

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**Estudo da Influência dos Perfis de Solo na
Resposta Dinâmica de Sistemas Rotor-
Fundação**

Autora: Denise Alves Ramalho
Orientadora: Prof^ª Dr^ª Katia Lucchesi Cavalca Dedini

46/2007

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

Estudo da Influência dos Perfis de Solo na Resposta Dinâmica de Sistemas Rotor- Fundação

Autora: Denise Alves Ramalho
Orientadora: Prof^a Dr^a Katia Lucchesi Cavalca Dedini

Curso: Engenharia Mecânica
Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Dissertação de mestrado acadêmico apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2006
S.P. – Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

M151s Ramalho, Denise Alves
Estudo da influência dos perfis de solo na resposta
dinâmica de sistemas rotor-fundação / Denise Alves
Ramalho. --Campinas, SP: [s.n.], 2006.

Orientador: Katia Lucchesi Cavalca Dedini
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Dinâmica. 2. Rotores – Dinâmica. 3. Interação
solo - estrutura. I. Dedini, Katia Lucchesi Cavalca. II.
Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Study of the influence of soil profiles on dynamic response of
rotor-foundation systems

Palavras-chave em Inglês: Dynamic, rotor-foundation-soil, Unbalance response,
Stratified soil, Visco-elastic soil model

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Euclides de Mesquita Neto e Domingos Alves Rade

Data da defesa: 27/07/2006

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

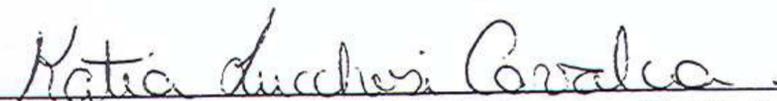
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

Estudo da Influência dos Perfis de Solo na Resposta Dinâmica de Sistemas Rotor- Fundação

Autora: Denise Alves Ramalho

Orientadora: Prof^a Dr^a Kátia Lucchesi Cavalca Dedini

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



Prof^a Dr^a Kátia Lucchesi Cavalca Dedini

Universidade Estadual de Campinas



Prof. Dr. Euclides de Mesquita Neto

Universidade Estadual de Campinas



Prof. Dr. Domingos Alves Rade

Universidade Federal de Uberlândia

Campinas, 27 de julho de 2006.

448308001

Dedicatória:

Dedico este trabalho ao meu pai.

Agradecimentos

À minha família, pelo incentivo;

À minha orientadora, Professora Katia Lucchesi Cavalca Dedini, que me mostrou os caminhos a serem seguidos;

Ao professor Euclides, pela ajuda no desenvolvimento do trabalho;

Ao Eduardo Okabe, pelo auxílio na programação do algoritmo de simulação.

Aos colegas e funcionários, pela contribuição direta ou indireta na conclusão deste trabalho;

À CAPES, pelo suporte financeiro.

Resumo

RAMALHO, Denise Alves; *Estudo da Influência dos Perfis de Solo na Resposta Dinâmica de Sistemas Rotor-Fundação*, Campinas; Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas; 2006; Dissertação (Mestrado).

O objetivo deste trabalho é estender e melhorar a análise dinâmica de um sistema rotor-fundação-solo através da inclusão de modelos distintos de perfis de solo. Obtém-se a resposta desbalanceada de um rotor Laval (Jeffcott) simples bidimensional com mancais rígidos. O rotor é colocado sobre uma fundação de bloco rígido. Os perfis de solo incluem o modelo clássico de semi-espaço e o modelo de solo sobre base rígida. Em particular, uma camada sobre base rígida com diferentes valores de profundidade será considerada. A resposta dinâmica do solo é obtida no domínio da frequência. O mecanismo de amortecimento interno do solo é considerado. Vários estudos paramétricos são realizados para avaliar o papel da espessura da camada do solo, do coeficiente de amortecimento do solo, da inércia da fundação e da altura dos mancais na resposta ao desbalanceamento do rotor. Acredita-se que a análise deste modelo simples de rotor-fundação-solo ajudará a esclarecer o papel dos parâmetros mencionados na resposta dinâmica do rotor.

Palavras-chave:

Dinâmica, rotor-fundação-solo, resposta ao desbalanceamento, solo estratificado, modelo de solo visco-elástico.

Abstract

RAMALHO, Denise Alves; *Study of the influence of soil profiles on the dynamic response of rotor-foundation systems*, Campinas; Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas; 2006; Dissertação (Mestrado).

The aim of the present work is to extend and improve the dynamic analysis of a rotor-foundation-soil system by including the modelling of distinct soil profiles. The unbalance response of a simple two-dimensional Laval (Jeffcott) rotor with rigid bearings is performed. The rotor is attached to a rigid strip foundation (block foundation). The soil profiles, on the other hand, include the classical half-space but also stratified soils. In particular, a layer with various depths over a bedrock will be considered. The soil's dynamic response is furnished in terms of frequency dependent complex impedances. The soil internal damping mechanism is also addressed by making the soil a viscoelastic continuum. A series of parametric studies are performed to assess the role of soil layer thickness, soil internal damping coefficient, foundation inertia and bearing height on the rotor unbalance response. It is believed that the analysis of this simple rotor-foundation-soil model will help to clarify the role of the mentioned parameters on the rotor dynamic response.

Key – words: Dynamics, Rotor-foundation-soil, unbalance response, stratified soil, viscoelastic soil model.

Índice

Lista de figuras	x
Nomenclatura	xii
1 Introdução	1
1.1 Objetivos	1
1.2 Conteúdo do trabalho	2
2 Revisão bibliográfica	3
3 Descrição do problema	21
3.1 Rotor	22
3.1.1 Equacionamento do rotor	23
3.1.2 Equilíbrio de forças	27
3.2 Rotor – Fundação	28
3.2.1 Equacionamento da fundação	29
3.2.2 Equacionamento do rotor incluindo efeitos da fundação	32
3.2.3 Equilíbrio de forças e momentos	37
3.2.3.a Forças que atuam no rotor	37
3.2.3.b Forças que atuam na fundação	38
3.3 Rotor - Fundação – Solo	41
3.3.1 Forças que atuam no rotor	42

3.3.2 Forças que atuam na fundação	42
3.3.3 Equilíbrio de forças	44
3.3.3.a Fundação	44
3.3.3.b Rotor	46
4 Modelos de Solo	47
4.1 Modelo do semi-espaço	48
4.2 Modelo de camada sobre base rígida	49
4.3 Funções de impedância do solo	49
4.4 Equações de movimento do sistema completo	51
5 Resultados	54
5.1 Rotor em mancal rígido	55
5.2 Fundação sobre o solo	56
5.3 Rotor – fundação – solo	62
6 Conclusões	73
Bibliografia	75

Lista de Figuras

- 3.1. Sistema rotor-mancal-fundação sobre o solo (Gasch, Nordman).
 - 3.2. Rotor Laval com mancais rígidos.
 - 3.3. Forças que atuam no disco.
 - 3.4. Modelo da fundação tipo bloco rígido.
 - 3.5. Movimento da fundação.
 - 3.6. Graus de liberdade da fundação.
 - 3.7. Movimento de (a) translação e (b) rotação da fundação.
 - 3.8. Deslocamento do centro de massa da fundação devido à translação e rotação.
 - 3.9. Forças que atuam na fundação.
 - 3.10. Sistema rotor-fundação-solo (Gasch, Nordman).
 - 3.11. Movimento do rotor e da fundação.
 - 3.12 Forças que atuam na fundação do sistema completo.
-
- 4.1. Fundação de superfície sobre semi-espaço.
 - 4.2. Fundação de superfície em camada sobre base rígida.
-
- 5.1 Amplitude de deslocamento do rotor em função da frequência de excitação.
 - 5.2.a Variação de B_f no sistema fundação-solo para B_f menor que 1.
 - 5.2.b Variação de B_f para valores de 0,1 a 20,0.
 - 5.3.a B_f em camada sobre base rígida com amortecimento de 0,5% e $d/a=2$.
 - 5.3.b B_f em camada sobre base rígida com amortecimento de 0,5% e $d/a=6$.
 - 5.3.c B_f em camada sobre base rígida com amortecimento de 0,5% e $d/a=10$.
 - 5.4.a B_f em camada sobre base rígida com amortecimento de 5,0% e $d/a=2$.
 - 5.4.b B_f em camada sobre base rígida com amortecimento de 5,0% e $d/a=6$.

- 5.4.c B_f em camada sobre base rígida com amortecimento de 5,0% e $d/a=10$.
- 5.5.a B_f em camada sobre base rígida com amortecimento de 20,0% e $d/a=2$.
- 5.5.b B_f em camada sobre base rígida com amortecimento de 20,0% e $d/a=6$.
- 5.5.c B_f em camada sobre base rígida com amortecimento de 20,0% e $d/a=10$.
- 5.6. Influência da razão de massa rotor-fundação no parâmetro $S = 0,5; 1,0; 2,0$ para $h_b/a=0$.
- 5.7. Influência da razão de massa entre rotor e fundação no parâmetro $S=1(a)$ e $S=2(b)$ quando $h_b/a=1$.
- 5.8. Influência da altura dos mancais no parâmetro $S=1$ e $M_{RF}=0,1$ -vertical.
- 5.9.a. Influência da altura dos mancais no deslocamento do rotor para $S = 1.0$ e $M_{RF} = 0.1$.
- 5.9.b. Influência da altura dos mancais no deslocamento da fundação para $S = 1.0$ e $M_{RF} = 0.1$.
- 5.10.a Influência da razão de massa fundação-solo, $h_b/a = 0.0$; $S = 1.0$ e $M_{rf} = 0.1$
- 5.10.b Influência da razão de massa fundação-solo $h_b/a = 0.0$; $S = 1.0$ e $M_{rf} = 0.1$
- 5.11. Influência do amortecimento do solo no modelo semi-espaço para $h_b/a = 0$.
- 5.12. Comparação dos modelos semi-espaço e camada sobre base rígida.

Nomenclatura

Letras Latinas

A_0 - parâmetro de frequência adimensional	[-]
a – meia largura da fundação	[m]
\mathbf{a}^{o^m/o_1} - aceleração do centro de massa da fundação no referencial inercial	[m/s ²]
\mathbf{a}^R – aceleração do rotor no referencial inercial	[m/s ²]
B_f – razão de massa entre a fundação e o solo	[Ns/m]
$[C]$ - matriz de amortecimento do sistema completo	[Ns/m]
c_e - coeficiente de amortecimento externo	[Ns/m]
c_i - coeficiente de amortecimento interno	[Ns/m]
c_s - velocidade de cisalhamento do meio contínuo elástico (solo)	[m/s]
d – profundidade da camada do solo sobre base rígida	[m]
e – distância entre o centro de massa e o centro geométrico do rotor	[m]
\mathbf{F}_a - força de amortecimento	[N]
\mathbf{F}_{ai} - força de amortecimento interno	[N]
\mathbf{F}_{ae} - força de amortecimento externo	[N]
\mathbf{F}_d – Força de desbalanceamento do rotor	[N]
\mathbf{F}_e - Força elástica do eixo	[N]
\mathbf{F}_{ex} - vetor de forças aplicadas na fundação	[N]

\mathbf{F}_{eixo} - Força do eixo no mancal	[N]
\mathbf{F}_F - Força da fundação	[N]
\mathbf{F}_S - Força do solo	[N]
\mathbf{F}_{S_y} - Força do solo na direção horizontal	[N]
\mathbf{F}_{S_z} - Força do solo na direção vertical	[N]
f_{s_y} - Módulo da força do solo na direção horizontal	[N]
f_{s_z} - Módulo da força do solo na direção vertical	[N]
F_y - forças externas aplicadas na fundação na direção y	[N]
F_z - forças externas aplicadas na fundação na direção z	[N]
G – módulo de cisalhamento do solo	[MPa]
h_b - Altura do mancal em relação ao centro de massa da fundação	[m]
h_F – Altura da fundação	[m]
h_g – Altura do centro de massa da fundação em relação ao solo	[m]
$\dot{\mathbf{H}}^{\text{c/o}}$ - derivada temporal no referencial inercial do vetor quantidade de movimento angular de um corpo com respeito ao seu centro de massa	[Nm]
$[\mathbf{K}]$ - matriz de rigidez do sistema completo	[N/m]
$[\bar{\mathbf{K}}(\mathbf{a}_0)]$ - matriz de impedância normalizada dependente da frequência	
$[\mathbf{K}_S]$ - matriz de impedância do solo	[N/m]
k_e - Rigidez do eixo	[N/m]
$[\mathbf{M}]$ - matriz de massa do sistema completo	[Kg]
m_F - massa da fundação	[Kg]
m_R - massa do rotor	[Kg]
\mathbf{M}^{o} - momento resultante no centro de massa da fundação	[Nm]
\mathbf{M}_S - momento do solo	[Nm]
M_{S_x} - módulo do momento do solo	[Nm]
M_x - momentos externos aplicados na fundação na direção x	[Nm]
N_Z – coeficiente de flexibilidade do solo	[-]

O – ponto de origem do sistema de coordenadas no centro geométrico do rotor	[-]
O' - ponto de origem do sistema de coordenadas nos mancais	[-]
O'' - ponto de origem no sistema de coordenadas no centro de massa da fundação	[-]
O_1'' - ponto no referencial inercial que coincide com o ponto O'' quando o sistema está em repouso	[-]
O''' – ponto de aplicação das forças do solo na fundação	[-]
$\mathbf{p}^{F_{eixo}/O''}$ - posição da aplicação da força do eixo em relação ao centro de massa da fundação	[m]
$\mathbf{p}^{O/O'}$ - posição do centro geométrico do rotor em relação ao eixo que passa pelos mancais	[m]
$\mathbf{p}^{O/O_1'}$ - posição do centro geométrico do rotor em relação ao ponto que coincide com o centro dos mancais quando o sistema está em repouso	[m]
$\mathbf{p}^{O'/O''}$ - posição do centro dos mancais em relação ao centro de massa da fundação	[m]
$\mathbf{p}^{O_1'/O_1''}$ - posição do ponto que coincide com o centro dos mancais em relação ao ponto que coincide com o centro de massa da fundação quando o sistema está em repouso	[m]
$\mathbf{p}^{O''/O_1''}$ - posição do centro de massa da fundação em relação ao ponto que coincide com o centro de massa da fundação quando o sistema está em repouso	[m]
$\mathbf{p}_r^{O''/O_1''}$ - componente do vetor posição do centro de massa da fundação devido à rotação	[m]
$\mathbf{p}_t^{O''/O_1''}$ - componente do vetor posição do centro de massa da fundação devido à translação	[m]
$\mathbf{p}^{R/O}$ - posição do centro de massa do rotor em relação ao centro geométrico	[m]
$\mathbf{p}^{R/O'}$ - posição do centro de massa do rotor em relação ao eixo que passa pelos mancais	[m]
S - parâmetro do rotor-solo	[-]
\mathbf{U}_f - vetor de deslocamentos da fundação	[m]
\mathbf{u}_s - vetor dos graus de liberdade da fundação rígida e sem massa	[-]
u_y^F - módulo do deslocamento do centro de massa da fundação na direção horizontal	[m]
\dot{u}_y^F - módulo da velocidade do centro de massa da fundação na direção horizontal	[m/s]
\ddot{u}_y^F - módulo da aceleração do centro de massa da fundação na direção horizontal	[m/s ²]
u_z^F - módulo do deslocamento do centro de massa da fundação na direção vertical	[m]
\dot{u}_z^F - módulo da velocidade do centro de massa da fundação na direção vertical	[m/s]

\ddot{u}_z^F - módulo da aceleração do centro de massa da fundação na direção vertical	[m/s ²]
u_y^R - módulo do deslocamento do rotor na direção horizontal	[m]
\dot{u}_y^R - módulo da velocidade do rotor na direção horizontal	[m/s]
\ddot{u}_y^R - módulo da aceleração do rotor na direção horizontal	[m/s ²]
u_z^R - módulo do deslocamento do rotor na direção vertical	[m]
\dot{u}_z^R - módulo da velocidade do rotor na direção vertical	[m/s]
\ddot{u}_z^R - módulo da aceleração do rotor na direção vertical	[m/s ²]
u_y^S - deslocamento do solo na direção horizontal	[m]
u_z^S - deslocamento do solo na direção horizontal	[m]
\mathbf{v}^R - velocidade do rotor	[m/s]
$\mathbf{v}^{O''/O_1''}$ - Velocidade do centro de massa da fundação no referencial inercial	[m/s]
$\hat{\mathbf{x}}$ - versor no referencial inercial na direção horizontal	[-]
$\hat{\mathbf{y}}$ - versor no referencial inercial na direção horizontal	[-]
$\hat{\mathbf{z}}$ - versor no referencial inercial na direção vertical	[-]

Letras gregas

α^C - aceleração angular do corpo no referencial inercial	[rad/s ²]
ϕ^F - ângulo do centro de massa da fundação em relação ao eixo vertical no referencial inercial	[rad]
$\dot{\phi}$ - Velocidade angular do centro de massa da fundação no referencial inercial	[rad/s]
$\ddot{\phi}$ - Aceleração angular do centro de massa da fundação no referencial inercial	[rad/s ²]
ϕ_x^S - rotação da fundação rígida sem massa	[rad]
η_s - coeficiente de amortecimento do solo	[-]
ρ_F - densidade da fundação	[Kg/m ³]
ρ_s - densidade do solo	[Kg/m ³]
ν - coeficiente de Poisson do solo	[-]
θ - ângulo do centro de massa do rotor em relação ao eixo vertical no referencial inercial	[rad]

$\dot{\theta}$ - velocidade angular do rotor	[rad/s]
$\ddot{\theta}$ - aceleração angular do rotor	[rad/s ²]
ω - parâmetro de frequência circular	[rad/s]
$\boldsymbol{\omega}^C$ - velocidade angular de um corpo no referencial inercial	[rad/s]
${}^R\boldsymbol{\omega}^I$ - velocidade angular do referencial inercial no referencial do rotor	[rad/s]
${}^R\boldsymbol{\omega}^R$ - velocidade angular do rotor em relação ao referencial inercial	[rad/s]
ω_R - módulo da velocidade angular do rotor	[rad/s]
Ω - módulo da velocidade angular do rotor	[rad/s]
\mathbb{I}^{C/O^*} - tensor de inércia do corpo em relação ao seu centro de massa	[Kg m ²]

Capítulo 1

Introdução

Máquinas rotativas são amplamente utilizadas para os mais variados fins, e saber como estas máquinas se comportam é muito importante. As máquinas rotativas são geralmente compostas por eixos, mancais, fundação e outros equipamentos, e por isso a análise do comportamento dessas máquinas é bastante complexa. Para se estudar o comportamento dinâmico desses sistemas é necessário determinar a interação de todos os componentes.

Nas últimas três décadas houve um desenvolvimento notável em métodos e tópicos de pesquisa a respeito da análise da dinâmica de máquinas rotativas. Um dos tópicos que têm atraído a atenção de pesquisadores é a interação de máquinas rotativas com suas estruturas de suporte. Sabe-se que a dinâmica da estrutura pode exercer um importante papel na resposta do rotor. Mas há um tópico que ainda não recebeu a atenção que deveria. As estruturas de suporte do rotor estão colocadas sobre uma fundação e esta fundação interage com suas vizinhanças e com o solo. A questão da influência da fundação e do solo na resposta do rotor ainda não foi muito estudada. Tentativas anteriores de descrever o comportamento do sistema rotor-fundação-solo são limitadas a modelos muito simples de solo.

1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho é estender e melhorar a análise dinâmica de um sistema rotor-fundação-solo através da inclusão de modelos distintos de solo. A resposta ao desbalanceamento de um modelo bidimensional de um rotor Laval com mancais rígidos, e amortecimentos interno e externo é obtida neste trabalho. O rotor foi colocado sobre uma fundação do tipo bloco rígido. A

fundação está colocada sobre o solo, sendo uma fundação de superfície. Os perfis de solo incluem o modelo clássico de semi-espaço e um modelo de solo estratificado. Serão analisados o semi-espaço clássico e o modelo de solo em camada sobre uma base rígida. O mecanismo de amortecimento interno do solo foi considerado, sendo o solo representado como um meio contínuo visco-elástico.

As simulações apresentadas incluem o efeito da espessura da camada do solo e os parâmetros de amortecimento interno na resposta do rotor. A influência das propriedades de inércia da fundação também é apresentada. Acredita-se que a análise deste modelo simples rotor-fundação-solo possa ajudar a entender o papel dos perfis de solo estratificado na resposta ao desbalanceamento do rotor.

1.2 Conteúdo do trabalho

O trabalho foi dividido em 6 capítulos, da seguinte maneira:

Capítulo 1: Introdução. Apresenta uma visão geral do trabalho e seus objetivos.

Capítulo 2: Apresenta uma revisão da literatura que trata de sistemas dinâmicos rotor-estrutura e de modelos de solo.

Capítulo 3: Apresenta o equacionamento do modelo teórico rotor-mancal-fundação.

Capítulo 4: Apresenta os modelos de solo utilizados e o equacionamento do sistema incluindo as matrizes referentes ao modelo do solo.

Capítulo 5: Apresenta os resultados obtidos através de simulações computacionais do rotor em mancal rígido, da fundação sobre o solo e do sistema rotor-fundação-solo para os dois modelos de solo.

Capítulo 6: Apresenta as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Revisão da Literatura

O comportamento de máquinas rotativas é significativamente influenciado pelo comportamento da fundação. As primeiras pesquisas para estudar tais sistemas eram baseadas em modelos simples, que variavam entre um, dois ou três sistemas de massas, onde não era considerada a rigidez flexional da fundação[1].

Segundo Krämer [2], o Rotor Jeffcott foi introduzido em 1895 por Föppl, e foi chamado posteriormente de Jeffcott, quando este explicou a ciência da dinâmica de rotores em 1919, de uma forma descritiva e clara, utilizada até hoje. Desenvolvimentos desde os primórdios podem ser resumidos como segue:

- 1869. Rankine observou a existência de velocidades críticas[2].
- 1883. Laval construiu o rotor, que depois levou o seu nome, e resolveu o problema de operação silenciosa – em uma faixa de operação superior a 40.000 rpm – utilizando um eixo extremamente flexível. Ele concentrou os esforços na autocentralização do eixo em velocidades superiores à velocidade crítica, um fenômeno que ele intuitivamente identificou [2].
- 1895. As investigações fundamentais de Dunkerley e Föppl surgiram. Assim, percebeu-se que um eixo tem algumas velocidades críticas e que, sob certas circunstâncias, estas eram as mesmas frequências naturais de um eixo em repouso. Com o objetivo de calcular as velocidades críticas de eixos cilíndricos com alguns discos e mancais, a teoria de Reynolds foi aplicada. O efeito giroscópico foi também considerado, levando em consideração sua dependência em relação

à velocidade. A solução no domínio da frequência só era possível, naquela época, para modelos simples[2].

- 1910. Stodola apresentou um procedimento descritivo para calcular velocidades críticas, que foi amplamente utilizado até o advento de computadores digitais, sendo então substituído pelo método da matriz de transferência de Myklestad e Prohl [2].

Em 1976, Gash, R. [3] analisou, utilizando elementos finitos, um turbo-rotor, onde considerou os amortecimentos externo e interno, forças do filme de óleo e forças giroscópicas. Porém, teve que introduzir algumas centenas de graus de liberdade. Na seqüência, a dinâmica da fundação foi introduzida nas equações do rotor através da formulação da receptância. As matrizes de receptância poderiam ser obtidas tanto a partir de testes com *shakers* como da análise dos modos da fundação sem o eixo.

Em 1984, Gasch, R.; Maurer, J. e Sarfeld, W. [4] desenvolveram as equações de um rotor simples (Jeffcott ou Laval) para uma fundação rígida sobre um meio elástico (solo), calcularam a resposta ao desbalanceamento e o limite de estabilidade do sistema, e mostraram sob quais circunstâncias uma melhoria do comportamento dinâmico poderia ser obtida pela influência do solo e da fundação. As equações do movimento foram desenvolvidas e resolvidas com o objetivo de encontrar a resposta ao desbalanceamento da fundação e do rotor. E foi verificado que o solo, sendo um meio elástico, poderia ter uma influência muito positiva no funcionamento suave dos rotores. Assim, através da radiação de energia no solo, a resposta ao desbalanceamento e a estabilidade poderiam ser muito melhoradas.

Um método de elementos finitos para a análise de uma fundação considerada como uma viga elástica contínua foi desenvolvida por Mourelatos, Z. P. e Parsons, M. G. [5]. Este método utilizou um modelo tridimensional de fundação e levou em conta os modelos de Filonenko-Borodich e Pasternak de forma consistente e completa. Mostrou-se, através de exemplos numéricos, a precisão do método e a importância dos esforços axiais e de cisalhamento e a interação entre estes esforços associados a uma fundação contínua e elástica. O método foi aplicado a um rotor suportado por dois mancais hidrodinâmicos.

Posteriormente, Mesquita, E. [6] apresenta um método para descrever o comportamento dinâmico de rotores interagindo através do solo, verificando a resposta ao desbalanceamento do

rotor. Observou-se que os mecanismos de acoplamento do solo não são significantes o suficiente para provocar alterações nas frequências naturais dos sistemas. Por outro lado, o meio pode induzir frequências de ressonância em faixas de baixa frequência.

Em 1993, Choy, F. K.; Padovan, J. e Qian, W. [7] tinham como objetivo melhorar, em equipamentos rotativos, a capacidade de controlar uma variedade de acontecimentos associados a projeto, induzidos por excitações sísmicas do piso ou da base, mudanças de folgas ou desalinhamentos termicamente induzidos, atrito intermitente ou contínuo entre palhetas-carcaça, disco-carcaça ou eixo-carcaça. Para isso, averiguaram qualitativamente as características de resposta devidas ao atrito múltiplo das variações paramétricas na geometria do sistema, propriedades dos materiais, e fontes existentes. Tal informação é necessária para os projetistas que tentam minimizar os riscos potenciais de eventos catastróficos (perda de palhetas, movimento sísmico ou movimento excessivo da base), etc.

A inclusão dos efeitos da fundação em vibrações de máquinas rotativas exige o conhecimento dos parâmetros desta, que devem ser obtidos experimentalmente. Feng, N. S. e Hahn, E. J. [8] desenvolveram uma técnica para identificar tais parâmetros. Mostrou-se experimentalmente que a precisão dos resultados depende da precisão das medidas e do número de medidas. Por outro lado, verificou-se que a precisão dos resultados não exige um modelo muito preciso do rotor ou da distribuição real do desbalanceamento.

Na mesma época, Liu, W. e Novak, M. [9] desenvolveram um método híbrido para estabelecer um modelo matemático do sistema turbina-gerador-fundação, incluindo todos os componentes principais e auxiliares. Neste método, a análise é feita no domínio da frequência. A resposta no domínio do tempo é obtida pela transformada inversa de Fourier. A excitação sísmica é representada como um movimento controlado da superfície do solo. Este método pode ser utilizado para analisar a maioria das interações solo-estrutura. Um sistema turbina-gerador-fundação de 300MW foi analisado sob excitações de desbalanceamento do rotor e de terremotos. A influência da carcaça e da anisotropia do solo na resposta do sistema foi explorada e verificou-se que estas influenciam fortemente os deslocamentos e as forças internas do sistema sob a excitação do rotor desbalanceado. Sob excitações sísmicas, entretanto, apesar da presença da

carcaça e do solo anisotrópico afetarem os deslocamentos do sistema, o efeito destes nas forças internas do sistema é mínimo.

Em 1996, Redmond, I. [10] apresentou um procedimento prático para extrair parâmetros dinâmicos da estrutura de suporte para uso em modelagem de sistemas rotordinâmicos. Para tanto, utilizou dados obtidos a partir de um teste de impacto em campo. A influência do rotor, que normalmente é estabelecida nos testes de campo, deve ser considerada para permitir uma estimativa precisa das características de suporte. A base teórica para a aproximação foi demonstrada brevemente, e dados experimentais foram apresentados, confirmando a validade da técnica. O procedimento apresentado conduziu à identificação dos coeficientes dinâmicos (diretos e cruzados) do suporte. Um exemplo prático foi analisado em detalhes e mostrou que a exclusão ou a inclusão imprecisa dos termos cruzados leva a erros significativos.

Smart, M. *et al.* [11] desenvolveram um método para identificar os parâmetros da fundação através de dados da desaceleração do rotor, assumindo modelos precisos do rotor e conhecendo os mancais e o desbalanceamento, e medidas das vibrações dos suportes. Investigaram-se os efeitos dos erros na estimativa de parâmetros. Uma relação geral de entrada e saída foi criada. A sensibilidade entre erros nos modelos de mancais, e na resposta medida e no desbalanceamento foi mostrada.

Em 1997, Lees, A. W. e Friswell, M. I. [12] apresentaram um método para determinar o desbalanceamento de uma máquina rotativa utilizando a medida da vibração do suporte (pedestal). As únicas exigências do procedimento consistem num bom modelo numérico para o rotor e num modelo aproximado para o comportamento dos mancais. Nenhuma suposição é feita a respeito do modo operacional do rotor e a influência da estrutura de suporte é incluída considerando esta estrutura rígida. Foram apresentados exemplos de sistemas com dois mancais.

Em 1998, Prells, U. *et al.* [13] desenvolveram um trabalho com o objetivo de minimizar o efeito da incerteza do modelo do filme de óleo de um mancal hidrodinâmico na estimativa do modelo da fundação a partir de medidas da desaceleração de um turbo-gerador. Para isso, um método foi apresentado para identificar a matriz de transferência dinâmica relacionando o vetor resposta da fundação nos mancais a uma força estimada que é insensível ao modelo do filme de óleo. Analiticamente essa matriz de transferência foi relacionada àquela da fundação

simplesmente pela multiplicação da matriz de transformação que só depende do modelo do rotor e do filme de óleo, e que naturalmente mantém a sensibilidade do problema original com respeito ao modelo do filme de óleo. Mas, desde que a avaliação do erro da matriz de transferência robusta estimada seja mínimo, o erro retido é devido principalmente a um modelo errôneo do filme de óleo utilizado na matriz de transformação. O uso de uma estimativa robusta para calcular a contribuição do suporte na dinâmica da máquina, montada para variações do modelo do filme de óleo, aumenta a confiança nas previsões.

Irretier, H. [14] apresentou modelos matemáticos de fundações para análise modal experimental de estruturas rotativas. Eles foram caracterizados por matrizes não-simétricas e variantes no tempo. As equações do movimento foram resolvidas pela transformação modal para obter as funções resposta ao impulso e à frequência, que formam a base dos algoritmos de identificação modal no domínio do tempo e da frequência, respectivamente. As suposições clássicas na análise modal experimental são linearidade, invariância no tempo e reciprocidade da estrutura considerada. Enquanto que para pequenos deslocamentos a linearidade é uma aproximação suficientemente precisa, na dinâmica de rotores as suposições da invariância no tempo e da reciprocidade são violadas em diversas aplicações devido a várias razões, como anisotropias da distribuição de massa dos discos ou da rigidez do eixo e mancais ou dos efeitos giroscópicos. Conseqüentemente, algoritmos de identificação modal devem ser baseados na expansão modal das equações relacionadas ao movimento de sistemas invariantes no tempo com matrizes não simétricas. Nas considerações de Irretier, sistemas rotativos são classificados pelas propriedades das suas equações de movimento. A dedução das funções resposta ao impulso e frequência foi discutida, pois constituem a base de várias técnicas amplamente utilizadas de separação de fase de algoritmos de extração modal.

Em 2000, Y. Kang *et al.* [15] fizeram um estudo dos efeitos da fundação em sistemas rotor-mancal. A modelagem e a análise dos sistemas rotor-mancal-fundação baseados no método dos elementos finitos foram discutidas. Um procedimento de sub-estruturas que inclui os efeitos da fundação nas equações do movimento é discutido. Os critérios de projeto da fundação para máquinas rotativas evitando ressonância e suprimindo a resposta também foi enfatizado através de exemplos numéricos. Foram estudados três tipos de fundação: um bloco, uma viga e uma fundação tipo placa.

Edwards, S.; Lees, A. W. e Friswell, M. I. [16] desenvolveram um método para identificar os parâmetros de excitação e flexibilidade do suporte de sistemas rotor-mancal-fundação, verificando este método experimentalmente. Além do desbalanceamento da massa, a excitação devida à curvatura do rotor foi incluída no método, que tem um grande potencial na prática, desde que se possa desenvolver o balanceamento utilizando dados obtidos de uma única aceleração ou desaceleração do rotor. Utilizando esta técnica de balanceamento em uma única tentativa, níveis de vibração de um rotor experimental foram reduzidos com sucesso a menos de um décimo dos níveis originais. A geometria da curvatura de um rotor também foi precisamente identificada e mostrou-se que, incluindo a curvatura do rotor nos casos onde somente o desbalanceamento forçado estava presente, não ocorreu diminuição da precisão do desbalanceamento estimado ou dos parâmetros de fundação. A identificação dos parâmetros da fundação flexível foi bem sucedida, com medidas e estimativas muito próximas na maioria dos casos. O método de identificação foi testado para uma ampla faixa de condições, e mostrou ser adequadamente robusto para mudanças na configuração do sistema, considerando dados com ruído de medição e erros de modelagem.

Estimar um modelo da fundação de grandes máquinas é vital para tarefas como diagnóstico de falhas e balanceamento modal. Infelizmente, raramente é possível desenvolver um teste modal nas fundações sem a presença do rotor. Smarty, M. G.; Friswell, M. I. e Lees, A. W. [17] consideram um método para estimar um modelo da fundação utilizando dados da desaceleração do rotor, no qual o desbalanceamento inerente do rotor excita a fundação. O método requer um modelo preciso do rotor e um modelo aproximado dos mancais. A qualidade do modelo é de importância crítica, o que pode ser definido como a capacidade do modelo prever a resposta das excitações de desbalanceamento. Mostrou-se que a seleção correta do modelo e a estabilização são vitais para produzir o modelo da fundação que encontra esse critério de previsibilidade. O método é validado utilizando dados simulados e também dados experimentais de equipamentos de teste.

Efeitos dinâmicos da estrutura de suporte são importantes na análise de vibrações de um rotor. Isto pode ser proveitoso em máquinas reais tais como bombas centrífugas ou turbinas operando em estruturas flexíveis. Choi, B. L. e Park, J. M. [18] sugerem uma melhoria no modelo do rotor pela inclusão dos efeitos atuantes no sistema rotor mancal. As FRFs da estrutura são

utilizadas para extrair os modelos massa-mola que têm as mesmas características dinâmicas da estrutura de suporte. Esses modelos reproduzidos são diretamente inseridos no rotor. Por outro lado, o método da impedância acoplada, freqüentemente utilizado em problemas de vibrações estruturais, é apresentado para verificar a técnica de modelagem sugerida. Esta técnica é baseada nas FRFs de cada sub-estrutura e condições de restrição de coordenadas de interface. Para demonstrar a aplicabilidade e validade do método dos procedimentos analíticos, estes são aplicados no rotor de uma bomba centrífuga de dupla sucção. Como resultado, os métodos mostram uma grande concordância entre si.

Um modelo de impedância mecânica de um sistema acoplado rotor-mancal-fundação foi desenvolvido por Bonello, P. e Brennan, M. J. [19]. Esta modelagem aproximada tem a vantagem de poder adaptar uma combinação de modelos teóricos e experimentais na descrição do sistema acoplado. Duas versões do modelo foram ilustradas, uma inteiramente teórica onde a fundação foi modelada como uma viga, e um modelo híbrido que incluiu algumas medidas da dinâmica da fundação. Há um erro na previsão do modelo teórico porque o movimento torsional da fundação foi negligenciado. Este erro foi superado no modelo híbrido. Efeitos giroscópicos foram negligenciados no equipamento de teste utilizado, e para este estudo, um teste estacionário utilizando um martelo de impacto verificou todos os aspectos do modelo desenvolvido, exceto pela suposição de comportamento linear dos mancais de esferas sob condições de rotação. A forma das órbitas medidas mostrou que em baixas velocidades não-linearidades eram evidentes nos equipamentos de testes. Entretanto, estas não-linearidades desapareciam em altas velocidades e órbitas circulares, como as previstas pelo modelo, foram observadas. As principais vantagens do método foram um reduzido número de graus de liberdade e a facilidade de incluir no modelo medidas da dinâmica da fundação ou o modelo analítico da fundação. O método análogo da rigidez dinâmica mostrou-se capaz de determinar as freqüências naturais e instabilidades nas velocidades iniciais de modelos de rotor-mancal com modelos linearizados de mancais hidrodinâmicos. Além disso, apesar da impedância mecânica e a rigidez dinâmica serem comumente aplicadas a sistemas lineares, podem ser aplicadas a problemas onde elementos lineares são acoplados a elementos não-lineares, por exemplo, um rotor sustentado por mancais de escorregamento. As funções resposta em freqüência facilmente e diretamente calculadas com

tais métodos para sub-sistemas lineares podem ser incluídas nos cálculos de balanceamento harmônico para sistemas não lineares combinados.

Segundo Sinha, J.K., Friswell, M.I. e Lees, A.W. [20], estudos de estimativas de modelos de fundação flexível e do estado de desbalanceamento de um turbo gerador a partir de dados de vibração medidos na desaceleração da máquina utilizavam toda a faixa de frequência de desaceleração como sendo uma única faixa. Entretanto, essa identificação poderia ser imprecisa para grandes fundações flexíveis que têm muitos modos na desaceleração. Para uma identificação confiável, toda a faixa de frequência deveria ser dividida em um número de sub-faixas de frequência e os modelos da fundação dependentes da frequência teriam que ser estimados junto ao desbalanceamento. Sinha, J.K., Friswell, M.I. e Lees, A.W. combinaram a estimativa do desbalanceamento com a faixa de frequência segmentada para o modelo da fundação e destacaram as limitações observadas durante a estimativa do modelo da fundação e o estado de desbalanceamento. Tendo estabelecido o método na simulação, dados experimentais de um equipamento de teste foram utilizados para verificar o método. A aproximação obtém estimativas confiáveis do desbalanceamento da máquina, mesmo na presença de erros de modelagem e ruídos nas medições.

Posteriormente, Sinha, J.K.; Lees, A.W. e Friswell, M. I. [21] combinaram a estimativa do desbalanceamento com a faixa de frequências segmentada para o modelo da fundação e observaram as limitações durante a estimativa dos modelos da fundação e o estado de desbalanceamento. Mostra-se que a precisão do método pode ser melhorada por uma escolha criteriosa da função do carregamento. Tendo estabelecido o método na simulação, dados experimentais de um equipamento de teste de mancais foram utilizados para testar o método. Este método combinado pareceu ser o mais confiável para a estimativa dos modelos da fundação dependentes da frequência e o estado de desbalanceamento. Este método é igualmente robusto para dados com ruído de medição e erros de modelagem.

Araújo, F. C.; Mansur, W. J.; Dors, C. e Martins, C. J. [22] apresentaram um procedimento para calcular a resposta dinâmica de fundações tridimensionais, rígidas ou flexíveis, com qualquer forma geométrica e sob um arranjo espacial acoplado com o solo. Novos desenvolvimentos que dizem respeito ao uso de algoritmos acoplando elementos de contorno

para resolver problemas tridimensionais harmônicos no tempo foram descritos. Os algoritmos são solucionados através da consideração de diferentes métodos de cálculos iterativos. A idéia principal foi trabalhar com a matriz de espaçamento global do sistema acoplado, entretanto excluindo os muitos blocos de zeros associados aos nós não acoplados de diferentes sub-regiões. O uso de métodos de cálculos iterativos torna possível acumular e manipular somente as matrizes com coeficientes não nulos. Métodos de cálculos iterativos baseados em Lanczos, gradiente bi-conjugado e métodos generalizados de resíduos mínimos são utilizados para desenvolver os algoritmos acoplados de elementos de contorno. Uma descrição da formulação desses métodos de cálculos, que são completamente gerais e podem ser aplicados em qualquer sistema não singular e não isolado, foi fornecida. O desempenho dos algoritmos foi verificado através da solução de alguns problemas de interação fundação-solo.

Hirdaris, S.E. e Lees, A. W. [23] propuseram uma aproximação para modelar o comportamento dinâmico de vigas e armações adequadamente. Ainda que as auto-freqüências de sistemas contínuos constituídos por vigas esbeltas possam ser identificados, na maioria dos casos de interesse prático, através da teoria de vigas de Euler e Timoshenko, para estruturas compostas por vigas espessas este modelo não é necessariamente válido, pois tais idealizações restringem as seções transversais que permanecem planas. Os autores sugerem uma abordagem alternativa por meio de um plano de tensões retangular completamente unificado de acordo com os elementos finitos, que se acredita permitir uma representação mais real dos efeitos do cisalhamento e, então, do campo de tensões ao redor das junções de tal estrutura. A utilidade e funcionalidade dessa aproximação numérica melhorada são exploradas através de comparações contrapondo uma chapa não correspondente com as formulações por elementos finitos de Euler-Bernouli e Timoshenko com uma unidimensional correspondendo a estas formulações, equivalente a uma variedade de aspectos da viga em relação à representação das estruturas de um rotor e de uma armação. A idealização mostra-se particularmente vantajosa para simulação de efeitos de distorção de cisalhamento, onde junções de vigas em ângulo reto e as forças transversais em um membro interagem com as forças de dilatação da estrutura de junção.

Visualizar a complexa e não intuitiva fenomenologia associada com dinâmica de rotores tem sido um problema desde que Rankine primeiramente fez um estudo científico nos idos 1900. Para tratar disso, um modelo simples capaz de permitir a visualização de parâmetros e aspectos

problemáticos associados com um rotor desbalanceado (rotor Jeffcott) foi proposto utilizando diagramas vinculados, que fornecem um método estruturado e unificado para modelar um grande grupo de sistemas não lineares, multi-energéticos. A proposta de Campos, J.; Crawford, M.; e Longoria, R. [24] foi fornecer um modelo de diagramas vinculados do rotor Jeffcott de alta fidelidade, provado experimentalmente, para auxiliar no projeto e análise de máquinas rotativas de alta velocidade frequentemente associadas a sistemas de energia vibratórios. O foco do modelo é a capacidade de uso como uma parte modular e fundamental em sistemas rotordinâmicos mais complexos.

Cavalca, K.L.; Cavalcante, P.F. e Okabe, E.P. [25] apresentaram uma metodologia para analisar a influência da estrutura de suporte ou da fundação no sistema rotor-mancal. O procedimento matemático aplicou uma aproximação modal utilizando parâmetros modais de massa generalizada, razão de amortecimento e frequências naturais. O método dos elementos finitos foi utilizado para modelar o rotor. O modelo linear da fundação foi obtido por aproximação modal para reduzir o número de graus de liberdade do modelo da fundação. Os parâmetros modais da fundação foram estimados utilizando as FRFs obtidas experimentalmente e suas respectivas Transformadas de Fourier. Uma análise da resposta em frequência do sistema completo foi feita considerando coordenadas físicas para o sistema rotor-mancais e coordenadas principais para a fundação. A convergência da metodologia apresentada foi verificada e o efeito da fundação flexível na resposta do sistema completo foi analisado.

Atualmente, instalações de turbogeradores são sistemas rotor-mancal-fundação estaticamente indeterminados utilizando mancais hidrodinâmicos não lineares. Para um balanceamento ideal e objetivando diagnósticos, é importante poder prever corretamente o comportamento das vibrações do sistema na faixa de operação de velocidades. Aspectos essenciais do problema envolvem a identificação do estado de desbalanceamento, identificação adequada dos parâmetros dinâmicos da fundação, e identificação da condição de configuração do sistema (localização relativa dos suportes dos mancais). Chen, P. Y. P. *et al.* [26] mostraram que, se a resposta do sistema é periódica em algumas velocidades na faixa de operação e medidas apropriadas do rotor e dos suportes dos mancais são feitas, é possível, em princípio, concluir satisfatoriamente as identificações acima sem utilizar a equação de Reynolds para calcular as

forças dos mancais. Resultados preliminares indicaram que as identificações feitas podem ser melhores do que aquelas aproximadas que utilizam a equação de Reynolds.

A identificação de falhas através de técnicas baseadas em modelos, tanto no domínio do tempo como no da frequência, é freqüentemente empregada no diagnóstico de máquinas rotativas, quando a principal tarefa é localizar e calcular a severidade da falha. O modelo completo da máquina é composto de sub-modelos do rotor, dos mancais e da fundação, enquanto o efeito das falhas pode ser modelado através de sistemas de forças equivalentes. Algumas técnicas de identificação, como a dos mínimos quadrados no domínio da frequência, utilizada por Pennacchi, P. *et al.* [27] têm provado ser robustas, ainda que os sub-modelos não sejam tão refinados. De qualquer forma, o uso de um modelo confiável pode aumentar a precisão da identificação.

Normalmente, a estrutura de suporte é representada por uma fundação rígida ou por pedestais, i.e. sistemas massa-mola-amortecedor com 2 g.d.l., mas freqüentemente esse tipo de modelo não reproduz corretamente a influência do comportamento dinâmico da estrutura de suporte do eixo, principalmente em grandes máquinas, onde modos acoplados estão presentes. Pennacchi, P. *et al.* [28] utilizaram um modelo modal da fundação para a estrutura de suporte da máquina. O método foi discutido em detalhes. A representação modal da fundação foi introduzida pela técnica dos mínimos quadrados no domínio da frequência. O método discutido foi validado utilizando dados experimentais de um turbo-gerador a vapor de 320MW. Este foi o primeiro caso de identificação de falhas com dados reais de uma grande máquina, onde a estrutura de suporte foi levada em consideração através de um modelo modal.

Neste estágio do conhecimento, o estudo do comportamento dinâmico do solo é essencial para verificar sua influência no comportamento de máquinas rotativas. Em 1978, Sterphenson, R. W. [29] mediu os módulos de cisalhamento G e de elasticidade E de um solo de lodo arenoso através de medidas diretas da velocidade ultra-sônica longitudinal e da velocidade de cisalhamento transmitidas através do material. O equipamento desenvolvido permitiu fazer testes dinâmicos não destrutivos dos materiais do solo que são conduzidos rápida e facilmente.

Em 1984, Zaman, M.M. *et al.* [30] desenvolveram um elemento de camada fina simples e utilizaram-no em um procedimento de elementos finitos para a simulação de vários modos de deformação na interação solo-estrutura. O comportamento da interface foi definido pela decomposição nos componentes normais e de cisalhamento. O solo foi modelado como um material elasto-plástico. Um procedimento numérico foi utilizado para prever o comportamento de um modelo de estrutura testado em campo, e a influência do comportamento na interface dos deslocamentos, velocidades e acelerações foi esboçada.

Segundo Wong, F.S. [31], incertezas na interação dinâmica solo-estrutura são divididas em dois grupos: incertezas do modelo e incertezas dos parâmetros. As incertezas de modelagem são associadas com as diferenças entre o fenômeno real e o modelo, as incertezas de parâmetros são aquelas nos parâmetros que aparecem na definição do modelo. O autor descreveu um método para calcular o efeito das incertezas de parâmetros na resposta dinâmica de um sistema solo-estrutura. O método consiste no desenvolvimento de uma função que gradualmente se aproxima da resposta real, baseado em um número limitado de cálculos. O método agrega a análise de sensibilidade tradicional e pode ser considerado como uma extensão do método da derivada parcial ou de primeira ordem.

Em 1992, Nogami, T. *et al.* [32] apresentaram um modelo de interação dinâmica solo-estrutura. Neste modelo, os autores adotaram a hipótese de Winkler com atenção às condições nas quais grandes não-linearidades são induzidas nas adjacências da estrutura sob carregamento dinâmico. O modelo foi formulado num sistema simples de massa, rigidez e amortecimento independentes da frequência. Assim, o modelo permitiu conduzir análises não lineares de maneira relativamente simples. Como o modelo pode reproduzir os efeitos dinâmicos sozinho, seus parâmetros são definidos do comportamento estático do sistema solo-estrutura.

Em 1994, Velestos, A. S. e Younan, A.H [33] fizeram uma avaliação crítica da pressão dinâmica e das forças associadas induzidas pelo movimento do solo numa parede vertical fina e rígida, com uma camada viscoelástica uniforme semi-infinita de espessura constante. Os efeitos das excitações harmônicas e induzidas por movimentos do solo foram examinados. Equações simples aproximadas para as respostas do sistema foram desenvolvidas e dados numéricos foram

apresentados para mostrar os efeitos e a importância dos vários parâmetros envolvidos. As soluções foram comparadas com aquelas obtidas previamente através de um modelo simples proposto por Scott, e a precisão deste modelo foi avaliada. Finalmente, duas versões de um modelo alternativo foram propostas com uma melhor aproximação do sistema real. Na primeira versão, as propriedades do modelo são definidas por parâmetros dependentes da frequência e na segunda, esses parâmetros são constantes e, portanto, independentes da frequência.

Em 1995, Wu, Z. H. [34] simulou o solo de uma estrutura como sendo um meio poroso de duas fases saturadas. As equações dinâmicas do meio poroso e as formulações por elementos finitos baseadas nos princípios variacionais foram obtidas. Para a análise estrutural, a técnica de subestruturas de vários níveis foi utilizada, e a análise do solo saturado foi feita no nível mais alto do modelo da subestrutura. Para o tratamento da reflexão de ondas nas fronteiras artificiais dos elementos finitos na fundação semi-infinita, o método de Smith generalizado de não reflexão de contorno foi desenvolvido. Baseado nessas teorias, um programa de análise dinâmica por elementos finitos para a análise da interação entre as fases saturadas do solo e da estrutura foi desenvolvido. Verificou-se que o coeficiente de impermeabilidade do solo saturado tem influência na força entre estruturas. Com o aumento do módulo de elasticidade do solo, os valores do momento fletor da seção transversal do elemento da estrutura são reduzidos, porém as forças axiais são aumentadas. Com o aumento do tamanho do módulo dos poros de água, os valores das forças entre estruturas são reduzidos, exceto pela seção transversal média do momento fletor da base da estrutura tipo placa no vão médio.

Em 1995, Gajo, A. [35] fez uma análise detalhada nos efeitos do acoplamento viscoso nos mecanismos de propagação de ondas transientes em um meio poroso saturado apresentado uma fase sólida e outra fluída. O autor considerou a propagação de ondas em pulsos de formas simples (degrau, seno, triangular), para um acoplamento viscoso constante e um dependente da frequência. O autor deu atenção à interpretação das medidas do teste dinâmico do solo. Os resultados mostraram que é possível identificar dois tipos extremos de comportamento transiente: no primeiro, o meio poroso comporta-se como um meio bifásico no qual a velocidade de propagação corresponde a um acoplamento viscoso nulo; no segundo, o comportamento corresponde a um meio monofásico com velocidade de propagação correspondente a um

acoplamento viscoso infinito. Existe uma transição gradual entre esses dois comportamentos extremos, mas isto só é válido para condições específicas.

Em 1996, Gajo, A. [36] reviu várias estimativas teóricas e experimentais de modelos de acoplamentos dinâmicos de meios porosos saturados. Essas aproximações dão valores de acoplamentos dinâmicos que não são muito diferentes uns dos outros e mostram que a faixa de valores deste tipo de acoplamento é estreita. Os efeitos deste acoplamento na velocidade de propagação e na amplitude de ondas longitudinais e rotativas foram examinados para uma grande faixa de valores de rigidez de estruturas. O principal efeito do acoplamento dinâmico num meio poroso permeável é uma diminuição na velocidade de todos os tipos de ondas. Além disso, pequenas variações na rigidez do meio poroso costumam ser estimadas a partir de medidas acústicas. Deu-se, então, atenção especial à análise dos efeitos produzidos por um valor aproximado do acoplamento dinâmico na precisão de parâmetros elásticos derivados de testes dinâmicos.

Em 1998, Abouseeda, H. e Dakoulas, P. [37] apresentaram uma formulação acoplando o método dos elementos de contorno e do método dos elementos finitos para uma interação sísmica solo-estrutura não-linear em duas dimensões. O método foi aplicado em barragens de regiões com excitação sísmica. O corpo da barragem, consistindo de materiais heterogêneos, foi modelado como histerético não-linear, sendo discretizado por elementos finitos. O meio elástico foi discretizado por elementos de contorno. O estudo focalizou os efeitos combinados da não linearidade do material e da flexibilidade da fundação. Os resultados mostraram um efeito significativo da flexibilidade da fundação na redução da resposta através da radiação de energia. Para excitações do solo com acelerações de pico de 0,2 a 0,6g, o pico das faixas de amplificação da aceleração de 2.5 a 1.4 parecem ser comparáveis com o campo de observações e resultados de outros estudos. O método é computacionalmente eficaz e pode ser utilizado para análise não-linear eficiente de sistemas complexos solo-estrutura.

Em 1998, Tham, L. G., Qian, J. e Cheung, Y. K. [38] apresentaram um estudo da resposta dinâmica de um número finito de fundações flexíveis com um número finito de superfícies submetidas à incidência de ondas harmônicas de Rayleigh ou ondas horizontais de cisalhamento.

Assumiuiu-se que as fundações estavam apoiadas sobre um meio elástico. Os resultados mostraram que a rigidez da fundação teve um efeito marcante sobre a resposta vertical, enquanto influenciou muito pouco os deslocamentos horizontais. Em geral, a resposta dinâmica diminuiu com o aumento da rigidez da fundação. Nos casos de incidência de ondas Rayleigh, a existência de uma fundação adjacente gera uma certa resposta horizontal na direção perpendicular da onda incidente e, subseqüentemente, causa ao sistema um movimento torsional, enquanto que nos casos de incidência de ondas horizontais de cisalhamento, uma resposta vertical foi observada e sua magnitude é comparável à resposta na direção da onda incidente.

Em 1998, Liu, J. *et al.* [39] apresentaram um método direto por elementos finitos para analisar a interação dinâmica solo-estrutura baseado num software de análise de grandes estruturas. O método pode simular não só a absorção da onda dispersa no solo infinito, mas também o restabelecimento da elasticidade do meio na fronteira. Um novo método de entrada de dados do movimento de onda, tratando da interação dinâmica solo-estrutura, que pode ser utilizado para simulações exatas de ondas sísmicas com qualquer ângulo de entrada, foi proposto pelos autores.

Konagai, K. e Nogami, T. [40] trataram da interação de um meio (solo) e de uma estrutura embutida como camadas horizontais mutuamente desacopladas e de espessura unitária. Assumiuiu-se que num plano de tensões, em cada camada individual, as respostas médias não variam com a espessura. Segundo os autores, a rigidez em toda a camada da estrutura pode ser obtida por modelos mecânicos simples e independentes da frequência para todos os modos das respostas da fundação. Os autores apresentaram também modelos similares independentes da frequência para a rigidez na base da fundação. Esses modelos são feitos de dois elementos básicos diferentes e massas interconectadas em série. O sistema indica que circuitos elétricos poderiam gerar sinais correspondentes às respostas transientes da interação solo-estrutura. Eles permitem também simular a resposta da interação solo-estrutura em uma bancada de testes, que são comumente conduzidas a frequências de excitação relativamente altas para simulação de terremotos.

Em 1999, Vrettos, C. [41] fez um estudo da resposta vertical e vibratória de uma fundação rígida retangular apoiada sobre um modelo de solo elástico linear, não homogêneo e

compressível. A não homogeneidade é descrita por um aumento contínuo, porém limitado pela profundidade, do módulo da tensão de cisalhamento. O problema do valor de contorno misto é resolvido através de um método semi-analítico pela divisão da superfície de contato solo-fundação, pelo qual as funções de influência das sub-regiões são determinadas, pela integração superfície a superfície correspondente das funções de Green para um modelo específico do solo. As funções de impedância são obtidas por valores representativos dos parâmetros de não homogeneidade, da razão de Poisson e da geometria da fundação sobre toda a faixa de frequências.

Em 1999, Yazdchi *et al.* [42] fizeram um estudo da resposta transiente de uma estrutura elástica engastada em um semiplano homogêneo, isotrópico e linearmente elástico. Forças transientes dinâmicas e sísmicas foram consideradas na análise. O método numérico empregado é uma junção do método por elementos finitos com o método por elementos de contorno. O método dos elementos finitos foi utilizado para a discretização da região próxima da estrutura e o método dos elementos de contorno é empregado no modelo do semi-espço infinito afastado da estrutura. Esses métodos são acoplados pelas condições de equilíbrio e compatibilidade na interface solo-estrutura. Efeitos das condições iniciais diferentes de zero devidos ao pré-carregamento e ao peso da própria estrutura foram incluídos na formulação dos elementos de contorno do transiente. É possível analisar casos práticos envolvendo condições iniciais devidas a pré-carregamentos tais como pressão da água ou o peso próprio de uma barragem. Os autores mostraram uma aplicação da formulação proposta, em que analisaram o peso próprio de uma barragem e apresentaram os resultados para valores diferentes de rigidez da fundação. Esses resultados indicaram a importância da interação solo-estrutura.

Xiong Zhang *et al.* [43] propuseram um procedimento numérico para a análise da interação dinâmica solo-estrutura tridimensional no domínio do tempo. O solo foi modelado como um sólido elástico linear embora o método permita uma adaptação para incluir os efeitos de não-linearidades e amortecimento histerético. Os autores utilizaram um método de subestruturas. Aproximações no tempo e no espaço, que conduzem a esquemas eficientes para o cálculo da matriz de aceleração da resposta ao impulso unitário, são processadas para o método, resultando numa significativa redução no tempo de processamento computacional com uma pequena perda

de precisão. As aproximações também levam a um método muito eficiente para o cálculo de integrais de convolução no cálculo de forças na interação solo-estrutura. Os autores também desenvolveram um programa computacional de análise de interação dinâmica solo-estrutura, em que excitações sísmicas e carregamentos transientes aplicados externamente podem ser considerados na análise.

Em 2000, Neto, E. M e Barros, P. L. A. [44] apresentaram um método de interpolação de variáveis de contorno que utiliza funções de ajuste de curvas (splines) associadas a elementos singulares. Este método pode ser utilizado na análise do método de elementos de contorno de problemas bidimensionais que têm pontos onde as variáveis de contorno apresentam singularidades. As potencialidades da metodologia foram demonstradas analisando a resposta dinâmica de uma sapata rígida bidimensional interagindo com o meio. Mostrou-se que para um dado número de elementos na interface solo-fundação, a interpolação da curva (spline) com extremidades características aumenta consideravelmente a taxa de convergência do deslocamento e fornece distribuições de tensões mais regulares.

Em 2001, Neto, E. M e Barros, P. L. A. [45] apresentaram uma implementação direta de um método de elementos de contorno no domínio da frequência para estruturas rígidas bidimensionais em um meio elástico ortotrópico. A implementação do método dos elementos de contorno é baseada nas funções de influência não singulares no espaço. A resposta da estrutura rígida foi obtida pela aplicação das condições de equilíbrio e de compatibilidade cinemática. O método foi aplicado para analisar a resposta dinâmica de um túnel rígido em um meio com várias inclinações dos eixos principais de elasticidade e para analisar duas galerias retangulares em um meio com várias distâncias entre elas. Este método mostrou-se muito flexível e em geral, suficiente para trabalhar com um grande número de problemas bidimensionais diferentes da interação dinâmica solo-estrutura.

Amplitudes de ondas sísmicas aumentam significativamente quando estas passam através de camadas próximas da superfície de solos flexíveis. Este fenômeno é o principal fator de danos estruturais. É essencial que esta amplificação de ondas seja considerada no projeto de estruturas sobre solos flexíveis. As características de amplificação podem ser estimadas através de modelos

analíticos ou de testes de campo. Modelos analíticos requerem, como entradas, a geometria de todas as camadas do solo desde a superfície até o ponto mais baixo, suas propriedades dinâmicas e os movimentos que ocorrem na base sob a camada de solo. Testes de campo envolvem o registro e a análise da resposta dinâmica de excitações artificiais, forças locais e abalos sísmicos reais. Segundo Safak [46], as estimativas mais confiáveis de amplificação de ondas sísmicas são obtidas dos locais, durante grandes terremotos. Safak apresentou uma revisão dos tipos e mecanismos de geração de ondas amplificadas, e modelos e métodos que são utilizados para caracterizá-las a partir de registros de terremotos.

Em 2002, Wolf e Song [47] trataram de características relevantes da interação dinâmica entre solo e estrutura. Os autores formularam um critério para a presença de amortecimento por radiação em campo. A condição de radiação no infinito ou de propagação de energia externamente ao sistema pode, em certos locais, corresponder às ondas que entram no sistema. Os autores discutiram as conseqüências do comportamento dinâmico do solo infinito dependente da frequência adimensional, que é proporcional ao produto da frequência e da coordenada radial. A parte da energia radiada das ondas superficiais e das ondas de corpo para o aumento da frequência foi discutida. Além disso, procedimentos para analisar a interação dinâmica solo-estrutura foram esboçados, variando desde modelos físicos simples até o solo para o método de extração do amortecimento e um rigoroso método de cálculo, e o método dos elementos finitos e de contorno em escala. Integrais de convolução podem ser evitadas pela construção de um sistema dinâmico com um número finito de graus de liberdade do solo. Extensões para movimentos de carregamentos concentrados e aumento na eficiência utilizando um reduzido conjunto de funções básicas foram mostrados. A razão de amortecimento de um sistema equivalente de um grau de liberdade representando a interação da estrutura com o solo para um terremoto reflete o efeito da frequência de corte para uma camada de solo. O mesmo modelo simples pode ser estendido e considerar a interação solo estrutura não-linear. Os autores examinaram um modelo de uma fundação bidimensional e compararam com uma tridimensional.

Capítulo 3

Descrição do Problema

Para estudar a influência do solo na fundação e, na seqüência, em sistemas rotor-mancais-fundação, propôs-se um sistema simples e conhecido que permitisse a identificação dos efeitos resultantes da interação das partes.

O sistema estudado consiste de um rotor do tipo Jeffcott, com mancais rígidos, montado sobre uma fundação do tipo bloco rígido que está sobre o solo. Esse sistema será auto excitado pela força de desbalanceamento do disco (Figura 3.1).

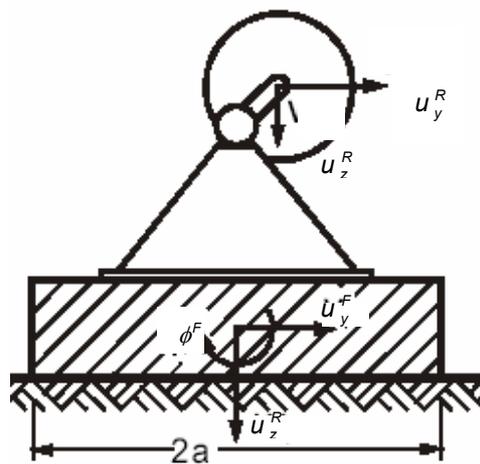


Fig 3.1. Sistema rotor-mancais-fundação sobre o solo (Gasch, Nordman).

Para um melhor entendimento das equações e visualização das forças, inicialmente será apresentado o equacionamento do rotor, sem considerar a fundação ou o solo. Depois, será incluída a fundação no equacionamento, ainda sem considerar o solo. Por fim, será apresentado o sistema completo incluindo o rotor, a fundação e solo.

3.1. Rotor

O modelo de rotor deste trabalho será o Jeffcott. Este modelo consiste de um eixo sem massa, sustentado por mancais rígidos. O eixo tem uma seção circular com diâmetro constante em todo seu comprimento, sendo considerado isotrópico e flexível, com rigidez k_e . Um disco circular com massa m_R é fixado no centro do eixo.

O disco é montado perpendicularmente ao eixo e o centro de massa do disco não é coincidente com o centro geométrico, estando deslocado de um valor e . Assume-se que o disco só se mova no seu próprio plano (Figura 3.2).

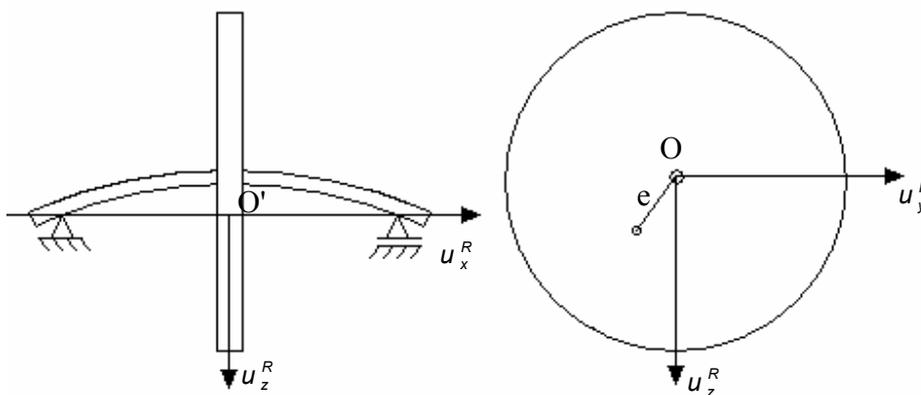


Figura 3.2. Rotor Laval com mancais rígidos.

O ponto O do sistema de coordenadas está localizado no centro geométrico do rotor e tem movimento de translação em relação ao sistema de coordenadas com origem em O' . O ponto O' fica na intersecção da reta que passa pelos dois mancais com o plano de rotação do disco. O sistema de coordenadas com origem em O' não se move em relação aos mancais. O movimento

do centro geométrico do rotor é dado pelas coordenadas em y e z , tendo dois graus de liberdade. As equações do movimento podem ser obtidas a partir do princípio de d'Alembert.

As forças que atuam no sistema são: força de desbalanceamento, força elástica e as forças de amortecimento interno e externo (Figura 3.3). A força peso não é considerada por causar somente um deslocamento estático, não interferindo na dinâmica do sistema.

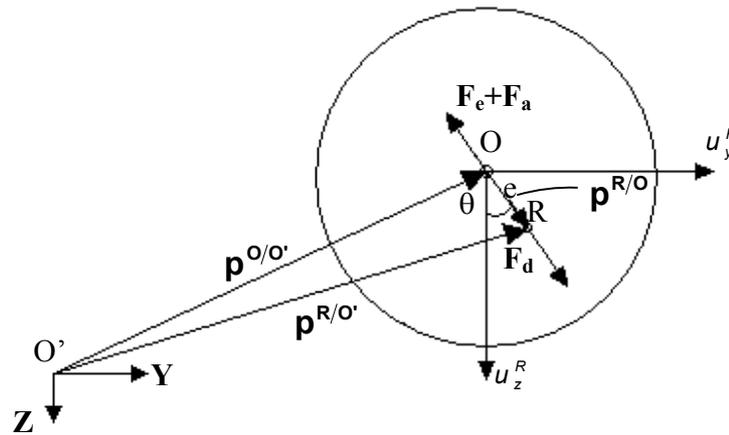


Figura 3.3. Forças que atuam no disco.

3.1.1. Equacionamento do rotor

A força do centro de massa do disco é proporcional à aceleração do centro de massa do rotor e deve ser calculada em relação a um referencial inercial:

$$\mathbf{F}_d = m_R \mathbf{a}^R \quad (3.1)$$

onde \mathbf{F}_d é a força devida ao desbalanceamento e à aceleração do ponto O do disco, m_R é a massa do disco e \mathbf{a}^R é a aceleração do centro de massa do disco em relação a um referencial inercial.

A aceleração é a segunda derivada do vetor posição do centro de massa do rotor:

$$\mathbf{a}^R = \frac{d^2}{dt^2} (\mathbf{p}^{R/O'}) \quad (3.2)$$

onde $\mathbf{p}^{R/O'}$ é o vetor posição do ponto R (centro de massa do rotor) em relação ao ponto O'.

O vetor posição pode ser obtido da seguinte maneira:

$$\mathbf{p}^{R/O'} = \mathbf{p}^{R/O} + \mathbf{p}^{O/O'} \quad (3.3)$$

Sendo:

$$\mathbf{p}^{R/O} = e \operatorname{sen} \theta \hat{\mathbf{y}} + e \cos \theta \hat{\mathbf{z}} \quad (3.4)$$

$$e \mathbf{p}^{O/O'} = u_y^R \hat{\mathbf{y}} + u_z^R \hat{\mathbf{z}} \quad (3.5)$$

A partir das equações acima, obtém-se a posição do centro de massa do rotor em relação ao ponto O', a velocidade e a aceleração:

$$\mathbf{p}^{R/O'} = \mathbf{p}^{R/O} + \mathbf{p}^{O/O'} = (e \operatorname{sen} \theta + u_y^R) \hat{\mathbf{y}} + (e \cos \theta + u_z^R) \hat{\mathbf{z}} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{v}^R = \frac{d}{dt} (\mathbf{p}^{R/O'}) = (e \dot{\theta} \cos \theta + \dot{u}_y^R) \hat{\mathbf{y}} + (-e \dot{\theta} \operatorname{sen} \theta + \dot{u}_z^R) \hat{\mathbf{z}} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{a}^R = \frac{d}{dt} (\mathbf{v}^R) = (e \ddot{\theta} \cos \theta - e \dot{\theta}^2 \operatorname{sen} \theta + \ddot{u}_y^R) \hat{\mathbf{y}} + (-e \ddot{\theta} \operatorname{sen} \theta - e \dot{\theta}^2 \cos \theta + \ddot{u}_z^R) \hat{\mathbf{z}} \quad (3.8)$$

Substituindo 3.8 em 3.1, chega-se a equação das forças do disco (desbalanceamento e devida à aceleração do ponto O):

$$\mathbf{F}_d = m_R \left((e \ddot{\theta} \cos \theta - e \dot{\theta}^2 \operatorname{sen} \theta + \ddot{u}_y^R) \hat{\mathbf{y}} + (-e \ddot{\theta} \operatorname{sen} \theta - e \dot{\theta}^2 \cos \theta + \ddot{u}_z^R) \hat{\mathbf{z}} \right) \quad (3.9)$$

A força elástica ocorre devida à deformação do eixo e é proporcional à sua rigidez (k_e):

$$\mathbf{F}_e = k_e \mathbf{p}^{O/O'} \quad (3.10)$$

onde \mathbf{F}_e é a força elástica .

Assim:

$$\mathbf{F}_e = k_e (u_y^R \hat{\mathbf{y}} + u_z^R \hat{\mathbf{z}}) \quad (3.11)$$

O amortecimento pode ser dividido em amortecimento interno e externo:

$$\mathbf{F}_a = \mathbf{F}_{ai} + \mathbf{F}_{ae} \quad (3.12)$$

onde \mathbf{F}_a é a força de amortecimento, \mathbf{F}_{ai} é a força de amortecimento interno e \mathbf{F}_{ae} é a força de amortecimento externo.

O amortecimento interno ocorre por causa dos micro-movimentos das fibras do eixo quando este se deforma (torção ou flexão). Este amortecimento, dependendo do seu valor e da velocidade do disco, pode desestabilizar o sistema. Este tipo de amortecimento aparece quando a rotação do eixo não é igual à rotação do rotor, ou de outra maneira, quando a rotação do ponto O em relação ao ponto O' é diferente da rotação do ponto R em relação ao ponto O :

$$\mathbf{F}_{ai} = c_i \left(\frac{{}^R d}{dt} (\mathbf{p}^{O/O'}) \right) \quad (3.13)$$

onde $\frac{{}^R d}{dt} (\mathbf{p}^{O/O'})$ é a derivada do vetor posição do ponto O em relação ao ponto O' , no referencial que gira junto com o rotor; e c_i é o coeficiente de amortecimento interno.

Para calcular $\frac{{}^R d}{dt} (\mathbf{p}^{O/O'})$ é necessário derivar os versores do referencial inercial em relação ao referencial que gira junto com o rotor:

$$\frac{{}^R d}{dt} (\hat{\mathbf{y}}) = {}^R \boldsymbol{\omega}^I \times \hat{\mathbf{y}} \quad (3.14)$$

$$\frac{{}^R d}{dt}(\hat{\mathbf{z}}) = {}^R \boldsymbol{\omega}^I \times \hat{\mathbf{z}} \quad (3.15)$$

onde ${}^R \boldsymbol{\omega}^I$ é a velocidade angular do referencial inercial em relação ao rotor.

$${}^R \boldsymbol{\omega}^I = -{}^I \boldsymbol{\omega}^R = -\Omega \hat{\mathbf{x}} \quad (3.16)$$

sendo ${}^I \boldsymbol{\omega}^R$ a velocidade angular do rotor em relação ao referencial inercial e $\Omega = \dot{\theta}$ o módulo da velocidade angular constante do rotor.

$$\text{Assim: } \frac{{}^R d}{dt}(\hat{\mathbf{y}}) = {}^R \boldsymbol{\omega}^I \times \hat{\mathbf{y}} = -\Omega \hat{\mathbf{x}} \times \hat{\mathbf{y}} = -\Omega \hat{\mathbf{z}} \quad (3.17)$$

$$\text{e } \frac{{}^R d}{dt}(\hat{\mathbf{z}}) = {}^R \boldsymbol{\omega}^I \times \hat{\mathbf{z}} = -\Omega \hat{\mathbf{x}} \times \hat{\mathbf{z}} = \Omega \hat{\mathbf{y}} \quad (3.18)$$

Então:

$$\begin{aligned} \frac{{}^R d}{dt}(\mathbf{p}^{O/O'}) &= \frac{{}^R d}{dt}(u_y^R \hat{\mathbf{y}} + u_z^R \hat{\mathbf{z}}) = \dot{u}_y^R \hat{\mathbf{y}} + u_y^R \frac{{}^R d}{dt}(\hat{\mathbf{y}}) + \dot{u}_z^R \hat{\mathbf{z}} + u_z^R \frac{{}^R d}{dt}(\hat{\mathbf{z}}) = \\ &= \dot{u}_y^R \hat{\mathbf{y}} + u_y^R (-\Omega \hat{\mathbf{z}}) + \dot{u}_z^R \hat{\mathbf{z}} + u_z^R (\Omega \hat{\mathbf{y}}) = (\dot{u}_y^R + \Omega u_z^R) \hat{\mathbf{y}} + (\dot{u}_z^R - \Omega u_y^R) \hat{\mathbf{z}} \end{aligned} \quad (3.19)$$

E o amortecimento interno fica:

$$\mathbf{F}_{ai} = c_i \left((\dot{u}_y^R + \Omega u_z^R) \hat{\mathbf{y}} + (\dot{u}_z^R - \Omega u_y^R) \hat{\mathbf{z}} \right) \quad (3.20)$$

O amortecimento externo ocorre devido ao deslocamento do disco e é proporcional à velocidade do eixo:

$$\mathbf{F}_{ae} = c_e \left(\frac{d}{dt}(\mathbf{p}^{O/O'}) \right) \quad (3.21)$$

onde c_e é o coeficiente de amortecimento externo e $\frac{d}{dt}(\mathbf{p}^{O/O'})$ é a derivada do vetor posição do ponto O em relação ao ponto O' , no referencial inercial.

Derivando o vetor posição de O em relação a O' chega-se ao seguinte resultado:

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{p}^{O/O'}) = \frac{d}{dt}(u_y^R \hat{\mathbf{y}} + u_z^R \hat{\mathbf{z}}) = \dot{u}_y^R \hat{\mathbf{y}} + \dot{u}_z^R \hat{\mathbf{z}} \quad (3.22)$$

$$\text{Assim: } \mathbf{F}_{ae} = \mathbf{c}_e (\dot{u}_y^R \hat{\mathbf{y}} + \dot{u}_z^R \hat{\mathbf{z}}) \quad (3.23)$$

3.1.2. Equilíbrio de forças

Pela figura 3.2, verifica-se que a força de desbalanceamento é equilibrada pelas forças elástica e de amortecimento interno e externo:

$$\mathbf{F}_d = -\mathbf{F}_a - \mathbf{F}_e \text{ ou } \mathbf{F}_d = -\mathbf{F}_{ai} - \mathbf{F}_{ae} - \mathbf{F}_e \quad (3.24)$$

Substituindo as equações (3.9), (3.11), (3.20) e (3.23) em (3.24), chega-se à seguinte equação:

$$\begin{aligned} m_R ((e\ddot{\theta} \cos \theta - e\dot{\theta}^2 \operatorname{sen} \theta + \ddot{u}_y^R) \hat{\mathbf{y}} + (-e\ddot{\theta} \operatorname{sen} \theta - e\dot{\theta}^2 \cos \theta + \ddot{u}_z^R) \hat{\mathbf{z}}) = \\ -c_i ((\dot{u}_y^R + \Omega u_z^R) \hat{\mathbf{y}} + (\dot{u}_z^R - \Omega u_y^R) \hat{\mathbf{z}}) - \mathbf{c}_e (\dot{u}_y^R \hat{\mathbf{y}} + \dot{u}_z^R \hat{\mathbf{z}}) - k_e (u_y^R \hat{\mathbf{y}} + u_z^R \hat{\mathbf{z}}) \end{aligned} \quad (3.25)$$

Na direção y :

$$m_R (e\ddot{\theta} \cos \theta - e\dot{\theta}^2 \operatorname{sen} \theta + \ddot{u}_y^R) = -c_i (\dot{u}_y^R + \Omega u_z^R) - c_e \dot{u}_y^R - k_e u_y^R \quad (3.26)$$

Reorganizando:

$$m_R \ddot{u}_y^R + c_i (\dot{u}_y^R + \Omega u_z^R) + c_e \dot{u}_y^R + k_e u_y^R = -m_R (e\ddot{\theta} \cos \theta - e\dot{\theta}^2 \operatorname{sen} \theta) \quad (3.27)$$

Fazendo $\dot{\theta} = \Omega$ e $\ddot{\theta} = \dot{\Omega} = 0$, a equação fica:

$$m_R \ddot{u}_y^R + c_i (\dot{u}_y^R + \Omega u_z^R) + c_e \dot{u}_y^R + k_e u_y^R = m_R e \Omega^2 \text{sen} \Omega t \quad (3.28)$$

Na direção z:

$$m_R \ddot{u}_z^R + c_i (\dot{u}_z^R - \Omega u_y^R) + c_e \dot{u}_z^R + k_e u_z^R = m_R e \Omega^2 \text{cos} \Omega t \quad (3.29)$$

Colocando as equações na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} m_R & 0 \\ 0 & m_R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_z^R \\ \ddot{u}_y^R \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (c_i + c_e) & 0 \\ 0 & (c_i + c_e) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_z^R \\ \dot{u}_y^R \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_e & -\Omega c_i \\ \Omega c_i & k_e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_z^R \\ u_y^R \end{Bmatrix} = m_R e \Omega^2 \begin{Bmatrix} \text{cos} \Omega t \\ \text{sen} \Omega t \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$

3.2. Rotor-Fundação

O modelo da fundação consiste de um bloco rígido de base quadrada, de massa m_F , densidade ρ_F , altura h_F e largura $2a$. O ponto O'' coincide com o centro de gravidade da fundação e está a meia altura da fundação, $h_g = h_F/2$ (Figura 3.4). A fundação só se move no plano yz .

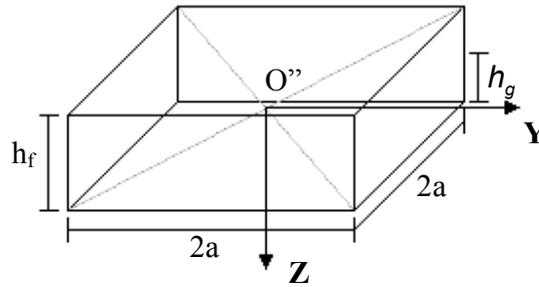


Figura 3.4. Modelo da fundação tipo bloco rígido.

O ponto O'' do sistema de coordenadas está localizado no centro geométrico da fundação e tem movimento em relação ao ponto O'_i . O ponto O'_i coincide com o ponto O'' quando o sistema está estacionário, mas está no referencial inercial e, portanto, não se move com a fundação (Figura 3.5).

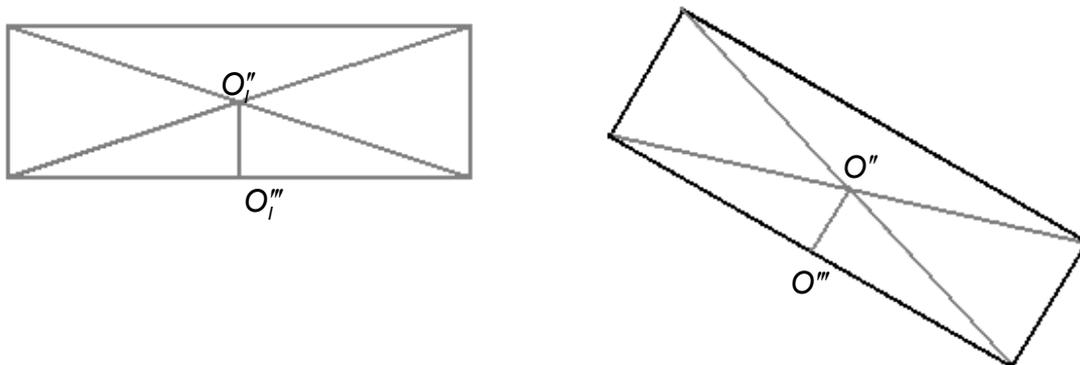


Figura 3.5. Movimento da fundação.

O movimento da fundação apresenta translação em y e z e rotação em x , tendo então três graus de liberdade (Figura 3.6).

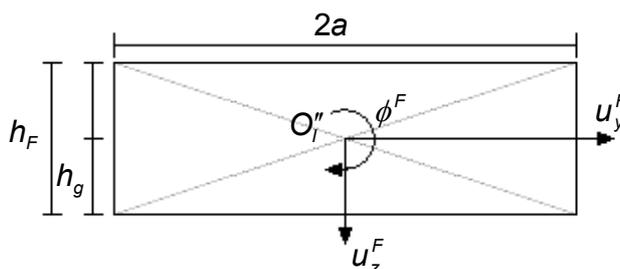


Figura 3.6. Graus de liberdade da fundação.

3.2.1. Equacionamento da fundação

As forças que atuam na fundação são as forças do rotor e o peso da fundação. A força peso novamente não será considerada, pois só provoca um deslocamento estático. Neste sistema, por se considerar a rotação da fundação, aparecerá também um momento. Para o cálculo dessas forças, utiliza-se o segundo princípio de Newton-Euler.

Para calcular a aceleração resultante da fundação, repete-se o procedimento utilizado no rotor, derivando duas vezes o vetor posição do centro de massa da fundação no tempo, em relação ao referencial inercial.

Para encontrar o vetor posição do ponto O'' em relação ao ponto O_1'' , será feita a decomposição do movimento da fundação em rotação e translação.

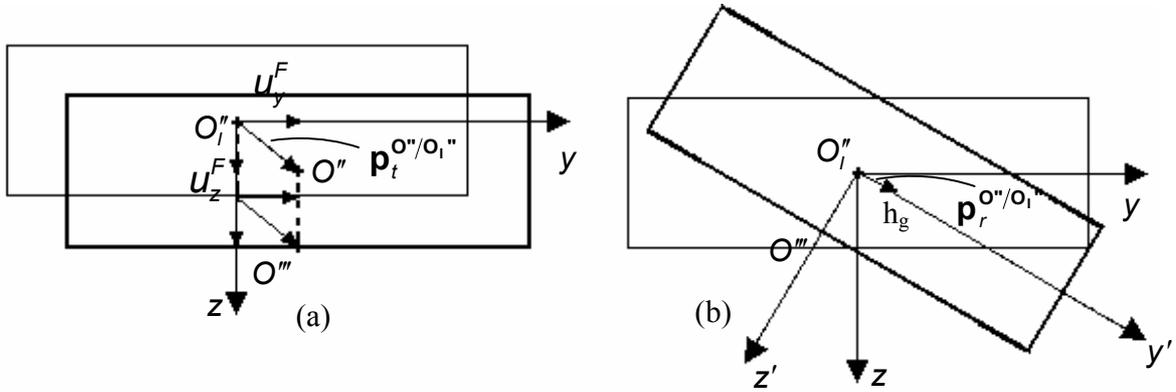


Figura 3.7. Movimento de (a) translação e (b) rotação da fundação.

O vetor posição terá dois componentes:

$$\mathbf{p}^{O''/O_1''} = \mathbf{p}_t^{O''/O_1''} + \mathbf{p}_r^{O''/O_1''} \quad (3.31)$$

onde $\mathbf{p}^{O''/O_1''}$ é o vetor posição de O'' em relação a O_1'' , $\mathbf{p}_t^{O''/O_1''}$ é o componente da translação do vetor posição e $\mathbf{p}_r^{O''/O_1''}$ é o componente da rotação.

Para o equacionamento, considera-se que a fundação gira em torno do ponto O''' . Assim:

$$\mathbf{p}_r^{O''/O_1''} = 0 \quad (3.32)$$

$$\text{e } \mathbf{p}_t^{O''/O_1''} = u_y^F \hat{\mathbf{y}} + u_z^F \hat{\mathbf{z}} \quad (3.33)$$

$$\text{Então: } \mathbf{p}^{O''/O_1''} = u_y^F \hat{\mathbf{y}} + u_z^F \hat{\mathbf{z}} \quad (3.34)$$

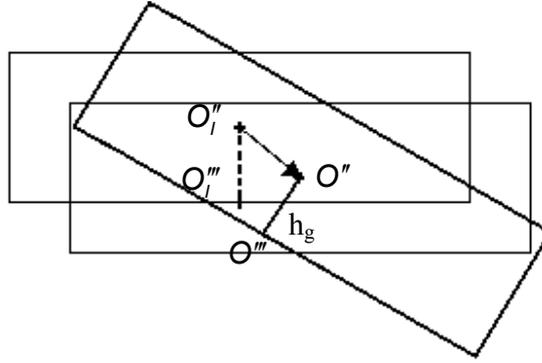


Figura 3.8. Deslocamento do centro de massa da fundação devido à translação e rotação.

Derivando o vetor posição em relação ao tempo:

$$\mathbf{v}^{O''/O_1''} = \frac{d}{dt}(\mathbf{p}^{O''/O_1''}) = \frac{d}{dt}(u_y^F \hat{\mathbf{y}} + u_z^F \hat{\mathbf{z}}) \quad (3.35)$$

$$\mathbf{v}^{O''/O_1''} = \dot{u}_y^F \hat{\mathbf{y}} + \dot{u}_z^F \hat{\mathbf{z}} \quad (3.36)$$

onde $\mathbf{v}^{O''/O_1''}$ é o vetor velocidade da fundação em relação ao referencial inercial.

Derivando o vetor velocidade em relação ao tempo, tem-se:

$$\mathbf{a}^{O''/O_1''} = \frac{d}{dt}(\mathbf{v}^{O''/O_1''}) = \frac{d}{dt}(\dot{u}_y^F \hat{\mathbf{y}} + \dot{u}_z^F \hat{\mathbf{z}}) = \ddot{u}_y^F \hat{\mathbf{y}} + \ddot{u}_z^F \hat{\mathbf{z}} \quad (3.37)$$

Calculando a força resultante da fundação e utilizando (3.37), chega-se a:

$$\mathbf{F}_F = m_F \mathbf{a}^{O''/O_1''} = m_F (\ddot{u}_y^F \hat{\mathbf{y}} + \ddot{u}_z^F \hat{\mathbf{z}}) \quad (3.38)$$

Neste caso, ainda não aparecem as forças e momentos do solo, que serão considerados posteriormente, e por isso, não existe nenhuma força agindo na fundação além das forças do rotor.

Para encontrar o valor do momento resultante da fundação, novamente se utiliza o segundo princípio de Newton-Euler. Mas nesta situação, utiliza-se a equação de rotação do corpo rígido.

Neste caso, se C é um corpo rígido que se move em um referencial inercial sob a ação de um sistema de forças externas F_{ex} , cujo momento resultante com respeito ao centro de massa do corpo é $M^{O''}$, a derivada temporal no referencial inercial do vetor quantidade de movimento angular do corpo com respeito ao seu centro de massa $H^{C/O''}$, satisfaz a relação:

$$\dot{H}^{C/O''} = M^{O''} \quad (3.39)$$

onde:

$$\dot{H}^{C/O''} = \Pi^{C/O''} \cdot \alpha^C + \omega^C \times \Pi^{C/O''} \cdot \omega^C \quad (3.40)$$

sendo $\Pi^{C/O''}$ o tensor de inércia do corpo em relação ao seu centro de massa, ω^C a velocidade angular do corpo no referencial inercial, α^C a aceleração angular do corpo no referencial inercial. O operador “.” na equação (3.40) representa a contração de um tensor por um vetor.

Sendo:

$$\Pi^{C/O''} = \frac{m_f}{12} \begin{pmatrix} (h_f^2 + 4a^2) & 0 & 0 \\ 0 & (h_f^2 + 4a^2) & 0 \\ 0 & 0 & 8a^2 \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

$$\omega^C = \dot{\phi} \hat{x} \quad (3.42)$$

$$\text{e } \alpha^C = \ddot{\phi} \hat{x} \quad (3.43)$$

Substituindo (3.40), (3.41) e (3.42) em (3.39), chega-se a:

$$\dot{H}^{C/O''} = \frac{m_f}{12} (h_f^2 + 4a^2) \ddot{\phi} \hat{x} \quad (3.44)$$

3.2.2 Equacionamento do rotor incluindo efeitos da fundação

Para o equacionamento do rotor, são necessárias a força F_d , a força de amortecimento do eixo F_a e a força elástica F_e .

Conforme foi visto na equação (3.9), a força de desbalanceamento e devido ao movimento do ponto O do rotor será:

$$\mathbf{F}_d = m_R \left((e\ddot{\theta} \cos \theta - e\dot{\theta}^2 \operatorname{sen} \theta + \ddot{u}_y^R) \hat{\mathbf{y}} + (-e\dot{\theta} \operatorname{sen} \theta - e\dot{\theta}^2 \cos \theta + \ddot{u}_z^R) \hat{\mathbf{z}} \right) \quad (3.45)$$

Neste estudo, considera-se que o rotor tem velocidade angular constante ($\dot{\theta} = \Omega$) e, portanto, aceleração angular nula ($\ddot{\theta} = 0$). Assim, a equação (3.45) fica:

$$\mathbf{F}_d = m_R \left((-e\Omega^2 \operatorname{sen} \Omega t + \ddot{u}_y^R) \hat{\mathbf{y}} + (-e\Omega^2 \cos \Omega t + \ddot{u}_z^R) \hat{\mathbf{z}} \right) \quad (3.46)$$

A força devida à deformação do eixo deve levar em consideração o movimento da fundação, pois, da equação (3.10) $\mathbf{F}_e = k_e \mathbf{p}^{o/o'}$, e $\mathbf{p}^{o/o'}$ depende da posição da fundação (Fig 3.9).

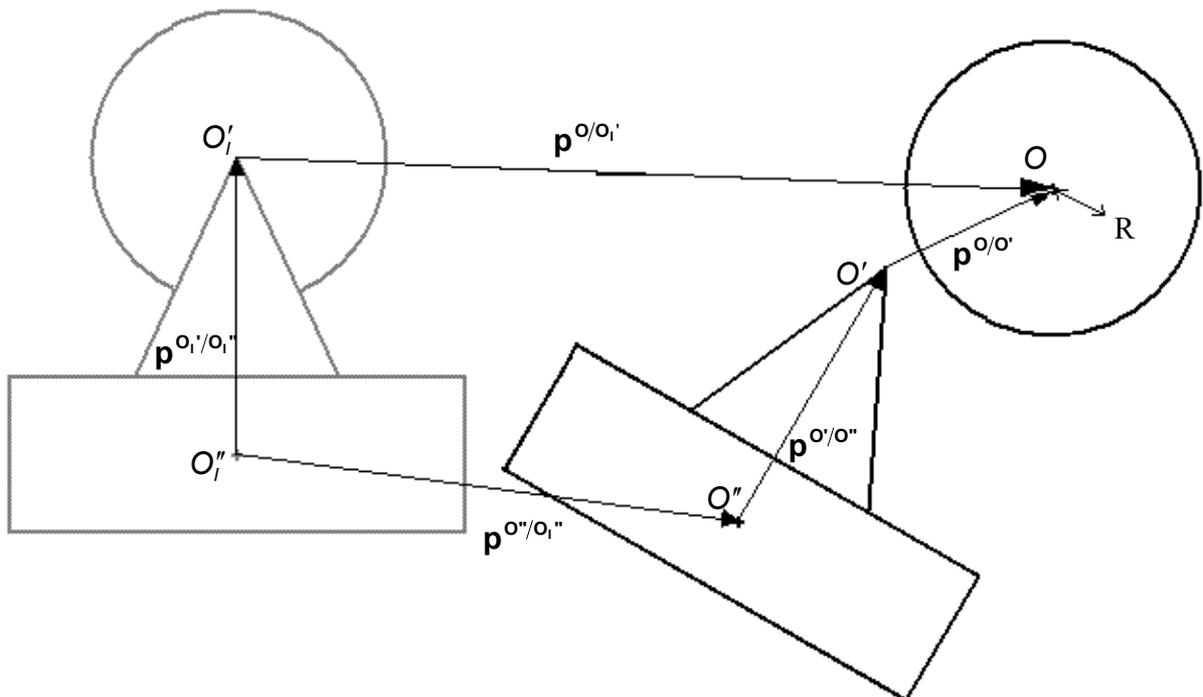


Figura 3.9. Movimento do rotor e da fundação.

O vetor posição $\mathbf{p}^{O/O'}$ é a posição do centro geométrico do rotor (ponto O) em relação ao mancal (O'). Este mancal está sobre a fundação, que tem movimento em relação ao referencial inercial. Portanto, será necessário encontrar o vetor posição do mancal com respeito à fundação no referencial inercial e, então, achar a posição do centro do eixo em relação ao mancal. Este vetor será encontrado da seguinte maneira:

$$\mathbf{p}^{O/O_1''} = \mathbf{p}^{O/O'} + \mathbf{p}^{O'/O''} + \mathbf{p}^{O''/O_1''} \quad (3.47)$$

onde $\mathbf{p}^{O/O_1''}$ é o vetor posição do centro geométrico do rotor com relação ao ponto O_1'' , que coincide com o centro de massa da fundação quando o sistema está parado mas, por estar no referencial inercial, não se movimenta junto com o centro de massa da fundação. $\mathbf{p}^{O/O'}$ é o vetor posição do centro geométrico do rotor com relação ao mancal, devido à deformação do eixo. $\mathbf{p}^{O'/O''}$ é o vetor posição do mancal em relação ao centro de massa da fundação e $\mathbf{p}^{O''/O_1''}$ é o vetor posição do centro de massa da fundação em relação ao ponto O_1'' no referencial inercial. Assim:

$$\mathbf{p}^{O/O'} = \mathbf{p}^{O/O_1''} - \mathbf{p}^{O'/O''} - \mathbf{p}^{O''/O_1''} \quad (3.48)$$

Por outro lado, sabe-se que:

$$\mathbf{p}^{O/O_1''} = \mathbf{p}^{O/O_1'} + \mathbf{p}^{O_1'/O_1''} \quad (3.49)$$

onde $\mathbf{p}^{O/O_1'}$ é o vetor posição do centro geométrico do rotor em relação ao ponto O_1' , que é o ponto que coincide com o mancal quando o sistema está parado, mas está no referencial inercial e portanto, não se move com ele. $\mathbf{p}^{O_1'/O_1''}$ é o vetor posição do ponto O_1' em relação ao ponto O_1'' , ambos no referencial inercial. Substituindo (3.49) em (3.48):

$$\mathbf{p}^{O/O'} = (\mathbf{p}^{O/O_1'} + \mathbf{p}^{O_1'/O_1''}) - \mathbf{p}^{O'/O''} - \mathbf{p}^{O''/O_1''} \quad (3.50)$$

$$\text{sendo } \mathbf{p}^{o'/o''} = h_b (\text{sen } \phi \hat{\mathbf{y}} - \text{cos } \phi \hat{\mathbf{z}}) \quad (3.51)$$

Assim:

$$\mathbf{p}^{o/o'} = (u_y^R \hat{\mathbf{y}} + u_z^R \hat{\mathbf{z}} + (-h_b \hat{\mathbf{z}})) - (h_b (\text{sen } \phi \hat{\mathbf{y}} - \text{cos } \phi \hat{\mathbf{z}})) - (u_y^F \hat{\mathbf{y}} + u_z^F \hat{\mathbf{z}}) \quad (3.52)$$

Rearranjando os termos:

$$\mathbf{p}^{o/o'} = (u_y^R - h_b \text{sen } \phi - u_y^F) \hat{\mathbf{y}} + (u_z^R - h_b (1 - \text{cos } \phi) - u_z^F) \hat{\mathbf{z}} \quad (3.53)$$

Linearizando (3.53):

$$\mathbf{p}^{o/o'} = (u_y^R - u_y^F - h_b \phi) \hat{\mathbf{y}} + (u_z^R - u_z^F) \hat{\mathbf{z}} \quad (3.54)$$

Finalmente, substituindo (3.54) em (3.10):

$$\mathbf{F}_e = k_e ((u_y^R - u_y^F - h_b \phi) \hat{\mathbf{y}} + (u_z^R - u_z^F) \hat{\mathbf{z}}) \quad (3.55)$$

A força de amortecimento do eixo é, como já foi visto anteriormente, $\mathbf{F}_a = \mathbf{F}_{ai} + \mathbf{F}_{ae}$, sendo

$$\mathbf{F}_{ai} = c_i \left(\frac{R d}{dt} (\mathbf{p}^{o/o'}) \right) \text{ e } \mathbf{F}_{ae} = c_e \left(\frac{F d}{dt} (\mathbf{p}^{o/o'}) \right), \text{ onde a força de amortecimento externo depende da}$$

velocidade do rotor em relação à fundação e a força de amortecimento interno depende da rotação relativa do centro geométrico do rotor em relação ao mancal e do centro de massa do rotor em relação ao centro geométrico.

O amortecimento interno será:

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_{ai} &= c_i \left(\frac{{}^R d}{dt} (\mathbf{p}^{o/o'}) \right) = c_i \left(\frac{{}^R d}{dt} \left((u_y^R - u_y^F - h_b \dot{\phi}) \hat{\mathbf{y}} + (u_z^R - u_z^F) \hat{\mathbf{z}} \right) \right) = \\
&= c_i \left((\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi}) \hat{\mathbf{y}} + (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F) \hat{\mathbf{z}} \right) + c_i \left((u_y^R - u_y^F - h_b \dot{\phi}) (-\Omega) \hat{\mathbf{x}} \times \hat{\mathbf{y}} + (u_z^R - u_z^F) (-\Omega) \hat{\mathbf{x}} \times \hat{\mathbf{z}} \right) = \\
&= c_i \left((\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi}) \hat{\mathbf{y}} + (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F) \hat{\mathbf{z}} \right) + \Omega c_i (u_z^R - u_z^F) \hat{\mathbf{y}} - \Omega c_i (u_y^R - u_y^F - h_b \dot{\phi}) \hat{\mathbf{z}}
\end{aligned} \tag{3.56}$$

Reorganizando os termos:

$$\mathbf{F}_{ai} = c_i \left((\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi} + \Omega(u_z^R - u_z^F)) \hat{\mathbf{y}} + (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F - \Omega(u_y^R - u_y^F - h_b \dot{\phi})) \hat{\mathbf{z}} \right) \tag{3.57}$$

O amortecimento externo será:

$$\mathbf{F}_{ae} = c_e \left(\frac{d}{dt} (\mathbf{p}^{o/o'}) \right) = c_e \left(\frac{d}{dt} \left((u_y^R - u_y^F - h_b \dot{\phi}) \hat{\mathbf{y}} + (u_z^R - u_z^F) \hat{\mathbf{z}} \right) \right) \tag{3.58}$$

$$\text{onde } \mathbf{p}^{o/o'} = (u_y^R - u_y^F - h_b \dot{\phi}) \hat{\mathbf{y}} + (u_z^R - u_z^F) \hat{\mathbf{z}} \tag{3.59}$$

$$\mathbf{F}_{ae} = c_e \left((\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi}) \hat{\mathbf{y}} + (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F) \hat{\mathbf{z}} \right) \tag{3.60}$$

A força de amortecimento total será:

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_a &= \mathbf{F}_{ai} + \mathbf{F}_{ae} = \\
&= c_i \left((\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi} + \Omega(u_z^R - u_z^F)) \hat{\mathbf{y}} + (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F - \Omega(u_y^R - u_y^F - h_b \dot{\phi})) \hat{\mathbf{z}} \right) + \\
&+ c_e \left((\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi}) \hat{\mathbf{y}} + (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F) \hat{\mathbf{z}} \right)
\end{aligned} \tag{3.61}$$

Reorganizando:

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_a &= \mathbf{F}_{ai} + \mathbf{F}_{ae} = \\
&= (c_i (\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi} + \Omega(u_z^R - u_z^F)) + c_e (\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi})) \hat{\mathbf{y}} + \\
&+ (c_i (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F - \Omega(u_y^R - u_y^F - h_b \dot{\phi})) + c_e (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F)) \hat{\mathbf{z}}
\end{aligned} \tag{3.62}$$

3.2.3 Equilíbrio de forças e momentos

3.2.3.a Forças que atuam no rotor

Conforme foi visto na equação (3.24), as forças que atuam no rotor são o desbalanceamento, a força devida à aceleração do ponto O , a força de restituição do eixo (força elástica) e a força de amortecimento. Substituindo (3.9), (3.55) e (3.62) em (3.24), e fazendo $\dot{\theta} = \Omega$ e $\ddot{\theta} = \dot{\Omega} = 0$, chega-se a seguinte equação:

$$\begin{aligned}
 & m_R \left((-e\Omega^2 \text{sen}\Omega t + \ddot{u}_y^R) \hat{\mathbf{y}} + (-e\Omega^2 \text{cos}\Omega t + \ddot{u}_z^R) \hat{\mathbf{z}} \right) = \\
 & = -\left(k_e \left((u_y^R - u_y^F - h_b \phi) \hat{\mathbf{y}} + (u_z^R - u_z^F) \hat{\mathbf{z}} \right) + \right. \\
 & \left. + \left(\begin{array}{l} (c_i (\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi} + \Omega(u_z^R - u_z^F)) + c_e (\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi})) \hat{\mathbf{y}} + \\ + (c_i (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F - \Omega(u_y^R - u_y^F - h_b \phi)) + c_e (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F)) \hat{\mathbf{z}} \end{array} \right) \right) \quad (3.63)
 \end{aligned}$$

Reorganizando a equação, obtém-se:

$$\begin{aligned}
 & m_R (\ddot{u}_y^R \hat{\mathbf{y}} + \ddot{u}_z^R \hat{\mathbf{z}}) + k_e \left((u_y^R - u_y^F - h_b \phi) \hat{\mathbf{y}} + (u_z^R - u_z^F) \hat{\mathbf{z}} \right) + \\
 & + \left(c_i (\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi} + \Omega(u_z^R - u_z^F)) + c_e (\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi}) \right) \hat{\mathbf{y}} + \\
 & + \left(c_i (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F - \Omega(u_y^R - u_y^F - h_b \phi)) + c_e (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F) \right) \hat{\mathbf{z}} = \\
 & = m_R (e\Omega^2 \text{sen}\Omega t \hat{\mathbf{y}} + e\Omega^2 \text{cos}\Omega t \hat{\mathbf{z}}) \quad (3.64)
 \end{aligned}$$

Separando os componentes horizontais e verticais da equação, chega-se ao seguinte resultado:

a) Direção horizontal (\mathbf{y}):

$$\begin{aligned}
 & m_R \ddot{u}_y^R + k_e (u_y^R - u_y^F - h_b \phi) + c_i (\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi} + \Omega(u_z^R - u_z^F)) + c_e (\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi}) = \\
 & = m_R e\Omega^2 \text{sen}\Omega t \quad (3.65)
 \end{aligned}$$

b) Direção vertical (\mathbf{z}):

$$m_R \ddot{u}_z^R + k_e (u_z^R - u_z^F) + c_i (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F - \Omega(u_y^R - u_y^F - h_b \phi)) + c_e (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F) = m_R e \Omega^2 \cos \Omega t \quad (3.66)$$

3.2.3.b Forças que atuam na fundação

A força do rotor está aplicada no mancal que, por ser rígido, será considerado um único corpo solidário à fundação (fig. 3.10). A altura do mancal em relação à fundação é h_b .

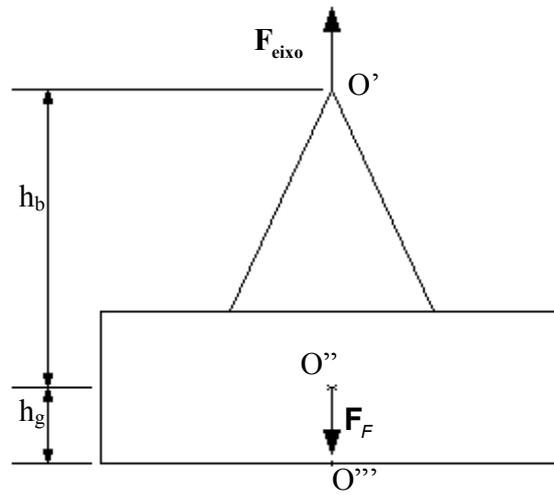


Figura 3.10. Forças que atuam na fundação.

Da figura 3.10:

$$\mathbf{F}_F = \mathbf{F}_{\text{eixo}} \text{ ou } \mathbf{F}_F - \mathbf{F}_{\text{eixo}} = 0 \quad (3.67)$$

onde \mathbf{F}_F é a força da fundação, \mathbf{F}_{eixo} é a força do eixo.

A força da fundação é, conforme (3.38):

$$\mathbf{F}_F = m_F \mathbf{a}^{O''/O'''} = m_F (\ddot{u}_y^F \hat{\mathbf{y}} + \ddot{u}_z^F \hat{\mathbf{z}}) \quad (3.68)$$

A força do eixo é, conforme (3.11), (3.20), (3.23) e (3.24):

$$\mathbf{F}_{\text{eixo}} = c_i \left((\dot{u}_y^R + \Omega u_z^R) \hat{\mathbf{y}} + (\dot{u}_z^R - \Omega u_y^R) \hat{\mathbf{z}} \right) + c_e \left(\dot{u}_y^R \hat{\mathbf{y}} + \dot{u}_z^R \hat{\mathbf{z}} \right) + k_e \left(u_y^R \hat{\mathbf{y}} + u_z^R \hat{\mathbf{z}} \right) \quad (3.69)$$

Substituindo (3.38) e (3.69) em (3.67), chega-se à seguinte equação:

$$m_F \left(\ddot{u}_y^F \hat{\mathbf{y}} + \ddot{u}_z^F \hat{\mathbf{z}} \right) = c_i \left((\dot{u}_y^R + \Omega u_z^R) \hat{\mathbf{y}} + (\dot{u}_z^R - \Omega u_y^R) \hat{\mathbf{z}} \right) + c_e \left(\dot{u}_y^R \hat{\mathbf{y}} + \dot{u}_z^R \hat{\mathbf{z}} \right) + k_e \left(u_y^R \hat{\mathbf{y}} + u_z^R \hat{\mathbf{z}} \right) \quad (3.70)$$

Rearranjando os termos:

$$\left(m_F \ddot{u}_y^F - c_i (\dot{u}_y^R + \Omega u_z^R) - c_e \dot{u}_y^R - k_e u_y^R \right) \hat{\mathbf{y}} + \left(m_F \ddot{u}_z^F - c_i (\dot{u}_z^R - \Omega u_y^R) - c_e \dot{u}_z^R - k_e u_z^R \right) \hat{\mathbf{z}} = 0 \quad (3.71)$$

O cálculo dos momentos será feito em relação ao ponto O'' , que é o centro de massa da fundação. A altura do mancal em relação ao centro de massa da fundação é h_b . O momento resultante é:

$$\mathbf{M}^{O''} = \mathbf{p}^{\text{F}_{\text{eixo}}/O''} \times \mathbf{F}_{\text{eixo}} \quad (3.72)$$

onde $\mathbf{M}^{O''}$ é o momento das forças que atuam na fundação em relação ao ponto O'' , $\mathbf{p}^{\text{F}_{\text{eixo}}/O''}$ é o vetor posição da força do eixo em relação ao ponto O'' e \mathbf{F}_{eixo} é a força do eixo no mancal.

$$\mathbf{p}^{\text{F}_{\text{eixo}}/O''} = -h_b \left(-\sin \phi \hat{\mathbf{y}} + \cos \phi \hat{\mathbf{z}} \right) \quad (3.73)$$

Linearizando $\mathbf{p}^{\text{F}_{\text{eixo}}/O''}$, chega-se a:

$$\mathbf{p}^{\text{F}_{\text{eixo}}/O''} = h_b \phi \hat{\mathbf{y}} - h_b \hat{\mathbf{z}} \quad (3.74)$$

Substituindo (3.69) e (3.74) em (3.72):

$$\mathbf{M}^{0''} = (h_b \phi \hat{\mathbf{y}} - h_b \hat{\mathbf{z}}) \times \left(\mathbf{c}_i \left((\dot{u}_y^R + \Omega u_z^R) \hat{\mathbf{y}} + (\dot{u}_z^R - \Omega u_y^R) \hat{\mathbf{z}} \right) + \mathbf{c}_e \left(\dot{u}_y^R \hat{\mathbf{y}} + \dot{u}_z^R \hat{\mathbf{z}} \right) + k_e \left(u_y^R \hat{\mathbf{y}} + u_z^R \hat{\mathbf{z}} \right) \right) \quad (3.75)$$

Assim:

$$\mathbf{M}^{0''} = \left(h_b \phi \left(\mathbf{c}_i \left(\dot{u}_z^R - \Omega u_y^R \right) + \mathbf{c}_e \dot{u}_z^R + k_e u_z^R \right) + h_b \left(\mathbf{c}_i \left(\dot{u}_y^R + \Omega u_z^R \right) + \mathbf{c}_e \dot{u}_y^R + k_e u_y^R \right) \right) \hat{\mathbf{x}} \quad (3.76)$$

Na equação acima, de acordo com Gasch, R. *et al.* [4], o ângulo ϕ é muito pequeno, e por isso, os termos multiplicados $h_b \phi$ são muito menores que os termos multiplicados por h_b apenas. Assim, os termos multiplicados por $h_b \phi$ serão desprezados. E a equação fica da seguinte maneira:

$$\mathbf{M}^{0''} = h_b \left(\mathbf{c}_i \left(\dot{u}_y^R + \Omega u_z^R \right) + \mathbf{c}_e \dot{u}_y^R + k_e u_y^R \right) \hat{\mathbf{x}} \quad (3.77)$$

De (3.39), (3.44) e (3.77):

$$\frac{m_f}{12} (h_f^2 + 4a^2) \ddot{\phi} \hat{\mathbf{x}} = h_b \left(\mathbf{c}_i \left(\dot{u}_y^R + \Omega u_z^R \right) + \mathbf{c}_e \dot{u}_y^R + k_e u_y^R \right) \hat{\mathbf{x}} \quad (3.78)$$

Sendo $\frac{m_f}{12} (h_f^2 + 4a^2) = I_f$, então:

$$I_f \ddot{\phi} = h_b \left(\mathbf{c}_i \left(\dot{u}_y^R + \Omega u_z^R \right) + \mathbf{c}_e \dot{u}_y^R + k_e u_y^R \right) \quad (3.79)$$

ou

$$I_f \ddot{\phi} - h_b \left(\mathbf{c}_i \left(\dot{u}_y^R + \Omega u_z^R \right) + \mathbf{c}_e \dot{u}_y^R + k_e u_y^R \right) = 0 \quad (3.80)$$

Na forma matricial, as equações (3.71) e (3.80) e (3.64) ficam da seguinte maneira:

eliminados. As frequências relevantes deste sistema são a frequência de rotação do rotor e a frequência de excitação. Neste caso, a excitação é causada pelo desbalanceamento e, por isso, essas frequências são iguais.

Inicialmente, serão obtidas as equações no rotor e depois as equações das forças que atuam na fundação.

3.3.1 Forças que atuam no rotor

Conforme foi visto na seção anterior, as forças que atuam no rotor são:

- a força de desbalanceamento:

$$\mathbf{F}_d = m_R \left((-e\Omega^2 \sin\theta + \ddot{u}_y^R) \hat{\mathbf{y}} + (-e\Omega^2 \cos\theta + \ddot{u}_z^R) \hat{\mathbf{z}} \right) \quad (3.82)$$

- a força de amortecimento do eixo:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_a &= \mathbf{F}_{ai} + \mathbf{F}_{ae} = \\ &= (\mathbf{c}_i (\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi} + \Omega(u_z^R - u_z^F)) + \mathbf{c}_e (\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi})) \hat{\mathbf{y}} + \\ &+ (\mathbf{c}_i (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F - \Omega(u_y^R - u_y^F - h_b \phi)) + \mathbf{c}_e (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F)) \hat{\mathbf{z}} \end{aligned} \quad (3.83)$$

- a força elástica:

$$\mathbf{F}_e = k_e \left((u_y^R - u_y^F - h_b \phi) \hat{\mathbf{y}} + (u_z^R - u_z^F) \hat{\mathbf{z}} \right) \quad (3.84)$$

3.3.2 Forças que atuam na fundação

Para fazer o equacionamento de forças que atuam na fundação, considera-se a fundação e o mancal como um único corpo pelo fato do mancal ser rígido.

As forças que atuam na fundação são as forças de rigidez e amortecimento do eixo e as forças de reação do solo (figura 3.12):

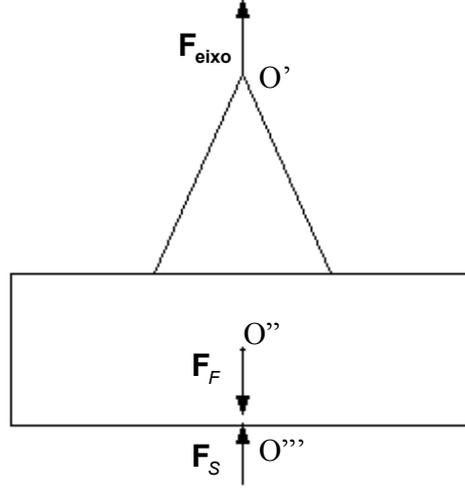


Figura 3.12 Forças que atuam na fundação do sistema completo.

$$\mathbf{F}_F = \mathbf{F}_{eixo} + \mathbf{F}_S \quad (3.85)$$

Da equação (3.38), sabe-se que:

$$\mathbf{F}_F = m_F \mathbf{a}^{O''/O_1''} = m_F (\ddot{u}_y^F \hat{\mathbf{y}} + \ddot{u}_z^F \hat{\mathbf{z}}) \quad (3.86)$$

A força do eixo pode ser escrita como a soma da equação (3.55) com (3.61):

$$\mathbf{F}_{eixo} = \left(c_i (\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi} + \Omega(u_z^R - u_z^F)) + c_e (\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi}) + k_e (u_y^R - u_y^F - h_b \phi) \right) \hat{\mathbf{y}} + \left(c_i (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F - \Omega(u_y^R - u_y^F - h_b \phi)) + c_e (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F) + k_e (u_z^R - u_z^F) \right) \hat{\mathbf{z}} \quad (3.87)$$

As forças do solo são forças de reação ao movimento da fundação. Essas forças serão chamadas de \mathbf{F}_{S_y} e \mathbf{F}_{S_z} nas direções y e z respectivamente. O momento de reação do solo será chamado de \mathbf{M}_S , atuando na direção x . A força do solo é:

$$\mathbf{F}_S = \mathbf{F}_{S_y} + \mathbf{F}_{S_z} = f_{sy} \hat{\mathbf{y}} + f_{sz} \hat{\mathbf{z}} \quad (3.88)$$

$$\text{e o momento: } \mathbf{M}_s = \mathbf{M}_{s_x} = M_{s_x} \hat{\mathbf{x}} \quad (3.89)$$

3.3.3 Equilíbrio de forças

3.3.3.a Fundação

Substituindo (3.86), (3.87) e (3.88) em (3.85):

$$\begin{aligned} m_F (\ddot{u}_y^F \hat{\mathbf{y}} + \ddot{u}_z^F \hat{\mathbf{z}}) = \\ = + \left(\begin{aligned} & (\mathbf{c}_i (\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi} + \Omega(u_z^R - u_z^F)) + \mathbf{c}_e (\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi}) + k_e (u_y^R - u_y^F - h_b \phi)) \hat{\mathbf{y}} + \\ & (\mathbf{c}_i (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F - \Omega(u_y^R - u_y^F - h_b \phi)) + \mathbf{c}_e (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F) + k_e (u_z^R - u_z^F)) \hat{\mathbf{z}} \end{aligned} \right) + f_{s_y} \hat{\mathbf{y}} + f_{s_z} \hat{\mathbf{z}} \end{aligned} \quad (3.90)$$

Reorganizando os termos, tem-se:

a) Na direção horizontal:

$$\begin{aligned} m_F \ddot{u}_y^F - (\mathbf{c}_i (\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi} + \Omega(u_z^R - u_z^F)) - \mathbf{c}_e (\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi}) - k_e (u_y^R - u_y^F - h_b \phi)) = \\ = + f_{s_y} \end{aligned} \quad (3.91)$$

b) Na direção vertical:

$$m_F \ddot{u}_z^F - (\mathbf{c}_i (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F - \Omega(u_y^R - u_y^F - h_b \phi)) - \mathbf{c}_e (\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F) - k_e (u_z^R - u_z^F)) = + f_{s_z} \quad (3.92)$$

O cálculo dos momentos será feito, inicialmente, em relação ao ponto O'' (centro de massa da fundação), pois neste ponto o momento de inércia polar da fundação (I_f) não varia. Posteriormente, pode-se, pelo teorema do transporte de momentos, calcular o momento em relação a qualquer ponto desejado.

O equilíbrio de momentos é:

$$\mathbf{M}^{\text{O}''} = \mathbf{p}^{\text{F}_{eixo}/\text{O}''} \times \mathbf{F}_{eixo} + \mathbf{M}_s \quad (3.93)$$

E o vetor posição da força do eixo em relação ao centro de massa da fundação é:

$$\mathbf{p}^{\text{F}_{eixo}/\text{O}''} = -h_b(-\text{sen}\phi\hat{\mathbf{y}} + \text{cos}\phi\hat{\mathbf{z}}) \quad (3.94)$$

Linearizando os vetores posição, chega-se a:

$$\mathbf{p}^{\text{F}_{eixo}/\text{O}''} = h_b\phi\hat{\mathbf{y}} - h_b\hat{\mathbf{z}} \quad (3.95)$$

Sabe-se que de (3.77) e (3.43):

$$\mathbf{M}^{\text{O}''} = \frac{m_f}{12}(h_f^2 + 4a^2)\ddot{\phi}\hat{\mathbf{x}} = I_f\ddot{\phi}\hat{\mathbf{x}} \quad (3.96)$$

Substituindo (3.87), (3.89) e (3.95) em (3.93):

$$\begin{aligned} I_f\ddot{\phi}\hat{\mathbf{x}} = & (h_b\phi\hat{\mathbf{y}} - h_b\hat{\mathbf{z}}) \times \left(\begin{aligned} & \left(\mathbf{c}_i(\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b\dot{\phi} + \Omega(u_z^R - u_z^F)) + \mathbf{c}_e(\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b\dot{\phi}) + k_e(u_y^R - u_y^F - h_b\phi) \right) \hat{\mathbf{y}} + \\ & \left(\mathbf{c}_i(\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F - \Omega(u_y^R - u_y^F - h_b\phi)) + \mathbf{c}_e(\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F) + k_e(u_z^R - u_z^F) \right) \hat{\mathbf{z}} \end{aligned} \right) \\ & + (-M_{Sx}\hat{\mathbf{x}}) \end{aligned} \quad (3.97)$$

Fazendo as operações vetoriais da equação (3.97), chega-se a:

$$\begin{aligned} I_f\ddot{\phi} = & h_b\phi(\mathbf{c}_i(\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F - \Omega(u_y^R - u_y^F - h_b\phi)) + \mathbf{c}_e(\dot{u}_z^R - \dot{u}_z^F) + k_e(u_z^R - u_z^F)) + \\ & + h_b(\mathbf{c}_i(\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b\dot{\phi} + \Omega(u_z^R - u_z^F)) + \mathbf{c}_e(\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b\dot{\phi}) + k_e(u_y^R - u_y^F - h_b\phi)) - M_{Sx} \end{aligned} \quad (3.98)$$

Neste caso, como os termos multiplicados por $h_b\phi$ são muito menores que os termos multiplicados por h_b , podem ser considerados desprezíveis e, então, a equação toma a seguinte forma:

$$I_f \ddot{\phi} = h_b (c_i (\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi} + \Omega(u_z^R - u_z^F)) + c_e (\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi}) + k_e (u_y^R - u_y^F - h_b \phi)) - M_{Sx} \quad (3.99)$$

Reorganizando os termos de (3.99):

$$I_f \ddot{\phi} - h_b (c_i (\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi} + \Omega(u_z^R - u_z^F)) + c_e (\dot{u}_y^R - \dot{u}_y^F - h_b \dot{\phi}) + k_e (u_y^R - u_y^F - h_b \phi)) = M_{Sx} \quad (3.100)$$

3.3.3.b Rotor

Como as forças do solo não atuam diretamente no rotor, as equações para o equilíbrio de forças do rotor para o sistema completo têm os mesmos termos daquelas no equilíbrio de forças do rotor no sistema rotor fundação.

Fazendo $\theta = \Omega t$ e colocando as equações (3.65), (3.66), (3.91), (3.92) e (3.98) na forma matricial, chega-se ao seguinte resultado:

$$\begin{bmatrix} m_R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_F & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_z^R \\ \ddot{u}_y^R \\ \ddot{u}_z^F \\ \ddot{u}_y^F \\ \ddot{\phi}^F \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (c_i + c_e) & 0 & -(c_i + c_e) & 0 & 0 \\ 0 & (c_i + c_e) & 0 & -(c_i + c_e) & -h_b(c_i + c_e) \\ -(c_i + c_e) & 0 & (c_i + c_e) & 0 & 0 \\ 0 & -(c_i + c_e) & 0 & (c_i + c_e) & h_b(c_i + c_e) \\ 0 & -h_b(c_i + c_e) & 0 & h_b(c_i + c_e) & h_b^2(c_i + c_e) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_z^R \\ \dot{u}_y^R \\ \dot{u}_z^F \\ \dot{u}_y^F \\ \dot{\phi}^F \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_e & -\Omega c_i & -k_e & \Omega c_i & h_b \Omega c_i \\ \Omega c_i & k_e & -\Omega c_i & -k_e & -k_e h_b \\ -k_e & \Omega c_i & k_e & -\Omega c_i & -\Omega c_i h_b \\ -\Omega c_i & -k_e & \Omega c_i & k_e & k_e h_b \\ -h_b \Omega c_i & -h_b k_e & h_b \Omega c_i & h_b k_e & h_b^2 k_e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_z^R \\ u_y^R \\ u_z^F \\ u_y^F \\ \phi^F \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_R e \Omega^2 \cos \Omega t \\ m_R e \Omega^2 \sin \Omega t \\ f_{sz} \\ f_{sy} \\ M_{Sx} \end{Bmatrix} \quad (3.101)$$

Capítulo 4

Modelos de Solo

O estudo de máquinas rotativas ocupa uma posição destacada no contexto de máquinas e estruturas em vista da significativa quantidade de fenômenos típicos na operação desses equipamentos. A existência de um componente rotativo apoiado em mancais e transmitindo potência cria uma família de problemas que são encontrados nas mais diversas máquinas: sejam compressores, bombas, motores, turbinas de grande e pequeno porte. Esses equipamentos muitas vezes são parte integrante de plantas de produção ou centrais de geração de energia, sendo que, uma parada imprevista pode acarretar grande perda financeira.

As análises, normalmente realizadas em bancadas experimentais, fornecem modelos mais completos para os principais componentes do rotor, com forte ênfase na modelagem dos mancais da máquina rotativa, por constituírem os elementos de conexão rotor-estrutura de fundação. Nos sistemas reais, entretanto, há um outro componente que tem sido freqüentemente analisado de forma simplista. Grande parte das simulações de sistemas rotor-mancais-fundação ou não considera o solo que sustenta a fundação, ou incorpora o solo através de modelos bastante simplificados. Desta forma, o estudo de sistemas reais sofre uma certa inconsistência em sua modelagem. De um lado, rotores, eixos, mancais e estruturas são modelados com precisão e detalhamento, mas o solo é incorporado de forma superficial e simplificada, tornando inconsistente a totalidade do modelo. Note-se que em modelos de laboratório é possível eliminar a interação dinâmica solo-estrutura, através de bancadas apropriadas, capazes de filtrar a

influência dinâmica do solo-suporte. Em sistemas reais, entretanto, não é possível ignorar a influência da resposta dinâmica do solo.

Dentro deste contexto, o sistema mecânico aqui apresentado é dividido em três partes: o rotor Laval, uma fundação do tipo bloco rígido e o solo. Os modelos de solo utilizados são o modelo clássico de semi-espaço e o modelo de camada sobre base rígida.

4.1. Modelo do semi-espaço

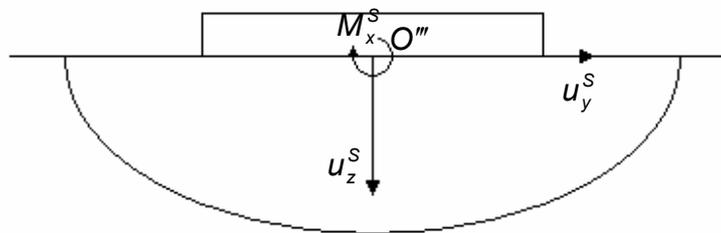


Figura 4.1. Fundação de superfície sobre semi-espaço.

O modelo clássico de semi-espaço considera uma fundação bidimensional do tipo placa fixada a um semi-espaço visco-elástico. Este modelo é apropriado para analisar o comportamento dinâmico de máquinas sobre um solo homogêneo de grande profundidade. O solo é caracterizado por sua densidade ρ_s , seu módulo de cisalhamento G e o coeficiente de Poisson ν . Neste modelo, a resposta do solo é dada no domínio da frequência, através de uma matriz de flexibilidade para uma fundação do tipo placa sem massa. As equações para incluir a inércia da fundação são somadas às matrizes de flexibilidade. Isto permite que a massa da fundação seja modificada, sem alterar a matriz de flexibilidade do solo. O solo é assumido viscoelástico. Os efeitos viscoelásticos (amortecimento interno do solo) são incorporados através de um princípio de correspondência elástico-viscoelástico. Matematicamente, isto significa que os parâmetros elásticos do solo são substituídos por quantidades complexas contendo o coeficiente de amortecimento. Então o módulo de cisalhamento do solo G é substituído por $G^* = G(1 + i\eta_s)$. Nesta expressão η_s é o coeficiente de amortecimento. Neste caso, apenas a constante histerética viscoelástica é considerada.

A síntese das matrizes de flexibilidade dinâmica do solo no domínio da frequência é obtida através do método de elementos de contorno [45], [51].

4.2 O modelo de camada sobre base rígida

Este modelo de solo consiste numa camada viscoelástica de profundidade d . A parte inferior da camada está apoiada sobre uma base rígida. A base rígida não se desloca em relação à camada. Uma fundação do tipo placa com largura $2a$ está apoiada na parte superior da camada (Fig. 4.2).

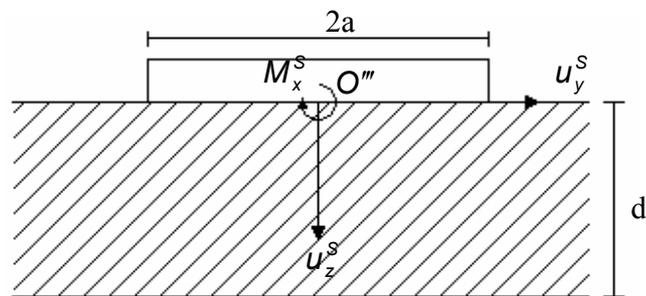


Figura 4.2. Fundação de superfície em camada sobre base rígida.

Este modelo de solo pode ser utilizado quando há um aumento repentino na rigidez do solo a uma determinada profundidade d . Uma característica deste modelo é que a camada apresenta autovetores associados às dimensões limitadas na direção vertical (z).

4.3. Funções de impedância do solo

A interação dinâmica de uma fundação rígida sem massa vinculada ao solo normalmente é descrita por uma matriz de impedância dependente da frequência $[K_S]$, que relaciona o vetor de forças externas aplicadas à fundação $\mathbf{F}_S = \{F_Z \ F_Y \ M_x/a\}^T$ e o vetor dos graus de liberdade da fundação rígida e sem massa $\mathbf{u}_S = \{u_Z^S \ u_Y^S \ \phi_x^S a\}^T$.

$$[K_S(A_0)]\mathbf{u}_S = \mathbf{F}_S \quad (4.1)$$

Na equação (4.1), o parâmetro clássico de frequência circular ω é substituído pelo parâmetro de frequência adimensional:

$$A_0 = \omega a / c_s \quad (4.2)$$

onde c_s é a velocidade de cisalhamento do meio contínuo elástico (solo) dado por:

$$c_s = \sqrt{G/\rho} \quad (4.3)$$

As matrizes de impedância para fundações rígidas sem massa podem ser calculadas para perfis de solo distintos. Estes perfis de solo podem incluir o semi-espaco homogêneo, camadas horizontais múltiplas, assim como solos isotrópicos e anisotrópicos. A matriz de impedância resultante apresenta a seguinte estrutura:

$$\begin{bmatrix} K_{wz} & K_{wy} & K_{wx} \\ K_{uz} & K_{uy} & K_{ux} \\ K_{\phi z} & K_{\phi y} & K_{\phi x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_z^S \\ u_y^S \\ \phi_x^S a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_z \\ F_y \\ M_x/a \end{Bmatrix} \quad (4.4)$$

Quando o solo e a fundação rígida e sem massa são vinculados e apresentam simetria em relação ao eixo z , a estrutura da matriz de impedância dada na equação (4.4) é simplificada:

$$\begin{bmatrix} K_{wz} & 0 & 0 \\ 0 & K_{uy} & K_{ux} \\ 0 & K_{\phi y} & K_{\phi x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_z^S \\ u_y^S \\ \phi_x^S a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_z \\ F_y \\ M_x/a \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

A equação (4.5) mostra que, para sistemas simétricos em relação ao eixo z , uma excitação vertical somente induzirá um deslocamento vertical u_z^S . Por outro lado, os graus de liberdade horizontal u_y^S e de rotação ϕ_x^S são acoplados através da resposta do solo.

É uma prática comum apresentar a matriz de impedância bidimensional em uma forma normalizada:

$$[K(a_0)]\mathbf{F}_{ex} = \frac{1}{G} [\bar{K}(a_0)]\mathbf{F}_{ex} = \mathbf{U}_f \quad (4.6)$$

onde $[K(a_0)]$ é a matriz de impedância normalizada dependente da frequência, \mathbf{U}_f é o vetor de deslocamentos da fundação e \mathbf{F}_{ex} é o vetor de forças da fundação.

4.4. Equações de movimento do sistema completo

Conforme foi visto no capítulo 3, as equações de movimento do sistema completo são as seguintes:

$$\begin{bmatrix} m_R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_F & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_z^R \\ \dot{u}_y^R \\ \dot{u}_z^F \\ \dot{u}_y^F \\ \dot{\phi}^F \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (c_i + c_e) & 0 & -(c_i + c_e) & 0 & 0 \\ 0 & (c_i + c_e) & 0 & -(c_i + c_e) & -h_b(c_i + c_e) \\ (c_i + c_e) & 0 & -(c_i + c_e) & 0 & 0 \\ 0 & (c_i + c_e) & 0 & -(c_i + c_e) & -h_b(c_i + c_e) \\ 0 & -h_b(c_i + c_e) & 0 & h_b(c_i + c_e) & h_b^2(c_i + c_e) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_z^R \\ \dot{u}_y^R \\ \dot{u}_z^F \\ \dot{u}_y^F \\ \dot{\phi}^F \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_e & -\Omega c_i & -k_e & \Omega c_i & h_b \Omega c_i \\ \Omega c_i & k_e & -\Omega c_i & -k_e & -k_e h_b \\ k_e & -\Omega c_i & -k_e & \Omega c_i & \Omega c_i h_b \\ \Omega c_i & k_e & -\Omega c_i & -k_e & -k_e h_b \\ -h_b \Omega c_i & -h_b k_e & h_b \Omega c_i & h_b k_e & h_b^2 k_e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_z^R \\ u_y^R \\ u_z^F \\ u_y^F \\ \phi^F \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_R e \Omega^2 \cos \Omega t \\ m_R e \Omega^2 \sin \Omega t \\ -f_{sz} \\ -f_{sy} \\ -M_{Sx} \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

Assumindo o comportamento harmônico do sistema, poder-se escrever:

$$u(t) = u e^{i\Omega t} \quad (4.8)$$

$$\dot{u}(t) = i\Omega u e^{i\Omega t} \quad (4.9)$$

$$\ddot{u}(t) = -\Omega^2 u e^{i\Omega t} \quad (4.10)$$

Assim, as equações no domínio da frequência podem ser escritas:

$$[M] \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + [C] \frac{du(t)}{dt} + [K] u(t) = F e^{i\Omega t} \quad (4.11)$$

Substituindo (4.8), (4.9) e (4.10) em (4.7):

$$\left(\begin{array}{c} -\Omega^2 \begin{bmatrix} m_R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_F & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_F \end{bmatrix} + \\ + i\Omega \begin{bmatrix} (c_i + c_e) & 0 & -(c_i + c_e) & 0 & 0 \\ 0 & (c_i + c_e) & 0 & -(c_i + c_e) & -h_b(c_i + c_e) \\ (c_i + c_e) & 0 & -(c_i + c_e) & 0 & 0 \\ 0 & (c_i + c_e) & 0 & -(c_i + c_e) & -h_b(c_i + c_e) \\ 0 & -h_b(c_i + c_e) & 0 & h_b(c_i + c_e) & h_b^2(c_i + c_e) \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} k_e & -\Omega c_i & -k_e & \Omega c_i & h_b \Omega c_i \\ \Omega c_i & k_e & -\Omega c_i & -k_e & -k_e h_b \\ k_e & -\Omega c_i & -k_e & \Omega c_i & \Omega c_i h_b \\ \Omega c_i & k_e & -\Omega c_i & -k_e & -k_e h_b \\ -h_b \Omega c_i & -h_b k_e & h_b \Omega c_i & h_b k_e & h_b^2 k_e \end{bmatrix} \end{array} \right) \begin{Bmatrix} u_z^R \\ u_y^R \\ u_z^F \\ u_y^F \\ \phi^F \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_R e \Omega^2 \cos \Omega t \\ m_R e \Omega^2 \sin \Omega t \\ -f_{sz} \\ -f_{sy} \\ -M_{Sx} \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

Para inserir a matriz de impedância nas equações de movimento, as forças do solo devem ser aplicadas no ponto O'''. Para isso, as coordenadas da fundação serão substituídas pelas coordenadas do solo:

$$\mathbf{u}^F = \mathbf{u}^S + h_G (\sin \phi \hat{\mathbf{y}} + \cos \phi \hat{\mathbf{z}})$$

Linearizando:

$$\mathbf{u}^F = \mathbf{u}^S + h_G \phi \hat{\mathbf{y}} + h_G \hat{\mathbf{z}}$$

$$\text{onde } \mathbf{u}^S = \mathbf{p}^{\text{otimo}} = u_y^S \hat{\mathbf{y}} + u_z^S \hat{\mathbf{z}}$$

As equações com coordenadas do solo são:

$$\left(\begin{array}{l}
-\Omega^2 \begin{bmatrix} m_R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_F & m_F h_g \\ 0 & 0 & 0 & m_F h_g & I_F + m_F h_g \end{bmatrix} + \\
+i\Omega \begin{bmatrix} (c_i + c_e) & 0 & -(c_i + c_e) & 0 & 0 \\ 0 & (c_i + c_e) & 0 & -(c_i + c_e) & -(h_b + h_g)(c_i + c_e) \\ (c_i + c_e) & 0 & -(c_i + c_e) & 0 & 0 \\ 0 & (c_i + c_e) & 0 & -(c_i + c_e) & -(h_b + h_g)(c_i + c_e) \\ 0 & (h_b + h_g)(c_i + c_e) & 0 & -(h_b + h_g)(c_i + c_e) & -(h_b + h_g)^2(c_i + c_e) \end{bmatrix} + \\
+ \begin{bmatrix} k_e & -\Omega c_i & -k_e & \Omega c_i & \Omega c_i (h_b + h_g) \\ \Omega c_i & k_e & -\Omega c_i & -k_e & -k_e (h_b + h_g) \\ k_e & -\Omega c_i & -k_e & \Omega c_i & \Omega c_i (h_b + h_g) \\ \Omega c_i & k_e & -\Omega c_i & -k_e & -k_e (h_b + h_g) \\ (h_b + h_g)\Omega c_i & (h_b + h_g)k_e & -(h_b + h_g)\Omega c_i & -(h_b + h_g)k_e & -(h_b + h_g)^2 k_e \end{bmatrix}
\end{array} \right) \begin{Bmatrix} u_z^R \\ u_y^R \\ u_z^S \\ u_y^S \\ \phi^S \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_R e \Omega^2 \cos \Omega t \\ m_R e \Omega^2 \sin \Omega t \\ -f_{sz} \\ -f_{sy} \\ -M_{Sx} \end{Bmatrix} \quad (4.13)$$

Agora, inserindo (4.5) em (4.13):

$$\left(\begin{array}{l}
-\Omega^2 \begin{bmatrix} m_R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_F & m_F h_g \\ 0 & 0 & 0 & m_F h_g & I_F + m_F h_g \end{bmatrix} + \\
+i\Omega \begin{bmatrix} (c_i + c_e) & 0 & -(c_i + c_e) & 0 & 0 \\ 0 & (c_i + c_e) & 0 & -(c_i + c_e) & -(h_b + h_g)(c_i + c_e) \\ (c_i + c_e) & 0 & -(c_i + c_e) & 0 & 0 \\ 0 & (c_i + c_e) & 0 & -(c_i + c_e) & -(h_b + h_g)(c_i + c_e) \\ 0 & (h_b + h_g)(c_i + c_e) & 0 & -(h_b + h_g)(c_i + c_e) & -(h_b + h_g)^2(c_i + c_e) \end{bmatrix} + \\
+ \begin{bmatrix} k_e & -\Omega c_i & -k_e & \Omega c_i & \Omega c_i (h_b + h_g) \\ \Omega c_i & k_e & -\Omega c_i & -k_e & -k_e (h_b + h_g) \\ k_e & -\Omega c_i & -k_e + K_{wz} & \Omega c_i & \Omega c_i (h_b + h_g) \\ \Omega c_i & k_e & -\Omega c_i & -k_e + K_{uy} & -k_e (h_b + h_g) + K_{ux} \\ (h_b + h_g)\Omega c_i & (h_b + h_g)k_e & -(h_b + h_g)\Omega c_i & -(h_b + h_g)k_e + K_{\phi y} & -(h_b + h_g)^2 k_e + K_{\phi x} \end{bmatrix}
\end{array} \right) \begin{Bmatrix} u_z^R \\ u_y^R \\ u_z^S \\ u_y^S \\ \phi^S \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_R e \Omega^2 \cos \Omega t \\ m_R e \Omega^2 \sin \Omega t \\ -f_{sz} \\ -f_{sy} \\ -M_{Sx} \end{Bmatrix} \quad (4.14)$$

Capítulo 5

Resultados

Os resultados deste trabalho foram obtidos através de simulações computacionais. Para acentuar os efeitos da frequência de ressonância do rotor, os amortecimentos interno e externo do eixo foram considerados nulos. Nestas simulações, o valor da semi largura da fundação é de 1 metro, a velocidade da onda de cisalhamento do solo c_s é de 200 m/s, o módulo de cisalhamento do solo G é de 120 MPa, a altura da fundação h_f é de 1 metro, o coeficiente de Poisson do solo ν é de 0,25 e a velocidade crítica do rotor é de 200 rad/s.

Os parâmetros que serão variados neste estudo são a distância do centro do mancal ao centro de massa da fundação (adimensional) h_b/a , a razão entre a massa do rotor e da fundação $M_{RF} = m_R/m_F$, a razão entre a massa da fundação e do solo $B_f = m_f/\rho_s 4a^2 h_f$, sendo $\rho_s 4a^2 h_f$ a massa de um volume de solo igual ao volume da fundação, parâmetro do rotor-solo $S = \omega_R a/c_s$ e a profundidade adimensional de uma camada do solo estratificado d/a , onde d é a profundidade da camada e a é a altura da fundação.

Primeiramente será feito um estudo do comportamento dinâmico do rotor sem considerar a fundação ou o solo. Depois será feito um estudo do comportamento da fundação sobre o solo, e por fim, um estudo do sistema completo, incluindo os efeitos do solo e da fundação no rotor.

5.1 Rotor em mancal rígido

Para o estudo do comportamento do rotor rígido, considerou-se um rotor Laval simples bidimensional e fez-se uma simulação computacional do seu comportamento em função da frequência de excitação (Fig. 5.1). O valor da amplitude do rotor foi adimensionalizado dividindo-se este pela excentricidade.

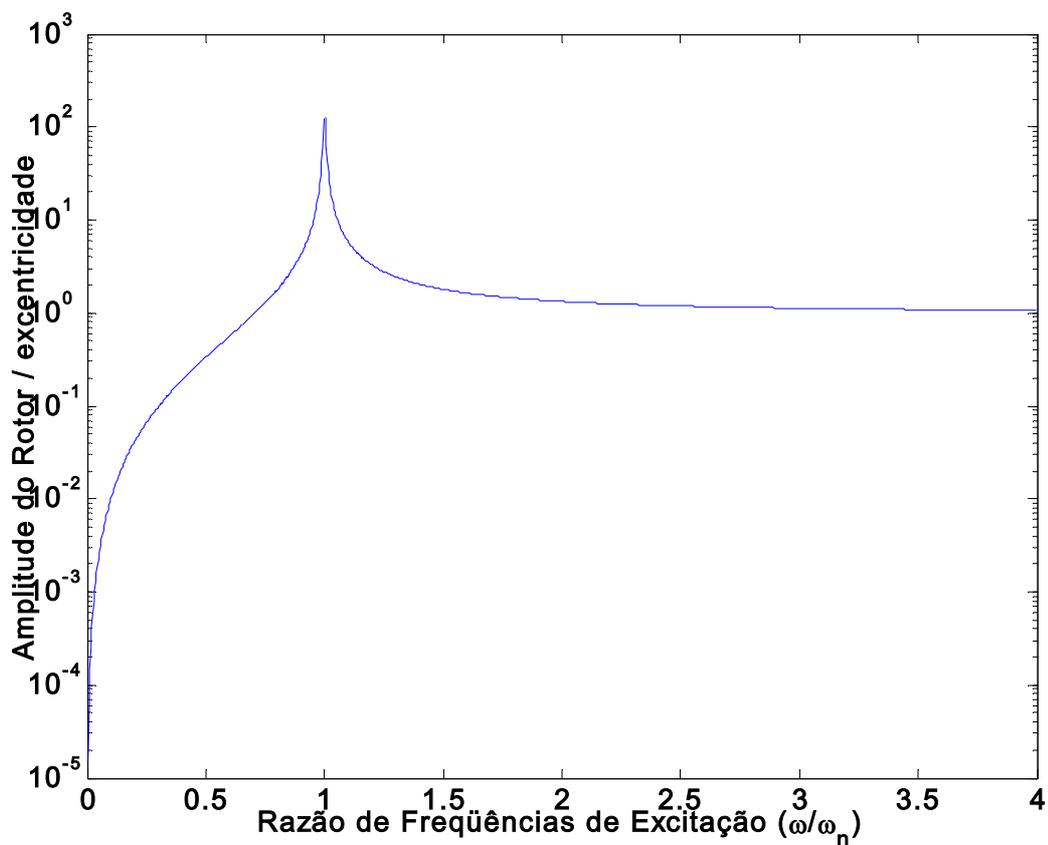


Figura 5.1 Amplitude de deslocamento do rotor em função da frequência de excitação.

O resultado obtido mostra um pico quando a razão da frequência de excitação vale um. Isso mostra que o rotor sozinho apresenta uma amplitude de oscilação com um valor muito elevado quando a frequência de excitação coincide com a frequência natural.

5.2 Fundação sobre o solo

Para o estudo do comportamento da fundação, utilizou-se uma fundação quadrada e foi feita a variação do parâmetro B_f , ou da relação entre a massa da fundação e a massa do solo, com um volume de solo igual ao da fundação.

Para variar o valor de B_f é necessário calcular a densidade do solo. De Gasch et al(1984) [4] sabe-se que:

$$c_s = \sqrt{G/\rho_s} \quad (5.1)$$

onde c_s é a velocidade de cisalhamento do solo, G é o módulo de cisalhamento do solo e ρ_s é a densidade do solo. Então:

$$\rho_s = \frac{G}{c_s^2} \quad (5.2)$$

Segundo Gasch et al (2002) [48], valores aceitáveis de G para uma velocidade de cisalhamento de solo de 200 m/s variam de 15 a 300 MPa. Neste trabalho, o valor adotado é de 120 Mpa. Conseqüentemente, $\rho_s = 3000 \text{ Kg/m}^3$.

Inicialmente verificou-se o efeito da variação do valor de B_f no semi-espaço (Fig. 5.2). Para variar B_f , variou-se a massa da fundação m_f . Neste caso, novamente a amplitude é adimensional.

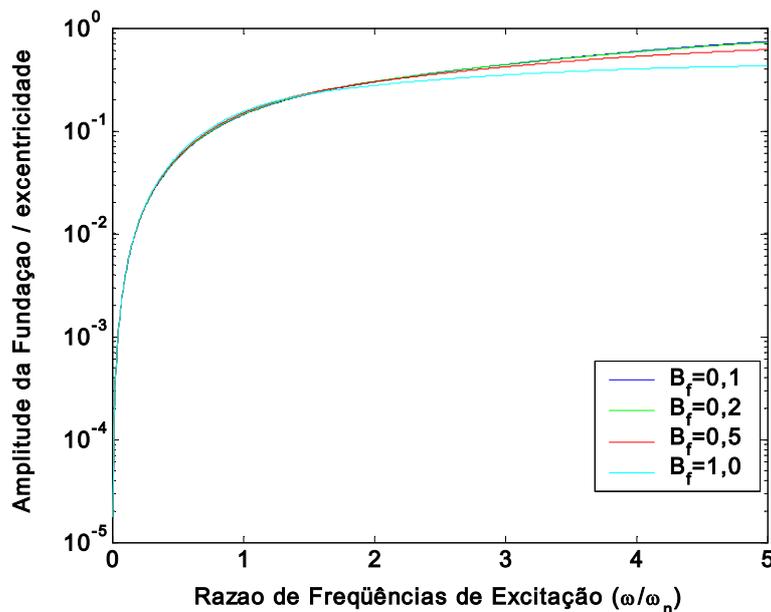


Figura 5.2.a Variação de B_f no sistema fundação-solo para B_f menor que 1.

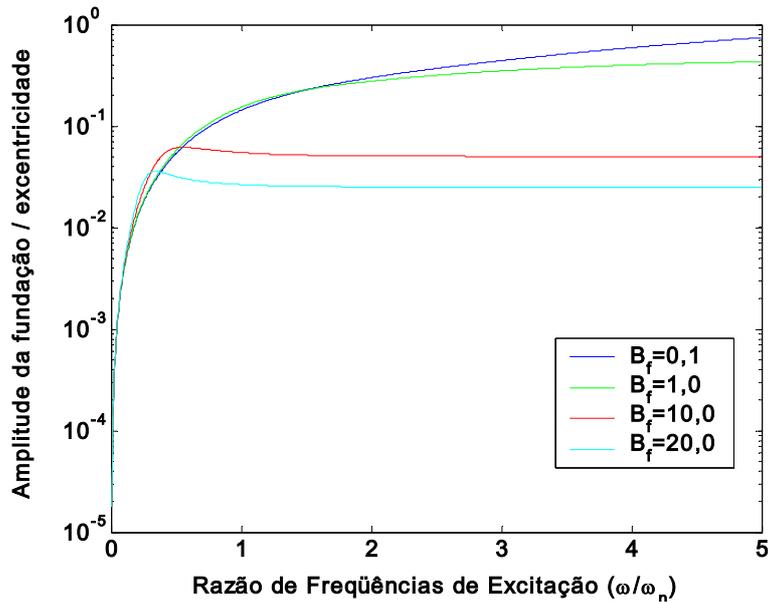


Figura 5.2.b Variação de B_f para valores de 0,1 a 20,0.

Nas figuras 5.2.a e 5.2.b, percebe-se que com o aumento do valor de B_f no semi-espaço, há um aumento do amortecimento da fundação.

Nas figuras 5.3.a, 5.3.b, 5.3.c, varia-se o parâmetro B_f para um solo do tipo camada sobre base rígida com valores de $d/a = 2$, $d/a = 6$ e $d/a = 10$, e amortecimento de 0,5%.

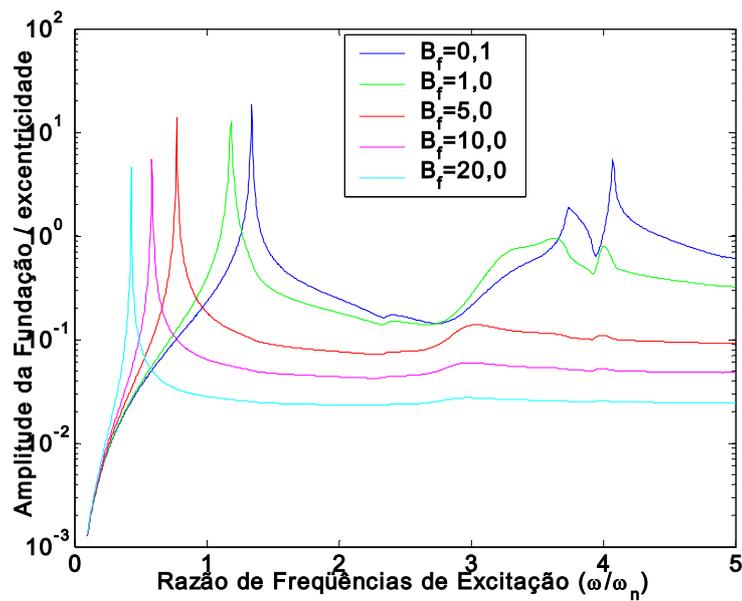


Figura 5.3.a B_f em camada sobre base rígida com amortecimento de 0,5% e $d/a=2$.

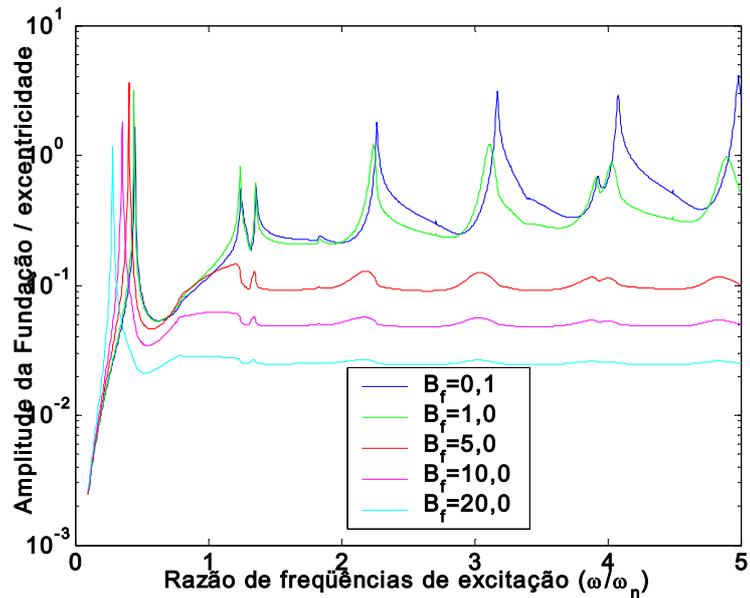


Figura 5.3.b B_f em camada sobre base rígida com amortecimento de 0,5% e $d/a=6$.

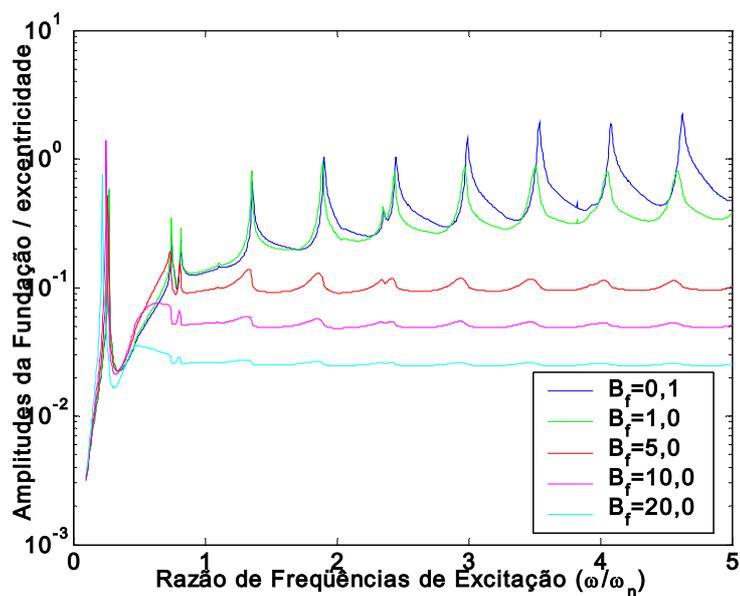


Figura 5.3.c B_f em camada sobre base rígida com amortecimento de 0,5% e $d/a=10$.

Pelas figuras 5.3, nota-se que a frequência de ressonância da fundação tende a ser menor com o aumento da profundidade da camada do solo. Aumentando o valor de B_f , para o solo com camada pouco espessa, diminui a frequência de ressonância da fundação. O aumento do valor de

B_f tende a causar uma diminuição na flexibilidade do sistema, minimizando o efeito do solo no sistema (resposta da fundação).

Nas figuras 5.4.a, 5.4.b e 5.4.c, varia-se o parâmetro B_f para um solo do tipo camada sobre base rígida com valores de $d/a = 2$, $d/a = 6$ e $d/a = 10$, e amortecimento de 5,0%.

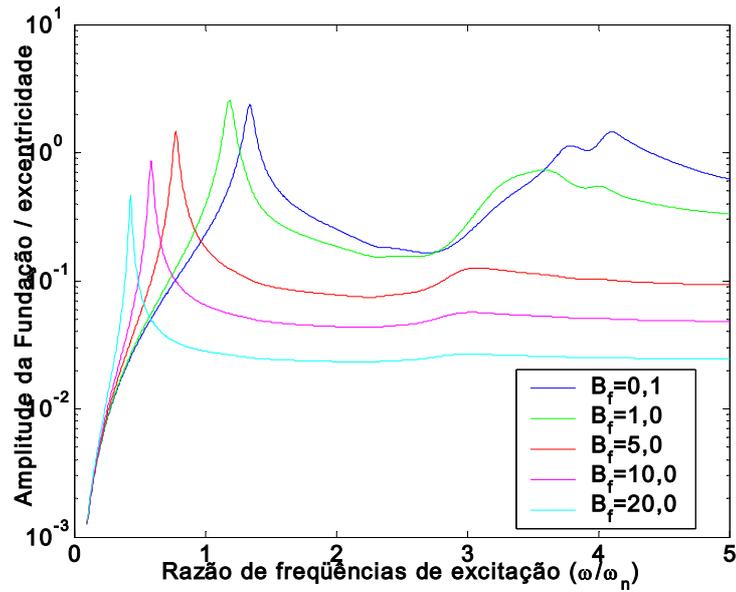


Figura 5.4.a B_f em camada sobre base rígida com amortecimento de 5,0% e $d/a=2$.

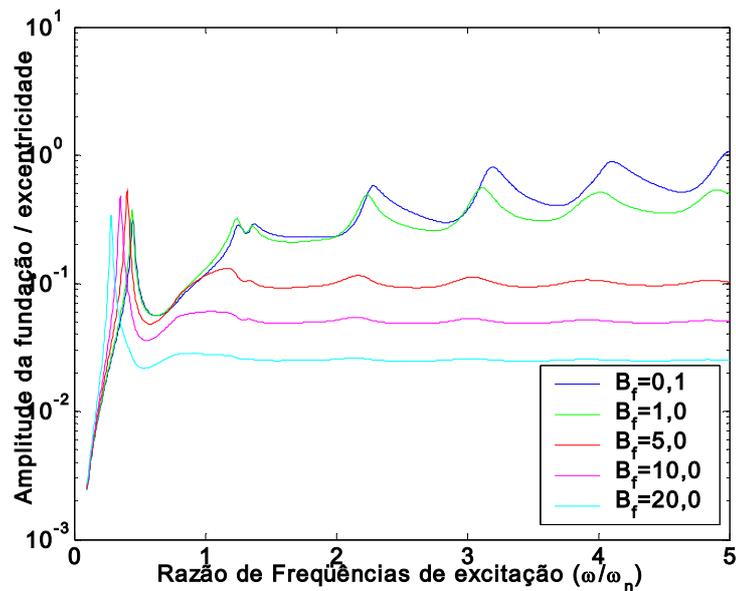


Figura 5.4.b B_f em camada sobre base rígida com amortecimento de 5,0% e $d/a=6$.

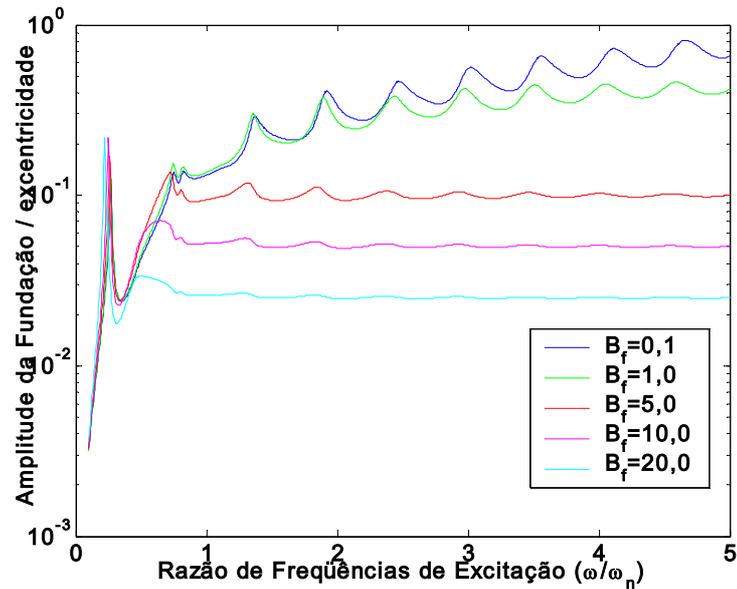


Figura 5.4.c B_f em camada sobre base rígida com amortecimento de 5,0% e $d/a=10$.

Percebe-se que, pelas figuras 5.4, com um amortecimento de 5 % do solo, a resposta dinâmica da fundação é mais amortecida. A amplitude de movimento da fundação foi bastante atenuada com o aumento do amortecimento.

Nas figuras 5.5.a, 5.5.b e 5.5.c, varia-se o parâmetro B_f para um solo do tipo camada sobre base rígida com valores de $d/a = 2$, $d/a = 6$ e $d/a = 10$, e amortecimento de 20,0%.

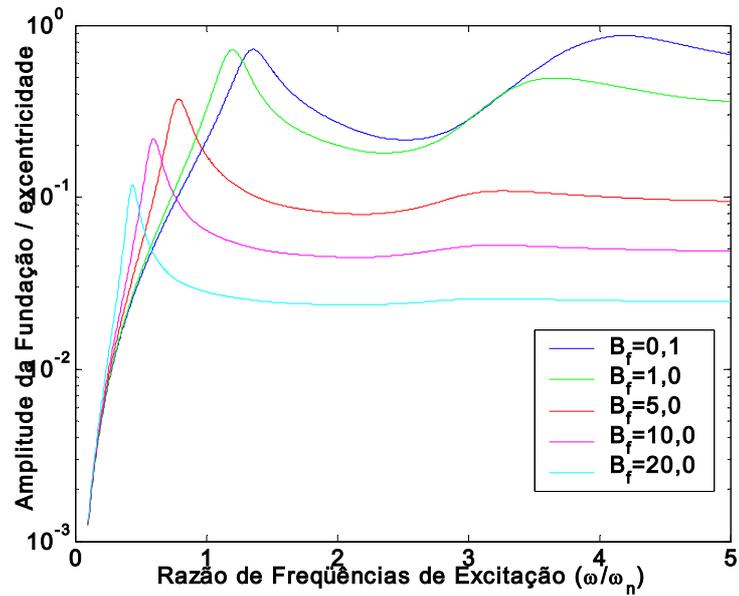


Figura 5.5.a B_f em camada sobre base rígida com amortecimento de 20,0% e $d/a=2$.

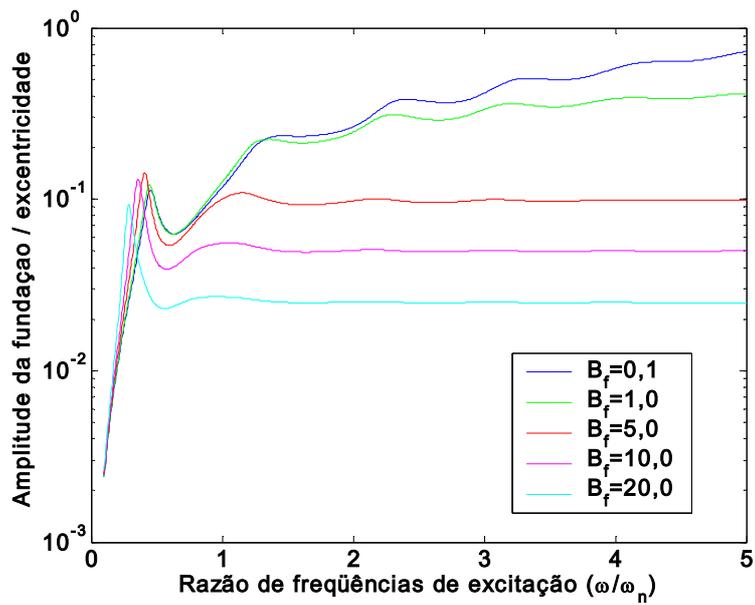


Figura 5.5.b B_f em camada sobre base rígida com amortecimento de 20,0% e $d/a=6$.

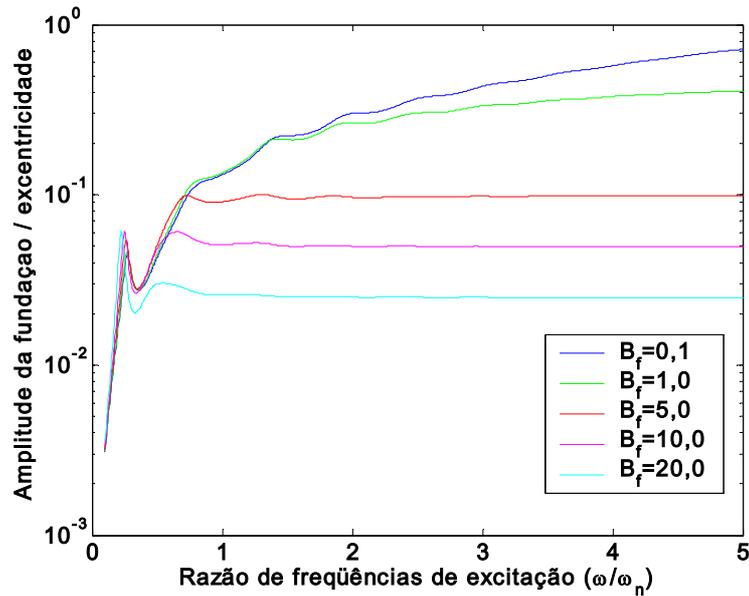


Figura 5.5.c B_f em camada sobre base rígida com amortecimento de 20,0% e $d/a=10$.

Nas figuras 5.5, mesmo com um solo de camada pouco profunda, devido ao elevado valor do amortecimento, o sistema se comporta de forma semelhante ao semi-espaço. Nota-se também que o amortecimento e a amplitude de movimento da fundação são também muito menores.

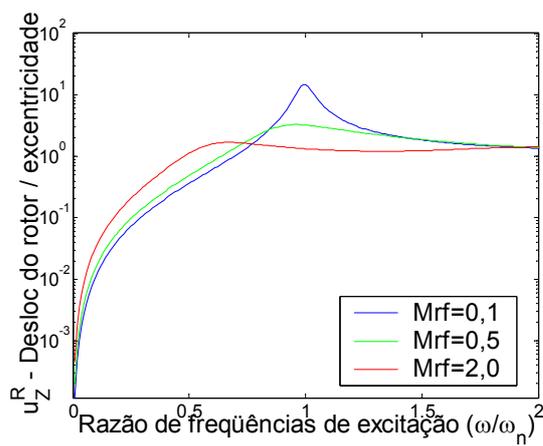
5.3 Rotor-fundação-solo

Para os resultados a seguir, o parâmetro de amortecimento interno do solo é $\eta_s = 0,01$, este é um valor pequeno de amortecimento. O efeito do amortecimento do solo no sistema, apresentado nos resultados numéricos, origina-se principalmente do amortecimento devido à radiação, e é associado à energia dissipada do sistema na forma de ondas emitidas e não refletidas.

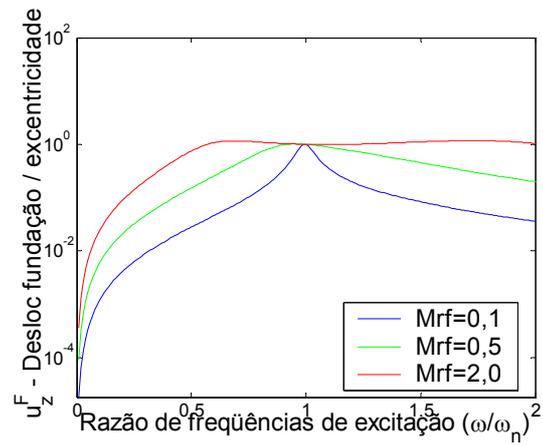
A simulação começa com a análise da influência da razão de massa entre o rotor e a fundação M_{rf} , assim como o parâmetro rotor-solo S . Este parâmetro está relacionado à flexibilidade do solo. Um valor de S pequeno, representa um solo muito rígido, enquanto que valores maiores de S representam solos mais flexíveis. Para os primeiros resultados, a altura do mancal foi considerada $h_b = 0$, para que não haja variações nos valores dos momentos.

As figuras 5.6.a até 5.6.f mostram o deslocamento vertical do rotor u_z^R e da fundação u_z^F para valores distintos do parâmetro rotor-solo ($S = 0,5; 1,0; 2,0$) no modelo de semi-espaço. Em cada figura, a razão de massa rotor-fundação é modificada ($M_{rf} = 0,1; 0,5; 2,0$). Os deslocamentos u_z^R e u_z^F são adimensionais.

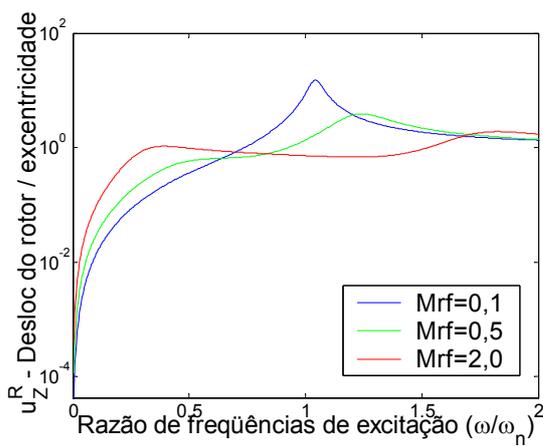
Com o aumento da razão de massa rotor-fundação, a amplitude do rotor diminui mostrando que um grande amortecimento está sendo introduzido pelo solo. Pode-se notar que a frequência de ressonância do rotor também diminui significativamente. Estes resultados estão de acordo com experimentos anteriores (Gasch et al (1984); Gasch & Nordmann (2002)).



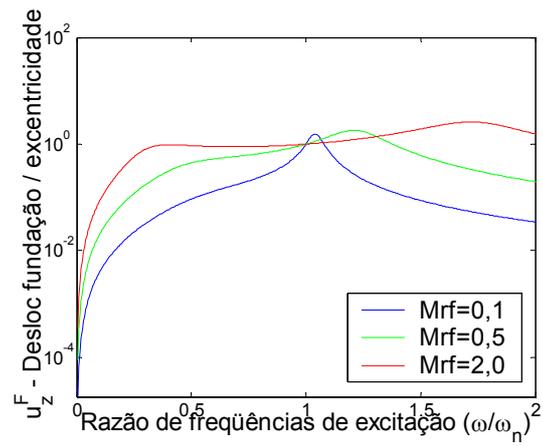
(a) $S = 0.5$



(b) $S = 0.5$



(c) $S = 1.0$



(d) $S = 1.0$

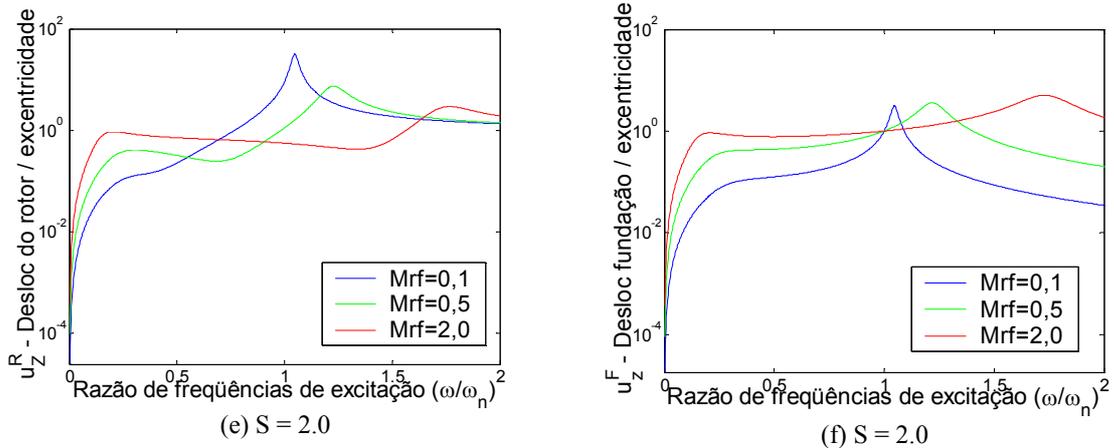


Figura 5.6. Influência da razão de massa rotor-fundação no parâmetro $S = 0,5; 1,0; 2,0$ para $h_b/a=0$.

Um efeito que pode ser destacado é que, com o aumento da flexibilidade do solo (aumentando o valor de S), novas ressonâncias muito amortecidas aparecem nos deslocamentos do rotor e da fundação.

As figuras 5.7. mostram os deslocamentos do rotor e da fundação para um mancal com altura $h_b = 1.0$. Dois valores do parâmetro S são considerados ($S = 1,0$ e $S = 2,0$). Neste caso, é importante mencionar a influência da altura do mancal na dinâmica do sistema. O parâmetro h_b mostra claramente o efeito da elasticidade do solo nas frequências naturais do rotor. Novamente, com o aumento dos valores de M_{RF} , as amplitudes do rotor e da fundação são consideravelmente modificadas.

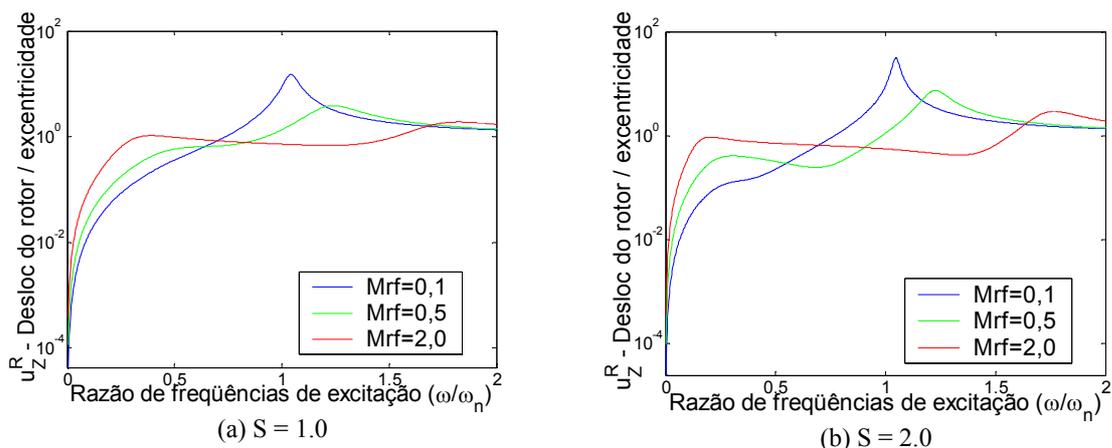


Figura 5.7. Influência da razão de massa entre rotor e fundação no parâmetro $S=1$ (a) e $S=2$ (b) quando $h_b/a=1$.

Para um rotor leve com $M_{RF}=0,1$ e um parâmetro $S=1,0$, a influência da altura dos mancais pode ser vista nas figuras 5.8 , 5.9.a e 5.9.b. Nota-se que a altura dos mancais não influencia o deslocamento vertical do rotor.

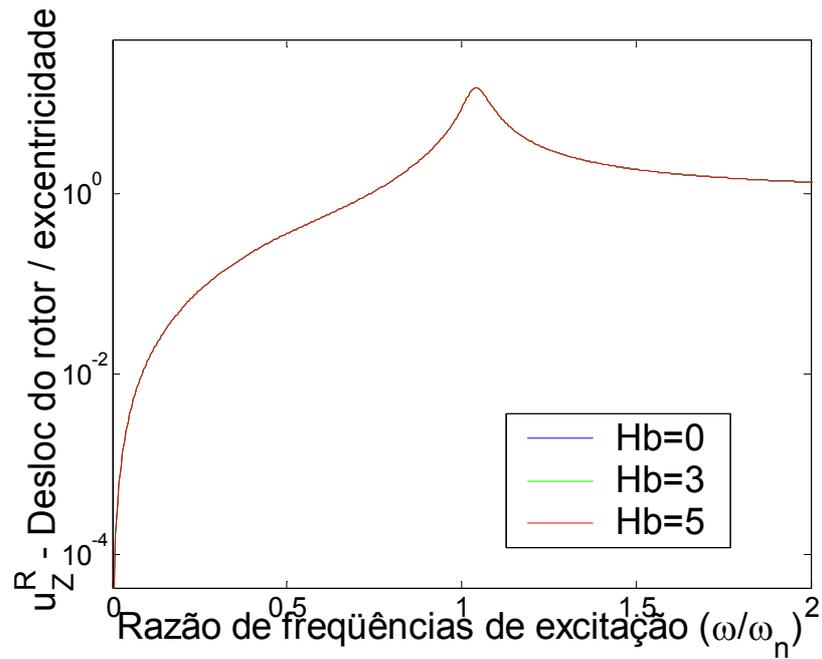


Figura 5.8. Influência da altura dos mancais no parâmetro $S=1$ e $M_{RF}=0,1$ -vertical.

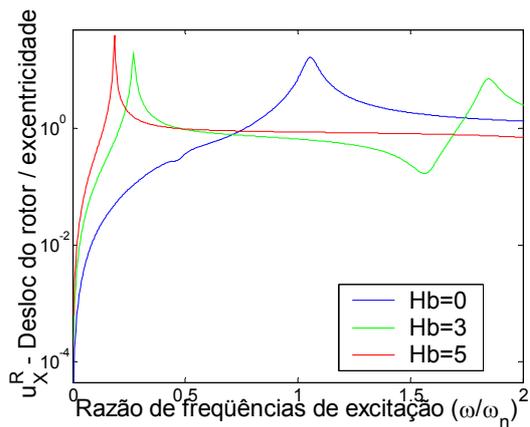


Figura 5.9.a. Influência da altura dos mancais no deslocamento do rotor para $S = 1.0$ e $M_{RF} = 0.1$

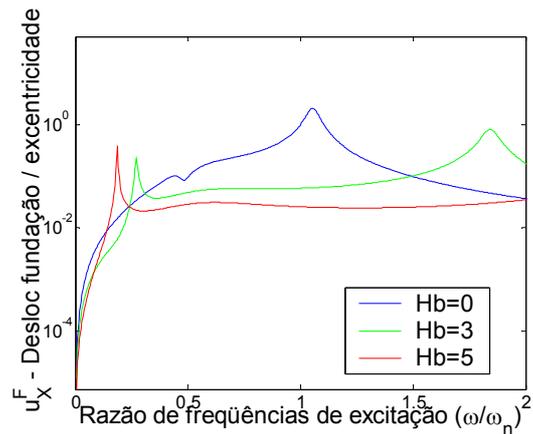


Figura 5.9.b. Influência da altura dos mancais no deslocamento da fundação para $S = 1.0$ e $M_{RF} = 0.1$

No deslocamento horizontal, quando a altura do mancal é significativa, a primeira frequência natural é claramente menor com um pico mais agudo. O sistema parece ser mais flexível, porém menos amortecido.

A figura 5.10 mostra a influência do parâmetro de fundação-solo B_f . Neste caso, a altura do mancal é zero, $h_b=0$. É possível verificar que aumentando a massa da fundação em relação a uma determinada massa do solo, o amortecimento do sistema também aumenta.

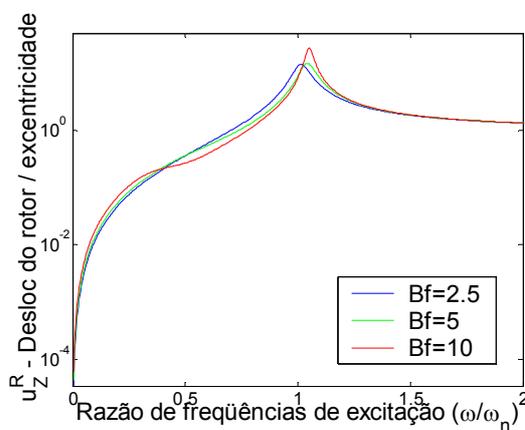


Figura 5.10.a Influência da razão de massa fundação-solo, $h_b/a = 0.0$; $S = 1.0$ e $M_{rf} = 0.1$

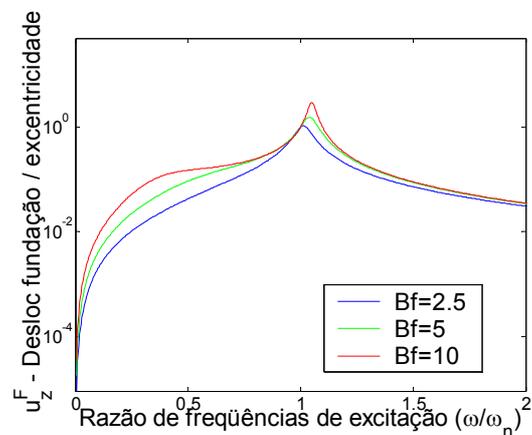
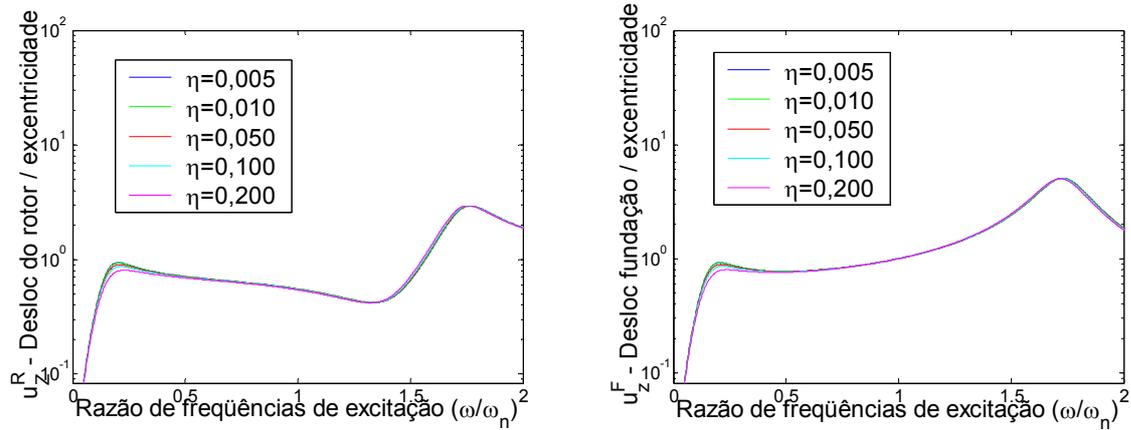


Figura 5.10.b Influência da razão de massa fundação-solo $h_b/a = 0.0$; $S = 1.0$ e $M_{rf} = 0.1$

O estudo da influência do coeficiente de amortecimento do solo é mostrado nas figuras 5.11.a e 5.11.b. Os parâmetros assumidos são: $M_{RF}=2,0$ e $S=2,0$. Nota-se que o coeficiente de amortecimento interno do solo praticamente não exerce influência na resposta vertical do rotor e da fundação, quando o modelo de solo é o semi-espaço.

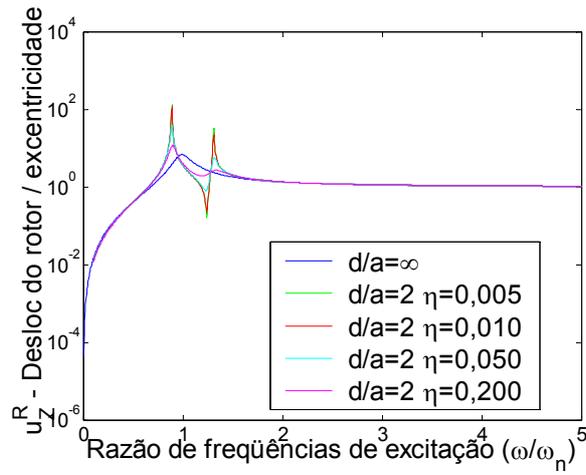


(a) amplitude do rotor – modelo semi-espaço

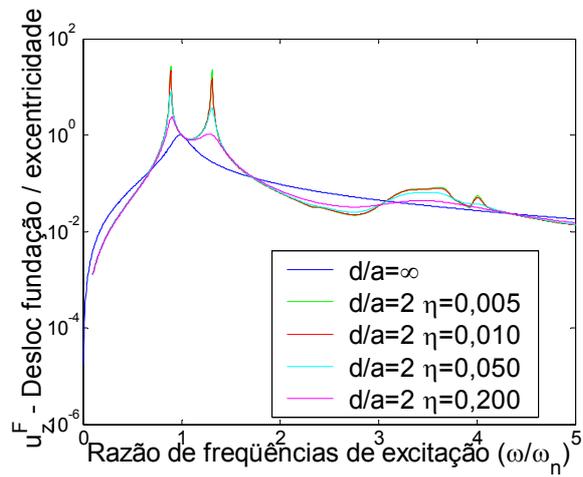
(b) amplitude da fundação – modelo semi-espaço

Figure 5.11. Influência do amortecimento do solo no modelo semi-espaço para $h_b/a = 0$.

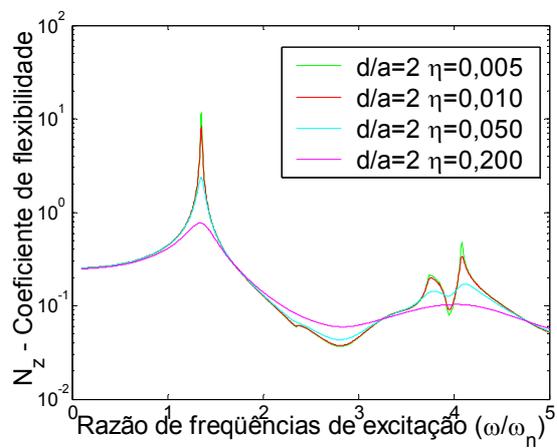
A influência do solo estratificado é mostrada nas figuras 5.12.a até 5.12.l. A resposta do rotor e da fundação apoiada na superfície da camada sobre base rígida foi simulada em algumas profundidades diferentes. A simulação do semi-espaço também é mostrada ($d/a = \infty$). A altura do mancal é $h_b = 0,0$ e o parâmetro rotor-fundação é $M_{RF} = 0,5$. O parâmetro fundação solo é $B_f = 1,0$ e $S = 1,0$.



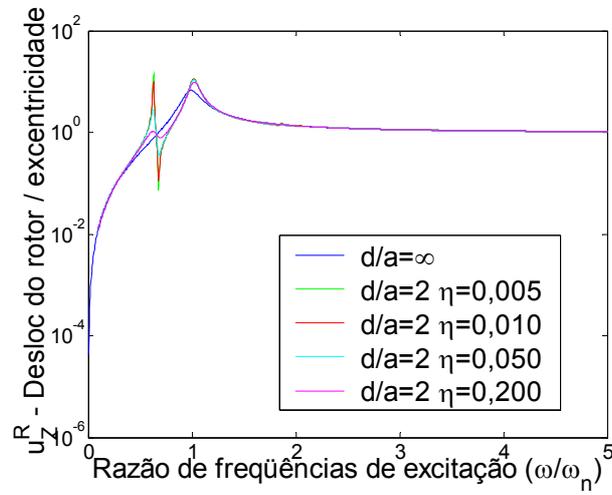
5.12.a Amplitude do rotor para $d/a = 2,0$



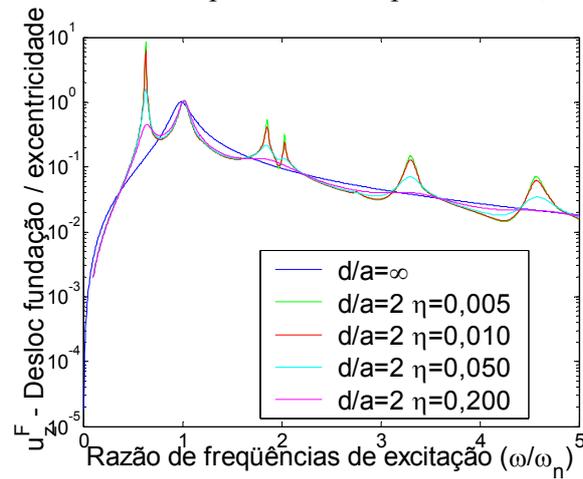
5.12.b Amplitude da fundação para $d/a = 2,0$.



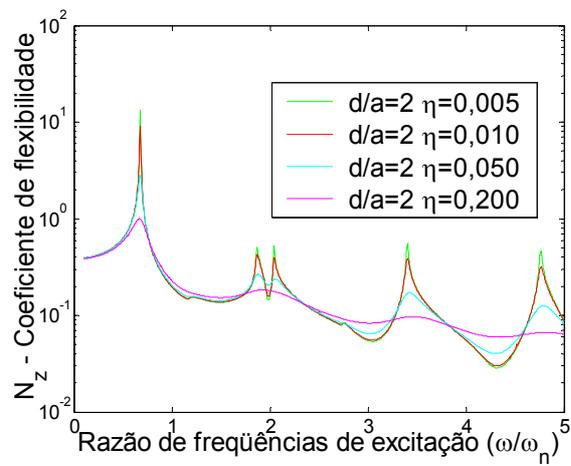
5.12.c Resposta do solo para $d/a = 2,0$



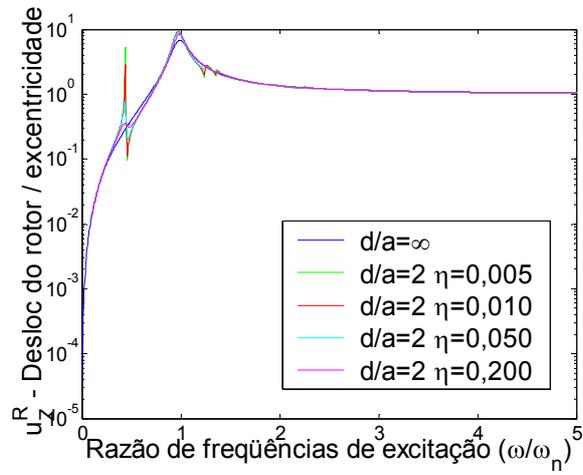
5.12.d Resposta do rotor para $d/a = 4,0$



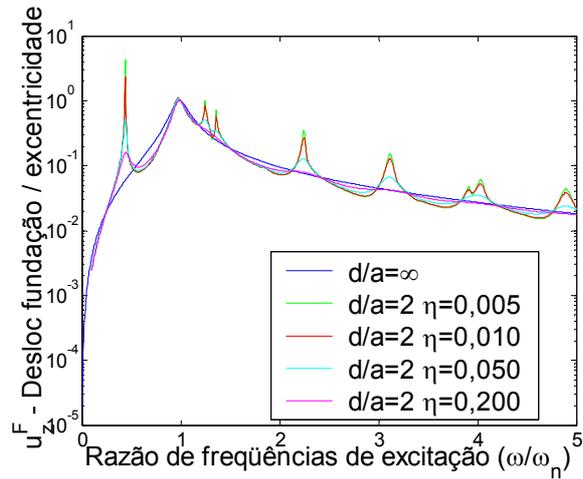
5.12.e Resposta da fundação para $d/a = 4,0$



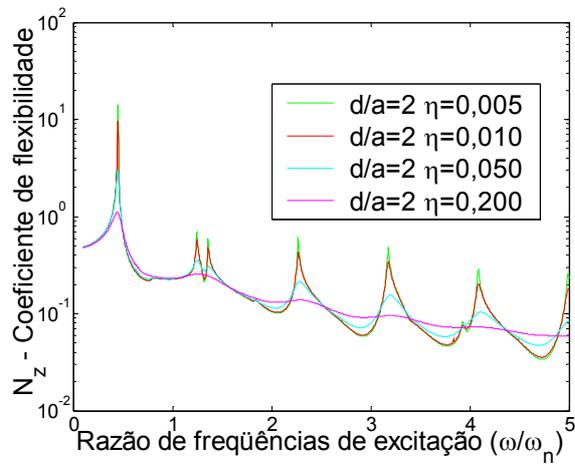
5.12.f Resposta do solo para $d/a = 4,0$



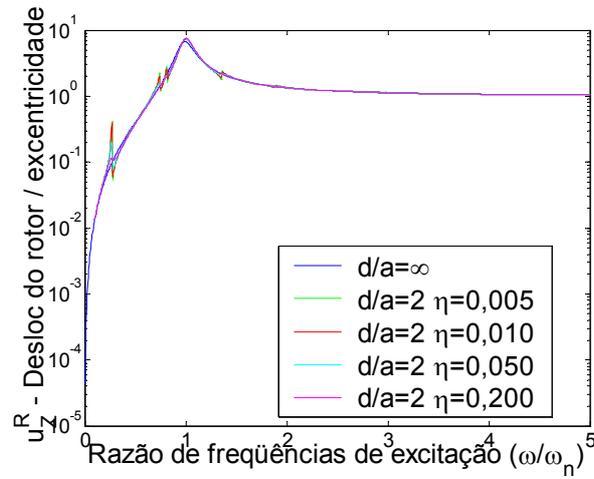
5.12.g Resposta do rotor para $d/a = 6,0$.



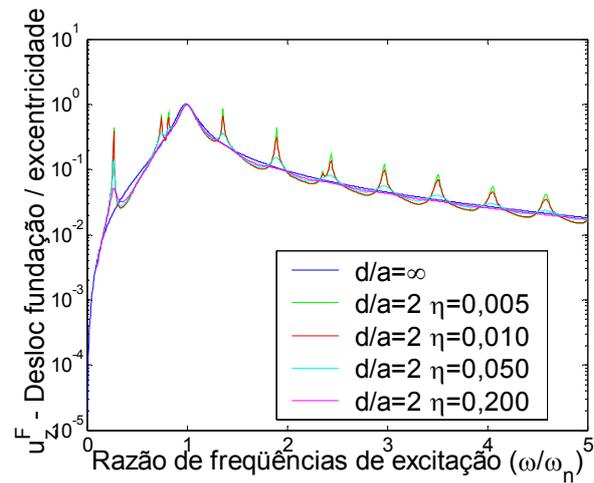
5.12.h Resposta da fundação para $d/a = 6,0$.



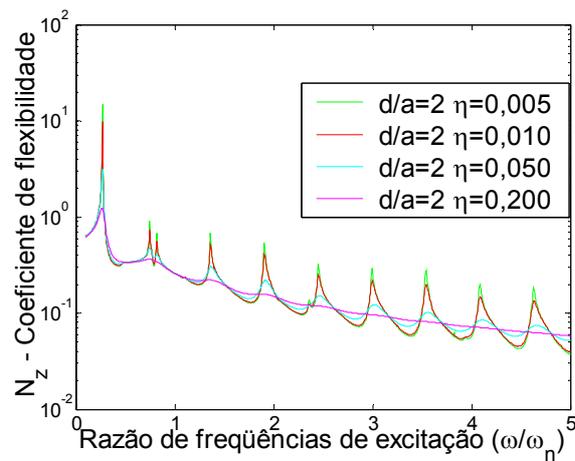
5.12.i Resposta do solo para $d/a = 6,0$.



5.12.j Resposta do rotor para $d/a = 10,0$.



5.12.k Resposta da fundação para $d/a = 10,0$.



5.12.l Resposta do solo para $d/a = 10,0$.

Figuras 5.12. Comparação dos modelos semi-espaço e camada sobre base rígida.

Com o aumento da profundidade da camada, mais sutil é a contribuição do solo na resposta do rotor. Nestes resultados, a influência nas ressonâncias da camada na amplitude de deslocamento do rotor e da fundação pode ser facilmente reconhecida. Estes resultados indicam a importância de considerar a influência do solo no comportamento dinâmico de máquinas rotativas. Isto mostra também que os modelos de solo têm uma influência significativa na dinâmica do rotor e da fundação. Os resultados apresentados até então indicam que mais estudos são necessários para conhecer a influência do solo no comportamento de sistemas rotor-fundação.

As funções de flexibilidade para solo do tipo camada sobre base rígida com profundidade $d/a=2,0$, $d/a=4,0$, $d/a=6$ e $d/a=10,0$ são mostradas nas figuras 5.12.c, 5.12.f, 5.12.i e 5.12.l respectivamente. As ressonâncias na direção vertical, relacionadas à camada de profundidade limitada, são claramente perceptíveis nestes gráficos. O efeito do coeficiente de amortecimento interno ($\eta_s = 0,005; 0,01; 0,05; 0,20$) também é mostrado. Nota-se que para o caso de camada sobre base rígida, o amortecimento interno tem um enorme efeito na resposta do solo. As amplitudes de ressonância do solo são significativamente amortecidas com o aumento do coeficiente de amortecimento do solo. A resposta vertical do rotor e da fundação para $d/a=2,0$ é mostrada nas figuras 5.12.a e 5.12.b. Pode-se notar que o modelo de camada sobre base rígida afeta a resposta do rotor e solo criando novas ressonâncias e modificando as ressonâncias do modelo semi-espaço. Para a camada de profundidade $d/a = 10,0$, as figuras 5.12.j e 5.12.k fornecem a resposta vertical do rotor e da fundação. As amplitudes do rotor e da fundação são muito sensíveis ao coeficiente de amortecimento do solo. As simulações numéricas mostram que a resposta da fundação e do rotor é muito mais sensível ao coeficiente de amortecimento interno do solo no modelo de camada sobre base rígida do que no modelo clássico do semi-espaço.

Capítulo 6

Conclusões

Neste trabalho foi feita uma análise da influência dos modelos de solo na resposta dinâmica de sistemas rotor-fundação. Foram considerados dois modelos de solo. Simulou-se primeiramente uma fundação do tipo bloco rígido sobre um semi-espaço, com características semelhantes às utilizadas por Gasch (1984) [4]. Depois foi simulado um modelo de solo em camada sobre base rígida. As matrizes de flexibilidade não-diagonais do solo estão no domínio da frequência. O solo foi considerado visco-elástico e, por isso, foi possível avaliar o papel do seu amortecimento interno na resposta ao desbalanceamento do sistema rotor-fundação.

Para se obter os resultados, foram feitas simulações do rotor sobre mancal rígido, sem incluir fundação ou o solo. Depois foi feita a simulação da fundação sobre o solo, sem incluir os efeitos do rotor. Por fim foram feitas simulações do sistema completo, incluindo rotor, fundação e solo.

Os resultados obtidos no semi-espaço são similares aos obtidos por Gasch (1984) [4]. A sensibilidade na resposta dinâmica do rotor e da fundação depende de alguns parâmetros de projeto tais como razão de massa rotor-fundação, razão de massa fundação-solo, altura dos mancais, e principalmente das propriedades do solo, tais como velocidade de propagação de onda e amortecimento interno.

O modelo de semi-espaço do solo tende a minimizar a amplitude de movimento do rotor e da fundação, mas também pode alterar as ressonâncias originais e introduzir novas. No caso do semi-espaço, o coeficiente de amortecimento interno do solo tem uma influência pequena na resposta vertical do rotor e da fundação.

Para o caso do sistema rotor-fundação sobre um solo em camada finita sobre base rígida, novas ressonâncias surgem na resposta do rotor e da fundação. Essas novas ressonâncias estão relacionadas às autofreqüências da camada do solo. Neste caso, as ressonâncias são muito influenciadas pelo amortecimento interno do solo.

Estes resultados indicam a importância de considerar a influência do solo no comportamento dinâmico de máquinas rotativas. Isto mostra também que os modelos de solo têm uma influência significativa na dinâmica do rotor e da fundação. Os resultados apresentados até então indicam que mais estudos são necessários para conhecer a influência do solo no comportamento de sistemas rotor-fundação.

Propostas de continuidade:

- Uma sugestão para a continuidade deste trabalho é a inclusão da flexibilidade e amortecimento dos mancais, verificando se estes podem minimizar a influência do solo no rotor.

- Pode-se também fazer um estudo incluindo diferentes modelos de fundação e observando como cada modelo interfere no comportamento do rotor.

- Também é importante a inclusão de novos modelos de solo, verificando as características de vários tipos de solo no comportamento do rotor.

- Fazer um modelo tridimensional do sistema rotor-fundação-solo para observar a influência de modelos de solo em diferentes direções de propagação de onda.

- Inclusão do amortecimento do solo variável, verificando os efeitos que este provoca.

Bibliografia

- [1] **Cavalcá K.L.**, *Apostila do curso Modelagem e Análise de Máquinas Rotativas e Estrutura de Suporte*, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Departamento de Projeto Mecânico, 2001.
- [2] **Krämer, E.**; *Dynamics of Rotors and Foundations*; Springer Verlag, 1993.
- [3] **Gasch, R.**; *Vibration of Large Turbo-Rotors in Fluid Film Bearings on an Elastic Foundation*. Journal of Sound and Vibration, 1976 vol.47(1), p. 53-73
- [4] **Gasch, R. ; Maurer, J. ; Sarfeld, W.** *Soil Influence on Unbalance Response and Stability of a Simple Rotor-Foundation System*. Journal of Sound and Vibration, 1984 vol.93(4), p. 549-566.
- [5] **Mourelatos, Z.P. e Parsons, M.G.**; *A Finite Element Analysis of Beams on Elastic Foundation Including Shear and Axial Effects*, Computers & Structures, 1987 vol.27 (3), p.323-331.
- [6] **Mesquita, E.**; *Dynamic Response of a Rotor-Foundation System Considering the Effects of an Active or Passive Environment*. Proceedings of 3rd International conference on Rotordynamics, 1990, p.213-218;

- [7] **Choy, F. K.; Padovan, J. e Qian, W.;** *Effectcs of Foudation Excitation on Multiple Rub Interactions in Turbomachinery.* Journal of Sound and Vibration, 1993 vol.164 (2), p.349-363.
- [8] **Feng, N.S. e Hahn, E.J.;** *Including Foundation Effects on the Vibration Behaviour of Rotating Machinery.* Mechanical Systems and Signal Processing 1995, p. 243-256.
- [9] **Liu,W. e Novak, M.;** *Dynamic Behaviour of Turbine-Generator-Foundation Systems.* Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1995, vol 24, p. 339-360.
- [10] **Redmond, I.;** *Rotordynamic Modelling Utilizing Dynamic Support Data Obtained From Field Impact Tests.* Proceedings of sixty international conference of Vibrations and rotating Machinery, Sept., Oxford 1996, c500/055/96.
- [11] **Smart, M.; Friswell, M. I.; Lees, A. W. e Prells, U.;** *Errors in estimating turbo-generator foundation parameters.* 21st Int. Seminar on Modal Analysis, 1996, Leuven, Belgium.
- [12] **Lees, A. W. e Friswell, M. I.;** *The Evaluation of Rotor Imbalance in Flexibly Mounted Machines.* Journal of Sound and Vibration, 1997, vol.208 (5), p.671-683.
- [13] **Prells, U., Lees, A. W., Friswell, M. I. e Smart, M. G.;** *Minimisation of the Effect of Uncertainty on Model Estimation.* Mechanical Systems and Signal Processing, 1998, vol.12 (2), p. 333-355.
- [14] **Irretier, H.;***Mathematical Foundations of Experimental Modal Analysis in Rotor Dynamics.* Mechanical Systems and Signal Processing, 1999, vol.13(2), p. 183-191.
- [15] **Kang, Y. ; Chang, Y.-P.; Tsai, J.-W.; Mu, L.-H.; e Chang, Y.-F.** *An Investigation In Stiffness Effects On Dynamics Of Rotor-Bearing-Foundation Systems.* Journal of Sound and Vibration, 2000, vol.231(2), p. 343-374.

- [16] **Edwards, S.; Lees, A. W. e Friswell, M. I.** *Experimental Identification of Excitation and Support Parameters of a Flexible Rotor-Bearings-Foundation System from a Single Run-Down.* *Journal of Sound and Vibration*, 2000, vol. 232(5), p. 963-992.
- [17] **Smarty, M. G.; Friswell, M. I. e Lees, A. W.** *Estimating turbogenerator foundation parameters: model selection an regularization.* *Proceedings of the Royal Society of London Series A – Mathematical Physical and Engineering Sciences*456 (1999) : 1563-1607 Jul 8 2000.
- [18] **Choi, B. L. e Park, J. M.** *An Improved Rotor Model With Equivalent Dynamic Effects Of The Support Structure.* *Journal of Sound and Vibration*, 2001, vol. 244 (4), p. 569-581.
- [19] **Bonello, P. e Brennan, M. J.** *Modelling the Dynamic Behaviour of a Supercritical Rotor on a Flexible Foundation Using the Mechanical Impedance Technique.* *Journal of Sound and Vibration*, 2001, vol. 2399 (3), p. 445-466.
- [20] **Sinha, J.K., Friswell, M.I. e Lees, A.W.** *The Identification of the Unbalance and the Foundation Model of a Flexible Rotating Machine from a Single Run-Down.* *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2002, vol. 16 (2-3), p. 255-271.
- [21] **Sinha, J.K.; Lees, A.W. e Friswell, M.I.** *The Identification of the Unbalance of a Flexible Rotating Machine From a Single Rundown* *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* – April 2004, vol. 126 issue 2, p. 416-421.
- [22] **Araújo, F. C.; Mansur, W. J.; Dors, C. e Martins, C. J.** *New Developments on Be/Be Multi-Zone Algorithms Based on Krylov Solvers – Applications to 3D Frequency-Dependent Problems.* *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences & Engineering*, April-June 2004, Vol. XXVI, No. 2, p. 231-248.

- [23] **Hirdaris, S.E. e Lees, A.W.** *A Conforming Unified Finite Element Formulation for the Vibration of Thick Beams and Frames*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2005, vol. 62, p. 579-599.
- [24] **Campos, J.; Crawford, M.; e Longoria, R.** *Rotordynamic Modeling Using Bond Graphs: Modeling the Jeffcott Rotor*. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 41, No. 1, January 2005, p. 274-280.
- [25] **Cavalca, K.L.; Cavalcante, P.F. e Okabe, E.P.** *An investigation on the influence of the supporting structure on the dynamics of the rotor system*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 19, 2005, p.157-174.
- [26] **Chen, P. Y. P.; Feng, N.; Hahn, E. J. e Hu, W.** *Turbomachinery Modeling for Improved Balancing and Vibration Response Analysis*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power – July 2005, vol. 127, issue 3, p. 646-653.
- [27] **Pennacchi, P.; Bachschmid, N.; Vania, A.; Zanetta, G. A. e Gregori, L.** *Use of modal representation for the supporting structure in model-based fault identification of large rotating machine-1: theoretical remarks*. Mechanical Systems and Signal Processing, 2005.
- [28] **Pennacchi, P.; Bachschmid, N.; Vania, A.; Zanetta, G. A. e Gregori, L.** *Use of modal representation for the supporting structure in model-based fault identification of large rotating machine-2: application to a real machine*. Mechanical Systems and Signal Processing, 2005.
- [29] **R. W. Sterphenson** *Ultrasonic testing for determining dynamic soil moduli*. ASTM Special Technical Publication (ASTM spec. tech. publ.) ISSN 0066-0558 , 1978, n°654, pp. 179-195

- [30] **M.M. Zaman; C.S. Desai; E.C. Drumm** *Interface Model for Dynamic Soil-Structure Interaction* Journal of Geotechnical Engineering. Sept. 1984, Vol. 110, no. 9, pp. 1257-1273.
- [31] **F. S. Wong**, *Uncertainties in Dynamic Soil-Structure Interaction*, Journal of Engineering Mechanics, Feb. 1984, vol. 110, No. 2, pp 308-324.
- [32] **Nogami, T.; Otani, J.; Konagai, K.; Chen, H.** *Nonlinear Soil-Pile Interaction Model for Dynamic Lateral Motion*, Journal of Geotechnical Engineering. Jan. 1992, Vol. 118, no. 1, pp. 89-106.
- [33] **Velestos, A. S.; Younan, A.H.** *Dynamic soil pressures on rigid vertical walls*, Earthquake engineering & structural dynamics (Earthquake eng. struct. dyn.), 1994, vol. 23, n°3, pp. 275-301.
- [34] **Zhang Hong-Wu** *Dynamic Finite Element Analysis for Interaction between a Structure and Two-Phase Saturated Soil Foundation*. Computers & Structures 1995, vol. 56, No. I, p. 49-58.
- [35] **Gajo, A.** *Influence of Viscous Coupling in Propagation of Elastic Waves in Saturated Soil* J. Geotech. Engrg., September 1995, Volume 121, Issue 9, pp. 636-644.
- [36] **Gajo, A.** *The effects of inertial coupling in the interpretation of dynamic soil tests*, Geotechnique, 1996, vol. 46, n°2, pp. 245-257
- [37] **Abouseeda, H. Dakoulas, P.,** *Non-Linear Dynamic Earth Dam–Foundation Interaction Using a Be–Fe Method*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1998, vol 27, p.917–936.

- [38] **L. G. Tham , J. Qian e Y. K. Cheung** *Dynamic response of a group of flexible foundations to incident seismic waves*, Soil Dynamics and Earthquake Engineering 1998, vol17, p.127-137.
- [39] **Jingbo Liu; Lu Yandong; Chuhan Zhang ; Wolf John P.** *A direct method for analysis of dynamic soil-structure interaction based on interface idea*, Developments in geotechnical engineering, 1998, vol. 83 , pp. 261-276.
- [40] **Konagai K.; Nogami T.;** *Analog circuit to simulate dynamic soil-structure interaction in shake table test*, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Volume 17, Number 5, July 1998, pp. 279-287(9).
- [41] **Christos Vrettos**, *Vertical and Rocking Impedances for Rigid Rectangular Foundations on Soils with Bounded Non-Homogeneity*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1999, vol28, p.1525-1540.
- [42] **Yazdchi M.; Khalili N.; Valliappan S.;** *Dynamic soil-structure interaction analysis via coupled finite-element-boundary-element method*, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Volume 18, Number 7, October 1999, pp. 499-517(19).
- [43] **Xiong Zhang, J. L. Wegner, J. B. Haddow;** *Three-dimensional dynamic soil-structure interaction analysis in the time domain*, 1999, Earthquake Engineering And Structural Dynamics 28, 1501- 1524.
- [44] **Neto, E. M e Barros, P. L. A.,** *Singular-ended spline interpolation for two-dimensional boundary element analysis*. International Journal For Numerical Methods In Engineering, 2000, vol.47, p. 951- 967.
- [45] **Neto, E. M e Barros, P. L. A.,** *On the Dynamic Interaction and Cross-Interaction of 2D Rigid Structures with Orthotropic Elastic Media Possessing General Principal Axes*

Orientation. Kluwer Academic Publishers, Meccanica, 2001, vol.36, p367–378. Printed in the Netherlands.

[46] **Safak E.**; *Local site effects and dynamic soil behavior*, Soil Dynamics and Earthquake Engineering , Volume 21, Number 5, July 2001, pp. 453-458(6)

[47] **Wolf J.P.; Song C.**; *Some cornerstones of dynamic soil-structure interaction*, Engineering Structures, Volume 24, Number 1, January 2002, pp. 13-28(16).

[48] **Gasch, R.; Nordmann, R.; Pfutzner, H.**, *Rotordynamik*, Berlin, Springer- Verlag Berlin Heidelberg, 2002, 705 p.

[49] **Tenenbaum, R. A.**, *Dinâmica*, Rio de Janeiro, Editora UFRJ, 1997, 756 p.

[50] **Childs, D.**, *Turbomachinery Rotordynamics: Phenomena, Modeling, and Analysis*, Wiley-Interscience, 1993, 476 p.

[51] **Barros, P.L.A., Mesquita, E.** *Elastodynamic Green's Functions for Orthotropic Plane Strain Continua with inclined Axis of Symmetry*. International Journal for Solids and Structures, 1999, vol.36, pp. 4767-4788