

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**Princípios básicos de um laboratório virtual  
para veículos: Aplicação em acessibilidade**

Autor: Ludmila Corrêa de Alkmin e Silva  
Orientador: Prof. Dr. Franco Giuseppe Dedini

15/2007

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

# **Princípios básicos de um laboratório virtual para veículos: Aplicação em acessibilidade**

Autor: Ludmila Corrêa de Alkmin e Silva  
Orientador: Prof. Dr. Franco Giuseppe Dedini

Curso: Engenharia Mecânica  
Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Dissertação de mestrado acadêmico, apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2007  
S.P. – Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Si38p

Silva, Ludmila Corrêa de Alkmin e  
Princípios básicos de um laboratório virtual para  
veículos: aplicação em acessibilidade / Ludmila Corrêa  
de Alkmin e Silva. --Campinas, SP: [s.n.], 2007.

Orientador: Franco Giuseppe Dedini.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Cadeiras de rodas. 2. Veículos. 3. Automóveis -  
Dinâmica. I. Dedini, Franco Giuseppe. II. Universidade  
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia  
Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Basic principles of a virtual laboratory for vehicles: application in accessibility.  
Palavras-chave em Inglês: Vehicular dynamics, Vehicle handling, Accessibility, Contact between  
wheel and ground.

Área de concentração: Mecânica dos sólidos e projeto mecânico.

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Douglas Eduardo Zampieri, Lauro César Nicolazzi.

Data da defesa: 15/02/2007

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO**

**Princípios Básicos de um laboratório virtual  
para veículos: Aplicação em acessibilidade**

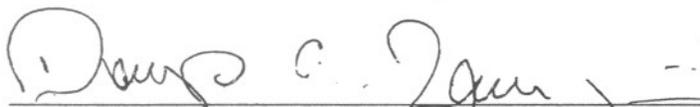
Autor: Ludmila Corrêa de Alkmin e Silva

Orientador: Prof. Dr. Franco Giuseppe Dedini



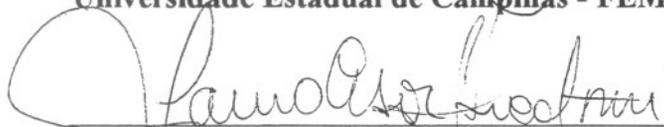
---

**Prof. Dr. Franco Giuseppe Dedini, Presidente  
Universidade Estadual de Campinas - FEM**



---

**Prof. Dr. Douglas Eduardo Zampieri  
Universidade Estadual de Campinas - FEM**



---

**Prof. Dr. Lauro César Nicolazzi  
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC**

Campinas, 15 de fevereiro de 2007

## **Dedicatória**

Dedico este trabalho aos meus pais, meu irmão e amigos.

## **Agradecimentos**

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas que estiveram na minha vida durante mais uma jornada, assim presto minhas sinceras homenagens:

Aos meus pais e família pelo incentivo e o exemplo de vida.

Ao meu irmão por ter sido um grande amigo e companheiro.

Ao meu orientador e sua esposa pelo apoio e pela amizade.

A todos os professores, colegas e funcionários dos departamentos DPM e DMC, que me ajudaram na conclusão do trabalho.

A CAPES pelo apoio financeiro.

A INA e Alltec pelo auxílio nos equipamentos.

“De tudo, ficaram três coisas: A certeza de que estamos sempre começando... A certeza de que precisamos continuar... A certeza de que seremos interrompidos antes de terminar... Portanto devemos: Fazer da interrupção, um caminho novo... Da queda, um passo de dança... Do medo, uma escada... Do sonho, uma ponte... Da procura, um encontro.”

*Fernando Sabino (Encontro Marcado)*

## Resumo

SILVA, Ludmila Corrêa de Alkmin, *Princípios básicos de um laboratório virtual para veículos: aplicação em acessibilidade*, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2007, 172 p. Dissertação (Mestrado)

Neste trabalho foi desenvolvido um laboratório virtual para dinâmica veicular e modelagem do contato roda-piso que foi usado para a visualização do comportamento dinâmico de uma cadeira de rodas em diversas situações. Utilizando o ambiente Working Model 2D<sup>®</sup> para a integração das equações de movimento e visualização dos deslocamentos e movimentos associados, implementou-se modelos do contato roda-piso a partir da literatura de referência. Foram propostos sucessivamente quatro diferentes modelos do contato roda-piso, um modelo próprio para o controle da velocidade e aceleração, o modelo de Huston, a fórmula mágica e por último o modelo de Raheman. Todos esses modelos foram implementados, simulados e comparados entre si, por meio de imagens e gráficos obtidos. Todos os modelos se mostraram bastante confiáveis e suficientemente simples. No entanto, não existem dados confiáveis para os coeficientes destes modelos quando usados para a modelagem de rodas e ambientes inteiros como acontece em uma cadeira de rodas. Assim levou-se ao desenvolvimento de uma bancada experimental para a obtenção desses parâmetros.

### *Palavras Chave*

- dinâmica veicular, dirigibilidade veicular, acessibilidade, contato roda-piso.

## **Abstract**

SILVA, Ludmila Corrêa de Alkmin, *Basic principles of a virtual laboratory for vehicles: application in accessibility*, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2007, 172 p. Dissertação (Mestrado)

In this work it was developed a virtual laboratory to vehicular dynamics and the modeling of the contact between ground and wheel that was used to visualize the dynamic behavior of the wheelchair in diverse situations. Using the Working Model 2D for the integration of the equations of motion and visualization of the displacements, the model of the contact between the ground and wheel had been implemented from the reference literature. Four different models of the contact between ground and wheel had been considered successively, a proper model for control of the speed and acceleration, the Huston model, the Magic Formula and then the Raheman model. All these models had been implemented simulated and compared each other by figures and graphs. All the models developed was sufficiently trustworthy and enough simple. However, trustworthy parameters do not exist for the coefficient of these models when used for the modeling of the wheelchair. So was developed an experiment to raise these parameters.

### *Key Words*

- vehicular dynamics, vehicle handling, accessibility, contact between wheel and ground.

## Sumário

Lista de Figuras .....	xiv
Lista de Tabelas.....	xxi
Nomenclatura .....	xxii
1 Introdução.....	1
1.1 Motivação.....	1
1.2 Objetivos .....	2
1.2.1 Específicos .....	2
1.3 Divisão do trabalho .....	2
2 Acessibilidade .....	4
2.1 Deficiência .....	5
2.2 Classificação das deficiências .....	6
2.3 Dados estatísticos .....	8
2.4 Definição de Acessibilidade.....	10
2.5 Normas e leis.....	11
2.6 Espaço acessível.....	12
2.7 Barreira.....	13

2.7.1	Rampas .....	15
2.7.2	Escada.....	16
2.7.3	Pisos .....	17
2.8	Sumário .....	19
3	Cadeira de rodas .....	20
3.1	Histórico da cadeira de rodas .....	20
3.2	Tipos de Cadeira de rodas .....	23
3.2.1	Dimensões da cadeira de rodas .....	24
3.3	Rodas Castors ou pivotadas.....	25
3.4	Características do Ambiente e da Cadeira.....	26
3.5	Acionamento da cadeira de rodas manuais .....	27
3.6	Módulo de locomoção para motorização da cadeira de rodas convencional .....	28
3.7	Sumário .....	29
4	Fundamentação teórica dos parâmetros que influenciam na modelagem do contato roda-piso	30
4.1	Modelo dinâmico do veículo.....	30
4.2	Sistema de Referência .....	32
4.3	Resistência ao rolamento.....	33
4.4	Força lateral.....	40
4.5	Ângulo de escorregamento ( $\alpha_i$ ).....	42
4.6	Cálculo do ângulo de cambagem .....	44

4.7	Esterçamento neutro, Sub-esterçamento e Sobre-esterçamento.....	46
4.7.1	Esterçamento neutro .....	46
4.7.2	Sobre- esterçamento .....	47
4.7.3	Sub-esterçamento .....	47
4.8	Ângulo de escorregamento do veículo .....	49
4.9	Força Normal nas rodas.....	50
4.10	Sumário .....	51
5	Dirigibilidade .....	52
5.1	Ângulo de esterçamento .....	52
5.2	Forças que atuam no veículo.....	55
5.3	Equação do movimento.....	57
5.3.1	Linearizando as equações de movimento (Genta).....	57
5.3.2	Semi-linearização da equação de movimento (Genta).....	60
5.4	Convergência e Divergência .....	63
5.5	Sumário .....	65
6	Análise da Estabilidade .....	66
6.1	Estabilidade Lateral - Escorregamento .....	66
6.2	Estabilidade ao tombamento .....	71
6.3	Shimmy .....	72
6.4	Sumário .....	77

7 Simulação do movimento.....	78
7.1 Working Model 2D .....	79
7.2 Velocidade e Aceleração.....	80
7.2.1 Simulação.....	81
7.3 Huston .....	92
7.3.1 Simulação.....	93
7.4 Fórmula Mágica .....	100
7.4.1 Simulação.....	104
7.5 H. Raheman.....	109
7.5.1 Simulação.....	110
7.6 Sumário .....	116
8 Bancada Experimental.....	117
8.1 Bancada Experimental.....	117
8.2 Dados Experimentais.....	122
8.3 Sumário .....	127
9 Conclusões e Perspectivas.....	128
Referências Bibliográficas .....	130
Apêndice .....	138
1 Tipos de veículos.....	138
2 Momento de alinhamento ou Torque auto alinhante ( $M_z$ ).....	153

3 Modelagem da Segunda Lei de Newton .....	163
4 Modelos de pneu .....	165
5 Interações entre a força lateral e a força longitudinal .....	169
6 Recomendações para tratar uma pessoa com deficiência.....	172

## Lista de Figuras

Figura 2.1 Distribuição da população portadora de deficiência no Brasil, em 2000.....	9
Figura 2.2 Símbolo Internacional de Acesso.....	10
Figura 2.3 Dificuldades com a acessibilidade .....	10
Figura 2.4 Buraco na calçada e locação inadequada de mobiliário urbano prejudicam a circulação de usuário de cadeira de rodas.....	14
Figura 2.5 Criança acessando armário alto.....	14
Figura 2.6 Usuários de cadeira de rodas encontram como barreiras os degraus do ônibus. ....	15
Figura 2.7 Rampa e patamares.....	16
Figura 2.8 Escada (ABNT, 2004).....	17
Figura 2.9 Desníveis (ABNT, 2004).....	18
Figura 2.10 Usuária de cadeira de rodas circulando com dificuldade pela calçada com piso transversal inclinado mais que o permitido.....	19
Figura 3.1 Cadeira de rodas manual (a) e Cadeira de rodas motorizada (b) .....	24
Figura 3.2 Recomendações da Norma NBR9050 (ABNT, 2004) para dimensionamento de cadeira de rodas manuais, em medidas [m].....	24
Figura 3.3 Roda Castor ou pivotadas.....	25

Figura 3.4 Ciclo de acionamento .....	28
Figura 3.5 Esquema das posições em que o módulo pode ser usado .....	29
Figura 4.1 Modelo Bicicleta .....	31
Figura 4.2 Definição das forças, momentos e ângulos .....	32
Figura 4.3 Rolamento da roda (a) Solo rígido (b) Pneu rígido e solo deformável .....	34
Figura 4.4 Coeficiente de rolamento versus a velocidade. (a) Modelo Analítico (b) Experimental.....	36
Figura 4.5 Temperatura do pneu e resistência ao rolamento pela distância .....	37
Figura 4.6 Esquema das forças que atuam na roda em movimento.....	40
Figura 4.7 Ângulo de escorregamento induzindo a força lateral.....	40
Figura 4.8 Força Lateral versus ângulo escorregamento .....	41
Figura 4.9 Decomposição vetorial das velocidades e forças .....	43
Figura 4.10 Ângulo de cambagem .....	44
Figura 4.11 Ângulos de cambagem.....	45
Figura 4.12 Sobre-esterçamento.....	47
Figura 4.13 Sub-esterçamento.....	48
Figura 4.14 Relação entre o ângulo de esterçamento a velocidade do esterçamento neutro, sub- esterçamento e sob-esterçamento .....	49
Figura 4.15 Comportamento para baixas velocidades .....	50
Figura 4.16 Comportamento para altas velocidades .....	50
Figura 5.1 Representação do veículo com o raio de curvatura.....	53

Figura 5.2 Forças no plano $x$ - $y$ .....	56
Figura 5.3 Modelo semi-linearizado simplificado.....	61
Figura 5.4 Convergência e Divergência .....	63
Figura 6.1 Componentes das forças utilizadas no modelo de bicicleta adotado para a cadeira de rodas. ....	67
Figura 6.2 Modelo do veículo em movimento linear submetido à uma força lateral.....	71
Figura 6.3 Modelo de um sistema com shimmy.....	73
Figura 7.1 Decomposição dos vetores de velocidade e aceleração .....	80
Figura 7.2 Pontos de referência na roda .....	81
Figura 7.3 Modelo Bicicleta .....	82
Figura 7.4 Simulação do modelo bicicleta .....	82
Figura 7.5 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo bicicleta .....	83
Figura 7.6 Modelo da Cadeira de rodas.....	84
Figura 7.7 Ciclo de propulsão.....	84
Figura 7.8 Simulação do comportamento da cadeira de rodas .....	85
Figura 7.9 Visualização das forças aplicadas .....	85
Figura 7.10 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas .....	86
Figura 7.11 Ciclo de propulsão .....	87
Figura 7.12 Simulação do comportamento da cadeira de rodas.....	87

Figura 7.13 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas .....	88
Figura 7.14 Modelo da cadeira de rodas com o módulo em sua frente.....	89
Figura 7.15 Simulação da cadeira de rodas com o módulo na função de rebocador .....	89
Figura 7.16 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas com o módulo à frente .....	90
Figura 7.17 Modelo da cadeira de rodas com o módulo embaixo .....	91
Figura 7.18 Simulação da cadeira de rodas com o módulo embaixo.....	91
Figura 7.19 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas com módulo embaixo.....	92
Figura 7.20 Rigidez ao deslizamento e força normal .....	93
Figura 7.21 Simulação do Modelo Bicicleta.....	94
Figura 7.22 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo bicicleta .....	94
Figura 7.23 Simulação da Cadeira de Rodas.....	95
Figura 7.24 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas .....	96
Figura 7.25 Simulação da Cadeira de Rodas.....	97
Figura 7.26 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas .....	97
Figura 7.27 Simulação da Cadeira de Rodas com o módulo à frente .....	98
Figura 7.28 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração (c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas com o módulo à frente.....	98

Figura 7.29 Simulação da Cadeira de Rodas com o módulo .....	99
Figura 7.30 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas com o módulo embaixo.....	99
Figura 7.31 Representação dos parâmetros de saída e de entrada da fórmula mágica .....	101
Figura 7.32 Gráfico da Força Lateral pelo ângulo de escorregamento para obtenção dos coeficientes .....	102
Figura 7.33 Simulação do Modelo Bicicleta.....	104
Figura 7.34 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração (c) e força (d) do modelo bicicleta .....	104
Figura 7.35 Simulação da cadeira de rodas.....	105
Figura 7.36 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas .....	105
Figura 7.37 Simulação da cadeira de rodas.....	106
Figura 7.38 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas .....	106
Figura 7.39 Simulação do módulo à frente .....	107
Figura 7.40 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de roda com o módulo.....	107
Figura 7.41 Simulação do módulo sob a cadeira .....	108
Figura 7.42 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas com o módulo .....	108
Figura 7.43 Variação do coeficiente da força lateral pelo ângulo de escorregamento e a força normal para diferentes pressões de inflações (Raheman, 2005) .....	109

Figura 7.44 Simulação do Modelo Bicicleta.....	111
Figura 7.45 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo bicicleta .....	111
Figura 7.46 Simulação da cadeira de rodas.....	112
Figura 7.47 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas .....	112
Figura 7.48 Simulação da cadeira de rodas.....	113
Figura 7.49 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas .....	113
Figura 7.50 Simulação do módulo à frente .....	114
Figura 7.51 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração (c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas com o módulo. ....	114
Figura 7.52 Simulação do módulo embaixo da cadeira .....	115
Figura 7.53 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração (c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas com o módulo.....	115
Figura 8.1 As células de carga e a mesa articulada.....	118
Figura 8.2 Motor monofásico .....	118
Figura 8.3 Características típicas para a força lateral pela força vertical normalizada versus o ângulo de escorregamento (Pacejka, 2006).....	119
Figura 8.4 Sistema de movimentação da roda composta pelo fuso, trilhos e os carrinhos .....	120
Figura 8.5 Sensores micro switch.....	120
Figura 8.6 Sistema para alteração do ângulo da roda .....	121

Figura 8.7 Bancada Completa.....	121
Figura 8.8 Aquisição de Dados – Ponte Philips e o Labview.....	122
Figura 8.9 Painel de Controle e Diagrama em blocos do LabVIEW.....	122
Figura 8.10 Esquema do posicionamento das células de cargas.....	123
Figura 8.11 Gráfico dos Valores Medidos (a) Força Normal F1, (b) Força Normal F2 e (c) Força Normal F3.....	124
Figura 8.12 Relação entre a força lateral e ângulo de escorregamento.....	125
Figura 8.13 Modelo da Fórmula Mágica (Oosten, 1991).....	126
Figura 8.14 Relação entre a força longitudinal e ângulo de escorregamento.....	126

## Lista de Tabelas

Tabela 2.1 -Participação relativa de cada tipo de deficiência, por sexo - Brasil - 1991/2000 .....	9
Tabela 2.2 -Legislação Federal .....	11
Tabela 2.3 -Normas ABNT .....	12
Tabela 2.4 -Dimensionamento das rampas .....	16
Tabela 3.1 -Modelos de cadeira de rodas encontrados atualmente no mercado .....	22
Tabela 4.1 -Valores de $f_o$ .....	39
Tabela 7.1 -Valores dos coeficientes.....	103

## Nomenclatura

### *Letras Latinas*

<b>a</b> -	Aceleração	[m/s <sup>2</sup> ]
<b>a<sub>x</sub></b> -	Aceleração longitudinal	[m/s <sup>2</sup> ]
<b>a<sub>y</sub></b> -	Aceleração lateral	[m/s <sup>2</sup> ]
<b>b</b> -	Distância entre o centro de massa e o eixo traseiro	[m]
<b>d</b> -	Distância genérica	[m]
<b>f</b> -	Coefficiente de resistência ao rolamento	[adim]
<b>f<sub>0</sub></b> -	Coefficiente para cálculo do coeficiente de resistência ao rolamento	[adim]
<b>f<sub>R</sub></b> -	Coefficiente de resistência ao rolamento	[adim]
<b>f<sub>S</sub></b> -	Parâmetro para cálculo do coeficiente de resistência ao rolamento	[adim]
<b>g</b> -	Aceleração da gravidade (9.81 m/s <sup>2</sup> )	[m/s <sup>2</sup> ]
<b>h</b> -	Altura da pista ao nível de referência	[m]
<b>h<sub>G</sub></b> -	Altura da pista em relação ao centro de massa do veículo	[m]
<b>k</b> -	Rigidez	[N/m]
<b>k<sub>us</sub></b> -	Coefficiente de sub-esterçamento	[adim]
<b>l<sub>1</sub></b> -	Distância do eixo dianteiro ao centro de gravidade	[m]
<b>l<sub>2</sub></b> -	Distância do eixo traseiro ao centro de gravidade	[m]
<b>m</b> -	Massa	[kg]
<b>p</b> -	Pressão	[kPa]
<b>r</b> -	Velocidade angular	[rad/s]
<b>s</b> -	Deslizamento do pneu	[adim]
<b>s<sub>L</sub></b> -	Deslizamento ou escorregamento longitudinal	[adim]
<b>s<sub>S</sub></b> -	Deslizamento ou escorregamento lateral	[adim]
<b>t</b> -	tempo, comprimento do veículo e rastro pneumático	[s,m,m]
<b>t<sub>0</sub></b> -	Temperatura de referência do ar (15.5 °C)	[°C]
<b>v<sub>x</sub></b> -	Velocidade em x	[m/s]
<b>v<sub>y</sub></b> -	Velocidade em y	[m/s]
<b>z<sub>C</sub></b> -	Altura do ponto de contato entre a estrutura e o chassi	[m]
<b>z<sub>W</sub></b> -	Altura do ponto de contato entre a roda e a pista	[m]
<b>A</b> -	Área do veículo	[m <sup>2</sup> ]
<b>C<sub>α</sub></b> -	Rigidez ao deslizamento	[N/rad]
<b>CC<sub>α</sub></b> -	Coefficiente de rigidez	[N/rad]

$C_{\gamma}$	- Coeficiente rigidez de cambagem	[N/rad]
$F$	- Força	[N]
$F_R$	- Força de resistência ao rolamento	[N]
$F_y$	- Força lateral	[N]
$F_{yf}$	- Força lateral no eixo dianteiro	[N]
$F_{yt}$	- Força lateral no eixo traseiro	[N]
$F_{y\alpha}$	- Força lateral devida ao deslizamento lateral	[N]
$F_{y\gamma}$	- Força lateral devida à cambagem	[N]
$F_Z$	- Força normal	[N]
$J$	- Momento de inércia de massa	[kg.m <sup>2</sup> ]
$L$	- Distância entre eixos	[m]
$M_X$	- Momento de tombamento	[N.m]
$M_Y$	- Resistência ao rolamento	[N.m]
$M_Z$	- Torque auto-alinhante ou momento de alinhamento	[N.m]
$M_f$	- Momento de arrasto	[N.m]
$P$	- Potência	[kW]
$P_0$	- Potência de referência	[kW]
$R$	- Raio de curvatura	[m]
$T$	- Torque	[N.m]
$V$	- Velocidade	[m/s]
$V_{crit}$	- Velocidade Crítica	[m/s]
$W$	- Peso do veículo	[N]

### Letras Gregas

$\vartheta$	- Ângulo entre o sistema de coordenadas do CG e o contato pneu-pista	[rad]
$\alpha$	- Ângulo de escorregamento do pneu	[rad]
$\alpha_f$	- Ângulo de escorregamento do pneu no eixo frontal	[rad]
$\alpha_t$	- Ângulo de escorregamento do pneu no eixo traseiro	[rad]
$\alpha_{pista}$	- Ângulo de inclinação da pista	[rad]
$\beta$	- Ângulo de escorregamento do corpo do veículo	[rad]
$\delta$	- Ângulo de esterçamento	[rad]
$\gamma$	- Ângulo de cambagem	[rad]
$\phi$	- Rolamento ( <i>roll</i> ): movimento de rotação em torno do eixo x	[rad]
$\lambda$	- Fator de deslizamento	[adim]
$\mu$	- Coeficiente de adesão	[adim]
$\mu_x$	- Coeficiente da força longitudinal	[adim]
$\mu_y$	- Coeficiente da força lateral	[adim]
$\rho$	- Densidade	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	- Pressão Normal ou escorregamento longitudinal	[Pa]
$\omega$	- Velocidade de rotação	[rad/s]
$\psi$	- Guinada ( <i>yaw</i> ): movimento de rotação em torno do eixo $Z_{CG}$	[rad]

### *Subscritos*

- X** - Refere-se a direção X
- Y** - Refere-se a direção Y
- Z** - Refere-se a direção Z

### *Abreviações*

- CG** - Centro de Gravidade

# Capítulo 1

## Introdução

Este trabalho visa o estudo da dinâmica veicular e do contato roda-piso voltado para a cadeira de rodas. Nele serão analisados os movimentos de uma cadeira de rodas, objetivando uma análise mais próxima da realidade quanto ao seu comportamento e desempenho. Assim com o auxílio do software Working Model 2D<sup>®</sup>, foram criados e simulados vários modelos dinâmicos possibilitando a criação de um laboratório virtual para dinâmica veicular e modelagem do contato roda-piso.

### 1.1 Motivação

A motivação para realização deste trabalho foi poder contribuir com desenvolvimento de um laboratório virtual para veículo, pois os programas de multicorpos atuais de dinâmica veicular são complexos e de difícil aprendizagem. Normalmente estes programas apresentam parâmetros pré-definidos para a modelagem de um veículo, porém não possuem um modelo voltado para cadeira de rodas.

Essa dissertação irá trabalhar com a modelagem do contato roda-piso de uma cadeira de rodas. Assim será criado um ambiente de teste para o estudo do comportamento dinâmico e da estratégia de controle aplicado a uma cadeira de rodas.

Atualmente estão surgindo novos produtos e tecnologias visando a melhoria das pessoas com deficiência, porém alguns fatores importantes para o desenvolvimento destes equipamentos não são considerados no projeto como o comportamento dinâmico, a estabilidade e a durabilidade, ou seja, o tempo de uso.

Assim com laboratório virtual para veículos aplicável à modelagem da cadeira de rodas possibilitará o desenvolvimento de melhores produtos para atender essas pessoas. Logo melhorando a qualidade de vida e a sua integração na sociedade.

## **1.2 Objetivos**

O objetivo principal desta dissertação é realizar um estudo da modelagem do contato roda-piso de uma cadeira de rodas, criando e implementando em um programa esta modelagem matemática com o intuito de aumentar o conhecimento sobre esse assunto. Assim futuramente será possível o desenvolvimento de novos equipamentos aplicados na área de acessibilidade.

### **1.2.1 Específicos**

O objetivo deste trabalho é atender três aspectos importantes:

- 1) Organizar os dados e as informações da mobilidade, da dirigibilidade veicular e do contato roda-piso.
- 2) Criar um laboratório virtual no Working Model 2D<sup>®</sup> simples e fácil de utilizar para verificações da mobilidade e acessibilidade em terrenos planos.
- 3) Desenvolver um equipamento para obtenção de parâmetros que serão utilizados no laboratório virtual.

## **1.3 Divisão do trabalho**

Essa dissertação tem a seguinte divisão:

No Capítulo 2, apresentam-se o conceito de deficiência e acessibilidade e as dificuldades que o deficiente enfrenta hoje em dia, como obstáculos e barreiras. Também são abordadas as

normas e leis existentes disciplinando o assunto e objetivando diminuir essas dificuldades, tais como rampas e escadas padronizadas.

No Capítulo 3, são mostradas as características da cadeira de rodas, como as suas medidas específicas estabelecidas pela Norma ABNT e a roda Castor. Também é mostrado o módulo de locomoção para motorização da cadeira de rodas e um tipo de propulsão de um usuário de cadeira de rodas, ou seja, o esforço aplicado para fazer a cadeira de rodas se movimentarem.

No Capítulo 4, são apresentados os diversos graus de liberdade e tipos de modelos que podem ser utilizados no equacionamento, também é apresentada a base teórica envolvida na dinâmica veicular, como as forças que atuam, os fatores que influenciam no contato roda-piso e definições do sub-esterçamento e sobre-esterçamento.

No Capítulo 5, são apresentados a influência do ângulo de esterçamento no contato roda-piso, as equações de movimento, os modelos linearizados e semi-linearizados das equações de movimento e definições de convergência e divergência.

No Capítulo 6 é mostrado uma discussão da estabilidade levando em consideração a força lateral, a força máxima que pode se aplicada para que não haja o tombamento.

Já no Capítulo 7 são mostrados as modelagens feitas no Working Model 2D usando todos os conceitos mostrados anteriormente. Apresentam-se também a simulação e a análise dos resultados obtidos.

No Capítulo 8, é apresentada a bancada experimental construída para o levantamento de parâmetros necessários para modelagem do contato roda-piso da cadeira de rodas. Também são apresentados os valores obtidos e a análise deles.

No Capítulo 9, é feita uma análise de todos os resultados obtidos nos capítulos anteriores e são apresentados também as conclusões, as futuras perspectivas e projetos.

## **Capítulo 2**

### **Acessibilidade**

Nos últimos anos, o tratamento das questões de acessibilidade de portadores de deficiência física e de pessoas idosas aos espaços, sejam eles de uso público ou não tem sido constante. Em algum momento, encontram-se dificuldades para realizar atividades simples, como circular em calçadas ou dentro dos edifícios, quando em condições de pós-operatório, recuperação de cirurgias ou idade avançada.

A mudança de atitude em relação a alguns anos se deve em parte a uma mudança de mentalidade, pois a partir da década de 80, as pessoas portadoras de deficiência física passaram a ser vistas sob a ótica da capacidade e não mais sob a ótica da deficiência. A partir daí, passa-se a ter a consciência de que esta fatia da sociedade constitui, não mais uma minoria, mas sim um percentual considerável como será visto no decorrer deste capítulo aproximadamente 14,5% da população apresentam algum tipo de deficiência.

Acessibilidade significa não apenas permitir que pessoas com deficiências participem de atividades que incluem o uso de produtos, serviços e informação, mas a inclusão e extensão do uso destes por todas as parcelas presentes em uma determinada população, com restrições as mínimas possíveis.

A acessibilidade significa viabilizar o direito constitucional a todos os cidadãos de ir e vir, visando assim a eliminação de barreiras arquitetônicas, de transporte e de comunicação.

O Brasil apresenta legislações avançadas na área federal, estadual e municipal, que garantem os direitos aos cidadãos, porém poucas dessas iniciativas são colocadas em prática, assim o Brasil continua atrasado em relação aos outros países. No dia-a-dia, portadores de deficiência, idosos e pessoas com dificuldades de locomoção sofrem com a falta de acessibilidade em ambientes públicos, como elevadores, rampas, escadas e rebaixamento nas calçadas, sem falar em transporte público.

## **2.1 Deficiência**

A NBR 9050 (ABNT, 2004) define deficiência como uma redução, limitação ou inexistência das condições de percepção das características do ambiente ou de mobilidade e de utilização de edificações, espaço, mobiliário, equipamento urbano e elementos, em caráter temporário ou permanente.

Segundo a Organização Mundial de Saúde (OMS), “Uma pessoa portadora de deficiência física é aquela que apresenta uma perda ou restrição de capacidade para perfazer atividades, tarefas, habilidades e comportamentos na maneira considerada normal para um ser humano”.

A deficiência física é uma variedade de condições não sensoriais que afetam o indivíduo em termos de mobilidade, de coordenação motora geral ou de fala, como decorrência de lesões neurológicas, neuromusculares e ortopédicas, ou ainda de más formações congênicas ou adquiridas (Alvarenga, 2002).

Assim, uma pessoa portadora de uma deficiência física é aquela que possui limitações ou por algum motivo não consegue exercer algumas funções que são normais para um ser humano. Para essa pessoa existem leis, normas para auxílio e defesa, porém muitos não usam e nem sabem dos seus direitos, sendo necessária a realização de campanhas para conscientização da população.

## 2.2 Classificação das deficiências

Visando às necessidades de se conhecer mais sobre as conseqüências das doenças, em 1976 a OMS (Organização Mundial da Saúde) publicou a *International Classification of Impairment, Disabilities and Handicaps* (ICIDH), em caráter experimental que foi traduzida para o português como Classificação Internacional das Deficiências, Incapacidades e Desvantagens (CIDID).

A CIDID propõe uma classificação da conceituação de deficiência que pode ser aplicada a vários aspectos da saúde e da doença, sendo um referencial unificado para a área. Estabelece, com objetividade, abrangência e hierarquia de intensidades, uma escala de deficiências com níveis de dependência, limitação e seus respectivos códigos, propondo que sejam utilizados com a CID pelos serviços de medicina, reabilitação e segurança social. Por essa classificação são conceituadas como (Amiralian, 2000):

**Deficiência:** perda ou anormalidade de estrutura ou função psicológica, fisiológica ou anatômica, temporária ou permanente. Incluem-se nessas a ocorrência de uma anomalia, defeito ou perda de um membro, órgão, tecido ou qualquer outra estrutura do corpo, inclusive das funções mentais. Representa a exteriorização de um estado patológico, refletindo um distúrbio orgânico, uma perturbação no órgão.

**Incapacidade:** restrição, resultante de uma deficiência, da habilidade para desempenhar uma atividade considerada normal para o ser humano. Surge como conseqüência direta ou é resposta do indivíduo a uma deficiência psicológica, física, sensorial ou outra. Representa a objetivação da deficiência e reflete os distúrbios da própria pessoa, nas atividades e comportamentos essenciais à vida diária.

**Desvantagem:** prejuízo para o indivíduo, resultante de uma deficiência ou uma incapacidade, que limita ou impede o desempenho de papéis de acordo com a idade, sexo, fatores sociais e culturais. Caracteriza-se por uma discordância entre a capacidade individual de realização e as expectativas do indivíduo ou do seu grupo social. Representa a socialização da deficiência e relaciona-se às dificuldades nas habilidades de sobrevivência.

O processo de revisão da CIDID apontou suas principais fragilidades, como a falta de relação entre as dimensões que a compõe, a não abordagem de aspectos sociais e ambientais, entre outras. Após várias versões e numerosos testes, em maio de 2001 a Assembléia Mundial da Saúde aprovou a *International Classification of Functioning, Disability and Health* (ICF) traduzida como Classificação Internacional de Funcionalidade, Incapacidade e Saúde (CIF). (Farias, 2005).

A CIF descreve a funcionalidade e a incapacidade relacionadas às condições de saúde, identificando o que uma pessoa "pode ou não pode fazer na sua vida diária", tendo em vista as funções dos órgãos ou sistemas e estruturas do corpo, assim como as limitações de atividades e da participação social no meio ambiente onde a pessoa vive.

O modelo CIF é estruturado em três planos. O primeiro se refere ao plano das Funções (*Functioning*), que se estende da análise tanto do comprometimento quanto das funções indenens. O segundo plano se refere à Atividades (*Disability*) e o terceiro plano se refere à Participação (*Health*). (Farias, 2005)

No Brasil, segundo a Política Nacional de Saúde da Pessoa Portadora de Deficiência são admitidas como deficiências somente a deficiência mental, motora, auditiva, visual e múltipla, por serem as mais abrangentes e freqüentes.

As deficiências são definidas como sendo:

- Deficiência Física – inclui paraplegia (paralisia das pernas), tetraplégica (paralisia das pernas e braços), a amputação ou ausência de membro, a ostomia (cirurgia para ligar o intestino ou bexiga com o exterior para eliminar fezes ou urina), a paralisia cerebral e o nanismo.
- Deficiência Motora - capacidade de caminhar/ subir escadas - incapacidade ou alguma dificuldade permanente.
- Deficiência Auditiva – implica perda da capacidade de ouvir, ainda que parcial.

- Deficiência Visual - capacidade de enxergar (se utiliza óculos ou lentes de contato, faça sua avaliação quando os estiver utilizando) - incapacidade grande ou alguma dificuldade.
- Deficiência Mental - alguma deficiência mental permanente que limite as atividades habituais (como trabalhar, ir à escola, brincar, etc.).
- Deficiência Múltipla - associação de duas ou mais deficiências.

### **2.3 Dados estatísticos**

O órgão responsável pela coleta e divulgação dos resultados a respeito das características sociais e econômicas no Brasil é o IBGE, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, porém há falta de dados suficientes e atualizados sobre os portadores de deficiência, pois nestes dados não se identificam e localizam as pessoas portadoras de deficiência de baixo nível de instrução e sem acesso aos bens e serviços existentes.

O Censo Demográfico 2000 indicou que aproximadamente 24,5 milhões de pessoas, ou 14,5% da população total, apresentaram algum tipo de incapacidade ou deficiência. Incluem-se nessa categoria as pessoas com ao menos alguma dificuldade de enxergar, de ouvir, locomover-se ou com alguma deficiência física ou mental.

No total das deficiências pesquisadas no Censo Demográfico 2000, a deficiência mental representou 8,3% do total de pessoas que declaram possuir alguma das deficiências investigadas. Já a incapacidade de enxergar, com seus diversos graus de severidade, são responsáveis por quase a metade do total de casos informados (16,5 milhões de casos), e pouco mais de um quinto (22,9%) declarou ter dificuldade para caminhar ou subir escadas, em diferente grau de severidade. Certamente, uma grande proporção das pessoas idosas inclui-se nessa última categoria.

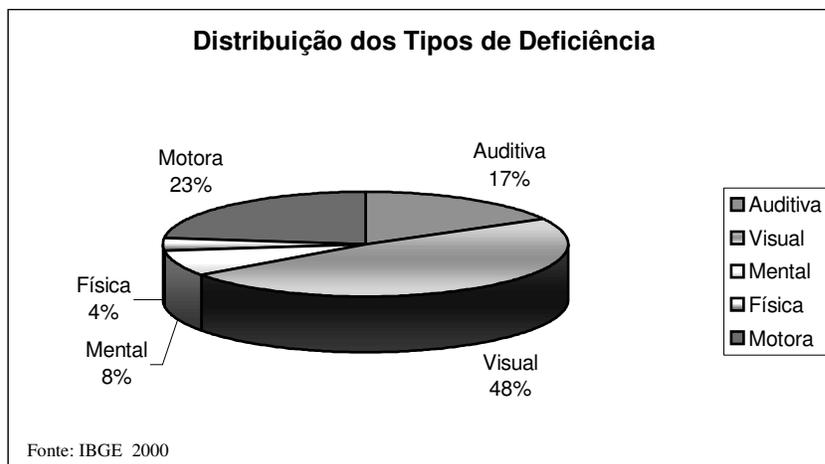


Figura 2.1 Distribuição da população portadora de deficiência no Brasil, em 2000.

Os dados do Censo 2000 também mostram que os homens predominam no caso de deficiência mental, física (especialmente no caso de falta de membro ou parte dele) e auditiva. O resultado é compatível com o tipo de atividade desenvolvida pelos homens e com o risco de acidentes de diversas causas. Já a Tabela 2.1 - mostra uma predominância das mulheres com dificuldades motoras (incapacidade de caminhar ou subir escadas) ou visuais, isto é decorrente da composição por sexo da população idosa com o predomínio de mulheres a partir dos 60 anos.

Tabela 2.1 - Participação relativa de cada tipo de deficiência, por sexo - Brasil - 1991/2000

Tipo de deficiência	Participação relativa (%)		
	Total	Homens	Mulheres
Deficiência mental permanente	100,0	54,5	45,5
Deficiência física	100,0	60,8	39,2
Tetraplegia, paraplegia ou hemiplegia permanente	100,0	55,2	44,8
Falta de membro ou de parte dele	100,0	72,1	27,9
Incapaz de enxergar	100,0	43,5	56,5
Incapaz de ouvir	100,0	52,0	48,0
Mais de uma deficiência	100,0	41,5	58,5

Fonte: IBGE, Censo Demográfico 2000  
Nota: As pessoas com mais de um tipo destas deficiências foram incluídas em cada um dos tipos que tinham, portanto os valores são relativos ao número total de deficiências encontrado em todo território nacional.

## 2.4 Definição de Acessibilidade

A Norma da NBR 9050 (ABNT, 2004) define acessibilidade como sendo a possibilidade e condição de alcance, percepção e entendimento para a utilização com segurança e autonomia de edificações, espaço, mobiliário, equipamento urbano e elementos.

Para identificar a acessibilidade das edificações, do mobiliário, dos espaços e dos equipamentos urbanos, como as vagas de estacionamento e o sanitário, são usados o símbolo internacional de acesso. A representação consiste em pictograma branco sobre fundo preto como mostra na Figura 2.2 .



Figura 2.2 Símbolo Internacional de Acesso

A norma NBR 9050 é bastante criteriosa nas indicações de parâmetros que visam tornar mais fácil a transposição de obstáculos. Mas mesmo havendo normas para facilitar o acesso, os usuários da cadeira de rodas ainda encontram muitos obstáculos, como um degrau, escadas, desnível, espaços pequenos para poder entrar e sair com a cadeira.



Figura 2.3 Dificuldades com a acessibilidade (Manual de Referência, 2006)

## 2.5 Normas e leis

A Constituição Federal de 1988 possui disposições específicas para as pessoas portadoras de necessidades especiais (Ver Tabela 2.2 - ). Contudo, cabe aos municípios, baseado na Lei Orgânica Municipal, proteger os direitos apontados na Constituição.

Tabela 2.2 - Legislação Federal (Garrido, 2006).

Lei n.º 7405 de 12/11/85	Condições para adoção do símbolo internacional de acesso
Lei n.º 7853 24/10/89	Criação da Coordenadoria Nacional para a Integração da Pessoa Portadora de Deficiência – CORDE e regulamenta a responsabilidade dos estados e municípios na eliminação de barreiras arquitetônicas
Decreto n.º 3298 20/12/99	Regulamenta a lei 7853/89 e consolida as normas de proteção
Lei n.º 10048 14/11/2000	Dá prioridade no atendimento de pessoas portadoras de deficiências nos meios de transporte
Lei n.º 10098 19/12/2000	Estabelece normas gerais e critérios básicos para a acessibilidade das pessoas com locomoção reduzida

Além das leis que regulamenta as questões da acessibilidade, existem as normas ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas, como mostradas na Tabela 2.3 - .

Tabela 2.3 - Normas ABNT (Garrido, 2006).

NBR 9050	Acessibilidade de pessoas às edificações, espaço mobiliário e equipamentos urbanos, fixando padrões, condições e medidas exigíveis para o acesso nas vias públicas.
NBR 14020	Acessibilidade em trem de longo percurso (transporte)
NBR 14021	Acessibilidade em trem metropolitano (transporte)
NBR 14022	Acessibilidade em ônibus e trolebus para atendimento urbano e intermunicipal (transporte)
NBR 14273	Acessibilidade no transporte aéreo (transporte)
NBR 13994	Acessibilidade nos elevadores de passageiros

## 2.6 Espaço acessível

MAGALHÃES (1999) esclarece que espaço acessível é aquele que genericamente dá condição de utilizar com segurança e autonomia as edificações, mobiliários e meios de transporte. Pode-se reparar que essa definição, na verdade, é válida para qualquer pessoa, portadora de deficiência ou não. (Silva, 2004)

A norma ABNT define o espaço acessível como sendo o espaço que pode ser percebido e utilizado em sua totalidade por todas as pessoas, inclusive aquelas com mobilidade reduzida.

Logo os ambientes utilizados devem ser adaptados, como as residências, os locais de trabalho, os hospitais, as clínicas e os consultórios, o comércio, as áreas de lazer e os outros locais visitados regularmente.

A adequação dos ambientes nos locais definidos como equipamento urbano que são os bens públicos e privados de utilidade pública, ou seja, os clubes, as escolas, os hospitais, os

ginásios, as praças, os parques, os estacionamentos, as calçadas, devem atender às diferentes formas de deficiência (motora, visual ou auditiva), sendo elas permanentes ou temporárias.

Os ambientes devem ser adequados à abrangência da deficiência total, com o uso de cadeira de rodas, ou parcial, pessoas com dificuldade de locomoção, com uso ou não de próteses e aparelhos ortopédicos, permanentes ou temporários, como gestantes, idosos e outros.

Logo o conceito de espaço acessível é aquele que proporciona ao mesmo tempo um espaço, com mínimo de liberdade e privacidade.

## **2.7 Barreira**

Existem várias barreiras e obstáculos que dificultam, limitam e impedem o acesso, a locomoção, o entendimento, a percepção ou a utilização, de qualquer pessoa a estes espaços com autonomia e segurança.

Antigamente, técnicos e especialistas envolvidos com as condições de movimentação das pessoas com deficiência começaram a buscar termos e definições para seus estudos, todo tipo de obstáculo era classificado como “barreira arquitetônica”. Por muito tempo, este foi o termo utilizado para indicar a existência destes obstáculos que impediam as pessoas com deficiência de se locomoverem no espaço da cidade.

Barreira, segundo a Lei Federal nº 10.098 de 19 de dezembro de 2000 é "qualquer entrave ou obstáculo que limite ou impeça o acesso, a liberdade de movimento e a circulação com segurança das pessoas". (Silva,2004)

As barreiras podem ser classificadas em:

- Barreiras arquitetônicas urbanísticas: as existentes nas vias públicas e nos espaços de uso público;



Figura 2.4 Buraco na calçada e locação inadequada de mobiliário urbano prejudicam a circulação de usuário de cadeira de rodas. (Manual de Referência, 2006)

- Barreiras arquitetônicas na edificação: as existentes no interior dos edifícios públicos e privados;



Figura 2.5 Criança acessando armário alto. (Manual de Referência, 2006)

- Barreiras arquitetônicas nos transportes: as existentes nos meios de transporte;



Figura 2.6 Usuários de cadeira de rodas encontram como barreiras os degraus do ônibus.  
(Silva, 2004)

- Barreiras nas comunicações: qualquer obstáculo que dificulte ou impossibilite a expressão ou o recebimento de mensagens por intermédio dos meios ou sistemas de comunicação, são obstáculos gerados por avanços tecnológicos que não atenderam às limitações na mobilidade de algumas pessoas, limitando ou impedindo a acessibilidade aos espaços, objetos, determinados aparelhos, às comunicações, ao deslocamento, ao entendimento de certas situações.

### 2.7.1 Rampas

Uma alternativa para os indivíduos com inaptidões de mobilidade são as rampas que lhes permitem entrar e sair das casas e edifícios.

As rampas devem ter inclinação de acordo com os limites estabelecidos pela norma NBR 9050 (Ver Tabela 2.4 e Figura 2.7), nos quais as melhores inclinações estão entre 1:20, no máximo 1:12 e a inclinação de 1:15 é a mais utilizada devido a facilidade do uso, as rampas mais íngremes os usuários da cadeira de rodas podem inclinar para trás ou perder o controle. E a rampa deve possuir uma largura mínima de 1,5m.

Tabela 2.4 - Dimensionamento das rampas (NBR 9050).

Inclinação admissível em cada segmento de rampa $i$ %	Desníveis máximos de cada segmento de rampa $h$ m	Número máximo de segmentos de rampa
5,00 (1:20)	1,5	Sem limite
$5,00 (1:20) < i \leq 6,25 (1:16)$	1,00	Sem limite
$6,25 (1:16) < i \leq 8,33 (1:12)$	0,8	15

Logo o usuário da cadeira de rodas para subir uma rampa necessita de dispor de muita força, por isso deve haver lugares de descanso entre uma rampa e outra para que ele possa descansar, ou seja, patamares com uma largura mínima de 1,20m, sendo recomendáveis 1,5m.

Devem ser instalados corrimãos em duas alturas e nos dois lados das rampas, sempre se observado o acabamento das extremidades. Os corrimãos das extremidades devem ser contínuos, sem interrupção nos patamares.

No caso das rampas não possuírem paredes, devem ser colocadas guias de balizamento com altura mínima de 5 cm, devendo sempre sinalizar o início e o fim da rampa.

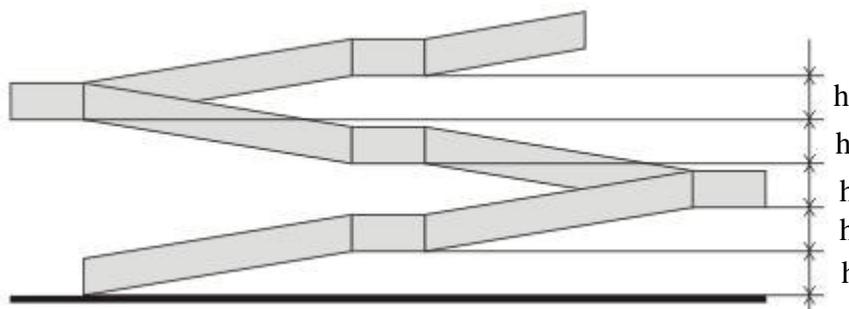


Figura 2.7 Rampa e patamares (NBR 9050).

## 2.7.2 Escada

As escadas não são acessíveis para todos os cidadãos, assim é fundamental prever vias alternativas, como elevadores, rampas e equipamentos de transporte. As escadas devem possuir alguns padrões como:

- Patamares sempre que a escada mudar de direção ou a cada 3,2m de desnível.
- Corrimãos em duas alturas e nos dois lados da escada.
- Piso tátil sinalizando o fim e o início da escada e de cada degrau, indicando a numeração dos pavimentos.
- Os pisos devem possuir as dimensões:  $0,28\text{m} < p < 0,32\text{m}$ .
- Os espelhos entre:  $0,16\text{ m} < e < 0,18\text{ m}$ .

Os padrões que a escada deve possuir podem ser vistos detalhadamente na Figura 2.8.

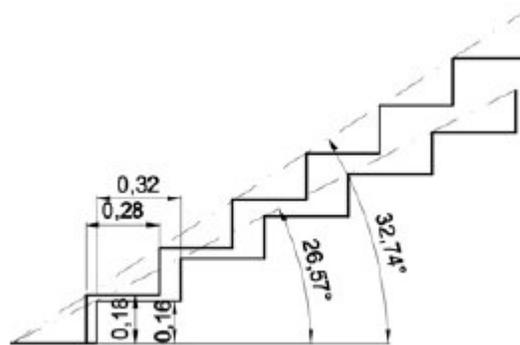


Figura 2.8 Escada (ABNT, 2004).

### 2.7.3 Pisos

Os pisos devem ser regulares, firmes e planos, ou seja, sem nenhuma irregularidade. Admite-se inclinação transversal da superfície até 2% para pisos internos e 3% para pisos externos e inclinação longitudinal máxima de 5%.

Pisos muito polidos ou encerados representam risco para todos. Pisos antiderrapantes são mais seguros e transmitem mais confiança.

A pessoa com deficiência visual costuma se guiar com o auxílio de bengalas e percebe as mudanças por meio de contato com a parede e pisos, através de relevos e texturas, assim é necessário a utilização de pisos táteis para sinalização.

O piso tátil deve ser de material rígido, firme, estável e antiderrapante sob qualquer condição, atendendo aos requisitos específicos determinados pelas normas técnicas ABNT. Deve ser constituído de material resistente ao desgaste, devendo ser imediatamente substituído caso isto ocorra.

Pode haver dois tipos de pisos:

- Piso tátil de alerta, utilizado:

Para sinalizar situações que envolvam risco de segurança;

Mudança de orientação do piso tátil direcional.

- Piso tátil direcional, utilizado:

Para orientação de caminhos a serem percorridos;

Como Linha Guia;

Em complementação ao piso tátil de alerta.

Os desníveis de qualquer natureza devem ser evitados em rotas acessíveis. Eventuais desníveis no piso de até 5 mm não demandam tratamento especial (Ver Figura 2.9). Desníveis superiores a 5 mm até 15 mm devem ser tratados em forma de rampa, com inclinação máxima de 1:2 (50%), já os desníveis superiores a 15 mm devem ser considerados como degraus e serem sinalizados.



Figura 2.9 Desníveis (ABNT, 2004)

As calçadas devem ser rebaixadas junto as travessias de pedestre com ou sem sinalização e serem construídas na direção do fluxo de pedestre sendo sua largura igual a largura das faixas de travessias de pedestres ou no mínimo com 1,5 m de largura.

Mesmo com normas técnicas determinando os requisitos dos desníveis os usuários de cadeira de rodas ainda encontram dificuldades como mostrado na Figura 2.10.



Figura 2.10 Usuária de cadeira de rodas circulando com dificuldade pela calçada com piso transversal inclinado mais que o permitido. (Manual de referência, 2006)

## 2.8 Sumário

Neste capítulo foram abordados aspectos da acessibilidade, bastante presente e discutida atualmente, na qual se provoca na população uma mudança na visão de espaços buscando alternativas acessíveis a todos.

Atualmente vêm surgindo vários grupos que abordam os conceitos de acessibilidade, com novas idéias e divulgando novos projetos para pessoas portadoras de deficiência.

A tendência mundial é projetar espaços, equipamentos e utilidades considerando a diversidade de tipos humanos, adotando um Desenho Universal que sirva ao máximo de pessoas diferentes, de forma a assegurar que: qualquer um possa usar; seja seguro; confortável; simples para utilizar e adequado às necessidades e limitações de cada um.

No próximo capítulo, será feita uma apresentação das características da cadeira de rodas que serão utilizadas na modelagem do contato roda-piso, visando um melhor esclarecimento de seu funcionamento e das características e qualidades deste sistema.

## **Capítulo 3**

### **Cadeira de rodas**

A cadeira de rodas manual convencional é composta de quatro rodas de pequena largura. Em geral duas delas com diâmetro grande estão montadas no eixo posicionado abaixo da porção do assento da cadeira. As outras duas com diâmetro menor, conhecidas como Castors ou rodas pivotadas, são posicionadas em frente das de diâmetro grande. O ocupante da cadeira de rodas fica sentado de modo que suas pernas fiquem aproximadamente perpendiculares ao chão (Becker, 2000).

#### **3.1 Histórico da cadeira de rodas**

A primeira imagem de uma cadeira de rodas desenhada em uma pedra de um sarcófago chinês foi datada no século VI. No século XVI, o rei da Espanha Filipe II usou uma cadeira elaborada com rodas, braços e suportes móveis, movia-se sobre quatro rodas pequenas, com encosto reclinável, apoio para as pernas e um estribo. No século XVIII foi encontrada a primeira cadeira de rodas que se assemelha com as dos dias de hoje, no qual possuía duas rodas frontais de grandes diâmetros e uma roda traseira (Freitas, 1997).

As primeiras cadeiras de rodas foram construídas com armações de madeira, assentos em vime, braços ajustáveis e rodas de grande diâmetro, essa configuração foi usada nos séculos XIX e XX seguindo até a guerra Civil Americana e a primeira guerra mundial.

Durante a guerra civil americana, surgem cadeiras com grandes rodas de madeira na frente. Tinham raios também de madeira e um círculo sobressalente para auto-impulsão. Atrás, duas rodas pequenas.

Em 1932 Herbert Everest, um engenheiro de minas paraplégico, e Harold Jennings, um engenheiro mecânico, colaboraram para o projeto da primeira cadeira de rodas com armação dobrável, uma cadeira de rodas leve e dobrável. Eles uniram e formaram uma empresa denominada de Everest & Jenninge e nos anos 50 desenvolveram a primeira cadeira de rodas motorizada. (Alvarenga, 2002)

Durante a II Guerra Mundial houve uma grande preocupação com os soldados vítimas de lesões medulares, amputações e outras seqüelas, pois eles voltavam para os seus países como heróis. Esse período foi um marco para os portadores de deficiência, pois antes eram vistos como um estorvo para a sociedade. Eles passaram a serem vistos com um olhar mais humano trazendo para eles novas perspectivas. (Castellano, 2001)

Começaram assim a surgirem os esportes para pessoas com deficiências físicas como programas de reabilitação, buscou-se no esporte não só uma forma terapêutica, mas também o poder de restabelecer ou estabelecer novos caminhos que resultou numa maior interação das pessoas lesadas. Os primeiros passos para consolidação do esporte foram dados em 1943 na Inglaterra com a criação do hospital e centro de Stoke Mandeville e em 1960 foram realizados os primeiros jogos Paraolímpicos em Roma na Itália.

As cadeiras de rodas vêm evoluindo durante os séculos, com projetos envolvendo controle, autonomia, estilos, suspensão, manobrabilidade, assentos e outras opções. Essa evolução continua até nos dias atuais onde as cadeiras de rodas permitem o usuário a subir escadas, ficar em pé, ande em diversos tipos de piso como grama, areia como é mostrado na Tabela 3.1 - .

Tabela 3.1 - Modelos de cadeira de rodas encontrados atualmente no mercado.

	<p style="text-align: center;"><b>Cadeira praia praiana</b></p> <p style="text-align: center;">Cadeira de rodas manual para uso em areia, seus pneus com larga espessura evitam atolamentos.</p>
	<p style="text-align: center;"><b>Yamada</b></p> <p style="text-align: center;">Cadeira de rodas motorizada que possibilita a elevação do usuário. É uma cadeira chinesa, que possui uma eletrônica totalmente programável para um melhor funcionamento e um controle preciso do movimento.</p>
	<p style="text-align: center;"><b>Stand Up</b></p> <p style="text-align: center;">Cadeira de rodas motorizada que posiciona o deficiente físico em pé sem ajuda de terceiros, eliminando as adaptações no lar aumentando o alcance manual.</p>
	<p style="text-align: center;"><b>iBOT 3000 Mobility System</b></p> <p style="text-align: center;">O modelo, que é motorizado, permite subir e descer escadas com segurança, locomover nas quatro direções, mesmo sobre a grama e eleva o usuário ao nível de conversação olho a olho.</p>

### 3.2 Tipos de Cadeira de rodas

A população que utiliza cadeiras de rodas como meio de suprir deficiências em sua mobilidade, pode ser dividida em dois grupos bem distintos (Becker, 2000):

- Pessoas não permanentemente com deficiência locomotora
  - Pessoas com deficiência locomotora permanente
- { Mobilidade limitada  
Mobilidade impraticável

As cadeiras de rodas podem ser divididas em três classes distintas:

- Manuais { Padrão: quatro rodas com apoio para os braços e encosto para as costas  
Esportivas: sem manopla e apoio de braço e com encosto das costas mais baixo
- Motorizadas: com velocidade máximas variando entre 10 e 15 km/h
- Outras: Cadeiras para banho, cadeiras que posicionam o indivíduo em pé, etc.

Alguns exemplos de cadeira de rodas motorizada e manuais são mostrados na Figura 3.1 .



(a)

(b)

Figura 3.1 Cadeira de rodas manual (a) e Cadeira de rodas motorizada (b).

### 3.2.1 Dimensões da cadeira de rodas

A Norma Brasileira NBR9050 (ABNT, 2004) recomenda as dimensões e alcances para cadeiras de rodas manuais.

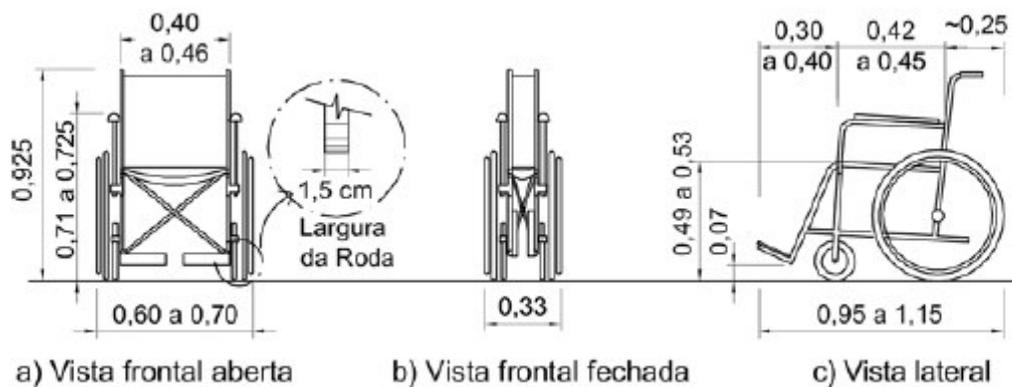


Figura 3.2 Recomendações da Norma NBR9050 (ABNT, 2004) para dimensionamento de cadeira de rodas manuais, em medidas [m].

As cadeiras de rodas devem seguir a Norma Brasileira NBR9050 (ABNT, 2004), onde são recomendadas as dimensões e alcances para cadeiras de rodas manuais e várias soluções para a adequação do mobiliário, de edificações e para permitir a acessibilidade de pessoas portadoras de deficiências. Trazendo recomendações visando atender o maior número possível de situações,

visto que a grande variedade de limitações motoras existentes impede a adoção de regras fixas ou determinação de padrões.

### 3.3 Rodas Castors ou pivotadas

A maioria das cadeiras de rodas utiliza rodas pivotadas ou Castors. Elas permitem o movimento em qualquer direção, ou seja, o esterçamento sem a necessidade de dispositivos adicionais.

Os diâmetros das rodas influenciam na capacidade de locomoção da cadeira, por exemplo, as rodas de diâmetro de 125 mm são recomendadas para ambientes internos, pisos regulares enquanto para ambientes externos, aconselham-se rodas maiores para não terem perigo de prenderem em pequenos obstáculos.

O braço é a distância entre o ponto de contato da roda com o solo e a linha de centro da haste como mostrado na Figura 3.3. Um braço grande facilita a manobra de curvas da cadeira de rodas, mas implica em raios de giro maiores.

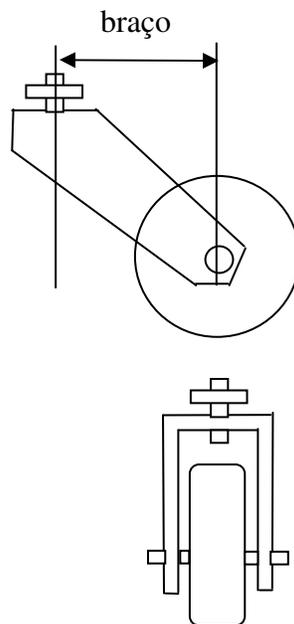


Figura 3.3 Roda Castor ou pivotadas.

A modelagem desta roda pode ser vista detalhadamente no Capítulo 6.

### 3.4 Características do Ambiente e da Cadeira

Existem quatro fatores principais, não dependentes do usuário, que influenciam na potência necessária para o acionamento de cadeiras de rodas manuais ou motorizadas (Becker, 2000):

- A superfície aonde a cadeira de rodas irá se movimentar;
- A presença de vento;
- A inclinação da pista e
- A resistência ao rolamento das rodas da cadeira de rodas.

O *design* da cadeira de rodas pode influir no desempenho da cadeira com relação a vários fatores, por exemplo, alguns tipos de rodas são indicadas para pisos pavimentados, mas, não são para grama, podendo ocorrer travamento da cadeira de rodas nesta situação.

O diâmetro das rodas também tem um efeito significativo na resistência ao rolamento, pode-se afirmar que esta é inversamente proporcional ao diâmetro. Outros fatores que também influenciam na resistência ao rolamento e na movimentação mais suave da cadeira de rodas em terreno rugoso são a estrutura e o material do pneu. (Becker, 2000)

O uso de um braço grande na roda Castor da cadeira de rodas reduz a probabilidade do fenômeno *shimmy*. Outros fatores também influenciam no *shimmy*, como o alinhamento das rodas e o peso delas.

No entanto um braço grande faz com que haja um aumento no torque de realinhamento, assim um usuário da cadeira de rodas terá maiores dificuldades para deixarem as rodas Castors alinhadas logo dificuldades em realizar movimentos.

O *shimmy* é uma vibração violenta e possivelmente perigosa que pode ocorrer com as rodas dianteiras de um veículo. Para sustentar a oscilação instável do *shimmy*, a energia deve ser transmitida do piso para roda consumindo muita energia, devido a este fenômeno a energia motora tem que compensar esta energia que foi parcialmente dissipada pelo escorregamento na área de contato, aumentando assim o consumo de energia.

A força lateral do pneu tem uma componente longitudinal e quando associada ao *shimmy* gera uma força de arrasto. Assim há aumento consideravelmente na resistência ao rolamento funcionando como um freio.

Logo, no caso de um usuário de cadeira de rodas descendo uma rampa inclinada e esse fenômeno ocorra, ele funciona como freio para a cadeira de roda. Ela parará bruscamente podendo atirar o usuário para fora da cadeira. (Becker, 2000)

### **3.5 Acionamento da cadeira de rodas manuais**

O processo de acionamento de cadeiras de rodas manuais é repetitivo e cíclico, produto da interação entre o usuário e o veículo no qual se tem a propulsão e o retorno.

Alguns fatores influenciam no acionamento manual:

- Grau de comprometimento motor dos membros superiores,
- Posicionamento do usuário no veículo,
- Idade do usuário,
- Seu estado de fadiga,
- Características construtivas da cadeira,
- Características da pista.

A força de propulsão, fornecida à cadeira pelo usuário, varia durante o ciclo de acionamento da cadeira de rodas e em relação aos raios da roda principal e do aro da roda.

Os ciclos de acionamentos apresentam diferenças significativas entre as pessoas portadoras de deficiência e as não. Para a simulação do acionamento manual será usado o mesmo ciclo desenvolvido por Becker, 2000 e Lombardi, 2002, mostrado na Figura 3.4.

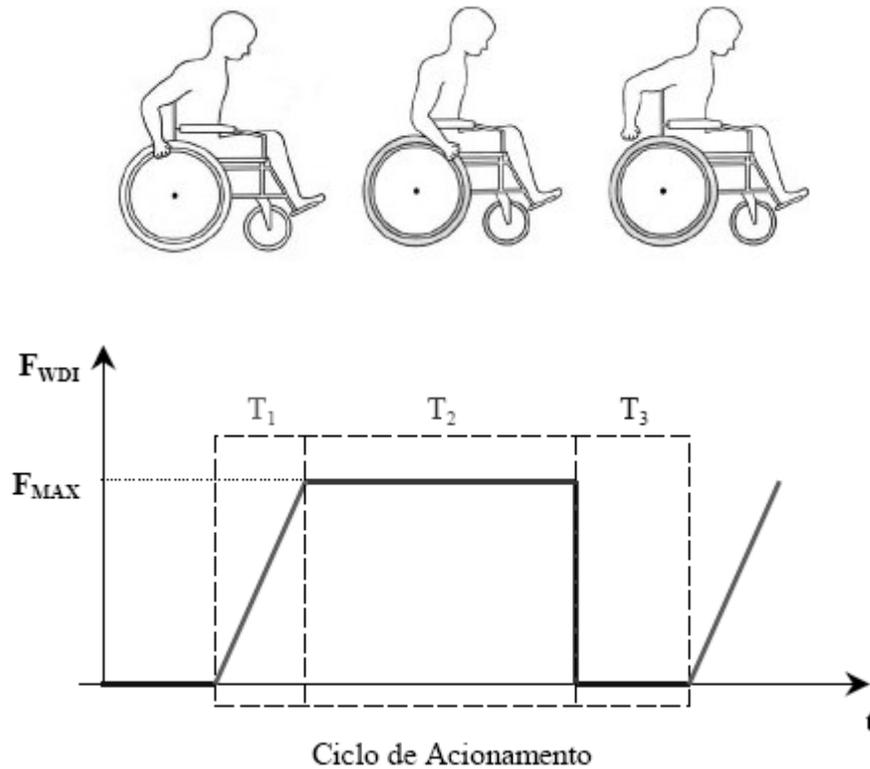


Figura 3.4 Ciclo de acionamento (Becker, 2000 e Shun-hwa Wei, 2003).

Com a Figura 3.4 pode ser modelar o ciclo de acionamento no início do movimento da cadeira de rodas. O ciclo pode ser dividido em três etapas ( $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ ), no qual em  $T_1$  a força aplicada cresce linearmente, em  $T_2$  é a força máxima até completar o movimento, ou seja, até que haja o desprendimento da mão e  $T_3$  é o retorno. O tempo do ciclo foi definido como o tempo requerido para executar cada etapa. Este é um modelo simplificado adotado a partir de Wei, 2003.

### 3.6 Módulo de locomoção para motorização da cadeira de rodas convencional

O módulo de locomoção mostrado na Figura 3.5 consiste em uma unidade composta por rodas motorizadas que pode ser embaixo ou à frente da cadeira de rodas. O módulo é unido e destacado facilmente da cadeira de rodas pelo próprio usuário da cadeira, permitindo a conversão da cadeira de rodas manual para motorizada.

O módulo foi desenvolvido para os usuários que desejam uma cadeira de rodas manual, mas possuem uma dificuldade em subir ou descer rampas e a viajar em longas distâncias. O módulo pode fornecer a mobilidade similar àquela de uma cadeira de rodas motorizada e ao mesmo tempo oferecer alguns dos benefícios dos exercícios aeróbicos feitos pela propulsão da cadeira de rodas manual. (Alvarenga, 2005; Laboratório de Projeto Mecânico)

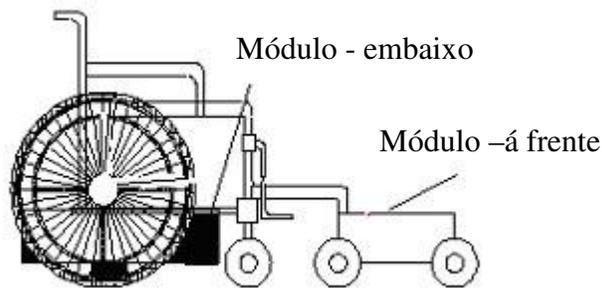


Figura 3.5 Esquema das posições em que o módulo pode ser usado (Alvarenga e Silva, 2005).

### 3.7 Sumário

Neste capítulo foi apresentada uma introdução sobre cadeiras de rodas, sua composição atuais e suas características principais. Mostrou-se também a história da evolução das cadeiras de rodas.

No próximo capítulo será apresentada uma revisão dos aspectos relativos ao contato roda-piso e da teoria envolvida na dinâmica veicular.

## **Capítulo 4**

### **Fundamentação teórica dos parâmetros que influenciam na modelagem do contato roda-piso**

Neste capítulo será feita uma revisão dos conceitos teóricos e das convenções utilizadas como os graus de liberdades, os sistemas de referência. Neste capítulo também se fará uma discussão sobre as forças longitudinais, laterais e verticais, os ângulos de escorregamento e de cambagem no contato roda-piso, além de uma busca geral de conceitos, parâmetros necessários para o desenvolvimento das simulações dos modelos dinâmicos e da modelagem do contato roda-piso.

#### **4.1 Modelo dinâmico do veículo**

O modelo inicial usado para representar a cadeira de rodas é baseado no modelo bicicleta. Neste o veículo apresenta uma largura desprezável e com o número de rodas por eixo igual a suas configurações iniciais, ou seja, um veículo de quatro rodas apresenta no modelo bicicleta as duas rodas de trás e as duas rodas da frente representada por uma roda traseira e dianteira na linha de centro do veículo (Ver Figura 4.1).

O veículo não possui “rolling” ou “pitching”, não há efeitos aerodinâmicos, a velocidade é linear e não há efeitos de chassi e suspensão.

Assim o modelo apresenta dois graus de liberdade que são as velocidades na direção lateral e na direção longitudinal.

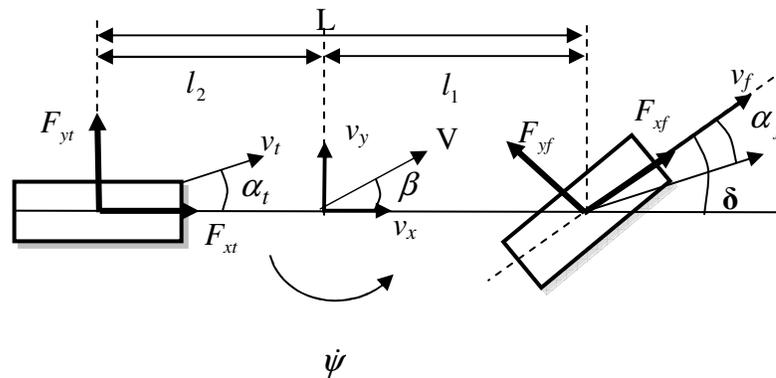


Figura 4.1 Modelo Bicicleta

Onde:

$F_{xt}$  e  $F_{xf}$  = força longitudinal traseira e frontal.(N)

$F_{yt}$  e  $F_{yf}$  = força lateral traseira e frontal.(N)

$\beta$  = ângulo de escorregamento do veículo. (rad)

$\delta$  = ângulo de esterçamento. (rad)

$\alpha_t$  e  $\alpha_f$  = ângulo de escorregamento do pneu no eixo traseiro e no frontal.(rad)

$\dot{\psi}$  = velocidade yaw.( $m/s^2$ )

$V$  = velocidade do veículo. ( $m/s^2$ )

$v_x$  e  $v_y$  = velocidade na direção x e y. ( $m/s^2$ )

$v_t$  e  $v_f$  = velocidade traseira e frontal. ( $m/s^2$ )

$L$  = comprimento entre os eixos. (m)

$l_1$  = distância entre o eixo frontal ao centro do veículo. (m)

$l_2$  = distância entre o centro do veículo ao eixo traseiro. ( $m$ )

Os parâmetros esboçados na Figura 4.1 serão explicados detalhadamente ao longo da abordagem do assunto.

## 4.2 Sistema de Referência

Para o estudo do comportamento da roda é usual adotar o sistema de referência mostrado na Figura 4.2. Assim com o sistema de coordenadas tem-se:

$\alpha$  = ângulo de escorregamento

$\gamma$  = ângulo de cambagem

$M_x$  = momento em x

$M_y$  = momento em y

$M_z$  = momento em z

$F_x$  = força em x

$F_y$  = força em y

$F_z$  = força em z

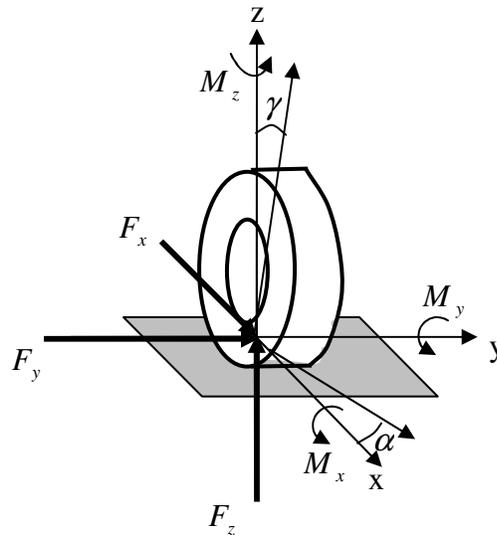


Figura 4.2 Definição das forças, momentos e ângulos (Adaptado de Gonçalves, 2005).

Para a análise de posição e trajetória veicular é necessária a utilização de um sistema ortogonal de coordenadas inerciais, fixo na Terra e que normalmente coincide com o sistema de eixos fixos no veículo no momento em que a manobra se inicia.

Existem diversas forças, momentos e ângulos que são muito importantes no comportamento da roda. Primeiramente, há dois ângulos importantes que se devem ser considerados, o ângulo de escorregamento e o ângulo de cambagem. O ângulo de cambagem ( $\gamma$ ) é o ângulo da inclinação vertical da roda enquanto o ângulo de escorregamento ( $\alpha$ ) é a diferença da direção e da posição da roda. Estes dois ângulos são associados com a força lateral ( $F_y$ ). As forças incluem a força longitudinal no sentido de X ( $F_x$ ), a força lateral no sentido de Y ( $F_y$ ) e a força normal no sentido de Z ( $F_z$ ). A força longitudinal ( $F_x$ ) é a força resultante do pneu gerado pelo piso e torna-se negativa durante a frenagem. A força lateral ( $F_y$ ) é a resultante das forças produzidas pelo ângulo de cambagem e pelo ângulo de escorregamento. A força normal ( $F_z$ ) é força vertical. Os momentos incluem o momento de tombamento, o momento da resistência do rolamento, o momento de alinhamento. O momento de tombamento ( $M_x$ ) é causado pelo deslocamento lateral da carga vertical durante a curva. A resistência ao rolamento ( $M_y$ ) é criada pelos vários fatores que conduzem a uma perda da energia. O momento de alinhamento ( $M_z$ ), conhecido também como o torque auto-alinhante, produz um momento restaurador no pneu para que ele retorne ao sentido do curso.

### **4.3 Resistência ao rolamento**

A resistência ao rolamento é a principal força de resistência em baixas velocidades, ela se inicia no exato momento que o veículo começa seu movimento. Quando a roda começa a girar ocorre uma deformação na área de contato, para que ocorra essa deformação um pouco de energia é gasta, mas ela não é completamente recuperada no final da área de contato, conforme o amortecimento interno do material como é mostrado na Figura 4.3. Essa energia perdida, dissipada, é a causa da resistência ao rolamento, ela aumenta com o aumento da deformação.

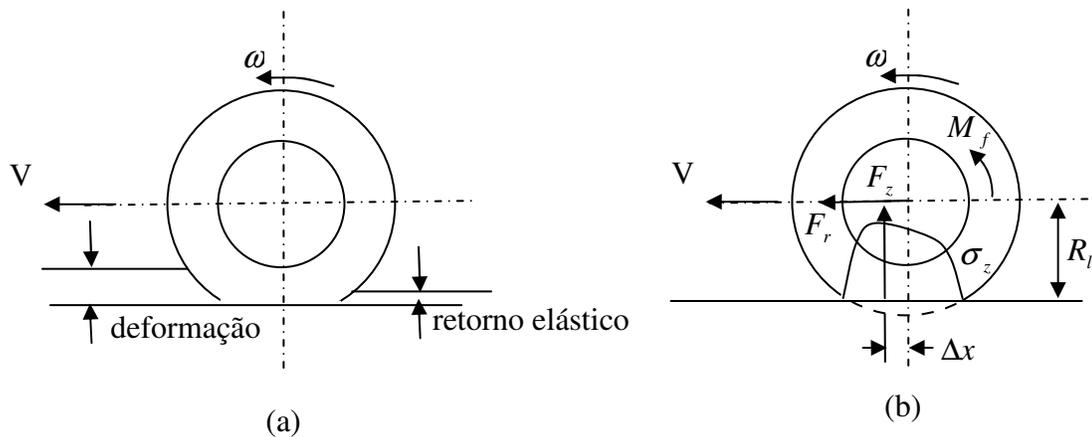


Figura 4.3 (a) Rolamento da roda em solo rígido: deformação e retorno elástico (b) Forças no rolamento da roda e a pressão de contato  $\sigma_z$  (Adaptado do Genta, 1997).

A resistência à tração é a resistência ao rolamento que auxilia na frenagem devido a se opor ao movimento. A resistência total à tração é o somatório da resistência de rolagem, aerodinâmica e de escalada (calculado com base no peso do veículo e no ângulo da pista). (Landgraf, 2004)

O processo de deformação entre a roda e a superfície da pista origina a resistência à rolagem, através de pelo menos sete mecanismos diferentes (Gillespie, 1992):

- perda de energia devido à deflexão da lateral do pneu próximo à área de contato;
- perda de energia devido à deflexão dos elementos da banda;
- adesão na área de contato;
- escorregamento dos pneus nas direções longitudinal e lateral;
- deflexão da superfície da pista;
- arrasto do ar no interior e no exterior dos pneus; e,
- perda de energia em solavancos.

Considerando a roda com um rolamento livre no nível da estrada com o ângulo de escorregamento e de cambagem iguais a zero como mostrado na Figura 4.3. Considerando ainda que o momento de frenagem e tração não há e tendo apenas o momento de arrasto ( $M_f$ ), devido ao arrasto aerodinâmico, a equação de equilíbrio para a resistência ao rolamento ( $F_r$ ) pode ser escrita como: (Genta, 1997)

$$F_r = \frac{-F_z \Delta x + M_f}{R_l} \quad (\text{Eq. 4.1})$$

Onde:

$\Delta x$  = distância entre o centro do pneu e a carga aplicada ( $m$ ).

$R_l$  = raio do pneu sob uma carga ( $m$ ).

$F_z$  = força normal ( $N$ ).

Como  $\Delta x$  e  $M_f$  não são fáceis de determinar, a resistência ao rolamento é normalmente definida como: (Genta, 1997)

$$F_r = -fF_z \quad (\text{Eq. 4.2})$$

Onde  $f$  é o coeficiente de resistência ao rolamento e deve ser determinada experimentalmente.

O coeficiente de resistência ao rolamento depende de muitos parâmetros, da velocidade ( $V$ ), da pressão de inflagem ( $p$ ), da força normal ( $F_z$ ), do tamanho do pneu (raio do pneu) e da área de contato, da estrutura e do material do pneu, da temperatura de trabalho, as condições da estrada e das forças longitudinais e laterais exercidas na roda. (Genta,1997)

Como foi abordado, o coeficiente de resistência ao rolamento depende da velocidade e ele é diretamente proporcional à velocidade, pois o trabalho de deformação e a vibração do corpo do pneu aumentam, mas esse efeito é moderado para velocidades baixas. Pela Figura 4.4 se percebe que no começo o coeficiente cresce lentamente.

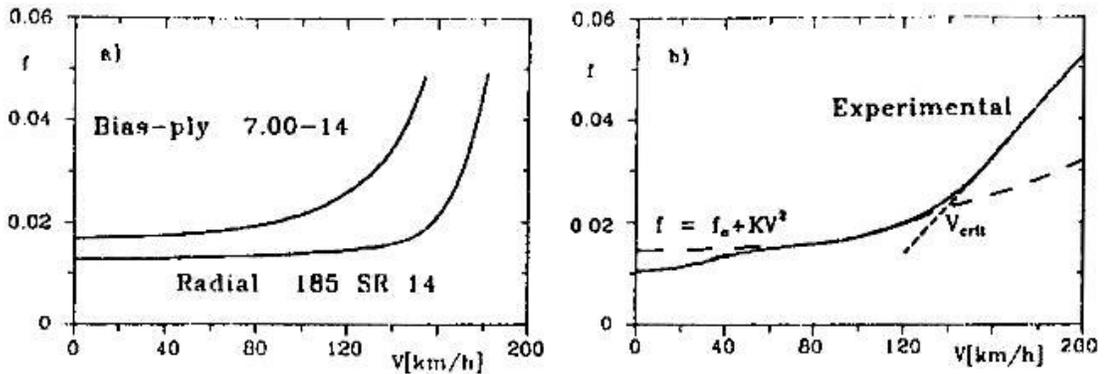


Figura 4.4 Coeficiente de rolamento versus a velocidade. (a) Modelo Analítico (b) Curva Experimental (Genta,1997).

No gráfico da Figura 4.4 (b) a partir do ponto conhecido como velocidade crítica o coeficiente de rolamento ( $f$ ) cresce bruscamente. A velocidade crítica deve ser considerada como a velocidade pela qual o pneu para de funcionar de uma maneira regular, conseqüentemente não se deve ultrapassar esta velocidade.

O tipo de estrutura e material usado na construção do pneu possui uma grande importância na determinação da resistência ao rolamento e na velocidade crítica. O material usado é de grande importância porque diferentes composições da borracha são caracterizadas por diferentes valores de amortecimento. Borrachas naturais apresentam um baixo amortecimento comparado com borrachas sintéticas, assim resulta em uma resistência ao rolamento baixa logo numa velocidade crítica baixa. (Genta, 1997)

Outro parâmetro que influencia na resistência ao rolamento é a temperatura como pode ser vista na Figura 4.5. Quando o pneu começa a girar em condições de baixa temperatura, a temperatura cresce e a resistência ao rolamento diminui no primeiro período.

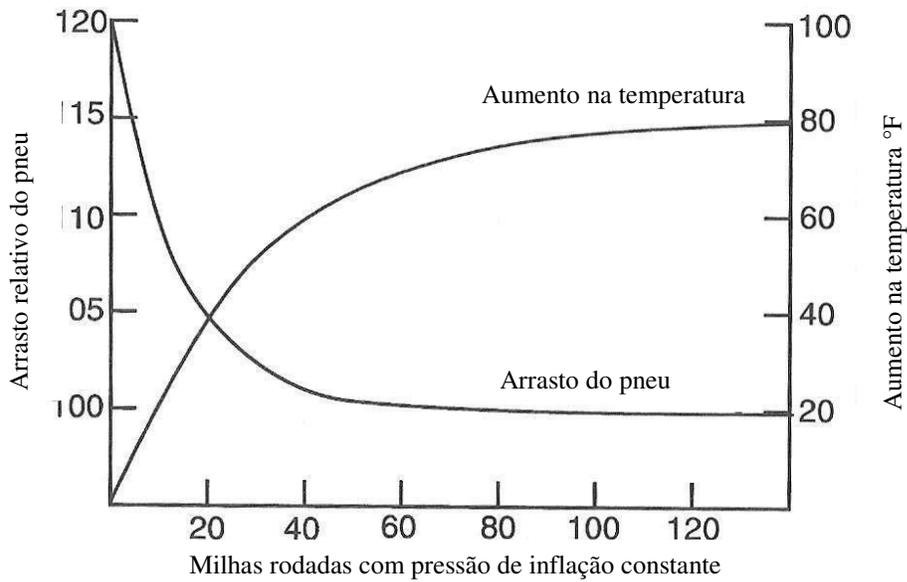


Figura 4.5 Temperatura do pneu e resistência ao rolamento pela distância (Gillespie, 1992).

Normalmente com o aumento da pressão de inflação ou redução da força normal atuando na roda causa que a resistência ao rolamento diminua e a velocidade crítica aumenta. Esse efeito faz com que a temperatura estabilize. A pressão no pneu determina a sua elasticidade e juntamente com a força normal determina a deflexão nas laterais e nas regiões de contato.

Para determinar o coeficiente de resistência ao rolamento influenciado pela pressão e pela força normal uma fórmula empírica é sugerida pela S.A.E. (Genta,1997):

$$f = \frac{K'}{1000} \left( 5,1 + \frac{5,5 \times 10^5 + 90F_z}{p} + \frac{1100 + 0,0388F_z V^2}{p} \right) \quad (\text{Eq. 4.3})$$

Onde coeficiente  $K'$  é igual a 1 para pneu convencional e 0,8 para pneu radial,  $F_z$  é força normal (N),  $p$  é a pressão ( $N/m^2$  ou  $Pa$ ) e  $V$  é a velocidade ( $m/s$ ).

O escorregamento lateral dos pneus faz com que o coeficiente de resistência ao rolamento aumente consideravelmente. O ângulo de escorregamento com alguns graus, o coeficiente pode praticamente dobrar em magnitude. Por outro lado, o coeficiente é diretamente proporcional à velocidade, devido ao aumento da deflexão e da vibração do pneu. A influência da velocidade torna-se mais acentuada quando combinada com uma pressão de inflagem menor, isto é facilmente notado na equação 4.3. (Landgraf, 2004)

A resistência ao rolamento em função ao ângulo de escorregamento pode ser definida pelas componentes da força devido ao contato roda-piso como mostra na Figura 4.6. Logo a resistência ao rolamento é expressa como:

$$F_r = F_x \cos(\alpha) + F_y \sin(\alpha) \quad (\text{Eq. 4.4})$$

Onde:

$\alpha$  = ângulo de escorregamento (*rad*).

$F_x$  = força longitudinal (*N*).

$F_y$  = força lateral (*N*).

$F_r$  = Resistência ao rolamento (*N*).

Outro fator que influencia na resistência ao rolamento é o tipo e as condições do piso (estrada). Assim existem vários valores de  $f_o$  para diferentes tipos de pisos como mostra a Tabela 4.1 - .

Como foi falado anteriormente o coeficiente de resistência ao rolamento é influenciado pela velocidade, logo ele pode ser como sendo (Genta, 1997):

$$f = f_o + KV^2 \quad (\text{Eq. 4.5})$$

Onde:

$f_o$  = coeficiente de rolamento para velocidade igual a zero (*adim*).

K = coeficiente obtido experimentalmente ( $s^2/m^2$ ).

V = velocidade (*m/s*).

Tabela 4.1 - Valores de  $f_o$  (Genta, 1997)

Tipo e condições	$f_o$
Concreto muito bom	0,008-0,010
Asfalto muito bom	0,010-0,0125
Concreto médio	0,010-0,015
Pavimento muito bom	0,015
Macadame muito bom	0,013-0,016
Asfalto médio	0,018
Concreto em péssimas condições	0,02
Pavimentação em bloco bom	0,02
Macadame muito bom	0,018-0,023
Asfalto em condições péssimas	0,023
Macadame empoeirado	0,023-0,028
Pavimentação em pedra bom	0,033-0,055
Natural pavimento bom	0,045
Pavimento de pedra em péssimas condições	0,085
Neve (50mm de camada)	0,025
Neve (100mm de camada)	0,037
Rodovia natural sem manutenção	0,080-0,160
Areia	0,15-0,3

Outro parâmetro que influência na resistência ao rolamento é o ângulo de cambagem ( $\gamma$ ) quando o plano do pneu não está perpendicularmente em relação ao chão há uma componente do torque auto-alinhante ( $M_z$ ) que contribui na resistência ao rolamento. (Genta, 1997)

$$F_r = \frac{-F_z \Delta x \cos(\gamma) - M_z \sin(\gamma) + M_f}{R_t} \quad (\text{Eq. 4.6})$$

#### 4.4 Força lateral

Devido a relação entre o pneu e o piso, o pneu desenvolve a força lateral ( $F_y$ ), em reação ao ângulo de escorregamento. A força lateral ( $F_y$ ) é a força lateral produzida pelo pneu durante uma curva. (Ver Figura 4.6)

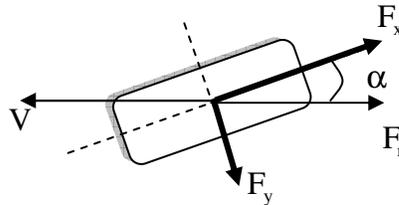


Figura 4.6 Esquema das forças que atuam na roda em movimento

Ao longo da linha central longitudinal a área de contato do pneu, a força lateral aumenta progressivamente até que o limite de fricção do pneu-piso esteja na parte traseira da área de contato. A força lateral após este ponto diminui rapidamente (Figura 4.7). A magnitude da força e do ângulo de escorregamento aplicados determinam o nível da força lateral desenvolvido pelo pneu. Em baixos valores do ângulo de escorregamento, o relacionamento entre a força lateral e o ângulo de escorregamento são razoavelmente lineares. Dentro desta região, a força lateral aumenta proporcionalmente com ângulo de escorregamento. Após esta região linear, a taxa de mudança da força lateral com ângulo de escorregamento diminui.

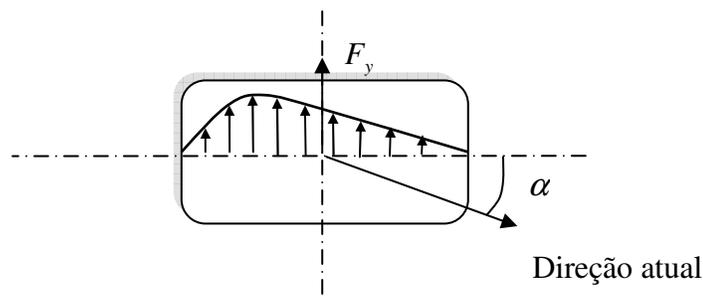


Figura 4.7 Ângulo de escorregamento induzindo a força lateral (Johnson, 1996).

A força resultante da distribuição das forças laterais não é aplicada no centro da área de contato, mas no ponto no qual está localizado atrás a uma distância denominada de trilha pneumática ( $t$ ).

A força lateral ( $F_y$ ) pode ser expressa em função do ângulo de escorregamento sendo como (Genta, 1997):

$$F_y = -C_\alpha \alpha \quad (\text{Eq. 4.7})$$

Onde:  $C_\alpha$  = rigidez ao deslizamento da roda ( $N/rad$ ).

$\alpha$  = ângulo de escorregamento ( $rad$ ).

A rigidez ao deslizamento é dependente de várias variáveis, como o tamanho do pneu, o tipo, a largura da rodas, etc. A Figura 4.8, a seguir, demonstra o gráfico da força lateral pelo ângulo de escorregamento no qual pela curva é possível obter a rigidez ao deslizamento.

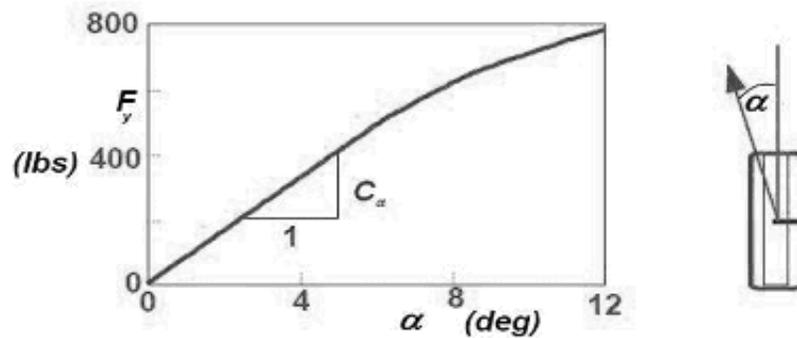


Figura 4.8 Força Lateral versus ângulo escorregamento (Gillespie,1992).

Devido a força lateral depender da força normal, as propriedades de rigidez do pneu podem ser descritas pelo coeficiente de rigidez ( $CC_\alpha$ ) no qual a rigidez ao deslizamento dividido pela força normal, como (Gillespie,1992):

$$CC_{\alpha} = \frac{C_{\alpha}}{F_z} \quad (\text{Eq. 4.8})$$

O coeficiente de rigidez muda de pneu para pneu, no qual possui uma distribuição para cada tipo de pneu.

Como a força normal influencia na força lateral ( $F_y$ ) ela pode ser reescrita como (Gillespie,1992):

$$F_y = (aF_z - bF_z^2)\alpha \quad (\text{Eq. 4.9})$$

Onde:

$F_z$  = força normal em uma roda ( $N$ )

$F_y$  = força lateral em uma roda ( $N$ )

$\alpha$  = ângulo de escorregamento ( $rad$ )

a= primeiro coeficiente ( $N_y / N_z / rad$ )

b= segunda constante dependente das propriedades do pneu ( $N_y / N_z^2 / rad$ )

#### 4.5 Ângulo de escorregamento ( $\alpha_i$ )

O ângulo de escorregamento está relacionado à carga lateral ou à força lateral do pneu e o ângulo que descreve a deformação do pneu.

O ângulo de escorregamento do pneu ( $\alpha_i$ ) é calculado de acordo com equações do balanço de velocidade nos sentidos longitudinal e transversal do veículo, ou seja, em termos das velocidades generalizadas.

O índice  $i$  é igual a  $t$  ou  $f$  de acordo com o eixo como é representado na Figura 4.9.

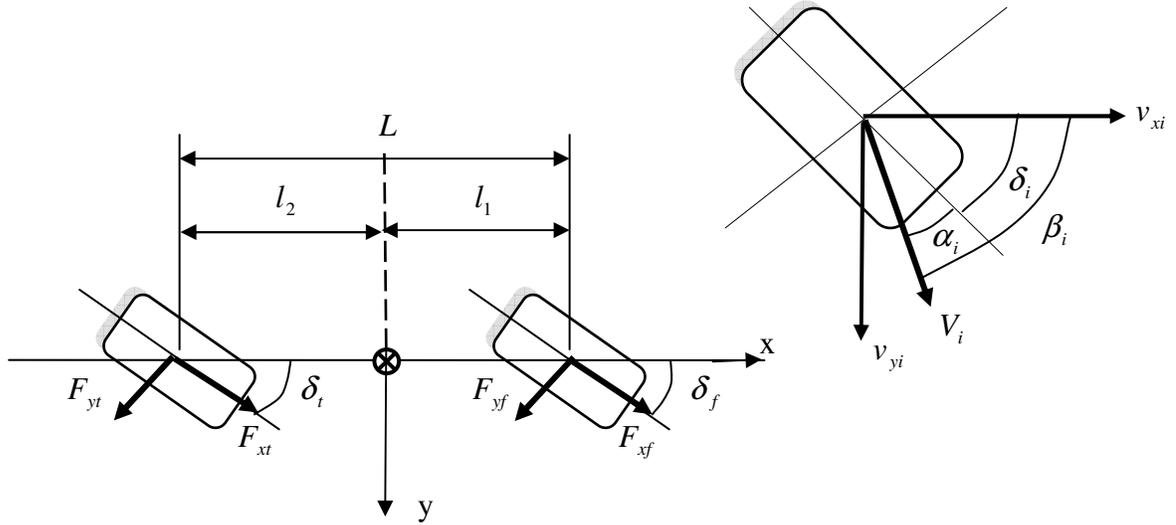


Figura 4.9 Decomposição vetorial das velocidades e forças (Lombardi, 2005)

Considerando a Figura 4.9 pode-se deduzir a seguinte equação para o ângulo de escorregamento do veículo (Genta, 1997) :

$$\beta_i = \arctan\left(\frac{v_{yi}}{v_{xi}}\right) = \arctan\left(\frac{v_y + \dot{\psi}x_i}{v_x - \dot{\psi}y_i}\right) \quad (\text{Eq. 4.10})$$

Logo o ângulo de escorregamento pode ser definido como (Genta, 1997):

$$\alpha_i = \beta_i - \delta_i = \arctan\left(\frac{v_y + \dot{\psi}x_i}{v_x - \dot{\psi}y_i}\right) - \delta_i \quad (\text{Eq. 4.11})$$

A equação (Eq. 4.10) pode ser facilmente linearizada fazendo  $y_i\dot{\psi}$  bem menor que a velocidade do veículo e a velocidade yaw  $\dot{\psi}$  igual a  $r$ . Assim o ângulo de escorregamento pode ser expresso como (Genta, 1997):

$$\alpha_f = \frac{v_y + rl_1}{V} - \delta_f \quad (\text{Eq. 4.12})$$

$$\alpha_t = \frac{v_y - rl_2}{V} - \delta_t \quad (\text{Eq. 4.13})$$

Tendo em mente pode se deduzir as seguintes equações para a força lateral ( $F_y$ ) no eixo traseiro e dianteiro:

$$F_{y_t} = C_{\alpha_t} \left[ \delta_t - \left( \frac{v_y + rl_2}{V} \right) \right] \quad (\text{Eq. 4.14})$$

$$F_{y_f} = C_{\alpha_f} \left[ \delta_f - \left( \frac{v_y + rl_1}{V} \right) \right] \quad (\text{Eq. 4.15})$$

#### 4.6 Cálculo do ângulo de cambagem

Ângulo de cambagem é o ângulo entre a inclinação do plano da roda em relação ao plano perpendicular do solo (Figura 4.10). Se a roda se inclinar para fora sua parte superior afastando do veículo, tem um ângulo positivo da curvatura. Com um ângulo negativo da curvatura, a roda inclina-se para dentro. (Milliken & Milliken 1995)

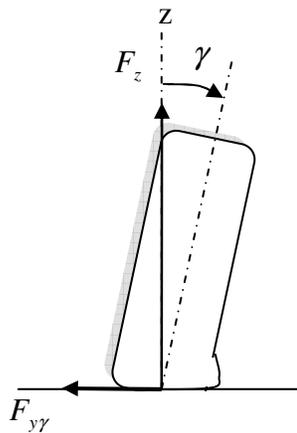


Figura 4.10 Ângulo de cambagem (Genta,1997)

Um ângulo de cambagem diferente de zero produz uma força de cambagem na direção lateral para o lado a baixo da linha central, produzindo outra componente da força lateral (Figura 4.10). Assim, um ângulo negativo da curvatura aumenta a força lateral. Geralmente, a força lateral produzida pelo ângulo de cambagem é uma função primeiramente da rigidez do pneu, da força vertical e do ângulo da curvatura. (Genta,1997)



Figura 4.11 Ângulos de cambagem

O ângulo de cambagem normalmente varia entre 0 a 1° na posição estática e aumenta num limite  $\pm 10^\circ$  em movimento. A força causada pelo ângulo de cambagem normalmente é bem menor que a força causada pelo ângulo de escorregamento, assim muitas vezes essa força é negligenciada. (Genta, 1997).

A equação da força de cambagem é (Genta, 1997):

$$F_{y\gamma} = C_\gamma \gamma \quad (\text{Eq. 4.16})$$

Onde:

$F_{y\gamma}$  = força de cambagem (N),

$C_\gamma$  = rigidez a cambagem (N/rad),

$\gamma$  = ângulo de cambagem (rad).

A rigidez à cambagem é a taxa de mudança da força de cambagem pela taxa do ângulo de cambagem ( $\Delta F_{y\gamma}/\Delta\gamma$ ). Geralmente, a rigidez à cambagem é de 5 a 6 vezes menor do que a rigidez ao deslizamento para pneu diagonal. A força de cambagem é devida à distorção lateral do pneu. Assim, a rigidez à cambagem é frequentemente muito pequena para os pneus radiais devido à rigidez da cinta e a flexibilidade da carcaça radial nos flancos do pneu na parede lateral, nos quais impossibilita as deformações transversais. (Gillespie, 1992)

A força lateral total é a soma da força lateral provocada pelo ângulo de escorregamento mais a força lateral provocada pelo ângulo de cambagem. Assim tem-se:

$$F_y = F_{y\alpha} \pm F_{y\gamma} \quad (\text{Eq. 4.17})$$

Logo:

$$F_y = C_\alpha \alpha \pm C_\gamma \gamma \quad (\text{Eq. 4.18})$$

## 4.7 Esterçamento neutro, Sub-esterçamento e Sobre-esterçamento

O esterçamento neutro, sub-esterçamento e sobre-esterçamento são as respostas do carro em consequência das mudanças nas forças laterais.

### 4.7.1 Esterçamento neutro

O veículo apresenta comportamento de esterçamento neutro quando os ângulos de escorregamento dianteiro e traseiro são iguais ( $\alpha_f = \alpha_t$ ) e o coeficiente de sub-esterçamento for igual a zero ( $K_{us}=0$ ), assim as forças laterais são iguais ( $W_f/C_{\alpha f} = W_t/C_{\alpha t}$ ). O coeficiente de sub-esterçamento é definido como:

$$K_{us} = \frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_t}{C_{\alpha t}} \quad (\text{Eq. 4.19})$$

Quando o veículo é acelerado em uma curva com o raio constante, ou seja, com um ângulo de esterçamento fixo, ele segue a linha no mesmo ângulo original. Descansar

#### 4.7.2 Sobre-esterçamento

O sobre-esterçamento significa que as rodas traseiras possuem um ângulo de escorregamento maior do que as rodas dianteiras. Isso significa que carro faz uma volta mais fechada do que deseja. Ele apresenta as seguintes condições:  $\alpha_f < \alpha_t$ ,  $K_{us} < 0$  e  $W_f / C_{\alpha f} < W_t / C_{\alpha t}$ .

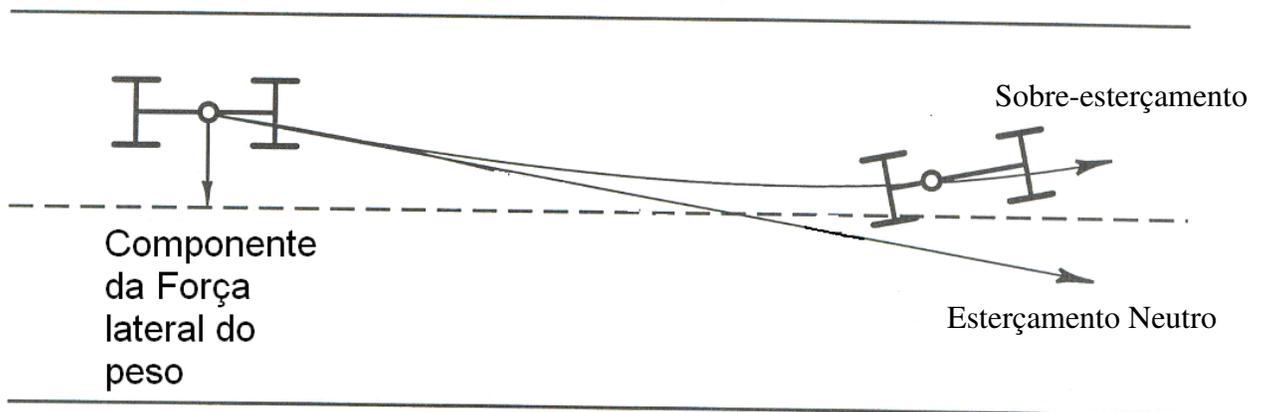


Figura 4.12 Sobre-esterçamento (Adaptada do Milliken & Milliken 1995).

Pela Figura 4.14 pode se obter a velocidade crítica, que é a velocidade quando o ângulo de esterçamento durante a curva é igual a zero. (Wong, 2001)

$$V_{crit} = \sqrt{\frac{gL}{-K_{us}}} \quad (\text{Eq. 4.20})$$

Onde:

$g$  = aceleração da gravidade ( $m/s^2$ ).

$K_{us}$  = coeficiente de sub-esterçamento ( $rad$ ).

$L$  = distância entre eixo ( $m$ ).

### 4.7.3 Sub-esterçamento

O sub-esterçamento significa que as rodas dianteiras funcionam com ângulos de escorregamento maiores do que as rodas traseiras. Isso significa que o carro faz uma volta mais larga do que pretendia, pois quando o carro acelera-se em uma curva de raio constante, para que seja desenvolvida uma força lateral nas rodas dianteiras de magnitude suficiente para manter o raio da curva, estas rodas devem ser esterçadas com um ângulo maior.

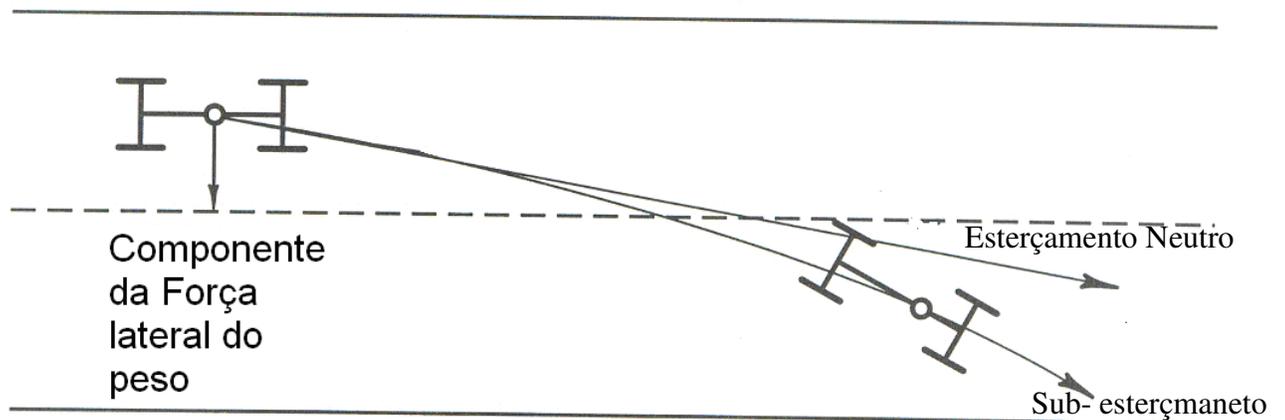


Figura 4.13 Sub-esterçamento (Adaptada do Milliken & Milliken 1995).

Pela Figura 4.14 pode-se obter a velocidade característica, que é a velocidade quando o ângulo de esterçamento durante a curva é igual  $2L/R$ . (Wong, 2001)

$$V_{char} = \sqrt{\frac{gL}{K_{us}}} \quad (\text{Eq. 4.21})$$

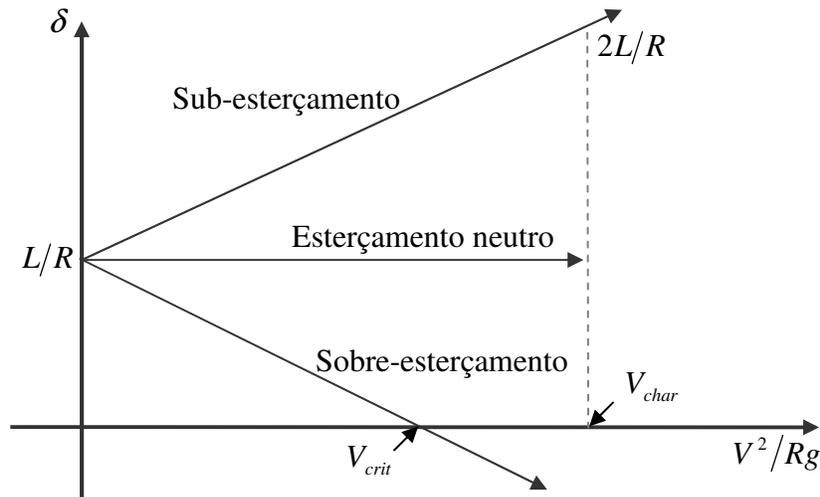


Figura 4.14 Relação entre o ângulo de esterçamento a velocidade do esterçamento neutro, sub-esterçamento e sobre-esterçamento (Adaptado do Gillespie, 1992).

#### 4.8 Ângulo de escorregamento do veículo

O ângulo de escorregamento do veículo ( $\beta$ ) mostrado na Figura 4.1 é o ângulo entre vetor velocidade e eixo longitudinal do veículo.

Em uma curva quando a aceleração lateral é negligenciada a roda de trás segue a roda da frente. Mas com o aumento da aceleração, a traseira do veículo tende derivar externamente desenvolvendo um ângulo de escorregamento. Em geral, o ângulo de escorregamento do veículo será diferente em todos os pontos durante uma curva. (Gillespie,1992)

O ângulo de escorregamento do veículo para baixas velocidades é definido como positivo, quando a direção do movimento (vetor velocidade) é orientado na direção horária ao eixo longitudinal (Figura 4.15). E para altas velocidades causa um ângulo de escorregamento do veículo negativo.(Figura 4.16)

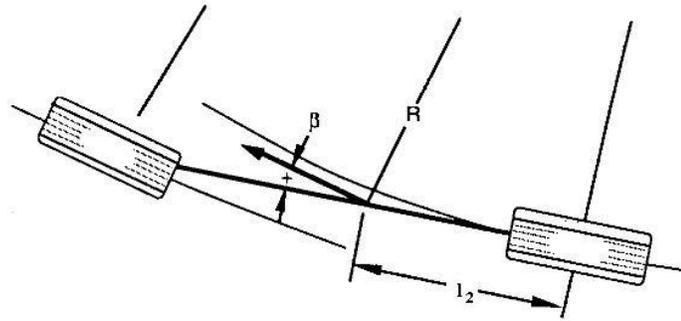


Figura 4.15 Comportamento para baixas velocidades (Gillespie,1992)

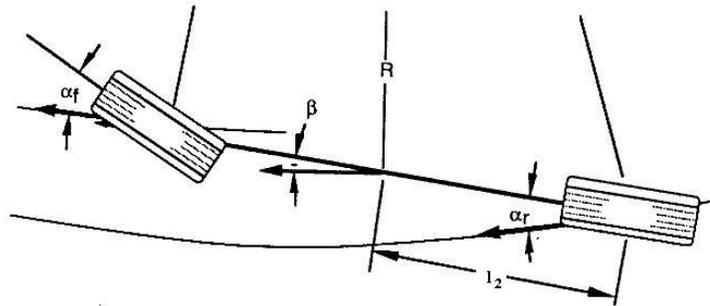


Figura 4.16 Comportamento para altas velocidades (Gillespie,1992)

#### 4.9 Força Normal nas rodas

Para descrever comportamento correto do pneu, é necessário conhecer a força normal que está atuando em cada roda, pois o limite de atrito lateral é fortemente influenciado pela força normal. Considerando um veículo simétrico ao longo do eixo longitudinal, pode-se escrever como o peso sendo:

$$W_F = \frac{mgl_2}{2L} \quad (\text{Eq. 4.22})$$

$$W_T = \frac{mgl_1}{2L} \quad (\text{Eq. 4.23})$$

Onde:

$W_F$  e  $W_T$  = peso no eixo frontal e traseiro ( $N$ ).

$g$  = aceleração da gravidade ( $m/s^2$ ).

$m$  = massa do veículo ( $kg$ ).

#### **4.10 Sumário**

Este capítulo abordou conceitos teóricos e aspectos relativos ao contato roda-piso, como a força lateral e o ângulo de escorregamento. O entendimento da teoria envolvida é bastante importante para que ao fazer a modelagem do movimento veicular seja possível simplificar o modelo, a fim de que nenhum parâmetro de grande importância seja desprezado ou negligenciado.

No próximo capítulo, será feita uma apresentação da dirigibilidade veicular, definindo o ângulo de esterçamento e as equações de movimento, para ser utilizada na simulações do contato roda-piso.

## Capítulo 5

### Dirigibilidade

Este capítulo apresentará o equacionamento geral de movimento para um veículo genérico ou para uma cadeira de rodas como um sistema de 3 graus de liberdade. Através dos diagramas de corpo livre são obtidas as equações de Newton e Euler. Deste modo, é possível analisar a influência do esterçamento no comportamento da cadeira de rodas.

#### 5.1 Ângulo de esterçamento

Em velocidades relativamente baixas o veículo gira de acordo com o alinhamento geométrico das rodas. As rodas giram no sentido que estão dirigindo, e o veículo circunda sobre o ponto estabelecido por uma projeção dos eixos dianteiros que cruzam uma projeção do eixo traseiro. Enquanto a velocidade aumenta, o centro real da curva se move para diante devido ao ângulo de escorregamento dos pneus.

Logo para pequenas velocidades, a roda não necessita desenvolver forças laterais, não tendo ângulo de escorregamento. Assim, uma reta perpendicular ao centro da roda dianteira passa no centro da curva, como mostra na Figura 5.1.

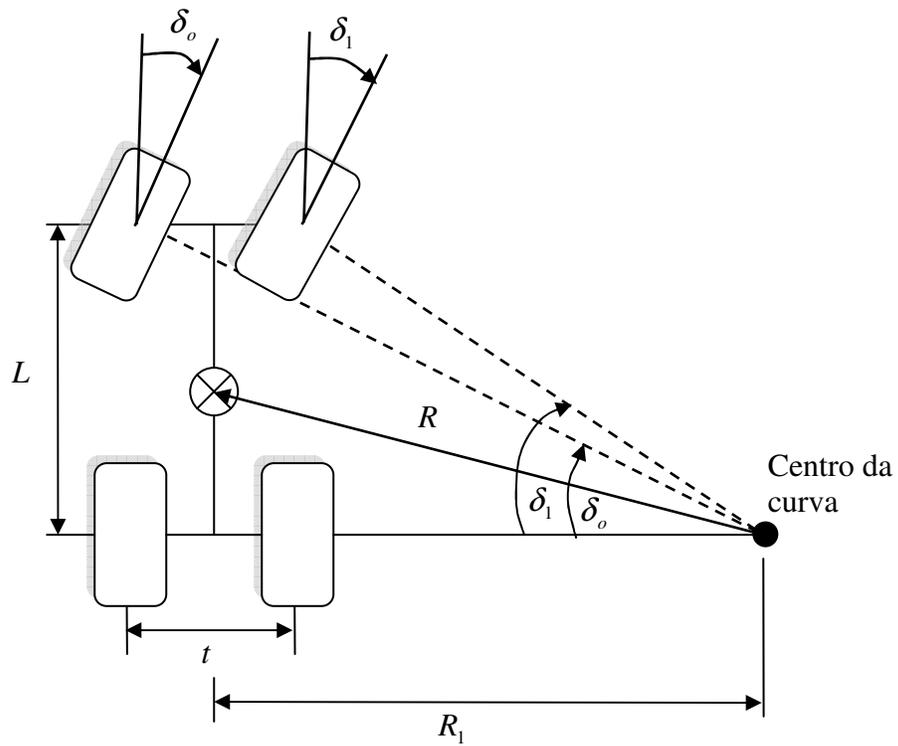


Figura 5.1 Representação do veículo com o raio de curvatura  $R_1$  (Genta, 1997)

Pela Figura 5.1 pode se obter a relação do ângulo de esterçamento com o raio de curvatura, distância entre eixo ( $L$ ) e a bitola dianteira ( $t$ ) (Genta,1997):

$$\tan(\delta_o) = \frac{L}{R_1 + \frac{t}{2}} \quad (\text{Eq. 5.1})$$

$$\tan(\delta_1) = \frac{L}{R_1 - \frac{t}{2}}$$

Nesse caso as bitolas traseira e dianteira são iguais.

Eliminando  $R_1$  das equações apresentadas acima, pode se obter uma relação direta entre os ângulos  $\delta_0$  e  $\delta_1$  (Genta,1997):

$$\cot(\delta_0) - \cot(\delta_1) = \frac{t}{L} \quad (\text{Eq. 5.2})$$

Usando como referência o ângulo de Ackerman ou a geometria Ackerman, o raio da trajetória do centro de massa do veículo é (Genta,1997):

$$R = \sqrt{l_2^2 + R_1^2} = \sqrt{l_2^2 + L^2 \cot^2(\delta)} \quad (\text{Eq. 5.3})$$

Onde  $\delta$  é o ângulo de esterçamento equivalente para veículos com duas rodas. Calculando as cotangentes do ângulo para duas rodas tem-se (Genta,1997):

$$\cot(\delta) = \frac{R_1}{l} = \frac{\cot(\delta_1) + \cot(\delta_2)}{2} \quad (\text{Eq. 5.4})$$

No caso do raio da trajetória ser grande em comparação com a base das rodas do veículo, pode-se reduzir a equação do raio para (Wong, 2001):

$$R = \frac{L}{\delta} \quad (\text{Eq. 5.5})$$

O ângulo de esterçamento ( $\delta$ ) pode ser escrito como:

$$\delta = \frac{L}{R} \quad (\text{Eq. 5.6})$$

O ângulo de escorregamento do veículo ( $\beta$ ) também pode ser expresso em função do raio da trajetória (R) como (Genta, 1997):

$$\beta = \arctan\left(\frac{l_2}{\sqrt{R^2 + l_2^2}}\right) \quad (\text{Eq. 5.7})$$

Também pode ser obtida através do raio de curvatura (R) a velocidade *yaw* ou a velocidade de guinada (Dixon, 1996):

$$r = \dot{\psi} = \frac{V}{R} \quad (\text{Eq. 5.8})$$

E aceleração lateral como sendo (Dixon, 1996):

$$a_y = rV = \frac{V^2}{R} \quad (\text{Eq. 5.9})$$

## 5.2 Forças que atuam no veículo

As forças que atuam no contato roda-piso em um veículo de quatro rodas no plano *x-y* e com o ângulo de esterçamento no eixo dianteiro são mostradas na Figura 5.2.

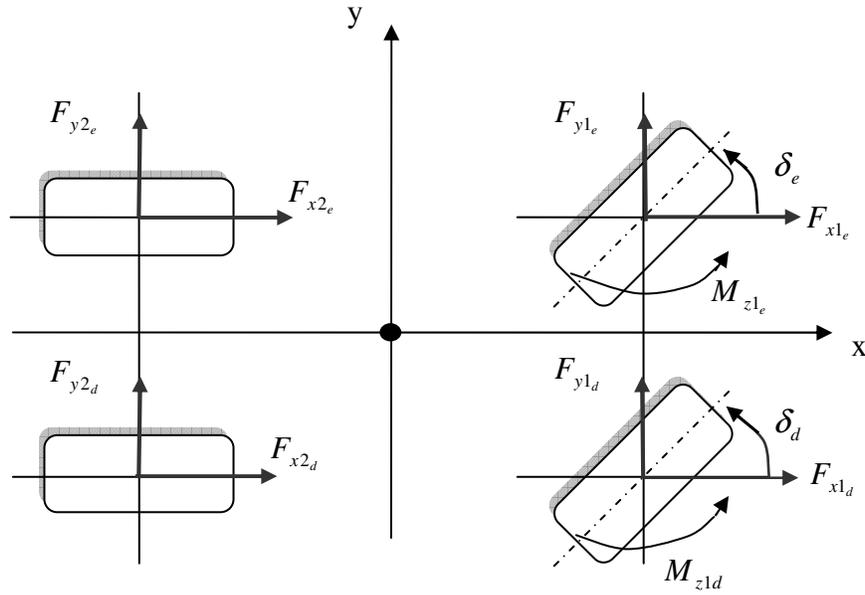


Figura 5.2 Forças no plano  $x$ - $y$  para um veículo de quatro rodas (Genta,1997)

A força resultante atuando no veículo na direção  $x$  e incluindo o arrasto aerodinâmico e a componente do peso devido a um aclive é (Genta, 1997):

$$F_x = \sum_{\forall i} F_{xi} \cos(\delta_i) - \sum_{\forall i} F_{yi} \sin(\delta_i) - \frac{1}{2} \rho v_y^2 SC_x - mg \sin(\theta) \quad (\text{Eq. 5.10})$$

Onde  $\theta$  é o ângulo de aclive (*rad*).

Da mesma maneira a força resultante na direção  $y$  é (Genta, 1997):

$$F_y = \sum_{\forall i} F_{xi} \sin(\delta_i) - \sum_{\forall i} F_{yi} \cos(\delta_i) + \frac{1}{2} \rho v_y^2 SC_y + F_{ye} \quad (\text{Eq. 5.11})$$

Onde  $F_{ye}$  é a força externa ( $N$ ).

E o momento no centro de massa é (Genta, 1997):

$$M_z = \sum_{\forall i} F_{x_{i_t}} \sin(\delta_i) x_i + \sum_{\forall i} F_{y_{i_t}} \cos(\delta_i) x_i - \sum_{\forall i} F_{x_{i_t}} \cos(\delta_i) y_i + \sum_{\forall i} F_{y_{i_t}} \sin(\delta_i) y_i + \frac{1}{2} \rho v_y^2 SLC_{M_z} + M_{ze} \quad (\text{Eq. 5.12})$$

### 5.3 Equação do movimento

As equações do movimento são (Genta, 1997):

$$m(\dot{v}_x - \dot{\psi} v_y) = \sum_{\forall i} F_{x_{i_t}} \cos(\delta_i) - \sum_{\forall i} F_{y_{i_t}} \sin(\delta_i) - \frac{1}{2} \rho v_y^2 SC_x - mg \sin(\theta) \quad (\text{Eq. 5.13})$$

$$m(\dot{v}_y + \dot{\psi} v_x) = \sum_{\forall i} F_{x_{i_t}} \sin(\delta_i) + \sum_{\forall i} F_{y_{i_t}} \cos(\delta_i) + \frac{1}{2} \rho v_y^2 SC_y + F_{ye}$$

$$J_z \dot{\psi} = \sum_{\forall i} F_{x_{i_t}} \sin(\delta_i) x_i + \sum_{\forall i} F_{y_{i_t}} \cos(\delta_i) x_i - \sum_{\forall i} F_{x_{i_t}} \cos(\delta_i) y_i + \sum_{\forall i} F_{y_{i_t}} \sin(\delta_i) y_i + \sum_{\forall i} M_{z_i} + \frac{1}{2} \rho v_y^2 SLC_{M_z} + M_{ze}$$

Nota-se que na primeira equação (Eq.5.13) a massa é a apenas massa do veículo, pois a inércia do motor e as rodas motorizadas são aceleradas diretamente pelo motor.

O modelo matemático assim obtido é completamente general para um veículo de quatro rodas e sofre somente a suposição do veículo rígido. Estas equações de movimento são fortemente não-lineares sendo muito complexas para a simulação numérica assim é necessária a linearização.

#### 5.3.1 Linearizando as equações de movimento (Genta)

As equações de movimento mostradas anteriormente podem ser facilmente linearizadas, obtendo-se assim soluções próximas da dirigibilidade do veículo. A origem da não-linearidade é devido a presença de produtos das variáveis de movimento nas equações, presença de funções

trigonométricas e as forças nos pneus. Todos esses termos podem ser negligenciados se o ângulo de escorregamento das rodas e do veículo e o ângulo de esterçamento forem pequenos.

A primeira consideração é o ângulo de escorregamento do veículo ( $\beta$ ) pequeno. Assim as funções trigonométricas podem ser linearizadas como:

$$v_x = V \cos(\beta) \approx V \quad (\text{Eq. 5.14})$$

$$v_y = V \sin(\beta) \approx V\beta$$

Assim as equações de movimento ficam:

$$m(\dot{V} - rv_y) = F_x \quad (\text{Eq. 5.15})$$

$$m(\dot{v}_y + rV) = F_y$$

$$J_z \dot{r} = M_z$$

Onde:

$r = \dot{\psi}$  é a velocidade *yaw* ( $m/s$ ).

$V$  = velocidade do veículo ( $m/s$ ).

$\dot{V}$  = aceleração do veículo ( $m/s^2$ ).

$J_z$  = momento de inércia ( $kg.m^2$ ).

As equações de movimento podem ser reescritas como:

$$m(\dot{V} - rV\beta) = F_x \quad (\text{Eq. 5.16})$$

$$mV(\dot{\beta} + r) + m\beta\dot{V} = F_y$$

$$J_z \dot{r} = M_z$$

Reduzindo a equação da força (Eq. 5.14), a seguinte expressão é obtida:

$$F_y = \sum_{\forall i} F_{x_i} \delta_i - \sum_{\forall i} F_{y_i} + \frac{1}{2} \rho v_y^2 S C_x + F_{ye} \quad (\text{Eq. 5.17})$$

O produto  $F_{x_i} \delta_i$  pode ser negligenciado, pois ele é tão pequeno em comparação às outras forças que se encontram na equação.

A força lateral como foi abordada anteriormente pode ser expressa em função da rigidez ao deslizamento e o ângulo de escorregamento:

$$F_{y_i} = -C_i \alpha_i = -C_i \left( \beta + \frac{x_i}{V} r - \delta_i \right) \quad (\text{Eq. 5.18})$$

A expressão da força total lateral mostrada acima pode ser linearizada como:

$$F_y = Y_\beta \beta + Y_r r + Y_\delta \delta + F_{ye} \quad (\text{Eq. 5.19})$$

Onde:

$$Y_\beta = -\sum_{\forall i} C_i + \frac{1}{2} \rho V_r^2 S(C_y)_{,\beta} \quad (\text{Eq. 5.20})$$

$$Y_r = -\frac{1}{V} \sum_{\forall i} x_i C_i$$

$$Y_\delta = \sum_{\forall i} K_i (C_i + F_{x_i})$$

### 5.3.2 Semi-linearização da equação de movimento (Genta)

Em baixas velocidades o ponto H coincide com B como estão mostrados na Figura 5.3 assim os ângulos são:

$$\delta_c = \arctan\left(\frac{L}{\sqrt{R^2 - l_2^2}}\right) \quad (\text{Eq. 5.21})$$

$$\beta_c = \arctan\left(\frac{l_2}{\sqrt{R^2 - l_2^2}}\right) \quad (\text{Eq. 5.22})$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 0 \quad (\text{Eq. 5.23})$$

O modelo dinâmico do veículo semi-linearizado pode ser visto na Figura 5.3.

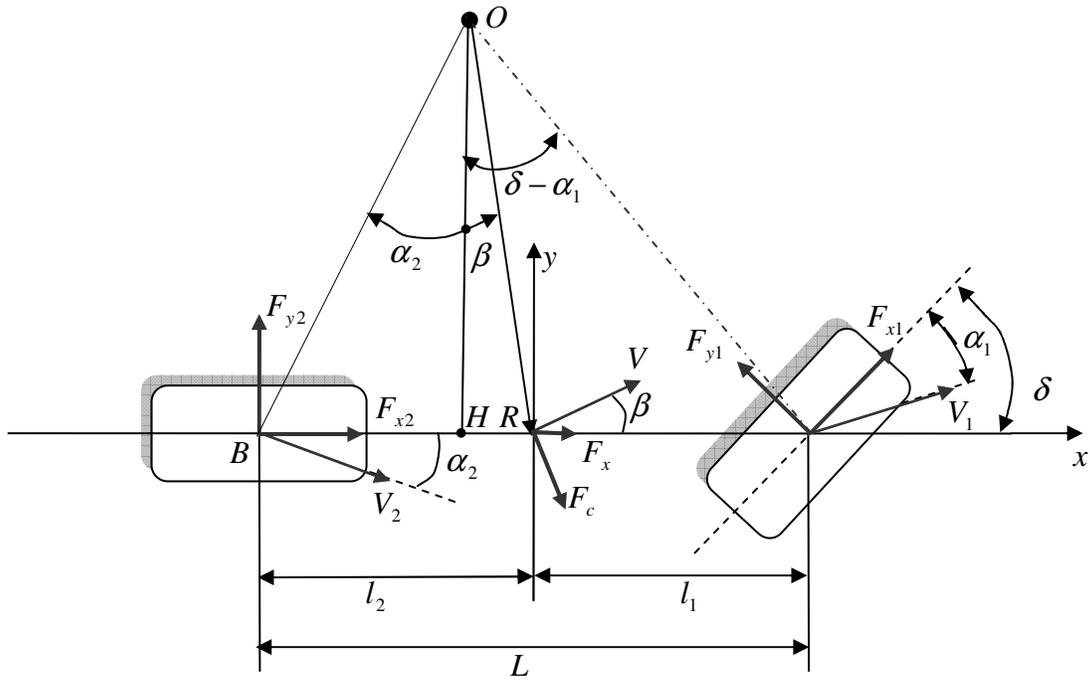


Figura 5.3 Modelo semi-linearizado simplificado (Genta, 1997).

A relação entre o ângulo de escorregamento do veículo e a roda traseira é:

$$\beta = \arcsin\left[\frac{l_2 \cos(\alpha_2)}{R}\right] + \alpha_2 \quad (\text{Eq. 5.24})$$

O ângulo de esterçamento é:

$$\delta = \arctan\left(\frac{\alpha + R \sin(\beta)}{R \cos(\beta)}\right) - \alpha_1 \quad (\text{Eq. 5.25})$$

A equação de equilíbrio do veículo referente a Figura 5.3 é:

$$F_{x1} \cos(\delta) + F_{x2} + F_x - F_{y1} \sin(\delta) + F_c \cos(\beta) = 0 \quad (\text{Eq. 5.26})$$

$$F_{x1} \sin(\delta) + F_{y1} l_1 \cos(\delta) + F_{y2} - F_c \sin(\beta) = 0$$

$$F_{x1} l_1 \sin(\delta) + F_{y1} l_1 \cos(\delta) - F_{y2} l_2 = 0$$

A força de inércia:

$$F_c = m \frac{V^2}{R} \quad (\text{Eq. 5.27})$$

As forças podem ser expressas, na roda da frente como:

$$F_{x1} = \frac{mV^2}{RL} [l_2 \sin(\delta) \cos(\beta) - L \cos(\delta) \sin(\beta)] - (F_{x2} + F_x) \cos(\delta) \quad (\text{Eq. 5.28})$$

$$F_{y1} = \frac{mV^2}{RL} [l_2 \cos(\delta) \cos(\beta) - L \sin(\delta) \sin(\beta)] - (F_{x2} + F_x) \sin(\delta) \quad (\text{Eq. 5.29})$$

$$F_{y2} = \frac{mV^2}{RL} l_1 \cos(\beta) \quad (\text{Eq. 5.30})$$

No caso das rodas de trás sendo motoras tem-se:

$$F_{x1} = \frac{mV^2}{RL \cos(\delta)} [l_2 \sin(\delta) \cos(\beta) - L \cos(\delta) \sin(\beta)] - F_x - \frac{F_{x1}}{\cos(\delta)} \quad (\text{Eq. 5.31})$$

$$F_{y1} = \frac{mV^2 l_2 \cos(\beta)}{RL \cos(\delta)} - F_{x1} \tan(\delta) \quad (\text{Eq. 5.32})$$

$$F_{y2} = \frac{mV^2}{RL} l_1 \cos(\beta) \quad (\text{Eq. 5.33})$$

As forças  $F_{y1}$ ,  $F_{y2}$  e  $F_{x1}$ , ângulos  $\beta$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\delta$  dependem dos valores anteriores pois depois são considerado como entrada.

As equações das forças semi-linearizadas podem ser implementadas em vários programas como Matlab<sup>®</sup>, Visual Basic<sup>®</sup>, porém ainda são complexas para implementação numérica assim não foram utilizadas nas simulações realizadas neste trabalho.

#### 5.4 Convergência e Divergência

Convergência é a diferença entre a parte traseira do pneu e a dianteira do pneu. A convergência e a divergência são os ângulos que as rodas divergem do sentido do movimento. As rodas traseiras raramente possuem convergência ou divergência. (Johnson, 1997)

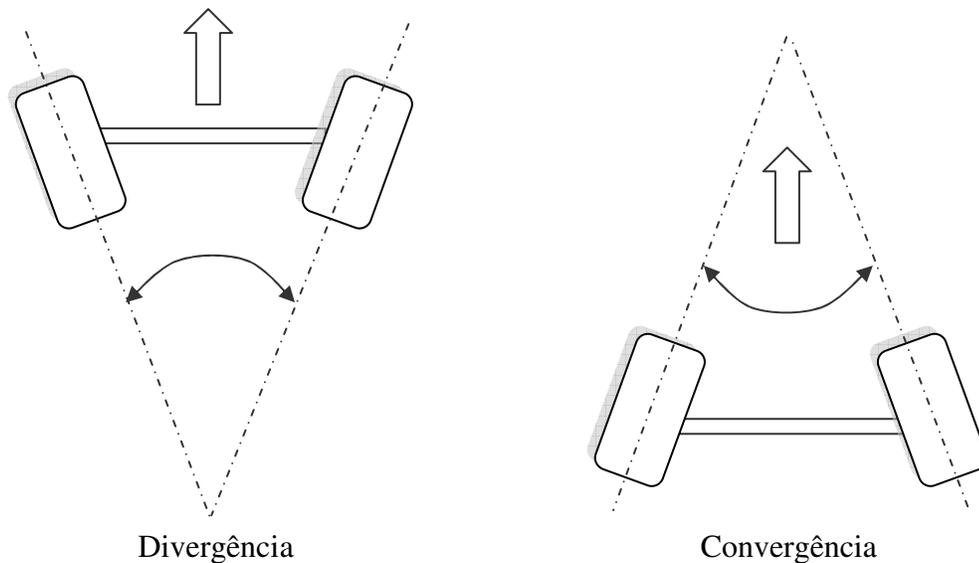


Figura 5.4 Convergência e Divergência (Johnson, 1996)

Considerando que  $\alpha_c$  seja o ângulo que cada roda faz com o plano simétrico do veículo, sendo positivo quando a convergência é positivo. Assim ângulo de esterçamento das rodas é (Genta, 1997):

$$\alpha_{iD} = \beta + \frac{x_i}{V} r - \delta_i - \alpha_c = a_i - a_c \quad (\text{Eq. 5.34})$$

$$\alpha_{iE} = \beta + \frac{x_i}{V} r - \delta_i - \alpha_c = a_i + a_c$$

No qual D e E são referentes às rodas direita e esquerda respectivamente e i refere-se aos eixos. A convergência produz um crescimento no ângulo de escorregamento das rodas externas e diminui o ângulo nas outras rodas.

A força lateral total é (Genta,1997):

$$\begin{aligned} F_y &= C_{\alpha D} \alpha_{\alpha D} + C_E \alpha_E = \\ &= -\frac{1}{2} \left[ (\alpha_i - \alpha_c) \left( C_\alpha + \Delta F_z \frac{\partial C_\alpha}{\partial F_z} \right) + (\alpha_i + \alpha_c) \left( C_\alpha - \Delta F_z \frac{\partial C_\alpha}{\partial F_z} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{Eq. 5.35})$$

Onde  $C_\alpha$  é a rigidez ao deslizamento ( $N/rad$ ) e a força transferida é adotada como sendo tão pequena que a dependência da rigidez com a força é linear.

A equação pode ser reduzida para (Genta, 1997):

$$F_y = -C_\alpha \alpha_i + \alpha_c \Delta F_z \frac{\partial C_\alpha}{\partial F_z} \quad (\text{Eq. 5.36})$$

## **5.5 Sumário**

Neste capítulo foi apresentada uma revisão dos aspectos relativos à dirigibilidade veicular. Assim, foram mostrados mais fatores que influenciam no movimento veicular logo na modelagem dinâmica, sendo necessário o conhecimento desses fatores para que, ao fazer um modelo matemático possa simplificar sem prejudicar os resultados finais.

Tendo os conhecimentos fundamentais da dinâmica veicular agora será discutida a estabilidade de uma cadeira de rodas, com quatro rodas.

## Capítulo 6

### Análise da Estabilidade

O estudo da estabilidade é feito seguindo os procedimentos de Huston (1982) e Becker (1997). O veículo é modelado pelo modelo bicicleta como foi explicado nos capítulos anteriores.

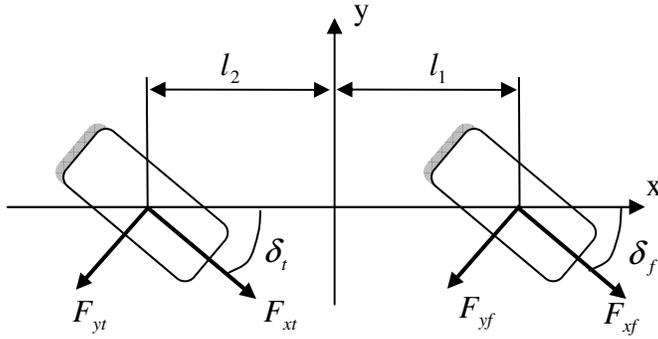
O estudo da estabilidade será feito apenas para cadeira de rodas com quatro rodas. Geralmente as cadeiras de rodas com três rodas são mais leves e mais ágeis do que a cadeira com quatro rodas, mas a cadeira de rodas com quatro rodas são mais estáveis (Cooper,1993).

#### 6.1 Estabilidade Lateral - Escorregamento

Para se obter as equações de movimento da cadeira de rodas e o modelo devem se considerar as seguintes hipóteses adotadas (Becker, 1997):

- O sistema pode ser tratado como um corpo rígido e simétrico ao longo do eixo longitudinal.
- Considera-se que a força lateral resultante exercida pelo solo seja perpendicular ao plano da roda e age diretamente sobre a projeção do centro da roda.
- Os ângulos de escorregamento laterais ( $\alpha_i$ ) são pequenos e assumem-se uma relação linear entre eles e a força de atrito.

Essas hipóteses possibilitam que a equação diferencial de movimento seja linear e a sua simplificação permite que não sejam perdidas muitas informações. Assim, pode-se considerar o movimento do sistema como sendo de corpo rígido no plano X-Y como mostra a Figura 6.1.



Onde:

$F_{yf}$  = Força transversal frontal

$F_{xf}$  = Força longitudinal frontal

$\delta_f$  = Ângulo de esterçamento frontal

$F_{yt}$  = Força transversal traseiro

$F_{xt}$  = Força longitudinal traseiro

$\delta_t$  = Ângulo de esterçamento traseiro

Figura 6.1 Componentes das forças utilizadas no modelo de bicicleta adotado para a cadeira de rodas.

Assumindo velocidade na direção  $x$  constante e os ângulos de esterçamento pequenos pode se obter as seguintes equações do movimento aplicado para as quatro rodas:

$$\sum F_x = F_{xt} \cos(\delta_t) + F_{xf} \cos(\delta_f) - F_{yt} \sin(\delta_t) - F_{yf} \sin(\delta_f) \quad (\text{Eq. 6.1})$$

$$\sum F_y = F_{yt} \cos(\delta_t) + F_{yf} \cos(\delta_f) + F_{xt} \sin(\delta_t) + F_{xf} \sin(\delta_f) \quad (\text{Eq. 6.2})$$

$$\sum M_z = (F_{yf} \cos(\delta_f) + F_{xf} \sin(\delta_f)) \cdot l_1 - (F_{yt} \cos(\delta_t) + F_{xt} \sin(\delta_t)) \cdot l_2 \quad (\text{Eq. 6.3})$$

Se o movimento for linear e uniforme, ou seja, o ângulo de esterçamento for pequeno, a equação de movimento pode ser escrita como:

$$\sum F_x = 0 \quad (\text{Eq. 6.4})$$

$$\sum F_y = ma_y = m(\dot{v}_y + v_x r) \quad (\text{Eq. 6.5})$$

$$\sum M_z = J_z \dot{r} \quad (\text{Eq. 6.6})$$

Onde  $r = \dot{\psi}$  é a velocidade yaw ( $m/s^2$ );

$J_z$  = Momento de inércia com relação ao eixo vertical Z ( $kg.m$ ).

Assumindo que a equação de movimento que governa o comportamento de um veículo de quatro rodas mostradas nas equações 6.1, 6.2 e 6.3 podem ser escritas por duas equações diferenciais não acopladas lineares (Huston, 1982):

$$m\dot{V}_y + \left( mV_x + \frac{2l_1 C_{cf} - 2l_2 C_{cr}}{V_x} \right) r + \left( \frac{2C_{cf} + 2C_{cr}}{V_x} \right) V_y = 0 \quad (\text{Eq. 6.7})$$

$$J_z \dot{r} + \left( \frac{2l_1^2 C_{cf} + 2l_2^2 C_{cr}}{V_x} \right) r + \left( \frac{2l_1 C_{cf} - 2l_2 C_{cr}}{V_x} \right) V_y = 0 \quad (\text{Eq. 6.8})$$

Onde  $C_{\alpha i}$  = coeficiente de rigidez ( $N/rad$ );

$l_1$  = distância entre o eixo dianteiro e o centro do veículo ( $m$ );

$l_2$  = distância entre o eixo traseiro e o centro do veículo ( $m$ );

$\psi$  = ângulo yaw ( $rad$ );

$m$  = massa do veículo ( $kg$ )

Através da teoria dos autovalores e autovetores, é possível obter a equação característica do sistema de equação diferencial, calculando o determinante da expressão  $(B - I\lambda)$  e igualando a zero. Onde B é a matriz dos coeficientes da equação e I é uma matriz identidade de 2ª ordem. Assim a equação característica do veículo de quatro rodas é:

$$\lambda^2 + \left( \frac{b_1}{m} + \frac{b_4}{J_z} \right) \lambda + \left( \frac{b_1 b_4 - b_2 b_3}{J_z m} \right) = 0 \quad (\text{Eq. 6.9})$$

Onde os coeficientes são:

$$b_1 = \frac{2C_{af} + 2C_{ar}}{v_x} \quad (\text{Eq. 6.10})$$

$$b_2 = mV_x + \frac{2C_{af}l_1 - 2C_{ar}l_2}{v_x}$$

$$b_3 = \frac{2C_{af}l_1 - 2C_{ar}l_2}{v_x}$$

$$b_4 = \frac{2C_{af}l_1^2 + 2C_{ar}l_2^2}{v_x}$$

Outro modo de analisar a estabilidade de um sistema, sem resolver a equação característica, é utilizando o critério de Routh-Hurwitz, no qual todos os coeficientes  $b_i$  devem assumir valores negativos e nulos. Assim impondo a condição de serem positivos tem-se:

$$L + \frac{V_x^2}{g} \left( \frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_t}{C_{\alpha t}} \right) > 0 \quad (\text{Eq. 6.11})$$

A velocidade na qual o veículo de quatro rodas se torna instável pode ser determinada igualando a equação acima igual a zero. Assim a velocidade crítica pode ser expressa como:

$$V_{crit} = \sqrt{\frac{-gL}{K_{us}}} \quad (\text{Eq. 6.12})$$

Onde  $K_{us}$  é o coeficiente de estabilidade e pode ser definido como:

$$K_{us} = \left( \frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_t}{C_{\alpha t}} \right) \quad (\text{Eq. 6.13})$$

A rigidez ao deslizamento das rodas pode ser expressa como:

$$C_{\alpha} = (A - BF_z)F_z \quad (\text{Eq. 6.14})$$

Onde  $F_z$  é a força normal e A e B são constantes que dependem da propriedade do pneu. Combinado a equação de rigidez ao deslizamento com a equação 6.11 e com as equações das força normais obtém-se:

$$K_{us} = \left( \frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_t}{C_{\alpha t}} \right) = \frac{Bmg(l_2 - l_1)}{2L(A - BW_f)(A - BW_t)} \geq 0 \quad (\text{Eq. 6.15})$$

Como a rigidez ao deslizamento é sempre positiva, chega-se à seguinte condição para a estabilidade lateral:  $l_2 \geq l_1$ . Quando aplicado uma força lateral a uma altura h sobre o veículo e o

somatório dos momentos é maior que zero, o veículo pode tombar. Assim o centro de gravidade da cadeira de rodas deve estar mais perto do eixo dianteiro do que do traseiro.

## 6.2 Estabilidade ao tombamento

Analisando inicialmente o veículo em um movimento retilíneo uniforme com uma força lateral externa ( $F$ ), aplicado a uma altura ( $h$ ) do solo. Assim é possível determinar uma força lateral máxima suportada pelo veículo.

O eixo de tombamento T-T mostrado na Figura 6.2 sendo o eixo no qual o veículo será forçado ao tombamento. Onde o critério de tombamento é definido como sendo a soma dos momentos em relação ao eixo T-T.

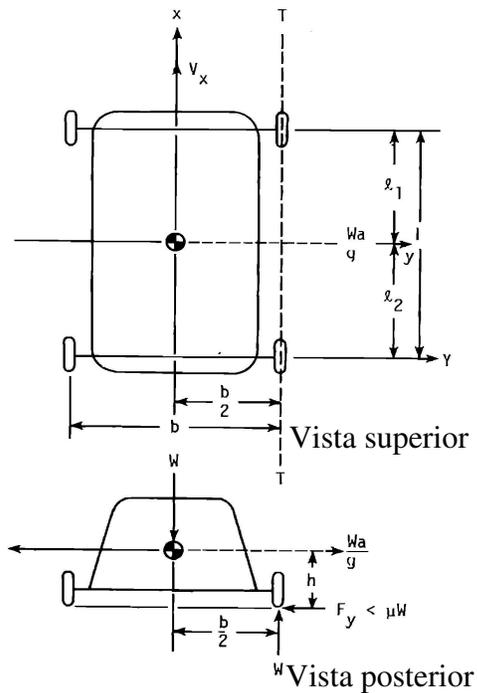


Figura 6.2 Modelo do veículo em movimento linear submetido à uma força lateral (Huston, 1982).

Para se evitar o tombamento, o momento resultante deve ser negativo, assim tenderá a manter as rodas apoiadas no chão:

$$\sum M_{T-T} = -W \frac{b}{2} + Fh < 0 \quad (\text{Eq. 6.16})$$

Reescrevendo:

$$F < \frac{b}{2h} W \quad (\text{Eq. 6.17})$$

Logo a força máxima lateral é:

$$F_{\max} = \mu W \quad (\text{Eq. 6.18})$$

Onde;  $\mu$  = coeficiente de aderência entre o solo e a rodas.

Quando  $\mu$  tiver valores inferiores a  $b/2h$ , a cadeira de rodas deslizará sobre o solo antes que ocorra o tombamento, assim  $h$  deve ser o menor possível. Porém, se houver uma colisão, o deslizamento das rodas sobre o solo é impedido em razão de um crescimento na força lateral decorrente do tombamento.

Assim o somatório das forças laterais resulta em:

$$F = F_y < F_{\max} \quad (\text{Eq. 6.19})$$

Quando a força lateral não ultrapassar a força máxima, não existe perigo em ocorrer o tombamento.

### 6.3 Shimmy

A vibração lateral das rodas pivotadas, chamadas de *shimmy*, é um fenômeno bem conhecido em sistemas veiculares. Esta vibração lateral pode ser causada pela elasticidade do sistema da suspensão ou pela elasticidade da roda. Por exemplo, o movimento complexo das

rodas Castors de uma cadeira de rodas pode ser modelado por meio de pinos de elásticos que suportam as rodas. Os modelos que usam a elasticidade dos pneus têm a importância grande, porque a maioria dos veículos possui pneus pneumáticos. (Takács,2005)

Na análise do *shimmy* há várias maneiras diferentes de modelar a elasticidade dos pneus: A teoria elástica de V. Schlippe, Dietrich, Pacejka ou o método do ponto de contato Moreland são aplicados. (Somieski, 1997)

Neste trabalho será mostrado o modelo desenvolvido por Pacejka, onde o sistema é linear e de terceira ordem.

O eixo vertical de giro move sobre o eixo  $x$  com uma velocidade ( $V$ ). A variável do movimento é o ângulo *yaw* ( $\psi$ ) do plano da roda sobre o eixo de giro. O eixo de interseção entre o plano da pista e a centro de contato é a distancia  $e$ . O sistema possui um amortecimento rotacional com um coeficiente de amortecimento ( $k$ ) e uma mola de rigidez ( $c_\psi$ ).

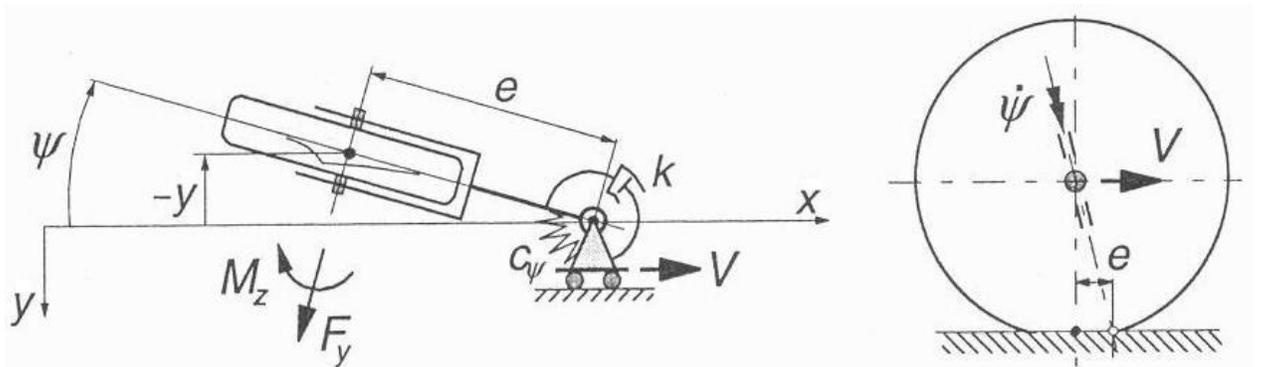


Figura 6.3 Modelo de um sistema com *shimmy* (Pacejka, 2006).

Na primeira aproximação, o contato entre a roda e a piso pode ser considerado como uma linha reta tangencial. Assim as seguintes equações são obtidas (Pacejka, 2006):

$$I\ddot{\psi} + k\dot{\psi} + c_\psi\psi = -F_y e + M_z \quad (\text{Eq. 6.20})$$

$$F_y = C_{F\alpha} \alpha' \quad (\text{Eq. 6.21})$$

$$M_z = M_z' + M_z^* \quad (\text{Eq. 6.22})$$

$$M_z' = -C_{M\alpha} \alpha' \quad (\text{Eq. 6.23})$$

$$M_z^* = -k^* \frac{d\psi}{ds} \quad (\text{Eq. 6.24})$$

$$\alpha' = \frac{v_1}{\sigma} \quad (\text{Eq. 6.25})$$

$$\frac{dv_1}{ds} + \frac{v_1}{\sigma} = \psi - a \frac{d\psi}{ds} - \frac{dy}{ds} \quad (\text{Eq. 6.26})$$

$$s = x = Vt \quad (\text{Eq. 6.27})$$

$$y = -e\psi \quad (\text{Eq. 6.28})$$

Onde  $a=0$  quando o modelo com um único ponto de contato é considerado. Para reduzir o número de parâmetros foram introduzidas quantidades não dimensionais com a referência ao comprimento  $a_0$  que representa o comprimento de contato. (Pacejka, 2006)

$$\underline{a} = \frac{a}{a_0}, \underline{s} = \frac{s}{a_0}, \underline{e} = \frac{e}{a_0}, \underline{t} = \frac{C_{M\alpha}}{a_0 C_{F\alpha}}, \underline{\sigma} = \frac{\sigma}{a_0}, \underline{v_1} = \frac{v_1}{a_0}, \underline{\omega_s} = \omega_s a_0 \quad (\text{Eq. 6.29})$$

$$\underline{V} = V \sqrt{\frac{I}{C_{F\alpha} a_0^3}}, \underline{k}^* = \frac{k^*}{C_{F\alpha} a_0^2} = \frac{k^* t}{C_{M\alpha} a_0}, \underline{k} = \frac{k}{\sqrt{I C_{F\alpha} a_0}}, \underline{c}_\psi = \frac{c_\psi}{C_{F\alpha} a_0} \quad (\text{Eq. 6.30})$$

Eliminadas todas as variáveis e usando as conversões apresentadas acima foram obtidas as seguintes equações diferenciais (Pacejka, 2006):

$$\underline{V}^2 \frac{d^2 \psi}{d \underline{s}^2} + (\underline{k} + \underline{V} + \underline{k}^*) \frac{d \psi}{d \underline{s}} + \underline{c}_\psi \psi + (\underline{e} + \underline{t}) \frac{\underline{v}_1}{\underline{\sigma}} = 0 \quad (\text{Eq. 6.31})$$

$$\frac{d \underline{v}_1}{d \underline{s}} + \frac{\underline{v}_1}{\underline{\sigma}} = (\underline{e} - \underline{a}) \frac{d \psi}{d \underline{s}} + \psi \quad (\text{Eq. 6.32})$$

Assumindo que o comprimento de deflexão do pneu ( $\sigma = 3a$ ) ou não dimensional:  $\underline{\sigma} = 3$ . No caso do modelo de um único ponto de contato  $\underline{a}$  deve ser igual a zero e  $\sigma$  deve ser o valor de  $\sigma + a = 4a$ . Para o rastro pneumático assume  $t = 0,5a$  ou  $t = 0,5$ . A equação característica do sistema é representada como (Pacejka, 2006):

$$\begin{vmatrix} \underline{V}^2 p^2 + (\underline{k} \underline{V} + \underline{k}^*) p + \underline{c}_\psi & \underline{e} + \underline{t} \\ (\underline{e} - \underline{a}) p + 1 & -(\underline{\sigma} p + 1) \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{Eq. 6.33})$$

Ou pode ser representada como:

$$\underline{\sigma} \underline{V}^2 p^3 + \{ \underline{V}^2 + \underline{\sigma} (\underline{k} \underline{V} + \underline{k}^*) \} p^2 + \{ \underline{k} \underline{V} + \underline{k}^* + \underline{\sigma} \underline{c}_\psi + (\underline{e} - \underline{a}) \} p + \underline{e} + \underline{t} + \underline{c}_\psi = 0 \quad (\text{Eq. 6.34})$$

Escrevendo na forma geral:

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0 \quad (\text{Eq. 6.35})$$

De acordo com os critérios de Hurwitz as condições de estabilidade para um sistema de terceira ordem é (Pacejka, 2006):

- a. Todos os coeficientes  $a_i$  da equação característica devem ser positivos.
- b. Os determinantes de Hurwitz ( $H_{n-1}, H_{n-3}, \text{ etc}$ ) devem ser positivos.

Os coeficientes  $a_0$  e  $a_1$  são sempre positivos. Assim os demais coeficientes de estabilidade ficam:

$$a_2 = \underline{k}V + \underline{k}^* + \underline{\sigma}c_\psi + (e+t)(\underline{e} - \underline{a}) > 0 \quad (\text{Eq. 6.36})$$

$$a_3 = \underline{e} + \underline{t} + \underline{c}_\psi > 0 \quad (\text{Eq. 6.37})$$

Assim o determinante é:

$$H_2 = a_2 \{ \underline{V}^2 + \underline{\sigma}(kV + k^*) \} - \underline{\sigma}V^2 (\underline{e} + \underline{t} + \underline{c}_\psi) > 0 \quad (\text{Eq. 6.38})$$

Se as duas condições (equações 6.36 e 6.37) foram satisfeitas a primeira é automaticamente satisfeita. Se algumas dessas condições não forem atendidas o movimento se torna instável.

A equação característica depende dos autovalores e dos parâmetros  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$  assim deve se usar um software para a manipulação da fórmula para encontrar as soluções analíticas, pois são muitos parâmetros e eles variam com os graus de instabilidade e a frequência natural sendo uma simulação complexa.

Na simulação da modelagem do contato roda-piso que será apresentada no próximo capítulo não foi utilizado ainda a modelagem do fenômeno *shimmy*, mas nos próximos trabalhos serão incluídos nas rodas Castors.

#### **6.4 Sumário**

Este capítulo mostrou o estudo da estabilidade lateral ao escorregamento e ao tombamento para cadeira de rodas com configuração de quatro rodas. Também foram obtidos os valores limites para que o usuário não corra nenhum risco de tombar.

Foi também observado que para uma melhor estabilidade da cadeira de rodas é necessário que a altura do centro de gravidade seja a menor possível (dentro dos limites) e que a largura seja menor.

Visto que o objetivo dessa dissertação a implementação da modelagem do contato roda-piso, no próximo capítulo será discutida a modelagem veicular, cuja simulação é necessária para a implementação e teste do comportamento dinâmico.

## Capítulo 7

### Simulação do movimento

O objetivo desse capítulo é a simulação do comportamento veicular e do contato roda-piso, logo foi utilizado o programa Working Model 2D<sup>®</sup> com o auxílio do Matlab<sup>®</sup> e o Microsoft Excel<sup>®</sup> para simular os modelos do contato roda-piso e visualizar o comportamento dinâmico do veículo.

Inúmeros modelos podem ser utilizados para determinar a interação roda e piso, dependendo da precisão desejada podem-se usar sistemas lineares ou não-lineares, nos quais levam em conta vários parâmetros como a deformação do pneu. Assim os modelos do contato roda-piso utilizados são lineares em razão de alguns parâmetros serem difíceis de obter.

Pesquisando sobre cadeiras de rodas comerciais, notou-se que a grande maioria das cadeiras de rodas podem ser consideradas rígidas e sem deslizamento das rodas (Cooper,1993), portanto foi considerado a cadeira de rodas como um modelo linear (Becker, 2000) para modelar seu comportamento.

## 7.1 Working Model 2D

O Working Model 2D<sup>®</sup> é um software para simulação e análise 2D de movimentos cinemáticos e dinâmicos, ele fornece soluções precisas para problemas complexos de simulação de movimento. (Working Model, 2007)

Com o Working Model 2D<sup>®</sup>, pode-se interagir com os controles quando a simulação está funcionando. Por exemplo, mudar os ganhos em um controlador no problema do balanço de uma pêndulo. Ou, alterar o sinal do distúrbio durante a simulação para verificar a robustez de seu controlador. (Working Model, 2007)

Ele pode automaticamente simular interações entre formas complexas com detecção e resposta da colisão. Por exemplo, simular o funcionamento do cames, a folga nas engrenagens, ou o “rolling” e o escorregamento das rodas. E é possível o controle da precisão da simulação modificando os passos de integração e animação e as tolerâncias de configuração. (Working Model, 2007)

O Working Model permite visualização das simulações em várias representações e possibilita a visualização do impacto entre dois automóveis com uma animação em vetores, gráficos de linhas, gráficos de barra e medidores.

Alguns parâmetros podem ser medidos diretamente como a posição, a velocidade, a aceleração, o impulso, o impulso angular, força de retenção e de torção, a gravidade, a energia cinética, energia potencial, gravitacional e a potência. Esses valores podem ser registrados e exibidos em gráficos em tempo real. (Working Model, 2007)

O Working Model<sup>®</sup> tem uma potencialidade interna para ligar ao Microsoft Excel<sup>®</sup> através do DDE (troca de dados dinâmicos). Os usuários podem dirigir quase todo o atuador, motor, mola, ou restrições através de fórmulas e de variáveis na planilha do Excel<sup>®</sup>. Também poder ser interligado com o Matlab<sup>®</sup>, a única diferença de usar o MATLAB<sup>®</sup> é que em vez de executar uma função usando as planilhas usam-se variáveis.

Nesta dissertação as fórmulas e restrições foram feitas nas planilhas do Excel<sup>®</sup> e apenas a visualização e as interações no Working Model 2D<sup>®</sup>.

## 7.2 Velocidade e Aceleração

Esse modelo visa um controle da velocidade e da aceleração lateral para se obter a força lateral resultante em um pneu:

$$F_y = av_y + b\dot{v}_y \quad (\text{Eq. 7.1})$$

A velocidade e aceleração são obtidas através da decomposição em relação ao ângulo de esterçamento ( $\delta$ ).

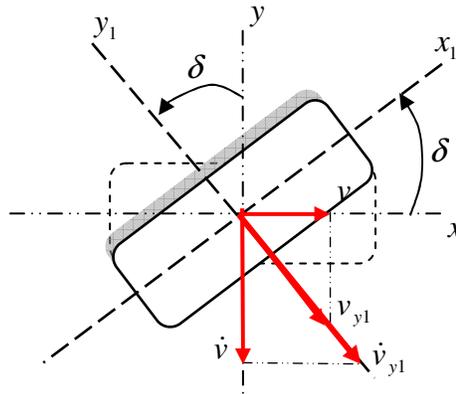


Figura 7.1 Decomposição dos vetores de velocidade e aceleração.

O ângulo de esterçamento foi obtido no Working Model 2D através de dois pontos de referência, um no centro e outro na extremidade da roda como mostra a Figura 7.2. Assim com as coordenadas x e y de cada ponto foi possível determinar o ângulo como:

$$\delta = \arctan\left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right) \quad (\text{Eq. 7.2})$$

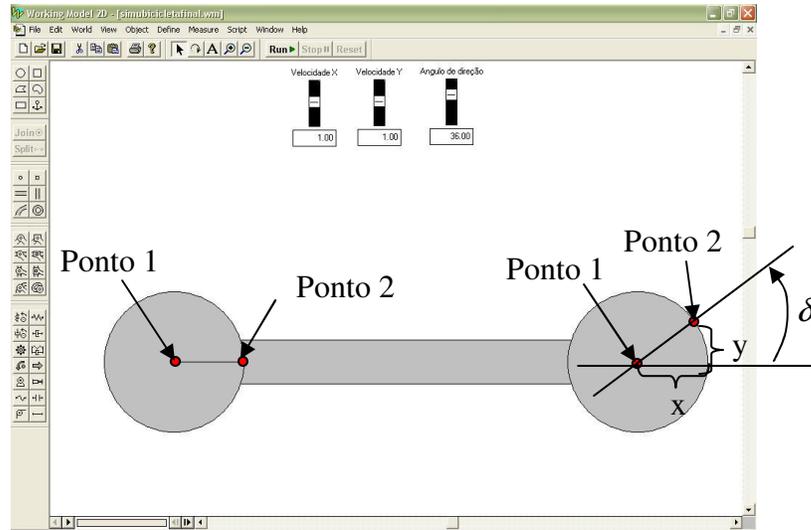


Figura 7.2 Pontos de referência na roda.

Assim com o ângulo de esterçamento tem-se a velocidade e a aceleração em relação a decomposição mostrada na Figura 7.1:

$$v_{x1} = v_x \cos(\delta) + v_y \sin(\delta) \quad (\text{Eq. 7.3})$$

$$\dot{v}_{x1} = \dot{v}_x \cos(\delta) - \dot{v}_y \sin(\delta) \quad (\text{Eq. 7.4})$$

$$v_{y1} = v_y \cos(\delta) + v_x \sin(\delta) \quad (\text{Eq. 7.5})$$

$$\dot{v}_{y1} = \dot{v}_y \cos(\delta) - \dot{v}_x \sin(\delta) \quad (\text{Eq. 7.6})$$

### 7.2.1 Simulação

A primeira simulação feita é o modelo bicicleta como mostra o esquema representado na Figura 7.3.

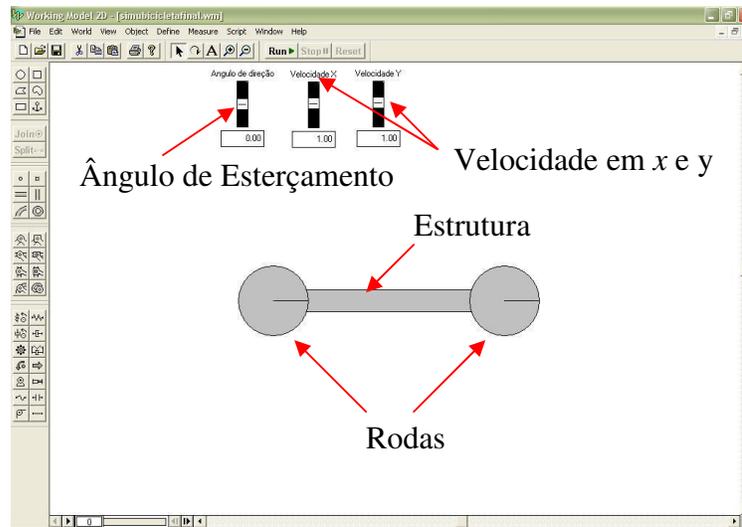


Figura 7.3 Modelo Bicicleta.

Através da simulação obteve-se o comportamento mostrado na Figura 7.4, onde o ângulo de esterçamento da roda dianteira foi alterado permitindo a mudança na direção, funcionando como um guidão de bicicleta, e as velocidades iniciais foram pré-estabelecidas havendo um valor para velocidade na direção em  $x$  e outro para a velocidade em  $y$ .

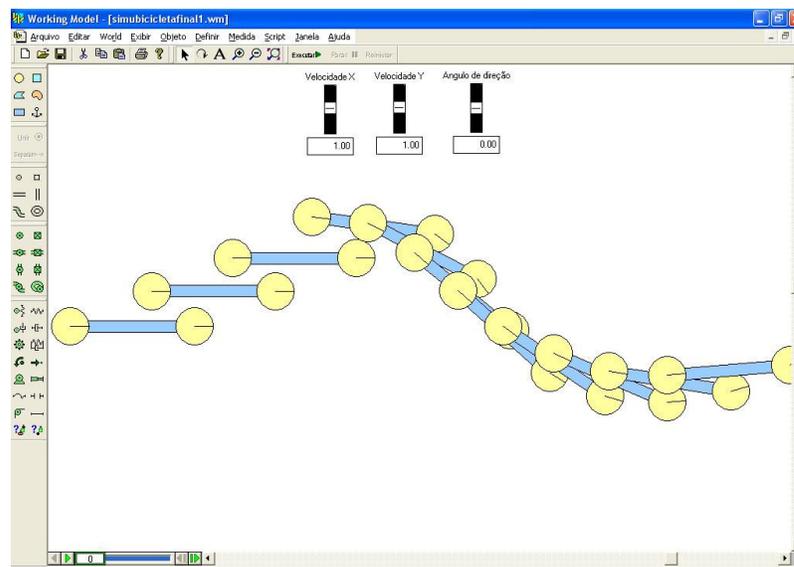


Figura 7.4 Simulação do modelo bicicleta.

Os resultados da posição, velocidade, aceleração e força são mostrados na Figura 7.5.

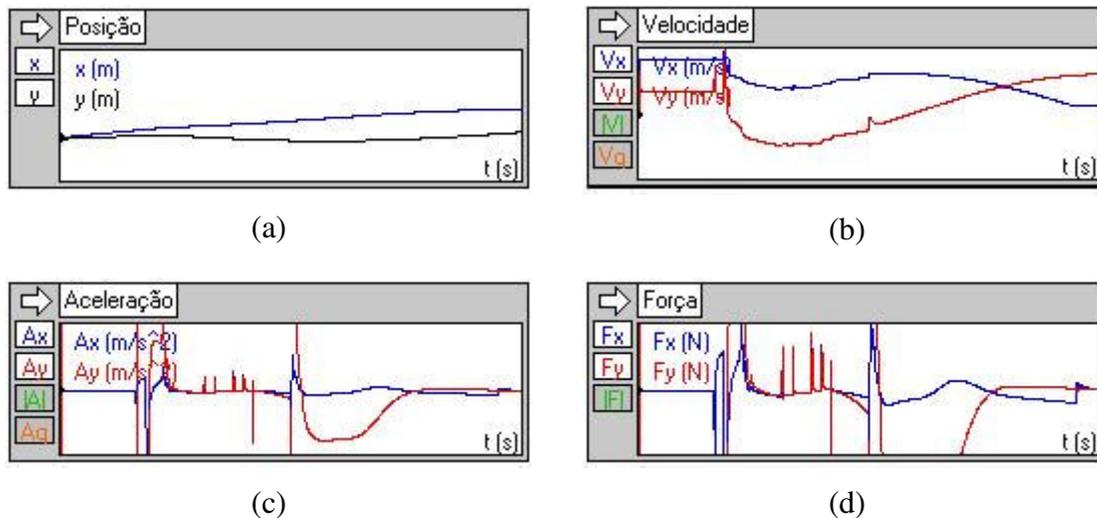


Figura 7.5 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo bicicleta.

Através dos resultados mostrados na Figura 7.5 percebe-se que as velocidades nas direções  $x$  e  $y$  variam de maneira suave com a posição, enquanto as acelerações  $x$  e  $y$  variam descontinuamente e apresentam picos quando se muda a direção do movimento.

É também interessante perceber que a força lateral tenta corrigir a trajetória sendo maior quando há uma curva, ou seja, uma alteração na direção como é notado no gráficos da Figura 7.5 (d) onde há picos da força lateral. Assim todos parâmetros estão interligados, a força lateral depende tanto da posição, da velocidade e da aceleração. Isso é notado pela equação 7.1 da força lateral que depende tanto da aceleração quanto da velocidade e possui apenas uma fator de ganho  $a$  e  $b$  para atuar a velocidade e a aceleração.

Agora utilizando o modelo matemático do contato roda-piso do controle da velocidade e aceleração para a cadeira de rodas. O esquema da cadeira de rodas foi representado na Figura 7.6.

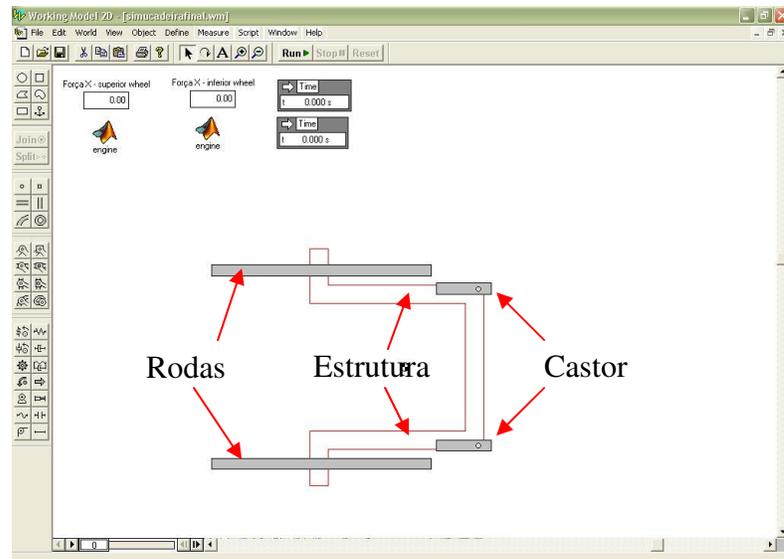


Figura 7.6 Modelo da Cadeira de rodas.

Fazendo a seguinte propulsão com o auxílio do Matlab®:

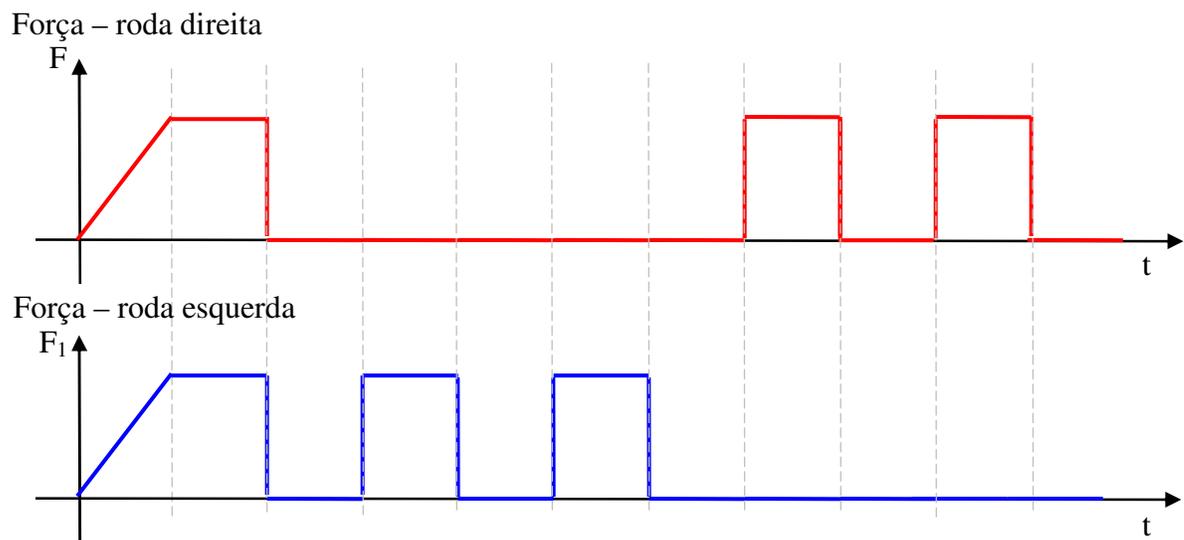


Figura 7.7 Ciclo de propulsão.

Onde  $F$  e  $F_1$  são as forças de propulsão no qual  $F$  é a força aplicada na roda esquerda e  $F_1$  é a força aplicada na roda direita.

Assim aplicando a propulsão na cadeira de rodas no Working Model<sup>®</sup> resultou-se na seguinte simulação apresentada na Figura 7.8.

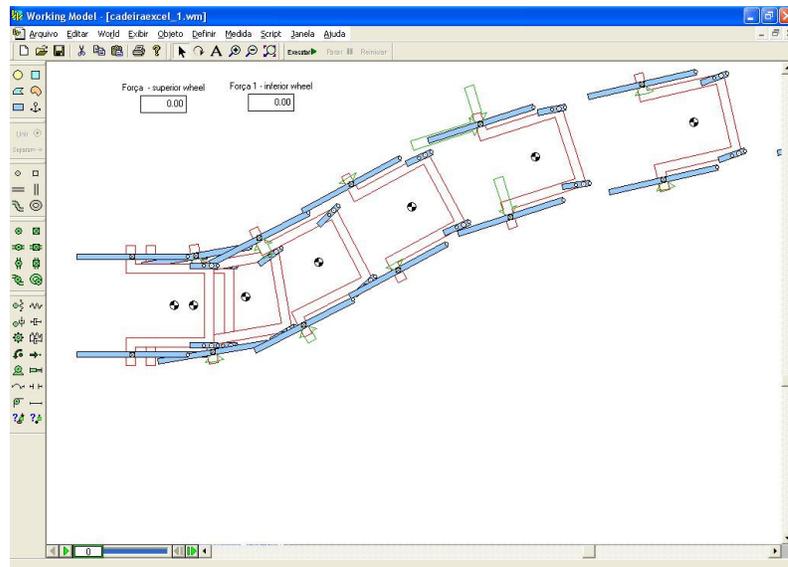


Figura 7.8 Simulação do comportamento da cadeira de rodas.

Fazendo uma ampliação de uma parte da simulação para melhor visualização das forças mostrada na Figura 7.9

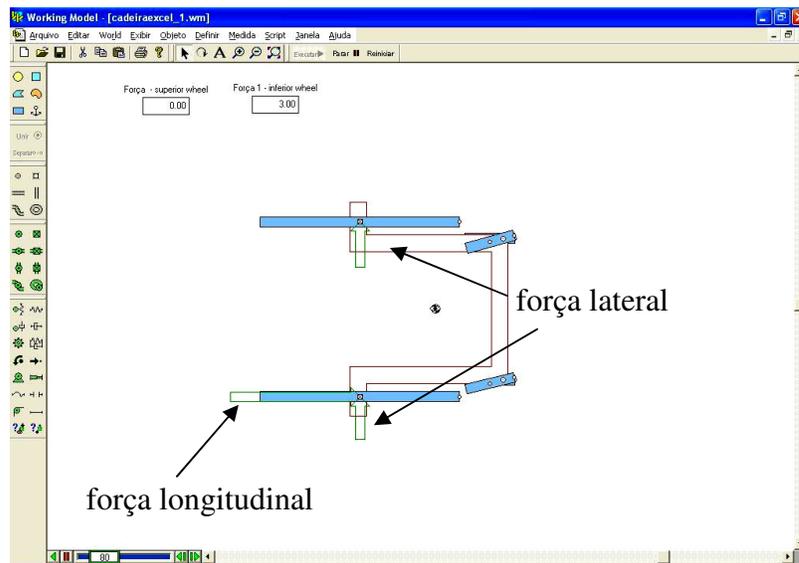


Figura 7.9 Visualização das forças aplicadas.

Levantado os gráficos da posição, velocidade, aceleração e força para a simulação da Figura 7.8 mostrados na Figura 7.10.

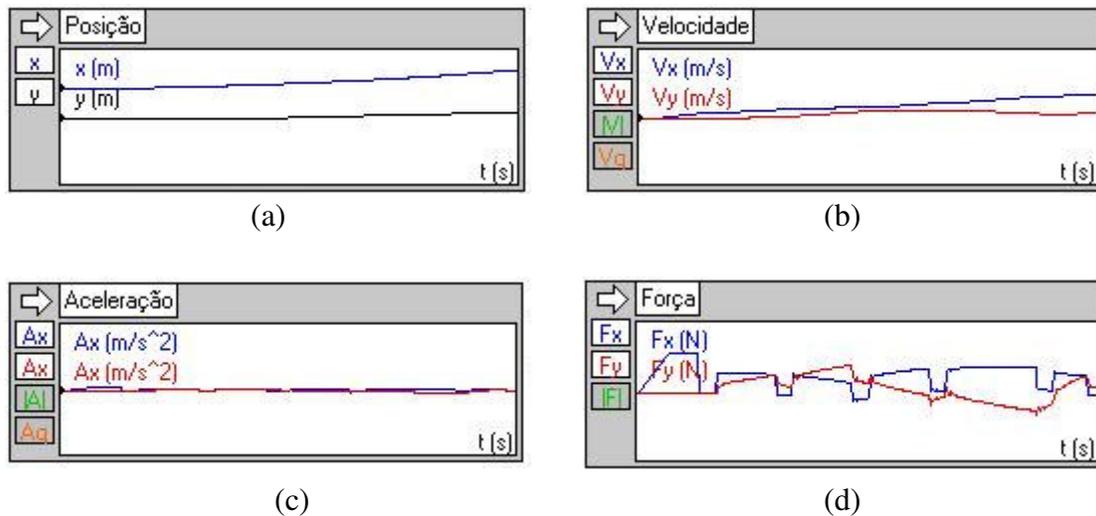


Figura 7.10 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas.

Pelos gráficos da Figura 7.10, percebe-se que a variação da velocidade, aceleração e força foram de acordo com a mudança de direção, a força lateral tenta corrigir a trajetória. Isto é facilmente notado pela Figura 7.8 onde a força lateral representada pela flecha verde lateralmente ao veículo está sempre corrigindo o movimento, impedindo que ocorra uma deriva ao fazer uma curva.

Também foi notado na Figura 7.8 o torque de auto-alinhamento, as rodas Castors ou pivotadas sempre tendem a ficar alinhadas, elas alteram de acordo com a trajetória de uma forma leve e suave.

Na Figura 7.8 também apresentou uma flecha em verde na longitudinal que é a força longitudinal, ou seja, a força aplicada. Percebe se que ela varia de acordo com o ciclo de propulsão descrito anteriormente.

Fazendo outra análise da cadeira de roda, com os carregamentos representados na Figura 7.11.

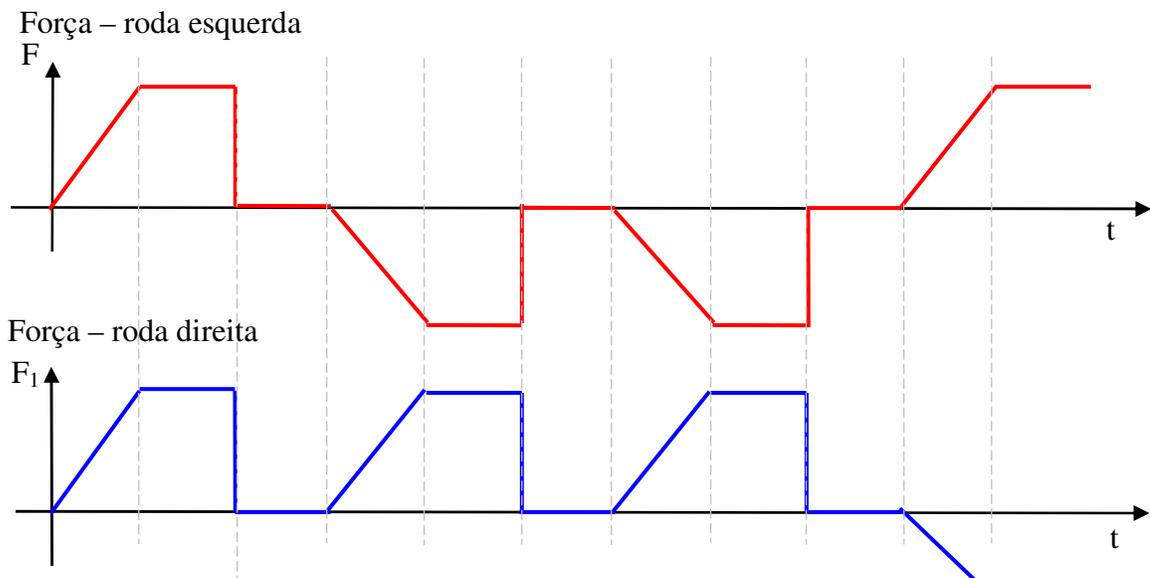


Figura 7.11 Ciclo de propulsão.

Obteve-se:

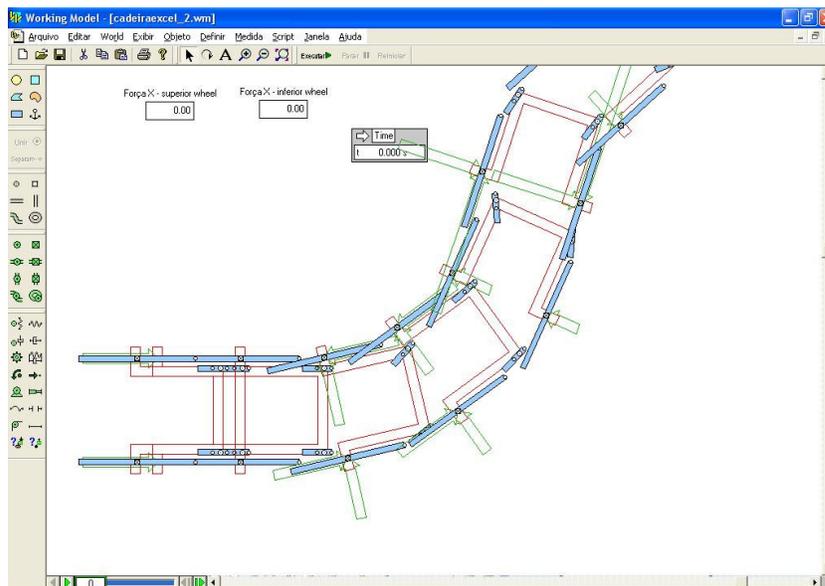


Figura 7.12 Simulação do comportamento da cadeira de rodas.

Foram obtidos os resultados de posição Figura 7.13 (a), de velocidade Figura 7.13 (b), de aceleração Figura 7.13 (c) e força Figura 7.13 (d).

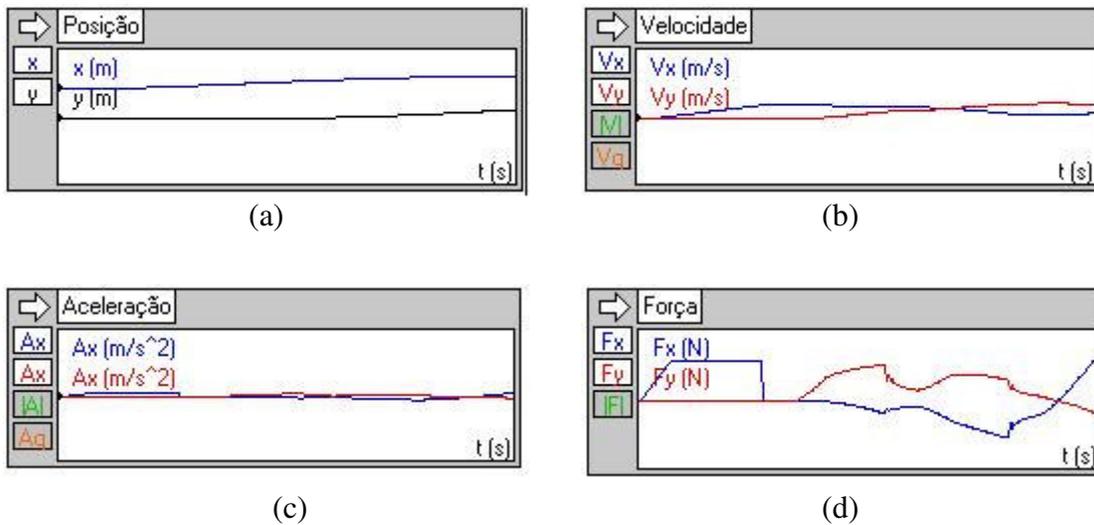


Figura 7.13 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas.

Através dos resultados apresentados na Figura 7.13, percebe-se que a aceleração em  $y$  foi de acordo com a trajetória e foi proporcional à força lateral, à força na direção  $y$ . No entanto a velocidade apresentou uma variação mais suave.

Pela Figura 7.12 nota-se que a força lateral representada por uma seta em verde limitou o movimento sendo maior quando houve uma mudança de direção, tendo alguns picos que foram observados no gráfico das forças e no comprimento das setas laterais.

A próxima simulação foi feita usando o módulo desenvolvido por Flávia Bonilha Alvarenga e Franco Giuseppe Dedini que tem como finalidade motorizar uma cadeira de rodas convencional como foi visto nos capítulos anteriores. A primeira simulação mostrará o módulo na posição à frente da cadeira de rodas funcionando como um rebocador (Figura 7.14) depois o módulo abaixo da cadeira de rodas (Figura 7.17). Assim o esquema do módulo funcionando como rebocador é mostrado na Figura 7.14, tendo representado a cadeira de rodas, o usuário e o módulo de locomoção.

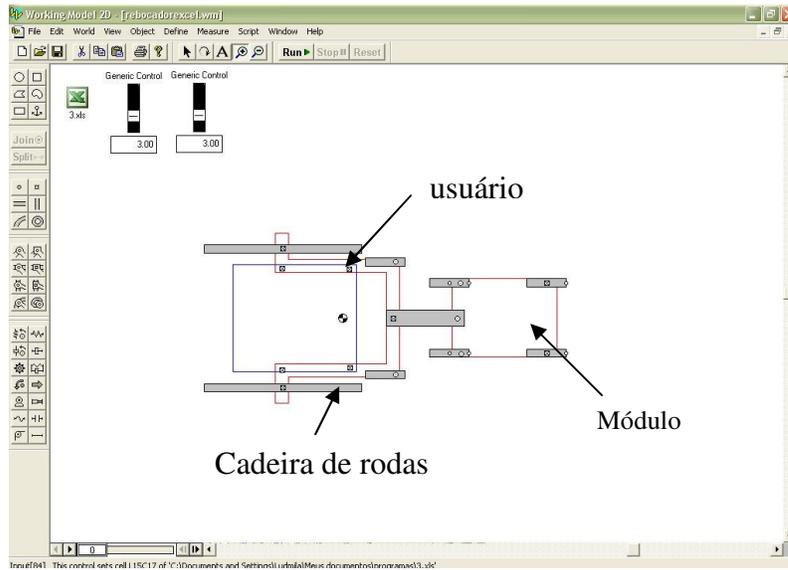


Figura 7.14 Modelo da cadeira de rodas com o módulo em sua frente.

O comportamento da cadeira de rodas com módulo à frente é mostrado na Figura 7.15.

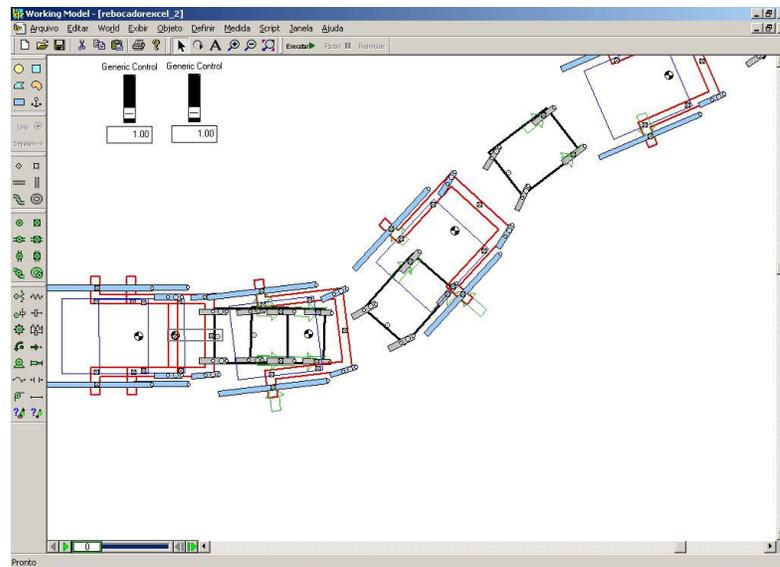


Figura 7.15 Simulação da cadeira de rodas com o módulo na função de rebocador.

A simulação da Figura 7.15 resultou nos gráficos da posição, velocidade, aceleração e força apresentados na Figura 7.16.

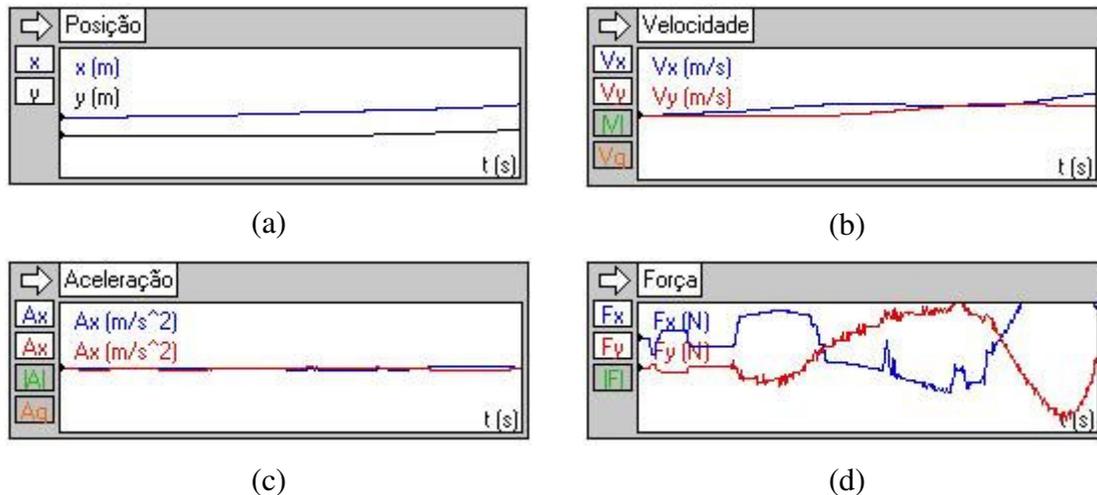


Figura 7.16 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração (c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas com o módulo à frente.

Na Figura 7.15 percebe-se que o módulo consegue puxar a cadeira de rodas, determinando assim a sua direção, ao realizar uma curva a cadeira de rodas o acompanha.

Pelos gráficos mostrados na Figura 7.16 nota-se que a força lateral, a força em y, está relacionada ao movimento. Ao realizar uma curva, a força lateral vai aumentando e depois diminuindo até que o sentido seja alterado. O valor máximo da força lateral foi quando houve uma mudança de direção. Isso também é notado na Figura 7.15 onde a força lateral é representado por uma seta lateralmente em verde.

Fazendo o módulo embaixo da cadeira de rodas como foi apresentado anteriormente. O esquema de representação do módulo embaixo da cadeira de rodas é mostrado na Figura 7.17.

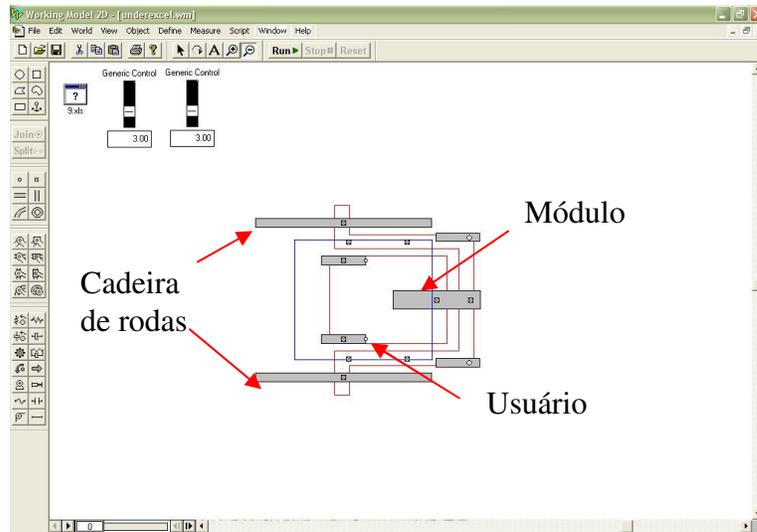


Figura 7.17 Modelo da cadeira de rodas com o módulo embaixo.

O comportamento na simulação feita no Working Model 2D é mostrado na Figura 7.18.

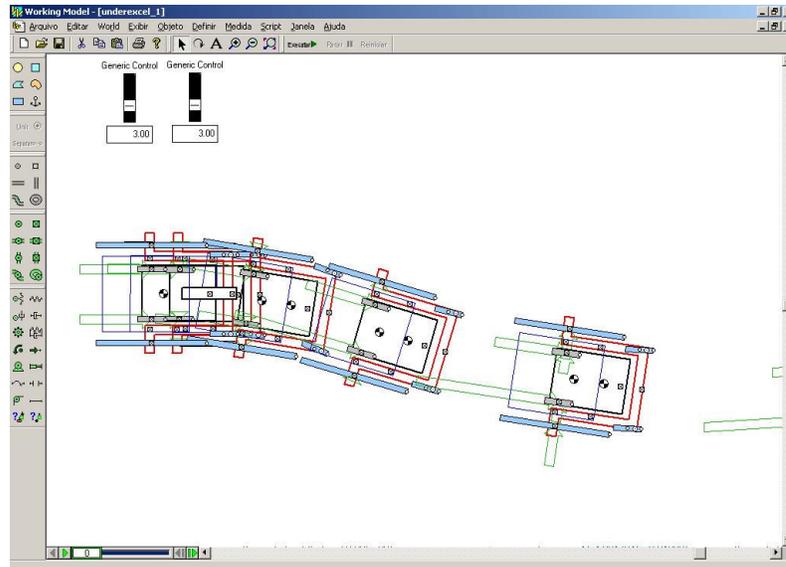


Figura 7.18 Simulação da cadeira de rodas com o módulo embaixo.

Os gráficos da posição, velocidade, aceleração e força da simulação obtido são mostrados na Figura 7.19.

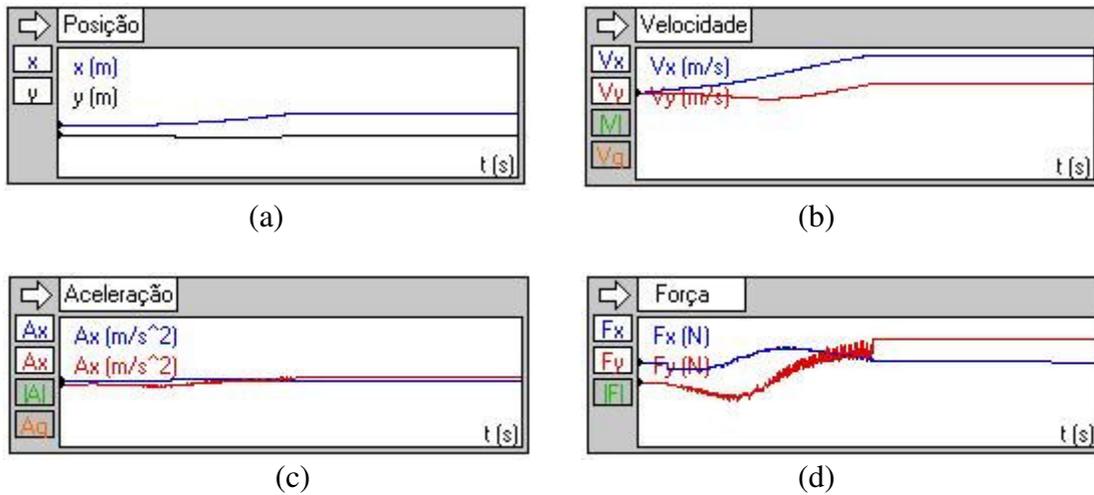


Figura 7.19 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas com módulo embaixo.

A força lateral foi variando em relação ao movimento isso foi facilmente notado na Figura 7.18 através da flecha lateral em verde que representa a força lateral.

Nota-se também na Figura 7.18 que o movimento foi determinado pela flecha longitudinal ao veículo que representa a força longitudinal, ou seja, torque aplicado nas rodas. Assim variando a força em umas das rodas o veículo realiza uma curva.

### 7.3 Huston

O modelo de Huston para pneus considera que força lateral sendo como:

$$F_y = C_\alpha \alpha = [(A - BF_z)F_z] \alpha \quad (\text{Eq. 7.7})$$

Onde: A e B = constantes (1/rad e 1/Nrad);

$F_z$  = força normal na roda (N);

$\alpha$  = ângulo de escorregamento (*rad*).

Através de experimentos realizados Huston obteve uma curva da força normal ( $F_z$ ) pela rigidez ao deslizamento ( $C_\alpha$ ) (Ver Figura 7.20). Assim as constantes A e B são determinadas pelo levantamento da equação experimental, sendo A igual a 16,3 *1/rad* e B igual a 0,0016 *1/Nrad*.

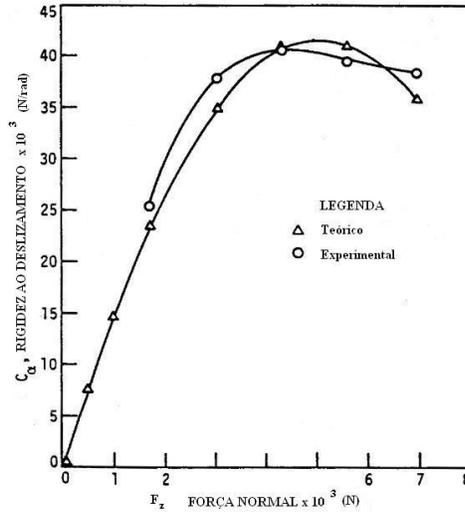


Figura 7.20 Rigidez ao deslizamento e força normal (Huston,1982).

Como foi visto no Capítulo 4 o ângulo de escorregamento pode ser obtido através da velocidade como é mostrado abaixo:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) - \delta \quad (\text{Eq. 7.8})$$

### 7.3.1 Simulação

A simulação feita do modelo bicicleta usa os mesmos princípios mostrados anteriormente para a obtenção dos ângulos de esterçamento ( $\delta$ ) e de escorregamento ( $\alpha$ ), porém aplicam-se os novos conceitos vistos para o modelo de Huston, como o cálculo da força lateral usando os coeficientes A e B e o ângulo de escorregamento.

Fazendo a simulação do modelo bicicleta, o comportamento é mostrado na Figura 7.21.

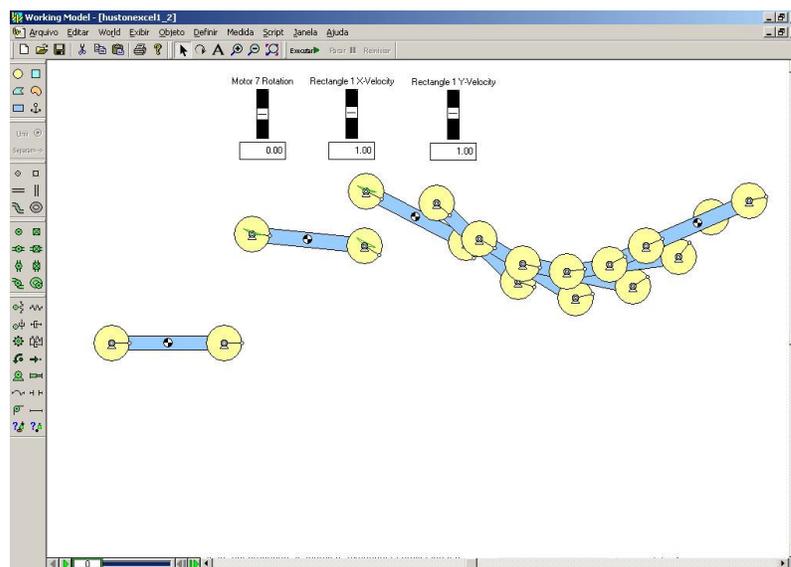
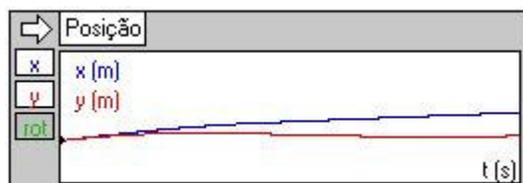
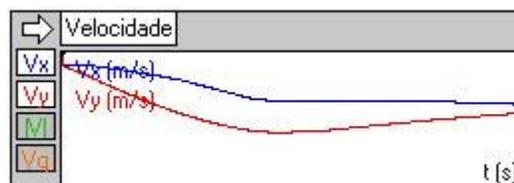


Figura 7.21 Simulação do Modelo Bicicleta.

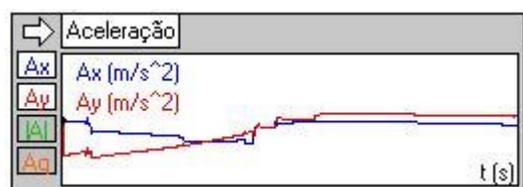
Foram obtidos os resultados de posição Figura 7.22 (a), de velocidade Figura 7.22 (b), de aceleração Figura 7.22 (c) e de força Figura 7.22 (d).



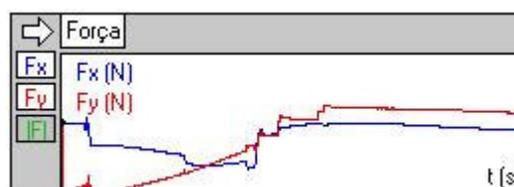
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 7.22 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração (c) e força (d) do modelo bicicleta.

Pela simulação da Figura 7.21 nota-se que a força lateral sofre oscilação em relação a trajetória do veículo, ou seja, ela tenta corrigir o movimento, assim pode se concluir que a força lateral está ligada com a posição. Isto é facilmente visualizado pela equação de Huston onde a força lateral só depende das constantes, da força normal e do ângulo de escorregamento.

Também se percebe pelos gráficos da Figura 7.22 que a velocidade variou suavemente enquanto a aceleração e a forças apresentaram picos quando o veículo realizou uma curva.

Na Figura 7.21 nota-se que o veículo deriva lateralmente no começo da simulação, isso ocorre devido todas as simulações do modelo bicicleta terem uma velocidade inicial na direção  $y$ . Ao começar uma simulação o veículo vai escorregando até que a força lateral atinja um valor que consiga corrigir este movimento assim o veículo começa a movimentar se linearmente.

Fazendo a simulação da cadeira de roda com a primeira propulsão apresentada na Figura 7.7 chegou-se ao comportamento apresentado na Figura 7.23.

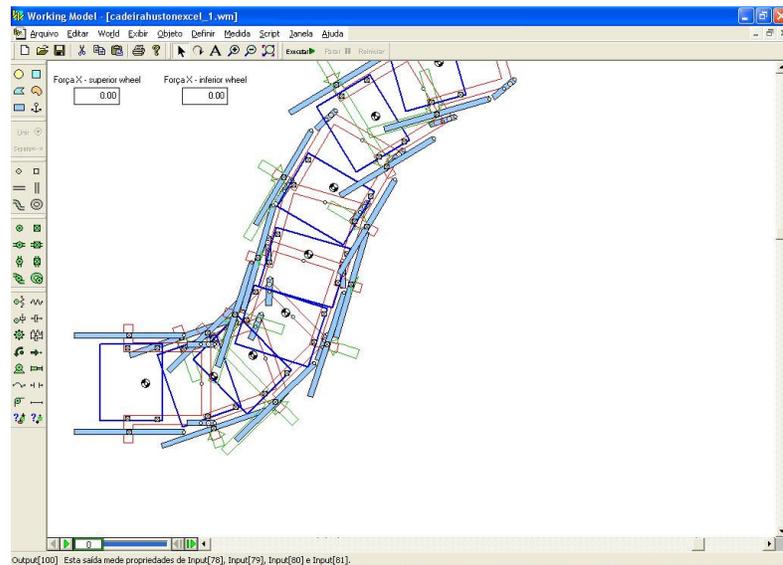


Figura 7.23 Simulação da Cadeira de Rodas.

Levantando os resultados da simulação da Figura 7.23 se obteve os gráficos de posição, velocidade, aceleração e força mostrados na Figura 7.24.

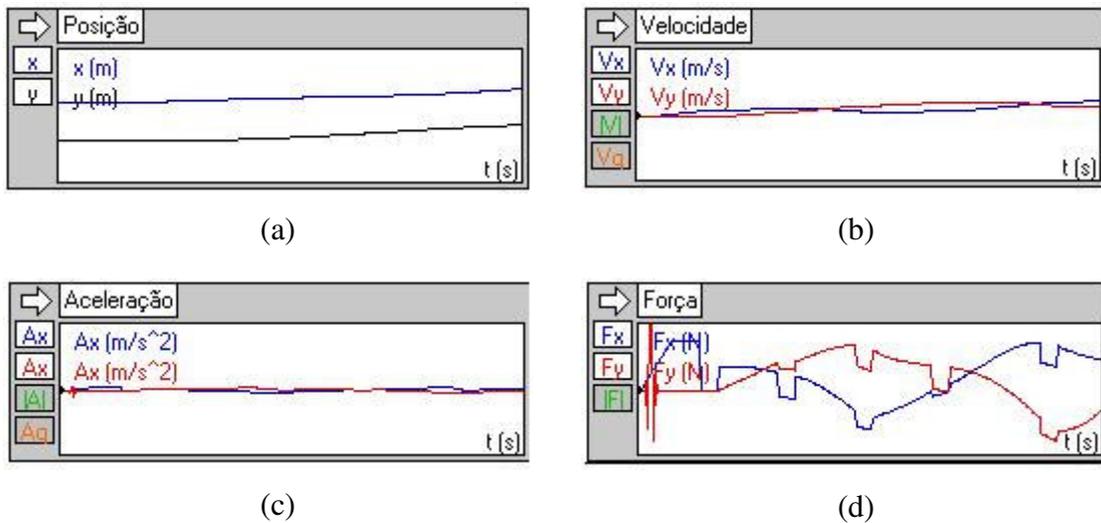


Figura 7.24 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas

Pela Figura 7.23 percebe-se que a cadeira de rodas faz uma curva mais fechada do que a simulação mostrada na Figura 7.8, pois são modelos diferentes e com aproximações diferentes. Porém no final da simulação a cadeira de rodas sofre um pequeno escorregamento.

Nota-se também na Figura 7.23 que a força longitudinal representada por uma seta verde longitudinalmente variou de acordo com o ciclo de propulsão descrito anteriormente.

Pelo gráfico da Figura 7.24 (d) nota-se que a força lateral variou em relação ao movimento, ela tenta corrigir a trajetória, porém como foi abordado anteriormente a força lateral não consegue corrigir o movimento tendo uma deriva no final da simulação.

Fazendo a simulação da cadeira de roda com o outro tipo de propulsão apresentado na Figura 7.11 o comportamento da cadeira de rodas é visualizado na Figura 7.25.

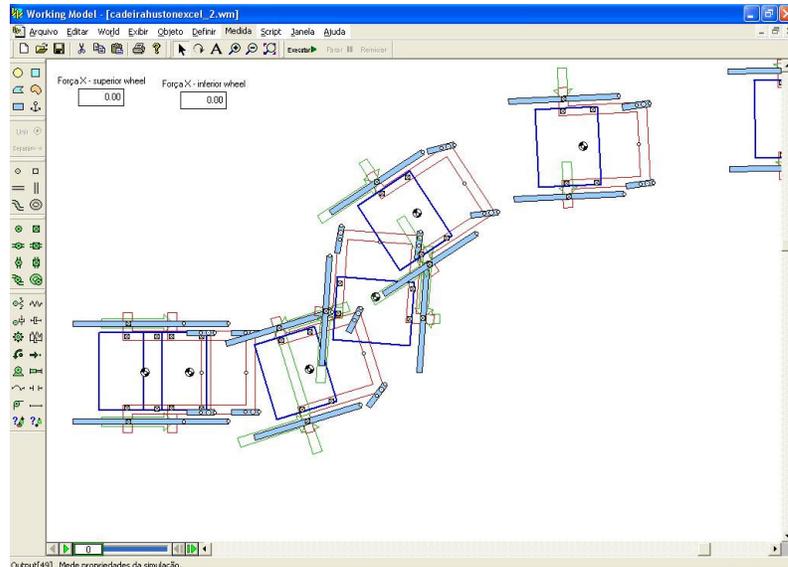


Figura 7.25 Simulação da Cadeira de Rodas

Levantando os gráficos de posição, velocidade, aceleração e força na Figura 7.26.

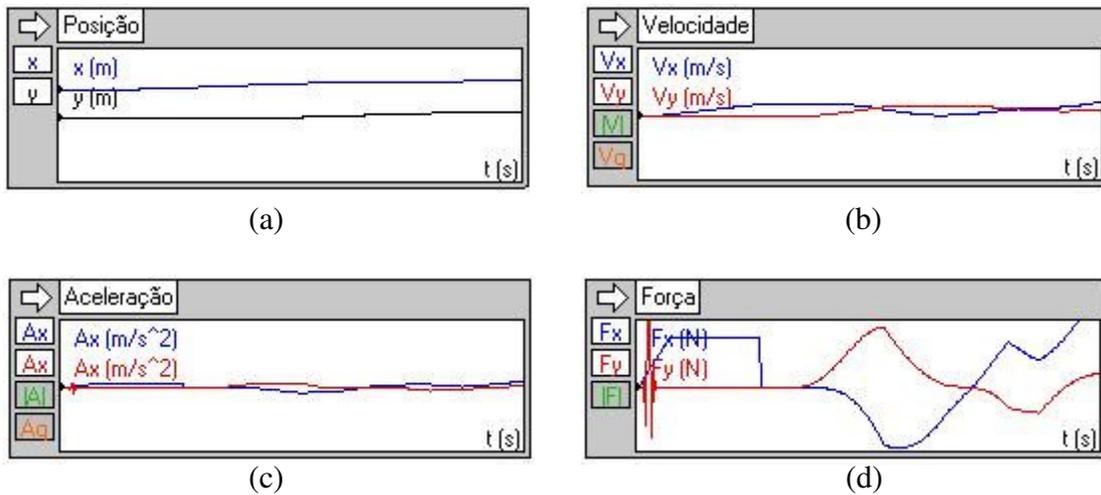


Figura 7.26 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas

Observa-se que a força lateral tenta corrigir o movimento, porém a cadeira vai escorregando ao fazer as curvas. A aceleração, a velocidade e a força apresentaram uma oscilação mais suave em relação as demais simulações apresentadas.

Pela Figura 7.25 nota-se que a cadeira de rodas faz uma curva mais fechada enquanto na Figura 7.12 a cadeira de rodas faz uma curva mais suave, menos brusca.

Na Figura 7.27 apresenta a simulação da cadeira de rodas com o módulo à frente.

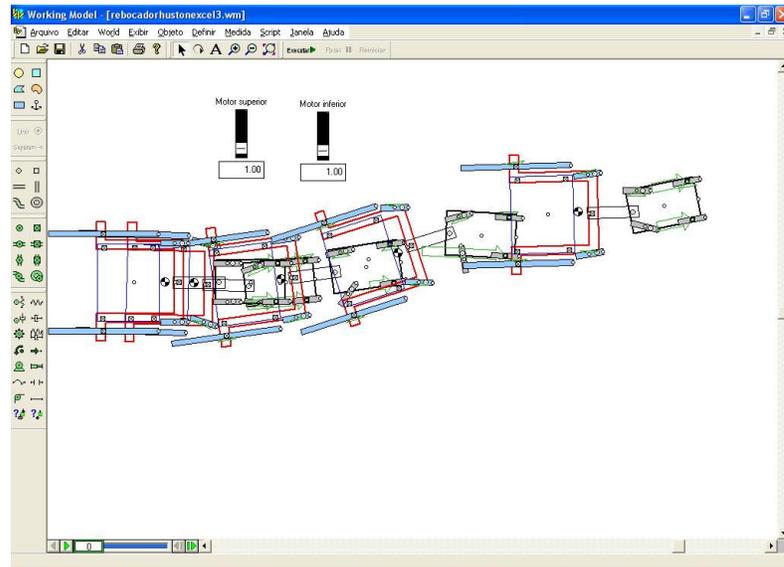


Figura 7.27 Simulação da Cadeira de Rodas com o módulo à frente.

A simulação da Figura 7.27 resultou nos gráficos da Figura 7.28.

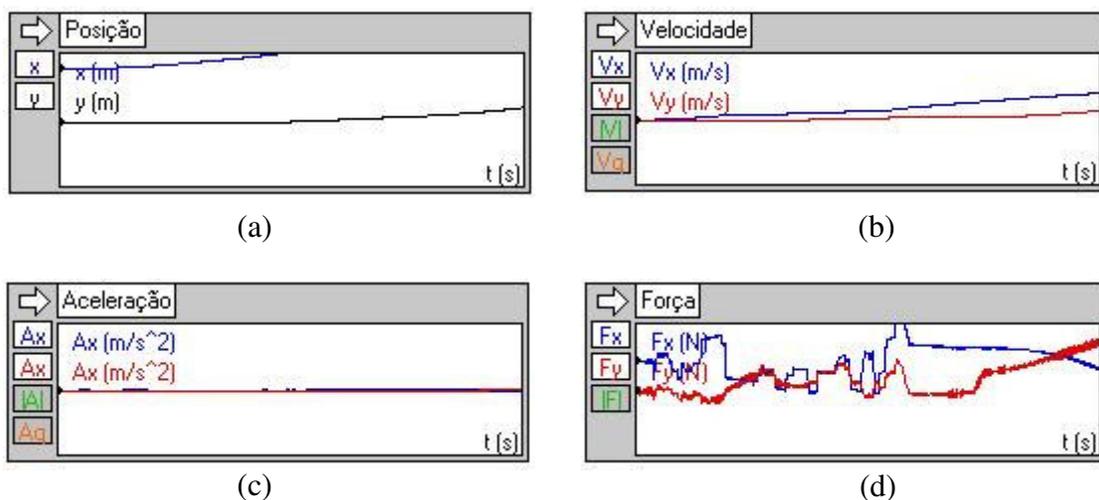


Figura 7.28 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração (c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas com o módulo à frente.

Nesta simulação mostrada na Figura 7.27, percebe-se um escorregamento em toda a trajetória e a força lateral sofre grandes oscilações para corrigir a trajetória. Já o gráfico da velocidade e da aceleração (Figura 7.27 (b) e (c)) essa oscilação foram bem suaves.

Simulando o módulo embaixo da cadeira de rodas chegou-se ao seguinte comportamento apresentado na Figura 7.29.

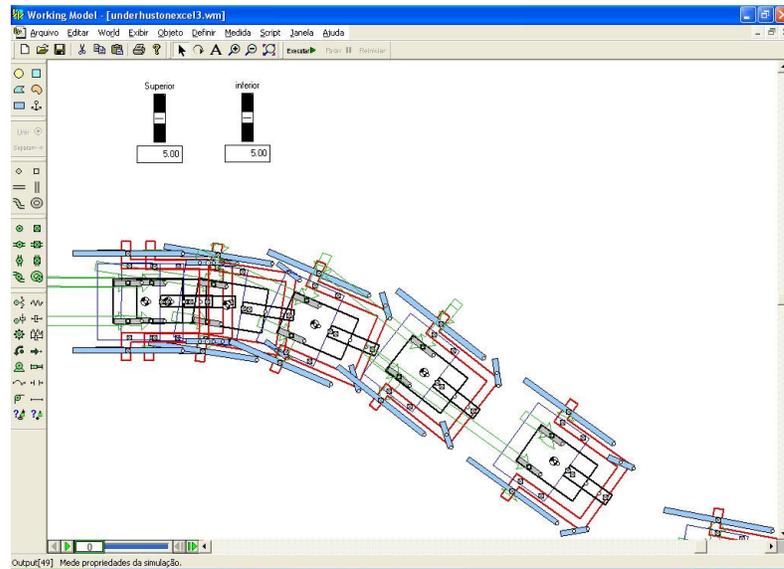


Figura 7.29 Simulação da Cadeira de Rodas com o módulo.

Os gráficos obtidos são mostrados na Figura 7.30.

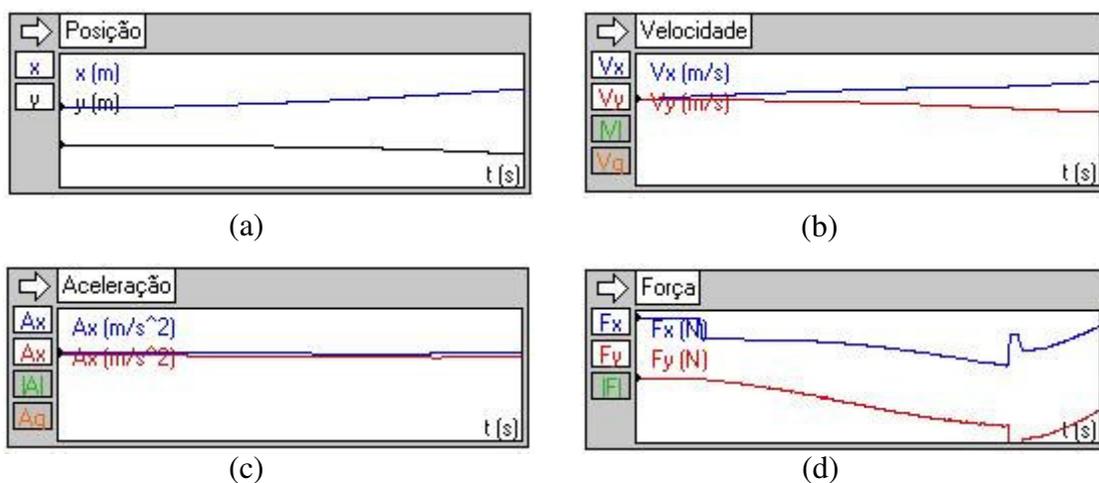


Figura 7.30 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas com o módulo embaixo.

Pela simulação, o módulo vai escorregando ao fazer uma curva e pelo gráfico da Figura 7.30 (d) nota-se que a força lateral tende corrigir o movimento.

Nota-se também na Figura 7.29 que as rodas Castor sofreram uma maior oscilação em relação a simulação do modelo do controle de velocidade e aceleração apresentada na Figura 7.18, mas elas ainda tendem a ficar alinhadas em relação ao movimento.

#### 7.4 Fórmula Mágica

A fórmula mágica desenvolvida pelo Pacejka é vastamente usada para modelos empíricos e simulações. A fórmula mágica pode ser usada em rodas para caracterizar a relação entre a força lateral e o ângulo de escorregamento.

A fórmula mágica expressa a força lateral ( $F_y$ ), o momento de alinhamento ( $M_z$ ) e a força longitudinal ( $F_x$ ) em função do ângulo de escorregamento e escorregamento longitudinal. A fórmula geral é expressa por:

$$y(x) = D \sin[C \arctan\{Bx - E(Bx - \arctan Bx)\}] \quad (\text{Eq. 7.9})$$

Com:

$$Y(x) = y(x) + S_v \quad (\text{Eq. 7.10})$$

$$x = X + S_h$$

Onde  $Y(X)$  representa a força lateral e  $X$  denota o ângulo de escorregamento ou deslizamento. O coeficiente  $B$  é chamado de fator de rigidez,  $C$  fator de forma,  $D$  fator de pico e  $E$  fator de curvatura.  $S_h$  e  $S_v$  são o deslocamento horizontal e deslocamento vertical, respectivamente. Porém esses parâmetros são obtidos através de experiências que às vezes são difíceis de obterem.

Assim usando a fórmula mágica podem ser obtidos diversos parâmetros necessários para a modelagem e simulação, como mostra a Figura 7.31.

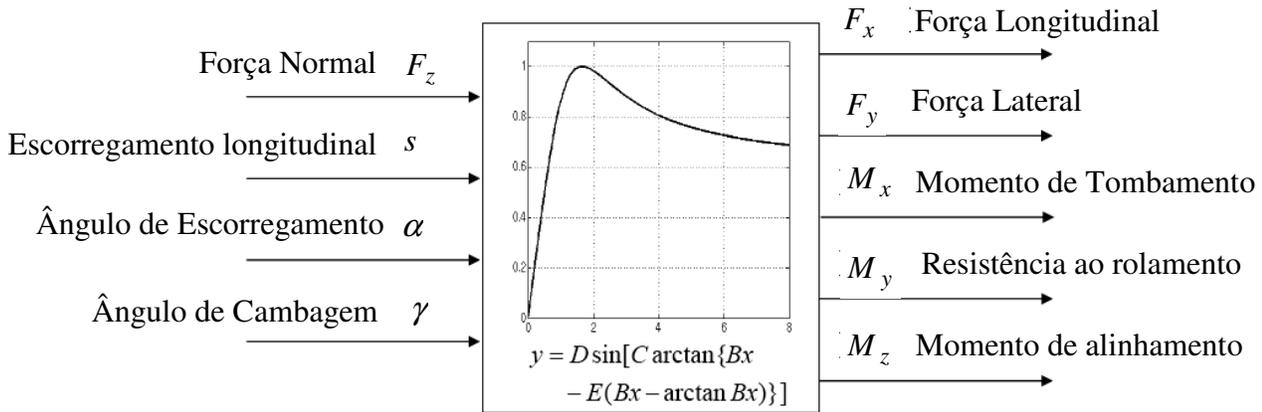


Figura 7.31 Representação dos parâmetros de saída e de entrada da fórmula mágica (Adaptado de Andreu, 2006).

Através da curva mostrada na Figura 7.32, é possível entender o significado de alguns parâmetros como os fatores D e BCD.

Como D representa o fator de pico, BCD é a inclinação da curva para o ângulo de escorregamento igual a zero. Assim podem-se obter as seguintes relações:

$$2 - C = \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{Y_a}{D} \quad (\text{Eq. 7.11})$$

$$E = \frac{B\alpha_m - \tan(\pi/2C)}{B\alpha_m - \arctan(B\alpha_m)} \quad (\text{Eq. 7.12})$$

Está claro, através das expressões, que C é o indicativo da evolução da curva depois do fator de pico enquanto E define o formato da curva em torno  $\alpha_m$ .

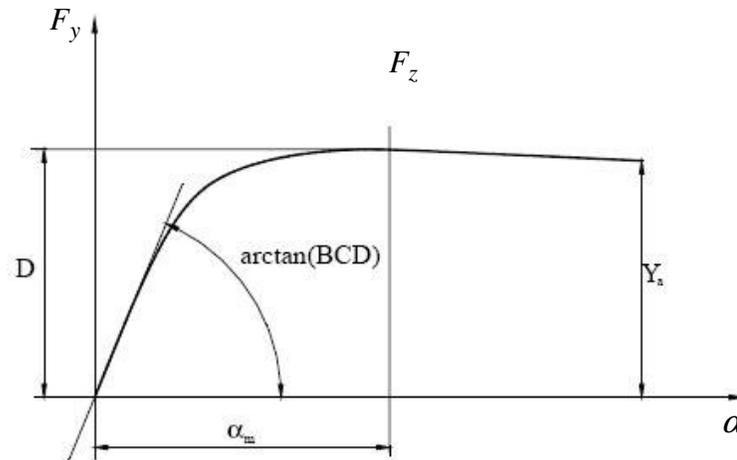


Figura 7.32 Gráfico da Força Lateral pelo ângulo de escorregamento para obtenção dos coeficientes (Bakker, 1989).

Para a força lateral, a fórmula mágica é (Genta, 1997):

$$F_y = D \sin(C \arctan\{B(1-E)(\alpha + S_h) + E \arctan[B(\alpha + S_h)]\}) + S_v \quad (\text{Eq. 7.13})$$

O produto dos coeficientes B, C e D está diretamente relacionado com a rigidez ao escorregamento da roda. O fator de forma aparece ser praticamente independente da força normal ( $F_z$ ):

$$C = a_0 \quad (\text{Eq. 7.14})$$

O fator de pico é expresso em função da força normal como:

$$D = \mu_{yp} F_z \quad (\text{Eq. 7.15})$$

Onde:  $\mu_{yp} = a_1 F_z + a_2$

O fator de curvatura em função da força normal é dado por:

$$E = a_6 F_z + a_7 \quad (\text{Eq. 7.16})$$

E para a rigidez ao deslocamento tem-se:

$$BCD = a_3 \sin \left[ 2 \arctan \left( \frac{F_z}{a_4} \right) \right] (1 - a_5 |\gamma|) \quad (\text{Eq. 7.17})$$

O ângulo de cambagem ( $\gamma$ ) possui influência na relação entre a força lateral e o ângulo de escorregamento e entre o torque auto alinhante e o ângulo de escorregamento, na forma do deslocamento horizontal e vertical. O deslocamento adicional provocado pelo ângulo de cambagem pode ser expresso como:

$$S_h = a_8 \gamma + a_9 F_z + a_{10} \quad (\text{Eq. 7.18})$$

$$S_v = a_{11} \gamma F_z + a_{12} F_z + a_{13} \quad (\text{Eq. 7.19})$$

A Tabela 7.1 - mostra os valores dos coeficientes  $a_0$  até  $a_{13}$  e deve ser notado que a força normal ( $F_z$ ) é em kN e o ângulo de escorregamento e de cambagem ( $\alpha, \gamma$ ) são em graus( $^\circ$ ) nas equações 7.13 até 7.19.

Tabela 7.1 - Valores dos coeficientes (Genta,1997)

Coeficientes			
$a_0$	1,3	$a_7$	1
$a_1$	-53,31	$a_8$	0
$a_2$	1190	$a_9$	0
$a_3$	588,6	$a_{10}$	0
$a_4$	2,5315	$a_{11}$	0
$a_5$	0	$a_{12}$	0
$a_6$	-0,5178	$a_{13}$	0

## 7.4.1 Simulação

Seguindo a fórmula mágica foi simulado o comportamento do modelo bicicleta como pode ser visto na Figura 7.33.

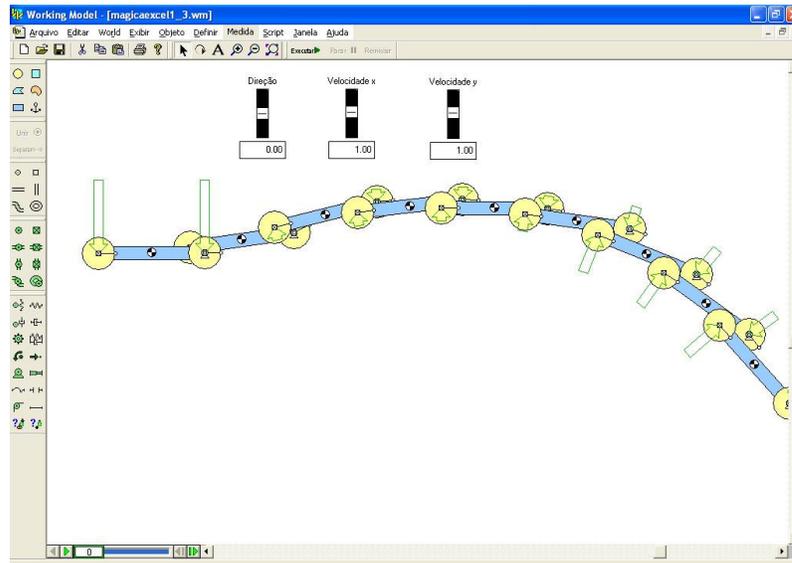


Figura 7.33 Simulação do Modelo Bicicleta.

Foram obtidos os seguintes gráficos:

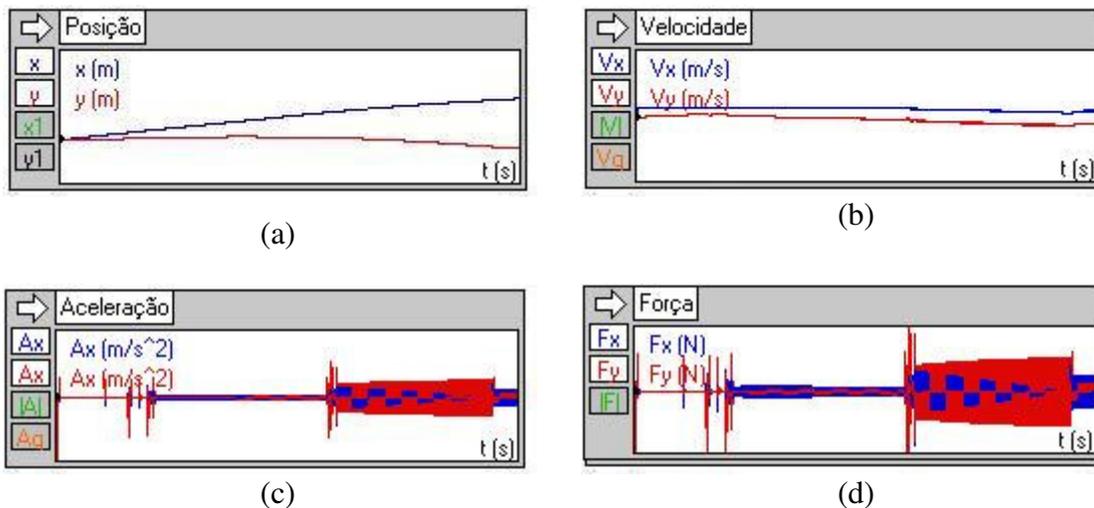


Figura 7.34 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração (c) e força (d) do modelo bicicleta.

Percebe-se que a aceleração e a força sofrem grandes oscilações em relação a variação da trajetória enquanto a velocidade varia suavemente. Nota-se no começo da simulação o veículo começa escorregar lateralmente e a força lateral oposta a este escorregamento tenta manter o veículo em um movimento linear.

Feita a simulação da cadeira de rodas para primeira propulsão chegou-se a:

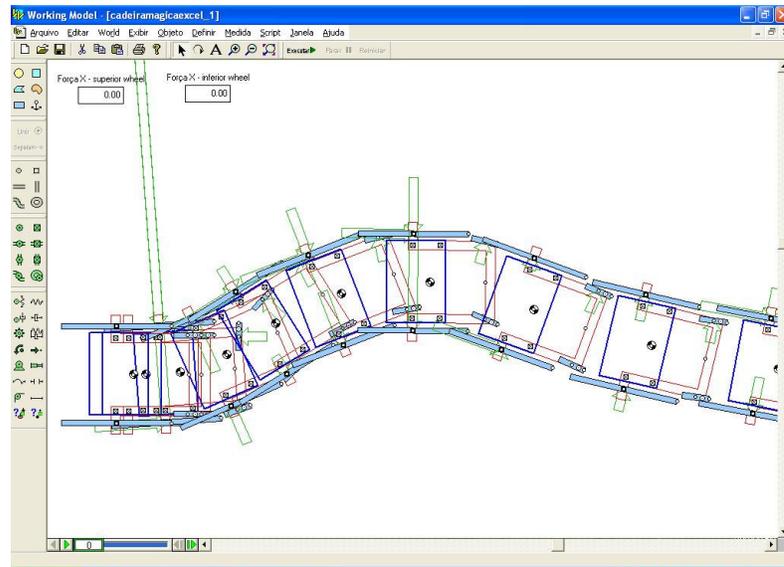


Figura 7.35 Simulação da cadeira de rodas.

Os seguintes gráficos foram obtidos:

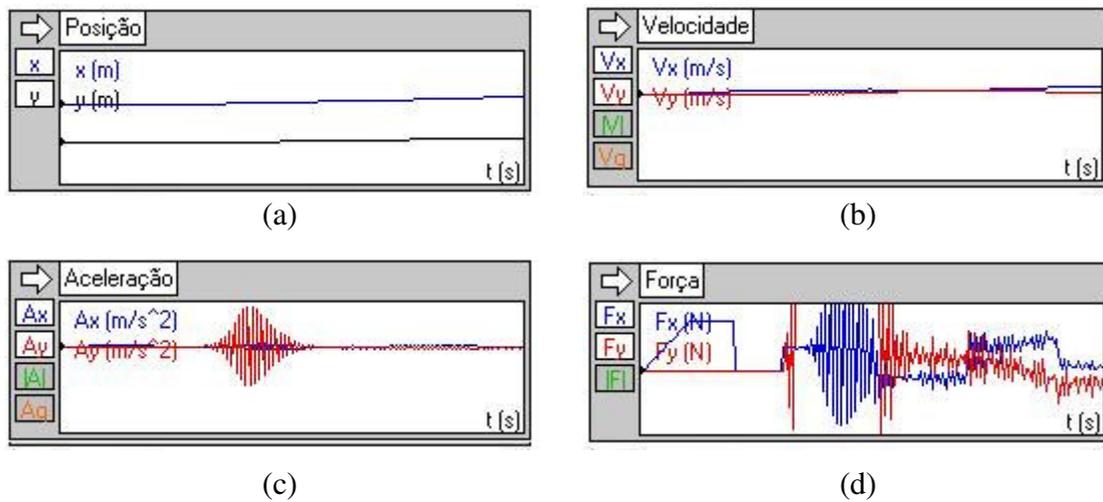


Figura 7.36 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas.

Pela simulação da Figura 7.35 percebe-se que a força lateral tenta corrigir o movimento e que a velocidade, a aceleração e a força oscilam de acordo com a posição. Comparado com a simulação do controle da velocidade e aceleração (Figura 7.12) e a de Huston (Figura 7.23) nota-se que a força lateral aplicada foi maior assim resposta do veículo ao mudar a trajetória foi mais rápida.

A simulação da cadeira de rodas para a segunda propulsão é mostrada na Figura 7.37.

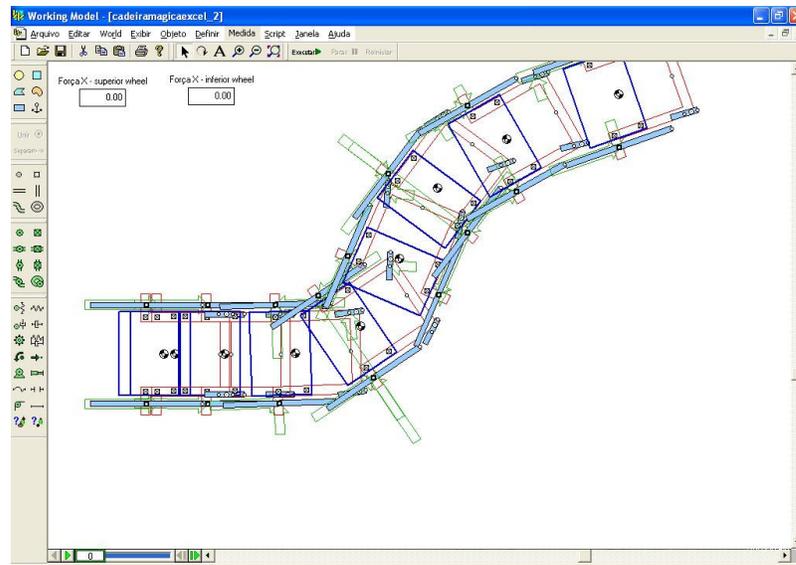


Figura 7.37 Simulação da cadeira de rodas.

Os seguintes gráficos foram obtidos:

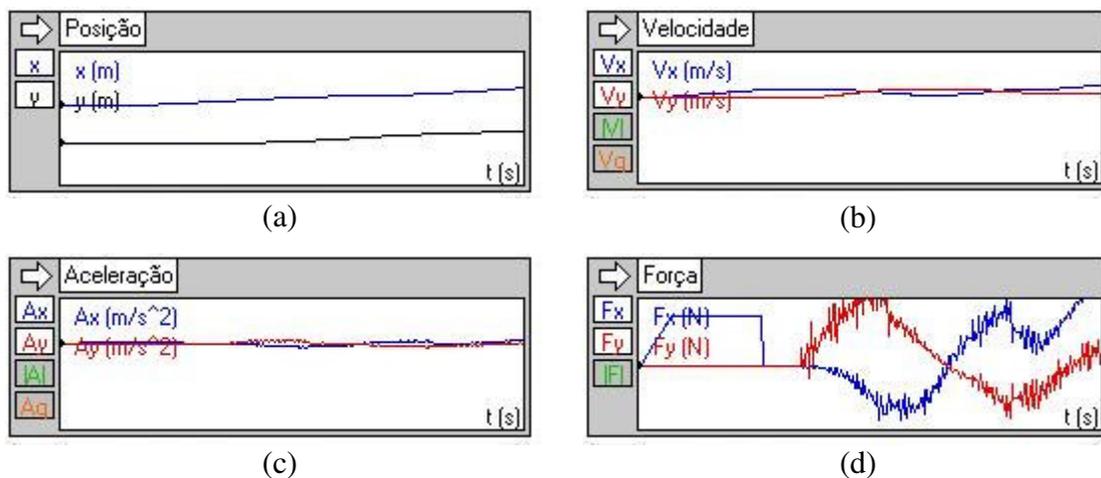


Figura 7.38 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas.

Também nesta simulação percebe-se que a força lateral corrigiu a trajetória tendo picos quando o movimento altera-se rapidamente, isto é visualizado na Figura 7.37 pela a variação da seta em verde que representa a força lateral.

Simulação da cadeira de rodas com o módulo à frente:

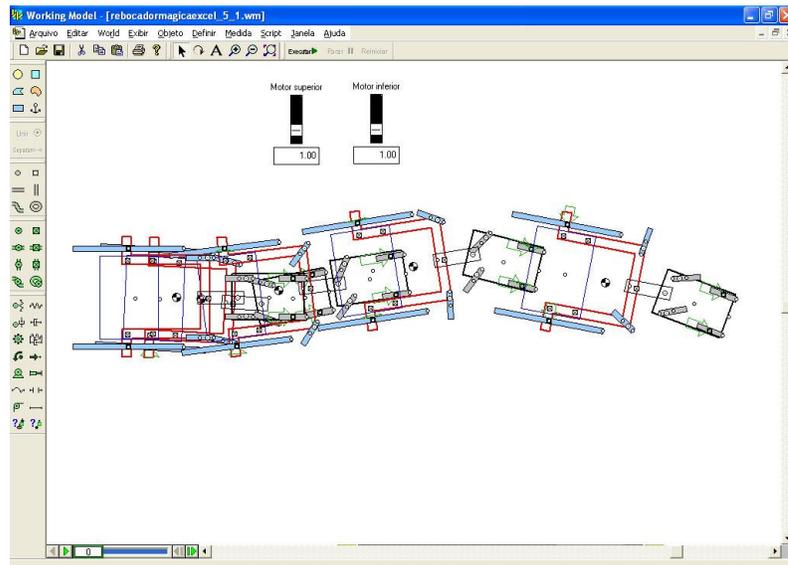


Figura 7.39 Simulação do módulo à frente.

Foram obtidos os seguintes gráficos:

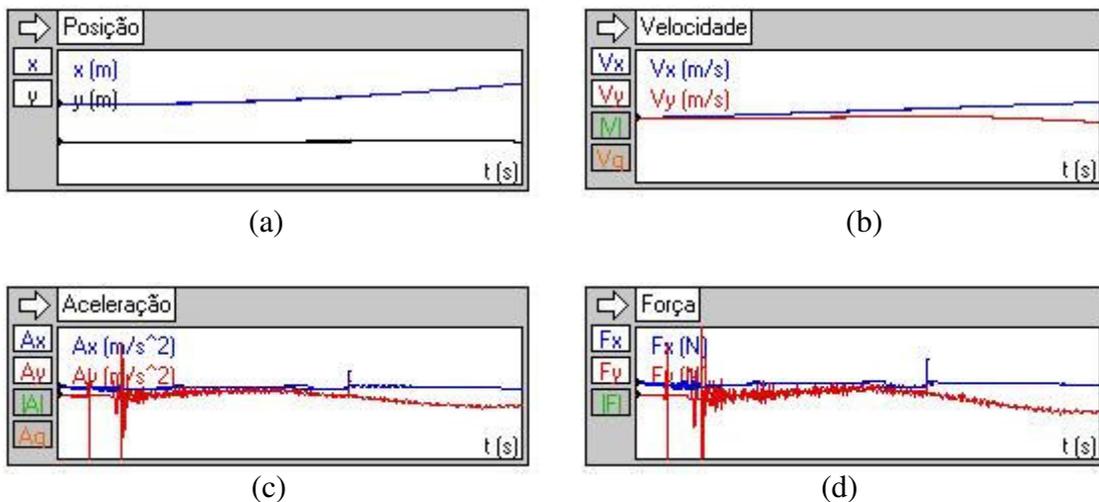


Figura 7.40 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de roda com o módulo.

Pela simulação da Figura 7.39, nota-se que o módulo vai escorregando ao fazer uma curva e que os parâmetros, velocidade, aceleração, posição e força estão interligados. É interessante também perceber que as rodas Castors não estão alinhadas como nos demais modelos.

Feito a simulação do módulo embaixo da cadeira de rodas teve-se:

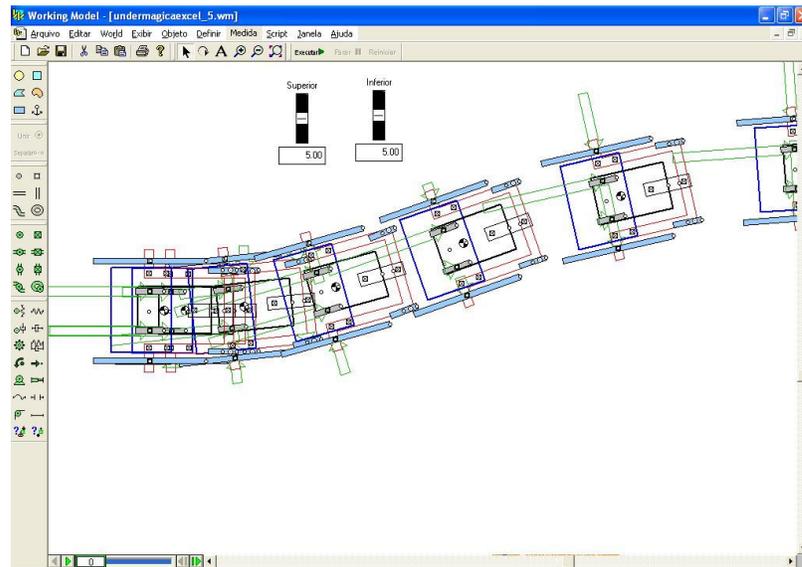


Figura 7.41 Simulação do módulo sob a cadeira.

Os gráficos da simulação foram:

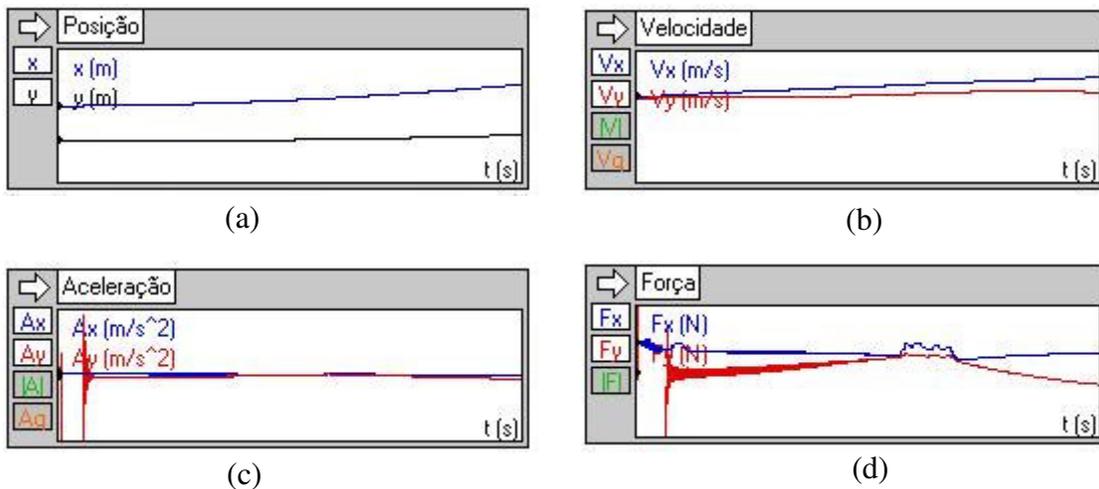


Figura 7.42 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração (c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas com o módulo.

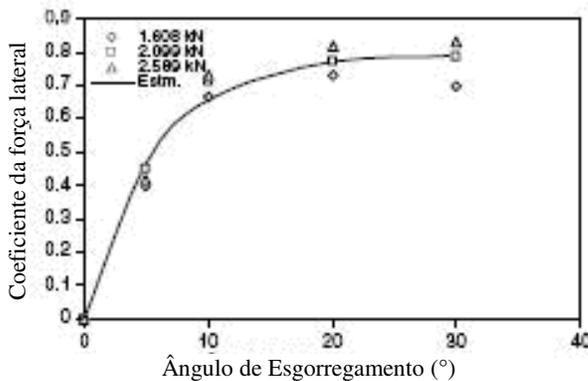
No caso do módulo embaixo da cadeira de rodas, as rodas Castors sempre tende a ficar alinhadas e a força lateral mudou de sentido quando a trajetória foi alterada.

## 7.5 H. Raheman

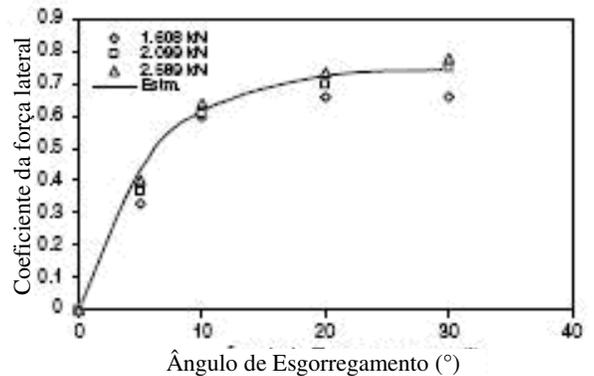
Como foi abordado nos Capítulos anteriores, a força lateral se desenvolve em função do ângulo de escorregamento, força normal e pressão de inflagem. Para diminuir esse número de variáveis, usa-se o coeficiente da força lateral que é expresso como:

$$C_{sf} = \frac{F_y}{F_z} \quad (\text{Eq. 7.20})$$

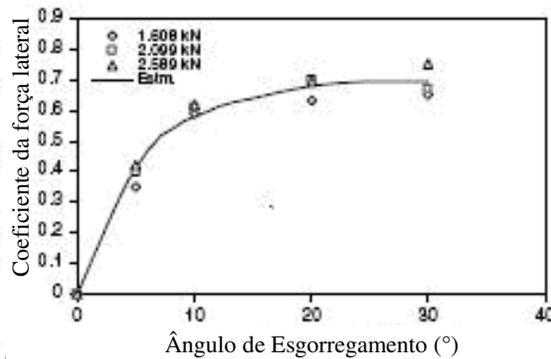
Através de experimentos feitos por Raheman foi traçado um gráfico para diferentes pressões:



(a) Pressão de inflagem 165kPa



(b) Pressão de inflagem 196kPa



(c) Pressão de inflagem 207kPa

Figura 7.43 Variação do coeficiente da força lateral pelo ângulo de escorregamento e a força normal para diferentes pressões de inflações (Raheman, 2005)

Pelos gráficos, percebe-se que todos os valores do coeficiente da força lateral para diferentes pressões de inflagem podem ser estimados por uma relação exponencial como:

$$C_{sf} = A_1(1 - \exp(-B_1\alpha)) \quad (\text{Eq. 7.21})$$

Onde:  $C_{sf}$  = coeficiente da força lateral (*adim*);

$\alpha$  = ângulo de escorregamento (°).

Os coeficientes  $A_1$  e  $B_1$  são relações lineares com a pressão de inflagem assim podem ser escritos como:

$$A_1 = -0,00228P + 1,1725 \quad (\text{Eq. 7.22})$$

$$B_1 = 4 \times 10^{-5} P + 0,1668 \quad (\text{Eq. 7.23})$$

Onde P= pressão de inflagem (kPa).

Assim tem-se que a força lateral é dada por:

$$F_y = \left( A_1 \left( 1 - e^{(-B_1\alpha)} \right) \right) F_z \quad (\text{Eq. 7.24})$$

### 7.5.1 Simulação

Seguindo a relação exponencial obtida foi simulado o comportamento do modelo bicicleta como pode ser visto abaixo.

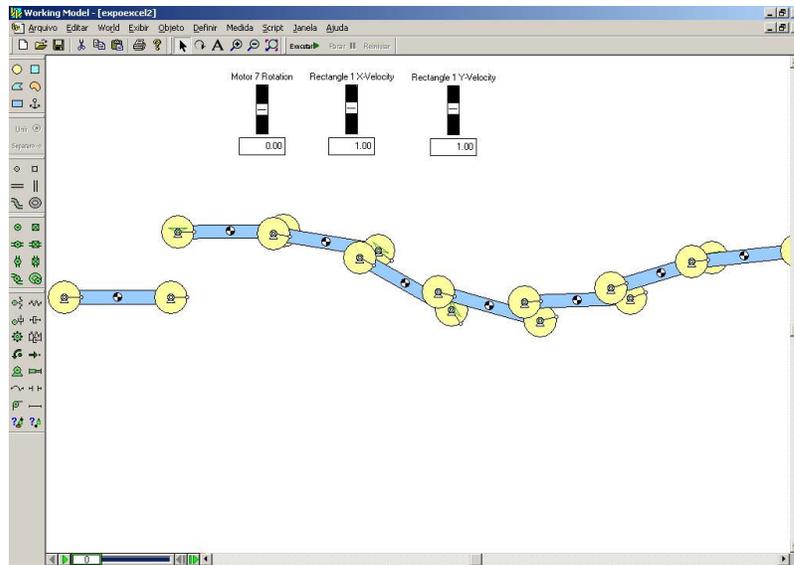


Figura 7.44 Simulação do Modelo Bicicleta.

Os seguintes gráficos foram obtidos:

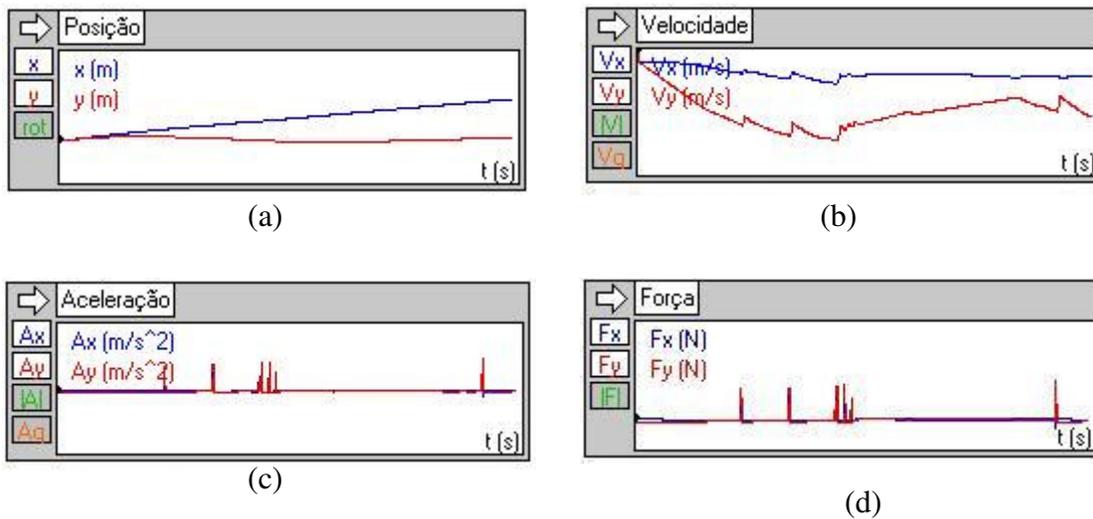


Figura 7.45 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo bicicleta.

Pelos gráficos, percebe-se que a força lateral varia de acordo com a posição, pois quando há uma mudança na trajetória, a força em y apresenta picos e que a velocidade em y está inversamente proporcional à posição em y enquanto a aceleração está proporcional à força lateral.

Agora na cadeira de rodas aplicando a primeira propulsão:

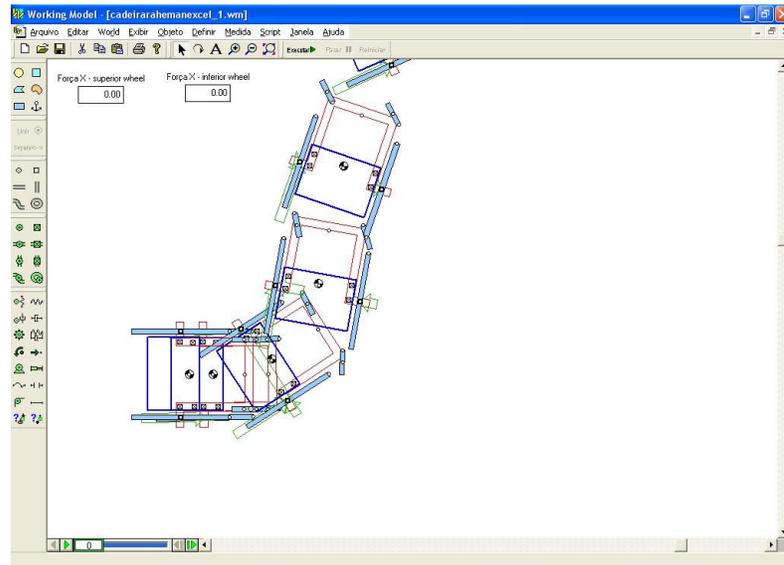


Figura 7.46 Simulação da cadeira de rodas.

Foram obtidos os seguintes gráficos:

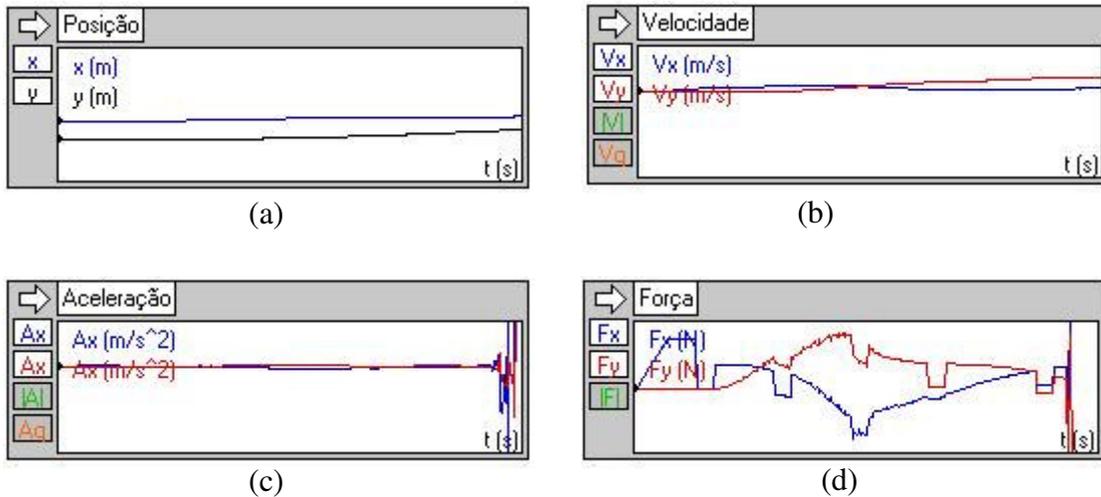


Figura 7.47 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração (c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas.

Pela Figura 7.46 percebe-se que a curva realizada foi mais fechada em relação às outras simulações, assim a força lateral atuou rapidamente corrigindo a trajetória, porém no final da

simulação a cadeira vai escorregando lateralmente. Nota-se também que as setas laterais em relação às outras simulações são menores, por isso ocorreu o escorregamento.

Agora na cadeira de rodas aplicando a segunda propulsão:

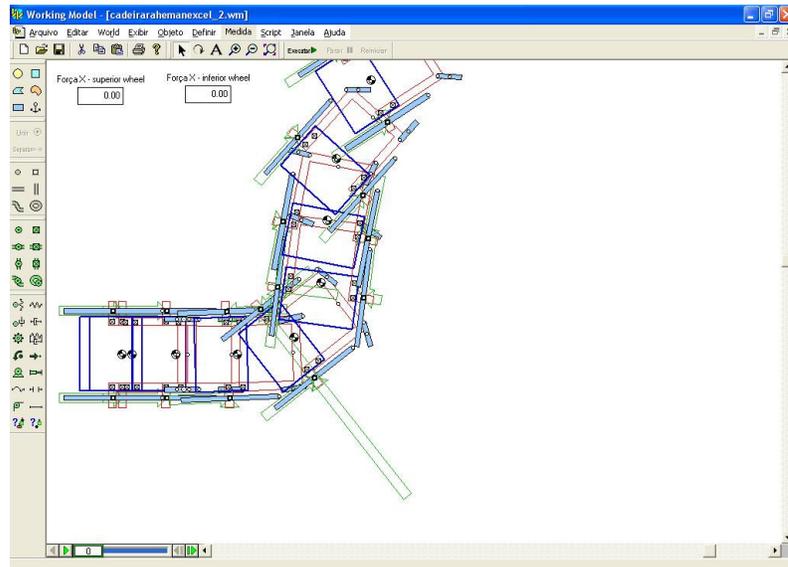


Figura 7.48 Simulação da cadeira de rodas.

Levantaram-se os seguintes gráficos:

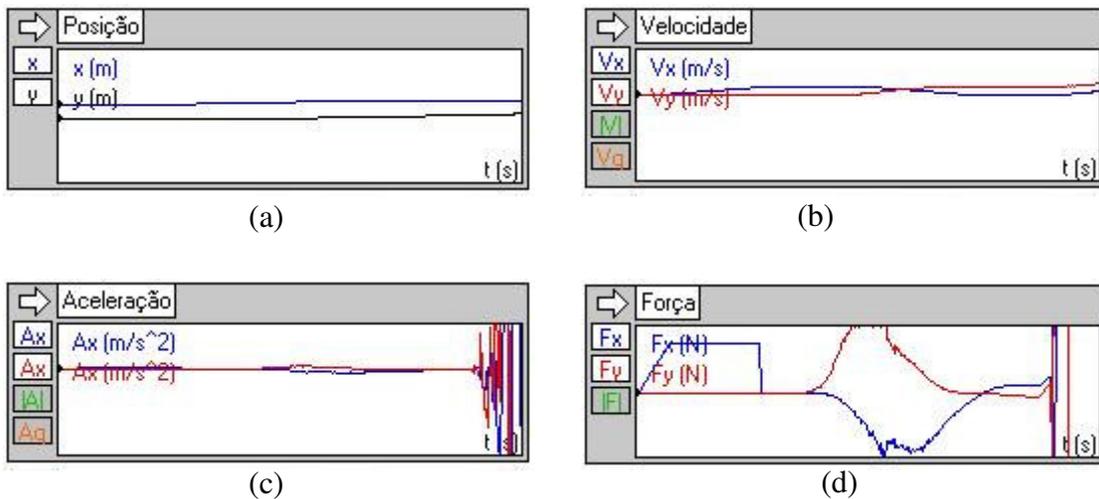


Figura 7.49 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas.

Pela simulação percebe que a força lateral sofreu picos quando houve alteração no movimento, e que a velocidade e aceleração variaram mais suavemente. Também se percebe que a cadeira de rodas sofre uma deriva ao realizar as curvas, como o que ocorreu na simulação anterior.

Simulação do módulo à frente da cadeira de rodas:

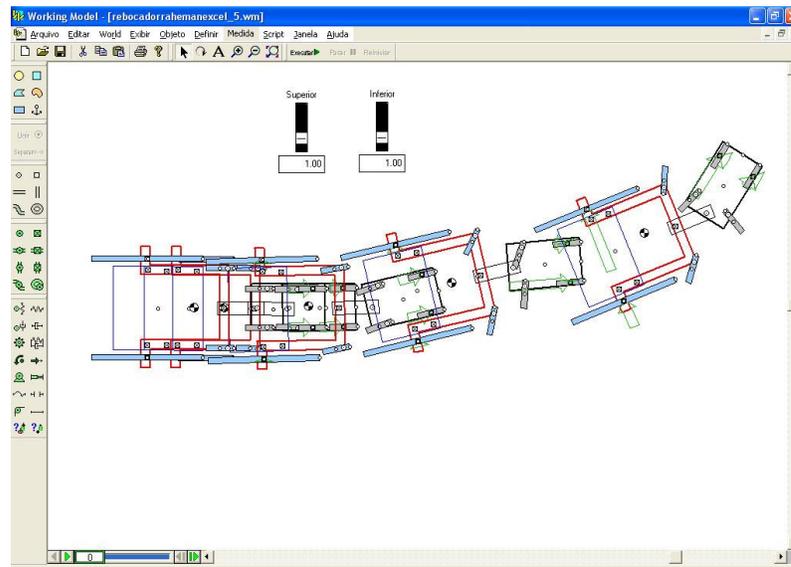


Figura 7.50 Simulação do módulo à frente.

Resultaram-se nos seguintes gráficos:

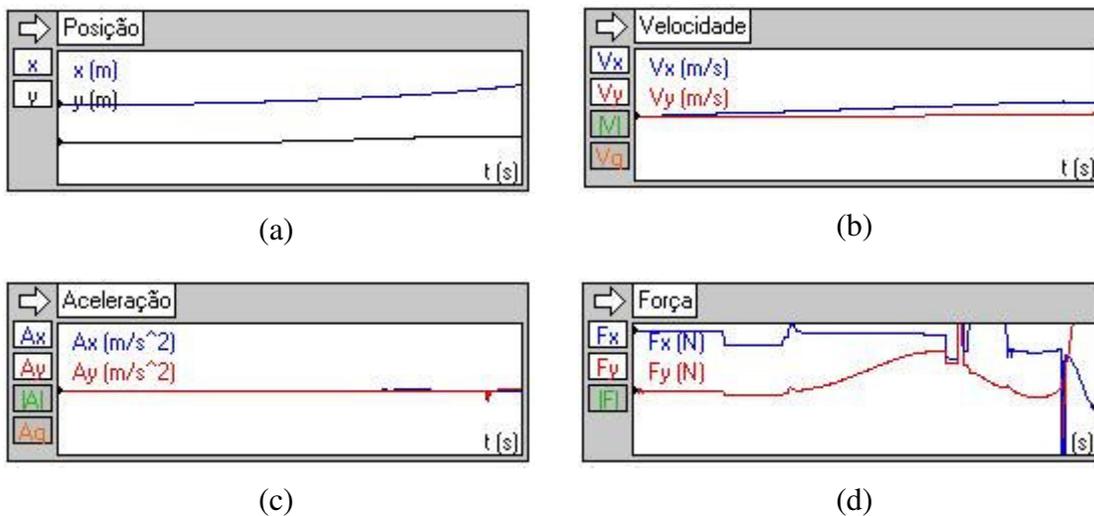


Figura 7.51 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração (c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas com o módulo.

Percebe-se pelo gráfico da força, que a força em y foi aumentando com a velocidade em y. E pela simulação nota-se que as rodas Castors ou pivotadas começam a girar não tendo nenhum alinhamento.

Simulação do módulo sob a cadeira de rodas:

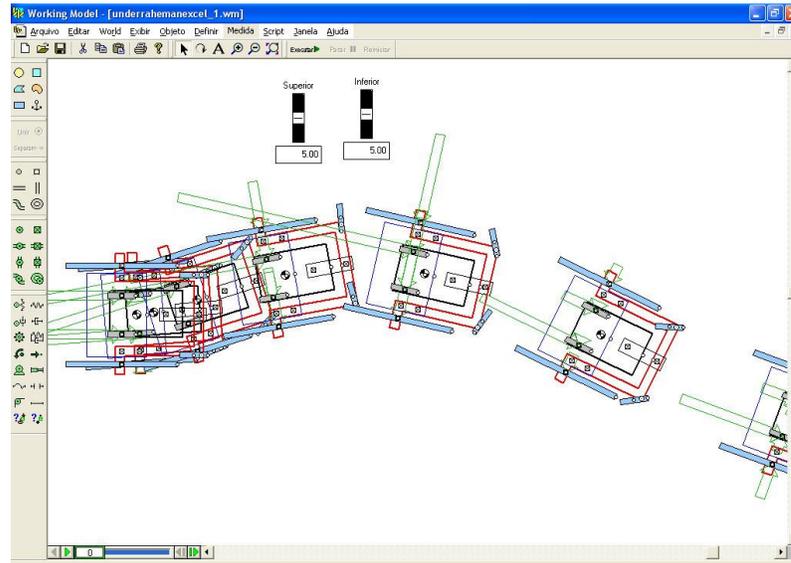


Figura 7.52 Simulação do módulo embaixo da cadeira.

Os seguintes gráficos foram obtidos:

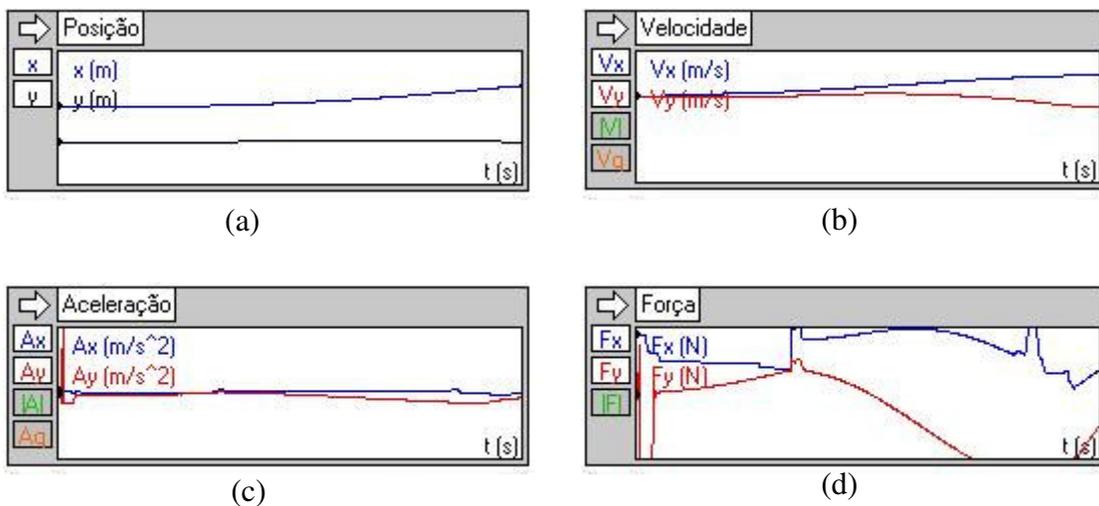


Figura 7.53 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração (c) e força (d) do modelo da cadeira de rodas com o módulo.

Pela simulação da Figura 7.52, nota-se que o módulo vai escorregando ao fazer uma curva e que o momento de alinhamento tenta alinhar as rodas Castors.

Pelos gráficos nota-se que os parâmetros, como velocidade, aceleração, posição e força estão interligados.

Percebe-se pela Figura 7.52 que a força lateral apresentada por uma seta em verde lateralmente aumenta quando há uma mudança de direção, ou seja, quando o valor da seta em verde longitudinalmente foi alterada em apenas uma roda.

## 7.6 Sumário

Neste capítulo, abordaram-se vários modelos existentes do contato roda-piso e foram feitas simulações para diferentes configurações da cadeira de rodas, apresentando uma análise do comportamento dinâmico.

Os modelos apresentados foram implementados no programa Working Model 2D<sup>®</sup> e se mostraram bastante precisos e eficientes, porém em algumas situações, alguns dos modelos apresentaram comportamentos insatisfatórios, como o modelo matemático do contato roda-piso de Huston e Raheman.

Nas simulações destes modelos a cadeira de rodas deriva ao realizar uma curva, enquanto nos modelos do controle da velocidade e aceleração e da fórmula mágica isso ocorreu só em algumas situações, a cadeira de rodas teve um comportamento mais satisfatório e próximo da realidade, mas mesmo assim em alguns momentos a simulação mostrou ineficiente prejudicando uma análise do comportamento.

Um dos motivos desta limitação deve-se aos parâmetros utilizados não serem da cadeira de rodas, mas de um carro convencional. E também nas simulações não levaram em consideração o fenômeno *shimmy* da roda pivotada ou Castor, tendo assim uma diferença no comportamento da cadeira de roda real com a da simulação. Logo, foi elaborada uma bancada experimental utilizando as rodas de uma cadeira de rodas convencional, que será mostrada e discutida no próximo capítulo.

## Capítulo 8

### Bancada Experimental

O escorregamento lateral do pneu é um dos mais importantes parâmetros do pneu e é crucial para a estabilidade e dirigibilidade do veículo. Assim este capítulo visa o levantamento de parâmetros importantes para a modelagem matemática do contato roda-piso. Para isto foi necessária a construção de uma bancada experimental composta de uma mesa articulada, de uma roda acoplada em uma articulação permitindo a variação do ângulo de escorregamento ( $\alpha$ ) e de um barramento para a sua movimentação.

O experimento foi realizado alterando os valores das cargas aplicadas na roda e a posição do ângulo de escorregamento ( $\alpha$ ), assim para cada configuração foram levantados os parâmetros e analisados.

#### 8.1 Bancada Experimental

A mesa foi feita com uma placa “*Honeycomb*” em torno 2m x 0,4m. Este material foi utilizado devido ser resistente e leve. As medidas foram feitas com o auxílio de três células de cargas, uma na frente da mesa para a direção  $x$  e duas na lateral para a direção  $y$ , com isso tem-se a força longitudinal e a lateral aplicada na roda. As células foram presas na mesa através de laminais metálicas.

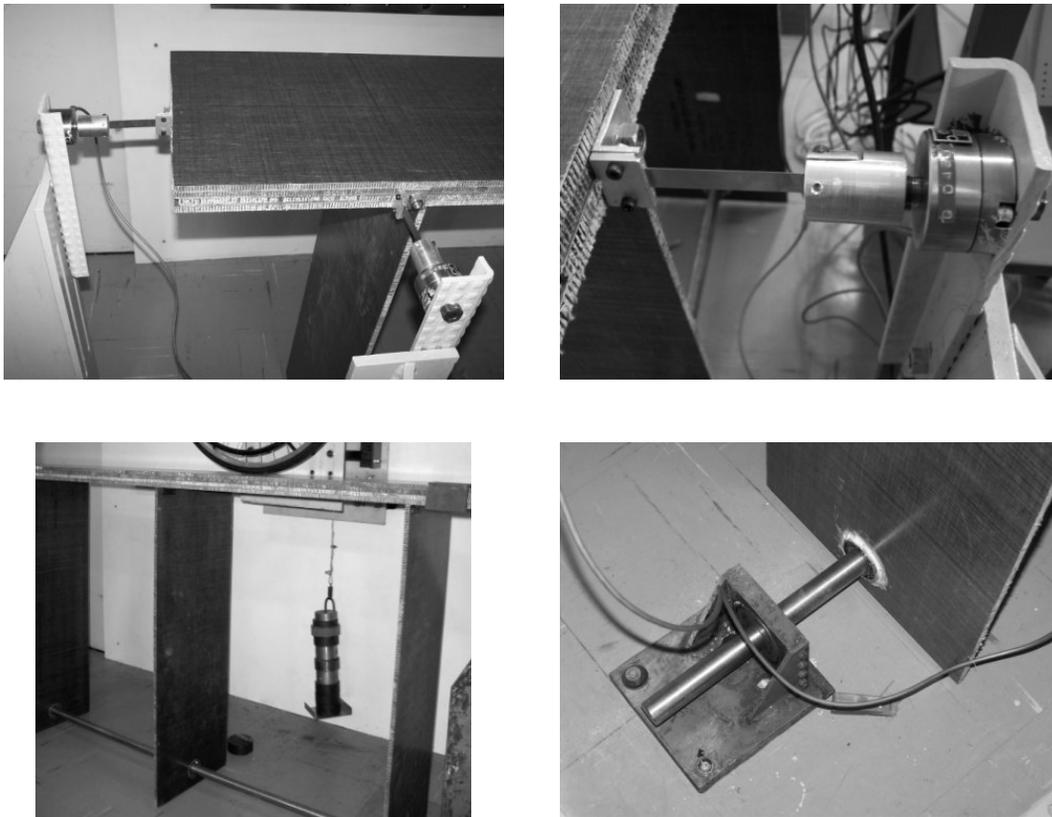


Figura 8.1 As células de carga e a mesa articulada.

A bancada é composta de um motor monofásico da Bodine Electric Company ligado a um fuso para a movimentação da roda sobre a mesa. A transmissão é feita por polia e correia dentada para permitir um aumento da transmissão, pois este motor transmite apenas 28 RPM.

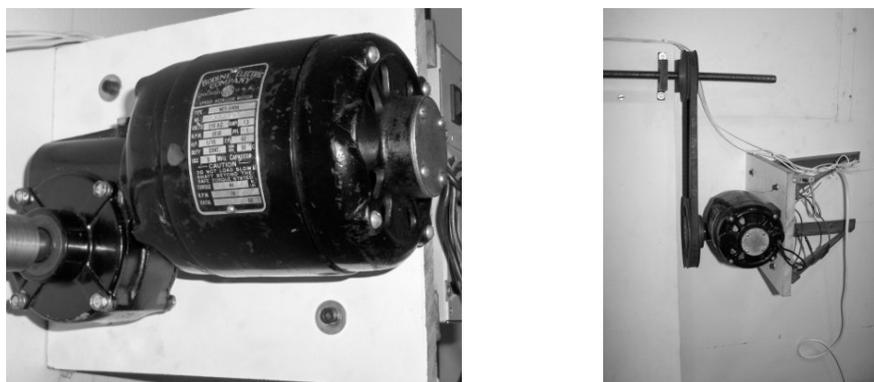


Figura 8.2 Motor monofásico.

Mesmo com o aumento da transmissão a velocidade do motor é baixa, porém as características da força lateral e a ângulo de escorregamento para diferentes velocidades e condições de superfície indicam que para o ângulo de escorregamento próximo de zero é dificilmente afetado pelo nível de velocidade e pelas condições de superfície seca ou molhada e tendo grandes variações a partir do ângulo de escorregamento de  $10^\circ$  como pode ser visto na Figura 8.3. (Pacejka, 2006)

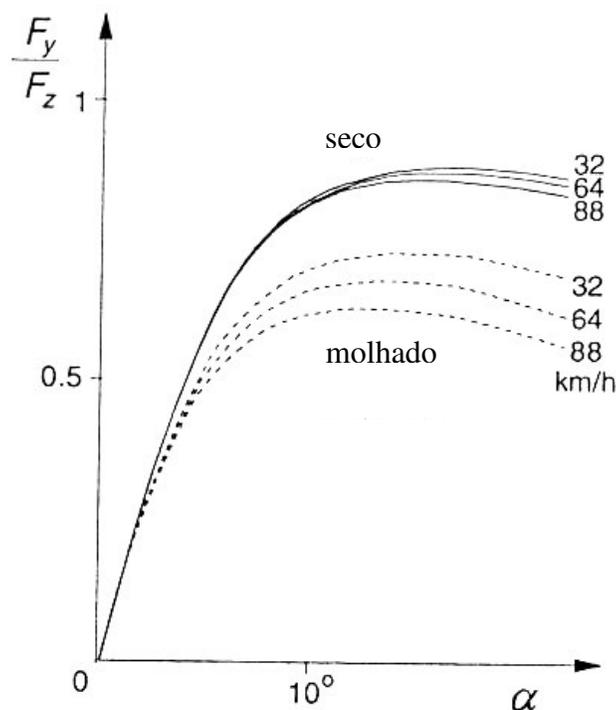


Figura 8.3 Características típicas para a força lateral pela força vertical normalizada versus o ângulo de escorregamento (Pacejka, 2006)

O gráfico da Figura 8.3 mostra que o nível do pico de força sofre somente poucas variações se a estrada estiver seca. Porém para estrada molhada os picos das forças ocorrem mais intensos e a força diminui significativamente com o crescimento da velocidade.

A movimentação longitudinal da roda foi transmitida através de um fuso acoplado no motor mostrado anteriormente e dois trilhos na horizontal no qual serão movimentados com a ajuda deste fuso. Nos carrinhos dos trilhos foram montadas as estruturas da roda e do braço articuladas.

O braço articulado permitiu a movimentação da roda na direção vertical e ele está acoplado a um contrapeso, para que as cargas sobre roda sejam variadas como mostram as Figuras 8.4.

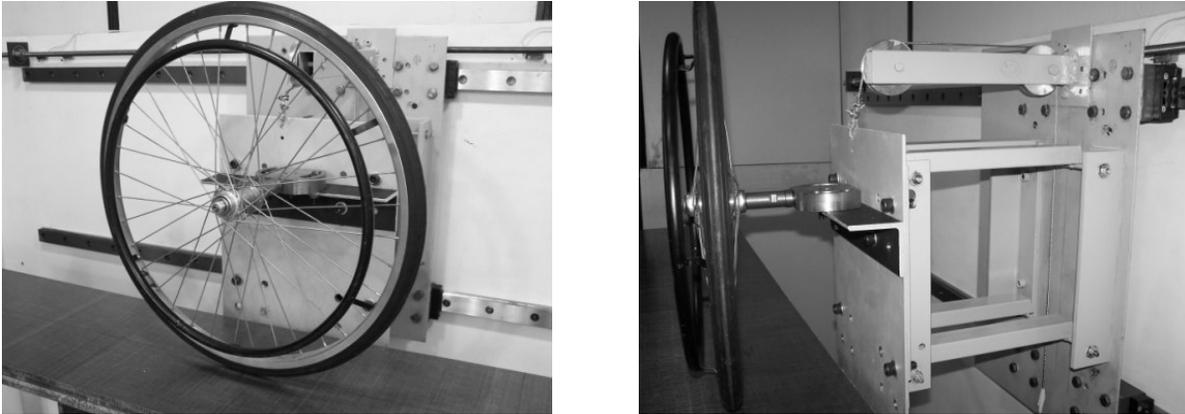


Figura 8.4 Sistema de movimentação da roda composta pelo fuso, trilhos e os carrinhos.

Para determinar o fim de curso foram colocados dois sensores micro switch em cada uma das extremidades como mostra a Figura 8.5, o primeiro altera o sentido de giro do motor e o segundo desliga a alimentação do motor.

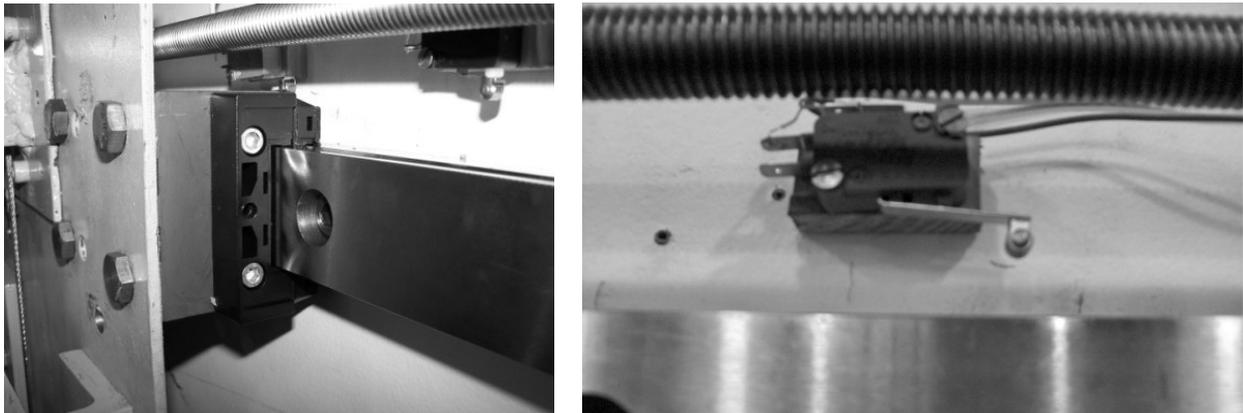


Figura 8.5 Sensores micro switch

Para alterar o ângulo da roda foi criado um sistema no qual permitiu a rotação da roda em uma variação de  $-20^\circ$  a  $20^\circ$  possibilitando a realização de diversas medidas para cada ângulo (Ver Figura 8.6). Também neste sistema foi possível posicionar a roda para que a área

de contato fique sempre no centro da mesa. Porém nesta montagem ainda não foi incluído o ângulo de cambagem ( $\gamma$ ), um ângulo na vertical em relação à mesa, foi incluído apenas na um ângulo na horizontal.



Figura 8.6 Sistema para alteração do ângulo da roda, ângulo de escorregamento ( $\alpha$ ).

Assim com a união de todos os sistemas e a mesa articulada tem-se a bancada experimental completa que permitiu a leitura da forças laterais e longitudinais entre a roda e o piso, podendo assim obter os parâmetros da modelagem do contato roda-piso para uma cadeira de rodas convencional.



Figura 8.7 Bancada Completa.

## 8.2 Dados Experimentais

A aquisição de dados foi feita usando uma ponte Philips e a placa de aquisição da National USB-6009 como é mostrado na Figura 8.8.

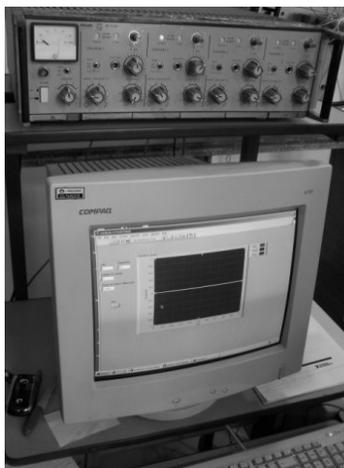


Figura 8.8 Aquisição de Dados – Ponte Philips e o Labview.

O software utilizado para a aquisição de dados foi o LabVIEW<sup>®</sup>, pois facilmente nele se cria um programa através de diagrama e alguns deles já estão pré-definidos como o bloco de aquisição de dado. A parte visual do programa e o diagrama em blocos são mostrados na Figura 8.9

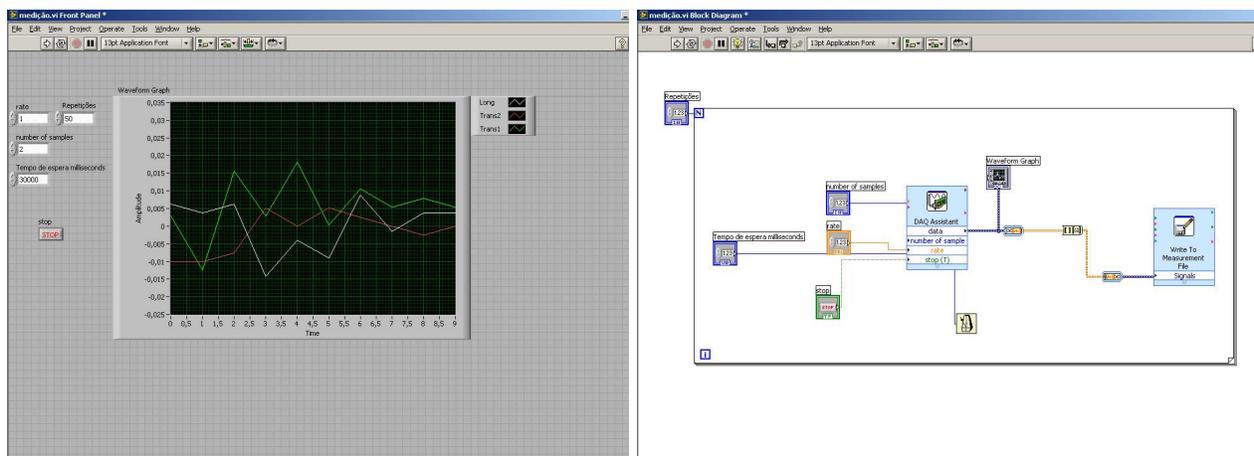


Figura 8.9 Painel de Controle e Diagrama em blocos do LabVIEW.

Foram feitas medições variando o ângulo da roda ( $0^\circ$ ,  $5^\circ$ ,  $10^\circ$  e  $15^\circ$ ) e para cada ângulo três cargas diferentes foram aplicada ( $F_1 < F_2 < F_3$ ).

Onde:

- $F_1 \approx 30\text{N}$
- $F_2 \approx 110\text{N}$
- $F_3 \approx 210\text{N}$

Estas medições foram repetidas também para duas velocidades diferentes:

- $V_1 \approx 0,002\text{m/s}$
- $V_2 \approx 0,004\text{m/s}$

As células de cargas ficaram posicionadas na mesa como mostrado na Figura 8.10.

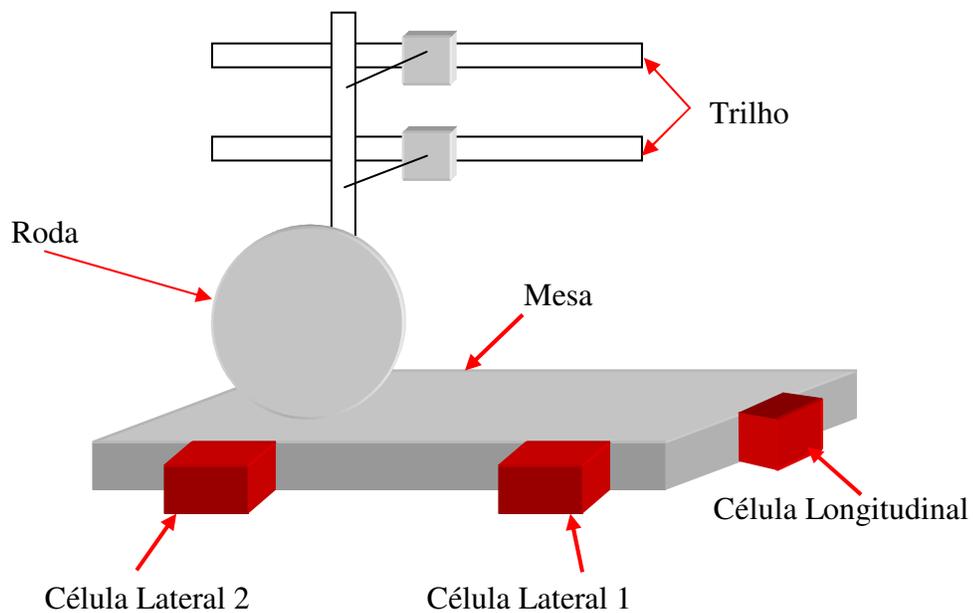
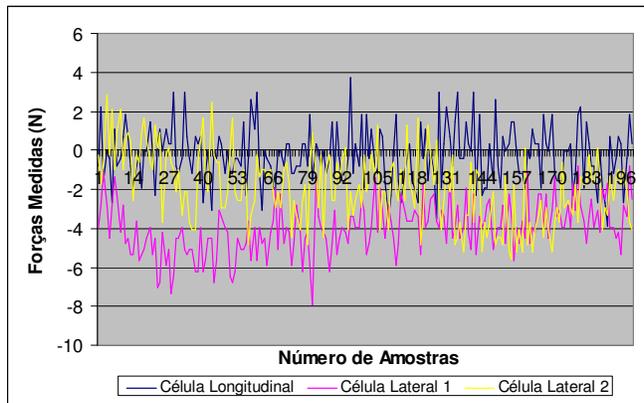
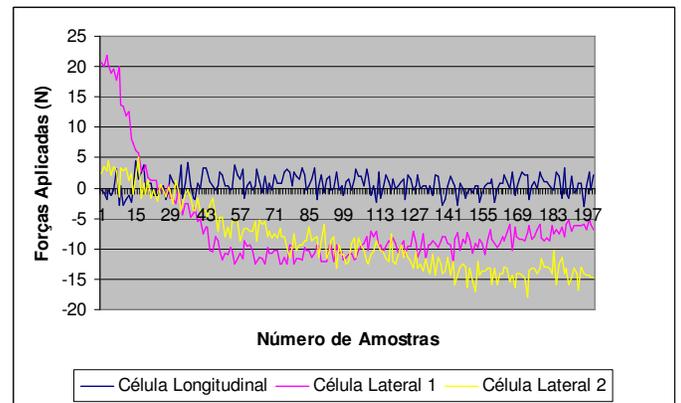


Figura 8.10 Esquema do posicionamento das células de cargas.

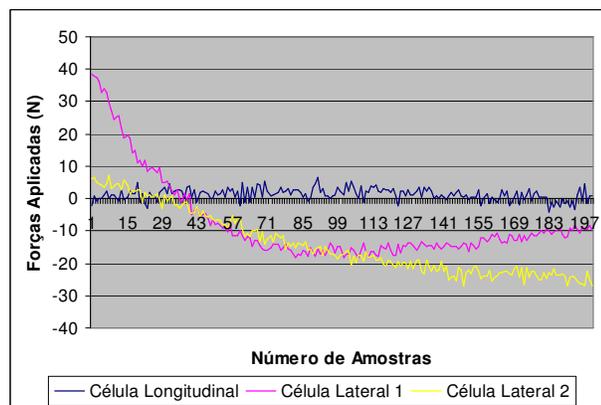
Fazendo as medições para o ângulo da roda igual a  $0^\circ$  e para três cargas diferentes (F1, F2 e F3) foram obtidos os seguintes valores:



(a)



(b)



(c)

Figura 8.11 Gráfico dos Valores Medidos para um ângulo igual a  $0^\circ$  (a) Força Normal F1, (b) Força Normal F2 e (c) Força Normal F3.

Repetindo este mesmo procedimento para todos os demais ângulos ( $5^\circ$ ,  $10^\circ$  e  $15^\circ$ ) e para os dois valores de velocidade ( $V_1$  e  $V_2$ ) é possível fazer o gráfico da força lateral pelo ângulo de escorregamento. A força lateral é obtida através dos valores médios da força lateral medidos pela Célula Lateral 1 e Célula Lateral 2 mostrado na Figura 8.11. Assim foi obtido o gráfico da força lateral pelo ângulo de escorregamento mostrados na Figura 8.12.

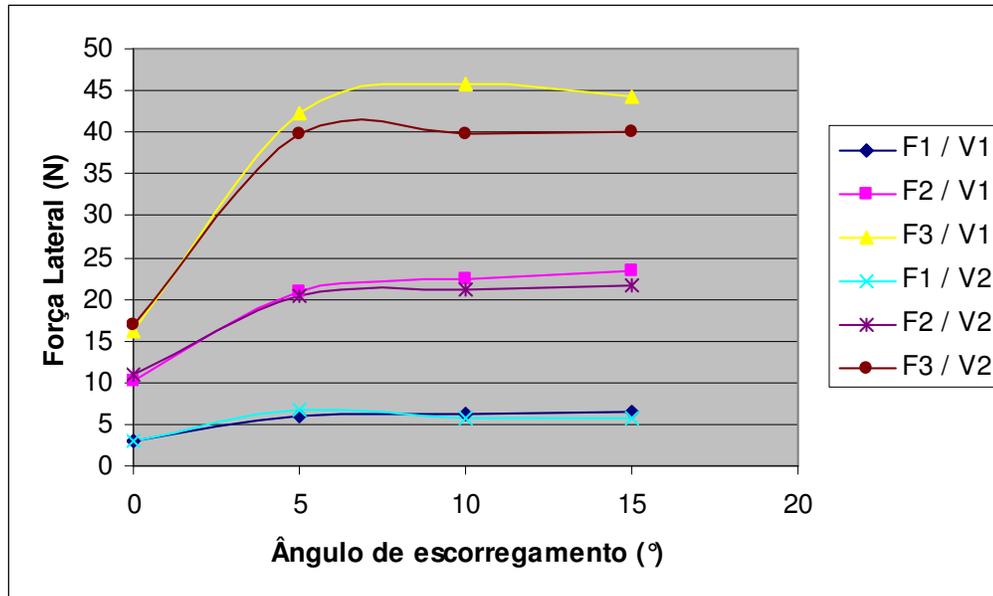


Figura 8.12 Relação entre a força lateral e ângulo de escorregamento

Pelo gráfico da Figura 8.12 se percebe que para o aumento da velocidade os valores da força lateral não tiveram grandes variações havendo apenas uma maior variação a partir de  $10^\circ$  e isso é mais notado quando a força normal F3 é aplicada. Logo os resultados experimentais deram próximos do esperado como foi mostrado na Figura 8.3.

Fazendo uma comparação com o gráfico obtido (Figura 8.12) e o gráfico da fórmula mágica (Figura 8.13) nota-se que a curva experimental acompanhou o gráfico da fórmula mágica, ou seja, a força lateral começou a crescer até que o ângulo de escorregamento atingiu em torno de  $5^\circ$  e depois tendeu a ficar constante.

No gráfico experimental mostrou uma defasagem em relação à origem em comparação ao da fórmula mágica. Isso ocorreu por causa de algum erro de medições, de calibrações ou provavelmente da montagem da roda, pois a roda pode ter apresentado algum ângulo de cambagem ( $\gamma$ ). Com a existência de um ângulo de cambagem ( $\gamma$ ) uma força lateral é gerada, logo o gráfico da força lateral pelo ângulo de escorregamento sofre esta defasagem, não passando mais pela origem tendo o acréscimo desta força lateral.

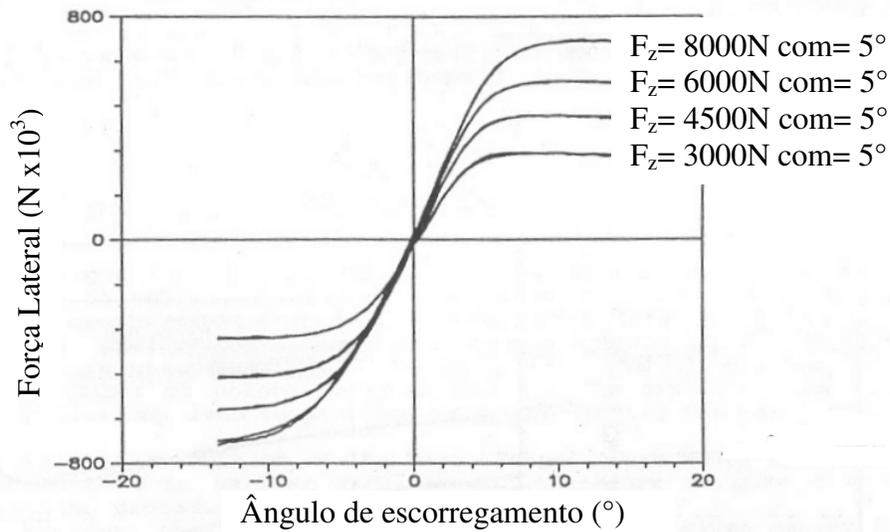


Figura 8.13 Modelo da Fórmula Mágica (Oosten, 1991)

Feita a mesma relação apresenta anteriormente, porém com a força longitudinal se obteve o gráfico apresentado na Figura 8.14.

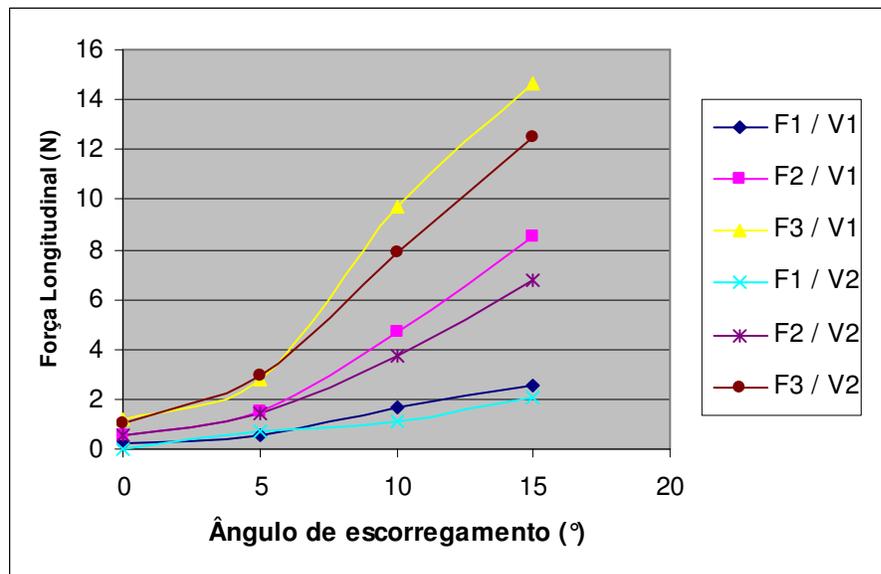


Figura 8.14 Relação entre a força longitudinal e ângulo de escorregamento

Nota-se pelo gráfico da Figura 8.14 que a força longitudinal aumenta em função do ângulo de escorregamento e da força normal e tende a diminuir com o aumento da velocidade.

### **8.3 Sumário**

Este capítulo mostrou a construção de uma bancada experimental para o levantamento dos parâmetros necessários para a modelagem do contato roda-piso para uma cadeira de rodas.

Os resultados experimentais obtidos nas medições das forças longitudinais e laterais foram animadores, pois foram bem próximos dos medidos por Oosten. Com esses resultados podem ser determinados os parâmetros da fórmula mágica aplicados para uma cadeira de rodas ou até mesmo criar um novo modelo para a modelagem do contato roda-piso.

No capítulo seguinte, os resultados obtidos e as conclusões levantadas no decorrer desta dissertação serão discutidos, e serão propostos outros trabalhos relacionados.

## Capítulo 9

### Conclusões e Perspectivas

O objetivo principal desta dissertação foi propor uma contribuição na área de Engenharia da Reabilitação, ou seja, na área de tecnologia assistiva aos deficientes físicos. Nesta dissertação foi estudada a dinâmica veicular e a modelagem do contato roda-piso aplicada a uma cadeira de rodas.

Esse trabalho permitiu o desenvolvimento de um laboratório virtual para veículos para o estudo da dinâmica veicular e das estratégias de controle, pois este laboratório possibilitará a visualização do comportamento do veículo.

Diversos modelos do contato roda-piso foram estudados, desenvolvidos e implementados. Foram apresentados quatro modelos do contato roda-piso e feitas as simulações para as seguintes configurações: o modelo bicicleta, a cadeira de rodas e cadeira de rodas com o módulo em diferentes posições. Esses modelos mostraram um satisfatório comportamento dinâmico.

Devido aos modelos matemáticos complexos usados para modelagem do contato roda-piso, algumas simplificações foram feitas, visando melhorar e facilitar a implementação. Assim alguns valores dos resultados obtidos não foram consistentes ao serem usados na modelagem de uma cadeira de rodas. Logo foi necessária a realização de um experimento para o levantamento desses parâmetros próprios para cadeira de rodas.

O processo de desenvolvimento não termina com essa dissertação, pois o laboratório virtual não foi completamente implementado, havendo algumas simplificações e apenas a implementação da modelagem da força lateral. Alguns parâmetros e fatores importantes não foram incluso como os momentos, a força longitudinal e o fenômeno *shimmy*.

A implementação completa de todos os parâmetros permitirá a criação de um laboratório para teste veicular e para visualização do comportamento dinâmico aplicável em uma cadeira de roda. Logo auxiliará no desenvolvimento de novos produtos para atender pessoas com necessidades especiais como equipamentos para subir escada e ultrapassar barreiras arquitetônicas.

A bancada experimental, construída nesta dissertação, permitirá a realização de novos testes tais como: o levantamento de modelos para vários tipos de pisos e de rodas e a simulação do fenômeno *shimmy* da roda Castor.

## Referências Bibliográficas

ALVARENGA, Flávia Bonilha. Desenvolvimento de Sistemas de Motorização Alternativa para Cadeiras de Rodas Convencionais. 2002. 192 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas-S.P.

ALVARENGA, Flávia Bonilha. Proposta de uma Abordagem Metodológica e Sistematização das Fases Iniciais de Projeto para o Desenvolvimento de Produtos Inclusivos. 2006. 250 p. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas-S.P.

AMIRALIAN, Maria LT; PINTO, Elizabeth B. et al. Conceituando deficiência. Revista Saúde Pública, v.34, n.1, p. 97- 103, 2000

ANDREU, Jorge Cases. Tyre Models for Vehicle Dynamics Simulation. 2006.48p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR9050:Acessibilidade de Pessoas Portadoras de Deficiência a Edificações, Espaço, Mobiliário e Equipamentos Urbanos. Rio de Janeiro, 2004. 97 p.

BAKKER, E.; Pacejka, H.B.et al. A New tire model with an application in vehicle dynamics studies. 4<sup>th</sup> Auto technologies Conference, Monte Carlo. SAE 890087, p.83-95, 1989.

BEATO, Michele. et al. Lateral Tyre Force by a Milliken Testo on Flat Track Roadway Simulator. Vehicle Dynamics, v. 34, p. 117-129, 2000.

BECKER, Marcelo. Estudos sobre Robôs de Locomoção: Formas Construtivas, Dirigibilidade e Controle. 1997. 137 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas-S.P.

BECKER, Marcelo : Aplicação de Tecnologias Assistivas e Técnicas de Controle em Cadeira de Rodas Inteligentes. 2000. 136p. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas – SP.

CASTELLANO, Márcia Lomeu. Classificação Funcional no Basquete sobre rodas: Critérios e Procedimentos. 2001. 218 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas-S.P.

COOPER, Rory A. Stability of Wheelchair Controlled by a Human Pilot. IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering, v 1, n 4, p. 193 – 206, 1993.

DIXON, John C. Tires, Suspension and Handling. 2nd ed. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1996. 621 p.

FARIAS, Norma; Buchalla, Cássia Maria. A classificação internacional de funcionalidade, incapacidade e saúde da organização mundial da saúde: conceitos, usos e perspectivas. Revista Brasileira de Epidemiologia, vol.8, no.2, p 187- 93, 2005.

FREITAS, P.S. O ensino de basquetebol sobre rodas, desafios e possibilidade. 1997. 145p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas - SP.

DIHUNA, Guan, et.al. Establishment of Model for Tire Steady State Cornering Properties using Experimental Modal Parameters. Vehicle System Dynamics, vol. 34, p. 43-56, 2000.

GARRIDO, Manuela. Soluções mecânicas para acessibilidade. 2006. 19p. Relatório de Iniciação Científica , Universidade Estadual de Campinas, Campinas - SP.

GENTA, Giancarlo. Motor Vehicle Dynamics, vol. 43, 1st ed.. World Scientific, 1997.532 p.

GILLESPIE, Thomas D. Fundamentals of Vehicle Dynamics. 6th ed. Warrendale: Society of Automotive Engineers, Inc., 1992. 495 p.

GONÇALVES, João P. C.; Ambrósio, Jorge A. C.. Road Vehicle Modeling Requirements for Optimization of Ride and Handling. *Multibody System Dynamics*, vol. 13, p. 3-23, 2005.

HAHN, Jin-Oh; Rajamani, Rajesh. GPS-Based Real-Time Identification of Tire-Road Friction Coefficient. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 10, n. 3, p-331 – 343, 2002.

HAMANAKA, Marcos Henrique. Projeto e Desenvolvimento de Circuito de Controle para Cadeira de Rodas. 2002. 173 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas-S.P.

HUSTON, J. C. et al. Three wheeled vehicle dynamics. *SAE Transactions*, v. 91, n. 820139, p.591- 604,1982.

HUSTON, J. C. Effect of Normal Force Dependence of Cornering Stiffness o the Lateral Stability of Recreational Vehicle. *SAE transactions*, v. 89, n. 800161, p. 999 - 1005, 1980.

JOHNSON, Ellis. Tire and Handling. Society of Automotive Engineers, Inc, PT-59, p 375, 1996.

LACOMBE, James. Tire Model For Simulations of Vehicle Motion On High And Low Friction Road Surfaces. *Proceedings of the 2000 Winter Simulations Conference*, p. 1025- 1034.

LANDGRAF, Leandro Henrique. Uma proposta de controle com lógica nebulosa para frenagem e esterçamento de um veículo. 2004. 170p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas-S.P.

LOMBARDI JUNIOR, Arley de Barros. Desenvolvimento e Modelagem de uma Cadeira de Rodas Servo-Assistida para Crianças. 2002. 200p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas – S.P.

LOMBARDI JUNIOR, Arley de Barros. Desenvolvimento e Análise de Estratégias de Controle Colaborativo para Cadeiras de Rodas. 2005. 263p. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas – S.P.

LU, Chen-Yuan; Shin, Ming-Chang. An experimental study on the longitudinal and lateral adhesive coefficients between the tyre and the road for a light motorcycle. *Vehicle System Dynamics*, vol. 43, p. 168–178, 2005.

MANCOSU F., et. al.. Tyre Models. 2<sup>ND</sup> International Colloquium on Vehicle Tyre Road Interaction, Florence, 23 de fev. de 2001.

MILLIKEN, William F.; MILLIKEN, Douglas L. *Race Car Vehicle Dynamics*. 5th ed. Warrendale: Society of Automotive Engineers, Inc., 1995. 890 p.

MOKHIAMAR, Ossama; Abe, Masato. Simultaneous Optimal Distribution of Lateral and Longitudinal Tire Force for Model Following Control. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 126, p. 753-763, 2004.

OOSTEN, J.J.M.; Bakker, E. Determination of Magic Tyre Model Parameters. 1<sup>st</sup> Tyre Colloquium, Delft, Oct, 1991. Supplement to *Vehicle Systems Dynamics*, v. 21.

PACEJKA, Hans B. *Tire and Vehicle Dynamics*. 2th ed. Warrendale: Society of Automotive Engineers, Inc., 2006. 642p.

PACEJKA, H.B. and E. Bakker. The Magic Formula Tyre Model. Proceeding, 1<sup>st</sup> Tyre Colloquium, Delft, Oct, 1991. Supplement to *Vehicle Systems Dynamics*, v. 21.

PACEJKA, H.B.; Besselink, I. J. M. Magic Formula Tyre Model with Transiente Properties. *Vehicle Systems Dynamics Supplement*, v. 27, p. 234-249, 1997.

RAHEMAN,H.; SINGH, R. Steering forces on undriven tractor wheel. *Journal of Terramechanics*, v.44, p. 161-178, 2004.

SMITH, Nicholas D.. Understanding Parameters Influencing Tire Modeling. Formula SAE Platform, 2004.

SIENEL, Wolfgang. Estimation of the Tire Cornering Stiffness and Its Application to Active Car Steering. Conference on Decision and Control, California, USA. December, 1997.

SIEGWART, Roland ; Nourbakhsh, Illah R.. Autonomous Mobile Robots. Massachusetts Institute of Technology, 2004. 321 p.

SILVA, Daniel Luis Nithack. Utilização de um Sistema de Informação Geográfica visando melhorar o transporte exclusivo para pessoas portadoras de deficiência física. 2004. 141 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas-S.P.

SILVA, Ludmila Corrêa de Alkmin; Dedini, Franco Giuseppe. Uma Revisão da modelagem sobre contato roda–piso. Congresso Nacional de Engenharia Mecânica. 2006.

SILVA, Ludmila Corrêa de Alkmin; Dedini, Franco Giuseppe. Influence of the dynamic behavior in the automated guided vehicles. Society of Automotive Engineers, Inc. 2006.

SILVA, Ludmila Corrêa de Alkmin; Alvarenga, Flávia Bonilha; Dedini, Franco Giuseppe. Modeling of the Powered Module for Motorizing Manual Wheelchairs. Society of Automotive Engineers, Inc. 2005.

SHUN-HWA, Wei. et al. Wrist kinematic characterization of wheelchair propulsion in various seating positions: implication to wrist pain. Clinical Biomechanics, v. 18, p. 46 – 52, 2003.

SOMIESKI, Gerhard. Shimmy Analysis of a Simple Aircraft Nose Landing Gear Model Using Different Mathematical Methods. Aerospace Science and Technology, n° 8, p. 545-555, 1997.

TAKÁCS, Dénes; Stépán, Gábor. Experimental Study of the Shimmy Motion of Wheels. 22nd Danubia-Adria Symposium on Experimental Methods in Solid Mechanics, 2005.

TEZUKA, Yoshitaka, et. al. Application of the magic formula tire model to motorcycle maneuverability analysis. JSAE Review, vol. 22, p. 305-310, 2001.

TURCO, Patrizio. Et al. Algorithms for a Vehicle Dynamics Monitoring System, Based on Model Reference Structure. Meccanica, vol. 32, p. 449-457, 1997.

WONG, Jo Yung. Theory of Ground Vehicles. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001. 528 p.

## Sites na WWW

Alguns dos dados apresentados foram obtidos em sites da Internet. Segue uma pequena relação de sites que fornecem dados sobre o tema.

Acessibilidade Brasil. Disponível em: <<http://www.acessobrasil.org.br>>. Acesso em 10 de nov. de 2005.

Acessibilidade em estado de Sitio. Disponível em: <<http://www.euroacessibilidade.com/acessibilidade02.htm>>. Acesso em 10 de nov. de 2005.

Acessibilidade – Prodam. Disponível em: <<http://www.prodam.sp.gov.br/acess/>>. Acesso em 10 de nov. de 2005.

Acessibilidade.net. Disponível em: <<http://www.acessibilidade.net/web/>>. Acesso em 17 de abril de 2006.

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística . Apresenta o Censo Demográfico 2000. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/presidencia/noticias/08052002tabulacao.shtm>> Acesso em: 30 de mai. de 2006.

International Classification of Functioning, Disability and Health. Disponível em: <<http://www3.who.int/icf/icftemplate>>. Acesso em: 19 jan. 07.

Sistema Nacional de Informação Sobre Deficiência (SICORDE). Disponível em: <<http://www.mj.gov.br/sedh/dpdh/corde/sicorde.htm>>. Acesso em: 5 dez. 2005.

Locação e Venda de Equipamentos Hospitalares. Disponível em: <<http://www.phloc.com.br>>. Acesso em 01 de março de 2005.

Casa Ortopédica. Disponível em: <<http://www.casaortopedica.com.br>>. Acesso em 17 de janeiro de 2007.

Coordenadoria Nacional Para Integração da Pessoa Portadora de Deficiência (CORDE). Disponível em: < <http://www.mj.gov.br/sedh/ct/corde/dpdh/sicorde/censo2000.asp>>. Acesso em: 5 nov. 2005.

The SD1's Suspension The basics. Disponível em: <<http://www.roversd1.nl/sd1web/suspension.html>>. Acesso em: 9 em fev. 2006.

Wikipédia. Disponível em: < <http://pt.wikipedia.org/wiki/Acessibilidade> >. Acesso em 17 de abril de 2006.

Cartilha da Inclusão. Disponível em: <[http://www.deficienteeficiente.com.br/cartilha\\_III.doc](http://www.deficienteeficiente.com.br/cartilha_III.doc)>. Acesso em 17 de abril de 2006.

Circulação. Disponível em: <[www.lesaomedular.com.br](http://www.lesaomedular.com.br)>. Acesso em 28 de nov de 2005.

Comissão permanente de acessibilidade. Disponível em: <[http://ww2.prefeitura.sp.gov.br/download/resolucoes/Res\\_014\\_Pisos\\_Tateis.pdf](http://ww2.prefeitura.sp.gov.br/download/resolucoes/Res_014_Pisos_Tateis.pdf)>. Acesso em 22 de maio de 2006.

dEFICIENTE ONLINE. Disponível em: < <http://www.deficiente.com.br/modules.php?name=News&file=article&sid=533>>. Acesso em 8 de maio de 2006.

LISTA, Paulo. Analysis of the Dynamic Behavior of Actual and New Design Solutions for Motorcycles using the multibody codes of MSC. visualNastran. Disponível em: < [www.atnet.it/lista/paper83.pdf](http://www.atnet.it/lista/paper83.pdf)>. Acesso em 8 de set. de 2005.

Manual de atendimento. Disponível em: < [www.transportes.gov.br](http://www.transportes.gov.br)>. Acesso em 28 de nov de 2005.

Manual para Acessibilidade aos prédios Residenciais da Cidade do Rio de Janeiro. Disponível em: < [www.ibam.org.br](http://www.ibam.org.br)>. Acesso em 22 de maio de 2006.

Manual de Referência para a acessibilidade de pessoas com restrição de mobilidade. Disponível em: < [www.cascavel.pr.gov.br](http://www.cascavel.pr.gov.br)>. Acesso em 22 de maio de 2006.

Wisking. Disponível em: <<http://www.wisking.com.cn/prductcatalog.asp>>. Acesso em 27 de jan. de 2007

Working Model. Disponível em: <[www.workingmodel.com](http://www.workingmodel.com)>. Acesso em 20 jan. de 2007.

### **Revistas e Jornais**

Gente Ciente. Ano 8, n° 89, fevereiro,2006.

Revista Eficiência – Ciência, Inclusão e qualidade de vida. Edição inaugural, novembro,2005.

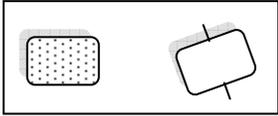
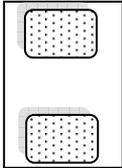
A tarde- Local, salvador, domingo 8, janeiro, 2006.

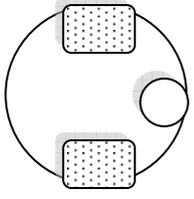
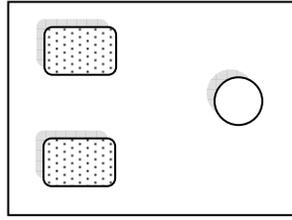
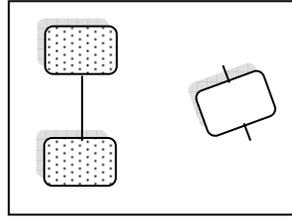
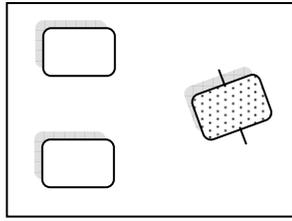
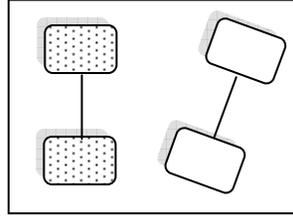
## Apêndice 1

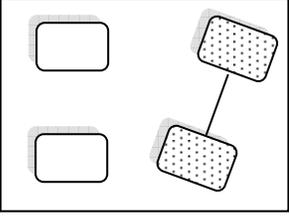
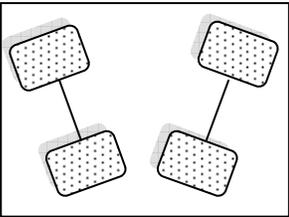
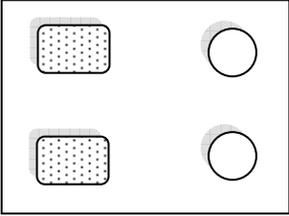
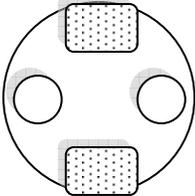
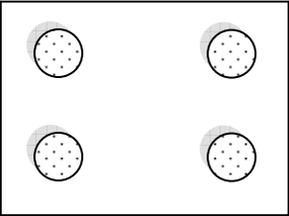
### Tipos de veículos

Existem vários tipos de configurações de rodas para veículo. Essas configurações são divididas pela quantidade de rodas que o veículo possui. Neste trabalho serão mostradas apenas as configurações com duas, três e quatro rodas.

Tabela A.1 Configurações de rodas para veículos (Siegwart,2004).

Número de Rodas	Posição	Descrição	Exemplos
2		Uma roda motorizada atrás e uma roda na frente direcional	Bicicleta e moto
		Duas rodas motorizadas com o centro de massa abaixo do eixo	Robô Cye

3		Duas rodas motorizadas centralizada e um terceiro ponto de apoio, uma roda pivotada	Nomad Scout, SmartRob EPFL
		Duas rodas motorizadas independentes e uma roda pivotada na frente para a direção	EPFL robots, Pygmalion e Alice
		Duas rodas de tração interligadas e uma roda direcional na frente	Piaggio
		Duas rodas livres atrás e uma roda motorizada na frente	Neptune, Hero-1
		Duas rodas motorizadas atrás e duas rodas direcionais na frente.	Carros com motorização traseira

4		Duas rodas motorizadas e direcionais na frente e duas rodas livres atrás	Carro com motorização nas dianteiras
		As quatro rodas motorizadas e direcionais	Motorização nas quatro rodas
		As duas rodas traseiras motorizadas e as duas da frente pivotadas	Charie (DMT-EPFL)
		Duas rodas motorizadas e dois pontos de contato	EPFL Khepera, Hyperbot
		Quatro rodas pivotadas motorizadas	Nomad XR4000

Fazendo as simulações desses vários tipos de configurações no Working Model 2D® usando o modelo matemático do contato roda piso através do ganho da velocidade e da aceleração visto no Capítulo 7 chegaram-se as seguintes simulações que serão apresentadas a baixo.

Simulado a configuração com duas rodas como uma bicicleta chegou-se:

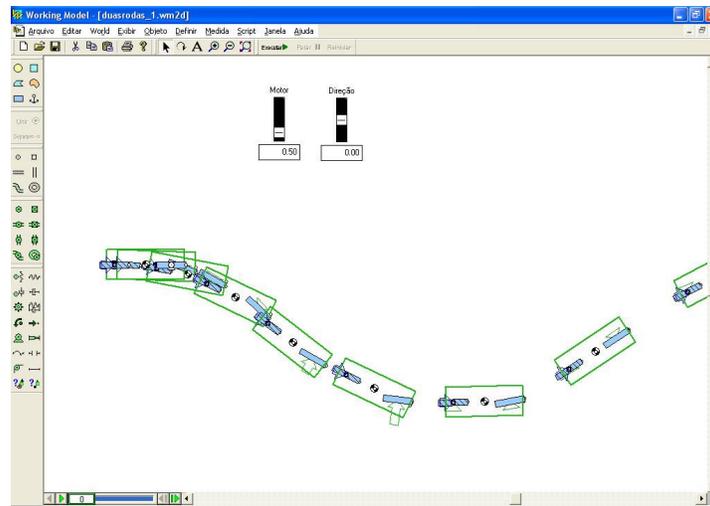


Figura A.1 Duas rodas, uma motorizada e outra direcional.

Os seguintes gráficos foram obtidos:

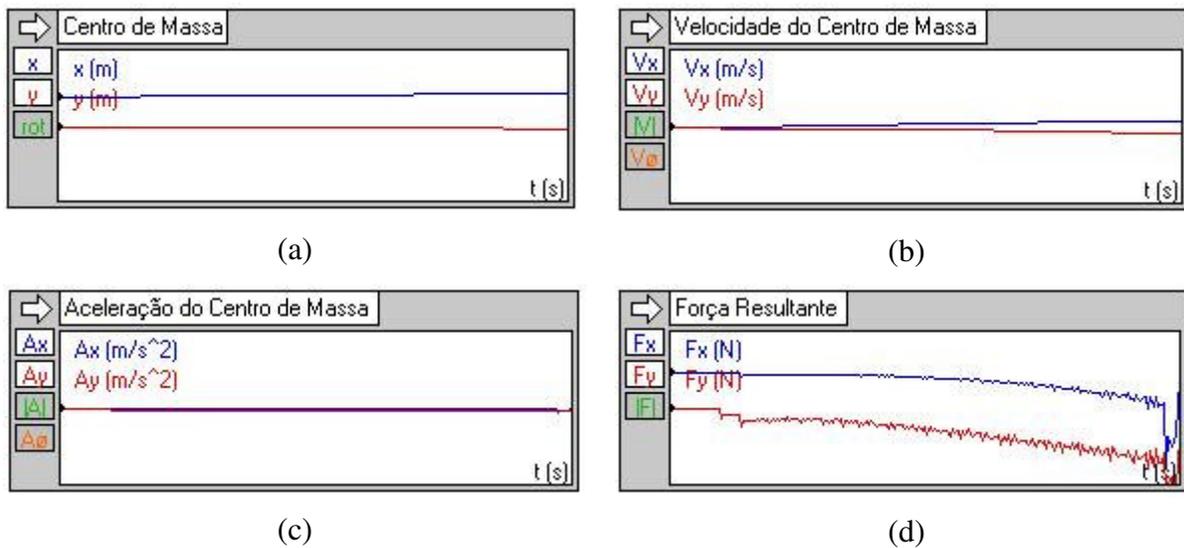


Figura A.2 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) para duas rodas.

Pelos gráficos mostrados acima se percebe que a força lateral tenta corrigir a trajetória e sendo maior quando o veículo muda bruscamente o sentido da direção.

Fazendo para duas rodas motorizadas no centro:

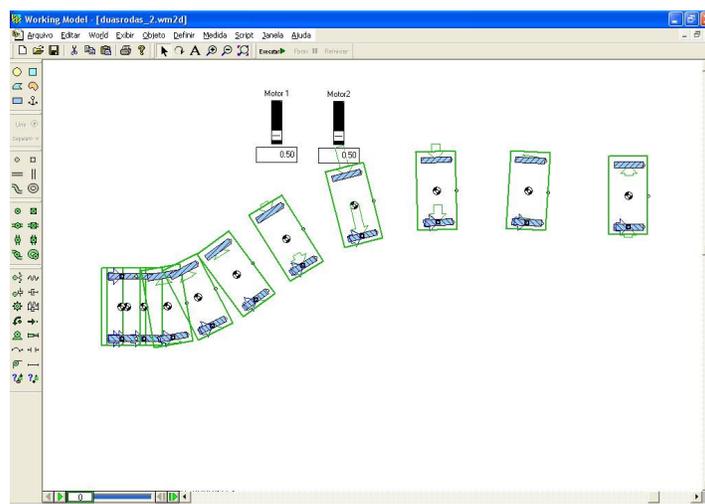


Figura A.3 Duas rodas, uma motorizada e outra direcional.

Levantaram se os seguintes gráficos:

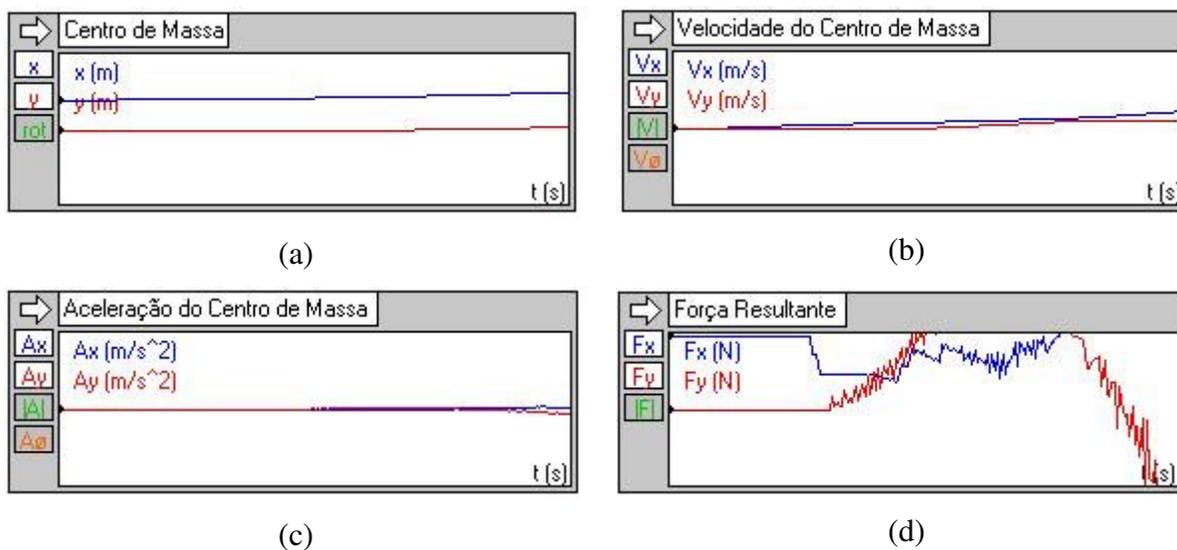


Figura A.4 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) para duas rodas.

Pela simulação que a força lateral sempre está oposta ao movimento e a velocidade variou mais suavemente.

Fazendo para três rodas no qual duas motorizadas no centro e uma pivotada na frente tem se:

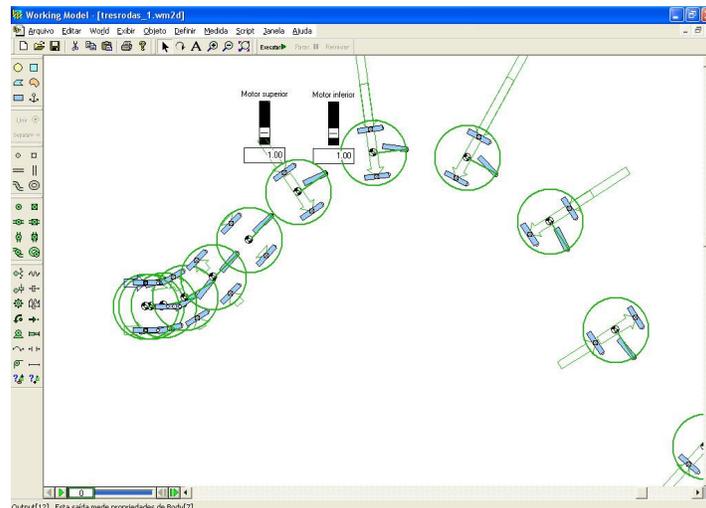


Figura A.5 Três rodas, duas motorizadas e um pivotada.

Os seguintes gráficos foram retirados:

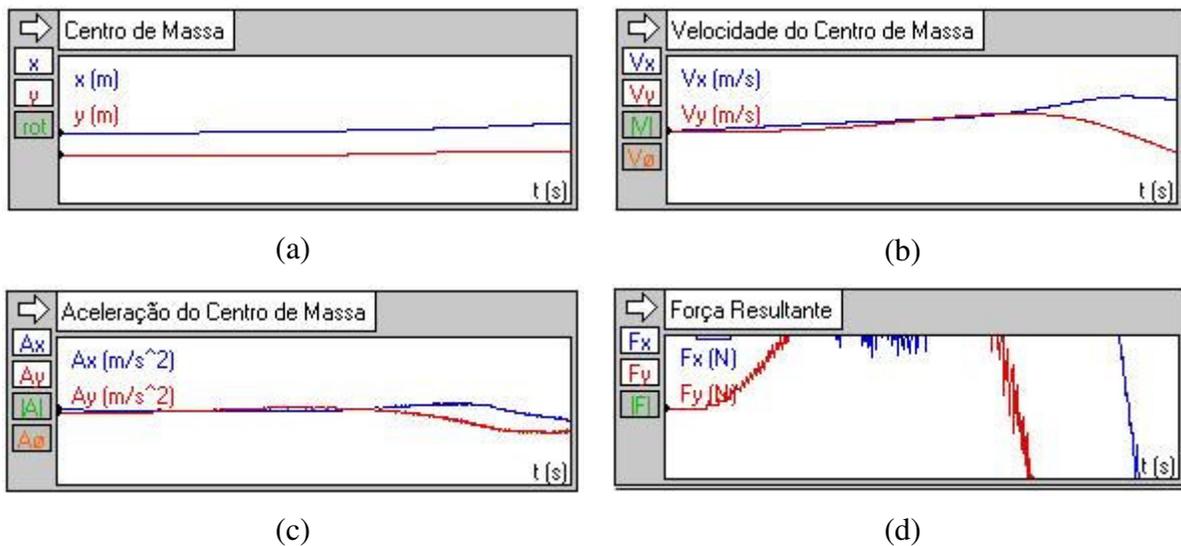


Figura A.6 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) para três rodas.

Pela simulação percebe que a força lateral é oposta ao movimento tendo uma maior força lateral quando o veículo muda de direção.

Fazendo para três rodas onde duas são motorizadas e uma pivotada tem se:

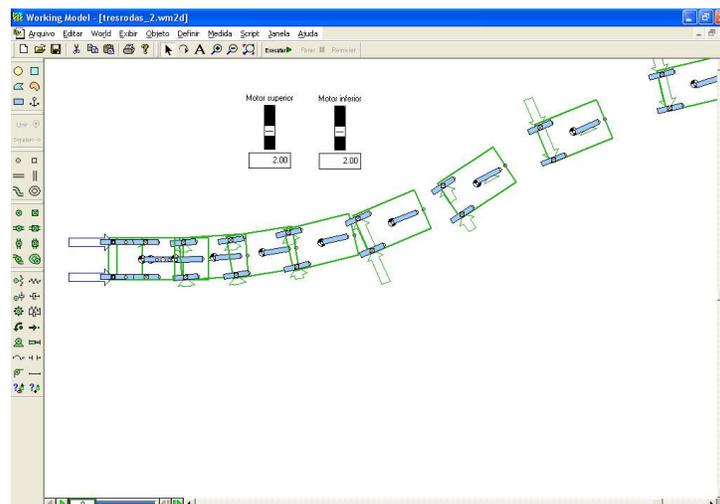


Figura A.7 Três rodas, duas motorizadas e outra pivotada.

Os seguintes gráficos foram obtidos:

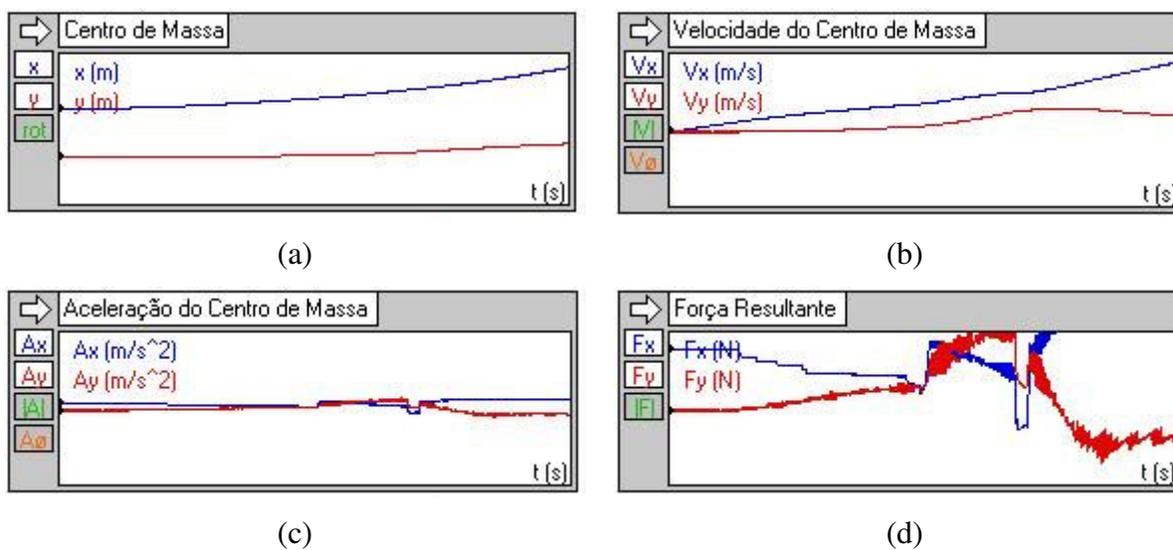


Figura A.8 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) para três rodas.

Pelos gráficos percebe se a velocidade altera suavemente enquanto que a aceleração e a força variam bruscamente.

Feito para três rodas onde duas são motorizadas e uma direcional, resultou em:

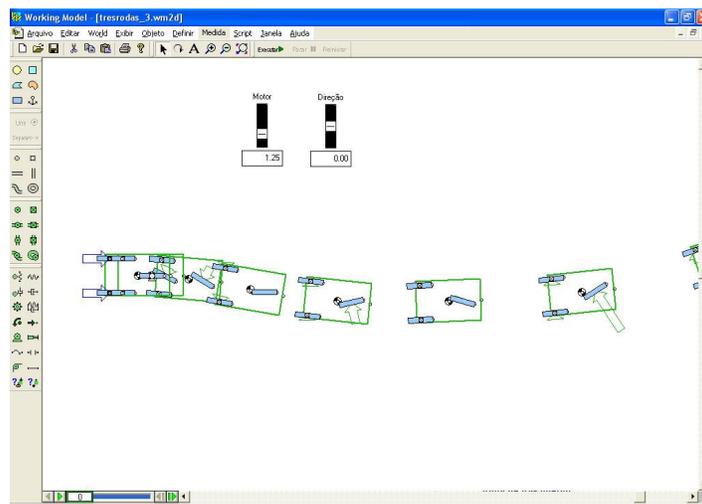


Figura A.9 Três rodas, duas motorizadas e outra direcional.

Os seguintes gráficos foram obtidos:

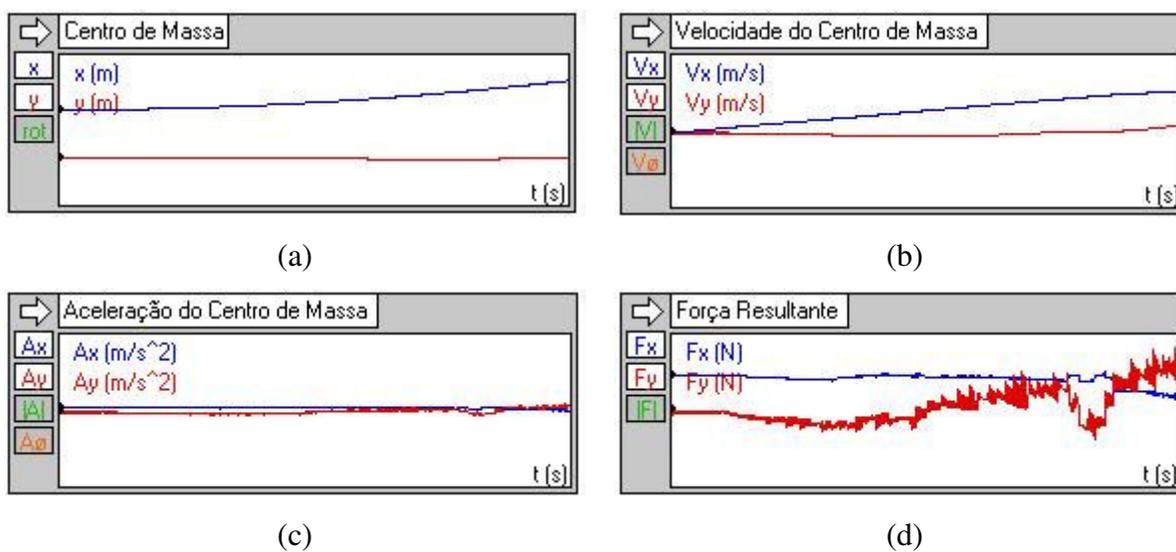


Figura A.10 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) para três.

Nestes gráficos percebem-se os mesmos comportamentos falados anteriormente nas Figura A.7 e Figura A.8.

Fazendo para três rodas onde duas rodas são interligada e motorizadas e uma direcional resultou em:

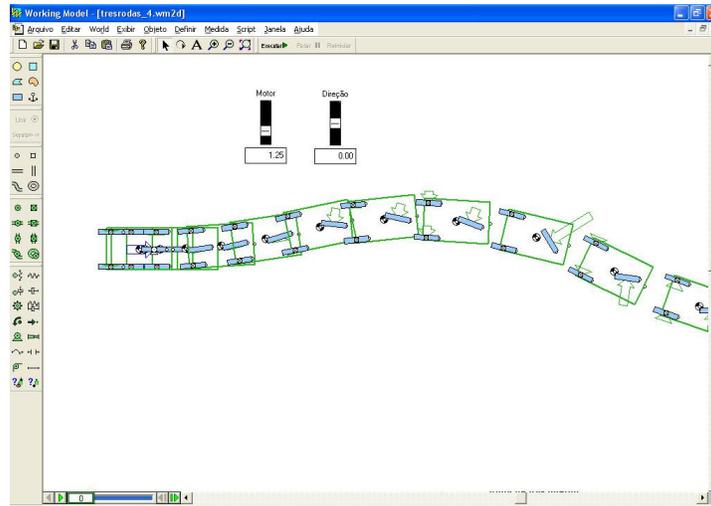


Figura A.11 Três rodas, duas motorizadas e outra direcional.

Os seguintes gráficos são obtidos:

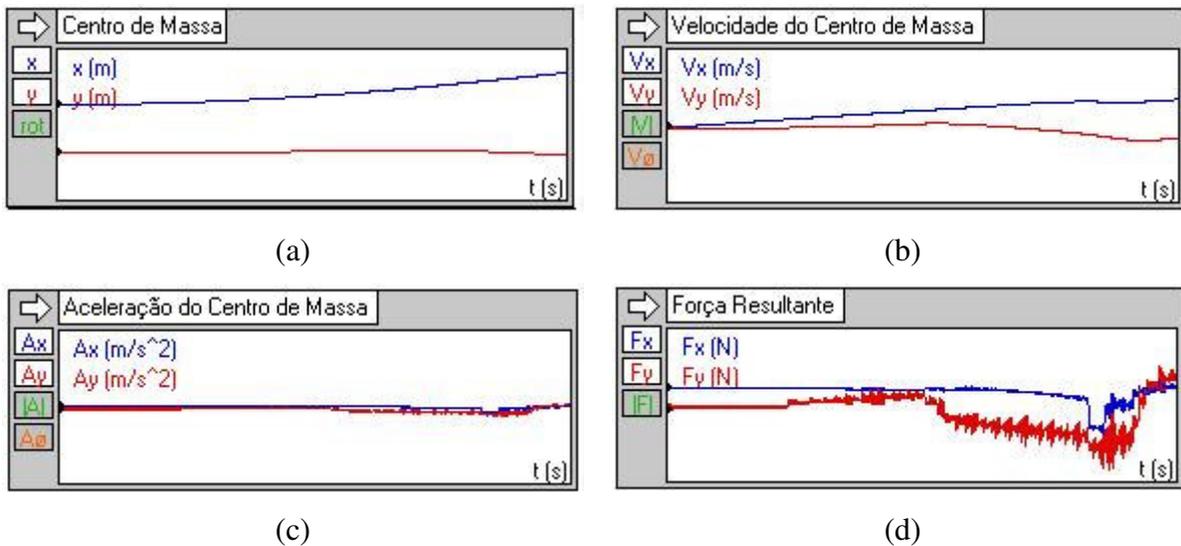


Figura A.12 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) para três rodas.

Pelos gráficos aconteceu o mesmo comportamento do anterior, pois a configuração para os dois caso são iguais mudando apenas a forma de acionamento.

Feito para quatro rodas onde as duas de trás são motorizadas e as outras da frente direcionais, teve-se:

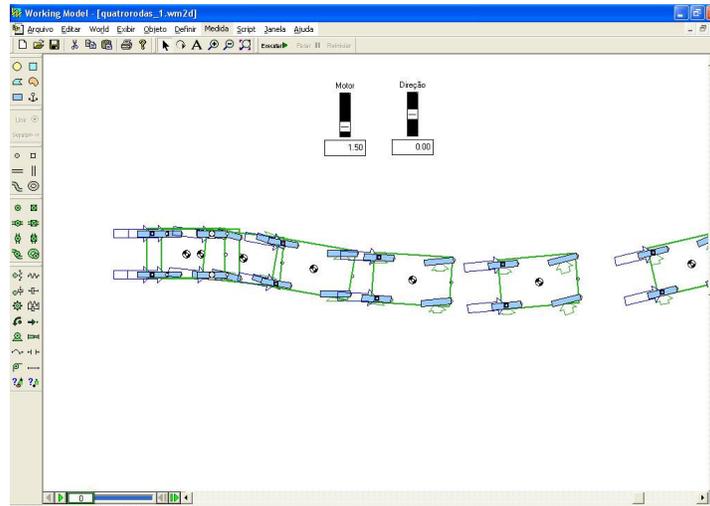


Figura A.13 Quatro rodas, duas motorizadas e duas direcionais.

Foram obtidos os seguintes gráficos:

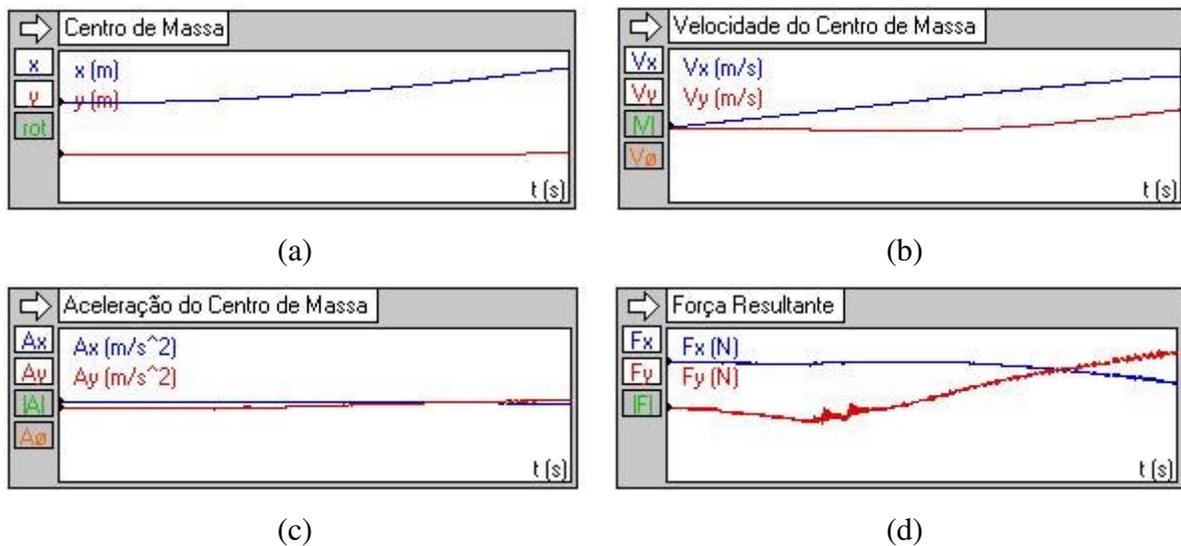


Figura A.14 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) para quatro rodas.

Pela simulação percebe se que a tanto a velocidade, a aceleração e a força apresentaram oscilações mais suaves que nos demais modelos apresentados anteriormente, isso ocorre devido a mudança da trajetória não ter sido brusca.

Simulado para quatro rodas onde as duas da frente são motorizadas e as demais direcionais teve-se:

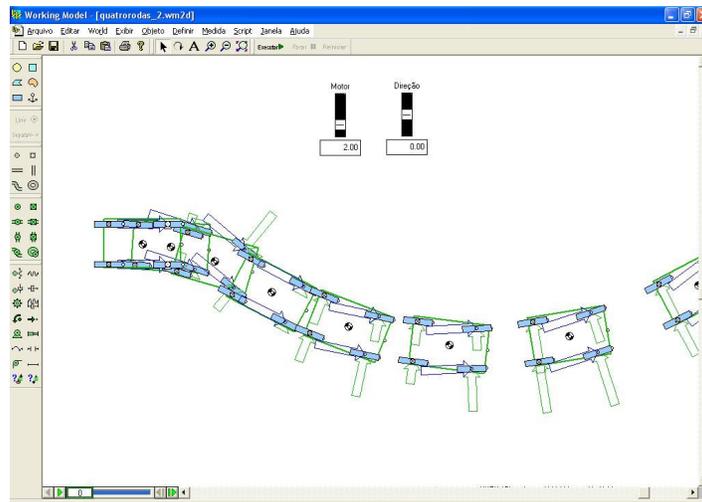


Figura A.15 Quatro rodas, duas motorizadas e duas direcionais.

Os seguintes gráficos foram levantados:

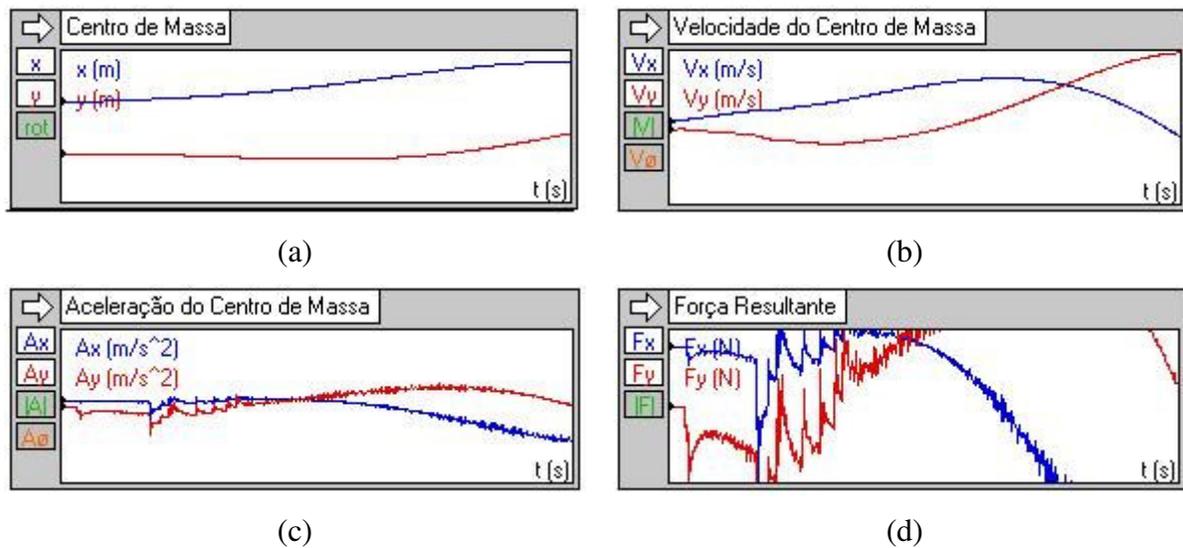


Figura A.16 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) para quatro rodas.

Nota se pela simulação que ao mudar bruscamente a direção do movimento a aceleração e a força apresentaram picos logo a força tentava corrigir o movimento.

Feito para a tração nas quatro rodas resultou em:

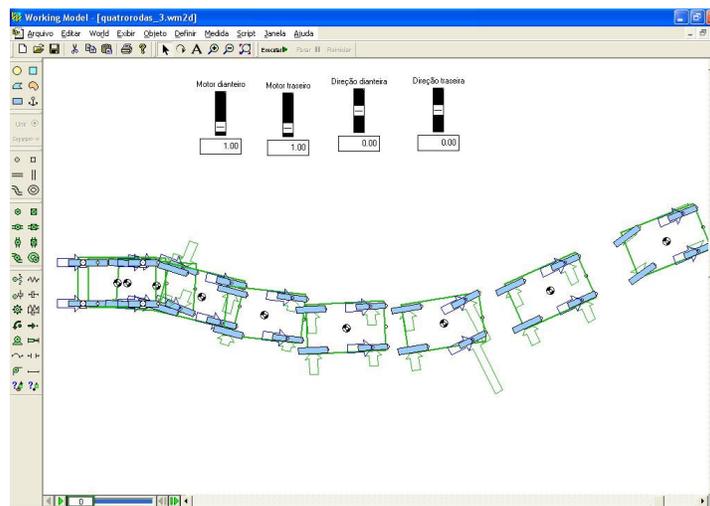


Figura A.17 Quatro rodas motorizadas e direcionais.

Os seguintes gráficos foram levantados:

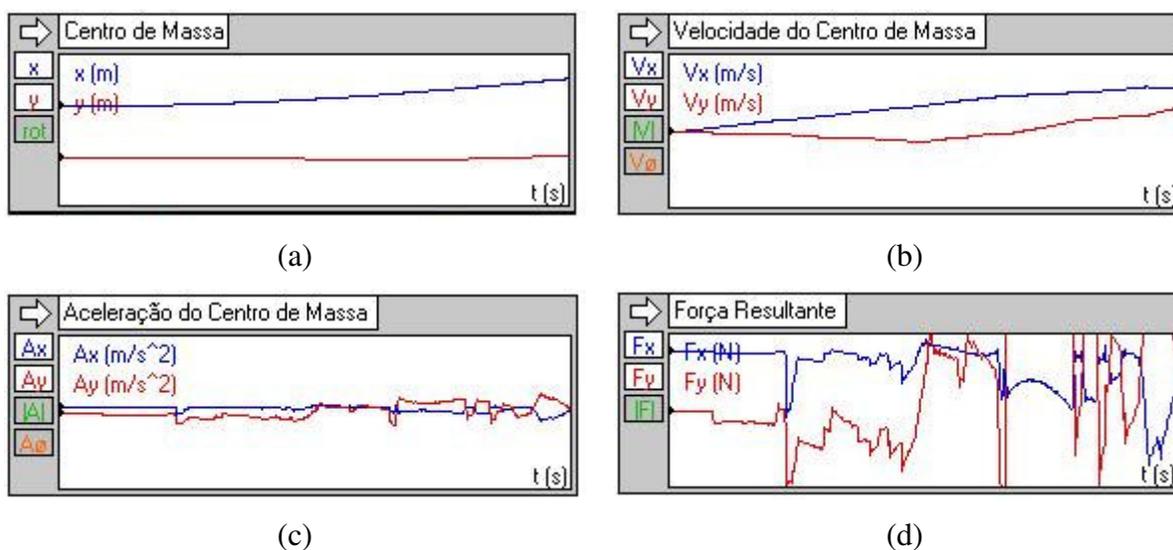


Figura A.18 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) para quatro rodas.

Pelos gráficos percebe se que a força e aceleração sofrem grandes oscilações enquanto a velocidade apresentou variações mais suaves.

Feito para quatro rodas onde as duas traseiras rodas são motorizadas e as outras pivotadas teve-se :

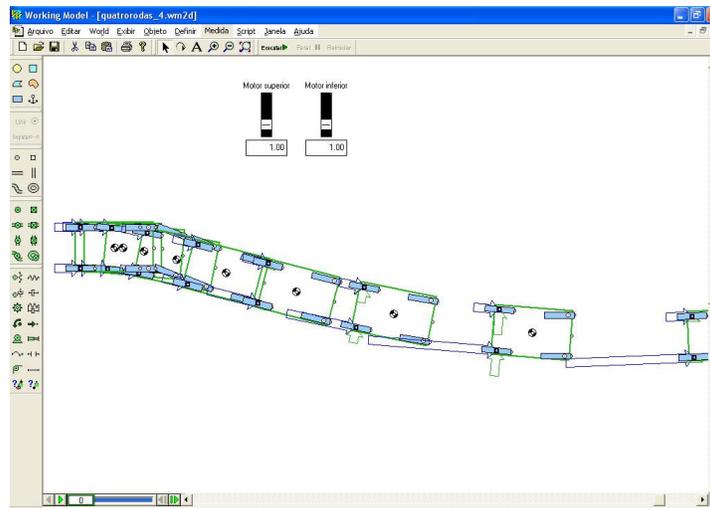


Figura A.19 Quatro rodas, duas motorizadas e duas direcionais.

Os seguintes gráficos foram obtidos:

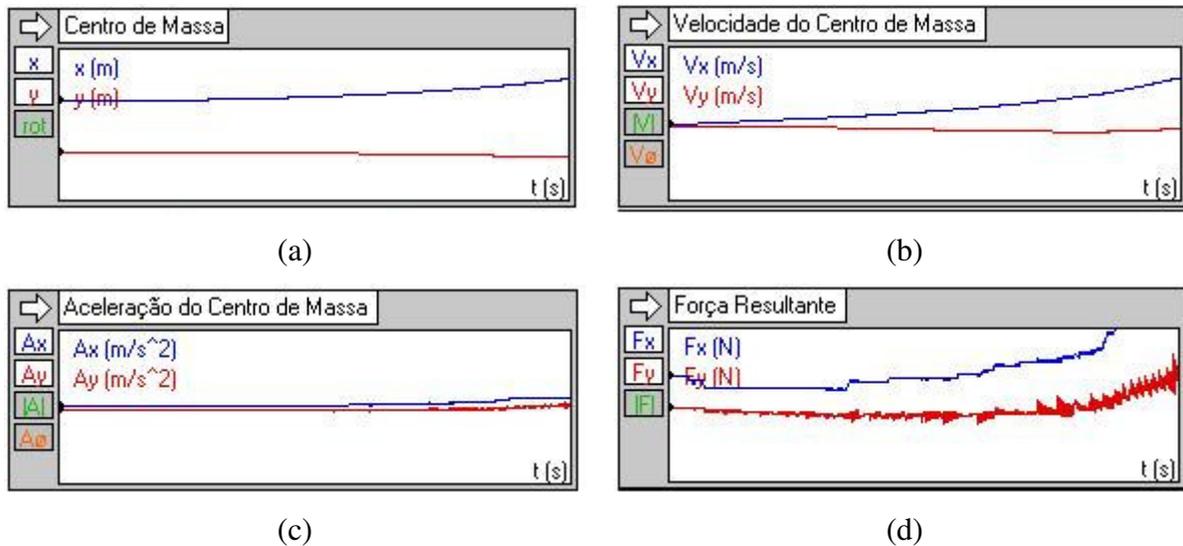


Figura A.20 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) para quatro rodas.

No final da simulação percebe se que a força lateral foi aumento para corrigir o movimento logo o gráfico das força foi aumentando ao longo da simulação.

Simulado para quatro rodas onde duas são motorizadas centralizadas e as outras pivotadas teve se:

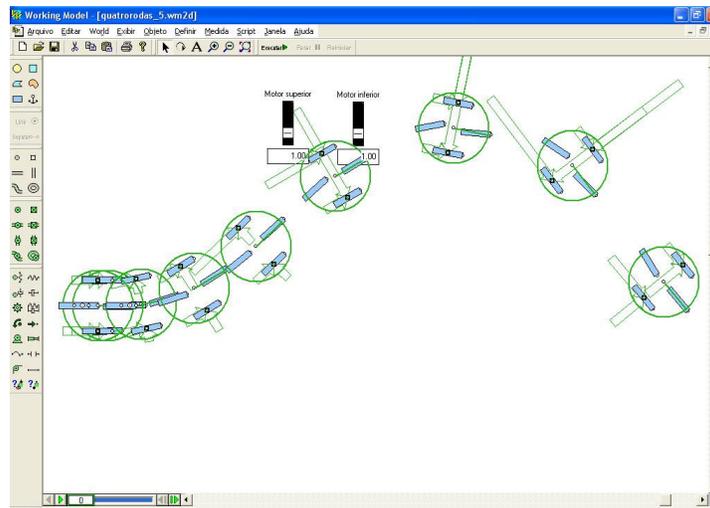


Figura A.21 Quatro rodas, duas motorizadas e duas pivotadas.

Os seguintes gráficos foram obtidos:

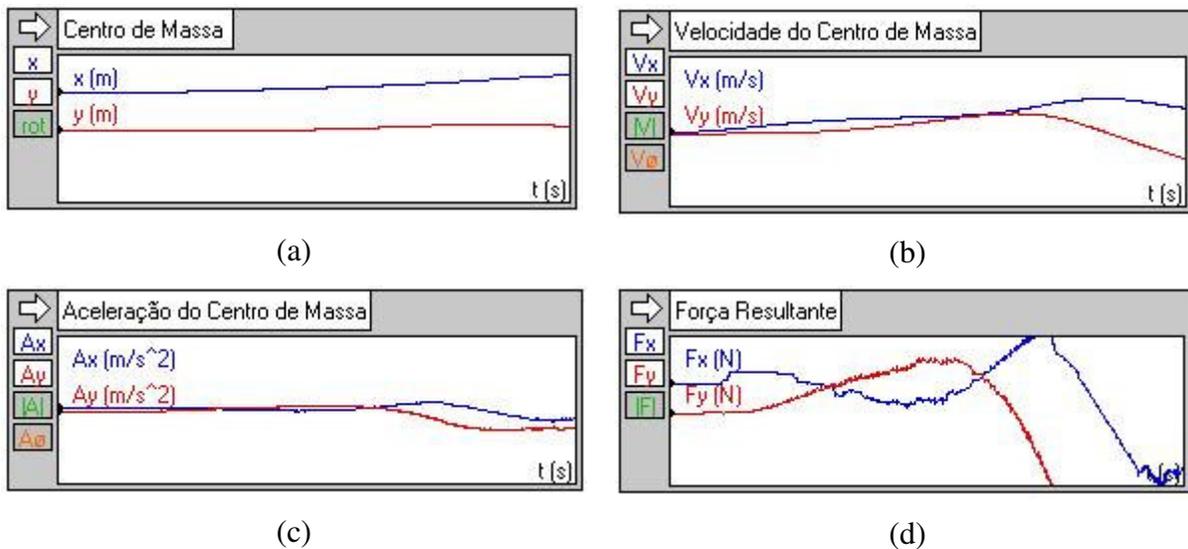


Figura A.22 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) para quatro rodas.

Na simulação percebe que o veículo derrapa ao fazer uma curva e que a força lateral tentou corrigir esse efeito tendo um pico nessa posição.

Feito a simulação para quatro rodas onde as quatro são motorizadas e pivotadas teve-se:

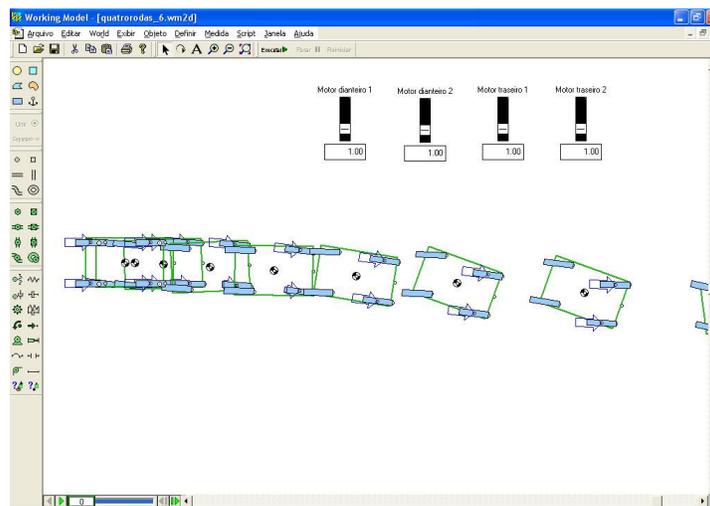


Figura A.23 Quatro rodas motorizadas e pivotadas.

Foram obtidos os seguintes gráficos:

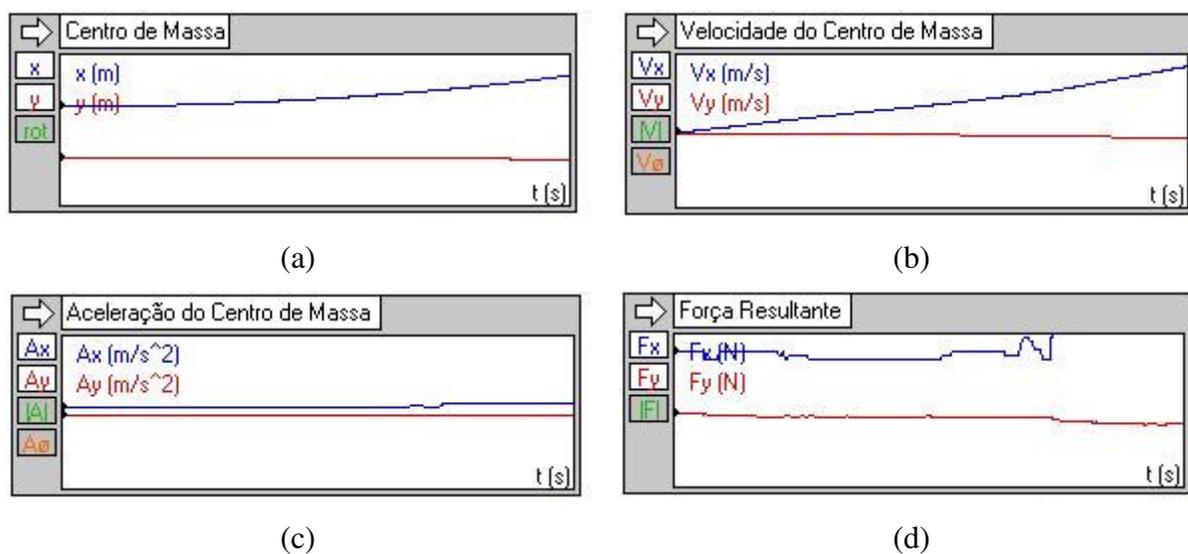


Figura A.24 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) para quatro rodas.

Nota-se que o veículo foi escorregando ao longo da simulação, quase não tendo uma força lateral, talvez isso ocorreu devido às quatro rodas serem pivotadas e este modelo não seja o melhor para representar esta situação.

## Apêndice 2

### Momento de alinhamento ou Torque auto alinhante ( $M_z$ )

O momento de alinhamento ( $M_z$ ) é a resultante da força lateral distribuída ao longo do pneu quando há um ângulo de escorregamento ( $\alpha$ ).

A distribuição dessa força lateral ( $F_y$ ) normalmente não é simétrica no centro da área de contato provocando assim uma defasagem do vetor da força lateral em relação ao ponto do centro de contato. A distância entre o ponto no qual a força lateral atua e o centro da área de contato é chamada de rastro pneumático ( $t$ ). Logo o acoplamento, a união da força lateral e o rastro pneumático ( $F_y \times t$ ) produzem o momento de alinhamento sobre o eixo vertical como pode ser visto na Figura B.1.

O torque auto alinhante associado com as rodas do veículo é pequeno em função da inclinação do ângulo de cambagem ( $\gamma$ ) podendo assim em alguns casos ser desprezado, porém o torque auto alinhante é alto em relação ao ângulo de escorregamento ( $\alpha$ ), tendo que ser levado em consideração na modelagem do contato roda-piso.

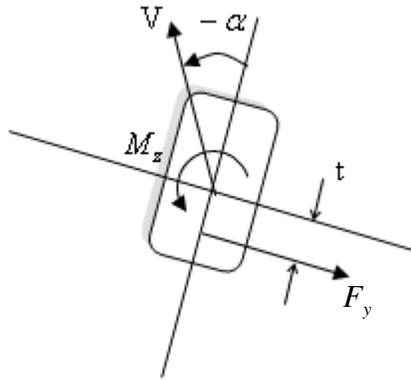


Figura B.1 Momento de alinhamento (Milliken, 1995).

Aplicando o torque auto alinhante na fórmula mágica tem-se (Genta, 1997):

$$M_z = D \sin(C \arctan\{B(1-E)(\alpha + S_h) + E \arctan[B(\alpha + S_h)]\}) + S_v \quad (\text{Eq. B.1})$$

Onde o produto dos coeficientes B, C e D estão diretamente relacionados com a rigidez ao escorregamento da roda. O fator de forma aparece sendo:

$$C = c_0 \quad (\text{Eq. B.2})$$

O fator de pico é expresso em função da força normal como:

$$D = c_1 F_z^2 + c_2 F_z \quad (\text{Eq. B.3})$$

O fator de curvatura em função da força normal é dado por:

$$E = (c_7 F_z^2 + c_8 F_z + c_9)(1 - c_{10} |\gamma|) \quad (\text{Eq. B.4})$$

E para a rigidez ao deslocamento é dado como:

$$BCD = (c_3 F_z^2 + c_4 F_z)(1 - c_6 |\gamma|) e^{-c_5 F_z} \quad (\text{Eq. B.5})$$

O deslocamento adicional provocado pelo ângulo de cambagem pode ser expresso:

$$S_h = c_{11} \gamma + c_{12} F_z + c_{13} \quad (\text{Eq. B.6})$$

$$S_v = (c_{14} F_z^2 + c_{15} F_z) \gamma + c_{16} F_z + c_{17} \quad (\text{Eq. B.7})$$

Nas modelagens do contato roda-piso feitas nos capítulos anteriores não levava, em consideração o momento de alinhamento nas equações, assim colocando o momento nos modelos matemáticos do contato roda piso da Fórmula Mágica como foi visto no Capítulo 7 para a primeira simulação do modelo bicicleta sem momento e com momento foi obtido o seguinte comportamento:

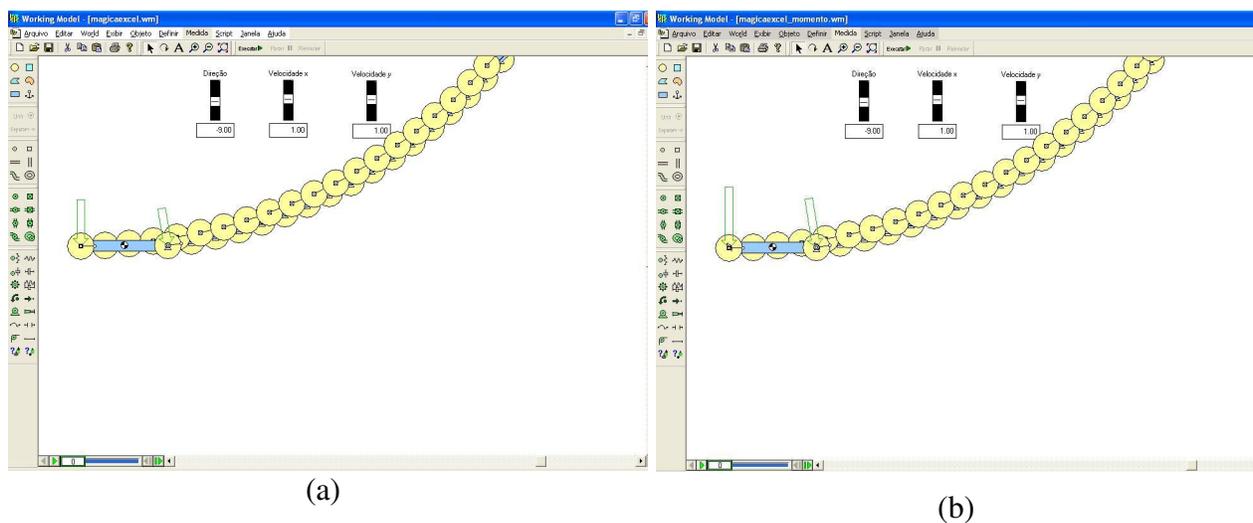


Figura B.2 Comparação do modelo bicicleta sem (a) e com o momento auto-alinhante (b).

Na simulação mostrada acima se percebe que o momento foi tão pequeno que não houve alteração visível em relação ao anterior.

Os valores dos coeficientes  $c_0$  até  $c_{17}$  utilizados nas simulações do momento de alinhamento são mostrados na tabela abaixo.

Tabela B.1 - Valores dos coeficientes (Genta,1997)

Coeficientes	
c0	2,4
c1	-4,4037
c2	-1,36
c3	-4,0978
c4	-3,28
c5	0,2446
c6	0
c7	-0,07918
c8	0
c9	1
c10	0
c11	0
c12	0
c13	0
c14	0
c15	0
c16	0
c17	0

Com a simulação do modelo bicicleta sem momento foram obtidos os seguintes gráficos:

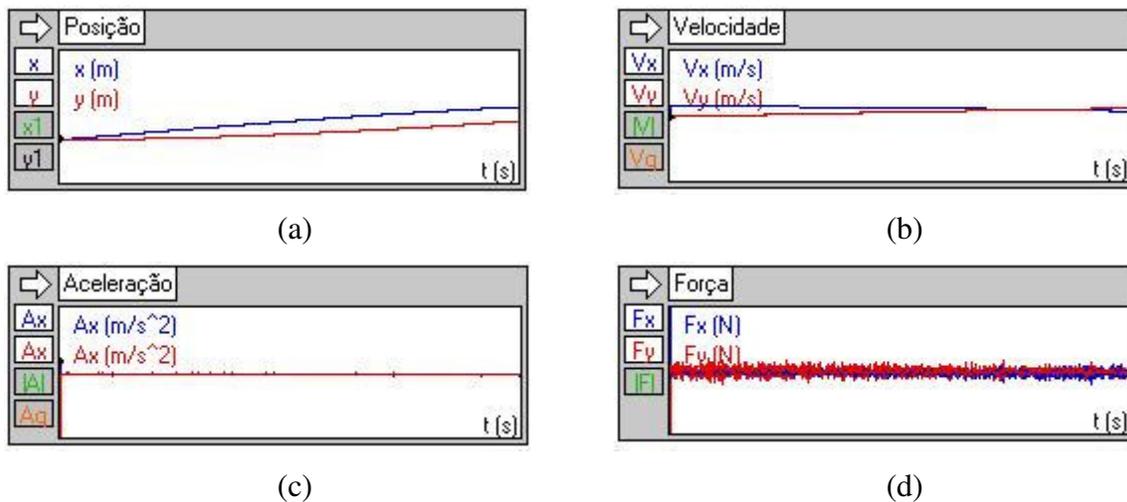
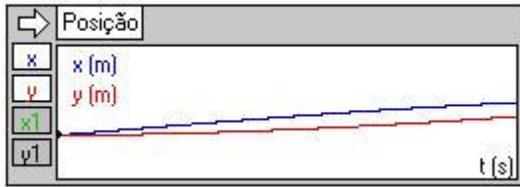
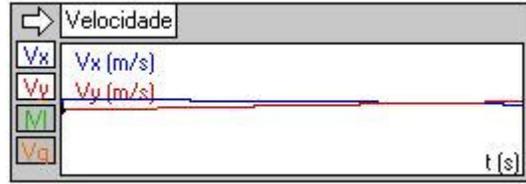


Figura B.3 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) para o modelo bicicleta.

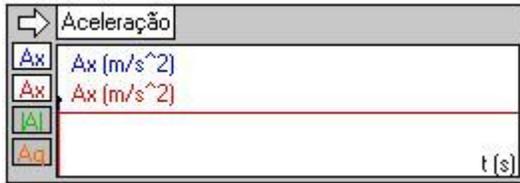
Agora com a simulação com momento:



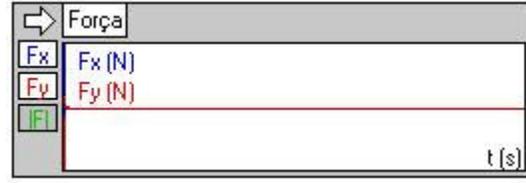
(a)



(b)



(c)

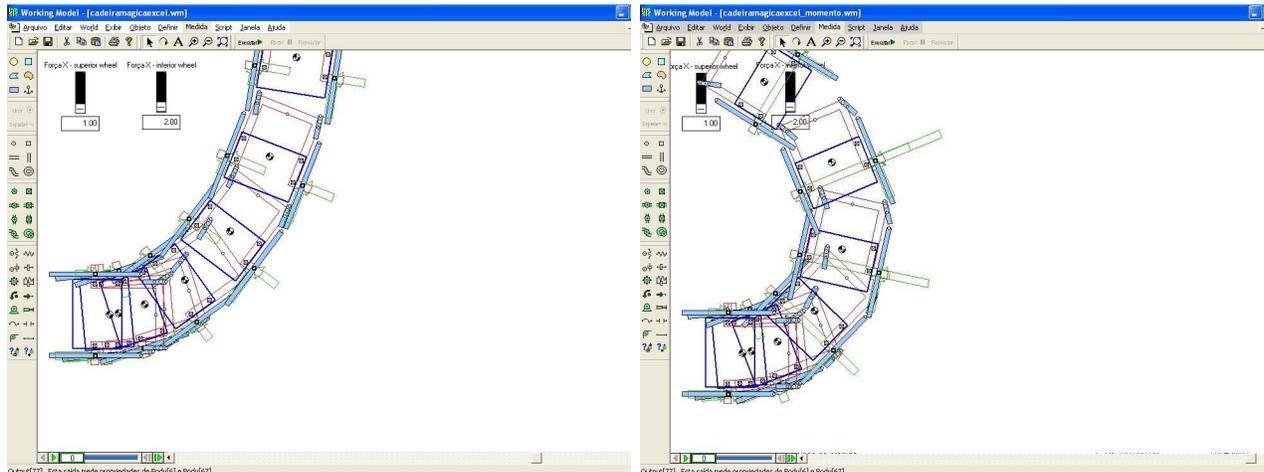


(d)

Figura B.4 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) para o modelo bicicleta.

Fazendo uma comparação da Figura B.3 e a Figura B.4 percebe se pelos gráficos da aceleração e da força que com o momento de alinhamento não houve grandes oscilações.

Feita as simulações para a cadeira de rodas teve-se:



(a)

(b)

Figura B.5 Comparação da simulação da cadeira de rodas sem momento (a) e com momento(b).

Pelas simulações se percebe que com as mesmas entradas iniciais ao se aplicar o momento de alinhamento a cadeira de rodas faz uma curva mais acentuada, não tendo o escorregamento lateral e que a força lateral representada por uma seta verde é maior.

Pela simulação do modelo da cadeira de rodas sem o momento obteve-se:

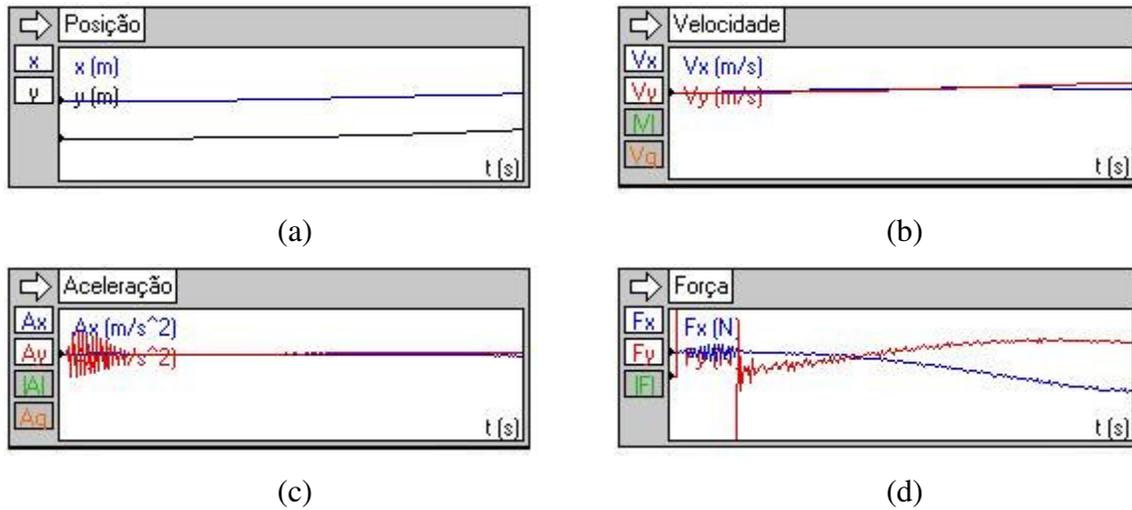


Figura B.6 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) para a cadeira de rodas.

Com o momento:

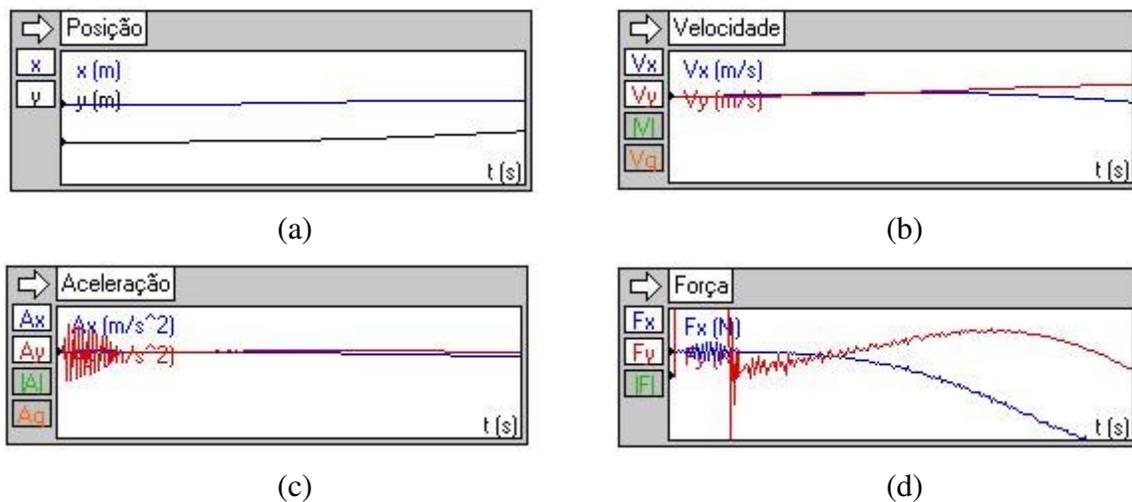


Figura B.7 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) para a cadeira de rodas.

Como foi falado anteriormente na simulação do momento a cadeira de rodas (Ver Figura B.5) fez uma curva completa no qual se nota pelos gráficos da força mostrado na Figura B.7 que a força lateral tende a corrigir o movimento tendo uma oscilação em relação a toda trajetória.

Fazendo a simulação para a cadeira de rodas com o módulo abaixo foram obtidos os seguintes comportamentos mostrados abaixo.

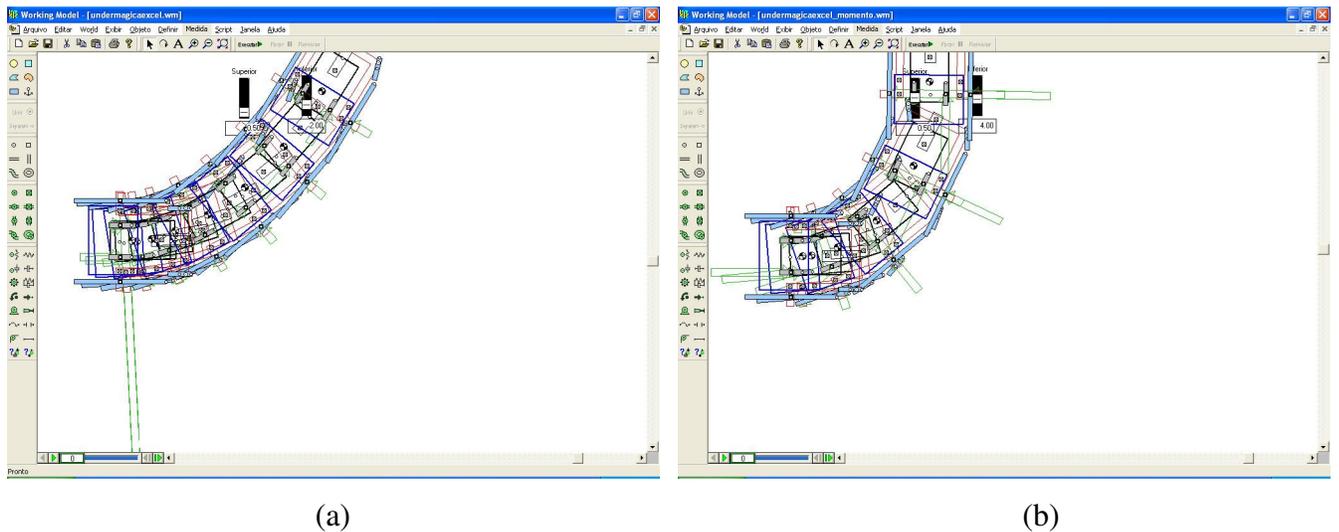


Figura B.8 Comparação da simulação do módulo sem momento (a) e com momento(b).

Pela simulação acima nota-se que ao se aplicar o torque auto-alinhante a cadeira de rodas com o módulo tendeu a fazer uma curva com um raio menor, ou seja, a cadeira de rodas não foi escorregando ao fazer uma curva como ocorreu na simulação da Figura B.8 (b). Também percebe-se que a força lateral representada por uma seta verde na lateral é maior na simulação com momento do que sem momento.

Na simulação do módulo abaixo da cadeira de roda sem a aplicação do momento foram obtidos os seguintes gráficos :

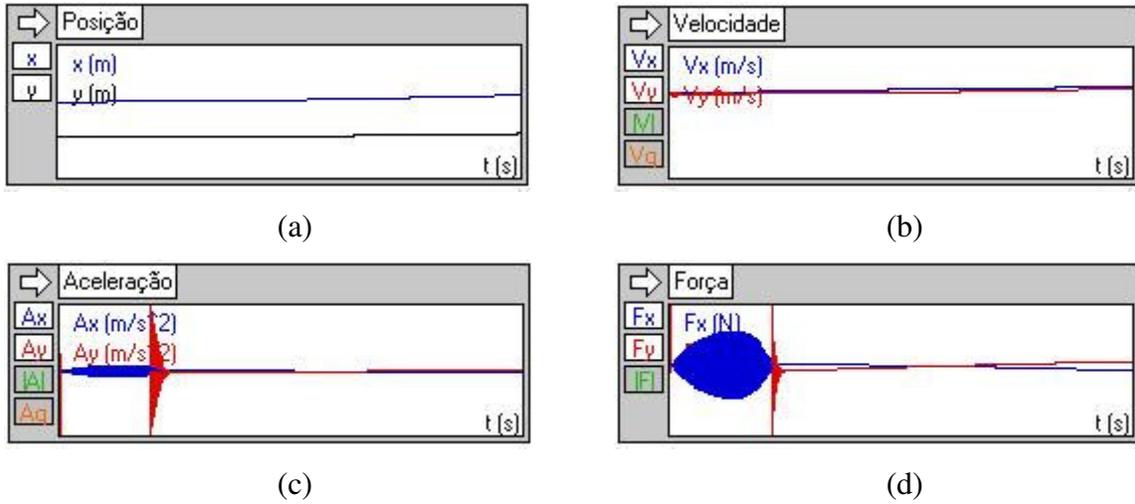


Figura B.9 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) para o módulo a abaixo da cadeira de rodas.

Para a simulação com momento teve-se:

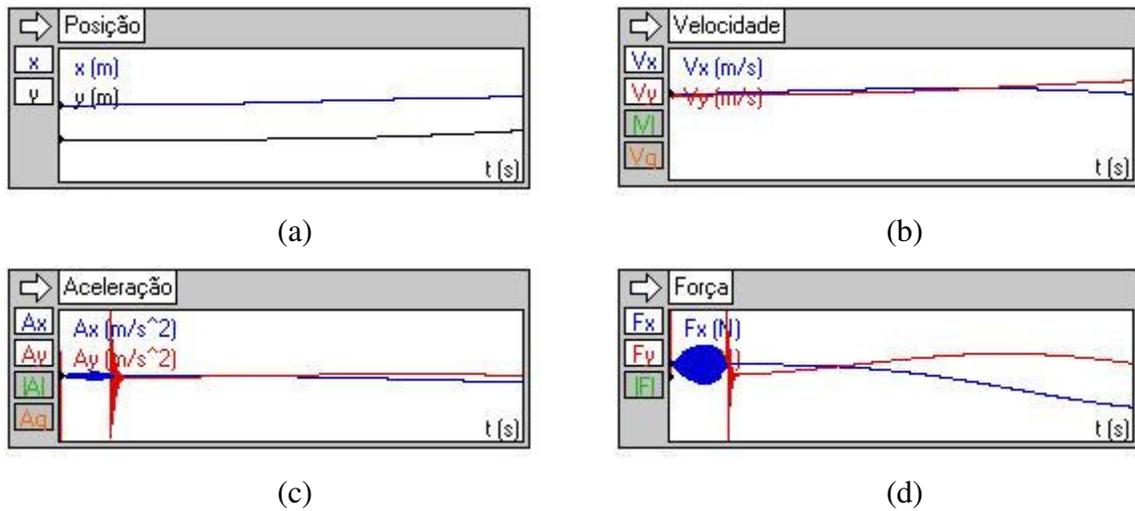


Figura B.10 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) para o módulo abaixo da cadeira de rodas.

Pelos gráficos da força da Figura B.9 e Figura B.10 percebe-se que a oscilação inicial da força foi menor assim a cadeira de rodas com momento iniciou mais estável do que a sem momento.

Fazendo a simulação para o módulo à frente da cadeira de roda obteve-se:

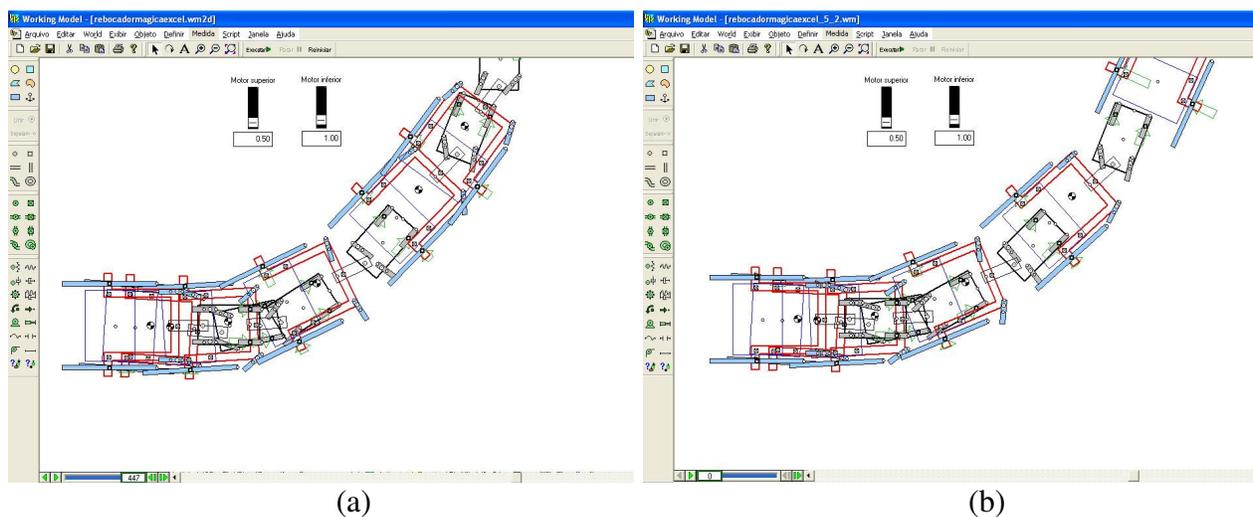


Figura B.11 Comparação entre o módulo à frente sem (a) e com momento (b).

Pelas simulações apresentadas não houve muita alteração entre elas, o momento foi muito pequeno, porém dá para perceber que a simulação com o momento o comportamento do módulo foi mais estável no início da simulação.

Pela simulação da Figura B.11 (a) os seguintes gráficos foram levantados:

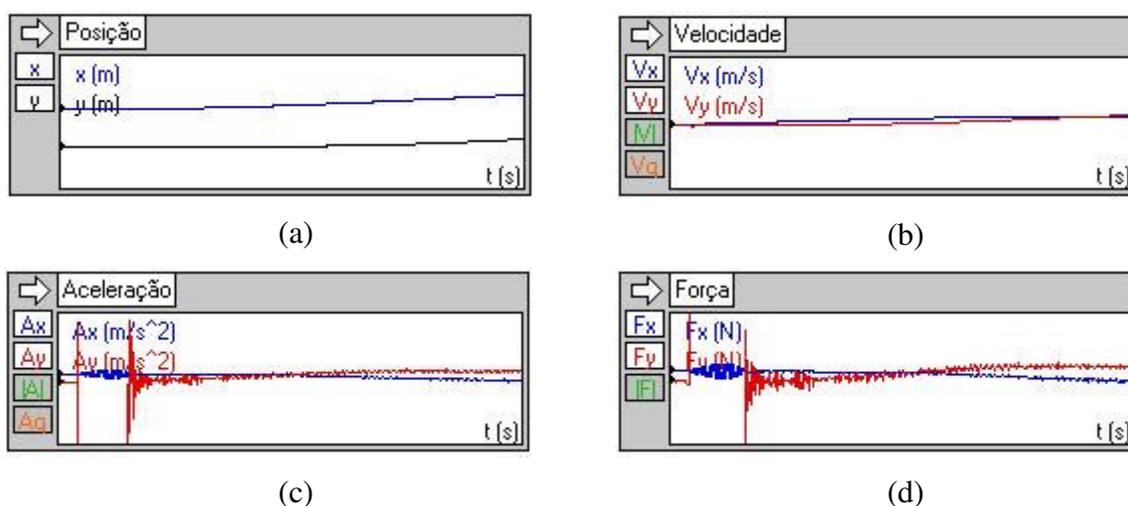


Figura B.12 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) para o módulo à frente da cadeira de rodas.

Obtendo agora os gráficos para a outra simulação teve-se:

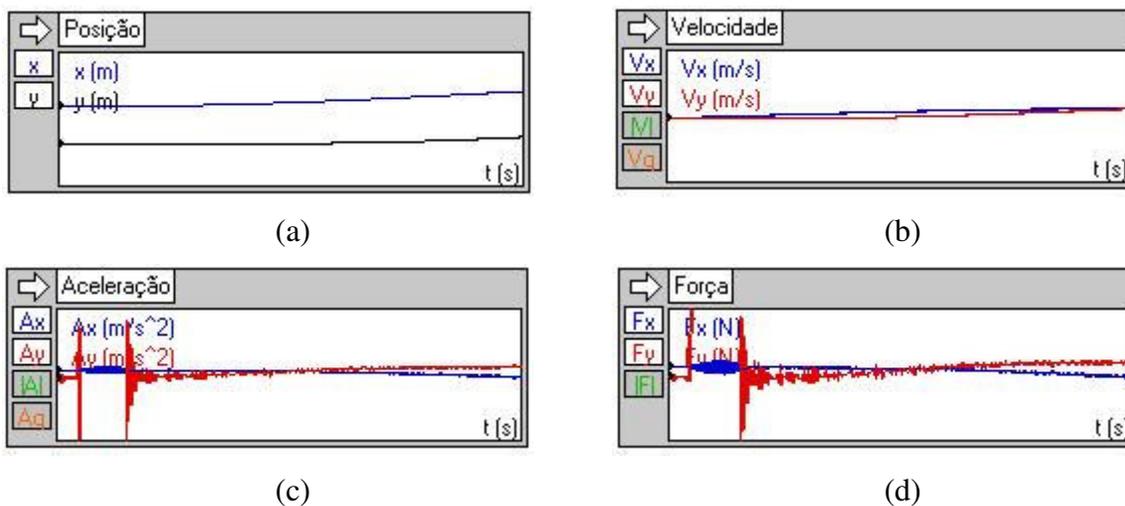


Figura B.13 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) para o módulo à frente da cadeira de rodas.

Pelos gráficos das Figura B.12 e Figura B.13 não houve alteração visível apenas no começo dos gráficos de aceleração e da força onde a oscilação mostrou ser maior e mais contínua, como foi explicado anteriormente isso ocorreu devido ao momento de alinhamento.

## Apêndice 3

### Modelagem da Segunda Lei de Newton

A equação das forças laterais é derivada da aplicação da Segunda Lei de Newton, no qual descreve a geometria em uma curva. Para altas velocidades o raio da curva é muito maior que a base da roda do veículo logo pequenos ângulos podem ser assumidos e a diferença entre os ângulos de esterçamento pode ser negligenciada.

$$\sum F_y = F_{yf} + F_{yt} = MV^2 / R \quad (\text{Eq. C.1})$$

Onde :

$F_{yf}$  = força lateral no eixo da frente;

$F_{yt}$  = força lateral no eixo traseiro;

$M$  = massa do veículo;

$V$  = Velocidade;

$R$  = raio de curvatura.

Seguindo a segunda lei de Newton foi simulado o comportamento do modelo bicicleta :

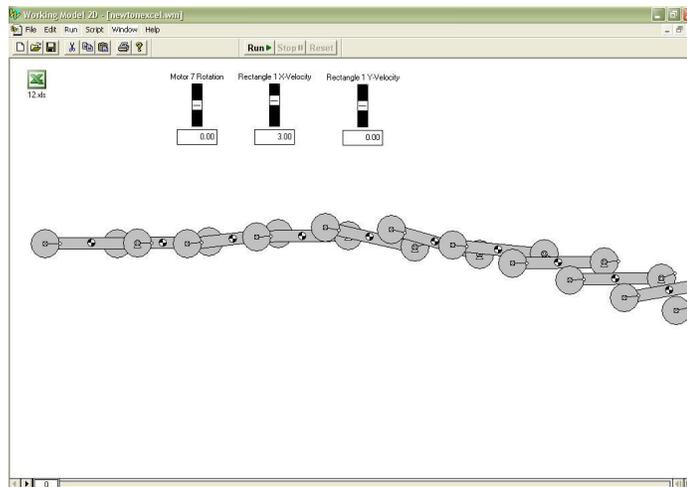


Figura C.1 Simulação do Modelo Bicicleta.

Foram obtidos os gráficos:

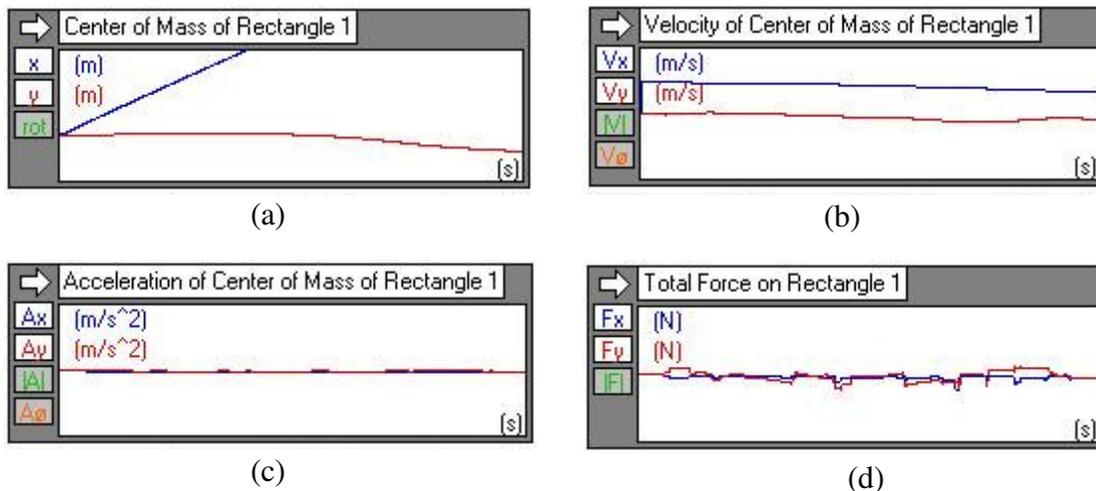


Figura C.2 Gráfico da posição (a), velocidade (b), aceleração(c) e força (d) do modelo bicicleta.

Pelos gráficos percebe-se que a força lateral tende corrigir a trajetória, onde ela varia de acordo com a velocidade e a posição, pois quando vai alterando a trajetória as forças estão alterando juntas, mas ela não conseguir arrumar a roda traseira que vai escorregando lateralmente. Logo não foram feitos os outros modelos, pois nenhum deles estavam trabalhando satisfatoriamente.

## Apêndice 4

### Modelos de pneu

Existem dois modelos básicos para o comportamento do pneu, um deles é baseado em considerar que o movimento do pneu é equivalente a uma tração em uma corda controlada por molas laterais e a borda da roda atua como base dessas molas. (Wong, 2001) O outro modelo é considerado equivalente a uma viga elástica com um suporte lateral elástico contínuo, cada elemento no modelo elástico é considerado para agir independentemente dos outros elementos. O aspecto que cada elemento age como uma mola simples, independente dos outros elementos. (Ver Figura D.1)

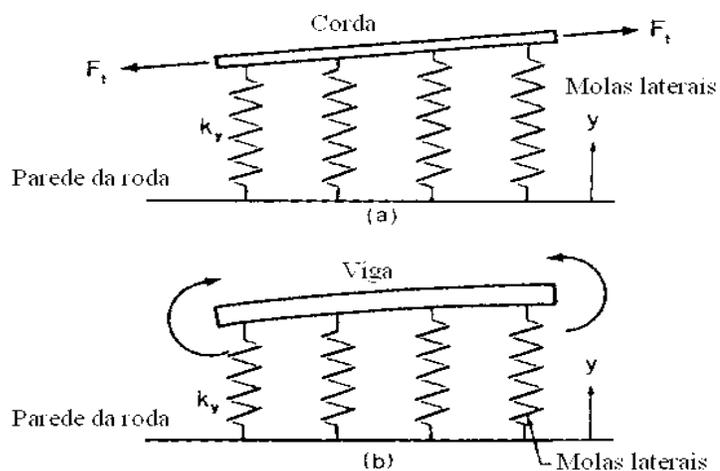


Figura D.1 Modelos do comportamento do pneu. (a) Modelo da tração da corda. (b) Modelo da viga elástica. (Wong, 2001).

Ambos os modelos assumem que o comportamento do pneu pode ser deduzido pelas características da linha equatorial do pneu, no qual é a interseção da não deformação do pneu com o plano da roda (Figura D.2). A parte da linha equatorial na área de contato é chamada de linha de contato. A maior diferença nesses dois modelos é que o modelo da tração da corda a descontinuidade na linha equatorial é perceptível enquanto no modelo da viga não ocorre.

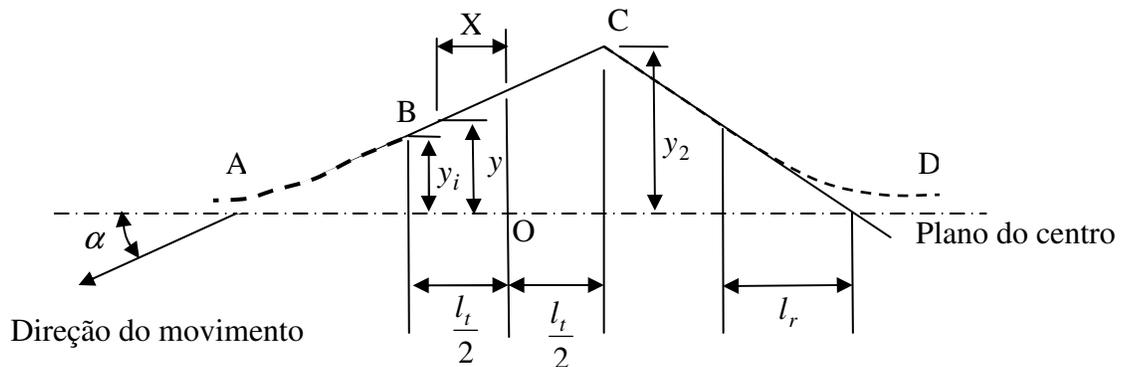


Figura D.2 Comportamento da linha equatorial do rolamento do pneu submetido a uma força lateral (Adaptado de Wong, 2001).

Considerando o pneu no estado estacionário com ângulo de escorregamento fixo. O formato da linha equatorial BC na área de contato, como visto Figura D.2, é o caminho do pneu e é imóvel em relação ao piso quando não há escorregamento, ou seja, deslizamento.

A linha AB representa a projeção da linha equatorial fora e antes do caminho de contato. Enquanto o pneu se movimenta, o ponto AB se torna o ponto BC. Isso indica que AB e BC devem possuir uma tangente comum em B.

Considerando  $y$  como a deflexão lateral e  $x$  a distância medida durante a não distorção da linha equatorial. Pode-se assumir que a força lateral aplicada na borda pelo exato elemento para deflexão lateral  $y$  é dada por:

$$dF_{y1} = K_y y dx \quad (\text{Eq. D.1})$$

Onde  $K_y$  é a rigidez lateral do pneu.

No elemento da linha equatorial, há outra componente da força atuando na direção lateral. A componente é proporcional a curva da linha equatorial e para pequenas deflexões é dado por:

$$dF_{y2} = -F_t \frac{d^2 y}{dx^2} dx \quad (\text{Eq. D.2})$$

Onde  $F_t$  representa a tensão na corda. Normalmente é escrito que:

$$F_t = K_y l_r^2 \quad (\text{Eq. D.3})$$

E  $l_r$  é o comprimento de relaxamento, para cada deflexão lateral descrita por uma função exponencial.

O comprimento de contato é  $l_t$  com a origem no centro de  $x$  e  $y_1$  e  $y_2$  são deflexões da linha equatorial antes e depois do caminho de contato como mostra a Figura D.2. Sobre a parte do pneu que não está em contato com o piso possui um comprimento total de  $l_h$ . Como não a forças externas com as equações 4.26 e 4.27 tem-se:

$$K_y \left( y - l_r^2 \frac{d^2 y}{dx^2} \right) = 0 \quad (\text{Eq. D.4})$$

A solução da equação diferencial dará a deflexão da forma da linha equatorial na região livre, como:

$$y = \frac{y_2 \sinh[(x - l_t/2)/l_r] + y_1 \sinh[(l_t/2 + l_h - x)/l_r]}{\sinh(l_h/l_r)} \quad (\text{Eq. D.5})$$

As expressões para a deflexão lateral e as forças laterais atuando em cada elemento permitem a determinação da força esterçamento. Essa força esterçamento pode ser obtida por duas formas:

- Integrando a força lateral exercida no pneu sobre o comprimento de contato como proposto pelo Temple. (Wong, 2001)
- Integrando a força lateral exercida na parede pelo pneu sobre a circunferência completa, incluindo o comprimento de contato como proposto por Schlippe. (Wong, 2001)

Seguindo o método Temple e assumindo que a linha equatorial na região de contato é uma linha reta, pode obter a força lateral total pela integração.

$$F_y = K_y \int_{-l_t/2}^{l_t/2} \left( y - l_r^2 \frac{d^2 y}{dx^2} \right) dx = K_y (y_1 - y_2) (l_r + l_t/2) \quad (\text{Eq. D.6})$$

Nota-se que usando a teoria de Temple ou Schlippe para definir a relação entre a força de esterçamento e o ângulo de escorregamento, as variáveis  $K_y$  e  $l_r$  devem ser conhecidas. A determinação desses parâmetros necessita de um envolvimento e devem ser medidas por testes.

## Apêndice 5

### Interações entre a força lateral e a força longitudinal

Os modelos empíricos do contato roda-piso podem ser modificados através da interação entre as forças laterais e longitudinais. Assim com a decomposição das velocidade como mostra a Figura E.1 é possível determinar o escorregamento longitudinal.

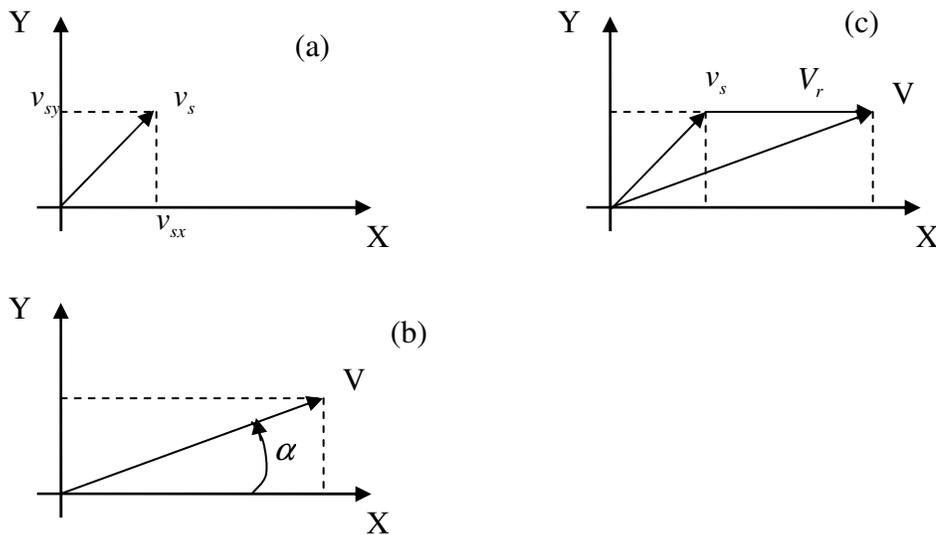


Figura E.1 (a) Velocidade de escorregamento decomposto. (b) Velocidade no centro da roda também decomposto. (c) Definição da velocidade relativa ( $V_r$ ). (Genta, 1997)

Logo é definido como:

$$\sigma_x = \frac{v_{sx}}{V_r} \quad (\text{Eq. E.1})$$

$$\sigma_y = \frac{v_{sy}}{V} \quad (\text{Eq. B.8})$$

No caso no qual não há ângulo de escorregamento ( $\alpha$ ), o escorregamento longitudinal é:

$$\sigma = \frac{-v_{sx}}{u} \quad (\text{Eq. E.2})$$

Assim as equações E.1 podem ser escritas como:

$$\sigma_x = \frac{v_{sx}}{u - v_{sx}} = \frac{-\sigma}{1 + |\sigma|} \quad (\text{Eq. E.3})$$

$$\sigma_y = \frac{v_{sy}}{u - v_{sy}} = \frac{\tan(\alpha)}{1 + |\sigma|}$$

É interessante notar com as equações mostradas acima que a componente do escorregamento longitudinal ( $\sigma_x$ ) não coincide com o escorregamento longitudinal ( $\sigma_y$ ) quando o ângulo de escorregamento é excluído.

O escorregamento total é definido como:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} \quad (\text{Eq. E.4})$$

Os valores das forças podem ser obtidos pela multiplicação deles pela razão das componentes totais do escorregamento na direção X e Y:

$$F_x = \frac{\sigma_x}{\sigma} F_x(\sigma)$$

(Eq. E.5)

$$F_y = \frac{\sigma_y}{\sigma} F_y(\sigma)$$

## **Apêndice 6**

### **Recomendações para tratar uma pessoa com deficiência**

Normalmente as pessoas que não possuem deficiência ficam confusas de como deve agir quando encontra um deficiente. Para evitar este desconforto, as pessoas não devem fazer de conta que a deficiência não existe, pois a pessoa com deficiência considera isso uma característica importantíssima, assim não necessita fingir que você está conversando com outra pessoa que não possua deficiência. (Prodam, 2006)

A maioria das pessoas com deficiência não se importa de responder perguntas, principalmente aquelas feitas por crianças, a respeito da sua deficiência e como ela realiza algumas tarefas. Mas evitar fazer muitas perguntas íntimas quando não há uma grande intimidade com a pessoa. (Prodam,2006)

Ao falar com uma pessoa em cadeira de rodas por mais de alguns minutos deve se sentar para evitar que ela canse olhando para cima e sempre pedir permissão antes para movimentar a cadeira de rodas.

Se a pessoa portadora de deficiência precisar de ajuda, ela vai aceitar e orientar o que se deve fazer para ser útil a ela.

Ao ajudar o usuário de cadeira de rodas a descer uma rampa ou degrau, é mais seguro fazer de a marcha ré, sempre apoiando para que a descida seja sem solavancos evitando assim que a pessoa perca o equilíbrio e caia para frente.