ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA TESE DEFENDIDA POR EDUARDO PAIVA OKABE E APROVADA PELA COMISSÃO JULGADORA EM 22 / 02 / 2007

Katia Lucchesi Cavalca
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Interação Rotor-Estrutura: Modelo Teórico-Experimental

Autor: **Eduardo Paiva Okabe**
Orientadora: **Katia Lucchesi Cavalca**

72/07

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

Interação Rotor-Estrutura: Modelo Teórico-Experimental

Autor: **Eduardo Paiva Okabe**
Orientadora: **Katia Lucchesi Cavalca**

Curso: Engenharia Mecânica
Área de Concentração: Projeto Mecânico

Tese de doutorado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2007
S.P . – Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Okabe, Eduardo Paiva
Ok1i Interação rotor-estrutura: modelo teórico-experimental / Eduardo Paiva Okabe.--Campinas, SP: [s.n.], 2007.

Orientador: Kátia Lucchesi Cavalca
Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Fundações (Engenharia). 2. Método dos elementos finitos. 3. Rotores. 4. Análise modal. 5. Mancais. I. Cavalca, Kátia Lucchesi. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Titulo em Inglês: Rotor-structure interaction: theoretical-experimental model
Palavras-chave em Inglês: Rotordynamics, Modal analysis, Hydrodynamic bearings, Foundation structure
Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico
Titulação: Doutor em Engenharia Mecânica
Banca examinadora: Gilberto Pechoto de Melo, Domingos Alves Rade, Euclides de Mesquita Neto e Renato Pavanello
Data da defesa: 22/02/2007
Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

TESE DE DOUTORADO

Interação Rotor-Estrutura: Modelo Teórico-Experimental

Autor: **Eduardo Paiva Okabe**
Orientadora: **Katia Lucchesi Cavalca**

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Tese:

Prof. Dr. Katia Lucchesi Cavalca, Presidente
UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas

Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo
UNESP – Universidade Estadual Paulista – Ilha Solteira

Prof. Dr. Domingos Alves Rade
UFU – Universidade Federal de Uberlândia

Prof. Dr. Euclides de Mesquita Neto
UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas

Prof. Dr. Renato Pavanello
UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas

Campinas, 22 de fevereiro de 2007

Dedicatória:

Dedico este trabalho à minha família.

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

Aos meus pais pelo incentivo em todos os momentos da minha vida.

À minha orientadora, que me mostrou os caminhos a serem seguidos.

A todos os professores e colegas do departamento, que ajudaram na conclusão deste trabalho.

À Fapesp pelo apoio financeiro.

Aquele que nunca descansa
aquele cujo pensamento almeja de
corpo e alma ao impossível
esse é o vencedor

Resumo

OKABE, Eduardo Paiva, *Interação Rotor-Estrutura: Modelo Teórico-Experimental*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2007. 154 p. Tese (Doutorado).

Neste trabalho são investigados os efeitos da estrutura de suporte e de mancais hidrodinâmicos no comportamento de uma máquina rotativa. A estrutura de suporte, também conhecida como fundação, foi analisada experimentalmente, e através da análise modal das funções resposta em freqüência (FRF) foram calculados seus parâmetros modais. Estes parâmetros foram refinados através de dois métodos de otimização, o primeiro foi baseado na busca áurea, e segundo no método de mínimos quadrados não-linear. O modelo modal da fundação foi integrado ao sistema rotor-mancais através do método das coordenadas mistas, para o cálculo da resposta ao desbalanceamento do sistema completo. A análise modal complexa do sistema rotor-mancais-fundação foi utilizada para determinar a função resposta em freqüência direcional (dFRF), na qual foram observados os efeitos dos parâmetros testados sobre os modos diretos e retrógrados do rotor. Duas abordagens diferentes foram adotadas para a modelagem dos mancais hidrodinâmicos: o método das diferenças finitas e uma solução analítica usando a teoria de mancal curto. O método das diferenças finitas foi empregado no cálculo dos coeficientes de amortecimento e rigidez de um mancal hidrodinâmico finito, e estes foram aplicados no cálculo da resposta ao desbalanceamento e dFRF do rotor. A solução analítica foi usada no cálculo da resposta harmônica do rotor para demonstrar o comportamento não-linear do mancal. Os resultados das simulações foram verificados experimentalmente em um banco de testes.

Palavras Chave

- Dinâmica de Rotores, Análise Modal, Mancal Hidrodinâmico, Estrutura de Fundação

Abstract

OKABE, Eduardo Paiva, *Rotor-Structure Interaction: Theoretical-Experimental Model*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2007. 154 p. Thesis (Doctorate).

This work investigates the effects of the support structure and the hydrodynamic bearings on the dynamic behaviour of rotating machinery. The support structure, also known as foundation, was analysed experimentally and its modal parameters determined through the modal analysis of its frequency response functions (FRF). These parameters were refined through two optimization methods, the first one based on the Golden Search, and the other one on the Nonlinear Least Squares method. The modal model of the foundation was integrated to the rotor-bearings system through the Mixed Coordinates method for the calculation of the unbalance response of the complete system. The complex modal analysis of the rotor-bearings-foundation system was applied to calculate the directional frequency response function (dFRF), and determine the effects of the tested parameters on the forward and backward modes. Two different aproaches were adopted to model hydrodynamic bearings: the finite difference method and an analytical solution using the short bearing theory. The finite difference method was employed to calculate the stiffness and damping coefficients of a finite journal bearing, and they were applied in the calculation of unbalance response and dFRF of the rotor. The analytical solution was used to calculate the harmonic response of the rotor and demontrate the bearing nonlinear behaviour. The results of the simulations were verified through experimental tests in laboratory.

Key Words

Rotordynamics, Modal Analysis, Hydrodynamic Bearings, Foundation Structure

Índice

Lista de Figuras xi
Lista de Tabelas xviii
Nomenclatura xix
1. Introdução 1
2. Revisão Bibliográfica 5
2.1 Efeito da estrutura de suporte (fundação) 5
2.2 Mancais hidrodinâmicos 14
3. Modelagem Teórica 18
3.1 Determinação da matriz elastodinâmica do sistema 19
3.1.2 Modelo de elementos finitos do rotor 23
3.2 Análise modal da fundação 26
3.2.1 Método de otimização de Levenberg-Marquardt 31
3.2.2 Método de otimização através da busca áurea 33
3.3 Análise modal de máquinas rotativas 36
3.4 Equacionamento dos mancais hidrodinâmicos 41
3.4.1 Modelo por diferenças finitas 41
3.4.2 Modelo de mancal curto não-linear 44
3.5 Método da colocação trigonométrica 46
4. Análise Experimental 52
4.1 Banco de testes 52
4.2 Instrumentação 54
4.3 Processamento de dados 57
4.4 Procedimento experimental 65
4.5 Modelagem da bancada experimental 68

5. Resultados e Discussões 71
5.1 Função resposta em freqüência da fundação 74
5.1.1 Função resposta em freqüência da fundação rígida 76
5.1.2 Função resposta em freqüência da fundação flexível 82
5.1.3 Função resposta em freqüência da fundação semi-flexível 88
5.2 Análise modal da fundação 94
5.2.1 Análise modal da fundação rígida 94
5.2.2 Análise modal da fundação flexível 100
5.2.3 Análise modal da fundação semi-flexível 102
5.3 Função resposta ao desbalanceamento do rotor 104
5.3.1 Resposta do rotor sobre fundação rígida 105
5.3.2 Resposta do rotor sobre fundação flexível 111
5.3.2 Resposta do rotor sobre fundação semi-flexível 113
5.4 Análise modal complexa do sistema completo 115
5.4.1 Análise do rotor sobre fundação rígida 116
5.4.2 Análise do rotor sobre fundação flexível 118
5.4.3 Análise do rotor sobre fundação semi-flexível 119
5.4.4 Análise do rotor com mancal com folga de 180 μm e óleo a 35ºC 120
5.4.5 Análise do rotor com mancal com folga de 250 μm e óleo a 26ºC 120
5.4.6 Análise do rotor com mancal com folga de 250 μm e óleo a 35ºC 121
5.5 Resposta harmônica do rotor 122
5.5.1 Resposta do rotor com mancal com folga de 180 μm 122
5.5.2 Resposta do rotor com mancal com folga de 250 μm 128
6. Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos 133
Referências Bibliográficas 136
Apêndice 147
A.1) Modos de vibrar da fundação rígida 147
A.2) Modos de vibrar da fundação flexível 150
A.3) Modos de vibrar da fundação semi-flexível 152

Lista de Figuras

Figura 1.1: Esquema de um turbogerador composto de três turbinas. 2
Figura 1.2: Modelo de uma turbina a gás. 3
Figura 3.1: Representação do sistema completo Rotor-Suporte-Fundação. 18
Figura 3.2: Elemento de viga e seus respectivos graus de liberdade (Childs, 1993). 24
Figura 3.3: Propriedades do círculo modal. 28
Figura 3.4: Fluxograma do algoritmo de otimização dos parâmetros modais. 35
Figura 3.5: Representação esquemática de um mancal hidrodinâmico cilíndrico. 41
Figura 3.6: Esquema do mancal cilíndrico. 42
Figura 3.7: Grade do filme de óleo. 43
Figura 4.1: Computador de aquisição de dados (primeiro plano), ... 53
instrumentação e banco de testes (segundo plano) 53
Figura 4.2: Banco de testes. 54
Figura 4.3: Esquema do sistema de instrumentação e controle 55
Figura 4.4: Instrumentação no banco de testes. 56
Figura 4.5: Fluxograma do programa para medição da FRF. 58
Figura 4.6: Fluxograma do programa para medição da FRD. 61
Figura 4.7: Tela de resultados do programa de medição da FRF. 63
Figura 4.8: Tela inicial de monitoramento do programa de medição da FRD. 64
Figura 4.9: Fundação rígida excitada verticalmente (A) e horizontalmente (B). 65
Figura 4.10: Fundação flexível com os apoios de mancal (A) e fundação semi-flexível (B). 66
Figura 4.11: Teste de resposta ao desbalanceamento em fundação semi-flexível (A), ... 67
e teste de função resposta em freqüência em fundação rígida (B). 67
Figura 4.12: Modelo em elementos finitos do rotor (Rotortest). 69
Figura 4.13: Vista em perspectiva do mancal hidrodinâmico. 69

Figura 5.1: Vista superior da bancada de testes (A) e os pontos de medição na superfície da base metálica (B). 75
Figura 5.2: Pontos de fixação dos acelerômetros no suporte do mancal..... 76
Figura 5.3: Fundação rígida, base metálica fixada em dez colunas (em azul). 77
Figura 5.4: FRF da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) excitada verticalmente. 77
Figura 5.5: FRF da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) excitada vert. (0 a 50 Hz). 78
Figura 5.6: FRF da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) excitada horiz. (eixo X). 78
Figura 5.7: FRF da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) excitada horiz. (0 a 50 Hz). 79
Figura 5.8: Fundação rígida com apoios de mancal, excitada horizontalmente. 80
Figura 5.9: FRF da fundação rígida com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada verticalmente. 80
Figura 5.10: FRF da fundação rígida com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada verticalmente. 81
Figura 5.11: FRF da fundação rígida com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada horizontalmente 81
Figura 5.12: FRF da fundação rígida com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada horizontalmente 82
Figura 5.13: Fundação flexível, base metálica fixada em quatro colunas 83
Figura 5.14: FRF da fundação flexível (magnitude (A) e fase (B)) excitada verticalmente. 83
Figura 5.15: FRF da fundação flexível (magnitude (A) e fase (B)) excitada vert. (0 a 50 Hz). 84
Figura 5.16: FRF da fundação flexível (magnitude (A) e fase (B)) excitada horizontalmente 84
Figura 5.17: FRF da fundação flexível (magnitude (A) e fase (B)) excitada horiz. (0 a 50 Hz). 85
Figura 5.18: Fundação flexível com os apoios de mancal. 85
Figura 5.19: FRF da fundação flexível com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada verticalmente. 86
Figura 5.20: FRF da fundação flexível com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada verticalmente (0 a 50 Hz) 86
Figura 5.21: FRF da fundação flexível com os apoios de mancal (magnitude(A) e fase (B)) excitada horizontalmente 87
Figura 5.22: FRF da fundação flexível com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada horizontalmente (0 a 50 Hz). 87

Figura 5.23: Fundação semi-flexível, base metálica fixa por quatro colunas e seis molas.....88
Figura 5.24: FRF da fundação semi-flexível (magnitude (A) e fase (B)) excitada verticalmente. 89
Figura 5.25: FRF da fundação semi-flexível (magnitude (A) e fase (B)) excitada verticalmente (0 a 50 Hz). 89
Figura 5.26: FRF da fundação semi-flexível (magnitude (A) e fase (B)) excitada horizontalmente. 90
Figura 5.27: FRF da fundação semi-flexível (magnitude (A) e fase (B)) excitada horizontalmente (0 a 50 Hz).....90
Figura 5.28: Fundação semi-flexível com apoios de mancal. 91
Figura 5.29: FRF da fundação semi-flexível com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada verticalmente.....91
Figura 5.30: FRF da fundação semi-flexível com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada verticalmente (0 a 50 Hz).....92
Figura 5.31: FRF da fundação semi-flexível com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada horizontalmente.....92
Figura 5.32: FRF da fundação semi-flexível com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada horizontalmente (0 a 50 Hz). 93
Figura 5.33: Gráfico da MQCI das FRFs da fundação rígida com excitação horizontal. 94
Figura 5.34: Comparação das FRFs do ponto 73C da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) entre dados experimentais, análise modal com 1 modo, métodos de otimização 1 e 2. 96
Figura 5.35: Comparação das FRFs do ponto 73C da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) entre dados experimentais, análise modal com 2 modos, métodos de otimização 1 e 2. 96
Figura 5.36: Comparação das FRFs do ponto 73C da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) entre dados experimentais, análise modal com 3 modos, métodos de otimização 1 e 2. 97
Figura 5.37: Comparação das FRFs do ponto 73C da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) entre dados experimentais, análise modal com 4 modos, métodos de otimização 1 e 2. 97
Figura 5.38: Comparação das FRFs do ponto 73C da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) entre dados experimentais, análise modal com 6 modos, métodos de otimização 1 e 2. 98
Figura 5.39: Comparação das FRFs do ponto 73C da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) entre dados experimentais, análise modal com 8 modos, métodos de otimização 1 e 2. 98

Figura 5.40: Comparação das FRFs do ponto 73C da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) entre dados experimentais, análise modal com 10 modos, métodos de otimização 1 e 2.....99
Figura 5.41: Comparação das FRFs do ponto 21A da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) entre dados experimentais, análise modal com 10 modos, métodos de otimização 1 e 2....100
Figura 5.42: Comparação das FRFs experimentais e calculadas relativas ao ponto 21A da fundação flexível (magnitude (A) e fase (B)). 101
Figura 5.43: Comparação das FRFs experimentais e calculadas relativas ao ponto 21C da fundação flexível (magnitude (A) e fase (B)). 102
Figura 5.44: Comparação das FRFs experimentais e calculadas relativas ao ponto 73A da fundação semi-flexível (magnitude (A) e fase (B)). 103
Figura 5.45: Comparação das FRFs experimentais e calculadas relativas ao ponto 21C da fundação semi-flexível (magnitude (A) e fase (B)). 104
Figura 5.46: Teste experimental para aquisição de resposta ao desbalanceamento. 105
Figura 5.47: Deslocamento absoluto da fundação (A) e do eixo nos mancais (B) na simulação de FRD do rotor com modelo de 2 modos da fundação rígida. 106
Figura 5.48: Deslocamento absoluto da fundação (A) e do eixo nos mancais (B) na simulação de FRD do rotor com modelo de 6 modos da fundação rígida. 106
Figura 5.49: Deslocamento absoluto da fundação (A) e do eixo nos mancais (B) na simulação de FRD do rotor com modelo de 12 modos da fundação rígida. 107
Figura 5.50: Deslocamento absoluto da fundação (A) e do eixo nos mancais (B) na simulação de FRD do rotor com modelo de 16 modos da fundação rígida. 107
Figura 5.51: Deslocamento absoluto da fundação (A) e do eixo nos mancais (B) na simulação de FRD do rotor com modelo de 20 modos da fundação rígida. 108
Figura 5.52: Deslocamento relativo do eixo nos mancais medido experimentalmente e simulado com rotor montado sobre fundação rígida (A – Horiz. Mancal 1; B – Vertic. Mancal 1; C – Horiz. Mancal 2; D – Vertic. Mancal 2). 109
Figura 5.53: Deslocamento absoluto da fundação medido experimentalmente e simulado com rotor montado sobre fundação rígida (A – Horiz. Mancal 1; B – Vertic. Mancal 1; C – Horiz. Mancal 2; D – Vertic. Mancal 2).....110

Figura 5.54: Deslocamento relativo do eixo nos mancais medido experimentalmente e simulado com rotor montado sobre fundação flexível (A – Horiz. Mancal 1; B – Vertic. Mancal 1; C – Horiz. Mancal 2; D – Vertic. Mancal 2). 111
Figura 5.55: Deslocamento absoluto da fundação medido experimentalmente e simulado com rotor montado sobre fundação flexível (A – Horiz. Mancal 1; B – Vertic. Mancal 1; C – Horiz. Mancal 2; D – Vertic. Mancal 2). 112
Figura 5.56: Deslocamento relativo do eixo nos mancais medido experimentalmente e simulado com rotor montado sobre fundação semi-flexível (A – Horiz. Mancal 1; B – Vertic. Mancal 1; C – Horiz. Mancal 2; D – Vertic. Mancal 2)..... 113
Figura 5.57: Deslocamento absoluto da fundação medido experiment. e simulado com rotor montado sobre fundação semi-flexível (A – Horiz. Mancal 1; B – Vertic. Mancal 1; 114
C – Horiz. Mancal 2; D – Vertic. Mancal 2)..... 114
Figura 5.58: Teste experimental para aquisição de FRF do rotor. 115
Figura 5.59: FRFs simuladas Hzz e Hyz (A), e Hyy e Hzy (B), rotor com fundação rígida e mancal com folga de 180 μm com óleo a 26ºC (15 a 28 Hz)..... 116
Figura 5.60: Gráfico de Nyquist das FRFs simuladas Hzz e Hyz (A), e Hyy e Hzy (B), rotor com fundação rígida e mancal com folga de 180 μm com óleo a 26ºC (15 a 28 Hz). 117
Figura 5.61: FRF direcional simulada, resposta direta (A) e resposta retrógrada da massa (B), mancal com folga de 180 μm com óleo a 26ºC. 117
Figura 5.62: Gráfico de Nyquist dFRF simulada (A) e experimental (B), rotor com fundação rígida e mancais com folga de 180 μm com óleo a 26ºC. 118
Figura 5.63: Gráfico de Nyquist dFRF simulada (A) e experimental (B), rotor com fundação flexível e mancais com folga de 180 μm com óleo a 26ºC. 119
Figura 5.64: Gráfico de Nyquist dFRF simulada (A) e experimental (B) do rotor com fundação semi-flexível e mancal com folga de 180 μm com óleo a 26ºC. 119
Figura 5.65: Gráfico de Nyquist FRF direcional simulada (A) e experimental (B), do rotor com fundação rígida e mancal com folga de 180 μm com óleo a 35ºC. 120
Figura 5.66: Gráfico de Nyquist FRF simulada (A) e experimental (B), mancal com folga de 250 μm com óleo a 26ºC. 121
Figura 5.67: Gráfico de Nyquist FRF simulada (A) e experimental (B), mancal com folga de 250 μm com óleo a 35ºC. 121

Figura 5.68: Trajetória do centro do eixo em função do aumento da velocidade rotação. 122
Figura 5.69: Trajetória do centro geométrico do eixo, dentro dos mancais com folga de.....123
180 μm.....123
Figura 5.70: Amplitude de vibração síncrona do eixo nos mancais com folga de 180 μm, modelo de mancal linear (A) e não-linear (B).....123
Figura 5.71: Amplitude de vibração síncrona da massa, mancais com folga de 180 μm, modelo de mancal linear (A) e não-linear (B). 124
Figura 5.72: Amplitude de vibração síncrona do eixo nos mancais com folga de 180 μm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B).....124
Figura 5.73: Amplitude de vibração síncrona da massa, mancais com folga de 180 μm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B).....125
Figura 5.74: Amplitude de vibração da segunda harmônica do eixo dentro dos mancais com folga de 180 μm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B). 125
Figura 5.75: Amplitude de vibração da segunda harmônica da massa, mancais com folga de 180 μm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B). 126
Figura 5.76: Amplitude de vibração da terceira harmônica do eixo dentro dos mancais com folga de 180 μm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B). 126
Figura 5.77: Amplitude de vibração da terceira harmônica da massa, mancais com folga de 180 μm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B). 127
Figura 5.78: Trajetória do centro do eixo dentro dos mancais com folga de 250 μm.....128
Figura 5.79: Amplitude de vibração síncrona do eixo nos mancais com folga de 250 μm, modelo de mancal linear (A) e não-linear (B).....128
Figura 5.80: Amplitude de vibração síncrona da massa, mancais com folga de 250 μm, modelo de mancal linear (A) e não-linear (B). 129
Figura 5.81: Amplitude de vibração síncrona do eixo nos mancais com folga de 250 μm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B).....129
Figura 5.82: Amplitude de vibração síncrona da massa, mancais com folga de 250 μm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B).....130
Figura 5.83: Amplitude de vibração da segunda harmônica do eixo dentro dos mancais com folga de 250 μm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B). 130

Figura 5.84: Amplitude de vibração da segunda harmônica da massa, mancais com folga de 250 μm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B). 131
Figura 5.85: Amplitude de vibração da terceira harmônica do eixo dentro dos mancais com folga de 250 μm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B). 131
Figura 5.86: Amplitude de vibração da terceira harmônica da massa, mancais com folga de 250 μm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B). 132
Figura A.1: Deformada da fundação rígida no modo de vibrar referente a 3,4 Hz..... 147
Figura A.2: Deformada da fundação rígida no modo de vibrar referente a 4,8 Hz..... 148
Figura A.3: Deformada da fundação rígida no modo de vibrar referente a 7,7 Hz..... 148
Figura A.4: Deformada da fundação rígida no modo de vibrar referente a 185,2 Hz..... 149
Figura A.5: Deformada da fundação flexível no modo de vibrar referente a 50,5 Hz..... 150
Figura A.6: Deformada da fundação flexível no modo de vibrar referente a 80,5 Hz..... 151
Figura A.7: Deformada da fundação flexível no modo de vibrar referente a 101,0 Hz..... 151
Figura A.8: Deformada da fundação semi-flexível no modo de vibrar referente a 72,5 Hz..... 152
Figura A.9: Deformada da fundação semi-flexível no modo de vibrar referente a 82,0 Hz..... 153
Figura A.10: Deformada da fundação semi-flexível no modo de vibrar referente a 131,2 Hz.... 153
Figura A.11: Deformada da fundação semi-flexível no modo de vibrar referente a 186,2 Hz.... 154

Lista de Tabelas

Tabela 5.1: Modos de vibrar da fundação rígida selecionados pela MQCI. 95
Tabela 5.2: Desvio padrão relativo entre FRFs experimentais e calculadas. 99
Tabela 5.3: Modos de vibrar da fundação flexível selecionados pela MCQI. 101
Tabela 5.4: Modos de vibrar da fundação semi-flexível selecionados pelo MQCI. 103
Tabela 5.5: Diferença entre FRDs dos deslocamentos do rotor. 108

Nomenclatura

Letras Latinas

C - folga radial do mancal.

e - ponto de interesse.

E - função erro.

fa - função resposta em freqüência modelada.

fe - função resposta em freqüência experimental.

F_o - força gerada pelo desbalanceamento do rotor.

F_f - força transmitidas pela fundação.

$F(\omega)$ - força aplicada pelo atuador.

g – força complexa.

G_{XF} - espectro cruzado entre a resposta do rotor e a força do atuador.

G_{NF} - espectro cruzado entre o ruído e a força do atuador.

G_{XN} - espectro cruzado entre a resposta do rotor e o ruído.

G_{NN} - auto-espectro cruzado do ruído.

G_{FF} - auto-espectro cruzado da força de atuação.

G_{FN} - espectro cruzado entre a força do atuador e o ruído.

h - espessura adimensional do filme de óleo (Seção 3.4).

h - função de transferência aproximada.

h^* - função de transferência analítica.

H_{pg}^{c} - dFRF direta com excitação direta.

$H_{\hat{p}g}^{c}$ - dFRF retrógrada com excitação direta.

H_{yy} - FRF horizontal com excitação horizontal.

H_{zz} - FRF vertical com excitação vertical.

H_{yz} - FRF horizontal com excitação vertical.

H_{zy} - FRF vertical com excitação horizontal.

$H_{XF}(\omega)$ - FRF entre resposta do rotor e a força.

$H_{XN}(\omega)$ - FRF entre resposta do rotor e o ruído.

Im(f) - parte imaginária da função resposta em freqüência.

J - matriz jacobiana.

j – momento de inércia do elemento viga nas coordenadas x e y do sistema de referência.

K_{rm}, K_{mr}, K_{mm} - matrizes dos coeficientes equivalentes de rigidez do filme de óleo.

K_{rr} - matriz de rigidez do eixo e do rotor.

L – Comprimento do mancal (Seção 3.4).

L – comprimento do elemento viga.

m – massa do elemento de viga.

M_{rr} - matriz de massa do eixo e do rotor.

N - número de freqüências.

$N(\omega)$ - ruído estacionário.

$\overline{p}$ - distribuição de pressão do filme de óleo ao longo do mancal.

p - deslocamento complexo (Seção 3.3), pressão adimensional do filme de óleo (Seção 3.4).

q - vetor de coordenadas modais da fundação.

q_o - vetor de coordenadas modais associadas aos deslocamentos dos nós da estrutura.

R - raio do mancal.

R_{rm}, R_{mr}, R_{mm} - matrizes dos coeficientes equivalentes de amortecimento do filme de óleo.

R_{rr} - matriz de amortecimento do eixo e do rotor.

Re(f) - parte real da função resposta em freqüência.

t - tempo.

U - velocidade tangencial da parede do eixo.

$\ddot{x}_m, \dot{x}_m, x_m$ - vetores de aceleração, velocidade e deslocamento do mancal.

$\ddot{x}_r, \dot{x}_r, x_r$ - vetores de aceleração, velocidade e deslocamento do rotor.

x_{ro} - vetor de coordenadas físicas dos deslocamentos dos nós do rotor.

x_f - vetor de coordenadas físicas da fundação.

$x_r(\omega)$ - resposta do rotor.

z - coordenada axial do mancal.

Z_o - vetor das coordenadas mistas.

Letras Gregas

$\mathbf{\Phi}$ - matriz modal (auto-vetores).

ξ_i - fator de amortecimento;

ω_r - freqüência natural do r-ésimo modo.

ω_a - freqüência acima de ω_r.

ω_b - freqüência abaixo de ω_r.

θ_a - ângulo entre ω_a e ω_r no círculo modal.

θ_b - ângulo entre ω_b e ω_r no círculo modal.

θ - coordenada angular do mancal;

μ - viscosidade absoluta;

Abreviações

dFRF – Função de resposta em freqüência direcional.

FRD – Função de resposta ao desbalanceamento.

FRF – Função de resposta em freqüência.

MQCI – Médias quadrática das componentes imaginárias.

Siglas

DPM – Departamento de Projeto Mecânico

LAMAR – Laboratório de Máquinas Rotativas

Capítulo 1

Introdução

Os rotores fazem parte da rotina de uma grande parte da população mundial, e estão representados em inúmeras aplicações, desde rodas de bicicleta, ventiladores, eixos de motor, disco rígidos de computadores até giroscópios de alta precisão, utilizados em equipamentos de orientação sofisticados.

As máquinas rotativas têm um papel vital na grande maioria dos sistemas de geração de energia elétrica. A turbina, seu elemento principal, está presente em usinas hidroelétricas, eólicas, termoelétricas e nucleares. Por isso, estudar a natureza de funcionamento destas máquinas é fundamental para se obter uma transformação de energia mais limpa e segura.

As turbomáquinas de geração a gás, vapor ou uma combinação destes dois tipos, usadas em usinas termoelétricas e nucleares, podem ser caracterizadas como turbinas horizontais de grande porte, que transformam a energia de um combustível em rotação, acionando um gerador que a converte em energia elétrica. Estes combustíveis podem ser encontrados na forma de gás natural, derivados em geral de petróleo, bagaço de cana ou biogás.

As turbinas horizontais têm componentes que interagem com o rotor, que é a parte principal de uma máquina rotativa, e influenciam seu comportamento dinâmico. Estudar estas interações é fundamental para o entendimento dos fenômenos envolvidos neste tipo de máquina.

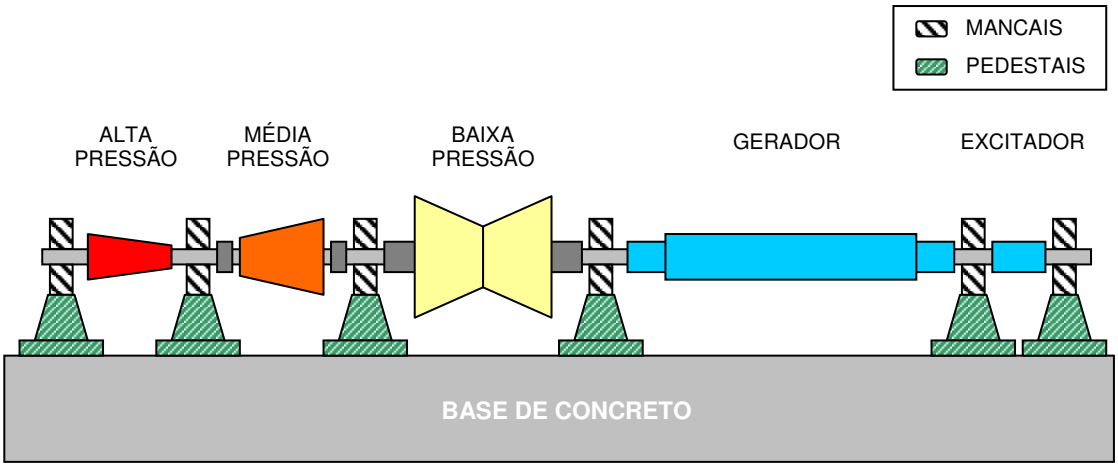


Figura 1.1: Esquema de um turbogerador composto de três turbinas.

Na figura 1.1 observa-se o esquema de um turbogerador a vapor composto por turbinas de alta, média e baixa pressão, utilizadas para maximizar o aproveitamento energético do vapor. As turbinas, o rotor do gerador e o excitador formam o conjunto rotativo desta máquina que é sustentado por mancais.

No caso de máquinas rotativas de grande porte, como turbinas e turbocompressores, é usual a aplicação de mancais hidrodinâmicos, onde o rotor é sustentado com a pressão gerada em um filme de óleo devido à diferença de rotação entre e as superfícies do rotor e do mancal, criando um efeito conhecido como “aquaplanagem”.

O tipo mais comum de mancal hidrodinâmico é o cilíndrico, encontrado em diversas aplicações, devido a sua construção simples, fácil manutenção e excelente desempenho em diversas condições de operação, como operação com umidade, sujeira, partículas suspensas e vibrações externas.

Para a modelagem de mancais hidrodinâmicos utiliza-se a equação de Reynolds (1886), que pode ser resolvida por métodos numéricos, ou analiticamente através das simplificações como a hipótese de mancal curto apresentada por Ocvirk (1952), e estendida por Capone (1991). Estas soluções numéricas ou analíticas revelam o comportamento altamente não-linear dos mancais hidrodinâmicos.

Para simplificar sua modelagem, normalmente assume-se que as forças hidrodinâmicas geradas pelo filme de óleo são diretamente proporcionais aos deslocamentos e velocidades do

eixo dentro do mancal (aproximação linear), o que é considerado válido em condições restritas de vibração e rotação.

Para investigar com maior profundidade a influência do comportamento não-linear dos mancais hidrodinâmicos cilíndricos, um método de solução não-linear, conhecido como Método da Colocação Trigonométrica, é aplicado no cálculo do comportamento dinâmico de um rotor apoiado sobre dois mancais cilíndricos.

O Método da Colocação Trigonométrica trabalha com soluções periódicas, o que é particularmente útil no cálculo de máquinas rotativas, pois estas máquinas apresentam um comportamento oscilatório característico, que pode ser representado por funções periódicas como seno e co-seno.

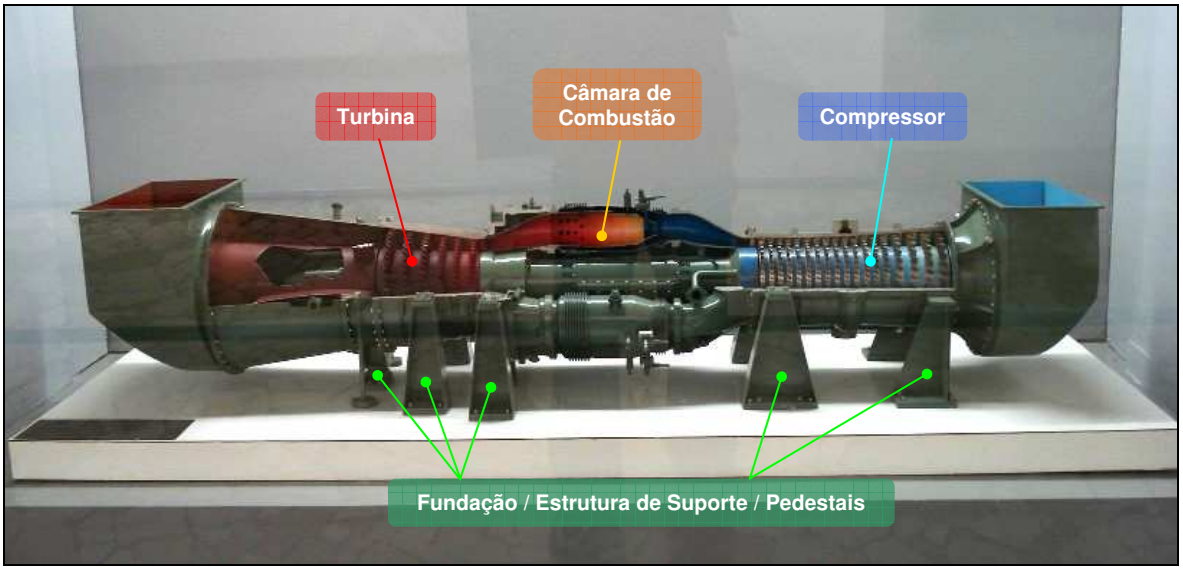


Figura 1.2: Modelo de uma turbina a gás.

Os mancais são sustentados por uma estrutura de suporte conhecida como fundação, que pode ser observada na figura 1.2. Esta estrutura é geralmente composta por partes de aço conectadas a grandes blocos ou pilares de concreto que são fixados no solo. Estes blocos ou pilares têm uma massa muito elevada, aumentando a inércia do sistema e reduzindo a vibração do rotor transmitida ao solo.

Esta vibração induz um movimento da fundação, que interage com os mancais que retransmitem o movimento ao rotor. Esta natureza dinâmica da fundação afeta o comportamento

do sistema completo (rotor-mancais-fundação), sendo importante a identificação de suas características para sua correta modelagem.

Diversas metodologias foram empregadas na modelagem do comportamento dinâmico de fundações, desde modelo simplificados considerando sistemas de massa-mola ou vigas, até modelo de elementos finitos complexos. Porém, os modelos que tem apresentado melhores resultados são experimentais, utilizando-se a análise modal da função de resposta em freqüência da fundação.

A análise modal é largamente aplicada na identificação dinâmica de estruturas estacionárias, e existem diversas técnicas para calcular os parâmetros modais, que podem ser diretamente integradas a modelos de sistemas rotor-mancais, através do método das coordenadas mistas, obtendo-se o comportamento dinâmico do sistema completo. Porém, as técnicas de análise modal são suscetíveis a ruídos gerados nas medições experimentais da estrutura, podendo levar à dedução de um modelo dinâmico incorreto.

Para minimizar o efeito destes ruídos na modelagem da estrutura, neste trabalho é proposta uma técnica de análise modal integrada a algoritmos de otimização. Estes algoritmos são baseados em duas técnicas, o método de Levenberg-Marquardt, que é um algoritmo de cálculo de mínimos quadrados não-linear, e no método de Busca Áurea. Esta abordagem integrada foi adotada para melhorar a convergência dos métodos de otimização, que iniciam o processo com variáveis próximas aos valores finais.

No próximo capítulo será descrita a evolução dos trabalhos de diversos pesquisadores na identificação e modelagem das fundações de máquinas rotativas. Também são relatados diversos estudos na área de mancais hidrodinâmicos, focados na modelagem e entendimento de seu comportamento não-linear.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

A revisão bibliográfica apresentada a seguir estará focada nos estudos relacionados aos dois objetos principais deste trabalho: fundação e mancais hidrodinâmicos. Na primeira parte, estão relatados os esforços de diversos pesquisadores, em incluir os efeitos da fundação no comportamento de máquinas rotativas, assim como o desenvolvimento das técnicas utilizadas para a identificação da estrutura de suporte. Na segunda parte da revisão bibliográfica são descritos alguns estudos sobre a formulação de modelos teóricos de mancais hidrodinâmicos, destacando-se seu comportamento não-linear e a influência deste efeito sobre a dinâmica do rotor.

2.1 Efeito da estrutura de suporte (fundação)

Para simular o comportamento de uma fundação, Weber (1961) estendeu o método da matriz de transferência aplicando-o a um modelo com duas vigas, as quais representavam o rotor e uma fundação de mesa. As vigas eram acopladas por molas nas posições dos mancais, e a fundação estava apoiada em molas representando as conexões com o solo. Como resultado desta formulação obteve-se uma combinação do comportamento vibratório do rotor e da fundação, demonstrando a influência da estrutura de suporte, apesar do modelo simplificado da fundação.

Wilson e Brebbia (1971) propuseram uma solução para representar o comportamento de fundações de aço para máquinas rotativas. Eles consideraram a fundação como uma estrutura composta de vigas, colunas e placas, e utilizaram o método dos deslocamentos dos elementos

finitos para obter as matrizes de massa e rigidez, e deste modo calcular as freqüências naturais e os modos de vibrar, através do cálculo dos auto-vetores e auto-valores. Foi considerado um amortecimento estrutural proporcional à matriz de rigidez. A resposta à excitação senoidal da fundação foi obtida pela resolução de um sistema de equações complexas.

Morton (1972) propôs um modelo matemático para o cálculo de um rotor suportado por vários mancais, considerando os acoplamentos entre movimentos horizontais e verticais dos mancais. Para este modelo, Morton representou o rotor através de um número limitado de modos de vibrar nas condições de viga livre-livre e rigidamente apoiada, calculados pelo método de Myklestad. Os mancais hidrodinâmicos foram incorporados ao sistema através dos coeficientes de rigidez e amortecimento do filme de óleo. Para simplificar o modelo considerou-se que o eixo no intervalo entre os mancais apresentava uma seção contínua, enquanto que a estrutura de suporte foi representada por sistemas massa-mola.

Considerando a possibilidade de incluir um modelo modal da fundação, Gasch (1976) propôs representá-la através das suas matrizes de rigidez dinâmica, obtidas através da inversão da soma das matrizes de receptância dos deslocamentos horizontais e verticais da fundação obtidas experimentalmente, e a matriz de receptância do filme de óleo calculada através dos coeficientes de rigidez e amortecimento dos mancais. O modelo do rotor composto por um eixo flexível foi representado por um modelo de elementos finitos, na qual foram considerados o amortecimento interno e externo, as forças giroscópicas, termos de acoplamento cruzado devido à aerodinâmica do fluxo de vapor e o empuxo magnético do gerador. Estes sistemas foram sintetizados em uma matriz em banda, na qual as matrizes de rigidez dinâmica da fundação e dos mancais foram adicionadas aos nós de suporte do eixo.

Bachschmid et al. (1982) testaram experimentalmente a fundação de estrutura de um turbo-gerador de 660 MW, constituído de uma estrutura reforçada de concreto engastada em um solo arenoso por pilares longos. Os dados experimentais foram comparados com um modelo teórico da fundação, composto elementos de viga, e para representar o solo foi adicionado um coeficiente rigidez nos nós de conexão entre a estrutura metálica e o solo. Concluiu-se que o modelo matemático proposto se mostrou inadequado para representar o comportamento dinâmico da estrutura real, e resultados satisfatórios foram obtidos após um ajuste de vários parâmetros.

Para prever dinamicamente uma fundação sob carga, Beolchini (1982) propôs um sistema de parâmetros de massa que apresentava maior simplicidade e versatilidade em comparação com

modelos de elementos finitos, e realizou uma análise paramétrica para demonstrar a influência dos vários parâmetros da fundação. Concluiu que o grau de engastamento da fundação para o sistema testado aumentava a freqüência de ressonância.

Diana et al. (1982) desenvolveram um método para calcular a instabilidade "whirl" do filme de óleo em um sistema rotor-mancal-fundação, na qual a fundação foi representada através da matriz de impedância mecânica obtida através da análise experimental da resposta da estrutura de suporte. O eixo foi modelado por elementos finitos, sendo apoiado sobre um conjunto de mancais hidrodinâmicos elípticos.

Curami e Vania (1985) estudaram a aplicação de diversas técnicas de análise modal para estimar os parâmetros modais da fundação de uma máquina rotativa, que foram calculados através das funções de transferência da estrutura. As técnicas foram aplicadas em uma fundação teórica, modelada por elementos finitos, e na fundação de um compressor. Os autores concluíram que os métodos são particularmente sensíveis à resolução em freqüência da função de transferência, acarretando em grandes discrepâncias entre os valores calculados pelos diferentes métodos. Os métodos que calculam os parâmetros modais através do ajuste direto da função de transferência são particularmente sensíveis a ruídos, e a aplicação de cada método de análise modal depende fortemente das características da função de transferência.

Craggs (1987) propôs um método para a montagem de um sistema completo para simular o comportamento de um turbo-gerador, baseado no método de síntese de componentes modais. A fundação e os mancais hidrodinâmicos foram representados por coordenadas generalizadas e acoplados ao eixo pelos nós de conexão. O autor propõe que o modelo de elementos finitos do rotor seja condensado através da utilização de coordenadas generalizadas contendo seus modos de vibrar mais significativos, permitindo-se concentrar no cálculo dos deslocamentos das coordenadas de interesse.

Diana et al. (1988) propuseram um método para identificar os parâmetros modais de uma fundação através de medições das vibrações do eixo e dos suportes dos mancais durante as acelerações e desacelerações do rotor. Um modelo analítico do rotor foi montado através do método de elementos finitos, e os coeficientes de rigidez e amortecimento dos mancais hidrodinâmicos calculados através da linearização das forças geradas pelo filme de óleo. Para identificação dos parâmetros modais, os modos de vibrar da fundação deveriam ser previamente estabelecidos, podendo ser calculados através de um modelo de elementos finitos da fundação, ou

considerando-se os modos de uma viga livre-livre. Com estes dados, o autor montou um modelo teórico utilizando o método das impedâncias mecânicas para associar a equações do rotor e da fundação, e através da minimização da função objetivo proposta, calcular os parâmetros modais através da força transmitida pelo rotor aos suportes, ou pelos deslocamentos dos suportes e do eixo. Este método foi verificado experimentalmente e apresentou resultados satisfatórios, porém o autor destacou que testes em rotores em escala real deveriam ser realizados para validação da metodologia.

Stephenson e Rouch (1992) incluíram os efeitos de fundação no modelo de uma máquina rotativa através de seus parâmetros modais. A FRF de uma estrutura de fundação foi medida e usando-se análise modal, massa, amortecimento, rigidez da fundação foram calculados. Para incorporar estes dados ao sistema completo inverteu-se a matriz dos auto-vetores permitindo a inclusão dos parâmetros modais nas equações do sistema completo (rotor-mancais-fundação). Porém, quando o número de modos identificados é menor que o número de pontos medidos, deveriam ser criados modos fictícios para manter a matriz de auto-vetores quadrada, facilitando sua inversão. Uma bancada utilizando um rotor montado com rolamentos de esferas em suportes flexíveis foi usada para validar o método, e os dados experimentais mostraram boa correlação com os dados simulados.

Cheli et al. (1992) estenderam a análise feita por Diana et al. (1988), substituindo os coeficientes de rigidez e amortecimento calculados analiticamente por coeficientes calculados através de dados experimentais. Os parâmetros modais da fundação foram calculados através da excitação da estrutura sem o rotor, e estes dados foram comparados com os obtidos através da minimização da função objetivo. Os métodos apresentaram parâmetros modais em concordância com os obtidos através da análise modal da estrutura apenas. O modelo teórico do sistema completo utilizou a matriz de impedância mecânica da fundação para representar seus efeitos.

Feng et al. (1992) propuseram uma combinação de elementos finitos e matriz de transferência para adicionar o efeito da fundação no comportamento de um rotor, como alternativa ao método de elementos finitos ou à técnica de impedância mecânica. A fundação foi modelada com elementos de blocos em combinação com massas concentradas, transformando a fundação numa estrutura adequada para análise por matriz de transferência. Este modelo da fundação foi então combinado com a matriz de transferência do rotor para o cálculo da resposta do sistema completo. Concluiu-se que o método apresenta como vantagens o menor espaço de

armazenamento devido à matriz de transferência, e a convergência mais rápida que o método das impedâncias mecânicas. Porém, a fundação modelada por faixas demanda um número igual de graus de liberdade entre as faces de duas faixas adjacentes, além disso, o método não foi verificado experimentalmente.

Cavalca (1993) utilizou o método das coordenadas mistas para incluir o efeito da fundação nos rotores, utilizando coordenadas físicas do rotor e coordenadas modais da fundação. O método apresenta como vantagem não requerer a inversão da matriz de flexibilidade para obter a matriz de impedância mecânica da fundação. Também é possível a utilização de um número variável de modos, pois não é necessária a inversão da matriz dos auto-vetores para o cálculo do sistema completo. O método foi testado em um turbo-grupo composto de três rotores suportados por sete mancais apoiados sobre uma fundação em aço.

Krämer (1993) utilizou a matriz de rigidez dinâmica para incluir os efeitos da fundação no comportamento do rotor, e concluiu que para máquinas de pequeno porte que possuam estrutura de fundação é suficiente calcular separadamente as características do rotor e da fundação, quando esta seja relativamente pesada e rígida, ou quando suas freqüências naturais estão longe da faixa de operação da máquina. Porém, a análise do sistema completo deve ser realizada quando máquina analisada tiver um alto volume de produção, ou se ela for operada em locais que exijam níveis particularmente baixos de vibração.

Segundo Krämer (1993), no caso de máquinas rotativas de grande porte, o modelo acoplado rotor-fundação tem várias freqüências naturais, porém apenas algumas levam a ressonâncias significativas, o que depende da distribuição de massa desbalanceada. As freqüências naturais do sistema rotor-fundação estão acima ou abaixo das freqüências naturais dos sistemas desacoplados, a variação das freqüências naturais devido ao acoplamento pode ser assumida de no máximo 12%, para máquinas com fundação de concreto reforçado com aço. Os valores de pico das ressonâncias são normalmente menores no sistema acoplado do que apenas no modelo do rotor.

Krämer recomenda que os mancais hidrodinâmicos e os suportes dos mancais devem ser usados no cálculo de vibração de rotores de grande porte, sendo este modelo suficiente na maioria dos casos em que o conjunto está apoiado em uma fundação relativamente pesada, feita de concreto reforçado com aço. Um modelo acoplado com a base da fundação engastada no solo deve ser utilizado em projetos novos, onde através do modelo do rotor seja observada a presença

de ressonâncias em sua faixa de operação. Ao se empregar fundações de aço deve-se preferencialmente modelar o sistema completo.

Feng e Hahn (1995) apresentaram uma técnica para identificar os parâmetros de massa, amortecimento e rigidez da fundação de uma máquina rotativa desbalanceada, utilizando apenas a desaceleração da máquina. Para isto, é preciso ter conhecimento de características dos mancais, e medir os movimentos do rotor e da fundação em coordenadas selecionadas, incluindo os pontos de conexão, e em velocidades específicas. O método não requer um conhecimento acurado do rotor, ou da real distribuição do desbalanceamento. Esta técnica foi testada para um modelo de elementos finitos para rotor e fundação. Para atingir resultados próximos aos calculados, foi necessária a utilização de diversas faixas de rotação, mesmo assim o método se mostrou extremamente suscetível a erros de medição.

Feng e Hahn (1998) modificaram o método apresentado em 1995, simplificando o modelo da fundação, agora representada por um modelo do tipo massa-mola. A aplicação do método demonstrou que para a obtenção de valores precisos dos parâmetros da fundação é necessário ter um bom conhecimento do comportamento dos mancais, já que a força transmitida aos suportes é medida indiretamente através do movimento relativo dos suportes. Na utilização de coeficientes de amortecimento e rigidez lineares para representar o mancal hidrodinâmico, a técnica requer que o sinal medido seja suficientemente alto, de modo a não ser afetado por ruídos, mas suficientemente baixo evitando um comportamento não-linear do mancal.

Curami e Vania (1988) aplicaram o filtro de Kalman estendido para a identificação de parâmetros modais de uma fundação, através da análise das medições de vibração do eixo e dos suportes nas caixas dos mancais. Os dados podem ser obtidos através do sistema de monitoramento das máquinas rotativas durante as partidas e paradas. Os testes experimentais realizados indicaram que a escolha da faixa de freqüências da resposta da fundação analisada pelo algoritmo de identificação pode afetar significativamente a acuracidade dos parâmetros modais estimados, pois uma má escolha pode levar o algoritmo a um comportamento instável, causando divergência. As forças entre a máquina rotativa e a estrutura de fundação deveriam ser medidas de forma acurada, pois este fator afetava diretamente a identificação dos parâmetros.

Edwards et al. (2000) apresentaram uma técnica de identificação experimental da excitação e dos parâmetros dos suportes de um sistema rotor-mancais-fundação flexível, sendo possível estimá-los através medição dos deslocamentos dos suportes durante a desaceleração do rotor. Os

autores utilizam uma representação modal para o empenamento do rotor, sendo que o rotor e a fundação são representados de forma simplificada por matrizes de flexibilidade. O método foi testado em um modelo no banco de testes, composto por um rotor com dois discos e dois rolamentos de esferas apoiados sobre suportes fixados por molas a uma base rígida. Durante os testes experimentais, o método apresentou problemas na identificação dos parâmetros do disco e do suporte próximos ao acoplamento de transmissão do motor. Os parâmetros puderam ser identificados de forma satisfatória para o modelo testado, porém a técnica deveria ser melhorada para incorporar máquinas mais complexas, e eventualmente turbo-geradores.

Kang et al. (2000) apresentaram um estudo sobre os efeitos da fundação nas características dinâmicas de sistemas rotor-mancais. A modelagem e análise do sistema completo foi feito através do método de elementos finitos, implementados no pacote comercial *ANSYS*. Foi simulado o comportamento de rotor em configuração Jeffcott montado sobre uma fundação representada por massas e uma viga contínua. Também foi testado um modelo de rotor com três massas sobre um modelo de fundação do tipo placa. Concluiu-se que quando a rigidez da fundação é baixa em relação à rigidez do rotor, um aumento da massa da fundação gera uma diminuição nas freqüências naturais do sistema. Por isso a rigidez da fundação deveria ser calculada a fim de evitar movimentos de corpo rígido dentro da faixa de operação do rotor. Para uma fundação com baixa rigidez, as freqüências naturais do rotor aumentam com o aumento da massa da fundação.

Bonello e Brennan (2001) modelaram o comportamento dinâmico de um rotor super-crítico em uma fundação flexível através da técnica das impedância mecânicas, permitindo a elaboração de modelos lineares da máquina rotativa e facilitando uma mistura de modelos teóricos e experimentais. Os autores usaram um rotor de material compósito apoiado na fundação através mancais de rolamento. Um modelo teórico e um teórico-experimental foram utilizados na simulação e comparados com os resultados dos testes experimentais. O modelo experimental da fundação apresentou melhores resultados que o teórico, pois este último não contemplava um modo torsional da estrutura. O método mostrou melhores resultado em altas velocidades de rotação, devido a efeitos não-linear presentes no banco de testes em baixas rotações.

Cavalcante (2001) propôs uma metodologia de cálculo dos parâmetros de uma estrutura de fundação utilizando técnicas de análise modal clássica. Estes parâmetros foram inseridos em um modelo de um sistema rotor-mancais através do método das coordenadas mistas. O rotor foi

modelado por elementos finitos, e os mancais foram representados pelos coeficientes lineares de rigidez e amortecimento calculados pelo método de diferenças finitas através da equação de Reynolds. Uma validação experimental foi realizada em um banco de testes com um modelo de rotor com uma massa posicionada no centro do eixo (Jeffcott), apoiado em dois mancais hidrodinâmicos suportados por duas configurações de fundação. Cavalcante encontrou dificuldades em modelar a fundação por elementos finitos, pois apenas as primeiras freqüências naturais foram identificadas com precisão, e mesmo com um modelo de elemento finitos mais refinado, somente os dois primeiros modos de vibrar da estrutura foram obtidos corretamente. A distribuição de massa também afetou significativamente as medições experimentais da fundação, o que prejudicou a determinação de seus parâmetros modais. Apesar disso o método das coordenadas mistas demonstrou bons resultados na modelagem do sistema completo, incluindo apenas os modos de vibrar mais significativos da fundação.

Sinha et al. (2002) aperfeiçoaram a técnica de identificação dos parâmetros de uma fundação apresentada por Edwards et al. (2000). No estudo anterior, considerou-se toda a faixa de freqüências da desaceleração do rotor como uma banda única, porém este método de identificação pode ser inacurado para fundações flexíveis de grande porte, tendo vários modos de vibrar na faixa de operação do rotor. O método foi testado experimentalmente em um rotor flexível montado sobre quatro mancais hidrodinâmicos. Os coeficientes de rigidez e amortecimento dos mancais foram calculados utilizando a teoria de mancal curto. A utilização de múltiplas faixas de rotação deteriorou a estimativa do desbalanceamento, por isso foi sugerido um método combinando ambos os métodos, que demonstrou maior robustez aos ruídos das medições e aos erros de modelagem em comparação ao modelo experimental.

Konishi et al. (2002) apresentaram a modelagem de um turbo-gerador incluindo os efeitos de fundação. Modelada através do método de elementos finitos, as funções de transferência da fundação foram acopladas com às do rotor nos nós de conexão pelos mancais. Os resultados demonstraram a influência da fundação que alterou substancialmente as freqüências naturais do sistema, porém os resultados não foram validados experimentalmente.

Feng e Hahn (2002) incorporaram ao método que apresentaram em 1998, a identificação de todos os modos de corpo rígido da fundação, permitindo a possibilidade de modelar o acoplamento ou respostas cruzadas entre os suportes dos mancais. O método foi desenvolvido numericamente, e foi assumido que o modelo do rotor, a distribuição do desbalanceamento, e

respostas do rotor e da fundação eram conhecidas em certos pontos da máquina. Com estes dados, os parâmetros dos mancais puderam ser ignorados, não sendo necessários para o cálculo da resposta. A abordagem foi bem sucedida, porém demanda um conhecimento prévio do centro de massa da fundação, que deve ser modelada como um corpo rígido.

Cavalca et al. (2002) apresentaram um modelo de rotor-mancais-fundação. O rotor foi modelado por elementos finitos, e os efeitos da fundação foram incluídos através dos parâmetros modais obtidos pela análise modal da FRF experimental da estrutura de suporte. O modelo foi comparado com os resultados obtidos experimentalmente. No modelo proposto podia-se trabalhar com qualquer número de modos da fundação, sendo que foi constatado que os modos mais significativos na faixa de operação do rotor têm predominância na resposta dinâmica do rotor.

Lemos e Melo (2003) apresentaram uma técnica de detecção e localização de falhas em máquinas rotativas, usando o método de observação de estados para monitorar os parâmetros de um sistema rotor-suporte-estrutura, incluindo os efeitos de fundação. Eles concluíram que o sistema deve ser medido até que este seja observável, e o método foi validado em um modelo de elementos finitos de um rotor apoiado sobre um sistema de massa-mola para simular o comportamento de uma fundação.

Sinha et al. (2004) aplicaram o método de otimização não-linear de Levenberg-Marquardt para realizar o ajuste entre o comportamento medido e o modelado de um rotor, e assim determinar as cargas estáticas nos mancais de filme de óleo, pois elas têm grande influência nas características dinâmicas dos mancais, sendo essencial para o cálculo da resposta do rotor. Para este método é necessária uma medida precisa do deslocamento absoluto nos mancais e nos suportes. O método apresentado não conseguiu determinar os parâmetros dos mancais e da fundação, pois gerou inúmeras combinações de parâmetros. Um segundo método foi utilizado para identificar as cargas nos mancais, através de um modelo conhecido da fundação, porém também não foi bem sucedido, pois segundo os autores, é difícil construir um modelo acurado e confiável através da análise adotada. O terceiro método, que não utilizou o modelo da fundação, mas apenas os deslocamentos dos mancais e suportes, apresentou uma boa estimativa para a carga nos mancais.

Bachschmid et al. (2004) propuseram um método para a identificação do desbalanceamento em um turbo-gerador a vapor de grande porte (320 MW). A fundação foi representada por um modelo modal acoplado ao rotor através do método das coordenadas mistas, melhorando os

resultados da identificação do desbalanceamento, que foi determinado pelo método de mínimos quadrados. O rotor do turbo-gerador foi modelado pelo método de elementos finitos, enquanto que os parâmetros modais foram identificados com a técnica do filtro de Kalman estendido. Os resultados demonstraram a alta precisão e robustez da abordagem proposta na localização de falhas ao longo dos eixos, e uma boa aproximação da amplitude e fase da falha.

Cavalca et al. (2005) estenderam o estudo relatado em 2002, com uma investigação mais detalhada da influência das estruturas de suporte na dinâmica dos rotores. Foram identificados experimentalmente os modos da fundação por excitação vertical e horizontal, e o efeito destes modos foi incluído em um modelo rotor-mancal pelo método das coordenadas mistas. Os resultados foram verificados experimentalmente, sendo que o método apresentou boa convergência nas freqüências naturais, porém as amplitudes apresentaram diferenças significativas, o que pode ser atribuído a uma estimativa ruim do fator de amortecimento da estrutura de suporte. Para melhorar a identificação do amortecimento, foi sugerida a utilização de métodos de otimização para o melhor ajuste dos parâmetros modais.

Gunter (2006) apresentou a modelagem de um turbo-gerador de 1150 MW suportado por onze mancais hidrodinâmicos. Ao analisar a máquina real, o autor constatou que alguns suportes haviam envergado, o que poderia indicar que a distribuição de carga nos mancais estava incorreta. Para entender seu comportamento, Gunter simulou a máquina utilizando a matriz de transferência do sistema completo calculada com um modelo de elementos finitos do rotor, e um sistema de massas posicionado sob os mancais representou a fundação. O autor concluiu que para entender o balanceamento de turbo-geradores de grande porte é necessária a modelagem do sistema completo, incluindo os efeitos de fundação, pois a flexibilidade dos suportes dos mancais pode resultar em uma redução de até 90% do amortecimento efetivo nos mancais.

2.2 Mancais hidrodinâmicos

A formulação e discretização dos mancais são aspectos importantes destes componentes, pois eles influenciam diretamente a precisão dos resultados dos modelos matemáticos. A aplicação da teoria de Osborn Reynolds, desenvolvida em 1886, na formulação dos fenômenos de lubrificação hidrodinâmica permitiu obter modelos confiáveis para mancais hidrostáticos e hidrodinâmicos. Em 1925, Aurel Stodola, professor de Mecânica, Construção de Máquinas e

Termodinâmica (Turbina a Vapor) na ETH Zürich, percebeu que um mancal não podia ser considerado como um elemento rígido de conexão entre rotor e estrutura. Neste mesmo ano, verificou-se a instabilidade de filme de óleo, denominada “Oil Whip”.

Ocvirk (1952) propôs a solução da equação de Reynolds para mancais curtos, desprezando o gradiente circunferencial de pressão. Pinkus (1956, 1958, 1959) analisou a distribuição de pressão em mancais elípticos, de arco parcial e tri-lobados, investigando experimentalmente a instabilidade destas geometrias. Lund (1964) relacionou as características físicas dos mancais hidrodinâmicos às forças proporcionais aos deslocamentos e velocidades, publicando um método para o cálculo de coeficientes de rigidez e amortecimento linearizados, a serem introduzidos na equação de movimento matricial do sistema rotativo.

Capone (1986) apresentou um procedimento para avaliação da força hidrodinâmica de mancais cilíndricos montado em um rotor rígido, simétrico e horizontal. Hashish e Sankar (1984) incluíram na análise dinâmica de rotores efeitos não-lineares de rigidez e amortecimento para os mancais e suportes flexíveis, analisando a influência de tais parâmetros na estabilidade do rotor. Craggs et al. (1985) consideraram na análise do rotor uma relação de dependência entre a velocidade de operação e a rigidez do mancal e reações de amortecimento.

Pinkus (1987) apresentou em artigo uma revisão da história da aplicação da equação de Reynolds em tribologia, onde cem anos de aplicação do método, desde suas origens e desenvolvimento até o estado atual, é apresentado. Neste mesmo ano, Allaire (1987) discute o problema da instabilidade de filme de óleo relacionado ao projeto de mancais hidrodinâmicos.

A influência da temperatura do filme de óleo dentro da tribologia é também alvo de relevante importância, uma vez que sua variação é diretamente proporcional à variação da viscosidade do óleo e, por consequência, no fenômeno de lubrificação. Rajalingham e Prabhu (1987) investigaram a influência da temperatura nas características físicas dos mancais hidrodinâmicos, onde concluíram que a variação da temperatura do óleo na direção axial pode ser desprezada sem afetar a precisão dos resultados hidrodinâmicos para o filme de óleo.

Capone (1991) aperfeiçoou o método anteriormente proposto em 1986, propondo uma solução numérica para as equações de movimento incluindo as forças hidrodinâmicas não-lineares nos mancais. Zhang (1991) desenvolveu um procedimento experimental para identificação dos coeficientes de rigidez e amortecimento de mancais hidrodinâmicos através do

ajuste de curvas numérico-experimentais da resposta em freqüência, e estabelecendo a relação entre estes coeficientes e o comportamento dinâmico do rotor.

Capone et al. (1991) estudaram a influência da turbulência e inércia do filme de óleo nas características dinâmicas e estabilidade de sistemas rotor-mancais, analisados para vários números de Reynolds. O modelo de rotor testado era rígido, simétrico, balanceado e suportado por dois mancais cilíndricos idênticos alinhados, cujas forças hidrodinâmicas foram calculadas com um modelo de mancal curto. Concluiu-se que os coeficientes de rigidez direta são mais influenciados pela inércia do fluído do que os coeficientes cruzados, enquanto que a situação inversa é observada nos coeficientes de amortecimento.

Childs (1994) propôs soluções para diversos modelos de labirintos ou selos de fluxo e soluções para mancais hidrodinâmicos, com modelos lineares ou não-lineares, em seu livro Turbomachinery Rotordynamics – phenomena modelling and analysis, referência clássica na pesquisa relacionada a máquinas rotativas.

Capone et al. (1994) propuseram uma solução analítica aproximada para a distribuição de pressão do filme de óleo em um mancal de comprimento finito. Foram apresentadas aproximações de primeira e segunda ordem, com diversas relações de largura e diâmetros, sendo que o modelo de segunda ordem, mostrou uma boa aproximação em relação o modelo de mancal finito calculado numericamente.

Cavalca et al. (1994) desenvolveram um procedimento analítico que possibilita a análise do comportamento dinâmico de rotores montados sobre mancais hidrodinâmicos segmentados, considerando-se toda a complexidade geométrica dos segmentos deste tipo de mancal. Realizou-se também uma simulação numérica do mancal para um modelo montado em um rotor vertical flexível.

Furukawa et al. (1996) estudaram a discrepância entre os coeficientes de filme de óleo calculados e medidos, especialmente na região de alta excentricidade. Foram estudadas as características não-lineares dinâmicas dos mancais e as condições de contorno. Os autores concluíram que as características dinâmicas variam conforme a amplitude de oscilação, o que é evidenciado na região de alta excentricidade, por causa da não linearidade do filme de óleo. Foram detectadas componentes harmônicas e sub-harmônicas na trajetória do centro do eixo, o que afetou diretamente os coeficientes de rigidez e amortecimento do filme de óleo.

Xia et al. (2002) propuseram um método para analisar o comportamento dinâmico de sistemas rotor-mancais com suportes não-lineares. O sistema de equações diferenciais não-lineares do sistema rotor-mancais foi transformado em um conjunto de equações algébricas não-lineares baseado na formulação de elementos finitos no domínio do tempo. O mancal foi modelado utilizando a teoria do mancal curto, e dois rotores foram testados, um rígido e outro flexível (Jeffcott), obtendo-se bons resultados.

Bachschmid e Vania (2002) destacaram que a presença de efeitos não-lineares em mancais hidrodinâmicos induz vibrações em uma freqüência duas vezes maior que a rotação da máquina. Estes efeitos não-lineares podem surgir devido a variações de alinhamentos com o aquecimento da máquina, ou desalinhamento estático nos suportes dos mancais ou dos acoplamentos entre os eixos. Os autores demonstraram, através de dois estudos de caso, que o monitoramento da segunda harmônica, permite diagnosticar com maior precisão falhas em turbo-máquinas. Castro et al. (2006) utilizou o modelo de Capone (1991), para estudar o fenômeno da instabilidade de filme de óleo "oil-whip", que ocorre quando o rotor atinge a velocidade de aproximadamente duas vezes a freqüência natural do rotor. A simulação foi feita utilizando um modelo de elementos finitos do rotor, com os mancais hidrodinâmicos não-lineares apoiados sobre uma fundação rígida.

Okabe e Cavalca (2006) apresentaram uma solução analítica do mancal segmentado baseada no modelo de mancal cilíndrico de Capone (1991), incluindo os efeitos de inércia do segmento e pré-carga. O modelo foi testado com um rotor rígido e um flexível, mostrando que o tempo de cálculo da resposta ao desbalanceamento do rotor é substancialmente menor quando se compara a solução analítica com o método de diferenças finitas.

Em seguida, o Capítulo 3 descreve a modelagem teórica desenvolvida neste trabalho, inserindo no contexto da dinâmica de rotores, no que concerne a influência da estrutura de suporte na resposta do rotor, e a conseqüente significância da representação dos mancais hidrodinâmicos neste procedimento de análise.

Capítulo 3

Modelagem Teórica

Para a modelagem matemática do sistema completo rotor-suportes-fundação (fig. 3.1) são considerados dois subsistemas (Weiming e Novak, 1996): subsistema rotor-suportes e subsistema fundação. Dessa forma, cada subsistema é analisado e a resposta do sistema completo é obtida unindo-se as respostas dinâmicas dos subsistemas. O efeito da fundação sobre o rotor pode modificar consideravelmente o comportamento dinâmico do sistema. Assim sendo, o efeito da fundação sobre o rotor é estudado, descrevendo-se a fundação em função de sua impedância mecânica ou de seus modos próprios mais significativos. Para esta análise, a função de transferência do modelo numérico é determinada, e em seguida, aplicando-se as técnicas de análise modal, os parâmetros de massa, rigidez e amortecimento são determinados.

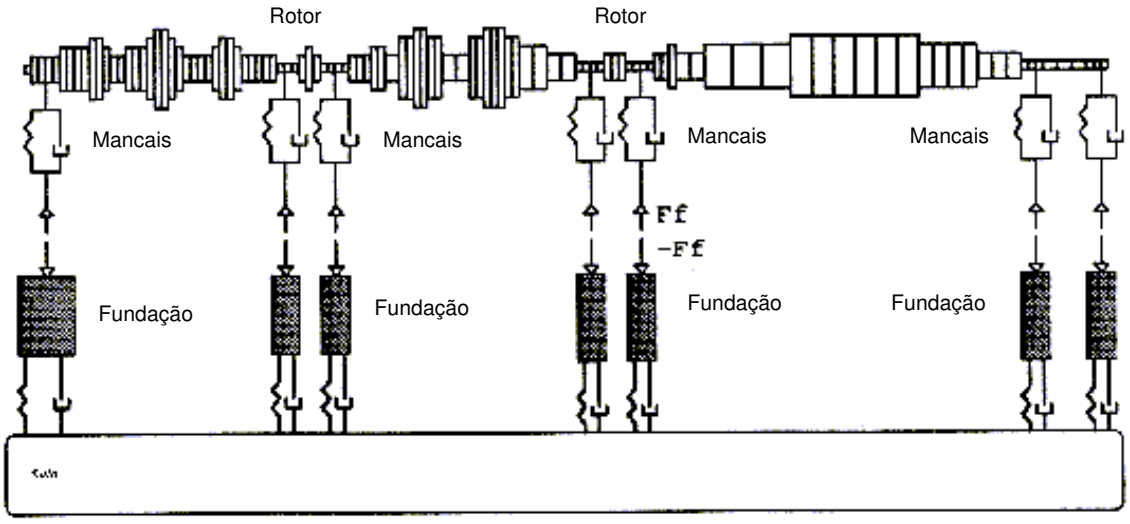


Figura 3.1: Representação do sistema completo Rotor-Suporte-Fundação.

Partindo do método das impedâncias mecânicas (Diana, 1982) utilizado para a simulação de sistema completo, desenvolveu-se um novo método matemático, que consiste na modificação do primeiro método com relação a matriz das impedâncias mecânicas, deste modo evitando os problemas de ordem numérica quando da inversão da matriz de flexibilidade. O método das coordenadas mistas consiste em descrever o vetor dos deslocamentos dos nós de conexão da estrutura, como variáveis independentes a partir de uma aproximação modal (Diana, 1988 e Cavalca, 1993). Nessa transformação é utilizado um vetor de coordenadas mistas, físicas para o rotor e principais para a fundação, que descreve o comportamento do sistema completo. Dessa forma, somente os modos que contribuem efetivamente na resposta do sistema são considerados.

3.1 Determinação da matriz elastodinâmica do sistema

Segundo Cavalca (1993), para resolver a equação de movimento do sistema completo, é definido um vetor de coordenadas mistas, utilizando a aproximação modal definida pela seguinte equação:

$$\{x_f\} = [\Phi] \cdot \{q\} \tag{3.1}$$

onde $\{x_f\}$ é o vetor de coordenadas físicas da fundação, $\{q\}$ é o vetor de coordenadas generalizadas (modais), e $[\Phi]$ é a matriz modal (auto-vetores) da fundação.

A equação 3.1 pode ser reescrita como:

$$\{q\} = [\Phi]^{-1} \{x_f\} \tag{3.2}$$

Em seguida, obtém-se a matriz de impedâncias mecânicas da fundação em coordenadas principais, não necessitando, assim, da inversão da matriz de flexibilidade. Então, desprezando a inércia do filme de óleo, temos para o subsistema rotor-mancais, a equação:

$$\begin{bmatrix} [M_{rr}] & 0 \\ 0 & [0] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{\ddot{x}_r\} \\ \{\ddot{x}_m\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [R_{rr}] & [R_{rm}] \\ [R_{mr}] & [R_{mm}] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{\dot{x}_r\} \\ \{\dot{x}_m\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{rr}] & [K_{rm}] \\ [K_{mr}] & [K_{mm}] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{x_r\} \\ \{x_m\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_o\} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \{F_f\} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

onde:

$\ddot{x}_r, \dot{x}_r, x_r$ são os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento do rotor.

$\ddot{x}_m, \dot{x}_m, x_m$ são os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento do mancal.

M_{rr}, R_{rr}, K_{rr} são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do eixo e do rotor.

R_{rm}, R_{mr}, R_{mm} são as matrizes dos coeficientes equivalentes de amortecimento do filme de óleo.

K_{rm}, K_{mr}, K_{mm} são as matrizes dos coeficientes equivalentes de rigidez do filme de óleo.

F_o é a força gerada pelo desbalanceamento do rotor.

F_f é a força transmitida pela fundação.

No entanto, para resolver este sistema linear de equações, é necessária uma terceira equação, pois o número de incógnitas (x_r, x_m, F_f) é maior que o número de equações. Assim sendo, as forças transmitidas pelo filme de óleo na interface rotor-fundação (F_f) serão determinadas a partir da aproximação modal descrita pela equação 3.2.

Utilizando a equação de movimento da fundação descrita em coordenadas principais:

$$\left[m_f \right] \cdot \{\ddot{q}\} + \left[r_f \right] \cdot \{\dot{q}\} + \left[k_f \right] \cdot \{q\} = -[\Phi]^t \left\{ F_f \right\} \quad (3.4)$$

onde:

m_f é a matriz de massa modal.

r_f é a matriz de amortecimento modal.

k_f é a matriz de rigidez modal.

Analisando a equação 3.3, as forças da fundação podem ser escritas como:

$$[R_{mr}]\{\dot{x}_r\} + [R_{mm}]\{\dot{x}_m\} + [K_{mr}]\{x_r\} + [K_{mm}]\{x_m\} = \{F_f\} \quad (3.5)$$

Substituindo esta última equação na equação 3.4,

$$\left[m_f\right]\cdot\{\ddot{q}\}+\left[r_f\right]\cdot\{\dot{q}\}+\left[k_f\right]\cdot\{q\}=-[\Phi]^t\cdot\left([R_{mr}]\{\dot{x}_r\}+[R_{mm}]\{\dot{x}_m\}+[K_{mr}]\{x_r\}+[K_{mm}]\{x_m\}\right) \tag{3.6}$$

Considerando uma fundação onde os modos de vibrar estejam desacoplados, as matrizes $[m_f]$, $[r_f]$ e $[k_f]$ serão matrizes diagonais, contendo os parâmetros modais determinados pelos métodos a serem descritos na seção 3.2. Com as forças da fundação determinadas, a equação matricial para o sistema completo é obtida, substituindo-se estas forças na equação 3.3 para o sistema completo.

Substituindo a equação 3.6 na equação 3.3, contemplando a aproximação modal da equação 3.2:

$$\begin{bmatrix}[M_{rr}] & 0\\ 0 & \left[m_f\right]\end{bmatrix}\cdot\begin{Bmatrix}\{\ddot{x}_r\}\\ \{\ddot{q}\}\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}[R_{rr}] & [R_{rm}][\Phi]\\ [\Phi]^t[R_{mr}] & \left[r_f\right]+[\Phi]^t[R_{mm}][\Phi]\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\{\dot{x}_r\}\\ \{\dot{q}\}\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}[K_{rr}] & [K_{rm}][\Phi]\\ [\Phi]^t[K_{mr}] & \left[k_f\right]+[\Phi]^t[K_{mm}][\Phi]\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\{x_r\}\\ \{q\}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\{F_0\}\\ 0\end{Bmatrix} \tag{3.7}$$

Esta última equação pode ser escrita como:

$$\left[\bar{M}_T\right]\{\ddot{Z}\}+\left[\bar{R}_T\right]\{\dot{Z}\}+\left[\bar{K}_T\right]\{Z\}=\{\bar{F}\} \tag{3.8}$$

onde:

$\{Z\}=\begin{Bmatrix}\{x_r\}\\ \{q\}\end{Bmatrix}$ é o vetor das coordenadas mistas.

$\left[\bar{M}_T\right]$, $\left[\bar{R}_T\right]$ e $\left[\bar{K}_T\right]$ são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema.

$\bar{F}=\begin{Bmatrix}\{F_0\}\\ 0\end{Bmatrix}$ é o vetor das forças externas aplicadas ao rotor.

A equação 3.8 é resolvida no domínio da freqüência, considerando uma força de excitação harmônica do tipo:

$$\{\bar{F}\}=\begin{Bmatrix}\{F_0\}\\ 0\end{Bmatrix}e^{i\Omega_e t} \tag{3.9}$$

Considerando, ainda, os deslocamentos:

$$\{Z\} = \{Z_o\} e^{i\Omega_e t} \tag{3.10}$$

Sendo:

$$\{Z_o\} = \begin{Bmatrix} x_{ro} \\ q_o \end{Bmatrix}$$

Substituindo as duas últimas equações na equação 3.8 e reorganizando os termos:

$$\left[\bar{M}_T\right] \cdot \left(-\{Z_o\}\Omega_e^2\right) + \left[\bar{R}_T\right] \cdot \left(\{Z_o\} i\Omega_e\right) + \left[\bar{K}_T\right] \cdot \{Z_o\} = \{F_o\} \tag{3.11}$$

$$\left(-\Omega_e^2 \cdot \left[\bar{M}_T\right] + i\Omega_e \left[\bar{R}_T\right] + \left[\bar{K}_T\right]\right) \cdot \{Z_o\} = \{F_o\} \tag{3.12}$$

A última equação pode ser escrita como:

$$\left[\bar{E}\left(\Omega_e, p\right)\right]\{Z_o\} = \{F_o\} \tag{3.13}$$

onde:

$\left[\bar{E}\left(\Omega_e, p\right)\right]$ é a matriz modificada do sistema completo.

$\{Z_o\} = \begin{Bmatrix} \{x_{ro}\} \\ \{q_o\} \end{Bmatrix}$ é o vetor das coordenadas mistas.

$\{x_{ro}\}$ é o vetor de amplitude das coordenadas físicas dos deslocamentos dos nós do rotor.

$\{q_o\}$ é o vetor de amplitude das coordenadas modais associadas aos deslocamentos dos nós da estrutura.

A equação 3.13 representa a resposta em freqüência do sistema a uma força de excitação F_o. Esta equação pode ser escrita na forma matricial:

$$\left[\begin{array}{c|c} [E] & [F] \\ \textbf{Rotor} & \\ \hline [G] & \begin{array}{c}[H]\\ \textbf{Fundação}\end{array} \end{array}\right] \cdot \left\{\begin{array}{c} \{x_{ro}\} \\ \\ \{q_o\} \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c} \{F_{ro}\} \\ \\ 0 \end{array}\right\} \tag{3.14}$$

onde:

$$[\mathrm{E}] = -\Omega_e^2 [M_{rr}] + i\Omega_e [R_{rr}] + [K_{rr}]$$

$$[\mathrm{F}] = (i\Omega_e [R_{rm}] + [K_{rm}]) \cdot [\Phi]$$

$$[\mathrm{G}] = [\Phi]^t \cdot (i\Omega_e [R_{mr}] + [K_{mr}])$$

$$[\mathrm{H}] = [\Phi]^t \cdot (i\Omega_e [R_{mm}] + [K_{mm}]) \cdot [\Phi] + ([\bar{I}(\Omega_e, p)])$$

Sendo $\left[\bar{I}\left(\Omega_e, p\right)\right]$ a matriz de impedâncias generalizadas:

$$\left[\bar{I}\left(\Omega_e, p\right)\right] = -\Omega_e^2 \left[m_f\right] + i\Omega_e \left[r_f\right] + \left[k_f\right] \tag{3.15}$$

Uma vez obtidos os parâmetros modais da fundação, esta poderá ser representada apenas pelos modos mais significativos, presentes na faixa de freqüências analisada, independentemente do número de graus de liberdade associados aos pontos de conexão (mancais).

3.1.2 Modelo de elementos finitos do rotor

O rotor pode ser modelado pelo método de elementos finitos (Childs, 1993), discretizando-se o eixo com elementos de viga. Na figura 3.2 observa-se um elemento de viga e seus respectivos graus de liberdade, onde são considerados os deslocamentos radiais (horizontal e vertical) e respectivas rotações de cada extremidade do elemento.

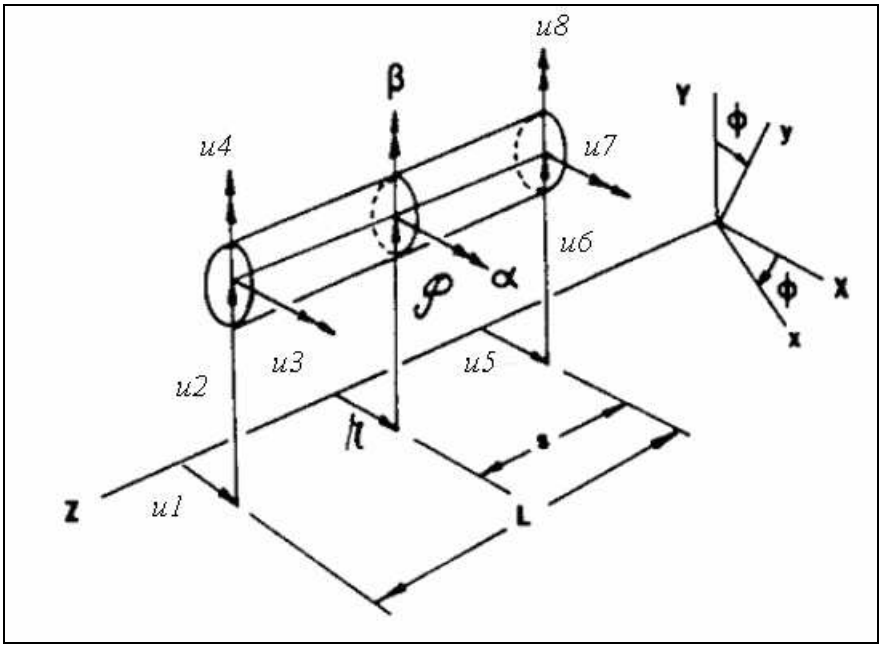


Figura 3.2: Elemento de viga e seus respectivos graus de liberdade (Childs, 1993).

A matriz das características dinâmicas de massa do elemento é representada por [$M_{T(el)}$ + $M_{R(el)}$], onde [$M_{T(el)}$] é a matriz de massa do elemento e [$M_{R(el)}$] é a de inércia de rotação do elemento, expressas pelas equações 3.16 e 3.17:

$$\left[M_{T(el)}\right] = \frac{mL}{420}\begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & 22L & 54 & 0 & 0 & -13L \\ 0 & 156 & -22L & 0 & 0 & 54 & 13L & 0 \\ 0 & -22L & 4L^2 & 0 & 0 & -13L & -3L^2 & 0 \\ 22L & 0 & 0 & 4L^2 & 13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ 54 & 0 & 0 & 13L & 156 & 0 & 0 & -22L \\ 0 & 54 & -13L & 0 & 0 & 156 & 22L & 0 \\ 0 & 13L & -3L^2 & 0 & 0 & 22L & 4L^2 & 0 \\ -13L & 0 & 0 & -3L^2 & -22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

$$\left[M_{R(el)}\right]=\frac{I}{60L}\begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & 3L & -36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & 36 & -3L & 0 & 0 & -36 & -3L & 0 \\ 0 & -3L & 4L^2 & 0 & 0 & 3L & -L^2 & 0 \\ 3L & 0 & 0 & 4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ -36 & 0 & 0 & -3L & 36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & -36 & 3L & 0 & 0 & 36 & 3L & 0 \\ 0 & -3L & -L^2 & 0 & 0 & 3L & 4L^2 & 0 \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

onde:

m é a massa do elemento por unidade de comprimento;

L é o comprimento do elemento;

I é o momento de inércia de massa por unidade de comprimento nas coordenadas *x* e *y* do sistema de referência.

A matriz contendo as características da rigidez do elemento de viga é representada pela matriz $[K_{el}]$ expressa pela equação 3.18, onde *E* é o módulo de elasticidade, *L* é o comprimento do elemento e *I* é momento de inércia da seção transversal do elemento.

$$\left[K_{el}\right]=\frac{EI}{L^3}\begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & 6L & -12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & 12 & -6L & 0 & 0 & -12 & -6L & 0 \\ 0 & -6L & 4L^2 & 0 & 0 & 6L & 2L^2 & 0 \\ 6L & 0 & 0 & 4L^2 & -6L & 0 & 0 & 2L^2 \\ -12 & 0 & 0 & -6L & 12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & -12 & 6L & 0 & 0 & 12 & 6L & 0 \\ 0 & -6L & 2L^2 & 0 & 0 & 6L & 4L^2 & 0 \\ 6L & 0 & 0 & 2L^2 & -6L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

3.2 Análise modal da fundação

Neste trabalho será validada a metodologia baseada em técnicas modais para determinar os parâmetros modais da estrutura, onde também existem dois procedimentos adicionais utilizados para refinar os parâmetros encontrados, que utilizam duas técnicas de otimização: Busca da Seção Áurea e Mínimos Quadrados Não-Linear.

Para determinar as freqüências naturais, inicialmente, a função de resposta em freqüência deve ser medida e analisada para uma força de excitação harmônica aplicada a um nó específico, e atuando nas direções vertical e horizontal, numa faixa de freqüências determinada. No entanto, para resolver a equação de movimento da fundação, é necessário calcular a resposta de um sistema amortecido, sujeito a uma força de excitação harmônica com amplitude unitária.

Considerando um modelo de fundação com múltiplos graus de liberdade e amortecimento viscoso que possa ser representado pelo seguinte sistema de equações (Craig, 1981):

$$\left[M_f\right]\cdot\left\{\ddot{x}_f\right\}+\left[R_f\right]\cdot\left\{\dot{x}_f\right\}+\left[K_f\right]\cdot\left\{x_f\right\}=\left\{F_f(t)\right\} \tag{3.19}$$

Onde, para uma força harmônica como:

$$\left\{F_f\right\}=\left\{F_{fo}\right\}\cdot e^{i\Omega_e t} \tag{3.20}$$

Com a resposta:

$$\left\{X_f\right\}=\left\{x_{fo}\right\}\cdot e^{i\Omega_e t} \tag{3.21}$$

A Equação 3.19 se torna:

$$\left(-\Omega_e^2\left[M_f\right]+i\Omega_e\left[R_f\right]+\left[K_f\right]\right)\cdot\left\{x_{fo}\right\}=\left\{F_{fo}\right\} \tag{3.22}$$

Adotando-se um amortecimento proporcional viscoso, a equação da função resposta em freqüência para múltiplos modos pode ser escrita como:

$$h_{kj}\left(\Omega_e, p\right) = \sum_{i=1}^{N} \frac{X_k^i X_j^i}{m_i\left(\omega_i^2 - \Omega_e^2 + 2i\zeta_i\omega_i\Omega_e\right)} \tag{3.23}$$

Com a função resposta em freqüência complexa deduzida, é possível incluir seu efeito em um sistema rotor-mancal e simular a influência da estrutura de suporte no comportamento dinâmico do rotor.

Para determinar as freqüências naturais de uma estrutura (ω_i), calcula-se a média quadrática dos componentes imaginários (MQCI) da função de transferência (equação 3.24), e selecionam-se as freqüências onde existam picos na média quadrática.

$$\overline{A}_{\Omega_{e_n}} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\left(h_{I_j}\right)^2 \tag{3.24}$$

onde:

$\overline{A}_{\Omega_{e_n}}$ é a média quadrática dos componentes imaginários (MQCI) da função de transferência na n-ésima freqüência excitação (Ω_{e_n}).

Ω_{e_n} é a n-ésima freqüência excitação.

h_{I_j} é a componente imaginária da j-ésima função de transferência na n-ésima freqüência excitação (Ω_{e_n}).

m é o número de funções de transferência.

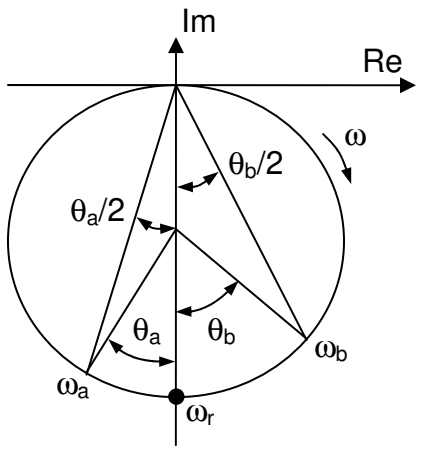


Figura 3.3: Propriedades do círculo modal.

A derivada da fase na freqüência natural foi utilizada por Cavalcante (2001) no cálculo do fator de amortecimento, porém este método é muito sensível aos ruídos da FRF experimental. Neste trabalho, o fator de amortecimento foi determinado através das propriedades do círculo modal (Ewins, 1995). Através de uma relação entre freqüências vizinhas às freqüência naturais da estrutura e o ângulo referente às freqüências como demonstrado na figura 3.3 pode-se calcular o fator de amortecimento, que é definido para o j-ésimo modo como:

$$\xi_i = \frac{\omega_a^2 - \omega_b^2}{2\omega_i \left(\omega_a \tan\left(\theta_a/2\right) + \omega_b \tan\left(\theta_b/2\right) \right)} \tag{3.25}$$

Onde:

ξ_i é o fator de amortecimento;

ω_i é a freqüência natural do i-ésimo modo.

ω_a é uma freqüência acima de ω_r.

ω_b é uma freqüência abaixo de ω_r.

θ_a é o ângulo em relação à freqüência ω_a.

θ_b é o ângulo em relação à freqüência ω_b.

Para determinar os modos de vibrar, é utilizado o diagrama de Nyquist. Este método é baseado no cálculo de um arco de circunferência no qual se aproxima da função de transferência próximo a cada ressonância (Curami e Vania, 1985).

Através da representação da circunferência, é possível determinar os modos de vibrar, analisando-se as coordenadas do centro do círculo, desde que o acoplamento entre os modos seja desprezível, pois nesta condição, próxima da ressonância, a estrutura se comporta como um sistema de um grau de liberdade.

Na ressonância, a amplitude da resposta torna-se um círculo, e para um sistema de um grau de liberdade:

$$ {}_r D^i_{jk} = \frac{\left| {}_r A^i_{jk} \right|}{2\zeta_i \omega_r^2} \tag{3.26} $$

onde: D é o diâmetro do círculo e A é a constante modal:

$$ \left| {}_r A^i_{jk} \right| = 2\zeta_i \omega_r^2 \cdot {}_r D^i_{jk} \tag{3.27} $$

onde:

$A^i_{jk} = X^i_j X^i_k$.

X^i_j é o componente do auto-vetor do ponto de medição j relativo ao modo i.

X^i_k é o componente do auto-vetor do ponto de medição k relativo ao modo i.

O ângulo de fase pode ser determinado pelo valor da FRF no eixo imaginário. Com a determinação da constante modal, a massa modal é a determinada através da minimização do erro entre duas funções de transferência, a função de transferência analítica, definida pela eq. 3.23 e a função de transferência aproximada. A função de transferência analítica é calculada, determinando-se as massas generalizadas aproximadas para todos os modos de vibrar. Então, estas massas são usadas para determinar uma nova função de transferência (Função aproximada (h)).

$$h_{kj} = \sum_{i=1}^{N} \frac{X_k^i X_j^i}{m_i \left(\omega_i^2 - \Omega_e^2 + 2i\zeta_i \omega_i \Omega_e \right)} \tag{3.28}$$

Assim, com as massas da eq. 3.28 determinadas, a função de transferência aproximada (calculada na vizinhança do modo) é definida, calculando-se esta função de transferência em uma determinada freqüência, considerando-se os *n* modos de vibrar:

$$h_{kj}(\omega_1) = \frac{1}{m_1}\left(\frac{X_k^{(1)} X_j^{(1)}}{2i\zeta_1 \omega_1} \right) + \ldots + \frac{1}{m_i}\left(\frac{X_k^{(i)} X_j^{(i)}}{\omega_i^2 + \omega_1^2 + 2i\zeta_i \omega_1} \right) + \ldots + \frac{1}{m_n}\left(\frac{X_k^{(n)} X_j^{(n)}}{\omega_n^2 + \omega_1^2 + 2i\zeta_n \omega_1} \right) \tag{3.29}$$

Onde *m* é massa modal generalizada associada ao n-ésimo modo.

A resolução da eq. 3.29 determina a função de transferência aproximada na vizinhança de cada modo, e pode ser escrita como:

$$\begin{Bmatrix} h_{kj}(\omega_1) \\ \cdots \\ h_{kj}(\omega_n) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{X_k^{(1)} X_j^{(1)}}{2i\zeta_1 \omega_1} & \cdots & \frac{X_k^{(i)} X_j^{(i)}}{\omega_i^2 - \omega_1^2 + 2i\zeta_i \omega_1} & \cdots & \frac{X_k^{(n)} X_j^{(n)}}{\omega_n^2 - \omega_1^2 + 2i\zeta_n \omega_1} \\ \cdots & & \cdots & & \cdots \\ \frac{X_k^{(1)} X_j^{(1)}}{\omega_1^2 - \omega_n^2 + 2i\zeta_1 \omega_n} & \cdots & \frac{X_k^{(i)} X_j^{(i)}}{\omega_i^2 - \omega_n^2 + 2i\zeta_i \omega_n} & \cdots & \frac{X_k^{(n)} X_j^{(n)}}{2i\zeta_n \omega_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{1}{m_1} \\ \cdots \\ \frac{1}{m_n} \end{Bmatrix} \tag{3.30}$$

$$\{h\} = [T] \cdot \left\{ \frac{1}{m} \right\}$$

Porém, em alguns casos o número de freqüências, na faixa de freqüências escolhida, é diferente do número de massas generalizadas. Então, para determinar as massas generalizadas, define-se uma função erro, relacionando as duas funções de transferência (analítica e aproximada), a qual deve ser minimizada para as freqüências naturais, determinando as massas generalizadas.

Nomeando a função de transferência definida pela equação 3.29 como $h_{kj}^*(\omega_i)$, e variando *i* de 1 até o número de freqüências naturais, na função de transferência aproximada de *h*, a função erro pode ser definida por:

$$\{E\} = \{h^*\} - \{h\} = \{h^*\} - [T] \cdot \left\{\frac{1}{m}\right\} \tag{3.31}$$

onde :

$\{E\}$ é a função erro.

$\{h^*\}$ é a função de transferência analítica.

$\{h\}$ é a função de transferência aproximada

Para minimizar o erro quadrático:

$$\frac{\partial\left(\{E\}^T \{E\}\right)}{\partial\left\{\frac{1}{m}\right\}} = 0 \tag{3.32}$$

Da equação 3.31, temos:

$$\{E\}^T \{E\} = \{E\}^T \{h^*\} - \{E\}^T \{h\} \tag{3.33}$$

Mas $\{E\} = \{h^*\} - \{h\}$, então:

$$\{E\}^T \{E\} = \left(\{h^*\} - \{h\}\right)^T \cdot \left(\{h^*\} - \{h\}\right) \tag{3.34}$$

Usando a equação 3.34, a massa modal pode ser determinada:

$$\left\{\frac{1}{m}\right\} = \left([T]^T [T]\right)^{-1} [T]^T \left[h^*\right] \tag{3.35}$$

3.2.1 Método de otimização de Levenberg-Marquardt

Marquardt (1963) apresentou um método de ajuste de curva, a partir de uma sugestão proposta por Levenberg (1944), que se deslocaria suavemente entre os métodos da inversa da

Hessiana (Newton) e o método da descendente mais íngreme (steepest descent). Este último é usado longe do mínimo, trocando continuamente o valor anteriormente calculado, conforme sua aproximação do mínimo. O método de Levenberg-Marquardt tem sido usado em diversas aplicações (Sinha et al., 2004), e se tornou um padrão em rotinas de mínimos quadrados não-lineares.

Como os métodos de quasi-Newton, o algoritmo de Levenberg-Marquardt foi desenvolvido para uma aproximação de segunda ordem, sem ter de calcular a matriz Hessiana. Quando a função de objetivo tem a forma de uma soma de quadrados, a matriz Hessiana pode ser aproximada por:

$$[H] = [J]^T [J] \tag{3.36}$$

Onde J é matriz jacobiana que contém as derivadas do sistema, e o gradiente pode ser calculado como:

$$g = J^T e \tag{3.37}$$

Onde e é o ponto de interesse.

O algoritmo de Levenberg-Marquardt usa esta aproximação para a matriz Hessiana com a seguinte atualização de passo:

$$x_{k+1} = x_k - \left[J^T J + \mu I\right]^{-1} J^T e \tag{3.38}$$

Quando o escalar μ é zero, este se comporta como método de Newton, usando uma aproximação da matriz Hessiana. Quando μ aumenta de valor, este começa a se tornar o método do gradiente descendente com a dimensão do passo pequena. O método de Newton é rápido e acurado próximo a um erro mínimo, então o objetivo do algoritmo é se aproximar do método de Newton, tão rápido quanto possível. Desta forma, μ é reduzido após cada iteração bem sucedida, e aumentado quando o passo testado aumenta o erro da função.

3.2.2 Método de otimização através da busca áurea

Em alguns casos, os resultados obtidos não apresentam uma correlação satisfatória entre o modelo gerado através da análise modal e os dados obtidos experimentalmente da estrutura real. Para resolver esta questão, um método de otimização foi criado, o qual utiliza os parâmetros modais calculados com as técnicas apresentadas na seção 3.2, como valor inicial para o processo de otimização.

Para melhorar os parâmetros de amortecimento e ângulo de fase, foi utilizado um método de procura direta conhecido como a busca de seção áurea (Bunday, 1984). Este método apresenta a vantagem de, inicialmente, não requerer um número específico de avaliações da função, como a busca Fibonacci, para atingir uma precisão determinada.

O nome busca de seção áurea vem da razão áurea, a qual é uma razão constante obtida quando o número de divisões de um segmento tende ao infinito.

A busca de seção áurea é utilizada diversas vezes, a cada iteração do algoritmo, otimizando os valores de ângulo de fase e coeficiente de amortecimento, enquanto que para refinar a massa generalizada, após a otimização dos parâmetros anteriormente citados, aplicou-se o método de mínimos quadrados (Ruggiero e Lopes, 1988) para minimizar o erro. Este método é rápido e confiável, porém sua aplicação é restrita, pois é necessário que a derivada das equações a serem minimizadas atendam a certos requisitos.

A função do erro, utilizada como função objetivo do método de otimização, é a comparação freqüência a freqüência entre os dados experimentais e os do modelo analítico, e pode ser representada pela seguinte equação:

$$erro = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (\mathrm{Re}(fa_i) - \mathrm{Re}(fe_i))^2 + (\mathrm{Im}(fa_i) - \mathrm{Im}(fe_i))^2}{\sum_{i=1}^{N} \mathrm{Re}(fe_i)^2 + \mathrm{Im}(fe_i)^2}} \tag{3.39}$$

Onde:

fa_i é a função resposta em freqüência modelada na freqüência *i*;

fe_i é a função resposta em freqüência experimental na freqüência *i*;

$\mathrm{Re}(f_i)$ é a parte real da função resposta em freqüência na freqüência *i*;

$\mathrm{Im}(f_i)$ é a parte imaginária da função resposta em freqüência na freqüência *i*;

N é o número de freqüências.

Na figura 3.4 é possível observar o fluxograma do algoritmo de otimização, que é composto por três iterações, onde são executados os procedimentos para a otimização da massa, amortecimento e ângulo de fase dos modos.

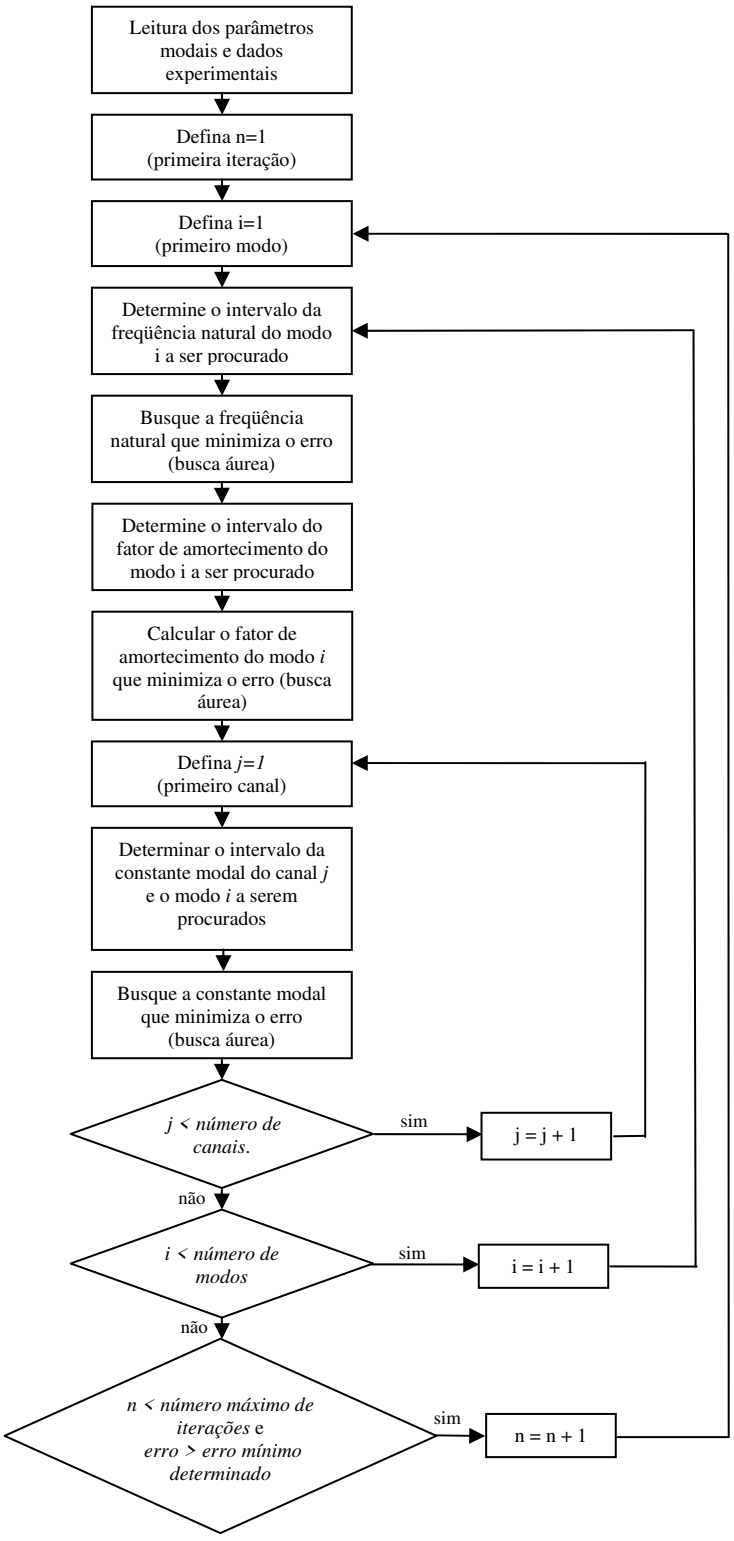


Figura 3.4: Fluxograma do algoritmo de otimização dos parâmetros modais.

3.3 Análise modal de máquinas rotativas

A maioria dos métodos de identificação modal assume que a estrutura tenha um comportamento linear. As estruturas são modeladas por operadores diferenciais auto-adjuntos e discretizados por matrizes simétricas. As máquinas rotativas têm um comportamento não-simétrico inerente devido a efeitos giroscópicos e às forças fluido-dinâmicas nos mancais e selos de fluxo. O comportamento dinâmico de máquinas rotativas só pode ser adequadamente representado por operadores diferenciais não auto-adjuntos. Por isso, a análise modal destas máquinas deve ser capaz de identificar os parâmetros relacionados com os auto-vetores esquerdos e direitos.

Nordmann (1984) propôs um método de análise modal experimental para máquinas rotativas sem efeitos conservativos (sistemas variantes no tempo). O método foi aplicado em uma bancada de teste composta por um rotor elástico montado sobre mancais hidrodinâmicos. Para determinar os auto-vetores à esquerda e à direita, Nordmann utilizou um martelo para excitar as direções vertical e horizontal de diversos pontos do rotor, medindo o deslocamento através de sensores de proximidade. Para considerar os efeitos da rotação no sistema, o rotor foi inteiramente medido em diversas rotações Com este procedimento, foi possível determinar os auto-valores à esquerda e à direita, os modos de vibrar e a velocidade de instabilidade de filme de óleo.

Máquinas rotativas podem ser modeladas por equações lineares em uma faixa muito limitada de deflexões e velocidades. A análise modal clássica deve ser complementada considerando-se efeitos não-lineares, caso contrário, pode induzir a erros consideráveis nos cálculos. Devido à natureza de operação das máquinas rotativas, existem alterações significativas entre os testes realizados com a máquina parada e em funcionamento, especialmente em máquinas de grande porte, onde estão presentes efeitos térmicos e deformação da fundação.

O rotor, que representa as partes principais de uma máquina rotativa, é contido nas duas direções laterais de forma similar, no entanto exibem movimentos de vibração que resultam em duas componentes laterais, em um movimento de precessão do rotor. Quando é aplicado um impulso unidirecional ao eixo rotativo, a resposta sempre conterá componentes verticais e horizontais. Na prática, o movimento de precessão pode conter componentes de várias freqüências, cada um tendo uma relação definida com a direção de rotação. No caso mais geral,

cada componente individual pode ser direto (direção de precessão na mesma direção da rotação) ou retrógrado (direção de precessão contrária à direção da rotação).

Bently e Muszynska (1986) apresentaram o teste de perturbação com força circular para a análise modal para máquinas rotativas, especificamente para a análise dos modos em freqüências baixas, podendo ser utilizado para identificar os parâmetros para o modo "whirl" (modo de interação entre sólido e fluído) e o modo "whip" (primeiro modo flexional do eixo). O dispositivo de excitação do rotor consistia em uma polia fixada ao eixo de forma excêntrica, ligada por uma correia a um motor de rotação controlada. Os autores concluíram que os mancais hidrodinâmicos são a maior fonte de não-linearidade, sendo que sua rigidez e o amortecimento são funções não-lineares da excentricidade do eixo, que tendem ao infinito quando o eixo se aproxima da parede do mancal. As características do mancal somente podem ser consideradas lineares para excentricidades menores que 0,4.

Rogers e Ewins (1989) apresentaram uma técnica de teste modal de um rotor em operação, usando uma abordagem de dinâmica estrutural. O método foi testado em laboratório, excitando-se o rotor, através de um atuador eletro-dinâmico (shaker) conectado ao eixo por um "stinger" e um dispositivo com um mancal deslizante. Os deslocamentos foram medidos nas direções horizontal e vertical por sensores de proximidade. Os autores demonstraram o acoplamento cruzado devido ao efeito giroscópico.

Lee (1993) apresentou uma técnica de análise modal complexa para máquinas rotativas. Usando uma notação complexa para o deslocamento (eq. 3.39) e força (eq. 3.40) pode-se ter uma clara idéia sobre os modos diretos e retrógrados, permitindo a separação deles no domínio da freqüência e, conseqüentemente, a identificação dos parâmetros modais.

$$p = y + jz \tag{3.40}$$

$$g = f_y + jf_z \tag{3.41}$$

O método foi demonstrado através da simulação da resposta de um rotor isotrópico e outro anisotrópico, sendo possível distinguir os modos diretos e retrógrados em cada um dos casos, permitindo inclusive detectar qual a fonte da anisotropia do rotor.

Joh e Lee (1993) apresentaram os métodos de excitação e a identificação de parâmetros modais na análise modal de máquinas rotativas. Foram apresentados três tipos de excitação:

unidirecional, bidirecional rotativa, e bidirecional estacionária. Na excitação unidirecional aplica-se um ruído branco, da mesma forma que na análise modal clássica, obtendo-se as funções resposta em freqüência (FRF) entre deslocamentos e forças. As dFRFs (função resposta em freqüência direcional) podem ser calculadas diretamente das FRFs convencionais, porém é necessário excitar e medir o movimento nas direções horizontal e vertical. Através da equação 3.42 obtém-se a resposta direta e retrógrada (Lee, 1993):

$$\begin{aligned} H_{pg}^{c}(j\omega) &= \frac{1}{2}\left[H_{yy}(j\omega) + H_{zz}(j\omega) - j\left\{H_{yz}(j\omega) - H_{zy}(j\omega)\right\}\right] \\ H_{\hat{p}g}^{c}(j\omega) &= \frac{1}{2}\left[H_{yy}(j\omega) - H_{zz}(j\omega) + j\left\{H_{yz}(j\omega) + H_{zy}(j\omega)\right\}\right] \end{aligned} \tag{3.42}$$

Onde:

H_{pg}^{c} é a dFRF direta com excitação direta;

$H_{\hat{p}g}^{c}$ é a dFRF retrógrada com excitação direta;

H_{yy} é a FRF horizontal com excitação horizontal;

H_{zz} é a FRF vertical com excitação vertical;

H_{yz} é a FRF horizontal com excitação vertical;

H_{zy} é a FRF vertical com excitação horizontal;

A excitação unidirecional foi o procedimento adotado nos testes experimentais, a serem descritos nos Capítulos 4 e 5. Além da forma unidirecional de excitação do rotor, existem dois tipos de excitação bidirecional.

Na excitação bidirecional rotativa, a excitação dos modos diretos ou retrógrados é gerada por dois atuadores perpendiculares sincronizados. Um par de FRFs entre força e deslocamento (horizontal e vertical) é medido no ponto de excitação obtendo-se as FRFs das entradas e saídas complexas.

Na excitação bidirecional estacionária, a excitação é gerada simultaneamente por dois atuadores perpendiculares independentes. Através deste método, contanto que as excitações horizontal e vertical não sejam correlacionadas, é possível obter diretamente as FRFs dos sinais complexos.

Nascimento (2004) utilizou um martelo de impacto para excitar uma turbina hidrelétrica de 15 MW e realizar sua análise modal. Apesar da técnica ter sido aplicada com sucesso, o autor cita que no caso de máquinas rotativas de grande porte esta forma de excitação pode ser insuficiente para levantar sua resposta dinâmica. O autor também concluiu que o amortecimento da máquina em rotação é significativamente maior através da comparação da análise modal realizada com a máquina parada e em operação.

Bessa e Zindeluk (2004) estudaram a aplicação da análise modal complexa para a obtenção das funções resposta em freqüência direcionais (dFRF), considerando que o sistema fosse excitado por uma força girante e assíncrona gerada por um atuador eletromagnético. Eles concluíram que existia a necessidade de uma aplicação experimental devido ao caráter não-linear da força de excitação controlada em malha aberta.

Em um teste experimental de máquinas rotativas existem as forças de excitação que podem ser geradas por um atuador eletrodinâmico (*shaker*) ou eletromagnético, porém existem forças agindo sobre o rotor que não estão relacionadas às aplicadas pelo atuador. Para eliminar este ruído estacionário, geralmente associado ao desbalanceamento do rotor, Blough e DeClerk (1996) apresentaram uma técnica de processamento das FRFs.

Para eliminar o ruído, no entanto é necessária a medição de dois sinais, o primeiramente mede-se a resposta do rotor, sem a aplicação da força do atuador. Nesta situação, rotor é excitado apenas por forças de magnitude desconhecida, como, por exemplo, as forças provenientes das vibrações do motor de acionamento, o que é considerado ruído estacionário.

Em seguida, aplica-se a excitação pelo atuador, e a resposta do rotor será a soma dos deslocamentos provocados pelo ruído externo e dos deslocamentos causados pela força aplicada pelo atuador, que pode ser representado por:

$$x_r(\omega) = H_{XF}(\omega)F(\omega) + H_{XN}(\omega)N(\omega) \tag{3.43}$$

Onde:

$x_r(\omega)$ é a resposta do rotor.

$H_{XF}(\omega)$ é a FRF entre resposta do rotor e a força.

$F(\omega)$ é a força aplicada pelo atuador.

$H_{XN}(\omega)$ é a FRF entre resposta do rotor e o ruído.

$N(\omega)$ é o ruído estacionário.

Esta equação pode ser escrita na forma matricial:

$$x_r(\omega) = \begin{bmatrix} F(\omega) & N(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{XF}(\omega) \\ H_{XN}(\omega) \end{bmatrix} \tag{3.44}$$

As FRFs da equação 3.43 são incógnitas, porém deseja-se obter a FRF entre a resposta do rotor e a força de excitação. Esta função pode ser obtida dos espectros cruzados e auto-espectros dos dados medidos (Bendat e Piersol, 2000):

$$H_{XF} = \frac{\det \begin{bmatrix} G_{XF}(\omega) & G_{NF}(\omega) \\ G_{XN}(\omega) & G_{NN}(\omega) \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} G_{FF}(\omega) & G_{NF}(\omega) \\ G_{FN}(\omega) & G_{NN}(\omega) \end{bmatrix}} \tag{3.45}$$

Onde G_{XF} é o espectro cruzado entre a resposta do rotor e a força do atuador, G_{NF} é o espectro cruzado entre o ruído e a força do atuador, G_{XN} é o espectro cruzado entre a resposta do rotor e o ruído, G_{NN} é o auto-espectro do ruído, G_{FF} é o auto-espectro da força de atuação, G_{FN} é o espectro cruzado entre a força do atuador e o ruído.

Calculando os determinantes da equação 3.44, obtém-se:

$$H_{XF}(\omega) = \frac{G_{NN}(\omega)G_{XF}(\omega) - G_{NF}(\omega)G_{XN}(\omega)}{G_{FF}(\omega)G_{NN}(\omega) - G_{NF}(\omega)G_{FN}(\omega)} \tag{3.46}$$

A FRF da equação 3.45 não tem os efeitos relativos ao ruído estacionário, e pode ser usada no cálculo da FRF direcional do rotor.

3.4 Equacionamento dos mancais hidrodinâmicos

A Figura 3.5 apresenta um desenho esquemático do mancal hidrodinâmico cilíndrico, no qual a folga radial foi exagerada para ilustrar o posicionamento do filme de óleo, eixo e mancal. Usualmente adota-se uma folga radial de 1000 a 5000 vezes menor que o diâmetro do eixo.

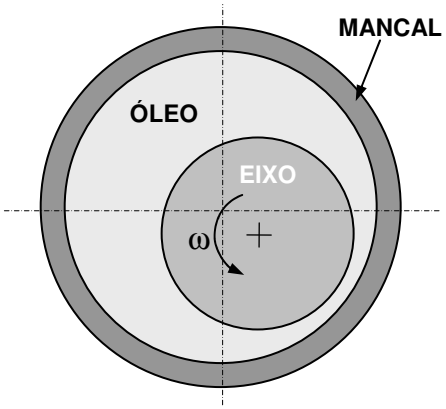


Figura 3.5: Representação esquemática de um mancal hidrodinâmico cilíndrico.

3.4.1 Modelo por diferenças finitas

A equação de Reynolds (1886) é a base da teoria moderna da lubrificação. Desta podem ser obtidas variadas soluções, aplicáveis a diferentes casos formulados com as simplificações necessárias. Ao ser aplicada no estudo do filme de óleo de mancais, a solução desta equação fornece a distribuição de pressão no óleo, ou seja, determina-se $p(z,\theta)$ de acordo com a geometria do mancal. Este campo de pressão é a informação necessária para a resolução da maioria dos problemas básicos na análise de mancais hidrodinâmicos. Para qualquer geometria de filme de óleo (Capone, 1986), a equação de Reynolds é:

$$\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial\theta}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial z}\right)=6\frac{U}{R}\frac{\partial h}{\partial\theta}+12\dot{h} \tag{3.47}$$

Onde:

$p = p(z,\theta)$ é a distribuição de pressão do filme de óleo ao longo do mancal;

θ é a coordenada angular do mancal;

z é a coordenada em relação ao comprimento do mancal;

μ é a viscosidade absoluta;

R é o raio do mancal;

h é a espessura do filme de óleo;

t é o tempo;

U é a velocidade tangencial da parede do eixo.

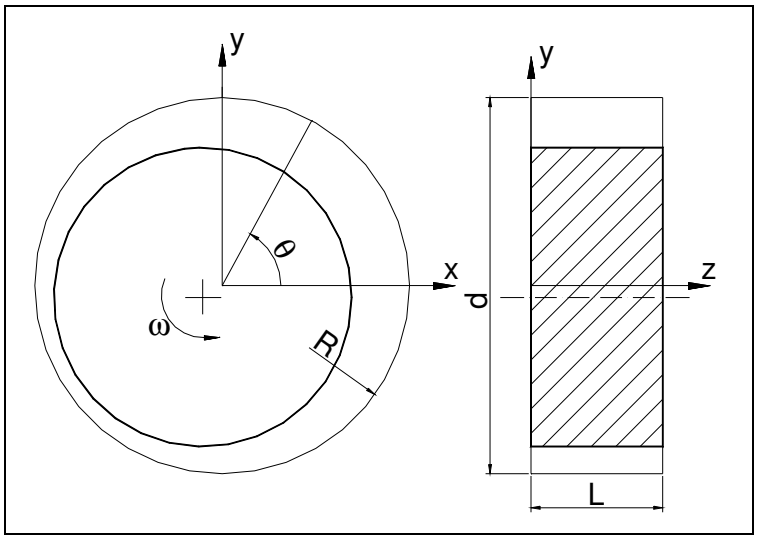


Figura 3.6: Esquema do mancal cilíndrico.

Nesta formulação de Reynolds são consideradas as seguintes hipóteses:

- Os efeitos de cisalhamento viscoso predominam, portanto o único parâmetro importante do fluído é a sua viscosidade absoluta;
- As forças de inércia do fluído são desprezadas;
- O fluído é incompressível;
- A espessura do filme é pequena, ou seja, pode-se considerar a pressão constante através desta espessura e a curvatura do filme também é desprezível;
- A viscosidade é constante ao longo do fluído;
- Não há deslizamento na interface entre o fluído e as superfícies do eixo e do mancal.

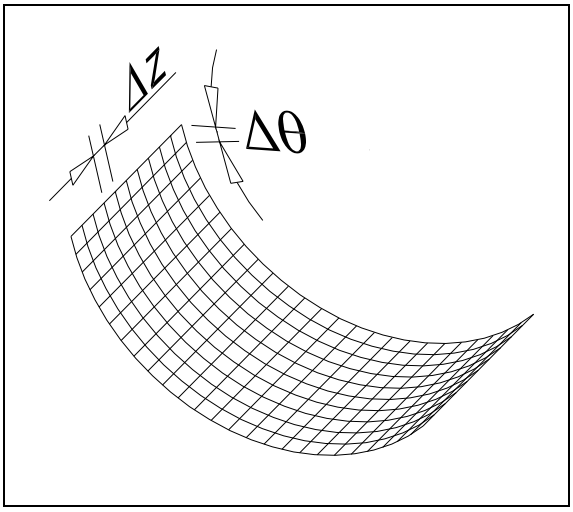


Figura 3.7: Grade do filme de óleo.

Para solução da distribuição de pressão utiliza-se o método de diferenças finitas, onde o filme de óleo é dividido em uma grade, como apresentado na figura 3.7, e aplica-se a condição de contorno, que neste caso é a pressão atmosférica nas bordas do mancal.

$$\frac{1}{R^2}\left(\frac{P(\theta_0+\Delta\theta,z_0)-P(\theta_0,z_0)}{\Delta\theta^2}h_{\theta/2}^3-\frac{P(\theta_0,z_0)-P(\theta_0-\Delta\theta,z_0)}{\Delta\theta^2}h_{-\theta/2}^3\right)+$$
$$h_0^3\left(\frac{P(\theta_0,z_0+\Delta z)-2P(\theta_0,z_0)+P(\theta_0,z_0-\Delta z)}{\Delta z^2}\right)=6\frac{U}{R}\frac{h(\theta_0+\Delta\theta,z)-h(\theta_0-\Delta\theta,z)}{2\Delta\theta}+12\dot{h} \tag{3.48}$$

Com o campo de pressão do filme de óleo calculado, é possível integrar a pressão e obter as forças hidrodinâmicas. Com a definição da força hidrodinâmica, é possível determinar numericamente os coeficientes equivalentes de rigidez e amortecimento do mancal:

$$k_{xx}=\frac{\Delta f_x}{\Delta x}\qquad k_{xy}=\frac{\Delta f_x}{\Delta y}\qquad k_{yx}=\frac{\Delta f_y}{\Delta x}\qquad k_{yy}=\frac{\Delta f_y}{\Delta y} \tag{3.49}$$

$$r_{xx}=\frac{\Delta f_x}{\Delta \dot{x}}\qquad r_{xy}=\frac{\Delta f_x}{\Delta \dot{y}}\qquad r_{yx}=\frac{\Delta f_y}{\Delta \dot{x}}\qquad r_{yy}=\frac{\Delta f_y}{\Delta \dot{y}} \tag{3.50}$$

3.4.2 Modelo de mancal curto não-linear

O método desenvolvido por Capone (1991) considera a hipótese de mancais curtos para simplificar a eq. 3.47, onde o gradiente circunferencial de pressão pode ser desprezado em relação ao axial. Nestes mancais a relação *k=R/L* é maior que 1. Denotando a operação de derivação com relação ao tempo adimensional por um ponto sobre a variável, tem-se a seguinte expressão para o mancal curto da fig. 3.6:

$$k^2 \frac{\partial}{\partial z}\left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\partial h}{\partial \theta} + 2\dot{h} \tag{3.51}$$

Tornando adimensional a expressão da espessura do filme de óleo:

$$h = \frac{\overline{h}}{C} = 1 - x\cos\theta - ysen\theta \tag{3.52}$$

E consideram-se as seguintes variáveis adimensionais:

$$\frac{\overline{p}}{p_0} = p;\ p_0 = 6\mu\omega\left(\frac{R}{C}\right)^2;\ h = \frac{\overline{h}}{C};\ \tau = \omega t;\ z = \frac{\overline{z}}{L};\ k = \frac{R}{L} \tag{3.53}$$

Assim, a pressão hidrodinâmica é obtida substituindo-se a função espessura *h* (eq. 3.51) e suas derivadas na equação 3.50. A condição de contorno impõe pressão nula (atmosférica) nas extremidades do mancal, onde $-\frac{1}{2} \le z \le \frac{1}{2}$. Assim, a expressão que fornece a pressão hidrodinâmica exercida pelo filme de óleo é dada por:

$$p(\vartheta, z) = \frac{1}{2}\left(\frac{L}{D}\right)^2 \left[\frac{(x - 2\dot{y})sen\theta - (y + 2\dot{x})\cos\theta}{\left[1 - x\cos\theta - ysen\theta\right]^3} \right]\left(4z^2 - 1\right) \tag{3.54}$$

Esta equação representa o modelo matemático da distribuição de pressão em função das coordenadas cilíndricas, para um mancal hidrodinâmico cilíndrico. A força hidrodinâmica não-linear do mancal é obtida pela integração da equação que fornece a pressão hidrodinâmica

existente dentro do mancal, na área de contato, e é definida por um ângulo inicial α e um ângulo final $\alpha+\pi$, onde a pressão se apresenta positiva. A região onde teoricamente existiria uma pressão negativa é desprezada, pois considera-se que há uma ruptura no filme em virtude do fenômeno da cavitação (Childs, 1994).

A força no rotor será obtida pela soma vetorial das componentes nas direções *x* e *y*:

$$\left\{\overline{F}\right\} = -\int_{\overline{A}} \overline{p}\, d\overline{A} \qquad \text{e} \qquad A = Rd\,\theta Ldz \tag{3.55}$$

Considerando-se:

$$\sigma = \mu \frac{\omega RL}{W}\left(\frac{R^2}{C^2}\right)\left(\frac{L^2}{D^2}\right) \tag{3.56}$$

A força hidrodinâmica, representada pela equação 3.53, pode ser escrita como:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = 2\sigma W \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} \left[\frac{(x-2\dot{y})sen\theta - (y+2\dot{x})\cos\theta}{[1-x\cos\theta - ysen\theta]^3}\right] \cdot \begin{Bmatrix} \cos\theta \\ sen\theta \end{Bmatrix} d\theta \tag{3.57}$$

Para resolver analiticamente a integral representada pela equação 3.55 propõe-se uma solução do tipo indireta pela definição da integral:

$$G(x,y,\theta) = \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} \frac{d\theta}{[1-x\cos\theta - ysen\theta]} \tag{3.58}$$

Através da integração da função $G(x,y,\psi,\theta)$ obtém-se:

$$G(x,y,\psi,\theta) = \frac{2}{\sqrt{1-x^2-y^2}}\left[\frac{\pi}{2} + arctg\left(\frac{y\cos\theta - xsen\theta}{\sqrt{1-x^2-y^2}}\right)\right] \tag{3.59}$$

As componentes da força hidrodinâmica não-linear nas direções *x* e *y*, dadas pelas expressões contidas no sistema de equações 3.55, podem ser escritas como:

$$\begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (x-2\dot{y})\dfrac{\partial^2 G}{\partial x \partial y} - (y-2\dot{x})\dfrac{\partial^2 G}{\partial x^2} \\ (x-2\dot{y})\dfrac{\partial^2 G}{\partial y^2} - (y-2\dot{x})\dfrac{\partial^2 G}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} = -\sqrt{(x-2\dot{y})^2 + (y-2\dot{x})^2} \cdot \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial V}{\partial x} \\ \dfrac{\partial V}{\partial y} \end{Bmatrix} \tag{3.60}$$

Onde a função $V(x,y,\psi,\theta)$ é dada pela expressão:

$$V(x, y, \alpha) = \frac{2 + (y\cos\alpha - x\sin\alpha).G(x, y, \alpha)}{1 - x^2 - y^2} \tag{3.61}$$

Portanto, depois de apresentado o cálculo da função $G(x,y,\psi,\theta)$, substitui-se a equação 3.57 na expressão da força, obtendo-se:

$$\begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix} = -\frac{\sqrt{(x-2\dot{y})^2 + (y+2\dot{x})^2}}{1 - x^2 - y^2} \begin{Bmatrix} 3xV(x, y, \alpha) - \sin\alpha G(x, y, \alpha) - 2\cos\alpha F(x, y, \alpha) \\ 3yV(x, y, \alpha) - \cos\alpha G(x, y, \alpha) - 2\sin\alpha F(x, y, \alpha) \end{Bmatrix} \tag{3.62}$$

Onde:

$$F(x, y, \alpha) = \frac{x\cos\alpha - y\sin\alpha}{1 - (x\cos\alpha - y\sin\alpha)^2} \tag{3.63}$$

3.5 Método da colocação trigonométrica

O método de colocação, para sistemas não-lineares periódicos, foi desenvolvido por Kantorovich em 1934, segundo Samoilenko e Ronto (1979), para construção de soluções de problemas de valor de contorno de sistemas de equações diferenciais não lineares. Esse método foi novamente proposto por Frazer et al. (1937).

O método, aplicado a problemas de valor de contorno de sistemas de equações diferenciais ordinárias, consiste essencialmente em procurar a solução de um problema na forma de uma combinação linear de funções básicas, no qual os coeficientes são encontrados através da condição que a solução deve satisfazer exatamente as equações diferenciais em certos pontos, referidos como nós de colocação.

Deve-se ressaltar que o método de colocação algébrico é quando as funções utilizadas são polinômios, e o método de colocação trigonométrica quando as funções básicas são polinômios trigonométricos.

Na construção de soluções periódicas pelo método de colocação trigonométrica, procede-se com a hipótese que tal solução exista. Como resultado, o sistema de equações algébricas que determina a aproximação dos coeficientes sob condições gerais suficientes pode sempre ser resolvido, e então é possível alcançar uma solução periódica arbitrária próxima à solução exata.

A questão que naturalmente surge é se de fato o sistema de equações tem uma solução aproximada de ordem suficientemente alta, encontrada por colocação trigonométrica, implicando que exista uma solução periódica exata do sistema. Através de estudos similares feitos por Urabe (1965) e Urabe e Reiter (1966), utilizando uma solução periódica aproximada determinada pelo método de Galerkin, os pesquisadores obtiveram teoremas gerais entre os inter-relacionamentos entre a solução exata e as aproximações por Galerkin, e isto demonstrou a existência de uma solução.

O método da colocação trigonométrica foi utilizado na resolução de problemas em dinâmica de rotores, quando Nataraj e Nelson (1989) aplicaram o método na análise de sistemas de rotor-mancais com suportes não-lineares. Foi utilizado o método de síntese de componentes modais para reduzir a escala do problema a ser resolvido. Os autores destacaram que o esforço computacional despendido na resolução do problema é drasticamente menor que o métodos de integração no tempo.

Jean e Nelson (1990) utilizaram o método de colocação trigonométrica para obter as componentes harmônicas e super-harmônicas, podendo ser generalizado para as freqüências sub-harmônicas, ultra-sub-harmônicas e ultra-super-harmônicas. Um método de condensação foi utilizado para reduzir a dimensão do sistema não-linear. Foram comparados vários exemplos com resultados de simulações numéricas no tempo, encontrando-se boa correspondência em todos os casos. Não foram encontrados problemas de convergência, porém foram testados apenas o mínimo de pontos necessários para a solução de cada um dos exemplos.

Malenovský (2003, 2004) apresentou a modelagem de um sistema dinâmico de rotores não-linear, usando o método modal e o método de colocação trigonométrica. O autor modelou uma bomba composta por um rotor, carcaça e mancais hidrodinâmicos, a qual foi incluído um modelo de acoplamento não-linear. Zapomel (2006) utilizou o método de colocação trigonométrica para

obter a resposta estacionária para a análise de estabilidade de rotores desbalanceados sustentados por mancais curtos com o fenômeno de cavitação.

De acordo com o esquema geral do método de colocação, uma aproximação para a solução $x^0(t)$ é procurada na forma de uma série de Fourier:

$$\left\{x_i(t)\right\} = \left\{a_{0i}\right\} + \sum_{j=1}^{m}\left(\left\{a_{ji}\right\}\cos j\omega t + \left\{b_{ji}\right\}\sin j\omega t\right) \tag{3.64}$$

onde:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

T é o período de oscilação.

x_j é o vetor das variáveis a serem determinadas.

a_{0i} é o componente constante da função harmônica relacionada a i-ésima variável.

a_{ji}, b_{ji} são as amplitudes das componentes harmônicas de freqüência $j\omega$ relacionada a i-ésima variável.

Denotando-se por x_j^{Γ} o vetor dos coeficientes da série de Fourier, ordena-se da seguinte forma:

$$x^{\Gamma} = \begin{Bmatrix} \left\{a_{0i}\right\} \\ \left\{a_{ji}\right\} \\ \left\{b_{ji}\right\} \end{Bmatrix} \tag{3.65}$$

Os coeficientes são determinados resolvendo-se a equação diferencial aproximada nos nós de colocação no tempo $t_0, t_1, \ldots, t_{N-1}$, escolhidos eqüidistantes no período de intervalo:

$$t_i = i\frac{T}{N},\ i = 0,\ 1,\ ...,\ N\text{ - }1,\ \ N = 2\text{m} + 1 \tag{3.66}$$

onde m é o número de variáveis do sistema.

As derivadas em relação ao tempo da eq. 3.64 são:

$$\left\{\dot{x}_i(t)\right\} = \sum_{j=1}^{m} j\omega\left(-\left\{a_i\right\}\sin j\omega t + \left\{b_i\right\}\cos j\omega t\right) \tag{3.67}$$

$$\left\{\ddot{x}_i(t)\right\} = \sum_{j=1}^{m} -j^2\omega^2\left(\left\{a_{ji}\right\}\cos j\omega t + \left\{b_{ji}\right\}\sin j\omega t\right) \tag{3.68}$$

Para exemplificar a aplicação do método de colocação trigonométrica, considerou-se um rotor flexível sem amortecimento apoiado em mancais rígidos, que pode ser representado por:

$$\begin{bmatrix} M_{rr} & 0 \\ 0 & M_{rr} \end{bmatrix}\{\ddot{x}\} + \begin{bmatrix} K_{rr} & 0 \\ 0 & K_{rr} \end{bmatrix}\{x\} = \begin{Bmatrix} F_o \\ F_o - M_{rr}\cdot g \end{Bmatrix} \tag{3.69}$$

Onde:

M_{rr} é a massa do rotor.

K_{rr} é o coeficiente de rigidez do rotor.

F_{zo}, F_{yo} são, respectivamente, as forças de desbalanceamento vertical e horizontal.

g é a aceleração da gravidade.

Assumindo que a solução para os deslocamentos horizontal e vertical possa ser representada por uma série de Fourier obtém-se:

$$\begin{bmatrix} M_{rr} & 0 \\ 0 & M_{rr} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^{n} -j^2\omega^2\left(a_{jz}\sin\left(j\omega t\right) + b_{jz}\cos\left(j\omega t\right)\right) \\ \sum_{j=1}^{n} -j^2\omega^2\left(a_{jy}\sin\left(j\omega t\right) + b_{jy}\cos\left(j\omega t\right)\right) \end{Bmatrix} +$$
$$+\begin{bmatrix} K_{rr} & 0 \\ 0 & K_{rr} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} a_{0z} + \sum_{j=1}^{n} a_{jz}\sin\left(j\omega t\right) + b_{jz}\cos\left(j\omega t\right) \\ a_{0y} + \sum_{j=1}^{n} a_{jy}\sin\left(j\omega t\right) + b_{jy}\cos\left(j\omega t\right) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{zo} - M_{rr}\cdot g \\ F_{yo} \end{Bmatrix} \tag{3.70}$$

Isolando os coeficientes da série de Fourier da equação 3.68, e considerando uma série de Fourier com apenas duas freqüências (ω - síncrona e 2ω - 2×síncrona) obtém-se:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} & A_{16} & A_{17} & A_{18} & A_{19} & A_{110} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} & A_{26} & A_{27} & A_{28} & A_{29} & A_{210} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_{z0} \\ a_{y0} \\ a_{z1} \\ a_{y1} \\ a_{z2} \\ a_{y2} \\ b_{z1} \\ b_{y1} \\ b_{z2} \\ b_{y2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{zo} - M_{rr} \cdot g \\ F_{yo} \end{Bmatrix} \quad (3.71)$$

Onde:

$A_{12}, A_{14}, A_{16}, A_{18}, A_{110} = 0$

$B_{21}, B_{23}, B_{25}, B_{27}, B_{29} = 0$

$A_{11} = B_{22} = K_{rr}$

$A_{13} = B_{24} = -M_{rr}\omega^2 \sin(\omega t) + K_{rr} \sin(\omega t)$

$A_{15} = B_{26} = -4M_{rr}\omega^2 \sin(2\omega t) + K_{rr} \sin(2\omega t)$

$A_{17} = B_{28} = -M_{rr}\omega^2 \cos(\omega t) + K_{rr} \cos(\omega t)$

$A_{19} = B_{210} = -4M_{rr}\omega^2 \cos(2\omega t) + K_{rr} \cos(2\omega t)$

Substituindo a eq. 3.65 pode-se reescrever a eq. 3.70:

$$[A(t)]\{x^{\Gamma}\} = \{F(t)\} \quad (3.72)$$

Porém, a equação 3.71 tem dez incógnitas, referentes aos coeficientes da série de Fourier, e apenas duas equações onde a variável do tempo *t* permanece indefinida. Para completar o sistema e obter as dez equações necessárias para solução, a variável *t* é calculada em cinco instantes de tempo, definidos pela equação 3.66, e deste modo obteve-se o sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} A(t_0) \\ A(t_1) \\ A(t_2) \\ A(t_3) \\ A(t_4) \end{bmatrix} \{x^{\Gamma}\} = \begin{Bmatrix} F(t_0) \\ A(t_1) \\ A(t_2) \\ A(t_3) \\ A(t_4) \end{Bmatrix} \tag{3.73}$$

Para estudar a influência do modelo de mancal não-linear, o método da colocação trigonométrica foi aplicado a um rotor, modelado por elementos finitos, suportado por dois mancais cilíndricos, gerando um sistema de equações não-linear.

No próximo capítulo será apresentada a análise experimental utilizada neste trabalho, para verificar experimentalmente os modelos matemáticos propostos neste capítulo.

Capítulo 4

Análise Experimental

Neste capítulo será descrita a análise experimental utilizada neste trabalho, além de uma apresentação da bancada de testes do LAMAR (Laboratório de Máquinas Rotativas), localizado no Departamento de Projeto Mecânico (DPM) da Faculdade de Engenharia Mecânica da Unicamp. Em seguida a instrumentação utilizada nas medições na bancada será descrita, e o processamento dos dados será detalhado, com a apresentação dos programas de aquisição e processamento de sinais elaborados na interface *Labview*, utilizados para o levantamento das funções resposta em freqüência (FRF) da fundação e do rotor, e aquisição da resposta ao desbalanceamento do rotor e controle de rotação do motor. Será apresentada a modelagem do sistema completo, que utilizou o programa de simulação *Rotortest*, e rotinas escritas no *Matlab*.

4.1 Banco de testes

O banco de testes, utilizado neste trabalho, foi projetado por Dedini (1993) de forma a reproduzir o comportamento dinâmico de uma turbo-máquina de grande porte, montada sobre mancais hidrodinâmicos. Outra inovação deste banco de provas é o desacoplamento das forças nas direções vertical e horizontal obtido através de molas posicionadas nos suportes dos mancais.

Na figura 4.1 observa-se a bancada de testes, a instrumentação e o computador de aquisição de dados. A bancada onde está montado o experimento é composta por uma base de sustentação de concreto fixada ao piso do laboratório, sobre esta base existe um bloco de concreto suportado por um conjunto de molas e uma espuma de poliuretano de alta densidade, proporcionando um isolamento das vibrações provenientes do piso, e amortecimento ao movimento do bloco de concreto.

Figura 4.1: Computador de aquisição de dados (primeiro plano), instrumentação e banco de testes (segundo plano).

Sobre o bloco de concreto, encontra-se uma mesa de aço com rasgos em "T", para a fixação dos suportes da base metálica do rotor. Devido à furação desta base, é possível utilizar diversas configurações de suportes, mudando-se as formas de sustentação, usando molas ou colunas, ou ambas, como representado na figura 4.1 (fundação "semi-flexível"), ou utilizando posições diferentes para os suportes como mostrado na figura 4.2 (fundação "flexível"). Com esta versatilidade nas configurações dos suportes da base metálica é possível mudar a flexibilidade da fundação, e testar seus efeitos na dinâmica do rotor.

A base metálica permite a fixação de diversos conjuntos de mancais, em posições diferentes, no intuito de simular os vários eixos conectados de uma mesma máquina. Os mancais sustentam o rotor que é conectado ao motor por um acoplamento projetado e construído pela empresa Vulkan, especificamente para esta finalidade.

O motor elétrico de acionamento do rotor, com potência de 3 CV, é alimentado por um inversor que permite um controle preciso da rotação. Este inversor está conectado à porta serial do computador de aquisição de dados, que envia comandos para partida, mudança da freqüência de rotação e parada do motor. O suporte do motor tem ajuste de altura e está fixado diretamente

ao bloco de concreto. Este suporte foi construído para isolar os efeitos da massa do motor sobre a fundação metálica que afetaram negativamente as medições executadas por Cavalcante (2001).

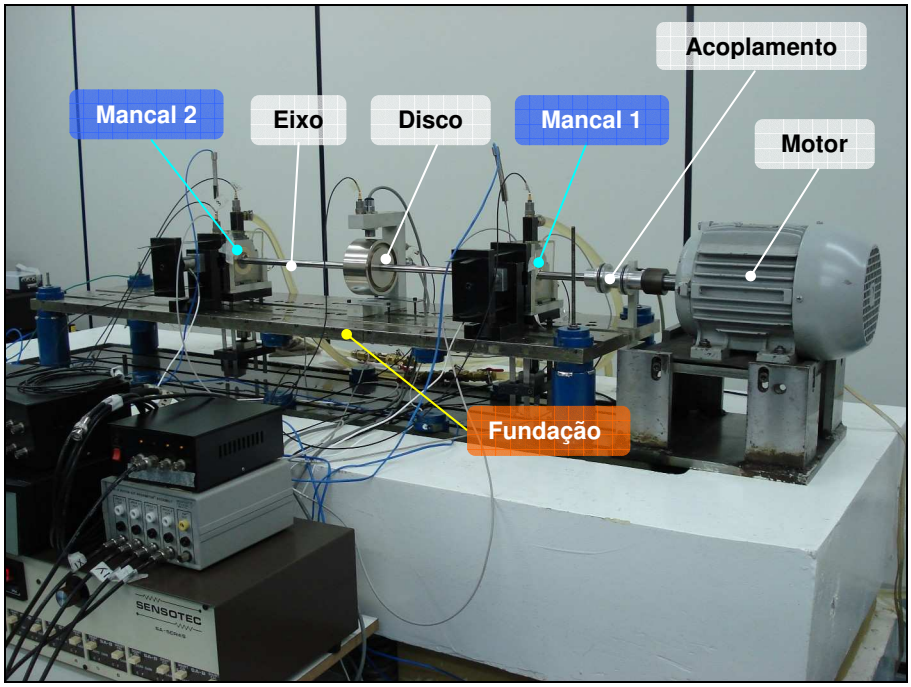


Figura 4.2: Banco de testes.

Os mancais hidrodinâmicos, mostrados na figura 4.2, foram identificados como mancal 1 (próximo ao motor de acionamento) e mancal 2 (próximo ao centro da base metálica), e suportam o rotor, que durante este trabalho foi testado em configuração Jeffcott/Laval, com o disco posicionado com o centro exatamente na metade da distância entre os mancais. Uma bomba dosadora envia o óleo de um reservatório com temperatura controlada a um sistema, composto por um filtro e um expurgador de bolhas, que alimenta os mancais. O óleo que escapa através das laterais dos mancais é recolhido e bombeado de volta para o reservatório.

4.2 Instrumentação

O banco de testes está equipado com uma instrumentação capaz de medir a temperatura do óleo nos mancais e no reservatório, a velocidade de rotação do rotor, os deslocamentos da massa, os deslocamentos do eixo dentro do mancal, a forças nos suportes dos mancais, e a aceleração de qualquer ponto da estrutura.

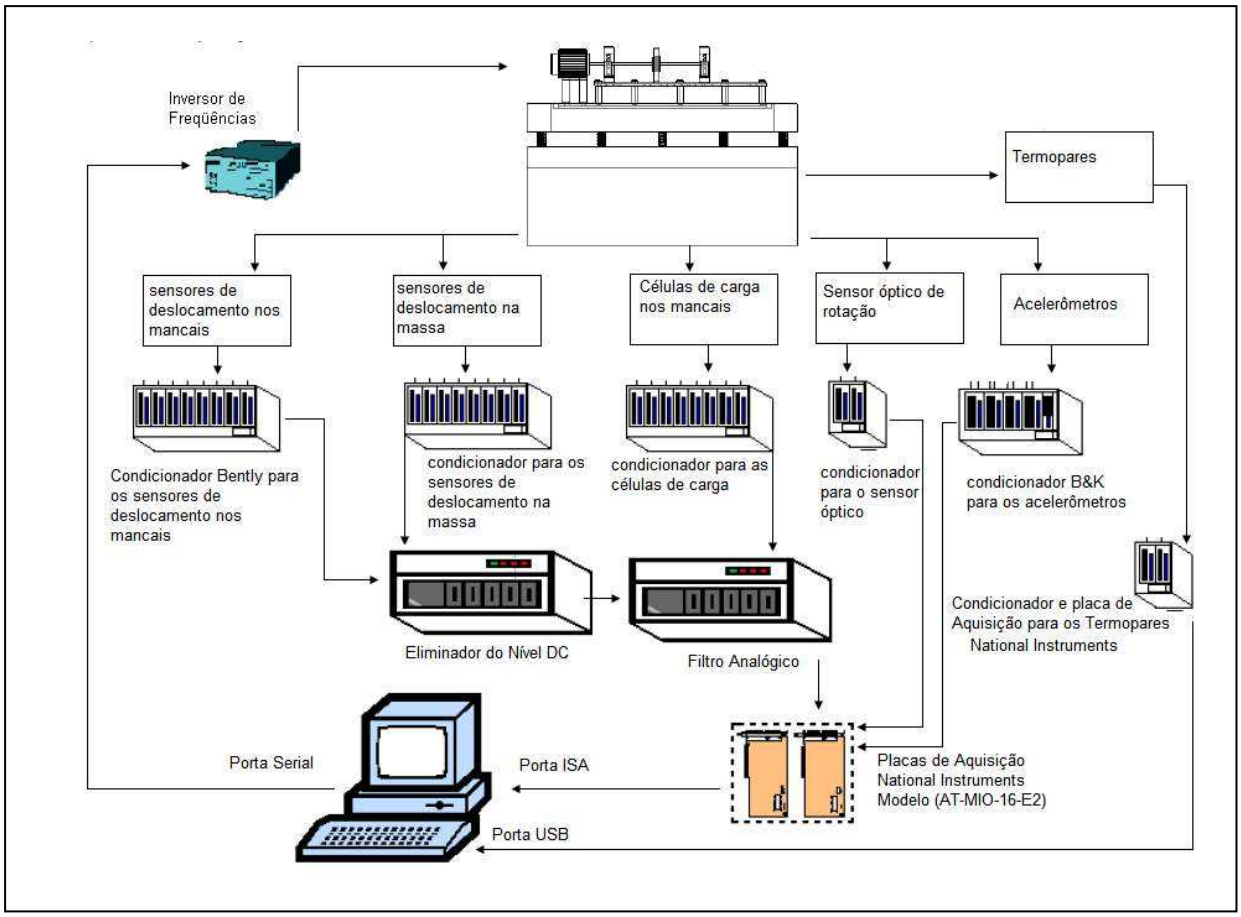


Figura 4.3: Esquema do sistema de instrumentação e controle.

O esquema de instrumentação e controle do banco de testes está representado na figura 4.3, onde se pode observar que os sinais provenientes de todos os instrumentos montados na bancada são condicionados antes de serem enviados para a placa de aquisição de dados. A placa transforma os sinais analógicos em sinais digitais, que são armazenados e processados pelo computador de aquisição de dados. O computador também controla a rotação do motor através de um programa de comunicação serial que envia comandos ao inversor, e recolhe os dados do sensor óptico de rotação instalado no eixo do rotor. Estes dados são representados por uma série de pulsos digitais, cada pulso representando uma volta do rotor. Pelo tempo entre estes pulsos é possível determinar precisamente a velocidade de rotação do rotor, que é utilizada por um controlador que envia os comandos ao inversor para correção da rotação.

A temperatura do óleo de lubrificação dos mancais é monitorada por termopares posicionados nas caixas dos mancais e no reservatório, o sinal dos termopares é interpretado,

condicionado e enviado por um equipamento de aquisição dedicado, que envia os sinais em forma digital diretamente ao computador de aquisição de dados.

A temperatura do óleo no reservatório é ajustada por um controlador ligado a uma resistência elétrica, que monitora a temperatura através de um termopar instalado no interior do reservatório.

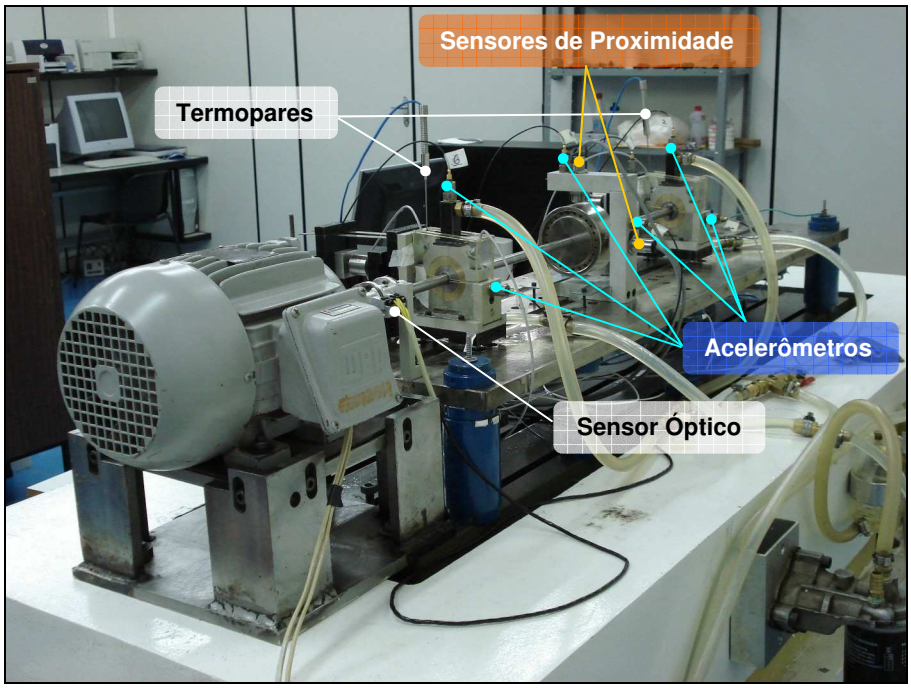


Figura 4.4: Instrumentação no banco de testes.

Os sensores montados na bancada de testes podem ser observados na figura 4.4. Os deslocamentos do disco e do eixo são medidos por sensores de proximidade, que segundo Dally et al. (1993), funcionam com base na variação de indutância gerada pela aproximação de uma superfície metálica. As acelerações são medidas por acelerômetros compostos de materiais piezoelétricos, também presentes nas células de carga que medem as forças aplicadas pelo rotor nos suportes dos mancais.

Os sinais dos sensores de deslocamento, força e aceleração são filtrados analogicamente, seja por filtros presentes nos condicionadores ou filtros externos, garantindo que o sinal amostrado pela placa de aquisição de dados não tenha o efeito de “aliasing”, causado por freqüências maiores que metade da taxa de amostragem.

Os sinais dos deslocamentos também passam por um instrumento de ajuste do nível constante do sinal, sendo possível ajustar a média do sinal a valores próximos a zero volts, permitindo um aumento do ganho na placa de aquisição, que passa a trabalhar em faixas de maior precisão (menores que -10/+10 V).

As taxas de amostragem utilizadas em todos os experimentos deste trabalho variaram de 2 kHz até 5 KHz, porém com a utilização dos filtros analógicos, a taxa de 2 kHz mostrou ser eficiente em todos os testes realizados, sendo possível utilizar taxas ainda menores.

4.3 Processamento de dados

Os dados digitais provenientes da placa de aquisição de dados são armazenados na memória do computador. Estes dados podem ser gravados em qualquer tipo de mídia digital, como o disco rígido ou disquetes, e então processados permitindo uma posterior análise dos resultados.

Para a aquisição de dados, geração de sinal e processamento do sinal foi utilizada a interface *Labview*, desenvolvida pela National Instruments, onde é possível montar através de diagramas de blocos um fluxo dos dados que segue a lógica implementada pelo programador.

Neste trabalho foram desenvolvidos dois programas nesta interface. O primeiro usado para geração de sinal, aquisição de dados e processamento de sinais dos experimentos para determinação da função resposta em freqüência (FRF) da estrutura de fundação nas diversas configurações testadas, e do rotor em operação. O segundo programa foi utilizado para o controle do inversor e aquisição de dados para determinar a resposta ao desbalanceamento do rotor (FRD).

O programa de medição da FRF, mostrado na figura 4.5, tem início com a entrada dos dados referentes à aquisição de dados e geração do sinal para o atuador eletro-dinâmico (shaker). Para a aquisição de dados, deve-se entrar com os canais a serem lidos, incluindo a indicação do canal onde está sendo recebido o sinal do transdutor de força ligado ao atuador, as constantes de transformação de volts em unidades físicas, e as posições referentes aos sensores. Também são necessários a taxa de amostragem, o tempo total de amostragem e o número de médias.

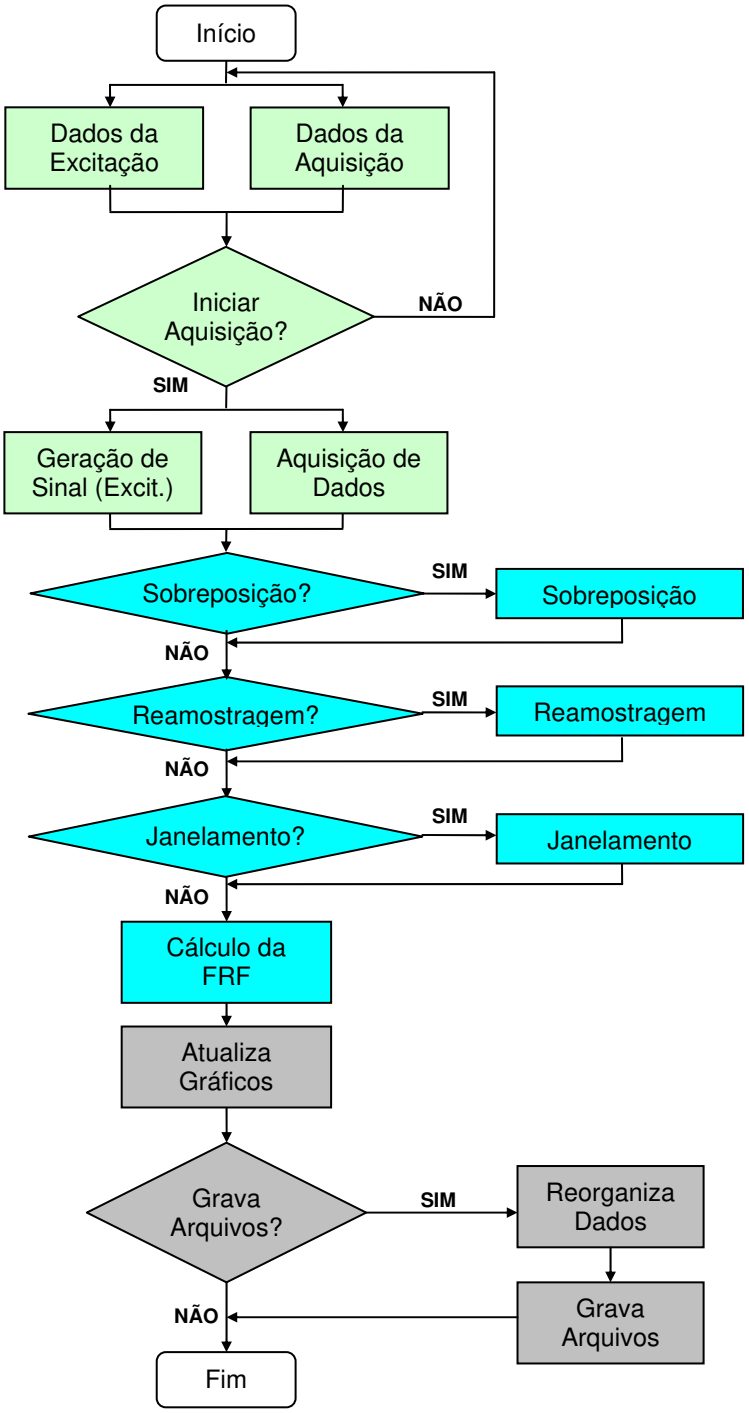


Figura 4.5: Fluxograma do programa para medição da FRF.

Para geração do sinal é necessário entrar com o tipo de sinal de excitação (ruído branco ou ruído aleatório periódico), a freqüência de geração e o tempo total de geração do sinal. Caso fosse necessária a limitação da faixa de freqüência do sinal gerado, poderia se aplicar um filtro digital passa-banda do tipo de impulso infinito.

Após a aquisição dos sinais poder-se-ia passar por um processo de sobreposição (overlapping), reduzindo o tempo total de amostragem, pois de acordo com McConnell (1995), ao aplicar um janelamento (windowing) a uma amostra de sinal, os dados em suas extremidades (início e fim) são ignorados. Para aproveitar estes dados, as amostras são intercaladas por um tempo menor que o tempo total de amostra.

A reamostragem (resampling) é um processo no qual os sinais podem ser reprocessados, simulando uma taxa de amostragem diferente da utilizada durante a aquisição. Para que este processo não gere "aliasing" no caso de uma taxa de amostragem menor, um filtro digital de pulso finito é utilizado para remover as freqüências acima da freqüência de Nyquist. Este processo é particularmente útil quando deseja-se limitar a freqüência máxima, e ao mesmo tempo reduzir o arquivo de dados.

O janelamento (windowing) é utilizado para reduzir o vazamento do sinal (leaking) no cálculo da transformada discreta de Fourier. O tipo de janela Hanning é tipicamente usado em experimentos com sinais aleatórios (Ewins, 1995), e apresenta melhor precisão na determinação da freqüência, enquanto o tipo "flat-top" tem melhor precisão na determinação da amplitude do sinal (McConnell, 1995).

A função resposta em freqüência (FRF) é calculada conforme o método apresentado por Bendat e Piersol (2000) na análise de sinais aleatórios. Este tipo de sinal apresenta uma característica importante, que influencia diretamente sua análise. Este sinal não é periódico, mesmo considerando um intervalo infinito de tempo. Como resultado disto, a FRF não pode ser calculada diretamente das transformadas de Fourier dos sinais de excitação e resposta.

Para resolver este problema são definidas duas funções periódicas que permitem descrever os sinais aleatórios: a função de auto-correlação e a função de correlação cruzada. Aplicando-se a transformada de Fourier a estas funções obtém-se respectivamente as densidades auto-espectral e espectral cruzada.

A FRF pode ser obtida dividindo-se a densidade espectral cruzada entre a excitação e a resposta pela densidade auto-espectral da excitação, ou dividindo-se a densidade auto-espectral

da resposta pela densidade espectral cruzada entre a resposta e a excitação. Outra medida importante obtida através das densidades espectrais dos sinais de resposta e excitação é a coerência, que é um fator que mede a qualidade da função resposta em freqüência, variando de zero a um, sendo que valores próximos a zero representam uma coerência baixa, sinalizando que existe algum problema na medição, como uma baixa relação sinal-ruído na entrada (ex.: força) ou na saída (ex.: deslocamento, aceleração), enquanto que valores próximos a um apontam uma coerência alta, assegurando que as medições são confiáveis.

Após os processamentos dos sinais, as FRFs podem ser gravadas na forma de arquivo texto, após um processo de organização, sendo facilmente lidas em planilhas de cálculo, programas matemáticos ou programas de geração de gráficos.

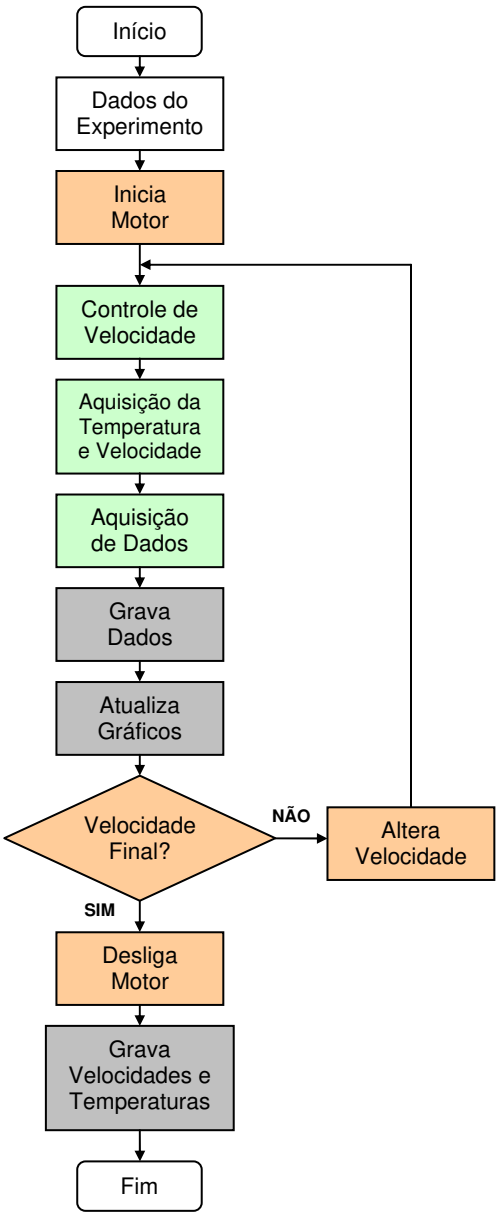


Figura 4.6: Fluxograma do programa para medição da FRD.

Na figura 4.6 é apresentado o fluxograma do programa de medição da resposta ao desbalanceamento (FRD). O primeiro passo do programa é a entrada de dados, onde são determinados os canais a serem medidos, as constantes de transformação de volts em unidades físicas de cada canal, a velocidade inicial de rotação do motor, a velocidade final de rotação, o

número de velocidades a ser medido no intervalo determinado, a taxa de amostragem, o tempo de amostragem e o número de médias.

Após a determinação de todos os parâmetros do teste, o procedimento experimental é iniciado, com a partida do motor até a sua velocidade inicial, que é conferida pelo sensor óptico de rotação, e se necessário, corrigida pelo controlador. Com a estabilização, a velocidade do rotor é, então, registrada junto com as temperaturas nos mancais e no reservatório, e é iniciada a aquisição de dados.

Com o fim da amostragem, os dados são gravados no computador, enquanto os gráficos de monitoramento do experimento são atualizados. Caso a velocidade atual seja igual à velocidade final, o motor é desligado, e os dados de temperatura e rotação são gravados, caso contrário a velocidade de referência é ajustada com o passo calculado através dos parâmetros definidos, e o controlador altera a velocidade do motor através do inversor até se atingir a velocidade referência, e o procedimento de aquisição é repetido.

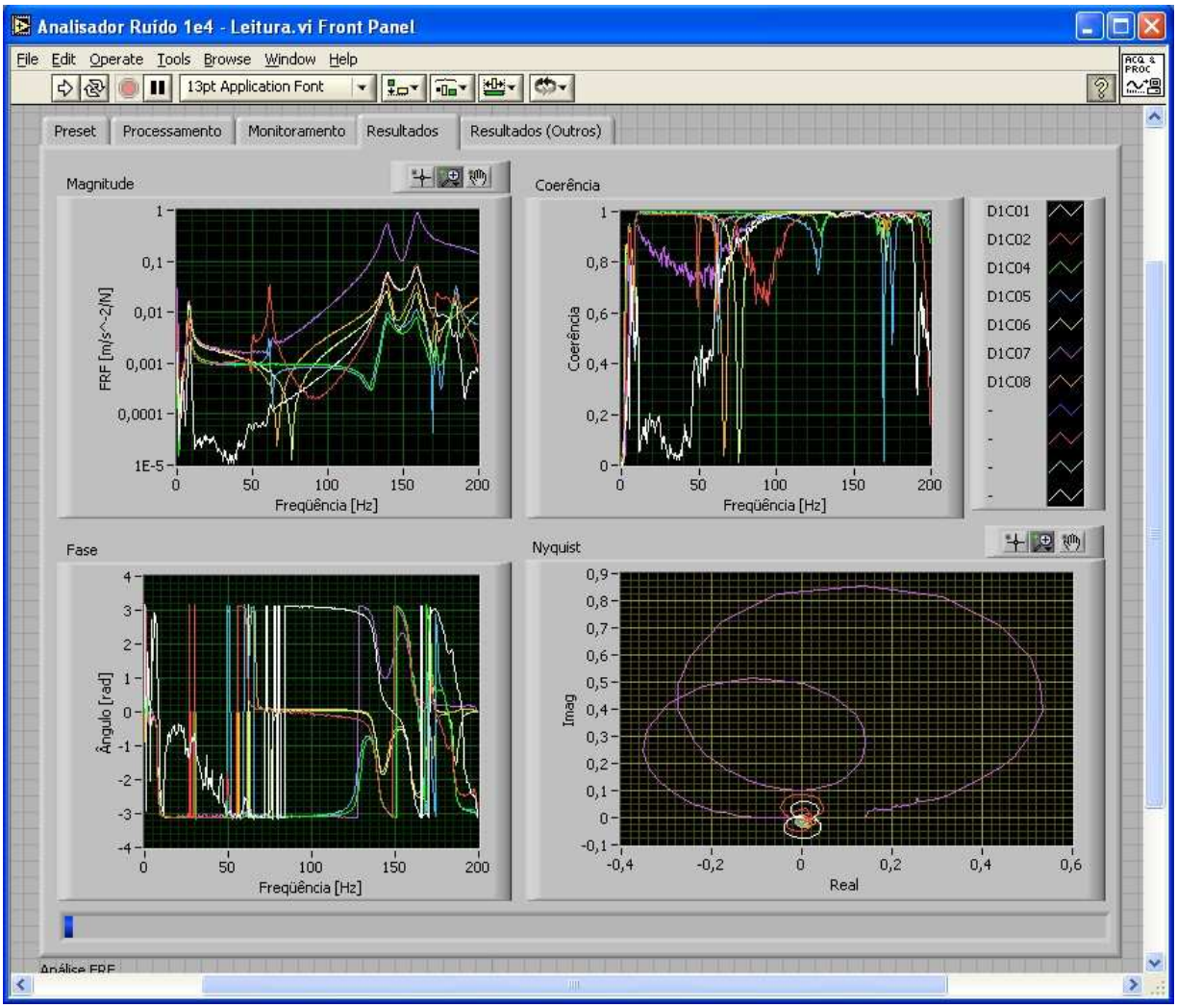


Figura 4.7: Tela de resultados do programa de medição da FRF.

Na figura 4.7 observa-se a tela de resultados do programa de medição da função resposta em freqüência, após o processamento dos dados. Nesta tela são apresentados os gráficos de magnitude das FRFs em escala logarítmica, o diagrama de fase em radianos, a coerência da FRF, e o gráfico de Nyquist, mostrando os eixos imaginário e real da FRF. Na parte inferior da tela, existe uma barra que aponta a evolução do processamento dos dados.

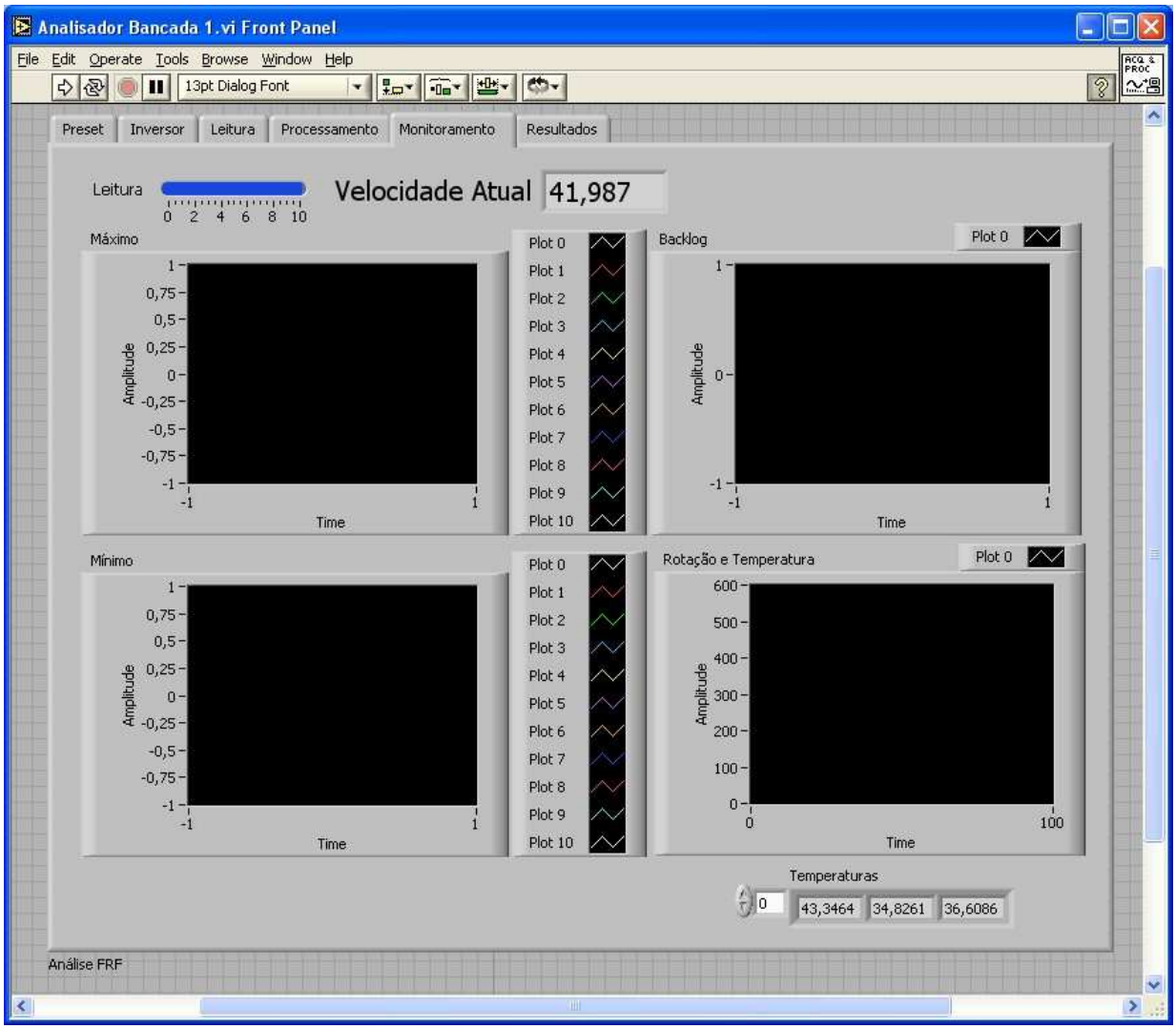


Figura 4.8: Tela inicial de monitoramento do programa de medição da FRD.

A figura 4.8 apresenta a tela de monitoramento do programa de medição da resposta ao desbalanceamento do rotor. Esta tela é similar à do programa de medição das FRFs, porém apresenta algumas informações adicionais como a velocidade atual do rotor e uma barra de evolução da leitura, onde é possível acompanhar qual leitura está sendo realizada em cada instante do experimento. Além destas informações, existem os gráficos de mínimo e máximo dos sinais captados pela placa, que servem de indicação caso o sinal supere os limites da placa, sendo que, neste caso, deve-se interromper o experimento e reajustar os ganhos. O gráfico de rotação e temperatura apresenta a evolução de ambos, a cada passo de velocidade. O gráfico de "Backlog" indica se os dados não foram transferidos da placa para a memória do computador, se existir uma

grande incidência de dados não transferidos, é preciso reduzir a taxa de amostragem ou o número de canais.

4.4 Procedimento experimental

Para compor o modelo teórico-experimental como descrito no Capítulo 3 são necessários os parâmetros modais obtidos através da análise modal da estrutura de fundação. Para permitir uma comparação entre configurações de fundação, foram utilizadas três formas distintas de sustentação da base metálica denominadas: rígida, semi-flexível e flexível.

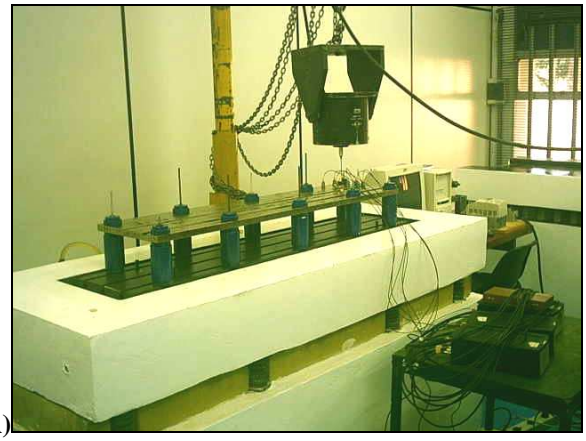
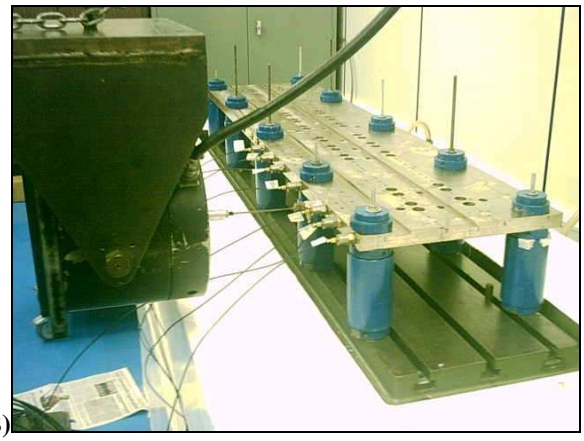
(A)  (B) 

Figura 4.9: Fundação rígida excitada verticalmente (A) e horizontalmente (B).

A fundação denominada “rígida“, mostrada na figura 4.9, é quando a base metálica é sustentada por dez colunas. Esta configuração deve apresentar maior rigidez, e deste modo, o comportamento dinâmico do rotor não deveria ser afetado por modos flexionais.

Na figura 4.10a é apresentada a fundação flexível, onde a base metálica é apoiada em quatro colunas fixadas em suas extremidades, sendo a configuração de menor rigidez, sendo esperado que os modos flexionais da fundação afetem a resposta do rotor. Na figura 4.10b observa-se a fundação semi-flexível, sustentada por seis molas e quatro colunas. Esta configuração foi utilizada para se obter uma rigidez intermediária da fundação, com um comportamento entre a configuração rígida e a flexível.

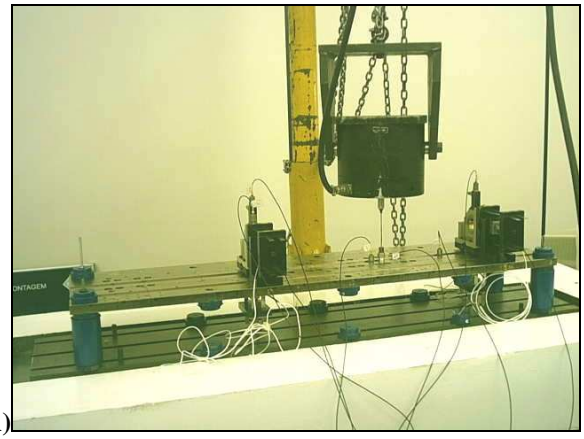
(A)  (B)

Figura 4.10: Fundação flexível com os apoios de mancal (A) e fundação semi-flexível (B).

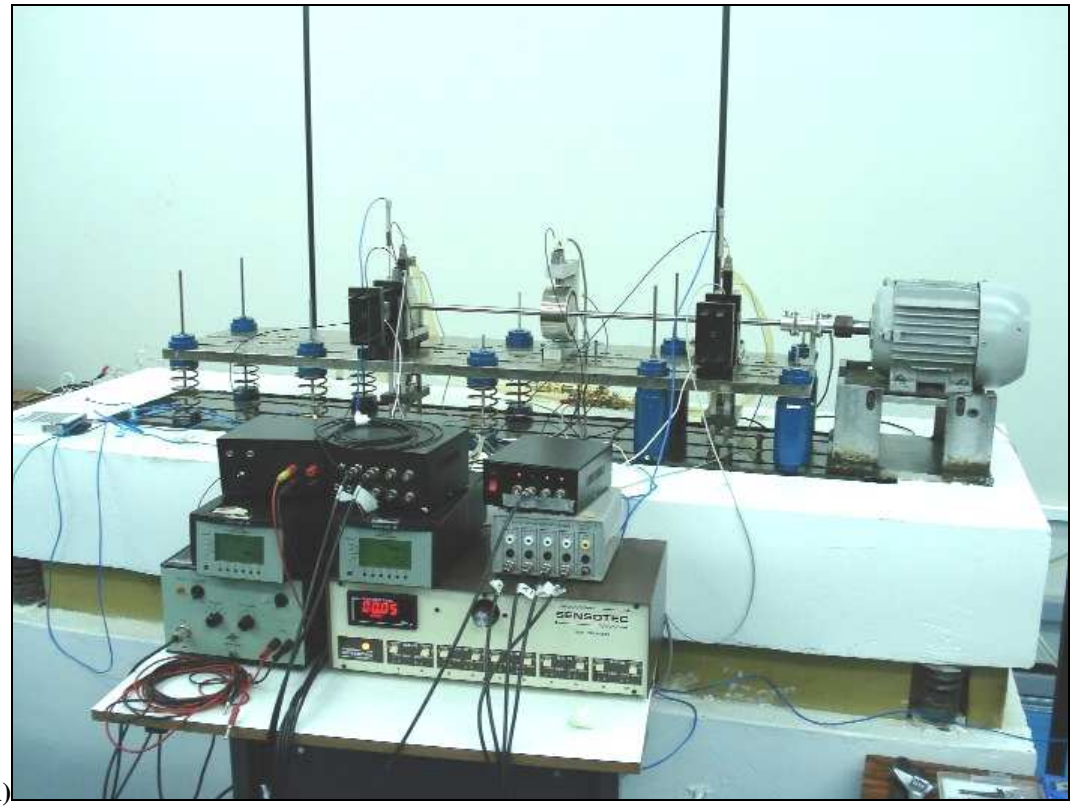
Para verificar os efeitos dos apoios de mancal, as fundações foram testadas com e sem os apoios. Como primeira hipótese considerou-se que estes elementos seriam suficientemente rígidos, não afetando a resposta da fundação, porém isto não foi confirmado, como será demonstrado no próximo capítulo.

Após os testes com fundação (ou estrutura de suporte), foram realizados os testes de resposta ao desbalanceamento e função de resposta em freqüência do rotor.

Testes experimentais preliminares apontaram que o primeiro modo de vibrar do rotor estaria entre 22 e 26 Hz, sendo assim a instabilidade de filme de óleo deveria ocorrer entre 44 e 52 Hz. Para evitar danos aos instrumentos de medição e ao banco de testes, limitou-se o teste de desbalanceamento em duas faixas, de 3 a 21 Hz, e de 27 a 42 Hz, evitando as vibrações decorrentes da ressonância do rotor e da instabilidade de filme de óleo.

Para o teste de resposta em freqüência do rotor, foi escolhida uma rotação de 30 Hz, considerada segura, pois a excitação aplicada pelo atuador no eixo não o induziria em um comportamento instável. E como as características do rotor se alteram com a velocidade, como foi descrito no Capítulo 3, manter-se próximo à freqüência de ressonância do rotor (22 a 26 Hz), reproduziria com mais veracidade o comportamento do rotor durante a ressonância.

(A)



(B)

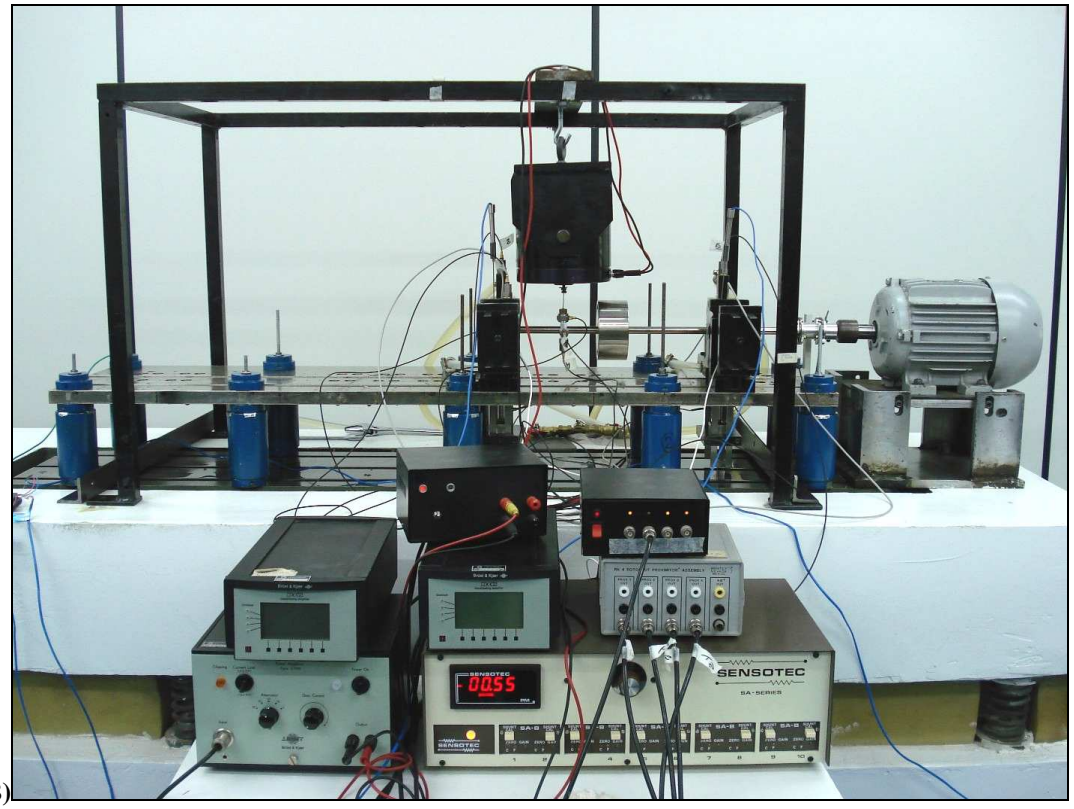


Figura 4.11: Teste de resposta ao desbalanceamento em fundação semi-flexível (A), e teste de função resposta em freqüência em fundação rígida (B).

O banco de testes com o rotor montado em fundação semi-flexível é mostrado na figura 4.11a, para o teste de resposta ao desbalanceamento, realizado nas duas faixas de rotação mencionadas anteriormente.

Na figura 4.11b observa-se o dispositivo utilizado para análise da resposta em freqüência onde está montado um atuador que está conectado ao eixo do rotor por um dispositivo rotativo, no qual são medidas as acelerações vertical e horizontal do eixo, e a força aplicada pelo atuador. O dispositivo foi confeccionado em alumínio, para minimizar sua influência sobre a dinâmica do rotor, e internamente possui um rolamento de esferas, reduzindo consideravelmente o momento aplicado pelo eixo ao dispositivo devido ao atrito entre ambos. Foram realizadas medições preliminares com um mancal deslizante auto-lubrificante, porém o momento gerado no contato entre o dispositivo e o eixo foi suficiente para girar o dispositivo e prejudicar as medições.

A estrutura de suporte do atuador, apresentada na figura 4.11b, tem uma clara desvantagem, pois está apoiada diretamente sobre o bloco de concreto, o que neutraliza a influência dos modos de corpo rígido da fundação na resposta do rotor, porém mantém os modos flexionais da base metálica da estrutura de suporte.

As três configurações foram medidas com mancais hidrodinâmicos com folga diametral de 180 μm, sendo o mancal de menor folga, e portanto maior rigidez, foi utilizado para uma melhor identificação do efeitos da estrutura de suporte.

Com o rotor montado sobre a fundação rígida, foram testados mancais com folgas diametrais de 180 μm e 250 μm, o que altera o amortecimento e rigidez dos mancais. O óleo lubrificante ISO VG 32 foi testado nas duas folgas diametrais em temperaturas de aproximadamente 27ºC e 35ºC, pois sabe-se que a viscosidade do óleo, que também determina a rigidez e o amortecimento dos mancais hidrodinâmicos, é função da temperatura, e quanto maior a temperatura menor a viscosidade.

4.5 Modelagem da bancada experimental

O banco de testes foi modelado através do programa de simulação *Rotortest*, como mostrado na figura 4.12. O eixo do rotor, com 600 mm comprimento e 12 mm de diâmetro, foi modelado por 32 elementos de viga pelo método de elementos finitos. Como foi utilizada uma

configuração Jeffcott, com a massa (disco) de 2,3 kg centrada entre os mancais, não foram incluídos efeitos giroscópicos.

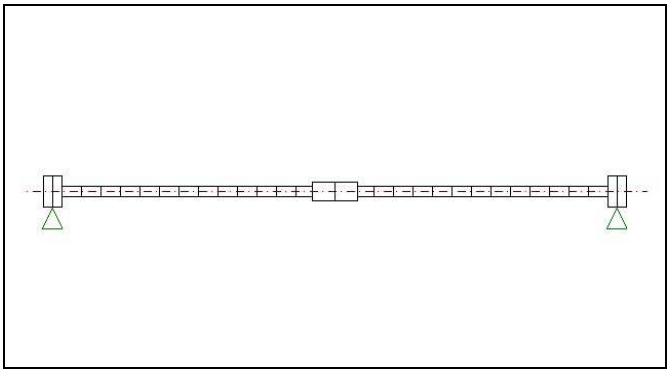


Figura 4.12: Modelo em elementos finitos do rotor (Rotortest).

Os coeficientes de amortecimento e rigidez dos mancais hidrodinâmicos (figura 4.13), foram calculados pelo método de diferenças finitas, com um modelo de mancal finito, no qual são considerados os fluxos axiais e circunferenciais do filme de óleo. As duas folgas diametrais e duas temperaturas de óleo foram utilizadas nos cálculos de resposta ao desbalanceamento.

O *Rotortest* possui um módulo para cálculo da resposta síncrona do rotor e análise de instabilidade. Este módulo foi utilizado para obtenção dos resultados de resposta ao desbalanceamento do rotor, integrando, através do método das coordenadas mistas, o efeito da fundação ao sistema rotor-mancais. A simulação contemplou uma faixa de 0 a 60 Hz, sendo mais abrangente que as regiões testadas experimentalmente, o que poderia revelar um novo resultado.

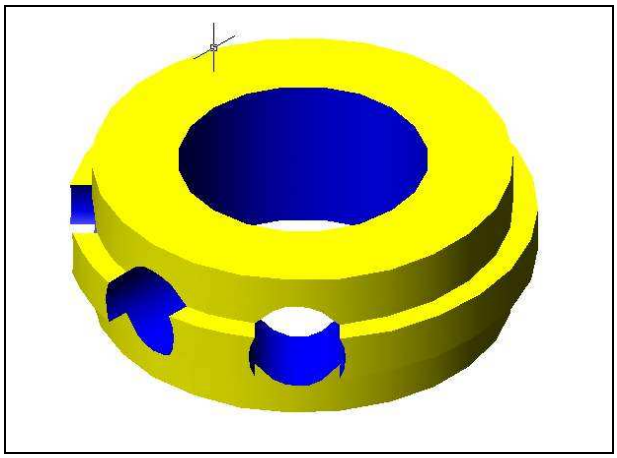


Figura 4.13: Vista em perspectiva do mancal hidrodinâmico.

Para a análise modal complexa, as funções resposta em freqüência direcionais do rotor foram calculadas com um novo módulo de cálculo desenvolvido na linguagem *Matlab*. A análise modal complexa foi realizada apenas na faixa de 15 a 28 Hz, região de ressonância do rotor, onde a FRF do rotor foi utilizada em substituição ao teste de resposta ao desbalanceamento.

Como o cubo do eixo tem 31 mm de diâmetro e 20 mm de largura, caracterizando uma relação L/D igual a 0,64, próxima a relação de 0,5 dos mancais curtos (Childs, 1993), foi utilizada a solução analítica para o mancal curto proposta por Capone (1991) para se obter a resposta harmônica do rotor.

O módulo de cálculo da resposta harmônica (método da colocação trigonométrica) ainda não contempla o método das coordenadas mistas, por isso na modelagem do sistema rotor-mancais foi considerada uma fundação rígida. Pela análise da resposta harmônica do rotor, durante os testes experimentais, foram detectadas que a resposta síncrona (f_s), a segunda harmônica ($2\times f_s$ - duas vezes maior que a freqüência síncrona) e a terceira harmônica ($3\times f_s$ - três vezes maior que a freqüência síncrona), apresentavam respostas com amplitude significativa, por isso estas freqüências foram utilizadas no cálculo da resposta harmônica.

As respostas harmônicas experimentais e calculadas serão analisadas no próximo capítulo, assim como todos os experimentos e suas respectivas simulações detalhadas neste capítulo.

Capítulo 5

Resultados e Discussões

Neste capítulo são apresentados os resultados experimentais obtidos na bancada de testes do Laboratório de Máquinas Rotativas (LAMAR). Estes foram confrontados com as simulações computacionais dos vários modelos de fundação testados, assim como os mancais hidrodinâmicos cilíndricos com diferentes folgas.

A primeira etapa foi a medição experimental da função resposta em freqüência da fundação em três configurações distintas, com a base principal apoiada sobre dez colunas de aço, considerada rígida, e duas montagens flexíveis, apoiada com quatro colunas nas extremidades da base, e apoiada sobre seis molas e quatro colunas distribuídos ao longo de seu comprimento.

Nesta fase, a fundação foi testada com e sem os apoios de mancal para permitir estudar a influência deste componente no comportamento dinâmico da fundação. Por se tratar de uma estrutura sem partes rotativas, e sem componentes anisotrópicos, a análise modal foi adotada para identificar as características modais da fundação.

Como foi apresentado anteriormente um programa desenvolvido na interface *Labview* foi utilizado para gerar um ruído branco na placa de aquisições, sendo que este sinal foi amplificado e transmitido ao atuador (*shaker*), para que a estrutura fosse excitada no ponto de interesse (*driving point*). Na extremidade do *stinger* foi fixado um transdutor de força, permitindo que esta fosse devidamente medida. Também foi fixado um acelerômetro na posição do ponto de interesse para medição da aceleração neste ponto.

Estes dados de força e aceleração foram condicionados e enviados para a placa de aquisição, na qual utilizou-se uma taxa de amostragem de 2 a 5 kHz e um tempo total de

amostragem que variou de 100 a 200 segundos. Os sinais digitais foram processados pelo mesmo programa que gerou o sinal de excitação. Neste processamento, o sinal pode passar por filtragem digital, reamostragem (*resampling*), sobreposição (*overlapping*) e janelamento (*windowing*) dependendo dos requisitos do experimento. Após este primeiro processamento, a função resposta em freqüência (FRF) é calculada através da auto-correlação e correlação cruzada entre os sinais de força e aceleração.

Como resultado deste último processamento, obtém-se além da FRF, a coerência, a qual pode ser utilizada para determinar a qualidade do sinal adquirido. A resolução em freqüência da FRF usada variou de 0,1 a 0,5 Hz, utilizando-se de 25 a 200 médias. A maior resolução (0,1 Hz) foi aplicada a FRFs com ressonâncias pouco amortecidas, aumentando o número de pontos disponíveis na região da ressonância e, conseqüentemente, melhorando o ajuste do círculo modal.

Através das FRFs, é possível fazer uma análise modal da estrutura testada, e determinar seus parâmetros modais, que são necessários para o cálculo de seu comportamento dinâmico, e que neste caso, são integrados aos modelos teóricos do rotor e dos mancais, e deste modo, pode-se simular computacionalmente, o comportamento do sistema completo, proposto neste trabalho, rotor-mancal-fundação.

Na análise modal são identificadas as freqüências naturais da estrutura, através da análise das médias quadráticas das componentes imaginárias (MQCI) das FRFs. Esta técnica permite uma identificação e seleção dos modos de MQCI, que também apresentariam maior influência no comportamento dinâmico do sistema completo. A partir das freqüências naturais, é possível calcular o coeficiente de amortecimento de cada um dos modos considerados, através da derivada do diagrama de fase. E então são calculadas as amplitudes e fase dos modos, através da técnica de ajuste de círculo (*circle-fit*). Por último são calculadas as massas generalizadas, através da minimização do erro entre a FRF experimental e a FRF calculada com os parâmetros modais.

Para um melhor ajuste dos parâmetros modais, são utilizados dois métodos de otimização, o primeiro baseado na busca pela razão áurea e o método de mínimos quadrados, e o segundo baseado no método de Levenberg-Marquardt, que é um método de mínimos quadrados não linear. Os resultados obtidos pelos diferentes métodos são comparados com a FRF experimental, e deste modo o erro de cada método pode ser calculado.

Os parâmetros modais calculados são colocados no programa de simulação *Rotortest*, desenvolvido por Cavalca e Dedini em 1992, e que utiliza o método de coordenadas mistas para a

integração dos dados de massa, amortecimento e rigidez da fundação, aos respectivos dados do rotor e dos mancais. Este método evita a inversão da matriz de flexibilidade da fundação, reduzindo significativamente o tempo de cálculo da resposta do sistema completo.

Para efeito de validação dos resultados do modelo teórico-experimental, uma montagem similar foi utilizada na bancada de testes composta por um rotor em configuração Jeffcott (ou Laval) e dois mancais hidrodinâmicos, cujos apoios foram testados durante a análise modal. O rotor é acionado por um motor elétrico de 3,0 CV, através de um acoplamento da Vulkan, especialmente projetado para este propósito.

Para obtenção dos resultados, utilizou-se o sistema controlado pelo *Labview*, citado anteriormente, no qual o programa controla a rotação do motor, enviando sinais pela interface serial para o inversor, então a rotação é medida através do sensor ótico posicionado no acoplamento do motor, e se necessário um controlador faz a correção da rotação, até atingir o valor desejado.

Para excitação do sistema foi considerado apenas o desbalanceamento do disco. Os sensores de aceleração foram posicionados nos suportes de mancal, nas mesmas posições da análise modal, e o deslocamento relativo do eixo foi medido através de sensores de proximidade instalados dentro dos suportes de mancal. A temperatura foi monitorada em três diferentes posições, na saída de óleo do mancal 1 (próximo ao motor), na saída de óleo do mancal 2, e no reservatório. Isto permitiu calcular a viscosidade do fluido com maior precisão, melhorando o cálculo dos coeficientes de amortecimento e rigidez dos mancais.

O programa fez uma escada de rotações com passo de 0,5 Hz, e a faixa de rotações próxima à freqüência de ressonância do eixo foi evitada (entre 22 e 26 Hz), devido à vibração excessiva do rotor que poderia causar danos ao equipamento. A máxima freqüência também foi limitada em 42 Hz para evitar a faixa de rotações onde se inicia a instabilidade de filme de óleo, que também causa vibração excessiva, e poderia prejudicar a bancada.

Foram obtidas as respostas ao desbalanceamento, nas três configurações propostas, além da utilização de um mancal com folga maior sobre a base rígida, para demonstrar os efeitos do aumento da folga sobre o comportamento do rotor, e permitir uma comparação dos modelos linear e não-linear de mancal hidrodinâmico.

Para obtenção de resultados na faixa de rotações na freqüência de ressonância do rotor, utilizou-se um dispositivo para excitar o rotor em funcionamento, composto por um shaker, um

transdutor de força e dois acelerômetros montados numa base rotatória fixada em um ponto do eixo, permitindo que fossem feitas medições com o eixo em movimento. Com este dispositivo foram adquiridos dados da resposta direta e cruzada, com o excitador montado nas posições horizontal e vertical, o que tornou possível a análise modal complexa do sistema, neste ponto do eixo, e a distinguir os modos diretos e retrógrados do rotor.

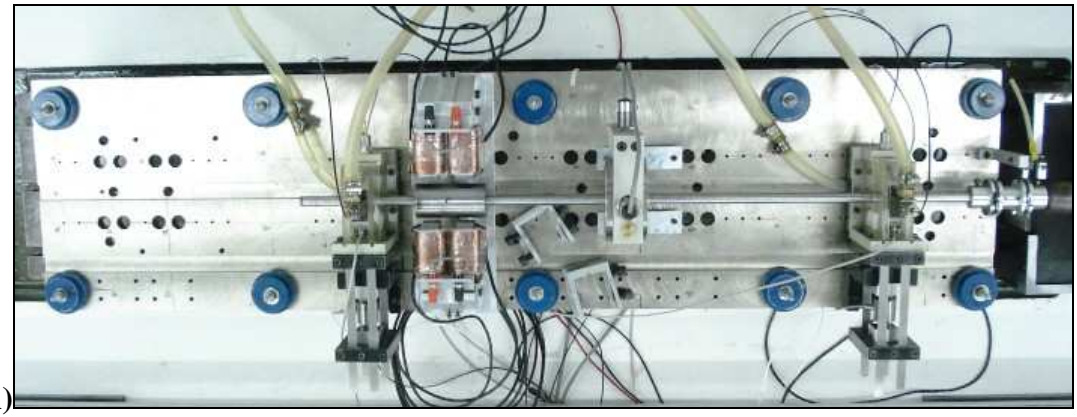
Estes resultados foram então comparados com os dados simulados, através do programa de análise modal complexa desenvolvido neste trabalho, que é uma extensão do programa *Rotortest*, e permite a obtenção da resposta complexa do sistema completo rotor-mancal-fundação.

Como última parte da apresentação dos resultados experimentais, são comparados os modelos linear e não-linear do mancal hidrodinâmico, com a resposta obtida nos testes, e assim são apresentadas as vantagens e desvantagens de cada um dos modelos na representação do sistema real.

5.1 Função resposta em freqüência da fundação

Para a medição da função resposta em freqüência da fundação (FRF), a base metálica que serve de suporte para os apoios de mancal foi dividida em 105 pontos como pode ser observado na figura 5.1. Esta base permite a fixação dos apoios em diversos pontos, porém para os experimentos apresentados neste trabalho, eles foram fixados nas posições demarcadas pelos pontos 21, próximo ao motor de acionamento, e 73, próximo ao centro da base. O sistema de referência utilizado durante as medições está no topo superior direito da figura 5.1b.

(A)



(B)

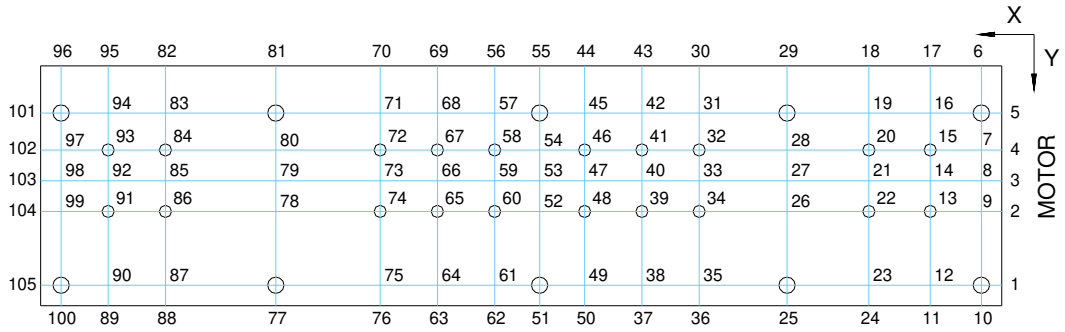


Figura 5.1: Vista superior da bancada de testes (A) e os pontos de medição na superfície da base metálica (B).

Além dos pontos da base metálica, os pontos dos apoios de mancais que foram testados podem ser observados na figura 5.2. Estes pontos são de extrema importância, pois é a partir da análise modal da FRF destes locais que a influência da fundação é incorporada ao modelo do sistema completo rotor-mancais-fundação.

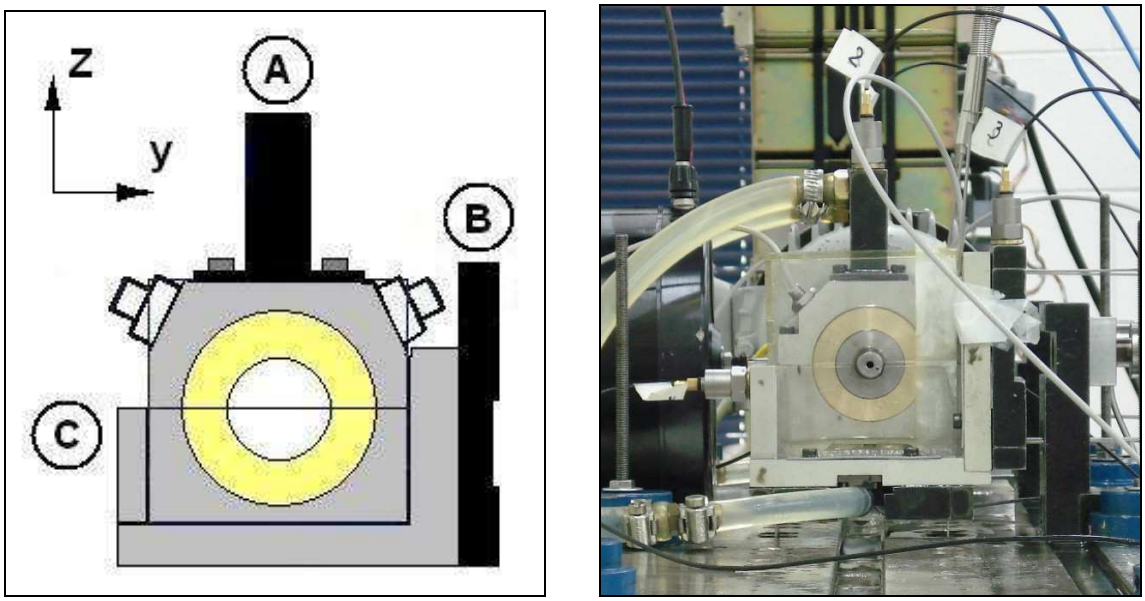


Figura 5.2: Pontos de fixação dos acelerômetros no suporte do mancal.

Na figura 5.2, pode-se observar que o ponto *A* corresponde ao deslocamento vertical do mancal, e o ponto *C* ao deslocamento horizontal, enquanto que o ponto *B* é utilizado apenas para verificar a vibração do suporte do apoio do mancal. O sistema de referência, adotado para as medições, mostrado na fig. 5.2 é o mesmo da figura 5.1, porém pode-se observar o sentido do eixo Z (vertical).

É importante destacar que apesar de terem sido medidas as acelerações dos pontos de interesse, as FRFs apresentadas neste capítulo são os deslocamentos da fundação em função da força, denominada de receptância.

5.1.1 Função resposta em freqüência da fundação rígida

O primeiro teste experimental foi realizado com uma configuração denominada “rígida”, onde a base foi fixada sobre dez colunas de aço, como mostrado na figura 5.3. O objetivo principal desta configuração era o teste do rotor sem a influência dos modos flexionais da fundação.

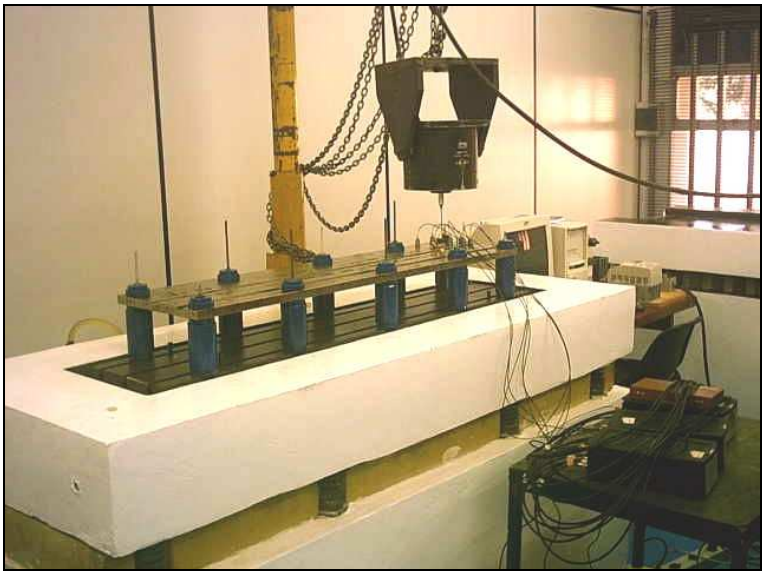


Figura 5.3: Fundação rígida, base metálica fixada em dez colunas (em azul).

Inicialmente a fundação foi excitada verticalmente (eixo Z) no ponto 21, e a aceleração de todos os pontos na superfície foi medida. Em seguida, o excitador foi posicionado no ponto 24, e aceleração dos pontos determinados nas laterais da base metálica, e alguns pontos na superfície da base foram medidos.

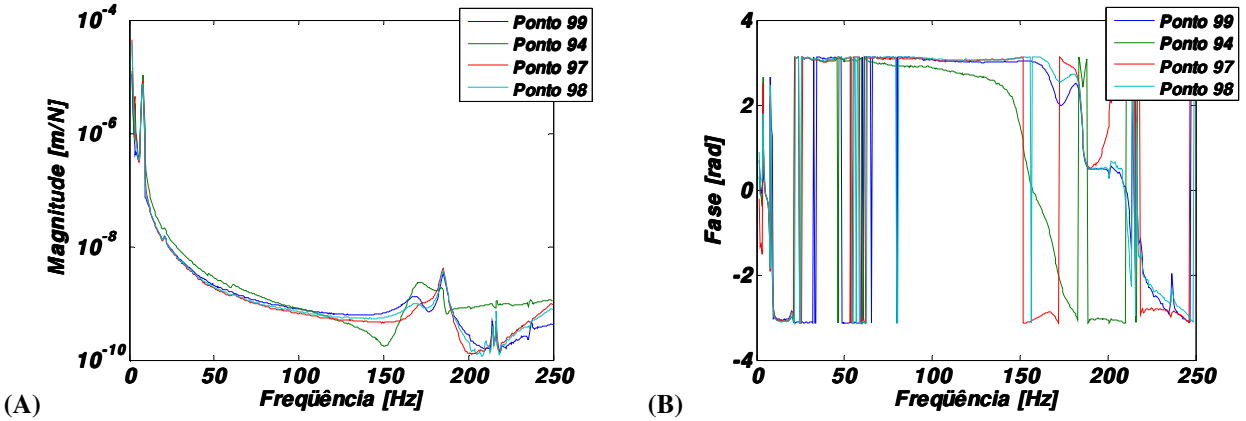
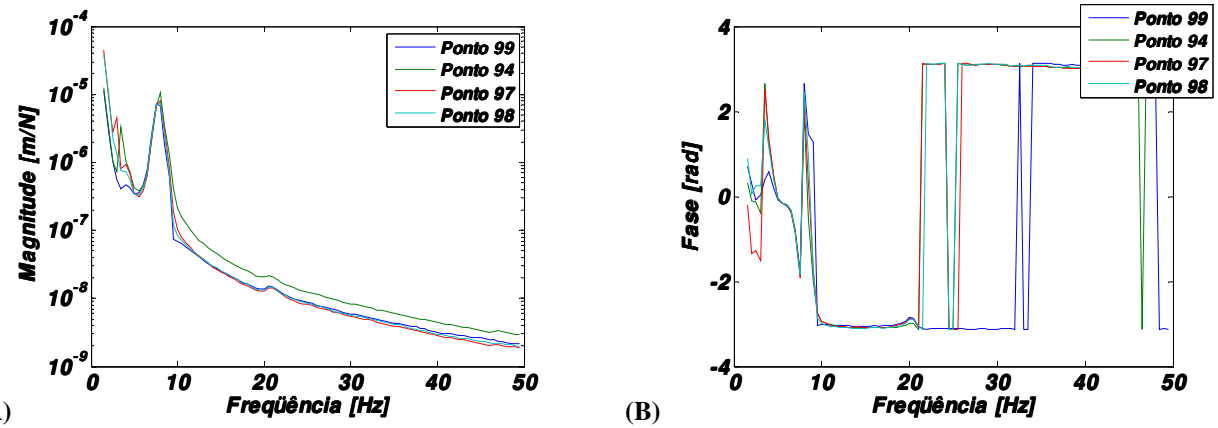


Figura 5.4: FRF da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) excitada verticalmente.

Na figura 5.4 são mostradas as FRFs relativas a alguns pontos da superfície da base metálica, e é possível observar alguns modos de corpo rígido abaixo de 10 Hz, que correspondem aos modos da estrutura inteira, incluindo o bloco de concreto apoiado sobre a espuma e as molas. Outros três modos podem ser observados acima de 150 Hz, o primeiro em aproximadamente 170

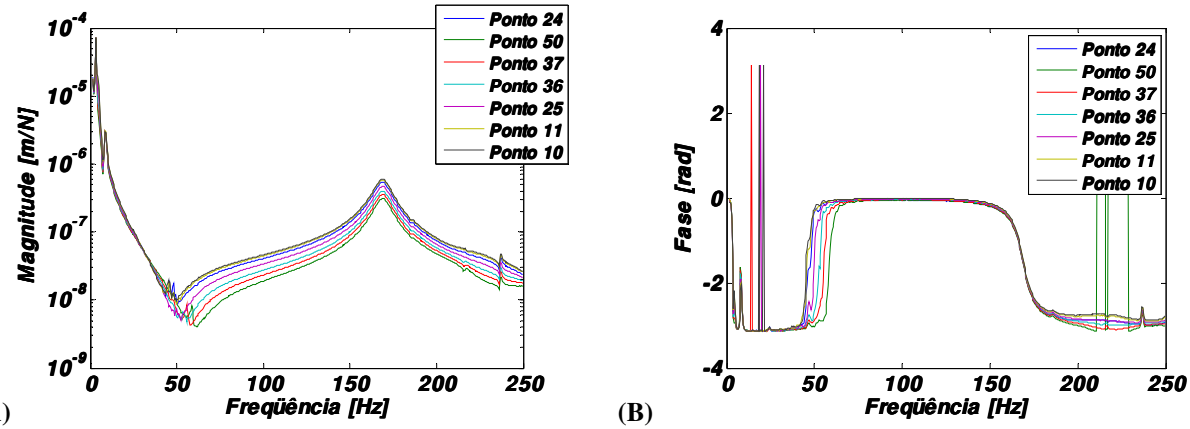
Hz, o segundo em 180 Hz, e o terceiro em 220 Hz. Porém, não foram encontrados modos significativos na faixa de operação do rotor a ser testado (0 a 50 Hz).



(A) (B)

Figura 5.5: FRF da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) excitada vert. (0 a 50 Hz).

Detalhando a FRF na faixa de operação do rotor, pode-se observar na figura 5.5 a existência de pelo menos dois modos abaixo de 10 Hz, o primeiro em 3 Hz, de amplitude menor comparando-se ao modo em 7,5 Hz, que são modos de corpo rígido como pode ser visto no Apêndice. Além destes, existe um modo com baixa amplitude e bastante amortecido em 21 Hz, que coincide com a faixa de ressonância do rotor, que está em torno de 22 Hz.

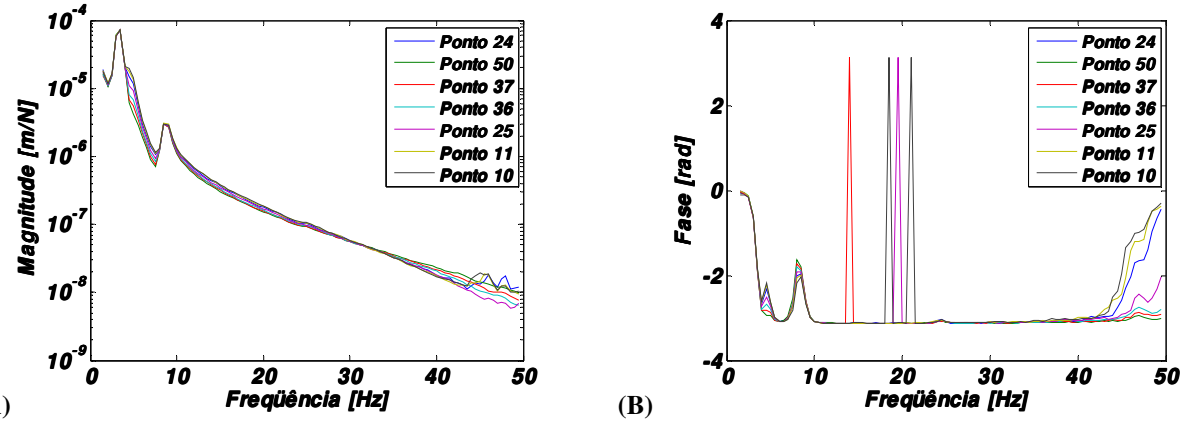


(A) (B)

Figura 5.6: FRF da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) excitada horiz. (eixo X).

Na figura 5.6 são mostradas as FRFs de pontos posicionados na lateral da base metálica, e assim como as FRFs do pontos da superfície da base, os modos estão concentrados abaixo de 10

Hz (modos de corpo rígido) e acima de 150 Hz. Pelo diagrama de fase, um modo pode ser observado em 170 Hz.



(A) (B)

Figura 5.7: FRF da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) excitada horiz. (0 a 50 Hz).

Na figura 5.7 ficam mais evidentes os modos de corpo rígido da fundação que podem ser visualizados no Apêndice, sendo que o primeiro está em 3 Hz, existindo um segundo modo próximo a 5 Hz, e o terceiro modo, de menor amplitude, em 8 Hz. Modos de menor amplitude são apresentados pela estrutura de 45 Hz a 50 Hz, que é o limite superior da faixa de operação do rotor para os experimentos deste trabalho.

Ao final dos testes experimentais com a fundação rígida foram acrescentados os dois suportes dos mancais hidrodinâmicos, onde se apoiará o rotor, para verificar a resposta em freqüência destes componentes.

Como hipótese inicial, considerou-se que os suportes tinham pouca influência sobre o comportamento da fundação, porém como poderá ser observado a seguir, os suportes são bastante flexíveis, apresentando diversos modos de vibrar na faixa de 0 a 250 Hz utilizada para representar o comportamento dinâmico da fundação.

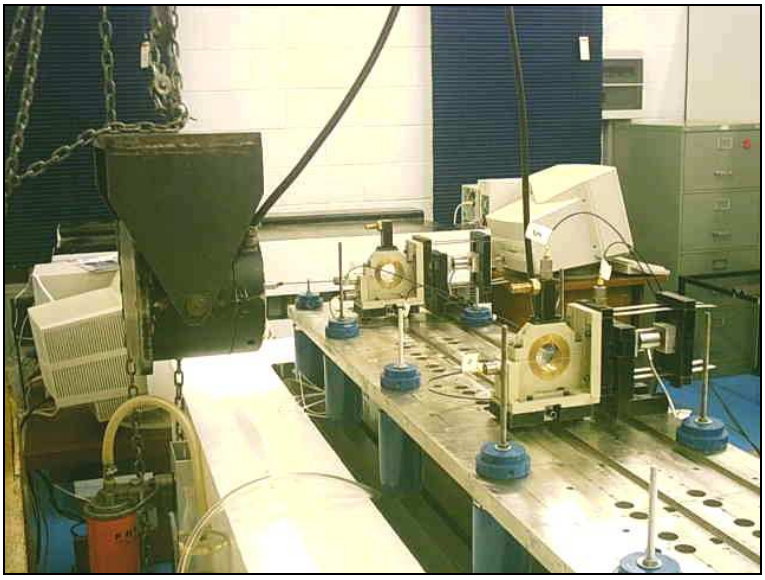


Figura 5.8: Fundação rígida com apoios de mancal, excitada horizontalmente.

Na figura 5.8 é mostrado o excitador montado horizontalmente, aplicando na força no ponto *C* do mancal 1 fixado no ponto 21 da base metálica, próximo ao motor elétrico utilizado para acionar o rotor.

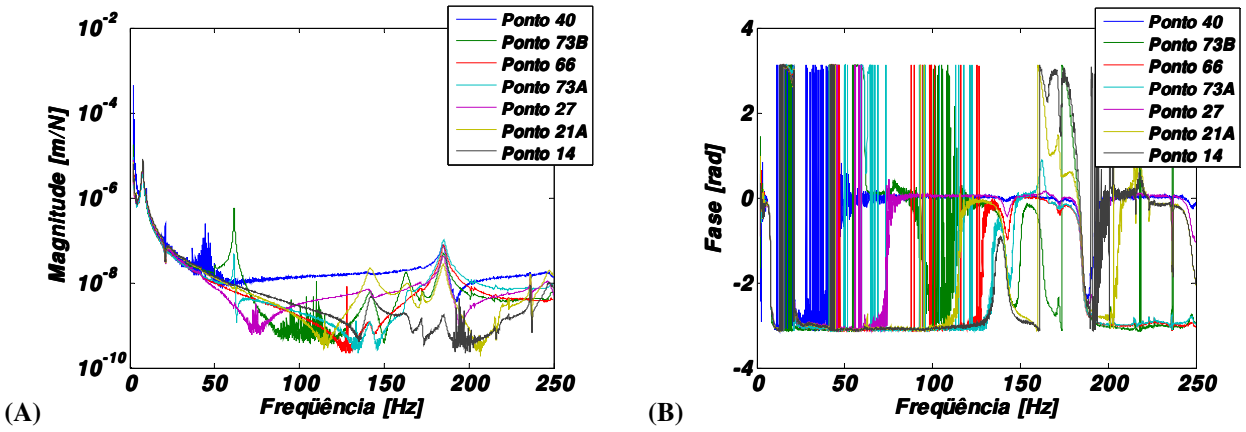


Figura 5.9: FRF da fundação rígida com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada verticalmente.

Na figura 5.9, a FRF da fundação com os apoios de mancal mostra como a adição destes componentes contribui para um aumento do número de modos, na faixa analisada. Podem ser observados os novos modos em 60 Hz, 140 Hz e 250 Hz, indicando que os suportes têm influência no comportamento dinâmico da fundação.

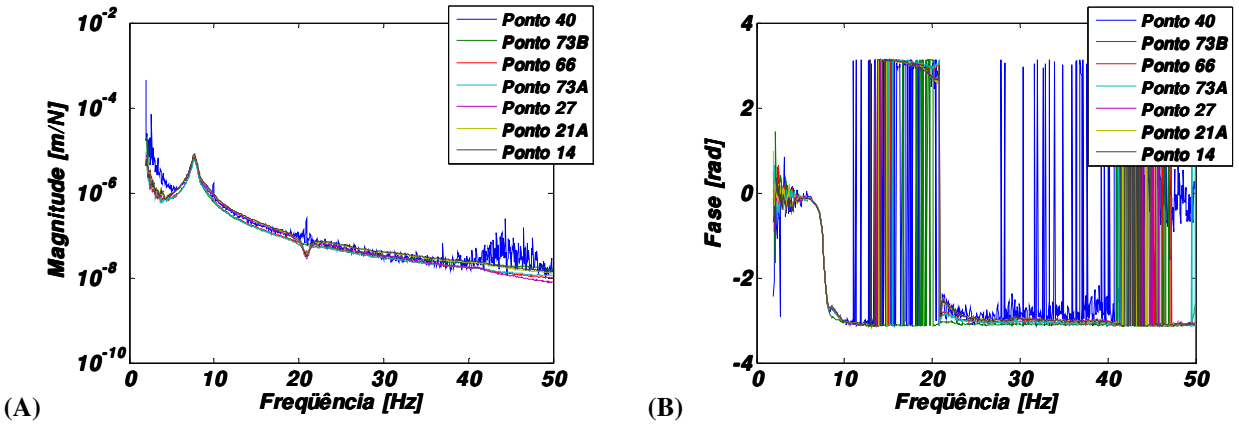


Figura 5.10: FRF da fundação rígida com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada verticalmente.

No detalhe da FRF da fundação rígida (figura 5.10), não são observados novos modos na faixa de operação de rotor, além dos já constatados através da análise da FRF da fundação sem os apoios de mancal.

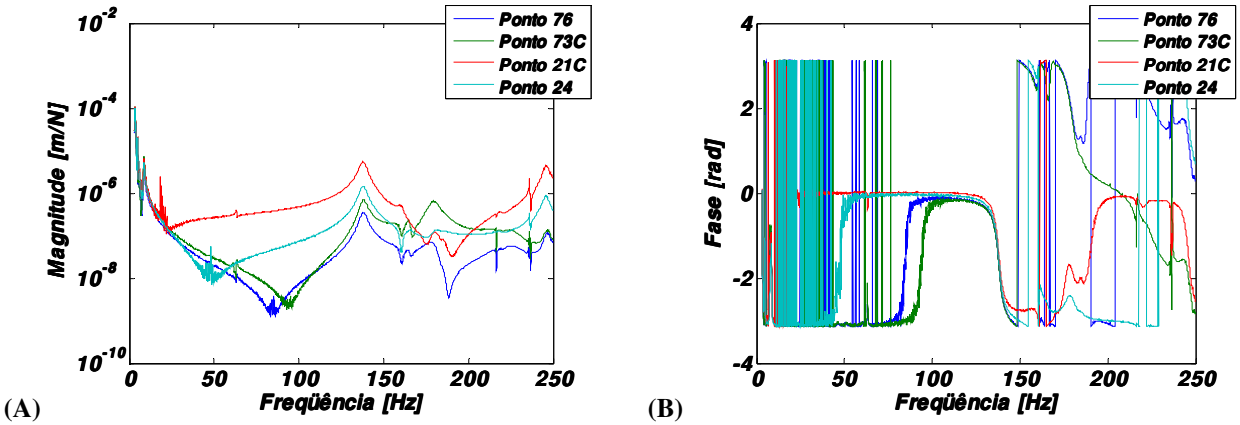


Figura 5.11: FRF da fundação rígida com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada horizontalmente.

A FRF da fundação com os apoios de mancal, mostrada na figura 5.11, apresenta alguns novos modos associados aos apoios, sendo os modos de maior amplitude em 140 Hz, e outro em 245 Hz.

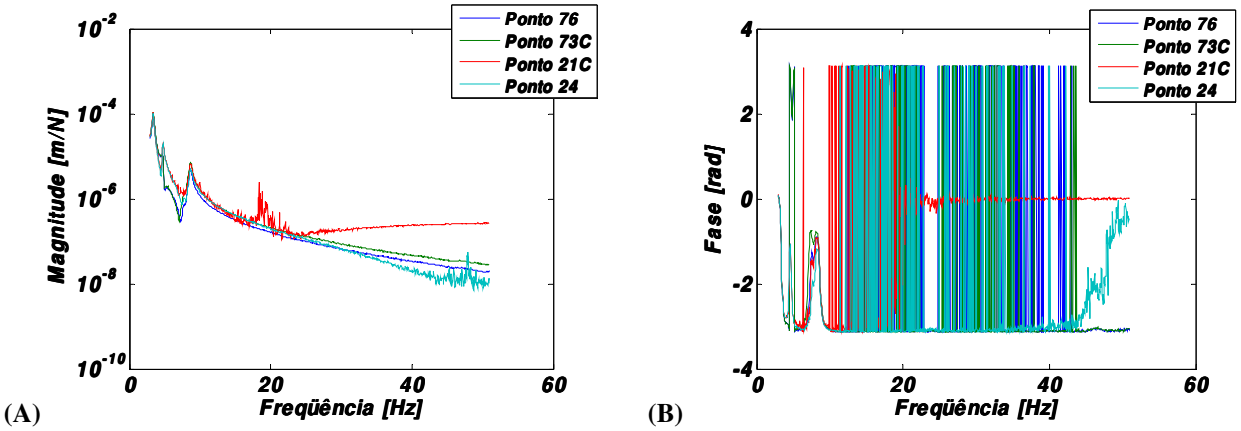


Figura 5.12: FRF da fundação rígida com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada horizontalmente.

Na figura 5.12 são observados os mesmos modos identificados na análise da fundação sem os suportes de mancal, assim como na excitação vertical.

Concluí-se da análise das FRFs da fundação com e sem apoios de mancal, que existem modos de corpo rígido da fundação dentro da faixa de operação do rotor, e que os apoios de mancal têm influência significativa no comportamento dinâmico da fundação, por ter sido observado o aparecimento de novos modos de vibrar na faixa de freqüências de 0 a 250 Hz, após a montagem dos suportes de mancal.

5.1.2 Função resposta em freqüência da fundação flexível

A configuração de fundação denominada como flexível constituí-se da base metálica apoiada por quatro colunas posicionadas nas extremidades, como mostrado na figura 5.13. O objetivo desta configuração é observar a influência dos modos flexionais da base metálica no comportamento dinâmico do rotor.

Figura 5.13: Fundação flexível, base metálica fixada em quatro colunas.

Na aquisição das FRFs da fundação flexível, repetiu-se o procedimento utilizado durante a medição da fundação rígida, iniciando-se pela excitação vertical da estrutura no ponto 21. Todos os pontos demarcados da superfície da base foram medidos, e em seguida o atuador foi reposicionado para excitar horizontalmente a base, e deste modo todos os pontos mapeados na lateral e alguns pontos da superfície tiveram a aceleração medida.

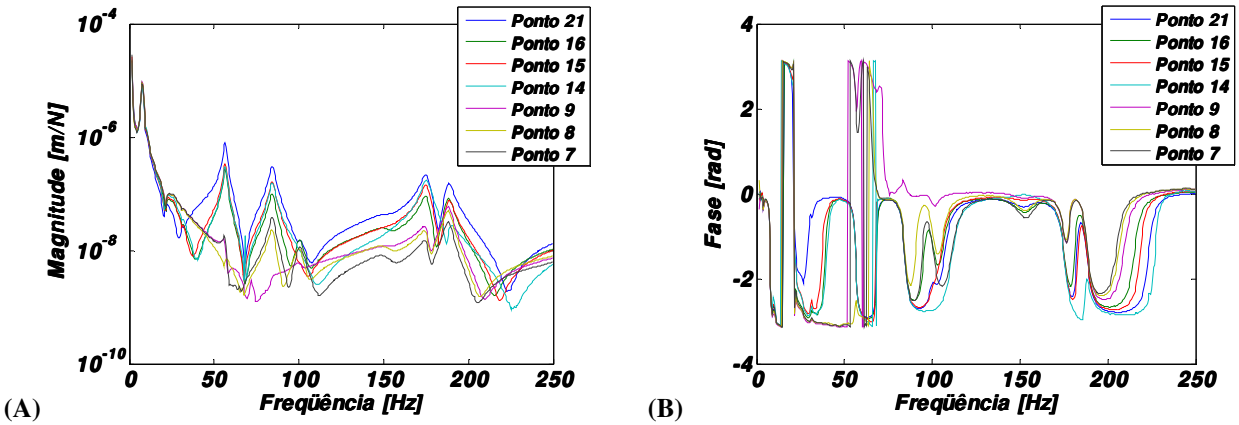


Figura 5.14: FRF da fundação flexível (magnitude (A) e fase (B)) excitada verticalmente.

A FRF da fundação flexível, mostrada na figura 5.14, apresenta o deslocamento de alguns pontos da superfície da base metálica em função da força aplicada verticalmente, e pode ser observado que o número de modos aumentou em relação à fundação rígida. Além dos modos em

170 e 180 Hz, também podem ser notados modos a 22, 55, 80 e 100 Hz, o que demonstra claramente a maior flexibilidade desta configuração, como era o objetivo proposto.

Além dos modos flexionais, que estão ilustrados no Apêndice, é possível observar os modos de corpo rígido, que sempre se apresentam abaixo de 10 Hz.

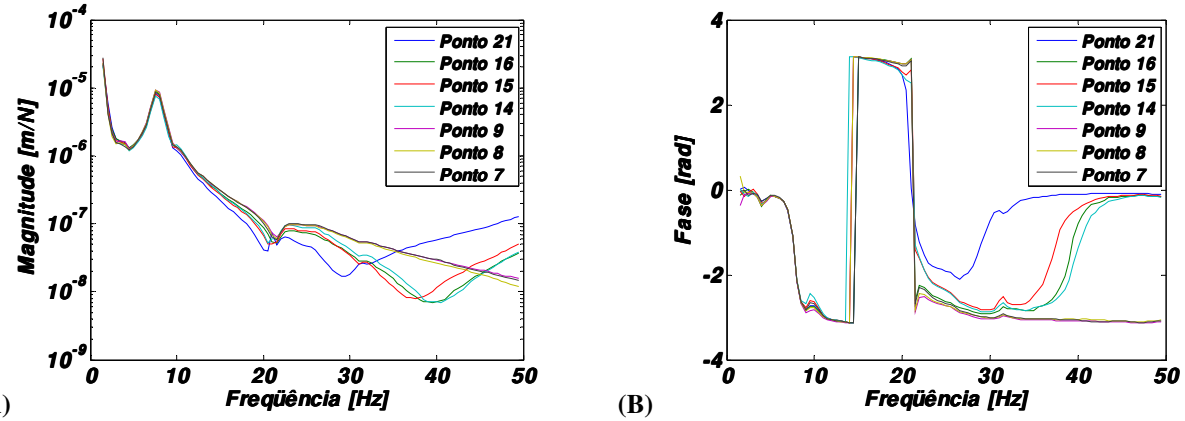


Figura 5.15: FRF da fundação flexível (magnitude (A) e fase (B)) excitada vert. (0 a 50 Hz).

Na figura 5.15, pode-se observar com maior definição os modos flexionais a 22 e 30 Hz, bastante amortecidos em relação ao modo de corpo rígido presente em 7,5 Hz. Como estes modos estão dentro da faixa de operação do rotor, é possível que apesar da baixa amplitude, eles sejam identificados durante teste do sistema completo.

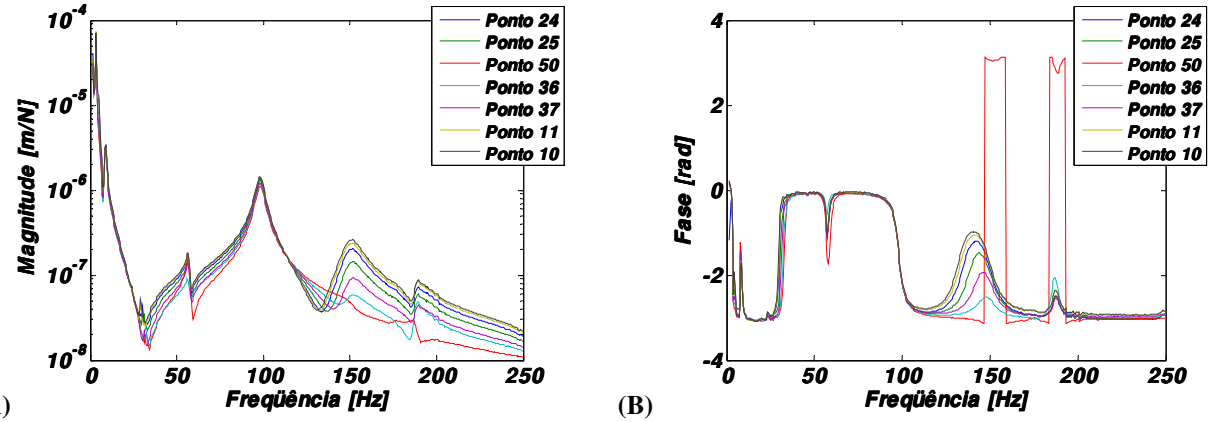


Figura 5.16: FRF da fundação flexível (magnitude (A) e fase (B)) excitada horizontalmente.

Com a excitação horizontal da fundação, nota-se na fig. 5.16 que os modos de 55, 100, 150 e 180 Hz. Em comparação com a fundação rígida que possuía apenas um modos flexional (185 Hz) nesta faixa de freqüências, esta configuração de fundação, assim como constatado através da excitação vertical, apresenta maior flexibilidade.

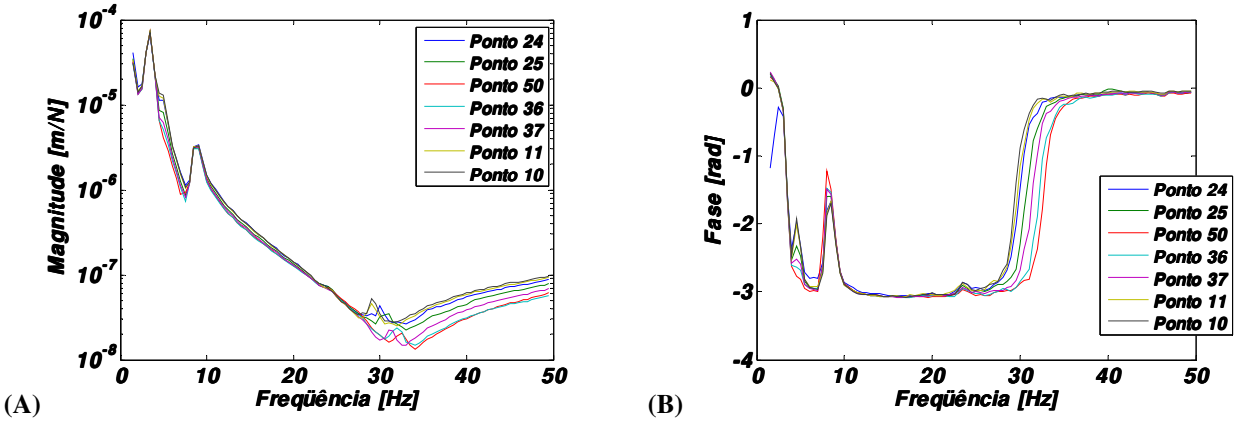


Figura 5.17: FRF da fund. flexível (magnitude (A) e fase (B)) excitada horiz. (0 a 50 Hz).

Na figura 5.17 pode-se observar um modo em aproximadamente 30 Hz, de baixa amplitude em relação aos modos de corpo rígido, porém dentro da operação do rotor, que pode influenciar o comportamento do mesmo.

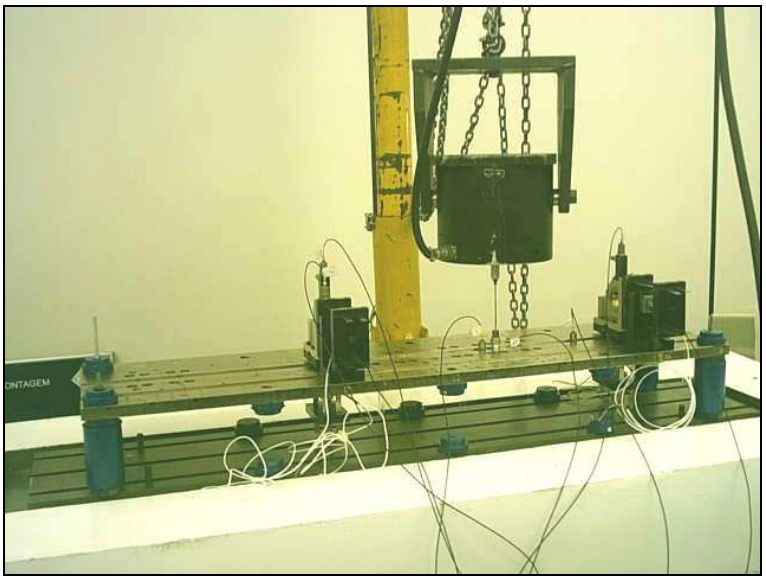


Figura 5.18: Fundação flexível com os apoios de mancal.

A configuração flexível da fundação foi testada com os suportes de mancal para verificar a influência destes componentes. Após a análise dos resultados obtidos com os suportes na fundação rígida, na qual verificou-se um número de maior de modos de vibrar na faixa de freqüências analisada (0 a 250 Hz), mostrou-se necessária a inclusão dos suportes para a análise modal.

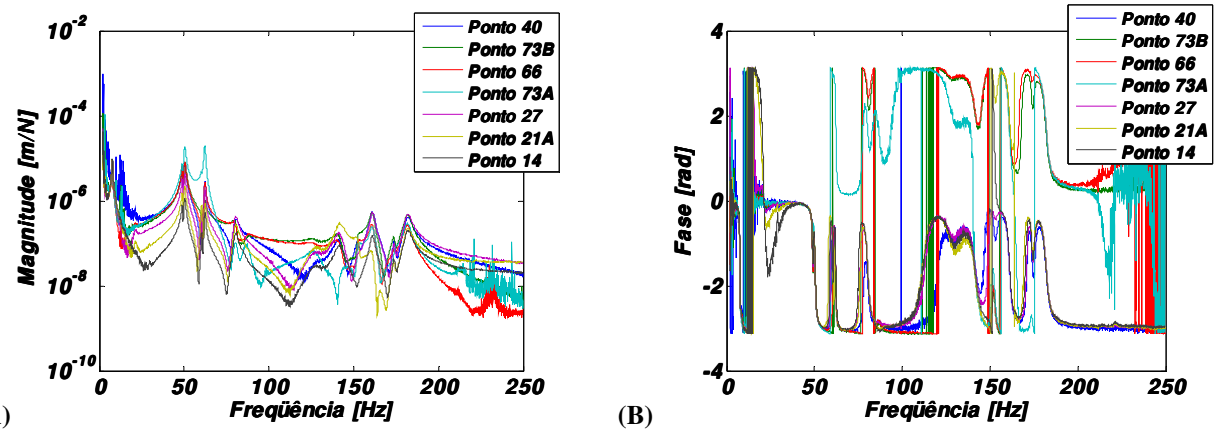


Figura 5.19: FRF da fundação flexível com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada verticalmente.

Analisando a figura 5.19, pode-se observar que a principal mudança em relação à montagem sem os mancais, é que os modos flexionais de 50 e 60 Hz apresentam maior magnitude que o modo de corpo rígido em 7,5 Hz.

Outros modos relacionados aos apoios de mancal em 80 e 140 Hz, também aparecem com bastante destaque.

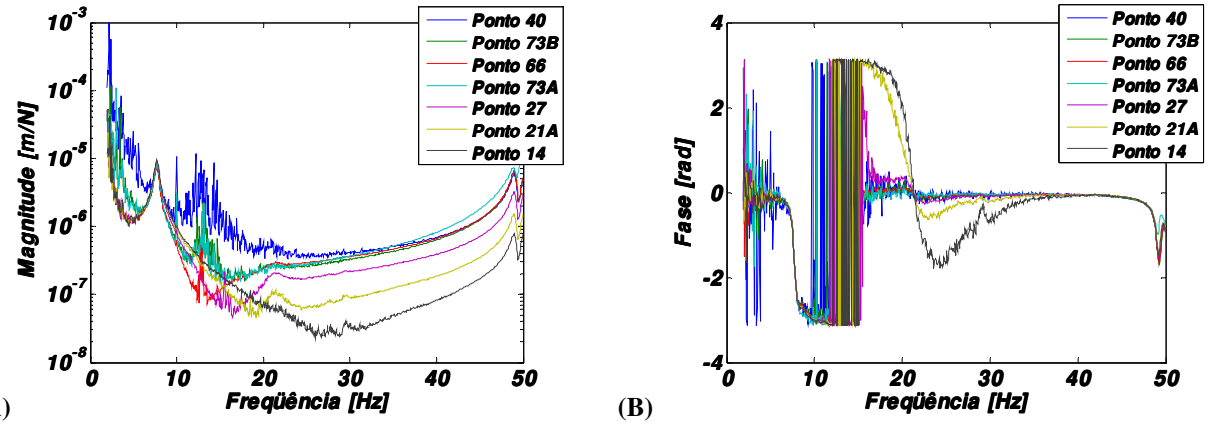


Figura 5.20: FRF da fundação flexível com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada verticalmente (0 a 50 Hz).

Na figura 5.20 são observados os modos de corpo rígido, e um modo bastante amortecido em 22 Hz, que também havia sido identificado na configuração de fundação rígida com os apoios de mancal. Na região de 10 a 15 Hz do ponto 40 (situado sobre a superfície da base metálica) existe uma forte oscilação da FRF tornando difícil a verificação de modos de vibrar, mesmo utilizando-se o diagrama de fase (figura 5.20b).

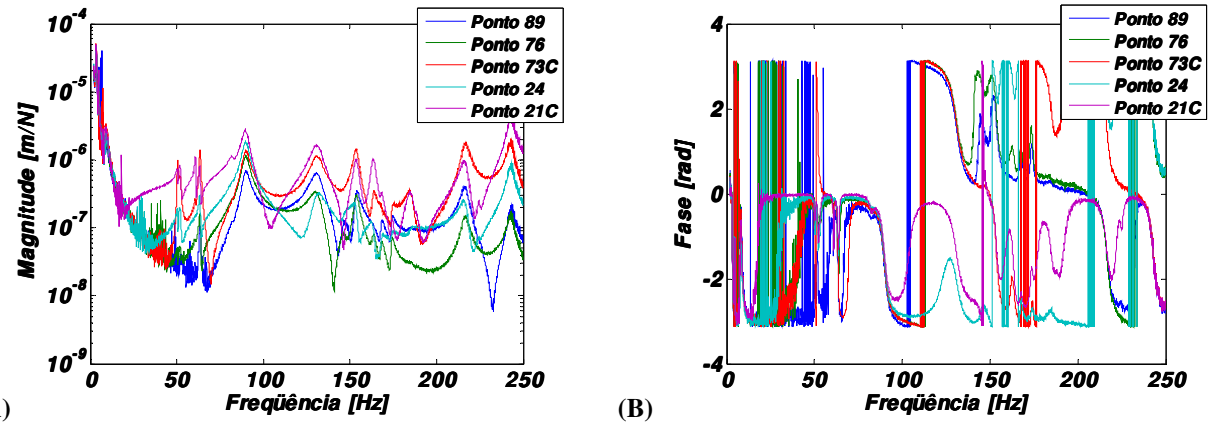


Figura 5.21: FRF da fundação flexível com os apoios de mancal (magnitude(A) e fase (B)) excitada horizontalmente.

Excitando a fundação horizontalmente, pode-se notar na figura 5.21, o maior número de modos desta configuração em relação à fundação rígida. Os modos de 80 e 140 Hz possuem maior magnitude nos pontos laterais dos suportes que os modos a 50 e 60 Hz, que se destacaram através da excitação vertical.

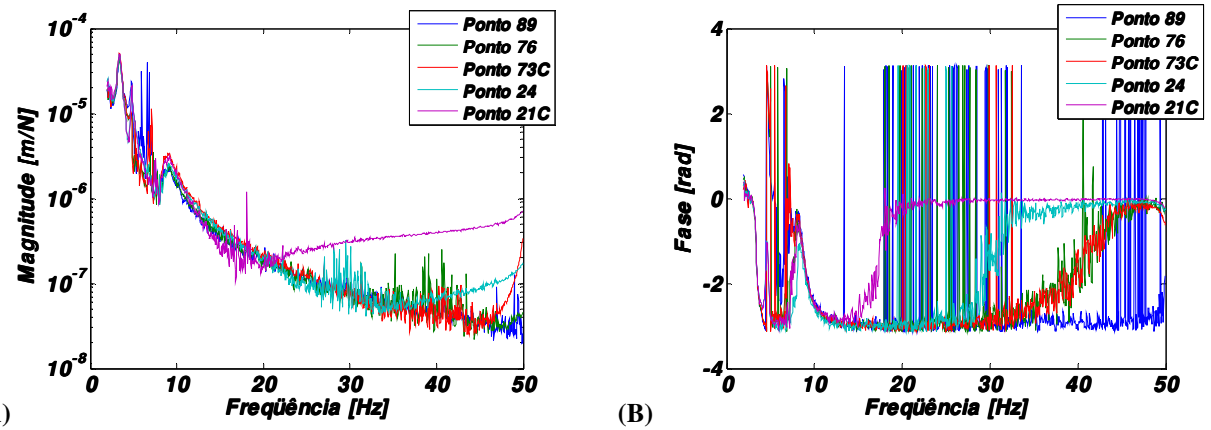


Figura 5.22: FRF da fundação flexível com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada horizontalmente (0 a 50 Hz).

Observam-se na figura 5.22, os modos de corpo rígido da estrutura em 3,5 e 7,5 Hz, além de modos de menor amplitude nas freqüências de 17, 30 e 40 Hz.

Com a análise da FRF da fundação flexível, pode-se verificar que esta configuração apresenta menor rigidez, e conseqüentemente um número maior de modos foi identificado na região de 50 até 250 Hz. Porém não foram identificados modos de vibrar significativos dentro da faixa de operação do rotor, o que pode dificultar a distinção da influência desta configuração no comportamento do sistema completo.

5.1.3 Função resposta em freqüência da fundação semi-flexível

Como última configuração de fundação a ser testada foi escolhida uma montagem intermediária, que apresentasse modos flexíveis na faixa de freqüências analisada, porém fosse mais rígida que a fundação flexível anterior. Esta configuração onde a base metálica foi apoiada sobre seis molas e quatro colunas foi denominada semi-flexível como mostrado na figura 5.23.

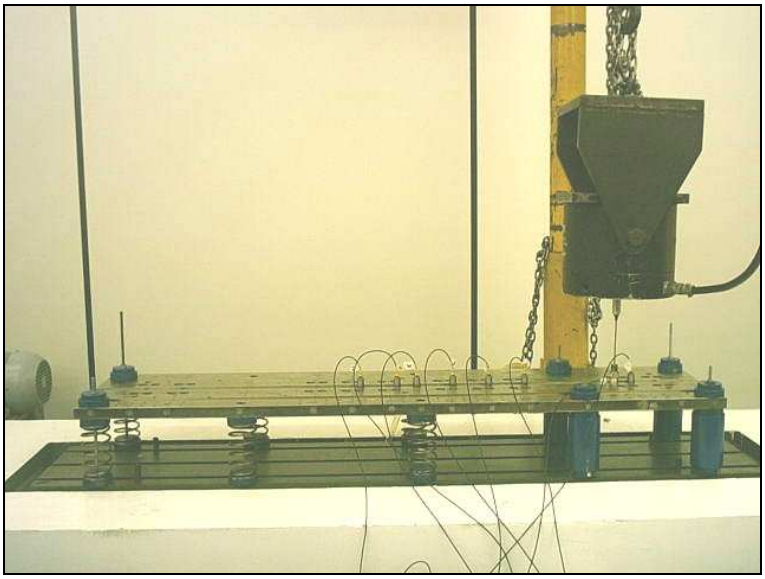


Figura 5.23: Fundação semi-flexível, base metálica fixa por quatro colunas e seis molas.

Para esta configuração foi adotado o procedimento experimental utilizado nos modelos de fundação anteriores, permitindo a correta caracterização desta estrutura. A fundação foi excitada verticalmente e horizontalmente sem os apoios de mancal, e todos os pontos definidos na figura 5.1 foram medidos, em seguida os apoios de mancal foram montados, e a fundação voltou a ser

excitada verticalmente e horizontalmente. A seguir são apresentadas as FRFs dos deslocamentos da fundação semi-flexível em função da força aplicada.

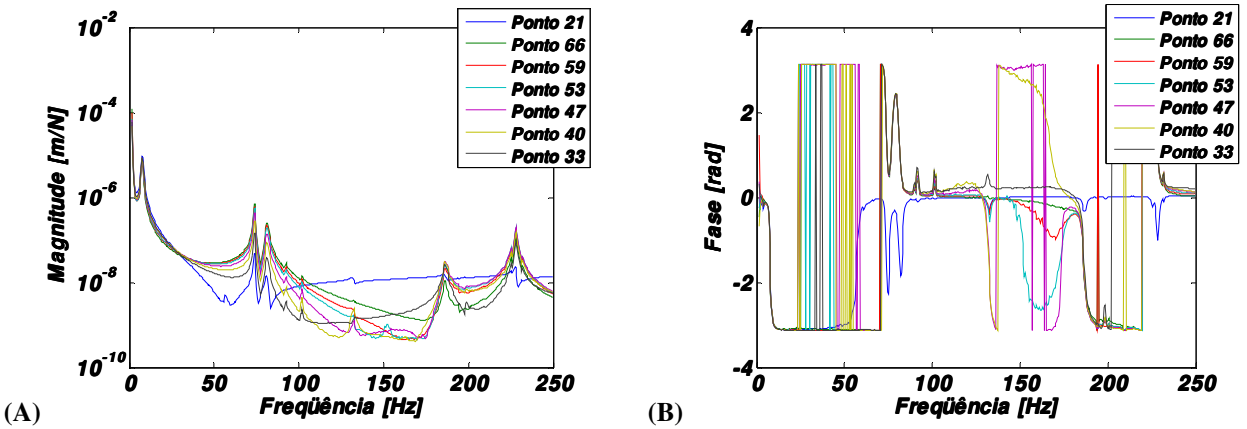


Figura 5.24: FRF da fundação semi-flexível (magnitude (A) e fase (B)) excitada verticalmente.

Nota-se na figura 5.24, que a fundação semi-flexível é de fato mais rígida que a fundação flexível, pois o primeiro modo flexional desta configuração está em aproximadamente 70 Hz em comparação aos 50 Hz do primeiro modo flexional da montagem anterior, porém não é tão rígida como a primeira configuração (rígida), que tinha o primeiro modo flexional em torno de 170 Hz. Outros três modos flexionais são facilmente identificados em 75, 180 e 230 Hz.

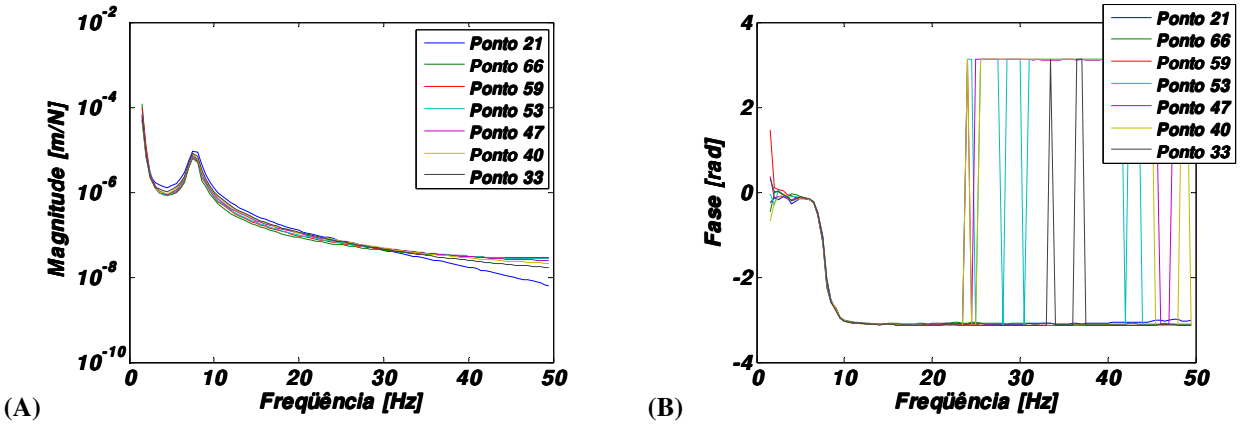
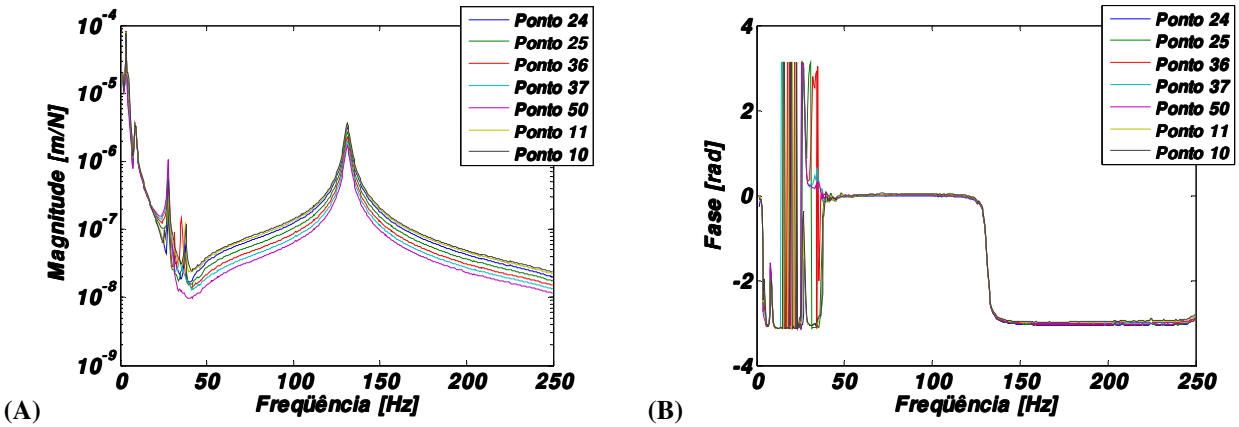


Figura 5.25: FRF da fundação semi-flexível (magnitude (A) e fase (B)) excitada verticalmente (0 a 50 Hz).

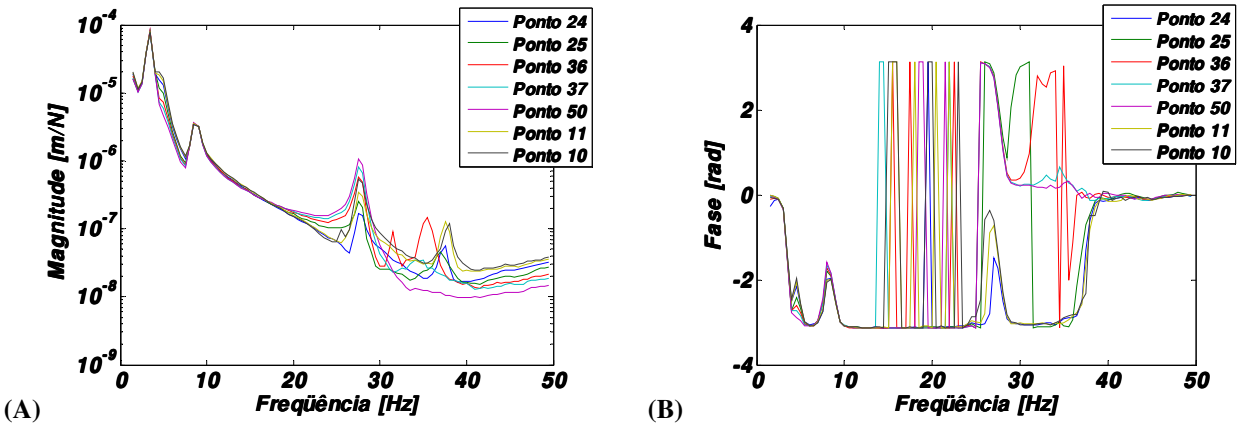
Na figura 5.25 mostra claramente o modo de corpo rígido em 7,5 Hz da fundação, e não existem outros modos identificados através da excitação vertical na faixa de operação do rotor, indicando um comportamento similar ao apresentado pela fundação rígida.



(A) (B)

Figura 5.26: FRF da fundação semi-flexível (magnitude (A) e fase (B)) excitada horizontalmente.

Com a excitação horizontal, a fundação semi-flexível apresenta comportamento bastante similar à fundação rígida, como pode ser notado na figura 5.26, onde existe um modo flexional em 130 Hz, que está mostrado no Apêndice. Podem também ser observados modos abaixo de 50 Hz, além dos modos de corpo rígido.



(A) (B)

Figura 5.27: FRF da fundação semi-flexível (magnitude (A) e fase (B)) excitada horizontalmente (0 a 50 Hz).

Na figura 5.27 ficam evidentes os modos flexionais em 27, 35 e 37 Hz, e assim pode-se distingüir o comportamento desta configuração de fundação em relação às demais. Por estarem

na faixa de operação a ser utilizada nos testes, estes modos podem apresentar grande influência no comportamento do rotor.

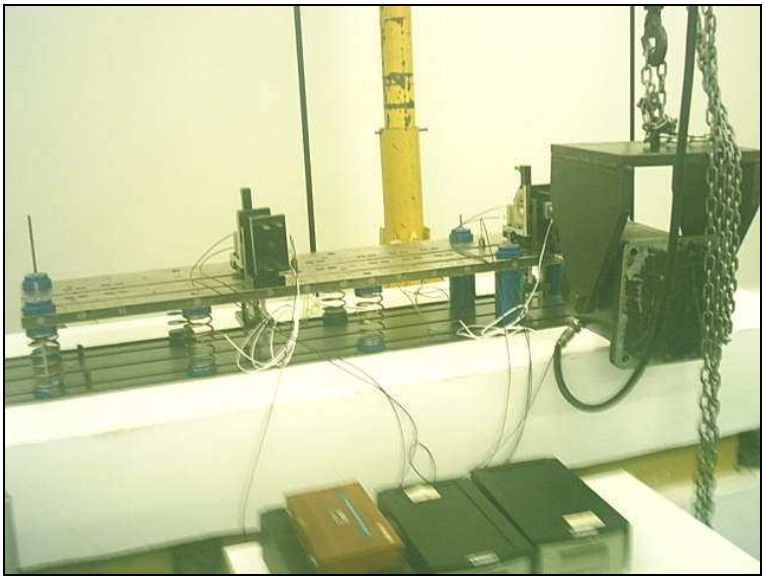


Figura 5.28: Fundação semi-flexível com apoios de mancal.

Para o último teste experimental da fundação semi-flexível (fig. 5.28) foram incluídos os apoios de mancal nas posições 21 e 73 demarcadas na base metálica, e deste modo obter a FRFs da fundação com estes componentes.

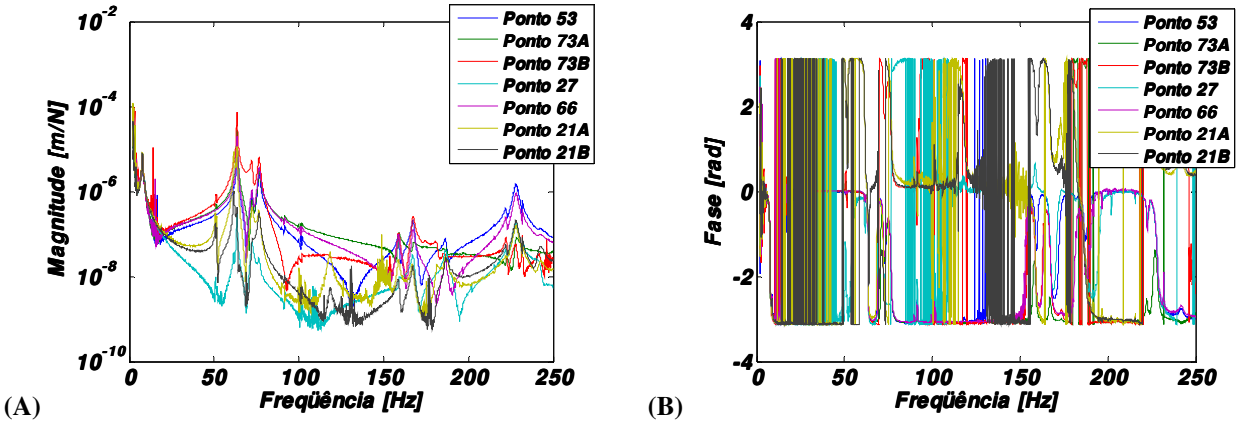


Figura 5.29: FRF da fundação semi-flexível com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada verticalmente.

Assim como as outras configurações a montagem dos apoios de mancais, adicionou um número maior de modos à estrutura (fig. 5.29), sendo que o modo flexional em 70 Hz, apresenta maior amplitude que o modo de corpo rígido em 7,5 Hz.

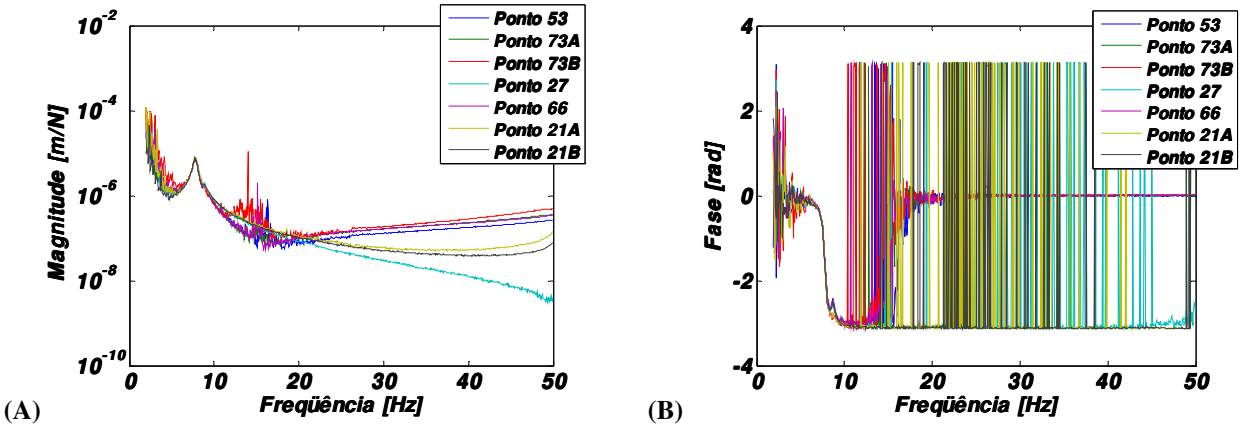


Figura 5.30: FRF da fundação semi-flexível com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada verticalmente (0 a 50 Hz).

Analisando-se as FRFs na faixa de 0 a 50 Hz, mostrada na figura 5.30, observa-se bastante ruído na faixa de 10 a 17 Hz, o que dificulta a análise desta região. No gráfico também pode ser identificado o modo de corpo rígido em 7,5 Hz.

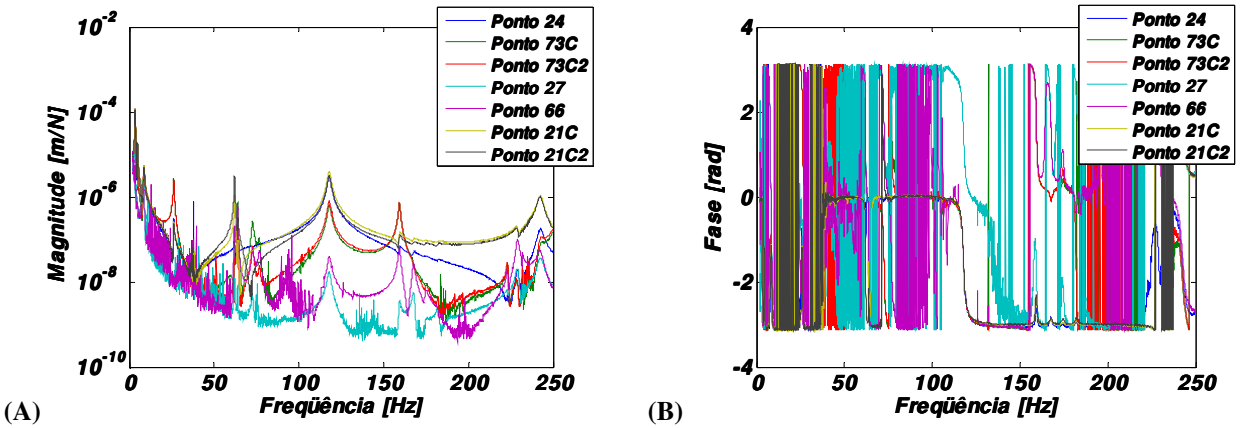


Figura 5.31: FRF da fundação semi-flexível com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada horizontalmente.

Observa-se na figura 5.31, que na excitação horizontal foram encontrados modos flexionais em 70, 75, 120, 170 e 240 Hz. Os modos de 70 e 75 Hz já haviam sido identificados na medição sem os apoios de mancal.

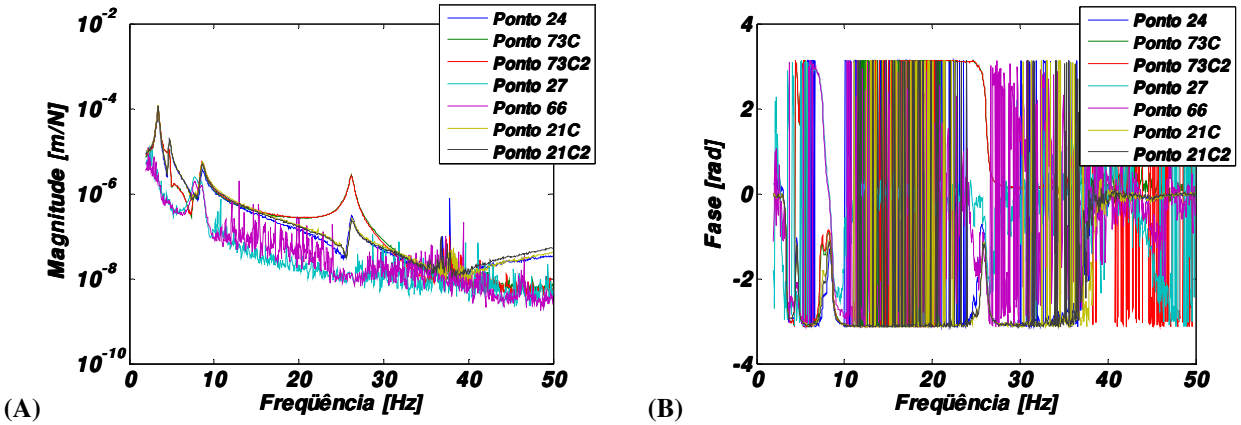


Figura 5.32: FRF da fundação semi-flexível com os apoios de mancal (magnitude (A) e fase (B)) excitada horizontalmente (0 a 50 Hz).

Na figura 5.32, são observados modos flexionais em 26 e 37 Hz, sendo que este último está numa região com muito ruído, que haviam sido identificados diversos modos na região sem os apoios de mancal. Além disso três modos de corpo rígido podem ser distinguidos em 3,5, 5,0 e 7,5 Hz.

Após a análise das três configurações distintas de fundação, pode-se concluir que as fundações têm respostas dinâmicas distintas, porém apenas modos flexionais de menor amplitude, além dos modos de corpo rígido, estão na faixa de operação de rotor. Os modos flexionais de maior amplitude foram identificados acima de 50 Hz. Esta característica será observada no comportamento do sistema completo nas próximas seções.

Para a correta modelagem das diferentes fundações testadas é preciso realizar a análise modal das FRFs, e deste modo extrair os parâmetros modais que serão utilizados na simulação de resposta ao desbalanceamento do rotor.

5.2 Análise modal da fundação

A análise modal das diferentes montagens da fundação foi feita utilizando-se o desenvolvimento teórico apresentado no Capítulo 3. Para refinar os valores dos parâmetros modais, e assim obter um melhor ajuste, foram utilizados dois métodos de otimização, também delineados no Capítulo 3, sendo que o método de mínimos quadrados não-linear de Levenberg-Marquardt foi denominado como método de otimização número 1, e o método desenvolvido durante o decorrer deste trabalho foi denominado método de otimização número 2.

5.2.1 Análise modal da fundação rígida

Para demonstrar o efeito dos métodos de otimização no ajuste dos parâmetros modais, a FRF obtida experimentalmente é comparada com a FRF gerada através dos parâmetros do ajuste obtido com a análise modal apresentada no Capítulo 3, sem a aplicação dos métodos de otimização, e as FRFs calculadas a partir do refinamento dos parâmetros modais pelos dois métodos de otimização utilizados.

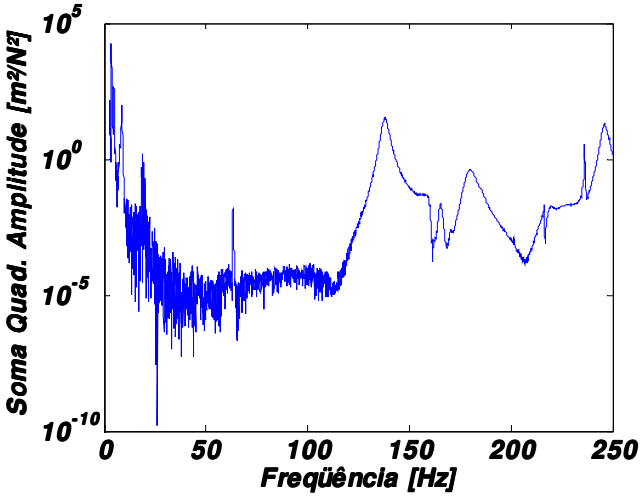


Figura 5.33: Gráfico da MQCI das FRFs da fundação rígida com excitação horizontal.

Como primeiro passo da análise modal é executada uma análise da média quadrática dos componentes imaginários (MQCI) das FRFs (figura 5.33), e assim são identificados e selecionados os modos de média. Para todas as configurações, foram selecionados dez modos

identificados pela excitação horizontal e dez modos identificados pela excitação vertical como mostrado na tabela 5.1.

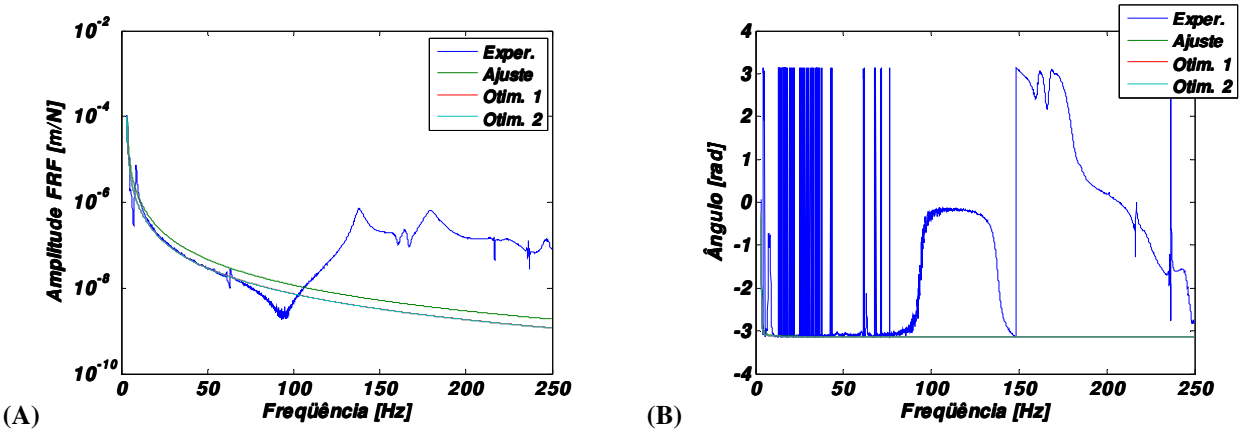
Após a identificação das freqüências naturais, é calculado o fator de amortecimento de cada modo. A constante modal é calculada através da técnica de ajuste de círculo (*circle-fit*), na faixa de freqüências ao redor da freqüência natural. Como o amortecimento é proporcional viscoso, os modos são sempre compostos de números reais.

Tabela 5.1: Modos de vibrar da fundação rígida selecionados pela MQCI.

	Horizontal		Vertical	
Modos	**Freqüência [Hz]**	**MQCI**	**Freqüência [Hz]**	**MQCI**
1	3,4	1,85E+04	7,7	1,38E+02
2	4,8	4,51E+02	8,6	1,61E+00
3	8,6	9,46E+01	3,4	4,87E-01
4	138	3,23E+01	4,8	2,97E-02
5	246,2	1,97E+01	185,2	1,65E-02
6	7,7	3,54E+00	21,7	2,80E-03
7	236,2	3,48E+00	61,6	1,94E-03
8	236,7	6,23E-01	142,1	5,04E-04
9	179,9	4,25E-01	190,5	1,70E-04
10	185	8,71E-02	164,4	8,75E-05

Na tabela 5.1 pode-se observar alguns dos modos identificados através da análise das FRFs. Foram identificados com maior precisão através da análise do espectro, como os quatro modos de corpo rígido em 3,4, 4,8, 7,7 e 8,6 Hz. A excitação vertical apresentou apenas um modo flexional na faixa de operação do rotor em 21,7 Hz, os outros modos estão acima de 61 Hz, revelando o comportamento mais rígido desta configuração.

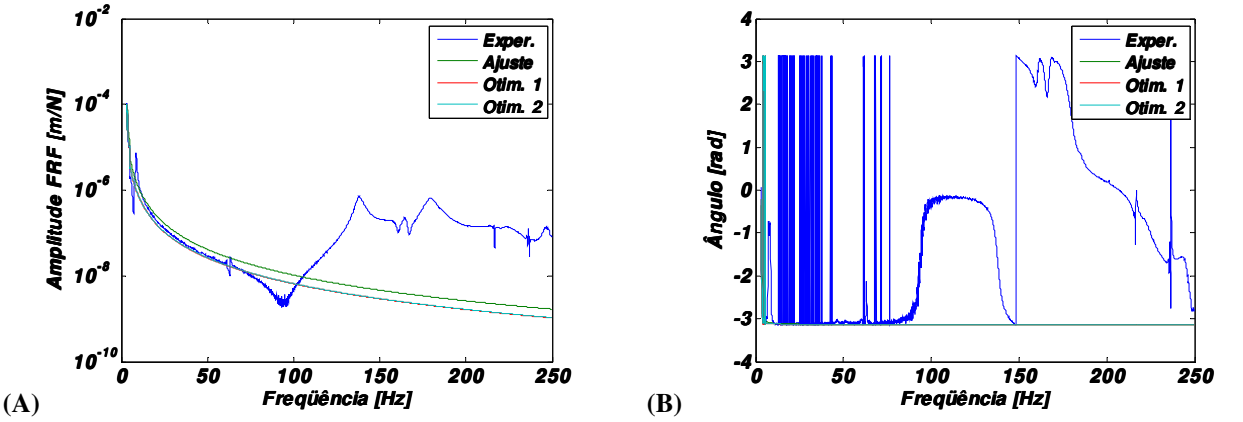
A seguir é apresentada uma seqüência de gráficos onde são mostradas as FRFs experimentais e calculadas de um ponto lateral do mancal 2 (ponto 73C – figura 5.2), com a progressiva inclusão dos modos horizontais.



(A) (B)

Figura 5.34: Comparação das FRFs do ponto 73C da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) entre dados experimentais, análise modal com 1 modo, métodos de otimização 1 e 2.

Na figura 5.34 é possível observar a FRF experimental em comparação com as FRFs reconstituídas através dos parâmetros modais calculados pelos métodos anteriormente citados. Nota-se que os dois métodos de otimização melhoram o ajuste da curva no intervalo de 10 a 60 Hz, porém neste caso o ajuste não é correto, pois os modos de 4,8 e 8,6 Hz têm maior influência nesta região.

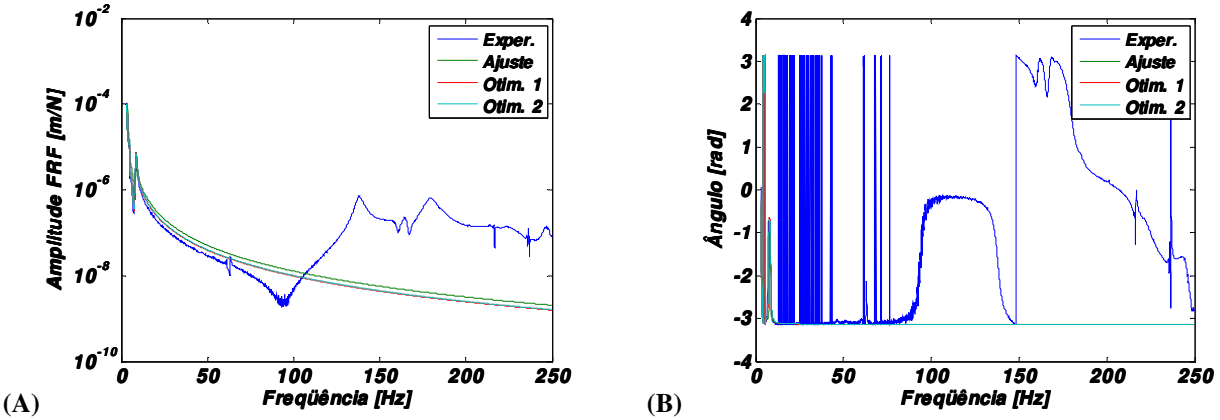


(A) (B)

Figura 5.35: Comparação das FRFs do ponto 73C da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) entre dados experimentais, análise modal com 2 modos, métodos de otimização 1 e 2.

Considerando dois modos na análise modal, nota-se uma pequena mudança no ajuste dos dados, perceptível no gráfico do diagrama de fase na figura 5.35b. Não é notada uma diferença

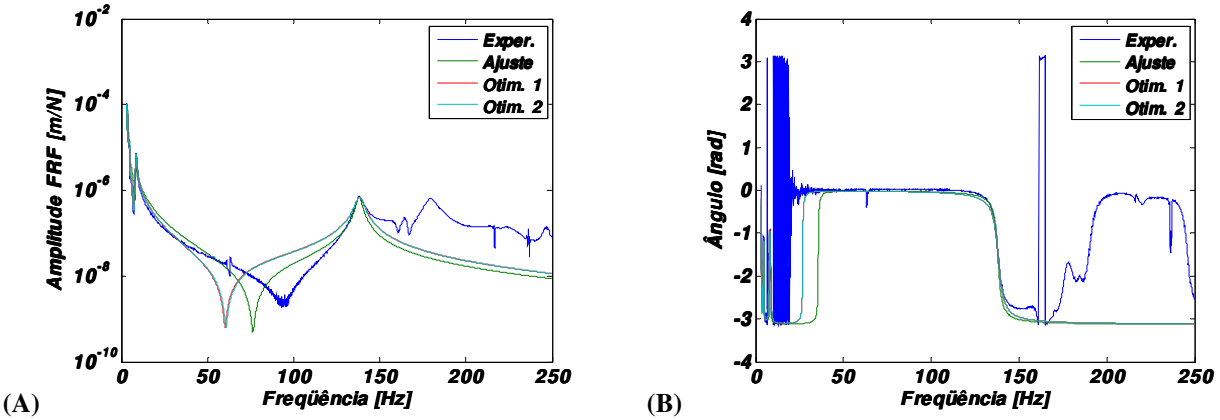
significativa entre os métodos de otimização, que estão conduzindo os parâmetros modais a valores muito próximos.



(A) (B)

Figura 5.36: Comparação das FRFs do ponto 73C da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) entre dados experimentais, análise modal com 3 modos, métodos de otimização 1 e 2.

Na figura 5.36 já é possível notar uma mudança nas FRFs calculadas com a inclusão do modo de 8,6 Hz, o que melhora o ajuste dos modos de corpo rígido, porém ainda não há diferença entre os métodos de otimização, que estão convergindo para valores próximos.

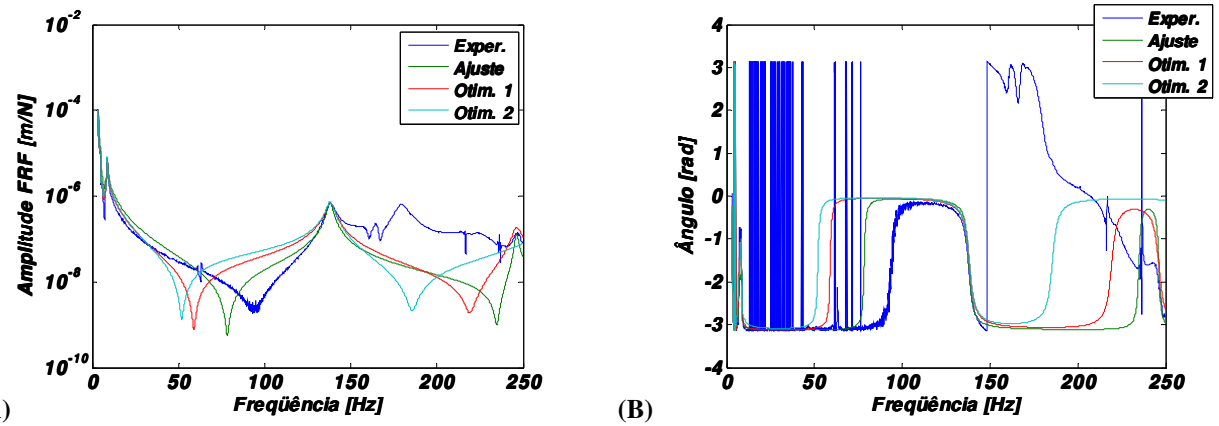


(A) (B)

Figura 5.37: Comparação das FRFs do ponto 73C da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) entre dados experimentais, análise modal com 4 modos, métodos de otimização 1 e 2.

Incluindo o modo de vibrar com freqüência natural em 138 Hz, pode-se observar na figura 5.37a uma diferença no posicionamento da anti-ressonância entre a análise modal, que está em 75

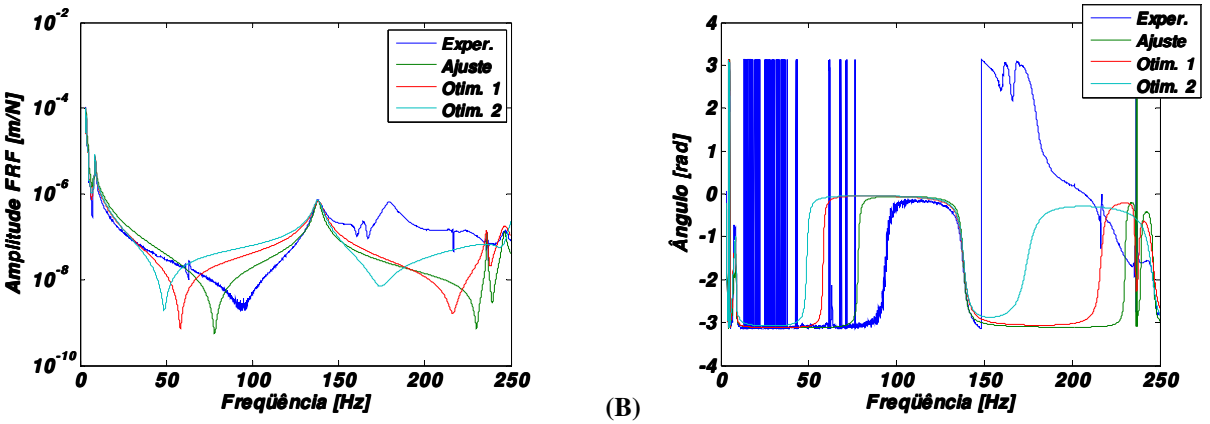
Hz, e os métodos de otimização que a posicionam em 60 Hz. Isto se deve ao fato dos métodos de otimização serem configurados para reduzir a diferença entre a FRF experimental e as FRFs calculadas, o que conduz os parâmetros a sempre melhorarem o ajuste da curva no modos de maior amplitude, neste caso os modos de corpo rígido.



(A) (B)

Figura 5.38: Comparação das FRFs do ponto 73C da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) entre dados experimentais, análise modal com 6 modos, métodos de otimização 1 e 2.

Na figura 5.38 estão representados os ajustes considerando-se dois novos modos (7,7 Hz e 246 Hz), com isso pode-se ver claramente uma diferença entre os parâmetros modais calculados pelos dois métodos de otimização, enquanto o método de otimização 1 (mínimos quadrados não-linear) manteve a anti-ressonância em 60 Hz, com a inclusão do modo em 7,7 Hz, o método de otimização 2 (busca áurea) deslocou a anti-ressonância para a freqüência de 50 Hz.



(A) (B)

Figura 5.39: Comparação das FRFs do ponto 73C da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) entre dados experimentais, análise modal com 8 modos, métodos de otimização 1 e 2.

Com a análise modal de oito modos (fig. 5.39), o que adicionou dois modos próximos (236,2 e 236,7 Hz), notou-se um melhor ajuste da região dos modos, porém as diferenças apresentadas anteriormente pelos dois métodos de otimização permaneceram.

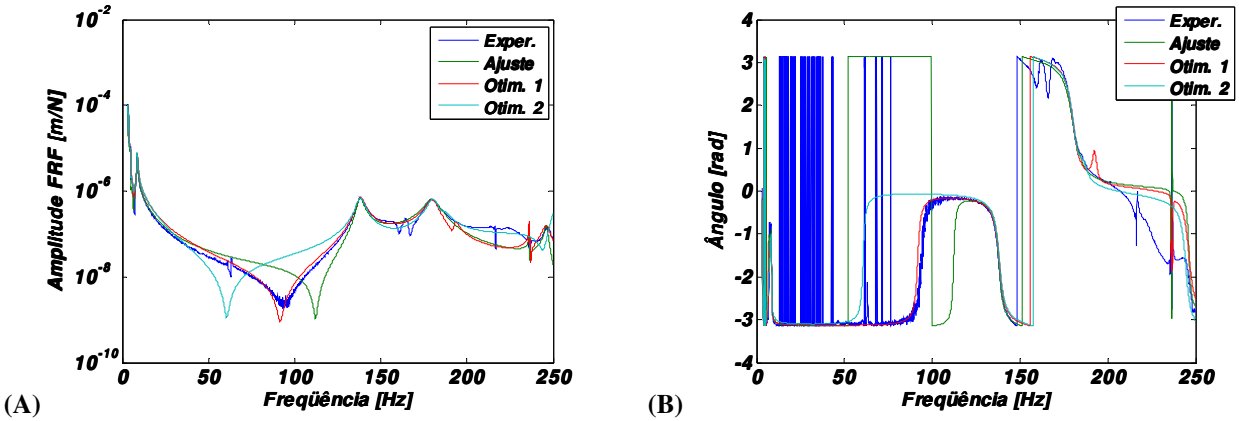


Figura 5.40: Comparação das FRFs do ponto 73C da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) entre dados experimentais, análise modal com 10 modos, métodos de otimização 1 e 2.

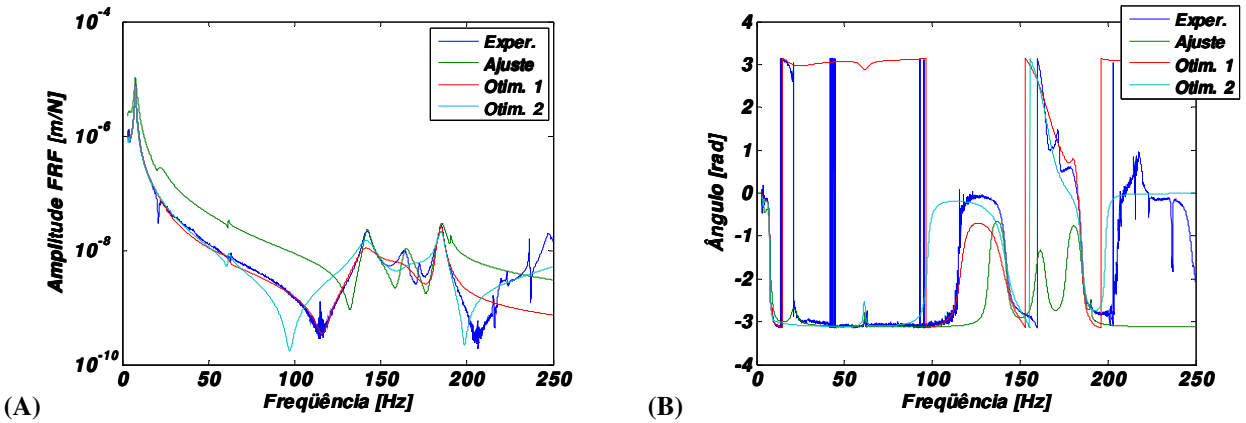
Incluindo-se os modos de 179,9 e 185 Hz (fig 5.40), percebe-se que existe um melhor ajuste do método de otimização de mínimos quadrado não-linear (método 1), na faixa de freqüência abaixo de 150 Hz, enquanto que o método da busca áurea teve melhor desempenho acima de 180 Hz.

Tabela 5.2: Desvio padrão relativo entre FRFs experimentais e calculadas.

	Horizontal			Vertical		
Nº modos	Modal	Otim. 1	Otim. 2	Modal	Otim. 1	Otim. 2
1	86,3%	79,9%	79,9%	51,5%	18,5%	17,6%
2	87,5%	76,5%	76,1%	120,0%	17,7%	17,9%
3	86,0%	74,1%	73,9%	120,9%	17,7%	17,5%
4	58,9%	42,5%	42,4%	142,0%	16,7%	17,4%
6	48,3%	17,3%	30,5%	142,4%	13,0%	15,4%
8	47,3%	16,2%	30,8%	141,7%	13,4%	14,8%
10	32,0%	15,7%	31,1%	142,0%	12,9%	13,9%

Na tabela 5.2 está apontado o desvios padrão relativo ao sinal experimental das FRFs calculadas pelo três métodos e as curvas experimentais, nota-se que com a exceção da análise modal sem otimização na excitação vertical, todas as curvas calculadas convergem para as curvas

obtidas experimentalmente com o número de crescente de modos. O melhor ajuste atingido foi sempre através da análise modal com refinamento dos parâmetros pelo método de otimização mínimos quadrados não-linear, seguida pelo método de otimização por busca áurea.



(A) (B)

Figura 5.41: Comparação das FRFs do ponto 21A da fundação rígida (magnitude (A) e fase (B)) entre dados experimentais, análise modal com 10 modos, métodos de otimização 1 e 2.

Para finalizar a análise modal da fundação rígida, foram calculados os parâmetros modais através das FRFs obtidas por excitação vertical, considerando-se os dez modos de maior espectro na faixa de 0 a 250 Hz. Os resultados estão mostrados na figura 5.41, na qual é possível observar que o ajuste através do método 1 apresentou melhores resultado em modos abaixo de 140 Hz, enquanto que o método 2 (busca áurea) foi mais eficiente acima desta freqüência.

Na tabela 5.2 nota-se que ao contrário da análise da FRFs obtidas por excitação horizontal, os métodos de otimização atingiram valores próximos de ajuste nas FRFs obtidas por excitação vertical (12,9 no método 1 e 13,9 no método 2).

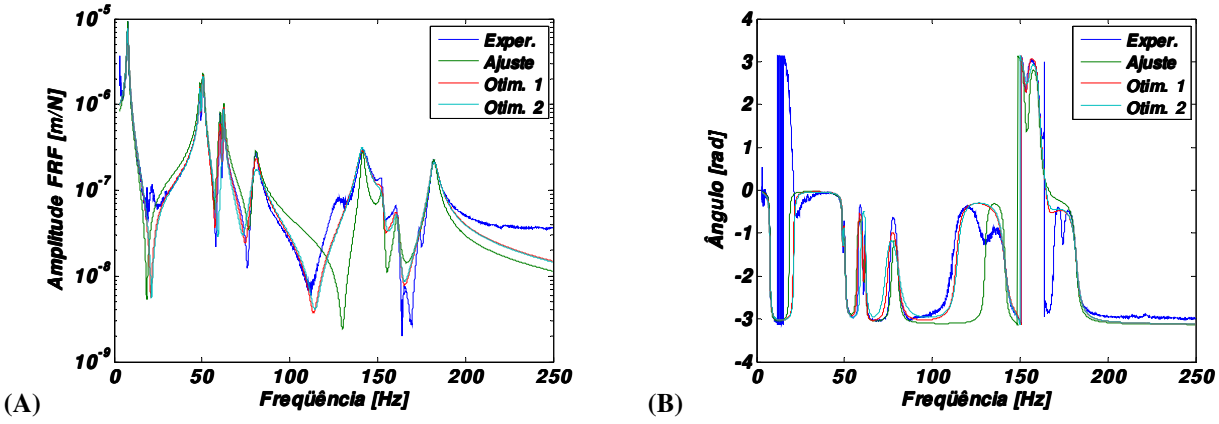
5.2.2 Análise modal da fundação flexível

Na análise modal da configuração de fundação flexível foram utilizados os mesmos métodos apresentados na análise da fundação rígida. Para representar o comportamento deste modelo de fundação foram selecionados vinte modos de maior MCQI, dez modos através da excitação vertical, e dez através da excitação horizontal. A freqüência natural e a MCQI de cada um destes modos podem ser vistos na tabela 5.3.

Tabela 5.3: Modos de vibrar da fundação flexível selecionados pela MCQI.

	Horizontal		Vertical	
Modos	**Freqüência [Hz]**	**MQCI**	**Freqüência [Hz]**	**MQCI**
1	3,4	4,57E+03	50,5	4,34E+02
2	4,8	4,54E+02	62,3	3,93E+02
3	9	1,86E+01	7,7	2,30E+02
4	243,4	1,82E+01	49,1	6,18E+01
5	89,9	8,47E+00	60,5	1,95E+00
6	131,2	3,70E+00	161,1	3,60E-01
7	216,4	3,58E+00	182	3,05E-01
8	153,9	2,94E+00	80,5	1,87E-01
9	63,4	2,26E+00	141,4	1,02E-01
10	163,4	1,12E+00	152,7	1,80E-02

Os modos de maior espectro da fundação flexível através da excitação horizontal, são os modos de corpo rígido já observados na fundação rígida, porém na excitação vertical foram detectados modos flexionais com maior espectro que os modos de corpo rígido da estrutura, estes modos de vibrar em 50,5 e 62,3 Hz já haviam sido observados na análise das curvas de FRF experimentais.



(A) (B)

Figura 5.42: Comparação das FRFs experimentais e calculadas relativas ao ponto 21A da fundação flexível (magnitude (A) e fase (B)).

Na figura 5.42 são apresentadas as FRFs experimentais e calculadas relativas à coordenada vertical do mancal 1 (ponto 21A – figura 5.2). Nota-se que os métodos de otimização alcançaram valores próximos no ajuste da curva em todas a freqüências.

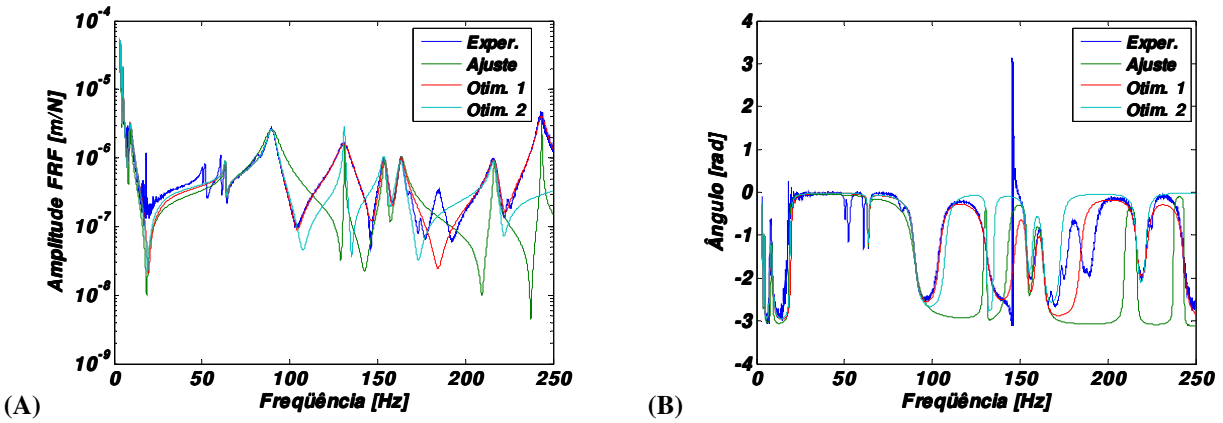


Figura 5.43: Comparação das FRFs experimentais e calculadas relativas ao ponto 21C da fundação flexível (magnitude (A) e fase (B)).

Na figura 5.43 observam-se as FRFs relativas ao ponto lateral do mancal 1 (21C), sendo possível notar uma diferença entre os ajustes realizados pelos métodos de otimização. Analisando-se o gráfico 5.43a, pode-se notar que o método 1 (mínimos quadrados não-linear) ajustou melhor os parâmetros modais, sendo pequena a diferença entre a FRF experimental e a calculada por este método.

5.2.3 Análise modal da fundação semi-flexível

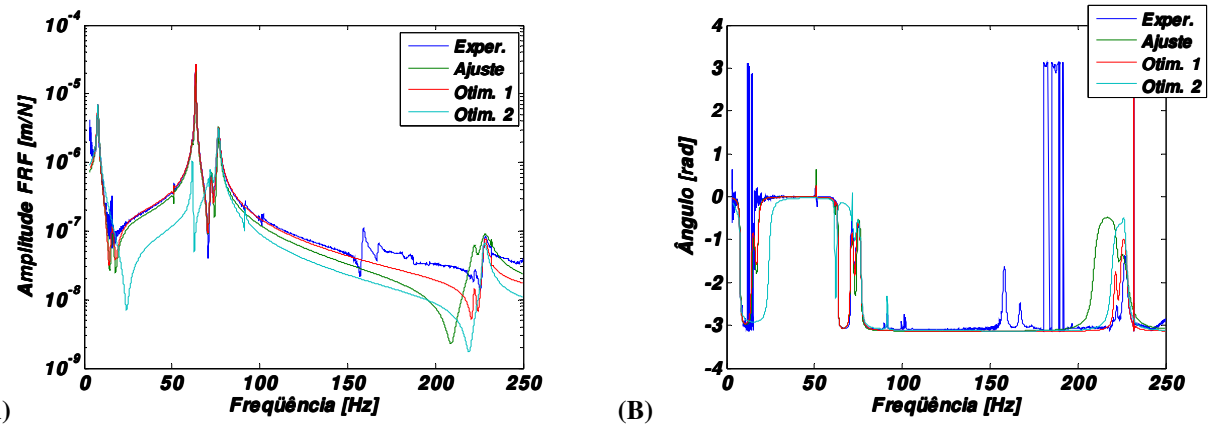
A última configuração a ser analisada foi a fundação semi-flexível, e como efetuado anteriormente foram selecionados um número igual de modos identificados por excitação vertical e horizontal para a análise modal.

Na tabela 5.4 estão reportados os espectros e freqüência naturais relativos ao modos utilizados na análise modal. Como é possível notar analisando-se estes valores a configuração de fundação semi-flexível, possui modos flexionais em freqüências mais elevadas se comparada com a configuração flexível. Existem alguns modos flexionais na faixa de operação do rotor (16,4 Hz – vertical e 26,3 Hz – horizontal), que podem ter uma influência maior no comportamento do rotor.

Tabela 5.4: Modos de vibrar da fundação semi-flexível selecionados pelo MQCI.

	Horizontal		Vertical	
Modos	Freqüência [Hz]	MQCI	Freqüência [Hz]	MQCI
1	3,4	3,79E+04	63,6	6,81E+02
2	4,8	6,43E+02	7,8	1,56E+02
3	8,6	5,39E+01	61,7	6,82E+01
4	118	2,04E+01	76,6	1,58E+01
5	62,1	8,48E+00	228	2,16E+00
6	26,3	6,69E+00	72,5	1,25E+00
7	7,7	1,80E+00	232	1,47E-01
8	242,5	1,07E+00	16,4	9,25E-02
9	159,4	4,92E-01	50,9	6,60E-02
10	64	2,07E-01	222,5	6,55E-02

Os modos de corpo rígido apresentam maior espectro nas FRFs levantadas por excitação horizontal, enquanto que através da excitação vertical existe um modo flexional em 63,6 Hz que apresenta o maior espectro nesta situação.



(A) (B)

Figura 5.44: Comparação das FRFs experimentais e calculadas relativas ao ponto 73A da fundação semi-flexível (magnitude (A) e fase (B)).

Analisando-se a FRF do ponto 73A na figura 5.44, relativo ao deslocamento vertical do mancal 2, nota-se o modo de 63,6 Hz tem a maior amplitude. A análise modal sem otimização e o método de mínimos quadrados não-linear (método 1) apresentaram bom ajuste dos dados experimentais, especialmente na região entre 60 e 80 Hz.

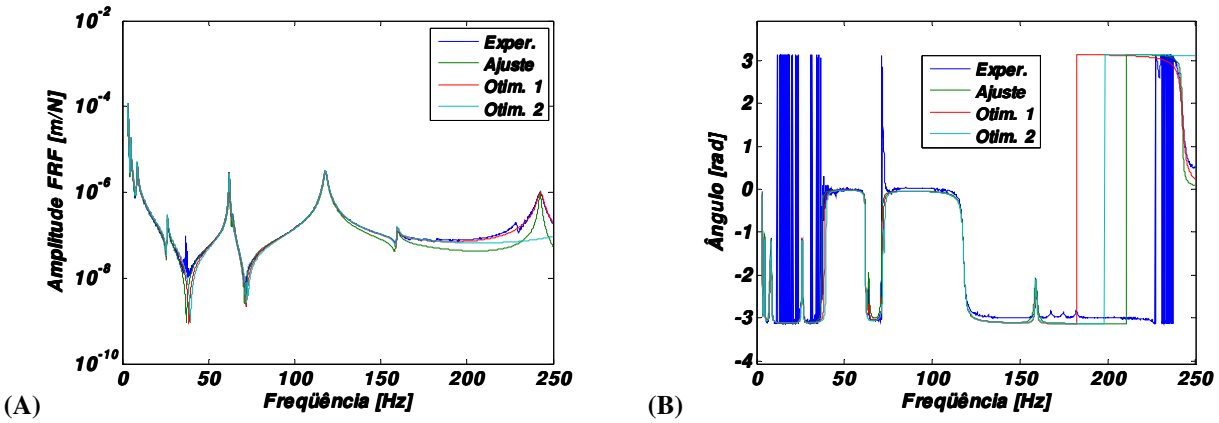


Figura 5.45: Comparação das FRFs experimentais e calculadas relativas ao ponto 21C da fundação semi-flexível (magnitude (A) e fase (B)).

Na figura 5.45 são observadas as FRFs relativas ao ponto lateral do mancal 1 (ponto 21), e é notado que todos os métodos conseguiram uma boa aproximação do dado experimental em toda a faixa de freqüência analisada, sendo possível distinguir um melhor ajuste do método 1 apenas na freqüência de 242,5 Hz.

Com os parâmetros modais das três configurações distintas de fundação calculados, é possível simular o comportamento do sistema rotor-mancais-fundação ao desbalanceamento e comparar com os dados obtidos experimentalmente como será apresentado na próxima seção.

5.3 Função resposta ao desbalanceamento do rotor

Nesta seção serão analisados os resultados obtidos através da simulação do sistema completo e comparados aos resultados experimentais. Na primeira parte, são demonstrados o efeito da adição de modelos de fundação com um número crescente de modos nos deslocamentos absolutos dos mancais e apoios de mancal, em seguida as respostas obtidas com as diferentes configurações de fundação são comparadas com testes experimentais.

Na figura 5.46 pode-se observar duas montagens do sistema completo, a primeira utilizando a fundação semi-flexível e a segunda usando a fundação flexível. O rotor foi acionado em duas faixas de rotações, de 3 a 21 Hz, e de 27 a 42 Hz, evitando deste modo a região próxima à ressonância do rotor (22 a 26 Hz) e zona de instabilidade de filme de óleo (acima de 43 Hz) que

causariam vibração excessiva ao sistema, e poderiam danificar os componentes da bancada e a instrumentação utilizada durante as medições.

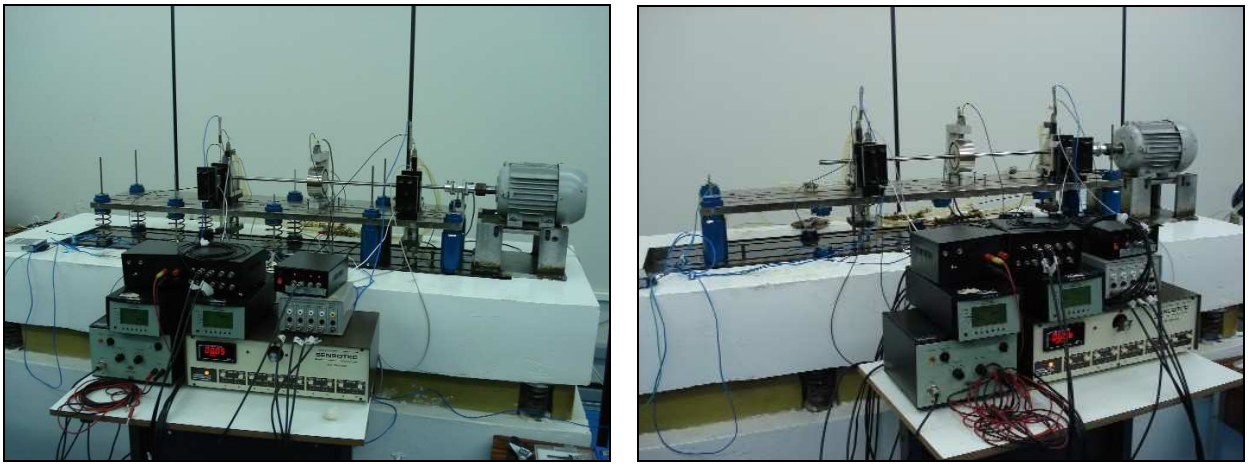


Figura 5.46: Teste experimental para aquisição de resposta ao desbalanceamento.

Dentro das faixas de teste a rotação foi variada automaticamente com um passo de 0,5 Hz, a qual foi verificada com precisão no sensor ótico, sendo que após a estabilização da rotação do motor era iniciada a aquisição dos dados provenientes dos sensores instalados na bancada de testes.

5.3.1 Resposta do rotor sobre fundação rígida

Para verificar o efeito da inclusão de modos de fundação no sistema completo, o rotor com fundação rígida foi simulado em cinco condições diferentes, com 2, 6, 10, 16 e 20 modos, sendo os mesmos modos identificados pela análise modal, na ordem da maior para a menor média quadrática (MCQI).

Para uma melhor visão das mudanças ocasionadas pela inclusão dos modos estão demonstradas as amplitudes do deslocamento absoluto dos mancais e da fundação. Como é esperado, a inclusão de um número maior de modos deve fazer com que os resultados fiquem mais próximos do modelo experimental.

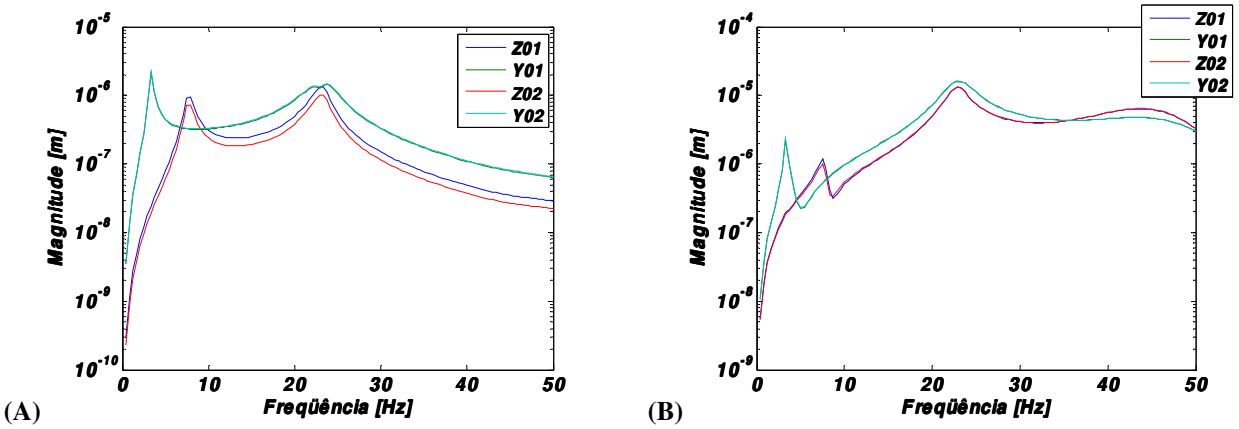


Figura 5.47: Deslocamento absoluto da fundação (A) e do eixo nos mancais (B) na simulação de FRD do rotor com modelo de 2 modos da fundação rígida.

Os deslocamentos da fundação, mais precisamente nos apoios de mancal, mostrados na figura 5.47a, destacam as freqüências de corpo rígido em 3,5 Hz para as coordenadas horizontais da fundação (eixo Y), e 7,5 Hz para as coordenadas horizontais da fundação (eixo Z) nos mancais 1 (próximo ao motor) e 2 (próximo ao centro da base). Nos deslocamentos do eixo nos mancais, pode-se notar comportamento semelhante ao da fundação, porém o pico de ressonância do rotor, a cerca de 22,5 Hz, apresenta uma amplitude de vibração maior.

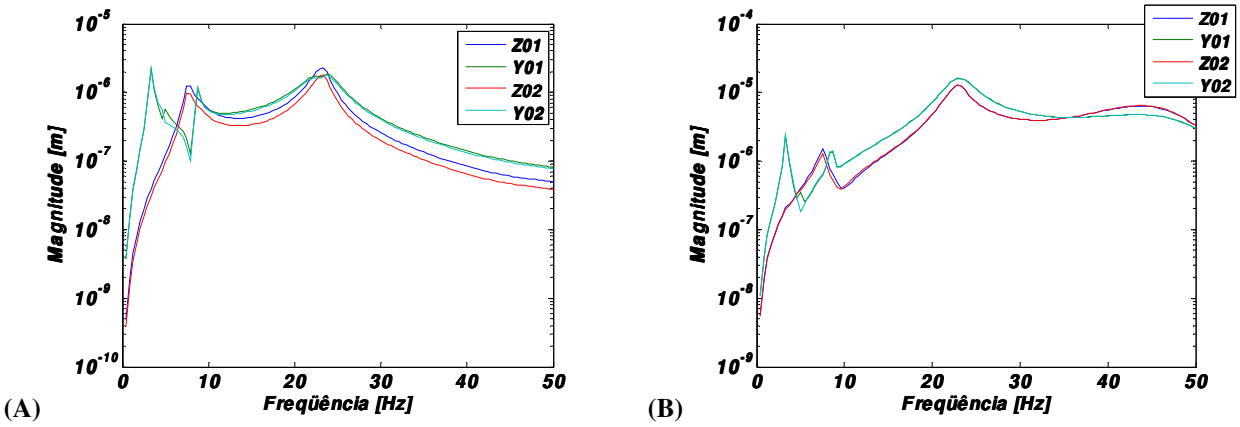
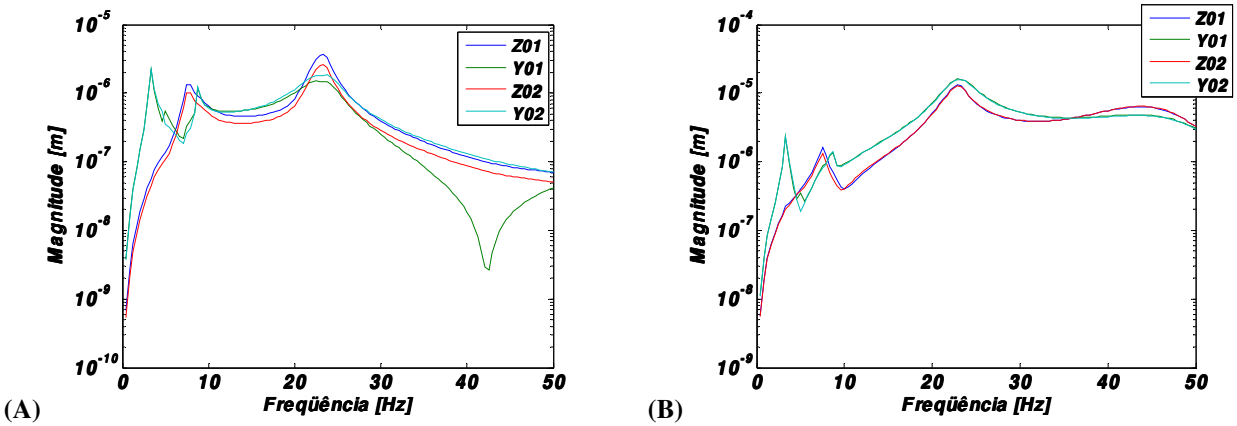


Figura 5.48: Deslocamento absoluto da fundação (A) e do eixo nos mancais (B) na simulação de FRD do rotor com modelo de 6 modos da fundação rígida.

Na figura 5.48, os deslocamentos são observados com uma fundação com 6 modos de vibrar, sendo possível notar o aparecimento de dois picos de ressonância nos deslocamento

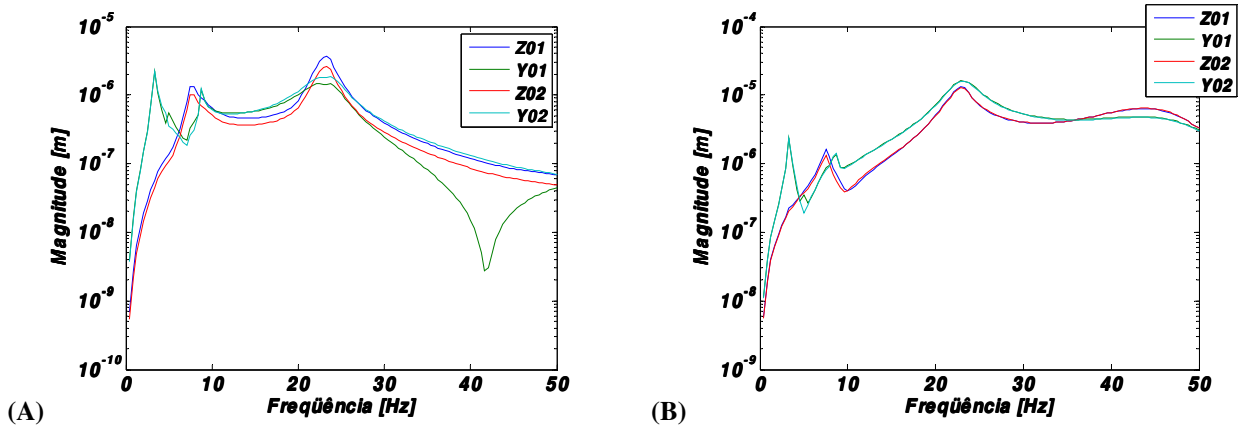
horizontais da fundação, o primeiro em 4,8 Hz e o segundo e 8,5 Hz, que correspondem aos outros modos de vibrar detectados na análise modal. Nos deslocamentos do eixo nos mancais apenas o modo em 8,5 Hz pode ser notado, isto se deve principalmente ao efeito do filme de óleo, que amortece as vibrações entre o eixo e o mancal.



(A) (B)

Figura 5.49: Deslocamento absoluto da fundação (A) e do eixo nos mancais (B) na simulação de FRD do rotor com modelo de 12 modos da fundação rígida.

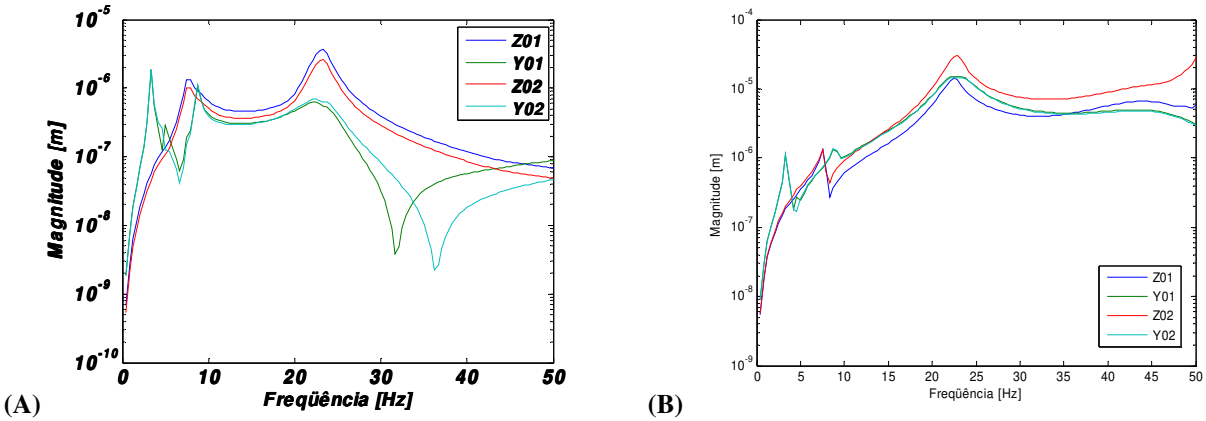
Com o modelo de fundação rígida com doze modos (fig 5.49), os deslocamentos da fundação e do eixo sofrem poucas alterações, sendo que a mais evidente é o aparecimento de uma anti-ressonância no deslocamento horizontal do mancal 1, resultado da inclusão de um modo flexional em 138 Hz. Além desta mudança, podem ser notado um aumento na amplitude de vibração da fundação na direção vertical.



(A) (B)

Figura 5.50: Deslocamento absoluto da fundação (A) e do eixo nos mancais (B) na simulação de FRD do rotor com modelo de 16 modos da fundação rígida.

Na figura 5.50 estão representados os deslocamentos com modelo de fundação com 16 modos, porém não são notadas alterações significativas com a inclusão de mais modos no comportamento da fundação ou dos eixos nos mancais.



(A) (B)

Figura 5.51: Deslocamento absoluto da fundação (A) e do eixo nos mancais (B) na simulação de FRD do rotor com modelo de 20 modos da fundação rígida.

Os deslocamentos horizontais da fundação, representados na figura 5.51a, são alterados significativamente com a inclusão de quatros modos, sendo que pode ser percebida uma anti-ressonância no deslocamento horizontal do apoio de mancal 2 (próximo ao centro da base), além desta alteração pode ser observada uma redução nos deslocamentos horizontais dos apoios na região de ressonância do rotor. Contudo, comparando as figuras 5.49b, 5.50b e 5.51b, verifica-se que os modos inseridos acima do 12º modo não influíram de forma expressiva na FRD do rotor na faixa de 0 a 50 Hz.

Tabela 5.5: Diferença entre FRDs dos deslocamentos do rotor.

Nº Modos	Disco	Mancais	Fundação
2	3,2%	6,0%	73,9%
6	2,9%	5,5%	65,3%
12	1,5%	3,7%	36,1%
16	1,5%	3,7%	35,7%
20	0,0%	0,0%	0,0%

Na tabela 5.5 é mostrada a diferença entre a resposta calculada com um número menor de modos em relação ao modelo de fundação com vinte modos, pode-se notar que a variação maior

da resposta é na própria fundação com uma diferença de 74% para o modelo com dois modos, seguida pelo deslocamento do eixo nos mancais que é consideravelmente menor com 6% de diferença, e por último a massa posicionada no centro do rotor que varia apenas 3,2% na pior condição.

Este resultado demonstra que na configuração testada a massa é muito menos suscetível às variações no comportamento da fundação, devido à maior amplitude de sua vibração, e também pelo amortecimento provido pelo mancal hidrodinâmico.

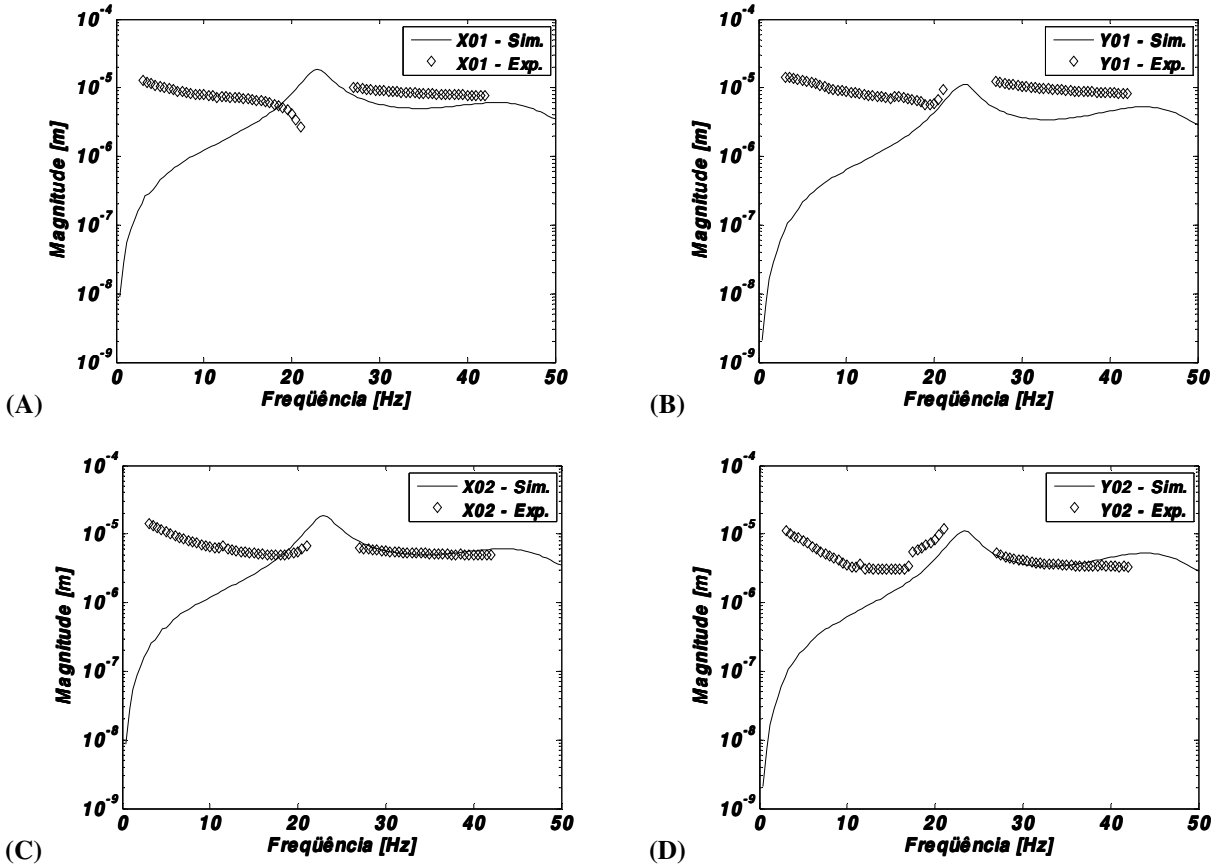


Figura 5.52: Deslocamento relativo do eixo nos mancais medido experimentalmente e simulado com rotor montado sobre fundação rígida (A – Horiz. Mancal 1; B – Vertic. Mancal 1; C – Horiz. Mancal 2; D – Vertic. Mancal 2).

Comparando-se o resultado calculado através da simulação do modelo teórico-experimental com os dados obtidos experimentalmente, como demonstrado na figura 5.52, é possível notar que

no teste experimental existe uma clara diferença entre os deslocamentos verticais e horizontais, diferentemente do modelo simulado.

Além disso, nota-se que a resposta experimental não foi medida na faixa de 22 a 26 Hz, pois como citado anteriormente, esta faixa está próxima a ressonância do rotor cuja amplitude de vibração é bastante elevada, e portanto não foi mensurada para evitar danos à instrumentação e à bancada.

Também não se observam modos de corpo rígido, pois os sensores de deslocamento do eixo estão fixados no apoio do mancal e apenas medem o deslocamento relativo entre o eixo e os suportes.

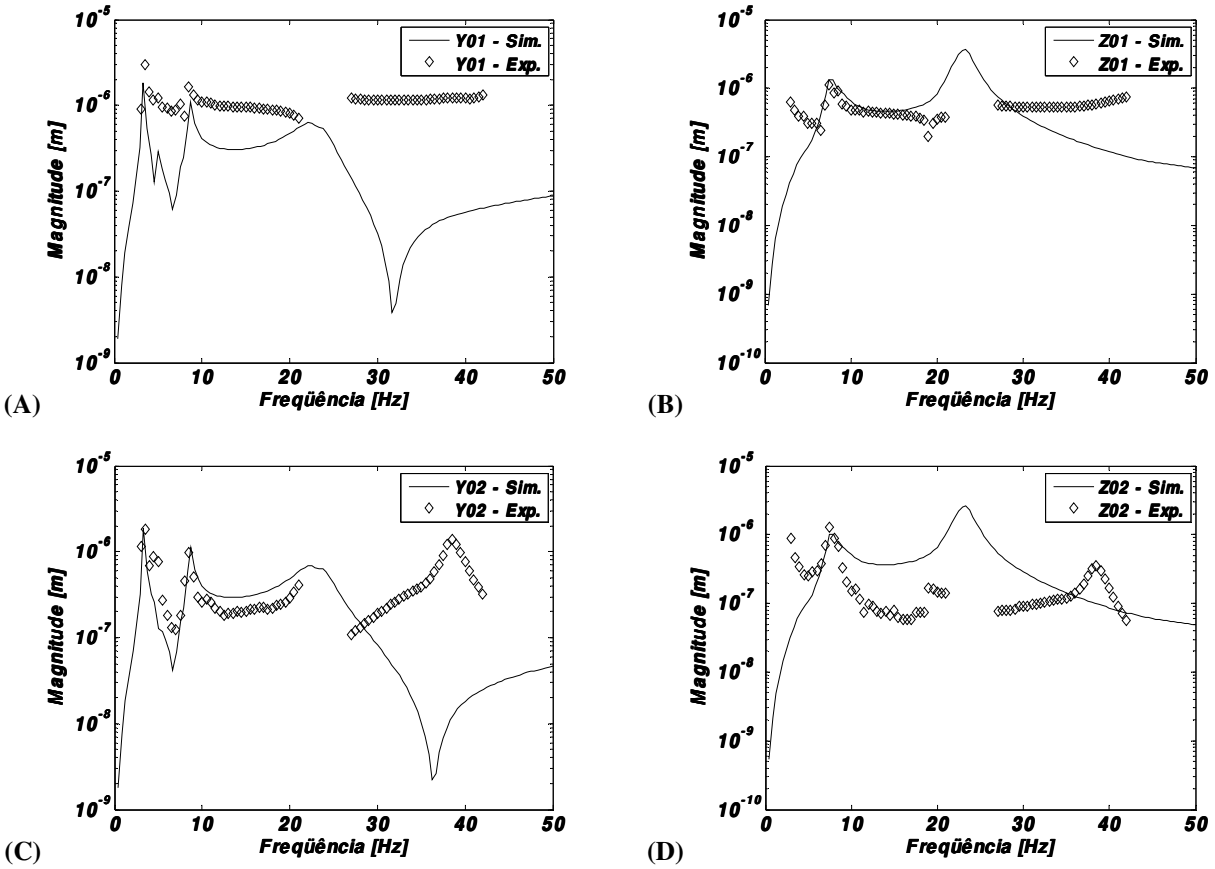


Figura 5.53: Deslocamento absoluto da fundação medido experimentalmente e simulado com rotor montado sobre fundação rígida (A – Horiz. Mancal 1; B – Vertic. Mancal 1; C – Horiz. Mancal 2; D – Vertic. Mancal 2).

Na figura 5.53 nota-se que os modos de corpo rígido da fundação estão presentes no teste experimental, como havia sido demonstrado na simulação do sistema completo, porém não foram observadas as anti-ressonâncias nos deslocamentos horizontais, e pode ser notado um modo em 38 Hz presente nos deslocamentos vertical e horizontal do mancal próximo ao centro da base (mancal 2).

5.3.2 Resposta do rotor sobre fundação flexível

Utilizando os parâmetros modais calculados pela análise modal foram simuladas as respostas do rotor com fundação flexível, usando vinte modos para representar o comportamento dinâmico da estrutura de suporte.

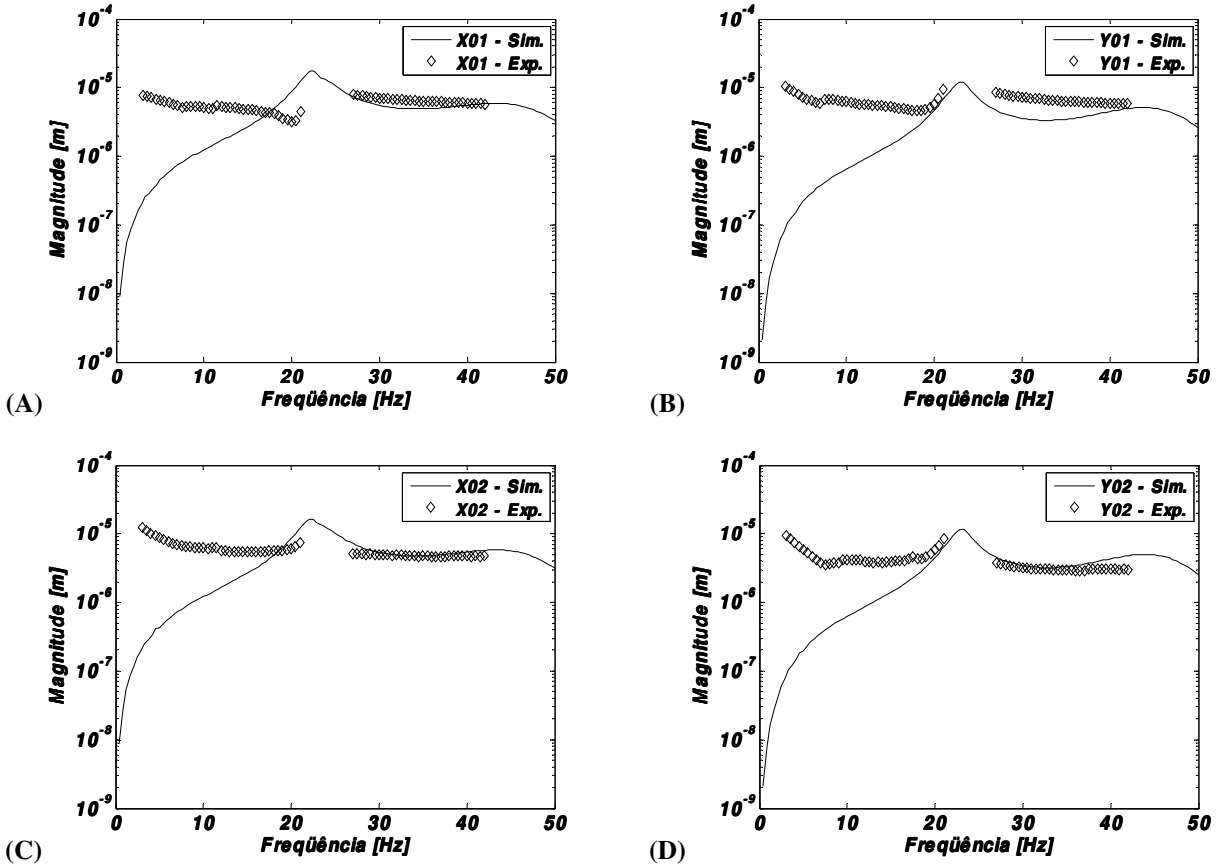


Figura 5.54: Deslocamento relativo do eixo nos mancais medido experimentalmente e simulado com rotor montado sobre fundação flexível (A – Horiz. Mancal 1; B – Vertic. Mancal 1; C – Horiz. Mancal 2; D – Vertic. Mancal 2).

O deslocamento relativo do eixo dentro dos mancais medido experimentalmente, mostrado na figura 5.54a, tem uma pequena oscilação em torno de 10 Hz. Na simulação computacional existe uma clara diferença entre os deslocamentos horizontais e verticais, que não foi verificada nos resultados experimentais.

É possível notar uma elevação da amplitude de vibração em torno de 20 Hz, correspondente à região de ressonância do rotor, e comparando-se o deslocamento do eixo acima desta região, é possível notar que os deslocamentos no mancal 2 são menores do que no mancal próximo ao motor, nas montagens com fundação rígida e flexível, apontando uma provável influência do acoplamento, que não foi considerado na simulação.

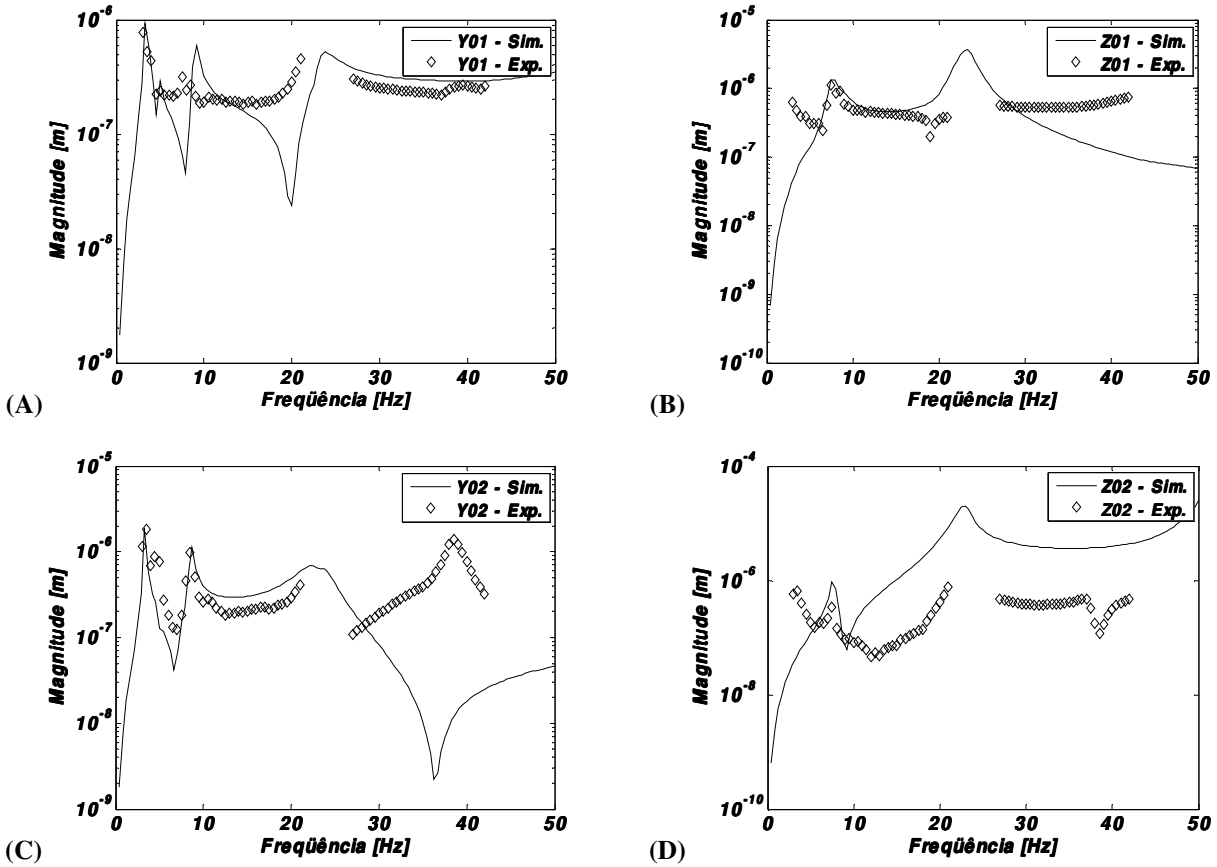


Figura 5.55: Deslocamento absoluto da fundação medido experimentalmente e simulado com rotor montado sobre fundação flexível (A – Horiz. Mancal 1; B – Vertic. Mancal 1; C – Horiz. Mancal 2; D – Vertic. Mancal 2).

Na figura 5.55 são identificados claramente os modos de corpo rígido da fundação, posicionados abaixo de 10 Hz, e novamente nota-se no teste experimental um modo da fundação em 38 Hz, presente em ambos mancais, apresentando maior amplitude no mancal próximo ao centro da base.

5.3.2 Resposta do rotor sobre fundação semi-flexível

A resposta do rotor montado na fundação semi-flexível foi calculada usando os parâmetros modais determinados pela a análise modal, explicitada na seção anterior, onde foram considerados vinte modos para representar o comportamento dinâmico da estrutura de suporte.

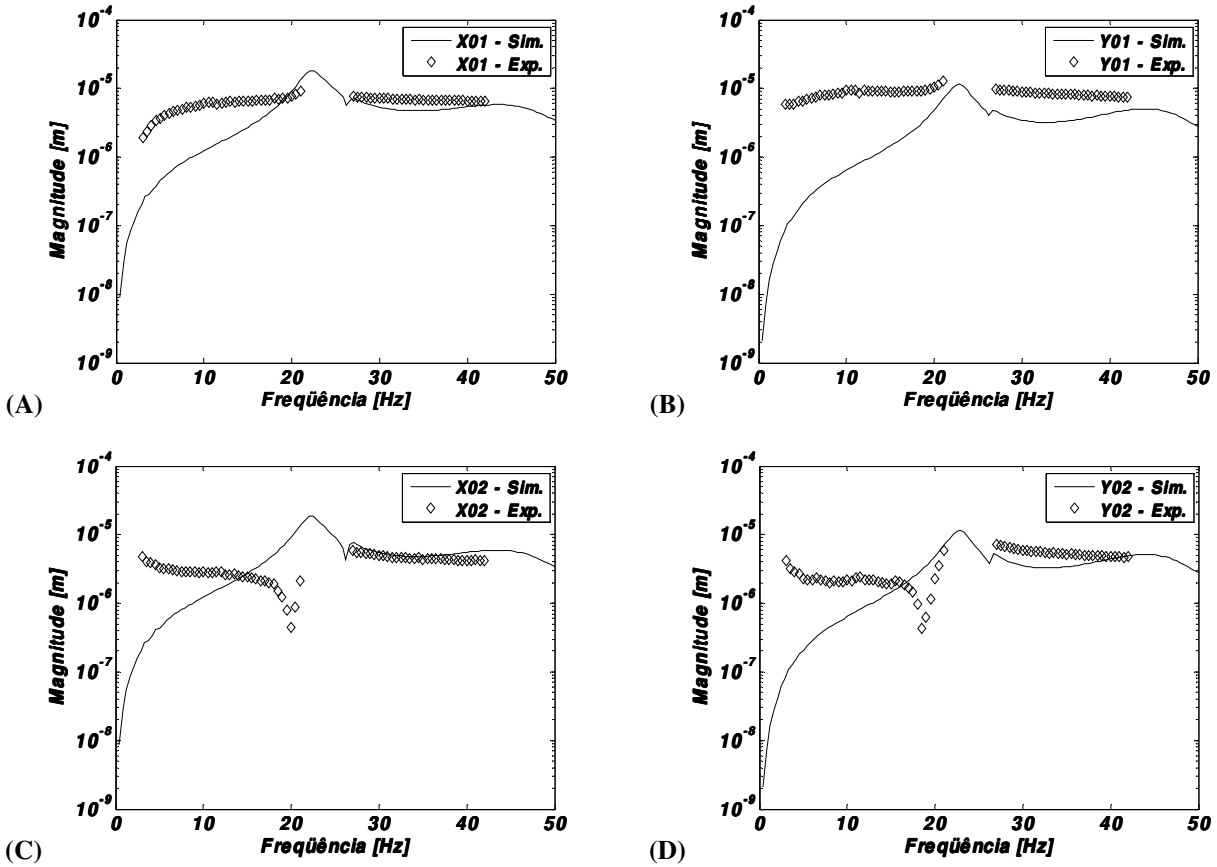


Figura 5.56: Deslocamento relativo do eixo nos mancais medido experimentalmente e simulado com rotor montado sobre fundação semi-flexível (A – Horiz. Mancal 1; B – Vertic. Mancal 1; C – Horiz. Mancal 2; D – Vertic. Mancal 2).

Na figura 5.56a é notada uma anti-ressonância nos deslocamentos relativos dos mancais em torno de 19 Hz, imediatamente antes da região de ressonância do rotor, porém na simulação esta anti-ressonância foi encontrada logo após a ressonância do rotor resultado da presença de um modo da fundação em 26,3 Hz. Novamente é observada uma amplitude maior de vibração no mancal próximo ao motor em comparação ao mancal próximo ao centro da base.

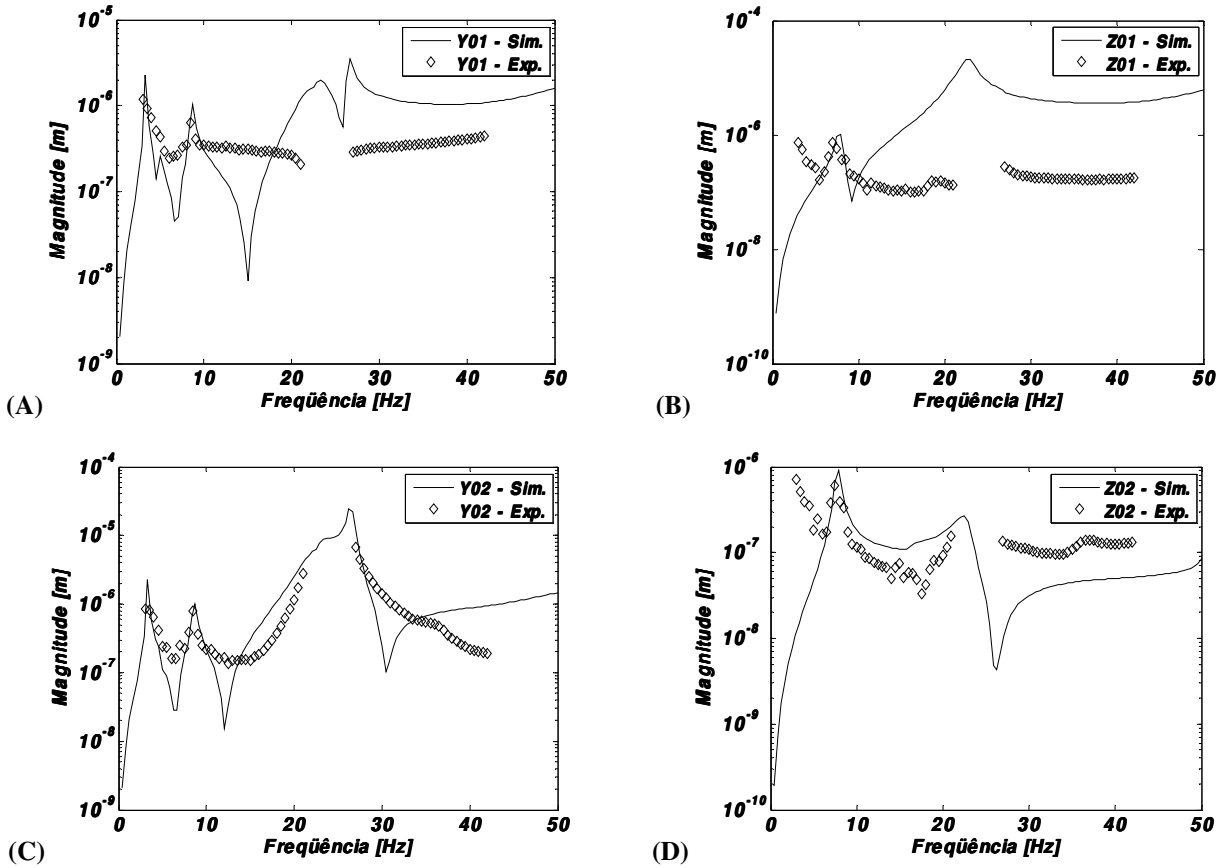


Figura 5.57: Deslocamento absoluto da fundação medido experiment. e simulado com rotor montado sobre fundação semi-flexível (A – Horiz. Mancal 1; B – Vertic. Mancal 1; C – Horiz. Mancal 2; D – Vertic. Mancal 2).

Comparando os deslocamentos dos apoios de mancal medidos experimentalmente com os simulados (figura 5.57), nota-se a presença dos modos de corpo rígido abaixo de 10 Hz. Com exceção do deslocamento vertical do mancal 2, não são observadas as anti-ressonâncias nas freqüência abaixo de 20 Hz. O deslocamento horizontal apresenta uma grande discrepância entre

o teste experimental e modelo simulado apresentando o que parece ser devido a presença de um modo de grande amplitude na região de ressonância do rotor.

Através da análise das FRDs experimentais e simuladas pode-se observar a influência dos modos de corpo rígido na estrutura de suporte, que puderam ser detectados em freqüência abaixo de 10 Hz. Não foram notadas as presenças de modos flexionais destas configurações de estrutura na resposta do eixo ou da fundação.

5.4 Análise modal complexa do sistema completo

Para realizar a análise do rotor em sua faixa de ressonância, adotou-se um procedimento de análise modal complexa, onde o rotor foi excitado nas direções vertical e horizontal através de um dispositivo rotativo acoplado ao eixo que permitiu a transmissão da força gerada pelo atuador (shaker), e deste modo determinar a função resposta em freqüência do rotor nesta condição.

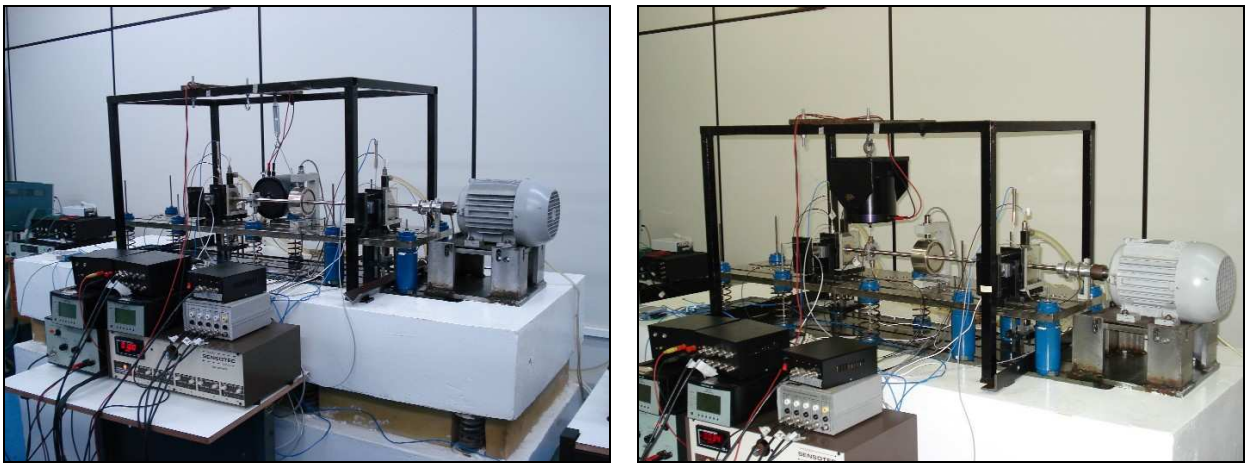


Figura 5.58: Teste experimental para aquisição de FRF do rotor.

O atuador foi fixado em um suporte apoiado na base de concreto, como pode ser visto na figura 5.58, o que não representa a melhor configuração para este teste, devido a limitações na obtenção da resposta dos modos de corpo rígido da fundação, além da possibilidade de serem incluídos modos relativos ao suporte do atuador.

Além das três configurações distintas de fundação, o rotor foi testado com a fundação rígida usando mancais com folgas diferentes, e duas temperaturas distintas do óleo lubrificante, o que permitiu uma melhor caracterização da influência dos mancais na dinâmica do rotor.

A resposta complexa do rotor foi simulada nas condições dos testes, com os mesmos dados da fundação e do rotor utilizados para o cálculo da resposta ao desbalanceamento.

5.4.1 Análise do rotor sobre fundação rígida

Para simular a resposta complexa do rotor, foram utilizados os mesmos dados da resposta ao desbalanceamento, porém na simulação o cálculo da FRF direcional (dFRF) foi feito excitando-se a massa posicionada no centro do eixo, enquanto que no teste experimental o eixo foi excitado a uma distância de 70 mm do mancal próximo ao centro da base, motivo pelo qual as dFRFs experimentais apresentam amplitudes menores que as dFRFs simuladas em uma razão constante.

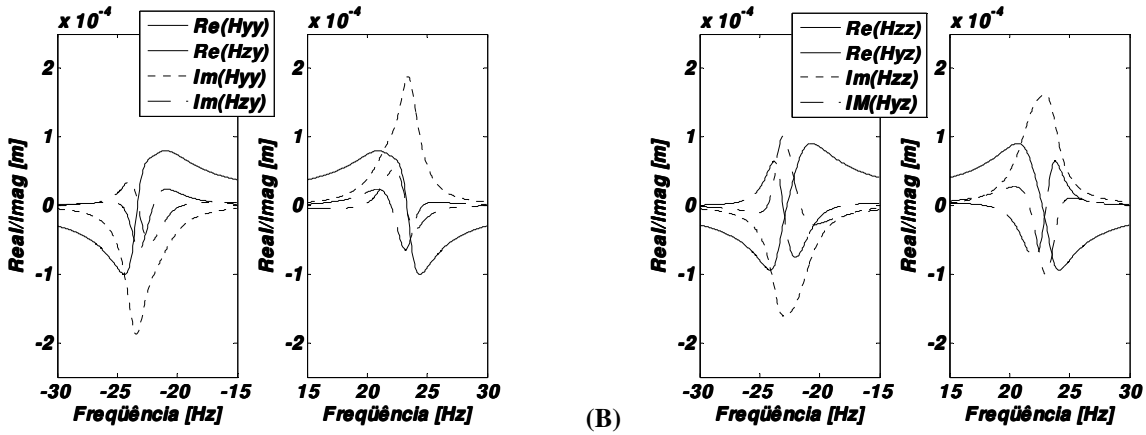
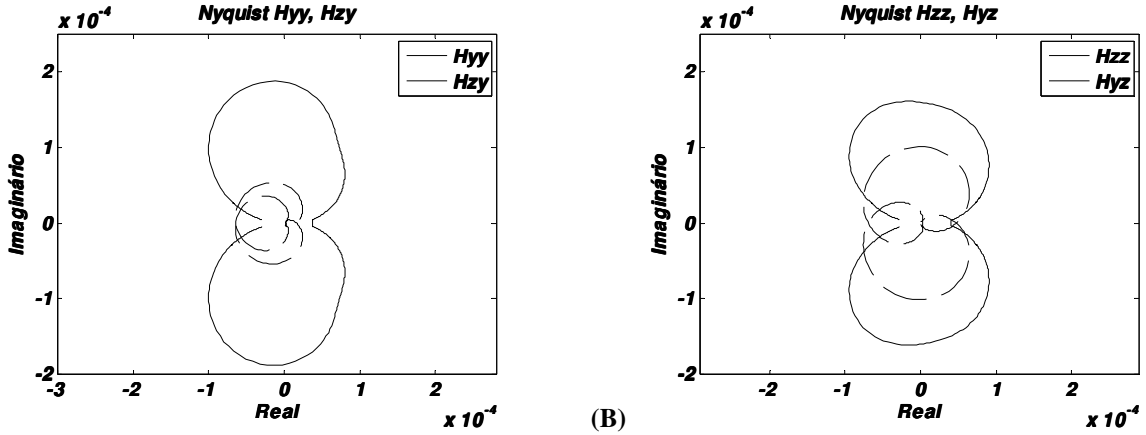


Figura 5.59: FRFs simuladas Hzz e Hyz (A), e Hyy e Hzy (B), rotor com fundação rígida e mancal com folga de 180 µm com óleo a 26ºC (15 a 28 Hz).

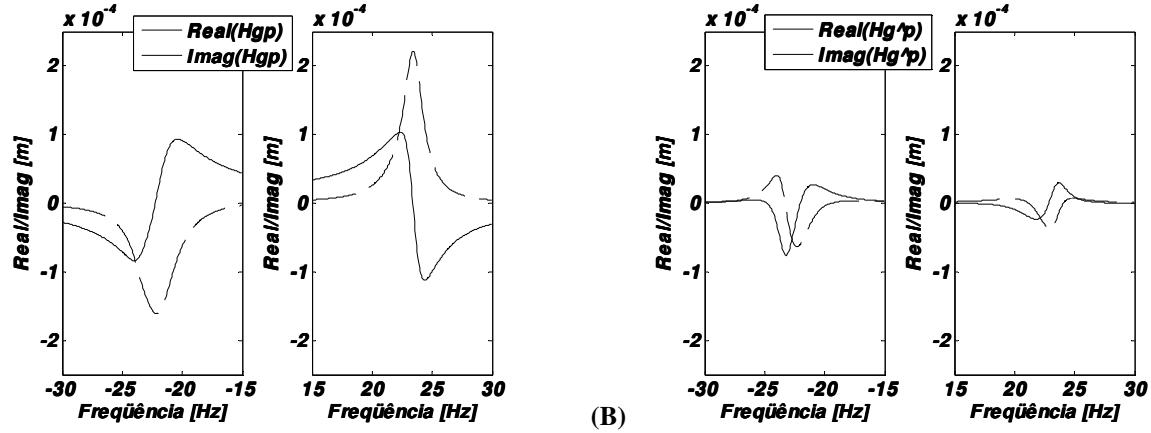
Na figura 5.59 podem ser observadas as FRFs calculadas na simulação do rotor montado em fundação rígida, e pode-se notar que os valores imaginários estão espelhadas em freqüências positivas e negativas.



(A) (B)

Figura 5.60: Gráfico de Nyquist das FRFs simuladas Hzz e Hyz (A), e Hyy e Hzy (B), rotor com fundação rígida e mancal com folga de 180 µm com óleo a 26ºC (15 a 28 Hz).

Na figura 5.60 são demonstrados os gráficos de Nyquist relativo aos dados apresentados na figura 5.59, correspondentes aos deslocamentos da massa em função da força aplicada. Com a análise modal clássica não é possível distinguir com clareza os modos diretos e retrógrados da massa, porém utilizando a formulação apresentada no Capítulo 3 pode-se calcular estes modos a partir das FRFs bilaterais estimadas nas direções horizontal e vertical.



(A) (B)

Figura 5.61: FRF direcional simulada, resposta direta (A) e resposta retrógrada da massa (B), mancal com folga de 180 µm com óleo a 26ºC.

Na figura 5.61 é apresentada a FRF direcional da massa na região da ressonância, sendo possível distinguir com maior clareza os modos diretos, representado na figura 5.61a, e os modos retrógrados apresentado na figura 5.61b.

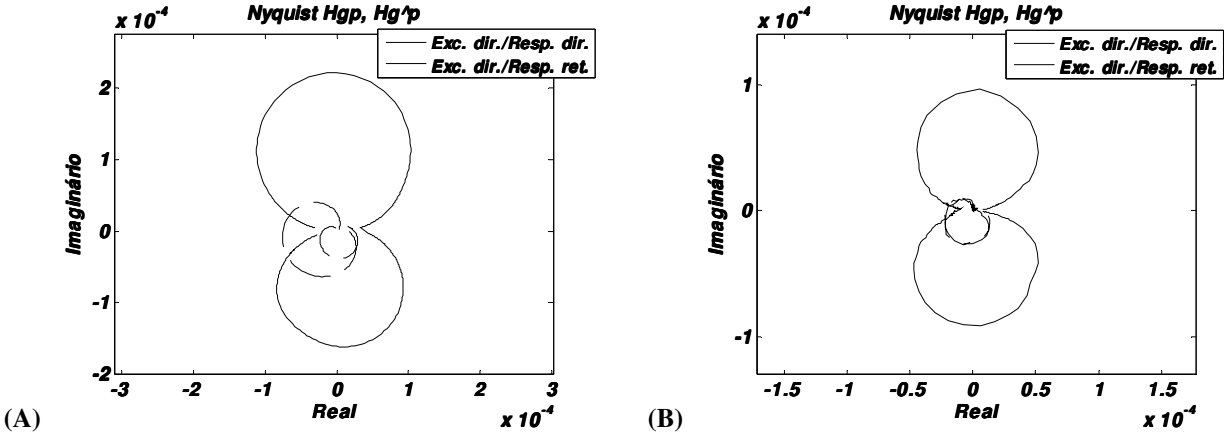


Figura 5.62: Gráfico de Nyquist dFRF simulada (A) e experimental (B), rotor com fundação rígida e mancais com folga de 180 μm com óleo a 26ºC.

Comparando os gráficos de Nyquist obtidos através da simulação e experimentalmente, apresentado na figura 5.62, é possível distinguir os modos diretos, de maior amplitude, dos modos retrógrados. A existência dos modos retrógrados se deve ao fato do tipo de mancal utilizado neste experimento ter um comportamento anisotrópico. A diferença de amplitude entre os modos retrógrados e diretos indica o grau de anisotropia do sistema. Quanto maior o modo retrógrado, maior será a anisotropia. Analisando a figura 5.62, é possível concluir que a anisotropia do mancal com folga de 180 μm com óleo a 26ºC é relativamente pequena em comparação com as outras condições testadas.

5.4.2 Análise do rotor sobre fundação flexível

A fundação flexível não influenciou significativamente no comportamento do rotor em relação aos modos diretos e retrógrados, como pode ser observado na figura 5.63. A simulação e o teste experimental apontam uma pequena mudança nos modos retrógrados, mantendo-se porém, a mesma amplitude observada para a fundação rígida.

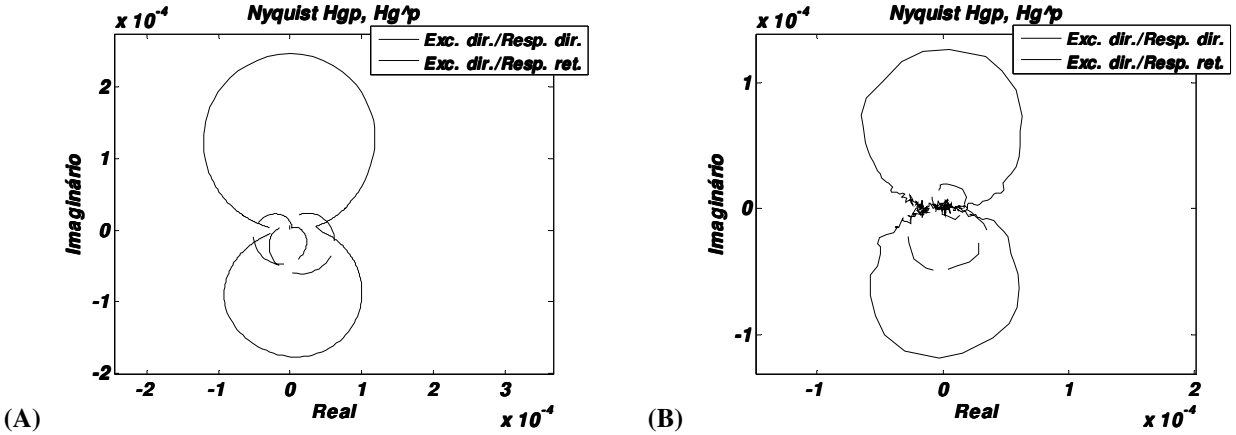


Figura 5.63: Gráfico de Nyquist dFRF simulada (A) e experimental (B), rotor com fundação flexível e mancais com folga de 180 µm com óleo a 26ºC.

Os modos diretos não apresentam variação de amplitude significativa entre a fundação rígida e a fundação flexível, o que indicam a sutil influência que o comportamento da fundação tem sobre a dinâmica do rotor (massa concentrada) neste caso.

5.4.3 Análise do rotor sobre fundação semi-flexível

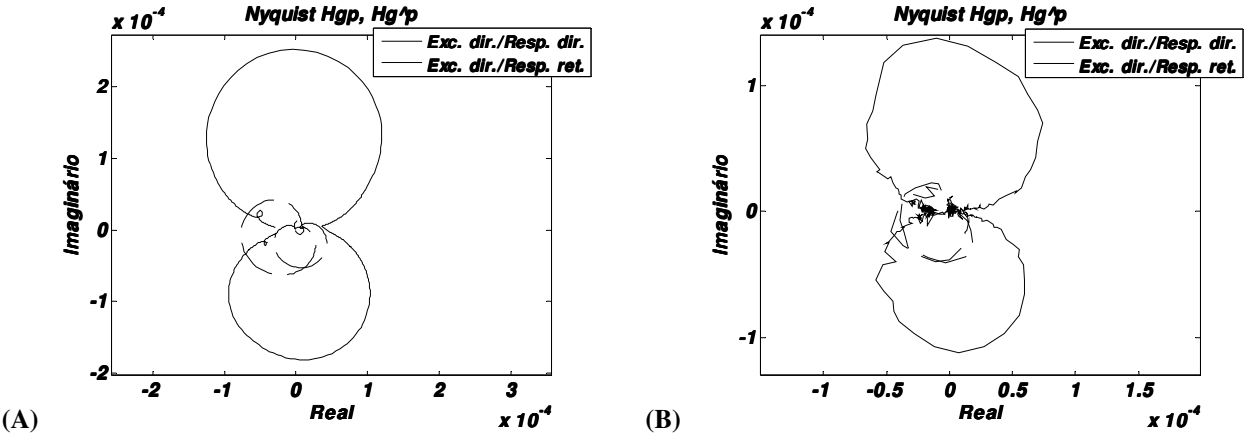


Figura 5.64: Gráfico de Nyquist dFRF simulada (A) e experimental (B) do rotor com fundação semi-flexível e mancal com folga de 180 µm com óleo a 26ºC.

Analisando o gráfico de Nyquist das FRFs direcionais do rotor com fundação semi-flexível (figura 5.64), observam-se pequenas variações nos modos diretos e retrógrados, assim como os observados na fundação flexível. Nos modos diretos pode-se observar o aparecimento de um

modo com pequena amplitude no resultado da simulação, também apresentada na FRD deste sistema (figura 5.56b), em função do modo flexional da fundação em 26,3 Hz.

5.4.4 Análise do rotor com mancal com folga de 180 μm e óleo a 35ºC

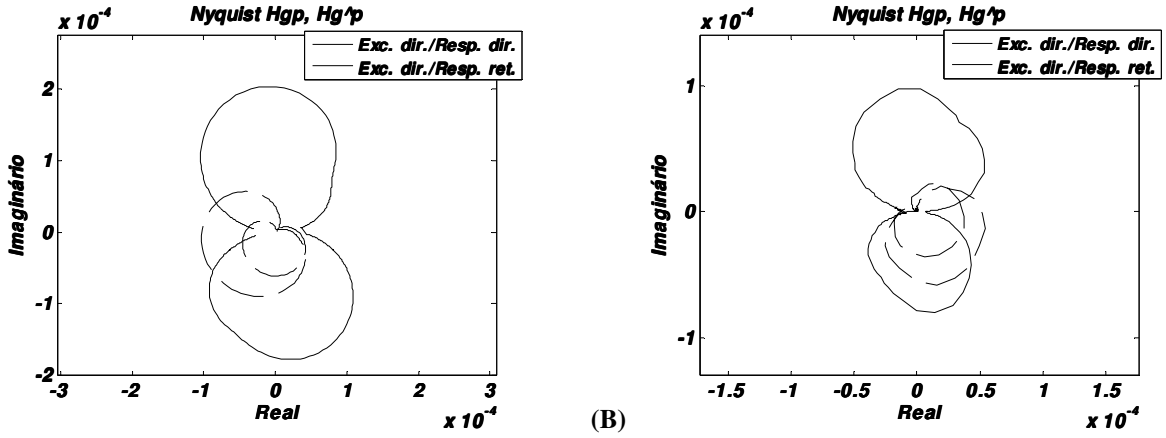


Figura 5.65: Gráfico de Nyquist FRF direcional simulada (A) e experimental (B), do rotor com fundação rígida e mancal com folga de 180 μm com óleo a 35ºC.

Na figura 5.65 é observado o efeito do aumento de temperatura do óleo lubrificante no deslocamento da massa, é possível constatar um aumento na amplitude do modo retrógrado indicando um maior grau de anisotropia dos mancais. Outra conclusão que pode ser extraída deste dados, é que o rotor na configuração testada é mais suscetível a alterações na temperatura do óleo dos mancais que às diferentes configurações de fundação.

5.4.5 Análise do rotor com mancal com folga de 250 μm e óleo a 26ºC

Comparando os gráficos da figura 5.62, 5.65 e 5.66, pode-se deduzir que os mancais com folga de 250 μm, aumentam ainda mais a amplitude dos modos retrógrados, indicando o maior grau de anisotropia destes componentes.

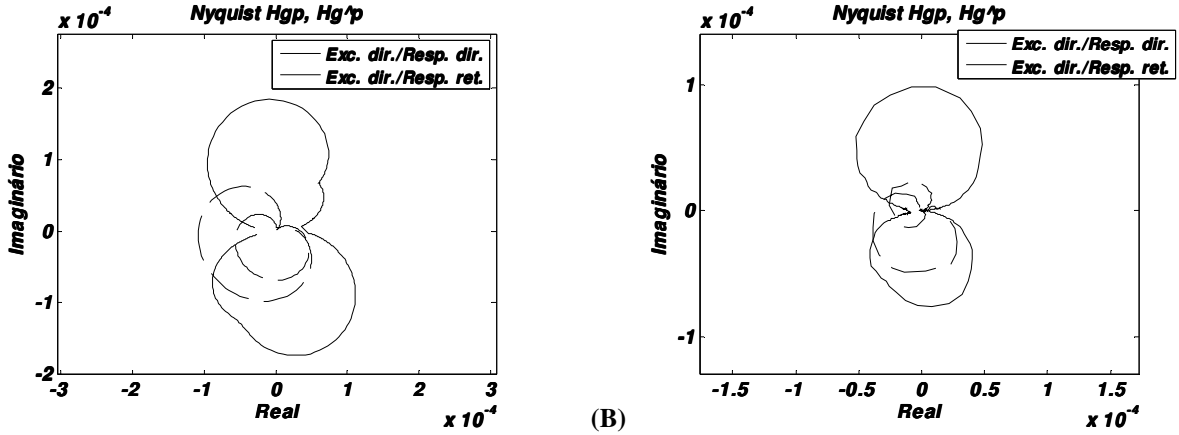


Figura 5.66: Gráfico de Nyquist FRF simulada (A) e experimental (B), mancal com folga de 250 µm com óleo a 26ºC.

Os modos diretos apresentam uma pequena alteração na amplitude, e comparando os resultados obtidos com as diferentes temperaturas de óleo, pode-se concluir que a folga dos mancais tem maior influência neste rotor que a temperatura do óleo e os diferentes tipos de fundação.

5.4.6 Análise do rotor com mancal com folga de 250 µm e óleo a 35ºC

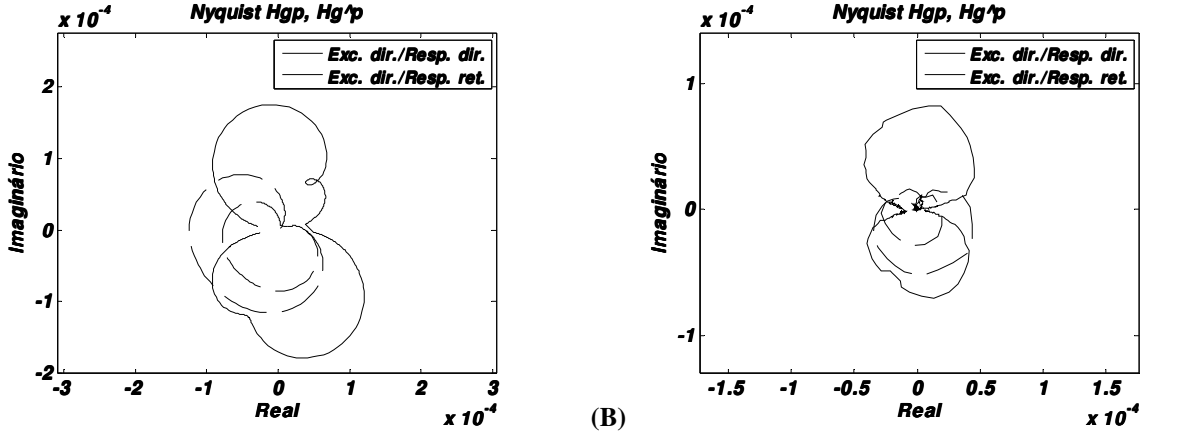


Figura 5.67: Gráfico de Nyquist FRF simulada (A) e experimental (B), mancal com folga de 250 µm com óleo a 35ºC.

Na figura 5.67 nota-se um aumento da amplitude dos modos retrógrados da massa, o que era esperado em virtude dos aumentos obtidos através da folga e da variação de temperatura, o que consolida os resultados obtidos anteriormente.

5.5 Resposta harmônica do rotor

Componentes do rotor como os mancais hidrodinâmicos apresentam comportamento não-linear, fato que pode ser constatado através do aparecimento de harmônicas na resposta do rotor. No Capítulo 3 foi proposto o método de colocação trigonométrica para calcular a resposta harmônica de um rotor utilizando um modelo de mancal não-linear. Este método foi usado para modelar um rotor conforme o teste experimental realizado. Nesta seção, são apresentadas as simulações com o modelo não-linear e resultados experimentais de mancais cilíndricos com duas folgas distintas, 180 e 250 μm, montados sobre uma fundação rígida.

Para resposta harmônica foram consideradas três freqüências, a rotação do eixo (síncrona), duas vezes a freqüência de rotação do eixo (segunda harmônica) e três vezes a rotação do eixo (terceira harmônica). Além da resposta harmônica, o método não-linear também calcula a posição de equilíbrio do eixo para cada rotação, podendo ser determinada a trajetória do eixo dentro dos mancais.

5.5.1 Resposta do rotor com mancal com folga de 180 μm

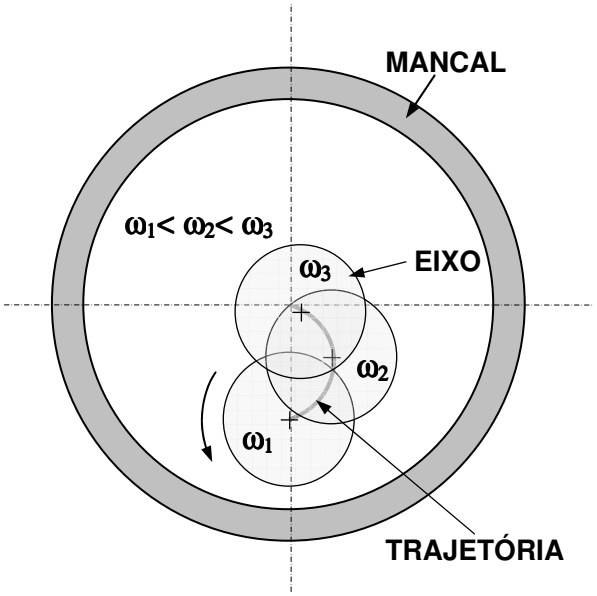


Figura 5.68: Trajetória do centro do eixo em função do aumento da velocidade rotação.

Ocvirk (1952) demonstrou através do modelo de mancal curto, que o aumento da rotação proporcionava maior pressão hidrodinâmica, aumentando a força de sustentação. O eixo que inicia seu movimento em contato com a parte inferior do mancal devido à força da gravidade, e uma força de sustentação hidrodinâmica nula, com o aumento da rotação começa a se elevar e se mover em direção ao centro do mancal como ilustrado na figura 5.68.

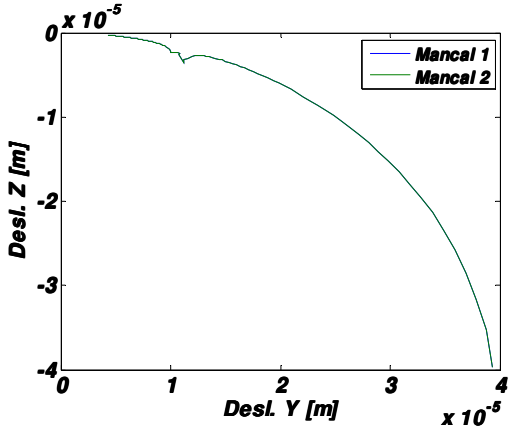
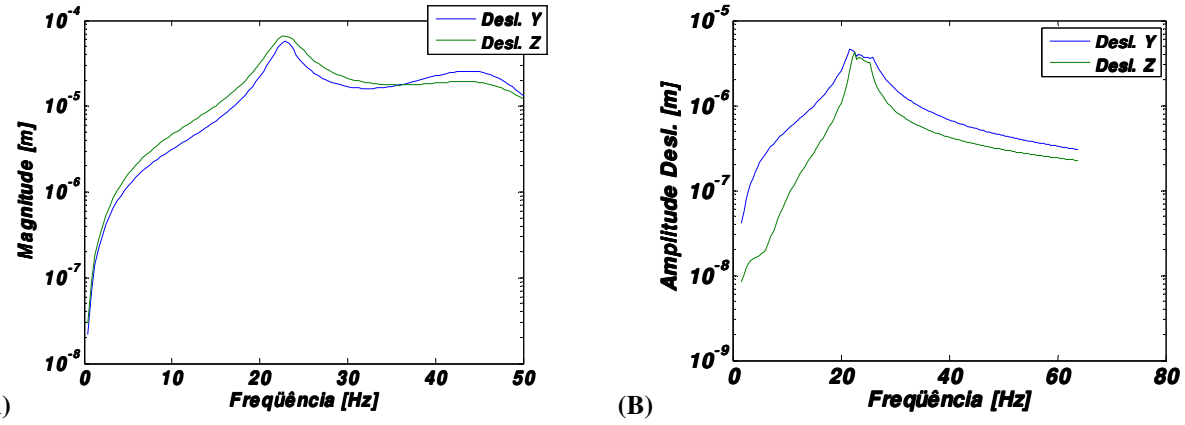


Figura 5.69: Trajetória do centro do eixo, dentro dos mancais com folga de 180 µm.

Na figura 5.69 está descrita a trajetória do eixo ao centro do mancal conforme aumento da velocidade de rotação do eixo, pode ser observar uma leve perturbação na trajetória próxima à posição horizontal 1×10^{-5} m (eixo Y), em virtude da instabilidade numérica no método de solução não-linear na faixa de freqüências próxima à ressonância do rotor (22,5 Hz).



(A) **(B)**

Figura 5.70: Amplitude de vibração síncrona do eixo nos mancais com folga de 180 µm, modelo de mancal linear (A) e não-linear (B).

Comparando-se o modelo de mancal hidrodinâmico linear com o modelo não-linear, pode-se notar na figura 5.70 que existe uma clara diferença entre as amplitudes dos deslocamentos verticais e horizontais do eixo nos mancais, e como pode ser observado o resultado da simulação do modelo não-linear apresenta baixa qualidade na região em torno de 22,5 Hz, correspondente à freqüência de ressonância do rotor.

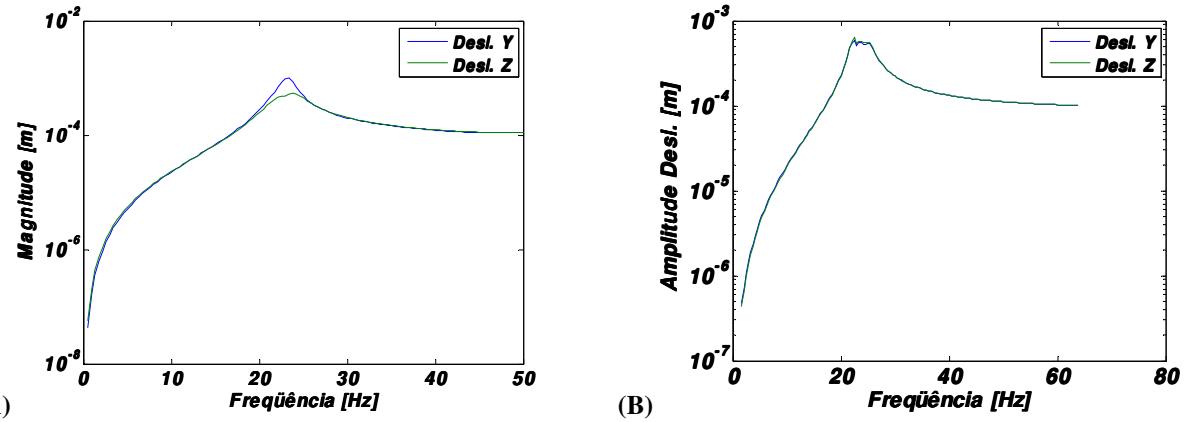


Figura 5.71: Amplitude de vibração síncrona da massa, mancais com folga de 180 µm, modelo de mancal linear (A) e não-linear (B).

Na análise da amplitude dos deslocamentos da massa (fig. 5.71) pode-se verificar que os modelos linear e não-linear apresentam respostas similares, com exceção da faixa de ressonância do rotor.

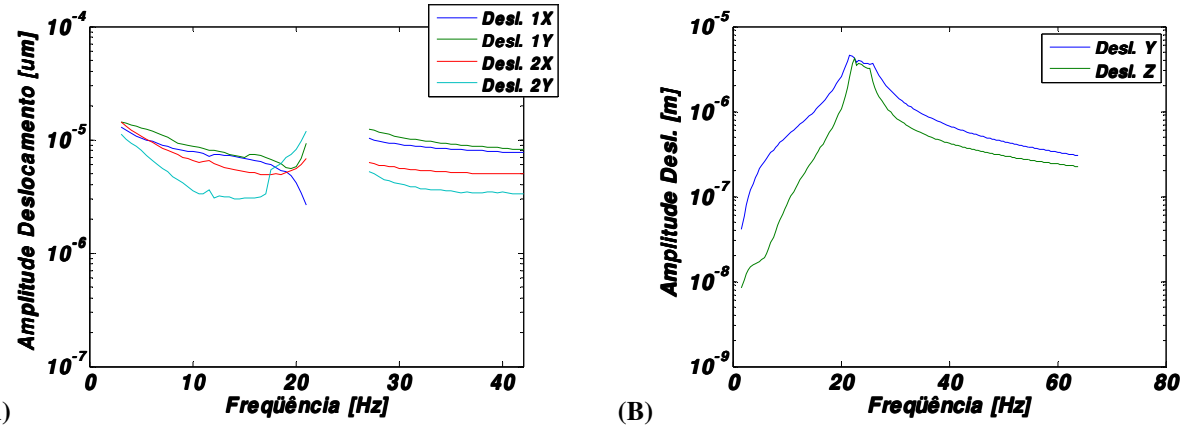
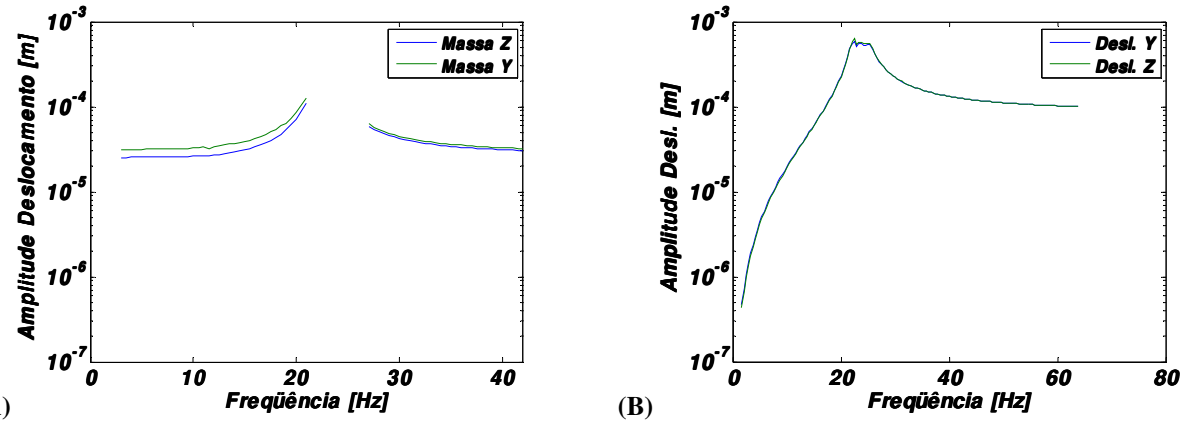


Figura 5.72: Amplitude de vibração síncrona do eixo nos mancais com folga de 180 µm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B).

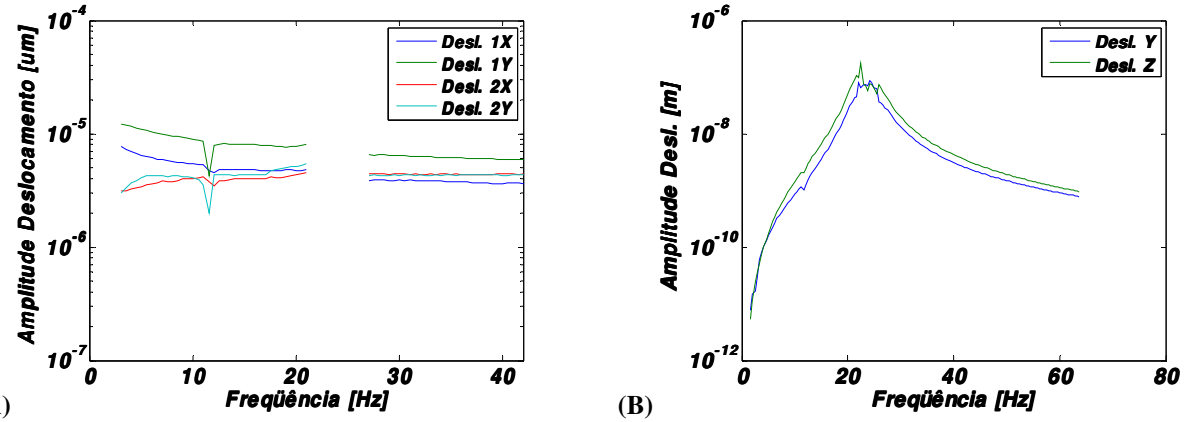
Na figura 5.72 pode-se observar as curvas obtidas experimentalmente e analiticamente através da simulação de resposta harmônica, sendo que na figura 5.72b estão representados os deslocamento em apenas um dos mancais, pois sendo o eixo simétrico, e desconsiderando-se os efeitos de fundação, obtém-se a mesma resposta do eixo nos dois mancais.



(A) (B)

Figura 5.73: Amplitude de vibração síncrona da massa, mancais com folga de 180 µm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B).

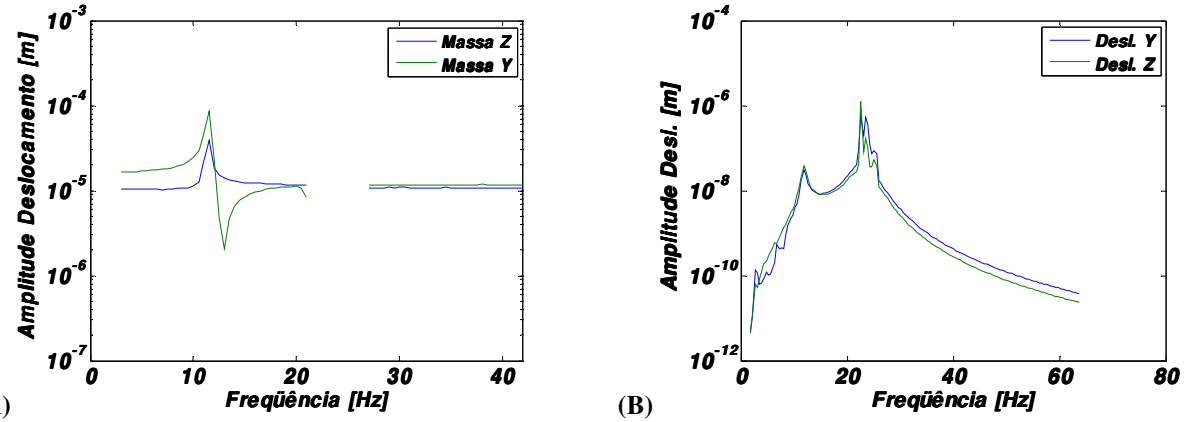
No deslocamento da massa (fig. 5.73) é apontado um aumento da amplitude ao redor da região de ressonância do rotor, que também é verificado na simulação não-linear. O rotor com modelo linear de mancal não apresenta resposta nas harmônicas, por isso a resposta harmônica calculada através da simulação não-linear será comparada somente com os dados experimentais.



(A) (B)

Figura 5.74: Amplitude de vibração da segunda harmônica do eixo dentro dos mancais com folga de 180 µm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B).

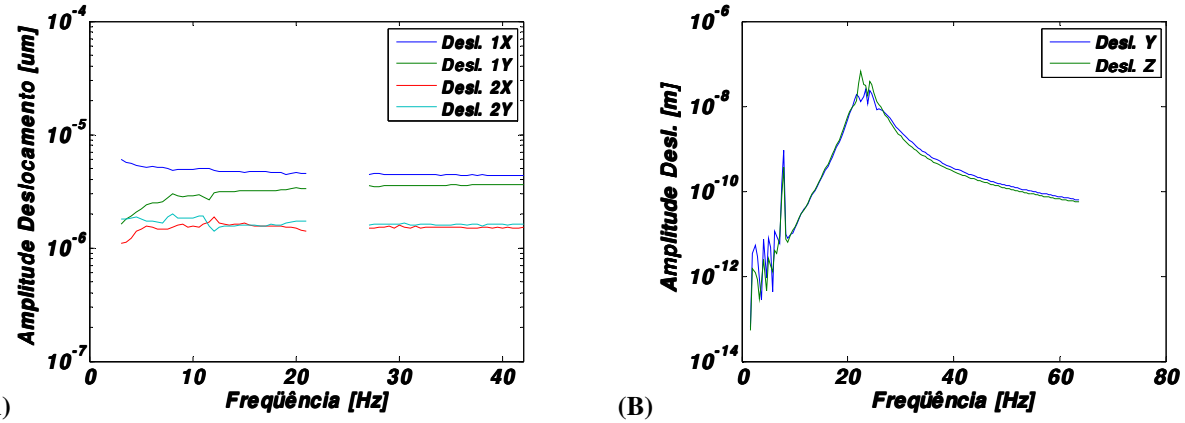
Na figura 5.74 é mostrada a amplitude de vibração da segunda harmônica dos deslocamentos do eixo dentro dos mancais, é possível constatar em ambos os casos uma pequena anti-ressonância em 11 Hz. Também pode-se notar que a amplitude da segunda harmônica calculada é menor que a amplitude medida experimentalmente.



(A) (B)

Figura 5.75: Amplitude de vibração da segunda harmônica da massa, mancais com folga de 180 µm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B).

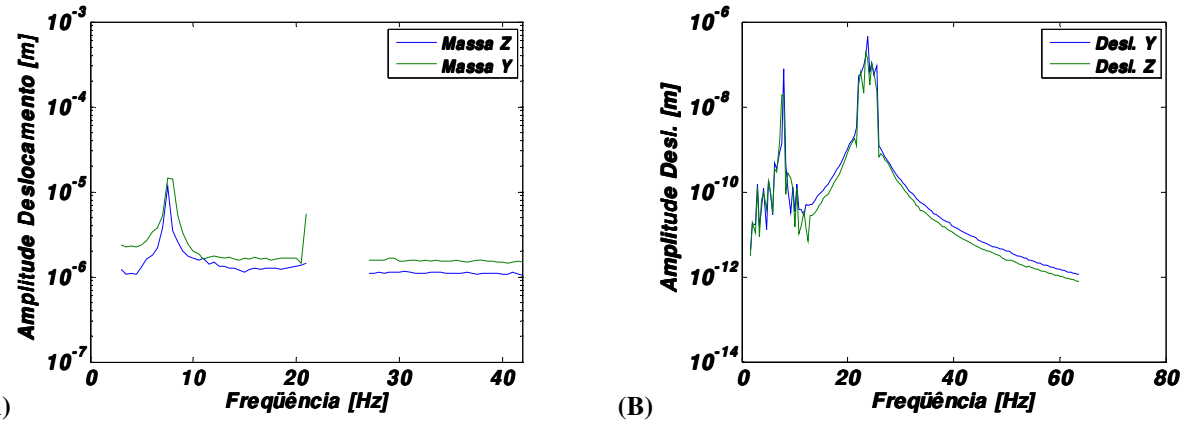
Na segunda harmônica do deslocamento da massa (fig. 5.75) é possível observar um pico de ressonância em 11 Hz, na mesma freqüência onde havia uma anti-ressonância no deslocamento do eixo. A amplitude de vibração da massa detectada experimentalmente também é maior que a calculada através da simulação não-linear



(A) (B)

Figura 5.76: Amplitude de vibração da terceira harmônica do eixo dentro dos mancais com folga de 180 µm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B).

Na análise da figura 5.76a pode-se observar pequenas oscilações na amplitude da terceira harmônica do deslocamento do eixo, abaixo de 11 Hz, fato que também pode ser observado no resultado da simulação, que pode estar associado a uma falta de precisão na solução das equações não-lineares.



(A) (B)

Figura 5.77: Amplitude de vibração da terceira harmônica da massa, mancais com folga de 180 µm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B).

A figura 5.77 aponta um pico de ressonância em aproximadamente 8 Hz, nos resultados experimentais e simulados da terceira harmônica do deslocamento da massa, mostrando boa concordância entre os resultados simulados e experimentais, apesar das diferenças de amplitudes apresentadas.

5.5.2 Resposta do rotor com mancal com folga de 250 µm

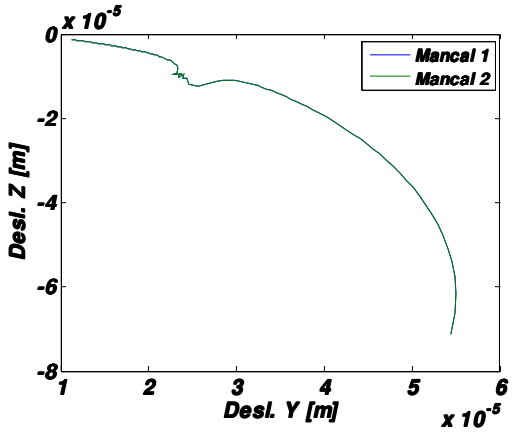
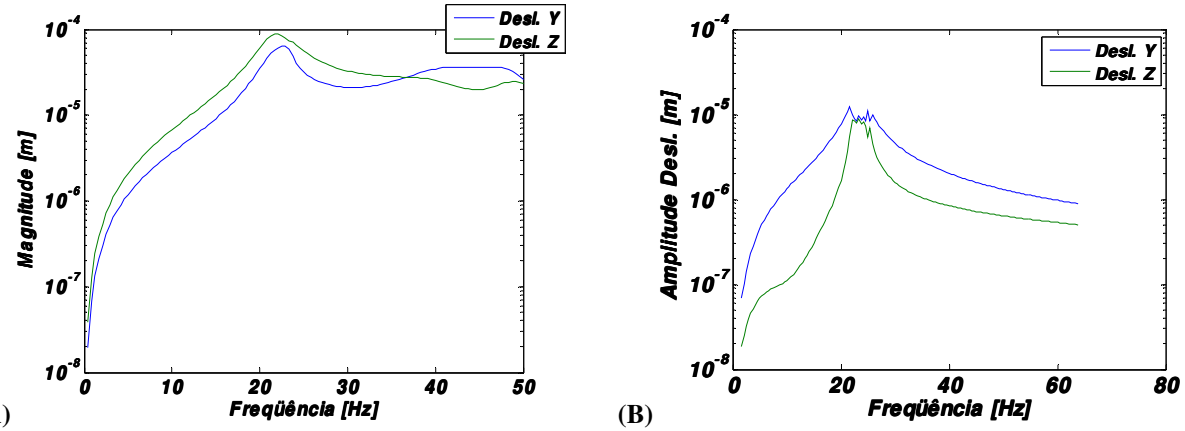


Figura 5.78: Trajetória do centro do eixo dentro dos mancais com folga de 250 µm.

A figura 5.78 mostra a trajetória do centro do eixo dentro do mancal com folga diametral de 250 µm, o que leva a um percurso mais longo em direção ao centro do mancal, com o aumento da rotação do rotor.



(A) **(B)**

Figura 5.79: Amplitude de vibração síncrona do eixo nos mancais com folga de 250 µm, modelo de mancal linear (A) e não-linear (B).

Comparando resposta síncrona do deslocamento do eixo nos mancais (fig. 5.79) obtida pelos dois métodos, percebe-se uma leve diferença na amplitude de vibração em ambos relacionada ao aumento da folga do mancal. A região de ressonância do rotor na simulação não-

linear (fig. 5.79b), apresenta o problema de convergência associado ao método de solução de equações não-lineares utilizado.

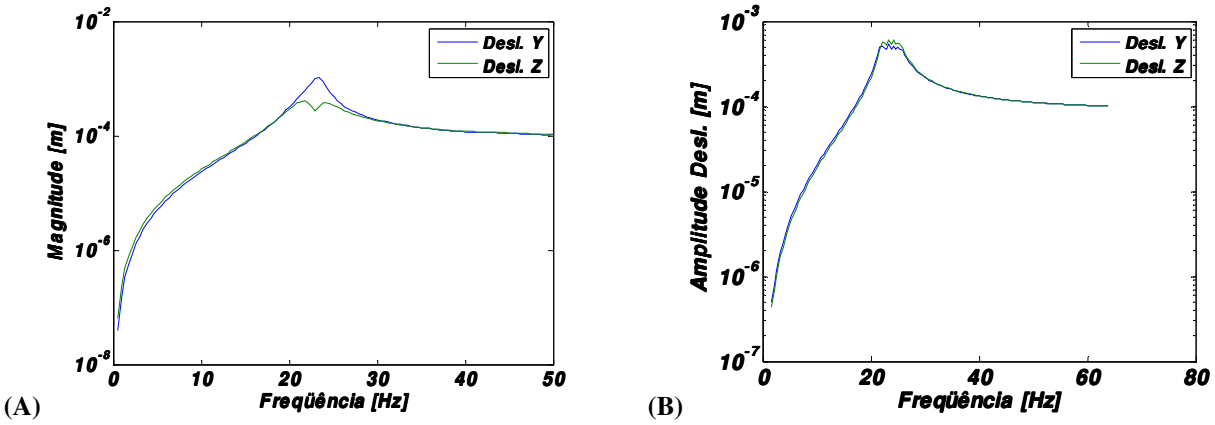


Figura 5.80: Amplitude de vibração síncrona da massa, mancais com folga de 250 µm, modelo de mancal linear (A) e não-linear (B).

A amplitude de vibração da massa calculada pela simulação dos modelos linear e não-linear na figura 5.80, não mostra variações significativas em relação ao mancal com folga de 180 µm.

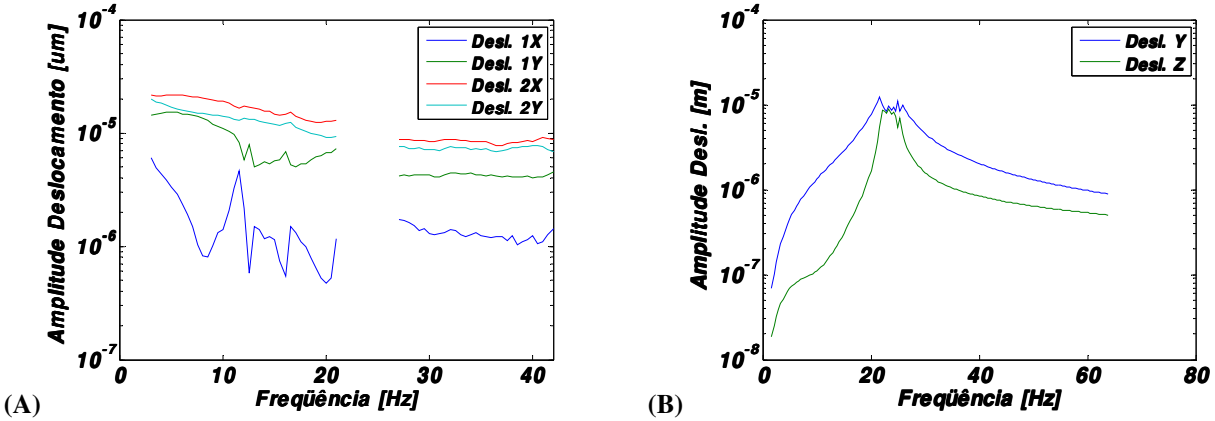
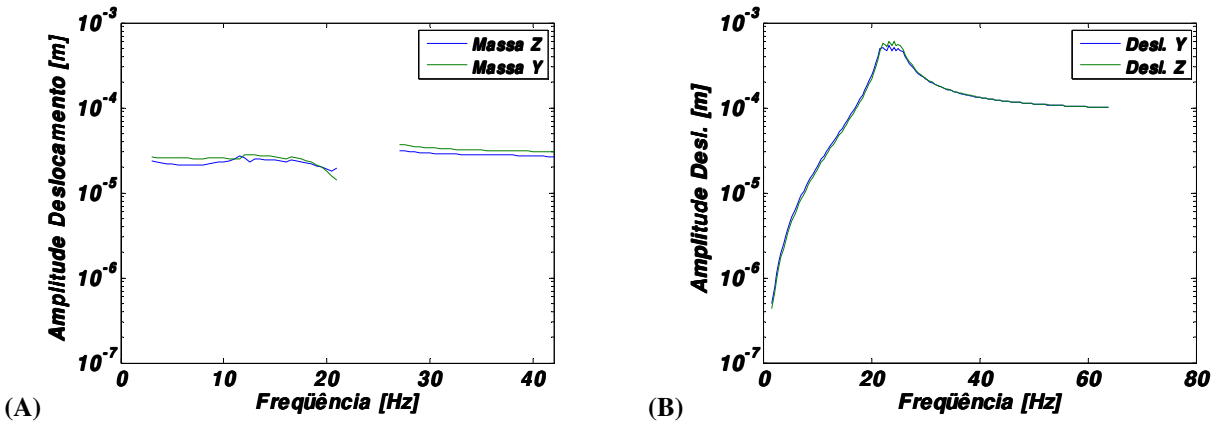


Figura 5.81: Amplitude de vibração síncrona do eixo nos mancais com folga de 250 µm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B).

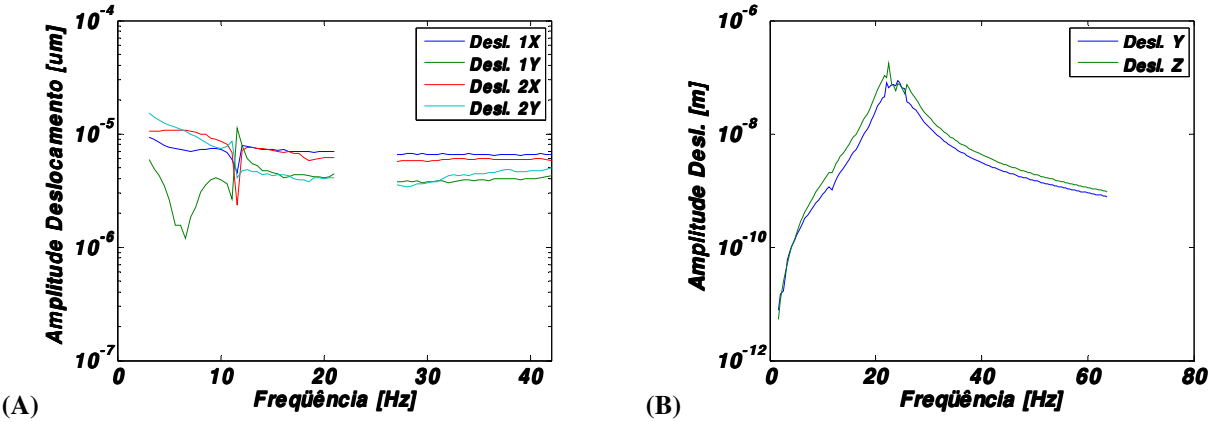
Analisando os dados relativos ao deslocamento medido do eixo nos mancais na figura 5.81a, nota-se uma oscilação de amplitude no mancal próximo ao motor (mancal 2), enquanto que na simulação não são reportadas tais oscilações.



(A) (B)

Figura 5.82: Amplitude de vibração síncrona da massa, mancais com folga de 250 µm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B).

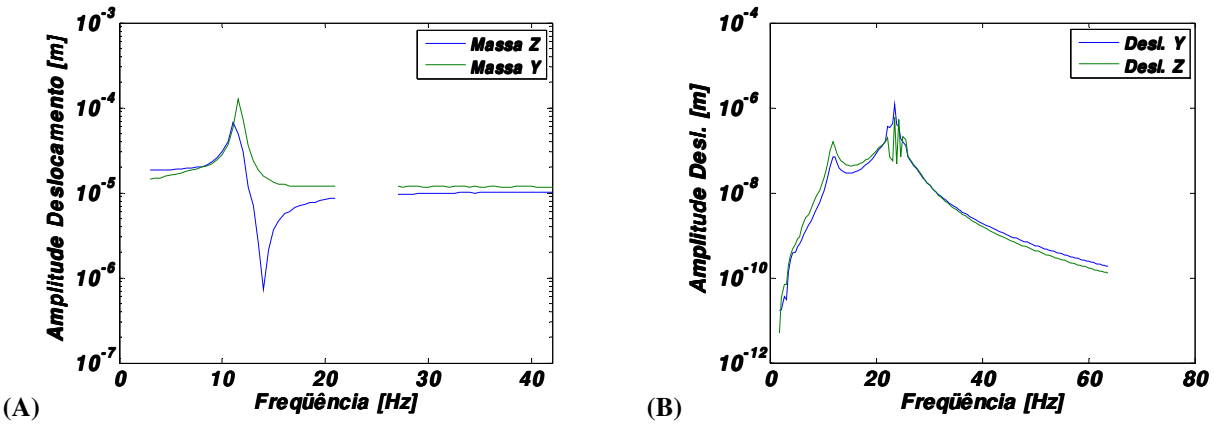
Na figura 5.82a é observada que a oscilação presente no eixo (fig. 5.81a) em 11 Hz, é detectada no deslocamento da massa, indicando uma certa coerência entre os dados experimentais. Na simulação com modelo de mancal não-linear (fig. 5.82b) não é possível observar estas oscilações.



(A) (B)

Figura 5.83: Amplitude de vibração da segunda harmônica do eixo dentro dos mancais com folga de 250 µm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B).

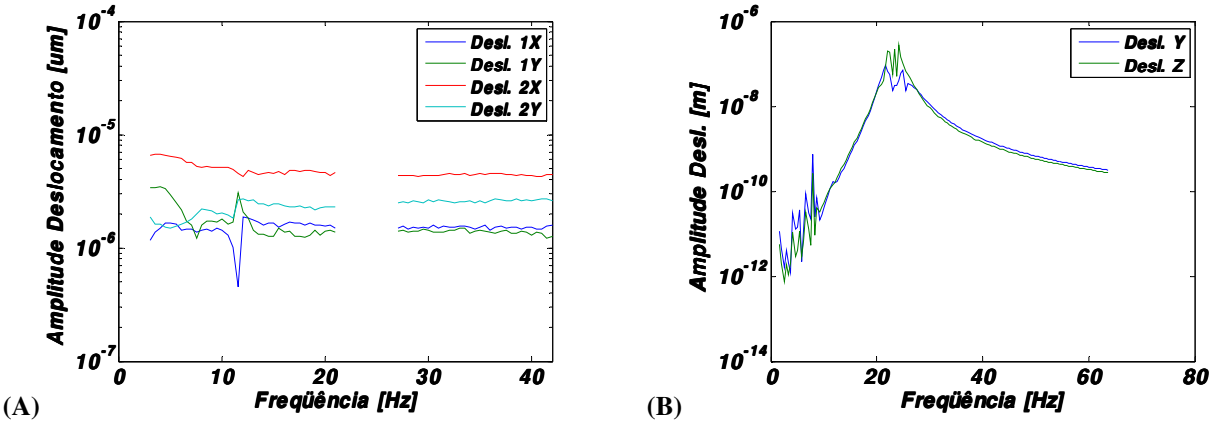
Na figura 5.83 pode-se observar uma oscilação da amplitude de vibração da segunda harmônica do eixo em aproximadamente 11 Hz, presente com maior intensidade nos dados experimentais.



(A) (B)

Figura 5.84: Amplitude de vibração da segunda harmônica da massa, mancais com folga de 250 µm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B).

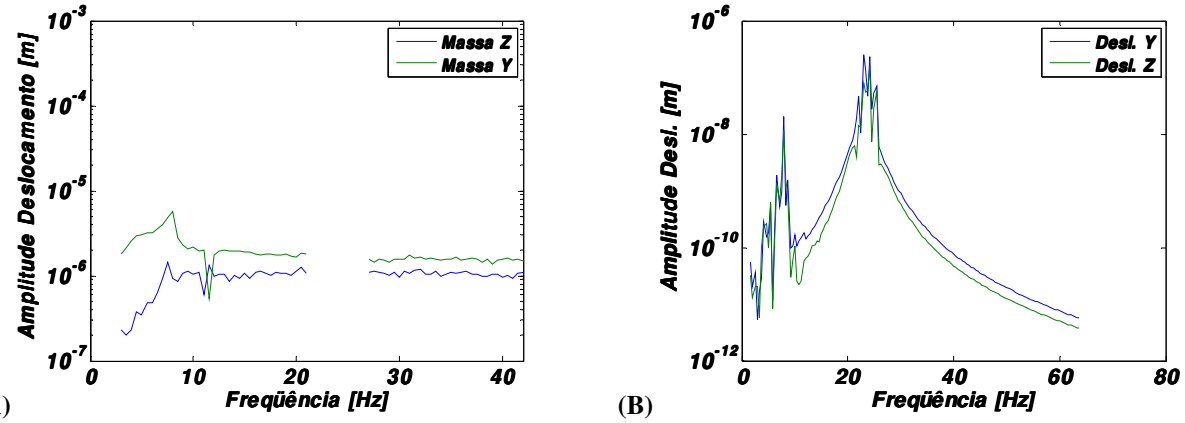
A oscilação em 11 Hz está presente na amplitude de vibração da segunda harmônica da massa, como pode ser observado na figura 5.84, como já havia sido notado com a utilização do mancal com folga de 180 µm.



(A) (B)

Figura 5.85: Amplitude de vibração da terceira harmônica do eixo dentro dos mancais com folga de 250 µm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B).

Comparando-se a amplitude de vibração da terceira harmônica no eixo dentro dos mancais na figura 5.85a, pode-se também observar a oscilação em 11 Hz no modelo experimental, que está representada com menor amplitude, nos dados da simulação do mancal não-linear.



(A) (B)

Figura 5.86: Amplitude de vibração da terceira harmônica da massa, mancais com folga de 250 µm, teste experimental (A) e modelo não-linear de mancal (B).

Na figura 5.86a está representada a amplitude de vibração da terceira harmônica da massa medida experimentalmente, e pode-se notar duas oscilações, a primeira em 7 Hz, enquanto que a segunda está na freqüência de 11 Hz. Estas oscilações podem ser observadas com menor magnitude nos resultados da simulação na figura 5.86b.

Capítulo 6

Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos

Neste trabalho foram apresentadas: a análise modal de uma estrutura de uma máquina rotativa; a utilização de dois métodos de otimização para refinar os parâmetros modais, com a conseqüente integração destes com um modelo teórico do subsistema rotor-mancal, através do método das coordenadas mistas; e o cálculo da resposta ao desbalanceamento e função resposta em freqüência direcional determinada através de análise modal complexa. Por último, dois modelos de mancal hidrodinâmico, um linear e outro não-linear foram integrados a um modelo do rotor, e este sistema foi calculado através do método de colocação trigonométrica, que permitiu distinguir as respostas dos diferentes modelos, e compará-las com o resultado experimental.

Na análise modal da estrutura de fundação da máquina rotativa, sendo a estrutura que conecta os mancais de suporte do rotor ao solo, foi apresentado um método modificado em relação ao proposto por Cavalcante e Cavalca em 2001. Este método demonstrou ser eficaz no cálculo dos parâmetros modais, porém também apresenta uma certa sensibilidade em relação à precisão dos dados experimentais, especialmente na região de ressonância dos modos que é utilizada nos cálculos, o que pôde ser verificado pela comparação das FRFs experimentais e calculadas.

Para compensar imprecisões inerentes aos dados experimentais, foram utilizados dois métodos distintos de otimização, que permitem um melhor ajuste dos dados. O método de Busca Áurea demonstrou boa convergência em quase todos os casos, porém os melhores ajustes foram obtidos com a utilização do método de Levenberg-Marquardt, com mínimos quadrados não-lineares. Apesar dos bons resultados apresentados por ambos, é preciso cautela ao se utilizar deste tipo de algoritmo de otimização, pois considerando um número reduzido de modos, o

método reduzirá o erro entre a FRF experimental e a FRF calculada pelos parâmetros modais, e isto pode levar a uma distorção dos parâmetros modais calculados.

Na integração entre os subsitemas fundação e rotor-mancal, pode ser observado que os modos de maior espectro na faixa de operação do rotor têm maior influência em seu comportamento dinâmico, e mesmo com a identificação dos parâmetros modais de apenas dois pontos nos apoios de mancal, foi possível obter um resultado teórico próximo do real, onde puderam ser identificados claramente os modos de corpo rígido em 3,5 Hz (horizontal), 7,7 Hz (vertical) e 8,8 Hz (vertical) presentes na fundação.

Para a região de ressonância do rotor, a aplicação da análise modal complexa no modelo teórico-experimental demonstrou algumas características importantes do sistema, associadas aos modos diretos e retrógrados, como o aumento da amplitude do modo retrógrado na ressonância do rotor, com o aumento da folga do mancal cilíndrico, ou o aumento da temperatura do óleo lubrificante, indicando um claro aumento da anisotropia dos mancais nas situações citadas. A análise modal complexa experimental tem um limitante, que é a necessidade da excitação e medição em duas direções no ponto de interesse, o que limita sua aplicação prática, pois em máquinas rotativa reais, tais como turbinas, o acesso aos componentes é bastante restrito.

Com a comparação entre os modelos linear e não-linear dos mancais, foi possível observar através do modelo não-linear, a resposta harmônica do rotor que demonstrou na freqüência de duas vezes a velocidade de rotação, um pico de ressonância no eixo dentro do mancal em 11 Hz, que não pode ser determinado através de um modelo linear, a qual fornece a resposta ao desbalanceamento apenas na freqüência síncrona. O método da colocação trigonométrica, utilizado na solução do mancal não-linear, apresentou outras vantagens como o cálculo da posição do centro da órbita do eixo dentro do mancal, demonstrando seu deslocamento para o centro do mancal com o aumento da velocidade de rotação do eixo. Porém, este método apresenta como desvantagens, um tempo elevado de simulação em comparação com o cálculo apenas da resposta síncrona, e problemas de convergência na faixa de rotações próxima à ressonância do rotor.

Para se obter resultados melhores nesta faixa de rotações, propõe-se para trabalhos futuros, a utilização de métodos de otimização mais robustos na solução do sistema não-linear, como o Algoritmo Genético, ou mudar o domínio de solução do problema, para uma integração no

tempo, que foi utilizado por Castro e Cavalca em 2006, no estudo da instabilidade de filme de óleo.

Para incrementar a resposta harmônica, pode-se utilizar o método das coordenadas mistas para incorporar o modelo dinâmico da fundação, em conjunto com técnicas de sub-estruturação, para reduzir o tamanho do sistema, visto que a velocidade para se determinar a solução deste problema não-linear é influenciada diretamente pelo número de variáveis e de harmônicas considerado.

A fundação demonstrou influenciar o comportamento do rotor, mas como demonstrado, sua influência é reduzida devido ao amortecimento presente no mancal hidrodinâmico do modelo testado. Para melhorar a modelagem da fundação, pode-se incorporar um modelo de solo, como proposto por Ramalho (2006) e Mesquita et al.(2006), onde os parâmetros de flexibilidade do solo foram calculados através da utilização de elementos de contorno. Também é possível considerar apoios viscoelásticos geralmente adotados em máquinas rotativas de pequeno porte, que apresentam características dinâmicas não-lineares (Saldarriaga e Steffen, 2004).

Os resultados deste trabalho demonstraram que os mancais hidrodinâmicos são componentes essenciais na modelagem do sistema rotor-mancais-fundação, pois são os elementos de conexão entre a estrutura e o rotor, e qualquer mudança nas características destes componentes, tais como temperatura e folga, pode gerar mudanças significativas no comportamento do rotor, como foi demonstrado através da análise modal complexa.

A natureza não-linear dos mancais hidrodinâmicos gera componentes harmônicas na resposta do rotor, que são importantes na detecção das características destes elementos, e no entendimento de sua influência sobre o comportamento do rotor, devendo ser estendida para outros tipos de mancais hidrodinâmicos, como o mancal segmentado proposto por Okabe e Cavalca em 2006, que poderão ser simulados e validados experimentalmente.

Referências Bibliográficas

Allaire P.E. Introduction to journal bearing design for turbomachinery, 16th Turbomachinery Symposium, Dallas, Texas, 1987.

Bachschmid, N., Bernante, R., Frigeri, C. Dynamic Analysis of a 660 MW Turbogenerator Foundation. In: International Conference "Rotordynamic Problems in Power Plants", 1982, Rome. *Proceedings...* Rome: International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science, 1982, pp. 151-161.

Bachschmid, N., Vania, A. Model based analysis of the non-linear behaviour of oil-film journal bearings. In: Sixth International Conference on Rotor Dynamics, 2002, Sydney. *Proceedings...* Sydney: International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science, 2002, Paper-ID 28, 10p.

Bachschmid, N., Pennacchi, P., Vania, A., Gregori, L., Zanetta, G. A. Unbalance identification in a large steam turbogenerator using model-based identification and modal foundation. In: Eighth International Conference on Vibrations in Rotating Machinery, 2004, Swansea. *Proceedings...* Swansea: Institution of Mechanical Engineers, 2004, pp. 383-392.

Beolchini, G. C. A Parametric Analysis for Vibrating Machine Foundations. In: International Conference "Rotordynamic Problems in Power Plants", 1982, Rome. *Proceedings...* Rome: International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science, 1982, pp. 191-201.

Bendat, J. S., Piersol, A. G. *Random Data: Analysis and Measurement Procedures.* 3.ed. New York: John Wiley & Sons, 2000, 594 p.

Bently, D. E., Muszynska, A. Modal testing and parameter identification of rotating shaft/fluid lubricated bearing system. In: International Modal Analysis Conference, 4, 1986, Los Angeles. *Proceedings*... Bethel: Society for Experimental Mechanics, 1986, v.2, pp.1393-1402.

Bessa, M. F., Zindeluk, M. Análise modal complexa e estudo de não linearidade associada a excitação eletromagnética em sistemas rotativos. In: III Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - Conem, 2004, Belém. *Proceedings*... Belém: Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, 2004, 11 p.

Blough, J. R., DeClerk, J. P. Application and development of some signal processing procedures to estimate frequency response functions of a system during operation. In: International Modal Analysis Conference, 14, 1996, Dearborn. *Proceedings*... Bethel: Society for Experimental Mechanics, 1996, v.2, pp.1102-1109.

Bonello, P., Brennan, M. J. Modelling the dynamic behaviour of a supercritical rotor on flexible foundation using the mechanical impedance technique, *Journal of Sound and Vibration*, v. 239, n. 3, pp. 445-466, 2001.

Bunday, D. B. *Basic Optimisation Methods*, London: Edward Arnold, 1984, 128 p.

Capone G. Moti orbitali di un rotore rigido simmetrico su cuscinetti cilindrici lubrificati, *La Meccanica Italiana*, n.199, pp. 37-46, 1986.

Capone, G. Descrizione analítica del campo di forze fluidodinâmico nei cuscinetti cilindrici lubrificati, *L'Energia Elettrica*, n. 3, pp. 105-110, 1991.

Capone, G., Russo, M., Russo, R. Inertia and Turbulence Effects on Dynamic Characteristics and Stability of Rotor-Bearing Systems, *Journal of Tribology*, v.113, pp.58-64, january 1991.

Capone, G., D'Agostino, V., Guida, D. A Finite Length Plain Journal Bearing Theory, *Journal of Tribology*, v.116, pp.648-653, july 1994.

Castro, H. F., Cavalca, K. L. Rotor-bearing system instabilities considering a non-linear hydrodynamic model. In: Seventh International Conference on Rotor Dynamics, 2006, Vienna. *Proceedings*... Vienna: International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science, 2006, Paper-ID 222, 10p.

Cavalca, Katia Lucchesi. *L'Interazione tra Rotori e Struttura Portante: Metodologie per la sua Modelazione*. Milano: Dipartimento di Meccanica, Politecnico di Milano, 1993, 143 p. Tese (Doutorado)

Cavalca, K. L., Dedini, F. G., Piccoli, H. C., Weber, H. I. The Relevance of the Fluid-Dynamic Force Field Influence on the Behavior of a Vertical Rotor with a Tilting-Pad Journal Bearing, *Machine Vibration*, v.3, n.2/3, pp.55-61, 1994.

Cavalca K. L., Dedini F. G. Experimental analysis of a tilting pad journal bearing influence in a vertical rotating system. In: 5th International Conference on Rotor Dynamics, 1998, Darmstadt. *Proceedings*... Darmstadt: International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science, 1998, pp. 571-582.

Cavalca, K. L., Cavalcante, P. F., Okabe, E. P. An experimental analysis of rotors on flexible structures. In: Sixth International Conference on Rotor Dynamics, 2002, Sydney. *Proceedings*... Sydney: International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science, 2002, Paper-ID 89, 8p.

Cavalca, K. L., Cavalcante, P. F., Okabe, E. P. An investigation on the influence of the supporting structure on the dynamics of the rotor system, *Mechanical Systems and Signal Processing*, v.19, pp. 157-174, 2005.

Cavalcante, Paula Frassinetti. *Método de Solução para o Estudo da Influência da Estrutura de Suporte no Comportamento Dinâmico de Máquinas Rotativas.* Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2001, 131 p. Tese (Doutorado)

Cheli, F., Cavalca, K. L., Dedini, F. G., Vania, A. Supporting structure effects on rotating machinery vibrations. In: Sixth International Conference on Vibrations in Rotating Machinery, 1992, Bath. *Proceedings*... Bath: Institution of Mechanical Engineers, 1992, pp. 543-548.

Childs, D. *Turbomachinery Rotordynamics – phenomena modelling and analysis*, New York: John Wiley & Sons, 1994, 476 p.

Craggs, A. A component mode method for modelling dynamics of turbo-generator sets, *Journal of Sound and Vibration*, v. 117, n. 2, pp. 277-288, 1987.

Craggs, A., Ellyn, F., Pelot R. Dynamic response of a turbo-generator set. In: International Modal Analysis Conference, 3, 1985, New York. *Proceedings*... Bethel: Society for Experimental Mechanics, 1985, v.1, p. 205-212.

Craig, R. R. *Structural Dynamics: An Introduction to Computer Methods.* New York: John Wiley & Sons, 1981, 585 p.

Curami, A., Vania, A. An application of modal analysis techniques, *L'Energia Elettrica*, n. 7-8, pp. 294-307, 1985.

Curami, A., Vania, A. Parameter Identification of Rotormachinery Supporting Structures. In: Fifth International Conference on Rotor Dynamics, 1998, Darmstadt. *Proceedings*... Darmstadt: International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science, 1998, pp. 722-733.

Dally, J. W., Riley, W. F., McConnell, K. G. *Instrumentation for Engineering Measurements*, New York: John Wiley & Sons, 1993, 584 p.

Dedini, Franco Giuseppe. *Identificazione dei cuscinetti e della fondazione di rotori: metodologie e risultanti sperimentali*. Milano: Dipartimento di Meccanica, Politecnico di Milano, 1993, 120 p. Tese (Doutorado)

Diana, G., Massa, E., Pizzigoni, B., Marcantoni-Taddei, C. A forced vibration method to calculate the oil film instability threshold for rotor-foundation systems. In: International Conference "Rotordynamic Problems in Power Plants", 1982, Rome. *Proceedings*... Rome: International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science, 1982, pp. 191-201.

Diana, G., Cheli, F., Vania, A. A method to identify the foundation modal parameters through measurements of the rotor vibrations. In: Fifth International Conference on Vibrations in Rotating Machinery, 1988, Cambridge. *Proceedings*... Cambridge: Institution of Mechanical Engineers, 1988, pp. 217-222.

Edwards, S., Lees, A. W., Friswell, M. I. Experimental identification of excitation and support parameters of flexible rotor-bearings-foundation system from a single run-down, *Journal of Sound and Vibration*, v.232, n.5, pp.963-992, 2000.

Ewins, D. J. *Modal Testing: Theory and Practice*. Somerset: Research Studies Press, 1995, 313 p.

Feng, N., Hahn, E. J., Sestieri, A. A combined finite element/transfer matrix approach for including foundation effects on the vibration behaviour of rotating machinery. In: Sixth International Conference on Vibrations in Rotating Machinery, 1992, Bath. *Proceedings*... Bath: Institution of Mechanical Engineers, 1992, pp. 529-534.

Feng, N., Hahn, E. J. Including Foundation Effects on the Vibration Behaviour of Rotating Machinery, *Mechanical Systems and Signal Processing*, v.9, n.3, pp.243-256, 1995.

Feng, N., Hahn, E. J. Experimental Identification of the Pedestals in a Rotor-Bearing-Pedestal System. In: Fifth International Conference on Rotor Dynamics, 1998, Darmstadt. *Proceedings...* Darmstadt: International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science, 1998, pp. 734-745.

Feng, N. S, Hahn, E. J. Numerical evaluation of an identification technique for flexibly supported rigid turbomachinery foundations. In: Sixth International Conference on Rotor Dynamics, 2002, Sydney. *Proceedings...* Sydney: International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science, 2002, Paper-ID 182, 8p.

Fraser, R. A., Jones, W. P., Skan, S. W. Approximations to functions and to the solutions of differential equations, *Philosophical Magazine*, v.7, pp. 740-746, 1937.

Furukawa, T., Matsumoto, I., Esaki, J. Nonlinear Analysis of Dynamic Characteristics of Cylindrical Bearing Oil Film, *JSME International Journal Series C*, v.39, n.3, pp. 577-585, 1996.

Gasch, R. Vibration of Large Turbo-Rotors in Fluid-Film Bearings on an Elastic Foundation, *Journal of Sound and Vibration*, v. 47, n. 1, pp. 53-73, 1976.

Gunter, E. J. Unbalance Response and Field Balancing of an 1150-MW Turbine-Generator with Generator Bow. In: Seventh International Conference on Rotor Dynamics, 2006, Vienna. *Proceedings...* Vienna: International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science, 2006, Paper-ID 331, 10p.

Hashish, E., Sankar, T. S. Finite element and modal analyses of rotor-bearing systems under stochastic loading conditions. *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design,* v. 106, n. 4, p. 80-89, 1984.

Jean, A. N., Nelson, H. D. Periodic response investigation of large order non-linear rotordynamic systems using collocation, *Journal of Sound and Vibration*, v.143, n.3, pp.473-489, 1990.

Joh, Y. D., Lee, C. W. Excitation Methods and Modal Parameter Identification in Complex Modal Testing of Rotating Machinery, *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, v. 8, n. 3, pp. 179-203, july 1993.

Kang, Y., Chang, Y. P., Tsai, J.W., Mu, L. H., Chang, Y. F. An invetigation in stiffness efects on dynamics of rotor-bearing-foundation systems, *Journal of Sound and Vibration*, v. 231, n. 2, pp. 343-374, 2000.

Konishi, T., Allaire, P., Untaroium, C. Modal analysis of a large turbine-generator system with foundation effects. In: Sixth International Conference on Rotor Dynamics, 2002, Sydney. *Proceedings*... Sydney: International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science, 2002, Paper-ID 175, 8p.

Krämer, E. *Dynamic of Rotor and Foundations*. Berlin: Springer-Verlag, 1993, 383 p.

Lee, C. W. *Vibration Analysis of Rotors*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1993, 312 p.

Lemos, G. F., Melo, G. P. Fault detection of rotor-support-structure including foundation effects. In: 17th International Congress of Mechanical Engineering – Cobem, 2003, São Paulo. *Proceedings*... São Paulo: Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, 2003, 7 p.

Levenberg, K. A method for the solution of certain problems in least squares, *Quarterly of Applied Mathematics*, v. 2, pp. 164-168, 1944.

Lund, J.W. Spring and Damping coefficients for the Tilting-Pad Journal Bearing, *ASLE Transactions*, n.7, pp.342-352, 1964.

Malenovský, E. Using the Modal Method in Rotor Dynamic Systems, *International Journal of Rotating Machinery*, v.9, n.3, pp.181-196, 2003.

Malenovský, E. Using the Modal and Trigonometric Collocation Methods in Rotor Dynamic Systems, *Journal of Vibration and Acoustics*, v.126, pp.229-234, april 2004.

Marquardt, D.W. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters, *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, v. 11, pp. 431–441, 1963.

McConnell, K. G. *Vibration Testing: Theory and Practice*, New York: John Wiley & Sons, 1995, 606 p.

Mesquita, E., Cavalca, K. L., Ramalho, D. A., Thomazo, L. H. On the influence of soil profiles on Rotor-Foundation Unbalance Response. In: Seventh International Conference on Rotor Dynamics, 2006, Vienna. *Proceedings*... Vienna: International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science, 2006, Paper-ID 263, 10p.

Morton, P. G. Analysis of rotors supported upon many bearings, *Journal of Mechanical Enginnering Science*, v.14, n.1, pp.25-33, 1972.

Nascimento, L. P. Rotor response analysis of hydroelectric machines. In: III Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - Conem, 2004, Belém. *Proceedings*... Belém: Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, 2004, 9 p.

Nataraj, C., Nelson, H. D. Periodic Solutions in Rotor Dynamic Systems with Nonlinear Supports: A General Approach, *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, v.111, pp.187-193, april 1989.

Normann, R. Identification of Modal Parameters of an Elastic Rotor With Oil Film Bearings, *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, v.106, pp.107-112, january 1984.

Ocvirk, F. W. Short-Bearing Approximation for Full Journal Bearings, *National Advisory Committee for Aeronautics (NACA),* Technical Report TN 2808, 1952.

Okabe, E. P., Cavalca, K. L. Rotordynamic analysis of systems with a non-linear model of tilting pad bearings. In: Seventh International Conference on Rotor Dynamics, 2006, Vienna. *Proceedings...* Vienna: International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science, 2006, Paper-ID 222, 10p.

Pinkus, O. Analysis of Eliptical Bearings, *Transactions of ASME,* v.78, pp.965-973, 1956.

Pinkus., O. Solution of Reynolds Equation for Finite Journal Bearings, *Transactions of ASME*, v.80, pp.858-864, 1958.

Pinkus, O. Analysis and Characteristics of Three-lobe Bearings, *Journal of Basic Engineering*, pp.49-55, 1959.

Pinkus, O. The Reynolds centennial: A brief history of the theory of hydrodynamic lubrication, *Transactions of ASME - Journal of Tribology*, v.109, pp.2-20, 1987.

Rajalingham C., Prabhu B.S. The influence of variation of viscosity with temperature on the steady state characteristics of journal bearings – simplified analysis, *Tribology International*, v.20, n.5, pp.261-266, 1987.

Ramalho, Denise Alves. *Estudo da Influência dos Perfis de Solo na Resposta Dinâmica de Sistemas Rotor-Fundação.* Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2006, 82 p. Dissertação (Mestrado)

Reynolds, O. On the Theory of Lubrication and Its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil, *Philos. Trans. R. Soc. London*, Series A, v. 177, Part 1, pp.157-234, 1886.

Rogers, P. J., Ewins, D. J. Modal Testing of an Operanting Rotor System using a Structural Dynamics Approach. In: International Modal Analysis Conference, 7, 1989, Las Vegas. *Proceedings*... Bethel: Society for Experimental Mechanics, 1989, v.1, pp.466-473.

Ruggiero, M. A. G., Lopes, V. L. R. *Cálculo Numérico, Aspectos Teóricos e Computacionais*, São Paulo: McGraw-Hill, 1988, 295 p.

Saldarriaga, M. V., Steffen, V. Modelagem de rotors flexíveis montados sobre suporte viscoelásticos. In: III Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - Conem, 2004, Belém. *Proceedings*... Belém: Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, 2004, 10 p.

Samoilenko, A. M., Ronto, N. I. *Numerical-Analytic Methods of Investigating Periodic Solutions*. English Translation, Moscow: Mir Publishers, 1979, 183 p.

Sinha, J. K, Friswell, M. I., Lees, A. W. The identification of the umbalance and the foudation model of a flexible rotating machine from a single run-down, *Mechanical Systems and Signal Processing*, v.16, n. 2-3, pp.255-271, 2002.

Sinha, J. K, Friswell, M. I., Lees, A. W. Estimation the static load on the fluid bearings of a flexible machine from run-down data, *Mechanical Systems and Signal Processing*, v.18, pp. 1349-1368, 2004.

Stephenson, R. W., Rouch, K. E. Generating matrices of the foundation structure of a rotor system from test data, *Journal of Sound and Vibration*, v. 154, n. 3, pp. 467-484, 1992.

Urabe, M., Reiter, A. Numerical Computation of Nonlinear Forced Oscillations by Garlekin's Procedure, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, v.14, pp.107-140, 1966.

Urabe, M. Garlekin's Procedure for Nonlinear Periodic Systems, *Archives of Rational Mechanics and Analysis*, v.20, pp.120-152, 1965.

Weber, H. Über das gemeinsame Schwingungsverhalten von Welle und Fundament bei Turbinenanlagen. *VDI-Berichte*, n.48, pp.55-62, 1961.

Weiming, L, Novak, M., Dynamic behaviour of turbine-generator-foundation systems, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v.24, n.3, pp. 339-360, 1996.

Wilson, R. R., Brebbia, C. A. Dynamic behaviour of steel foundations for turbo-alternators, *Journal of Sound and Vibration*, v. 18, n. 3, pp. 405-416, October 1971.

Xia, S., Wang, L., Huang, W., Hu, C., Jiao, Y. A method for analysing the dynamic behavior of rotor-bearing systems with nonlinear supports. In: Sixth International Conference on Rotor Dynamics, 2002, Sydney. *Proceedings...* Sydney: International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science, 2002, Paper-ID 85, 7p.

Zapomel, J. Stability Analysis of Imbalanced Rotors Supported by Short Journal Bearing Cavitated by Air Sucked from the Ambient Space. In: Seventh International Conference on Rotor Dynamics, 2006, Vienna. *Proceedings...* Vienna: International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science, 2006, Paper-ID 126, 10p.

Zhang, L., Luo, J. Updating of selected structural parameters based on localization of modelling error, *Journal of Nanjing Aeronautical Institute*, v.8, n.1, pp. 51-60, 1991.

Apêndice

A.1) Modos de vibrar da fundação rígida

A seguir são apresentados os modos de vibrar da fundação rígida.

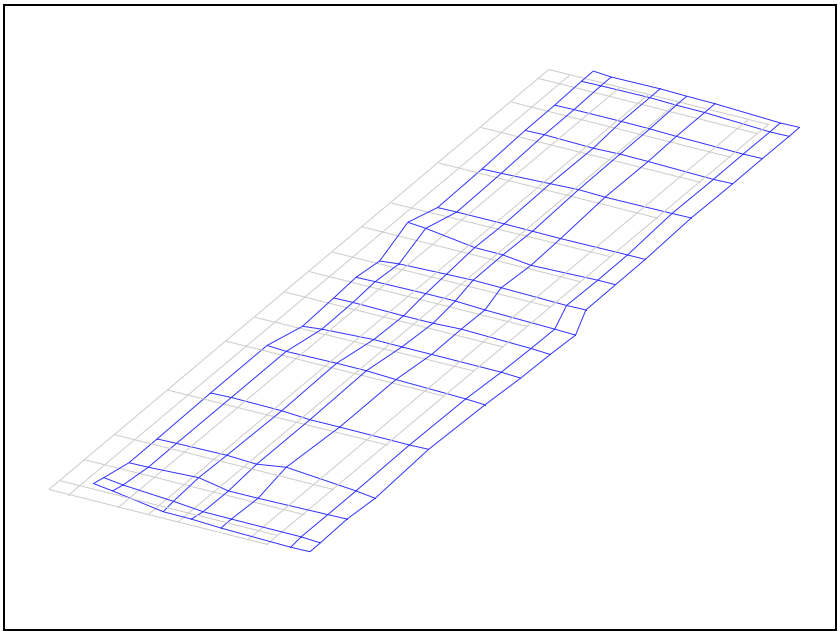


Figura A.1: Deformada da fundação rígida no modo de vibrar referente a 3,4 Hz.

Na figura A.1 está apresentado o modo de vibrar da fundação rígida em 3,4 Hz, e é possível observar que este é um modo de vibrar de corpo rígido, pois a base metálica se move lateralmente com um deslocamento homogêneo de todos os pontos.

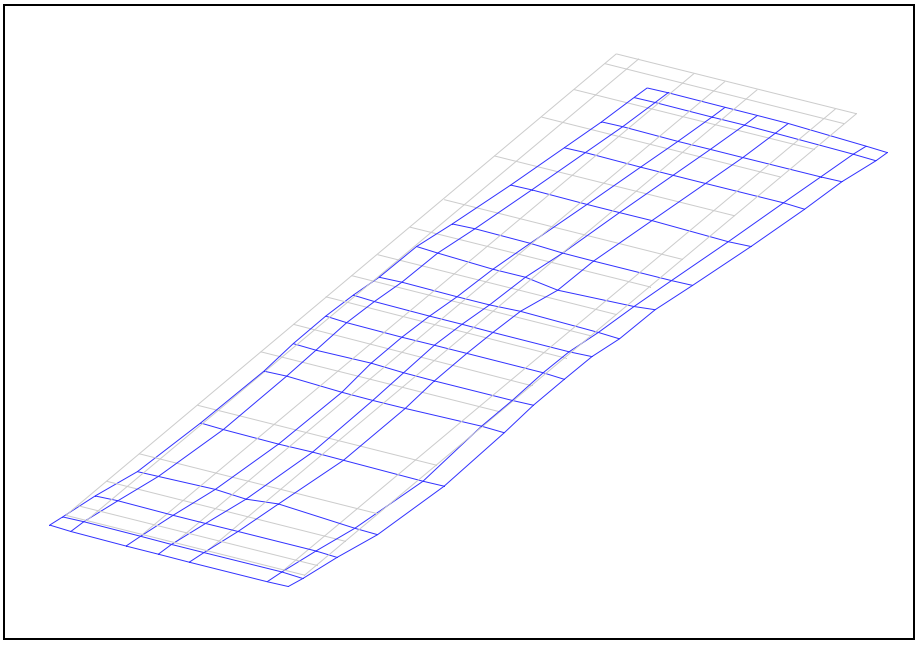


Figura A.2: Deformada da fundação rígida no modo de vibrar referente a 4,8 Hz.

Na figura A.2 pode-se observar o modo de vibrar da fundação rígida em 4,8 Hz, e é este também é um modo de vibrar de corpo rígido com uma das extremidades da base metálica se movendo lateralmente, enquanto a outra está praticamente fixa.

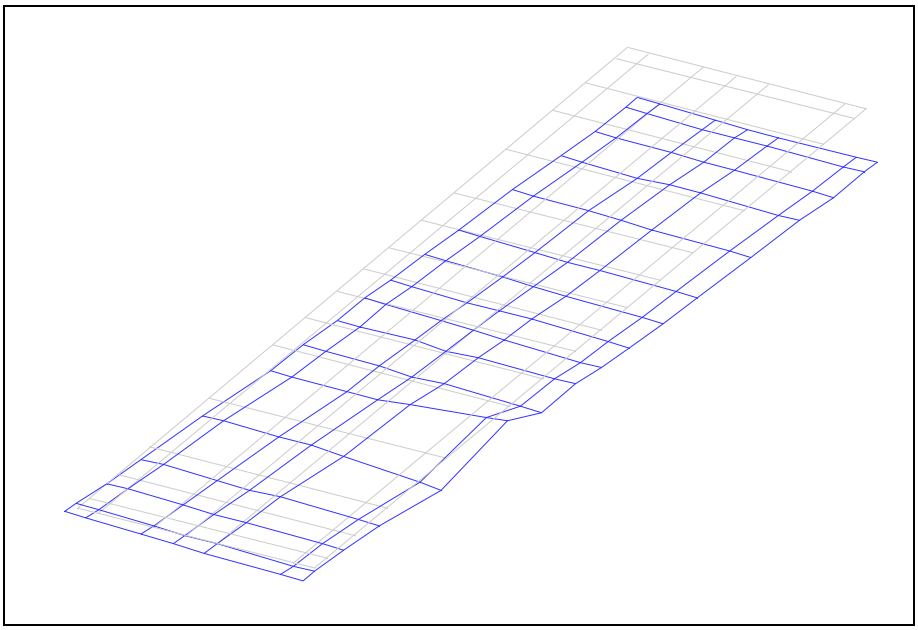


Figura A.3: Deformada da fundação rígida no modo de vibrar referente a 7,7 Hz.

Na figura A.3 é observado o modo de vibrar da fundação rígida em 7,7 Hz, onde uma das extremidades da base metálica se move verticalmente enquanto a outra está praticamente fixa.

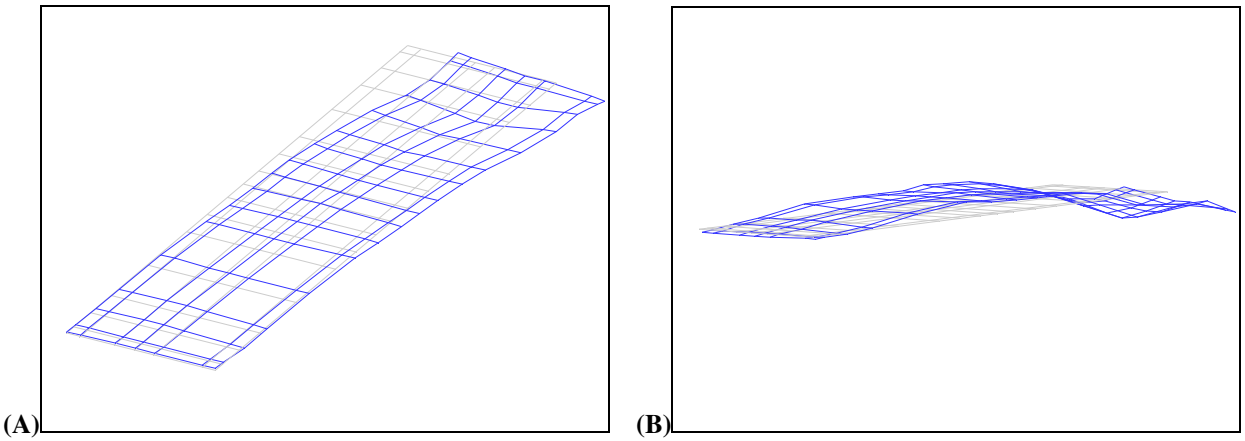


Figura A.4: Deformada da fundação rígida no modo de vibrar referente a 185,2 Hz.

O modo de vibrar flexíonal da fundação rígida em 185 Hz é apresentado na figura A.4, sendo possível observar um deslocamento lateral da placa devido ao movimento das colunas de apoio (fig. A.4A), resultando em uma deformação da base metálica que pode ser observado na figura A.4B.

A.2) Modos de vibrar da fundação flexível

A seguir são apresentados apenas os modos flexionais da fundação flexível, pois os modos de corpo rígido desta configuração são iguais aos mostrados anteriormente para fundação rígida.

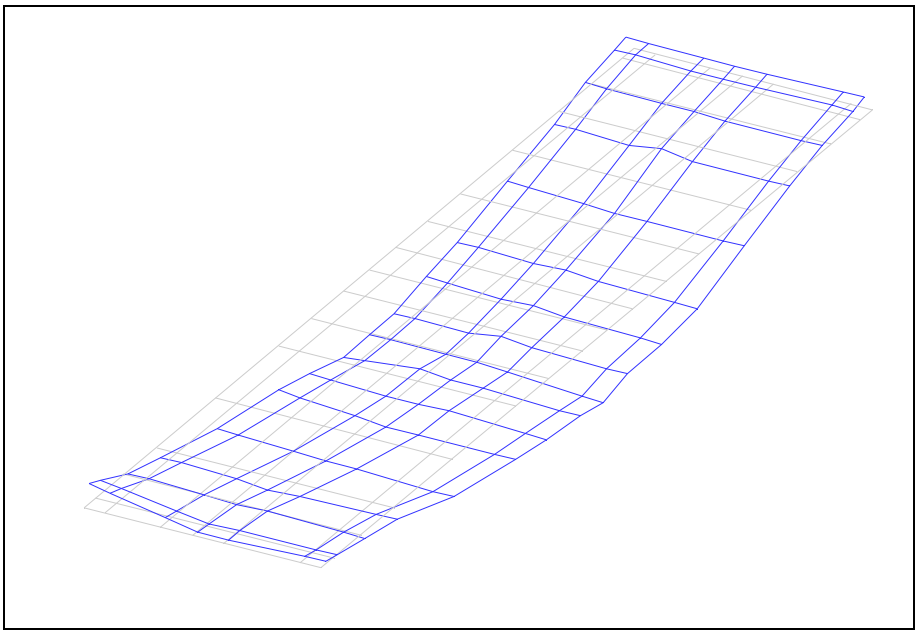


Figura A.5: Deformada da fundação flexível no modo de vibrar referente a 50,5 Hz.

O modo de vibrar da fundação flexível em 50,5 Hz é apresentado na figura A.5, e este corresponde ao primeiro modo flexional da base metálica, onde o centro da base tem um maior deslocamento se comparado às suas extremidades.

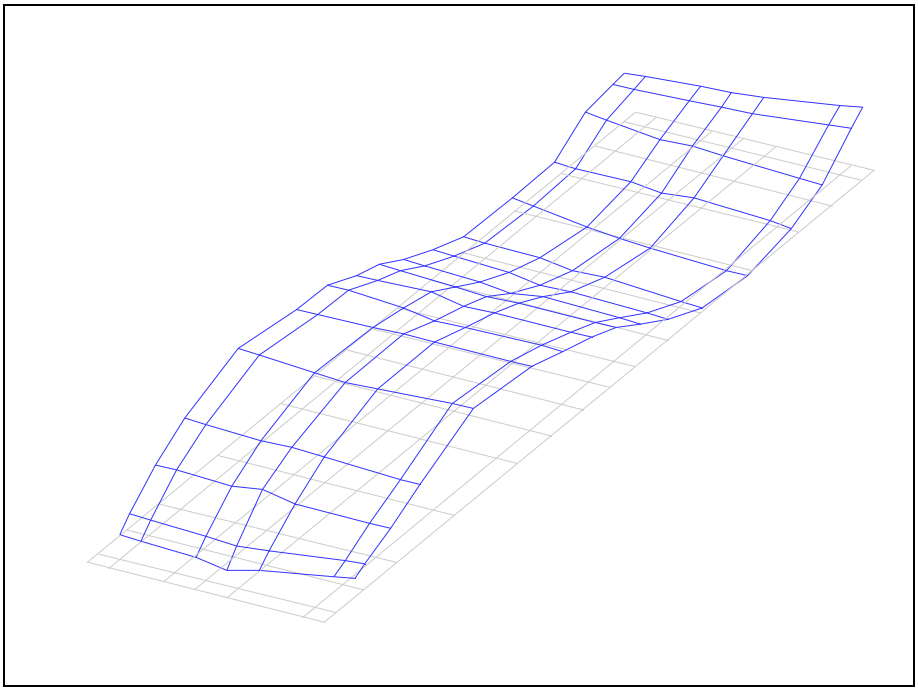


Figura A.6: Deformada da fundação flexível no modo de vibrar referente a 80,5 Hz.

Na figura A.6 é mostrado o modo de vibrar da fundação flexível em 80,5 Hz, que corresponde ao segundo modo flexional da base metálica, onde podem ser observados dois picos no meio da base metálica, com um ponto máximo e um mínimo.

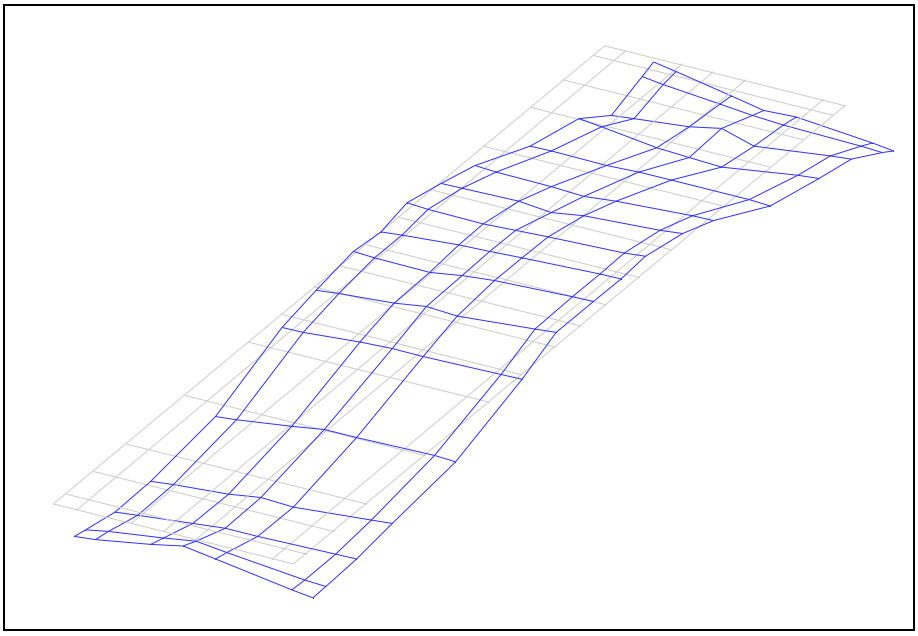


Figura A.7: Deformada da fundação flexível no modo de vibrar referente a 101,0 Hz.

A figura A.7 mostra o modo de vibrar da fundação flexível a 101 Hz, que corresponde ao terceiro modo flexional da base metálica, onde pode ser observado novamente uma elevação no centro da base.

A.3) Modos de vibrar da fundação semi-flexível

A seguir são apresentados apenas os modos flexionais da fundação semi-flexível, pois os modos de corpo rígido desta configuração também são iguais aos mostrados anteriormente para fundação rígida.

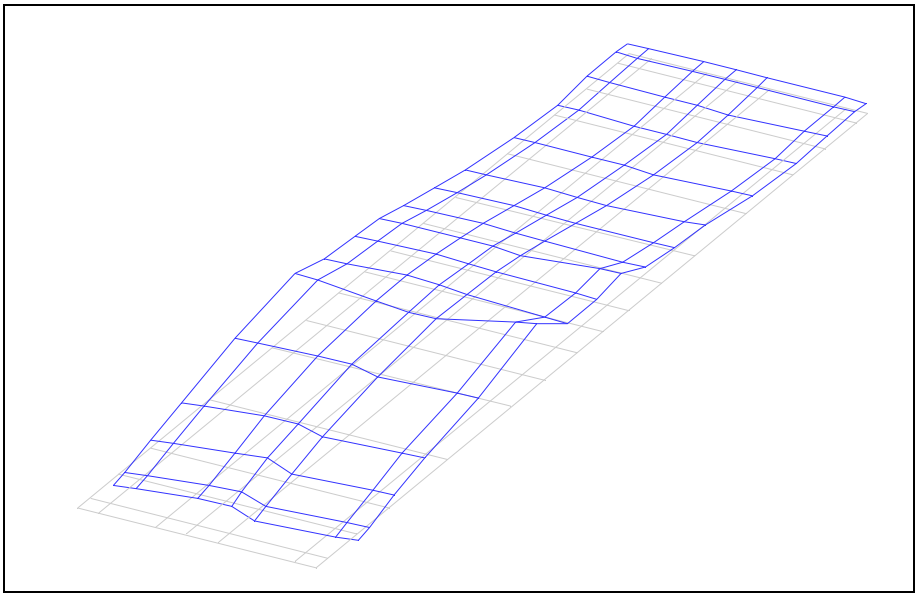


Figura A.8: Deformada da fundação semi-flexível no modo de vibrar referente a 72,5 Hz.

O modo de vibrar da fundação semi-flexível em 72,5 Hz é apresentado na figura A.5, e pode ser observado uma deformação na extremidade apoiada sobre as molas, existe também um deslocamento mais pronunciado dos pontos onde foram apoiadas as molas.

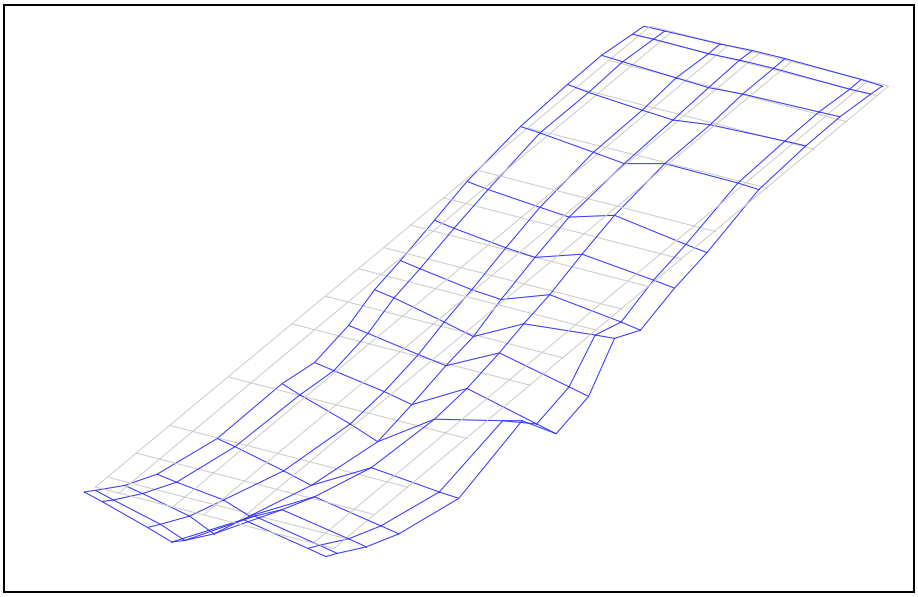


Figura A.9: Deformada da fundação semi-flexível no modo de vibrar referente a 82,0 Hz.

Na figura A.9 é mostrado o modo de vibrar da fundação semi-flexível em 82 Hz, e é possível observar novamente uma deformação da extremidade apoiada sobre molas, sendo que existe um deslocamento maior nos nós do centro da base.

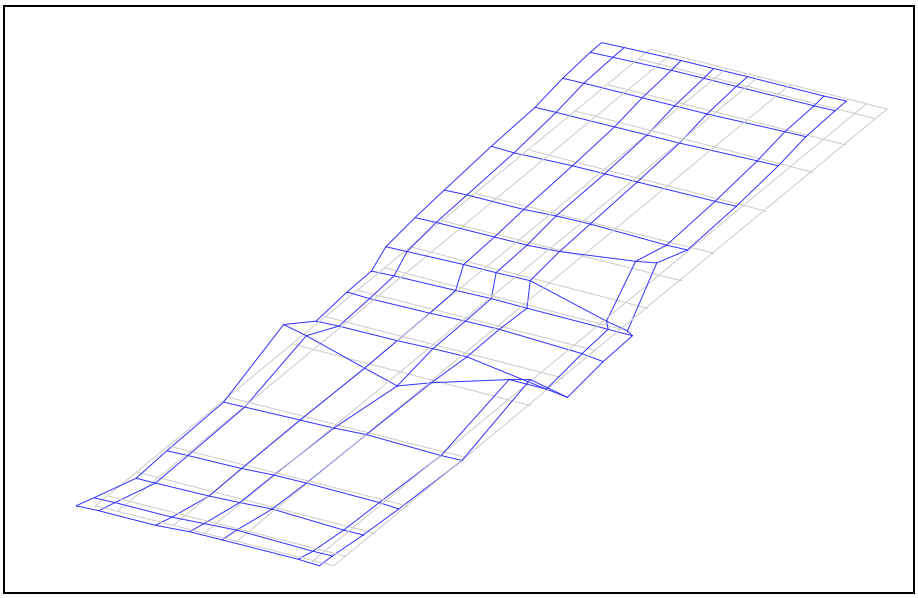


Figura A.10: Deformada da fundação semi-flexível no modo de vibrar referente a 131,2 Hz.

Na figura A.10 é ilustrado o modo de vibrar da fundação semi-flexível em 131 Hz, e é possível observar uma deformação lateral da extremidade apoiada sobre as colunas o que gera uma deformação no centro da base.

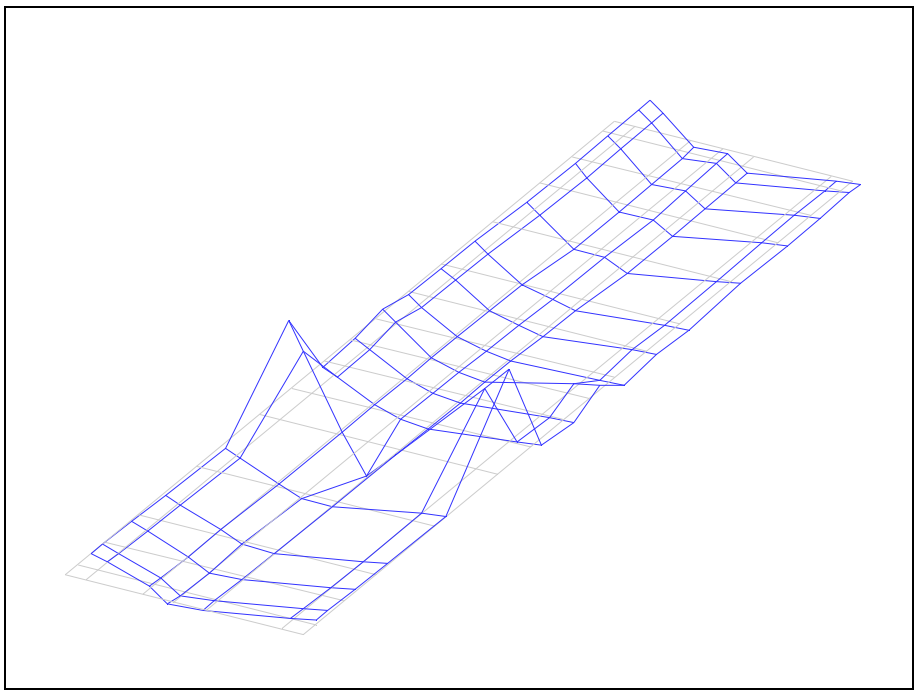


Figura A.11: Deformada da fundação semi-flexível no modo de vibrar referente a 186,2 Hz.

Na figura A.11 é mostrado o modo de vibrar da fundação semi-flexível em 186 Hz, e é possível observar uma deformação acentuada na base metálica na posição suportada por um conjunto de molas.