

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS

Este exemplar corresponde à redação
final da tese defendida por VICENTE
LOPES SR e aprovada pela Comissão
Julgadora em 20/3/1987.



ESTUDO DA RESPOSTA DINÂMICA DE UMA
LOCOMOTIVA A EXCITAÇÕES
DEVIDAS A IRREGULARIDADES DA VIA

* Trabalho apresentado como parte
dos requisitos para obtenção do
título de Mestre em Engenharia
Mecânica.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS

Título: ESTUDO DA RESPOSTA DINÂMICA DE UMA LOCOMOTIVA
A EXCITAÇÕES DEVIDAS A IRREGULARIDADES DA VIA

Autor: VICENTE LOPES JÚNIOR

Orientador: PROF. DR. FAUSTO RODRIGUES FILHO

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Dissertação de Mestrado

Título: Estudo da Resposta Dinâmica de uma Locomotiva
a Excitações Devidas a Irregularidades da Via

Autor: Engº VICENTE LOPES JÚNIOR

Orientador: Prof. Dr. Fausto Rodrigues Filho

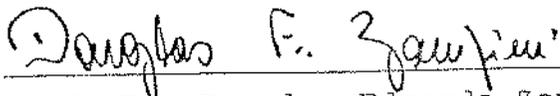
Aprovado por



Prof. Dr. Fausto Rodrigues Filho, Presidente



Dr. Engº R. Gerich



Prof. Dr. Douglas Eduardo Zampieri

Campinas, 20 de março de 1987

AGRADECIMENTOS

Prof. Dr. Fausto Rodrigues Filho - Orientador deste trabalho.

Ivani Cristina Sentomo de Arruda Castro - Datilógrafa.

E a todos do GEPROM e do Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP, que colaboraram com este trabalho.

ÍNDICE

Resumo	i
Abstract	ii
Lista de Símbolos	iii
Capítulo 1 - Introdução	1
Capítulo 2 - Modelo Matemático	11
2.1. Equação do Movimento	17
2.2. Força de Excitação Roda-Trilho	28
2.3. Condições Geométricas no Contato Roda-Trilho	35
2.4. Força Relativa no Sistema de Suspensão	48
Capítulo 3 - Método de Solução	53
3.1. Autovalores - Autovetores	54
3.2. Integração Numérica da Equação do Movimento	60
3.3. Função de Resposta em Frequência	66
Capítulo 4 - Resultados Obtidos	69
4.1. Efeito da Frequência de Excitação na Resposta da Locomotiva	84
4.2. Deslocamentos máximos	89
4.3. Quociente de Descarrilhamento	92
4.4. Rotações do Corpo da Locomotiva	96
4.5. Níveis de Aceleração	102
4.6. Efeito da Rigidez Primária	106
Capítulo 5 - Conclusão	113
Referências Bibliográficas	115

Apêndice 1	-	Identificação dos Movimentos	121
Apêndice 2	-	Deslocamento Relativo para o Modelo da Locomotiva com 6 Eixos	123
Apêndice 3	-	Método QR para cálculo de Autovalores	127
Apêndice 4	-	Valores Básicos para a Locomotiva de 6 eixos	130
Apêndice 5	-	Arquivo de Dados	133

RESUMO

Neste trabalho, faz-se um estudo teórico sobre o comportamento dinâmico de uma locomotiva representada por um modelo com trinta e nove graus de liberdade em trilhos retos. Denominam-se, inicialmente, as frequências naturais e os movimentos dominantes através dos autovalores e autovetores.

Como forças de excitação consideram-se as irregularidades do trilho nas direções vertical e lateral, representadas, respectivamente, por uma função seno retificado e se no contínuo. Além disso, apresenta-se o caso em que as excitações são consideradas forças aleatórias. A interação roda-trilho é baseada na teoria linear proposta por Wickens e Blader. As equações do movimento são determinadas pela formulação de Lagrange e para se obter a resposta no domínio do tempo utilizam-se métodos de integração numérica. A resposta no domínio da frequência, também, pode ser obtida através da "Fast Fourier Transform" (FFT).

Constata-se, ainda, a influência de alguns parâmetros na resposta dinâmica da locomotiva e um sistema de suspensão otimizado pode ser selecionado.

ABSTRACT

This work presents a theoretical analysis of the dynamic behavior of locomotives on straight tracks. A mathematical model with thirty-nine degrees of freedom is developed and eigenvalues and eigenvectors, natural frequencies and dominant motions are determined.

The excitation forces include vertical and lateral directions track irregularities, which are represented by a rectified sine wave and by a continuous sine, respectively and also random forces. The wheel-rail interaction is based on the linear theory proposed by Wickens and Blader. The equations of motion are derived by applying Lagrange's equation on the generalized coordinates and the time domain response is obtained by numerical integration methods. The response in the frequency domain is obtained through the Fast Fourier Transform (FFT).

The influence of some parameters on the locomotive dynamic response was observed.

LISTA DE SÍMBOLOS

- A_0^D - amplitude da irregularidade vertical do trilho di
reito
- A_0^E - amplitude da irregularidade vertical do trilho es
querdo
- \bar{A}_0^D - amplitude da irregularidade lateral do trilho direi
to
- \bar{A}_0^E - amplitude da irregularidade lateral do trilho es
querdo
- a_1 - distância do rodeiro 1 ao centro de gravidade do
truque dianteiro
- a_2 - distância do rodeiro 2 ao centro de gravidade do
truque dianteiro
- a_3 - distância do rodeiro 3 ao centro de gravidade do
truque dianteiro
- a_4 - distância do rodeiro 4 ao centro de gravidade do
truque traseiro
- a_5 - distância do rodeiro 5 ao centro de gravidade do
truque traseiro
- a_6 - distância do rodeiro 6 ao centro de gravidade do
truque traseiro
- b - distância entre o ponto de contato e o centro de
gravidade do rodeiro
- b_1 - distância entre a suspensão primária e o centro de
gravidade do rodeiro
- b_2 - distância entre a suspensão secundária e o centro de
gravidade do rodeiro
- h_1 - altura entre o centro de gravidade do truque e a
suspensão secundária

- h_2 - altura entre o centro de gravidade do corpo e a suspensão secundária
 h_t - altura entre o centro do rodeiro e o centro de gravidade do truque
 L_1 - distância entre os centros de gravidade do truque dianteiro e do corpo
 L_2 - distância entre os centros de gravidade do truque traseiro e do corpo
 \bar{L} - distância entre o centro de gravidade do truque e a suspensão secundária
 L_t - comprimento do trilho
 f_L - coeficiente de "creep" lateral
 f_T - coeficiente de "creep" longitudinal
 f_{s23} - coeficiente de "creep" de rotação lateral
 f_{s33} - coeficiente de "creep" de rotação longitudinal
 $[C]$ - matriz de amortecimento total do sistema
 $[C_g]$ - matriz de amortecimento para as forças de "creep"
 $[K]$ - matriz de rigidez total do sistema
 $[K_g]$ - matriz de rigidez gravitacional
 $[M]$ - matriz de massa total do sistema
 m_c - massa do corpo
 m_r - massa do rodeiro
 m_t - massa do truque
 I_c - momento de inércia do corpo em relação ao eixo vertical
 I_r - momento de inércia do rodeiro em relação ao eixo vertical
 I_t - momento de inércia do truque em relação ao eixo vertical
 J_c - momento de inércia do corpo em relação ao eixo longitudinal

- J_r - momento de inércia do rodeiro em relação ao eixo longitudinal
 J_t - momento de inércia do truque em relação ao eixo longitudinal
 \bar{J}_c - momento de inércia do corpo em relação ao eixo transversal
 \bar{J}_t - momento de inércia do truque em relação ao eixo transversal
 C_{xt} - amortecimento longitudinal da suspensão secundária por lado do truque
 C_{yt} - amortecimento vertical da suspensão secundária por lado do truque
 C_{zt} - amortecimento lateral da suspensão secundária por lado do truque
 C_{xr} - amortecimento longitudinal da suspensão primária por lado do rodeiro
 C_{yr} - amortecimento vertical da suspensão primária por lado do rodeiro
 C_{zr} - amortecimento lateral da suspensão primária por lado do rodeiro
 C_{yth} - amortecimento vertical do trilho
 C_{zth} - amortecimento lateral do trilho
 K_{xt} - rigidez longitudinal da suspensão secundária por lado do truque
 K_{yt} - rigidez vertical da suspensão secundária por lado do truque
 K_{zt} - rigidez lateral da suspensão secundária por lado do truque
 K_{xr} - rigidez longitudinal da suspensão primária por lado do rodeiro

- K_{yr} - rigidez vertical da suspensão primária por lado do rodeiro
 K_{zr} - rigidez lateral da suspensão primária por lado do rodeiro
 K_{yth} - rigidez vertical do trilho
 K_{zth} - rigidez lateral do trilho
 Y^c - deslocamento vertical do corpo
 Y_k^r - deslocamento vertical do rodeiro
 Y_j^t - deslocamento vertical do truque
 Z^c - deslocamento lateral do corpo
 Z_k^r - deslocamento lateral do rodeiro
 Z_j^t - deslocamento lateral do truque
 ϕ^c - rotação do corpo sobre o eixo longitudinal ("Roll")
 ϕ_k^r - rotação do rodeiro sobre o eixo longitudinal ("Roll")
 ϕ_j^t - rotação do truque sobre o eixo longitudinal ("Roll")
 ψ^c - rotação do corpo sobre o eixo vertical ("Yaw")
 ψ_k^r - rotação do rodeiro sobre o eixo vertical ("Yaw")
 ψ_j^t - rotação do truque sobre o eixo vertical ("Yaw")
 θ^c - rotação do corpo sobre o eixo transversal ("Pitch")
 θ_j^t - rotação do truque sobre o eixo transversal ("Pitch")
 r - raio da roda da locomotiva
 V - velocidade da locomotiva
 W - peso em cada rodeiro
 ϵ - variação da inclinação do plano de contato em função do deslocamento lateral
 λ - conicidade efetiva da roda
 ξ - variação da distância entre a linha de centro do rodeiro e os pontos de contato com respeito ao deslocamento lateral

- δ_0 - ângulo entre a normal no ponto de contato roda-trilho e a vertical para o rodeiro na posição central
- α, δ - valores usados no método de integração de Newmark
- θ - valor usado no método de integração de Wilson- θ

1. INTRODUÇÃO

A resposta dinâmica dos veículos ferroviários tem recebido, na última década, uma atenção especial dos pesquisadores. Este interesse é motivado pelo desejo de melhorar as condições de conforto, reduzir o desgaste e dano dos componentes do veículo e do trilho e, o mais importante, oferecer uma operação segura, pois com o aumento constante da velocidade de operação e da carga transportada, a análise da resposta dinâmica, devido às irregularidades da via, tornou-se indispensável para um melhor entendimento dos fenômenos que ocorrem quando da interação entre a roda e o trilho e, também, para uma melhoria dos componentes da locomotiva, particularmente, do sistema de suspensão.

Uma grande quantidade de publicações sobre assuntos ferroviários pode ser encontrada desde o início deste século, sendo que a maioria destes autores têm-se preocupado com o fenômeno da estabilidade ou de "hunting" dos veículos ferroviários. O fenômeno do "hunting" é um movimento auto-excitado e a força que gera este movimento é devida às condições geométricas do contato roda-trilho e, portanto, função da velocidade. A força devida às irregularidades do trilho não são consideradas, pois as equações do movimento são homogêneas.

A cada grau de liberdade adotado no modelo matemático corresponde um movimento vibratório. Alguns desses mo

vimentos são mais importantes por serem dominantes, isto é, apresentam maior amplitude de vibração. Por isso são mais facilmente percebidos e entre esses movimentos o que tem recebido maior destaque, por ser geralmente a causa da instabilidade, é o movimento lateral, também, denominado de "hunting".

Entre os vários estudos sobre a estabilidade de veículos ferroviários, poderíamos citar Joly [1] que interessou-se exclusivamente pela estabilidade transversal do corpo do veículo e do rodeiro em trilho reto operando em altas velocidades. Neste trabalho ele usou a teoria linearizada e caracterizou a influência dos seguintes parâmetros: sistema de suspensão primária (entre os truques e os rodeiros); características de inércia do corpo; perfil da roda caracterizada pela conicidade efetiva e as forças no contato roda-trilho.

A estabilidade do truque de uma locomotiva com 3 eixos é avaliada por Rinehart [2], usando um modelo linear com 11 graus de liberdade, considerando apenas um truque e meta de da locomotiva. Este modelo é validado quando comparado ao modelo com 21 graus de liberdade para a locomotiva com 6 eixos apresentado por Garg [3], com a vantagem de que o tempo computacional gasto na execução do programa é consideravelmente menor.

Os movimentos de translação e de rotação dos veículos ferroviários identificados na análise dinâmica são os movimentos de corpo rígido correspondente aos graus de liberdade possíveis para o "corpo" do veículo, também denominado pelo termo "caixa", para o truque e para o rodeiro, que é o conjunto constituído pelo eixo, rodas e engrenagens. Estes movimentos não apresentam ainda uma denominação característica na língua portuguesa, como ocorre em outros idiomas, portanto neste tra

balho serão referidos como: deslocamento vertical ("bounce"), deslocamento lateral ("hunting"), rotação sobre o eixo vertical ("yaw"), rotação sobre o eixo horizontal transversal ("pitch") e rotação sobre o eixo horizontal longitudinal ("roll").

Devido ao aparecimento de vários estudos qualitativos visando o entendimento dos fenômenos relativos ao veículo, e também a interação entre a roda e o trilho, surgiram paralelamente trabalhos experimentais com a finalidade de validar e usar com segurança os resultados obtidos teoricamente. Assim é que se pode citar Ramachandran [4] que, através de um programa de testes e ensaios, estabeleceu critérios de validação para alguns modelos teóricos existentes. Um teste experimental para obter a resposta dinâmica de um vagão de 70 toneladas (carregado e vazio), sob várias condições do trilho, foi realizado por Orth e Kachadourian [5], os quais fizeram uma análise modal aplicando movimentos senoidais nas rodas, com a frequência de entrada variando numa faixa próxima da frequência de ressonância prevista. Estes movimentos, que simulam a força de excitação devido ao trilho, foram obtidos através de 12 excitadores hidráulicos colocados sob cada roda atuando na direção vertical e um em cada lado do eixo agindo lateralmente. Os resultados apresentados foram as frequências modais, a deflexão associada com cada modo e a faixa de variação da frequência. Cabe ainda destacar que este trabalho faz parte de um programa desenvolvido pelo MITRE Corp. para a Federal Railroad Administration (FRA), cujo programa computacional recebeu o nome de FRATE (Freight Car Response Analysis and Test Evaluation), e cuja finalidade é aumentar o conhecimento da dinâmica de vagões ferroviários para que sua análise possa auxiliar no desenvolvimento e variações de projetos e quantificar as margens de segurança para a operação.

Outro trabalho que se preocupa em analisar experimentalmente a dinâmica lateral de vagões em trilhos retos, para excitações aleatórias e transientes, e compará-la aos resultados teóricos, foi desenvolvido por Fries, Cooperrider e Law [6], que caracterizaram o fenômeno de "hunting" para 8 configurações diferentes. Para sistemas lineares, o "hunting" é frequentemente referido em termos de uma única velocidade a partir da qual ocorre a transição do sistema de estável para instável, no entanto, verificou-se que havia uma faixa de velocidade na transição, onde surgia um "hunting" intermitente, sendo que abaixo desta faixa nunca ocorria o "hunting" e acima sempre existia, portanto, esta faixa de velocidade foi associada ao comportamento não-linear do sistema de suspensão. Uma falha observada nestes testes foi a falta de uma caracterização adequada da geometria da via, pois constatou-se que a não-linearidade no sistema de suspensão do veículo causa, no seu comportamento dinâmico, uma grande dependência das irregularidades da via.

Vários parâmetros, que exercem influência acentuada na estabilidade dos veículos ferroviários, não são facilmente controlados, como é o caso, por exemplo, da conicidade efetiva da roda, pois verificou-se que a superfície de contato da roda sofre um desgaste inicial muito rápido até atingir o perfil de "roda gasta", conforme Hull e Cooperrider [7].

Outro parâmetro que apresenta dificuldades na sua determinação é a força gerada no contato roda-trilho devido às deformações elásticas (força de "creep"). Muitos trabalhos têm sido desenvolvidos para se apresentar fórmulas e valores para os coeficientes geométricos e elásticos usados no cálculo destas forças, no entanto ainda existe grande diferença

do cálculo teórico para o experimental, como constata Doyle e Prause [8] que para uma dada configuração pode variar até $\pm 50\%$ em função das condições da via (impurezas) e da variação da interface roda-trilho quando o rodeiro move-se lateralmente.

Um estudo mais recente que descreve dois tipos de cálculo teórico para o coeficiente de "creep" de rotação ("spin") para trilhos retos é dado por Newland [9]. O primeiro cálculo é para o momento de "spin" transiente, que ocorre quando uma força é subitamente aplicada na roda, por exemplo, quando a roda passa sobre alguma irregularidade do trilho. Já o segundo cálculo é para quando ocorre o rolamento sobre trilhos ligeiramente irregulares.

Devido a algumas divergências entre os modelos teórico e experimental surgiram modelos matemáticos mais complexos com a utilização de teorias não-lineares. As principais fontes de não-linearidades para os veículos ferroviários são relativas ao contato da flange da roda com o trilho, ao atrito do sistema de suspensão do veículo, à força de "creep" e aos coeficientes geométricos do contato roda-trilho, que foram estudados por vários autores, podendo-se destacar Hull e Cooperrider citados anteriormente, Elkins e Bickhoft [10], Karmel e Sweet [11] e, também Sweet e Sivak [12], que apresentam um modelo teórico incluindo as características de não-linearidades e, em uma segunda etapa, a sua validade através de testes experimentais realizados em um modelo com escala de 1:50. Uma solução intermediária foi desenvolvida por Cooperrider [13] com a aplicação da técnica da quase linearização, para determinar o comportamento do ciclo limite de estabilidade.

Um estudo comparativo dos modelos linear e não-linear foi realizado por Chang e Garg [14] no qual concluíram

que os resultados obtidos para os dois modelos concordam razoavelmente bem nos picos da resposta, sendo, portanto, o modelo linear recomendado para uma análise da ordem da magnitude no projeto preliminar de uma locomotiva, ficando, então, a escolha do modelo dependente dos objetivos estabelecidos: se para a análise, projeto ou especificação de segurança.

Um trabalho que também deve ser citado por ter-se preocupado em comparar os resultados teóricos aos experimentais, é o realizado pelo "Railway Technical Research Institute of the Japanese National Railways" que, a partir de 1950, realizou testes sistematicamente em modelos com escala de 1:5 e 1:10. Posteriormente, [Matsudaira e Matsui [15]], desenvolveram os estudos em escala real e em testes de campo, com a finalidade de estudarem a estabilidade do veículo e também validarem os modelos em escala.

Um estudo realizado pela "Association of American Railroads" (AAR), constatou que em 1980 nos USA, o transporte através de vagões de carga seria maior do que um trilhão de toneladas por milha anualmente, Abbott, Morosow e Macpherson [16] e que, exceto para algumas aplicações específicas, o vagão era basicamente o mesmo de 50 anos atrás. Devido ao aumento da velocidade de operação e do peso da carga, somados a uma manutenção inadequada da via, que contribuiu significativamente para o desgaste excessivo dos trilhos e dos equipamentos do veículo, houve um aumento no número de acidentes devido ao descarrilhamento de trens. Isto motivou a AAR, em cooperação com o governo federal, indústrias ferroviárias privadas e o governo do Canadá, representado por "Transportation Development Agency", a elaborarem um plano de pesquisa para ser executado em 3 etapas no prazo de 10 anos e que recebeu o nome de "Track-Train Dynamics"

(TTD), o qual deveria ser iniciado em 1972, cabendo à primeira fase a análise das características dinâmicas dos equipamentos e do trilho e o desenvolvimento e validação dos modelos matemáticos, enquanto à segunda fase caberia o desenvolvimento e aperfeiçoamento das especificações dos equipamentos para aumentar a estabilidade dinâmica e na terceira fase utilizar-se-ia princípios científicos mais avançados para melhorar ainda mais a estabilidade. Este programa teve início oficialmente em dezembro de 1974 e pode-se destacar trabalhos recentes independentes que fazem parte desta pesquisa, como é o caso de Arslan, Kalaycioglu e Punwani [17].

No Brasil, o governo federal não tem dado o apoio necessário para que se realizem pesquisa e trabalhos de desenvolvimento na área ferroviária, mesmo sendo este tipo de transporte uma alternativa viável para o país. São poucos, portanto, os trabalhos de pesquisa nesta área, podendo-se citar os trabalhos de Brina [18] e Rodrigues e Roza [19]. Pode-se destacar, também, o Centro de Tecnologia (CT) da UNICAMP, que realizou ensaios dinâmicos em 4 tipos de truques para vagões, para que se pudesse escolher o melhor modelo para a ferrovia de Carajás, conforme Porto [20].

A Faculdade de Engenharia de Campinas mantém um convênio com a Ferrovia Paulista S.A. (FEPASA) e é dentro deste contexto que se iniciou um estudo sobre a estabilidade dinâmica de veículos ferroviários. Rodrigues [21], determinou a velocidade crítica para vários tipos de modelo matemático e verificou a influência de alguns parâmetros no comportamento dinâmico de uma locomotiva.

O presente trabalho é uma continuação deste último estudo citado. Analisa-se a resposta de uma locomotiva,

com 6 eixos, considerando-se a força de excitação externa oriunda das irregularidades do trilho e da interação roda-trilho. O objetivo deste trabalho é implantar, no sistema computacional da UNICAMP, um "software" desenvolvido pela AAR, através do programa "Track-Train Dynamics", no qual se obtém a resposta de uma locomotiva no domínio do tempo e complementá-lo com uma análise preliminar através do cálculo de autovalores e autovetores, para que se possa saber, com antecedência, quais os movimentos dominantes que se deve analisar, quais as frequências naturais e qual a faixa de frequência, pois estas informações serão úteis para escolha da faixa da frequência escolhida na excitação e também na escolha do incremento de tempo usado nos métodos de integração numérica.

Finalmente será feita a transformação da resposta para o domínio da frequência usando-se a Função de Resposta em Frequência (FRF). O tratamento matemático pode ser usado para qualquer modelo de sistema mecânico, bastando, para tanto, adaptar os dados de entrada para as matrizes de massa, rigidez e amortecimento.

A Figura 1.1 mostra o fluxograma geral onde se pode visualizar a sequência básica descrita acima, sendo que algumas opções de entrada e saídas intermediárias foram omitidas com a finalidade de facilitar o seu entendimento. Depois que os dados de entrada forem lidos e as matrizes de massa [M], amortecimento [C] e rigidez [K] montadas, o programa estuda a estabilidade através dos autovalores e autovetores do sistema, sendo que quando o sistema é instável o programa termina. No entanto, essa análise não é feita necessariamente toda vez que se modifique algum parâmetro para caracterizar sua influência na resposta da locomotiva, pois sabe-se antecipadamente que o

sistema continuará estável ("Teste 1").

No "Teste 2" o programa apresenta 2 opções para o método de integração numérica: Método de Newmark e Método de Wilson - θ , enquanto no "Teste 3" se faz a escolha para a resposta no domínio do tempo ou da frequência.

Deve-se destacar, também, que, na análise dinâmica de veículos ferroviários, alguns parâmetros não exercem influência em certas faixas de valores e influem bastante em outras, como mostrado por Sweet [22]. Portanto, é necessário uma investigação detalhada de cada parâmetro, que envolveria um grande tempo, justificando-se assim a realização de trabalhos específicos. Neste estudo não se procurou obter conclusões finais sobre algum parâmetro e sim sua influência para os exemplos simulados, tendo como finalidade dominar toda a potencialidade do programa desenvolvido.

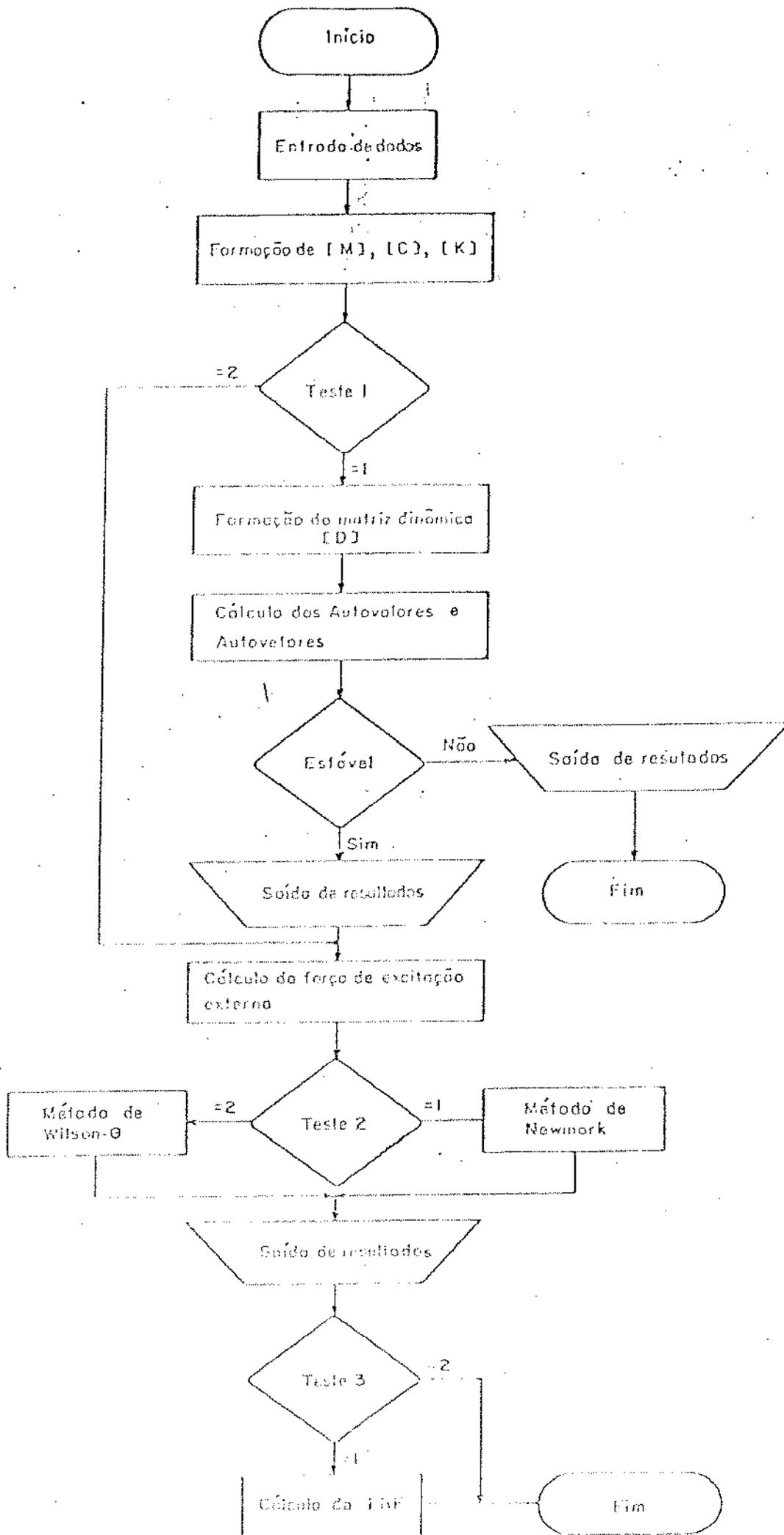


Figura 1.1 - Sequência Básica de Cálculo

2. MODELO MATEMÁTICO

A técnica de modelamento matemático de veículo ferroviário e da via tem sido extensivamente usada para se entender e interpretar a interação dinâmica entre o veículo e a via, a qual varia com as condições de operação, infra-estrutura, roda, perfil dos trilhos e condições climáticas. Seria impossível construir um simples modelo matemático que fosse aceito universalmente sob todos os aspectos da interação roda-trilho. Portanto, o estudo do comportamento dinâmico de veículo ferroviário é feito através de vários modelos matemáticos, cada qual aplicado a uma área específica de interesse.

No desenvolvimento do modelo do veículo, torna-se necessário fazer algumas hipóteses que determinam a sua aplicabilidade. As implicações destas hipóteses devem ser totalmente entendidas antes que os resultados obtidos possam ser interpretados e usados.

No modelamento de um sistema dinâmico é desejável o desenvolvimento do modelo mais simples possível que tenha credibilidade e descreva os movimentos do sistema. Esta simplicidade do modelo é determinada pelo número de graus de liberdade do sistema. O número de graus de liberdade é o resultado das aproximações feitas para se estabelecer o modelo físico do sistema real. Aumentando-se o número de graus de liberdade, aumenta-se o número de coordenadas necessárias para des

crever o sistema real. Geralmente, os parâmetros de maior importância são os sistemas de rigidez e de amortecimento. Para o modelo a relação precisa entre a força e a deflexão e, entre a força e a velocidade no sistema de suspensão devem ser conhecidas. Quando estas relações não forem conhecidas, devem ser estimadas e um aumento na complexidade do modelo não significa um aumento na sua validade. Mesmo que as características do sistema de suspensão sejam conhecidas, pode tornar-se mais difícil a interpretação do comportamento do modelo quando o número de graus de liberdade for aumentado e, também, sob o ponto de vista econômico, um maior tempo computacional será requerido.

A credibilidade do modelo é determinada em parte se os graus de liberdade usados descrevem, de uma maneira precisa, o sistema desejado. Por exemplo, um modelo com um número mínimo de graus de liberdade, que implica em algumas aproximações gerais, poderia dar uma representação genérica de um sistema que se desejaria estudar qualitativamente. Entretanto, poderia ser necessário usar um grande número de graus de liberdade, isto é, uma representação mais exata do sistema, se desejássemos um estudo quantitativo do sistema físico para que os resultados obtidos fossem diretamente analisados e aplicados.

A validade de um modelo pode ser comprovada comparando-o com modelos já existentes que tiveram seu comportamento comparado experimentalmente com o sistema real. Poder-se-ia, também, comparar-se aos resultados experimentais e, se necessário, o modelo será modificado para que seu comportamento seja representativo.

O estudo do comportamento dinâmico de veículos ferroviários pode ser dividido em dois grupos básicos:

- a - estudo da estabilidade dinâmica,
- b - estudo da resposta dinâmica.

O estudo da estabilidade é dirigido a uma investigação da máxima velocidade, que pode ser alcançada sob diferentes condições de operação, enquanto o estudo da resposta procura prever o comportamento dinâmico do sistema devido às excitações externas. A análise do modelo, portanto, consiste da solução de um problema de estabilidade dinâmica ou de um problema de vibração forçada, que pode ser realizada no domínio do tempo ou no domínio da frequência. Para a solução no domínio do tempo, as equações do movimento são integradas numericamente no tempo, com a vantagem de que os sistemas não lineares podem ser analisados.

No domínio da frequência, as equações de movimento do sistema são expressas e integradas em função da frequência. Este método tem a vantagem de que as altas frequências do sistema podem ser eliminadas, pois sua contribuição na resposta pode ser desprezada e, portanto, o custo computacional será reduzido. No entanto, o método de análise no domínio da frequência é limitado a modelos lineares e os modelos não-lineares devem ser linearizados para que possam ser usados.

O modelo matemático para uma locomotiva com 6 eixos usado neste trabalho, será o modelo desenvolvido por Chang e Garg [23], para o estudo da resposta em um trilho reto. Este modelo está representado na Figura 2.1 e consiste de um corpo apoiado sobre dois truques, que, por sua vez, são apoiados sobre três rodeiros.

No modelo, os rodeiros e os truques são conectados por um sistema de suspensão primária que consiste de ele

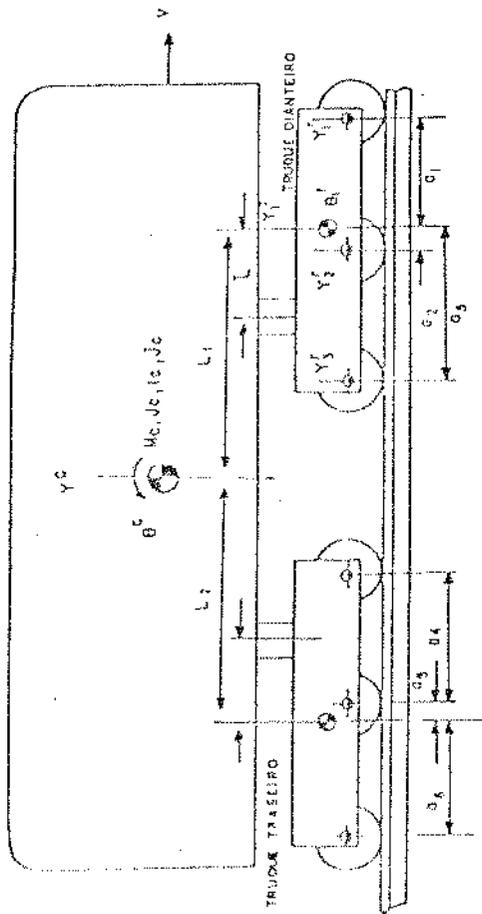
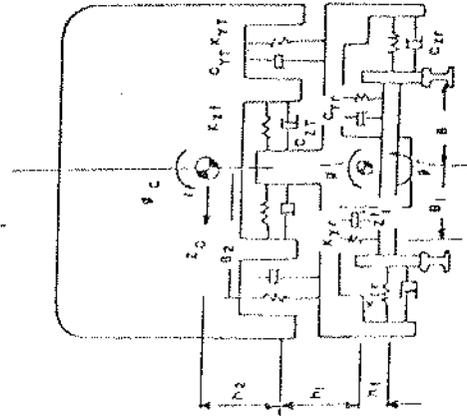
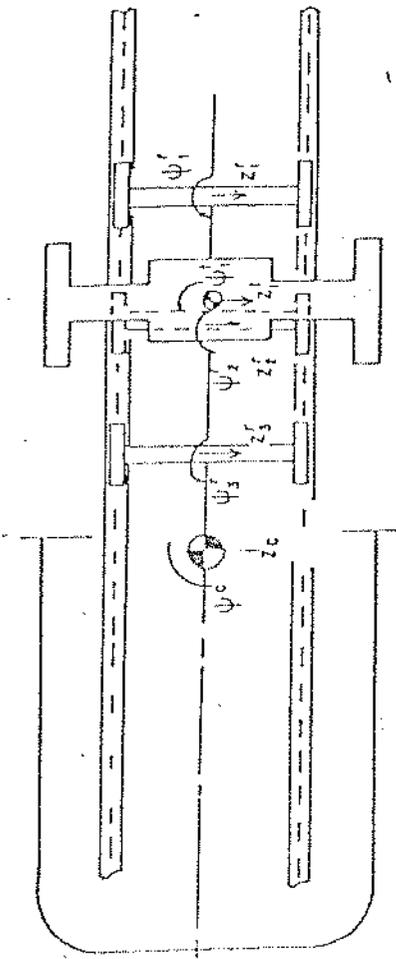


Figura 2.1 - Modelo de uma locomotiva com 6 eixos

mentos de molas lineares e amortecimento viscoso. O outro sistema de suspensão entre os truques e o corpo é referido como secundário e também consiste de elementos de molas lineares e amortecimento viscoso.

Neste trabalho, o corpo da locomotiva, a estrutura do truque e os rodeiros são considerados completamente rígidos e somente seus movimentos de corpos rígidos são analisados. Todas as flexibilidades e amortecimentos são concentrados nos elementos dos sistemas de suspensão primária e secundária. Considera-se que os eixos rodam livremente sobre mancais sem atrito e que não hajam folgas laterais entre os eixos e a estrutura do truque.

Todos os deslocamentos são considerados pequenos e o veículo é simétrico em relação ao plano vertical. A não-linearidade inerente dos elementos de suspensão são desprezadas e as relações entre as variáveis devidas ao contato roda-trilho são lineares ou linearizadas.

Portanto, as equações de movimento são válidas, enquanto os movimentos permanecerem dentro de suas limitações de amplitude, isto é, os elementos de suspensão não atingirem os limitadores de curso e não houver o contato do trilho com a flange das rodas e também o limite de aderência entre as rodas e os trilhos não for ultrapassado.

Os motores de tração são montados entre as rodas, apoiados de um lado sobre dispositivo próprio na estrutura do truque e, do outro lado, por meio de mancais de escorregamento sobre o eixo da locomotiva. Neste trabalho sua influência será negligenciada.

No modelo, o corpo e os truques apresentam cinco graus de liberdade correspondendo aos deslocamentos vertical

e lateral e aos movimentos de rotações sobre os eixos vertical ("Yaw"), longitudinal ("Roll") e transversal ("Pitch"). Cada rodeiro apresenta quatro graus de liberdade correspondendo aos deslocamentos nas direções vertical e lateral e aos movimentos de rotações sobre os eixos vertical ("Yaw") e longitudinal ("Roll"), perfazendo, portanto, uma total de trinta e nove graus de liberdade. No Apêndice 1 é mostrado a identificação dos movimentos juntamente com a descrição de cada grau de liberdade.

Os valores das massas e momentos de inércia podem ser considerados iguais ou não para os truques, adotando-se o índice 1 para o truque dianteiro (sentido do movimento do veículo) e 2 para o truque traseiro. Da mesma forma, adotam-se os índices 1, 2 e 3 para os rodeiros do truque dianteiro, começando pelo mais externo e os índices 4, 5 e 6 para os rodeiros do truque traseiro.

A interação entre a roda e o trilho é considerada usando-se relações geométricas (conicidade efetiva e rigidez gravitacional) e dinâmicas (forças de "creep"). As equações de movimento são determinadas aplicando-se a equação de Lagrange para as coordenadas generalizadas.

São listadas abaixo algumas das aplicações deste modelo:

- Cálculo da rigidez ótima para o sistema de suspensão primária e secundária;
- Cálculo do amortecimento ótimo no sistema de suspensão da locomotiva;
- Localização ótima dos elementos de suspensão;
- Influência dos parâmetros geométricos da locomotiva;
- Projeto dos componentes da locomotiva, determinação da força nos trilhos e no sistema roda-eixo.

- Projeto da via permanente (especificação e fixação dos trilhos, dormentes, etc.).

2.1. EQUAÇÃO DO MOVIMENTO

Com base no modelo matemático de uma locomotiva de 6 eixos, apresentado na Figura 2.1, e com o sistema de coordenadas definido na Figura 2.2, apresentam-se no Apêndice 2 as equações para os deslocamentos relativo entre o corpo da locomotiva e os truques, os truques e os rodeiros e para os rodeiros e o trilho.

Será apresentado aqui o equacionamento na forma matricial como foi utilizado no desenvolvimento dos programas computacionais.

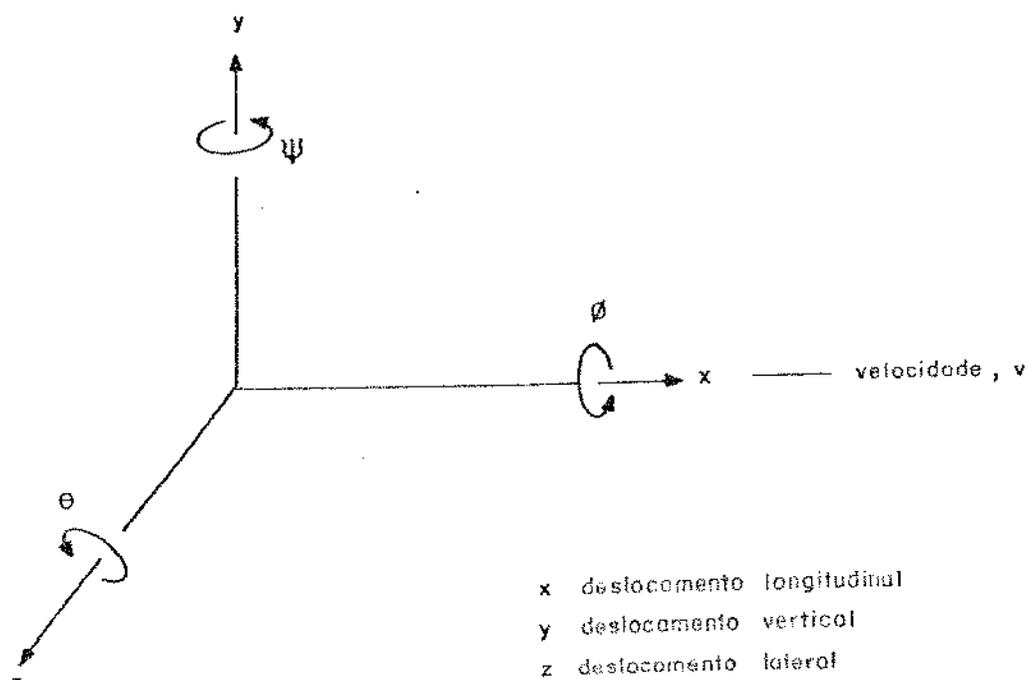


Figura 2.2 - Sistema de Coordenadas Cartesianas

O deslocamento generalizado será, portanto:

$$\text{deslocamento do corpo} : \{U^c\} = [Y^c \ Z^c \ \phi^c \ \psi^c \ \theta^c]^T$$

$$\text{deslocamento dos truques} : \{U_j^t\} = [Y_j^t \ Z_j^t \ \phi_j^t \ \psi_j^t \ \theta_j^t]^T, \quad j=1,2$$

$$\text{deslocamento dos rodeiros} : \{U_k^r\} = [Y_k^r \ Z_k^r \ \phi_k^r \ \psi_k^r]^T, \quad k=1, \dots, 6$$

onde $[]^T$ indica matriz transposta e os vetores $\{U^c\}$, $\{U_j^t\}$ e $\{U_k^r\}$ são especificados no Apêndice 1.

Os vetores deslocamento relativo entre o corpo da locomotiva e os dois truques são dados por:

$$\{U_1\} = [T_1^t] \{U_1^t\} - [T_1^c] \{U^c\} \quad (2.1)$$

$$\{U_2\} = [T_2^t] \{U_2^t\} - [T_2^c] \{U^c\} \quad (2.2)$$

Estas equações podem ser escritas na forma compacta:

$$\{U_{C-T_j}\} = [T_j^t] \{U_j^t\} - [T_j^c] \{U^c\} \quad j=1,2 \quad (2.3)$$

onde C-T_j indica o corpo da locomotiva e o truque j. Os vetores $\{U_1\}$ e $\{U_2\}$ representam o deslocamento relativo, nas direções x, y e z, do sistema de suspensão entre o corpo da locomotiva e o truque 1 (dianteiro) e entre o corpo e o truque 2 (traseiro) dos lados direito e esquerdo do truque, então:

$$\{U_1\} = \{U_{1D}^x \ U_{1D}^y \ U_{1D}^z \ U_{1E}^x \ U_{1E}^y \ U_{1E}^z\}^T \quad (2.4)$$

$$\{U_2\} = \{U_{2D}^x \ U_{2D}^y \ U_{2D}^z \ U_{2E}^x \ U_{2E}^y \ U_{2E}^z\}^T \quad (2.5)$$

As matrizes $[T_1^t]$, $[T_1^C]$, $[T_2^t]$ e $[T_2^C]$ são determinadas a partir dos deslocamentos relativos e serão referidas como matriz de transferência de deslocamentos.

$$[T_1^C] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & b_2 & h_2 \\ 1 & 0 & -b_2 & 0 & L_1 \\ 0 & 1 & -h_2 & -L_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -b_2 & h_2 \\ 1 & 0 & b_2 & 0 & L_1 \\ 0 & 1 & -h_2 & -L_1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[T_2^C] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & b_2 & h_2 \\ 1 & 0 & -b_2 & 0 & -L_2 \\ 0 & 1 & -h_2 & L_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -b_2 & h_2 \\ 1 & 0 & b_2 & 0 & -L_2 \\ 0 & 1 & -h_2 & L_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[T_1^t] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & b_2 & -h_1 \\ 1 & 0 & -b_2 & 0 & \bar{L} \\ 0 & 1 & h_1 & -\bar{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -b_2 & -h_1 \\ 1 & 0 & b_2 & 0 & \bar{L} \\ 0 & 1 & h_1 & -\bar{L} & 0 \end{bmatrix}$$

$$[T_2^t] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & b_2 & -h_1 \\ 1 & 0 & -b_2 & 0 & -\bar{L} \\ 0 & 1 & h_1 & \bar{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -b_2 & -h_1 \\ 1 & 0 & b_2 & 0 & -\bar{L} \\ 0 & 1 & h_1 & \bar{L} & 0 \end{bmatrix}$$

Da mesma maneira obtêm-se o vetor deslocamento relativo entre os truques e os rodeiros

$$\{\bar{U}_k\} = [T^r] \{U_k^r\} - [T_k^r] \{U_1^t\}, \quad (2.6)$$

para $k=1, 2$ e 3 , que denotam os rodeiros do truque 1 (dianteiro);

$$\{\bar{U}_k\} = [T^r] \{U_k^r\} - [T_k^r] \{U_2^t\} \quad (2.7)$$

para $k=4, 5$ e 6 , que correspondem aos rodeiros do truque 2 (traseiro). As equações (2.6) e (2.7) podem também ser escritas na forma compacta:

$$\{\bar{U}_{T_j - rk}\} = [T^r] \{U_k^r\} - [T_k^r] \{U_j^t\} \quad \begin{array}{l} \text{para } j=1, k=1, 2, 3 \\ j=2, k=4, 5, 6 \end{array} \quad (2.8)$$

O vetor $\{\bar{U}_k\}$ representa o deslocamento relativo, nas direções x , y e z , do sistema de suspensão entre os truques e os rodeiros dos lados direito e esquerdo:

$$\{\bar{U}_k\} = [U_{kD}^x \ U_{kD}^y \ U_{kD}^z \ U_{kE}^x \ U_{kE}^y \ U_{kE}^z]^T, \quad k=1, \dots, 6 \quad (2.9)$$

As matrizes de transferência de deslocamentos $[T^r]$ e $[T_k^r]$ são:

$$[T^r] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & b_1 \\ 1 & 0 & -b_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -b_1 \\ 1 & 0 & b_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[T_k^r] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & b_1 & h_t \\ 1 & 0 & -b_1 & 0 & a_k \\ 0 & 1 & -h_t & -a_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -b_1 & h_t \\ 1 & 0 & b_1 & 0 & a_k \\ 0 & 1 & -h_t & -a_k & 0 \end{bmatrix}, \quad k=1, \dots, 6,$$

sendo que a_k é definido como positivo se o k -ésimo eixo estiver localizado na direção positiva relativa ao centro de gravidade do truque, conforme a Figura 2.3, e negativo se estiver do outro lado.

O vetor deslocamento relativo entre o k -ésimo rodeiro e o trilho é dado por:

$$\{\bar{U}_k^{th}\} = [T^{th}] \{U_k^r\} - [I] \{U_k^{th}\}, \quad k=1, \dots, 6. \quad (2.10)$$

O vetor $\{\bar{U}_k^{th}\}$ representa o deslocamento relativo, nas direções vertical e lateral, entre o trilho e os rodeiros dos lados direito e esquerdo.

$$\{\bar{U}_k^{th}\} = [U_{kD}^{thy} \quad U_{kD}^{thz} \quad U_{kE}^{thy} \quad U_{kE}^{thz}]^T, \quad (2.11)$$

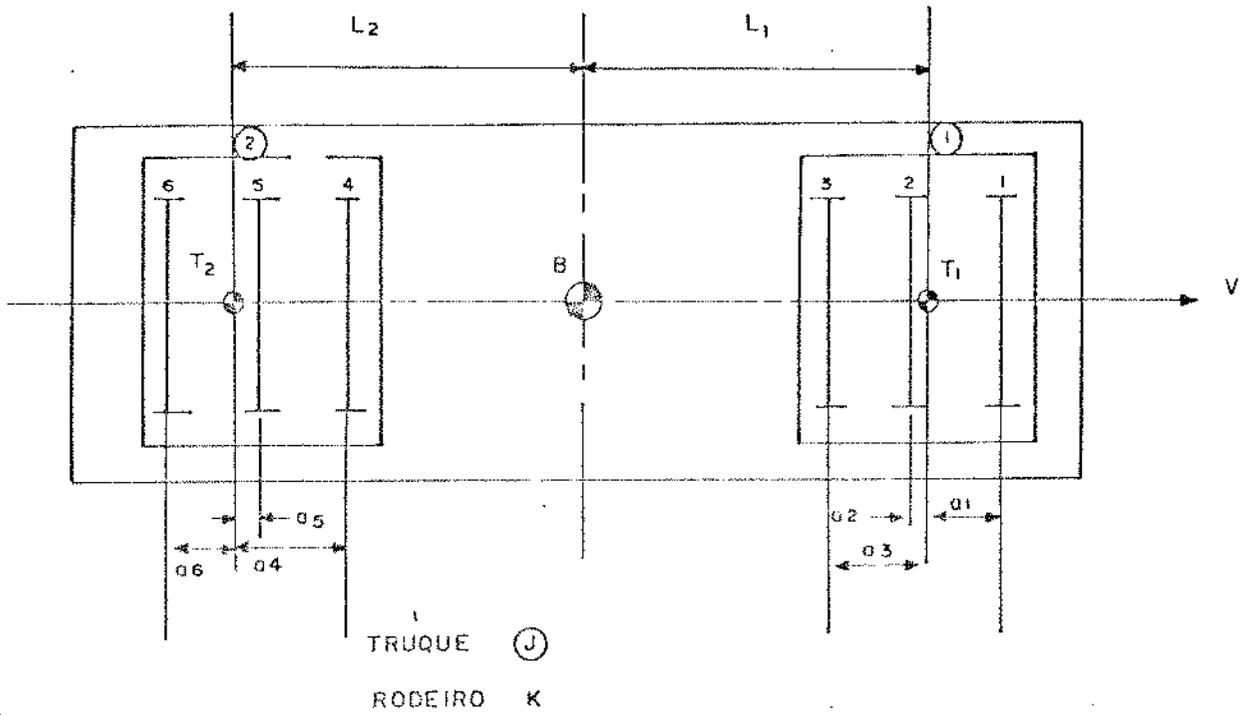


Figura 2.3 - Posições relativas do eixo

e $[I]$ é a matriz unitária de ordem 4. A matriz de transferência de deslocamento $[T^{th}]$ é determinada de acordo com o sistema de coordenadas definido na Figura 2.4.

$$[T^{th}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -b & 0 \\ 0 & 1 & -r & 0 \\ 1 & 0 & b & 0 \\ 0 & 1 & -r & 0 \end{bmatrix}$$

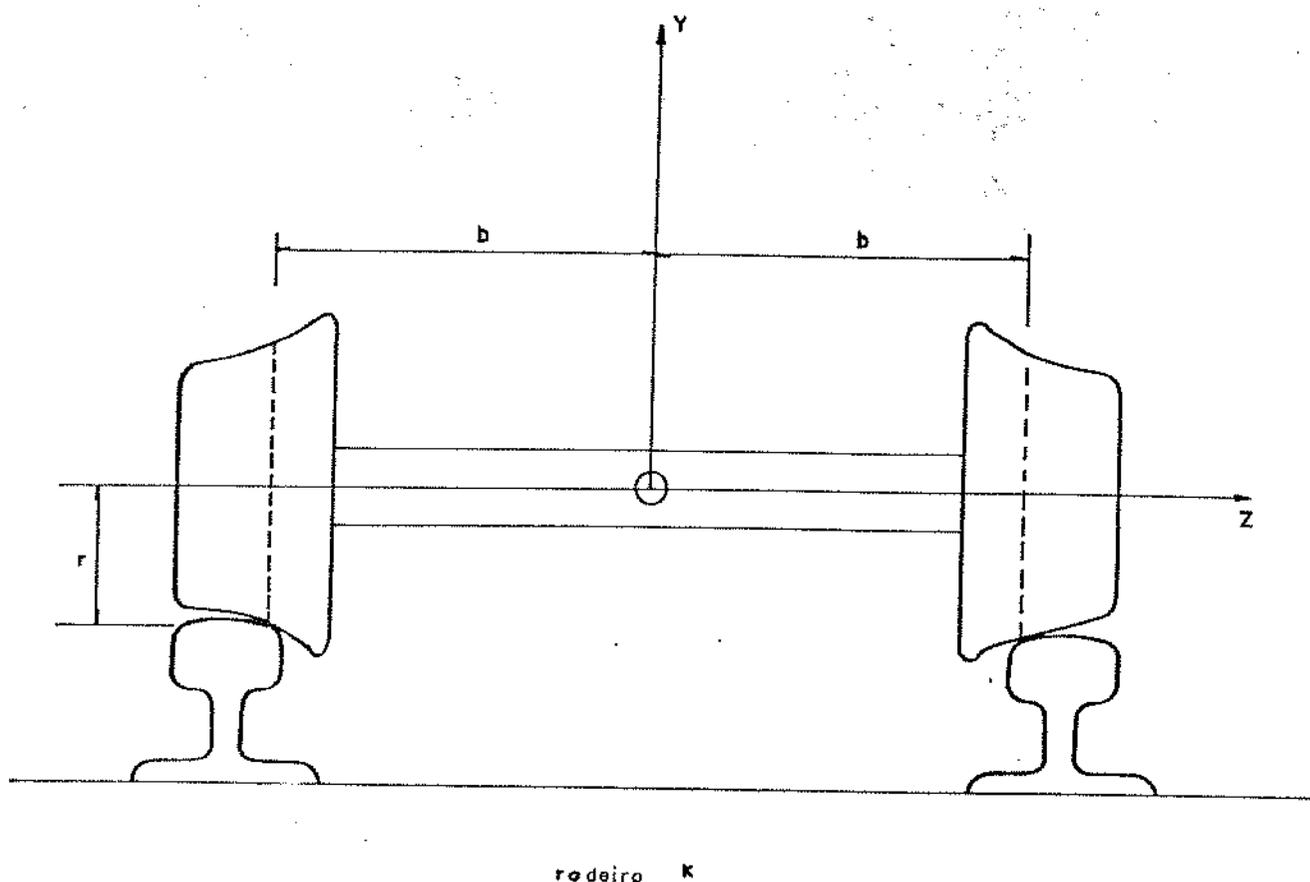


Figura 2.4 - Sistema de coordenadas para o deslocamento relativo entre o k-ésimo rodeiro e o trilho

O vetor $\{U_k^{th}\}$ representando as irregularidades da via nas direções y e z dos lados direito e esquerdo do k-ésimo rodeiro é:

$$\{U_k^{th}\} = [U_{kD}^{thy} \quad U_{kD}^{thz} \quad U_{kE}^{thy} \quad U_{kE}^{thz}]^T \quad k=1, \dots, 6 \quad (2.12)$$

A energia cinética, T, do modelo é dada por:

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{U}^c\}^T [M^c] \{\dot{U}^c\} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \{\dot{U}_j^t\}^T [M_j^t] \{\dot{U}_j^t\} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^6 \{\dot{U}_k^r\}^T [M_k^r] \{\dot{U}_k^r\} \quad (2.13)$$

onde $[M^c]$, $[M_j^t]$ e $[M_k^r]$ são as matrizes de massa do corpo da locomotiva, dos truques e dos rodeiros, respectivamente.

$$[M^c] = \begin{bmatrix} m_c & & & & & \\ & m_c & & & & \\ & & J_c & & & \\ & & & I_c & & \\ & & & & \bar{J}_c & \\ & & & & & \bar{J}_c \end{bmatrix}$$

$$[M_j^t] = \begin{bmatrix} m_j^t & & & & & \\ & m_j^t & & & & \\ & & J_j^t & & & \\ & & & I_j^t & & \\ & & & & \bar{J}_j^t & \\ & & & & & \bar{J}_j^t \end{bmatrix} \quad j = 1, 2$$

$$[M_k^r] = \begin{bmatrix} m_k^r & & & & & \\ & m_k^r & & & & \\ & & J_k^r & & & \\ & & & I_k^r & & \\ & & & & \bar{J}_k^r & \\ & & & & & \bar{J}_k^r \end{bmatrix} \quad k = 1, \dots, 6$$

Similarmente, a energia potencial, V , do sistema é dada por:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \{U_j\}^T [K_s] \{U_j\} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^6 \{\bar{U}_k\}^T [K_p^k] \{\bar{U}_k\} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^6 \{U_k^{th}\} [K_{TH}] \{U_k^{th}\} \quad (2.14)$$

onde $[K_S]$, $[K_P^k]$ e $[K_{TH}]$ são as matrizes de rigidez para o sistema de suspensão secundária, sistema de suspensão primária e para o trilho, respectivamente.

$$[K_S] = \begin{bmatrix} K_{xt} & & & & & \\ & K_{yt} & & & & \\ & & K_{zt} & & & \\ & & & K_{xt} & & \\ & & & & K_{yt} & \\ & & & & & K_{zt} \end{bmatrix}$$

$$[K_P^k] = \begin{bmatrix} K_{xr}^k & & & & & \\ & K_{yr}^k & & & & \\ & & K_{zr}^k & & & \\ & & & K_{xr}^k & & \\ & & & & K_{yr}^k & \\ & & & & & K_{zr}^k \end{bmatrix} \quad K = 1, \dots, 6$$

$$[K_{TH}] = \begin{bmatrix} K_{yth} & & & \\ & K_{zth} & & \\ & & K_{yth} & \\ & & & K_{zth} \end{bmatrix}$$

A energia de dissipação, D , do sistema é:

$$\begin{aligned}
 D = & \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \{\dot{U}_j\}^T [C_S] \{\dot{U}_j\} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^6 \{\dot{U}_k\}^T [C_P^k] \{\dot{U}_k\} + \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^6 \{\dot{U}_k^{th}\}^T [C_{TH}] \{\dot{U}_k^{th}\} \quad (2.15)
 \end{aligned}$$

onde $[C_S]$, $[C_P^k]$ e $[C_{TH}]$ são as matrizes de amortecimento para o sistema de suspensão secundária, sistema de suspensão primária e para o trilho, respectivamente.

$$[C_S] = \begin{bmatrix} C_{xt} & & & & & \\ & C_{yt} & & & & \\ & & C_{zt} & & & \\ & & & C_{xt} & & \\ & & & & C_{yt} & \\ & & & & & C_{zt} \end{bmatrix}$$

$$[C_P^k] = \begin{bmatrix} C_{xr}^k & & & & & \\ & C_{yr}^k & & & & \\ & & C_{zr}^k & & & \\ & & & C_{xr}^k & & \\ & & & & C_{yr}^k & \\ & & & & & C_{zr}^k \end{bmatrix} \quad K = 1, \dots, 6$$

$$[C_{TH}] = \begin{bmatrix} C_{yth} & & & \\ & C_{zth} & & \\ & & C_{yth} & \\ & & & C_{zth} \end{bmatrix}$$

Expandindo a energia potencial de todo o sistema, em termos dos deslocamentos generalizados, tem-se:

$$\begin{aligned}
 V = & \frac{1}{2} \{ \{U_1^t\}^T [T_1^t]^T - \{U^c\}^T [T_1^c]^T \} [K_S] \{ [T_1^t] \{U_1^t\} - [T_1^c] \{U^c\} \} \\
 & + \frac{1}{2} \{ \{U_2^t\}^T [T_2^t]^T - \{U^c\}^T [T_2^c]^T \} [K_S] \{ [T_2^t] \{U_2^t\} - [T_2^c] \{U^c\} \} \\
 & + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^3 \{ \{U_k^r\}^T [T^r]^T - \{U_1^t\}^T [T_k^r]^T \} [K_p^k] \{ [T^r] \{U_k^r\} - [T_k^r] \{U_1^t\} \} \right\} \\
 & + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=4}^6 \{ \{U_k^r\}^T [T^r]^T - \{U_2^t\}^T [T_k^r]^T \} [K_p^k] \{ [T^r] \{U_k^r\} - [T_k^r] \{U_2^t\} \} \right\} \\
 & + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^6 \{ \{U_k^r\}^T [T^{th}]^T - \{U_k^{th}\}^T [I] \} [K_{TH}] \{ [T^{th}] \{U_k^r\} - [I] \{U_k^{th}\} \} \right\}
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

Da mesma maneira, a energia de dissipação do sistema em termos das velocidades generalizada, é dada por:

$$\begin{aligned}
 D = & \frac{1}{2} \{ \{\dot{U}_1^t\}^T [T_1^t]^T - \{\dot{U}^c\}^T [T_1^c]^T \} [C_S] \{ [T_1^t] \{\dot{U}_1^t\} - [T_1^c] \{\dot{U}^c\} \} \\
 & + \frac{1}{2} \{ \{\dot{U}_2^t\}^T [T_2^t]^T - \{\dot{U}^c\}^T [T_2^c]^T \} [C_S] \{ [T_2^t] \{\dot{U}_2^t\} - [T_2^c] \{\dot{U}^c\} \} \\
 & + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^3 \{ \{\dot{U}_k^r\}^T [T^r]^T - \{\dot{U}_1^t\}^T [T_k^r]^T \} [C_p^k] \{ [T^r] \{\dot{U}_k^r\} - [T_k^r] \{\dot{U}_1^t\} \} \right\} \\
 & + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=4}^6 \{ \{\dot{U}_k^r\}^T [T^r]^T - \{\dot{U}_2^t\}^T [T_k^r]^T \} [C_p^k] \{ [T^r] \{\dot{U}_k^r\} - [T_k^r] \{\dot{U}_2^t\} \} \right\} \\
 & + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^6 \{ \{\dot{U}_k^r\}^T [T^{th}]^T - \{\dot{U}_k^{th}\}^T [I] \} [C_{TH}] \{ [T^{th}] \{\dot{U}_k^r\} - [I] \{\dot{U}_k^{th}\} \} \right\}
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

Usando o vetor de deslocamento generalizado,

$$\{q\} = [\{U^c\}^T, \{U_1^t\}^T, \{U_2^t\}^T, \{U_1^r\}^T, \{U_2^r\}^T, \{U_3^r\}^T, \{U_4^r\}^T, \{U_5^r\}^T, \{U_6^r\}^T]^T \quad (2.18)$$

e aplicando a equação de Lagrange para cada coordenada generalizada,

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial V}{\partial q} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} = F_{\text{ext}} \quad (2.19)$$

a equação de movimento para o sistema será:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C']\{\dot{q}\} + [K']\{q\} = \{\bar{F}_{it}\} + \{\bar{F}_{rt}\} \quad (2.20)$$

onde $[M]$, $[C']$ e $[K']$ são matrizes de ordem 39 representando a massa, o sistema de amortecimento e o sistema de rigidez, respectivamente. O vetor da força externa é dado pela força generalizada representando as irregularidades dos trilhos, \bar{F}_{it} , e pela interação entre roda-trilho e a rigidez gravitacional lateral, \bar{F}_{rt} , a qual será mostrada na seção a seguir que pode ser reagrupada do lado esquerdo da equação (2.20), portanto a equação do movimento na sua forma final será:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{F\} \quad (2.21)$$

2.2. FORÇA DE EXCITAÇÃO RODA-TRILHO

A resposta dinâmica de uma locomotiva depende, grandemente, do perfil do trilho nas direções vertical e late

ral e a excitação resulta basicamente de suas irregularidades. Neste trabalho adotaram-se 2 tipos de excitação.

2.2.1. Excitação com Frequência Fixa

2.2.1.1. Irregularidade Vertical do Trilho

Esta excitação resulta basicamente das irregularidades periódicas (por ex. junção dos trilhos). A geometria vertical será representada por um seno retificado, conforme [24], a qual é mostrada na Fig. 2.5.

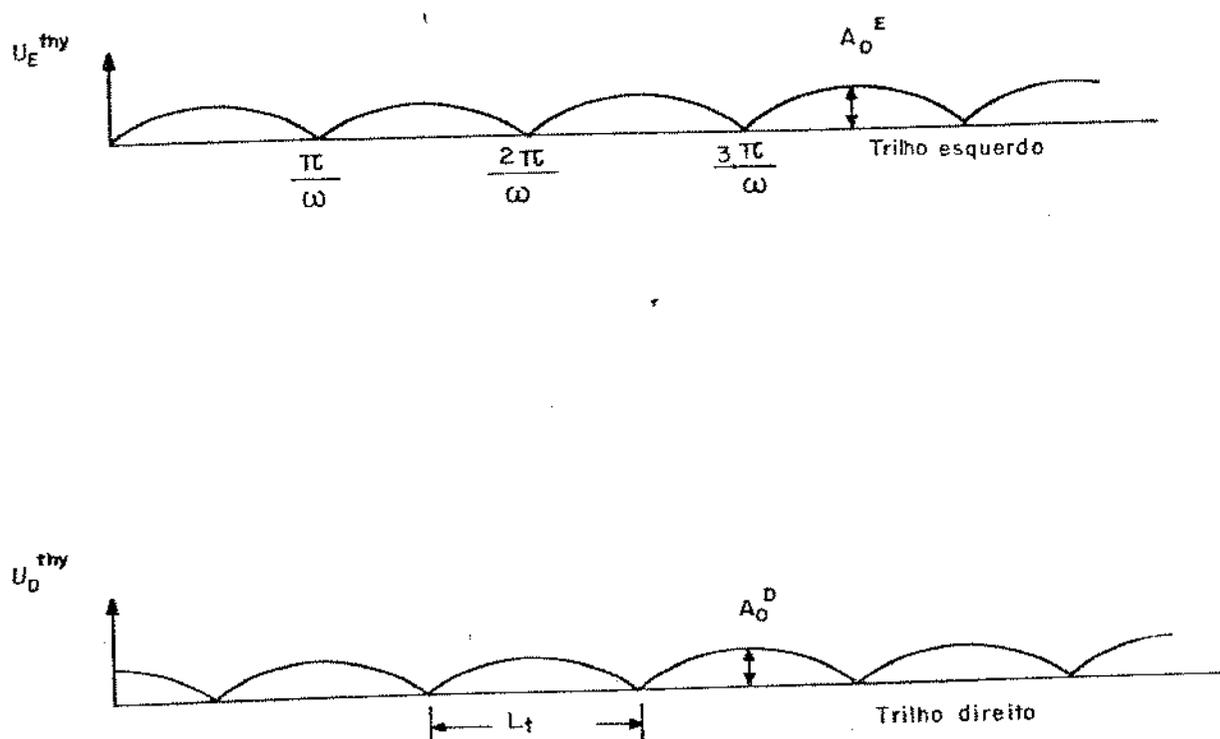


Figura 2.5 - Irregularidade vertical do trilho

$$U^{thy} = A_0 |\text{sen } \omega t| \quad (2.22)$$

Esta é uma função periódica com amplitude A_0 e período $2 L_t/V$ e representa a excitação de entrada para uma roda na direção y (vertical).

A velocidade angular, ω , é dada por:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi \cdot V}{2 L_t} = \frac{\pi \cdot V}{L_t} \quad (2.23)$$

onde: T = período

V = velocidade da locomotiva

L_t = comprimento do trilho

Pode-se, entretanto, representar o seno retificado em termos da série de Fourier,

$$\begin{aligned} U^{\text{thy}} &= A_0 \text{ sen } \omega t & p/0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ &= -A_0 \text{ sen } \omega t & p/\frac{T}{2} < t \leq T \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$U^{\text{thy}} = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \text{ sen } nx) \quad (2.25)$$

onde: $x = \frac{2\pi}{T} \cdot t$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt \quad (2.26)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos \frac{2\pi n t}{T} dt \quad (2.27)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \text{ sen } \frac{2\pi n t}{T} dt \quad (2.28)$$

Substituindo-se a equação (2.24) em (2.26), tem-se:

$$a_0 = \frac{A_0 \cdot \omega}{2\pi} \left[\int_0^{\pi/\omega} \text{sen } \omega t \, dt - \int_{\pi/\omega}^{2\pi/\omega} \text{sen } \omega t \, dt \right]$$

$$a_0 = \frac{A_0 \cdot \omega}{2\pi} \left[-\frac{\cos \omega t}{\omega} \Big|_0^{\pi/\omega} + \frac{\cos \omega t}{\omega} \Big|_{\pi/\omega}^{2\pi/\omega} \right] = \frac{2A_0}{\pi}$$

e substituindo-se (2.24) em (2.27):

$$a_n = \frac{A_0 \cdot \omega}{\pi} \left[\int_0^{\pi/\omega} \text{sen } \omega t \cos n \omega t \, dt - \int_{\pi/\omega}^{2\pi/\omega} \text{sen } \omega t \cos n \omega t \, dt \right]$$

$$a_n = \frac{A_0 \cdot \omega}{\pi} \left[\int_0^{\pi/\omega} \frac{1}{2} [\text{sen}(\omega t + n \omega t) + \text{sen}(\omega t - n \omega t)] dt - \int_{\pi/\omega}^{2\pi/\omega} \frac{1}{2} [(\text{sen}(\omega t + n \omega t) + \text{sen}(\omega t - n \omega t))] dt \right]$$

$$p/ n=1 \Rightarrow a_1 = 0$$

$$n=3, 5, 7, \dots \Rightarrow a_n = 0$$

$$n=2, 4, 6, \dots \Rightarrow a_n = -\frac{4A_0}{\pi(n-1)(n+1)}$$

De maneira semelhante, obtêm-se $b_n = 0$ p/ $n=1, 2, \dots$. Portanto

$$U^{\text{thy}} = \frac{2A_0}{\pi} \left[1 - 2 \left(\frac{\cos 2\omega t}{1 \times 3} + \frac{\cos 4\omega t}{3 \times 5} + \frac{\cos 6\omega t}{5 \times 7} + \dots \right) \right] \quad (2.29)$$

Para este tipo de excitação, a irregularidade vertical do trilho foi representada por um seno retificado, sen

do que os dois trilhos encontram-se defasados de 90° , isto é, a junção dos trilhos de um lado coincide com o ponto médio do trilho do lado oposto, conforme a Figura 2.5.

Como para a resposta permanente o termo constante (posição-média) pode ser desprezado, a entrada vertical para a roda de cada eixo será dada por:

$$\text{lado direito: } U_{kD}^{\text{thy}} = - \frac{4A_0^D}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n^2 - 1)} \cos n\beta(t-t_k) \quad k=1, \dots, 6 \quad (2.30)$$

$$\text{lado esquerdo: } U_{kE}^{\text{thy}} = - \frac{4A_0^E}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(4n^2 - 1)} \cos n\beta(t-t_k) \quad k=1, \dots, 6 \quad (2.31)$$

onde:

A_0^D = amplitude da irregularidade vertical do trilho direito

A_0^E = amplitude da irregularidade vertical do trilho esquerdo

$$\beta = 2\omega = \frac{2\pi \cdot V}{L_t}$$

sendo: $t_1 = 0$

$$t_2 = x_2/V \quad ; \quad x_2 = a_1 - a_2$$

$$t_3 = x_3/V \quad ; \quad x_3 = a_1 - a_3$$

$$t_4 = x_4/V \quad ; \quad x_4 = L_1 + L_2 + a_1 - a_4$$

$$t_5 = x_5/V \quad ; \quad x_5 = L_1 + L_2 + a_1 - a_5$$

$$t_6 = x_6/V \quad ; \quad x_6 = L_1 + L_2 + a_1 - a_6$$

2.2.1.2. Irregularidade Lateral do Trilho

A irregularidade lateral do trilho é simulada por uma função seno contínua, Figura 2.6.

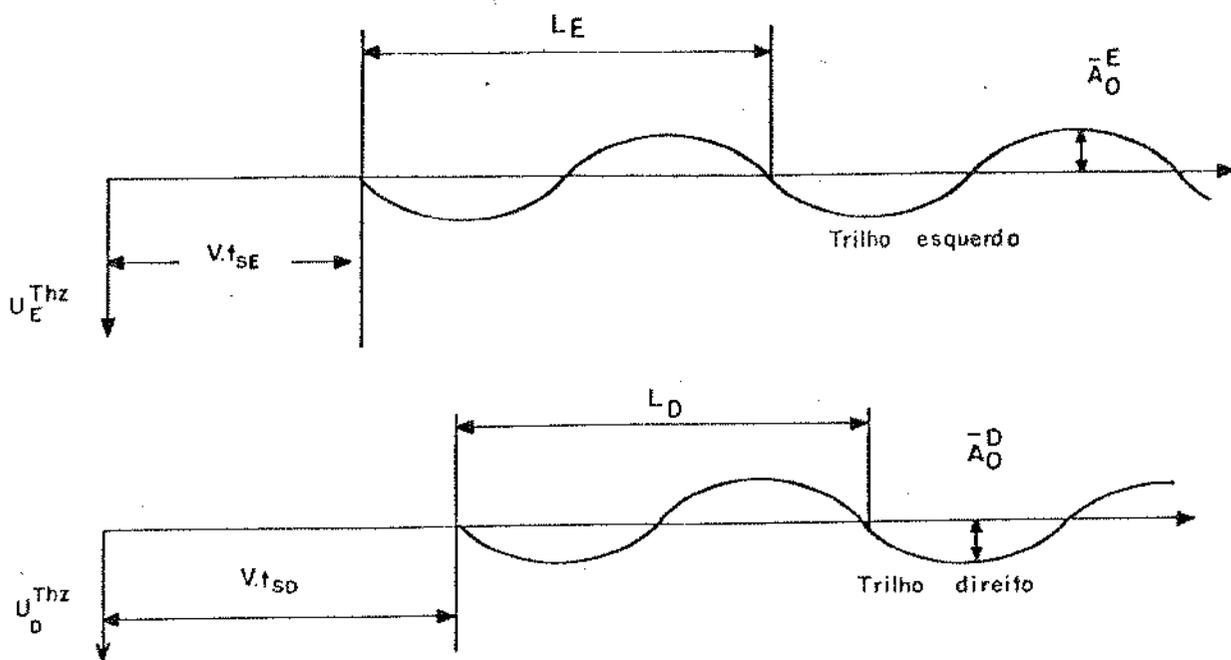


Figura 2.6 - Irregularidade lateral do trilho

onde: t_{sD} = tempo de início para a irregularidade lateral do trilho direito

t_{sE} = tempo de início para a irregularidade lateral do trilho esquerdo

L_D = período do trilho direito

L_E = período do trilho esquerdo

Todos os parâmetros desta irregularidade (frequência, amplitude e ângulo de fase) podem ser tratados independentemente para os lados direito e esquerdo, portanto a entrada lateral será:

$$\text{lado direito : } U_{kD}^{thz} = \bar{A}_0^D \text{ sen}[\bar{\omega}_D(t - t_k - t_{sD}) + \bar{\theta}_D] \text{ para } t - t_k \geq t_{sD}$$

$$\text{lado esquerdo : } U_{kE}^{thz} = \bar{A}_0^E \text{ sen}[\bar{\omega}_E(t - t_k - t_{sE}) + \bar{\theta}_E] \text{ para } t - t_k \geq t_{sE}$$

onde: \bar{A}_0^D = amplitude da irregularidade lateral do trilho direito

- \bar{A}_0^E = amplitude da irregularidade lateral do trilho esquerdo
 $\bar{\omega}_D$ = velocidade angular da irregularidade lateral do trilho direito
 $\bar{\omega}_E$ = velocidade angular da irregularidade lateral do trilho esquerdo
 $\bar{\theta}_D, \bar{\theta}_E$ = ângulo de fase da irregularidade lateral
 $t_k, k=1, \dots, 6$ são os mesmos definidos anteriormente.

A força generalizada em cada eixo, resultante das entradas vertical e lateral nas rodas, pode ser calculada, de acordo com a Figura 2.4, como:

$$F_k^Y = K_{yth} (U_{kD}^{thy} + U_{kE}^{thy})$$

$$F_k^Z = K_{zth} (U_{kD}^{thz} + U_{kE}^{thz})$$

$$F_k^Q = b K_{yth} (-U_{kD}^{thy} + U_{kE}^{thy}) - r K_{zth} (U_{kD}^{thz} + U_{kE}^{thz})$$

ou colocando em forma matricial:

$$\{F_{it}^k\} = [T^{th}]^T [K_{TH}] \{U_k^{th}\} \quad k=1, \dots, 6 \quad (2.32)$$

2.2.2. Excitação com Frequência Variável

Para este tipo de excitação, foi usado um sinal de espectro constante com baixo fator de pico e uma faixa de frequência previamente estabelecida. Conforme Schroeder [25], este sinal periódico, $F_{it}(t)$, com período T e largura de banda finita, é dado em série de Fourier por:

$$F_{it}(t) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{P_i}{2}\right)^{1/2} \cos\left(\frac{2\pi i t}{T} + \theta_i\right) \quad (2.33)$$

onde: P_i = é a potência relativa da i -ésima harmônica

$$\left(\sum_{i=1}^n P_i = 1\right)$$

θ_i = ângulo de fase

Este sinal foi adotado para simular a força de excitação, baseando-se no trabalho experimental, citado anteriormente [20], que a mediu para várias condições de operação dos vagões. A faixa de frequência de excitação escolhida foi de 0 - 60 Hz, pois verificou-se que a maior frequência natural encontrada quando se calculava os autovalores variava em torno de 35 Hz. Portanto, o vetor força generalizado completo, devido às irregularidades do trilho, é dado por:

$$\{F_{it}\} = \{ \{0\}, \{0\}, \{0\}, \{F_{it}^1\}, \{F_{it}^2\}, \{F_{it}^3\}, \{F_{it}^4\}, \{F_{it}^5\}, \{F_{it}^6\} \}^T \quad (2.34)$$

onde $\{0\}$ é o vetor zero 5×1 .

2.3. CONDIÇÕES GEOMÉTRICAS NO CONTATO RODA-TRILHO

As superfícies de rolamento das rodas de veículos ferroviários são produzidas com uma certa conicidade, com o objetivo de obter um efeito de autoalinhamento em operação. Essas rodas, no entanto, sofrem um desgaste inicial muito rápido até atingir um perfil estável, [7]. Da mesma forma, os trilhos apresentam um desgaste até atingir um perfil estável, sendo que tanto o perfil final da roda como do trilho independem do formato original. Portanto, roda e trilho possuem superfícies

cies de rolamento cujos perfis apresentam raios de curvatura bem definidos na região de contato e que para pequenos deslocamentos podem ser assumidos constantes.

Desprezando-se as forças aerodinâmicas, as forças que atuam em uma locomotiva são exercidas pelo restante dos veículos que compõem o trem e pelo contato roda-trilho. Exceto quando se estuda frenagem ou tração, a maioria dos autores considera a locomotiva trafegando a uma velocidade constante e desacompanhada de outros veículos. Esta hipótese é justificada por Hadden [26], pois a estabilidade de um grupo de veículos, nunca é pior do que a estabilidade de um simples veículo.

Para se estudar a resposta dinâmica de um modelo, deve-se incluir as irregularidades do trilho e sua flexibilidade. Entre os vários modelos de trilhos usados, podemos destacar Law [27], que considerou a resposta do rodeiro não-linear sob as irregularidades aleatórias na direção lateral do trilho. Ele modelou a flexibilidade lateral do trilho usando molas para proporcionar uma aproximação do que ocorre no contato roda-trilho. Cooperrider [28] investigou a resposta de um truque com sete graus de liberdade para irregularidade aleatória na direção lateral do trilho, usando relações lineares de "creep" para a força de contato roda-trilho. Sua mais significativa conclusão é que as irregularidades do trilho contribuem com a redução do esforço de tração útil a altas velocidades.

2.3.1. Forças Devido à Deformação Elástica

Os movimentos oscilatórios do rodeiro provocam, não apenas modificação na direção da velocidade das rodas em relação aos trilhos, como também faz com que esse movimento relativo deixe de ser rolamento puro e passe a ter componente de

deslizamento. As forças de contato provocam deformações elásticas de amplitudes diferentes nos trilhos e nas rodas. Essa diferença de deformação provoca, por sua vez, o surgimento de forças tangenciais geradas entre a roda e o trilho na região de contato, que são chamadas de forças elásticas ou força de "creep".

O problema do "creep" foi investigado primeiramente por Carter [29], o qual reconheceu sua importância no campo ferroviário. Um dos estudos de maior importância e aceito universalmente, foi realizado por Kalker [30, 31], que desenvolveu a teoria linear e não linear para o fenômeno de creep, incluindo o efeito de rotação ("spin"). Neste trabalho será aplicada sua teoria linear.

As forças de "creep" são definidas como o produto do coeficiente de "creep" pela velocidade relativa entre a roda e o trilho no contato, normalizado pela velocidade de translação do rodéiro. Os coeficientes de "creep" são definidos para cada roda e dependem da força normal exercida entre a roda e o trilho, o módulo de elasticidade e a elipse de contato calculada pela teoria de contato de Hertz [32].

A magnitude dos coeficientes de "creep", encontrados experimentalmente, varia em função da superfície da via, conforme citado anteriormente, embora, para superfície limpa, alguns resultados têm mostrado uma boa concordância com os valores teóricos de Kalker. Devido à grande variação das condições da via, é muito difícil modelar as forças de "creep" precisamente, entretanto, para pequenos deslocamentos, o modelo linear de creep é uma razoável aproximação do fenômeno real.

Os deslocamentos relativos e correspondentes de deformações e forças são analisados separadamente nas direções lateral, longitudinal e rotacional ("spin"). As velocidades,

forças e momentos são mostrados na Figura 2.7. Quando uma roda está se movendo e a distância percorrida é menor do que a de rolamento puro, este efeito é conhecido como "creep" longitudinal. Também, se a roda está rolando e uma força lateral é aplicada, ocorre um deslocamento lateral da roda, o qual é proporcional à distância percorrida. Se, em adição, existe uma velocidade angular relativa entre 2 corpos sobre a normal no plano de contato, então é introduzida a velocidade de "creep" rotacional.

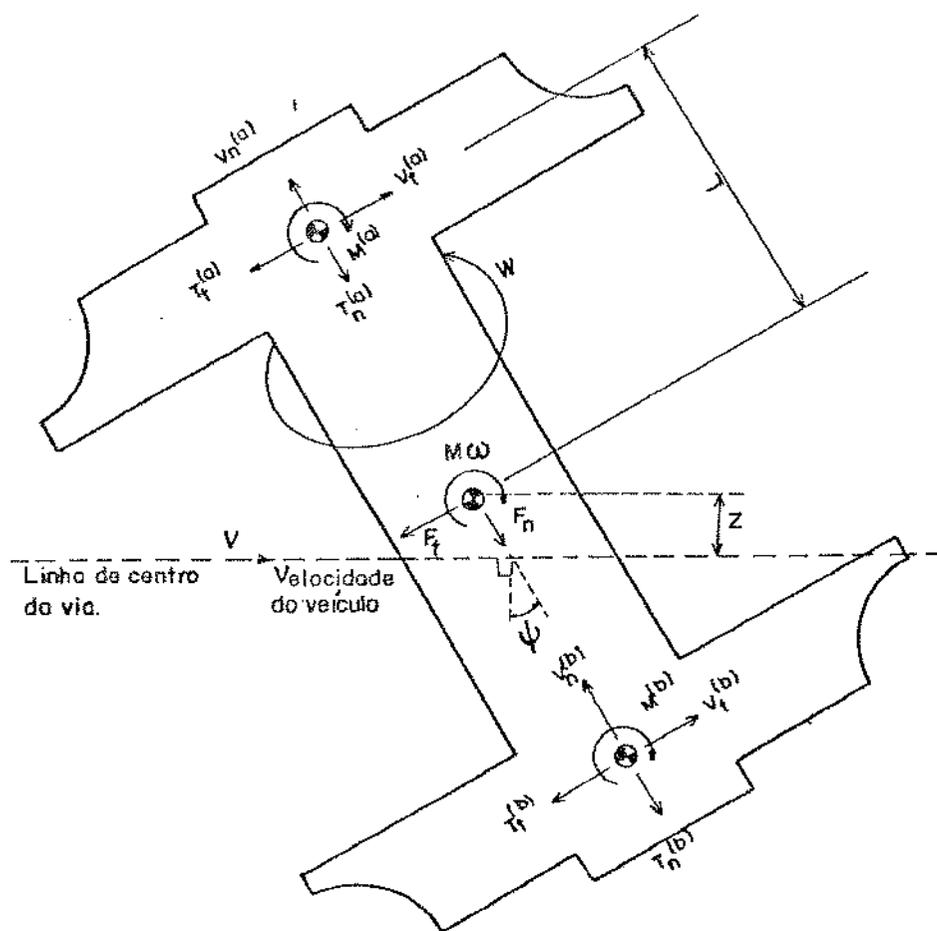


Figura 2.7 - Forças elásticas no contato roda-trilho

As forças e correspondentes momentos de creep, são definidos conforme Carter [29] e Wickens [33], por:

$$T_t = f_T \cdot \left(\frac{V_t}{V}\right) \quad (2.35)$$

$$T_n = f_L \cdot \left(\frac{V_n}{V}\right) + f_{s23} \cdot \left(\frac{\omega_n}{V}\right) \quad (2.36)$$

$$M = f_{s23} \cdot \left(\frac{V_n}{V}\right) + f_{s33} \cdot \left(\frac{\omega_n}{V}\right) \quad (2.37)$$

onde: f_T = coeficiente de "creep" longitudinal

f_L = coeficiente de "creep" lateral

f_{s23}, f_{s33} = coeficientes de "creep" rotacionais ("spin")

Observando-se a Figura 2.7, verifica-se que as forças totais exercidas pelos trilhos sobre o rodeiro são dadas por:

$$\text{força longitudinal : } F_t = T_t^{(a)} + T_t^{(b)} \quad (2.38)$$

$$\text{força lateral : } F_n = T_n^{(a)} + T_n^{(b)} \quad (2.39)$$

$$\text{momento vertical : } M_\omega = M^{(a)} + M^{(b)} - (T_t^{(a)} - T_t^{(b)}) \cdot L \quad (2.40)$$

2.3.2. Força Normal ou Rigidez Gravitacional

Devido à conicidade da roda, mostrada na Figura 2.8, a força normal atuando no rodeiro tem componentes lateral e vertical. Se o veículo está alinhado na posição central, a geometria do sistema é totalmente simétrica, porém se o eixo sofre um pequeno deslocamento lateral z , surge um momento no centro de gravidade do rodeiro devido à componente late

ral da força normal. Este efeito da componente lateral da força normal atuando no rodeiro é frequentemente referido como "efeito de rigidez gravitacional".

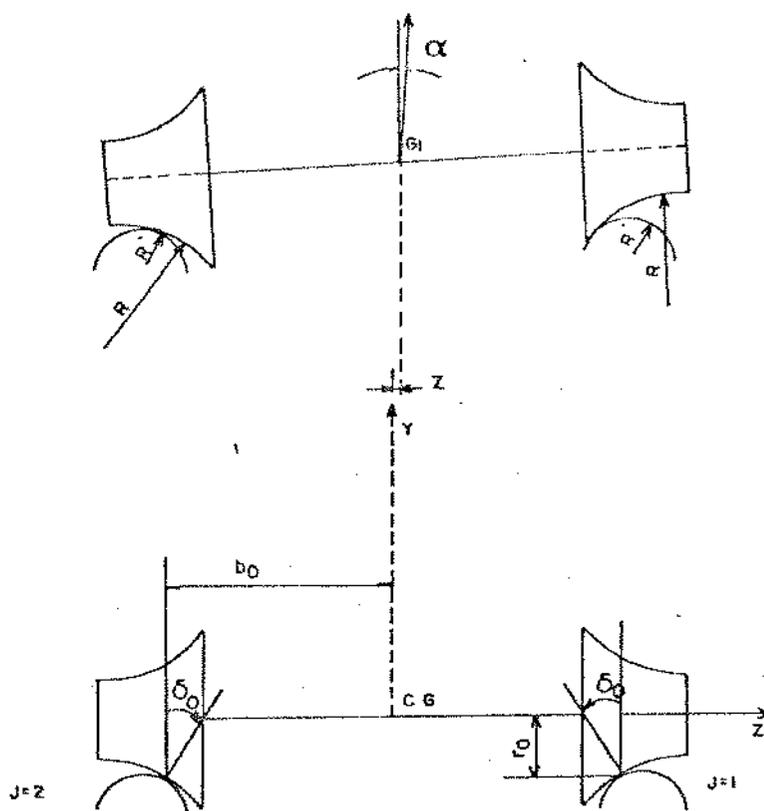


Figura 2.8 - Modelo geométrico do rodeiro

A distância entre o centro de gravidade do rodeiro e o ponto de contato, é função da posição do rodeiro, isto é,

$$b_i = f(Z^r, \psi^r) \quad (2.41)$$

$$r_i = g(Z^r, \psi^r)$$

Na proximidade do ponto de contato é possível substituir os perfis da roda e do trilho por círculos de contato, de maneira que o estudo geométrico pode ser limitado ao contato de dois perfis circulares, sendo R' o raio da curva do trilho e R o raio da roda, para a condição real da roda desgastada.

Para o rodeiro na posição simétrica, usaremos a seguinte notação:

δ_0 = ângulo entre a tangente ao ponto de contato e a horizontal.

r_0 = raio de rolagem.

b_0 = distância horizontal entre o centro de gravidade do rodeiro e os pontos de contato de cada lado.

Quando o rodeiro está-se movimentando (movimento de translação ou rotação com respeito ao eixo vertical), essas quantidades tornam-se, δ_1 para a roda do lado esquerdo, δ_2 para o lado direito e, similarmente, r_1 , r_2 , b_1 e b_2 .

O movimento de rotação tem somente influência secundária na variação destas quantidades. De fato, intervêm com termos de segunda ordem nas expressões acima e seu efeito é virtualmente restringido ao deslocamento longitudinal do ponto de contato e a variação da altura do centro de gravidade.

Durante o deslocamento lateral, o rodeiro inclina-se de um ângulo α e, portanto, o centro de gravidade é levantado (ou abaixado) de uma quantidade y , Figura 2.9. A nova posição dessas variáveis é apresentada por Joly [1] já linearizados, como:

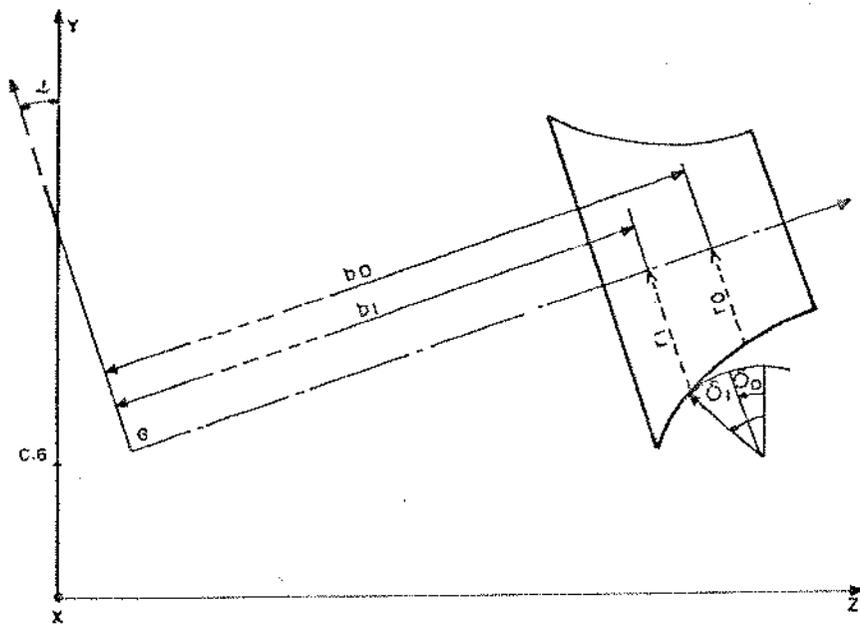


Figura 2.9 - Deslocamento lateral z do rodeiro

$$\delta_1 = \delta_0 + \frac{z}{R - R'} \left[\frac{b_0 + R \delta_0}{b_0 - r_0 \delta_0} \right] = \delta_0 + \epsilon \frac{z}{b_0} \quad (2.42)$$

$$\delta_2 = \delta_0 - \frac{z}{R - R'} \left[\frac{b_0 + R \delta_0}{b_0 - r_0 \delta_0} \right] = \delta_0 - \epsilon \frac{z}{b_0} \quad (2.43)$$

$$b_1 = b_0 - z \left(\frac{R}{R - R'} \right) \left[\frac{b_0 + R' \delta_0}{b_0 - r_0 \delta_0} \right] = b_0 - \xi z \quad (2.44)$$

$$b_2 = b_0 + z \frac{R}{R - R'} \left[\frac{b_0 + R' \delta_0}{b_0 - r_0 \delta_0} \right] = b_0 + \xi z \quad (2.45)$$

$$r_1 = r_0 + z \frac{R \delta_0}{R - R'} \left[\frac{b_0 + R' \delta_0}{b_0 - r_0 \delta_0} \right] = r_0 + \lambda z \quad (2.46)$$

$$r_2 = r_0 - z \frac{R \delta_0}{R - R'} \left[\frac{b_0 + R' \delta_0}{b_0 - r_0 \delta_0} \right] = r_0 - \lambda z \quad (2.47)$$

$$Y = \frac{z^2}{2(R - R')} \left[\frac{b_0 + R \delta_0}{b_0 - r_0 \delta_0} \right]^2 - \delta_0 \frac{\psi^2}{2} [b_0 - (R + 2r_0) \delta_0] \quad (2.48)$$

$$\text{com: } \epsilon = \frac{b_0}{R - R'} \left[\frac{b_0 + R \delta_0}{b_0 - r_0 \delta_0} \right] \quad (2.49a)$$

$$\xi = \frac{R}{R - R'} \left[\frac{b_0 + R' \delta_0}{b_0 - r_0 \delta_0} \right] \quad (2.49b)$$

$$\lambda = \frac{R \delta_0}{R - R'} \left[\frac{b_0 + R' \delta_0}{b_0 - r_0 \delta_0} \right] \quad (2.49c)$$

Os três novos fatores ϵ , ξ e λ são calculados a partir dos parâmetros geométricos definidos anteriormente e possuem um significado especial.

ϵ - é a variação da inclinação do plano de contato em função do deslocamento lateral.

ξ - é a variação da distância entre a linha de centro do ro deiro e os pontos de contato com respeito ao deslocamento lateral.

λ - é conhecida como "conicidade efetiva", a qual é definida como a variação do raio da roda no ponto de contato em função do deslocamento lateral.

O trabalho realizado pela força lateral F_{zg} e pelo momento M_g é igual à variação da energia potencial do sistema.

$$\Delta V = W.Y = \frac{W z^2}{2(R - R')} \left[\frac{b_0 + R \delta_0}{b_0 - r_0 \delta_0} \right]^2 - W \delta_0 \frac{\psi^2}{2} [b_0 - (R + 2r_0) \delta_0] \quad (2.50)$$

onde W é a carga no rodeiro e F_{zg} e M_g podem ser obtidos derivando a equação (2.50):

$$F_{zg} = \frac{\partial}{\partial z} (\Delta V) = \frac{W z}{(R - R')} \left[\frac{b_0 + R \delta_0}{b_0 - r_0 \delta_0} \right]^2 \quad (2.51)$$

$$M_g = \frac{\partial}{\partial \psi} (\Delta V) = - W \delta_0 \psi [b_0 - (R + 2r_0) \delta_0] \quad (2.52)$$

Nota-se nas últimas expressões que a variação da força lateral e do momento são proporcionais aos respectivos deslocamentos, sendo as constantes destas fórmulas conhecidas por:

Rigidez Gravitacional Lateral,

$$K_g = \frac{F_{zg}}{z} = \frac{W}{(R - R')} \left[\frac{b_0 + R \delta_0}{b_0 - r_0 \delta_0} \right]^2 \quad (2.53)$$

e Rigidez Gravitacional Vertical,

$$K_{gw} = \frac{M_g}{\psi} = - W \delta_0 [b_0 - (R + 2r_0) \delta_0] \quad (2.54)$$

Quando os termos $\delta_0 \cdot r_0 / b_0$ e $(R + 2r_0) \delta_0^2$ são desprezados, as constantes de rigidez tornam-se:

$$K_g = \frac{W}{R - R'} \left(\frac{b_0 + R \delta_0}{b_0 - r_0 \delta_0} \right) \left(\frac{1 + R \delta_0 / b_0}{1 - \frac{r_0 \delta_0}{b_0}} \right) = W \frac{\epsilon}{b_0} \left(1 + \frac{R \delta_0}{b_0} \right)$$

$$K_g = \frac{W}{b_0} (\epsilon + \xi \delta_0) \quad (2.55)$$

$$K_{gw} = - W b_0 \delta_0 \quad (2.56)$$

As equações (2.55) e (2.56) são iguais as equações dadas por Wickens.

Para o caso de rodas perfeitamente cônicas, $R \rightarrow \infty$ e desprezando $\delta_0 r_0 / b_0$, obtemos:

$$\epsilon = \delta_0 \quad (2.57)$$

$$\xi = 1 \quad (2.58)$$

$$\lambda = \delta_0 \quad (2.59)$$

$$K_g = \frac{2 W \lambda}{b_0} \quad (2.60)$$

$$K_{gw} = - W b_0 \lambda \quad (2.61)$$

Expressões alternativas são também fornecidas por Blader [34]

$$\epsilon = \frac{b_0}{R - R'} \quad (2.62a)$$

$$\xi = \frac{2(R + r_0)}{R - R'} \quad (2.62b)$$

2.3.3. Força no Contato Roda-Trilho

As expressões das forças generalizadas atuando entre as rodas e os trilhos são similares às dadas por Wickens.

$$\{F_{rt}^k\} = [K_g^k][T^{th}]^T\{\bar{U}_k^{th}\} + [C_g^k]\{\dot{U}_k^r\}$$

$$\{F_{rt}^k\} = [K_g^k]\{U_k^r\} - [K_g^k][T^{th}]^T\{U_k^{th}\} + [C_g^k]\{\dot{U}_k^r\} \quad (2.63)$$

onde $[K_g^k]$ e $[C_g^k]$ são as matrizes que incluem o efeito da rigidez gravitacional e da força de creep.

$$[K_g^k] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_g^k & 0 & 2f_L \\ 0 & -K_g^k \cdot r_0 & 0 & 2f_L \cdot r_0 \\ 0 & \left(\frac{2f_{s23} \cdot \epsilon}{b_0 r_0} - 2f_T \frac{\lambda b_0}{r_0}\right) & 0 & K_{gw}^k \end{bmatrix} \quad k=1, \dots, 6 \quad (2.64)$$

$$[C_g^k] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-2f_L}{V} & 0 & \frac{-2f_{s23}}{V} \\ 0 & \frac{-2f_L \cdot r_0}{V} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \left(\frac{-2f_T b_0^2}{V} - \frac{2f_{s33}}{V}\right) \end{bmatrix} \quad k=1, \dots, 6 \quad (2.65)$$

e K_g^k = rigidez gravitacional lateral para o k-ésimo rodeiro

K_{gw}^k = rigidez gravitacional vertical para o k-ésimo rodeiro.

No programa computacional, os parâmetros do contato geométrico ϵ , ξ e λ podem ser determinados de três maneiras: a) usando as equações dadas por Wickens (2.49); b) usando as equações de Blader (2.62); c) ou adotando valores iniciais.

O vetor força generalizada completo devido à interação roda-trilho é, portanto, dado por:

$$\{\bar{F}_{rt}\} = [\{0\}, \{0\}, \{0\}, \{F_{rt}^1\}, \{F_{rt}^2\}, \{F_{rt}^3\}, \{F_{rt}^4\}, \{F_{rt}^5\}, \{F_{rt}^6\}]^T \quad (2.66)$$

onde $\{0\}$ é o vetor zero 5×1 .

Substituindo-se a equação (2.63) em (2.20), encontra-se a equação generalizada do movimento na forma final:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{\bar{F}_{it}\} + \{\bar{F}_{rg}\} = \{F\} \quad (2.67)$$

onde

$$\{\bar{F}_{rg}\} = [\{0\}, \{0\}, \{0\}, \{F_{rg}^1\}, \{F_{rg}^2\}, \{F_{rg}^3\}, \{F_{rg}^4\}, \{F_{rg}^5\}, \{F_{rg}^6\}]^T$$

$$\{F_{rg}^k\} = - [K_g^k] [T^{th}]^T \{U_k^{th}\} \quad k=1, \dots, 6 \quad (2.68)$$

2.4. FORÇA RELATIVA NO SISTEMA DE SUSPENSÃO

Para calcularmos a força relativa (com referência à força nominal), para os elementos de molas e amortecedores, devemos usar os vetores de deslocamento relativo entre o corpo e os truques, $\{U_{C-Tj}\}$ e entre os truques e os rodéis, $\{\bar{U}_{Tj-rk}\}$ e seus respectivos vetores de velocidade. A orientação dos elementos de mola e amortecedor são mostrados na Figura 2.10.

Derivando as equações (2.3) e (2.8) no tempo, obtemos os vetores de velocidade:

$$\{\dot{U}_{C-Tj}\} = [T_j^t]\{\dot{U}_j^t\} - [T_j^c]\{\dot{U}^c\} \quad \text{para } j=1,2 \quad (2.69)$$

e

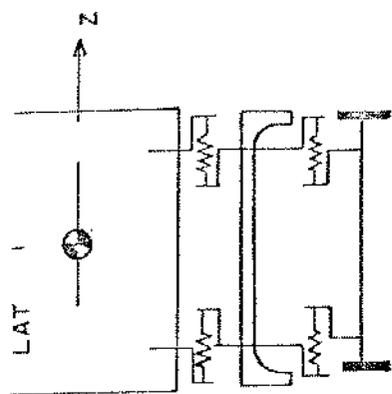
$$\{\dot{\bar{U}}_{Tj-rk}\} = [T_k^r]\{\dot{U}_k^r\} - [T_k^t]\{\dot{U}_j^t\} \quad \begin{array}{l} \text{para } j=1, \quad k=1,2,3 \\ j=2, \quad k=4,5,6 \end{array} \quad (2.70)$$

Adotando-se como sendo positivo as molas sob esforços de tração, os vetores de força relativa para o sistema de suspensão entre o corpo da locomotiva e os truques e entre os truques e os rodéis são dados por:

$$\{FM_{C-Tj}\} = [M_{Tj}][K_s]\{U_{C-Tj}\} \quad \text{para } j=1,2 \quad (2.71)$$

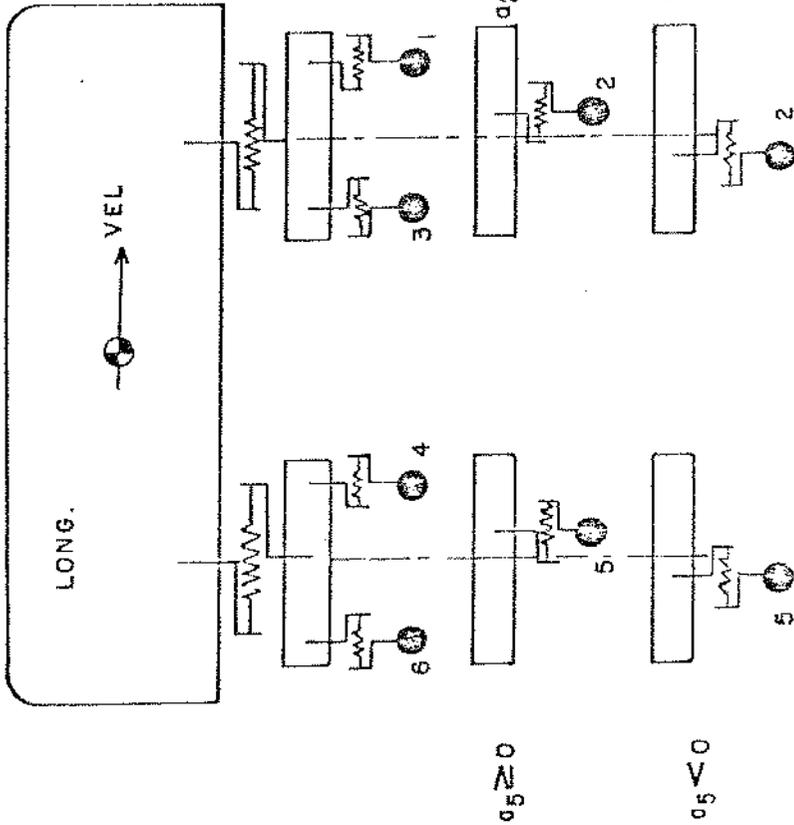
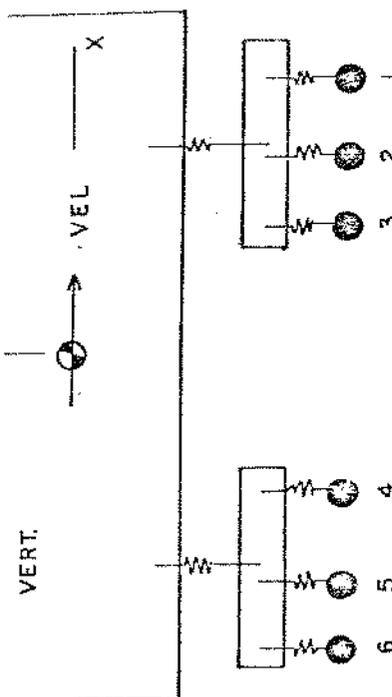
$$\{FM_{Tj-rk}\} = [M_{rk}][K_p^k]\{\bar{U}_{Tj-rk}\} \quad \begin{array}{l} \text{para } j=1,2 \\ k=1,6 \end{array} \quad (2.72)$$

onde $[M_{Tj}]$ e $[M_{rk}]$ são matrizes de indicação de sinal.



NOTA: Os amortecedores são orientados da mesma maneira que as molas

Figura 2.10 - Orientação das Molas e Amortecedores



$$[M_{Tj}] = \begin{bmatrix} T_j & & & & & \\ & -1 & & & & \\ & & -1 & & & \\ & & & T_j & & \\ & & & & -1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{com } T_j = \begin{cases} 1 & \text{se } j=1 \\ -1 & \text{se } j=2 \end{cases}$$

$$[M_{Rk}] = \begin{bmatrix} R_k & & & & & \\ & -1 & & & & \\ & & -1 & & & \\ & & & R_k & & \\ & & & & -1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{com } R_k = \begin{cases} 1 & \text{se } k=1 \text{ e } 4 \\ -1 & \text{se } k=3 \text{ e } 6 \end{cases}$$

$$\text{para } k=2 \quad R_k = \begin{cases} 1 & \text{se } a_2 \geq 0 \\ -1 & \text{se } a_2 < 0 \end{cases}$$

$$k=5 \quad R_k = \begin{cases} 1 & \text{se } a_5 \geq 0 \\ -1 & \text{se } a_5 < 0 \end{cases}$$

Nos modelos matemáticos lineares ou linearizados utilizados na análise dinâmica de sistemas mecânicos, adota-se sempre a existência de amortecimento do tipo viscoso, que é expresso como uma força que se opõe ao movimento e é pro

porcional à velocidade, porém o amortecimento encontrado na suspensão dos veículos ferroviários, na maioria dos casos, é do tipo atrito seco ou atrito de Coulomb, o qual é expresso como uma força que se opõe ao movimento com amplitude constante, independentemente da velocidade. Este tipo de amortecimento é uma das causas da não-linearidade do sistema e sua influência tem sido estudada por diversos autores, citados na introdução deste trabalho, podendo-se, ainda, destacar o artigo de Bullock e Cooley [35].

Um estudo de equivalência de amortecedores é feito por [21], onde a identificação dos valores a se adotar nos modelos linearizados pode ser feita por um processo de equivalência entre um amortecedor do tipo atrito seco e o coeficiente de amortecimento que deve apresentar um amortecedor do tipo viscoso, para produzir o mesmo efeito no sistema. Para os ensaios de laboratório, foi utilizado o amortecedor vertical da locomotiva GE-U20C.

Neste trabalho todos os amortecedores são do tipo viscoso, como citado anteriormente, portanto os vetores de força relativa entre o corpo da locomotiva e os truques e entre os truques e os rodeiros são:

$$\{F_{A_{C-Tj}}\} = - [M_{Tj}] [C_s] \{\dot{U}_{C-Tj}\} \quad \text{para } j=1,2 \quad (2.73)$$

$$\{F_{A_{Tj-rk}}\} = - [M_{rk}] [C_p^k] \{\dot{U}_{Tj-rk}\} \quad \text{para } j=1,2 \quad (2.74)$$

$$k=1,6$$

Portanto, a força total entre o corpo e truques e entre os truques e rodeiros é a soma das forças para o sistema de amortecimento e de rigidez:

$$\{FT_{C-Tj}\} = \{FM_{C-Tj}\} + \{FA_{C-Tj}\} \quad (2.75)$$

$$\{FT_{Tj-rk}\} = \{FM_{Tj-rk}\} + \{FA_{Tj-rk}\} \quad (2.76)$$

3. MÉTODO DE SOLUÇÃO

Os sistemas mecânicos submetidos a uma excitação externa, podem ser analisados no domínio da frequência ou no domínio do tempo, como citado anteriormente, levando-se em consideração, na escolha do método, o tipo do modelo adotado e a finalidade do estudo. Na realidade, os dois procedimentos são complementares, isto é, pode-se obter uma resposta em frequência através da resposta no tempo sem perder nenhuma informação nesta transformação. Uma das maneiras de fazer esta transformação é através da Função de Resposta em Frequência (FRF), que será apresentada adiante.

Para a análise do comportamento dinâmico da locomotiva, procedeu-se da seguinte maneira:

- a - Cálculo dos autovalores e autovetores;
- b - Determinação da resposta no tempo através de um método de integração numérica;
- c - Transformação da resposta para o domínio da frequência, quando desejado.

O cálculo inicial dos autovalores e autovetores fornece informações importantes para uma análise preliminar do sistema referente a sua estabilidade, quais os movimentos dominantes e quais suas frequências naturais. Na aplicação do método de integração numérica, analisa-se, portanto, de preferência, a resposta dos movimentos dominantes, os quais são de

maior importância para a análise dinâmica e, conhecendo-se as frequências naturais, a escolha do tipo de excitação é mais criteriosa.

A utilização da Função de Resposta em Frequência é opcional, lembrando que pode ser analisado qualquer modelo matemático e que, se o número de graus de liberdade for maior que 39, precisam ser alteradas as dimensões das matrizes e vetores utilizados no programa computacional.

A seguir, descreve-se os métodos de solução para: autovalores e autovetores, métodos de integração numérica e Função de Resposta em Frequência.

3.1. AUTOVALORES - AUTOVETORES

Quando o vetor força é igualado a zero, é possível converter a equação de movimento de um sistema, que é dada por uma equação diferencial linear de segunda ordem com n variáveis e coeficientes constantes, para uma equação diferencial de primeira ordem com $2n$ variáveis [36]. Pré-multiplicando-se a equação do movimento (2.21) por $[K]^{-1}$, tem-se:

$$[K]^{-1}[M]\{\ddot{q}\} + [K]^{-1}[C]\{\dot{q}\} + [K]^{-1}[K]\{q\} = [K]^{-1}\{\emptyset\}. \quad (3.1)$$

E, resolvendo-se para $\{q\}$, resulta:

$$\{q\} = -[K]^{-1}[M]\{\ddot{q}\} - [K]^{-1}[C]\{\dot{q}\} \quad (3.2)$$

Adotando-se o vetor de estado:

$$\{z\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{q}\} \\ \{q\} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

com $2n$ variáveis e substituindo-se em (3.2), resulta:

$$\begin{Bmatrix} \{\dot{q}\} \\ \{q\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\ddot{q}\} \\ -[K]^{-1}[M]\{\ddot{q}\} - [K]^{-1}[C]\{\dot{q}\} \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

ou

$$\begin{Bmatrix} \{\dot{q}\} \\ \{q\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [\emptyset] & [I] \\ -[K]^{-1}[M] & -[K]^{-1}[C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{q}\} \\ \{\dot{q}\} \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

fazendo

$$[A] = \begin{bmatrix} [\emptyset] & [I] \\ -[K]^{-1}[M] & -[K]^{-1}[C] \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

onde $[A]$ é uma matriz de ordem $2n$ e, portanto, a equação (3.5) fica:

$$\begin{Bmatrix} \{\dot{q}\} \\ \{q\} \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} \{\ddot{q}\} \\ \{\dot{q}\} \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

ou

$$\{z\} = [A]\{\dot{z}\} \quad (3.8)$$

a qual é a forma matricial de uma equação diferencial de primeira ordem com $2n$ variáveis.

A solução para a equação (3.8) é dada por:

$$\{z\} = \{w\} e^{\lambda t} \quad (3.9)$$

que, substituindo em (3.8), resulta:

$$\{W\} e^{\lambda t} = [A] \{W\} \lambda e^{\lambda t} \quad (3.10)$$

Dividindo-se (3.10) por $\lambda e^{\lambda t}$, encontra-se a forma padrão da equação para resolução do problema de autovalor:

$$\{W\} \frac{1}{\lambda} = [A] \{W\} \quad (3.11)$$

ou

$$[A - \frac{1}{\lambda} I] \{W\} = 0 \quad (3.11a)$$

Uma forma alternativa de resolver a equação do movimento é pré-multiplicá-la por $[M]^{-1}$:

$$[M]^{-1}[M]\{\ddot{q}\} + [M]^{-1}[C]\{\dot{q}\} + [M]^{-1}[K]\{q\} = [M]^{-1}\{\emptyset\} \quad (3.12)$$

E, resolvendo para $\{\ddot{q}\}$:

$$\{\ddot{q}\} = -[M]^{-1}[C]\{\dot{q}\} - [M]^{-1}[K]\{q\} \quad (3.13)$$

E, adotando-se o mesmo vetor estado $\{Z\}$, temos:

$$\begin{Bmatrix} \{\ddot{q}\} \\ \{\dot{q}\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -[M]^{-1}[C] & -[M]^{-1}[K] \\ \hline [I] & [\emptyset] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{q}\} \\ \{q\} \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

onde a matriz da equação (3.14) é a inversa de $[A]$, portanto:

$$[A]^{-1} = \begin{bmatrix} -[M]^{-1}[C] & -[M]^{-1}[K] \\ \hline [I] & [\emptyset] \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

que, substituindo-se em (3.14), resulta:

$$\{\dot{z}\} = [A]^{-1}\{z\} \quad (3.16)$$

Assumindo-se a mesma solução, eq. (3.9) e substituindo-se em (3.16), tem-se:

$$\{w\}\lambda = [A^{-1}]\{w\} \quad (3.17)$$

ou

$$[A^{-1} - \lambda \cdot I]\{w\} = 0, \quad (3.17a)$$

onde as equações (3.17a) e (3.17a) apresentam a mesma solução e possuem uma solução não trivial se e somente se seu determinante for igual a zero, portanto:

$$|A - \lambda^{-1} \cdot I| = 0 \quad (3.18)$$

ou

$$|A^{-1} - \lambda \cdot I| = 0 \quad (3.18a)$$

sendo estas expressões conhecidas por "equação característica" do sistema e $[A]$ é a Matriz Dinâmica. Esta é uma equação de ordem $2n$ em λ , cujas raízes são chamadas de "autovalores" do sistema.

A substituição de cada autovalor λ_i na equação característica, determina um vetor não trivial $\{W_i\}$ que é então chamado de "autovetor" do sistema e representa o modo de vibrar, ou seja, uma relação entre as amplitudes das variáveis quando o sistema vibra na frequência correspondente.

A solução completa das equações (3.18) será, portanto:

$$\{Z(t)\} = \sum_{i=1}^{2n} g_i \{W_i\} e^{\lambda_i \cdot t} \quad (3.19)$$

onde g_i são constantes que dependem das condições iniciais.

Substituindo-se este resultado na eq. (3.3):

$$\{Z(t)\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{q}(t)\} \\ \{q(t)\} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{2n} g_i \begin{Bmatrix} \{U_i\} \\ \{V_i\} \end{Bmatrix} e^{\lambda_i \cdot t} \quad (3.20)$$

A solução da equação do movimento será, portanto:

$$\{q(t)\} = \sum_{i=1}^{2n} g_i \{V_i\} e^{\lambda_i \cdot t} \quad (3.21)$$

Os autovalores ocorrem em pares conjugados complexos da forma:

$$\lambda_i = \psi_i \pm j \beta_i \quad (3.22)$$

e a solução da equação de movimento para cada grau de liberdade de ordem k no i -ésimo modo será:

$$q_{ki}(t) = g_{ki} \{V_{ki}\} e^{(\psi_i \pm j \beta_i) \cdot t}$$

ou, genericamente, conforme Doyle e Prause [8]:

$$\{q(t)\} = \sum_{i=1}^{2n} g_i \{V_i \cos(\omega_{di} \cdot t + \theta_i)\} e^{-\xi_i \cdot \omega_{ni} \cdot t} \quad (3.24)$$

onde: $\xi_i = -\frac{\psi_i}{\omega_{ni}}$ = razão de amortecimento

$$\begin{aligned}\omega_{ni} &= \sqrt{\psi_i^2 + \beta_i^2} && = \text{frequência natural} \\ \omega_{di} &= |\beta_i| && = \text{frequência amortecida} \\ \theta_i &= \arctag \frac{\beta_i}{\psi_i} && = \text{ângulo de fase}\end{aligned}$$

A estabilidade do sistema é determinada pela sinal de ψ_i . Bastará haver um autovalor com parte real positiva que o movimento será instável e oscilará na frequência ω_{di} correspondente a este autovalor.

Valores negativos da parte real dos autovalores, porém próximos de zero, caracterizam o sistema como sendo estável, porém pouco amortecido. A estabilidade do sistema é maior quanto menor for sua parte real. O "grau de estabilidade" é definido por:

$$GE = \text{Max} [-\text{Re}(\lambda_i)] \quad (3.25)$$

Valores nulos da parte imaginária dos autovalores significam frequências nulas, correspondendo a modos de vibrar não excitados.

O Apêndice 3 fornece detalhes do algoritmo utilizado para determinar os autovalores, Método QR. Os autovetores são determinados por uma iteração inversa, com a vantagem dos zeros criados pelo Método Householder.

Inicialmente, a matriz dinâmica sofre duas modificações preliminares para melhorar a precisão dos resultados: a) A matriz é condicionada por uma sequência de transformações de similaridade tal que a soma absoluta da linha e coluna correspondente sejam aproximadamente iguais. b) A matriz condicionada é normalizada para que sua norma Euclidiana seja igual a um.

3.2. INTEGRAÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DO MOVIMENTO

Geralmente, a técnica mais eficaz para análise de sistemas não-lineares é o método de integração numérica passo-a-passo, onde a resposta é calculada para uma série de pequenos intervalos de tempo, Δt , geralmente de tamanhos iguais por conveniência computacional. A condição de equilíbrio é estabelecida no início e no final de cada intervalo, sendo que a resposta completa é obtida usando a velocidade e deslocamento determinados no final de um intervalo como condições iniciais para o próximo intervalo e, então, o processo é realizado passo-a-passo, sendo que pode ser iniciado em qualquer tempo, aproximando o comportamento não-linear como uma sequência de sistemas lineares variando sucessivamente.

Neste modelo, os sistemas de rigidez e amortecimento serão considerados lineares, conforme citado anteriormente, porém será utilizado o método de integração numérica passo-a-passo para a solução das equações de movimento do sistema, o qual possibilitará, numa próxima etapa, a inclusão da não-linearidade do sistema. Este método, quando utilizado para sistemas lineares, é simplificado grandemente, pois não é necessário modificar as propriedades estruturais em cada passo.

Uma das dificuldades do método é que a matriz de amortecimento C deve ser definida explicitamente, o que, de outro lado, pode ser vantajoso, pois aumenta em generalidade o método passo-a-passo, onde a matriz de amortecimento não precisa ser selecionada para satisfazer as condições de ortogonalidade modal.

A equação do movimento é dada, na forma matricial, pela equação (2.21):

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{F\}$$

A operação básica, para a solução destas equações diferenciais simultâneas do movimento, é sua conversão para um sistema de equações algébricas simultâneas, que é acompanhada pela introdução de uma relação entre o deslocamento, velocidade e a aceleração, a qual assume-se que é válida para um pequeno intervalo de tempo. Para sistemas de muitos graus de liberdade é conveniente adotar a hipótese de variação linear da aceleração, conforme Clough e Penzien [42], levando, portanto, a velocidade a ter uma variação quadrática e o deslocamento uma variação cúbica.

Neste trabalho serão utilizados dois métodos de integração direta, onde o termo direta significa que, antes da integração numérica, não é feita nenhuma transformação nas equações de movimento, os quais são: o Método de Wilson- θ e o Método de Newmark.

3.2.1. Método de Wilson- θ

O Método de Wilson- θ é essencialmente uma extensão do método de aceleração linear, no qual a aceleração varia linearmente para o tempo t a $t+\Delta t$. Enquanto neste método a variação linear da aceleração é do tempo t a $t+\theta.\Delta t$, onde $\theta \geq 1,0$, conforme a Figura 3.1.

Quando $\theta = 1,0$, o método reduz-se ao esquema de aceleração linear, porém Wilson [43] mostra que este método é estável incondicionalmente para $\theta \geq 1,37$ e que, geralmente, emprega-se $\theta = 1,40$. Um método de integração é estável incondicionalmente se a solução para qualquer condição inicial não au

menta sem limites para qualquer passo Δt , em particular quando $\Delta t/T$ é grande.

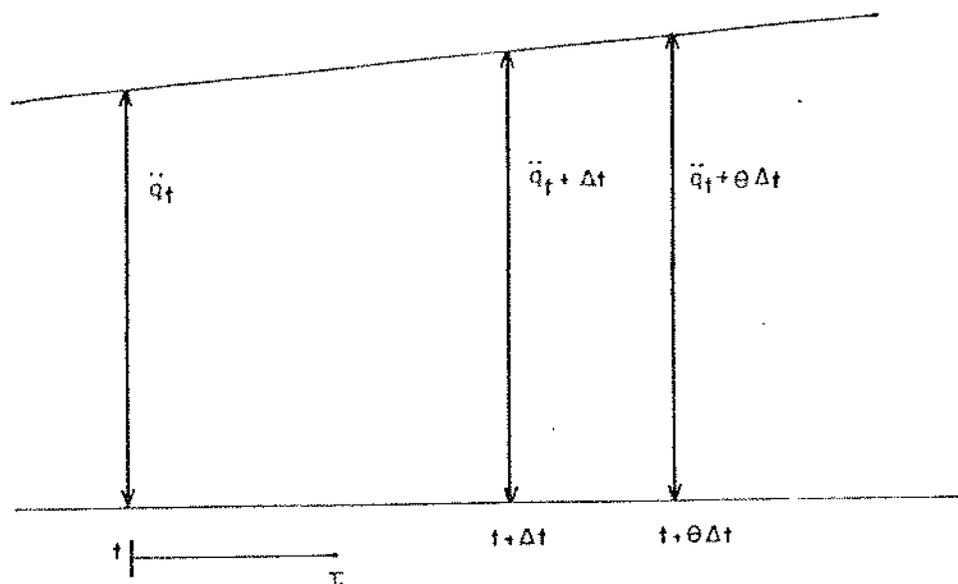


Figura 3.1 - Hipótese da aceleração linear para o método de Wilson- θ

Fazendo τ ser a variação no tempo, onde $0 \leq \tau \leq \theta \cdot \Delta t$, então, para o intervalo t a $t + \theta \cdot \Delta t$, assume-se que:

$$\ddot{q}_{t+\tau} = \ddot{q}_t + \frac{\tau}{\theta \cdot \Delta t} (\ddot{q}_{t+\theta \cdot \Delta t} - \ddot{q}_t) \quad (3.25)$$

Integrando (3.25), temos:

$$\dot{q}_{t+\tau} = \dot{q}_t + \ddot{q}_t \cdot \tau + \frac{\tau^2}{2\theta \cdot \Delta t} (\ddot{q}_{t+\theta \cdot \Delta t} - \ddot{q}_t) \quad (3.26)$$

e

$$q_{t+\tau} = q_t + \dot{q}_t \cdot \tau + \frac{1}{2} \ddot{q}_t \cdot \tau^2 + \frac{\tau^3}{6\theta \cdot \Delta t} (\ddot{q}_{t+\theta \cdot \Delta t} - \ddot{q}_t) \quad (3.27)$$

Substituindo-se $\tau = \theta \cdot \Delta t$ em (3.26) e (3.27), teremos:

$$\dot{q}_{t+\theta \cdot \Delta t} = \dot{q}_t + \frac{\theta \cdot \Delta t}{2} (\ddot{q}_{t+\theta \cdot \Delta t} + \ddot{q}_t) \quad (3.28)$$

$$q_{t+\theta.\Delta t} = q_t + \theta.\Delta t \dot{q}_t + \frac{\theta^2.\Delta t^2}{6} (\ddot{q}_{t+\theta.\Delta t} + 2\ddot{q}_t) \quad (3.29)$$

Então, $\ddot{q}_{t+\theta.\Delta t}$ e $\dot{q}_{t+\theta.\Delta t}$ podem ser resolvidos em termos de $q_{t+\theta.\Delta t}$

$$\ddot{q}_{t+\theta.\Delta t} = \frac{6}{\theta^2.\Delta t^2} (q_{t+\theta.\Delta t} - q_t) - \frac{6}{\theta.\Delta t} \dot{q}_t - 2\ddot{q}_t \quad (3.30)$$

e

$$\dot{q}_{t+\theta.\Delta t} = \frac{3}{\theta.\Delta t} (q_{t+\theta.\Delta t} - q_t) - 2\dot{q}_t - \frac{\theta.\Delta t}{2} \ddot{q}_t \quad (3.31)$$

Para obter-se a solução, as equações de movimento (2.21) devem ser consideradas no tempo $t+\theta.\Delta t$. Como a variação da aceleração é linear, deve-se também usar uma projeção linear para o vetor força e, portanto, a equação empregada será:

$$[M]\{\ddot{q}_{t+\theta.\Delta t}\} + [C]\{\dot{q}_{t+\theta.\Delta t}\} + [K]\{q_{t+\theta.\Delta t}\} = \{F_{t+\theta.\Delta t}\} \quad (3.32)$$

onde

$$\{F_{t+\theta.\Delta t}\} = \{F_t\} + \theta(\{F_{t+\Delta t}\} - \{F_t\}) \quad (3.33)$$

A seguir é apresentado o algoritmo de integração, dado por Bathe e Wilson [44]:

A - Cálculos Iniciais

- 1 - Montar as matrizes M, C e K.
- 2 - Adotar valores iniciais para o deslocamento, velocidade e aceleração.
- 3 - Especificar o tamanho do passo Δt e calcular as constantes de integração.

$$a_0 = \frac{6}{(\theta \cdot \Delta t)^2}$$

$$a_4 = \frac{a_0}{\theta}$$

$$a_1 = \frac{3}{\theta \cdot \Delta t}$$

$$a_5 = -\frac{a_2}{\theta}$$

$$a_2 = 2 a_1$$

$$a_6 = 1 - \frac{3}{\theta}$$

$$a_3 = \frac{\theta \cdot \Delta t}{2}$$

$$a_7 = \frac{\Delta t}{2}$$

$$a_8 = \frac{\Delta t^2}{6}$$

4 - Montar a matriz D : $D = K + a_0 M + a_1 C$.

5 - Inverter a matriz D.

B - Para cada Passo

1 - Cálculo das forças efetivas no tempo $t+\theta \cdot \Delta t$

$$F_{t+\theta \cdot \Delta t} = F_t + \theta(F_{t+\Delta t} - F_t) + M(a_0 q_t + a_2 \dot{q}_t + 2\ddot{q}_t) + C(a_1 q_t + 2\dot{q}_t + a_3 \ddot{q}_t)$$

2 - Determinar os deslocamentos para o tempo $t+\theta \cdot \Delta t$

$$q_{t+\theta \cdot \Delta t} = D^{-1} F_{t+\theta \cdot \Delta t}$$

3 - Cálculo dos deslocamentos, velocidades e acelerações no tempo $t+\Delta t$

$$\ddot{q}_{t+\Delta t} = a_4 (q_{t+\theta \cdot \Delta t} - q_t) + a_5 \dot{q}_t + a_6 \ddot{q}_t$$

$$\dot{q}_{t+\Delta t} = \dot{q}_t + a_7 (\ddot{q}_{t+\Delta t} + \ddot{q}_t)$$

$$q_{t+\Delta t} = q_t + \Delta t \cdot \dot{q}_t + a_8 (\ddot{q}_{t+\Delta t} + 2\ddot{q}_t)$$

3.2.2. Método de Newmark

Este método de integração pode também ser entendido como uma extensão do método de aceleração linear. Segundo Newmark [45], as seguintes hipóteses são usadas:

$$\dot{q}_{t+\Delta t} = \dot{q}_t + [(1 - \delta)\ddot{q}_t + \delta \ddot{q}_{t+\Delta t}]\Delta t \quad (3.34)$$

$$q_{t+\Delta t} = q_t + \dot{q}_t \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{q}_t + \alpha \ddot{q}_{t+\Delta t} \right] \Delta t^2 \quad (3.35)$$

onde α e δ são parâmetros que podem ser determinados para obter precisão e estabilidade na integração. Quando $\delta = \frac{1}{2}$ e $\alpha = \frac{1}{6}$, o método reduz-se ao esquema de aceleração linear. Newmark propôs como estável incondicionalmente um método de aceleração média constante, onde $\delta = \frac{1}{2}$ e $\alpha = \frac{1}{4}$, Figura 3.2.

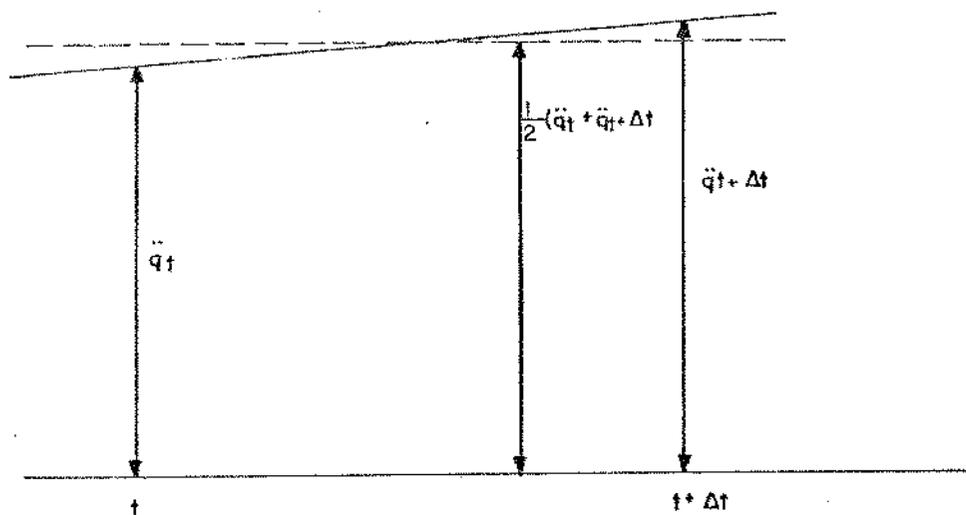


Figura 3.2 - Esquema da aceleração média constante

Para a solução das equações de movimento deve ser considerado o tempo $t + \Delta t$.

$$[M]\{\ddot{q}_{t+\Delta t}\} + [C]\{\dot{q}_{t+\Delta t}\} + [K]\{q_{t+\Delta t}\} = \{F_{t+\Delta t}\} \quad (3.36)$$

Nas equações (3.34) e (3.35), explicitando $\ddot{q}_{t+\Delta t}$ e $\dot{q}_{t+\Delta t}$ em termos da incógnita $q_{t+\Delta t}$ e depois substituindo-se em (3.36), determina-se o deslocamento $q_{t+\Delta t}$, o qual é substituído nas equações (3.34) e (3.35) para determinar-se a velocidade $\dot{q}_{t+\Delta t}$ e a aceleração $\ddot{q}_{t+\Delta t}$.

O algoritmo usando o método de integração de Newmark é apresentado também na referência [44] citada anteriormente.

3.3. FUNÇÃO DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

Embora a análise no domínio do tempo seja completamente geral e possa ser usada para avaliar a resposta de qualquer sistema para qualquer tipo de excitação, algumas vezes é conveniente realizar-se a análise no domínio da frequência.

Se um sistema linear com parâmetros constante é fisicamente realizável e estável, então as características dinâmicas deste sistema podem ser descritas por uma função de resposta em frequência $H(f)$, a qual é definida como a transformada de Fourier de $h(\tau)$, onde a função $h(\tau)$ é a resposta do sistema devido à excitação do impulso unitário (maiores detalhes reporte-se à Bendat e Piersol [46]). Isto é:

$$H(f) = \int_0^{\infty} h(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (3.37)$$

O limite inferior da integração é zero e não menos infinito porque $h(\tau) = 0$ para $\tau < 0$.

Uma importante relação para a função de resposta em frequência (FRF) é obtida pela razão complexa entre a transformada de Fourier da resposta, para o grau de liberdade i , e a transformada de Fourier da excitação no grau de liberdade

de j :

$$H_{if}(f) = \frac{Q_i(f)}{F_j(f)} \quad (3.38)$$

A FRF é uma quantidade complexa e pode ser interpretada convenientemente em termos de amplitude e ângulo de fase. As propriedades da FRF para sistemas lineares são:

- não dependem do tipo de excitação.
- se obtidas com um tipo de excitação (senoidal, aleatória ou transiente) podem, então, ser usadas para prever a resposta do sistema para qualquer outro tipo de excitação.
- podem ser decompostas em parâmetros modais: frequência, amortecimento e forma do modo.

A resposta dinâmica é obtida no programa em termos de deslocamento, velocidade e aceleração, e portanto a FRF pode ser expressa em três formas alternativas: ..

Receptância:

$$H(f) = \frac{Q(f)}{F(f)}$$

Mobilidade:

$$M(f) = \frac{\dot{Q}(f)}{F(f)}$$

Inertância:

$$A(f) = \frac{\ddot{Q}(f)}{F(f)}$$

A Transformada de Fourier Rápida ("Fast Fourier Transform") foi calculada segundo o algoritmo dado por Newland [47].

4. RESULTADOS OBTIDOS

Neste trabalho procurou-se simular alguns exemplos variando parâmetros específicos que caracterizassem sua influência no comportamento dinâmico de uma locomotiva de 06 eixos, sendo que foram analisados a influência da frequência de excitação, da conitidade efetiva da roda e da razão de suspensão, n , para as velocidades de 40 e 120 km/h. A razão de suspensão, n , é definida neste trabalho como sendo a razão entre a rigidez secundária vertical e a rigidez primária vertical em cada lado do truque.

Foi escolhida uma velocidade baixa de operação (40 km/h) porque observou-se em [21] que ocorre uma instabilidade do movimento em uma faixa de baixas velocidades e para a velocidade de operação alta, escolheu-se uma velocidade fixa para todos os exemplos simulados (120 km/h), que fosse próxima à velocidade crítica da locomotiva, devendo-se observar que quando ocorre a variação de algum parâmetro no modelo, a velocidade crítica pode se alterar significativamente. Nesta pesquisa não se determinou a velocidade crítica para cada exemplo simulado, a qual foi analisada no trabalho citado anteriormente, porém fez-se um estudo dos autovalores e autovetores para os dois casos extremos (maior e menor razão de suspensão) para verificar a estabilidade e as frequências naturais da locomotiva. A tabela 4.1 mostra os autovalores e autovetores pa

ra 2 casos:

- a - quando o deslocamento vertical do corpo da locomotiva é o movimento dominante,
- b - quando o deslocamento lateral do corpo da locomotiva é o movimento dominante.

Estes resultados foram obtidos com os valores básicos utilizados em todos os exemplos, os quais são apresentados no Apêndice 4 e são iguais aos adotados por [23].

Para analisar o efeito do perfil das rodas, foram consideradas rodas com conicidade efetiva de $1/40$, que geralmente equipam locomotivas modernas que operam a altas velocidades e de $1/20$ que representam rodas novas com padrão AAR. A irregularidade vertical do trilho foi simulada por uma função seno retificado com uma amplitude de 2,54 cm (1 in) e período igual a 2 vezes o comprimento do trilho ($L_t = 11,89$ m), enquanto que para a irregularidade lateral foi considerado uma função seno contínua de amplitude igual a 1,91 cm ($3/4$ in) e períodos iguais a 23,77 m (2 vezes o comprimento do trilho) e 40 m. Tanto a força de excitação vertical quanto a lateral também foram simuladas por uma função aleatória.

Os parâmetros que são adotados para simular as irregularidades do trilho são independentes para o trilho direito e esquerdo, sendo que no Apêndice 5 apresentam-se as principais opções de entrada e saída para o programa computacional.

Como visto no Apêndice 5, o programa também permite a análise de outros sistemas mecânicos, além da locomotiva. Portanto, em uma primeira etapa, foi feito um estudo para se verificar a confiabilidade e a precisão dos métodos

Tabela 4.1 - Autovalores e autovetores associados para o modelo da locomotiva com 39 graus de liberdade

FORTRAN STOP
4 YY FOR21.DAT

6 VEICULO E ESTAVEL PARA VELOCIDADE= 0.75000E+03

AUTOVALOR 1				
	ALFA	BETA	FATOR DE AMORTEC.	FREQUENCIA [Hz]
	-0.2599E+00	-0.3533E+01	-0.7537E-01	0.5621E+00
AUTOVETOR 1				
	REAL	IMAG	AMPLITUDE	FASE
1	-0.1067E-09	-0.1881E-08	0.1888E-08	-94.79
2	0.1000E+01	0.0000E+00	0.1000E+01	0.00
3	0.2592E-02	-0.1139E-02	0.2693E-02	-9.97
4	0.2071E-05	0.1246E-05	0.2107E-05	6.19
5	0.1346E-12	-0.4859E-11	0.4859E-11	-88.84
6	0.3471E-07	0.1835E-08	0.3473E-07	1.14
7	0.4173E+00	0.7395E-02	0.4238E+00	10.00
8	0.6888E-02	-0.1088E-02	0.6181E-02	-9.95
9	-0.3474E-03	-0.5937E-04	0.2543E-03	-70.87
10	0.1354E-08	-0.7554E-10	0.1355E-08	-9.92
11	0.3002E-07	0.1172E-07	0.3232E-07	21.33
12	0.4228E+00	0.7505E-01	0.4294E+00	10.07
13	0.5100E-02	-0.1065E-02	0.6193E-02	7.97
14	-0.1350E-03	-0.4749E-04	0.1438E-03	-124.07
15	-0.1643E-03	-0.7245E-05	0.1920E-03	-108.04
16	0.1130E-07	-0.5977E-08	0.1278E-07	-97.01
17	0.5851E-02	-0.7448E-02	0.1012E-01	-94.30
18	0.3739E-03	-0.1900E-03	0.4195E-03	-20.94
19	-0.2016E-03	-0.5950E-04	0.2586E-03	-128.81
20	-0.1290E-07	0.8402E-08	0.1540E-07	142.93
21	0.6333E-02	-0.7500E-02	0.9752E-02	-25.17
22	0.3675E-03	-0.1915E-03	0.4144E-03	-27.32
23	-0.2011E-03	-0.5950E-04	0.2581E-03	-128.87
24	-0.3553E-07	-0.2849E-08	0.3585E-07	-110.42
25	0.5592E-02	-0.7558E-02	0.9400E-02	-20.50
26	0.3608E-03	-0.1930E-03	0.4092E-03	-20.11
27	-0.2567E-03	-0.5944E-04	0.2576E-03	-128.86
28	-0.3177E-07	-0.2798E-08	0.3189E-07	-114.87
29	0.1444E-01	-0.4959E-02	0.1537E-01	-12.91
30	0.5127E-03	-0.1455E-03	0.5330E-03	-10.04
31	-0.1450E-02	-0.4929E-04	0.1532E-02	-12.94
32	0.7571E-06	-0.7059E-08	0.1035E-07	92.81
33	0.1403E-01	-0.5032E-02	0.1495E-01	-12.81
34	0.5091E-03	-0.1468E-03	0.5298E-03	-10.04
35	-0.1448E-03	-0.4923E-04	0.1529E-03	-12.91
36	-0.9362E-06	0.3380E-08	0.1257E-07	104.07
37	0.1374E-01	-0.5103E-02	0.1466E-01	-12.81
38	0.5050E-03	-0.1482E-03	0.5266E-03	-10.53
39	-0.1445E-03	-0.4917E-04	0.1528E-03	-12.91

Tabela 4.1 - Autovalores e autovetores associados para o modo da locomotiva com 39 graus de liberdade (continuação)

AUTOVALOR 3		FATOR DE AMPLIF.		FREQUENCIA [Hz]
ALFA	BETA	-1.5111E-01		0.1453E+01
AUTOVETOR 3				
	REAL	IMAG	AMPLITUDE	FASE
1	0.1000E+01	0.0000E+00	0.1000E+01	0.00
2	0.3190E-06	-0.2772E-06	0.4226E-06	-40.89
3	-0.2889E-07	0.1212E-07	0.2949E-07	150.74
4	0.3190E-10	-0.1750E-10	0.3838E-10	-28.75
5	0.3194E-10	-0.9257E-11	0.3340E-10	-16.99
6	0.9381E+00	0.3394E-02	0.9381E+00	0.21
7	0.1063E-06	-0.2018E-07	0.1063E-06	-1.09
8	-0.1322E-07	0.1100E-07	0.3071E-07	104.81
9	-0.1753E-09	-0.4969E-10	0.1622E-09	-164.17
10	0.4587E-03	0.3593E-02	0.4587E-03	0.00
11	0.9581E+00	0.3394E-02	0.9581E+00	0.21
12	0.1064E-06	0.3740E-07	0.1064E-06	0.01
13	-0.3275E-07	0.5159E-08	0.2834E-07	167.12
14	0.1054E-01	0.1392E-09	0.1748E-09	51.87
15	-0.4887E-07	-0.3593E-08	0.4887E-07	-175.92
16	0.5113E-01	-0.3209E-02	0.5113E-01	-3.59
17	-0.1117E-07	-0.1299E-07	0.1713E-07	-130.22
18	-0.1800E-08	0.1453E-09	0.1800E-08	175.38
19	0.1888E-07	-0.4140E-10	0.1933E-07	-167.61
20	0.4518E-01	-0.3081E-02	0.4928E-01	-3.58
21	-0.1003E-07	-0.1044E-07	0.1830E-07	-140.23
22	-0.1817E-08	0.4178E-09	0.1866E-08	167.07
23	-0.1110E-09	0.2936E-09	0.2059E-09	115.00
24	0.4716E-01	-0.2949E-02	0.4728E-01	-3.58
25	-0.1803E-07	-0.1121E-07	0.1748E-07	-140.09
26	-0.1849E-08	0.6429E-09	0.1582E-08	161.11
27	-0.1001E-09	-0.9983E-10	0.1844E-09	-147.10
28	0.4716E-01	-0.2949E-02	0.4720E-01	-3.58
29	0.0005E-08	-0.8325E-08	0.1007E-07	-100.79
30	-0.1477E-08	0.7539E-09	0.1858E-08	162.00
31	0.1387E-09	0.1888E-09	0.1331E-09	70.00
32	0.4912E-01	-0.3081E-02	0.4928E-01	-3.58
33	0.2115E-08	0.8551E-09	0.2889E-08	154.72
34	-0.1824E-03	0.6367E-04	0.1709E-03	108.30
35	0.1003E-09	0.1044E-10	0.1824E-09	175.00
36	0.2113E-01	-0.3209E-02	0.2126E-01	-3.58
37	0.3063E-08	-0.7081E-09	0.3144E-08	-13.00
38	-0.1593E-08	0.4243E-09	0.1801E-08	160.11
39	0.1099E-07	0.1636E-10	0.1099E-07	7.13

utilizados para a resolução dos problemas, através de um sistema com 2 graus de liberdade.

A tabela 4.2 apresenta os valores da razão de suspensão usada juntamente com os valores dos sistemas de rigidez que foram usados para simular os exemplos com a locomotiva de 6 eixos, devendo-se notar que a razão de suspensão é dada pela rigidez secundária vertical por lado do truque dividido por 3 vezes a rigidez primária vertical por lado do rodeiro, pois para cada truque existem 3 rodeiros, como pode ser observado na Figura 2.10.

Os resultados apresentados a seguir correspondem à condição de resposta permanente. Como exemplo da maneira que são obtidas as respostas, mostra-se o deslocamento, a velocidade e a aceleração do corpo da locomotiva na direção vertical, Figuras 4.4, 4.5 e 4.6, respectivamente e a força de excitação aleatória no rodeiro nas direções vertical e lateral, Figuras 4.7 e 4.8.

Tabela 4.2 - Razão de Suspensão, n , para valores da rigidez dados em 10^3 lb/in

razão de suspensão (n)	12,63	8,0	4,0	2,0	1,0
Suspensão secundária por lado do truque					
Vertical	250,00	158,4	79,2	39,6	19,8
Lateral	11,0	7,0	3,5	1,75	0,875
Suspensão primária por lado do rodeiro					
Vertical	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6
Lateral	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0

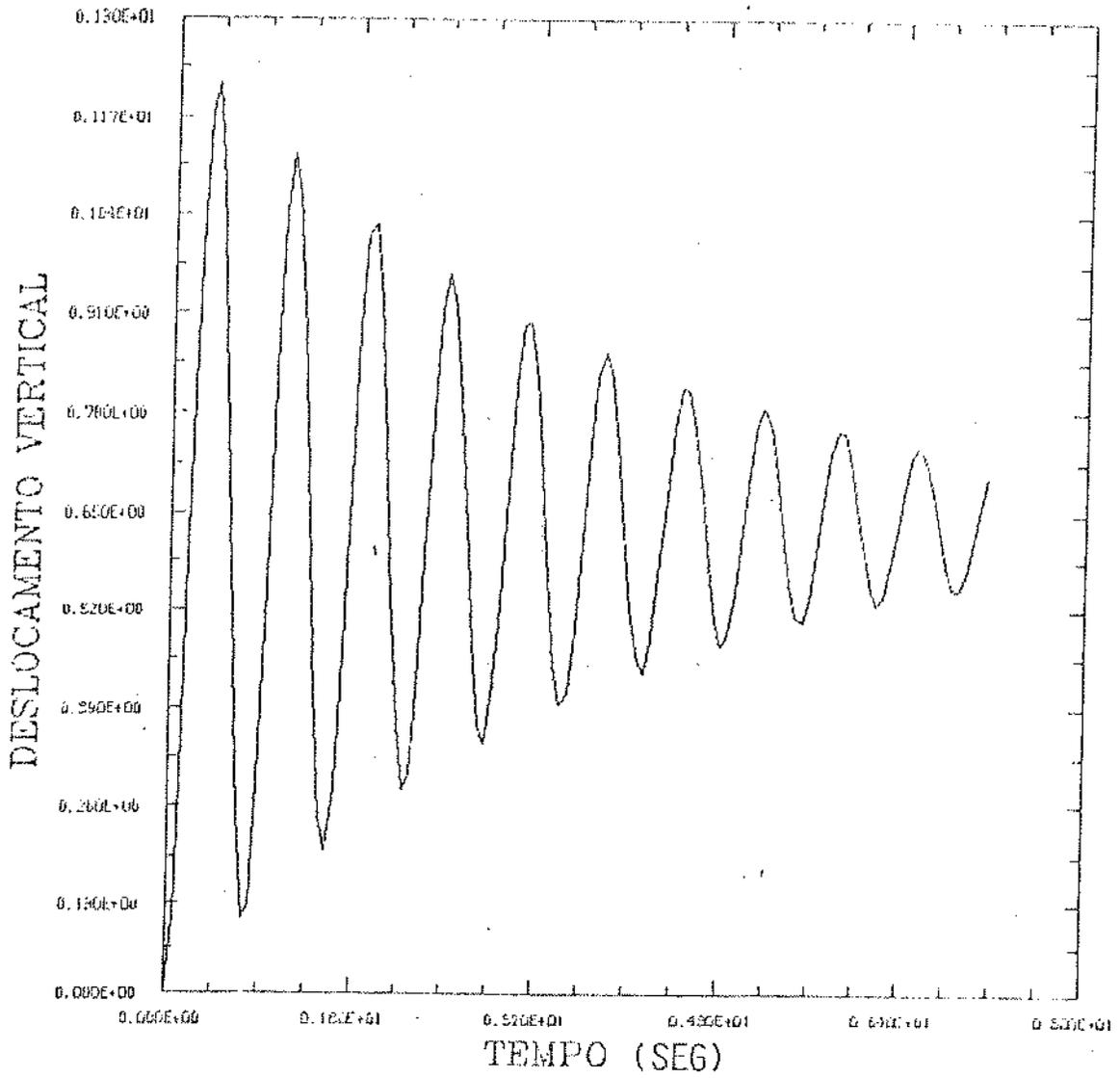


Figura 4.4 - Deslocamento do corpo da locomotiva na direção vertical, em [pol]

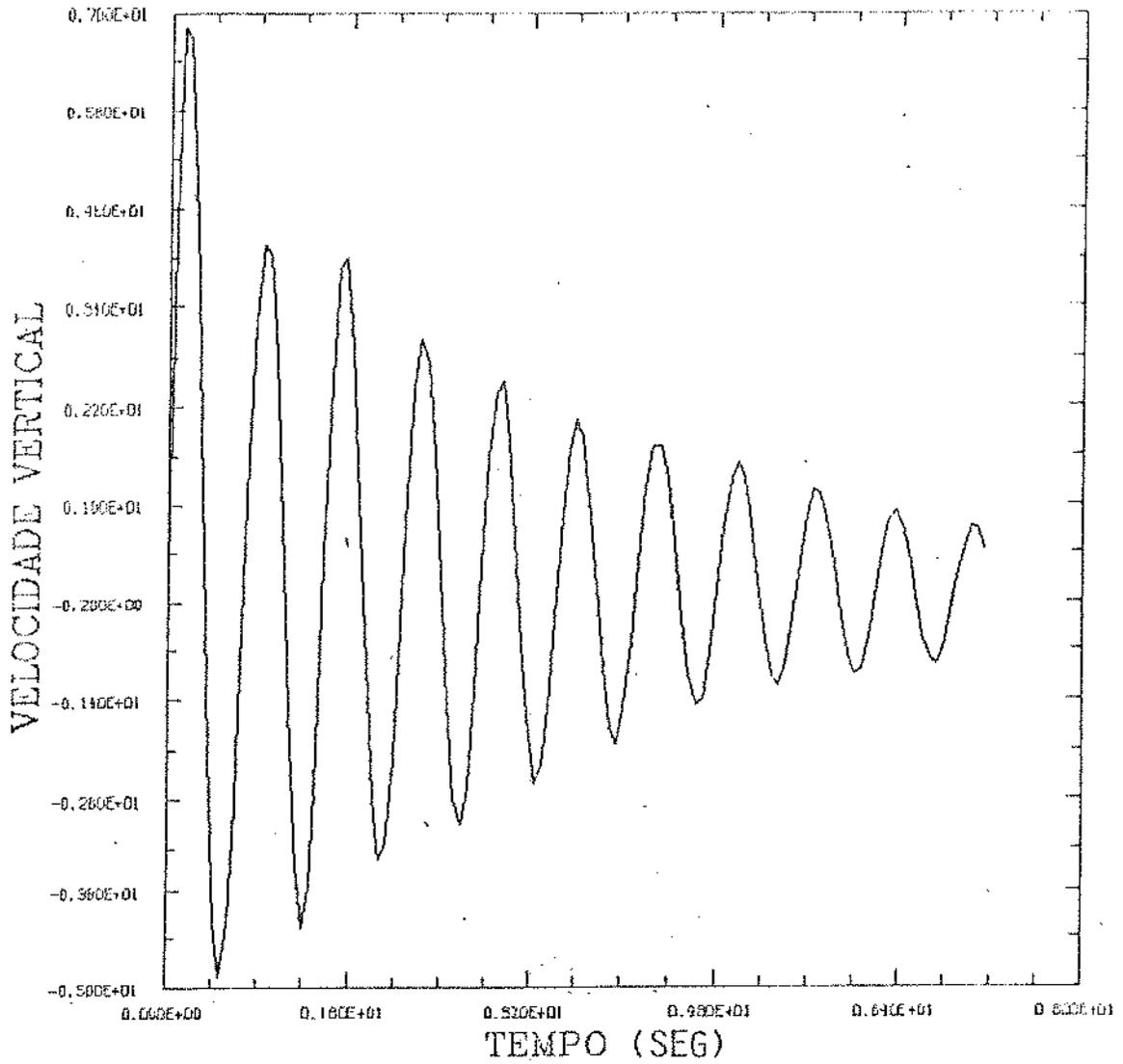
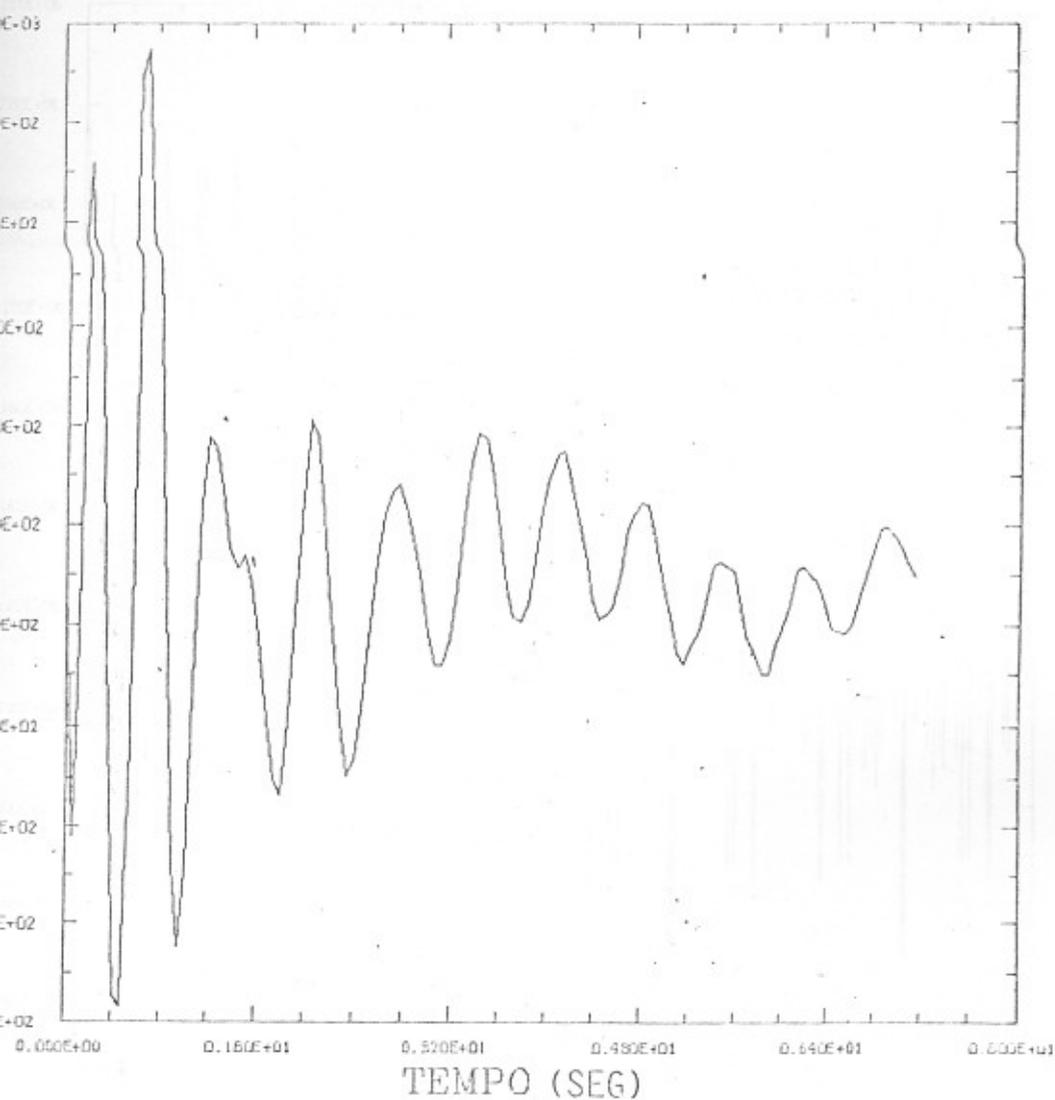


Figura 4.5 - Velocidade do corpo da locomotiva na direção vertical, em [pol/seg]



5 - Aceleração do corpo da locomotiva na direção vertical, em [pol/seg²]

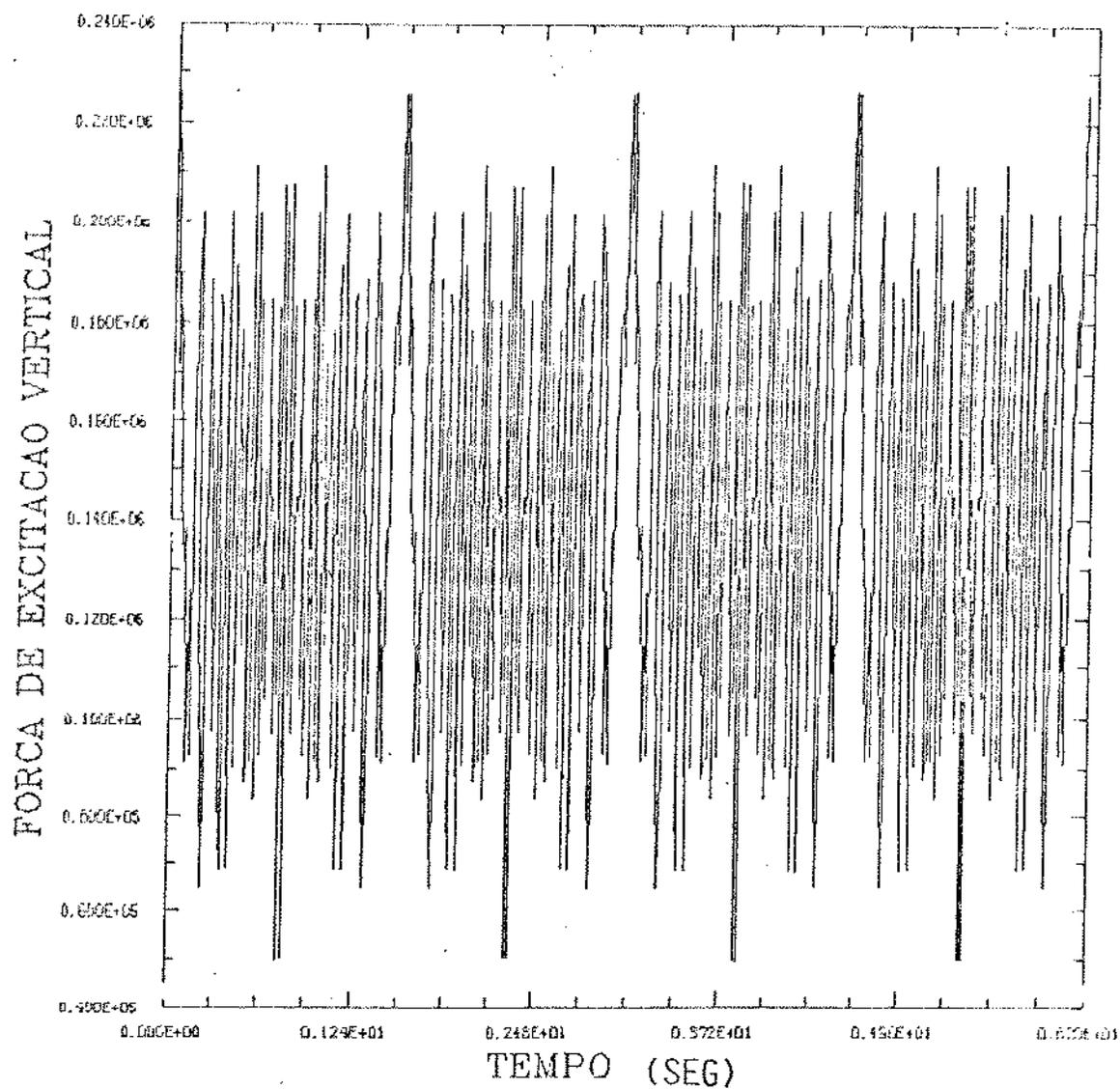


Figura 4.7 - Força de excitação aleatória no rodeiro na direção vertical, em [lbf]

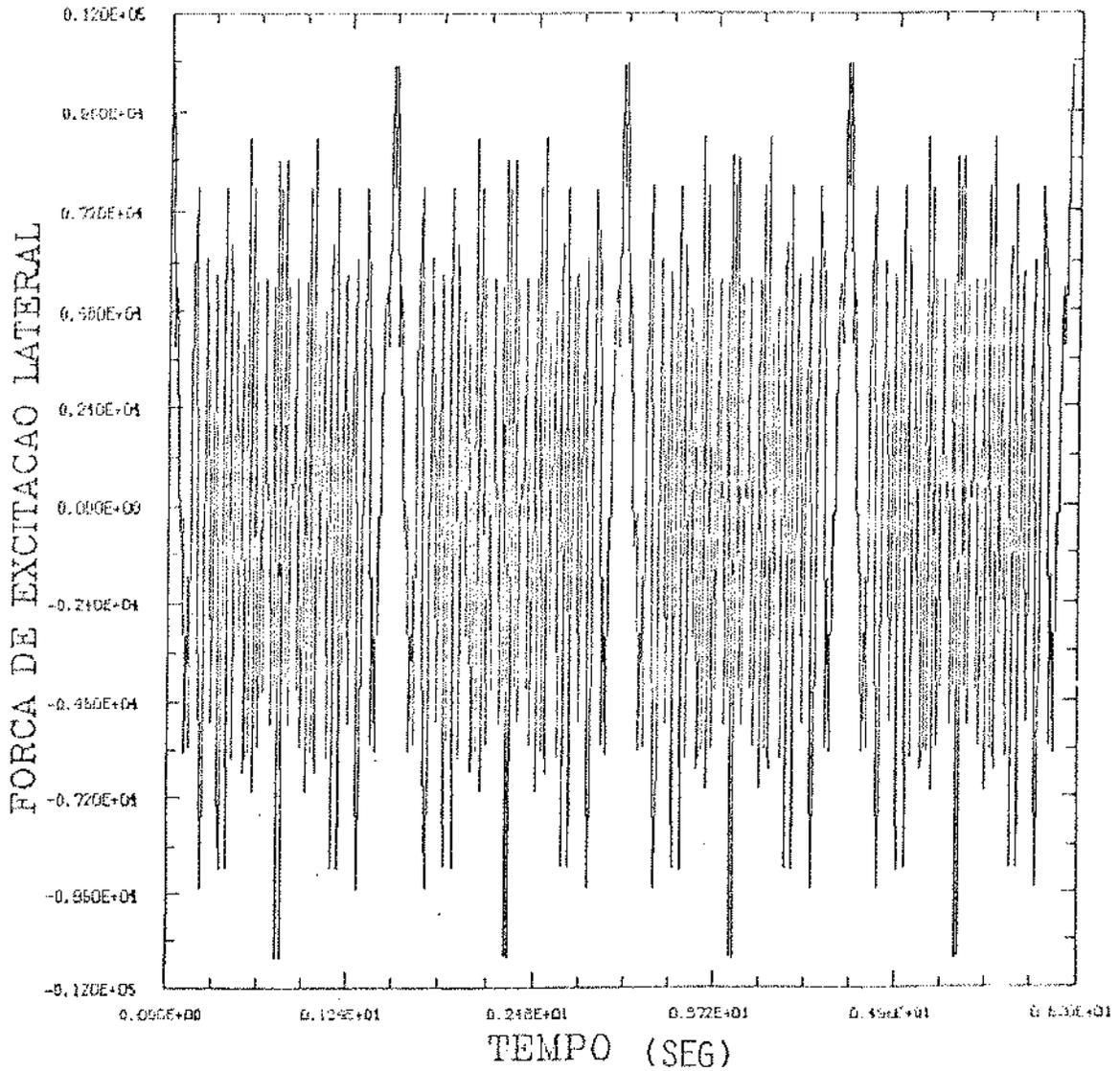


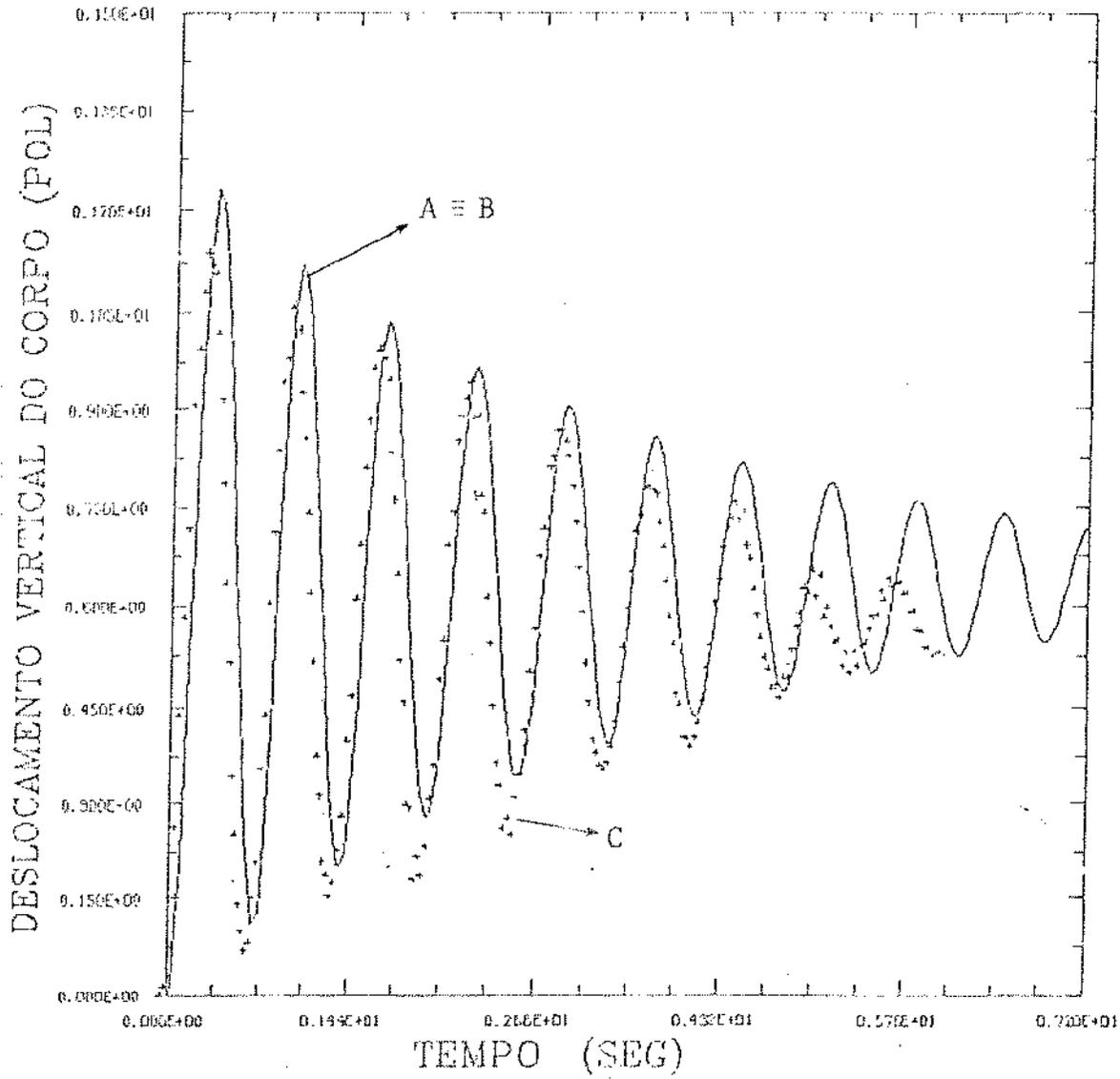
Figura 4.8 - Força de excitação aleatória no rodeiro na direção lateral, em $10[lbf]$

4.1. EFEITO DA FREQUÊNCIA DE EXCITAÇÃO NA RESPOSTA DA LOCOMOTIVA

A frequência de excitação é função da velocidade da locomotiva e do comprimento do período quando a irregularidade do trilho é representada por uma função seno. Nos exemplos a seguir a velocidade foi mantida constante e igual a 120 km/h para 3 frequências de excitação diferentes:

- caso 1 - comprimento do período de excitação igual a 2 vezes o comprimento do trilho (23,77 m) para as irregularidades nas direções vertical e lateral. Portanto as frequências de excitação na vertical e na lateral são iguais a 1,40 Hz.
- caso 2 - comprimento do período de excitação igual a 2 vezes o comprimento do trilho (23,77 m) para a irregularidade vertical e igual a 40 metros para a irregularidade lateral. Portanto a frequência de excitação vertical é igual a 1,40 Hz e a lateral é de 0,833 Hz.
- caso 3 - força aleatória nas direções vertical e lateral, usando um sinal de espectro constante (Schroeder) com um incremento de frequência Δf igual a 0,16 ($\Delta f = 1/T$).

Nas Figuras 4.9 a 4.12 apresentam-se os deslocamentos nas direções vertical e lateral para os 3 casos de frequências de excitação citados acima.

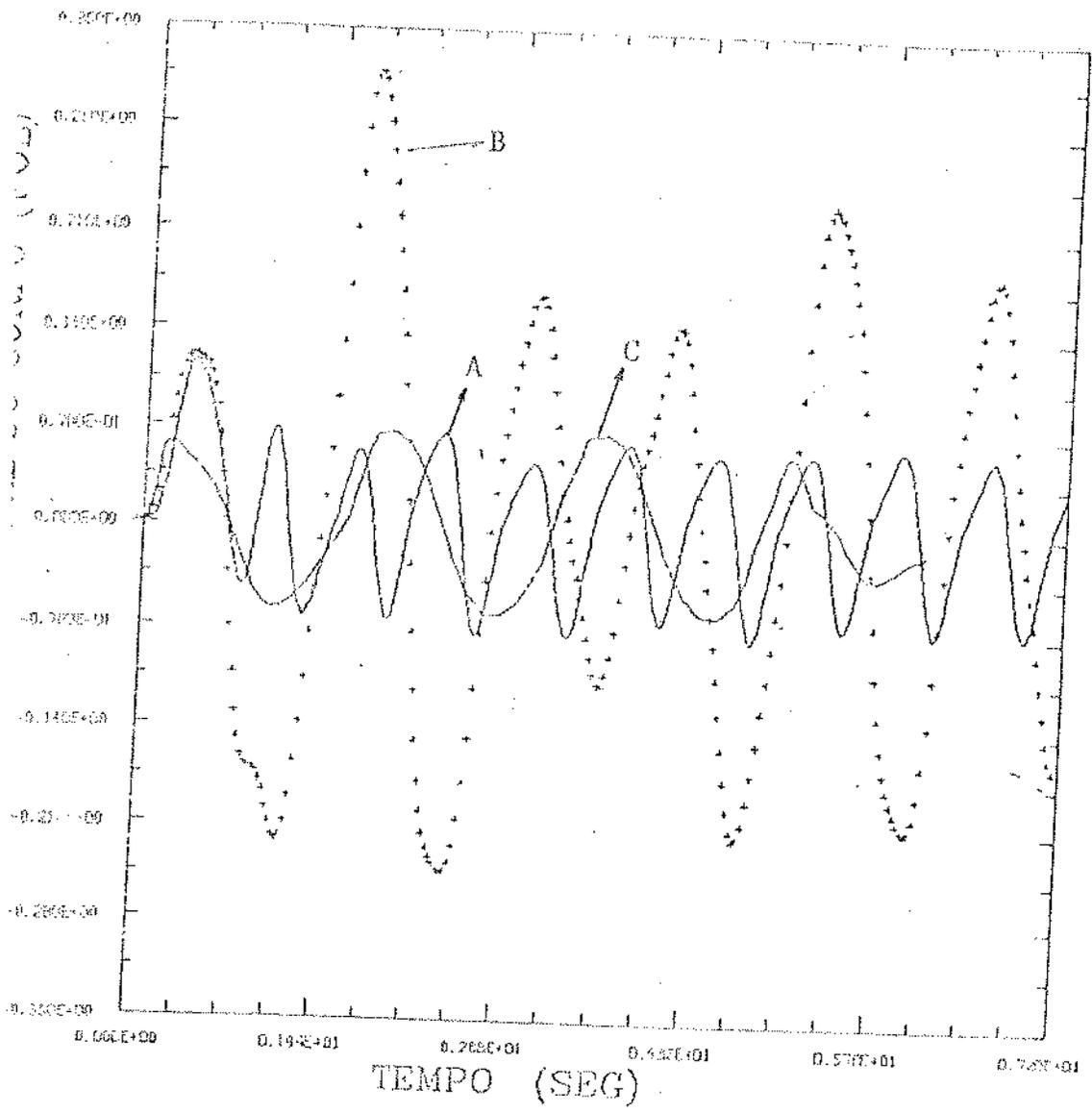


A = caso 1

B = caso 2

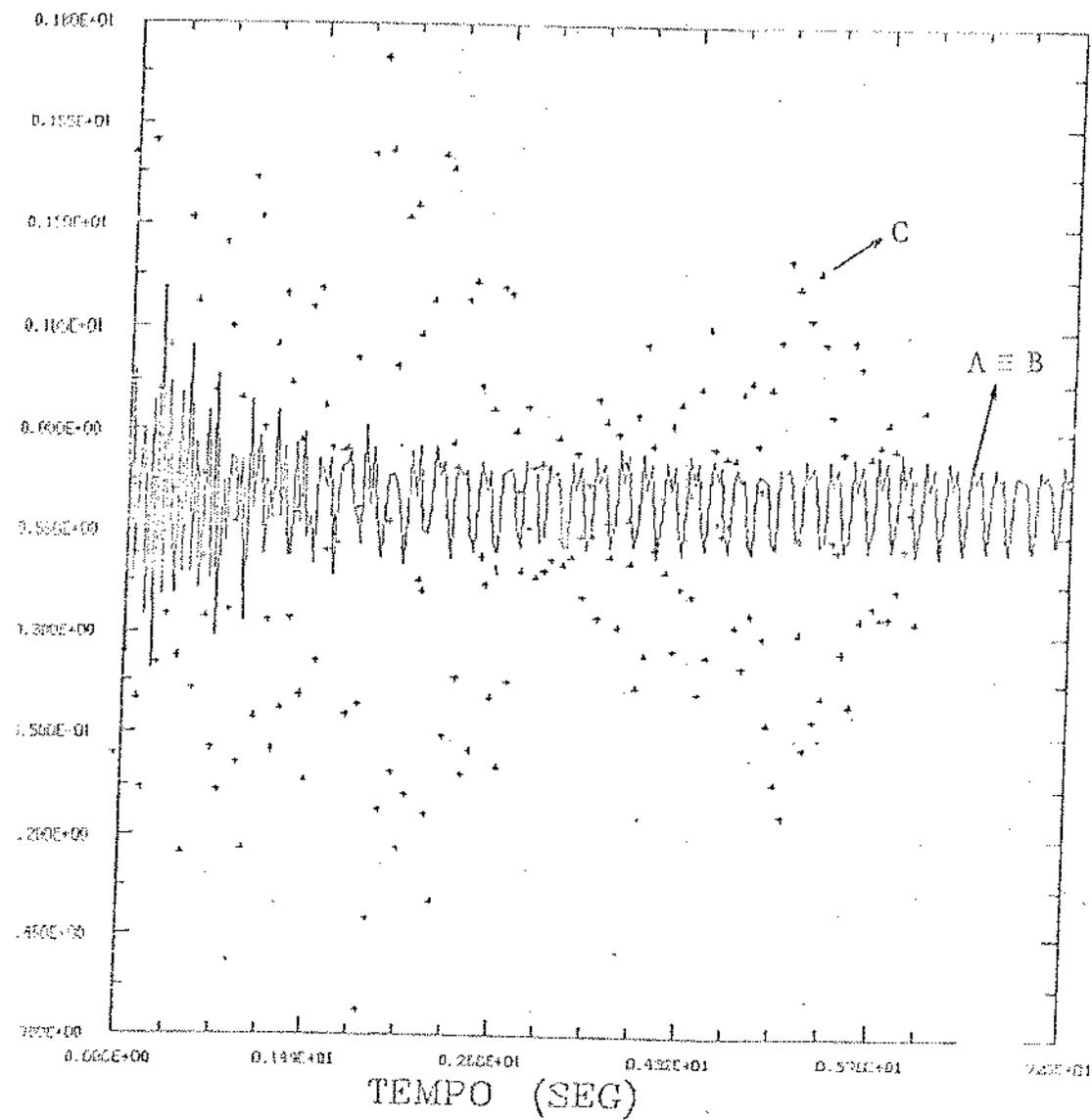
C = caso 3

Figura 4.9.- Deslocamento vertical do corpo da locomotiva para 3 tipos de frequência de excitação



- A = caso 1
- B = caso 2
- C = caso 3

Figura 4.10 - Deslocamento lateral do corpo da locomotiva para 3 tipos de frequências de excitação.

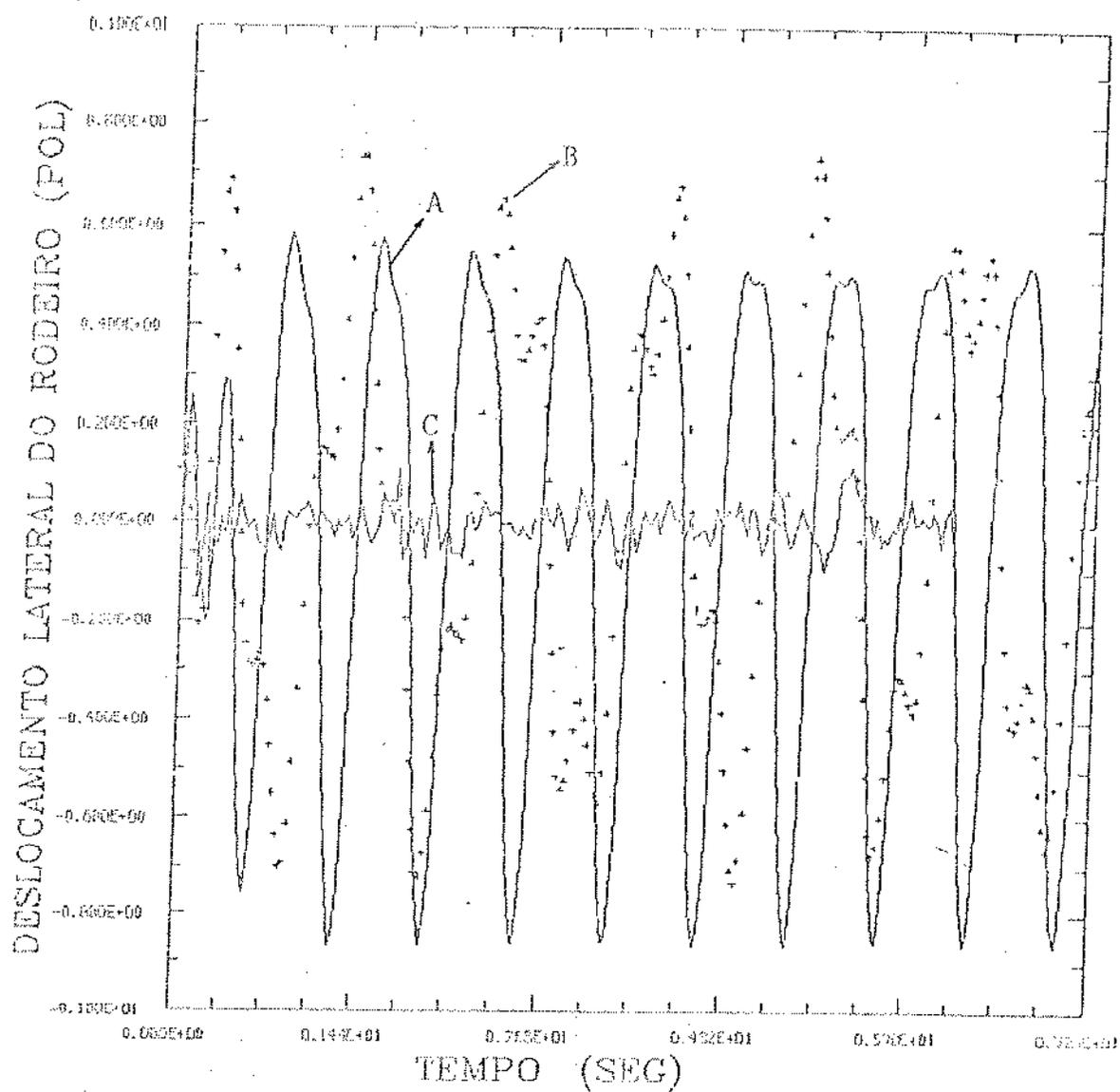


A = caso 1

B = caso 2

C = caso 3

Figura 4.11 - Deslocamento vertical do rodeiro para 3 tipos de frequências de excitação



A = caso 1

B = caso 2

C = caso 3

Figura 4.12 - Deslocamento lateral do rodeiro para 3 tipos de frequências de excitação

Nota-se pelas Figuras 4.9 e 4.11 que a variação da frequência de excitação lateral não influi no deslocamento vertical da locomotiva quando a frequência de excitação vertical é mantida constante. No entanto, o deslocamento lateral do corpo, Figura 4.10, e do rodeiro, Figura 4.12, sofrem uma influência acentuada da frequência de excitação lateral, isto é, do período de excitação adotado. Neste estudo, o período de excitação lateral foi adotado arbitrariamente, não procurando, no entanto, seu valor crítico e sim analisar sua importância na resposta dinâmica da locomotiva.

4.2. DESLOCAMENTOS MÁXIMOS

Nos exemplos a seguir a força de excitação será sempre representada pela função seno retificado para caracterizar as irregularidades do trilho na direção vertical e a função seno contínua para as irregularidades na direção lateral, ambas com frequência de excitação iguais a 1,40 Hz.

As Figuras 4.13 e 4.14 mostram o máximo deslocamento absoluto nas direções vertical e lateral para o corpo da locomotiva em função da razão de suspensão, n, para as velocidades de 40 e 120 km/h, respectivamente. Pode-se observar pelas figuras que a conicidade efetiva da roda não exerce nenhuma influência na sua resposta vertical e uma pequena variação na resposta lateral.

Na Figura 4.13 pode ser observado que a razão de suspensão não exerce influência significativa na resposta vertical e que a resposta lateral é altamente influenciada quando é considerada a faixa de 1 a 8. Na Figura 4.14, velocidade de 120 km/h, as respostas vertical e lateral não sofrem variações significativas quando a razão de suspensão é alterada.

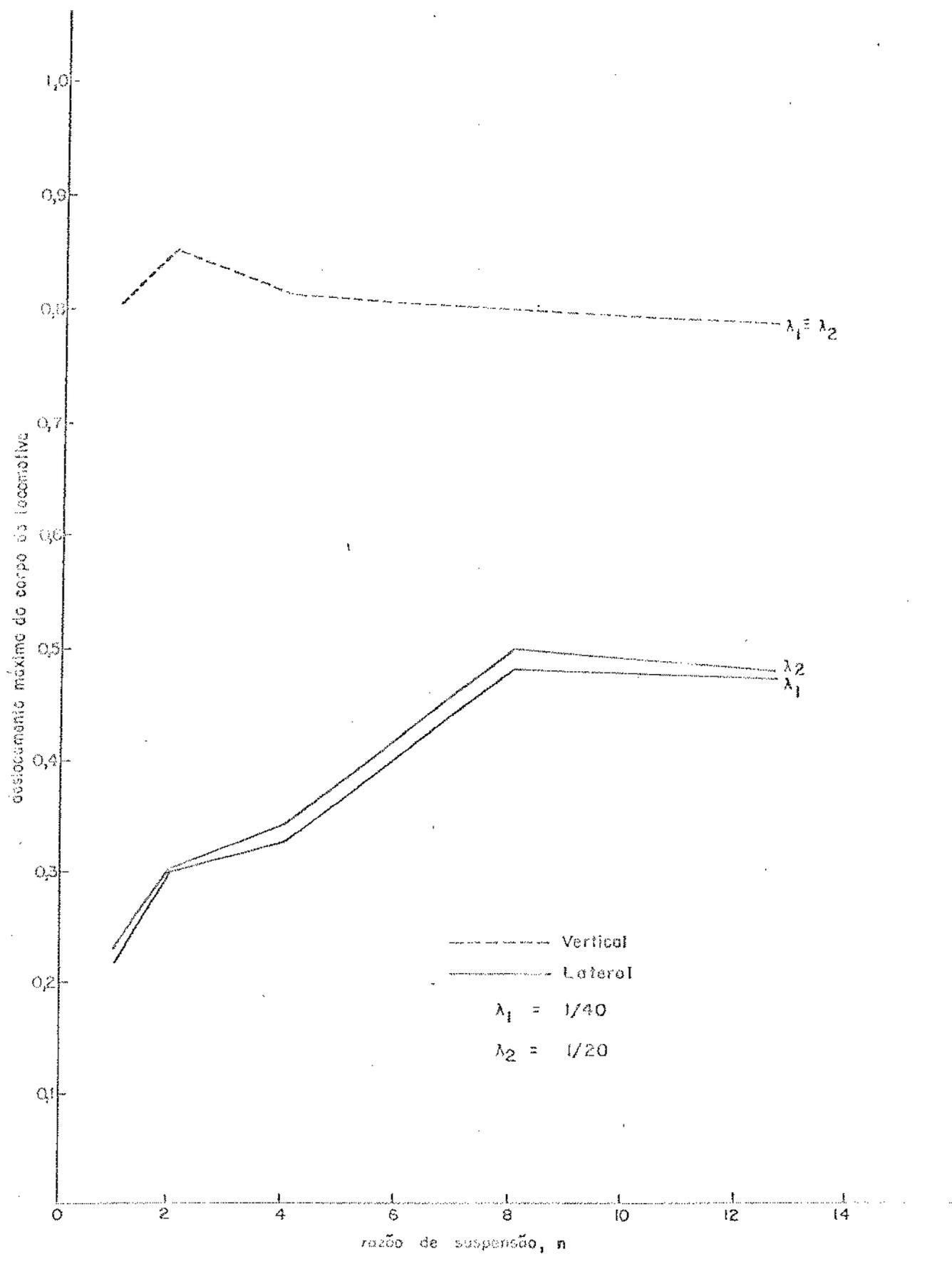


Figura 4.13 - Deslocamento máximo do corpo da locomotiva a ve locidade de 40 km/h, em [pol]

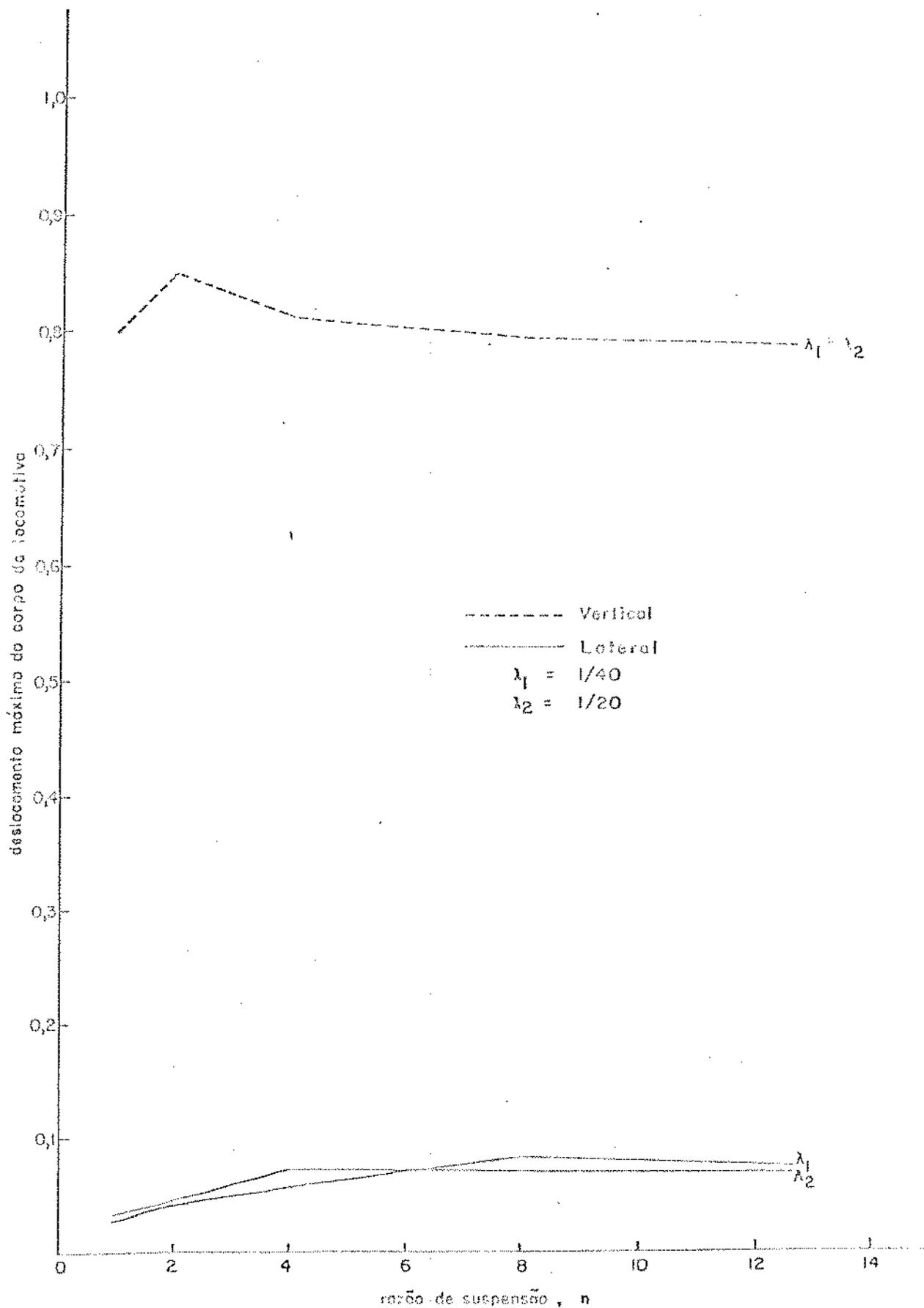


Figura 4.14 - Deslocamento máximo do corpo da locomotiva à velocidade de 120 km/h, em [pol]

As Figuras 4.15 e 4.16 são semelhantes às anteriores e mostram o máximo deslocamento absoluto para o rodeiro 1. Quanto à conicidade efetiva da roda, sua influência é igual àquela observada para o corpo da locomotiva.

Pode ser citado também que a razão de suspensão não exerce influência significativa para a resposta do rodeiro a velocidade de 40 km/h e que para a velocidade de 120 km/h há uma leve diminuição na sua resposta lateral, sendo que os maiores valores são obtidos para a conicidade efetiva da roda de 1/20.

Através das 4 figuras citadas acima, observa-se claramente que a resposta vertical do corpo da locomotiva e do rodeiro permaneceram praticamente iguais quando se variou a velocidade de 40 para 120 km/h, enquanto a resposta lateral sofreu uma grande variação na sua amplitude, tanto para o corpo da locomotiva quanto para o rodeiro, devido ao fato de ser essas velocidades próximas às velocidades críticas de "hunting" para o corpo da locomotiva e para o rodeiro, respectivamente.

4.3. QUOCIENTE DE DESCARRILHAMENTO

Como foi discutido na seção 2.4, pode-se também calcular a força relativa nos sistemas de rigidez e amortecimentos primário e secundário. A tabela 4.3 mostra um exemplo de como esses valores são obtidos.

Vários autores têm proposto modelos analíticos específicos para estudar o fenômeno de descarrilhamento de veículos ferroviários, como por exemplo [11]. O quociente de descarrilhamento, L/V , é dado pela força lateral máxima na roda dividido pela força vertical mínima. Sweet [12] apresenta um critério de descarrilhamento e comprova-o através de resulta-

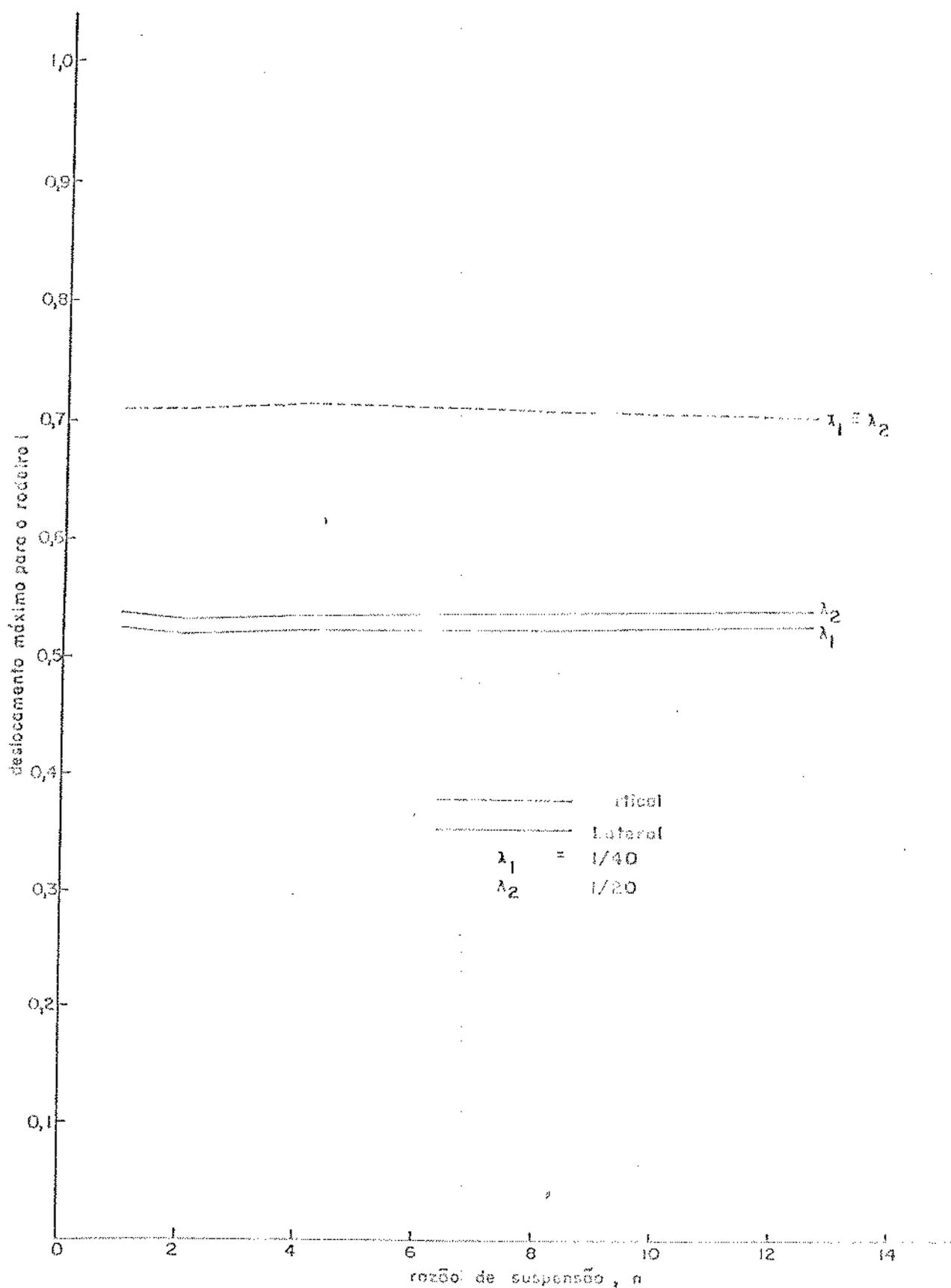


Figura 4.15 - Deslocamento máximo do rodeiro à velocidade de 40 km/h, em [pol]

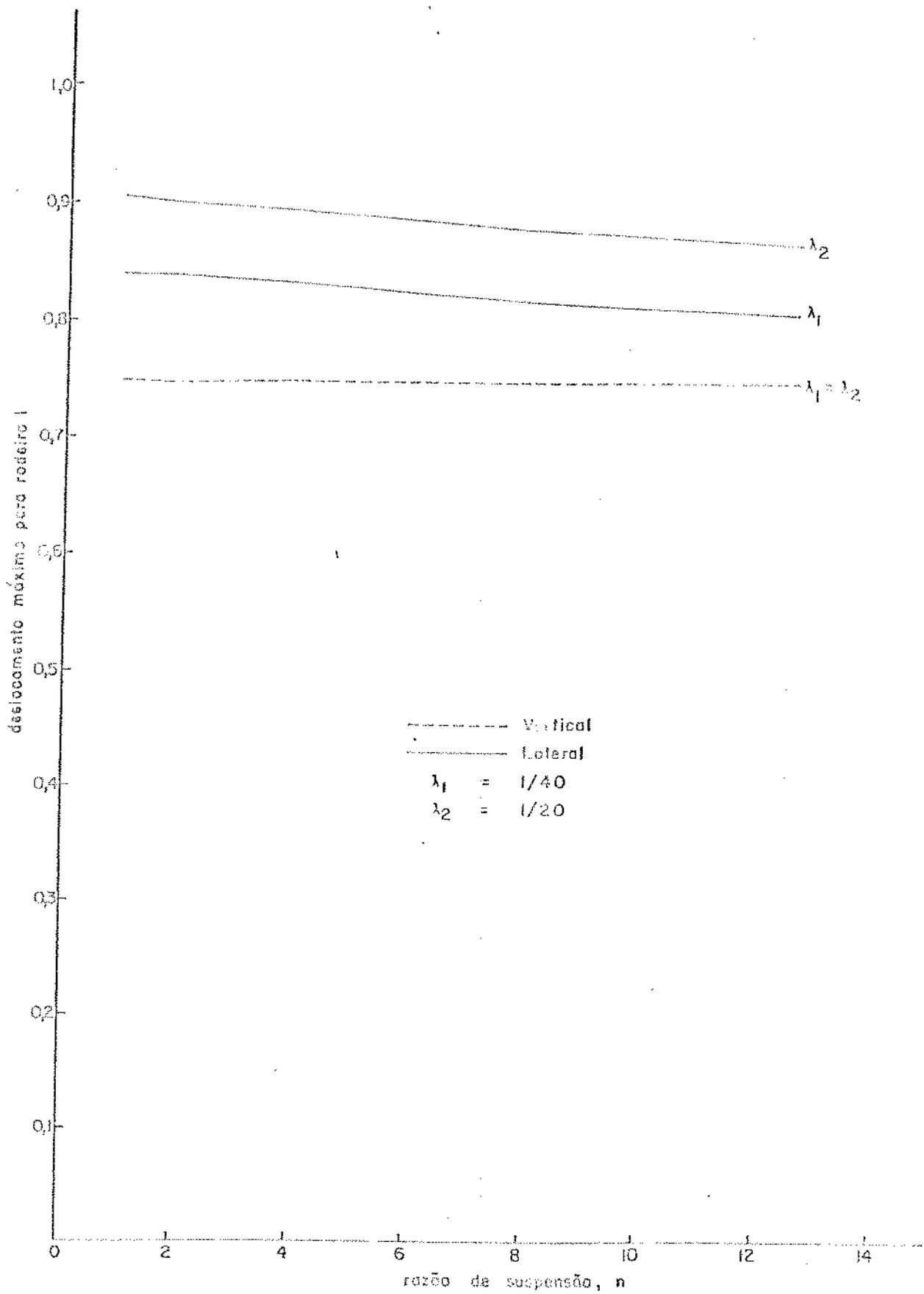


Figura 4.16 - Deslocamento máximo do rodado à velocidade de 120 km/h, em [pol]

Tabela 4.3 - Força relativa no sistema de rigidez entre o tru que dianteiro e o rodeiro 1, em [lbf]

PERMAN STOP
1 D FORC1,041

PLACA RELATIVA NO SISTEMA DE RIGIDEZ ENTRE O TRUQUE DIANTEIRO E O RODEIRO 1

TEMPORAL	DIREITO			ESQUERDO		
	LONGITUDINAL	VERTICAL	LATERAL	LONGITUDINAL	VERTICAL	LATERAL
0.00000	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
0.10000	-0.10750E+04	-0.00000E+04	0.40471E+02	-0.00701E+03	-0.19300E+04	0.00000E+00
0.20000	0.20070E+04	-0.11720E+04	0.00100E+03	0.10190E+04	0.40310E+04	-0.00000E+00
0.30000	-0.10980E+04	0.07750E+04	-0.47095E+03	0.00100E+03	-0.19910E+03	0.00000E+00
0.40000	-0.10000E+04	0.09000E+04	0.27710E+03	0.20370E+04	-0.31700E+04	-0.17000E+03
0.50000	0.12010E+04	0.00310E+03	0.12000E+04	-0.01110E+04	0.20410E+04	-0.17000E+04
0.60000	0.00770E+04	-0.00100E+04	0.41040E+03	-0.44700E+04	0.27000E+02	-0.00000E+00
0.70000	0.01700E+03	-0.20000E+03	-0.11110E+04	-0.00000E+00	-0.00000E+04	0.00000E+00
0.80000	-0.00700E+04	0.00000E+03	-0.10900E+04	0.10190E+04	-0.00000E+00	0.00000E+00
0.90000	-0.07000E+03	0.00000E+03	0.00000E+03	0.00000E+00	0.00000E+04	0.00000E+00
1.00000	-0.10700E+04	0.01700E+04	0.00100E+02	0.10410E+04	-0.17000E+02	0.00000E+00
1.10000	-0.10000E+03	0.00170E+04	0.10000E+04	0.20370E+04	-0.00000E+00	0.00000E+00
1.20000	0.11000E+04	-0.10000E+04	0.17000E+04	-0.00000E+00	0.10000E+00	0.00000E+00
1.30000	0.00000E+04	-0.47000E+04	0.00000E+03	-0.44000E+04	0.10000E+00	-0.00000E+00
1.40000	0.00000E+03	0.00000E+02	-0.00000E+02	-0.10000E+04	-0.00000E+00	0.00000E+00
1.50000	-0.10000E+04	0.10000E+03	-0.10000E+04	0.10000E+00	-0.10000E+00	0.00000E+00
1.60000	-0.11000E+04	-0.10000E+04	-0.07000E+03	0.10000E+00	-0.10000E+00	0.00000E+00
1.70000	-0.10000E+04	0.00000E+03	-0.00000E+03	0.10000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
1.80000	-0.10000E+02	0.00000E+02	0.00000E+02	0.10000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
1.90000	0.10000E+04	-0.10000E+04	0.10000E+04	-0.10000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2.00000	0.10000E+04	-0.10000E+02	-0.10000E+02	0.10000E+00	-0.10000E+00	0.00000E+00
2.10000	-0.10000E+04	0.00000E+02	0.00000E+02	0.10000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2.20000	0.10000E+04	0.00000E+02	0.00000E+02	0.10000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2.30000	-0.10000E+04	0.00000E+02	0.00000E+02	0.10000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2.40000	0.10000E+04	0.00000E+02	0.00000E+02	0.10000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2.50000	0.10000E+04	0.00000E+02	0.00000E+02	0.10000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2.60000	0.10000E+04	0.00000E+02	0.00000E+02	0.10000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2.70000	0.10000E+04	0.00000E+02	0.00000E+02	0.10000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2.80000	0.10000E+04	0.00000E+02	0.00000E+02	0.10000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2.90000	0.10000E+04	0.00000E+02	0.00000E+02	0.10000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3.00000	-0.10000E+04	-0.00000E+02	-0.00000E+02	0.10000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

dos experimentais em modelos com escala de 1:50, considerando restrições geométricas não lineares no contato roda-trilho e o contato da flange da roda com o trilho.

As tabelas 4.4 e 4.5 apresentam o maior quociente L/V para cada rodeiro para as velocidades de 40 e 120 km/h com a finalidade de se verificar qual a influência da conicidade efetiva da roda e da razão de suspensão no descarrilhamento.

As Figuras 4.17 e 4.18 mostram o maior valor do quociente L/V normalizado para a razão de suspensão igual a 12,63 para as velocidades de 40 e 120 km/h, respectivamente. Observa-se que os maiores valores do quociente L/V ocorreram sempre no rodeiro 1 (primeiro rodeiro do truque dianteiro) para velocidade de 120 km/h e razão de suspensão baixa e rodeiro 4 (primeiro rodeiro do truque traseiro) para os outros exemplos simulados.

Pode-se observar pelas figuras que a conicidade efetiva da roda exerce maior influência para velocidades altas e razão de suspensão baixa, sendo mínima nos outros casos. Nota-se também que a razão de suspensão exerce uma grande influência no quociente de descarrilhamento, sendo desejável, portanto, os valores com baixa razão de suspensão.

4.4. ROTAÇÕES DO CORPO DA LOCOMOTIVA

Nas Figuras 4.19 e 4.20 estão representadas as rotações do corpo da locomotiva em função da razão de suspensão, normalizadas para o valor da amplitude correspondente a 12,63, para as velocidades de 40 e 120 km/h, respectivamente. Foram consideradas as rotações sobre os eixos longitudinal ("Roll"), vertical ("Yaw") e transversal ("Pitch").

Tabela 4.4 - Quociente de Descarrilhamento para Velocidade de 40 km/h

λ	razão de suspensão(n)	1	2	4	8	12,63
1/20	rodeiro 1	0,0375	0,0502	0,0535	0,0557	0,0545
	rodeiro 2	0,0360	0,0413	0,0387	0,0400	0,0416
	rodeiro 3	0,0487	0,0461	0,0531	0,0616	0,0620
	rodeiro 4	0,0544	0,0635	0,0694	0,0846	0,0866
	rodeiro 5	0,0437	0,0456	0,0485	0,0593	0,0609
	rodeiro 6	0,0381	0,0309	0,0294	0,0343	0,0470
1/40	rodeiro 1	0,0378	0,0481	0,0522	0,0543	0,0533
	rodeiro 2	0,0388	0,0406	0,0379	0,0395	0,0412
	rodeiro 3	0,0461	0,0440	0,0511	0,0601	0,0605
	rodeiro 4	0,0520	0,0603	0,0661	0,0816	0,0879
	rodeiro 5	0,0435	0,0453	0,0480	0,0581	0,0595
	rodeiro 6	0,0328	0,0298	0,0280	0,0329	0,0409

Tabela 4.5 - Quociente de Descarrilhamento para Velocidade de 120 km/h

λ	razão de suspensão(n)	1	2	4	8	12,63
1/20	rodeiro 1	0,0603	0,0582	0,0564	0,5190	0,0509
	rodeiro 2	0,0186	0,0114	0,0191	0,0216	0,0298
	rodeiro 3	0,0347	0,0379	0,0390	0,0482	0,0552
	rodeiro 4	0,0596	0,0565	0,0590	0,0665	0,0725
	rodeiro 5	0,0189	0,0219	0,0314	0,0431	0,0493
	rodeiro 6	0,0557	0,0403	0,0504	0,0546	0,0560
1/40	rodeiro 1	0,0502	0,0491	0,0448	0,0336	0,0387
	rodeiro 2	0,0206	0,0198	0,0183	0,0217	0,0326
	rodeiro 3	0,0243	0,0275	0,0311	0,0440	0,0511
	rodeiro 4	0,0505	0,0490	0,0542	0,0625	0,0681
	rodeiro 5	0,0228	0,0260	0,0348	0,0467	0,0546
	rodeiro 6	0,0258	0,0309	0,0405	0,0483	0,0518

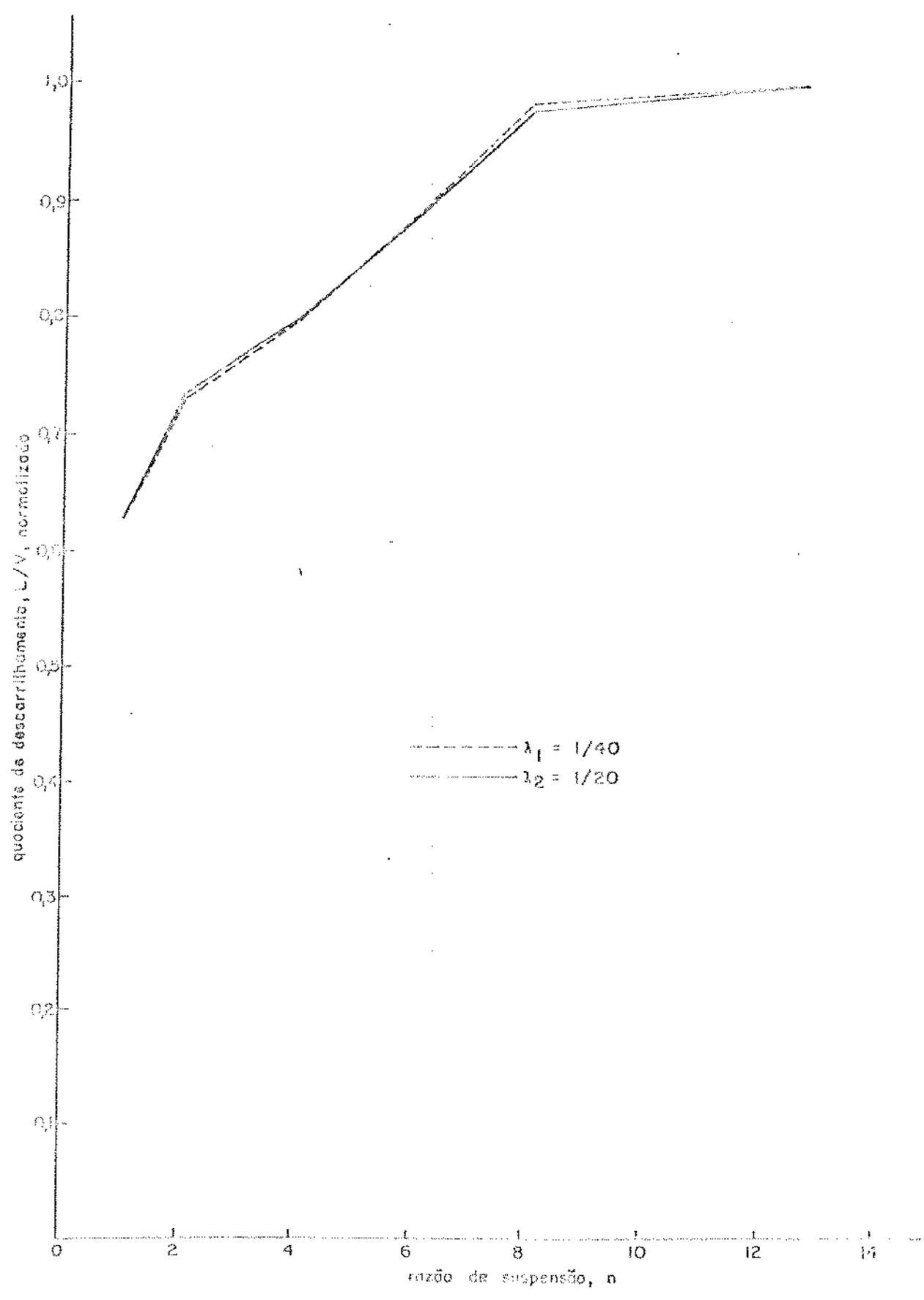


Figura 4.17 - Quociente de descarrilhamento normalizado à velocidade de 40 km/h

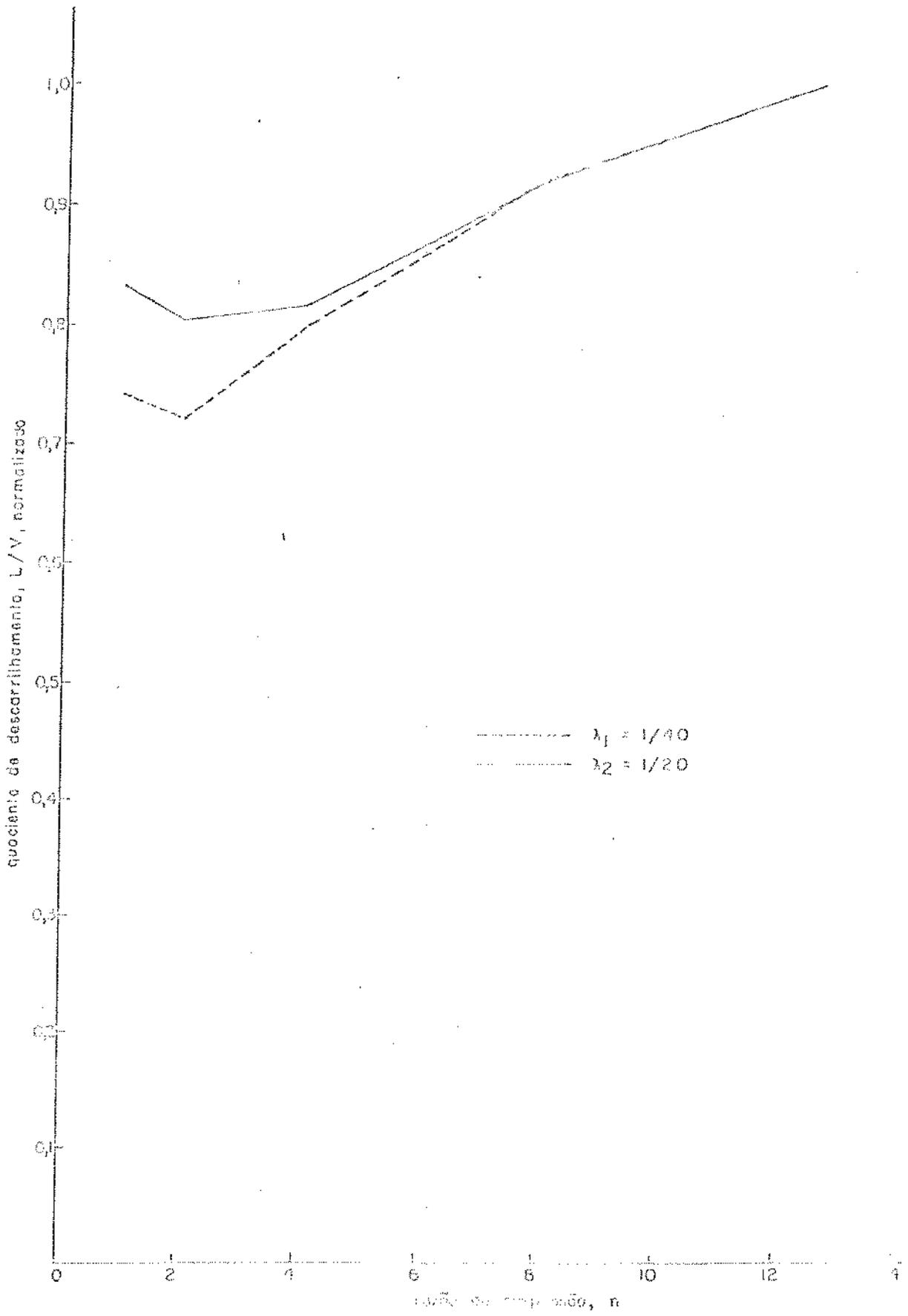


Figura 4.18 - Quociente de de carrilhamento normalizado \tilde{a} a velocidade de 120 km/h

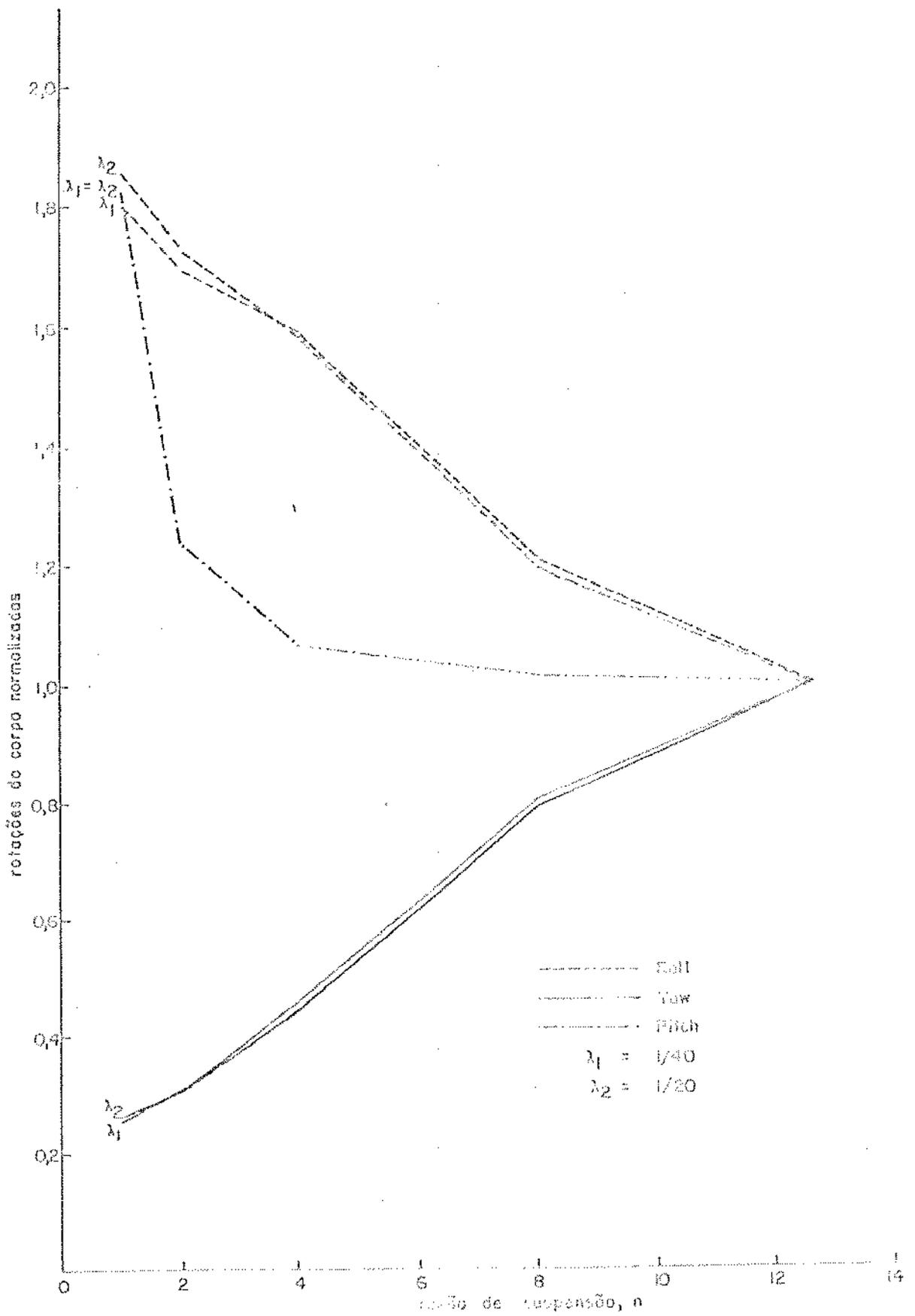


Figura 4.19 - Rotações do corpo da locomotiva normalizadas à velocidade de 40 km/h

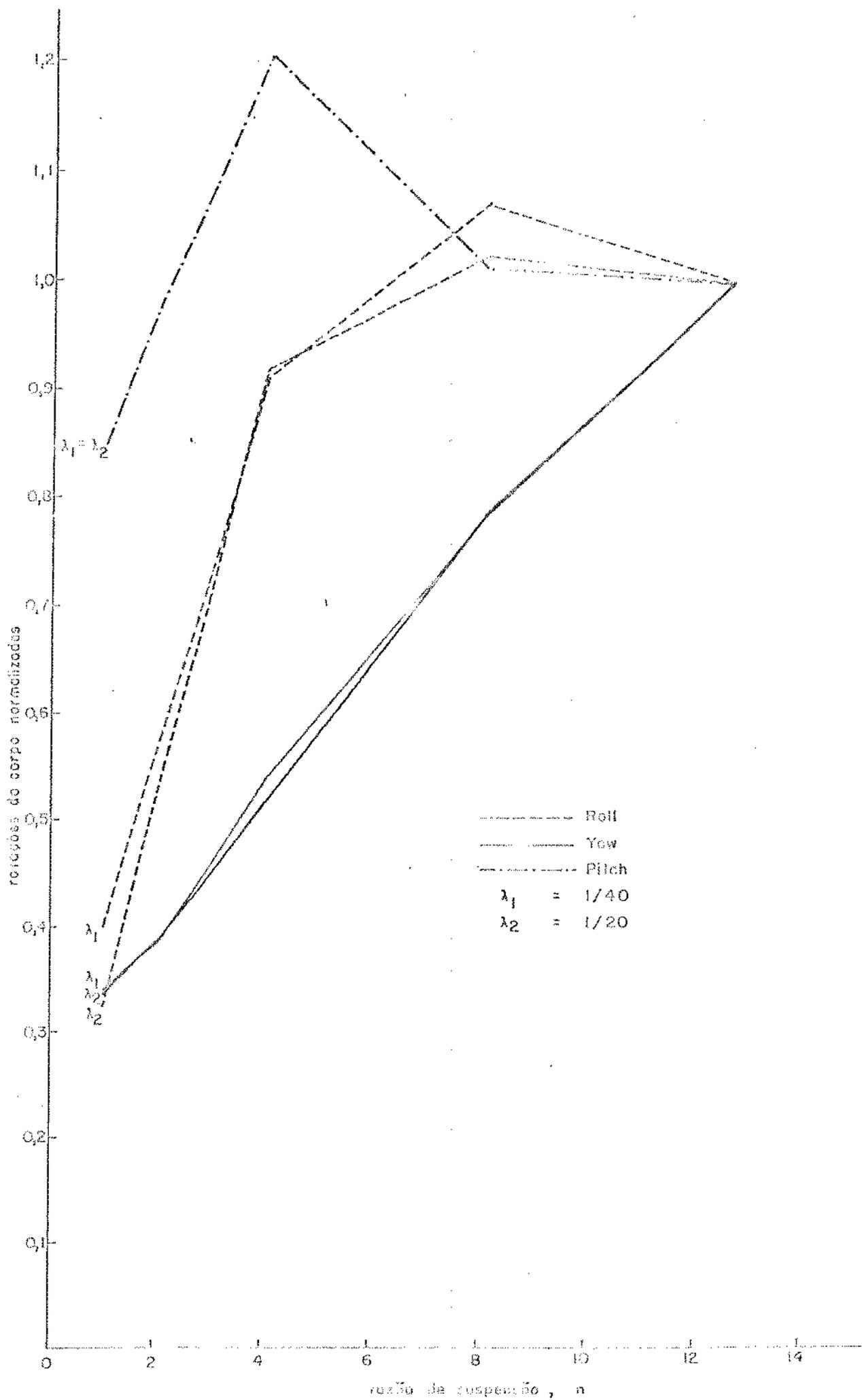


Figura 4.20 - Rotações do corpo da locomotiva normalizadas à velocidade de 120 km/h

Para a velocidade baixa, os movimentos de "Roll" e "Pitch" decrescem rapidamente quando a razão de suspensão aumenta, sendo desejável, portanto, os maiores valores. No entanto, para as altas velocidades, as menores rotações são obtidas para baixos valores da razão de suspensão. Devido ao fato das amplitudes e período de excitação lateral das irregularidades do trilho influírem na resposta dinâmica da locomotiva, outros exemplos deveriam ser simulados para se saber qual o comportamento do veículo quando ocorresse uma mudança das características do trilho, pois isto poderia causar movimentos indesejáveis durante a entrada de uma curva, por exemplo.

4.5. NÍVEIS DE ACELERAÇÃO

O conforto dos passageiros é uma restrição importante para os veículos que operam em altas velocidades, principalmente nas curvas e nas partes de transição. O nível de conforto é melhor avaliado em termos de aceleração e "jerk" (taxa de variação da aceleração com o tempo ou também, derivada terceira do deslocamento em relação ao tempo).

Doyle e Thomet [48] caracterizaram o efeito da geometria do trilho e do sistema de suspensão no conforto dos passageiros para o veículo trafegando em curvas e na transição da parte curva para a reta, comparando os valores obtidos com um critério de conforto pré-definido que limita o pico de aceleração lateral do corpo do passageiro a 0,1 g (g é a aceleração da gravidade) e a média de "jerk" lateral a 0,03 g/seg.

Embora o modelo analisado seja o de uma locomotiva, foi feito um estudo dos níveis de aceleração, pois de uma maneira similar poderia ser analisado vagões de passagei-

ros. As Figuras 4.21 e 4.22 mostram as acelerações vertical e lateral consideradas no centro de gravidade do corpo da locomotiva. Nota-se que a conicidade efetiva da roda não exerce nenhuma influência na aceleração vertical e pouca na lateral. Entretanto, quando a razão de suspensão aumenta, os níveis de aceleração aumentam consideravelmente, exceto a aceleração vertical para a velocidade de 40 km/h para valores maiores que 4 da razão de suspensão.

A tabela 4.6 mostra a aceleração do truque dianteiro na vertical e na lateral para as conicidades efetivas de 1/20 e 1/40, onde pode-se observar que a razão de suspensão não exerce influência significativa, porém quando aumenta-se a velocidade da locomotiva de 40 a 120 km/h ocorre um grande aumento nos níveis de aceleração do truque.

Tabela 4.6 - Aceleração do truque dianteiro nas direções vertical e lateral

V[km/h]	λ	n	1	2	4	8	12,63
40	1/20	vert.	0,042g	0,035g	0,038g	0,041g	0,029g
		lat.	0,060g	0,045g	0,055g	0,068g	0,065g
	1/40	vert.	0,042g	0,035g	0,038g	0,041g	0,029g
		lat.	0,060g	0,044g	0,054g	0,069g	0,066g
120	1/20	vert.	0,133g	0,153g	0,184g	0,266g	0,215g
		lat.	0,173g	0,164g	0,155g	0,146g	0,120g
	1/40	vert.	0,133g	0,153g	0,184g	0,266g	0,215g
		lat.	0,175g	0,169g	0,162g	0,142g	0,116g

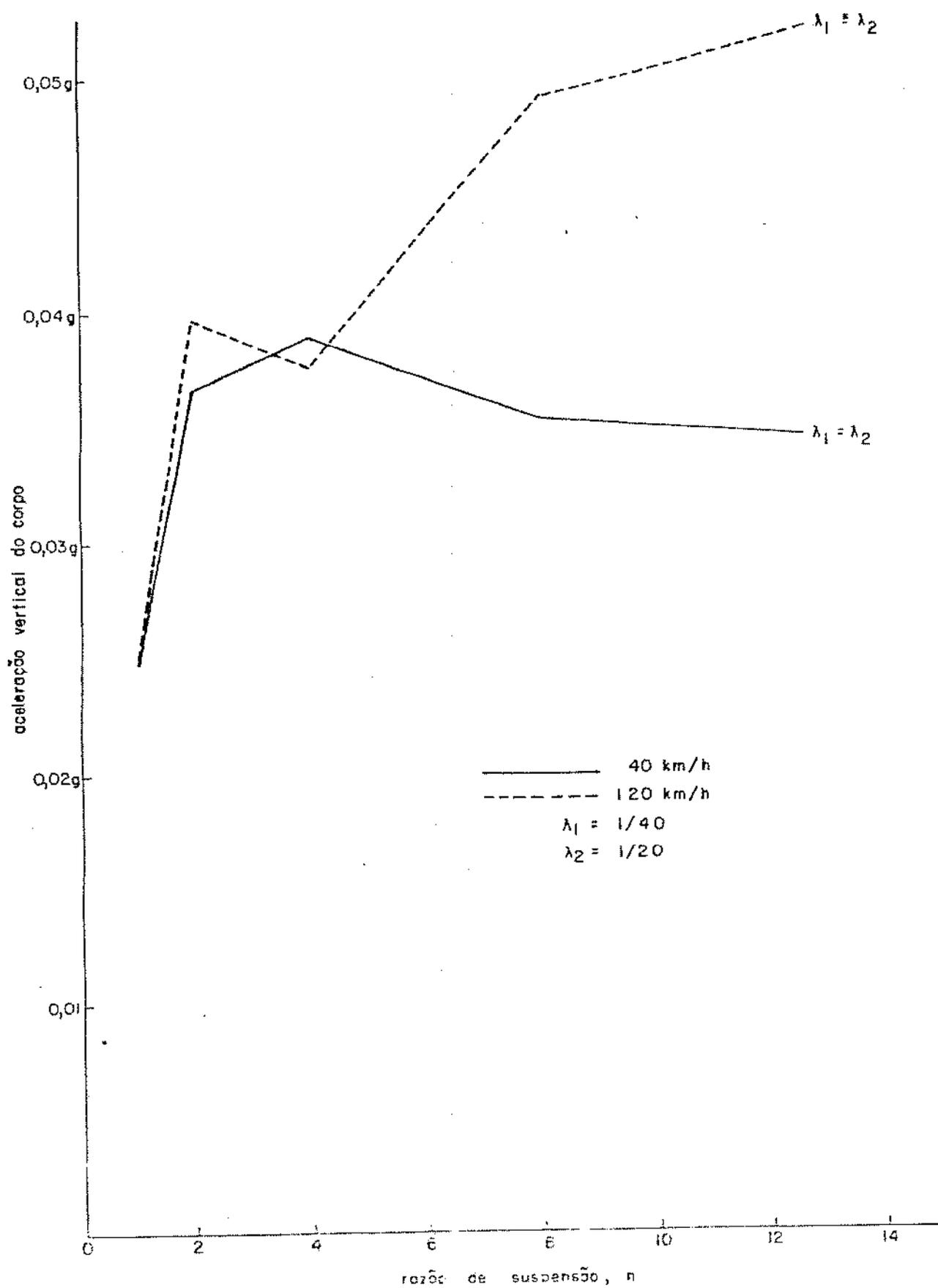


Figura 4.21 - Máxima aceleração vertical do corpo da locomotiva

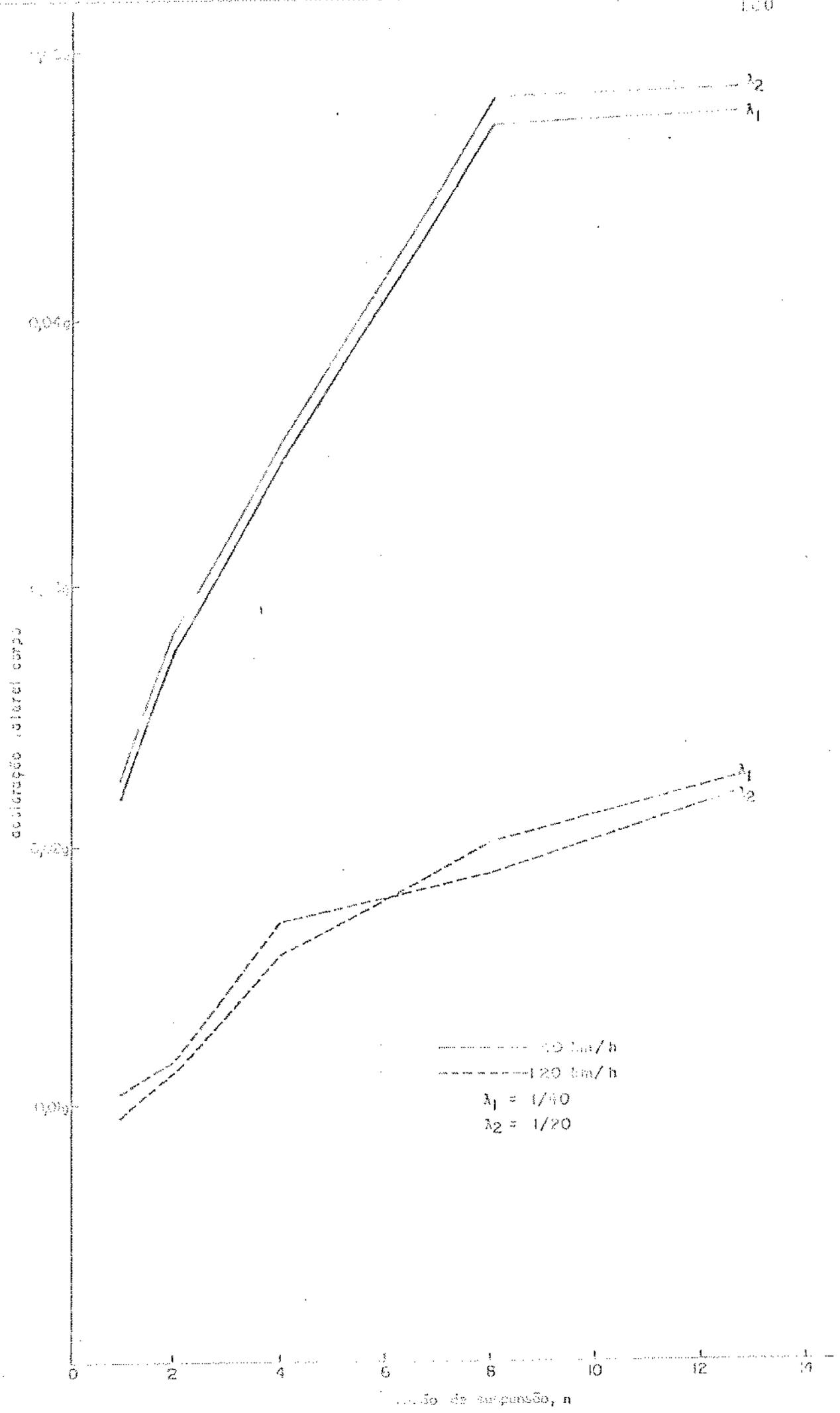


Figura 4.22 - Máxima aceleração lateral do corpo da locomotiva

4.6. EFEITO DA RIGIDEZ PRIMÁRIA

Em todos os exemplos simulados até agora, o sistema de suspensão primária permaneceu constante, variando-se apenas o secundário. Nesta etapa, a razão de suspensão, n , será mantida com os mesmos valores estudados anteriormente, porém o sistema de rigidez primária variará de uma taxa de 30% para simular uma menor e uma maior rigidez e assim caracterizar sua influência. A tabela 4.7 mostra os valores dos sistemas de rigidez para os 3 casos, onde o caso 2 corresponde aos valores base estudados anteriormente. Em todos os exemplos simulados, considerou-se a conicidade efetiva da roda de $1/20$, período da irregularidade do trilho nas direções vertical e lateral iguais a 23,77 m (2 vezes o comprimento do trilho), amplitude da irregularidade vertical 2,54 cm (1 in) e lateral 1,91 cm (3/4 in) e velocidade da locomotiva de 40 km/h. Portanto, a generalização dos resultados não é recomendada, devido à limitação das variáveis:

Na Figura 4.23 apresenta-se o deslocamento vertical e lateral do corpo da locomotiva para os 3 casos, onde se nota que a influência da razão de suspensão é mais acentuada no deslocamento lateral. Devido aos menores valores de deslocamento na lateral, é desejável a suspensão com menor rigidez.

O efeito da suspensão primária pode também ser analisado em função do quociente de descarrilhamento, L/V , Figura 4.24, onde os menores valores do quociente são obtidos para o sistema de suspensão primária com menor rigidez.

Tabela 4.7 - Rigidez Primária e Secundária, dados em 10^3 lb/in

CASO	razão de suspensão (n)	12,63	8,0	4,0	2,0	1,0
(1) 70%	Suspensão secundária por lado do truque					
	Vertical	175,0	110,88	55,44	27,720	13,86
	Lateral	7,7	4,90	2,45	1,225	0,613
	Suspensão primária por lado do rodeiro					
	Vertical	4,62	4,62	4,62	4,62	4,62
	Lateral	1,40	1,40	1,40	1,40	1,40
(2) 100%	Suspensão secundária por lado do truque					
	Vertical	250,00	158,40	79,20	39,60	19,800
	Lateral	11,00	7,00	3,50	1,75	0,875
	Suspensão primária por lado do rodeiro					
	Vertical	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6
	Lateral	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
(3) 130%	Suspensão secundária por lado do truque					
	Vertical	325,00	205,92	102,96	51,48	25,74
	Lateral	14,3	9,1	4,55	2,275	1,138
	Suspensão primária por lado do rodeiro					
	Vertical	8,58	8,58	8,58	8,58	8,58
	Lateral	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6

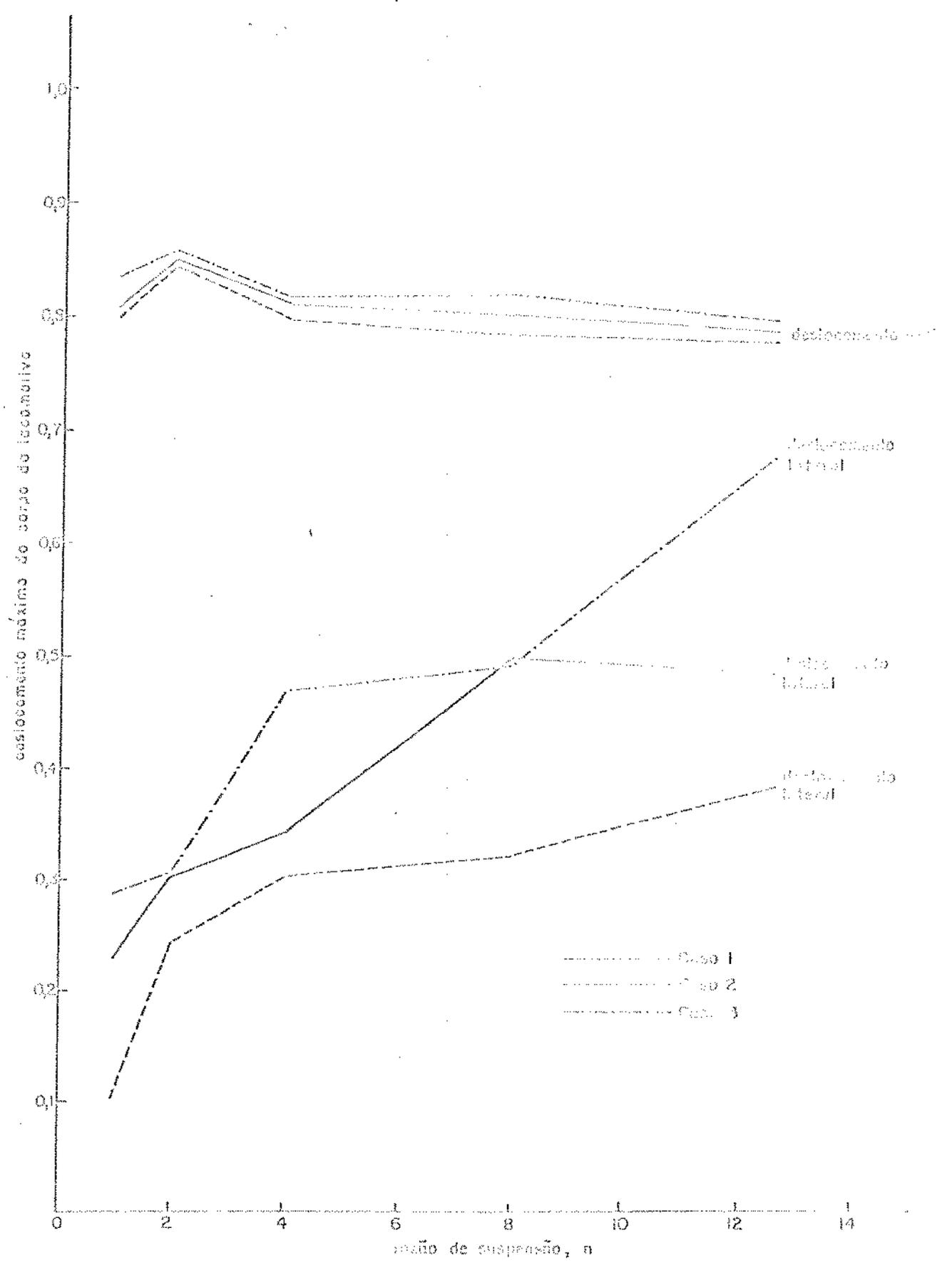


Figura 4.23 - Efeito da rigidez primária no deslocamento do corpo da locomotiva, em [pol]

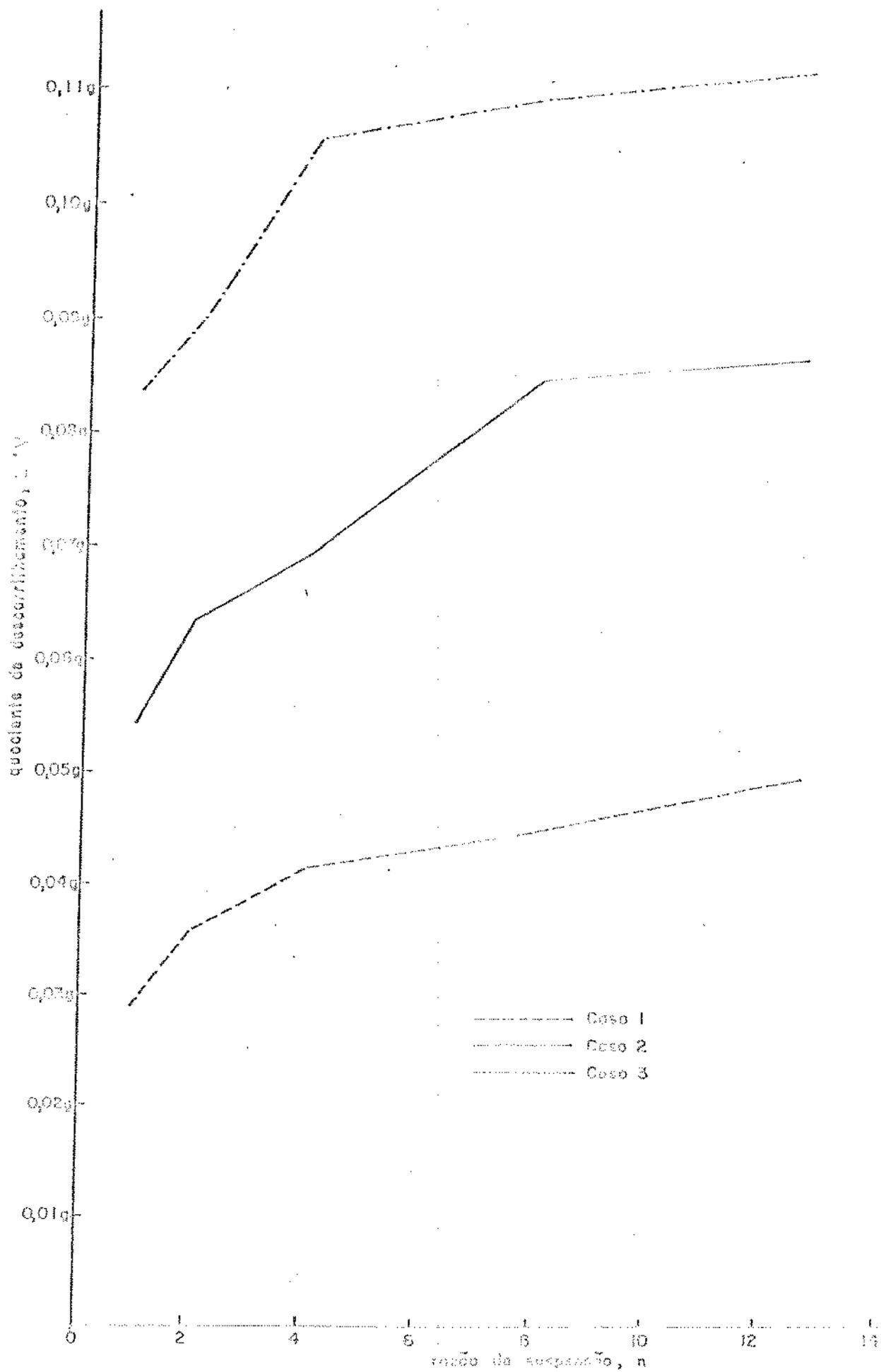


Figura 4.24 - Efeito da rigidez primária no quociente de des-
carrilhamento

As rotações do corpo são normalizadas na tabela 4.8 para o caso 2 e razão de suspensão igual a 12,63. A comparação dos resultados indica que para as rotações longitudinal ("Roll") e transversal ("Pitch") é preferível o sistema com maior rigidez, enquanto que para a rotação vertical ("Yaw") seria desejável a menor rigidez.

Tabela 4.8 - Rotações do corpo da locomotiva normalizadas para $V = 40$ km/h

Rotações	razão de suspensão n	Razão de suspensão				12,63
		1	2	4	8	
ROLL	caso 1	1,078	1,805	1,576	1,171	0,976
	caso 2	1,351	1,723	1,185	1,135	1
	caso 3	1,009	1,700	1,478	0,947	0,760
YAW	caso 1	0,249	0,253	0,355	0,508	0,657
	caso 2	0,263	0,314	0,452	0,526	1
	caso 3	0,274	0,378	0,638	1,179	1,155
PITCH	caso 1	2,117	2,695	1,851	1,566	1,480
	caso 2	1,828	1,234	1,065	1,015	1
	caso 3	1,179	1,010	0,989	0,983	1,010

As Figuras 4.25 e 4.26 mostram a aceleração em direções vertical e lateral do corpo da locomotiva, respectivamente. Nota-se que a razão de suspensão exerce maior influência na aceleração lateral e que a suspensão primária tem grande influência no conforto dos passageiros, portanto se este requisito for considerado importante, deve-se adotar os menores valores para a razão de suspensão e para a rigidez primária.

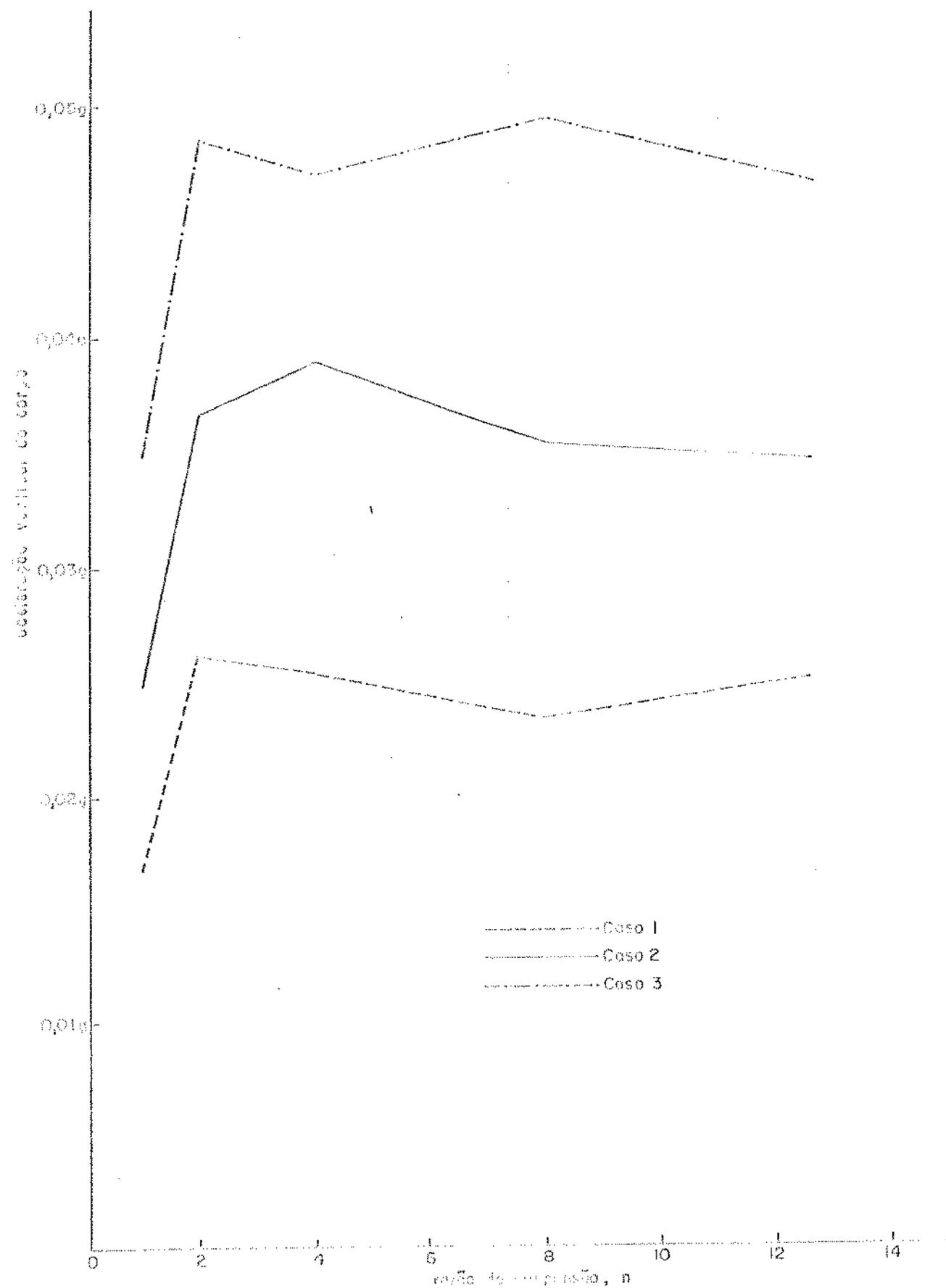


Figura 4.25 - Efeito da rigidez e inércia na aceleração vertical do corpo da loçativa

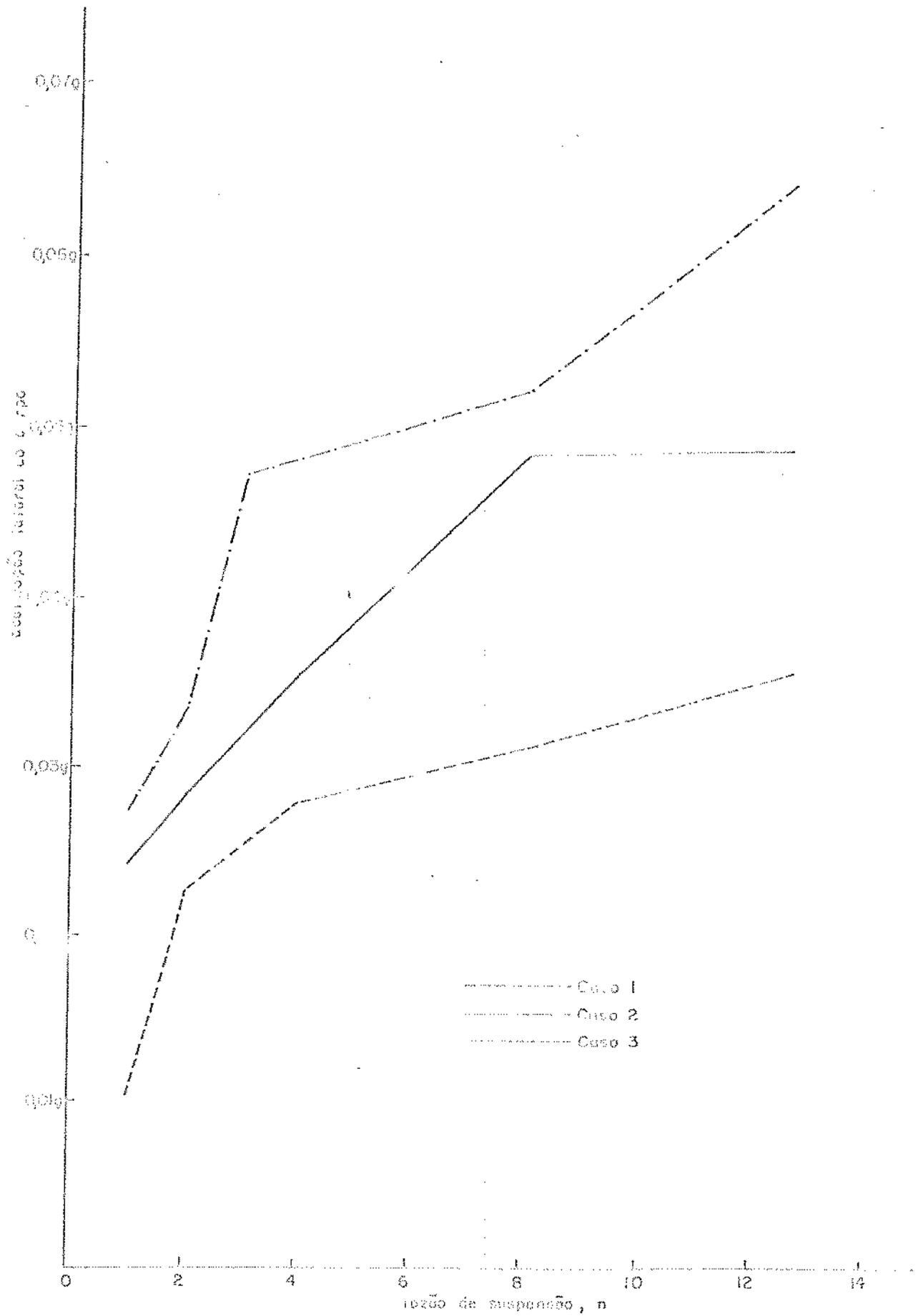


Figura 4.26 - Efeito da rigidez primária na aceleração lateral do corpo da locomotiva

5. CONCLUSÃO

A análise da resposta dinâmica de uma locomotiva de 6 eixos em trilho reto, incluindo as irregularidades do trilho nas direções vertical e lateral, foi realizada através de um modelo matemático com trinta e nove graus de liberdade, com os parâmetros geométricos da interação roda-trilho sendo calculados segundo a teoria linear proposta por "Joly" e "Wickens", "Blader" ou adotando valores iniciais.

Na introdução deste trabalho foram apresentadas algumas das aplicações deste programa, no entanto não foram obtidas conclusões finais sobre nenhuma aplicação específica, pois para isso seria necessário a simulação de um grande número de exemplos para cobrir toda a faixa de influência de cada variável. Portanto, o que se procurou neste estudo foi caracterizar a influência de alguns parâmetros na resposta da locomotiva e dominar a metodologia de análise para que em uma próxima etapa pudesse ser realizado um estudo específico.

Pode-se observar que o sistema de suspensão e a força de excitação do trilho exercem grande influência na resposta dinâmica e que uma operação segura poderia ser efetuada através de uma escolha adequada da suspensão do veículo, no entanto, quando se projeta um veículo, deve-se considerar diversos requisitos, como por exemplo, estabilidade lateral,

tendência de descarrilhamento, condições de conforto, transição de um tipo de irregularidade para outra em trilhos retos e outras, o que poderia levar a especificações conflitantes. Portanto, o sistema de suspensão, dificilmente seria adequado para atender a todos os objetivos, devendo-se, então, procurar que um nível de satisfação requerida seja atingido simultaneamente.

Para a razão de suspensão maior que 8, a resposta da locomotiva apresenta os piores resultados para condições de conforto e limite de descarrilhamento, para velocidades de operação alta e baixa, enquanto para a razão de suspensão menor que 4 são obtidos os melhores resultados. No entanto para a rotação sobre o eixo longitudinal ("Roll") e sobre o eixo transversal ("Pitch") para velocidade de 10 km/h e para a rotação transversal a 120 km/h são verificados os melhores valores. Portanto, baseado nestes resultados limitados, a razão de suspensão entre 4 e 8 seria desejável por apresentar um bom compromisso entre os requisitos estudados.

Para a análise da precisão dos métodos de integração numérica de Newmark e de Wilson- θ , foram simulados exemplos para um sistema de dois graus de liberdade e comparados à solução exata, constatando-se uma ótima concordância entre os resultados.

Tendo em vista que o objetivo principal deste trabalho era a implantação do programa computacional, para que este ficasse de uma maneira prática e acessível para qualquer usuário que desejasse utilizá-lo, e a caracterização da influência de alguns parâmetros na resposta dinâmica da locomotiva, julgamos que estes foram alcançados de uma maneira satisfatória.

BIBLIOGRAFÍAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] JOLY, R. Study of the transverse stability of a railway vehicle running at high speed. *Rail International*, february, 1972.
- [2] RIMBLAFT, R.E. Hunting stability of the three axle locomotive truck. *Journal of Engineering for Industry* (Trans. ASME), may, 1978.
- [3] CAUG, V.K. & MELS, K.D. Lateral stability of a six axle locomotive. *Journal of Engineering for Industry* (Trans. ASME), may, 1975.
- [4] RAMACHANDRAN, P.V. et alii. Validation of rail vehicle system dynamic model. *Inst. J. of Vehicle Design*, 5(3), 1982.
- [5] ORTH, C.L. & KACHADOUBRIAN, G. Vibration modes of a 70 ton boxcar. *Journal of Engineering for Industry* (Trans. ASME), february, 1984.
- [6] FRTES, R.H.; COOPERRIDER, N.K.; LAW, E.H. Experimental investigation of freight car lateral dynamics. *Journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control*, 103, september, 1981.
- [7] HULL, R. & COOPERRIDER, N.K. Influence of nonlinear wheel/rail contact geometry on stability of rail vehicles. *J. of Eng. for Industry* (Trans. ASME), february, 1977.
- [8] DOYLE Jr., G.R. & PRAUSE, R.H. Hunting stability of rail vehicles with torsionally flexible wheelsets. *Journal of Eng. for Industry* (Trans. ASME), february, 1977.

- [9] NEWLAND, D.E. On the time-dependent spin creep of a railway wheel. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 24(2), June, 1982.
- [10] ELKINS, J.A. & EICKHOFF, B.M. Advances in nonlinear wheel/rail force prediction methods and their validation. *J. of Dynamic Systems, Measurements, and Control*, 104, June, 1982.
- [11] KARMEL, A. & SWEET, L.M. Wheelset mechanics during wheel climb derailment. *Journal of Applied Mechanics*, 51, September, 1984.
- [12] SWEET, L.M. & SIVAK, J.A. Nonlinear wheelset forces in flange contact. Part 1 & Part 2. *J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 101, September, 1979.
- [13] COOPERRIDER, M.K. et alii. The application of quasi-linearization to the prediction of nonlinear railway vehicle response. *Proceedings of IUTAM Symposium - Delft, The Netherlands*, August, 1975.
- [14] CHANG, B.H. et alii. Comparative study of the linear and non-linear locomotive response. *J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 101, September, 1979.
- [15] MATSUDAIRA, T. et alii. Problems on hunting of railway vehicle on test stand. *Journal of Engineering for Industry (Trans. ASME)*, August, 1969.
- [16] ABBOTT, P.W.; MOROSOW, G.; MCDONALD, J. *Track-rail dynamics*. Denver Research Institute, University of Denver, June, 1977.

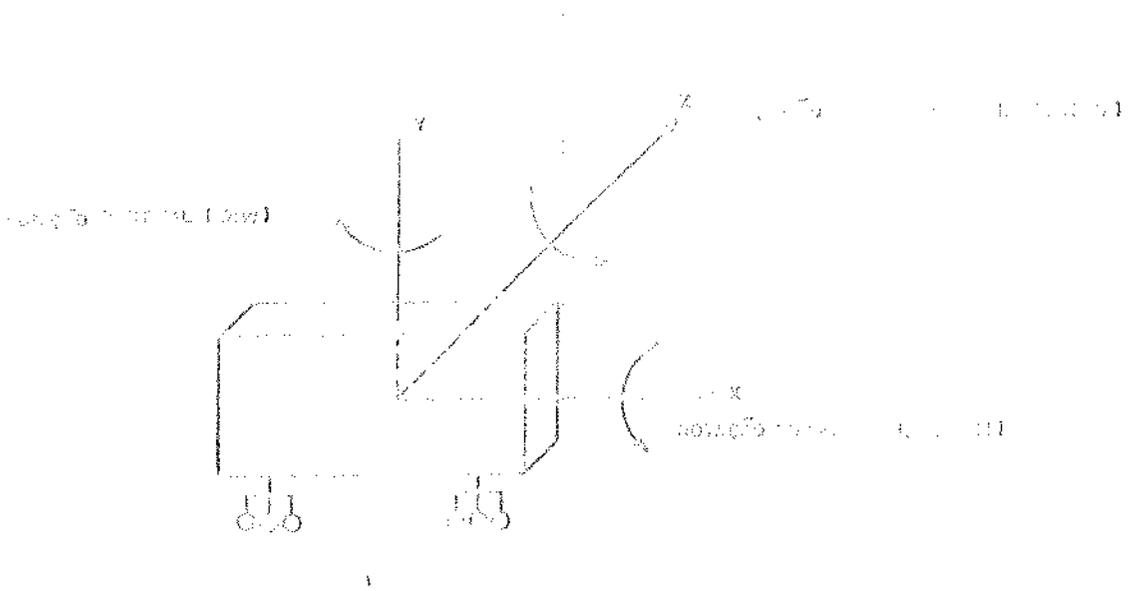
- [17] ARSLAN, A.; KALAYCIĞILU, S.F.; PURWANI, S.K. Evaluation of a prototype high performance covered hopper car. *Journal of Engineering for Industry* (Trans. ASME), 107, may, 1985.
- [18] BRINA, H.L. *Estrelas de ferro*. 2 vol. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1982.
- [19] RODRIGUES FILHO, F. e ROZA, L.C. *Consequências das elevadas temperaturas nas rodas dos veículos ferroviários*. III ENFRE/ABNT, Porto Alegre, RS, julho, 1985.
- [20] PORTO, A.A.S. *Contribuição ao procedimento de avaliação de truques ferroviários através do comportamento dinâmico da via*. UNICAMP, Tese de Doutorado, janeiro, 1986.
- [21] RODRIGUES FILHO, F. *Estudo da estabilidade dinâmica de veículos ferroviários através da simulação do comportamento de uma locomotiva*. UNICAMP, FEEC, Depto de Engenharia Mecânica, Tese de Doutorado, 1984.
- [22] SWEET, L.M. & KARNOL, A. Spectral analysis of freight car truck lateral response. *J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 104, december, 1982.
- [23] CHANG, E.H.; GARG, V.K.; HARTMANN, P.W. *Locomotive response model*. AAR/Program on Track Train Dynamics Report, R-295.
- [24] RAJKIMAR, B.R.; FRANI, F.D.; ORTH, C.L. Replication of revenue track input using a vibration test unit for freight car structure and 1 Meg damage evaluation. *Journal of Eng. for Industry* (Trans. ASME), feb., 1984.

- [25] SCHROEDER, M.R. Synthesis of low-peak-factor signal and binary sequences with low autocorrelation. *IEEE Trans. on Information Theory*, January, 1976.
- [26] HADDER, J.A. *The effects of truck design and Component flexibility on the lateral stability of railway freight vehicles*. MS Thesis, Depart. of Mechanical Engineering, Cleason University - Clenson, USA, December, 1976.
- [27] LAW, E.H. Nonlinear wheelset dynamic response to random lateral rail irregularities. *Journal of Engineering for Industry* (Trans. ASME); 96(4), November, 1974.
- [28] COOPERIDER, N.K. Railway truck response to random rail irregularities. *Journal of Engineering for Industry* (Trans. ASME), August, 1975.
- [29] CARTER, F.W. The running of locomotives with reference to their tendency to derail. *Inst. of Civil Engin.*, Paper n^o 91, 1930.
- [30] KALKER, J.J. Simplified theory of rolling contact. *Delft Progress Report - Mechanical and Aeronautical Engineering and Shipbuilding*, 1973.
- [31] KALKER, J.J. *On the rolling contact of two elastic bodies in the presence of dry friction*. Doctoral Dissertation, Technische Hogeschool, Delft, Netherlands, 1967.
- [32] TIMOSHENKO, S.P. & GOODIER, J.N. *Theory of elasticity*. 3rd ed. New York, McGraw-Hill, 1970.

- [33] WICKENS, A.H. The dynamics of railway vehicles on straight tracks: Fundamental considerations of lateral stability. *Proc. Inst. Mech. Eng.*, London, 180, 1965-66.
- [34] BLADER, F.B. & KURTZ, R.F. Dynamic stability of car in long freight trains. *Rail Transportation Division, ASME*, nov., 1973.
- [35] BULLOCK, R.L. & COOLEY, D.B. Optimizing railroad freight car truck suspension systems having coulumb damping. *J. of Eng. for Industry (Trans. ASME)*, Aug., 1981.
- [36] MEIROVITCH, L. *Elements of vibration analysis*. McGraw-Hill Book Company, 4.ed., 1982.
- [37] RALSTON, A. *A first course in numerical analysis*. McGraw-Hill Kogakusha, 1965.
- [38] MARTIN, R.S. & WILKINSON, J.H. Similarity reduction of a general matrix to Hessenberg form. *Numerische Math.* 12: 349-368, 1968.
- [39] MEIROVITCH, L. *Computational methods in structural dynamics*. Sijthoff & Noordhoff, 1980.
- [40] STRANG, G. *Linear algebra and its applications*. Academic Press, 1980.
- [41] MARTIN, R.S.; PETERS, G.; WILKINSON, J.H. The QR algorithm for real Hessenberg matrices. *Numerische Math.*, 14: 219-231, 1970.
- [42] CLOUGH, R.W. & PENZGEN, J. *Dynamic of structures*. McGraw-Hill Book Company, 1975.

- [43] WILSON, E.L.; FARHOOZMAND, I.; BATHE, K.J. Nonlinear dynamics analysis of complex structures. *International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1, 1973.
- [44] BATHE, K.J. & WILSON, E.L. *Numerical methods in finite element analysis*. Prentice-Hall, Inc., 1976.
- [45] HILLMARK, N.M. A method of computation for structural dynamics. *A.S.C.E., Journal of Engineering Mechanics Division*, 85, 1959.
- [46] BENDAT, J.S. & PIERSON, A.G. *Random data: analysis and measurement procedures*. Wiley - Interscience, 1971.
- [47] NEULAND, D.E. *An introduction to random vibrations and spectral analysis*. London, Longman, 1975.
- [48] DOYLE Jr., G.R. & THOMET, M.A. Effect of track geometry and rail vehicle suspension on passenger comfort in curves and transitions. *Journal of Engineering for Industry* (Trans. ASME), november, 1977.

APÊNDICE I - DEFINIÇÃO DAS DESLOCAMENTOS



DEFINIÇÃO DAS CLASSES DE DESLOCAMENTOS

Forma matricial	Símbolo	Nº do E.L.	Deslocamento
$\{U^C\}$	Y^C	1	Vertical do corpo
	Z^C	2	Lateral do corpo
	ϕ^C	3	Roll do corpo
	ψ^C	4	Yaw do corpo
	θ^C	5	Pitch do corpo
$\{U_1^t\}$	Y_1^t	6	Vertical do trapo dianteiro
	Z_1^t	7	Lateral do trapo dianteiro
	ϕ_1^t	8	Roll do trapo dianteiro
	ψ_1^t	9	Yaw do trapo dianteiro
	θ_1^t	10	Pitch do trapo dianteiro
$\{U_2^t\}$	Y_2^t	11	Vertical do trapo traseiro
	Z_2^t	12	Lateral do trapo traseiro
	ϕ_2^t	13	Roll do trapo traseiro
	ψ_2^t	14	Yaw do trapo traseiro
	θ_2^t	15	Pitch do trapo traseiro

$\{U_1^r\}$	Y_1^r	16	Vertical do rodeiro 1
	Z_1^r	17	Lateral do rodeiro 1
	ϕ_1^r	18	Roll do rodeiro 1
	ψ_1^r	19	Yaw do rodeiro 1
$\{U_2^r\}$	Y_2^r	20	Vertical do rodeiro 2
	Z_2^r	21	Lateral do rodeiro 2
	ϕ_2^r	22	Roll do rodeiro 2
	ψ_2^r	23	Yaw do rodeiro 2
$\{U_3^r\}$	Y_3^r	24	Vertical do rodeiro 3
	Z_3^r	25	Lateral do rodeiro 3
	ϕ_3^r	26	Roll do rodeiro 3
	ψ_3^r	27	Yaw do rodeiro 3
$\{U_4^r\}$	Y_4^r	28	Vertical do rodeiro 4
	Z_4^r	29	Lateral do rodeiro 4
	ϕ_4^r	30	Roll do rodeiro 4
	ψ_4^r	31	Yaw do rodeiro 4
$\{U_5^r\}$	Y_5^r	32	Vertical do rodeiro 5
	Z_5^r	33	Lateral do rodeiro 5
	ϕ_5^r	34	Roll do rodeiro 5
	ψ_5^r	35	Yaw do rodeiro 5
$\{U_6^r\}$	Y_6^r	36	Vertical do rodeiro 6
	Z_6^r	37	Lateral do rodeiro 6
	ϕ_6^r	38	Roll do rodeiro 6
	ψ_6^r	39	Yaw do rodeiro 6

APÊNDICE 2

DESLOCAMENTO RELATIVO PARA O MODELO DA LOCOMOTIVA COM 5 EIXOS

1. DESLOCAMENTO RELATIVO ENTRE O CORPO DA LOCOMOTIVA E OS TRUQUES

Lado Direito

$$U_{1D}^x = b_2 \psi_1^t - h_1 \theta_1^t - b_2 \psi^c - h_2 \theta^c$$

$$U_{2D}^x = b_2 \psi_2^t - h_1 \theta_2^t - b_2 \psi^c - h_2 \theta^c$$

$$U_{1D}^y = Y_1^t - b_2 \phi_1^t + L_1 \theta_1^t - Y^c + b_2 \phi^c - L_1 \theta^c$$

$$U_{2D}^y = Y_2^t - b_2 \phi_2^t - L_2 \theta_2^t - Y^c + b_2 \phi^c + L_2 \theta^c$$

$$U_{1D}^z = Z_1^t + h_1 \phi_1^t - L_1 \psi_1^t - Z^c + h_2 \phi^c + L_1 \psi^c$$

$$U_{2D}^z = Z_2^t + h_1 \phi_2^t + L_2 \psi_2^t - Z^c + h_2 \phi^c - L_2 \psi^c$$

Lado Esquerdo

$$U_{1E}^x = -b_2 \psi_1^t - h_1 \theta_1^t + b_2 \psi^c - h_2 \theta^c$$

$$U_{2E}^x = -b_2 \psi_2^t - h_1 \theta_2^t + b_2 \psi^c - h_2 \theta^c$$

$$U_{1E}^y = Y_1^t + b_2 \phi_1^t + L_1 \theta_1^t - Y^c - b_2 \phi^c - L_1 \theta^c$$

$$U_{2E}^y = Y_2^t + b_2 \phi_2^t - L_2 \theta_2^t - Y^c - b_2 \phi^c + L_2 \theta^c$$

$$U_{1E}^z = Z_1^t + h_1 \phi_1^t - L_1 \psi_1^t - Z^c + h_2 \phi^c + L_1 \psi^c$$

$$U_{2E}^z = Z_2^t + h_1 \phi_2^t + L_2 \psi_2^t - Z^c + h_2 \phi^c - L_2 \psi^c$$

2. DESLOCAMENTO RELATIVO ENTRE OS TREQUIS E OS RODNROS

Lado Direito

$$\bar{U}_{1D}^x = b_1 \psi_1^r - b_1 \psi_1^t - h_t \theta_1^t$$

$$\bar{U}_{2D}^x = b_1 \psi_2^r - b_1 \psi_1^t - h_t \theta_1^t$$

$$\bar{U}_{3D}^x = b_1 \psi_3^r - b_1 \psi_1^t - h_t \theta_1^t$$

$$\bar{U}_{4D}^x = b_1 \psi_4^r - b_1 \psi_2^t - h_t \theta_2^t$$

$$\bar{U}_{5D}^x = b_1 \psi_5^r - b_1 \psi_2^t - h_t \theta_2^t$$

$$\bar{U}_{6D}^x = b_1 \psi_6^r - b_1 \psi_2^t - h_t \theta_2^t$$

$$\bar{U}_{1D}^y = Y_1^r - b_1 \phi_1^r - Y_1^t + b_1 \phi_1^t - a_1 \theta_1^t$$

$$\bar{U}_{2D}^y = Y_2^r - b_1 \phi_2^r - Y_1^t + b_1 \phi_1^t + a_2 \theta_1^t$$

$$\bar{U}_{3D}^y = Y_3^r - b_1 \phi_3^r - Y_1^t + b_1 \phi_1^t + a_3 \theta_1^t$$

$$\bar{U}_{4D}^y = Y_4^r - b_1 \phi_4^r - Y_2^t + b_1 \phi_2^t - a_4 \theta_2^t$$

$$\bar{U}_{5D}^y = Y_5^r - b_1 \phi_5^r - Y_2^t + b_1 \phi_2^t - a_5 \theta_2^t$$

$$\bar{U}_{6D}^y = Y_6^r - b_1 \phi_6^r - Y_2^t + b_1 \phi_2^t + a_6 \theta_2^t$$

$$\bar{U}_{1D}^z = Z_1^r - Z_1^t + h_t \phi_1^t + a_1 \psi_1^t$$

$$\bar{U}_{2D}^z = Z_2^r - Z_1^t + h_t \phi_1^t - a_2 \psi_1^t$$

$$\bar{U}_{3D}^z = Z_3^r - Z_1^t + h_t \phi_1^t - a_3 \psi_1^t$$

$$\bar{U}_{4D}^z = Z_4^r - Z_2^t + h_t \phi_2^t + a_4 \psi_2^t$$

$$\bar{U}_{5D}^z = Z_5^r - Z_2^t + h_t \phi_2^t + a_5 \psi_2^t$$

$$\bar{U}_{6D}^z = Z_6^r - Z_2^t + h_t \phi_2^t - a_6 \psi_2^t$$

1000

1000