

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

^{mt}
Formação de Gelo em Placa Plana

Autor : Carlos Teófilo Salinas Sedano

Orientador: Kamal A. R. Ismail

02/96

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR Carlos Teófilo Salinas
Sedano E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 29/02/96
Kamal A. R. Ismail
ORIENTADOR

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Sa33f Salinas Sedano, Carlos Teofilo
Formação de gelo em placa plana / Carlos Teofilo
Salinas Sedano.-- Campinas, SP: [s.n.], 1996.

Orientador: Kamal A. R. Ismail.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Gelo. I. Ismail, Kamal A. R. II. Universidade
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica.
III. Título.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA TÉRMICA E FLUÍDOS**

Formação de Gelo em Placa Plana

Autor : Carlos Teófilo Salinas Sedano

Orientador: Kamal A. R. Ismail

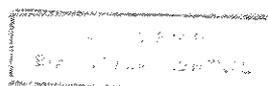
Curso: Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Térmica e Fluídos

Dissertação de Mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 1996

S.P. - Brasil



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA TÉRMICA E FLUÍDOS

Dissertação de Mestrado

Formação de Gelo em Placa Plana

Autor : Carlos Teófilo Salinas Sedano

Orientador: Kamal A. R. Ismail



Prof. Dr. Kamal A. R. Ismail, Presidente
UNICAMP



Prof. Dr. Carlos Alberto C. Altemani
UNICAMP



Prof. Dr. Eitaro Yamane
USP

Campinas, 29 de fevereiro de 1996

Dedicatória

Dedico este trabalho aos meus queridos pais, Teófilo e Isabel.

Agradecimentos

Presto minha sincera homenagem:

Ao meu orientador, por sua guia esclarecida no desenvolvimento deste trabalho.

A todos os professores, colegas e amigos do departamento, que ajudaram de forma direta e indireta na conclusão deste trabalho.

A Capes, por a bolsa de estudos concedida.

Obrigado Brasil !

Sumário

1. Fenômeno de formação de gelo	17
1.1 Introdução	17
1.2 Estudos experimentais	19
1.3 Estudo do fenômeno de cristalização na formação de gelo	21
1.4 Estudo dos modelos de formação de gelo	24
1.5 Objetivos deste trabalho	25
2. Formulação das equações diferenciais governantes.	27
2.1 Equações básicas de transporte de energia e massa	28
2.2 Formulação das equações governantes pontuais	29
2.2.1 Equações da fase sólido	30
2.2.2 Equações da fase gás	31
2.3 Formulação das equações governantes em media volumétrica.	33
2.3.1 Equações da fase sólido	35
2.3.2 Equações da fase gás	38
2.3.3 Equação total de energia	41
2.3.4 Equação de difusão da fase vapor.	44

2.4	Resumo das equações governantes.	45
3.	Modelagem do processo de formação de gelo numa placa plana.	46
3.1	Modelagem do primeiro estágio do processo de formação de gelo	47
3.1.1	Equações governantes	48
3.1.2	Equações de acoplamento entre os dois estágios	52
3.2	Modelagem do segundo estágio do processo de formação de gelo	53
3.2.1	Equações governantes	54
3.2.2	Avaliação das propriedades.	58
3.3	Tratamento numérico	62
3.3.1	Primeiro estágio	62
3.3.2	Segundo estágio	63
3.3.3	Seqüência de cálculo	69
4.	Modelagem do processo de formação de gelo entre duas placas paralelas	72
4.1	Equações governantes	74
4.1.1	Primeiro estágio	74
4.1.2	Segundo estágio	75
4.2	Considerações sobre a avaliação das propriedades e coeficientes de transferência de calor e massa.	76
4.3	Tratamento numérico	77
4.4	Seqüência de cálculo	77
5.	Resultados e Discussões	81

6. Conclusões	99
Referências Bibliográficas.	100

Resumo

SALINAS, Carlos Teófilo Sedano, *Formação de Gelo em Placa Plana*, Campinas,: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1993. 100 p. Tese (Mestrado)

Este trabalho modela o processo de formação de gelo sobre a superfície de uma placa fria quando é exposta a um fluxo de ar úmido. O modelo matemático utilizado é uma formulação unidimensional e transiente de fluxo e transferência de calor e massa, baseado na técnica de media volumétrica local. Utilizando este modelo pode-se prever a densidade e o crescimento da espessura da camada porosa de gelo, assim como também a temperatura da superfície da camada porosa de gelo. Outras propriedades como a temperatura, a taxa de deposição de massa e a fração volumétrica das fases no interior da camada porosa de gelo também são avaliadas. Dados experimentais e numéricos disponíveis foram usadas para validar o modelo. Também foram realizados experimentos numéricos para escolher os melhores valores iniciais de difusividade e raio inicial do cristal de gelo, assim como o parâmetro de difusão superficial F_s . Utiliza-se finalmente este modelo para prever a formação de gelo em placas paralelas.

Palavras Chave

- Formação de Gelo, Formação de Gelo em Placa Plana, Modelagem Matemático.

Abstract

SALINAS, Carlos Teófilo Sedano, *Formação de Gelo em Placa Plana*, Campinas,: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1993. 100 p. Tese (Mestrado)

This paper models the frost formation process on a cold flat surface exposed to the flow of warm moist air. The model is a one dimensional transient formulation of flow, heat and mass transfer based upon the local volume averaging technique. This model enables predicting the frost temperature, density and thickness distribution along the plate as well as the void fraction. Available experimental data was used to validate the model. Also numerical experiments were realized to choose the best initial values of the diffusivity and initial radius of the ice crystals and the frost diffusion parameter F_s . The model is also enables predicting a frost formation on paralleles flat plates.

Key Words

- Frost, Frosting in Flat Plate, Modelling.

Lista de Figuras

1.1 Períodos de Formação de Gelo	23
1.2 Tipos de Estrutura de Gelo	24
2.1 Esquema do Fenômeno Físico	28
2.2 Volume Elementar do Meio Poroso	34
3.1 Processo de Formação da Camada de Gelo	47
3.2 Tempo de Transição	48
3.3 Modelo Simplificado do Crescimento do Cristal	49
3.4 Fatores F e F_s	60
4.1 Esquema da Formação de Gelo em Placas Paralelas	73
5.1 Perfil do Cristal do Gelo no Primeiro Estágio	82
5.2 Distribuição de Temperatura no Primeiro Estágio.	83
5.3 Espessura da Camada de gelo (variação de dt)	85
5.4 Densidade da Camada de gelo (variação de dt)	85
5.5 Espessura da Camada de gelo (variação da grade)	86
5.6 Densidade da Camada de gelo (variação da grade)	87

5.7 Espessura da Camada de gelo (variação do raio inicial do Cristal)	88
5.8 Densidade da Camada de gelo (variação do raio inicial do cristal)	88
5.9 Espessura da Camada de gelo (variação de α)	89
5.10 Densidade da Camada de gelo (variação de α)	89
5.11 Espessura da Camada de gelo (variação do parâmetro F_s)	90
5.12 Densidade da Camada de gelo (variação do parâmetro F_s)	91
5.13 Predição da Espessura da Camada de gelo com o tempo.	92
5.14 Predição da Densidade da Camada de gelo com o tempo.	92
5.15 Temperatura Superficial da Camada de gelo (variação de dt)	93
5.16 Predição da Temperatura Superficial da Camada de Gelo	94
5.17 Distribuição de Temperatura na Camada de gelo	95
5.18 Taxa de Deposição de Massa na Camada de gelo	96
5.19 Fração Volumétrica da fase sólida na Camada de gelo	96
5.20 Variação da Velocidade do Ar Úmido entre as Placas Paralelas com o Tempo	97
5.21 Predição da Espessura da Camada de Gelo em Placas Paralelas para Diferentes Espaçamentos entre Placas	98
5.22 Predição da Densidade da Camada de Gelo em Placas Paralelas para Diferentes Espaçamentos entre Placas	98

Nomenclatura

Letras Latinas

Bi	Numero de Biot
Bim	Numero de Biot para transferencia de massa
cp	Calor especifico
c1,...c6	Constantes empíricas
D	Derivada total
D	Coefficiente de difusão
F	Fator de difusão
Fo	Numero de Fourier
h	Coefficiente convectivo de transferência de calor
hm	Coefficiente de transferência de massa
h _{sg}	Entalpia de sublimação
Ja	Numero de Jacob
k	Conductividade térmica
l	Comprimento de escala da área de nucleação

Le	Numero de Lewis
\dot{m}	Taxa de mudança de fase do vapor de água.
Nu_x	Numero de Nusselt
p	Pressão
q	Fluxo de calor
R_a	Constante dos gases para o ar
Re_x	Numero de Reynolds
R_v	Constante dos gases para o vapor
Sh_x	Numero de Sherwood
t	Tempo
T	Temperatura
u, v	Velocidade do ar
w	Umidade relativa
$x,$	Coordenada no eixo paralelo ao fluxo do ar
z	Coordenada no eixo normal à placa plana.

Letras Griegas

α	Fator relacionado à turbulência do escoamento
β	Fase sólida
γ	Fase gás
δ	Espessura do gelo

ε	Fração volumétrica
η	Vetor direcional
ϕ	Termo fonte
ρ	Densidade
υ	Volume total de um pequeno volume de controle elementar
ψ	Propriedade extensiva
∂	Derivada parcial
τ	Tortuosidade

Subscritos

a	ar
c	frio
f	gelo poroso
s	superfície da camada de gelo
t	total
tp	ponto triplo
tr	transição
v	fase vapor
β	fase sólida
γ	fase gás
o	referencia inicial

∞ ambiente

Superescritos

· taxa

* dimensional

Capítulo 1

Fenômeno de Formação de Gelo

1.1 Introdução

Quando um fluxo de ar úmido entra em contato com uma superfície fria com temperatura abaixo de $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ acontece o fenômeno de formação ou deposição de gelo. Isto é encontrado em numerosas aplicações de baixas temperaturas como os evaporadores de sistemas de refrigeração, sistemas de purificação de gases, rotores de compressores, transferência e armazenamento de líquidos criogênicos, etc. A camada de gelo que se forma nestes casos, é na realidade uma camada porosa de gelo, ar e vapor de água, onde complexos mecanismos de transferência de calor e massa ocorrem. No processo de deposição acontece transferência simultânea de calor e massa sob condições de estado instáveis.

À medida que o tempo passa a camada de gelo cresce ficando mais densa. Por este motivo a formação de gelo em equipamentos, é responsável pela queda no seu desempenho, sendo necessário um processo de degelo para que o equipamento volte a operar em condições normais, o que significa maior gasto energético.

Uma avaliação mais exata do crescimento do gelo, requer a utilização de um modelo de formação de gelo mais exato, formulado a partir das equações básicas que regem os fenômenos de transferência de calor e massa, tentando fornecer melhores estimativas do crescimento da camada de gelo com o tempo, que junto com o estudo dos efeitos dos vários fatores operacionais e geométricos devem ajudar para um melhor projeto dos sistemas de degelo.

Centraremos nossa atenção no estudo do fenômeno de formação de gelo em uma placa plana, considerando a camada de gelo como tendo três estágios durante sua formação[12], sendo no seu estágio final um meio poroso. Utilizaremos em nossa formulação a técnica de média volumétrica local [38,33], para formular o estágio final.

O fenômeno de formação de gelo tem sido objeto de muitos estudos há algum tempo, encontrando-se em Scalon[26], um bom resumo de trabalhos sobre o tema. Além dessas informações, muitas outras pesquisas foram feitas em diversos países que fornecem importantes dados para um melhor entendimento do fenômeno, em especial para as primeiras etapas.

A queda no desempenho dos equipamentos e sistemas devido à formação de gelo tem sido objeto de muitas pesquisas, tanto na natureza do processo de transferência de calor e massa que ocorre durante a formação de gelo, tanto como no estudo das propriedades desta forma de gelo. Os resultados dessas pesquisas tem indicado que o processo de formação de gelo é complexo devido aos seguintes fatores:

- A fronteira da interface, gelo-ar está em movimento com a formação das camadas de gelo com o tempo.
- A solução da camada limite é transiente. Quando a camada de gelo cresce, a resistência térmica da camada de gelo altera-se com respeito ao tempo e a posição. Quando a resistência térmica varia, a temperatura de superfície da camada de gelo varia no tempo e no espaço e conseqüentemente a pressão parcial de vapor de água na superfície também varia. Isto muda a estrutura das camadas limites térmica e camada limite de concentração de vapor de água, resultando em mudanças nas taxas de transferência de calor e massa no tempo.
- As propriedades do gelo variam de acordo com as condições do ar que está escoando ao seu redor, tem-se também que as propriedades do gelo variam no tempo e no espaço.
- Existe um fenômeno de difusão para o interior da camada de gelo, que altera de forma significativa as propriedades das camadas internas do gelo.
- O processo de formação do gelo envolve transferência de calor e massa simultaneamente.

Estudos experimentais e analíticos tem sido publicados sob o tema de formação de gelo. A maioria dos estudos analíticos tem se baseado principalmente em formulação em estado estável, balanços globais e correlações empíricas de transferência de calor e massa que não levam em conta as variações das propriedades da camada de gelo.

1.2 Estudos Experimentais.-

Esta é uma área onde existem muitas publicações com a relação do estudo da formação de gelo. Um dos primeiros trabalhos a tentar medir o aumento da espessura do gelo em função do tempo é de Stoecker [30], no entanto, na época não eram bem conhecidos todos os parâmetros que influenciavam o processo de formação de gelo. Ele se valia de um procedimento experimental para confirmar suas hipóteses.

Pesquisadores tem reconhecido a importância e dificuldade em medir o crescimento da camada de gelo, a acumulação de massa e o fluxo de calor, como é comprovado através de um grande número de trabalhos que fornecem dados dos efeitos da temperatura da superfície, umidade do ar, temperatura ambiente e o número de Reynolds.

O trabalho publicado por Chung e Aldren [7] faz uma descrição de uma montagem utilizada para um ensaio da formação de gelo em torno de um cilindro. No final do trabalho os autores apresentam gráficos com os resultados obtidos, inclusive a partir desses dados apresentam estimativas de algumas propriedades do gelo, como por exemplo a condutividade térmica.

Trabalhos como os de Brian[8], muito citado por diversos autores e a tese de doutorado de Shah[26], que estavam voltados para a área físico-química, são os responsáveis por um novo impulso nas pesquisas do fenômeno de formação de gelo no final da década de 60.

Medições e observações do crescimento do gelo sob uma grande faixa de condições de teste e usando várias técnicas feitas por diversos pesquisadores, não conseguem mostrar claramente como influencia cada variável independente neste complexo fenômeno físico. Por exemplo Tokura et al [35], Schneider [27], e Yonko e Sepsy [41], concluem de seus experimentos que a velocidade do ar não tem influência significativa na taxa de crescimento do gelo, no entanto Abdel-Wahed et. al. [1], Sanders⁸, Yamakawa et. al. [40], Brian⁸ (1970), e

Hosoda e Uzuhashi⁸, apresentam resultados que mostram que a taxa de crescimento do gelo decresce com a velocidade do ar.

Finalmente nesta mesma linha de pesquisa, num trabalho mais recente, Mao et. al. [17], apresenta dados típicos e correlações empíricas do crescimento do gelo e as propriedades do gelo em função da distância da linha de ataque de uma placa plana, do tempo, da temperatura da placa, da temperatura do ar, da umidade e da velocidade do ar, assim como faz uma detalhada descrição dos equipamentos de seus ensaios.

A avaliação mais exata das propriedades da camada porosa de gelo, tem sido também tema de muitos estudos, especialmente a determinação da condutividade térmica da camada porosa de gelo, que é de crucial importância para o desenvolvimento de um modelo analítico para o estudo da formação de gelo.

Um dos estudos mais citados é o feito por Yonko e Sepsy [41], no qual os autores, apresentam uma correlação da condutividade térmica da camada porosa de gelo em função da densidade, sob a base de seus resultados experimentais. Esta correlação é muito utilizada por muitos autores em seus cálculos. A relação entre a densidade e a condutividade térmica não é uma novidade, ela é, muitas vezes, utilizada para obter estimativas da condutividade térmica de isolantes com bons resultados, o que sugeriu a eles e muitos outros autores a sua utilização em gelo de baixa densidade.

Brian desenvolve uma expressão empírica para a condutividade térmica do gelo baseado em seus resultados experimentais e os de Shah e Bazinski[8]. A expressão da condutividade térmica é uma função linear da densidade e uma função potência da temperatura.

White propõe uma correlação semi-empírica e leva em conta a difusão de vapor na camada de gelo, e formula a condutividade térmica efetiva como função linear da densidade e a temperatura[8].

Num trabalho teórico Biguria e Wenzel [5], colocam as bases para futuros trabalhos, consideram estruturas simples de gelo dentro da camada e difusão de vapor que ocorre só na porção de ar na camada de gelo poroso.

Num outro trabalho, Jones e Parker [15], apresentam uma correlação semi-empírica que também leva em conta a difusão do vapor na camada de gelo e é baseado numa análise diferenciada. Ostin e Anderson [20], mostram gráficos das variações das propriedades nos seus ensaios.

O trabalho mais abrangente para a obtenção da condutividade térmica do gelo é o publicado por Deitenberg [8], que é essencialmente teórico e parcialmente empírico, e postula uma complicada estrutura do gelo na camada porosa para a difusão de vapor, padrões geométricos para o gelo e conceitos de associação de malhas em meios porosos para obter expressões para a condutividade máxima e mínima do gelo. Com estes valores e dados experimentais obtidos por outros autores elabora-se uma equação interpolante válida para uma densidade maior que a do ar e menor que a do gelo sólido e para uma temperatura de 80 a 273 graus Kelvin.

1.3 Estudo do Fenômeno de Cristalização na Formação de Gelo.

Esta linha de estudos tem sido de maior importância para a melhor compreensão e base para a formulação de modelos para a avaliação do fenômeno de formação de gelo, é uma área que procura estabelecer as propriedades e o desenvolvimento da camada de gelo em função do tipo de estrutura cristalina formada na camada de gelo. Hayashi et. al. [12], num trabalho que tem sido fundamental na elaboração de modelos mais recentes, fazem uma descrição dos tipos de cristais formados de acordo com o período de formação de gelo. Os períodos de formação são divididos em três:

1. Período de crescimento unidirecional do cristal;
2. Período de crescimento tridimensional;
3. Período de fronteira plenamente desenvolvida ou período de crescimento quase-estático.

Então o fenômeno de gelo pode ser modelado de acordo com os estágios desta subdivisão, e faz notar que o grau de super-saturação da superfície do cristal de gelo não pode obter-se facilmente porque a diferença das concentrações de vapor entre a corrente livre e a de saturação na superfície do gelo (ΔC) e a temperatura de gelo (T_s) não podem ser tratados como parâmetros constantes devido a natureza dinâmica de formação de gelo.

Num trabalho, Tokura et. al. [35], centram sua atenção principalmente nos estágios primários e abordam o terceiro período sem maiores detalhes. Na base do conhecimento de como ocorre o fenômeno de cristalização, elaboram-se adimensionais para o cálculo da condutividade térmica.

A figura (1.1) mostra como ocorre a formação de gelo desde a formação das gotículas. O terceiro período tem sido estudado com maior detalhe por Aoki et. al. [2], este período é extremamente complexo, pois neste estágio a camada de gelo na realidade é um meio poroso e pode envolver também a permeação da água formada na superfície de gelo quando a temperatura da superfície do mesmo atinge uma temperatura maior, ou igual à de fusão de gelo. Esta água condensada começa então a entrar pelos poros do gelo, congelando as camadas inferiores, como é mostrado na figura 1.2 [2] . Nesta figura são descritos dois processos de permeação de água que dependem da temperatura alcançada pela superfície da camada porosa de gelo e indicam o tipo da configuração a ser formada. Obviamente que os processos de permeação ocorrem quando a temperatura está relativamente próxima a 0 °C.

Devido a este fenômeno pode-se ter uma camada de gelo estratificada. O fato do congelamento ocorrer nas camadas inferiores cria uma espécie de camada impermeável pela qual não há mais penetração de água, isto implicaria numa alteração significativa das propriedades acima desta camada impermeável. No entanto esta fase é dificilmente encontrada na prática em sistemas de refrigeração.

Posteriormente Seki et. al. [28], fizeram um estudo do crescimento dos cristais para diferentes ângulos de ataque de uma placa super resfriada. Também obtém-se dados das propriedades físicas do gelo.

Tipo de Formação		Período de Crescimento do Cristal	Período de Crescimento da Fronteira		
A	A-I				
	A-II				
B	B-I				
	B-II				
C	C-I				
	C-II				
	C-III				
D	D-I				
	D-II				

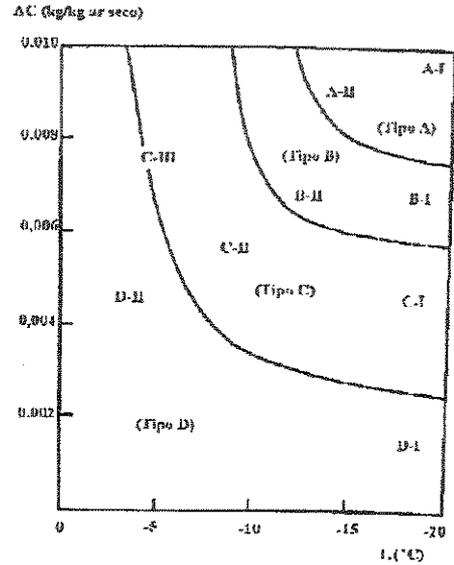
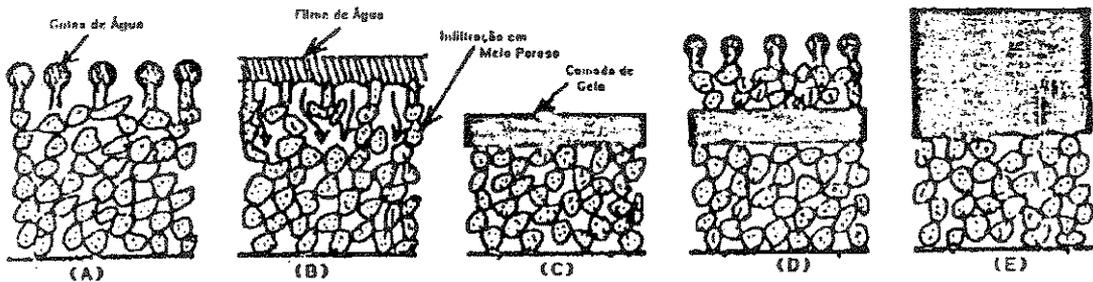
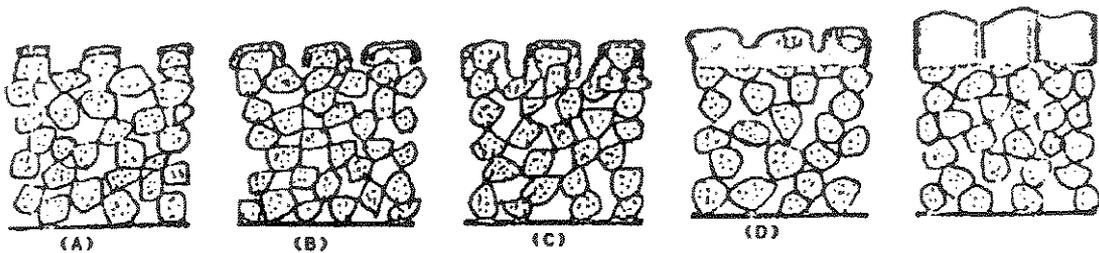


Fig. 1.1 Períodos de Formação de Gelo [12]



Etapas da formação do gelo - Pattern tipo I



Etapas da formação do gelo - Pattern tipo II

Fig. 1.2 Tipos de Estrutura de Gelo [2]

1.4 Estudo dos Modelos de Formação de Gelo.-

Durante os últimos anos foram realizados diversos estudos de modelagem teórica, semi-empírica e numérica.

Em sua tese de Mestrado, Scalón[26], fez um resumo e análise bastante detalhado de vários modelos existentes até aquela data, tais como o de Chung e Aldren[7], que é um modelo que se baseia fortemente em dados por eles obtidos. O modelo de Parish e Sepsy [22], proposto para a formação de gelo em torno de um cilindro. O modelo proposto por Jones e Parker [15], que através de um balanço global, leva em conta todos os fenômenos do processo e principalmente a variação das propriedades internas da camada de gelo, o que o torna um balanço fisicamente mais representativo. O trabalho de Sami e Duong [25], que fizeram algumas alterações no modelo anterior, procurando obter resultados de maior precisão. Um modelo muito simples proposto por Padki et. al. [21], para que se possa avaliar em forma rápida, sem grandes complicações, a formação de gelo em geometrias simples. Uma análise comparativa destes modelos pode ser encontrada em Scalón[26].

Um modelo mais elaborado é proposto por Tao et. al. [33], para a formação de gelo em placa plana. É um modelo rigorosamente teórico na sua formulação e que para sua resolução fez uso de algumas correlações empíricas. Este modelo propõe a resolução do fenômeno em dois estágios, o primeiro que modela a primeira etapa de crescimento unidimensional, período de curta duração e que serve para obter os dados iniciais para o segundo estágio que é na realidade a soma dos períodos de ramificação dos cristais e de crescimento quase-estático. Para este último estágio utiliza-se um modelo para meio poroso desenvolvido por Whitaker [38], utilizando a técnica de média volumétrica local.

Em seu trabalho Scalón, aborda o problema da formação de gelo em torno de um cilindro vertical, baseado nas equações desenvolvidas por Tao[33], nas quais fez algumas simplificações, mas diferente de Tao, resolve as equações do escoamento em torno do cilindro, considerando esta como uma superfície lisa e estática, para obter os coeficientes convectivos e difusivos entre o escoamento e a superfície da camada de gelo.

Procurando desenvolver um modelo simples e de boa acuracidade Sherif et. al. [29], propõem um modelo transiente semi-empírico, para placa plana sob condições de convecção

forçada. Este modelo utiliza o método de Euler, e avalia a temperatura da superfície e o crescimento da camada de gelo, usando correlações existentes para o coeficiente convectivo de transferência de calor e a analogia de Lewis para calcular o coeficiente de transferência de massa.

Finalmente o modelo proposto por Tao et. al. [33], é, até agora o mais completo de todos, pois envolve todos os fenômenos presentes no processo de formação de gelo. O modelo é representativo das duas principais fases do processo descritas anteriormente. Este modelo permite uma avaliação local de todas as propriedades e procura representar todos os processos envolvidos neste fenômeno. Com a base de novos dados experimentais, Mao et. al. [17], Tao et. al. [34], que complementam este modelo e a escolha apropriada das correlações empíricas necessárias, se abordará este trabalho.

1.5 Objetivos deste Trabalho.-

Estudos prévios têm indicado que a taxa de transferência de calor aumenta no período inicial da deposição de gelo, porque a superfície rugosa de gelo formada, atua como uma superfície estendida. Quando a camada de gelo cresce, o efeito isolante da camada de gelo predomina, resultando numa redução da taxa de transferência de calor. O processo de deposição do gelo é complicado em parte porque a taxa na qual o vapor de água difunde-se na camada de gelo depende da taxa na qual o calor é transferido da corrente de ar úmido que escoia na superfície da camada de gelo. Outro fator que complica é a dependência no tempo das propriedades do gelo, e a dependência no tempo e no espaço da temperatura superficial da camada de gelo. Isto implica em mudanças na estrutura na camada de gelo, que tenderá a aumentar sua densidade e condutividade térmica efetiva com o tempo.

Este trabalho foi feito procurando simular todo o processo de formação de gelo numa placa plana a partir das equações básicas que regem os fenômenos de transferência de calor e massa. Utilizaremos em nossa formulação a técnica de média volumétrica local para o segundo estágio da simulação do fenômeno, considerando a camada de gelo neste estágio como um meio poroso.

Citaremos alguns fatores considerados neste estudo:

- Utiliza-se o modelo completo para meio poroso [38], [33], no estágio final, que é considerado o principal, evitando fazer simplificações mesmo que complique o trabalho computacional.
- O modelo trabalha com avaliação local das propriedades no tempo e no espaço.
- O modelo utiliza correlações empíricas mais elaboradas que fornecem valores dos coeficientes de transferência de calor e massa dependentes do tempo, do espaço e das características do escoamento.

O modelo é completamente teórico na sua formulação, permitindo a avaliação das propriedades a partir do acoplamento entre a simulação das duas fases distintas do crescimento do cristal de gelo.

Os programas computacionais foram feitos em linguagem de programação do Mathematica.

Capítulo 2

Formulação das Equações Diferenciais Governantes

Neste capítulo mostraremos a formulação do fenômeno de formação de gelo no estágio de crescimento da fronteira plenamente desenvolvida, a partir das equações básicas que regem o fenômeno de transporte de calor e massa, que é a principal e a responsável pela maior parte do tempo do fenômeno. O primeiro estágio que não é menos importante será abordado num capítulo posterior. Será usada a técnica de média volumétrica local [38; 33].

Tem-se a seguinte definição: Em qualquer lugar no espaço z , uma quantidade y , é dita ser uma média volumétrica espacial quando é definida como:

$$\langle y \rangle(z) = \frac{1}{v(z)} \int_{v(z)} y dv$$

Onde: v é o volume total de um pequeno volume de controle elementar.

Uma quantidade em fase α é dita ser uma média intrínseca da fase quando é definida como:

$$\langle y \rangle^\alpha = \frac{1}{v_\alpha(y)} \int_{v_\alpha(y)} y_\alpha dv$$

Neste problema é de interesse conhecer o conteúdo da umidade, temperatura e densidade na camada de gelo como função do espaço e do tempo. Estas quantidades serão determinadas por aplicação apropriada das equações básicas de transporte de energia e massa.

A Figura 2.1. mostra um esquema simplificado de uma placa plana sobre a qual tem-se um fluxo de ar úmido.

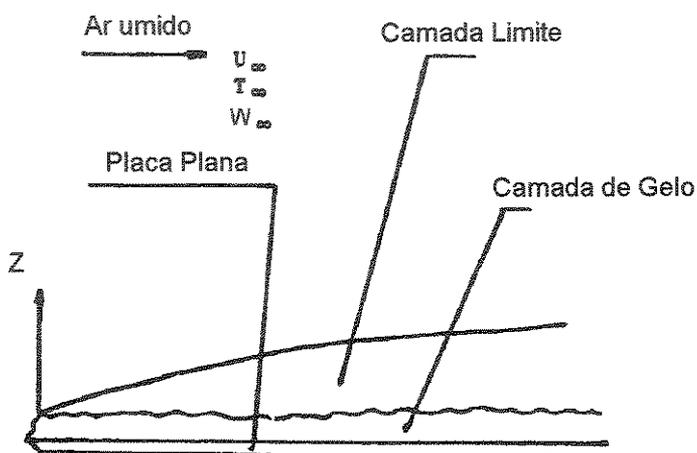


Fig. 2.1. Esquema do Fenômeno Físico

2.1) Equações Básicas de Transporte de Energia e Massa.-

a) Equação da Continuidade.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.1.a)$$

b) Equação da Continuidade de espécies i.

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{v}_i) = r_i \quad (2.1.b)$$

onde: r_i = Taxa de produção de massa da espécie i

\mathbf{v}_i = Velocidade da espécie i.

c) Princípio de Quantidade de Movimento.

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot \mathbf{T} \quad (2.1.c)$$

Onde : \mathbf{T} = Tensor total de esforços

d) Princípio de Quantidade de Movimento Angular.

$$T=T^* \quad (2.1.d)$$

Onde: T^* = Transposta de T.

e) Equação de Energia Térmica .-

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = -\nabla \cdot q + \frac{Dp}{Dt} + \nabla v : \tau + \varphi \quad (2.1.e)$$

Onde:

τ = Tensor de esforço devido as forças viscosas

p = Pressão

h = Entalpia por unidade de massa

φ = Termo fonte.

Também:

$$f) \rho = \sum_{i=1}^N \rho_i \quad (2.1.f)$$

$$g) \rho v = \sum_{i=1}^N \rho_i v_i \quad (2.1.g)$$

$$h) \sum_{i=1}^N r_i = 0 \quad (2.1.h)$$

v = velocidade média da massa.

Fazendo uso das definições de $\langle Y \rangle$ e $\langle Y \rangle^\alpha$, usando a técnica de média volumétrica local, e sobre a base das restrições e hipóteses que serão indicadas [38,33], obtem-se as equações de transporte de calor e massa para o meio poroso, no caso geral para duas fases (β =sólido, γ = gasoso).

2.2) Formulação das Equações Governantes Locais.-

Restrições:

entalpia independente da pressão, $h = h(T)$ para as fases β, γ R. 1.

c_p das fases são constantes, $h = c_p \cdot T + C$ para as fases β, γ R. 2.

Condutividade térmica constante para as fases β, γ . R. 3.

A fase β contém só um componente. R. 4.

$\frac{Dp_\beta}{Dt} = 0$; $\nabla_{v_\beta} \cdot \tau_\beta = 0$ Trabalho de compressão e dissipação viscosa desprezível

[38, pp 130] R. 5.

$\varphi_\beta = 0$ R. 6.

Não acontece reação química na fase γ . R. 7.

$\frac{Dp_\gamma}{Dt} = 0$; $\nabla_{v_\gamma} \cdot \tau_\gamma = 0$ Trabalho de compressão e dissipação viscosa da fase

gasosa desprezível [38]. R. 8.

2.2.1. - Equações da Fase β (solido).-

a) Equação da continuidade

Utilizando a restrição R. 4., A fase β contém só um componente.

$$\frac{\partial \rho_\beta}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_\beta v_\beta) = 0 \quad (2.2.1.a)$$

b) Equação da energia.

Utilizando a restrição R. 5., $\frac{Dp_\beta}{Dt} = 0$; $\nabla_{v_\beta} \cdot \tau_\beta = 0$

Trabalho de Compressão e dissipação viscosa desprezível [38, pp 130]

$$\rho_{\beta} \frac{Dh_{\beta}}{Dt} = -\nabla \cdot q_{\beta} + \varphi \quad (2.2.1.b)$$

Expandindo a derivada material

$$\rho_{\beta} \left(\frac{\partial h_{\beta}}{\partial t} + v_{\beta} \cdot \nabla h_{\beta} \right) = -\nabla \cdot q_{\beta} + \varphi_{\beta}$$

usando as restrições R.2, R.3 e Lei de Fourier

$$\rho_{\beta} c p_{\beta} \left(\frac{\partial T_{\beta}}{\partial t} + v_{\beta} \cdot \nabla T_{\beta} \right) = k_{\beta} \nabla^2 T_{\beta} + \varphi_{\beta} \quad (2.2.1.c)$$

Utilizando a restrição R.6., $\varphi_{\beta}=0$

2.2.2.- Equações da Fase γ (gás: vapor + ar)

a) Equação da continuidade:

$$\frac{\partial \rho_{\gamma}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_{\gamma} v_{\gamma}) = 0 \quad (2.2.2.a)$$

b) Equação da continuidade das espécies:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i v_i) = 0 \quad i=1,2 \quad (2.2.2.b)$$

Utilizando a restrição R.7., Não acontece reação química na fase γ .

Então das eq. (2.1.f) e (2.1.g)

$$\rho_{\gamma} = \rho_1 + \rho_2$$

$$\rho_{\gamma} v_{\gamma} = \rho_1 v_1 + \rho_2 v_2$$

escrevendo as velocidades das espécies v_i em termos da velocidade mássica média v_{γ} e da velocidade de difusão u_i .

$$v_i = v_{\gamma} + u_i$$

então:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i v_\gamma) = -\nabla \cdot (\rho_i u_i) \quad i=1,2 \quad (2.2.2.c)$$

O fluxo difusivo pode ser expresso como:

$$\rho u_i = -\rho_\gamma D \nabla \left(\frac{\rho_i}{\rho_\gamma} \right) \quad (2.2.2.d)$$

logo a forma final da equação de continuidade das espécies:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i v_\gamma) = -\nabla \cdot \left(\rho_\gamma D \nabla \left(\frac{\rho_i}{\rho_\gamma} \right) \right) \quad (2.2.2.e)$$

Recomenda-se cuidados nesta equação no caso de “freeze drying” (nosso caso) por que este caso geralmente é acompanhado pela difusão de Knüdsen, que acontece quando o tamanho do poro é da mesma ordem que a distancia livre entre moléculas, o que resulta em taxas de difusão maiores que as de vapor em ar.

c) Equação da energia térmica para a fase gasosa (sistema multicomponente):

A forma apropriada da equação (2.1.e) para um sistema multicomponente [38] é:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\sum_1^N \rho_i \bar{h}_i \right) + \nabla \cdot \left(\sum_1^N \rho_i v_i \bar{h}_i \right) = -\nabla \cdot q_\gamma + \frac{Dp_\gamma}{Dt} + \nabla v_\gamma : \tau + \varphi_\gamma \quad (2.2.2.f)$$

Onde:

\bar{h}_i = Entalpia mássica parcial =

Entalpia molar parcial (i-espécie) / Peso Molecular (i-espécie).

\bar{f}_i = campo de força atuando sobre a i-espécie / massa .

Utilizando a restrição R.8., $\frac{Dp_\gamma}{Dt} = 0$; $\nabla v_\gamma : \tau_\gamma = 0$ Trabalho de compressão e dissipação viscosa da fase gasosa desprezível [38].

então:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\sum_1^N \rho_i \bar{h}_i \right) + \nabla \cdot \left(\sum_1^N \rho_i v_i \bar{h}_i \right) = -\nabla \cdot q_\gamma + \varphi_\gamma$$

Definindo:

$$\rho_i h_i = \left(\sum_1^N \rho_i \bar{h}_i \right)$$

Fazendo uso da equação da continuidade, e de $v_i = v_\gamma + u_i$.

Depois de alguma manipulação algébrica:

$$\rho_\gamma \left(\frac{\partial h_\gamma}{\partial t} + v_\gamma \cdot \nabla h_\gamma \right) = -\nabla \cdot \left(\sum_1^N \rho_i u_i \bar{h}_i \right) - \nabla \cdot q_\gamma + \varphi_\gamma$$

aplicando a Lei de Fourier e a restrição R.2.

$$\rho_\gamma c p_\gamma \left(\frac{\partial T_\gamma}{\partial t} + v_\gamma \cdot \nabla T_\gamma \right) = -\nabla \cdot \left(\sum_1^N \rho_i u_i \bar{h}_i \right) + k_\gamma \nabla^2 T_\gamma + \varphi_\gamma \quad (2.2.2.g)$$

onde:

$$c p_\gamma = \sum_1^N \frac{\rho_i}{\rho_\gamma} (\bar{c p}_i) \quad R.4.$$

2.3).- Formulação das Equações Governantes em Média Volumétrica.-

Tem-se três tipos de médias que são utilizadas na análise do fenômeno de transporte no meio poroso.

Média Espacial: $\langle \psi \rangle = \frac{1}{V} \int_V \psi dv$

Média da fase: $\langle T_\beta \rangle = \frac{1}{V} \int_V T_\beta dv \Rightarrow \langle T_\beta \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_\beta} T_\beta dv$

Média Intrínseca da fase: $\langle T_\beta \rangle^\beta = \frac{1}{V_\beta} \int_V T_\beta dv \Rightarrow \langle T_\beta \rangle^\beta = \frac{1}{V_\beta} \int_{V_\beta} T_\beta dv$

Define-se as frações de volume das fases:

$$\varepsilon_\beta(t) = \frac{V_\beta(t)}{V} \quad ; \quad \varepsilon_\gamma(t) = \frac{V_\gamma(t)}{V}$$

$$\varepsilon_\beta(t) + \varepsilon_\gamma(t) = 1 \quad \text{e} \quad \varepsilon_\beta \langle T_\beta \rangle^\beta = \langle T_\beta \rangle$$

As equações governantes são formuladas para um volume elementar, que é representado na Fig. 2.2

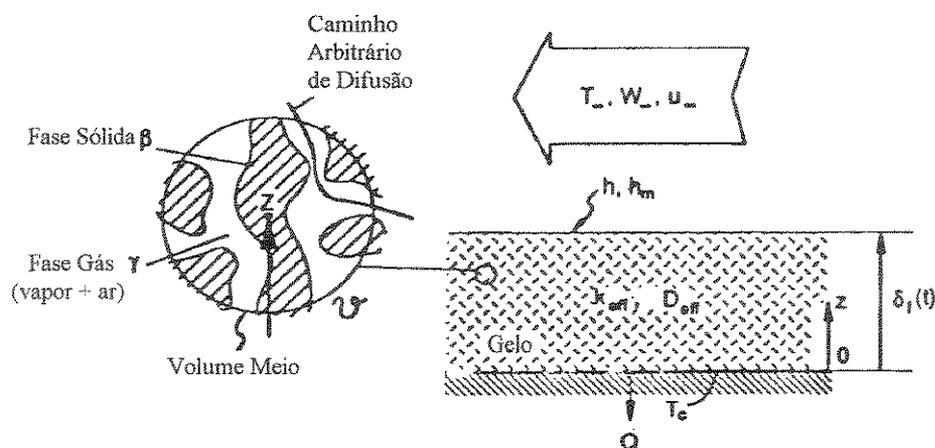


Fig. 2.2 Volume Elementar do Meio Poroso.

A ferramenta principal na formulação das equações em média volumétrica local é o teorema da média. [38, pp 194].

$$\langle \nabla \psi_\beta \rangle = \nabla \langle \psi_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \psi_\beta \eta_{\beta\sigma} dA + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\gamma}} \psi_\beta \eta_{\beta\gamma} dA \quad (\text{no caso geral de três fases}).$$

Restrições:

$$\rho_\beta = \text{constante.} \quad \text{R.9.}$$

$$\text{A fase gasosa e termodinamicamente ideal.} \quad \text{R.10.}$$

Hipoteses:

$$\overline{\psi_\omega} \ll \langle \psi_\omega \rangle^\omega \quad \text{e} \quad \overline{\psi_\omega} \ll \langle \overline{\psi_\omega} \rangle \quad \text{na fase } \omega, \text{ onde } \omega \text{ refere-se a } \beta \text{ e } \gamma. \quad \text{A.1.}$$

$$\nabla \cdot \left(\langle \rho_\gamma \rangle^\gamma \langle v_\gamma \rangle \right) \gg \nabla \cdot \langle \overline{\rho_\gamma v_\gamma} \rangle \quad \text{A.2.}$$

$$\text{Sistema Sólido-Gasoso em equilíbrio local.} \quad \text{A.3.}$$

$$\text{Desprezando efeitos convectivos} \quad \nabla \cdot \left(\langle \rho_\gamma \rangle^\gamma \langle v_\gamma \rangle \right) \approx 0 \quad \text{A.4.}$$

2.3.1.- Equações da Fase β (Sólido).-

Deve-se lembrar que a interface β - γ , pode se movimentar a uma velocidade diferente de v_β ou v_γ e esta velocidade será nomeada como w .

a).- Equação da continuidade (β)

$$\frac{\partial \rho_\beta}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_\beta v_\beta) = 0 \quad (2.3.1.a)$$

Integrando sobre $v_\beta(t)$, e dividindo por v

$$\frac{1}{v} \int_{v_\beta(t)} \left(\frac{\partial \rho_\beta}{\partial t} \right) dv + \frac{1}{v} \int_{v_\beta(t)} \nabla \cdot (\rho_\beta v_\beta) dv = 0$$

Aplicando o teorema do transporte:

$$\frac{1}{v} \int_{v_\beta(t)} \left(\frac{\partial \rho_\beta}{\partial t} \right) dv = \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{v} \int_{v_\beta(t)} \rho_\beta dv \right] - \frac{1}{v} \int_{A_{\beta\gamma}} \rho_\beta w \cdot \eta_{\beta\gamma} dA$$

Aplicando o teorema da média:

$$\frac{1}{V} \int_{V_{\beta}(t)} \left(\frac{\partial \rho_{\beta}}{\partial t} \right) dv = \langle \nabla \cdot (\rho_{\beta} \mathbf{v}_{\beta}) \rangle = \nabla \cdot \langle \rho_{\beta} \mathbf{v}_{\beta} \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\gamma}} \rho_{\beta} \mathbf{v}_{\beta} \cdot \boldsymbol{\eta}_{\beta\gamma} dA$$

então:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho_{\beta} \rangle + \nabla \cdot \langle \rho_{\beta} \mathbf{v}_{\beta} \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\gamma}} \rho_{\beta} (\mathbf{v}_{\beta} - \mathbf{w}) \cdot \boldsymbol{\eta}_{\beta\gamma} dA = 0 \quad (2.3.1.b)$$

Utilizando a restrição R.11., $\rho_{\beta} = \text{constante}$.

$$\text{Logo: } \langle \rho_{\beta} \mathbf{v}_{\beta} \rangle = \rho_{\beta} \langle \mathbf{v}_{\beta} \rangle$$

$$\langle \rho_{\beta} \rangle = \varepsilon_{\beta} \rho_{\beta}$$

Aqui $\langle \mathbf{v}_{\beta} \rangle$ representa o vetor velocidade superficial, que é usado para avaliar a taxa de fluxo volumétrico. Nosso caso $\langle \mathbf{v}_{\beta} \rangle = 0$.

Finalmente a equação geral de continuidade em média volumétrica local será:

$$\frac{\partial \varepsilon_{\beta}}{\partial t} + \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_{\beta} \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\gamma}} \rho_{\beta} (\mathbf{v}_{\beta} - \mathbf{w}) \cdot \boldsymbol{\eta}_{\beta\gamma} dA = 0 \quad (2.3.1.c)$$

Na equação anterior pode se identificar a taxa de vaporização- deposição por unidade de volume como:

$$\langle \dot{m} \rangle = \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\gamma}} \rho_{\beta} (\mathbf{v}_{\beta} - \mathbf{w}) \cdot \boldsymbol{\eta}_{\beta\gamma} dA = 0 \quad (2.3.1.d)$$

onde $\langle \dot{m} \rangle$ será positivo para o processo de vaporização

e negativo para o processo de deposição (solidificação)

Logo:

$$\frac{\partial \varepsilon_{\beta}}{\partial t} + \frac{\langle \dot{m} \rangle}{\rho_{\beta}} = 0 \quad (2.3.1.e)$$

b).- Equação da Energia (β).

$$\frac{\partial(\rho_\beta h_\beta)}{\partial t} + (\rho_\beta v_\beta h_\beta) = -\nabla \cdot q_\beta + \varphi_\beta \quad (2.3.1.f)$$

Utilizando a mesma sequência anterior tem se.

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho_\beta h_\beta \rangle + \nabla \cdot \langle \rho_\beta v_\beta h_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\gamma}} \rho_\beta h_\beta (v_\beta - w) \cdot \eta_{\beta\gamma} dA = -\nabla \cdot \langle q_\beta \rangle = \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\gamma}} q_\beta \cdot \eta_{\beta\gamma} dA$$

fazendo

$$h_\beta = h_\beta^0 + cp_\beta(T_\beta + T_\beta^0)$$

$h_\beta^0 =$ Entalpia de referência na temperatura T_β^0 .

Lembrando que $\rho_\beta, cp_\beta, [h_\beta^0 - cp_\beta T_\beta^0]$ são constantes.

$$\text{Também: } \frac{\partial \langle C_\beta \rangle}{\partial t} = C_\beta \frac{\partial \varepsilon_\beta}{\partial t} \quad ; \quad \nabla \langle C_\beta \rangle = C_\beta \nabla \varepsilon_\beta$$

para $C_\beta = \text{cte}$.

Logo:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho_\beta h_\beta \rangle + \nabla \cdot \langle \rho_\beta v_\beta h_\beta \rangle = \rho_\beta cp_\beta \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_\beta \langle T_\beta \rangle^\beta) + \rho_\beta [h_\beta^0 - cp_\beta T_\beta^0] \frac{\partial \varepsilon_\beta}{\partial t} + \rho_\beta [h_\beta^0 - cp_\beta T_\beta^0] \nabla \cdot \langle v_\beta \rangle + \rho_\beta cp_\beta \nabla \cdot \langle T_\beta v_\beta \rangle$$

e

$$\langle T_\beta \rangle = \varepsilon_\beta \langle T_\beta \rangle^\beta \quad ; \quad \langle v_\beta \rangle = \varepsilon_\beta \langle v_\beta \rangle^\beta + \overline{T_\beta}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho_\beta h_\beta \rangle + \nabla \cdot \langle \rho_\beta v_\beta h_\beta \rangle = \varepsilon_\beta \rho_\beta cp_\beta \frac{\partial}{\partial t} \langle T_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta [h_\beta^0 + cp_\beta \langle T_\beta \rangle^\beta - T_\beta^0] \frac{\partial \varepsilon_\beta}{\partial t} \quad (2.3.1.g)$$

Usando a equação de continuidade:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho_\beta h_\beta \rangle + \nabla \cdot \langle \rho_\beta v_\beta h_\beta \rangle = \varepsilon_\beta \rho_\beta c_{p\beta} \frac{\partial}{\partial t} \langle T_\beta \rangle^\beta - \left[h_\beta^o + c_{p\beta} (\langle T_\beta \rangle^\beta - T_\beta^o) \right] \left\{ \frac{1}{V} \int_{A\beta\gamma} \rho_\beta (v_\beta - w) \cdot \eta_{\beta\gamma} dA \right\}$$

então:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho_\beta h_\beta \rangle + \nabla \cdot \langle \rho_\beta v_\beta h_\beta \rangle = \varepsilon_\beta \rho_\beta c_{p\beta} \frac{\partial}{\partial t} \langle T_\beta \rangle^\beta + \rho_\beta \left[h_\beta^o + c_{p\beta} (\langle T_\beta \rangle^\beta - T_\beta^o) \right] \langle \dot{m} \rangle$$

(2.3.1.h)

Então a equação de energia para a fase β fica:

$$\varepsilon_\beta \rho_\beta c_{p\beta} \frac{\partial}{\partial t} \langle T_\beta \rangle^\beta + c_{p\beta} \overline{T_\beta} \langle \dot{m} \rangle = \nabla \cdot \left\{ k_\beta \left[\nabla (\varepsilon_\beta \langle T_\beta \rangle^\beta) + \frac{1}{V} \int_{A\beta\gamma} T_\beta \eta_{\beta\gamma} dA \right] \right\} - \frac{1}{V} \int_{A\beta\gamma} q_\beta \cdot \eta_{\beta\gamma} dA$$

(2.3.1.i)

2.3.2.- Equações da Fase γ (Gás).-

a) Equação da continuidade:

$$\frac{\partial \rho_\gamma}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_\gamma v_\gamma) = 0$$

(2.3.2.a)

Repetindo a análise

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho_\gamma \rangle + \nabla \cdot \langle \rho_\gamma v_\gamma \rangle + \frac{1}{V} \int_{A\gamma\beta} \rho_\gamma (v_\gamma - w) \cdot \eta_{\gamma\beta} dA = 0$$

(2.3.2.b)

Tem-se:

$$\rho_\gamma = \langle \rho_\gamma \rangle^\gamma + \overline{\rho_\gamma} \quad \text{na fase } \gamma$$

$$\rho_\gamma = \overline{\rho_\gamma} = 0 \quad \text{na fase } \beta$$

$$v_\gamma = \langle v_\gamma \rangle + \overline{v_\gamma} \quad \text{na fase } \gamma$$

$$v_\gamma = \overline{v_\gamma} = 0 \quad \text{na fase } \beta$$

$$\langle \rho_\gamma \rangle = \varepsilon_\gamma \langle \rho_\gamma \rangle^\gamma$$

Então:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\varepsilon_\gamma \langle \rho_\gamma \rangle^\gamma \right) + \nabla \cdot \left(\langle \rho_\gamma \rangle^\gamma \langle v_\gamma \rangle \right) + \nabla \cdot \langle \overline{\rho_\gamma \cdot v_\gamma} \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma\beta}} \rho_\gamma (v_\gamma - w) \cdot \eta_{\gamma\beta} dA = 0 \quad (2.3.2.c)$$

Escrevemos:

$$A.1. \quad \overline{\psi_\omega} \ll \langle \psi_\omega \rangle^\omega \quad \text{e} \quad \overline{\psi_\omega} \ll \langle \overline{\psi_\omega} \rangle \quad \text{na fase } \omega, \text{ onde } \omega \text{ refere-se a } \beta \text{ e } \gamma.$$

$$A.2. \quad \nabla \cdot \left(\langle \rho_\gamma \rangle^\gamma \langle v_\gamma \rangle \right) \gg \nabla \cdot \langle \overline{\rho_\gamma v_\gamma} \rangle$$

Então:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\varepsilon_\gamma \langle \rho_\gamma \rangle^\gamma \right) + \nabla \cdot \left(\langle \rho_\gamma \rangle^\gamma \langle v_\gamma \rangle \right) + \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma\beta}} \rho_\gamma (v_\gamma - w) \cdot \eta_{\gamma\beta} dA = 0 \quad (2.3.2.d)$$

a.1).- Continuidade das espécies.-

Da mesma maneira:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho_i \rangle + \nabla \cdot \langle \rho_i v_\gamma \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma\beta}} \rho_i (v_i - w) \cdot \eta_{\gamma\beta} dA = \nabla \cdot \left\langle \rho_\gamma D \nabla \left(\frac{\rho_i}{\rho_\gamma} \right) \right\rangle, \quad i=1,2 \quad (2.3.2.e)$$

Parece razoável desprezar variações de D dentro do volume médio local, mas conservando a possibilidade de variação com a distancia.

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho_i \rangle + \nabla \cdot \langle \rho_i v_\gamma \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma\beta}} \rho_i (v_i - w) \cdot \eta_{\gamma\beta} dA = \nabla \cdot \left[D \left\langle \rho_\gamma \nabla \left(\frac{\rho_i}{\rho_\gamma} \right) \right\rangle \right], \quad i=1,2 \quad (2.3.2.f)$$

tem-se

$$\langle \rho_i \rangle = \varepsilon_\gamma \langle \rho_i \rangle^\gamma$$

$$\frac{\rho_i}{\rho_\gamma} = \frac{\rho_i}{\langle \rho_\gamma \rangle^\gamma} \left[1 - \left(\frac{\tilde{\rho}_i}{\langle \rho_\gamma \rangle^\gamma} \right) \right]$$

usando A.1. e A.2.

$$\left(\langle \rho_\gamma \rangle^\gamma + \tilde{\rho}_\gamma \right)^{-1} = \frac{1}{\langle \rho_\gamma \rangle^\gamma} \left[1 - \left(\frac{\tilde{\rho}_\gamma}{\langle \rho_\gamma \rangle^\gamma} \right) \right]$$

e

$$\left\langle \langle \rho_\gamma \rangle^\gamma \psi_\gamma \right\rangle = \langle \rho_i \rangle^\gamma \langle \psi_\gamma \rangle$$

Logo de algumas simplificações:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\epsilon_\gamma \langle \rho_i \rangle^\gamma \right) + \nabla \cdot \left(\langle \rho_i \rangle^\gamma \langle v_\gamma \rangle \right) + \frac{1}{\nu} \int_{A\gamma\beta} \rho_i (v_i - w) \cdot \eta_{\gamma\beta} dA = \nabla \cdot \left\{ \langle \rho_\gamma \rangle^\gamma \mathbf{D} \left[\nabla \left(\frac{\langle \rho_i \rangle}{\langle \rho_i \rangle^\gamma} \right) + \tilde{\Omega}_i \right] - \langle \tilde{\rho}_i \tilde{v}_i \rangle \right\}$$

(2.3.2.g)

onde:

$$\tilde{\Omega}_i = \frac{1}{\nu} \int_{A\gamma\beta} \left(\frac{\rho_i}{\langle \rho_\gamma \rangle^\gamma} \right) \eta_{\gamma\beta} dA - \left\langle \nabla \left[\frac{\rho_i}{\langle \rho_\gamma \rangle^\gamma} \left(\frac{\tilde{\rho}_\gamma}{\langle \rho_\gamma \rangle^\gamma} \right) \right] \right\rangle + \left\langle \frac{\tilde{\rho}_\gamma}{\rho_\gamma} \nabla \left(\frac{\rho_i}{\langle \rho_\gamma \rangle^\gamma} \right) \right\rangle \Big/ \langle \rho_\gamma \rangle^\gamma$$

b).- Equação da Energia para fase γ .-

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\sum_1^N \rho_i \bar{h}_i \right) + \nabla \cdot \left(\sum_1^N \rho_i v_i \bar{h}_i \right) = -\nabla \cdot \mathbf{q}_\gamma \quad (2.3.2.h)$$

Usando a mesma análise:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left\langle \sum_1^N \rho_i \bar{h}_i \right\rangle + \nabla \cdot \left\langle \sum_1^N \rho_i v_\gamma \bar{h}_i \right\rangle + \frac{1}{v} \int_{A_{\gamma\beta}} \left\{ \sum_1^N \rho_i \bar{h}_i (v_i - w) \cdot \eta_{\gamma\beta} \right\} dA = \\ - \nabla \cdot \langle q_\gamma \rangle - \frac{1}{v} \int_{A_{\gamma\beta}} q_\gamma \cdot \eta_{\gamma\beta} dA \end{aligned} \quad (2.3.2.i)$$

Novamente usando-se:

$$h_i = h_i^0 + cp_i(T_\gamma + T_\gamma^0)$$

Utilizando a restrição R.11. A fase gasosa é termodinamicamente ideal.

Depois de alguns passos tem-se:

$$\begin{aligned} \left\{ \sum_1^N \langle \rho_i \rangle cp_i - \right\} \frac{\partial}{\partial t} \langle T_\gamma \rangle^\gamma + \left\{ \sum_1^N cp_i \langle \rho_i v_i \rangle \right\} \cdot \nabla \langle T_\gamma \rangle^\gamma + \frac{1}{v} \int_{A_{\gamma\beta}} \sum_1^N \rho_i cp_i \tilde{T}_\gamma (v_i - w) \cdot \eta_{\gamma\beta} dA + \\ \frac{\partial}{\partial t} \sum_1^N cp_i \langle \tilde{\rho}_i \tilde{T}_\gamma \rangle + \nabla \cdot \sum_1^N cp_i \langle \rho_i \tilde{v}_i \tilde{T}_\gamma \rangle = \nabla \cdot \left\{ k_\gamma \left[\nabla (\epsilon_\gamma \langle T_\gamma \rangle^\gamma) + \frac{1}{v} \int_{A_{\gamma\beta}} T_\gamma \eta_{\gamma\beta} dA \right] \right\} - \frac{1}{v} \int_{A_{\gamma\beta}} q_\gamma \cdot \eta_{\gamma\beta} dA \end{aligned} \quad (2.3.2.j)$$

2.3.3).- Equação Total da Energia.

Utilizando a hipótese A.3., Sistema Sólido-Gas em equilíbrio local.

$$\begin{aligned} \langle T_\beta \rangle^\beta = \langle T_\gamma \rangle^\gamma \\ \langle T \rangle \equiv \epsilon_\beta \langle T_\beta \rangle^\beta + \epsilon_\gamma \langle T_\gamma \rangle^\gamma \Rightarrow \langle T_\beta \rangle^\beta = \langle T_\gamma \rangle^\gamma = \langle T \rangle \end{aligned} \quad (2.3.3.a)$$

Somando as equações de energia da fase β e fase γ (caso geral):

$$\begin{aligned}
& \left[\varepsilon_{\beta} \rho_{\beta} c_{p\beta} + \varepsilon_{\gamma} \left\{ \sum_1^N \langle \rho_i \rangle^{\gamma} c_{p_i} \right\} \right] \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t} + \left[\rho_{\beta} c_{p\beta} \langle v_{\beta} \rangle + \left\{ \sum_1^N c_{p_i} \langle \rho_i v_i \rangle \right\} \right] \nabla \langle T \rangle + \\
& \frac{1}{\mathcal{V}} \int_{A_{\beta\gamma}} \rho_{\beta} c_{p\beta} \tilde{T}_{\beta} (v_{\beta} - w) \cdot \eta_{\beta\gamma} dA + \frac{1}{\mathcal{V}} \int_{A_{\gamma\beta}} \sum_1^N \rho_i c_{p_i} \tilde{T}_{\gamma} (v_i - w) \cdot \eta_{\gamma\beta} dA = \\
& \nabla \cdot \left\{ \nabla [(k_{\beta} \varepsilon_{\beta} + k_{\gamma} \varepsilon_{\gamma}) \langle T \rangle] + (k_{\beta} - k_{\gamma}) \frac{1}{\mathcal{V}} \int_{A_{\beta\gamma}} T_{\beta} \eta_{\beta\gamma} dA \right\} - \frac{1}{\mathcal{V}} \int_{A_{\beta\gamma}} (q_{\beta} - q_{\gamma}) \cdot \eta_{\beta\gamma} dA - \nabla \cdot \langle \xi \rangle + \langle \phi \rangle
\end{aligned} \tag{2.3.3.b}$$

Sendo:

$$\begin{aligned}
\langle \phi \rangle &= \langle \phi_{\beta} \rangle + \langle \phi_{\gamma} \rangle + \frac{\partial}{\partial t} \sum_1^N c_{p_i} \langle \tilde{\rho}_i \tilde{T}_{\gamma} \rangle \\
\nabla \cdot \langle \xi \rangle &= \rho_{\beta} c_{p\beta} \nabla \cdot \langle \tilde{T}_{\beta} \tilde{v}_{\beta} \rangle + \nabla \cdot \sum_1^N c_{p_i} \langle \tilde{\rho}_i v_i \tilde{T}_{\gamma} \rangle
\end{aligned}$$

$\nabla \cdot \langle \xi \rangle$ = dispersão combinada das fases sólida e gasosa.

$$\langle \rho \rangle = \varepsilon_{\beta} \langle \rho_{\beta} \rangle^{\beta} + \varepsilon_{\gamma} \sum_1^N \langle \rho_i \rangle^{\gamma}$$

Definindo:

$$c_p = \frac{\varepsilon_{\beta} \rho_{\beta} c_{p\beta} + \varepsilon_{\gamma} (\rho_v c_{p_v} + \rho_{ar} c_{p_{ar}})}{\langle \rho \rangle} \tag{2.3.3.c} \text{ e } \tag{2.3.3.d}$$

Então o primeiro termo da equação fica: $\langle \rho \rangle c_p \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t}$

Deve-se também avaliar as condições da fronteira gas-sólido [38] :

$$\rho_{\beta} h_{\beta} (v_{\beta} - w) \cdot \eta_{\beta\gamma} + \sum_1^N \rho_i \tilde{h}_i (v_i - w) \cdot \eta_{\gamma\beta} = -(q_{\beta} - q_{\gamma}) \cdot \eta_{\beta\gamma} \tag{2.3.3.e}$$

Substituindo:

$$\begin{aligned}
& \langle \rho \rangle c p_i \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t} + \left[\rho_\beta c p_\beta \langle v_\beta \rangle + \left\{ \sum_1^N c p_i \langle \rho_i v_i \rangle \right\} \right] \nabla \langle T \rangle - \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\gamma}} \left\{ \rho_\beta [h_\beta - c p_\beta \tilde{T}_\beta] (v_\beta - w) \cdot \eta_{\beta\gamma} dA + \right. \\
& \left. \sum_1^N \rho_i [\tilde{h}_i - c p_i \tilde{T}_i] (v_i - w) \cdot \eta_{\gamma\beta} \right\} dA = \nabla \cdot \left\{ \left[\nabla [(k_\beta \epsilon_\beta + k_\gamma \epsilon_\gamma) \langle T \rangle] + (k_\beta - k_\gamma) \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\gamma}} T_\beta \eta_{\beta\gamma} dA \right] \right\}
\end{aligned}
\tag{2.3.3.f}$$

Lembrando que:

$$h_\beta = h_\beta^o + c p_\beta (T_\beta + T_\beta^o)$$

$$h_i = h_i^o + c p_i (T_\gamma + T_\gamma^o)$$

Integrando o termo da integral temos:

$$\begin{aligned}
& \rho_\beta [h_\beta - c p_\beta \tilde{T}_\beta] (v_\beta - w) \cdot \eta_{\beta\gamma} + \sum_1^N \rho_i [\tilde{h}_i - c p_i \tilde{T}_i] (v_i - w) \cdot \eta_{\gamma\beta} = \\
& \left[h_\beta^o + c p_\beta (\langle T_\beta \rangle^\beta - T_\beta^o) \right] \rho_\beta (v_\beta - w) \cdot \eta_{\beta\gamma} + \sum_1^N \left[h_i^o + c p_i (\langle T_\gamma \rangle^\gamma - T_\gamma^o) \right] \rho_i (v_i - w) \cdot \eta_{\gamma\beta}
\end{aligned}
\tag{2.3.3.g}$$

Das condições de contorno na fronteira do volume médio tem-se [38]:

$$\rho_1 (v_1 - w) \cdot \eta_{\gamma\beta} + \rho_\beta (v_\beta - w) \cdot \eta_{\beta\gamma} = 0$$

$$\rho_i (v_i - w) \cdot \eta_{\gamma\beta} = 0 \quad i = 1, 2$$

Logo:

$$\begin{aligned}
& \rho_\beta [h_\beta - c p_\beta \tilde{T}_\beta] (v_\beta - w) \cdot \eta_{\beta\gamma} + \sum_1^N \rho_i [\tilde{h}_i - c p_i \tilde{T}_i] (v_i - w) \cdot \eta_{\gamma\beta} = \\
& \left[h_\beta^o - h_1^o - c p_1 (\langle T \rangle - T_\gamma^o) + c p_\beta (\langle T \rangle - T_\beta^o) \right] (v_\beta - w) \cdot \eta_{\beta\gamma}
\end{aligned}
\tag{2.3.3.h}$$

Agora identificamos a entalpia de sublimação por unidade de massa na temperatura $\langle T \rangle$:

$$\Delta h_{\text{sub}} = \left[h_1^0 - h_\beta^0 + c_{p1}(\langle T \rangle - T^0) - c_{p\beta}(\langle T \rangle - T^0) \right] \quad (2.3.3.i)$$

Finalmente:

$$\langle \rho \rangle c_p \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t} + \left[\rho_\beta c_{p\beta} \langle v_\beta \rangle + \left\{ \sum_1^N c_{p_i} \langle \rho_i v_i \rangle \right\} \right] \nabla \langle T \rangle + \Delta h_{\text{sub}} \langle \dot{m} \rangle = \nabla \cdot (k_{\text{eff}}^T \nabla \langle T \rangle) + \langle \phi \rangle \quad (2.3.3.j)$$

considerando: $\langle v_\beta \rangle = 0$

efeitos convectivos e difusivos da fase gasosa desprezíveis.

$$\langle \rho \rangle c_p \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t} + \Delta h_{\text{sub}} \langle \dot{m} \rangle = \nabla \cdot (k_{\text{eff}}^T \nabla \langle T \rangle) \quad (2.3.3.k)$$

2.3.4).- Equação de Difusão da fase vapor.-

De maneira similar, arranjando a eq. final de 2.3.2.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_\gamma \langle \rho_v \rangle^\gamma) + \nabla \cdot (\langle \rho_v \rangle^\gamma \langle v_\gamma \rangle) - \langle \dot{m} \rangle = \nabla \cdot \left\{ \langle \rho_\gamma \rangle^\gamma D_{\text{eff}} \left[\nabla \left(\frac{\langle \rho_v \rangle^\gamma}{\langle \rho_\gamma \rangle^\gamma} \right) \right] \right\} \quad (2.3.4.a)$$

Utilizando a hipótese A.4, Desprezando efeitos convectivos $\nabla \cdot (\langle \rho_v \rangle^\gamma \langle v_\gamma \rangle) \approx 0$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_\gamma \langle \rho_v \rangle^\gamma) - \langle \dot{m} \rangle = \nabla \cdot \left\{ \langle \rho_\gamma \rangle^\gamma D_{\text{eff}} \left[\nabla \left(\frac{\langle \rho_v \rangle^\gamma}{\langle \rho_\gamma \rangle^\gamma} \right) \right] \right\} \quad (2.3.4.b)$$

simplificando:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_\gamma \langle \rho_v \rangle^\gamma) - \langle \dot{m} \rangle = \nabla \cdot [D_{\text{eff}} \nabla \langle \rho_v \rangle^\gamma] \quad (2.3.4.c)$$

2.4).- Resumo das Equações que Modelam a Formação de gelo em Placa Plana , como Meio Poroso Usando a Técnica de Média Volumétrica Local .-

Por razões praticas deixaremos de usar o símbolo $\langle \rangle^l$, mas devemos lembrar a natureza das variáveis. Se usará o sobrescrito * para indicar que se trata de uma variável dimensional, e as variáveis adimensionais não terão o sobrescrito *.

a).EQUAÇÃO DE ENERGIA (Dimensional).-

$$\rho^* c_p^* \frac{\partial T^*}{\partial t} + \Delta h_{\text{sub}}^* \dot{m}^* = \nabla \cdot (k_{\text{eff}}^* \nabla T^*) = \frac{\partial}{\partial z^*} \left(k_{\text{eff}}^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) \quad (2.4.a)$$

b). EQUAÇÃO DE CONTINUIDADE DA FASE GELO β (Dimensional)

$$\frac{\partial \epsilon_{\beta}}{\partial t^*} + \frac{\dot{m}^*}{\rho_{\beta}} = 0 \quad (2.4.b)$$

c). EQUAÇÃO DE DIFUSÃO DA FASE GÁS - VAPOR (Dimensional)

$$\frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_{\gamma} \rho_{\gamma}^*) - \dot{m}^* = \nabla \cdot [D_{\text{eff}}^* \nabla \rho_{\gamma}^*] = \frac{\partial}{\partial z^*} \left(D_{\text{eff}}^* \frac{\partial}{\partial z^*} (\rho_{\gamma}^*) \right) \quad (2.4.c)$$

Capítulo 3

Modelagem do Processo de Formação de Gelo

O processo de formação de gelo divide-se em vários estágios. Nesta modelagem identificaremos dois estágios, e utilizaremos um parâmetro denominado tempo de transição para estabelecer a passagem de um estágio para outro:

a) Período Crescimento Unidimensional do cristal. - Pode-se subdividir este em duas sub-etapas:

- Formação de Núcleos de gelo, ($t=0$, $t=t_{tr1}$). -

Esta etapa acontece desde o tempo zero até o momento em que se formam gotículas de água sobre a superfície da placa e unem-se, formando núcleos de cristais de gelo, identificando-se este tempo como tempo de transição t_{tr1} . Esta etapa não é modelada, dados sobre esta etapa, são obtidos do Tao et al [34].

- Crescimento unidimensional, ($t=t_{tr1}$, $t=t_{tr2}$). -

Período no qual ocorre o crescimento dos cristais na direção perpendicular à superfície. A identificação de t_{tr2} é objeto de muita discussão pela dificuldade de sua medição. Tem-se dados obtidos do Hayashi et al [12], Tao et al [33], Tao et al [34], sendo estes últimos usados neste trabalho. Esta etapa já é modelada e as condições iniciais são dados pela primeira sub-etapa.

b) Período de fronteira plenamente desenvolvida ou período de crescimento quase - estático ($t=t_{tr2}$, $t=t$). -

Este estágio na realidade é formado por duas sub-etapas, a primeira onde acontece a ramificação dos cristais até a formação de uma camada porosa propriamente dita, que é o

início da segunda sub-etapa, que é a predominante, por causa da curta duração da primeira sub-etapa. Nesta modelagem a primeira sub-etapa será tratada como parte do estágio de crescimento pleno.

Na fig. 3.1 apresenta-se um esquema simplificado do processo de crescimento do gelo e na fig. 3.2. apresenta-se valores de t_{tr1} e t_{tr2} para diversas condições ambientais e diversos numero de Reynolds, Re .

3.1. Modelagem do Primeiro Estágio do processo de formação de gelo (crescimento unidimensional dos cristais) . -

Esta fase no processo de formação de gelo corresponde ao crescimento unidimensional na direção perpendicular à superfície. Este processo mesmo sendo extremamente rápido, é importante na modelagem do processo de formação de gelo e sua influência se notará no seguinte estágio. Serão testados diferentes formatos iniciais do cristal do gelo, tais como cilíndrico [33], e Exponencial [34].

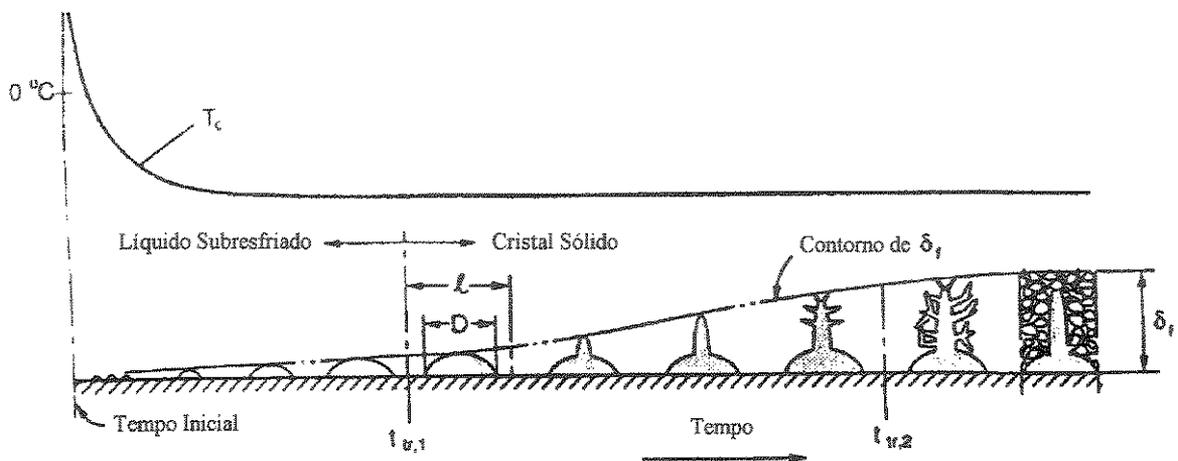


Fig. 3.1 Processo de Formação da Camada de gelo.

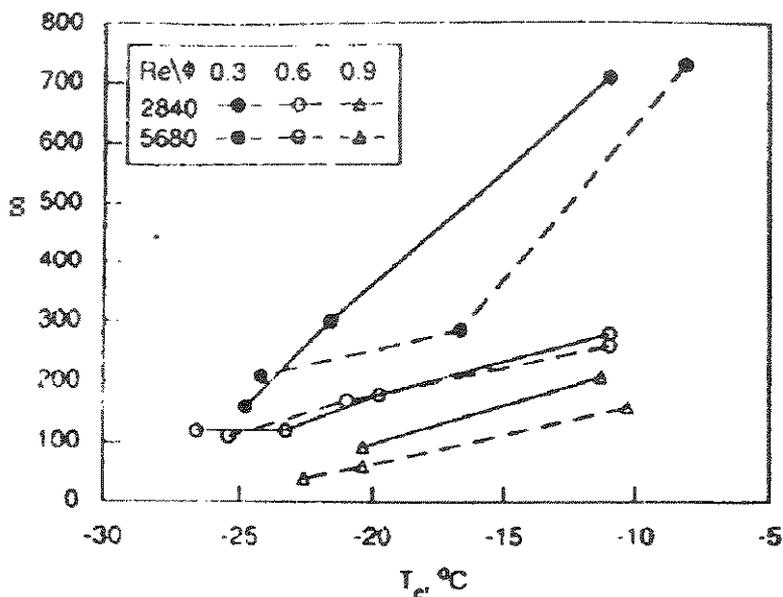


Fig. 3.2. Tempo de transição ($t_{tr2} - t_{tr1}$) [34]

3.1.1. Equações Governantes.-

3.1.1.1. Equações Governantes Dimensionais:

As equações governantes para este estágio são derivadas de balanços de calor e massa para o seguinte modelo físico:

- Os núcleos de gelo formados sobre a superfície da placa plana simulam uma floresta de elementos de gelo de uma base, comprimento e espaçamento determinados, sobre os quais tem-se ar úmido escoando.
- Tem-se transferência de calor e massa sobre estes elementos e considera-se crescimento unidimensional também.

A fig 3.3 mostra um esquema simplificado do modelo de crescimento de cristal:

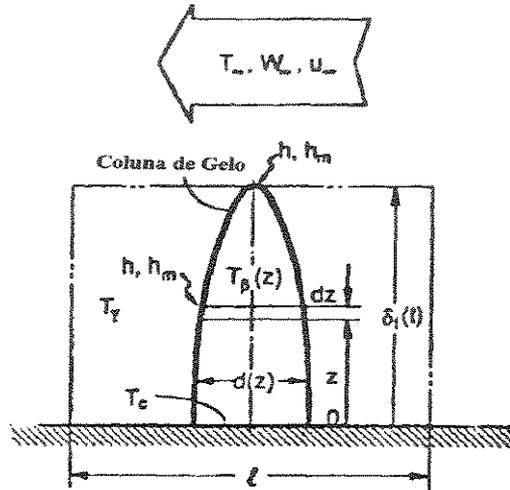


Fig. 3.3. Modelo Simplificado do Crescimento do Cristal.

Fazendo os balanços respectivos, tem-se:

a) Equação de energia:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{variação da} \\ \text{energia interna} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{influxo de calor} \\ \text{por condução} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{influxo de calor} \\ \text{por convecção} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{influxo de calor latente devido} \\ \text{a mudança da fronteira} \end{array} \right\}$$

$$\rho_\beta^* c_{p\beta}^* d^* \frac{\partial T^*}{\partial t^*} = k_\beta^* d^* \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}} + 2k_\beta^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \frac{\partial d^*}{\partial z^*} - 4h^*(T^* - T_\gamma^*) + 2\rho_\beta^* h_{sg}^* \frac{\partial d^*}{\partial t^*} \quad (3.1.1.a)$$

b) Equação de difusão:

$$\{\text{Variação de massa}\} = \{\text{Taxa de transferência de massa}\}$$

$$\rho_\beta^* \frac{\partial d^*}{\partial t^*} = 2hm^*(w_\gamma - w) \quad (3.1.1.b)$$

Condições de contorno:

- Em $z = \delta_f$

$$a) \frac{d\delta_f^*}{dt^*} = \frac{hm^*}{\rho_\beta^*} [w_\infty - w(z^* = \delta_f^*, t^*)]$$

$$b) \frac{\partial T^*(z^* = \delta_f^*, t^*)}{\partial z^*} = \frac{h^*}{k_\beta^*} [T_\infty^* - T^*(z^* = \delta_f^*, t^*)] + \frac{\rho_\beta^* h_{sg}^*}{k_\beta^*} \frac{d\delta_f^*}{dt^*}$$

- Em $z=0$, na superfície da placa.

$$c) T^*(z^* = \delta_f^*, t^*) = T_c^*$$

$$d) \frac{\partial d^*(z^* = 0, t^*)}{\partial z^*} = 0$$

Condições Iniciais:

$$a) \delta_f^*(t = t_{u1}) = \delta_{fo}^*$$

$$b) d^*(z^*, t^* = t_{u1}) = d_o^*$$

$$c) T^*(z^*, t^* = t_{u1}) = T_c^*$$

3.1.1.2. Equações Governantes Adimensionais:

Procederemos a uma adimensionalização apropriada das equações governantes, utilizando as novas variáveis adimensionais a seguir:

$$t = \frac{t^*}{\delta_o^{*2}/a^*} \quad ; \quad \delta_f = \frac{\delta_f^*}{\delta_o^*} \quad ; \quad a^* = \frac{k_\beta^*}{\rho_\beta^* cp_\beta^*} \quad ; \quad Bim_\beta = \frac{hm^* \delta_o^* cp_\beta^*}{k_\beta^*}$$

$$z = \frac{z^*}{\delta_o^*} \quad ; \quad \rho_v = \frac{\rho_v^*}{\rho_{of}^*} \quad ; \quad d = \frac{d^*}{\delta_o^*} \quad ; \quad Ja = \frac{cp_\beta^* \Delta t^*}{h_{sg}^*} \quad ; \quad Bi_\beta = \frac{h^* \delta_o^*}{k_\beta^*}$$

Fazendo as simplificações necessárias, tem-se:

a) Equação de energia:

$$d \frac{\partial T}{\partial t} = d \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + 2 \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial d}{\partial z} - 4Bi_\beta (T - T_\gamma) + \frac{2}{Ja} \frac{\partial d}{\partial t} \quad (3.1.1.c)$$

b) Equação de Difusão:

$$\frac{\partial d}{\partial t} = 2\text{Bim}_\beta (w_\gamma - w) \quad (3.1.1.d)$$

Condições de Contorno:

$$a) \frac{d\delta_f}{dt} = \text{Bim}_\beta [w_\infty - w(z = \delta_f, t)]$$

$$b) \frac{\partial T(z = \delta_f, t)}{\partial z} = \text{Bi}_\beta [T_\infty - T(z = \delta_f, t)] + \frac{1}{\text{Ja}} \frac{d\delta_f}{dt}$$

$$c) T(z = \delta_f, t) = T_c$$

$$d) \frac{\partial d(z = 0, t)}{\partial z} = 0$$

Condições Iniciais:

$$a) \delta_f(t = t_{u1}) = \delta_{f0}$$

$$b) d(z, t = t_{u1}) = d_0$$

$$c) T(z, t = t_{u1}) = T_c$$

Considerações importantes:

- T_γ é a temperatura da fase gasosa, sendo um valor entre a temperatura ambiente e a temperatura da placa fria. T_γ pode ser encontrada da seguinte aproximação:

$$T_\gamma = \alpha T_\infty + (1 - \alpha) T_c$$

onde o fator α , pode variar entre 0 para Re muito baixo e 1 para Re muito alto.

- Os valores iniciais de d_0 e δ_{f0} dependem do material da placa fria, o grau de sub-resfriamento e as condições ambientais. Neste estudo os valores são selecionados de medições

experimentais e testes numéricos (no caso de d_o) [34], e de valores médios de aplicação para condensação de gotículas[11].

- Os tempos de transição entre um estágio e outro são obtidos baseados nos estudos de Hayashi[12], assim também como nos de Tao[34], num recente trabalho experimental. Estes últimos são utilizados neste estudo. Mesmo assim é necessário que se façam mais estudos que avaliem de maneira más exata os parâmetros iniciais deste estágio.

- Tem-se usado a seguinte equação para o coeficiente de transferência de calor, encontrada por Trammell et al[36] a qual é baseada em dados experimentais encontrados por eles.

$$Nu_x = 0.05 Re_x^{0.8} Pr^{1/3}$$

- O coeficiente de transferência de massa é encontrado baseado na analogia de transferência de calor e massa.

$$hm^* = \frac{h^*}{cp_\beta^* Le^{1/3}}$$

3.1.2. Equações de acoplamento entre os dois estágios:

Para passar do modelamento de um estágio para outro é preciso que se trate apropriadamente os resultados obtidos na primeira etapa para serem usados na seguinte:

- A fração volumétrica $\epsilon_{\beta i}$, é avaliada de:

$$\epsilon_{\beta i} = \frac{\pi d_i^2}{4\ell^2} \quad (3.1.2.a)$$

- A temperatura T_i pode ser avaliada usando a equação:

$$T_i = \epsilon_{\beta i} T_{\beta i} + (1 - \epsilon_{\beta i}) T_\gamma, \quad (3.1.2.b)$$

recomendada por Tao [34], e usada em outros trabalhos.

- Os valores de ρ_{fi} , cp_{fi} são encontrados como função de $\epsilon_{\beta i}$ e T_i no seguinte estágio.

3.2 Segundo estágio do processo de formação de gelo (crescimento pleno de camada de gelo). -

Como foi discutido no capítulo anterior, as equações que governam o processo de formação de gelo neste estágio, o qual é tratado como meio poroso, são deduzidas usando a técnica de média volumétrica local. O modelamento neste estágio baseia-se nas seguintes restrições:

Restrições:

$$h = h (T) \text{ para as fases } \beta, \gamma \quad \text{R.1.}$$

$$h = c_p * T + C \text{ para as fases } \beta, \gamma \quad \text{R.2.}$$

$$\text{condutividade térmica constante para as fases } \beta, \gamma. \quad \text{R.3.}$$

$$\text{A fase } \beta \text{ contém só um componente.} \quad \text{R.4.}$$

$$\text{Trabalho de Compressão e dissipação viscosa da fase sólida desprezível[38] .} \quad \text{R.5.}$$

$$\varphi_{\beta}=0; \text{ Sem termo fonte.} \quad \text{R.6.}$$

$$\text{Não acontece reação química na fase } \gamma. \quad \text{R.7.}$$

$$\text{Trabalho de compressão e dissipação viscosa da fase gás desprezível [38].} \quad \text{R.8.}$$

$$\text{O trabalho do campo de forças difusivo e a taxa de troca de energia cinética difusiva, serão desprezados.} \quad \text{R.9.}$$

$$\rho_{\beta}=\text{constante.} \quad \text{R.10.}$$

$$\text{A fase gasosa e termodinamicamente ideal.} \quad \text{R.11.}$$

Hipóteses:

$$\text{Sistema Sólido-Gás em equilíbrio local.} \quad \text{A.1.}$$

$$\text{Desprezando efeitos convectivos dentro da camada porosa.} \quad \text{A.2.}$$

3.2.1. Equações Governantes. -

3.2.1.1. Equações Governantes Dimensionais. -

a). Equação de Energia. -

$$\rho^* c_p^* \frac{\partial T^*}{\partial t} + \Delta h_{\text{sub}}^* \dot{m}^* = \nabla \cdot (k_{\text{eff}}^* \nabla T^*) = \frac{\partial}{\partial z^*} \left(k_{\text{eff}}^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) \quad (3.2.1.a)$$

b). Equação da Continuidade da Fase Gelo β . -

$$\frac{\partial \varepsilon_{\beta}}{\partial t^*} + \frac{\dot{m}^*}{\rho_{\beta}^*} = 0 \quad (3.2.1.b)$$

c). Equação de Difusão da Fase Gás - Vapor. -

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_{\gamma} \rho_v^*) - \dot{m}^* = \nabla \cdot [D_{\text{eff}}^* \nabla \rho_v^*] = \frac{\partial}{\partial z^*} \left(D_{\text{eff}}^* \frac{\partial}{\partial z^*} (\rho_v^*) \right) \quad (3.2.1.c)$$

Condições de Contorno:

Na superfície da camada de gelo:

$$1).- \rho_{\text{of}}^* h m^* [w_{\infty} - w(z = \delta_f, t)] = D_{\text{veffs}}^* \frac{\partial \rho_v^*(z = \delta_f, t)}{\partial z^*} + \rho_f^* \frac{d\delta_f^*}{dt^*}$$

$$2).- h^* [T_{\infty}^* - T^*(z = \delta_f, t)] = k_{\text{eff}}^* \frac{\partial T^*(z = \delta_f, t)}{\partial z^*} + h_{\text{sg}}^* \rho_f^* \frac{d\delta_f^*}{dt^*}$$

$$3).- \frac{\partial \varepsilon_{\beta}(z = \delta_f, t)}{\partial z^*} = 0$$

Na superfície da Placa Plana:

$$4).- T^*(z = 0, t) = T_c^*$$

$$5).- \frac{\partial \varepsilon_{\beta}(z = 0, t)}{\partial z^*} = 0$$

Condições iniciais:

São obtidas das equações de acoplamento utilizando os resultados do primeiro estágio.

3.2.1.2. Equações Governantes Adimensionalizadas. -

Da mesma maneira faremos a adimensionalização apropriada das equações que modelam o segundo estágio.

a). - Equação de Energia. -

$$\rho^* c_p^* \frac{\partial T^*}{\partial t} + \Delta h_{\text{sub}}^* \dot{m}^* = \nabla \cdot (k_{\text{eff}}^* \nabla T^*) = \frac{\partial}{\partial z^*} \left(k_{\text{eff}}^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right)$$

Sejam:

$$t = \frac{t^*}{\delta_o^{*2} / \alpha_{\text{oeff}}^*}$$

$$z = \frac{z^*}{\delta_o^*}$$

$$T = \frac{T^*}{T_{\infty}^* - T_c^*} = \frac{T^*}{\Delta T^*}$$

$$\rho_{fo}^*; \quad c_{pfo}^*; \quad \delta_o^*; \quad \alpha_{\text{oeff}}^* = \frac{k_{\text{oeff}}^*}{\rho_{fo}^* c_{pfo}^*}$$

$$\partial t^* = \frac{\delta_o^{*2}}{\alpha_{\text{oeff}}^*} \partial t; \quad \partial z^* = \delta_o^* \partial z; \quad \partial T^* = \Delta T^* \partial T$$

Substituindo ∂t^* ; ∂z^* ; ∂T^* , e dividindo por ρ_{fo}^* ; c_{pfo}^* :

$$\frac{\rho_f^* c_{pf}^*}{\rho_{fo}^* c_{pfo}^*} \frac{\Delta T^* \partial T}{\frac{\delta_o^{*2}}{\alpha_{\text{oeff}}^*} \partial t} + \frac{\Delta h_{\text{sub}}^* \dot{m}^*}{\rho_{fo}^* c_{pfo}^*} = \frac{1}{\rho_{fo}^* c_{pfo}^*} \frac{\partial}{\partial z^*} \left(k_{\text{eff}}^* \Delta T^* \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

Sejam:

$$\rho_f = \frac{\rho_f^*}{\rho_{fo}^*}; \quad cp_f = \frac{cp_f^*}{cp_{fo}^*}; \quad k_{\text{eff}} = \frac{k_{\text{eff}}^*}{k_{\text{oeff}}^*}$$

$$P_2 = \frac{\Delta h_{\text{sub}}^*}{cp_{fo}^* \Delta T^*}; \quad \dot{m} = \frac{\dot{m}^*}{\rho_{fo}^* \alpha_{\text{oeff}}^* / \delta_o^{*2}}$$

Então:

$$\rho_f cp_f \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\Delta h_{\text{sub}}^* \delta_o^{*2} \dot{m}^*}{\rho_{fo}^* cp_{fo}^* \Delta T^* \alpha_{\text{oeff}}^*} = \frac{\delta_o^{*2}}{\rho_{fo}^* cp_{fo}^* \Delta T^* \alpha_{\text{oeff}}^*} \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{\text{eff}}^* \Delta T^* \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

$$\rho_f cp_f \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\Delta h_{\text{sub}}^* \dot{m}^*}{cp_{fo}^* \Delta T^* \rho_{fo}^* \alpha_{\text{oeff}}^* / \delta_o^{*2}} = \frac{1}{\rho_{fo}^* cp_{fo}^* k_{\text{oeff}}^* / \rho_{fo}^* cp_{fo}^*} \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{\text{eff}}^* \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

Finalmente:

$$\rho_f cp_f \frac{\partial T}{\partial t} + P_2 \cdot \dot{m} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (3.2.1.d)$$

b) Equação de Continuidade da Fase Gelo (β):

$$\frac{\partial \varepsilon_\beta}{\partial t^*} + \frac{\dot{m}^*}{\rho_\beta^*} = 0$$

Sejam:

$$P_1 = \frac{\rho_\rho^*}{\rho_{fo}^*}; \quad \partial t^* = \frac{\delta_o^{*2}}{\alpha_{\text{oeff}}^*} \partial t; \quad \dot{m} = \frac{\dot{m}^*}{\rho_{fo}^* \alpha_{\text{oeff}}^* / \delta_o^{*2}}$$

Substituindo:

$$\frac{\partial \varepsilon_\beta}{\frac{\delta_o^*}{\alpha_{\text{oeff}}^*} \partial t} + \frac{\dot{m}^*}{\rho_\beta^*} = 0$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{\beta}}{\partial t} + \frac{\dot{m}^*}{\rho_{fo}^* \alpha_{oeff}^* / \delta_o^{*2}} \frac{1}{\rho_{\beta}^* / \rho_{fo}^*} = 0$$

Então:

$$\frac{\partial \varepsilon_{\beta}}{\partial t} + \frac{\dot{m}}{P_1} = 0 \quad (3.2.1.e)$$

c) Equação de Difusão da Fase Gasosa(vapor). -

$$\frac{\partial}{\partial t^*} (\varepsilon_{\gamma} \rho_v^*) - \dot{m}^* = \frac{\partial}{\partial z^*} \left(D_{eff}^* \frac{\partial}{\partial z^*} (\rho_v^*) \right)$$

Adimensionalizando:

$$\frac{\partial}{\frac{\delta_o^{*2}}{\alpha_{oeff}^*} \partial t} \left(\varepsilon_{\gamma} \frac{\rho_v^*}{\rho_{fo}^*} \right) - \frac{\dot{m}^*}{\rho_{fo}^*} = \frac{1}{\rho_{fo}^*} \frac{\partial}{\delta_o^{*2} \partial z} \left(D_{eff}^* \frac{\partial}{\partial z^*} (\rho_v^*) \right)$$

Sejam:

$$\rho_v = \frac{\rho_v^*}{\rho_{fo}^*}; \quad D_{eff} = \frac{D_{veff}^*}{\alpha_{oeff}^*}$$

Logo:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_{\gamma} \rho_v) - \frac{\dot{m}^*}{\rho_{fo}^* \alpha_{oeff}^* / \delta_o^{*2}} = \frac{\partial}{\delta_o^{*2} \partial z} \left(\frac{D_{veff}^*}{\alpha_{oeff}^* / \delta_o^{*2}} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho_v^*}{\rho_{fo}^*} \right) \right)$$

Ou seja:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_{\gamma} \rho_v) - \dot{m} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{eff} \frac{\partial}{\partial z} (\rho_v) \right) \quad (3.2.1.f)$$

- Condições de Contorno Adimensionalizadas. -

Na superfície da camada de gelo:

$$1).- \text{Bim} \left[w_{\infty} - w(z = \delta_f, t) \right] = D_{\text{effs}} \frac{\partial \rho_v(z = \delta_f, t)}{\partial z} + \rho_f \frac{d\delta_f}{dt}$$

$$2).- \text{Bi} \left[T_{\infty} - T(z = \delta_f, t) \right] = k_{\text{eff}} \frac{\partial T(z = \delta_f, t)}{\partial z} + P_2 \rho_f \frac{d\delta_f}{dt}$$

$$3).- \frac{\partial \varepsilon_{\beta}(z = \delta_f, t)}{\partial z} = 0$$

Na superfície da Placa Plana:

$$4).- T(z = 0, t) = T_c$$

$$5).- \frac{\partial \varepsilon_{\beta}(z = 0, t)}{\partial z} = 0$$

3.2.2 Avaliação das propriedades. -

- As propriedades do gelo são avaliadas utilizando equações empíricas encontradas na literatura:

Condutividade térmica[8]:

$$k_{\beta}^* = \frac{630}{T^*} \quad (\text{w/m K}) ; \text{ onde } T \text{ em K.} \quad (3.2.2.a)$$

Calor específico [37]

$$cp_{\beta}^* = 2116.56 + 7.2845T^* \quad (\text{J/kg C}) ; \text{ onde } T \text{ em C.} \quad (3.2.2.b)$$

Densidade [23]:

$$\frac{1}{\rho_{\beta}^*} = 0.0010907 + 1.4635 * 10^{-7} T^* \quad (\text{kg/m}^3) ; \text{ onde } T \text{ em K.} \quad (3.2.2.c)$$

- As propriedades do ar seco[3] são avaliadas de:

$$k_{\text{ar}}^* = 0.001968 + 8.15 * 10^{-5} T^* \quad (\text{w/m K}) ; \text{ onde } T \text{ em K.} \quad (3.2.2.d)$$

$$cp_{\text{ar}}^* = 1004^* \quad (\text{J/kg C}) \quad (3.2.2.e)$$

$$\rho_{ar}^* = \frac{344.9}{T^*} \quad (\text{kg/m}^3) ; \text{ onde } T \text{ em K.} \quad (3.2.2.f)$$

- A avaliação da condutividade efetiva da camada porosa de gelo é de vital importância para o modelamento do fenômeno; como foi visto no capítulo 1, tem-se várias expressões que permitem sua avaliação, a maioria delas a relacionam com a densidade da camada de gelo. Uma expressão proposta por Yonko e Sepsy [41], é muito utilizada em diversos trabalhos, apesa de ter-se um modelo muito mais completo proposto por Deiterberg [8], mas para a faixa de densidade que encontramos neste estudo, as duas expressões fornecem valores muito semelhantes. Nós usaremos a expressão de Yonko e Sepsy:

$$k_{eff}^* = 0.02422 + 7.214 * 10^{-4} \rho_f^* + 1.1797 * 10^{-6} \rho_f^{*2} \quad (\text{w/m K}) ; \text{ onde } \rho_f^* \text{ em kg/m}^3 \quad (3.2.2.g)$$

- O coeficiente efetivo de difusão é um dos parâmetros de mais difícil determinação, devido aos complexos mecanismos de difusão que acontecem neste fenômeno, Tao et al[33], propõe a seguinte equação:

$$D_{eff}^* = \varepsilon_\gamma D(1 + F) \quad (\text{m}^2/\text{seg}) \quad (3.2.2.h)$$

onde D é o coeficiente binário de difusão e pode ser avaliado de [9]

$$D = 2.19 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1.81} * 10^{-5} \quad (\text{m}^2/\text{seg}) \quad (3.2.2.i)$$

o coeficiente efetivo de difusão na superfície será:

$$D_{eff}^* = \varepsilon_\gamma D(1 + F_s) \quad (\text{m}^2/\text{seg}) \quad (3.2.2.j)$$

onde os fatores F e F_s são fornecidos por Tao et al [33] , e são mostrados na fig. 3.4.

- A umidade do ar w, é avaliada da expressão:

$$w = 0.6218 \frac{P_{v. sat}}{P_{total} - P_{v. sat}} \quad (3.2.2.k)$$

onde a pressão de saturação em qualquer tempo e posição da camada de gelo é avaliada em

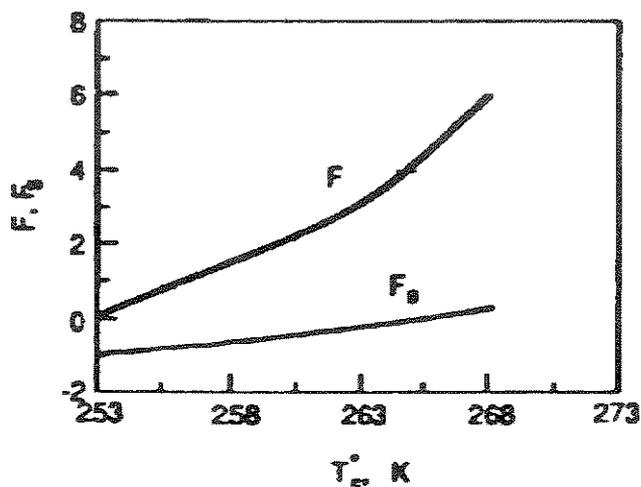


Fig. 3.4. Fatores F e F_s

função da temperatura, usando a equação empírica [3]:

$$\ln(P_{v.\text{sat}}) = C_1/T + C_2 + C_3T + C_4T^2 + C_5T^3 + C_6T^4 + C_7\ln(T)$$

onde:

$$C_1 = -5674.5359, \quad C_5 = 0.20747825 \cdot 10^{-8},$$

$$C_2 = 6.392547, \quad C_6 = -0.9484024 \cdot 10^{-12},$$

$$C_3 = -0.9677843 \cdot 10^{-2}, \quad C_7 = 4.1635019$$

$$C_4 = 0.62215701 \cdot 10^{-6},$$

valida para a faixa $-100 \text{ C} < T < 0 \text{ C}$; onde T em K e P_{v.sat} em Pa.

- O calor latente de sublimação é avaliado da seguinte equação [22]:

$$h_{sg} = (-0.04667 \cdot (1.8 \cdot (T - 273) + 32) + 1220.1) \cdot 2322 \quad (\text{J/Kg}), \text{ onde T em K.} \quad (3.2.2.1)$$

Observações sobre a avaliação dos coeficientes de transferência de calor e massa.-

Os coeficientes de transferência de calor e massa sobre a superfície da camada de gelo

são parâmetros críticos no modelamento deste fenômeno, por que como foi discutido antes, tem-se que levar em conta que a camada limite térmica e difusiva são transientes, assim como a superfície da camada de gelo é rugosa e também de fronteira móvel. Serão usadas correlações empíricas que contornam estes requisitos [17]:

- O coeficiente de transferência de calor será avaliada usando as expressões:

$$Nu_{ax} = 0.051(x/dh)^{0.611} w_{\infty}^{-0.860} T_i^{1.647} Re_{dh}^{0.317} Fo_{dh}^{0.206} \quad (3.2.2.m)$$

$$h_{ax}^* = \frac{Nu_{ax} k_{ar}^*}{x^*}$$

$$Bi = \frac{h_{ax}^* \delta_{fo}^*}{k_{oeff}^*}$$

- O coeficiente de transferência de massa será avaliado usando as expressões:

$$Sh_x = 1.019 \cdot 10^{-5} (x/dh)^{0.781} w_{\infty}^{-2.859} T_i^{-0.119} Re_{dh}^{0.185} Fo_{dh}^{0.187} \quad (3.2.2.n)$$

$$hm^* = \frac{Sh_x D(z = \delta_f)}{x^*}$$

$$Bim = \frac{hm^* \delta_{fo}^*}{\alpha_{oeff}^* \rho_{fo}^*}$$

onde:

$$Re_{dh} = \frac{\rho_{ar}^* v dh^*}{\mu^*}$$

$$Fo_{dh} = \frac{\alpha_{oar}^* t^*}{dh^{*2}}$$

$$T_i^* = \frac{T_{tp}^* - T_c^*}{\Delta T^*}$$

- Tem-se também as seguintes correlações experimentais para densidade e espessura da camada de gelo.-

$$\rho_f = 5.559 \cdot 10^{-6} (x/dh)^{0.137} w_\infty^{-0.413} T_i^{-0.997} Re_{dh}^{0.715} Fo_{dh}^{0.252}$$

$$\delta_f^* = 0.156 (x/dh)^{-0.098} w_\infty^{1.723} T_i^{1.1} Re_{dh}^{0.343} Fo_{dh}^{0.655} \text{ em metros.}$$

Os valores das propriedades usadas como referência de adimensionalização [33] são:

$$\alpha_{oeff}^* = 1.38 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{seg}$$

$$\rho_{fo}^* = 92.84 \text{ kg} / \text{m}^3$$

$$k_{oeff}^* = 0.245 \text{ w} / \text{m K}$$

$$cp_{fo}^* = \frac{k_{oeff}^*}{\alpha_{oeff}^* \rho_{fo}^*} = 1912.28 \text{ J} / \text{kg K}$$

$$\delta_0^* = 0.0029 \text{ m.}$$

3.3 Tratamento Numérico.-

3.3.1. Primeiro Estágio.-

As equações que modelam o primeiro estágio são resolvidas de maneira acoplada utilizando diferenças finitas para a discretização. Utiliza-se diferenças centradas à maioria dos termos para as derivadas no espaço nos pontos intermediários e formulação implícita no tempo. Utiliza-se também grade fixa, e como o problema é de fronteira móvel, os valores de todas as propriedades em estudo são interpoladas para cada nova posição da fronteira por meio de uma interpolação polinomial spline. As equações diferenciais são resolvidas usando relaxação, a fim de obter convergência da solução em cada intervalo de tempo.

Discretização das Equações Governantes:

a) Equação da Energia.-

$$d_i \frac{T_i^n - T_i^{n-1}}{\Delta t} = d_i \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{\Delta x^2} + 2 \frac{T_{i+1}^n - T_{i-1}^n}{2\Delta x} \frac{d_i^n - d_{i-1}^n}{\Delta x} - 4Bi(T_i^n - T_\gamma) + \frac{2}{Ja} \frac{d_i^n - d_i^{n-1}}{\Delta t}$$

(3.3.1.a)

b) Equação de Difusão.-

$$\frac{d_i^n - d_i^{n-1}}{\Delta t} = 2\text{Bim}(w_\gamma - w_i^{n-1})$$

Condições de Contorno.-

As condições de contorno são discretizadas por diferenças finitas, e neste caso usou-se esquema de diferenças retrógradadas para a primeira derivada no espaço no caso da superfície e esquema de diferenças adiantada no caso da superfície da placa ou em $z=0$, para obter estabilidade da solução.

Na superfície da camada de gelo.-

$$a) \frac{\delta_f^n - \delta_f^{n-1}}{\Delta t} = \text{Bim}[w_\infty - w(z = \delta_f^{n-1})]$$

$$b) \frac{T^n(z = \delta_f^n) - T^n(z = \delta_f^n - \Delta z)}{\Delta z} = \text{Bi}_\beta [T_\infty - T(z = \delta_f^n)] + \frac{1}{\text{Ja}} \frac{\delta_f^n - \delta_f^{n-1}}{\Delta t}$$

Na superfície da Placa .-

$$c) T(z=0,t) = T_c$$

$$d) \frac{\partial d(z=0,t)}{\partial z} = 0$$

3.3.2. Segundo estágio.-

As equações diferenciais que modelam o segundo estágio também são resolvidas de maneira acoplada utilizando diferenças finitas. Utiliza-se diferenças centradas para derivadas no espaço para os pontos intermediários e esquema Up-wind para a derivada temporal. Utiliza-se grade fixa e os valores das variáveis em estudo e das propriedades são interpoladas para cada nova posição da fronteira. As equações diferenciais são resolvidas por relaxação, iterando ate obter uma diferença de 10^{-5} entre os valores das variáveis em duas iterações sucessivas, em função de convergência da solução.

Como o problema envolve equações diferenciais com coeficientes variáveis, a seguir se apresenta o método de discretização utilizado[24]:

Discretização das Equações Diferenciais.-

1).- Seja a equação:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \sigma \frac{\partial u}{\partial x} \quad ; \quad \sigma = \sigma(x) > 0$$

Discretização:

$$\frac{u_J^{n+1} - u_J^n}{\Delta t} = \frac{\theta [\delta(\sigma \delta u)]_J^{n+1} + (1-\theta) [\delta(\sigma \delta u)]_J^n}{(\Delta x)^2}$$

Se $\theta=1 \Rightarrow$ (esquema “up-wind”)

$$\frac{u_J^{n+1} - u_J^n}{\Delta t} = \frac{[\delta(\sigma \delta u)]_J^{n+1}}{(\Delta x)^2}$$

$$\frac{u_J^{n+1} - u_J^n}{\Delta t} = \frac{\delta \left[\sigma (u_{J+1/2} - u_{J-1/2}) \right]_J^{n+1}}{(\Delta x)^2} = \frac{\sigma_{J+1/2} (u_{J+1} - u_J)^{n+1} - \sigma_{J-1/2} (u_J - u_{J-1})^{n+1}}{(\Delta x)^2}$$

Então:

$$\frac{u_J^{n+1} - u_J^n}{\Delta t} = \frac{\sigma_{J+1/2}^n u_{J+1}^{n+1} - (\sigma_{J+1/2} + \sigma_{J-1/2})^n u_J^{n+1} + \sigma_{J-1/2}^n u_{J-1}^{n+1}}{(\Delta x)^2}$$

2).- Seja a equação:

$$a \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \sigma \frac{\partial u}{\partial x} \quad ; \quad \sigma = \sigma(x) > 0, \quad a = a(x) > 0$$

Discretização:

$$\frac{\delta(\sigma \delta u)}{(\Delta x)^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\Delta x^2}{12} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + O[\Delta x]^4$$

$$\frac{\delta(\sigma\delta u)_J}{(\Delta x)^2} = \left(a \frac{\partial u}{\partial t} \right)_J + \frac{\Delta x^2}{12} \left[\left\{ \frac{\delta^2 \left(a \frac{\partial u}{\partial t} \right)}{(\Delta x)^2} \right\}_J + O[\Delta x]^2 \right] + O[\Delta x]^4$$

$$\frac{\delta(\sigma\delta u)_J}{(\Delta x)^2} = \left(a \frac{\partial u}{\partial x} \right)_J + \frac{1}{12} \left[\left(a \frac{\partial u}{\partial t} \right)_{J+1} - 2 \left(a \frac{\partial u}{\partial t} \right)_J + \left(a \frac{\partial u}{\partial t} \right)_{J-1} \right]$$

$$\frac{\delta(\sigma\delta u)_J}{(\Delta x)^2} = \left[\frac{1}{12} \left(a \frac{\partial u}{\partial t} \right)_{J+1} + \frac{5}{6} \left(a \frac{\partial u}{\partial t} \right)_J + \frac{1}{12} \left(a \frac{\partial u}{\partial t} \right)_{J-1} \right]$$

$$\frac{\delta(\sigma\delta u)_J}{(\Delta x)^2} = \frac{1}{12} a_{J+1}^n \frac{u_{J+1}^{n+1} - u_{J+1}^n}{\Delta t} + \frac{5}{6} a_J^n \frac{u_J^{n+1} - u_J^n}{\Delta t} + \frac{1}{12} a_{J-1}^n \frac{u_{J-1}^{n+1} - u_{J-1}^n}{\Delta t}$$

Então:

$$\frac{1}{12} a_{J+1}^n \frac{u_{J+1}^{n+1} - u_{J+1}^n}{\Delta t} + \frac{5}{6} a_J^n \frac{u_J^{n+1} - u_J^n}{\Delta t} + \frac{1}{12} a_{J-1}^n \frac{u_{J-1}^{n+1} - u_{J-1}^n}{\Delta t} = \frac{\sigma_{J+1/2}^n u_{J+1}^{n+1} - (\sigma_{J+1/2}^n + \sigma_{J-1/2}^n) u_J^{n+1} + \sigma_{J-1/2}^n u_{J-1}^{n+1}}{(\Delta x)^2}$$

A).- Discretização da Equação de Energia.-

$$\rho_f c p_f \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \dot{m} P_2 \quad ; \quad \rho_f c p_f = \rho_f(z) c p(z); \quad k_{\text{eff}}(z) \quad (3.3.2.a)$$

Discretização:

$$\frac{1}{12} (\rho_f c p_f)_{J+1}^{n-1} \frac{T_{J+1}^n - T_{J+1}^{n-1}}{\Delta t} + \frac{5}{6} (\rho_f c p_f)_J^{n-1} \frac{T_J^n - T_J^{n-1}}{\Delta t} + \frac{1}{12} (\rho_f c p_f)_{J-1}^{n-1} \frac{T_{J-1}^n - T_{J-1}^{n-1}}{\Delta t} = \frac{k_{\text{eff}}^{n-1} T_{J+1}^n - (k_{\text{eff}}^{n-1} T_{J+1/2} + k_{\text{eff}}^{n-1} T_{J-1/2}) T_J^n + k_{\text{eff}}^{n-1} T_{J-1}^n}{(\Delta x)^2} - (\dot{m} P_2)_J^{n-1} \quad (3.3.2.b.)$$

Sejam:

$$\alpha(z) = \frac{\Delta t}{\Delta z^2} k_{\text{eff}}(z)$$

$$D_J^{n-1} = \frac{1}{12}(\rho_f c p_f)_{J+1}^{n-1} T_{J+1}^{n-1} + \frac{5}{6}(\rho_f c p_f)_J^{n-1} T_J^{n-1} + \frac{1}{12}(\rho_f c p_f)_{J-1}^{n-1} T_{J-1}^{n-1}$$

Logo:

$$\begin{aligned} \frac{1}{12}(\rho_f c p_f)_{J+1}^{n-1} T_{J+1}^n + \frac{5}{6}(\rho_f c p_f)_J^{n-1} T_J^n + \frac{1}{12}(\rho_f c p_f)_{J-1}^{n-1} T_{J-1}^n (\alpha_{J+1/2} + \alpha_{J-1/2})^{n-1} T_J^n - \alpha_{J-1/2}^{n-1} T_{J-1}^n = \\ D_J^{n-1} - (\dot{m}P_2)_J^{n-1} \Delta t \end{aligned}$$

Então:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{12} \rho_{fJ-1} c p_{fJ-1} - \alpha_{J-1/2} \right)^{n-1} T_{J-1}^n + \left(\frac{5}{6} \rho_{fJ} c p_{fJ} + \alpha_{J+1/2} + \alpha_{J-1/2} \right)^{n-1} T_J^n + \\ \left(\frac{1}{12} \rho_{fJ+1} c p_{fJ+1} - \alpha_{J+1/2} \right)^{n-1} T_{J+1}^n = D_J^{n-1} - (\dot{m}P_2)_J^{n-1} \Delta t \end{aligned} \quad (3.3.2.c)$$

Fazendo relaxação:

Sejam:

$$A_0 = \left(\frac{1}{12} \rho_{fJ-1} c p_{fJ-1} - \alpha_{J-1/2} \right)^{n-1}$$

$$B_0 = \left(\frac{5}{6} \rho_{fJ} c p_{fJ} + \alpha_{J+1/2} + \alpha_{J-1/2} \right)^{n-1}$$

$$C_0 = \left(\frac{1}{12} \rho_{fJ+1} c p_{fJ+1} - \alpha_{J+1/2} \right)^{n-1}$$

r = fator de relaxação

a equação fica:

$$rAoT_{j-1}^n + BoT_j^n + rCoT_{j+1}^n = (1-r)BoT_j^{n-1} + r\left(D_j^{n-1} - (\dot{m}P_2)_j^{n-1} \Delta t\right) \quad (3.3.2.d)$$

b).- Discretização da Equação de Difusão da fase gasosa(vapor).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_\gamma \rho_v) - \dot{m} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{\text{eff}} \frac{\partial}{\partial z} (\rho_v) \right) \quad ; D_{\text{eff}}(z); \quad \varepsilon_\gamma(z) = 1 - \varepsilon_\beta(z) \quad (3.3.2.e)$$

$$\varepsilon_\gamma \frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \rho_v \frac{\partial \varepsilon_\gamma}{\partial t} - \dot{m} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{\text{eff}} \frac{\partial \rho_v}{\partial z} \right)$$

$$(1 - \varepsilon_\beta) \frac{\partial \rho_v}{\partial t} - \rho_v \frac{\partial \varepsilon_\beta}{\partial t} - \dot{m} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{\text{eff}} \frac{\partial \rho_v}{\partial z} \right) \quad ; \text{ de } \frac{\partial \varepsilon_\beta}{\partial t} + \frac{\dot{m}}{P_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \varepsilon_\beta}{\partial t} = -\frac{\dot{m}}{P_1}$$

substituindo:

$$(1 - \varepsilon_\beta) \frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \left(\frac{\rho_v \dot{m}}{P_1} - \dot{m} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{\text{eff}} \frac{\partial \rho_v}{\partial z} \right)$$

Discretização (da mesma maneira a equação de Energia)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{12} (1 - \varepsilon_\beta)_{j-1}^{n-1} \frac{\rho_{v,j-1}^n - \rho_{v,j-1}^{n-1}}{\Delta t} + \frac{5}{6} (1 - \varepsilon_\beta)_j^{n-1} \frac{\rho_{v,j}^n - \rho_{v,j}^{n-1}}{\Delta t} + \frac{1}{12} (1 - \varepsilon_\beta)_{j+1}^{n-1} \frac{\rho_{v,j+1}^n - \rho_{v,j+1}^{n-1}}{\Delta t} = \\ & \frac{D_{\text{eff},j+1/2}^{n-1} \rho_{v,j+1}^n - \left(D_{\text{eff},j+1/2} + D_{\text{eff},j-1/2} \right)^{n-1} \rho_{v,j}^n + D_{\text{eff},j-1/2}^{n-1} \rho_{v,j-1}^n}{(\Delta x)^2} - \left(\frac{\rho_v \dot{m}}{P_1} - \dot{m} \right)_j^{n-1} \end{aligned} \quad (3.3.2.f)$$

Sejam:

$$\gamma(z) = \frac{\Delta t}{\Delta z^2} D_{\text{eff}}(z)$$

$$\delta_j^{n-1} = \frac{1}{12} (1 - \varepsilon_\beta)_{j-1}^{n-1} \rho_{v,j-1}^{n-1} + \frac{5}{6} (1 - \varepsilon_\beta)_j^{n-1} \rho_{v,j}^{n-1} + \frac{1}{12} (1 - \varepsilon_\beta)_{j+1}^{n-1} \rho_{v,j+1}^{n-1}$$

Logo:

$$\left(\frac{1}{12}(1-\varepsilon\beta)_{J-1} - \gamma_{J-1/2}\right)^{n-1} \rho_{vJ-1}^n + \left(\frac{5}{6}(1-\varepsilon\beta)_J + \gamma_{J+1/2} + \gamma_{J-1/2}\right)^{n-1} \rho_{vJ}^n + \left(\frac{1}{12}(1-\varepsilon\beta)_{J+1} - \gamma_{J+1/2}\right)^{n-1} \rho_{vJ+1}^n = \delta_J^{n-1} + \left(1 - \frac{\rho_{vJ}^n}{P_1}\right) \dot{m}_J^n \Delta t$$

Então

$$\dot{m}_J^n = \frac{1}{\left(1 - \frac{\rho_{vJ}^n}{P_1}\right) \Delta t} \left[\left(\frac{1}{12}(1-\varepsilon\beta)_{J-1} - \gamma_{J-1/2}\right)^{n-1} \rho_{vJ-1}^n + \left(\frac{5}{6}(1-\varepsilon\beta)_J + \gamma_{J+1/2} + \gamma_{J-1/2}\right)^{n-1} \rho_{vJ}^n + \left(\frac{1}{12}(1-\varepsilon\beta)_{J+1} - \gamma_{J+1/2}\right)^{n-1} \rho_{vJ+1}^n - \delta_J^{n-1} \right] \quad (3.3.2.g)$$

c).- Discretização da Equação de Continuidade da fase gelo (β)-

$$\frac{\partial \varepsilon_\beta}{\partial t} + \frac{\dot{m}}{P_1} = 0 \quad (3.3.2.h)$$

$$\frac{\varepsilon_{\beta J}^n - \varepsilon_{\beta J}^{n-1}}{\Delta t} = - \frac{\dot{m}_J^n}{P_1} \quad (3.3.2.i)$$

Então:

$$\varepsilon_{\beta J}^n = \varepsilon_{\beta J}^{n-1} - \frac{\dot{m}_J^n}{P_1} \Delta t \quad \text{e} \quad \rho_{vJ}^n = \frac{\exp\left[-P_5\left(\frac{1}{T_J^n} - \frac{1}{T_0}\right)\right]}{P_4 T_J^n} \quad (3.3.2.j)$$

Condições de Contorno.-

As condições de contorno são discretizadas utilizando diferenças finitas. Uso-se neste caso diferenças retrógradas para a 1ª derivada no espaço na superfície da camada e diferenças adiantadas para a 1ª derivada no espaço na superfície da placa ou $z=0$.

Discretização:

Na superfície da camada de gelo.-

$$1).- D_{\text{effs}} \frac{\rho_v^n(z = \delta_f) - \rho_v^n(z = \delta_f - \Delta z)}{\Delta z} + \rho_f \frac{\delta_f^{n+1} - \delta_f^n}{\Delta t} = \text{Bim} [w_\infty - w^n(z = \delta_f)]$$

$$2).- \text{Bi} [T_\infty - T^n(z = \delta_f)] = k_{\text{eff}} \frac{T^n(z = \delta_f) - T^n(z = \delta_f - \Delta z)}{\Delta z} - P_2 \rho_f \frac{\delta_f^n - \delta_f^{n-1}}{\Delta t}$$

$$3).- \frac{\varepsilon_\beta^n(z = \delta_f) - \varepsilon_\beta^n(z = \delta_f - \Delta z)}{\Delta z} = 0$$

Na superfície da placa ou $z=0$.-

$$4).- T(z = 0) = T_c$$

$$5).- \frac{\varepsilon_\beta^n(z = \Delta z) - \varepsilon_\beta^n(z = 0)}{\Delta z} = 0$$

3.3.3 Seqüência de cálculo:

A seguir apresentamos o procedimento de calculo utilizada neste estudo.

Parâmetros:

T_∞ , T_c , w_∞ , Re_x , t_{tr1} , t_{tr2} .

a).- Primeiro estágio:

a.1.- Condições iniciais.-

$$T(z, t=t_{tr1}) = T_c$$

$$d(z, t=t_{tr1}) = d_0$$

$$\delta_f(t=t_{tr1}) = \delta_{f0}$$

a.2.- Cálculo de δ_f^1 (espessura da camada de gelo)

$$\frac{\delta_f^n - \delta_f^{n-1}}{\Delta t} = \text{Bim} [w_\infty - w(z = \delta_f^{n-1})]$$

a.3.- Interpolar propriedades para a nova posição da fronteira.

a.4.- Cálculo de T^1 : usar relaxação, iterar até que erro entre duas iterações consecutivas seja $\leq 10^{-5}$

$$rA\theta T_{j-1}^n + B\theta T_j^n + rC\theta T_{j+1}^n = (1-r)B\theta T_j^{n-1} + r(D_j^{n-1})$$

e Condições de contorno.

a.5.- cálculo de d_i

a.6.- repetir a.2 a a.5.

b).- Segundo estágio:

b.1.- Condições Iniciais.-

Dados da primeira etapa:

$$T^0, \varepsilon_\beta^0, \delta_f^0, \Delta z^0, nz=5, 10, 15, 20.$$

b.2.- avalia-se ρ_v^0

b.3.- avalia-se $\dot{m}^0 = 0$

b.4.- Cálculo de δ_f^1 (espessura da camada de gelo)

$$D_{\text{effs}}^0 \frac{\rho_v^0(z = \delta_f^0) - \rho_v^0(z = \delta_f^0 - \Delta z)}{\Delta z^0} + \rho_f^0 \frac{\delta_f^1 - \delta_f^0}{\Delta t} = \text{Bim}^0 \left[w_\infty - w^0(z = \delta_f^0) \right]$$

b.5.- Interpolar propriedades para a nova posição da fronteira.

b.6.- Cálculo de T^1 : usar relaxação, iterar até que o erro entre duas iterações consecutivas seja $\leq 10^{-5}$

$$rA\theta T_{j-1}^n + B\theta T_j^n + rC\theta T_{j+1}^n = (1-r)B\theta T_j^{n-1} + r \left(D_j^{n-1} - (\dot{m}P_2)_j^{n-1} \Delta t \right)$$

e Condições de contorno:

$$\text{Bi} \left[T_\infty - T^n(z = \delta_f) \right] = k_{\text{eff}} \frac{T^n(z = \delta_f) - T^n(z = \delta_f - \Delta z)}{\Delta z} - P_2 \rho_f \frac{\delta_f^n - \delta_f^{n-1}}{\Delta t}$$

$$T(z = 0) = T_c$$

b.7.- Cálculo de \dot{m}^1 :

$$\dot{m}_J^n = \frac{1}{\left(1 - \frac{\rho_{VJ}^n}{P_1}\right) \Delta t} \left[\left(\frac{1}{12} (1 - \varepsilon_\beta)_{J-1} - \gamma_{J-1/2} \right)^{n-1} \rho_{VJ-1}^n + \left(\frac{5}{6} (1 - \varepsilon_\beta)_J + \gamma_{J+1/2} + \gamma_{J-1/2} \right)^{n-1} \rho_{VJ}^n + \left(\frac{1}{12} (1 - \varepsilon_\beta)_{J+1} - \gamma_{J+1/2} \right)^{n-1} \rho_{VJ+1}^n - \delta_J^{n-1} \right]$$

com as condições de contorno:

$$\dot{m}(z = 0) = 0; \quad \dot{m}(z = \delta_f) = 0$$

e com:

$$\rho_{VJ}^n = \frac{\exp \left[-P_5 \left(\frac{1}{T_J^n} - \frac{1}{T_0} \right) \right]}{P_4 T_J^n}$$

b.8.- Cálculo de ε_β^1 :

$$\varepsilon_{\beta J}^n = \varepsilon_{\beta J}^{n-1} - \frac{\dot{m}_J^n}{P_1} \Delta t$$

com condições de contorno:

$$\frac{\partial \varepsilon_\beta(z = \delta_f, t)}{\partial z} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial \varepsilon_\beta(z = 0, t)}{\partial z} = 0$$

b.9.- Repetir desde b.4 a b.8.

Capítulo 4

Formação de Gelo entre duas Placas Paralelas

O fenômeno da formação de gelo nas diferentes geometrias que estão presentes nos diversos equipamentos que trabalham com baixas temperaturas é um fato importante que tem merecido a atenção de muitos pesquisadores.

Neste capítulo, abordaremos a formação de gelo, quando ar úmido escoar entre duas placas paralelas que estão a uma temperatura constante e menor que $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Um esquema simplificado do problema se mostra na fig. 4.1.

O modelo físico que serve para formular as equações governantes do fenômeno de formação de gelo será o mesmo do caso anterior, mas devido ao fato, neste caso, a área de fluxo do ar ir mudando com o tempo devido à formação de gelo nas placas, tem-se que levar em conta a variação da velocidade do ar, o que provoca a variação do número de Reynolds e também a variação das camadas limite térmica e difusiva.

A variação da umidade do ar e a variação da temperatura do ar que escoar entre as placas paralelas não foi levada em conta neste estudo.

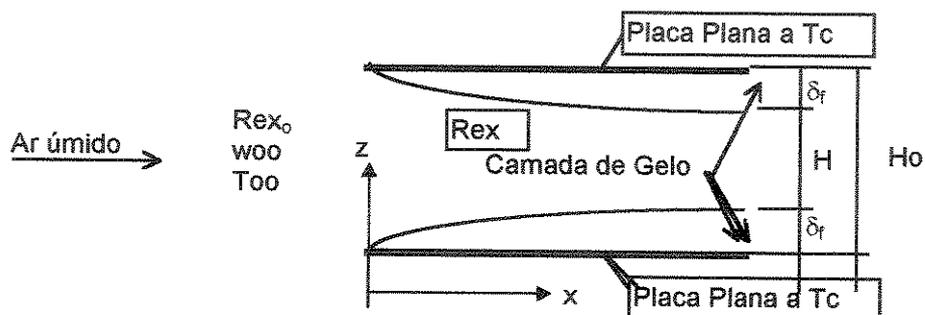


Fig.4.1 Esquema da Formação de Gelo em Placas Paralelas.

Onde:

Re_{dh_0} = Numero de Reynolds inicial referido a dh_0 .

Re_{dh} = Numero de Reynolds referido a dh no instante t .

dh_0 = Diâmetro hidráulico inicial.

dh = Diâmetro hidráulico no instante t .

H_0 = Distancia entre as placas.

H = Distancia entre as interfaces de gelo ar das camadas de gelo formadas em cada placa.

V_0 = Velocidade inicial do ar.

V = Velocidade inicial do ar no instante t .

L = Largura da placa.

δ_f = Espessura da camada de gelo em cada placa.

A_0 = Área inicial de passo.

A = Área de passo no instante t .

4.1. Equações Governantes.-

As equações governantes utilizadas serão as mesmas do caso de placa plana.

4.1.1. Primeiro Estágio.

a) Equação de energia:

$$\rho_{\beta}^* c p_{\beta}^* d^* \frac{\partial T^*}{\partial t^*} = k_{\beta}^* d^* \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}} + 2k_{\beta}^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \frac{\partial d^*}{\partial z^*} - 4h^*(T^* - T_{\gamma}^*) + 2\rho_{\beta}^* h_{sg}^* \frac{\partial d^*}{\partial t^*} \quad (4.1.1.a)$$

b) Equação de difusão:

$$\rho_{\beta}^* \frac{\partial d^*}{\partial t^*} = 2hm^*(w_{\gamma} - w) \quad (4.1.1.b)$$

Condições de contorno:

- Em $z = \delta_f$

$$a) \frac{d\delta_f^*}{dt^*} = \frac{hm^*}{\rho_{\beta}^*} [w_{\infty} - w(z^* = \delta_f^*, t^*)]$$

$$b) \frac{\partial T^*(z^* = \delta_f^*, t^*)}{\partial z^*} = \frac{h^*}{\rho_{\beta}^*} [T_{\infty}^* - T^*(z^* = \delta_f^*, t^*)] + \frac{\rho_{\beta}^* h_{sg}^*}{k_{\beta}^*} \frac{d\delta_f^*}{dt^*}$$

- Em $z=0$, na superfície da placa.

$$c) T^*(z^* = \delta_f^*, t^*) = T_c^*$$

$$d) \frac{\partial d^*(z^* = 0, t^*)}{\partial z^*} = 0$$

Condições Iniciais:

$$a) \delta_f^*(t = t_{r1}) = \delta_{f0}^*$$

$$b) d^*(z^*, t^* = t_{r1}) = d_0^*$$

$$c) T^*(z^*, t^* = t_{r1}) = T_c^*$$

4.1.2. Segundo Estágio.

a). Equação de Energia.-

$$\rho^* c_p^* \frac{\partial T^*}{\partial t} + \Delta h_{\text{sub}}^* \dot{m}^* = \nabla \cdot (k_{\text{eff}}^* \nabla T^*) = \frac{\partial}{\partial z^*} \left(k_{\text{eff}}^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) \quad (4.1.2.a)$$

b). Equação de Continuidade da Fase Gelo β .-

$$\frac{\partial \varepsilon_{\beta}}{\partial t^*} + \frac{\dot{m}^*}{\rho_{\beta}^*} = 0 \quad (4.1.2.b)$$

c). Equação de Difusão da Fase Gás - Vapor .-

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_{\gamma} \rho_v^*) - \dot{m}^* = \nabla \cdot [D_{\text{eff}}^* \nabla \rho_v^*] = \frac{\partial}{\partial z^*} \left(D_{\text{eff}}^* \frac{\partial}{\partial z^*} (\rho_v^*) \right) \quad (4.1.2.c)$$

Condições de Contorno:

Na superfície da camada de gelo:

$$1).- \rho_{\text{of}}^* h m^* [w_{\infty} - w(z = \delta_f, t)] = D_{\text{veffs}}^* \frac{\partial \rho_v^*(z = \delta_f, t)}{\partial z^*} + \rho_f^* \frac{d\delta_f^*}{dt^*}$$

$$2).- h^* [T_{\infty}^* - T^*(z = \delta_f, t)] = k_{\text{eff}}^* \frac{\partial T^*(z = \delta_f, t)}{\partial z^*} + h_{\text{sg}}^* \rho_f^* \frac{d\delta_f^*}{dt^*}$$

$$3).- \frac{\partial \varepsilon_{\beta}(z = \delta_f, t)}{\partial z^*} = 0$$

Na superfície da Placa Plana:

$$4).- T^*(z = 0, t) = T_c^*$$

$$5).- \frac{\partial \varepsilon_{\beta}(z = 0, t)}{\partial z^*} = 0$$

Condições iniciais:

São obtidas das equações de acoplamento utilizando os resultados do primeiro estágio

4.2 Considerações sobre a avaliação das propriedades e coeficientes de transferência de calor e massa.

A maneira de avaliar as propriedades termo-físicas das fases é a mesma que no caso de placa plana, mas no caso da avaliação dos coeficientes de transferência de calor e massa, devemos levar em conta as variações que se introduzem no fenômeno inicial devido ao estreitamento da área de fluxo de ar por a formação de gelo nas placas paralelas. Neste caso, continuaremos utilizando as correlações empíricas fornecidas por Mao et al.[17], e além de considerar a variação do tempo nas equações, também consideraremos a variação do número de Reynolds e a variação da geometria pela variação do diâmetro hidráulico d_h .

- O coeficiente de transferência de calor é estimado usando as equações:

$$Nu_{ax} = 0.051(x/dh)^{0.611} w_{\infty}^{-0.860} T_i^{1.647} Re_{dh}^{0.317} Fo_{dh}^{0.206} \quad (4.2.a)$$

$$h_{ax}^* = \frac{Nu_{ax} k_{ar}^*}{x^*} \quad (4.2.b)$$

$$Bi = \frac{h_{ax}^* \delta_{fo}^*}{k_{oeff}^*} \quad (4.2.c)$$

- O coeficiente de transferência de massa será avaliado usando as expressões:

$$Sh_x = 1.019 \cdot 10^{-5} (x/dh)^{0.781} w_{\infty}^{-2.859} T_i^{-0.119} Re_{dh}^{0.185} Fo_{dh}^{0.187} \quad (4.2.d)$$

$$hm^* = \frac{Sh_x D(z = \delta_f)}{x^*} \quad (4.2.e)$$

$$Bim = \frac{hm^* \delta_{fo}^*}{\alpha_{oeff}^* \rho_{fo}^*} \quad (4.2.f)$$

onde:

$$Re_{dh} = \frac{\rho_{ar}^* v dh^*}{\mu^*} \quad (4.2.g)$$

$$Fo_{dh} = \frac{\alpha_{oar}^* \hat{t}^*}{dh^{*2}} \quad (4.2.h)$$

$$T_i^* = \frac{T_p^* - T_c^*}{\Delta T^*} \quad (4.2.i)$$

4.3. Tratamento Numérico.

As equações governantes são adimensionalizadas como no caso da placa plana e utiliza-se o mesmo método para a discretização das equações, assim como o tratamento numérico é o mesmo, mas deve-se fazer modificações na sequência de cálculo.

4.4 Sequência de Cálculo:

Parâmetros:

T_∞ , T_c , w_∞ , Re_{x0} , t_{tr1} , t_{tr2} , H_0 .

a).- Primeiro estágio:

a.1.- Condições iniciais.-

$$T(z, t=t_{tr1}) = T_c$$

$$d(z, t=t_{tr1}) = d_0$$

$$\delta_f(z, t=t_{tr1}) = \delta_{f0}$$

a.2.- Cálculo de δ_f^1 (espessura da camada de gelo)

$$\frac{\delta_f^n - \delta_f^{n-1}}{\Delta t} = \text{Bim} \left[w_\infty - w(z = \delta_f^{n-1}) \right]$$

a.3.- Interpolarm propriedades para a nova posição da fronteira.

a.4.- Cálculo de T^1 : usar relaxação, iterar até que o erro entre duas iterações consecutivas seja $\leq 10^{-5}$

$$rA_oT_{j-1}^n + B_oT_j^n + rC_oT_{j+1}^n = (1-r)B_oT_j^{n-1} + r(D_j^{n-1})$$

e Condições de contorno.

a.5.- Cálculo de d_i

a.6.- repetir a.2 a a.5.

b).- Segundo estágio:

b.1.- Condições Iniciais.-

Dados da primeira etapa:

$$T^0, \epsilon_\beta^0, \delta_f^0, \Delta z^0, nz=5, 10, 15, 20.$$

b.2.- avalia-se $H^0 = H_0 - 2 \delta_f^0$

$$V^0 = V_0 A_0 / A$$

$$Re_{dh}^0, dh^0.$$

b.3.- avalia-se ρ_v^0

b.4.- avalia-se $\dot{m}^0 = 0$

b.5.- Cálculo de δ_f^1 (espessura da camada de gelo)

$$D_{effs}^0 \frac{\rho_v^0(z = \delta_f^0) - \rho_v^0(z = \delta_f^0 - \Delta z)}{\Delta z^0} + \rho_f^0 \frac{\delta_f^1 - \delta_f^0}{\Delta t} = Bim^0 [w_\infty - w^0(z = \delta_f^0)]$$

b.6.- avalia-se $H^1 = H_0 - 2 \delta_f^1$

$$V^1 = V_0 A_0 / A$$

$$Re_{dh}^1, dh^1.$$

b.7.- Interpolar propriedades para a nova posição da fronteira.

b.8.- Cálculo de T^1 : usar relaxação, iterar até que o erro entre duas iterações consecutivas seja $\leq 10^{-5}$

$$rA_0T_{J-1}^n + B_0T_J^n + rC_0T_{J+1}^n \doteq (1-r)B_0T_J^{n-1} + r\left(D_J^{n-1} - (\dot{m}P_2)_J^{n-1} \Delta t\right)$$

e Condições de contorno:

$$Bi\left[T_\infty - T^n(z = \delta_f)\right] = k_{\text{eff}} \frac{T^n(z = \delta_f) - T^n(z = \delta_f - \Delta z)}{\Delta z} - P_2 \rho_f \frac{\delta_f^n - \delta_f^{n-1}}{\Delta t}$$

$$T(z = 0) = T_c$$

b.9.- Cálculo de \dot{m}^1 :

$$\dot{m}_J^n = \frac{1}{\left(1 - \frac{\rho_{vJ}^n}{P_1}\right) \Delta t} \left[\left(\frac{1}{12} (1 - \varepsilon_\beta)_{J-1}^{-\gamma_{J-1/2}} \right)^{n-1} \rho_{vJ-1}^n + \left(\frac{5}{6} (1 - \varepsilon_\beta)_J^{+\gamma_{J+1/2} + \gamma_{J-1/2}} \right)^{n-1} \rho_{vJ}^n + \left(\frac{1}{12} (1 - \varepsilon_\beta)_{J+1}^{-\gamma_{J+1/2}} \right)^{n-1} \rho_{vJ+1}^n - \delta_J^{n-1} \right]$$

com as condições de contorno:

$$\dot{m}(z = 0) = 0; \quad \dot{m}(z = \delta_f) = 0$$

e com:

$$\rho_{vJ}^n = \frac{\exp\left[-P_5\left(\frac{1}{T_J^n} - \frac{1}{T_0}\right)\right]}{P_4 T_J^n}$$

b.10.- Cálculo de ε_β^1 :

$$\varepsilon_{\beta J}^n = \varepsilon_{\beta J}^{n-1} - \frac{\dot{m}_J^n}{P_1} \Delta t$$

com condições de contorno:

$$\frac{\partial \varepsilon_\beta(z = \delta_f, t)}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial \varepsilon_\beta(z = 0, t)}{\partial z} = 0$$

b.11. - Repetir desde b.5 a b.10.

Capítulo 5

Resultados e Discussões :

O modelamento do processo de formação de gelo sobre uma placa plana a uma temperatura menor que 0 C e exposta a um fluxo de ar úmido foi feito considerando que o fenômeno pode-se dividir em duas etapas, como foi descrito nos capítulos anteriores. Cada etapa é modelada com um conjunto de equações governantes deduzidas para descrever o fenômeno físico que acontece em cada uma das etapas.

O modelo físico que representa o primeiro estágio é simples e os resultados que obtém-se dele tem uma grande influência no modelamento do estágio seguinte. Um dos principais parâmetros a influenciar nestes resultados são as condições iniciais escolhidas para iniciar a modelagem desta etapa tais como, perfil do cristal formado no intervalo de tempo $t=0$ a $t=t_{tr1}$ (cilíndrico), o diâmetro inicial d_0 do cristal formado, o comprimento inicial do cristal de gelo δ_{r0} , parâmetros de difícil determinação mesmo nos trabalhos experimentais já realizados anteriormente por diferentes pesquisadores. A duração deste estágio é também um parâmetro importante; Mao[17] encontrou que na realidade este estágio é mais curto, diferentemente do que foi utilizado em trabalhos anteriores[33]. Estes novos valores[17] são usados neste trabalho.

Outro fator importante é a seleção adequada dos coeficientes de transferência de calor e massa e não pode se considerar a placa plana como lisa pelos efeitos de rugosidade já presentes na placa, por isso escolhe-se uma correlação experimental[36], que fornece valores ligeiramente maiores dos coeficientes de transferência de calor que os de placa plana lisa, como era de se esperar.

Na fig. 5.1, mostra-se o crescimento do perfil neste estágio para diferentes tempos e o perfil final é consequência da condição de contorno na posição $z=\delta_f$, estes resultados tem uma boa concordância com os resultados numéricos disponíveis[33], assim como indica um crescimento da densidade neste estágio, que também é compatível com os resultados numéricos e experimentais já publicados[33,34].

Usou-se grade 15 no espaço e $\Delta t = 1$ seg., na simulação deste processo. Verificou-se que para grade 5,10, 15, e 20 no espaço e Δt 0.5, 1, 2 seg. não existe discrepância com a solução encontrada. Isto, é devido ao curto tempo de duração deste estágio.

A distribuição de temperatura para diferentes tempos no primeiro estágio é mostrada na fig. 5.2, e pode ser visto que esta distribuição não é linear e tem relação direta com o perfil do cristal de gelo. Neste estágio a temperatura não tem um significativo crescimento.

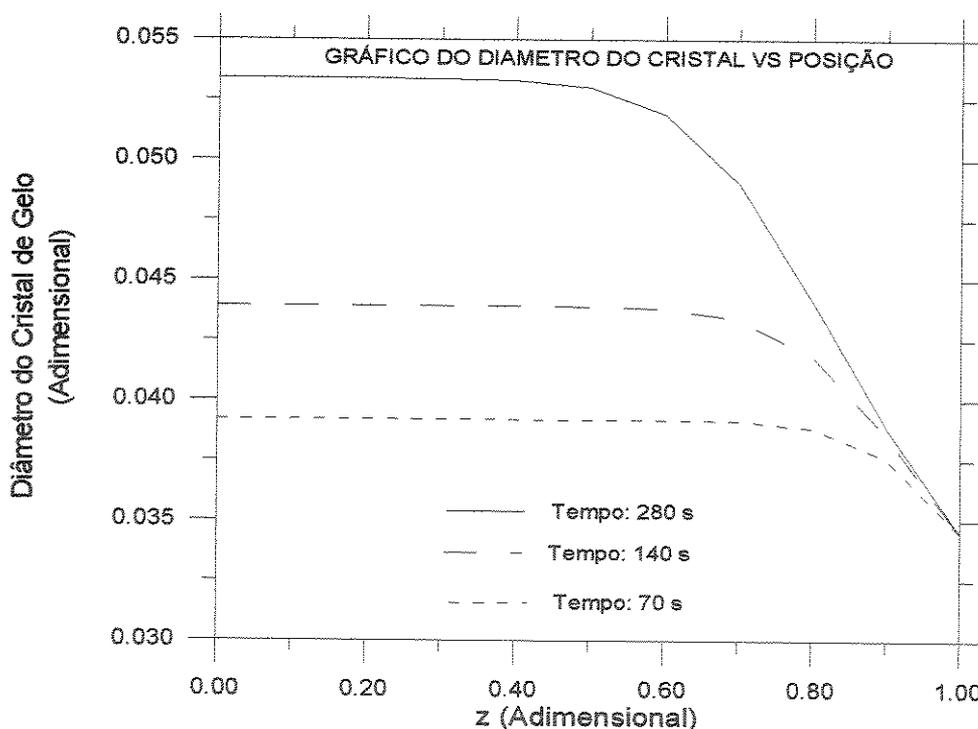


Fig. 5.1 Perfil do Cristal do Gelo no Primeiro Estágio

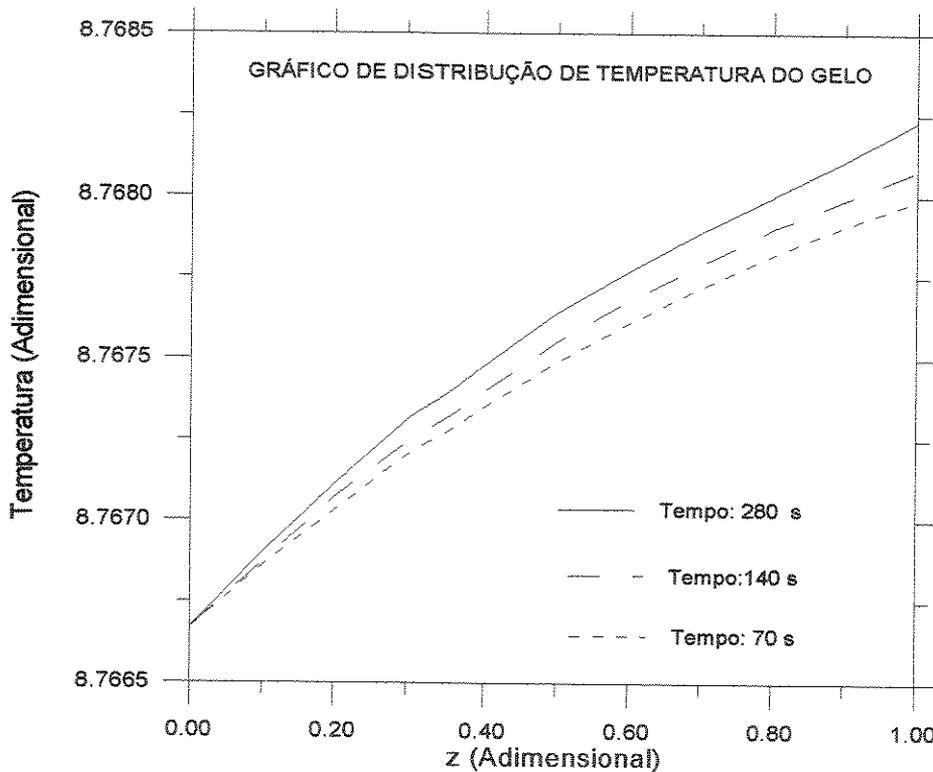


Fig. 5.2 Distribuição de Temperatura no Primeiro Estágio.

O crescimento do cristal de gelo foi encontrado menor do que se esperava e menor que os valores experimentais encontrados na literatura [17,34]. Isto que indica que deve-se procurar melhorar o modelo representativo deste estágio. Contudo os resultados obtidos podem ser considerados razoáveis e nos permitem passar a modelar com sucesso o estágio seguinte.

Testou-se a influência dos seguintes parâmetros: raio inicial do cristal de gelo (r_0) e α , na solução numérica do problema. Quando se utiliza um raio inicial maior, na realidade, também estamos utilizando uma densidade inicial maior. A influência principal do raio inicial está no valor da fração volumétrica inicial da fase sólida em $z=\delta_f$, sendo que a variação desta variável é importante para obter soluções convergentes, ou não, e paralelamente para uma boa estimativa da espessura e da densidade da camada porosa de gelo no estágio seguinte. O parâmetro α , também apresentou uma marcada influência nos resultados finais, e encontrou-

se que para α maior obtém-se uma densidade maior no estágio inicial, sendo que a maioria das medições experimentais pesquisadas [12,17,22,36], indica densidades menores do que os valores encontrados nas simulações deste primeiro estágio. Isto pode ser devido ao fato que no início do fenômeno (100 a 280 s) a medição da densidade é muito difícil e imprecisa. Os resultados obtidos parecem ficar mais perto das observações experimentais de Tao[34].

O modelo utilizado no segundo estágio é mais completo, e é teórico na sua formulação. Considerou-se avaliação local de todas as propriedades termo-físicas da camada de gelo e do escoamento na resolução numérica. Como foi dito, neste trabalho considera-se que a camada limite hidrodinâmica e térmica são transientes, pois os coeficientes de transferência de calor e massa são função do tempo. Utiliza-se correlações experimentais fornecidas por Mao et al[17], que são as mais representativas até a atualidade.

Os resultados obtidos nesta simulação apresentam uma boa concordância com resultados numéricos e experimentais disponíveis na literatura[17,33].

Realizamos experimentos numéricos para otimizar a grade a ser usada nas simulações numéricas, assim como também, realizamos experimentos numéricos para analisar o efeito da variação dos parâmetros diâmetro inicial do cristal de gelo e α .

O crescimento e a densidade da camada de gelo neste estágio são mostrados em várias figuras a seguir e como pode ser visto tem muito boa concordância com valores das correlações experimentais[17] que nos servem como base de comparação. Nas figuras 5.3 e 5.4, mostra-se a variação da predição da espessura e da densidade da camada de gelo quando o intervalo Δt utilizado nas simulações apresenta os valores 0.5, 1 e 2 seg. respectivamente. Como pode ser visto tem-se encontrado uma diferença insignificante nos resultados e um intervalo de 1 seg. parece ser suficiente.

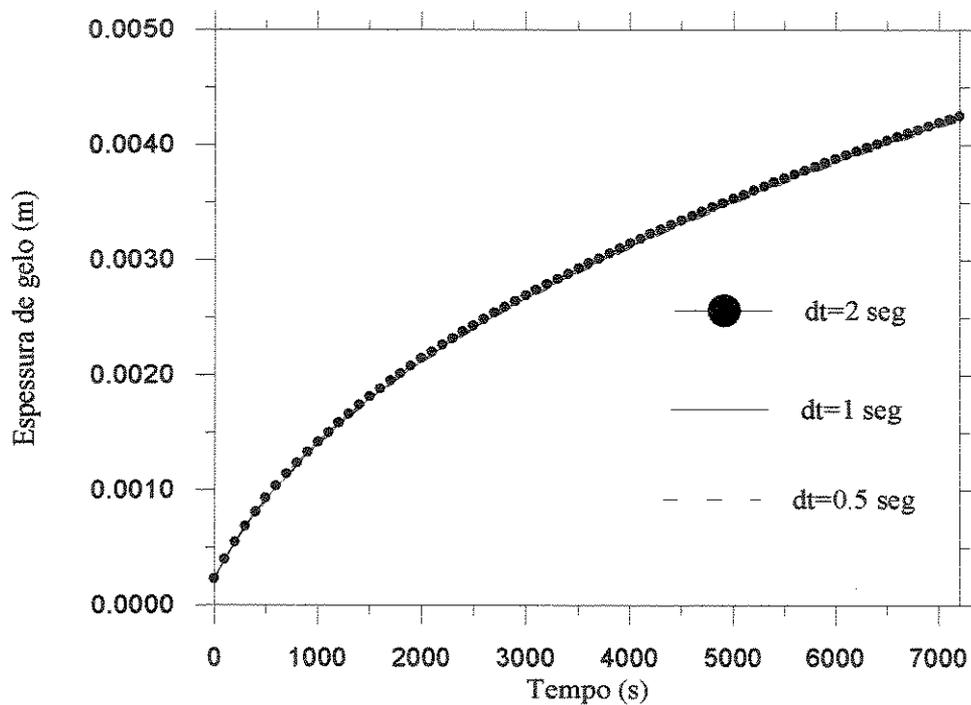


Fig. 5.3 Espessura da Camada de gelo (variação de dt)

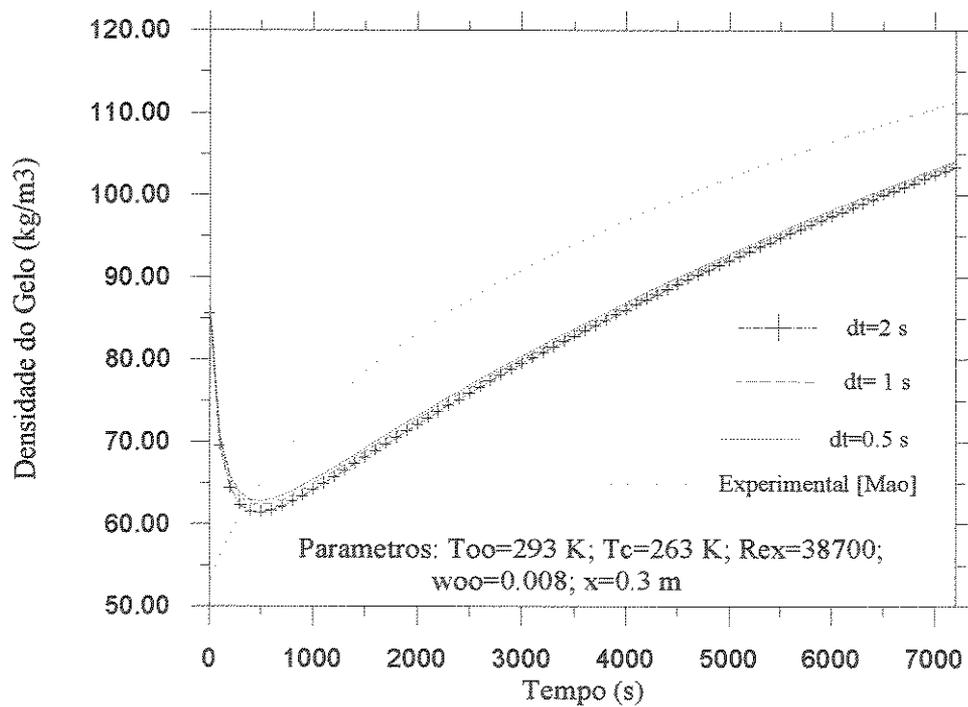


Fig. 5.4 Densidade da Camada de gelo (variação de dt)

Nas figs. 5.5 e 5.6 pode ser vista a influência da variação da grade no espaço na predição da espessura e da densidade da camada porosa de gelo. Foram realizados 4 testes numéricos, $nz=5,10,15,20$. Para $nz=5$, tem-se obtido resultados muito imprecisos comparados com os dados experimentais e os resultados foram rejeitados, para $nz=10,15$ tem-se encontrado uma variação pouco significativa, e para $nz=15,20$ os resultados praticamente são os mesmos e comparados estes resultados com valores experimentais observa-se boa concordância. Os valores de $nz=15$ e intervalo de tempo de 1 segundo são usados nas simulações numéricas finais. A densidade calculada diminui com o aumento da grade, mas as diferenças são da ordem de 2% a 3% para as condições simuladas. Um refinamento maior da grade envolve um tempo computacional maior e a discrepância dos resultados é mínima. No entanto deve-se notar que os resultados obtidos são mais sensíveis ao refinamento da grade no espaço que ao refinamento no tempo Δt , devido ao fato de termos um problema de frente em crescimento, mas como pode ser visto os resultados são bastantes aceitáveis.

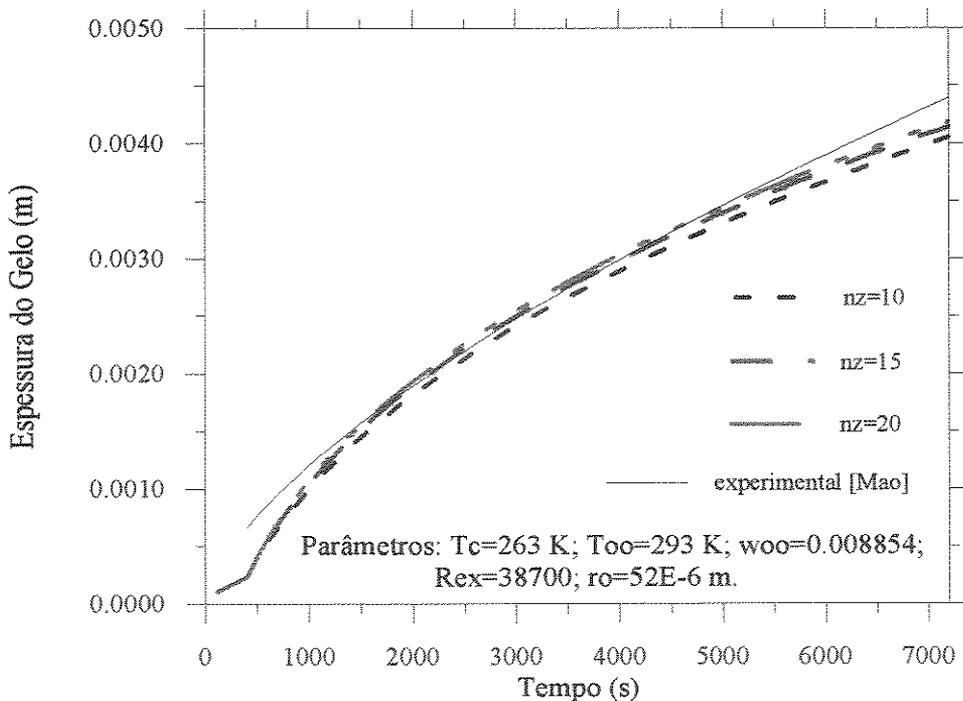


Fig. 5.5 Espessura da Camada de gelo (variação da grade)

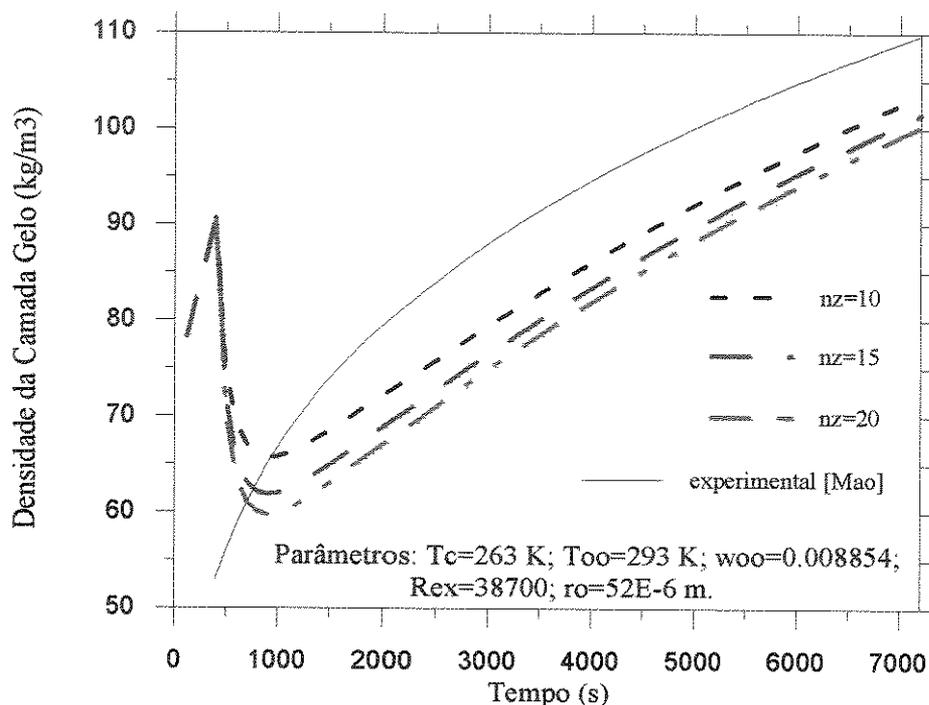


Fig. 5.6 Densidade da Camada de gelo (variação da grade)

Outro parâmetro que é da maior importância nas avaliações numéricas é o valor inicial do raio da coluna do cristal de gelo ou r_o . O valor de r_o foi variado de 50×10^{-6} m. a 55×10^{-6} m. Os resultados indicam que para um valor de 52×10^{-6} m. obtém-se bons resultados que oferecem boa concordância com dados experimentais, como pode ser visto nas figs. 5.7 e 5.8. Mas deve ser levado em conta que são necessários estudos mais profundos sobre os fenômenos que acontecem neste processo e principalmente devem ser feitas medições dos parâmetros geométricos e térmicos no início do processo de formação dos cristais de gelo, já que eles tem mostrado uma influencia importante nos resultados obtidos.

O valor do parâmetro α , foi verificado por experimentos numéricos, variando seu valor de 0.3 a 0.5 para as condições ambientais usadas nas simulações. Os resultados obtidos foram comparados com dados disponíveis como se mostram nas figs. 5.9, 5.10. Analisando e comparando os resultados pode-se verificar que o valor de $\alpha=0.4$ fornece bons resultados e então este valor é usado nas avaliações numéricas.

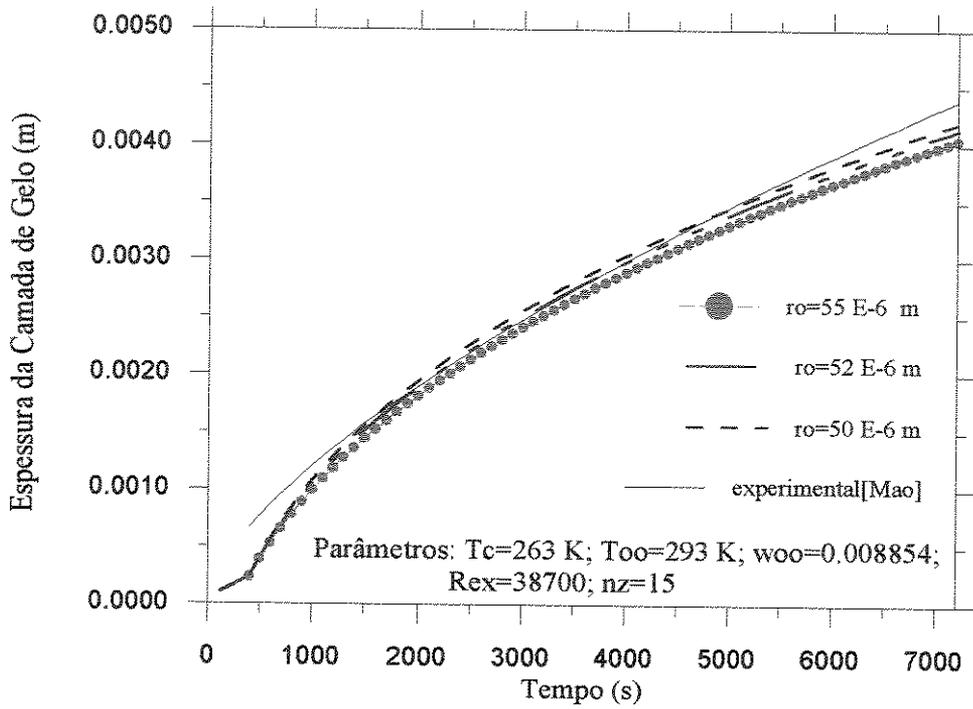


Fig. 5.7 Espessura da Camada de gelo (variação do raio inicial do Cristal)

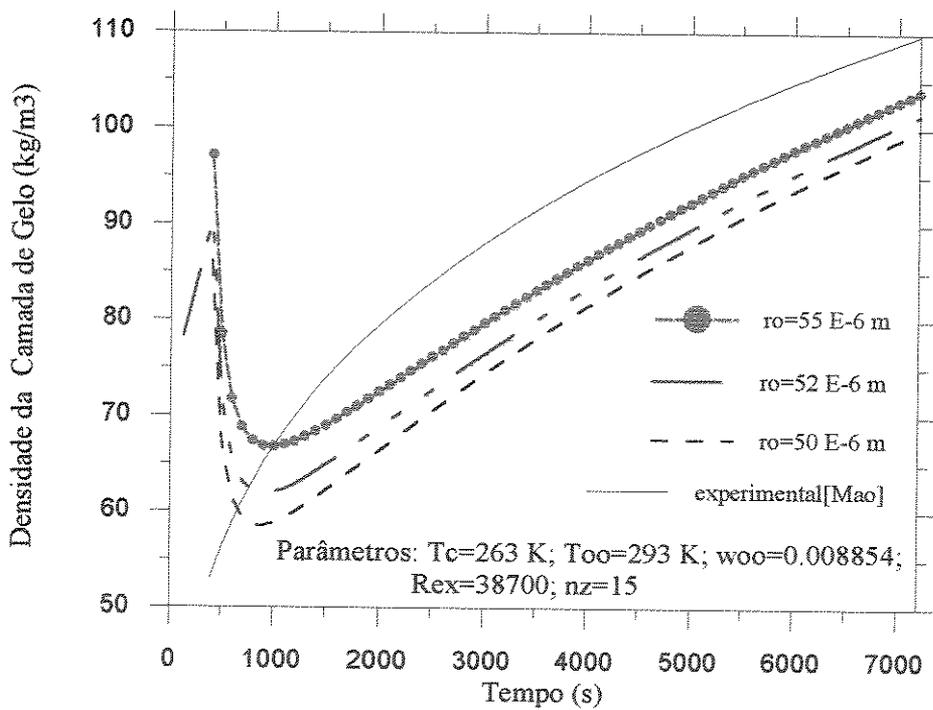


Fig. 5.8 Densidade da Camada de gelo (variação do raio inicial do cristal)

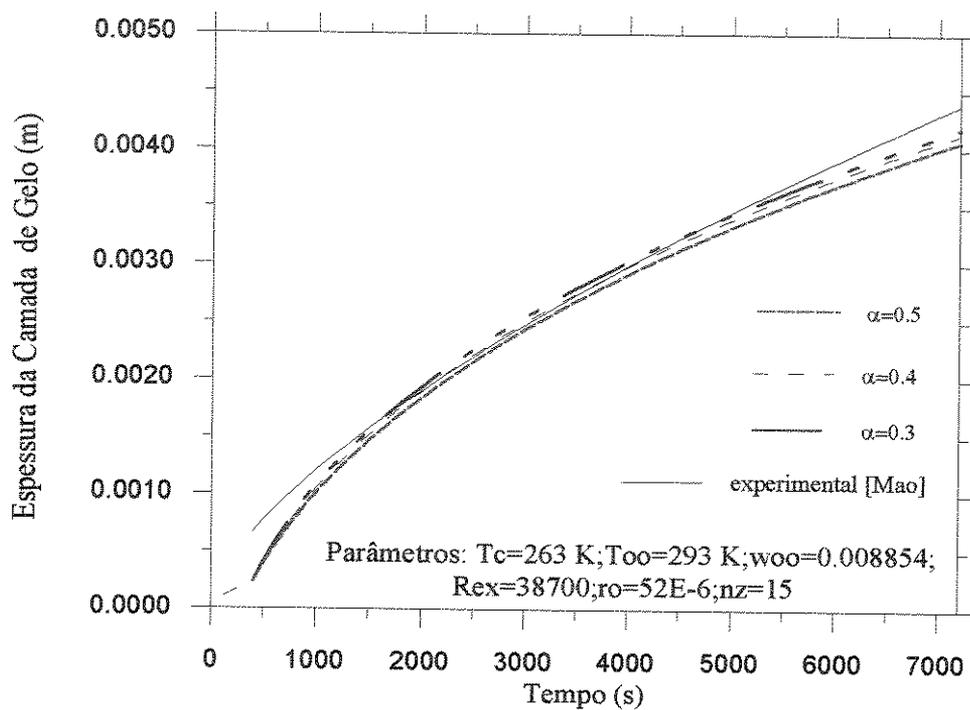


Fig. 5.9 Espessura da Camada de gelo (variação de α)

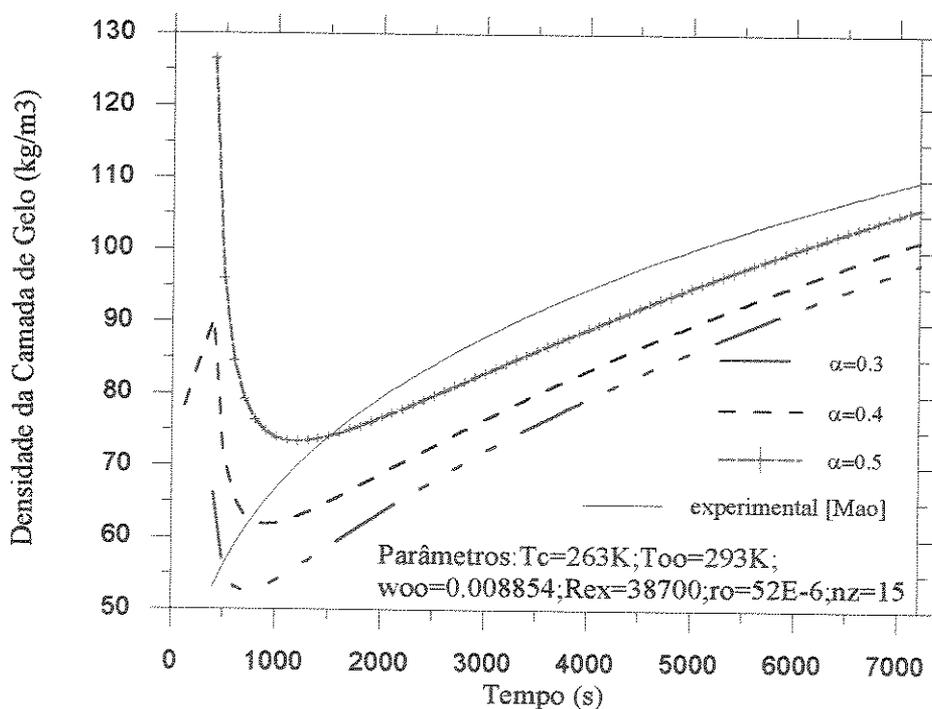


Fig. 5.10 Densidade da Camada de gelo (variação de α)

Finalmente foi analisada a influência da variação do parâmetro de difusão superficial F_s , na predição da espessura e da densidade da camada de gelo. Realizou-se simulações numéricas do processo variando o parâmetro F_s em diferentes tempos durante a simulação, como os seguintes $F_s(0-3600) = -0.33$, $F_s(3600-5400) = -0.20$, $F_s(5400-7200) = -0.05$, para melhorar a predição da espessura no final do tempo de simulação. Os resultados foram comparados com resultados de outras simulações onde $F_s = -0.33$ é constante e encontrou-se que a predição da espessura com F_s variável é maior que para F_s constante, mas as diferenças são insignificantes. O mesmo acontece com a predição da densidade, como pode ser visto nas figs. 5.11 e 5.12.

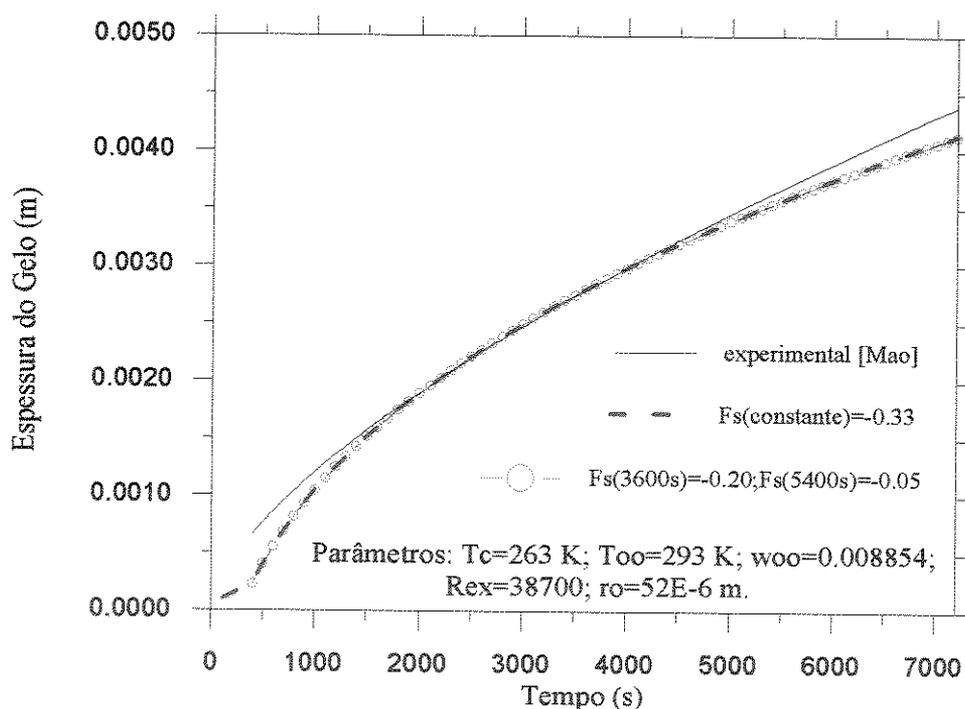


Fig. 5.11 Espessura da Camada de gelo (variação do parâmetro F_s)

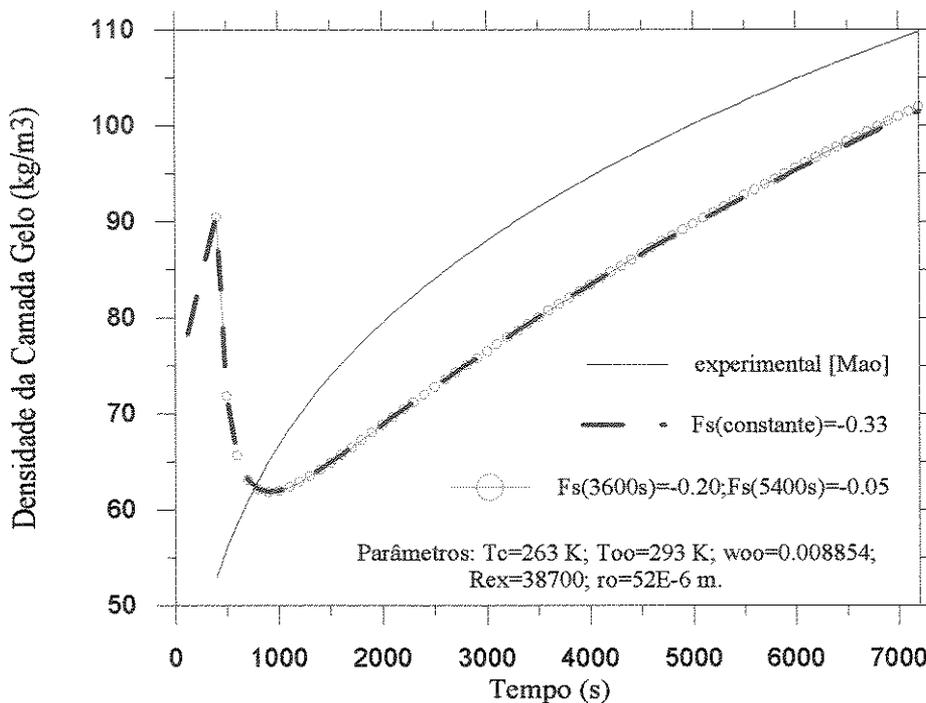


Fig. 5.12 Densidade da Camada de gelo (variação do parâmetro F_s)

A fig. 5.13 mostra a predição da variação da espessura da camada porosa de gelo em função do tempo e sua comparação com dados experimentais[17]. Pode-se verificar que as tendências das curvas são semelhantes e tem boa concordância. Observa-se diferenças mais notórias para os tempos operacionais inicial e final. Isto pode ser atribuído à precisão das medições no estágio inicial e no final por causa da condição de contorno imposta para ε_p em $z = \delta_f$, que influencia nos calculos numericos.

A variação da densidade com o tempo é mostrada e comparada na fig. 5.14. Observa-se uma razoável concordância de 1000 a 7000 seg. com diferenças da ordem de 5% a 7%. Desde o estágio inicial até os 500 seg. as tendências e as diferenças entre a predição e a curva experimental são muito diferentes. Isto é devido às condições iniciais impostas no modelo e também aos dados experimentais imprecisos disponíveis. Por outro lado devemos mencionar que mesmo as diferenças sendo grandes nos primeiros instantes, estas parecem ter efeitos práticos insignificantes.

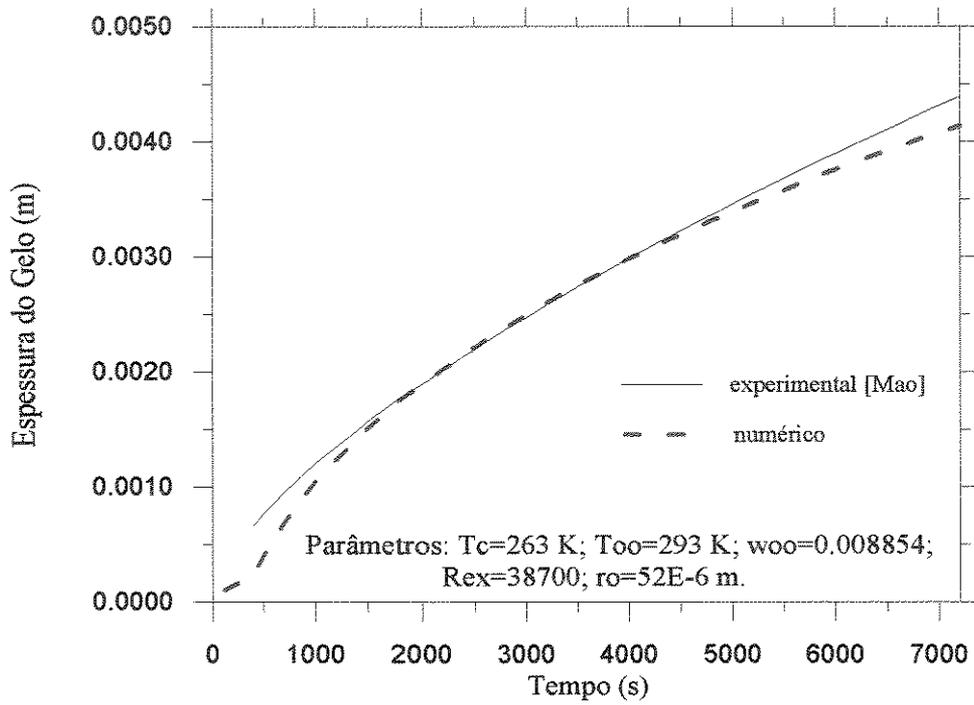


Fig. 5.13 Predição da Espessura da Camada de gelo com o tempo.

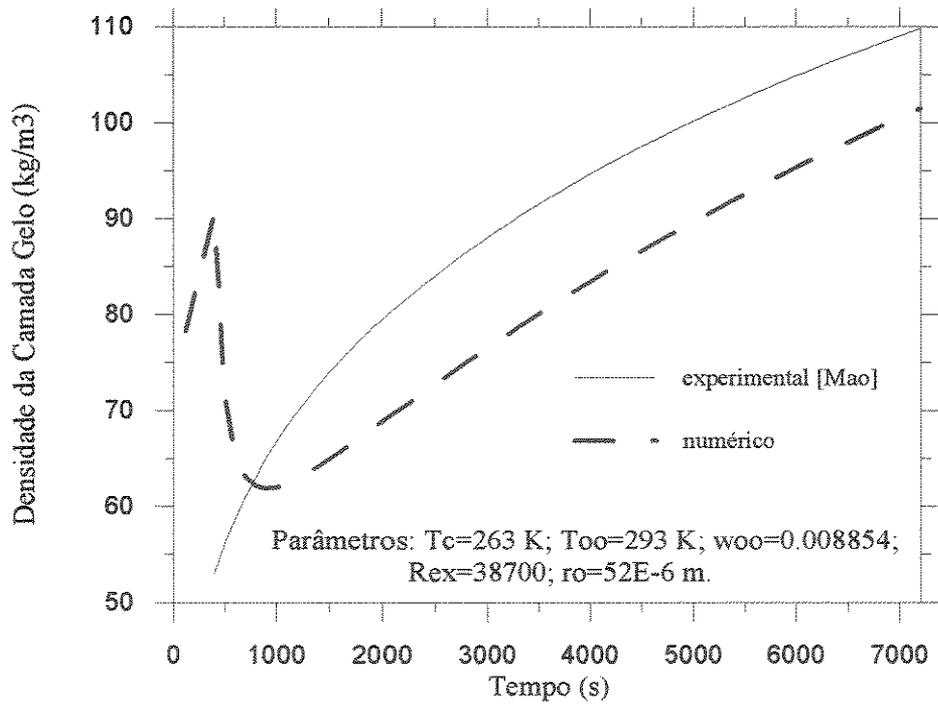


Fig. 5.14 Predição da Densidade da Camada de gelo com o tempo.

Um parâmetro importante avaliado nesta simulação é a temperatura superficial da camada de gelo que é mostrada na fig. 5.15 e 5.16. Os resultados mostram um rápido crescimento da temperatura na superfície nos primeiros instantes deste estágio, para logo passar a um crescimento cada vez mais lento à medida que se aproxima da temperatura de ponto triplo. Estes resultados também mostram uma boa concordância com valores numéricos disponíveis[33]. Também pode ser visto que existe uma discrepância desprezível entre os resultados para os casos da simulação com $\Delta t=0.5, 1, 2$ seg..

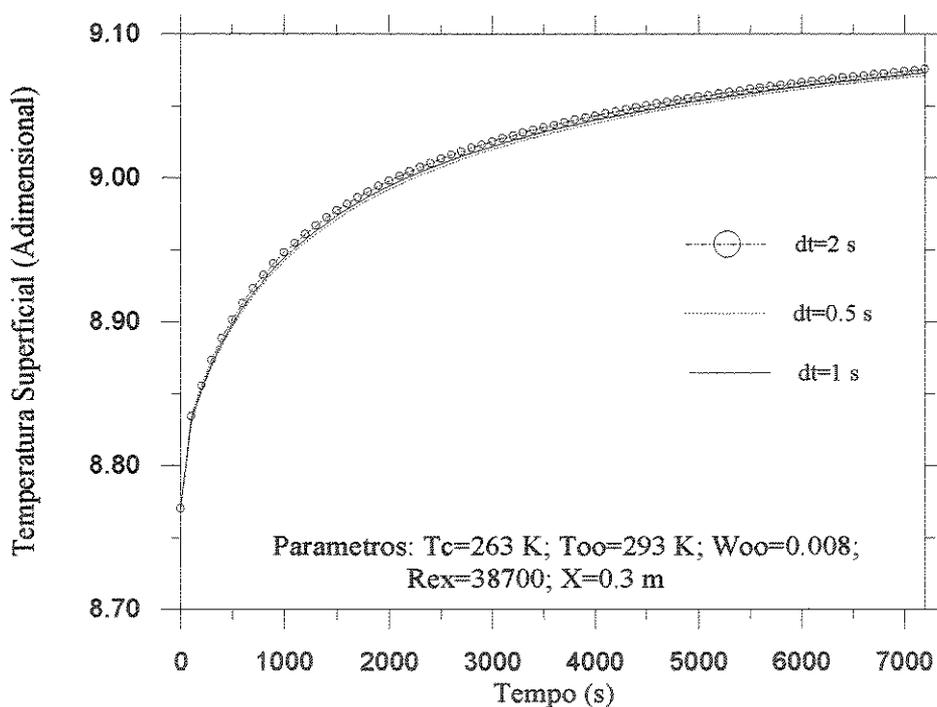


Fig. 5.15 Temperatura Superficial da Camada de gelo (variação de Δt)

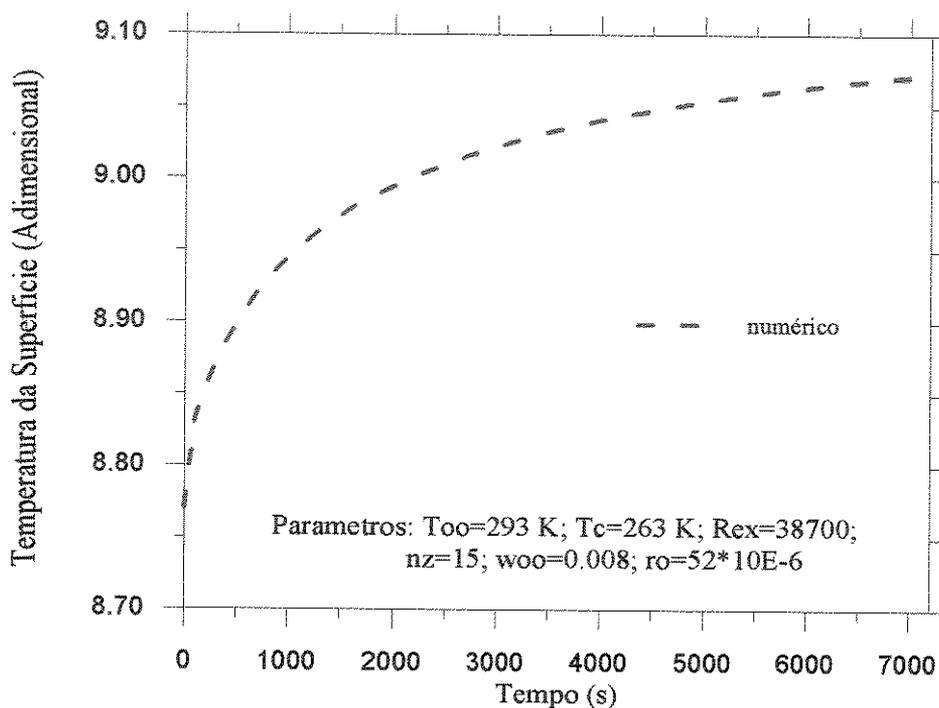


Fig. 5.16 Predição da Temperatura Superficial da Camada de Gelo

Deve-se mencionar que esta é uma das variáveis mais sensíveis na modelagem e que foi usada para avaliar a convergência da solução, por ser a primeira variável a divergir, no caso, a solução diverge. No início da simulação, por causa da transição de um estágio para outro, encontrou-se uma oscilação nesta variável, que no caso de uma solução convergente, esta variável rapidamente tem convergido e desaparecido o efeito oscilante que apresentava, mas no caso de ter se encontrado uma oscilação mais permanente nesta variável, sem dúvida a solução não converge.

Esta variável é importante para a correta determinação do fluxo de calor atravessando a camada de gelo e para os balanços energéticos do sistema.

O modelo permite avaliar as propriedades internas da camada de gelo. A distribuição da temperatura dentro da camada de gelo, para diferentes tempos de simulação é mostrada na fig. 5.17. Observa-se que a variação não é perfeitamente linear, que concorda com o que foi discutido por Tao et al [33], e apresentando inclusive boa concordância com os valores numéricos encontrados[33].

Na fig. 5.18 mostra-se a taxa de deposição de massa dentro da camada de gelo que acontece no processo de formação da camada de gelo e pode ser visto como um parâmetro indicativo do processo de densificação da camada porosa de gelo. Os resultados parecem indicar que a densificação é maior perto da superfície da placa, mas deve-se lembrar que estamos tratando um problema de fronteira movel.

A fig. 5.19 mostra a variação da fração volumétrica da fase sólida β , no interior da camada porosa de gelo, para uma simulação característica. Os resultados mostram que acontece uma densificação maior perto da interface gelo-ar, já que se tem um crescimento mais acentuado de ε_β no lado da interface. Isto concorda com resultados numéricos e experimentais disponíveis [33].

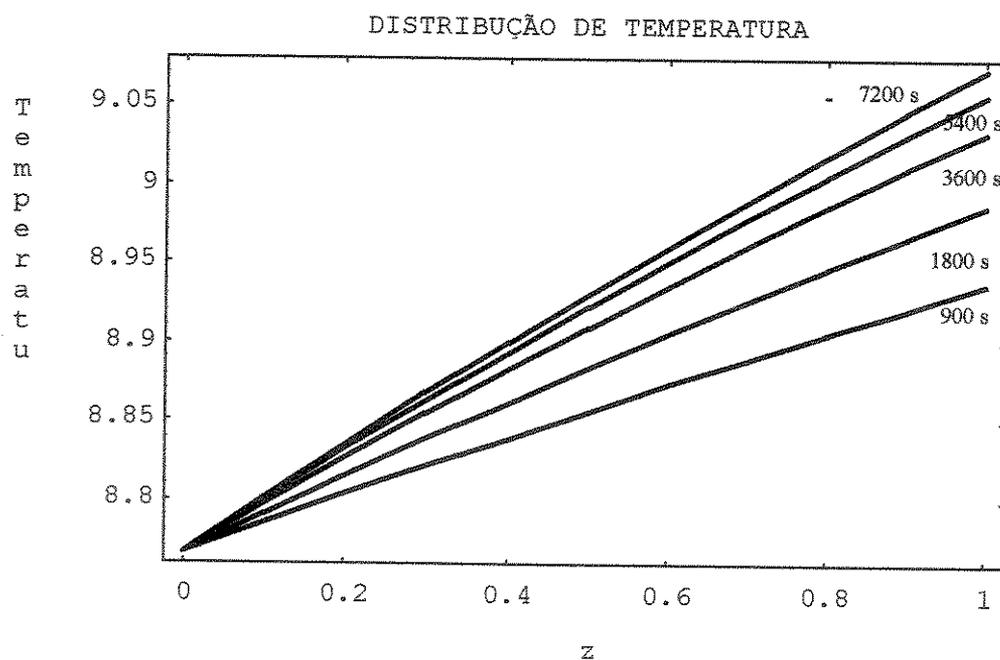


Fig. 5.17 Distribuição de Temperatura na Camada de gelo

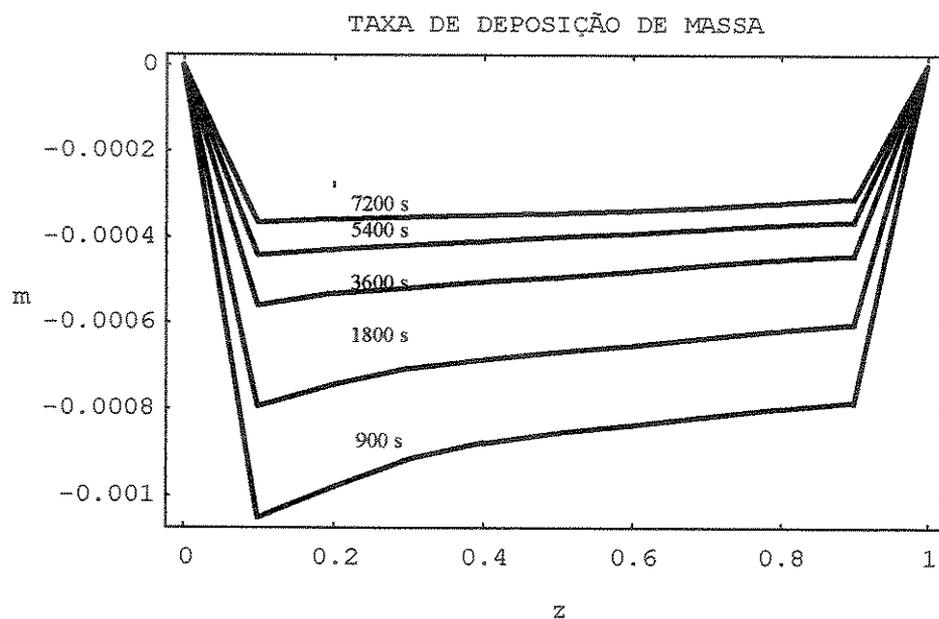


Fig. 5.18 Taxa de Deposição de Massa na Camada de gelo

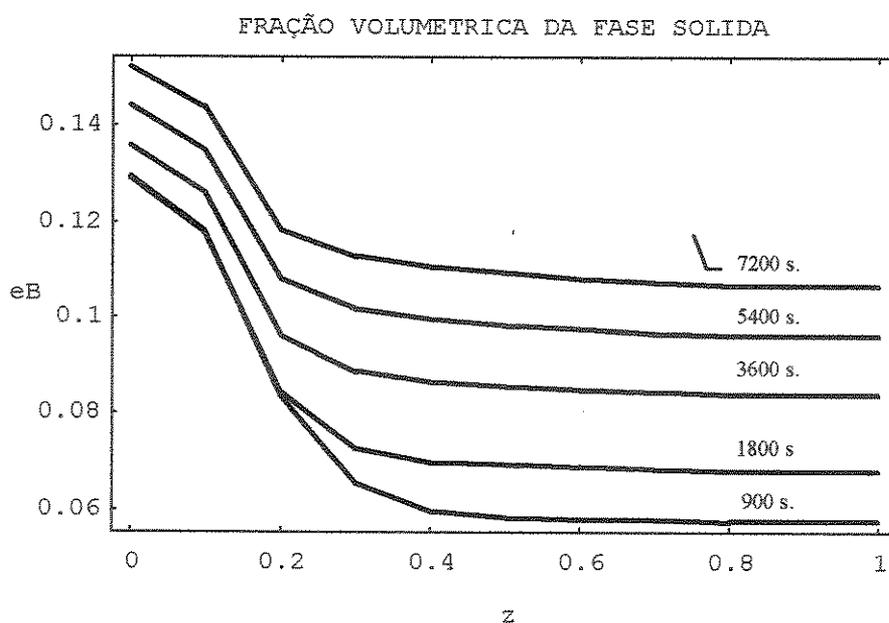


Fig. 5.19 Fração Volumétrica da fase sólida na Camada de gelo

Após estudar e simular a formação da camada de gelo que forma-se numa placa plana fria quando ar úmido entra em contato com ela e comparar os resultados obtidos com dados experimentais e numéricos disponíveis na literatura, e encontrando boa concordância entre

eles, procedeu-se a estudar o problema da formação de gelo quando ar úmido escoar entre duas placas paralelas. Utilizou-se basicamente a mesma formulação utilizada para o problema de placa plana mas com algumas modificações para considerar a variação da velocidade do ar com o tempo, devido à formação das camadas de gelo nas superfícies das placas o que estreita a área de passagem do ar como foi visto no capítulo 4.

Na fig. 5.20 mostra-se a variação com o tempo da velocidade do ar que escoar entre as placas paralelas para diferentes distâncias ($e=0.02, 0.03, 0.04$ m) entre as placas. Pode-se ver que a velocidade do ar aumenta mais rapidamente com o tempo para espaçamento entre placas menores. Esta figura serve basicamente para ter uma visão quantitativa da variação da velocidade do ar entre as placas paralelas.

Nas fig. 5.21 e 5.22 mostra-se a predição da espessura e da densidade da camada de gelo em cada placa paralela para as condições de operação dadas e a comparação com a predição para a placa plana. Pode-se ver que quando o espaçamento entre placas é menor, o que significa uma maior velocidade do ar, o crescimento da camada de gelo diminui e a densidade da camada de gelo aumenta, resultados que são concordantes com observações feitas por outros autores [17,33,36].

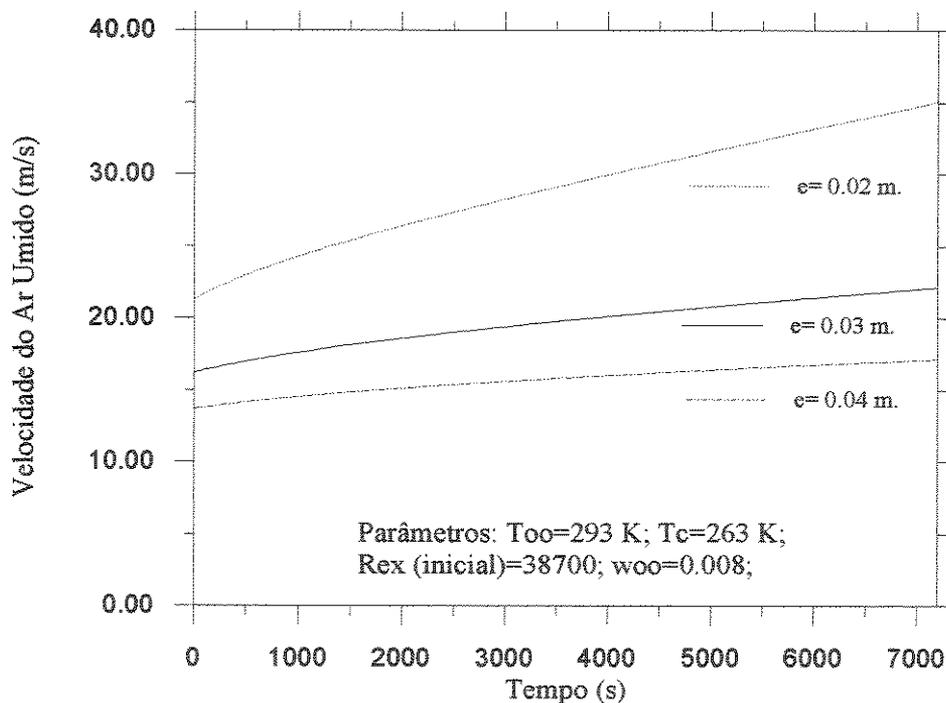


Fig. 5.20 Variação da Velocidade do Ar Úmido entre as Placas Paralelas com o Tempo

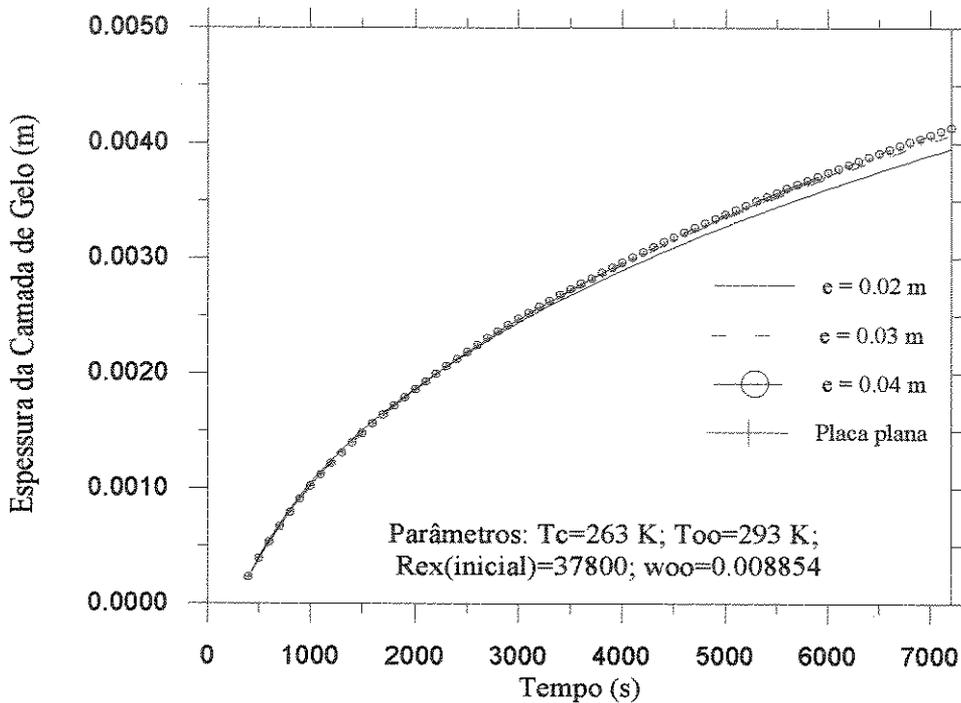


Fig. 5.21 Predição da Espessura da Camada de Gelo em Placas Paralelas para Diferentes Espaçamentos entre Placas

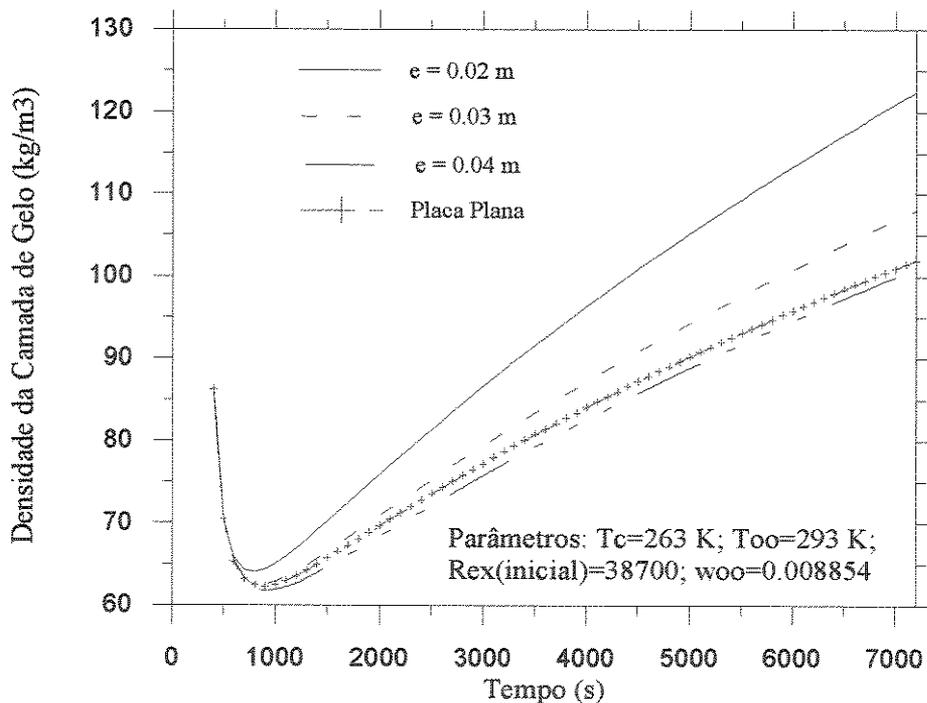


Fig. 5.22 Predição da Densidade da Camada de Gelo em Placas Paralelas para Diferentes Espaçamentos entre Placas

Capítulo 6

Conclusões

A formação de gelo em equipamentos é um fato a ser levado em conta na avaliação do desempenho destes, e é um fator importante em termos de perdas energéticas. Para minimizar estas perdas é necessário um acertado projeto dos equipamentos assim como dos sistemas de degelo, e para isso é preciso conhecer mais sobre as propriedades da camada de gelo.

Pode-se concluir que o modelo matemático e o código numérico utilizado são capazes de prever razoavelmente as propriedades da camada porosa de gelo como foi verificado por comparação com dados experimentais disponíveis. Neste trabalho foi utilizado um modelo matemático para meio poroso completamente teórico na sua formulação que envolve os campos térmico e difusivo resolvidos de forma acoplada usando a técnica de diferenças finitas.

Como resultado de testes numéricos, pode-se concluir que um bom valor do raio inicial do cristal de gelo é 52×10^{-6} m. e do parâmetro α é 0.4, isto é, para as condições ambientais da simulação. Também pode-se concluir que a variação no fim da simulação, do parâmetro F_s de difusão superficial não afeta significativamente a predição da densidade e da espessura da camada de gelo.

Deve-se mencionar que para obter melhores resultados com o modelo utilizado devem ser realizados estudos mais profundos para resolver os seguintes pontos:

- levantamento experimental dos valores iniciais do diâmetro e comprimento do cristal de gelo, que são críticos no modelo.
- levantamento experimental dos valores locais da densidade no primeiro estágio e na transição.

Referências Bibliográficas

- [1] ABDEL-WHAHED, R.M., HIFNI, M.A., SHERIF S.A. Heat and Mass Transfer from a Laminar Humid Air Stream to a Plate at Subfreezing Temperature. *International Journal of Refrigeration*, v 7, No 1, 1984.
- [2] AOKI, K., KATAYAMA, K. , HAYASHI, Y. A Study on Frost Formation (The Process of Frost Formation involving the Phenomena of Water Permeation and Freezing)” *Bulletin of JSME*, 26, pp 87-93, 1983.
- [3] ASHRAE, Handbook -1989 Fundamentals, The American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Inc, Atlanta, G.A.(1989).
- [4] BLACHMAN, N. Mathematica: A Practical Approach, Variable Symbols Inc., Stanford University -1992.
- [5] BIGURIA, G., WENZEL, M.A. Measurement and Correlation of Water Frost Thermal Conductivity and Density. *I&EC Fundamentals*, 9, No 1, 1970.
- [6] BURMEISTER, H. *Convective Heat Transfer*. John Wiley and Sons, 1989.
- [7] CHUNG, P.M., ALGREN, A.B. Frost Formation and Heat Transfer on a Cilinder Surface in Humid Air Cross Flow- Part I *Heating Piping and Air Conditioning*, pp

171 - 178, 1958.

- [8] DIETENBERG, M.A. Generalized Correlation of the Water Frost Thermal Conductivity
Int. J. Heat and Mass Transfer, **26**(4), pp 607-619, 1983.
- [9] ECKERT, E.R.G., DRAKE, J. M., *Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill N.Y 1954.
- [10] FARAG, I.H. Phase Change Numerical Heat Transfer Analysis with Applications to
Frost Shielding. *Heat Transfer Engineering*, **19**(2), pp 29-36, 1991.
- [11] GRIFFITH P., Dropwise Condensation", In *Handbook of Heat Transfer: Fundamentals*.
Section II, Part2. Mc Graw Hill N.Y. (1985)
- [12] HAYASHI, Y., AOIKI, A., ADACHI, A., HORI, K. Study of Frost Properties
Correlating with Forst Formation Types *Journal of Heat Transfer*, **99**, pp 239-245,
1977.
- [13] HOLMAN, J.P. *Transferência de Calor* Mc Graw Hill, 1986.
- [14] INCROPERA, F.P. AND DEWITT, D.P. *Fundamentals of Heat Transfer* pp 285.
Wiley, New York ,1985.
- [15] JONES, B.W. AND PARKER, J.D. Frost Formation with Varying Enviromental
Parameters. *Journal of Heat Transfer*, **97**, pp 255-259, 1975.
- [16] MAO, Y., BESANT, R.W., FALK, J. Measurements and Correlations of Frost
Properties with Laminar Air Flow at Rom Temperature Over a Flat Plate.
ASHRAE Trans: Symposia, pp 739-745, 1993.
- [17] MAO, Y., BESANT, R.W., AND RESKALLAH. Measurements and Correlations of

- Frost Properties with Air Flow Over a Flat Plate *ASHRAE Trans: Research.*, pp 65-78, 1992.
- [18] MIKHAILOV M.D., Finite Difference Method by Using Mathematica, *Int. J. Heat and Mass Transfer.* **37**, pp 375-379, 1994.
- [19] O'NEAL D.L., TREE D.R. Measurement of Frost Growth and Density in a Parallel Plate Geometry. *ASHRAE Trans*, vol 90, Part 2, pp 278-290. (1984)
- [20] OSTIN R. AND ANDERSON S. Frost Growth Parameters in a forced Air Stream, *Int. J. Heat and Mass Transfer.* **34**(4), pp 1009-1017, 1991.
- [21] PADKI, M.M., SHERIF, S.A. AND NELSON, R.M. A Simple Method for Modelling Frost Formation in Different Geometries. *ASHRAE Trans.* **95**(2), pp 1127-1137, 1989.
- [22] PARISH, H.C. AND SEPSY, C.F. A Numerical Analysis of The Frost Formation Under Forced Convection. *ASHRAE Trans.* pp 236-251, 1972.
- [23] PERRY ROBERT H., *Chemical Engineer's Handbook*, McGraw-Hill, 1994.
- [24] RICHTMYER & NORTON, *Difference Methods For Initial Value Problems*, Interscience N.Y. 2 ed. 1969.
- [25] SAMI, S.M. AND DUONG, T. Mass and Heat Transfer During Frost Growth. *ASHRAE Trans.* **95**(1), pp 158-165, 1989.
- [26] SCALON V.L., *Formação de Gelo em Torno de Cilindros Verticais. -FEM/ UNICAMP- 1993 Tese (Mestrado).*

- [27] SCHNEIDER, H.W. Equation of the Growth Rate of Frost Forming in Cooled Surfaces
Int. J. Heat and Mass Transfer, **21**, pp 1019-1024, 1978.
- [28] SEKI, N., FUKUSANO, S. MATSUO, K. Incipient Phenomena of Frost Formation
Bulletin of JSME, **27**, pp 24276-2482, 1984.
- [29] SHERIF S.A., RAJU S.P., PADKI M.M. AND CHAN A.B. A Semi-empirical Transient
Method for Modelling Frost Formation on a Flat Plate. *Rev. Int. Froid* 1993, **16**, n5,
pp 321-329.
- [30] STOECKER, W.F. How the Frost Formation on Coils Affects Refrigeration Systems
Refrigerating Engineering, vol 65, n2, pp 42-46, 1957.
- [31] TAO, Y.X., BESANT, R.W., REZKALLAH, K.S. Heat and Moisture Transport
Through a Glass-Fiber Slab with One Side Subject to a Freezing Temperature,
Water in Exterior Problems and Solutions. ASTM STP 1107 pp. 1-13. 1990.
- [32] TAO, Y.X., BESANT, R.W., REZKALLAH, K.S. Unsteady Heat and Mass Transfer
with Phase Changes in a Insulation Slab: Frosting Effects. *Int. J. Heat and Mass
Transfer*, **34**, pp. 1593-1603. 1991.
- [33] TAO, Y.X., BESANT, R.W., REZKALLAH, K.S. A Mathematical Model for
Predicting the Densification of Frost on a Flat Plate. *Int. J. Heat and Mass
Transfer*, **2**, pp. 353-363. 1993.
- [34] TAO, Y.X., BESANT, R.W., MAO Y. Characteristics of Frost Growth on a Flat Plate
During the Early Growth Period. *ASHRAE Trans:Symposia* , pp 746-753, 1993.

- [35] TOKURA, I., SAITO, H. KISHINAMI, K. Study on Properties and Growth Rate of Frost Layer on a Cold Surfaces. *Journal of Heat Transfer*, **105**, pp 895-901, 1983.
- [36] TRAMMELL, G.J., CANTERBURY, J., KILLGORE, E.M. Heat Transfer from Humid Air to a Horizontal Flat Plate Held a Sub-Freezing Temperatures. *ASHRAE Trans. Part I*, pp IV.3.1-IV.3.6, 1967.
- [37] WEAST & ASTLE, *Handbook of Chemistry and Physics*, CRC Press, Inc. 70 ed. 1990
- [38] WHITAKER S. Simultaneous Heat, Mass and Momentum Transfer in Porous Media: A Theory of Drying. *Advances in Heat Transfer* (Edited by J.P. Hartnett and T.F. Irvine Jr.) vol **13**, pp. 119-203. Academic Press, New York, 1977.
- [39] WOLFRAM, ST. *Mathematica*. Addison Wesley -2nd.Ed.- California 1991.
- [40] YAMAKAWA, N., TAKAHASHI, N. OHTANI, S. Forced Convection Heat and Mass Transfer Under Frost Conditions. *Heat Transfer- Japanese Research*, **1**, No 2, 1972.
- [41] YONKO, J.D., SEPSY, C.F. An Investigation of the Thermal conductivity of Frost While Forming on a Flat Horizontal Plate. *ASHRAE Trans.* **73**, pp I1.1-I1.10, 1967.