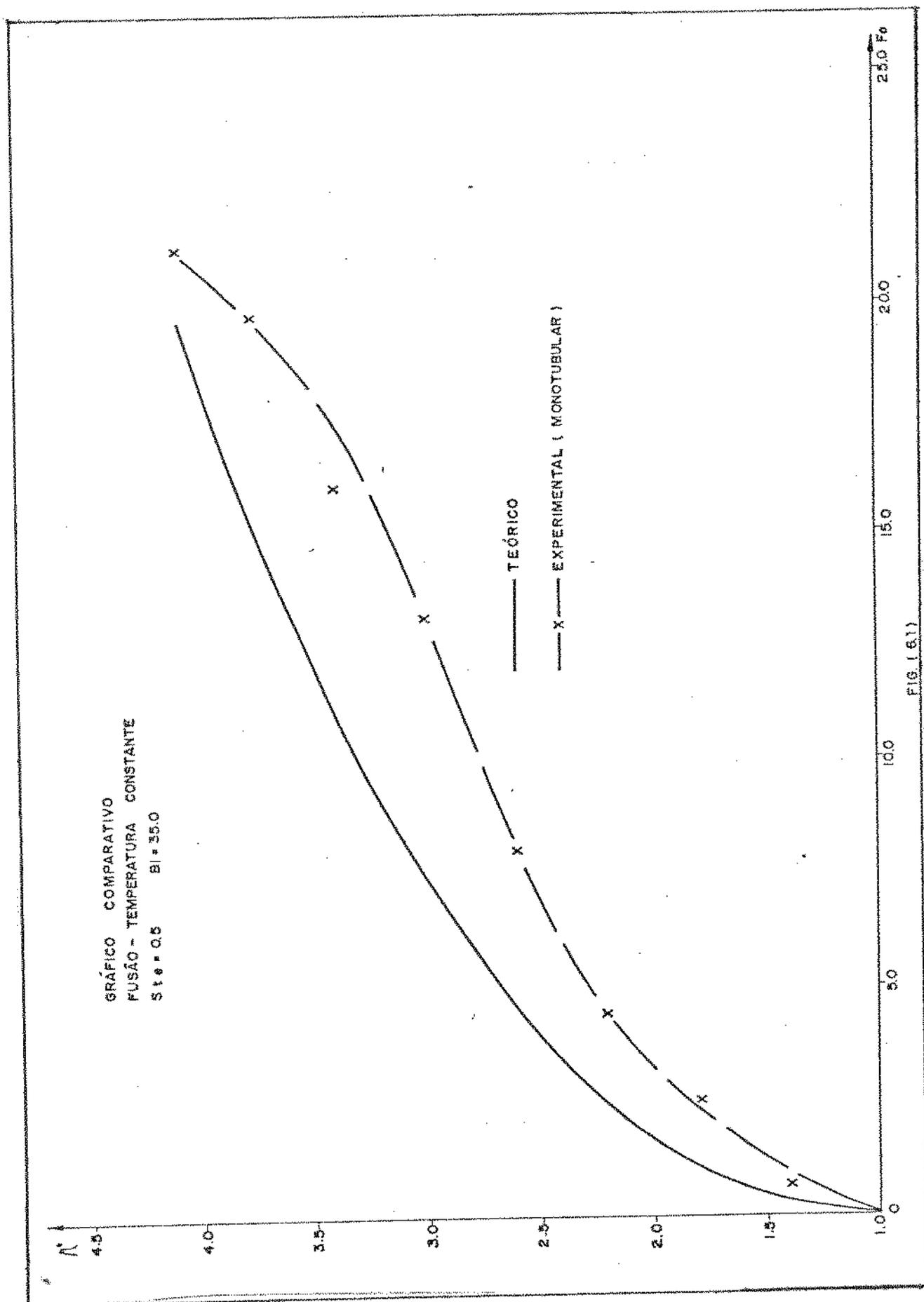
Quanto ao processo de fluxo de calor constante, tem-se que:

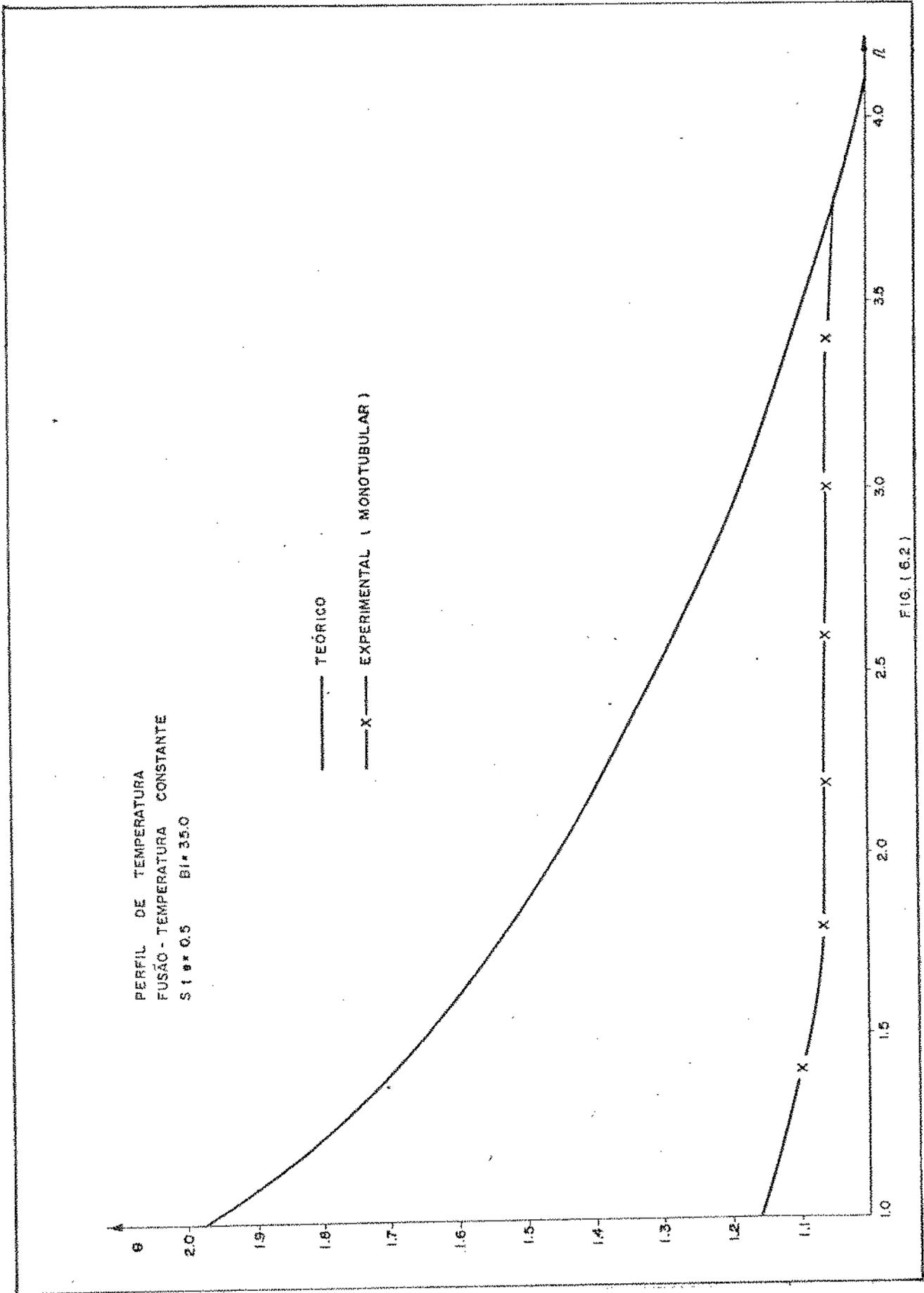
$$F_o = \int_1^{\eta^*} \frac{2 \eta^* \ln \eta^*}{-1 + \sqrt{1 + 4Ste \ln \eta^*}} d\eta^*$$

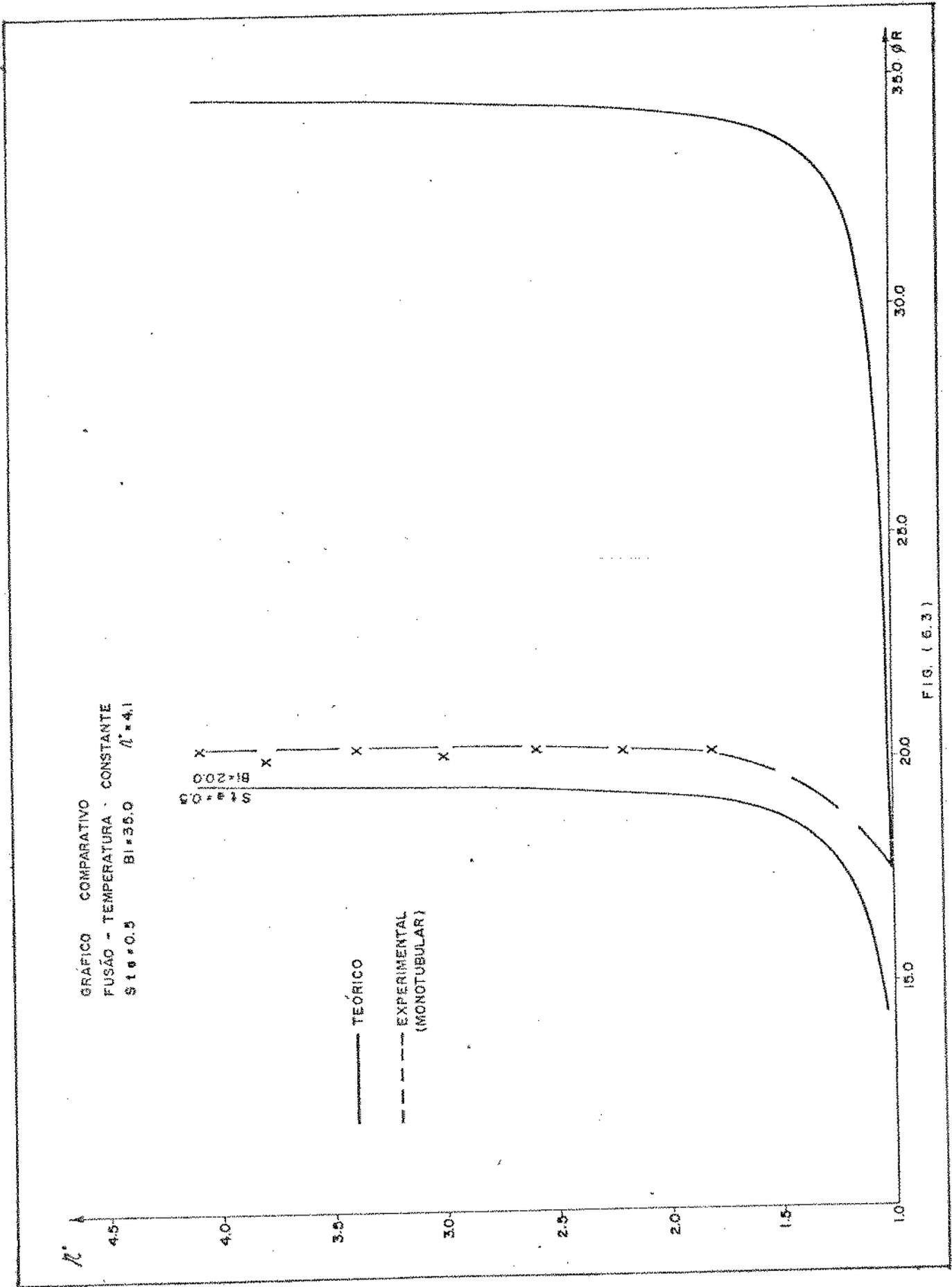
## 2. ANÁLISE DOS DADOS EXPERIMENTAIS

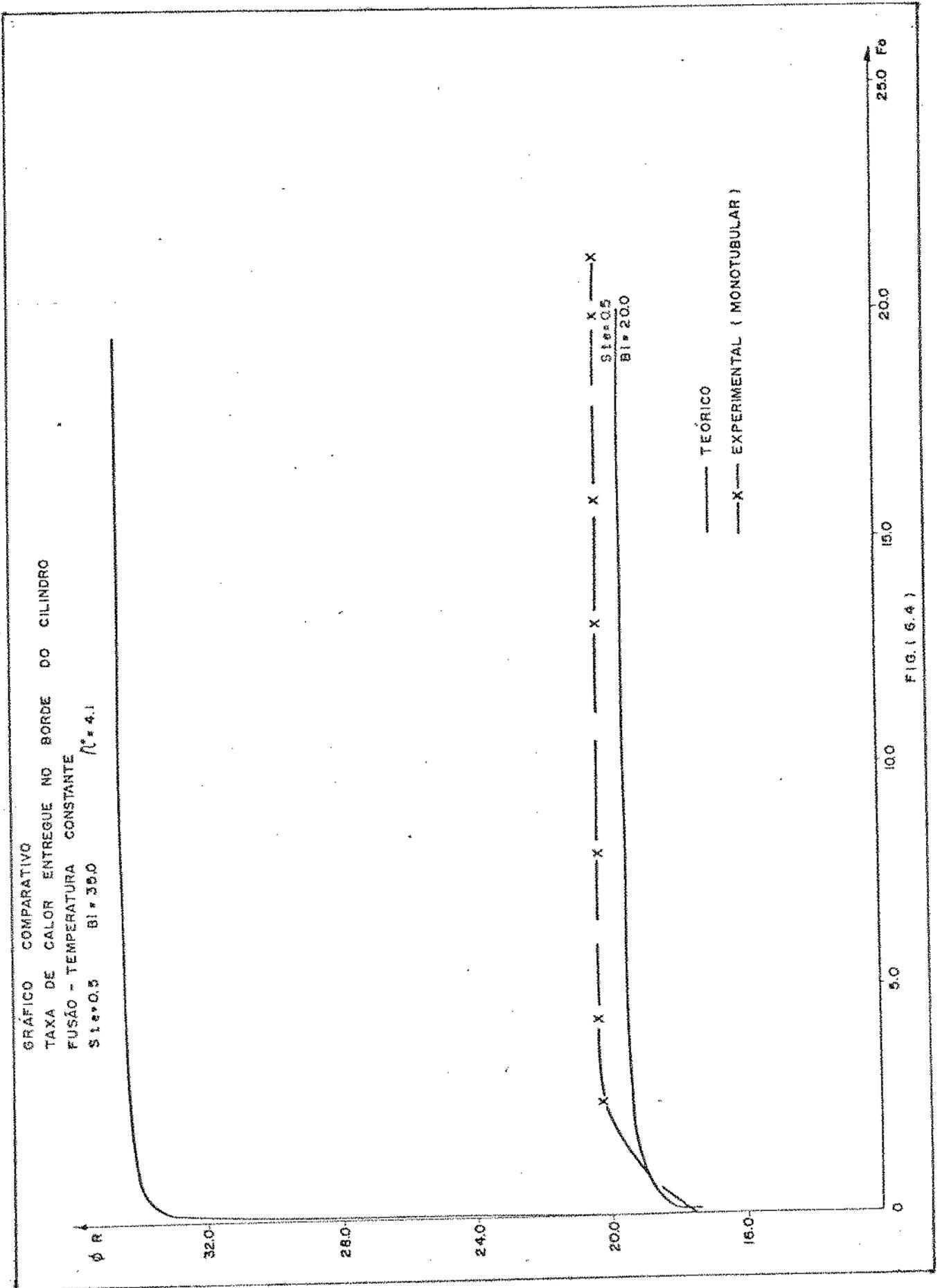
Pode ser observado no processo de fusão que da mesma forma que no processo de solidificação, a posição da frente de fusão com o tempo depois de um determinado ponto a curva experimental diverge da teórica. A explicação para esse fato pode ser devido a fase sólida ser finita e esta começar a receber calor desde o princípio do processo, e como já foi dito anteriormente a teoria proposta considera que o meio sólido esteja à temperatura de saturação, tanto para o processo de aquecimento à temperatura constante como para o aquecimento por meio de um fluxo de calor constante, Figs. (6.1), (6.5). Na prática essa consideração não acontece, isto é, o meio sólido vai se superaquecendo e a partir de um dado instante a velocidade da frente de fusão é alterada devido a esse superaquecimento. Esse distúrbio acontece da mesma forma como foi apresentado para o processo de solidificação.

Quanto ao perfil de temperatura, que é fundamental para se conhecer a taxa de calor entregue na borda do duto para o meio armazenador, não tem nenhuma proximidade entre a curva teórica e experimental, Figs. (6.2), (6.6). Isso deve ocorrer devido ao fato que a equação utilizada considera a troca de calor no meio líquido ocorrendo pelo processo de condução unicamente, não levando em conta a troca de calor por convecção. As linhas de convecção livre devem propiciar essa maior homogeneização das temperaturas, Fig.(6.2), e assim provocando um perfil de temperatura mais suave do que seria em um meio sólido como considera a teoria proposta. Devido a esse fato verifica-se, Figs. (6.3), (6.4) um erro de aproximadamente 42% quanto ao calor fornecido em relação a posição da frente de fusão e do tempo. Portanto para o processo de fusão é aconselhável levar em consideração a troca de calor por convecção, pois como já foi explanado esta modifica em muito o comportamento do perfil de temperatura e conseqüentemente a troca de calor através desse meio fluido. Esse comportamento foi verificado tanto para o armazenador monotubular quanto para o multitubular.









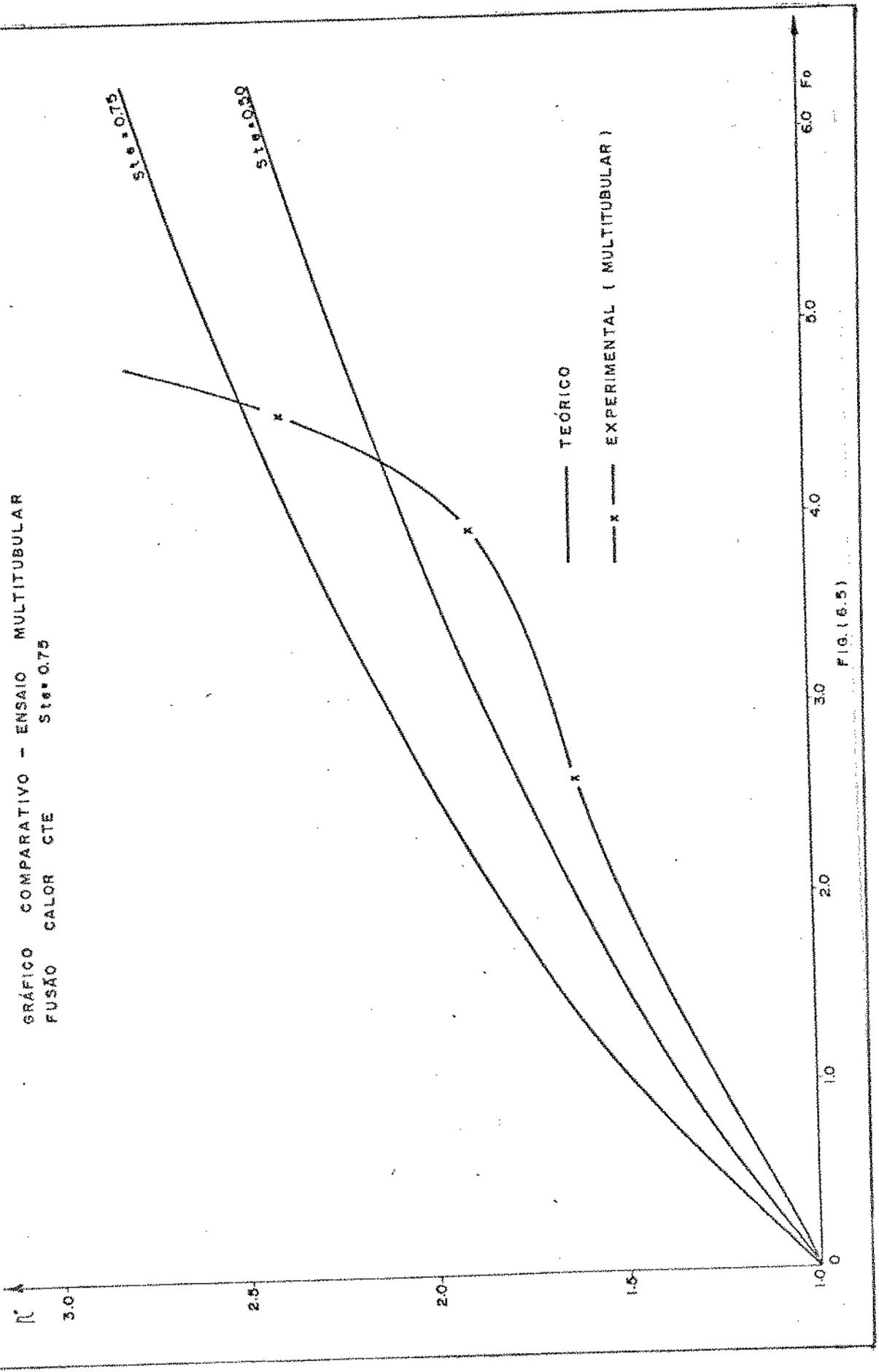


FIG. (6.5)

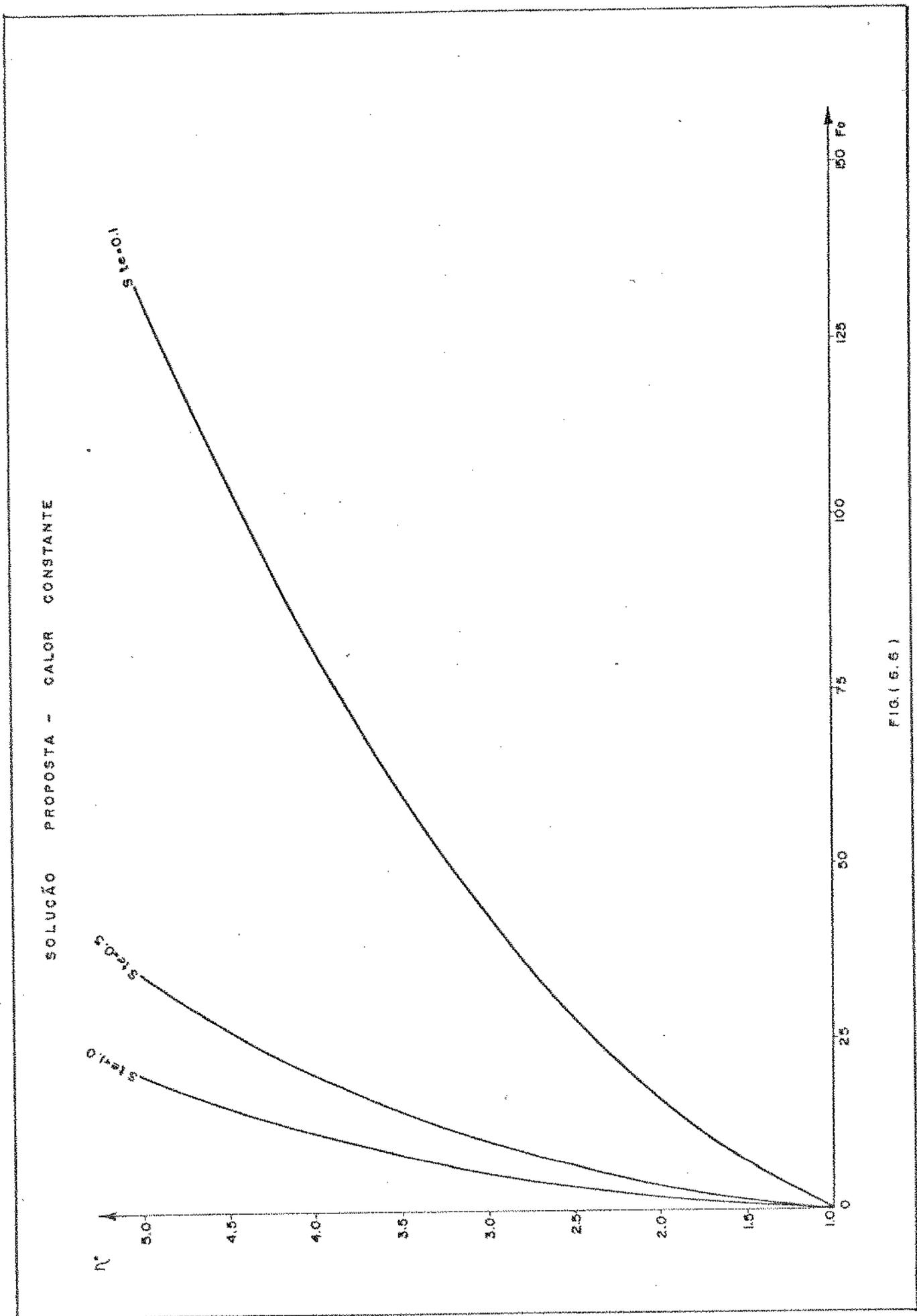


FIG. ( 5.6 )

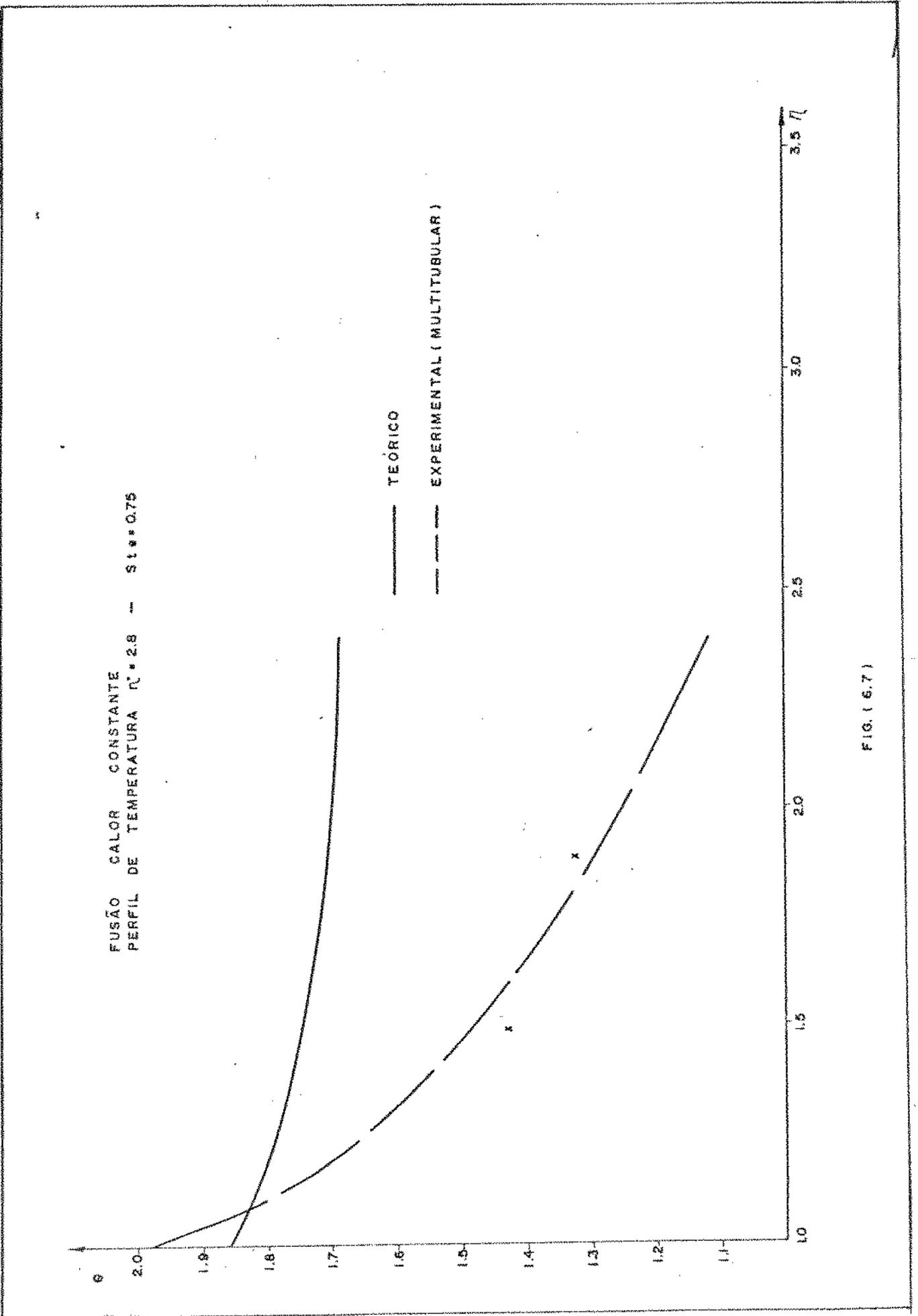


FIG. ( 6.7 )

VELOCIDADE DA FRENTE DE SOLIDIFICAÇÃO  
S1 = 500  
SOLUÇÃO PROPOSTA  
B1 = 1.00

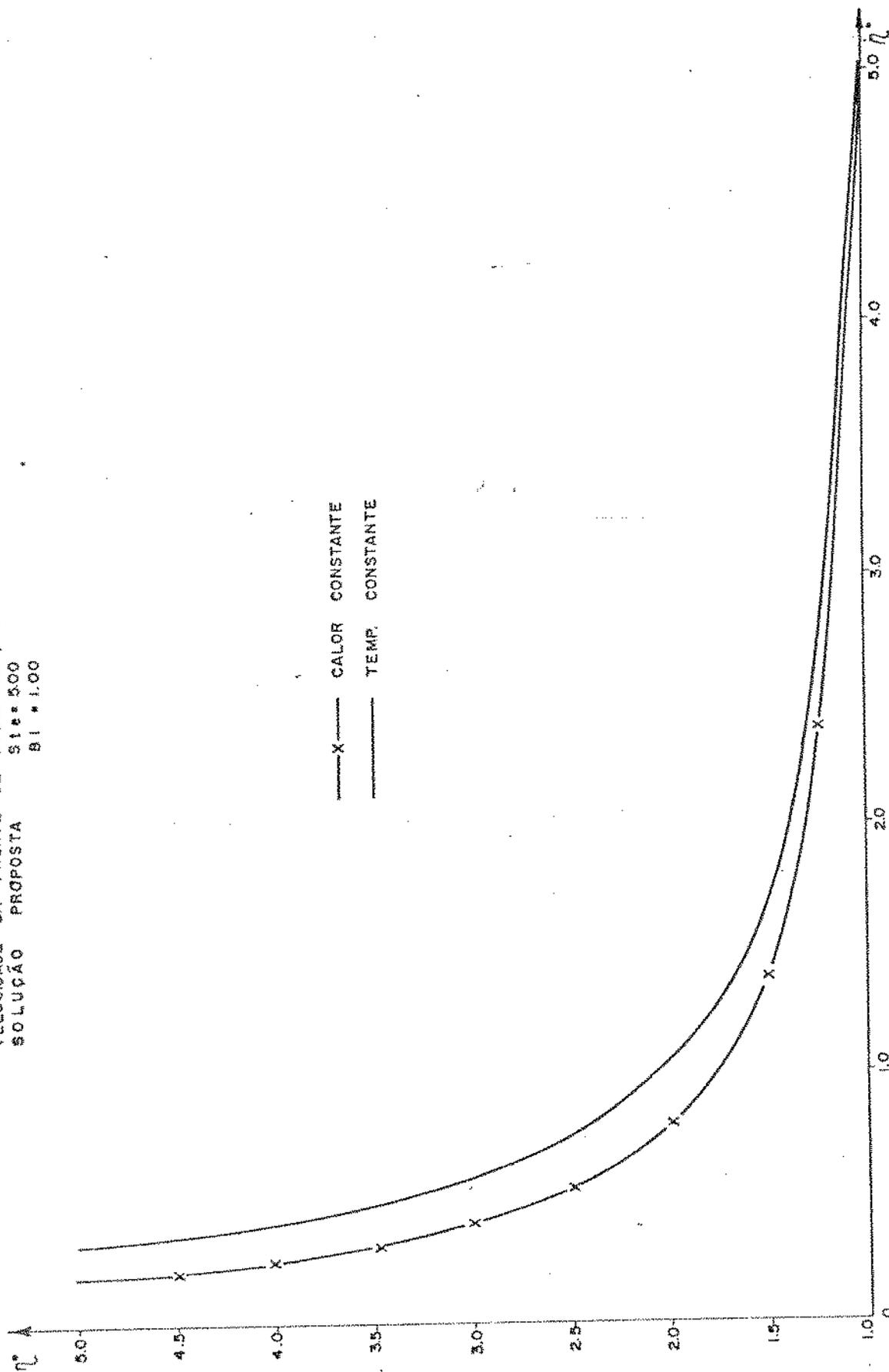


FIG. ( 6.8 )

## CAPÍTULO 7

### CONCLUSÃO

No experimento as medidas tanto para a fusão quanto para a solidificação foram efetuadas de maneira que se obtivesse uma fusão ou solidificação total do material armazenador, justamente para se conhecer o comportamento teórico-experimental em sua totalidade e analisar seu comportamento. Mas em um armazenador, o seu funcionamento quase sempre ocorrerá em uma fase intermediária, o que significa que o material armazenador não estará totalmente líquido ou sólido, e nessa faixa o modelo proposto é bem eficiente, já que em uma fase intermediária os fatores que causam a não disparidade entre os dados teóricos e experimentais, não são preponderantes.

O modelo proposto é válido tanto para armazenadores monotubulares quanto multitubulares, esse último com a ressalva de que não haja interferência entre as frentes de solidificação, já que o modelo proposto é próprio para o cálculo de uma única interface móvel de configuração cilíndrica unidimensional. É fácil notar que armazenadores multitubulares com fusão e/ou solidificação extra-cilíndrica, se a disposição dos dutos não forem dispostos a permitir a uma mínima interferência entre as frentes; esse armazenador terá um estudo próprio para cada tipo de disposição dos dutos e a forma em que as frentes de fusão e/ou solidificação se interferem, o que pode complicar bastante.

É ainda necessário se fazer um estudo mais completo para o processo de fusão, pois o seu comportamento é um pouco divergente do modelo proposto. Isto porque esse modelo considera que a troca de calor através do meio líquido seja efetuada apenas por condução, não levando em conta a troca de calor por convecção, e como já foi verificado antes esse comportamento afeta o modelo teórico-experimental.

Quanto ao funcionamento de um armazenador de calor latente, nota-se que sua operação deve ser efetuada com os parâmetros adimensionais Stefan e/ou Biot baixos. Isto para que não haja um pico de entrega de calor no princípio do processo.

Outro fator que deve ser levado em consideração é a posição de frente de solidificação ideal, já que se deve ter números de Stefan e Biot baixos e isto afeta no tempo em que a frente de solidificação dispense para atingir um determinado ponto.

Para números de Stefan baixos, inferiores a 0.1, a equação proposta por London e Seban dá uma solução com boa precisão, e sua utilização é vantajosa devido a sua facilidade de solução. Mas para números de Stefan maiores é necessário a utilização da solução proposta e essa não apresenta uma solução exata sendo necessário calculá-la numericamente. Esse fato impede que se use a equação de London e Seban para substâncias armazenadoras em que seu calor sensível não possa ser desprezado em relação ao seu calor latente.

É necessário estudar com maior detalhe o problema da fusão uma vez que nesse processo surge uma troca de calor por convecção livre no meio líquido, e as equações de mudança de fase não levam esse fato em consideração. Esse problema se acentua em armazenadores onde os dutos estão dispostos na horizontal, pois nesse caso não haverá simetria nas frentes de fusão.

BIBLIOGRAFIA

- [1] BATHELT, A.G., VISKANTA, R., LEIDENFROST, W. - "Latent Heat of Fusion Energy Storage: Experiments on Heat Transfer from Cylinders during Melting" - Journal of Heat Transfer, August, 1979, vol. 101, pp. 453-458.
- [2] SPARROW, E.M., RAMADHYNANI, S., PATANKAR, S.V. - "Effect of Subcooling on Cylindrical Melting" - Journal of Heat Transfer, August 1978, vol. 100, pp. 395-402.
- [3]. SPARROW, E.M., SCHMIDT, R.R., RAMSEY, J.W. - "Experiments on the Role Natural Concentration in the Melting of Solids" - Journal of Heat Transfer, February, vol. 100, pp. 11-16.
- [4] RUBINSKY, B., SHITZER, A. - "Analytic Solutions to the Heat Equation Involving a Moving Boundary with Applications to the Change of Phase Problem (The Inverse Stefan Problem)" - Transactions of the ASME, May 1978, vol. 100, pp. 300-304.
- [5] OZISIK, M. N. - "A Note on the General Formulation of Phase Change Problem as Heat Conduction Problem with a Moving Heat Source" - Journal of Heat Transfer, May 1978, vol.100, pp. 370-371.
- [6] EVANS II, G.W., ISAACSON, E., MAC-DONALD, J.K.L. - "Stefan Like Problems" - Quarterly of Applied Mathematics, vol. 8, 1950, pp. 312-319.
- [7] LONGWELL, P.A. - "A Graphical Method for Solution of Freezing Problems" - A.I.Ch.E. Journal, vol. 4, nº 1, pp. 53-57.
- [8] SAITOH, T. - "Numerical Method for Multi-Dimensional Freezing Problems in Arbitrary Domains" - Journal of Heat Transfer, May 1978, vol. 100, pp. 294-299.

- [9] LEDERMAN, J., BOLEY, B.A. - "Axisymmetric Melting or Solidification of Circular Cylinders" - Int. J. Heat Transfer, vol. 13, pp. 413-427.
- [10] ALLEN, D.N. de G., SEVERN, R.T. - "The Application of Relaxation Methods to the Solution of Non-Elliptic Partial Differential Equations" - Quart. Journ. Mech. and Applied Math., vol. XV, Pt.1.1962, pp. 53-62.
- [11] LAZARIDIS, A. - "A Numerical Solution of the Multidimensional Solidification (or Melting) Problem" - Int. J. Heat Transfer, vol. 13, pp. 1459-1477.
- [12] BUDHIA, H., KREITH, F. - "Heat Transfer with Melting or Freezing in a Wedge" - Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 16, pp. 195-211.
- [13] BELL, G.E. - "A Refinement of the Heat Balance Integral Method Applied to a Melting Problem" - Int. J. Heat Transfer, vol. 21, pp. 1357-1362.
- [14] CHUANG, Y.K., SZEKERLY, J. - "Shorter Communications - The Use of Green's Functions for Solving Melting or Solidification Problems in the Cylindrical Coordinate System" - Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 15, pp. 1171-1174.
- [15] RILEY, D.S., SMITH, F.T., POOTS, G. - "The Inward Solidification of Spheres and Circular Cylinders" - Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 17, pp. 1507-1516.
- [16] SHAMSUNDAR, N., SPARROW, E.M. - "Storage of Thermal Energy by Solid-Liquid Phase Change - Temperature Drop and Heat Flux" - Journal of Heat Transfer, November 1974, pp. 541-543.
- [17] PEKERIS, C.L., SLICHTER, L.B. - "Problem of Ice Formation" - Journal of Applied Physics, vol. 10, February 1939, pp. 135-137.

- [18] MEGERLIN, von F. - "Geometrisch Eindimensionale Wärmeleitung beim Schmelzen und Erstarren" - Forch. Ing. Wess 34(1968), pp. 40-46.
- [19] TAO, L. C. - "Generalized Numerical Solutions of Freezing a Saturated Liquid in Cylinders and Spheres" - A.I. Ch. E. Journal, vol. 13, nº 1, pp. 165-169.
- [20] LONDON, A.L., SEBAN, R.A. - "Rate of Ice Formation" - Transactions of the ASME, Octobre 1943, pp. 771-778.
- [21] MURRAY, W.D., LANDIS, F. - "Numerical and Machine Solutions of Transient Heat-Conduction Problems Involving Melting of Freezing" - Journal of Heat Transfer, May 1959, pp. 106-112.
- [22] CARSLAW, H.S., JAEGER, J.C. - "Conduction of Heat in Solids" - Oxford University Press, London, England, 1947.
- [23] "Princípios da Transmissão de Calor" - Tradução da 3a. Edição Americana, Ed. Edgard Blücher Ltda, 1977.
- [24] NEBRA, S.A., ISMAIL, K.A.R. - "Estudo Analítico-Numérico de um Armazenador de Calor Latente" - COBEM 79.
- [25] NEBRA, S.A. - "Estudo da Resposta Dinâmica do Processo de Fusão-Solidificação em Armazenadores de Calor Latente" - Tese de Mestrado da Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia de Campinas - Engenharia Mecânica, 1980.
- [26] ISMAIL, K.A.R. - "Armazenamento de Energia Solar: Materiais e Técnicas" - Ciência e Cultura, vol.B2(2), Fevereiro 1980, pp. 238-245.
- [27] TELKES, M. - "Solar Energy Storage" - ASHRAE Journal, Sept. 1974, pp. 38-44.
- [28] JOHNSON, KEITH E. and SHERMAN, E.O. - "Thermal Energy Storage in Inorganic Salts" - The Canadian Journal of Chemical Engineering, vol. 54, August, 1976, pp. 285-289.

NOMENCLATURA

- R - Raio do duto  
 r - Raio genérico  
 r\* - Raio indicativo da posição da interface móvel sólido-líquido  
 T - Temperatura  
 C - Temperatura em função do tempo  
 T<sub>o</sub> - Temperatura eo fluido de trabalho  
 T<sub>sat</sub> - Temperatura de saturação do material armazenador  
 R<sub>S</sub> - Resistência térmica da parede do duto  
 R - Resistência térmica devido a troca de calor entre o fluido de trabalho e a parede do duto  
 Q - Taxa de calor por unidade de comprimento do duto  
 q - Fluxo de calor  
 K - condutividade térmica  
 h<sub>o</sub> - Coeficiente de película do fluido de trabalho  
 ρ - Massa específica  
 C<sub>p</sub> - Calor sensível  
 λ - Calor latente

$$\alpha = \frac{K}{\rho C_p} \quad - \text{Difusividade térmica}$$

$$\gamma = \frac{\lambda \rho}{K}$$

Variáveis adimensionais

$$\eta = \frac{r}{R}$$

$$\eta^* = \frac{r^*}{R}$$

$$\gamma = \left( \frac{r^*}{R} \right)^2 = \eta^{*2}$$

$$F_o = \frac{\alpha t}{R^2}$$

$$\phi_R = \frac{Q_R}{(2K\pi\lambda/C_p)}$$

$$\Theta = \frac{(T - T_o)}{(T_{sat} - T_o)} \quad - \quad \text{para temperatura constante}$$

$$\Theta = \frac{K(T - T_{sat})}{q_o R} \quad - \quad \text{para fluxo de calor constante}$$

Parâmetros adimensionais

$$STE = \frac{C_p (T_{sat} - T_o)}{\lambda} \quad - \quad \text{para temperatura constante}$$

$$STE = \frac{C_p (q_o R / K)}{\lambda} \quad - \quad \text{para fluxo de calor constante}$$

$$Bi = \frac{h_o R}{K}$$

Subíndices

\* - indica os valores na frente de solidificação

R - indica os valores na superfície do duto