

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**Curvas experimentais e numéricas de fatores de
concentração de tensão em corpos anulares de
ferro fundido cinzento submetidos à rotação**

**Autor: José Antonio de Camargo Junior
Orientador: Itamar Ferreira**

07/07

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DOS MATERIAIS**

Curvas experimentais e numéricas de fatores de concentração de tensão em corpos anulares de ferro fundido cinzento submetidos à rotação

Autor: José Antonio de Camargo Junior
Orientador: Itamar Ferreira

Curso: Engenharia Mecânica
Área de Concentração: Materiais e Processos de Fabricação

Dissertação de mestrado acadêmico apresentado à comissão de Pós Graduação da Faculdade de engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2007
S.P. – Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

C14e Camargo Junior, José Antonio de
Curvas experimentais e numéricas de fatores de
concentração de tensão em corpos anulares de ferro
fundido cinzento submetidos à rotação / José Antonio de
Camargo Junior. --Campinas, SP: [s.n.], 2007.

Orientador: Itamar Ferreira
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Tensão - Concentração. 2. Discos - Rotação. 3.
Centrifugação. 4. Método dos elementos finitos. 5.
Ciência – História. I. Ferreira, Itamar. II. Universidade
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia
Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Experimental and numerical curves of the stress concentration
factors for annular specimens submitted to rotation and
manufactured in perlitic gray iron

Palavras-chave em Inglês: Stress concentration factor, Stress in specimens with
rotation, Burt test, Finite element method

Área de concentração: Materiais e Processos de Fabricação

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Milton Dias Junior e Ruís Camargo Tokimatsu

Data da defesa: 23/07/2007

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DOS MATERIAIS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

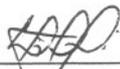
**Curvas experimentais e numéricas de fatores de
concentração de tensão em corpos anulares de
ferro fundido cinzento submetidos à rotação**

Autor: José Antonio de Camargo Junior

Orientador: Itamar Ferreira



Prof. Dr. Itamar Ferreira, Presidente
FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Milton Dias Júnior
FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Rui Camargo Tokimatsu
FEIS/UNESP

Campinas, 23 de Julho de 2007

Dedicatória:

Dedico este trabalho a Deus, aos meus pais José e Nelci, meu filho Jochen e a minha esposa Maria.

Agradecimentos:

Agradeço de coração a ajuda que estas pessoas me prestaram:

A Deus por me manter concentrado e garantir a minha saúde ao longo deste trabalho.

Aos meus pais pelo carinho e companheirismo.

Ao meu orientador Itamar Ferreira, que com paciência e dedicação, me mostrou os caminhos a serem seguidos.

Ao meu filho por compreender muitas vezes a minha ausência em sua vida.

A minha esposa pelo imenso apoio, dedicação e amor.

A todos os professores que me ajudaram a alcançar mais esta etapa de minha vida.

Aos meus colegas de estudo e trabalho, por estarem sempre dispostos em ajudar.

A meu amigo Wagner Marciano, por ser o facilitador do desenvolvimento deste trabalho dentro do grupo Schaeffler.

Ao grupo Schaeffler por disponibilizar os equipamentos e os materiais utilizados neste trabalho.

“Recebi olhos para ver e mente para pensar, e agora conheço um grande segredo da vida, pois percebo, finalmente, que todos os meus problemas, desânimos e agitações são, em verdade, grandes oportunidades disfarçadas” (O Maior Vendedor do Mundo – Og Mandino p78) 2000

Resumo

CAMARGO JR., José Antonio. *Curvas experimentais e numéricas de fatores de concentração de tensão em corpos anulares de ferro fundido cinzento submetidos à rotação*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2007.146p. Dissertação (Mestrado).

Atualmente, praticamente todo o processo de desenvolvimento de componentes mecânicos que giram em alta rotação e que têm grande responsabilidade estrutural, principalmente quando fabricados em materiais de natureza frágil, como é o caso do ferro fundido, passa necessariamente por ensaios de centrifugação, que são realizados visando à determinação da rotação de ruptura. Além disso, os projetos atuais utilizam componentes com configurações geométricas que envolvem furos e outros tipos de concentradores de tensão. Em função disso, torna-se importante o conhecimento da influência de certos tipos de concentradores de tensão nesses componentes mecânicos. Este trabalho tem por objetivos determinar e analisar curvas de fator de concentração de tensão experimentais, por meio de ensaios de centrifugação, e numéricas, por meio de elementos finitos, em corpos anulares de espessura constante, submetidos à rotação e fabricados em ferro fundido cinzento perlítico GG25. Foram executados ensaios de centrifugação de cinco diferentes geometrias de corpos anulares: (a) sem concentrador de tensão; (b) com três concentradores de tensão do tipo semi-circular no raio interno; (c) com três concentradores de tensão do tipo semi-circular no raio externo; (d) com três furos passantes localizados nas proximidades do raio interno; (e) com três furos passantes localizados nas proximidades do raio externo. As tensões radial e tangencial foram determinadas por meio das equações clássicas para rotação de corpos anulares, sendo que a tensão equivalente foi determinada por meio do critério de von Mises, sendo esta comparada com o limite de resistência à tração do material determinada por meio de ensaios de tração. Foi também realizada uma análise simplificada por elementos finitos visando à determinação da tensão equivalente, também pelo critério de von Mises, para as cinco geometrias estudadas. Observou-se que cada geometria de descontinuidade geométrica apresenta um fator de concentração de tensão diferente a qual reduz a rotação de ruptura, quando comparada com o corpo anular sem concentrador de tensão. O corpo anular com concentrador de tensão do tipo semi-circular no raio interno possui os maiores níveis de fator de concentração de tensão médio, sendo este da ordem de 48% maior do que o sem concentrador. Por outro lado, o que apresentou menor nível de concentração de tensão foi o corpo anular com furos localizados nas proximidades do raio externo, sendo este da ordem de 5% maior do que o sem concentrador. Essas curvas poderão orientar o desenvolvimento de projetos de componentes mecânicos com relação aos efeitos dos concentradores de tensão analisados neste trabalho.

Palavras Chave: Tensão - Concentração, Discos - Rotação, Centrifugação, Método dos elementos finitos.

Abstract

CAMARGO JR., José Antonio. *Experimental and numerical curves of the stress concentration factors for annular specimens submitted to rotation and manufactured in perlitic gray iron.* Campinas: Faculty of Mechanical Engineering, State University of Campinas, 2007. 146p. Dissertation (Master of Science).

Currently, practically all the process of development of mechanical components working in high rotation and that they have great structural responsibility, mainly when manufactured in materials of brittle nature, as it is the case of the cast iron, passes necessarily for burst tests conducted in order to determine the burst speed. Moreover, the current projects use components with geometric configurations that involve holes and other types of stress raisers. As a function of this, the knowledge of the influence of certain types of stress raisers in these mechanical components becomes important. The objectives of this work is to determine and to analyze two types of curves of stress concentration factors, experimental, by means of the burst tests, and numerical, by means of finite element method, in annular specimens of constant thickness, submitted to rotation, and manufactured in perlitic gray iron GG25. Burst tests of five different shapes of annular specimens had been executed: (a) without stress raiser; (b) with three stress raisers of half-circular shape located in the internal radius; (c) with three stress raisers of half-circular shape located in the external radius; (d) with three stress raisers of passing holes located near the internal radius; (e) with three stress raisers of passing holes located near the external radius. The radial and tangential stresses had been determined by means of the classic equations for rotation of annular bodies, the equivalent stress was determined by means of the von Mises criterion, and this was compared with the tensile strength of the material determined from tensile tests. Also a simplified analysis of finite element method was conducted in order to determine the equivalent stress, also by using von Mises criterion, for the five studied geometry. It was observed that each shape of geometry discontinuity presents a different stress concentration factor which reduces the rupture rotation, when compared with the annular specimen without stress raiser. The annular specimen with stress raiser of the half-circular type in the internal radius posses the biggest level of average stress concentration factor, about 48% greater of that without stress raiser. On the other hand, the annular specimen with three holes near the external radius presented minor level of stress concentration, about 5% greater of that without stress raiser. These curves will be able to guide the development of projects of mechanical components with regard to the effect of the analyzed stress concentrators in this work.

Key-words: Stress concentration factor, Stress in specimens with rotation, Burst test, Finite element method.

Sumário

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas.....	xxi
Nomenclatura	xxiii
1 Introdução.....	1
1.1 Importância e Justificativa.....	2
1.2 Objetivos.....	2
2 Revisão da Literatura	3
2.1 Análise de tensão em um ponto	3
2.2 Forças de campo e forças de superfície	5
2.3 Força Centrífuga	6
2.4 Forças Inerciais.....	7
2.5 Relações Básicas em Coordenadas Polares	9
2.6 Equações de Equilíbrio	10
2.7 Carregamento em corpos axisimétricos.....	11
2.8 Tensões em discos giratórios com espessura constante.....	14
2.8.1 Corpo anular submetido à rotação	16
2.8.2 Disco sólido submetido à rotação	18
2.9 Critério de escoamento ou resistência (von Mises).....	20
2.10 Concentradores de tensão	23
2.10.1 Métodos para determinar a tensão em um corpo	26
2.11 Ferro fundido	30
2.12 Princípios básicos de planejamento e análises de experimentos	40
2.12.1 Planejamento totalmente aleatorizado	41
2.12.2 Análise de variância.....	42
2.13 Princípios básicos de confiabilidade.....	44
2.13.1 Algumas definições importantes.....	44

2.13.2 Distribuições estatísticas e suas aplicações em confiabilidade	47
3 Materiais e Métodos	52
3.1 Material	52
3.2 Ensaio de tração	55
3.3 Ensaio de dureza	56
3.4 Ensaio de centrifugação	56
3.5 Metodologia para obtenção do fator de concentração de tensão (K_t)	69
3.6 Metodologia para determinar a tensão equivalente (critério de von Mises), por meio do software de elementos finitos ABAQUS versão 6.6-1	72
3.7 Planejamento Experimental	75
3.8 Análise de Variâncias dos Efeitos dos Experimentos	76
4 Resultados e Discussão	77
4.1 Resultados do ensaio de centrifugação dos corpos de provas anulares	82
4.2 Resultados das curvas de fator de concentração de tensão (K_t)	105
4.4 Análise de Variâncias dos Efeitos dos Experimentos	125
5 Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos	127
Referências Bibliográficas	131
Apêndice	138
A1 Balanceamento	138
A1.1 Introdução	138
A1.2 Termos fundamentais	138
A1.3 Principais causas de desbalanceamentos	139
A1.4 Tipos de desbalanceamentos	139
A1.5 Características dos tipos de balanceamentos	142
A1.6 Forças e reações de desbalanceamentos	144
A1.7 Normas ISO sobre balanceamento e equipamentos de balanceamento	146

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Tensão em um ponto.....	3
Figura 2.2 – Componentes de tensões em um ponto do corpo.....	4
Figura 2.3 – Forças de superfície: tangencial e normal.	5
Figura 2.4 – Tensões normal e cisalhamento.	6
Figura 2.5 - Exemplo esquemático de um vagão de trem fazendo uma curva para a esquerda.....	8
Figura 2.6 – (a) coordenada polar; (b) elemento de tensão em coordenada polar	10
Figura 2.7 – Esquema teórico de equação de equilíbrio de uma placa com um pequeno furo no centro sujeito à pressão uniforme	12
Figura 2.8 – Esquema teórico de um sólido de seção transversal circular de espessura constante submetido à rotação.....	14
Figura 2.9 – Esquema teórico de um corpo anular submetido à rotação.	16
Figura 2.10 – Representação das tensões tangencial e radial em um corpo anular (a – corpo anular, b – disco sólido)	18
Figura 2.11 – Esquema teórico de um sólido de seção transversal circular de espessura constante submetido à rotação.....	19
Figura 2.12 – Esquema de energia de deformação, dilatação e distorção	21
Figura 2.13 –Teoria da máxima energia de distorção -von Mises	23
Figura 2.14 – Diagrama de tensão em uma chapa com um furo	24
Figura 2.15 – Efeito da dimensão do concentrador de tensão.	25
Figura 2.16 – Exemplo de fotoelasticidade	26
Figura 2.17 – Fotoelasticidade	26

Figura 2.18 – Componentes de um Polariscópio .	27
Figura 2.19 – Exemplo de fotos de componentes utilizando Radiometria Termoelástica.....	27
Figura 2.20 –Exemplos de morfologia típica da grafita encontrada em ferros fundidos. <i>A</i> (cinzento), <i>B</i> (vermicular) e <i>C</i> (nodular). Imagens geradas por <i>MEV</i> após ataque químico profundo.	32
Figura 2.21 – Estrutura hexagonal da grafita; as linhas mais grossas representam a célula unitária.....	34
Figura 2.22 - Imagens do <i>MEV</i> ilustrando as diversas morfologias da grafita presente nos ferros fundidos cinzentos.....	35
Figura 2.23 - Variação do limite de resistência à tração com o carbono equivalente em ferros fundidos cinzentos.....	38
Figura 3.1 - Micrografia do ferro fundo GG25 utilizado neste trabalho.....	54
Figura 3.2 - Corpo de prova “ <i>A</i> ” – Corpo de prova “referência” – sem descontinuidade de geometria.....	57
Figura 3.3 - Corpo de prova “ <i>B</i> ” – Corpo de prova com três raios a 120° tangenciando o diâmetro externo.....	58
Figura 3.4 - Corpo de prova “ <i>C</i> ” – Corpo de prova com três raios a 120° tangenciando o diâmetro interno.	59
Figura 3.5 - Corpo de prova “ <i>D</i> ” – Corpo de prova com três furos a 120° próximo do diâmetro interno (Diâmetro de furação de 210mm).....	60
Figura 3.6 - Corpo de prova “ <i>E</i> ” – Corpo de prova com três furos a 120° próximo do diâmetro externo (Diâmetro de furação de 270mm).	61
Figura 3.7 - Corpo de prova “ <i>F</i> ” – Corpo de prova com três raios a 120° no diâmetro externo. .	62
Figura 3.8 - Equipamento utilizado para obtenção dos resultados de ruptura dos corpos de prova.	63
Figura 3.9 – Dispositivo para centralização dos corpos de prova.....	64
Figura 3.10 – “Mola chapa” para aplicar a força normal sobre o corpo de prova. Material CK75.	65
Figura 3.11 – Base de apoio do corpo de prova.....	65
Figura 3.12 – Vista superior do corpo de prova fixado no dispositivo.....	66
Figura 3.13 – Vista lateral do corpo de prova fixado no dispositivo.....	66

Figura 3.14 – Curva de torque e aceleração angular para um momento de inércia de $0,5\text{kg.m}^2$ (dispositivo e corpo de prova) no eixo da máquina de centrifugação.....	68
Figura 3.15 – Análise de tensão em um ponto do corpo de prova.	70
Figura 3.16 – Curva da tensão equivalente (critério de von Mises) em função da rotação. Valores de tensão equivalente no diâmetro interno do corpo de prova anular (300 x 180mm) submetido à rotação.	72
Figura 3.17 – Corpo de prova modelado no software ABAQUAS/CAE.	73
Figura 3.18 – Condições de contorno do modelo do corpo de prova.	73
Figura 3.19 – Malha do modelo.	74
Figura 3.20 – Aceleração angular de 85rad/s^2 no corpo de prova.	74
Figura 3.21 – Velocidade angular do corpo de prova em função da rotação de ruptura.	75
Figura 3.22 – Tensão equivalente, por meio do critério de von Mises.	75
Figura 4.1 – (a) Curvas das componentes das tensões radial, tangencial e equivalente em função da dimensão da seção de um corpo anular (diâmetro externo de 300mm e diâmetro interno de 180mm) de geometria e espessura constante submetido à rotação de 12924rpm, a qual foi determinada a partir das equações (2.40) e (2.41). (b) Esquema representativo do deslocamento e das tensões radial e tangencial em função do raio em $\frac{1}{4}$ da geometria de um corpo anular quando o mesmo é submetido à rotação.	78
Figura 4.2 – (a) Curvas das componentes das tensões tangencial e radial em função da dimensão da seção de um corpo anular de geometria e espessura constante e das várias relações de diâmetro interno e externo (R), na qual foi determinado a partir das equações (2.40) e (2.41). (b) Esquema representativo das tensões tangencial e radial em função do raio em $\frac{1}{4}$ da geometria de um corpo anular quando o mesmo é submetido à rotação.....	79
Figura 4.3 – (a) Curvas das componentes da tensão equivalente, critério de von Mises, em função da dimensão da seção de um corpo anular de geometria e espessura constante e das várias relações de diâmetro interno e externo (R), a qual foi determinada a partir das equações (2.40) e (2.41). (b) Esquema representativo da tensão equivalente (critério de von Mises) em função do raio em $\frac{1}{4}$ da geometria de um corpo anular quando o mesmo é submetido à rotação.....	79
Figura 4.4 – (a) Curvas das componentes da tensão radial em função da rotação e da dimensão da seção de um corpo anular (diâmetro externo de 300mm e diâmetro interno de 180mm) de geometria e espessura constante, a qual foi determinada a partir da equação (2.40). (b) Esquema	

representativo da tensão radial em função do raio em $\frac{1}{4}$ da geometria de um corpo anular quando o mesmo é submetido à rotação.	80
Figura 4.5 – (a) Curvas das componentes da tensão tangencial em função da rotação e da dimensão da seção de um corpo anular (diâmetro externo de 300mm e diâmetro interno de 180mm) de geometria e espessura constante, a qual foi determinada a partir da equação (2.41). (b) Esquema representativo da tensão radial em função do raio em $\frac{1}{4}$ da geometria de um corpo anular quando o mesmo é submetido à rotação.....	80
Figura 4.6 – (a) Curvas das componentes da tensão equivalente em função da rotação e da dimensão da seção de um corpo anular (diâmetro externo de 300mm e diâmetro interno de 180mm) de geometria e espessura constante, a qual foi determinada a partir das equações (2.40) e (2.41). (b) Esquema representativo da tensão equivalente em função do raio em $\frac{1}{4}$ da geometria de um corpo anular quando o mesmo é submetido à rotação.....	81
Figura 4.7 – Sólido de seção transversal circular de espessura constante.	85
Figura 4.8 – Corpo anular de geometria e espessura constante.	86
Figura 4.9 – Corpo de prova “A2” (300 x 180mm) – Antes teste.	86
Figura 4.10 – Corpo de prova “A2” (300 x 180mm) – Após teste.	86
Figura 4.11 – Corpo de prova “A3” (300 x 210mm) – Antes teste.	86
Figura 4.12 – Corpo de prova “A3” (300 x 210mm) – Após teste.	86
Figura 4.13 – Corpo de prova “B1”, raio externo = 5mm – Após teste.	87
Figura 4.14 – Detalhe da Figura 4.13.....	87
Figura 4.15 – Corpo de prova “B2”, raio externo = 10mm – Após teste.	87
Figura 4.16 – Detalhe da Figura 4.15.....	87
Figura 4.17 – Corpo de prova “B3”, raio externo = 15mm – Após teste.	87
Figura 4.18 – Detalhe da Figura 4.17.....	87
Figura 4.19 – Corpo de prova “C1”, raio interno = 5mm – Após teste.	88
Figura 4.20 – Detalhe da Figura 4.19.....	88
Figura 4.21 – Corpo de prova “C2”, raio interno = 10mm – Após teste.	88
Figura 4.22 – Detalhe da Figura 4.21.....	88
Figura 4.23 – Corpo de prova “C3”, raio interno = 15mm – Após teste.	88
Figura 4.24 – Detalhe da Figura 4.23.....	88
Figura 4.25 – Corpo de prova “D1”, diâmetro do furo = 2,5mm – Após teste.	89

Figura 4.26 – Detalhe da Figura 4.25.....	89
Figura 4.27 – Corpo de prova “D2”, diâmetro do furo = 5mm – Após teste.....	89
Figura 4.28 – Detalhe da Figura 4.27.....	89
Figura 4.29 – Corpo de prova “D3”, diâmetro do furo = 10mm – Após teste.....	89
Figura 4.30 – Detalhe da Figura 4.29.....	89
Figura 4.31 – Corpo de prova “E1”, diâmetro do furo = 2,5mm – Após teste.	90
Figura 4.32 – Detalhe da Figura 4.31.....	90
Figura 4.33 – Corpo de prova “E2”, diâmetro do furo = 5mm – Após teste.	90
Figura 4.34 – Detalhe da Figura 4.33.....	90
Figura 4.35 – Corpo de prova “E3”, diâmetro do furo = 10mm – Após teste.	90
Figura 4.36 – Detalhe da Figura 4.35.....	90
Figura 4.37 – Corpo de prova “F1”, raio externo = 30mm – Após teste.....	91
Figura 4.38 – Detalhe da Figura 4.37.....	91
Figura 4.39 – Corpo de prova “F2”, raio externo = 45mm – Após teste.....	91
Figura 4.40 – Detalhe da Figura 4.39.....	91
Figura 4.41 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura dos corpos de prova A1, com base no programa MINITAB versão 15.....	95
Figura 4.42 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova A2, com base no programa MINITAB versão 15.....	96
Figura 4.43 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova A3, com base no programa MINITAB versão 15.....	96
Figura 4.44 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova A4, com base no programa MINITAB versão 15.....	96
Figura 4.45 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova B1, com base no programa MINITAB versão 15.....	97
Figura 4.46 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova B2, com base no programa MINITAB versão 15.....	97
Figura 4.47 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova B3, com base no programa MINITAB versão 15.....	97
Figura 4.48 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova C1, com base no programa MINITAB versão 15.....	98

Figura 4.49 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova <i>C2</i> , com base no programa MINITAB versão 15.	98
Figura 4.50 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova <i>C3</i> , com base no programa MINITAB versão 15.	98
Figura 4.51 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova <i>D1</i> , com base no programa MINITAB versão 15.	99
Figura 4.52 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova <i>D2</i> , com base no programa MINITAB versão 15.	99
Figura 4.53 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova <i>D3</i> , com base no programa MINITAB versão 15.	99
Figura 4.54 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova <i>E1</i> , com base no programa MINITAB versão 15.	100
Figura 4.55 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova <i>E2</i> , com base no programa MINITAB versão 15.	100
Figura 4.56 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova <i>E3</i> , com base no programa MINITAB versão 15.	100
Figura 4.57 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova <i>F1</i> , com base no programa MINITAB versão 15.	101
Figura 4.58 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova <i>F2</i> , com base no programa MINITAB versão 15.	101
Figura 4.59 – Relação de diâmetro interno e externo (corpo de prova “A”) utilizado para compor a curva experimental demonstrado na Figura 4.61.	105
Figura 4.60 – Curvas de fator de concentração de tensão em função da relação diâmetro interno e externo de um corpo anular de geometria e espessura constante submetido à rotação, a qual foi determinada a partir de dados publicados por Peterson (1974) e de dados obtidos por meio das simulações executadas no software de elementos finitos “ABAQUS”	108
Figura 4.61 – Curvas de fator de concentração de tensão em função da relação diâmetro interno e externo de um corpo anular de geometria e espessura constante submetido à rotação, a qual foi determinada a partir de dados experimentais (valores de <i>MTTF</i> e <i>B₁</i>) e de dados obtidos por meio das simulações executadas no software de elementos finitos “ABAQUS” utilizando como referência à resistência a tração do material.	108

Figura 4.62 – Comportamento da tensão equivalente (von Mises) em um sólido de seção transversal circular de geometria e espessura constante – simulação executada no software “ABAQUS”.....	109
Figura 4.63 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de geometria e espessura constante – simulação no software “ABAQUS” (condição menos crítica de tensão, diâmetro interno de 120mm) e (b) Detalhe da Figura 4.58a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de geometria e espessura constante.....	109
Figura 4.64 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de geometria e espessura constante – simulação no software “ABAQUS” (condição mais crítica de tensão, diâmetro interno de 240mm) e (b) Detalhe da Figura 4.64a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de geometria e espessura constante.....	110
Figura 4.65 – (a) Geometria do corpo de prova “B1”, (b) geometria do corpo de prova “B2”, e (c) geometria do corpo de prova “B3”.	112
Figura 4.66 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “B” (Figura 3.3) – simulação no software “ABAQUS” (condição menos crítica de tensão, raio externo de 5mm) e (b) Detalhe da Figura 4.66a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de espessura constante e com geometria “B1”.....	113
Figura 4.67 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “B” (Figura 3.3) – simulação no software “ABAQUS” (condição mais crítica de tensão, raio externo de 15mm) e (b) Detalhe da Figura 4.67a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de espessura constante e com geometria “B3”.....	113
Figura 4.68 – Curvas de fator de concentração de tensão em função da relação r/S conforme indicado no esquema desta Figura, referente a um corpo anular com geometria “B” de espessura constante submetido à rotação, a qual foi determinada a partir de dados experimentais (valores de $MTTF$ e B_I) e de dados obtidos por meio das simulações executadas no software de elementos finitos “ABAQUS”.....	114
Figura 4.69 – (a) Geometria do corpo de prova “C1”, (b) geometria do corpo de prova “C2”, e (c) geometria do corpo de prova “C3”.	115

Figura 4.70 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “C” (Figura 3.4) – simulação no software “ABAQUS” (condição menos crítica de tensão, raio interno de 5mm) e (b) Detalhe da Figura 4.65a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de espessura constante e com geometria “C1”.....	115
Figura 4.71 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “C” (Figura 3.4) – simulação no software “ABAQUS” (condição mais crítica de tensão, raio interno de 15mm) e (b) Detalhe da Figura 4.71a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de espessura constante e com geometria “C3”.....	116
Figura 4.72 – Curvas de fator de concentração de tensão em função da relação r/S conforme indicado no esquema desta Figura, referente a um corpo anular com geometria “C” de espessura constante submetido à rotação, a qual foi determinada a partir de dados experimentais (valores de $MTTF$ e B_I) e de dados obtidos por meio das simulações executadas no software de elementos finitos “ABAQUS”.....	116
Figura 4.73 – (a) Geometria do corpo de prova “D1”, (b) geometria do corpo de prova “D2”, e (c) geometria do corpo de prova “D3”.....	117
Figura 4.74 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “D” (Figura 3.5) – simulação no software “ABAQUS” (condição menos crítica de tensão, diâmetro do furo de 2,5mm e diâmetro de furação de 210mm) e (b) Detalhe da Figura 4.74a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de espessura constante e com geometria “D1”.	118
Figura 4.75 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “D” (Figura 3.5) – simulação no software “ABAQUS” (condição mais crítica de tensão, diâmetro do furo de 10mm e diâmetro de furação de 210mm) e (b) Detalhe da Figura 4.75a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de espessura constante e com geometria “D3”.....	118
Figura 4.76 – Curvas de fator de concentração de tensão em função da relação r/c conforme indicado no esquema desta Figura, referente a um corpo anular com geometria “D” de espessura constante submetido à rotação, a qual foi determinada a partir de dados experimentais (valores de	

<i>MTTF</i> e B_I) e de dados obtidos por meio das simulações executadas no software de elementos finitos “ABAQUS”.....	119
Figura 4.77 – (a) Geometria do corpo de prova “E1”, (b) geometria do corpo de prova “E2”, e (c) geometria do corpo de prova “E3”.....	120
Figura 4.78 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “E” (Figura 3.6) – simulação no software “ABAQUS” (condição menos crítica de tensão, diâmetro do furo de 2,5mm e diâmetro de furação de 270mm) e (b) Detalhe da Figura 4.78a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de espessura constante e com geometria “E1”.....	120
Figura 4.79 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “E” (Figura 3.6) – simulação no software “ABAQUS” (condição mais crítica de tensão, diâmetro do furo de 10mm e diâmetro de furação de 270mm) e (b) Detalhe da Figura 4.79a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de espessura constante e com geometria “E3”.....	121
Figura 4.80 – Curvas de fator de concentração de tensão em função da relação r/c conforme indicado no esquema desta Figura, referente a um corpo anular com geometria “E” de espessura constante submetido à rotação, a qual foi determinada a partir de dados experimentais (valores de <i>MTTF</i> e B_I) e de dados obtidos por meio das simulações executadas no software de elementos finitos “ABAQUS”.....	121
Figura 4.81 – (a) Geometria do corpo de prova “B3”, (b) geometria do corpo de prova “F1”, e (c) geometria do corpo de prova “F2”.....	122
Figura 4.82 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “F” (Figura 3.7) – simulação no software “ABAQUS” (condição menos crítica de tensão, raio externo de 45mm) e (b) Detalhe da Figura 4.82a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de espessura constante e com geometria “F1”.....	123
Figura 4.83 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “F” (Figura 3.7) – simulação no software “ABAQUS” (condição mais crítica de tensão, raio externo de 15mm) e (b) Detalhe da Figura 4.83a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de espessura constante e com concentrador de tensão.....	123

Figura 4.84 – Curvas de fator de concentração de tensão em função da relação r/S conforme indicado no esquema desta Figura, referente a um corpo anular com geometria “ F ” de espessura constante submetido à rotação, a qual foi determinada a partir de dados experimentais (valores de $MTTF$ e B_I) e de dados obtidos por meio das simulações executadas no software de elementos finitos “ABAQUS”.....	124
Figura 4.85 – Curvas de fator de concentração de tensão em função da relação r/c conforme indicado no esquema desta Figura, referente a corpos anulares com geometria “ D ” e “ E ” de espessura constante submetido à rotação, a qual foi determinada a partir de dados experimentais (valores de $MTTF$ e B_I) e de dados obtidos por meio das simulações executadas no software de elementos e curvas de fator de concentração de tensão em chapas planas com furos deslocados da linha de centro publicados por Peterson (1974).finitos “ABAQUS”.....	125
Figura 4.86 – Gráfico Boxplot referente à rotação de ruptura em função dos diferentes tipos de corpos de prova estudado neste trabalho, com base no programa MINITAB versão 15.....	126
Figura A1.1 – Exemplo de e - excentricidade; CM – centro de massa; EG – eixo geométrico..	139
Figura A1.2 – Desbalanceamento estático.....	140
Figura A1.3 – Desbalanceamento dinâmico.....	141
Figura A1.4 – Desbalanceamento estático com centro de massa entre mancais e o plano de correção.....	141
Figura A1.5 – Desbalanceamento estático com centro de massa fora da linha de ação dos mancais e o plano de correção.....	141
Figura A1.6 – Desbalanceamento estático com centro de massa a uma distância “ c ” do plano de correção.....	143
Figura A1.7 – Balanceamento em um plano de correção.....	143
Figura A1.8 – Balanceamento em dois planos de correção.....	144

Lista de Tabelas

Tabela 2.1: Classificação usualmente utilizada no Brasil para ferros fundidos comerciais.	31
Tabela 2.2: Tipos (distribuições) de grafita em ferros fundidos cinzentos conforme norma ASTM A 247. Deve-se utilizar com um aumento de 100X. O aumento utilizado nesta reprodução é apenas ilustrativo.	35
Tabela 2.3: Análise de variância (ANOVA) – STATCAMP (2006)	43
Tabela 3.1: Composição química do ferro fundido cinzento GG25 utilizado neste trabalho.	53
Tabela 3.2: Características microestruturais do ferro fundido cinzento GG25 utilizados nos corpos de provas anulares.	54
Tabela 3.3: Limite de resistência à tração e módulo de elasticidade do ferro fundido cinzento GG25 utilizado neste trabalho.	55
Tabela 3.4: Dureza Brinell do ferro fundido cinzento GG25 utilizado neste trabalho.	56
Tabela 4.1: Valores de rotação de ruptura [rpm] referentes aos corpos de prova anulares de geometria e espessura constante utilizados nos ensaios de centrifugação (Corpo de prova “A”).	82
Tabela 4.2: Valores de rotação de ruptura [rpm] referente aos corpos de prova anulares de espessura constante e com concentradores de tensão (Corpo de prova “B” e “C”) utilizados nos ensaios de centrifugação.	83
Tabela 4.3: Valores de rotação de ruptura [rpm] referente aos corpos de prova anulares de espessura constante e com concentradores de tensão (Corpo de prova “D” e “E”) utilizados nos ensaios de centrifugação.	84
Tabela 4.4: Valores de rotação de ruptura [rpm] referente aos corpos de prova anulares de espessura constante e com concentradores de tensão (Corpo de prova “F”) utilizados nos ensaios de centrifugação.	85

Tabela 4.5: Valores de rotação de ruptura [rpm] referentes aos corpos de prova anulares de geometria e espessura constante (Corpo de prova “A”).	92
Tabela 4.6: Valores de rotação de ruptura [rpm] referentes aos corpos de prova anulares de espessura constante e com concentradores de tensões (Corpo de prova “B” e “C”).	93
Tabela 4.7: Valores de rotação de ruptura [rpm] referentes aos corpos de prova anulares de espessura constante e com concentradores de tensões (Corpo de prova “D” e “E”).	94
Tabela 4.8: Valores de rotação de ruptura [rpm] referentes aos corpos de prova anulares de espessura constante e com concentradores de tensões (Corpo de prova “F”).	95
Tabela 4.9: Valores de tensões equivalentes aplicando o critério de von Mises para os corpos de prova anulares de geometria e espessura constante (Corpo de prova “A”).	102
Tabela 4.10: Valores de tensões equivalentes aplicando o critério de von Mises para os corpos de prova anulares de espessura constante e com concentradores de tensões (Corpo de prova “B” e “C”).	103
Tabela 4.11: Valores de tensões equivalentes aplicando o critério de von Mises para os corpos de prova anulares de espessura constante e com concentradores de tensões (Corpo de prova “D” e “E”).	104
Tabela 4.12: Valores de tensões equivalentes aplicando o critério de von Mises para os corpos de prova anulares de espessura constante e com concentradores de tensões (Corpo de prova “F”).	105
Tabela 4.13: ANOVA para os diferentes tipos de geometria de concentrador de tensão com base no programa MINITAB versão 15:	126

Nomenclatura

Letras Latinas

D_i – diâmetro interno do corpo anular	[mm]
D_e – diâmetro externo do corpo anular	[mm]
\underline{E}_n, F_N – força normal	[N]
\underline{E}_s – força de superfície	[N]
F_c – força centrífuga	[N]
F_r – força radial	[N]
F_{tang} – força tangencial	[N]
f, F – força	[N]
m – massa	[kg]
a_{\perp} – componente radial da aceleração	[m.s ⁻²]
r – raio	[mm]
e – excentricidade	
U – quantidade de desbalanceamento	[g.mm]
$U_{estático}$ –desbalanceamento estático	[g.mm]
$U_{estático}$ –desbalanceamento dinâmico	[g.mm]
$F_{desbalanceamento}$ –força de desbalanceamento	[N]
R_{esq} – resultante esquerda	[N]
R_{dir} – resultante direita	[N]
K_t – fator de concentração de tensão	
K_{tTA} – fator de concentração de tensão proveniente da tensão teórica	

K_{tSA} – fator de concentração de tensão proveniente da tensão obtida por meio de simulação via software elementos finitos

K_{tMA} – fator de concentração de tensão proveniente da tensão equivalente, critério de von Mises, a partir de dados experimentais considerando o $MTTF$

K_{tBA} – fator de concentração de tensão proveniente da tensão equivalente, critério de von Mises, a partir de dados experimentais considerando o B_I

K_{tM} – fator de concentração de tensão para os corpos anulares com concentradores de tensão estudados neste trabalho, proveniente da tensão equivalente - critério de von Mises, a partir de dados experimentais considerando o $MTTF$

K_{tB} – fator de concentração de tensão para os corpos anulares com concentradores de tensão estudados neste trabalho, proveniente da tensão equivalente - critério de von Mises, a partir de dados experimentais considerando o B_I

K_{tBU} – fator de concentração de tensão para os corpos anulares com concentradores de tensão estudados neste trabalho, proveniente da tensão equivalente - critério de von Mises, a partir de dados experimentais considerando o B_I - limite superior

K_{tBL} – fator de concentração de tensão para os corpos anulares com concentradores de tensão estudados neste trabalho, proveniente da tensão equivalente - critério de von Mises, a partir de dados experimentais considerando o B_I - limite inferior

E – módulo de elasticidade

H_0 – hipótese nula

H_1 – hipótese alternativa

pdf – função de densidade de probabilidade

$F(t)$ – função confiabilidade

J – momento de inércia [kgm²]

M – momento [Nm]

Letras Gregas

σ – tensão normal	[MPa]
τ - tensão cisalhante	[MPa]
ω – velocidade angular	[rad.s ⁻¹]
σ_r – tensão radial	[MPa]
σ_θ – tensão tangencial	[MPa]
$\sigma_{m\acute{a}x.}$ – tensão máxima	[MPa]
$\sigma_{nom.}$ – tensão nominal	[MPa]
$\sigma_{eq.}$ – tensão equivalente	[MPa]
$\sigma_{esc.}$ – tensão de escoamento	[MPa]
ν – coeficiente de Poisson	
$\lambda(t)$ – função taxa de falha	

Abreviações

<i>CG</i> – centro de gravidade
<i>CM</i> – centro de massa
<i>EG</i> – eixo geométrico
<i>ANOVA</i> – análise de variância
<i>MTTF</i> – Mean Time-to-Failure
<i>B₁</i> – Vida confiável
<i>DSVP</i> – desvio padrão

Capítulo 1

Introdução

Corpos anulares submetidos à rotação são componentes estruturais utilizados em muitos tipos de máquinas; em automóveis, como conjunto de embreagem, disco de freio, roda, etc...; em aviões, como turbinas de alta velocidade e outros, ou seja, há uma diversidade de aplicação no mundo da mecânica. Em aplicações de engenharia, normalmente, os corpos anulares são projetados variando a espessura do centro para a margem externa. Porém, as engenharias de desenvolvimento, normalmente começam com a análise de corpos anulares com espessuras constantes.

Os critérios de engenharia mais comuns são direcionados freqüentemente no sentido de se obter um produto com a máxima performance e mínima massa, i.e., menos material. Os resultados são que uma parte dos projetos precisa trabalhar próximo dos limites de resistência dos materiais.

O ensaio de centrifugação é um ensaio para verificar a rotação de ruptura diretamente no produto ou parte de seus componentes. Atualmente este tipo de ensaio vem sendo cada vez mais aplicado, mesmo que tenha sido calculada toda a fase de desenvolvimento do projeto. É fundamental e necessário comparar a teoria com a prática para que se possa aumentar a segurança caso haja necessidade, pois dependendo da rotação trata-se de componentes que oferecem grandes riscos para o usuário.

1.1 Importância e Justificativa

Este trabalho visa à avaliação da redução da rotação de ruptura de um corpo anular quando o mesmo é projetado com algum tipo de concentrador de tensão.

Nas diversas aplicações de corpos anulares no mundo da mecânica fica inevitável escapar dos concentradores de tensão. Este trabalho tem por objetivo demonstrar a intensidade de atuação de algumas formas de geometria de concentradores de tensão.

Assim este trabalho poderá contribuir em projetos futuros, pois a cada dia que passa a evolução tecnológica vem tomando diversos horizontes, nos quais os projetos de motores e máquinas rotativas irão cada vez mais utilizar altas rotações.

1.2 Objetivos

Determinação de curvas experimentais e numéricas de fatores de concentração de tensão em corpos anulares com espessura constante, submetidos à rotação e com cinco diferentes tipos de concentradores, para o ferro fundido GG25, para as seguintes dezoito condições de corpos anulares:

- (a) sem concentrador de tensão, com geometria e espessura constantes, com quatro relações entre os diâmetros interno e externo (0,4, 0,6, 0,7 e 0,8); com três concentradores de tensão do tipo semi-circular no raio interno, com três diferentes raios de concordância: 5, 10 e 15 mm, para a relação diâmetro interno/diâmetro externo de 0,6; com três concentradores de tensão do tipo semi-circular no raio externo, com três diferentes raios de concordância: 5, 10, 15, 30 e 45 mm, para a relação diâmetro interno/diâmetro externo de 0,6; com três furos passantes, localizados nas proximidades do raio interno, e diâmetros de 2,5, 5,0 e 10,0 mm, para a relação diâmetro interno/diâmetro externo de 0,6; com três furos passantes, localizados nas proximidades do raio externo, e diâmetros de 2,5, 5,0 e 10,0 mm, para a relação diâmetro interno/diâmetro externo de 0,6.

Capítulo 2

Revisão da Literatura

2.1 Análise de tensão em um ponto

A descrição do campo de tensões é desenvolvida a partir da análise de tensão em um ponto. Considerando um elemento de área A , no ponto p , sobre o qual atua a força F conforme se demonstra na Figura 2.1, a tensão em um ponto é definida conforme equação (2.1) (Sears et al., 1984; Rocha, 1969; Urugal; Fenster, 1987).

$$Tensão = \lim_{A \rightarrow 0} \frac{F}{A} \quad (2.1)$$

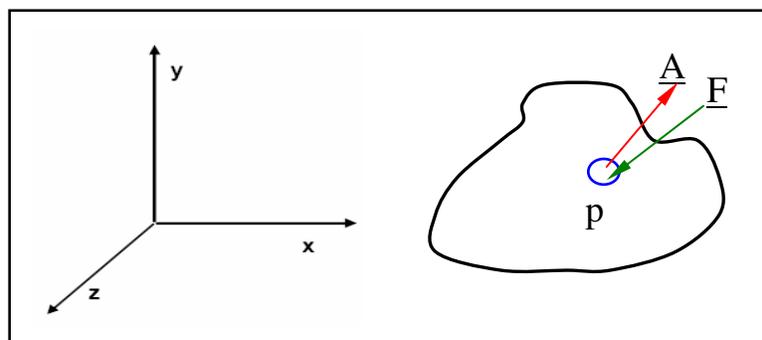


Figura 2.1 – Tensão em um ponto.

Conforme se demonstra nas equações (2.2) e (2.3), para definir o campo tensorial, a equação (2.1) é substituída por uma série de nove equações (Dieter, 1981; Timoschenko, 1970; Volterra; Gaines, 1971).

$$\tau_{ij} = \lim_{A_i \rightarrow 0} \frac{F_j}{A_i} \quad (2.2)$$

ou

$$\tau_{.xy} = \lim_{A_x \rightarrow 0} \frac{F_y}{A_x} \quad (2.3)$$

Especificando-se os nove componentes de tensões conforme Figura 2.2, obtém-se a equação (2.4).

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

na qual σ é a tensão normal e τ é a tensão cisalhante.

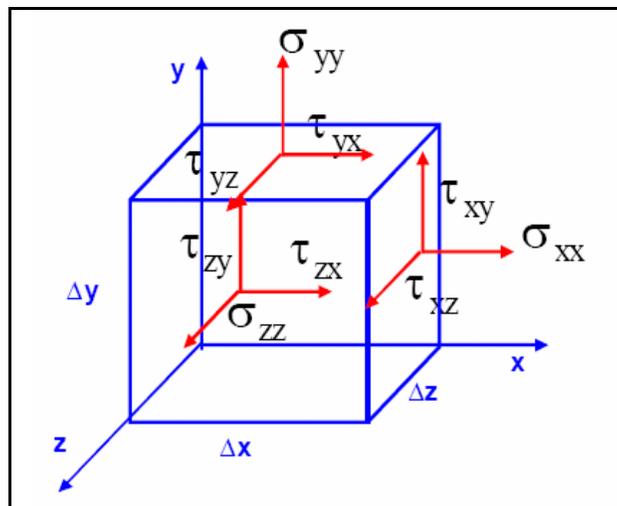


Figura 2.2 – Componentes de tensões em um ponto do corpo (Volterra; Gaines, 1971).

2.2 Forças de campo e forças de superfície

As forças de campo são todas as forças externas que atuam sobre um dado corpo sem contato físico (Exemplo: Força devido à ação da gravidade). As forças de campo, também chamadas de forças de corpo, são usualmente expressas por unidade de massa do corpo em que atua. As forças de superfície, por outro lado, incluem as forças que são aplicadas sobre o contorno de um corpo por meio de contato direto (Exemplo: Força de contato e tensão de cisalhamento).

Para compreender melhor as forças de superfície considera-se um elemento de área A da superfície de um corpo no qual está atuando uma força de superfície \underline{F} como indicado na Figura 2.3, na qual a força \underline{F} pode ser decomposta em um componente normal ao elemento de superfície considerado \underline{F}_n e em um componente tangencial a este mesmo elemento de superfície considerado \underline{F}_s .

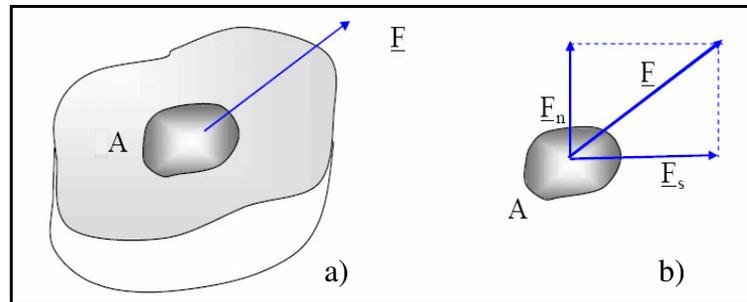


Figura 2.3 – Forças de superfície: tangencial e normal.

Conforme as equações (2.5) e (2.6) define-se as tensões normal (σ_{nn}) e de cisalhamento (τ_{ss}) em um ponto.

$$\sigma_{nn} = \lim_{A \rightarrow 0} \frac{F_n}{A} = \frac{dF_n}{dA} \quad (2.5)$$

$$\tau_{ss} = \lim_{A \rightarrow 0} \frac{F_s}{A} = \frac{dF_s}{dA} \quad (2.6)$$

Então σ_{nn} e τ_{ss} são na verdade componentes de força por unidade de área em um dado ponto do corpo. Com o auxílio da Figura 2.4 apresenta-se uma notação conveniente para as tensões na qual é demonstrado um elemento na forma de um paralelepípedo retangular representando o ponto (Urugal; Fenster, 1987).

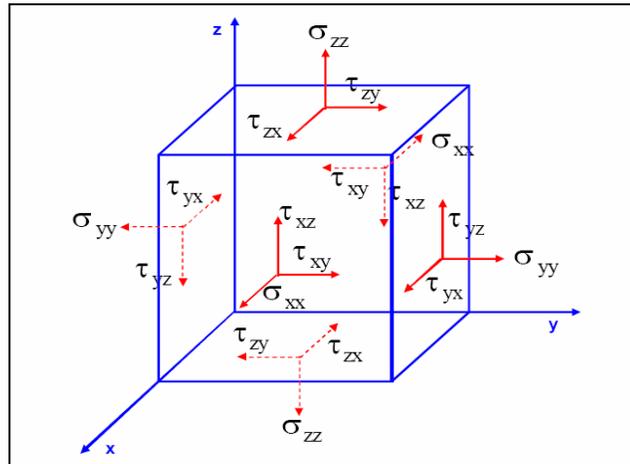


Figura 2.4 – Tensões normal e cisalhamento.

Utiliza-se o índice duplo para identificar as tensões. Genericamente tem-se τ_{ij} , na qual, o primeiro índice indica o plano, ou seja, a direção normal ao plano em que a tensão atua e o segundo índice indica a direção própria de tensão. Assim τ_{yx} indica um componente do tensor de tensão de cisalhamento que atua no plano perpendicular ao eixo y (plano xz) e na direção x .

A tensão normal σ_{nn} tem índice repetido, pois a direção da normal ao plano sobre o qual a tensão atua e a própria direção da tensão são colineares, ou seja, a direção é a mesma.

2.3 Força Centrífuga

De acordo com Symon (1982) “Existe uma grande confusão em relação ao termo força centrífuga, que na realidade não é uma força, pelo menos na Mecânica Clássica e não estará presente se for feita referência a um sistema de coordenadas fixo no espaço”.

A definição do sistema de referência é o real motivo dessa confusão aparente nos estudos de corpos em rotação. O tipo de sistema de referência adotado nem sempre está claro nos textos

que tratam do assunto. Com a utilização freqüente de um sistema de coordenadas não-inercial nesses estudos torna-se então conveniente o uso do conceito de força centrífuga considerada como um tipo de força inercial ou pseudoforça (Resnick; Halliday; Krane, 1992). Por outro lado, quando se adota um referencial inercial, o conceito de força centrífuga não faz sentido.

Se a aceleração de um corpo é medida com base em um referencial acelerado, em relação a um referencial inercial, a força resultante sobre esse corpo não é igual a sua massa vezes a sua aceleração. Para tornar a Lei de Newton válida, nesses casos podem-se introduzir as chamadas forças inerciais, que dependem da aceleração do referencial (Tipler, 1985). Simula-se assim, um estado de equilíbrio e pode-se estudar o problema pelos métodos da Estática. Dessa forma, um corpo submetido a uma força centrípeta é equilibrado por uma força centrífuga de mesma intensidade mas de sentido oposto. Beer e Jonhston (1991) mostram alguns exemplos de como forças inerciais simulando equilíbrio dinâmico do sistema de forças podem ser usadas para simplificar a solução desses problemas.

2.4 Forças Inerciais

O conceito de força inercial surge da adoção de um sistema de coordenadas não-inercial na explicação de fenômenos físicos em Dinâmica. Meriam (1976) explica esse problema tomando-se eixos de referência fixos a um corpo rígido que executa um movimento plano geral. Um observador fixo a esses eixos não pode medir qualquer movimento do corpo em relação ao seu sistema de referência móvel. Assim, o observador supõe que o corpo está em “equilíbrio”. A única forma de traduzir esse estado artificial de equilíbrio, de modo coerente, é pela imposição de uma força fictícia de mesma intensidade e sentido contrário à força resultante que atua sobre o corpo segundo um sistema de referência inercial. Essa força fictícia é chamada de força inercial. Meriam (1976), que é contra o uso desse método lembra que a transformação aparente de um problema de Dinâmica em um de Estática tornou-se conhecido como Princípio de D’Alembert, devido ao *Traité de Dynamique* de D’Alembert, publicado em 1743 e que abordava problemas sob esse ponto de vista.

O conceito de força centrífuga, caso especial de força inercial pode ser entendido com o auxílio do vagão de trem esquemático da Figura 2.5 que descreve uma curva para a esquerda em

movimento circular uniforme. Uma esfera de massa m está presa ao teto do vagão por uma corda. Um observador em terra considera que a deflexão observada na corda deve-se simplesmente à tendência da esfera de manter seu estado de inércia. No entanto, um observador no interior do vagão vê a esfera como se uma força f atuando sobre ela fosse a responsável pela deflexão da corda. Essa força inercial f atuando “para fora” e perpendicular à tangente à curva descrita pela esfera é tradicionalmente denominada de força centrífuga.

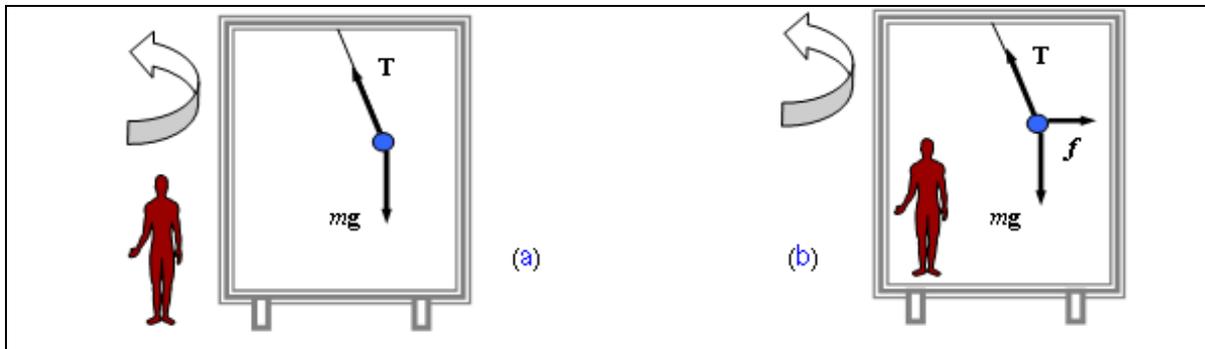


Figura 2.5 - Exemplo esquemático de um vagão de trem fazendo uma curva para a esquerda.[Adaptação de Tipler (1985, p.142)].

A segunda lei de Newton afirma que a resultante das forças F que atuam sobre um corpo que descreve um movimento circular uniforme é igual ao produto da massa m pela aceleração normal a_{\perp} , ou seja, conforme descreve a equação (2.7) (Sears;Zemansky;Young, 1983).

$$F = m.a_{\perp} \quad (2.7)$$

na qual F é a força (em N), m é a massa (em kg) e a_{\perp} é o componente radial da aceleração (em $m.s^{-2}$).

O componente radial da aceleração também pode ser expresso em termos da velocidade angular, conforme equação (2.8) (Sears;Zemansky;Young, 1983):

$$a_{\perp} = r.\omega^2 \quad (2.8)$$

na qual r é o raio (em m) e ω é a velocidade angular (em $rad.s^{-1}$).

Mediante aplicação adequada das leis de Newton a sistemas de referências não inerciais, o módulo da força centrífuga (equação (2.9)) é dada em função da variação da velocidade e a distância do eixo de rotação (Tipler, 1985; Volterra; Gaines, 1971).

$$F_c = m.r.\omega^2 \quad (2.9)$$

na qual F_c é a Força centrífuga (em N).

2.5 Relações Básicas em Coordenadas Polares

Em geral, coordenadas polares são vantajosamente usadas onde um grau de simetria axial existe. Exemplos incluem cilindros, corpos anulares, vigas curvadas e placas finas ou grandes que contém um furo circular.

O sistema de coordenada polar (r, θ) e o sistema cartesiano (x, y) relacionam-se pelas equações (2.10) (Urugal; Fenster, 1987).

$$x = r.\cos.\theta, \quad r^2 = x^2 + y^2 \quad (2.10)$$

$$y = r.\sen.\theta, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

Logo, as equações (2.10), irão dar origem às equações (2.11).

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r} = \cos.\theta, \quad \frac{\partial r}{\partial y} = \frac{y}{r} = \sen.\theta \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = -\frac{y}{r^2} = -\frac{\sen.\theta}{r}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{x}{r^2} = \frac{\cos.\theta}{r}$$

Pode-se transformar qualquer derivada com respeito à x e y no sistema cartesiano em derivada com respeito à r e θ aplicando a regra da cadeia, equações (2.12) e (2.13).

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial r}{\partial x} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \theta} = \cos \theta \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial r}{\partial y} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial \theta}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \theta} = \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \quad (2.13)$$

As relações de propriedades requeridas a um ponto que não contém nenhuma derivada não são afetadas pela natureza curvilínea das coordenadas como é observado na Figura 2.6.

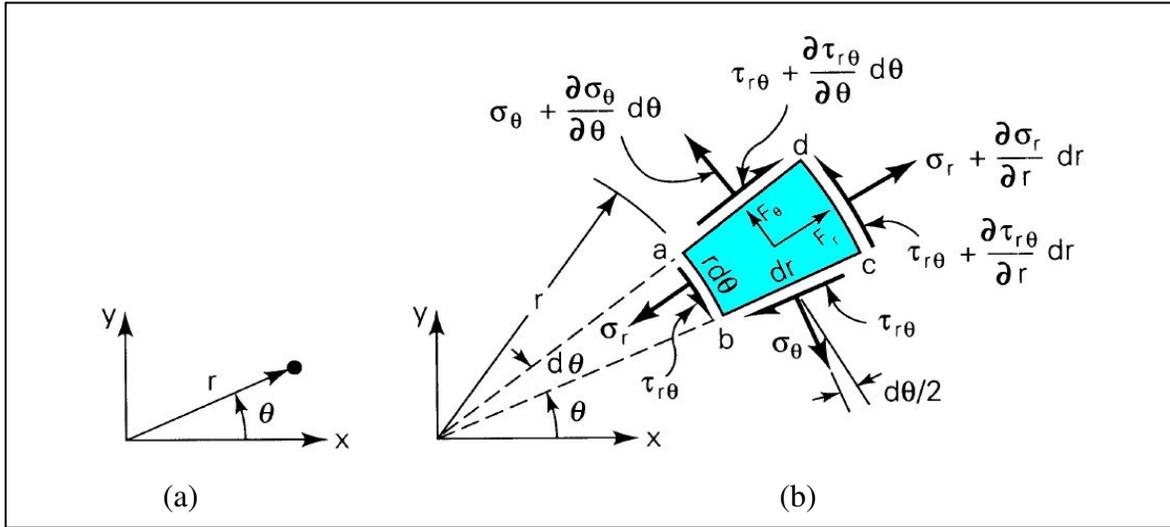


Figura 2.6 – (a) coordenada polar; (b) elemento de tensão em coordenada polar (Urugal; Fenster, 1987).

2.6 Equações de Equilíbrio

Considera-se o estado de tensão em um elemento infinitesimal $abcd$ por meio de coordenadas polares (Figura 2.6). O r e θ dirigem as forças de corpo no qual estão denotadas por F_r e F_θ . O equilíbrio de forças radiais é requerido conforme equação (2.14).

$$\begin{aligned} & \left(\sigma_r + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \cdot dr \right) \cdot (r + dr) \cdot d\theta - \sigma_r \cdot r \cdot d\theta - \left(\sigma_\theta + \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} \cdot d\theta \right) \cdot dr \cdot \text{sen} \frac{d\theta}{2} \\ & - \sigma_\theta \cdot dr \cdot \text{sen} \frac{d\theta}{2} + \left(\tau_{r\theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} \cdot d\theta \right) \cdot dr \cdot \cos \frac{d\theta}{2} - \tau_{r\theta} \cdot dr \cdot \cos \frac{d\theta}{2} \\ & + F_r \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Já que $d\theta$ é pequeno, $\sin(d\theta/2)$ pode-se substituir por $d\theta/2$ e $\cos(d\theta/2)$ pode-se substituir por 1. A simplificação adicional é alcançada derrubando os termos que contêm alta ordem infinitesimal. Uma análise semelhante pode-se executar na direção tangencial. Quando se divide ambas as equações de equilíbrio por $r dr d\theta$ os resultados obtidos dão origem as equações (2.15) e (2.16) (Urugal; Fenster, 1987; Volterra; Gaines, 1971).

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + F_r = 0 \quad (2.15)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} + F_\theta = 0 \quad (2.16)$$

2.7 Carregamento em corpos axisimétricos

Há situações práticas na qual a distribuição de tensão manifesta-se sobre um eixo de simetria. Exemplos incluem vasos de pressão, cilindros compostos, elementos de reator, vasos de reação química, volantes, estruturas esféricas sólidas ou ocas, disco de turbinas e componentes de muitas outras máquinas.

Considerando-se uma grande placa que tenha um pequeno furo no centro sujeito à pressão uniforme como mostra a Figura 2.7 pode-se notar que o carregamento axial está ausente, ou seja, $\sigma_z = 0$. A tensão é claramente simétrica sobre o eixo z e a deformação também exibe independência de θ (Urugal; Fenster, 1987).

O argumento de simetria também ordena que as tensões de cisalhamento $\tau_{r\theta}$ deve ser zero. Assumindo-se a independência de z para esta placa a equação polar de equilíbrio (2.15) reduz para a equação (2.17).

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + F_r = 0 \quad (2.17)$$

Na equação (2.17) σ_θ e σ_r denotam-se a tensão tangencial e radial normal para os lados do elemento e F_r representa a força radial por unidade de volume, isto é, a força inercial associada com a rotação. Na ausência de forças do corpo a equação (2.17) reduz para a equação (2.18).

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (2.18)$$

É considerado agora o deslocamento radial e tangencial como u e v respectivamente. Não pode haver nenhum deslocamento tangencial no campo simétrico, isto é, $v = 0$. Um ponto representado pelo elemento $abcd$ na Figura 2.7 moverá radialmente, consequência do carregamento, mas não tangencialmente. Com base nos deslocamentos indicados, as deformações são dadas conforme equações (2.19) (Urugal; Fenster, 1987).

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}, \quad \gamma_{r\theta} = 0 \quad (2.19)$$

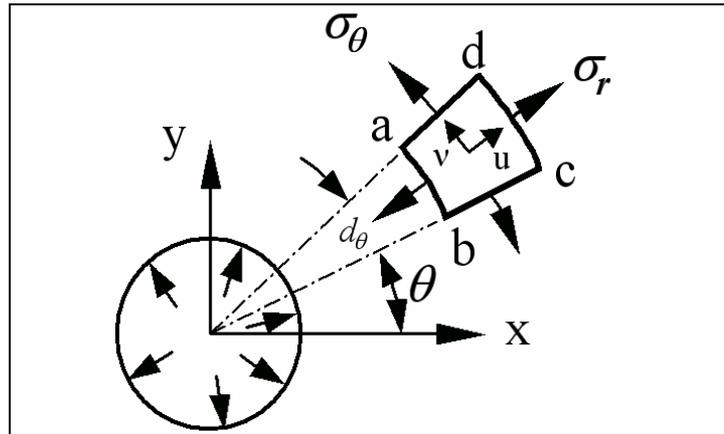


Figura 2.7 – Esquema teórico de equação de equilíbrio de uma placa com um pequeno furo no centro sujeito à pressão uniforme (Urugal; Fenster, 1987).

Substituindo $u = r\varepsilon_\theta$ dentro da equação (2.19), uma simples compatibilidade é obtida nas equações (2.20) ou (2.21).

$$\frac{du}{dr} - \varepsilon_r = \frac{d}{dr}(r \cdot \varepsilon_\theta) - \varepsilon_r = 0 \quad (2.20)$$

ou

$$r \frac{d\varepsilon_\theta}{dr} + \varepsilon_\theta - \varepsilon_r = 0 \quad (2.21)$$

As equações de equilíbrio (2.17) ou (2.18), as equações de deformações (2.20) ou (2.21) e a lei de Hooke são suficientes para se obter uma única solução para qualquer problema assimétrico com condições limites especificadas (Urugal; Fenster, 1987).

De acordo com a lei de Hooke, as tensões são dadas conforme as equações (2.22) e (2.23).

$$\frac{du}{dr} = \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu\sigma_\theta) \quad (2.22)$$

$$\frac{u}{r} = \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \nu\sigma_r) \quad (2.23)$$

na qual σ_r e σ_θ podem-se escrever conforme equações (2.24) e (2.25).

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_r + \nu\varepsilon_\theta) = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\frac{du}{dr} + \nu\frac{u}{r}\right) \quad (2.24)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_\theta + \nu\varepsilon_r) = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\frac{u}{r} + \nu\frac{du}{dr}\right) \quad (2.25)$$

Substituindo a equação (2.18) junto das equações (2.24) e (2.25) obtém-se uma equação equidimensional em deformação radial (equação (2.26)),

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0 \quad (2.26)$$

tendo uma solução a equação (2.27).

$$u = c_1 r \frac{c_2}{r} \quad (2.27)$$

2.8 Tensões em discos giratórios com espessura constante

A equação de equilíbrio (2.25) pode ser usada para tratar casos de um sólido de seção transversal circular de espessura constante, contanto que a força "de inércia centrífuga" seja incluída como uma força de corpo.

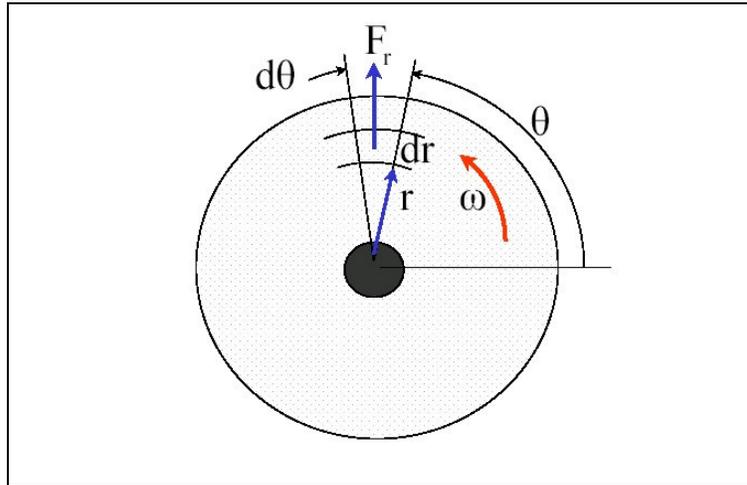


Figura 2.8 – Esquema teórico de um sólido de seção transversal circular de espessura constante submetido à rotação.

Novamente distribuem-se as tensões induzidas por rotação simetricamente sobre o eixo de rotação e assume-se independente da espessura do disco. Assim, a aplicação da equação (2.17), com a força de corpo radial por unidade de volume Fr (equação 2.28), iguala a força centrífuga $\rho\omega^2 r$, ou seja, conforme equação (2.29) (Urugal; Fenster, 1987; Volterra; Gaines, 1971).

$$F_r = \rho.r.\omega^2 \quad (2.28)$$

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \rho.r.\omega^2 = 0 \quad (2.29)$$

na qual ρ é densidade de massa.

Nota-se que a força de corpo gravitacional ρg foi negligenciada. Substituindo-se as equações (2.24) e (2.25) dentro da equação (2.29) se obtém a equação (2.30).

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = -(1-\nu^2)\rho.\omega^2.r/E \quad (2.30)$$

A equação (2.30) junto da equação (2.27) resulta-se em uma solução homogênea e particular na qual se demonstra na equação (2.31).

$$u_p = -(1-\nu^2)\frac{\rho.\omega^2.r^3}{8E} \quad (2.31)$$

A solução completa é dada junto à equação (2.32).

$$u = -\frac{\rho.\omega^2.r^3(1-\nu^2)}{8E} + c_1r + \frac{c_2}{r} \quad (2.32)$$

na qual, em substituição às equações (2.24) e (2.25), leva às seguintes expressões para tensão radial e tangencial, equações (2.33) e (2.34):

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left[\frac{-(3+\nu)(1-\nu^2)\rho\omega^2r^2}{8E} + (1+\nu)c_1 - (1-\nu)\frac{c_2}{r^2} \right] \quad (2.33)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{E}{1-\nu^2} \left[\frac{-(1+3\nu)(1-\nu^2)\rho\omega^2 r^2}{8E} + (1+\nu)c_1 + (1-\nu)\frac{c_2}{r^2} \right] \quad (2.34)$$

As constantes de integração podem-se agora ser avaliadas em bases de condições limite (Urugal; Fenster, 1987; Volterra; Gaines, 1971; Timoshenko, 1970; Roark; Yung, 1975).

2.8.1 Corpo anular submetido à rotação

No caso de um corpo anular (Figura 2.9) sem nenhuma força aplicada no raio interno ($r = a$) e raio externo ($r = b$) a distribuição de tensão é completamente devida a efeitos de rotação. As condições de limite são dadas junto à equação (2.35).

$$(\sigma_r)_{r=a} = 0, \quad (\sigma_r)_{r=b} = 0 \quad (2.35)$$

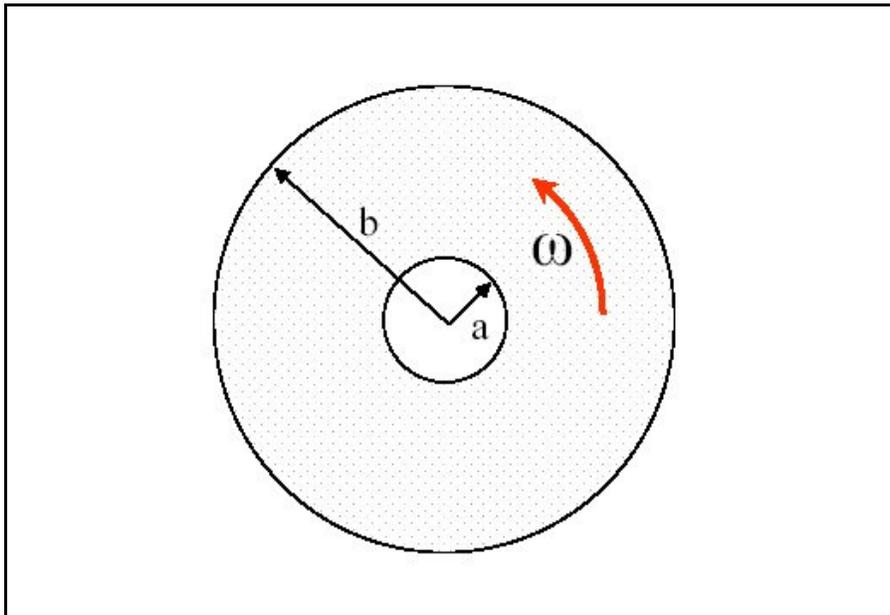


Figura 2.9 – Esquema teórico de um corpo anular submetido à rotação.

Com estas condições limites combinadas com a equação (2.33) obtém-se duas equações (2.36) e (2.37) com duas constantes desconhecidas,

$$0 = -\rho\omega^2 \frac{a^2}{E} \frac{(1-\nu^2)(3+\nu)}{8} + (1+\nu)c_1 - (1-\nu)\frac{c_2}{a^2} \quad (2.36)$$

$$0 = -\rho\omega^2 \frac{b^2}{E} \frac{(1-\nu^2)(3+\nu)}{8} + (1+\nu)c_1 - (1-\nu)\frac{c_2}{b^2} \quad (2.37)$$

na qual,

$$c_1 = \rho\omega^2 \frac{(a^2 + b^2)}{E} \frac{(1-\nu)(3+\nu)}{8} \quad (2.38)$$

$$c_2 = \rho\omega^2 \left(\frac{a^2 b^2}{E} \right) \frac{(1+\nu)(3+\nu)}{8} \quad (2.39)$$

Então, as tensões e o deslocamento são demonstrados nas equações (2.40), (2.41) e (2.42):

$$\sigma_r = \frac{3+\nu}{8} \left(a^2 + b^2 - r^2 - \frac{a^2 b^2}{r^2} \right) \rho\omega^2 \quad (2.40)$$

$$\sigma_\theta = \frac{3+\nu}{8} \left(a^2 + b^2 - \frac{1+3\nu}{3+\nu} r^2 + \frac{a^2 b^2}{r^2} \right) \rho\omega^2 \quad (2.41)$$

$$u = \frac{(3+\nu)(1-\nu)}{8E} \left(a^2 + b^2 - \frac{1+\nu}{3+\nu} r^2 + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{a^2 b^2}{r^2} \right) \rho\omega^2 r \quad (2.42)$$

Aplicando-se a condição $d\sigma/dr=0$ para a equação (2.40) verifica-se que a máxima tensão radial ocorre quando $r = \sqrt{a.b}$. A Figura 2.10a representa o dimensionamento da tensão e o deslocamento como uma função do raio para um corpo anular descrito por $b/a = 4$ (Peterson, 1974; Urugal; Fenster, 1987; Volterra; Gaines, 1971; Timoshenko, 1970; Roark; Yung, 1975; Shigley et al., 2004; Bahder, 2002; Alexandrova, 2004).

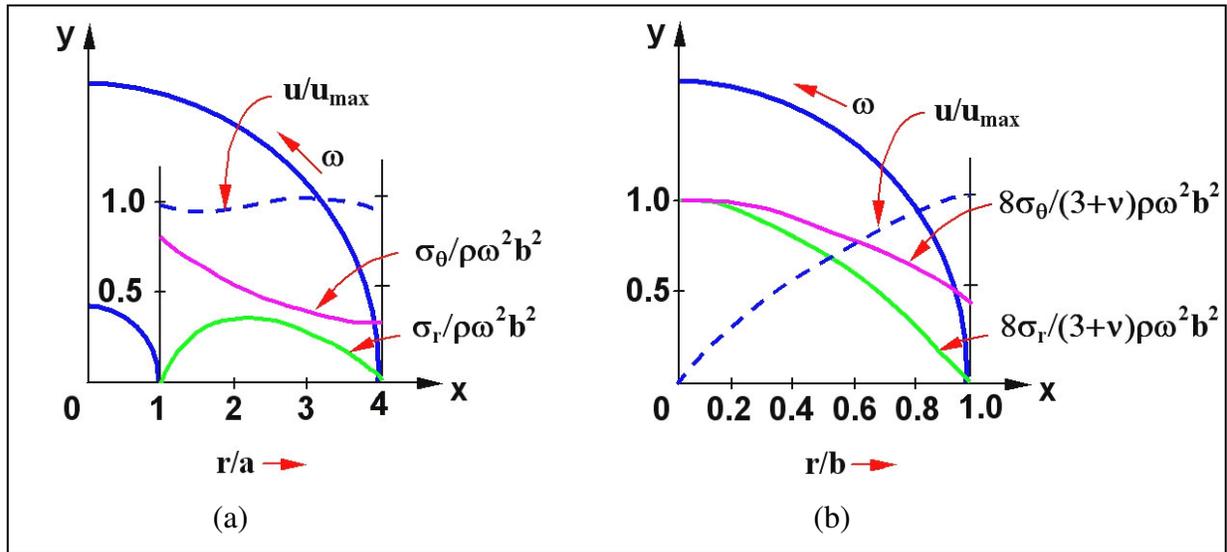


Figura 2.10 – Representação das tensões tangencial e radial em um corpo anular (a – corpo anular, b – disco sólido) (Urugal; Fenster, 1987).

2.8.2 Disco sólido submetido à rotação

No caso de $a = 0$ (Figura 2.11), as condições limites são dadas conforme equação (2.43).

$$(\sigma_r)_{r=b} = 0, \quad (u)_{r=0} = 0 \quad (2.43)$$

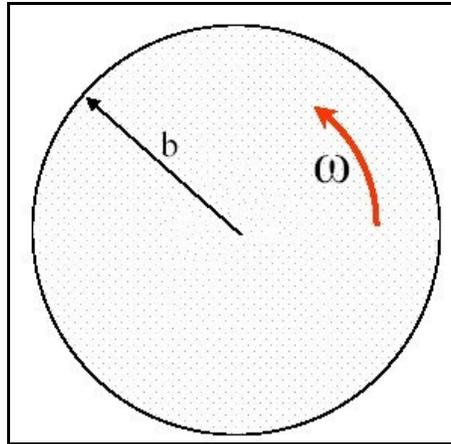


Figura 2.11 – Esquema teórico de um sólido de seção transversal circular de espessura constante submetido à rotação.

Para satisfazer a condição de deslocamento na equação (2.32) c_2 deve ser zero. A constante remanescente é agora avaliada na equação (2.44) por meio da expressão da equação (2.38).

$$c_1 = \rho\omega^2 \frac{b^2 (1-\nu)(3+\nu)}{8E} \quad (2.44)$$

Combinando-se estas constantes com as equações (2.32), (2.33) e (2.34) obtêm-se as equações (2.45), (2.46) e (2.47): (Urugal; Fenster, 1987; Volterra; Gaines, 1971; Timoshenko, 1970; Roark; Yung, 1975).

$$\sigma_r = \frac{3+\nu}{8}(b^2 - r^2)\rho\omega^2 \quad (2.45)$$

$$\sigma_\theta = \frac{3+\nu}{8}\left(b^2 - \frac{1+3\nu}{3+\nu}r^2\right)\rho\omega^2 \quad (2.46)$$

$$u = \frac{(1-\nu)}{8E}\left[(3+\nu)b^2 - (1+\nu)r^2\right]\rho\omega^2 r \quad (2.47)$$

2.9 Critério de escoamento ou resistência (von Mises)

A Teoria da máxima energia de distorção foi proposta junto a M.T. Huber em 1904 e mais tarde desenvolvida junto a R. von Mises (1913) e H. Hencky (1925) (Urugal; Fenster, 1987).

Conforme equação (2.48), para um estado multiaxial de tensão considera-se a energia de deformação total por unidade de volume em um material isotrópico (densidade de energia de deformação).

$$U_{total} = \frac{1}{2E} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x) \dots \dots + \frac{1}{2G} (\tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \quad (2.48)$$

Esta energia de deformação total medida nos eixos principais é dada conforme equação (2.49) (Urugal; Fenster, 1987; Shigley et al., 2004; Dieter, 1981).

$$U_{total} = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1) \quad (2.49)$$

A energia de deformação total (equação (2.49)) é dividida em duas partes: uma causando dilatação do material (mudanças volumétricas) e outra causando distorções de cisalhamento (Figura 2.12). É interessante lembrar que em um material dúctil admite-se que o escoamento do material depende apenas da máxima tensão de cisalhamento.

Para um estado de tensão uniaxial representam-se as energias de dilatação e de distorção da seguinte forma:

No tensor correspondente à energia de dilatação definem-se os componentes como sendo a tensão “hidrostática” média, equação (2.50):

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (2.50)$$

na qual $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = p = \bar{\sigma}$.

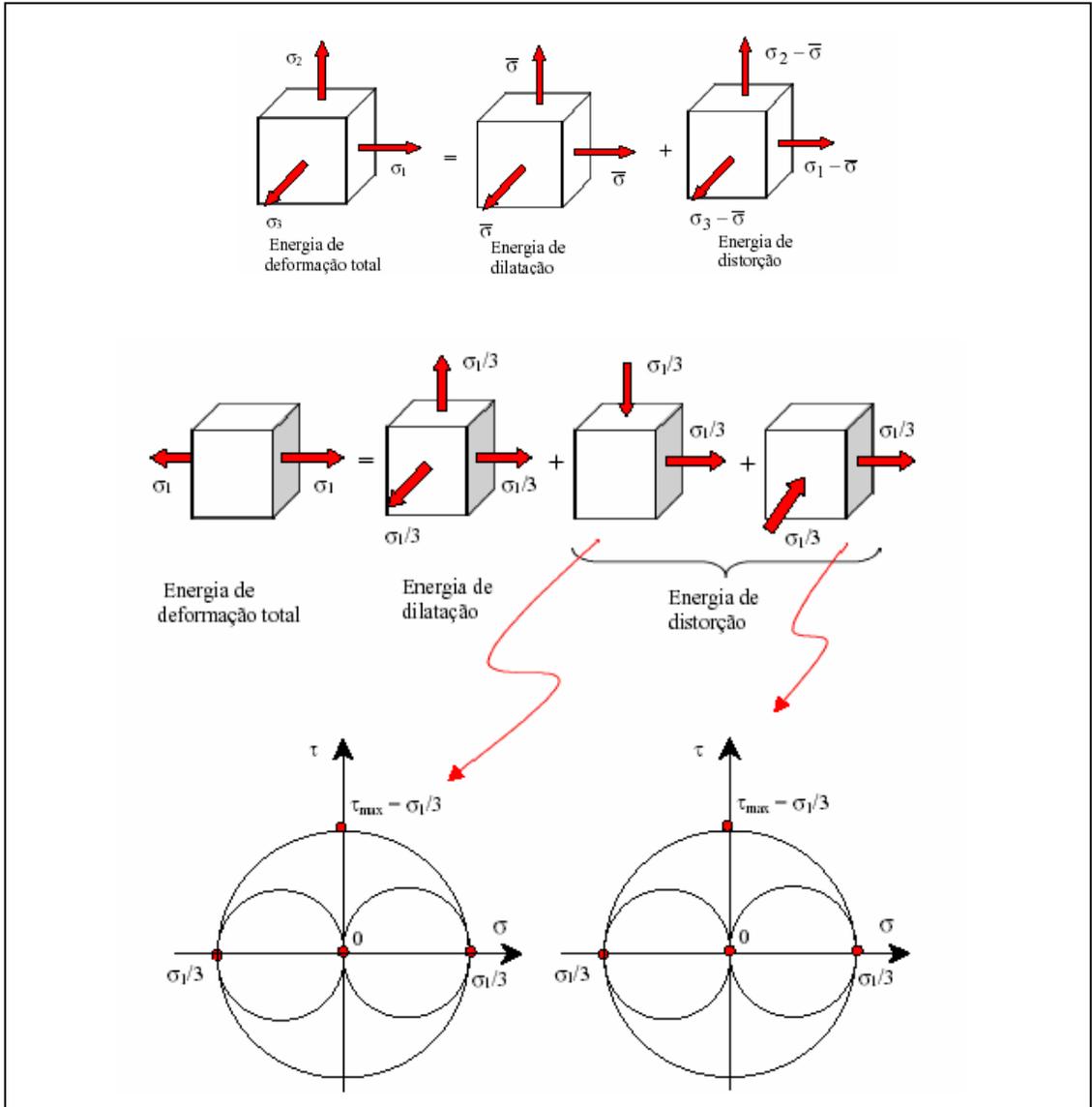


Figura 2.12 – Esquema de energia de deformação, dilatação e distorção (Pereira, 2001).

Determina-se a energia de dilatação substituindo $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = p$ na expressão de energia de deformação total e em seguida substitui-se $p = \bar{\sigma} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$

$$U_{dilata\c{c}o} = \frac{1-2\nu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \quad (2.51)$$

Obtém-se a energia de distorção subtraindo da energia de deformação total a energia de dilatação, equação (2.52):

$$U_{\text{dilatação}} = \frac{1}{12G} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (2.52)$$

A energia de distorção em um ensaio de tração simples, que neste caso são $\sigma_1 = \sigma_{esc}$ e $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ é da forma (equação (2.53)):

$$U_{\text{dilatação}} = \frac{2\sigma_{esc}^2}{12G} \quad (2.53)$$

Igualando-se a energia de distorção de cisalhamento com a energia no ponto de escoamento à tração simples, estabelece-se o critério de escoamento para tensão combinada, equações (2.54) e (2.55).

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_{esc}^2 \quad (2.54)$$

ou:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_{esc}} \right)^2 - \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}} \frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}} \right) - \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}} \frac{\sigma_3}{\sigma_{esc}} \right) \dots \\ & \dots - \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_{esc}} \frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}} \right) = 1 \end{aligned} \quad (2.55)$$

A equação (2.54) é conhecida como sendo o critério de von Mises (Figura 2.13) para um estado multiaxial de tensões voltado a materiais isotrópicos. Para um estado plano de tensão, $\sigma_3 = 0$, tem-se a equação (2.56): (Urugal; Fenster, 1987; Shigley et al., 2004; Dieter, 1981; Volterra; Gaines, 1971).

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}} \right)^2 - \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}} \frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}} \right) + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}} \right)^2 = 1 \quad (2.56)$$

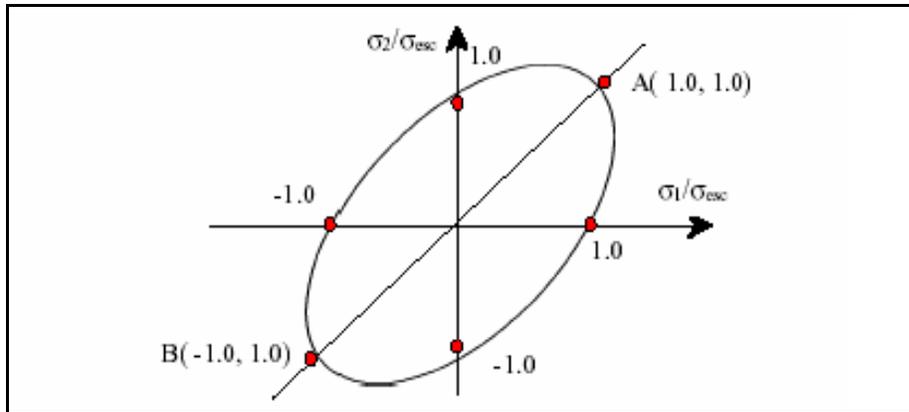


Figura 2.13 –Teoria da máxima energia de distorção -von Mises (Pereira, 2001).

$$\sigma_{eq.} = \sigma_{esc.} \quad (2.57)$$

$$\sigma_{eq.} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} \quad (2.58)$$

2.10 Concentradores de tensão

No desenvolvimento das equações básicas para tensão, compressão, dobramento e torção consideram-se a inexistência de irregularidades nas geometrias possíveis de projeto, porém quando se defronta com a realidade da prática verifica-se uma imensa dificuldade em se projetar máquinas ou até mesmo componentes sem que ocorram mudanças em suas seções.

Um exemplo é o caso do parafuso, no qual possui uma cabeça em uma de suas extremidades e ao longo do seu comprimento até a outra extremidade possui um corpo roscado. Outras peças requerem furos, canais de óleo e entalhes de vários tipos. Qualquer descontinuidade na geometria de uma peça ou máquina, já altera a distribuição de tensão, nas quais as equações de tensão elementares não descrevem o estado de tensão.

Nota-se na Figura 2.14 que as trajetórias de tensão estão uniformes em todos os lugares, com exceção nas proximidades do furo. A concentração de tensão é um efeito altamente localizado.

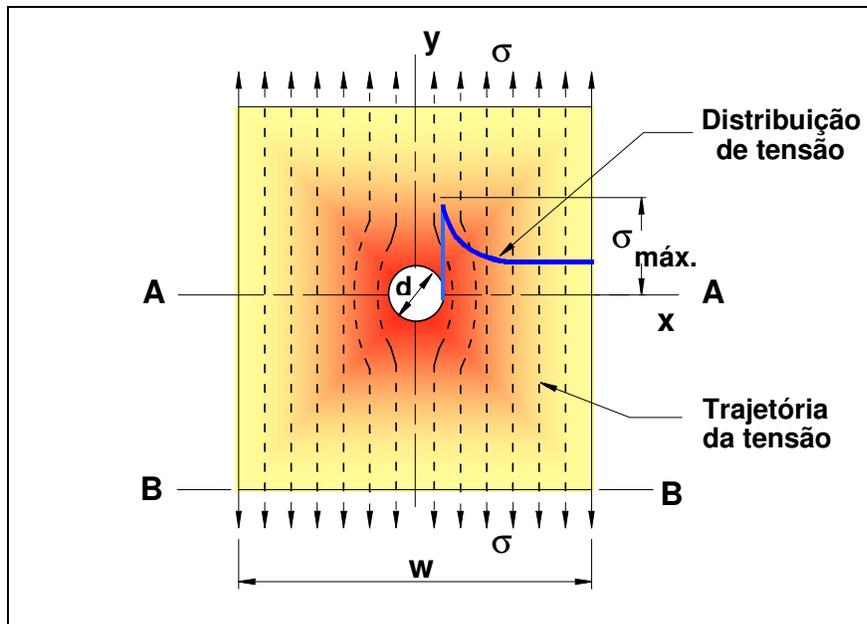


Figura 2.14 – Diagrama de tensão em uma chapa com um furo (Shigley et al., 2004).

Uma descontinuidade geométrica em um corpo, como um furo ou entalhe resulta-se numa distribuição de tensões não uniforme nas proximidades da descontinuidade. Numa região próxima à descontinuidade a tensão será maior do que a tensão média em pontos mais distantes da descontinuidade. Assim uma concentração de tensão ocorre na descontinuidade ou concentrador de tensão.

As tensões nestas regiões podem em alguns casos ser analisadas aplicando a teoria de elasticidade. É mais habitual confiar em técnicas experimentais, por exemplo, métodos de fotoelasticidade. O método de elementos finitos é também muito eficiente para este propósito, (Urugal; Fenster, 1987).

A concentração de tensão é expressa por um fator de concentração de tensão K_t . Geralmente K_t descreve-se como a razão da tensão máxima pela tensão nominal (equação (2.59)), baseada na seção resistente líquida embora alguns autores utilizem um valor de tensão nominal baseada em toda a seção reta do componente numa região na qual não exista um concentrador de tensão, (Dieter, 1981; Shigley et al., 2004).

$$K_t = \frac{\sigma_{max.}}{\sigma_{nom.}} \quad (2.59)$$

na qual o K_t , é o fator de concentração de tensão (adimensional), $\sigma_{max.}$ é a tensão máxima (em MPa) e $\sigma_{nom.}$ é a tensão nominal (em MPa).

A dimensão da descontinuidade da geometria tem um efeito significativo ao redor da distribuição de tensão (Figura 2.15).

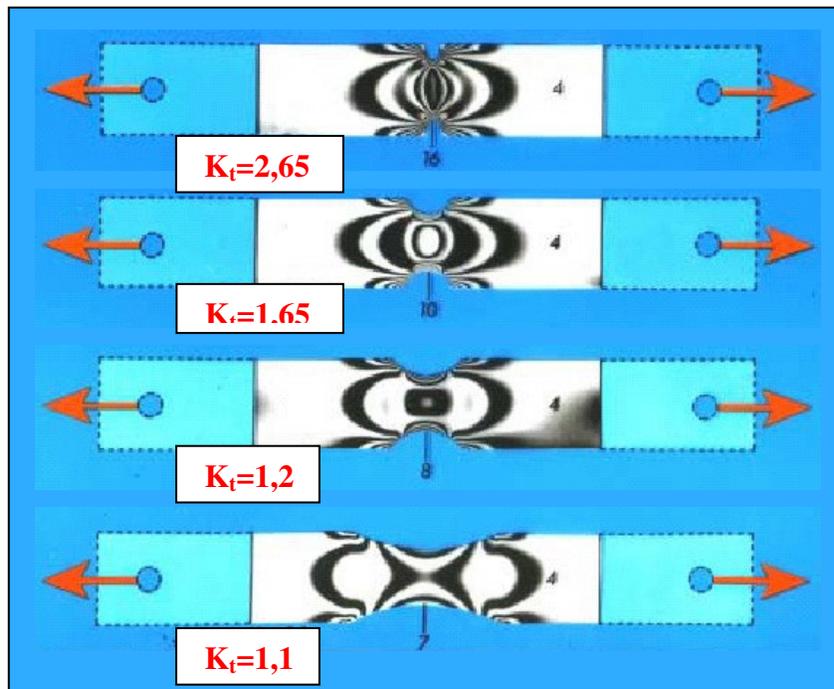


Figura 2.15 – Efeito da dimensão do concentrador de tensão (Martin, 2002).

2.10.1 Métodos para determinar a tensão em um corpo

a) Fotoelasticidade

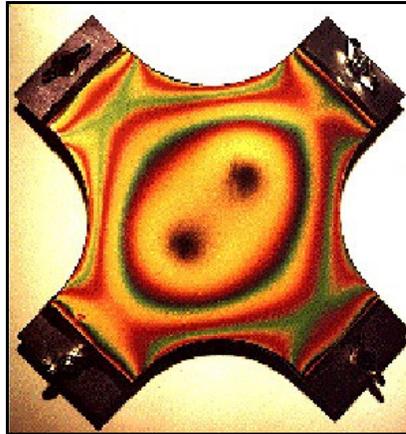


Figura 2.16 – Exemplo de fotoelasticidade (Martin, 2002).

A fotoelasticidade (Figura 2.16) é um método visual para visualização do campo de distribuição de tensão em um material fotoelástico.

Quando um material fotoelástico é tensionado e visto com um polariscópio (Figura 2.17), padrões coloridos distintivos são visto. As interpretações destes padrões revelam toda a distribuição de tensão do corpo (Timoshenko, 1970).

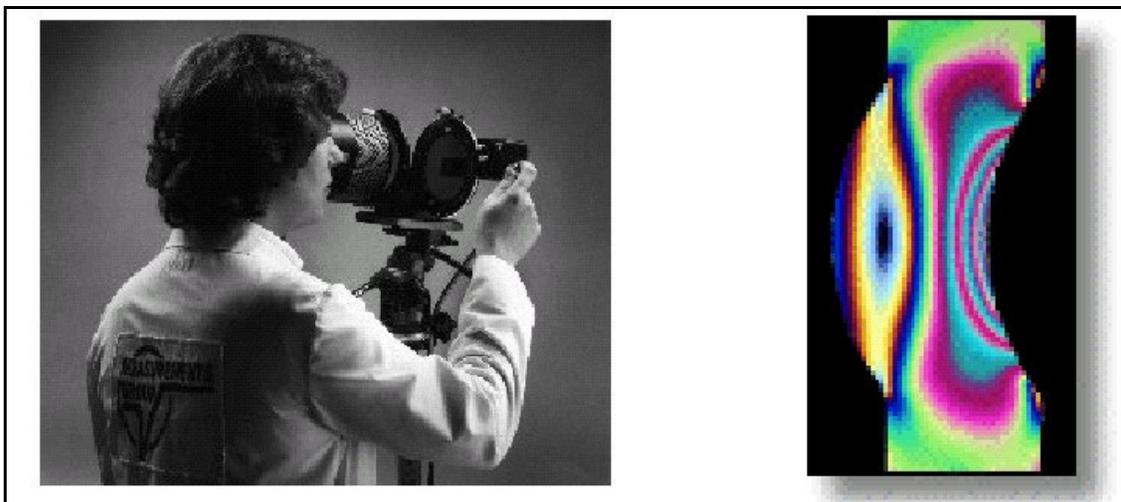


Figura 2.17 – Fotoelasticidade (Martin, 2002).

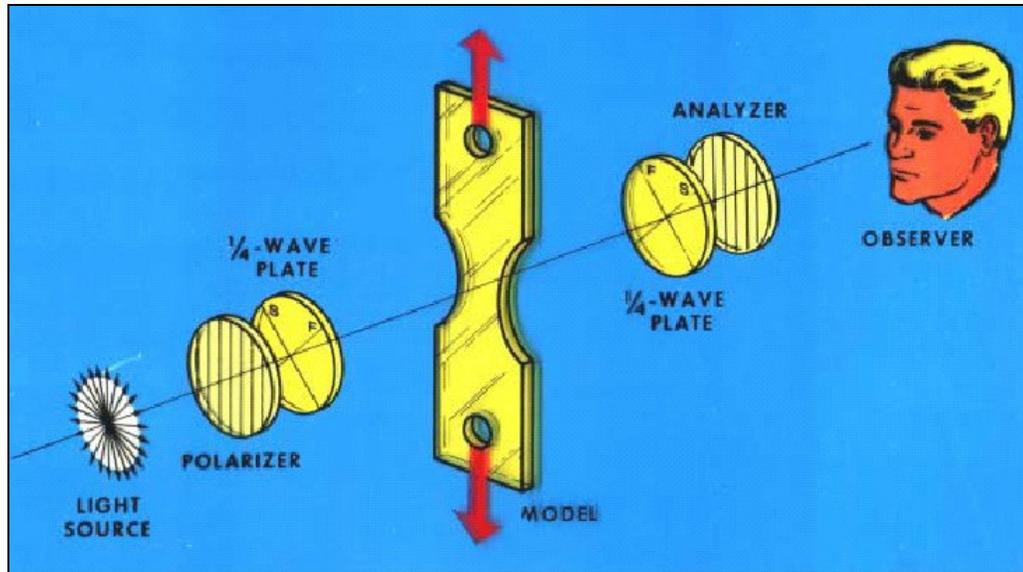


Figura 2.18 – Componentes de um Polariscópio (Martin, 2002).

b) Radiometria Termoelástica

Quando os materiais são tensionados ocorre uma mudança no espaçamento atômico criando diferenças de temperatura no componente. Com o auxílio de máquinas fotográficas com sensores de temperatura e por meio de fotos especiais exibem-se o campo de tensão (Figura 2.19) (Martin, 2002).

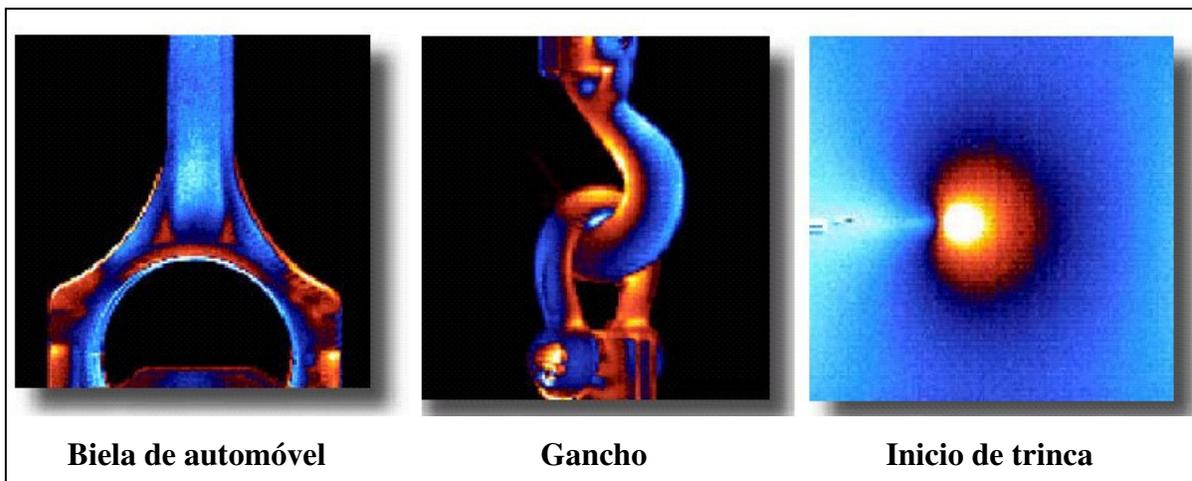


Figura 2.19 – Exemplo de fotos de componentes utilizando Radiometria Termoelástica (Martin, 2002).

c) Método dos Elementos Finitos

Atualmente motivados pela forte concorrência industrial os fabricantes de máquinas e equipamentos vêm buscando soluções cada vez mais otimizadas com o intuito de reduzir custos aumentando segurança, conforto e desempenho.

Dentre muitas ferramentas disponíveis para o cálculo e análise de estruturas mecânicas o Método dos Elementos Finitos destaca-se como sendo uma ferramenta de uso geral, eficaz e de alto desempenho.

Embora o “Método dos Elementos Finitos” seja assunto complexo, vários autores têm se arriscado em sua definição e de acordo com suas especialidades podem-se encontrar diferentes definições. Pode-se adotar uma descrição mais genérica que enfatiza o aspecto computacional do método, a qual é dada por Cook (1981):

"O Método dos Elementos Finitos é um procedimento numérico para análise de estruturas e meios contínuos".

Por outro lado pode-se enfatizar o aspecto matemático dando-lhe a seguinte definição Cook (1981):

"O Método dos Elementos Finitos é uma técnica utilizada para a obtenção de soluções aproximadas de equações diferenciais"

De uma forma global o Método dos Elementos Finitos foi criado com o objetivo de se resolver os problemas de mecânica que não admitem soluções fechadas (de forma analítica). Ele é baseado em aproximações do tipo polinomial nodal em subdomínios, o que implica em processos de discretização dos domínios, que podem ter geometrias irregulares arbitrárias.

Remontam a 1906 os primeiros princípios que posteriormente seriam consolidados no Método dos Elementos Finitos. Nesta época os pesquisadores propuseram um mecanismo de modelagem contínuo para um modelo de barras elásticas de tal forma que os deslocamentos nos nós representassem uma aproximação para os deslocamentos, (Pavanelo, 1997).

Estima-se que Courant foi o primeiro a propor o método dos elementos finitos como é conhecido hoje. Em 1943 foi publicado um trabalho matemático no qual ele usou o princípio da energia potencial estacionária e a interpolação polinomial por partes sobre sub-regiões triangulares para estudar o problema de torção de Saint-Venant, (Pavanelo, 1997). O trabalho de Courant foi ignorado até que engenheiros tivessem independentemente desenvolvido o método de Courant.

Um valor prático e baixo foi atribuído a estes trabalhos naquela época, pois não havia computadores capazes de generalizar e resolver grandes conjuntos de equações algébricas simultâneas. Assim, não é acidentalmente que o desenvolvimento dos elementos finitos coincida com o maior avanço dos computadores digitais e linguagens de programação. Em 1953, engenheiros já haviam escrito equações de rigidez em forma matricial resolvendo-as em computadores, (Pavanelo, 1997). As maiores partes desses trabalhos foram utilizados na indústria aeroespacial (na época um problema grande tinha 100 graus de liberdade [GDL]). Também neste ano, na Companhia de Aviação Boeing, Turner sugeriu que elementos planos triangulares fossem usados para modelar a fuselagem de aeronaves. Este trabalho foi publicado quase simultaneamente a um trabalho similar publicado por Argyris e Kelsey na Inglaterra, que marcou o início da expansão do uso dos elementos finitos.

O nome elemento finito foi consolidado em 1960 por Clough. O valor prático do método era óbvio. Novos elementos para aplicação em análise de tensão foram desenvolvidos, muitas vezes, por intuição e argumentação física. O método ganha credibilidade em 1963, quando foi reconhecido como tendo uma forte base matemática: pôde-se considerá-lo como solução de um problema variacional por minimização de um funcional. Então, o método foi sendo aplicado em todos os problemas em que se podia obter uma forma variacional. Artigos sobre aplicações de elementos finitos a problemas de condução de calor aparecem em 1965.

Um grande número de programas de elementos finitos em computadores emergiu no final das décadas de 60 e 70. Exemplos incluem ANSYS, ASKA, ABAQUS e NASTRAN. Cada um desses programas inclui diversos tipos de elementos com potencial para análise estática, dinâmica e transferência de calor. Capacidades adicionais podem ser citadas, como a presença de pré-processadores (para os dados de entrada) e pós-processadores (para avaliação dos resultados). Esses processadores tornam-se fácil, rápida e barata a análise em elementos finitos.

Para se ter uma idéia do aumento do interesse neste campo de estudo basta dizer que, em 1961, dez artigos sobre elementos finitos foram publicados, 134 em 1966, 844 em 1971. Em 1976, duas décadas após o início das aplicações em engenharia, o total acumulado de publicações sobre elementos finitos havia excedido 7000, sendo que em 1986 o total era de aproximadamente 20000, (Pavanelo, 1997).

2.11 Ferro fundido

a) Definição

O termo ferro fundido representa uma grande família de ligas ferrosas, na qual a nomenclatura ou designação varia de acordo com a região ou país de origem.

Stefanescu (1998) considera que ferros fundidos são ligas a base de ferro e carbono que solidificam com reações eutéticas e geralmente contém quantidades consideráveis de Si, Mn, P, S com traços de Ti, Sb, Sn e vários outros elementos de liga.

Dependendo do potencial de nucleação do líquido, que é função da composição química, taxa de resfriamento e tratamento do banho, o ferro fundido solidifica-se de acordo com o sistema termodinâmico metaestável Fe-Fe₃C ou sistema estável Fe-Grafita.

As propriedades destes produtos variam-se consideravelmente alterando-se a relação carbono-silício, adicionando-se elementos de liga metálicos e não-metálicos e variando-se seu processamento realizando-se tratamentos térmicos posteriores à solidificação.

Historicamente as primeiras classificações dos ferros fundidos foram baseadas em seu aspecto de fratura. Ferros fundidos brancos e cinzentos receberam estas designações devido ao aspecto da superfície de suas fraturas, clara e cristalina ou acinzentado com pequenas facetas respectivamente.

Com o advento da metalografia e também maior grau de entendimento metalúrgico, outras classificações surgiram baseadas em seus aspectos microestruturais, como formas da grafita e matriz metálica além de continuar a denominar por seus aspectos de fratura e propriedades. O ferro fundido dúctil recebeu este nome devido a sua apreciável ductilidade no estado bruto de

fundição e o maleável, a princípio, é fundido como o branco e por meio de tratamento térmico diminui sua fragilização (Chiaverini, 1984).

Outra classificação, conforme Tabela 2.1, bastante utilizada pelos metalurgistas no Brasil foi compilada por Souza Santos e Castelo Branco (1991):

Tabela 2.1: Classificação usualmente utilizada no Brasil para ferros fundidos comerciais.

Tipo de ferro fundido	Microestrutura típica	Comentários
Branco	Todo carbono presente na liga encontra-se na forma de cementita ou outros carbonetos metálicos.	A seqüência de solidificação e a microestrutura desses materiais podem ser interpretadas pelo diagrama de equilíbrio metaestável (Fe-Fe ₃ C), com as modificações necessárias em virtude da presença de outros elementos de liga.
Cinzento	As fases formadas na solidificação são austenita e grafita, conforme diagrama de equilíbrio estável, ma qual se obtém grafita em forma de veios.	Distinguem-se os teores de carbono grafitico e carbono combinado, cuja soma fornece o teor total de carbono desses ferros fundidos.
Mesclado	Quando a solidificação resulta na formação de regiões de ferro fundido branco e cinzento.	A região com ferro fundido cinzento se solidificou conforme o sistema estável (austenita-grafita) e a região com ferro fundido branco segundo o metaestável (austenita-carboneto).
Nodular	A grafita se apresenta na forma de nódulos no estado bruto de fusão.	Esta forma é decorrência da adição de certos elementos químicos ou condições particulares de fabricação, que modificam a forma de crescimento da grafita, não se obtendo grafita em veios como nos ferros fundidos cinzentos.
Maleável	Solidificam como nos ferros fundidos brancos, sendo posteriormente submetidas a um tratamento térmico (maleabilização), na qual a cementita se decompõe em grafita e austenita.	Recebem, também a designação de ferros maleáveis de núcleo preto ou americano e ferro maleável de núcleo branco ou europeu.
Vermicular	Obtém-se, no estado bruto de fusão, através da adição de elementos de liga, a chamada grafita vermicular.	Esta morfologia é um produto intermediário entre a grafita em veios e a nodular.

Visto que a descrição do aspecto geométrico da grafita na forma escrita é complicada e sujeita as distintas interpretações. É mais prático apresentá-la com imagens, como na Figura 2.20, retiradas do artigo escrito por Marquard et al. (1998), na qual se mostram alguns exemplos das principais morfologias de grafita encontradas nos ferros fundidos com grafita, na qual se removeu a matriz metálica por processos químicos revelando sua forma tridimensional.

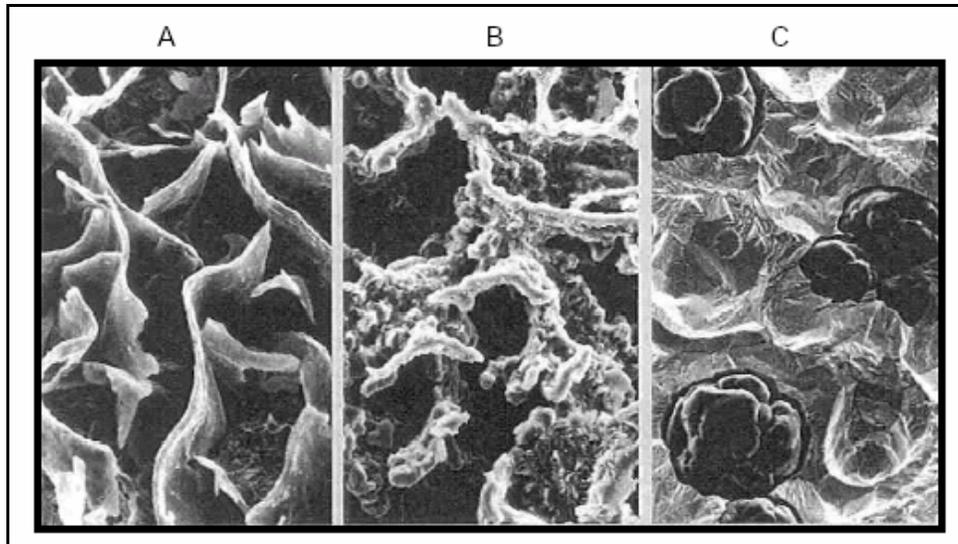


Figura 2.20 –Exemplos de morfologia típica da grafita encontrada em ferros fundidos. *A* (cinzento), *B* (vermicular) e *C* (nodular). Imagens geradas por *MEV* após ataque químico profundo, Marquard et al (1998).

Nota-se, na Figura 2.20, que a estrutura da grafita na imagem *A* aproxima-se a uma geometria em forma de placas onduladas, enquanto que a grafita na imagem *B* mostra-se placas onduladas mais curtas e com as extremidades arredondadas. Na imagem *C* revela-se uma grafita em forma esférica ou em nódulos.

b) Ferro fundido cinzento

Em plena época de avanços dos novos materiais, os ferros fundidos cinzentos continuam sendo uma das ligas mais utilizadas, pois se apresentam várias características não encontradas em outros materiais além de custos competitivos.

O ferro fundido cinzento é um dos materiais de melhor fundibilidade e apresenta uma das mais baixas temperaturas de fusão dentre as ligas ferrosas. Sua contração na passagem líquida para sólido é baixa favorecendo a obtenção de peças sem defeitos internos. Para a maioria das aplicações pode-se utilizar no estado bruto de solidificação.

Nesta classe de produtos o carbono que excede a solubilidade da austenita precipita-se sob a forma de veios (lamelas ou placas). Segundo White (1998) ferros fundidos cinzentos

apresentam-se geralmente 2,5 a 4% de C, 1 a 3% de Si e adições de Mn dependendo da microestrutura desejada (0,1% em ferríticos e acima de 1,2% em perlíticos). Enxofre e fósforo geralmente estão presentes em pequenas quantidades como impurezas.

c) Classificação

As especificações dos ferros fundidos cinzentos baseiam-se em suas propriedades mecânicas à tração medidas em corpos de prova padronizados, na qual se indica normalmente os valores mínimos do limite de resistência.

Uma simples e conveniente classificação destes produtos pode-se encontrar na ASTM A 48, que correlaciona os tipos com sua resistência à tração. Já a SAE J431c descrevem-se especificações mais específicas e detalhadas para emprego na indústria automobilística e a DIN EN 1561 apresenta-se uma compilação da maioria das características mecânicas e físicas deste material.

White (1998) assume que dentro das classes 20 a 60 (ASTM A 48) as seguintes propriedades aumentam com o aumento do nível da classe: a resistência mecânica, inclusive em temperaturas elevadas, acabamento superficial após usinagem, módulo de elasticidade e resistência ao desgaste. Por outro lado, as seguintes propriedades decrescem: usinabilidade, resistência ao choque térmico, capacidade de amortecimento e preenchimento de seções finas.

d) Microestrutura

As fases resultantes da reação eutética de ferros fundidos cinzentos são austenita e grafita, as quais se constituem um caso de eutético do tipo facetado (grafita) e não facetado (austenita), na qual a austenita apresenta menores dificuldades de nucleação e crescimento do que a face facetada Moore (1973). Assim, a fase grafita é determinante no super-resfriamento para nucleação e crescimento do eutético ocupando-se um volume na peça entre 10 a 17%.

Devido à importância da grafita nesta classe de material e a grande variedade de fases eventualmente presentes nos ferros fundidos cinzentos, neste tópico será dada ênfase somente ao aspecto metalúrgico da grafita.

É razoável admitir que a nucleação da grafita homogênea no líquido seja improvável, pois o super-resfriamento é muito maior que o necessário para a nucleação heterogênea em alguma partícula ou substrato. Conforme investigado por Patterson e Amam (1959) superesfriamentos se encontram entre 1 a 10°C para nucleação heterogênea contra 230°C para homogênea.

A grafita dos ferros fundidos cinzentos apresenta-se um reticulado cristalino tipo hexagonal compacto. A Figura 2.29 adaptada por Minkoff (1983) mostra que existem duas direções possíveis para o crescimento, que são as direções A e C; no caso do crescimento em placas o empilhamento será pelas faces prismáticas.

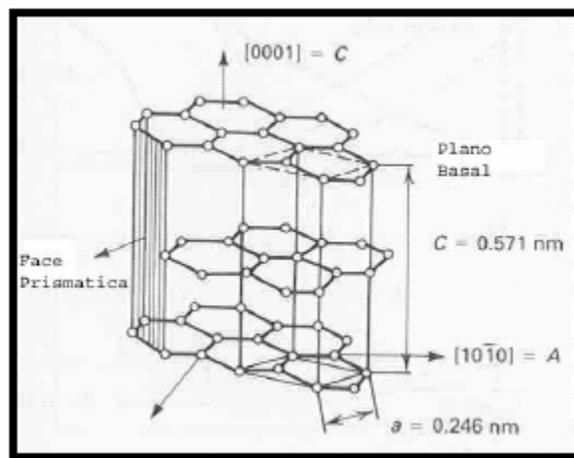
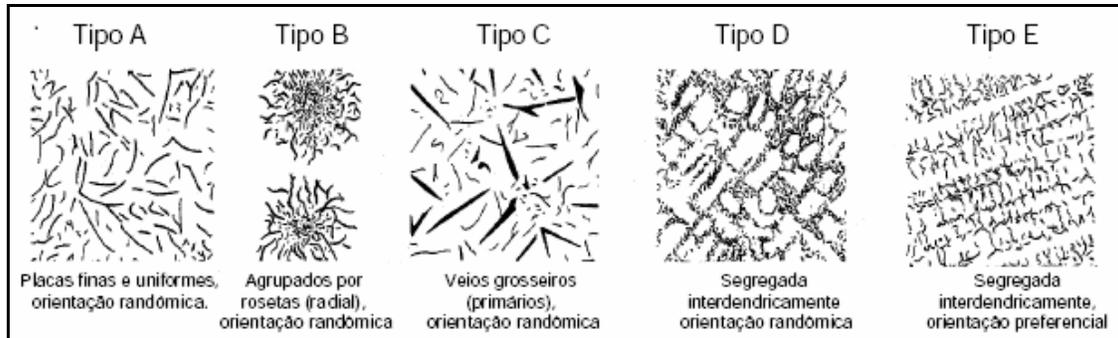


Figura 2.21 – Estrutura hexagonal da grafita; as linhas mais grossas representam a célula unitária, adaptada por Minkoff (1983).

A morfologia em placas da grafita é a forma de crescimento “natural” nesta classe de materiais. Normas como DIN EN ISO 945 ou a ASTM A 247 apresenta-se abordagem semelhante a este assunto subdividindo-se a morfologia da grafita em cinco tipos conforme Tabela 2.2.

Tabela 2.2: Tipos (distribuições) de grafita em ferros fundidos cinzentos conforme norma ASTM A 247. Deve-se utilizar com um aumento de 100X. O aumento utilizado nesta reprodução é apenas ilustrativo.



Conforme se verifica no artigo de Subramaniam et al. (1983) o crescimento pelo plano prismático necessita-se menor super-resfriamento em relação ao plano basal (formação da grafita nodular), no qual é recomendado que a sua formação ocorra com o menor super-resfriamento possível visando-se à obtenção de grafita tipo A, as quais normalmente estão associadas às matrizes perlíticas, diferentemente das grafitas tipo B, D ou E, às quais normalmente estão associadas às matrizes ferríticas de menor resistência mecânica.

A Figura 2.22 retirada do ASM Handbook (1998) mostra-se o aspecto tridimensional das grafitas tipo A, B, D e E, em vários aumentos, na qual se utilizou a técnica de ataque químico profundo visualizada em MEV.

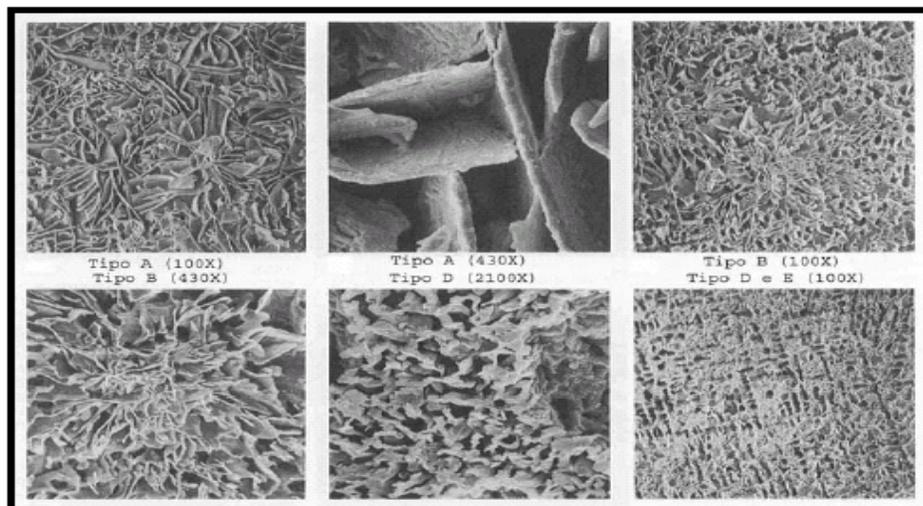


Figura 2.22 - Imagens do *MEV* ilustrando as diversas morfologias da grafita presente nos ferros fundidos cinzentos, ASM Handbook (1998).

Utiliza-se a técnica de inoculação na produção de ferros fundidos cinzentos como forma de controlar o super-resfriamento do eutético e, portanto o tipo de grafita formada potencializando-se a nucleação da grafita e evitando-se o super-resfriamento excessivo. Com isso limita-se o grau de ramificação da grafita facilitando a formação de grafita tipo A, Walton (1981).

e) Correlação entre microestrutura e propriedades

As propriedades mecânicas dos ferros fundidos condicionam-se à estrutura final obtida, isto é, dependem da matriz metálica, da morfologia e quantidade de grafita e ainda do tamanho e distribuição das células eutéticas, que por sua vez são determinadas durante a solidificação pela ação combinada dos efeitos de composição, velocidade de resfriamento, nucleação e da velocidade de crescimento das células eutéticas.

Assim, em ferros fundidos cinzentos, quando a grafita é do tipo A existem condições mais favoráveis para a obtenção de matrizes perlíticas, pois a distância de difusão do carbono torna-se maior. Segundo Pohl (1974) apud Souza Santos e Castelo Branco (1991) o aumento da resistência mecânica e da tenacidade à fratura é mais pronunciado quando os veios do tipo A são menores, em virtude da diminuição do efeito de entalhe da grafita.

Conforme Pieske et al. (1985), matrizes ferríticas tendem-se a aparecer associadas à grafita tipos D e E, em decorrência da pequena distância para a difusão do carbono. Neste caso, a ferrita é a principal responsável pelo decréscimo de resistência, pois em materiais com grafita tipo D o efeito de entalhe é diminuído, o que tende no geral, melhorar as propriedades mecânicas. A grafita do tipo E, apesar de não contribuir para o aumento da resistência da seção devido à sua orientação está geralmente, associada à grande quantidade de dendritas de austenita entrelaçadas. O efeito conjunto obtido possibilita uma menor diminuição das propriedades mecânicas.

Deve-se ressaltar ainda que a resistência da ferrita está relacionada ao tipo e quantidade de elementos de liga que se encontra em solução sólida neste microconstituente.

Quando a grafita é do tipo B pode-se ter ferrita no interior das rosetas de grafita, devido à natureza da interação entre a grafita e austenita ocasionando pontos moles na estrutura. Além disto, a tendência à orientação radial dos veios é prejudicial à resistência da seção.

Quando a quantidade de grafita presente na microestrutura é maior ocorre geralmente uma diminuição da resistência dos ferros fundidos cinzentos devido ao efeito de entalhe ainda mais pronunciado, pois os veios de grafita tornam-se mais longos.

Além disso, deve-se atentar para o fato de que o próprio aumento da quantidade de grafita presente na microestrutura tem o efeito de diminuir a resistência mecânica, visto que, esta fase possui menor resistência mecânica que a matriz metálica.

O efeito das células eutéicas é semelhante ao do tamanho de grão nos aços. Quanto maior o número de células eutéicas, maiores tendem a ser a resistência mecânica e a tenacidade, pois células menores e em maior número estão associados aos veios de grafita menores e melhor distribuição das impurezas no contorno das células. Convém salientar que estes aspectos são válidos quando o aumento do número de células é obtido por inoculação, pois quando é causado por super-resfriamento na solidificação o efeito pode ser oposto.

As matrizes perlíticas proporcionam maior resistência mecânica à seção considerada; por outro lado, maior ductilidade e menor dureza quando a matriz é ferrítica. Pode-se obter matrizes ferrítico-perlítica para as quais as propriedades têm valores intermediários.

A obtenção dessas matrizes durante a reação eutetóide é função da velocidade de resfriamento da peça (espessura da seção e extração de calor pelo molde), da quantidade e distribuição da grafita e da composição química do material.

Para a previsão de microestruturas o uso de diagramas ternários é relativamente complexo, para fins práticos utiliza-se o carbono equivalente (CE).

Apesar de ser possível compreender a solidificação dos ferros fundidos por meio do diagrama de equilíbrio Fe-C.E., as transformações que ocorrem no estado sólido são mais bem visualizadas, estudando-se o resfriamento dessas ligas segundo as seções binárias Fe-C do diagrama ternário Fe-C-Si.

Os elementos de liga alteram-se as condições de equilíbrio entre as fases considerando-se a influência do silício mais importante, pois geralmente este é o elemento de liga em maior quantidade, depois do carbono nos ferros fundidos.

f) Composição química base

A composição química base, isto é, os teores dos elementos que estão presentes nos ferros fundidos cinzentos comerciais, também afetam a microestrutura destas ligas e conseqüentemente suas propriedades. Os elementos normalmente presentes nos ferros fundidos são: carbono, silício, enxofre, fósforo e manganês.

O carbono e o silício influem na resistência mecânica, basicamente por seus efeitos nas quantidades de grafita presente na microestrutura e de austenita proeutetóide eventualmente formada, que alteram a matriz metálica obtida. Além disto exercem influência no poder grafitizante do banho metálico. A tendência à formação de carbonetos eutéticos diminui com o aumento dos teores desses elementos.

Quando o carbono equivalente aumenta, o limite de resistência à tração e a dureza diminuem.

Conforme demonstrado na Figura 2.23 por Bishop (1955) apud Souza Santos e Castelo Branco (1991) apresenta-se a relação entre o carbono equivalente e o limite de resistência à tração para ferros fundidos submetidos a mesmas condições de resfriamento.

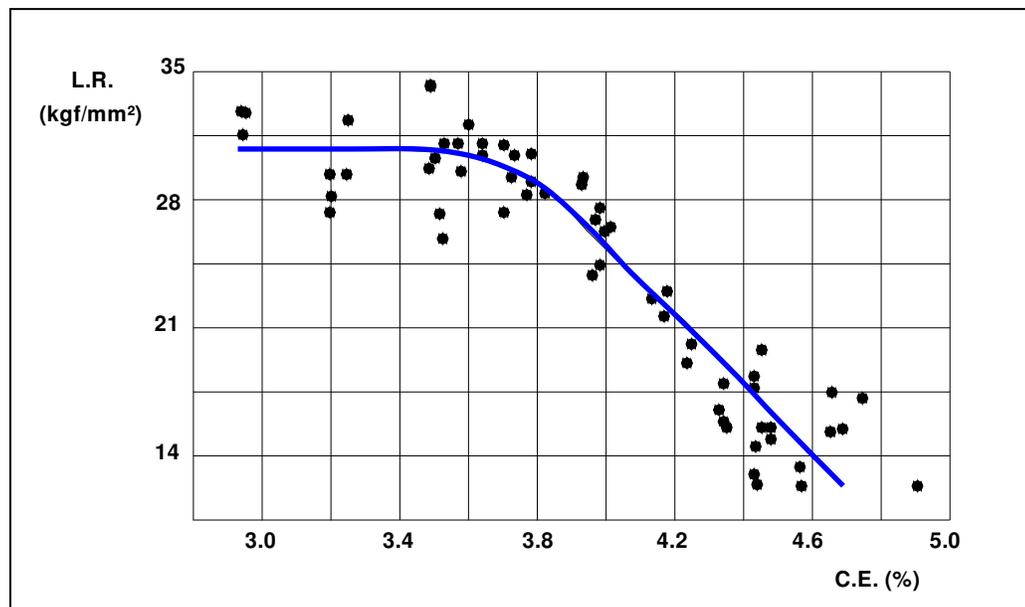


Figura 2.23- Variação do limite de resistência à tração com o carbono equivalente em ferros fundidos cinzentos, Bishop (1955).

Quando a liga é hipereutética, a resistência dos ferros fundidos cinzentos é muito baixa, devido à grande quantidade de grafita predominantemente do tipo C na estrutura. No entanto, estes materiais apresentam-se elevadas resistências ao choque térmico e amortecimento de vibrações, segundo Pieske et al. (1985) observa-se maior dificuldade para se obter superfícies lisas na usinagem.

Segundo Souza Santos e Castelo Branco (1991) o enxofre, quando em baixos teores, de 0,04 a 0,12%, favorece a obtenção da grafita tipo A podendo promover a formação de matriz perlítica. Entretanto, em altos teores, acima de 0,2%, aumenta-se a tendência à formação de ferro fundido branco diminuindo-se a resistência à tração quando ocorre a formação de sulfeto de ferro. Evidentemente, quando em presença de carbonetos eutéticos, em virtude de elevados teores de enxofre, a dureza aumenta.

O fósforo é encontrado geralmente em porcentagens inferiores a 0,2%. Todavia, os teores desse elemento devem-se manter abaixo de 0,15%, para evitar a formação de steadita. Jeffery (1954) sugeriu que este elemento engrossaria a perlita diminuindo-se a resistência mecânica da matriz; no entanto teores de fósforo acima de 0,6%, Riley (1960) utiliza-se quando se necessitam alta fluidez e propriedades mecânicas não críticas.

O manganês promove a formação de perlita aumentando-se as propriedades mecânicas, porém se for muito elevado pode haver formação de carbonetos eutéticos na solidificação. Também se apresenta o efeito de neutralização do enxofre, pela formação de sulfeto de manganês ao invés de sulfeto de ferro.

g) Elementos de liga

Adições de elementos de liga com o Cu, Cr, Mo, Nb, Ti e Sn facilitam-se obter ferros fundidos cinzentos de alta qualidade, pois além de permitir a obtenção de altas resistências com carbono equivalente mais elevado favorecem a reprodutibilidade e tornam estruturas e propriedades menos sensíveis a variação da espessura; porém é possível obter esta característica

sem adição destes elementos, mesmo em produções seriadas, por um controle rigoroso da composição e da técnica de processamento.

Os ferros fundidos com alto CE, além de apresentarem menor tendência à formação de carbonetos eutéticos e de grafita de super-resfriamento, tipos D e E são menos susceptíveis ao surgimento de porosidades, conforme demonstrado por Souza Santos et al. (1977), quando comparados aos ferros fundidos cinzentos de menor grau de saturação ou menor CE.

Os elementos de liga, usualmente utilizados em ferros fundidos podem atuar como grafitizantes, como é o caso do silício, alumínio, níquel e cobre, ou podem promover a formação de carbonetos eutéticos, como o tungstênio, molibdênio, vanádio e cromo.

A ação da maioria desses elementos baseia-se no aumento da quantidade de perlita na estrutura e diminuição do espaçamento interlamelar deste microconstituente, ou seja, a obtenção de perlita mais fina (Chiaverini, 1984).

2.12 Princípios básicos de planejamento e análises de experimentos

O planejamento de experimentos tem como objetivo a determinação do número ideal de experimentos que leve à obtenção de resultados com um dado grau de confiabilidade. O planejamento experimental, também denominado delineamento experimental representa-se um conjunto de ensaios estabelecido com critérios científicos e estatísticos, com o objetivo de determinar a influência de diversas variáveis nos resultados de um dado sistema ou processo (Button, 2002).

Esse objetivo maior pode ser dividido em outros objetivos de acordo com o propósito dos ensaios:

- a) Determinar quais variáveis são mais influentes nos resultados;
- b) Atribuir valores às variáveis influentes de modo a otimizar os resultados;
- c) Atribuir valores às variáveis influentes de modo a minimizar a variabilidade dos resultados;
- d) Atribuir valores às variáveis influentes de modo a minimizar a influência de variáveis incontroláveis.

Coleman et al. (1993), Montgomery (1991) e Steinberg et al. (1984) sugerem que as soluções dos problemas podem ser alcançadas mais facilmente quando os experimentos são planejados e analisadas as respostas mediante o auxílio de métodos ou técnicas estatísticas.

Montgomery (1991) faz algumas recomendações sobre o uso de métodos estatísticos para o planejamento experimental:

- a) O conhecimento técnico específico, não estatístico sobre o problema deve ser usado;
- b) O delineamento experimental deve ser o mais simples possível;
- c) Reconhecer a diferença entre o que é significativo estatisticamente e o que é significativo na prática seja industrial ou de pesquisa;
- d) Reconhecer que a experimentação é um processo iterativo.

Dentre os planejamentos existentes, os que mais se destacam são: Planejamento totalmente aleatorizado, Planejamento aleatorizado por blocos, Planejamento aleatorizado por níveis, Planejamento por níveis completo aleatorizado por blocos, Planejamento por níveis incompleto aleatorizado por blocos, Planejamento quadrado latino, Planejamento quadrado greco-latino, Planejamento fatorial fracionado, Planejamento Ortogonal e Planejamento fatorial completo.

2.12.1 Planejamento totalmente aleatorizado

Nesse planejamento, os resultados são obtidos a partir de ensaios realizados de forma aleatória, sem a definição exata de uma variável de influência, ou de seus limites de análise.

Como exemplo, pode-se citar a análise do peso médio (ou da idade média) de uma população a partir de informações obtidas numa amostragem aleatória. Nesse tipo de planejamento pode-se verificar se a média ou a variância de uma população é igual a um dado valor, ou comparar as médias e variâncias de duas populações distintas (Button, 2002).

2.12.2 Análise de variância

A análise de variância (ANOVA) é uma ferramenta útil que ajuda o usuário a identificar os motivos das variações de uma ou mais origens potenciais, algumas vezes referidas como tratamento de fatores. Este método é amplamente utilizado na indústria para ajudar na identificação das origens de potenciais problemas no processo de produção e para identificar a variação nos valores das medidas, devido a variações entre vários processos de manufatura, ou a falta deles. O método ANOVA de via única é uma análise que requer múltiplos experimentos ou leituras, para serem colhidas de uma origem que contenha duas ou mais diferentes entradas ou conjunto de dados. O objetivo desta comparação é determinar se a proporção da variabilidade dos dados é esperada para diferentes níveis de tratamentos ou fatores ao contrário da variabilidade devida a erros aleatórios.

O modelo busca o tratamento dos dados em níveis especificados e envolve a verificação da hipótese (H_0) nula, equação (2.60).

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_a \quad (2.60)$$

Na qual μ_i representa o nível médio para cada um dos a níveis. Rejeitar a hipótese nula significa que a variação dos resultados é devido à variação entre os níveis de tratamento e não devido a erros aleatórios. Se a hipótese nula é rejeitada há uma diferença significativa (α) nos resultados dos diferentes níveis.

Um teste de hipóteses consiste na definição de declarações (hipóteses) sobre os parâmetros de uma distribuição de probabilidade.

Por exemplo, sejam μ_1 e μ_2 médias de duas amostras distintas. As seguintes declarações são hipóteses possíveis:

H_0 : $\mu_1 = \mu_2$ (também definida como hipótese nula);

H_1 : $\mu_1 \neq \mu_2$ (também definida como hipótese alternativa).

Os resultados da ANOVA geralmente são apresentados em uma tabela, conforme Tabela 2.3. Os resultados representam a análise dos experimentos. As colunas dessa tabela

apresentam as fontes de variação, os graus de liberdade, a soma dos quadrados, os quadrados médios e a estatística do teste F_0 e p que será abordado a seguir.

Tabela 2.3:Análise de variância (ANOVA) – STATCAMP (2006)

Fonte de Variação	Graus de Liberdade	Soma dos Quadrados	Quadrados Médios	Estatística F	P
Fator A	$a - 1$	SQ_A	QM_A	$F_A = QM_A / QM_E$	$P (F > F_A)$
Fator B	$b - 1$	SQ_B	QM_B	$F_B = QM_B / QM_E$	$P (F > F_B)$
Interação ($A \times B$)	$(a - 1) (b - 1)$	SQ_{AB}	QM_{AB}	$F_{AB} = QM_{AB} / QM_E$	$P (F > F_{AB})$
Erro	$a b (r-1)$	SQ_E	QM_E		
Total	$a b (r-1)$	SQ_T			

Os parâmetros que possuem razão F_0 maior que a estatística F crítica são os fatores que exercem influência sobre o valor da média de resultados. A estatística F , que segue uma distribuição com ν_1 (numerador) e ν_2 (denominador) graus de liberdade, para um dado nível de significância α são retiradas das tabelas apresentadas por alguns autores, como exemplo Montgomery (1991).

Os fatores que possuam F_0 menor que a F crítica não causam efeitos significativos sobre a média, portanto, a hipótese nula é verdadeira.

Vale ressaltar que o quadro ANOVA é facilmente construído com softwares estatísticos, como MINITAB, STATISTICA e EXCEL. Além dessa vantagem, na maioria dos programas está incluído o valor “ p ”, como mostrado na Tabela 2.3. Esse valor corresponde à área sob a qual a estatística F é calculada. Com esse parâmetro estatístico é possível concluir sobre as hipóteses nulas sem precisar recorrer a uma tabela de valores críticos da distribuição F , ou seja, se o valor p for menor que o nível de significância escolhido α , a hipótese nula é rejeitada.

2.13 Princípios básicos de confiabilidade

Confiabilidade no conceito genérico pode-se definir como a probabilidade de um sistema ou um produto executar sua função de maneira satisfatória dentro de um intervalo de tempo e operando conforme certas condições.

O fator de probabilidade está relacionado ao número de vezes que o sistema opera adequadamente. Uma probabilidade de 95% por exemplo, significa na média que o sistema opera adequadamente em 95 vezes das 100 vezes que executou a função.

De acordo com a British Standard (BS 4778), confiabilidade é a capacidade de um item desempenhar satisfatoriamente a função requerida, sob condições de operação estabelecidas por um período de tempo determinado.

Com base no manual APQP (Advanced Product Quality Planning and Control Plan), desenvolvido em conjunto pelas empresas Chrysler, Ford e General Motors, têm outra definição para confiabilidade, qual seja a “probabilidade de que um item continuará a funcionar de acordo com os níveis de expectativa do usuário a um ponto mensurável, sob um ambiente específico e nas condições cíclicas determinadas.”

O conceito de performance satisfatória utilizada nas definições de confiabilidade está relacionado à combinação dos fatores qualitativos e quantitativos que definem a função de sistemas por meio de seus requisitos. Podendo ser aplicado a qualquer tipo de sistema, seja ele um serviço, um simples componente, um eletrodoméstico utilizado por uma dona de casa, etc.

O elemento tempo é muito significativo, porque ele representa a média em relação à qual o sistema é avaliado (Scapin, 1999).

2.13.1 Algumas definições importantes

a) *Amostragem*: Deve ser aleatória e homogênea sendo representativa o universo de proveniência. Amostragem aleatória significa que cada item pertencente à população analisada apresenta igual chance de ser selecionado para a amostragem. Homogeneidade significa que todos os grupos presentes no universo são representados na amostra mantendo as mesmas proporções em que ocorrem de fato. A necessidade de se trabalhar com amostras se traduz em

três itens principais: a inviabilidade de realizar 100% de inspeção (alto custo envolvido), tipos de ensaios destrutivos e risco de vida durante a inspeção de produtos de alta periculosidade.

b) *Função de Densidade de Probabilidade*: À medida que se refina o tamanho do comportamento de um determinado intervalo de dado pode-se obter um histograma, que poderá se parecer com uma função contínua (contando que existem dados suficientes).

Se X é a variável aleatória contínua, então a função de densidade de probabilidade, *pdf*, de X é a função $f(x)$ tal que para dois números a e b , com $a \leq b$, resulta em,

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x).dx \quad (2.61)$$

Isto é, a probabilidade de X ter um valor no intervalo $[a,b]$ é a área da função densidade formada entre a e b .

c) *Função Confiabilidade*: A função confiabilidade pode ser obtida utilizando-se a definição da função distribuição acumulada, equação (2.62). Nota-se que a probabilidade do evento ocorrer no tempo t baseado na $f(t)$ é dada conforme equação (2.63), ou seja, pode-se equiparar este evento à probabilidade de falha do item no tempo t (Cavalca, 2000).

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(s).ds \quad (2.62)$$

$$F(t) = \int_{0,\gamma}^t f(s).ds \quad (2.63)$$

Partindo deste fato pode ser obtida a função mais comumente utilizada em engenharia da confiabilidade; isto é, a função confiabilidade, a qual permite a determinação da probabilidade de sobrevivência do item dado há um tempo, t .

Para mostrar isto matematicamente, primeiramente define-se a função desconfiabilidade, $Q(t)$, a qual é uma probabilidade de falha, ou a probabilidade de que a falha esteja no intervalo entre 0 (ou γ) e t , da equação (2.63).

$$F(t) = Q(t) = \int_{0,\gamma}^t f(s)ds \quad (2.64)$$

Nota-se agora que a probabilidade do item falhar no tempo t e a probabilidade do item sobreviver passado o tempo t deve somar 1. Confiabilidade e desconfiabilidade são probabilidades de sucesso e falha e só devem ser considerados estes dois eventos, pois eles são mutuamente exclusivos e complementares, portanto a soma de suas probabilidades é igual a 1. Então,

$$Q(t) + R(t) = 1 \quad (2.65)$$

$$R(t) = 1 - Q(t) \quad (2.66)$$

$$R(t) = 1 - \int_{0,t} f(s) ds \quad (2.67)$$

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(s) ds \quad (2.68)$$

Invertendo,

$$f(t) = -\frac{d(R(t))}{dt} \quad (2.69)$$

d) *Função Taxa de Falha*: A função taxa de falha permite a determinação do número de falhas ocorridas por unidade de tempo. Omitindo-se a derivação, a taxa de falha é dada matematicamente conforme equação (2.78).

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (2.70)$$

A taxa de falha é denotada como falhas por unidade de tempo. Tempo pode ser qualquer medida que possa se quantificada, tais como, minutos, horas, ciclos, atuações, etc.

e) *Função Vida Média*: A função vida média fornece a medida do tempo médio de operação até a falha e é dada conforme equação (2.71).

$$\bar{T} = m = \int_{0,\gamma}^{\infty} t \cdot f(t) dt \quad (2.71)$$

Observa-se que a função vida média é a expectativa de vida ou tempo médio até falha, sendo denominada MTBF (Mean Time Between Failure) ou também, por outros autores, de MTTF (Mean Time-to-Failure).

f) *Intervalo de Confiança*: Um dos mais confusos conceitos para os engenheiros é o conceito de colocar probabilidade dentro de probabilidade, tal como os intervalos de confiança. Os intervalos de confiança geralmente podem ser: unilateral e bilateral.

Quando se usam os intervalos unilaterais observa-se a porcentagem maior ou menor (superior e inferior) num certo ponto X . Por exemplo, 95% unilateral significa que 95% da população é maior que X sendo X o limite inferior, ou 95% da população é menor que X sendo X o limite superior. Quando se estima a confiabilidade, freqüentemente não se preocupa se a confiabilidade é maior do que a estimada, somente se preocupa com o limite inferior. Portanto tende a utilizar-se o limite unilateral inferior.

Quando se utilizam os intervalos de confiança bilaterais observa-se onde a maioria da população está situada. Por exemplo, quando se utiliza 90% bilateral esta dizendo que 90% da população estão entre X e Y com 5% menor que X e 5% maior que Y .

g) *Vida Bx – Weibull (reliable Life)*: Vida Bx é a vida confiável de um item especificando-se a sua confiabilidade, ou seja, é a vida para qual um item estará funcionando com sucesso.

2.13.2 Distribuições estatísticas e suas aplicações em confiabilidade

Várias funções podem modelar a distribuição probabilística de uma variável aleatória. A escolha do modelo matemático estatístico a ser utilizado está diretamente relacionada aos tipos de

testes de falhas realizados, bem como ao tamanho e tipo de amostragem analisada. As principais funções existentes são (Cavalca, 2000):

a) Distribuição Binomial: A distribuição binomial adapta-se a problemas confiabilísticos do tipo combinatório, geralmente aplicada a variáveis discretas e grandes amostras. Uma condição importante para sua aplicação é que os números de ensaios ou triagens devem ser fixo, com apenas duas possibilidades de resposta: sucesso ou fracasso.

b) Distribuição de Poisson: A distribuição de Poisson aplica-se a análise de partes defeituosas, o que corresponde essencialmente a um controle de qualidade utilizado para prever a probabilidade de ocorrência de defeitos, num intervalo de tempo contínuo, para melhor controle de produção. Aplica-se a distribuição de Poisson para uma taxa de falhas constante no tempo, com reposição instantânea do item falhado determinando-se a probabilidade de x ocorrências do evento no intervalo de tempo requerido. Utiliza-se esta distribuição para variáveis discretas e pequenas amostras.

c) Distribuição Exponencial: Aplica-se para análises com taxa de falhas constante, ou ainda, durante o tempo de vida útil do item analisado. Muito eficiente para componentes eletrônicos, cuja vida útil predomina fortemente na curva da banheira. Trata-se de uma função uniparamétrica, na qual o parâmetro principal é a própria taxa de falhas λ .

d) Distribuição Retangular: Esta distribuição de aplicação restrita refere-se aos casos em que a densidade de probabilidade $f(t)$ é constante num intervalo de tempo (t_1, t_2) .

e) Distribuição de Rayleigh: É uma aproximação simplificada para regiões da curva da banheira, como as de falhas iniciais e por desgaste. Nesta distribuição, a taxa de falhas cresce linearmente com o tempo tratando-se também neste caso, de uma função uniparamétrica, definida pela inclinação da taxa de falhas k (Cavalca, 2000).

f) Distribuição Normal: A distribuição normal constitui na mais importante lei das probabilidades em estatística e forma o fundamento teórico para muitas outras distribuições de probabilidades. Em confiabilidade, a distribuição normal é utilizada para analisar produtos durante o início de vida e na fase de degradação natural, ou ainda, falha por fadiga ou desgaste.

Também conhecida como distribuição Gaussiana. Esta distribuição aplica-se a fenômenos naturais, como medições, características de grandes amostras e populações, degradação ou desgaste, etc. Trata-se de distribuição bi-paramétrica tendo como padrões principais o valor médio e o desvio padrão.

g) Distribuição de Weibull: A distribuição de Weibull é, geralmente, uma distribuição bi-paramétrica. Estimando adequadamente o parâmetro de escala α (tempo esperado de vida útil ou vida característica) e o parâmetro de forma, ou inclinação de Weibull, β , a variação de forma das curvas pode-se utilizar para ajustar os dados experimentais. Assim este modelo de distribuição é amplamente utilizado em confiabilidade.

A função taxa de falhas para a distribuição de Weibull é dada por:

$$\lambda(t) = \frac{\beta t^{\beta-1}}{\alpha^\beta} \quad (2.72)$$

a qual $\alpha > 0$, $\beta > 0$ e $t \geq 0$.

A correspondente função densidade de falha é:

$$f(t) = \frac{\beta t^{\beta-1}}{\alpha^\beta} \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right] \quad (2.73)$$

As funções confiabilidade e distribuição de falhas são, respectivamente:

$$R(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right] \quad (2.74)$$

$$Q(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right] \quad (2.75)$$

Caso especial 1: Para $\beta = 1$, a distribuição de Weibull se reduz a uma distribuição exponencial com uma taxa de falha constante igual a $1/\alpha$, equação (2.76).

$$\lambda(t) = \frac{1}{\alpha} \quad (2.76)$$

$$f(t) = \frac{1}{\alpha} \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)\right] \quad (2.77)$$

$$\text{MTTF} = \alpha \quad (2.78)$$

Caso especial 2: Para $\beta = 2$, a distribuição de Weibull se reduz a uma distribuição Rayleigh com $k = 2/\alpha^2$, equação (2.79).

$$\lambda(t) = \frac{2}{\alpha^2} t \quad (2.79)$$

$$f(t) = \frac{2}{\alpha^2} t \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^2\right] \quad (2.80)$$

De um modo geral, o valor de β inferior a unidade representa-se uma função taxa de falha decrescente, um valor superior a unidade representa uma função crescente e, finalmente, um valor igual a unidade, representa-se uma função constante. Para β igual a 3.4, a distribuição de Weibull aproxima-se a normal (geralmente este valor varia entre $2.7 > \beta > 3.7$).

h) Distribuição Gamma: Muito similar à distribuição de Weibull, também constitui uma distribuição bi-paramétrica, com parâmetro de escala α e parâmetro de forma β . Utilizada principalmente, na modelagem de reparo ideal, com tempo entre falhas distribuído exponencialmente e na estimativa de limites de confiança por função χ^2 .

i) Distribuição Lognormal: O logaritmo natural da variável aleatória distribui-se normalmente, com média m e desvio padrão s , porém não da variável t , mas de $l(nt)$. Sua aplicação fundamental é nos tempos de reparo para uma manutenção normal de falhas por desgaste (Cavalca, 2000).

Capítulo 3

Materiais e Métodos

3.1 Material

As peças principais, que são os corpos de prova anulares de ferro fundido cinzento GG25, objeto de estudo deste trabalho foram doadas pela empresa Schaeffler do Brasil Ltda. – Divisão LuK Embreagens e fabricadas sob lote controlado para obter um material mais homogêneo possível em âmbito de processamento industrial.

Os corpos de prova anulares de ferro fundido cinzento GG25 foram fundidos em moldes de areia junto à empresa Schaeffler do Brasil Ltda. – Divisão LuK Fundição e posteriormente usinados pela empresa Schaeffler do Brasil Ltda. – Divisão LuK Embreagens. Esses corpos de prova antes de serem usinados sofreram um tratamento térmico de alívios de tensões para evitar possíveis deformações causadas por tensões residuais geradas durante o processo de resfriamento (Barreiro, 1971; Kondic, 1973). Os corpos de prova anulares de ferro fundido cinzento GG25 foram inicialmente armazenados em forno pré-aquecido a uma temperatura de 200°C e colocados em uma rampa de aquecimento de duas horas para atingir a temperatura de 550°C, em seguida os corpos de prova permaneceram nesta temperatura durante três horas. O resfriamento do corpo de prova foi realizado dentro do forno permanecendo trinta horas para atingir a temperatura ambiente. Este procedimento foi definido a partir de dados publicados por Barreiro (1971).

Definiu-se o processo de fundição e a composição química de modo a resultar em uma qualidade de ferro fundido e que representasse um material comum em “placas de pressão” utilizadas em platôs de embreagem.

Produziram-se os corpos de prova anulares de ferro fundido cinzento GG25 conforme norma DIN 1691.

Determinaram-se a composição química (C e S) por meio de absorção por infravermelho sob queima calibrado por cavacos retirados de amostras padrões. Determinaram-se os outros elementos (Si, Mn, P, S, Cu e Cr) por espectrometria de emissão ótica, por meio de curvas de comparação com amostras padrões. Utilizaram-se como equipamentos um analisador de carbono e enxofre do fabricante Leco, modelo CS-300 em 10 gramas de cavaco retirados direto das peças usinadas e um espectrofotômetro de fabricação Espectroma Analytik, modelo GDA 750, em amostra tipo pastilha com 8mm de diâmetro útil. Na Tabela 3.1 apresentam-se os valores encontrados.

Tabela 3.1: Composição química do ferro fundido cinzento GG25 utilizado neste trabalho.

<i>Ensaio</i>	<i>Elemento</i>	<i>Resultado</i>	<i>Especificado</i>
Determinação da composição química (%)	C	3,30	3,27 - 3,32
	Si	2,05	2,00 - 2,05
	Mn	0,55	0,67 - 0,73
	P	0,04	0,02 - 0,05
	S	0,08	0,06 - 0,08
	Cu	0,96	0,95 - 1,00
	Cr	0,04	0,001 - 0,120

Realizou-se a análise metalográfica por meio da microscopia ótica em três corpos de prova retirados diretamente de uma das peças em estudo. O equipamento utilizado foi um microscópio ótico Olympus modelo BX 60M. A caracterização da morfologia da grafita (forma, tipo e tamanho) foi segundo norma VGD-Merkblatt P441. Na Tabela 3.2 apresentam-se os resultados encontrados.

Tabela 3.2: Características microestruturais do ferro fundido cinzento GG25 utilizados nos corpos de provas anulares.

<i>Metalografia</i>	
<i>Especificado</i>	<i>Encontrado</i>
- GRAFITA Forma I (lamelar) - Tipo A predominante e 10% (B+D) são admissíveis - Tamanho 4-6 - MATRIZ Perlítica com ferrita < 5% cementita e ledeburita não são permissíveis	GRAFITA : A = 85%, B = 5% e E = 10% Tamanho: = 3 – 5 MATRIZ: Perlítica com traços de ferrita

As imagens contidas na Figura 3.1 mostram estruturas típicas e representativas do material analisado.

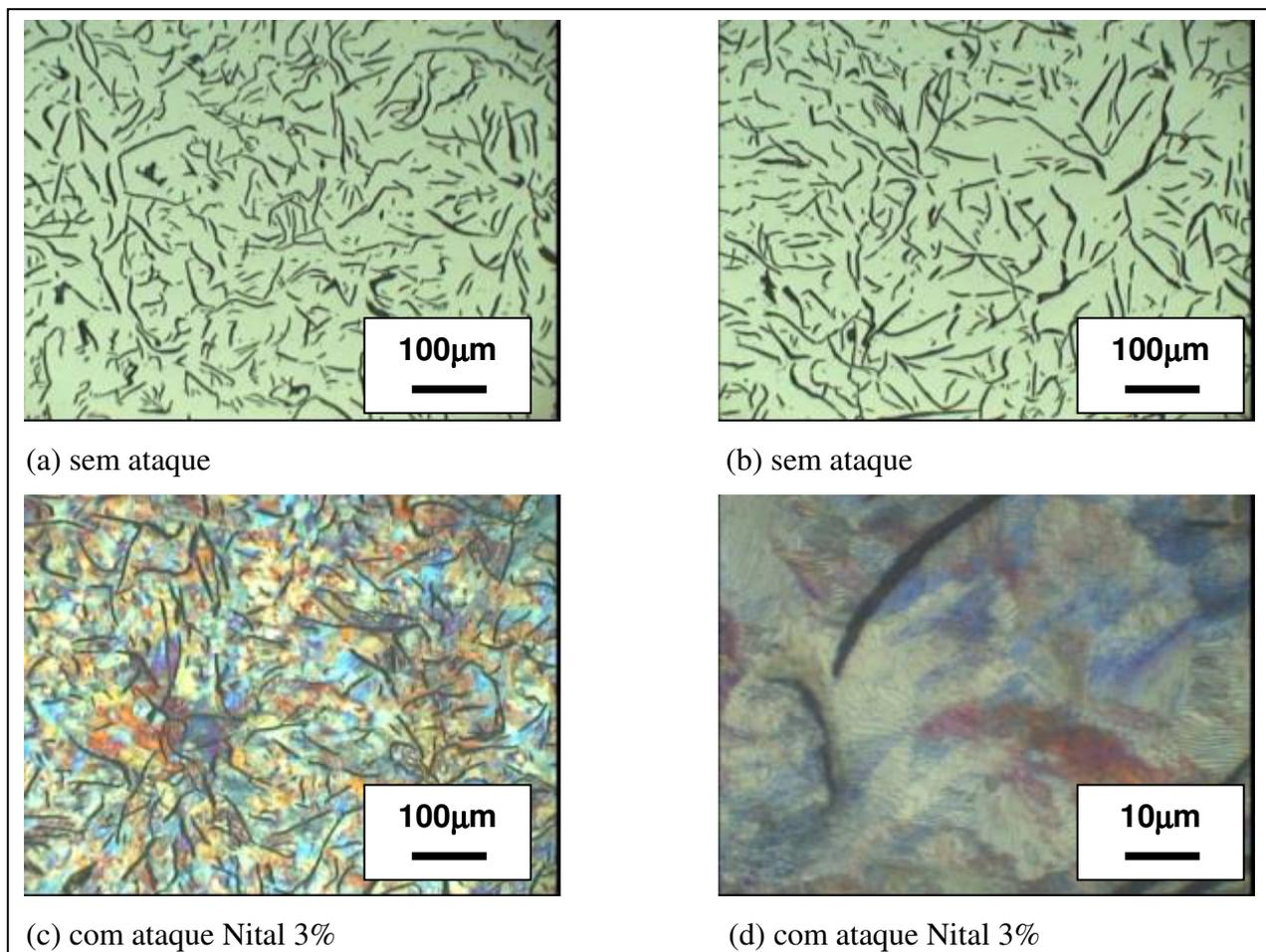


Figura 3.1- Micrografia do ferro fundo GG25 utilizado neste trabalho.

Determinou-se a densidade do material segundo a norma SAE J431c, para ensaio de densidade em ferro fundido, a partir de cinco corpos de provas retirados das peças já usinadas, ou seja, da peça em estudo. Utilizou-se como equipamento uma balança Sartorius 1204 MP de precisão de 0,01g. Obteve-se como valor de densidade 7,222g/cm³.

Determinou-se junto à empresa Schaeffler do Brasil Ltda. – Divisão LuK Fundição o valor do coeficiente de Poisson por meio de strain-gage a partir de três corpos de prova retirados das peças já usinadas, ou seja, a peça em estudo. Obteve-se como valor de coeficiente de Poisson 0,211.

3.2 Ensaio de tração

Determinou-se a resistência à tração do material segundo a norma DIN 50109, para ensaio de tração em materiais metálicos a temperatura ambiente, a partir de três corpos de prova retirados das peças já usinadas, ou seja, a peça em estudo. Utilizou-se como equipamento uma máquina universal para ensaios de tração de fabricação Kratos 10kN com célula de carga microprocessada. A velocidade de aplicação de carga foi de 0,33 mm/s, em temperatura de 20 a 22°C, atendendo a determinação da referida norma. Na Tabela 3.3 apresentam-se os valores encontrados.

Tabela 3.3: Limite de resistência à tração e módulo de elasticidade do ferro fundido cinzento GG25 utilizado neste trabalho.

<i>Corpo de prova</i>	<i>Limite de resistência à tração</i>	<i>resistencia (MPa)</i>	<i>Módulo de elasticidade (GPa)</i>
1	256,0		142
2	258,0		144
3	262,0		147
<i>Média</i>	258,7		144
<i>Desvio Padrão</i>	2,5		2,1

3.3 Ensaio de dureza

Determinou-se a dureza Brinell segundo a norma NBR NM187-1, para ensaio de dureza em materiais metálicos a temperatura ambiente, a partir de três corpos de provas retirados das peças já usinadas, ou seja, da peça em estudo. Utilizou-se como equipamento um durômetro Brinell Wollpert modelo BK 300. Na Tabela 3.4 apresentam-se os valores encontrados.

Tabela 3.4: Dureza Brinell do ferro fundido cinzento GG25 utilizado neste trabalho.

Corpo de prova	Dureza HB30/5
1	220,0
2	224,0
3	222,0
<i>Média</i>	222,0
<i>Desvio Padrão</i>	1,6

3.4 Ensaio de centrifugação

O ensaio de centrifugação caracteriza-se como um ensaio do tipo destrutivo, na qual peça ensaiada é acelerada até atingir a rotação de ruptura.

(a) Metodologia para produção dos corpos de prova anulares.

Os corpos de prova foram usinados em máquinas de usinagem CNC com a finalidade de se obter precisão e repetibilidade nos valores dimensionais evitando divergências nos resultados dos valores de rotação de ruptura e de desbalanceamento.

Nas Figuras 3.2 a 3.7 estão ilustradas as dimensões utilizadas para confecção dos corpos de provas.

Para o corpo de prova “referência” caracterizado como tipo “A” neste trabalho (Figura 3.2) confeccionou-se quatro amostras totalizando quatro experimentos.

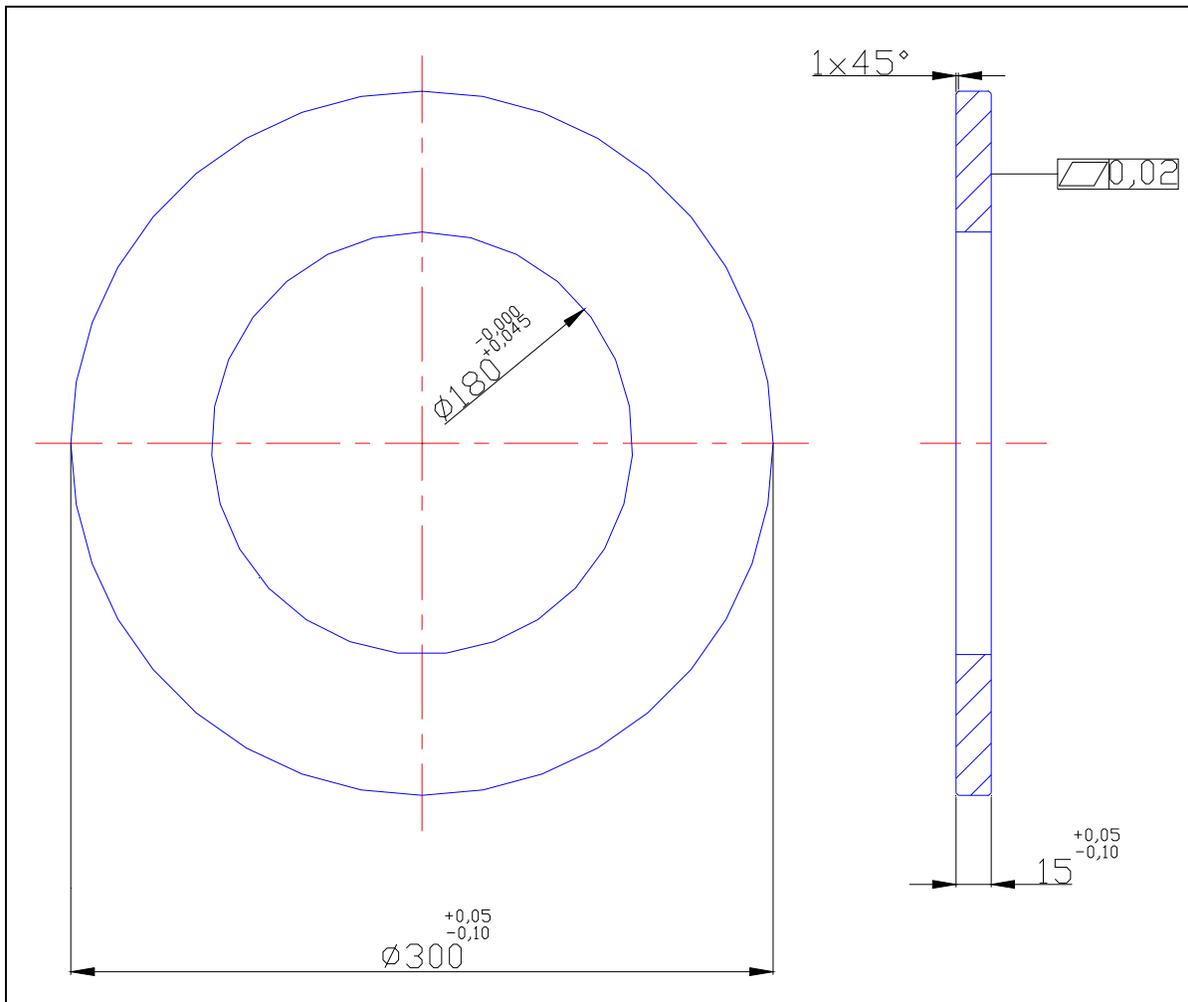


Figura 3.2 - Corpo de prova “A” – Corpo de prova “referência” – sem descontinuidade de geometria.

Para o corpo de prova “B” (Figura 3.3) escolheram-se três diferentes dimensões de “R” (raio tangenciando o diâmetro externo) as quais foram 5, 10 e 15mm. Para esta configuração de corpo de prova visando os diferentes raios propostos confeccionaram-se quatro amostras totalizando doze experimentos.

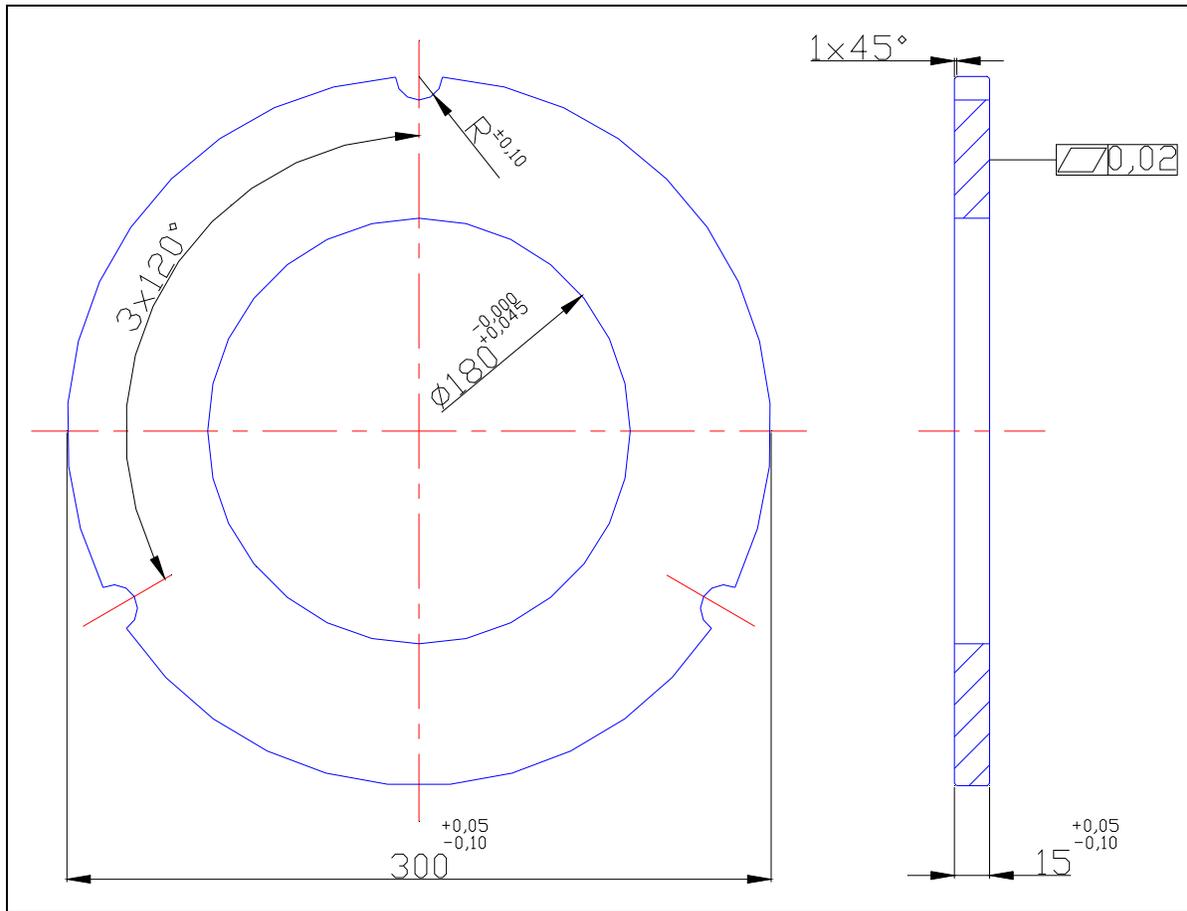


Figura 3.3 - Corpo de prova “B” – Corpo de prova com três raios a 120° tangenciando o diâmetro externo.

Para o corpo de prova “C” (Figura 3.4) escolheram-se três diferentes dimensões de “R” (raio tangenciando o diâmetro interno) as quais foram 5, 10 e 15mm. Para esta configuração de corpo de prova visando os diferentes raios propostos confeccionaram-se quatro amostras totalizando doze experimentos.

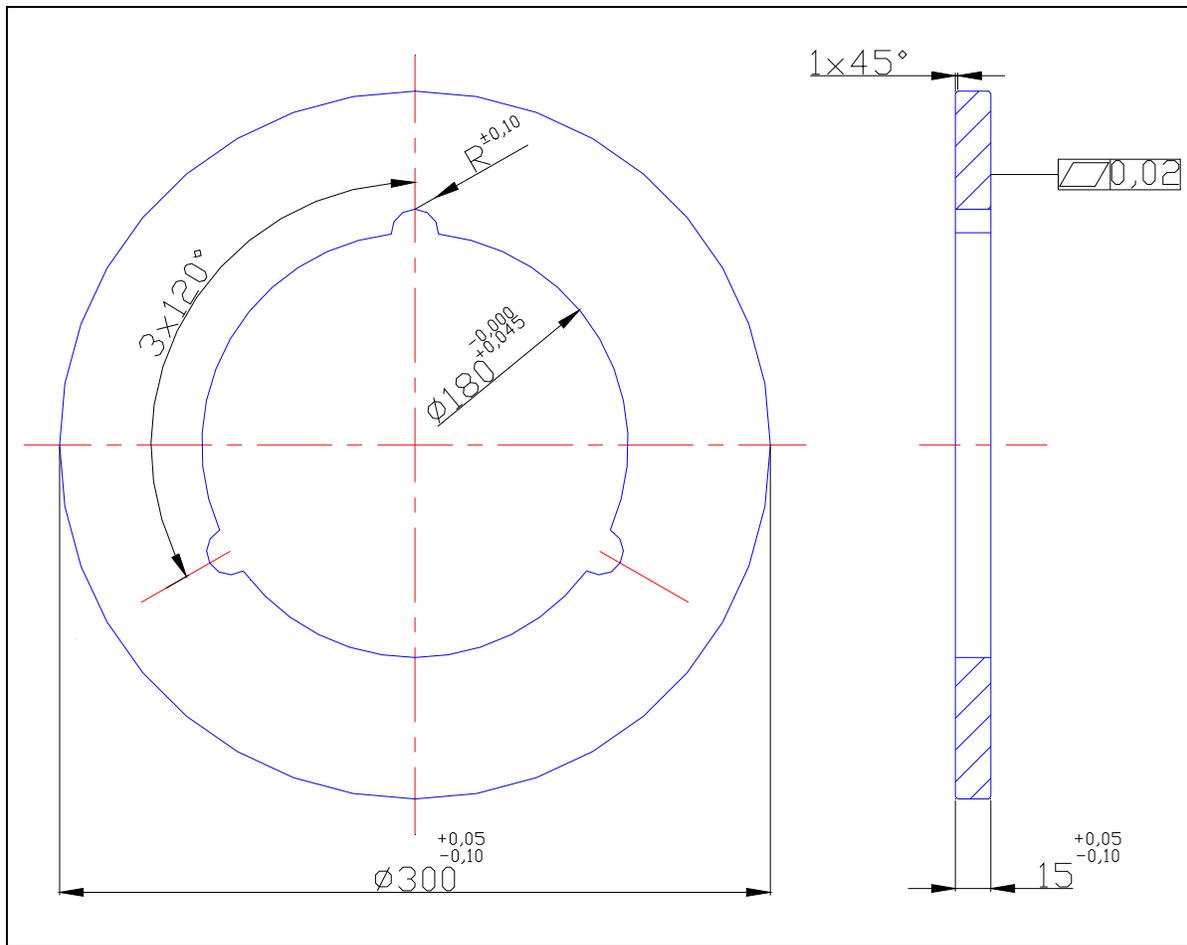


Figura 3.4 - Corpo de prova “C” – Corpo de prova com três raios a 120° tangenciando o diâmetro interno.

Para o corpo de prova “D” (Figura 3.5) escolheram-se três diferentes dimensões de “ D_f ” (diâmetro do furo) as quais foram 2,5, 5 e 10mm e com diâmetro de furação de 210mm. Para esta configuração de corpo de prova visando os diferentes diâmetros dos furos propostos confeccionaram-se quatro amostras totalizando doze experimentos.

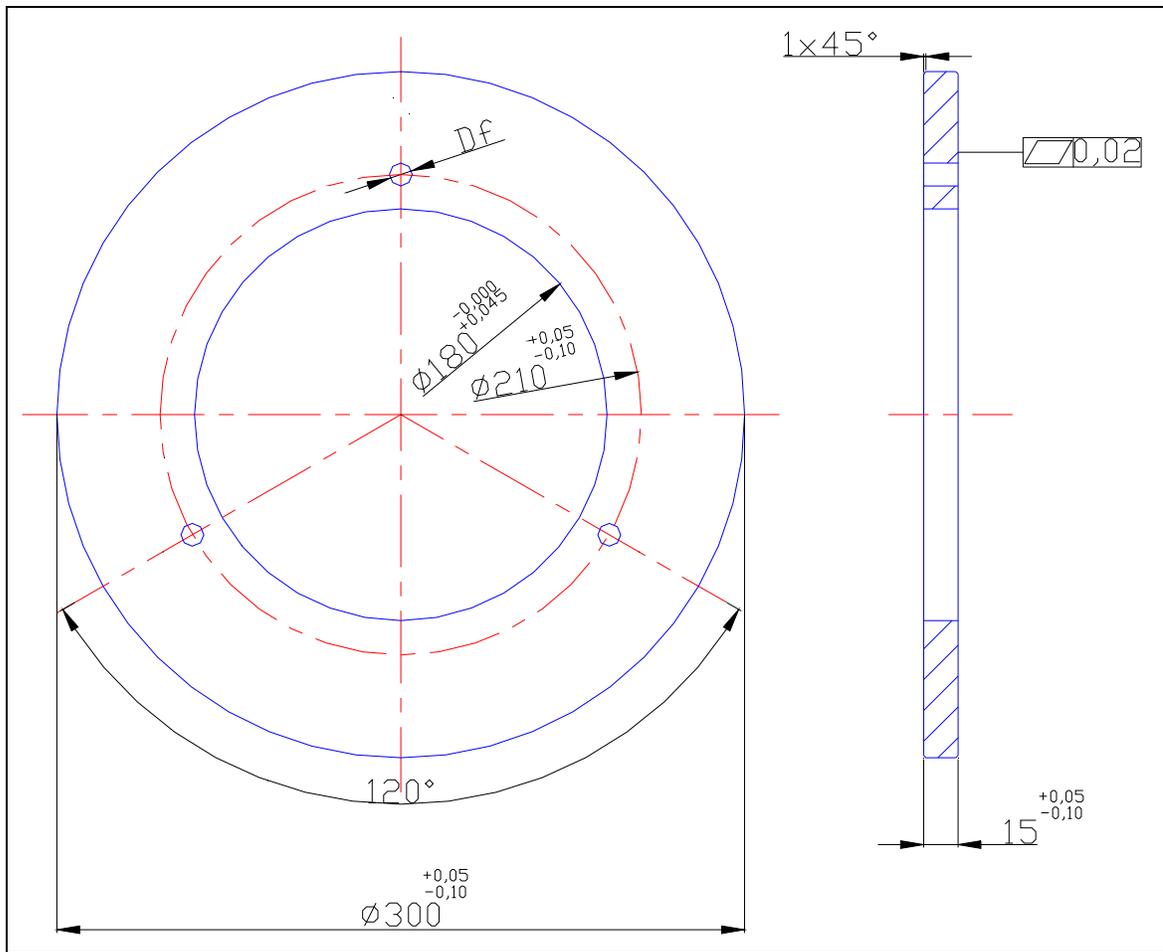


Figura 3.5 - Corpo de prova “D” – Corpo de prova com três furos a 120° próximo do diâmetro interno (Diâmetro de furação de 210mm).

Para o corpo de prova “E” (Figura 3.6) escolheram-se três diferentes dimensões de “Df” (diâmetro do furo) as quais foram 2,5, 5 e 10mm e com diâmetro de furação de 270mm. Para esta configuração de corpo de prova visando os diferentes diâmetros dos furos propostos confeccionaram-se quatro amostras, totalizando doze experimentos.

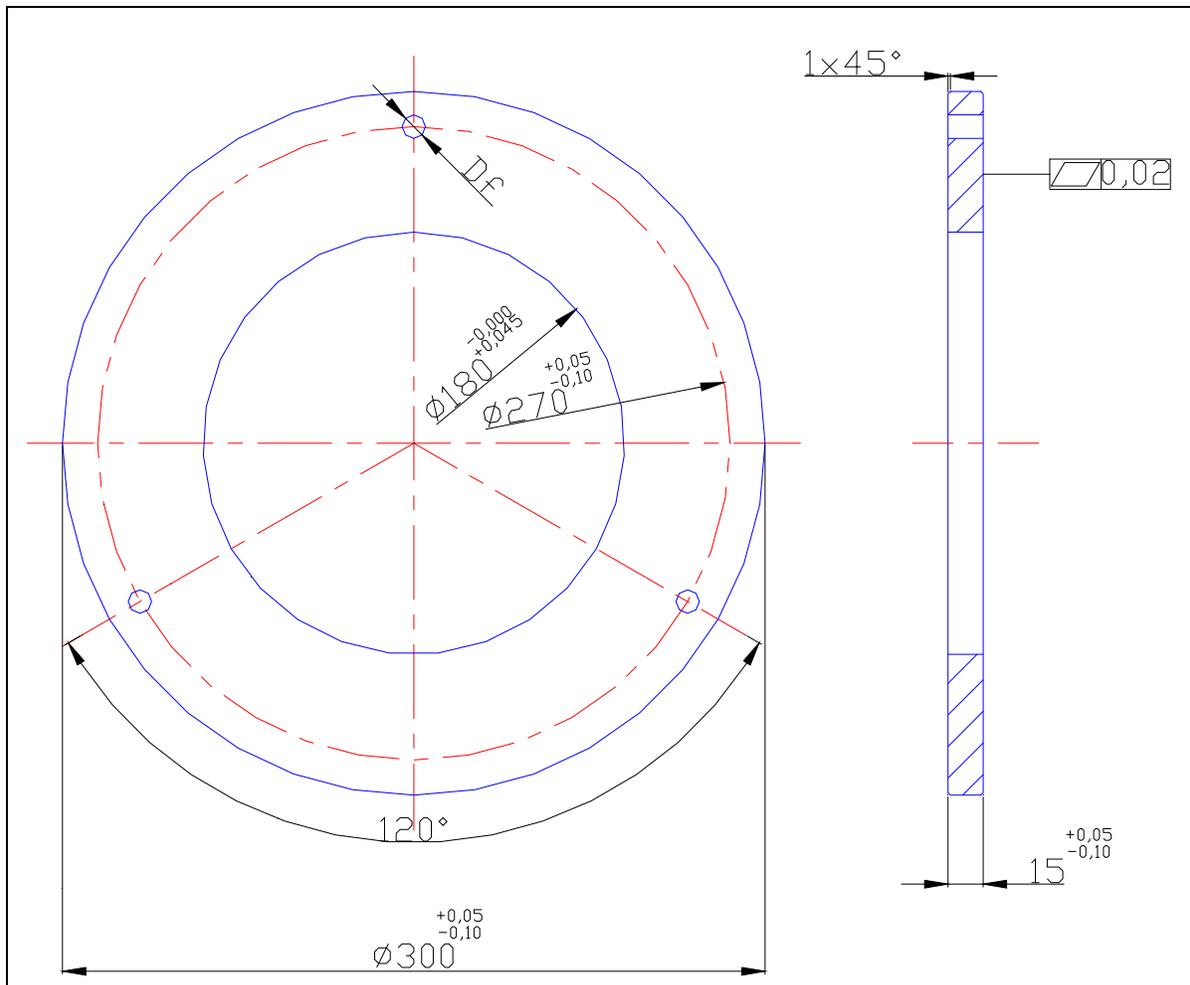


Figura 3.6 - Corpo de prova “E” – Corpo de prova com três furos a 120° próximo do diâmetro externo (Diâmetro de furação de 270mm).

Para o corpo de prova “F” (Figura 3.7) escolheram-se duas diferentes dimensões de “R” (raio no diâmetro externo) as quais foram 30 e 45mm e manteve-se uma seção uniforme de 45mm com relação ao diâmetro interno em direção ao externo. Para esta configuração de corpo de prova visando os diferentes raios propostos confeccionaram-se quatro amostras totalizando oito experimentos.

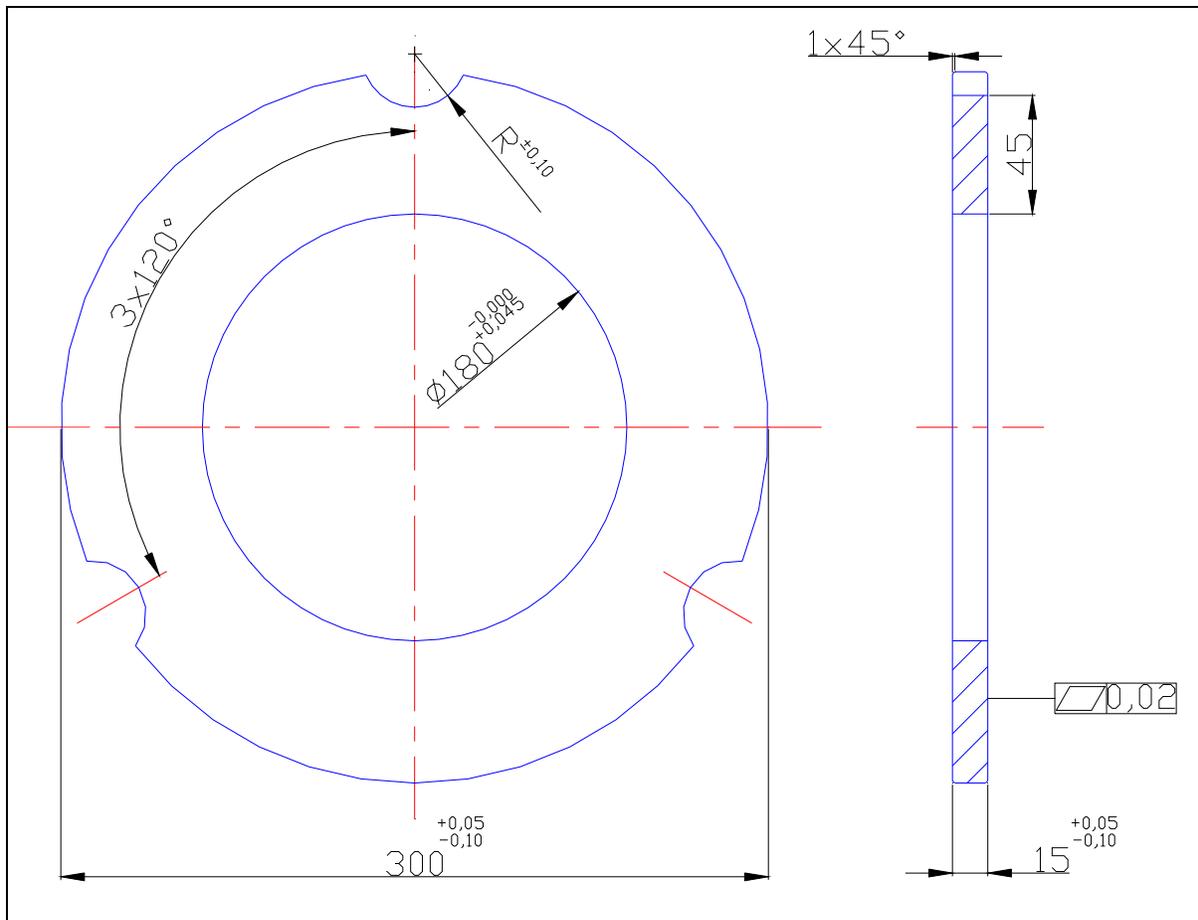


Figura 3.7 - Corpo de prova "F" – Corpo de prova com três raios a 120° no diâmetro externo.

(b) Balanceamento.

Utilizou-se como equipamento para avaliar o desbalanceamento nos corpos de prova uma balanceadora de fabricação Hofmann tipo DYNABAL utilizada para o balanceamento de platôs de embreagem. Realizou-se a aquisição de dados deste equipamento por meio de um captador tipo cristal e um sensor indutivo. Os dados adquiridos são avaliados por meio de software.

(c) Ensaio de centrifugação (Equipamento).

Utilizou-se como equipamento para avaliar a rotação de ruptura dos corpos de prova uma centrífuga (Figura 3.8) de fabricação própria da empresa Schaeffler do Brasil Ltda. – Divisão LuK Embreagens utilizada para avaliar o valor de rotação de ruptura de volantes, platôs e discos de embreagem.

A centrífuga tem a capacidade de atingir uma rotação de 16000 rpm limitando-se a um momento de inércia da peça ensaiada em $4,0 \text{ kgm}^2$ e máximo desbalanceamento de 1000gmm. A aquisição de dados deste equipamento é realizada diretamente no eixo onde a peça está fixada evitando o escorregamento da correia. O sinal é captado por meio de um sensor tipo indutivo modelo Dynapar 54ZT – fabricante Veeder-root. O controle da rotação é feito por meio de um potenciômetro. No painel elétrico existe um indicador de rotação digital. A incerteza de medição da centrífuga é de 1,5rpm.

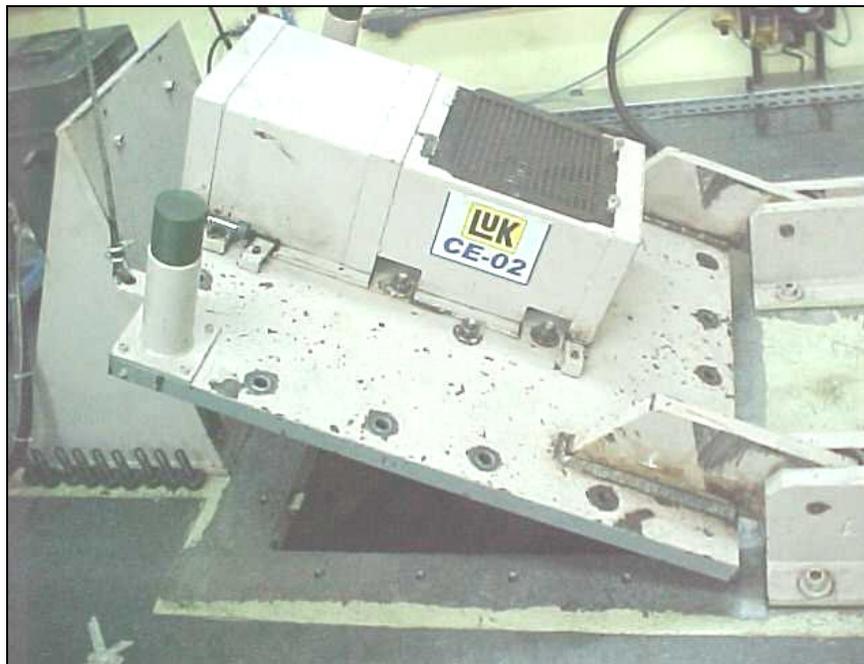


Figura 3.8 - Equipamento utilizado para obtenção dos resultados de ruptura dos corpos de prova.

(d) Metodologia para fixação dos corpos de prova anulares.

Para a fixação dos corpos de prova na centrífuga utilizou-se um dispositivo, o qual é composto de um centralizador (Figura 3.9), o qual é responsável pela centralização do corpo de prova com relação ao eixo da centrífuga, oito “mola chapas” (Figura 3.10) montadas sobre a face dos corpos de provas, para aplicar uma força normal de 300N, a qual é responsável pelo engastamento e uma base de aço SAE 1045 (Figura 3.11) utilizada para apoio dos corpos de provas. As Figuras 3.12 e 3.13 mostram detalhes do corpo de provas montado na máquina junto ao dispositivo.

A folga máxima entre o diâmetro interno do corpo de prova e o diâmetro externo do centralizador é de 0,06mm.

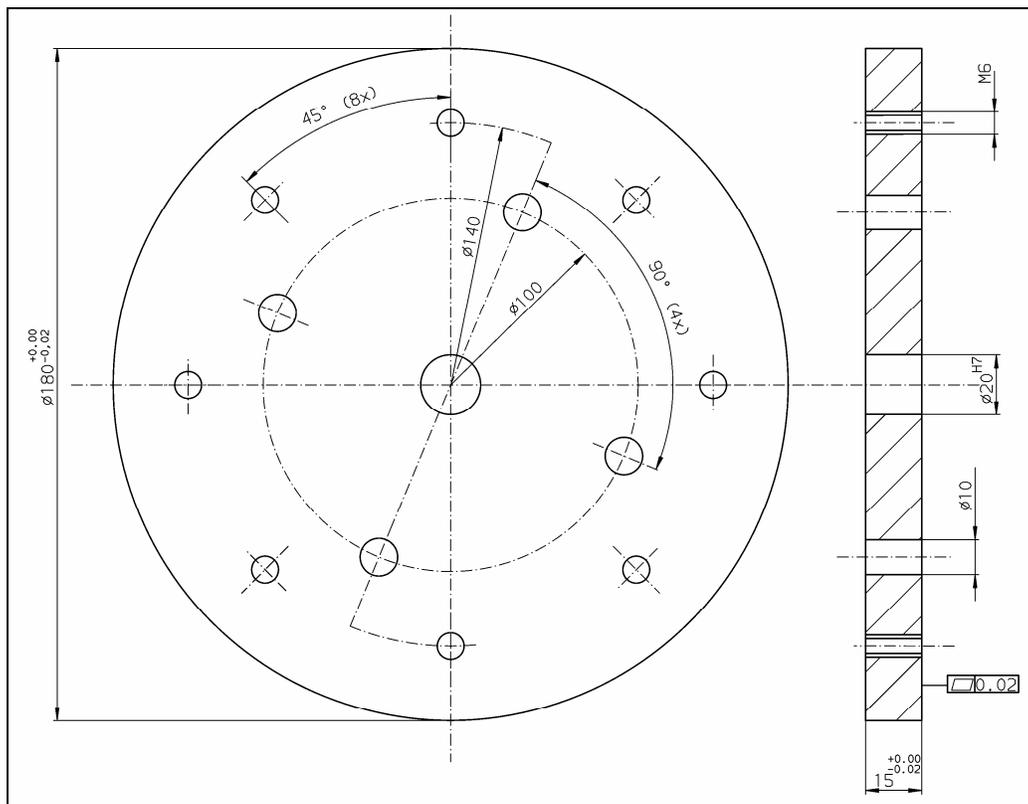


Figura 3.9 – Dispositivo para centralização dos corpos de prova.

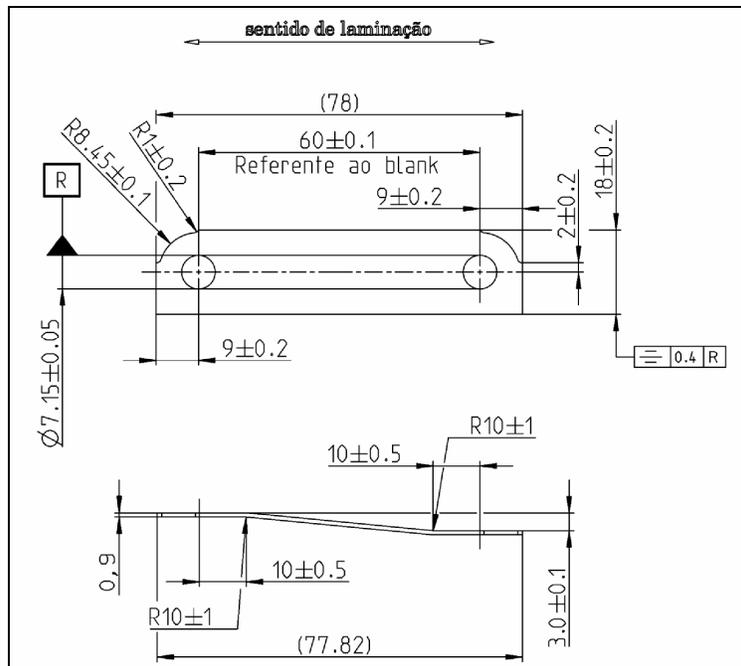


Figura 3.10 – “Mola chapa” para aplicar a força normal sobre o corpo de prova. Material CK75.

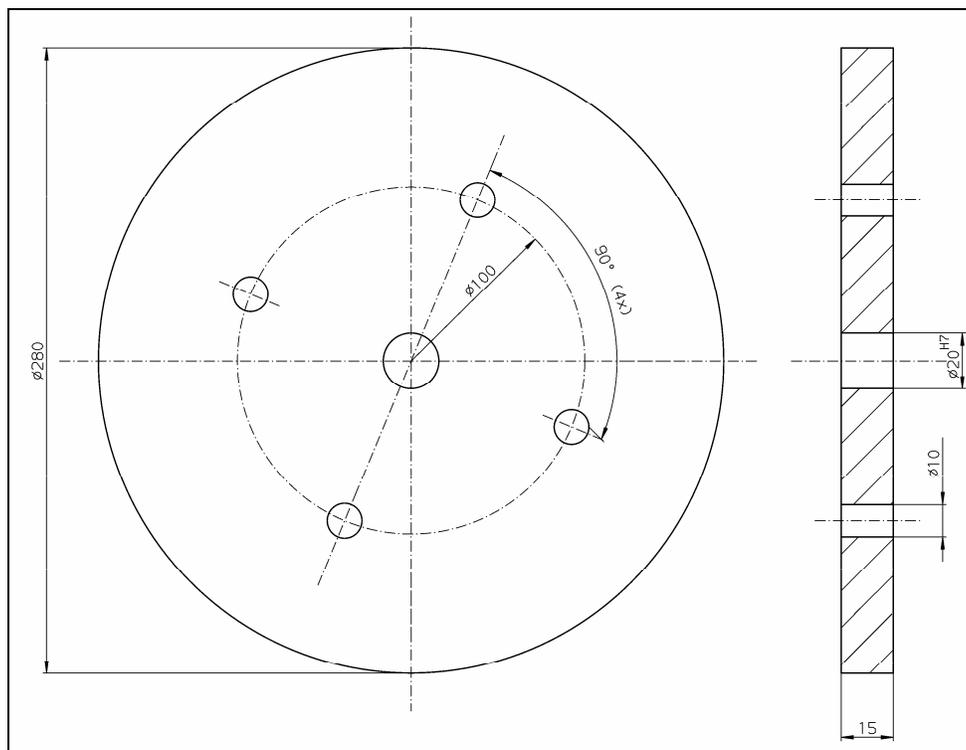


Figura 3.11 – Base de apoio do corpo de prova.

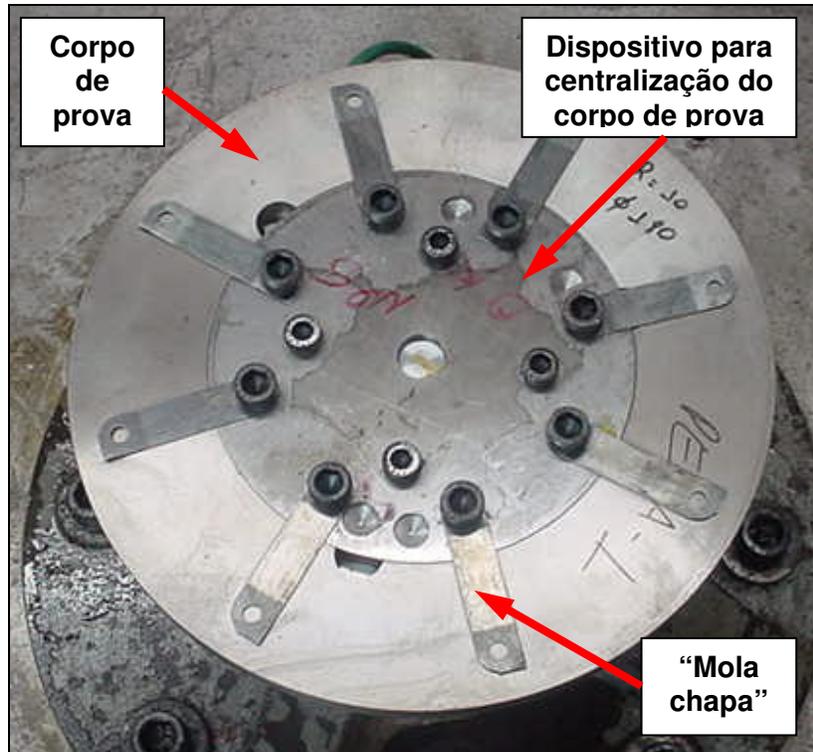


Figura 3.12 – Vista superior do corpo de prova fixado no dispositivo.

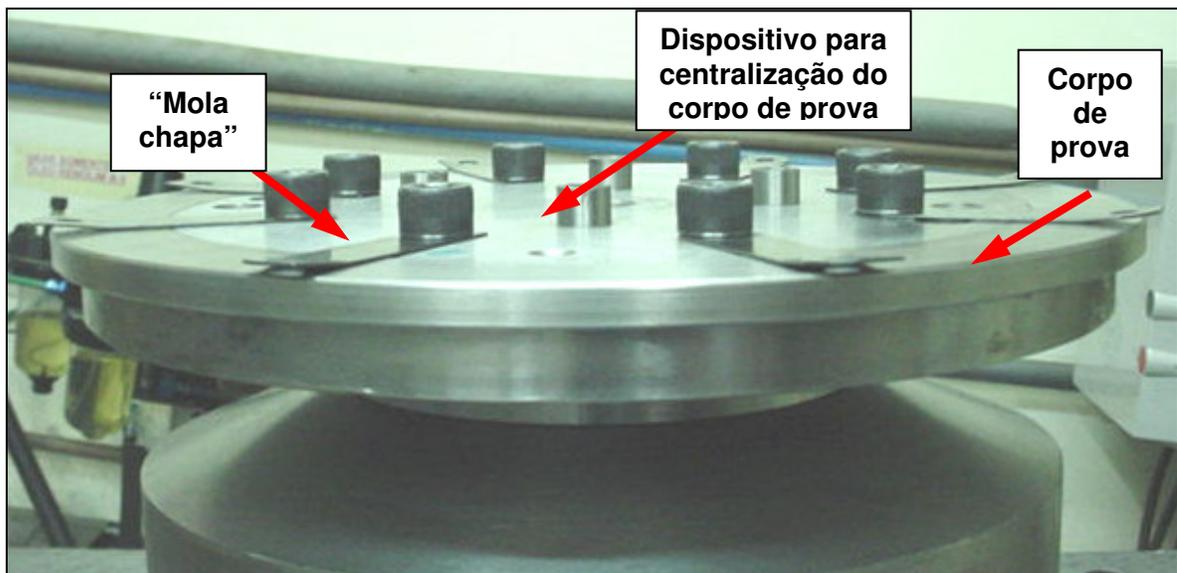


Figura 3.13 – Vista lateral do corpo de prova fixado no dispositivo.

Determina-se o cálculo da massa do corpo de prova por meio da equação (3.1) (Sears, 1984).

$$m = \pi.l.\rho.(R_2^2 - R_1^2) \quad (3.1)$$

na qual l é a espessura (em m) e R_1 e R_2 os raios interno e externo do corpo de prova (em m). A massa foi calculada apenas para o corpo de prova sem descontinuidade geométrica (Figura 3.2) e o valor encontrado foi de 4,90kg.

Determina-se o valor do momento de inércia do corpo de prova por meio da equação (3.2) (Sears, 1983; Halliday et al., 2002).

$$J = \frac{1}{2}.m(R_1^2 + R_2^2) \quad (3.2)$$

na qual J é o momento de inércia (em kgm^2). Calculou-se o momento de inércia apenas para o corpo de prova sem descontinuidade geométrica (Figura 3.2) e o valor encontrado foi de $0,075\text{kgm}^2$.

Determina-se o cálculo do momento de arraste do corpo de prova (momento gerado durante a aceleração do corpo de prova) a partir da equação (3.3) (Sears, 1983; Halliday et al., 2002) e de dados obtidos junto às informações técnicas do motor da centrífuga (curvas de torque e aceleração angular (Figura 3.14)) considerando um momento de inércia de $0,5\text{kg.m}^2$ (dispositivo e corpo de prova) no eixo da máquina de centrifugação.

$$M = \dot{\omega}.J \quad (3.3)$$

na qual M é o momento de arraste (em Nm). Calculou-se o momento de arraste apenas para o corpo de prova sem descontinuidade geométrica (Figura 3.2). O valor obtido foi de 6,32Nm. Visando o lado da segurança adotou-se 10Nm.

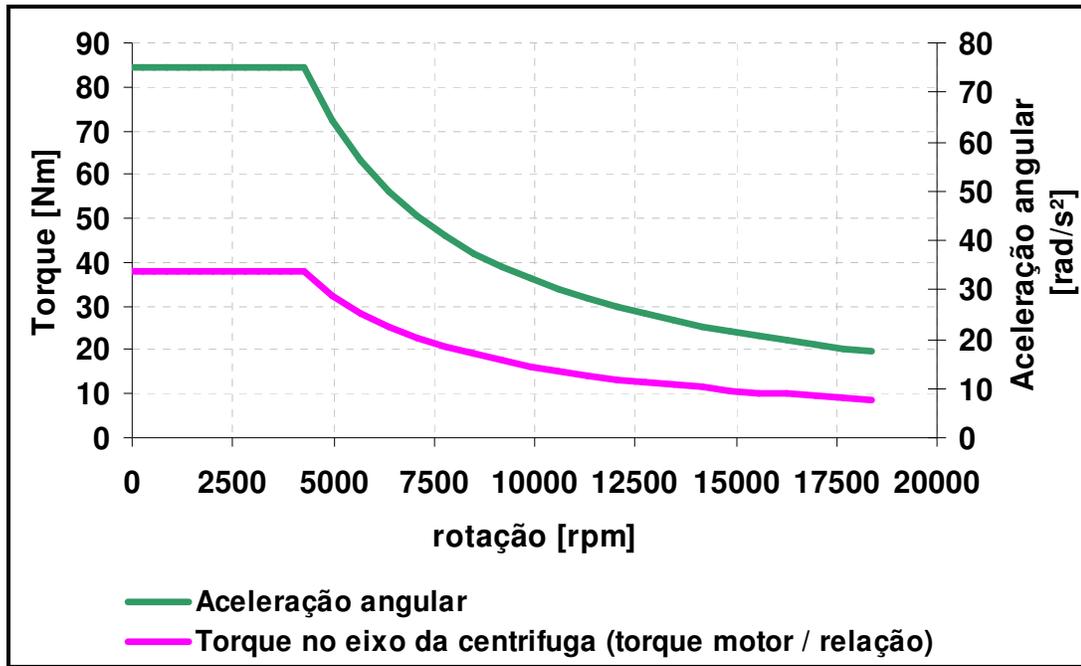


Figura 3.14 – Curva de torque e aceleração angular para um momento de inércia de 0,5kg.m² (dispositivo e corpo de prova) no eixo da máquina de centrifugação.

O cálculo da força tangencial no corpo de prova foi determinado a partir da equação (3.4) (Sears, 1983; Halliday et al., 2002).

$$F_{\text{tang}} = \frac{M}{r} \quad (3.4)$$

na qual F_{tang} é a força tangencial (em N), M é o momento de arraste (em Nm), e r é o raio interno do corpo de prova (em m). O valor obtido foi de 111,11N.

O cálculo da força normal para realizar o engastamento no corpo de prova foi determinado a partir da equação (3.5) (Sears, 1983; Halliday et al., 2002).

$$F_N = \frac{F_{\text{tang}}}{\mu} \quad (3.5)$$

na qual F_N é a força normal (em N) e μ é o coeficiente de atrito aço/ferro fundido. O valor obtido foi de 222,22N. Para o desenvolvimento desse trabalho, direcionando para o lado da segurança,

adotou-se 300N como sendo o valor de força normal, com a finalidade de garantir o engastamento do corpo de prova.

Determinou-se a partir das equações (3.6) ou (3.7) o cálculo da altura de dobra das “molas chapa” as quais são responsáveis em gerar uma força de 300N sobre o corpo de prova, (Shigley et al., 2004).

$$F[f] = \frac{E \cdot b \cdot h^3}{l^3} \cdot f \quad (3.6)$$

ou

$$f = \frac{\left(\frac{F_N}{n_{molas}} \right) \cdot l^3}{E \cdot b \cdot h^3} \quad (3.7)$$

na qual F_N é a força normal para garantir o engastamento do corpo de prova (em N), n_{molas} é a quantidade de molas utilizadas no dispositivo de fixação do corpo de prova, l é o comprimento (em mm), E é o módulo de elasticidade (em MPa), b é a largura da “mola chapa” (em mm) e h é a espessura da “mola chapa” (em mm). Obteve-se o valor de f de 3mm.

3.5 Metodologia para obtenção do fator de concentração de tensão (K_t).

A metodologia para determinação do fator de concentração de tensão, o qual se utilizou para compor as curvas demonstradas neste trabalho, parte do princípio da utilização das equações publicada por Timoshenko (1970) as quais possibilitam determinar os componentes das tensões radial (equação (2.40)) e tangencial (equação (2.41)) em corpos anulares de geometria e espessura constante submetido à rotação.

Determina-se a tensão equivalente a partir da análise dos componentes das tensões conforme (Figura 3.15) e equações (3.8), (3.9), (3.10), (3.11) e (3.12).

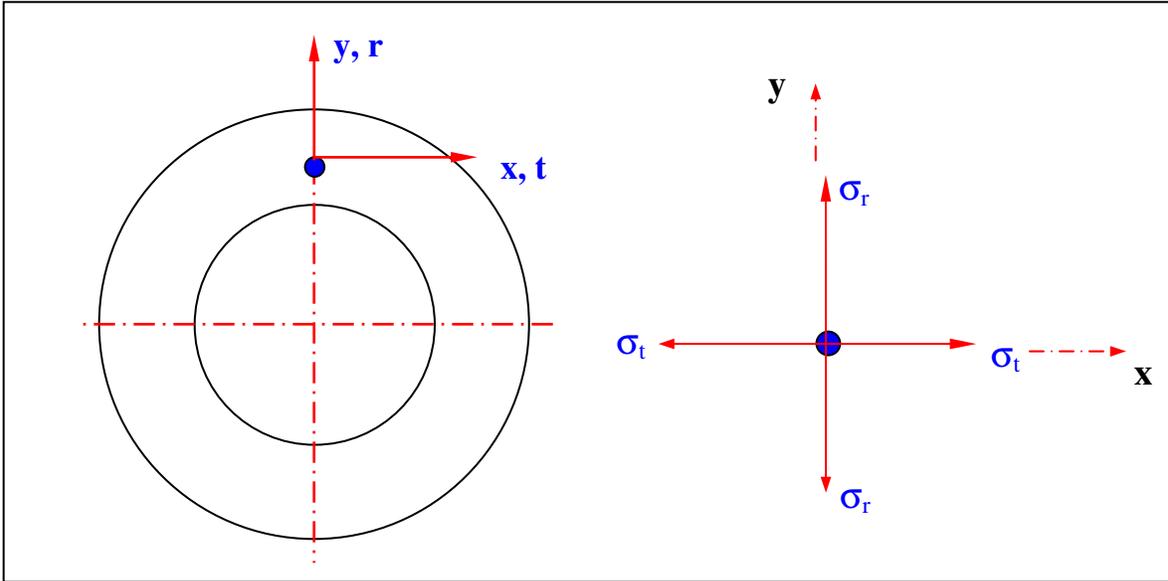


Figura 3.15 – Análise de tensão em um ponto do corpo de prova.

A análise para determinar as tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 parte do princípio da teoria de auto valores do tensor de tensão dado pela equação (3.8).

$$[T_\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\det[T_\sigma - \lambda I] = 0 \quad (3.9)$$

$$\det \left\{ \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} - \sigma \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} = 0 \quad (3.10)$$

$$\det \begin{bmatrix} (\sigma_x - \sigma) & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & (\sigma_y - \sigma) & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & (\sigma_z - \sigma) \end{bmatrix} = 0 \quad (3.11)$$

$$\det \begin{bmatrix} (\sigma_t - \sigma) & 0 & 0 \\ 0 & (\sigma_r - \sigma) & 0 \\ 0 & 0 & (0 - \sigma) \end{bmatrix} = 0 \quad (3.12)$$

Na qual $\sigma_1 = \sigma_t$, $\sigma_2 = \sigma_r$ e $\sigma_3 = 0$ tendo em vista que na rotação os componentes de cisalhamento (τ_{xy} , τ_{xz} e τ_{yz}) são nulos.

Obtendo-se os valores das tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 determina-se a tensão equivalente por meio do critério de von Mises, a qual é também comparada com a tensão de resistência à tração do material.

Fundamentado na rotação de ruptura do corpo de prova determina-se o $\sigma_{nominal}$ junto ao cálculo da tensão equivalente (critério de von Mises) considerando o corpo de prova anular de geometria e espessura constante (Figura 4.8). Já o $\sigma_{máximo}$ determina-se junto ao cálculo da tensão equivalente (critério de von Mises) considerando o corpo de prova com descontinuidade de geometria e sua respectiva rotação de ruptura. Sendo assim, o valor do K_t é dado pela equação (2.59).

A sua respectiva rotação de ruptura é o incremento de tensão que a descontinuidade de geometria proporcionou.

Ao adicionar uma descontinuidade de geometria no corpo de prova, a rotação de ruptura será reduzida devido ao aumento de tensão. Utilizando-se o valor de rotação de ruptura nas equações (2.40) e (2.41) obtém-se uma redução de tensão. Este resultado será atribuído como o incremento de tensão que a descontinuidade de geometria proporcionou, já que o concentrador amplia a tensão. Conforme Figura 3.16 verifica-se que na região de rotação de ruptura dos corpos

de prova a tensão equivalente tende à linearidade e por isso utiliza-se deste artifício. Sendo assim, o valor do K_t é obtido por meio da equação (2.59).

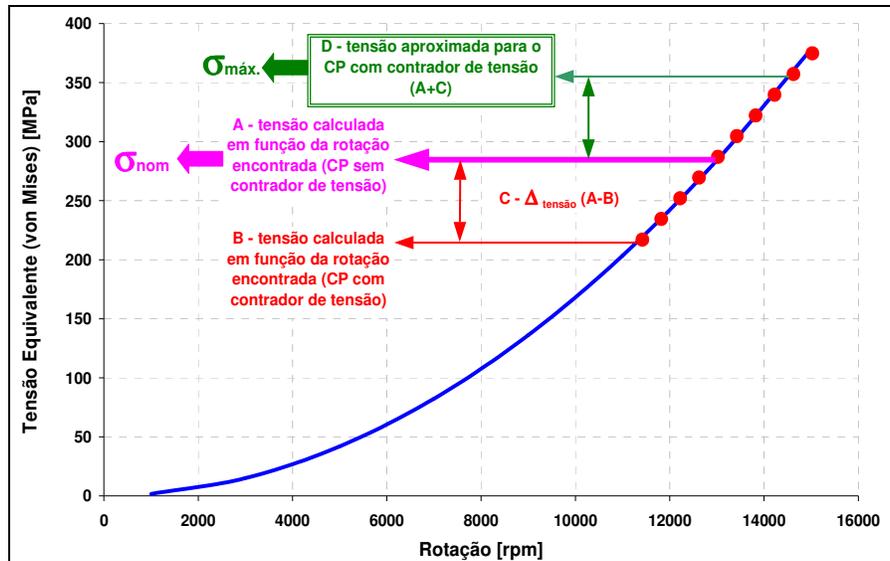


Figura 3.16 – Curva da tensão equivalente (critério de von Mises) em função da rotação. Valores de tensão equivalente no diâmetro interno do corpo de prova anular (300 x 180mm) submetido à rotação.

3.6 Metodologia para determinar a tensão equivalente (critério de von Mises), por meio do software de elementos finitos ABAQUS versão 6.6-1.

As simulações das tensões equivalente dos corpos de prova, por meio do método dos elementos finitos, foram executadas a partir de um modelo de cálculo modelado pela ferramenta de CAD 3D do software ABAQUS/CAE (Figura 3.17).

O modelo em elementos finitos constituiu-se em uma análise básica e genérica para todas as diferentes geometrias de corpo de prova analisadas neste trabalho, na qual se gerou o modelo por meio de elementos sólidos hexagonais de quatro nós por elemento. Utilizou-se o solver ABAQUS Standard com algoritmo implícito não-linear.

Com o intuito de reproduzir as mesmas condições de fixação dos experimentos utilizaram-se “molas chapa” para evitar concentrações de tensão que provavelmente surgiriam

em um engaste central. Aplicou-se uma força no sentido axial ao centralizador onde as mesmas encontram-se fixadas. Aplicou-se também cargas de rotação e aceleração.

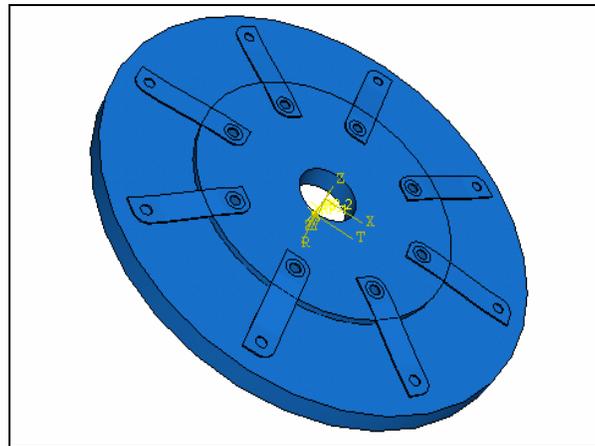


Figura 3.17 – Corpo de prova modelado no software ABAQUAS/CAE.

Demonstram-se as condições de contorno aplicadas no modelo na Figura 3.18. Gerou-se o engastamento do corpo de prova a partir de fixação de oito “molas chapas” (destaque em amarelo, representando uma das molas de chapa). Sobre elas aplico-se na direção Z, uma carga distribuída de 300N.

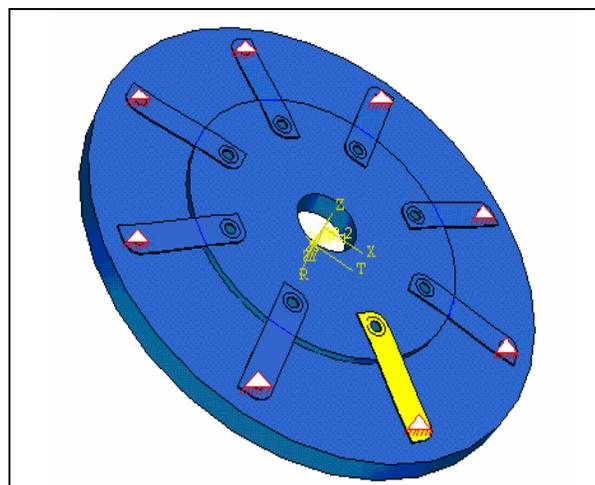


Figura 3.18 – Condições de contorno do modelo do corpo de prova.

Em seguida gerou-se uma malha no modelo conforme Figura 3.19.

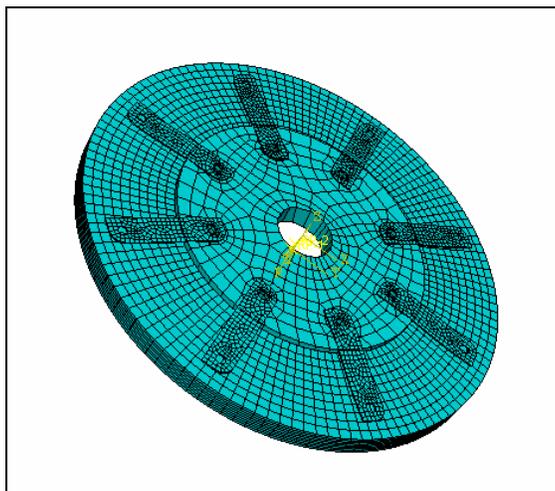


Figura 3.19 – Malha do modelo.

Utilizou-se uma aceleração angular de 85rad/s^2 , (Figura 3.20) (Dados da máquina de centrifugação) e em seguida aplicaram-se forças inerciais de acordo com a rotação de cada corpo de prova estudado (Figura 3.21) objetivando o resultado de tensão equivalente por meio do critério von Mises em cada corpo de prova, (Figura 3.20).

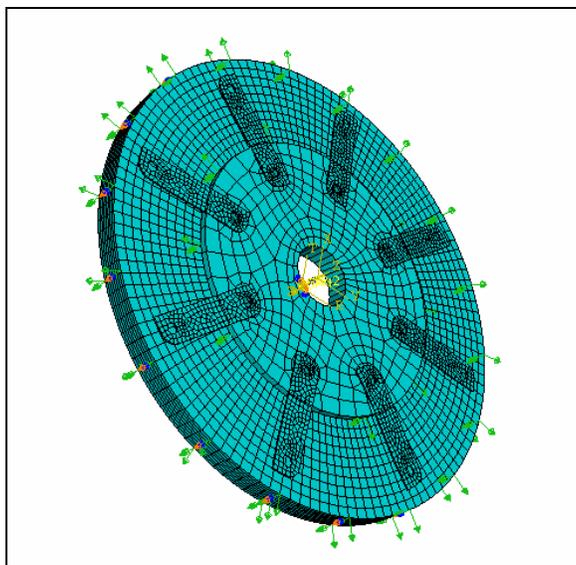


Figura 3.20 – Aceleração angular de 85rad/s^2 no corpo de prova.

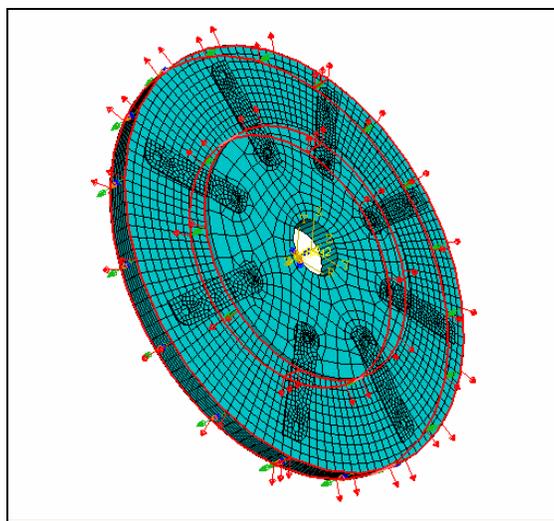


Figura 3.21 – Velocidade angular do corpo de prova em função da rotação de ruptura.

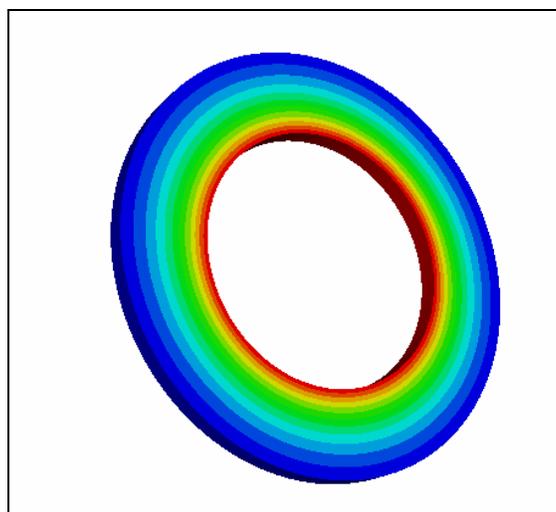


Figura 3.22 – Tensão equivalente, por meio do critério de von Mises.

3.7 Planejamento Experimental

Realizaram-se os experimentos de acordo com um planejamento totalmente aleatorizado visando uma proteção contra o vício do experimento. Neste trabalho utilizaram-se setenta e seis corpos de prova distribuídos em quatro amostras para cada tipo de configuração. As geometrias

de concentradores de tensão que se utilizaram neste trabalho visaram-se possíveis aplicações em projeto de embreagem.

3.8 Análise de Variâncias dos Efeitos dos Experimentos

Utilizam-se as técnicas estatísticas de experimentos principalmente para analisar, interpretar e apresentar as informações de experimentos planejados. Com os dados analisados matematicamente e com os testes desempenhados corretamente é possível rejeitar ou aceitar hipóteses formuladas. As hipóteses básicas, conforme visto no capítulo 2, são:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots \mu_k \\ H_1: \mu_i = \mu_j \neq \mu_j \ (i \neq j) \end{array} \right.$$
$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: \mu_1 = \dots = \mu_k \\ H_1: \text{pelo menos um é diferente} \end{array} \right.$$

Se $p < 0,05$ rejeita-se a hipótese nula e se aceita a hipótese nula se $p > 0,05$, ou seja, todas as médias estão contidas no intervalo de confiança e podem ser consideradas iguais.

Capítulo 4

Resultados e Discussão

O presente capítulo inicia-se com a apresentação dos resultados obtidos por meio das equações (2.40) e (2.41), publicadas por Timoshenko (1970), cujas equações determina analiticamente as componentes das tensões tangencial e radial em corpos anulares de geometria e espessura constante submetido à rotação. Apresenta-se também neste capítulo os resultados experimentais de rotação de ruptura encontrados nos ensaios de centrifugação que se utilizou na determinação das componentes das tensões radial e tangencial e, decorrente dessas, a tensão equivalente (critério de von Mises), a qual se utilizou na determinação das curvas dos fatores de concentração de tensão.

Na Figura 4.1 apresentam-se os dados relativos à seção do corpo de prova anular de geometria e espessura constante para uma determinada rotação (curvas das componentes das tensões tangencial, radial e equivalente), na qual se verificou que a tensão de maior intensidade é a tangencial e o ponto crítico atua no diâmetro interno do corpo anular. A tensão radial é a de menor intensidade e o ponto crítico atua próximo do diâmetro médio do corpo anular.

Na Figura 4.2 apresentam-se os dados relativos à seção do corpo de prova anular de geometria e espessura constante para uma determinada rotação, na qual se verificou a tendência do comportamento da tensão em função da relação do diâmetro interno e do diâmetro externo (curvas das componentes das tensões tangencial e radial). Fixou-se a dimensão do diâmetro externo e variou-se a dimensão do diâmetro interno na qual se verificou que quanto maior o

diâmetro interno, maior é o valor da tensão tangencial no ponto crítico, ou seja, no diâmetro interno. Verificou-se também que quanto menor o diâmetro interno do corpo anular, as tensões tangencial e radial, tende a apresentar a mesma intensidade.

Na Figura 4.3 apresentam-se os dados relativos à seção do corpo de prova anular de geometria e espessura constante para uma determinada rotação, na qual se verificou a tendência do comportamento da tensão em função da relação do raio interno e do raio externo (curva da componente da tensão equivalente). Da mesma maneira que a tensão tangencial fixou-se a dimensão do diâmetro externo e variou-se a dimensão do diâmetro interno. Verificou-se então, que quanto maior o diâmetro interno, maior é o valor da tensão equivalente (critério de von Mises) no ponto crítico, ou seja, no diâmetro interno.

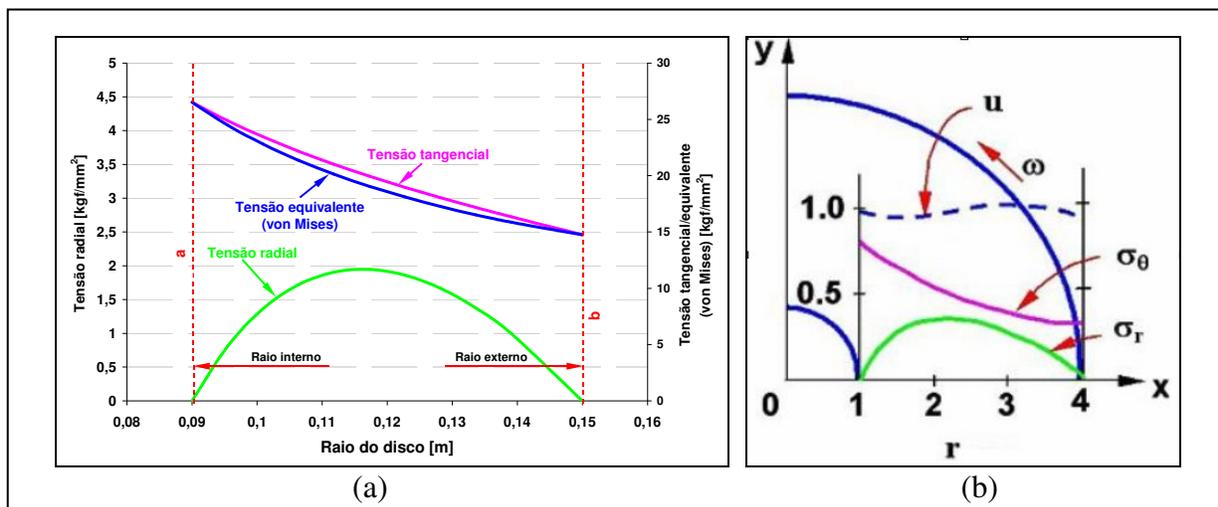


Figura 4.1 – (a) Curvas das componentes das tensões radial, tangencial e equivalente em função da dimensão da seção de um corpo anular (diâmetro externo de 300mm e diâmetro interno de 180mm) de geometria e espessura constante submetido à rotação de 12924rpm, a qual foi determinada a partir das equações (2.40) e (2.41). (b) Esquema representativo do deslocamento e das tensões radial e tangencial em função do raio em $\frac{1}{4}$ da geometria de um corpo anular quando o mesmo é submetido à rotação.

Nas Figuras 4.4 e 4.5 apresentam-se os dados relativos à seção do corpo de prova anular de geometria e espessura constante, nas quais se verificou a tendência do comportamento das tensões tangencial e radial em função do raio e da rotação.

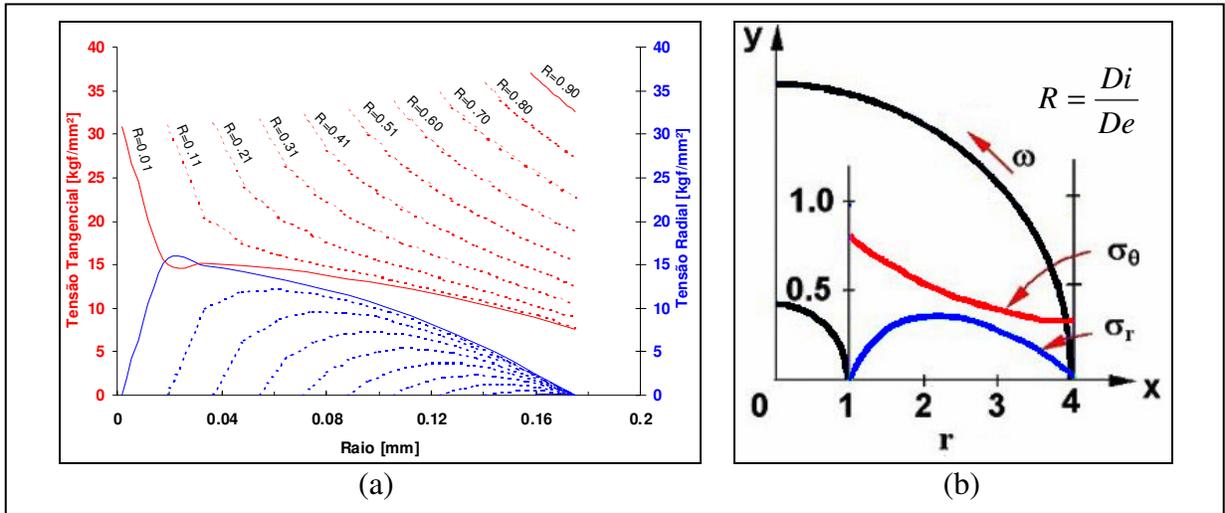


Figura 4.2 – (a) Curvas das componentes das tensões tangencial e radial em função da dimensão da seção de um corpo anular de geometria e espessura constante e das várias relações de diâmetro interno e externo (R), na qual foi determinado a partir das equações (2.40) e (2.41). (b) Esquema representativo das tensões tangencial e radial em função do raio em $\frac{1}{4}$ da geometria de um corpo anular quando o mesmo é submetido à rotação.

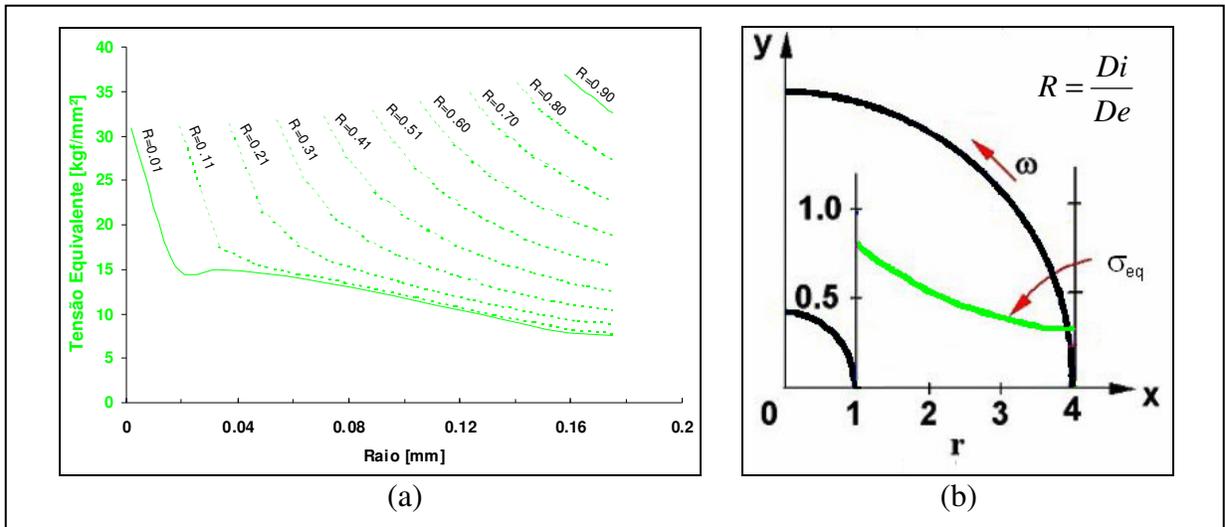


Figura 4.3 – (a) Curvas das componentes da tensão equivalente, critério de von Mises, em função da dimensão da seção de um corpo anular de geometria e espessura constante e das várias relações de diâmetro interno e externo (R), a qual foi determinada a partir das equações (2.40) e (2.41). (b) Esquema representativo da tensão equivalente (critério de von Mises) em função do raio em $\frac{1}{4}$ da geometria de um corpo anular quando o mesmo é submetido à rotação.

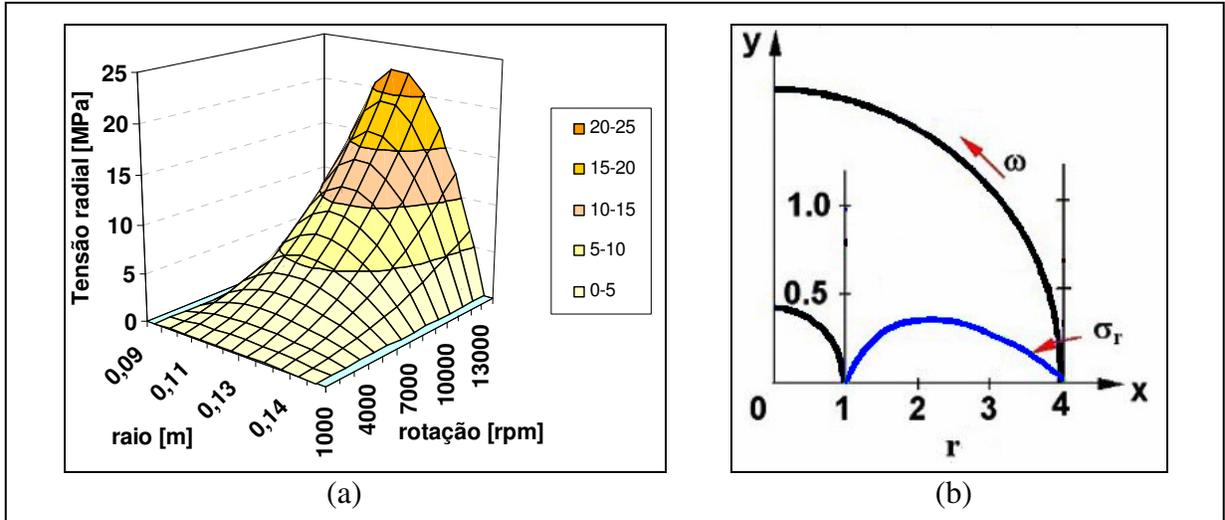


Figura 4.4 – (a) Curvas das componentes da tensão radial em função da rotação e da dimensão da seção de um corpo anular (diâmetro externo de 300mm e diâmetro interno de 180mm) de geometria e espessura constante, a qual foi determinada a partir da equação (2.40). (b) Esquema representativo da tensão radial em função do raio em $\frac{1}{4}$ da geometria de um corpo anular quando o mesmo é submetido à rotação.

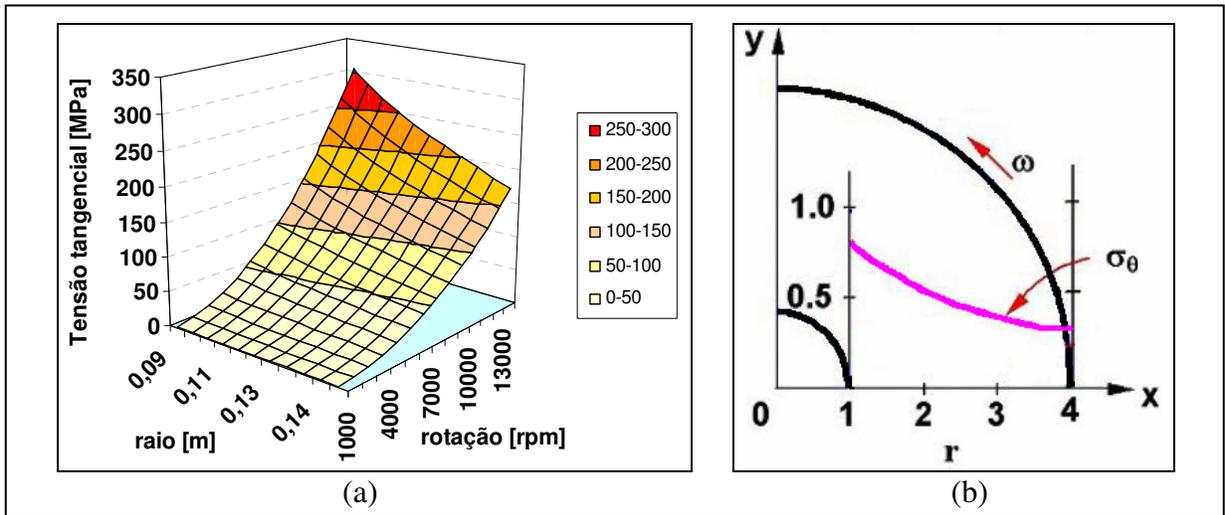


Figura 4.5 – (a) Curvas das componentes da tensão tangencial em função da rotação e da dimensão da seção de um corpo anular (diâmetro externo de 300mm e diâmetro interno de 180mm) de geometria e espessura constante, a qual foi determinada a partir da equação (2.41). (b) Esquema representativo da tensão radial em função do raio em $\frac{1}{4}$ da geometria de um corpo anular quando o mesmo é submetido à rotação.

Na Figura 4.6 apresentam-se os dados relativos à seção do corpo de prova anular de geometria e espessura constante. Nestas curvas demonstram-se os comportamentos das curvas das tensões equivalentes (critério de von Mises) em função da rotação.

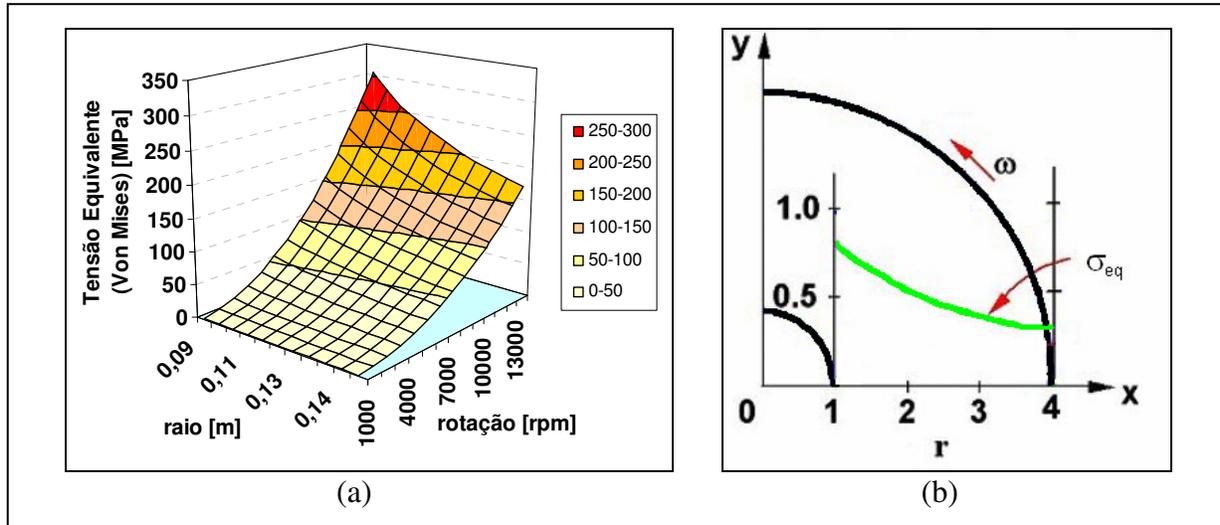


Figura 4.6 – (a) Curvas das componentes da tensão equivalente em função da rotação e da dimensão da seção de um corpo anular (diâmetro externo de 300mm e diâmetro interno de 180mm) de geometria e espessura constante, a qual foi determinada a partir das equações (2.40) e (2.41). (b) Esquema representativo da tensão equivalente em função do raio em $\frac{1}{4}$ da geometria de um corpo anular quando o mesmo é submetido à rotação.

Como demonstrado por Peterson (1974), quando um sólido de seção transversal circular de espessura constante (Figura 4.7) contém um furo central, este furo central tornará um concentrador de tensão o qual irá reduzir sua resistência quando o mesmo for solicitado a uma determinada força. Um exemplo é a força resultante de um esforço proveniente de uma rotação. Um sólido de seção transversal com um furo central dá origem a um corpo anular (Figura 4.8) e este, por sua vez descreve o corpo de prova “referência” utilizado neste trabalho. Para avaliar os efeitos de alguns modelos de concentradores de tensão em corpos anulares de geometria e espessura constante adotou-se a relação diâmetro interno e diâmetro externo igual a 0,6 ($D_i/D_e = 0,6$).

As curvas de fatores de concentração de tensão demonstrada neste trabalho, Figuras (4.60), (4.60), (4.61), (4.68), (4.72), (4.76), (4.80) e (4.84), foram determinada a partir de cálculos teóricos, simulações realizadas no software “ABAQUS versão 6.6-1” e ensaios experimentais.

4.1 Resultados do ensaio de centrifugação dos corpos de provas anulares

Nas Tabelas 4.1 a 4.4 apresentam-se dados obtidos por meio dos ensaios de centrifugação realizados em corpos de prova de material ferro fundido cinzento GG25. As Figuras 4.9 a 4.40 mostram os corpos de provas utilizados nos testes de centrifugação.

Tabela 4.1: Valores de rotação de ruptura [rpm] referentes aos corpos de prova anulares de geometria e espessura constante utilizados nos ensaios de centrifugação (Corpo de prova “A”).

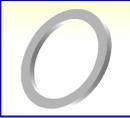
<i>Relação de diâmetro interno/externo</i>	<i>Figura da geometria</i>	<i>Tipo de corpo de prova</i>	<i>Corpos de prova</i>	<i>Rotação de ruptura [rpm]</i>
De = 300mm Di=120mm Di/De = 0,4		A1 S = 90mm	1	15176
			2	15102
			3	14982
			4	14953
De = 300mm Di=180mm Di/De = 0,6		A2 S = 60mm	1	13935
			2	14200
			3	14050
			4	14100
De = 300mm Di=210mm Di/De = 0,7		A3 S = 45mm	1	13593
			2	13500
			3	13600
			4	13530
De = 300mm Di=240mm Di/De = 0,8		A4 S = 30mm	1	12983
			2	12920
			3	13000
			4	12967

Tabela 4.2: Valores de rotação de ruptura [rpm] referente aos corpos de prova anulares de espessura constante e com concentradores de tensão (Corpo de prova “B” e “C”) utilizados nos ensaios de centrifugação.

<i>Relação de diâmetro interno/externo</i>	<i>Figura da geometria</i>	<i>Tipo do corpo de prova</i>	<i>Corpos de prova</i>	<i>Rotação de ruptura [rpm]</i>
De = 300mm Di=180mm Di/De = 0,6	<p style="text-align: center;"><i>B</i></p> 	B1 r = 5mm	1	12798
			2	12700
			3	12850
			4	12830
		B2 r = 10mm	1	12121
			2	12183
			3	12100
			4	12111
	B3 r = 15mm	1	11491	
		2	11421	
		3	11470	
		4	11354	
	<p style="text-align: center;"><i>C</i></p> 	C1 r = 5mm	1	11352
			2	11311
			3	11436
			4	11371
C2 r = 10mm		1	10514	
		2	10572	
		3	10421	
		4	10652	
C3 r = 15mm	1	10171		
	2	10183		
	3	10101		
	4	10053		

Tabela 4.3: Valores de rotação de ruptura [rpm] referente aos corpos de prova anulares de espessura constante e com concentradores de tensão (Corpo de prova “D” e “E”) utilizados nos ensaios de centrifugação.

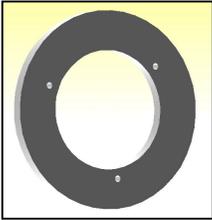
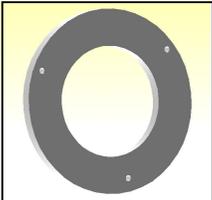
<i>Relação de diâmetro interno/externo</i>	<i>Figura da geometria</i>	<i>Tipo de corpo de prova</i>	<i>Corpos de prova</i>	<i>Rotação de ruptura [rpm]</i>		
$D_e = 300\text{mm}$ $D_i = 180\text{mm}$ $D_i/D_e = 0,6$	<p style="text-align: center;"><i>D</i></p> 	D1	1	13050		
		Df = 2,5mm	2	12900		
		DF= = 210mm	3	13200		
			4	12950		
			D2	1	12300	
			Df = 5mm	2	12353	
			DF= = 210mm	3	12341	
				D3	1	10912
				Df = 10mm	2	10921
				DF= = 210mm	3	11200
				E1	1	13795
				Df = 2,5mm	2	13732
DF= = 270mm				3	13701	
	<p style="text-align: center;"><i>E</i></p> 		4	13763		
		E2	1	13185		
		Df = 5mm	2	13245		
		DF= = 270mm	3	13210		
			E3	4	13205	
				1	12312	
		Df = 10mm	2	12275		
		DF= = 270mm	3	12298		
			4	12222		

Tabela 4.4: Valores de rotação de ruptura [rpm] referente aos corpos de prova anulares de espessura constante e com concentradores de tensão (Corpo de prova “F”) utilizados nos ensaios de centrifugação.

<i>Relação de diâmetro interno/externo</i>	<i>Figura da geometria</i>	<i>Tipo de corpo de prova</i>	<i>Corpos de prova</i>	<i>Rotação de ruptura [rpm]</i>	
$De = 300\text{mm}$ $Di = 180\text{mm}$ $Di/De = 0,6$		F1 = 30mm	r	1	11871
			r	2	12026
			r	3	11908
			r	4	11786
		F2 = 45mm	r	1	12094
			r	2	12208
			r	3	12377
			r	4	12105

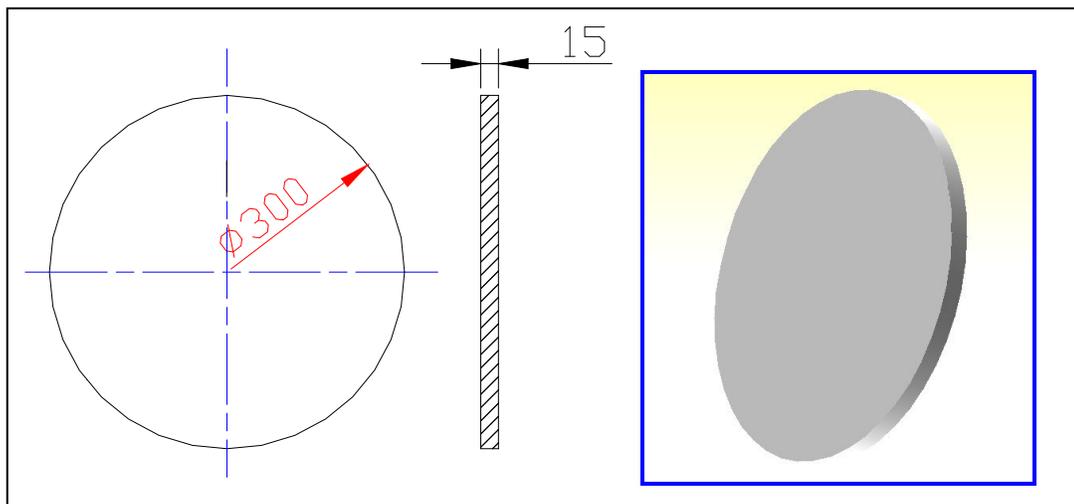


Figura 4.7 – Sólido de seção transversal circular de espessura constante.

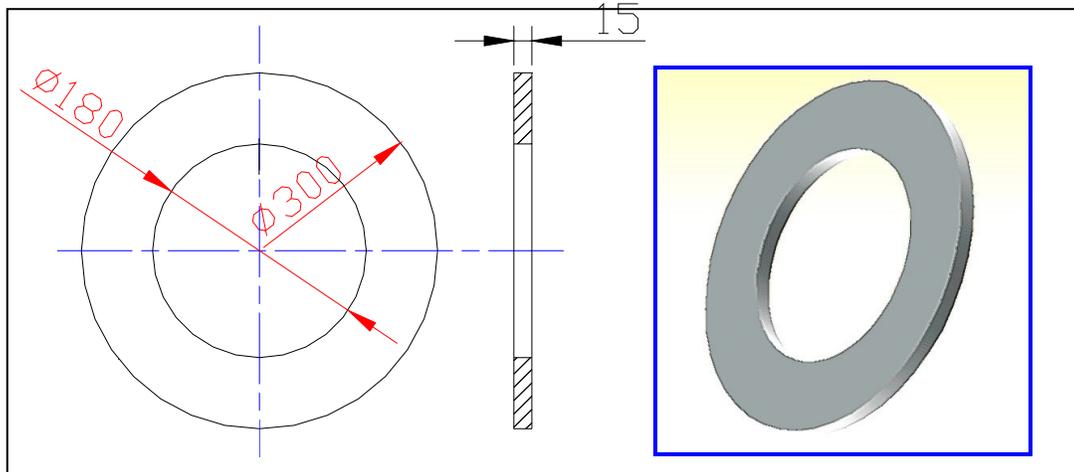


Figura 4.8 – Corpo anular de geometria e espessura constante.



Figura 4.9 – Corpo de prova “A2” (300 x 180mm) – Antes teste.



Figura 4.10 – Corpo de prova “A2” (300 x 180mm) – Após teste.

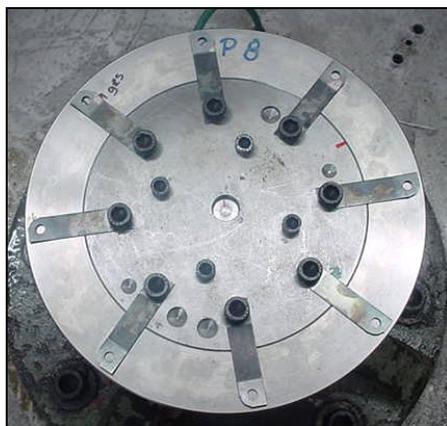


Figura 4.11 – Corpo de prova “A3” (300 x 210mm) – Antes teste.



Figura 4.12 – Corpo de prova “A3” (300 x 210mm) – Após teste.



Figura 4.13 – Corpo de prova “B1”, raio externo = 5mm – Após teste.

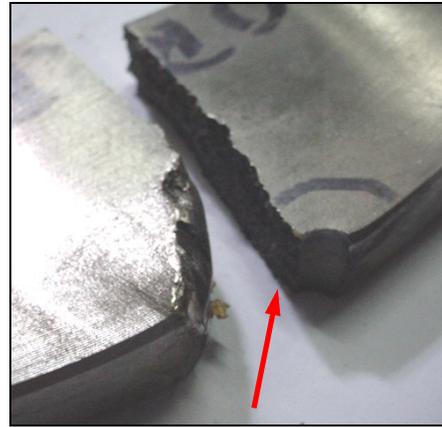


Figura 4.14 – Detalhe da Figura 4.13.



Figura 4.15 – Corpo de prova “B2”, raio externo = 10mm – Após teste.

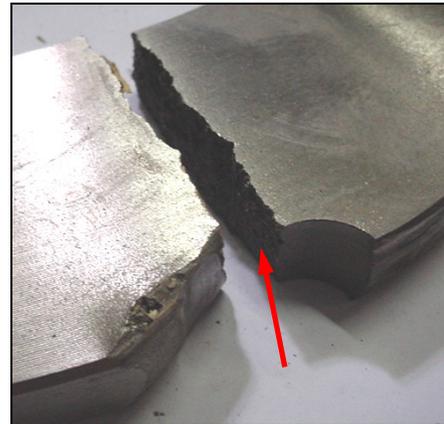


Figura 4.16 – Detalhe da Figura 4.15.



Figura 4.17 – Corpo de prova “B3”, raio externo = 15mm – Após teste.



Figura 4.18 – Detalhe da Figura 4.17.



Figura 4.19 – Corpo de prova “C1”, raio interno = 5mm – Após teste.

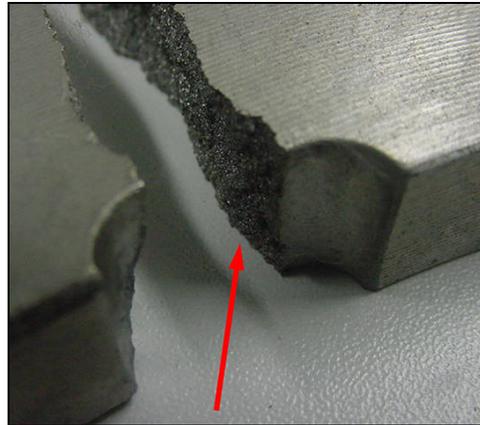


Figura 4.20 – Detalhe da Figura 4.19.



Figura 4.21 – Corpo de prova “C2”, raio interno = 10mm – Após teste.



Figura 4.22 – Detalhe da Figura 4.21.



Figura 4.23 – Corpo de prova “C3”, raio interno = 15mm – Após teste.

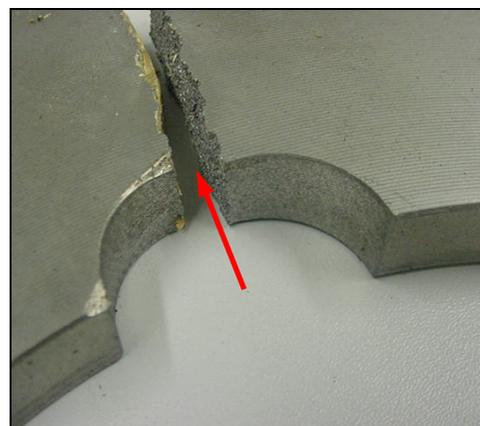


Figura 4.24 – Detalhe da Figura 4.23.



Figura 4.25 – Corpo de prova “D1”, diâmetro do furo = 2,5mm – Após teste.

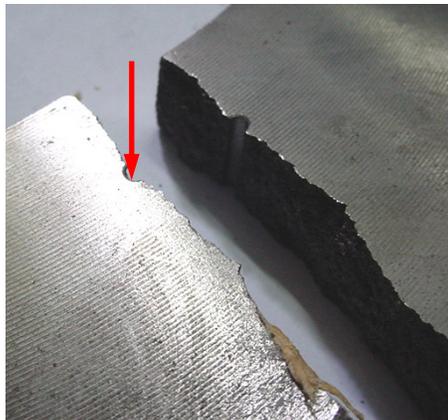


Figura 4.26 – Detalhe da Figura 4.25.



Figura 4.27 – Corpo de prova “D2”, diâmetro do furo = 5mm – Após teste.



Figura 4.28 – Detalhe da Figura 4.27.



Figura 4.29 – Corpo de prova “D3”, diâmetro do furo = 10mm – Após teste.

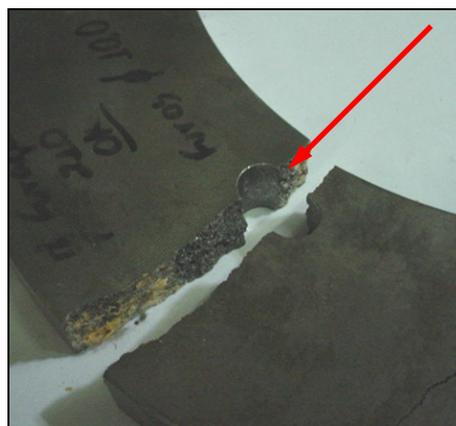


Figura 4.30 – Detalhe da Figura 4.29.

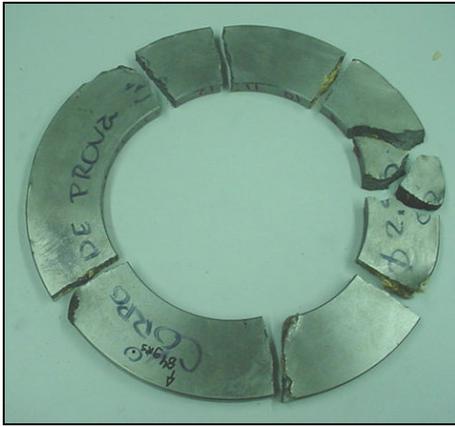


Figura 4.31 – Corpo de prova “E1”,
diâmetro do furo = 2,5mm – Após teste.

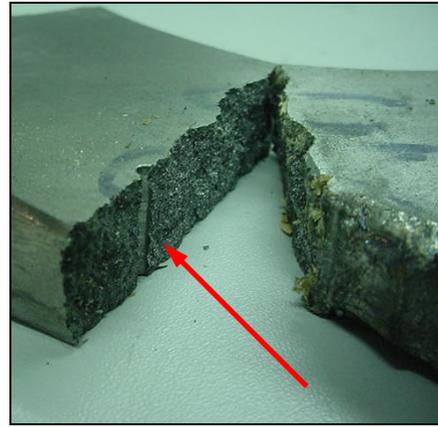


Figura 4.32 – Detalhe da Figura 4.31.

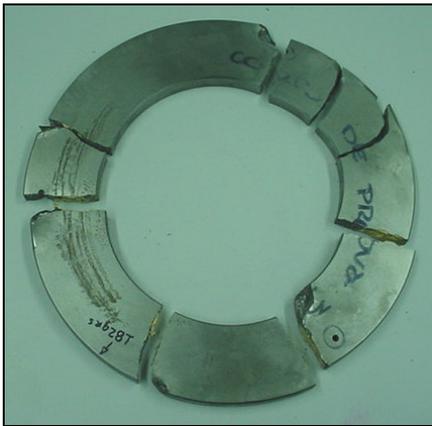


Figura 4.33 – Corpo de prova “E2”,
diâmetro do furo = 5mm – Após teste.

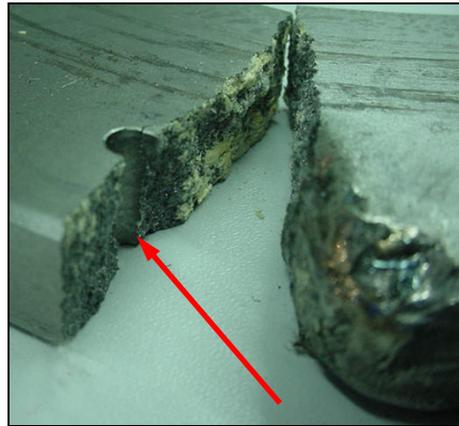


Figura 4.34 – Detalhe da Figura 4.33.



Figura 4.35 – Corpo de prova “E3”,
diâmetro do furo = 10mm – Após teste.

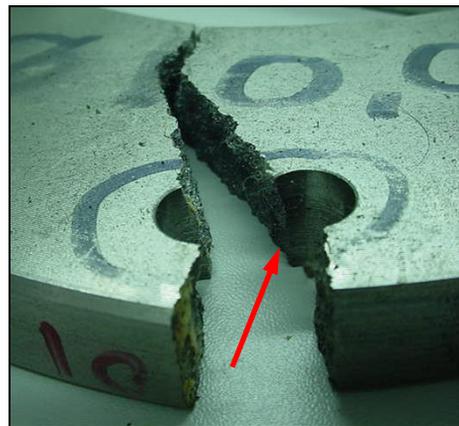


Figura 4.36 – Detalhe da Figura 4.35.

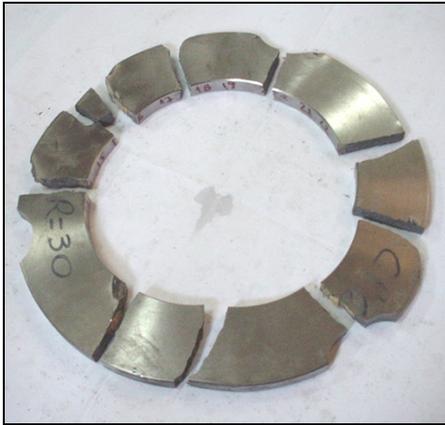


Figura 4.37 – Corpo de prova “F1”, raio externo = 30mm – Após teste.



Figura 4.38 – Detalhe da Figura 4.37.



Figura 4.39 – Corpo de prova “F2”, raio externo = 45mm – Após teste.

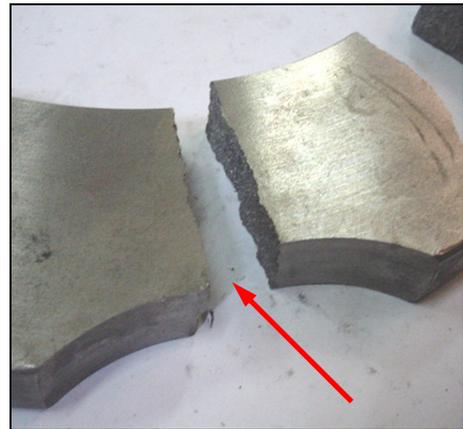


Figura 4.40 – Detalhe da Figura 4.39.

Nas Tabelas 4.5 a 4.8 apresentam-se os dados adquiridos por meio de análise de confiabilidade baseando-se nos dados descritos nas Tabelas 4.1 a 4.4. Nas Figuras 4.41 a 4.58 demonstra-se para cada geometria dos corpos de prova estudado, curvas de confiabilidade por meio do software MINITAB versão 15.

Tabela 4.5: Valores de rotação de ruptura [rpm] referentes aos corpos de prova anulares de geometria e espessura constante (Corpo de prova “A”).

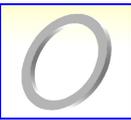
<i>Relação de diâmetro interno/externo</i>	<i>Figura da geometria</i>	<i>Tipo de corpo de prova</i>	<i>Rotação de ruptura [rpm] IC - 90% (4 amostras)</i>
De = 300mm Di=120mm Di/De = 0,4		A1 S = 90mm	MTTF = 15051 B ₁ = 14724 B _{1 Lower} = 14456 B _{1 Upper} = 14997 DSVP = 105,0
De = 300mm Di=180mm Di/De = 0,6		A2 S = 60mm	MTTF = 14069,7 B ₁ = 13734,6 B _{1 Lower} = 13462,4 B _{1 Upper} = 14012,2 DSVP = 107,5
De = 300mm Di=210mm Di/De = 0,7		A3 S = 45mm	MTTF = 13556,5 B ₁ = 13419,6 B _{1 Lower} = 13300,5 B _{1 Upper} = 13539,8 DSVP = 43,77
De = 300mm Di=240mm Di/De = 0,8		A4 S = 30mm	MTTF = 12968,4 B ₁ = 12879,1 B _{1 Lower} = 12801,1 B _{1 Upper} = 12956,9 DSVP = 28,5

Tabela 4.6: Valores de rotação de ruptura [rpm] referentes aos corpos de prova anulares de espessura constante e com concentradores de tensões (Corpo de prova “B” e “C”).

<i>Relação de diâmetro interno/externo</i>	<i>Figura da geometria</i>	<i>Tipo do corpo de prova</i>	<i>Rotação de ruptura [rpm]</i> <i>IC - 90% (4 amostras)</i>
De = 300mm Di=180mm Di/De = 0,6	<p style="text-align: center;"><i>B</i></p> 	<p style="text-align: center;">B1 r = 5mm</p>	<p>MTTF = 12797,3 B₁ = 12637,7 B_{1 Lower} = 12496,2 B_{1 Upper} = 12780,8 DSVP = 51,1</p>
		<p style="text-align: center;">B2 r = 10mm</p>	<p>MTTF = 12126,2 B₁ = 11987,5 B_{1 Lower} = 11878,3 B_{1 Upper} = 12097,6 DSVP = 44,4</p>
		<p style="text-align: center;">B3 r = 15mm</p>	<p>MTTF = 11435,4 B₁ = 11273,1 B_{1 Lower} = 11132,9 B_{1 Upper} = 11415,1 DSVP = 51,9</p>
	<p style="text-align: center;"><i>C</i></p> 	<p style="text-align: center;">C1 r = 5mm</p>	<p>MTTF = 11363,3 B₁ = 11205,6 B_{1 Lower} = 11078,7 B_{1 Upper} = 11334 DSVP = 50,5</p>
		<p style="text-align: center;">C2 r = 10mm</p>	<p>MTTF = 10538,7 B₁ = 10245,1 B_{1 Lower} = 10006,5 B_{1 Upper} = 10489,3 DSVP = 94,3</p>
		<p style="text-align: center;">C3 r = 15mm</p>	<p>MTTF = 10128,1 B₁ = 9959,5 B_{1 Lower} = 9813,8 B_{1 Upper} = 10107,5 DSVP = 53,9</p>

Tabela 4.7: Valores de rotação de ruptura [rpm] referentes aos corpos de prova anulares de espessura constante e com concentradores de tensões (Corpo de prova “D” e “E”).

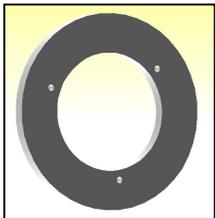
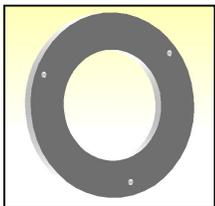
<i>Relação de diâmetro interno/externo</i>	<i>Figura da geometria</i>	<i>Tipo de corpo de prova</i>	<i>Rotação de ruptura [rpm]</i> <i>IC - 90% (4 amostras)</i>
De = 300mm Di=180mm Di/De = 0,6	<p style="text-align: center;"><i>D</i></p> 	D1 Df = 2,5mm DF= = 210mm	MTTF = 13019,5 B ₁ = 12517,6 B _{1 Lower} = 12219,7 B _{1 Upper} = 12933,7 DSVP = 144,1
		D2 Df = 5mm DF= = 210mm	MTTF = 12326,2 B ₁ = 12251,6 B _{1 Lower} = 12188,2 B _{1 Upper} = 12315,3 DSVP = 23,8
		D3 Df = 10mm DF= = 210mm	MTTF = 11030,9 B ₁ = 10590 B _{1 Lower} = 10235,3 B _{1 Upper} = 10957 DSVP = 142,1
	<p style="text-align: center;"><i>E</i></p> 	E1 Df = 2,5mm DF= = 270mm	MTTF = 13747,1 B ₁ = 13621,8 B _{1 Lower} = 13518,1 B _{1 Upper} = 13726,2 DSVP = 40,1
		E2 Df = 5mm DF= = 270mm	MTTF = 13210 B ₁ = 13123 B _{1 Lower} = 13053,3 B _{1 Upper} = 13193,1 DSVP = 27,8
		E3 Df = 10mm DF= = 270mm	MTTF = 12278 B ₁ = 12178 B _{1 Lower} = 12090,3 B _{1 Upper} = 12266,4 DSVP = 31,9

Tabela 4.8: Valores de rotação de ruptura [rpm] referentes aos corpos de prova anulares de espessura constante e com concentradores de tensões (Corpo de prova “F”).

Relação de diâmetro interno/externo	Figura da geometria	Tipo do corpo de prova	Rotação de ruptura [rpm] IC - 90% (4 amostras)
De = 300mm Di=180mm Di/De = 0,6		F1 r = 30mm	MTTF = 11894,2 B ₁ = 11565,6 B _{1 Lower} = 11305,0 B _{1 Upper} = 11832,1 DSVP = 105,6
		F2 r = 45mm	MTTF = 12189,2 B ₁ = 11729,7 B _{1 Lower} = 11373,0 B _{1 Upper} = 12097,7 DSVP = 148,0

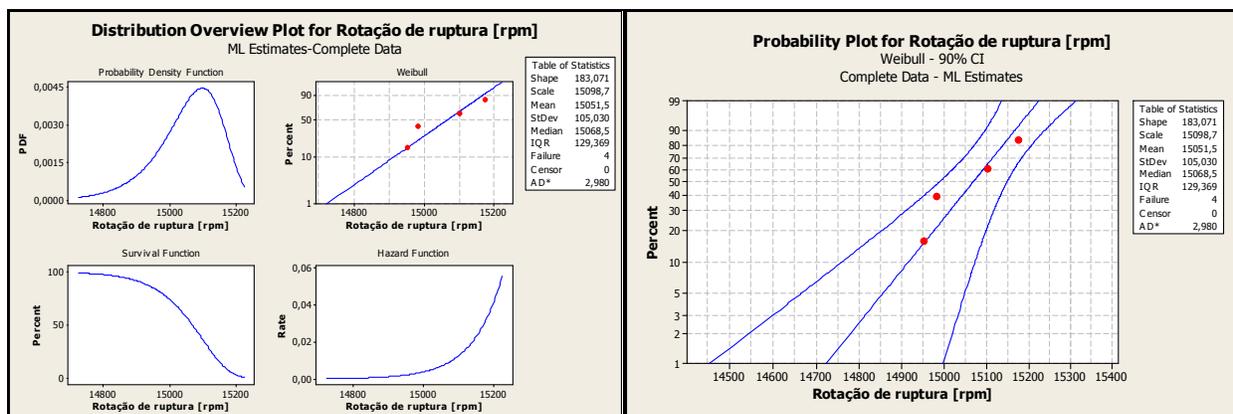


Figura 4.41 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura dos corpos de prova A1, com base no programa MINITAB versão 15.

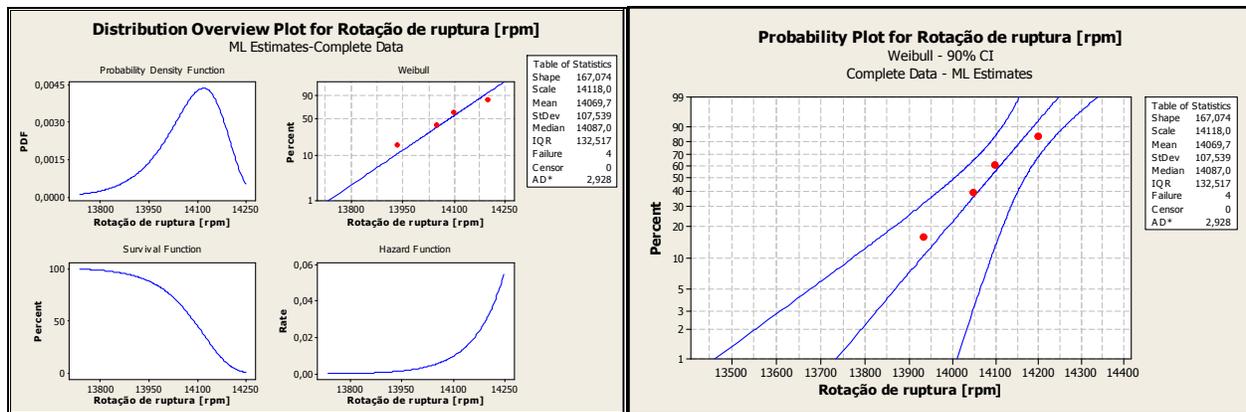


Figura 4.42 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova A2, com base no programa MINITAB versão 15.

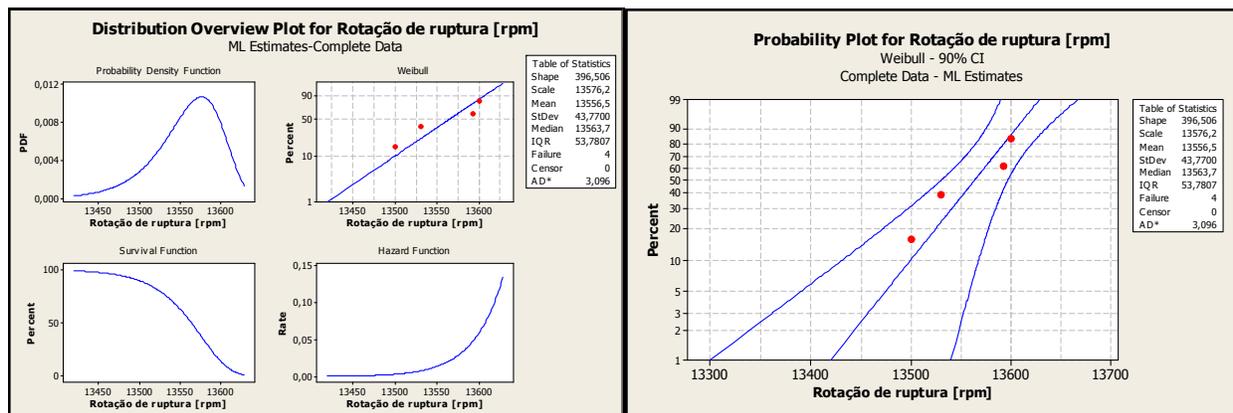


Figura 4.43 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova A3, com base no programa MINITAB versão 15.

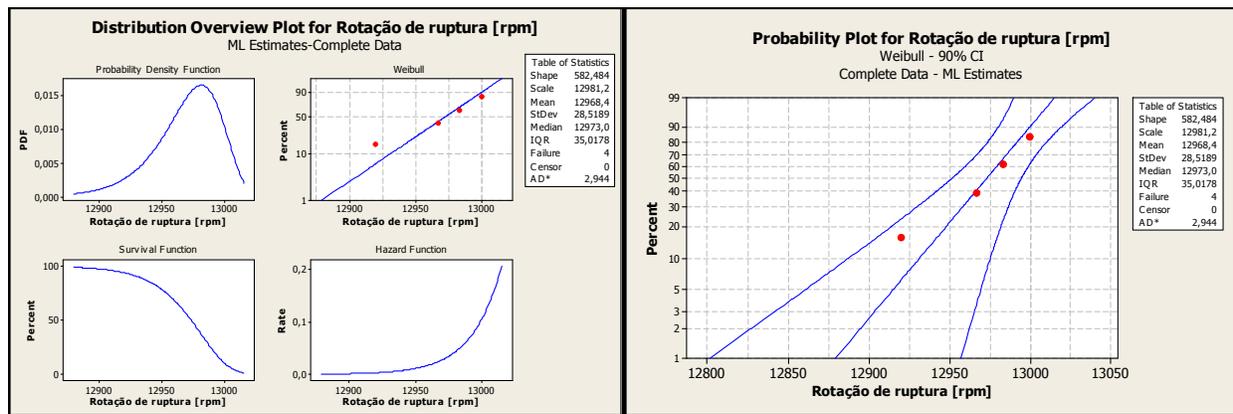


Figura 4.44 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova A4, com base no programa MINITAB versão 15.

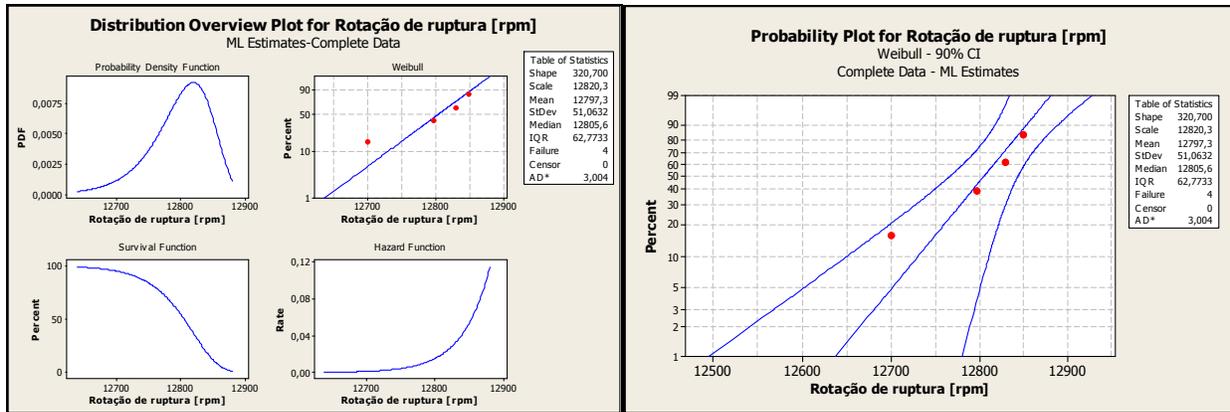


Figura 4.45 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova B1, com base no programa MINITAB versão 15.

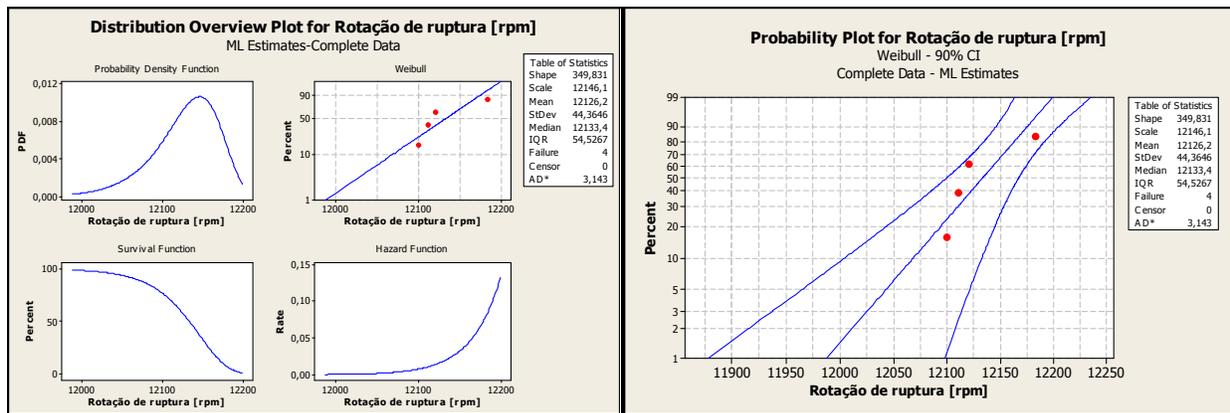


Figura 4.46 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova B2, com base no programa MINITAB versão 15.

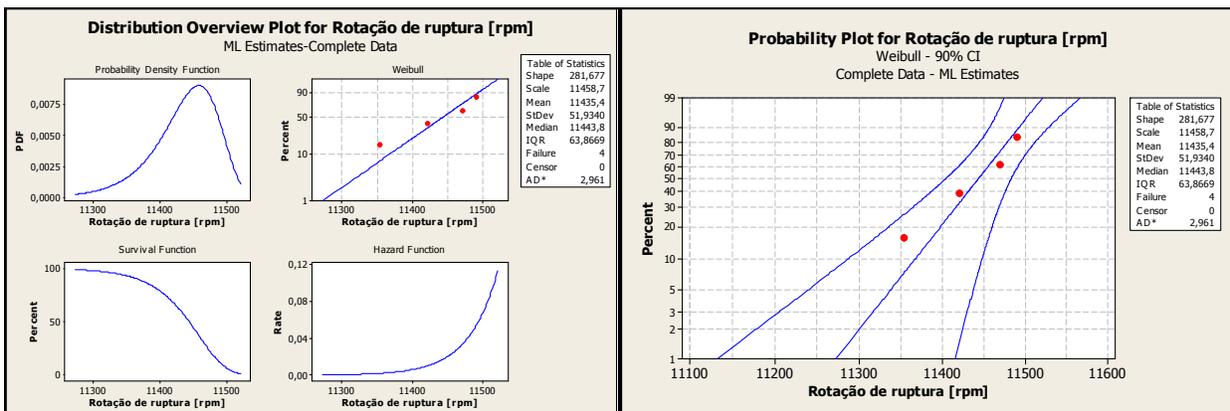


Figura 4.47 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova B3, com base no programa MINITAB versão 15.

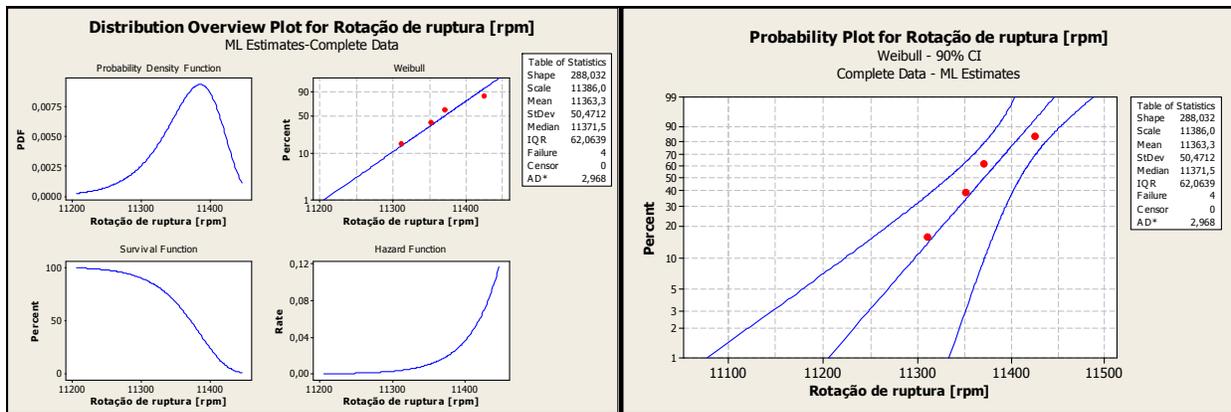


Figura 4.48 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova C1, com base no programa MINITAB versão 15.

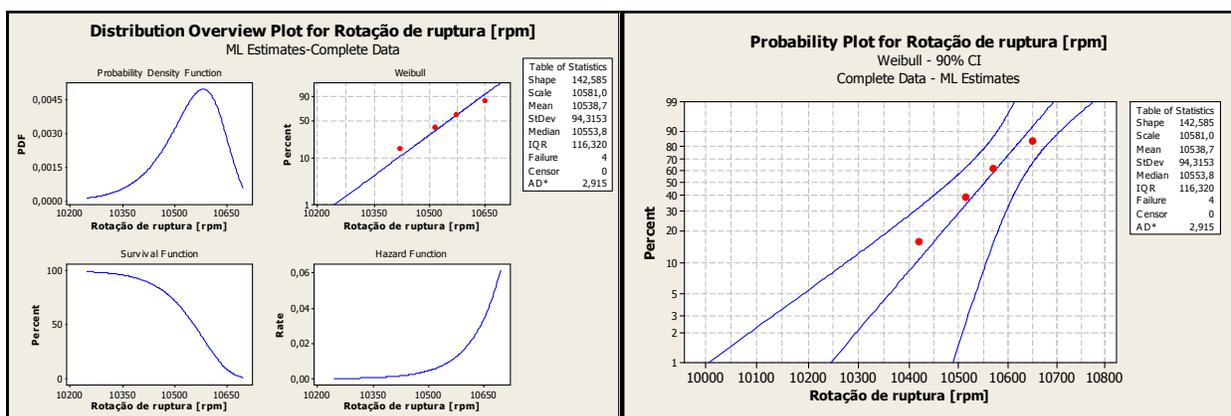


Figura 4.49 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova C2, com base no programa MINITAB versão 15.

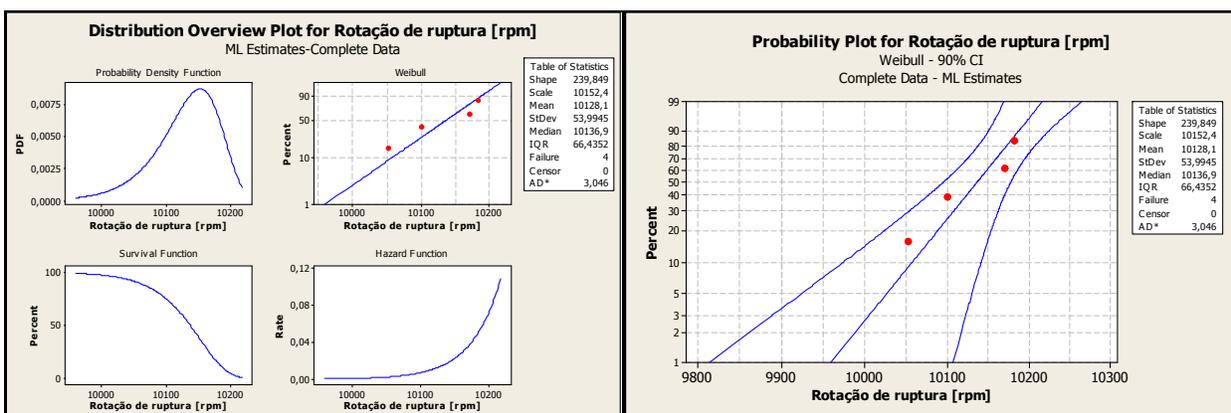


Figura 4.50 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova C3, com base no programa MINITAB versão 15.

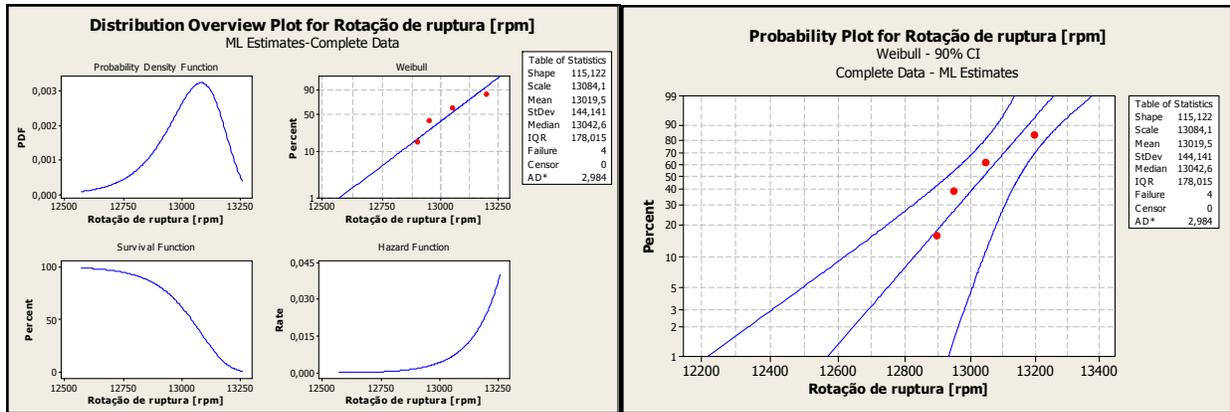


Figura 4.51 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova *D1*, com base no programa MINITAB versão 15.

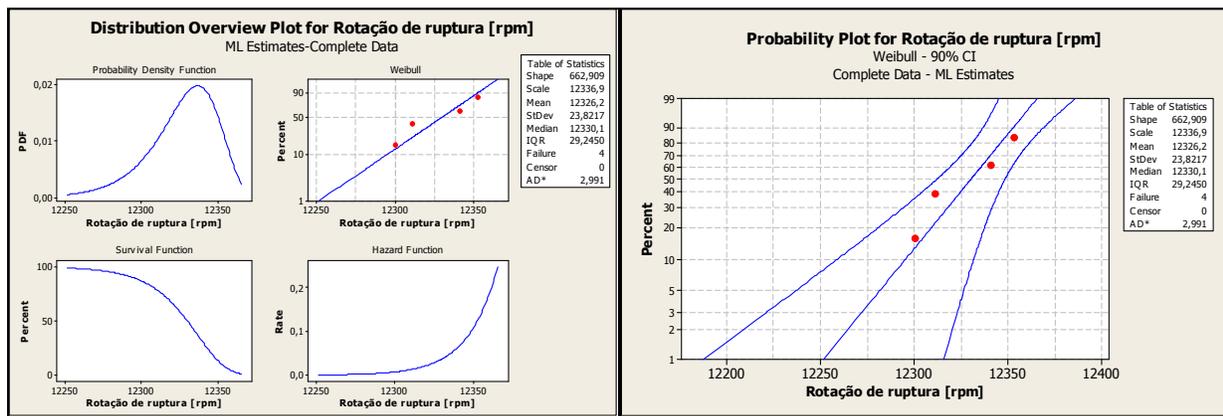


Figura 4.52 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova *D2*, com base no programa MINITAB versão 15.

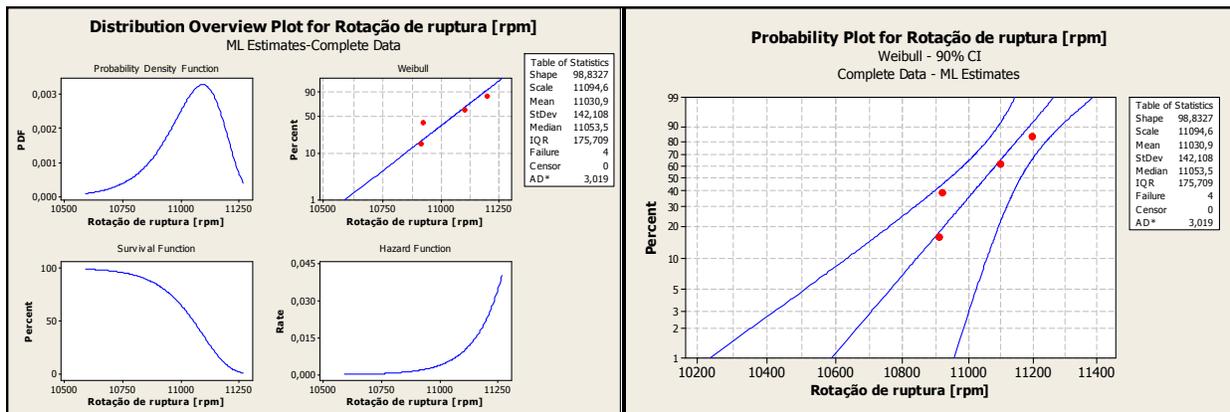


Figura 4.53 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova *D3*, com base no programa MINITAB versão 15.

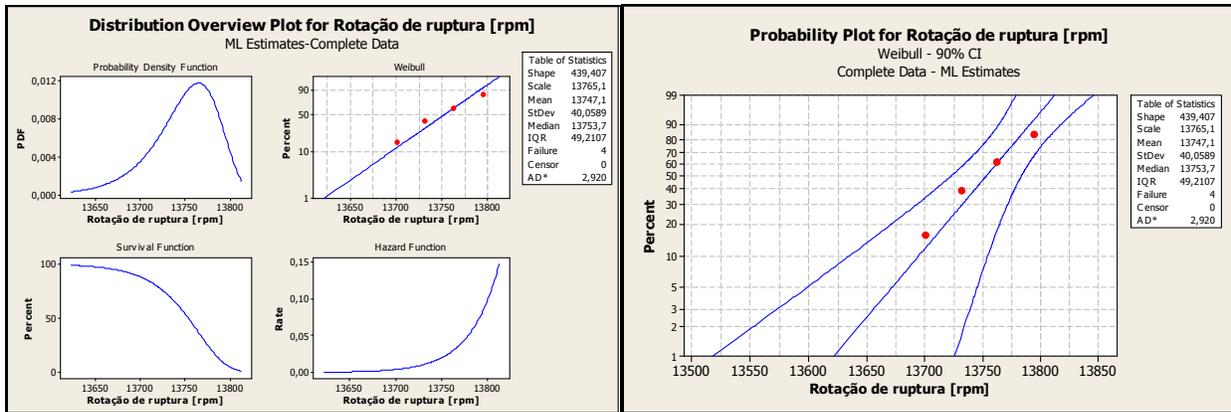


Figura 4.54 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova E1, com base no programa MINITAB versão 15.

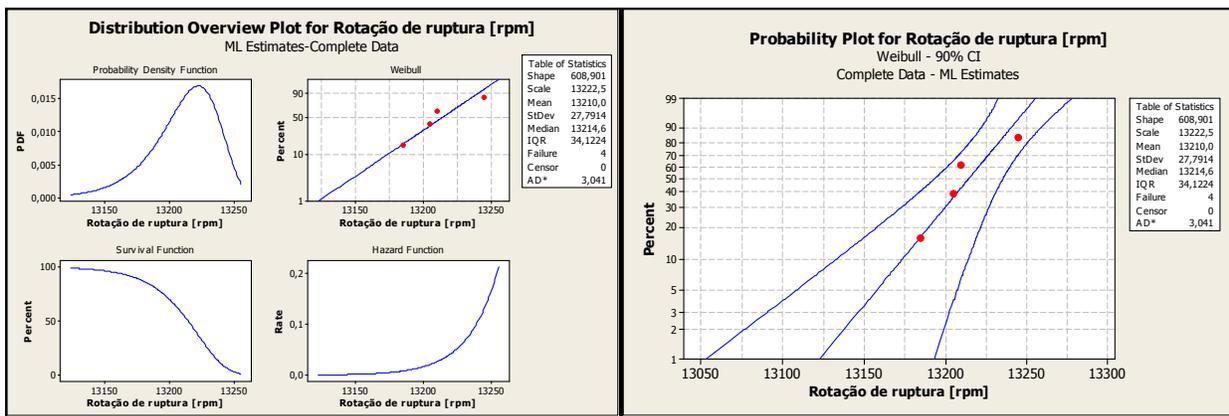


Figura 4.55 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova E2, com base no programa MINITAB versão 15.

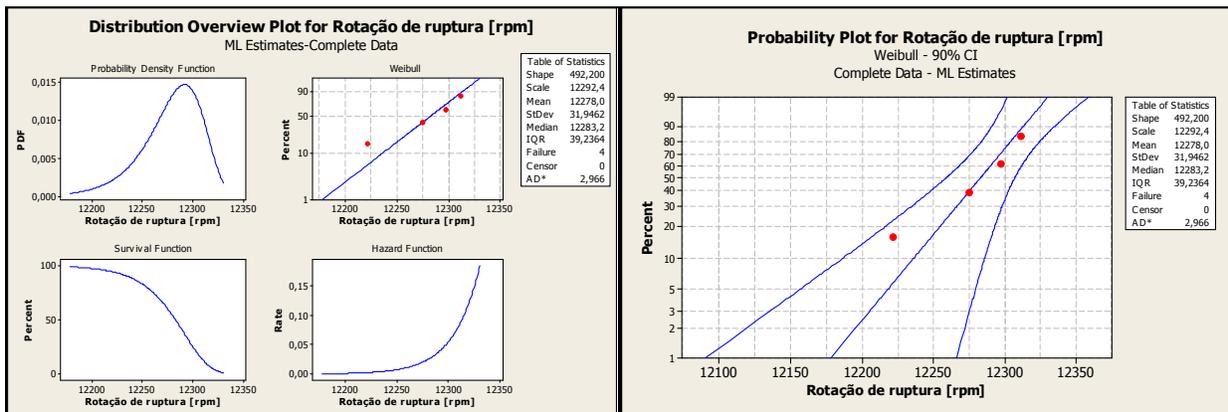


Figura 4.56 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova E3, com base no programa MINITAB versão 15.

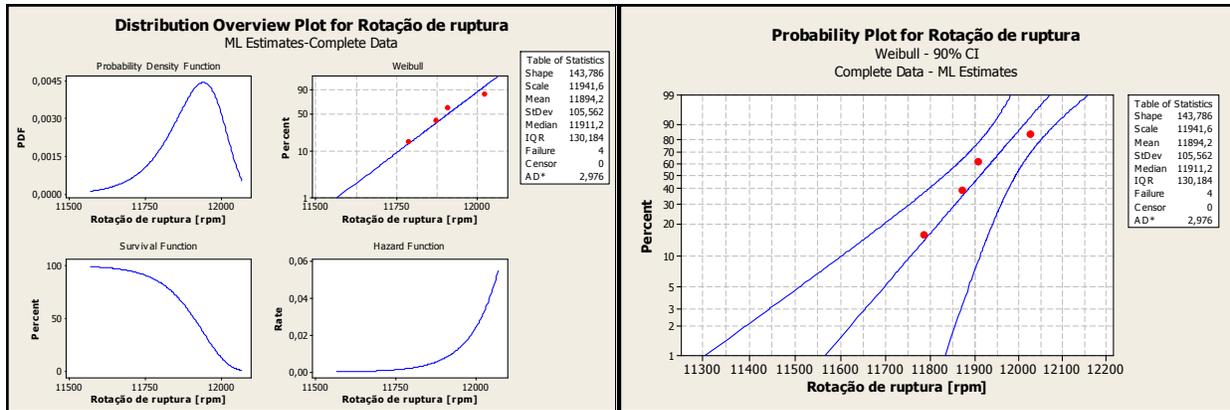


Figura 4.57 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova *F1*, com base no programa MINITAB versão 15.

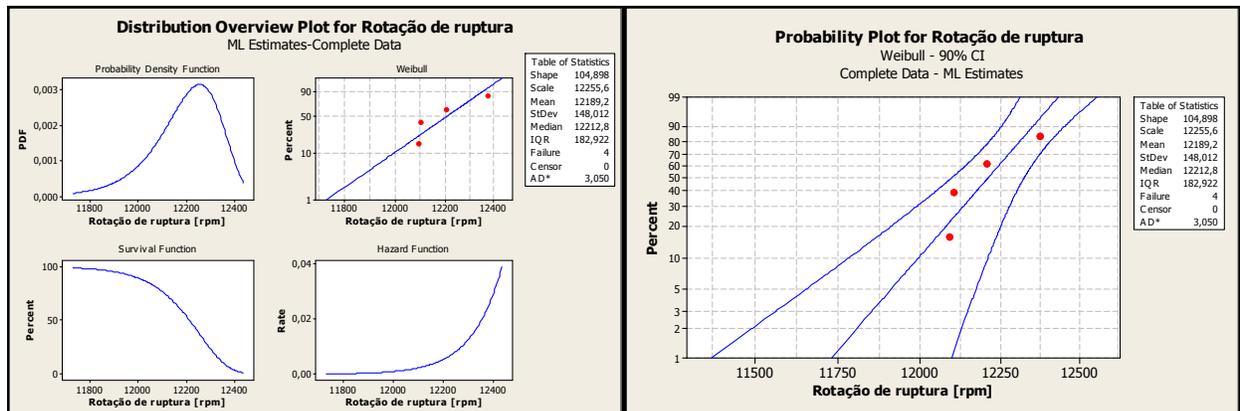


Figura 4.58 – Curvas de confiabilidade para os valores de rotação de ruptura corpo de prova *F2*, com base no programa MINITAB versão 15.

Nas Tabelas 4.9 a 4.12 apresentam-se os resultados obtidos por meio da metodologia proposta baseando-se nos dados descritos nas Tabelas 4.5 a 4.8.

Tabela 4.9: Valores de tensões equivalentes aplicando o critério de von Mises para os corpos de prova anulares de geometria e espessura constante (Corpo de prova “A”).

<i>Relação de diâmetro interno/externo</i>	<i>Figura da geometria</i>	<i>Tipo de corpo de prova</i>	<i>Tensão equivalente von Mises [MPa] IC - 90% (4 amostras)</i>
De = 300mm Di=120mm Di/De = 0,4		A1 S = 90mm	MTTF = 336,7 B ₁ = 322,2 B _{1 Lower} = 310,6 B _{1 Upper} = 334,3
De = 300mm Di=180mm Di/De = 0,6		A2 S = 60mm	MTTF = 308,1 B ₁ = 293,6 B _{1 Lower} = 282,1 B _{1 Upper} = 305,6
De = 300mm Di=210mm Di/De = 0,7		A3 S = 45mm	MTTF = 294,5 B ₁ = 288,5 B _{1 Lower} = 283,4 B _{1 Upper} = 293,7
De = 300mm Di=240mm Di/De = 0,8		A4 S = 30mm	MTTF = 278,3 B ₁ = 274,5 B _{1 Lower} = 271,2 B _{1 Upper} = 277,8

Tabela 4.10: Valores de tensões equivalentes aplicando o critério de von Mises para os corpos de prova anulares de espessura constante e com concentradores de tensões (Corpo de prova “B” e “C”).

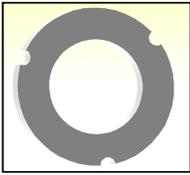
<i>Relação de diâmetro interno/externo</i>	<i>Figura da geometria</i>	<i>Tipo do corpo de prova</i>	<i>Tensão equivalente von Mises [MPa] IC -90% (4 amostras)</i>
De = 300mm Di=180mm Di/De = 0,6	<p style="text-align: center;">B</p> 	<p style="text-align: center;">B1 r = 5mm</p>	<p>MTTF = 361,3 B₁ = 396,6 B_{1 Lower} = 366,9 B_{1 Upper} = 425,1</p>
		<p style="text-align: center;">B2 r = 10mm</p>	<p>MTTF = 387,3 B₁ = 421,5 B_{1 Lower} = 393,4 B_{1 Upper} = 448,6</p>
		<p style="text-align: center;">B3 r = 15mm</p>	<p>MTTF = 412,6 B₁ = 447,4 B_{1 Lower} = 418,4 B_{1 Upper} = 475,3</p>
	<p style="text-align: center;">C</p> 	<p style="text-align: center;">C1 r = 5mm</p>	<p>MTTF = 415,2 B₁ = 449,7 B_{1 Lower} = 421,2 B_{1 Upper} = 477,2</p>
		<p style="text-align: center;">C2 r = 10mm</p>	<p>MTTF = 443,3 B₁ = 481,8 B_{1 Lower} = 449,9 B_{1 Upper} = 512,3</p>
		<p style="text-align: center;">C3 r = 15mm</p>	<p>MTTF = 456,5 B₁ = 490,8 B_{1 Lower} = 462,2 B_{1 Upper} = 518,3</p>

Tabela 4.11: Valores de tensões equivalentes aplicando o critério de von Mises para os corpos de prova anulares de espessura constante e com concentradores de tensões (Corpo de prova “D” e “E”).

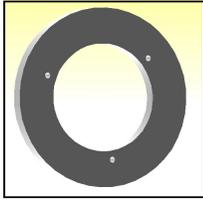
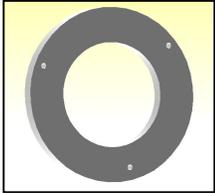
<i>Relação de diâmetro interno/externo</i>	<i>Figura da geometria</i>	<i>Tipo de corpo de prova</i>	<i>Tensão equivalente von Mises [MPa] IC - 90% (4 amostras)</i>
$De = 300\text{mm}$ $Di = 180\text{mm}$ $Di/De = 0,6$	<p style="text-align: center;"><i>D</i></p> 	<p style="text-align: center;">D1</p> $Df = 2,5\text{mm}$ $DF = 210\text{mm}$	$MTTF = 353,3$ $B_1 = 402,8$ $B_{1\text{ Lower}} = 361,9$ $B_{1\text{ Upper}} = 441,5$
		<p style="text-align: center;">D2</p> $Df = 5\text{mm}$ $DF = 210\text{mm}$	$MTTF = 379,7$ $B_1 = 411,6$ $B_{1\text{ Lower}} = 385,1$ $B_{1\text{ Upper}} = 437,0$
		<p style="text-align: center;">D3</p> $Df = 10\text{mm}$ $DF = 210\text{mm}$	$MTTF = 426,8$ $B_1 = 470,6$ $B_{1\text{ Lower}} = 434,3$ $B_{1\text{ Upper}} = 505,1$
	<p style="text-align: center;"><i>E</i></p> 	<p style="text-align: center;">E1</p> $Df = 2,5\text{mm}$ $DF = 270\text{mm}$	$MTTF = 322,0$ $B_1 = 356,4$ $B_{1\text{ Lower}} = 327,9$ $B_{1\text{ Upper}} = 383,8$
		<p style="text-align: center;">E2</p> $Df = 5\text{mm}$ $DF = 270\text{mm}$	$MTTF = 344,6$ $B_1 = 377,1$ $B_{1\text{ Lower}} = 350,3$ $B_{1\text{ Upper}} = 403,0$
		<p style="text-align: center;">E3</p> $Df = 10\text{mm}$ $DF = 270\text{mm}$	$MTTF = 381,5$ $B_1 = 414,4$ $B_{1\text{ Lower}} = 387,0$ $B_{1\text{ Upper}} = 440,7$

Tabela 4.12: Valores de tensões equivalentes aplicando o critério de von Mises para os corpos de prova anulares de espessura constante e com concentradores de tensões (Corpo de prova “F”).

<i>Relação de diâmetro interno/externo</i>	<i>Figura da geometria</i>	<i>Tipo do corpo de prova</i>	<i>Tensão equivalente von Mises [MPa] IC -90% (4 amostras)</i>
De = 300mm Di=180mm Di/De = 0,6		F1 r = 30mm	MTTF = 396,0 B ₁ = 437,0 B _{1 Lower} = 403,3 B _{1 Upper} = 469,3
		F2 r = 45mm	MTTF = 384,9 B ₁ = 431,0 B _{1 Lower} = 393,4 B _{1 Upper} = 466,9

4.2 Resultados das curvas de fator de concentração de tensão (K_t)

Para obter a curva demonstrada na Figura 4.61 fixou-se o diâmetro externo em 300mm e utilizou-se de quatro variações na dimensão do diâmetro interno obtendo as relações de Di/De de 0,4, 0,6, 0,7 e 0,8 conforme demonstrado na Figura 4.59.

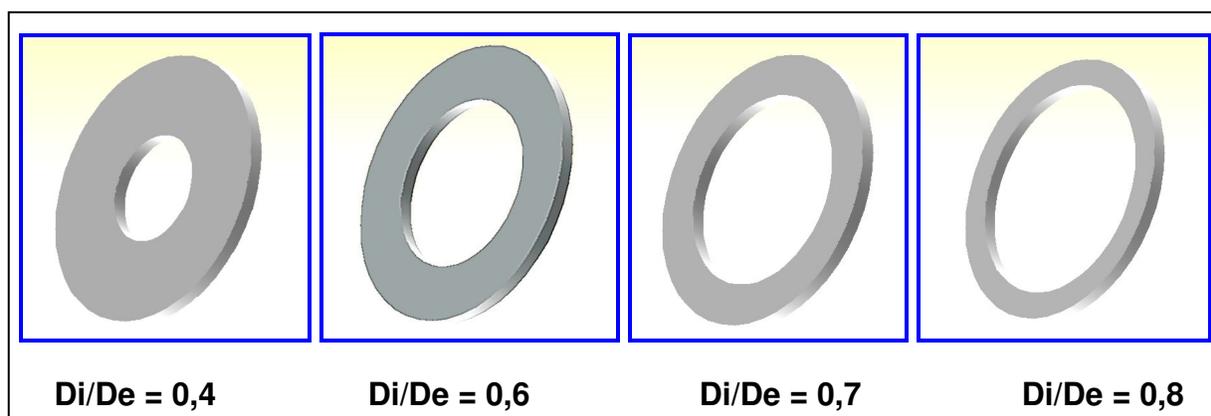


Figura 4.59 – Relação de diâmetro interno e externo (corpo de prova “A”) utilizado para compor a curva experimental demonstrado na Figura 4.61.

Nas Figuras 4.60 e 4.61 demonstra-se a influência do diâmetro interno do furo em um sólido de seção transversal circular. Pode-se verificar que quanto maior o diâmetro desse furo, mais crítico tende ficar a tensão de ruptura do corpo de prova anular quando submetido à rotação. Para obter a curva do K_t teórico para um corpo anular de geometria e espessura constante calculou-se a tensão equivalente teórica (critério de von Mises) para um sólido de seção transversal circular a qual se denominou $\sigma_{nominal}$, em seguida calculou-se a tensão equivalente teórica (critério de von Mises) para um corpo anular a qual se denominou $\sigma_{máxima}$. Após o cálculo das duas tensões, $\sigma_{nominal}$ e $\sigma_{máximo}$, a partir da equação (2.59) determina-se o K_t que neste caso será denominado K_{tTA} (fator de concentração de tensão proveniente da tensão teórica).

No caso da curva do K_t determinada a partir da tensão obtida por meio de simulação em software de elementos finitos - ABAQUS simulou-se a tensão equivalente para um sólido de seção transversal circular (Figura 4.7) a qual irá denominar-se $\sigma_{nominal}$. Em seguida simulou-se a tensão equivalente para um corpo anular (Figura 4.8) a qual irá denominar-se $\sigma_{máxima}$. Após a simulação das duas tensões, $\sigma_{nominal}$ e $\sigma_{máximo}$ determino-se o K_t que neste caso será denominado K_{tSA} (fator de concentração de tensão proveniente da tensão obtida por meio de simulação via software elementos finitos).

Em função da impossibilidade de centrifugar experimentalmente um sólido de seção transversal circular (Figura 4.7) devido aos limites do equipamento utilizado nos experimentos, para obter a curva do K_t a partir de dados experimentais foi considerado o valor da $\sigma_{máxima}$ o próprio valor de resistência a tração do material e a partir do valor de rotação de ruptura encontrado no ensaio de centrifugação do corpo de prova anular de geometria e espessura constante (Figura 4.8) e por meio das equações (2.45), (2.46) e (2.58), obteve o respectivo valor de tensão equivalente o qual se denominou $\sigma_{nominal}$. Após o cálculo das duas tensões, $\sigma_{nominal}$ e $\sigma_{máximo}$, e a partir da equação (2.59) determinou-se o K_t que nestes casos serão denominados de K_{tMA} (fator de concentração de tensão proveniente da tensão equivalente, critério de von Mises, a partir de dados experimentais considerando o $MTTF$) e de K_{tBA} (fator de concentração de tensão proveniente da tensão equivalente, critério de von Mises, a partir de dados experimentais considerando o B_I).

As curvas de fator de concentração de tensão, K_{tTA} , K_{tSA} , K_{tMA} e K_{tBA} (Figuras 4.60 e 4.61) podem ser utilizadas quando se calcula as tensões radial e tangencial e conseqüentemente a tensão equivalente para um sólido de seção transversal circular (Figura 4.7) submetido a uma determinada rotação. Por meio dos valores de fator concentrador de tensão demonstrados nas Figuras 4.60 e 4.61 foi determinado a partir da equação (4.1) ou (4.2) ou (4.3) ou (4.2) o valor da tensão equivalente em um corpo anular de geometria e espessura constante. Como critério de avaliação, para uma determinada rotação, o valor de tensão equivalente (critério de von Mises) é comparado com o valor de resistência a tração do material. Caso o valor de tensão equivalente seja abaixo do valor de resistência à tração do material, o corpo anular de geometria e espessura constantes não romperá, e caso o valor de tensão equivalente seja acima do valor de tensão de resistência à tração do material, o corpo anular de geometria e espessura constantes romperá.

$$\sigma_{eq.-anular} = \sigma_{eq.-sólido} \cdot K_{tTA} \quad (4.1)$$

ou

$$\sigma_{eq.-anular} = \sigma_{eq.-sólido} \cdot K_{tSA} \quad (4.2)$$

ou

$$\sigma_{eq.-anular} = \sigma_{eq.-sólido} \cdot K_{tMA} \quad (4.3)$$

ou

$$\sigma_{eq.-anular} = \sigma_{eq.-sólido} \cdot K_{tBA} \quad (4.4)$$

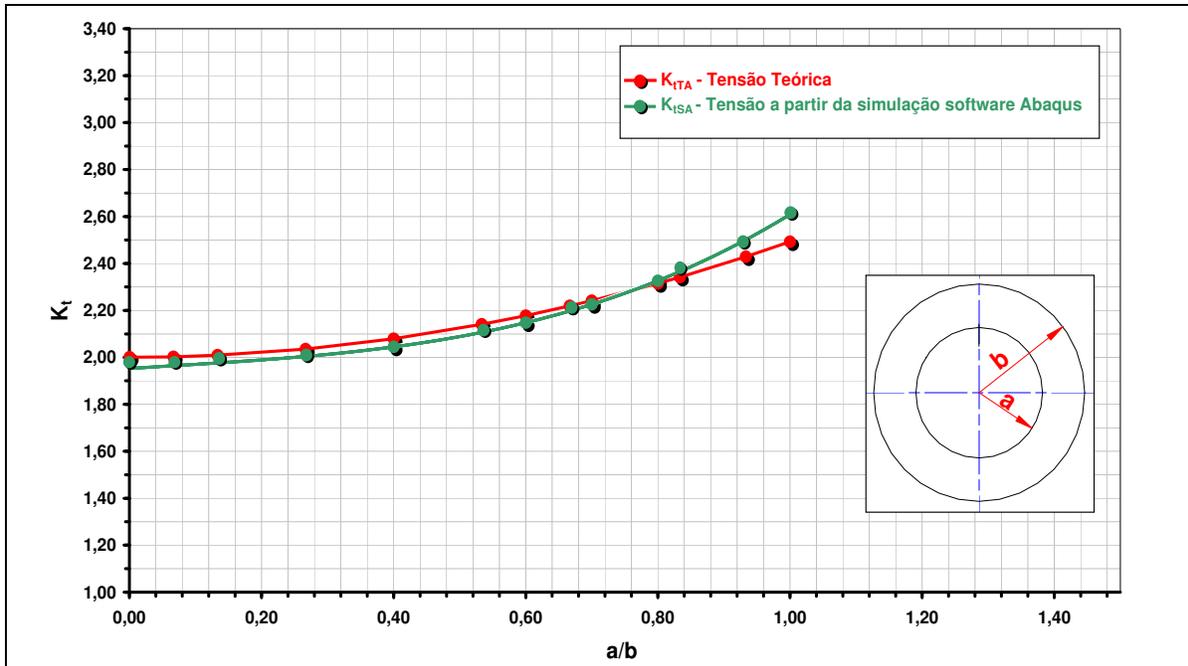


Figura 4.60 – Curvas de fator de concentração de tensão em função da relação diâmetro interno e externo de um corpo anular de geometria e espessura constante submetido à rotação, a qual foi determinada a partir de dados publicados por Peterson (1974) e de dados obtidos por meio das simulações executadas no software de elementos finitos “ABAQUS”.

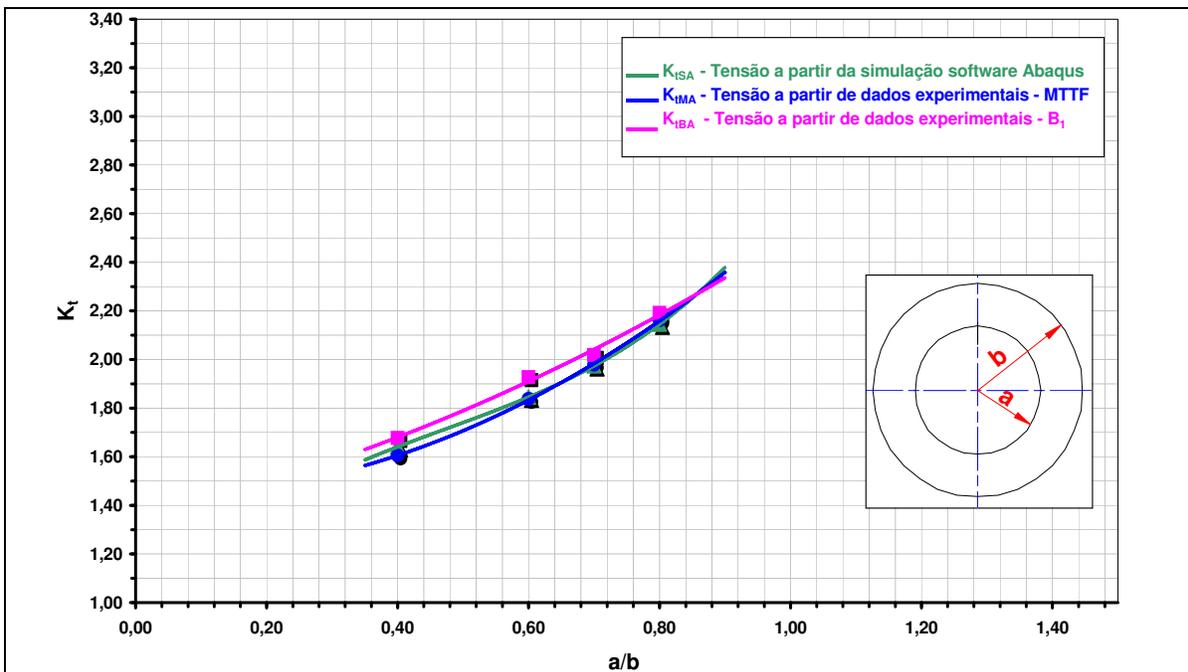


Figura 4.61 – Curvas de fator de concentração de tensão em função da relação diâmetro interno e externo de um corpo anular de geometria e espessura constante submetido à rotação, a qual foi determinada a partir de dados experimentais (valores de $MTTF$ e B_1) e de dados obtidos por meio das simulações executadas no software de elementos finitos “ABAQUS” utilizando como referência à resistência a tração do material.

Nas Figuras 4.62 a 4.64 demonstram-se por meio das simulações executadas no software de elementos finitos “*ABAQUS*” a região crítica de tensão (tensão equivalente utilizando o critério de von Mises) tanto em um sólido de seção transversal circular de geometria e espessura constante quanto em um corpo anular de geometria e espessura constante. Nestas simulações avaliou-se também o modelo de geometria mais crítico utilizado para determinar as curvas de concentrador de tensão demonstrado na Figura 4.61.

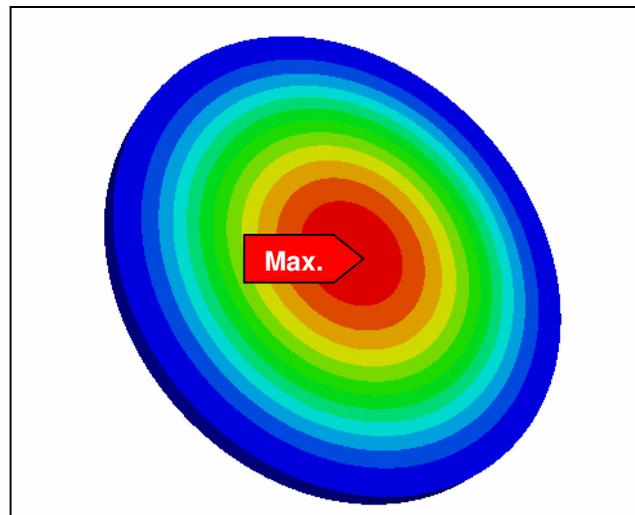


Figura 4.62– Comportamento da tensão equivalente (von Mises) em um sólido de seção transversal circular de geometria e espessura constante – simulação executada no software “*ABAQUS*”.

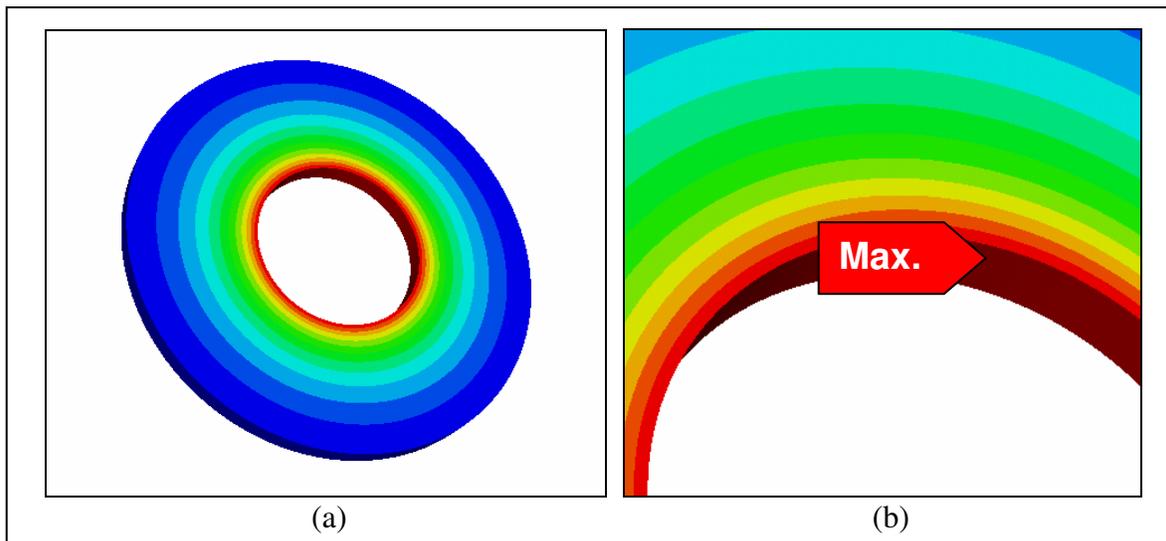


Figura 4.63 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de geometria e espessura constante – simulação no software “*ABAQUS*” (condição menos crítica de tensão, diâmetro interno de 120mm) e (b) Detalhe da Figura 4.58a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de geometria e espessura constante.

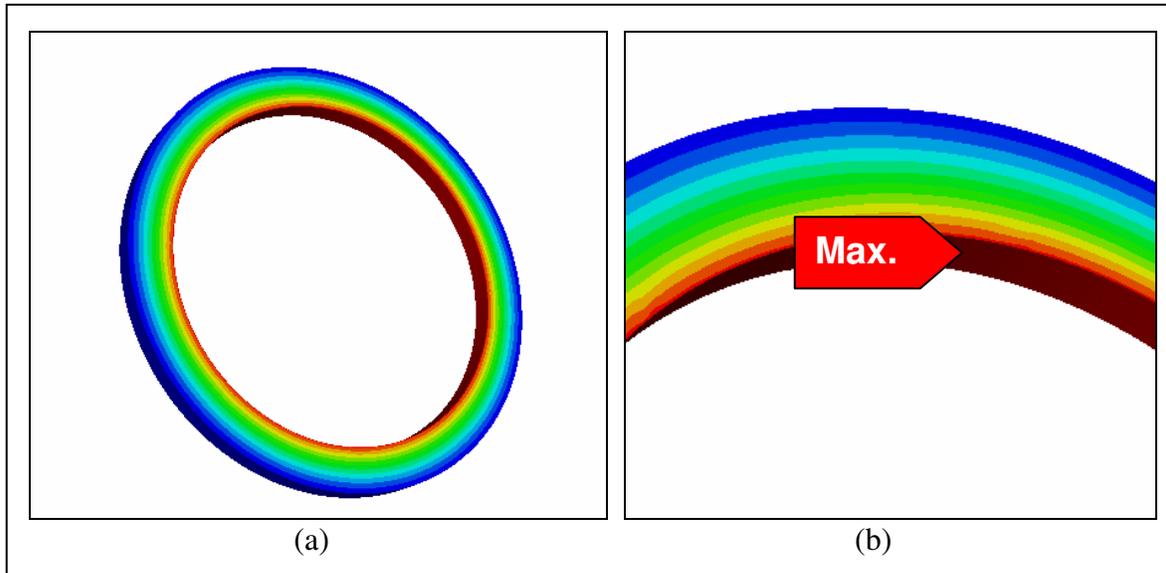


Figura 4.64 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de geometria e espessura constante – simulação no software “ABAQUS” (condição mais crítica de tensão, diâmetro interno de 240mm) e (b) Detalhe da Figura 4.64a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de geometria e espessura constante.

Para a realização dos estudos dos diferentes corpos de prova contido neste trabalho fixou-se o diâmetro externo do corpo de prova anular em 300mm e o diâmetro interno em 180mm, isto é, uma relação de $D_i/D_e = 0.6$, e verificou-se a influência de alguns tipos de concentradores de tensões, quando o mesmo é submetido à rotação.

Para obter as curvas do K_t referente as diversas geometrias de concentrador de tensão utilizada neste trabalho, calculou-se a tensão equivalente (critério de von Mises) a partir das equações (2.40), (2.41) e (2.58) para um corpo anular de geometria e espessura constante, considerando a respectiva rotação de ruptura encontrado no ensaio de centrifugação do corpo de prova referência (Figura 3.2), a qual se denominou $\sigma_{nominal}$. Para a $\sigma_{máxima}$ foi calculado a tensão equivalente (critério de von Mises) a partir das equações (2.40), (2.41) e (2.58) para um corpo anular de espessura constante com concentrador de tensão considerando a respectiva rotação de ruptura. Após o cálculo das duas tensões, $\sigma_{nominal}$ e $\sigma_{máximo}$, e a partir da equação (2.59) determinou-se o K_t que neste caso foi denominado de K_{tM} , K_{tB} , K_{tBU} e K_{tBL} (fator de concentração de tensão proveniente de dados experimentais e estatísticos).

No caso da curva do K_t a partir da tensão obtida por meio de simulação em software de elementos finitos - ABAQUS simulou-se a tensão equivalente (critério de von Mises) para um corpo anular de geometria e espessura constante (Figura 4.8) a qual se denominou $\sigma_{nominal}$, e em seguida, simulou-se a tensão equivalente (critério de von Mises) para um corpo anular de espessura constante com o concentrador de tensão a qual se denominou $\sigma_{máxima}$. Após a simulação das duas tensões, $\sigma_{nominal}$ e $\sigma_{máximo}$ determinou-se o K_b , que neste caso foi denominado de K_{tS} (fator de concentração de tensão proveniente da tensão obtida por meio de simulação via software elementos finitos).

Para determinar a rotação de ruptura de um corpo anular de espessura constante com concentrador de tensão (geometria estudadas Figuras 3.3 a 3.7) utiliza-se às curvas de fator de concentração de tensão, K_{tM} , K_{tB} , K_{tBU} e K_{tBL} (Figuras 4.68, 4.72, 4.76, 4.80 e 4.84).

Conforme equações (4.5) a (4.8) determina a $\sigma_{eq_RUPTURA}$ e por meio das equações (2.40), (2.41) e (2.58) determina-se a rotação de ruptura do corpo anular de espessura constante com concentrador de tensão.

$$\sigma_{sólido_M} = \frac{Rt}{K_{tMA}} \quad (4.5)$$

$$\sigma_{sólido_B} = \frac{Rt}{K_{tBA}} \quad (4.6)$$

na qual o valor do Rt é o próprio valor de resistência à tração do material [MPa] e o K_{tMA} ou K_{tBA} é o valor do fator do concentrador de tensão demonstrado na Figura 4.61.

$$\sigma_{eq_RUPTURA_M} = \sigma_{sólido_M} \cdot K_{tTA} (1 - (K_{tM} - 1)) \quad (4.7)$$

$$\sigma_{eq_RUPTURA_B} = \sigma_{sólido_B} \cdot K_{tTA} (1 - (K_{tB} - 1)) \quad (4.8)$$

a) Corpos de prova “B” – Figura 4.65 (raio no diâmetro externo, centro do raio tangenciando diâmetro externo do corpo de prova)

Análise da influência de raios no diâmetro externo em um corpo anular de espessura constante. Para este modelo de corpo de prova utilizou-se diferente dimensão de raio (Figura 3.3) para determinar a curva do K_t .

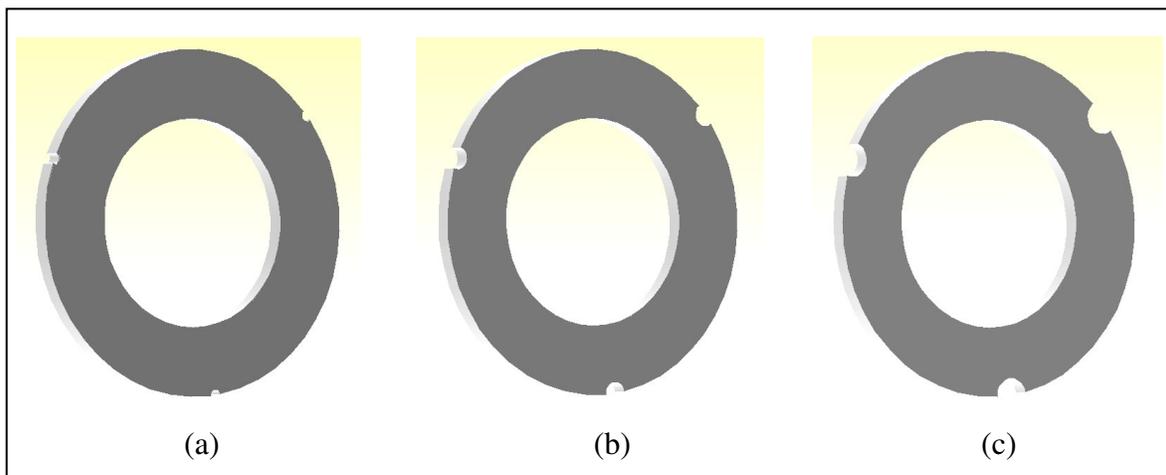


Figura 4.65 – (a) Geometria do corpo de prova “B1”, (b) geometria do corpo de prova “B2”, e (c) geometria do corpo de prova “B3”.

Nas Figuras 4.66 e 4.67 demonstram-se por meio das simulações executadas no software de elementos finitos “*ABAQUS*” a região crítica de tensão (tensão equivalente utilizando o critério de von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “B” (Figura 3.3).

Na Figura 4.68 demonstra-se a influência do raio externo ($3 \times 120^\circ$ tangenciando o diâmetro externo) em um corpo anular de espessura constante quando submetido à rotação. Pode-se verificar que quanto maior a dimensão do raio localizado na tangente do diâmetro externo do corpo anular de espessura constante, mais crítico tende ficar a tensão de ruptura quando o mesmo é submetido à rotação.

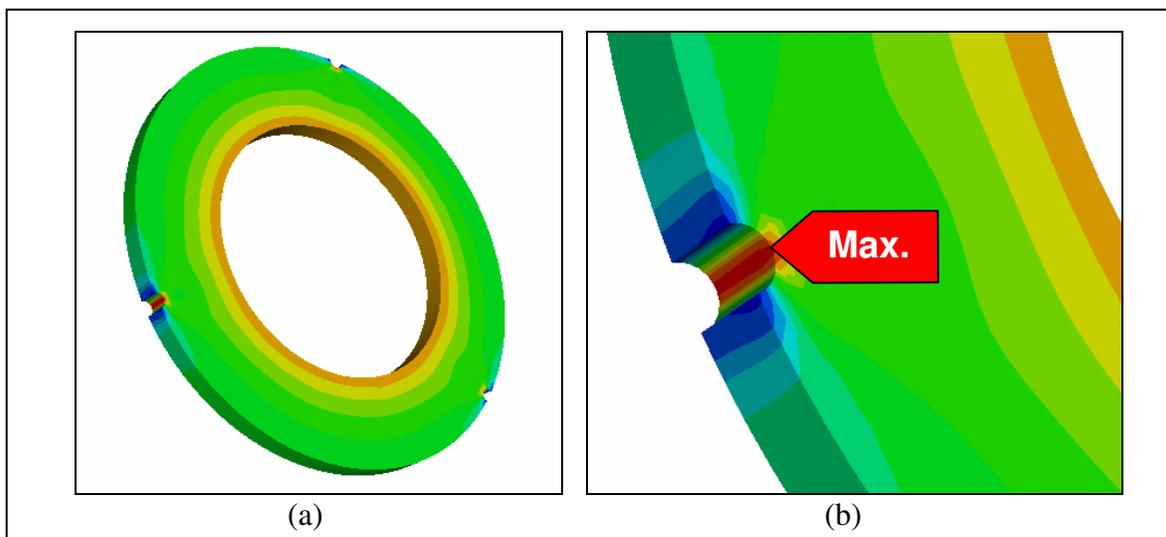


Figura 4.66 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “B” (Figura 3.3) – simulação no software “ABAQUS” (condição menos crítica de tensão, raio externo de 5mm) e (b) Detalhe da Figura 4.66a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de espessura constante e com geometria “B1”.

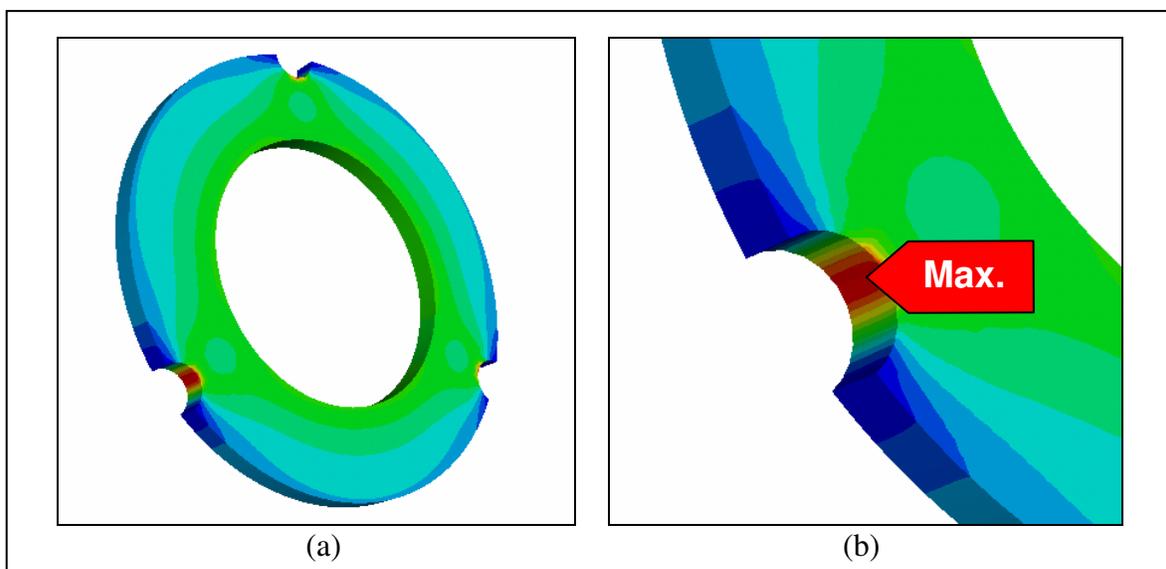


Figura 4.67 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “B” (Figura 3.3) – simulação no software “ABAQUS” (condição mais crítica de tensão, raio externo de 15mm) e (b) Detalhe da Figura 4.67a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de espessura constante e com geometria “B3”.

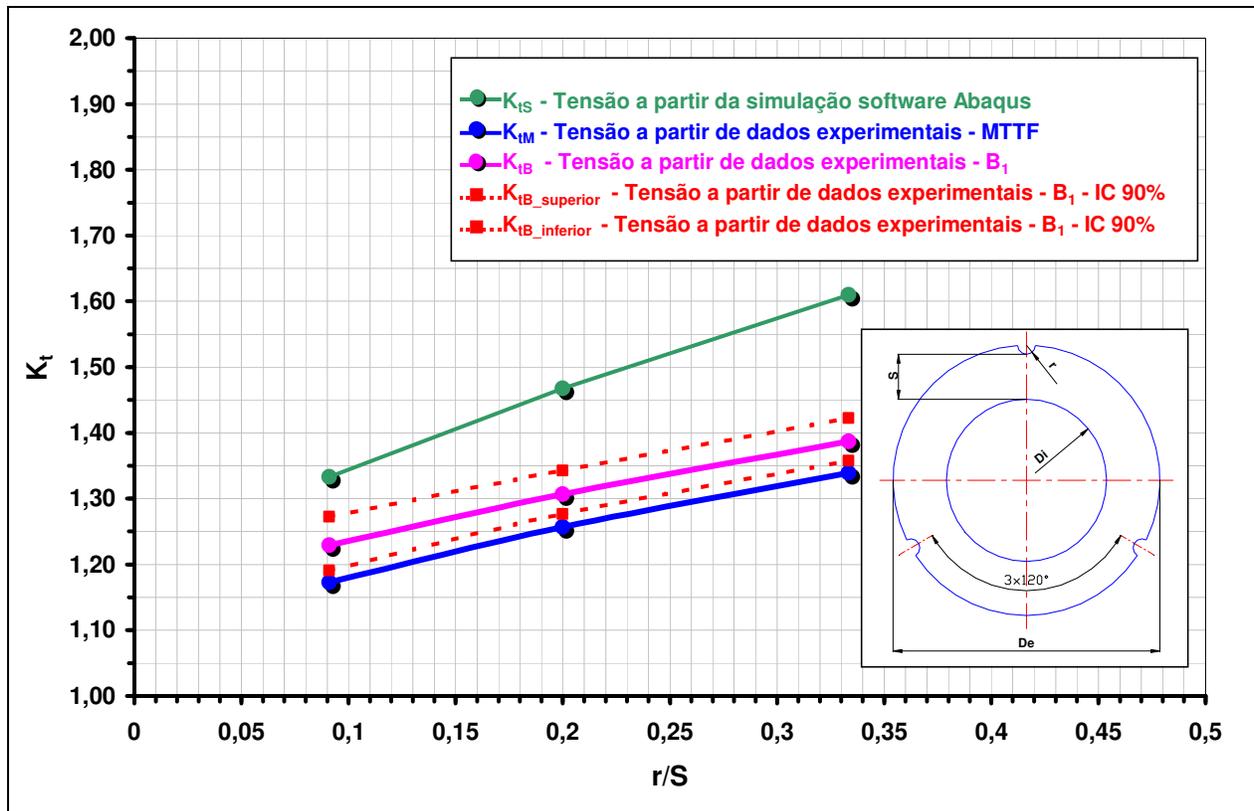


Figura 4.68 – Curvas de fator de concentração de tensão em função da relação r/S conforme indicado no esquema desta Figura, referente a um corpo anular com geometria “B” de espessura constante submetido à rotação, a qual foi determinada a partir de dados experimentais (valores de $MTTF$ e B_1) e de dados obtidos por meio das simulações executadas no software de elementos finitos “ABAQUS”.

b) Corpos de prova “C” – Figura 4.69 (raio no diâmetro interno)

Análise da influência de raios no diâmetro interno em um corpo anular de espessura constante. Para este modelo de corpo de prova utilizou-se diferente dimensão de raio (Figura 3.4) para determinar a curva do K_t .

Nas Figuras 4.70 e 4.71 demonstram-se por meio das simulações executadas no software de elementos finitos “ABAQUS” a região crítica de tensão (tensão equivalente utilizando o critério de von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “C” (Figura 3.4).

Na Figura 4.72 demonstra-se a influência do raio interno ($3 \times 120^\circ$) em um corpo anular de espessura constante quando submetido à rotação. Pode-se verificar que quanto maior a dimensão do raio localizado no diâmetro interno do corpo anular de espessura constante, mais crítico tende ficar a tensão de ruptura, quando o mesmo é submetido à rotação.

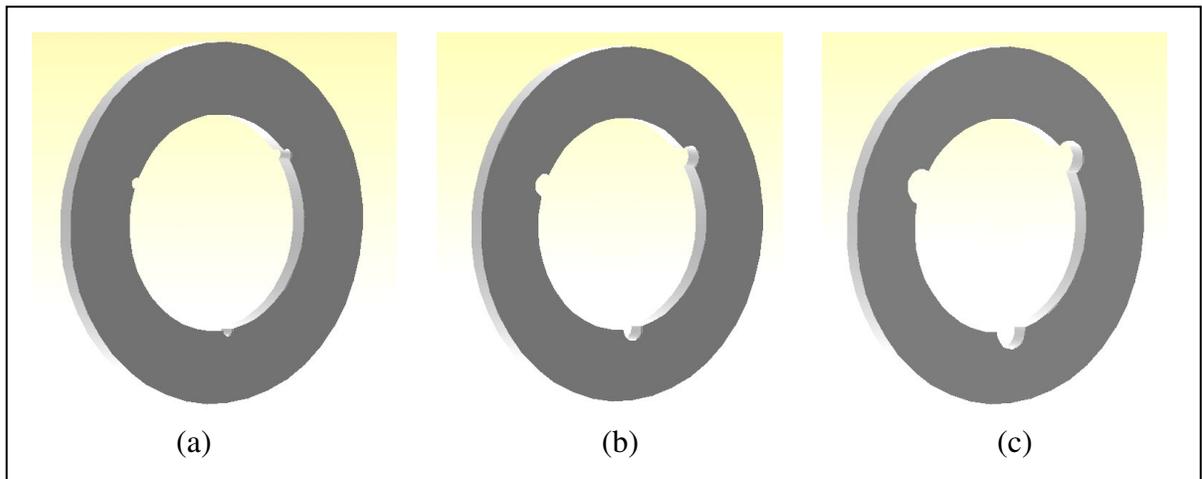


Figura 4.69 – (a) Geometria do corpo de prova “C1”, (b) geometria do corpo de prova “C2”, e (c) geometria do corpo de prova “C3”.

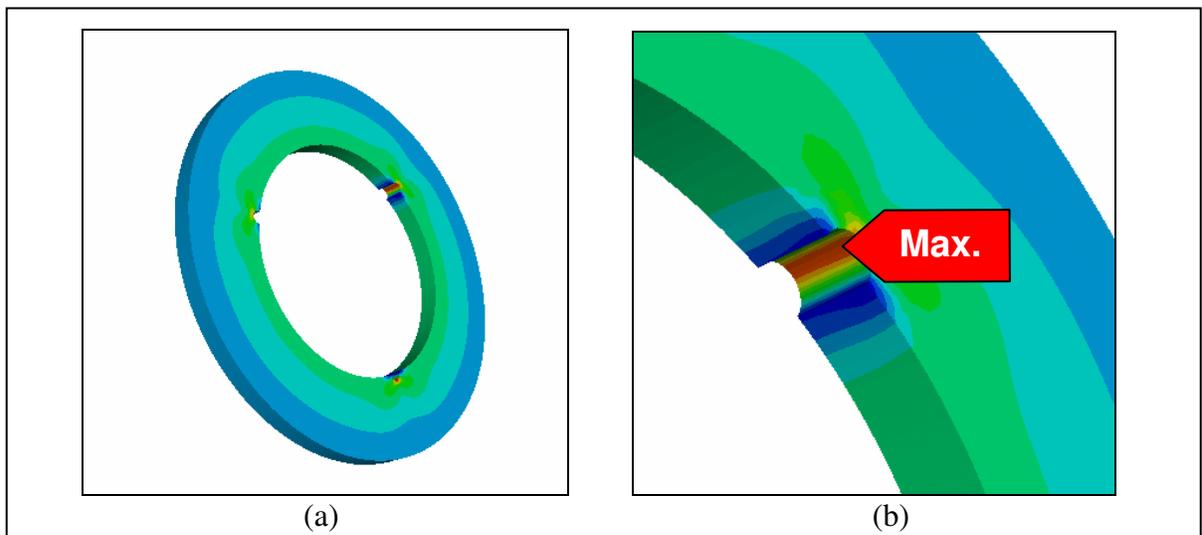


Figura 4.70 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “C” (Figura 3.4) – simulação no software “ABAQUS” (condição menos crítica de tensão, raio interno de 5mm) e (b) Detalhe da Figura 4.65a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de espessura constante e com geometria “C1”.

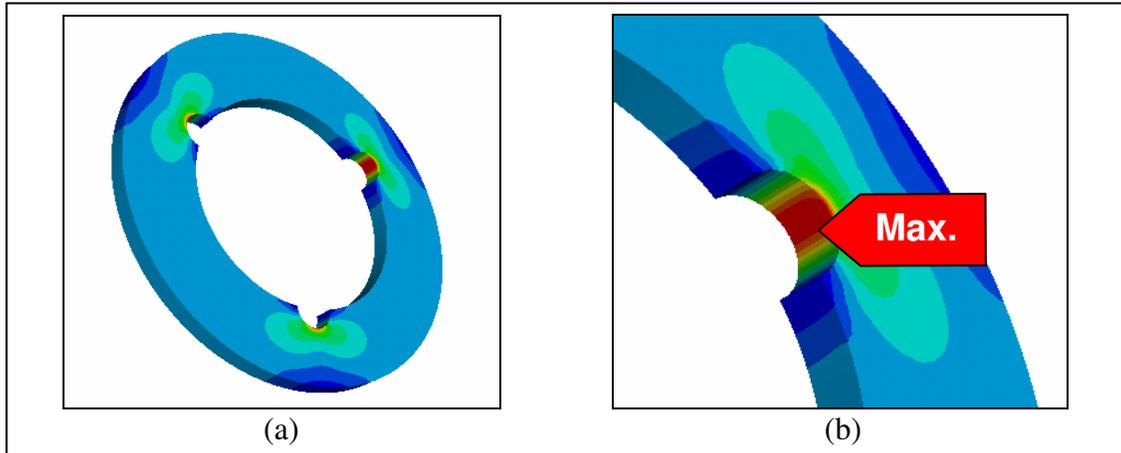


Figura 4.71 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “C” (Figura 3.4) – simulação no software “ABAQUS” (condição mais crítica de tensão, raio interno de 15mm) e (b) Detalhe da Figura 4.71a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de espessura constante e com geometria “C3”.

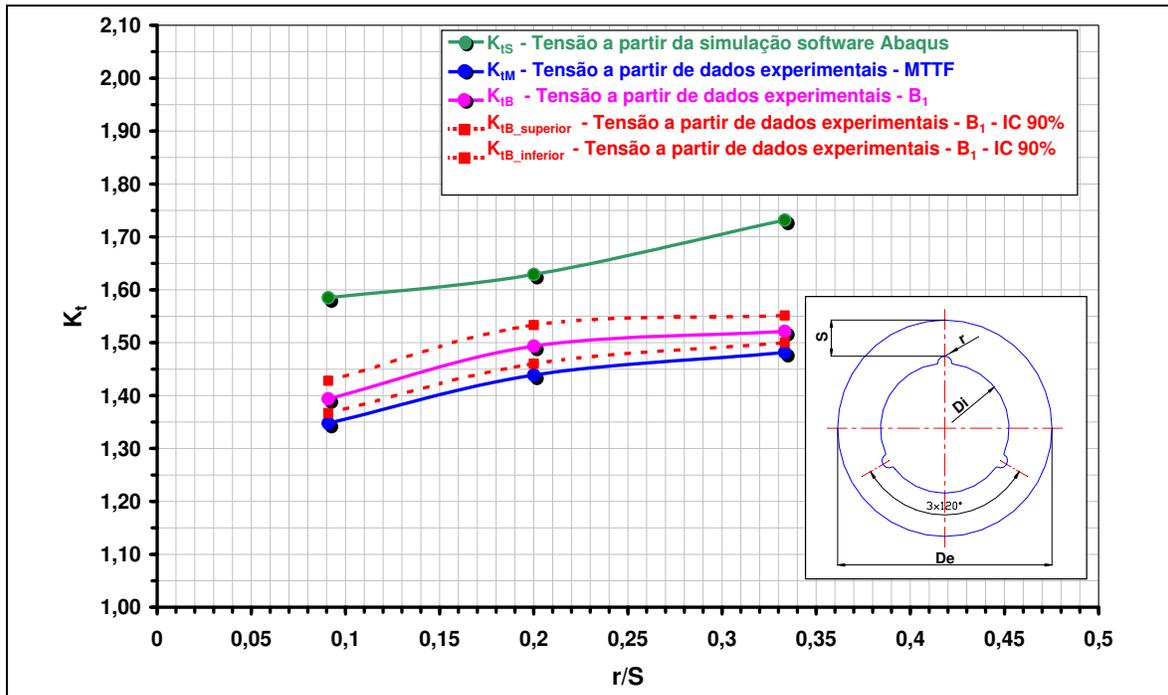


Figura 4.72 – Curvas de fator de concentração de tensão em função da relação r/S conforme indicado no esquema desta Figura, referente a um corpo anular com geometria “C” de espessura constante submetido à rotação, a qual foi determinada a partir de dados experimentais (valores de MTF e B_1) e de dados obtidos por meio das simulações executadas no software de elementos finitos “ABAQUS”.

c) Corpos de prova “D” – Figura 4.73 (furos passantes no diâmetro interno)

Análise da influência de furos passantes em um corpo anular de espessura constante. Para este modelo de corpo de prova utilizou-se diferente dimensão de diâmetro de furo e diferente diâmetro de furação (Figura 3.5) para determinar a curva do K_t .

Nas Figuras 4.74 e 4.75 demonstram-se por meio das simulações executadas no software de elementos finitos “*ABAQUS*” a região crítica de tensão (tensão equivalente utilizando o critério de von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “D” (Figura 3.5).

Na Figura 4.76 demonstra-se a influência do furo passante no diâmetro interno ($3 \times 120^\circ$) em um corpo anular de espessura constante quando submetido à rotação. Pode-se verificar que quanto maior a dimensão do furo localizado no diâmetro interno do corpo anular de espessura constante, mais crítico tende ficar a tensão de ruptura, quando o mesmo é submetido à rotação.

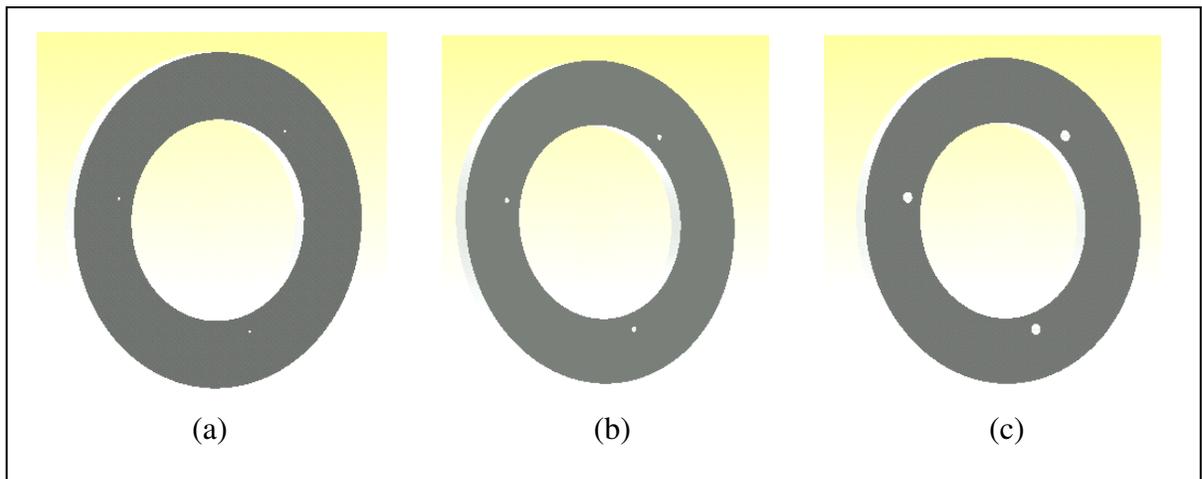


Figura 4.73 – (a) Geometria do corpo de prova “D1”, (b) geometria do corpo de prova “D2”, e (c) geometria do corpo de prova “D3”.

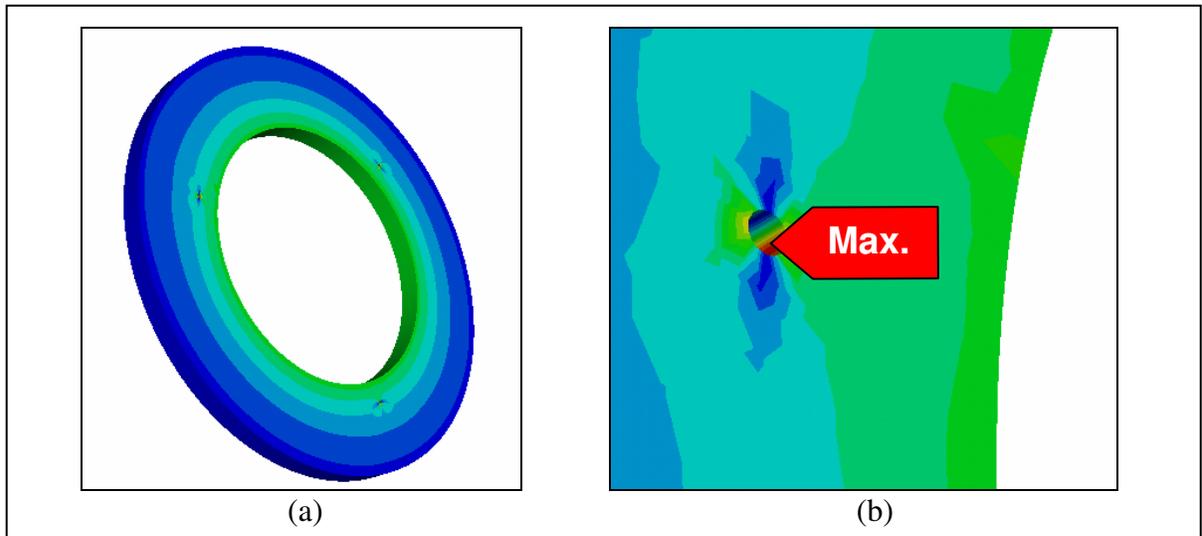


Figura 4.74 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “D” (Figura 3.5) – simulação no software “ABAQUS” (condição menos crítica de tensão, diâmetro do furo de 2,5mm e diâmetro de furação de 210mm) e (b) Detalhe da Figura 4.74a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de espessura constante e com geometria “D1”.

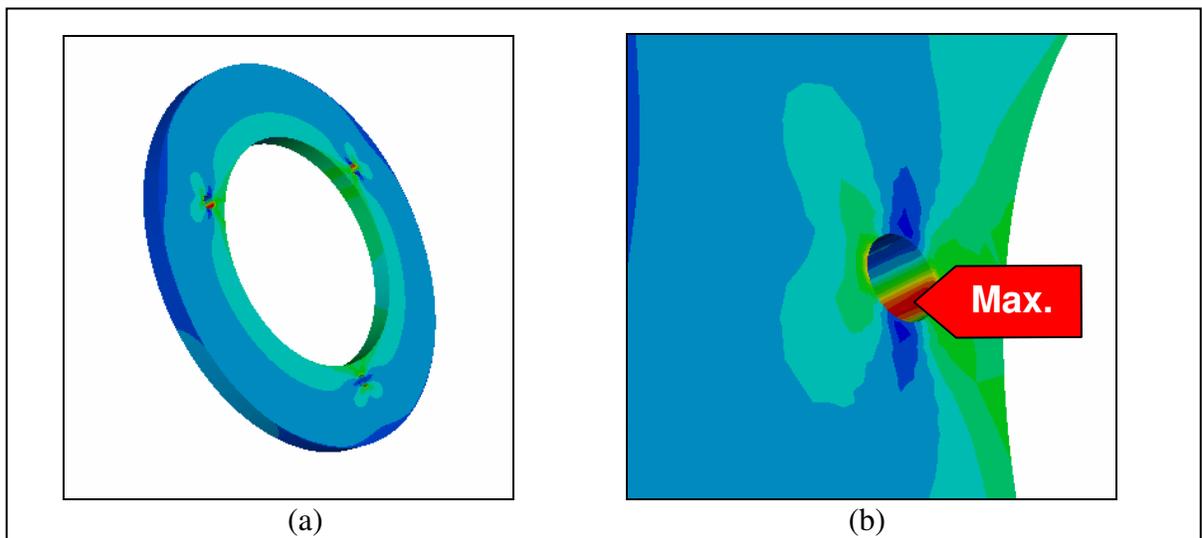


Figura 4.75 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “D” (Figura 3.5) – simulação no software “ABAQUS” (condição mais crítica de tensão, diâmetro do furo de 10mm e diâmetro de furação de 210mm) e (b) Detalhe da Figura 4.75a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de espessura constante e com geometria “D3”.

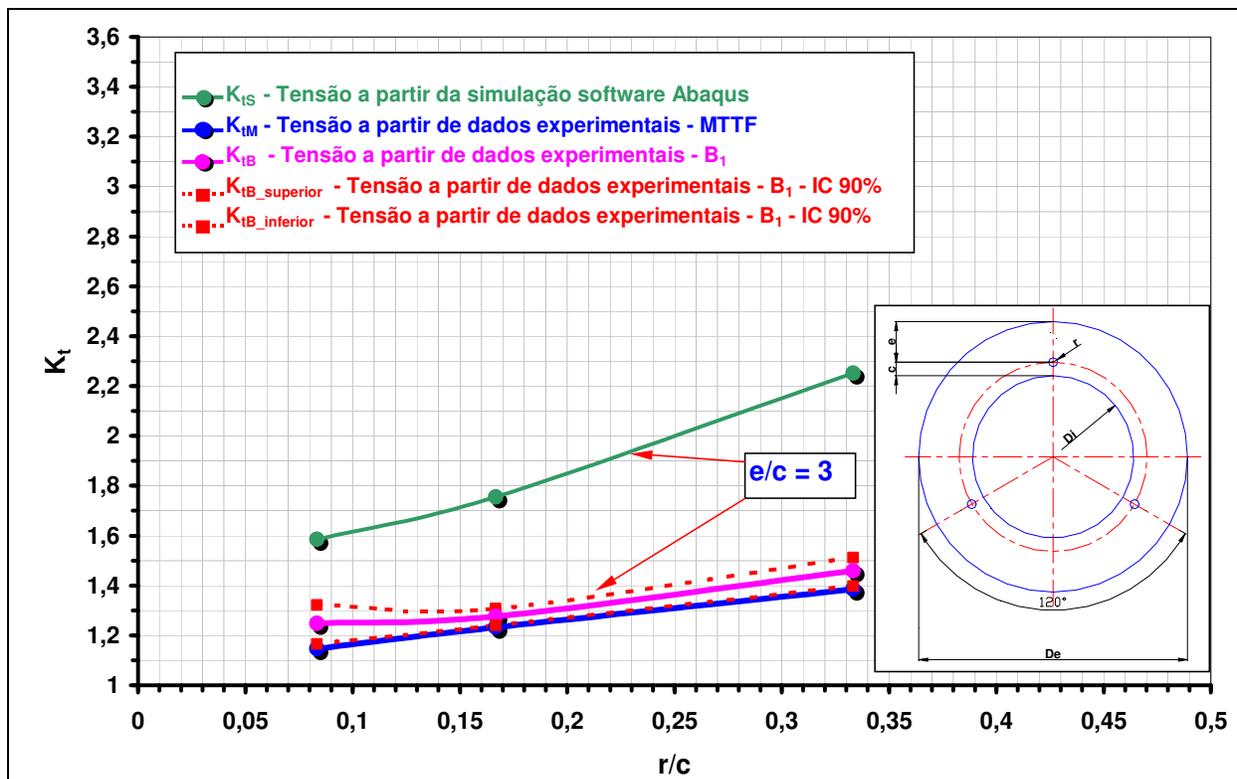


Figura 4.76 – Curvas de fator de concentração de tensão em função da relação r/c conforme indicado no esquema desta Figura, referente a um corpo anular com geometria “D” de espessura constante submetido à rotação, a qual foi determinada a partir de dados experimentais (valores de $MTTF$ e B_1) e de dados obtidos por meio das simulações executadas no software de elementos finitos “ABAQUS”.

d) Corpos de prova “E” – Figura 4.77 (furos passantes no diâmetro externo – Figura 4.72)

Análise da influência de furos passantes em um corpo anular de espessura constante. Para este modelo de corpo de prova utilizou-se diferente dimensão de diâmetro de furo e diferente diâmetro de furação (Figura 3.6) para determinar a curva do K_t .

Nas Figuras 4.78 e 4.79 demonstram-se por meio das simulações executadas no software de elementos finitos “ABAQUS” a região crítica de tensão (tensão equivalente utilizando o critério de von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “E” (Figura 3.6).

Na Figura 4.80 demonstra-se a influência do furo passante no diâmetro externo ($3 \times 120^\circ$) em um corpo anular de espessura constante quando submetido à rotação. Pode-se verificar que quanto maior a dimensão do furo localizado no diâmetro externo do corpo anular de espessura constante, mais crítico tende ficar a tensão de ruptura, quando o mesmo é submetido à rotação.

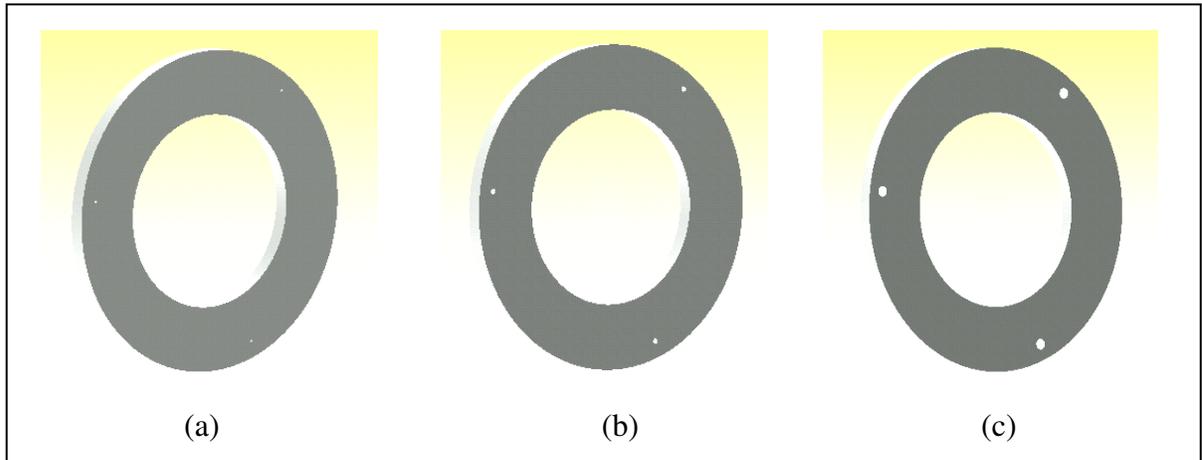


Figura 4.77 – (a) Geometria do corpo de prova “E1”, (b) geometria do corpo de prova “E2”, e (c) geometria do corpo de prova “E3”.

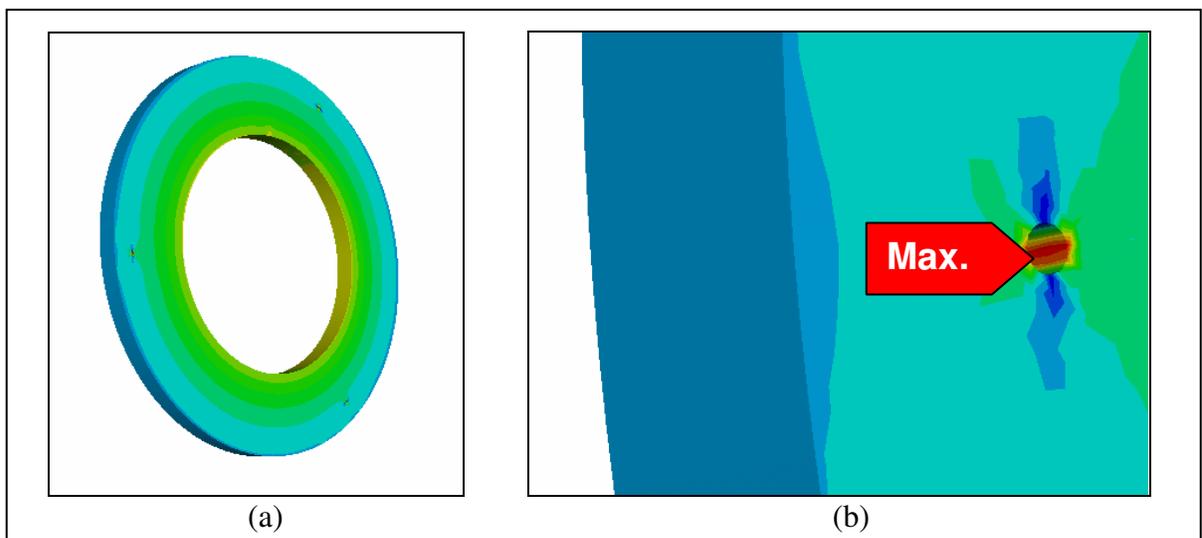


Figura 4.78 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “E” (Figura 3.6) – simulação no software “ABAQUS” (condição menos crítica de tensão, diâmetro do furo de 2,5mm e diâmetro de furação de 270mm) e (b) Detalhe da Figura 4.78a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de espessura constante e com geometria “E1”.

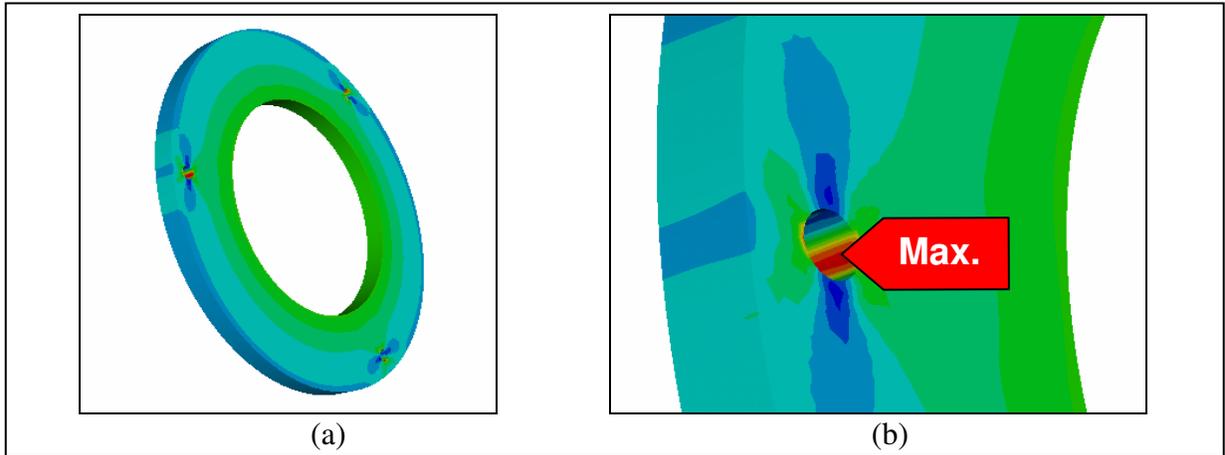


Figura 4.79 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “E” (Figura 3.6) – simulação no software “ABAQUS” (condição mais crítica de tensão, diâmetro do furo de 10mm e diâmetro de furação de 270mm) e (b) Detalhe da Figura 4.79a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de espessura constante e com geometria “E3”.

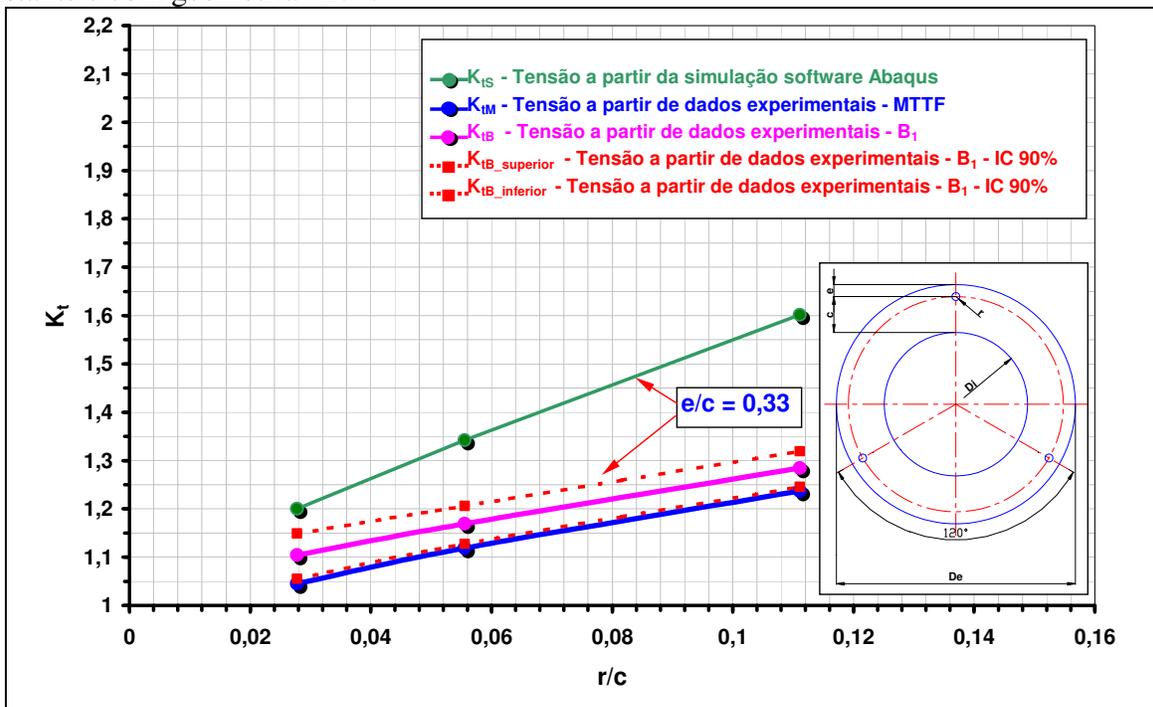


Figura 4.80 – Curvas de fator de concentração de tensão em função da relação r/c conforme indicado no esquema desta Figura, referente a um corpo anular com geometria “E” de espessura constante submetido à rotação, a qual foi determinada a partir de dados experimentais (valores de $MTTF$ e B_1) e de dados obtidos por meio das simulações executadas no software de elementos finitos “ABAQUS”.

e) Corpos de prova “F” – Figura 4.81 (raio no diâmetro externo do corpo de prova)

Análise da influência de raios no diâmetro externo mantendo uma seção uniforme com relação ao diâmetro interno em direção ao externo em um corpo anular de espessura constante. Para este modelo de corpo de prova foi utilizado diferente dimensão de raio (Figura 3.7) e foi utilizado também o valor referente ao corpo de prova B3 para complementar e determinar a curva do K_t .

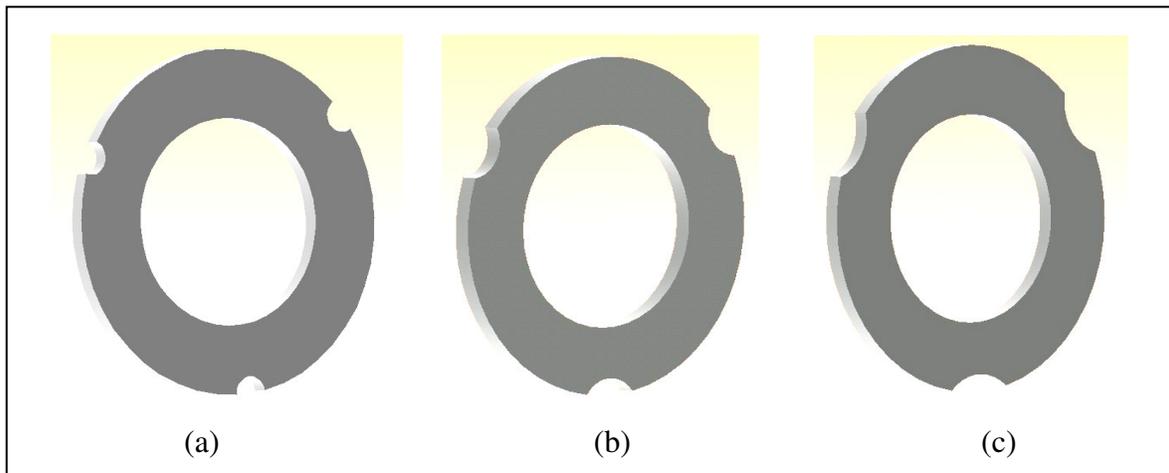


Figura 4.81 – (a) Geometria do corpo de prova “B3”, (b) geometria do corpo de prova “F1”, e (c) geometria do corpo de prova “F2”.

Nas Figuras 4.82 e 4.83 demonstram-se por meio das simulações executadas no software de elementos finitos “*ABAQUS*” a região crítica de tensão (tensão equivalente utilizando o critério de von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “F” (Figura 3.7).

Na Figura 4.84 demonstra-se a influência do raio externo ($3 \times 120^\circ$ mantendo uma seção uniforme com relação ao diâmetro interno em direção ao externo) em um corpo anular de espessura constante quando submetido à rotação. Pode-se verificar que quanto maior a dimensão do raio localizado no diâmetro externo do corpo anular de espessura constante, menos crítico tende ficar a tensão de ruptura quando o mesmo é submetido à rotação.

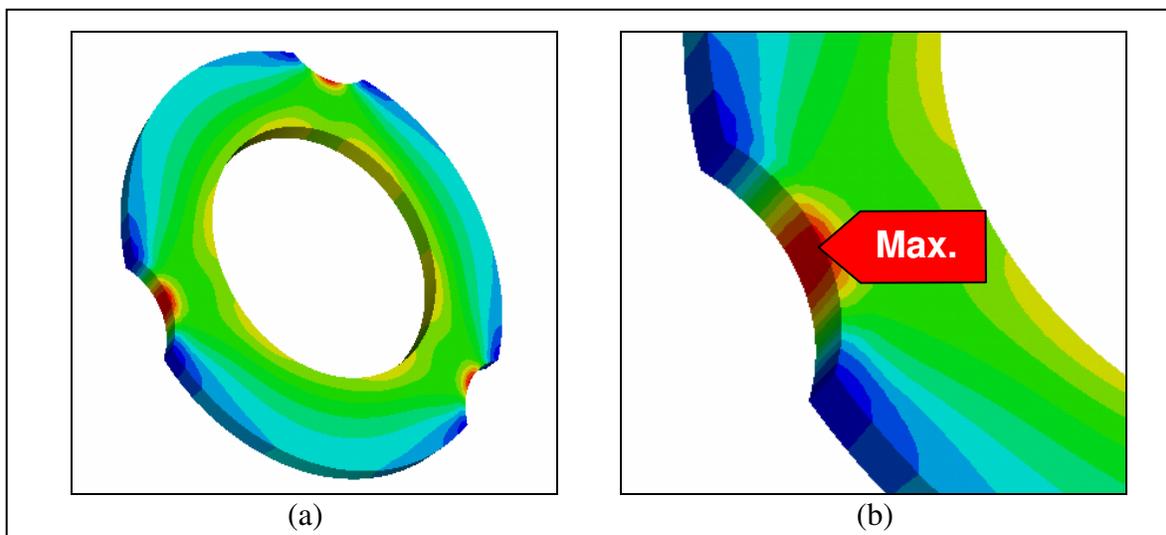


Figura 4.82 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “*F*” (Figura 3.7) – simulação no software “ABAQUS” (condição menos crítica de tensão, raio externo de 45mm) e (b) Detalhe da Figura 4.82a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de espessura constante e com geometria “*FI*”.

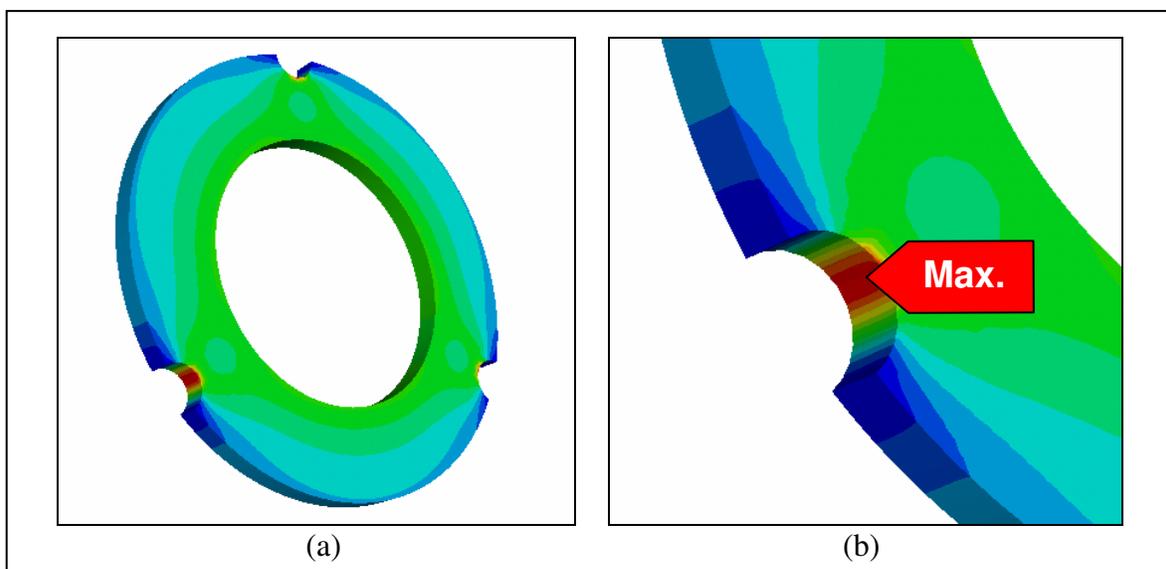


Figura 4.83 – (a) Comportamento da tensão equivalente (von Mises) no corpo de prova anular de espessura constante conforme geometria “*F*” (Figura 3.7) – simulação no software “ABAQUS” (condição mais crítica de tensão, raio externo de 15mm) e (b) Detalhe da Figura 4.83a demonstrando a região crítica do corpo de prova anular de espessura constante e com concentrador de tensão.

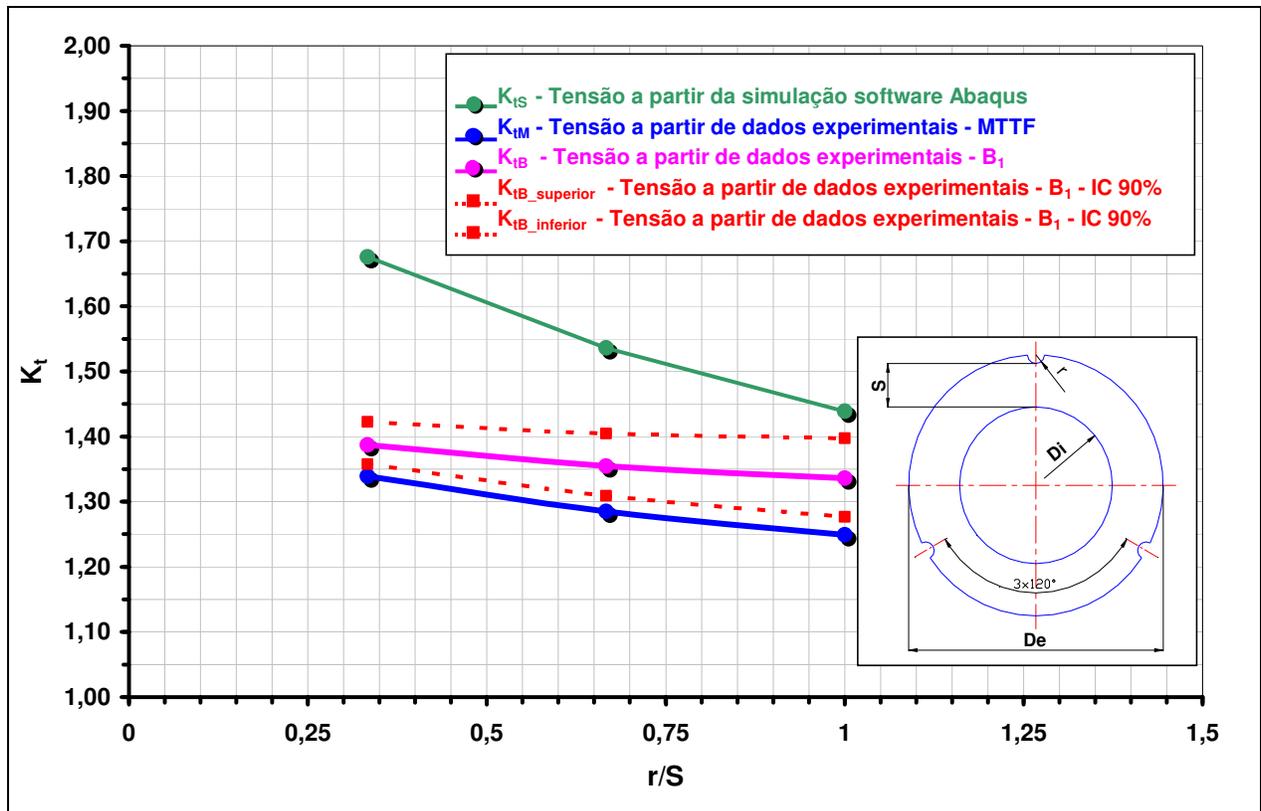


Figura 4.84 – Curvas de fator de concentração de tensão em função da relação r/S conforme indicado no esquema desta Figura, referente a um corpo anular com geometria “F” de espessura constante submetido à rotação, a qual foi determinada a partir de dados experimentais (valores de $MTTF$ e B_1) e de dados obtidos por meio das simulações executadas no software de elementos finitos “ABAQUS”.

Na Figura 4.85 demonstra-se um comparativo entre as curvas de fator de concentrador de tensão em chapas planas demonstrada por Peterson (1974) com as curvas de fator de concentrador de tensão apresentadas neste trabalho para corpo anular determinada experimentalmente por meio de ensaios de centrifugação junto a simulações de elementos finitos (ABAQUS). Pode-se observar que o concentrador de tensão determinado para chapa plana apresenta efeito diferenciado quando comparado com um corpo anular.

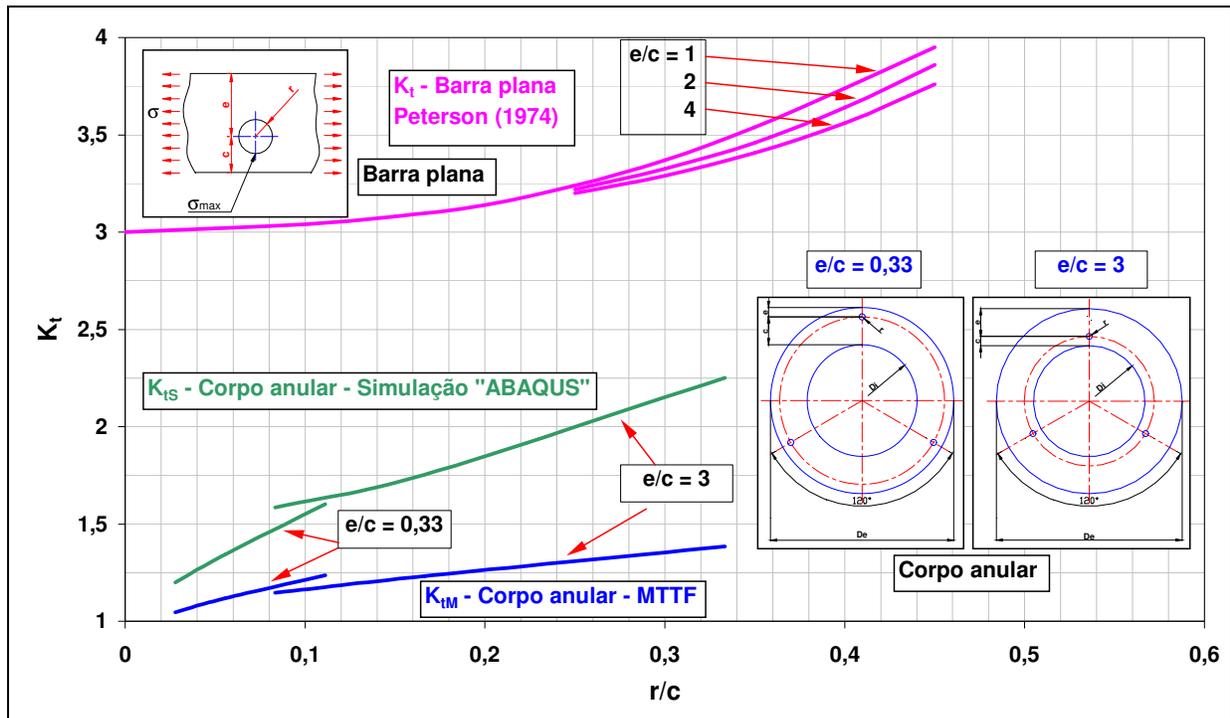


Figura 4.85 – Curvas de fator de concentração de tensão em função da relação r/c conforme indicado no esquema desta Figura, referente a corpos anulares com geometria “D” e “E” de espessura constante submetido à rotação, a qual foi determinada a partir de dados experimentais (valores de $MTTF$ e B_I) e de dados obtidos por meio das simulações executadas no software de elementos e curvas de fator de concentração de tensão em chapas planas com furos deslocados da linha de centro publicados por Peterson (1974).finitos “ABAQUS”.

4.4 Análise de Variâncias dos Efeitos dos Experimentos

Conforme Tabela 4.13 verifica-se que o valor de p apresentou-se menor que 0,05, sendo assim rejeita-se H_0 , e conclui-se que todos os concentradores de tensão apresentam-se diferentes influências com relação à rotação de ruptura do corpo de provas anular.

A Figura 4.86 demonstra-se um gráfico Boxplot referente as diferentes geometrias de concentradores de tensão estudado neste trabalho. Observa-se neste gráfico que os resultados obtidos por meio dos experimentos são diferentes uns dos outros com relação à rotação de

ruptura. Pode-se observar também nos retângulos azuis os níveis de dispersão encontrados nas quatro amostras referentes a cada configuração de corpo de prova estudado e os círculos vermelhos estão relacionados a media dos valores de rotação encontrado nos ensaios de centrifugação.

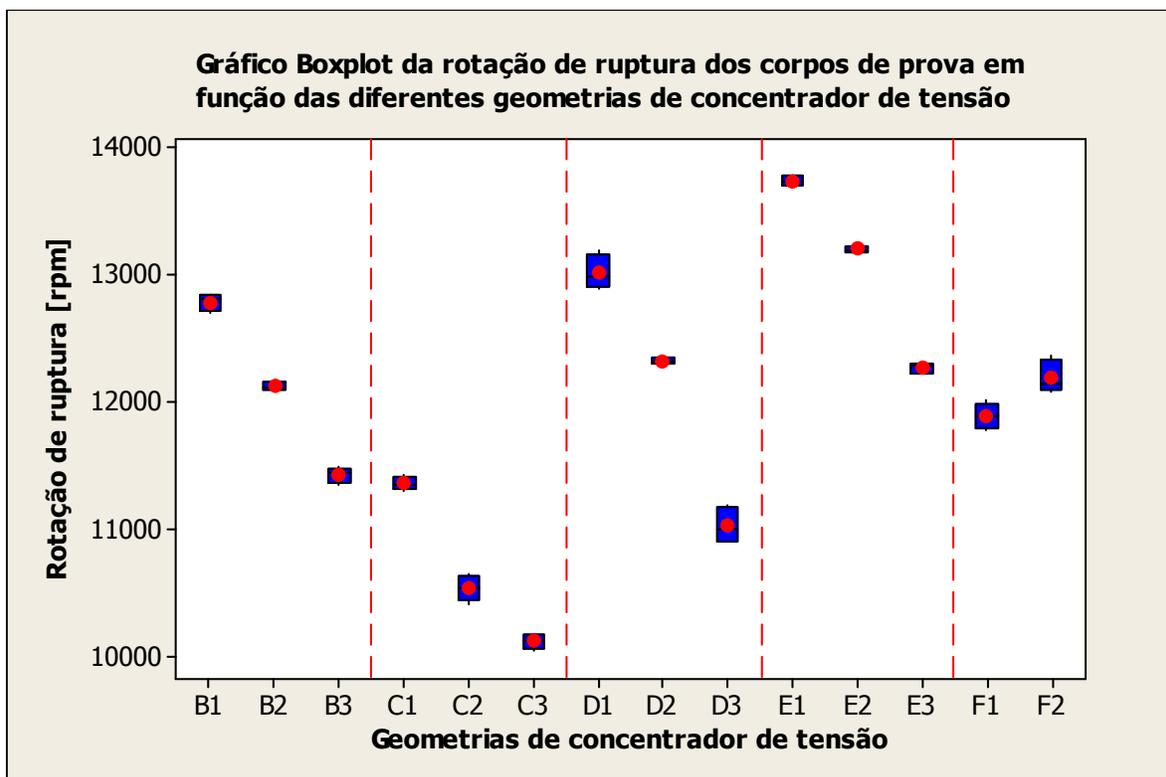


Figura 4.86 – Gráfico Boxplot referente à rotação de ruptura em função dos diferentes tipos de corpos de prova estudado neste trabalho, com base no programa MINITAB versão 15.

Tabela 4.13: ANOVA para os diferentes tipos de geometria de concentrador de tensão com base no programa MINITAB versão 15:

Fonte de variação	Graus de liberdade	Soma dos quadrados	Quadrados médios	Estatística F	p
Concentrador de tensão	13	54987084	4229776	627,67	0,000
Erro	42	283034	6739		
Total	55	55270118			

S = 82,09 R² = 99,49% R² (adj) = 99,33%

Capítulo 5

Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos

Para as condições analisadas neste trabalho, ou seja, o estudo da influência de cinco diferentes tipos de concentradores de tensão com relação à rotação de ruptura em corpos anulares de ferro fundido cinzento perlítico GG25 submetidos à rotação pode-se concluir que:

- a) Dentre os diferentes tipos de geometria de concentrador de tensão apresentados neste trabalho é possível notar que existem comportamentos diferentes entre eles com relação aos efeitos na redução do valor de rotação de ruptura quando se compara com o corpo anular sem concentrador de tensão;
- b) O corpo anular com três concentradores de tensão do tipo semi-circular no raio interno possui os maiores níveis de fator de concentração de tensão com relação às geometrias apresentadas neste trabalho. Dentre os diferentes raios de concordância estudados, 5, 10 e 15 mm, o raio de 15mm é o que apresentou maior fator de concentração de tensão, sendo este da ordem de 48% maior do que o sem concentrador e o raio de 5mm é o que apresentou o menor fator de concentração de tensão, sendo este da ordem de 35% maior do que o sem concentrador;
- c) O corpo anular com três concentradores de tensão do tipo semi-circular e com o centro do raio tangenciando o diâmetro externo do corpo de prova com relação aos diferentes raios de concordância estudados, 5, 10 e 15 mm, o raio de 15mm é o que apresentou maior fator de concentração de tensão, sendo este da ordem de 34% maior do

que o sem concentrador e o raio de 5mm é o que apresentou o menor fator de concentração de tensão, sendo este da ordem de 17% maior do que o sem concentrador. O fato do aumento da tensão ter ocorrido no raio de maior dimensão, ou seja raio de 15mm, se deve principalmente à redução da seção uniforme do corpo anular, porém existe também uma contribuição no aumento de tensão gerada pela própria existência do raio, o qual ajuda na amplificação da tensão;

- d) O corpo anular com três furos passantes, localizados nas proximidades do raio interno com relação aos diferentes diâmetros de furos estudados, 2,5, 5,0 e 10,0 mm, o diâmetro de 10,0mm é o que apresentou maior fator de concentração de tensão, sendo este da ordem de 39% maior do que o sem concentrador e o diâmetro de 2,5mm é o que apresentou o menor fator de concentração de tensão, sendo este da ordem de 15% maior do que o sem concentrador;
- e) O corpo anular com três furos passantes, localizados nas proximidades do raio externo possui os menores níveis de fator de concentração de tensão com relação às geometrias analisadas neste trabalho. Dentre os diferentes diâmetros estudados, 2,5, 5,0 e 10,0 mm, o diâmetro de 10,0mm é o que apresentou maior fator de concentração de tensão, sendo este da ordem de 24% maior do que o sem concentrador e o diâmetro de 2,5mm é o que apresentou o menor fator de concentração de tensão, sendo este da ordem de 5% maior do que o sem concentrador;
- f) O corpo anular com três concentradores de tensão do tipo semi-circular e com uma seção uniforme com relação ao diâmetro interno em direção ao diâmetro externo do corpo de prova com relação aos diferentes raios de concordância estudados, 15, 30 e 45 mm, o raio de 15mm é o que apresentou maior fator de concentração de tensão, sendo este da ordem de 34% maior do que o sem concentrador e o raio de 45mm é o que apresentou o menor fator de concentração de tensão, sendo este da ordem de 25% maior do que o sem concentrador. Baseado nesta geometria de corpo de prova, o qual mesmo com a variação da dimensão do concentrador de tensão permanece a dimensão da seção uniforme em relação ao diâmetro interno em direção ao diâmetro externo, pode-se verificar que quanto maior a dimensão do raio (dimensão do concentrador de tensão) menor é o fator de

concentração de tensão. Este fato se deve a uma maior distribuição de tensão ao longo do raio de maior dimensão.

- g) Foi verificado que os resultados apresentados por meios das simulações realizadas no software “ABAQUS” para verificar a tensão equivalente em corpos anulares de geometria e espessura constante apresenta resultados similares aos resultados apresentados por Peterson (1974). Comparando também as curvas de fator de concentrador de tensão determinadas por meios das simulações realizadas no software “ABAQUS” com as curvas experimentais nota-se que as mesmas apresentam valores similares, ou seja, significa que os resultados numéricos correspondem aos valores experimentais validando-se os resultados;
- h) As curvas de fator de concentrador de tensão determinada por meio do software de elementos finitos “ABAQUS” apresentam valores diferentes das curvas de fator de concentrador de tensão determinada a partir dos valores de rotação de ruptura dos corpos anulares de espessura constante e com concentrador de tensão. Sendo assim torna-se mais importante os ensaios experimentais em corpos anulares submetidos à rotação para que os especialistas em software de elementos finitos possam ajustar os respectivos modelos.
- i) Pode-se atribuir que as diferenças encontradas nos resultados das simulações realizadas no software de elementos finitos comparadas aos ensaios experimentais são provenientes da maneira da construção do próprio modelo para a simulação, na qual, possivelmente em virtude de ser uma análise básica ocultou-se alguma reação existente com relação ao ensaio experimental. Este modelo foi utilizado de maneira global para todas as geometrias estudada e baseados nos resultados encontrados se faz necessário em virtude das diferentes formas de descontinuidade de geometria utilizar tratamentos diferenciados ente elas buscando um melhor ajuste entre as simulações e os experimentos. Outra nota importante é que o modelo de elementos finitos considera que a ruptura do corpo de prova irá iniciar nos três concentradores de tensão ao mesmo tempo, porém esse fenômeno dificilmente irá acontecer nos ensaios experimentais, uma vez que os corpos de prova foram confeccionados de forma controlada, mas como em qualquer outro material, mesmo sendo materiais especiais, estão longe das condições ideais (contínuo, isotrópico e

homogêneo).No entanto as análises efetuadas nos softwares de elementos finitos, por meio de alguns ajustes, visam obter diretamente um modelo final que demonstre a situação real do componente e não por meio de curvas de fator de concentração de tensão.

Sugestões:

- a) Utilizar o método proposto neste trabalho para outras relações de diâmetro interno em função do diâmetro externo de um corpo anular de espessura constante, com a finalidade de verificar se o comportamento das curvas de fator de concentração de tensão mantém as mesmas tendências apresentadas neste trabalho;
- b) Utilizar outros tipos de materiais com o propósito de verificar de forma generalizada a equivalência das equações utilizadas neste trabalho com relação à resistência à tração dos materiais;
- c) Estudar outros tipos de concentradores de tensão visando o levantamento de um banco de dados voltado a componentes mecânicos que são submetidos à rotação.
- d) Estudar o efeito da micro estrutura na redução da rotação de ruptura, uma vez que, a micro estrutura é também considerado como um micro concentradores de tensão.

Referências Bibliográficas

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6023: informação e documentação: referências: elaboração*. Rio de Janeiro, 2002. 24p.

ASTM A 48 Standard; American Society for Testing and Materials Standards. *Standard specification for gray cast iron casting*. 1965.

ASTM A 247 Standard; American Society for Testing and Materials Standards. *Rec. Practice for evaluating the microstructure of graphite in gray iron*. 1961.

ALEXANDROVA, N.; ALEXANDROV, S. *Elastic-Plastic Stress Distribution in a Plastically Anisotropic Rotating Disk*. Journal of Applied Mechanics Vol.71, 2004. 427-429p.

BEER, F.P.; JONHSTON JR., E.R. *Mecânica Vetorial para Engenheiros – Cinemática e Dinâmica*. 5^a. edição, São Paulo: Makron Books, 1991.

BISHOP, H.F.; MYKOWSKI, E.T. & PELLINI, W.S. *A simplified method for determining riser dimensions*. Transactions of the American Foundrymen's Society, Vol.63, 1955. 181, 271p.

BUTTON, S.T. *Metodologia para planejamento experimental e análise de resultado*. Apostila da disciplina IM317, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Campinas: Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2001.

- BARREIRO, J. A. *Fundiciones*. 3^a. Edición. Madrid: Editorial Dossat, 1971. 101–102p.
- BAHDER, T.B. *Stress in rotating disks and cylinders*. U.S. Army Research Laboratory 2002 1-13p. Disponível em: <http://arxiv.org/PS_cache/physics/pdf/02011/0211004.pdf>. Acesso em : 08 fev. 2006
- COLEMAN, D.E.; MONTGOMERY, D.C. *A systematic approach to planning for a designed industrial experiment*. Technometrics, Vol.35, 1993. 1-12p.
- CAVALCA, K. L. *Confiabilidade em Engenharia*. Apostila da disciplina IM461, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Campinas: Departamento de Projeto Mecânico, Universidade Estadual de Campinas, 2000. 8-9, 34-35, 38, 40, 42, 44-45, 48-49, 52-53p.
- CHIAVERINI, Vicente. *Aços e Ferros Fundidos*. 5^a. Edição. São Paulo: Publicação da Associação Brasileira de Metais, 1984. 425-426, 431-433, 436p.
- DIETER, G.E. *Mechanical Metallurgy*. SI metric edition. London: McGraw-Hill Book Company, 1988. 10-11, 14-15, 45-46, 57-59, 68-70p.
- DIN EN 1561. *Giessereiwesen-Gusseisen mit lamellengraphit*. Europäisches Komitee für Normung (CEN), 1997.
- DIN EN ISO 945. *Gusseisen, Bestimmung der Mikrostruktur von Graphit*. Europäisches Komitee für Normung (CEN), 1994.
- ERASLAN, A.N.; ARGESO, H. *Limit angular velocities of variable thickness rotating disks*. Int. J. Solids Struct. 39, 2002. 3109-3130p.
- FERREIRA, Itamar. *Propriedades Mecânicas dos Metais*. Apostila da disciplina IM223, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Campinas: Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2001.

GARY, K.G.; BRUCE, J.M. *Understanding the basics of balancing and measuring techniques*.

BTI – Balance Technology Inc, 2000. 1-6p. Disponível em:

<<http://www.balancetechnology.com/html/s.1024/index.html>>. Acesso em : 10 jan. 2007

HAILER, J. *Balancing with an offset mass center*. BTI – Balance Technology Inc, 2000. 1-6p.

Disponível em:

<<http://www.balancetechnology.com/html/s.1024/index.html>>. Acesso em : 10 jan. 2007

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. *Fundamentals of Physics*. 6th edition. New York:

John Wiley & Sons, Inc., vol.1, 2002. 96, 213, 217, 237p.

JEFFERY, W.C. et al. *Relationship of carbon equivalent to the properties of cast iron*.

Transactions of the American foundrymen's society. Vol.62, 1954. 568-578p.

KONDIC, Voya; Tradução de MARIOTTO, C. L. et al. *Princípios Metalúrgicos de Fundição*. 1^a.

Edição. São Paulo: Editora Polígono S.A., 1973. 147–148, 151, 165-166p.

MERIAM, J.C. *Dinâmica (Tradução do original Dynamics, 1966)*. Rio de Janeiro: Livros

Técnicos e Científicos Editora, 1976. 180, 254p.

MECHANICAL VIBRATION AND SHOCK, ISO. *Terminology and symbols; tests and test*

equipment; balancing and balancing equipment. International Organization for

Standardization. 2nd. Vol. 1, 1995, 3p. Disponível em: <<http://www.iso.org>>. Acesso em :

10 jan. 2007

MARTIN, School of Engineering. *Stress Concentration Factors and Stress Concentration*

Factors and Notch Sensitivity. The University of Tennessee at Martin, 2002. 1-4, 6p.

Disponível em:

<<http://www.utm.edu/departments/engin/lemaster/Machine%20Design/Lecture%2004.pdf>>

Acesso em : 10 jan. 2007

MARQUARD, R. & SORGER, H. AVL List Áustria e MAC DONALD, M. Sintercast, Germany. Engine Technology International, 1998. 59p.

MOORE, A. *Some factors influencing inoculation and inoculants fade in fake and nodular graphite irons*. Transactions of the American foundrymen's society. Vol.1, 1973. 268-277p.

MINKOFF, I. *The physical Metallurgy of cast iron*. John Wiley & Sons, 1983.

MONTGOMERY, D.C. *Diseño y análisis de experimentos*. Traduzido por Jaime Delgado Saldivar, México, Ibero América, 1991.

PETERSON, Rudolfph Earl. *Stress Concentration Factor*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1974. 7, 152, 262-263, 291p.

PEREIRA, José C. *Apostila -Curso de Mecânica dos sólidos I*, Curso de Graduação em Engenharia Mecânica. Santa Catarina: Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 2001. 127-130p.

PAVANELO, Renato. *Introdução ao Método dos Elementos Finitos*. Apostila da disciplina IM142, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Campinas: Departamento de Engenharia Computacional, Universidade Estadual de Campinas, 1997. 1-4p

PATTERSON, W.; AMMANN, D. *Solidification of flake iron-graphite eutetic in gray iron*. Giesserei, 1959. 1247p.

POHL, D. *Caracteristiques mécaniques de la fonte – Iéffet déntaile du graphite dans la fonte*. Fonderie, Vol.29, 1974. 461-466p.

PIESKE, A.; CHAVES F. L. M. & REIMER, J. F. *Ferros fundidos cinzentos de alta qualidade*. Sociedade Educacional de Santa Catarina, 1985.

ROCHA, A.M. da. *Resistência dos Materiais*. 1^a. Edição. Rio de Janeiro: Editora Científica, 1969. Vol. 1, 44p.

ROARK, Raymond J.; YUNG, Warren C. *Formulas for Stress and Strain*. 5th ed. New York: McGraw-Hill Company, Inc., 1975. 564-567p.

RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; KRANE, K.S. *Physics*. 5th edition. New York: John Wiley & Sons, Inc., vol.1, 2002. 345-346, 349-350p.

RILLEY, R. V. *Thoughts on phosphoric cast iron*. American foundrymen's society. Des plaines, 1957. 195-200p.

RIEDEL, Cf. W. *Beiträge zur Lösung des ebenen Problems eines alatischen Körpers mittels der Airyschen Spannungsfunktion*. in *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. Apud COOK, *op cit*. 14-15p.

SEARS, Francis Weston; ZEMANSKY, Mark W.; YOUNG, Hugh D.; Tradução de ACCIOLI, José de Lima. *Física 1 – Mecânica da Partícula e dos Corpos Rígidos*. 2^a. Edição. Rio de Janeiro: Editora LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1983. 36, 69, 107, 190, 200-201, 205, 207, 214, 226p.

SEARS, Francis Weston; ZEMANSKY, Mark W.; YOUNG, Hugh D.; Tradução de ACCIOLI, José de Lima. *Física 2 – Mecânica dos Fluidos – Calor – Movimento Ondulatório*. 2^a. Edição. Rio de Janeiro: Editora LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1984. 253–254, 289p.

SYMON, K.R. *Mecânica*. Rio de Janeiro: Editora Campos, 1982.

SHIGLEY, Joseph E.; MISCHKE, C.R.; BUDYNAS, R.G. *Mechanical Engineering Design*. 7th ed. New York: McGraw-Hill Book Co., 2004. 57-58, 61–62, 245-246p.

SOUZA SANTOS, A.B. de; CASTELO BRANCO, C.H. *Metalurgia dos ferros fundidos cinzentos e nodulares*. IPT, 1991. 2-5p.

SOUZA SANTOS, A.B. de; CASTELO BRANCO, C.H. & SINATORA, A. *Alumínio em ferros fundidos cinzentos de alta resistência*. Metalurgia, Vol.33, 1977. 389-395p.

STEFANESCU, Doru M.. ASM Handbook. 9th ed. ASM International, vol.15, 1998. 629p.

SAE J431c, SAE Handbook, Society of Automotive Engineers. *Automotive gray iron casting*. 1975.

SUBRAMANIAM, S.V.; KAY, D. A. R.; PURDY, G.R. *Compacted graphite morphology control*. AFS Transactions, des Plaines, Vol.90, 1983. 589-603p.

STEINBERG, M.D.; HUNTER, W.G. *Experimental design: review and comment*. Technometrics, Vol.26, 1984.71-130p.

SCAPIN, C.A. *Análise Sistêmica de Falhas*. Belo Horizonte, 1999. 6p.

TIMOSCHENKO, S.P.; GOODIER, J.N. *Theory of Elasticity*. 3th ed. New York: McGraw-Hill, Book Company, Inc., 1970. 2-4, 69-71, 131, 140-141, 149p.

TIPLER, P.A. *Física*. 2^a. Edição. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, vol.1, 1985. 141-142p.

URUGAL, A.C.; FENSTER, S.K. *Advanced Strength and Applied Elasticity*. 2nd SI ed. New York: Elsevier Applied Science Publishers Company, Inc., 1987. 3-6, 54, 78-79, 84-85, 87, 111-112, 261-263, 272-274p.

VOLTERRA, Enrico; GAINES, J.H. *Advanced Strength of Materials*. 1st ed. New York: Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1971. 6-7, 154-158p.

VAUGHAN, J. *Static and Dynamic Balancing – Notes and Applications*, Brüel & Kjaer. 2nd ed. Denmark, Naerum Offset, 1980.

WIEGHARDT, Cf. K. *Über einen Grenzübergang und seine Anwendung auf die Statik hochgradig statisch unbestimmter Fachwerke*. in Verhandlungen des Vereins z. Beförderung des Gewerbefleißes, Abhandlungen. Apud COOK, Robert Davis, Concepts and applications of finite element analysis. John Wiley & Sons, Singapore, 1981. 14-15p.

WHITE, Charles V. ASM Handbook. 9th ed. ASM International, vol. 1, 1998. 12p.

WALTON, C. F.; OPAR, T.J. *Iron casting Handbook*, Iron castings society, 1981.

Apêndice

A1 Balanceamento

A1.1 Introdução

Balanceamento é um processo para minimizar vibrações, ruídos e desgaste em peças que giram. Este processo é realizado para reduzir a atuação da força centrífuga alinhando o eixo de inércia principal com o eixo geométrico de rotação somando ou removendo material.

A1.2 Termos fundamentais

a) Centro de gravidade – “CG”:

O centro de gravidade é o ponto em torno do qual o peso do corpo está igualmente distribuído em todas as direções. O centro de gravidade de um corpo coincide com seu centro de massa quando a aceleração da gravidade tiver o mesmo valor em toda extensão do corpo.

b) Centro de massa – “CM”:

O centro de massa é o ponto em um corpo no qual se considera que toda a sua massa está concentrada.

c) Eixo geométrico – “EG”:

É o eixo de rotação de um corpo definido por uma superfície ou por um plano de rotação. É caracterizado como uma superfície de rotação adequada quando o centro de plano de rotação passa pelo centro do plano de massa (plano que passa pelo centro de massa).

d) Eixo principal de inércia – “EPI”:

Quando um corpo gira livremente (sem apoio), ele gira em torno de uma linha. Esta linha é chamada de eixo principal de inércia. O centro de massa é um ponto nesta linha.

Quando o EPI coincide com o EG, não existem desbalanceamentos. Em resumo, um estado de equilíbrio é uma condição física que existe quando há uma distribuição de massa uniforme.

e) Excentricidade – “e”:

- Conforme se demonstra na Figura A1.1, excentricidade é a distância entre o centro de massa e o eixo geométrico do corpo (Gary; Bruce, 2000).

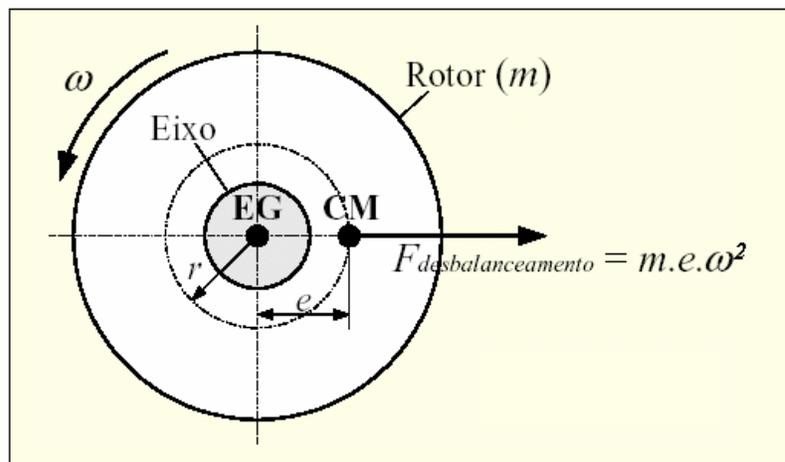


Figura A1.1 – Exemplo de e - excentricidade; CM – centro de massa; EG – eixo geométrico.

A1.3 Principais causas de desbalanceamentos

Dentre as causas de desbalanceamentos as que mais se destacam são: empenamento de eixos, desalinhamentos, desgastes, defeitos de fabricação, envelhecimento do material, variações de temperatura e acidentes com as peças que efetuam movimento de rotação.

A1.4 Tipos de desbalanceamentos

Tratando de desequilíbrio de massa em um corpo evidencia-se que toda e qualquer condição de desbalanceamento pode ser corrigida aplicando ou removendo massa em um

determinado raio e ângulo. Na realidade a quantia de desbalanceamento, U pode ser corrigida com uma massa, m , a um raio, r , ou seja, conforme equação (A1.1) (Gary; Bruce, 2000).

$$U = m.r \quad (\text{A1.1})$$

na qual U é a quantidade de desbalanceamento (g.mm), m é a massa (em g) e r é o raio (em mm).

a) Desbalanceamento estático (ou de força):

É uma condição que existe quando o centro de massa não está no eixo de rotação. Também pode ser explicado como sendo a condição quando o eixo principal de inércia é paralelo ao eixo de rotação.

Este tipo de desbalanceamento é um vetor e então deve ser corrigido com uma massa e ângulo conhecido.

O $U_{estático}$ (Figura A1.2) é usado no cálculo de força e reações geradas numa dada rotação e é determinado pelo produto da massa do corpo “ m ” pelo raio “ r ” ou excentricidade “ e ”.

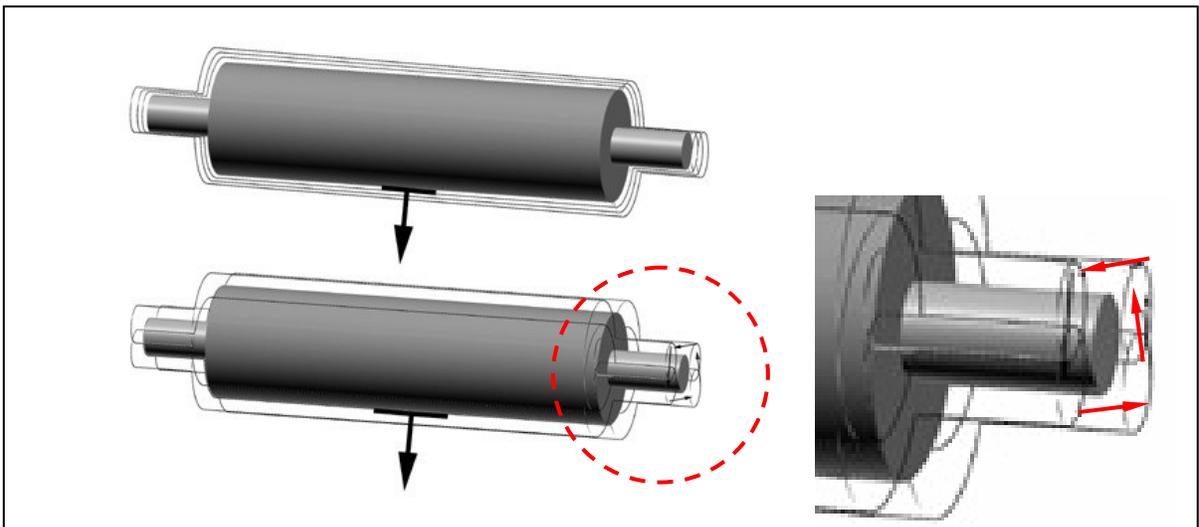


Figura A1.2 – Desbalanceamento estático.

b) Desbalanceamento dinâmico (ou conjugado):

É uma condição específica que existe quando o eixo principal de inércia não é paralelo com o eixo de rotação. Para corrigir o desbalanceamento dinâmico deve-se acrescentar duas massas iguais na área de trabalho, a um ângulo de 180° separadamente em dois planos de correção. A distância entre estes planos é chamada de braço conjugado. O desbalanceamento dinâmico é um vetor que descreve a correção.

O desbalanceamento dinâmico (Figura A1.3) é determinado a partir da equação (A1.2), na qual a quantidade de desbalanceamento, U , é o produto da massa, m , vezes o raio, r , vezes à distância, d , do braço conjugado. O desbalanceamento dinâmico é descrito como o produto da massa pelo quadrado do comprimento. Sendo assim, as unidades comuns de desbalanceamento dinâmico são g.mm^2 ou oz.in^2 (Gary; Bruce, 2000).

$$U = m.r.d \quad (\text{A1.2})$$

Uma combinação de força e desbalanceamento dinâmico especifica completamente todo o desequilíbrio que existe em uma peça.

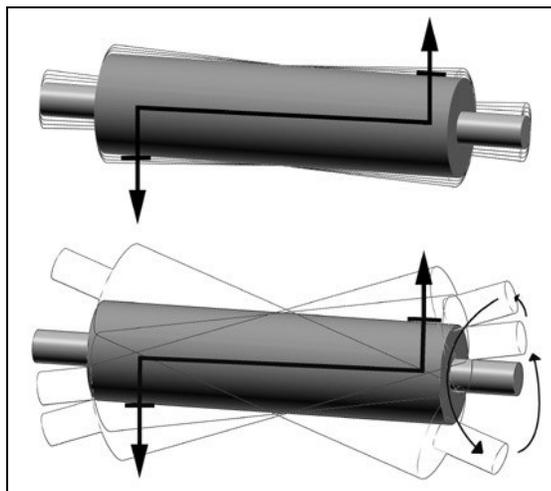


Figura A1.3 – Desbalanceamento dinâmico.

A1.5 Características dos tipos de balanceamentos

a) Balanceamento estático (ou de força):

Quando é executado um balanceamento estático, as reações de desbalanceamento variam com a posição de “*CM*” em relação aos mancais. Para corrigir o desbalanceamento é necessária a adição ou remoção de massa sobre a linha de ação da força de desbalanceamento (Figura A1.4 e A1.5). A massa e o ângulo de posição devem ser definidos por experimentações com equipamentos adequados.

A colocação ou remoção de massa move o “*CM*” para o “*EG*” ou desloca o “*CM*” sobre “*EG*”. As reações variam enormemente dependendo da posição do *CM* em relação aos mancais.

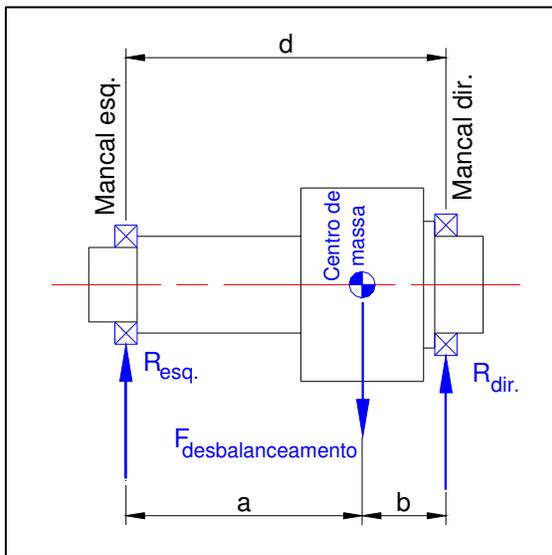


Figura A1.4 – Desbalanceamento estático com centro de massa entre mancais e o plano de correção (Haidler, 2000).

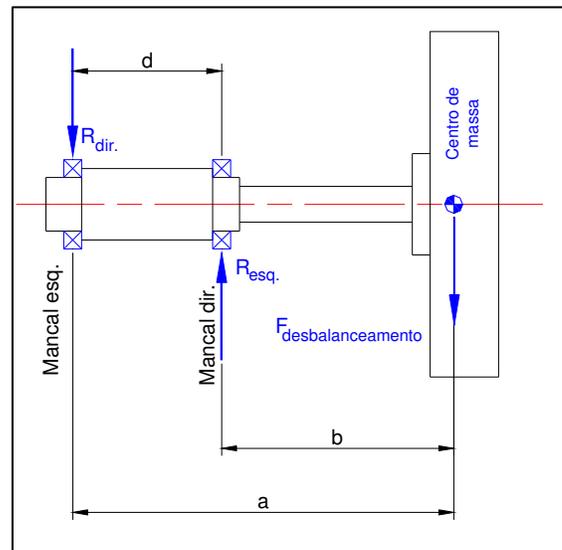


Figura A1.5 – Desbalanceamento estático com centro de massa fora da linha de ação dos mancais e o plano de correção (Haidler, 2000).

c) Balanceamento dinâmico (ou conjugado):

No balanceamento dinâmico as reações são inversamente proporcionais à distância entre os mancais. Considera-se no intervalo $0 < c < d$, as reações sendo maiores das que as geradas no desbalanceamento estático. Os planos de correção não passam pelo “*CM*”, a massa e o ângulo de posição devem ser definidos por experimentações com equipamentos adequados. No caso de rotores longos e de altas rotações devem ser antecidos pelo balanceamento estático (Gary; Bruce, 2000).

d) Balanceamento em dois planos de correção:

Este tipo de balanceamento (Figura A1.8) é aplicado a rotores longos e/ou com altas velocidades de rotação. As massas são adicionadas ou removidas nos dois planos de correção.

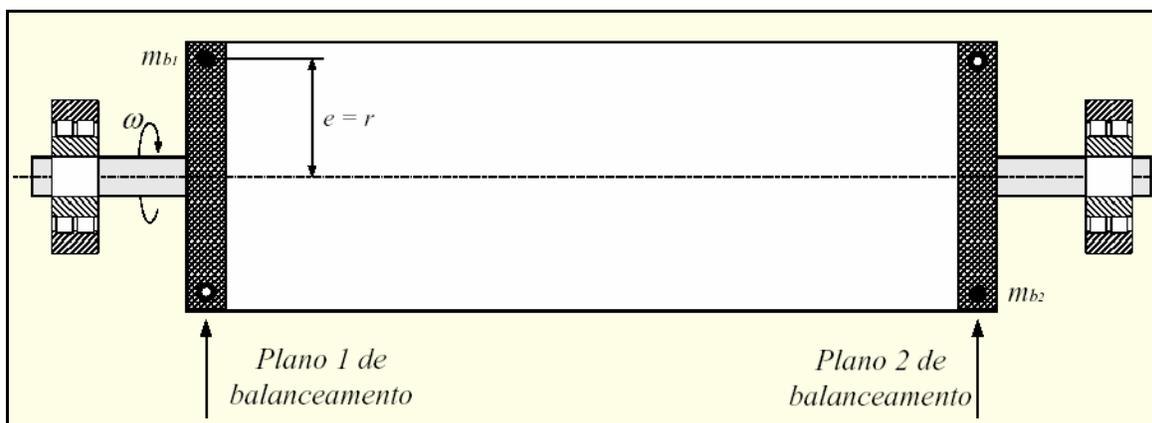


Figura A1.8 – Balanceamento em dois planos de correção.

A1.6 Forças e reações de desbalanceamentos

a) Balanceamento estático (ou de força):

A força de desbalanceamento é dada pela equação (A1.3).

$$F_{desbalanceamento} = U_{estático} \cdot \omega^2 \quad (A1.3)$$

na qual $F_{desbalanceamento}$ é a Força de desbalanceamento (em N), $U_{estático}$ é o desbalanceamento estático (em kg.m) e ω é a velocidade de rotação (em rad.s^{-1}) (Haidler, 2000).

O desbalanceamento estático é dado pela equação (A1.4).

$$U_{estático} = m.r = m.e \quad (\text{A1.4})$$

Após as análises de forças chegam-se nas reações nos mancais, as quais são dadas pelas equações (A1.5) e (A1.6) (Haidler, 2000).

$$R_{esq} = \left(\frac{b}{d}\right) \cdot U_{estático} \cdot \omega^2 \quad (\text{A1.5})$$

$$R_{dir} = \left(\frac{a}{d}\right) \cdot U_{estático} \cdot \omega^2 \quad (\text{A1.6})$$

b) Balanceamento dinâmico (ou conjugado):

A força de desbalanceamento é dada pela equação (A1.3) e o desbalanceamento estático é dado pela equação (A1.4). Supondo-se que $F_{correção}$ seja igual a $F_{desbalanceamento}$, quando $U_{estático}$ for igual a 0, aparece o $U_{dinamico}$, ou seja, $U_{dinamico} = U_{estático} \cdot c$, logo,

$$U_{dinamico} = m.r.c \quad (\text{A1.7})$$

na qual $U_{dinamico}$ é o desbalanceamento dinâmico (em g.mm²) e c é a distância do centro de massa com relação ao plano de correção (em mm).

O momento conjugado criado por $U_{dinamico}$ é refletido nos mancais, cujas reações podem ser calculadas conforme equação (A1.8).

$$R_{esq} = R_{dir} = \left(\frac{1}{d}\right) \cdot U_{dinâmico} \cdot \omega^2 = \left(\frac{c}{d}\right) \cdot U_{estático} \cdot \omega^2 \quad (\text{A1.8})$$

na qual R_{esq} é a reação no mancal esquerdo (em N), R_{dir} é a reação no mancal direito (em N), d é distância entre os mancais (em m) e c é a distância do centro de massa com relação ao plano de correção (em m).

A1.7 Normas ISO sobre balanceamento e equipamentos de balanceamento

ISO 1940-1: 1986 : Mechanical vibration – Balance quality requirements of rigid rotors.

ISO 2371: 1974 : Field balancing equipment –Description and evaluation.

ISO 2953: 1985 : Balancing machines – Description and evaluation.

ISO 7475: 1984 : Balancing machines – Enclosures and other safety measures.

ISO 8821: 1989 : Mechanical vibration – Balancing – Shaft and fitment key convention.

ISO 11342: 1994 : Mechanical vibration – Methods and criteria for the balancing of flexible rotors (Mechanical vibration and shock – ISO, 1995).