

DESENVOLVIMENTO E VERIFICAÇÃO EXPE
RIMENTAL DE UM MODELO MATEMÁTICO
PARA ANÁLISE DA SOLIDIFICAÇÃO UNI-
DIRECIONAL DE METAIS

05/78

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

DESENVOLVIMENTO E VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL
DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA ANÁLISE DA SO-
LIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL DE METAIS

Amauri Garcia

Trabalho apresentado à Comissão de Pós-
Graduação da Faculdade de Engenharia de
Campinas, como parte dos requisitos pa-
ra a obtenção do título de Doutor em En-
genharia Mecânica.

- CAMPINAS -

1978

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
BIBLIOTECA CENTRAL

A G R A D E C I M E N T O S

Ao Prof. Dr. MAURÍCIO PRATES DE CAMPOS FILHO, a quem se deve a orientação deste trabalho, o autor agradece pelo interesse, incentivo e amizade demonstrados durante o desenvolvimento do mesmo.

Agradece também a colaboração de RITA H. BUSO nos trabalhos experimentais, TAKA O. PERRONI nos trabalhos de datilografia e MARCOS A. PADULA e LUIZA A. CAMPOS pelos desenhos executados.

DESENVOLVIMENTO E VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA ANÁLISE DA SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL DE METAIS

R E S U M O

O presente trabalho propõe um modelo matemático para a determinação da cinética de crescimento e da distribuição de temperaturas durante o processo de solidificação unidirecional de metais e ligas eutéticas em moldes refrigerados e maciços. Inicialmente foi feita uma exaustiva e crítica revisão bibliográfica sobre os métodos e modelos existentes na literatura, e o modelo aqui proposto surge como o único, dentre os modelos analíticos, que permite a determinação da distribuição de temperaturas no metal em função da eficiência do contato térmico na interface metal/molde. Além disso, difere dos outros métodos e modelos da do seu caráter geral e extensivo, sua facilidade de manipulação, e sua possibilidade de cálculos rápidos e confiáveis. O modelo proposto permite ainda o cálculo do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde, utilizando-se para tanto dos resultados experimentais da cinética de solidificação unidirecional.

Para a verificação de sua aplicabilidade em moldes refrigerados a ar, o modelo proposto foi comparado com resultados publicados na literatura, e obtidos para o Chumbo, Estanho e eutético Estanho-Chumbo. Para sua verificação em moldes refrigerados a água, o modelo foi comparado com resultados experimentais obtidos neste trabalho para Estanho, Chumbo, Zinco, Alumínio e os eutéticos Estanho-Chumbo e Alumínio-Cobre, todos solidificados em diferentes condições de contato térmico metal/molde, em um dispositivo de solidificação unidirecional especialmente projetado e construído. O modelo proposto é ainda comparado com os métodos ou modelos mais significativos dentre os analíticos exatos, aproximados e métodos numéricos, para o caso de solidificação unidirecional de Chumbo e Alumínio em molde refrigerado a água.

Verificou-se ainda pelos resultados obtidos na solidificação unidirecional dos eutéticos em moldes refrigerados a

água, a existência de dois tipos de comportamento cinético acompanhados de dois tipos de comportamento estrutural.

Foi também verificada a aplicabilidade do modelo em molde maciço semi-infinito através da comparação com resultados obtidos para o Chumbo, verificando-se também a influência de diferentes espessuras de molde sobre a cinética de solidificação deste metal. Finalmente, mostra-se algumas das principais possibilidades de aplicação prática do modelo proposto a processos tecnológicos tais como os lingotamentos contínuo e estático, além da fundição de peças com geometria plana.

DEVELOPMENT AND EXPERIMENTAL VERIFICATION OF A MATHEMATICAL MODEL FOR THE ANALYSIS OF PLANE FRONT SOLIDIFICATION OF METALS

A B S T R A C T

A mathematical model is proposed describing the growth kinetics and temperature profiles during unidirectional solidification of pure metals and eutectic alloys in both cooled and massive moulds. A review was made of previously published models and it was noted that none of the analytical techniques permitted a description of the thermal profiles in terms of interface heat transfer characteristics. The model proposed is not subject to this limitation and is also shown to be more versatile and reliable than many previous techniques. The approach outlined permits the initial calculation of heat transfer coefficients under given conditions. These values are in general not available in the literature and in any event tend to be highly specific to the individual metal/mould conditions. The results may then be utilized in a complete description of the kinetics of the freezing process.

The model was initially verified by application to previously - published experimental results referring to Lead, Tin and Lead-Tin eutectic systems in air cooled mould. Comparison was then made between prediction and results of experiments carried out in the present study. These were for the case of the systems Tin, Lead, Zinc, Aluminium and Tin-Lead and Aluminium-Copper eutectics in water-cooled moulds. The effect of varying the heat transfer conditions was also investigated for each case. These experiments required the development of a special directional solidification system. These experimental results were also compared with the theoretical predictions produced by models representative of all the main mathematical techniques, including exact, approximate and numerical methods. It was found that the proposed model gave agreement which was acceptable in all case and generally superior to that of pre-existing techniques.

It was noted for the case of eutectics grown with these relatively high velocities that there appears to be two

separate regimes of kinetic behaviour, with a well defined transition point. This is presumably related to the solidification structure, although the study did not encompass extensive structural examinations.

It was also verified that the proposed model is applicable to solidification in massive (semi-infinite) moulds, comparison with experimental being made for the case of Lead. This aspect of the work also included an examination of the effect of mould thickness. Finally, it was demonstrated that the model is of direct application to a variety of practical situations such as continuous and static ingot-making.

Í N D I C E

	<u>PÁGINA</u>
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1.1
1.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS	1.1
1.2. TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA SOLIDIFICAÇÃO	1.5
1.3. OBJETIVOS DO PRESENTE TRABALHO	1.7
CAPÍTULO 2 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA SOLIDIFICAÇÃO EM SISTEMA METAL/MOLDE	2.1
2.1. INTRODUÇÃO AO PROBLEMA DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA SOLIDIFICAÇÃO	2.1
2.2. MÉTODOS ANALÍTICOS EXATOS	2.6
2.2.1. Solução de Schwarz	2.9
2.2.2. Solução de Neumann	2.15
2.2.3. Solução de Lightfoot	2.17
2.2.4. Solução de Lyubov	2.17
2.2.5. Solução de Stefan	2.21
2.2.6. Solução de Chvorinov	2.22
2.3. MÉTODOS ANALÍTICOS APROXIMADOS	2.25
2.3.1. Solução de London e Seban	2.30
2.3.2. Solução de Adams	2.31
2.3.3. Solução de Megerlin	2.31
2.3.4. Solução de Hills	2.35
2.3.5. Solução de Hrycak	2.37
2.3.6. Solução de Prates	2.39
2.4. MÉTODOS GRÁFICOS E NUMÉRICOS	2.41
2.4.1. Método Gráfico de Schmidt	2.44
2.4.2. Método Numérico de Dusenberre	2.48

	<u>PÁGINA</u>
2.5. MÉTODOS ANALÓGICOS	2.52
2.6. EQUAÇÕES EXPERIMENTAIS	2.54
2.6.1. Equação de Pires, Prates e Biloni	2.57
2.6.2. Equação de Santos e Prates	2.58
2.6.3. Equação de Gulyeaev	2.59
2.7. CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE OS MÉTODOS DE ANÁLISE	2.60
CAPÍTULO 3 - DESENVOLVIMENTO E VERIFICAÇÃO PRELIMINAR DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA ANÁLISE DA SOLIDIFI CAÇÃO UNIDIRECIONAL EM MOLDES REFRIGERADOS ..	3.1
3.1. DESENVOLVIMENTO DO MODELO MATEMÁTICO	3.1.
3.1.1. Tempo e Velocidade de Solidificação	3.4
3.1.2. Perfil Térmico Durante a Solidificação ..	3.5
3.1.3. Determinação da Constante de Solidifica - ção	3.8
3.1.4. Determinação da Espessura Virtual Previa- mente solidificada	3.10
3.1.5. Forma Dimensional do Modelo Proposto	3.13
3.1.6. Forma Adimensional do Modelo Proposto ...	3.14
3.2. VERIFICAÇÃO PRELIMINAR DO MODELO PROPOSTO	3.15
CAPÍTULO 4 - DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA A ANÁLISE DA SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL EM MOLDES MACIÇOS	4.1
4.1. TEMPO E VELOCIDADE DE SOLIDIFICAÇÃO	4.4
4.2. PERFIL TÉRMICO DURANTE A SOLIDIFICAÇÃO	4.5
4.2.1. Perfil Térmico no Metal Sólido	4.5
4.2.2. Perfil Térmico no Molde	4.6

4.2.3. Determinação da Temperatura de Equilíbrio na Interface Metal/Molde	4.8
4.3. DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE DE SOLIDIFICAÇÃO	4.11
4.4. DETERMINAÇÃO DE ESPESSURA VIRTUAL PREVIAMENTE SO- LIDIFICADA	4.13
4.5. DETERMINAÇÃO DA PARCELA VIRTUAL DA ESPESSURA DO MOLDE	4.15
4.6. DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DE TRANSMISSÃO DE CALOR DO LADO DO METAL (h_{is}) E DO LADO DO MOLDE (h_{im})	4.17
4.7. FORMA DIMENSIONAL DO MODELO PROPOSTO	4.18
4.8. FORMA ADIMENSIONAL DO MODELO PROPOSTO	4.20
 CAPÍTULO 5 - MATERIAIS E MÉTODOS UTILIZADOS	 5.1
5.1. METAIS E LIGAS UTILIZADOS	5.1
5.2. DISPOSITIVOS DE SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL RE- FRIGERADO A ÁGUA	5.4
5.3. SOLIDIFICAÇÃO EM MOLDES MACIÇOS	5.7
5.4. TIPOS DE CONTATO TÉRMICO NA INTERFACE METAL/MOL- DE	5.12
5.5. TÉCNICAS DE MEDIDA DE TEMPERATURA E DE AVANÇO DA INTERFACE SÓLIDO/LÍQUIDO	5.12
5.6. TÉCNICAS METALOGRÁFICAS	5.14
5.7. CONSIDERAÇÕES A RESPEITO DA PRECISÃO DOS RESULTA- DOS OBTIDOS ATRAVÉS DAS TÉCNICAS UTILIZADAS	5.18
 CAPÍTULO 6 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS	 6.1
6.1. SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL DE METAIS EM MOLDES	

	<u>PÁGINA</u>
REFRIGERADOS A ÁGUA	6.1
6.2. SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL DE METAIS EM MOLDES MACIÇOS	6.14
6.3. SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL DE LIGAS DE COMPOSI- ÇÃO EUTÉTICA EM MOLDES REFRIGERADOS A ÁGUA	6.21
6.4. MACROESTRUTURAS OBTIDAS NA SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRE- CIONAL	6.25
CAPÍTULO 7 - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	7.1
7.1. VERIFICAÇÃO DA NATUREZA DO MODELO PROPOSTO E CÁL- CULO DO COEFICIENTE DE TRANSMISSÃO DE CALOR DA INTERFACE METAL/MOLDE	7.1
7.1.a. Solidificação Unidirecional de Metais em Moldes Refrigerados	7.1
7.1.b. Solidificação Unidirecional de Metais em Moldes Maciços	7.11
7.1.c. Solidificação Unidirecional de Ligas de Composição Eutética em Moldes Refrigera- dos	7.14
7.2. VERIFICAÇÃO QUANTITATIVA DO MODELO PROPOSTO PARA A SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL DE METAIS EM MOL- DES REFRIGERADOS	7.16
7.2.a. Solidificação Unidirecional de Alumínio em Molde Refrigerado a Água	7.19
7.2.b. Solidificação Unidirecional de Chumbo em Molde Refrigerado a Água	7.22
7.2.c. Solidificação Unidirecional de Zinco em Molde Refrigerado a Água	7.25

7.2.d. Solidificação Unidirecional de Estanho em Molde Refrigerado a Água	7.27
7.3. VERIFICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO NA SOLIDIFICAÇÃO DE METAL EM MOLDES MACIÇOS	7.29
7.3.a. Solidificação Unidirecional de Chumbo em Molde Maciço Semi-Infinito	7.31
7.3.b. Solidificação Unidirecional de Chumbo em Moldes Maciços de Diferentes Espessuras .	7.33
7.4. VERIFICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO NA SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL DE LIGAS DE COMPOSIÇÃO EUTÉTICA ..	7.37
7.4.a. Solidificação do Eutético Estanho-Chumbo em Molde Refrigerado a Ar	7.39
7.4.b. Solidificação dos Eutéticos Estanho-Chumbo e Alumínio-Cobre em Moldes Refrigerados a Água	7.39
7.5. VERIFICAÇÃO DA HIPÓTESE BÁSICA DE UMA ESPESSURA VIRTUAL PREVIAMENTE SOLIDIFICADA	7.45
7.6. CONFRONTO DO MODELO PROPOSTO COM OUTROS MODELOS EXISTENTES NA LITERATURA	7.48

CAPÍTULO 8 - POSSIBILIDADE DE APLICAÇÃO PRÁTICA DO MODELO PROPOSTO

8.1. APLICAÇÃO PRÁTICA DO MODELO PROPOSTO NO CASO DE SOLIDIFICAÇÃO EM MOLDES REFRIGERADOS	8.1
8.1.1. Aplicação do Modelo Proposto no Lingotamento Contínuo do Aço	8.4
8.1.2. Apresentação do Modelo Proposto na Forma Gráfica Aplicado a Moldes Refrigerados a Água	8.15

8.2. APLICAÇÃO PRÁTICA DO MODELO PROPOSTO NA SOLIDIFICAÇÃO EM MOLDES MACIÇOS	8.15
CAPÍTULO 9 - CONCLUSÕES	9.1
LINHAS DE PESQUISA DECORRENTES DESTA TRABA <u>L</u> HO	9.5
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	9.6
APÊNDICE 1 - SIMBOLOGIA UTILIZADA	A-1.1
APÊNDICE 2 - FUNÇÃO ERRO E FUNÇÃO ERRO COMPLEMENTAR	A-2.1
APÊNDICE 3 - APLICAÇÃO DO MÉTODO NUMÉRICO DE DUSINBERRE AO PROCESSO DE SOLIDIFICAÇÃO	A-3.1
APÊNDICE 4 - PROPRIEDADES FÍSICAS DOS MATERIAIS UTILIZADOS	A-4.1
APÊNDICE 5 - TABELAS DOS RESULTADOS OBTIDOS	A-5.1
APÊNDICE 6 - PROGRAMA DE COMPUTADOR UTILIZADO NA APLICAÇÃO DO MÉTODO NUMÉRICO DE DUSINBERRE À SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL EM MOLDES REFRIGERADOS	A-6.1

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

A fabricação de produtos metálicos envolve em pelo menos algum de seus estágios o processo de solidificação, com a única exceção dos produtos conformados pela metalurgia do pó, conforme ilustra o esquema da Figura 1.1. Na tecnologia metalúrgica a solidificação é utilizada na conformação de metais por fundição, na produção de lingotes para posterior conformação mecânica e na união de metais por soldagem a fusão. No caso específico da fundição, o procedimento tecnológico é conhecido desde cerca de 3200 anos A.C. com a fundição de peças de bronze pelos sumérios, persistindo até a nossa época um alto grau de empirismo nas operações de fundição (1). Com a introdução gradativa, a partir de aproximadamente quatro décadas atrás, da pesquisa sistemática do processo de solidificação, tanto de caráter básico quanto de caráter aplicado, já se tem conseguido introduzir modificações sensíveis em operações industriais convencionais que envolvem este processo, bem como introduzir técnicas em áreas de desenvolvimento mais recente, como é o caso da tecnologia eletrônica (2,3,4,5,6,7). Neste particular a solidificação é utilizada na purificação de metais e semicondutores, através do processo de solidificação fracionada (refino por fusão zonal), e na obtenção de monocristais de alta perfeição para a fabricação de microcircuitos de dispositivos eletrônicos (8,9,10). O envolvimento da solidificação na fabricação de componentes eletrônicos, a partir da matéria prima, é mostrado no esquema da Figura 1.2.

No tocante à problemática brasileira de tecnologia, é bastante visível a importância dos processos industriais que envolvem a solidificação. A Figura 1.3 ilustra a situação brasileira em termos de peças metálicas fundidas de ferrosos e não-ferrosos nos últimos anos e a projeção da demanda para os próximos anos (11). Com o crescente aumento da demanda e o natural aumento de projetos de peças fundidas complexas, será necessário e aconselhável uma inflexão de pesquisa sistemática dirigida a problemas operacionais de fundição, tendo em vista um maior rendimento do processo e a preservação ou melhoria da qualidade do produto.

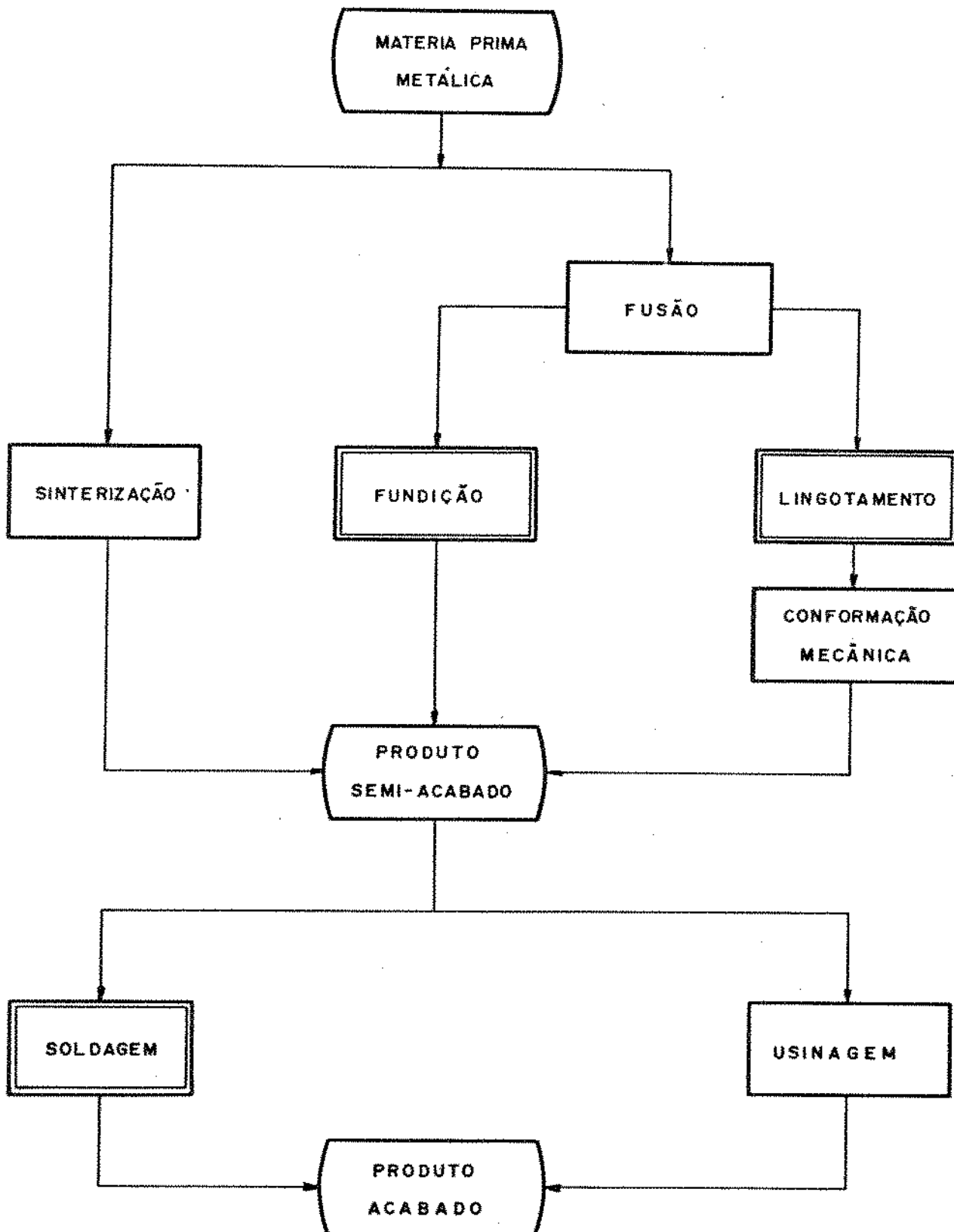


Figura 1.1 - Fluxograma esquemático dos processos de conformação de produtos metálicos evidenciando os estágios com presença do processo de solidificação.

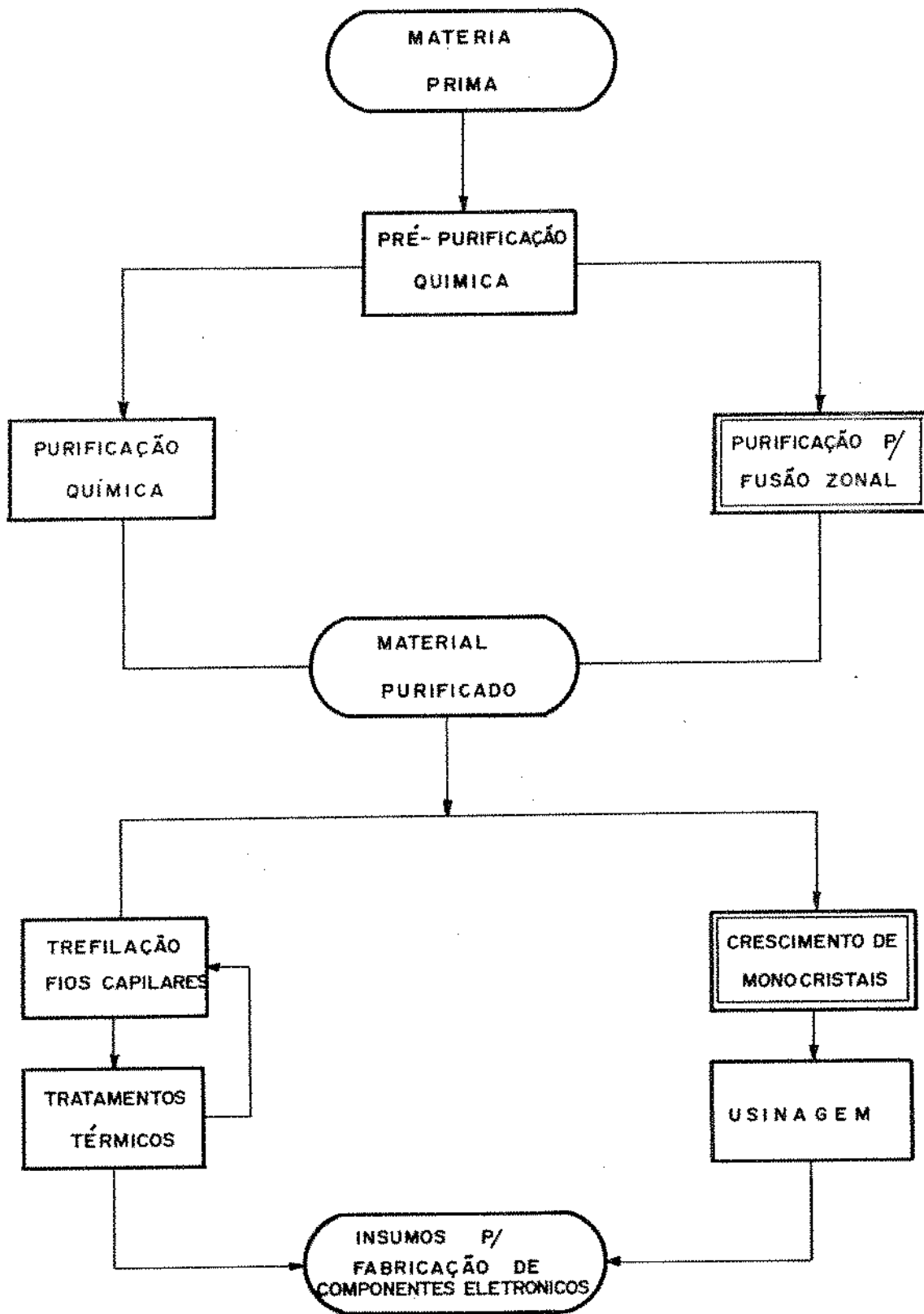


Figura 1.2 - Fluxograma esquemático da produção de insumos para a fabricação de componentes eletrônicos, evidenciando os estágios com presença do processo de solidificação.

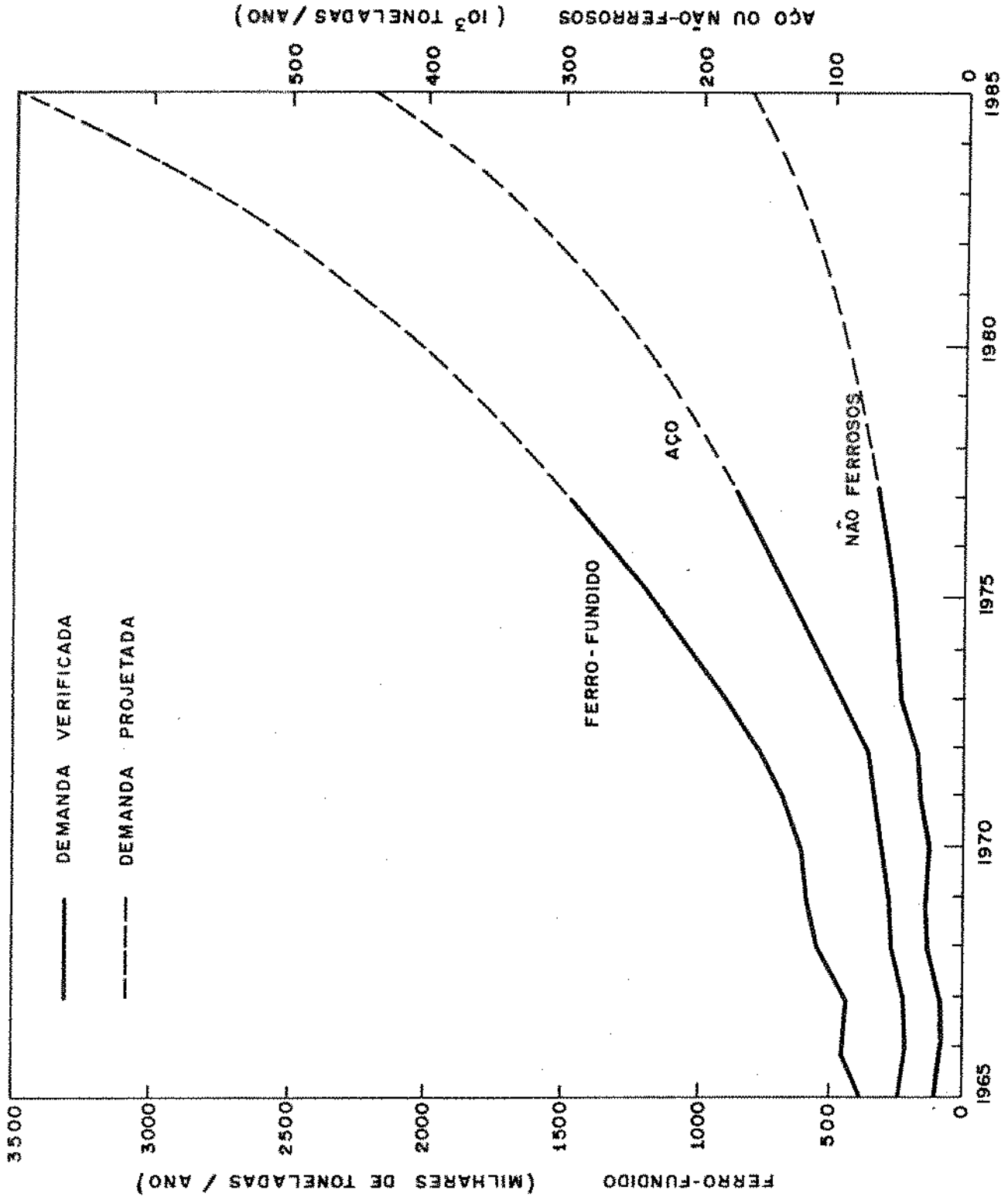


Figura 1.3 - Situação brasileira da demanda de peças fundidas verificada e projetada até 1985.

É inevitável também, que dado ao crescente desenvolvimento da indústria eletrônica nacional, que a pesquisa em solidificação se volte, embora em menor escala, aos problemas de purificação de metais e semicondutores e à produção de monocristais utilizados na fabricação de componentes eletrônicos. Esta necessidade se acentua ainda mais se lembrarmos que o custo do material purificado e de lâminas de monocristais importados é extremamente elevado e que o país possui enormes reservas das matérias primas necessárias à produção desses insumos.

1.2. TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA SOLIDIFICAÇÃO

O processo de solidificação de um metal é fundamentalmente um processo de transferência de calor em regime não-estacionário. O calor latente de fusão anteriormente utilizado na fundição do metal, é liberado na interface sólido/líquido e dali deve ser transportado para que o processo de solidificação tenha continuidade.

A análise do processo de solidificação apresenta fundamentalmente dois aspectos:

- (a) um aspecto metalúrgico ligado à composição química do metal e a seus pontos de transformação.
- (b) um aspecto térmico relativos à estória térmica anterior do metal, aos modos pelo qual o calor é transferido e à distribuição de temperaturas no interior da peça a cada instante do processo.

Estes dois aspectos estão intimamente ligados, e determinarão a estrutura final do metal solidificado e conseqüentemente suas propriedades (12). A Figura 1.4 apresenta um esquema correlacionando variáveis e parâmetros do processo de solidificação, evidenciando a importância da transferência de calor como instrumento de controle do processo e dimensionamento de características do produto. Do esquema apresentado na Figura 1.4, pode-se verificar a importância da velocidade de solidificação como parâmetro condicionante das propriedades do produto metálico solidificado, o que juntamente com parâmetros de natureza operacional como por exemplo o tempo de desmoldagem de peças fundidas tornam o co-

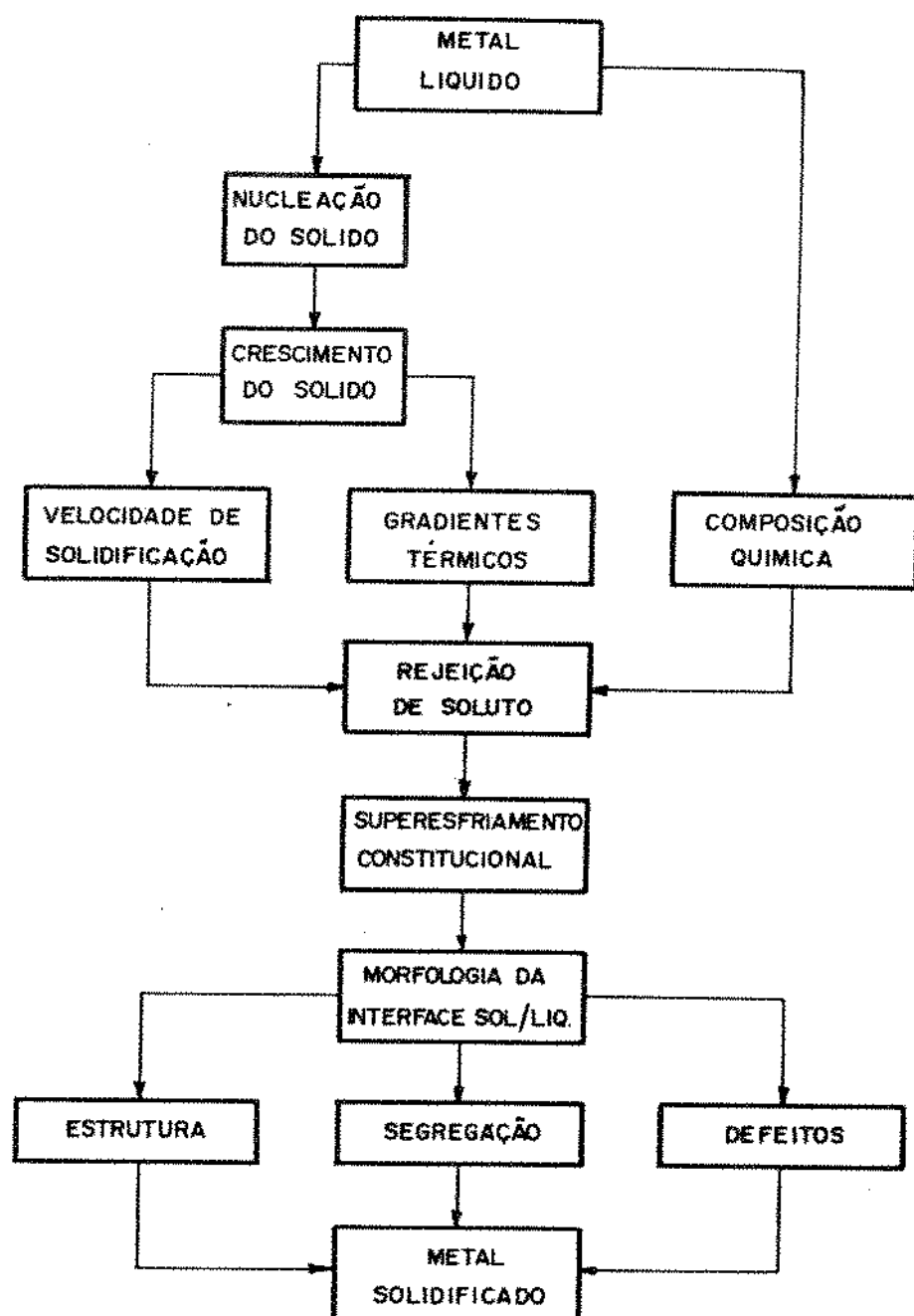


Figura 1.4 - Esquema das correlações entre variáveis e parâmetros do processo de solidificação.

nhecimento da cinética do processo de solidificação extremamente necessário (13,14). Por outro lado, a velocidade de solidificação é controlada pela capacidade de transporte de calor que o sistema metal/molde apresenta, o que torna essencial o conhecimento das propriedades físicas deste sistema para que se possa determinar a lei que descreve o avanço da frente de solidificação.

Os métodos de análise da transferência de calor aplicáveis ao processo de solidificação são bastante escassos e dispersos na literatura, sendo que só há relativamente pouco tempo preocupou-se em agrupar e comparar criticamente estes métodos (15, 16, 17, 18, 19). Analisando-se tais métodos nota-se que alguns apresentam caráter essencialmente empírico e não generalizados, outros embora apresentem rigor matemático fogem bastante das condições reais, dadas suas hipóteses de simplificação, enquanto que outros, embora mais próximos das condições reais, limitam-se a abordar apenas parte do problema e apresentam uma complexidade matemática de tal ordem que não os tornam adequados à utilização corriqueira dentro de uma unidade produtiva. Além desta agravante, nenhum destes modelos mais realísticos permite a determinação da distribuição de temperaturas durante o processo de solidificação (18, 19). Dentro deste panorama, o qual será abordado com maiores detalhes em capítulo posterior, torna-se evidente a necessidade de um método de análise que não apresente as limitações dos anteriores, e que seja abrangente, generalizado e de pronta utilização em operações tecnológicas que envolvam o processo de solidificação.

1.3. OBJETIVOS DO PRESENTE TRABALHO

Em vista da constatação de evidentes lacunas e restrições no tratamento analítico sistemático do processo de solidificação, sob ponto de vista da transferência de calor, constatação esta verificada após exaustiva pesquisa bibliográfica realizada na literatura especializada, pensou-se em estabelecer um programa geral de pesquisa para analisar a influência da taxa de transferência de calor no processo de solidificação. Este trabalho surge então como a etapa mais fundamental e abrangente deste programa, cujos objetivos podem ser resumidos como se segue:

- (a) Desenvolvimento de um modelo matemático de transferência de calor para a solidificação de metais, considerando a condução térmica e o contato térmico newtoniano, e sem adotar aproximações matemáticas para o perfil de temperaturas. Este modelo deve permitir a determinação não só da velocidade de solidificação, como também da distribuição de temperaturas durante o processo de solidificação.
- (b) Comprovação da natureza do modelo proposto com relação à cinética do processo de solidificação.
- (c) Proposição de um método experimental de medida do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde.
- (d) Comprovação experimental do modelo proposto sob ponto de vista da cinética e da distribuição de temperaturas durante o processo de solidificação nos casos de:
- Moldes Refrigerados
 - Moldes Maciços semi-infinitos
- (e) Verificação do efeito de espessuras finitas de moldes maciços sobre a cinética e a distribuição de temperaturas durante o processo de solidificação.
- (f) Verificação do efeito da adição de elementos de liga na composição eutética sobre a cinética e a distribuição de temperaturas durante o processo de solidificação.
- (g) Confronto do modelo proposto com outros modelos analíticos e métodos numéricos sob ponto de vista da cinética e da distribuição de temperaturas durante o processo de solidificação.

CAPÍTULO 2

TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA SOLIDIFICAÇÃO EM SISTEMA METAL/MOLDE

2.1. INTRODUÇÃO AO PROBLEMA DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA SOLIDIFICAÇÃO

A análise da transferência de calor na solidificação de um metal apresenta fundamentalmente dois objetivos: a determinação da distribuição de temperaturas no sistema metal/molde durante o processo de solidificação e a determinação da cinética da solidificação do metal. Para que essa análise seja possível é necessário extrair um elemento de referência do sistema de forma a representar o comportamento do sistema como um todo. A Figura 2.1 apresenta um esquema desta situação. A Figura 2.2 apresenta o elemento isoladamente evidenciando todos os modos de transferência de calor que podem ocorrer no processo de solidificação em um sistema metal/molde (20,21), quais sejam: condução térmica no metal e no molde, transferência newtoniana na interface metal/molde, convecção térmica no metal líquido e no meio ambiente, e radiação térmica do molde para o meio ambiente. Entretanto, alguns desses modos de transferência de calor são transitórios, enquanto outros permanecem durante a solidificação.

Na prática a operação de vazamento do metal líquido em moldes apropriados é sempre realizada a uma temperatura pouco acima da temperatura de fusão do metal para que o metal possa acomodar-se nas cavidades do molde antes do início do processo propriamente dito. Esta diferença entre a temperatura do metal líquido e sua temperatura de fusão é conhecida como superaquecimento, e dissipa-se rapidamente no início da solidificação pela ação das correntes de convecção natural ou forçadas (22). Um esquema da ação das correntes de convecção é mostrado na Figura 2.3. Com a dissipação do superaquecimento desaparece também a força motriz que faz atuar a convecção e a condução térmica no metal líquido, o que faz com que o metal líquido permaneça à temperatura de fusão até o final do processo de solidificação.

A convecção e a radiação térmica do molde para o meio ambiente só se verificam quando o volume do molde não for suficiente para absorver todo o calor transferido pelo metal durante

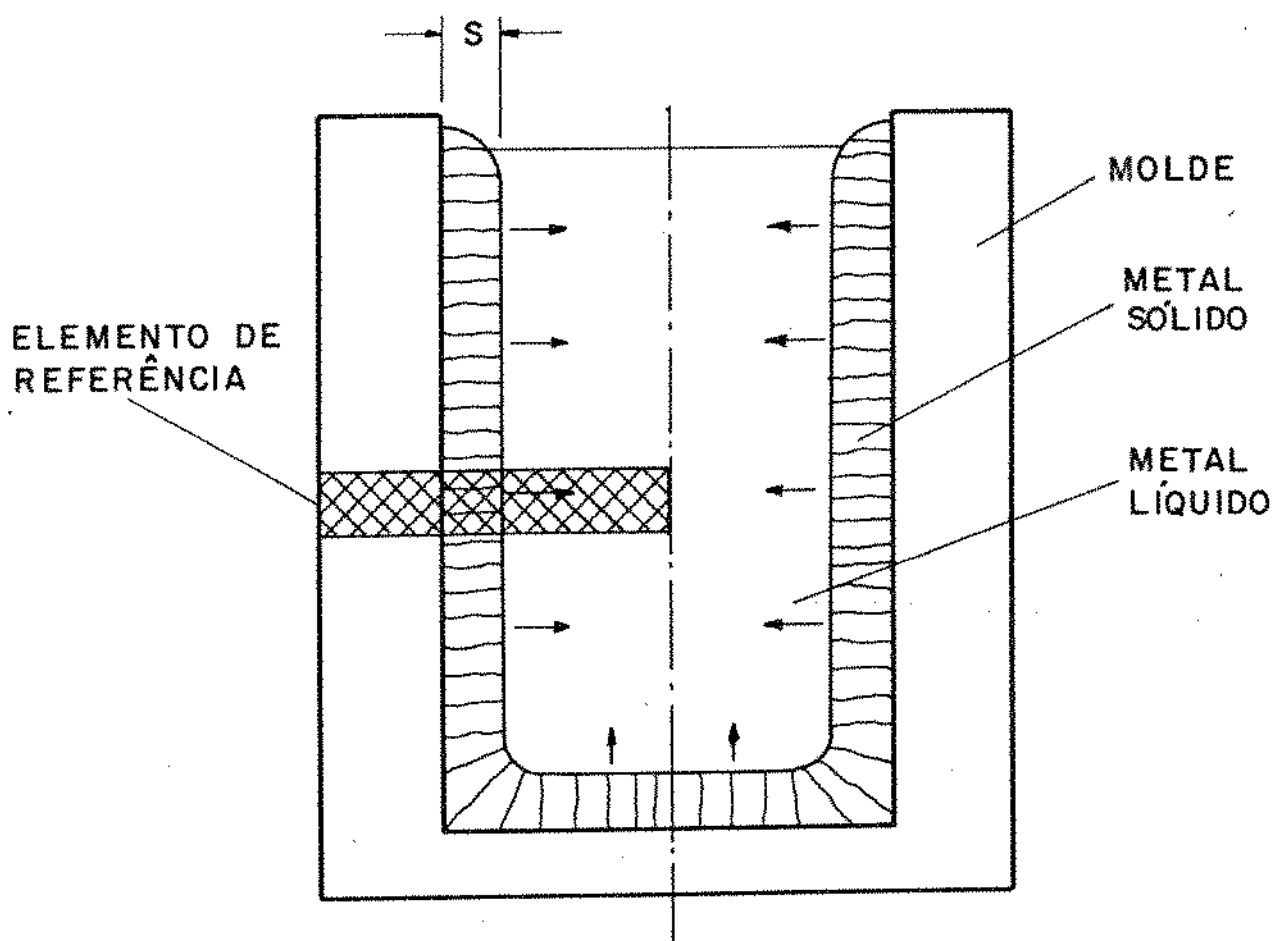


Figura 2.1 - Localização de um elemento de referência para a análise da transferência de calor no sistema metal/molde.

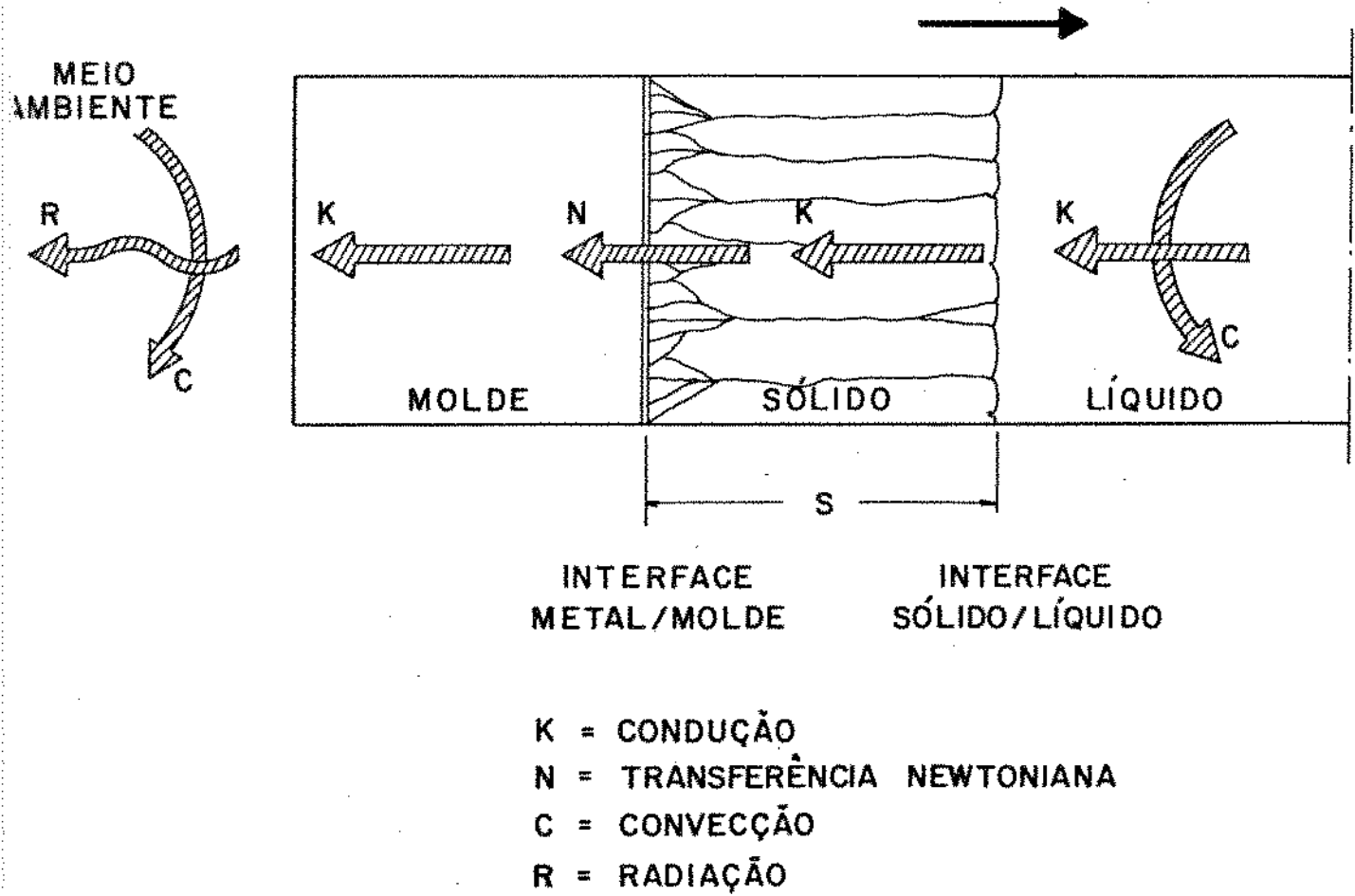


Figura 2.2 - Modos de transferência de calor que podem ocorrer no sistema metal/molde durante a solidificação.

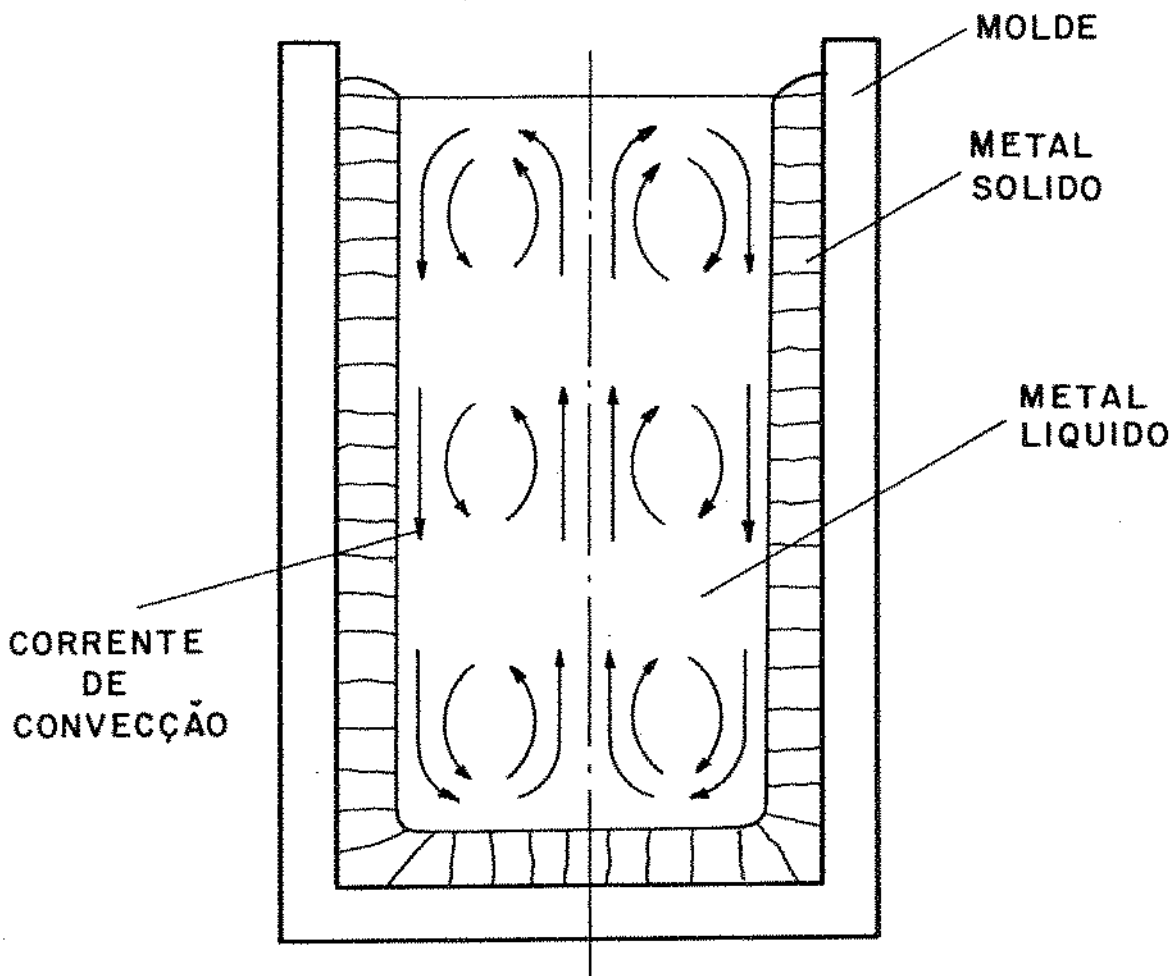


Figura 2.3 - Esquema da ação das correntes de convecção no metal líquido durante a solidificação.

a solidificação. Em condições práticas pode-se dimensionar o molde de tal forma que absorva todo o calor transferido ou apenas eleve sua temperatura externa nos instantes finais do processo, tornando o transporte de calor ao meio ambiente inexpressivo no cômputo global de calor. Estes modos de transferência de calor não existem quando se trata de solidificação em moldes refrigerados.

A transferência newtoniana na interface metal/molde só não existe no caso de contato perfeito entre metal e molde, podendo ser desprezada em moldes de areia, sendo entretanto fundamental em todos os outros casos. (18).

Pode-se concluir portanto, que de modo geral que apenas dois modos essenciais de transferência de calor são relevantes durante o processo de solidificação, quais sejam: a condução térmica no metal que solidifica e no material do molde utilizado e a transferência newtoniana agindo na interface metal/molde.

O processo de solidificação pode ser definido do ponto de vista térmico como sendo um processo de transferência de calor em regime não-estacionário e que envolve uma mudança de fase com liberação contínua de calor latente na frente de solidificação. A análise desta situação física, do ponto de vista matemático nos conduz a equações diferenciais não lineares cujas soluções são extremamente complexas, e que exigem que se estabeleçam hipóteses simplificadoras das condições reais, de caráter físico ou matemático para que estas soluções possam se viabilizar (15, 16).

Os métodos de análise de transferência de calor na solidificação podem ser caracterizados pelas hipóteses simplificadoras assumidas e pelo tipo de abordagem ou ferramenta utilizada na tentativa de achar-se uma solução para o problema, podendo ser classificados como se segue:

- Métodos Analíticos Exatos
- Métodos Analíticos Aproximados
- Métodos Gráficos e Numéricos
- Métodos Analógicos
- Equações Experimentais

As bases destes métodos serão analisadas em seguida, assim como será realizada uma revisão crítica dos principais métodos de análise existentes na literatura com o objetivo de evi-

denciar suas vantagens e limitações e compará-los posteriormente, através de resultados experimentais, com o método que será proposto neste trabalho.

2.2. MÉTODOS ANALÍTICOS EXATOS

Os métodos analíticos exatos não admitem simplificações de caráter matemático, introduzindo hipóteses simplificadoras de caráter físico para tornar viável a solução do problema, afastando-se demasiado na maioria dos casos das condições físicas reais, o que inevitavelmente restringe bastante a utilização prática de tais métodos. As hipóteses simplificadoras adotadas na solução do problema através dos métodos analíticos exatos podem ser agrupadas como se segue:

- (a) o fluxo de calor é unidirecional.
- (b) Não existe resistência térmica ao fluxo de calor na interface metal/molde, ou seja admite a existência de contato térmico perfeito entre metal e molde ou coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde tendendo a infinito.
- (c) O metal e o molde comportam-se como elementos semi-infinitos, não havendo perdas de calor do molde para o meio ambiente, ou seja a temperatura externa do molde deve permanecer constante durante o processo de solidificação (todo o calor do metal é transferido por condução e absorvido totalmente pelo molde).
- (d) A temperatura da interface metal/molde permanece constante durante o processo de solidificação.
- (e) A interface sólido/líquido é macroscopicamente plana.
- (f) Não existem fluxos de massa.
- (g) As propriedades físicas do metal e do molde não variam durante o processo de solidificação.

Estas hipóteses assumidas conjuntamente tornam a solução bastante distante dos casos práticos corriqueiros. Fluxo uni

direcional ou utilização de moldes do tipo semi-infinito se restringem a operações bastante particulares na tecnologia da fundição. O fato de assumir-se o contato perfeito entre metal e molde implica em desprezar-se a diferente natureza físico-química do metal e do molde, as imperfeições da superfície interna do molde, bem como a camada de ar que se forma, entre metal e molde, através da contração do metal durante o processo de solidificação. Por outro lado, a não existência de fluxos de massa implica na não existência de convecção térmica no metal líquido, ou seja despreza-se o efeito do vazamento admitindo também que no caso da existência de superaquecimento no metal líquido, este seja extraído por condução térmica. Esta hipótese leva ainda a admitir-se a inexistência de segregação de soluto, o que torna as soluções analíticas exatas aplicáveis somente a metais puros, ligas eutéticas ou ligas bastante diluídas onde possa desprezar-se a segregação existente. Finalmente, o fato de assumir-se que as propriedades físicas do metal e do molde não variam durante o processo de solidificação, ou seja não variam com a temperatura, podem em alguns casos conduzir a erros bastante apreciáveis (12).

Além de todas as limitações de aplicação, já apresentadas estas soluções só são aplicáveis a moldes de paredes planas, assim mesmo com todas as restrições mencionadas e sem levar em conta os efeitos de canto, não sendo aplicáveis a nenhum outro tipo de geometria de molde. A maior vantagem que apresentam as soluções analíticas exatas reside no seu elevado grau de generalização, o que permite uma visão qualitativa bastante abrangente da natureza da transferência de calor durante a solidificação.

O objetivo da análise do processo de solidificação sob ponto de vista de transferência de calor se resume na determinação da lei de avanço da interface sólido/líquido com o tempo, bem como na determinação do perfil de temperaturas do sistema metal/molde durante o processo. As hipóteses simplificadoras assumidas na análise reduzem o fenômeno a um problema de condução não-estacionária e unidirecional de calor, aplicando-se portanto as equações matemáticas de fluxo de calor não-estacionário (15, 16, 23). A simbologia utilizada na análise está definida no Apêndice 1 deste trabalho. Desta forma, considerando um elemento infinitesimal do sistema metal/molde, a equação de condução de calor no sólido é dada por:

$$vkVT = d \frac{\partial (cT)}{\partial t} \quad (2.1)$$

Levando-se em conta as hipóteses simplificadoras assumidas na análise através dos métodos analíticos exatos, a equação [2.1] reduz-se a:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (2.2)$$

e o fluxo de calor por unidade de área é dado pela seguinte equação de Fourier:

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.3)$$

Associa-se ao sistema metal/molde um sistema de coordenadas lineares de tal modo que:

- x < 0 molde
- x = 0 interface metal/molde
- x > 0 metal
- x = S interface sólido/líquido
- 0 < x < S metal sólido
- x > S metal líquido

A solução deve satisfazer a equação (2.2), uma vez estabelecidas as seguintes condições de contorno:

para t = 0:

$$x \leq 0 \rightarrow T_m = T_o \quad (2.4)$$

$$x > 0 \rightarrow T_l = T_v \quad (2.5)$$

para t > 0:

$$x \rightarrow -\infty \rightarrow T_m = T_o \quad (2.6)$$

$$x \rightarrow +\infty \rightarrow T_l = T_v \quad (2.7)$$

$$x = 0 \rightarrow T_m = T_s = T_i = \text{constante} \quad (2.8)$$

$$x = S \rightarrow T_s = T_l = T_f = \text{constante} \quad (2.9)$$

A Figura 2.4 apresenta um esquema que reflete a distribuição de temperaturas em função das condições de contorno estabelecidas. Baseado nas equações (2.2) e (2.3) e nas condições de contorno assumidas, desenvolveu-se uma série de métodos analíticos exatos cujas soluções serão apresentadas a seguir:

2.2.1. Solução de Schwarz

A solução de caráter mais geral para o problema, na forma em que foi estabelecido no item anterior, foi obtida por Schwarz (15, 16, 18, 24) considerando soluções do tipo:

$$T(x,t) = A + B \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{at}} \right) \quad (2.10)$$

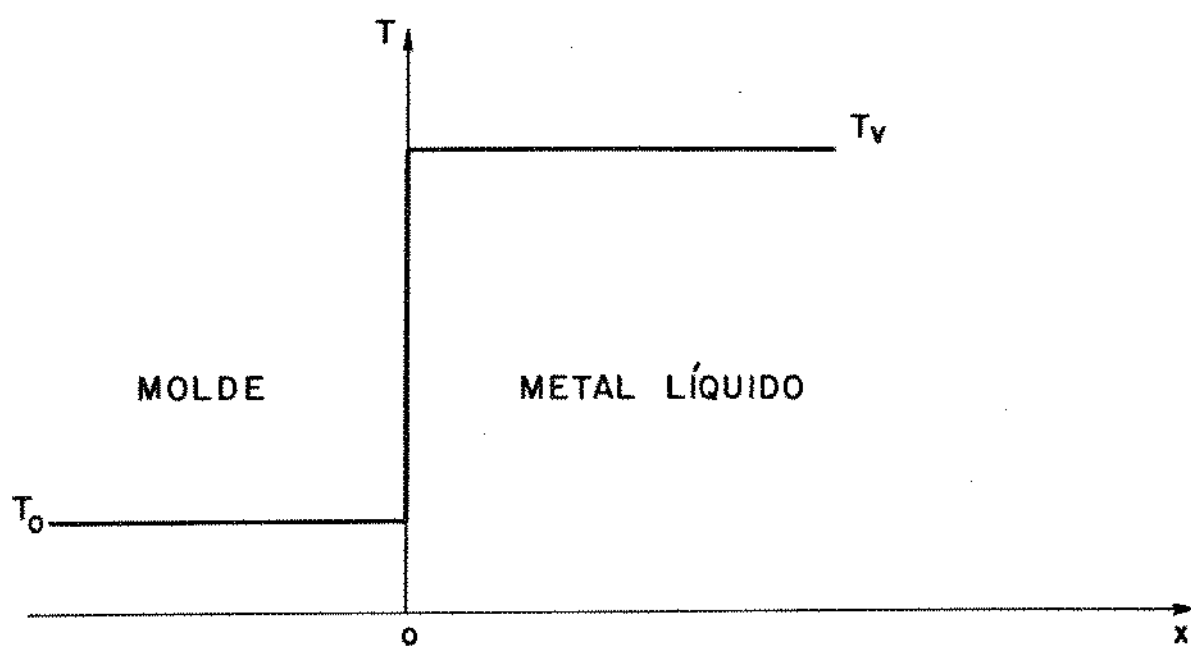
sendo A e B constantes da integração, e erf é a função erro definida no Apêndice 2 deste trabalho. As constantes de integração são determinadas através das condições de contorno estabelecidos pelas igualdades de (2.4) a (2.9). Aplicando a condição de contorno (2.9) à equação (2.10) tem-se:

$$T_s = T_f = \text{constante} = A_s + B_s \operatorname{erf} \left(\frac{S}{2\sqrt{a_s t}} \right) \quad (2.11)$$

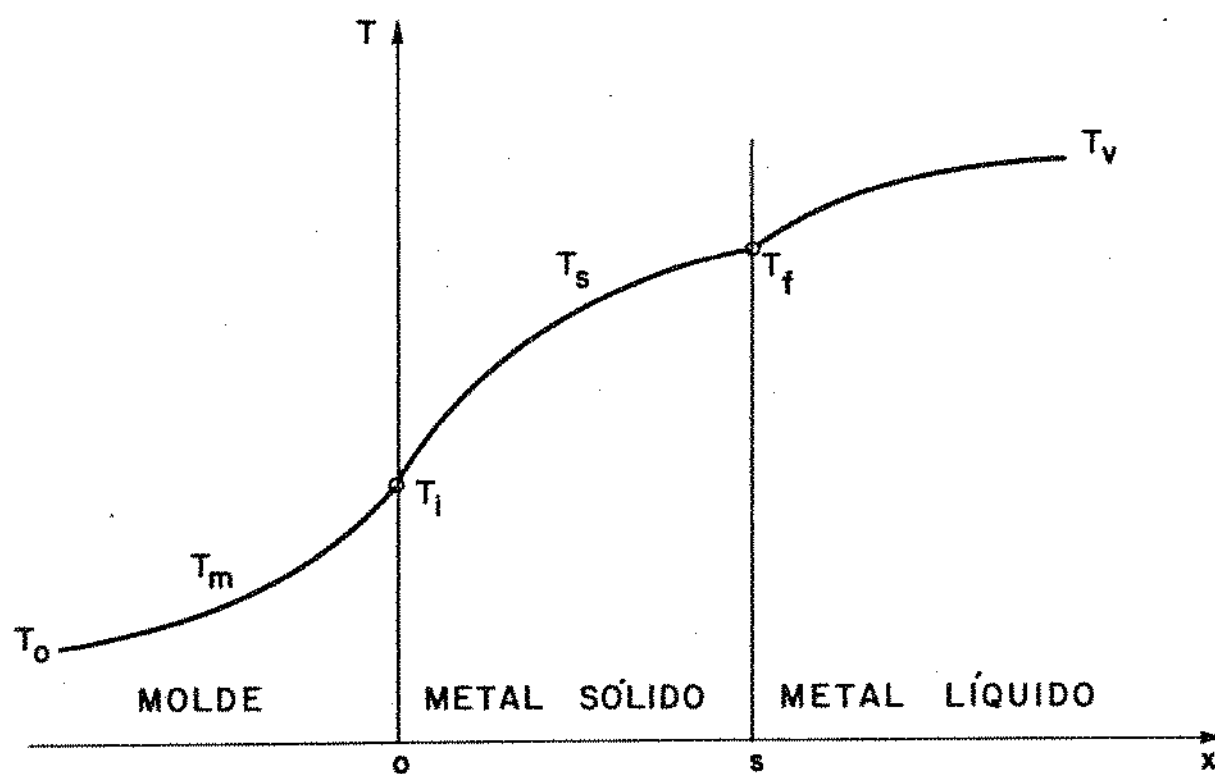
Como se $\operatorname{erf}(z) = \text{constante}$ implica em $z = \text{constante}$ tem-se:

$$\frac{S}{2\sqrt{a_s t}} = \text{constante} = \phi \quad (2.12)$$

onde ϕ é denominada constante de solidificação do sistema. A



(a)



(b)

Figura 2.4 - Distribuição de temperaturas no sistema metal/molde.

(a) $t = 0$

(b) $t > 0$

equação (2.12) pode ser colocada em outra forma:

$$S = 2\phi \sqrt{a_s t} \quad (2.13)$$

ou

$$S = \text{constante} \sqrt{t} \quad (2.14)$$

ou seja, a frente de solidificação avança em função da raiz quadrada do tempo.

Para resolver o problema da forma em que está colocado, é necessário que se determine o valor da constante de solidificação do sistema. Considerando a equação (2.11) e a condição de contorno (2.9) tem-se:

$$T_f = A_l + B_l \operatorname{erf} \left(\frac{S}{2\sqrt{a_l t}} \right) \quad (2.15)$$

Substituindo a equação (2.13) na equação (2.15) tem-se:

$$T_f = A_l + B_l \operatorname{erf} (n\phi) \quad (2.16)$$

e combinando as equações (2.16), (2.11) e (2.12) tem-se:

$$A_s + B_s \operatorname{erf} (\phi) = A_l + B_l \operatorname{erf} (n\phi) \quad (2.17)$$

Derivando a equação (2.10) em relação a x:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{B}{\sqrt{\pi a t}} \exp \left(-\frac{x^2}{4at} \right) \quad (2.18)$$

Fazendo-se um balanço térmico na interface metal/molde para $t > 0$, tem-se:

$$k_m \left(\frac{\partial T_m}{\partial x} \right)_{x=0} - k_s \left(\frac{\partial T_s}{\partial x} \right)_{x=0} = 0 \quad (2.19)$$

e substituindo-se a equação (2.18) na equação (2.19):

$$\frac{k_m B_m}{\sqrt{\pi a_m t}} = \frac{k_s B_s}{\sqrt{\pi a_s t}} \quad (2.20)$$

ou

$$\frac{k_m}{\sqrt{a_m}} B_m = \frac{k_s}{\sqrt{a_s}} B_s \quad (2.21)$$

Como $\frac{k}{\sqrt{a}} = b$ e $M = \frac{b_s}{b_m}$ a equação (2.21) pode ser escrita

na forma:

$$B_m = M B_s \quad (2.22)$$

Aplicando as condições de contorno de (2.4) a (2.7) na equação (2.10) tem-se:

$$T_o = A_m + B_m \operatorname{erf}(-\infty) = A_m + B_m \quad (2.23)$$

$$T_v = A_s + B_s \operatorname{erf}(+\infty) = A_s + B_s \quad (2.24)$$

e aplicando a condução de contorno dada pela equação (2.8) na equação (2.10):

$$T_i = A_m + B_m \operatorname{erf}(0) = A_m \quad (2.25)$$

$$T_i = A_s + B_s \operatorname{erf}(0) = A_s \quad (2.26)$$

Igualando as relações (2.25) e (2.26) tem-se:

$$T_i = A_m = A_s \quad (2.27)$$

As constantes de integração podem agora ser determinadas para todos os elementos do sistema metal/molde, utilizando-se as equações (2.17) e (2.22), (2.23), (2.24) e (2.27). Assim sendo, tem-se as seguintes expressões:

$$A_m = A_s = T_i = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{(1 + \text{erf}(\phi)/M)} \quad (2.28)$$

$$B_m = A_m - T_o = T_i - T_o = \frac{(T_f - T_o)}{1 + \text{erf}(\phi)/M} \quad (2.29)$$

$$B_s = B_m/M = \frac{(T_f - T_o)}{M + \text{erf}(\phi)} \quad (2.30)$$

$$A_l = T_v - B_l = T_v - (T_v - T_f)/\text{erfc}(n\phi) \quad (2.31)$$

$$B_l = (T_v - T_f)/\text{erfc}(n\phi) \quad (2.32)$$

Para determinar a função que permita calcular a constante de solidificação, tem-se que fazer um balanço térmico na interface sólido/líquido, o que resulta em:

$$k_l \left(\frac{\partial T_l}{\partial x} \right)_{x=s} - k_s \left(\frac{\partial T_s}{\partial x} \right)_{x=s} + H \, ds \left(\frac{ds}{dt} \right) = 0 \quad (2.33)$$

e aplicando a equação (2.18) na equação (2.33) tem-se:

$$\frac{k_l B_l}{\sqrt{\pi a_l t}} \exp\left(\frac{-S}{4a_l t}\right) - \frac{k_s B_s}{\sqrt{\pi a_s t}} \exp\left(\frac{-S}{4a_s t}\right) + H \frac{ds}{dt} = 0 \quad (2.34)$$

Derivando a equação (2.13) em relação a t:

$$\frac{ds}{dt} = \phi \sqrt{a_s t} \quad (2.35)$$

Finalmente, combinando as equações (2.34), (2.35), (2.12), (2.30) e (2.32) chega-se a:

$$\frac{\exp(-\phi^2)}{M + \operatorname{erf}(\phi)} - m \frac{(T_v - T_f)}{(T_f - T_o)} \frac{\exp(-n^2 \phi^2)}{\operatorname{erfc}(n\phi)} - \sqrt{\pi} H^* \phi = 0 \quad (2.36)$$

A equação (2.36) permite a determinação da constante de solidificação através do método de tentativa e erro. Pode-se determinar igualmente a distribuição de temperaturas no sistema metal/molde em função do tempo e do espaço, aplicando-se os valores determinados das constantes de integração na equação (2.10), resultando:

No molde ($x < 0$)

$$T_m(x,t) = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{1 + \operatorname{erf}(\phi)/M} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_m t}}\right) \right] \quad (2.37)$$

Na interface metal/molde ($x=0$)

$$T_1 = \text{constante} = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{1 + \operatorname{erf}(\phi)/M} \quad (2.38)$$

no metal solidificado ($0 < x < S$)

$$T_S(x,t) = T_O + \frac{(T_f - T_O)}{M + \operatorname{erf}(\phi)} \left[M + \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{a_S t}} \right) \right] \quad (2.39)$$

no metal líquido ($x > S$)

$$T_\ell(x,t) = T_V - \frac{(T_V - T_f)}{\operatorname{erfc}(n\phi)} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{a_\ell t}} \right) \quad (2.40)$$

A Figura 2.5 apresenta um esquema da distribuição de temperatura no sistema metal/molde dada pelas equações acima.

2.2.2. Solução de Neumann

A solução encontrada por Neumann apresenta um caráter menos geral do que a solução de Schwarz, e admite que a difusividade de calor do molde seja infinita, ou seja que o molde seja um absorvedor perfeito de calor, o que torna a solução aplicável somente a moldes refrigerados (15, 16, 18, 24). Nessas condições, a espessura solidificada é relacionada com o tempo de solidificação novamente pela equação (2.13), com a diferença que a constante de solidificação, é calculada a partir da equação resultante da introdução da hipótese formulada por Neumann na equação (2.36), o que reduz esta equação a:

$$\frac{\exp(-\phi^2)}{\operatorname{erf}(\phi)} - m \frac{(T_V - T_f)}{(T_f - T_O)} \frac{\exp(-n^2\phi^2)}{\operatorname{erfc}(n\phi)} - \sqrt{\pi} H^* \phi = 0 \quad (2.41)$$

A distribuição de temperaturas no sistema metal/molde é dada pelas seguintes equações:

$$\text{No molde } (x < 0) \quad T_m = T_1 = T_O = \text{constante} \quad (2.42)$$

e interface metal/molde

No metal solidificado ($0 < x < S$)

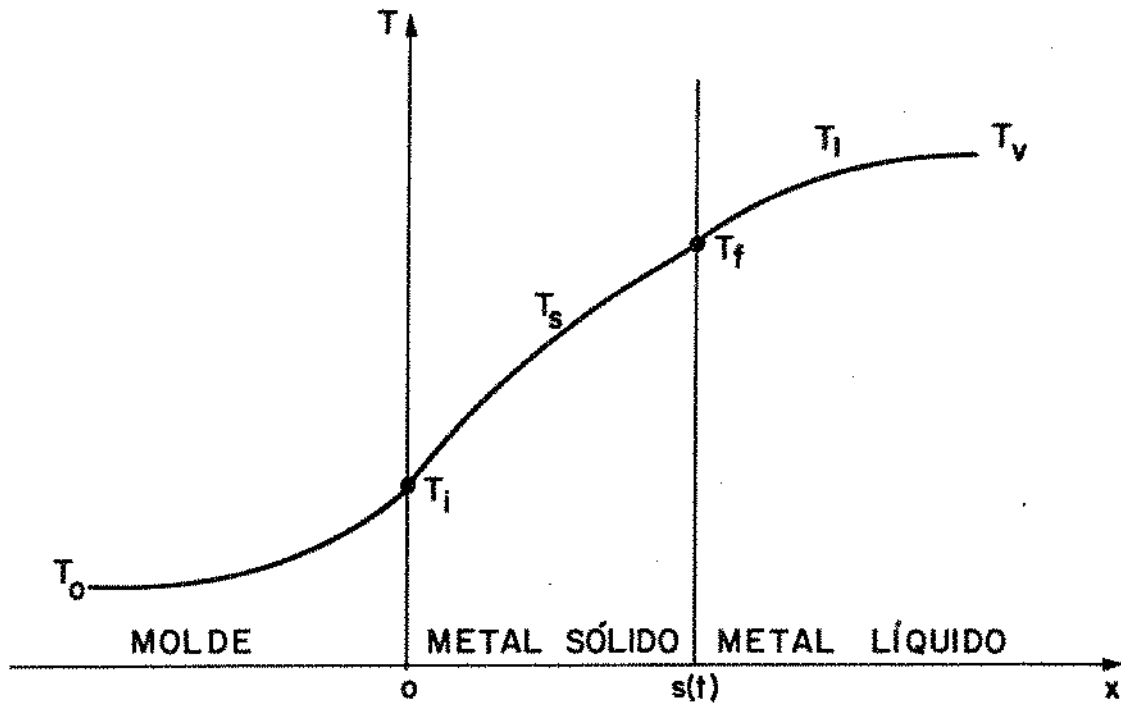


Figura 2.5 - Esquema da distribuição de temperaturas no sistema metal/molde, conforme solução obtida por Schwarz.

$$T_s(x,t) = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{\text{erf}(\phi)} \text{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{a_s t}} \right) \quad (2.43)$$

no metal líquido ($x > S$)

$$T_l(x,t) = T_v - \frac{(T_v - T_f)}{\text{erfc}(n\phi)} \text{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{a_l t}} \right) \quad (2.44)$$

A Figura 2.6 mostra um esquema da distribuição de temperatura no sistema metal/molde segundo a solução de Neumann.

2.2.3. Solução de Lightfoot

Da mesma forma que a solução de Neumann, a solução encontrada por Lightfoot baseia-se na hipótese de que o molde seja um perfeito absorvedor de calor, e admite adicionalmente que as propriedades físicas do metal solidificado são as mesmas do metal líquido (15, 16, 18, 24). Novamente a espessura solidificada é relacionada com o tempo de solidificação através da equação (2.13) enquanto a introdução das hipóteses de Lightfoot na equação (2.36), reduz a equação que permite a determinação de " ϕ " à seguinte relação:

$$\exp(-\phi^2) \left[\frac{1}{\text{erf}(\phi)} + \frac{(T_v - T_f)}{\text{erfc}(\phi)} \right] - \sqrt{\pi} H^* \phi = 0 \quad (2.45)$$

As equações que permitem a determinação do perfil de temperaturas do sistema metal/molde durante a solidificação são as mesmas encontradas por Neumann (equação 2.42 a 2.44). A Figura 2.6 mostra um esquema deste perfil de temperaturas.

2.2.4. Solução de Lyubov

A solução encontrada por Lyubov baseia-se em uma

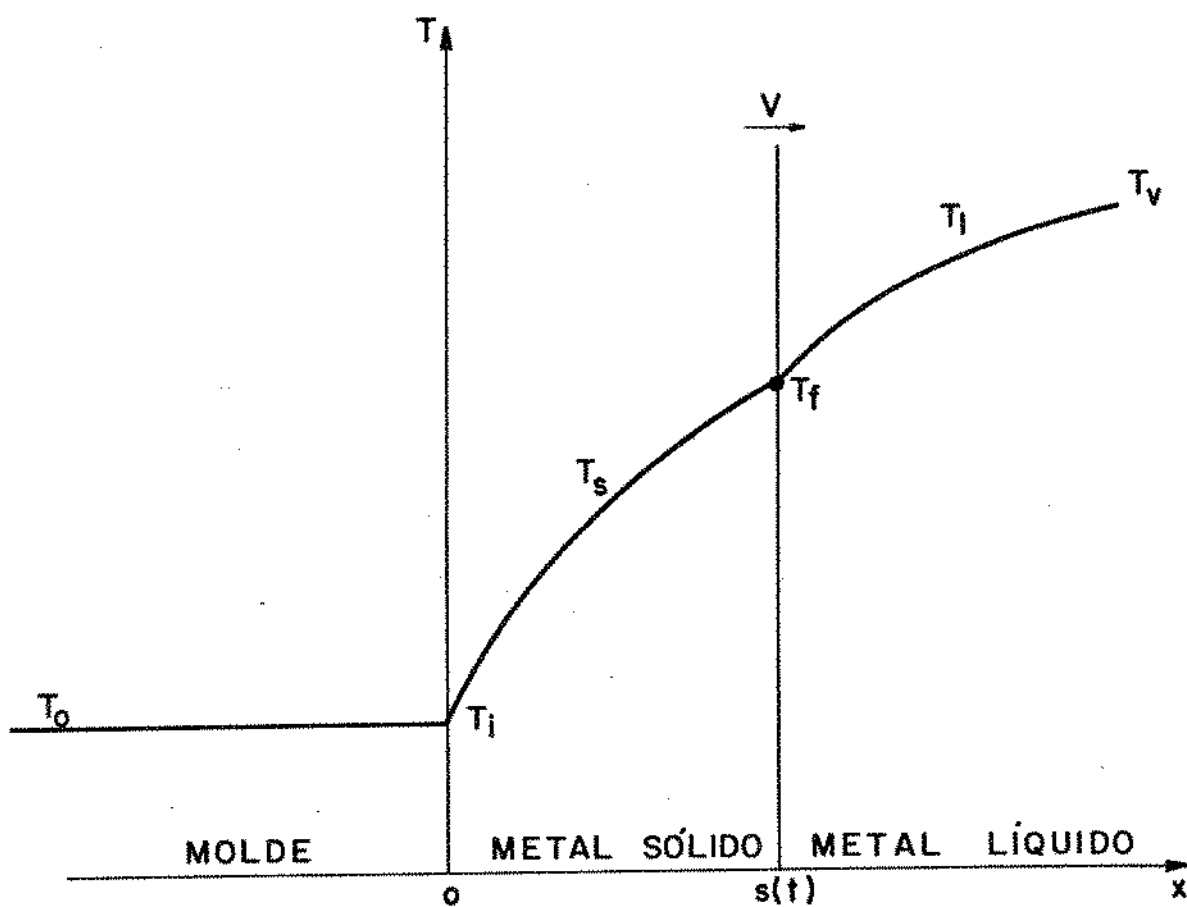


Figura 2.6 - Esquema da distribuição de temperaturas no sistema metal/molde conforme soluções de Neumann e Lightfoot.

única hipótese adicional, considerando que não exista superaquecimento no metal líquido, ou seja que o metal é vazado à temperatura de fusão (16, 18). Assim sendo, a cinética do processo de solidificação também é representada pela equação (2.13) enquanto que a hipótese formulada faz com que a equação (2.36) tome a seguinte forma:

$$\phi \exp(\phi^2) \left[M + \operatorname{erf}(\phi) \right] = \frac{1}{\sqrt{\pi} H^*} \quad (2.46)$$

A distribuição de temperaturas no sistema metal/molde é dada pelas seguintes relações:

No molde ($x < 0$)

$$T_m(x,t) = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{1 + \operatorname{erf}(\phi)/M} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{a_m t}} \right) \right] \quad (2.47)$$

Na interface metal/molde ($x = 0$)

$$T_i = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{1 + \operatorname{erf}(\phi)/M} = \text{constante} \quad (2.48)$$

No metal solidificado ($0 < x < S$)

$$T_s(x,t) = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{M + \operatorname{erf}(\phi)} \left[M + \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{a_s t}} \right) \right] \quad (2.49)$$

No metal líquido ($x > S$)

$$T_l = T_v = T_f = \text{constante} \quad (2.50)$$

A Figura 2.7 mostra um esquema do perfil de temperaturas do sistema metal/molde, durante a solidificação, segundo a

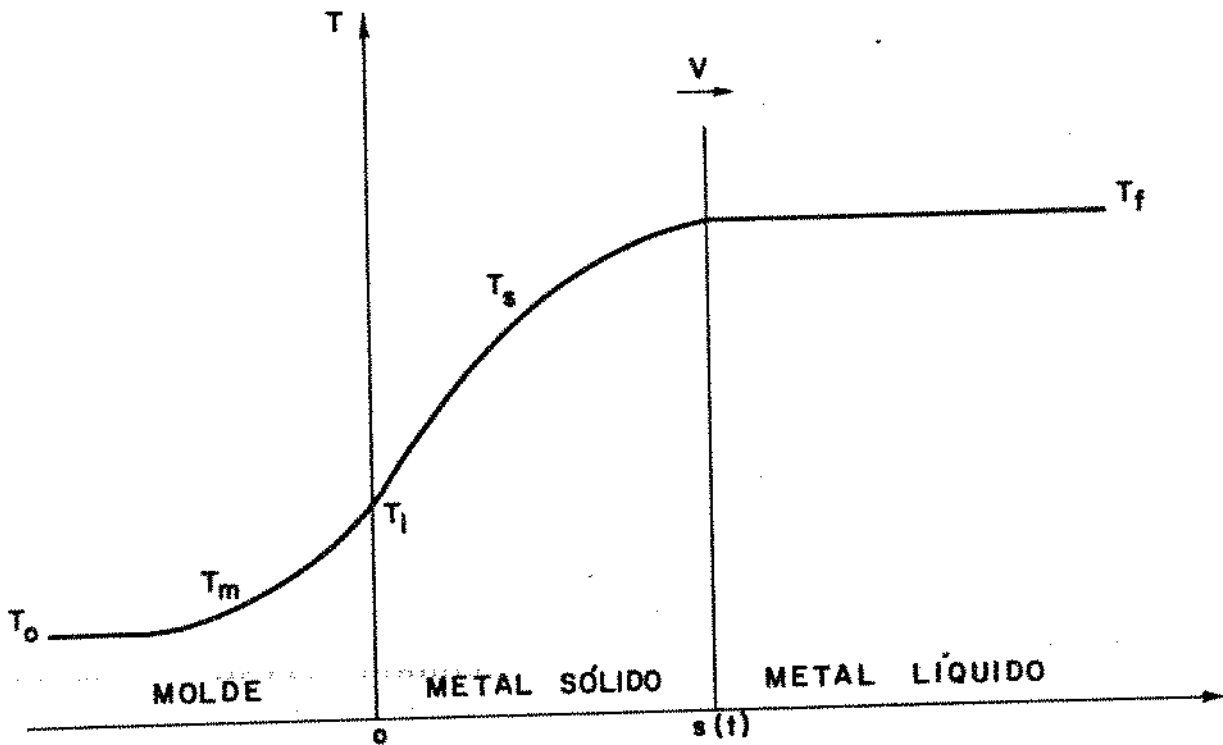


Figura 2.7 - Esquema da distribuição de temperaturas no sistema metal/molde conforme a solução de Lyubov.

solução de Lyubov.

2.2.5. Solução de Stefan

As hipóteses assumidas para a viabilização da solução de Stefan, englobam as hipóteses adicionais assumidas nas soluções anteriores, ou seja considera-se o molde como um absorvedor perfeito de calor e ausência de superaquecimento no metal líquido (18). Da mesma forma que nas outras soluções a espessura solidificada relaciona-se com o tempo de solidificação pela equação (2.13) enquanto a equação (2.36) simplifica-se bastante considerando-se as hipóteses de Stefan, reduzindo-se a:

$$\phi \exp(\phi^2) \operatorname{erf}(\phi) = \frac{1}{\sqrt{\pi} H^*} \quad (2.51)$$

Esta solução é na realidade uma particularização de solução de Lyubov para o caso de moldes refrigerados. O perfil de temperaturas do sistema metal/molde é dado pelas seguintes relações:

no molde e na interface metal/molde ($x < 0$)

$$T_m = T_i = T_o = \text{constante} \quad (2.52)$$

no metal solidificado ($0 < x < S$)

$$T_s(x,t) = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{\operatorname{erf}(\phi)} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_s t}}\right) \quad (2.53)$$

no metal líquido ($x > S$)

$$T_l = T_v = T_f = \text{constante} \quad (2.54)$$

A Figura 2.8 mostra o esquema da distribuição de temperaturas no sistema metal/molde durante a solidificação, para a solução de Stefan.

2.2.6. Solução de Chvorinov

As hipóteses assumidas na determinação da solução de Chvorinov, consideram que o metal se solidifica em um molde de baixíssima capacidade de extração de calor e sem superaquecimento no metal líquido (18). A cinética é descrita pela equação (2.13) e as hipóteses de Chvorinov reduzem a equação (2.36) a uma forma extremamente simples:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{\pi} H^* M} \quad (2.55)$$

A solução de Chvorinov pode também ser considerada uma particularização da solução de Lyubov para o caso em que a difusividade de calor do metal é muito maior que a do molde, caso típico de moldes de areia. A distribuição de temperaturas no sistema é dada pelas seguintes relações:

No molde ($x < 0$)

$$T_m(x,t) = T_o + (T_f - T_o) \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_m t}}\right) \right] \quad (2.56)$$

No metal e na interface metal/molde ($x > 0$)

$$T_s = T_l = T_i = T_f = \text{constante} \quad (2.57)$$

O perfil de temperaturas do sistema metal/molde, obtido através desta solução está esquematizado na Figura 2.9.

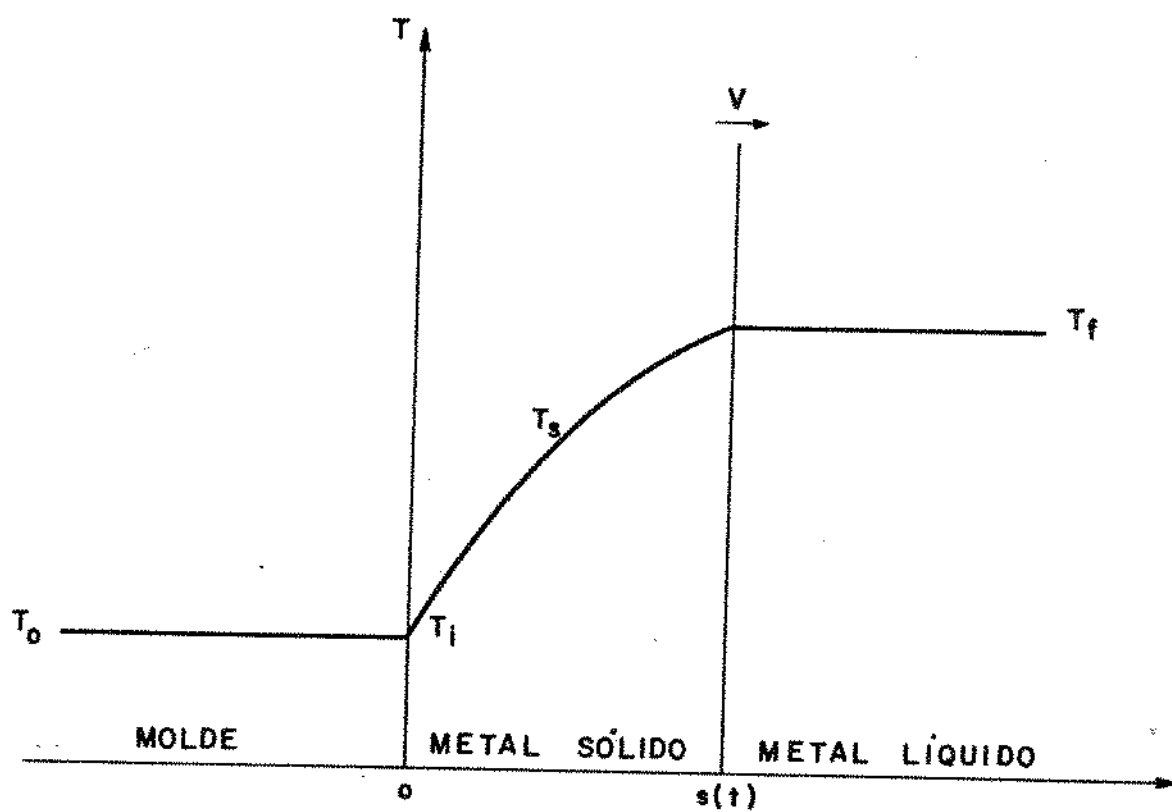


Figura 2.8 - Esquema da distribuição de temperaturas no sistema metal/molde conforme a solução de Stefan.

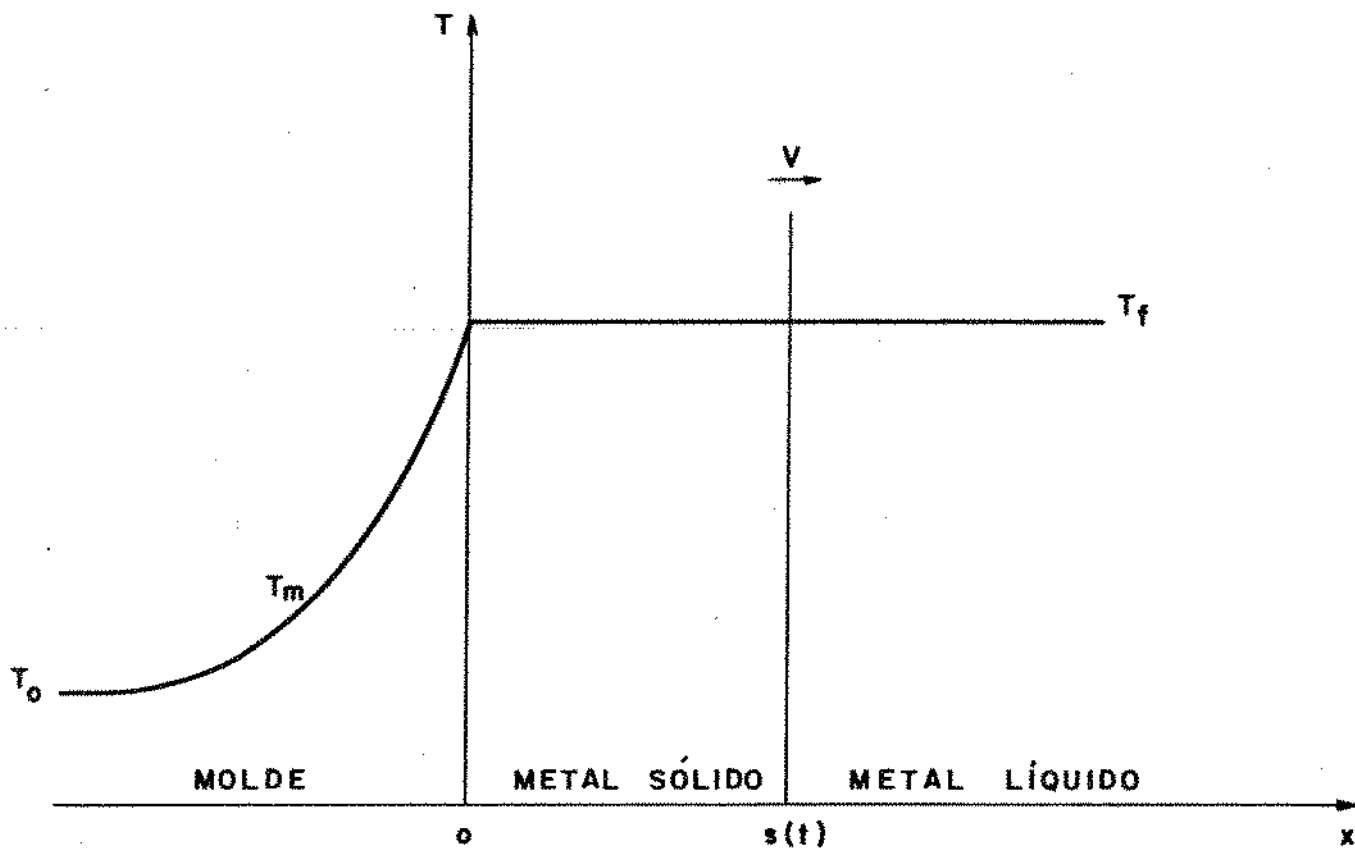


Figura 2.9 - Esquema da distribuição de temperaturas no sistema metal/molde conforme solução de Chvorinov.

2.3. MÉTODOS ANALÍTICOS APROXIMADOS

Os métodos analíticos aproximados caracterizam-se por admitir simplificações de caráter matemático e assumir determinadas condições de contorno que restringem o problema real, com a finalidade de tornar sua solução viável analiticamente. Os diferentes métodos admitem funções auxiliares polinomiais para descrever o perfil térmico no metal, a partir das quais determina-se a cinética do processo de solidificação. A principal diferença entre os métodos analíticos exatos e os aproximados está no fato de que estes últimos consideram que o contato térmico entre o metal e o molde é imperfeito, ou seja consideram a existência de uma resistência térmica na interface metal/molde. As hipóteses simplificadoras adotadas na solução do problema através dos métodos analíticos aproximados podem ser agrupados como se segue:

- (a) O fluxo de calor é unidirecional.
- (b) O metal e o molde comportam-se como elementos semi-infinitos, não havendo perdas de calor do molde para o meio ambiente.
- (c) O contato térmico entre o metal e o molde não é perfeito, apresentando um coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde finito.
- (d) A interface sólido/líquido é macroscopicamente plana.
- (e) O material do molde apresenta uma difusividade de calor muitíssimo maior do que a do metal que solidifica, ou seja, o molde pode ser considerado como um absorvedor perfeito de calor.
- (f) Não existem fluxos de massa.
- (g) As propriedades físicas do metal e do molde não variam durante o processo de solidificação.

As hipóteses assumidas pelos métodos analíticos aproximados tais como: fluxo de calor unidirecional, metal e molde considerados semi-infinitos e propriedades físicas do metal e do molde constantes durante a solidificação, são também hipóteses

simplificadoras dos métodos analíticos exatos e a análise crítica já feita a seu respeito vale também para os métodos analíticos aproximados. A hipótese simplificadora que admite o molde como um absorvedor perfeito de calor, ou seja, o molde apresenta uma difusividade de calor muitíssimo maior que a do metal, restringe a aplicação dos métodos aos casos de moldes refrigerados (17, 25). As hipóteses que caracterizam os métodos analíticos aproximados podem aproximar-se bastante das condições verificadas em determinados casos particulares de lingotamento contínuo, o que lhes confere um aspecto de aplicação tecnológica bastante importante (26).

O desenvolvimento analítico das soluções analíticas aproximadas é baseado em balanços de fluxo de calor na espessura solidificada em um instante qualquer do processo de solidificação, associando-se ao sistema metal/molde um sistema de coordenadas conforme mostra o esquema da Figura 2.10. As condições de contorno no início do processo são iguais às consideradas no desenvolvimento dos métodos analíticos exatos.

Considerando-se os seguintes balanços térmicos na espessura solidificada; em um instante $t > 0$:

na interface metal/molde ($x = 0$)

$$q_0 = -k_s \left(\frac{\partial T_s}{\partial x} \right)_{x=0} \quad (2.58)$$

na interface sólido/líquido ($x = S$)

$$q_s = -k_s \left(\frac{\partial T_s}{\partial x} \right)_{x=0} + H \, ds \frac{ds}{dt} \quad (2.59)$$

Na espessura solidificada pode-se aplicar a equação de Fourier para fluxo não-estacionário de calor:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_s \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) \quad (2.60)$$

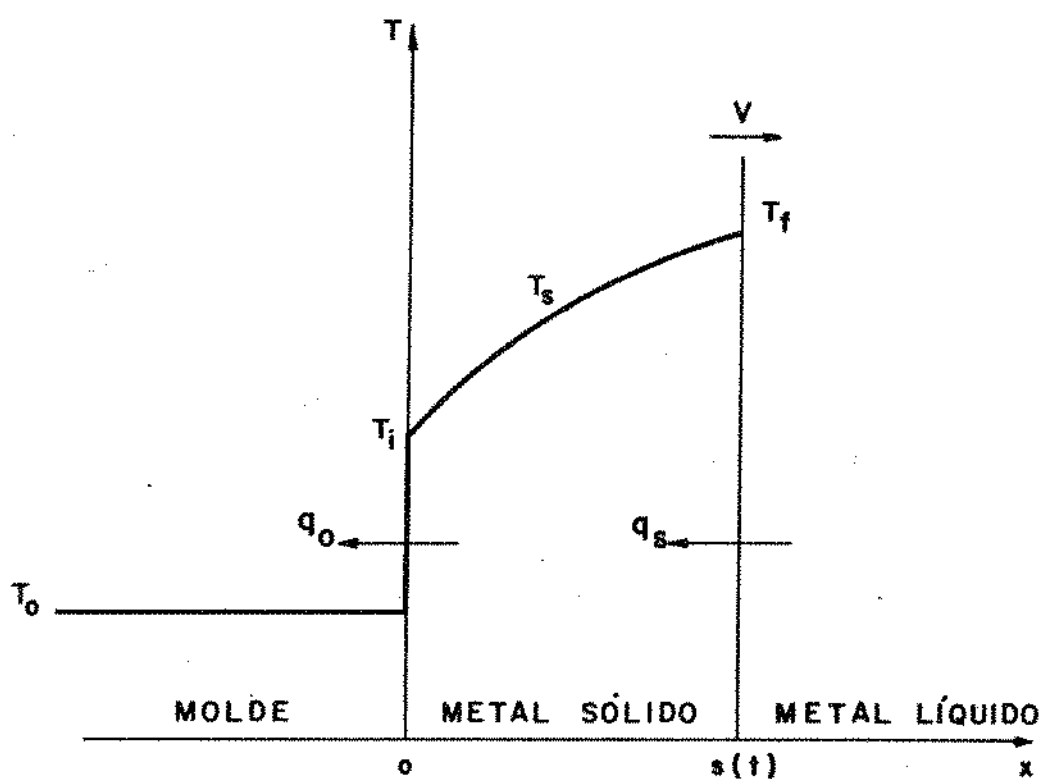


Figura 2.10 - Representação esquemática do sistema metal/molde evidenciando o fluxo de calor nas interfaces metal/molde e sólido/líquido.

Integrando a equação (2.60) em relação a x:

$$\int_0^S \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) dx = \frac{k_s}{c_s d_s} \int_0^S \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) dx \quad (2.61)$$

Considerando os resultados dos balanços térmicos expressos pelas equações (2.58) e (2.59) e introduzindo estes resultados na equação (2.61) resulta:

$$\int_0^S \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) dx = \frac{1}{c_s d_s} \left(q_0 - q_s + H d_s \frac{dS}{dt} \right) \quad (2.62)$$

ou

$$\int_0^S \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) dx = \frac{H}{c_s} \frac{dS}{dt} + \frac{q_0 - q_s}{c_s d_s} \quad (2.63)$$

e aplicando a fórmula integral de Leibnitz (27) ao primeiro membro da equação (2.63) tem-se:

$$\frac{d}{dt} \left(\int_0^S T_s dx \right) - T_f S = \frac{H}{c_s} \frac{dS}{dt} + \frac{q_0 - q_s}{c_s d_s} \quad (2.64)$$

ou ainda:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\frac{d}{dt} \left(\int_0^S T_s dx \right) - \frac{q_0 - q_s}{c_s d_s}}{T_f + H/c_s} \quad (2.65)$$

Esta última equação é a base do desenvolvimento das soluções analíticas aproximadas, as quais irão depender das hipóteses assumidas em relação ao perfil de temperaturas no metal sólido

do (T_s) e na determinação dos fluxos de calor q_o e q_s .

Admite-se que o fluxo de calor na interface metal/molde é controlado por um coeficiente de transmissão de calor de valor finito e constante durante o processo de solidificação (18, 28, 29). Assim sendo o fluxo na interface metal/molde é determinado por:

$$q_o = h_i (T_i - T_o) \quad (2.66)$$

Os diferentes autores que desenvolveram soluções analíticas aproximadas, adotaram funções polinomiais de até terceira ordem para descrever o perfil térmico do metal solidificado durante a solidificação, funções estas que devem obedecer as seguintes condições de contorno:

$$\text{para } x = 0 \implies T_s = T_i \quad (2.67)$$

$$\text{para } x = S \implies T_s = T_f \quad (2.68)$$

De acordo com as hipóteses e aproximações assumidas a equação (2.65) tomará uma maior ou menor complexidade algébrica. No entanto a forma geral das soluções analíticas aproximadas pode ser representada adimensionalmente através das seguintes relações:

Velocidade de solidificação

$$V^* = \frac{ds^*}{dt^*} = \frac{F_1}{1 + S^*} \quad (2.69)$$

Espessura solidificada

$$S^* = F_2 (\sqrt{1 + 2t^*} - 1) \quad (2.70)$$

onde $F_{1,2}$ são funções adimensionais de S^* ou de t^* e de H^* e que apresentam a seguinte restrição:

$$0 \leq F_{1,2} \leq 1 \quad (2.71)$$

2.3.1. Solução de London e Seban

Nesta solução, os autores adotaram uma função linear para descrever o perfil térmico do metal durante o processo de solidificação (30), dada por:

$$T_s = T_i + (T_f - T_i) \frac{x}{S} \quad (2.72)$$

Admitindo também que o metal é solidificado sem superaquecimento chegam às seguintes relações:

$$F_1 = F_2 = 1 \quad (2.73)$$

$$V^* = \frac{1}{1 + S^*} \quad (2.74)$$

a qual integrada fornece uma relação entre espessura solidificada e tempo, da forma:

$$S^* = \sqrt{1 + 2t^*} - 1 \quad (2.75)$$

O fato de se admitir uma função linear para representar o perfil térmico do metal, implica em admitir-se as seguintes condições físicas: a resistência térmica da interface metal/molde é bastante maior que a do metal ($h_i/k_s \rightarrow 0$) e o efeito do calor específico é desprezível comparado ao do calor laten-

te ($c_s T_f \ll H$).

A Figura 2.11 apresenta o esquema do perfil térmico do sistema metal/molde segundo as hipóteses de London e Seban, e a Figura 2.12 apresenta a solução gráfica da equação (2.75) que relaciona a espessura solidificada com o tempo.

2.3.2. Solução de Adams

Adams (24) adotou uma função quadrática para descrever o perfil térmico do metal sólido durante a solidificação e admitiu que o metal solidifica sem superaquecimento chegando à seguinte solução:

$$F_1(s^*, H^*) = \frac{2}{1 + \left[1 - \frac{4(1 + f_0)}{3H^*} \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.76)$$

sendo $f_0 = \frac{1}{1 + H^*}$ (2.77)

Como esta solução não permite a integração analítica da equação (2.69), a equação (2.70) terá que ser resolvida mediante integração gráfica ou numérica da equação (2.69). O perfil de temperaturas no sistema metal/molde segundo a solução de Adams está esquematizado na Figura 2.13.

2.3.3. Solução de Mergelin

Admitindo também uma função quadrática para o perfil térmico do metal sólido e ausência de superaquecimento no metal líquido, Mergelin (31) obteve a seguinte solução:

$$F_1(s^*, H^*) = \frac{2}{1 + \left[1 + 1(1 - f_0^2)/H^* \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.78)$$

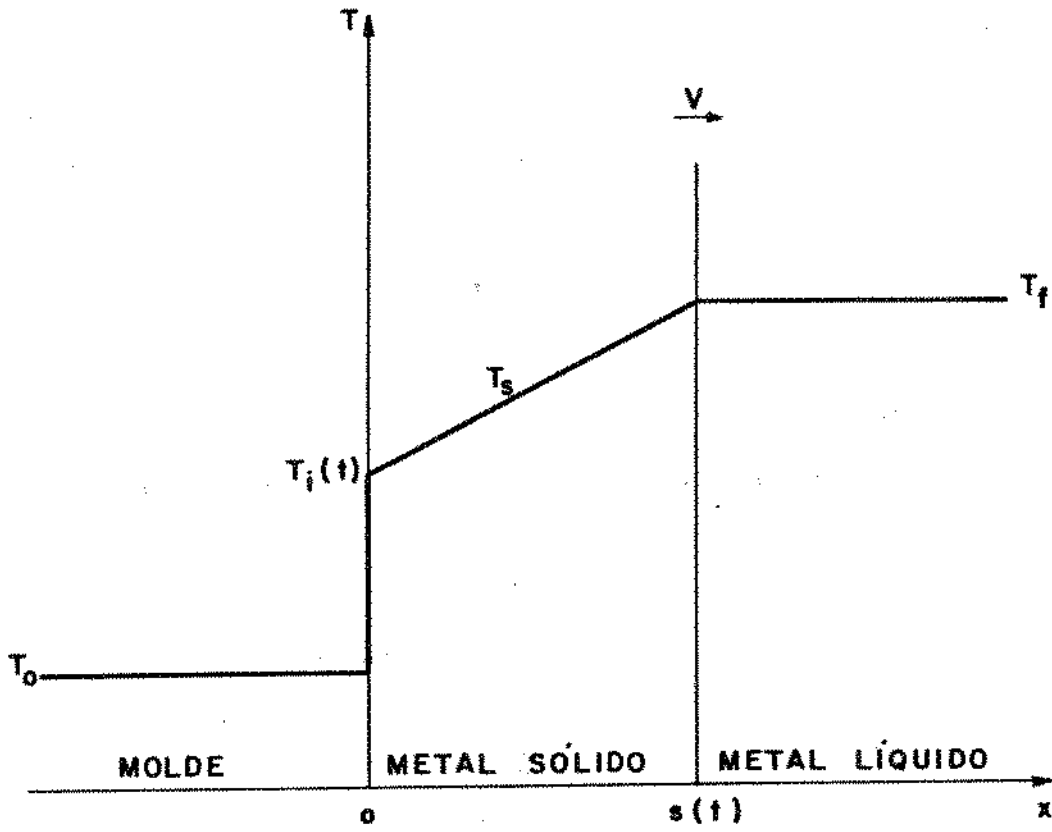


Figura 2.11 - Esquema de distribuição de temperaturas no sistema metal/molde, segundo as hipóteses admitidas na solução de London e Seban.

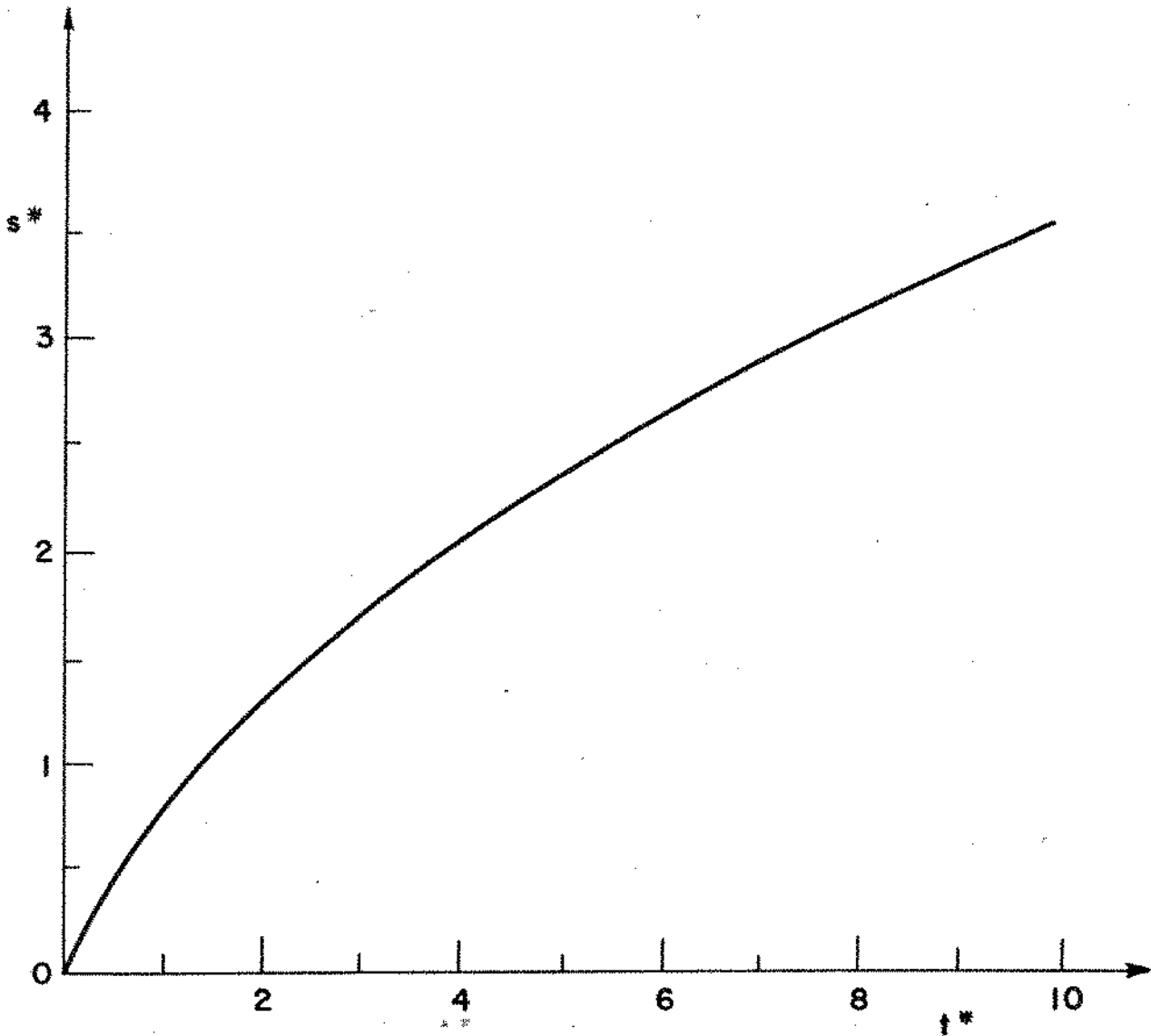


Figura 2.12 - Variação da espessura solidificada com o tempo na forma adimensional, segundo a solução de London e Seban.

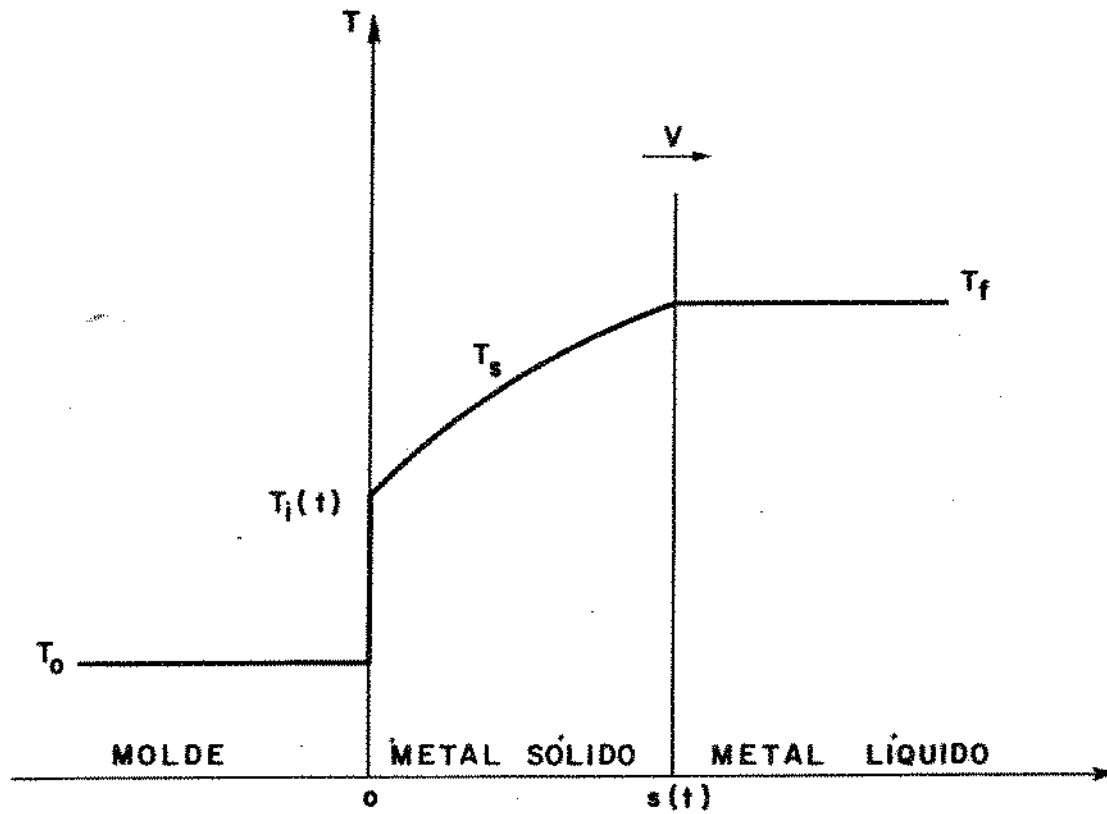


Figura 2.13 - Representação esquemática da distribuição de temperaturas no sistema metal/molde, segundo as hipóteses das soluções de Adams, Mergelin e Hills.

A integração da equação (2.69) usando o valor de F_1 dado pela equação (2.78) permite a determinação da função F_2 , que é dada por:

$$F_2 (S^*, H^*) = \frac{1 - f_0}{f_1 - f_0} \quad (2.79)$$

onde:

$$f_1 = \left\{ \frac{1}{F_1} - \frac{f_2^2 - f_3^2}{4 f_2} \ln \left[\frac{(f_2 + f_3) (f_2 - 1)}{(f_2 - f_3) (f_2 + 1)} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2.80)$$

$$f_2 = (1 + 2/H^*)^{\frac{1}{2}}$$

$$f_3 = \left[1 + 2(1 - f_0^2)/H^* \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{F_1} - 1 \quad (2.81)$$

A distribuição de temperaturas no sistema metal/molde obtida por esta solução está esquematizada na Figura 2.13 enquanto a Figura 2.14 apresenta a solução de Mergelin na forma gráfica.

2.3.4. Solução de Hills

Para estabelecer sua solução Hills (25) adotou uma função quadrática para descrever o perfil térmico do metal durante a solidificação dada por:

$$T_s = T_i - \frac{q_0 S}{k_s} \frac{x}{S} + (T_f - T_i + \frac{q_0 S}{k_s}) \frac{x^2}{S} \quad (2.82)$$

Admitindo também que o metal é vazado sem superaque-

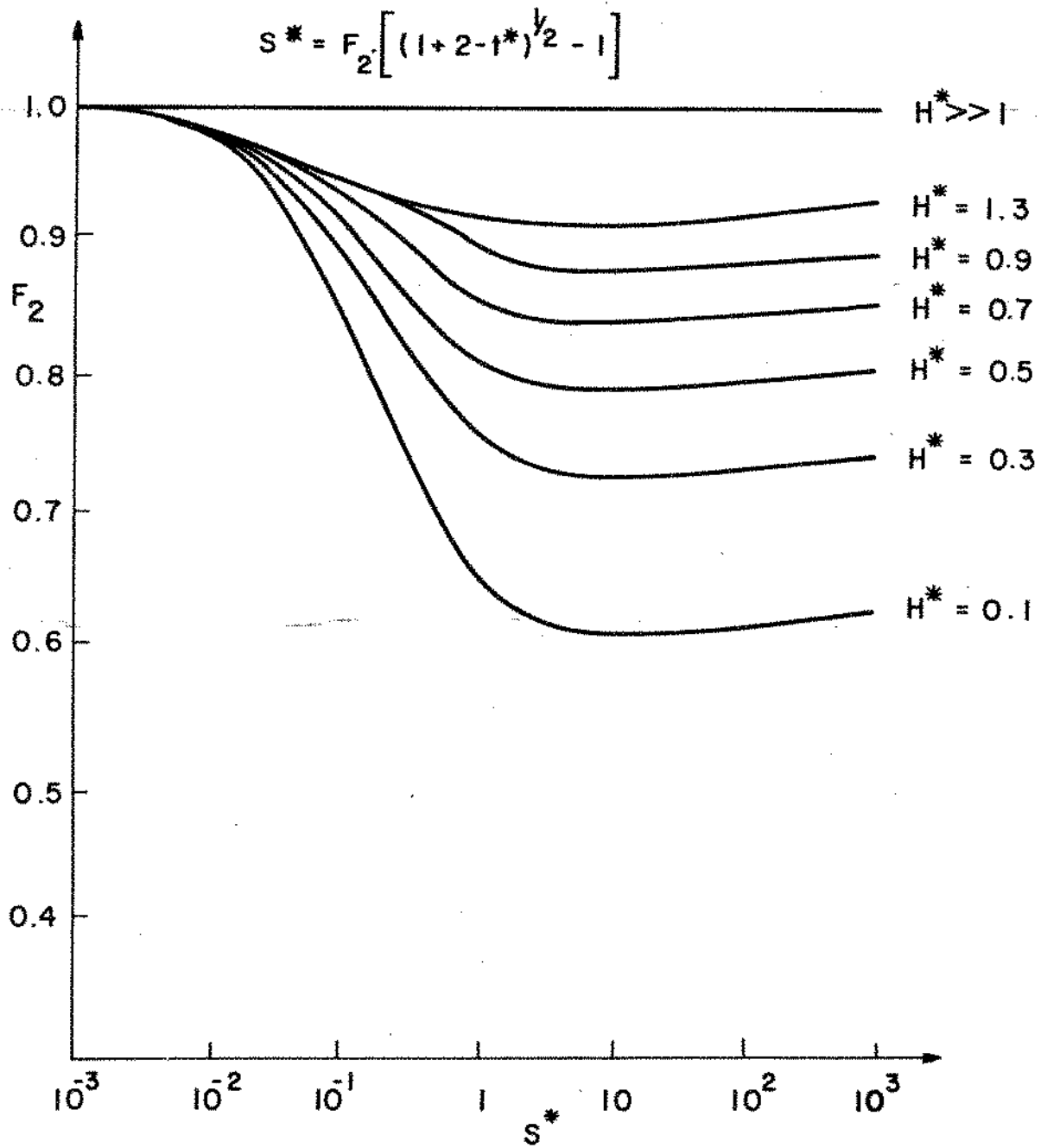


Figura 2.14 - Variação de F_2 em função da espessura solidificada adimensional, para diversos valores de H^* segundo a solução de Mergelin.

cimento chegou à seguinte relação:

$$F_1(S^*, H^*) = \frac{2}{f_4 + (f_4^2 + f_5)^{\frac{1}{2}}} \quad (2.83)$$

onde:

$$f_4 = 1 + (1 - f_0)^2 / 6H^* \quad (2.84)$$

e

$$f_5 = 2(1 - f_0^2) (1 + 2 f_0) / 3H^* \quad (2.85)$$

Como a solução apresentada pela equação (2.83) não permite a integração analítica da equação (2.69), esta equação deve ser integrada gráfica ou numericamente, o que foi feito por Hills e Moore (32) através de computação digital. A distribuição de temperaturas no sistema metal/molde segundo a solução de Hills está esquematizada na Figura 2.13.

A Figura 2.15 mostra a solução de Hills na forma gráfica para vários valores de H^* .

2.3.5. Solução de Hrycak

Hrycak (33) admitiu duas funções auxiliares, uma que descreve o perfil térmico no metal solidificado e outra que descreve o perfil térmico no metal líquido, sendo a única das soluções aproximadas que considera o superaquecimento no metal líquido. Desta forma, a função que permite a determinação de F_1 é dada por:

$$f_6 F_1^2 - (f_6 + f_7) F_1 + 1 = 0 \quad (2.86)$$

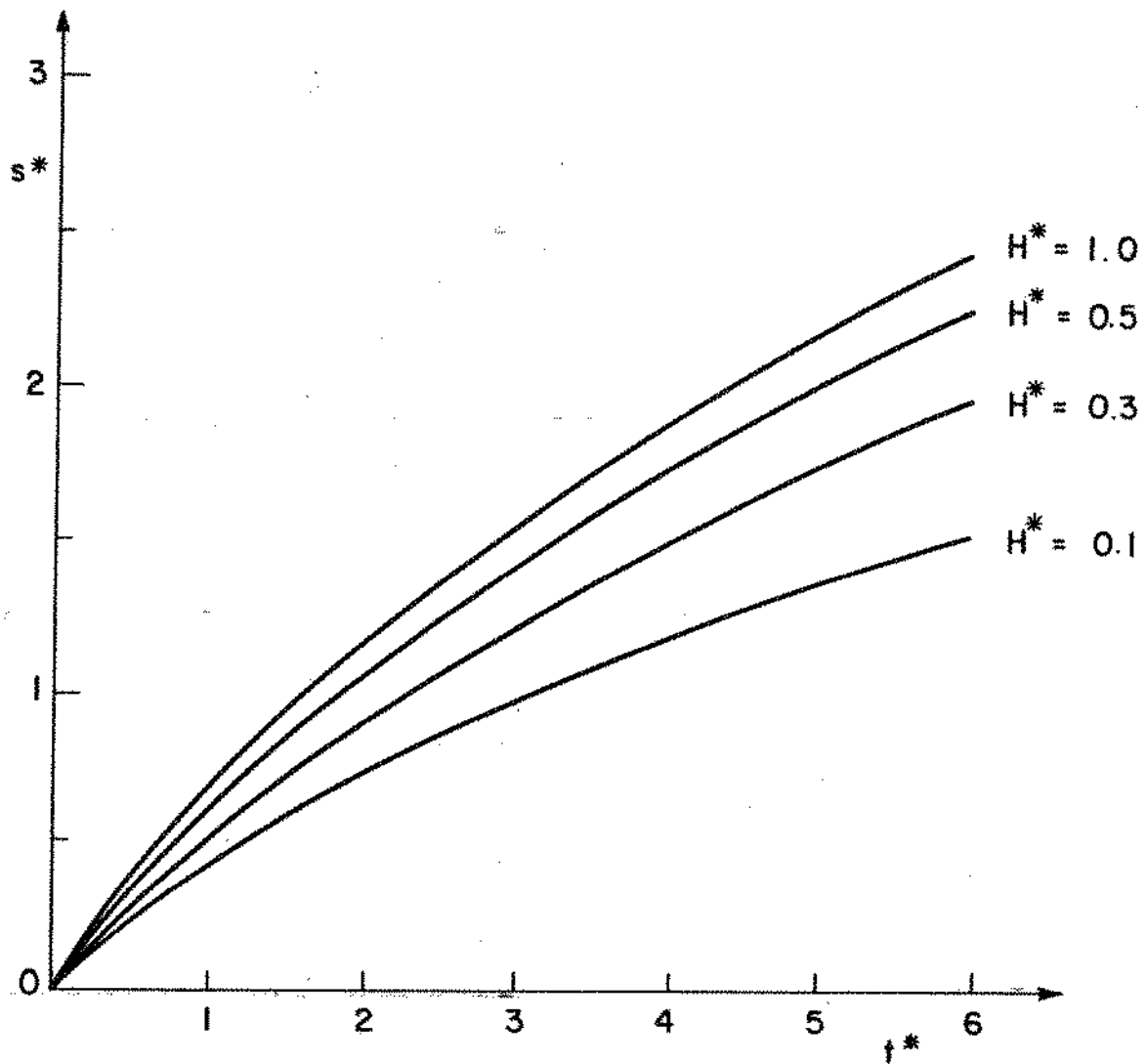


Figura 2.15 - Variação da espessura solidificada em função do tempo na forma adimensional, segundo a solução de Hills.

onde

$$f_6 = 1 + (1 - f_o^2)/2 H^* + \left(\frac{T_v - T_f}{T_f - T_o} \right) \frac{1}{H^*} \quad (2.87)$$

e

$$f_7 = \frac{1 + 2 \left(\frac{T_v - T_f}{T_f - T_o} \right)^2}{3 H^*} \quad (2.88)$$

Utilizando-se o valor de F_1 dado pela equação (2.86) e integrando analiticamente a equação (2.69) chega-se a:

$$\left[\frac{1}{F_1} \left(1 + \frac{2}{S^*} \right) + \frac{\ln f_o}{H^* \left(\frac{T_v - T_f}{T_f - T_o} \right)^2} \right] F_2^2 - \left[(F_2 - 1) \frac{2}{S^*} \right] = 0 \quad (2.87)$$

No caso particular de solidificação sem superaquecimento, a solução se reduz a:

$$F_1(S^*, H^*) = \left[1 - (1 - f_o^2)/2 H^* \right]^{-1} \quad (2.88)$$

O perfil de temperaturas do sistema metal/molde, segundo a solução de Hrycak está esquematizado na Figura 2.16.

2.3.6. Solução de Prates

Considerando que a variação das funções F_1 e F_2 é tal que:

$$F_{1,2} \rightarrow 1 \text{ quando } S^* \rightarrow 0 \text{ e/ou } H^* \gg 1$$

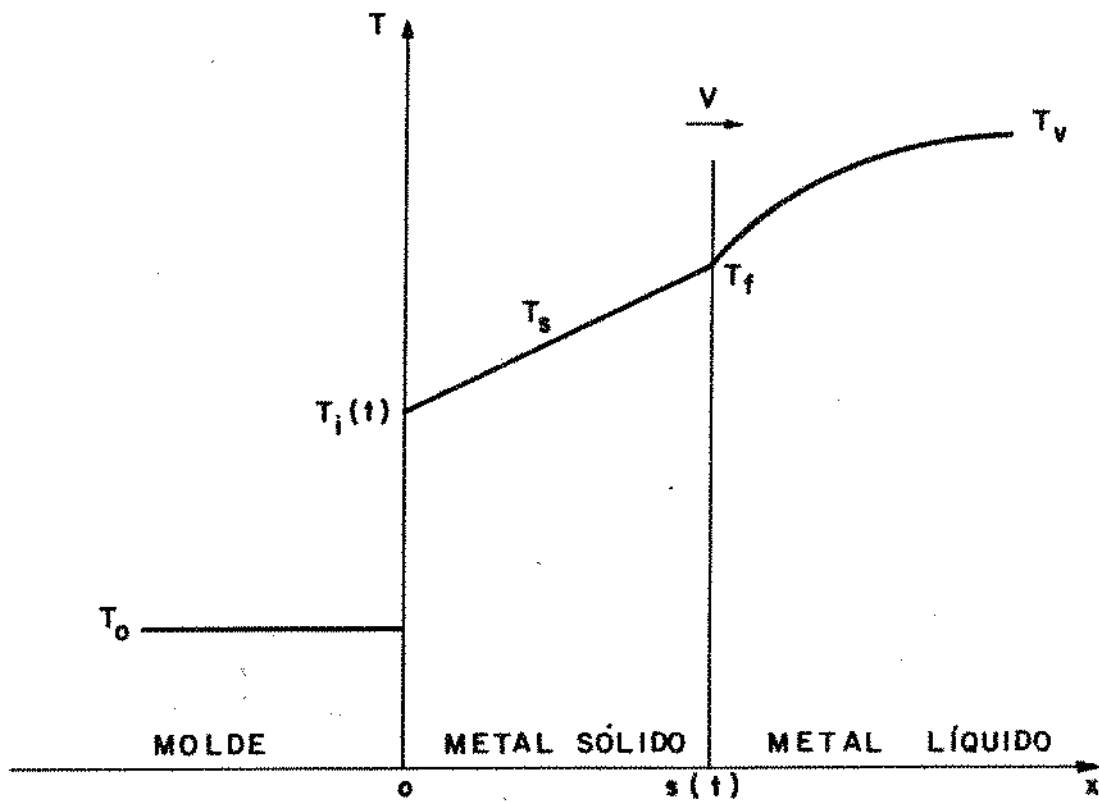


Figura 2.16 - Esquema do perfil de temperaturas do sistema metal/molde segundo as hipóteses assumidas na solução de Hrycak.

e que quando $h_1 \rightarrow \infty$ (ou $S^* \rightarrow \infty$) as soluções aproximadas devem coincidir com a solução analítica exata de Stefan ou seja:

$$F_1 \rightarrow 2\phi H^* \quad \text{e} \quad F_2 \rightarrow \phi(2H^*)^{\frac{1}{2}}$$

Estabelece-se desta forma o campo de variação dessas funções dentro dos seguintes limites:

$$2\phi H^* < F_1(S^*, H^*) \leq 1 \quad (2.89)$$

e

$$\phi(2H^*)^{\frac{1}{2}} \leq F_2(S^*, H^*) \leq 1 \quad (2.90)$$

Baseado nessas observações da variação de F_1 e F_2 Prates (18,34) propôs a seguinte simplificação:

- (1) Para $S^* \leq 10^{-2}$, $F_2 = 1$ o que coincide com o valor assumido por London e Seban.
- (2) Para $S^* \geq 1$, $F_2 = \phi(2H^*)^{\frac{1}{2}}$, cujo valor pode ser determinado através da solução exata de Stefan.
- (3) Para $10^{-2} < S^* < 1$, F_2 varia linearmente com $\log S^*$ para cada valor de H^* .

A Figura 2.17 apresenta a solução de Prates na forma gráfica.

2.4. MÉTODOS GRÁFICOS E NUMÉRICOS

A utilização de métodos não-analíticos no cálculo da distribuição interna de temperaturas do sistema metal/molde, e

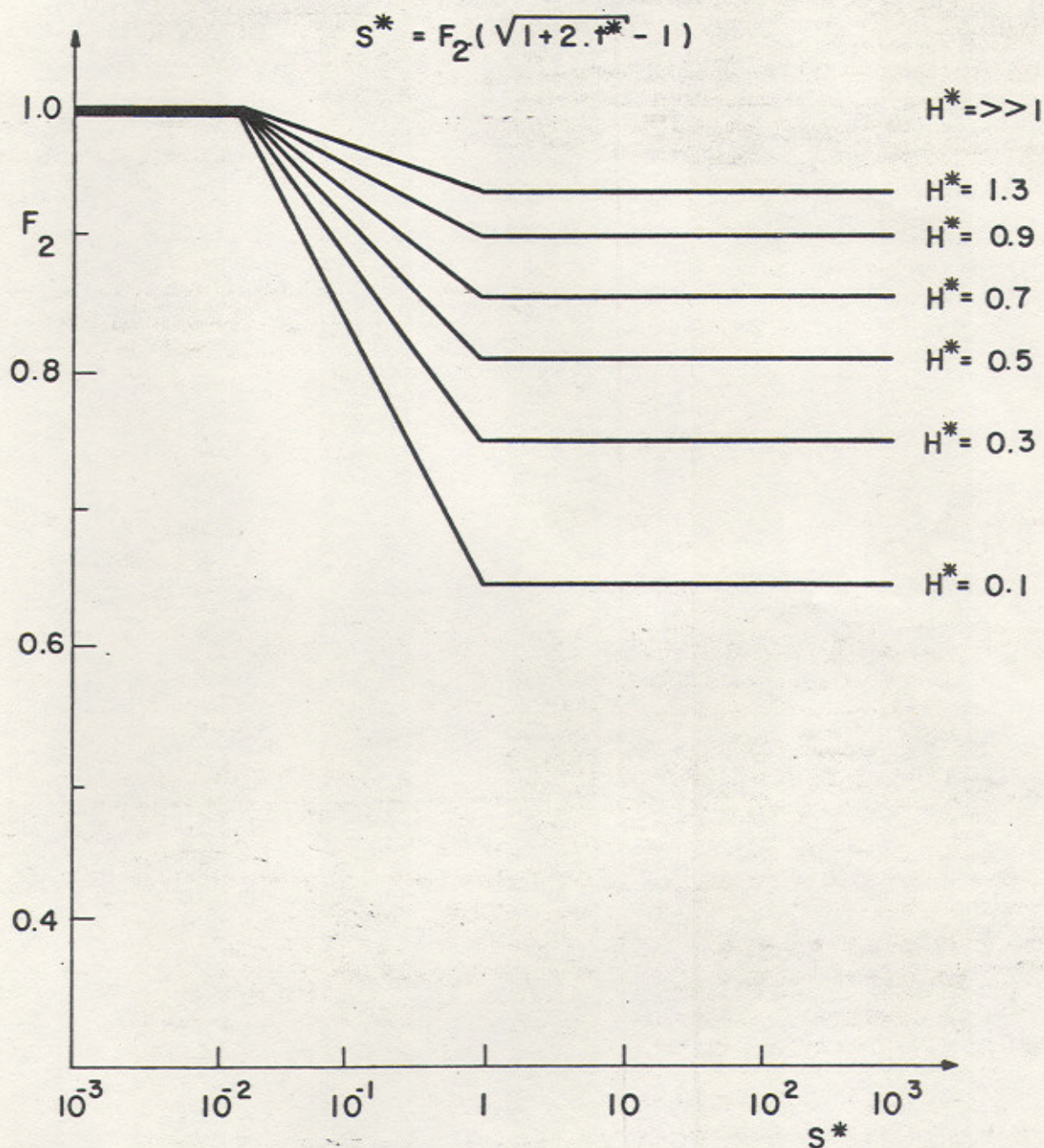


Figura 2.17 - Variação de F_2 em função da espessura solidificada adimensional para diversos valores de H^* segundo a solução de Prates.

da posição da interface sólido/líquido durante o processo de solidificação, tem aumentado consideravelmente nos últimos anos devido principalmente ao desenvolvimento de computadores de maior potência e versatilidade. Estes métodos conduzem a uma maior proximidade das condições reais do processo de solidificação podendo considerar: a resistência térmica na interface metal/molde, a geometria e as dimensões do sistema metal/molde, variação das propriedades físicas durante o processo, embora da mesma forma que os métodos analíticos não admitam a existência de fluxos de massa e de energia radiante.

Os métodos Gráficos e Numéricos são bastante similares, e baseiam-se em aproximações das equações diferenciais de condição de calor não-estacionária a equações de diferenças finitas que são resolvidas passo a passo. Dos métodos Gráficos o de maior versatilidade e que tem encontrado maior aplicação é o método de Schmidt (35). Dos métodos numéricos o proposto por Dusinger (36) é o que apresenta maior versatilidade podendo inclusive ser aplicado sem a utilização de computadores, embora o tempo necessário para o desenvolvimento dos cálculos seja bastante longo mesmo nos problemas mais simples. O método de Dusinger serviu ainda como base para o desenvolvimento de outros métodos numéricos, das quais difere apenas em detalhes. Neste aspecto os métodos desenvolvidos por Eyres et al. (37) e que foi estendido posteriormente por Sarjant e Slack (38) são de interesse particular, uma vez que foram desenvolvidos especialmente para tratamento de problemas fluxo de calor incluindo o processo de solidificação e o posterior resfriamento dos lingotes. A partir deste método Sciana (20) desenvolveu uma particularização do mesmo, aplicando-o na análise da solidificação de cilindros do eutético Alumínio - Silício em moldes metálicos de diferentes espessuras.

Todos estes métodos acima mencionados assumem que o calor latente de fusão de cada elemento da rede de diferenças finitas concentra-se no correspondente ponto da rede. Desta forma, a frente de solidificação permanece no ponto da rede, até que o calor fosse extraído por condução, quando então a frente de solidificação salta para o próximo ponto da rede. Como resultado o movimento da frente de solidificação se realiza na forma de uma função escada, permitindo somente uma aproximação regular ao verdadeiro modo de avanço da frente, que é contínuo. Em princípio,

os resultados obtidos por estes métodos podem ser melhorados através de um aumento no número de pontos da rede de diferenças finitas. Este aumento é limitado entretanto pelo volume de cálculo envolvido, o qual aumenta geometricamente com os pontos da rede. Schniewind (39) sugeriu uma modificação na maior fonte de erros destes métodos, ou seja, a função escada descrevendo o movimento da frente de solidificação, aproximando o verdadeiro movimento da frente de solidificação a um polígono. Neste método o calor latente de fusão não é mais concentrado nos pontos da rede mas sim distribuído através do material através de uma função.

Uma vez que o método gráfico de Schmidt e o método numérico de Dusenberre são os que, respectivamente, dentre os métodos gráficos e numéricos apresentam maior versatilidade em termos de aplicação, constituindo-se mesmo em base de desenvolvimento de outros métodos, serão apresentados a seguir com maiores detalhes.

2.4.1. Método Gráfico de Schmidt

Para uma placa infinita, a equação de condução é representada pela equação (2.2):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Considerando:

$\Delta x, \Delta t$ - pequenos incrementos em x e t

$\Delta_x T$ - incremento na temperatura devido a Δx , t constante.

$\Delta_t T$ - incremento na temperatura devido a Δt , x constante.

Podemos escrever: $\frac{\partial T}{\partial t}$ como $\frac{\Delta_t T}{\Delta t}$,

$\frac{\partial T}{\partial x}$ como $\frac{\Delta_x T}{\Delta x}$ e se fizermos com que a diferença entre dois valores sucessivos de $\Delta_x T$, causada por uma mudança Δx em x , seja representada $\Delta_x^2 T$ a equação se reduz a:

$$\frac{\Delta_t T}{\Delta t} = a \frac{\Delta_x^2 T}{(\Delta x)^2} \quad (2.91)$$

ou

$$\Delta_t T = a \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \Delta_x^2 T \quad (2.92)$$

Se os incrementos em t e em x são escolhidos de tal forma que:

$$a \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} = \frac{1}{2} \quad (2.93)$$

a equação (2.92) se reduz a:

$$\Delta_t T = \frac{1}{2} \Delta_x^2 T \quad (2.94)$$

que é de fácil representação gráfica.

Na Figura 2.18 representa-se esquematicamente um elemento de referência acoplado a um sistema de coordenadas, onde $T_{n,m}$ é a temperatura em um ponto localizado a $n\Delta x$ unidades da origem no instante $m\Delta t$, sendo n e m números inteiros. Assim sendo a curva superior da Figura 2.18 representa a distribuição de temperaturas no instante $m\Delta t$.

Assim, pode-se escrever as seguintes relações:

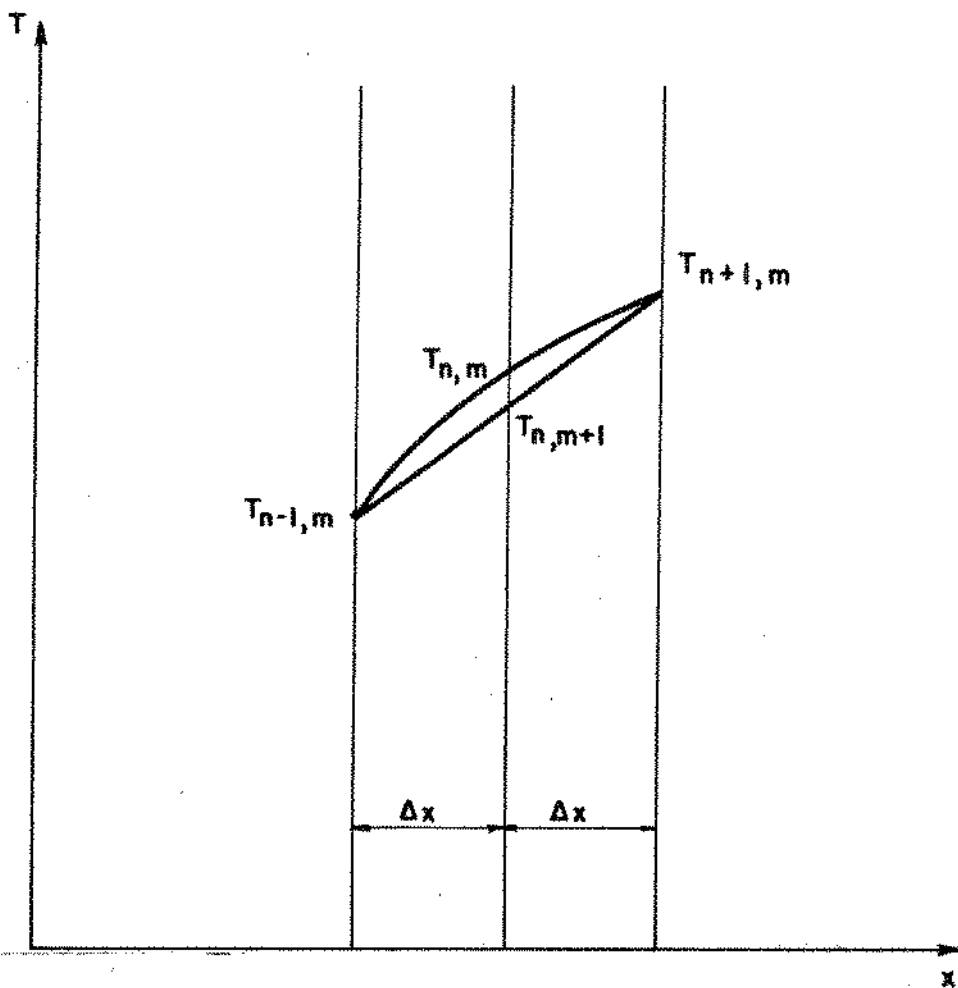


Figura 2.18 - Esquema da aplicação do método gráfico de Schmidt.

$$\Delta_t T = T_{n,m+1} - T_{n,m} \quad (2,95)$$

$$\Delta_x T = T_{n+1,m} - T_{n,m} \quad (2,96)$$

$$\Delta_x^2 T = \Delta_x (\Delta_x T) \quad (2,97)$$

ou ainda

$$\Delta_x^2 T = (T_{n+1,m} - T_{n,m}) - (T_{n,m} - T_{n-1,m}) \quad (2,98)$$

Combinando as equações (2,95) e (2,98) com a equação (2,92) resulta:

$$T_{n,m+1} - T_{n,m} = a \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \left[(T_{n+1,m} - T_{n,m}) - (T_{n,m} - T_{n-1,m}) \right] \quad (2,99)$$

Na construção gráfica Δx e Δt são escolhidos de tal forma a satisfazerem a equação (2,93), o que reduz a equação (2,99) a:

$$T_{n,m+1} = \frac{1}{2} (T_{n+1,m} + T_{n-1,m}) \quad (2,100)$$

A equação (2,100) representa a base do método de Schmidt. Este método pode ainda ser estendido a casos que consideram a existência de interfaces e a problemas onde existam dois materiais diferentes em contato.

O método de Schmidt constitui-se portanto em um método útil e rápido, capaz de resolver diversos problemas de fluxo de calor em regime não estacionário, não podendo entretanto ser prontamente utilizado no tratamento de problemas nos quais as propriedades físicas variem com a temperatura. Para esta finalidade é necessário a utilização de ferramentas extras, como por exemplo máquinas que possam representar graficamente o procedimento proposto por Schmidt e compensar automaticamente as variações nas propriedades físicas durante o processo.

2.4.2. Método Numérico de Dusingberre

Um dos melhores métodos de análise numérica de problemas de fluxo de calor não estacionário, que possibilita inclusive o cálculo de velocidades de solidificação, é o método proposto por Dusingberre (36). Os princípios básicos deste método podem ser demonstrados tomando-se uma secção de um corpo sólido com o fluxo de calor unidirecional paralelo à mesma. Assume-se que esta secção apresente profundidade unitária e largura Δx , e divide-se o comprimento de transferência de calor em unidades de Δx , indexando-se pontos de referência nos centros de cada um dos quadrados formados, conforme o esquema da Figura 2.19.

Assume-se que o intervalo de tempo Δt , possa ser escolhido suficientemente pequeno de forma que: (a) no cálculo da variação de temperatura de um ponto de referência durante o intervalo, somente a temperatura local e a temperatura dos pontos de referência adjacentes necessitam ser consideradas, (b) as temperaturas obtidas no início do intervalo podem ser usadas durante o intervalo, (c) a variação da quantidade de calor de cada elemento, pode ser calculada a partir da variação de temperatura do ponto de referência localizado dentro do elemento.

Assumindo que em um instante particular qualquer as temperaturas dos pontos de referência são T_1, T_2 , etc e que depois de um instante Δt sejam T_1', T_2' , etc, o balanço de calor para o ponto 2 da Figura 2.19, no intervalo de tempo Δt é dado por:

$$k_{12}(T_1 - T_2)\Delta t + k_{32}(T_3 - T_2)\Delta t = C_2(T_2' - T_2) \quad (2.101)$$

onde:

k_{12} = condutância do fluxo de calor no trecho 1-2

k_{32} = condutância do fluxo de calor no trecho 3-2

C_2 = capacidade calorífica do elemento 2

Para o caso do esquema da Figura 2.20 tem-se:

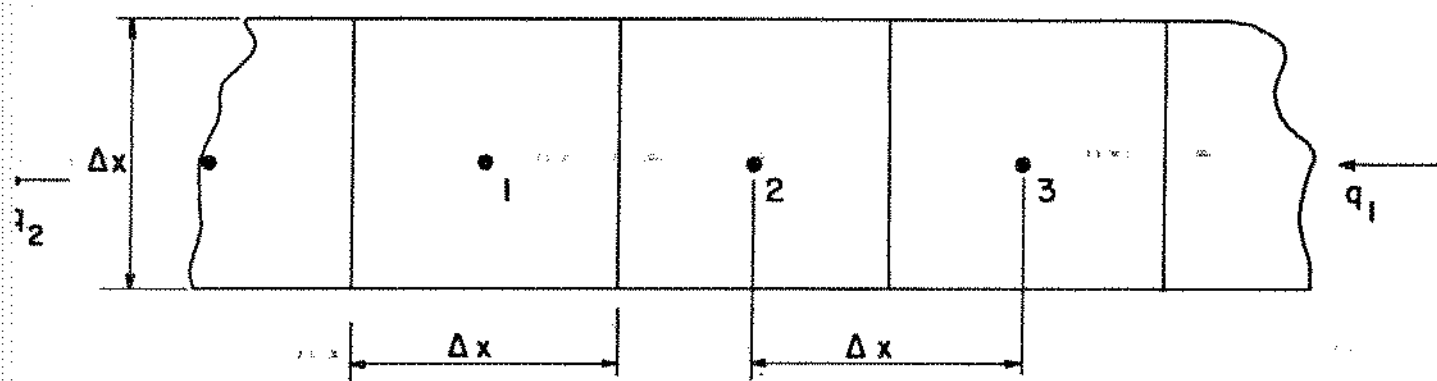


Figura 2.19 - Esquema do elemento de referência utilizado no desenvolvimento de Dussinberre.

$k_{12} = k_{32} = k =$ condutibilidade térmica do material

Como o volume de cada elemento é $(\Delta x)^2$, a capacidade calorífica pode ser escrita como $C_2 = cd (\Delta x)^2$.

onde:

Inserindo estes valores na equação (2.101) tem-se:

$$(T_1 - T_2)k\Delta t + (T_3 - T_2)k\Delta t = cd(\Delta x)^2 (T_2' - T_2) \quad (2.102)$$

Definindo um módulo adimensional

$$M' = \frac{cd(\Delta x)^2}{k \Delta t} = \frac{(\Delta x)^2}{a \Delta t} \quad (2.103)$$

e substituindo este valor na equação (2.102), obtêm-se:

$$(T_1 - T_2) + (T_3 - T_2) = M'(T_2' - T_2) \quad (2.104)$$

ou

$$T_2' = \frac{T_1 + T_3 + (M' - 2) T_2}{M'} \quad (2.105)$$

Analisando a equação (2.105), pode-se notar que se M' for menor que 2, a temperatura do elemento 2 terá um efeito negativo no seu valor futuro, o que corresponde a dizer que **quanto mais quente** estiver o elemento inicialmente, mais frio ficará no final do intervalo Δt , o que não é consistente com o 2º princípio da termodinâmica. Desta forma pode-se estabelecer:

$$M' \geq 2 \quad (2.106)$$

A escolha do módulo 2 ou 3 exigem somente duas opera -

ções básicas para o cálculo da futura temperatura do ponto. Valores acima de 3 já exigem três operações básicas. Dusinberre chamou os procedimentos que utilizam módulos iguais a 2 ou 3 de procedimento médio.

É interessante notar que existe uma influência sensível na precisão dos resultados conforme se adotam diferentes valores de M' . Para a utilização de $M' = 2$, conforme o verificado por Dusinberre, os valores obtidos flutuam muito em torno dos valores reais. A utilização de $M' = 3$ melhora bastante os resultados, com exceção do primeiro e terceiro pontos do processo de cálculo, causando entretanto com aumento de 50% do número de passos necessários para o processo. A utilização de $M' = 4$ dobra o número de passos sem entretanto aumentar sensivelmente a previsão do método, exceto para o primeiro e terceiro pontos, quando comparado com a utilização de $M' = 3$.

Desta forma, embora sempre que for possível, é interessante a utilização de $M' = 3$, o método não restringe a adoção exclusiva de módulos inteiros, sendo bastante corriqueira a utilização de módulos fracionários. Nessas condições é mais conveniente reescrever a equação (2.105) como se segue:

$$T_2' = \left(\frac{1}{M'}\right) T_1 + \left(\frac{1}{M'}\right) T_3 + \left(\frac{M' - 2}{M'}\right) T_2 \quad (2.107)$$

ou

$$T_2' = F_{12} T_1 + F_{32} T_3 + F_{22} T_2 \quad (2.108)$$

Pode-se verificar que: (a) a soma dos F_{mn} para qualquer ponto é igual a unidade; (b) todo F_{mn} é positivo; (c) F_{mn} deve ser positivo ou zero, uma vez que M' não deve ser menor do que 2.

Quando o valor do módulo adotado é fracionário, os valores dos F devem ser determinados antes do início dos cálculos. O cálculo envolverá então três multiplicações e uma adição. Dusinberre denominou cada fator F deste procedimento de fatores de peso. A equação (2.107) representa a base do método numérico de Dusinberre.

O método, como foi desenvolvido até aqui, restringe-se a condições de fluxo unidirecional de calor e não considera a variação das propriedades físicas com a temperatura, podendo ser aplicado no cálculo da distribuição de temperaturas em problemas de condução de calor. Em problemas específicos de solidificação o método pode ser estendido às seguintes situações:

- (a) fluxo unidirecional de calor.
- (b) fluxo bidimensional de calor
- (c) solidificação de metais puros e eutéticos
- (d) solidificação de ligas
- (e) existência de interfaces
- (f) contato entre dois materiais diferentes

O método de Dusenberre pode ainda considerar a variação das propriedades físicas com a temperatura. É evidente que à medida que a combinação destas situações acima vai se tornando mais complexa, o volume de cálculo envolvido na solução do problema irá aumentando cada vez mais comparativamente ao desenvolvimento anterior.

No Apêndice 3 deste trabalho o método será estendido às situações a, c, e, f, com o intuito de aplicar o método a um problema específico de solidificação de metais e compará-lo posteriormente com resultados experimentais e métodos analíticos.

2.5. MÉTODOS ANALÓGICOS

Os métodos analógicos são baseados na analogia de forma existente entre as equações que regem a transferência de calor e as equações de circuitos elétricos tipo resistor/capacitor em regime transitório. (12, 16). A Tabela 2.1 apresenta as equivalências elétricas de várias propriedades térmicas.

A equação (2.3) de fluxo de calor pode ser substituída pela correspondente equação de fluxo térmico:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.109)$$

PROPRIEDADES TÉRMICAS	EQUIVALÊNCIA ELÉTRICA
Capacidade térmica	Capacidade elétrica
Resistividade térmica	Resistividade elétrica
Temperatura	Voltagem
Quantidade de calor	Carga elétrica
Fluxo de calor	Corrente
Condutibilidade térmica	condutibilidade elétrica
Difusividade térmica	Difusividade elétrica

TABELA 2.1 - Equivalências Elétricas de Propriedades Térmicas

e a equação de condução (2.2) pela equação do circuito:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{R C} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (2.110)$$

Desta forma, a uma temperatura corresponderá, dentro de um sistema elétrico análogo, uma diferença de potencial, a um fluxo térmico uma intensidade elétrica, que são facilmente mensuráveis no sistema elétrico e inclusive suscetível de registro gráfico.

A introdução do calor latente, que constitui uma dificuldade razoável nos cálculos clássicos, pode ser feita através da inserção de uma quantidade determinada de eletricidade no momento oportuno.

Os principais trabalhos realizados com métodos analógicos foram executados por Paschkis (40, 41, 42, 43) e sua equipe na Universidade de Columbia, Estados Unidos. Seus trabalhos abordam principalmente a solidificação de lingotes ou peças fundidas de aço de formato simples. O método adaptado por Paschkis permite analisar diversos fatores tais como: temperatura de vazamento, espessura do molde de areia, a formação de camada de ar entre o metal e o molde e o efeito de resfriadores. Para estudar, por exemplo, a influência da camada de ar, introduz-se

no circuito que representa o metal e a areia uma resistência elétrica análoga à resistência térmica de contato. O estudo sistemático do método, realizado por Paschkis, mostrou que um erro sobre o valor adotado para o calor específico do metal se traduzirá em um erro importante na analogia elétrica incidindo portanto nos resultados da solidificação, enquanto que pequenos erros no calor latente e na condutibilidade térmica não influenciam muito os resultados, no que diz respeito à determinação de tempos de solidificação. Desta forma se não se fizerem adaptações complexas no computador analógico que permitam considerar a variação das propriedades térmicas com a temperatura, os resultados poderão apresentar boa margem de erro. Por outro lado, os métodos analógicos permitem obter, para peça de formatos simples, o tempo de solidificação e a distribuição de temperaturas no metal e no molde em qualquer instante do processo, de modo extremamente versátil e abrangente uma vez que montando o circuito, pode-se passar da análise de um metal a outro com extrema facilidade e em tempos bastante curtos.

2.6. EQUAÇÕES EXPERIMENTAIS

Além dos métodos já abordados cuja análise conduz a um desenvolvimento matemático rigoroso ou parcialmente rigoroso, ou ainda aqueles que se utilizam de facilidades computacionais, existem os métodos de análise de caráter essencialmente experimental. Nestes métodos os autores propõem uma ferramenta de análise do problema de solidificação baseada em observações e comprovações experimentais, em alguns casos aplicáveis somente a problemas particulares, porém de grande incidência em unidades industriais. Como resultado deste tipo de análise resultaram algumas equações experimentais para a determinação do tempo de solidificação das quais a equação clássica é a que expressa o tempo de solidificação em função da espessura solidificada, na seguinte forma:

$$t = \epsilon \sqrt{t} - \delta \quad (2.111)$$

onde ϵ e δ são constantes, sendo que ϵ depende fundamentalmente da capacidade de extração de calor do sistema metal/molde e δ depende do grau de superaquecimento utilizado, sendo ambas as constantes dependentes também do formato e dimensões da peça a ser solidificada. Dada estas dependências, fica evidente o caráter específico da equação (2.111), onde as constantes ϵ e δ devem ser determinadas cada vez que um parâmetro ou variável do processo de solidificação é alterado. Esta equação tem sido amplamente investigada nos últimos 40 anos com o intuito de se determinar o maior número possível destas constantes aplicáveis a diferentes casos de grande incidência na tecnologia da fundição e do lingotamento (16, 44, 45). A Tabela 2.2 apresenta uma síntese de alguns valores destas constantes para alguns sistemas metal/molde e determinadas condições de solidificação.

Dado o caráter restritivo apresentado pela equação (2.111), e conseqüentemente a impossibilidade de ser aplicada em um grande número de casos nos quais as constantes ϵ e δ sejam desconhecidas, procurou-se determinar equações, que embora experimentais, pudessem abranger um maior número de situações práticas. Dentre as equações experimentais que resultaram desta procura, destacam-se as seguintes:

METAL/LIGA	SUPERAQUECIMENTO (°C)	FORMATO DA PEÇA	MOLDE	ϵ ($\text{m} \times 10^{-3} / \text{s}^{\frac{1}{2}}$)	δ ($\text{m} \times 10^{-3}$)	REFERÊNCIA
Cobre	100	Cilindro vertical diâmetro= $127 \times 10^{-3} \text{m}$ altura= $254 \times 10^{-3} \text{m}$	areia	3,94	53,3	(16)
		Cilindro vertical diâmetro= $127 \times 10^{-3} \text{m}$ altura= $152 \times 10^{-3} \text{m}$		3,61	35,6	
		Placa vertical (457/305/51) $\times 10^{-3} \text{m}$		0,89	4,60	
Alumínio	100	Cilindro vertical diâmetro= $127 \times 10^{-3} \text{m}$ altura= $254 \times 10^{-3} \text{m}$	areia	1,64	20,3	(16)
		Cilindro vertical diâmetro= $127 \times 10^{-3} \text{m}$ altura= $152 \times 10^{-3} \text{m}$		1,64	63,5	
		Placa vertical (457/305/51) $\times 10^{-3} \text{m}$		0,85	7,40	
		Cilindro vertical diâmetro= $70 \times 10^{-3} \text{m}$ altura= $85 \times 10^{-3} \text{m}$ Solidificação unidirecional	aço ABNT 1010 polido	6,50	15,0	(45)
			aço ABNT 1010 recoberito com zirconato	5,30	15,0	
Zinco	100	Cilindro vertical diâmetro= $127 \times 10^{-3} \text{m}$ altura= $254 \times 10^{-3} \text{m}$	areia	4,26	116,8	(16)
		Placa vertical (457/305/51) $\times 10^{-3} \text{m}$		0,75	11,4	
	150	Cilindro vertical diâmetro= $127 \times 10^{-3} \text{m}$ altura= $152 \times 10^{-3} \text{m}$		2,65	114,8	
Chumbo	100	Cilindro vertical diâmetro= $70 \times 10^{-3} \text{m}$ altura= $85 \times 10^{-3} \text{m}$ Solidificação unidirecional	aço ABNT 1010 polido	4,60	7,0	(45)
			aço ABNT 1010 recoberito com zirconato	4,40	7,0	
Cobre-10% Alumínio	100	Cilindro vertical diâmetro= $127 \times 10^{-3} \text{m}$ altura= $254 \times 10^{-3} \text{m}$	areia	3,94	55,9	(16)
		Cilindro vertical diâmetro= $127 \times 10^{-3} \text{m}$ Altura= $152 \times 10^{-3} \text{m}$		3,28	71,1	
		Placa vertical (457/305/51) $\times 10^{-3} \text{m}$		0,89	6,90	
Aços Carbono	50	Língotes de secção retan- gular	aço	2,95	3,00	(16)
Aço ABNT 4340	Temperatura de vazamento 1600°C	Cilindrico: diam. superior= $127 \times 10^{-3} \text{m}$ diam. base= $102 \times 10^{-3} \text{m}$ altura= $216 \times 10^{-3} \text{m}$ Solidificação unidirecional	Cobre refri- gerado a água	3,94	8,90	(44)

TABELA 2.2 - Síntese de alguns valores das constantes ϵ e δ da equação (2.111), para alguns sistemas metal/molde e determinadas condições de solidificação.

2.6.1. Equação de Pires, Prates e Biloni

A equação desenvolvida por Pires, Prates e Biloni (46, 47) baseia-se nas seguintes hipóteses simplificadoras:

- 1- Metal e molde são considerados semi-infinitos.
- 2- Fluxo de calor unidirecional
- 3- A resistência térmica da interface metal/molde é constante durante a solidificação.
- 4- A interface sólido/líquido é macroscopicamente plana.
- 5- A solidificação se realiza sem superaquecimento no metal líquido.
- 6- As propriedades físicas do sistema metal/molde não variam durante o processo.

Durante o processo de solidificação deve-se considerar a existência de três resistências térmicas essenciais: a resistência térmica do metal, a resistência térmica do molde e a resistência térmica da interface metal/molde. Propõe-se que estas três resistências térmicas tenham um efeito cumulativo sobre o tempo de solidificação, o que faz chegar a uma relação do tipo:

$$t = \alpha S^2 + \beta S \quad (2.112)$$

onde α e β são constantes que dependem respectivamente do molde e do tipo de contato térmico da interface metal/molde; e podem ser calculadas de modo relativamente simples através das seguintes expressões:

$$\alpha = \frac{1}{4d^2 a_s} \quad (2.113)$$

$$\beta = \frac{H d_s}{h_i (T_f - T_o)} \quad (2.114)$$

A grande limitação deste método reside no fato de não permitir a determinação da distribuição de temperaturas do sistema metal/molde.

2.6.2. Equação de Santos e Prates

Assumindo que o tempo de solidificação para ser decomposto em duas parcelas, sendo uma relativa às influências da radiação e da convecção e outra relativa às influências de condução e da transferência newtoniana, Santos e Prates (48) desenvolveram uma equação que permite a determinação do tempo de solidificação levando em conta a influência da espessura da parede de molde, dada por:

$$t_s = t_\infty \operatorname{erf}\left(y_1 \frac{V_m}{V_p}\right) + t_0 \operatorname{erfc}\left(y_2 \frac{V_m}{V_p}\right) \quad (2.115)$$

onde V_m/V_p representa a relação entre o volume do molde e o volume da peça e t_∞ e t_0 são valores ideais do tempo de solidificação, correspondentes respectivamente aos casos extremos e oposto de solidificação em molde semi-infinito e solidificação em ausência total de molde. A constante y_1 leva em consideração somente a geometria do molde, ao passo que a constante y_2 leva em consideração conjuntamente a geometria e o material de molde.

A Tabela 2.3 apresenta os valores destas constantes para o caso de geometria cilíndrica e plana.

GEOMETRIA	MOLDE	
	AREIA	COQUILHA DE AÇO
PLANA	$y_1 = 1$ $y_2 = 1/4$	$y_1 = 1$ $y_2 = 1/2$
CILÍNDRICA	$y_1 = 2$ $y_2 = 1/2$	$y_1 = 2$ $y_2 = 1$

Tabela 2.3 - Valores das constantes y_1 e y_2 da equação (2.115)

2.6.3. Equação de Gulyeaev

Gulyeaev(49) propôs uma equação experimental para a estimativa do tempo total de solidificação de grandes lingotes ou peças fundidas de geometria simples, dada por:

$$t = 6p.f.e^2 \cdot 10^3 [s] \quad (2.116)$$

sendo:

e = metade da dimensão principal [m]

f = fator de forma adimensional dependente da geometria do sistema:

retangular + $f = 1,0$
 cilíndrica $f = 0,76$
 esférica $f = 0,47$

p = fator que depende do metal e do molde. Este fator foi determinado experimentalmente por Gulyeaev e os valores obtidos para alguns metais e moldes constam da Tabela 2.4.

METAL/LIGA	MOLDE	P
Aço carbono	areia	0,60
	ferro-fundido	0,15
Alumínio	areia	0,40
	ferro-fundido	0,10
ferro-fundido cinzento	areia	2,04
	ferro-fundido	0,21
ferro-fundido maleável	areia	0,82
	ferro-fundido	0,25
Latão	areia	0,31
	ferro-fundido	0,17

Tabela 2.4 - Valores experimentais do parâmetro "p" do sistema metal/molde segundo Gulyeaev

2.7. CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE OS MÉTODOS DE ANÁLISE

Como pode-se ver através da apresentação dos métodos de análise do problema de transferência de calor na solidificação, cada tipo apresenta diferentes graus de restrições e vantagens, o que determina suas possibilidades de aplicação a problemas reais.

Os métodos analíticos exatos partem da fixação de condições matemáticas extremamente rigorosas, não admitindo nenhum tipo de simplificação neste aspecto. Entretanto, para que se possa encontrar soluções para o problema é necessário que se assumam hipóteses simplificadoras de caráter físico o que inevitavelmente afastará a solução encontrada da verdadeira solução. A grande vantagem destes métodos reside no alto grau de generalização que proporcionam, enquanto o fato de não considerarem a existência de resistência térmica na interface metal/molde representa sua maior restrição.

Os métodos analíticos aproximados já admitem aproximações de caráter matemático ao problema, embora igualmente assumam hipóteses simplificadas de natureza física. A maior vantagem que apresentam em relação aos analíticos exatos consiste no fato de considerarem a existência de resistência térmica na interface metal/molde. Como estes métodos assumem que a difusividade de calor do molde é muito maior que a do metal, sua aplicação fica restrita a moldes refrigerados. A impossibilidade de se determinar o perfil térmico do sistema metal/molde consiste sua maior restrição sob ponto de vista de aplicação.

Os métodos gráficos e numéricos tornam possível a análise do problema em condições mais próximas das reais do que os métodos anteriores. No entanto para que o tempo utilizado nos cálculos não seja excessivamente elevado é necessário a utilização de computadores, o que implicará numa maior ou menor dificuldade de programação, conforme a complexidade do problema. As grandes restrições deste método são as seguintes: o caráter específico do método, o que implica em uma reutilização do programa e/ou a nova programação cada vez que uma variável do processo de solidificação é alterada; o elevado custo dos computadores, ou pelo menos do tempo de utilização dos mesmos além da necessidade de computadores de elevada capacidade para os problemas mais complexos.

Os métodos analógicos permitem uma proximidade bastante grande do problema real através da simulação analógica do problema, apresentando restrições bastante semelhantes aos métodos gráficos e numéricos. A inserção dos dados no computador analógico relativos a mudanças de variáveis do processo de solidificação é relativamente mais fácil que nos métodos gráficos e numéricos, o que permite passar da análise de um problema a outro com maior facilidade e em menos tempo.

As equações experimentais não apresentam rigor formal, fornecendo apenas ferramentas experimentais de análise sob ponto de vista da determinação de tempos de solidificação e aplicáveis somente a problemas particulares. Estas equações não possibilitam a determinação do perfil de temperaturas do sistema metal/molde durante o processo de solidificação.

A Tabela 2.5 apresenta uma síntese qualitativa dos métodos analisados no que diz respeito às hipóteses assumidas no seu desenvolvimento possibilidades de aplicação e resultados que permitem obter. Através da análise deste quadro de possibilidades, verifica-se a necessidade de um método analítico que embora não admitindo simplificações matemáticas possibilite considerar a resistência térmica da interface metal/molde e determinar o perfil térmico do sistema metal/molde sem entretanto apresentar grandes complicações matemáticas que dificultem sua utilização prática. A grande vantagem de um método como este com relação aos métodos não analíticos consiste no fato de não utilizarem computadores na determinação dos resultados, além do caráter geral que pode apresentar. Uma vez constatada esta necessidade, o desenvolvimento de um método que permita preencher estas lacunas passou a constituir um dos objetivos do presente trabalho, conforme consta no Capítulo I.

MÉTODOS	HIPÓTESES ASSUMIDAS NO DESENVOLVIMENTO DO MÉTODO		CARACTERÍSTICAS DO MOLDE			PARÂMETROS OPERACIONAIS		RESULTADOS				EQUIPAMENTOS NECESSÁRIOS PARA O CÁLCULO DOS RESULTADOS		
								TEMPO DE SOLIDIFICAÇÃO		PERFIL DE TEMPERATURAS NO SISTEMA METAL/MOLDE	METALS PUROS E EUTÉTICOS		LIGAS	LIGAS
								METALS PUROS E EUTÉTICOS	LIGAS					
Análíticos Exatos	não admitem	admitem	analísam	plana	semi infinita	TIPO DE CONTATO TÉRMICO NA INTERFACE METAL/MOLDE	consideram	sim	não	sim	não	nenhum		
Análíticos Aproximados	admitem	admitem	analísam	plana	semi infinita	finito	consideram	sim	não	não	nenhum	nenhum		
Gráficos e Numéricos	admitem	admitem	analísam	plana cilíndrica	variável	finito	consideram	sim	sim	sim	sim	computador e "plotter"		
Analgógicos	admitem	admitem	analísam	plana cilíndrica	variável	finito	consideram	sim	sim	sim	sim	computador analógico		
Equações Experimentais	admitem	admitem	analísam	plana e/ou cilíndrica	semi infinita	finito	consideram	sim	sim	não	não	nenhum		

TABELA 2.5 - Síntese das possibilidades de aplicação dos métodos de análise da solidificação sob ponto de vista de transferência de calor.

CAPÍTULO 3

DESENVOLVIMENTO E VERIFICAÇÃO PRELIMINAR DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA ANÁLISE DA SOLIDIFICA- ÇÃO UNIDIRECIONAL EM MOLDES REFRIGERADOS

3.1. DESENVOLVIMENTO DO MODELO MATEMÁTICO

O desenvolvimento analítico do modelo proposto baseia-se nas seguintes hipóteses fundamentais:

- (1) O fluxo de calor é unidirecional durante o processo de solidificação.
- (2) Considera-se a existência de resistência térmica na interface metal/molde, a qual permanece constante durante o processo de solidificação.
- (3) O metal solidifica com uma interface sólido/líquido macroscopicamente plana.
- (4) O metal solidifica sem superaquecimento no metal líquido; como consequência convecção e perdas por radiação para o meio ambiente não existem.
- (5) As propriedades físicas do metal não variam durante o processo de solidificação.

A hipótese básica para o desenvolvimento deste modelo, considera a resistência newtoniana na interface metal/molde como equivalente a uma espessura do metal previamente solidificada em um sistema virtual imposto sobre o sistema metal/molde real. Desta forma a simplificação de Newton que considera a existência de um coeficiente de transmissão de calor na interface metal/molde regendo a transferência de calor na interface, é substituída pela espessura previamente solidificada e o contato térmico entre o metal e o molde no sistema virtual é considerado perfeito. Isto significa que o sistema virtual é submetido somente a condução térmica e pode ser analisado através da equação de Fourier para condução de calor em regime não-estacionário.

A Figura 3.1 apresenta o sistema metal/molde real

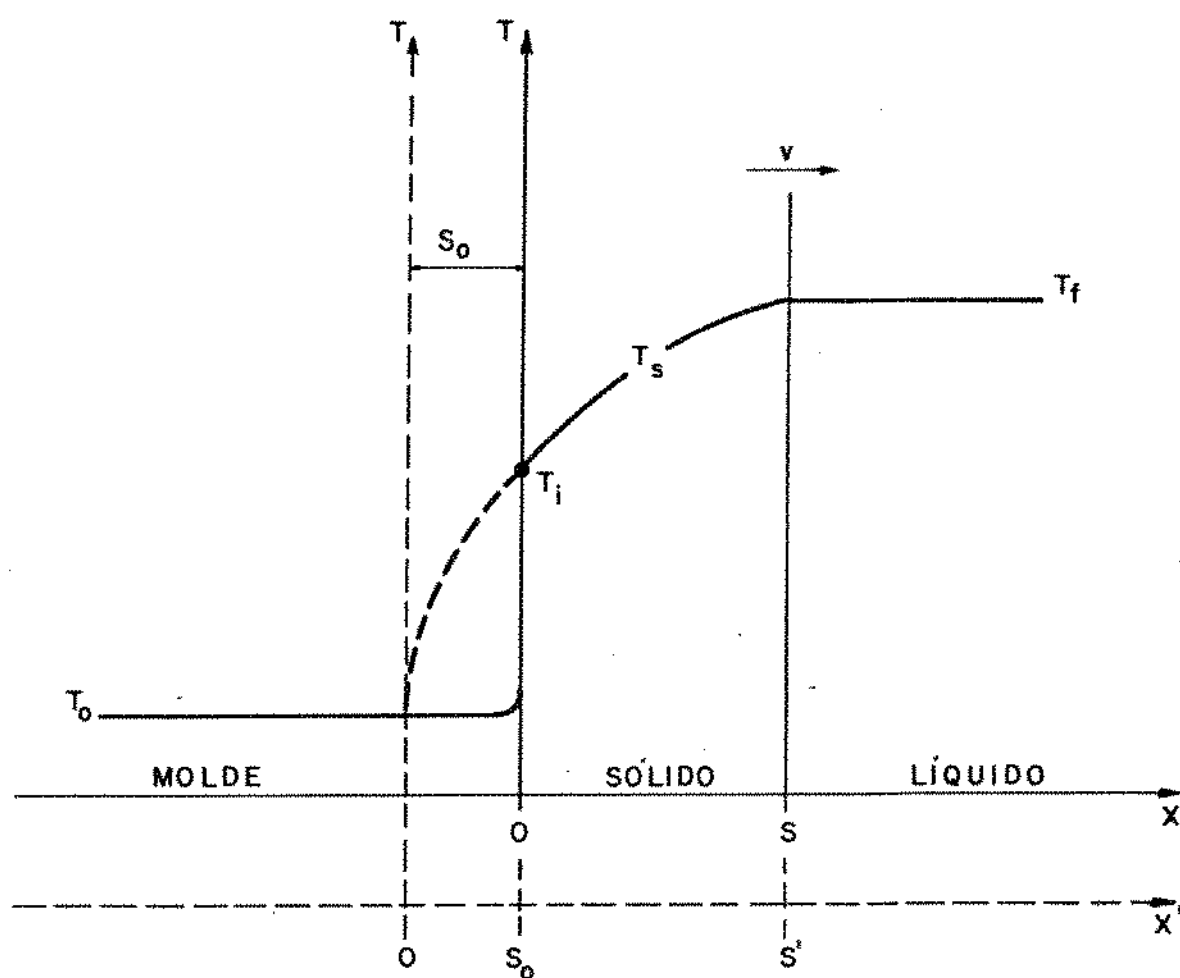


Figura 3.1 - Sistema temperatura - distância real durante a solidificação de um metal em molde refrigerado (linhas cheias) e o correspondente sistema virtual (linhas tracejadas).

representado em termos de coordenadas temperatura - distância (T,x) e o correspondente sistema virtual (T,x') em um instante qualquer do processo de solidificação em um molde refrigerado. A transposição de um sistema a outro é feita através das seguintes relações:

$$x' = S_0 + x \quad (3.1)$$

$$S' = S_0 + S \quad (3.2)$$

$$t' = t_0 + t \quad (3.3)$$

Conforme mencionado acima no sistema virtual pode-se aplicar a equação de Fourier para condução térmica em regime não estacionário:

$$\left(\frac{\partial T_s}{\partial t'}\right)_{x'} = a_s \left(\frac{\partial^2 T_s}{\partial x'^2}\right)_{x'} \quad (0 < x' < S') \quad (3.4)$$

Levando-se em consideração as seguintes condições de contorno do sistema virtual:

$$x' = S' \rightarrow T_s = T_f = \text{constante} \quad (3.5)$$

$$x' = 0 \rightarrow T_s = T_0 = \text{constante} \quad (3.6)$$

a solução para a equação (3.4) é:

$$T_s = A + B \operatorname{erf} \left(\frac{x'}{2\sqrt{a_s t'}} \right) \quad (3.7)$$

Considerando-se a relação (3.5) e a equação (3.7), e o fato de A e B serem constantes tem-se:

$$\frac{S'}{2\sqrt{a_s t'}} = \text{constante} = \phi \quad (3.8)$$

onde ϕ é a constante de solidificação

3.1.1. Tempo e velocidade de solidificação

A equação (3.8) pode ser colocada na forma:

$$t' = \frac{S'^2}{4a_s \phi^2} \quad (3.9)$$

e em particular para $x' = S_0$ e $t' = t_0$:

$$t_0 = \frac{S_0^2}{4a_s \phi^2} \quad (3.10)$$

Considerando as relações (3.1), (3.2) e (3.3) e a equação (3.9) tem-se:

$$(t + t_0) = \frac{(S + S_0)^2}{4a_s \phi^2} = \frac{S^2}{4a_s \phi^2} + \frac{S_0 S}{2a_s \phi^2} + \frac{S_0^2}{4a_s \phi^2} \quad (3.11)$$

Substituindo-se o valor de t_0 dado pela equação (3.10) na equação (3.11) tem-se:

$$t = \frac{S^2}{4a_s \phi^2} + \frac{S_0 S}{2a_s \phi^2} \quad (3.12)$$

A equação (3.12) descreve o tempo de solidificação em função da espessura solidificada para a solidificação unidirecional em um molde refrigerado. A Figura 3.2 apresenta uma repre -

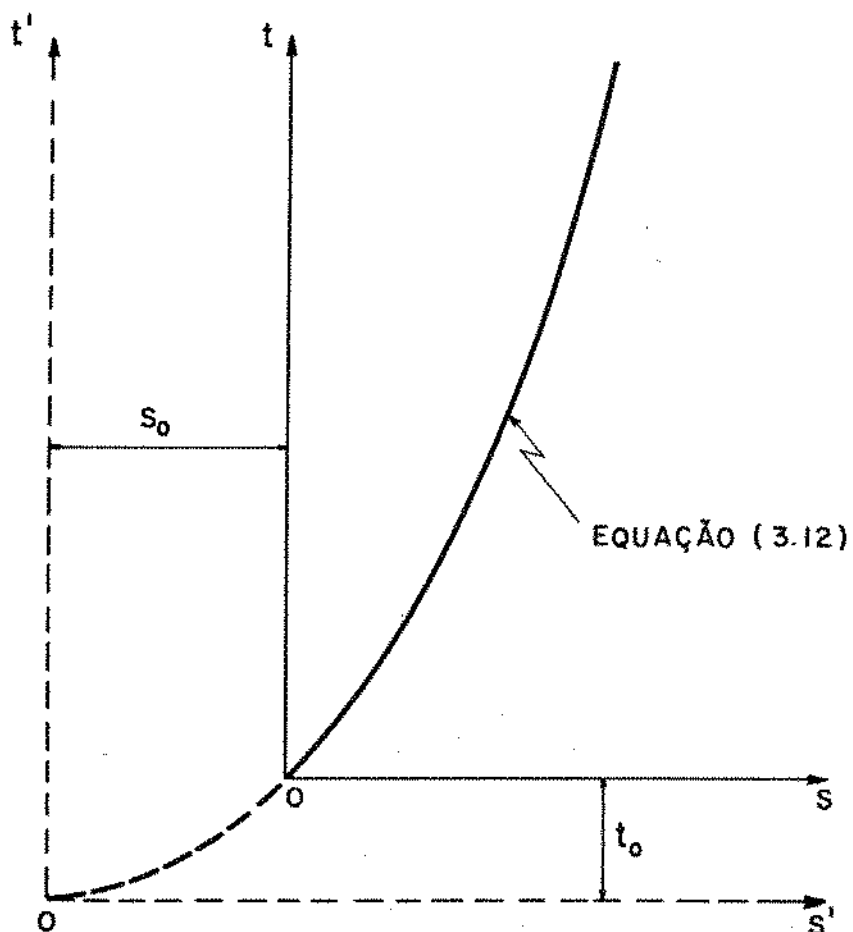


Figura 3.2 - Representação esquemática da variação do tempo de solidificação (t) em função da espessura solidificada (s) nos sistemas real e virtual.

sentação gráfica esquemática desta equação.

A velocidade de solidificação pode ser obtida facilmente a partir da equação (3.12):

$$v = \frac{dS}{dt} = \frac{2 a_s \phi^2}{(S_0 + S)} \quad (3.13)$$

A Figura 3.3 apresenta esquematicamente a variação da velocidade de solidificação em função da espessura solidificada durante o processo de solidificação.

3.1.2. Perfil térmico durante a solidificação

Levando-se em consideração as condições de contorno dadas pelas relações (3.5) e (3.6), e a equação (3.8), as constantes de integração da equação (3.7) podem ser dadas por:

$$A = T_0 \quad \text{e} \quad B = \frac{(T_f - T_0)}{\text{erf}(\phi)} \quad (3.14)$$

Por outro lado utilizando a equação (3.8) tem-se:

$$\frac{x'}{2\sqrt{a_s t'}} = \phi \frac{x'}{S'} = \phi \frac{S_0 + x}{S_0 + S} \quad (3.15)$$

e conseqüentemente o perfil térmico no metal sólido é dado pela equação (3.7) colocada na seguinte forma:

$$T_s = T_0 + \frac{(T_f - T_0)}{\text{erf}(\phi)} \text{erf} \left(\phi \frac{S_0 + x}{S_0 + S} \right) \quad (3.16)$$

Em particular, a menor temperatura do metal sólido ou

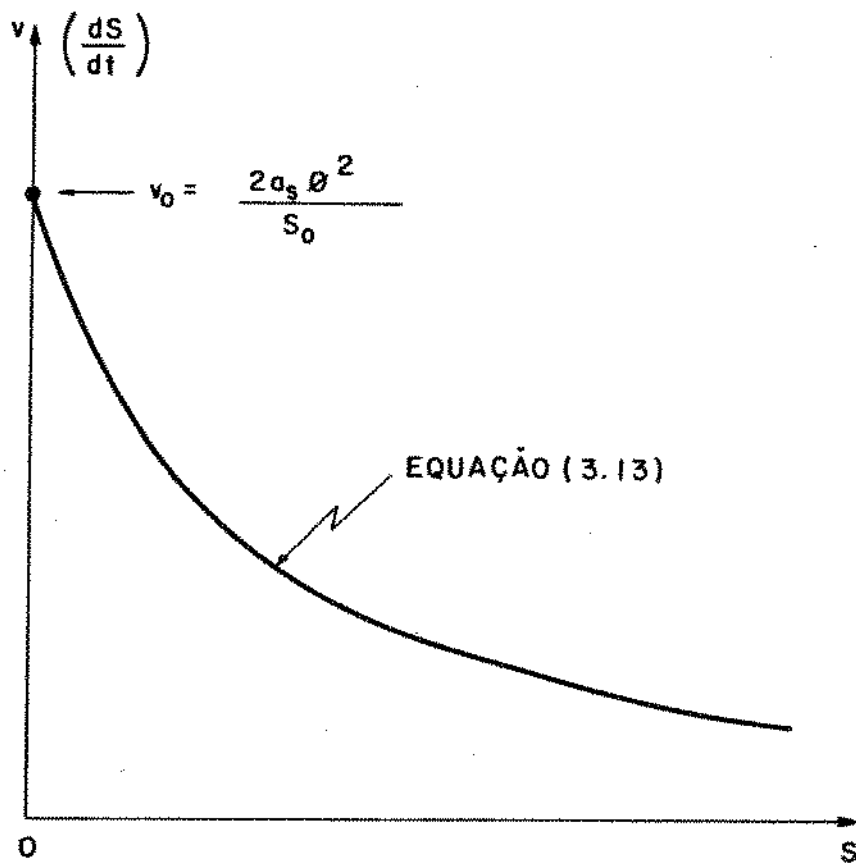


Figura 3.3 - Representação esquemática da variação da velocidade de solidificação (v) em função da espessura solidificada (s) em um molde refrigerado.

seja a temperatura da interface metal/molde (para $x = 0$) é dada por:

$$T_i = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{\text{erf}(\phi)} \text{erf} \left(\frac{\phi S_o}{S_o + S} \right) \quad (3.17)$$

A Figura 3.4 mostra um esquema da variação da temperatura da interface metal/molde durante o processo de solidificação.

As equações (3.12) e (3.16) representativas do modelo proposto, são até agora funções de duas constantes desconhecidas das quais sejam: a constante de solidificação ϕ e a espessura virtual previamente solidificada S_o , as quais serão determinadas a seguir.

3.1.3. Determinação da constante de solidificação

Fazendo-se um balanço térmico na interface sólido/líquido considerando-se uma espessura solidificada infinitesimal (dS') em um intervalo de tempo infinitesimal (dt') tem-se:

$$H d_s \left(\frac{dS'}{dt'} \right) - k_s \left(\frac{\partial T_s}{\partial x'} \right) = 0 \quad (3.18)$$

As derivações das equações (3.8) e (3.16) fornecem respectivamente:

$$\left(\frac{dS'}{dt'} \right) = \phi \sqrt{\frac{a_s}{t'}} = \frac{2a_s \phi^2}{S'} \quad (3.19)$$

$$\left(\frac{\partial T_s}{\partial x'} \right)_{S'} = \frac{2\phi(T_f - T_o)}{\sqrt{\pi} S' \text{erf}(\phi) \exp \phi^2} \quad (3.20)$$

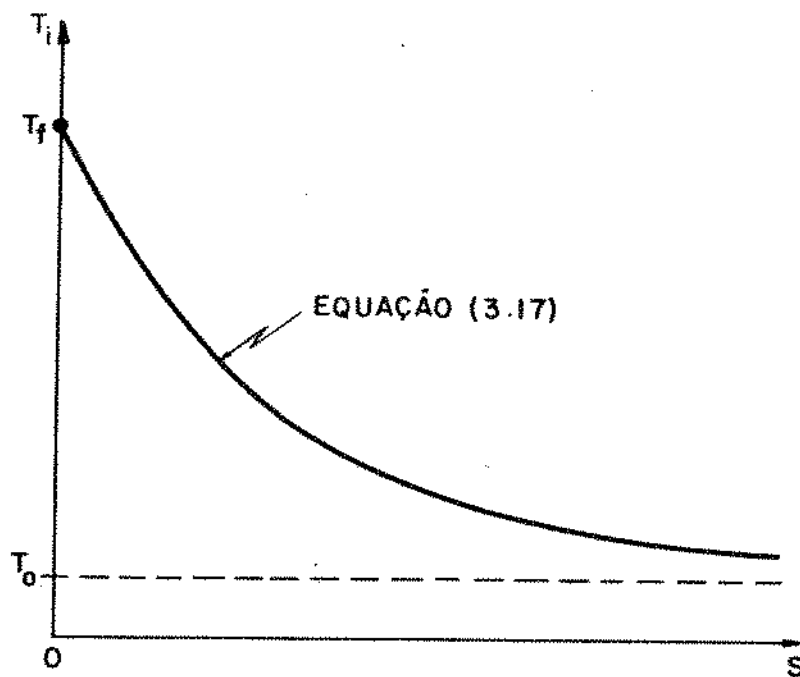


Figura 3.4 - Representação esquemática da variação da temperatura da interface metal/molde (T_i) em função da espessura solidificada (s) em um molde refrigerado.

Combinando as equações (3.19) e (3.20) com a equação (3.18), obtêm-se:

$$\sqrt{\pi} \phi \operatorname{erf}(\phi) \exp\phi^2 = \frac{c_s (T_f - T_o)}{H} \quad (3.21)$$

A constante de solidificação ϕ pode ser determinada através da equação (3.21) por métodos de tentativa e erro. A Figura 3.5 mostra a solução gráfica desta equação obtida em um computador digital EAI-640.

3.1.4. Determinação da espessura virtual previamente solidificada

Para a determinação de S_o , deve-se considerar o fluxo de calor na interface metal/molde nos instantes iniciais do processo de solidificação, levando-se em consideração o sistema real ($t = 0$ e $S = 0$), o que é equivalente a considerar o fluxo de calor na interface sólido/líquido no sistema virtual quando $t' = t_o$ e $S' = S_o$. A Figura 3.6 apresenta um esquema desta situação. Levando-se em conta as considerações acima, pode-se escrever:

$$h_i (T_f - T_o) = k_s \left(\frac{\partial T}{\partial x'} \right)_{S_o} \quad (3.22)$$

Pela equação (3.20) tem-se que:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x'} \right)_{S_o} = \frac{2\phi (T_f - T_o)}{\sqrt{\pi} S_o \operatorname{erf}(\phi) \exp\phi^2} \quad (3.23)$$

Combinando-se as equações (3.22) e (3.23) obtêm-se:

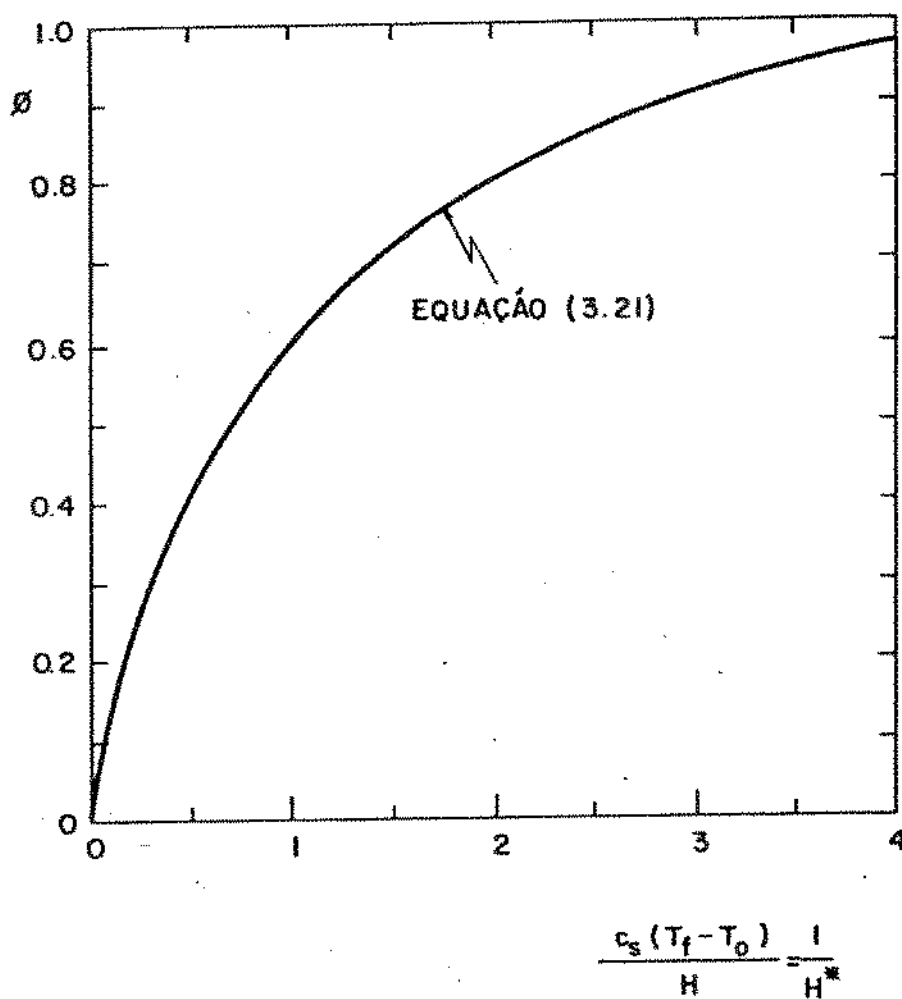


Figura 3.5 - Curva para a determinação da constante de solidificação (ϕ) em função do calor latente na forma adimensional (H^*).

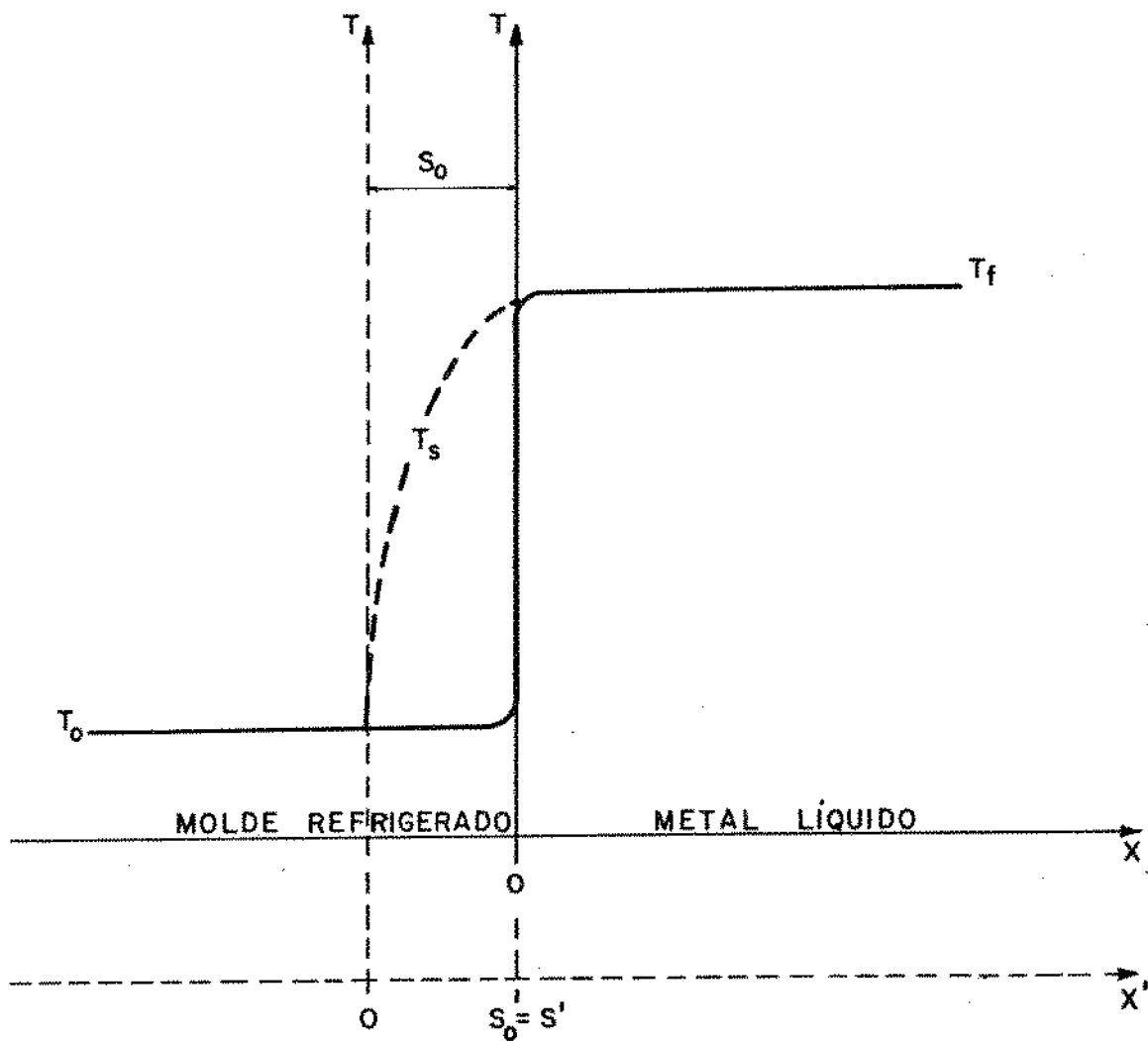


Figura 3.6 - Configuração do processo de solidificação em um molde refrigerado nos instantes iniciais ($t=0$ e $S=0$) correspondente à solidificação da espessura previamente solidificada no sistema virtual ($t'=t_0$ e $S'=S_0$).

$$\frac{2 k_s \phi^2}{h_i S_o} = \sqrt{\pi} \phi \operatorname{erf}(\phi) \exp \phi^2 \quad (3.24)$$

Considerando-se as equações (3.24) e (3.21) obtém-se finalmente:

$$S_o = \frac{2 a_s \phi^2 H d_s}{h_i (T_f - T_o)} \quad (3.25)$$

3.1.5. Forma dimensional do modelo proposto

A equação (3.12) que relaciona o tempo de solidificação em função da espessura solidificada pode ser colocada na seguinte forma:

$$t = \alpha S^2 + \beta S \quad (3.26)$$

onde:

$$\alpha = \frac{1}{4 a_s \phi^2} \quad e \quad \beta = \frac{H d_s}{h_i (T_f - T_o)} \quad (3.27)$$

A equação (3.26) demonstra que o tempo de solidificação em um molde refrigerado pode ser decomposto em dois termos independentes: um termo quadrático (αS^2) que é função da condução térmica na camada solidificada e um termo linear que é função direta do contato térmico newtoniano na interface metal/molde.

A velocidade de solidificação pode ser obtida facilmente através da derivação da equação (3.26):

$$V = \frac{dS}{dt} = (2\alpha S + \beta)^{-1} \quad (3.28)$$

A equação (3.28) revela a existência de uma velocidade inicial de solidificação que depende somente do contato térmico newtoniano entre o metal e o molde.

$$V_o = \beta^{-1} \quad (3.29)$$

Considerando as equações (3.25) e (3.27) pode-se escrever:

$$S_o = \frac{\beta}{2\alpha} \quad (3.30)$$

O perfil de temperatura no metal sólido pode ser determinado reescrevendo-se a equação (3.16) na seguinte forma:

$$T_s = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{\text{erf}(\phi)} \text{erf} \left(\phi \frac{\beta + 2\alpha x}{\beta + 2\alpha S} \right) \quad (3.31)$$

e a temperatura da interface metal/molde pode ser determinada facilmente por:

$$T_i = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{\text{erf}(\phi)} \text{erf} \left(\phi \frac{\beta}{\beta + 2\alpha S} \right) \quad (3.32)$$

3.1.6. Forma adimensional do modelo proposto

O modelo proposto que pode ser resumido através das equações (3.26) e (3.31) pode ser colocado na forma adimensional, adquirindo um caráter geral e extensivo. A equação (3.26) que permite a determinação do tempo de solidificação é dada por:

$$t^* = \left(\frac{S^*}{2\phi} \right)^2 + H^* S^* \quad (3.33)$$

e a equação (3.31) que permite a determinação do perfil térmico no metal sólido assume a seguinte forma:

$$T_s^* = \frac{(T_s - T_o)}{(T_f - T_o)} = \text{erf}\left(\phi \frac{S_o^* + x^*}{S_o^* + S^*}\right) / \text{erf}(\phi) \quad (3.34)$$

onde:

$$S_o^* = 2\phi^2 H^* \quad (3.35)$$

Em particular a temperatura da superfície do metal sólido junto à interface metal/molde ($x^* = 0$ e $T_s^* = T_i^*$) é dada por:

$$T_i^* = \frac{(T_i - T_o)}{(T_f - T_o)} = \text{erf}\left(\frac{2\phi^3 H^*}{2\phi^2 H^* + S^*}\right) / \text{erf}(\phi) \quad (3.36)$$

As Figuras (3.7) e (3.8) mostram respectivamente as equações (3.33) e (3.36) que podem ser consideradas as mais representativas do modelo proposto. Em ambos os casos a equação é dada em termos de uma família de curvas e em função do parâmetro H^* , ou seja em função do metal que solidifica no molde refrigerado e da temperatura do fluido de refrigeração.

3.2. VERIFICAÇÃO PRELIMINAR DO MODELO PROPOSTO

Comparando-se a equação (3.26) que permite a determinação do tempo de solidificação com a equação experimental (2.112) proposta, por Pires, Prates e Biloni (47), pode-se notar que embora esta última equação não seja decorrente de um desenvolvimento matemático formal mas sim fruto de uma hipótese verificada experimentalmente, ambas as equações são idênticas. Os resultados experimentais obtidos por Pires, Prates e Biloni para a solidificação unidirecional de metais em moldes refrigerados a água apre

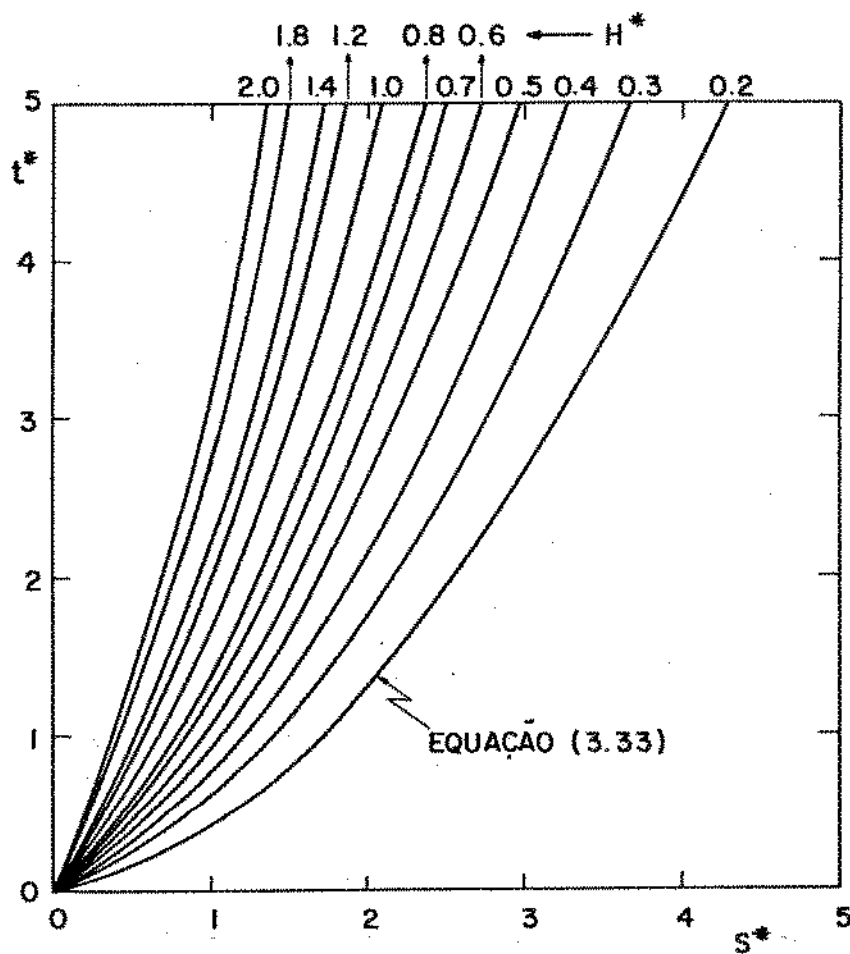


Figura 3.7 - Tempo de solidificação adimensional (t^*) em função da espessura solidificada adimensional (S^*) para diversos valores de calor latente adimensional (H^*).

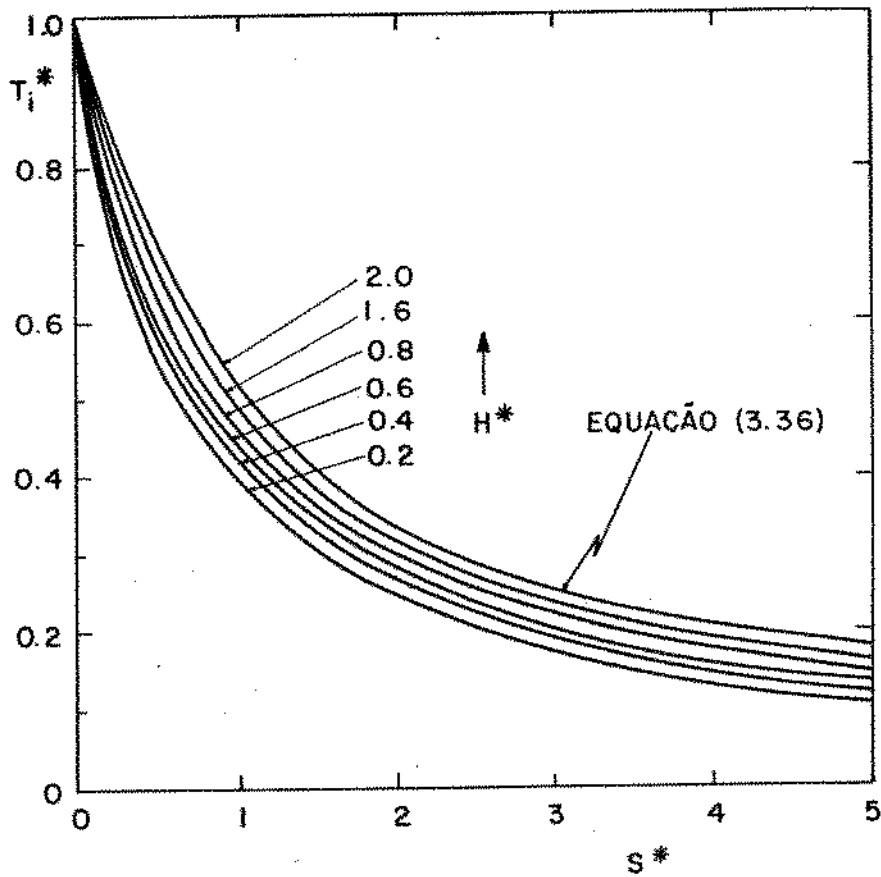


Figura 3.8 - Temperatura da superfície do metal na forma adimensional (T_i^*) em função da espessura solidificada adimensional (S^*) para diversos valores do calor latente adimensional (H^*).

sentam uma concordância bastante boa com os resultados calculados através da equação experimental proposta por eles, o que dada a igualdade desta equação com a equação (3.26) do modelo proposto neste trabalho, nos permite fazer uma comprovação preliminar do modelo proposto no que diz respeito a determinação de tempos de solidificação em moldes refrigerados a água.

Com a finalidade de verificar o grau de confiabilidade do modelo proposto para o caso de moldes refrigerados a ar, pode-se comparar as equações (3.33) e (3.36) com os resultados experimentais obtidos por Hills et al (32). Estes autores realizaram experiências de solidificação unidirecional de Chumbo e Estanho puros sem a presença de superaquecimento no metal líquido, em um dispositivo refrigerado a ar cuidadosamente projetado. Os resultados permitem estabelecer correlações experimentais entre a espessura solidificada e temperatura da superfície do sólido com o tempo de solidificação, conforme o sumarizado na Tabela 3.1.

Utilizando-se as propriedades físicas que constam do Apêndice 4 deste trabalho, o modelo proposto pode ser aplicado ao Chumbo ($H^* = 0,62$) e Estanho ($H^* = 1,20$), resultando:

(a) Estanho

$$t^* = 0,74 S^{*2} + 1,20 S^* \quad (3.37)$$

e

$$T_i^* = 1,69 \operatorname{erf}\left(\frac{0,46}{0,82 + S^*}\right) \quad (3.38)$$

(b) Chumbo

$$t^* = 0,46 S^{*2} + 0,62 S^* \quad (3.39)$$

e

$$T_i^* = 1,42 \operatorname{erf}\left(\frac{0,50}{0,68 + S^*}\right) \quad (3.40)$$

As equações acima são comparadas nas Figuras 3.9 e

TEMPERATURA DO AR DE REFRIGERAÇÃO $T_o = 313K$	CHUMBO						ESTANHO					
	Fluxo de ar de refrigeração ($m^3/s \times 10^{-3}$)	8,73	17,4	32,8	8,73	17,4	32,8	8,73	17,4	32,8	8,73	17,4
Coefficiente de transmissão de calor da interface metal/molde $h_1 \left(\frac{J}{m^2 s K} \right)$	119	168	230	114	163	225	114	163	225	114	163	225
Tempo de solidificação t(s)	300	600	900	300	600	900	300	600	900	300	600	900
Espessura solidificada S ($m \times 10^{-3}$)	35	64	88	43	76	88	45	76	88	39	103	56
Temperatura de superfície do metal $T_1(K)$	570	551	536	553	537	507	491	487	469	487	492	462

Tabela 3.1 - Sumário dos resultados experimentais obtidos por Hills et al (32) na solidificação unidirecional de Chumbo e Estanho em molde refrigerado a ar.

3.10, com os resultados experimentais obtidos por Hills et al (32). Para esta comparação os resultados experimentais da Table 3.1 foram devidamente adimensionalizados.

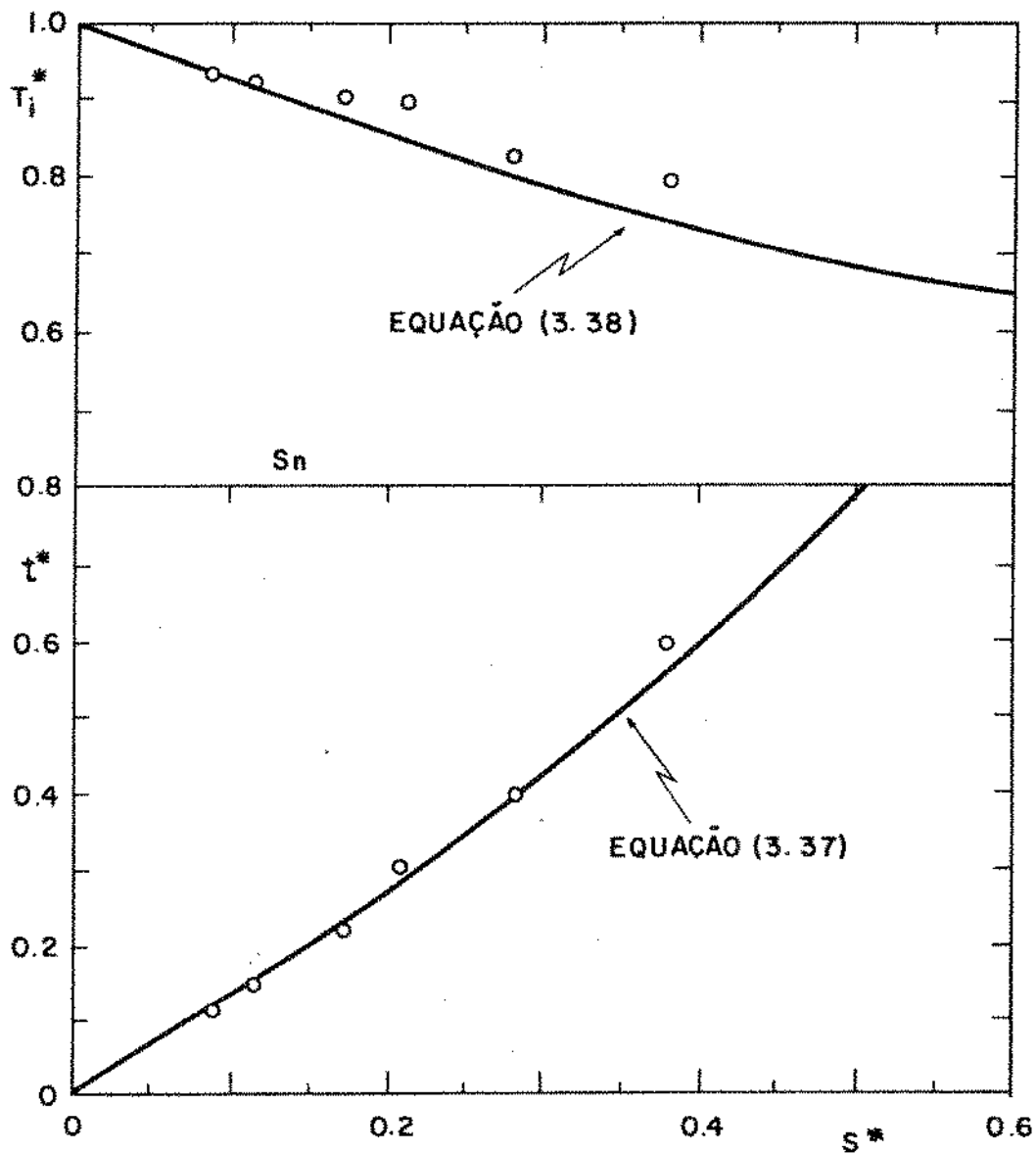


Figura 3.9 - Tempo de solidificação adimensional (t^*) e temperatura adimensional da superfície do sólido (T_i^*) em função da espessura solidificada adimensional (S^*) segundo o modelo proposto, comparado com resultados experimentais de Hills et al. (32) para solidificação unidirecional de Estanho em molde refrigerado a ar.

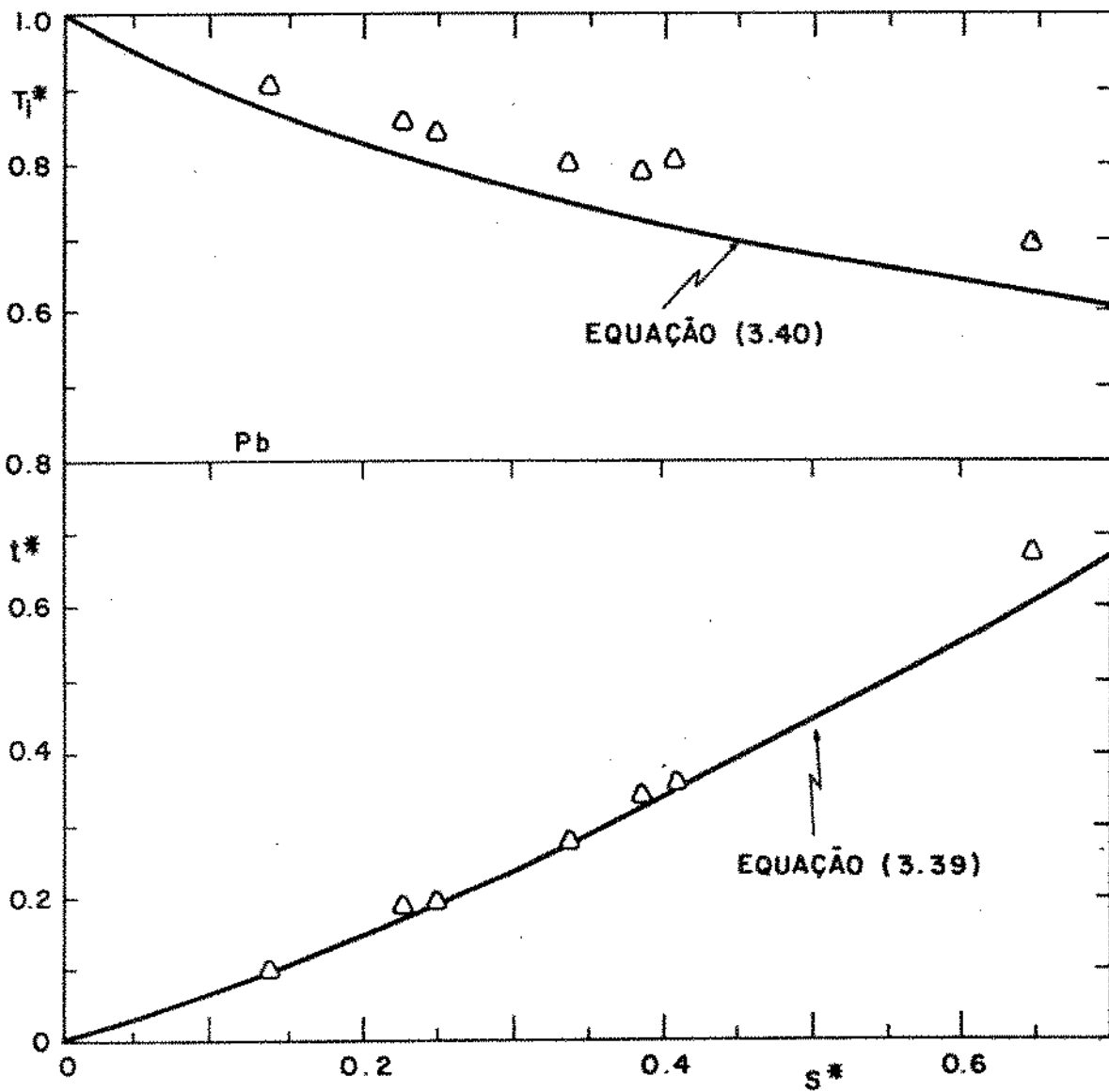


Figura 3.10 - Tempo de solidificação adimensional (t^*) e temperatura adimensional da superfície do sólido (T_i^*) em função da espessura solidificada adimensional (S^*) segundo o modelo proposto, comparado com resultados experimentais de Hills et al. (32) para solidificação de Chumbo em molde refrigerado a ar.

CAPÍTULO 4DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA A ANÁLISE
DA SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL EM MOLDES MACIÇOS

O desenvolvimento analítico do modelo proposto, para o caso de moldes maciços, baseia-se nas mesmas hipóteses fundamentais assumidas no caso de moldes refrigerados, ou seja:

- (1) O fluxo de calor é unidirecional durante o processo de solidificação, e o metal e o molde comportam-se como elementos semi-infinitos.
- (2) Considera-se a existência de resistência térmica na interface metal/molde, a qual permanece constante durante o processo de solidificação.
- (3) O metal solidifica com uma interface sólido/líquido macroscopicamente plana.
- (4) O metal solidifica sem superaquecimento no metal líquido; como consequência não existem convecção e perdas por radiação para o meio ambiente.
- (5) As propriedades físicas do metal não variam durante o processo de solidificação.

Para a abordagem deste problema, pode-se considerar um plano de referência imaginário entre o metal e o molde o qual permanece a uma temperatura T_1 , sendo que a resistência térmica de contato é repartida para ambos os lados deste plano imaginário. Esta situação é mostrada no esquema da Figura 4.1.

Desta forma, a hipótese básica para o desenvolvimento deste modelo, considera a resistência térmica de contato, do lado do metal, como equivalente a uma espessura de metal previamente solidificada em um sistema virtual imposto sobre o sistema metal/molde real, enquanto que a resistência térmica de contato, do lado do molde é considerada como equivalente a uma parcela virtual da espessura do molde. As Figuras 4.1 e 4.2 apresentam esquemas ilustrativos desta situação, onde respectivamente o sistema real é representado em termos de coordenadas temperatura-distância (T, x) e o sistema virtual é representado por (T, x') , em um instante

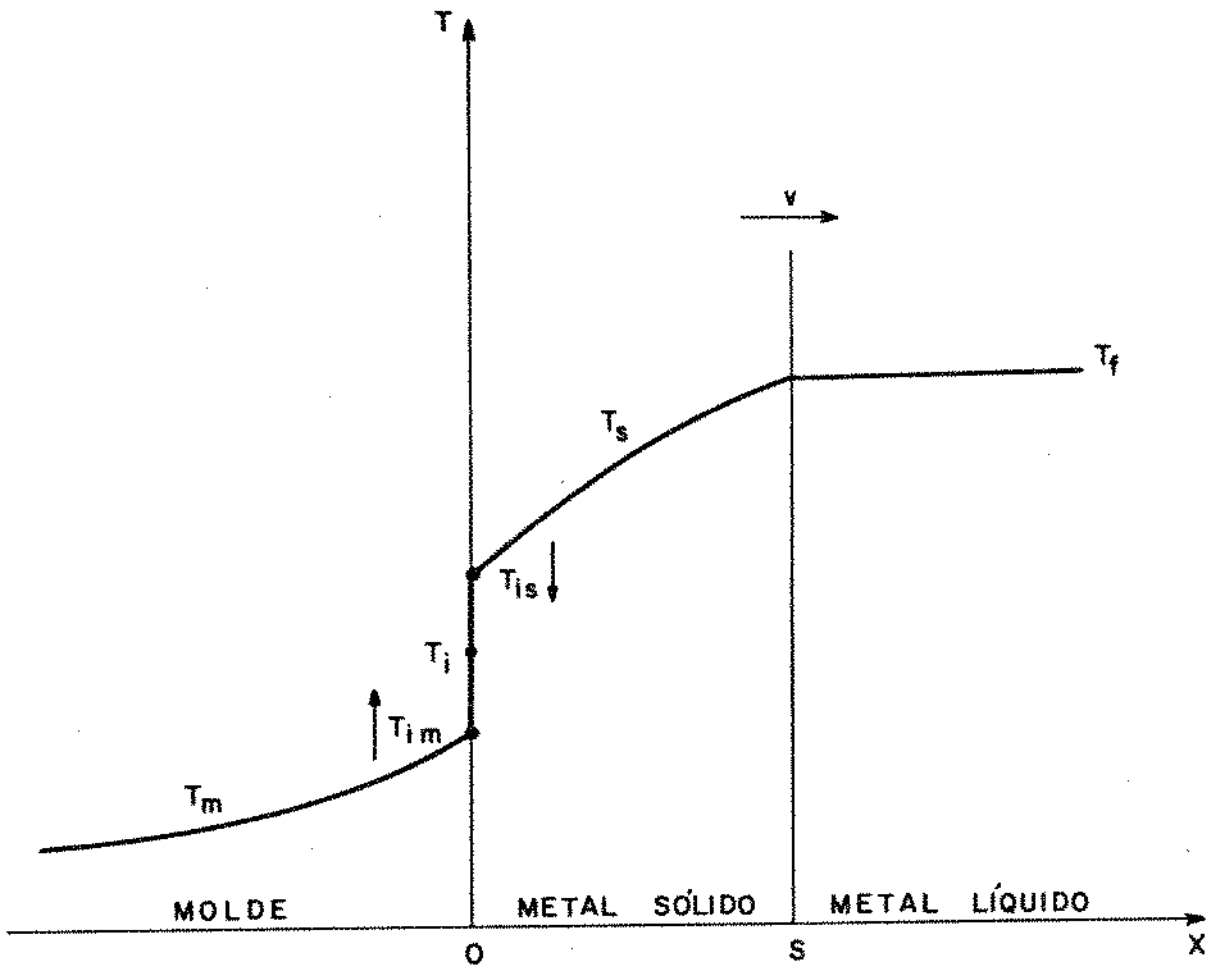


Figura 4.1 - Sistema temperatura - distância real durante a solidificação de um metal em molde maciço.

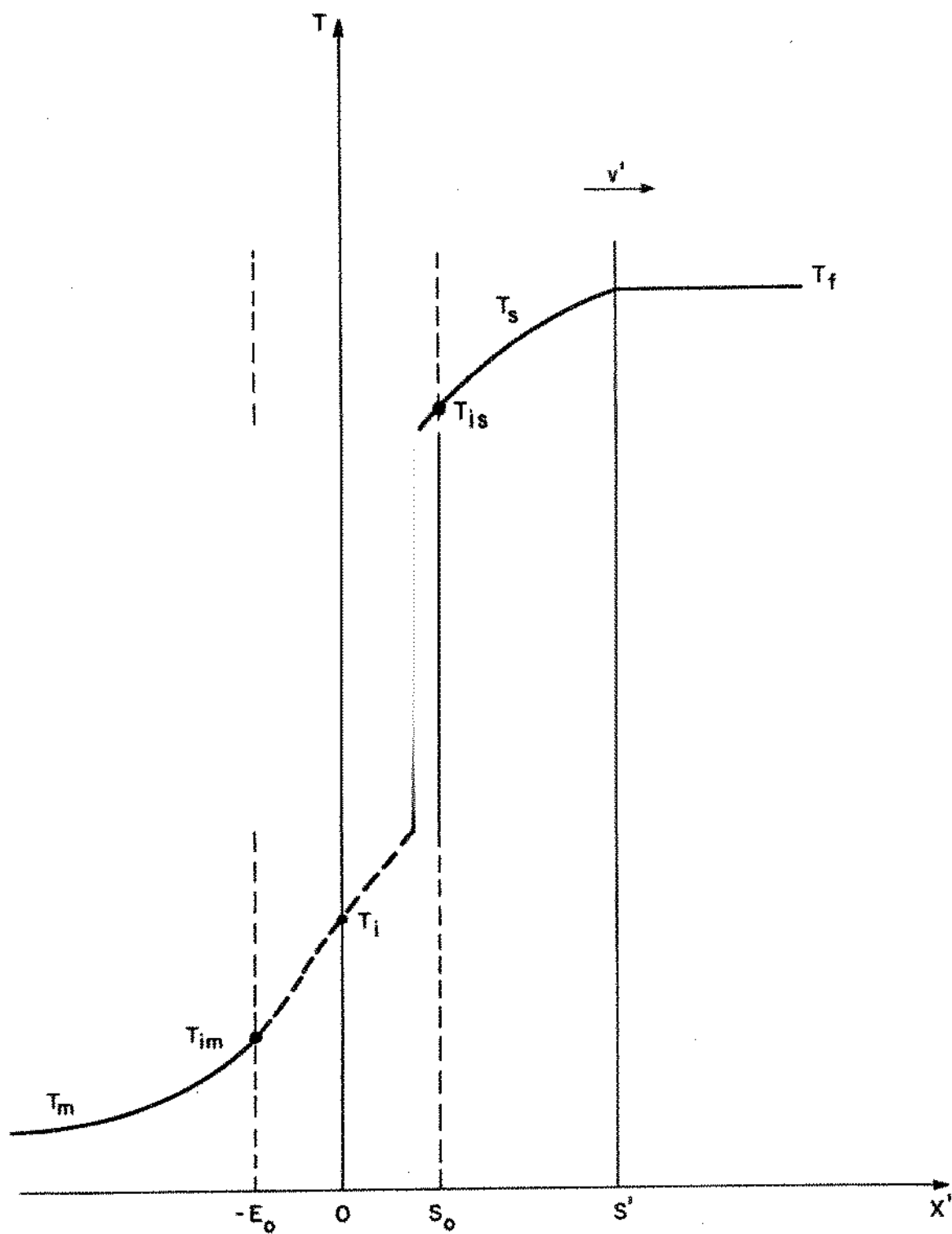


Figura 4.2 - Sistema temperatura - distância virtual durante a solidificação de um metal em molde maciço.

qualquer do processo de solidificação. O problema colocado desta forma implica em que o sistema virtual seja submetido somente a condução térmica e pode ser analisado através da equação de Fourier para condução de calor em regime não-estacionário.

A transposição do sistema real ao sistema virtual é feita através das seguintes relações:

$$x' = S_0 + x \quad ; \quad \text{para } x > 0 \quad (4.1)$$

$$x' = E_0 + x \quad ; \quad \text{para } x < 0 \quad (4.2)$$

$$S' = S_0 + S \quad (4.3)$$

$$t' = t_0 + t \quad (4.4)$$

Aplicando-se a equação de Fourier para condução térmica em regime não-estacionário:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t'}\right)_{x'} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x'^2}\right)_{x'} \quad x' \leq S' \quad (4.5)$$

cuja solução geral é:

$$T = A + B \operatorname{erf}(z) \quad (4.6)$$

onde

$$a = \frac{x'}{2\sqrt{at'}} \quad (4.7)$$

4.1. TEMPO E VELOCIDADE DE SOLIDIFICAÇÃO

Levando-se em consideração a condição de contorno do

sistema virtual na interface sólido/líquido dada pela relação:

$$x' = S' \rightarrow T_s = T_f = \text{constante} \quad (4.8)$$

e combinando a relação (4.8) com a equação (4.7) obtém-se:

$$t' = \frac{S'^2}{4a_s \phi^2} \quad (4.9)$$

e em particular para $x' = S_0$ e $t' = t_0$:

$$t_0 = \frac{S_0^2}{4a_s \phi^2} \quad (4.10)$$

Considerando-se as relações (4.3) e (4.4) e as equações (4.9) e (4.10), chega-se à seguinte equação:

$$t = \frac{S^2}{4a_s \phi^2} + \frac{S_0 S}{2a_s \phi^2} \quad (4.11)$$

A velocidade de solidificação pode ser facilmente obtida através da derivação da equação (4.11) e é dada por:

$$V = \frac{dS}{dt} = \frac{2a_s \phi^2}{(S_0 + S)} \quad (4.12)$$

4.2. PERFIL TÉRMICO DURANTE A SOLIDIFICAÇÃO

4.2.1. Perfil térmico no metal sólido

Levando-se em consideração a seguinte condição de

contorno do sistema virtual:

$$x' = 0 \rightarrow T_s = T_i \quad (4.13)$$

e combinando-se as relações (4.8) e (4.13) com a equação (4.6), as constantes de integração desta equação podem ser dadas por:

$$A_s = T_i \quad e \quad B_s = \frac{(T_f - T_i)}{\text{erf}(\phi)} \quad (4.14)$$

A equação (4.7) pode ser colocada na forma:

$$z = \frac{x'}{2\sqrt{a_s t'}} = \phi \frac{x'}{s'} = \phi \frac{S_o + x}{S_o + S} \quad (4.15)$$

e o perfil térmico no sólido ($x' > 0$) será dado pela combinação da equação (4.6) com as relações (4.14) e (4.15), na seguinte forma:

$$T_s = T_i + \frac{(T_f - T_i)}{\text{erf}(\phi)} \text{erf} \left(\phi \frac{S_o + x}{S_o + S} \right) \quad (4.16)$$

Em particular a menor temperatura do metal sólido ($x'=S_o$; $x=0$) é dada por:

$$T_{is} = T_i + \frac{(T_f - T_i)}{\text{erf}(\phi)} \text{erf} \left(\frac{\phi S_o}{S_o + S} \right) \quad (4.17)$$

4.2.2. Perfil térmico no molde

Levando-se em consideração a seguinte condição de con

torno do sistema virtual:

$$x' = 0 \rightarrow T_m = T_i \quad (4.18)$$

e

$$x' \rightarrow -\infty \rightarrow T_m = T_o \quad (4.19)$$

as constantes de integração da equação (4.6) podem ser dadas por:

$$A_m = T_i \quad e \quad B_m = T_i - T_o \quad (4.20)$$

e a equação (4.6) pode ser escrita como:

$$T_m = A_m + B_m \operatorname{erf}(z_m) \quad (4.21)$$

onde

$$z_m = \frac{x'}{2\sqrt{a_m t'}} \quad (4.22)$$

Multiplicando-se numerador e denominador da equação (4.22) por $S'\sqrt{a_s}$:

$$z_m = \frac{x'}{2\sqrt{a_m} \sqrt{t'}} \frac{S'\sqrt{a_s}}{S'\sqrt{a_s}} = N\phi \frac{x'}{S'} \quad (4.23)$$

onde

$$N = \sqrt{\frac{a_s}{a_m}} \quad (4.24)$$

e combinando-se a equação (4.23) com a equação (4.21) a distribuição de temperaturas no molde fica dada por:

$$T_m = T_i + (T_i - T_o) \operatorname{erf}\left(N\phi \frac{x'}{S'}\right) \quad (4.25)$$

ou ainda, substituindo-se as relações (4.2) e (4.3) na equação (4.25):

$$T_m = T_i + (T_i - T_o) \operatorname{erf}\left(N\phi \frac{x - E_o}{S_o + S}\right) \quad (4.26)$$

Em particular a maior temperatura do molde ($x' = -E_o$, $x = 0$) é dada por:

$$T_{im} = T_i + (T_i - T_o) \operatorname{erf}\left(-\frac{N E_o}{S_o + S}\right) \quad (4.27)$$

A Figura 4.3 apresenta um esquema da variação da menor temperatura do sólido e da maior temperatura do molde, durante o processo de solidificação.

4.2.3. Determinação da temperatura de equilíbrio na interface metal/molde (T_i)

Fazendo-se um balanço térmico em $x'=0$, tem-se:

$$k_m \left(\frac{\partial T_m}{\partial x'}\right)_o = k_s \left(\frac{\partial T_s}{\partial x'}\right)_o \quad (4.28)$$

derivando-se a equação (4.16) em relação a x' e aplicando o resultado para $x'=0$, obtêm-se:

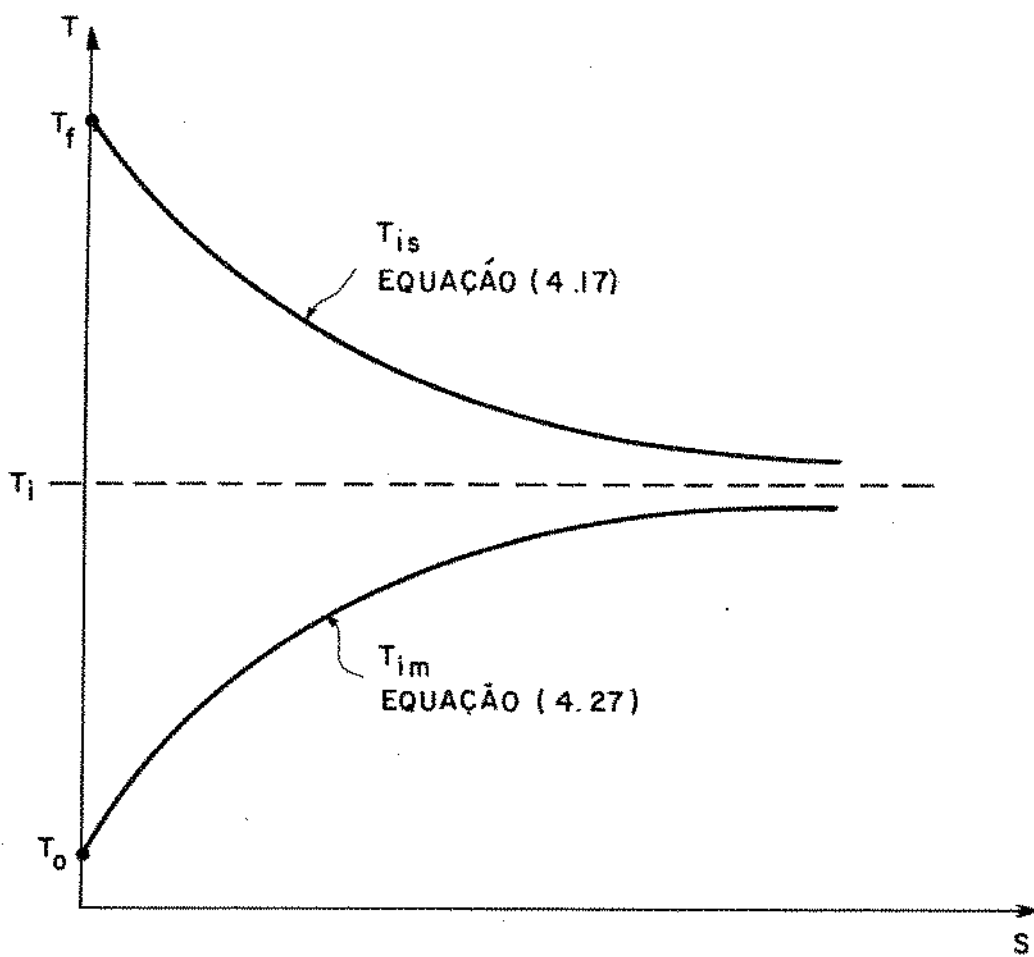


Figura 4.3 - Representação esquemática da variação da menor temperatura do sólido (T_{is}) e da maior temperatura do molde (T_{im}) em função da espessura solidificada (s).

$$\left(\frac{\partial T_s}{\partial x'}\right)_0 = \frac{(T_f - T_i)}{\operatorname{erf}(\phi)} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\phi^2 x'^2}{s'^2}\right) \frac{\phi}{s'} \quad (4.29)$$

ou

$$\left(\frac{\partial T_s}{\partial x'}\right)_0 = \frac{(T_f - T_i)}{\operatorname{erf}(\phi)} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\phi}{s'} \quad (4.30)$$

e derivando-se a equação (4.25) em relação a x' , e aplicando igualmente o resultado para $x'=0$, obtêm-se:

$$\left(\frac{\partial T_m}{\partial x'}\right)_0 = \frac{2(T_i - T_o) N \phi}{\sqrt{\pi} s'} \quad (4.31)$$

Substituindo-se as equações (4.30) e (4.31) na equação (4.28) tem-se:

$$k_m (T_i - T_o) N = \frac{k_s (T_f - T_i)}{\operatorname{erf}(\phi)} \quad (4.32)$$

ou

$$\frac{(T_f - T_i)}{(T_i - T_o)} = \frac{\operatorname{erf}(\phi)}{M} \quad (4.33)$$

onde

$$M = \frac{b_s}{b_m} \quad (4.34)$$

a equação (4.33) pode ainda ser escrita na forma:

$$(T_i - T_o) \frac{\text{erf}(\phi)}{M} = (T_f - T_i) \quad (4.35)$$

Somando-se e subtraindo-se T_i no segundo membro da equação (4.35) obtém-se:

$$(T_i - T_o) \frac{\text{erf}(\phi)}{M} = (T_f - T_o) - (T_i - T_o) \quad (4.40)$$

ou

$$(T_i - T_o) \left[\frac{1 + \text{erf}(\phi)}{M} \right] = (T_f - T_o) \quad (4.41)$$

e finalmente obtém-se

$$T_i = T_o + \frac{(T_f - T_o)M}{M + \text{erf}(\phi)} \quad (4.42)$$

4.3. DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE DE SOLIDIFICAÇÃO

Fazendo-se um balanço térmico na interface sólido/líquido ($x'=S'$; $x=S$), obtém-se:

$$k_s \left(\frac{\partial T}{\partial x'} \right)_{s'} = H d_s \frac{ds'}{dt'} \quad (4.43)$$

Derivando-se a equação (4.16) em relação a x' e aplicando-se o resultado para $x'=S'$, tem-se:

$$\left(\frac{\partial T_s}{\partial x'}\right)_{s'} = \frac{(T_f - T_i)}{\operatorname{erf}(\phi)} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-\phi^2) \frac{\phi}{s'} \quad (4.44)$$

A equação (4.15) pode ser expressa por:

$$s' = 2 \sqrt{a_s t'} \phi \quad (4.45)$$

e derivando-se a equação (4.45) em relação a t' :

$$\frac{ds'}{dt'} = \frac{\sqrt{a_s} \phi}{\sqrt{t'}} \quad (4.46)$$

e multiplicando-se numerador e denominador da equação (4.46) por $\sqrt{a_s} \phi$, obtém-se:

$$\frac{ds'}{dt'} = \frac{2a_s \phi^2}{s'} \quad (4.47)$$

Substituindo-se as equações (4.44) e (4.47) na equação (4.43) tem-se a seguinte expressão:

$$\sqrt{\pi} \phi \exp(\phi^2) \operatorname{erf}(\phi) = \frac{k_s (T_f - T_i)}{H d_s a_s} \quad (4.48)$$

ou

$$\sqrt{\pi} \phi \exp(\phi^2) \operatorname{erf}(\phi) = \frac{c_s (T_f - T_i)}{H} \quad (4.49)$$

Somando-se e subtraindo-se $\frac{\operatorname{erf}(\phi)}{M}$ na equação (4.35) obtém-se:

$$(T_f - T_i) = \frac{\text{erf}(\phi)}{M} (T_f - T_o) - \frac{\text{erf}(\phi)}{M} (T_f - T_i) \quad (4.50)$$

ou ainda

$$(T_f - T_i) = \frac{\text{erf}(\phi)}{M + \text{erf}(\phi)} (T_f - T_o) \quad (4.51)$$

substituindo-se a equação (4.51) na equação (4.49) obtêm-se:

$$\sqrt{\pi} \phi \exp(\phi^2) \left[M + \text{erf}(\phi) \right] = \frac{c_s (T_f - T_o)}{H} \quad (4.52)$$

A constante de solidificação ϕ pode ser determinada através da equação (4.52) por métodos de tentativa e erro. A Figura 4.4 mostra a solução gráfica desta equação obtida em um computador digital EAI-640.

4.4. DETERMINAÇÃO DA ESPESSURA VIRTUAL PREVIAMENTE SOLIDIFICADA

Levando-se em consideração a seguinte condição de contorno do sistema virtual:

$$t' = t_o(t=0) \rightarrow S' = S_o(S=0) \quad (4.53)$$

e fazendo-se um balanço térmico, neste instante, em $S'=S_o$, obtêm-se:

$$h_{is} (T_f - T_i) = k_s \left(\frac{\partial T_s}{\partial x'} \right)_{S_o} \quad (4.54)$$

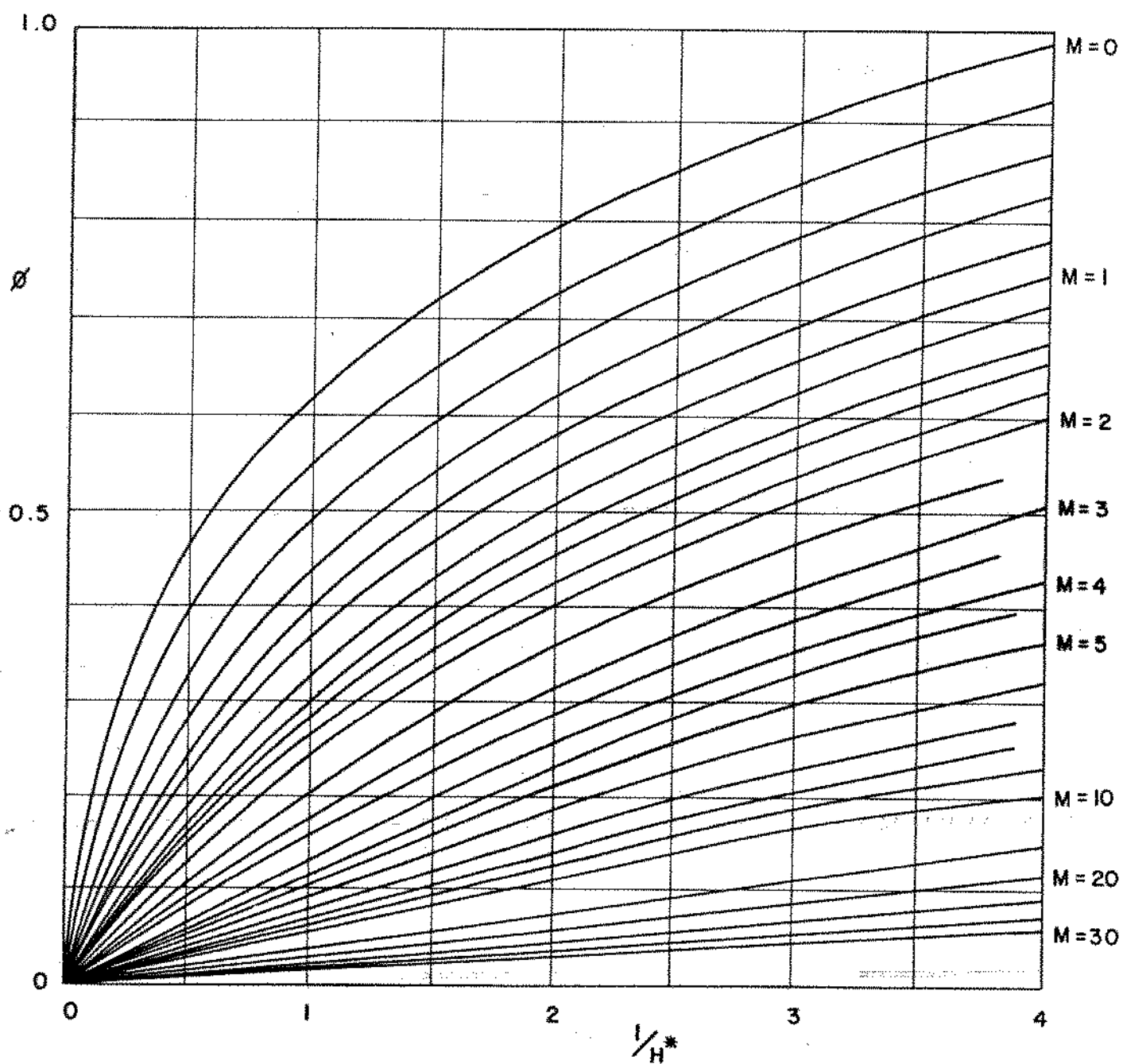


Figura 4.4 - Solução gráfica da equação que determina a constante de solidificação (ϕ).

Derivando-se a equação (4.16) em relação a x' e aplicando-se o resultado para $x' = S' = S_0$, tem-se:

$$\left(\frac{\partial T_s}{\partial x'}\right)_{S_0} = \frac{(T_f - T_i)}{\operatorname{erf}(\phi)} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-\phi^2) \frac{\phi}{S_0} \quad (4.55)$$

Substituindo-se a equação (4.55) na equação (4.54):

$$h_{i_s}(T_f - T_i) = \frac{k_s(T_f - T_i)}{\operatorname{erf}(\phi)} \frac{2\phi}{\sqrt{\pi} \exp(\phi^2) S_0} \quad (4.56)$$

Multiplicando-se e dividindo-se o segundo membro da equação (4.56) por ϕ obtêm-se:

$$\frac{2k_s \phi^2}{h_{i_s} S_0} = \sqrt{\pi} \phi \exp(\phi^2) \operatorname{erf}(\phi) \quad (4.57)$$

Combinando-se as equações (4.49) e (4.57), resulta:

$$\frac{2k_s \phi^2}{h_{i_s} S_0} = \frac{c_s(T_f - T_i)}{H} \quad (4.58)$$

ou

$$S_0 = \frac{2a_s \phi^2 H d_s}{h_{i_s}(T_f - T_i)} \quad (4.59)$$

4.5. DETERMINAÇÃO DA PARCELA VIRTUAL DA ESPESSURA DO MOLDE

Levando-se em consideração a seguinte condição de

contorno do sistema virtual:

$$t' = t_0(t=0) \quad + \quad x' = -E_0(S=0) \quad (4.60)$$

e fazendo-se um balanço térmico, neste instante, em $x' = -E_0$, obtêm-se:

$$h_{im}(T_i - T_0) = k_m \left(\frac{\partial T_m}{\partial x'} \right)_{-E_0} \quad (4.61)$$

Derivando-se a equação (4.25) em relação a x' , e aplicando-se o resultado para $x' = -E_0$, tem-se:

$$\left(\frac{\partial T_m}{\partial x'} \right)_{-E_0} = \frac{(T_i - T_0) 2 N \phi}{\sqrt{\pi} S_0} \exp \left(\frac{-N^2 \phi^2 E_0^2}{S_0^2} \right) \quad (4.62)$$

Substituindo-se a equação (4.62) na equação (4.61):

$$h_{im}(T_i - T_0) = \frac{(T_i - T_0) 2 N \phi k_m}{\sqrt{\pi} S_0 \exp(N^2 \phi^2 E_0^2 / S_0^2)} \quad (4.63)$$

ou ainda:

$$\frac{N^2 \phi^2 E_0^2}{S_0^2} = \ln \left(\frac{2 N \phi k_m}{\sqrt{\pi} h_{im} S_0} \right) \quad (4.64)$$

e a espessura virtual do molde é dada por:

$$E_0 = \frac{S_0}{N \phi} \sqrt{\ln \left(\frac{2 N k_m}{\sqrt{\pi} h_{im} S_0} \right)} \quad (4.65)$$

4.6. DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DE TRANSMISSÃO DE CALOR, DO LADO DO METAL (h_{is}) E DO LADO DO MOLDE (h_{im})

Como a resistência térmica do contato ficou repartida em duas parcelas, cada uma delas situadas respectivamente no lado do metal e no lado do molde, pode-se escrever a seguinte relação:

$$R_i = R_{im} + R_{is} \quad (4.66)$$

ou colocada em termos do coeficiente de transmissão de calor:

$$\frac{1}{h_i} = \frac{1}{h_{im}} + \frac{1}{h_{is}} = \frac{h_{im} + h_{is}}{h_{im} h_{is}} \quad (4.67)$$

Levando-se em consideração a condição de contorno do sistema virtual dada pela relação (4.53) pode-se escrever:

$$h_{im} (T_i - T_o) = h_{is} (T_f - T_i) = h_i (T_f - T_o) \quad (4.68)$$

ou

$$\frac{(T_f - T_i)}{(T_i - T_o)} = \frac{h_{is}}{h_{im}} \quad (4.69)$$

Combinando-se a equação (4.35) com a equação (4.69), obtêm-se:

$$h_{im} = \frac{h_{is} M}{\text{erf}(\phi)} \quad (4.70)$$

Da equação (4.68) pode-se ainda extrair a seguinte expressão:

$$\frac{(T_i - T_o)}{(T_f - T_o)} = \frac{h_i}{h_{im}} \quad (4.71)$$

Combinando-se a equação (4.41) com a equação (4.71), obtêm-se:

$$h_{im} = \frac{h_i [M + \text{erf}(\phi)]}{M} = \left[1 + \frac{\text{erf}(\phi)}{M} \right] h_i \quad (4.72)$$

Comparando-se as equações (4.70) e (4.72), tem-se:

$$h_{is} = \frac{\text{erf} \phi [M + \text{erf}(\phi)]}{M^2} h_i = \frac{\text{erf}(\phi)}{M} \left[1 + \frac{\text{erf}(\phi)}{M} \right] h_i \quad (4.73)$$

4.7. FORMA DIMENSIONAL DO MODELO PROPOSTO

Tomando-se a equação (4.11), que relaciona o tempo de solidificação com a espessura solidificada, e substituindo nesta equação o valor de S_o dado pela expressão (4.59), obtêm-se:

$$t = \frac{1}{4a_s \phi^2} S^2 + \frac{H d_s}{h_{is} (T_f - T_i)} S \quad (4.74)$$

e combinando-se a equação (4.68) com a equação (4.74), chega-se:

$$t = \frac{1}{4a_s \phi^2} S^2 + \frac{H d_s}{h_i (T_f - T_o)} S \quad (4.75)$$

que é idêntica à equação (3.26) obtida para o caso de solidificação em molde refrigerado:

Desta forma, a velocidade de solidificação fica dada pela equação (3.28), desenvolvida para o caso de moldes refrigerados.

O perfil de temperatura no metal sólido, pode ser determinado reescrevendo-se a equação (4.16) na seguinte forma:

$$T_s = T_i + \frac{(T_f - T_i)}{\operatorname{erf}(\phi)} \operatorname{erf} \left(\phi \frac{\beta + 2\alpha x}{\beta + 2\alpha S} \right) \quad (4.76)$$

onde α e β são dados pela relação (3.27).

Combinando-se as equações (4.42) e (4.51) com a equação (4.76), resulta:

$$T_s = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{M + \operatorname{erf}(\phi)} \left[M + \operatorname{erf} \left(\phi \frac{\beta + 2\alpha x}{\beta + 2\alpha S} \right) \right] \quad (4.77)$$

Em particular, a menor temperatura do metal sólido é dada por:

$$T_{is} = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{M + \operatorname{erf}(\phi)} \left[M + \operatorname{erf} \left(\phi \frac{\beta}{\beta + 2\alpha S} \right) \right] \quad (4.78)$$

O perfil de temperatura no molde, pode ser determinado reescrevendo-se a equação (4.26) na seguinte forma:

$$T_m = T_i + (T_i - T_o) \operatorname{erf} \left(N\phi \frac{x - E_o}{\beta + 2\alpha S} \right) \quad (4.89)$$

Combinando-se as equações (4.41) e (4.42) com a equação (4.79), obtêm-se:

$$T_m = T_o + \frac{(T_f - T_o)M}{M + \text{erf}(\phi)} \left[1 + \text{erf}\left(N\phi \frac{x - E_o}{\beta + 2\alpha S}\right) \right] \quad (4.80)$$

Em particular a maior temperatura do molde \bar{E} é dada por:

$$T_{im} = T_o + \frac{(T_f - T_o)M}{M + \text{erf}(\phi)} \left[1 + \text{erf}\left(\frac{-N\phi E_o}{\beta + 2\alpha S}\right) \right] \quad (4.81)$$

Combinando-se a equação (4.72) e a relação (3.30), com a equação (4.65), a parcela virtual da espessura do molde fica dada por:

$$E_o = \frac{\beta}{2\alpha N\phi} \sqrt{\ln \left\{ \frac{4 MN k_m \alpha \phi}{\sqrt{\pi} \beta h_1 [M + \text{erf}(\phi)]} \right\}} \quad (4.82)$$

4.8. FORMA ADIMENSIONAL DO MODELO PROPOSTO

As equações (4.75), (4.77) e (4.80) resumem o modelo proposto para o caso de moldes maciços. O modelo pode ainda ser colocado na forma adimensional adquirindo um caráter geral e extensivo.

As equações representativas da cinética de solidificação são as mesmas obtidas no caso de moldes refrigerados, sendo que a equação (3.33) relaciona o tempo de solidificação adimensional com a espessura solidificada adimensional.

A equação (4.77) que permite a determinação do perfil térmico no metal sólido, adimensionalizada assume a seguinte forma:

$$T_s^* = \frac{(T_s - T_o)}{(T_f - T_o)} = M + \text{erf}\left(\phi \frac{S_o^* + x^*}{S_o^* + S^*}\right) / M + \text{erf}(\phi) \quad (4.83)$$

e a equação (4.80) que permite a determinação do perfil térmico no metal, adimensionalizada fica:

$$T_m^* = \frac{(T_m - T_o)}{(T_f - T_o)} = \frac{M}{M + \operatorname{erf}(\phi)} \left[1 + \operatorname{erf} \left(N\phi \frac{x^* - E_o^*}{S_o^* + S^*} \right) \right] \quad (4.84)$$

CAPÍTULO 5

MATERIAIS E MÉTODOS UTILIZADOS

5.1. METAIS E LIGAS UTILIZADOS

Na realização dos trabalhos experimentais foram utilizados os seguintes metais e ligas:

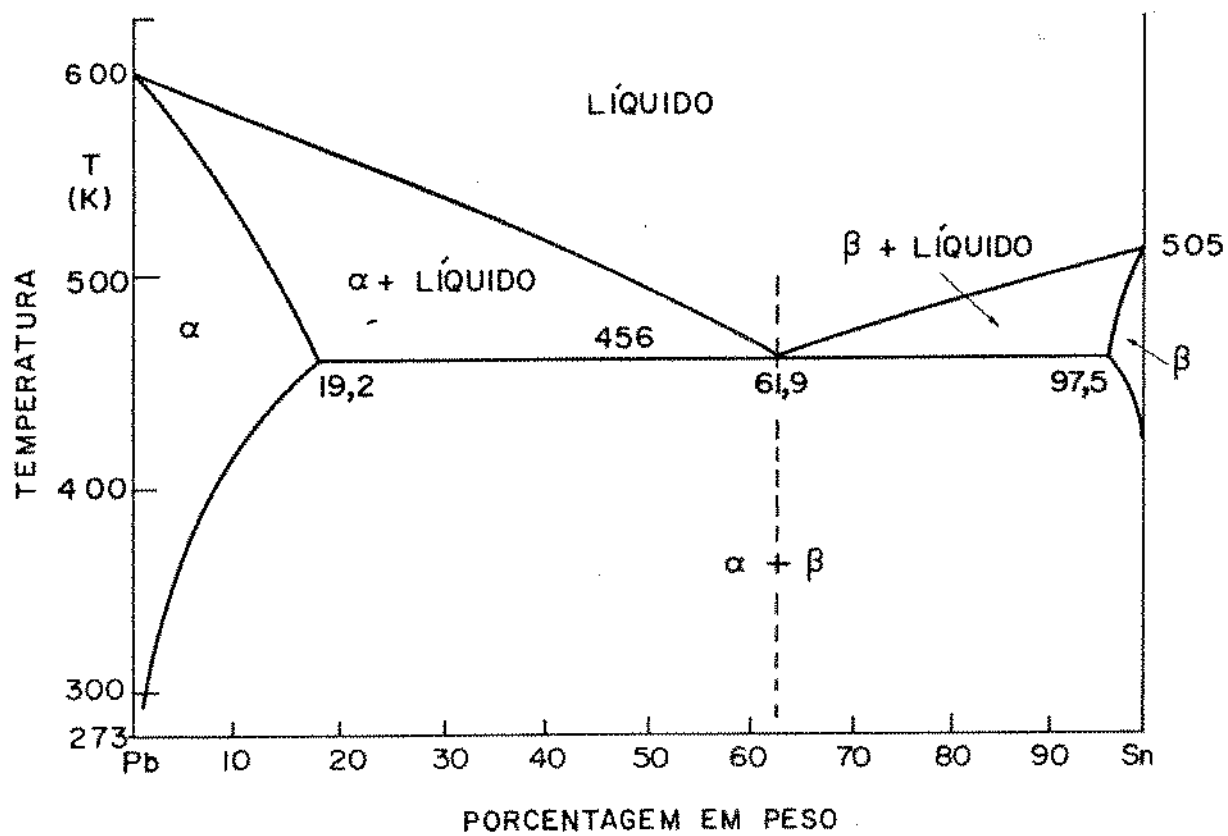
- Estanho
- Chumbo
- Zinco
- Alumínio
- Eutético Estanho-Chumbo
- Eutético Alumínio-Cobre

Todos os metais relacionados acima foram utilizados com grau de pureza comercial e cujas composições químicas encontram-se apresentadas na Tabela 5.1. Estes metais foram selecionados para serem utilizados nos trabalhos experimentais principalmente pelo fato de cobrirem uma faixa bastante representativa dentro da gama dos metais não ferrosos, além de apresentarem suas propriedades físicas amplamente divulgadas na literatura e não possuírem pontos de fusão muito elevados, o que facilita sua manipulação em laboratório.

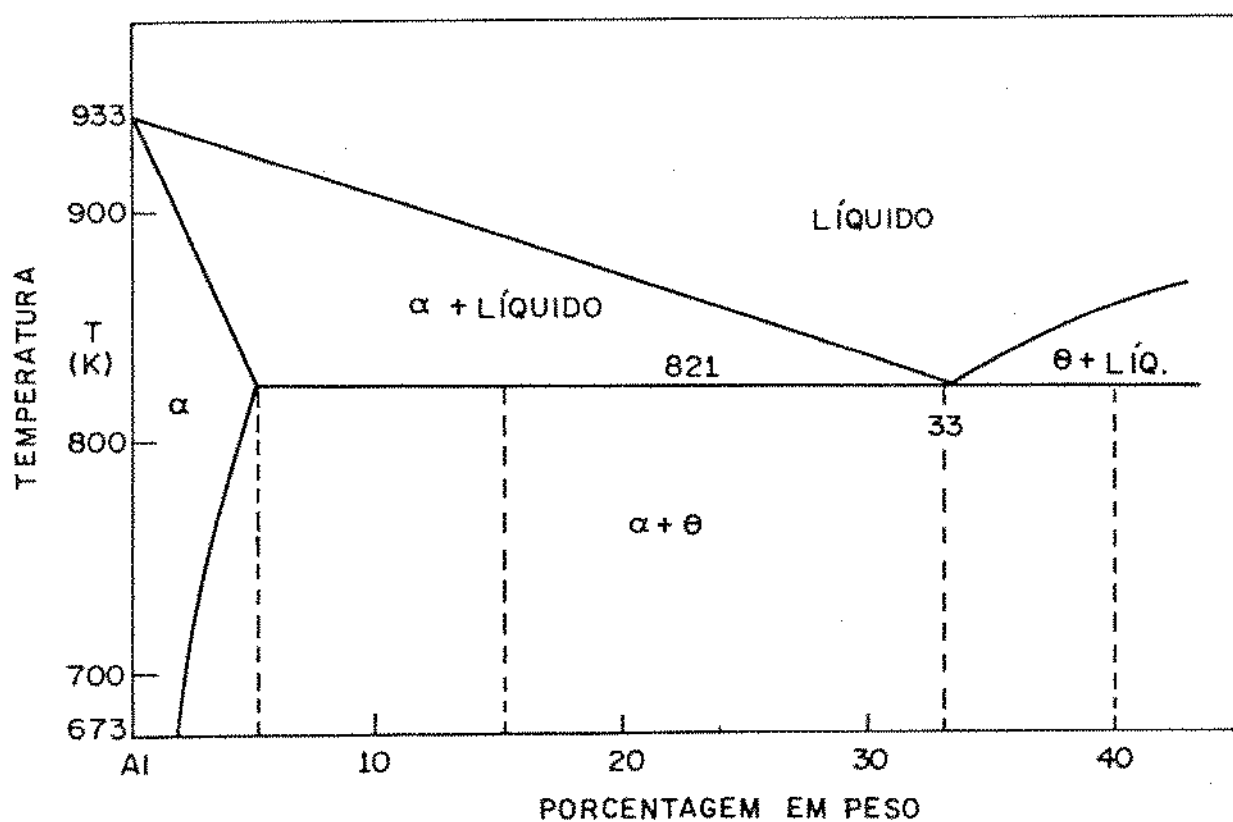
Para os trabalhos experimentais com ligas metálicas, foram selecionadas as ligas de composição eutética dos sistemas Estanho-Chumbo e Alumínio-Cobre, ligas estas classicamente utilizadas na literatura especializada para a comprovação experimental de desenvolvimentos teóricos de nucleação, crescimento e formação estrutural dos eutéticos de modo geral (50, 51, 52, 53, 54, 55). A Figura 5.1 (a) e (b) apresenta o diagrama de equilíbrio binário dos sistemas Estanho-Chumbo e Alumínio-Cobre (parcial) (56). Para a obtenção da composição eutética, os metais foram pesados em uma balança analítica marca Sartorius, modelo 1100, sendo posteriormente diluídos na proporção estequiométrica requerida pelo eutético. No processo de diluição foram utilizados cadinhos novos e desidratados e o processo foi acompanhado de agitação manual, por quinze minutos, com bastão de aço inoxidável recoberto com tinta refratária à base de Alumina. Em seguida, as

METAL	COMPOSIÇÃO QUÍMICA - PORCENTAGEM EM PESO										
	Sn	Zn	Fe	Ni	Mn	Pb	Cu	Si	Mg	Cr	
CHUMBO	0,25	0,0038	0,002	0,003	-	resto	-	-	-	-	
ZINCO	-	resto	0,005	-	0,0025	0,096	-	-	-	-	
ALUMÍNIO	-	-	0,182	0,0148	-	-	0,0242	0,103	0,0013	-	
ESTANHO	resto	-	0,009	-	0,0025	0,19	0,007	-	-	-	
COBRE	-	-	-	-	-	0,002	resto	0,09	-	0,27	

TABELA 5.1 - Composição química dos metais utilizados (análise realizada nos laboratórios da Metal Leve S.A.).



(a)



(b)

Figura 5.1 - Diagrama de equilíbrio binário dos sistemas:

(a) Estanho - Chumbo

(b) Alumínio - Cobre

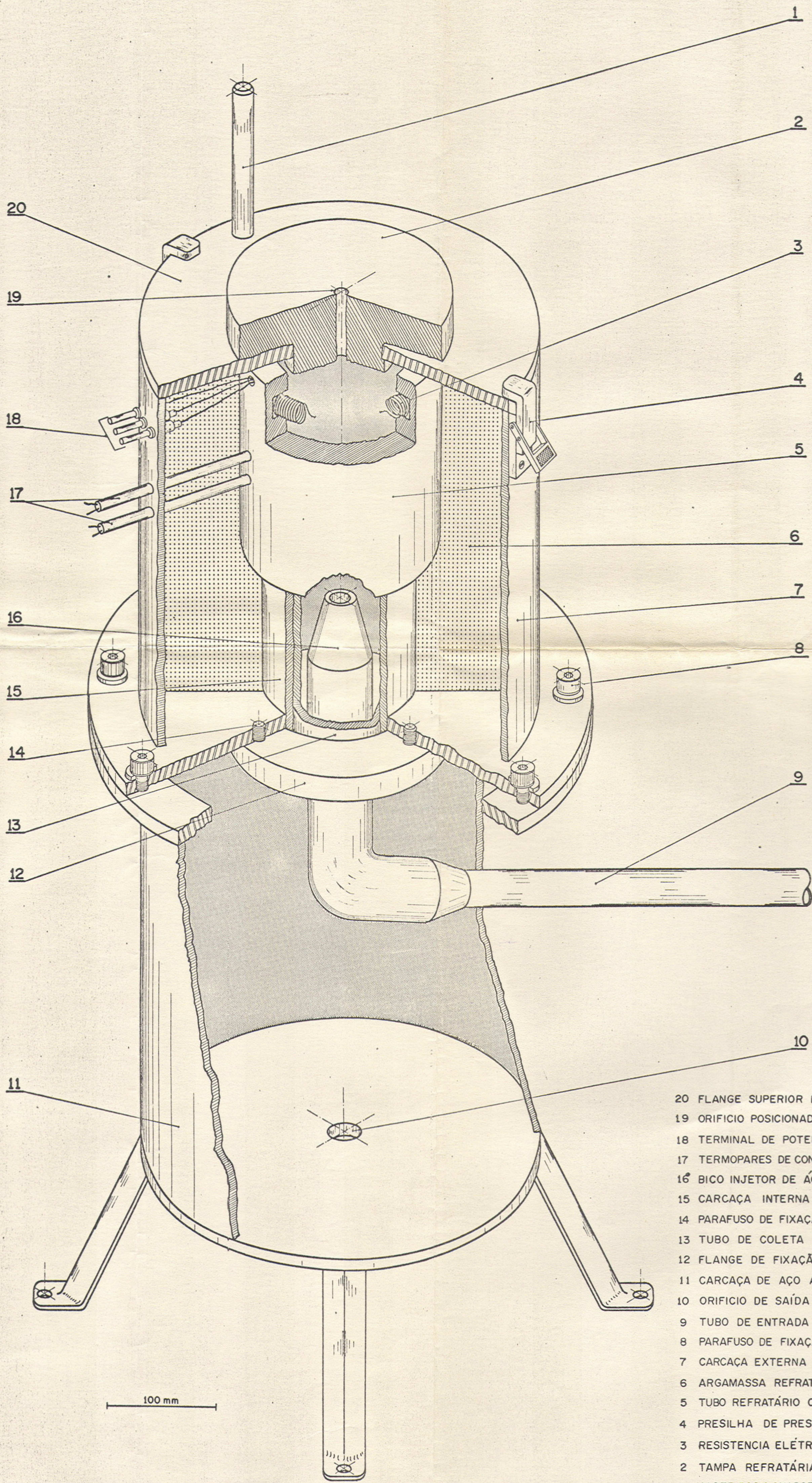
ligas foram vazadas em lingoteiras convencionais para serem posteriormente refundidas e solidificadas em dispositivos adequados. As análises térmicas e estrutural foram utilizadas na comprovação da composição eutética.

As propriedades físicas dos metais e dos eutéticos utilizados encontram-se no Apêndice 4 deste trabalho.

5.2. DISPOSITIVO DA SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL REFRIGERADO A ÁGUA

Os metais e as ligas de composição eutética utilizados foram solidificados em um dispositivo de solidificação unidirecional especialmente projetado e construído e que se encontra detalhado na Figura 5.2 (a) e (b). A solidificação unidirecional foi realizada de forma vertical e ascendente de modo a minimizar a convecção térmica e assegurar um contato térmico metal/molde virtualmente constante durante o processo de solidificação, através da minimização na formação de "gaps" de ar (45). Os metais e as ligas eutéticas foram fundidos "in situ" no dispositivo, cujas paredes laterais são constituídas de um forno elétrico tubular, com as resistências elétricas de fio Kanthal A-1, distribuídas em duas zonas com potência de 1000 watts cada, e controladas independentemente através de chaves automáticas para controle de temperaturas. Esta distribuição tem por objetivos manter o metal líquido homogeneizado a uma temperatura constante a aproximadamente 5°C acima do ponto de fusão, superaquecimento este desprezível porém necessário para manter todo o metal no estado líquido, e tornar desprezível as trocas laterais de calor durante o processo de solidificação. A verificação da temperatura em cada zona de aquecimento, era feita através de termopares cromel-alumel de 1,2mm de diâmetro, protegidos com bainha de silimnita e acoplados a um indicador digital de temperaturas Leeds & Northrup modelo 927.

No centro do forno, adaptou-se um tubo de aço inoxidável de 54mm de diâmetro interno e 60mm de diâmetro externo, cujas paredes internas foram recobertas com uma pintura isolante à base de Alumina, para facilitar a retirada posterior do lingote, evitar microsoldagens e dificultar trocas laterais de calor. Na parte inferior do tubo, fixou-se sob pressão um molde circular de



- 20 FLANGE SUPERIOR DE FIXAÇÃO
 19 ORIFÍCIO POSICIONADOR DO DIPSTICK
 18 TERMINAL DE POTENCIA ELÉTRICA
 17 TERMOPARES DE CONTROLE DAS ZONAS DE AQUECIMENTO
 16 BICO INJETOR DE ÁGUA
 15 CARÇAÇA INTERNA DE AÇO ABNT 1010
 14 PARAFUSO DE FIXAÇÃO DA FLANGE
 13 TUBO DE COLETA DA ÁGUA
 12 FLANGE DE FIXAÇÃO DA BASE
 11 CARÇAÇA DE AÇO ABNT 1010
 10 ORIFÍCIO DE SAÍDA DE ÁGUA
 9 TUBO DE ENTRADA DE ÁGUA
 8 PARAFUSO DE FIXAÇÃO
 7 CARÇAÇA EXTERNA DE AÇO ABNT 1010
 6 ARGAMASSA REFRAATÁRIA
 5 TUBO REFRAATÓRIO COM RANHURAS
 4 PRESILHA DE PRESSÃO
 3 RESISTENCIA ELÉTRICA DE FIO KANTHAL A-1
 2 TAMPA REFRAATÁRIA
 1 HASTE POSICIONADORA DA ESCALA DO DIPSTICK

FORNO DE SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL REFRIGERADO A ÁGUA

FIGURA 5-2a

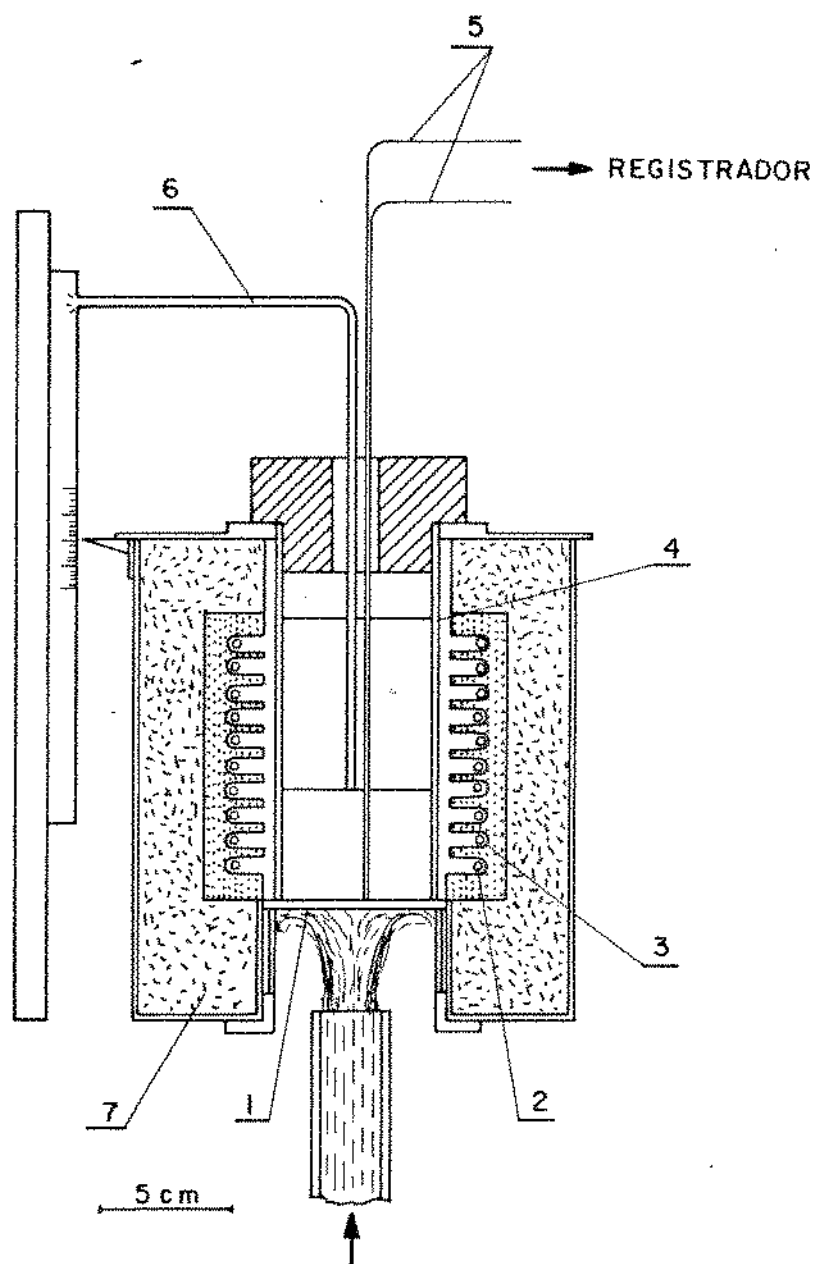


Figura 5.2.b - Representação esquemática do dispositivo de solidificação unidirecional refrigerado a água.

1. Chapa molde de aço ABNT 1020
2. Resistências elétricas de fio Kanthal A-1
3. Capa isolante de material cerâmico
4. Tubo de aço inoxidável
5. Termopar
6. Dipstick
7. Paredes externas de chapa de aço ABNT 1020

chapa de aço ABNT 1020, com 2,5mm de espessura. A refrigeração do molde foi feita através de um jato de água, cujo fluxo de 0,23 l/s foi ajustado previamente às experiências definitivas por técnicas de tentativa e erro, com a finalidade de se obter estruturas regularmente unidirecionais, como a macroestrutura mostrada na Figura 5.3. Para dar início ao processo de solidificação, o aquecimento elétrico era desligado ao mesmo tempo em que o fluido de refrigeração era acionado.

A Figura 5,4 apresenta uma vista externa do dispositivo de solidificação unidirecional.

5.3. SOLIDIFICAÇÃO EM MOLDES MACIÇOS

Algumas experiências com Chumbo, foram realizados em moldes maciços de aço ABNT 1020, com diferentes espessuras, quais sejam: 100mm (semi-infinito), 40, 30, 15 e 5mm, para a solidificação de lingotes de aproximadamente 60mm de comprimento. Nessas experiências o metal era previamente fundido em uma mufla de 14 KW de potência, marca Brasimet, ao mesmo tempo em que um tubo de 54mm de diâmetro interno, de aço inoxidável e recoberto internamente com uma pintura isolante à base de Alumina, tubo este utilizado como lingoteira, era mantido no interior da mufla a uma temperatura pouco acima da temperatura de fusão do metal. Após a fusão, o cadinho contendo o metal era retirado da mufla e o metal líquido era agitado mecanicamente para homogeneizar a distribuição de temperaturas, até cerca de 5°C acima da temperatura de fusão. Neste ponto a lingoteira era retirada da mufla e posicionada sobre o molde, ao mesmo tempo em que uma bateria de termopares era adaptada sobre a lingoteira, quando então o metal era vazado e simultaneamente era acionado um registrador gráfico de temperaturas. A Figura 5.5 apresenta uma sequência dos moldes maciços utilizados. A Figura 5.6 apresenta a macroestrutura de um lingote de Chumbo mostrando a unidirecionalidade da estrutura obtida com a técnica utilizada para a solidificação em moldes maciços.

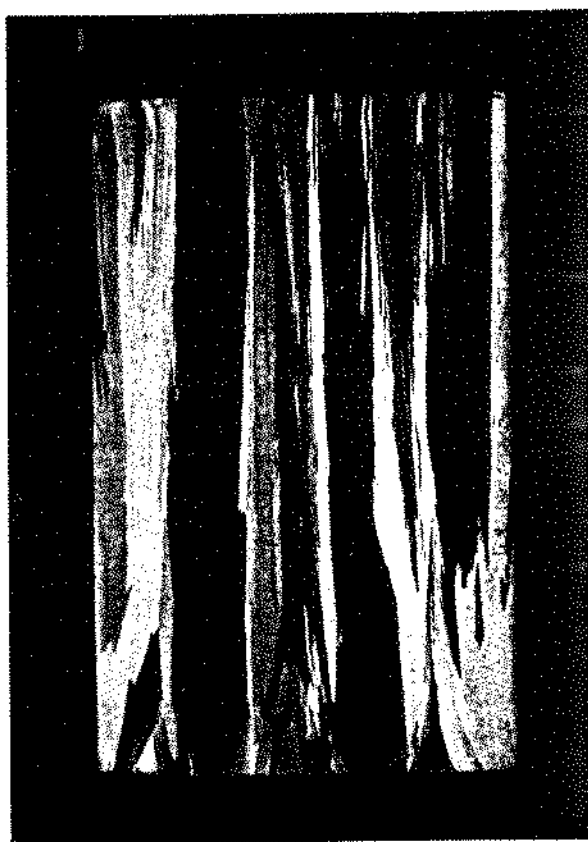


Figura 5.3 - Macrografia longitudinal de um lingote de Alumínio solidificado no dispositivo de solidificação unidirecional (molde recoberto com Dycote 39).

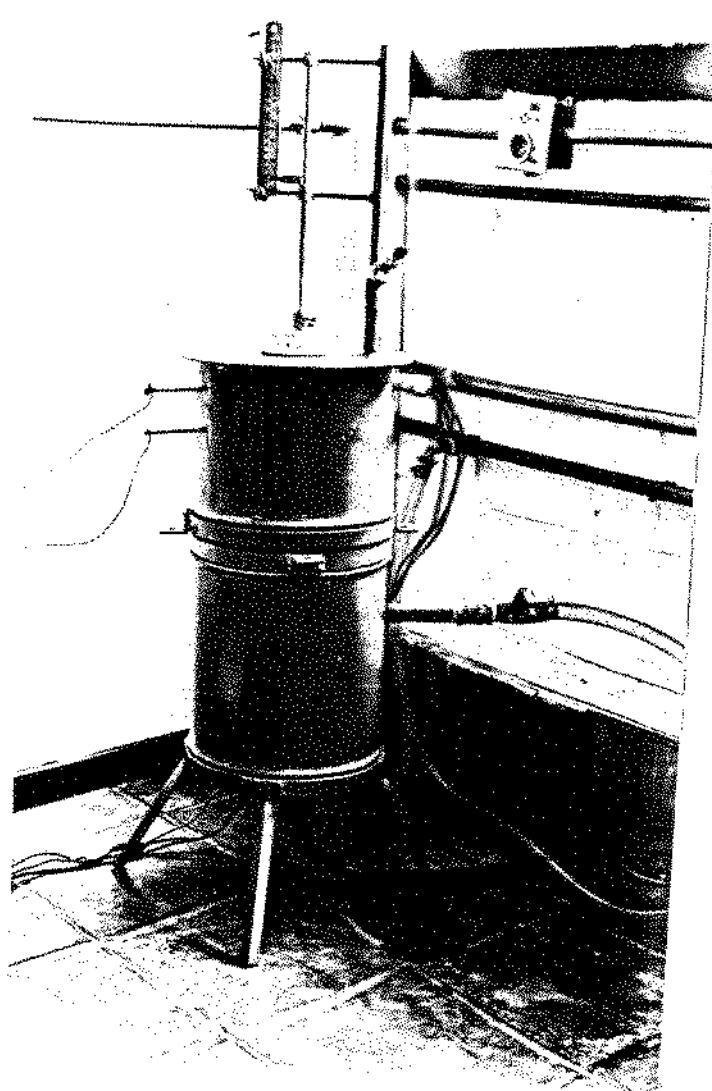


Figura 5.4 - Vista externa do dispositivo de solidificação unidirecional.

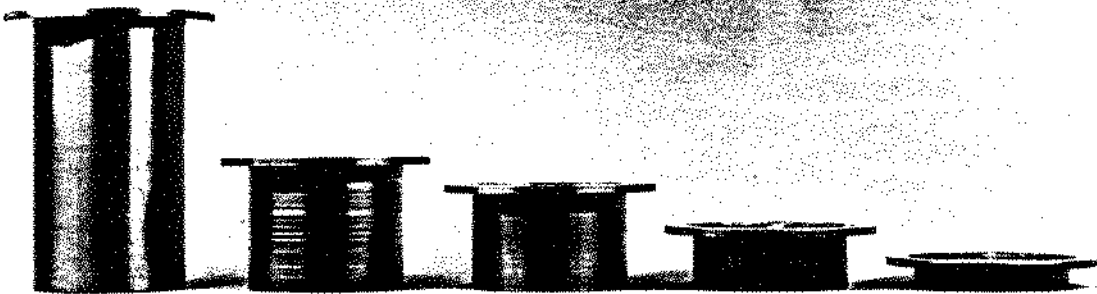
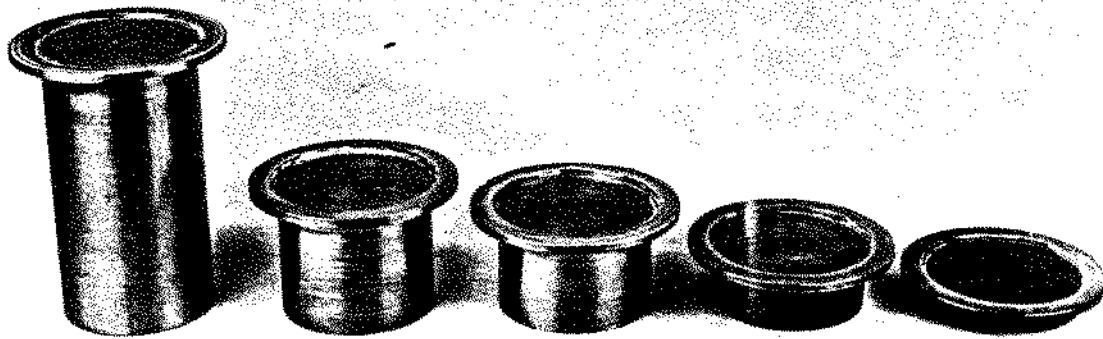


Figura 5.5 - Sequência de moldes maciços utilizados com diferentes espessuras (e)

- (a) $e = 10 \times 10^{-2} \text{m}$
- (b) $e = 4 \times 10^{-2} \text{m}$
- (c) $e = 3 \times 10^{-2} \text{m}$
- (d) $e = 1,5 \times 10^{-2} \text{m}$
- (e) $e = 0,5 \times 10^{-2} \text{m}$

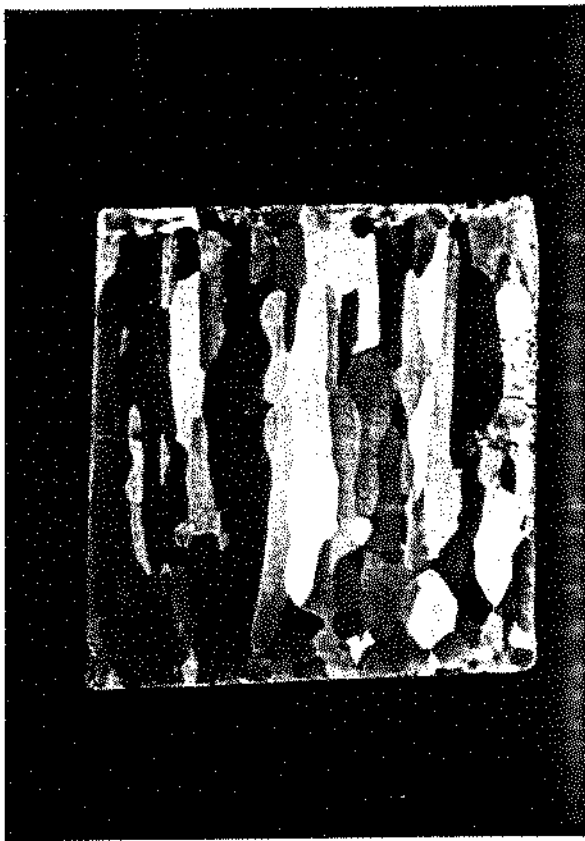


Figura 5.6 - Macroestrutura longitudinal de um lingote de Chumbo obtido em molde maciço de aço ABNT 1020, com espessura de molde igual a $4 \times 10^{-2} \text{m}$.

5.4. TIPOS DE CONTATO TÉRMICO NA INTERFACE METAL/MOLDE

A eficiência do contato térmico na interface metal/molde, é função essencialmente do estado superficial do molde. Dependendo da rugosidade, películas oxidadas e principalmente de películas de recobrimentos protetoras, haverá uma modificação na resistência térmica do contato metal/molde (18, 28, 29). Assim sendo, pode-se variar a eficiência do contato térmico através da aplicação de diferentes recobrimentos isolantes na superfície interna do molde. Neste trabalho os moldes foram utilizados em duas condições de contato térmico:

- superfície do molde polida com lixas d'água.
- superfície do molde recoberta com Dycote 39, de fabricação Foseco (recobrimento isolante à base de Alumina) com espessura de aproximadamente 100 μ .

No caso da superfície polida, o polimento foi executado com lixas d'água de granulação 220 e 400 enquanto que no caso da superfície recoberta, o recobrimento isolante foi aplicado através de pistola pressurizada.

Nas experiências realizadas com o molde polido, no dispositivo de solidificação refrigerado a água, o metal ou o eutético eram fundidos previamente em um forno tipo mufla, com potência de 14 KW, marca Brasimet, com a finalidade de impedir a formação de películas de óxido sobre o molde, caso o metal ou o eutético fossem fundidos diretamente no dispositivo.

Nas experiências realizadas com moldes maciços, os dois tipos de contato térmico na interface metal/molde só foram utilizados no caso de moldes semi-infinitos, enquanto que nas experiências com diferentes espessuras de molde utilizou-se apenas moldes polidos.

5.5. TÉCNICAS DE MEDIDA DE TEMPERATURA E DE AVANÇO DA INTERFACE SÓLIDO/LÍQUIDO

O movimento da interface sólido/líquido durante o processo de solidificação em molde refrigerado, foi medido a-

través da técnica de "dipstick", técnica já amplamente consagrada e cuja eficiência foi comprovada em trabalhos experimentais de diversos autores (32, 47, 57).

A determinação das temperaturas nos lingotes, durante o processo de solidificação, foi realizada através do posicionamento adequado de termopares chromel-alumel de 0,3mm de diâmetro, com junta isolada e isolação mineral recoberto com bainha de aço inoxidável de 1,5mm de diâmetro, devidamente acoplados a um registrador de temperaturas multi-canal, marca Philips, tipo PM 9831. Para a determinação da temperatura da interface metal/molde o termopar foi posicionado a um milímetro da superfície interna do molde.

No caso específico da solidificação unidirecional de Chumbo e Zinco em molde refrigerado a água, foram posicionados três termopares a 10, 30 e 50mm da interface metal/molde, com a finalidade de determinar-se a variação do perfil térmico da camada solidificada durante o processo de solidificação.

Nas experiências realizadas com moldes maciços, o avanço da interface sólido/líquido durante a solidificação, foi determinado através de análise térmica das curvas de resfriamento obtidas com termopares dispostos nas seguintes posições:

- (a) molde semi-infinito: na superfície externa do molde, a 1mm da superfície interna do molde, e a 10, 20, 30, 40 e 50mm da interface metal/molde.
- (b) moldes de diferentes espessuras: na superfície externa do molde, a 1mm da superfície interna do molde, e a 10, 20 e 40mm da interface metal/molde.

A análise térmica de curvas de resfriamento foi também utilizada na comprovação de algumas medidas de tempos de solidificação realizadas através da técnica do "dipstick", durante a solidificação unidirecional de metais e eutéticos em moldes refrigerados a água.

Com o objetivo de verificar a repetibilidade dos resultados obtidos com as técnicas de medida de temperatura e avanço da interface sólido/líquido foram repetidas algumas experiências em condições idênticas.

As Figuras 5.7 e 5.8 apresentam montagens dos elementos utilizados respectivamente na determinação do avanço da interface sólido/líquido pela técnica do "dipstick" e na determinação do perfil térmico na camada solidificada, durante a solidificação unidirecional em molde refrigerado a água.

A Figura 5.9 apresenta um exemplo típico de curvas de resfriamento obtidas para quatro diferentes pontos de um lingote de Zinco solidificado unidirecionalmente em molde polido refrigerado a água.

5.6. TÉCNICAS METALOGRAFICAS

Os lingotes obtidos foram seccionados longitudinalmente na parte central, sendo que a operação de corte dos mesmos foi realizada de maneira extremamente cuidadosa, utilizando a menor velocidade de corte e o menor avanço possível, com o intuito de evitar ao máximo deformação superficial e recristalização da estrutura principalmente nos lingotes de materiais de dureza mais baixa. O lixamento da superfície de observação metalográfica foi executado manualmente e em etapas com lixas de granulação progressiva (180, 220, 400 e 600), com o objetivo de não causar nova deformação e eliminar ao máximo qualquer provável de formação e recristalização decorrentes do processo de corte dos lingotes.

Para a revelação da macroestrutura dos lingotes dos metais e ligas eutéticas utilizados foram empregadas as seguintes soluções de ataque químico:

(a) Alumínio

solução de: 64 ml de ácido clorídrico
32 ml de ácido nítrico
4 ml de ácido fluorídrico

(b) Chumbo

Reagente de Russel:
solução de 80 ml de ácido nítrico em
220 ml de água destilada misturada imediatamente antes da utilização a uma solução de 45 g
de molibdato de amônia em 300 ml de água desti-

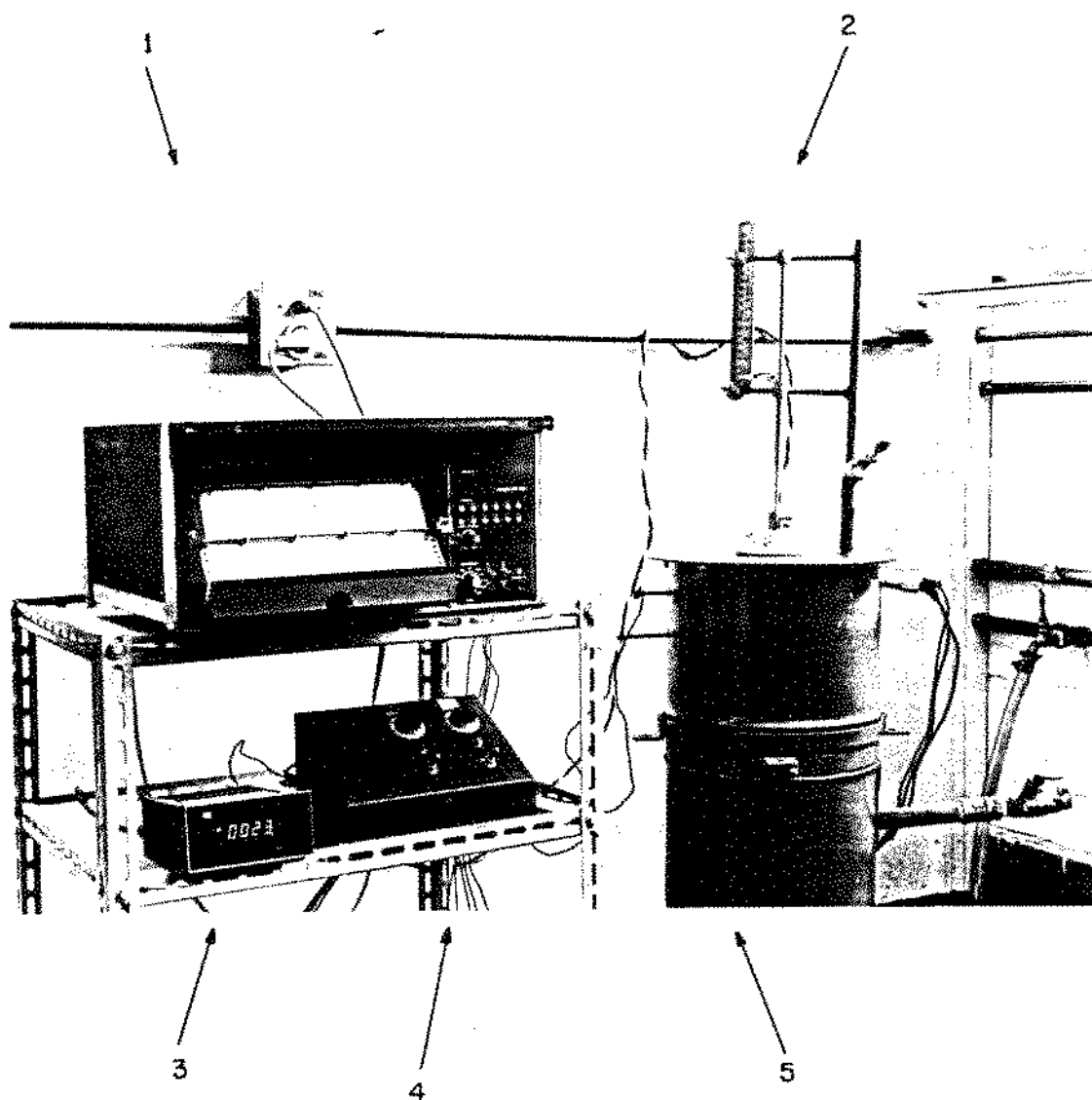


Figura 5.7 - Esquema da montagem experimental utilizada na determinação da cinética de solidificação unidirecional em moldes refrigerados a água.

1. Registrador de Temperaturas
2. Dipstick
3. Indicador de Temperaturas
4. Chaves de Controle das Zonas de Aquecimento
5. Dispositivo de Solidificação Unidirecional.

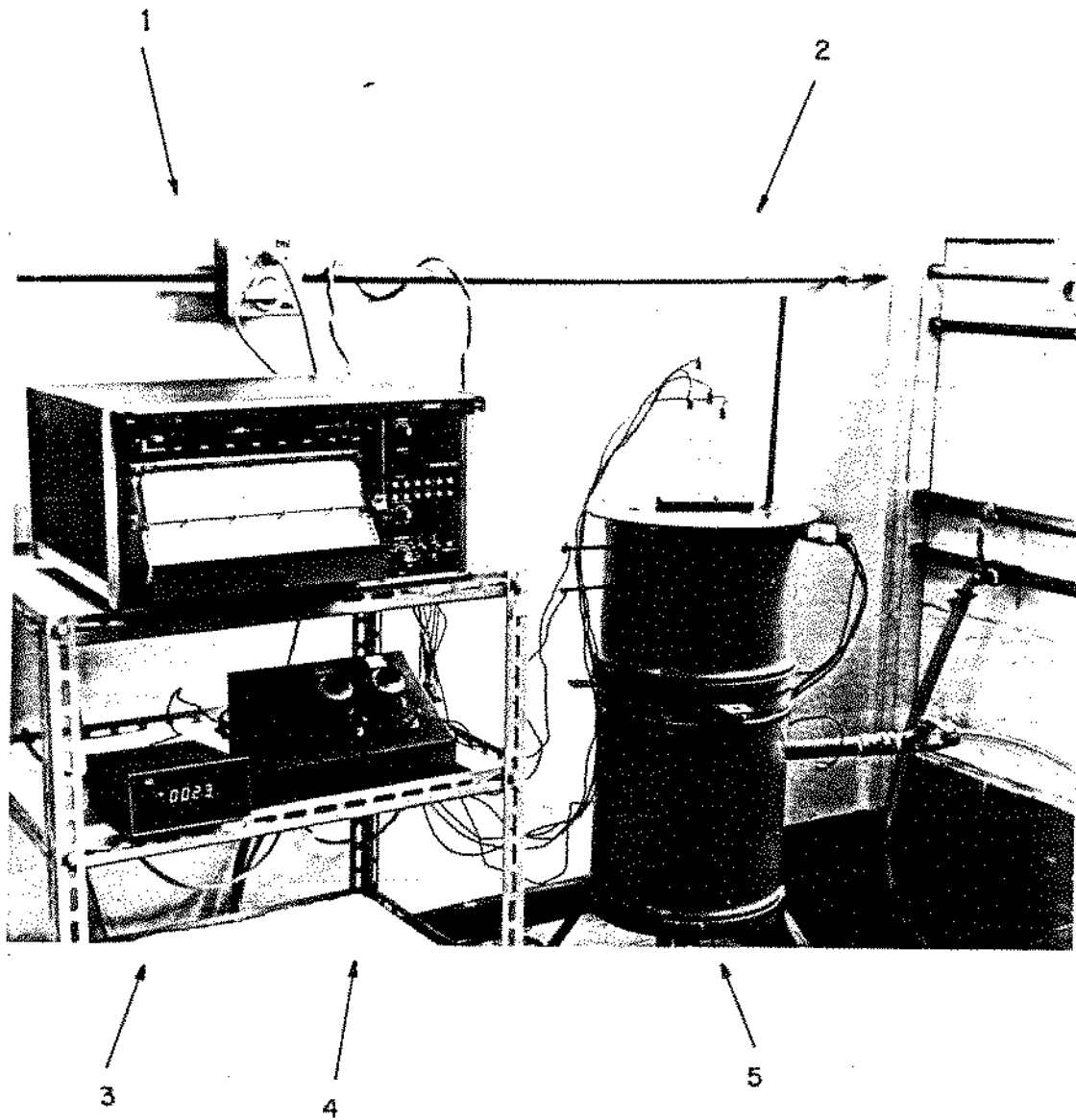


Figura 5.8 - Esquema da montagem experimental utilizada na determinação da distribuição de temperaturas durante a solidificação unidirecional em moldes refrigerados.

1. Registrador de temperaturas
2. Termopares posicionados no interior do metal
3. Indicador de temperaturas
4. Chaves de controle das zonas de aquecimento
5. Dispositivo de solidificação unidirecional

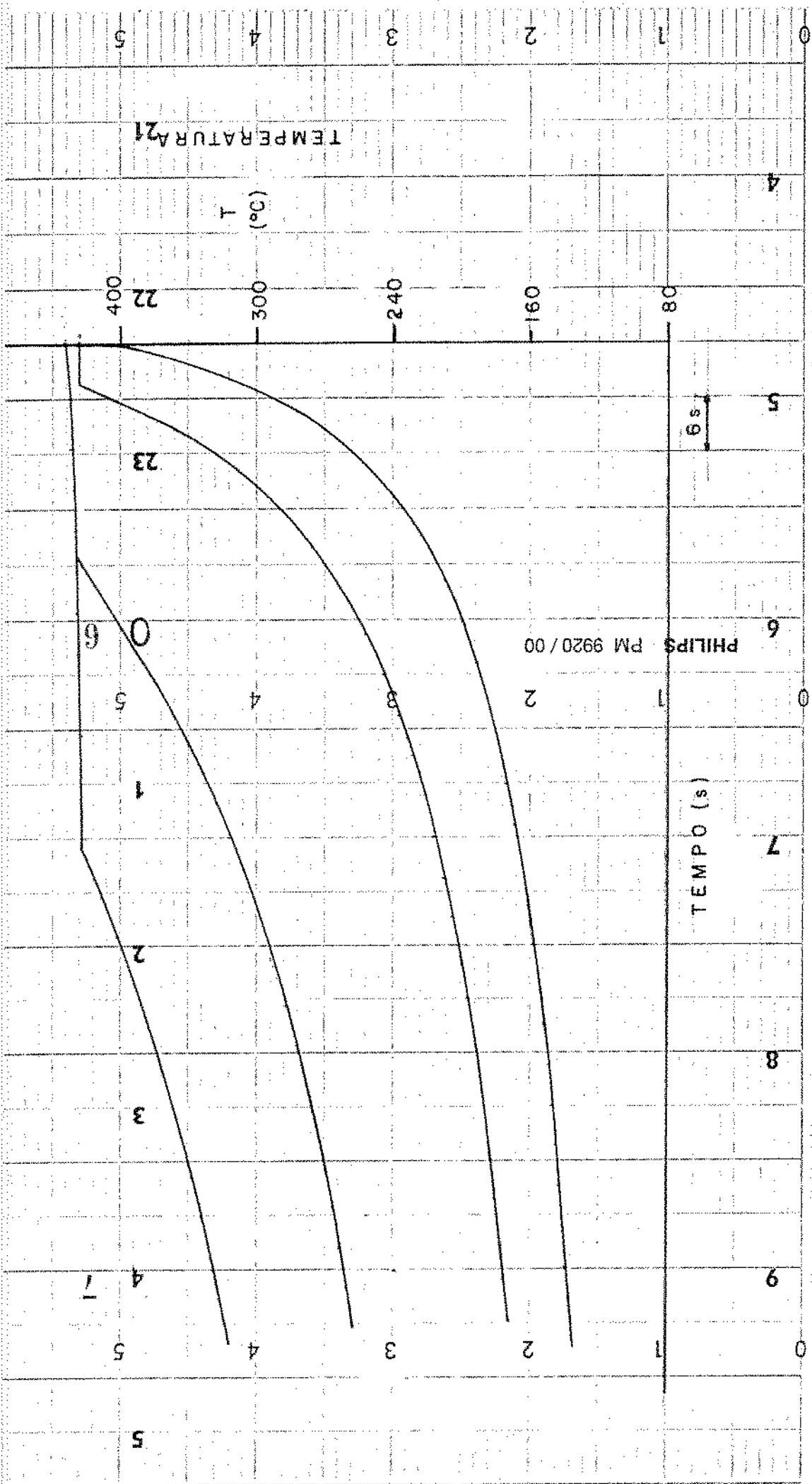


Figura 5.9 - Exemplo do registro de curvas de resfriamento para o caso de solidificação unidirecional de Zinco em molde polido refrigerado a água. Termopares posicionados junto à interface metal/molde e à $1,0 \times 10^{-2} \text{m}$, $3 \times 10^{-2} \text{m}$ e $5 \times 10^{-2} \text{m}$ da interface metal/molde.

lada.

- (c) Estanho
solução saturada de persulfato de amônia.
- (d) Zinco
solução concentrada de ácido clorídrico em
água destilada
- (e) Eutético Estanho-Chumbo
solução de 4% de ácido nítrico em água
destilada
- (f) Eutético Alumínio-Cobre
solução de 15% de hidróxido de sódio em água
destilada a 70°C.

5.7. CONSIDERAÇÕES A RESPEITO DA PRECISÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DAS TÉCNICAS UTILIZADAS

Os resultados relativos à distribuição de temperaturas no metal, bem como os resultados relativos à cinética do processo de solidificação obtidos por termometria, tem sua precisão limitada pelo registrador de temperaturas Philips multicanal PM-8235 utilizado neste trabalho, que é de 0,25% do fundo de escala, o que resulta em uma precisão de $\pm 2^{\circ}\text{C}$ para o fundo de escala de 800°C utilizado.

Com relação aos resultados de cinética de solidificação obtidos através da técnica do "dipstick", foi repetida uma série de três experiências na solidificação unidirecional de Chumbo em molde recoberto, todas realizadas nas mesmas condições de solidificação, verificando-se desta forma a dispersão dos resultados em torno da média. A Tabela 5.2 apresenta estes resultados apontando a variação percentual dos mesmos em relação à média obtida. Pode-se notar que nenhum dos resultados experimentais apresentou desvio maior do que 5,3% em relação à média, evidenciando a boa repetibilidade dos resultados obtidos através desta técnica, o que inclusive já foi ressaltado por outros autores (32, 47, 57) que se utilizaram experimentalmente do dipstick para a determinação da cinética de solidificação unidirecional de metais puros e ligas de composição eutética.

S ($\text{m} \times 10^{-2}$)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	\bar{t} (s)
0,5	6 0%	6 0%	6 0%	6,0
1,0	13 -2,54%	14 +5,03%	13 -2,54%	13,33
1,5	24 -5,25%	26 +2,65%	25 -1,30%	25,33
2,0	36 -1,80%	37 +0,93%	37 +0,93%	36,66
2,5	50 -1,96%	52 +1,96%	51 0%	51,0
3,0	61 -1,61%	63 +1,61%	62 0%	62,0
3,5	76 -3,38%	81 +2,97%	79 +2,11%	78,66
4,0	93 -3,13%	99 +3,13%	96 0%	96,0
4,5	112 -1,75%	116 +1,75%	114 0%	114,0
5,0	130 -1,54%	134 +1,54%	132 0%	132,0
5,5	149 -1,32%	153 +1,32%	151 0%	151,0
6,0	166 -1,97%	173 +2,17%	169 -0,19%	169,33

TABELA 5.2 - Resultados experimentais obtidos na solidificação unidirecional do Chumbo em molde recoberto refrigerado a água, para três experiências distintas realizadas nas mesmas condições de solidificação. Os valores percentuais indicam a variação dos resultados em torno da média.

CAPÍTULO 6

RESULTADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS

Os resultados experimentais obtidos neste trabalho serão apresentados em seguida, na forma gráfica, enquanto o Apêndice 5 apresenta estes mesmos resultados agrupados na forma de tabelas e na mesma sequência de apresentação deste capítulo.

6.1. SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL DE METAIS EM MOLDES REFRIGERADOS A ÁGUA

A Figura 6.1 mostra a variação da espessura solidificada em função do tempo de solidificação, no caso da solidificação unidirecional do Chumbo para duas condições de contato térmico na interface metal/molde, ou seja em função do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde. Pode-se notar a sensível influência do valor deste coeficiente sobre a cinética do processo de solidificação. De forma semelhante, embora de modo ainda mais evidente do que sobre a cinética do processo, o tipo de contato térmico influencia a variação da temperatura da interface metal/molde durante o processo de solidificação, conforme mostra a Figura 6.2 para o mesmo caso do Chumbo. As Figuras 6.3 e 6.4 mostram a distribuição de temperaturas no metal solidificado em função da distância à interface metal/molde, respectivamente para molde polido e molde recoberto, também para a solidificação unidirecional do Chumbo. Nota-se a sensível diferença de gradientes térmicos, quando é alterada a condição de contato térmico, passando-se de um molde polido a um molde recoberto com uma película isolante, principalmente no primeiro centímetro da camada solidificada. Nota-se também que o perfil térmico no sólido apresenta-se de forma bastante próxima a uma distribuição linear no caso do molde recoberto com a película isolante.

A Figura 6.5 mostra a variação da espessura solidificada em função do tempo de solidificação no caso da solidificação unidirecional do Zinco para duas condições de contato térmico na interface metal/molde. Pode-se notar que o Zinco é um metal sob ponto de vista de solidificação, particularmente sensível à influência do coeficiente de transmissão de calor da interface me-

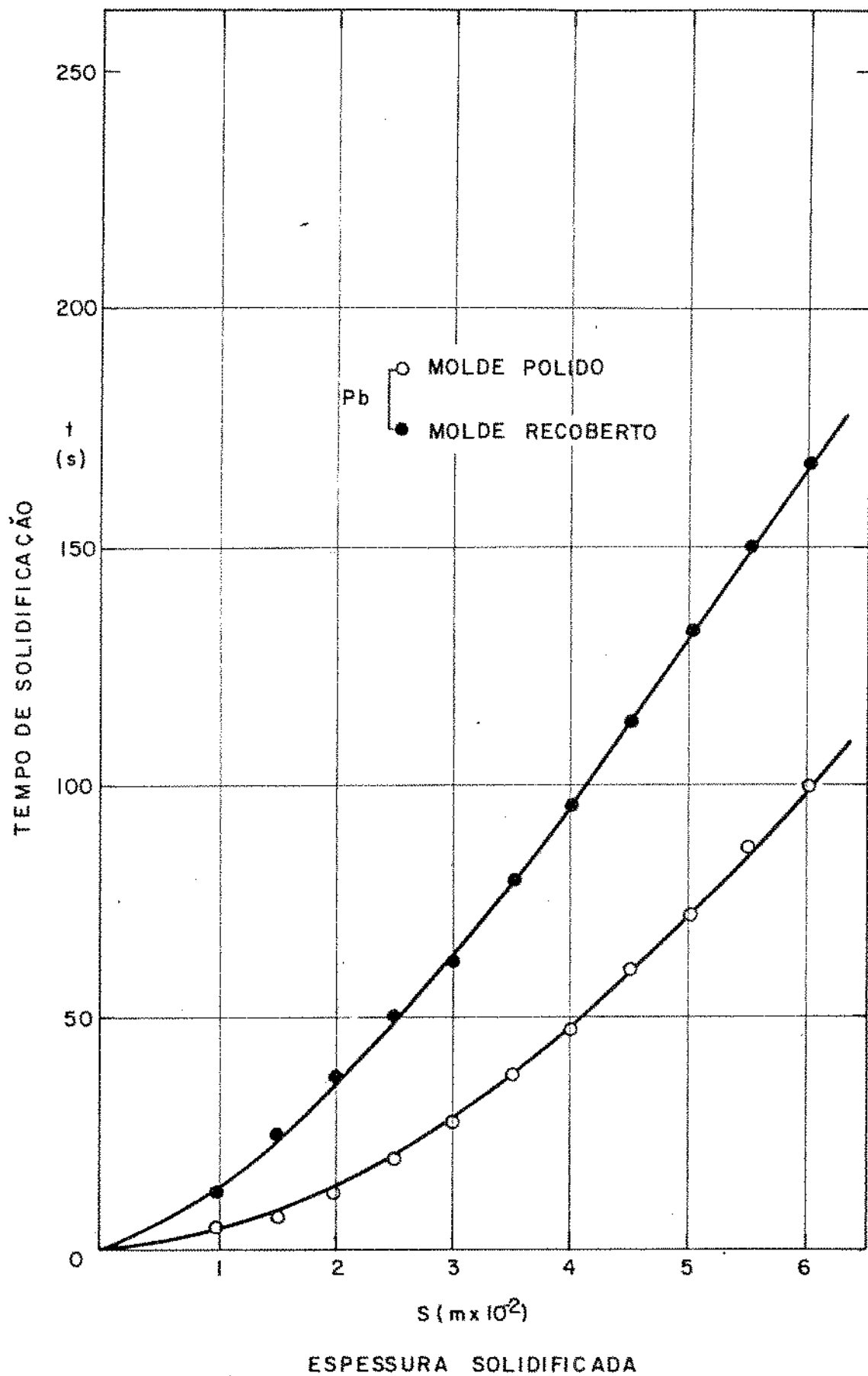


Figura 6.1 - Resultados experimentais da cinética de solidificação do Chumbo em molde refrigerado a água para diferentes condições de contato térmico na interface metal/molde. Tempo (t) para solidificar uma espessura (S).

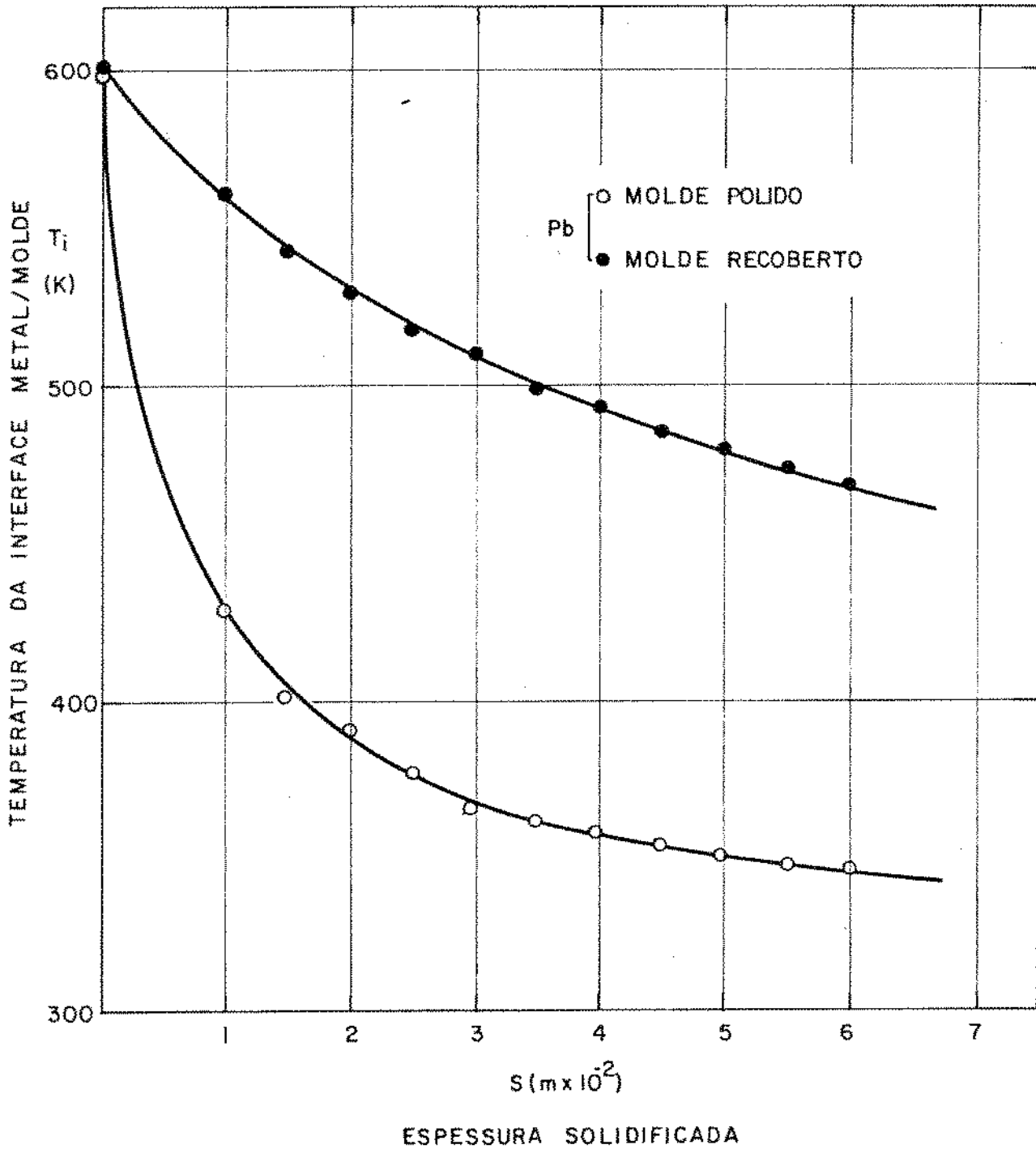


Figura 6.2 - Variação da temperatura da interface metal/molde (T_i) em função da espessura solidificada (S), na solidificação do Chumbo em molde refrigerado a água sob duas condições de contato térmico na interface metal/molde.

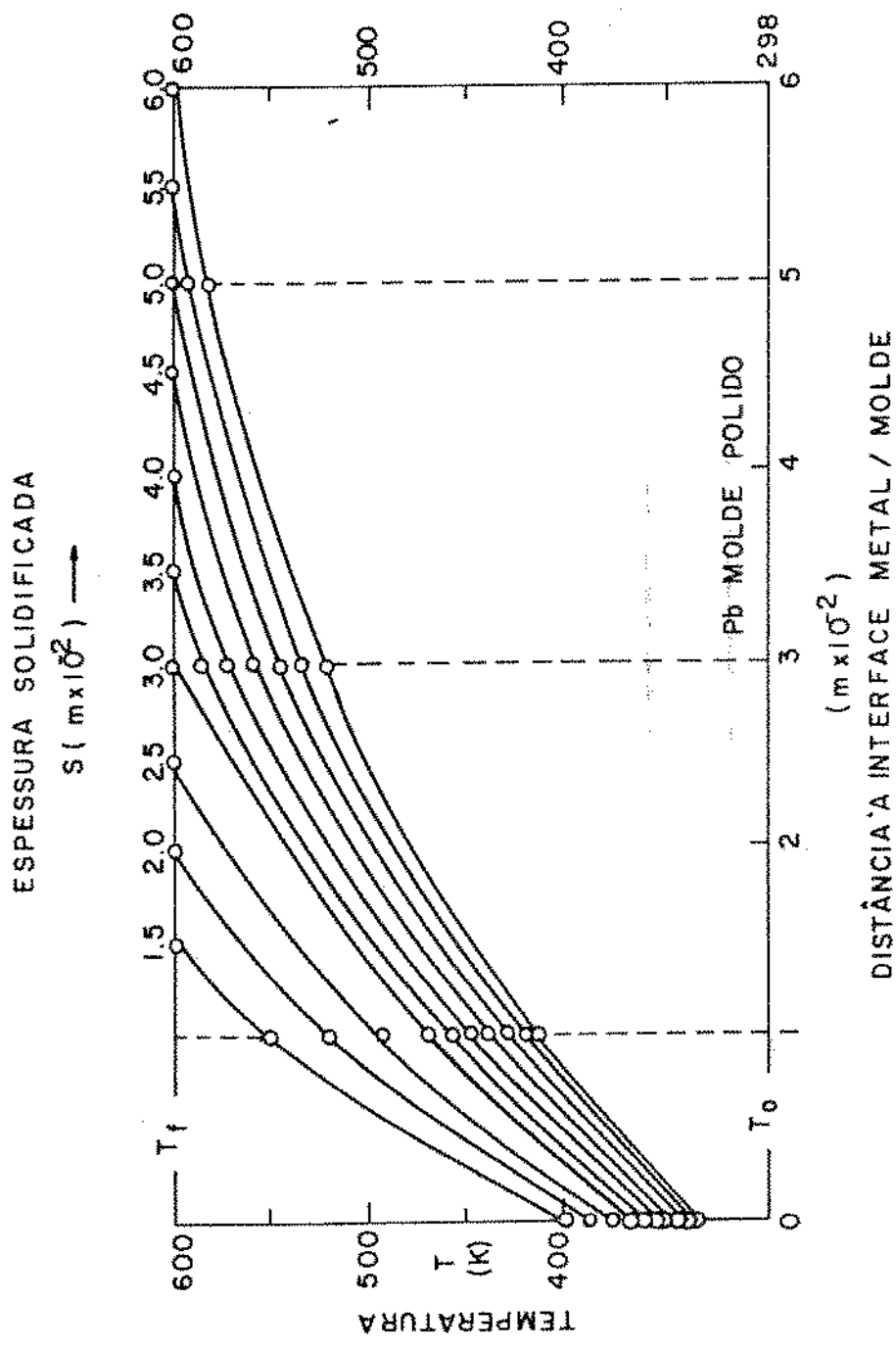


Figura 6.3 - Variação da distribuição de temperaturas ao longo da camada solidificada durante a solidificação unidirecional do Chumbo em molde refrigerado a água e interface metal/molde polida.

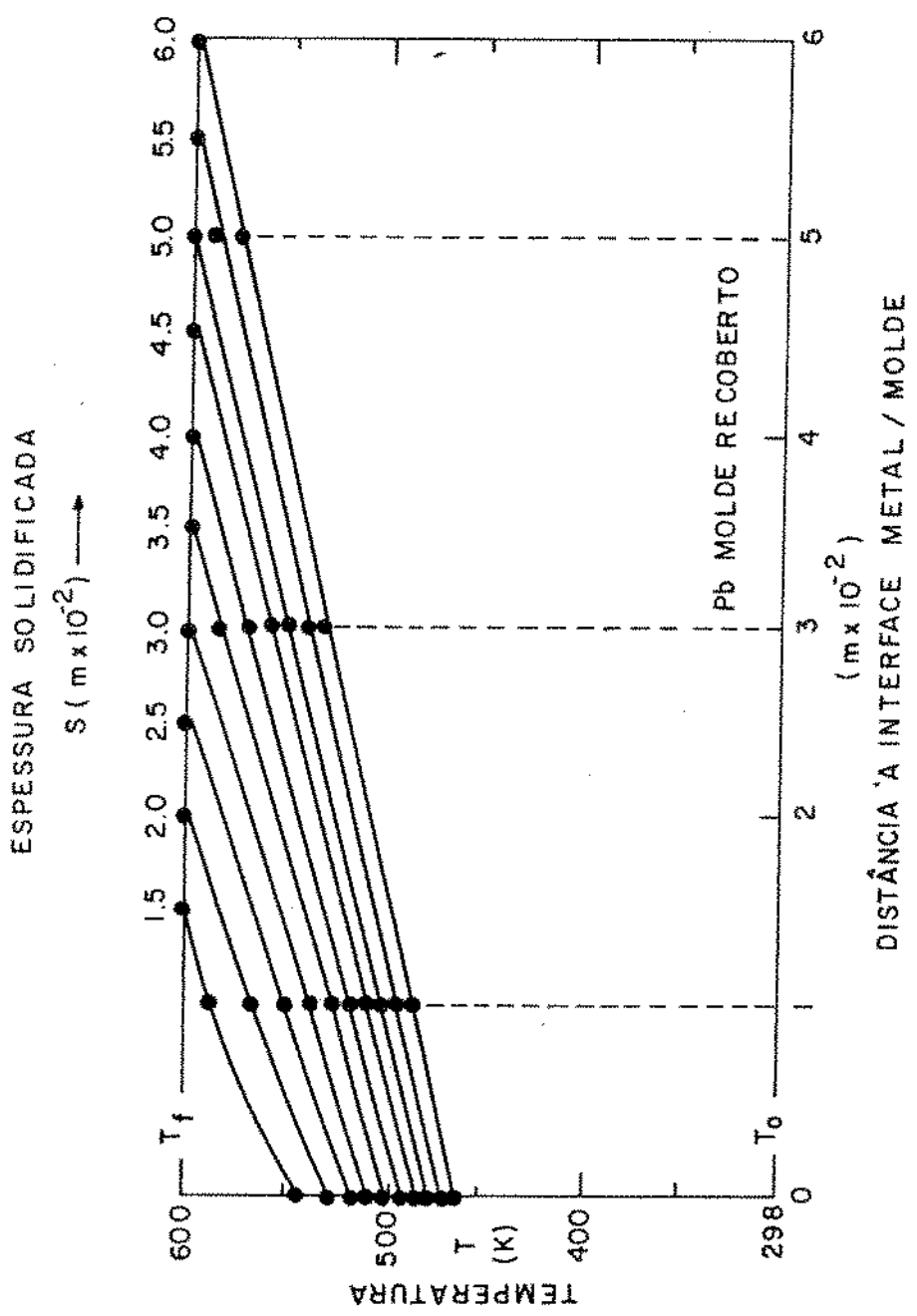


Figura 6.4 - Variação da distribuição de temperaturas ao longo da camada solidificada durante a solidificação unidirecional do Chumbo em molde refrigerado a água e interface metal/molde recoberto.

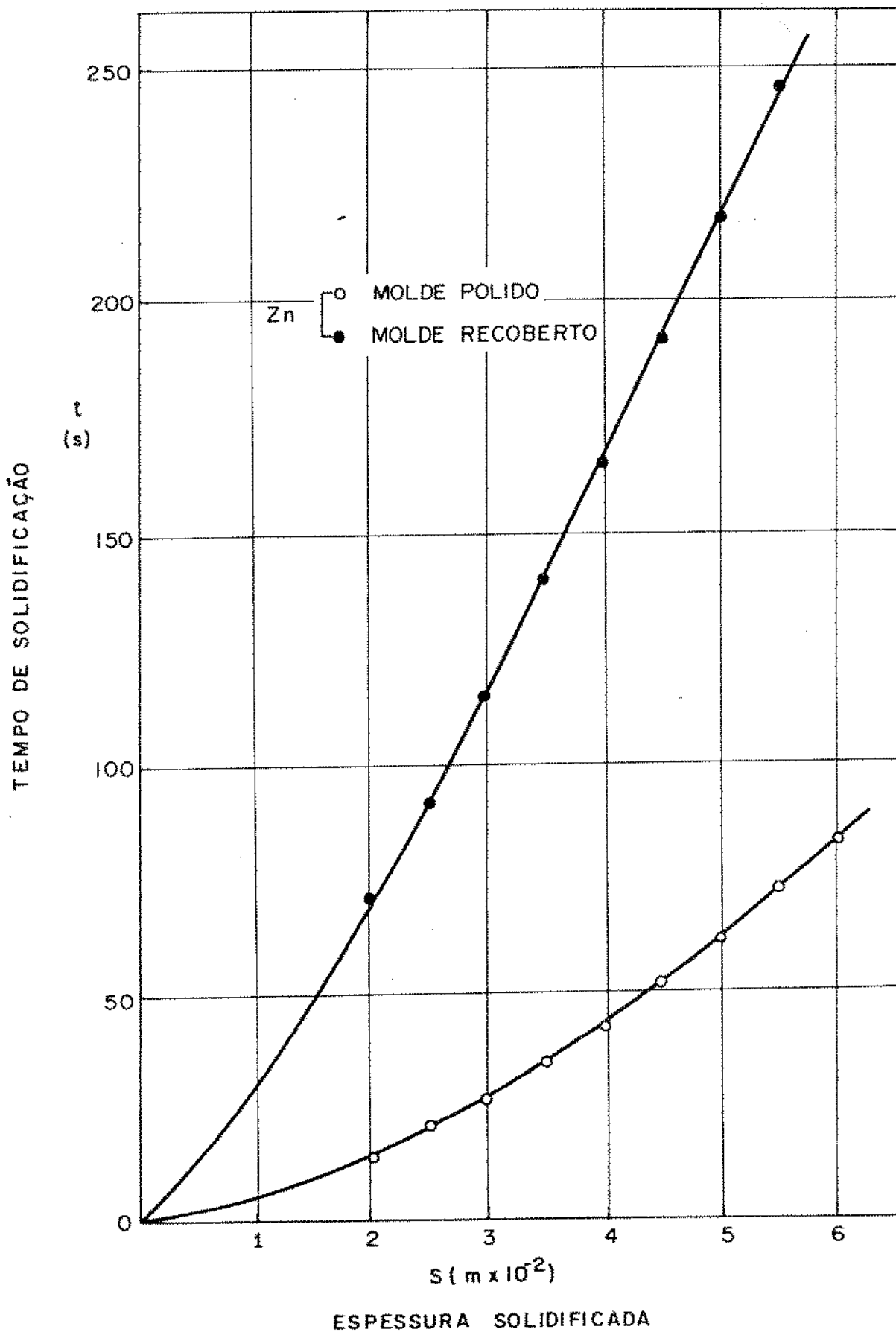


Figura 6.5 - Resultados experimentais da cinética de solidificação do Zinco em molde refrigerado a água, para diferentes condições de contato térmico na interface metal/molde. Tempo (t) para solidificar uma espessura (s).

tal/molde, o que torna sua cinética de solidificação fortemente dependente do valor deste coeficiente, muito mais do que o verificado no caso da solidificação do Chumbo. Da mesma forma pode-se verificar a forte influência do contato térmico na variação da temperatura da interface metal/molde durante o processo de solidificação do Zinco, conforme mostra a Figura 6.6. Esta influência é também bastante sensível no que diz respeito à distribuição de temperaturas na camada solidificada, o que no caso da interface metal/molde polida faz com que a camada solidificada seja submetida a gradientes térmicos bastante elevados durante a solidificação enquanto que para a interface metal/molde recoberta com película isolante a camada solidificada fica submetida a níveis de gradiente térmico bastante baixos. Esta situação encontra-se mostrada nas Figuras 6.7 e 6.8.

A Figura 6.9 apresenta a variação da espessura solidificada com o tempo de solidificação para o caso da solidificação unidirecional do Alumínio para duas condições de contato térmico na interface metal/molde. De forma semelhante ao que se observa com o Zinco o Alumínio mostra-se bastante dependente do tipo de contato térmico na interface metal/molde, não só no que se refere à cinética do processo de solidificação mas notadamente na variação da temperatura da interface metal/molde durante a solidificação, o que é mostrado na Figura 6.10 para duas condições opostas de contato térmico, ou seja: molde polido e molde revestido com recobrimento isolante.

A Figura 6.11 apresenta a variação da espessura solidificada em função do tempo de solidificação para o caso da solidificação de Estanho, para as mesmas duas condições de contato térmico na interface metal/molde utilizadas na solidificação dos metais cujos resultados já foram apresentados. Comparando-se os resultados obtidos no que diz respeito à cinética do processo de solidificação, para os diversos metais utilizados neste trabalho, nota-se que o Estanho é o menos sensível deles à influência do valor do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde. Sob este ponto de vista pode-se classificar estes metais quanto ao grau de dependência que sua cinética de solidificação apresenta em relação ao valor do referido coeficiente de transmissão de calor. Desta forma, o Alumínio aparece como o mais dependente seguido pelo Zinco, Chumbo e finalmente pelo Estanho.

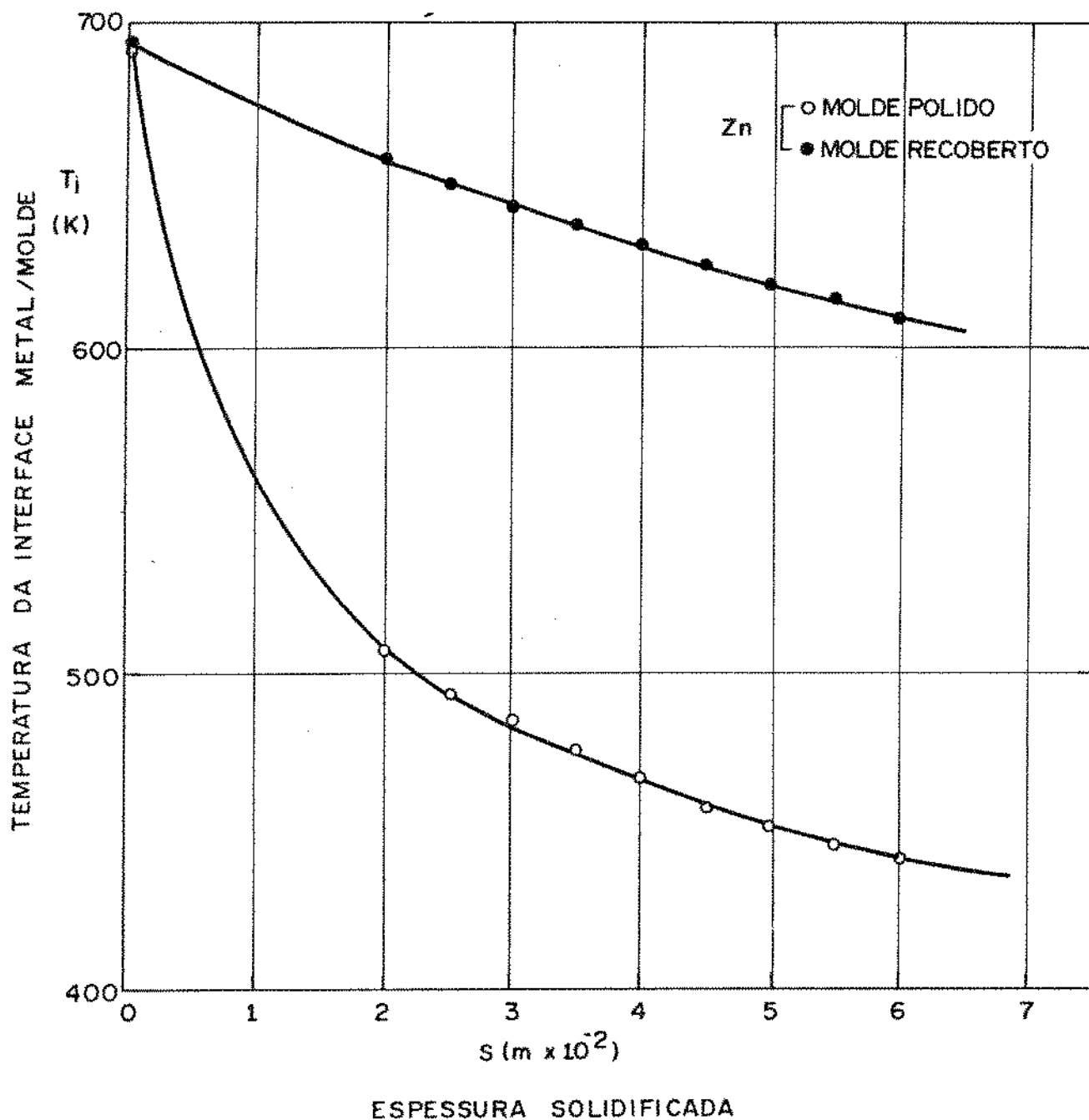
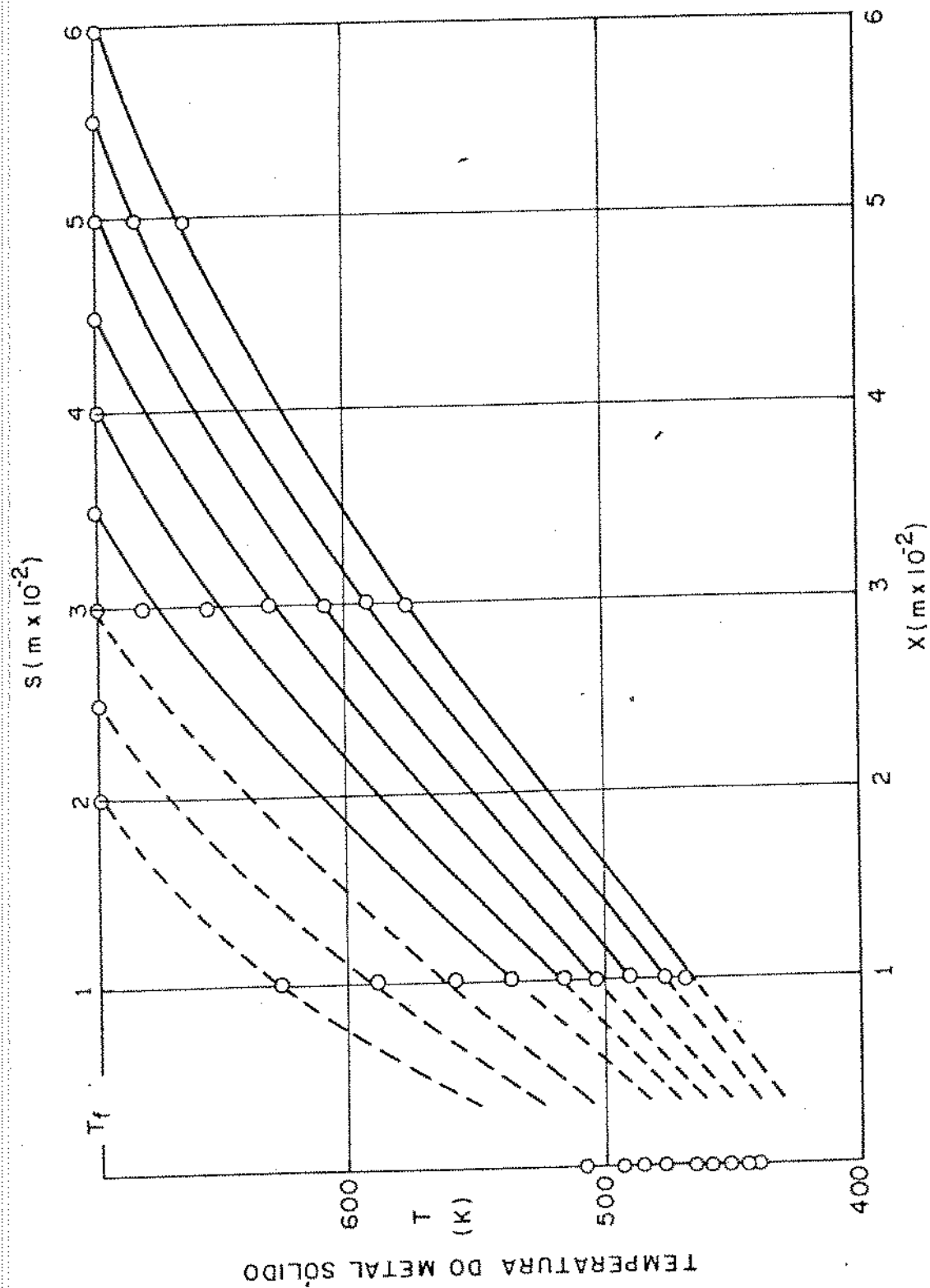


Figura 6.6 - Variação da temperatura da interface metal/molde (T_i) em função da espessura solidificada (S) na solidificação do Zinco em molde refrigerado a água sob duas condições de contato térmico na interface metal/molde.



DISTÂNCIA A INTERFACE METAL / MOLDE

Figura 6.7 - Variação da distribuição de temperaturas ao longo da camada solidificada durante a solidificação unidirecional do zinco em molde refrigerado a água e interface metal/molde polida. A indeterminação representada pelas linhas interrompidas deve-se à formação de compostos de Ferro e Zinco junto a interface metal/molde e cujo efeito sobre os resultados será analisado e discutido no capítulo 7.

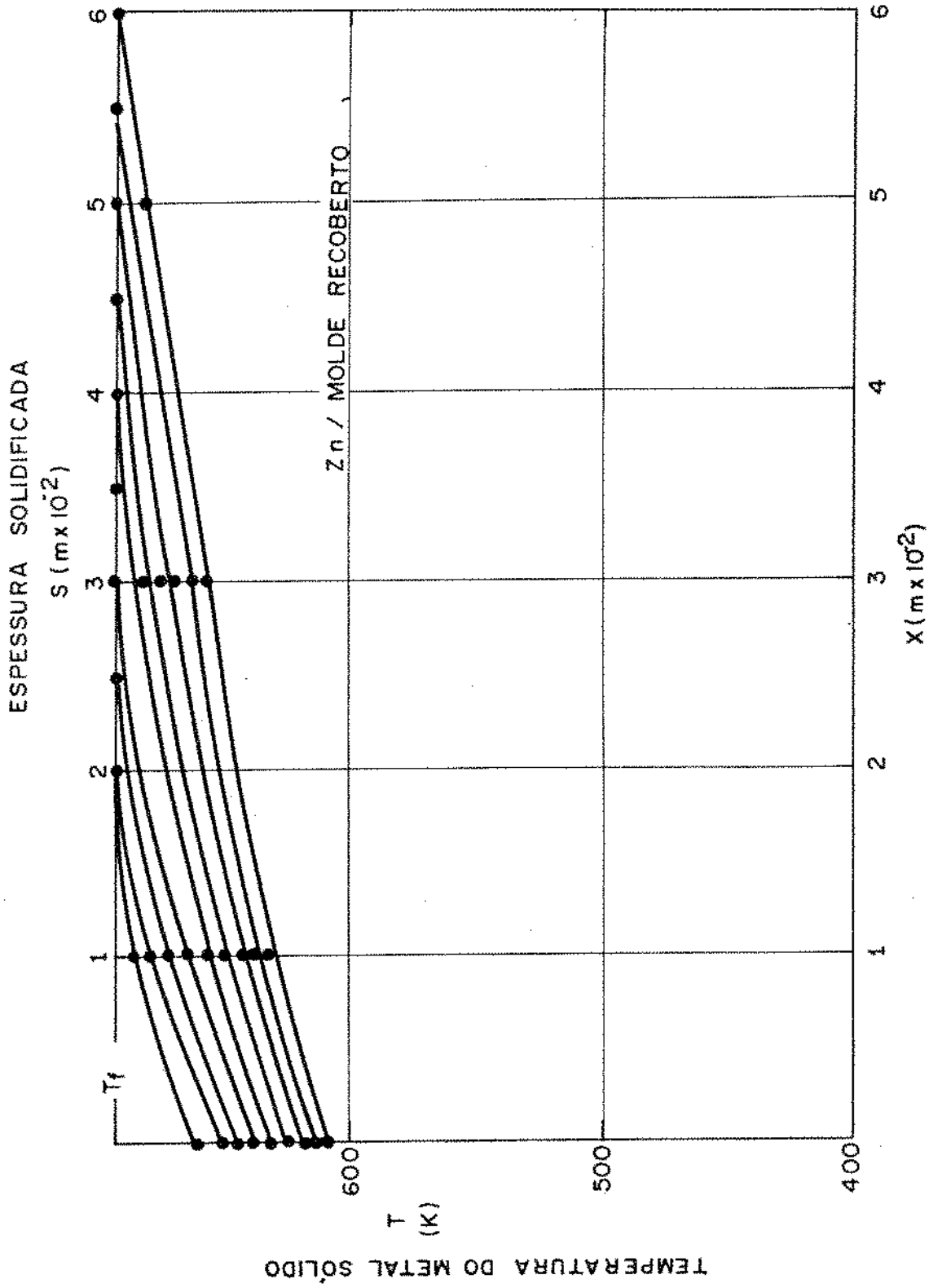


Figura 6.8 - Variação da distribuição de temperaturas ao longo da camada solidificada durante a solidificação unidirecional do Zinco em molde refrigerado a água e interface metal/molde recoberto.

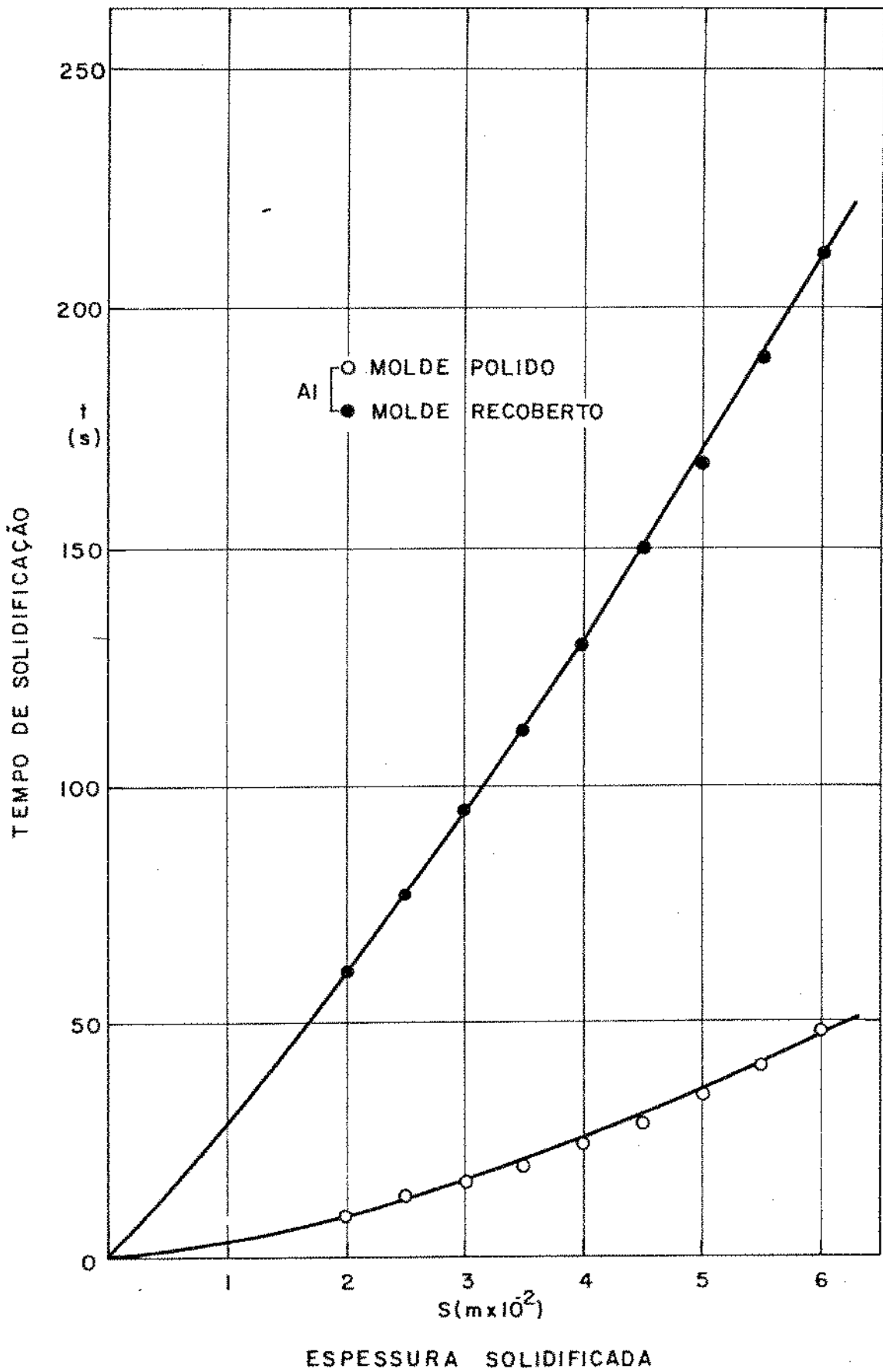


Figura 6.9 - Resultados experimentais da cinética de solidificação de Alumínio em molde refrigerado a água para diferentes condições de contato térmico na interface metal/molde. Tempo (t) para solidificar uma espessura (S).

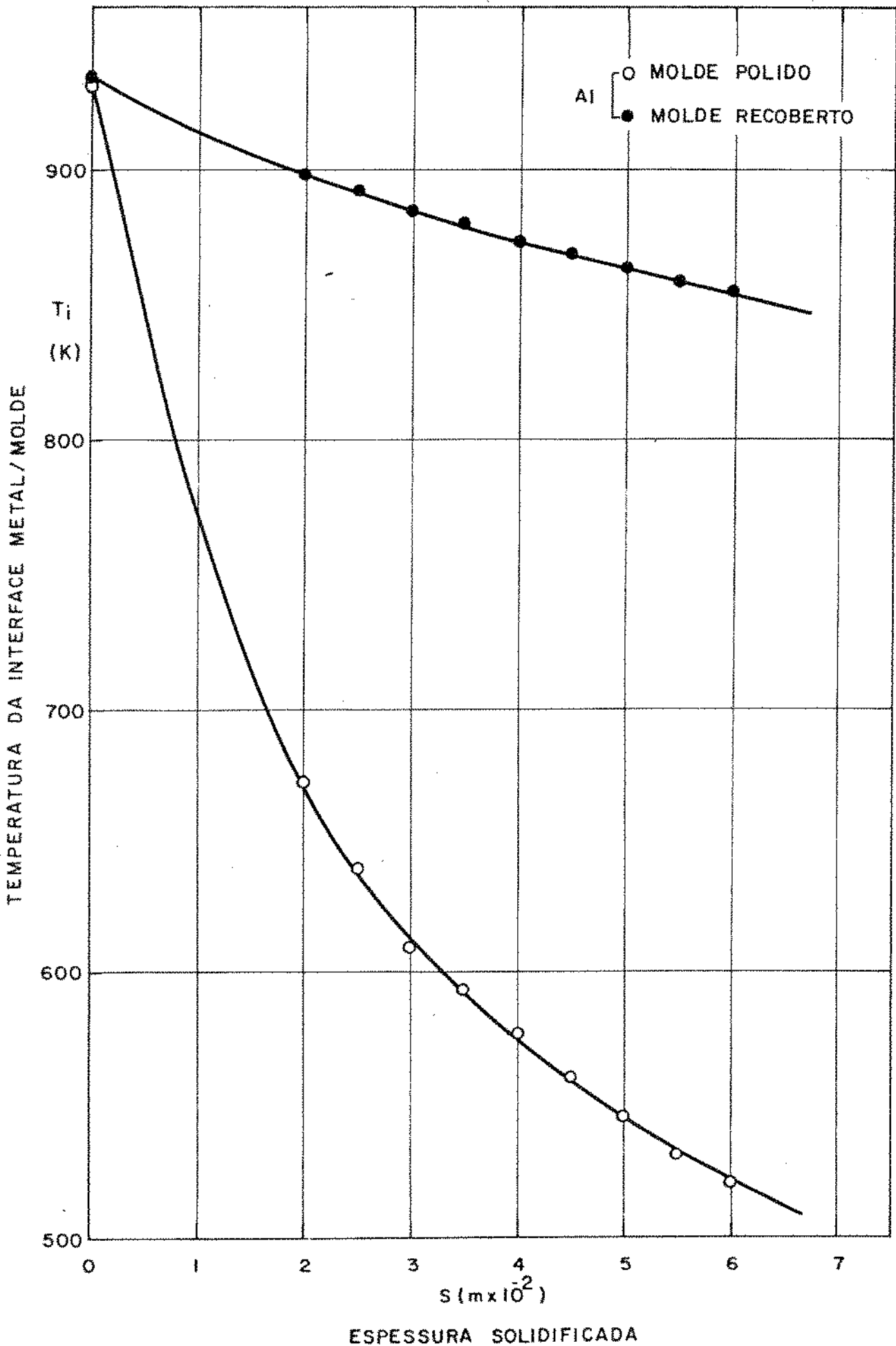


Figura 6.10 - Variação da temperatura da interface metal/molde (T_i) em função da espessura solidificada (S), na solidificação do Alumínio em molde refrigerado a água sob duas condições de contato térmico na interface metal/molde.

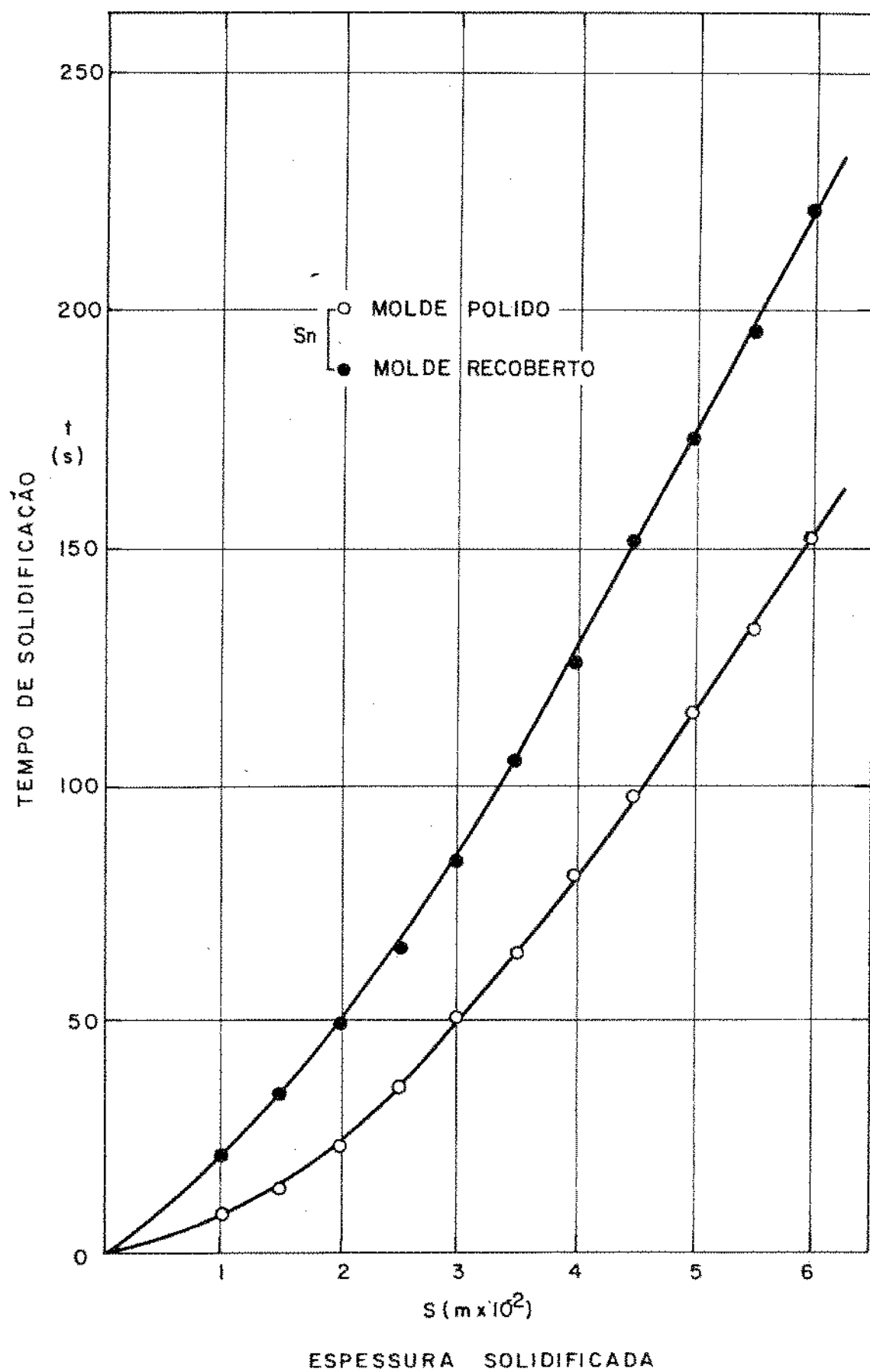


Figura 6.11 - Resultados experimentais da cinética de solidificação do Estanho em molde refrigerado a água para diferentes condições de contato térmico na interface metal/molde. Tempo (t) para solidificar uma espessura (S).

6.2. SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL DE METAIS EM MOLDES MACIÇOS

A Figura 6.12 mostra a variação da espessura solidificada em função do tempo de solidificação para o caso de solidificação unidirecional do Chumbo em moldes maciços (semi-infinito), para duas condições de contato térmico na interface metal/molde. Nota-se que a influência do contato térmico sobre a cinética do processo de solidificação é comparável à verificada na solidificação unidirecional do Chumbo em molde refrigerado. Com relação à variação da temperatura da interface metal/molde (do lado do sólido) em função da espessura solidificada conforme mostra a Figura 6.13, não ocorre o mesmo, podendo-se notar que a influência do valor do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde sobre a variação da temperatura da interface metal/molde não é tão sensível quanto a influência que se verifica na solidificação em molde refrigerado a água. Com relação à distribuição de temperaturas na camada solidificada durante o processo de solidificação, ocorre um comportamento semelhante. Embora o perfil de temperaturas no sólido seja dependente do tipo de contato térmico entre metal e molde esta dependência não é tão sensível quanto à verificada no caso de moldes refrigerados a água, sendo que os gradientes térmicos que se verificam na camada de metal solidificado variam muito pouco quando se passa de molde polido a molde recoberto com revestimento isolante. Esta situação é mostrada nas Figuras 6.14 e 6.15, respectivamente para os casos de molde polido e molde recoberto.

A Figura 6.16 mostra a variação da espessura solidificada em função do tempo de solidificação para o caso da solidificação unidirecional de Chumbo em moldes maciços de diferentes espessuras ($4 \times 10^{-2} \text{m}$, $3 \times 10^{-2} \text{m}$, $1,5 \times 10^{-2} \text{m}$ e $0,5 \times 10^{-2} \text{m}$) e interface metal/molde polida. Os resultados obtidos para estas espessuras de molde são comparados na Figura 6.16 com os resultados da cinética de solidificação do Chumbo em molde maciço semi-infinito. Pode-se notar um aumento gradativo no tempo de solidificação de uma mesma camada de metal com a diminuição da espessura do molde, sendo que este aumento no tempo é bastante mais sensível quando se diminui ainda mais a espessura de molde após $1,5 \times 10^{-2} \text{m}$. A Figura 6.17 apresenta a variação da temperatura da interface metal/molde do lado do sólido (menor temperatura do metal) e a variação da temperatura externa do molde (menor temperatura do molde) ambas em função do tempo, para as diversas

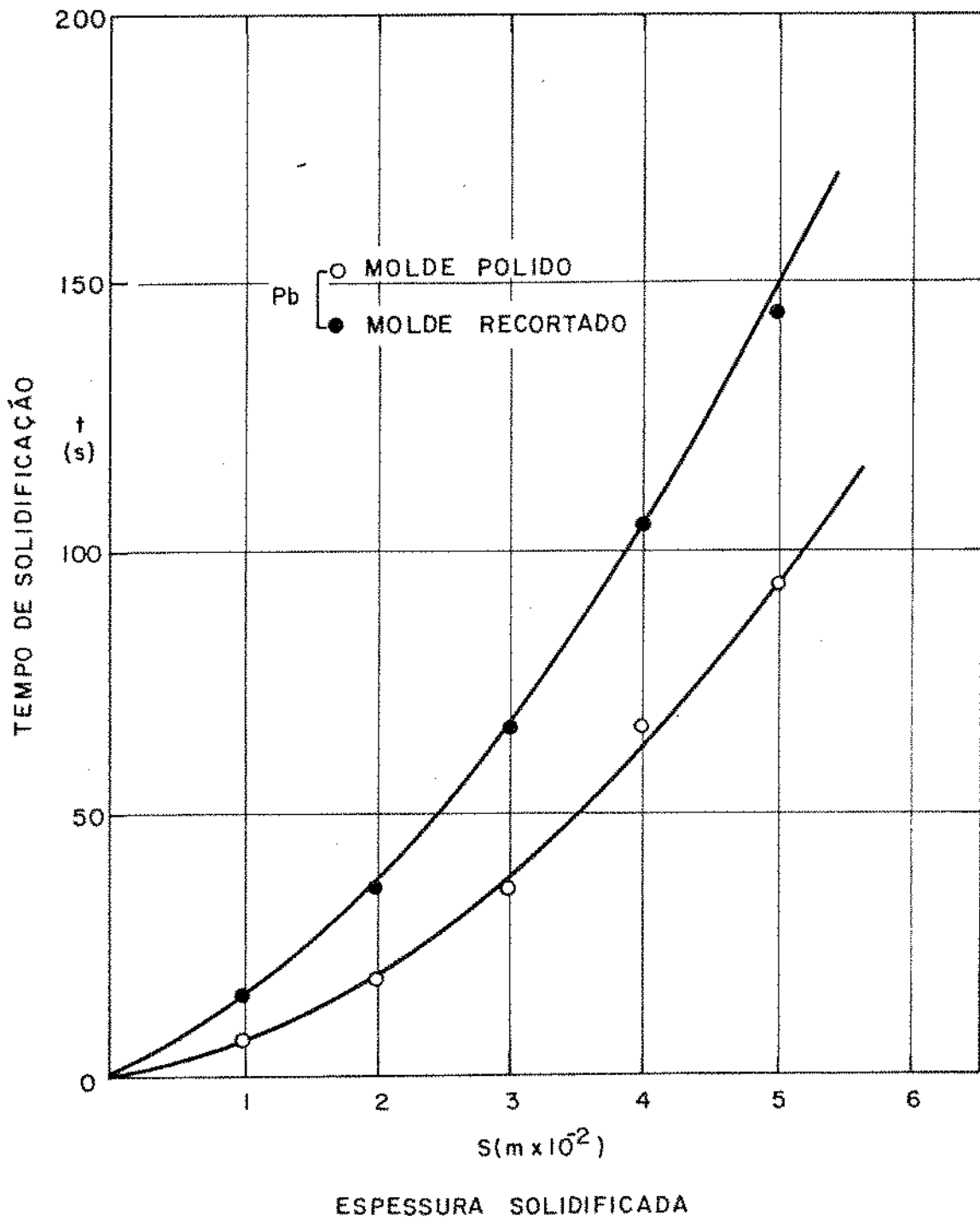


Figura 6.12 - Resultados experimentais da cinética de solidificação do Chumbo em molde maciço (semi-infinito) para diferentes condições de contato térmico na interface metal/molde. Tempo (t) para solidificar uma espessura (S).

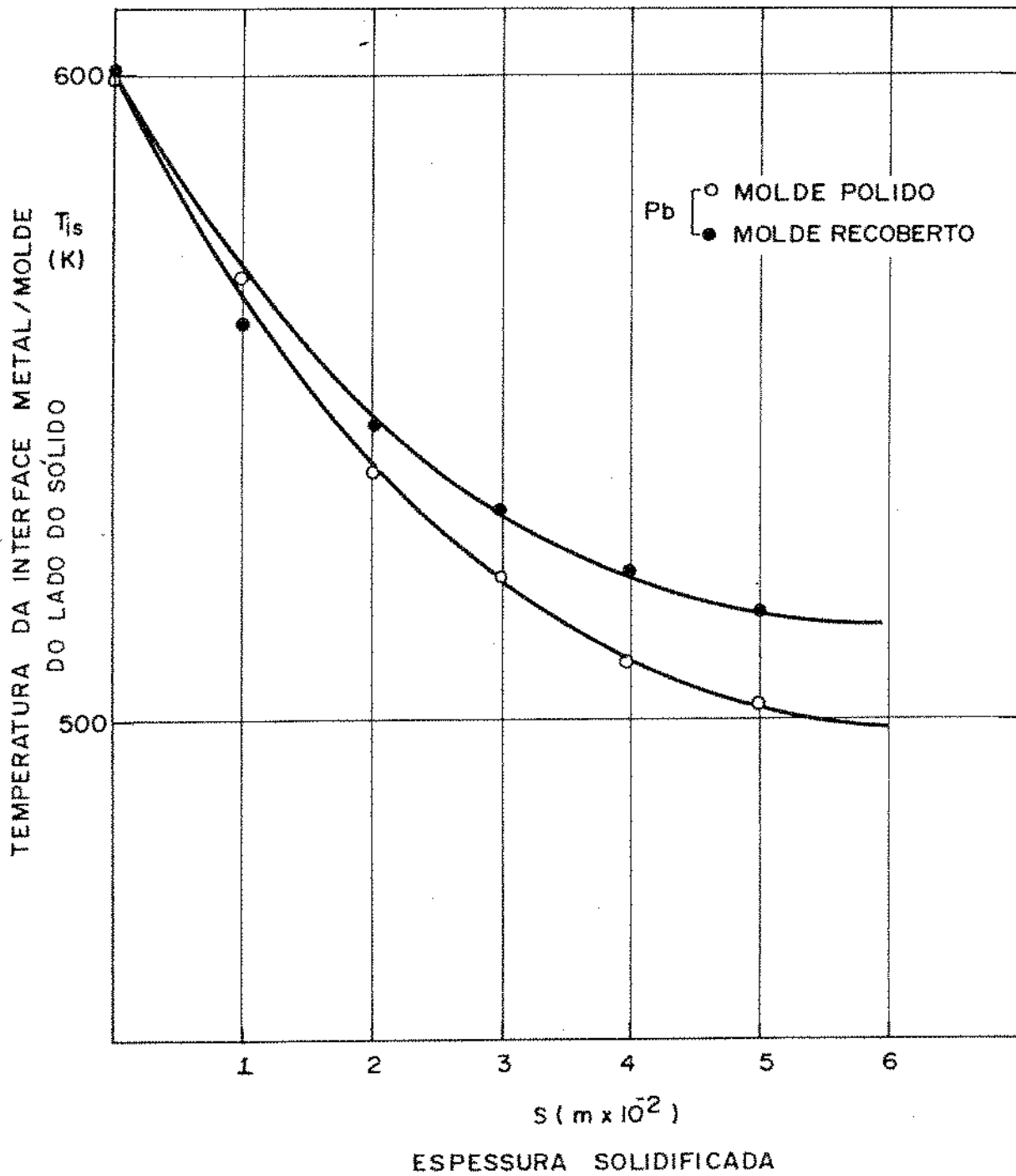


Figura 6.13 - Variação da temperatura da interface metal/molde do lado do sólido (T_{is}) em função da espessura solidificada (S), na solidificação de Chumbo em molde maciço (semi-infinito) sob duas condições de contato térmico na interface metal/molde.

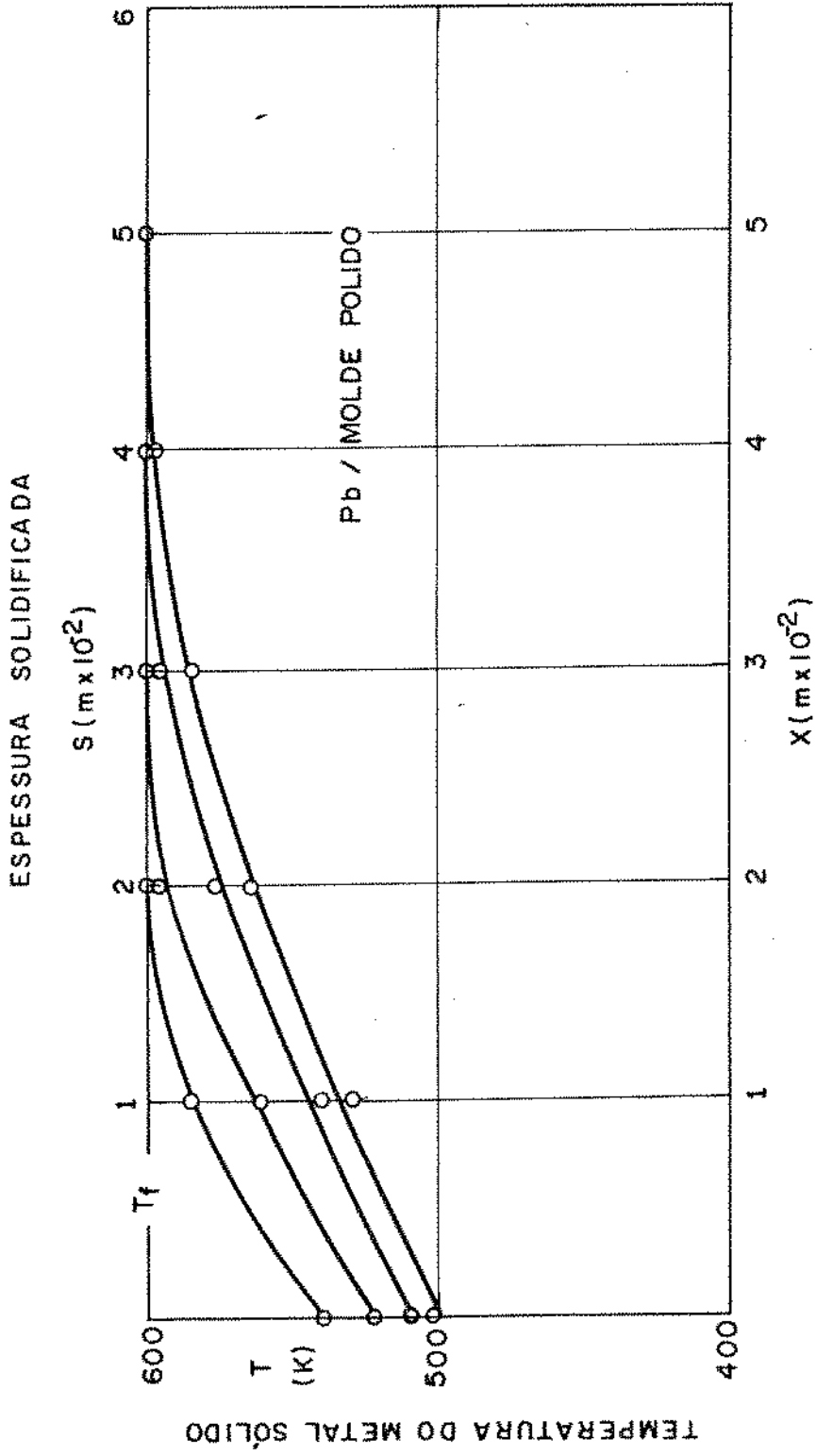


Figura 6.14 - Variação da distribuição de temperaturas ao longo da camada solidificada durante a solidificação unidirecional de Chumbo em molde maciço (semi-in finito) e interface metal/molde polida.

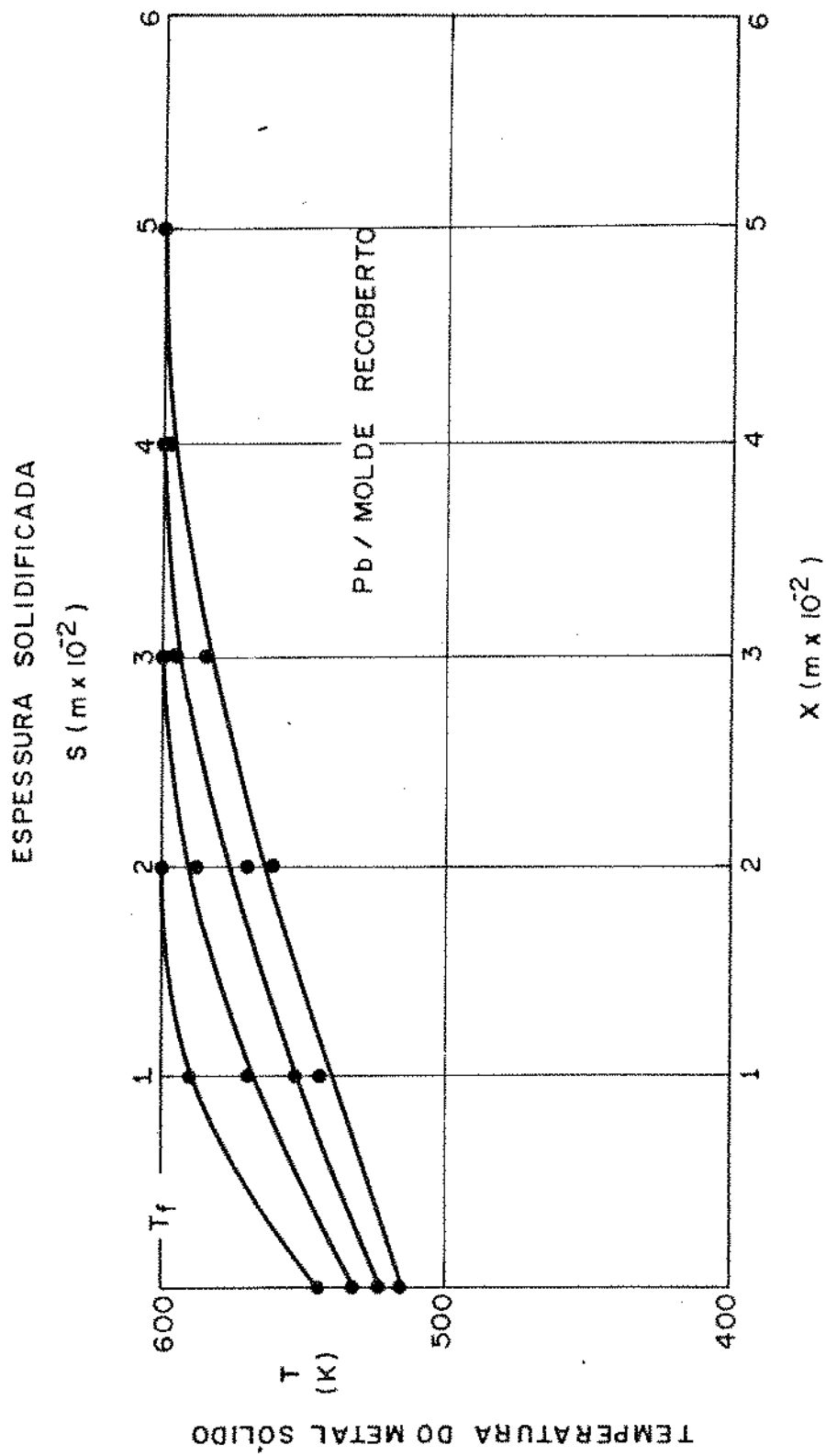


Figura 6.15 - Variação da distribuição de temperaturas ao longo da camada solidificada durante a solidificação unidirecional de Chumbo em molde maciço (semi-in finito) e interface metal/molde recoberta.

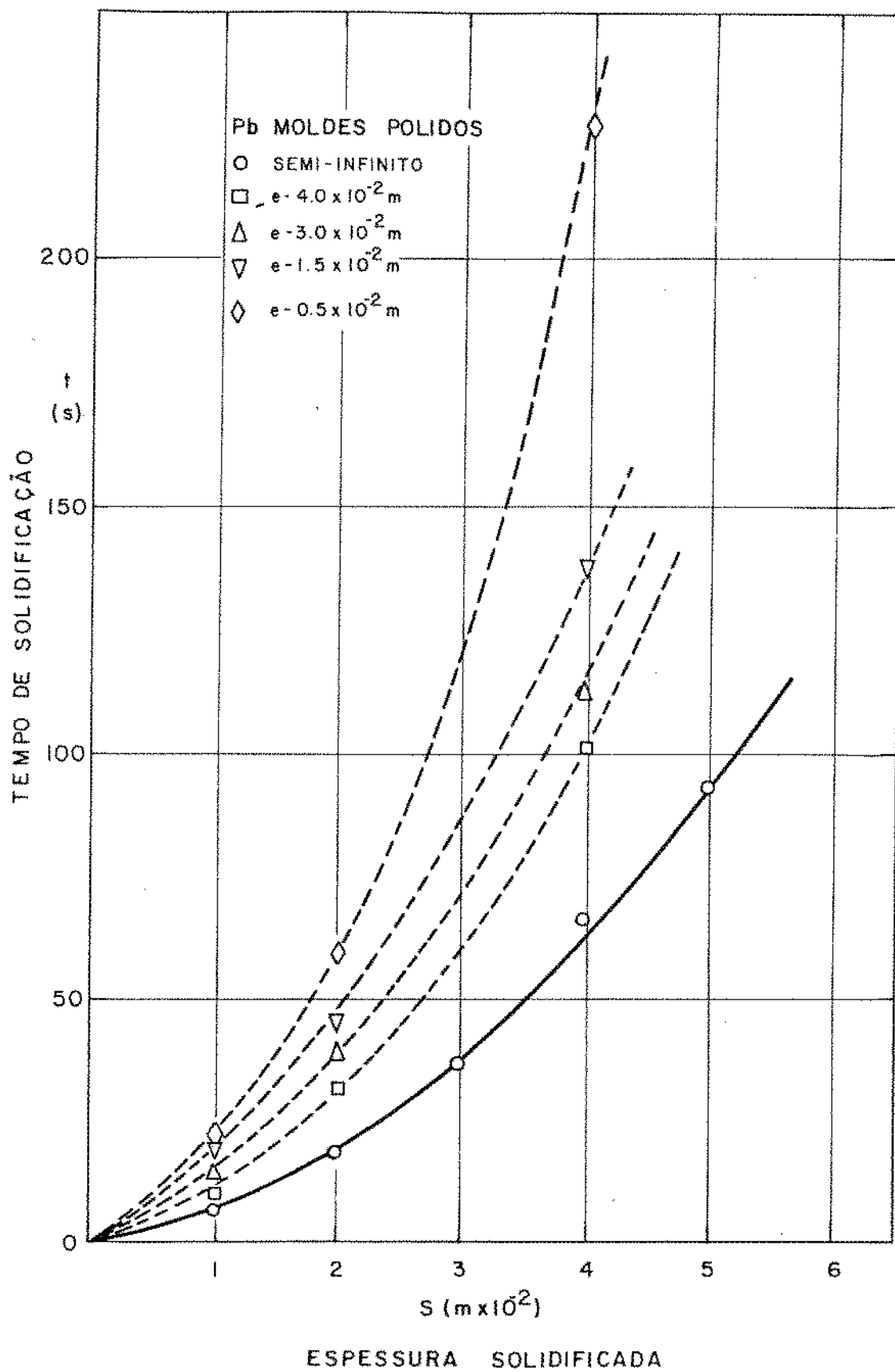


Figura 6.16 - Resultados experimentais da cinética de solidificação do Chumbo em moldes maciços de diferentes espessuras com interface metal/molde polida. Tempo (t) para solidificar uma espessura (S).

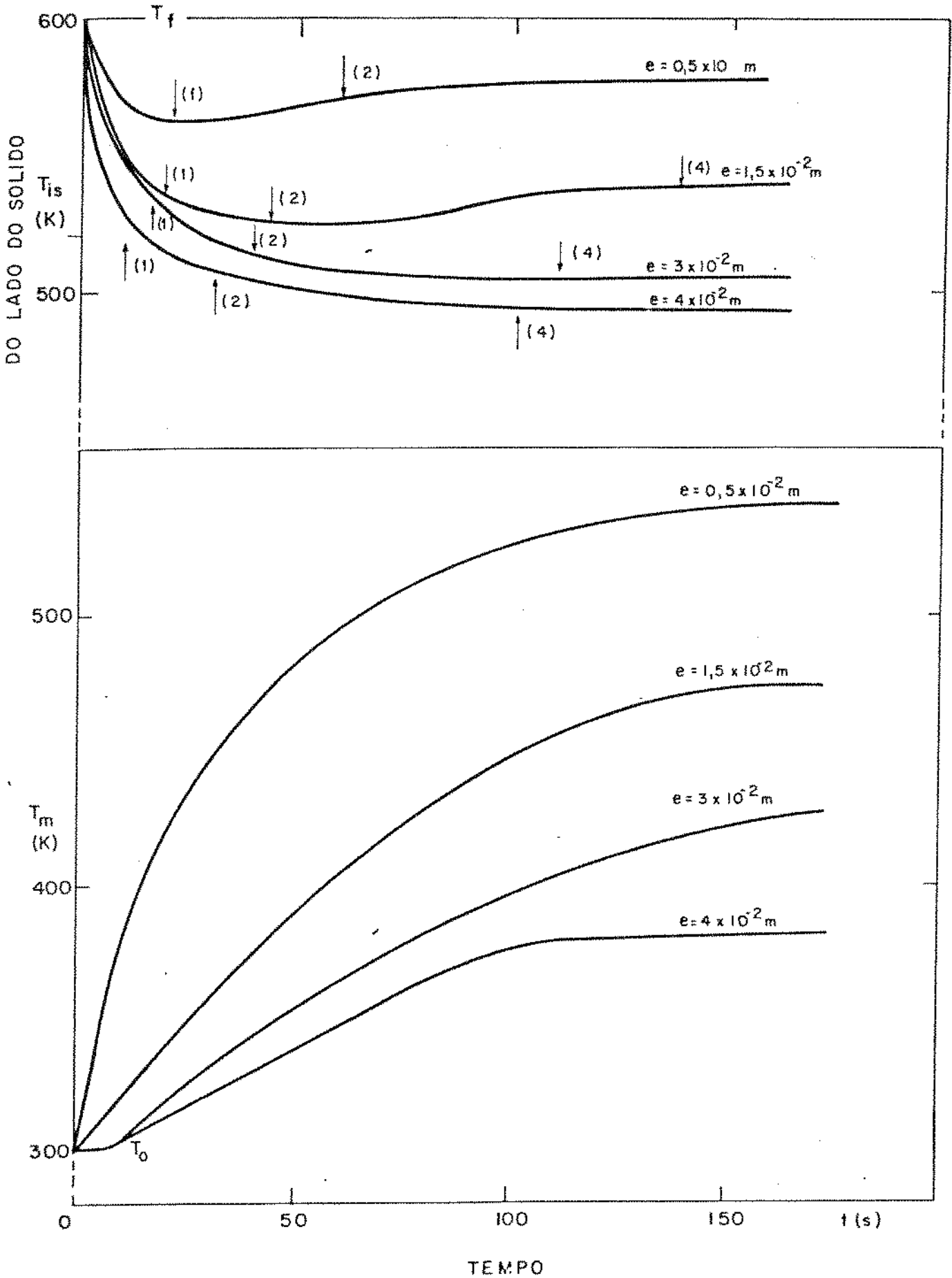


Figura 6.17 - Variação da temperatura da interface metal/molde do lado do sólido (T_{is}) e da temperatura externa do molde (T_m) em função do tempo, para solidificação de Chumbo em moldes maciços de diversas espessuras (e). As indicações (1), (2) e (4) mostram os pontos onde ocorreu a solidificação de cada mada de metal de espessuras respectivamente iguais a $1 \times 10^{-2} \text{ m}$ e $4 \times 10^{-2} \text{ m}$.

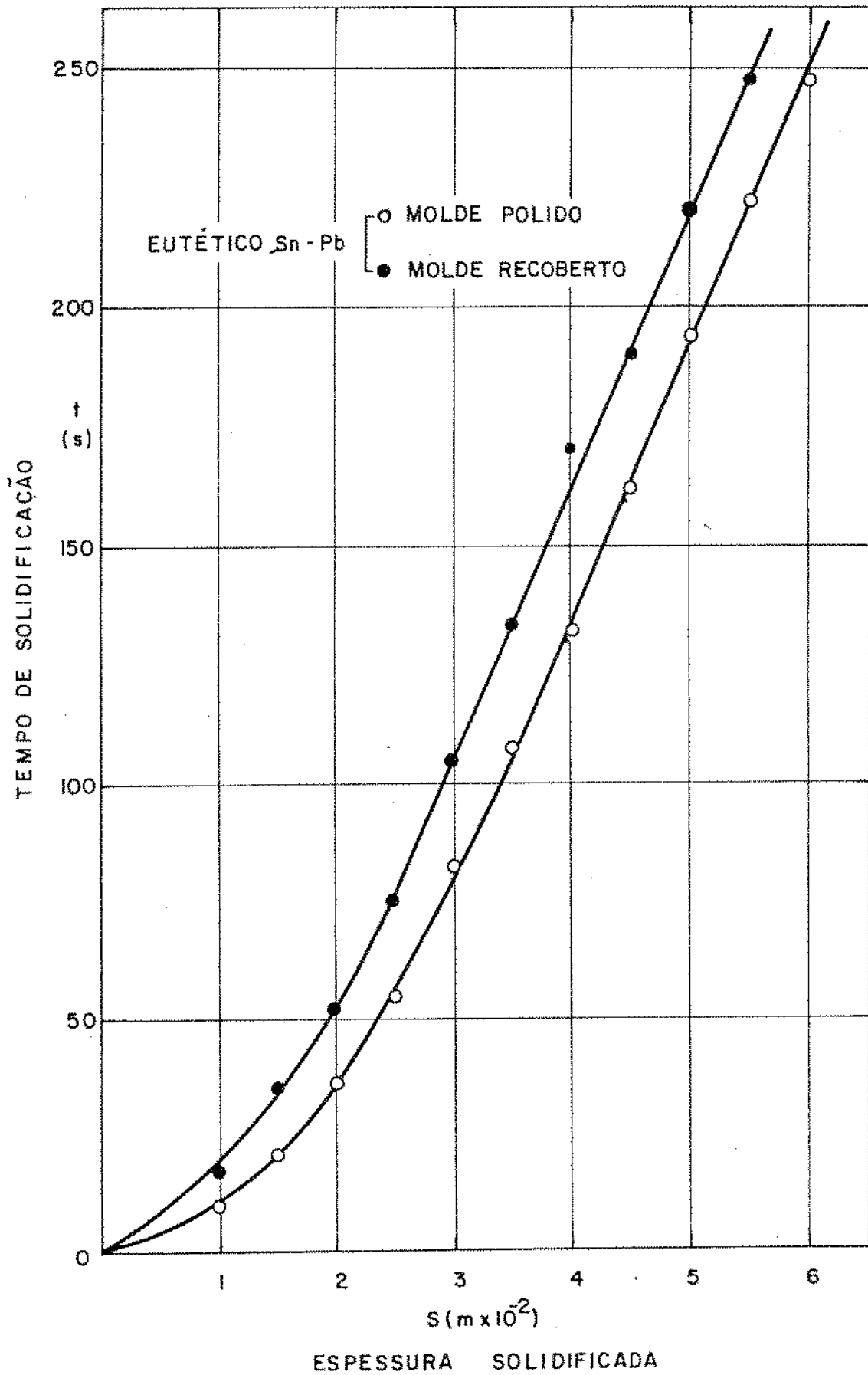


Figura 6.18 - Resultados experimentais da cinética de solidificação do eutético Estanho-Chumbo em molde refrigerado a água, para diferentes condições de contato térmico na interface metal/molde. Tempo (t) para solidificar uma espessura (S).

espessuras de molde utilizadas neste trabalho. Nesta Figura são apresentados também os pontos onde ocorreu a solidificação de $1 \times 10^{-2} \text{m}$, $2 \times 10^{-2} \text{m}$ e $4 \times 10^{-2} \text{m}$ de camada do metal. Pode-se notar nesta Figura que para espessuras de molde menores do que $3 \times 10^{-2} \text{m}$ a menor temperatura do metal decresce até uma espessura solidificada de aproximadamente $2 \times 10^{-2} \text{m}$, e $1 \times 10^{-2} \text{m}$ respectivamente para espessuras de molde iguais a $1,5 \times 10^{-2}$ e $0,5 \times 10^{-2} \text{m}$ voltando novamente a se elevar após estes valores, enquanto que para espessuras de molde iguais a $3 \times 10^{-2} \text{m}$ e $4 \times 10^{-2} \text{m}$ esta temperatura decresce sempre. No que diz respeito à temperatura externa do molde, para as duas menores espessuras de molde ($e = 1,5 \times 10^{-2} \text{m}$ e $e = 0,5 \times 10^{-2} \text{m}$) a taxa de elevação desta temperatura nos instantes iniciais do processo de solidificação é bastante elevada, o que implica em atingir-se um nível de temperatura no molde bastante elevado em um tempo bastante curto. No caso das espessuras de molde iguais a $3 \times 10^{-2} \text{m}$ e $4 \times 10^{-2} \text{m}$ a temperatura externa do molde apresenta taxas iniciais de elevação mais baixas, sendo que para esta última espessura de molde esta temperatura permanece essencialmente constante após $4 \times 10^{-2} \text{m}$ de camada de metal solidificado.

6.3. SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL DE LIGAS DE COMPOSIÇÃO EUTÉTICA EM MOLDES REFRIGERADOS A ÁGUA

A Figura 6.18 apresenta a variação da espessura solidificada em função do tempo de solidificação no caso de solidificação unidirecional do eutético Estanho-Chumbo para duas condições de contato térmico na interface metal/molde. Nota-se que a cinética de solidificação desta liga é pouco influenciada pelo valor do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde, comparativamente à influência que foi verificada nos resultados obtidos para os metais já apresentados. Por outro lado, a variação da temperatura da interface metal/molde com a espessura solidificada (Figura 6.19) embora seja mais dependente do valor deste coeficiente do que a cinética de solidificação, comparativamente também aos metais já apresentados, solidificados em moldes refrigerados a água, apresenta a menor dependência do contato térmico entre o metal e o molde.

A Figura 6.20 apresenta a variação da espessura soli-

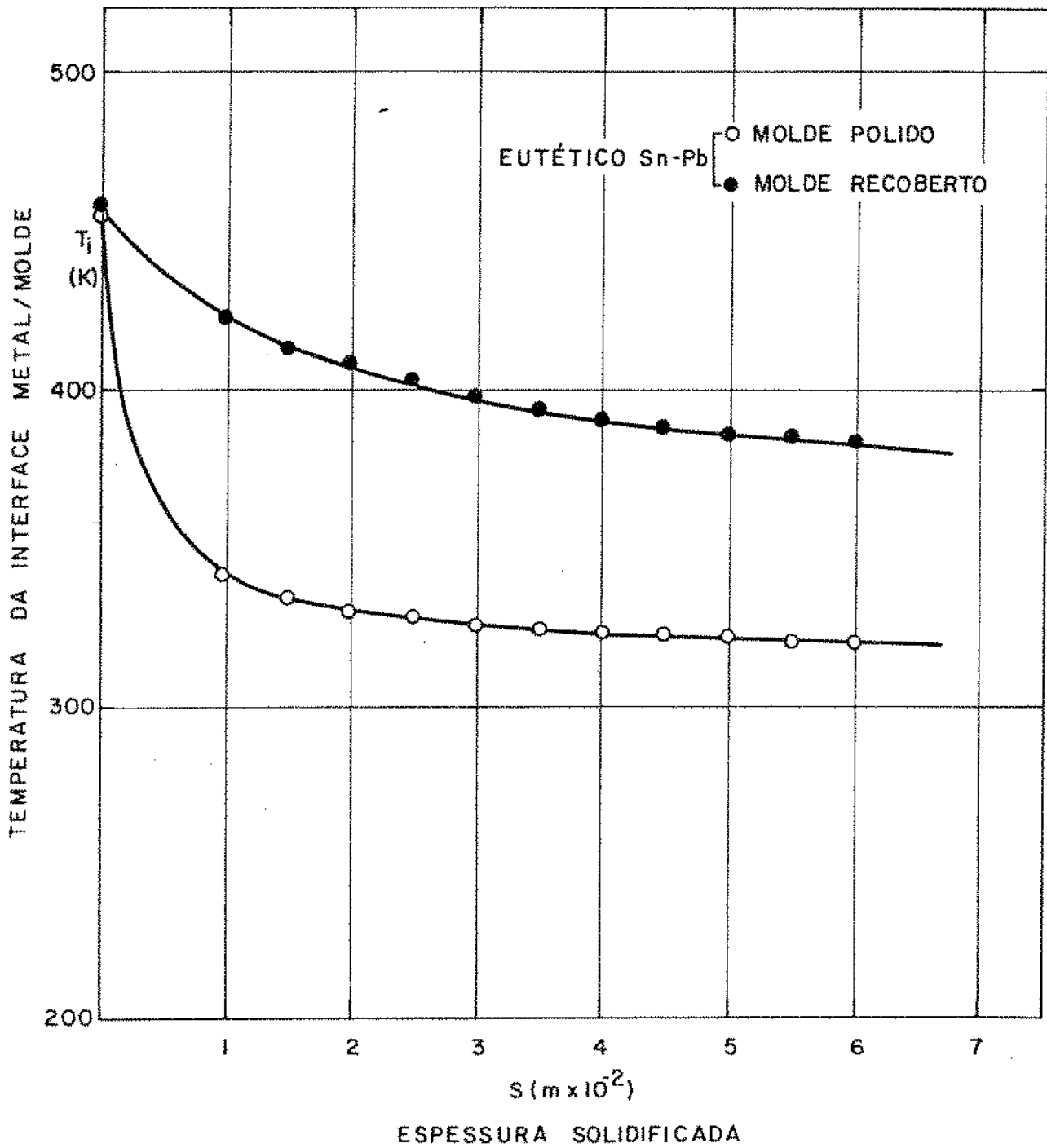


Figura 6.19 - Variação da temperatura da interface metal/molde (T_i) em função da espessura solidificada (S) na solidificação do eutético Estanho-Chumbo em molde refrigerado a água sob duas condições de contato térmico na interface metal/molde.

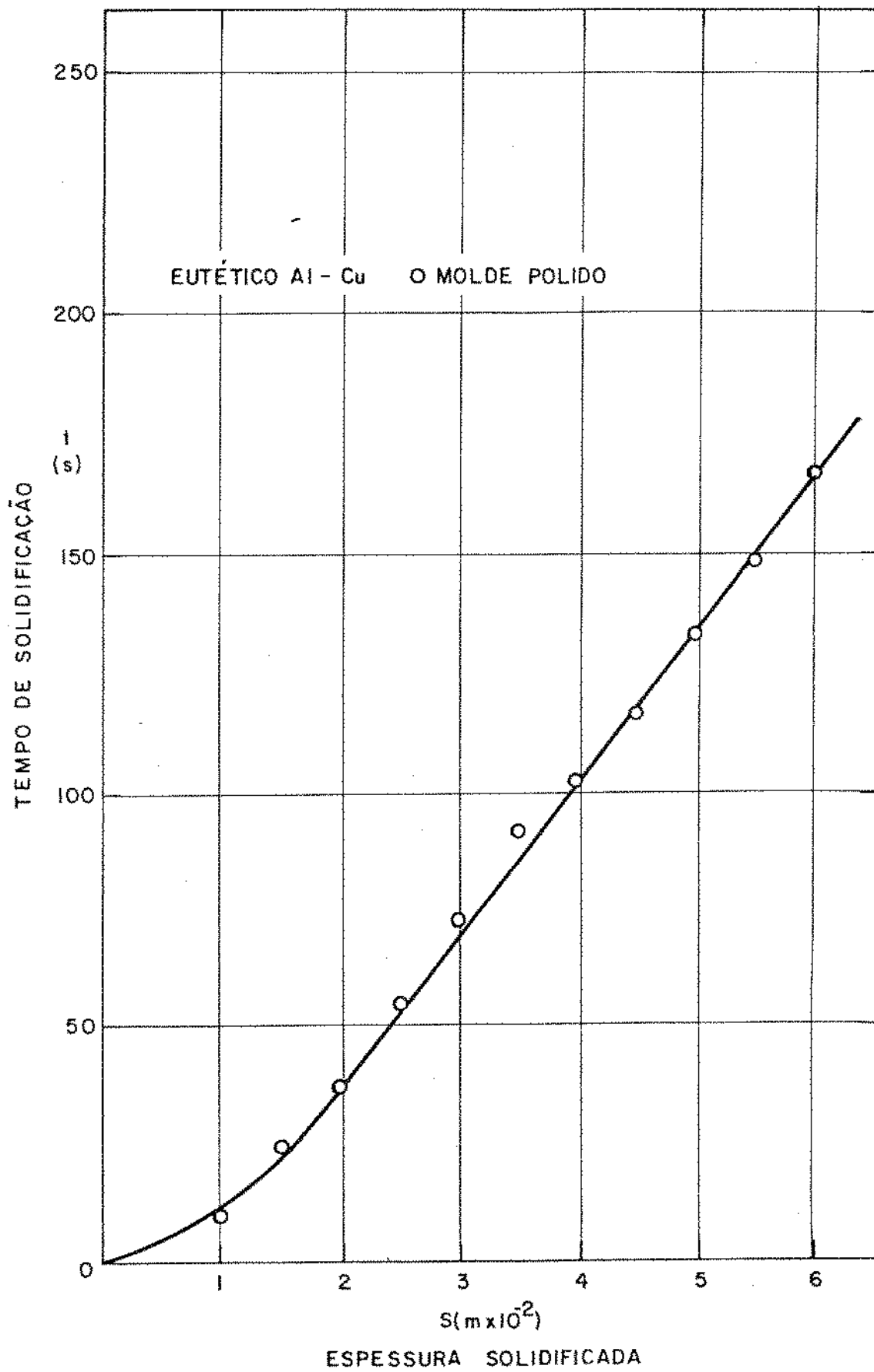


Figura 6.20 - Resultados experimentais da cinética de solidificação do eutético Alumínio-Cobre em molde refrigerado a água para a interface metal/molde polido. Tempo (t) para solidificar uma espessura (S).

dificada em função do tempo de solidificação no caso de solidificação unidirecional do eutético Alumínio-Cobre em molde refrigerado a água e interface metal/molde polida. Estes resultados comparados com a cinética de solidificação do metal base, no caso o Alumínio, mostram de forma bastante evidente o atraso que a introdução do elemento de liga na composição eutética, provoca na cinética de solidificação.

6.4. MACROESTRUTURAS OBTIDAS NA SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL

As Figuras de 6.21 a 6.24 apresentam as macroestruturas longitudinais dos lingotes dos metais solidificados unidirecionalmente em moldes refrigerados a água, para as duas condições de contato térmico utilizadas, quais sejam: interface metal / molde polida e recoberta com revestimento isolante. Pode-se notar em todos os casos a dependência que a estrutura apresenta do tipo de contato térmico entre metal e molde. No caso particular dos lingotes de Chumbo obtidos esta dependência é bastante evidente, implicando em um aumento bastante grande na granulação da estrutura quando se passa de molde polido a molde recoberto.

As Figuras 6.25 e 6.26 apresentam as macroestruturas longitudinais dos lingotes de Chumbo solidificados em moldes maciços de diferentes espessuras e com a interface metal/molde polida. Pode-se notar que uma influência da espessura do molde sobre a estrutura obtida, só pode ser considerada sensível no caso da menor espessura de molde utilizada ($e = 0,5 \times 10^{-2} \text{m}$). Nos outros casos as estruturas obtidas são bastante semelhantes.

Finalmente a Figura 6.27 apresenta a macroestrutura longitudinal de um lingote do eutético Estanho-Chumbo solidificado unidirecionalmente em molde refrigerado a água e com a interface metal/molde polida. Pode-se notar a existência de duas regiões estruturais distintas: uma zona de crescimento progressivo seguida de uma zona estrutural de crescimento extensivo.



(a)

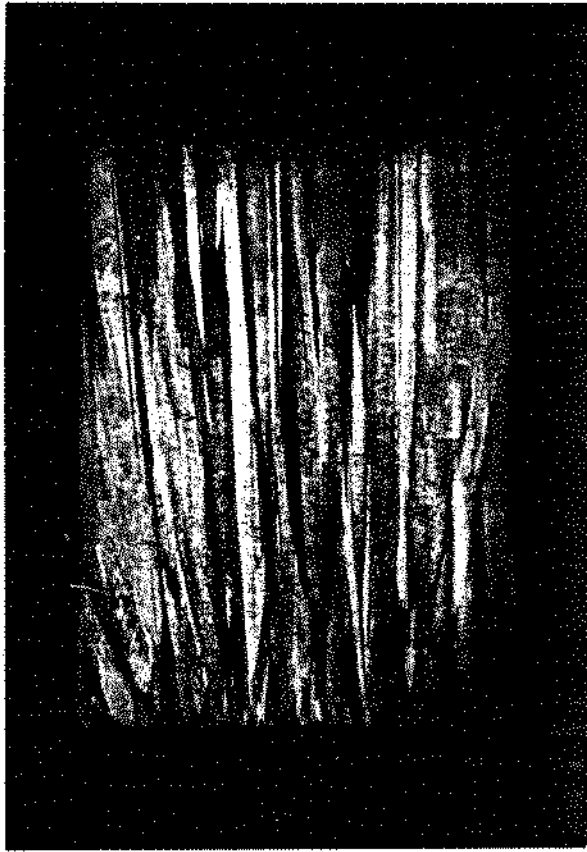


(b)

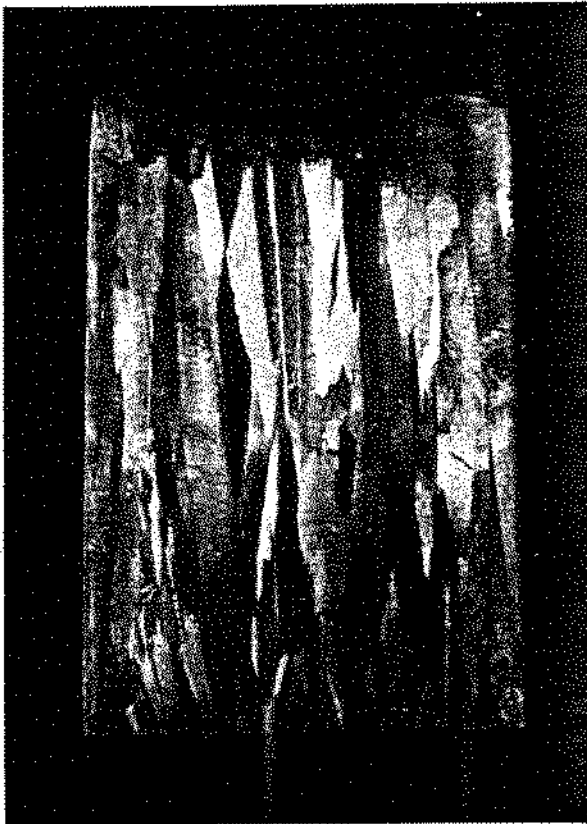
Figura 6.21 - Macroestruturas longitudinais de lingotes de Chumbo solidificados unidirecionalmente em moldes refrigerados a água.

(a) molde polido

(b) molde recoberto

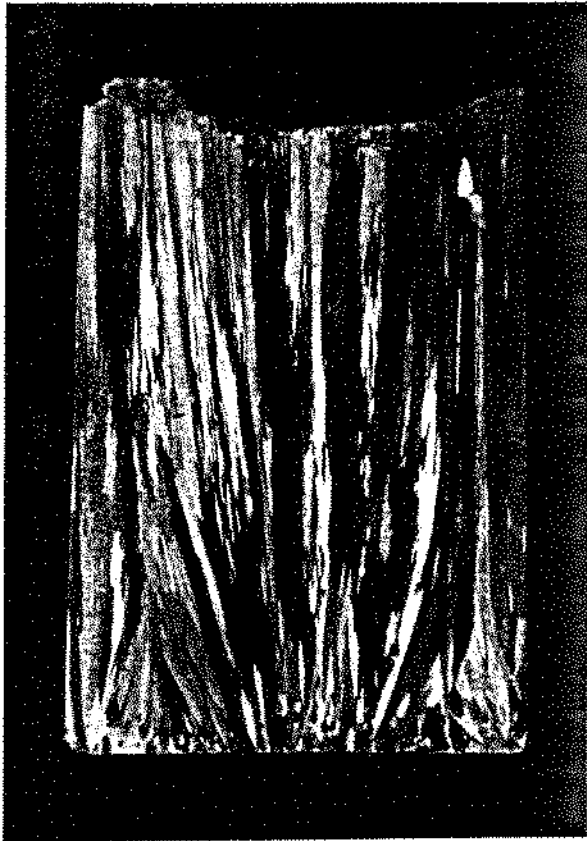


(a)

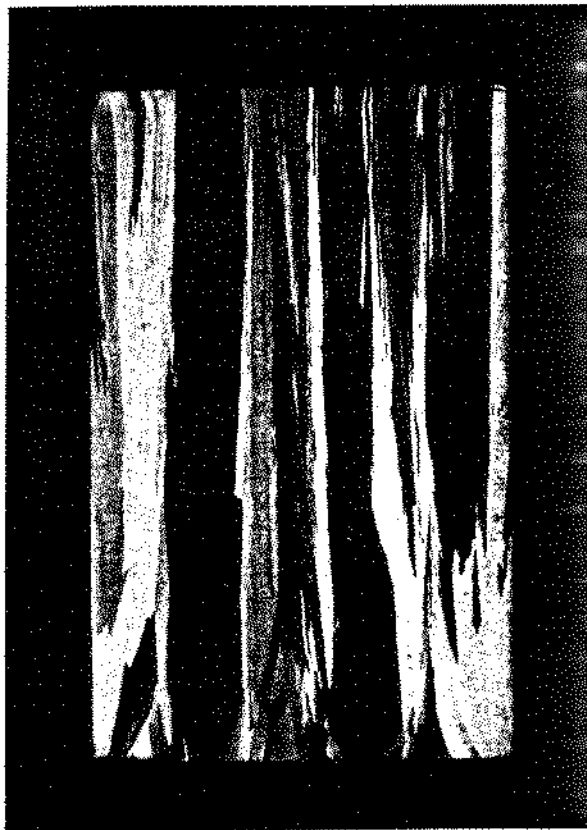


(b)

Figura 6.22 - Macroestruturas longitudinais de lingotes de Zinco solidificados unidirecionalmente em moldes refrigerados a água.
(a) molde polido
(b) molde recoberto



(a)

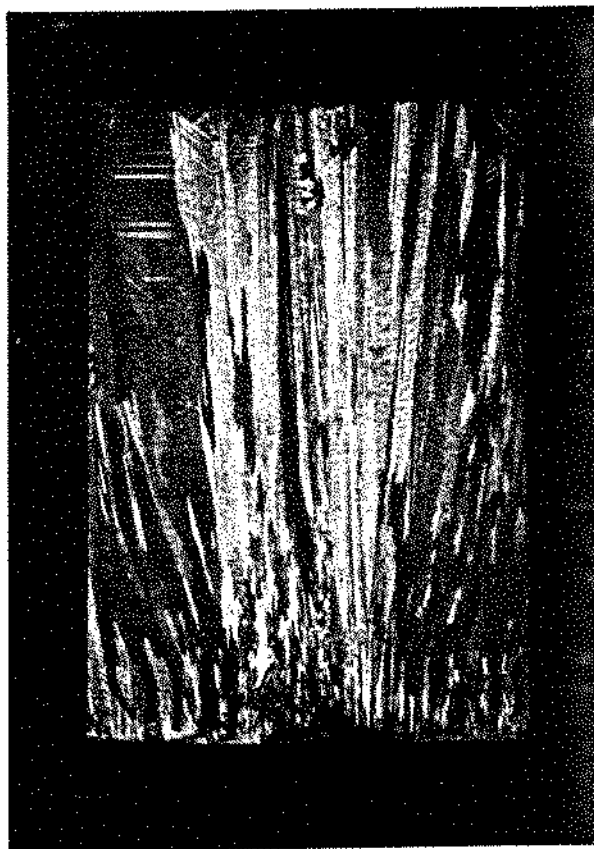


(b)

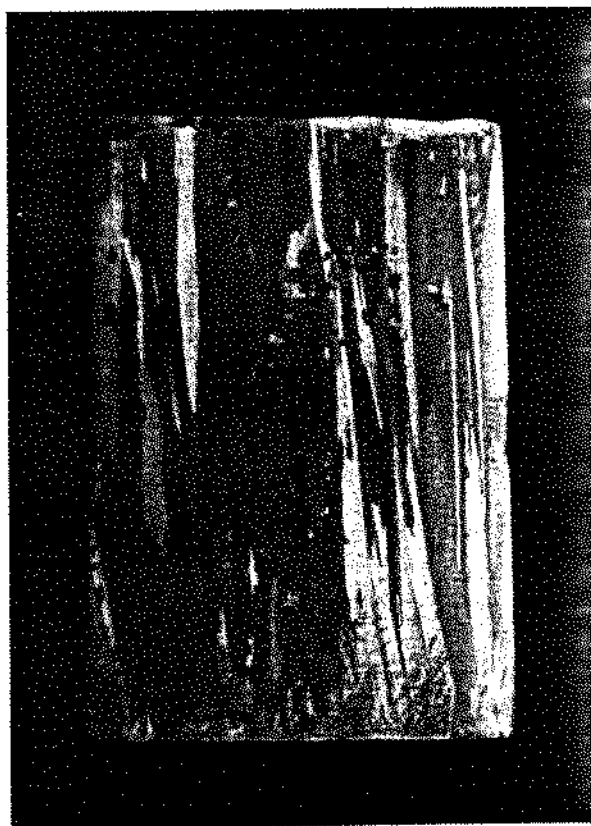
Figura 6.23 - Macroestruturas longitudinais de lingotes de Alumínio solidificados unidirecionalmente em moldes refrigerados a água.

(a) molde polido

(b) molde recoberto



(a)

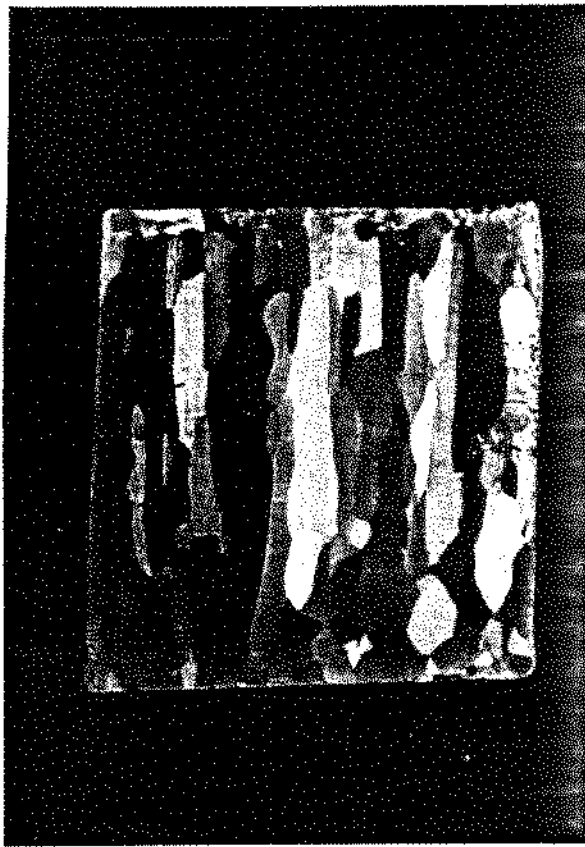


(b)

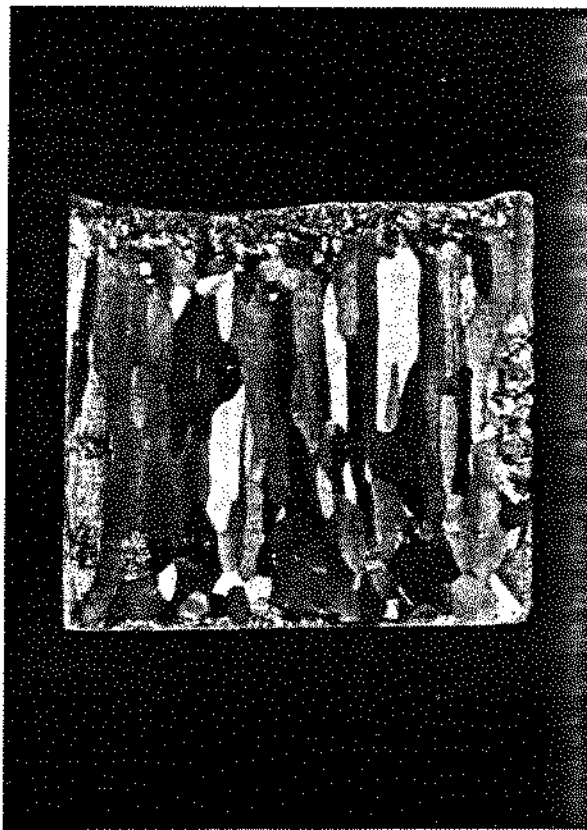
Figura 6.24 - Macroestruturas longitudinais de lingotes de Estanho solidificados unidirecionalmente em moldes refrigerados a água.

(a) molde polido

(b) molde recoberto



(a)

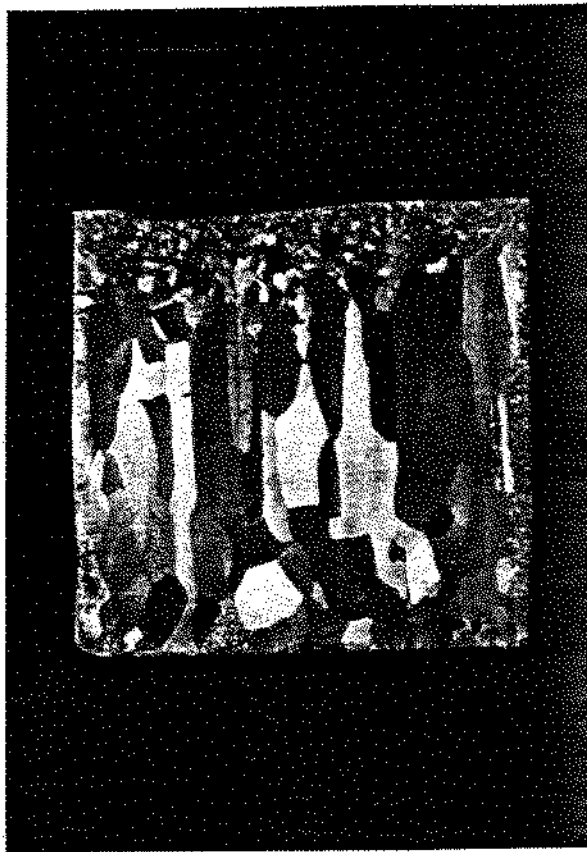


(b)

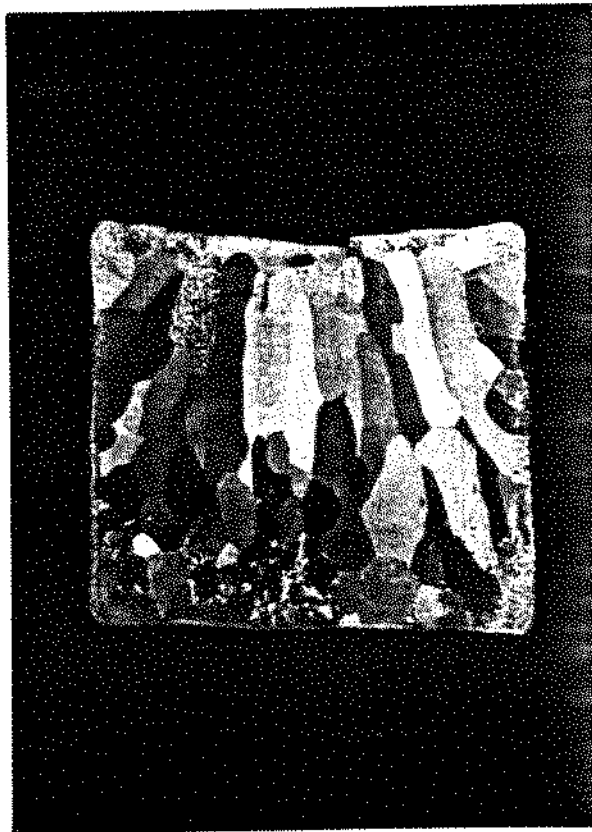
Figura 6.25 - Macroestruturas longitudinais de lingotes de Chumbo solidificados unidirecionalmente em moldes maciços de diferentes espessuras (e)

(a) $e = 4 \times 10^{-2} \text{ m}$

(b) $e = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$



(a)



(b)

Figura 6.26 - Macroestruturas longitudinais de lingotes de Chumbo solidificados unidirecionalmente em moldes maciços de diferentes espessuras (e).

(a) $e = 1,5 \times 10^{-2} \text{m}$

(b) $e = 0,5 \times 10^{-2} \text{m}$

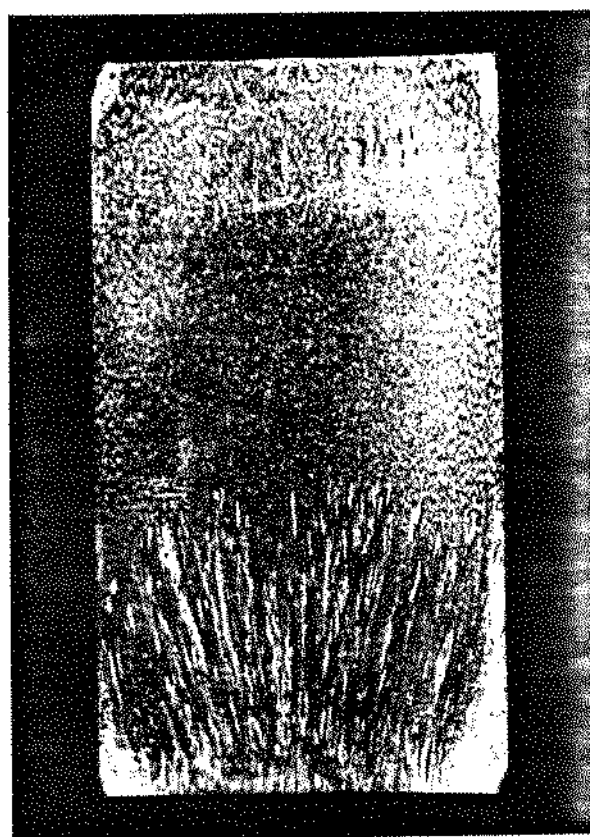


Figura 6.27 - Macroestrutura longitudinal de um lingote do eutético Estanho-Chumbo solidificado unidirecionalmente em molde refrigerado a água com a interface metal/molde polida.

CAPÍTULO 7DISCUSSÃO DOS RESULTADOS7.1. VERIFICAÇÃO DA NATUREZA DO MODELO PROPOSTO E CÁLCULO DO COEFICIENTE DE TRANSMISSÃO DE CALOR DA INTERFACE METAL/MOLDE

Levando-se em consideração a equação (3.26), representativa do modelo proposto, no que diz respeito à cinética de solidificação pode-se escrever a seguinte variação linear:

$$\frac{t}{s} = \alpha S + \beta \quad (7.1)$$

Colocando-se os resultados experimentais na forma expressa pela equação (7.1), ou seja, em termos de relação tempo de solidificação sobre a espessura solidificada em função da espessura solidificada, pode-se comprovar a natureza parabólica da equação representativa da cinética do modelo, bem como pode-se determinar as constantes α e β da referida equação. Estas constantes podem ser determinadas por regressão linear dos pontos experimentais dispostos conforme a equação (7.1), sendo o valor de α dado pela inclinação da reta obtida e o valor de β dado pela intersecção desta reta com o eixo de coordenadas t/s , conforme ilustra a Figura 7.1.

Levando-se em consideração a equação (3.27) e o valor de β determinado experimentalmente, o coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde pode ser calculado através da seguinte relação:

$$h_i = \frac{H d_s}{(T_f - T_o) \beta} \quad (7.2)$$

7.1.a) Solidificação Unidirecional de Metais em Moldes Refrigera-
dos

Com a finalidade de determinar-se experimentalmente os

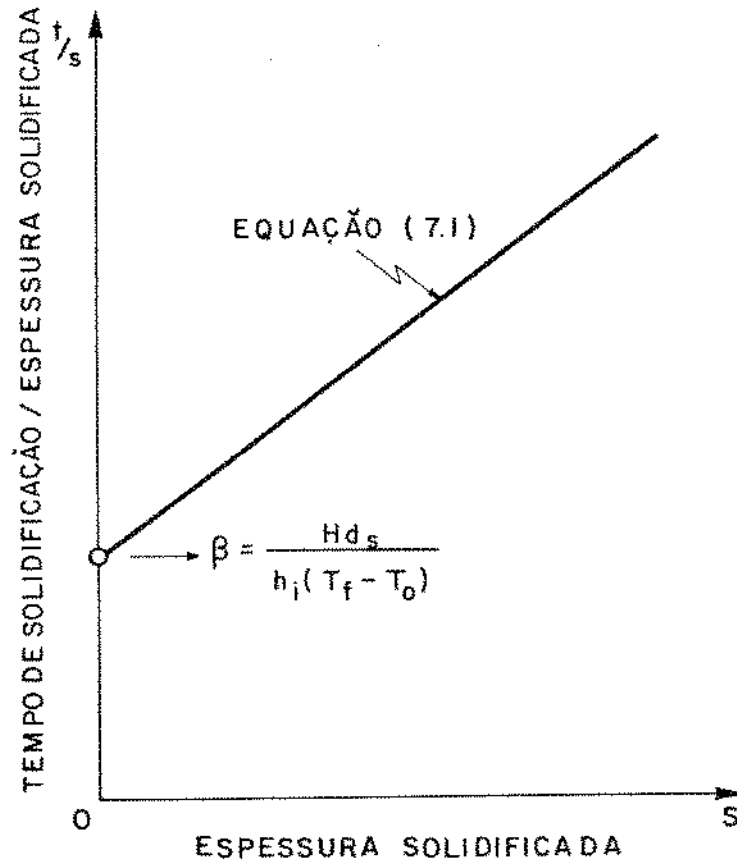


Figura 7.1 - Variação do tempo de solidificação (t) em função da espessura solidificada, de acordo com a equação (7.1).

diferentes valores das constantes α e β para cada metal e cada condição de contato térmico utilizada na interface metal/molde, os resultados obtidos relativos à cinética do processo de solidificação foram colocados na maneira indicada na Figura 7.1, conforme mostram as Figuras de 7.2 a 7.5. Em todos os casos as retas experimentais foram obtidas por regressão linear dos pontos experimentais realizada em uma calculadora eletrônica Texas Sr-51A e comprovam claramente a natureza parabólica do modelo proposto, sendo que os valores de α e β obtidos encontram-se apresentados na Tabela 7.1. Também em todos os casos apresentados nas Figuras de 7.2 a 7.5 pode-se notar uma pequena diferença de inclinação nas retas obtidas para os dois diferentes tipos de contato térmico utilizados.

Conforme mostra a equação (3.27) do modelo proposto, a inclinação da reta (α) independe do contato térmico utilizado. Entretanto, era de se esperar uma pequena variação no valor desta constante uma vez que α depende das propriedades térmicas do metal, que variam com a temperatura, enquanto que uma das hipóteses do desenvolvimento do modelo assume que tais propriedades permaneçam constantes durante o processo. No caso da interface metal/molde recoberta com revestimento isolante a camada solidificada fica submetida a um nível de temperaturas evidentemente mais elevado do que no caso de molde polido, conforme pode-se observar nas Figuras 6.3, 6.4, 6.7 e 6.8, conduzindo conseqüentemente a pequenas diferenças de propriedades térmicas entre as duas condições de contato térmico e portanto a pequenas diferenças de inclinação das retas. Nota-se ainda que esta diferença de inclinação é tanto mais sensível nos metais de ponto de fusão mais elevados, uma vez que a diferença de nível de temperaturas que as camadas solidificadas estarão submetidas nos dois tipos de contato térmico será proporcionalmente mais elevada. De qualquer forma as diferenças verificadas nos valores da constante α , embora ressaltadas quando os resultados são colocados na forma linear indicada na Figura 7.1, não implicam em praticamente qualquer diferença no compute global da cinética do processo de solidificação através do modelo proposto, conforme será visto mais adiante neste capítulo.

No caso da solidificação unidirecional do Estanho para a interface metal/molde polida, cujos resultados são apresentados na Figura 7.5, durante o processo de solidificação entre $2 \times 10^{-2} \text{m}$

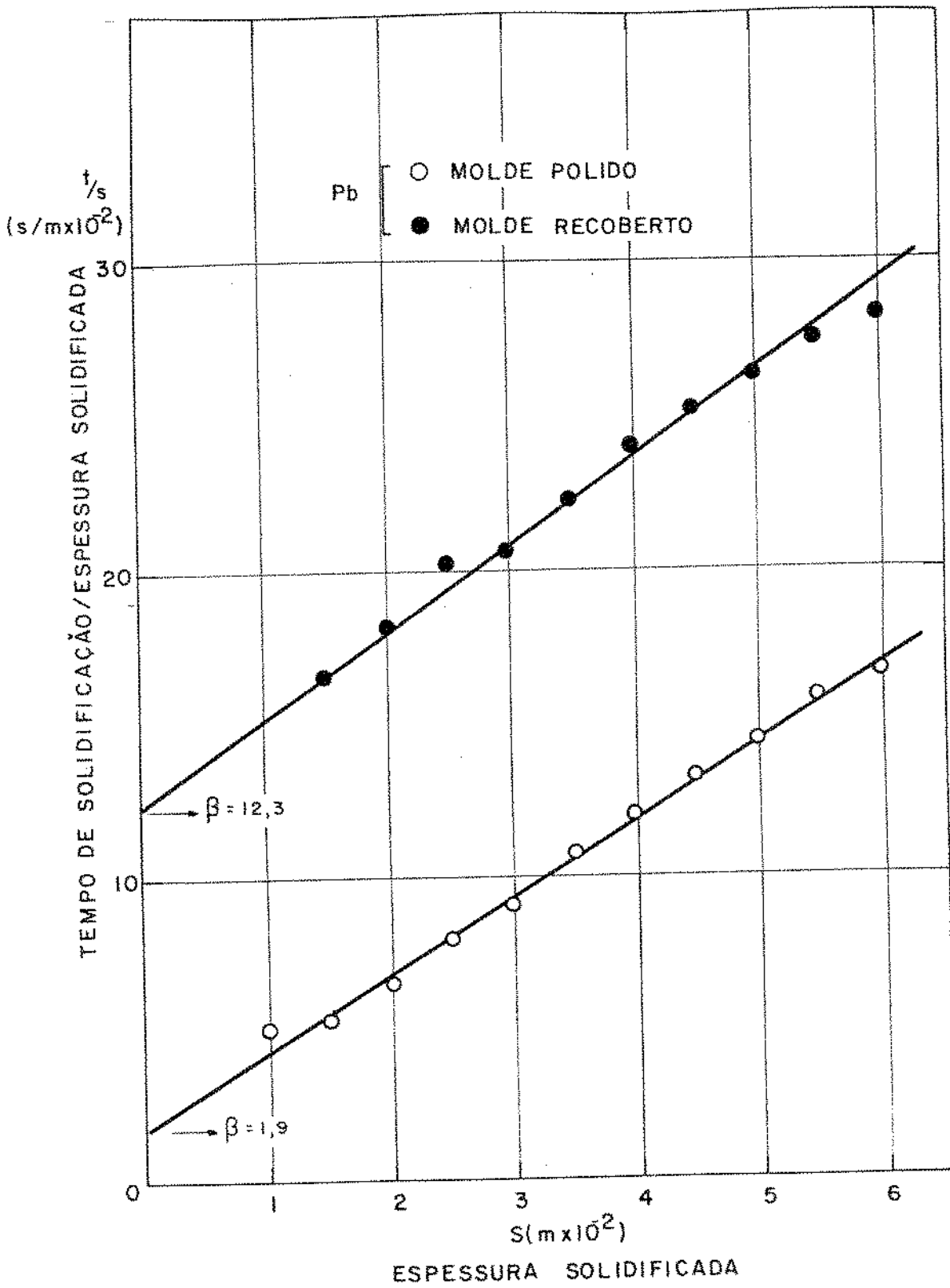


Figura 7.2 - Resultados experimentais obtidos na solidificação unidirecional de Chumbo em molde refrigerado a água, dispostos conforme a Figura 7.1 para a determinação dos valores da constante β .

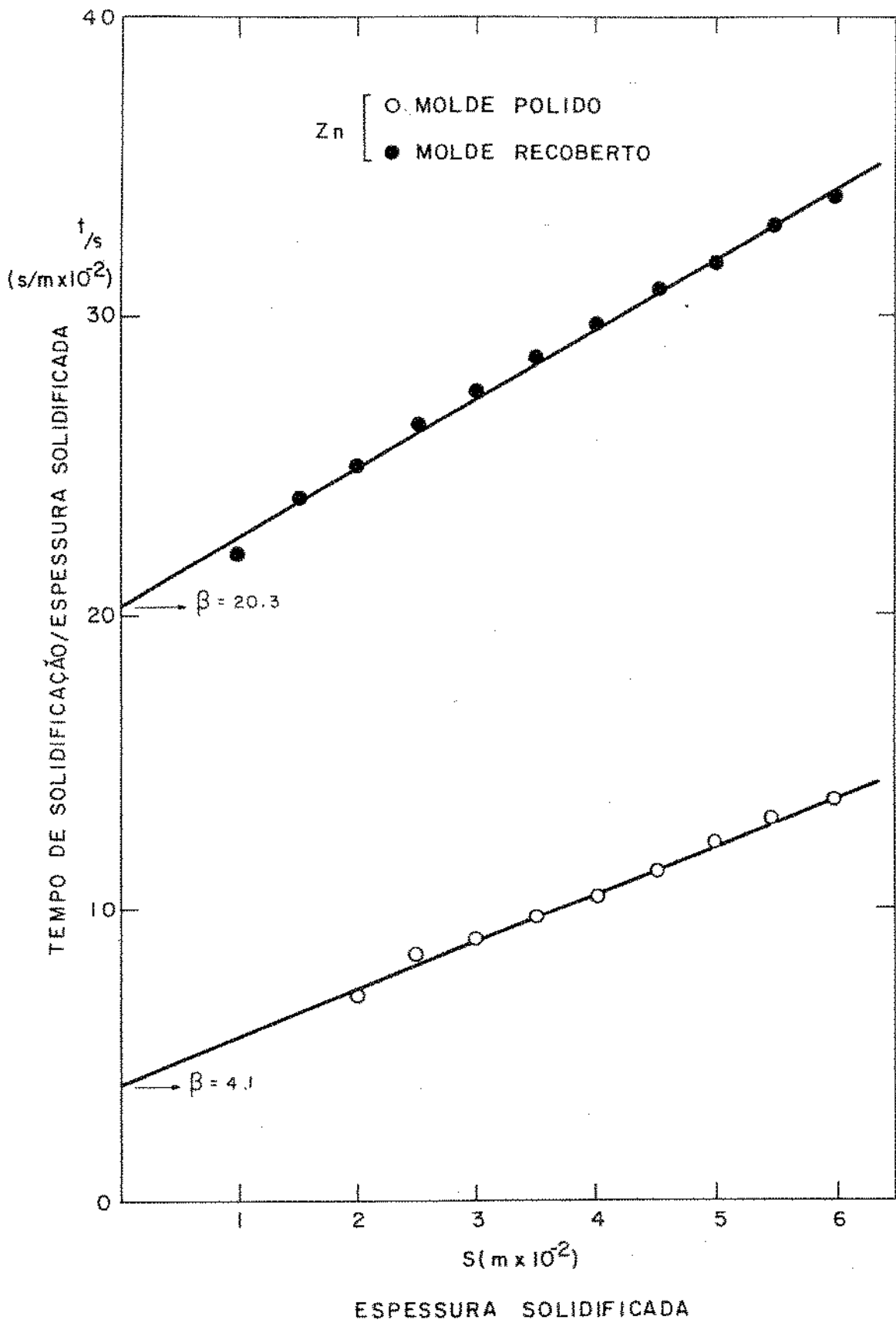


Figura 7.3 - Resultados experimentais obtidos na solidificação unidirecional de Zinco em molde refrigerado a água, dispostos conforme a Figura 7.1 para a determinação dos valores da constante β .

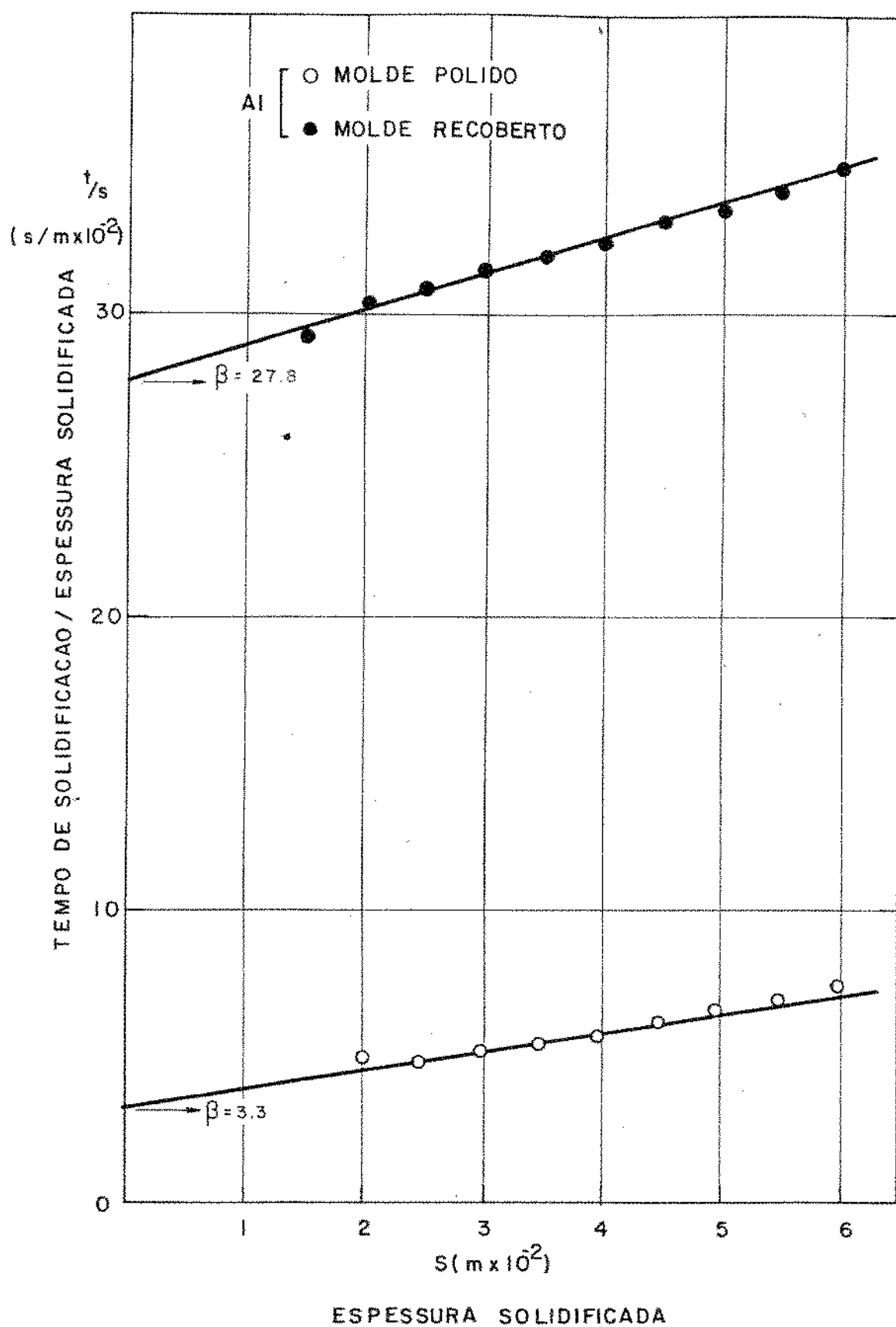


Figura 7.4 - Resultados experimentais obtidos na solidificação unidirecional do Alumínio em molde refrigerado a água, dispostos conforme a Figura 7.1 para a determinação dos valores da constante β .

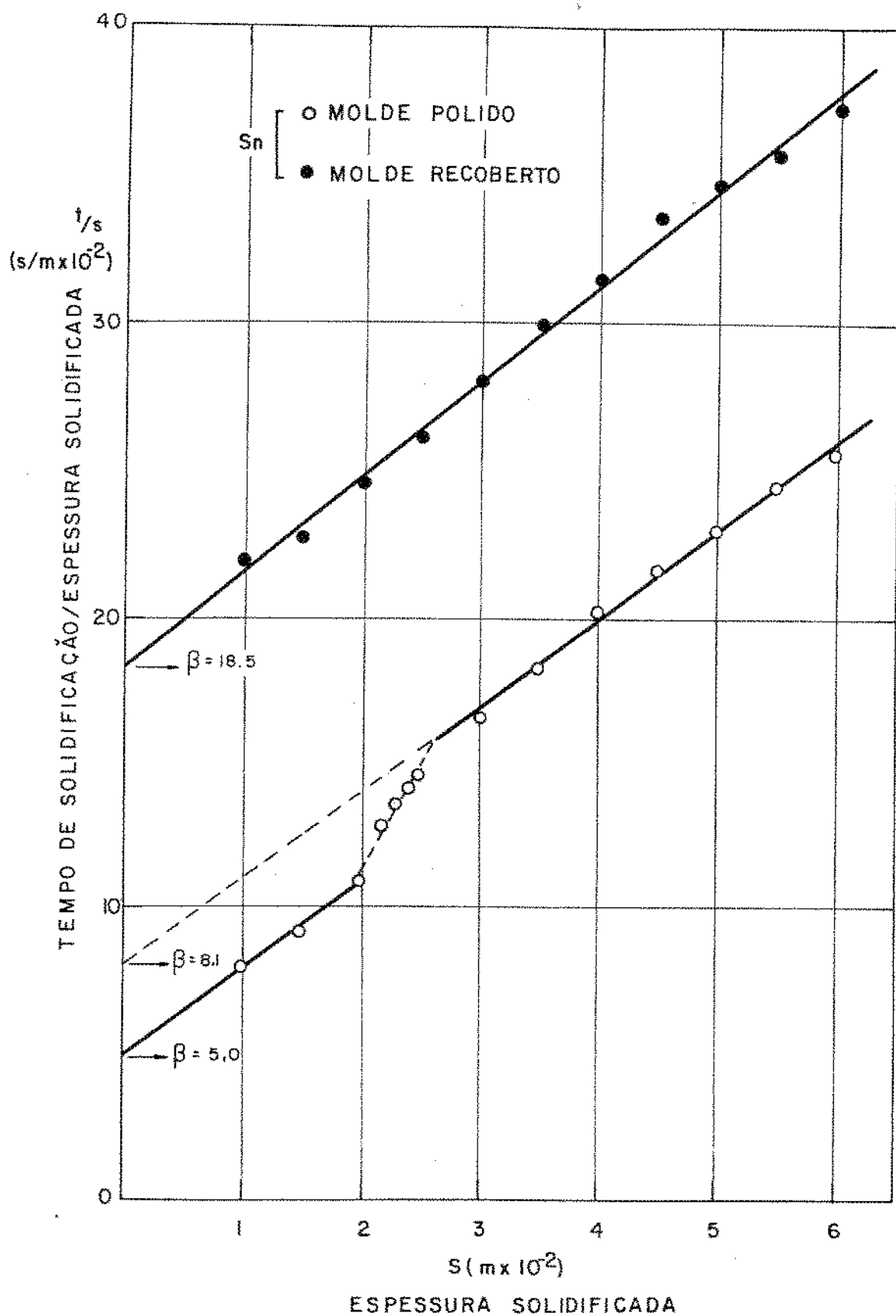


Figura 7.5 - Resultados experimentais obtidos na solidificação unidirecional do Estanho em molde refrigerado a água, dispostos conforme a Figura 7.1 para a determinação de β

METAL	MOLDE POLIDO		MOLDE RECOBERTO		α SEGUNDO O MODELO PRO- POSTO
	α ($\frac{S}{m^2} \times 10^4$)	β ($\frac{S}{m} \times 10^2$)	α ($\frac{S}{m^2} \times 10^4$)	β ($\frac{S}{m} \times 10^2$)	
ESTANHO	3,0	5,0	3,2	18,5	2,9
	3,0 *	8,1 *			
CHUMBO	2,5	1,9	2,8	12,3	2,4
ZINCO	1,6	4,1	2,3	20,3	1,5
ALUMÍNIO	0,65	3,3	1,2	27,8	0,51

* valores obtidos após a formação do "gap" de ar (Fig. 7.5).

TABELA 7.1 - Valores experimentais de α e β obtidos na solidificação unidirecional de metais em moldes refrigerados a água.

e $2,5 \times 10^{-2}$ m de camada de metal solidificada, a contração volumétrica do metal provocou a formação de um "gap" ou filme de ar entre o metal e o molde, alterando conseqüentemente o valor do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde após $S=2,5 \times 10^{-2}$ m. Esta situação pode ser vista de forma bastante clara na Figura 7.5, onde pode-se notar que após a formação do "gap" de ar o processo de solidificação tem continuidade com o mesmo valor da constante α que se verificava até o início da formação da camada de ar, o que serve para reforçar ainda mais a comprovação da natureza do modelo proposto (58).

Utilizando-se os valores da constante β , determinada experimentalmente nas Figuras de 7.2 a 7.5, a equação (7.2) e as propriedades físicas que constam do Apêndice 4 deste trabalho, pode-se calcular os valores do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde, para os diferentes metais e condições de contato térmico utilizados. Estes valores calculados encontram-se agrupados na Tabela 7.2.

Os valores do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde são dependentes do ângulo de contato de metal líquido e seu substrato de nucleação, no caso o molde. Quanto menor o ângulo de contato, ou seja, quanto mais efetivo o contato entre metal e molde, maior o valor global de h_1 . Portanto, seria necessário conhecer-se a influência energética do substrato, no caso aço polido e aço recoberto com película de revestimento à base de Alumina, sobre a nucleação dos diferentes metais analisados neste trabalho, para que se pudesse verificar a posição de cada um deles em relação aos valores do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde. Entretanto, a literatura não apresenta valores desta influência energética do substrato de nucleação, a não ser para o caso de nucleação de alguns polímeros (59). Esta escassez deste tipo de informação sugere inclusive a necessidade de pesquisas que determinem o grau de influência energética que o tipo de contato térmico exerce sobre a nucleação de diferentes metais, e portanto sobre o valor de h_1 . A Tabela 7.2 apresenta uma tendência neste sentido refletida pelos valores de h_1 calculados.

Comparando-se os valores de h_1 calculados a partir da determinação experimental da constante β , com os escassos resultados encontrados na literatura especializada (18, 60) pode-se verificar que os resultados obtidos para a interface metal/molde polida, apresentam a mesma ordem de grandeza ou seja valores em

CONDIÇÃO DO MOLDE	COEFICIENTE DE TRANSMISSÃO DE CALOR DA INTERFACE METAL/MOLDE h_1 ($\frac{J \times 10^3}{m^2 \cdot s \cdot K}$)			
	CHUMBO	ZINCO	ALUMÍNIO	ESTANHO
MOLDE POLIDO	4,9 (0,12)	4,2 (0,10)	4,8 (0,11)	4,2 (0,10)
MOLDE RECOBERTO	0,75 (0,018)	0,84 (0,020)	0,60 (0,014)	2,60 (0,062) **

* Os parêntesis indicam valores em unidades do sistema CGS

** valor obtido após a formação do "gap" de ar

TABELA 7.2 - Valores do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde calculados pelo método proposto para os diferentes metais e condições de contato térmico entre metal e molde utilizados neste trabalho.

torno de $4,5 \text{ Jx}10^3/\text{m}^2\text{sK}$. Os resultados obtidos para o molde com revestimento à base de Alumina (Dycote 39-Foseco) podem ser comparados com os valores obtidos por Prates et al (60) para Chumbo e Alumínio em molde recoberto com Alumina, verificando-se que estes valores encontram-se dentro da faixa de 0.6 a 1.1 $\text{Jx}10^3/\text{m}^2\text{sK}$ obtida no presente trabalho.

Os métodos de determinação do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde, utilizados por Prates et al (60) e por Morales et al (61) são baseados em uma série exaustiva de ensaios de fluidez, utilizando-se portanto de sistemas simuladores das condições reais verificadas na solidificação de metais. O método experimental proposto neste trabalho para a determinação de h_i apresenta a vantagem de ser bastante mais rápido além de utilizar-se de uma experiência real de solidificação em um sistema metal/molde, e não utilizar-se de um sistema simulador das condições que se verificam no processo de solidificação.

7.1.b) Solidificação Unidirecional de Metais em Moldes Maciços

A Figura 7.6 apresenta os resultados obtidos relativos à cinética de solidificação de Chumbo em molde maciço semi-infinito, colocados na forma indicada na Figura 7.1, ou seja de maneira adequada à determinação das constantes da equação (4.75) representativa da cinética de solidificação segundo o modelo proposto. De forma semelhante aos resultados processados para o caso de solidificação em moldes refrigerados a água, as retas experimentais da Figura 7.6 foram obtidas por regressão linear dos pontos experimentais, comprovando também a natureza parabólica da equação da cinética do modelo proposto. Os valores de α e β obtidos são os seguintes:

Condição do Molde	α ($\frac{\text{S}}{\text{m}^2}\text{x}10^4$)	β ($\frac{\text{S}}{\text{m}}\text{x}10^2$)	α segundo o modelo
Molde Polido	3,4	2,2	3,5
Molde Recoberto	3,2	12,0	

Pode-se notar também neste caso uma pequena diferença

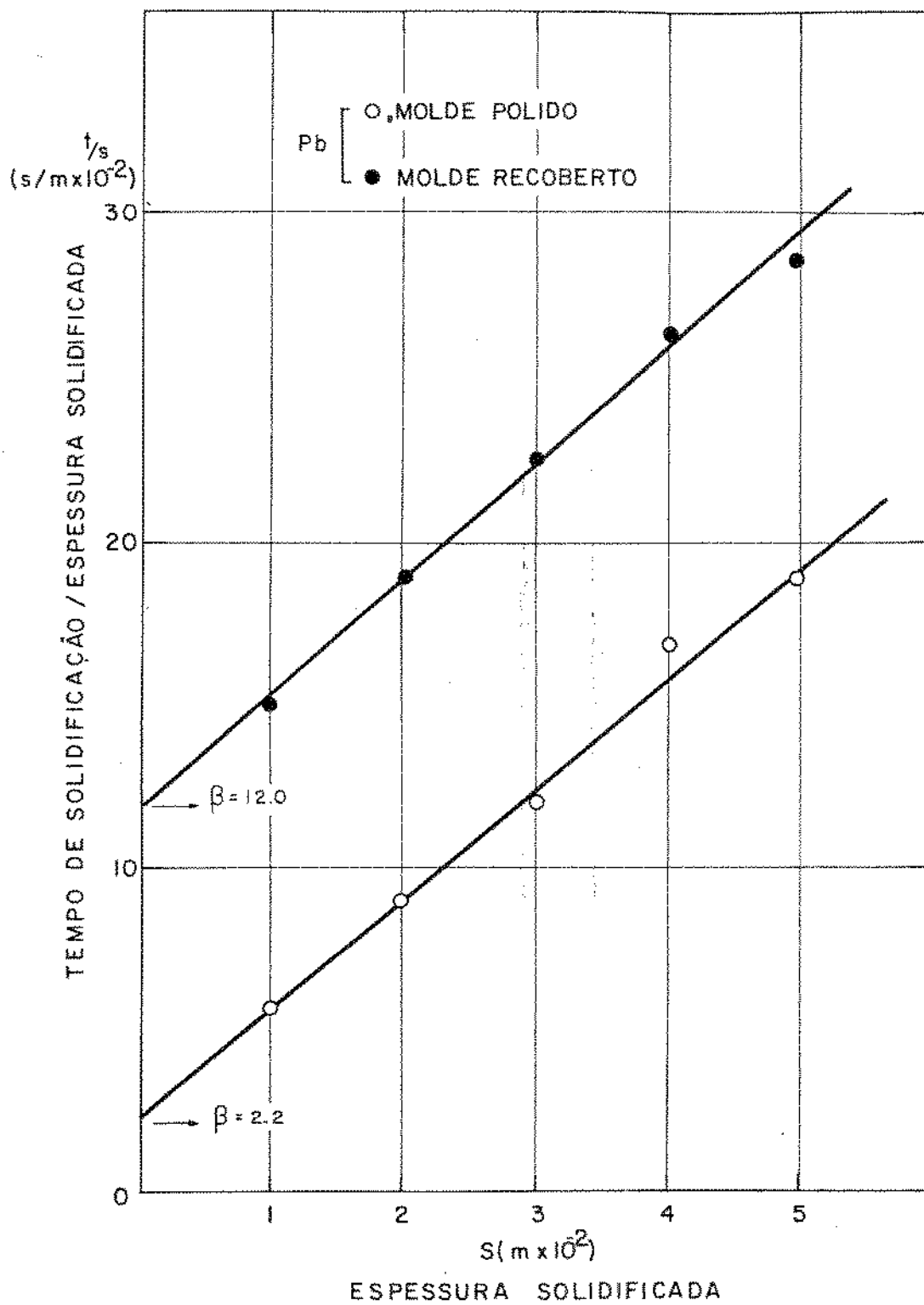


Figura 7.6 - Resultados experimentais obtidos na solidificação unidirecional de Chumbo em molde maciço de aço ABNT 1020 semi-infinito, dispostos conforme a Figura 7.1 para a determinação dos valores da constante β .

na inclinação das retas obtidas para os dois tipos de contato térmico utilizados na interface metal/molde, embora esta diferença seja ainda menor que a observada no caso de moldes refrigerados a água. Esta menor diferença deve-se ao fato de que os moldes maciços apresentando uma difusividade de calor finita, não se constituem em perfeitos observadores de calor como no caso de moldes refrigerados, impondo durante a solidificação uma distribuição de temperaturas na camada solidificada que não apresenta grandes variações conforme o tipo de contato térmico utilizado na interface metal/molde, conforme pode ser observado nas Figuras 6.14 e 6.15. Esta menor variação no perfil térmico do sólido irá conduzir a uma menor variação das propriedades térmicas e conseqüentemente a uma menor variação na inclinação das retas experimentais como o tipo de contato térmico utilizado.

Também no caso de moldes maciços, os valores da constante β determinados experimentalmente na Figura 7.6, juntamente com as propriedades físicas que constam do Apêndice 4 e a equação (7.2), podem ser utilizados no cálculo dos valores do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde. No caso particular do Chumbo e para os dois tipos de contato térmico utilizados neste trabalho os resultados obtidos constam da Tabela abaixo:

Condição do Molde	Coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde h_i ($\frac{J \times 10^3}{m^2 s K}$)	
Molde Polido	4,2	(0,10)
Molde Recoberto	0,75	(0,018)

* Os parêntesis indicam valores em unidades do sistema CGS.

Comparando-se os valores de h_i acima com os valores obtidos na solidificação do Chumbo em molde refrigerado a água (Tabela 7.2) para as mesmas condições de contato térmico nota-se uma diferença no valor de h_i para a interface metal/molde polida enquanto os valores de h_i para o molde recoberto são exatamente os mesmos, conforme era de se esperar. Esta diferença verificada para o molde polido, deve-se à influência que a rugosidade superficial do molde exerce sobre o valor deste coeficiente. De acordo com verificações realizadas por outros autores (60, 61) quanto menor a rugosidade superficial do molde, o contato efeti-

vo entre o metal líquido e o molde é melhorado implicando em um aumento do coeficiente de transmissão de calor global. De fato, o acabamento superficial da chapa molde de aço ABNT 1020 utilizada no dispositivo de solidificação unidirecional refrigerado a água, foi realizado em uma retífica, enquanto que o molde maciço de aço ABNT 1020 dadas suas dimensões sofreu apenas uma usinagem de acabamento em um torno, o que foi suficiente para provocar diferenças na rugosidade superficial dos moldes e consequentemente pequena diferença no valor do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde.

7.1.c) Solidificação Unidirecional de Ligas de Composição Eutética em Moldes Refrigerados

A Figura 7.7 apresenta os resultados obtidos relativos à cinética de solidificação do eutético Estanho-Chumbo em moldes refrigerados a água, colocados na forma indicada na Figura 7.1, ou seja de maneira apropriada à determinação da constante β . Pode-se notar que para os dois tipos de contato térmico utilizados na interface metal/molde verificou-se a existência de dois tipos distintos de comportamento cinético. De qualquer forma a natureza parabólica do modelo proposto, com relação à cinética do processo de solidificação, pode ser comprovada nas duas etapas de comportamento cinético. Verifica-se também que na primeira das etapas a inclinação das retas experimentais é essencialmente a mesma para os dois tipos de contato térmico utilizados enquanto na segunda etapa cinética há uma pequena variação na inclinação. A existência dos tipos de comportamento, bem como da pequena variação de inclinação das retas experimentais, serão analisadas e discutidas adiante em um item deste capítulo dedicado à solidificação de ligas de composição eutética.

Com a finalidade de verificar se o comportamento cinético observado era tipo do eutético Estanho-Chumbo ou uma característica da solidificação de sistemas eutéticos, realizou-se uma experiência de solidificação unidirecional do eutético Alumínio-Cobre, com a interface metal/molde polida, no dispositivo de solidificação refrigerado a água. Os resultados obtidos encontram-se apresentados na Figura 7.8, já dispostos conforme a indicação da Figura 7.1. Pode-se notar que também para o eutético Alumínio-Cobre verificou-se a existência de dois regimes cinéticos.

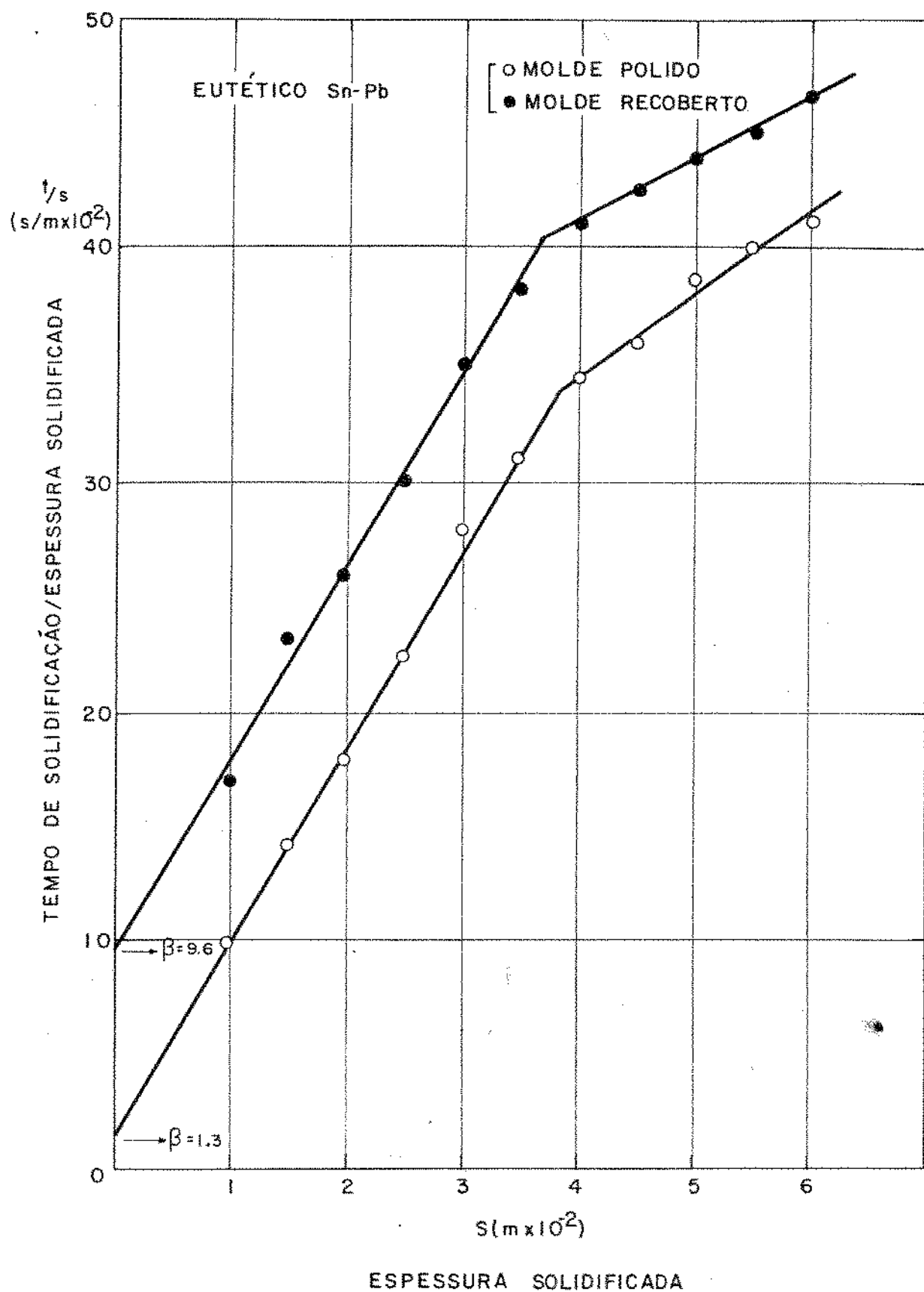


Figura 7.7 - Resultados experimentais obtidos na solidificação unidirecional do eutético Estanho-Chumbo em molde refrigerado a água, dispostos conforme a Figura 7.1 para a determinação dos valores da constante β .

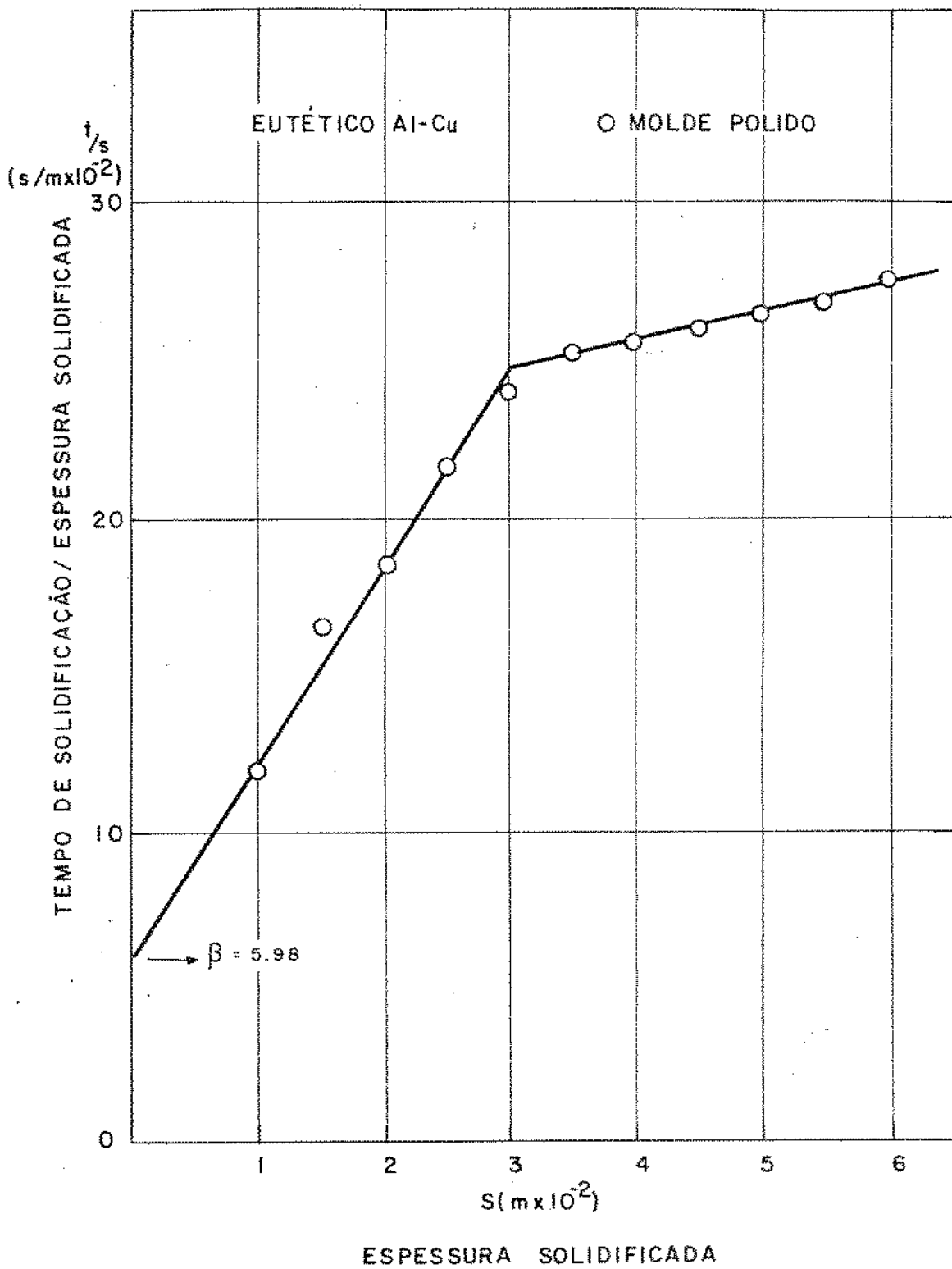


Figura 7.8 - Resultados experimentais obtidos na solidificação unidirecional do eutético Alumínio-Cobre em molde refrigerado a água, dispostos conforme a Figura 7.1, para a determinação do valor da constante β .

Também neste caso a análise e discussão de tal comportamento será feita em item posterior deste capítulo. A Tabela 7.3 apresenta os valores de α e β obtidos para os dois eutéticos analisados.

CONDIÇÃO DO MOLDE	EUTÉTICO Sn-Pb		EUTÉTICO Al-Cu	
	α ($\frac{S}{m^2} \times 10^4$)	β ($\frac{S}{m} \times 10^2$)	α ($\frac{S}{m^2} \times 10^4$)	β ($\frac{S}{m} \times 10^2$)
Molde Polido	8,6	1,3	6,2	6,0
Molde Recoberto	8,3	9,6	-	-

TABELA 7.3 - Valores experimentais de α e β obtidos na solidificação unidirecional em moldes refrigerados a água.

De forma semelhante ao realizado com os metais, pode-se utilizar os valores de β determinados experimentalmente, a equação (7.2) e as propriedades físicas que constam do Apêndice 4, para se calcular os valores dos coeficientes de transmissão de calor da interface metal/molde, para os dois casos de solidificação de eutéticos. Os resultados obtidos constam da Tabela 7.4 e são referentes à primeira etapa de comportamento cinético.

CONDIÇÃO DO MOLDE	COEFICIENTE DE TRANSMISSÃO DE CALOR DA INTERFACE METAL/MOLDE h_i ($J \times 10^3 / m^2 s K$)			
	EUTÉTICO Sn-Pb		EUTÉTICO Al-Cu	
Molde Polido	15,5	(0,37)	4,2	(0,10)
Molde Recoberto	2,0	(0,048)	-	-

* os parêntesis indicam valores em unidades do sistema CGS

TABELA 7.4 - Valores do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde (h_i) calculados, segundo o modelo proposto.

Pode-se notar na Tabela 7.4 que os valores de h_i obtidos para o eutético Estanho-Chumbo são bastante elevados comparativamente aos valores calculados para os diferentes metais analisados neste trabalho, solidificados com as mesmas condições de contato térmico na interface metal/molde. Isto se deve à elevada molhabilidade apresentada pelo eutético Estanho-Chumbo (62), o que provoca um contato muito mais efetivo entre o eutético e o substrato de nucleação, aumentando o valor do coeficiente de transmissão de calor. Com relação ao valor de h_i determinado para o eutético Alumínio-Cobre em molde polido, pode-se notar que apresenta a mesma ordem de grandeza dos valores obtidos para os metais analisados neste trabalho.

7.2. VERIFICAÇÃO QUANTITATIVA DO MODELO PROPOSTO PARA A SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL DE METAIS EM MOLDES REFRIGERADOS

As equações representativas do modelo proposto, no que diz respeito à cinética e à determinação de temperaturas durante o processo de solidificação, serão comparadas com os resultados experimentais na forma adimensional segundo os parâmetros, adimensionais definidos no Apêndice 1, permitindo uma visualização geral e extensiva sob ponto de vista da aplicabilidade do modelo proposto. Para que esta visualização fosse a mais ampla possível, as condições de contato térmico na interface metal/molde utilizados nas experiências, foram adequadamente escolhidas de modo a se constituírem em condições extremas e opostas. De fato, em condições operacionais o molde polido oferece as melhores condições possíveis de extração de calor, enquanto que o molde recoberto com revestimento isolante à base de Alumina constitui-se em um dos mais fortes obstáculos isolantes utilizados como recobrimentos de molde. Estas duas condições de contato térmico adotados fazem com que outros revestimentos de molde tradicionalmente utilizados na tecnologia da fundição e do lingotamento, como por exemplo revestimentos à base de zirconato ou negro de fumo, apresentem condições de contato térmico intermediárias em relação às condições utilizadas (63, 64), permitindo uma visualização ampla e global do comportamento do modelo proposto.

Levando-se em consideração as propriedades físicas apresentadas no Apêndice 4, devidamente adimensionalizadas, e as equações (3.33) e (3.36) do modelo proposto pode-se fazer uma

análise comparativa entre os resultados experimentais obtidos na solidificação unidirecional de metais em moldes refrigerados e o modelo proposto.

7.2.a) Solidificação Unidirecional de Alumínio em Molde Refrigerado a Água

Para o caso de Alumínio solidificado unidirecionalmente em molde refrigerado a água, as equações (3.33) e (3.36) as sumem, respectivamente, a seguinte forma:

$$t^* = 0,41 S^{*2} + 0,54 S^* \quad (7.3)$$

$$T_i^* = 1,37 \operatorname{erf} \left(\frac{0,53}{0,68 + S^*} \right) \quad (7.4)$$

A Figura 7.9 apresenta a comparação da equação (7.3) com os resultados experimentais devidamente adimensionalizados, obtidos na solidificação unidirecional do Alumínio em molde refrigerado a água. Pode-se notar que a concordância dos resultados experimentais com o modelo proposto é excelente para as duas condições opostas de contato térmico utilizadas, comprovando a eficiência do modelo no que diz respeito à cinética de solidificação do Alumínio. A Figura 7.10 compara a equação (7.4) com os resultados experimentais obtidos para a temperatura da interface metal/molde, também para o caso da solidificação do Alumínio. Embora os resultados experimentais aproximem-se bastante do modelo proposto, a concordância não é total como a observada com os resultados relativos à cinética de solidificação. Conforme já apontado em trabalhos de outros autores (16, 32) o posicionamento correto de um termopar junto à interface metal/molde bem como a manutenção deste termopar nesta posição, consistem em aspectos experimentais de extrema dificuldade. A contração volumétrica que se verifica no metal durante a mudança de estado de agregação, fatalmente desloca o termopar de sua posição inicial conduzindo, a partir de um certo instante do processo, a leitura de temperaturas de outro ponto que não aquele pré-estabelecido. Desta forma, o registro exato da variação de tempera

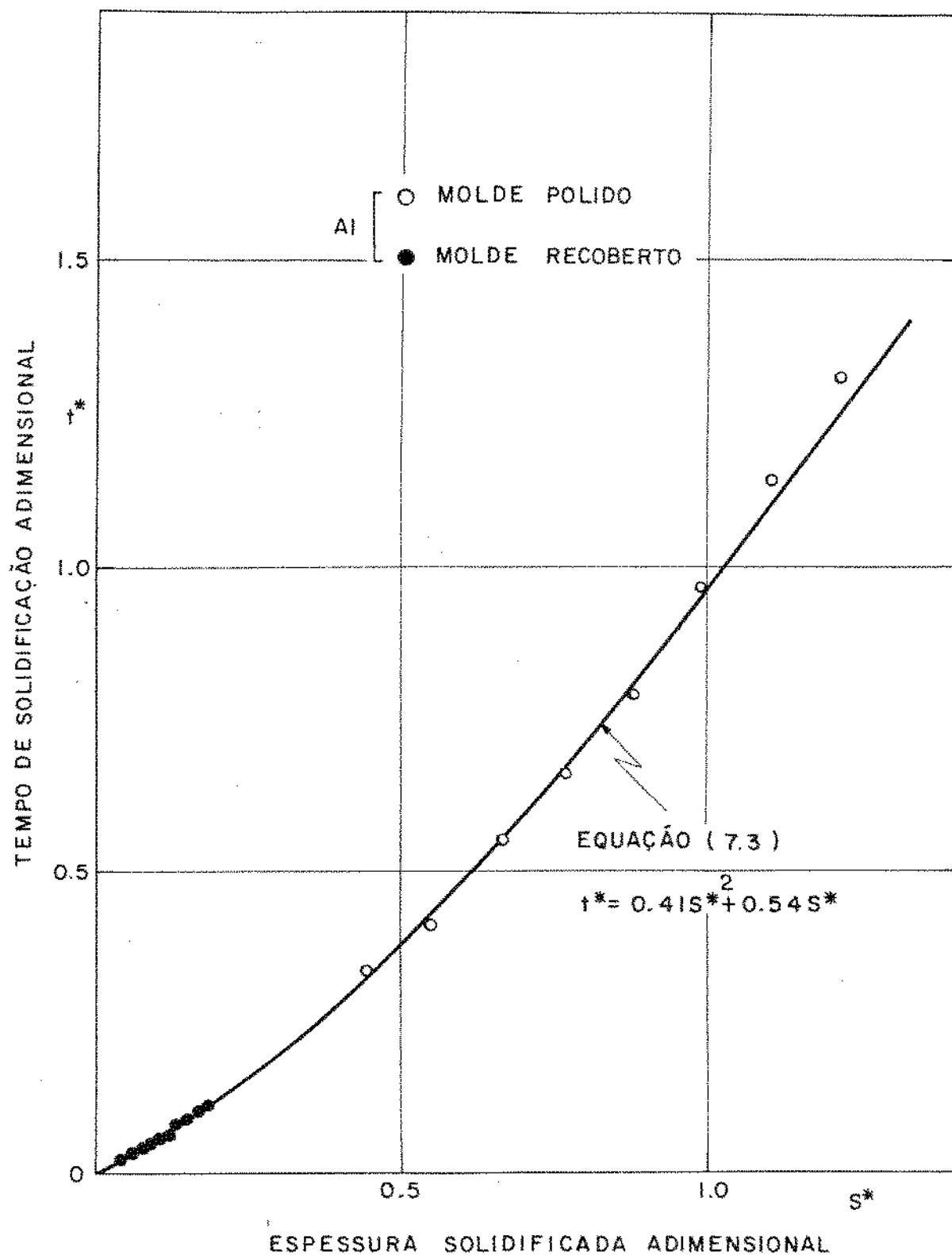


Figura 7.9 - Variação do tempo de solidificação adimensional (t^*) em função da espessura solidificada adimensional (S^*) segundo o modelo proposto, comparado com os resultados experimentais obtidos na solidificação unidirecional do Alumínio em molde refrigerado a água.

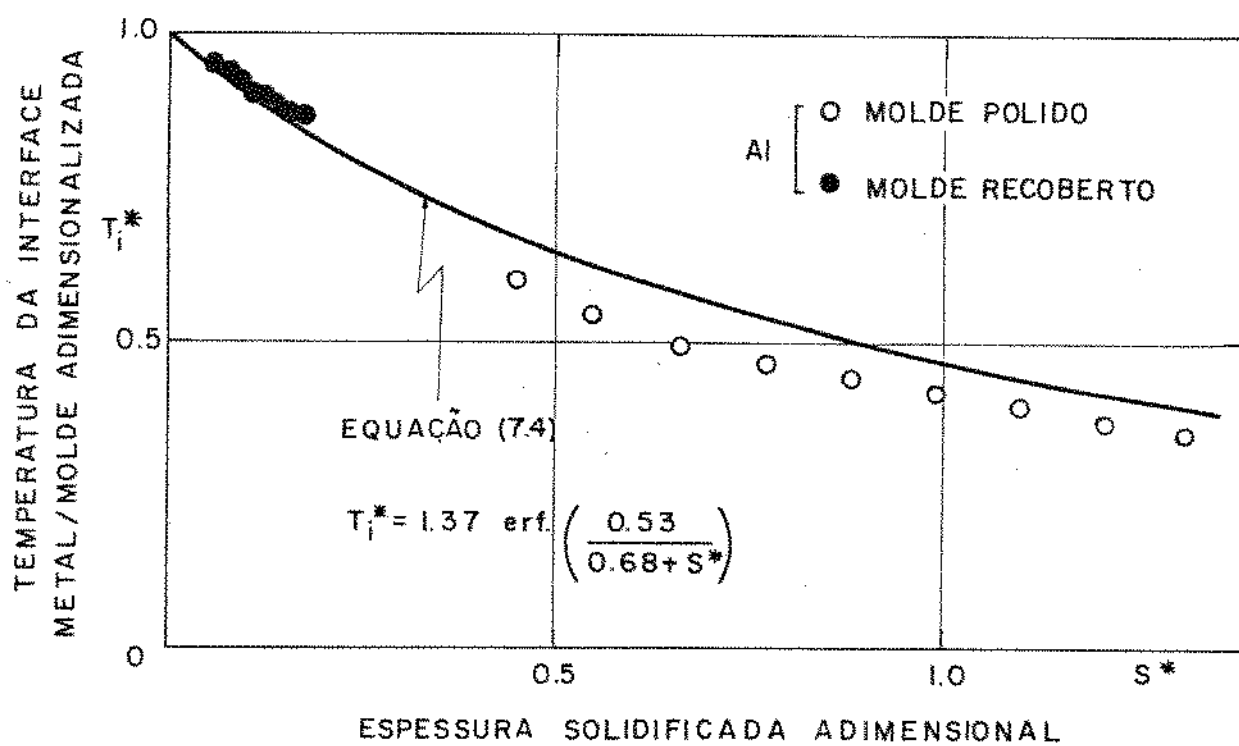


Figura 7.10 - Variação da temperatura da interface metal/molde adimensional (T_i^*) em função da espessura solidificada adimensional (S^*) segundo o modelo proposto, comparado com os resultados experimentais obtidos na solidificação unidirecional do Alumínio em moldes refrigerados a água.

tura de um determinado ponto da camada de metal solidificado durante o processo de solidificação é extremamente difícil, conduzindo inevitavelmente a uma certa margem de erro. De qualquer forma os resultados obtidos para o Alumínio mostram uma aproximação bastante boa com o modelo, comprovando sua eficiência no cálculo de temperaturas durante a solidificação do Alumínio.

7.2.b) Solidificação Unidirecional de Chumbo em Molde Refrigerado a Água.

Para o caso de Chumbo solidificado unidirecionalmente em molde refrigerado a água, as equações (3.33), e (3.36) assumem, respectivamente a seguinte forma.

$$t^* = 0,46 S^{*2} + 0,60 S^* \quad (7.5)$$

$$T_i^* = 1,43 \operatorname{erf} \left(\frac{0,49}{0,66 + S^*} \right) \quad (7.6)$$

A Figura 7.11 apresenta a comparação da equação (7.5) com os resultados experimentais, devidamente adimensionalizados, obtidos na solidificação unidirecional do Chumbo em molde refrigerado a água. Também neste caso a concordância dos resultados experimentais com o modelo proposto para os diferentes tipos de contato térmico utilizados, comprovam sua eficácia na determinação da cinética de solidificação do Chumbo. A Figura 7.12 apresenta os resultados obtidos para a temperatura da interface metal/molde ao longo do processo de solidificação, comparativamente à equação (7.6) do modelo proposto aplicada ao caso de solidificação de Chumbo. Também neste caso existe uma concordância relativamente boa entre os resultados experimentais e o modelo proposto, sendo que a diferença existente deve ser decorrente do mesmo problema de contração volumétrica do metal já analisado no caso de solidificação de Alumínio. No caso dos pontos experimentais relativos à interface metal/molde recoberta, nota-se nitidamente um ponto de descontinuidade na sequência dos pontos experimentais, afastando alguns pontos da curva representativa do modelo a partir de um determinado instante. Este fato mostra que a partir deste instante o termopar parece registrar a temperatura

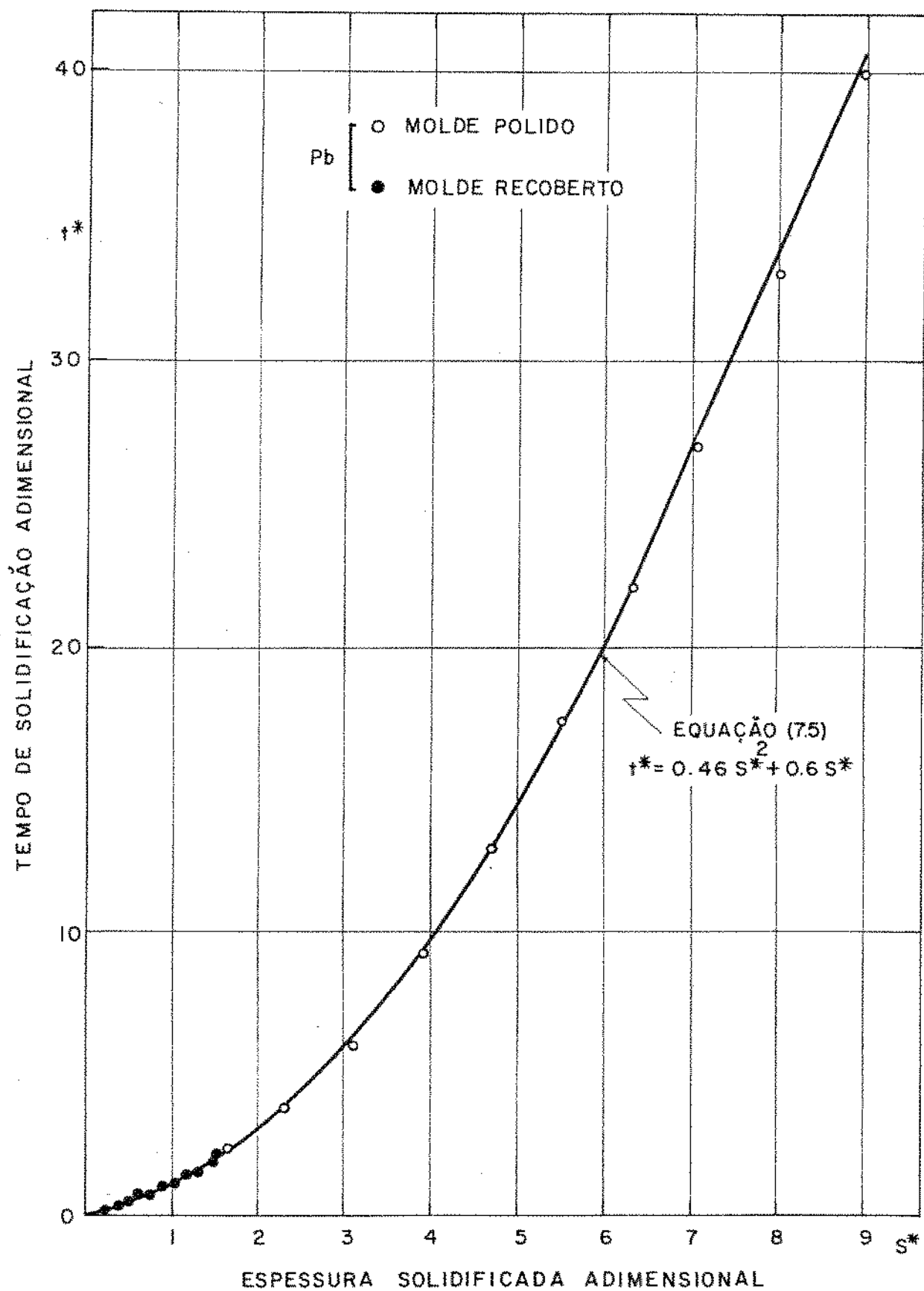


Figura 7.11 - Variação do tempo de solidificação adimensional (t^*) em função da espessura solidificada adimensional (S^*) segundo o modelo proposto, comparado com os resultados experimentais obtidos na solidificação unidirecional do Chumbo em moldes refrigerados a água.

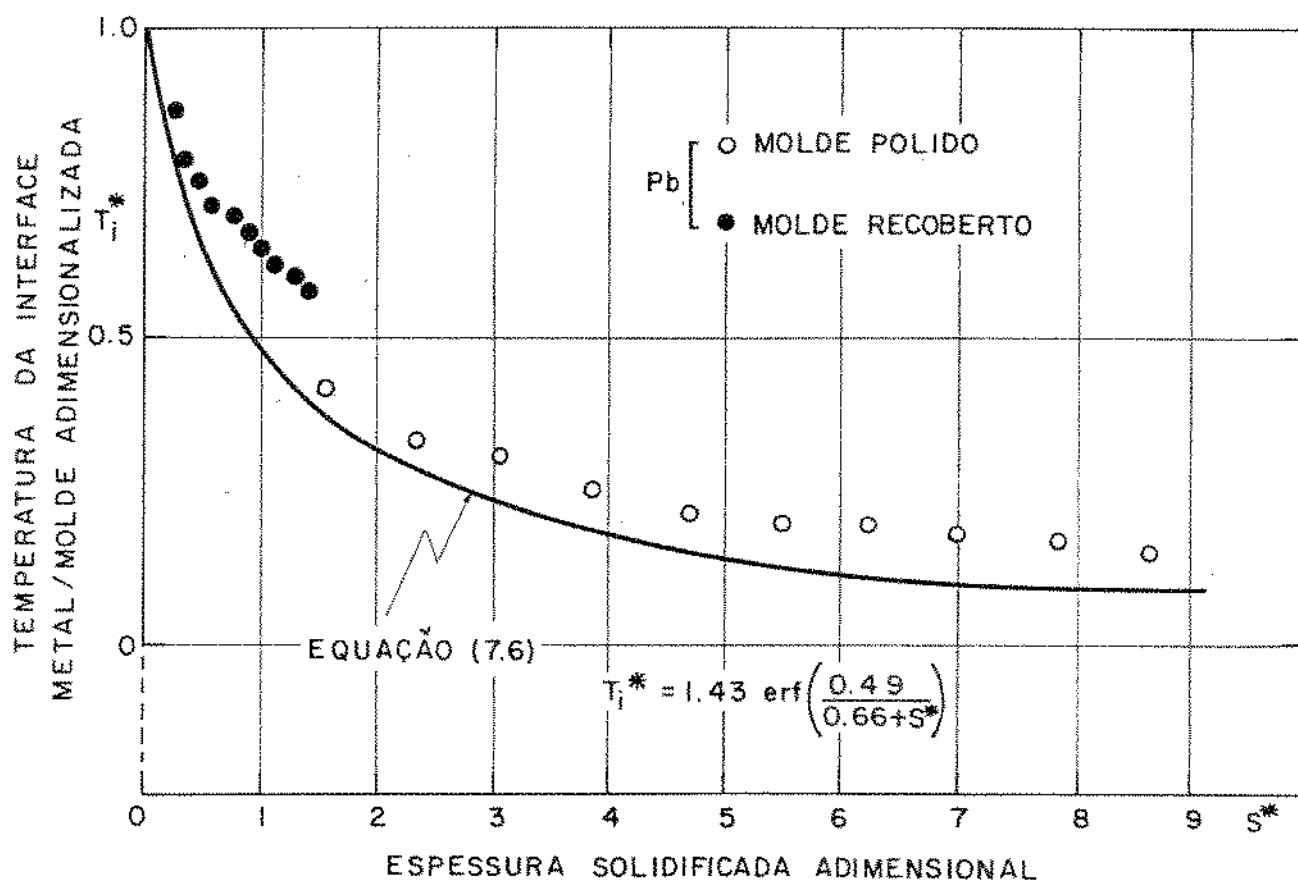


Figura 7.12 - Variação da temperatura da interface metal/molde adimensional (T_i^*) em função da espessura solidificada (S^*) segundo o modelo proposto, comparado com os resultados experimentais obtidos na solidificação unidirecional do Chumbo em moldes refrigerados a água.

de um ponto um pouco mais no interior do metal sólido, o que pode evidentemente ocorrer face às contrações volumétricas que se verificam durante o processo de solidificação conforme já foi verificado em trabalhos experimentais de outros autores (16, 32). De qualquer forma os resultados mostram que o modelo se revela confiável no que diz respeito à determinação de temperaturas na solidificação do Chumbo em moldes refrigerados.

7.2.c) Solidificação Unidirecional de Zinco em Molde Refrigerado a Água

Para o caso de Zinco solidificado unidirecionalmente em molde refrigerado a água, a equação (3.33) assume a seguinte forma:

$$t^* = 0,44 S^{*2} + 0,56 S^* \quad (7.7)$$

A Figura 7.13 apresenta a comparação da equação (7.7) com os resultados experimentais, devidamente adimensionalizados, obtidos na solidificação unidirecional do Zinco em molde refrigerado a água. Pode-se notar nesta Figura que os resultados experimentais apresentam uma ótima concordância com a equação representativa da cinética do modelo proposto, comprovando também sua aplicabilidade na determinação da cinética da solidificação deste metal.

O Zinco no estado líquido é um metal que ataca quimicamente o aço de forma bastante intensa formando uma camada epitaxialmente coerente com o mesmo, formada de fases distintas e de compostos intermetálicos do par Fe-Zn superpostas cujos retículos cristalinos variam entre cúbico, monoclinico e hexagonal, apresentando portanto propriedades físicas diferentes do Zinco (65, 66). Desta forma, a formação desta camada justamente na interface metal/molde não torna adequada a verificação do modelo, no que diz respeito à determinação de temperaturas, justamente nesta interface uma vez que ocorrem variações de propriedades térmicas nesta região alterando os resultados. Analisando-se o perfil de temperaturas na camada solidificada de Zinco, obtido para a interface metal/molde polida (Figura 6.7), nota-se que os

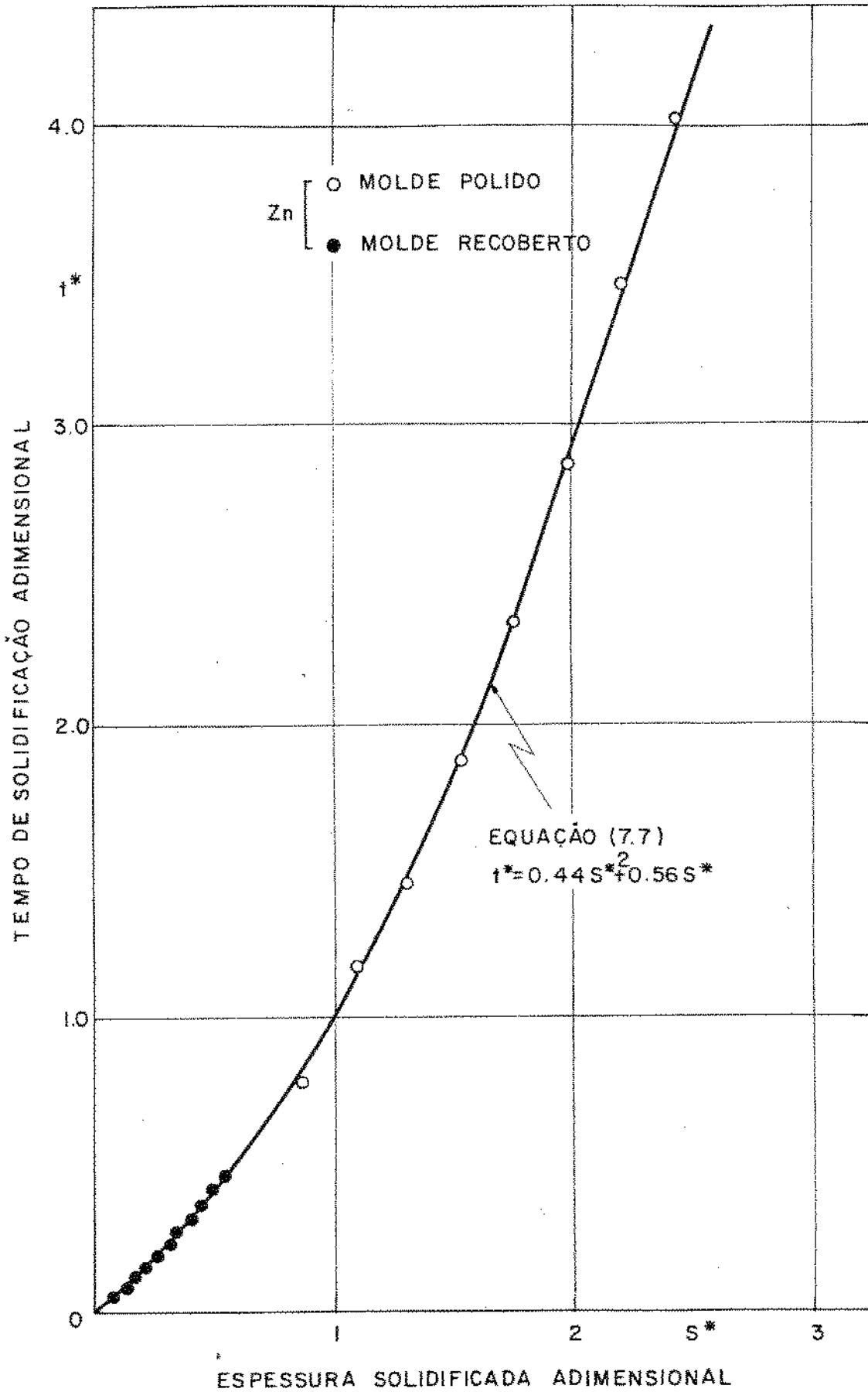


Figura 7.13 - Variação do tempo de solidificação adimensional (t^*) em função da espessura solidificada adimensional (S^*) segundo o modelo proposto, comparado com os resultados experimentais obtidos na solidificação unidirecional do Zinco em moldes refrigerados a água.

valores da temperatura da interface metal/molde deveriam ser inferiores aos obtidos para tornar possível a existência do perfil térmico determinado experimentalmente. Assim sendo, adotou-se como referência para a verificação do modelo, no que diz respeito à determinação de temperatura, o ponto situado a uma distância a dimensional da interface metal/molde (x^*) igual a 0,44, que corresponde a distâncias da interface metal/molde iguais respectivamente a $1 \times 10^{-2} \text{m}$ para o molde polido e $5 \times 10^{-2} \text{m}$ para o molde recoberto.

Aplicando-se a equação (3.34) para o caso de solidificação unidirecional do Zinco, e para $x^* = 0,44$, obtêm-se:

$$T_x^* = 1,4 \operatorname{erf}\left(\frac{0,8}{0,63 + s^*}\right) \quad (7.8)$$

A Figura 7.14 compara os resultados experimentais obtidos na solidificação do Zinco para $x^* = 0,44$ com a equação (7.8) do modelo proposto, mostrando a existência de uma concordância bastante boa entre resultados experimentais e modelo proposto. Este fato mostra que o modelo se revela também confiável no que diz respeito à determinação de temperaturas na solidificação de Zinco em moldes refrigerados.

7.2.d) Solidificação Unidirecional de Estanho em Molde Refrigerado a Água

O Estanho é um metal que para o caso de estrutura direcionalmente orientada, apresenta distintos valores de condutibilidade conforme a direção de extração de calor, sendo que para uma direção perpendicular ao eixo c do reticulado tetragonal esta propriedade apresenta um valor igual a 66,2 J/msK enquanto que para uma direção paralela ao eixo c este valor cai para 46,0 J/msK (67).

No caso da solidificação unidirecional do Estanho no dispositivo de solidificação utilizado neste trabalho, obtêm-se uma estrutura direcionada sem que se conheça entretanto, de antemão, a direção de extração de calor em relação ao eixo c do reticulado tetragonal. Aplicando-se a equação (3.33) representativa da cinética de solidificação, segundo o modelo proposto, para o caso de solidificação do Estanho, obtêm-se:

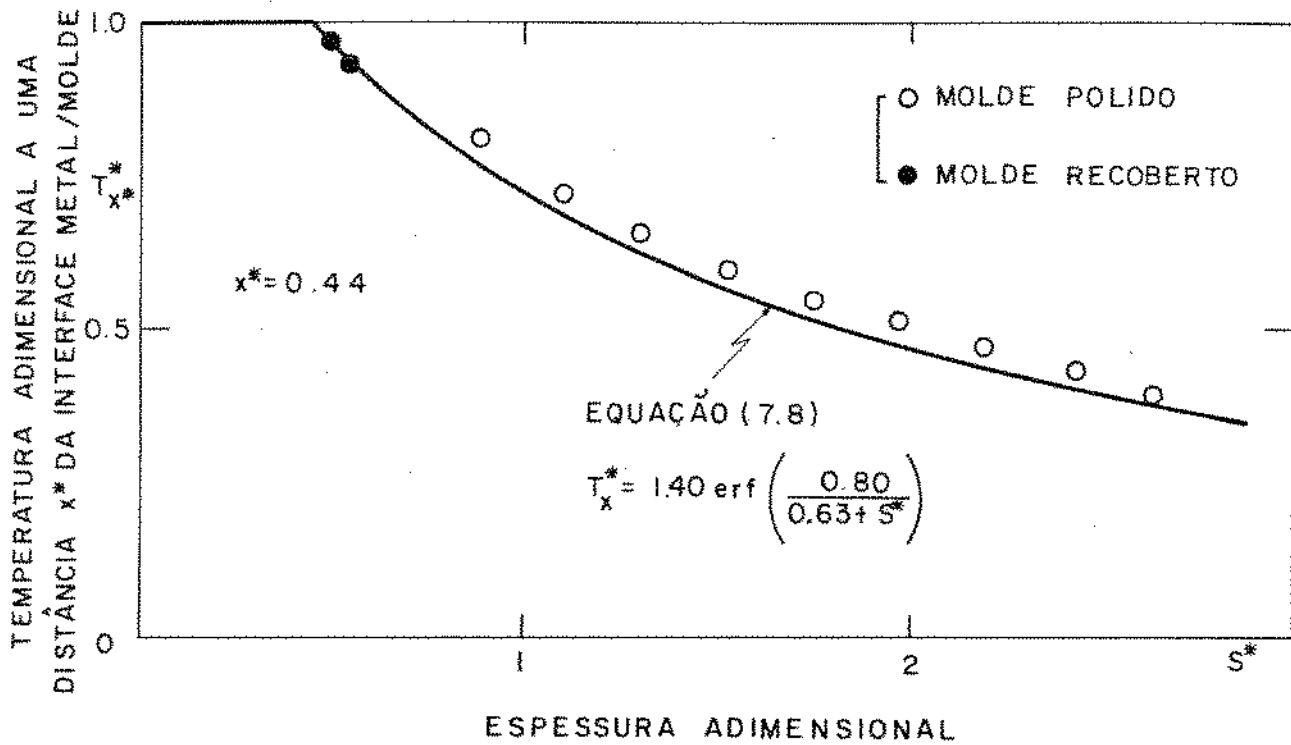


Figura 7.14 - Variação da temperatura adimensional do ponto localizado a uma distância x^* da interface metal/molde (Molde polido $x = 1 \times 10^{-2} \text{m}$ e molde recoberto $x = 5 \times 10^{-2} \text{m}$) em função da espessura solidificada. Modelo proposto comparado com os resultados experimentais obtidos na solidificação de Zinco.

$$t^* = 0,74 s^{*2} + 1,12 s^* \quad (7.9)$$

Aplicando-se ainda os dois valores distintos de condutibilidade térmica do Estanho na Adimensionalização dos resultados experimentais obtidos e comparando-os com a equação (7.9), pode-se notar que obtêm-se uma concordância entre resultados e modelos proposto, semelhante às obtidas para os outros metais já analisados, quando se assume o valor da condutibilidade térmica referente a uma direção de extração de calor perpendicular ao eixo c do reticulado cristalino do Estanho. A Figura 7.15 mostra esta comparação entre modelo proposto e resultados obtidos e nos permite considerar o valor real da condutibilidade térmica como sendo aquele referente à direção perpendicular ao eixo c, face à confiabilidade demonstrada pelo modelo na determinação da cinética dos outros metais já analisados.

As experiências realizadas com o Estanho buscaram fundamentalmente verificar a anisotropia da condutibilidade térmica deste metal, constando através do modelo a posição do eixo c do reticulado em relação à direção de extração de calor. O modelo proposto não foi verificado para o Estanho, no que diz respeito à distribuição de temperaturas, uma vez que o "gap" de ar formado na solidificação em molde polido, não permite uma visualização única da distribuição de temperaturas na camada solidificada para um determinado valor do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde.

7.3. VERIFICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO NA SOLIDIFICAÇÃO DE METAL EM MOLDES MACIÇOS

As experiências realizadas em moldes refrigerados, com os diferentes metais analisados neste trabalho demonstraram que o Chumbo, dentre estes metais, era o que permitia uma melhor manipulação sob ponto de vista experimental, além de ser o que apresentou menor variação de valores das propriedades térmicas na literatura, razões essas que levaram à escolha deste metal para a verificação do modelo proposto para a solidificação em moldes maciços semi-infinitos.

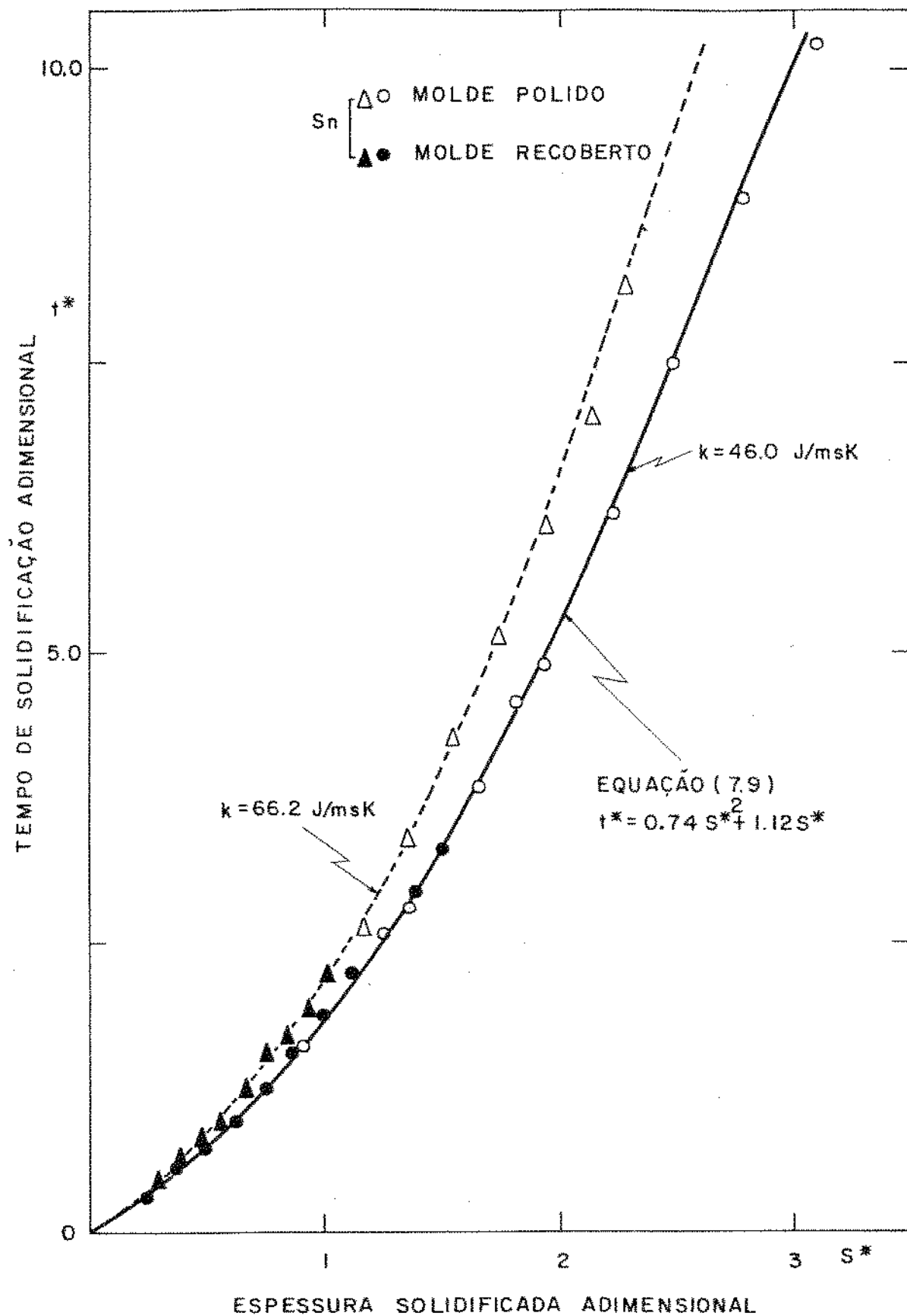


Figura 7.15 - Variação do tempo de solidificação adimensional (t^*) em função da espessura solidificada adimensional (S^*) segundo o modelo proposto, comparado com os resultados experimentais obtidos na solidificação unidirecional do Estanho em moldes refrigerados a água para dois valores distintos da condutibilidade térmica.

7.3.a) Solidificação Unidirecional do Chumbo em Molde Maciço Semi-Infinito

Levando-se em consideração a equação (3.33) representativa da cinética de solidificação, segundo o modelo proposto, e aplicando-a à solidificação unidirecional do Chumbo em molde maciço semi-infinito de aço ABNT 1020, obtêm-se:

$$t^* = 0,72 s^{*2} + 0,60 s^* \quad (7.10)$$

A Figura 7.16 apresenta a comparação da equação (7.10) com os resultados experimentais, devidamente adimensionalizados, obtidos para a cinética de solidificação do Chumbo em molde maciço semi-infinito. Pode-se notar que existe uma concordância bastante boa entre o modelo proposto e os resultados experimentais, comprovando a eficiência do modelo na determinação da cinética de solidificação do Chumbo em molde maciço semi-infinito.

A determinação de temperaturas na solidificação em molde maciço é extremamente crítica, uma vez que a montagem experimental necessária impossibilita a fusão do metal "in situ" como no caso do dispositivo de solidificação refrigerado, impossibilitando consequentemente o posicionamento e fixação dos termopares com o metal no estado líquido. Isto implica na realização de um pré-posicionamento dos termopares anterior ao vazamento do metal, além de acarretar em impossibilidade de fixação dos termopares ao conjunto do dispositivo utilizado.

Durante a solidificação, as contrações volumétricas que se verificam podem provocar um razoável deslocamento na posição dos termopares conduzindo a erros nos registros de temperatura. Esta situação é tanto mais crítica quanto maiores as tensões de contração, que para um mesmo metal ocorrem para a máxima condição de extração de calor, ou seja, para o molde polido (68, 69). O ponto mais crítico para a verificação da variação de temperaturas ao longo da solidificação, é exatamente aquele ponto de metal localizado junto à interface metal/molde.

Dada estas dificuldades experimentais que induzem a erros de registro de temperaturas, a verificação do modelo proposto no que diz respeito à distribuição de temperaturas na solidificação em molde maciço semi-infinito, será realizada em dois

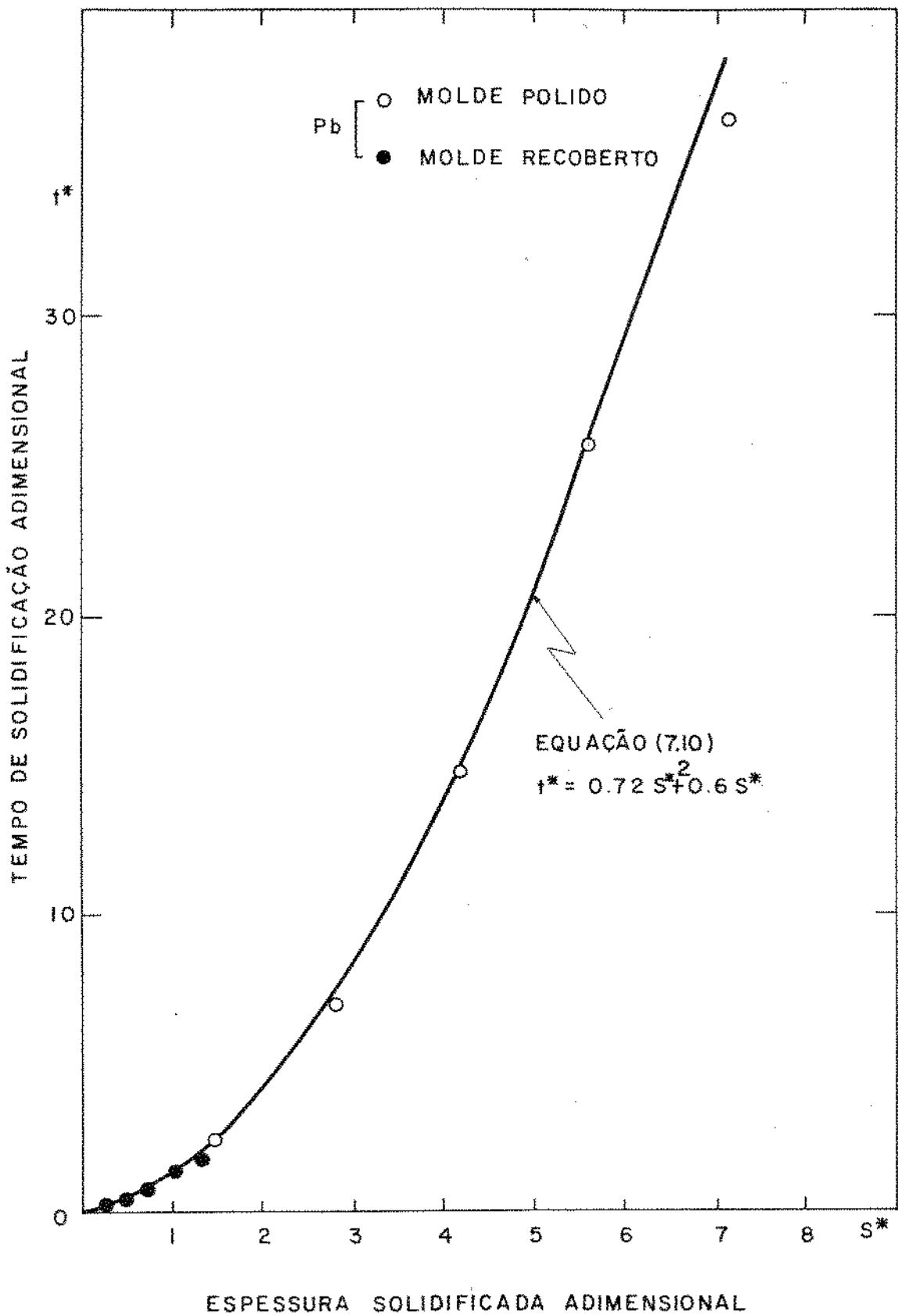


Figura 7.16 - Variação do tempo de solidificação adimensional (t^*) em função da espessura solidificada adimensional (S^*) segundo o modelo proposto, comparado com os resultados experimentais obtidos na solidificação unidirecional do Chumbo em molde maciço semi-infinito.

pontos distintos da camada solidificada, durante a solidificação em condições menos crítica, ou seja com a interface metal/molde recoberta.

Aplicando-se a equação (4.83) para a solidificação de Chumbo em molde maciço semi-infinito de aço ABNT 1020, obtém-se:

$$T_{is}^* = 0,87 \left[0,55 + \operatorname{erf} \left(\frac{0,24}{0,41 + S^*} \right) \right] \quad (7.11)$$

junto à interface metal/molde

e

$$T_{x^*=0,26}^* = 0,87 \left[0,55 + \operatorname{erf} \left(\frac{0,43}{0,45 + S^*} \right) \right] \quad (7.12)$$

a uma distância $x^* = 0,26$ da interface metal/molde, correspondente a 1×10^{-2} m da interface metal/molde, para solidificação em molde recoberto.

A Figura 7.17 apresenta a comparação das equações (7.11) e (7.12) com os resultados experimentais obtidos na solidificação de Chumbo em molde maciço semi-infinito recoberto. Pode-se notar que os resultados apresentam uma concordância razoavelmente boa com o modelo proposto, sendo que as diferenças apresentadas podem ser explicadas em função das dificuldades experimentais já relatadas.

7.3.b) Solidificação Unidirecional do Chumbo em Moldes Maciços de Diferentes Espessuras

Com o objetivo de se verificar as influências de diferentes espessuras de molde sobre a cinética e a distribuição de temperaturas ao longo do processo de solidificação, realizou-se uma série de experiências de solidificação unidirecional de Chumbo em moldes maciços de aço ABNT 1020 com espessuras respectivamente iguais a: 4×10^{-2} m, 3×10^{-2} m, $1,5 \times 10^{-2}$ m e $0,5 \times 10^{-2}$ m. Os resultados obtidos, apresentados comparativamente aos resultados relati-

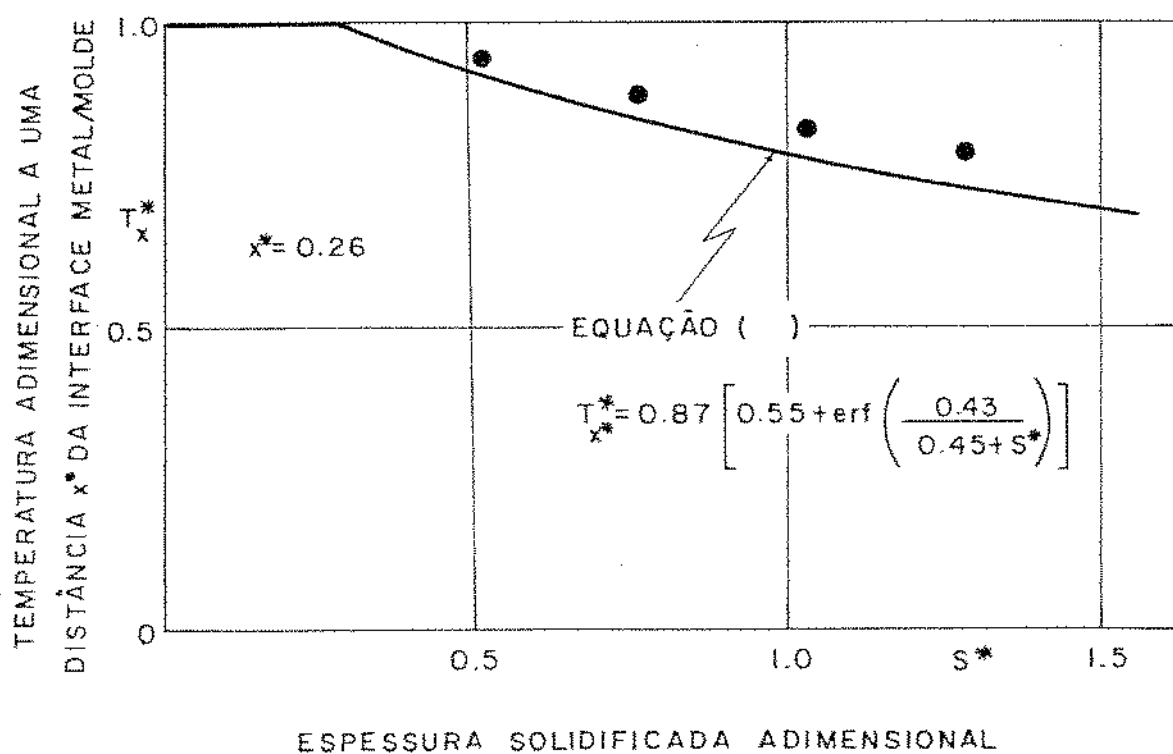
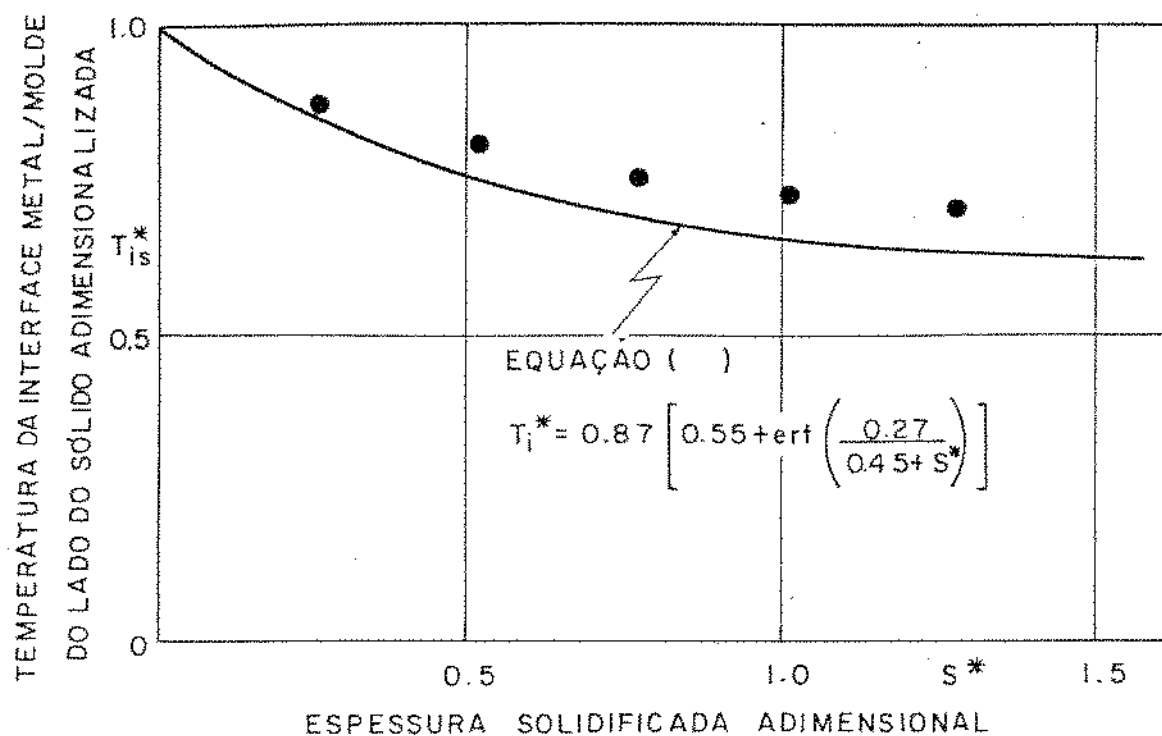


Figura 7.17 - Variação da temperatura adimensional do metal solidificado em função da espessura solidificada adimensional, na solidificação do Chumbo em molde maciço semi-infinito recoberto:

(a) junto à interface metal/molde.

(b) a um ponto $x^* = 0,26$ ($x = 1 \times 10^{-2} \text{m}$) da interface metal/molde.

vos à cinética do Chumbo em molde maciço semi-infinito (Figura 6.16) mostram a tendência a um crescimento parabólico do tempo de solidificação em função da espessura solidificada, sendo que as diferenças nos tempos de solidificação para determinadas espessuras solidificadas passam a ser bastante significativas para moldes de espessuras iguais ou menores a $3 \times 10^{-2} \text{m}$.

A Figura 7.18 apresenta a variação da diferença entre tempos de solidificação obtidos para moldes de diferentes espessuras e tempos de solidificação obtidos em molde maciço semi-infinito, em função da espessura solidificada. Pode-se notar que para moldes de espessura iguais a $4 \times 10^{-2} \text{m}$ e $3 \times 10^{-2} \text{m}$ começam a existir diferenças no tempo de solidificação em relação ao molde semi-infinito, após alguns milímetros de camada solidificada, e esta diferença apresenta tendência de crescimento linear com a espessura solidificada. Para as duas menores espessuras de molde utilizadas ($e = 1,5 \times 10^{-2} \text{m}$, $e = 0,5 \times 10^{-2} \text{m}$) a diferença de tempos de solidificação deixa de apresentar variação linear com a espessura solidificada, passando a crescer desde a origem e de forma mais acentuada após $2 \times 10^{-2} \text{m}$ de camada solidificada, notadamente para $0,5 \times 10^{-2} \text{m}$ de espessura de molde.

O tipo de comportamento observado na Figura 7.18 indica que dos modos essenciais de transferência de calor, a condução térmica é o modo mandatório na extração de calor nos casos dos moldes de maiores espessuras, enquanto que a partir do molde de $1,5 \times 10^{-2} \text{m}$ de espessura, a radiação térmica passa a exercer cada vez mais um papel preponderante na extração de calor (48). No caso do molde de menor espessura a influência da radiação térmica é bastante acentuada, uma vez que o molde é saturado de calor logo nos instantes iniciais do processo de solidificação. Este fato apresenta inclusive reflexos na macroestrutura do lingote de Chumbo solidificado neste molde de $0,5 \times 10^{-2} \text{m}$ (Figura 6.26), onde pode-se notar uma tendência de mudança da direção de crescimento da estrutura, o que indica mudanças na direção da extração de calor provocadas pela atuação da radiação térmica nas laterais da lingoteira.

A variação da temperatura da interface metal/molde do lado do metal sólido em função da espessura solidificada (Figura 6.17) mostra de forma evidente os pontos de saturação de calor do molde. Nota-se que para as duas maiores espessuras de molde a temperatura da interface metal/molde cai sempre em relação à espessura solidificada, enquanto que para as duas menores espes-

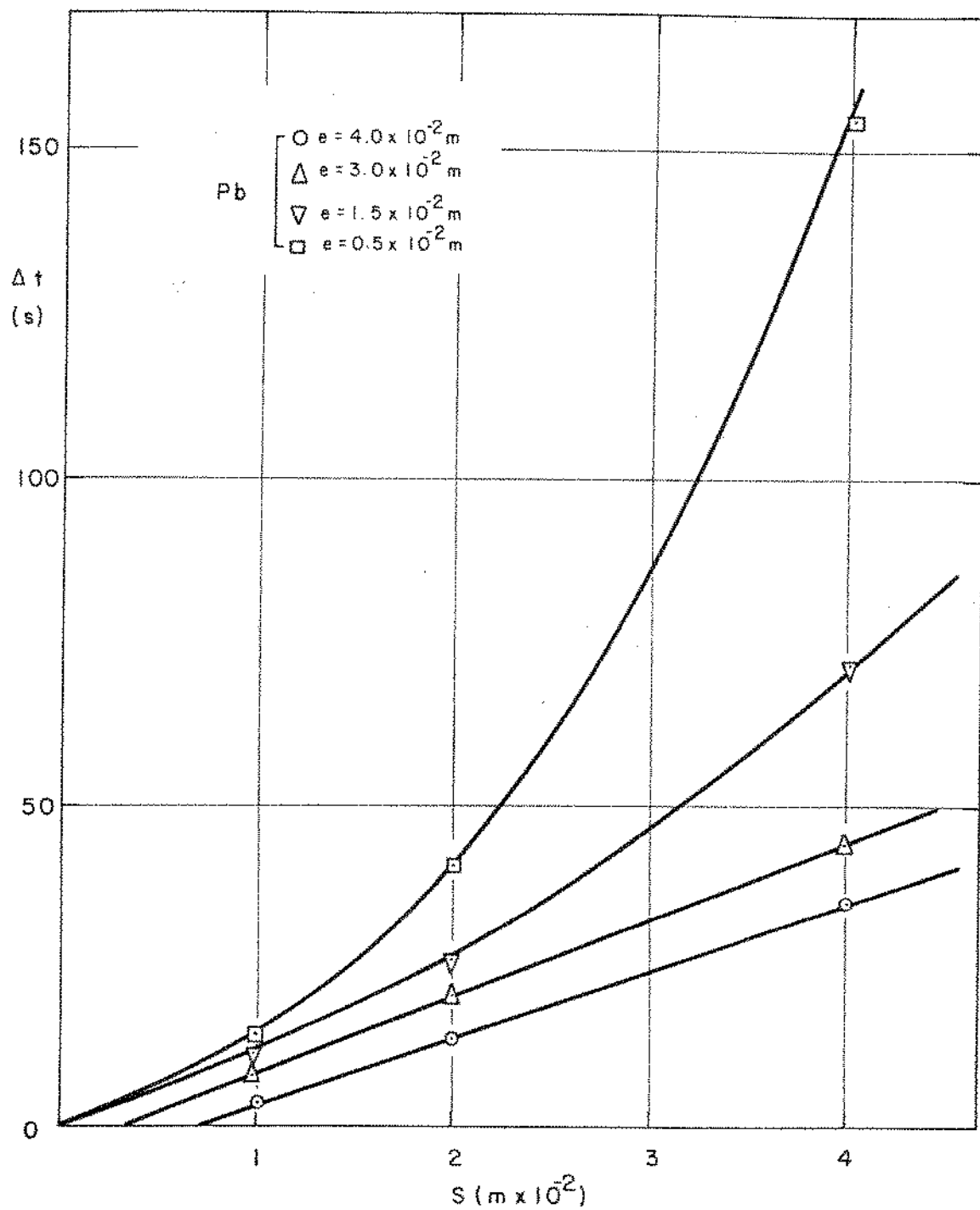


Figura 7.18 - Variação da diferença de tempo de solidificação (Δt) em função da espessura solidificada (S) para a solidificação de Chumbo em moldes maciços de diversas espessuras (e) em relação aos tempos de solidificação obtidos em molde maciço semi-infinito.

suras de molde esta temperatura cai até cerca de $2 \times 10^{-2} \text{m}$, a partir do que o fato do molde estar saturado de calor provoca um aumento na temperatura da interface metal/molde. A partir deste aumento nesta temperatura, passa a atuar de forma mais acentuada a radiação térmica uma vez que não existem condições de rápida absorção de calor por parte do molde, que se encontra saturado de calor.

Nota-se na literatura especializada a total inexistência de trabalhos de pesquisa que analisem a influência da espessura de molde sobre as variáveis do processo de solidificação. A análise realizada neste trabalho, em função dos resultados obtidos, mostram que a influência da espessura de molde é decisiva na determinação de tempos de solidificação e de temperaturas durante a solidificação, e conseqüentemente na estrutura do material solidificado. Pesquisas sistemáticas dirigidas a um maior conhecimento do comportamento cinético e da distribuição de temperaturas durante o processo de solidificação, permitiriam otimizar a espessura de lingoteiras e moldes para condições de solidificação fixada, o que em produção seriada pode conduzir a sensível economia em material de moldes ou lingoteiras.

7.4. VERIFICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO NA SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL DE LIGAS DE COMPOSIÇÃO EUTÉTICA

A solidificação de ligas de composição eutética é baseada em um mecanismo de crescimento cooperativo das fases que compõem o eutético, envolvendo a difusão simultânea dos componentes da liga, em função da rejeição dos mesmos diante de cada fase, dando origem no caso de solidificação unidirecional, a uma interface sólido/líquido macroscopicamente plana (70, 71). A figura 7.19 apresenta um esquema idealizado exemplificando o crescimento de um eutético binário de morfologia lamelar.

O fato dos eutéticos apresentarem um ponto de fusão definido juntamente com a interface sólido/líquido macroscopicamente plana faz com que a solidificação destas ligas possa ser analisada através do modelo proposto, uma vez que todas as hipóteses de desenvolvimento do modelo são satisfeitas.

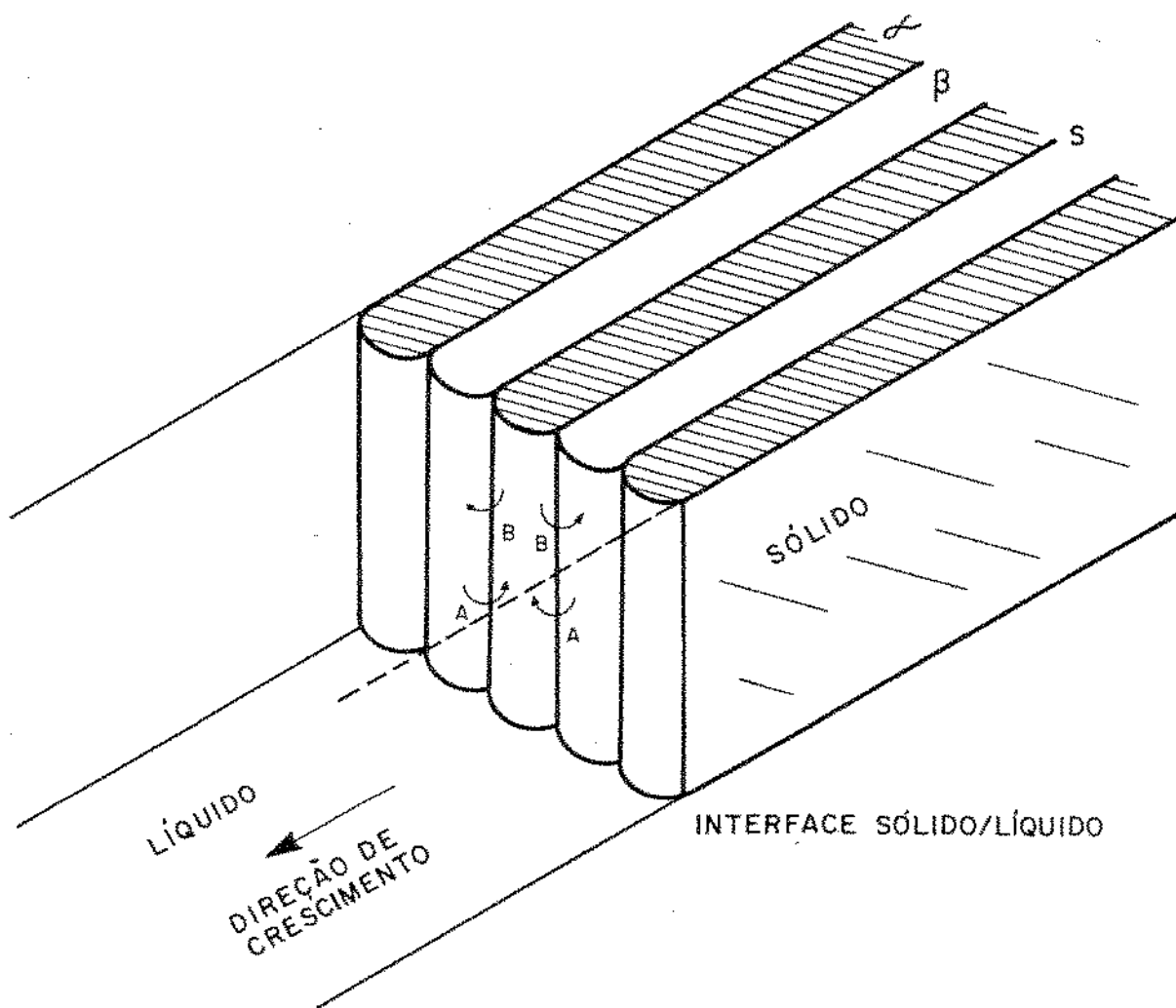


Figura 7.19 - Representação esquemática do crescimento de eutéticos de morfologia lamelar, mostrando a difusão lateral dos componentes rejeitados diante de cada fase, com consequente crescimento cooperativo das fases conduzindo a uma interface sólido/líquido macroscopicamente plana.

7.4.a) Solidificação do Eutético Estanho-Chumbo em molde Refrigerado a ar

Levando-se em consideração as equações (3.33) e (3.36) e as propriedades físicas do eutético Estanho-Chumbo que constam do Apêndice 4, devidamente adimensionalizadas, pode-se escrever:

$$t^* = 0,77 S^{*2} + 1,21 S^* \quad (7.13)$$

e

$$T_i^* = 1,73 \operatorname{erf} \left(\frac{0,45}{0,79 + S^*} \right) \quad (7.14)$$

A Figura 7.20 apresenta a comparação das equações (7.13) e (7.14) com os resultados experimentais obtidos por Hills et al. (57), cujos valores são apresentados dimensionalmente na Tabela 7.5. Pode-se notar que o modelo proposto apresenta uma concordância muito boa com os resultados experimentais, tanto no que diz respeito à cinética de solidificação, quanto na determinação da distribuição de temperaturas durante o processo de solidificação, mostrando desta forma a aplicabilidade do modelo também no caso de solidificação unidirecional de ligas de composição eutéticas em moldes refrigerados a ar.

7.4.b) Solidificação dos Eutéticos Estanho-Chumbo e Alumínio - Cobre em moldes refrigerados a água

Os resultados relativos à cinética de solidificação dos eutéticos Estanho-Chumbo e Alumínio-Cobre apresentados respectivamente nas figuras 7.7 e 7.8, evidenciam a existência, para ambos os casos, de dois tipos distintos de comportamento cinético durante o processo de solidificação. Analisando-se a macroestrutura dos lingotes obtidos na solidificação unidirecional do eutético Estanho-Chumbo pode-se notar que apresentam também dois tipos de comportamento estrutural (72, 73), apresentando a partir da interface metal/molde uma região de crescimento progressivo resultando em uma estrutura de tipo colunar seguida de uma região de crescimento extensivo resultando em uma estrutura de

Temperatura do Ar de Refrigeração T_o (K)	313									
Fluxo de Ar de Refrigeração ($m/s \times 10^{-3}$)	~ 33									
Coefficiente de Transmissão de Calor h_1 ($\frac{J}{m \cdot s \cdot K}$)	227									
Tempo de Solidificação t (s)	90	270	390	600	690	900	1,260			
Espessura solidificada S ($mx10^{-3}$)	12	25	43	58	62	77	101			
Temperatura da Interface Metal/Molde T_I (K)	175	170	165	160	155	145	140			
Tempo de Solidificação t (s)	120	270	360	480	570	840	1,200			
Espessura Solidificada S ($mx10^{-3}$)	15	25	35	50	55	65	100			

Tabela 7.5 - Síntese dos resultados experimentais obtidos por Hills et al. (57) na solidificação unidirecional do eutético Estanho - Chumbo.

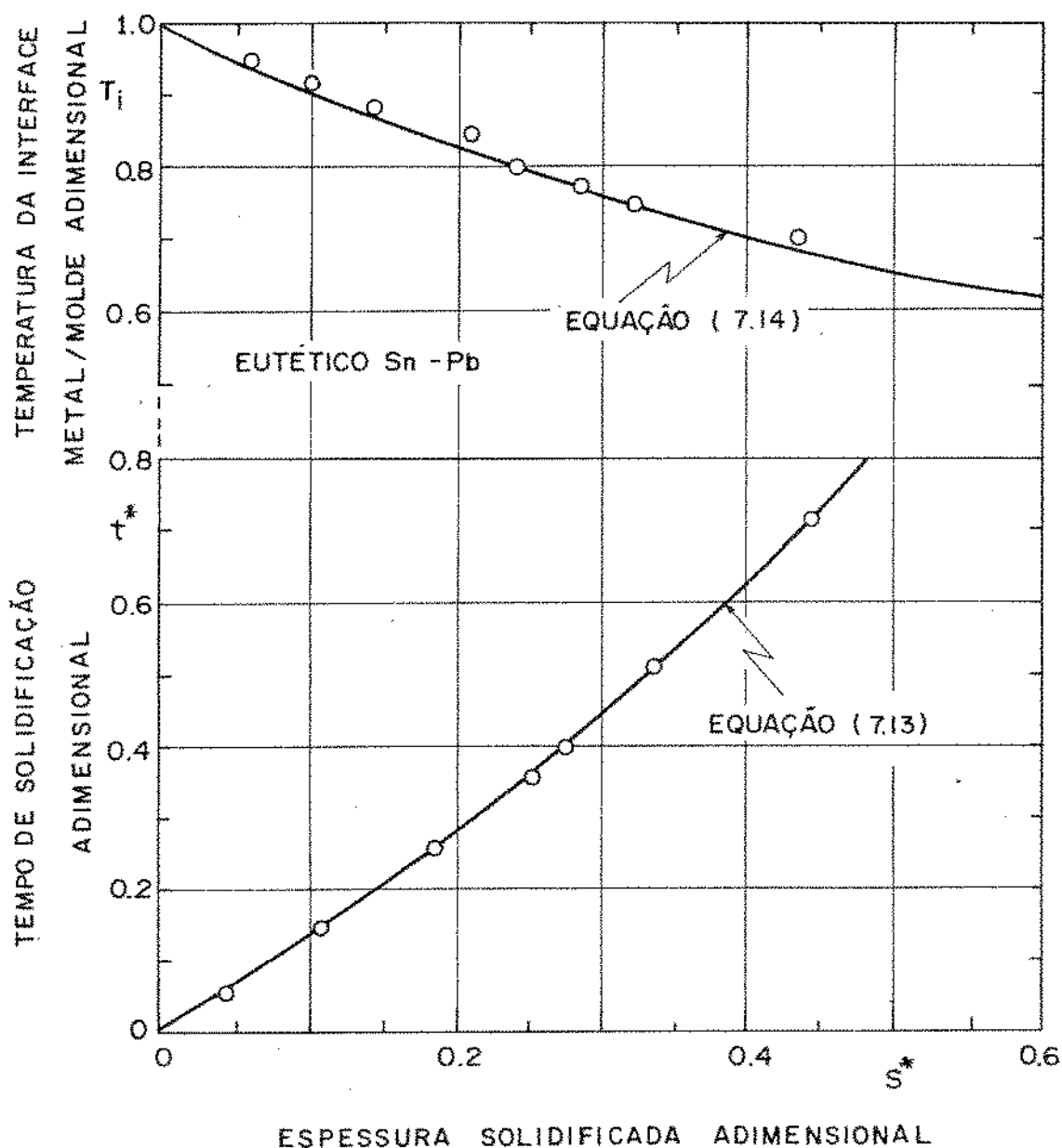


Figura 7.20 - Variação do tempo de solidificação adimensional (t^*) e da temperatura da interface metal/molde adimensional (T_i^*), em função da espessura solidificada adimensional, segundo o modelo proposto, comparado com os resultados experimentais obtidos por Hills et al. (57) na solidificação do eutético Estanho-Chumbo em molde refrigerado a ar.

tipo equiaxial. Comparando-se as macroestruturas obtidas com os resultados da cinética de solidificação, nota-se que a linha de transição estrutural coincide essencialmente com o ponto de transição do comportamento cinético. A Figura 7.21 apresenta este tipo de comparação para o caso do eutético Estanho-Chumbo solidificado unidirecionalmente em molde polido. No caso da solidificação unidirecional do eutético Alumínio-Cobre em molde polido refrigerado a água, verifica-se igualmente uma mudança de comportamento cinético durante a solidificação, embora neste caso não exista correlação com mudanças de comportamento na macroestrutura, a qual apresenta sempre uma estrutura, referente a um crescimento progressivo. É bastante possível que a alteração de comportamento cinético seja decorrente de uma mudança estrutural a nível da microestrutura, o que não será analisado neste trabalho uma vez a análise de microestruturas de solidificação não constitui um objetivo deste trabalho.

Esta dependência do comportamento cinético com a estrutura de crescimento, foi também verificada por Spretnak (16) durante a solidificação de lingotes de aço, e segundo este autor as diferenças de comportamento cinético se devem aos diferentes níveis de velocidades de crescimentos necessários à formação dos dois tipos de estruturas. Embora este fenômeno não esteja ainda devidamente explicado, a dependência da cinética com a estrutura deixa evidente a existência de uma alteração das propriedades térmicas com o tipo de estrutura apresentada, em relação a uma determinada direção de extração de calor, particularmente no caso de eutéticos que são ligas de comportamento reconhecidamente anisotrópico com relação a determinadas propriedades físicas (74, 75, 76).

Ainda com relação à solidificação unidirecional do eutético Estanho-Chumbo e Alumínio-Cobre, os valores da constante α segundo o modelo proposto neste trabalho, para a primeira etapa de comportamento cinético destas ligas em função das propriedades físicas que constam do Apêndice 4, nota-se que estes valores são bastante diferentes dos valores determinados experimentalmente conforme mostra a Tabela 7.6.

Entretanto, analisando-se os trabalhos experimentais relativos à solidificação de eutéticos, dispersos na literatura especializada, pode-se notar que todos são relativos à solidificação com velocidades bastante baixas e em condições de solidificação extremamente controladas (77, 78) e se constituem nas únicas

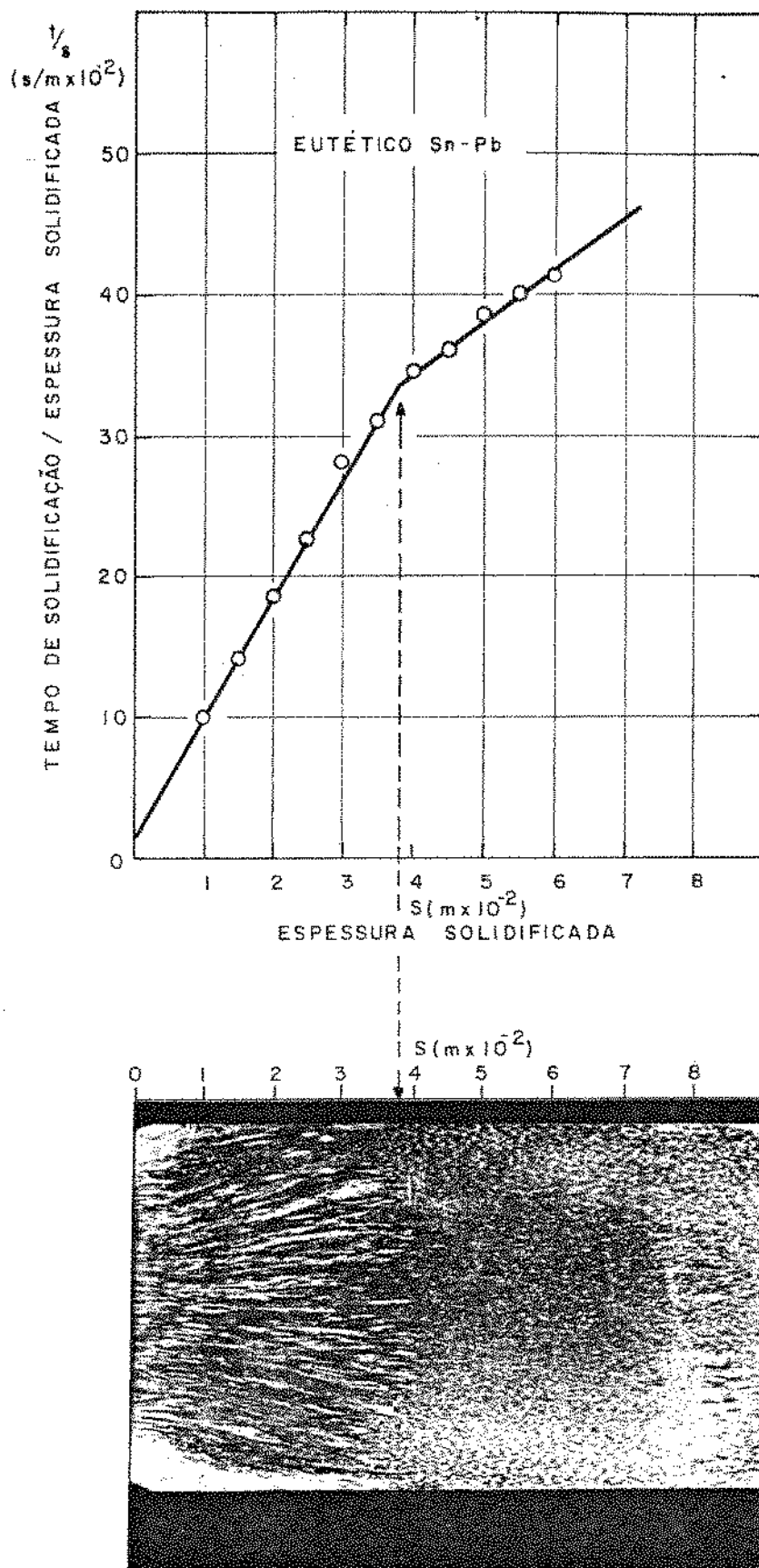


Figura 7.21 - Correlação entre o comportamento estrutural e o comportamento cinético na solidificação unidirecional do eutético Estanho-Chumbo em molde polido refrigerado a água.

EUTÉTICO	α ($s \times 10^4 / m^2$) MOLDE POLIDO	α ($s \times 10^4 / m^2$) MOLDE RECOBERTO	α SEGUNDO O MODELO PROPOS TO
ESTANHO-CHUMBO	8,6	8,3	2,4
ALUMÍNIO-COBRE	6,2	-	1,2

Tabela 7.6 - Comparação dos valores experimentais de α com o valor determinado através do modelo proposto.

fontes existentes de propriedades térmicas destas ligas, as quais naturalmente se referem às condições estruturais que se verificam para estas velocidades. Os valores de α calculados segundo o modelo proposto, conforme constam da Tabela 7.6, são baseados nestas propriedades térmicas encontradas na literatura, as quais não se verificam necessariamente quando as velocidades de solidificação atingem os níveis que se verificaram no presente trabalho e que se constituem em níveis de velocidade que são realmente utilizados na prática de fundição. A ótima concordância apresentada pelo modelo proposto em relação aos resultados experimentais obtidos por Hills et al. (57) na solidificação unidirecional do eutético Estanho-Chumbo em molde refrigerado a ar (Figura 7.20) reforçam a argumentação acima exposta. Naquele caso as propriedades térmicas utilizadas se referiam realmente à estrutura obtida, uma vez que a solidificação se realizou a velocidades extremamente baixas e conseqüentemente distantes das que se verificam nos processos industriais de solidificação.

Em função do exposto, fica evidente a necessidade de pesquisas no campo da solidificação de eutéticos, que envolvam velocidades de solidificação mais compatíveis com as velocidades dos processos de fundição e lingotamento, e que possam fornecer informações consistentes a respeito das reais propriedades térmicas destas ligas em função das estruturas que venham a apresentar. Enquanto este tipo de informação não for disponível a aplicação do modelo proposto fica restrita ao campo de validade das propriedades térmicas encontradas na literatura, ou seja em baixas velocidades de solidificação, a menos que as constantes α e β sejam determinadas experimentalmente conforme realizou-se neste trabalho.

7.5. VERIFICAÇÃO DA HIPÓTESE BÁSICA DE UMA ESPESSURA VIRTUAL PREVIAMENTE SOLIDIFICADA

O modelo proposto neste trabalho, admite como hipótese fundamental e básica a existência de uma espessura previamente solidificada em um sistema virtual como equivalente à resistência térmica newtoniana na interface metal/molde. Os valores desta espessura previamente solidificada S_0 podem ser calculados através da equação (3.25), levando-se em consideração as propriedades físicas que constam do Apêndice 4 deste trabalho, resultando para o caso do Chumbo solidificado em molde refrigerado a água:

$$\text{- molde polido} \quad S_0 = 0,4 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{- molde recoberto} \quad S_0 = 2,6 \times 10^{-2} \text{ m}$$

As Figuras 7.22 e 7.23 apresentam os perfis térmicos na camada solidificada, durante a solidificação unidirecional do Chumbo respectivamente para o molde polido e molde recoberto, indicando a existência de pontos de convergência do perfil térmico obtido. Embora estes pontos de convergência não possam ser rigorosamente determinados sob ponto de vista experimental, uma vez que dependem da extrapolação do perfil térmico da camada solidificada, a extrapolação do perfil térmico obtido para o Chumbo solidificado em molde polido permite a obtenção de um ponto de convergência bastante próximo do valor de S_0 para molde polido, calculado segundo o modelo. De forma semelhante a extrapolação do perfil térmico obtido para o molde recoberto permite obter-se um valor bastante próximo ao valor calculado pelo modelo.

Embora estas comprovações da existência de um ponto de convergência do perfil térmico correspondente ao valor da espessura previamente solidificada, obtidas mediante extrapolação do perfil térmico, não sirvam para uma comprovação rigorosa da validade da hipótese básica assumida no desenvolvimento de modelo, servem como uma indicação bastante segura neste sentido.

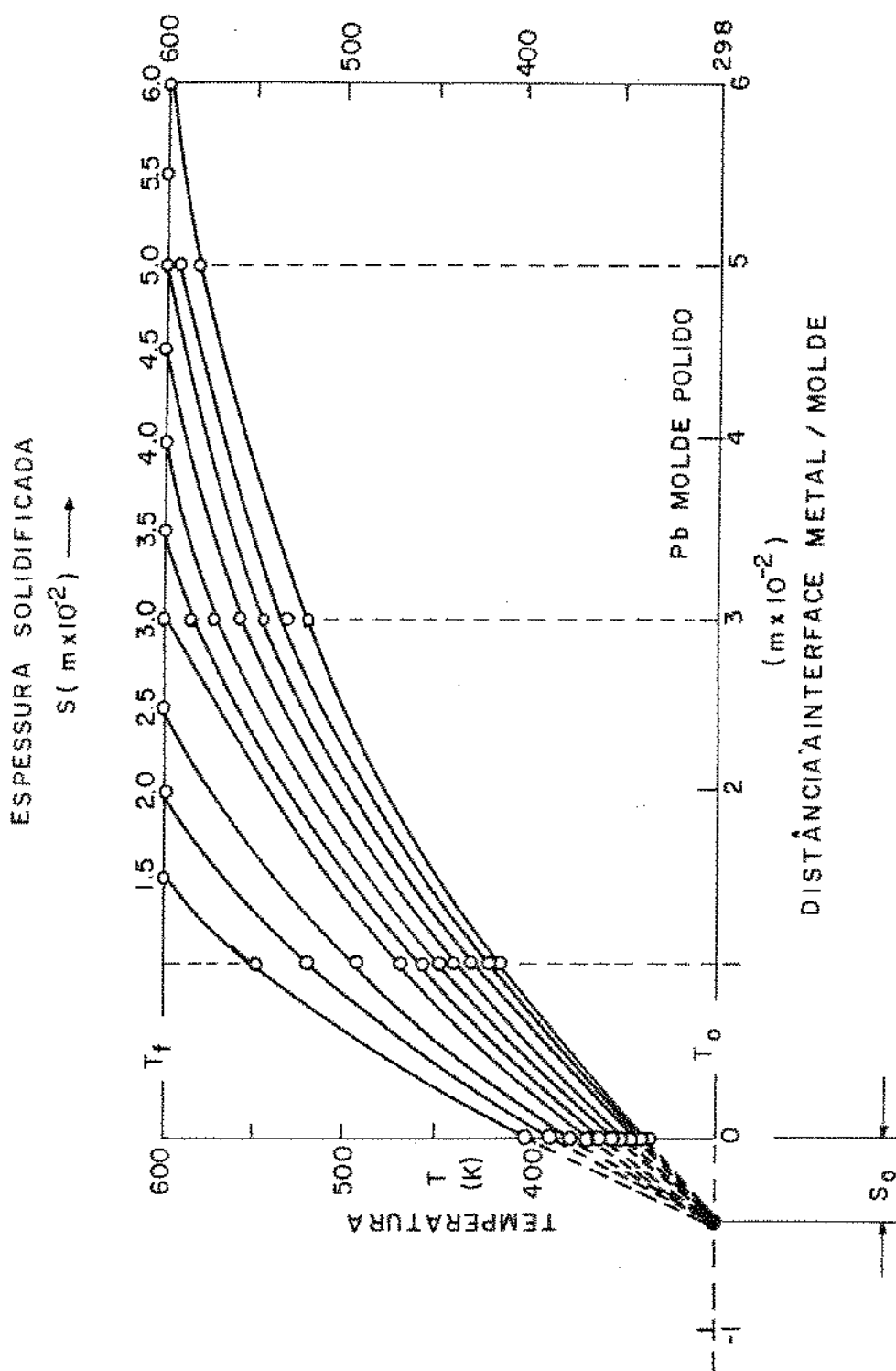


Figura 7.22 - Variação da distribuição de temperaturas ao longo da camada solidificada durante a solidificação do Chumbo em molde polido refrigerado a água, indicando o valor calculado da espessura virtual previamente solidificada.

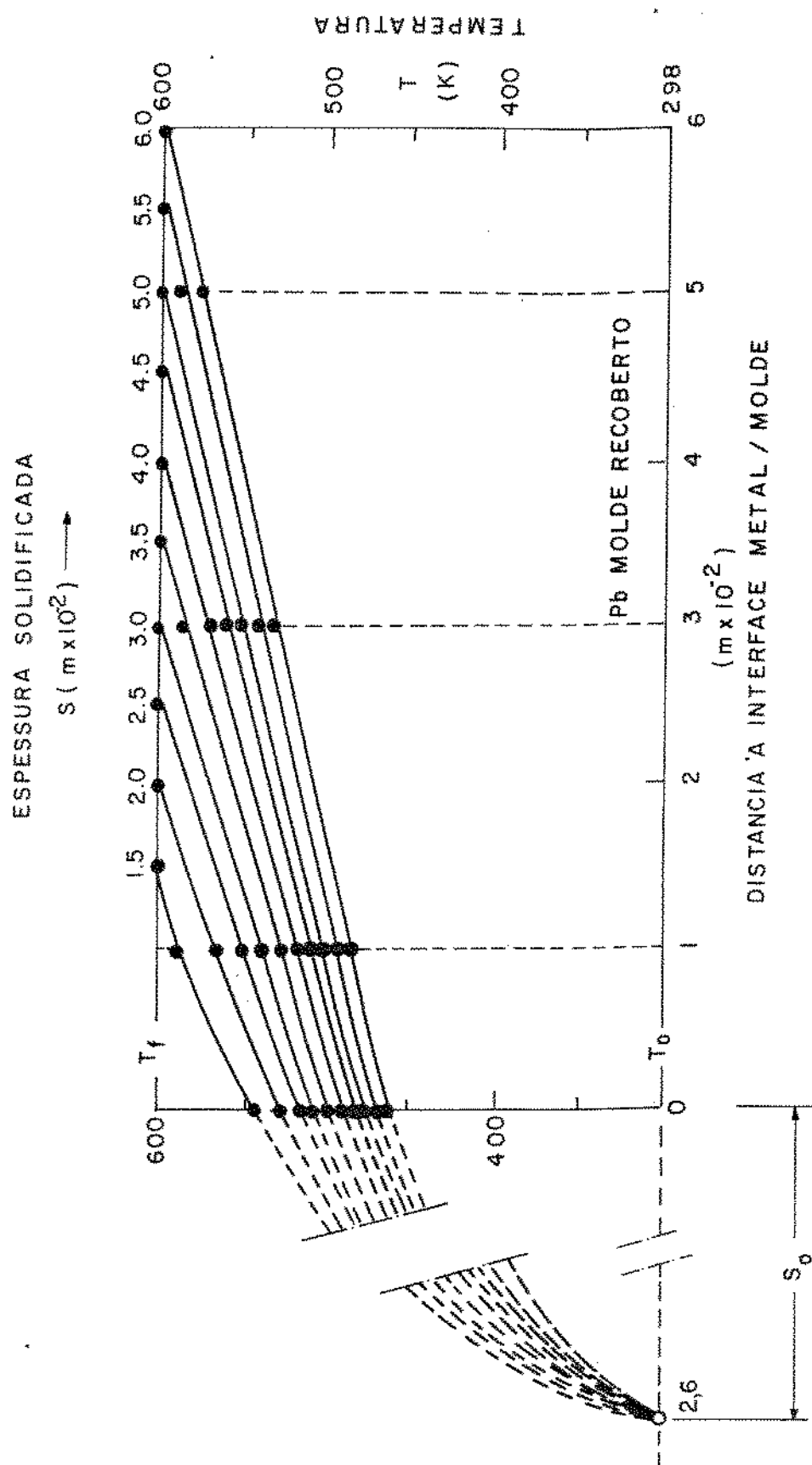


Figura 7.23 - Variação da distribuição de temperaturas ao longo da camada solidificada durante a solidificação de Chumbo em molde recoberto refrigerado a água, indicando o valor calculado da espessura virtualmente solidificada.

7.6. CONFRONTO DO MODELO PROPOSTO COM OUTROS MODELOS EXISTENTES NA LITERATURA

Com o objetivo de se verificar a posição relativa do modelo proposto diante dos modelos ou métodos de análise do problema de solidificação de metais sob ponto de vista de transferência de calor, selecionou-se dentre os modelos apresentados no capítulo 2 deste trabalho, aqueles que a literatura especializada consagrou como os mais representativos dentro de cada classe de abordagem (18, 19). Assim sendo, escolheu-se a solução analítica exata de Schwarz, a solução analítica aproximado de Mergelin e o método numérico de Dusenberre para efeito de comparação do modelo proposto diante dos resultados experimentais obtidos na solidificação unidirecional de Chumbo e Alumínio em molde refrigerado a água.

Aplicando-se a equação (2.13) desenvolvida por Schwarz para a determinação da cinética de solidificação, nos casos de Chumbo e Alumínio, obtêm-se as seguintes equações na forma adimensional:

Chumbo

$$t^* = 0,46 S^{*2} \quad (7.15)$$

Alumínio

$$t^* = 0,41 S^{*2} \quad (7.16)$$

Levando-se em consideração as equações de (2.78) a (2.81) pode-se determinar a cinética de solidificação do Chumbo e Alumínio segundo a solução de Mergelin. Finalmente pode-se aplicar a estes metais, o método de Dusenberre descrito de forma geral no capítulo 2 e particularizado ao problema de solidificação de metais no Apêndice 3. Os resultados do método numérico foram obtidos em um computador PDP-10, e o programa computacional utilizado encontra-se no Apêndice 6.

As Figuras 7.24 e 7.25 apresentam as curvas relativas à cinética de solidificação, segundo os diferentes métodos de análise já citados, comparativamente ao modelo proposto neste trabalho e diante dos resultados experimentais obtidos respectivamente para os casos de solidificação de Alumínio e Chumbo.

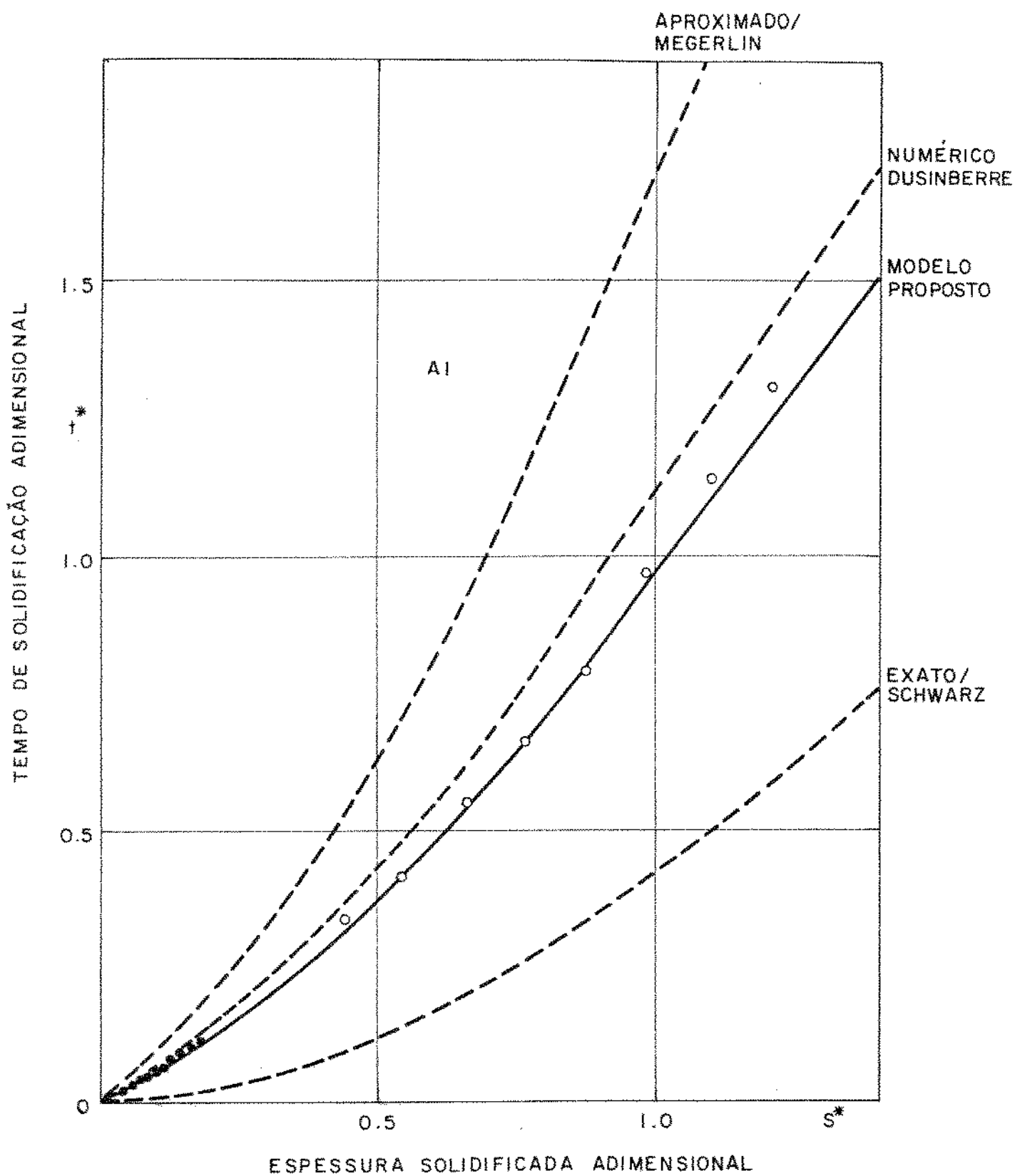


Figura 7.24 - Variação do tempo de solidificação adimensional (t^*) em função da espessura solidificada adimensional (S^*), segundo o modelo proposto, comparado com as soluções de Mergelin e Schwarz, método numérico de Dusinberre e pontos experimentais obtidos na solidificação unidirecional de Alumínio em molde refrigerado.

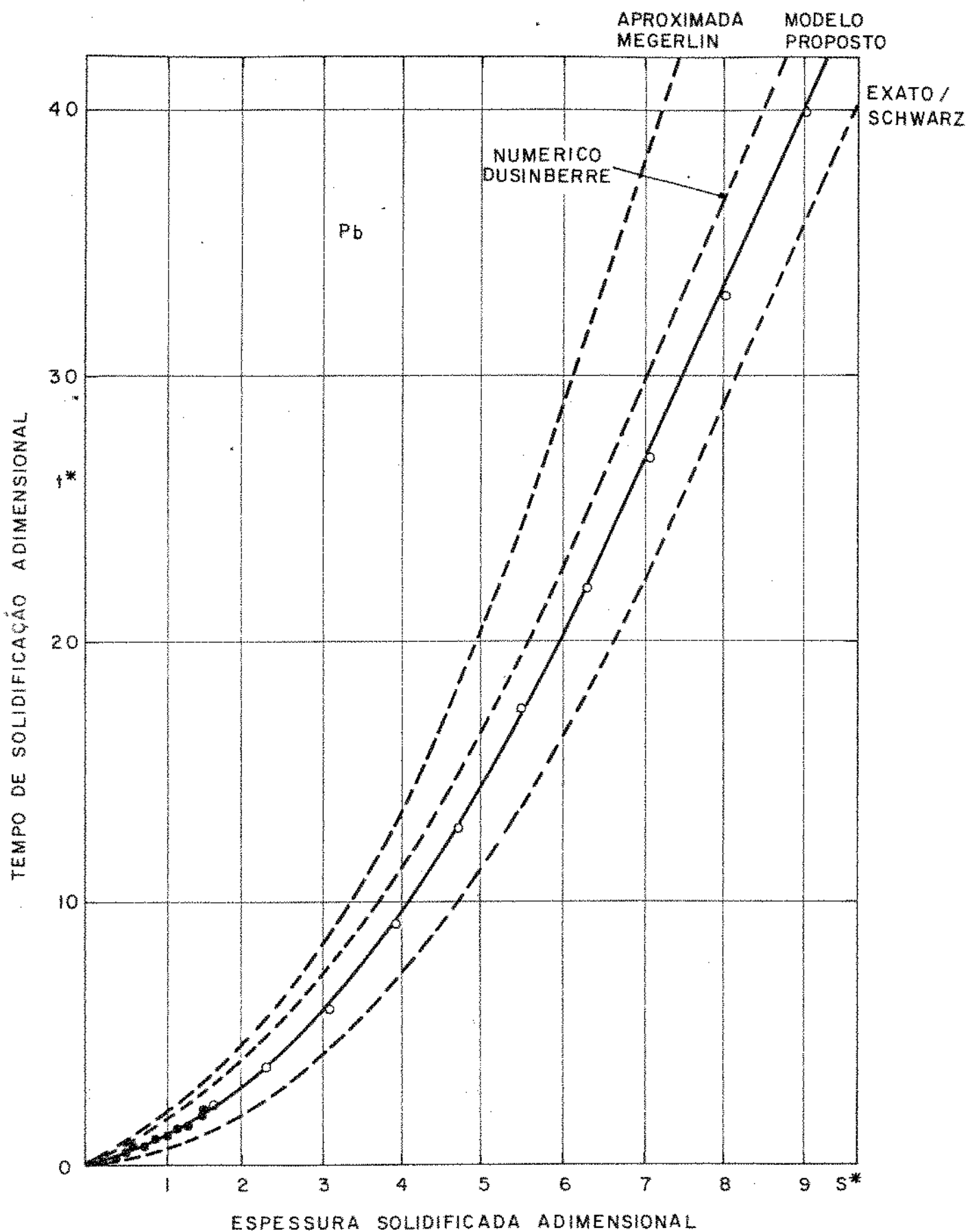


Figura 7.25 - Variação do tempo de solidificação adimensional (t^*) em função da espessura solidificada adimensional (S^*), segundo o modelo proposto, comparado com as soluções de Mergelin, Schwarz, método numérico de Dusinberre e pontos experimentais obtidos na solidificação unidirecional do Chumbo em molde refrigerado a água.

Pode-se notar que o modelo proposto apresenta nestes dois casos uma eficiência muito maior na determinação da cinética do processo de solidificação do que qualquer das soluções apresentadas nestas Figuras. O método numérico de Dusenberre é o que melhor se aproxima do modelo proposto, mesmo assim apresentando uma diferença bastante grande em relação aos pontos experimentais, enquanto a solução analítica de Schwarz subdimensiona demasiado os valores do tempo de solidificação em relação a espessura solidificada e a solução de Mergelin superdimensiona demasiadamente estes valores.

A solução de Mergelin não é adequada à determinação de temperaturas ao longo do processo de solidificação, uma vez que as soluções analíticas aproximadas são deduzidas a partir de funções representativas do perfil térmico no metal sólida arbitrárias, conforme foi visto no capítulo 2 deste trabalho. Desta forma, no que diz respeito à distribuição de temperaturas, o modelo proposto e comparado com o método numérico de Dusenberre e a solução de Schwarz em função dos resultados obtidos para a temperatura da interface metal/molde ao longo dos processos de solidificação de Alumínio e Chumbo, conforme é mostrado respectivamente nas Figuras 7.26 e 7.27. Como as soluções analíticas exatas admitem que a temperatura da interface metal/molde se mantém constante durante a solidificação, considera-se nestas figuras o eixo das abscissas como correspondente aos resultados obtidos segundo a solução de Schwarz, ou seja $T_i^* = 0$.

Pode-se notar nas Figuras 7.26 e 7.27, que os resultados obtidos para a temperatura da interface metal/molde segundo o método numérico de Dusenberre são sempre superiores aos valores determinados através do modelo proposto embora bastante próximos. No caso dos resultados obtidos para o Chumbo nota-se apenas um mínimo distanciamento do método numérico de Dusenberre em relação ao método proposto no sentido de uma melhor concordância com os pontos experimentais.

Em síntese, as Figuras de 7.24 a 7.27 mostram que o modelo proposto é que melhor se aproxima dos resultados experimentais obtidos, sendo que no tocante à determinação de temperaturas durante a solidificação o método numérico de Dusenberre apresenta uma aproximação muito boa em relação a este modelo. Além da melhor concordância com os resultados experimentais, a grande vantagem do modelo proposto reside no fato de ser um modelo geral e extensivo enquanto os métodos numéricos de análise,

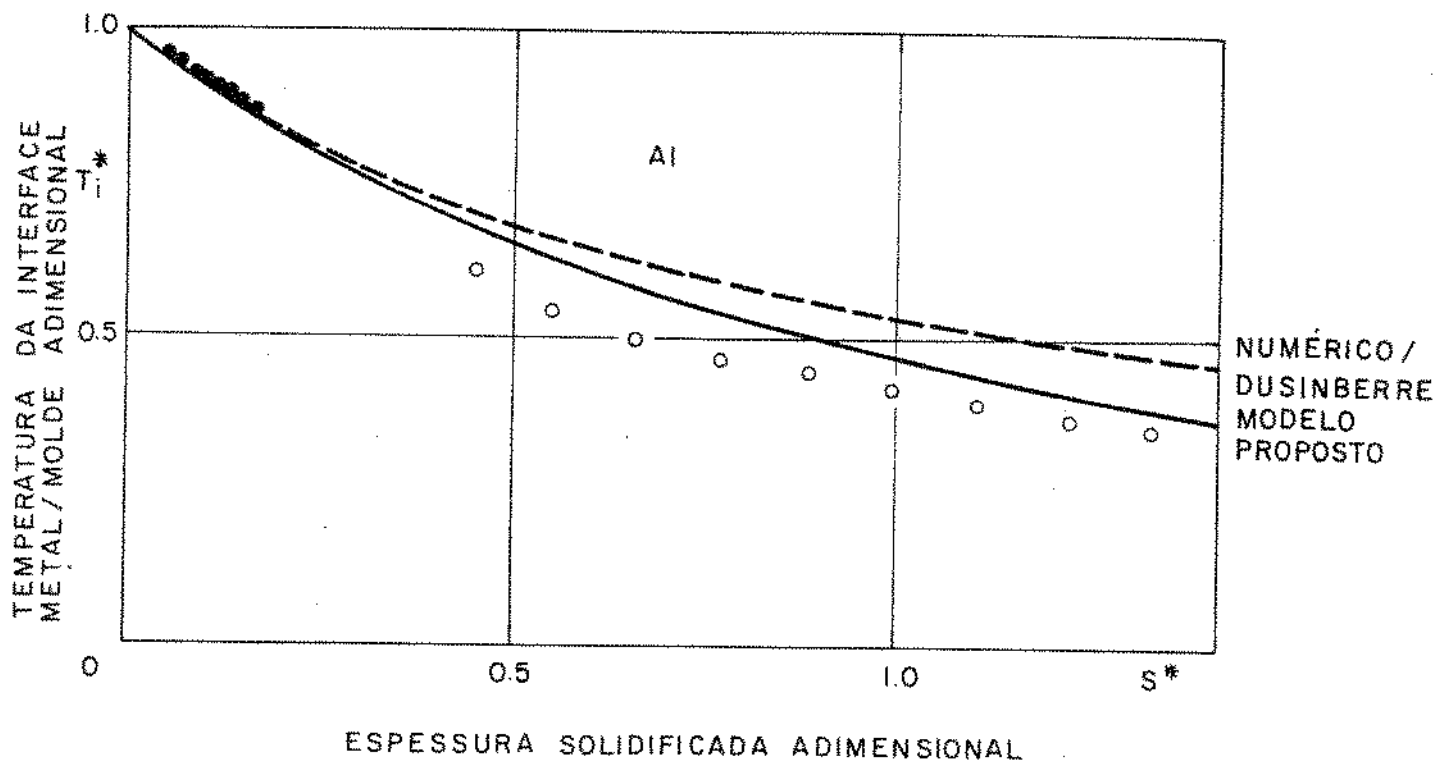


Figura 7.26 - Variação da temperatura da interface metal/molde adimensional (T_i^*) em função da espessura solidificada adimensional (S^*), segundo o modelo proposto, comparado com o método numérico de Dusinberre e os pontos experimentais obtidos na solidificação unidirecional do Alumínio em molde refrigerado a água.

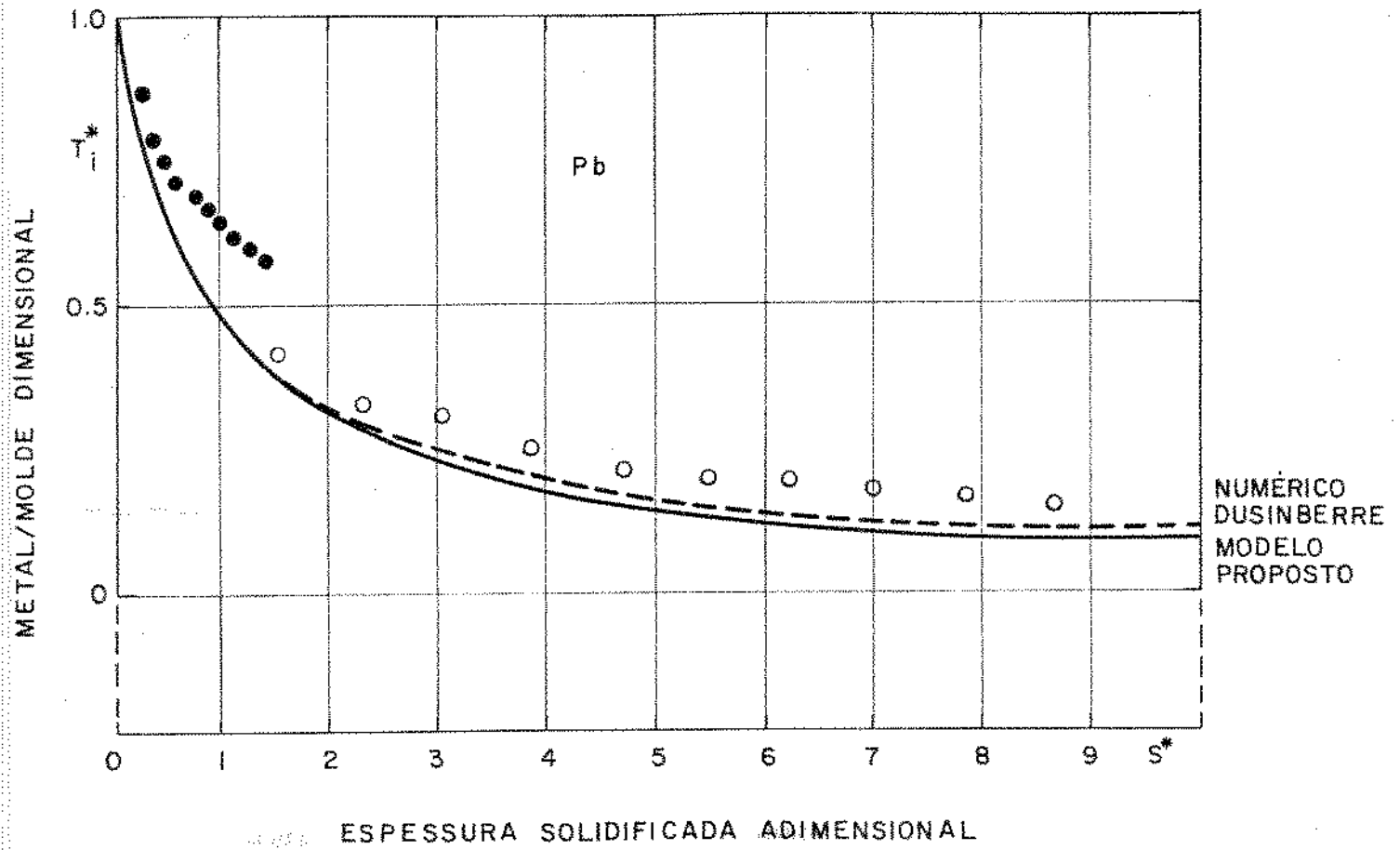


Figura 7.27 - Variação da temperatura da interface metal/molde adimensional (T_i^*) em função da espessura solidificada (S^*), segundo o modelo proposto, comparado com o método numérico de Dusinberre e os pontos experimentais obtidos na solidificação unidirecional do Chumbo em molde refrigerado a água.

conforme foi visto no capítulo 2, apresentam caráter particular e específico necessitando de reprogramação ou readaptação do programa de cálculo cada vez que uma determinada condição de solidificação é alterada.

CAPÍTULO 8POSSIBILIDADE DE APLICAÇÃO PRÁTICA DO MODELO PROPOSTO8.1. APLICAÇÃO PRÁTICA DO MODELO PROPOSTO NO CASO DE SOLIDIFICAÇÃO EM MOLDES REFRIGERADOS

Os moldes refrigerados a água são indicados toda vez que se deseja solidificar um determinado metal com uma geometria simples e de elevada simetria, principalmente placas de secção retangular. Em função disso são largamente utilizados na fundição de lingotes pequenos e médios, geralmente de metais não-ferrosos particularmente o Cobre e suas ligas como os latões e os bronzes (16). Sua aplicação é inevitável nos processos de lingotamento contínuo do aço e metais não-ferrosos. As Figuras 8.1 e 8.2 apresentam esquemas de dois tipos distintos de sistemas metal/molde refrigerados a água.

A substituição do método convencional do lingotamento intermitente pelo método de lingotamento contínuo baseia-se na possibilidade de melhorar e uniformizar a qualidade metalúrgica do lingote, assim como de reduzir seu custo e tempo de produção (79). O problema fundamental do lingotamento contínuo se resume essencialmente no controle das condições de transferência de calor ao longo dos estágios de solidificação do metal, de modo a garantir adequadamente a continuidade e a uniformidade do processo. Conforme indicado na Figura 8.2, do ponto de vista da transferência de calor o sistema de lingotamento contínuo pode ser de composto em três estágios:

- (1) Estágio de refrigeração primária, constituído de um molde refrigerado a água.
- (2) Estágio de refrigeração secundária, onde o lingote ainda não totalmente solidificado passa a ser esfriado diretamente por um chuveiro de água.
- (3) Estágio de esfriamento, no qual o lingote passa a transferir calor diretamente ao meio ambiente por radiação e convecção.

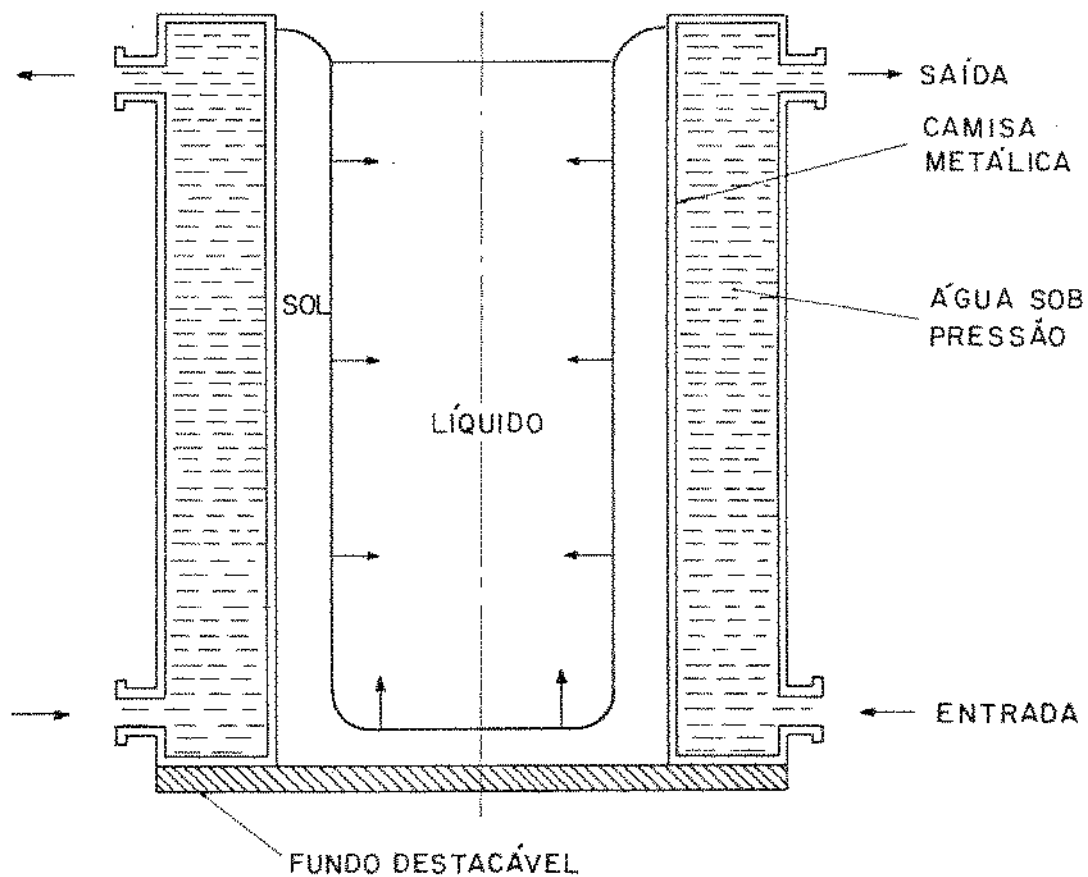


Figura 8.1 - Representação esquemática de um tipo de molde refrigerado a água.

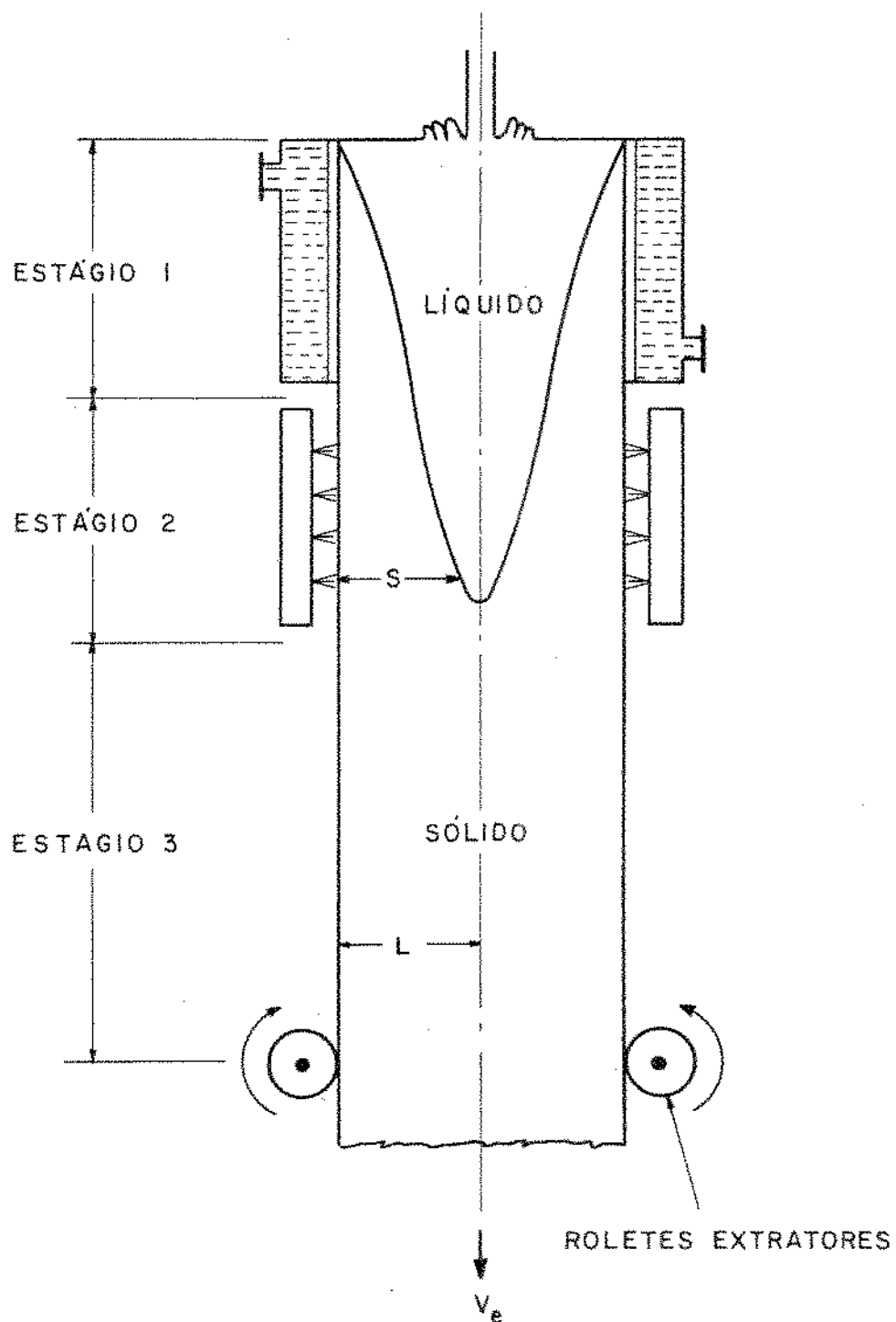


Figura 8.2 - Corte longitudinal esquemático de um sistema de lingotamento, ressaltando os três estágios do processo.

8.1.1. Aplicação do modelo proposto no lingotamento contínuo do aço

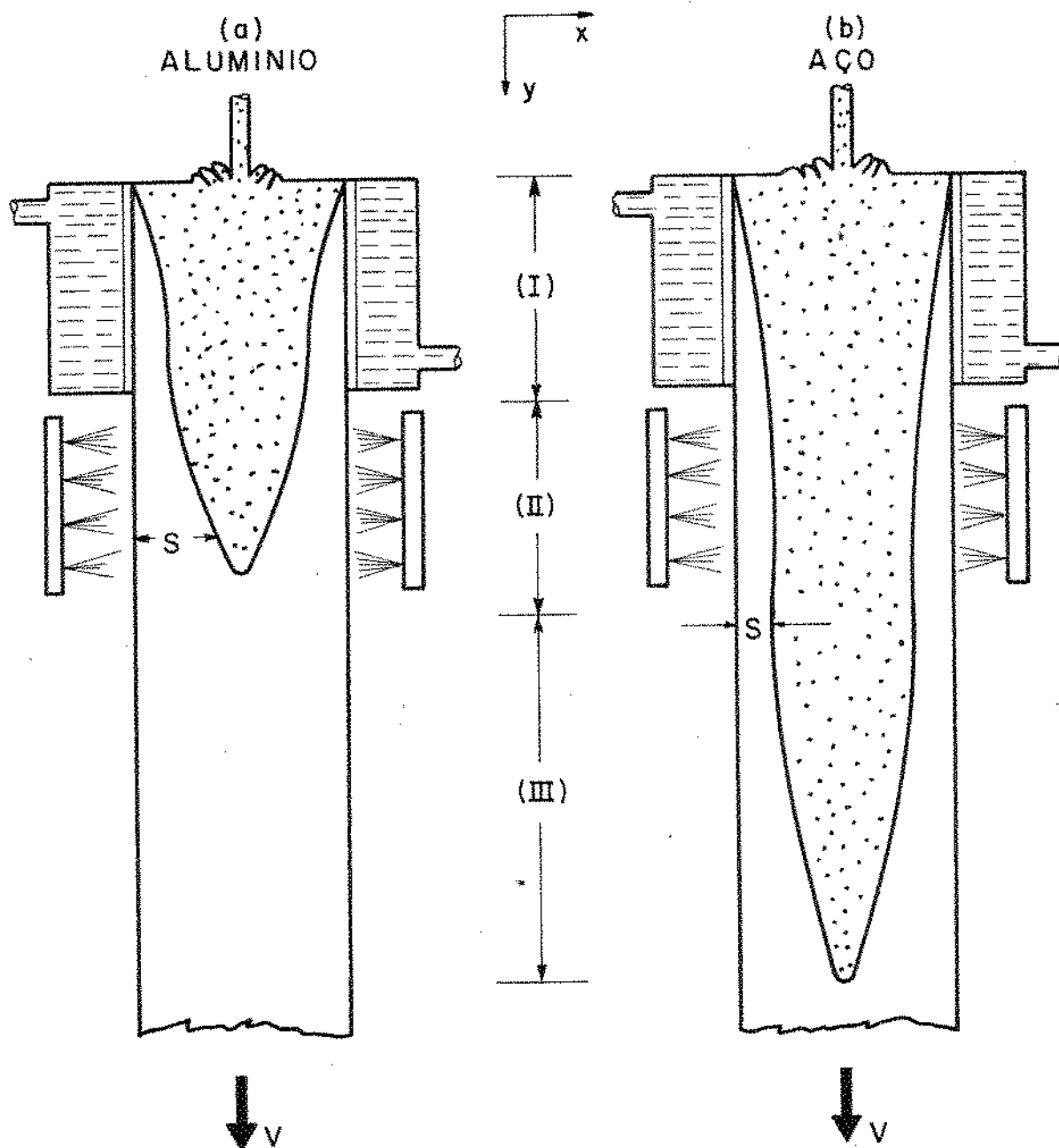
O lingotamento contínuo do aço surgiu de técnicas desenvolvidas para metais não-ferrosos, no final da década de 30, industrializadas com sucesso particularmente para o Alumínio. A aplicação do lingotamento contínuo na indústria do aço deu-se somente no início da década de 50, e esta defasagem deveu-se a problemas relacionados com as propriedades peculiares do aço, tais como: alto ponto de fusão, baixa difusividade térmica e a existência de transformações de fase austenita - perlita durante o resfriamento. Estas características dificultaram sensivelmente a análise do processo de solidificação do aço que ocorre durante o lingotamento contínuo, o que não se observa no caso de metais não-ferrosos.

A Figura 8.3 mostra a diferença fundamental entre os perfis de solidificação (forma da interface sólido/líquido) no lingotamento contínuo de lingotes planos de Alumínio (caso a) e de aço (caso b). Pode-se observar que o aço exige uma maior profundidade relativa do poço de metal líquido. Isto se deve ao fato de que, durante a solidificação do aço, as temperaturas na camada solidificada devem manter-se sempre acima da temperatura crítica de transformação austenita-perlita, como mostra qualitativamente a Figura 8.4. Tem-se que levar em conta o fato de que a presença de duas fases distintas provocaria inevitavelmente o surgimento de tensões de contração, as quais causariam por sua vez o aparecimento de fissuras superficiais e outros tipos de defeitos prejudiciais ao desempenho posterior do lingote (80, 81, 82, 83).

Embora possa-se dizer que existe uma quantidade valiosa de informações na literatura especializada, existe entretanto a necessidade de desenvolvimento de pesquisas no sentido da otimização do projeto dos sistemas metal/molde empregados no lingotamento contínuo. Neste particular, uma abordagem adequada ao problema exige a aplicação de modelos matemáticos, cujo manuseio permita a análise geral da cinética de solidificação e da distribuição de temperaturas na camada solidificada, durante o processo de lingotamento contínuo.

(a) Solidificação no Estágio Primário

A finalidade da etapa primária (refrigeração indi



- (I) ESTÁGIO DE REFRIGERAÇÃO PRIMÁRIA (MOLDE)
 (II) ESTÁGIO DE REFRIGERAÇÃO SECUNDÁRIA (SPRAY)
 (III) ESTÁGIO DE RADIAÇÃO LIVRE

Figura 8.3 - Representação do perfil da solidificação no lingotamento contínuo

(A) Caso típico do Alumínio (poço de metal líquido curto).

(B) Caso típico do aço (poço de metal líquido longo).

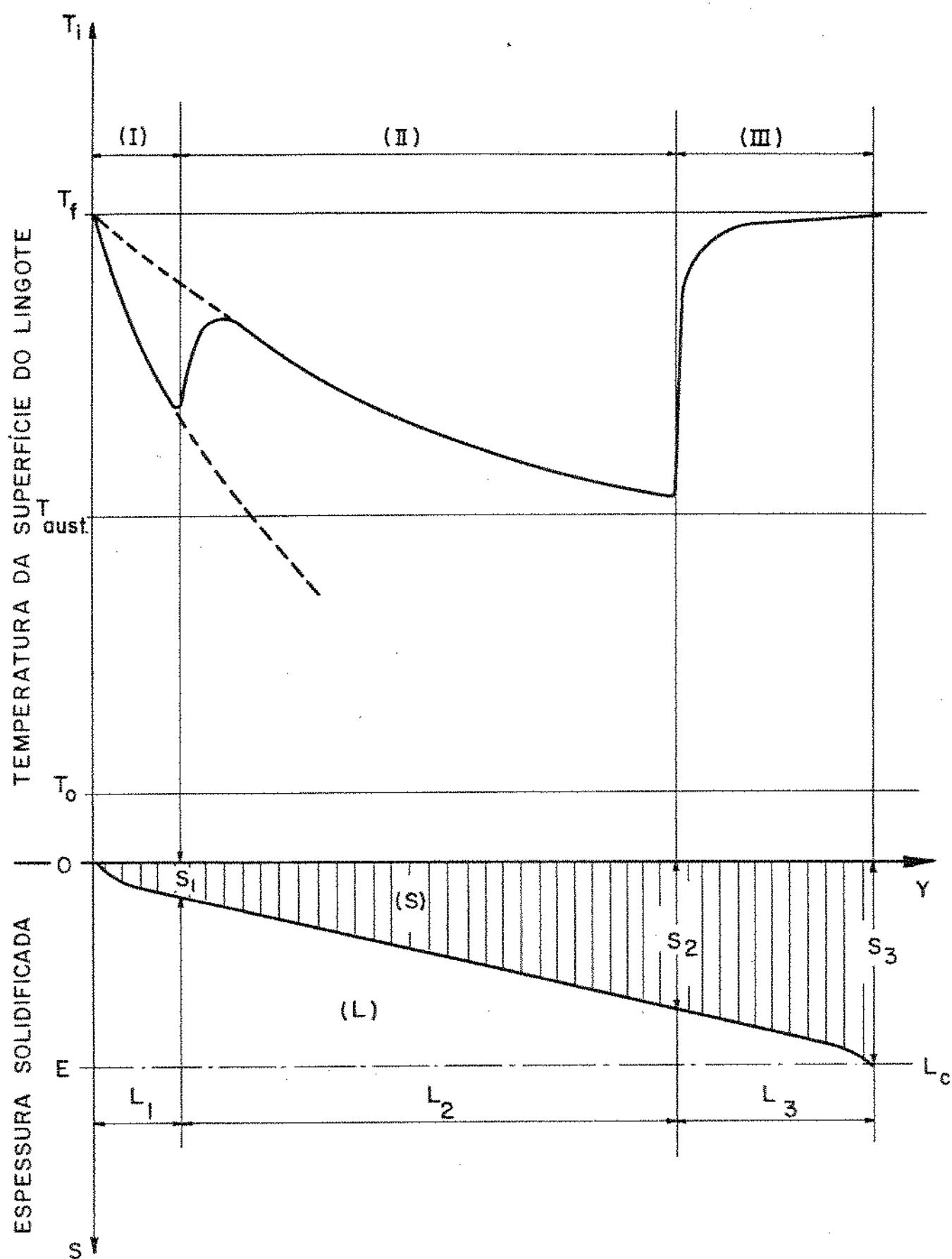


Figura 8.4 - Variação esquemática da temperatura da superfície do lingote em função da espessura solidificada no lingotamento contínuo do aço.

reta) correspondente ao molde, é a de provocar a solidificação de uma espessura mínima de aço com suficiente autonomia mecânica para suportar as tensões de extração e as tensões provocadas pela pressão metalostática do aço líquido.

A experiência prática demonstra que a espessura solidificada no final da etapa primária (S_1) deve ser da ordem de 20% da espessura total a ser solidificada. Além disso, ao longo do molde refrigerado a temperatura da superfície da casca solidificada deve manter-se sempre maior do que a temperatura crítica de transformação austenítica (T_{aust}). Em decorrência destes critérios, resulta o perfil térmico da Figura 8.5, correspondente ao final do estágio primário, ou seja, a espessura solidificada S_1 .

Nestas condições, pode-se aplicar neste estágio primário a equação (3.26) do modelo proposto, ou seja:

$$t = \alpha S^2 + \beta S \quad (8.1)$$

onde

$$\alpha = \frac{1}{4a_s \phi^2} \quad e \quad \beta = \frac{H d_s}{h_1 (T_f - T_o)} \quad (8.2)$$

No que diz à determinação de temperaturas na camada solidificada, pode-se aplicar a equação (3.32) ou seja:

$$T_i = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{\text{erf}(\phi)} \text{erf} \left(\phi \frac{\beta}{\beta + 2\alpha S} \right) \quad (8.3)$$

Aplicando-se a equação (8.1) para o final do estágio primário, obtém-se:

$$t_1 = \frac{L_1}{V} = \alpha S_1^2 + \beta S_1 \quad (8.4)$$

ou

$$L_1 = V(\alpha S_1^2 + \beta S_1) \quad (8.5)$$

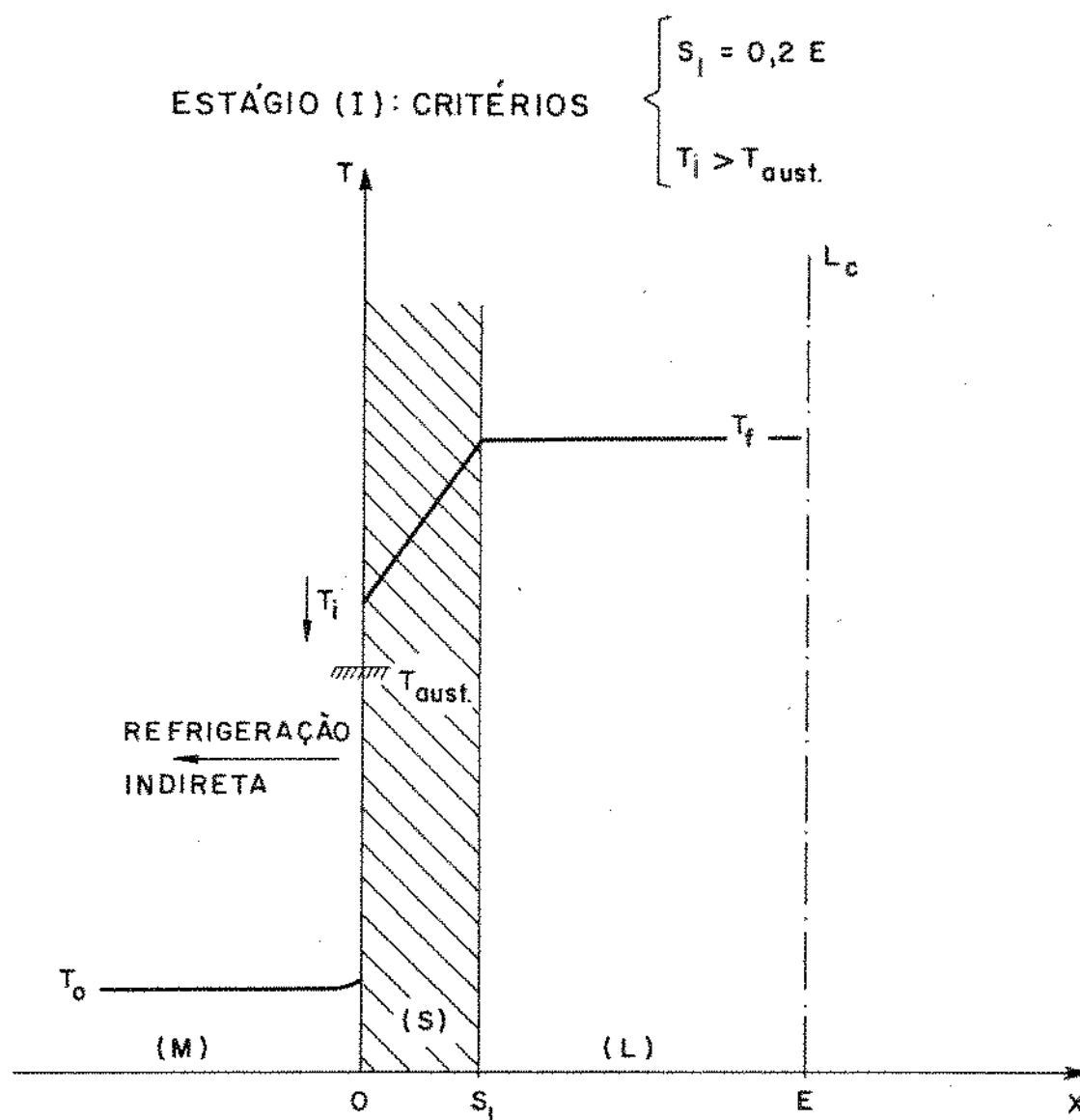


Figura 8.5 - Perfil relativo ao final da solidificação do aço no estágio (I) do lingotamento contínuo (molde refrigerado).

onde

L_1 - comprimento de estágio primário (molde)

V - velocidade de extração do lingote

ao passo que a temperatura da superfície do lingote será dada por:

$$T_{i1} = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{\text{erf}(\phi)} \text{erf}\left(\phi \frac{\beta}{\beta + 2\alpha S_1}\right) \quad (8.6)$$

(b) Solidificação no Estágio Secundário

A finalidade essencial da etapa secundária (refrigeração direta por meio de "spray", sem molde) é a de dar continuidade à solidificação do lingote, mas sem permitir que a temperatura da superfície da casca solidificada seja menor que a temperatura crítica " T_{aust} ". Para tanto, o estágio secundário provoca o levantamento da temperatura da superfície do metal sólido, resultando no perfil térmico da Figura 8.6, correspondente ao final do estágio secundário (espessura solidificada S_2). Isto se deve ao fato de que o coeficiente de transmissão de calor da interface metal/água do estágio secundário (h_a) é menor que o coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde (h_i) do estágio primário, ou seja:

$$h_a < h_i \quad (8.7)$$

Este é o critério mandatório na regulagem do fluxo de água do "spray" de refrigeração direta, de modo a permitir a formação controlada de uma película isolante de vapor de água junto à interface metal/água. Assim, também na etapa secundária pode-se aplicar a equação (8.1) resultando:

$$t_2 = \frac{L_1 + L_2}{V} = \alpha S_2^2 + \beta' S_2 \quad (8.8)$$

ou

$$L_1 + L_2 = V(\alpha S_2^2 + \beta' S_2)$$

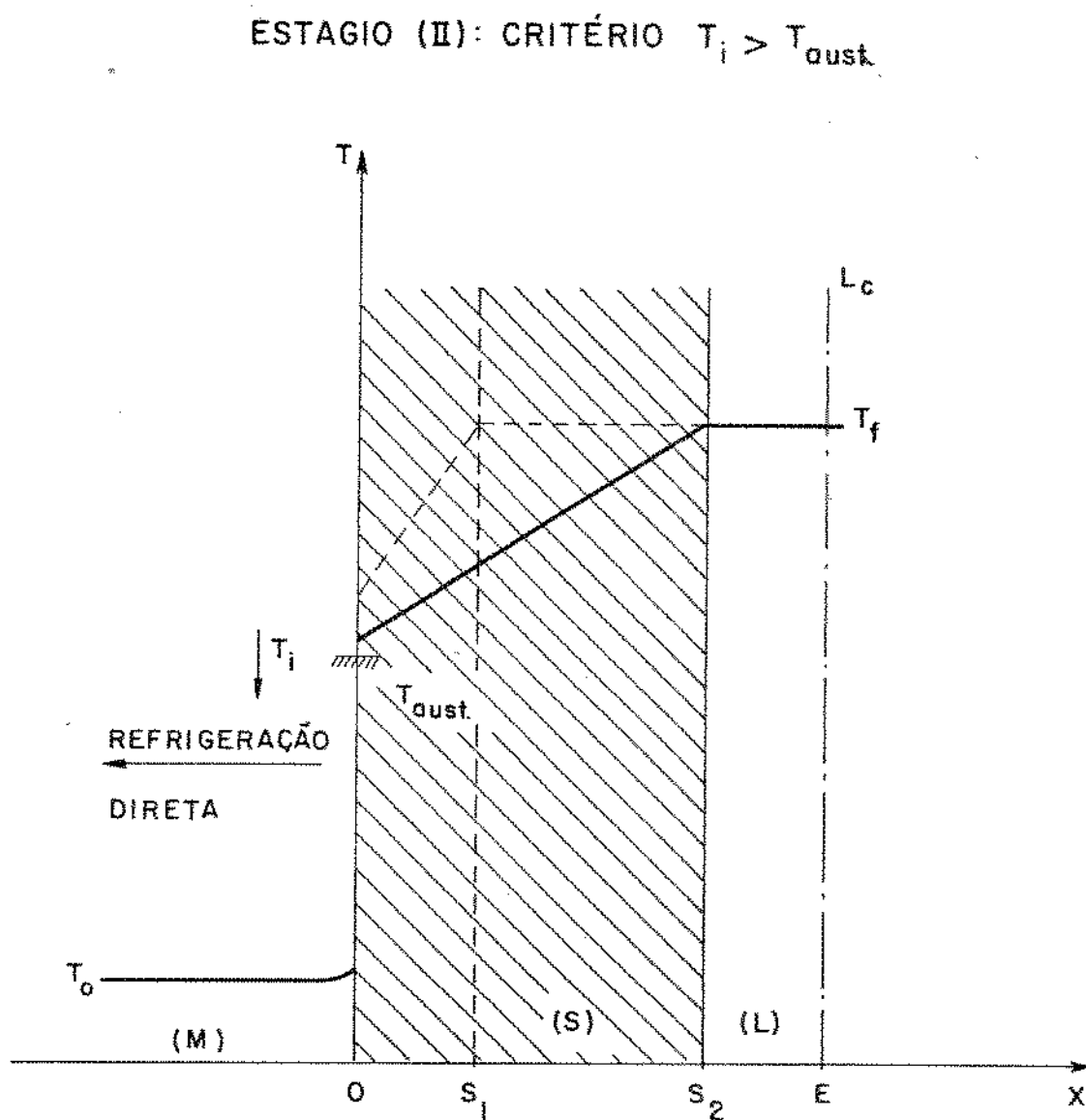


Figura 8.6 - Perfil térmico relativo ao final da solidificação do aço no estágio (II) do lingotamento contínuo ("spray"), em comparação com a configuração correspondente ao estágio anterior.

onde L_2 = comprimento do estágio secundário

e

$$\beta' = \frac{H d_s}{h_a (T_f - T_o)} \quad (8.9)$$

Aplicando-se também a equação (8.3), obtêm-se:

$$T_{i2} = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{\operatorname{erf}(\phi)} \operatorname{erf}\left(\phi \frac{\beta'}{\beta' + 2\alpha S_2}\right) \quad (8.10)$$

(c) Solidificação no Estágio de Radiação Livre

A terceira e última etapa de solidificação no lingotamento contínuo do aço, ou seja, a etapa de radiação livre tem por finalidade levantar, uma vez mais, a temperatura da superfície do lingote até completar-se a solidificação. Com isto garante-se a manutenção das temperaturas do lingote acima da temperatura crítica de transformação austenítica (T_{aust}) até o final da solidificação do lingote, resultando no perfil térmico da Figura 8.7, correspondente à maior espessura solidificada (S_3).

Após a solidificação, o lingote resfriará sem a presença de gradientes térmicos apreciáveis, ou seja, de maneira essencialmente homogênea. Em outras palavras, o resfriamento do lingote depois de solidificado, se dará a uma temperatura superficial pouco abaixo da temperatura central, dados os aspectos característicos da transferência de calor por radiação e convecção ao meio ambiente e a ausência da temperatura de solidificação como condição de contorno maximizante do perfil térmico.

No final da etapa de radiação livre, o tempo necessário para solidificar a espessura total do lingote (S_3) é determinado pelas condições de transferência de calor por radiação e convecção térmica ao ar, o que é dado pela seguinte equação (84):

$$t_3 = \frac{L_1 + L_2 + L_3}{V} \cong \left[\frac{H d}{h_c (T_f - T_o) + se (T_f^4 - T_o^4)} \right] S_3 \quad (8.11)$$

ESTÁGIO (III): CRITÉRIO $T_i > T_{aust.}$

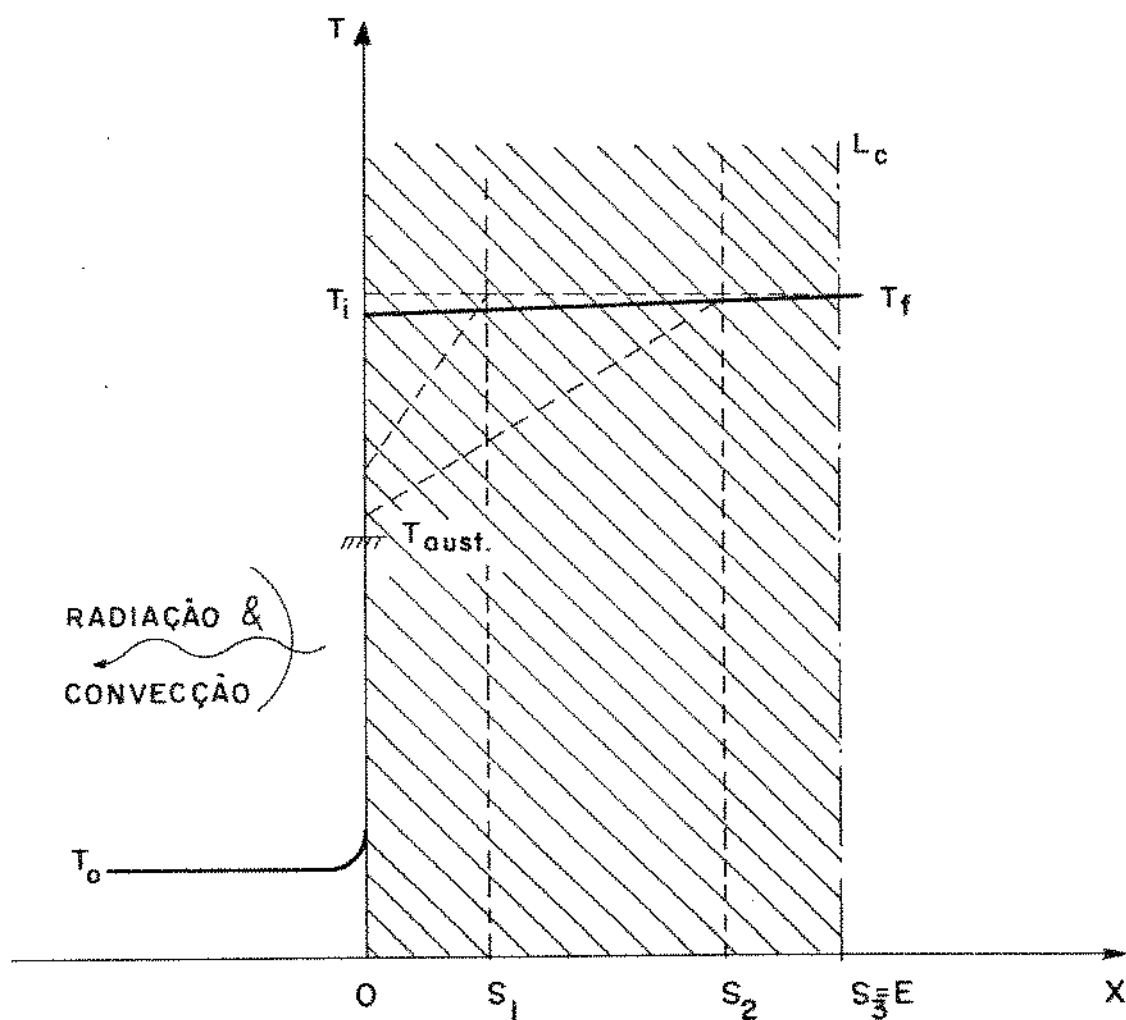


Figura 8.7 - Perfil térmico relativo ao final da solidificação do aço no lingotamento contínuo (radiação e convecção), em comparação com as configurações correspondentes aos estágios anteriores.

a partir do que, pode-se determinar a profundidade do poço de metal líquido no sistema (P):

$$P = L_1 + L_2 + L_3 \cong \frac{H d V S_3}{h_c(T_f - T_o) + se'(T_f^4 - T_o^4)} \quad (8.12)$$

De modo a demonstrar a aplicabilidade do modelo proposto na análise do processo de lingotamento contínuo do aço, o modelo foi comparado com resultados experimentais de Gautier et al. (85), obtidos para o lingotamento contínuo do aço 1010 de secção quadrada de $10,5 \times 10^{-2} \text{ m}$ e para uma velocidade de extração (ou de produção) de $3,05 \text{ m} \times 10^{-2} / \text{ s}$. A aplicação do modelo para este caso particular foi feita separadamente em cada um dos três estágios de solidificação, tomando-se como parâmetro principal a profundidade total do poço líquido. Para os cálculos relativos ao modelo foram utilizadas as propriedades físicas que constam do Apêndice 4 deste trabalho e os seguintes dados:

temperatura ambiente $T_o = 313 \text{ K}$
 coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde $h_i = 1,05 \frac{\text{J} \times 10^3}{\text{m}^2 \text{ s K}}$ (26)

coeficiente de convecção metal/ar $h_c = 0,017 \frac{\text{J} \times 10^3}{\text{m}^2 \text{ s K}}$ (84)

coeficiente newtoniano da interface metal/água
 $h_a = 0,42 \frac{\text{J} \times 10^3}{\text{m}^2 \text{ s K}}$ (84)

e' - emissividade da superfície do aço - 0,90

Os resultados da comparação realizada estão mostrados na Tabela 8.1. A avaliação crítica dos valores da Tabela 8.1, em particular o pequeno erro de 1,04% no cálculo da profundidade do poço de metal líquido, demonstram que o modelo proposto constitui-se em ferramenta analítica de fácil aplicação e que permite a determinação confiável dos parâmetros básicos necessários ao projeto de sistemas de lingotamento contínuo do aço.

ESTÁGIO		ESPESSURA SOLIDIFICADA $S(\text{mx}10^{-2})$	COMPRIMENTO $L(\text{mx}10^{-2})$	TEMPERATURA SUPERFICIAL (K)
I	Medido	$S_1 = 1,15$	$L_1 = 62$	$T_1 = 1398$
	Calculado	$(S_1 = 1,05) +$	$L_1 = 65$	$T_1 = 1285$
II	Medido	$S_2 = 3,28$	$L_2 = 321$	$T_1 = 1328$
	Calculado	$S_2 = 2,80$	$L_2 = 378$	$\leftarrow (T_1 = 1248)$
III	Medido	$S_3 = 5,25$	$L_3 = 290$	-
	Calculado	$S_3 = 5,25$	$L_3 = 273$	-
Profundidade do Poço de Metal Líquido $P = L_1 + L_2 + L_3$			Medido $P = 673\text{mx}10^{-2}$ Calculado $P = 680\text{mx}10^{-2}$ erro = + 1,04%	

Tabela 8.1 - Comparação entre os resultados experimentais de Gautier et al (85) e o modelo apresentado para o caso de lingotamento contínuo do Δ aço ABNT 1010 com $10,5 \times 10,5 \text{ } \phi$ e velocidade de extração $3,05\text{mx}10^{-2}/\text{s}$.

* Os valores entre parêntesis indicam valores obtidos a partir dos critérios apresentados no texto.

8.1.2. Apresentação do Modelo Proposto na forma Gráfica Aplicado a Moldes Refrigerados a Água

São apresentados nas Figuras de 8.8 a 8.21, os resultados relativos à cinética de solidificação e à temperatura da interface metal/molde ao longo da solidificação, calculados segundo o modelo proposto aplicado a moldes refrigerados a água para diversos valores do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde, e obtidos na forma gráfica nos traçados de gráficos da calculadora HP 9810A para os seguintes metais:

Chumbo
Estanho
Zinco
Alumínio
Cobre
Magnésio
Níquel

8.2. APLICAÇÃO PRÁTICA DO MODELO PROPOSTO NA SOLIDIFICAÇÃO EM MOLDES MACIÇOS

Os moldes maciços utilizados industrialmente apresentam duas classes fundamentais: os moldes refratários e as coquilhas metálicas. Os moldes de areia silicosa, ou de outros materiais isolantes como o gesso, são o tipo de molde de mais ampla aplicação na tecnologia da fundição devido à sua notável capacidade de moldagem. Entretanto, são geralmente moldes de capacidade de extração de calor muito baixa comparativamente a outros tipos de molde. Por outro lado, os moldes de areia são de baixo custo, motivo pelo qual são também indicados na fundição de peças de grandes dimensões (86, 87).

Os moldes refrigerados e os moldes de areia representam os casos extremos de capacidade de extração de calor disponíveis na tecnologia da fundição dos metais. Os casos intermediários dessa gama de capacidades podem ser obtidos pela utilização de moldes metálicos maciços, também denominados de coquilhas. Entretanto, sua liberdade de formas e geometrias é limitada, já que as coquilhas constituem-se basicamente em matrizes metálicas usinadas, o que também eleva notavelmente seu custo. Por outro

ESTANHO

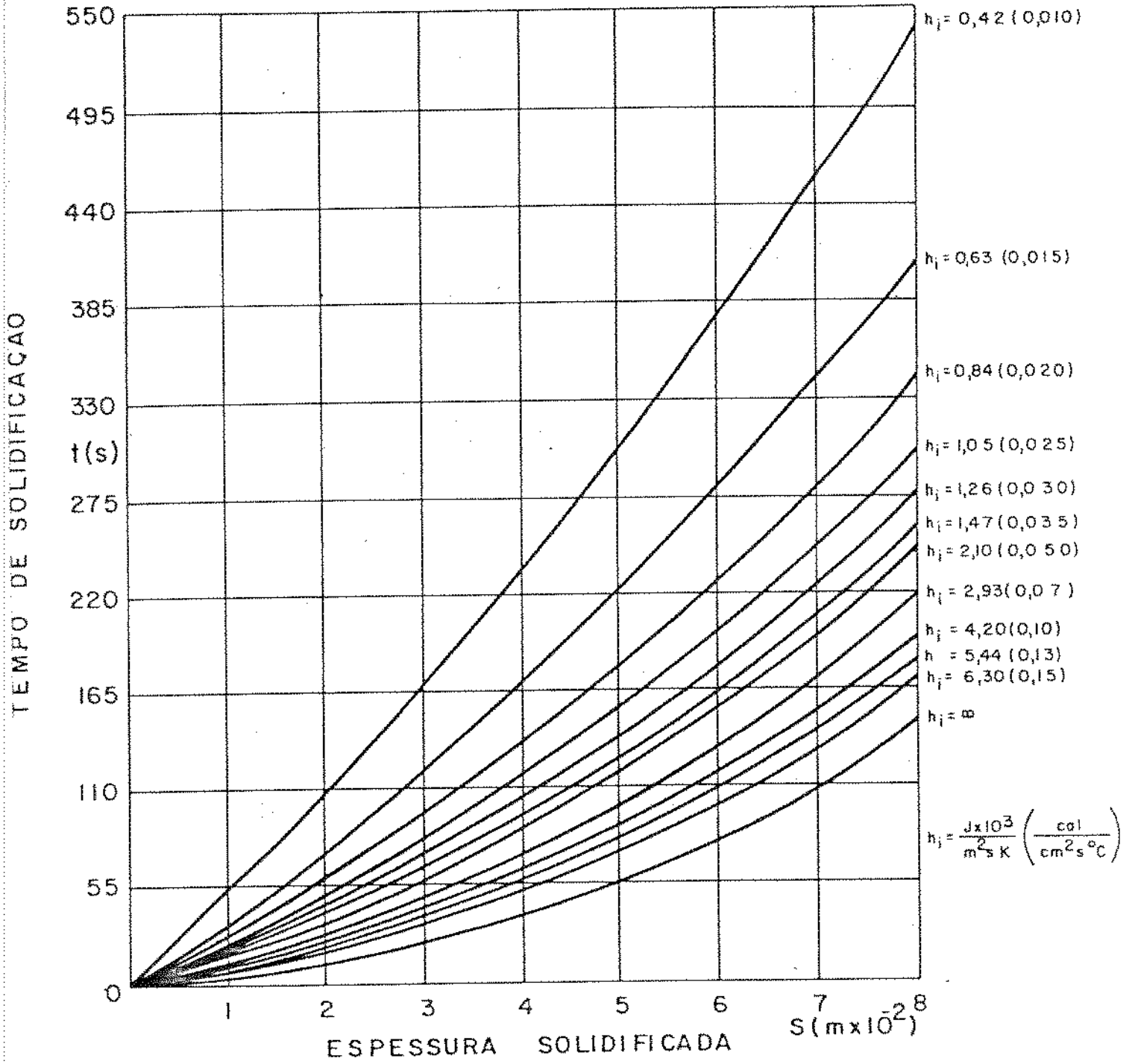


FIGURA 8.8

CHUMBO

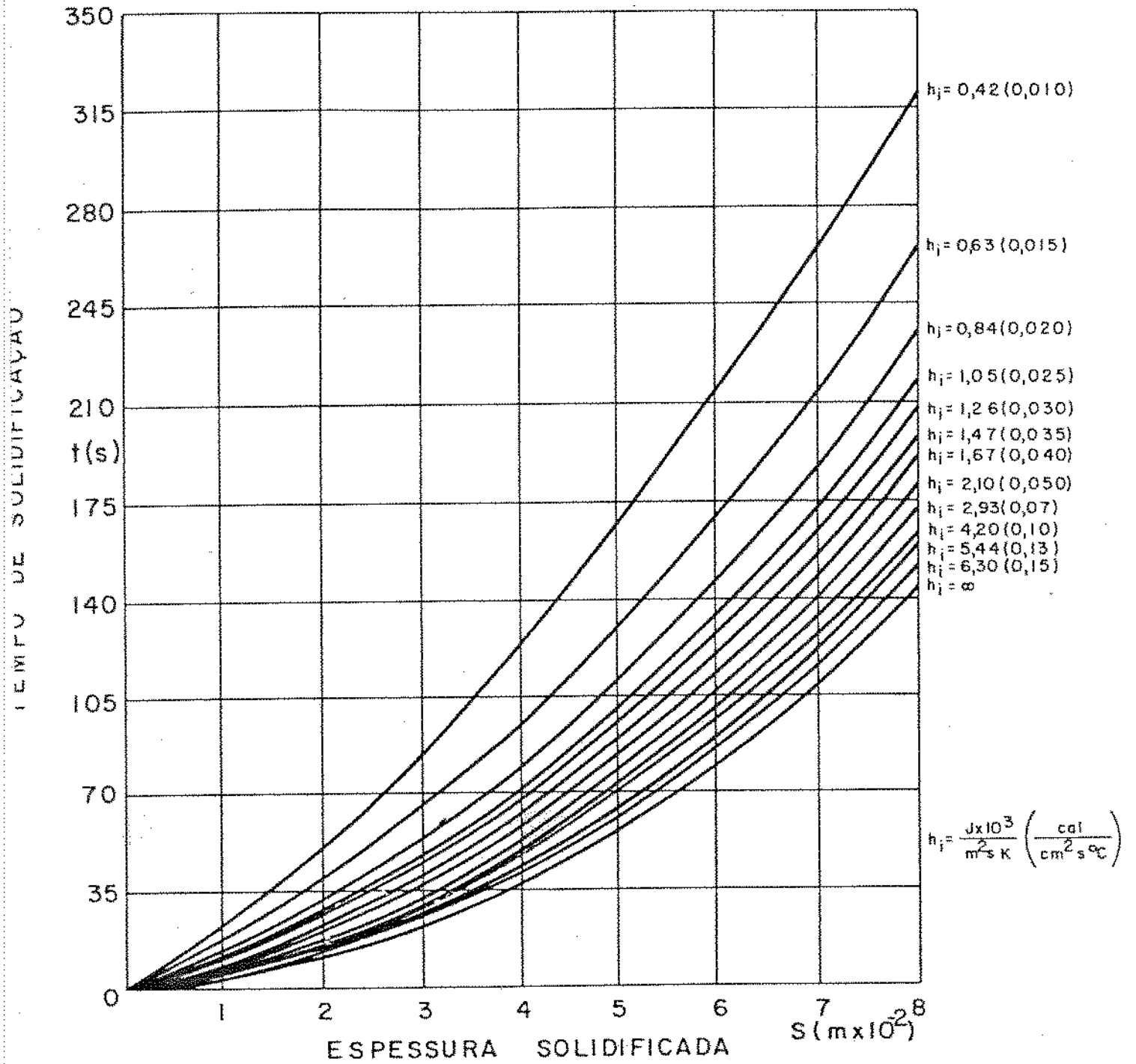


FIGURA 8.9

ZINCO

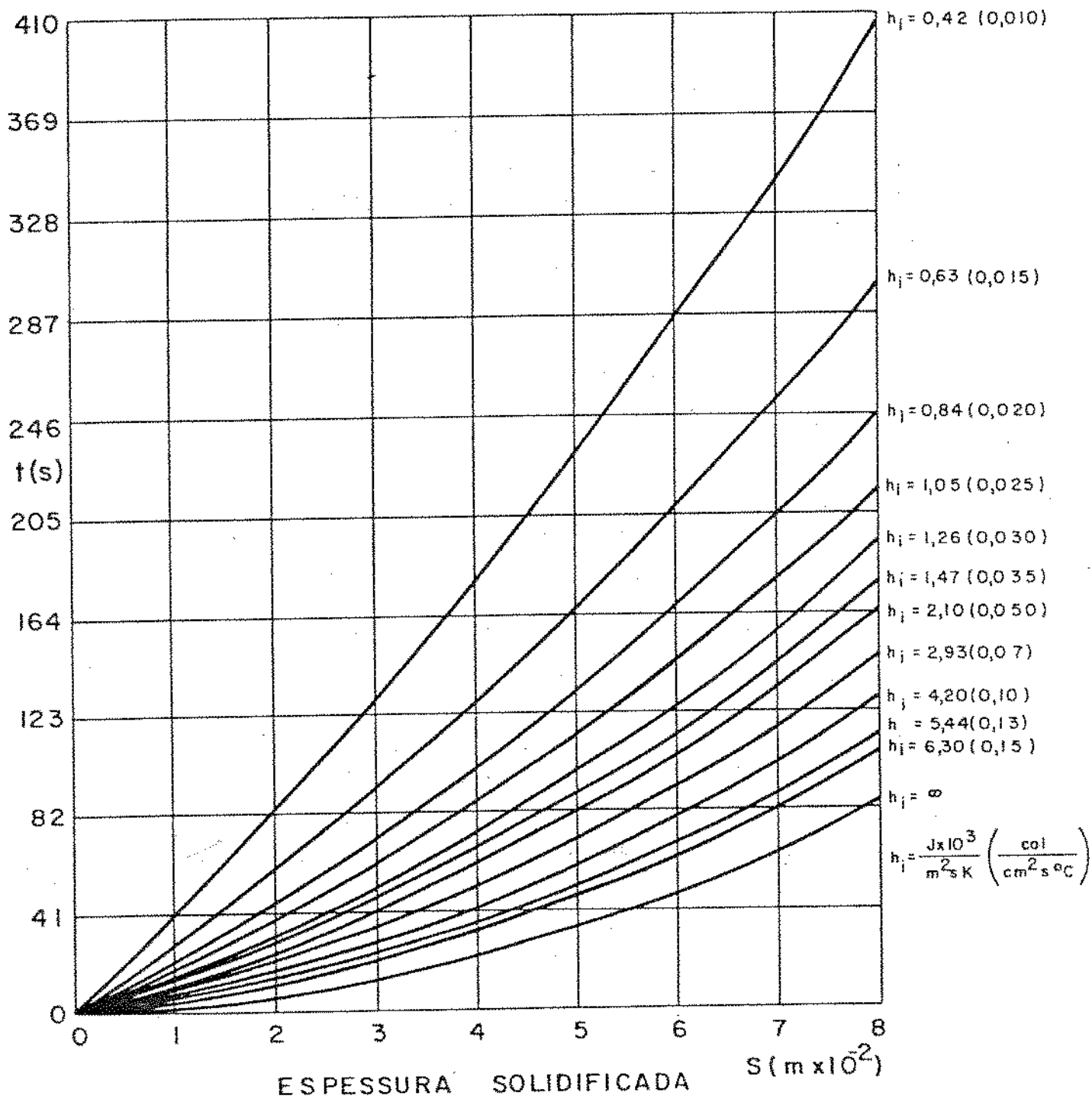


FIGURA 8.10

ALUMÍNIO

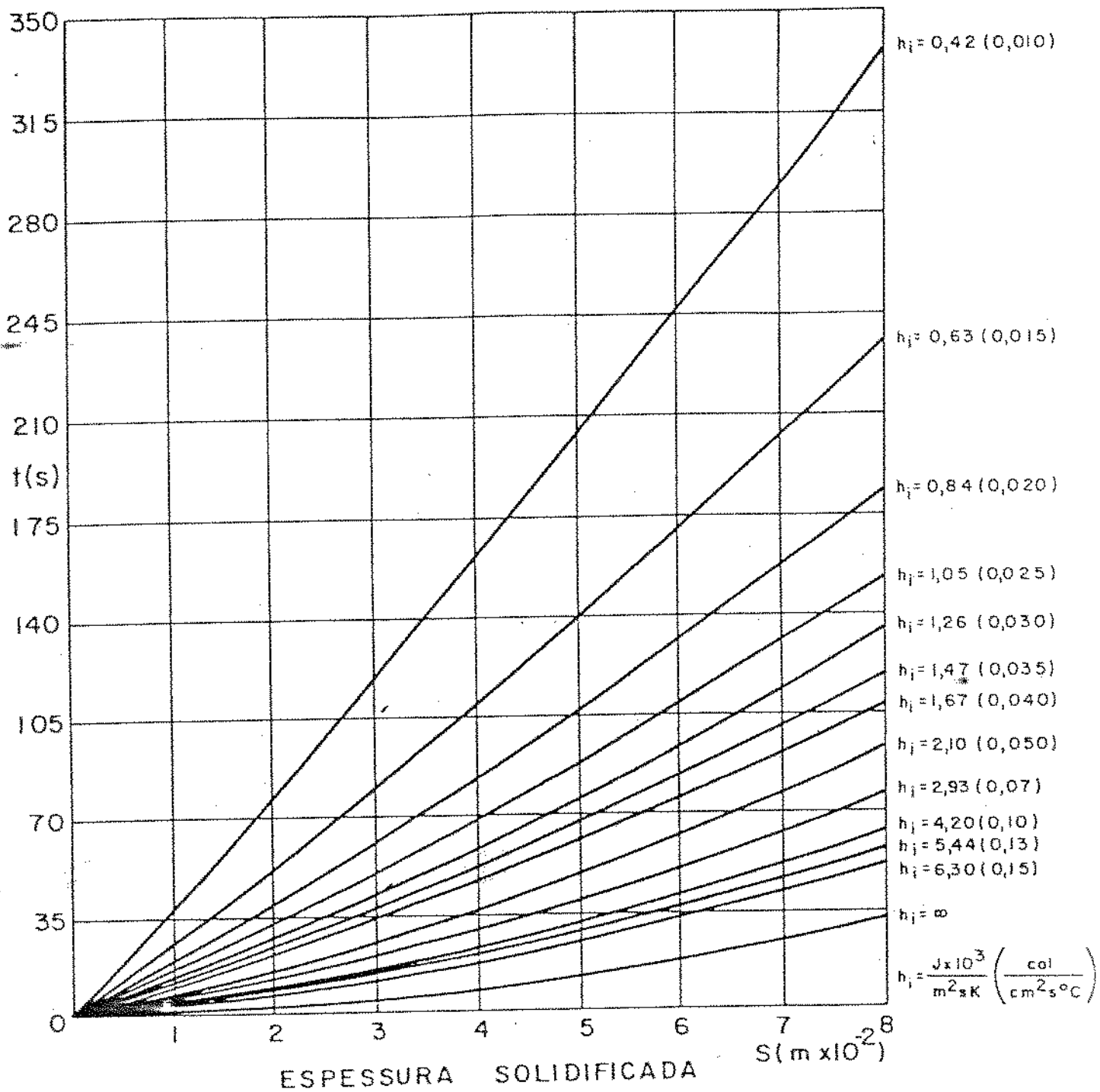


FIGURA 8.II

COBRE

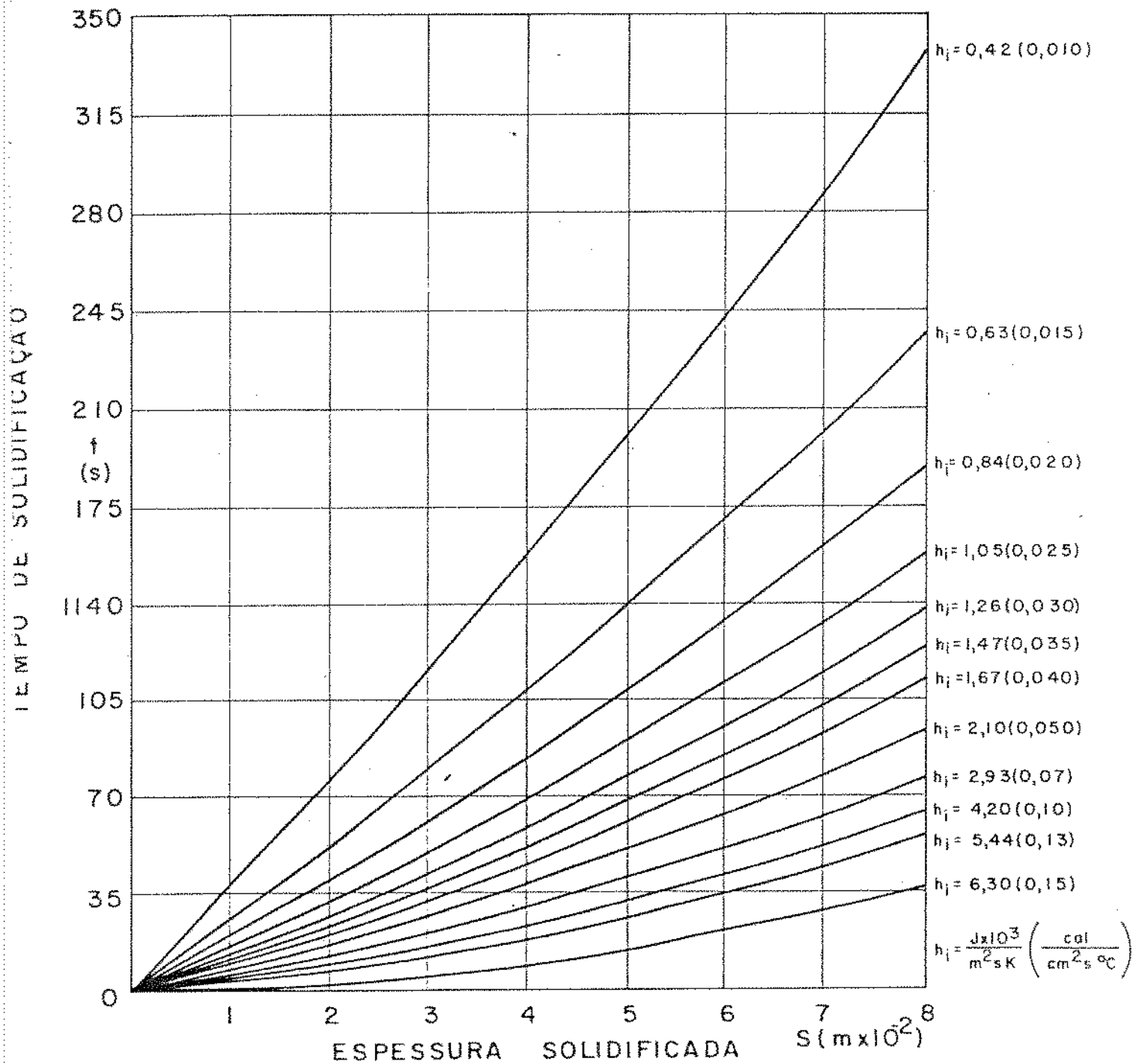


FIGURA 8.12

MAGNÉSIO

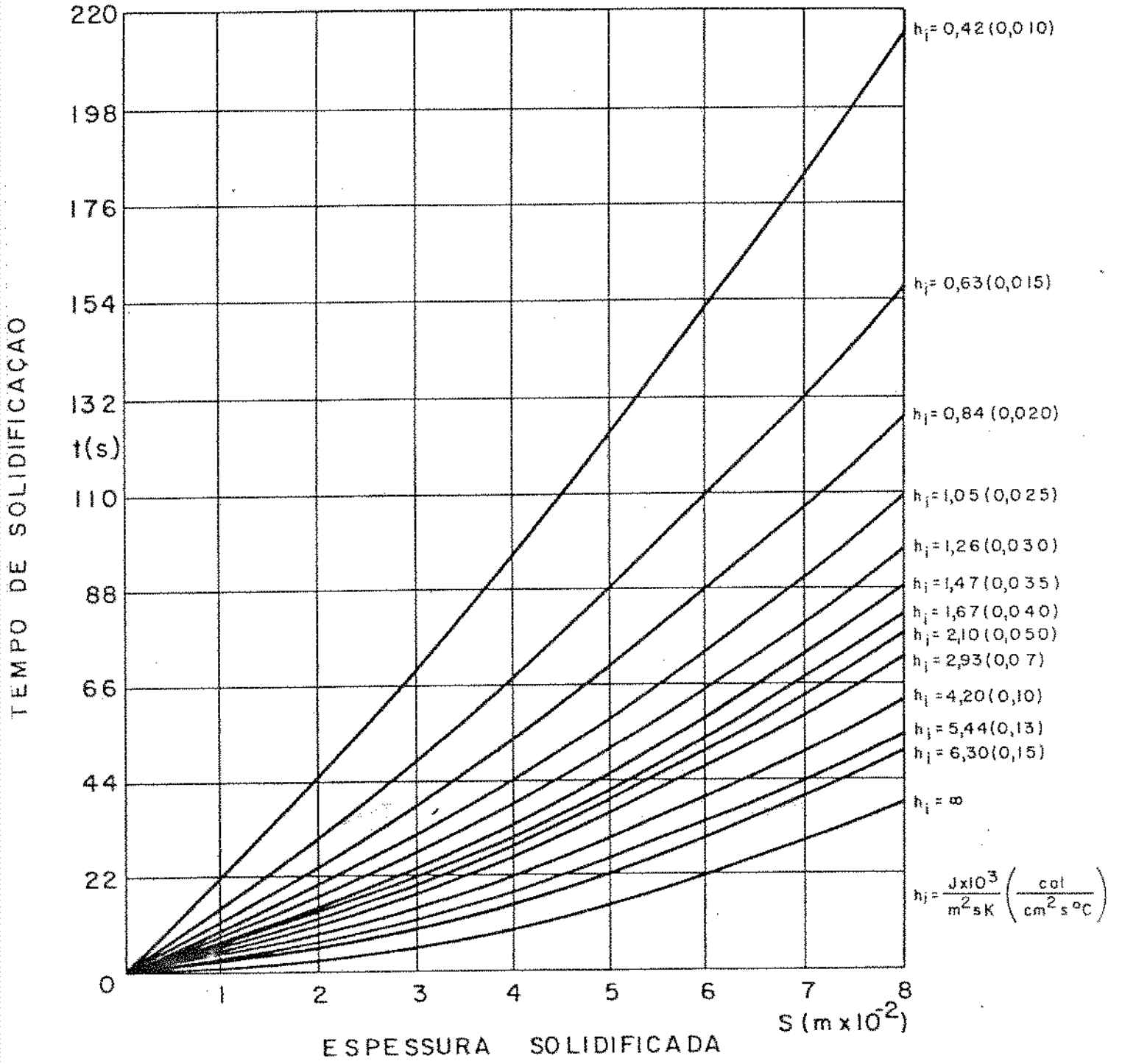


FIGURA 8.13

NÍQUEL

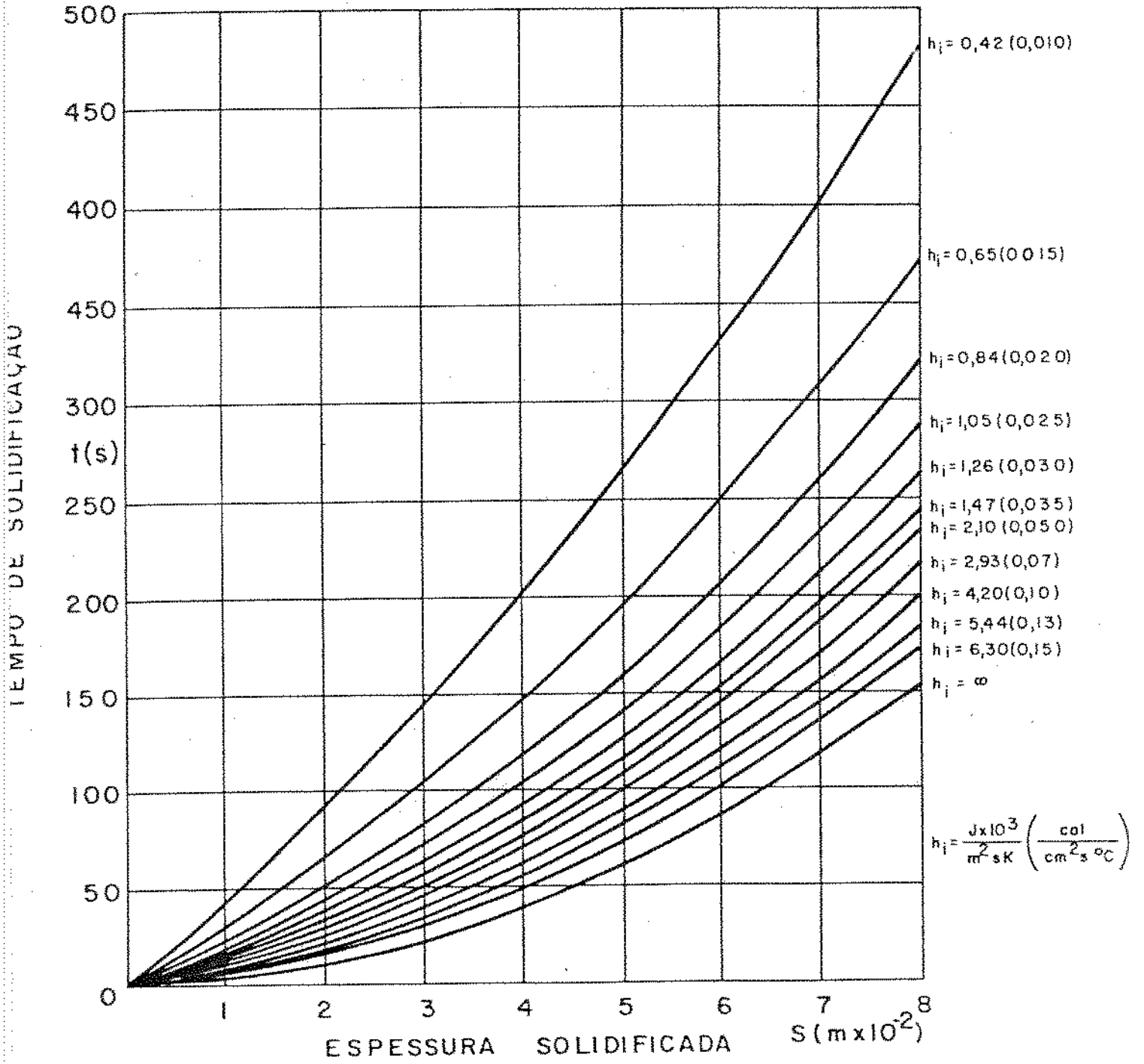


FIGURA 8.14

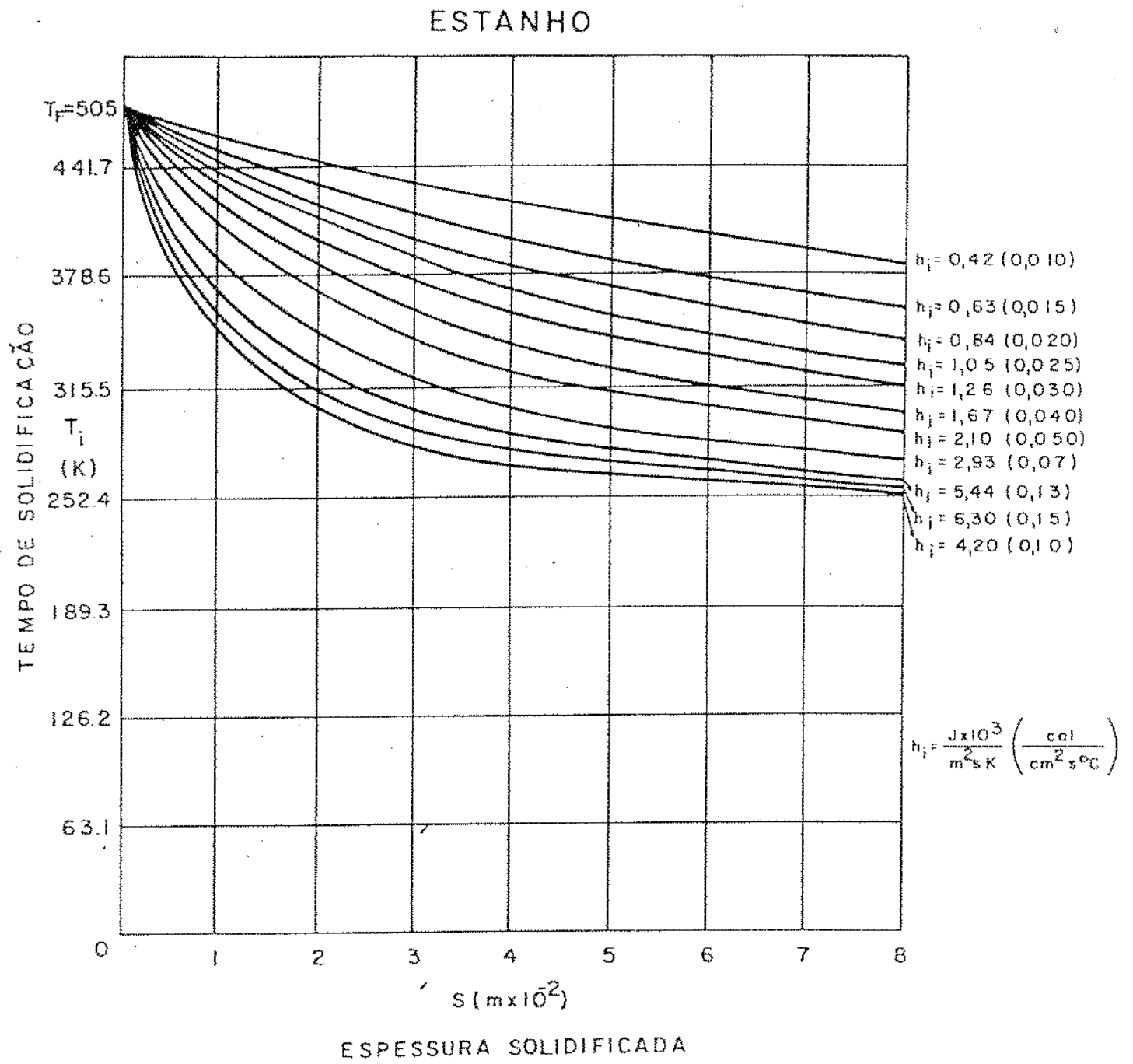


FIGURA 8.15

CHUMBO

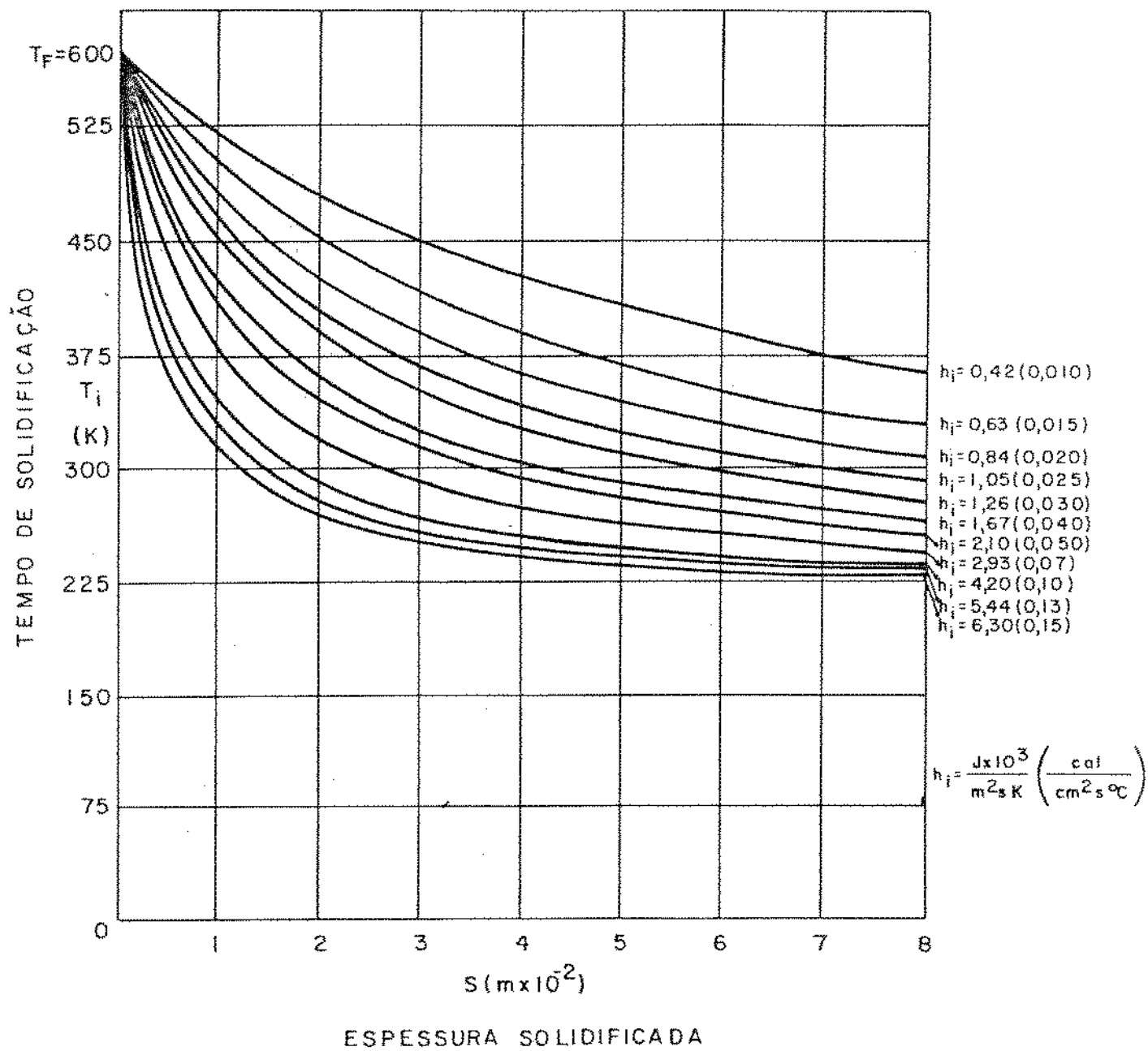


FIGURA 8.16

ZINCO

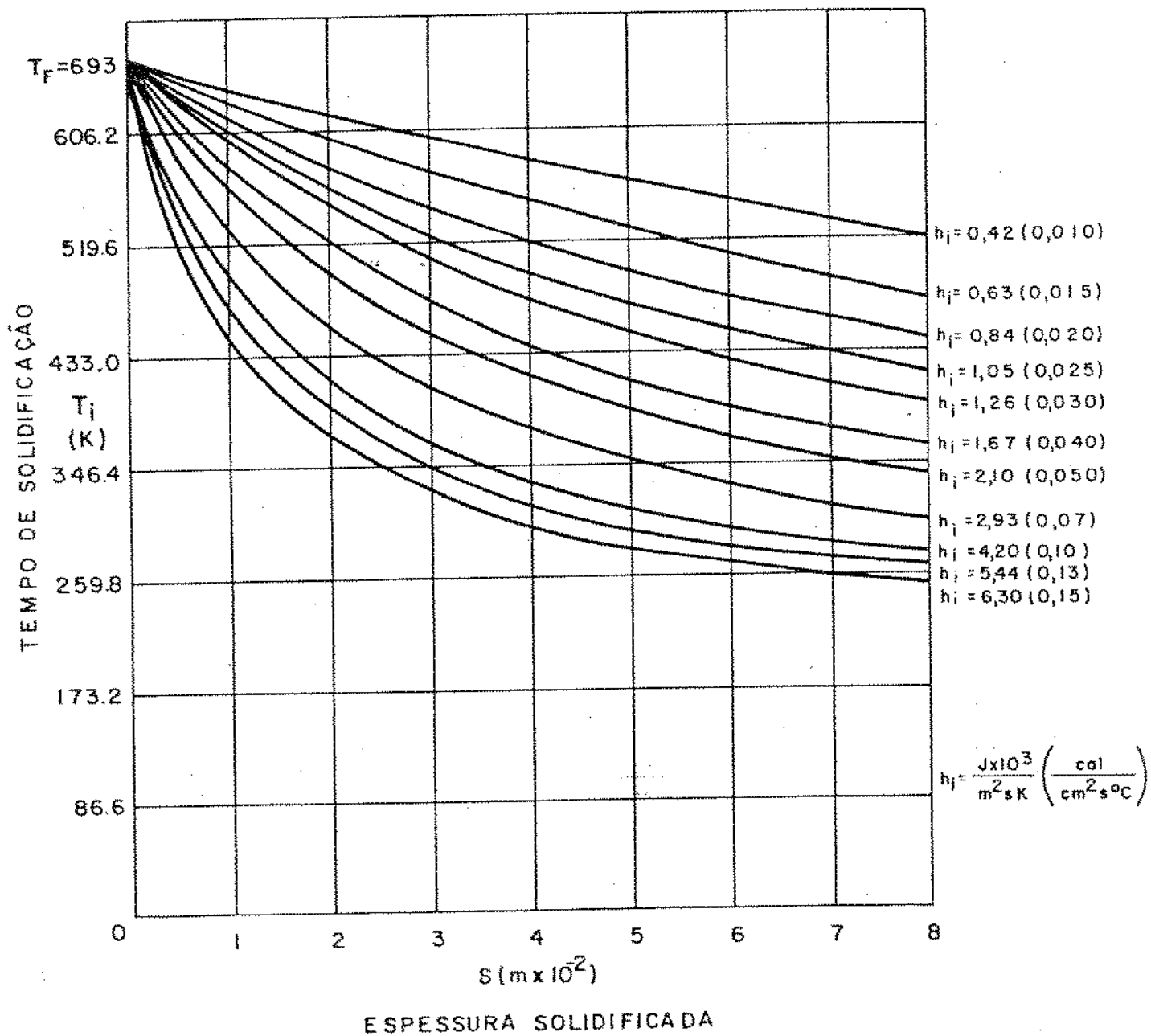


FIGURA 8.17

ALUMÍNIO

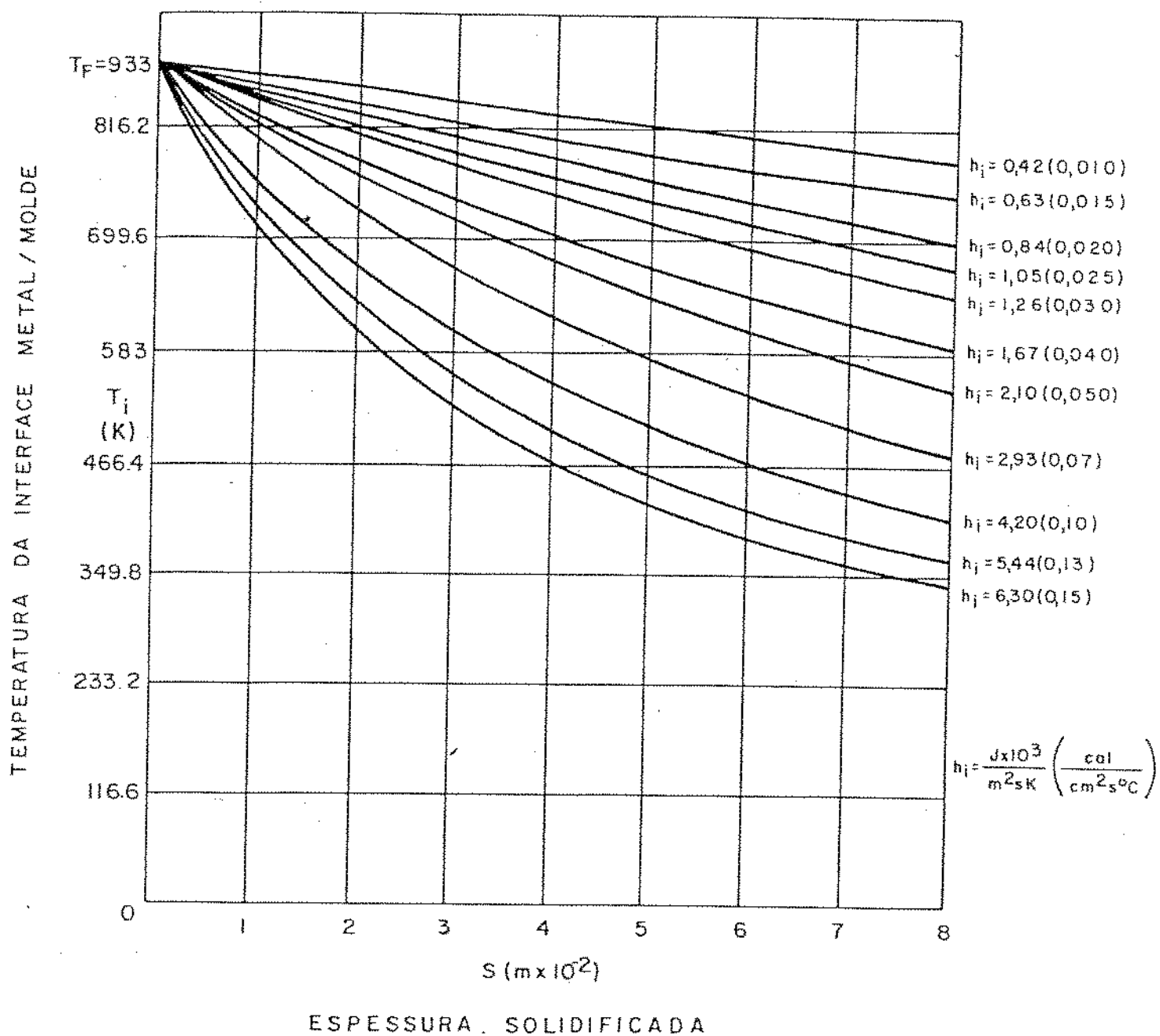


FIGURA 8.18

COBRE

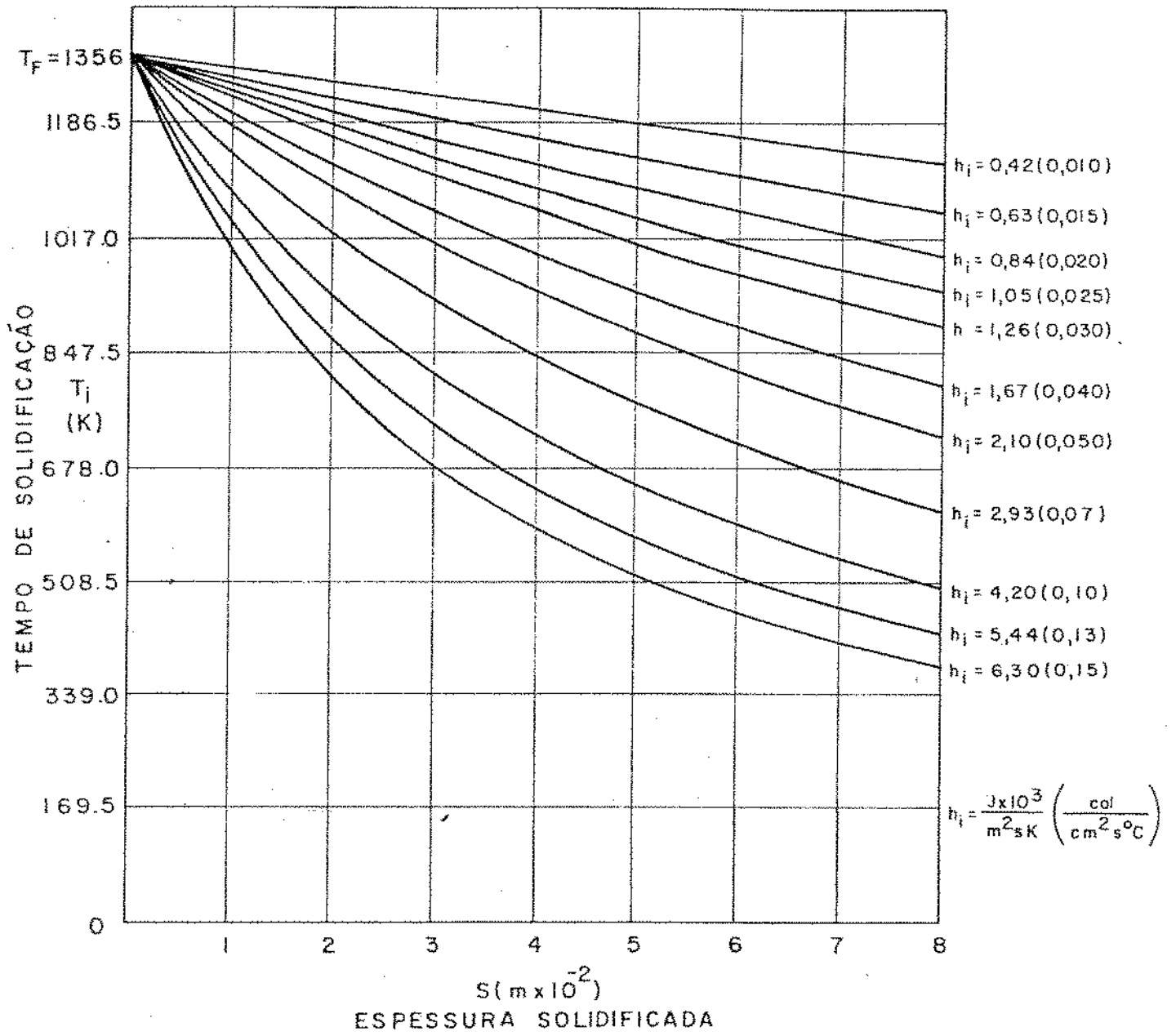


FIGURA 8.19

MAGNÉSIO

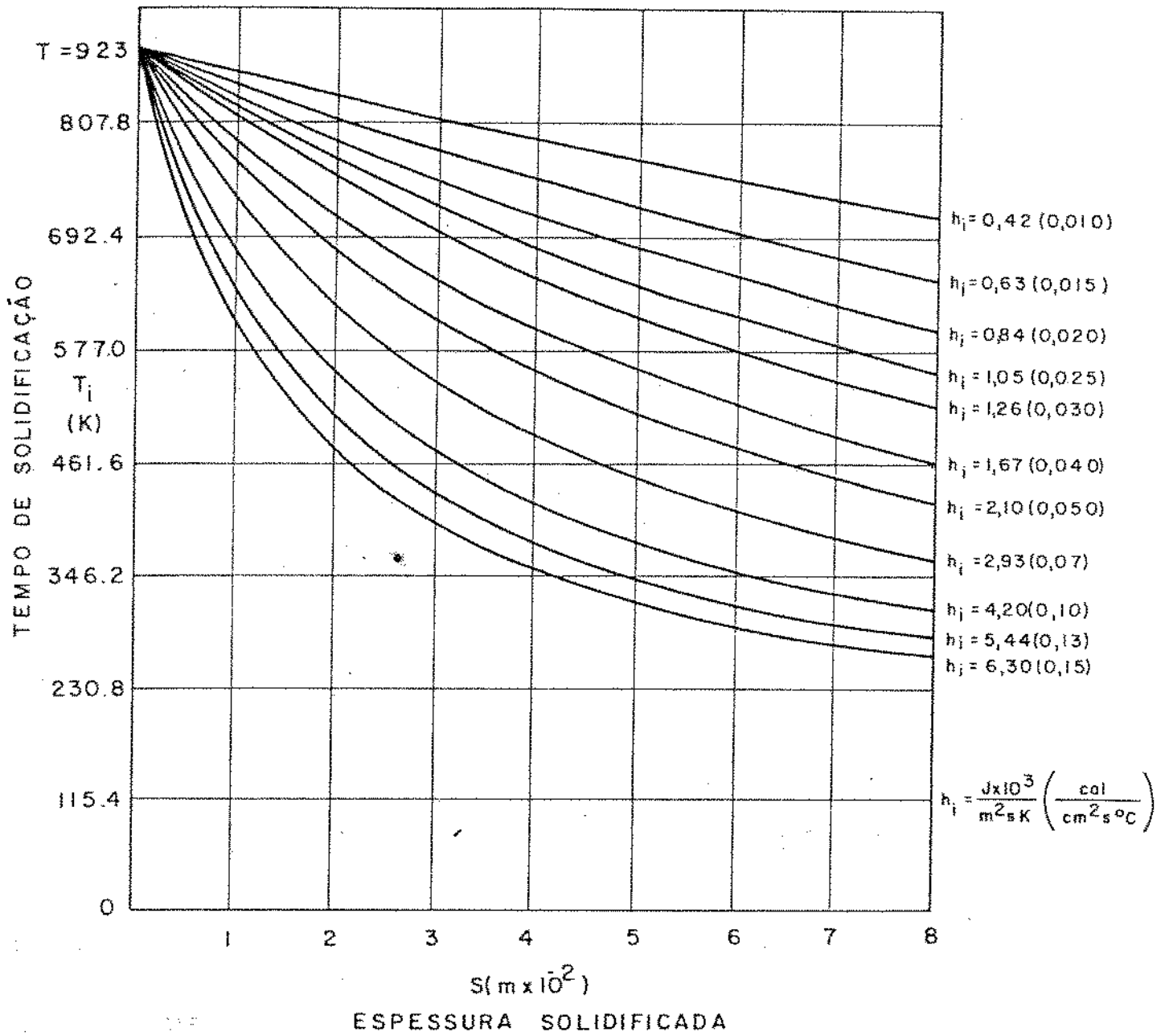


FIGURA 8.20

NÍQUEL

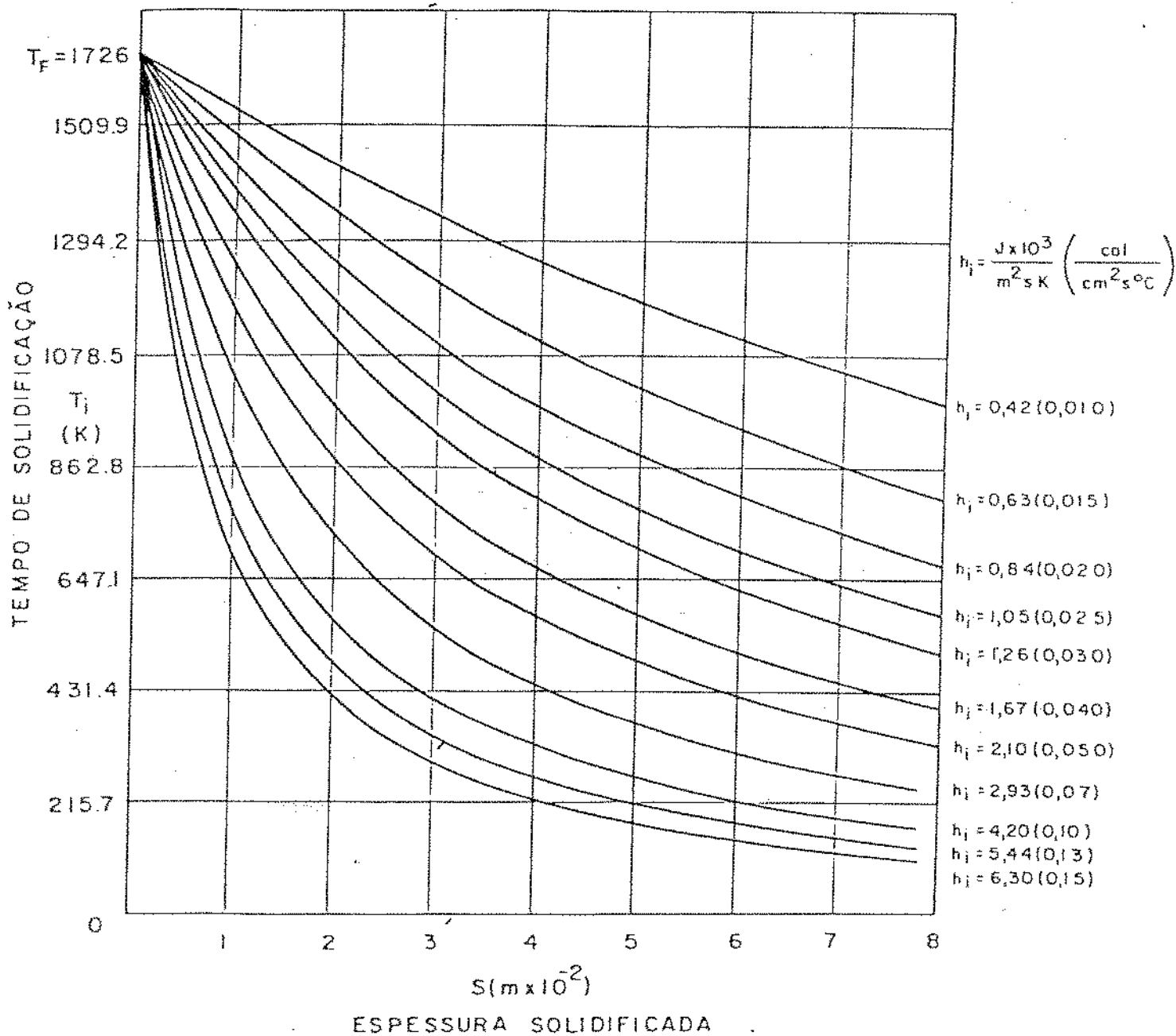


FIGURA 8.21

lado, sua utilização torna-se indispensável em certos casos, como por exemplo na fundição sob pressão (88, 89).

Para exemplificar a aplicação do modelo proposto em casos reais de solidificação de metais em moldes maciços, pode-se tomar o caso da fundição de placas esbeltas de Alumínio de 0,1m de espessura em dois tipos distintos de moldes maciços: molde de areia seca e molde de ferro-fundido, ambos recobertos internamente com pintura isolante à base de Alumina ($h_1 = 0,60 \frac{\text{J} \times 10^3}{\text{m}^2 \text{sK}}$) para evitar microsoldagens facilitando a operação de desmoldagem. Com o objetivo de se calcular o tempo mínimo de desmoldagem destas placas e o nível de velocidades de solidificação a que estarão submetidas durante o processo, pode-se aplicar as equações (3.26) e (3.28) e utilizando-se as propriedades físicas que constam do Apêndice 4, obtêm-se:

(a) molde de areia seca ($M = 17,3$)

$$t = 88,0 \times 10^4 \text{S}^2 + 27,8 \times 10^2 \text{S} \quad (8.13)$$

e

$$V = \frac{1}{176,0 \times 10^4 \text{S} + 27,8 \times 10^2} \quad (8.14)$$

(b) molde de ferro-fundido ($M = 1,3$)

$$t = 1,5 \times 10^4 \text{S}^2 + 27,8 \times 10^2 \text{S} \quad (8.15)$$

e

$$V = \frac{1}{3,0 \times 10^4 \text{S} + 27,8 \times 10^2} \quad (8.16)$$

A Tabela 8.2 apresenta os resultados obtidos para o tempo mínimo de desmoldagem e as velocidades inicial e final do processo, para os dois tipos de molde utilizados. A Figura 8.22 mostra a variação da velocidade de solidificação ao longo do processo, para os dois tipos de molde analisados.

MOLDE	TEMPO MÍNIMO DE DESMOLDAGEM t (s)	VELOCIDADE DE SOLIDIFICAÇÃO V (m x 10 ⁻⁴ /s)	
		INICIAL (S=0)	FINAL (S=5 x 10 ⁻² m)
AREIA	2339	3,60	0,11
FERRO-FUNDIDO	177	3,60	2,33

Tabela 8.2 - Valores do tempo mínimo de desmoldagem e das velocidades inicial e final na solidificação de placas esbeltas de Alumínio, com 0,10m de espessura fundidas em moldes maciços.

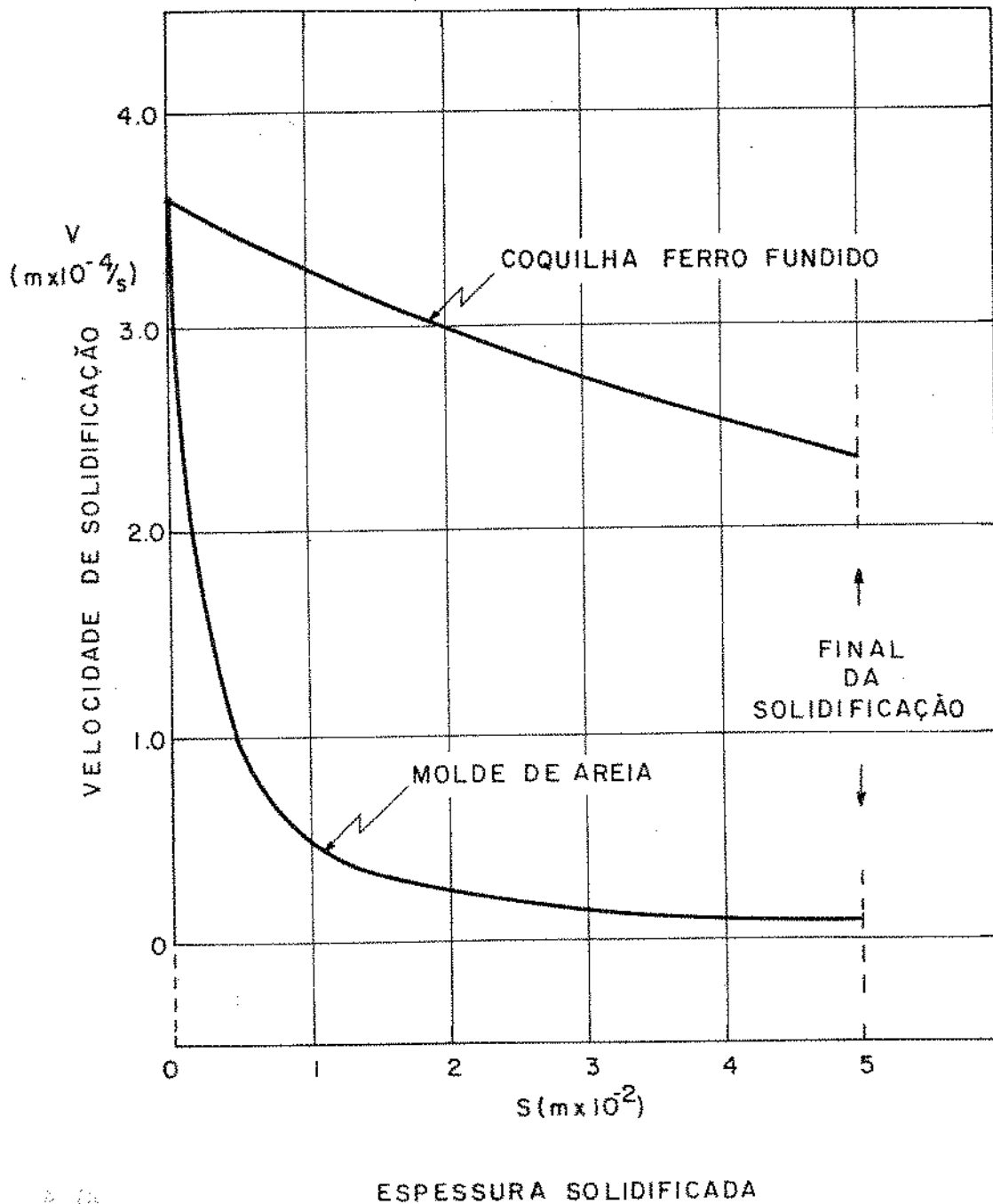


Figura 8.22 - Perfis de velocidades de solidificação de placas esbeltas de alumínio de 0,1m de espessura em diferentes tipos de moldes maciços.

CAPÍTULO 9CONCLUSÕES

Os resultados obtidos, decorrentes da solidificação unidirecional de metais e ligas eutéticas em moldes refrigerados, e maciços, nas condições utilizadas, permitem que sejam extraídas as seguintes conclusões:

- 9.1. A cinética da solidificação de metais é dada por uma correlação parabólica entre o tempo de solidificação t e a correspondente espessura solidificada S , da forma:

$$t = \alpha S^2 + \beta S$$

onde, para um determinado metal, α é uma constante que depende do molde utilizado e β é uma constante que depende do tipo de contato térmico entre o metal e o molde, e são dadas por:

$$\alpha = \frac{l}{4a_s \phi^2} \quad \text{e} \quad \beta = \frac{H d_s}{h_i (T_f - T_o)}$$

onde ϕ é a constante de solidificação do sistema metal/molde, a qual, juntamente com os outros símbolos destas relações, estão definidos no Apêndice 1. Da equação da cinética, pode-se derivar diretamente a velocidade instantânea de solidificação V , variável de extrema importância no processo de solidificação, devido à sua influência determinante sobre a estrutura do material solidificado, sendo dada por:

$$V = \frac{dS}{dt} = \frac{l}{2\alpha S + \beta}$$

9.2. A distribuição de temperaturas no metal solidificado, ao longo do processo de solidificação é dada por:

$$T_s = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{M + \text{erf}(\phi)} \left[M + \text{erf} \left(\phi \frac{\beta + 2\alpha x}{\beta + 2\alpha S} \right) \right]$$

onde M é constante para um determinado sistema metal/molde e se encontra definida no Apêndice I juntamente com os outros símbolos desta equação. Em particular, a mínima temperatura do sólido, ou seja a temperatura da interface metal/molde ($x=0$), é dada por:

$$T_i = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{M + \text{erf}(\phi)} \left[M + \text{erf} \left(\phi \frac{\beta}{\beta + 2\alpha S} \right) \right]$$

9.3. Os resultados experimentais colocados na forma da seguinte relação linear derivada da equação representativa da cinética de solidificação:

$$\frac{t}{S} = \alpha S + \beta$$

permitem a determinação experimental das constantes α e β e, conseqüentemente, o cálculo do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde, dado por:

$$h_i = \frac{H d_s}{(T_f - T_o) \beta}$$

sendo que os valores de h_i calculados neste trabalho apresentam as seguintes ordens de grandeza:

	MOLDE POLIDO	MOLDE RECOBERTO
	$J \times 10^3 / m^2 s K$	$J \times 10^3 / m^2 s K$
Metais	4,5	0,6 a 1,1
Eutéticos	4,2 a 15,5	2,0

Os valores de h_1 obtidos para cada metal e cada eutético utilizados, em função do tipo de contato térmico metal/molde, encontram-se tabelados no Capítulo 7.

- 9.4. O dispositivo de solidificação unidirecional refrigerado a água, especialmente projetado e construído para este trabalho, mostrou-se versátil e eficiente na sua utilização operacional, sendo, portanto, particularmente adequado à realização de ensaios de determinação do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde para diversos recobrimentos de molde utilizados industrialmente.
- 9.5. As equações representativas da cinética e da distribuição de temperaturas na solidificação de metais podem ser estendidas ao caso de solidificação de ligas eutéticas, desde que sejam conhecidas as propriedades térmicas referentes à estrutura de solidificação de tais ligas, que por sua vez são impostas pela taxa de transporte de calor do molde. No caso de solidificação de eutéticos em moldes refrigerados a água, portanto sob elevada taxa de transporte de calor, estas propriedades não são conhecidas e os valores das constantes α e β das equações representativas da cinética e da distribuição de temperaturas durante a solidificação, precisam ser determinadas experimentalmente. Os eutéticos solidificados nestas condições apresentam dois tipos distintos de comportamento cinético, correspondentes a dois tipos de comportamento estrutural. No caso particular da solidificação do eutético Estanho-Chumbo o primeiro regime de comportamento cinético corresponde a uma estrutura de crescimento progressivo e o segundo a uma estrutura de crescimento extensivo.
- 9.6. As espessuras do molde condicionam decisivamente as condições globais de transferência de calor durante o processo de solidificação do metal, influenciando sensivelmente na cinética deste processo. As diferenças entre tempos de solidificação obtidos em moldes maciços de diferentes espessuras e tempos de solidificação obtidos em molde maciço semi-in-

finito, no caso de Chumbo, variam linearmente com a espessura solidificada para moldes de espessuras maiores do que 3×10^{-2} m. Para moldes de menores espessuras, esta diferença deixa de variar linearmente com a espessura solidificada, indicando rápida saturação de calor por parte do molde e a presença cada vez mais acentuada da radiação em relação à condução térmica, à medida que se diminui a espessura do molde.

- 9.7. As equações representativas da cinética e da distribuição de temperaturas ao longo do processo de solidificação, podem ser aplicadas na otimização de parâmetros de projeto de sistemas de lingotamento contínuo como por exemplo, o comprimento da lingoteira do estágio de refrigeração primária, e no planejamento das condições operacionais no lingotamento contínuo do aço. Podem ainda ser aplicadas no cálculo de tempos mínimos de desmoldagem de peças fundidas e lingotes, bem como na determinação dos níveis de velocidades de solidificação.

LINHAS DE PESQUISA DECORRENTES DESTE TRABALHO

A partir dos resultados, discussões e conclusões do presente trabalho, podem-se extrair as seguintes linhas de pesquisa decorrentes:

- (a) Utilização do método de cálculo do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde, proposto neste trabalho, para um levantamento exaustivo dos valores deste coeficiente para os principais recobrimentos de molde utilizados industrialmente.
- (b) Verificação da influência do teor de soluto, na solidificação de ligas fora da composição eutética, e proposição de adaptações nas equações representativas do modelo proposto levando-se em consideração o efeito das temperaturas "liquidus" e "solidus" das ligas.
- (c) Verificação da influência do superaquecimento sobre a solidificação de metais e eutéticos e proposição de adaptações nas equações representativas do modelo proposto com o objetivo de levar-se em conta o efeito do superaquecimento.
- (d) Verificação da influência da espessura de molde sobre a solidificação de metais e ligas, e proposição de adaptações nas equações representativas do modelo proposto, tendo em vista levar-se em consideração o efeito de diferentes espessuras de molde.
- (e) Verificação da influência de geometrias de molde não-planas na solidificação de metais e ligas e proposição de adaptações nas equações representativas do modelo proposto, tendo em vista levar-se em consideração o efeito da geometria de molde.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. SIMPSON, B.L. - History of the Metal Casting Industry, American Foundrymen's Society, 1969.
2. FLEMINGS, M.C. - Application of Solidification Theory to Large Castings and Ingots, The Solidification of Metals. Iron and Steel Institute, 1968.
3. COLE, G.S. - Inhomogeneities and Their Control Via Solidification, Metall. Trans., V. 2, p. 357, 1971.
4. WEINBERG, F. - The Casting of Steel, Metall. Trans., V. 6A, p. 1971, 1975.
5. FLEMINGS, M.C. - Solidification Processing, Metall. Trans., V.5, p. 2121, 1974.
6. TAYLOR, C.R. - Continuous Casting Update, Metall. Trans., V. 6B, p. 359, 1975.
7. PFANN, W.G. - Zone Melting, J. Wiley & Sons Co., N.Y. 1966
8. PARR, N.L. - Zone Refining and Allied Techniques, ed. George Newnes, London, 1960.
9. WERNICK, J.H. - Ultra-high Purity Metals, American Society of Metals, Cleveland, 1962.
10. GILMAN, J.J., Ed. - The Art and Science of Growing Crystals, J. Wiley & Sons Co., N.Y., 1963.
11. PRATES, M. - Solidificação e Fundição, Departamento de Engenharia de Materiais, UFSCAR, 1976.
12. SCIAMA, G. - Transmission de Chaleur et Solidification, Fonderie, V. 218, p. 138, 1964.
13. PASCHKIS, V. - Studies on Solidification of Casting, Trans. Amer. Found. Assoc., V. 53, p. 90,

14. CLARK, K.L. - Methods Employed to Obtain Rates of Solidification, Trans. Amer. Found. Assoc., V. 53, p. 88, 1945.
15. CARSLAW, H.S., JAEGER, J.C. - Heat Conduction in Solids, Oxford University Press, 1959.
16. RUDDLE, R.W. - The Solidification of Casting, The Institute of Metals, London, 1957.
17. HILLS, A.W.D., Ed. - Heat and Mass Transfer in Process Metallurgy, Inst. Min. and Metallurgy, London, 1967.
18. PRATES, M. - Influência de la capacidad de extracion calorica del sistema metal/molde sobre el processo de solidificacion, Tese de Doutoramento, Universidad Nacional del Sur, Argentina, 1971.
19. JONES, H. - A Comparison of Approximate Analytical Solution of Freezing from a Plane Chill, Journal Inst. Metals, V. 97, p.38, 1969.
20. SCIAMA, G. - Calcul du temps de Refroidissement de jets cylindriques coules en moules metalliques, Fonderie, V. 268, p. 267, 1968.
21. PEREIRA, O.J., KURI, J.E., PRATES, M. - Influência da Capacidade de Extração de Calor do Sistema Metal/molde no Tempo de Solidificação de Lingotes de Alumínio, trabalho apresentado no 2º Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais, São Carlos, 1976.
22. KOHN, A., MORILLON, Y. - Etude Mathematique de la Solidification de Lingots de 12 Tonnes, Revue de Metallurgie, p. 321, 1965.
23. GEIGER, G.H., POIRIER, D.R. - Transport Phenomena in Metallurgy, Addison Wesley Publishing Co., 1973.
24. ADAMS, C.M. - Thermal Considerations in Freezing, Liquid Metals and Solidification, American Society for Metals, 1958.

25. HILLS, A.W.D. - A Generalized Integral - Profile Method for the Analysis of Unidirectional Heat Flow During Solidification, Trans. AIME, V. 245, p. 1471, 1969.
26. HILLS, A.W.D. - Simplified Theoretical Treatment for the Transfer of Heat in Continuous Casting Machine Moulds, Journal Iron and Steel Inst., V. 203, p. 18, 1965.
27. ASPARCI, V.C. - Conduction Heat Transfer, Addison - Wesley Co., N.Y., 1966.
28. NISHIDA, Y., SUZUKI, S. - Heat Resistance at the Mold - Ingot Interface, Journal Japan Inst. Metals, V. 32, p. 882, 1968.
29. RABINOVICH, A.R. - Initial Metal - Mould Heat Exchange, Russian Castings Production, p. 276, 1968.
30. LONDON, A.L., SEBAN, R.A. - Rate of Ice Formation, Trans. ASME, V. 64, p. 771, 1943.
31. MEGERLIN, F. - Tese de Doutorado, Techn. Hochschule, Aachen, 1966.
32. HILLS, A.W.D., MOORE, M.R. - The Solidification of Pure Metals Under Unidirectional Heat Flow Conditions. I - Solidification with Zero Superheat, Trans. AIME, V. 245, p. 1481, 1969.
33. HRYCAK, P. - Journal Am. Inst. Chem. Eng., V. 8, p. 585, 1963.
34. PRATES, M., MORANDO, R., BILONI, H. - Simplification of the Approximate Analytical Solutions Applied to Continuous Casting Mould Calculation, Journal Inst. Metals, V. 101, p. 334, 1973.
35. SCHMIDT, E. - Popp's Festchrift, J. Springer, Berlin, 1924.
36. DUSINBERRE, G.M. - Numerical Analysis of Heat Flow, Mc Graw Hill Co., N.Y., 1949.

37. EYRES, N.R. et al. - Phil. Trans. Roy. Soc., V. A 240, p. 1, 1946.
38. SARJANT, R.J., SLACK, M.R. - Internal Temperature Distribution in the Cooling and Reheating of Steel Ingots, Journal Iron and Steel Inst., V. 177, p. 428, 1954.
39. SCHNIEWIND, J. - Solution of the Solidification Problem of One-Dimensional Medium by a New Numerical Method, Journal Iron Steel Institute, p. 594, 1963.
40. PASCHKIS, V - Rapport au Comité de Transfert de Chaleur, American Foundrymen Society, p. 23, 1945.
41. PASCHKIS, V. - Study on Solidification of Steel Spheres, Trans. American Foundrymen's Society, V. 1948, p. 373, 1956.
42. PASCHKIS, V. - Solidification of Cylinders, Trans. American Foundrymen's Society, V. 61, p. 142, 1953.
43. PASCHKIS, V. - Influence of Properties on Solidification of Metals, Trans. American Foundrymen's Society, p. 54, 1947.
44. WEINBERG, F., BUHR, R.K. - Solidification Studies of Steel Castings, The Solidification of Metals, Iron and Steel Institute, 1968.
45. PRATES, M., FISSOLO, J., BILONI, H. - Heat Flow Parameters Affecting the Unidirectional Solidification of Pure Metals, Metall. Trans., V. 3, p. 1419, 1972.
46. PIRES, O.S. - Determinação da Cinética da Solidificação Unidirecional de Metais - Dissertação de Mestrado - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, S.J. dos Campos, 1972.
47. PIRES, O.S., PRATES, M., BILONI, H. - Unidirectional Solidification of Metals with Zero Superheat - Case of Cooled Molds, Zeit fur Metallkde, V. 65, p. 143, 1974.

48. SANTOS, R. G. - Influência da Espessura de Parede de Molde no Tempo de Solidificação e na Estrutura de Fundição da Liga Eutética Alumínio - 12% Silício - dissertação de mestrado - Departamento de Engenharia Mecânica, UNICAMP, Campinas, 1977.
49. BIDULYA, P. - Steel Foundry Practice, Peace Publishers, Moscou, 1960.
50. HASEMEYER, E.A., LOVOY, C.V., LACY, L.L. - Aluminium Copper Eutectic, Proceedings Third Space Processing Symposium - Skylab Results, NASA, V. I, 1974.
51. CLINE, H.E., LIVINGSTON, J.D. - High Speed Directional Solidification of Sn-Pb Eutectic Alloys, Trans. AIME, V. 245, p. 1987, 1969.
52. TILLER, W.A., MRDJENOVICH, R. - Solidification of Lamellar Eutectic Systems, Journal Appl. Phys., V. 43, p. 3639, 1963.
53. CHADWICK, G.A. - Modification of Lamellar Eutectic Structures, Journal Inst. Metals, V. 91, p. 298, 1962.
54. HUNT, J.D., CHILTON, J.P. - An Investigation of Lamella - Rod Transition in Binary Eutectics, Journal Inst. Metals, V. 91, p. 338, 1963.
55. CHADWICK, G.A. - Solidification of CuAl_2 -Al Eutectic Alloys, Journal Inst. Metals, V. 91, p. 169, 1963.
56. HANSEN, M. - Constitution of Binary Alloys, Mc Graw Hill Book Co., N.Y., 1958.
57. HILLS, A.W.D., MALHOTRA, S.L., MOORE, M.R. - The Solidification of Pure Metals (and Eutectics) Under Unidirectional Heat Flow Conditions: II. Solidification in the Presence of Superheat, Metall. Trans., V. 6B, p. 131, 1975.
58. HENZEL, J.G., KEVERIAN, J. - Gap Formation in Permanent Mold Castings, American Foundrymen's Society, V. 62, p. 373, 1960.

59. ZETTLEMOYER, A.C. - Nucleation, Cap. 5, Morul Dekker Inc., N.Y., 1969.
60. PRATES, M., BILONI, H. - Variables Affecting the Nature of the Chill Zone, Metall. Trans., V. 3, p. 1501, 1972.
61. MORALES, A., GLICKSMAN, M.E., BILONI, H. - The Influence of Mold Wall Microgeometry on Casting Structure, Proceedings of the Sheffield International Conference on Solidification and Casting, 1977.
62. MURPHY, A.J. - Non-Ferrous Foundry Metallurgy, Mc Graw Hill Book Co., N.Y. 1954.
63. MIDDLETON, J.M. - Mould Paints and Washes for Steel foundry Use - British Foundryman, p. 429, 1960.
64. CAVALLANTE, F.L., MARIOTTO, C.L. - Influência das Características Físicas de Tintas para Fundição de Aços sobre seu Comportamento, Metalurgia, p. 852, 1968.
65. CORREA, A., FERREIRA, J.D. - Corrosão e Tratamentos Superficiais dos Metais, Cap. 5, Associação Brasileira de Metais, São Paulo, 1971.
66. BABLIK, H. - Galvanizing (Hot-Dip), J. Wiley, N.Y., 1950.
67. TOULOUKIAN, Y.S. et al. - Thermophysical Properties of Matter, TPRC Data Series, V.1, IFI/Plenum, N.Y., 1970.
68. CHALMERS, B. - Principles of Solidification, J. Wiley, N.Y., 1964.
69. FLEMINGS, M.C. - Solidification Processing, Mc Graw Hill, N.Y., 1974.
70. HUNT, J.D., JACKSON, K.A. - Binary Eutectic Solidification, Trans. AIME, V. 236, p. 843, 1966.
71. TILLER, W.A. - Polyphase Solidification - Liquid Metals and Solidification, ASM, Cleveland, Ohio, p. 276, 1958.

72. GARCIA, A., PRATES, M. - Correlação entre a Velocidade de Solidificação e a Macroestrutura de Lingotes do Eutético Sn-Pb Solidificados Unidirecionalmente, *Ciência e Cultura*, V. 29, p. 463, 1977.
73. GARCIA, A. - Determinação dos Parâmetros de Controle de Solidificação do Eutético Sn-Pb em Sistemas Metal/Molde Refrigerados - dissertação de mestrado - Faculdade de Engenharia, UNICAMP, 1975.
74. GALASSO, F.S. - Unidirectionally Solidified Eutectics for Optical, Electronic and Magnetic Applications, *Journal of Metals*, p. 17, 1967.
75. HURLE, D.T.J., HUNT, J.D. - Structure of Directionally Solidified Semiconductor Eutectics - The Solidification of Metals, *Iron and Steel Institute*, p. 162, 168.
76. LEVY, S.A., KIM, Y.B., KRAFT, R.W. - Effect of Structure on the Superconducting Properties of Eutectic Alloys, *Journal Appl. Phys.*, V. 37, p. 3659, 1966.
77. ELLIOT, R. - Eutectic Solidification, *International Metals Review*, p. 161, 1977.
78. KERR, H.W., WINEGARD, W.C. - Solidification of Eutectic Alloys, *Journal of Metals*, p. 563, 1966.
79. AKIMENO, A.D. et al., *Continuous Casting of Steel*, The Iron and Steel Institute, London, 1962.
80. KOROTKOV, K.P. et al., *The Continuous Casting of Steel in Commercial Use*, Pergamon Press, London, 1960.
81. BOULIER, L., - *La Coulee Continue de L'Acier*, Publication I.R.S.I.D., V.2, França, 1960.
82. BOICHENKO, M.C., *Continuous Casting of Steel*, Butterworth, London, 1961.
83. PATTO, U.S., PIRES, O.S., PRATES, M. - *Lingotamento Contínuo dos Aços: Características do Processo e Dimensiona-*

mento da Lingoteira, Metalurgia, V. 31, p. 249, 1975.

84. PRATES, M., CUPINI, N.L., GARCIA; A. - Aplicação de um Modelo Matemático de Solidificação na Otimização do Lingotamento Contínuo do Aço, apresentado no Simpósio de Aciaria COAÇO-ABM, Santos, S.P., 1975.
85. GAUTIER, J.J. et al. - Mathematical Study of the Continuous Casting of Steel, Journal Iron Steel Institute, p. 1053, 1970.
86. HEINE, R.W., ROSENTHAL, P.C. - Principles of Metal Casting, Mc-Graw Hill Book Co., N.Y. 1965.
87. COOK, G.G. - Engineered Castings, Mc Graw Hill Book Co., N.Y. 1962.
88. SYLVIA, G.J. - Cast Metals Technology, Addison-Wesley Publishing Co., 1972.
89. WEINIK, A.L. - Thermodynamics for the foundryman, Maclaren and Son Ltd., London, 1968.
90. ABRAMOWITZ, M., STEGUN, R.D. - Handbook of Mathematical Functions, Ed. Dover Publications Inc., N.Y., 1965
91. SMITHELLS, C.J. - Metals Reference Book, Butterworths, London, 1976.
92. METALS Handbook, Ed. American Society for Metals, Ohio, Vol.8, 1973.
93. Enciclopedia del Aluminio, V.2, Ediciones Urmo, Bilbao, Espanha, 1968.
94. MONDOLFO, L.F. - Aluminium Alloys - Structure and Properties, Butterworths, London, 1976.
95. WASHBURN, E.W. - International Critical Tables, V.5, Mc Graw Hill Book Co., N.Y., 1972.

APÊNDICE 1SIMBOLOGIA UTILIZADA

(1) Parâmetros Dimensionais (unidades SI)

- a - difusividade de temperatura = $K/c\bar{d}$ (m^2/s)
- b - difusividade de calor = $\sqrt{Kc\bar{d}}$ ($J/m^2s^{\frac{1}{2}} K$)
- c - calor específico (J/kgK)
- C - capacidade calorífica (J/K)
- d - densidade (kg/m^3)
- E_0 - parcela da espessura de molde no sistema virtual (m)
- e - espessura de molde (m)
- h_i - coeficiente de transmissão de calor da interface me-
tal/molde (J/m^2sK)
- H - calor latente de fusão (J/kg)
- k - condutibilidade térmica (J/msK)
- q - fluxo de calor por unidade de área (J/m^2s)
- R - resistência elétrica (Ω)
- S - espessura solidificada (m)
- S' - espessura solidificada no sistema virtual (m)
- S_0 - espessura previamente solidificada no sistema vir-
tual (m)
- s - constante de Stefan-Boltzman (J/m^2sK^4)
- t - tempo (s)
- t' - tempo no sistema virtual (s)
- T - temperatura (K)
- T_f - temperatura de fusão (K)
- T_0 - temperatura ambiente (K)
- T_v - temperatura de vazamento (K)
- v - velocidade de solidificação (m/s)
- v_e - velocidade de extração no lingotamento contínuo (m/s)

- x - distância à interface metal/molde (m)
 α - constante das equações representativas do modelo proposto = $1/4a_s \phi^2$ (s/m²)
 β - constante das equações representativas do modelo proposto = $H d_s/h_i (T_f - T_o)$ (s/m)
 ϵ - constante das equações experimentais (m/s^{1/2})
 δ - constante das equações experimentais (m)
 λ - parcela de calor latente do método de Dusingberre (K)
 v - diferença de potencial elétrico (V)

(2) Parâmetros Adimensionais

- S^* - espessura solidificada = $h_i \cdot S/K_s$
 t^* - tempo = $h_i^2 \cdot t/b_s^2$
 H^* - calor latente = $H/c_s(T_f - T_o)$
 M - constante do sistema metal/molde = b_s/b_m
 M' - módulo do método numérico de Dusingberre = $\Delta x^2/a\Delta t$
 m - constante do metal = bl/b_s
 N - constante do sistema metal/molde = $(a_s/a_m)^{1/2}$
 N'_s - módulo de superfície do método numérico de Dusingberre = $h_i \Delta x/K$
 n - constante do metal = $(a_s/a_1)^{1/2}$
 T_i^* - temperatura da interface metal/molde = $(T_i - T_o)/(T_f - T_o)$
 T_s^* - temperatura do sólido = $(T_s - T_o)/(T_f - T_o)$
 ϕ - constante de solidificação
 e' - emissividade da superfície do metal

(3) Sub-índices empregados na identificação de grandezas relativas ao sistema metal/molde:

- i - interface metal/molde

l - metal líquido
m - molde
s - metal sólido

(4) Funções utilizadas

$\text{erf}(x)$ = função erro (definida no Apêndice 2)

$\text{erfc}(x)$ = função erro complementar

$\exp(x)$ = função exponencial

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

APÊNDICE 2

FUNÇÃO ERRO (erf) (90)

(a) Definição

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-u^2) du$$

(b) Propriedades:

$$\operatorname{erf}(\infty) = 1$$

$$\operatorname{erf}(-\infty) = -1$$

$$\operatorname{erf}(0) = 0$$

$$\operatorname{erf}(-z) = -\operatorname{erf}(z)$$

(c) Função Erro Complementar (erfc)

$$\operatorname{erfc}(z) = 1 - \operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{\infty} \exp(-u^2) du$$

(d) Derivada

$$\frac{d}{dz} \operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-z^2)$$

$$\frac{d^2}{dz^2} \operatorname{erf}(z) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} z \exp(-z^2)$$

APÊNDICE 3APLICAÇÃO DO MÉTODO DE DUSINBERRE AO PROCESSO DE
SOLIDIFICAÇÃO

Neste Apêndice o método numérico de Dusinberre será estendido a algumas situações presentes quando se consideram problemas específicos de solidificação.

(a) Aplicação do método ao tratamento de interfaces.

A aplicação do método de Dusinberre ao tratamento de interfaces é extremamente importante uma vez que no cálculo de velocidades de resfriamento de peças fundidas deve-se levar em conta a existência de um coeficiente de transmissão de calor finito junto à interface metal/molde. A Figura A.1 apresenta um esquema de um sólido semi-infinito em contato com um ambiente, que será utilizado na análise do problema. O sólido é subdividido em pequenos elementos e assume-se a existência de um coeficiente de transmissão de calor h entre o ponto i da superfície e o ponto 0 . Fazendo-se o balanço térmico para o ponto i :

$$h\Delta x(T_0 - T_i)\Delta t + k_{10}(T_1 - T_i)\Delta t = C_i(T_i' - T_i) \quad (A.1)$$

Como o elemento de superfície tem somente a metade do volume de um elemento do interior do sólido:

$$C_i = cd(\Delta x)^2/2$$

Definindo um módulo de superfície:

$$N' = \frac{h\Delta x}{k} \quad (A.2)$$

e introduzindo estes valores na equação (A.1) tem-se:

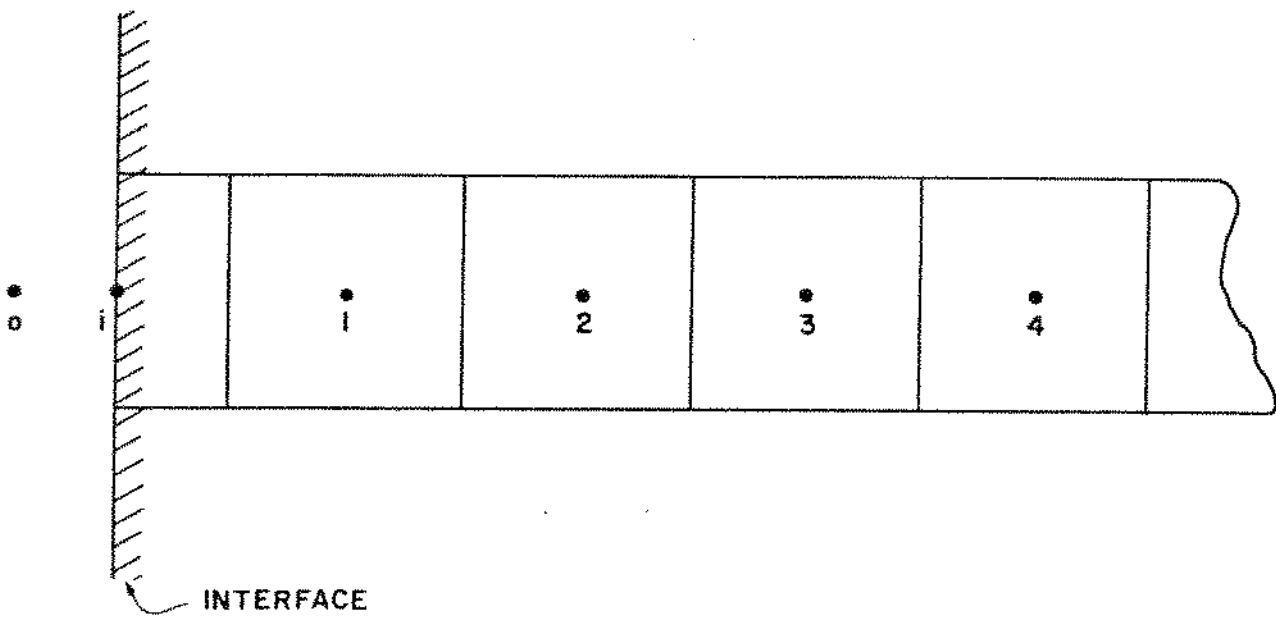


Figura A.1 - Representação esquemática do elemento de referência para o caso de contato com um meio ambiente.

$$h\Delta x(T_0 - T_i)\Delta t + k(T_1 - T_i)\Delta t = \frac{cd(\Delta x)^2}{2} (T_i' - T_i) \quad (\text{A.3})$$

ou

$$N'(T_0 - T_i) + N'(T_1 - T_i) = \frac{M'}{2} (T_i' - T_i) \quad (\text{A.4})$$

e

$$T_i' = \frac{2N'}{M'} T_0 + \frac{2}{M'} T_1 + \left(1 - \frac{2N'+2}{M'}\right) T_i \quad (\text{A.5})$$

onde os fatores de peso ficam sendo:

$$F_{0i} = \frac{2N'}{M'} \quad (\text{A.6})$$

$$F_{1i} = \frac{2}{M'} \quad (\text{A.7})$$

$$F_{ii} = \left(1 - \frac{2N'+2}{M'}\right) \quad (\text{A.8})$$

Como F_{ii} não pode ser negativo, isto implica em

$$M' \geq 2N' + 2 \quad (\text{A.9})$$

Dusinberre sugere ainda uma simplificação no tratamento de interfaces, para diminuir a dificuldade imposta pela presença de um coeficiente de transmissão de calor finito. A capacidade calorífica da metade do elemento é ignorada, podendo-se escrever:

$$h\Delta x(T_0' - T_i') + k(T_1' - T_i') = 0 \quad (\text{A.10})$$

ou

$$T_i' = \frac{N'}{N' + 1} T_o' + \frac{1}{N' + 1} T_1' \quad (\text{A.11})$$

(b) Aplicação do método a casos de contato entre materiais diferentes.

O método pode também ser desenvolvido para o caso de dois materiais em contato, para aplicação na fundição e lingotamento de metais.

b.1 - Contato térmico perfeito na interface metal/molde.

Há a necessidade de se utilizar um único valor de Δt para os dois materiais, o que implica em módulos diferentes para cada material, se utilizarmos o mesmo Δx . Neste caso será possível utilizar o procedimento médio somente em um dos materiais sendo necessário empregar o procedimento de fatores de peso no material de difusividade de temperatura mais baixa. Para a análise do problema pode-se dividir o elemento de referência de duas diferentes maneiras conforme ilustra a Figura A.2. A análise que se segue refere-se ao esquema desta Figura onde os índices A e B referem-se aos dois materiais.

Desta forma pode-se escrever:

$$k_{a1}(T_a - T_1)\Delta t + k_{21}(T_2 - T_1)\Delta t = C_1(T_1 - T_1') \quad (\text{A.12})$$

Como:

$$k_{21} = k_A$$

$$k_{a1} = \frac{k_A k_B}{k_A + k_B} = \gamma k_A$$

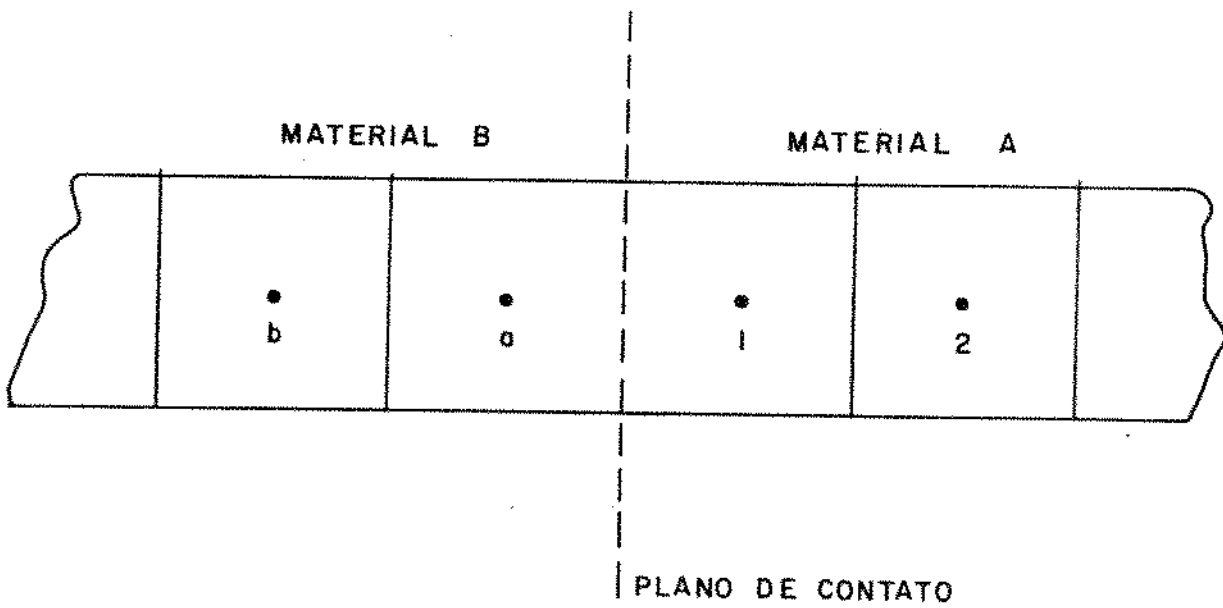


Figura A.2 - Representação esquemática de um elemento de referência para o caso de dois materiais diferentes em contato, considerando-se contato térmico perfeito.

$$\text{onde } \gamma = \frac{k_B}{k_A + k_B}$$

substituindo-se estas relações na equação (A.11) tem-se:

$$\gamma k_A (T_a - T_1) \Delta t + k_A (T_2 - T_1) \Delta t = c_A d_A (\Delta x)^2 (T_1' - T_1) \quad (\text{A.13})$$

substituindo-se o valor do módulo na equação (A.13) tem-se:

$$\frac{\gamma}{M_A'} (T_a - T_1) + \frac{1}{M_A'} (T_2 - T_1) = T_1' - T_1 \quad (\text{A.14})$$

ou

$$T_1' = \frac{\gamma}{M_A'} T_a + \frac{T_2}{M_A'} + \left(1 - \frac{\gamma + 1}{M_A'}\right) T_1 \quad (\text{A.15})$$

e os fatores de peso para o ponto 1 são dados por:

$$F_{a1} = \frac{\gamma}{M_A'} ; F_{21} = \frac{1}{M_A'} ; F_{11} = 1 - \frac{\gamma + 1}{M_A'} \quad (\text{A.16})$$

De forma semelhante podem ser obtidos os fatores de peso relativos ao ponto a.

b.2 - Contato térmico imperfeito na interface metal/molde.

A Figura A.3 apresenta um esquema que considera a existência de resistência térmica na interface metal/molde. Localizando-se alguns pontos de referência em

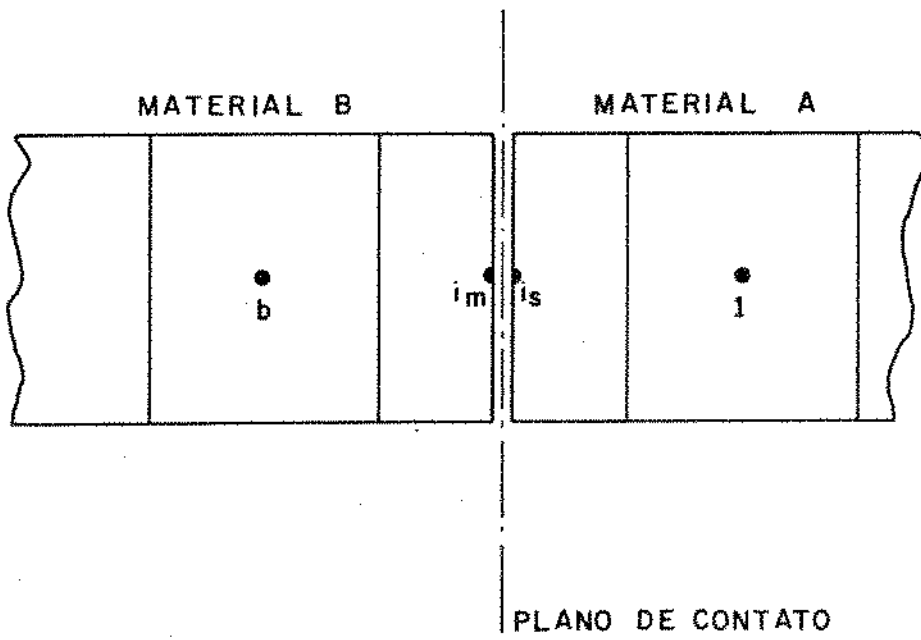


Figura A.3 - Representação esquemática do elemento de referência para o caso de dois materiais diferentes em contato considerando-se contato térmico imperfeito.

cada um dos lados da interface, pode-se aplicar as equações de (A.2) a (A.8) desenvolvidas para o tratamento de interfaces. Assim sendo considerando M_A e M_B como módulos para os dois materiais e N_A e N_B como sendo os módulos de superfície, utilizando-se as equações de (A.6) e (A.8) tem-se:

para o ponto i_s :

$$F_{i_m i_s} = \frac{2N'_A}{M'_A}; \quad F_{l i_s} = \frac{2}{M'_A}; \quad F_{i_s i_s} = \left(1 - \frac{2N'_A + 2}{M'_A}\right) \quad (A.17)$$

para o ponto i_m :

$$F_{i_s i_m} = \frac{2N'_B}{M'_B}; \quad F_{b i_m} = \frac{2}{M'_B}; \quad F_{i_m i_m} = \left(1 - \frac{2N'_B + 2}{M'_B}\right) \quad (A.18)$$

(c) Evolução de Calor Latente.

Em problemas de solidificação a evolução do calor latente deve ser levada em consideração na análise do problema através do método numérico de Dusenberre, para que os resultados possam apresentar algum valor real. Para considerar este efeito Dusenberre define o seguinte parâmetro:

$$\lambda = \frac{H}{c} \quad (A.19)$$

O parâmetro λ deve ser entendido como uma variação de temperatura no material, durante a qual ocorre a liberação de uma quantidade de calor específico igual ao calor latente. Durante a realização dos cálculos, quando a temperatura de um determinado ponto da rede cair abaixo da temperatura de fusão do material, a diferença entre esta temperatura

e a temperatura de fusão deve ser computada à parte, e a temperatura indicada no ponto da rede deve ser a temperatura de fusão para efeito de continuidade das operações de cálculo. Quando a soma desta diferença de temperaturas alcançar o valor de λ , isto significa que todo o calor latente já foi liberado, o que permite ao ponto da rede continuar seu resfriamento normal, enquanto o procedimento descrito deve ser estendido ao próximo ponto da rede e assim sucessivamente até o último ponto.

APÊNDICE 4

PROPRIEDADES FÍSICAS DOS MATERIAIS UTILIZADOS

MATERIAL	H KJ/kg	T _f (K)	K _s J/msK	C _s J/kgK	d _s Mg/m ³	a _s (m ² /s)	b _s J/m ² s ^{1/2} K	T ₀ (K)	H*	φ (M=0)	REFERÊN CIA
ESTANHO	61	505	46	260	7,2	2,45x10 ⁻²	2,93x10 ²	298	1,12	0,58	57,91,92
CHUMBO	25	600	29,7	138	11,3	1,90x10 ⁻²	2,15x10 ²	298	0,60	0,74	57,91,92
ZINCO	100	693	96	460	7,0	2,98x10 ⁻²	5,56x10 ²	300	0,56	0,75	91,92
ALUMÍNIO	385	933	209	1130	2,6	7,11x10 ⁻²	7,84x10 ²	303	0,54	0,78	92,93,94
MAGNÉSIO	368	922	130	1197	1,7	6,38x10 ⁻²	5,14x10 ²	303	0,44	0,83	91
COBRE	212	1356	244	473	8,96	5,75x10 ⁻²	1,02x10 ³	303	0,43	0,84	91
NÍQUEL	309	1728	62	595	8,9	1,17x10 ⁻²	5,73x10 ²	303	0,37	0,88	91
EUTÉTICO ESTANHO- CHUMBO	37	456	51,4	218	8,3	2,84x10 ⁻²	9,64x10 ³	298	1,08	0,60	57
EUTÉTICO ALUMÍNIO- COBRE	350	821	146	795	3,6	5,1x10 ⁻²	6,46x10 ²	303	0,87	0,65	90,94,95
AÇO DOCE	310	1798	29,3	670	7,8	5,6x10 ⁻³	3,91x10 ²	313	0,31	0,93	16,91
FERRO FUNDI DO	-	-	41,9	837,4	7,8	6,4x10 ⁻⁴	1,65x10 ⁴	-	-	-	16
AREIA	-	-	0,84	1046,7	1,6	5,0x10 ⁻⁵	1,19x10 ³	-	-	-	16

TABELA A-5.1

CHUMBO - MOLDE REFRIGERADO

(a) Molde Polido

S (mx10 ⁻²)	t (s)	T _i	T ₁	T ₃	T ₅
		K	K	K	K
1,0	5 (4,2)	429	600	600	600
1,5	8	402	555	600	600
2,0	13	391	525	600	600
2,5	20	377	497	600	600
3,0	28 (30,6)	365	472	600	600
3,5	38	361	463	593	600
4,0	48	357	451	577	600
4,5	60	353	441	561	600
5,0	72 (74,4)	349	433	544	600
5,5	87	347	425	533	597
6,0	100	345	421	523	589

* () Valores obtidos por análise térmica das curvas de resfriamento.

TABELA A-5.2

CHUMBO - MOLDE REFRIGERADO

(b) Molde Recoberto com Dycote 39

S(mx10 ⁻²)	t(s)	T ₁	T ₁	T ₃	T ₅
		K	K	K	K
1,0	13 (14)	561	600	600	600
1,5	25	543	589	600	600
2,0	37	530	561	600	600
2,5	51	519	547	600	600
3,0	62 (63,6)	511	537	600	600
3,5	79	499	525	585	600
4,0	96	493	517	573	600
4,5	114	485	509	563	600
5,0	132 (132)	480	501	553	600
5,5	151	473	495	545	591
6,0	169	469	489	538	583

* () valores obtidos por análise térmica das curvas de resfriamento.

TABELA A-5.3
ZINCO - MOLDE REFRIGERADO

(a) Molde polido

S(m x 10 ⁻²)	t(s)	T _i	T ₁	T ₃	T ₅
		K	K	K	K
2,0	14	507	625	693	693
2,5	21	493	589	693	693
3,0	27 (25)	485	559	693	693
3,5	34	475	535	679	693
4,0	42	466	515	653	693
4,5	51	457	502	629	693
5,0	62 (62)	451	489	609	693
5,5	72	445	475	589	679
6,0	82	441	467	576	661

* () valores obtidos por análise térmica de curvas de resfriamento.

TABELA A-5.4

ZINCO - MOLDE REFRIGERADO

(b) Molde Recoberto com Dycote 39

S(mx10 ⁻²)	t(s)	T ₁	T ₁	T ₃	T ₅
		K	K	K	K
2,0	71	659	685	693	693
2,5	92	651	679	693	693
3,0	115 (118)	645	673	693	693
3,5	140	639	665	690	693
4,0	165	632	657	683	693
4,5	192	625	650	675	693
5,0	218 (218)	619	643	669	693
5,5	246	616	639	663	689
6,0	275	609	633	657	681

* () valores obtidos por análise térmica das curvas de resfriamento.

TABELA A-5.5

ALUMÍNIO - MOLDE REFRIGERADO

(a) Molde Polido

(b) Molde Recoberto com Dycote 39

S (mx10 ⁻²)	Molde Polido		Molde Recoberto	
	t(s)	T _i	t(s)	T _i
		K		K
2,0	10	673	61	899
2,5	12	641	77	893
3,0	16	610	95	885
3,5	19	594	112	880
4,0	23	577	130	874
4,5	28	561	150	869
5,0	33	545	168	865
5,5	38	531	189	859
6,0	45	520	212	855

TABELA A-5.6

ESTANHO - MOLDE REFRIGERADO

(a) Molde Polido

(b) Molde Recoberto com Dycote 39

	Molde Polido	Molde Recoberto
S ($m \times 10^{-2}$)	t (s)	t (s)
1,0	8	22
1,5	14	34
2,0	23	49
2,5	36	65
3,0	50	84
3,5	64	105
4,0	81	126
4,5	97	151
5,0	115	173
5,5	133	196
6,0	153	221

TABELA A-5.7

CHUMBO - MOLDE SEMI-INFINITO

(b) Molde Recoberto com Dycote 39

S(m x 10 ⁻²)	t(s)	T ₁	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄
		K	K	K	K	K
1,0	15	561	600	600	600	600
2,0	38	546	589	600	600	600
3,0	68	533	569	588	600	600
4,0	105	523	553	571	595	600
5,0	143	513	539	558	585	597

TABELA A-5.8

CHUMBO - MOLDES MACIÇOS POLIDOS

ESPESSURAS DE MOLDE					
S (mx10 ⁻²)	Semi-infl-	e=4,0x10 ⁻² m	e=3,0x10 ⁻² m	e=1,5x10 ⁻² m	e=0,5x10 ⁻² m
	nito	t(s)	t(s)	t(s)	t(s)
1,0	7,2	10,2	15,6	19,8	21
2,0	19	33	40	44,4	60
4,0	67	102	111	139	226

TABELA A-5.9

EUTÉTICO Sn-Pb - MOLDE REFRIGERADO

(a) Molde Polido

(b) Molde Recoberto com Dycote 39

S (mx10 ⁻²)	Molde Polido		Molde Recoberto	
	t(s)	T _i	t(s)	T _i
		K		K
1,0	10	343	17	423
1,5	21	335	35	413
2,0	36	331	52	409
2,5	56	329	75	403
3,0	83	326	105	398
3,5	108	325	134	394
4,0	138	324	165	390
4,5	162	323	190	388
5,0	194	322	220	386
5,5	222	321	248	384
6,0	248	320	280	382

TABELA A-5.10EUTÉTICO Al-Cu / MOLDE REFRIGERADO

(a) Molde Polido

S (mx10 ⁻²)	t (s)
1,0	10
1,5	25
2,0	37
2,5	54
3,0	72
3,5	89
4,0	102
4,5	116
5,0	132
5,5	148
6,0	166

APÊNDICE 6

PROGRAMA DE COMPUTADOR UTILIZADO NA APLICAÇÃO DOMMÉTODO NUMÉRICO
DE DUSINBERRE À SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL EM MOLDES REFRIGERADOS

```

DIMENSION T(20),HH(20),LA(20),A(2)
REAL K1,K2,N,LAMIN,KS
WRITE(3,16)
16  FORMAT(//,2X,'KKK=1,SIGNIFICA MAIS DADOS',//,2X,
*'KKK=2,SIGNIFICA QUE NAO TEM MAIS DADOS')
250 READ(2,8) (A(I),I=1,2)
8   FORMAT(5A4)
   WRITE(3,9) (A(I),I=1,2)
9   FORMAT(//,40X,5A4)
   READ(2,5) NS,TF,HP,S,KS,M,CS,HG,KKK,TO
5   FORMAT(I2,F6.1,F6.3,F4.1,F8.4,I2,F8.4,F6.1,I2,F5.2)
   WRITE(3,7) NS,TF,HP,S,KS,M,CS,HG
7   FORMAT(///,2X,'NS=',I2,2X,'TF=',F6.1,2X,'HP=',F6.3,2X,
*'S=',F4.1,2X,'KS=',F8.4,2X,'M=',I2,2X,'CS=',F8.4,2X,'HG=',F6.1)
   CALOR=HG/CS
   WRITE(3,6) CALOR
6   FORMAT(//,2X,'CALOR=',F8.2)
   LAMIN=0.
   T(1)=TO
   DO 10 I=3,NS
10  T(1)=TF
   READ(2,11) (LA(I),I=3,NS)
11  FORMAT(20I2)
   N=(HP*S)/KS
   K1=N/(N+1.)
   K2=1/(N+1.)
   T(2)=K1*T(1)+K2*T(3)
   II=0
   WRITE(3,12) (LA(I),I=3,NS)
12  FORMAT(//,2X,'UNID. DE T',5X,'0',10X,'1',7X,6(I2,8X),'PARC.
*' CALOR LATENTE')
   WRITE(3,13) II,(T(K),K=1,NS)
13  FORMAT(/,6X,I3,5X,8(F8.2,2X))
20  II=II+1
   T(3)=(T(2)+T(4)+(M-2)*T(3))/M
   CAL=TF-T(3)
   T(3)=TF
   LAMIN=LAMIN+CAL
   WRITE(3,14) II,(T(K),K=1,NS),LAMIN
14  FORMAT(/,6X,I3,5X,8(F8.2,2X),4X,F6.1)
   IF((CALOR-LAMIN) .GT. CAL) GO TO 20
   II=II+1
   T(3)=(T(2)+T(4)+(M-2)*T(3))/M
   T(3)=T(3)+(CALOR-LAMIN)
   T(2)=K1*T(1)+K2*T(3)
   WRITE(3,18) II,(T(K),K=1,NS),CALOR
18  FORMAT(/,6X,I3,5X,8(F8.2,2X),4X,F6.1,////)
   DO 30 K=2,NS
30  HH(K)=T(K)
   NI=NS-4
100 LAMIN=0.
   NR=NS-NI
50  II=II+1

```

```

DO 60 L=3, NR
60 T(L)=(HH(L-1)+HH(L+1)+(M-2)*HH(L))/M
T(2)=K1*T(1)+K2*T(3)
CAL=TF-T(NR)
T(NR)=TF
LAMIN=LAMIN+CAL
WRITE(3,14) II, (T(K), K=1, NS), LAMIN
DO 70 K=2, NS
70 HH(K)=T(K)
IF((CALOR=LAMIN) .GT. CAL) GO TO 50
II=II+1
DO 80 L=3, NR
80 T(L)=(HH(L-1)+HH(L+1)+(M-2)*HH(L))/M
T(2)=K1*T(1)+K2*T(3)
T(NR)=T(NR)+(CALOR=LAMIN)
WRITE(3,18) II, (T(K), K=1, NS), CALOR
DO 90 K=2, NS
90 HH(K)=T(K)
IF(NI .EQ. 1) GO TO 200
NI=NI-1
GO TO 100
200 IF(KKK .EQ. 2) GO TO 150
GO TO 250
150 STOP
END

```

DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS DO PROGRAMA:

TF - temperatura de fusão
 TO - temperatura do meio ambiente
 S - espessura solidificada
 KS - condutibilidade térmica do sólido
 CS - calor específico do sólido
 HG - calor latente de fusão
 HP - coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde
 M - módulo adimensional do método de Dussinberre = $\Delta x^2/a\Delta t$
 N - módulo de superfície adimensional do método de Dussinberre = $HP\Delta x/KS$
 CALOR - parcela de calor latente do método de Dussinberre = HG/CS
 T - matriz que contém os resultados
 LA - matriz que contém o número de elementos finitos
 II - contador das unidades de tempo T
 LAMIN - controlador da parcela de calor latente (CALOR)