

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL
DA TESE DEFENDIDA POR Marcos Pinotti
Barbosa E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 24/02/92.

Eugenio Spanò Rosa
ORIENTADOR

ESTUDO DO ESCOAMENTO NO CANAL FORMADO POR
DOIS DISCOS EM ROTAÇÃO

10/92

Autor : Marcos Pinotti Barbosa
Orientador : Prof. Dr. Eugênio Spanò Rosa

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Tese de Mestrado

ESTUDO DO ESCOAMENTO NO CANAL FORMADO POR DOIS DISCOS EM ROTAÇÃO

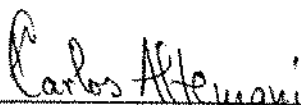
Autor : Marcos Pinotti Barbosa (Marcos Pinotti)

Orientador : Eugênio Spanó Rosa

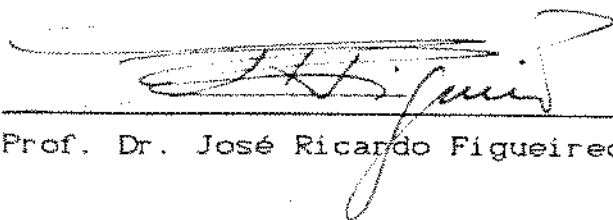
Aprovado por



Prof. Dr. Eugênio Spanó Rosa, Presidente



Prof. Dr. Carlos Alberto Carrasco Altemani



Prof. Dr. José Ricardo Figueiredo

À Ana Maria Chiarini

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Eugênio Spanó Rosa, meu orientador, pela paciência e pelo exemplo de dedicação e seriedade.

Ao CNPq pela bolsa de estudos e à FAEP - UNICAMP pelo financiamento dos 3 últimos meses deste trabalho.

Aos meus amigos do corredor, Rubens (Telles-1992), Silvio, Ricardo, Armando (Luciano) e Thomaz, por compartilharem comigo a difícil experiência de ser bolsista.

Ao pessoal da CIFEM, Fernando, Aguinaldo e Cláudio, pela "força".

À Raquel, analista de sistemas da CIFEM, quem faz com que a rede da SUN seja menos hostil.

Ao Prof. Dr. Kamal A. R. Ismail, meu orientador no primeiro ano de mestrado.

À Neuza, secretária do departamento de Energia, pelas cartas, telefonemas e pela paciência.

A todos, que de maneira direta ou indireta contribuíram para a realização deste trabalho.

INDICE

CAPÍTULO I - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

1.1.-	Introdução.....	I-1
1.2.-	Bomba centrífuga de disco.....	I-5
1.3.-	Bomba de discos como dispositivo de circulação de sangue.....	I-7

CAPÍTULO II - DESCRIÇÃO DO ESCOAMENTO ENTRE DISCOS EM ROTAÇÃO

2.1.-	Introdução.....	II-1
2.2.-	Análise de escala do escoamento.....	II-2
2.2.1.-	Termos inerciais.....	II-4
2.2.2.-	Termos viscosos.....	II-7
2.3.-	Espessura de penetração viscosa.....	II-9

CAPÍTULO III - MODELO COMPUTACIONAL

3.1.-	Equações governantes.....	III-1
3.2.-	Definição da forma do volume de controle....	III-4
3.3.-	Integração das equações governantes no volume de controle.....	III-5
3.4.-	Equações governantes para cada direção.....	III-9
3.5.-	Organização do procedimento SIMPLE.....	III-13
3.5.1.-	Correção das velocidades e da pressão.....	III-13
3.6.-	Introdução das condições de contorno.....	III-16
3.6.1.-	Condições de contorno para a velocidade radial (u).....	III-18
3.6.2.-	Condições de contorno para a velocidade tangencial.....	III-20

3.6.3- Condições de contorno para a	
velocidade axial.....	III-21
3.7.- Tratamento da equação da pressão nas	
fronteiras.....	III-23
3.8.- Condição de contorno de cascata.....	III-25
3.8.1.- Velocidade radial.....	III-26
3.8.2.- Velocidade axial.....	III-27
3.8.3.- Velocidade tangencial.....	III-27
3.9.- Validação do programa computacional.....	III-27
3.9.1.- Testes para baixo número de	
Reynolds.....	III-28
3.9.2.- Teste para moderados números de	
Reynolds.....	III-31
3.9.3.- Conclusões.....	III-33

CAPÍTULO IV - RESULTADOS NUMÉRICOS

4.1.- Introdução.....	IV-1
4.2.- Influência dos parâmetros geométricos e	
de operação.....	IV-2
4.2.1.- Adimensionalização da diferença	
de pressão.....	IV-3
4.2.2.- Influência da rotação e da vazão.....	IV-3
4.2.3.- Influência do espaçamento entre	
os discos.....	IV-6
4.2.4.- Influência do tamanho dos discos.....	IV-8
4.3.- Influência do perfil de velocidade na	
entrada do canal.....	IV-10
4.3.1.- Perfil parabólico de velocidades....	IV-11
4.3.2.- Perfil uniforme de velocidade.....	IV-19

4.3.3. - Simulação de uma cascata	
infinita de discos.....	IV-25
4.4 - Comparação das linhas de corrente.....	IV-29
4.5 - Comentários finais.....	IV-32

CAPÍTULO V - CONCLUSÕES E PROSSEGUIMENTOS DO TRABALHO

5.1 - Conclusões.....	V-1
5.2 - Sugestões para o prosseguimento	
do trabalho.....	V-2

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

APÊNDICE A

NOMENCLATURA

Caracteres latinos

a,b	coeficientes da equação discretizada
a	coeficiente da equação de correção da pressão
d	coeficiente da equação de correção da pressão, A/a
r	posição radial
$\bar{r}$	raio médio
r^*	raio adimensional, r/R_1
σ	razão entre rotações
sr	termo fonte para equação discretizada do Momento na direção radial.
st	termo fonte para equação discretizada do Momento na direção tangencial.
u	componente radial da velocidade
u^*	velocidade radial estimada
v	componente tangencial da velocidade
v^*	velocidade tangencial estimada
w	componente axial da velocidade
w^*	velocidade axial estimada
z	posição axial
AR	área do volume de controle em corte no plano rz
AZ	área do volume de controle em corte no plano r θ
B,C	coeficientes da eq. (3.48)
D	termo difusivo
EPV	Espessura de Penetração Viscosa
F	termo convectivo

J	fluxo total da propriedade ϕ
P	pressão
P*	pressão estimada
P'	correção da pressão
Pc	número de Peclet computacional
Q	vazão que passa pelo canal
R _i	raio de entrada do canal
R _z	raio de saída do canal
ReQ	número de Reynolds Transversal
ReR	número de Reynolds Rotacional
S	espaçamento entre os discos
S ϕ	termo fonte da equação discretizada do Momento
U	velocidade radial
$\bar{U}$	velocidade radial média na entrada do canal
U _{MAX}	velocidade radial máxima atingida na entrada do canal
X,Y	coordenadas cartesianas
Z	posição axial
Z*	posição axial adimensionalizada, Z/S

Caracteres gregos

δ	espaçamento entre pontos da malha computacional
ϕ	variável genérica para representar componentes de velocidade
μ	viscosidade absoluta
ν	viscosidade cinemática
Ω , Ω_0 , Ω_1	rotação de discos
ρ	densidade
θ	posição angular

Subscritos

c	número máximo de colunas da malha computacional
L	número máximo de linhas da malha computacional
i,j	posição na malha computacional
n,s,e,v	identificação dos pontos da malha computacional
N,S,E,W	identificação dos pontos da malha computacional

LISTA DE FIGURAS

- 1.1. - Escoamento de Von Karman
- 1.2. - Escoamento previsto por Batchelor
- 2.1. - Linhas de corrente para escoamento assimétrico
- 2.2. - Linhas de corrente, canal girando a 500 RPM
- 3.1. - Representação esquemática do canal
- 3.2a. - VC visto em perspectiva
- 3.2b. - VC, corte $R\theta$
- 3.2c. - VC, corte RZ
- 3.3. - Volume de controle interno para velocidade radial
- 3.4. - Volume de controle interno para velocidade tangencial
- 3.5. - Volume de controle interno para velocidade axial
- 3.6. - Volume de controle principal
- 3.7. - Domínio computacional
- 3.8. - Volume de controle na parede superior
- 3.9. - Volume de controle na saída do canal
- 3.10. - Volume de controle na entrada do canal
- 3.11. - Volume de controle na entrada do canal
- 3.12. - Volume de controle onde U_e é especificada
- 3.13. - Domínio computacional para uma cascata de discos
- 3.14. - Diferença percentual versus tamanho da malha
- 3.15. - Perfil adimensional de velocidade radial
- 4.1. - Diferença de pressão versus Reynolds Transversal
- 4.2. - Diferença de pressão versus Reynolds Rotacional
- 4.3. - Isobáricas para Re_Q versus Re_R
- 4.4. - Diferença de pressão versus Re_R

- 4.5.- Isobáricas para $R1/S$ versus Reynolds Rotacional
- 4.6.- Diferença de pressão adimensional versus ReR
- 4.7.- Isobáricas para $R2/R1$ versus ReR
- 4.8.- Perfis de velocidade radial para $ReR = 2,28$
- 4.9.- Perfis de velocidade radial para $ReR = 13,70$
- 4.10.- Perfis de velocidade axial para $ReR = 2,28$
- 4.11.- Perfis de velocidade axial para $ReR = 13,70$
- 4.12.- Perfis de velocidade tangencial para $ReR = 2,28$
- 4.13.- Perfis de velocidade tangencial para $ReR = 13,70$
- 4.14.- Pressão adimensional em função do raio para $ReR = 2,28$
- 4.15.- Pressão adimensional em função do raio para $ReR = 13,70$
- 4.16.- Pressão adimensional em função do raio para $ReR = 0,46$
- 4.17.- Perfis de velocidade radial para $ReR = 2,28$
- 4.18.- Perfis de velocidade radial para $ReR = 13,70$
- 4.19.- Perfis de velocidade axial para $ReR = 2,28$
- 4.20.- Perfis de velocidade axial para $ReR = 13,70$
- 4.21.- Perfis de velocidade tangencial para $ReR = 2,28$
- 4.22.- Perfis de velocidade tangencial para $ReR = 13,70$
- 4.23.- Pressão adimensional em função do raio para $ReR = 2,28$
- 4.24.- Pressão adimensional em função do raio para $ReR = 13,70$
- 4.25.- Perfis de velocidade radial na entrada da cascata
- 4.26.- Perfis de velocidade axial para $ReR = 13,70$
- 4.27.- Perfis de velocidade axial na entrada da cascata
- 4.28.- Perfil de pressão adimensional ao longo do canal
- 4.29.- Linhas de corrente para perfil parabólico
- 4.30.- Linhas de corrente para perfil uniforme
- 4.31.- Linhas de corrente para cascata

- 4.32. - Perfis de velocidade radial empacotados. $Re_R = 2,28$
- 4.33. - Perfis de velocidade radial empacotados. $Re_R = 13,70$
- 4.34. - Perfis de velocidade radial empacotados. $Re_K = 2,28$
- 4.35. - Perfis de velocidade radial empacotados. $Re_K = 13,70$
- 4.36. - Perfis de velocidade radial empacotados. $Re_R = 13,70$

LISTA DE TABELAS

- 2.1. - Influência dos adimensionais sobre a diferença de pressão
- 2.2. - Espessura de penetração viscosa para algumas rotações
- 3.1. - Termos fonte e gradiente de pressão para o Momento
- 3.2. - Índices para velocidade e pressão no domínio computacional
- 3.3. - Resultados analíticos e numéricos para $Re_Q = 10^{-9}$
- 3.5. - Diferença de pressão no canal
- 3.6. - Desvio em relação ao resultado experimental

CAPITULO I

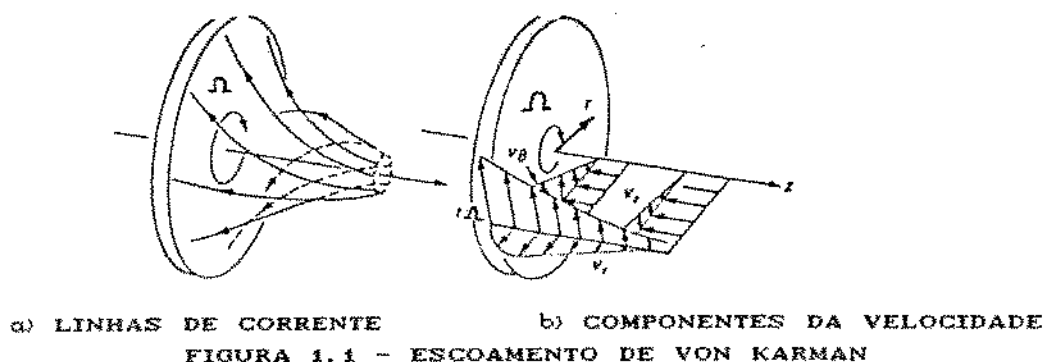
CONSIDERAÇÕES INICIAIS

1.1 - INTRODUÇÃO

Escoamentos gerados por discos em rotação têm se constituído numa ativa área de estudo em mecânica dos fluidos desde o início deste século. Estes escoamentos, além de aplicações técnicas diversificadas (maquinaria rotativa, lubrificação, viscometria, dispositivos de armazenamento em computadores, processos de crescimento de cristais e bioengenharia), apresentam um interesse teórico especial por representarem um dos poucos exemplos nos quais existe uma solução exata para as equações de Navier-Stokes.

Tal característica foi pela primeira vez reconhecida por *Von Karman* (1921), que considerou o problema de um disco de dimensões infinitas girando em um meio fluido infinito. Ao assumir um perfil de velocidades similar e axisimétrico, foi capaz de reduzir as equações completas do movimento a um par de equações diferenciais ordinárias não-lineares.

Cohcran (1934) obteve o primeiro resultado numérico preciso das equações de *Von Karman* - sua solução mostra que o disco funciona como um ventilador centrífugo, admitindo fluido axialmente e descarregando radialmente, conforme fig. (1.1).



Bödewadt (1940) estendeu a análise de Von Karman para tratar o problema do escoamento sobre um disco estacionário onde o fluido girava como um corpo rígido. Batchelor (1951), por sua vez, generalizou a análise de Von Karman e Bödewadt para introduzir famílias de soluções de um e de dois parâmetros com uma estrutura matemática muito similar àquela de Von Karman.

A família de um parâmetro corresponde ao escoamento sobre um disco infinito girando a uma velocidade angular Ω_0 , com o fluido, no infinito, girando como corpo rígido a uma velocidade angular Ω_1 . A razão destas velocidades angulares, $\phi = \Omega_1/\Omega_0$, é o parâmetro da análise.

A família de soluções de dois parâmetros descreve o escoamento entre dois discos coaxiais infinitos girando. Neste caso, além da razão das velocidades angulares dos discos, ϕ , aparece um parâmetro adicional, o número de Reynolds rotacional, $ReR = \Omega_0 S^2/\nu$, baseado na distância entre os discos, S .

Batchelor não tentou resolver as equações de similaridade por ele derivadas, ao invés disso, discutiu qualitativamente as características esperadas. No caso de escoamento entre dois discos infinitos, comentou que, para altos números de Reynolds rotacional (quando $\phi \geq 0$), o fluido no canal gira com uma velocidade angular constante e formam-se camadas limites em ambos os discos, conforme fig.(1.2).

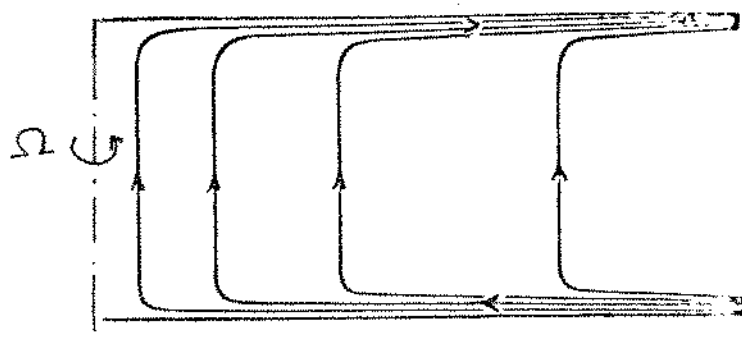


FIGURA (1.2) - ESCOAMENTO PREVISTO POR BATCHELOR

Stewartson (1953), utilizando séries de potência de número de Reynolds Rotacional, obteve soluções para as equações de similaridade para o escoamento entre dois discos girando. Baseando-se na tendência dos resultados, ao se aumentar o número de Reynolds Rotacional, concluiu que, para um disco girando e outro estacionário ($\phi = 0$), forma-se uma camada limite somente no disco que gira, enquanto o corpo principal do fluido permanece sem rotação.

A solução limite, no caso, seria a solução de disco livre de Von Karman. Stewartson também previu que o corpo principal do fluido, da mesma forma, não gira se as rotações dos discos são em sentidos contrários ($\phi < 0$).

É importante lembrar que os artigos de Batchelor e Stewartson foram os pioneiros de um grande número de trabalhos que tratam do escoamento entre discos rotativos.

Já na década de 60, soluções numéricas preliminares realizadas por Lance & Rogers (1962) e Pearson (1965) pareciam indicar que o escoamento do tipo de Batchelor era a solução limite para o escoamento entre um disco estacionário e outro girando. Esta questão foi solucionada, entretanto, quando Mellor et al (1968) demonstraram que os dois tipos de escoamento (de Batchelor e de Stewartson), além de muitos outros, podem existir em altos números de Reynolds rotacionais para $\phi = 0$. A solução do tipo de Batchelor aparece desde soluções com números de Reynolds muito próximos de zero, já a solução de Stewartson não aparece antes de $ReR \approx 217$.

A partir do trabalho de Mellor et al, surgiram na literatura artigos focalizando discos finitos em rotação com escoamento transversal. Szeri & Adams (1978), Adams & Szeri (1982),

Szeri et al (1983), Kurokawa & Sakuma (1988), Chang et al (1989) são exemplos onde aparece um terceiro parâmetro que descreve o escoamento, o número de Reynolds transversal $Re_Q = Q/2\pi\nu S$, baseado no espaçamento entre discos, S , e na vazão, Q , que passa pelo canal.

Szeri & Adams estudaram o escoamento entre dois discos paralelos, um estacionário e outro em rotação, com fluxo transversal. Eles observaram que, para esta configuração, o escoamento caracteriza-se por quatro parâmetros adimensionais no caso geral, sendo eles: número de Reynolds Transversal, número de Ekman (inverso de Reynolds Rotacional), razão entre o raio de entrada e o raio saída e a razão de aspecto (espaçamento entre os discos/raio de entrada).

Porém, quando a razão de aspecto é pequena o suficiente para se considerar solução de "filme fino", o escoamento pode ser descrito apenas pelo número de Ekman. Ao se considerar esta aproximação, o escoamento se torna parabólico, eliminando a necessidade de condição de contorno na saída do canal. Além disso, a imposição de condições de contorno na entrada do canal é irrelevante, pois o escoamento estará completamente desenvolvido a uma pequena distância a jusante da entrada.

Adams & Szeri, a partir da mesma configuração (um disco estacionário e outro em rotação), obtiveram resultados numéricos para a diferença de pressão, perfis de velocidade e linhas de corrente para diferentes números de Reynolds Transversal e Rotacional.

Szeri et al, através de medidas experimentais, estudaram os perfis de velocidade para diferentes configurações, com e sem escoamento transversal. A principal contribuição deste trabalho, no entanto, é a comparação do escoamento entre discos finitos e discos infinitos sem escoamento transversal. Eles observaram que, para número de Reynolds

transversal de até 2500, a solução de discos infinitos é semelhante a solução de discos finitos.

Kurokawa & Sakuma investigaram o escoamento entre dois discos confinados com fluxo transversal. O objetivo principal do trabalho foi mostrar o efeito do espaçamento entre os discos nas camadas limites que se formam no canal. Concluíram que a distribuição de pressão radial era fortemente influenciada pela tensão de cisalhamento e pela variação da secção transversal, no caso em que havia interferência entre as camadas limites. Quando não ocorria este fato, a distribuição radial da pressão era influenciada apenas pela força centrífuga.

Chang et al, utilizando também uma configuração de discos confinados com fluxo transversal, concluíram que a estrutura do escoamento é mais sensível a variações do número de Reynolds Rotacional e Transversal e menos sensível a variações da razão de aspecto.

Bakke et al (1973) e Mochizuki & Inoue (1990) descreveram de forma numérica e experimental o escoamento em regime turbulento entre dois discos em rotação com fluxo transversal. Bakke et al compara medidas feitas com anemômetro de fio quente com resultados numéricos e Mochizuki & Inoue estudam a transferência de calor na transição do regime laminar para o turbulento.

1.2 - BOMBA CENTRÍFUGA DE DISCO

Como já foi mencionado anteriormente, uma possível aplicação prática para o escoamento entre discos em rotação é o bombeamento de fluidos. Este tipo de configuração é utilizado como equipamento alternativo a bombas, compressores e turbinas desde a década de 60.

A bomba de discos é muito parecida com uma bomba centrífuga tradicional com exceção do propulsor que é totalmente liso (sem pás). O fluido é admitido através de uma abertura no centro dos discos, a partir da qual recebe momento angular através das forças viscosas.

Apesar de não possuírem a mesma eficiência das bombas centrífugas tradicionais, estas bombas são empregadas, em muitos casos, por apresentarem grande estabilidade e baixa sensibilidade à cavitação e, principalmente, pela habilidade de operar com fluidos problemáticos para outros tipos de bombas, como fluidos extremamente viscosos, misturas bifásicas (gás-líquido), fluidos com grande concentração de sólidos em suspensão e fluidos não-newtonianos.

Existem na literatura vários trabalhos que tratam deste tipo de bomba, dentre os quais se destacam Rice (1963), Patter et al (1974), Murata et al (1976) e Roddy et al (1987).

Rice realizou estudo experimental e teórico (utilizando modelo unidimensional) de uma bomba de disco com escoamento laminar. Patter et al descreveu escoamentos entre discos funcionando tanto como bomba quanto como turbina em regime laminar e turbulento. Murata et al através de dados experimentais e visualização do escoamento, estudou o efeito da configuração física da admissão e da descarga na performance da bomba. Roddy et al traçou experimentalmente curvas de operação e eficiência para bombas de múltiplos discos.

Porém, nenhum destes artigos implicou o estudo das inter-relações existentes entre os parâmetros adimensionais que regem o escoamento do fluido na bomba e seus efeitos na altura de elevação e na tensão de cisalhamento.

O objetivo deste trabalho é exatamente explorar a possibilidade

indicada pela literatura, num estudo voltado para a aplicação na área de bioengenharia. A rotação, a vazão, o espaçamento entre discos e a razão entre raio de entrada e raio de saída, agrupados em números adimensionais, possibilitam a verificação da influência individual de cada parâmetro sobre o campo de pressão e velocidade ao longo do canal.

Deve-se salientar que este trabalho se propõe a ser um ponto de partida para o desenvolvimento de bombas de circulação extracorpórea, sendo as propriedades físicas, as rotações e as vazões empregadas para o cálculo compatíveis ao projeto destes dispositivos.

1.3 - BOMBA DE DISCOS COMO DISPOSITIVO DE CIRCULAÇÃO DE SANGUE

Bombas centrífugas de discos têm sido utilizadas como dispositivos de circulação extracorpórea desde a década de 60, quando *Dorman et al* (1966) determinaram parâmetros geométricos (espaçamentos entre discos e diâmetro do rotor) e rotações adequadas para a obtenção de vazões e pressões compatíveis com a circulação humana. No entanto, segundo *Miller et al* (1990), pouco foi realizado desde então para o estudo do escoamento no canal deste tipo de bomba.

Além da bomba de discos, atualmente existem outros dois tipos de bombas centrífugas: tipo vortex (BIOMEDICUS Bio-Pump®) e tipo centrífuga com pás.

A Bio-Pump, desenvolvida por *Rafferty & Kletschka*, é muito utilizada clinicamente por apresentar baixas taxas de hemólise (rompimento das hemáceas) - *Kletschka et al* (1975), *Lynch et al* (1978), *Vasilakis et al* (1990) - e por requerer nenhuma ou muito pouca

heparinização dos pacientes - Norman (1981), Magovern et al (1985), Musial et al (1985).

Como tentativa de miniaturização de bombas centrífugas, Tanaka et al (1987) estudaram uma versão com pás, testadas *in vivo* com cobaias. Apesar da obtenção de resultados satisfatórios, problemas de formação de trombos nas vedações e a alta taxa de hemólise ainda impedem sua utilização em seres humanos.

A assistência mecânica ao coração é uma área complexa e interdisciplinar, para a qual a interação entre a engenharia e a medicina é fundamental. Do ponto de vista médico, um dispositivo ideal deveria promover o bombeamento do sangue, a níveis de vazão e pressão compatíveis com o sistema circulatório, sem provocar danos às hemáceas ou possibilitar a formação de trombos, requerendo uma quantidade mínima de sangue para operar. Isto significa que tal dispositivo deveria ser fabricado com material bio-compatível e projetado de forma a impor ao fluido uma baixa taxa de hemólise.

Do ponto de vista da mecânica dos fluidos, o escoamento do sangue em um canal em rotação é um problema matemático complexo, pois trata-se de um fluido não-newtoniano, com gases dissolvidos e partículas sólidas em suspensão, escoando em um campo tridimensional.

Porém, como ponto de partida para o projeto de um dispositivo de assistência à circulação, são necessárias algumas simplificações.

A primeira delas é que o fluido seja newtoniano e com apenas uma única fase presente. Quanto às propriedades físicas, como a densidade e a viscosidade, foram consideradas aquelas de uma mistura padrão de água e glicerina, utilizada experimentalmente como fluido análogo ao sangue (Miller et al, 1990).

A segunda simplificação é a delimitação do domínio de estudo, que compreenderá somente o canal formado pelos discos, reduzindo o problema para um escoamento bidimensional com simetria azimutal.

A terceira e última simplificação deste trabalho é a consideração de escoamento laminar em regime permanente, o que permite utilizar a equação de *Navier-Stokes* em sua forma primitiva sem termos transientes e flutuações das velocidades, simplificando o modelo computacional empregado.

CAPITULO II

DESCRIÇÃO DO ESCOAMENTO ENTRE DISCOS EM ROTAÇÃO

2.1 - INTRODUÇÃO

No escoamento entre dois discos paralelos em rotação com fluxo transversal, a velocidade é composta basicamente por duas componentes: a tangencial, devido ao cisalhamento provocado pela rotação dos discos, e a radial, devido à força centrífuga, que age no fluido radialmente para fora do canal, próximo às paredes (veja fig. 1.1b).

A combinação destas componentes de velocidade (tangencial e radial) produz um campo de escoamento espiral onde o vetor velocidade muda seu ângulo com o vetor raio ao longo do canal. O vetor velocidade é normal ao vetor raio (direção tangencial) na superfície dos discos e vai mudando sua inclinação (para a direção radial) à medida que se vai atingindo o centro do canal (no caso dos dois discos girando).

Devido às características geométricas (canal divergente), a velocidade média diminui com o aumento do raio, resultando em um gradiente de pressão adverso. Muitas vezes, quando estes gradientes de pressão se tornam suficientemente grandes, o fluido junto às paredes pode sofrer descolamento.

Para a predição do escoamento do fluido entre os discos sob vários regimes de operação, é necessária uma análise de escala das equações do movimento, objeto do presente capítulo.

2.2 - ANALISE DE ESCALA DO ESCOAMENTO

Do ponto de vista da utilização do canal, formado por dois discos paralelos em rotação, como uma bomba, a diferença de pressão, ΔP , causada pela rotação dos discos, pode ser expressa em função de parâmetros geométricos e de operação relevantes :

$$\Delta P = f(\rho, \mu, Q, \Omega, R_1, R_2, S) \quad (2.1)$$

Onde, ρ e μ são a densidade e a viscosidade do fluido, Q é a vazão que passa pelo canal, Ω é a rotação dos discos, R_1 e R_2 são o raio interno e externo e S é o espaçamento entre os discos, veja fig. 3.1.

O teorema dos Pi de Buckingham mostra que é possível reduzir a dependência da diferença de pressão de sete variáveis dimensionais para cinco grupos adimensionais. Neste caso, a informação contida na eq.(2.1) é equivalente a :

$$\frac{\Delta P}{\rho(R_1\Omega)^2} = F\left(\frac{Q}{2\pi S\nu}, \frac{S^2\Omega}{\nu}, \frac{R_2}{R_1}, \frac{R_1}{S}\right) \quad (2.2)$$

Definindo-se diferença de pressão adimensional, ΔP^* ,

$$\Delta P^* = \frac{\Delta P}{\rho(R_1\Omega)^2}$$

Definindo-se também número de Reynolds Transversal, ReQ , e número de Reynolds Rotacional, ReR ,

$$ReQ = \frac{Q}{2\pi S\nu}$$

$$ReR = \frac{S^2\Omega}{\nu}$$

A eq.(2.2) pode ser reescrita de forma mais compacta,

$$\Delta P^* = F(ReQ, ReR, R_2/R_1, R_1/S) \quad (2.3)$$

A influência individual destes parâmetros na diferença de pressão é investigada numericamente e seus resultados estão no capítulo 4. Entretanto, com o intuito de comprovar qualitativamente os resultados numéricos e atribuir um significado físico a estes parâmetros, será desenvolvida uma análise da ordem de magnitude da equação do Momento na direção radial e da equação da continuidade.

EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DO MOMENTO NA DIREÇÃO r (RADIAL)

$$\rho \left[u \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{v^2}{r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] = \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (ru)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] - \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2.4)$$

EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DA MASSA

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (ru)}{\partial r} + \frac{\partial (w)}{\partial z} = 0 \quad (2.5)$$

Considerando-se que as dimensões características do canal na direção r e z são, respectivamente :

$$r \approx \bar{r}$$

$$z \approx S$$

Onde, $\bar{r} = (R_1 + R_2)/2$

A ordem de magnitude da velocidade radial pode ser relacionada com a vazão Q,

$$u \approx \left(\frac{Q}{2\pi \bar{r} S} \right)$$

A ordem de magnitude da velocidade axial é obtida a partir da equação da continuidade, eq.(2.5),

$$w \approx \left(\frac{Q}{2\pi \bar{r}^2} \right)$$

A velocidade tangencial tem a sua ordem de magnitude relacionada com a rotação dos discos.

$$v \approx \omega(\bar{r}\Omega)$$

Utilizando-se estas ordens de magnitude pode-se, então, avaliar a ordem de grandeza dos termos inerciais e viscosos da equação do Momento na direção radial, eq.(2.4).

2.2.1 - TERMOS INERCIAIS

Analisando o lado esquerdo da eq.(2.4), observa-se que

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial r} \approx \sigma \left(\rho \frac{Q^2}{4 \pi^2 \bar{r}^3 S^2} \right) \quad (2.6)$$

$$\rho w \frac{\partial u}{\partial z} \approx \sigma \left(\rho \frac{Q^2}{4 \pi^2 \bar{r}^3 S^2} \right) \quad (2.7)$$

$$\frac{\rho v^2}{r} \approx \sigma(\rho \bar{r} \Omega^2) \quad (2.8)$$

Os dois primeiros termos (eqs. 2.6 e 2.7), relacionados com a vazão, Q, representam a inércia transversal (IT) e o terceiro termo (eq. 2.8) representa a inércia rotacional (IR). Pode-se obter uma expressão para a ordem de magnitude da razão entre a inércia transversal e a inércia rotacional :

$$\frac{IR}{IT} \approx \sigma \left[\frac{\rho \bar{r} \Omega^2}{\rho \frac{Q^2}{4 \pi^2 \bar{r}^3 S^2}} \right] \approx \sigma \left[\frac{ReR}{ReQ} \left(\frac{\bar{r}}{S} \right)^2 \right]^2$$

A ordem de magnitude do parâmetro

$$\left[\frac{ReR}{ReQ} \left(\frac{\bar{r}}{S} \right)^2 \right]^2$$

influencia diretamente o campo de velocidade e de pressão dentro do canal. Em um dos extremos, quando o parâmetro é muito menor do que um, o escoamento pode ser tipicamente caracterizado por uma configuração onde os discos estão estacionários. Escoamentos através de discos estacionários, chamados de difusores radiais, recentemente estudados por Langer et al (1990), apresentam bifurcação de soluções (simétricas e assimétricas) para número de Reynolds Transversal, ReQ , maiores do que 113.

Estes escoamentos, por causa do canal divergente, ocorrem contra um gradiente adverso de pressão. Ao se aumentar o número de Reynolds Transversal, na região próxima à parede, age um gradiente de pressão adverso o suficiente para provocar descolamento e consequente formação de células de recirculação. Raai (1978) determinou numericamente que a partir de $ReQ > 60$ já ocorre a formação de zonas de recirculação.

Na fig. 2.1, a seguir, é apresentado o mapeamento das linhas de corrente ao longo do canal para um campo assimétrico, com as mesmas características ($R1/S = 0,5$ e $R2/R1 = 20$) daquele apresentado por Langer et al (1990) para $ReQ = 200$. A obtenção deste resultado foi um dos testes de validação do programa desenvolvido para a resolução numérica das equações de Navier-Stokes na forma primitiva.

Devido à possibilidade de ocorrer bifurcação de soluções, verificada em difusores radiais, o programa considera como domínio computacional a região inteira entre os discos, isto é, ignora uma

simetria do escoamento na direção radial com relação à altura média do canal.

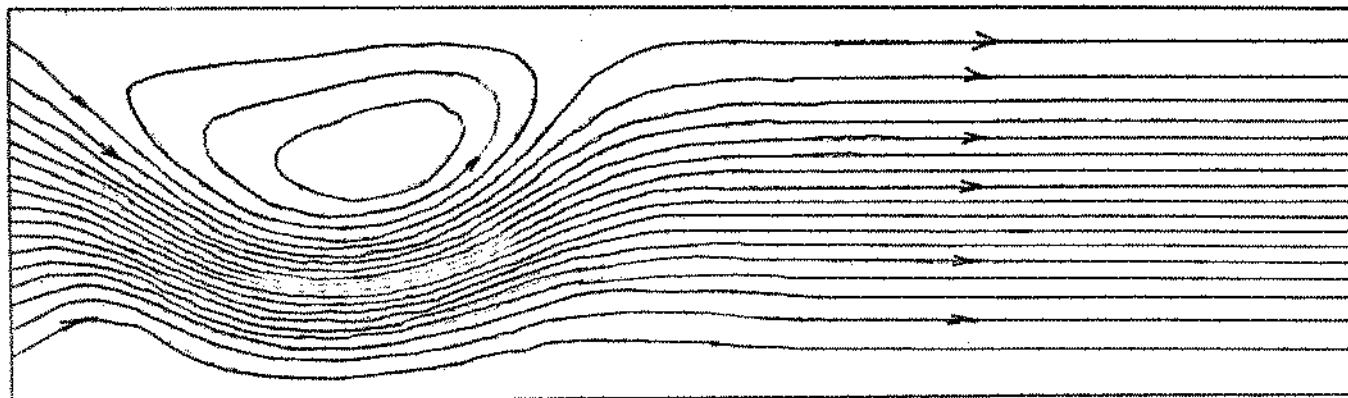


FIGURA 2.1 - LINHAS DE CORRENTE PARA ESCOAMENTO ASSIMÉTRICO.

Observa-se que a recirculação ocorre próxima às paredes porque, nestas regiões, o gradiente de pressão adverso superou os efeitos das forças inerciais. No entanto, ao se introduzir rotação nos discos, o fluido adjacente à parede, através da ação da viscosidade, passa a ter um movimento tangencial que, por sua vez, gera uma força centrífuga atuando na direção radial. A Inércia Rotacional, induzida pelo movimento dos discos, faz com que o fluido próximo da parede tenha Momento suficiente na direção radial para que supere o gradiente adverso de pressão e para que não haja a recirculação mostrada no caso dos discos estacionários.

Considerando que a força motriz do bombeamento do fluido é a força centrífuga, induzida pela rotação dos discos, é de se esperar que o canal atue como bomba sempre que $IR \gg IT$ ou

$$\left[\frac{\text{Re}R}{\text{Re}Q} \left(\frac{\bar{r}}{S} \right)^2 \right]^2 \gg 1$$

Portanto, assumindo-se o canal formado por dois discos paralelos em rotação como uma bomba, a ordem de magnitude dos termos inerciais será representada pela IR,

$$\text{TERMOS INERCIAIS} \approx \alpha(\rho \bar{r} \bar{\Omega}^2)$$

2.2.2 - TERMOS VISCOSOS

O lado direito da eq.(2.4) representa as forças viscosas que agem no escoamento,

$$\mu \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) \right] \approx \sigma \left[\mu \frac{Q}{2\pi \bar{r}^3 S} \right] \quad (2.9)$$

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \approx \sigma \left[\mu \frac{Q}{2\pi \bar{r} S^3} \right] \quad (2.10)$$

As eqs. (2.9) e (2.10) representam a difusão do Momento na direção radial e axial, respectivamente. Pode-se observar a ordem de grandeza da razão entre estes termos, a seguir :

$$\frac{\text{DIFUSÃO RADIAL}}{\text{DIFUSÃO AXIAL}} \approx \sigma \left[\left(\frac{S}{\bar{r}} \right)^2 \right]$$

Com referência à ordem de magnitude das forças inerciais, espera-se que $(s/\bar{r}) \ll 1$, portanto,

$$[\text{TERMOS VISCOSOS}] \approx \sigma \left[\mu \frac{Q}{2\pi \bar{r} S^3} \right]$$

Pode-se, então, estudar a razão entre os termos viscosos (TV) e os termos inerciais (TI),

$$\frac{TV}{TI} \approx \phi \left[\frac{\mu \frac{Q}{2\pi r S^3}}{\rho r \Omega^2} \right] \approx \phi \left[\frac{ReQ}{ReR^2} \left(\frac{S}{r} \right)^2 \right] \quad (2.11)$$

Ou, em termos do adimensional R_2/R_1 ,

$$\frac{TV}{TI} \approx \phi \left[\frac{ReQ}{ReR^2} \left(\frac{S}{R_1} \right)^2 \frac{1}{[1 + (R_2/R_1)]^2} \right]$$

Qualitativamente, a influência dos parâmetros adimensionais ReQ , ReR , R_1/S e R_2/R_1 , na diferença de pressão, pode ser analisada considerando dois casos limites :

a) $(TV/TI) \rightarrow \infty$

b) $(TV/TI) \rightarrow 0$

Caso a) Quando a razão $TV/TI \rightarrow \infty$, termos viscosos muito maiores que os termos inerciais, a solução tende assintoticamente à solução de Stokes,

$$P(r) = P(R_1) - \frac{6\mu Q}{\pi S^3} \ln(r/R_1)$$

indicando que a pressão sempre decresce ao longo do canal (Bird et al, 1960)

Caso b) Quando a razão $(TV/TI) \rightarrow 0$, termos viscosos muito menores que os termos inerciais, o campo de pressão tende assintoticamente a uma solução dada pela equação de Bernoulli,

$$P(r) = P(R_1) + \frac{\rho}{2} \left(\frac{Q}{2\pi R_1 S} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{R_1}{r} \right)^2 \right]$$

Nota-se que em um extremo, $(TV)/(TI) \rightarrow \infty$, a pressão decresce logaritmicamente enquanto que no outro extremo, $(TV)/(TI) \rightarrow 0$, a pressão cresce quadraticamente. Portanto, é de esperar que à medida que o termo do lado direito da eq.(2.11) decresce, a diferença de pressão deve aumentar.

Fazendo uma análise semelhante, agora em termos da influência individual de cada parâmetro, espera-se que a diferença de pressão, ΔP , seja diretamente proporcional ao número de Reynolds Rotacional, Re_R , à razão entre os raios R_2/R_1 e à razão entre o raio de entrada e o espaçamento entre discos, R_1/S , e inversamente proporcional ao número de Reynolds transversal, Re_Q .

Estas características podem ser expressas simbolicamente como mostrado na tabela 2.1, a seguir :

$Re_Q \downarrow$	$\Delta P \uparrow$
$Re_R \uparrow$	$\Delta P \uparrow$
$R_1/S \uparrow$	$\Delta P \uparrow$
$R_2/R_1 \uparrow$	$\Delta P \uparrow$

TABELA 2.1 - INFLUÊNCIA DOS ADIMENSIONAIS SOBRE A DIFERENÇA DE PRESSÃO

2.3 - ESPESSURA DE PENETRAÇÃO VISCOSA

Na fig. 2.2, abaixo, as dimensões do canal são idênticas às da fig. 2.1, porém com $Re_Q = 722,8$ e $Re_R = 14,27$. Observa-se que o fluido é acelerado radialmente numa região próxima à parede, enquanto, no centro do canal, onde o escoamento não sentiu o efeito da rotação (Inércia Transversal dominante), o gradiente de pressão adverso faz com que o fluido retorne pelo centro do canal. A espessura da região onde o

escoamento sente os efeitos da rotação dos discos é chamada de Espessura de Penetração Viscosa (EPV), tendo sido definida originalmente por Von Karman (1921) e podendo ser expressa em função da viscosidade e da rotação :

$$EPV = \left(\frac{\nu}{\Omega} \right)^{1/2}$$

A tabela 2.2, abaixo, apresenta valores da EPV para algumas rotações. O fluido considerado é análogo ao sangue (capítulo 1) com densidade, ρ , igual a 1090 kg/m^3 e viscosidade, μ , igual a $4,0 \times 10^{-3} \text{ kg/ms}$.

Ω [rpm]	EPV [m]
100	$5,9 \times 10^{-4}$
1000	$1,9 \times 10^{-4}$
2000	$1,3 \times 10^{-4}$
3000	$1,1 \times 10^{-4}$

TABELA 2.2 - ESPESSURA DE PENETRAÇÃO VISCOSA PARA ALGUMAS ROTAÇÕES

Para ocorrer o bombeamento sem recirculação na saída, é necessário que o fluido seja acelerado para fora do canal, o que acontecerá somente se a quantidade de movimento gerada pelos discos for transportada até o centro do canal. Isto não significa que a EPV deve ser igual ou maior que a espessura do canal para que haja bombeamento, porem ela deve ser suficiente para garantir a difusão da quantidade de movimento até o centro do canal.

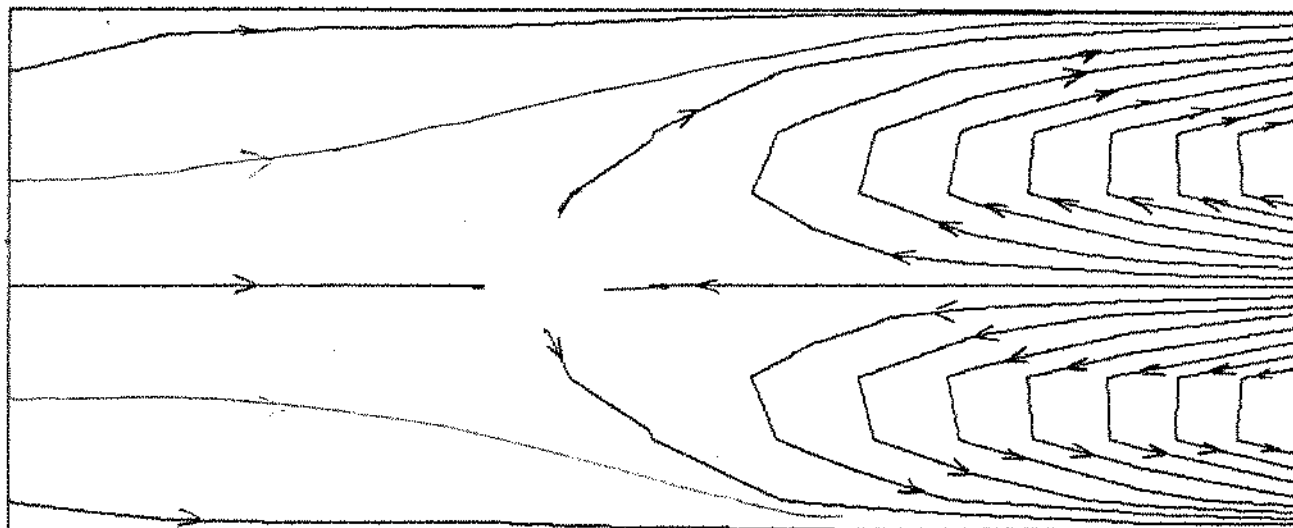


FIGURA 2.2 - LINHAS DE CORRENTE, CANAL GIRANDO A 500 RPM.

O número de Reynolds Rotacional, ReR , mede a razão entre a EPV e a espessura do canal :

$$ReR = \frac{S^2 \Omega}{\nu} = \left(\frac{S}{EPV} \right)^2$$

Portanto, para o projeto do rotor de uma bomba de discos, onde não se deseja que ocorra recirculação na saída, deve-se considerar um espaçamento entre discos de forma a se permitir que a quantidade de movimento seja transmitida até o centro do canal ou, em outras palavras, dimensionar o canal de forma que ReR seja da ordem de grandeza de 1.

CAPITULO III

MODELO COMPUTACIONAL

3.1 - EQUAÇÕES GOVERNANTES

O problema a ser tratado é o escoamento laminar, axisimétrico, em regime permanente de um fluido newtoniano, com propriedades constantes, através de um canal formado entre dois discos paralelos em rotação. No canal mostrado esquematicamente na Fig. 3.1, S representa o espaçamento entre os discos, R_1 o raio de entrada, R_2 o raio de saída, Ω a rotação dos discos, u a velocidade na direção radial, w a velocidade na direção axial e v , não representada na Fig. 3.1, a velocidade na direção θ . O escoamento se dá a partir de R_1 , com um perfil de velocidades dado pela condição de contorno imposta na entrada do canal, até R_2 . Na saída do canal é imposto um número de Peclet para grade computacional elevado, dispensando a necessidade de uma condição de contorno em $r = R_2$ (Patankar, 1980).

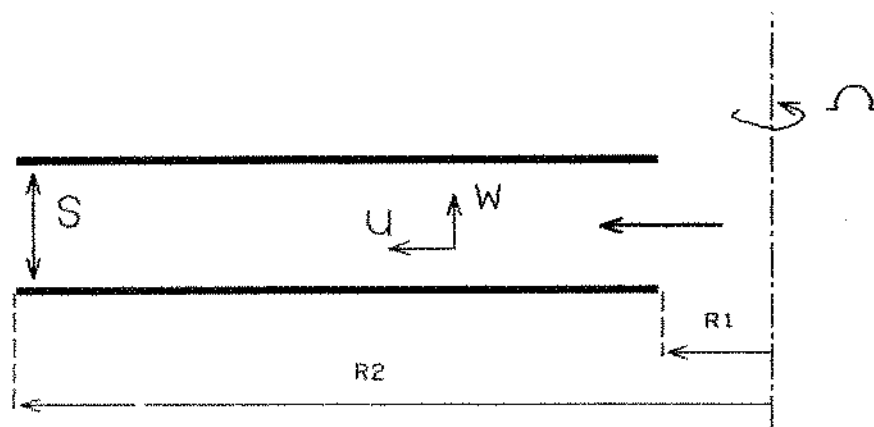


FIGURA 3.1 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO CANAL

As equações governantes do escoamento em coordenadas cilíndricas, a equação da continuidade e as equações de Navier-Stokes estão escritas abaixo em termos de variáveis primitivas :

EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (ru)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.1)$$

EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DO MOMENTO NA DIREÇÃO r (RADIAL)

$$\rho \left[u \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{v^2}{r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] = \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (ru)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] - \frac{\partial P}{\partial r} \quad (3.2)$$

EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DO MOMENTO NA DIREÇÃO θ (TANGENCIAL)

$$\rho \left[u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{u v}{r} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right] = \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (rv)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] \quad (3.3)$$

EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DO MOMENTO NA DIREÇÃO z (AXIAL)

$$\rho \left[u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right] = \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] - \frac{\partial P}{\partial z} \quad (3.4)$$

Podem-se reescrever as equações do Momento nas direções radial, tangencial e axial somando-se aos termos inerciais (lado esquerdo das equações) a equação da continuidade multiplicada por u, v e w, respectivamente, e, após serem rearranjados os termos viscosos, chega-se às seguintes expressões.

EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DO MOMENTO NA DIREÇÃO r (RADIAL)

$$\left[\rho \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ur u) - \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] + \left[\rho \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} (wr u) - \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left(r \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] =$$

$$\rho \frac{v^2}{r} - \frac{\mu u}{r^2} - \frac{\partial p}{\partial r} \quad (3.5)$$

EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DO MOMENTO NA DIREÇÃO θ (TANGENCIAL)

$$\left[\rho \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ur v) - \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) \right] + \left[\rho \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} (wr v) - \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left(r \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] =$$

$$- \rho \frac{u v}{r} - \mu \frac{v}{r^2} \quad (3.6)$$

EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DO MOMENTO NA DIREÇÃO z (AXIAL)

$$\left[\rho \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ur w) - \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right] + \left[\rho \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} (wr w) - \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left(r \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] = - \frac{\partial p}{\partial z}$$

$$(3.7)$$

É possível organizar as equações 3.5, 3.6 e 3.7 em uma forma compacta utilizando uma variável genérica ϕ :

$$\left[\rho \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ur \phi) - \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \right] + \left[\rho \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} (wr \phi) - \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \right] = S_{\phi} - \nabla P_{\phi}$$

$$(3.8)$$

onde,

• ϕ pode ser u , v ou w ao considerar-se a equação do momento na direção radial, tangencial ou axial, respectivamente.

• S_{ϕ} representa o termo fonte (taxa de geração ou destruição da quantidade ϕ mais as não linearidades).

• $\vec{\nabla} P_\phi$ representa o gradiente de pressão na direção r, z ou θ quando ϕ for u, w ou v, respectivamente.

Na tabela 3.1, abaixo, estão os valores de S_ϕ e $\vec{\nabla} P_\phi$ para cada ϕ :

ϕ	S_ϕ	$\vec{\nabla} P_\phi$
u	$\rho \frac{v^2}{r} - \mu \frac{u}{r^2}$	$-\frac{\partial P}{\partial r}$
v	$-\rho \frac{u v}{r} - \mu \frac{v}{r^2}$	—
w	—	$-\frac{\partial P}{\partial z}$

TABELA 3.1 - TERMOS FONTE E GRADIENTES DE PRESSÃO PARA O MOMENTO.

Os termos do lado esquerdo da eq. (3.8) representam o transporte através da convecção e da difusão de ϕ nas direções r e z. Definindo-se por um vetor $\vec{J}$ a soma destes termos de transporte, sua componente na direção z e r fica sendo, respectivamente,

$$J_z = \rho w \phi - \mu \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad \text{e} \quad J_r = \rho u \phi - \mu \frac{\partial \phi}{\partial r}$$

e a eq. (3.8), reescrita em termos de J

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = S_\phi - \vec{\nabla} P_\phi \quad (3.9)$$

3.2 - DEFINIÇÃO DA FORMA DO VOLUME DE CONTROLE.

Utilizando a consideração de simetria azimutal, pode-se

representar o escoamento no plano r - z . O domínio de cálculo é subdividido em número de volumes de controle não superpostos, conforme definido na Fig. (3.2), de tal forma que há um volume de controle para cada ponto da grade computacional. Figuras (3.2b) e (3.2c) representam cortes do volume de controle (VC) nos planos $r\theta$ e rz , respectivamente.

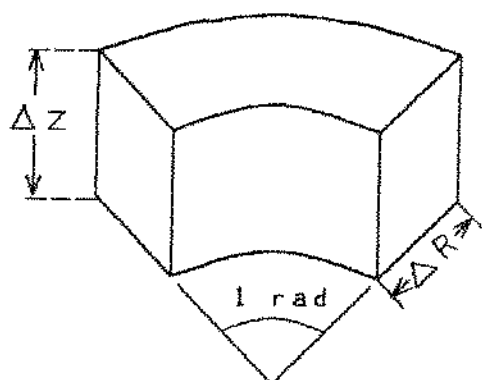


FIGURA 3.2a - VC VISTO EM PERSPECTIVA.

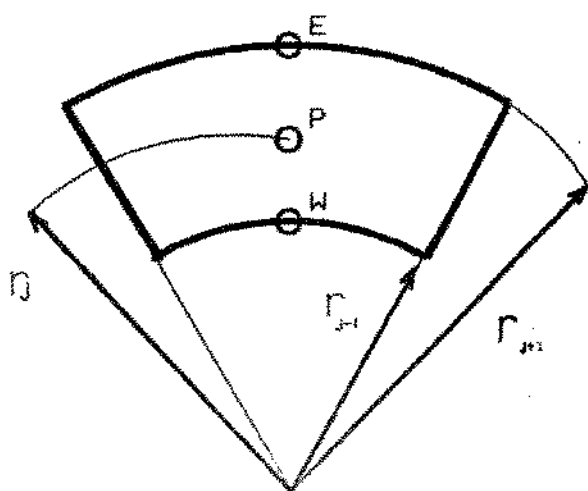


FIGURA 3.2b - VC, CORTE $R\theta$

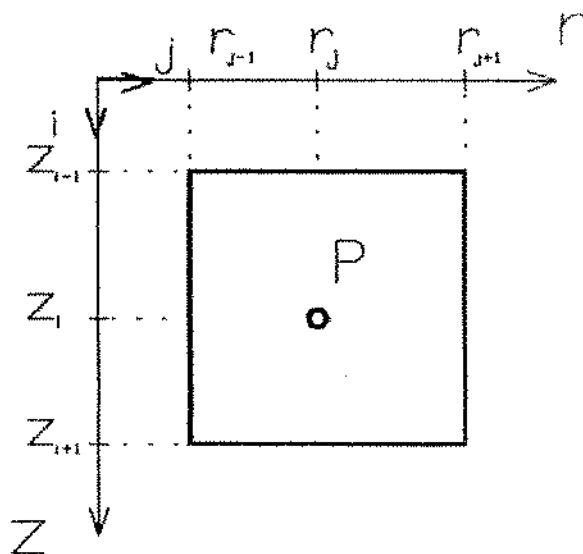


FIGURA 3.2c - VC, CORTE RZ

3.3 - INTEGRAÇÃO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES NO VOLUME DE CONTROLE

Para se chegar à forma discretizada das equações governantes do

escoamento, a equação da continuidade, eq. (3.1), e as equações de Navier-Stokes, eq. (3.9), são integradas para cada volume de controle, expressando-se os termos difusivos através de uma variação linear na grade computacional (Patankar, 1980).

INTEGRAÇÃO DA EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE

Considerando a equação da continuidade:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (3.10)$$

Integrando a equação acima no volume de controle definido na secção 3.2,

$$\iiint_{VC} (\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) dV = 0 \quad (3.11)$$

Do teorema de Gauss,

$$\iiint_{VC} (\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) dV = \iint_{SC} (\vec{V} \cdot d\vec{A}) \quad (3.12)$$

Portanto,

$$\iint_{SC} (\vec{V} \cdot d\vec{A}) = 0 \quad (3.13)$$

Efetuando a integral,

$$AR_{j+1} u_{j+1} - AR_{j-1} u_{j-1} + AZ_j w_{i-1} - AZ_j w_{i+1} = 0 \quad (3.14)$$

onde AR_j e AZ_j representam as áreas do volume de controle normais às direções r e z , respectivamente, e são definidas por:

$$AR_j = r_j \Delta z, \quad AZ_j = \frac{1}{2} (r_{j+1}^2 - r_{j-1}^2)$$

Se,

$$Fr_j = \rho AR_j u_j; \quad Fz_i = \rho AZ_i w_i$$

Então a equação da continuidade integrada no volume de controle será :

$$Fr_{j+1} - Fr_{j-1} + Fz_{i-1} - Fz_{i+1} = 0 \quad (3.15)$$

INTEGRAÇÃO DA EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DO MOMENTO

Integrando a eq. (3.9) no volume de controle definido na secção 3.2,

$$\iiint_{VC} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{J} \right) dVC = \iiint_{VC} S_{\phi} dVC - \iiint_{VC} \left(\vec{\nabla} p_{\phi} \right) dVC \quad (3.16)$$

Do teorema de Gauss :

$$\iiint_{VC} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{J} \right) dV = \iint_{SC} \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

Então,

$$\iint_{SC} \vec{J} \cdot d\vec{A} = \iiint_{VC} S_{\phi} dVC - \iiint_{VC} \left(\vec{\nabla} p_{\phi} \right) dVC \quad (3.17)$$

Onde,

$$\left. \begin{aligned} \vec{J} &= J_r \hat{i}_r + J_z \hat{i}_z \\ d\vec{A} &= dAR \hat{i}_r + dAZ \hat{i}_z \end{aligned} \right\} \quad \vec{J} \cdot d\vec{A} = J_r dAR + J_z dAZ$$

e

$$AR = r \, dz$$

$$AZ = r \, dr$$

Efetuada-se as integrais para um ϕ genérico :

$$AR_{j+1} \left\{ J_{r_{j+1}} \right\} - AR_{j-1} \left\{ J_{r_{j-1}} \right\} + AZ_j \left\{ J_{z_{i-1}} \right\} - AZ_j \left\{ J_{z_{i+1}} \right\} = \text{FONTE} \quad (3.18)$$

Onde "FONTE" representa os termos fonte mais o termo do gradiente de pressão (organizados na tabela 3.1) integrados no volume de controle e J_{r_j} , J_{z_i} representam o transporte convectivo e difusivo através das faces do volume de controle. Se $JR_j = J_{r_j} AR_j$ e $JZ_i = J_{z_i} AZ_i$, pode-se escrever a equação do Momento integrada no volume de controle,

$$JR_{j+1} - JR_{j-1} + JZ_{i-1} - JZ_{i+1} = \text{FONTE} \quad (3.19)$$

Multiplicando-se a eq. (3.15) por ϕ_{ij} e subtraindo-se da eq. (3.19) :

$$\begin{aligned} & \left[JR_{j+1} - Fr_{j+1}\phi_{ij} \right] - \left[JR_{j-1} - Fr_{j-1}\phi_{ij} \right] + \left[JZ_{i-1} - Fz_{i-1}\phi_{ij} \right] - \\ & \left[JZ_{i+1} - Fz_{i+1}\phi_{ij} \right] = \text{FONTE} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Os termos $J_i - F_i\phi_{ij}$ da eq. (3.20) podem ser reescritos como se segue:

$$\begin{cases} Jr_{j+1} - Fr_{j+1}\phi_{ij} = a_{i,j+1}(\phi_{ij} - \phi_{i,j+2}) \\ Jr_{j-1} - Fr_{j-1}\phi_{ij} = a_{i,j-1}(\phi_{i,j-2} - \phi_{ij}) \\ Jz_{i-1} - Fz_{i-1}\phi_{ij} = a_{i-1,j}(\phi_{ij} - \phi_{i-2,j}) \\ Jz_{i+1} - Fz_{i+1}\phi_{ij} = a_{i+1,j}(\phi_{i+2,j} - \phi_{ij}) \end{cases}$$

Onde a_{ij} são coeficientes que representam a ponderação da influência da difusão e da convecção no transporte da grandeza ϕ . Esta ponderação é realizada pelo esquema de interpolação polinomial (Patankar, 1980).

$$\begin{cases} a_{i,j+1} = Dr_{j+1} A(\text{Pce}) + \begin{bmatrix} -Fr_{j+1}, 0 \end{bmatrix} \\ a_{i,j-1} = Dr_{j-1} A(\text{Pcv}) + \begin{bmatrix} Fr_{j-1}, 0 \end{bmatrix} \\ a_{i-1,j} = Dz_{i-1} A(\text{Pcn}) + \begin{bmatrix} -Fz_{i-1}, 0 \end{bmatrix} \\ a_{i+1,j} = Dz_{i+1} A(\text{Pcs}) + \begin{bmatrix} Fz_{i+1}, 0 \end{bmatrix} \end{cases}$$

Ao assumir a aproximação $\partial\phi/\partial r \approx (\phi_i - \phi_{i-1})/\delta r$, pode-se definir Dr e Dz :

$$Dr_j = \mu \frac{AR_j}{\delta r_j} ; \quad Dz_j = \mu \frac{AZ_j}{\delta z_j}$$

Definições :

$$Pce = \frac{Fr_{j+1}}{Dr_{j+1}} ; \quad Pcv = \frac{Fr_{j-1}}{Dr_{j-1}} ; \quad Pcn = \frac{Fz_{i-1}}{Dz_{i-1}} ; \quad Pcs = \frac{Fz_{i+1}}{Dz_{i+1}}$$

Operadores :

$$\left[\begin{array}{c} \left[\right] \end{array} \right] \Rightarrow \text{AMAX na linguagem FORTRAN}$$

$$AC / \nearrow \Rightarrow \left[\left[0, (1 - 0,1 \nearrow Pc) ^5 \right] \right] , \text{ interpolação polinomial}$$

Reescrevendo finalmente a expressão 3.20 :

$$a_{i,j} \phi_{i,j} = a_{i,j+1} \phi_{i,j+1} + a_{i,j-1} \phi_{i,j-1} + a_{i-1,j} \phi_{i-1,j} + a_{i+1,j} \phi_{i+1,j} + \text{FONTE}$$

(3.21)

3.4 - EQUAÇÕES GOVERNANTES PARA CADA DIREÇÃO

DEFINIÇÃO DA MALHA DESLOCADA

Para manter o realismo físico do método de volumes finitos, Patankar (1980) recomenda o uso da chamada "malha deslocada" para o cálculo das componentes de velocidade. Esta prática, além de evitar a geração de campos oscilatórios de pressão, permite que se calculem as componentes de velocidades nas fronteiras do volume de controle

balanço de massa sem a necessidade de qualquer interpolação das componentes relevantes da velocidade. A seguir estão definidas as malhas deslocadas para o cálculo das componentes da velocidade (radial, tangencial e axial).

DIREÇÃO RADIAL

A figura 3.3, a seguir, representa um volume de controle interno (não se considerando as fronteiras) para a velocidade radial.

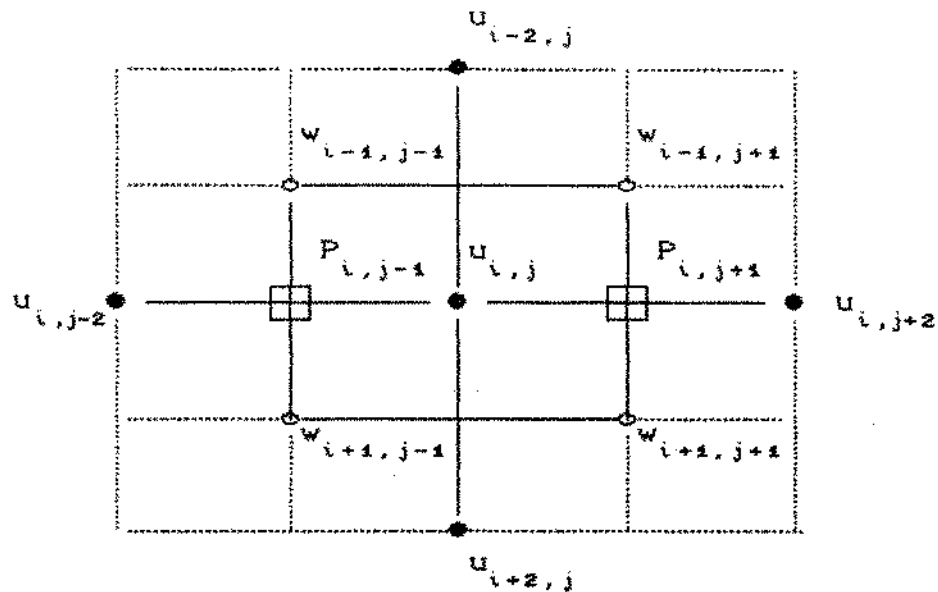


FIGURA 3.3 - VOLUME DE CONTROLE INTERNO PARA VELOCIDADE RADIAL

A eq. (3.21) será expressa na direção radial utilizando-se o volume de controle da malha deslocada .

$$a_{ij} u_{ij} = a_{i,j+1} u_{i,j+2} + a_{i,j-1} u_{i,j-2} + a_{i-1,j} u_{i-2,j} + a_{i+1,j} u_{i+2,j} +$$

$$\left[\frac{Az_{ij}}{r_{ij}} \right] \left[\frac{(v_{i,j-1} + v_{i,j+1})}{2} \right]^2 - AR_{i,j+1} P_{i,j+1} + AR_{i,j-1} P_{i,j-1}$$

(3.22)

Onde os dois últimos termos da eq. (3.22) são os termos S_ϕ e VP_ϕ

integrados no volume de controle da malha deslocada (fig.3.3).

DIREÇÃO TANGENCIAL

A figura 3.4, a seguir, representa um volume de controle interno (não se considerando as fronteiras) para a velocidade tangencial.

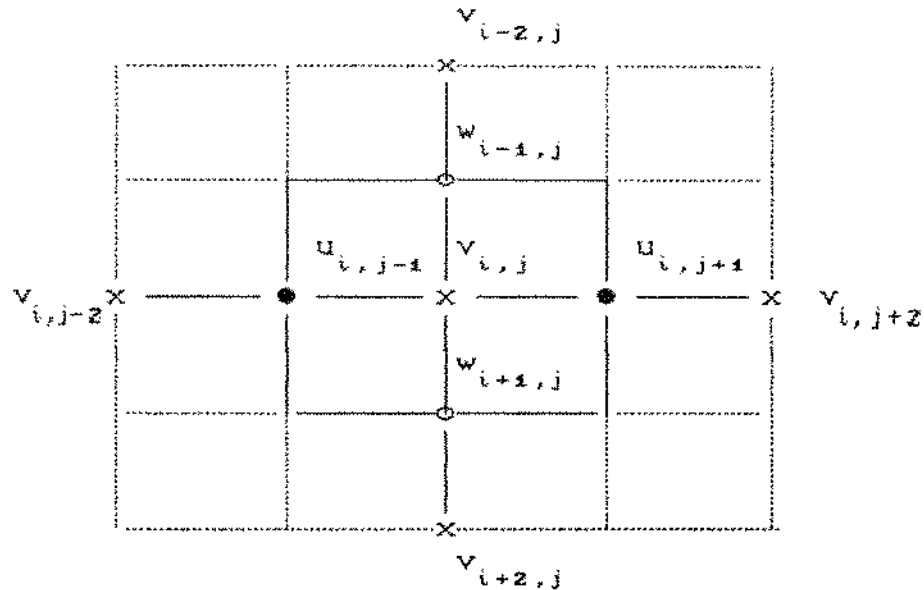


FIGURA 3.4 - VOLUME DE CONTROLE INTERNO PARA VELOCIDADE TANGENCIAL

A eq. (3.21) será expressa na direção tangencial utilizando-se o volume de controle da malha deslocada .

$$a_{ij} v_{ij} = a_{i,j+1} v_{i,j+2} + a_{i,j-1} v_{i,j-2} + a_{i-1,j} v_{i-2,j} + a_{i+1,j} v_{i+2,j} + \left[\left[-\frac{AZ_{i,j} u_{i,j}}{r_{i,j}}, 0 \right] \right] \quad (3.23)$$

Onde o último termo da eq. (3.23) é S_ϕ integrado no volume de controle da fig. (3.4).

DIREÇÃO AXIAL

A figura 3.5, a seguir, representa um volume de controle interno

(não se considerando as fronteiras) para a velocidade axial.

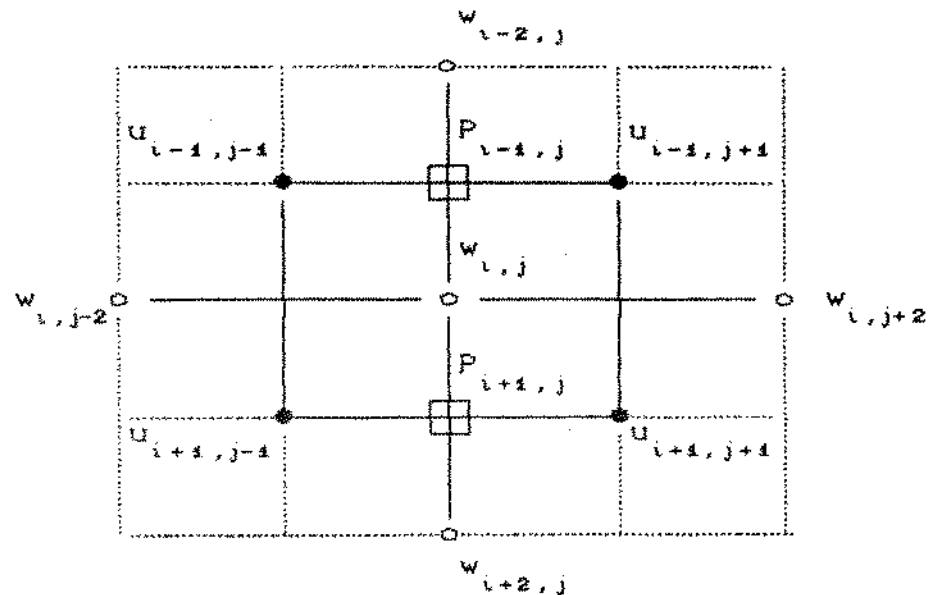


FIGURA 3.5 - VOLUME DE CONTROLE INTERNO PARA VELOCIDADE AXIAL

A eq. (3.21) será expressa na direção axial utilizando-se o volume de controle da malha deslocada.

$$a_{ij} w_{ij} = a_{i,j+1} w_{i,j+2} + a_{i,j-1} w_{i,j-2} + a_{i-1,j} w_{i-2,j} + a_{i+1,j} w_{i+2,j} - AZ_{i-1,j} P_{i-1,j} + AZ_{i+1,j} P_{i+1,j} \quad (3.24)$$

Onde o último termo da eq. (3.24) é ∇P_ϕ integrado no volume de controle da fig. (3.5).

Portanto, para a solução das equações do Momento, devem-se resolver simultaneamente as três equações a seguir :

$$a_{ij} u_{ij} = \sum a_{nb} u_{nb} + sr_{ij} + AR_{i,j-1} P_{i,j-1} - AR_{i,j+1} P_{i,j+1} \quad (3.25)$$

$$a_{ij} v_{ij} = \sum a_{nb} v_{nb} + st_{ij} \quad (3.26)$$

$$a_{ij} w_{ij} = \sum a_{nb} w_{nb} + AZ_{i+1,j} P_{i+1,j} - AZ_{i-1,j} P_{i-1,j} \quad (3.27)$$

Onde,

sr_{ij} e st_{ij} representam as não-linearidades do Momento na direção radial e tangencial, respectivamente.

3.5 - ORGANIZAÇÃO DO PROCEDIMENTO SIMPLE

Para a solução do escoamento entre dois discos paralelos em rotação foi escolhido o algoritmo SIMPLE (do inglês, Método Semi-Implicito para Equações Acopladas à Pressão), desenvolvido originalmente por *Patankar & Spalding (1972)*.

Sabe-se que, para este método, as equações do Momento só podem ser resolvidas quando o campo de pressão for conhecido ou, de alguma forma, estimado. Ao se utilizar um campo de pressão que não seja a solução, o campo de velocidades resultante, calculado das eqs. (3.22) e (3.24), não satisfará à continuidade.

Tal campo de velocidades, baseado em um campo de pressão estimado (p^*), será denotado por u^* e w^* , e as equações do Momento, baseadas nestas velocidades, podem ser escritas como se segue :

$$a_{ij} u_{ij}^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + sr_{ij} + AR_{i,j-1} P_{i,j-1}^* - AR_{i,j+1} P_{i,j+1}^* \quad (3.28)$$

$$a_{ij} v_{ij}^* = \sum a_{nb} v_{nb}^* + st_{ij} \quad (3.29)$$

$$a_{ij} w_{ij}^* = \sum a_{nb} w_{nb}^* + AZ_{i+1,j} P_{i+1,j}^* - AZ_{i-1,j} P_{i-1,j}^* \quad (3.30)$$

O objetivo deste método é obter campos de pressão de forma a gerar campos de velocidades u^* e w^* que progressivamente satisfaçam a equação da continuidade.

3.5.1 - CORREÇÃO DAS VELOCIDADES E DA PRESSÃO

Segundo *Patankar (1980)*, a correção da pressão pode ser expressa

por :

$$P = P^* - P' \quad (3.31)$$

onde P' é a correção da pressão.

De maneira análoga se definem u' e w' :

$$u = u^* + u' \quad (3.32)$$

$$w = w^* + w' \quad (3.33)$$

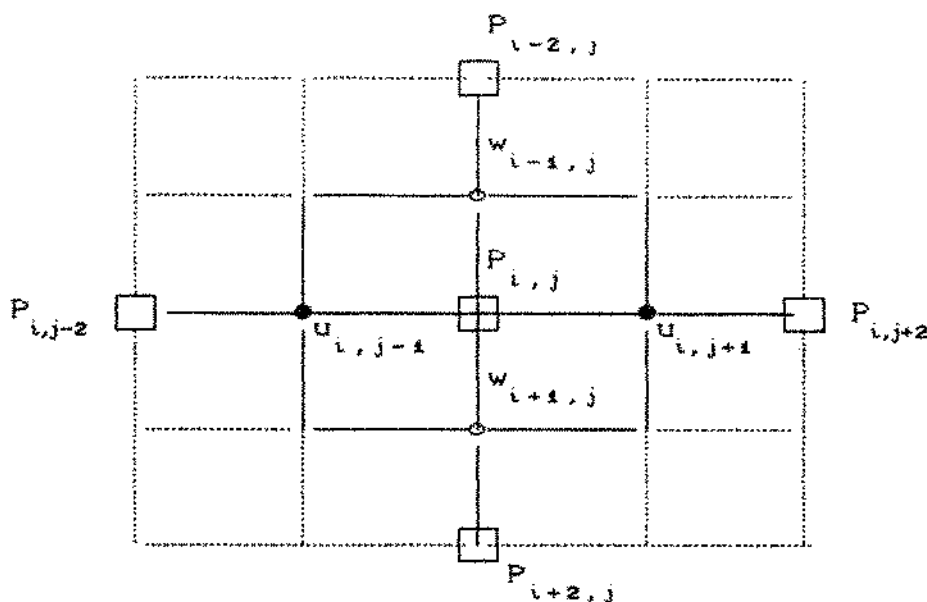


FIGURA 3.6 - VOLUME DE CONTROLE PRINCIPAL

Ao se considerar o volume de controle descrito na fig. (3.6) (volume de controle principal), é possível escrever as equações de correção das componentes radial e axial das velocidades para cada face do volume de controle, subtraindo-se a eq.(3.28) da eq.(3.25) e a eq.(3.30) da eq.(3.27), respectivamente :

$$a_{i,j-1} u'_{i,j-1} = \sum a_{nb} u'_{nb} + AR_{i,j-2} P'_{i,j-2} - AR_{ij} P'_{ij} \quad (3.34)$$

$$a_{i,j+1} u'_{i,j+1} = \sum a_{nb} u'_{nb} + AR_{ij} P'_{ij} - AR_{i,j+2} P'_{i,j+2} \quad (3.35)$$

$$a_{i-1,j} w'_{i-1,j} = \sum a_{nb} w'_{nb} + AZ_{ij} P'_{ij} - AZ_{i-2,j} P'_{i-2,j} \quad (3.36)$$

$$a_{i+1,j} w'_{i+1,j} = \sum a_{nb} w'_{nb} + AZ_{i+2,j} P'_{i+2,j} - AZ_{i,j} P'_{i,j} \quad (3.37)$$

Os termos $\sum a_{nb} u'_{nb}$ e $\sum a_{nb} w'_{nb}$ podem ser desprezados (Patankar, 1980) ou manipulados (Van Doormal & Raithby, 1984) para desaparecerem das eqs. (3.34) a (3.37), resultando em equações mais simples :

$$a_{i,j-1} u'_{i,j-1} = \left[P'_{i,j-2} - P'_{i,j} \right] AR_{i,j-1} \quad (3.38)$$

$$a_{i,j+1} u'_{i,j+1} = \left[P'_{i,j} - P'_{i,j+2} \right] AR_{i,j+1} \quad (3.39)$$

$$a_{i-1,j} w'_{i-1,j} = \left[P'_{i,j} - P'_{i-2,j} \right] AZ_{i-1,j} \quad (3.40)$$

$$a_{i+1,j} w'_{i+1,j} = \left[P'_{i+2,j} - P'_{i,j} \right] AZ_{i+1,j} \quad (3.41)$$

Onde $AR_{i,j-1}$, $AR_{i,j+1}$, $AZ_{i-1,j}$ e $AZ_{i+1,j}$ são as áreas em que as forças de pressão atuam.

Para a correção das velocidades em cada face do volume de controle principal (fig.3.6), substituem-se as eqs.(3.32) e (3.33) nas eqs.(3.38) a (3.41).

$$u_{i,j-1} = u^*_{i,j-1} + \left[P'_{i,j-2} - P'_{i,j} \right] \frac{AR_{i,j-1}}{a_{i,j-1}} \quad (3.42)$$

$$u_{i,j+1} = u^*_{i,j+1} + \left[P'_{i,j} - P'_{i,j+2} \right] \frac{AR_{i,j+1}}{a_{i,j+1}} \quad (3.43)$$

$$w_{i-1,j} = w^*_{i-1,j} + \left[P'_{i,j} - P'_{i-2,j} \right] \frac{AZ_{i-1,j}}{a_{i-1,j}} \quad (3.44)$$

$$w_{i+1,j} = w^*_{i+1,j} + \left[P'_{i+2,j} - P'_{i,j} \right] \frac{AZ_{i+1,j}}{a_{i+1,j}} \quad (3.45)$$

Para se obter a equação de correção da pressão, deve-se substituir as eqs.(3.42) à (3.45) na equação da continuidade, eq. (3.14) :

$$a_{ij} P'_{ij} = a_{i,j+1} P'_{i,j+2} + a_{i,j-1} P'_{i,j-2} + a_{i-1,j} P'_{i-2,j} + a_{i+1,j} P'_{i+2,j} + b_{ij} \quad (3.46)$$

Onde

$$a_{i,j+1} = \frac{\left[AR_{i,j+1} \right]^2}{a_{i,j+1}} \quad ; \quad a_{i,j-1} = \frac{\left[AR_{i,j-1} \right]^2}{a_{i,j-1}}$$

$$a_{i-1,j} = \frac{\left[AZ_{i-1,j} \right]^2}{a_{i-1,j}} \quad ; \quad a_{i+1,j} = \frac{\left[AZ_{i+1,j} \right]^2}{a_{i+1,j}}$$

$$a_{ij} = a_{i,j+1} + a_{i,j-1} + a_{i-1,j} + a_{i+1,j}$$

$$b_{ij} = u^*_{i,j-1} AR_{i,j-1} - u^*_{i,j+1} AR_{i,j+1} + w^*_{i+1,j} AZ_{i+1,j} - w^*_{i-1,j} AZ_{i-1,j}$$

$a_{i,j-1}$ e $a_{i,j+1}$ são calculados da eq.(3.22) na malha deslocada para velocidade radial e $a_{i-1,j}$ e $a_{i+1,j}$ são calculados da eq.(3.24) na malha deslocada para velocidade axial. b_{ij} representa o resíduo gerado pela substituição dos campos u^* e w^* na equação da continuidade.

3.6 - INTRODUÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para a resolução das equações acopladas do Momento no caso de dois discos paralelos em rotação, foram especificadas condições de contorno para as componentes de velocidade radial, tangencial e axial, em toda a fronteira do domínio computacional, além de condições de contorno para a equação de correção da pressão.

O programa computacional foi desenvolvido utilizando-se o algoritmo SIMPLE e as equações governantes integradas no volume de controle principal (fig.3.6). Devido à terminologia adotada, é possível saber a localização de cada componente do campo de velocidade e de pressão no interior do domínio computacional (fig.3.7). Este mapeamento está organizado na tabela 3.2 abaixo, e vale somente para os nós internos :

COMPONENTE	POSIÇÃO NO EIXO z i	POSIÇÃO NO EIXO r j
VELOCIDADE RADIAL u	ÍNDICES PARES	ÍNDICES IMPARES
VELOCIDADE TANGENCIAL v	ÍNDICES PARES	ÍNDICES PARES
VELOCIDADE AXIAL w	ÍNDICES IMPARES	ÍNDICES PARES
PRESSÃO	ÍNDICES PARES	ÍNDICES PARES

TABELA 3.2- ÍNDICES PARA VELOCIDADE E PRESSÃO NO DOMÍNIO COMPUTACIONAL

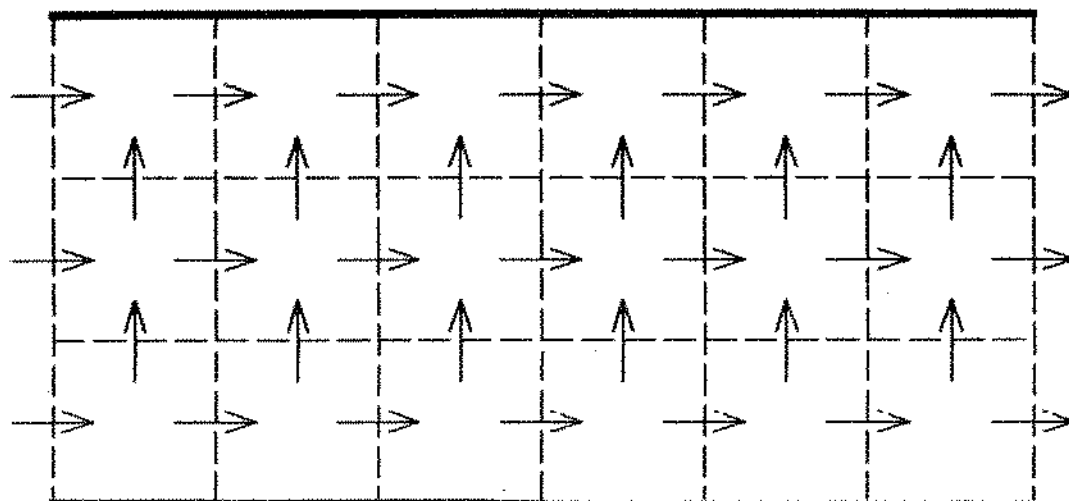
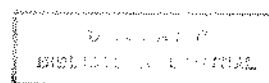


FIGURA 3.7 - DOMÍNIO COMPUTACIONAL



3.6.1 - CONDIÇÕES DE CONTORNO PARA A VELOCIDADE RADIAL (u)

ENTRADA DO CANAL ($r = R_1$)

$u(i,1) =$ PERFIL DE VELOCIDADES IMPOSTO (parabólico, linear)

PAREDES SÓLIDAS ($z = 0$ ou $z = S$)

O volume de controle utilizado no cálculo da velocidade radial próxima à parede superior é mostrado na fig. (3.8) :

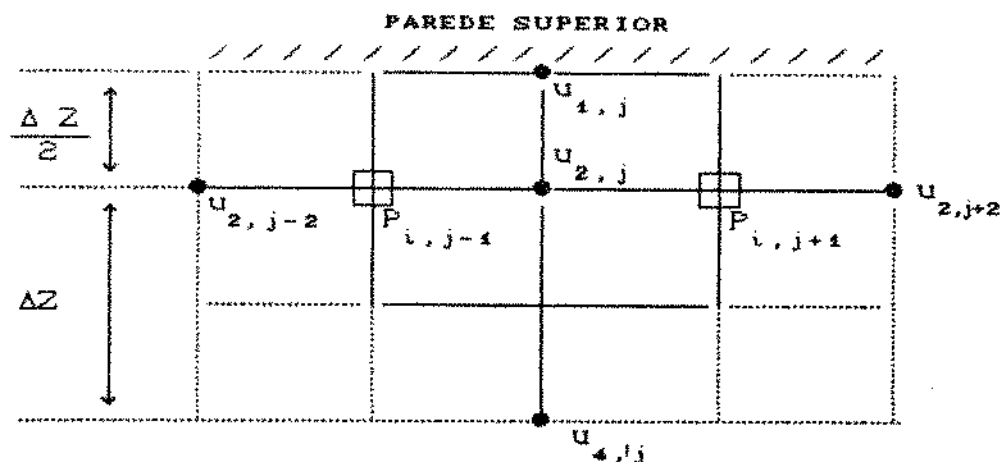


FIGURA 3.8 - VOLUME DE CONTROLE NA PAREDE SUPERIOR

A introdução do efeito da parede sólida na equação do Momento na direção radial é feita substituindo-se a condição de não-deslizamento, $u_{1,j} = 0$, na eq. (3.22), no caso da parede superior:

$$a_{2j} u_{2j} = a_{2,j+1} u_{i,j+2} + a_{2,j-1} u_{i,j-2} + a_{3j} u_{4,j} + sr_{2,j} - AR_{2,j} \Delta P$$

onde, $a_{2j} = a_{1j} + a_{2,j+1} + a_{2,j-1} + a_{3j}$

Da mesma forma, no caso da parede inferior, a condição de não-deslizamento, $u_{L,j} = 0$, é substituída na eq. (3.22) :

$$a_{L-1,j} u_{L-1,j} = a_{L-1,j+1} u_{L-1,j+2} + a_{L-1,j-1} u_{L-1,j-2} + a_{L-2,j} u_{L-3,j} \\ + sr_{L-1,j} - AR_{L-1,j} \Delta P_{L-1,j}$$

Onde L é o número máximo de linhas (eixo Z) da grade computacional e

$$a_{L-1,j} = a_{L,j} + a_{L-1,j+1} + a_{L-1,j-1} + a_{L-2,j}$$

SAÍDA DO CANAL ($r = R_2$)

O volume de controle utilizado no cálculo da velocidade radial na saída do canal é mostrado na fig. (3.9) a seguir :

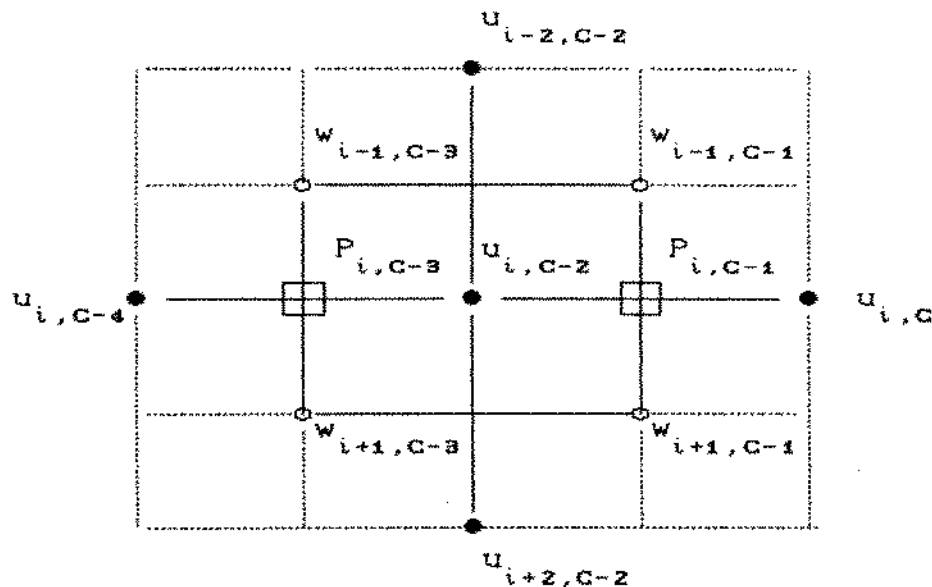


FIGURA 3.9 - VOLUME DE CONTROLE NA SAÍDA DO CANAL

Onde C é o número máximo de colunas (eixo r) da grade computacional. Deve-se observar também que L e C são números ímpares.

As condições de contorno para este caso são :

- Escoamento localmente parabólico, $a_{i,c-1} = 0$
- Perfil de velocidade radial, na saída, que satisfaça globalmente a

continuidade :

$$u_{i,c} = \left(\frac{RAIOCC-2}{RAIOCC} \right) u_{i,c-2} + ADD$$

O termo ADD é calculado de forma que, somado à velocidade $u_{i,c}$, proporcione o balanço global de massa. Este artifício é utilizado pois na saída do canal não se tem nenhuma informação do escoamento a jusante. A única condição factível neste caso é impor que a equação da continuidade seja satisfeita no domínio computacional, massa que entra em $r = R_1$ é igual à massa que sai em $r = R_2$.

3.6.2 - CONDIÇÕES DE CONTORNO PARA A VELOCIDADE TANGENCIAL

ENTRADA DO CANAL ($r = R_1$)

A fig. (3.10), abaixo, representa o volume de controle utilizado na especificação da condição de contorno da velocidade tangencial na entrada do canal.

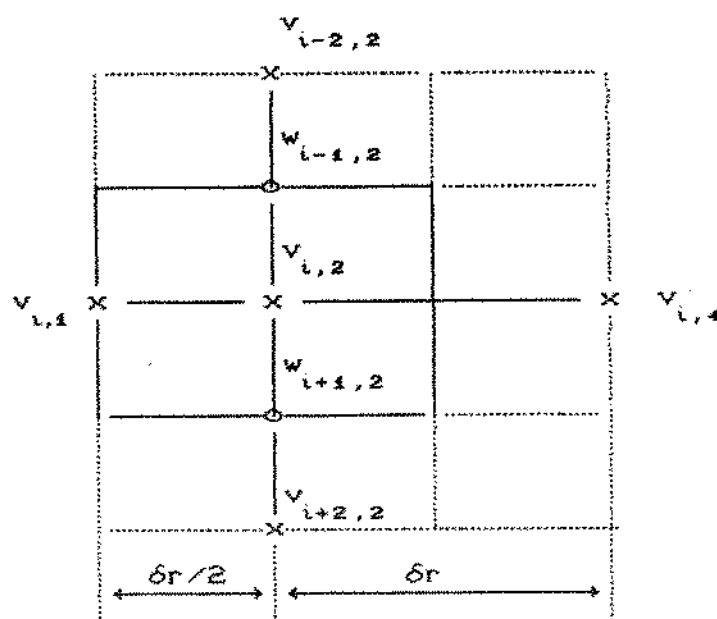


FIGURA 3.10 - VOLUME DE CONTROLE NA ENTRADA DO CANAL

Na entrada do canal, considera-se que o escoamento é somente radial, assim, $v_{i,1} = 0$.

SAÍDA DO CANAL

Como não se conhece o escoamento a jusante de $r = R_z$, impõe-se a condição de escoamento localmente parabólico, ou seja, $a_{i,c} = 0$, substituindo-se esta condição na eq. (3.23) :

$$a_{i,c-1} v_{i,c-1} = a_{i,c-2} v_{i,c-2} + a_{i-1,c-1} v_{i-2,c-1} + a_{i+1,c-1} v_{i+2,c-1} + St_{i,c-1}$$

PAREDES SÓLIDAS ($z = 0$ ou $z = S$)

Para a velocidade tangencial a condição de não-deslizamento pode ser implementada da seguinte forma :

• Na parede superior, $v_{i,j} = R A I O(j) \times \Omega_{SUP}$

• Na parede inferior, $v_{L,j} = R A I O(j) \times \Omega_{INF}$

Onde $R A I O(j)$ é o vetor posição radial da velocidade v e Ω_{SUP} e Ω_{INF} são as velocidades angulares do disco superior e do disco inferior, respectivamente.

3.6.3 - CONDIÇÕES DE CONTORNO PARA VELOCIDADE AXIAL

A fig. (3.11), abaixo, representa o volume de controle utilizado na especificação da condição de contorno da velocidade tangencial na entrada do canal.

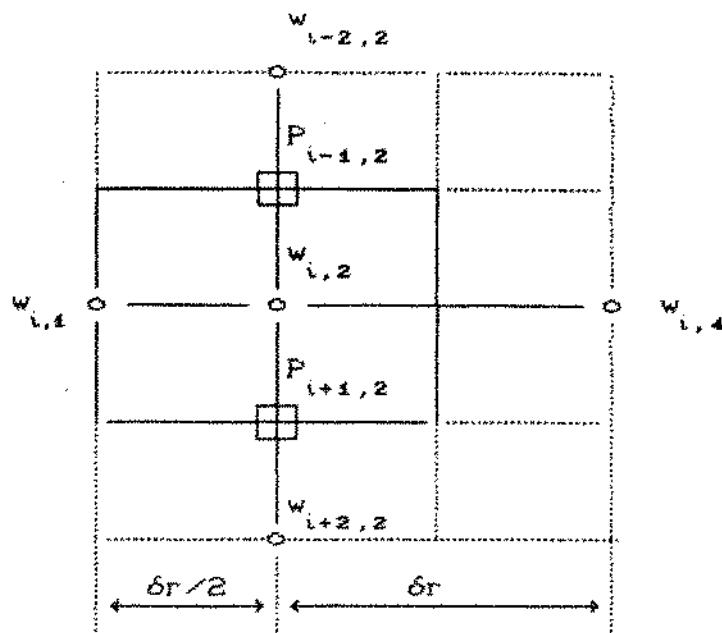


FIGURA 3.11 - VOLUME DE CONTROLE NA ENTRADA DO CANAL

ENTRADA CANAL

Considerando que a única componente de velocidade presente na entrada do canal é a radial, então, $w_{i,1} = 0$.

SAÍDA DO CANAL

Como não se conhece o escoamento a jusante de $r = R_2$, impõe-se a condição de escoamento localmente parabólico, ou seja, $a_{i,c} = 0$, substituindo-se esta condição na eq. (3.24) :

$$a_{i,c-1} w_{i,c-1} = a_{i,c-2} w_{i,c-2} + a_{i-1,c-1} w_{i-2,c-1} + a_{i+1,c-1} w_{i+2,c-1} - AZ_{i,c-1} \Delta P_{i,c-1}$$

Onde $\Delta P_{i,c-1}$ é a diferença de pressão que atua no volume de controle.

PAREDES SÓLIDAS

Considerando-se que não ocorra injeção ou sucção de massa através das paredes, podem-se escrever as condições de contorno para a

velocidade axial para a parede superior e para a parede inferior, a seguir:

- Parede superior, $w_{1,j} = 0$.
- Parede inferior, $w_{L,j} = 0$.

3.7 - TRATAMENTO DA EQUAÇÃO DA PRESSÃO NAS FRONTEIRAS

Como mostram as equações (3.31) e (3.42)-(3.45), a correção da pressão, P' , é utilizada para atualizar o campo de pressão e o campo das velocidades radial e axial.

Os valores de P' são obtidos resolvendo-se o sistema de equações representado pela eq.(3.46). Porém, antes de se obter tal solução, são necessárias algumas considerações sobre o tratamento que se deve dar aos valores de P' nas fronteiras onde as velocidades são conhecidas.

Supondo que a condição de contorno para a velocidade u_e (fig.3.12) seja da seguinte forma :

$$u_e = B u_v + C \quad (3.47)$$

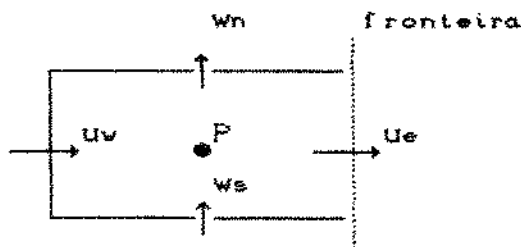


FIG. 3.12 - VOLUME DE CONTROLE ONDE u_e É ESPECIFICADA

As constantes B e C são escolhidas de forma a representar a velocidade na fronteira.

As equações do Momento são resolvidas, então, para u^* usando a condição de contorno correspondente :

$$u_o^* = B u_v^* + C \quad (3.48)$$

onde B e C são os mesmos da eq.(3.47).

Com o campo u^* que satisfaz a eq.(3.48), utiliza-se P' para corrigir u^* para u . A condição de contorno para P' deve ser tal que o campo resultante de u satisfaça a eq.(3.47).

Para a introdução desta informação na equação de P' , Van Doormal & Raithby (1984) sugerem que a eq.(3.47) seja substituída na equação da continuidade (3.14). Para o volume de controle da fig. (3.11), tem-se :

$$(\rho u A)_v - (\rho A)_e (B u_v + C) + (\rho w A)_s - (\rho w A)_n = 0 \quad (3.49)$$

A equação para P' é obtida substituindo as expressões para u_v , w_s e w_n (eqs. 3.42, 3.44 e 3.45) na eq.(3.49), resultando :

$$a_{P P'} = a_{E E'} + a_{W W'} + a_{N N'} + a_{S S'} + b_P \quad (3.50)$$

Onde,

$$\begin{aligned} a_E &= 0, \quad a_W = (\rho A d)_v - (\rho A)_e d_v B \\ a_N &= (\rho A d)_n, \quad a_S = (\rho A d)_s \\ a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S \\ b_P &= (\rho u^* A)_v - (\rho u^* A)_e + (\rho w^* A)_s + (\rho w^* A)_n \end{aligned} \quad (3.51)$$

Deve-se notar que, se $a_E = 0$, a influência de P'_E sobre P'_P é nula, ou seja, não é necessária nenhuma condição de contorno que relacione P'_E com P'_P .

No caso onde a velocidade na fronteira for conhecida ($B = 0$, $C = u_e$) o termo $(\rho u^* A)_e$ da eq.(3.51) poderá ser escrito $(\rho A)_e u_e$.

De forma semelhante, podem-se escrever as equações para P' no caso das velocidades conhecidas em outras fronteiras do volume de controle (u_v , w_s e w_n).

3.8 - CONDIÇÃO DE CONTORNO DE CASCATA

Além dos perfis parabólico ou uniforme especificados como condição de contorno para a velocidade na entrada do canal, decidiu-se utilizar uma terceira condição de contorno que considera o canal fazendo parte de uma cascata infinita de discos paralelos.

A intenção disto é a possibilidade de comparação entre os resultados obtidos utilizando os perfis impostos de velocidade em $r = R_1$ (parabólico ou uniforme) e aqueles obtidos utilizando a condição de contorno considerada menos restritiva.

As vantagens ou desvantagens de se usar um ou outro perfil, porém, irão depender da configuração específica do dispositivo que se deseja analisar. Como, neste trabalho, a finalidade é somente o estudo do escoamento no canal entre dois discos em rotação, a utilização da condição de cascata será considerada somente como condição de contorno para especificação da velocidade radial na entrada do canal e não como possibilidade construtiva ou de operação da bomba.

Para a simulação do escoamento na entrada de uma cascata infinita de discos paralelos, deve-se assumir, segundo Wilson (1971), um escoamento uniforme, irrotacional em algum plano a montante da entrada do canal, de maneira que seja possível a difusão da quantidade de movimento desde antes da entrada do canal.

A seguir estão apresentadas as condições de contorno para cada componente de velocidade e o domínio computacional considerado, fig.(3.13).

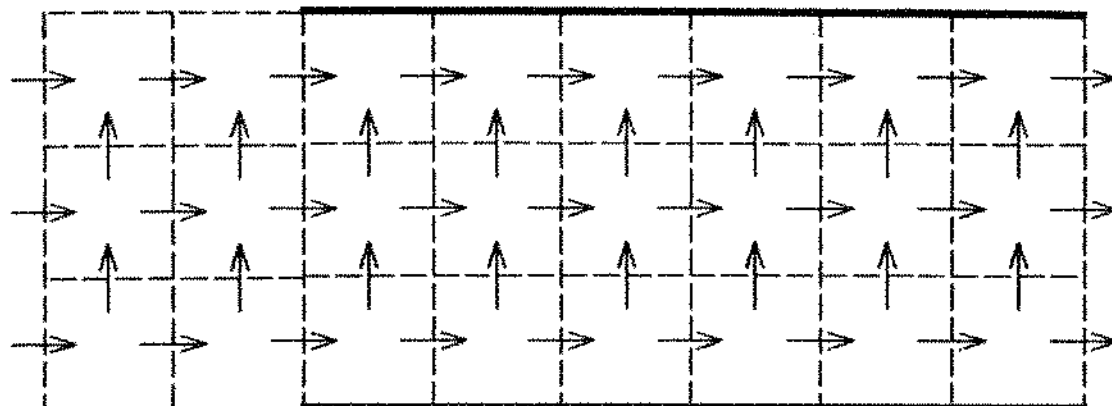


FIGURA 3.13 - DOMÍNIO COMPUTACIONAL PARA UMA CASCATA DE DISCOS.

3.8.1 - VELOCIDADE RADIAL

• Entrada do domínio computacional ($r = r_0$), considerando-se um perfil uniforme de velocidade radial:

$$u_{t1} = 1$$

Onde r_0 foi considerado $2/3$ de R_1 , a exemplo de Raal (1978) e Langer et al (1990).

• Antes da entrada do canal ($r < R_1$, $z^* = 0$ ou $z^* = 1$)

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

Tal condição pode ser implementada, no modelo, fazendo-se

$$a_{1,j} = 0 \quad \text{e} \quad a_{L,j} = 0$$

3.8.2 - VELOCIDADE AXIAL

- Antes da entrada do canal ($r < R_1$)

$$w_{1,j} = 0 \quad \text{e} \quad w_{L,j} = 0$$

3.8.3 - VELOCIDADE TANGENCIAL

- Antes da entrada do canal ($r < R_1$, $z^* = 0$ ou $z^* = 1$)

$$\frac{\partial v}{\partial z} = 0$$

De forma semelhante à velocidade radial, pode-se implementar esta condição no modelo numérico da seguinte forma :

$$a_{1,j} = 0 \quad \text{e} \quad a_{L,j} = 0$$

3.9 - VALIDAÇÃO DO PROGRAMA COMPUTACIONAL

O programa computacional foi validado através da comparação de seus resultados com soluções analíticas e dados experimentais. As propriedades de transporte do fluido e as dimensões do canal escolhido, coincidentes com o protótipo testado experimentalmente por *Szeri & Adams (1978)*, são respectivamente: densidade, ρ , igual a $997,1 \text{ kg/m}^3$, viscosidade, μ , igual a $9,1907 \times 10^{-4} \text{ N s/m}^2$, raio de entrada, R_1 , igual a $5,207 \text{ cm}$, raio de saída (R_2) igual a $26,035 \text{ cm}$ e espaçamento, S , entre discos igual a $0,00508 \text{ cm}$, de acordo com a notação.

A seguir estão os resultados obtidos para baixos números de Reynolds, onde se comparam a distribuição de pressão e perfil de velocidades gerados pelo programa computacional com aqueles obtidos analiticamente. Também foram comparadas, para diferentes números de

Reynolds e diferentes rotações, as diferenças de pressão entre a entrada e a saída do canal obtidas numérica e experimentalmente (Szeri & Adams, 1978).

3.9.1 - TESTES PARA BAIXO NÚMERO DE REYNOLDS

É possível obter uma solução analítica do campo de velocidades e de pressão para escoamentos com número de Reynolds tendendo a zero (Bird et al, 1960). O campo de velocidades radial e de pressão são dados pelas eq. (3.52) e eq. (3.53), respectivamente,

$$u(r,z) = \frac{1}{r} \frac{\Delta P S^2}{2\mu \ln(R_2/R_1)} \left[\left(\frac{z}{S} \right)^2 - \left(\frac{z}{S} \right) \right] \quad (3.52)$$

$$P(r) = P(R_1) - \frac{6\mu Q}{\pi S^3} \ln(r/R_1) \quad (3.53)$$

$$\Delta P = \frac{-6\mu Q}{\pi S^3} \ln(R_2/R_1) \quad (3.54)$$

onde ΔP é a diferença de pressão entre os raios R_1 (entrada) e R_2 (saída) do canal.

Os testes do modelo numérico foram executados utilizando-se variáveis com dupla precisão em FORTRAN e adotando-se um perfil de velocidades parabólico na entrada do canal. O processo computacional é interrompido quando o balanço de massa para cada volume de controle da malha, S_{MAX} , é menor ou igual a 10^{-9} . Nestas condições, o balanço de massa global no domínio computacional, $SSUM$, é sempre menor ou igual a 10^{-18} . Deve-se notar que S_{MAX} e $SSUM$ são obtidos a partir de uma vazão adimensional, implementada no programa de forma a ser igual a 1.

A comparação com a solução analítica é obtida para uma configuração de discos estacionários com número de Reynolds Transversal, Re_a , definido por

$$Re_a = \frac{\rho Q}{2\pi\mu s}$$

Os resultados do modelo para a diferença de pressão entre a entrada e saída do canal são comparados com a solução analítica, eq. (3.54), para Re_a igual a 10^{-9} e mostrados na tabela (3.4).

As variações percentuais entre o resultado analítico e aquele obtido pelo programa são mostradas na fig. (3.14), onde o eixo X representa o tamanho da malha quadrada e o eixo Y representa a variação percentual entre o resultado analítico e o numérico, calculado da seguinte forma,

$$\Delta\% = \frac{\text{ANALÍTICO} - \text{NUMÉRICO}}{\text{ANALÍTICO}}$$

	ΔP [Pa]	Variação %
SOLUÇÃO ANALÍTICA	$3,592 \times 10^{-4}$	—
91 x 91	$3,583 \times 10^{-4}$	0,25
79 x 79	$3,579 \times 10^{-4}$	0,36
67 x 67	$3,575 \times 10^{-4}$	0,47
55 x 55	$3,568 \times 10^{-4}$	0,67
43 x 43	$3,554 \times 10^{-4}$	1,06
31 x 31	$3,521 \times 10^{-4}$	1,98

TABELA 3.3 - RESULTADOS ANALÍTICO E NUMÉRICOS PARA $Re_a = 10^{-9}$.

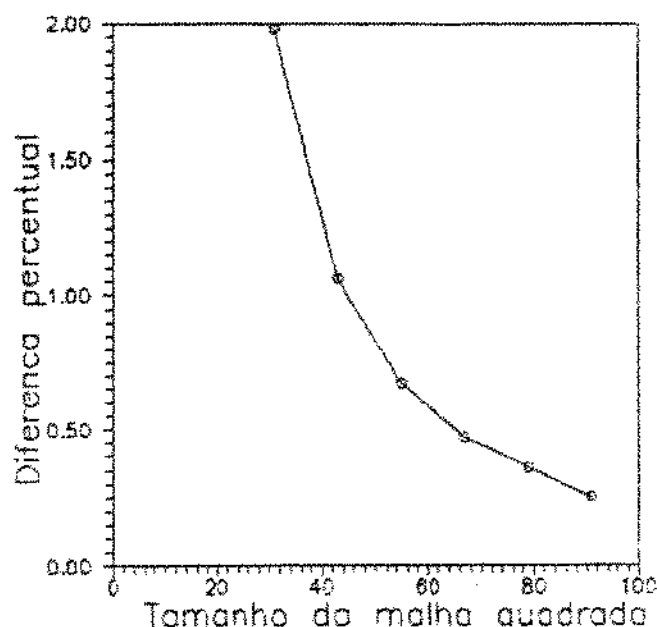


FIG. 3.14 - DIFERENÇA PERCENTUAL VERSUS TAMANHO DA MALHA

Nota-se, na fig. (3.14), que em todos os testes conduzidos para número de Reynolds igual a 10^{-9} , a diferença percentual entre o resultado analítico e o numérico sempre foi menor que 2%. Ao se refinar a malha, observa-se que esta diferença percentual cai progressivamente, no início, e depois passa a ter um comportamento assintótico. Tal constatação sugere uma relação de custo/benefício entre o esforço computacional e a precisão desejada.

Utilizando-se a eq.(3.54) a seguir, foi organizado um gráfico onde se compara o perfil de velocidade radial, adimensionalizada pela velocidade máxima atingida no canal, obtida numérica e analiticamente.

$$\left[\frac{U}{U_{\max}} \right] \left[\frac{r}{R_1} \right] = 4 \left[\left(\frac{Z}{S} \right) - \left(\frac{Z}{S} \right)^2 \right] \quad (3.54)$$

Na fig. 3.15 abaixo, Z^* é a coordenada axial adimensionalizada pela espessura do canal, $Z^* = Z/S$, r^* é o raio adimensionalizado pelo

raio de entrada, $r^* = r/R_1$, e u^* é a velocidade radial adimensionalizada pela velocidade máxima atingida na entrada do canal.

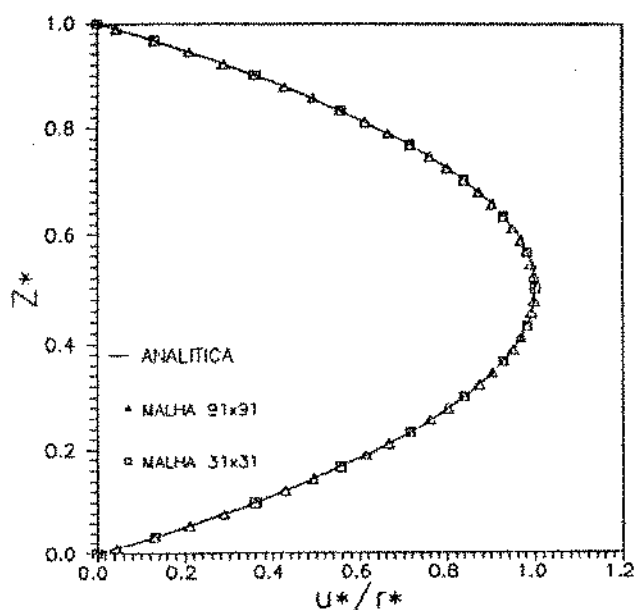


FIG. 8.15 - PERFIL ADIMENSIONAL DE VELOCIDADE RADIAL

3.9.2 - TESTE PARA MODERADOS NÚMEROS DE REYNOLDS

Os resultados experimentais de diferença de pressão entre a entrada e a saída do canal, ΔP , (Szeri & Adams, 1978), foram comparados com aqueles obtidos pelo programa computacional, utilizando-se uma malha 19×19 . Estes resultados estão organizados na tabela (3.5).

Sendo a razão espaçamento/raio suficientemente pequena para se considerar a aproximação de filme fino, o escoamento pode ser visto como parabólico, dispensando-se, assim, a especificação de uma condição de contorno na saída do canal. Ainda devido à aproximação de filme fino, a princípio, o perfil de velocidades independe das condições de entrada do canal, pois o escoamento estará completamente desenvolvido a uma pequena distância a jusante de R_1 .

Rotação (rpm)	Q (cm ³ /s)	EXPERIMENTAL $\Delta P^* \times 10^{-5}$ (Pa)	NUMÉRICO $\Delta P^{**} \times 10^{-5}$ (Pa)	Desvio (%)
1176	19,34	2,58	2,67	3,5
	77,35	15,0	15,04	0,3
3660	117,78	10,1	11,34	12,3
	309,06	62,8	52,1	-17,0

* Szeri & Adams, 1978.

** malha 55 x 55.

TABELA 3.5 - DIFERENÇA DE PRESSÃO NO CANAL

O programa também foi testado em relação à simetria dos resultados e à estabilidade em relação ao tipo de malha (quadrada ou retangular). Num determinado caso, obtiveram-se resultados para o disco inferior girando e o disco superior estacionário. Estes resultados foram exatamente simétricos quando inverteram-se os discos (inferior estacionário e superior girando).

No teste de estabilidade da malha, escolheu-se um caso (rotação = 1176 rpm e $Q = 19,34 \text{ cm}^3/\text{s}$) onde para vários tipos de malha compararam-se os ΔP gerados. Estes resultados foram organizados na tabela (3.6) a seguir.

Malha (r,z)	$\Delta P \times 10^{-5}$ [Pa]	Desvio em relação valor experimental
19 x 19	2,48	3,9 %
19 x 31	2,55	1,2 %
31 x 19	2,53	1,9 %
31 x 31	2,61	-1,2 %
31 x 67	2,65	-2,7 %
67 x 31	2,63	-1,9 %
67 x 67	2,67	-3,5 %
91 x 91	2,68	-3,9 %

TABELA 3.6 - DESVIO EM RELAÇÃO AO RESULTADO EXPERIMENTAL.

Pode-se observar que todos os resultados de ΔP diferem do resultado experimental em uma faixa de 4% (para mais ou para menos). Isto mostra que a utilização de diferentes tipos de malha não afeta a coerência dos resultados. Nota-se também que, ao se aumentar o número de pontos nodais, os valores de ΔP tendem ao ΔP gerado por uma malha mais refinada.

3.9.3 - CONCLUSÕES

Nos testes com discos estacionários e número de Reynolds de 10^{-9} verificou-se uma concordância assintótica entre os resultados analíticos e numéricos para a diferença de pressão, à medida que a malha computacional foi refinada, conforme Fig. (3.14), além da concordância entre os perfis de velocidades, conforme Fig. (3.15). Através destes testes, concluiu-se que o modelo numérico implementado é

estável e apresenta convergência à medida que a malha computacional foi refinada. Deve-se ressaltar também que a solução analítica é um caso limite, quando $Re \rightarrow 0$, enquanto os testes numéricos foram realizados para um número de Reynolds finito, $Re = 10^{-9}$.

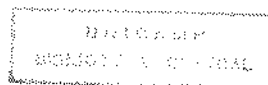
No segundo tipo de teste realizado, onde um dos discos foi mantido estacionário enquanto o outro girava, procurou-se caracterizar o efeito dos termos convectivos referentes à estabilidade, à convergência e à consistência do algoritmo implementado. As soluções numéricas obtidas para uma malha 55×55 foram comparadas com os dados experimentais da diferença de pressão total entre a entrada e saída do canal, ΔP , para diferentes números de Reynolds transversal e rotacional. Os resultados numéricos para ΔP apresentaram um desvio percentual de no máximo 17,0% , veja tabela (3.5). Considerou-se satisfatória a concordância entre estes valores e aqueles experimentais. Do ponto de vista dos dados experimentais, não foram mencionadas as incertezas das medidas, nem tão pouco a localização exata da tomada de pressão, estes detalhes contribuem para o maior desvio percentual que ocorreu, justamente, para o ponto experimental de maior número de Reynolds Transversal e Rotacional, o que indica que para este ponto as incertezas experimentais e falta de informações sobre a localização das medidas inviabilizaram a sua comparação com o resultado numérico.

Um terceiro teste foi realizado para verificar a consistência dos resultados numéricos em relação à geração de malhas computacionais não uniformes. Na tabela (3.6) observa-se que, ao variar o número de pontos nodais ao longo do raio e do eixo z , o desvio em relação ao valor experimental não é maior do que 4% .

A consistência do programa computacional foi verificada também ao

se inverter a rotação dos discos (superior girando e inferior estacionário) e comparando-se com os resultados numéricos previamente obtidos. A concordância verificada foi excelente, com diferenças apenas na 10.^a casa decimal.

A listagem e a descrição do programa computacional (SAPIENS) estão no APÊNDICE A.



CAPITULO IV

RESULTADOS NUMERICOS

4.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão discutidos os resultados obtidos da simulação numérica do escoamento entre discos paralelos em rotação.

O objetivo destas simulações é verificar a influência de fatores geométricos e de operação na diferença de pressão obtida entre a entrada e a saída do canal.

Os fatores geométricos considerados foram o espaçamento entre os discos, S, raio de entrada, R₁ e raio de saída do canal, R₂. As condições de operação estudadas foram rotação dos discos, Ω, vazão que passa pelo canal, Q, e o perfil de velocidades na entrada do canal.

Estes fatores, reunidos em grupos adimensionais de forma a representar genericamente o escoamento, foram utilizados, para se obter resultados numéricos com a finalidade de analisar a influência de cada parâmetro separadamente.

Para a realização das simulações foram tomadas algumas precauções preliminares. A primeira delas refere-se à verificação de um limite inferior de rotação onde se determina para qual condição a energia mecânica transferida ao escoamento é maior que a energia dissipada pela viscosidade do fluido no canal.

Esta verificação é realizada observando-se a variação da Energia Mecânica entre a saída e a entrada do canal, avaliada pela expressão:

$$\left[\int \left(P + \frac{\rho u^2}{2} \right) u \, 2\pi R_2 \, dz \right]_{SAIDA} - \left[\int \left(P + \frac{\rho u^2}{2} \right) u \, 2\pi R_1 \, dz \right]_{ENTRADA}$$

Se o resultado da expressão acima for positivo, significa que está ocorrendo bombeamento de fluido, ou seja, a energia mecânica transferida ao escoamento é suficiente para vencer a dissipação viscosa. Porém, se o resultado for negativo, significa que toda a energia mecânica está sendo dissipada pela viscosidade do fluido, fazendo com que o canal se comporte como um difusor radial.

A segunda precaução refere-se à verificação de um limite superior de rotação e vazão para o qual o regime do escoamento ainda seja laminar, condição assumida no modelamento matemático. Segundo Mochizuki & Inoue (1990), o escoamento entre dois discos em rotação é laminar quando $ReQ < 42750$ e $ReR < 20$.

A terceira, e última, precaução adotada foi utilizar rotações e dimensões geométricas que não causassem a recirculação (reentrada) de fluido na saída do canal. Além disso, procurou-se trabalhar próximo ao ponto típico de operação recomendado por Dorman et al (1966) para um dispositivo de assistência circulatória, que é de 3 l/min com uma diferença de pressão de 200 mmHg.

As dimensões geométricas adotadas para a configuração básica simulada foram : raio de entrada ($R_1 = 0,019$ m), raio de saída, ($R_2 = 0,038$ m) e espaçamento entre os discos, S , igual a 0,0004 m. Tais dimensões são semelhantes àsquelas utilizadas por Miller et al (1990).

4.2 - INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS GEOMÉTRICOS E DE OPERAÇÃO

Utilizando-se na entrada do canal um perfil parabólico para a velocidade radial (sendo nulas as componentes axial e tangencial em $r = R_1$), foram plotados gráficos da diferença de pressão adimensional em função de ReQ , ReR , R_2/R_1 e R_1/S , adimensionais que representam a

vazão, Q , a rotação, Ω , os raios de entrada e saída e o espaçamento entre os discos, respectivamente.

Os testes a seguir têm como objetivo a obtenção de uma visão geral da influência de parâmetros geométricos e de operação na diferença de pressão gerada no canal. Devido à grande quantidade de pontos a serem levantados, uma malha computacional grosseira (19×19), com perfil parabólico de velocidade radial na entrada do canal, foi suficiente para observar as características do escoamento sem um grande esforço computacional. De acordo com os resultados obtidos dos testes numéricos realizados no capítulo 3, esperam-se desvios da ordem de 5 %.

4.2.1 - ADIMENSIONALIZAÇÃO DA DIFERENÇA DE PRESSÃO

Nos resultados que serão apresentados a seguir, a diferença de pressão foi adimensionalizada da seguinte forma :

$$\Delta P_a = \frac{\Delta P}{\rho \bar{U}^2}$$

onde

$$\bar{U} = \frac{Q}{2\pi R_1 S}$$

Esta adimensionalização, baseada na vazão, Q , que passa pelo canal, é mais conveniente que aquela mostrada no capítulo 2, baseada na rotação dos discos, quando se deseja comparar diferenças ou perfis de pressão em casos onde os discos podem ou não estar girando.

4.2.2 - INFLUENCIA DA ROTAÇÃO E DA VAZÃO

Para o estudo da influência da rotação e da vazão (Re_R e Re_Q), foram fixados valores para R_2/R_1 e R_1/S , variando-se os valores de Re_R e de Re_Q . Os parâmetros $R_2/R_1 = 2$ e $R_1/S = 47,5$ foram calculados a

partir das dimensões da configuração básica.

A figura 4.1 mostra a curva $\Delta P_a \times ReQ$ para vários números de Reynolds Rotacional. Observa-se que, para uma mesma rotação, a diferença de pressão cai com o aumento da vazão que passa pelo canal.

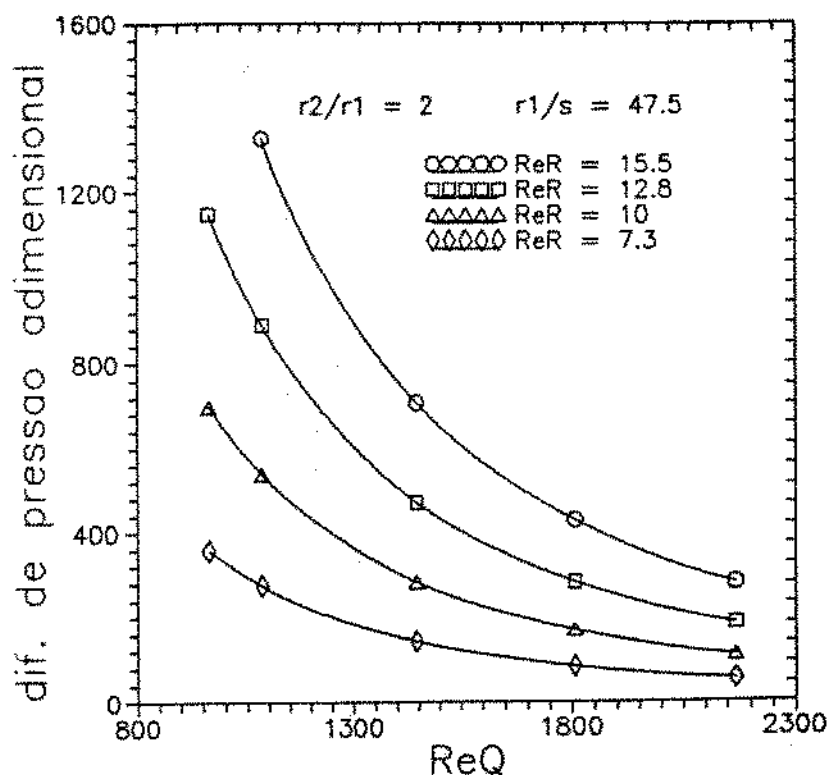


FIGURA 4.1 - DIFERENÇA DE PRESSÃO VERSUS REYNOLDS TRANSVERSAL

Utilizando os mesmos dados da fig. 4.1, a fig. 4.2 mostra as curvas de diferença de pressão versus Reynolds Rotacional para vazões que correspondem a ReQ variando entre 963 a 2168. Observa-se que o aumento da rotação aumenta a diferença de pressão e que este efeito torna-se mais acentuado quanto menor for ReQ .

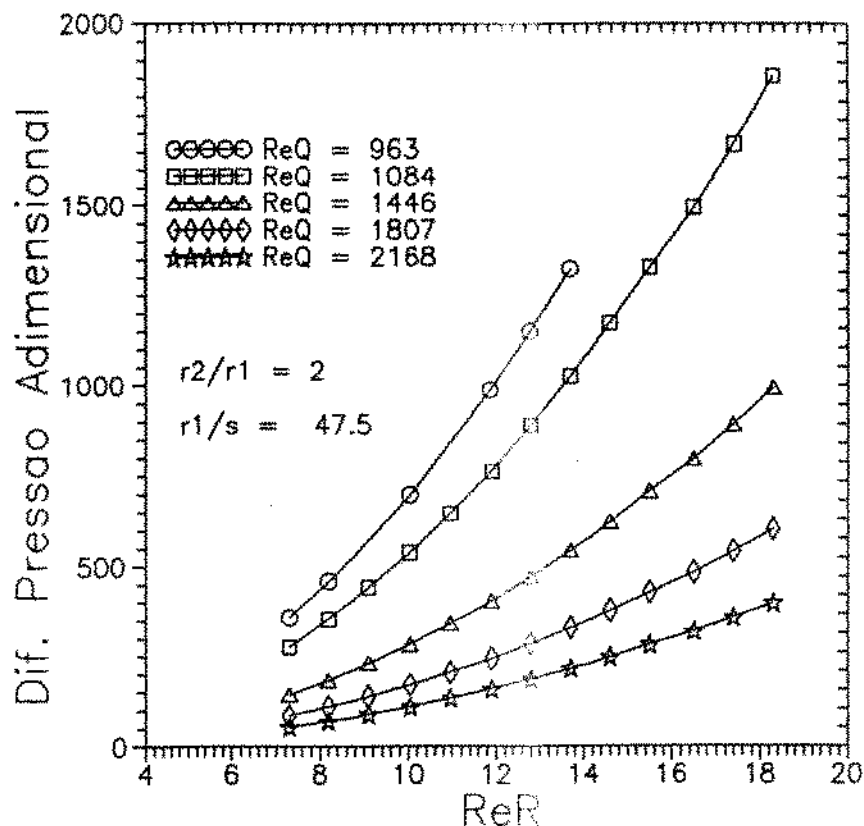


FIGURA 4.2 - DIFERENÇA DE PRESSÃO VERSUS REYNOLDS ROTACIONAL

Das figuras anteriores pode-se concluir que a diferença de pressão no canal cresce com o aumento da rotação e decresce com o aumento da vazão, características previstas na análise dimensional do capítulo 2.

Ao se plotar $Re_Q \times Re_R$, figura 4.3, conclui-se que a rotação influencia mais fortemente o escoamento do que a vazão e este efeito se acentua quanto maior a rotação, efeito que já era esperado da análise de escala.

Por este motivo, ao se estudar o efeito da variação de parâmetros geométricos do canal, serão plotadas curvas $\Delta P \times Re_R$ para cada parâmetro.

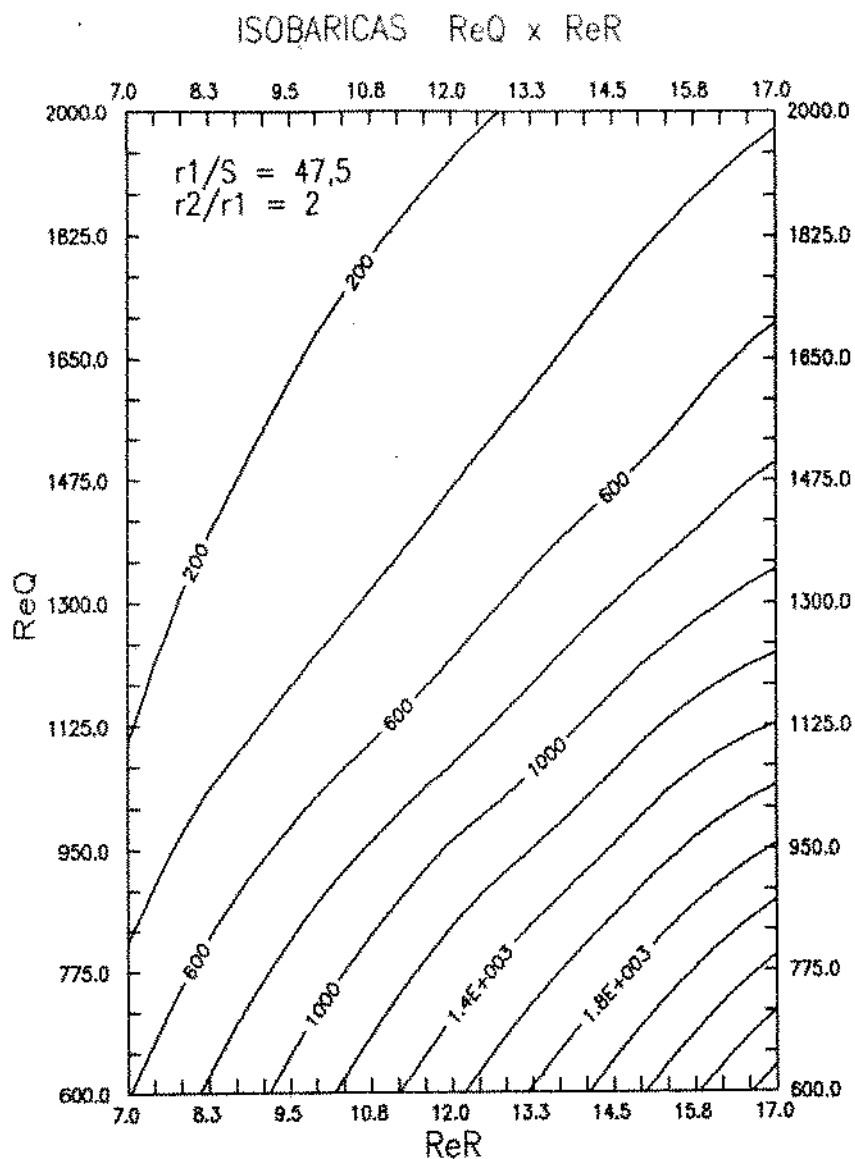


FIGURA 4.3 - ISOBÁRICAS PARA Re_Q VERSUS Re_R

4.2.3 - INFLUÊNCIA DO ESPAÇAMENTO ENTRE OS DISCOS

Para este caso foram fixos o número de Reynolds Transversal, Re_Q , e a razão entre os raios de entrada e de saída, R_2/R_1 . Na figura 4.4, pode-se observar que para um mesmo Re_R , a diferença de pressão no canal aumenta quando se diminui o espaçamento entre os discos, ou seja, quando aumenta-se a razão R_1/S .

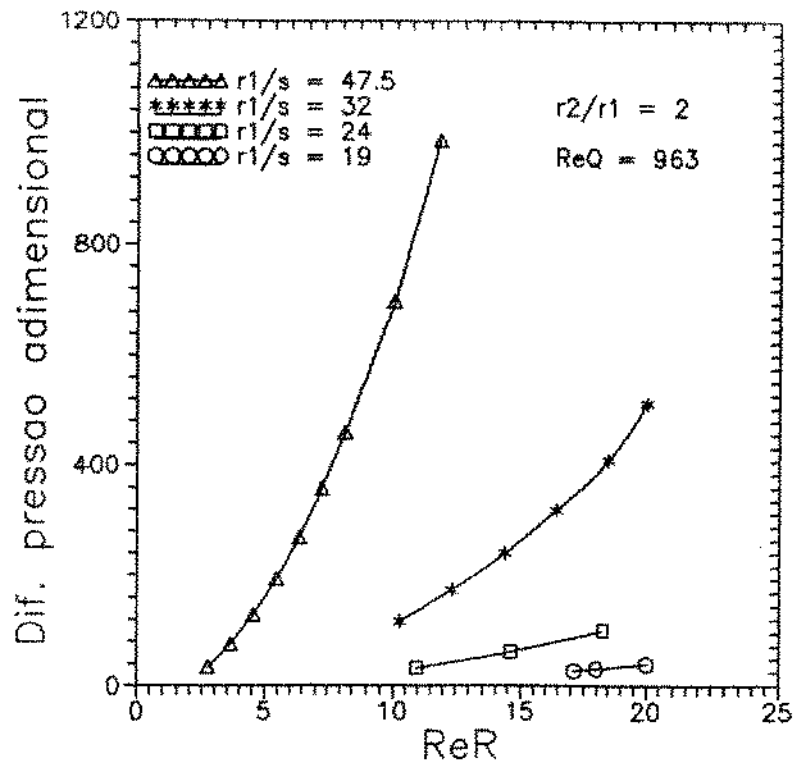


FIGURA 4.4 - DIFERENÇA DE PRESSÃO VERSUS ReR

Os mesmos dados numéricos obtidos da fig. 4.4 são apresentados de forma diferente na fig. 4.5, onde o perfil das isobáricas é traçado em função dos parâmetros R_1/S e ReR . Esta figura mostra que, mantendo-se fixos ReQ e R_2/R_1 , a diferença de pressão aumenta quando R_1/S e ReR aumentam, em acordo com a análise de escala desenvolvida no capítulo 2.

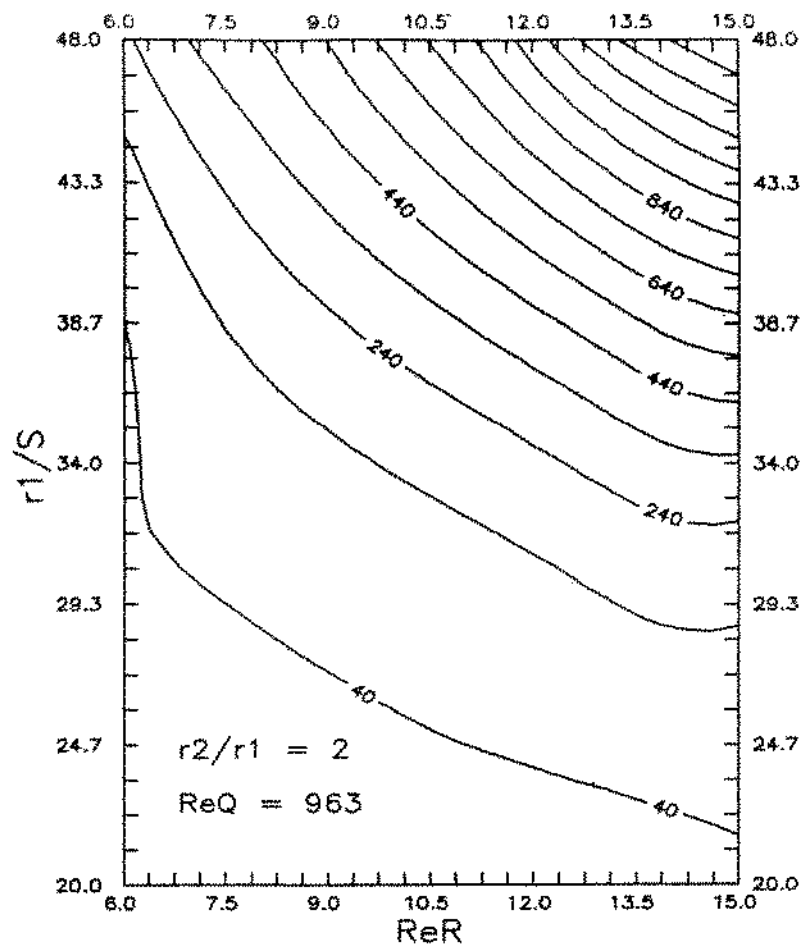


FIGURA 4.5 - ISOBÁRICAS PARA R_1/S VERSUS REYNOLDS ROTACIONAL

4.2.4 - INFLUENCIA DO TAMANHO DOS DISCOS

Para o estudo da influência do tamanho dos discos (razão R_2/R_1), foi fixado o número de Reynolds Transversal, ReQ , e o espaçamento entre os discos, R_1/S . Plotados $\Delta Pa \times ReR$, conforme figura 4.6, observa-se que, para uma mesma rotação, a diferença de pressão gerada é maior quanto maior for a razão R_2/R_1 (tamanho do disco), efeito previsto na tabela 2.1. Nota-se também que para uma mesma configuração, quando R_2/R_1 é uma constante, confirma-se a característica de que, aumentando-se a rotação (ReR), aumenta-se a diferença de pressão.

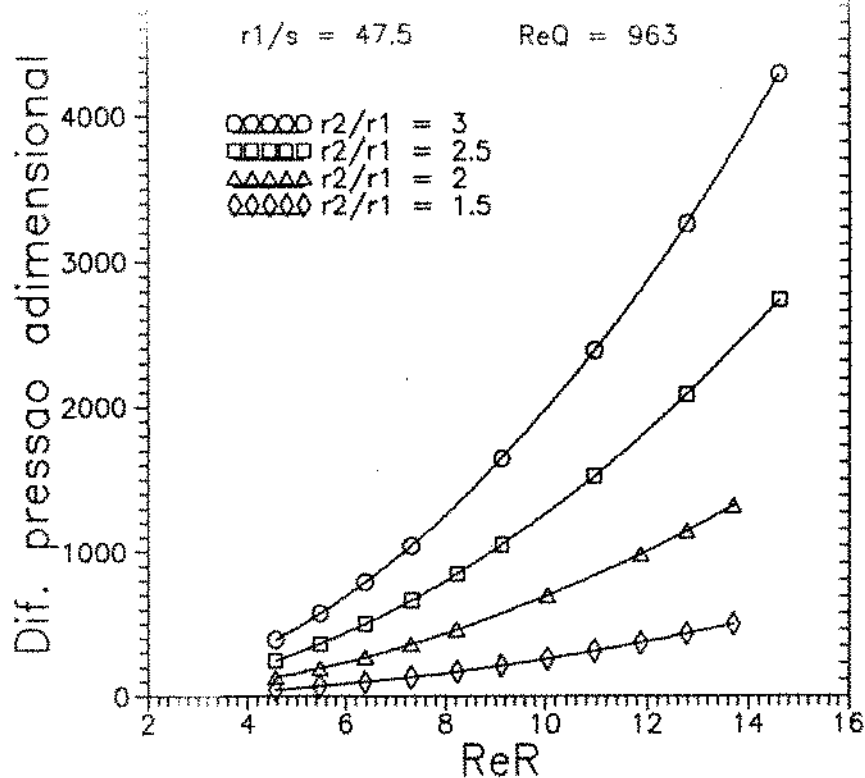
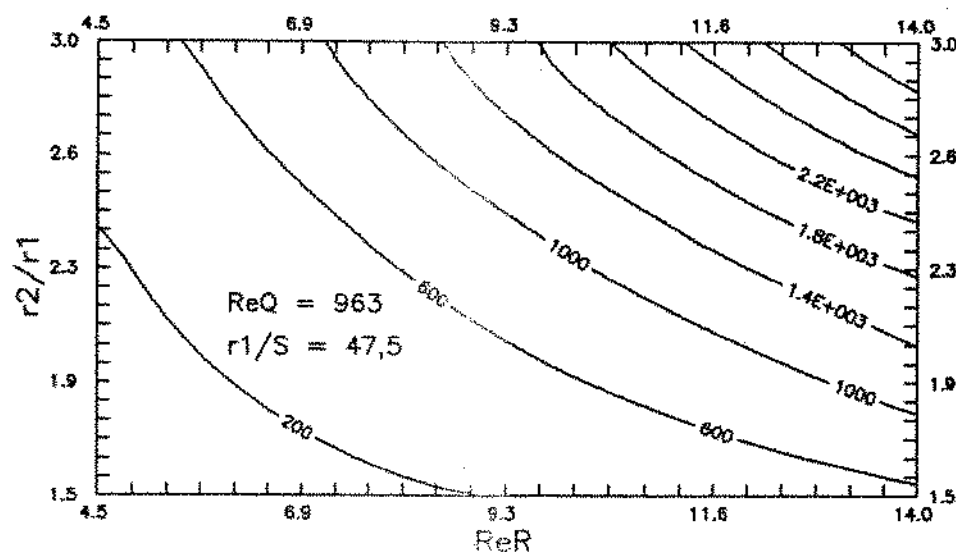


FIGURA 4.6 - DIFERENÇA DE PRESSÃO ADIMENSIONAL VERSUS ReR

Estas características ficam mais evidentes quando se traçam as isobáricas para $R_2/R_1 \times ReR$, conforme figura 4.7.



4.3 - INFLUÊNCIA DO PERFIL DE VELOCIDADE NA ENTRADA DO CANAL

Os testes até agora apresentados foram obtidos utilizando-se um perfil parabólico de velocidade radial na entrada do canal. Quais seriam os efeitos sobre o campo da velocidade e da pressão, se fosse utilizado um outro perfil de velocidade radial na entrada do canal ?

Para responder a esta questão foram gerados perfis de velocidades radial, axial e tangencial, além de distribuição de pressão e linhas de corrente, para três condições de contorno diferentes na entrada do canal. Estas condições de contorno, discutidas no capítulo 3, são:

- 1) Perfil parabólico de velocidade radial, $r=R_1$, $u(z)=6\left[\left(\frac{z}{S}\right)-\left(\frac{z}{S}\right)^2\right]$.
- 2) Perfil uniforme de velocidade radial, $r = R_1$, $u(z) = 1$.
- 3) Simulação de uma cascata infinita de discos, $r = r_0$, $u(z) = 1$.

Como deve-se estar atento a detalhes do escoamento (perfis de velocidade e pressão, linhas de corrente), uma malha refinada é indicada.

Para as condições de contorno 1) e 2), foi utilizada uma malha de 55×55 (altura $\times$ raio) pontos nodais e, para a condição de contorno 3), foi utilizada uma malha 55×91 pontos nodais. Este aumento da malha, na direção radial, foi necessário para que se incorporasse no domínio computacional a região de entrada da cascata, mantendo-se no interior do canal uma malha de 55×55 pontos.

Nos testes, foram utilizadas as dimensões da configuração básica adotada, onde R_2/R_1 é igual a 2 e R_1/S é igual a 47,5.

Nas figuras que serão apresentadas a seguir, são consideradas as seguintes adimensionalizações :

POSIÇÃO AXIAL, Z^*

$$Z^* = Z/S$$

POSIÇÃO RADIAL, r^*

$$r^* = r/R_1$$

VELOCIDADE RADIAL, u^*

$$u^* = u/\bar{U}$$

VELOCIDADE AXIAL, w^*

$$w^* = \left[\frac{w}{\bar{U}} \right] \left(\frac{R_1}{S} \right)$$

VELOCIDADE TANGENCIAL, v^*

$$v^* = v/(r\Omega)$$

PRESSÃO, P_a

$$P_a = \frac{P - P_{ref}}{\rho \bar{U}^2}$$

onde o valor da pressão P é medido em relação a um valor de referência, neste trabalho, arbitrou-se $P = 0$ em $r^* = 1$ e $Z^* = 0,5$.

$\bar{U}$ é a velocidade radial média na entrada do canal, já definida na seção 4.2.1.

4.3.1 - PERFIL PARABÓLICO DE VELOCIDADES

Os resultados foram obtidos para Re_Q igual a 963 e Re_R igual a 2,28 e 13,70, que correspondem, para esta configuração, a uma vazão de 0,533 l/min e a rotações de 500 e 3000 rpm, respectivamente.

VELOCIDADE RADIAL

Nas figuras 4.8 e 4.9, a seguir, são observados os perfis de

velocidade radial, u^* , em várias posições radiais para ReR igual a 2,28 e 13,70, respectivamente.

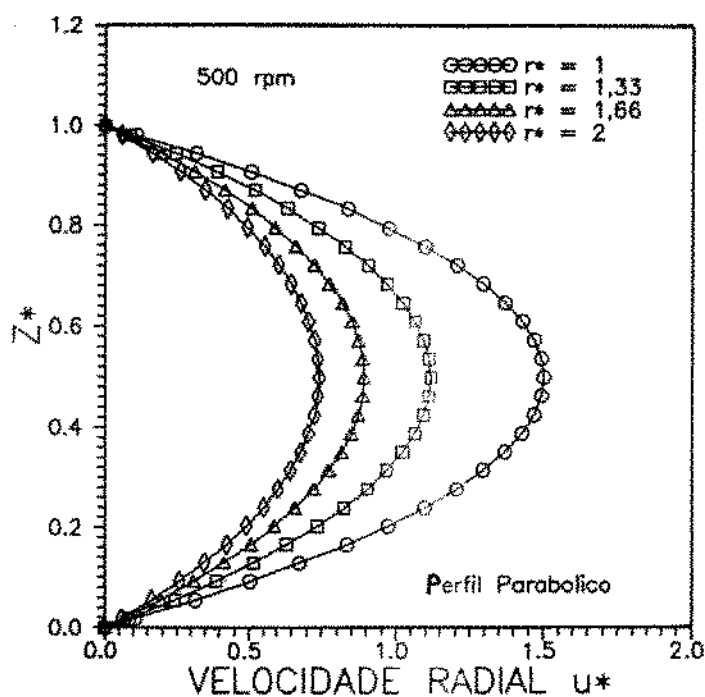


FIGURA 4.8 - PERFIS DE VELOCIDADE RADIAL PARA $ReR = 2,28$

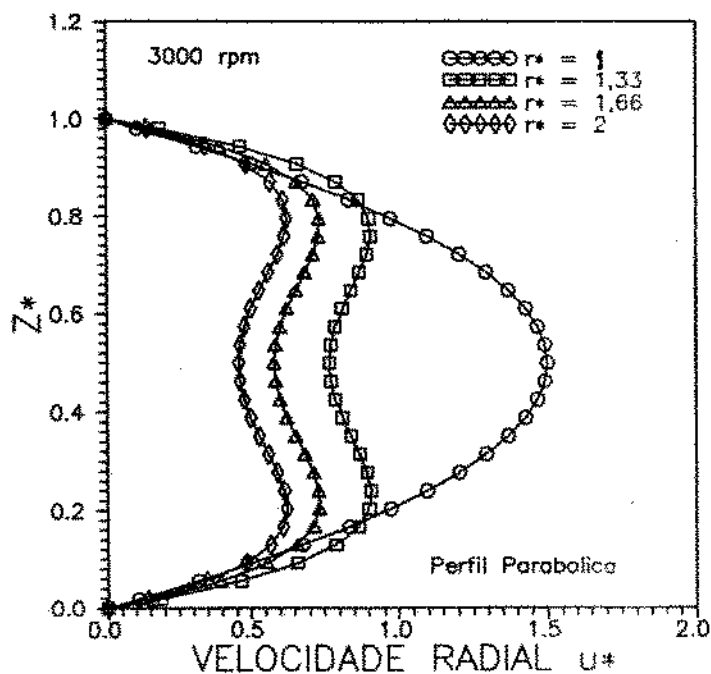


FIGURA 4.9 - PERFIS DE VELOCIDADE RADIAL PARA $ReR = 13,70$.

Na fig. 4.8, observa-se os perfis de velocidade radial se desenvolvendo ao longo do canal. Para $r^* = 1$, tem-se uma parábola perfeita (perfil imposto), e à medida que se aumenta r^* , os perfis vão se achatando devido à desaceleração provocada pelo aumento da secção transversal.

Ao se aumentar ReR (aumentando-se a rotação dos discos), a espessura de penetração viscosa diminui deixando o fluido, na região central do canal, sujeito aos efeitos do gradiente adverso de pressão. Este fenómeno justifica os pontos de inflexão que ocorrem nos perfis de velocidade radial mostrados na fig. 4.9 (rotação igual a 3000 rpm).

Ao se aumentar ainda mais a rotação dos discos, pode ocorrer fluxo reverso, causando recirculação na saída do canal (fig. 2.2, cap. 2). Devido a problemas computacionais relacionados à imposição de condição de contorno para casos onde ocorre recirculação na fronteira de saída, não foram consideradas tais situações.

VELOCIDADE AXIAL

Nas figuras 4.10 e 4.11, a seguir, estão os perfis de velocidade axial para diversas posições radiais, r^* , para ReR igual a 2,28 e 13,70.

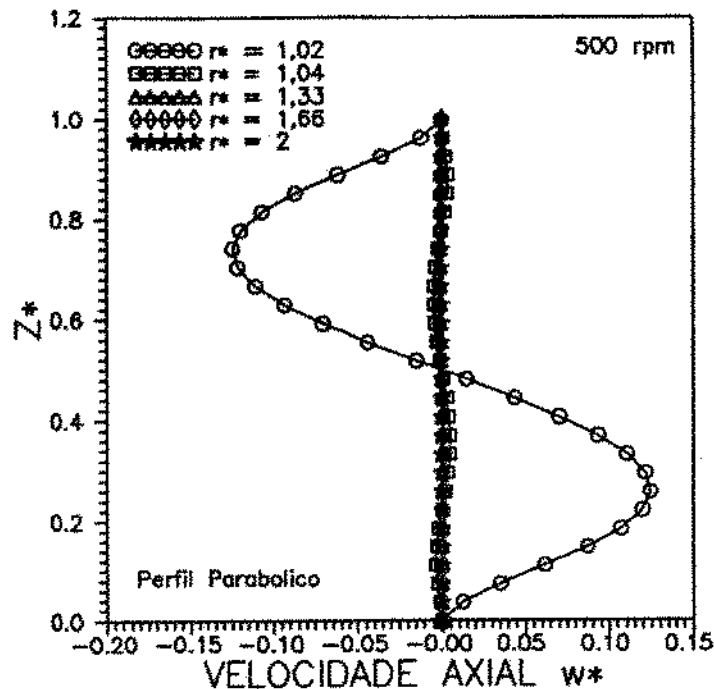


FIGURA 4.10 - PERFIS DE VELOCIDADE AXIAL PARA $ReR = 2,28$

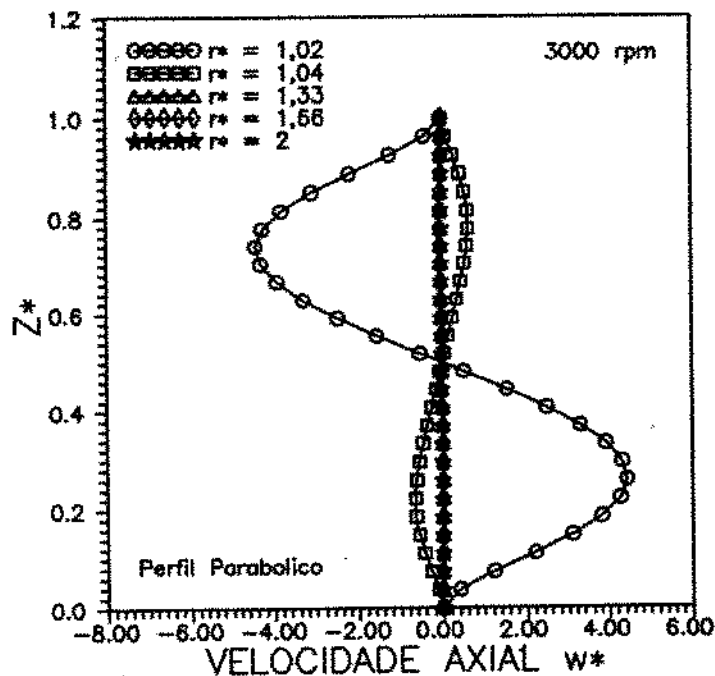


FIGURA 4.11 - PERFIS DE VELOCIDADE AXIAL PARA $ReR = 13,70$

Observa-se nas fig. 4.10 e 4.11 que, para o caso de Reynolds Rotacional, ReR , igual a 2,28 (500 rpm) e igual a 13,70 (3000 rpm), os perfis de velocidade axial, w^* , mais significativos aparecem logo na entrada do canal ($r^* = 1,02$ e $1,04$). Os perfis para as outras posições

radiais, no entanto, possuem variações tão pequenas que nas figuras aparecem coincidentes e com valor absoluto próximo de zero.

Este fato ocorre devido ao rápido desenvolvimento do perfil de velocidades ao longo do canal, fenômeno que pode ser observado também a partir dos perfis de velocidade tangencial (rotação do fluido como corpo sólido).

A componente axial muda de sinal em $Z^* = 0,5$ (simetria do canal) e, apesar de sinais contrários, em valores absolutos o perfil é simétrico.

Nas figuras 4.10 e 4.11, para $r^* = 1,02$, o sinal da metade superior é negativo (velocidade apontada para cima) e o sinal da metade inferior é positivo (velocidade apontada para baixo), mostrando que o fluido está sendo deslocado do centro do canal. À medida que se aumenta r^* , fica mais perceptível o desenvolvimento do perfil de velocidades (diminuição do valor absoluto das componentes axiais), e, observando as figuras anteriores (4.10 e 4.11), como era de se esperar, este fenômeno ocorre mais rapidamente para o caso de ReR mais baixo.

VELOCIDADE TANGENCIAL

Nas figuras 4.12 e 4.13 abaixo, estão os perfis de velocidade tangencial adimensionais para ReR iguais a 2,28 e 13,70 para diversas posições radiais.

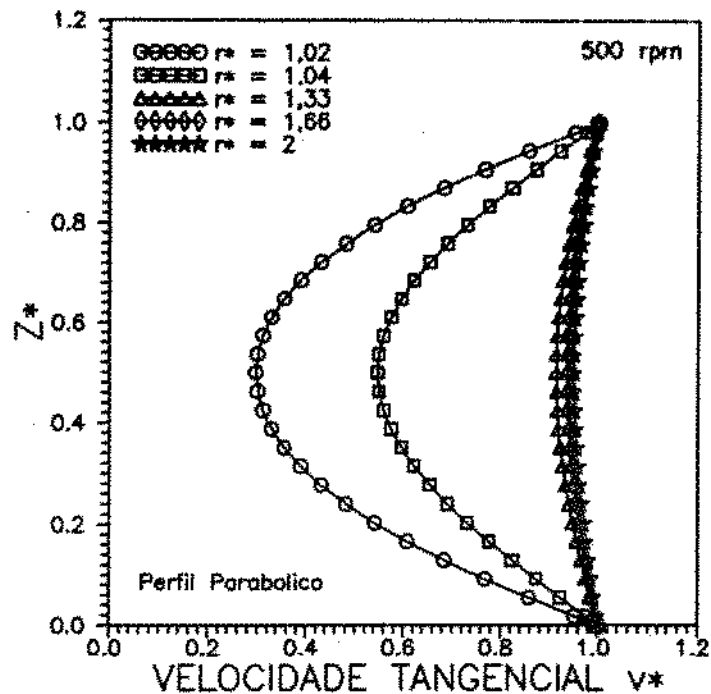


FIGURA 4.12 - PERFIS DE VELOCIDADE TANGENCIAL PARA $Re_R = 2,20$

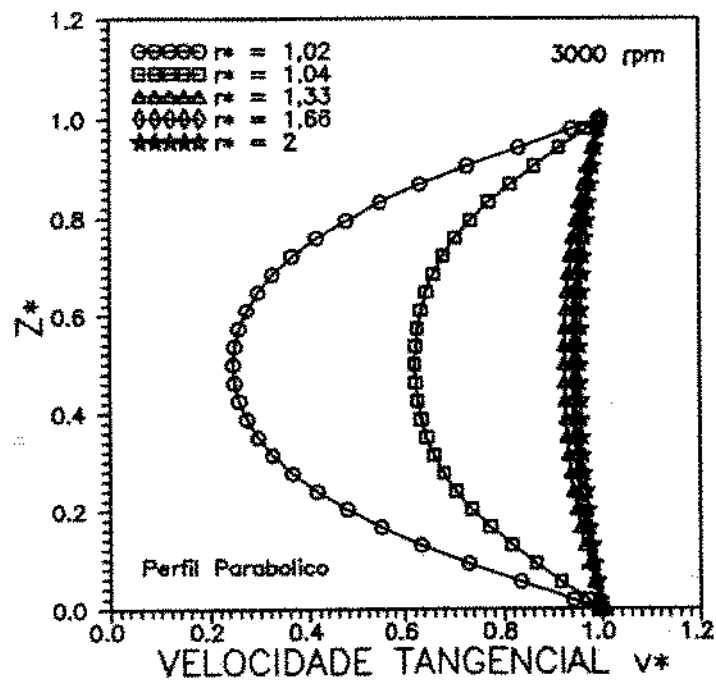


FIGURA 4.13 - PERFIS DE VELOCIDADE TANGENCIAL PARA $Re_R = 13,70$

Devido à adimensionalização realizada, v^* igual a 1 significa que o fluido está girando à mesma velocidade angular dos discos. Nas figuras 4.12 e 4.13 acima, nota-se que, ao longo do raio, o movimento induzido pelos discos é rapidamente transportado, à medida

que se avança no canal (o perfil de v^* é uniforme, com valores próximos à unidade).

Na entrada do canal ($r^* = 1$), devido à imposição das condições de contorno, a velocidade tangencial é nula. No entanto, para uma distância de 2% do comprimento do canal, $r^* = 1,02$, o efeito da rotação é percebido em toda a extensão axial do canal. Para posições onde r^* é igual ou maior do que 1,33, o perfil é praticamente uniforme (com valores próximos à unidade), indicando que o fluido gira como se fosse um corpo rígido.

Este fenômeno é possível porque a espessura de penetração viscosa (EPV) é suficiente para garantir a difusão da velocidade tangencial, v , fazendo com que a Inércia Rotacional, à qual o fluido está sujeito na região central do canal, supere o gradiente adverso de pressão, ocorrendo, assim, o bombeamento.

PERFIL DA PRESSÃO NO CENTRO DO CANAL

Foram obtidos perfis de pressão adimensional no centro do canal ($Z^* = 0,5$), em função do raio, para Reynolds Rotacional, ReR , iguais a 2,28 e 13,70, apresentado nas figuras 4.14 e 4.15, respectivamente.

Pode-se observar que tais perfis apresentam maiores diferenças do gradiente de pressão na direção radial, à medida que se aumenta ReR (quanto maior for a rotação dos discos).

Para o caso onde ReR é igual a 13,70, o perfil da pressão não sente os efeitos da entrada do canal. Por outro lado, tais efeitos ficam evidentes quando ReR igual a 2,28 (diminuição do valor da pressão na entrada do canal). Para se observar o que acontece com o perfil de pressão no centro do canal para números de Reynolds Rotacional menores

que 2,28, será apresentada a figura 4.16, onde pode-se observar que o canal não está funcionando como uma bomba (pressão na entrada maior do que a pressão na saída do canal).

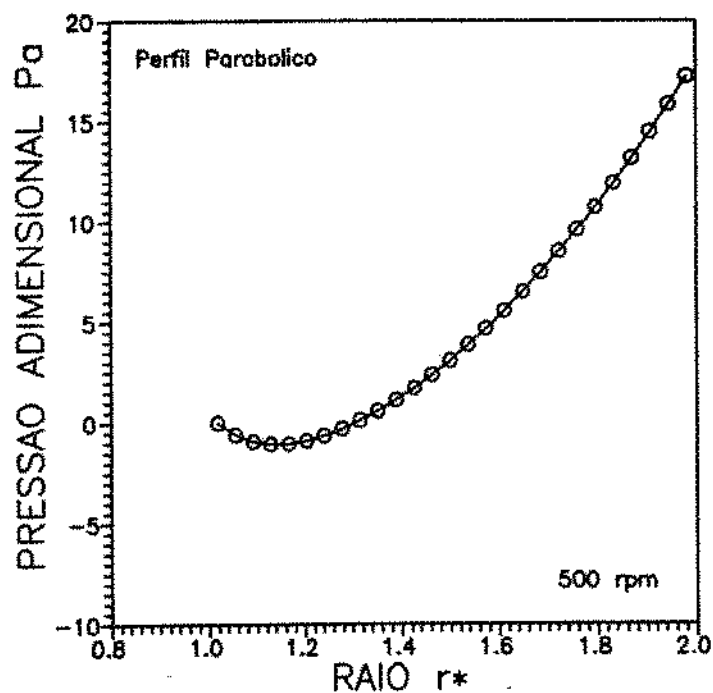


FIGURA 4.14 - PRESSÃO ADIMENSIONAL EM FUNÇÃO DO RAIO PARA $ReR = 2,28$

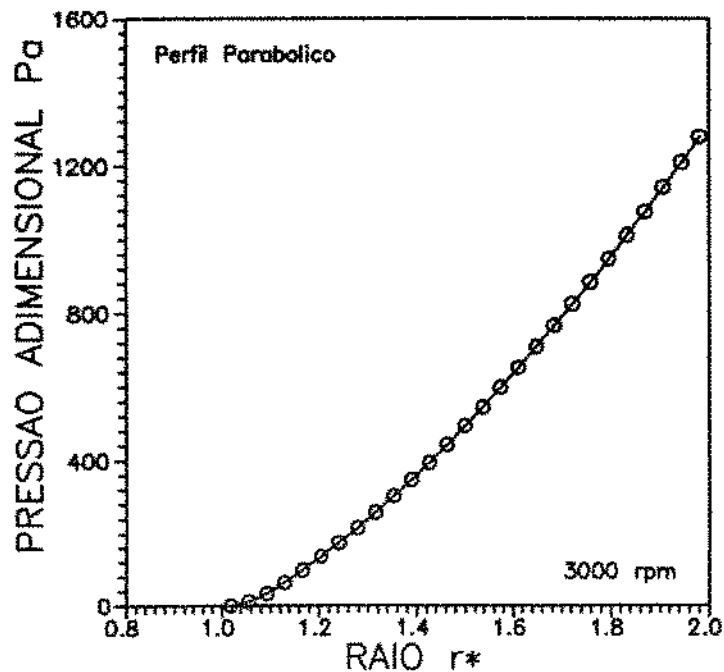


FIGURA 4.15 - PRESSÃO ADIMENSIONAL EM FUNÇÃO DO RAIO PARA $ReR = 19,70$

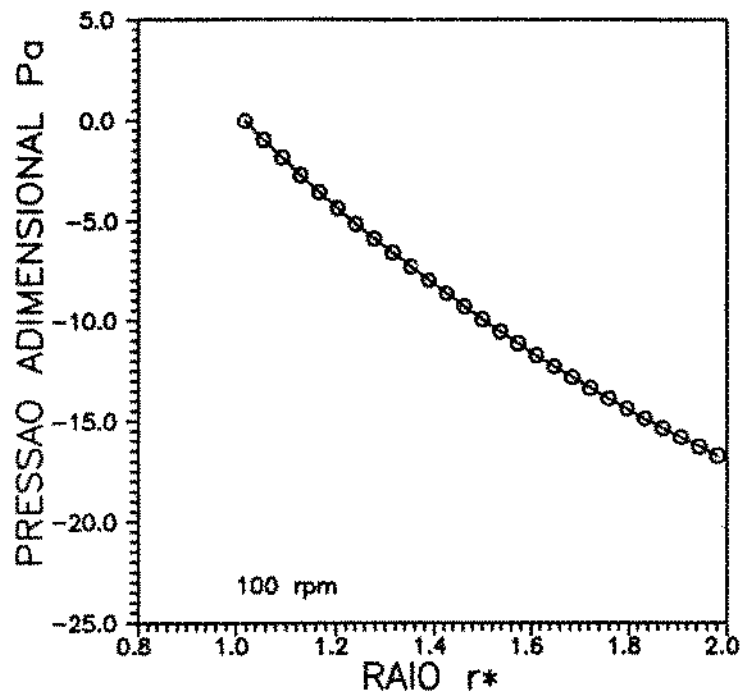


FIGURA 4.16 - PRESSÃO ADIMENSIONAL EM FUNÇÃO DO RAIO PARA $Re_R=0,46$

4.3.2 - PERFIL UNIFORME DE VELOCIDADE

Foram obtidos resultados para dois números de Reynolds Rotacional, Re_R , distintos, 2,28 (500 rpm) e 13,70 (3000 rpm), e números de Reynolds Transversal, Re_Q , igual a 963 (0,533 l/min).

VELOCIDADE RADIAL

Nas figuras 4.17 e 4.18 abaixo, são representados os perfis de velocidade radial para número de Reynolds Rotacional, Re_R , iguais a 2,28 e 13,70, respectivamente.

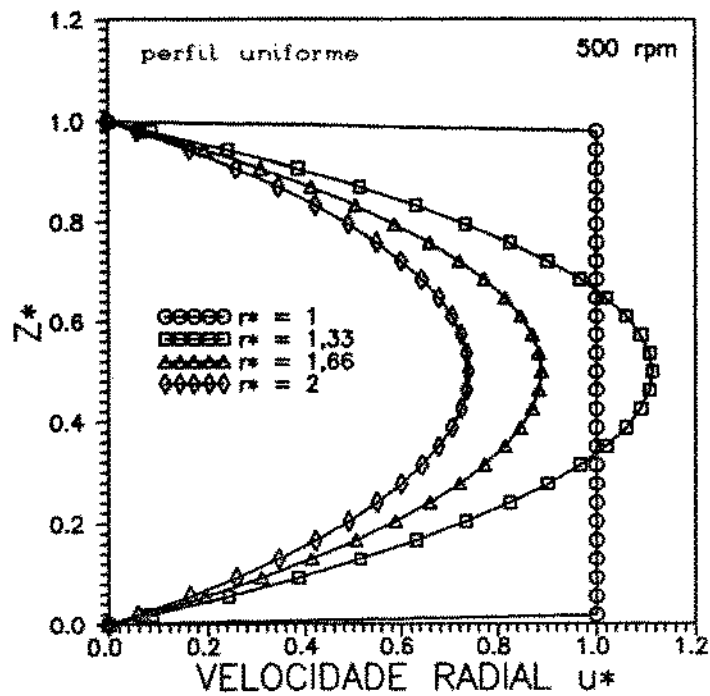


FIGURA 4.17 - PERFIS DE VELOCIDADE RADIAL PARA $ReR = 2,28$

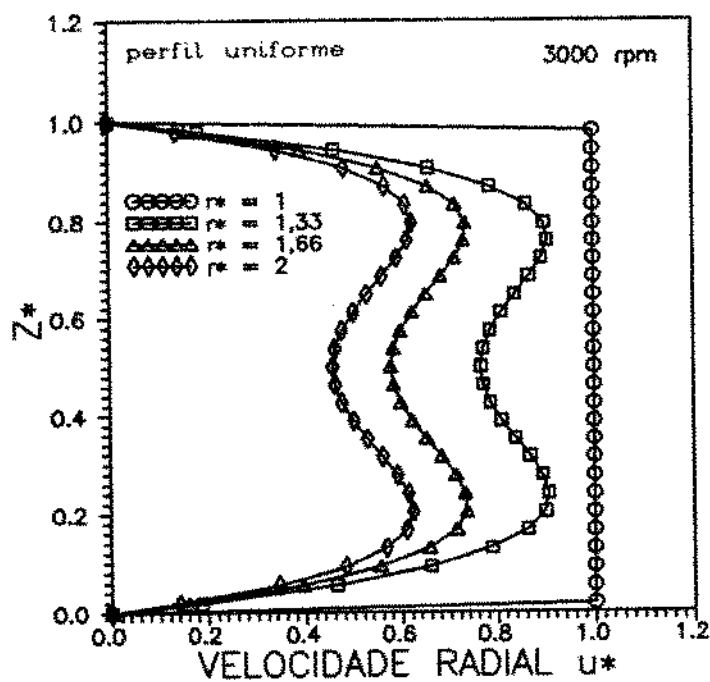


FIGURA 4.18 - PERFIS DE VELOCIDADE RADIAL PARA $ReR = 13,70$

Referindo-se à velocidade radial, nota-se que os perfis são semelhantes aos do caso anterior, comprovando que os fenômenos relevantes, que ocorrem quando utiliza-se um perfil parabólico, são os mesmos que ocorrem quando utiliza-se um perfil uniforme na entrada do

canal.

VELOCIDADE AXIAL

As figuras 4.19 e 4.20, a seguir, representam os perfis de velocidade axial adimensional, w^* , para ReR igual a 2,28 e 13,70, respectivamente.

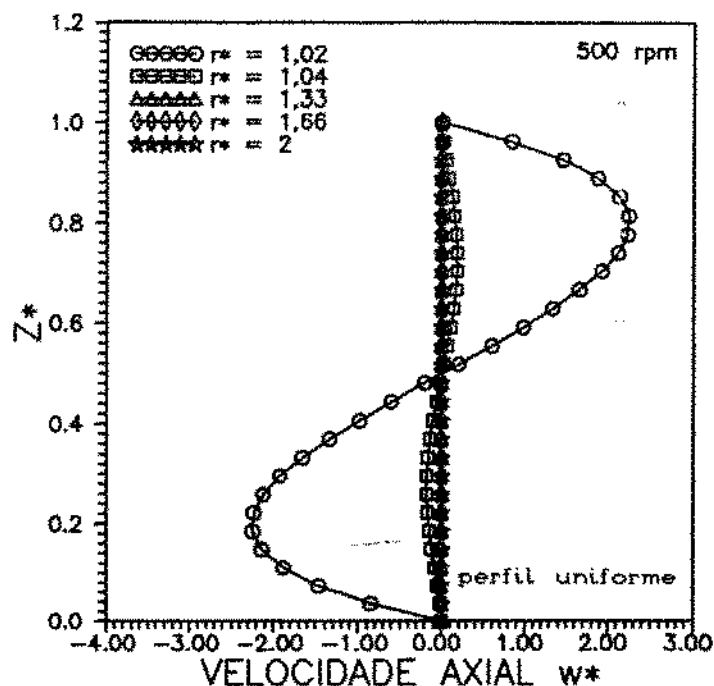


FIGURA 4.19 - PERFIS DE VELOCIDADE AXIAL PARA $ReR = 2,28$

Observa-se na figura 4.19, que o fluido logo na entrada do canal ($r^* = 1,02$) é deslocado para o centro do canal. À medida que se avança na posição radial, o perfil de velocidade axial vai se tornando uniforme e nulo, indicando o desenvolvimento do perfil hidrodinâmico.

Ao contrário do que acontece no caso onde $ReR = 2,28$, a figura 4.20 mostra que a maior parte do fluido ao entrar no canal ($r^* = 1,02$), quando $ReR = 13,70$, é deslocada em direção aos discos (sinal negativo da velocidade axial em $Z^* > 0,5$). Ao se avançar no canal, $r^* = 1,04$, observa-se que há uma inversão do sinal da velocidade axial, mostrando

que naquela posição radial o fluido está sendo deslocado para o centro do canal. Nota-se ainda (na figura 4.20) que para a posição $r^* = 1,02$, existe uma pequena região próxima aos discos onde o fluido está sendo deslocado em direção ao centro do canal, ao contrário do que acontece com a região mais central do escoamento onde o fluido está sendo deslocado na direção dos discos. Este fenômeno explica os pontos de inflexão que ocorrem nos perfis de velocidade radial para a mesma rotação.

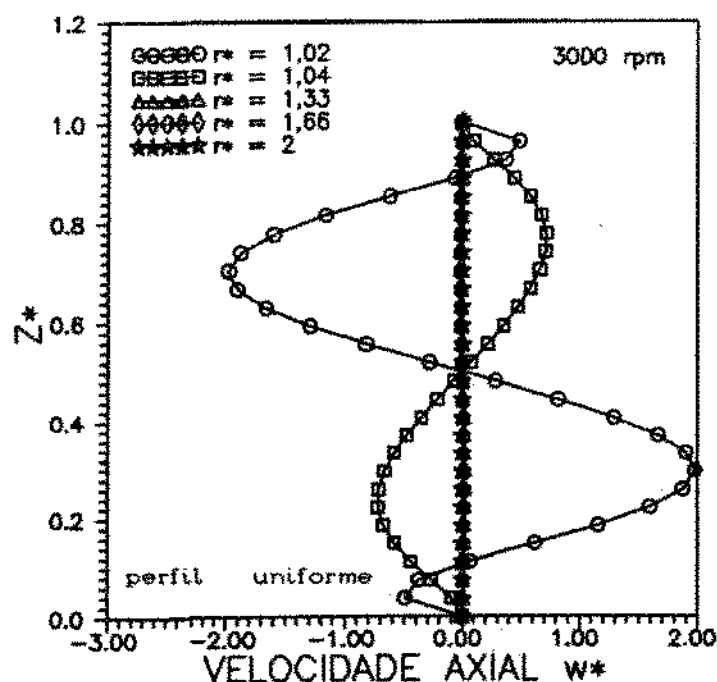


FIGURA 4.20 - PERFIS DE VELOCIDADE AXIAL PARA $ReR = 13,70$

VELOCIDADE TANGENCIAL

Nas figuras 4.21 e 4.22 abaixo, podem ser observados perfis de velocidade tangencial adimensional, v^* , para ReR 2,28 e 13,70.

As características gerais destes perfis são semelhantes aos apresentados para o caso anterior, revelando que o fluido sente o efeito da rotação dos discos tão rapidamente quanto o caso em que o perfil de entrada é parabólico.

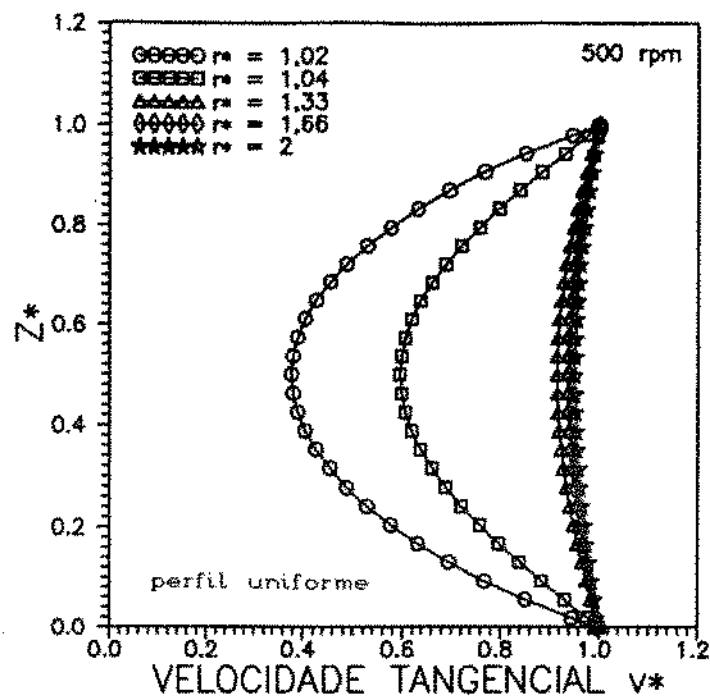


FIGURA 4.21 - PERFIS DE VELOCIDADE TANGENCIAL PARA $ReR = 2,29$

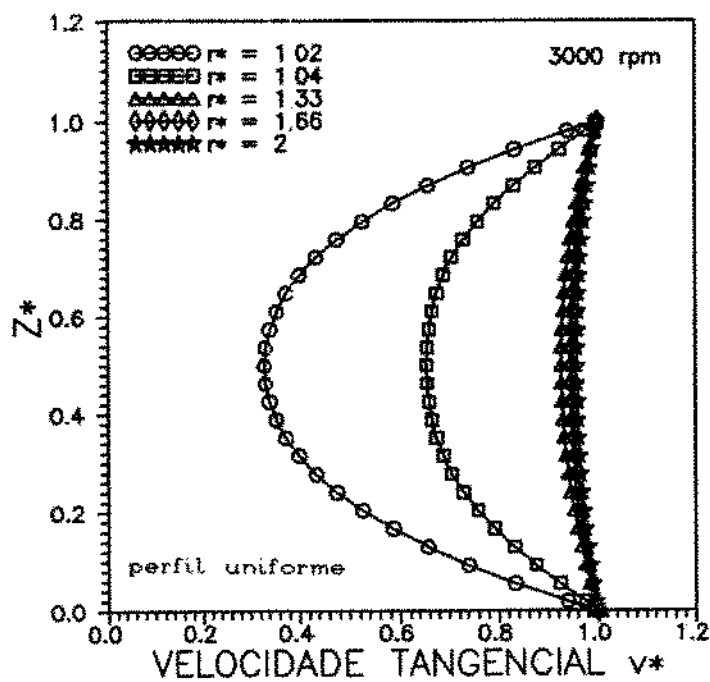


FIGURA 4.22 - PERFIS DE VELOCIDADE TANGENCIAL PARA $ReR = 13,70$

PERFIL DA PRESSÃO NO CENTRO DO CANAL

Foram obtidos perfis de pressão adimensional no centro do canal ($Z^* = 0,5$), em função do raio, para Reynolds Rotacional, ReR , iguais a 2,28 e 13,70, apresentados nas figuras 4.23 e 4.24, respectivamente.

Pode-se observar que, da mesma forma que no PERFIL PARABÓLICO, os perfis de pressão apresentam maiores gradientes na direção radial, à medida que se aumenta ReR .

Observa-se que os valores da pressão adimensional são muito semelhantes nos dois casos, demonstrando que a utilização de um perfil uniforme ou um perfil parabólico na entrada do canal não afetará a diferença de pressão gerada pelo canal.

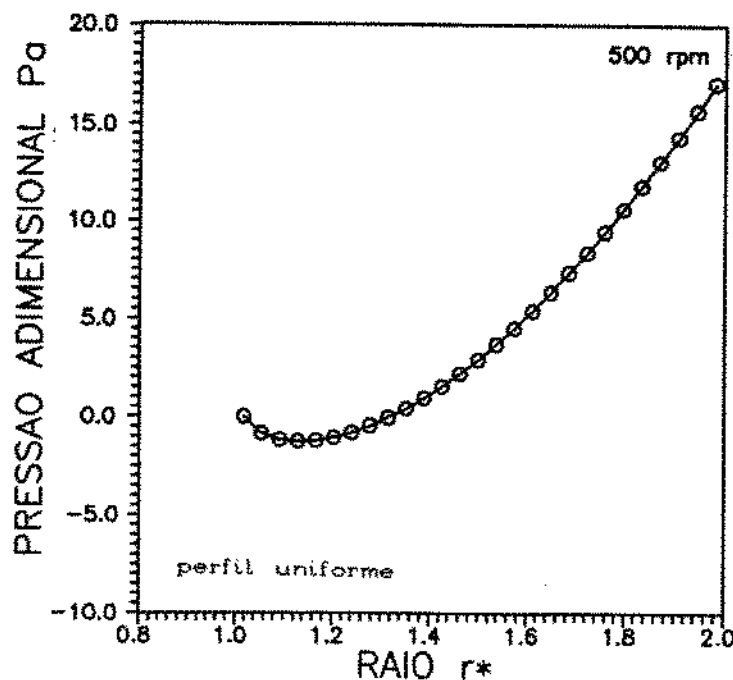


FIGURA 4.23 - PRESSÃO ADIMENSIONAL EM FUNÇÃO DO RAIO PARA $ReR=2,28$

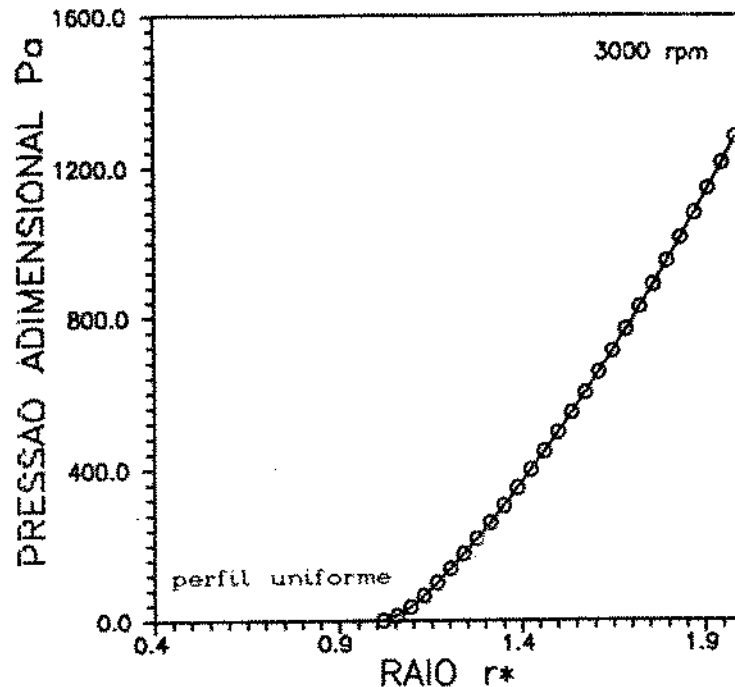


FIGURA 4.24 - PRESSÃO ADIMENSIONAL EM FUNÇÃO DO RAIO PARA $ReR=13,70$

4.3.3 - SIMULAÇÃO DE UMA CASCATA INFINITA DE DISCOS

Uma condição para simular uma cascata infinita de discos paralelos foi utilizada para a verificação da influência sobre o escoamento da não imposição de um perfil de velocidade na entrada do canal.

Para esta verificação, ainda adotando-se a configuração geométrica básica, escolheu-se um caso particular, ReR igual a 13,70, para o qual foram gerados perfis de velocidade radial, axial e tangencial.

VELOCIDADE RADIAL

A figura 4.25, abaixo, mostra o perfil adimensional de velocidade radial, u^* , em três posições radiais distintas, antes da entrada do canal ($r^* = 0,98$), na entrada do canal ($r^* = 1,00$) e logo a jusante da entrada ($r^* = 1,02$).

Pode-se notar que o número de Reynolds transversal utilizado,

$Re_Q = 963$, é grande o suficiente para que a presença da cascata seja sentida apenas em uma região muito perto da entrada do canal. Em consequência disto, a imposição desta condição de contorno acarretará pouca influência no perfil de velocidade radial a montante da entrada. É importante notar que o perfil da velocidade radial em $r^* = 0,98$ é praticamente uniforme. Ao entrar no canal ($r^* = 1,00$), o fluido experimentará uma aceleração na direção radial, deformando o perfil uniforme da região a montante do canal. Esta aceleração será maior à medida que o fluido avançar no canal. Na figura, pode-se observar este fenômeno no perfil de velocidade radial para $r^* = 1,02$.

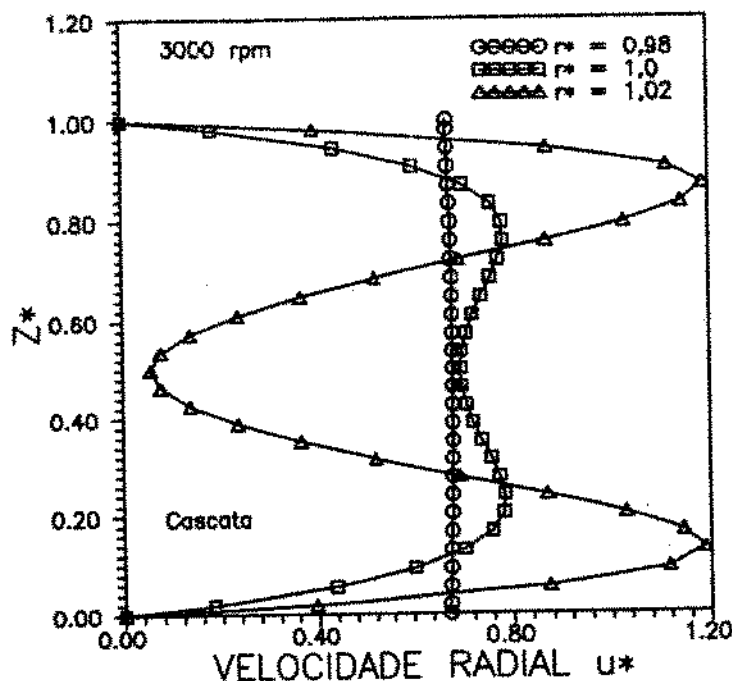


FIGURA 4.25 - PERFIS DE VELOCIDADE RADIAL NA ENTRADA DA CASCATA

VELOCIDADE AXIAL

A figura 4.26, a seguir, representa perfis de velocidade axial ao longo do canal para o caso onde Re_R é igual a 13,70 (3000 rpm). Para $r^* = 1,02$, observa-se que o fluido é deslocado do centro do canal em direção aos discos e, logo depois, $r^* = 1,04$, existe um deslocamento de

fluido dos discos para o centro do canal. A partir desta posição radial, o perfil se desenvolve rápido (já em $r^* = 1,33$ o perfil é uniforme e igual a zero).

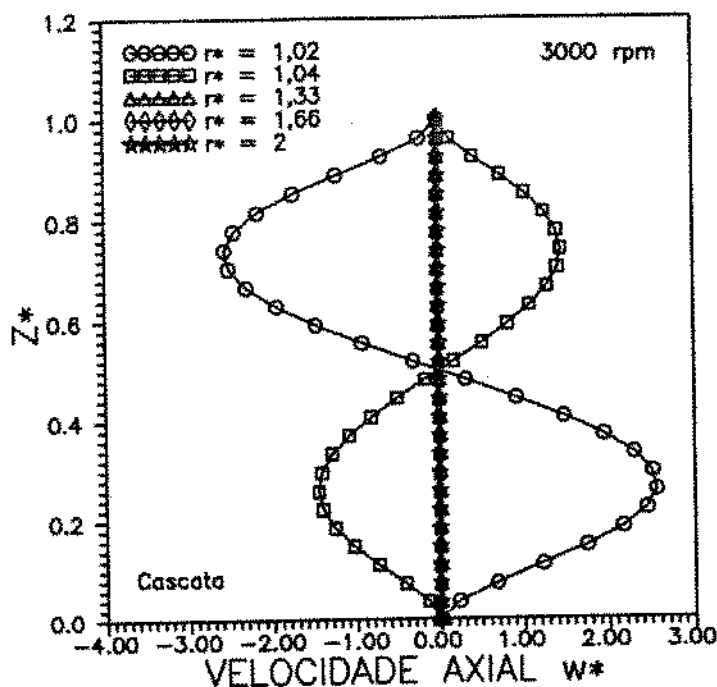


FIGURA 4.26 - PERFIS DE VELOCIDADE AXIAL PARA $ReR = 13,70$

No sentido de oferecer um melhor entendimento do que acontece na região de entrada da cascata, foi gerada a figura 4.27, onde são mostrados os perfis de velocidade axial em três posições, $r^* = 0,98$, $r^* = 1,02$ e $r^* = 1,04$. Observa-se que, ao contrário da velocidade radial, o perfil da velocidade axial é mais sensível à presença da cascata.

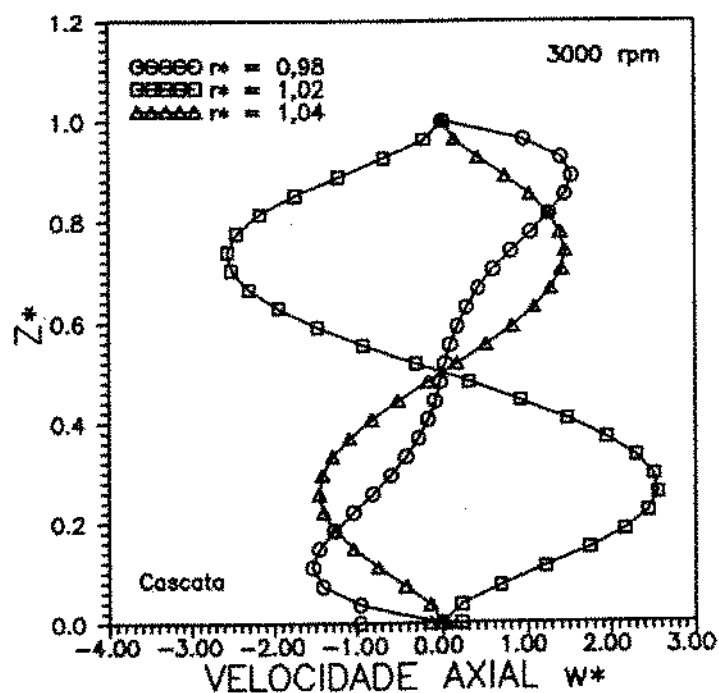


FIGURA 4.27 - PERFIS DE VELOCIDADE AXIAL NA ENTRADA DA CASCATA

PERFIL DE PRESSÃO NO CENTRO DO CANAL

A figura 4.28, a seguir, mostra o perfil de pressão adimensional ao longo do raio para Re_R igual a 13,70.

Observa-se que para a região a montante da entrada do canal, o perfil é constante, mostrando que, relativamente ao que ocorre dentro do canal, nenhuma mudança significativa afeta o perfil da pressão (a não ser a variação devido ao aumento da secção transversal que não é perceptível na escala usada no gráfico).

Porém, ao entrar no canal, o fluido experimenta a ação da inércia rotacional e do desenvolvimento do perfil de velocidade radial, modificando o perfil de pressão e mostrando que o fluido está sendo

bombeado.

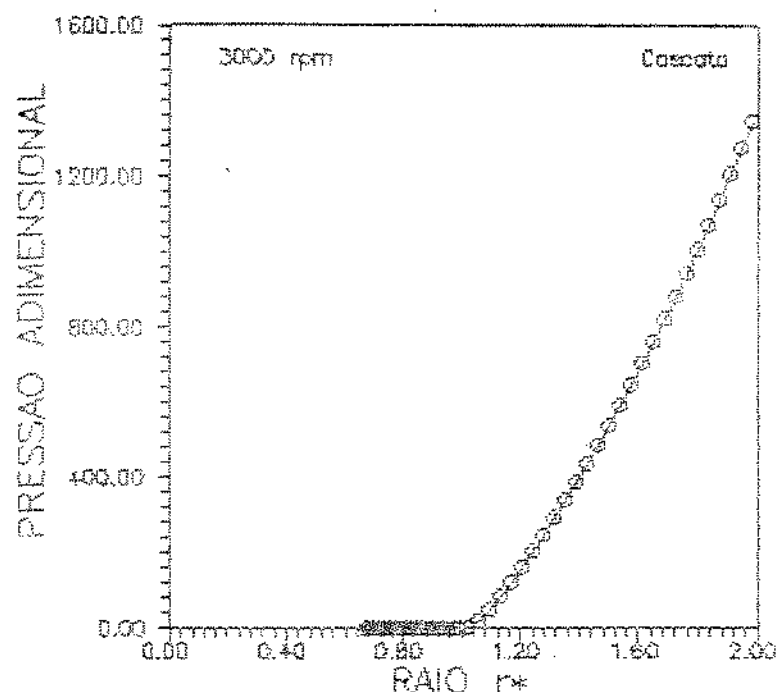


FIGURA 4.28 - PERFIL DE PRESSÃO ADIMENSIONAL AO LONGO DO CANAL

4.4 - COMPARAÇÃO DAS LINHAS DE CORRENTE

Foram geradas linhas de corrente para o caso em que $Re_R = 13,70$ (3000 rpm), $Re_Q = 963$, $R_2/R_1 = 2$ e $R_1/S = 47,5$, para as três condições de contorno utilizadas (PERFIL PARABÓLICO, PERFIL UNIFORME e CASCATA). As linhas de corrente foram adimensionalizadas de forma a se considerar uma vazão unitária passando pelo canal (detalhes da adimensionalização no APÊNDICE A).

As figuras 4.29, 4.30 e 4.31 mostram o mapeamento das linhas de corrente para PERFIL PARABÓLICO, PERFIL UNIFORME e CASCATA, respectivamente, onde o escoamento se dá da esquerda para a direita.

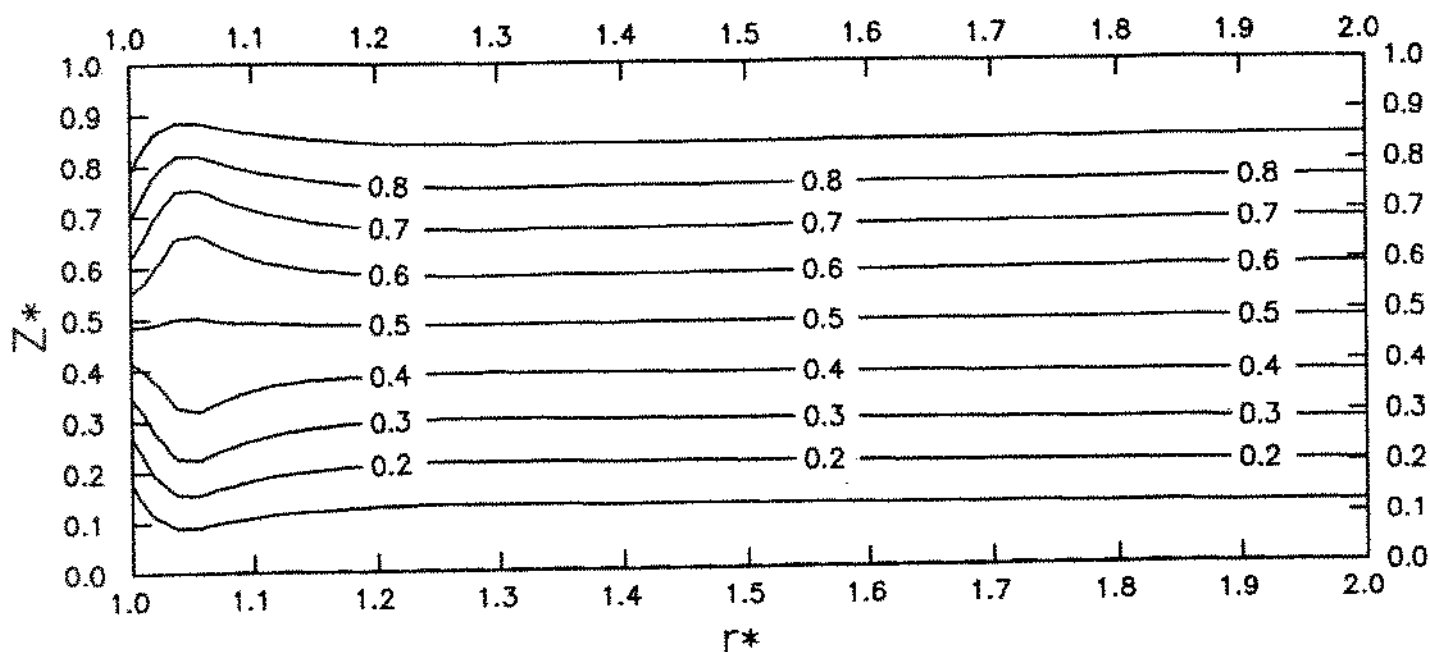


FIGURA 4. 29 - LINHAS DE CORRENTE PARA PERFIL PARABOLICO

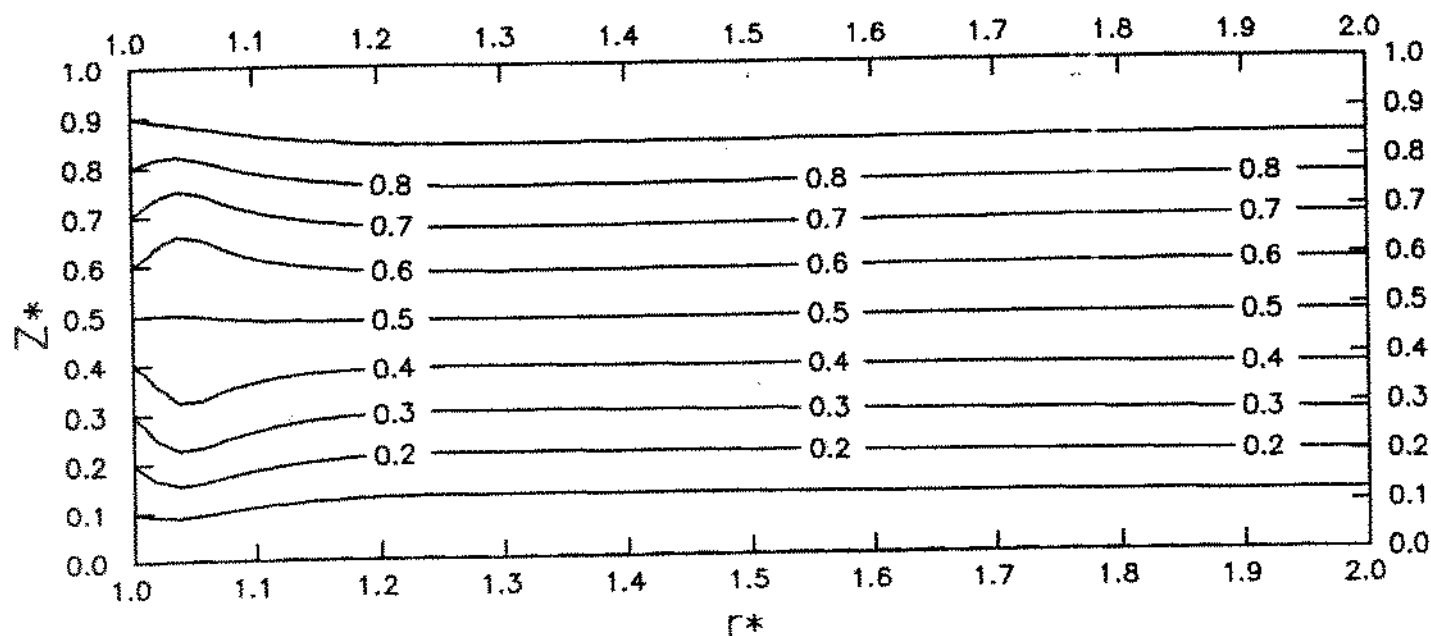


FIGURA 4. 30 - LINHAS DE CORRENTE PARA PERFIL UNIFORME

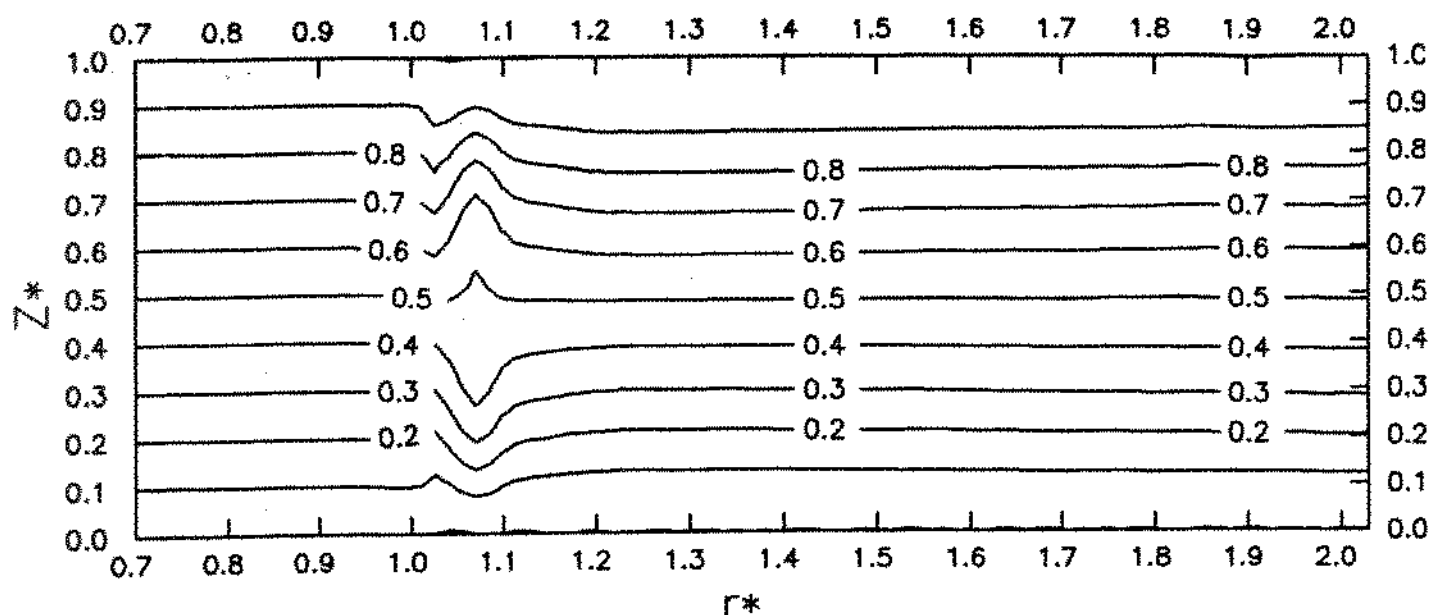


FIGURA 4.31 - LINHAS DE CORRENTE PARA CASCATA

Nas figuras 4.29, 4.30 e 4.31 observa-se que, para a configuração empregada, os efeitos que provocam mudanças significativas nas componentes de velocidade ocorrem em uma região, a jusante da entrada do canal, de aproximadamente 30% do comprimento do canal. Nela se observam os maiores desvios das linhas de corrente e, no restante do canal, as linhas de corrente são paralelas.

A figura 4.29 (PERFIL PARABÓLICO) mostra, logo no início do canal, que as linhas de corrente estão se afastando da linha de centro. Porém, a partir de $r^* \approx 1,03$, o fluido começa a ser deslocado para o centro do canal, veja figura 4.11.

A figura 4.30 (PERFIL UNIFORME) mostra que, em uma região próxima aos discos, o fluido, ao sentir a presença da parede (condição de não-deslizamento), é deslocado para o centro do canal. Fora daquela

região, o fluido se comporta como no caso anterior : é deslocado para os discos na entrada do canal e, logo após, a partir de $r^* \approx 1,03$, começa a ser deslocado para o centro do canal, veja figura 4.30.

As linhas de corrente da figura 4.31 ilustram o que ocorre no caso da CASCATA. Nota-se que, na entrada do canal ($r^* = 1$), as linhas de corrente são desviadas para o centro do canal e, subitamente, desviadas em direção aos discos. A partir de $r^* \approx 1,06$, são desviadas novamente para o centro do canal.

Ainda em relação às figuras 4.29 - 4.31, deve-se notar que a partir de $r^* \approx 1,33$, o perfil de velocidades está desenvolvido (linhas de corrente paralelas).

4.5 - COMENTÁRIOS FINAIS

Ao se observar as figuras 4.8 - 4.9 e 4.17 - 4.18, não se pode afirmar, a priori, se os perfis estão desenvolvidos ou não. A variação dos perfis é devido ao processo de desenvolvimento do escoamento ou somente devido à mudança da área da secção transversal ?

Para responder a esta pergunta deve-se, em primeiro lugar, ter uma referência para comparação dos perfis de velocidade. No caso do canal formado por dois discos paralelos, a alternativa é "empacotar" os perfis de velocidade radial para eliminar a influência da variação de área.

Sabe-se que, para este tipo de canal, a velocidade em algum ponto do canal é inversamente proporcional ao raio, portanto, ao se multiplicar o perfil de velocidade pela posição radial em que foi obtido, cria-se um padrão de comparação de perfis de velocidade para todo o canal. Então, ao se "empacotarem" vários perfis de velocidade,

eles representarão um escoamento completamente desenvolvido se estes perfis "empacotados" coincidirem.

Nas figuras 4.32 a 4.36 são representados alguns perfis "empacotados" para os casos anteriormente vistos.

Para as figuras abaixo $u^* = (u/\bar{U})r$.

PERFIL PARABÓLICO

As figuras 4.32 e 4.33 representam perfis "empacotados" para perfis de velocidade para número de Reynolds Rotacional, Re_R , iguais a 2,28 e 13,70, respectivamente.

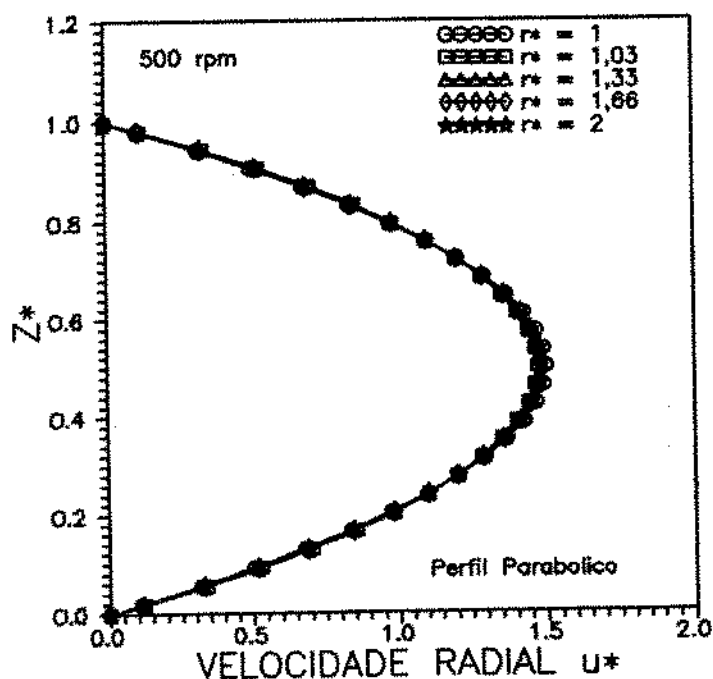


FIGURA 4.32 - PERFIS DE VELOCIDADE RADIAL EMPACOTADOS. $Re_R = 2,28$

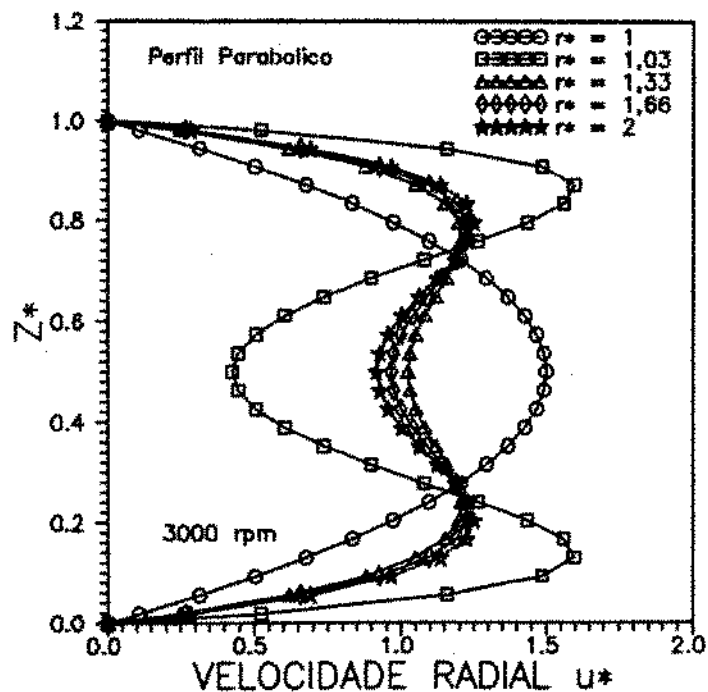


FIGURA 4.33 - PERFIS DE VELOCIDADE RADIAL EMPACOTADOS. $ReR = 13,70$

Observa-se na figura 4.32 que o escoamento se desenvolve rapidamente ao longo do canal (perfis de velocidade coincidentes a partir de $r^* = 1,03$). Ao se aumentar ReR , figura 4.33, o escoamento demora mais para se desenvolver (perfis de velocidade coincidentes a partir de $r^* = 1,33$).

PERFIL UNIFORME

As figuras 4.34 e 4.35 representam perfis de velocidade radial empacotados para ReR iguais a 2,28 e 13,70, respectivamente.

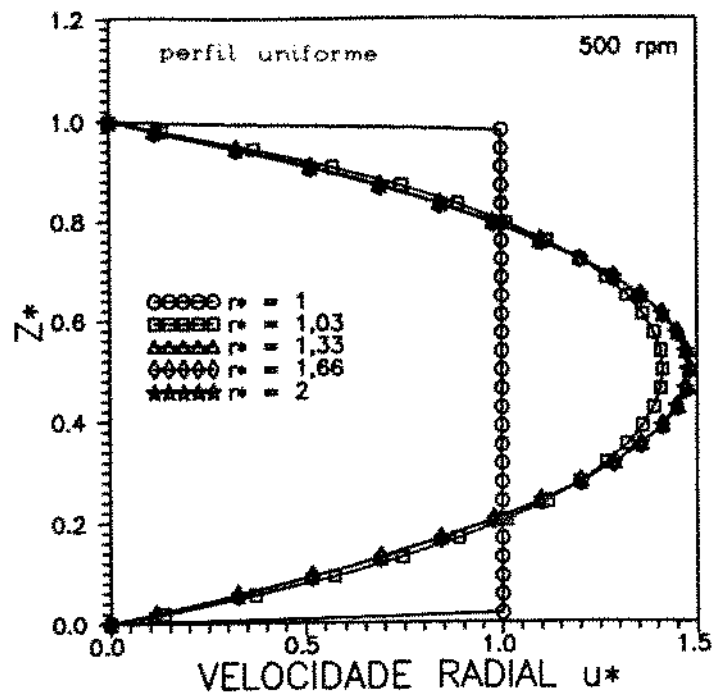


FIGURA 4.34 - PERFIS DE VELOCIDADE RADIAL EMPACOTADOS. $ReR = 2,28$

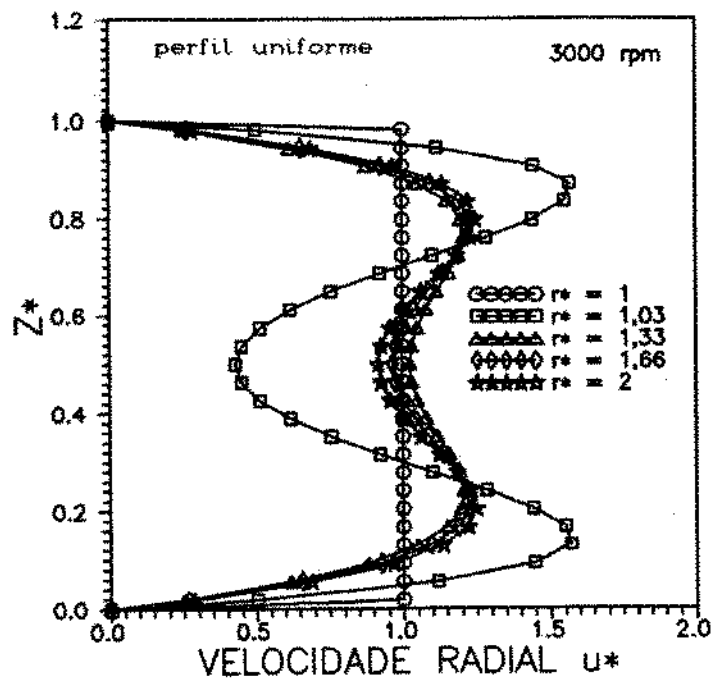


FIGURA 4.35 - PERFIS DE VELOCIDADE RADIAL EMPACOTADOS. $ReR = 13,70$

Nota-se na figura 4.34 que o perfil de velocidade radial está completamente desenvolvido em $r^* \approx 1,33$ e que, para $ReR = 13,70$ (figura 4.35), os perfis estarão coincidentes a partir de $r^* > 1,33$.

CASCATA

A figura 4.36, abaixo, mostra os perfis de velocidade radial empacotados para $Re_R = 13,70$.

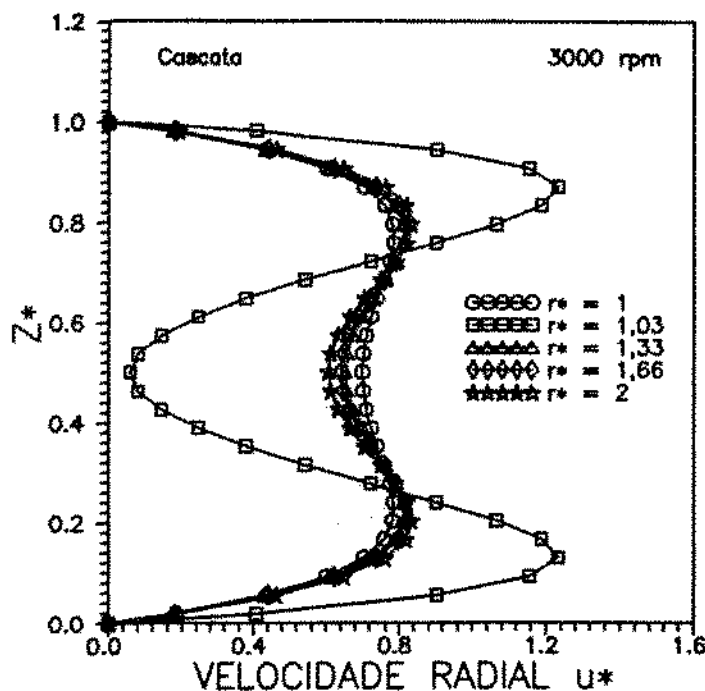


FIGURA 4.36 - PERFIS DE VELOCIDADE RADIAL EMPACOTADOS. $Re_R = 13,70$

Observa-se que, para esta condição de operação o perfil de velocidade radial já está completamente desenvolvido em $r^* = 1,03$.

Nota-se das figuras 4.33 e 4.35 que logo após a entrada do canal ($r^* = 1,03$) o perfil de velocidade radial sofre um grande desvio, mostrando que o fluido é acelerado na região próxima aos discos.

CAPITULO V

CONCLUSÕES E PROSSEGUIMENTOS DO TRABALHO

5.1 - CONCLUSÕES

O estudo do escoamento no canal formado por discos em rotação é relevante para o projeto de uma bomba centrífuga de múltiplos discos, sem válvula, utilizada como dispositivo de bombeamento de sangue.

Ao se realizarem estudos paramétricos do espaçamento entre os discos, diâmetro e velocidade angular do rotor, foi possível analisar a influência destas variáveis no escoamento dentro do canal e na diferença de pressão gerada.

A rotação dos discos, avaliada através do número de Reynolds Rotacional, Re_R , revelou-se ser o principal parâmetro que influencia a diferença de pressão entre a entrada e a saída do canal. Verificou-se que, quanto maior a rotação maior a diferença de pressão.

Foram obtidos perfis de velocidade radial, axial e tangencial ao longo do canal, para três condições de contorno para a velocidade radial na entrada do canal, perfil uniforme, perfil parabólico e perfil de velocidade radial, considerando uma cascata infinita de discos paralelos.

Para as três condições de contorno, os perfis adimensionais das componentes da velocidade radial e da velocidade tangencial se comportam de maneira semelhante ao longo do canal, sendo que a principal diferença entre estas condições de operação foi o perfil de velocidade axial, que mostra como se comporta o escoamento na entrada do canal para as diferentes condições de contorno. As diferenças de

pressão geradas entre a entrada e saída do canal são muito semelhantes para as condições de PERFIL PARABÓLICO e PERFIL UNIFORME (diferença de 3,5 %), enquanto que a diferença de pressão obtida para a condição CASCATA apresenta um desvio maior em relação às outras (desvio de 5 %).

Esta pequena diferença entre os ΔP gerados pelas três condições de contorno revela que o escoamento se desenvolve rapidamente ao longo do canal. O desenvolvimento do perfil hidrodinâmico pode ser visualizado através das linhas de corrente ou dos perfis de velocidade radial "empacotados". Pode-se observar, das linhas de corrente, que o escoamento é simétrico em relação ao centro do disco ($Z^* = 0,5$) em todos os casos estudados no capítulo IV.

5.2 - SUGESTÕES PARA O PROSSEGUIMENTO DO TRABALHO

Tendo em vista a aplicação deste trabalho em bioengenharia, o próximo passo a ser realizado é a obtenção dos campos de tensão de cisalhamento, obtidos dos campos de velocidades gerados pelo programa computacional. O conhecimento do campo de tensão de cisalhamento ao longo do canal é importante para se prever a taxa de hemólise (rompimento das hemáceas) e para se obter informações sobre a potência mecânica transferida ao fluido (avaliação da eficiência de bombeamento).

Atualmente, os dispositivos de circulação assistida modernos possuem baixa taxa de hemólise e necessitam de um baixo volume de sangue para sua operação ("prime's volume"), porém os níveis atingidos hoje foram otimizados para pacientes adultos. Um dos grandes desafios, entretanto, é o projeto de dispositivos de circulação mecânica adequados a pacientes infantis, principalmente os da primeira infância.

Segundo *Palminiello et al* (1981), os danos ocorridos por "unidade de organismo", durante uma cirurgia de by-pass cardio-pulmonar, provocados pela circulação extra-corpórea, são maiores quanto menor for o volume corporal do paciente.

A hemólise, existente em qualquer tentativa de se bombear o sangue por meio mecânico, é devida ao trauma imposto ao sangue e provocada por vários fatores inerentes ao processo de bombeamento. A taxa de hemólise pode ser avaliada em um escoamento através da observação do campo de tensão de cisalhamento. Sabe-se que as hemáceas rompem-se em tensões superiores a 2500 dyn/cm^2 (*Sutera & Mehrjardi*, 1975), porém, levando-se em conta fatores dinâmicos associados à mecânica da membrana celular, o rompimento das hemáceas depende de dois fatores atuando em conjunto: o nível de tensão de cisalhamento e o tempo em que a membrana celular foi exposta a esta tensão (*Niimi & Sugihara*, 1985, *Blackshear & Blackshear*, 1987).

Através do mapeamento da tensão de cisalhamento, podem-se identificar regiões onde é possível ocorrer a hemólise, porém sem determinar quantitativamente sua taxa.

Para a previsão da taxa de hemólise em um escoamento, deve-se realizar, associado ao mapeamento das tensões de cisalhamento, um estudo da trajetória das partículas para se avaliar os intervalos de tempo que foram sujeitas aos esforços cisalhantes.

Bombas centrífugas, como é o caso da bomba de discos, são também utilizadas em situações onde não se deve utilizar heparina (anticoagulante), por exemplo em transplantes de fígado e espera de transplantes cardíacos (neste caso, por períodos acima de 2 semanas).

O tipo de bomba centrífuga que realiza o bombeamento de sangue com

as menores taxas de hemólise é a bomba de efeito viscoso com rotor cônico, conhecida como BIO-PUMP. Apesar de, na literatura, existirem trabalhos descrevendo esta bomba e suas utilizações (Kletscha et al, 1975, Lynch, 1978, Magovern et al, 1985, Cham et al, 1987, Vasilakis et al, 1990), o estudo do escoamento no canal desta bomba é muito pouco explorado.

Como prosseguimento deste trabalho, será realizada a descrição (com possível visualização) do escoamento no canal formado por superfícies de revolução semelhantes a cones concêntricos em rotação. Para isto será realizado um estudo de malhas ortogonais que se adaptem à nova geometria.

Está previsto também se trabalhar com modelo de fluido reológico, para posterior comparação com resultados obtidos com fluido newtoniano. A partir da visualização do escoamento na admissão da bomba será possível a especificação de condições de contorno realistas na entrada do canal.

Pretende-se também estudar a eficiência de bombeamento destes dispositivos com a finalidade de se gerar uma bomba com consumo mínimo de energia, característica desejável para dispositivos implantáveis *in vivo*.

O presente trabalho e seus possíveis desenvolvimentos vêm de encontro à necessidade de capacitação de centros de pesquisa nacionais para o projeto hidrodinâmico de dispositivos de circulação extra-corpórea.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Adams, M.L.; Szeri, A.Z., "Incompressible flow between finite disks". *J. Applied Mechanics*, vol.19, march 1982.

Bakke, E.; Kreider, J.F.; Kreith, F., "Turbulent Source Flow Between Paralell Stationary and Co-Rotating Disks". *J Fluid Mechanics*, vol.58 part 2, pp 209-231, 1973.

Batchelor, G.K. "Note on a class of solutions of the Navier-Stokes equations representing steady rotationally-symmetric flow". *Quart. J. Mech. and Appl. Math.*, vol.4, pp 29-41, 1951.

Bird, R.B.; Stewart, W.E.; Lightfoot, E.N., *TRANSPORT PHENOMENA*, Wiley, New York, 1960.

Blackshear, P.L.; Blackshear, G.L., "Mechanical Hemolysis", chap. 15, *HANDBOOK OF BIOENGINEERING*, McGraw Hill, New York, 1987.

Bödewadt, U.T., 1940, "Die drehstromung uber festem grunde". *Z. angew Math. Mech.*, vol. 20, pg 241-253.

Cham, B.; Janssenwillen, S.; Steemans, M.; Welch, W., "The Use of a Centrifugal Pump-Like Left Ventricle as a Means of Support for Patients Awaiting Cardiac Transplantation". *Belgican Cardiac Society - 6th Annual Meeting Brussels 20-21 feb 1987*. (resumo).

Chang, C.J.; Schuler, C.A.; Humphrey, J.A.C.; Greif, R., "Flow and heat transfer in the space between two corotating disks in an axisymmetric enclosure". *J Heat Transfer*, vol. 111, pp 625-632, 1989.

Cochran, W.G., "The flow due to a rotating disc". *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, vol.30, pg 365-370, 1934.

Dorman, F.D.; Murphy, T.E.; Blackshear, P.L., "An application of the Tesla viscous flow turbine to pumping blood". MECHANICAL DEVICES TO ASSIST THE FAILING HEART, Nat. Res. Council, Nat. Acad. Sci, 1966, pp 119-128.

Kletscha, H.D.; Rafferty, E.H.; Olsen, D.A.; Clausen, E.W.; Hubbard, L.C.; Robinson, A.R.; Larson, W.H., "Artificial Heart, III - Development of efficient atraumatic blood pump. A review of the literature concerning in vitro testing of blood pumps for hemolysis". *Minnesota Medicine*, pg 757-781, oct 1975.

Kurokawa, J.; Sakuma, M. "Flow in a narrow gap along an enclosed rotating disk with through-flow". *JSME International Journal, Series II*, vol.31, n.2, 1988.

Lance, G.N.; Rogers, M.H., "The axially symmetric flow of viscous fluid between two infinite rotating disks". *Proc. R. Soc. London*, vol. A266, pg 109-121, 1962.

Langer, C.A.; Prata, A.T.; Ferreira, R.T.S., "Separação e bifurcação de escoamentos em difusores radiais". III ENCIT, Itapema SC, dezembro 1990.

Lynch, M.F.; Peterson, D.; Baker, V., "Centrifugal blood pumping for open heart surgery". *Minnesota Medicine*, pg 536-537, sep 1978.

Magovern, G.L.; Park, S.B.; Maher, T.D., "Use of a centrifugal pump without anticoagulants for postoperative left ventricular assist". *World J. Surg.*, vol.9, pp 25-36, 1985.

Mellor, G.L.; Chapple, P.J.; Stokes, V.K. "On the flow between a rotating and a stationary disk". *J. Fluid Mech.*, vol.31, part 1, pp 95-112, 1968

Miller, G.E.; Etter, B.D.; Dorsi, J.M., "A multiple disk centrifugal pump as a blood flow device". *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol.37, n.2, feb 1990.

Mochizuki, S.; Inoue, T., "Self-sustained flow oscillations and heat transfer in radial flow through co-rotating parallel disks". *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol.3, pp 242-248, 1990.

Murata, S.; Miyake, Y.; Iemoto, Y.; Akazawa, H.; Sagawa, S.; Fujita, H.; Yamaji, C. "A study on a frictional pump (2nd report, Experiments on flow through corotating disks and pump performance". *Bull. JSME*, vol.19, n.136, pp 1160-1171 october 1976.

Musial, J.; Gluszko, P.; Edmunds, H., "Evaluation of surface-bound heparin and platelet inhibition in a centrifugal pump left ventricular assist system". *World J. Surg*, vol.9, pp 72-77, 1985.

Niimi, H.; Sugihara, M., "Cycling Loading on the Red Cell Membrane in a Shear Flow : A Possible Cause of Hemolysis". *Trans ASME - J Biomechanical Eng*, vol 107, pp 91-95, may 1985.

Norman, J. C., "Mechanical ventricular assistance : A review", *Artificial Organs*, vol. 5, n. 2, pp 103-117, 1981.

Palminiello, A.; De Pinto, F.; Di Eusanio, G.; Di Tizio, S.; Iacobone, G.; Marcelletti, C.; Massini, C.; Piccoli, G. P., "Cardiochirurgia - Idee e realizzazioni in dieci anni", *G. Ital. Cardiol*, vol. XI, Suppl. 1, pp 307 - 354, 1981.

Panton, Ronald L., *INCOMPRESSIBLE FLOW*, John Wiley and Sons, 1984.

Patankar, S. V., *NUMERICAL HEAT TRANSFER AND FLUID FLOW*, Hemisphere Publishing, 1980.

Patankar, S. V.; Spalding, D. B., "A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows". *Int J Heat and Mass Transfer*, vol. 15, p 1787, 1972.

Patankar, S. V., "A calculation procedure for two-dimensional elliptic situations". *Numerical Heat Transfer*, vol. 4, 1981.

Patter, L. L.; Crowther, E.; Rice, W., "Flow Regime Definition for Flow Between Corotating Disks". *Trans ASME - J Fluids Engineering*, pp 29-34, mar 1974.

Pearson, C.E., "Numerical solutions for the time-dependent viscous flow between two rotating coaxial disks". *J Fluid Mech*, vol. 21, pg 623-633., 1965.

Raal, J.D., "Radial Source Flow Between Paralell Disks", *J Fluid Mechanics*, vol 85 part 3, pp 401-416, 1978.

Rice, W., "An analytical and experimental investigation of multiple disks pumps and compressors". *ASME J Engineering for power*, vol. 85, pp 191-200, 1963.

Rice, W.; McAlister, K.W., "Laminar throughflow of newtonian fluid between coaxial rotating cones". *TRANS ASME, J Applied Mechanics*, 1970.

Roddy, P.J.; Darby, R.; Morrison, G.L.; Jenkins, P.E., "Performance Characteristics of a Multiple Disk Centrifugal Pump". *Trans ASME - J Fluids Engineering*, vol 109, pp 51-57, mar 1987.

Stewartson, K. "On the flow between two rotating coaxial disks". *Proc. Cambridge Philosophical Society*, vol. 49, pp 333-341, 1953.

Sutera, S.P.; Mehjardi, M.H., "Deformation and fragmentation of human red blood cells in turbulent shear flow". *Biophysical J*, vol. 15, pg 1-10, 1975.

Szeri, A.Z. ; Adams, M.L., "Laminar Throughflow Between Closely Spaced Disks". *J Fluids Mechanics*, vol. 86, part 1, pp 1-14, 1978.

Szeri, A. Z.; Schneider, S. J.; Labbe, F.; Kaufman, H. N.; "Flow between rotating disks. Part 1 . Basic Flow". *J. Fluid Mech.*, vol. 134, pp 103-131, 1983

Tanaka, S.; Yamamoto, S.; Yamakoshi, K.; Kamiya, A., "A Compact Centrifugal Blood Pump for Extracorporeal Circulation : Design and Performance". *Trans ASME - J Biomechanical Eng*, vol 109, aug 1987, pp 272-278.

Van Doormal, J. P.; Raithby, G. D., "Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows". *Numerical Heat Transfer*, vol. 7, 1984.

Vasilakis, A.; Rozar Jr., G. E.; Hill, R. C.; Murray, G. F., "Left atrial to femoral arterial bypass using the biomedicus pump for operations of the thoracic aorta". *The American Surgeon*, vol. 56, pg 802-805, dec 1990.

Von Karman, T., "Über laminare und turbulente Reibung". *ZAMM*, vol. 1, pg 233-252, 1921.

Wilson, S. D. R., "Entry flow in a channel: part 2", *J. Fluid Mechanics*, vol. 46, pp 787-799, 1971.

White, Frank M., *VISCOUS FLUID FLOW*, McGraw-Hill, 1974.

APÉNDICE A

PROGRAMA COMPUTACIONAL

*"Errare è umano, ma per incasinare davvero
tutto ci vuole un computer."*

PROGRAM SAPIENS

```

c ----- Versao 8 > 05/11/91
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION CAMPO(100,100),AMCC(100,100),AMCP(100,100),
/ BIMBO(100,100),RAIO(100),PRSC(100,100)
COMMON /LINHA/ LIN,ICOL
COMMON /FIELD/ CAMPO(100,100)
COMMON /CRAIO/ RAO(100)
COMMON /BIMBADA/ BIMBO(100,100)
COMMON /COEFIC/ AMCC(100,100)
COMMON /d/ AMCP(100,100)
COMMON /ICONTA/ ICONT
COMMON /SUM/ FSUM
COMMON /SMATRIU/ BIGSHIT
COMMON /Perfil/ PERF
COMMON /Pressao/ PRSC(100,100)
COMMON /AVISO/ IALARME

c ----- Le a quantidade de iteracoes desejadas
READ(*,*) IFIM
IALARME = 0

c ----- Leitura dos dados do problema
CALL MALHA

c ----- Calcula o fluxo de massa na entrada do canal
CALL INN(LIN,FLOWIN)
IF(PERF.NE.-1.D00) ICONT = 1
IBG = ICONT
5 DO 8 I= 1,LIN
DO 7 J= 1,ICOL
BIMBO(I,J) = CAMPO(I,J)
AMCC(I,J) = 0.D00
AMCP(I,J) = 0.D00
7 CONTINUE
8 CONTINUE

c ----- Calcula u* e sub-relaxa
CALL TDMAC(-1.D00)
CALL GIUSTAC(-1.D00)

c ----- Calcula w* e sub-relaxa
CALL TDMAC(0.D00)
CALL GIUSTAC(0.D00)

c ----- Impoe a condicao de saida
CALL OUTT(LIN,ICOL,FLOWIN)

c ----- Calcula FMAX e FSUM
FMAX = CTDD(CAMPO,RAIO)

c ----- Imprime as variaveis na tela
WRITE(*,50) ICONT,FMAX,FSUM,CAMPO(2,3),CAMPO(3,2),PRSC(2,2)
/ ,CAMPO(2,2),BIGSHIT,IALARME
50 FORMAT(1X,I4,D10.3,1X,D8.1,1X,4(D11.5,1X),D10.3,2X,I2)
IALARME = 0

c ----- Corrige a pressao
CALL CPRESS(FLOWIN)
IF(ICONT.GE.(IFIM+IBG)) GO TO 12

c ----- Calcula V e sub-relaxa
CALL TDMAC(1.D00)
CALL GIUSTAC(1.D00)
ICONT = ICONT + 1
GO TO 5
12 CALL IMPRIME(ICONT,FSUM,FMAX)
CALL LINHACORR
CALL CISALHA

```

STOP
END

c

```
----- Impressao dos resultados
SUBROUTINE IMPRIMEICONT,FSUM,FMAX)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON /FIELD/ CAMPO(100,100)
COMMON /CRAIO/ RAI(100)
COMMON /ALTURA/ ALT(100)
COMMON /LINHA/ LIN,ICOL
COMMON /RELAX/ ALFA
COMMON /RELAXP/ BETA
COMMON /VARREV/ NVEZES
COMMON /VARREP/ NVOLTE
COMMON /Tipo/ BACK
COMMON /Pressao/ PRS(100,100)
COMMON /Vetor1/ VTSUP(1,100)
COMMON /Vetor2/ VTINF(1,100)
COMMON /Giro/ SIN,SSUP
COMMON /GiriGiri/ ROTI,ROTS
COMMON /RZLim/ VIR,VFR,VIZ,VFZ
COMMON /Reynolds/ REY,DENS,VISCO
COMMON /Rotacional/ RROT
COMMON /VELMED/ UBAR
COMMON /DIMENSIONAIS/ RD1,SD1
COMMON /Vazao/ QLM
ZERO = 0.000
OPEN(4,FILE='dia.ent',STATUS='OLD')
READ(4,*) IDD,MES,IANO
CLOSE(4)
OPEN(5,FILE='s.res',STATUS='UNKNOWN')
WRITE(5,50) IDD,MES,IANO
50 FORMAT(1X,'Teste do dia ',I2,'/',I2,'/',I4,/)
WRITE(5,*) 'Malha ',LIN,' x ',ICOL
WRITE(5,*) 'Apos ',ICONT,' iteracoes'
WRITE(5,*) '
WRITE(5,*) '          Campo de velocidade radial'
WRITE(5,*) '
DO 20 I=2,LIN-1,2
WRITE(5,*) 'Linha ',I,'-----'
WRITE(5,*) (CAMPO(I,J),J=1,ICOL,2)
20 CONTINUE
WRITE(5,*) '
WRITE(5,*) '          Campo de velocidade axial'
WRITE(5,*) '
DO 22 I=1,LIN,2
WRITE(5,*) 'Linha ',I,'-----'
22 WRITE(5,*) (CAMPO(I,J),J=2,ICOL-1,2)
WRITE(5,*) '
WRITE(5,*) '          Campo de velocidade tangencial'
WRITE(5,*) '
WRITE(5,*) 'Linha ',I,'-----'
WRITE(5,*) (VTSUP(1,J),J=1,ICOL)
DO 23 I=2,LIN-1,2
WRITE(5,*) 'Linha ',I,'-----'
23 WRITE(5,*) (CAMPO(I,J),J=2,ICOL,2)
WRITE(5,*) 'Linha ',LIN,'-----'
WRITE(5,*) (VTINF(1,J),J=1,ICOL)
WRITE(5,*) '
WRITE(5,*) '          Campo de Pressao '
```

```

WRITE(5,*) '
DO 25 I=2,LIN-1,2
WRITE(5,*) 'Linha ',I,'-----'
25 WRITE(5,*) (PRSCI,J),J=2,ICOL-1,2)
WRITE(5,*)
WRITE(5,*) 'Raios ','Alturas '
DO 27 J = 1,ICOL
27 WRITE(5,*) RAI(J),ALTC(J)
CLOSE(5)
IPULR = (ICOL-1)/3
IPULZ = (LIN-1)/3
SOM = 0.D00
SOM1 = 0.D00
CONT = 0.D00
DO 200 I = 2,LIN-1,2
SOM = SOM + PRSCI,2)
SOM1 = SOM1 + PRSCI,ICOL-1)
CONT = CONT + 1.D00
200 CONTINUE
ICEN = INT(LIN/2) + 1
XMX = (PRSCI(4)-PRSCI(2))/(RAI(4)-RAI(2))
P1 = PRSCI(2) + XMX*(RAI(1)-RAI(2))
XMX = (PRSCI(ICOL-3)-PRSCI(ICOL-1))/(RAI(ICOL-3)-RAI(ICOL-1))
PSAI = PRSCI(ICOL-1) + XMX*(RAI(ICOL)-RAI(ICOL-1))
DPEXT = (PSAI - P1)*(DENS*UBAR*UBAR)
SIGMA = RD1/SD1
DPVIS = DPEXT/(VISCO*(UBAR/RD1)*SIGMA*SIGMA)
DPMER = DPEXT/1.334D02
EM1 = 0.D00
EM2 = 0.D00
DO 900 I = 2,(LIN-1),2
XMX = (PRSCI(4)-PRSCI(2))/(RAI(4)-RAI(2))
P1 = PRSCI(2) + XMX*(RAI(1)-RAI(2))
900 EM1 = EM1 + ((CAMPOCI,1)*CAMPOCI,1)/2.D00 + P1)*CAMPOCI,1)
DO 902 I = 2,(LIN-1),2
XMX = (PRSCI(ICOL-3)-PRSCI(ICOL-1))/(RAI(ICOL-3)-RAI(ICOL-1))
P2 = PRSCI(ICOL-1) + XMX*(RAI(ICOL)-RAI(ICOL-1))
902 EM2 = EM2 + ((CAMPOCI,ICOL)*CAMPOCI,ICOL)/2.D00 + P2)*
CAMPOCI,1)
EM = (EM2 - EM1)*UBAR*UBAR*UBAR*DENS*2.D00*3.1416*RD1*SD1*
RAI(1)*(ALTC(LIN)-ALTC(1))
OPEN(6,FILE='c.res',STATUS='UNKNOWN')
WRITE(6,51) IDD,MES,IANO
51 FORMAT(1X,'Teste do dia ',I2,'/',I2,'/',I4,/)
WRITE(6,61) LIN,ICOL,ALFA,BETA
61 FORMAT(1X,'Malha ',I2,'x',I2,' ALFA= ',D10.3,2X,'BETA= ',D10.3)
WRITE(6,*) ' Reynolds Transversal ReQ = ',REY
WRITE(6,*) ' Reynolds Rotacional ReR = ',RROT
WRITE(6,*) ' Vazao (l/min) = ',QLM
WRITE(6,*) ' Diferenca de pressao [-] ',PSAI-P1
WRITE(6,*) ' Diferenca adimensional baseada na visco ',DPVIS
WRITE(6,*) ' Diferenca de pressao [Pa] ',DPEXT
WRITE(6,*) ' Diferenca de pressao [mmHg] ',DPMER
WRITE(6,*) ' Potencia entre r1 e r2 [Watts] ',EM
WRITE(6,*) ' Sigma = ',RD1/SD1
WRITE(6,71) VIR,VIR*RD1
71 FORMAT(1X,'Raio de entrada [r1/r1] =',F5.2,' (r1=',F10.4,' m)')
WRITE(6,81) VFR,VFR*RD1
81 FORMAT(1X,'Raio de saida [r2/r1] =',F5.2,' (r2=',F10.4,' m)')

```

```

WRITE(6,910) VFZ-VIZ,(VFZ-VIZ)*RDI
910 FORMAT(1X,'Espessura do canal [s/r1] =',D8.1,' (s=',D8.1,' m)')
IF(SINF.EQ.1.D00) THEN
WRITE(6,920) ROTI
920 FORMAT(1X,'Disco inferior girando a ',F8.2,' rpm')
ELSE
WRITE(6,*) ' Disco inferior estacionario'
ENDIF
IF(SSUP.EQ.1.D00) THEN
WRITE(6,930) ROTS
930 FORMAT(1X,' Disco superior girando a ',F8.2,' rpm')
ELSE
WRITE(6,*) ' Disco superior estacionario'
ENDIF
IF(BACK) 72,72,62
62 WRITE(6,*) ' Perfil PARABOLICO'
GO TO 73
72 WRITE(6,*) ' Perfil RETO'
73 WRITE(6,*) ' Passadas no TDMA de U, V e W ',NVEZES
WRITE(6,*) ' Passadas no TDMA da pressao ',NVOLTE
WRITE(6,*) ' FSUM = ',FSUM,' FMAX = ',FMAX
WRITE(6,*) ' Apos ',ICONT,' iteracoes'
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) ' Campo de velocidade radial'
WRITE(6,*) '
INL = (IPULZ/2) + 1
DO 30 I=INL,LIN-1,IPULZ
WRITE(6,*) 'Linha ',I,'-----'
WRITE(6,*) (CAMPOCI,J),J=1,ICOL,IPULR)
30 CONTINUE
WRITE(6,*)
WRITE(6,*) '
JNL = (IPULR/2) + 1
WRITE(6,*) ' Campo de velocidade axial'
WRITE(6,*) '
DO 32 I=1,LIN,IPULZ
WRITE(6,*) 'Linha ',I,'-----'
32 WRITE(6,*) (CAMPOCI,J),J=JNL,ICOL-1,IPULR)
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) ' Campo de velocidade tangencial'
DO 33 I=INL,LIN-1,IPULZ
WRITE(6,*) 'LINHA ',I,'-----'
33 WRITE(6,*) (CAMPOCI,J),J=JNL,ICOL-1,IPULR)
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) ' Campo de Pressao '
WRITE(6,*) '
DO 35 I=INL,LIN-1,IPULZ
WRITE(6,*) 'Linha ',I,'-----'
35 WRITE(6,*) (PRSCI,J),J=JNL,ICOL-1,IPULR)
WRITE(6,*)
CLOSE(6)
ICONT = 0
OPEN(7,FILE='campoir.ent',STATUS='UNKNOWN')
DO 57 I = 1,LIN
57 WRITE(7,*) (CAMPOCI,J),J=1,ICOL)
DO 58 I = 1,LIN
58 WRITE(7,*) (PRSCI,J),J=1,ICOL)
WRITE(7,*) ICONT
CLOSE(7)

```

```

      MEIO = (ICOL+1)/2
      OPEN(9,FILE='pr.dat',STATUS='UNKNOWN')
      DO 101 J = 2,ICOL-1,2
101    WRITE(9,95) RAI( J ),PRSC(MEIO,J)
95    FORMAT(1X,F10.5,2X,F10.5)
      CLOSE(9)
      OPEN(9,FILE='radial.dat',STATUS='UNKNOWN')
      WRITE(9,91) ZERO,ZERO,ZERO,ZERO,ZERO,ZERO,ALT(1)
91    FORMAT(1X,5(F8.5,1X))
      DO 90 I = 2,LIN-1,2
90    WRITE(9,91) CAMPO(I,1),CAMPO(I,3)*RAI(3),
      ! CAMPO(I,1+IPULR)*RAI(1+IPULR),
      ! CAMPO(I,1+2*IPULR)*RAI(1+2*IPULR),
      ! CAMPO(I,1+3*IPULR)*RAI(1+3*IPULR),ALT(I)
      ! *RD1/SD1
      WRITE(9,91) ZERO,ZERO,ZERO,ZERO,ZERO,ZERO,ALT(LIN)
      ! *RD1/SD1
      CLOSE(9)
      Z = RD1/SD1
      OPEN(9,FILE='axial.dat',STATUS='UNKNOWN')
      WRITE(9,91) ZERO,ZERO,ZERO,ZERO,ZERO,ZERO,ALT(1)
      DO 92 I = 3,LIN-2,2
92    WRITE(9,91) CAMPO(I,2)*Z,CAMPO(I,4)*Z,
      ! CAMPO(I,2+IPULR)*Z,
      ! CAMPO(I,2+2*IPULR)*Z,CAMPO(I,ICOL-1)*Z,ALT(I)
      ! *RD1/SD1
      WRITE(9,91) ZERO,ZERO,ZERO,ZERO,ZERO,ZERO,ALT(LIN)
      ! *RD1/SD1
      CLOSE(9)
      UM = 1.D00
      OPEN(9,FILE='tangencial.dat',STATUS='UNKNOWN')
      WRITE(9,91) UM,UM,UM,UM,UM,UM,ALT(1)
      DO 94 I = 2,LIN-1,2
94    WRITE(9,91) CAMPO(I,2)/VTSUP(1,2),
      ! CAMPO(I,4)/VTSUP(1,4),
      ! CAMPO(I,2+IPULR)/VTSUP(1,2+IPULR),
      ! CAMPO(I,2+2*IPULR)/VTSUP(1,2+2*IPULR),
      ! CAMPO(I,ICOL-1)/VTSUP(1,ICOL-1),ALT(I)*RD1/SD1
      ! *RD1/SD1
      WRITE(9,91) UM,UM,UM,UM,UM,UM,ALT(LIN)*RD1/SD1
      ! *RD1/SD1
      CLOSE(9)
93    FORMAT(1X,4(E9.3,1X),F8.5,1X)
      RETURN
      END

```

c ----- Calcula as linhas de correntes

```

      SUBROUTINE LINHACORR
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION QSI(100,100)
      COMMON /CRAIO/ RAI(100)
      COMMON /FIELD/ CAMPO(100,100)
      COMMON /ALTURA/ ALT(100)
      COMMON /DIMENSIONAIS/ RD1,SD1
      COMMON /LINHA/ LINHA,ICOL
      DO 10 J = 1,ICOL,2
      QSI(1,J) = 0.D00
10    QSI(2,J) = QSI(1,J) + RAI( J )*(ALT(2)-ALT(1))*CAMPO(2,J)*
      ! (RD1/SD1)
      DO 30 J = 1,ICOL,2
      DO 20 I = 4,LINHA-1,2
20    QSI(I,J) = QSI(I-2,J) + RAI( J )*(ALT(I)-ALT(I-2))*

```

```

/ CAMPOCI,J)* (RD1/SD1)
30 CONTINUE
DO 70 J = 1,ICOL,2
70 QSI(LINHA,J) = QSI(LINHA-1,J) + RAI0CJ)* (ALT(LINHA)-
/ ALT(LINHA-1))*CAMPOCLINHA-1,J)* (RD1/SD1)
OPEN(2,FILE='Incorr.dat',STATUS='UNKNOWN')
DO 60 J = 1,ICOL,2
60 WRITE(2,5) RAI0CJ),ALT(1),QSI(1,J)
DO 40 I = 2,LINHA-1,2
DO 42 J = 1,ICOL,2
WRITE(2,5) RAI0CJ),ALT(I)*RD1/SD1,QSI(I,J)
42 CONTINUE
40 CONTINUE
DO 62 J = 1,ICOL,2
62 WRITE(2,5) RAI0CJ),ALT(LINHA)*RD1/SD1,QSI(LINHA,J)
5 FORMAT(1X,F4.2,1X,E8.3,1X,E8.3)
CLOSE(2)
RETURN
END

```

c ----- Calculo das tensoes de cisalhamento

```

SUBROUTINE CISALHA
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON /FIELD/ CAMPOC100,100)
COMMON /CRAIO/ RAI0C100)
COMMON /ALTURA/ ALT(100)
COMMON /Reynolds/ REY,DENS,VISCO
COMMON /cis/ TRR(100,100),TZZ(100,100),TTT(100,100),
! TRZ(100,100),TRT(100,100),TTZ(100,100)
COMMON /VELMED/ UBAR
COMMON /DIMENSIONAIS/ RD1,SD1
COMMON /LINHA/ LIN,ICOL
DO 10 I = 2,LIN-1,2
DO 15 J = 2,ICOL-1,2
DUDR = (CAMPOCI,J+1) - CAMPOCI,J-1)) / (RAI0CJ+1) - RAI0CJ-1))
TRR(I,J) = VISCO*2.D00*DUDR*UBAR/RD1
DWDZ = (CAMPOCI+1,J) - CAMPOCI-1,J)) / (ALT(I+1) - ALT(I-1))
TZZ(I,J) = VISCO*2.D00*DWDZ*UBAR/RD1
15 CONTINUE
10 CONTINUE
DO 20 I = 2,LIN-1,2
DO 25 J = 1,ICOL,2
TTT(I,J) = VISCO*2.D00*(CAMPOCI,J) / RAI0CJ)) *UBAR/RD1
25 CONTINUE
20 CONTINUE
DO 30 I = 3,LIN-2,2
DO 35 J = 3,ICOL-2,2
DWDR = (CAMPOCI,J+1) - CAMPOCI,J-1)) / (RAI0CJ+1) - RAI0CJ-1))
DUDZ = (CAMPOCI+1,J) - CAMPOCI-1,J)) / (ALT(I+1) - ALT(I-1))
TRZ(I,J) = VISCO*(DWDR + DUDZ)*UBAR/RD1
35 CONTINUE
30 CONTINUE
DO 40 I = 2,LIN-1,2
DO 45 J = 3,ICOL-2,2
DVDR = ((CAMPOCI,J+1) / RAI0CJ+1)) - (CAMPOCI,J-1) / RAI0CJ-1))
! / (RAI0CJ+1) - RAI0CJ-1))
TRT(I,J) = VISCO*RAI0CJ)*DVDR*UBAR/RD1
45 CONTINUE
40 CONTINUE
DO 50 I = 3,LIN-2,2

```

```

DO 55 J = 2,ICOL-1,2
DVDZ = (CAMPOX(I+1,J)-CAMPOX(I-1,J))/(ALT(I+1)-ALT(I-1))
TTZ(I,J) = VISCO*DVDZ*UBAR/RD1
55 CONTINUE
50 CONTINUE
OPEN(2,FILE='cis.cis',STATUS='UNKNOWN')
WRITE(2,*) 'TRR'
DO 11 I = 2,LIN-1,2
11 WRITE(2,*) (TRR(I,J),J=2,ICOL-1,2)
WRITE(2,*) 'TZZ'
DO 12 I = 2,LIN-1,2
12 WRITE(2,*) (TZZ(I,J),J=2,ICOL-1,2)
WRITE(2,*) 'TTT'
DO 21 I = 2,LIN-1,2
21 WRITE(2,*) (TTT(I,J),J=1,ICOL,2)
WRITE(2,*) 'TRZ'
DO 31 I = 3,LIN-2,2
31 WRITE(2,*) (TRZ(I,J),J=3,ICOL-2,2)
WRITE(2,*) 'TRT'
DO 41 I = 2,LIN-1,2
41 WRITE(2,*) (TRT(I,J),J=3,ICOL-2,2)
WRITE(2,*) 'TTZ'
DO 51 I = 3,LIN-2,2
51 WRITE(2,*) (TTZ(I,J),J=2,ICOL-1,2)
CLOSE(2)
RETURN
END

```

c ----- Leitura das caracteriticas da malha computacional

```

SUBROUTINE MALHA
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON /CRAIO/ RAI(100)
COMMON /FIELD/ CAMPO(100,100)
COMMON /ALTURA/ ALT(100)
COMMON /LINHA/ LIN,ICOL
COMMON /RELAX/ ALFA
COMMON /RELAXP/ BETA
COMMON /VARREV/ NVEZES
COMMON /VARREP/ NVOLTE
COMMON /Tipo/ BACK
COMMON /ICONTA/ ICONT
COMMON /Perfil/ PERF
COMMON /Pressao/ PRSC(100,100)
COMMON /Vetor1/ VTSUP(1,100)
COMMON /Vetor2/ VTINF(1,100)
COMMON /Giro/ SINFI,SSUP
COMMON /GiriGiri/ ROTI,ROTS
COMMON /RZLim/ VIR,VFR,VIZ,VFZ
COMMON /Reynolds/ REY,DENS,VISCO
COMMON /Rotacional/ RROT
COMMON /VELMED/ UBAR
COMMON /DIMENSIONAIS/ RD1,SD1
COMMON /Vazao/ QLM

```

c ----- Leitura das propriedades do fluido

```

OPEN(2,FILE='DV2.ENT',STATUS='OLD')
READ(2,*) DENS,VISCO,QLM
CLOSE(2)
SINF = 0. D00
SSUP = 0. D00
QV = QLM/60000. D00

```

```

OPEN(3,FILE='mcompr.ent',STATUS='OLD')
READ(3,*) LIN,ICOL
READ(3,*) ALFA,BETA
READ(3,*) NVEZES,NVOLTE
READ(3,*) PERF,BACK
READ(3,*) ROTI,ROTS
CLOSE(3)
DOISPI = 8.D00*DATAN(1.D00)
IF(ROTI.NE.0.D00) SINFI = 1.D00
IF(ROTS.NE.0.D00) SSUP = 1.D00
ROTFI = DOISPI*ROTI/60.D00
ROTSUP = DOISPI*ROTS/60.D00
OPEN(4,FILE='grids2.ent',STATUS='OLD')
READ(4,*) VIZ
READ(4,*) VIR,VFR
READ(4,*) RD1,SD1
CLOSE(4)
VFZ = SD1/RD1
DELTZ = VFZ - VIZ
DELTR = VFR - VIR
PZ = DELTZ/DFLOAT(LIN-1)
PR = DELTR/DFLOAT(ICOL-1)
ALT(1) = VIZ
DO 5 I = 2,LIN
5 ALT(I) = ALT(I-1) + PZ
RAIO(1) = VIR
DO 6 J = 2,ICOL
6 RAIO(J) = RAIO(J-1) + PR
c ----- Leitura do campo inicial da velocidade e pressao
DO 30 I=1,LIN
DO 29 J=1,ICOL
CAMPO(I,J) = 0.D00
29 CONTINUE
30 CONTINUE
DO 31 J=1,ICOL
VTSUP(1,J) = 0.D00
31 VTINF(1,J) = 0.D00
c PERF = -1. => Campo de velocidades e pressao conhecidos.
c PERF = 0. => Perfil reto
c PERF = 1. => Perfil parabolico.
IF(PERF) 80,50,60
50 DO 40 I=2,LIN-1,2
CAMPO(I,1) = 1.
40 CONTINUE
GO TO 65
60 DO 70 I=2,LIN-1,2
QSI = ALT(I)/VFZ
CAMPO(I,1) = 6.D00*(QSI - QSI*QSI)
70 CONTINUE
GO TO 65
80 OPEN(8,FILE='campoir.ent',STATUS='old')
DO 81 I = 1,LIN
81 READ(8,*) (CAMPO(I,J),J=1,ICOL)
DO 82 I = 1,LIN
82 READ(8,*) (PRSC(I,J),J=1,ICOL)
READ(8,*) ICONT
CLOSE(8)
ICONT = ICONT + 1
65 UBAR = QV/(DOISPI*RD1*SD1)

```

```

WRITE(*,*) UBAR
DO 67 J = 2,ICOL-1,2
VTSUP(1,J) = ROTSUP*RAIO(J)*RD1/UBAR
VTINF(1,J) = ROTINF*RAIO(J)*RD1/UBAR
67 CONTINUE
REY = QV*DENS/(VISCO*DOISPI*SD1)
RROT = SD1*SD1*DMAX1(ROTSUP,ROTI NF)*DENS/VISCO
90 RETURN
END

-----
c
c Calculo dos coeficientes de difusao e conveccao para as com-
c ponentes radial (CRD = -1), axial (CRD = 0) e tangencial
c (CRD = 1) do MOMENTUM.
c
-----
SUBROUTINE CONDI(IC,JC,CRD,CTD)
c
----- Dimensao das variaveis
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION DC(4),FC(4),PCL(4),CT(6)
COMMON /FIELD/ CAMPOC(100,100)
COMMON /CRAIO/ RAI(100)
COMMON /ALTURA/ ALT(100)
COMMON /COEFIC/ AMC(100,100)
COMMON /d/ AMCP(100,100)
COMMON /LINHA/ LIN,ICOL
COMMON /CUMPADI/ UVEL1,UVEL2,WVEL3,WVEL4
COMMON /Pressao/ PRS(100,100)
COMMON /Reynolds/ REY,DENS,VISCO
RP1 = RAI(JC+1)
RM1 = RAI(JC-1)
c
----- Calcula os deltas
DEL R = RP1 - RM1
DEL Z = ALT(IC+1) - ALT(IC-1)
CALL CONST(CRD,IC,JC)
IF(CRD) 60,65,70
60 DR1 = RAI(JC+2) - RAI(JC)
DR2 = RAI(JC) - RAI(JC-2)
DZ3 = DEL Z
IF(IC.EQ.2) DZ3 = ALT(2) - ALT(1)
DZ4 = DEL Z
IF(IC.EQ.(LIN-1)) DZ4 = ALT(LIN) - ALT(LIN-1)
GO TO 73
65 DZ3 = ALT(IC) - ALT(IC-2)
DZ4 = ALT(IC+2) - ALT(IC)
DR1 = DEL R
IF(JC.EQ.(ICOL-1)) DR1 = RAI(ICOL) - RAI(ICOL-1)
DR2 = DEL R
IF(JC.EQ.2) DR2 = RAI(2) - RAI(1)
GO TO 73
70 DR1 = DEL R
IF(JC.EQ.(ICOL-1)) DR1 = RAI(ICOL) - RAI(ICOL-1)
DR2 = DEL R
IF(JC.EQ.2) DR2 = RAI(2) - RAI(1)
DZ3 = DEL Z
IF(IC.EQ.2) DZ3 = ALT(2) - ALT(1)
DZ4 = DEL Z
IF(IC.EQ.(LIN-1)) DZ4 = ALT(LIN) - ALT(LIN-1)
73 AREJP = RP1 * DEL Z
AREJM = RM1 * DEL Z
AREIM = (RP1*RP1 - RM1*RM1)/2.DO0

```

```

AREIP = (RP1*RP1 - RM1*RM1)/2.D00
c ----- Coeficientes para as equacoes do momentum
DC1) = AREJP/(DR1*REY)
IF((JC.EQ.(ICOL-1)).OR.(JC.EQ.(ICOL-2))) DC1) = 0.D00
F(1) = AREJP*UVEL1
DC2) = AREJM/(DR2*REY)
F(2) = AREJM*UVEL2
DC3) = AREIM/(DZ3*REY)
F(3) = AREIM*WVEL3
DC4) = AREIP/(DZ4*REY)
F(4) = AREIP*WVEL4
c ----- Calculo dos coeficientes para o TDMA.
SOMA=0.D00
DO 75 K = 1,4
PCLCK) = F(K)/(DCK) + 1.D-30)
CT(K)=DC(K)*PLAW(PCL(K)) + DMAX1((( -1.D00)**K)*F(K),0.D00)
SOMA = SOMA + CT(K)
75 CONTINUE
IF(CRD) 80,85,90
c ----- Momentum em r (CRD = -1)
80 CT(5) = SOMA + 2.D00*DELR*DELZ/((RP1+RM1)*REY)
AMCCIC,JC) = RAI(XJC)*DELZ/(CT(5) + 1.D-30)
AMCPCIC,JC) = RAI(XJC)*DELZ*AMCCIC,JC)
VTANG = (CAMPOCIC,JC-1) + CAMPOCIC,JC+1))/2.D00
CT(6) = VTANG*VTANG*DELR*DELZ - (RAI(XJC+1)+RAI(XJC-1))
/*DELZ*(PRSCIC,JC+1)-PRSCIC,JC-1))/2.D00
RETURN
c ----- Momentum em z (CRD = 0)
85 AMCCIC,JC) = (RP1*RP1-RM1*RM1)/(SOMA*2.D00 + 1.D-30)
AMCPCIC,JC) = (RP1*RP1-RM1*RM1)*AMCCIC,JC)/2.D00
CT(5) = SOMA
AZ = (RP1*RP1 - RM1*RM1)/2.D00
CT(6) = -AZ*(PRSCIC-1,JC)-PRSCIC+1,JC)
RETURN
c ----- Momentum em TETA (CRD = 1)
90 R1 = (RP1*RP1 - RM1*RM1)/2.D00
RM = (RP1 + RM1)/2.D00
VRAD = (CAMPOCIC,JC-1) + CAMPOCIC,JC+1))/2.D00
AP = SOMA + DELR*DELZ/(RM*REY) + DMAX1(VRAD,0.D00)
/*R1*DELZ
CT(5) = AP
CT(6) = -R1* DMAX1(-VRAD,0.D00)*DELZ*CAMPOCIC,JC)
RETURN
END
c ----- Sub-rotina que calcula as constantes da sub CONDI
SUBROUTINE CONST(CRD,IST,JST)
INTEGER LIN,ICOL,IST,JST
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON /BIMBADA/ BIMBOX(100,100)
COMMON /CUMPADI/ UVEL1,UVEL2,WVEL3,WVEL4
COMMON /LINHA/ LIN,ICOL
IF(CRD) 92,96,99
92 UVEL1 = (BIMBOX(IST,JST+2) + BIMBOX(IST,JST))/2.D00
UVEL2 = (BIMBOX(IST,JST-2) + BIMBOX(IST,JST))/2.D00
WVEL3 = (BIMBOX(IST-1,JST-1) + BIMBOX(IST-1,JST+1))/2.D00
WVEL4 = (BIMBOX(IST+1,JST-1) + BIMBOX(IST+1,JST+1))/2.D00
RETURN
96 UVEL1 = (BIMBOX(IST-1,JST+1) + BIMBOX(IST+1,JST+1))/2.D00
UVEL2 = (BIMBOX(IST-1,JST-1) + BIMBOX(IST+1,JST-1))/2.D00

```

```

WVEL3 = (BIMBOCIST-2,JST) + BIMBOCIST,JST)/2.D00
WVEL4 = (BIMBOCIST+2,JST) + BIMBOCIST,JST)/2.D00
RETURN
99  UVEL1 = BIMBOCIST,JST+1)
    UVEL2 = BIMBOCIST,JST-1)
    WVEL3 = BIMBOCIST-1,JST)
    WVEL4 = BIMBOCIST+1,JST)
    RETURN
    END
c  ----- Esta sub-rotina modifica a matriz BIMBO utilizando o
c  ----- metodo TDMA (linha a linha ou coluna a coluna)
    SUBROUTINE TDMA(CRD)
    IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
    DIMENSION PTC(60),QTC(60),CTC(6),FONTC(100,100),APC(100,100),
    /  AIPC(100,100),AIMC(100,100),AJPC(100,100),AJMC(100,100)
    COMMON /BIMBADA/ BIMBOC(100,100)
    COMMON /VARREV/ NVEZES
    COMMON /PHI/ PHI3,PHI4
    COMMON /LINHA/ LIN,ICOL
    COMMON /Vetor1/ VTSUP(1,100)
    COMMON /Vetor2/ VTINF(1,100)
    ZERO = 0.D00
c  ----- Anula as matrizes AIP,AIM,AJP,AJM,AP e FONT
    DO 80 I = 1,LIN
    DO 81 J = 1,ICOL
    APC(I,J) = ZERO
    FONTC(I,J) = ZERO
    AIMC(I,J) = ZERO
    AIPC(I,J) = ZERO
    AJMC(I,J) = ZERO
    AJPC(I,J) = ZERO
    81  CONTINUE
    80  CONTINUE
c  ----- Calculo de NLI e NCO para cada velocidade
    CALL RIGHEC(ZERO,CRD,NLI,NCO)
c  ----- Calculo dos Anb
    DO 100 I = 1,NLI
    DO 99 J = 1,NCO
    CALL INDICEC(CRD,I,J,IMA,JMA)
    CALL CONDICI(IMA,JMA,CRD,CT)
    AIPC(IMA,JMA) = CTC(4)
    AIMC(IMA,JMA) = CTC(3)
    AJPC(IMA,JMA) = CTC(1)
    AJMC(IMA,JMA) = CTC(2)
    APC(IMA,JMA) = CTC(5)
    FONTC(IMA,JMA) = CTC(6)
    99  CONTINUE
    100 CONTINUE
    DO 110 KK = 1,NVEZES
c  ----- TDMA coluna a coluna (LC > 0)
    LC = 1
c  ----- Ida =>
    DO 142 J= 1,NCO
    PAN = ZERO
    QAN = ZERO
    CALL INDICEC(CRD,1,J,IM,JM)
    IF(CRD.EQ.(1.D00)) QAN = VTSUP(1,JM)
    DO 144 I = 1,NLI
    CALL INDICEC(CRD,I,J,IMA,JMA)

```

```

CTC(1) = AJPCIMA,JMA)
CTC(2) = AJMCIMA,JMA)
CTC(3) = AIMCIMA,JMA)
CTC(4) = AIPCIMA,JMA)
CTC(5) = APCIMA,JMA)
CTC(6) = FONTCIMA,JMA)
PHI3 = CINT(CRD,IMA,JMA-2)
PHI4 = CINT(CRD,IMA,JMA+2)
IF(I.EQ.1) GO TO 111
PAN = PT(I-1)
QAN = QT(I-1)
111 CALL VETTC(LC,CT,PAN,QAN,P,Q)
PT(I) = P
QT(I) = Q
144 CONTINUE
DO 146 IT = NLI,1,-1
CALL INDICE(CRD,IT,J,IMA,JMA)
BIMBOCIMA,JMA)=PTC(IT)*CINT(CRD,IMA+2,JMA) + QTC(IT)
146 CONTINUE
142 CONTINUE
c ----- Volta <=
DO 152 J= NCO,1,-1
PAN = ZERO
QAN = ZERO
CALL INDICE(CRD,1,J,IM,JM)
IF(CRD.EQ.(1.D00)) QAN = VTSUP(1,JM)
DO 154 I = 1,NLI
CALL INDICE(CRD,I,J,IMA,JMA)
CTC(1) = AJPCIMA,JMA)
CTC(2) = AJMCIMA,JMA)
CTC(3) = AIMCIMA,JMA)
CTC(4) = AIPCIMA,JMA)
CTC(5) = APCIMA,JMA)
CTC(6) = FONTCIMA,JMA)
PHI3 = CINT(CRD,IMA,JMA-2)
PHI4 = CINT(CRD,IMA,JMA+2)
IF(I.EQ.1) GO TO 112
PAN = PT(I-1)
QAN = QT(I-1)
112 CALL VETTC(LC,CT,PAN,QAN,P,Q)
PT(I) = P
QT(I) = Q
154 CONTINUE
DO 156 IT = NLI,1,-1
CALL INDICE(CRD,IT,J,IMA,JMA)
BIMBOCIMA,JMA)=PTC(IT)*CINT(CRD,IMA+2,JMA) + QTC(IT)
156 CONTINUE
152 CONTINUE
c ----- TDMA linha a linha (LC <= 0)
LC = -1
c ----- Ida =>
DO 132 I = 1,NLI
PAN = ZERO
QAN = ZERO
CALL INDICE(CRD,I,1,IM,JM)
IF(CRD.EQ.(-1.)) QAN = BIMBOCIM,1)
DO 134 J = 1,NCO
CALL INDICE(CRD,I,J,IMA,JMA)
CTC(1) = AJPCIMA,JMA)

```

```

CTC(2) = AJMCIMA,JMA)
CTC(3) = AIMCIMA,JMA)
CTC(4) = AIPCIMA,JMA)
CTC(5) = APCIMA,JMA)
CTC(6) = FONTCIMA,JMA)
PHI3 = CINTCCRD,IMA-2,JMA)
PHI4 = CINTCCRD,IMA+2,JMA)
IF(J.EQ.1) GO TO 113
PAN = PTCJ-1)
QAN = QTCJ-1)
113 CALL VETTCLC,CT,PAN,QAN,P,Q)
PTCJ) = P
QTCJ) = Q
134 CONTINUE
DO 138 JT = NCO,1,-1
CALL INDICE(CRD,I,JT,IMA,JMA)
BIMBOCIMA,JMA)=PTCJT)*CINTCCRD,IMA,JMA+2) + QTCJT)
138 CONTINUE
132 CONTINUE
c ----- Volta <=
DO 122 I = NLI,1,-1
PAN = ZERO
QAN = ZERO
CALL INDICE(CRD,I,1,IM,JM)
IF(CRD.EQ.(-1.DOO)) QAN = BIMBOCIM,1)
DO 124 J = 1,NCO
CALL INDICE(CRD,I,J,IMA,JMA)
CTC1) = AJPCIMA,JMA)
CTC2) = AJMCIMA,JMA)
CTC3) = AIMCIMA,JMA)
CTC4) = AIPCIMA,JMA)
CTC5) = APCIMA,JMA)
CTC6) = FONTCIMA,JMA)
PHI3 = CINTCCRD,IMA-2,JMA)
PHI4 = CINTCCRD,IMA+2,JMA)
IF(J.EQ.1) GO TO 114
PAN = PTCJ-1)
QAN = QTCJ-1)
114 CALL VETTCLC,CT,PAN,QAN,P,Q)
PTCJ) = P
QTCJ) = Q
124 CONTINUE
DO 128 JT = NCO,1,-1
CALL INDICE(CRD,I,JT,IMA,JMA)
BIMBOCIMA,JMA)=PTCJT)*CINTCCRD,IMA,JMA+2) + QTCJT)
128 CONTINUE
122 CONTINUE
110 CONTINUE
RETURN
END
c -----sub GIUSTA
SUBROUTINE GIUSTA(CRD)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON /FIELD/ CAMPOC(100,100)
COMMON /BIMBADA/ BIMBOC(100,100)
COMMON /RELAX/ ALFA
COMMON /ICONTA/ ICONT
COMMON /AVISO/ IALARME
ZERO = 0.DOO

```

```

IF(CRD) 147,148,149
c ----- Velocidade radial
147 CALL RIGHEC(ZERO,-1.D00,NL,NC)
DO 152 I = 1,NL
DO 150 J = 1,NC
CALL INDICEC(-1.D00,I,J,IR,JR)
CAMPOCIR,JR)=CAMPOCIR,JR)+ALFA*(BIMBOCIR,JR)-CAMPOCIR,JR))
150 CONTINUE
152 CONTINUE
DO 400 I = 1,NL
CALL INDICEC(-1.D00,I,NC,IR,JR)
IF(CAMPOCIR,JR).LT.ZERO) IALARME=-1
400 CONTINUE
GO TO 170
c ----- Velocidade axial
148 CALL RIGHEC(ZERO,ZERO,NL,NC)
DO 154 I = 1,NL
DO 153 J = 1,NC
CALL INDICEC(ZERO,I,J,IA,JA)
CAMPOCIA,JA)=CAMPOCIA,JA)+ALFA*(BIMBOCIA,JA)-CAMPOCIA,JA))
153 CONTINUE
154 CONTINUE
GO TO 170
c ----- Velocidade tangencial
149 CALL RIGHEC(ZERO,1.D00,NL,NC)
ALF1 = ALFA*1.D00
DO 162 I = 1,NL
DO 160 J = 1,NC
CALL INDICEC(1.D00,I,J,IR,JR)
CAMPOCIR,JR)=CAMPOCIR,JR)+ALF1*(BIMBOCIR,JR)-CAMPOCIR,JR))
160 CONTINUE
162 CONTINUE
170 RETURN
END
c ----- Indice (CRD =-1 => radial, CRD=0 axial, CRD=1 tang e press)
SUBROUTINE INDICEC(CRD,I,J,IND,JND)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
IF(CRD) 200,205,210
200 IND = 2*I
JND = 2*J + 1
RETURN
205 IND = 2*I + 1
JND = 2*J
RETURN
210 IND = 2*I
JND = 2*J
RETURN
END
c -----
SUBROUTINE RIGHEC(VP,CRD,NL,NC)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON /LINHA/ LIN,ICOL
IF(VP.EQ.1.D00) THEN
NL = INT(LIN/2)
NC = INT(ICOL/2)
RETURN
ELSE
GO TO 230
ENDIF

```

```

230 IF(CRD) 235,240,245
235 NL = INT(LIN/2)
    NC = INT(ICOL/2) - 1
    RETURN
240 NL = INT(LIN/2) - 1
    NC = INT(ICOL/2)
    RETURN
245 NL = INT(LIN/2)
    NC = INT(ICOL/2)
    RETURN
    END

```

c ----- Sub-rotina VETT

```

SUBROUTINE VETT(LC,CVT,PA,QA,XP,YQ)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION CVT(6)
COMMON /PHI/ PHI3,PHI4
IF(LC) 300,300,360

```

c ----- Linha a linha (LC <= 0)

```

300 XP = CVT(1)/(CVT(5) - CVT(2)*PA + 1.0D-30)
    YQ = (CVT(3)*PHI3+CVT(4)*PHI4+CVT(6)+CVT(2)*QA)/(CVT(5)-
/ CVT(2)*PA + 1.0D-30)
    RETURN

```

c ----- Coluna a coluna (LC > 0)

```

360 X = CVT(1)
    CVT(1) = CVT(4)
    CVT(4) = X
    X = CVT(2)
    CVT(2) = CVT(3)
    CVT(3) = X
    GO TO 300
    END

```

c ----- Funcao "POWER LAW"

```

REAL*8 FUNCTION PLAW(X)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PLAW = DMAX1(0.D00,(1.D00-(DABS(X)/10.D00))**5.D00)
RETURN
END

```

c ----- Funcao CINT

```

REAL*8 FUNCTION CINT(CRD,IM,JM)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON /BIMBADA/ BIMBOX(100,100)
COMMON /LINHA/ LIN,ICOL
COMMON /Vetor1/ VTSUP(1,100)
COMMON /Vetor2/ VTINF(1,100)
ZERO = 0.D00
IF(CRD) 600,605,610
800 IF(IM.LT.1) THEN
    CINT = ZERO
    RETURN
    ELSE
    GO TO 602
    ENDIF
602 IF(IM.GT.LIN) THEN
    CINT = ZERO
    RETURN
    ELSE
    CINT = BIMBOX(IM,JM)
    RETURN
    ENDIF

```

```

605  IF(JM.LT.1) THEN
      CINT = ZERO
      RETURN
      ELSE
      GO TO 607
      ENDIF
607  IF(JM.GT.ICOL) THEN
      CINT = ZERO
      RETURN
      ELSE
      CINT = BIMBOCIM,JM
      RETURN
      ENDIF
610  IF(CIM.LT.1) THEN
      CINT=VTSUP(1,JM)
      RETURN
      ELSE
      GO TO 612
      ENDIF
612  IF(CIM.GT.LIN) THEN
      CINT = VTINF(1,JM)
      RETURN
      ELSE
      GO TO 614
      ENDIF
614  IF(JM.LT.1) THEN
      CINT = ZERO
      RETURN
      ELSE
      GO TO 616
      ENDIF
616  IF(JM.GT.ICOL) THEN
      CINT = ZERO
      RETURN
      ELSE
      CINT = BIMBOCIM,JM
      RETURN
      ENDIF
      END

```

c ----- Sub-rotina CPRESS

```

SUBROUTINE CPRESS(FLOWIN)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION AC(6),PTC(60),QTC(60),FONTB(100,100)
COMMON /FIELD/ CAMPO(100,100)
COMMON /CRAIO/ RAI(100)
COMMON /ALTURA/ ALT(100)
COMMON /COEFIC/ AMC(100,100)
COMMON /d/ AMCP(100,100)
COMMON /PHI/ PHI3,PHI4
COMMON /RELAXP/ BETA
COMMON /VARREP/ NVOLTE
COMMON /ICONTA/ ICONT
COMMON /SMATRIU/ BIGSHIT
COMMON /LINHA/ LIN,ICOL
COMMON /Pressao/ PRS(100,100)
ZERO = 0.D00
CALL RIGHE(1.D00,ZERO,NL,NC)

```

c ----- Gera a matriz FONTB

```

DO 700 I = 2,(LIN-1),2

```

```

DO 701 J = 2,(ICOL-1),2
RP1 = RAI(OCJ+1)
RM1 = RAI(OCJ-1)
RA1 = (RP1*RP1 - RM1*RM1)/2.D00
DELZ = ALT(I+1) - ALT(I-1)
AA=(RM1*DELZ)*CAMPOCI,J-1)-(RP1*DELZ)*CAMPOCI,J+1)
BB = (RA1*CAMPOCI+1,J)) - (RA1*CAMPOCI-1,J))
FONTB(I,J) = (AA + BB)
701 CONTINUE
700 CONTINUE
DO 787 IG = 1,NVOLTE
c ----- Coluna a coluna
c ----- Ida =>
DO 770 J = 1,NC
PAN = ZERO
QAN = ZERO
DO 780 I = 1,NL
CALL INDICE(1.D00,I,J,ICP,JCP)
AC1) = AMCP(ICP,JCP+1)
AC2) = AMCP(ICP,JCP-1)
AC3) = AMCP(ICP-1,JCP)
AC4) = AMCP(ICP+1,JCP)
AC5) = AC1) + AC2) + AC3) + AC4)
AC6) = FONTB(ICP,JCP)
PHI3 = PLINHAC(ICP,JCP-2)
PHI4 = PLINHAC(ICP,JCP+2)
IF(I.EQ.1) GO TO 708
PAN = PT(I-1)
QAN = QT(I-1)
708 CALL VETT(1,A,PAN,QAN,P,Q)
PT(I) = P
QT(I) = Q
780 CONTINUE
DO 782 IT = NL,1,-1
CALL INDICE(1.D00,IT,J,ICP,JCP)
AMC(ICP,JCP) = PT(IT)*PLINHAC(ICP+2,JCP) + QT(IT)
782 CONTINUE
770 CONTINUE
c ----- Volta <=
DO 800 J = NC,1,-1
PAN = ZERO
QAN = ZERO
DO 805 I = 1,NL
CALL INDICE(1.D00,I,J,ICP,JCP)
AC1) = AMCP(ICP,JCP+1)
AC2) = AMCP(ICP,JCP-1)
AC3) = AMCP(ICP-1,JCP)
AC4) = AMCP(ICP+1,JCP)
AC5) = AC1) + AC2) + AC3) + AC4)
AC6) = FONTB(ICP,JCP)
PHI3 = PLINHAC(ICP,JCP-2)
PHI4 = PLINHAC(ICP,JCP+2)
IF(I.EQ.1) GO TO 709
PAN = PT(I-1)
QAN = QT(I-1)
709 CALL VETT(1,A,PAN,QAN,P,Q)
PT(I) = P
QT(I) = Q
805 CONTINUE

```

```

DO 783 IT = NL,1,-1
CALL INDICE(1.DOO,IT,J,ICP,JCP)
AMC(ICP,JCP) = PTC(IT)*PLINH(ICP+2,JCP) + QT(IT)
CONTINUE
CONTINUE

```

783
800

----- Linha a linha
----- Ida =>

c
c

```

DO 750 I = 1,NL
PAN = ZERO
QAN = ZERO
DO 760 J = 1,NC
CALL INDICE(1.DOO,I,J,ICP,JCP)
AC(1) = AMCP(ICP,JCP+1)
AC(2) = AMCP(ICP,JCP-1)
AC(3) = AMCP(ICP-1,JCP)
AC(4) = AMCP(ICP+1,JCP)
AC(5) = AC(1) + AC(2) + AC(3) + AC(4)
AC(6) = FONTB(ICP,JCP)
PHI3 = PLINH(ICP-2,JCP)
PHI4 = PLINH(ICP+2,JCP)
IF(J.EQ.1) GO TO 710
PAN = PTC(J-1)
QAN = QT(J-1)
CALL VETTC-1,A,PAN,QAN,P,Q)
PTC(J) = P
QT(J) = Q
CONTINUE
DO 762 JT = NC,1,-1
CALL INDICE(1.DOO,I,JT,ICP,JCP)
AMC(ICP,JCP) = PTC(JT)*PLINH(ICP,JCP+2) + QT(JT)
CONTINUE
CONTINUE

```

710

760

762
750

----- Volta <=

c

```

DO 850 I = NL,1,-1
PAN = ZERO
QAN = ZERO
DO 860 J = 1,NC
CALL INDICE(1.DOO,I,J,ICP,JCP)
AC(1) = AMCP(ICP,JCP+1)
AC(2) = AMCP(ICP,JCP-1)
AC(3) = AMCP(ICP-1,JCP)
AC(4) = AMCP(ICP+1,JCP)
AC(5) = AC(1) + AC(2) + AC(3) + AC(4)
AC(6) = FONTB(ICP,JCP)
PHI3 = PLINH(ICP-2,JCP)
PHI4 = PLINH(ICP+2,JCP)
IF(J.EQ.1) GO TO 711
PAN = PTC(J-1)
QAN = QT(J-1)
CALL VETTC-1,A,PAN,QAN,P,Q)
PTC(J) = P
QT(J) = Q
CONTINUE
DO 862 JT = NC,1,-1
CALL INDICE(1.DOO,I,JT,ICP,JCP)
AMC(ICP,JCP) = PTC(JT)*PLINH(ICP,JCP+2) + QT(JT)
CONTINUE
CONTINUE
CONTINUE

```

711

860

862
850
787

```

      IF((IPL.LT.1).OR.(IPL.GT.LIN)) SO = -1.D00
      IF((JPL.LT.1).OR.(JPL.GT.ICOL)) SO = 0.D00
      IF(SO) 810,810,815
810    PLINHA = 0.D00
      RETURN
815    PLINHA = AMC(IPL,JPL)
      RETURN
      END

```

c -----sub INN

```

      SUBROUTINE INNCLIN, FLOWIN
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      COMMON /FIELD/ CAMPO(100,100)
      COMMON /CRAIO/ RAI(100)
      COMMON /ALTURA/ ALT(100)
      FLOWIN = 0.D00
      DO 900 I = 2,(LIN-1),2
900    FLOWIN = FLOWIN + RAI(I)*CAMPO(I,1)*
      / (ALT(I+1)-ALT(I-1))
      RETURN
      END

```

c -----sub OUTT

```

      SUBROUTINE OUTTCLIN, ICOL, FLOWIN
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      COMMON /FIELD/ CAMPO(100,100)
      COMMON /CRAIO/ RAI(100)
      COMMON /ALTURA/ ALT(100)
      AR = 0.D00
      FL = 0.D00
      DO 902 I = 2,(LIN-1),2
      AR = AR + RAI(ICOL)*(ALT(I+1)-ALT(I-1))
902    FL = FL + RAI(ICOL-2)*(ALT(I+1)-ALT(I-1))*CAMPO(I,ICOL-2)
      SOM = 0.D00
      ADD = (FLOWIN - FL)/AR
      DO 904 I = 2,(LIN-1),2
      CAMPO(I,ICOL) = (RAI(ICOL-2)/RAI(ICOL))*CAMPO(I,ICOL-2)
      / + ADD
      SOM = SOM + RAI(ICOL)*CAMPO(I,ICOL)*(ALT(I+1)-ALT(I-1))
904    CONTINUE
      RETURN
      END

```

c ----- Function que calcula a continuidade

```

      REAL*8 FUNCTION CTDD(CAMPO,RAI)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION CAMPO(100,100),RAI(100)
      COMMON /ALTURA/ ALT(100)
      COMMON /SUM/ FSUM
      GRAND = 0.D00
      FSUM = 0.D00
      CALL RIGHEC(1.D00,0.D00,NL,NC)
      DO 910 I = 1,NL
      DO 908 J = 1,NC
      CALL INDICEC(1.D00,I,J,IR,JR)
      RP1 = RAI(JR+1)
      RM1 = RAI(JR-1)
      RA1 = (RP1*RP1 - RM1*RM1)/2.D00
      DELZ = ALT(IR+1) - ALT(IR-1)
      AX = (RM1*DELZ)*CAMPO(IR,JR-1)-(RP1*DELZ)*CAMPO(IR,JR+1)
      BX = (RA1*CAMPO(IR+1,JR)) - (RA1*CAMPO(IR-1,JR))
      XX = AX + BX

```

```
FSUM = FSUM + XX
GRAND = DMAX1(GRAND,DABS(XX))
908 CONTINUE
910 CONTINUE
CTDD = GRAND
RETURN
END
```