

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Este exemplar corresponde a redação final
da tese defendida por José Geraldo
Ferroni e aprovada
pela comissão julgadora em 01/03/1996


ORIENTADOR

Dissertação Apresentada à
Faculdade de Engenharia Mecânica
Como Requisito Parcial à Obtenção do
Título de Mestre em Engenharia de Petróleo

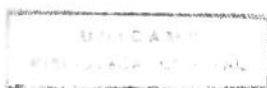
**APLICAÇÃO DO MÉTODO DA INTEGRAL DE CONTORNO
NA MODELAGEM DO TRANSPORTE DE TRAÇADORES
RADIOATIVOS EM MEIOS POROSOS**

25/96

Autor: José Geraldo Ferroni

Orientador: Prof. Dr. Antônio Cláudio de França Corrêa

Março de 1996



BC
 T/UNICAMP
 F417A
 27875
 667196
 D X
 R\$ 11,00
 03/07/96

CM-00089514-6

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
 BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

F417a

Ferroni, José Geraldo

Aplicação do método da integral de contorno na modelagem do transporte de traçadores radioativos em meios porosos / José Geraldo Ferroni.--Campinas, SP: [s.n.], 1996.

Orientador: Antônio Cláudio de França Corrêa.
 Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

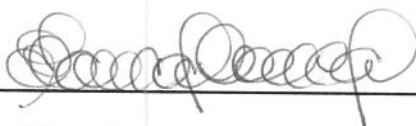
1. Traçadores radioativos. 2. Radioisótopos. 3. Adsorção. 4. Dinâmica dos fluidos. 5. Escoamento. 6. Materiais porosos. 7. Engenharia do petróleo. I. Corrêa, Antônio Cláudio de França. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

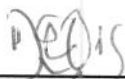
A dissertação “Aplicação do Método da Integral de Contorno na Modelagem do Transporte de Traçadores Radioativos em Meios Porosos”, elaborada por José Geraldo Ferroni, foi aceita pela Subcomissão de Pós-Graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 01 de março de 1996

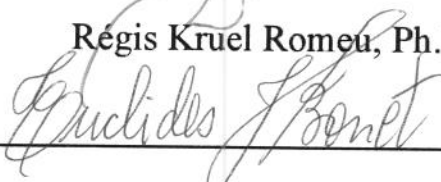
Banca Examinadora:



Antônio Cláudio de França Corrêa, Ph.D.



Régis Kruehl Romeu, Ph.D.



Euclides José Bonet, MSc.

À minha esposa, Luciana, e à minha filha, Ana Flávia, pela
paciência, compreensão e estímulo.

Agradecimentos

Ao Professor Antônio Cláudio, pela orientação e estímulo.

À UNICAMP e à PETROBRÁS, pela oportunidade.

Aos funcionários da UNICAMP, pelo apoio recebido.

Aos companheiros de turma, pela amizade do dia-a-dia.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 3.1 - Curva de Concentração para Linha de Fluxo do <i>Break-Through</i> de um Modelo <i>Five-Spot</i> ($N_{pe}=500$; $M=1.0$; $R=1.0$; $\beta=0.0$).....	31
FIGURA 3.2 - Curva de Concentração Global Referente ao Modelo de Injeção do Tipo Linha Alternada ($N_{pe}=1000$; $M=1.0$; $n_{lf}=51$; $\beta=0.0$).....	32
FIGURA 3.3 - Curva de Concentração Global Referente ao Modelo de Injeção do Tipo Linha Direta ($N_{pe}=1000$; $M=1.0$; $n_{lf}=101$; $\beta=0.0$).....	33
FIGURA 3.4a - Variação de N_{pe} para o <i>Five-Spot</i> ($M=1.0$; $R=1.0$; $n_{lf}=51$; $\beta=0.0$).....	34
FIGURA 3.4b - Variação de N_{pe} para Padrão Linha Direta ($d/a=0.5$; $M=1.0$; $R=1.0$; $n_{lf}=101$; $\beta=0.0$).....	34
FIGURA 3.5 - Curvas de Concentração para diferentes Fatores de Retardo R em Modelo de Injeção Linha Alternada ($N_{pe}=1000$; $d/a=1.0$; $n_{lf}=51$; $M=1.0$; $\beta=0.0$).....	39
FIGURA 3.6 - Curvas de Concentração para diferentes Fatores de Retardo R em Modelo de Injeção Linha Direta ($N_{pe}=1000$; $d/a=1.0$; $n_{lf}=101$; $M=1.0$; $\beta=0.0$).....	40
FIGURA 3.7 - Curvas de Concentração para Diferentes Constantes de Decaimento β em Modelo de Injeção Linha Alternada ($N_{pe}=1000$; $d/a=1.0$; $n_{lf}=51$; $M=1.0$; $R=1.0$).....	41
FIGURA 3.8 - Curvas de Concentração para Diferentes Constantes de Decaimento β em Modelo de Injeção Linha Direta ($N_{pe}=1000$; $d/a=1.0$; $n_{lf}=101$; $M=1.0$; $R=1.0$).....	42
FIGURA 4.1 - Ilustração do Domínio de Integração D, do Contorno Γ e do Ângulo Interno φ para P Genérico Situado sobre o Contorno.....	47
FIGURA 4.2 - Esquema de Coordenadas Locais (ξ, η) para o Cálculo da Parcela da Integral de Linha do BIM Referente ao Trecho do nó j ao j+1.....	50
FIGURA 4.3 - Discretização da Parede de Um Quarto de Poço em Três Pontos.....	58
FIGURA 4.4 - Locação do Ponto Interno P_i na Parede Real do Poço Discretizado.....	62
FIGURA 5.1a - Geometria para o Padrão Linha Alternada.....	65
FIGURA 5.1b - Geometria para o Padrão Linha Direta.....	66
FIGURA 5.2 - Validação do Traçado das Linhas de Fluxo.....	72
FIGURA 5.3 - Ilustração do Parâmetro N_c	73
FIGURA 5.4 - Efeito da Dessuperposição dos Poços para o <i>Five-Spot</i>	74
FIGURA 5.5 - Linhas de Fluxo para o <i>Five-Spot</i>	75
FIGURA 5.6 - Curva de Concentração (Linha Alternada: $d/a=0.5$).....	76
FIGURA 5.7 - Linhas de Fluxo: Linha Alternada, $d/a=0.4$	77
FIGURA 5.8 - Curva de Concentração (Linha Alternada: $d/a=0.4$).....	78
FIGURA 5.9 - Linhas de Fluxo: Linha Alternada, $d/a=1.0$	79
FIGURA 5.10 - Curva de Concentração (Linha Alternada: $d/a=1.0$).....	80
FIGURA 5.11 - Linhas de Fluxo: Linha Alternada, $d/a=1.5$	81
FIGURA 5.12 - Curva de Concentração (Linha Alternada: $d/a=1.5$).....	82
FIGURA 5.13 - Linhas de Fluxo: Linha Direta, $d/a=0.5$	85
FIGURA 5.14 - Curva de Concentração (Linha Direta: $d/a=0.5$).....	86
FIGURA 5.15 - Linhas de Fluxo: Linha Direta, $d/a=1.0$	87

FIGURA 5.16 - Curva de Concentração (Linha Direta: $d/a=1.0$).....	88
FIGURA 5.17 - Curva de Concentração (Linha Direta: $d/a=1.5$).....	89
FIGURA 5.18 - Curva de Concentração (Linha Direta: $d/a=2.0$).....	90
FIGURA 5.19 - Linhas de Fluxo para o Padrão Linha Alternada e para o Fluxo Linear.....	91
FIGURA 5.20 - Linhas de Fluxo para o Padrão Linha Alternada e para o Fluxo Linear: $r=0.5$	93
FIGURA 5.21 - Linhas de Fluxo para o Padrão Linha Alternada e para o Fluxo Linear: $r=2.0$	94
FIGURA 5.22 - Linhas de Fluxo para o Padrão Linha Alternada e para o Fluxo Linear: $r=8.0$	95
FIGURA 6.1 - Exemplo de Malha Possível com Discretização Preferencial.....	97
FIGURA 6.2 - Esquema para a Consideração de Φ_n e Φ_t nos Pontos de Interface.....	100
FIGURA 6.3 - Ilustração do Fenômeno da Ditação Viscosa ($M=2.0$).....	103
FIGURA 6.4 - Frentes de avanço para o Caso $M=1.00$	105
FIGURA 6.5 - Frentes de avanço para o Caso $M=0.75$	106
FIGURA 6.6 - Frentes de avanço para o Caso $M=0.50$	107
FIGURA 6.7 - Frentes de avanço para o Caso $M=0.25$	108
FIGURA 6.8 - Curvas de Concentração para os Casos Expressos na Tabela 6.2.....	110
FIGURA 6.9 - Variação da Vazão com o Tempo para os Casos Discutidos ($M<1$).....	111

LISTA DE TABELAS

TABELA 4.1 - Tipos de Condição de Contorno Possíveis.....	52
TABELA 6.1 - Volumes Porosos Adimensionais Injetados até a Erupção do Fluido Injetado.....	104
TABELA 6.2 - Parâmetros Gerados pelos Diferentes Programas Desenvolvidos.....	109
TABELA A.1 - Parâmetros m , $K(m)$ e $K'(m)$ para as Geometrias Estudadas.....	122

RESUMO

Foi desenvolvida neste trabalho um procedimento para o monitoramento das concentrações efluentes de traçadores radioativos em poços produtores, considerando testes de injeção do tipo poço a poço e deslocamento tipo pistão de fluidos nos reservatórios. O modelamento do transporte de tais substâncias em meios porosos considera a superposição dos efeitos de convecção e de dispersão hidrodinâmica.

Com relação ao mecanismo de transporte, foi empregada a Equação do Traçador desenvolvida por Abbaszadeh-Dehghani & Brigham, 1982. Os parâmetros convectivos e dispersivos do transporte utilizados nessa equação foram obtidos a partir da aplicação do Método da Integral de Contorno (BIM) aos sistemas estudados. Apesar de se ter considerado apenas padrões de injeção uniformes, o emprego do BIM possibilita a análise de geometrias mais genéricas, desde que mantidas as demais hipóteses consideradas no presente trabalho.

As curvas de concentração, para os diferentes casos analisados e referentes à razão de mobilidade unitária, foram validadas com base no trabalho de Abbaszadeh-Dehghani & Brigham, 1982, o qual considera soluções analíticas para a derivação dos parâmetros convectivos e dispersivos do transporte. Os casos de razões de mobilidade (M) diferentes de 1 foram discutidos através da consideração de uma região global composta por duas regiões com mobilidades distintas.

Por fim, vale ressaltar que o modelo desenvolvido ainda possibilita a consideração dos efeitos de adsorção e de decaimento radioativo por meio de sua posterior superposição aos resultados previamente obtidos.

Palavras chave: traçadores radioativos, radioisótopos, adsorção, dinâmica dos fluidos, escoamento, materiais porosos, Engenharia do Petróleo.

ABSTRACT

This work describes a method for estimating the effluent concentrations of radioactive tracers in production wells, considering well to well injection tests and piston-like displacements of fluids in the reservoir. The model for tracer transportation takes into account effects of convection and hydrodynamic dispersion.

With respect to the model for tracer transportation, it was employed the Tracer Equation developed by Abbaszadeh-Dehghani & Brigham, 1982. The required convection and dispersion transport parameters were obtained by the use of the Boundary Integral Equation (BIM), with application to both direct and alternate line-drive patterns. Although only uniform injection patterns have been studied, the employment of the BIM can be extended to other geometries, keeping the same assumptions made in this work.

For the cases analysed, considering unit mobility ratio, the concentration curves obtained were validated against the work of Abbaszadeh-Dehghani & Brigham, 1982, which considered analytical solutions for obtaining the convection and dispersion transport terms. The cases of non-unity mobility ratio were discussed through the assumption of a global domain composed of two zones with different mobilities.

Finally, the model also makes possible the inclusion of both adsorption and radioactive decay phenomena by superposing such effects on the the results previously obtained.

SUMÁRIO

	Página
Dedicatória	iii
Agradecimentos	iv
Lista de Figuras	v
Lista de Tabelas	vi
Resumo	vii
Abstract	viii
 1- O PROBLEMA	 1
Introdução	1
Formulação da Situação Problema	2
Objetivo do Trabalho	3
Hipóteses	3
 2- REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	 4
Classificação e Utilização	4
Mecanismo de Transporte para o Traçador	5
Convecção	5
Dispersão Hidrodinâmica	5
Soluções da Equação da Difusão-Convecção	7
 3- O TRANSPORTE DE TRAÇADORES EM MEIOS POROSOS	 13
Físico-Química do Transporte	13
Decaimento Radioativo	13
Adsorção	14
A Equação da Convecção-Difusão	15
Solução para o Fluxo Linear	17
A Equação do Traçador	22
Cálculo da Integral do Termo Dispersivo	27
A Equação do Traçador para o Modelo	29
Os Efeitos de Adsorção e de Decaimento Radioativo na Equação do Traçador	35
 4- O MÉTODO DA INTEGRAL DE CONTORNO	 43
Desenvolvimento Teórico	44
Aplicação da Integral de Contorno	48
Discretização da Fronteira	49
Solução para Pontos Internos do Domínio	53
Tratamento de Singularidades	57
Considerações Gerais Acerca do BIM	60
 5- GERAÇÃO DAS CURVAS DE CONCENTRAÇÃO PARA RAZÃO DE MOBILIDADE UNITÁRIA	 63
Adimensionalização	65

Padrão de Injeção Linha Alternada.....	69
Padrão de Injeção Linha Direta.....	83
Comparação com a Curva de Concentração para o Fuxo Linear.....	91
6- O CASO DA RAZÃO DE MOBILIDADE NÃO UNITÁRIA	96
Monitoramento da Frente de Avanço.....	99
Tratamento das Singularidades	101
O Emprego do BIM ao <i>Five-Spot</i>	102
7- CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	112
Nomenclatura	114
Subscritos	115
Sobrescritos	116
Alfabeto Grego	116
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	117
APÊNDICE	120

CAPÍTULO I

O PROBLEMA

Introdução

Traçadores são substâncias químicas utilizadas para rotular os fluidos aos quais são adicionadas. Devem possuir, portanto, a propriedade de serem inconfundíveis e detectáveis, de tal sorte que se torne possível monitorar suas concentrações ao longo do tempo em pontos de observação convenientemente escolhidos.

No campo da Engenharia de Petróleo, mais especificamente com relação à Engenharia de Reservatórios, o emprego de tais substâncias tem se revelado uma importante ferramenta de auxílio aos técnicos da área na caracterização de reservatórios pelo fornecimento de diversos tipos de informações, muitas das quais não podendo ser obtidas com a devida confiabilidade a partir de testes de laboratório ou de dados de campo. Tais informações podem ser de caráter qualitativo ou quantitativo, basicamente permitindo um conhecimento mais detalhado acerca das heterogeneidades dos reservatórios e do fluxo entre poços.

Dentre as informações que podem ser obtidas por meio de testes com traçadores, podem-se citar:

- delineamento de barreiras de fluxo;
- continuidade do meio poroso nas regiões entre poços;
- distribuição de permeabilidades;
- saturação média de óleo residual;

- velocidades relativas de fluidos injetados;
- configuração das frentes de deslocamentos, variações nos modelos de eficiência de varrido e de movimentação de fluidos, de um modo geral, no reservatório;
- distinção entre água injetada e água conata produzidas.

Dentro desse contexto, os traçadores radioativos, apesar do aspecto negativo relacionado a questões de segurança devido à radioatividade presente, vêm sendo amplamente empregados. Quando se trabalha com esse tipo de material, é preciso levar em conta no modelamento matemático de seu transporte o decaimento radioativo inerente (característica peculiar dos radioisótopos) e o fenômeno da adsorção (que pode, inclusive, abranger outras classes de traçadores que não os radioativos).

Formulação da Situação Problema

O transporte de um traçador através de meio poroso é governado por dois fenômenos: a convecção e a dispersão hidrodinâmica. Se um banco de traçador é injetado num poço injetor de determinado arranjo ou malha de injeção, é possível quantificar a erupção do mesmo, por meio de medidas de concentrações, num poço produtor. Tais tipos de testes enquadram-se, dessa forma, na categoria poço-a-poço (*well to well*).

Tratando-se separadamente os efeitos de convecção e de dispersão, com a posterior superposição dos mesmos, pode-se resolver o problema acima proposto. A parcela devida à dispersão hidrodinâmica corresponderá, para os nossos casos, a uma integral de linha ao longo de linhas de fluxo (como será detalhado mais adiante no próximo capítulo). Portanto, o problema passa a ser a procura por um meio de representar as linhas de fluxo do escoamento da maneira mais exata possível.

Objetivo do Trabalho

Este trabalho tem por objetivo a determinação da concentração de traçadores radioativos em poços produtores, levando-se em conta os fenômenos de adsorção e de decaimento radioativo. Serão analisadas malhas de injeção do tipo linha alternada e linha direta, considerando-se diferentes alternativas de geometria para cada uma delas e razão de mobilidade unitária. O caso de razão de mobilidade diferente de um será estudado apenas para o *five-spot*.

O equacionamento matemático do transporte é baseado no Método da Equação da Integral de Contorno (*Boundary Integral Method* - BIM) para a geração das linhas de fluxo, ou seja, no que diz respeito à parte convectiva do processo. Os efeitos dispersivos também serão levados em consideração na Equação do Traçador, e essa parcela será calculada a partir da geração das linhas de fluxo do escoamento.

Hipóteses

Para a realização deste trabalho, foram assumidas as seguintes hipóteses:

- meios porosos homogêneos e isotrópicos;
- fluxo bidimensional;
- fluxo incompressível dos fluidos em questão;
- dois componentes: traçador e fase líquida, e o traçador fluindo miscivelmente com a mesma;
- deslocamento tipo pistão no que disser respeito à parte convectiva do fluxo;
- apenas um fluido móvel em qualquer ponto do reservatório;
- efeitos gravitacionais e capilares desprezíveis.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Classificação e Utilização

De acordo com Lichtenberger (1991), podem-se agrupar os traçadores em quatro categorias: radioativos, sais contendo íons detectáveis, tintas fluorescentes e álcoois solúveis em água. Dentro dessa variedade, surge a necessidade de se optar pelo composto o mais próximo possível do ideal, tendo-se em vista as peculiaridades do projeto em questão.

Teoricamente, um traçador pode ser considerado próximo do ideal na medida em que se mova na mesma velocidade dos fluidos injetados, não se adsorva pelo meio poroso nem tampouco seja decomposto no interior do mesmo. Também é indispensável que a substância rotuladora seja altamente detectável, mesmo em quantidades mínimas, uma vez que, na maioria dos casos reais de aplicação, os traçadores estarão sujeitos a uma grande diluição quando injetados no reservatório. Além das qualidades citadas acima, há que se considerar os aspectos relacionados ao custo, à segurança e à simplicidade de manuseio e de transporte.

Na impossibilidade de se dispor atualmente de um composto que preencha completamente os requisitos anteriores, pode-se fazer uso das mais variadas alternativas. Um critério importante na escolha do traçador é o fato de ele já ter sido testado e aprovado em casos anteriores.

Mecanismo de Transporte para o Traçador

Convecção

O fluxo de um traçador miscível em fase líquida através de meio poroso é governado por fenômenos de convecção e de dispersão hidrodinâmica. A convecção está associada ao movimento global do fluido (lei de Darcy), e é devida à imposição de um gradiente de potencial no meio poroso. A convecção está, pois, associada a essa diferença de potenciais. Sendo assim, seus fatores determinantes dependem basicamente do arranjo entre poços e das condições de operação (se produz a vazão ou a pressão constante, por exemplo).

Dispersão Hidrodinâmica

A dispersão hidrodinâmica é o efeito macroscópico dos movimentos efetivos sofridos pelas partículas dos fluidos (quando em movimento através de meio poroso), bem como dos vários fenômenos químicos e físicos que ocorrem no interior dos poros. Enquanto a convecção trata do movimento da quantidade global dos fluidos, a dispersão hidrodinâmica descreve as ações conjuntas da difusão molecular e da mistura mecânica (dispersão mecânica). Na verdade, a dispersão hidrodinâmica é o fenômeno responsável pela formação de uma zona de mistura miscível entre traçador e fase líquida, antes e depois da frente de avanço do banco injetado.

A dispersão mecânica ocorre devido ao fato de as partículas individuais do fluido terem que percorrer, inclusive a velocidades diferentes, canais tortuosos por entre os poros de rocha. O resultado é um movimento aleatório de fluido através de passagens irregulares que tende a espalhar o fluido deslocante (e, portanto, o traçador) no fluido deslocado.

A difusão molecular ocorre devido à existência de gradientes de concentração ao longo das seções perpendiculares às direções médias de fluxo. É causada devido ao movimento aleatório de moléculas diferentes. O que se tem verificado é que seu valor é

negligenciável, a não ser quando o fluxo ocorre a velocidades muito baixas. Lake (1989) sugere que, se a velocidade intersticial de fluxo for superior a 3.0 cm/dia, então a convecção domina o processo. A dispersão hidrodinâmica tem a mesma forma da difusão molecular para fluxo miscível em sistemas sem porosidade.

A rigor, o termo que caracteriza a dispersão não é um escalar, mas sim um tensor (de dispersão hidrodinâmica) e pode referenciar a direção longitudinal ou transversal ao fluxo, quando se trata de meios homogêneos e isotrópicos. Para os propósitos práticos em questão, os termos relativos a direções transversais ao fluxo serão negligenciados. Além do que, assumir-se-á um valor constante (escalar) para expressar a dispersão, o qual se denominará coeficiente de dispersão hidrodinâmica, ficando subentendido que ele se refere à direção longitudinal de fluxo. No trabalho de Abbaszadeh-Dehghani e Brigham (1982), foi aceita a seguinte relação experimental para esse último coeficiente:

$$K = \frac{D}{F \cdot \phi} + \alpha \cdot v^{1.2}, \quad (2.1)$$

onde:

- K=coeficiente de dispersão hidrodinâmica;
- D=coeficiente de difusão molecular;
- F=fator de formação de resistividade da rocha;
- ϕ = porosidade;
- α = dispersividade do meio poroso;
- v=velocidade microscópica.

O parâmetro α acima é a propriedade do meio poroso que mede a “capacidade” do mesmo em causar dispersão mecânica. Como o coeficiente de dispersão, a dispersividade também apresenta duas componentes: uma longitudinal e outra transversal ao fluxo. E, do mesmo modo, será negligenciada a componente transversal.

Para os casos que serão estudados, o coeficiente K será basicamente convectivo, isto é, as velocidades microscópicas serão assumidas superiores a 3.0 cm/dia. Além disso, para simplificar as expressões envolvidas no transporte de traçadores (e sem perder a

acurácia das mesmas), o expoente 1.2 na equação (2.1) foi assumido igual à unidade. Dessa forma, essa equação fica simplificada como:

$$K = \alpha \cdot v \quad (2.2)$$

Soluções da Equação da Difusão-Convecção

Relativamente aos fluxos linear e radial, existem soluções para a equação governante do transporte miscível de traçador em meio poroso que já incluem em suas formulações os efeitos de decaimento radioativo e de adsorção. Logo, as soluções obtidas a partir dessas equações já incluem termos que quantificam esses fenômenos.

Van Genuchten (1981) obteve soluções para o caso do fluxo linear unidimensional em reservatório homogêneo, considerando adsorção e decaimento radioativo de primeira ordem, isto é, o traçador sofre apenas um decaimento radioativo e forma composto estável que não serve como traçador. Devido à simplicidade do caso, foi possível se chegar a soluções analíticas: a equação diferencial, associada às respectivas condições inicial e de contorno, é resolvida no espaço de Laplace, cuja forma possui inversão direta a partir das tabelas de inversão das Transformadas de Laplace.

Com relação à condição inicial, assumiu-se um perfil de concentração inicialmente existente no meio poroso (constante ou não ao longo da distância). Para a condição de contorno externa, foi assumido, para todos os casos, um valor constante de concentração estática num ponto muito distante daquele da injeção. Concentração estática é aquela associada à posição de medida. Num dado instante, pode ser obtida do perfil de concentração estabelecido no meio poroso, uma vez que se conheça a distância do ponto em que se quer a medida. Portanto, em termos práticos, fica difícil de se trabalhar com esse tipo de parâmetro, ainda que não surjam problemas de ordem matemática decorrentes de seu emprego na obtenção de uma solução analítica. Por isso é mais utilizado o conceito de

concentração dinâmica. Esse tipo de concentração está associado à vazão da fase líquida (no tempo e no espaço) no meio poroso.

As concentrações estática e dinâmica estão relacionadas pela equação:

$$C = v \cdot C_e - K \cdot \frac{\partial C_e}{\partial x}, \quad (2.3)$$

com:

- C = concentração dinâmica
- C_e = concentração estática
- x = distância linear
- v = velocidade microscópica

O número de Peclet (N_{pe}) é um fator comumente empregado nos casos de estudos como o que se propõe neste trabalho. Ele surge na equação quando se adimensionaliza a mesma, sendo definido por:

$$N_{pe} = \frac{v \cdot a}{K} = \frac{a}{\alpha}. \quad (2.4)$$

O parâmetro a representa uma dimensão característica do meio poroso. No presente caso, como se está trabalhando com padrões de injeção dos tipos linha alternada e linha direta, a representa a menor distância horizontal entre dois poços do mesmo tipo (injetores ou produtores).

Ainda com respeito ao fluxo linear, o autor acima resolveu o problema considerando como condição de contorno interna os dois tipos de concentração que acabaram de ser descritos. Ao todo, foram obtidas dez soluções, a partir de combinações possíveis das condições inicial e de contorno apresentadas.

Para o caso do fluxo radial, Falade e Brigham (1989) também resolveram o problema formulado de um modo mais geral, considerando os efeitos de decaimento radioativo e de adsorção. A solução então obtida é semi-analítica, uma vez que ela é

encontrada no espaço de Laplace, devendo ser posteriormente invertida para o espaço real mediante o emprego de métodos numéricos.

Nesse caso, a velocidade convectiva e o coeficiente longitudinal de dispersão hidrodinâmica são assumidos como função da distância radial r , como decorre da própria teoria do fluxo radial. São consideradas concentrações do tipo estática e, tanto a concentração inicial, como aquela referente à condição de contorno externa, são assumidas nulas. A condição de contorno interna é assumida como um valor de concentração estática constante.

Finalmente, consideraram-se três casos para a obtenção das soluções, os quais correspondem a diferentes magnitudes da velocidade de fluxo e dizem respeito à determinação do coeficiente de dispersão hidrodinâmica. Para velocidades de fluxo muito baixas, a dispersão é controlada pela difusão molecular. Se a velocidade envolvida for de baixa a moderada, convecção e difusão molecular determinam a dispersão. Para casos em que as velocidades são altas, a convecção basicamente controla todo o processo.

Por um outro lado, às situações reais de campo correspondem geometrias mais complexas do que as mencionadas acima. Seria complicado estabelecer (e resolver) uma equação que se adequasse a uma geometria mais genérica, ainda que a mesma fosse relativa às malhas de injeção usuais.

Abbaszadeh-Dehghani e Brigham (1982) partiram da solução para o caso do fluxo linear e, sem considerar os fenômenos de decaimento radioativo e de adsorção, obtiveram o resultado para um canal de fluxo genérico, conhecido como a Equação do Traçador. Dados o tipo e a geometria da malha de injeção, tal equação é expressa em função das posições da frente de avanço do banco (convecção) de traçador e do ponto onde se quer efetuar a monitoração das concentrações (geralmente um poço produtor). Essa equação também apresenta dependência por um termo difusivo, expresso por uma integral de linha ao longo da linha de fluxo representativa do canal em questão. Sendo assim, a Equação do Traçador requer cálculos envolvendo distâncias ao longo de linhas de fluxo genéricas.

Com o intuito de tornar esses cálculos mais convenientes, os referidos autores optaram por relacionar as posições ao longo da linha de fluxo com os respectivos volumes porosos deslocáveis equivalentes. Ou seja, relacionou-se, a partir de um balanço de massa, a posição na linha com o volume poroso deslocável até a mesma. Obtém-se, finalmente, uma equação em termos do tempo de erupção do canal de fluxo, do volume poroso total injetado (tempo) e do já mencionado parâmetro dispersivo.

Para chegarem à forma final da Equação do Traçador, os autores supuseram:

- volume da quantidade total de traçador injetada desprezível com relação ao volume total do meio poroso;
- comprimento da zona de mistura miscível ao longo do canal desprezível com relação ao tamanho total do mesmo;
- difusão molecular negligenciável;
- condição de regime permanente durante todo o teste;
- apenas um fluido móvel originariamente no sistema;
- traçador totalmente miscível com os fluidos à frente e atrás da frente de avanço.

A solução de Abbaszadeh-Dehghani e Brigham (1982) é analítica, uma vez que os parâmetros nela envolvidos (volume poroso de erupção do canal de fluxo, volume poroso total injetado e termo dispersivo) são obtidos analiticamente a partir da malha de injeção (tipo e geometria) e pelo emprego de técnicas de mapeamento conforme.

Vale ressaltar que os autores apontam dois importantes aspectos que acabam por causar deficiências relativas aos métodos que tentam quantificar testes com traçadores. Um deles diz respeito a falhas na exata definição da dispersão hidrodinâmica associada ao caso. O outro aspecto diz respeito à parte convectiva do processo, tratando, portanto, de quão próximas da situação real estão as linhas de fluxo.

Lemos e Romeu (1991) desenvolveram um trabalho baseado no de Abbaszadeh-Dehghani e Brigham (1982), porém com uma metodologia válida para qualquer arranjo de poços. As linhas de fluxo são traçadas a partir de um processo iterativo, em função das vazões dos poços, aplicando-se a superposição dos efeitos associados à Solução da Fonte

Linear para reservatórios homogêneos e infinitos. Tal trabalho fornece, portanto, uma solução do tipo semi-analítica, supondo razão de mobilidade unitária.

Sendo $\Phi(x,y)$ o potencial no ponto (x,y) , q_j a vazão do poço j (num total de n_p poços) situado no ponto (x_j, y_j) , h a espessura do meio poroso homogêneo, ϕ a porosidade, s_w a saturação do fluido deslocado, μ a viscosidade e κ a permeabilidade do meio, tem-se:

$$\Phi(x,y) = \Phi_o - \sum_{j=1}^{n_p} \frac{q_j \cdot \mu}{2 \cdot \pi \cdot \kappa \cdot h} \cdot \ln \left[(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.5)$$

Na equação acima, Φ_o é um potencial de referência, conhecido no ponto (x_o, y_o) . A vazão q_j é positiva se o poço é injetor e negativa para produtor. Aplicando a Lei de Darcy à equação (2.5), obtém-se para as componentes da velocidade microscópica no sistema:

$$v_x(x,y) = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot \phi \cdot s_w} \cdot \sum_{j=1}^{n_p} \left\{ \frac{q_j \cdot (x_j - x)}{\left[(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \right\}, \quad (2.6)$$

$$v_y(x,y) = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot \phi \cdot s_w} \cdot \sum_{j=1}^{n_p} \left\{ \frac{q_j \cdot (y_j - y)}{\left[(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \right\}, \quad (2.7)$$

sendo:

$$v(x,y) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (2.8)$$

Logo, a partir de um ponto genérico (x^i, y^i) expressando a posição atual da frente de avanço de uma linha de fluxo, onde o superscrito i refere-se a um nível de tempo t , pode-se determinar a nova posição da mesma após decorrido o intervalo de tempo Δt :

$$x^{i+1} = x^i + v_x \cdot \Delta t, \quad (2.9)$$

$$y^{i+1} = y^i + v_y \cdot \Delta t, \quad (2.9)$$

sendo:

$$\Delta t = \frac{ds}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \quad (2.10)$$

Na equação (2.10), ds é o passo desejado ao longo da linha de fluxo. Desse modo, são calculadas, sucessivamente, as novas posições da linha de fluxo, sendo possível também o cálculo dos parâmetros característicos de cada linha: tempo de erupção e a integral de linha I associada à dispersão. A integral de linha I é definida por:

$$I = \oint_{lf} \frac{ds}{v^2(s)} = \int_0^s \frac{ds}{v^2(s)} \quad (2.11)$$

Lemos e Romeu (1991) também estudaram casos de reservatórios heterogêneos compostos por camadas homogêneas estanques. Eles validaram seu trabalho com base nas soluções analíticas de Abbaszadeh-Dehghani e Brigham (1982) para malhas de injeção dos tipos linha alternada e linha direta, mediante o emprego do Método das Imagens para a simulação de malhas fechadas.

Com relação ao Método da Integral de Contorno (BIM) propriamente dito, este trabalho toma por base a obra de Liggett & Liu, 1983, no que diz respeito à sua formulação teórica. Mais especificamente com relação ao traçado das linhas de fluxo, adotar-se á, como guia, o trabalho de Masukawa & Horne, 1986.

Com o intuito de não sobrecarregar o presente capítulo, e porque se optou por uma descrição minuciosa das equações (e respectivas deduções) a serem utilizadas no decorrer deste trabalho, os Capítulos III e IV foram concebidos de modo a fornecer as informações necessárias à compreensão, respectivamente, do transporte de traçadores em meios porosos e do Método da Integral de Contorno. No desenvolvimento de tais capítulos, serão referenciados, quando oportuno, os autores (e respectivas obras) relacionados com os detalhes que estiverem sendo tratados.

CAPÍTULO III

O TRANSPORTE DE TRAÇADORES EM MEIO POROSO

Físico-Química do Transporte

Dcaimento Radioativo

Apesar da qualidade de serem altamente detectáveis, os traçadores radioativos estão sujeitos ao decaimento radioativo, ou seja, tais substâncias são “decompostas” com o passar do tempo, de tal modo que a variação negativa de sua massa com o tempo é proporcional à quantidade de substância existente. Em termos matemáticos, essa regra pode ser expressa pela equação:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\beta \cdot C, \quad (3.1)$$

com:

- C = concentração do traçador na fase líquida;
- t = tempo;
- β = constante de decaimento radioativo.

Resolvendo a equação (3.1), obtém-se:

$$C = C_0 \cdot e^{-\beta \cdot t}. \quad (3.2)$$

A concentração C_0 corresponde àquela no instante $t=0$, isto é, trata-se da condição inicial da equação (3.1). Fazendo-se $C = \frac{C_0}{2}$ em (3.2) e eliminando-se t , chega-se ao tempo de meia vida do radioisótopo ($t_{1/2}$):

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\beta} \quad (3.3)$$

O tempo de meia vida do composto radioativo geralmente é o parâmetro mais referenciado e, a partir da relação (3.3), o coeficiente β pode ser obtido a partir de $t_{1/2}$.

No presente trabalho, o efeito do decaimento radioativo é considerado na etapa final, após a determinação da concentração correspondente a uma situação em que não existe o decaimento radioativo. Tal procedimento se realiza pela multiplicação das concentrações então obtidas pelo fator $e^{-\beta \cdot t}$, como sugere a equação (3.2).

Adsorção

O fenômeno da adsorção ocorre quando o traçador apresenta “solubilidade na rocha” constituinte do reservatório, em termos mais corretos, quando há adsorção de partículas do traçador na superfície interna do meio poroso.

Desde que não haja adsorção, para um reservatório homogêneo com alta eficiência de varrido volumétrico, toda a quantidade de traçador injetada deve ser recobrada na produção. Ao se efetuarem testes em laboratório que visem o estudo da adsorção, deve-se ter em mente que, embora se consiga reproduzir muitas das condições do reservatório (como, por exemplo, temperatura, pressão, composição dos fluidos e pH), não se pode recriar na amostra as condições de superfície da rocha porosa *in situ*, principalmente devido aos estágios de retirada, de armazenagem e de preparo da amostra para o ensaio. Além disso, quando o traçador flui pelo reservatório, ele se expõe a uma superfície de rocha muito maior do que no caso do laboratório.

Com relação à concentração do traçador adsorvida (C_a), existem vários modelos para se descrever os fenômenos de adsorção ou troca de íons. O mais amplamente utilizado é o do coeficiente de distribuição linear isotérmico (K_a), o qual foi empregado por Van Genuchten (1981) e por Falade e Brigham (1989). A constante de equilíbrio K_a é assumida como independente das concentrações do traçador nas fases líquida ou sólida.

Tal modelo corresponde ao equilíbrio isotérmico de Langmuir, o qual, para situações de concentrações diluídas (como no presente caso), corresponde a:

$$C_a = K_a \cdot C \tag{3.4}$$

Na realidade, K_a não é um valor adimensional, mas sim C_a , de tal modo que, para se obter uma concentração adsorvida dimensional, deve-se multiplicar o valor de C_a pela densidade do meio poroso, se C está expresso em termos de massa por volume.

A Equação da Convecção-Difusão

Para o balanço de massa no meio poroso, tem-se a seguinte equação qualitativa:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Razão de acumu-} \\ \text{lação do traça-} \\ \text{dor no meio} \\ \text{poroso} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Razão líquida de} \\ \text{traçador trans-} \\ \text{portada para o} \\ \text{meio poroso} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{Razão de pro-} \\ \text{dução do tra-} \\ \text{çador no meio} \\ \text{poroso} \end{array} \right]$$

Conforme a dedução apresentada por Lake (1989), sendo o traçador um componente i num sistema multifásico genérico em fluxo através de meio poroso, a equação acima pode ser quantificada como:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} + \vec{\nabla} \bullet \vec{N}_i - R_{p_i} = 0, \tag{3.5}$$

sendo:

- C_i =concentração global do componente i ;

- N_i = vetor de fluxo para o meio poroso relativo ao componente i ;
- Rp_i = produção líquida do componente i no meio poroso.

Cada um dos termos acima pode ser quantificado da seguinte maneira:

$$C_i = \phi \cdot \sum_{j=1}^{n_p} \rho_j \cdot \omega_{ij} \cdot s_j + (1 - \phi) \cdot \rho_a \cdot \omega_{ia}, \quad (3.6)$$

$$\bar{N}_i = \sum_{j=1}^{n_p} (\rho_j \cdot \omega_{ij} \cdot \bar{v}_j - \phi \cdot \rho_j \cdot s_j \cdot \bar{\bar{K}}_{ij} \cdot \bar{v}_j \omega_{ij}), \quad (3.7)$$

$$Rp_i = \phi \cdot \beta_i \cdot C_i + (1 - \phi) \cdot \beta_i \cdot Ka_i \cdot C_i, \quad (3.8)$$

onde:

- ρ_j = densidade da fase j ;
- ρ_a = densidade da rocha;
- ω_{ij} = fração mássica do componente i na fase j ;
- ω_{ia} = fração mássica do componente i na rocha;
- i = número que especifica um componente genérico;
- j = número que especifica uma fase genérica;
- n_p = número total de fases fluidas em fluxo;
- s_j = saturação da fase j ;
- C_i = concentração do componente i na rocha;
- $\bar{v}_j$ = velocidade convectiva da fase j ;
- $\bar{\bar{K}}_{ij}$ = tensor de dispersão hidrodinâmica do componente i na fase j ;
- β_i = constante de decaimento radioativo para o componente i ;
- Ka_i = constante de equilíbrio referente à adsorção do componente i .

Para o caso em questão, considerou-se deslocamento miscível do traçador radioativo numa fase única ($\omega_{ij} = \omega_i$, $\rho_j = \rho$, $u_j = u$, $\rho_i \cdot \omega_i = C_i = C$). Além disso, considerou-se constante os seguintes parâmetros: ϕ , $\bar{u}$ ($v = u/\phi$) e $\bar{K}_{ij}$ ($K = \alpha \cdot v$). Se, após essas suposições, substituir-se as equações (3.6)-(3.8) em (3.5), chega-se a:

$$R \cdot \frac{\partial C}{\partial t} + \bar{V} \cdot (C \cdot v) - \bar{V} \cdot (K \cdot \bar{V} C) + \beta \cdot R \cdot C = 0. \quad (3.9)$$

O fator R acima é denominado fator de retardo e está relacionado diretamente com o fenômeno de adsorção, sendo expresso por:

$$R = 1 + \rho_a \cdot K_a \cdot \frac{(1 - \phi)}{\phi}. \quad (3.10)$$

A equação (3.9) é denominada Equação da Convecção-Difusão e, tal como foi apresentada, corresponde a uma formulação geral da equação governante do transporte de um traçador através de meio poroso, ou seja, considerando os efeitos de decaimento radioativo e de adsorção. As soluções obtidas por Van Genuchten (1981) e por Falade e Brigham (1989) correspondem a essa equação, no primeiro caso envolvendo fluxo linear e, no segundo, tratando de fluxo radial, como já foi mencionado no capítulo anterior.

Na próxima seção, será apresentada a solução da Equação da Convecção-Difusão para fluxo linear sem considerar decaimento radioativo e adsorção. Em seguida, será apresentada a Equação do Traçador e como ela foi aplicada aos casos presentes neste trabalho. Uma vez obtidos os resultados, será explicado como os fenômenos de decaimento radioativo e de adsorção serão incorporados ao modelo.

Solução para o Fluxo Linear

Neste capítulo, até o presente momento, a variável concentração (C) está assumida como sendo do tipo estática, apesar de não se ter empregado o subíndice $\underline{e}$. A

partir deste ponto, passar-se-á a considerar concentração dinâmica, em virtude da dificuldade -já mencionada- de se trabalhar com concentrações estáticas. Além disso, as concentrações passarão a ser expressas por frações mássicas, em vez de serem adotadas como medidas de massa por volume total do sistema.

As condições inicial e de contorno para o problema serão:

- condição inicial (CI): sistema homogeneizado e sem presença de traçador;
- condição de contorno interna (CCI): injeção a uma concentração constante C_{eo} (portanto, $C_o = v \cdot C_{eo}$);
- condição de contorno externa (CCE): sistema infinito.

A equação (3.9), para o caso de fluxo linear sem adsorção e sem decaimento radioativo, juntamente com as condições de contorno assumidas, pode ser resumida da seguinte maneira:

$$K \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v \cdot \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial t}, \quad (3.11)$$

$$(CI): C(x,t)=0, \quad (3.12)$$

$$(CCI): C(0,t)=C_o, \quad (3.13)$$

$$(CCE): C(\infty,t)=0. \quad (3.14)$$

sendo C_o a concentração dinâmica constante na face de injeção.

A solução do problema proposto acima é:

$$\frac{C(x,t)}{C_o} = \frac{1}{2} \cdot \left[\operatorname{erfc}\left(\frac{x - v \cdot t}{2 \cdot \sqrt{K \cdot t}}\right) + e^{\frac{v \cdot x}{K}} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x + v \cdot t}{2 \cdot \sqrt{K \cdot t}}\right) \right]. \quad (3.15)$$

A função $\operatorname{erfc}()$ corresponde à função erro complementar. O segundo termo da equação (3.15), exceto para valores muito pequenos de x ou para valores elevados de K , pode ser considerado desprezível. Sendo assim, para o caso em estudo, essa equação pode ser resumida para:

$$\frac{C(x, t)}{C_o} = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x - v \cdot t}{2 \cdot \sqrt{K \cdot t}}\right). \quad (3.16)$$

Para a maior parte das aplicações de campo, o Número de Peclet (N_{pe}) associado ao fluxo é maior do que 100, devido às distâncias envolvidas. E, para essa condição, a equação (3.16) nada mais é do que um caso particular de uma equação global que descreve o fluxo em questão para geometrias mais genéricas. Tal equação pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\frac{C(s, t)}{C_o} = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{s - \bar{s}}{\sqrt{2 \cdot \sigma^2}}\right), \quad (3.17)$$

com:

- s =posição, ao longo de um canal de fluxo genérico, da concentração $C(s,t)$;
- $\bar{s}$ =locação da frente em que $C=0.5 \cdot C_o$ (pode ser associada à frente de avanço);
- σ =medida do comprimento da zona de mistura computada em $\bar{s}$.

O parâmetro σ corresponde ao desvio padrão da Estatística. Ele mede a extensão da zona de mistura miscível para uma dada posição $\bar{s}$. Note-se que essa posição é uma medida da posição da frente de avanço e, portanto, está relacionada com o tempo através da velocidade v . Para o caso particular do fluxo linear, o parâmetro σ é igual a $2 \cdot \alpha \cdot \bar{x}$ ($\bar{x}$ correspondendo a $\bar{s}$ para o caso linear), o que levaria a equação (3.17) à mesma forma da (3.16).

Se o valor de σ for obtido para uma dada situação, a equação (3.17) pode ser empregada para o cálculo da concentração do fluido deslocante em qualquer ponto. Abbaszadeh-Dehghani e Brigham (1982) derivaram uma expressão para esse parâmetro. Esses autores assumiram que o crescimento da zona de mistura era governado por dois fatores:

- o movimento do fluido ao longo do meio poroso (quanto maior o comprimento da distância percorrida, maior o comprimento da zona de mistura) e

•a geometria do canal de fluxo (quanto maior a largura do canal de fluxo num dado ponto, mais estreita a zona de mistura).

Logo, a variação total de σ é dada por:

$$d\sigma = d\sigma_s + d\sigma_g, \quad (3.18)$$

sendo $d\sigma_s$ a variação devido ao movimento ao longo do canal de fluxo e $d\sigma_g$ a variação devido à mudança de geometria do canal. A equação (3.18) é equivalente à aplicação do Princípio da Superposição, na qual efeitos independentes são computados simultaneamente para produzir um resultado global.

Ao se computar um efeito na composição global de $d\sigma$, o outro deve ser tratado como constante (de maneira idêntica ao cálculo de derivadas parciais). Sendo assim, o efeito $d\sigma_s$ é calculado assumindo que, para um sistema linear, $\sigma^2 = 2 \cdot \alpha \cdot s$. É assumido sistema linear (note que se está considerando geometria genérica) porque se está aproximando um diferencial de comprimento ao longo do canal de fluxo (ds) com um diferencial de distância linear (dx). Do mesmo modo, o diferencial de área longitudinal ao fluxo, num canal genérico, também é função da posição s . Assumindo-se que, para um deslocamento ds , a largura w do canal seja constante, então o referido diferencial de área será expresso pelo produto $w \cdot ds$. Deste modo, $d\sigma_s$ é dado por:

$$d\sigma_s = \frac{\alpha \cdot ds}{\sigma}. \quad (3.19)$$

Com relação aos efeitos da geometria do canal de fluxo (variações em sua largura), parte-se do princípio de que o volume da zona de mistura deve permanecer constante em qualquer locação, independente da forma do sistema àquela posição. Desde que o comprimento da zona de mistura seja relativamente pequeno em comparação com o comprimento do canal, então $\sigma \cdot w = \text{constante}$. Diferenciando essa relação, tem-se:

$$w \cdot d\sigma_g + \sigma \cdot dw = 0. \quad (3.20)$$

Então:

$$d\sigma_g = -\sigma \cdot \frac{dw}{w}. \quad (3.21)$$

Desde que a largura do canal, num dado ponto, seja inversamente proporcional à velocidade do fluido no mesmo, a equação (3.21) acima fica:

$$d\sigma_g = \sigma \cdot \frac{dv}{v}. \quad (3.22)$$

Substituindo as equações (3.19) e (3.22) em (3.18):

$$d\sigma = \frac{\alpha \cdot ds}{\sigma} + \frac{\sigma \cdot dv}{v} \quad (3.23)$$

Multiplicando-se os dois lados da igualdade por $\frac{2 \cdot \sigma}{v^2}$ e rearranjando-se:

$$\frac{2 \cdot \sigma \cdot d\sigma}{v^2} - \frac{2 \cdot \sigma^2 \cdot dv}{v^3} = \frac{2 \cdot \alpha \cdot ds}{v^2}, \quad (3.24)$$

ou:

$$d\left(\frac{\sigma^2}{v^2}\right) = 2 \cdot \alpha \cdot \frac{ds}{v^2}. \quad (3.25)$$

Integrando a equação (3.25) entre dois pontos A e B:

$$\frac{\sigma_B^2}{v_B^2} - \frac{\sigma_A^2}{v_A^2} = 2 \cdot \alpha \cdot \int_A^B \frac{ds}{v^2(s)}. \quad (3.26)$$

Se o ponto A for assumido na origem do canal de fluxo e se não houver mistura na entrada ($\sigma_A = 0$), a expressão para o parâmetro $\sigma_B = \sigma$, situado no ponto de avanço da frente, será:

$$\sigma^2 = 2 \cdot \alpha \cdot v^2(\bar{s}) \cdot \int_0^{\bar{s}} \frac{ds}{v^2(s)}. \quad (3.27)$$

A integral de linha na equação acima será denominada de I. Tal termo, como já foi definido, diz respeito aos efeitos dispersivos do fluxo do traçador.

A Equação do Traçador

Os testes com traçadores de que trata o presente trabalho, de um modo geral, resumem-se à injeção de um pulso de traçador numa dada malha seguido de um banco de fluido deslocante, cuja função é a de “empurrá-lo” através do meio poroso. Logo, de acordo com a teoria de fluxo miscível até o momento apresentada, o pulso total de traçador se diluirá uniformemente por todos os canais de fluxo associados ao poço injetor (tais canais e respectivas linhas de fluxo, como já foi mencionado, sendo determinados pela parte convectiva do escoamento). Em cada um desses canais, a mistura miscível ocorrerá tanto na extremidade posterior como na anterior do pulso de traçador, assumindo que o mesmo se comporta como se fosse contínuo em ambas as fronteiras. A parte central do pulso será denominada de zona “não diluída”.

Sendo assim, Abbaszadeh-Dehghani e Brigham (1982) obtiveram a seguinte equação:

$$\frac{C}{C_o} = \frac{\Delta s}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2}} \cdot \exp \left[-\frac{(s - \bar{s})^2}{2 \cdot \sigma^2} \right] \quad (3.28)$$

Para a obtenção da equação (3.28), foram considerados negligenciáveis os efeitos de adsorção e de decaimento radioativo. Desse modo, o volume do pulso de traçador, para cada canal, permanece constante ao longo do tempo durante o processo de injeção. Porém, o comprimento da zona “não diluída” de traçador (Δs) é função do comprimento do canal até a posição s . As variáveis que estão associadas a posições ao longo do canal de fluxo (s , $\bar{s}$ e Δs) estão, na verdade, associadas a frentes de avanço, ou seja, associam-se com o

tempo, uma vez que uma dada posição é alcançada a partir da injeção de uma certa quantidade de fluido deslocante (logo, a partir de um certo tempo de injeção).

O parâmetro $\bar{s}$ está associado à posição da frente de avanço do pulso: para um volume de pulso relativamente pequeno, $\bar{s}$ corresponde à posição da frente para um deslocamento imiscível do fluido de formação pelo fluido deslocante. Já o parâmetro s corresponde à posição em que se deseja efetuar a monitoração da concentração do traçador (no nosso caso, um poço produtor).

O cálculo da concentração de traçador mediante o emprego da equação (3.28) requer cálculos de distâncias ao longo de canais de fluxo. Para tornar esse emprego mais conveniente, os autores resolveram expressar as posições em termos de seus volumes porosos deslocáveis equivalentes. Tal procedimento se realizou aproximando-se a região entre a frente de avanço ($\bar{s}$) e a posição de medida (s) no canal por uma área definida pela largura do canal (w) no ponto $\bar{s}$ e pela diferença $s - \bar{s}$. Essa aproximação é possível se o tamanho do pulso for pequeno.

Dessa forma, a equação que relaciona as posições s e $\bar{s}$ com respectivos volumes porosos deslocáveis é dada por:

$$(s - \bar{s}) \cdot w \cdot h \cdot \phi \cdot s_w = V - \bar{V}, \quad (3.29)$$

sendo:

- h = altura da formação;
- s_w = saturação do fluido deslocado;
- V = volume poroso deslocável associado à posição s no canal de fluxo;
- $\bar{V}$ = volume poroso deslocável associado à posição $\bar{s}$ no canal de fluxo.

A largura w do canal de fluxo em $\bar{s}$ está relacionada com a velocidade microscópica de fluxo (v) pela relação:

$$w = \frac{q}{v \cdot \phi \cdot h \cdot s_w} \quad (3.30)$$

O termo q representa a vazão de injeção num canal de fluxo. Substituindo a equação (3.30) em (3.29):

$$s - \bar{s} = \frac{v}{q} \cdot (V - \bar{V}) \quad (3.31)$$

De modo similar, o tamanho da zona não diluída é expresso em termos do volume de pulso de traçador injetado no canal (V_{tr}):

$$\Delta s = \frac{v}{q} \cdot V_{tr} \quad (3.32)$$

Substituindo as equações (3.27), (3.31) e (3.32) em (3.28), segue:

$$\frac{C}{C_o} = \frac{V_{tr}}{2 \cdot q \cdot \sqrt{\pi \cdot \alpha \cdot I}} \cdot \exp \left[-\frac{(V - \bar{V})^2}{4 \cdot \alpha \cdot q^2 \cdot I} \right] \quad (3.33)$$

A integral I está definida na equação (2.11). Através da equação (3.33), a concentração (fração mássica) C do traçador pode ser calculada, em qualquer ponto do canal de fluxo, em função de volumes porosos deslocáveis. Como o ponto de monitoração será um poço produtor, o volume V é assumido como o volume poroso deslocável total do canal. Para esse caso, a um dado tempo de injeção t , e sendo t_{bt} o tempo de erupção para o canal em estudo, tem-se:

$$V - \bar{V} = q \cdot (t_{bt} - t) \quad (3.34)$$

Se os tempos t e t_{bt} puderem ser obtidos por meio dos seguintes balanços de massa:

$$t = \frac{V_p}{q_t} \quad (3.35)$$

$$t_{bt} = \frac{V_{pbt}}{q_t}, \quad (3.36)$$

com:

- V_{pbt} = volume total de fluido deslocante a ser injetado para que se obtenha a erupção do mesmo no canal em questão;

- V_p = volume total de fluido deslocante injetado no modelo ao tempo t ;

- q_t = vazão total de injeção no modelo.

Então:

$$V - \bar{V} = \frac{q}{q_t} \cdot (V_{pbt} - V_p). \quad (3.37)$$

Se, em vez de se utilizarem os volumes porosos propriamente ditos, empregarem-se volumes porosos fracionários (em relação ao volume poroso deslocável total do modelo), ter-se á:

$$V - \bar{V} = \frac{A \cdot \phi \cdot h \cdot s_w \cdot q}{q_t} \cdot (V_{pDbt} - V_{pD}), \quad (3.38)$$

sendo:

- V_{pDbt} = volume poroso total para erupção do canal $\left(\frac{V_{pbt}}{A \cdot h \cdot \phi \cdot s_w} \right)$;

- V_{pD} = volume poroso total injetado no modelo em t $\left(\frac{V_p}{A \cdot h \cdot \phi \cdot s_w} \right)$;

- A = área do modelo de injeção.

Do mesmo modo que foi feito para V_{pbt} e para V_p , pode-se expressar V_{tr} em termos de volume poroso fracionário:

$$V_{tr} = \frac{q}{q_t} \cdot V_{Tr}, \quad (3.39)$$

$$V_{tr} = \frac{q}{q_t} \cdot A \cdot h \cdot \phi \cdot s_w \cdot F_r, \quad (3.40)$$

$$F_r = \frac{V_{Tr}}{A \cdot h \cdot \phi \cdot s_w}, \quad (3.41)$$

onde:

- V_{Tr} = volume total do pulso de traçador injetado no modelo;
- F_r = volume fracionário total do pulso de traçador injetado no modelo.

Na vizinhança de um poço, o potencial (Φ) é uma função linear do logaritmo neperiano da distância radial r . A escolha dos parâmetros dessa função linear não altera a natureza do fluxo de traçador, logo, será adotado, sem perda de generalidade:

$$\Phi = \ln(r). \quad (3.42)$$

A vazão q_t pode, então, ser expressa por:

$$q_t = \frac{\kappa}{\mu} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_w} = 2 \cdot \pi \cdot h \cdot \frac{\kappa}{\mu}. \quad (3.43)$$

Substituindo a equação (3.43) em (3.42), (3.40) e (3.38), posteriormente substituindo (3.38) em (3.33), chega-se ao resultado final:

$$\frac{C(\psi)}{C_o} = \frac{\mu \cdot \phi \cdot s_w \cdot A \cdot F_r}{4 \cdot \pi \cdot \kappa \cdot \sqrt{\pi \cdot \alpha \cdot I(\psi)}} \cdot \exp \left[- \frac{\mu^2 \cdot \phi^2 \cdot s_w^2 \cdot A^2 \cdot (V_{pDbl}(\psi) - V_{pD})^2}{16 \cdot \pi^2 \cdot \kappa^2 \cdot \alpha \cdot I(\psi)} \right]. \quad (3.44a)$$

Uma outra maneira de se expressar (3.44a) seria levar em consideração a vazão de injeção, a partir de (3.33). Essa será a formulação considerada para a aplicação do BIM:

$$\frac{C(\psi)}{C_o} = \frac{h \cdot \phi \cdot s_w \cdot A \cdot F_r}{2 \cdot q_t \cdot \sqrt{\pi \cdot \alpha \cdot I(\psi)}} \cdot \exp \left[- \frac{h^2 \cdot \phi^2 \cdot s_w^2 \cdot A^2 \cdot (V_{pDbl}(\psi) - V_{pD})^2}{4 \cdot q_t^2 \cdot \alpha \cdot I(\psi)} \right]. \quad (3.44b)$$

A letra ψ designa uma linha de fluxo genérica representativa do canal de fluxo em estudo. As equações (3.44a) e (3.44b) representam a Equação do Traçador, as quais não

levam em conta efeitos de adsorção e de decaimento radioativo. A convecção do processo é considerada através do termo $V_{pDbl}(\psi)$, que expressa, em última análise, o tempo (em termos fracionários de volume poroso deslocável total) para se alcançar a erupção da linha de fluxo representativa do canal. Tais valores serão obtidos mediante o emprego do Método da Integral de Contorno, como será visto no próximo capítulo. A dispersão do traçador é levada em conta por meio do termo $I(\psi)$.

A Equação do Traçador acima fornece o valor da concentração C (em termos de fração mássica) do traçador como uma função não só da linha de fluxo ψ , mas também do tempo (expresso por V_{pD}). Com o intuito de torná-la mais genérica, pode-se expressá-la em termos de uma concentração adimensional C_D , da seguinte maneira:

$$C_D = \frac{C}{C_o \cdot F_r \cdot \sqrt{N_{Pe}}} \quad (3.45)$$

Tal adimensionalização será levada a cabo ao se manipular a equação (3.44), de modo a fornecer os resultados finais deste trabalho. Esse procedimento será oportunamente abordado quando a equação for aplicada tanto no caso da solução analítica obtida por Abbaszadeh-Dehghani (a ser empregada para a validação do presente trabalho), como para o caso da solução obtida através do emprego da Equação da Integral de Contorno.

Cálculo da Integral I (Termo Dispersivo)

O limite superior da integral I , definida em (2.11), corresponde ao parâmetro $\bar{s}$. Como já foi mencionado, tal variável está relacionada com a posição da frente de avanço do traçador ao longo de um canal de fluxo genérico. Portanto, o cálculo da integral, a rigor, depende da posição da frente de avanço, isto é, depende do tempo.

Lemos e Romeu (1991) desenvolveram seu trabalho fazendo a integral I da seguinte forma:

$$I = \int_0^{\bar{s}} \frac{ds}{v^2(s)} = \int_0^s \frac{ds}{v^2(s)} \quad (3.46)$$

O termo dispersivo empregado por esses autores equivale à equação (2.11) com o limite superior correspondendo à posição do poço produtor s . Tal simplificação, de acordo com os mesmos, não acarreta erros significativos nos valores de concentração medidos na saída, ou seja, a utilização de quaisquer dos limites superiores em (3.46) fornece resultados praticamente iguais.

Abbaszadeh-Dehghani e Brigham (1982), no desenvolvimento de seu trabalho, chegaram a uma forma final para essa integral a partir da Teoria do Mapeamento Conforme. Os valores dessa integral (caso de linha alternada, $d/a=1.0$) foram grafados, para diferentes linhas de fluxo, ao longo da distância entre o poço injetor e o poço produtor. As curvas resultantes para I , definida por (2.11), apresentaram a seguinte forma: crescentes, nulas na origem, um ponto de inflexão e assintoticamente tendendo para um valor constante, à medida que se aproxime do poço produtor.

Dessa maneira, quando a frente de avanço está próxima do poço produtor, é indiferente para o cálculo de I se o limite dessa integral é assumido como s ou $\bar{s}$. Por outro lado, se a posição da frente não está próxima o suficiente do ponto de produção, tal aproximação não poderia ser assumida. Mas se a quantidade de traçador injetada for insignificante em relação às dimensões do reservatório, então sua produção somente deixará de ser negligenciável se a frente de avanço estiver próxima do poço produtor. Em outras palavras, quando a frente de avanço estiver relativamente distante da produção, a concentração medida pela equação (3.44) para uma dada linha de fluxo tenderá ao valor nulo, uma vez que o fator $(V_{pDbl}(\psi) - V_{pD})^2$ tenderá para um valor elevado, mesmo se o valor de I for assumido constante e igual ao resultado de (3.46).

Em termos práticos, pois, é indiferente se o valor de I for calculado a rigor (assumindo o limite superior da integral como $\bar{s}$) ou pela aproximação (3.46) (a qual assume o referido limite como sendo constante e igual a s , ou seja, igual ao comprimento da

linha de fluxo representativa do canal até a posição de produção). Este trabalho assume, como Lemos e Romeu (1991), a aproximação dada pela equação (3.46).

A Equação do Traçador para o Modelo (Englobando Todas as Linhas de Fluxo)

A equação (3.44) representa a Equação do Traçador aplicável a uma linha de fluxo genérica. Para um certo modelo de injeção, dadas as condições de operação e a geometria associada, estabelece-se uma dada configuração de linhas de fluxo correspondente. Para cada linha dessas, a equação (3.44) fornece um resultado de concentração como uma função do tempo t e da linha de fluxo ψ , como sugere a seguinte notação matemática:

$$C = C(\psi, V_{pD}). \quad (3.47)$$

Uma vez assumindo para o modelo um determinado número de linhas de fluxo (representativas dos respectivos canais de fluxo) e que, para cada linha dessas, a vazão seja igual e constante, os efeitos do transporte do traçador para cada linha podem ser adicionados (superpostos) com o intuito de se obter o efeito global para o modelo em estudo. Essa superposição permite estabelecer a concentração C para o modelo como uma função apenas do tempo ($C = C(t)$), por meio do somatório do produto de cada concentração $C(\psi, t)$ pela respectiva vazão no canal, dividido pela vazão total de injeção no poço produtor, como se segue:

$$C(V_{pD}) = \frac{\sum [C(\psi, V_{pD}) \cdot q]}{q_t}. \quad (3.48)$$

Se o número de linhas de fluxo adotado para um modelo de injeção em estudo for n_{lf} , então a razão $\frac{q}{q_t}$ pode ser expressa em termos desse número, e a equação (3.48)

pode ser calculada normalmente, contabilizando os efeitos de todas as linhas de fluxo consideradas para a composição de um resultado global para o modelo.

Seguem, agora, alguns exemplos de curvas típicas de concentrações de traçadores referentes a situações diversas, incluindo diferentes tipos de modelo de injeção (linha alternada ou direta) e de geometrias (expressos através do parâmetro $\frac{d}{a}$), além da variação do Número de Peclet (N_{Pe}). A variável a corresponde à menor distância entre dois poços semelhantes (injetores ou produtores), enquanto d expressa a menor distância entre um poço injetor e outro produtor; M corresponde à razão de mobilidade dos fluidos no reservatório. Para a elaboração das figuras deste capítulo, inclusive aquelas pertencentes às próximas seções, foi utilizada a solução analítica de Abbaszadeh-Dehghani e Brigham (1982), a qual será empregada para validação das curvas de concentração a serem expostas neste trabalho (ver Anexo).

A Figura 3.1 mostra a curva de concentração para um modelo *five-spot* (linha alternada, $\frac{d}{a} = 0.5$), considerando apenas a linha de fluxo diagonal (a linha de *break-through* do modelo), utilizando, portanto, a equação (3.44b), e conforme o Apêndice deste trabalho.

Já a Figura 3.2 representa a curva de concentração global para modelos de injeção do tipo linha alternada empregando-se a equação (3.48), com a variação do parâmetro $\frac{d}{a}$. A Figura 3.3 é análoga à 3.2, com a diferença de estar referenciando modelos do tipo linha direta.

Finalmente, as Figuras 3.4a e 3.4b mostram o efeito da variação do Número de Peclet no formato das curvas de concentração, considerando os casos do *five-spot* e do tipo linha direta ($\frac{d}{a}=0.5$). A constante N_{Pe} combina os efeitos de tamanho do meio poroso - L na equação (2.4) - e de dispersão - de acordo com a mesma equação, N_{Pe} é inversamente proporcional à dispersividade α do meio poroso.

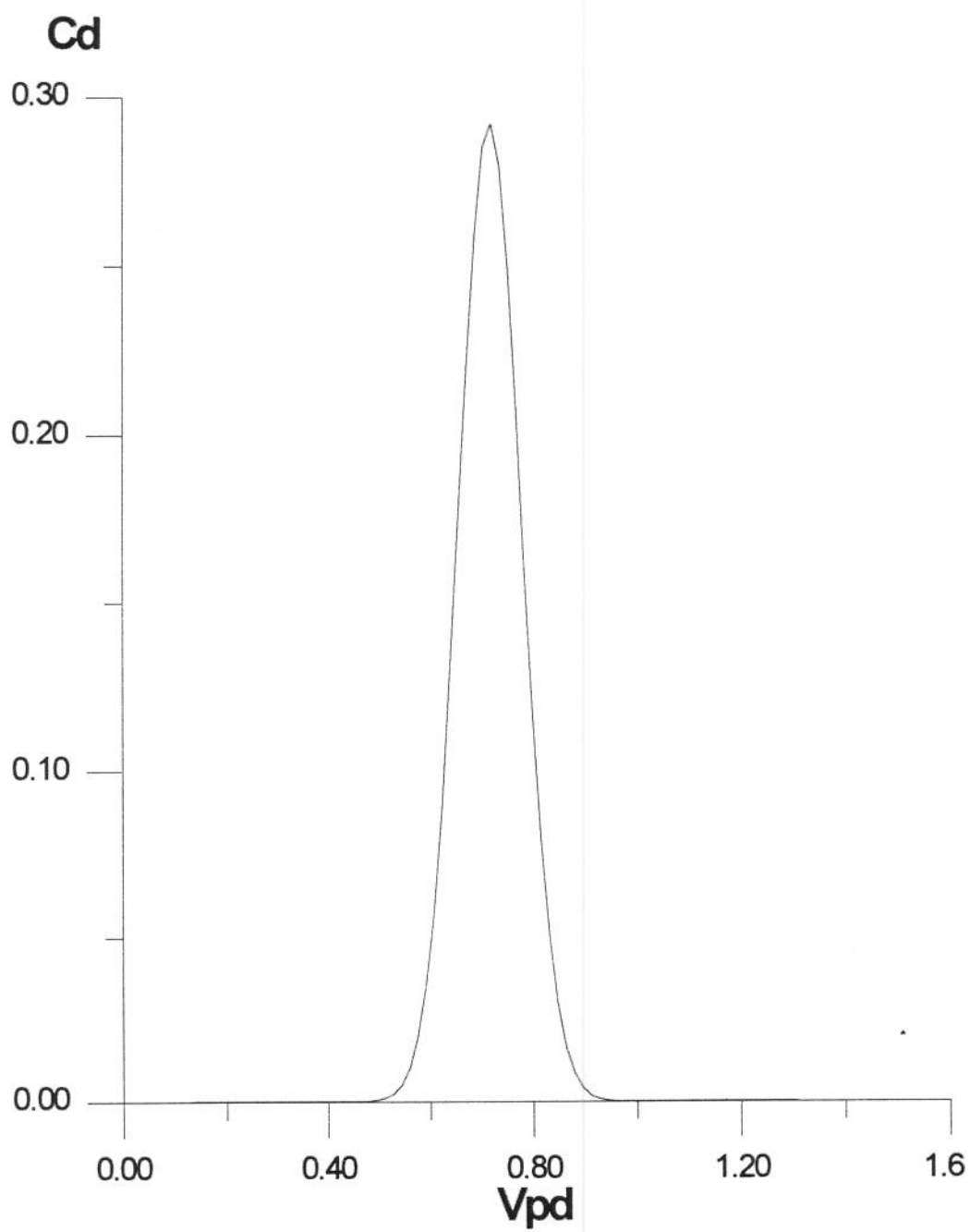


Figura 3.1 - Curva de concentração para a linha de fluxo *dobreak-through* de um modelo *five-spot* ($N_{Pe}=500$; $M=1.0$; $R=1.0$; $\beta=0.0$)

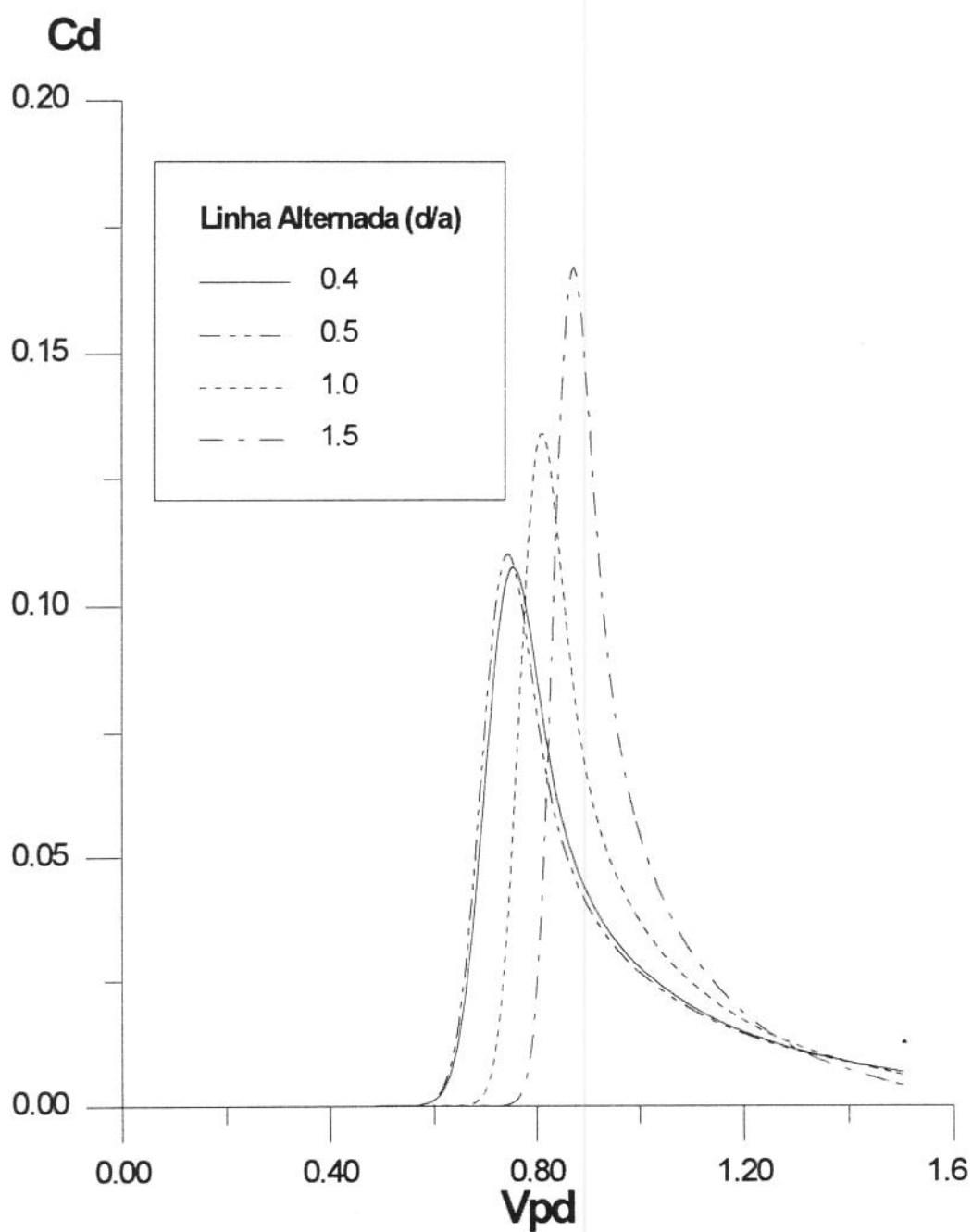


Figura 3.2 - Curva de concentração global referente a modelo de injeção do tipo linha alternada ($N_{pe}=1000$; $M=1.0$; $R=1.0$; $n_{lf}=51$; $\beta=0.0$)

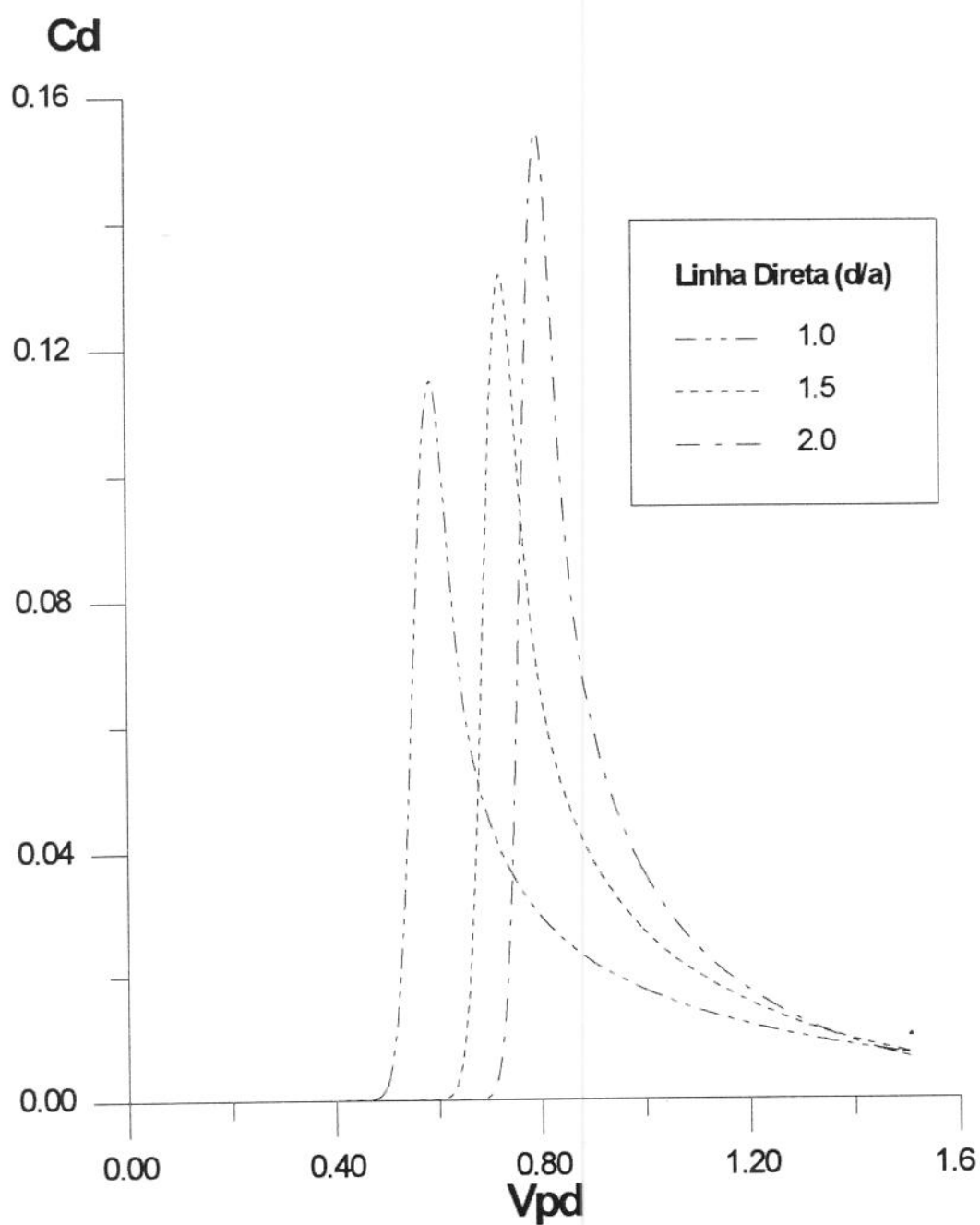


Figura 3.3 - Curva de concentração global referente a modelo de injeção do tipo linha direta ($N_{pe}=1000$; $M=1.0$; $R=1.0$; $n_{lf}=101$; $\beta=0.0$)

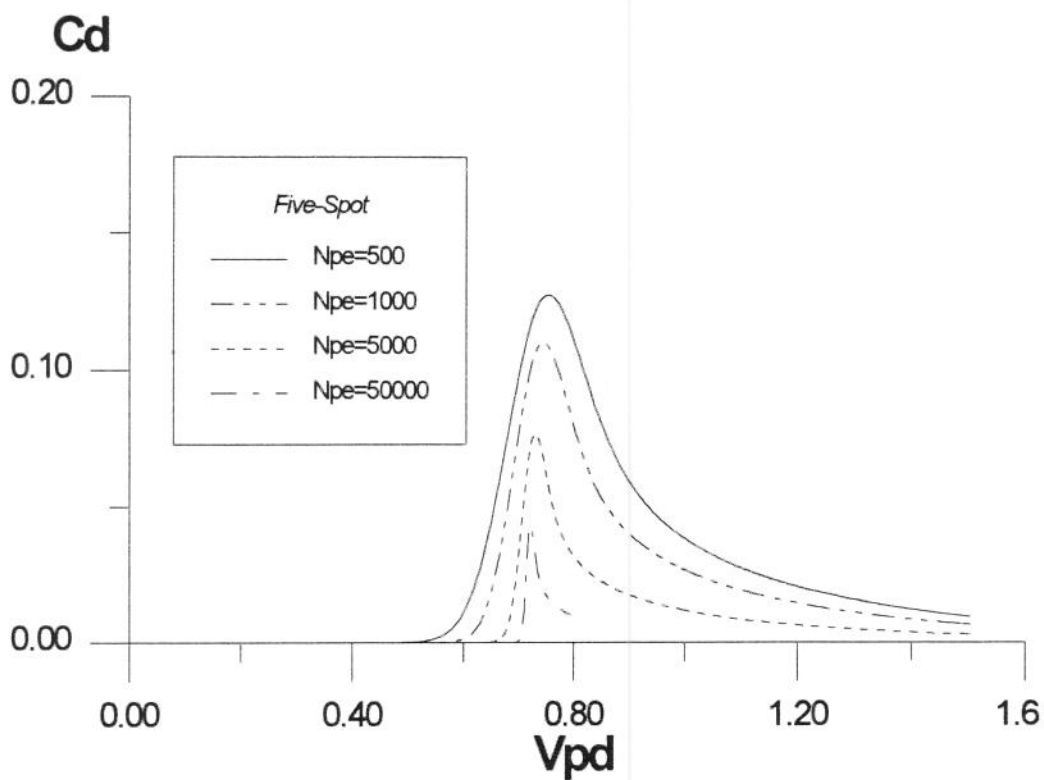


Figura 3.4a - Variação de N_{pe} para o *five-spot* ($M=1.0$; $R=1.0$; $\beta=0.0$; $n_{lf}=51$)

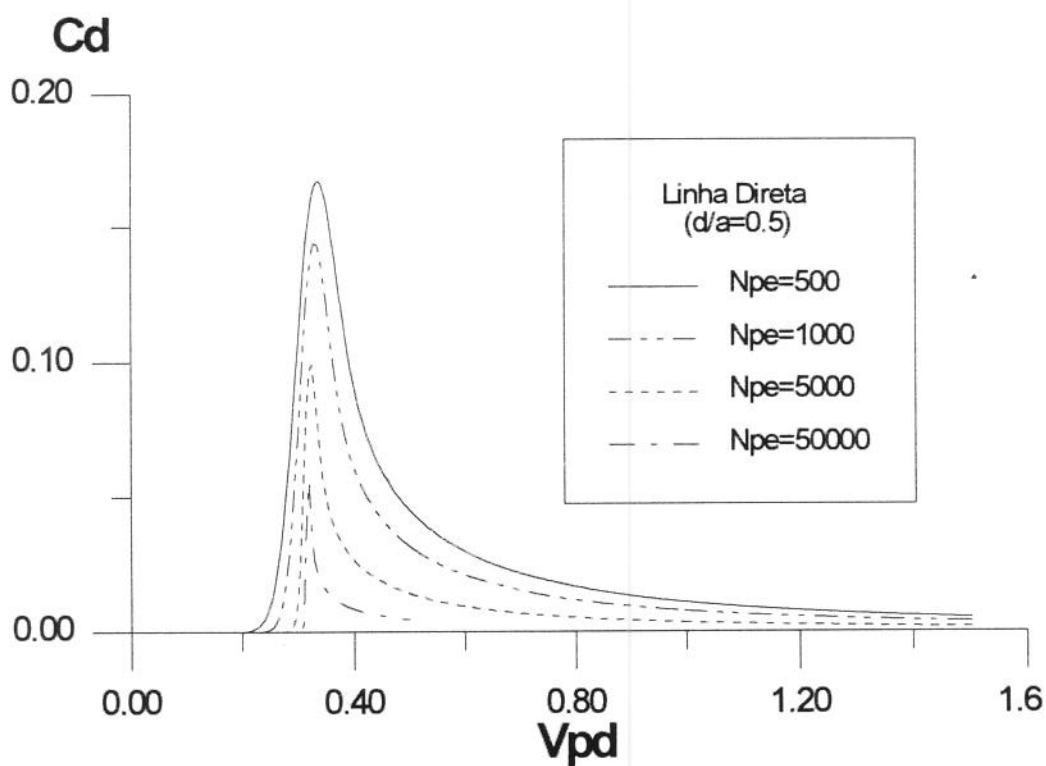


Figura 3.4b - Variação de N_{pe} para o caso de linha direta ($\frac{d}{a}=0.5$; $M=1.0$; $R=1.0$; $\beta=0.0$; $n_{lf}=101$)

Nesse momento, cabe uma importante observação com relação ao parâmetro N_{pe} : quanto maior o valor desse parâmetro, menores os efeitos de dispersão (pois N_{pe} é inversamente proporcional ao parâmetro α). Sendo assim, para os casos das curvas de concentração não adimensionalizadas (envolvendo C e não C_D), quanto maior N_{pe} , mais “afinada” seria a forma da curva de concentração resultante e, levando-se em conta a conservação da massa abaixo dessas curvas, mais “elevado” seria o pico de concentração, representando uma situação próxima daquela em que não haveria dispersão.

Esse comportamento (principalmente no que diz respeito aos valores mais elevados dos picos de concentração para valores de N_{pe} maiores) não foi observado, conforme ilustram as Figuras 3.4a e 3.4b. Isso é devido ao fato de que as concentrações consideradas nessas curvas (C_D) levam em consideração a divisão das concentrações C pelo fator $\sqrt{N_{pe}}$, como mostra a equação (3.45).

Os Efeitos de Adsorção e de Decaimento Radioativo na Equação do Traçador

Zemel (1995) apresenta em seu trabalho a forma de se superpor os efeitos de decaimento radioativo e de adsorção aos resultados até o momento obtidos para o transporte de traçadores em meios porosos. Exatamente como no estudo de Abbaszadeh-Dehghani (1982), tais efeitos serão estudados para o caso de fluxo linear, sendo posteriormente generalizados para fluxos em modelos de injeção correspondentes a geometrias mais complexas.

Com relação à adsorção, seu efeito pode ser levado em conta na equação (3.9), sem considerar o decaimento radioativo. A equação resultante seria, em vez da (3.11), a seguinte:

$$K \cdot \frac{\partial C^2}{\partial x^2} - v \cdot \frac{\partial C}{\partial x} = R \cdot \frac{\partial C}{\partial t}, \quad (3.49)$$

sendo R o fator de retardo dado por (3.10) e as condições inicial e de contorno as mesmas para a solução de (3.11).

Observando as equações (3.11) e (3.49), intui-se que a solução da primeira também pode ser aplicada à segunda, para tanto devendo ser introduzido um fator $\frac{1}{R}$ relacionado com o tempo. Portanto, introduzindo-se a seguinte mudança de variável com relação ao tempo:

$$\hat{t} = \frac{t}{R}, \quad (3.50)$$

onde $\hat{t}$ representa uma nova variável tempo reduzida do fator de retardo R.

A equação (3.49) fica:

$$K \cdot \frac{\partial C^2}{\partial x^2} - v \cdot \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial \hat{t}}. \quad (3.51)$$

Introduzindo também a mudança de variável (3.50) nas condições inicial e de contorno do problema, a solução do problema envolvendo a equação (3.51) é a mesma do caso em que vale (3.11), apenas que a variável tempo para ambos os casos são quantificadas de maneiras diferentes ($\hat{t}$ e t , respectivamente).

Desse modo, a solução equivalente à equação (3.28) que leva em consideração o efeito da adsorção do traçador no meio poroso é dada por:

$$\frac{C}{C_o} = \frac{\Delta \hat{s}}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2}} \cdot \exp \left[-\frac{(s - v \cdot \hat{t})^2}{2 \cdot \sigma^2} \right], \quad (3.52)$$

sendo $\Delta \hat{s}$ dado por:

$$\Delta \hat{s} = \frac{\Delta s}{R}. \quad (3.53)$$

O valor Δs , como já foi mencionado, representa o “tamanho” da zona de mistura do traçador ao longo de um canal de fluxo, estando relacionado com a posição da frente de

avanço e, portanto, diretamente relacionado com o tempo. Por esse motivo, o valor de $\Delta \hat{s}$ relativo à equação (3.53) também deve ser obtido da redução de Δs pelo fator $\frac{1}{R}$, do mesmo modo que $\hat{t}$ deriva do tempo t .

O resultado do fenômeno da adsorção é, portanto, retardar o tempo de chegada do traçador ao poço produtor, além de reduzir os níveis de concentração medidos. Ou seja, no gráfico que representa a concentração na saída *versus* o tempo, quanto maior for a adsorção do traçador pelo meio poroso (quantificada pela magnitude do fator de retardo R), tanto mais a curva resultante estará “deslocada” para a direita (atrasada no tempo) e menores serão os valores de concentração monitorados.

Os efeitos de adsorção foram introduzidos na equação (3.28), a qual se refere a fluxo linear, gerando (3.52). De acordo com o raciocínio análogo àquele seguido na dedução da Equação do Traçador para geometrias não lineares, pode-se chegar, a partir de (3.28), a um resultado análogo à (3.44), a saber:

$$\frac{C(\psi)}{C_o} = \frac{\mu \cdot \phi \cdot s_w \cdot A \cdot \frac{F_r}{R}}{4 \cdot \pi \cdot \kappa \cdot \sqrt{\pi \cdot \alpha \cdot I(\psi)}} \cdot \exp \left[- \frac{\mu^2 \cdot \phi^2 \cdot s_w^2 \cdot A^2 \cdot \left(V_{pDbt}(\psi) - \frac{V_{pD}}{R} \right)^2}{16 \cdot \pi^2 \cdot \kappa^2 \cdot \alpha \cdot I(\psi)} \right] \quad (3.54a)$$

Considerando a vazão de injeção:

$$\frac{C(\psi)}{C_o} = \frac{h \cdot \phi \cdot s_w \cdot A \cdot \frac{F_r}{R}}{2 \cdot q_t \cdot \sqrt{\pi \cdot \alpha \cdot I(\psi)}} \cdot \exp \left[- \frac{h^2 \cdot \phi^2 \cdot s_w^2 \cdot A^2 \cdot \left(V_{pDbt}(\psi) - \frac{V_{pD}}{R} \right)^2}{4 \cdot q_t^2 \cdot \alpha \cdot I(\psi)} \right] \quad (3.54b)$$

Do mesmo modo como já foi feito anteriormente, um somatório análogo à expressão (3.48) pode ser efetuado com o intuito de se obter os resultados de concentração global, levando em conta os efeitos de todas as linhas de fluxo consideradas para a solução do problema.

As figuras 3.5 e 3.6 destacam bem o efeito da adsorção (variação do fator de retardo R) na geração da curva de concentração de um traçador para determinadas geometrias referentes a modelos de injeção do tipo linha alternada e linha direta, de acordo com a equação (3.54b).

Com relação ao decaimento radioativo, este fenômeno é quantificado pela equação (3.2). Isto é, para um decaimento radioativo envolvendo uma constante de decaimento β , a solução final é obtida através da multiplicação da solução sem decaimento pelo valor $e^{(-\beta \cdot V_{PD})}$, sendo V_{PD} uma medida de tempo (volume poroso fracionário injetado). Portanto, este fenômeno não causa “deslocamento” da curva de concentração ao longo do eixo do tempo, mas sim uma redução dos níveis de concentração medidos, uma vez que a substância traçadora “perde” sua propriedade de detecção com o passar do tempo.

As figuras 3.7 e 3.8 ilustram, para os mesmos casos considerados nas duas figuras precedentes, os efeitos de decaimento radioativo (sem adsorção - $R=1.0$) na medida das concentrações de um traçador radioativo (variação da constante β). Para esses casos, foi assumida ausência de adsorção ($R=1.0$).

Sendo assim, para se quantificar tanto a adsorção como o decaimento radioativo (traçadores radioativos que se adsorvem no reservatório), basta aplicar a equação (3.54) como a Equação do Traçador, posteriormente multiplicando a solução encontrada pelo fator $e^{(-\beta \cdot V_{PD})}$.

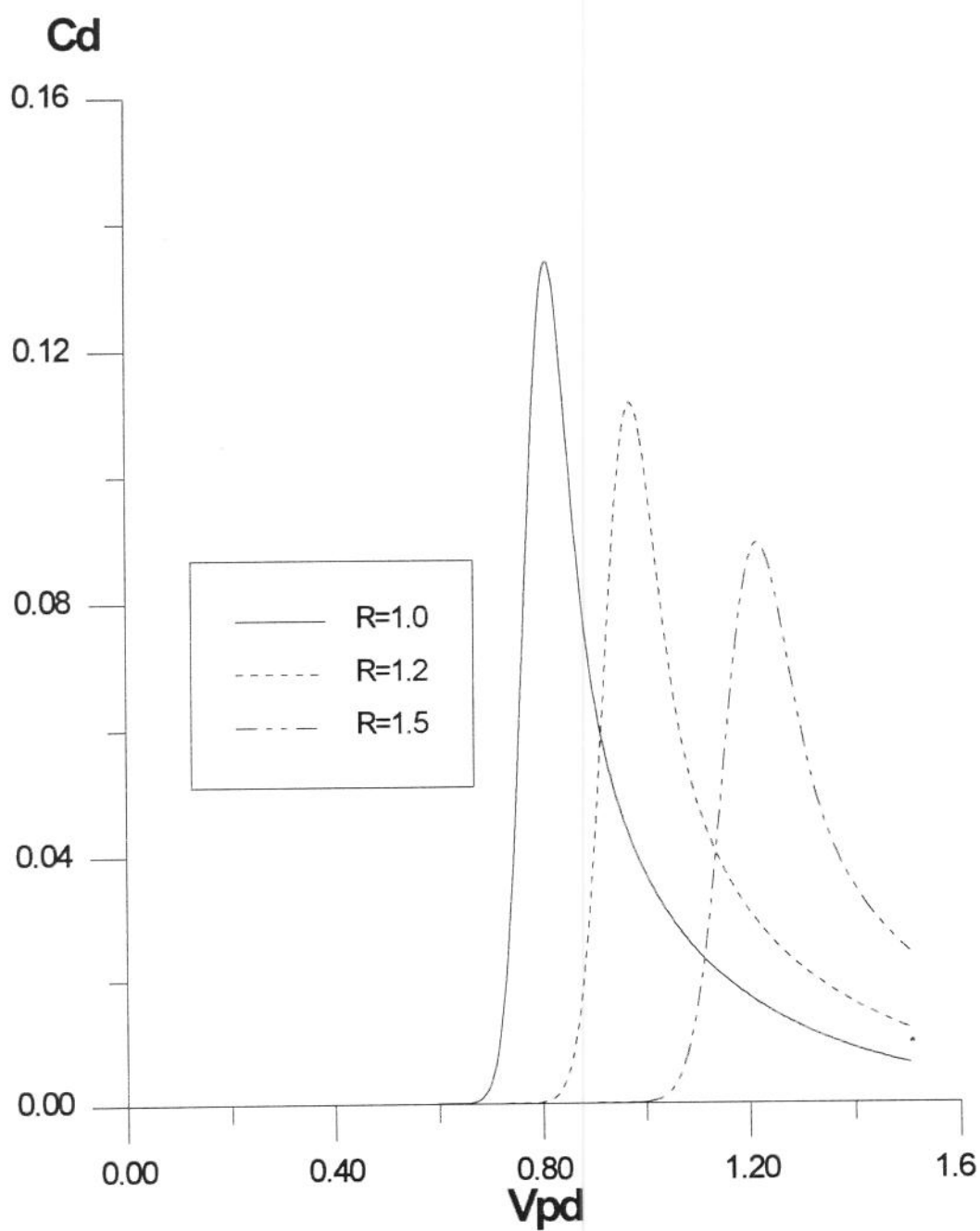


Figura 3.5 - Curvas de concentração para diferentes fatores de retardo R em modelo de injeção tipo linha alternada ($N_{pe}=1000$; $\frac{d}{a}=1.0$; $n_{lf}=51$; $M=1.0$; $\beta=0.0$)

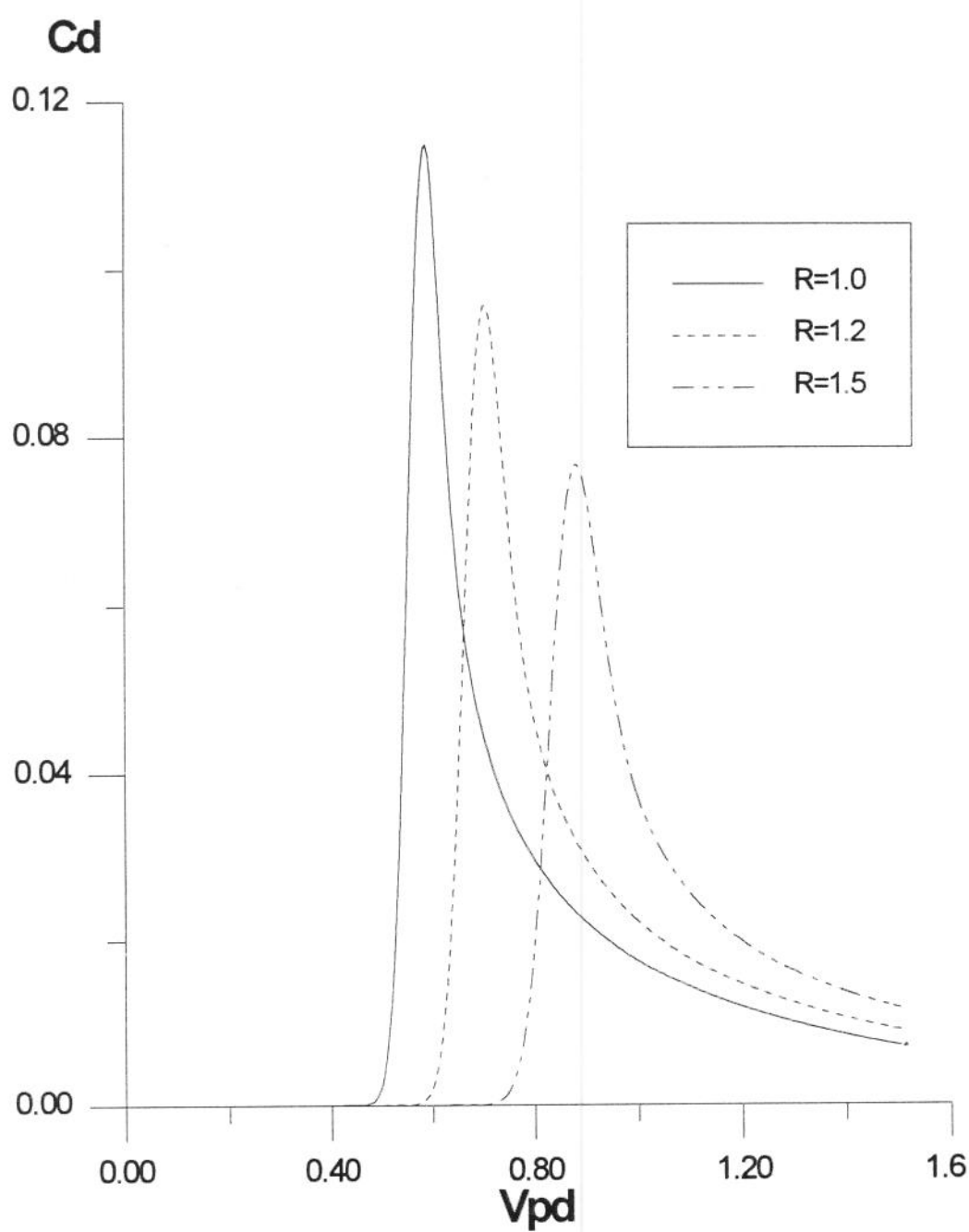


Figura 3.6 - Curvas de concentração para diferentes fatores de retardo R em modelo de injeção tipo linha direta ($N_{pe}=1000$; $\frac{d}{a}=1.0$; $n_{lf}=101$; $M=1.0$; $\beta=0.0$)

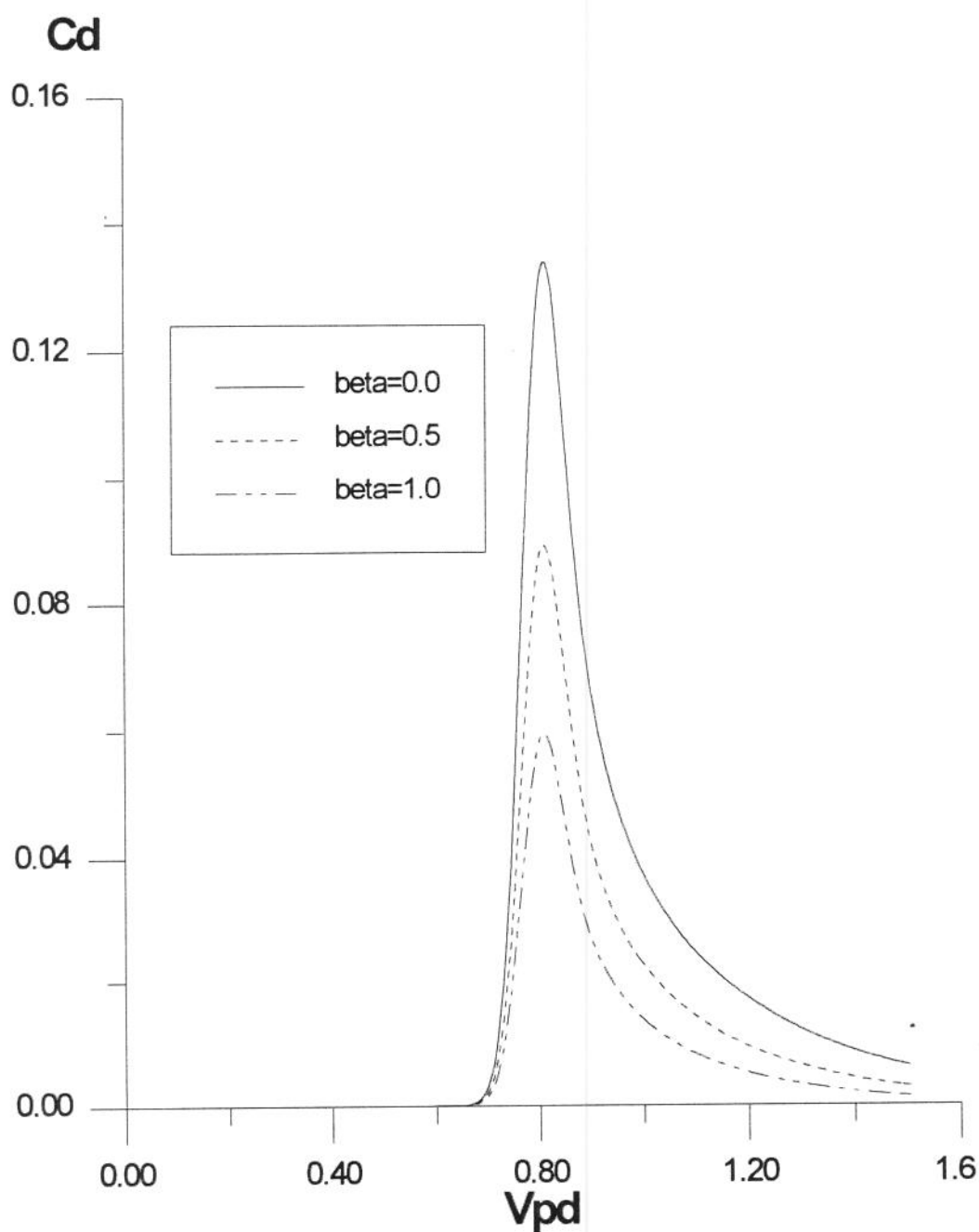


Figura 3.7 - Curvas de concentração para diferentes constantes de decaimento β em modelo de injeção tipo linha alternada ($N_{pe}=1000$; $\frac{d}{a}=1.0$; $n_{lf}=51$; $M=1.0$; $R=1.0$)

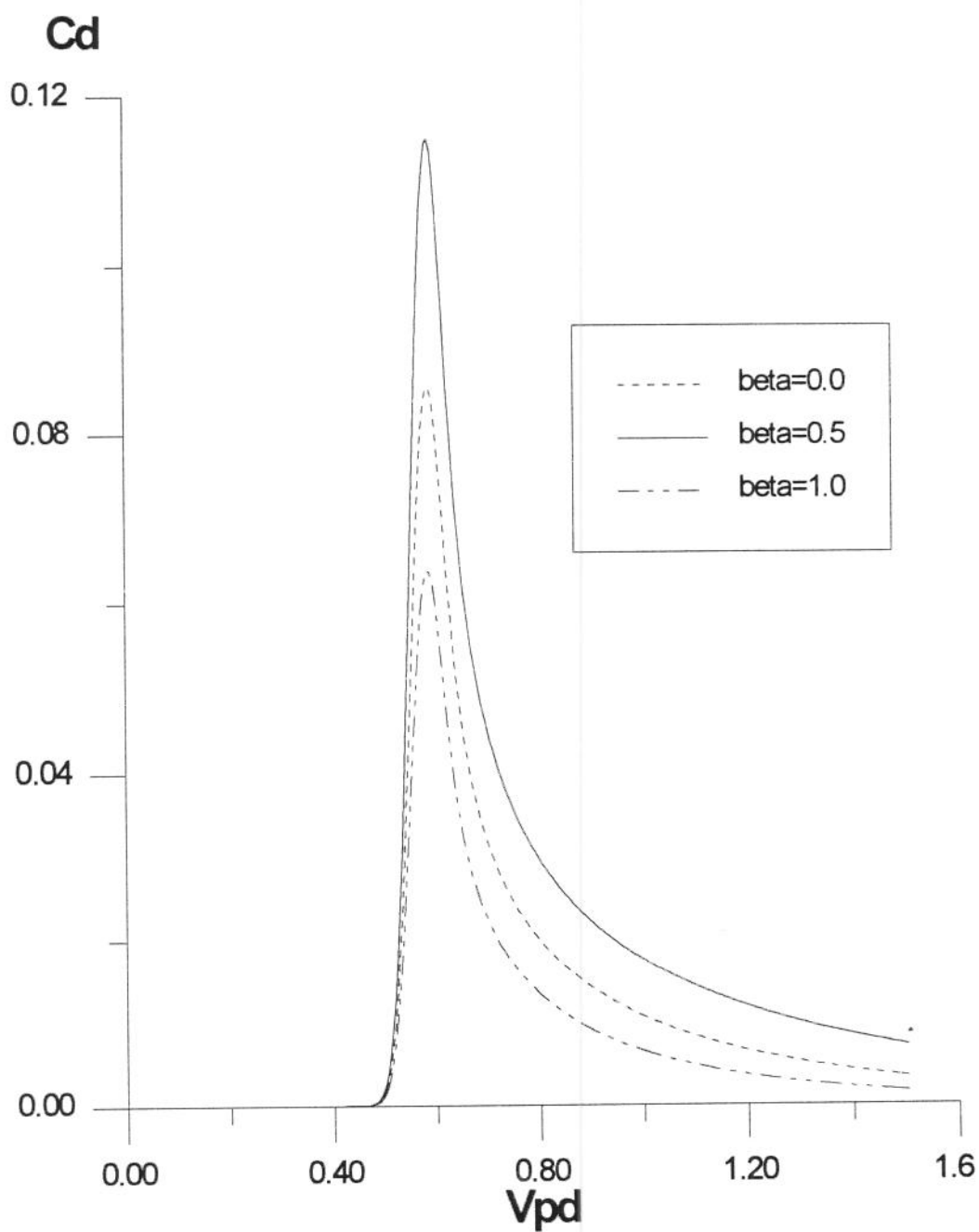


Figura 3.8 - Curvas de concentração para diferentes constantes de decaimento β
em modelo de injeção tipo linha direta ($N_{pe}=1000$; $\frac{d}{a}=1.0$; $n_{fr}=101$; $M=1.0$; $R=1.0$)

CAPÍTULO IV

O MÉTODO DA INTEGRAL DE CONTORNO

Muitos esforços já foram feitos na tentativa de se melhorar as análises quantitativas de desempenho de deslocamento para fluxo de fluidos em meios porosos por meio de soluções analíticas e de soluções numéricas envolvendo diferenças finitas. Entretanto, essas duas alternativas, consideradas individualmente, não conseguem atingir um nível satisfatório quanto aos critérios de acurácia e de aplicabilidade prática quando analisados conjuntamente. Ou seja, enquanto a solução analítica fornece resultados exatos, sua aplicabilidade geralmente se restringe a situações envolvendo geometrias mais simplificadas ou razão de mobilidade unitária. Por outro lado, embora os métodos de diferenças finitas sejam amplamente flexíveis quanto à aplicação, eles apresentam uma inexatidão inerente devido a questões de dispersão numérica.

Como já foi mencionado, o Método da Integral de Contorno (BIM) foi empregado para a geração das linhas de fluxo nas situações a serem consideradas no presente trabalho. Devido à relativa simplicidade das condições do problema a ser estudado, o BIM, em termos práticos, não apresentará maiores restrições. Pode-se até enumerar algumas vantagens importantes oriundas de seu emprego, a saber:

- soluções mais acuradas podem ser obtidas, pois a solução não apresenta dispersão numérica, uma vez que ela possui natureza analítica devido ao uso da solução fundamental de Green como função ponderadora;

- o método tem pouca restrição quanto à geometria dos meios porosos. Quaisquer combinações de condições de contorno na fronteira podem ser tratadas (Dirichlet, Neumann ou mista);

- como o método utiliza uma discretização apenas no contorno, a dimensão do problema fica reduzida de um, ou seja, problemas bidimensionais ficam reduzidos a uma dimensão;

- o próprio fato de o método ser integral, procedimento mais regular do que a discretização ou a diferenciação, que tende a acentuar os erros (dispersão numérica) no cálculo das derivadas;

- possibilidade de se calcular a derivada do potencial e a velocidade de qualquer ponto no interior do domínio.

O trabalho em pauta considera, para o propósito da aplicação do BIM, as seguintes simplificações com relação ao fluxo de fluidos em meios porosos:

- fluxo bidimensional;
- fluidos incompressíveis
- deslocamento imiscível - tipo pistão - de dois fluidos (os efeitos dispersivos serão considerados oportunamente);
- apenas um fluido móvel em qualquer ponto do reservatório;
- fluidos e meio poroso com propriedades homogêneas ao longo de todo o reservatório;
- efeitos capilares e gravitacionais desprezíveis.

Desenvolvimento Teórico

Na ausência de poços injetores ou produtores (pontos singulares que representam, respectivamente, fontes e sumidouros para situações de fluxo em meios porosos), o fluxo de fluido para sistemas incompressíveis é descrito pela seguinte equação para o potencial Φ :

$$\nabla^2 \Phi = 0. \quad (4.1)$$

O potencial é definido, em termos da pressão (p), da densidade do fluido (ρ) e da posição vertical de referência (h), como sendo:

$$\Phi = p - \rho \cdot g \cdot h. \quad (4.2)$$

Multiplmando-se a equação acima por uma função G:

$$G \cdot \nabla^2 \Phi = 0. \quad (4.3)$$

Do Teorema da divergência para um domínio bidimensional:

$$\iint_D (\vec{\nabla} \cdot \vec{f}) d\tau = \oint_{\Gamma} \vec{f} \cdot \vec{n} \cdot ds, \quad (4.4)$$

sendo:

- D=domínio de integração (área, para o caso bidimensional);
- Γ =contorno de D;
- $\vec{f}$ =vetor diferenciável em D;
- $\vec{n}$ =versor normal ao contorno apontando para fora do domínio.

Sendo assim, ao se aplicar o Teorema da Divergência aos produtos $G \cdot \vec{\nabla} \Phi$ e $\Phi \cdot \vec{\nabla} G$, tem-se:

$$\iint_D \vec{\nabla} \cdot (G \cdot \vec{\nabla} \Phi) d\tau = \iint_D (\vec{\nabla} G \cdot \vec{\nabla} \Phi + G \cdot \nabla^2 \Phi) d\tau = \oint_{\Gamma} G \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial n} \cdot ds, \quad (4.5)$$

$$\iint_D \vec{\nabla} \cdot (\Phi \cdot \vec{\nabla} G) d\tau = \iint_D (\vec{\nabla} \Phi \cdot \vec{\nabla} G + \Phi \cdot \nabla^2 G) d\tau = \oint_{\Gamma} \Phi \cdot \frac{\partial G}{\partial n} \cdot ds. \quad (4.6)$$

Subtraindo a equação (4.5) de (4.6), fica:

$$\iint_D (\Phi \cdot \nabla^2 G - G \cdot \nabla^2 \Phi) d\tau = \oint_{\Gamma} \left(\Phi \cdot \frac{\partial G}{\partial n} - G \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right) \cdot ds. \quad (4.7)$$

Para a obtenção das três últimas equações, foi levado em consideração o fato de que:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \bar{\nabla} \Phi \bullet \bar{n}, \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial G}{\partial n} = \bar{\nabla} G \bullet \bar{n}. \quad (4.9)$$

A função G até agora considerada será assumida como a Solução Fundamental de Green para o espaço bidimensional. Sabendo que essa solução, quando referida à Equação de Laplace (4.1), também satisfaz a mesma equação (exceto para um ponto singular P), então:

$$\nabla^2 G = 0. \quad (4.10)$$

Substituindo-se as equações (4.1) e (4.10) em (4.7):

$$\oint_{\Gamma} \left(\Phi \cdot \frac{\partial G}{\partial n} - G \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right) \cdot ds = 0. \quad (4.11)$$

Como Liggett & Liu, 1983, ilustraram, a equação (4.11) se reduz a:

$$\varphi \cdot \Phi(P) = \oint_{\Gamma} \Phi \cdot \frac{\partial G}{\partial n} \cdot ds - \oint_{\Gamma} G \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial n} \cdot ds, \quad (4.12)$$

sendo:

- P = ponto onde o potencial vale $\Phi(P)$ (ponto singular para G);
- φ = ângulo interno a D compreendido entre os segmentos da fronteira que definem P , se P estiver sobre Γ ($\varphi = 2\pi$ se P for ponto interno e $\varphi = 0$ se $P \notin D$).

A figura 4.1 ilustra o caso de um ponto P situado sobre a fronteira Γ do domínio D , formando um ângulo $\varphi < \pi$.

A função G , para o caso bidimensional de um sistema infinito, corresponde a:

$$G = \frac{\ln(r)}{2\pi}. \quad (4.13)$$

A constante multiplicativa $\left(\frac{1}{2\pi}\right)$ foi adotada por motivo de conveniência, sem que isso restrinja a generalidade da solução. O valor r representa a distância entre o ponto singular P e um outro genérico pertencente ao intervalo de integração da equação (4.12).

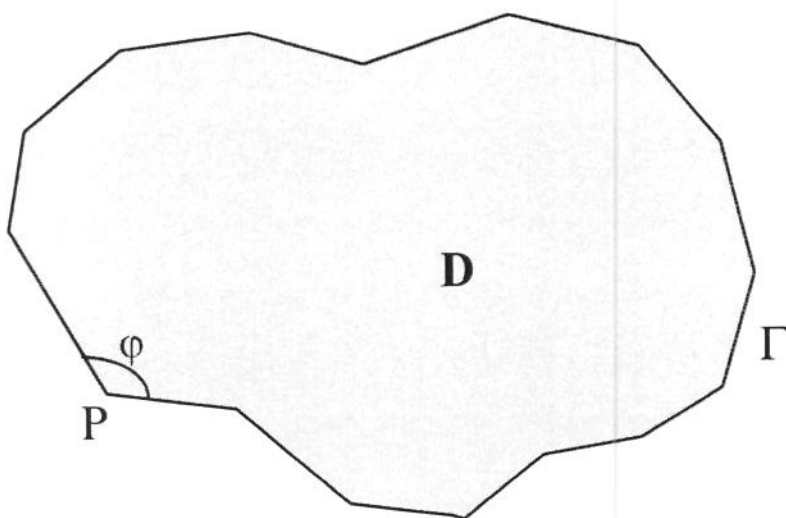


Figura 4.1 - Ilustração do domínio de integração D , da fronteira Γ e do ângulo interno φ para P genérico situado sobre o contorno.

Substituindo (4.13) em (4.12), essa última equação pode ser melhor expressa por:

$$\frac{\varphi}{2\pi} \cdot \Phi(P) = \frac{1}{2\pi} \cdot \left[\oint_{\Gamma} \frac{\Phi}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} \cdot ds - \oint_{\Gamma} \Phi_n \cdot \ln(r) \cdot ds \right], \quad (4.14)$$

sendo:

$$\frac{\partial[\ln(r)]}{\partial n} = \frac{\partial[\ln(r)]}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial n}, \quad (4.15)$$

$$\Phi_n = \frac{\partial \Phi}{\partial n}. \quad (4.16)$$

A equação (4.14) é a Equação da Integral de Contorno para o problema em questão.

Aplicação da Integral de Contorno

A equação (4.14) possibilita o cálculo do potencial $\Phi(P)$ para um dado ponto P genérico pertencente ao interior do domínio D , bastando, para tanto, que sejam conhecidos os valores de Φ e de Φ_n no seu contorno.

Para o caso de razão de mobilidade unitária, ao se derivar a equação (4.14) com relação às direções cartesianas x e y , obtêm-se, respectivamente, equações para $\frac{\partial\Phi(P)}{\partial x}$ e para $\frac{\partial\Phi(P)}{\partial y}$ também para os pontos internos a D . Essas equações, conjuntamente com a Lei de Darcy, fornecem expressões para o cálculo das velocidades horizontal (v_x) e vertical (v_y) em P . Logo, assumindo uma posição inicial para uma frente de avanço ao redor do poço produtor, as sucessivas posições dessa frente podem ser monitoradas com o passar do tempo.

Como o BIM se resume no cálculo de uma integral no contorno Γ de D , essa fronteira deve ser discretizada. Na prática, para cada ponto discretizado do contorno (nó), ou é conhecida uma condição de fluxo através de mesma (Φ_n) ou um valor de potencial (Φ), ou ainda uma combinação entre as duas situações anteriores (condição de contorno mista).

Em última análise, portanto, se a equação (4.14) for aplicada para todos os nós da fronteira (um por vez), surgirá um sistema de equações lineares (desde que, caso haja condições de contorno do tipo mista, estas sejam combinações lineares entre Φ e Φ_n) cuja dimensão será igual ao número de nós no contorno. A solução desse sistema corresponderá aos valores incógnitos de condição de contorno na fronteira (Φ e Φ_n , conforme o caso).

Desse modo, torna-se possível o emprego da Equação da Integral de Contorno (4.14) para o cálculo de potenciais internos ao domínio e, conseqüentemente, das componentes horizontal e vertical da velocidade.

Discretização da Fronteira

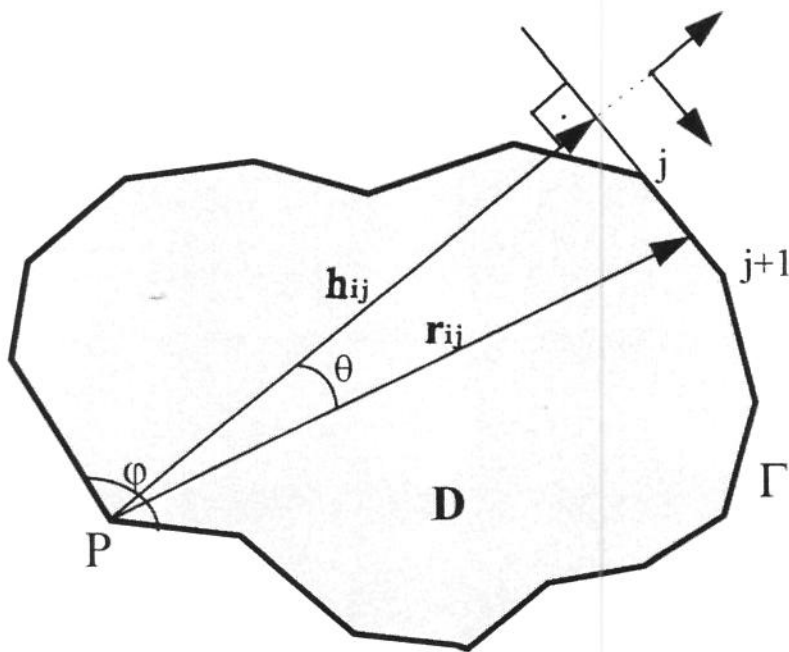
Ao se discretizar a fronteira, as integrais de linha em (4.14) podem ser calculadas adotando-se um sistema de coordenadas retangulares locais (ξ, η) . Se a equação (4.14) for aplicada considerando o ponto singular P situado sobre um nó i do contorno, então o esquema para o cálculo da parcela dessas integrais de linha referente ao trecho compreendido entre os nós j e j+1 (para os efeitos deste trabalho, foi considerado o sentido anti-horário para o cálculo da integral de linha) é representado pela figura 4.2.

Do esquema apresentado na figura 4.2, verifica-se que o sistema de coordenadas (ξ, η) varia com a posição de i (locação do ponto singular) e de j. Uma vez dados i e j, chega-se à seguinte relação:

$$r_{ij} = \sqrt{\eta_{ij}^2 + \xi^2} \quad (4.17)$$

Então, no sistema de coordenadas (ξ, η) , o módulo do gradiente de r_{ij} é descrito pela seguinte expressão:

$$\left| \bar{\nabla} r_{ij} \right| = \left(\frac{\eta_{ij}}{\sqrt{\eta_{ij}^2 + \xi^2}} \right)^2 + \left(\frac{\xi}{\sqrt{\eta_{ij}^2 + \xi^2}} \right)^2 = 1. \quad (4.18)$$



Cordenadas locais

Cordenadas cartesianas

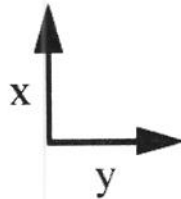
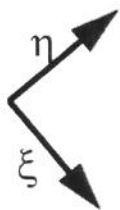


Figura 4.2 - Esquema de coordenadas locais (ξ, η) para o cálculo da parcela da integral de linha do BIM referente ao trecho do nó j até $j+1$.

Também é sabido que, dado o valor do ângulo θ expresso no esquema descrito:

$$\frac{\partial r}{\partial n} = \bar{\nabla} r \cdot \bar{n} = |\bar{\nabla} r| \cdot |\bar{n}| \cdot \cos(\theta) = \cos(\theta). \quad (4.19)$$

O valor acima é correto, uma vez que $\bar{n}$ se trata de um versor e, portanto, possui módulo unitário. Finalmente, $\frac{\partial r}{\partial n}$ pode ser obtido, através de geometria plana, como uma função de r_{ij} e de η_{ij} , a saber:

$$\frac{\partial r}{\partial n} = \cos(\theta) = \frac{\eta_{ij}}{r_{ij}}. \quad (4.20)$$

Na verdade, o valor de η_{ij} pode ser diferente se calculado para o segmento de j até $j+1$ ou para o segmento de $j-1$ até j , desde que a linha de contorno seja quebrada em j (caso em que o ângulo interno α é diferente de π). Logo, para um nó j na fronteira, se o ângulo interno for diferente de π , então haverá três condições de contorno para este nó, e não duas (como já foi mencionado), a saber: Φ , Φ_n^+ e Φ_n^- .

O valor Φ_n^+ corresponde a $\frac{\partial r}{\partial n}$ calculado à direita de j (visualizando j de um ponto interno no domínio, de tal modo que uma linha reta que una esse ponto e o nó j nunca cruze o contorno Γ). Já Φ_n^- representa o mesmo tipo de cálculo, só que η_{ij} é obtido com relação ao segmento de $j-1$ até j (ou seja, η_{ij} é calculado com base no segmento de fronteira à esquerda de j). Outro fato importante é que, se a linha reta que une o ponto singular P e o nó j cruzar a fronteira Γ um número ímpar de vezes, então a distância η_{ij} será negativa, pois, para esses casos, o ângulo θ estará compreendido entre $\frac{\pi}{2}$ e π (região para a qual $\cos(\theta)$ apresenta valores negativos).

O problema de se ter, na realidade, três parâmetros por nó na fronteira (em vez de dois) é resolvido assumindo-se $\Phi_n^+ = \Phi_n^-$ para os pontos em que somente o potencial seja especificado originalmente. Com essa aproximação, o sistema de equações poderá ser resolvido normalmente (no presente caso, foi adotado o método da Eliminação Gaussiana), uma vez que o mesmo não será indeterminado.

Desse modo, há quatro possibilidades para os tipos de nós na fronteira, conforme sejam suas condições de contorno. De um modo qualitativo, esses tipos de nós estão apresentados na tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Tipos de condições de contorno possíveis.

TIPO DE NÓ	Φ	Φ_n^-	Φ_n^+
1	CONHECIDO	CONHECIDO	INCÓGNITA
2	CONHECIDO	INCÓGNITA	INCÓGNITA
3	CONHECIDO	INCÓGNITA	CONHECIDO
4	INCÓGNITA	CONHECIDO	CONHECIDO

Como já foi mencionado, uma condição de contorno, ou uma combinação delas, é conhecida previamente para cada nó do contorno. Pois bem, sendo as integrais em (4.14) executadas num domínio (composto por cada um dos segmentos da fronteira) em que tanto Φ quanto Φ_n (expresso por Φ_n^+ e Φ_n^-) são variáveis, surge a necessidade de se utilizar um “artifício” que permita o cálculo desses valores ao longo de cada parcela de integração (como, por exemplo, para o trecho que se estende do nó j até o $j+1$). Desse modo, o procedimento a ser adotado corresponderá a uma aproximação para os valores de Φ e de Φ_n entre nós consecutivos, como uma função das condições de contorno nesses nós. Fica claro, pois, que tanto mais preciso será o método quanto mais próximo da realidade estiver a interpolação adotada para a previsão das condições de contorno ao longo dos trechos da integração.

Uma aproximação mais simplista seria a suposição de que Φ e Φ_n fossem constantes ao longo de cada intervalo de integração. Obviamente tal procedimento implicaria a necessidade de se trabalhar com um número maior de nós no contorno, a fim de minimizar os erros inerentes à simplificação efetuada.

Para o caso do presente trabalho, utilizou-se uma interpolação linear para os valores das condições de contorno entre dois pontos consecutivos. Dessa maneira, supôs-se que:

•de j até j+1:

$$\Phi = \frac{[(\Phi_{j+1} - \Phi_j) \cdot \xi + (\xi_{j+1} \cdot \Phi_j - \xi_j \cdot \Phi_{j+1})]}{(\xi_{j+1} - \xi_j)}, \quad (4.21)$$

$$\Phi_n^+ = \frac{\left[\left(\Phi_{n_{j+1}}^- - \Phi_{n_j}^+ \right) \cdot \xi + \left(\xi_{j+1} \cdot \Phi_{n_j}^+ - \xi_j \cdot \Phi_{n_{j+1}}^- \right) \right]}{(\xi_{j+1} - \xi_j)}. \quad (4.22)$$

•de j-1 até j:

$$\Phi = \frac{[(\Phi_j - \Phi_{j-1}) \cdot \xi + (\xi_j \cdot \Phi_{j-1} - \xi_{j-1} \cdot \Phi_j)]}{(\xi_j - \xi_{j-1})}, \quad (4.23)$$

$$\Phi_n^- = \frac{\left[\left(\Phi_{n_j}^- - \Phi_{n_{j-1}}^+ \right) \cdot \xi + \left(\xi_j \cdot \Phi_{n_{j-1}}^+ - \xi_{j-1} \cdot \Phi_{n_j}^- \right) \right]}{(\xi_j - \xi_{j-1})}. \quad (4.24)$$

Quando a equação do BIM é aplicada a um ponto P (nó i) de Γ , a condição de contorno incógnita correspondente ao nó genérico j estará implícita na integração dos segmentos imediatamente anterior e posterior a j (intervalos de j-1 até j e de j até j+1, respectivamente), pois o ponto j é limite superior de integração para o intervalo j-1 e limite superior de integração com relação ao intervalo j.

O emprego do BIM com interpolação linear para as condições de contorno na fronteira, relativamente à situação em que esses valores são considerados constantes, possibilita o trabalho com uma malha menor para a obtenção de precisões semelhantes. Isto proporciona um ganho computacional bastante expressivo.

Solução para Pontos Internos do Domínio

A utilização da Equação da Integral de Contorno para o cálculo do potencial de pontos internos ao domínio D é imediata, uma vez que se disponha dos valores de Φ e de Φ_n na fronteira. A equação (4.14) fica:

$$\Phi(P) = \frac{1}{2\pi} \cdot \left[\oint_{\Gamma} \frac{\Phi}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} \cdot ds - \oint_{\Gamma} \Phi_n \cdot \ln(r) \cdot ds \right]. \quad (4.24)$$

Para o caso de problemas envolvendo razão de mobilidade unitária ($M=1$), a determinação das linhas de fluxo é realizada pelo acompanhamento de uma frente de avanço estabelecida radialmente ao redor do poço injetor (com os pontos pertencentes à fronteira excluídos). As posições sucessivas dos pontos dessa frente são determinadas aplicando-se a Lei de Darcy à própria Equação da Integral de Contorno. A componente horizontal da velocidade (v_x) é obtida a partir da derivação do potencial com relação à abscissa x , ao passo que a parcela vertical da velocidade (v_y) está relacionada com a derivada do potencial com relação à ordenada y . Portanto derivando (4.24) com relação a x e a y , respectivamente, chega-se aos seguintes resultados:

$$\frac{\partial \Phi(P)}{\partial x} = \frac{1}{2\pi} \cdot \left[\oint_{\Gamma} \Phi \cdot \frac{\partial \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} \right)}{\partial x} \cdot ds - \oint_{\Gamma} \Phi_n \cdot \frac{\partial (\ln(r))}{\partial x} \cdot ds \right], \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial \Phi(P)}{\partial y} = \frac{1}{2\pi} \cdot \left[\oint_{\Gamma} \Phi \cdot \frac{\partial \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} \right)}{\partial y} \cdot ds - \oint_{\Gamma} \Phi_n \cdot \frac{\partial (\ln(r))}{\partial y} \cdot ds \right]. \quad (4.26)$$

Os valores de Φ e de Φ_n em (4.25) e em (4.26) são constantes para cada nó do contorno, uma vez que o fluxo de diferentes fluidos com a mesma mobilidade ($M=1$) é equivalente a um fluxo unifásico e, como se está considerando fluxo incompressível, o escoamento também se realizará em regime permanente. E, para esse caso, apenas um campo de potencial será imposto -e mantido constante- ao sistema. Ou seja, as linhas de fluxo e as linhas isopotenciais permanecerão inalteradas com o tempo, não sendo afetadas pela posição da frente de avanço.

Para a resolução dos problemas em que a razão de mobilidade é igual a um, o sistema de equações gerado pela aplicação de (4.14) aos pontos do contorno discretizado deve ser resolvido apenas uma única vez. O cálculo das velocidades nos pontos da frente de avanço foi efetuado mediante o emprego das equações (4.25) e (4.26). Uma alternativa para esse cálculo seria o procedimento de Diferenças Finitas aplicado à equação (4.24), da seguinte forma:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{[\Phi(P_i + dx) - \Phi(P_i)]}{dx}, \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{[\Phi(P_i + dy) - \Phi(P_i)]}{dy}. \quad (4.28)$$

Nessas equações, $\Phi(P_i)$ é o potencial calculado para o ponto interno P_i utilizando (4.24). Os valores de dx e de dy são, respectivamente, as variações em x e em y para a determinação da variação do potencial com relação a essas direções.

De fato, quando o programa computacional referente à geração de linhas de fluxo (e de parâmetros pertinentes para $M=1$) estava sendo elaborado, as equações (4.27) e (4.28) foram empregadas para a verificação de (4.25) e de (4.26). Para o caso do *five-spot*, por exemplo, a linha reta que une os poços injetor e produtor é uma linha de fluxo, mais especificamente aquela que determina o tempo de *break-through* do modelo. Como essa linha possui uma inclinação de 45° (considerando o poço injetor abaixo e à esquerda do produtor), então, para todas as posições do ponto da frente de avanço que estiver situado sobre essa linha, a componente horizontal da velocidade (v_x) deve ser igual à sua componente vertical (v_y). Uma vez que o programa foi terminado, verificou-se que os resultados oriundos de (4.25) e de (4.26) são mais exatos do que aqueles fornecidos por (4.27) e por (4.28), respectivamente.

A Lei de Darcy, para uma dada iteração i , e com relação à coordenada genérica z (que pode ser x ou y), relaciona a velocidade microscópica v_z com a variação de potencial em z do seguinte modo:

$$v_{zi} = \frac{-\lambda}{\phi} \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_i \quad (4.29)$$

Relativamente à iteração i , as coordenadas da posição de um dado ponto da frente de avanço podem ser genericamente representadas por z^i . Sendo ds uma distância fixa assumida como o deslocamento sofrido pelo ponto da frente após um intervalo de tempo dt , então as novas coordenadas desse ponto serão:

$$z^{i+1} = z^i + \frac{v_{zi}}{v_i} \cdot ds \quad (4.30)$$

Na equação anterior, $v_i = \sqrt{v_{xi}^2 + v_{yi}^2}$ e $\frac{ds}{v_i} = dt$. Essa relação corresponde ao

Método de Euler para a estimativa de primeira ordem da nova posição do ponto. Tal método é baseado na hipótese de que a partícula de fluido se move na mesma direção da velocidade v_i , o que não será válido se ds for relativamente grande e se a linha de fluxo mudar sua direção de avanço rapidamente.

O Método de Euler Modificado possibilita uma melhor acurácia do que a do caso anterior. Esse procedimento considera que a partícula de fluido se move na direção da velocidade média referente ao intervalo determinado pelo primeiro método. Logo, a locação de uma nova posição com respeito à iteração i é dada por:

$$z^{i+1} = z^i + \frac{(v_{zi} + v_{zi+1/2})}{2v_i} \cdot ds \quad (4.31)$$

O subscrito $i+1/2$ referencia a velocidade calculada por (4.30). A velocidade média $\bar{v}_i$ é dada por:

$$\bar{v}_i = \frac{\sqrt{(v_{xi} + v_{xi+1/2})^2 + (v_{yi} + v_{yi+1/2})^2}}{2} \quad (4.32)$$

Por um outro lado, o segundo método exige um esforço computacional adicional. De um modo geral, as linhas de fluxo são curvas suaves e, portanto, o emprego do primeiro método com um ds relativamente pequeno não deve acarretar maiores problemas. Para o

trabalho em questão, foi adotado um procedimento que utiliza os dois métodos acima de um modo seletivo (conforme a variação da direção de avanço do ponto monitorado). O critério utilizado foi o de que se a variação da direção de avanço -calculada pelo Método de Euler-for maior do que 2° , então o Método de Euler Modificado é empregado (conforme o trabalho de Sato e Horne, 1993). Tal procedimento possibilita um ganho computacional sem uma perda significativa de acurácia.

Tratamento de Singularidades

Para todos os modelos a serem considerados neste trabalho, haverá sempre um poço injetor e outro produtor, ainda que situados sobre a fronteira do domínio D já mencionado. Tais pontos representam singularidades e, a princípio, coincidem com nós da fronteira.

Como se está considerando uma interpolação linear (para Φ , Φ_n^+ e Φ_n^-) entre nós consecutivos para que as integrais do BIM possam ser calculadas em cada segmento, à medida que a integral de linha se aproxima dessas singularidades, a interpolação linear não será boa, uma vez que esse procedimento não representa bem a situação real de potenciais nos referidos intervalos. Nos poços injetor e produtor, respectivamente, o valor do potencial tende para $+\infty$ e para $-\infty$.

O problema da singularidade, em si, pode ser evitado por meio de um contorno desses pontos na geração das malhas fechadas representativas dos padrões de injeção a serem estudados. Um exemplo possível seria a discretização da parede de um quarto de poço em três pontos, supondo um raio de poço igual a r_1 , conforme ilustra a figura 4.3. Mas, ainda assim, há o inconveniente de a interpolação linear entre nós, para segmentos próximos aos pontos singulares, não representar satisfatoriamente a realidade.

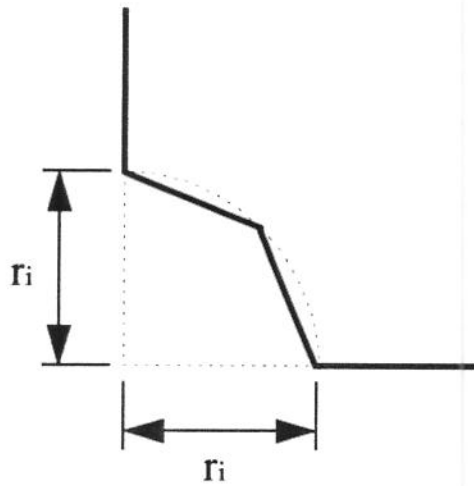


Figura 4.3 - Discretização da parede de um quarto de poço em três pontos

Uma solução possível para esse caso seria a adoção de uma malha seletiva, isto é, em vez de se adotar nós de contorno regularmente espaçados, poderia ser empregado, por exemplo, um espaçamento exponencial entre os nós, fazendo com que a fronteira ficasse mais discretizada próximo às singularidades. Mesmo assim, para não se perder acurácia, ainda seria necessária a utilização de uma grande quantidade de nós. Portanto, esse procedimento fica limitado pela capacidade computacional de que se dispõe.

Outra alternativa seria a utilização do Princípio da Superposição para a solução dos potenciais. Mais especificamente, estaria empregando-se uma dessuperposição de efeitos. Ou seja, em vez de estudar separadamente efeitos simultâneos e compor uma solução final por meio da composição dos mesmos, far-se-á uma decomposição da solução final Φ (a qual contém os efeitos das singularidades) em duas partes: uma delas sem o efeito dos poços $-(\Phi)_a$ - e outra devida exclusivamente à influência dos poços $-(\Phi)_w$.

Desse modo, o BIM é aplicado para o campo referente a $(\Phi)_a$, sendo a solução final Φ obtida a partir da soma:

$$\Phi = (\Phi)_a + (\Phi)_w. \quad (4.33)$$

O campo $(\Phi)_w$ considerado é aquele referente à Solução da Fonte Linear para meios porosos homogêneos e infinitos, sendo expresso por:

$$(\Phi)_w = \frac{q_k \cdot \ln(r_k)}{2\pi \cdot \lambda \cdot h}, \quad (4.34)$$

onde:

- q_k = vazão no poço k (positiva, se produtor; negativa, se injetor);
- r_k = distância entre o poço k e o ponto onde se está calculando $(\Phi)_w$;
- λ = mobilidade dos fluidos ($\lambda = \frac{\kappa}{\mu}$);
- h = espessura do reservatório.

Como há a presença de poço injetor e produtor para os casos estudados, $(\Phi)_w$ deve englobar a influência de ambos. Portanto, considerando o nó j do contorno, a função $(\Phi)_w$ quantificará o potencial nesse ponto tão somente devido às influências dos dois poços, do seguinte modo:

$$(\Phi)_w = \frac{q}{2\pi \cdot \lambda \cdot h} \cdot [\ln(r_{prj}) - \ln(r_{inj})]. \quad (4.35)$$

Os valores r_{prj} e r_{inj} representam, respectivamente, as distâncias entre os poços produtor e injetor até o ponto j.

Com relação aos valores $(\Phi_{nj})_w^+$ e $(\Phi_{nj})_w^-$, têm-se:

$$(\Phi_{nj})_w^+ = \frac{q}{2\pi \cdot \lambda \cdot h} \cdot \left[\frac{\eta_{prj}^+}{r_{prj}^2} - \frac{\eta_{inj}^+}{r_{inj}^2} \right], \quad (4.36)$$

$$(\Phi_{nj})_w^- = \frac{q}{2\pi \cdot \lambda \cdot h} \cdot \left[\frac{\eta_{prj}^-}{r_{prj}^2} - \frac{\eta_{inj}^-}{r_{inj}^2} \right]. \quad (4.37)$$

O sinal (+) nas variáveis η das equações (4.36) e (4.37) correspondem às distâncias entre os respectivos poços e o segmento à direita de j (de j até $j+1$). De modo semelhante, o sinal (-) corresponde à distância entre o referido poço e o segmento à esquerda de j (de $j-1$ até j).

É importante notar que, uma vez tendo se optado pelo procedimento de dessuperposição dos efeitos dos poços, as condições de contorno previamente estabelecidas para a fronteira também devem sofrer o mesmo tratamento. Desse modo, os valores conhecidos, por exemplo, para o nó j (Φ_j , $\Phi_{n_j}^+$ ou $\Phi_{n_j}^-$), ficam sendo:

$$(\Phi_j)_a = \Phi_j - (\Phi_j)_w, \quad (4.38)$$

$$(\Phi_{n_j}^+)_a = \Phi_{n_j}^+ - (\Phi_{n_j}^+)_w, \quad (4.39)$$

$$(\Phi_{n_j}^-)_a = \Phi_{n_j}^- - (\Phi_{n_j}^-)_w. \quad (4.40)$$

Para os pontos em que os valores $(\Phi_{n_j}^+)_a$ e $(\Phi_{n_j}^-)_a$ forem desconhecidos, a aproximação $(\Phi_{n_j}^+)_a = (\Phi_{n_j}^-)_a$ será assumida. Depois que as incógnitas referentes aos valores de contorno são determinadas, a solução completa é obtida somando-se a esses valores, conforme o caso, as parcelas $(\Phi_j)_w$, $(\Phi_{n_j}^+)_w$ e $(\Phi_{n_j}^-)_w$.

Considerações Gerais acerca do BIM

Antes de mais nada, vale ressaltar que foi tentado, a princípio, trabalhar-se com o BIM considerando os parâmetros de contorno constantes ao longo dos segmentos de integração, sem considerar uma interpolação linear, trabalhando com nós regularmente espaçados pelo contorno. Até o ponto em que foi desenvolvido o trabalho, concluiu-se, principalmente levando em consideração as limitações computacionais impostas

(necessidade de se trabalhar com muitos nós para não se perder acurácia), que a utilização da interpolação linear das condições de contorno entre nós contíguos é consideravelmente mais vantajosa do que o primeiro caso. As equações referentes a interpolações lineares não apresentam maiores dificuldades para serem incorporadas a programas computacionais, possibilitando, inclusive para os casos analisados no presente trabalho, a inserção de fórmulas de integração derivadas analiticamente, dispensando, portanto, as rotinas de integração numéricas usualmente empregadas.

Outro aspecto para o qual se deve dedicar especial atenção diz respeito aos problemas que consideram previamente conhecidas vazões constantes nos poços e somente condições de fluxo (Φ_n^+ e Φ_n^-) ao longo da fronteira. Esse é justamente o caso dos problemas a serem tratados neste trabalho: devido à simetria, serão analisadas “células” representativas de cada padrão de injeção, sendo as fronteiras dessas “células” (desde que não sejam paredes de poços discretizadas) linhas através das quais não há fluxo. Sendo assim, o problema assim posto, quando da aplicação do BIM, gerará uma matriz mal condicionada, cujo sistema associado não possuirá apenas uma única solução matemática possível.

Para contornar esse obstáculo, é preciso que o potencial Φ seja especificado em pelo menos um ponto da fronteira. Portanto, a solução foi assumir um valor de potencial previamente estabelecido para os nós pertencentes aos poços ($+\Phi_0$ para o injetor e $-\Phi_0$ para o produtor), em vez de se assumir que a vazão nos mesmos fosse constante e previamente dada. Logicamente, como o escoamento é incompressível, as vazões nos poços também serão constantes. O fato é que, para os efeitos de adimensionalização, os potenciais nos poços injetor e produtor serão, respectivamente, $+1$ e -1 . Já a vazão para os poços também serão iguais em módulo e de sinais trocados, somente que o módulo de seu valor será diferente de 1 (que seria o caso se as vazões nos poços tivessem sido assumidas, de início, constantes). Tal valor para as vazões deve ser automaticamente calculado quando da aplicação do BIM.

Ao não se especificar as vazões nos poços logo de início, o valor q passa a ser também uma incógnita do problema, desde que se tenha optado pela dessuperposição dos efeitos dos poços, em função da própria definição de $(\Phi)_w$ na equação (4.34). Sendo assim,

a aplicação do Método da Integral de Contorno aos nós da fronteira, tal como foi anteriormente abordada, vai gerar um sistema indeterminado, com uma incógnita a mais (uma incógnita porque já se vai assumir que as vazões nos poços possuem módulo igual e sinais opostos).

Uma vez que a parede circular real do poço tenha sido discretizada em um número finito de pontos, pode-se obter a equação restante para a resolução do sistema pela aplicação da equação (4.24) para um ponto interno P_i localizado sobre o prolongamento da parede real do poço (circular) entre dois nós contíguos também situados sobre sua fronteira discretizada. Para esse ponto, deve-se assumir que seu potencial seja o mesmo do poço em questão. Se, por exemplo, a parede de um quarto de poço injetor tiver sido discretizada em apenas dois pontos, a figura 4.4 ilustra uma possibilidade para o ponto P_i , sendo o potencial em P_i igual ao do poço injetor.

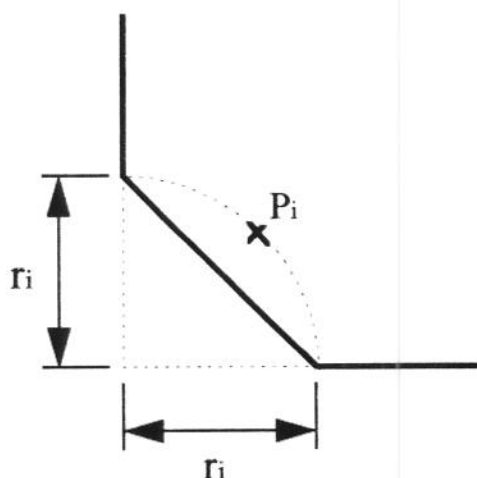


Figura 4.4 - Locação do ponto interno P_i na parede real do poço discretizado.

CAPÍTULO V

GERAÇÃO DAS CURVAS DE CONCENTRAÇÃO PARA RAZÃO DE MOBILIDADE UNITÁRIA

Para tornar possível o emprego da equação (3.54b), é preciso que sejam conhecidos seus parâmetros convectivos e dispersivos. O termo convectivo $V_{pDbt}(\Psi)$ representa o volume poroso fracionário deslocável total injetado para a erupção da linha de fluxo Ψ . A integral de linha I definida por (2.11), por sua vez, está relacionada aos efeitos de dispersão hidrodinâmica envolvidos no processo.

Sendo assim, foram elaborados dois programas computacionais (um para o padrão linha alternada e outro para o linha direta), em linguagem de programação C, para o cálculo dos parâmetros $V_{pDbt}(\Psi)$ e I , por meio da aplicação do BIM a tais padrões de injeção. Da maneira como foram elaborados esses programas, uma vez estabelecido o número de linhas de fluxo desejado, os parâmetros pertinentes são calculados para cada linha dessas, a partir do traçado das mesmas. As linhas de fluxo são estabelecidas uma a uma, de modo não simultâneo, supondo-se um deslocamento ds constante, em vez de se considerar um intervalo de tempo dt fixo. Portanto, a rigor, a frente de avanço não é considerada globalmente para o modelo, mas individualmente para cada linha de fluxo.

Uma vez estabelecida uma posição inicial para uma frente de avanço circularmente espaçada ao redor do poço injetor, cada ponto dela é individualmente avançado até que o mesmo atinja o poço produtor, pela combinação das equações (4.25) e (4.26) com a Lei de Darcy.

Foi adotada a dessuperposição dos efeitos de singularidade dos poços mediante o emprego das equações (4.35), (4.36) e (4.37), conforme o sugerido no Capítulo IV.

Consideraram-se, previamente, os poços com potenciais constantes e a vazão q_i (positiva no injetor e negativa no produtor) incógnita. A equação adicional que torna possível a solução do sistema, a princípio, indeterminado, é obtida utilizando-se a equação (4.24) para um ponto interno P_i locado sobre a superfície real do poço (portanto, interno à fronteira discretizada), como sugere a Figura 4.4. A diferença é que, para os casos analisados, os poços foram discretizados em três pontos e não em dois, como sugere aquela figura. Desse modo, P_i foi locado a um ângulo de $22,5^\circ$, a partir da linha horizontal e adotando-se o sentido anti-horário de rotação.

Os exemplos de curvas de concentração expressos neste trabalho não levam em consideração os efeitos de decaimento radioativo e de adsorção. Ou seja, foram adotados, em (3.54b), $\beta = 0$ e $R = 1.0$, por opção, apenas. A equação (3.54) não faz restrições a esses parâmetros.

A equação (3.54b) vale para cada linha de fluxo separadamente. Para a obtenção da curva de concentração referente ao modelo considerado como um todo, é preciso, portanto, aplicar o somatório expresso por (3.48).

Outro aspecto importante é o fato de que, para os testes de injeção envolvendo razão de mobilidade unitária, o fluxo estabelecido equivale, essencialmente, ao fluxo monofásico. Uma vez que se está assumindo escoamento incompressível, o campo de potenciais, para um dado domínio estudado, é constante com o tempo, ou seja, à medida que a frente de avanço do fluido injetado se move, o potencial permanece invariável para uma posição fixa no domínio. Logo, o sistema de equações, obtido mediante o emprego do BIM, pode ser resolvido uma única vez, sendo sua solução utilizada continuamente para o cálculo das novas posições da frente de avanço.

O presente capítulo apresenta-se subdividido em quatro seções, de modo que sua apresentação se torne mais clara. Primeiramente, será apresentada a adimensionalização adotada neste trabalho. As duas seções subsequentes tratam dos padrões de injeção linha alternada e linha direta. Por fim, a última parte, mais a título de ilustração, fará a comparação entre os casos de fluxo linear e padrão linha alternada, à medida que a relação d/a aumenta.

Adimensionalização

Com o intuito de tornar os casos estudados os mais genéricos possíveis, as variáveis envolvidas no problema devem ser adimensionalizadas. Ou seja, tal adimensionalização deve possibilitar apenas a consideração de uma quantidade reduzida de variáveis, tais como o tipo de padrão de injeção empregado, o Número de Peclet (N_{Pe}) e a razão d/a (r), por exemplo.

As Figuras 5.1a e 5.1b ilustram, respectivamente, para os padrões linha alternada e linha direta, os parâmetros geométricos d e a a serem empregados, bem como os domínios considerados para a aplicação do BIM a cada padrão de injeção desses.

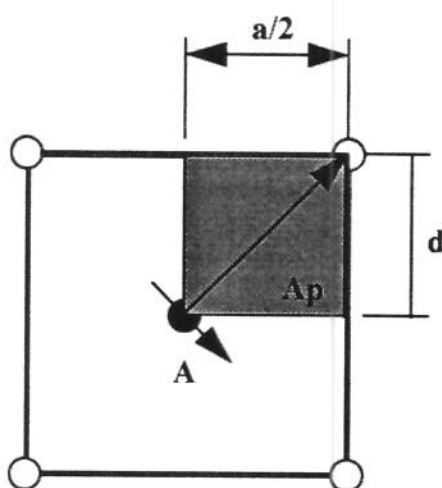


Figura 5.1a - Geometria para o padrão linha alternada.

Da análise das Figuras 5.1a e 5.1b, verifica-se que, para o padrão linha alternada, a área do domínio adotado para a aplicação do BIM (A_p) corresponde à quarta parte da área total (A) para a qual a vazão q_i do poço injetor é referida (valor de vazão que é calculado a partir da resolução do sistema de equações obtido). Já para o padrão linha direta, a área A_p corresponde à metade de A . Relativamente à locação dos pontos pertencentes ao domínio, a origem do sistema de coordenadas adotado foi assumida como o centro do poço injetor, considerando os esquemas apresentados nas Figuras 5.1a e 5.1b.

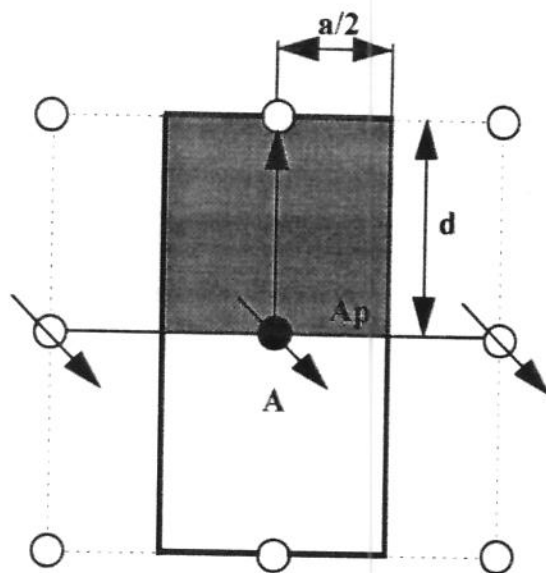


Figura 5.1b - Geometria para o padrão linha direta.

O parâmetro r será definido como:

$$r = \frac{d}{a}. \quad (5.1)$$

O potencial adimensionalizado fica:

$$\Phi_D = \frac{\Phi}{\Phi_o}, \quad (5.2)$$

sendo Φ_o um potencial de referência. Foi considerado para esse valor o potencial do poço injetor, o qual é mantido constante durante o teste.

Para as coordenadas cartesianas:

$$x_D = \frac{x}{d}, \quad (5.3)$$

$$y_D = \frac{y}{d}. \quad (5.4)$$

Fica subentendido que, para uma distância s no domínio, seu valor adimensionalizado fica sendo, analogamente: $s_D = s/d$.

Com relação à vazão, à velocidade e ao tempo de injeção, têm-se, respectivamente:

$$q_D = \frac{q_i \cdot \mu}{\kappa \cdot \Phi_o \cdot h}, \quad (5.5)$$

$$v_D = \frac{v \cdot \mu \cdot \phi \cdot s_w \cdot d}{\kappa \cdot \Phi_o}, \quad (5.6)$$

$$t_D = \frac{t \cdot \kappa \cdot \Phi_o}{\mu \cdot \phi \cdot s_w \cdot d^2}, \quad (5.7)$$

sendo h a espessura constante do reservatório e s_w a saturação de fluido deslocável no sistema. Vale ressaltar que, da adimensionalização praticada em (5.6) e da Lei de Darcy, resulta:

$$v_{Dz} = - \frac{\partial \Phi_D}{\partial z_D}, \quad (5.8)$$

onde z pode representar genericamente as coordenadas x ou y .

As áreas A_p e A , como se pode inferir das Figuras 5.1a e 5.1b, são dadas por:

$$A_p = \frac{a \cdot d}{2}, \text{ se linha alternada ou } A_p = a \cdot d, \text{ se linha direta} \quad (5.9)$$

$$A = 2 \cdot a \cdot d = 2 \cdot a^2 \cdot r = \frac{2 \cdot d^2}{r}. \quad (5.10)$$

Para o volume poroso injetado V_p , a adimensionalização deve ser realizada dividindo-se V_p pelo volume poroso deslocável total referente à área A , uma vez que V_p é expresso pelo produto da vazão de injeção q_i pelo tempo de injeção t . Portanto:

$$V_{pD} = \frac{V_p}{A \cdot h \cdot \phi \cdot s_w} = \frac{q_i \cdot t}{A \cdot h \cdot \phi \cdot s_w} = \frac{q_D \cdot t_D \cdot d^2}{A} \quad (5.11)$$

Utilizando (5.10) em (5.11), segue:

$$V_{pD} = \frac{q_D \cdot t_D \cdot r}{2} \quad (5.12)$$

Introduzindo-se na equação (2.11), referente à integral de linha I devido à dispersão, a equação (5.5) e a adimensionalização adotada para distâncias, tem-se:

$$I = \oint \frac{ds}{v^2(s)} = \frac{\mu^2 \cdot \phi^2 \cdot s_w^2 \cdot d^3}{\kappa^2 \cdot \Phi_o^2} \cdot \oint \frac{ds_D}{v_D^2(s_D)} \quad (5.13)$$

Definindo-se:

$$I_D = \oint \frac{ds_D}{v_D^2(s_D)}, \quad (5.14)$$

então:

$$I = I_D \cdot \frac{\mu^2 \cdot \phi^2 \cdot s_w^2 \cdot d^3}{\kappa^2 \cdot \Phi_o^2} \quad (5.15)$$

Antes da aplicação das equações (5.12) e (5.15) na Equação do Traçador definida por (3.54b), a concentração C também foi adimensionalizada, como sugere a equação (3.45), sendo $C = C(\Psi)$, com Ψ designando uma linha de fluxo genérica.

Finalmente, uma vez assumidas todas as adimensionalizações expressas na presente seção, a equação (3.54b), no que diz respeito à aplicação do BIM, pode ser expressa, tanto para o padrão linha alternada como para o linha direta, em termos dos adimensionais:

$$C_D(\Psi) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{r} \cdot q_D \cdot \sqrt{I_D(\Psi)}} \cdot \exp \left[-\frac{N_{Pe} \cdot (V_{pDbl}(\Psi) - V_{pD})^2}{r \cdot q_D^2 \cdot I_D(\Psi)} \right] \quad (5.16)$$

Os parâmetros q_D , $V_{pDbl}(\Psi)$ e $I_D(\Psi)$ são calculados pelos programas computacionais elaborados, mediante a aplicação do BIM aos padrões linha direta e linha alternada. O termo V_{pD} representa, em última análise, o tempo de injeção. N_{pe} e r são parâmetros de entrada do programa. Para a obtenção da curva de concentração global, envolvendo a superposição dos efeitos de todas as linhas de fluxo, deve ser aplicada a equação (3.48).

Finalmente, as curvas de concentração obtidas foram validadas com base no trabalho de Abbaszadeh-Dehghani & Brigham, 1982. As equações desenvolvidas por tais autores encontram-se no Apêndice deste trabalho. As curvas de concentração apresentadas no Capítulo III levam em consideração essas equações.

Padrão de Injeção Linha Alternada

Na Figura 5.1a, a área A_p ilustra o domínio adotado com respeito à aplicação do BIM para padrões de injeção linha alternada, tendo-se em vista os parâmetros a serem calculados para cada linha de fluxo. Portanto, à fronteira discretizada corresponderá o perímetro do retângulo que compreende A_p .

O raio dos poços (r_i), inclusive para o padrão linha direta, foi assumido $r_i=0.01$. A frente de avanço, para todos os casos, foi assumida, inicialmente, locada a um raio igual a duas vezes o valor de r_i .

Os poços, como se pode observar da Figura 5.1a, estão locados em dois vértices opostos do retângulo mencionado. Foram adotados, para a discretização dos mesmos, três pontos, como sugere a Figura 4.3.

Devido à simetria do problema, a área realmente considerada para o traçado das linhas de fluxo correspondeu à metade de A_p , como sugere o trabalho de Abbaszadeh-Dehghani & Brigham, 1982. Tendo-se por base a Figura 5.1a, tal área está compreendida

entre a linha horizontal inferior do retângulo, a linha vertical à direita e a linha de fluxo que sai do poço injetor a um ângulo de 45° (essas áreas ficarão bem ilustradas nos traçados de linhas de fluxo a serem apresentados nesta seção).

Foram consideradas, para a análise de diferentes geometrias relativas ao padrão de injeção linha alternada, 50 linhas de fluxo internas ao domínio (definido por A_p) e igualmente espaçadas, uma vez que se tenha levado em conta a simetria do problema em questão.

O Número total de pontos em que se discretizou a fronteira de A_p foi 60, regularmente espaçados, e já incluindo os pontos pertencentes aos poços. Para esses pontos, assumiram-se potenciais conhecidos (de acordo com as adimensionalizações feitas, +1 para os pontos do poço injetor e -1 para os do produtor). Para os demais pontos da fronteira, foi assumida a condição de fluxo nulo através da mesma.

Como já foi mencionado, as linhas de fluxo foram tratadas individualmente, do início da trajetória de uma dada partícula até a sua erupção no poço produtor. Para tanto, foi adotado, a princípio, um passo de deslocamento $ds_p = 0.05$. Para os casos em que o parâmetro d/a vale 0.4 ou 0.5, esse valor foi suficiente para um bom ajuste entre as curvas obtidas neste trabalho e aquelas apresentadas por Abbaszadeh-Dehghani & Brigham, 1982.

À medida que o parâmetro d/a aumenta, o retângulo definido por A_p fica cada vez mais estreito. O fato de os nós sobre a fronteira serem regularmente espaçados é de suma importância, acarretando uma maior inserção de pontos nos lados mais extensos. Caso isso não ocorresse, as linhas de fluxo mais próximas à fronteira menos discretizada não seriam estabelecidas de um modo que representasse bem a realidade. Isso porque os resultados obtidos mediante o emprego do BIM perdem acurácia quando forem envolvidos pontos do domínio muito próximos da fronteira.

Para os casos em que $d/a = 1.0$ ou $d/a = 1.5$, as linhas de fluxo obtidas utilizando-se $ds_p = 0.05$ se apresentaram, a princípio, visualmente corretas, ou seja, sem “quebras” ou descontinuidades, sendo as linhas de fluxo mais problemáticas aquelas situadas mais próximas da fronteira. Entretanto, as curvas de concentração obtidas não se

ajustaram às teóricas de modo tão satisfatório quanto aquelas relativas à razão $d/a = 0.4$ ou 0.5 . Isso provavelmente tenha ocorrido devido à propagação de erros no cálculo da integral de linha I, definida em (2.11), uma vez que, para um valor menor $ds_D = 0.002$, as curvas de concentração apresentaram um bom ajuste.

Serão apresentadas, a seguir, as curvas de concentração obtidas para diferentes geometrias do padrão de injeção linha alternada.

Razão $(d/a)=0.5$ (Five-Spot)

Para o caso do *five-spot*, foi elaborado um programa computacional com o intuito de se validar a aplicação do BIM com relação à geração das linhas de fluxo. Esse programa, que também foi elaborado em linguagem C, determina as linhas de fluxo entre o poço injetor e o produtor no quadrado A_p da Figura 5.1a, supondo escoamento incompressível e poços injetores e produtores a um potencial constante e pré-definido. O programa em questão supõe uma malha composta por um número de poços estipulado por um parâmetro de entrada, denominado como “Número de camadas” (N_c). Uma vez estabelecida a malha, aplica-se o Princípio da Superposição dos Efeitos dos poços presentes na malha, supondo, para cada um deles, a Solução para a Fonte Linear expressa pela equação (4.34).

O valor N_c está diretamente relacionado com o tamanho da malha, devendo ser maior do que 1. Se $N_c=2$, então a situação correspondente será aquela expressa por um poço injetor e quatro produtores à sua volta (como na Figura 5.1a). Quando se acresce N_c de 1, a nova malha possuirá uma camada externa a mais do que a precedente. Cada camada é composta por apenas um tipo de poço: injetor ou produtor. Se N_c for ímpar, a última camada será composta por poços injetores; se N_c for par, ela se comporá apenas por poços produtores. Quanto maior for o valor de N_c , maior será a malha resultante e, portanto, mais precisas serão as linhas de fluxo traçadas, bem como os parâmetros que, porventura, venham a ser calculados a partir das mesmas.

Com base nesse último programa, validou-se o traçado das linhas de fluxo para o caso de $M=1$, relativamente ao *five-spot*. O resultado dessa validação está expresso na Figura (5.2). Essa figura revela que, para um valor $N_c=8$, as linhas de fluxo traçadas a partir do BIM e do programa em questão praticamente coincidem, até mesmo para a linha de fluxo “crítica” (por estar próxima à fronteira), que parte do poço injetor quase coincidindo com a reta horizontal. As coordenadas do primeiro ponto dessa linha de fluxo, a partir do qual a mesma é traçada, correspondem ao ponto (0.20 ; 0.002).

O número total de poços (N_{tp}) compondo a malha, referente a um tamanho de camada N_c , é dado pela expressão:

$$N_{tp} = 2 \cdot N_c \cdot (N_c - 1) + 1 \tag{5.17}$$

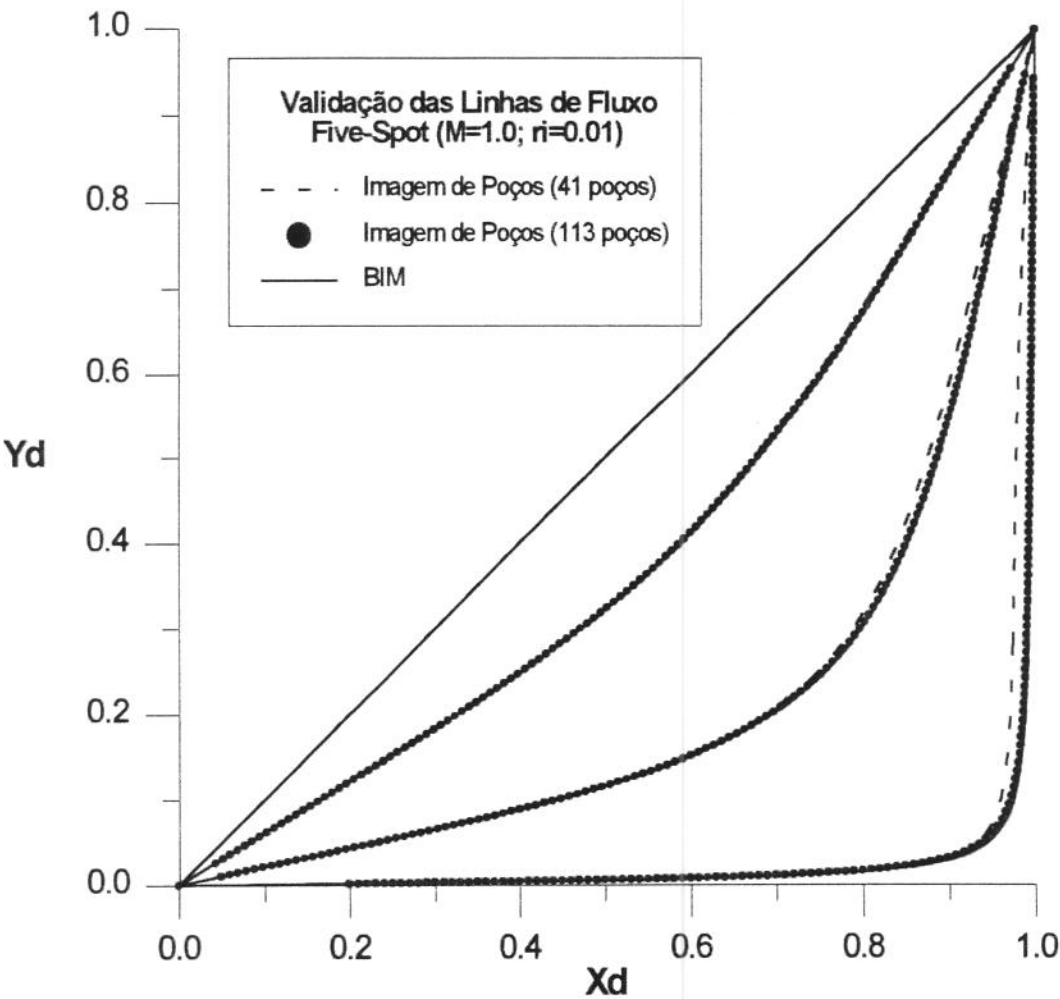


Figura 5.2 - Validação do traçado das linhas de fluxo.

Portanto, para $N_c=5$, $N_{tp}=41$ poços. Se $N_c=8$, $N_{tp}=113$. A Figura (5.3) ilustra o parâmetro N_c .

Ao se aplicar o BIM, como já foi mencionado, procedeu-se à dessuperposição dos efeitos dos poços no tocante ao campo de potencial presente no domínio considerado. A Figura 5.4 ilustra o quão efetivo é esse procedimento de dessuperposição. Essa figura grafa, ao longo das distâncias entre os pontos A, B e C (ilustrados na Figura 5.3), os valores de Φ (potencial total no ponto), $(\Phi)_w$ (Solução para a Fonte Linear, devido aos efeitos singulares dos poços) e $(\Phi)_a$. Como se pode verificar, o potencial $(\Phi)_a$ apresenta uma variação muito próxima da linear, ao contrário de Φ . Portanto, a aplicação do BIM com interpolação linear entre as condições de contorno nos nós da fronteira torna-se bastante indicada.

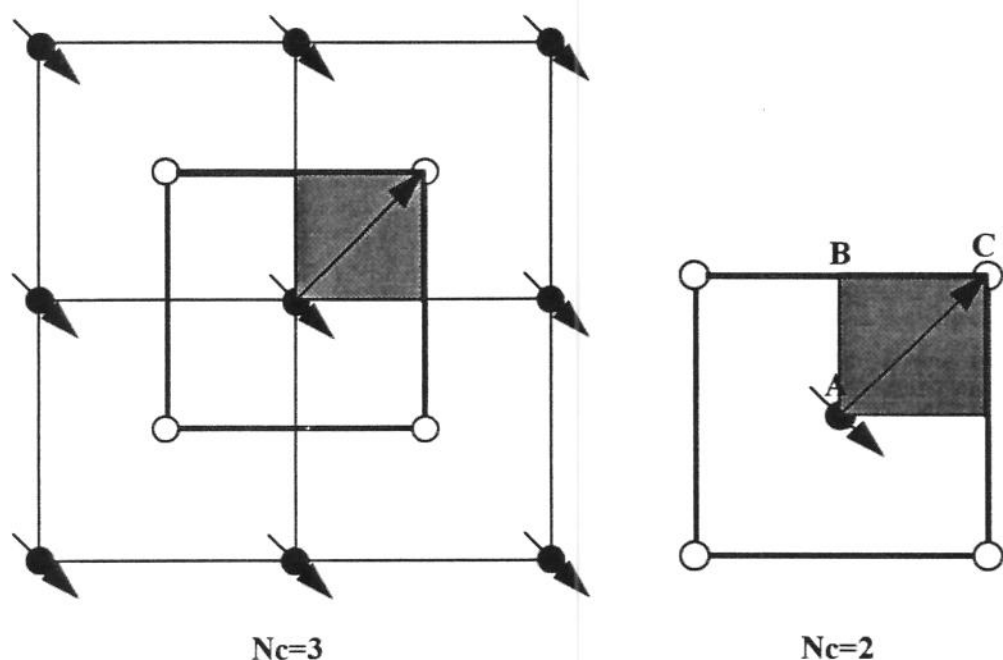


Figura 5.3 - Ilustração do parâmetro N_c .

A Figura 5.5 ilustra as 51 linhas de fluxo consideradas para a região estudada (dentro de A_p). Finalmente, a Figura 5.6 expõe a curva de concentração, para *five-spot*, calculada segundo a metodologia descrita no presente trabalho. Na mesma figura também está grafada a mesma curva, segundo o trabalho de Abbaszadeh-Dehghani & Brigham,

1982. Essas curvas levam em consideração um Número de Peclet igual a 1000, $R=1.0$ e $\beta = 0.0$.

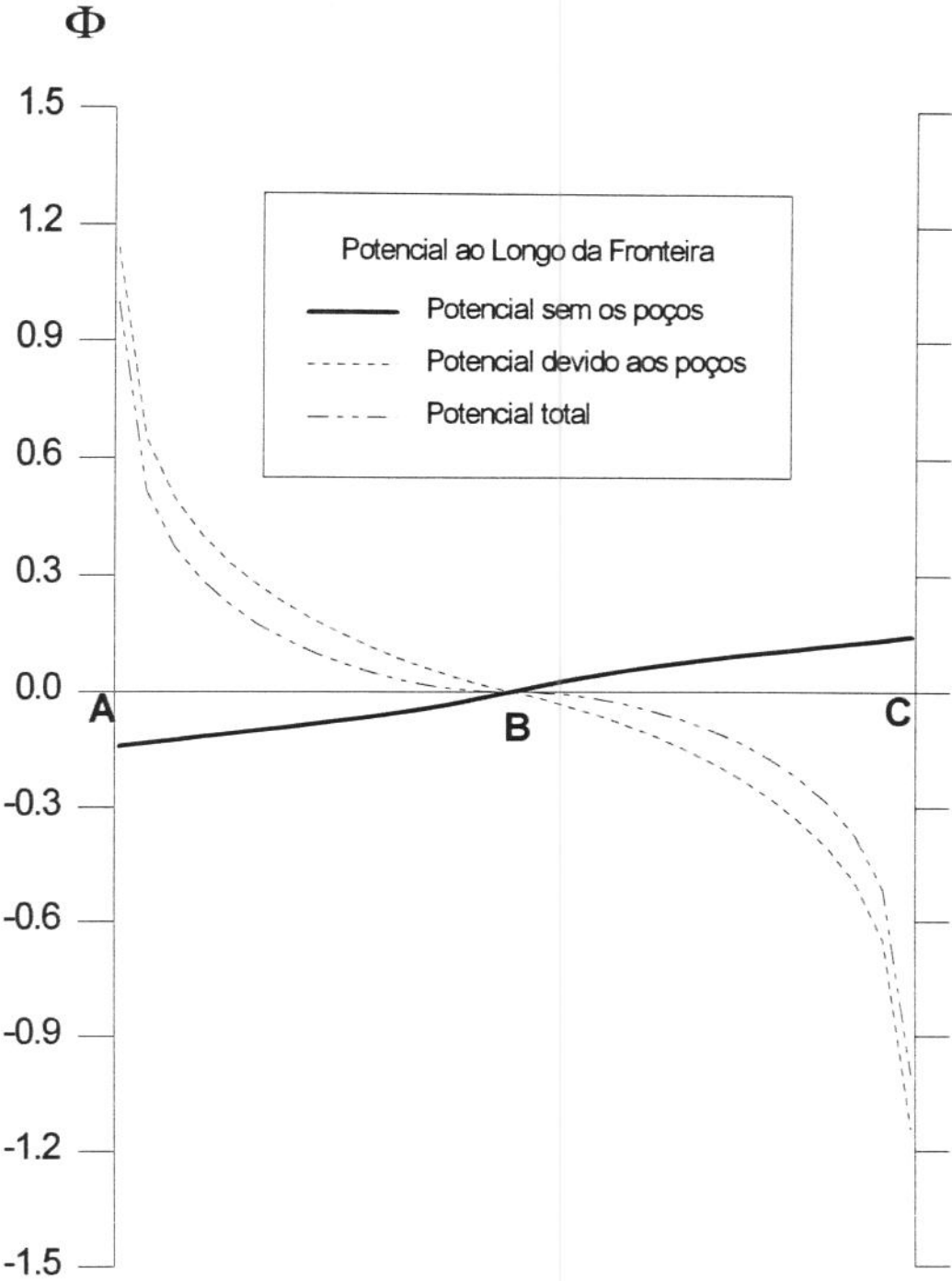


Figura 5.4 - Efeito da dessuperposição dos poços para o *five-spot*.

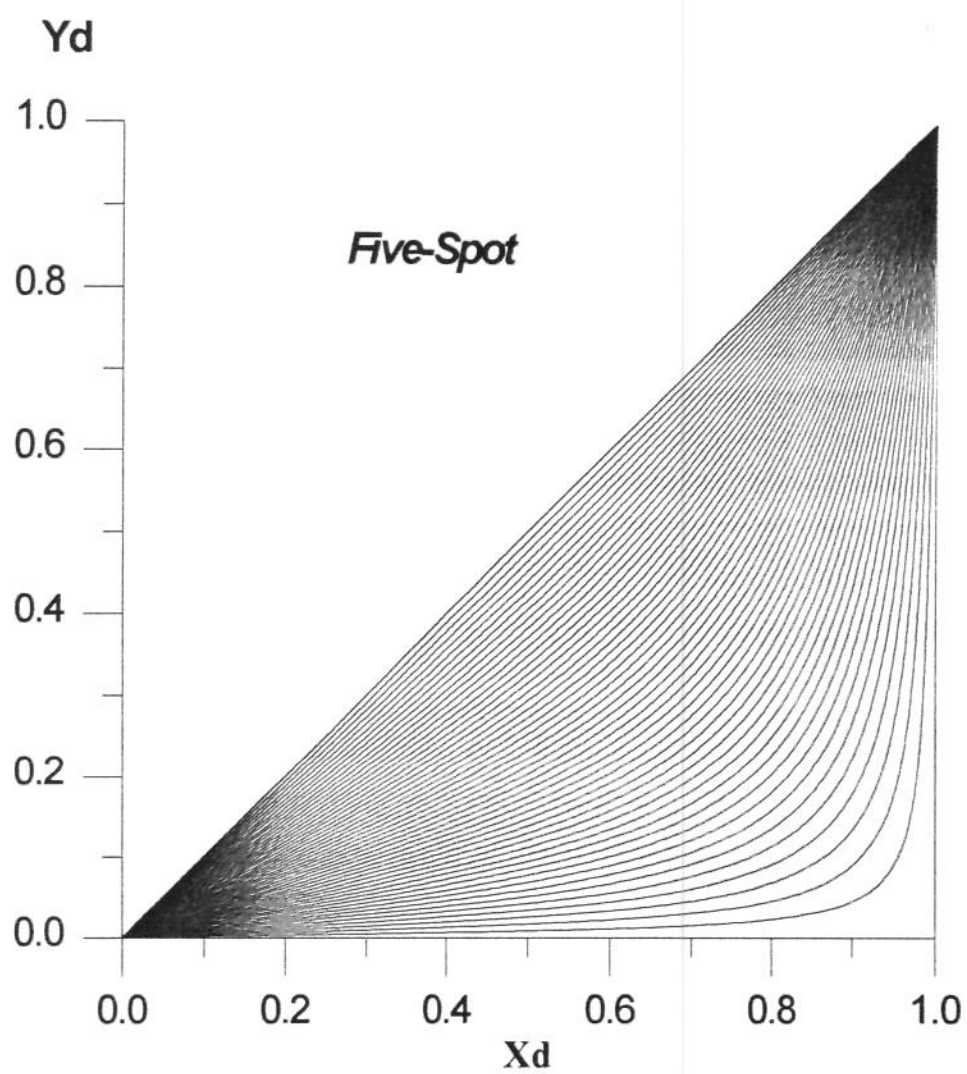


Figura 5.5 - Linhas de fluxo para o *five-spot*.

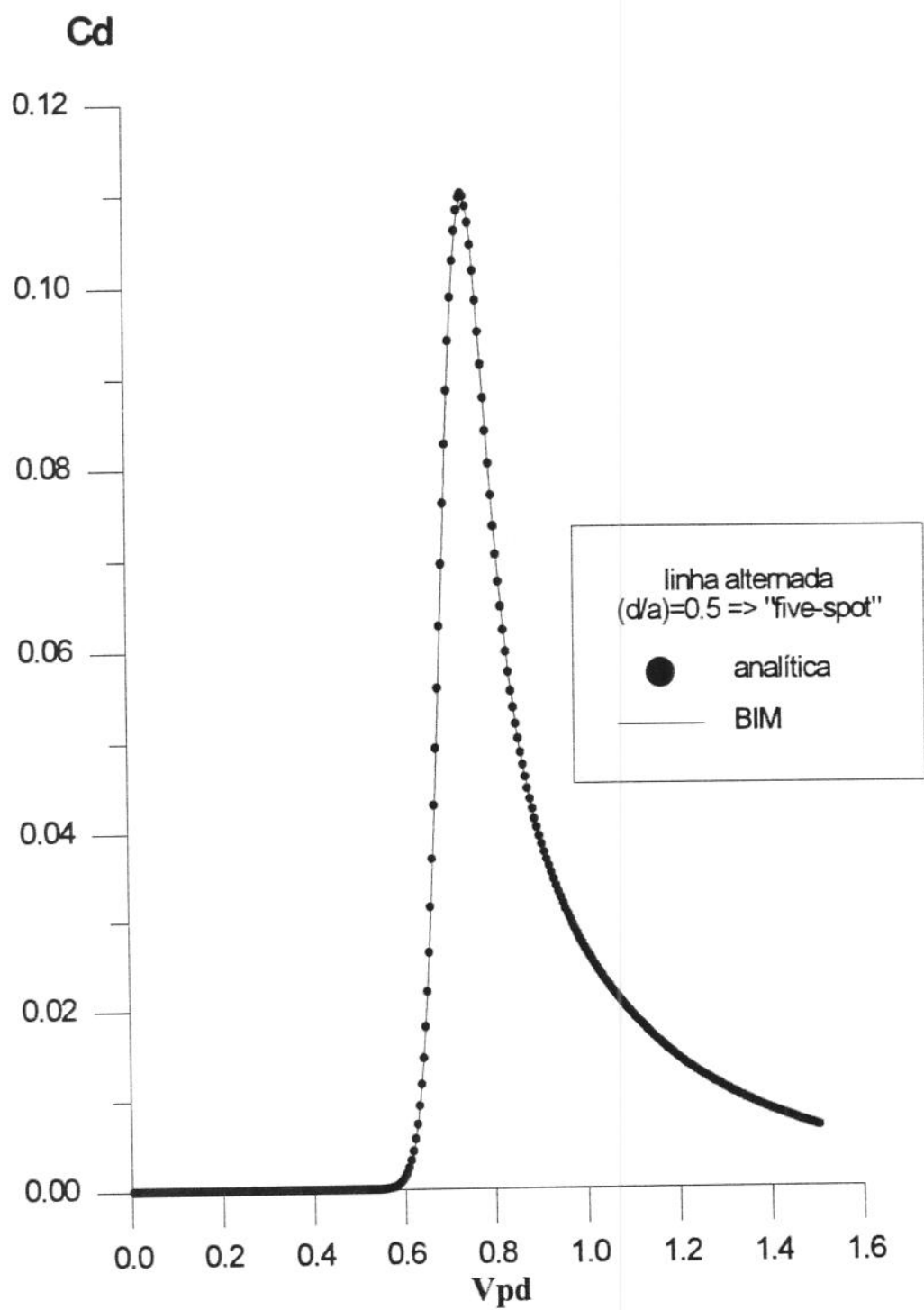


Figura 5.6 - Curva de Concentração (linha alternada: $d/a = 0.5$).

Razão $(d/a)=0.4$

A Figura 5.7 mostra as linhas de fluxo para essa geometria. Já a figura 5.8 expõe as curvas de concentração obtida e analítica.

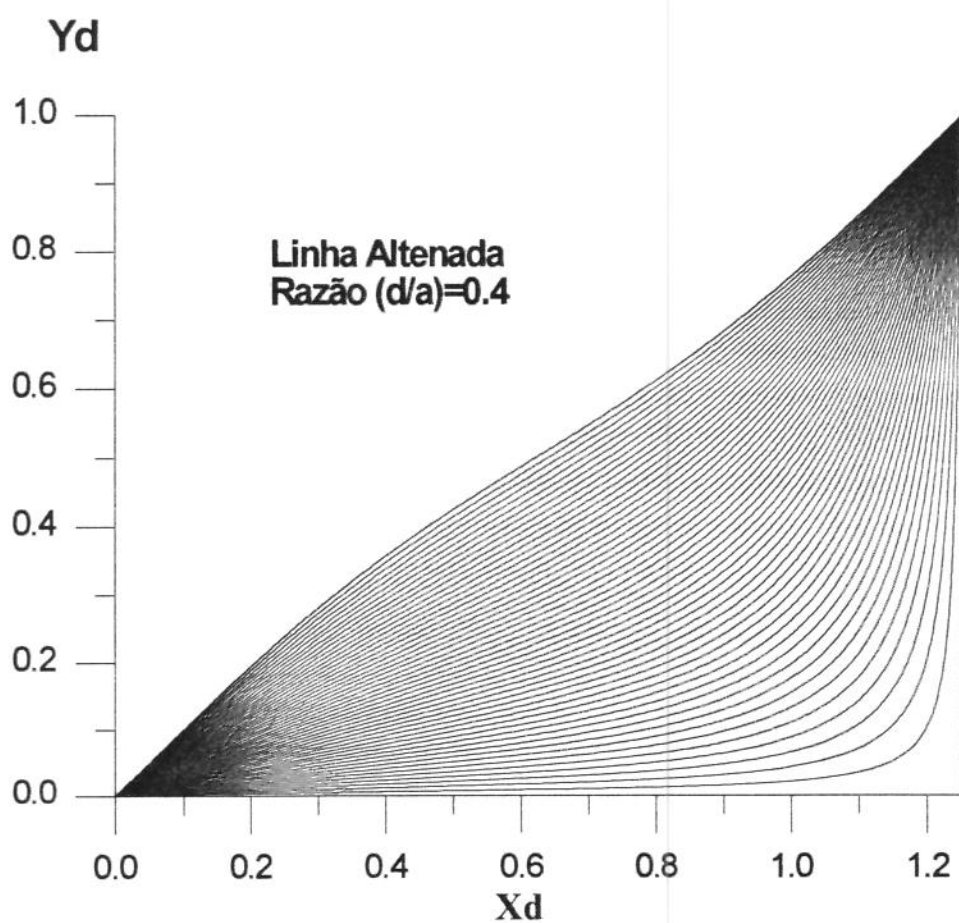


Figura 5.7 - Linhas de fluxo: linha alternada, $(d/a)=0.4$.

Razão $(d/a)=1.0$

A Figura 5.9 mostra as linhas de fluxo para essa geometria. A Figura 5.10 apresenta as curvas de concentração associadas.

Razão $(d/a)=1.5$

A Figura 5.11 mostra as linhas de fluxo para essa geometria. A Figura 5.12 apresenta as curvas de concentração associadas.

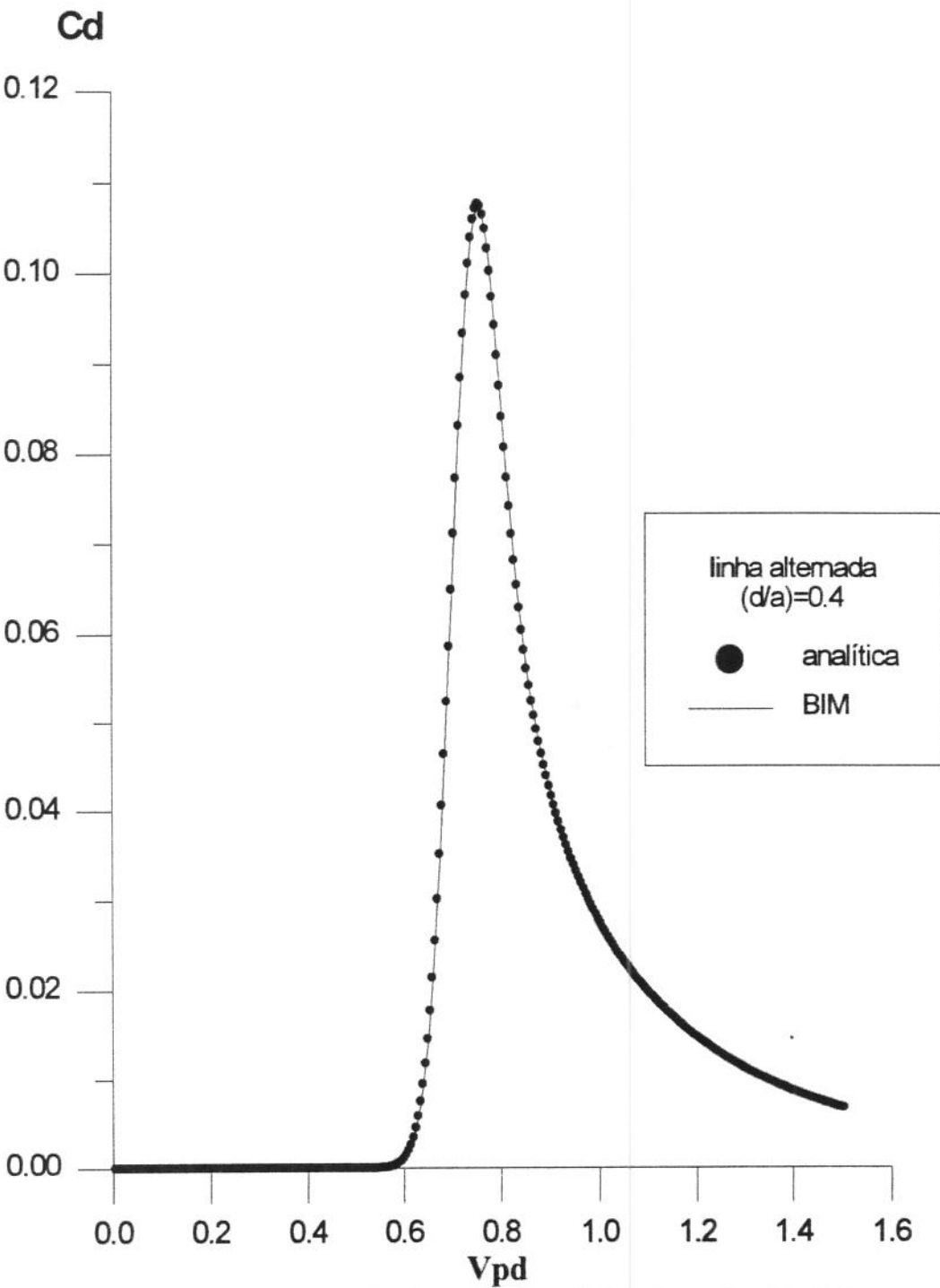


Figura 5.8 - Curva de Concentração (linha alternada: $d/a=0.4$)

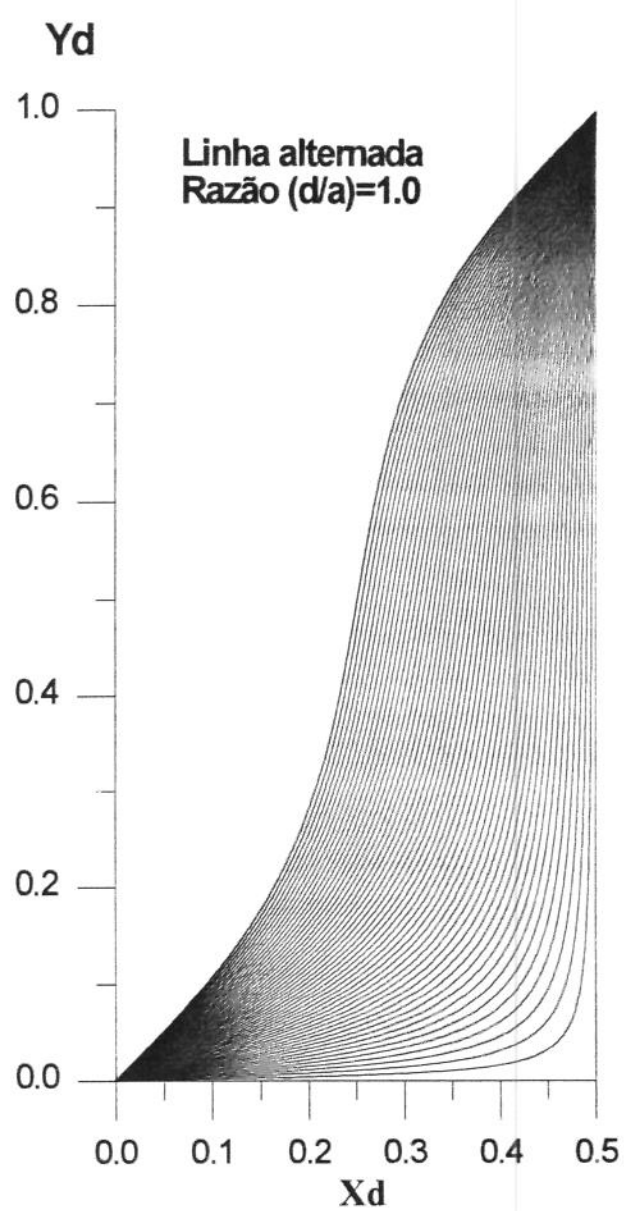


Figura 5.9 - Linhas de fluxo: linha alternada, $(d/a)=1.0$.

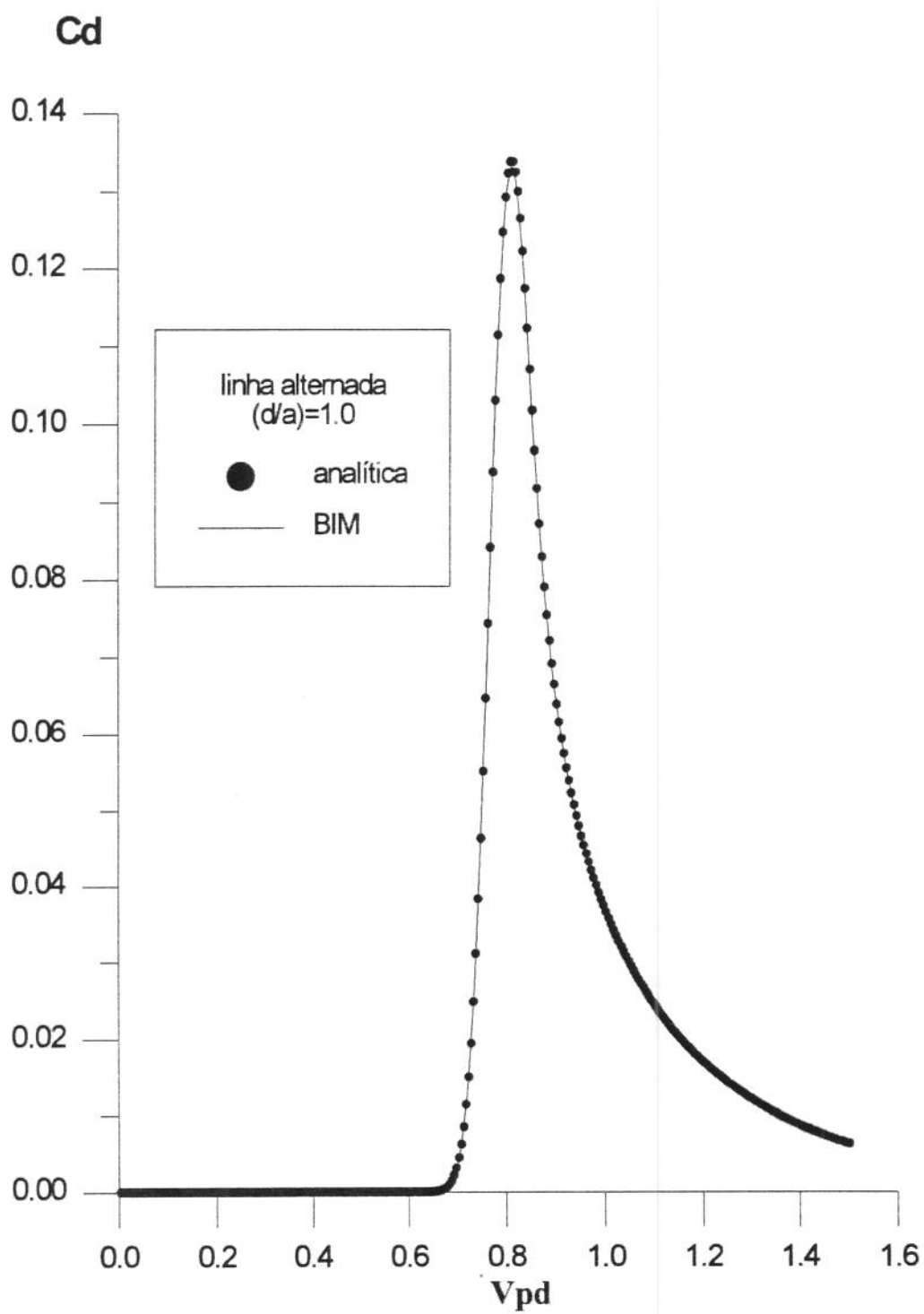


Figura 5.10 - Curva de Concentração (linha alternada: $d/a=1.0$)

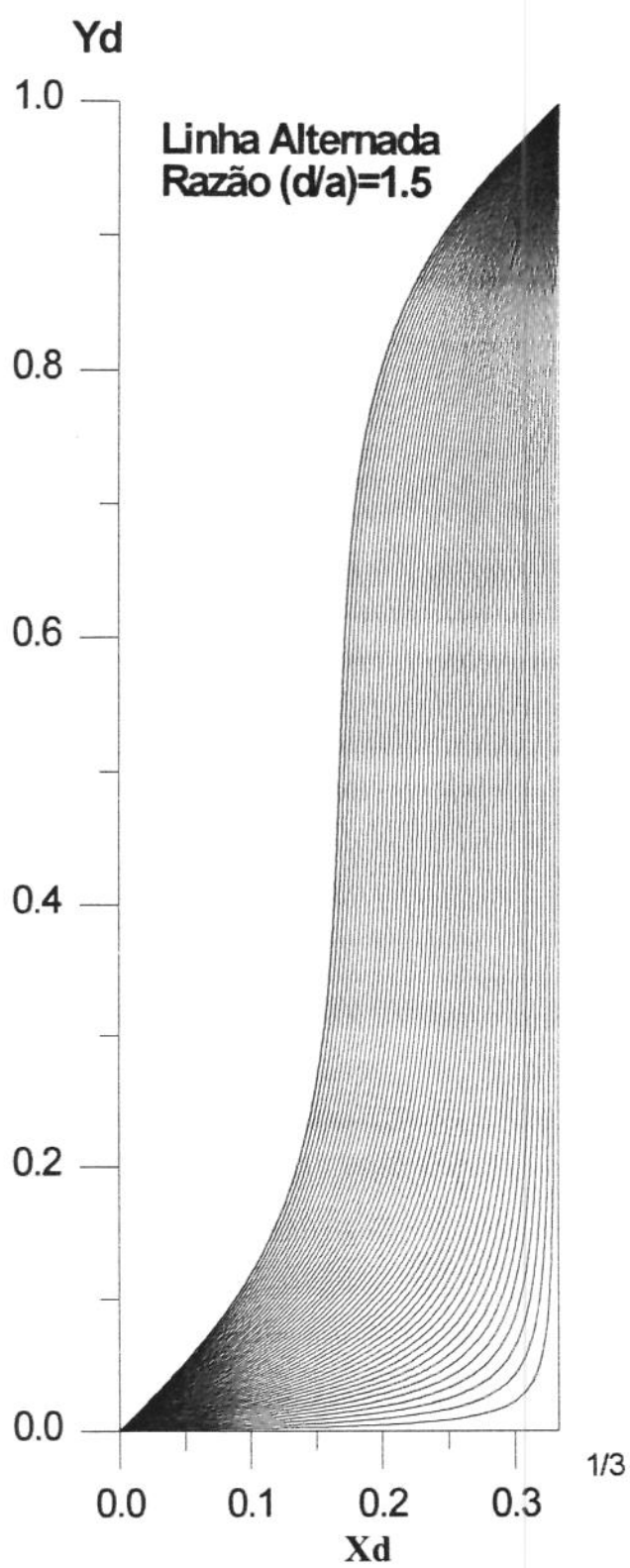


Figura 5.11 - Linhas de fluxo: linha alternada, $(d/a)=1.5$.

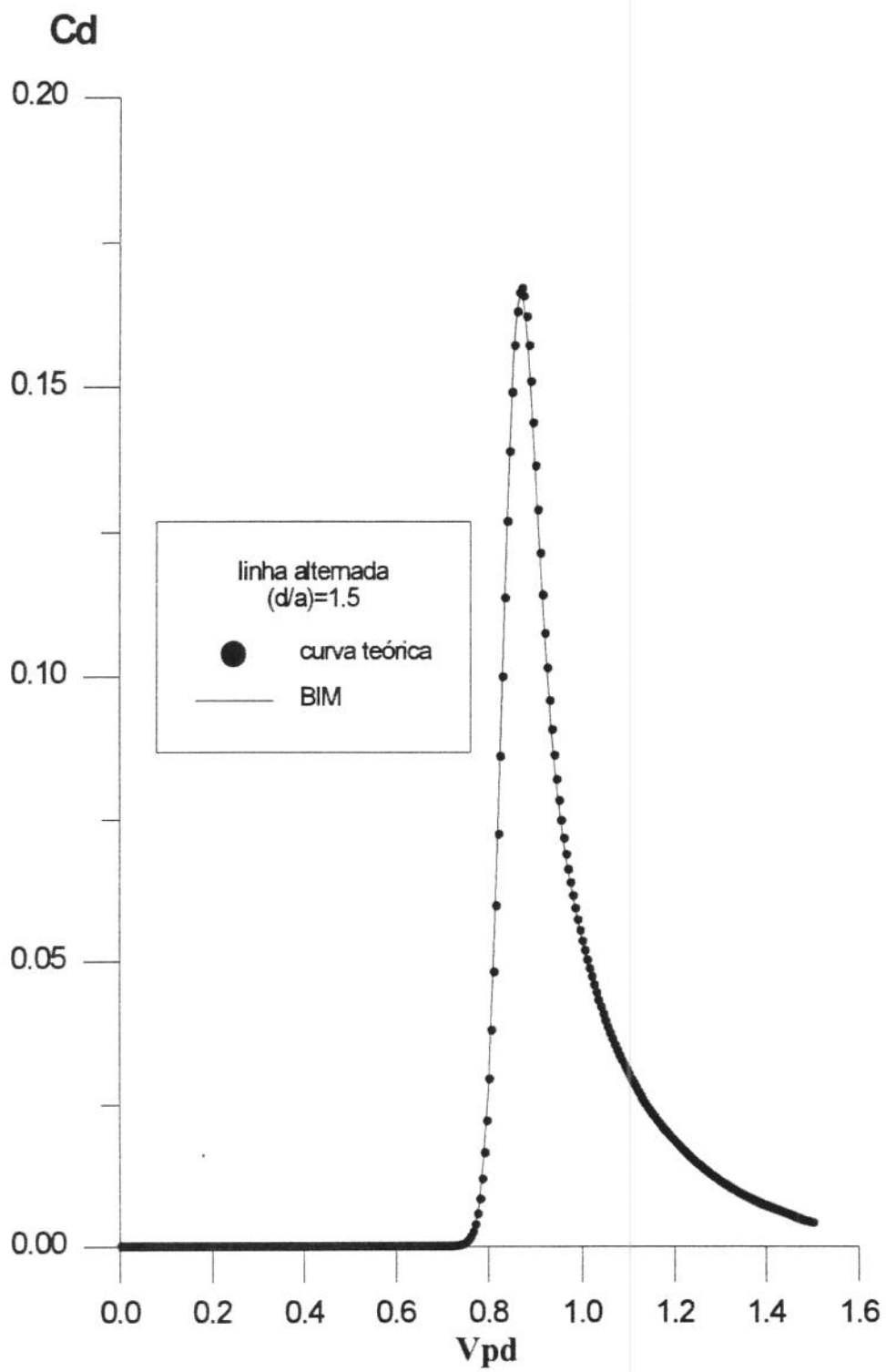


Figura 5.12 - Curva de Concentração (linha alternada: $d/a=1.5$)

Padrão de Injeção Linha Direta

Com relação a esse padrão de injeção, a Figura 5.1b ilustra a área A_p correspondente ao domínio adotado para o BIM. Esse valor de área equivale ao dobro daquela verificada para o padrão linha alternada. Sendo assim, dada uma determinada capacidade computacional, esse tipo de padrão de injeção apresenta uma desvantagem com relação ao linha alternada: o perímetro do domínio é maior, portanto, o espaçamento entre os seus nós será maior. Ou seja, para o padrão linha direta, a extensão da fronteira é maior. Além disso, como o domínio a ser considerado é dobro do caso anterior, mesmo levando em conta a simetria envolvida, há a necessidade de se considerar o dobro de linhas de fluxo, o que gasta o dobro do tempo.

A princípio, devido à simetria do problema, como no caso do padrão linha alternada, as linhas de fluxo podem ser traçadas com relação à metade da área A_p da Figura 5.1b e, sendo assim, poder-se-ia optar pela discretização de uma área A_p idêntica à do padrão linha alternada, só que, para o presente caso, todas as 100 linhas de fluxo internas ao domínio devem ser consideradas. Se tal domínio fosse adotado, seria preciso atentar para um importante detalhe: a linha de fluxo de erupção (para o caso de linha direta, essa linha corresponde à reta que une os poços injetor e produtor) coincidiria com um lado da fronteira, o que tornaria inviável o emprego do BIM.

Uma solução possível seria adotar o domínio menor para todas as linhas de fluxo consideradas, a exceção da linha de fluxo de erupção (essa análise é possível, uma vez que as linhas de fluxo são analisadas uma por vez). Para essa linha de fluxo, entretanto, deve-se considerar o domínio mostrado na Figura 5.1b. O procedimento que se adotou neste trabalho foi o de considerar o domínio por inteiro (tal como na 5.1b), analisando as linhas de fluxo referentes à sua metade, ou seja, consideraram-se 100 linhas de fluxo internas ao domínio.

Com relação à discretização dos poços, consideraram-se os mesmos discretizados em 5 pontos cada um (um em cada lado do poço e três nós internos), de modo que o presente caso, em termos de discretização, fosse análogo ao problema da linha alternada. O número total de nós utilizados foi 60, já incluindo os nós dos poços. O passo de avanço

$ds_D=0.002$ foi adotado para os casos em que $(d/a)=1.5$ ou 2.0 ($ds_D = 0.01$ para os demais casos).

Do mesmo modo, seguem os exemplos para diferentes geometrias, sendo considerados os mesmos valores para os demais parâmetros ($P_e = 1000$, $R=1.0$ e $\beta = 0.0$).

Razão $(d/a)=0.5$

Como já vem sendo feito, a Figura 5.13 mostra as linhas de fluxo do escoamento, enquanto a Figura 5.14 apresenta os resultados finais para as curvas de concentração obtida e analítica.

Razão $(d/a)=1.0$

A Figura 5.15 ilustra as linhas de fluxo para essa geometria. Já a figura 5.16 expõe as curvas de concentração finais.

Razão $(d/a)=1.5$

A Figura 5.17 contém as curvas de concentração para essa geometria. Tanto para este caso, como para o seguinte, não serão apresentadas as linhas de fluxo dos respectivos modelos, uma vez que, em função do tamanho reduzido de ds_D , os arquivos pertinentes ficaram muito extensos.

Razão $(d/a)=2.0$

Idem ao caso anterior: Figura 5.18 ilustrando as curvas de concentração associadas a essa geometria.

Linha Direta
Razão $(d/a)=0.5$

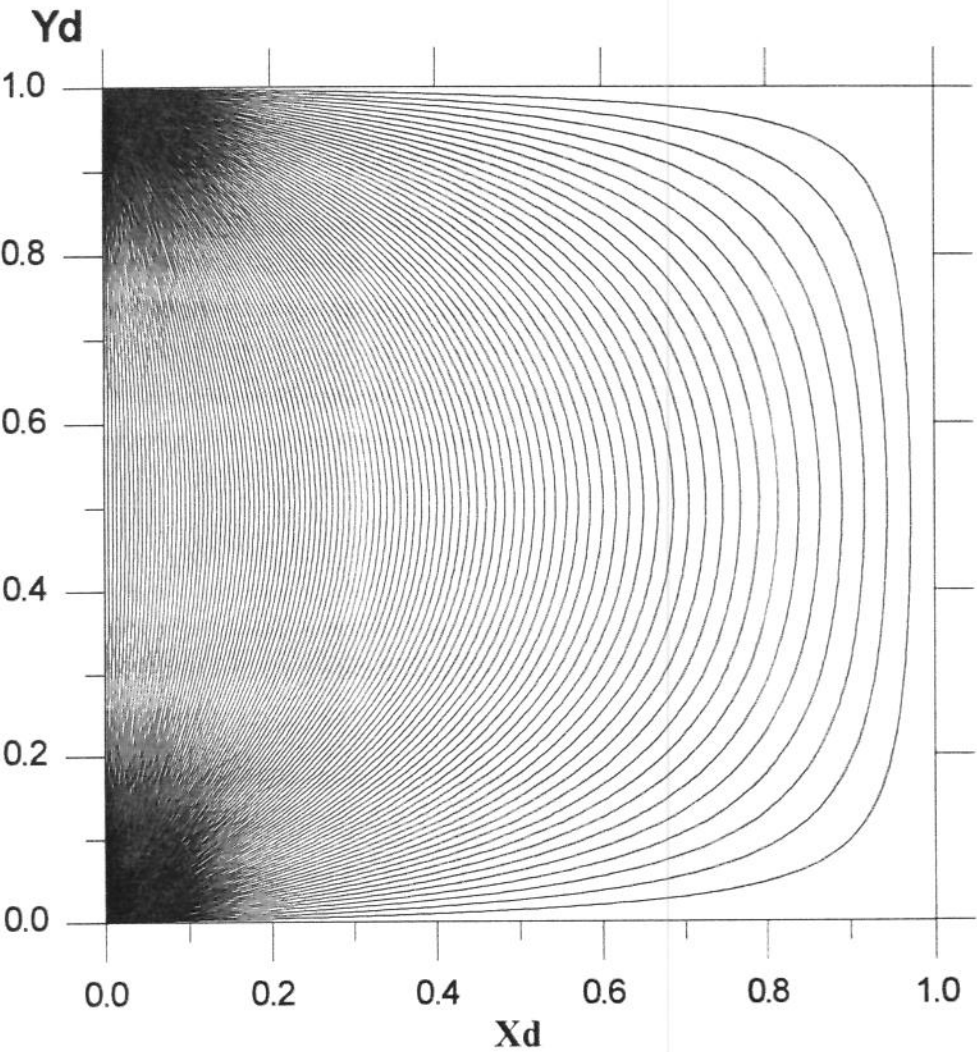


Figura 5.13 - Linhas de fluxo: linha direta, $(d/a)=0.5$.

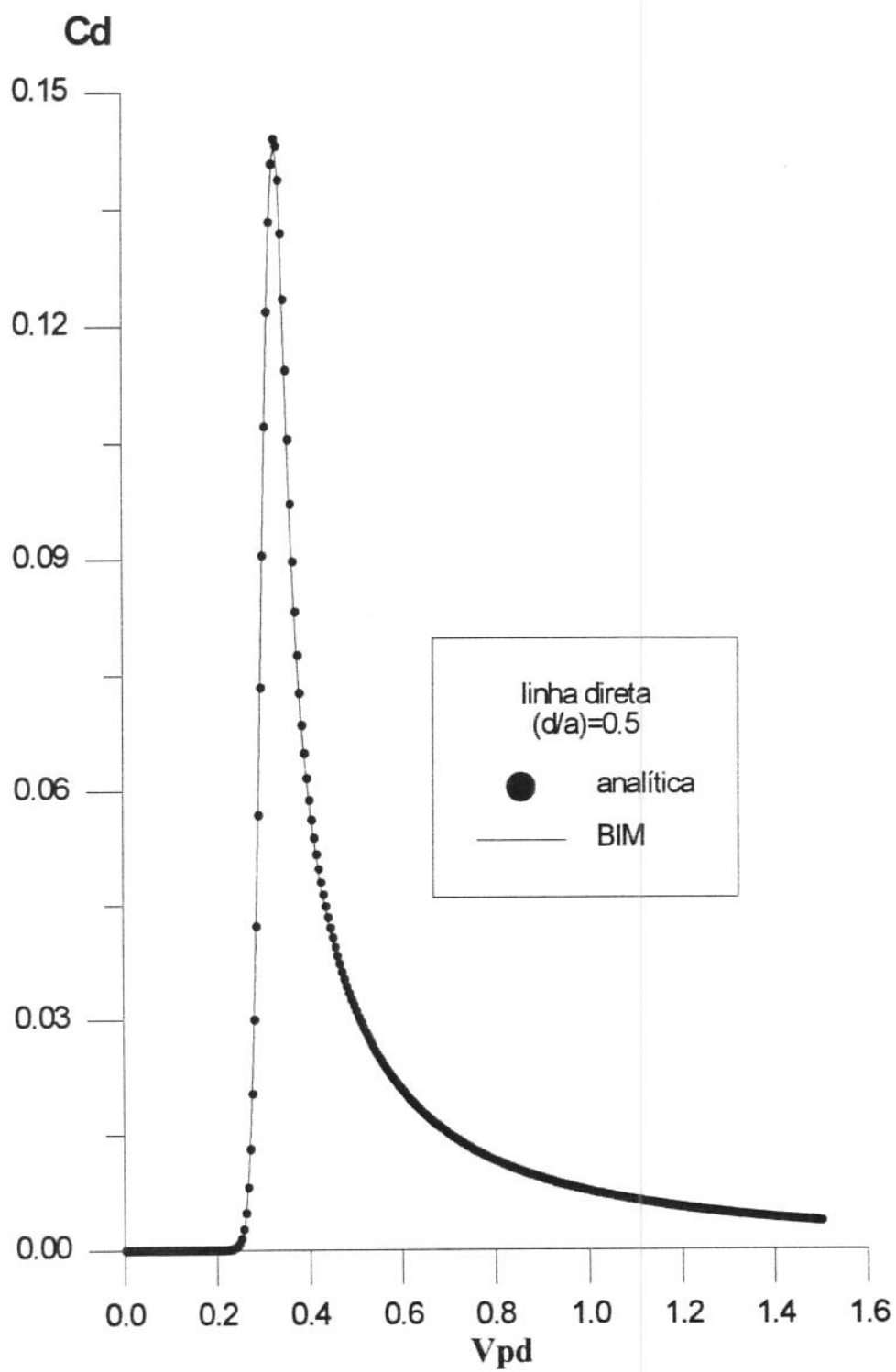


Figura 5.14 - Curva de Concentração (linha direta, $d/a=0.5$).

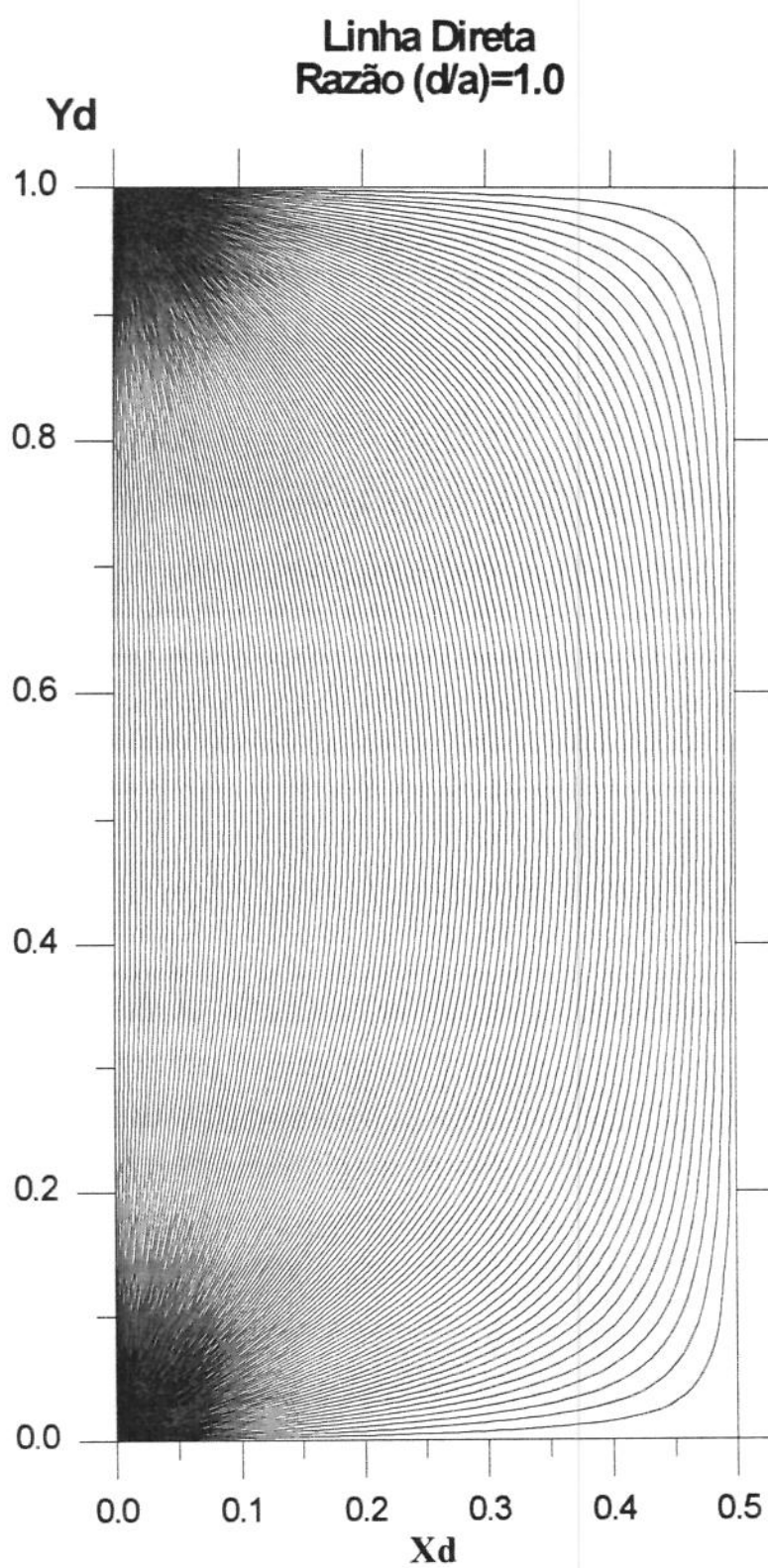


Figura 5.15 - Linhas de fluxo: linha direta, $(d/a)=1.0$.

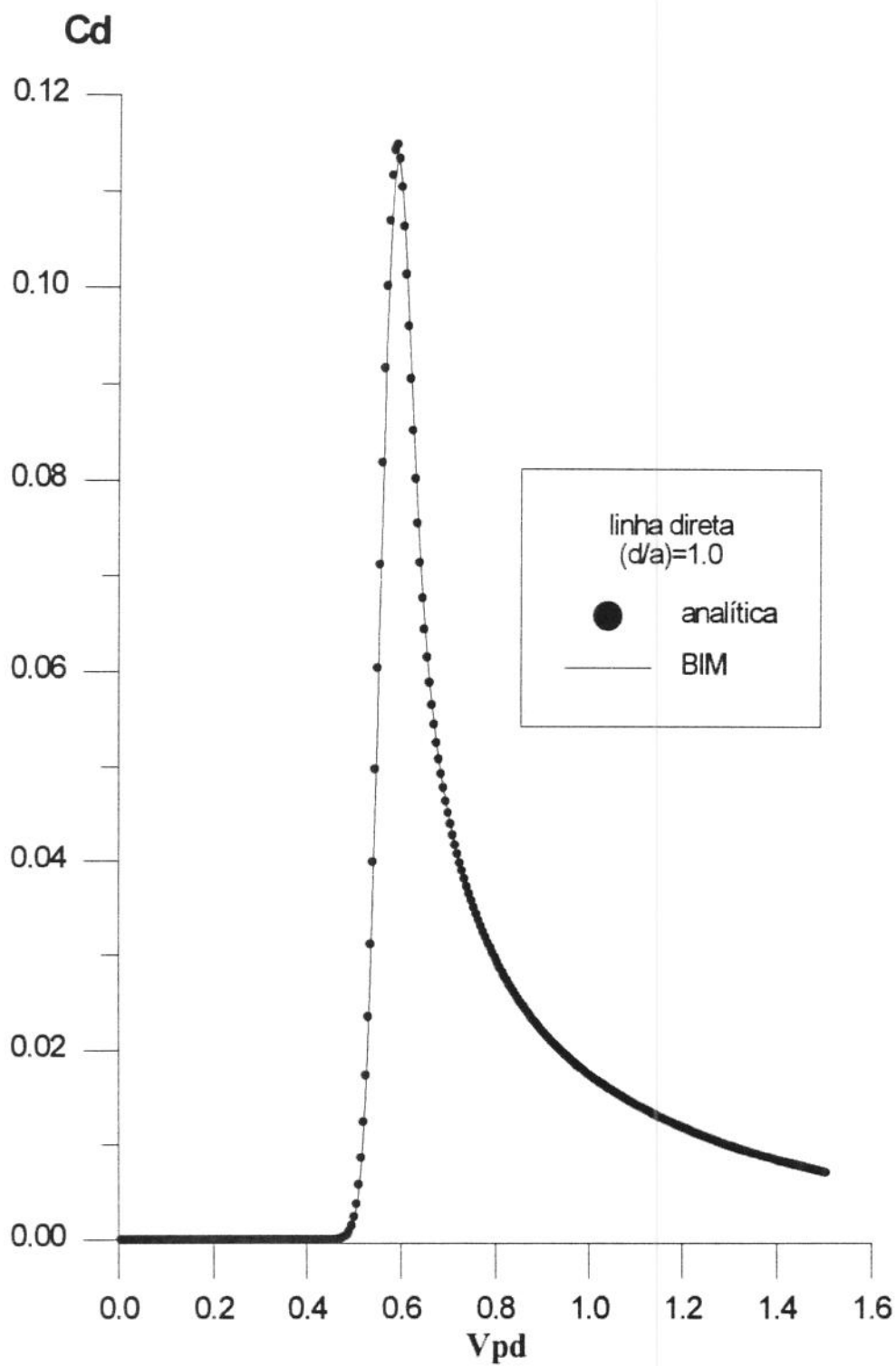


Figura 5.16 - Curva de Concentração (linha direta, $d/a=1.0$).

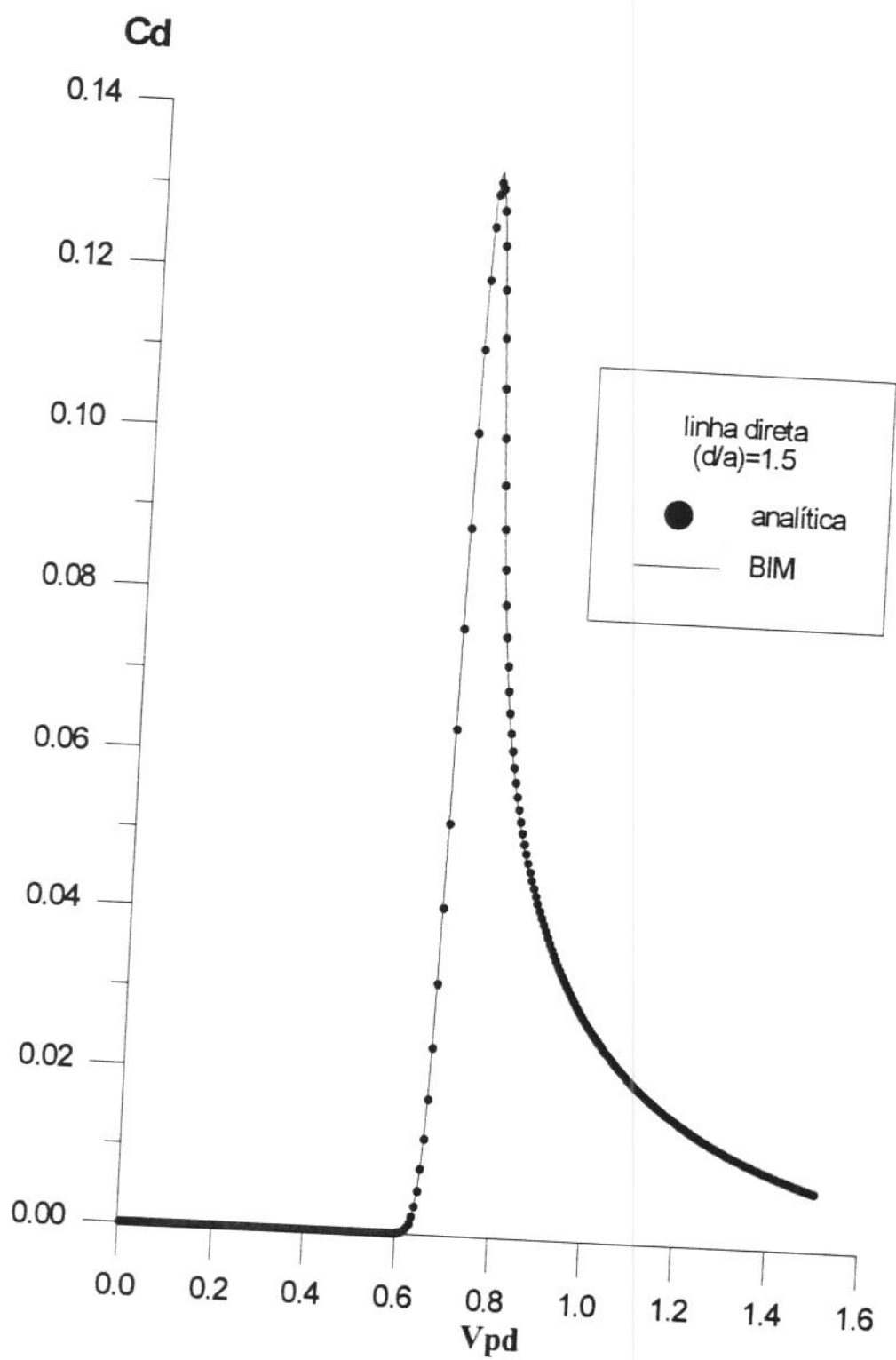


Figura 5.17 - Curva de Concentração (linha direta, $d/a=1.5$).

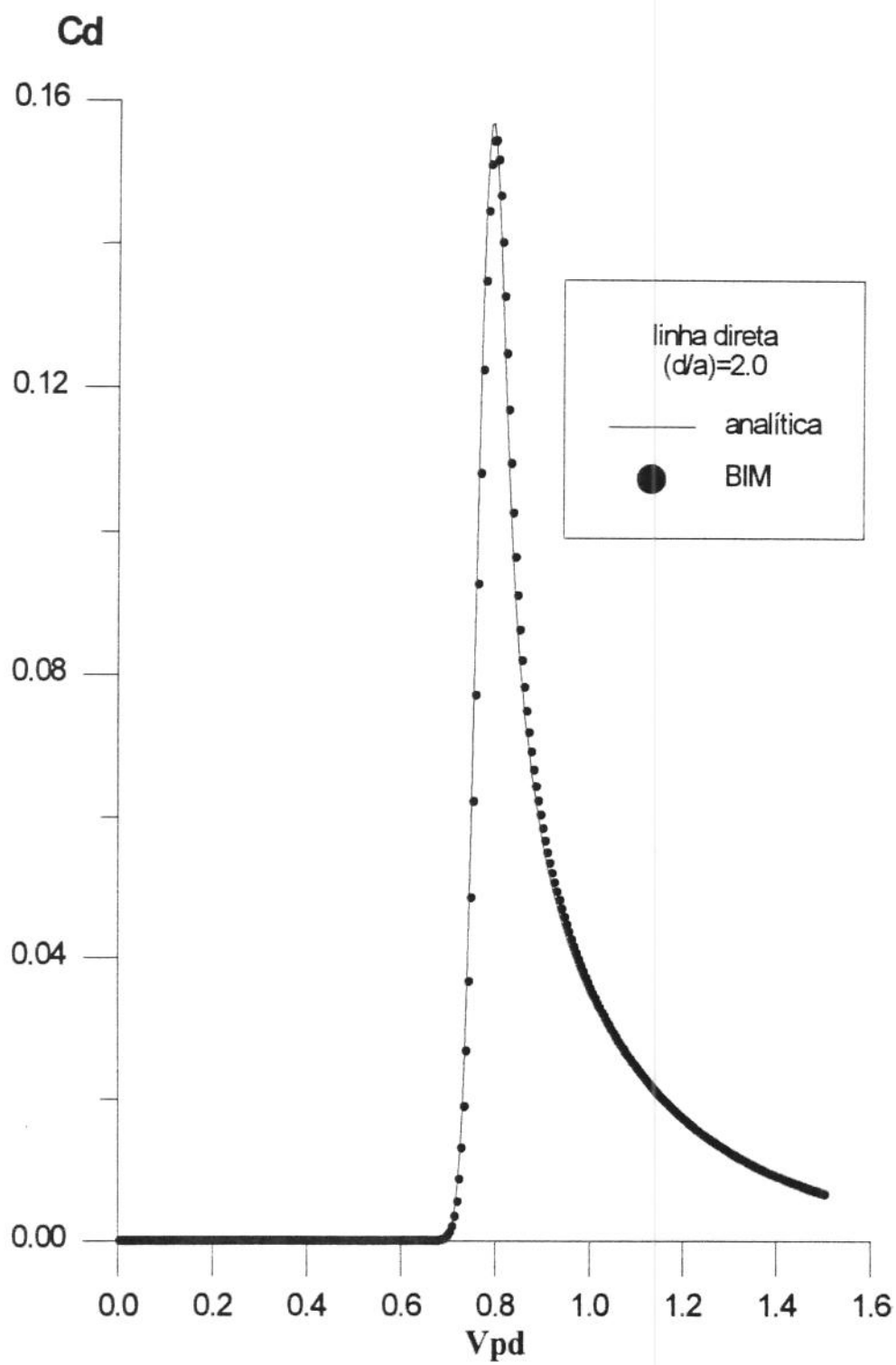


Figura 5.18 - Curva de Concentração (linha direta, $d/a=2.0$).

Comparação com a Curva de Concentração para o Fluxo Linear

A Figura 5.19 ilustra, para um mesmo volume poroso, duas situações possíveis para uma linha de fluxo estabelecida. Uma dessas situações corresponde ao padrão de injeção linha alternada, ao passo que a outra representa um caso de fluxo linear.

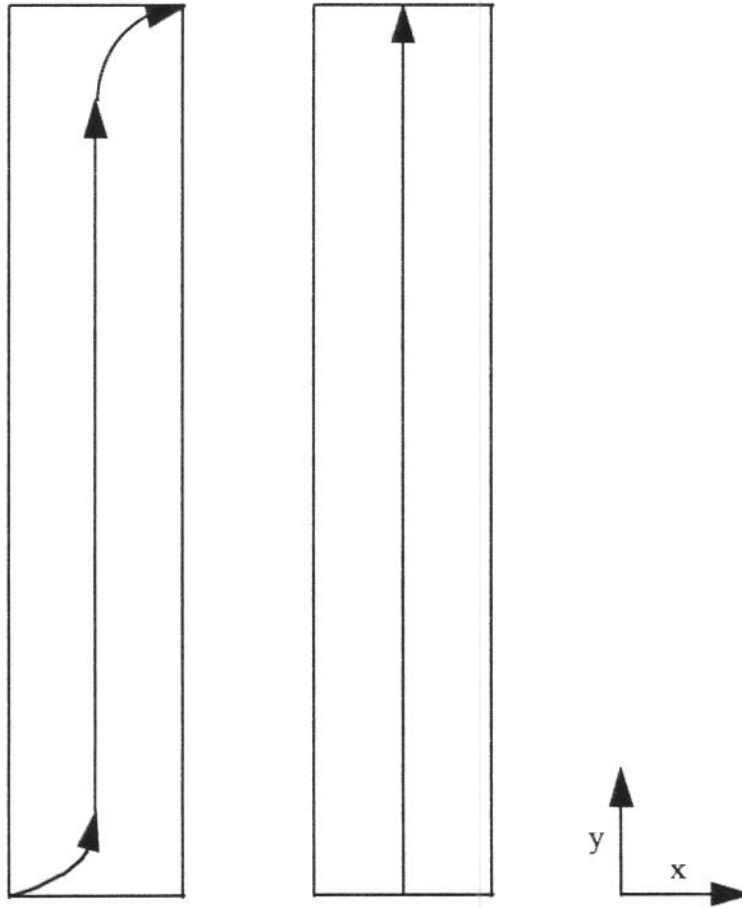


Figura 5.19 - Linhas de fluxo para o padrão linha alternada e para o fluxo linear

À medida que o parâmetro d/a aumenta, os domínios representados na Figura 5.19 tendem a ficar mais estreitos e alongados. Numa situação limite, os dois casos apresentados tendem a se igalar. Portanto, uma outra maneira de se validar as curvas de

concentração, obtidas mediante o emprego do BIM, seria, justamente, a verificação desse comportamento.

Foi considerada a linha de fluxo de *break-through*, referente ao padrão linha alternada, para a comparação com uma outra linha de fluxo relativa ao fluxo linear, como sugere a Figura 5.19. Para o caso do padrão linha alternada, foi utilizada a Equação do Traçador na forma de (3.54b). Essa equação, como já foi mencionado, foi derivada a partir da solução da Equação da Convecção-Difusão para o caso linear. Portanto, a mesma pode ser utilizada para o caso da linha de fluxo linear.

O fluxo linear, por sua própria natureza, não está associado a qualquer domínio, sendo caracterizado pela direção de fluxo. Para a presente análise, o fluxo linear estudado estará delimitado por um domínio compreendido pelo mesmo volume poroso referente à geometria do padrão linha alternada. A necessidade de se delimitar o fluxo linear se faz necessária, em primeiro lugar, pelo fato de se adotar em (3.54b) adimensionalizações envolvendo volumes porosos. Em segundo lugar, para os efeitos de comparação, os dois casos analisados devem representar o mesmo domínio.

Sendo assim, o fluxo linear é assumido numa área idêntica à do padrão linha alternada. A vazão, para esse caso é:

$$q_t = \frac{\kappa}{\mu} \cdot \frac{a}{2} \cdot h \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\kappa}{\mu} \cdot \frac{a}{d} \cdot h = \frac{\kappa}{\mu} \cdot \frac{1}{r} \cdot h \quad (5.18)$$

Na equação (5.18), foi levado em consideração que os potenciais adimensionais, nas extremidades do fluxo, são +1 e -1, uma vez que o fluxo é assumido em regime incompressível. Desse modo, para a velocidade microscópica linear, valerá:

$$v = - \frac{\kappa}{\mu \cdot \phi \cdot s_w} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\kappa}{\mu \cdot \phi \cdot s_w} \cdot \frac{2}{d} \quad (5.19)$$

Além disso, o valor de $V_{pDbl}(\Psi)$ para a linha de fluxo linear será 1.0, devido ao fato de que, no fluxo linear, todas as linhas de fluxo terão o mesmo tempo de erupção, no

momento em que todo o domínio considerado terá sido ocupado pelo fluido deslocante. Portanto, substituindo-se (5.18) e (5.19) na equação (3.54b), tem-se, para o fluxo linear:

$$C_D(\Psi) = \frac{\sqrt{r}}{2 \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \exp \left[-\frac{N_{Pe} \cdot r \cdot (1.0 - V_{pD})^2}{4} \right] \quad (5.20)$$

A partir das equações (3.54b) e (5.20), o padrão de injeção linha alternada foi comparado com o fluxo linear correspondente. As Figuras 5.20, 5.21 e 5.22 ilustram, respectivamente, essa comparação para razões $r=0.5$, 2.0 e 8.0 . Analisando essa sequência de figuras, nota-se a tendência de as curvas se coincidirem, à medida que r aumenta.

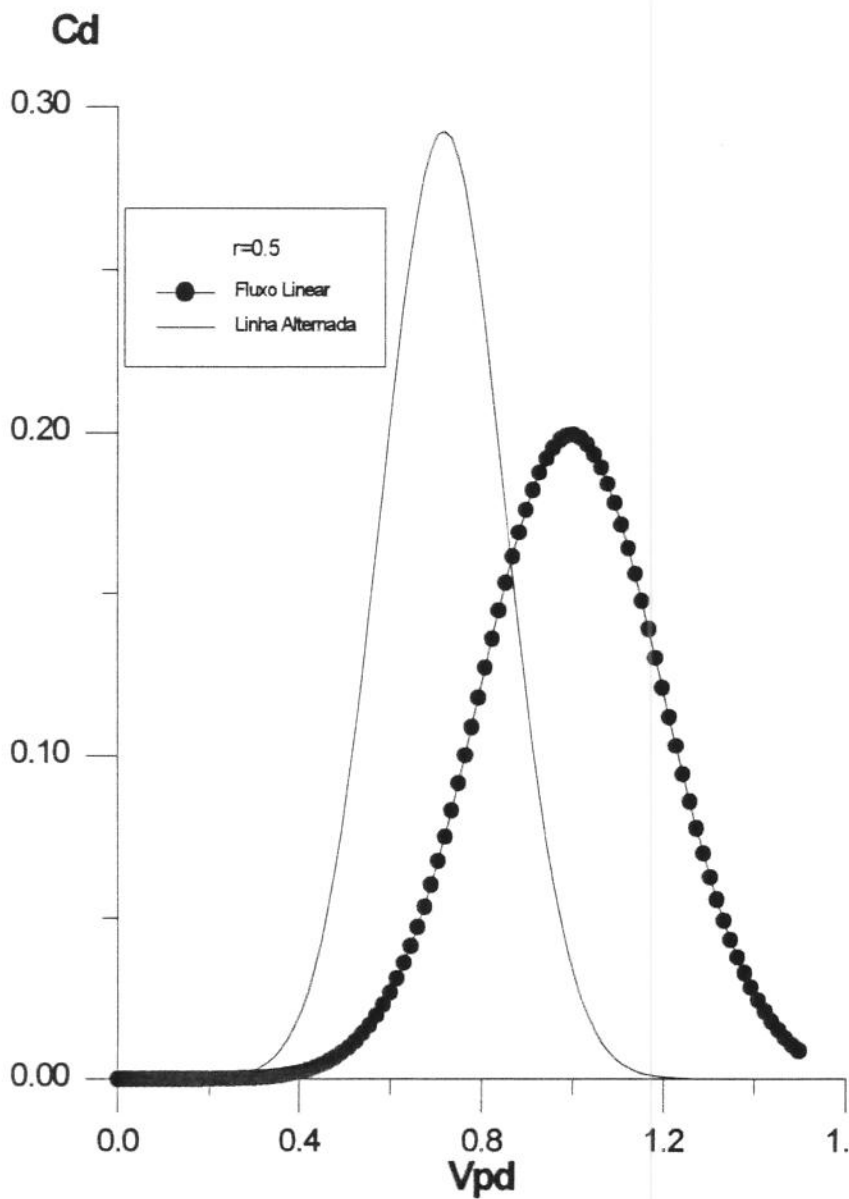


Figura 5.20 - Comparação entre o padrão linha alternada e fluxo linear: $r=0.5$.

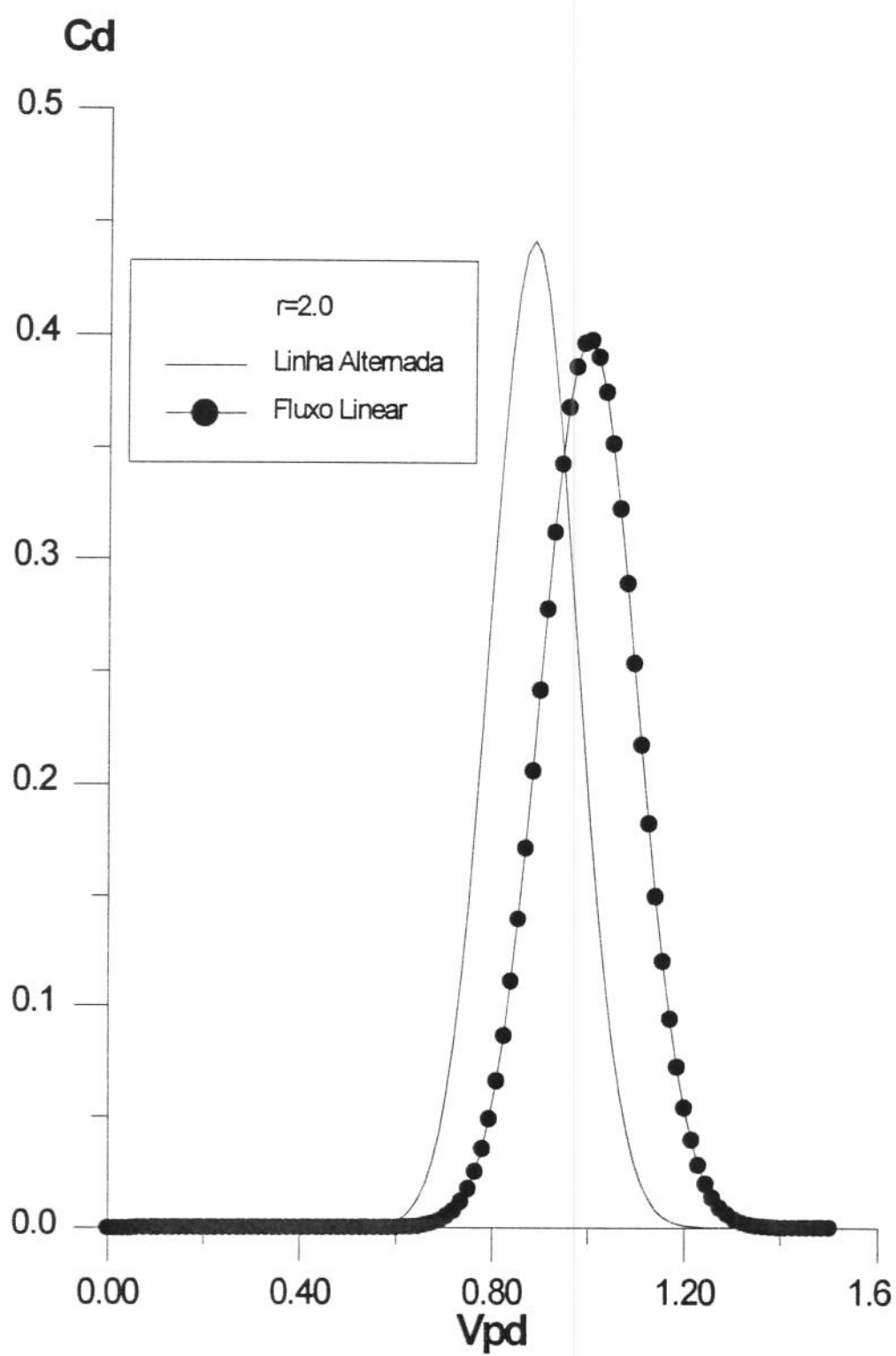


Figura 5.21 - Comparação entre o padrão linha alternada e fluxo linear: $r=2.0$.

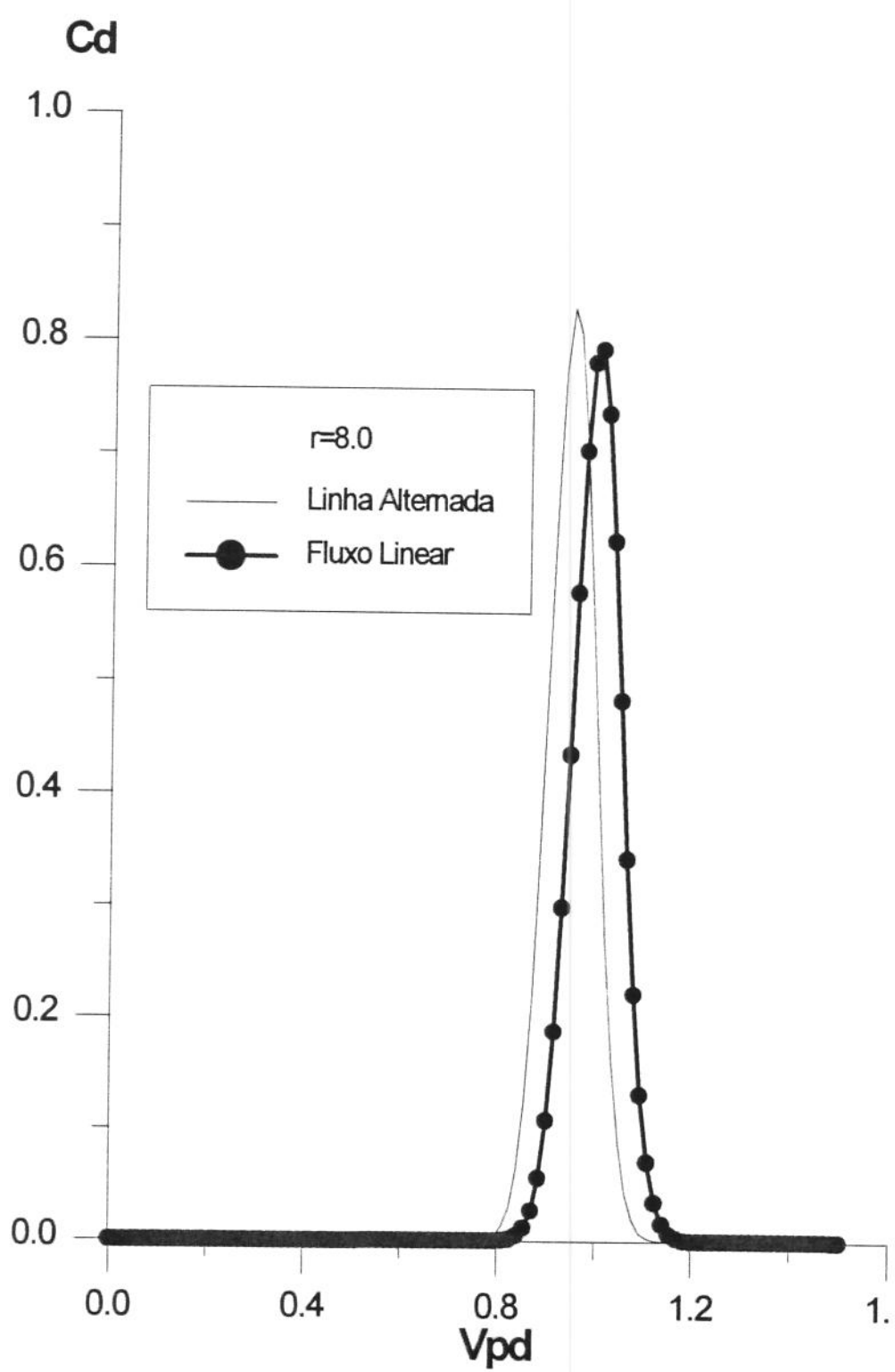


Figura 5.22 - Comparação entre o padrão linha alternada e fluxo linear: $r=8.0$.

CAPÍTULO VI

O PROBLEMA DA RAZÃO DE MOBILIDADE NÃO UNITÁRIA

Quando a razão de mobilidade para testes de injeção for não unitária, o escoamento que se estabelece não pode ser considerado como um escoamento essencialmente unifásico. Tal fato ocorre em função de duas razões. A primeira delas é devida ao fato de que a resistividade do meio aos fluidos injetados depende da locação da frente de avanço, a qual divide o reservatório em duas regiões com mobilidades distintas. Se o teste for realizado à vazão constante, a diferença de pressão entre os poços vai variar continuamente, à medida que a frente de avanço se deslocar em direção ao poço produtor (se $M > 1$, a diferença de pressão decai; se $M < 1$, essa diferença aumenta).

O segundo motivo que torna um teste de injeção à razão de mobilidade não unitária diferente de um escoamento unifásico é devido ao fato de que o campo de potencial varia continuamente com a posição da frente de avanço. E essa variação do campo potencial implica que as linhas de fluxo sofram desvios com relação àquelas associadas à condição $M=1$.

Para que se torne possível a aplicação do BIM ao problema da razão de mobilidade não unitária, o domínio estudado deve ser dividido em duas regiões localmente uniformes, sendo a interface entre ambas a frente de avanço do deslocamento. Portanto, é assumida uma mobilidade distinta e constante para cada região então definida. O BIM deve ser empregado para cada região dessas separadamente e, mediante a consideração de equações de compatibilidade, os problemas obtidos para as duas regiões podem ser solucionados simultaneamente.

A Figura 6.1 ilustra o esquema das regiões separadas pela frente de avanço, considerada uma dada configuração para a malha. O valor dim corresponde ao número total de nós ao longo do contorno externo do domínio (n_1 pertencentes à Região I e n_2 pertencentes à Região II), enquanto m corresponde ao número de pontos sobre a interface (inclusive os extremos, que também se situam sobre o contorno externo).

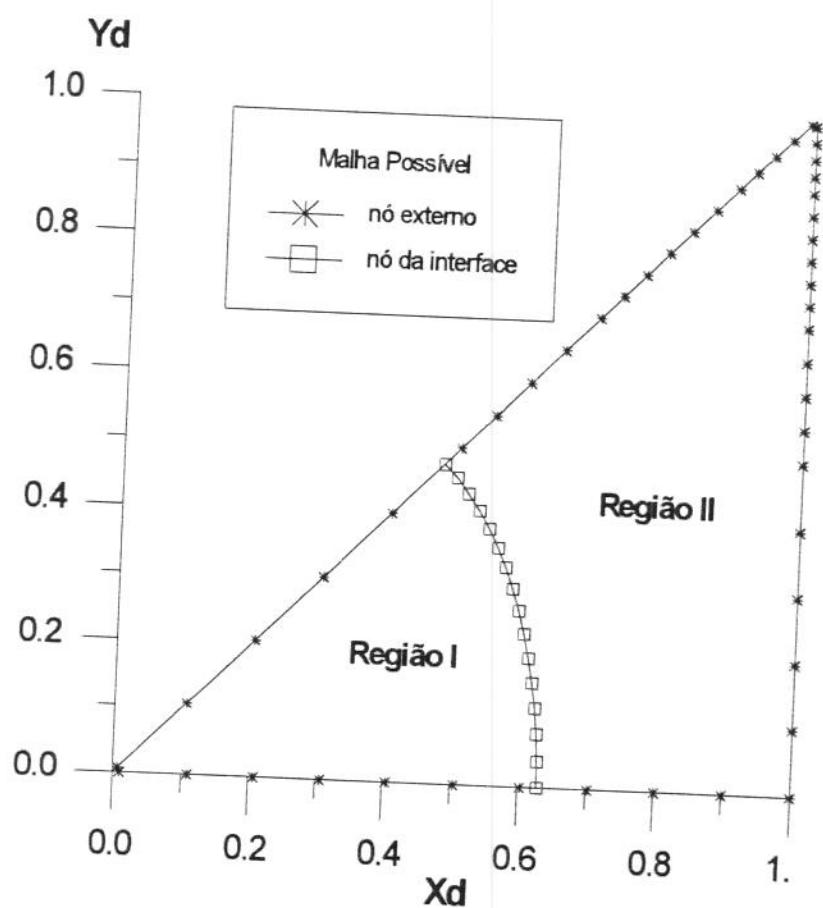


Figura 6.1 - Exemplo de Malha Possível com Discretização Preferencial.

De acordo com a Tabela 4.1, para cada nó da fronteira discretizada, há três parâmetros. Conforme o procedimento descrito no Capítulo IV, dois desses parâmetros serão previamente conhecidos, de modo que, para cada nó, haverá apenas uma incógnita. Aplicando-se a equação do BIM para cada um desses pontos, obtém-se um sistema linear de equações cuja dimensão é o número de pontos na fronteira (dim).

Mas, com relação à situação expressa na Figura 6.1, esse procedimento geraria um sistema linear de equações indeterminado, uma vez que, para os nós situados sobre a frente de avanço, haveria duas incógnitas por cada equação gerada pelo BIM (já assumindo as aproximações $\Phi_{n(1)}^+ = \Phi_{n(1)}^-$ e $\Phi_{n(2)}^+ = \Phi_{n(2)}^-$ para as duas regiões). Isso porque, diferentemente dos casos relativos ao Capítulo IV (representados na Tabela 4.1), o problema atual envolve nós onde o valor do potencial e a condição de fluxo através da fronteira são desconhecidos.

O número de incógnitas para as regiões I e II serão, respectivamente:

$$NII = n1 + 2 \cdot m, \quad (6.1)$$

$$NI2 = n2 + 2 \cdot m. \quad (6.2)$$

O número total de incógnitas, então, será:

$$NI = NII + NI2 = n1 + n2 + 4 \cdot m = \dim + 4 \cdot m. \quad (6.3)$$

Aplicando-se o BIM às Regiões I e II, obtêm-se, respectivamente, os seguintes números de equações lineares para cada região:

$$NE1 = n1 + m, \quad (6.4)$$

$$NE2 = n2 + m. \quad (6.5)$$

O número total de equações será:

$$NE = NE1 + NE2 = n1 + n2 + 2 \cdot m. \quad (6.6)$$

Portanto, o número total de incógnitas excede o número de equações geradas em $2 \cdot m$. Sendo assim, o sistema linear obtido necessita desse número de equações para se tornar determinado. Essas equações correspondem às equações de compatibilidade do sistema, as quais serão obtidas a partir da consideração da continuidade do potencial e da componente normal do fluxo total através da interface, relativamente aos pontos sobre a frente de avanço.

Da consideração da continuidade do potencial ao longo da interface, são obtidas as primeiras m equações:

$$\Phi_{(1)} = \Phi_{(2)}. \quad (6.7)$$

Sendo V_n a componente da velocidade total de fluxo normal à frente de avanço, as outras m equações de compatibilidade restantes são obtidas fazendo-se, para cada ponto da frente:

$$V_{n(1)} = V_{n(2)}. \quad (6.8)$$

Empregando a Lei de Darcy à equação (6.8), segue:

$$\Phi_{n(1)} = \frac{\Phi_{n(2)}}{M}. \quad (6.9)$$

A equação (6.9) pode ser melhor descrita por:

$$\Phi_{nj(1)}^+ = \frac{\Phi_{nj(2)}^-}{M}, \quad (j=1, 2, \dots, m) \quad (6.10)$$

Monitoramento da Frente de Avanço

Como já foi mencionado, a componente normal do fluxo total de fluido através da interface foi considerada a mesma para as duas regiões, dado um ponto sobre a mesma. Já com relação à componente tangencial V_t , não há continuidade, sendo:

$$V_{t(1)} = M \cdot V_{t(2)}. \quad (6.11)$$

Tal fato revela que há um “deslizamento” tangencial na frente de avanço. Essa descontinuidade de velocidades é que torna o problema da razão de mobilidade não unitária tão difícil. Para os efeitos deste trabalho, a composição da velocidade da frente de avanço levará em conta o valor V_t . Como sugerem Masukawa & Horne, 1986, a velocidade tangencial considerada será aquela referente à região de menor mobilidade

(numericamente, a rigor, monitoram-se pontos da frente de avanço ou na Região I ou na II, não exatamente sobre a mesma).

A velocidade V_n pode ser obtida a partir dos valores Φ_n referentes aos pontos da interface, calculados por meio do BIM. Porém, a solução do sistema decorrente da aplicação desse método gera Φ_n^+ e Φ_n^- perpendiculares à frente discretizada. Se φ for o ângulo interno ao domínio de aplicação do BIM para um certo nó j sobre a interface, então, conforme a Figura 6.2, tem-se:

$$\Phi_n = \frac{\Phi_n^+}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} = \frac{\Phi_n^-}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \quad (6.12)$$

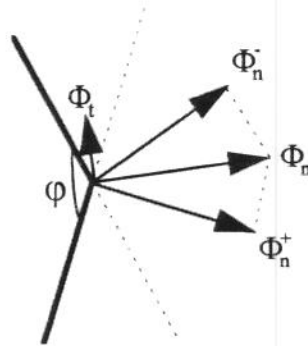


Figura 6.2 - Esquema para Consideração de Φ_n e Φ_t nos Pontos da Interface.

Relacionando-se V_n e Φ_n pela Lei de Darcy, obtém-se:

$$V_n = - \frac{\lambda_{(l)} \cdot \Phi_n}{\phi \cdot s_w} \quad (6.13)$$

Do mesmo modo, V_t pode ser obtido em função de Φ_t ilustrado na Figura 6.2.

Diferentemente do caso da razão de mobilidade unitária, aqui a frente de avanço, incluindo os pontos guia de todas as linhas de fluxo, deve ser monitorada globalmente, ou

seja, avançando em intervalos de tempo Δt . O valor Δt é estabelecido de modo que, para cada ponto da interface, o passo máximo não ultrapasse um valor previamente estabelecido.

Como o campo de potencial varia à medida que a frente avança, o BIM deve ser empregado a cada avanço da mesma, o que exige uma capacidade de processamento muito elevada, tanto com respeito ao tempo de processamento como em relação à capacidade de processamento em si, uma vez que os sistemas lineares a serem resolvidos devem apresentar uma dimensão elevada. Por exemplo, com relação à situação estudada no capítulo anterior (51 linhas de fluxo), a dimensão do sistema a ser resolvido será acrescida do valor 102. Como os programas computacionais desenvolvidos neste trabalho foram realizados em um microcomputador compatível com o IBM - PC 486, o número de linhas de fluxo será reduzido a um valor menor do que a metade do número de linhas consideradas para o caso da razão de mobilidade unitária.

Tratamento das Singularidades

Relativamente ao tratamento das singularidades presentes no domínio estudado, o procedimento descrito no Capítulo IV também foi utilizado. Porém, para o presente caso, tal prática não está exatamente correta, uma vez que a Solução para a Fonte Linear pressupõe meios homogêneos e infinitos. Antes da erupção do fluido injetado no poço produtor, os efeitos adotados para a dessuperposição dos poços apresentam-se razoavelmente corretos para o tratamento das singularidades, pois, quando a frente de avanço está próxima de um poço, a suposição de fluxo radial é razoável e, quando a frente está distante do poço, seus efeitos são desprezíveis.

Porém, a partir da erupção do fluido injetado no poço produtor, o fluxo se torna caracteristicamente singular ao redor do poço produtor, de modo que a Solução para a Fonte Linear, por si só, não mais se torna capaz de anular tal singularidade. Portanto, para se evitar cálculos errôneos a partir da erupção do fluido injetado, é preciso que a fronteira seja mais discretizada ao redor do poço produtor.

Uma vez adotado o procedimento de dessuperposição dos poços, assim como as condições de contorno na fronteira, as equações de compatibilidade devem também sofrer essa dessuperposição. Desse modo, as equações para interface ficam:

$$\Phi_{a(1)} + \Phi_{w(1)} = \Phi_{a(2)} + \Phi_{w(2)}, \quad (6.14)$$

$$\lambda_{(1)} \cdot [(\Phi_n^+)_{a(1)} + (\Phi_n^+)_{w(1)}] = -\lambda_{(2)} \cdot [(\Phi_n^-)_{a(2)} + (\Phi_n^-)_{w(2)}], \quad (6.15)$$

$$\lambda_{(1)} \cdot [(\Phi_n^-)_{a(1)} + (\Phi_n^-)_{w(1)}] = -\lambda_{(2)} \cdot [(\Phi_n^+)_{a(2)} + (\Phi_n^+)_{w(2)}]. \quad (6.16)$$

O Emprego do BIM ao *Five-Spot* (M Não Unitária)

Conforme o que já se expôs neste capítulo, foi elaborado um outro programa computacional, também em linguagem de programação C, para o estabelecimento das linhas de fluxo referentes aos casos de razão de mobilidade não unitária, no qual o parâmetro M é uma variável de entrada e o potencial nos poços é mantido constante (em valores adimensionais, +1 e -1 para, respectivamente, injetor e produtor).

Com relação à adimensionalização, será adotada a mesma sugerida no Capítulo V, apenas que a mobilidade a ser empregada será a do fluido original ($\lambda_{(2)}$).

Os poços injetor e produtor foram discretizados em dois pontos, conforme ilustra a Figura 4.4, sendo adotado o raio adimensional $r_i=0.01$ para ambos. A posição inicial assumida para a frente de avanço foi locada circularmente ao redor do poço injetor a uma distância 0.02.

Para os casos em que $M \neq 1$, o domínio adotado correspondeu à metade daquele utilizado anteriormente. Esse procedimento permitiu que se trabalhasse com algumas linhas de fluxo a mais. A malha exposta na Figura 6.1 foi empregada para o cálculo das linhas de fluxo envolvendo valores de M diferentes de 1. Essa malha apresenta uma discretização preferencial nas proximidades do poço produtor, com a finalidade de se minimizar a singularidade “característica” representada por esse poço após a erupção do fluido injetado.

Um aspecto importante, inclusive relatado no trabalho de Masukawa & Horne, 1986, diz respeito aos casos em que $M > 1$. Para tais casos, o emprego do BIM, mediante as hipóteses consideradas no presente trabalho, não apresenta resultados consistentes, devido a problemas de instabilidade numérica. Essa instabilidade ocorre devido à instabilidade física presente, a qual acarreta o estabelecimento do processo de digitação viscosa. Uma alternativa possível seria a inclusão de efeitos de tensão superficial nas equações governantes, com o intuito de se descrever as situações em que o referido fenômeno físico não ocorra.

A Figura 6.3 mostra o efeito da digitação viscosa no monitoramento da frente de avanço obtido pela aplicação do BIM, considerando $M=2.0$ e 10 linhas de fluxo. Foi assumido um raio $r_i=0.05$ para o poço injetor. A frente foi alocada, inicialmente, a um raio 0.065 ao redor desse poço e o passo dtd foi assumido 0.001, sendo executados 80 passos. A visualização dessa figura revela, portanto, que o BIM descreve o fenômeno de digitação viscosa presente, ou seja, não há uma limitação intrínseca ao método para as situações em que M seja maior do que 1, mas sim uma limitação física, dentro das hipóteses previamente consideradas.

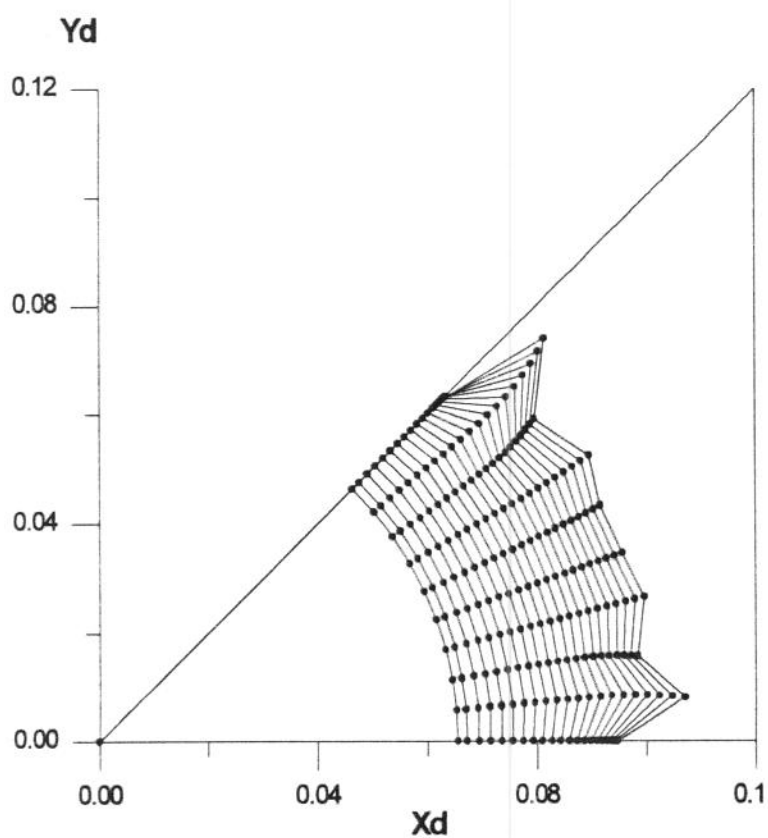


Figura 6.3 - Ilustração do Fenômeno da Digitação Viscosa ($M=2.0$).

Com relação aos casos em que a razão de mobilidade é menor ou igual a 1, foram analisados, até o instante de erupção do fluido injetado, os casos em que $M=1, 0.75, 0.5$ e 0.25 . Para cada avanço da frente, os passos dtd e dsd foram, simultaneamente, limitados pelos valores adimensionais 0.001 (se a distância de todos os pontos guia até o injetor fosse menor do que 0.05) ou 0.01 (se a referida distância fosse superior a 0.05). O valor dos raios dos poços foi assumido $r_i=0.01$, sendo a interface entre as regiões I e II locada inicialmente a 0.02 do poço injetor. Como raio de chegada, foi considerado o valor 0.02 ao redor do produtor. O número de linhas de fluxo, para todos esses casos, foi 16 .

A Tabela 6.1 revela os valores do volume poroso adimensional injetado até o instante de erupção do fluido da Região I. As Figuras 6.4, 6.5, 6.6 e 6.7 ilustram, respectivamente, a frente de avanço no instante de erupção (e para alguns tempos menores) para os casos em que M assume os valores a apresentados na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 - Volumes Porosos Adimensionais Injetados até a Erupção do Fluido Injetado para Diferentes Valores de M .

M	V_{pDbt}
1.00	0.7153
0.75	0.7705
0.50	0.8460
0.25	0.9578

Masukawa & Horne, 1986, alertam para o fato de que, para tempos após a erupção, o efeito singular do poço produtor afeta significativamente o cálculo das linhas de fluxo restantes. Tais autores sugerem, para que esses cálculos possam ser realizados, uma discretização maior ao redor do poço produtor. Por isso, a malha expressa na Figura 6.1 foi empregada. Foram adotadas 16 linhas de fluxo para que se obtivesse 1 linha por cada 3

graus de domínio na saída do injetor. Apesar dessas considerações, para os valores $M < 1.00$, não se conseguiu efetuar o cálculo correto das linhas de fluxo após a erupção, certamente devido ao fato de que a dessuperposição adotada para a singularidade do poço produtor (Solução para a Fonte Linear) não representa uma boa solução a partir do referido nível de tempo (erupção do fluido injetado).

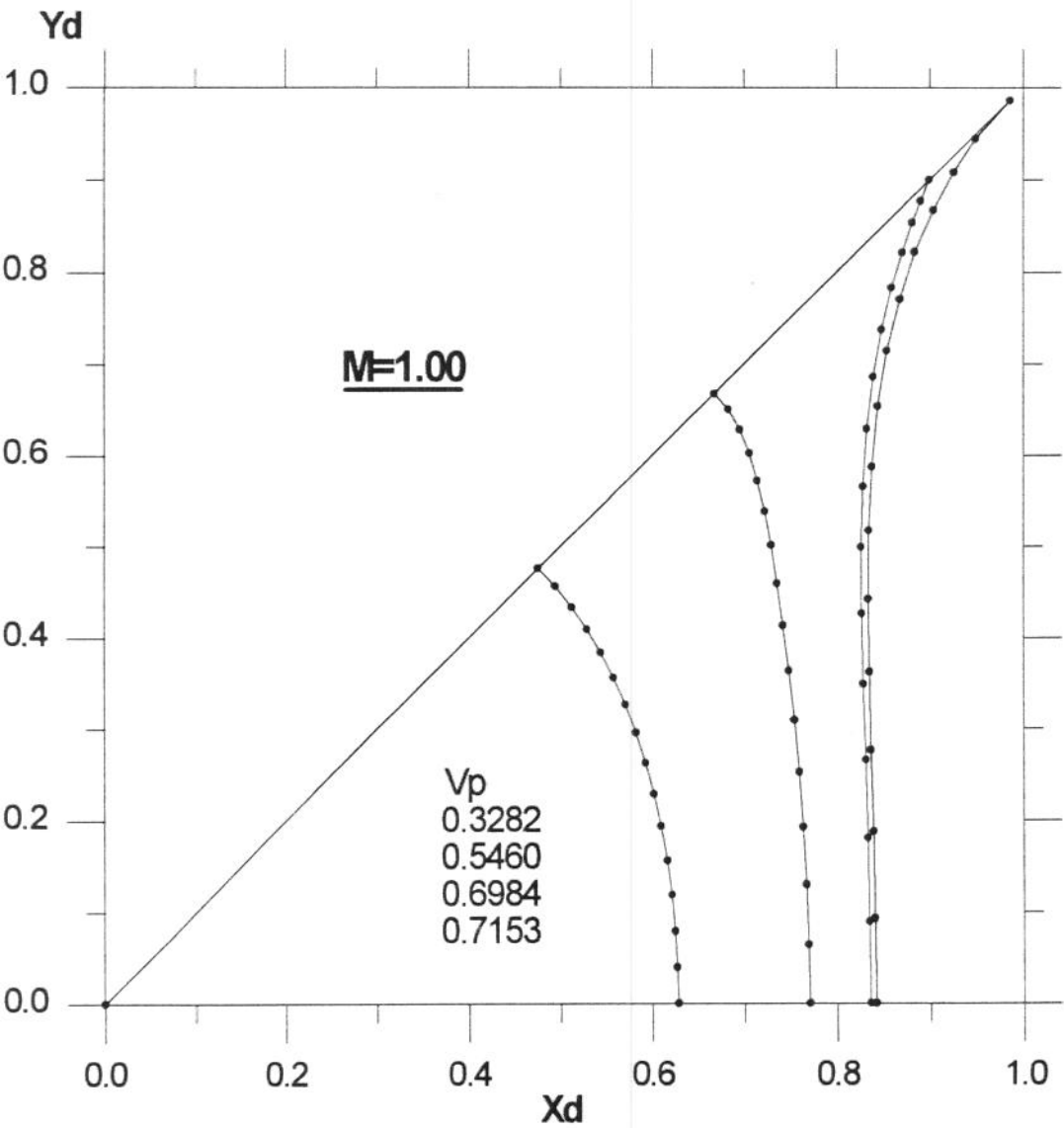


Figura 6.4 - Frentes de Avanço para o Caso $M=1.00$.

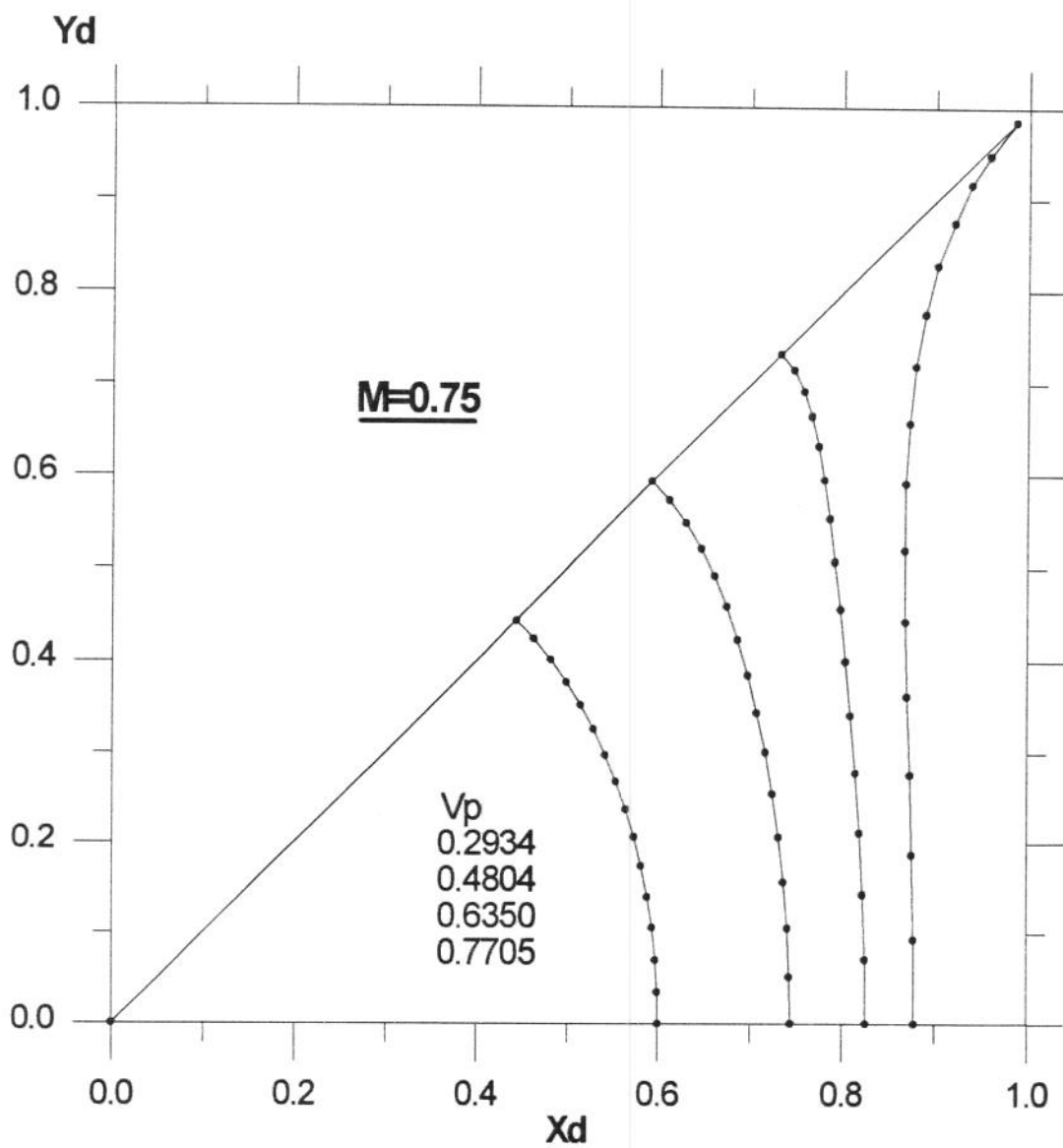


Figura 6.5 - Frentes de Avanço para o Caso $M=0.75$.

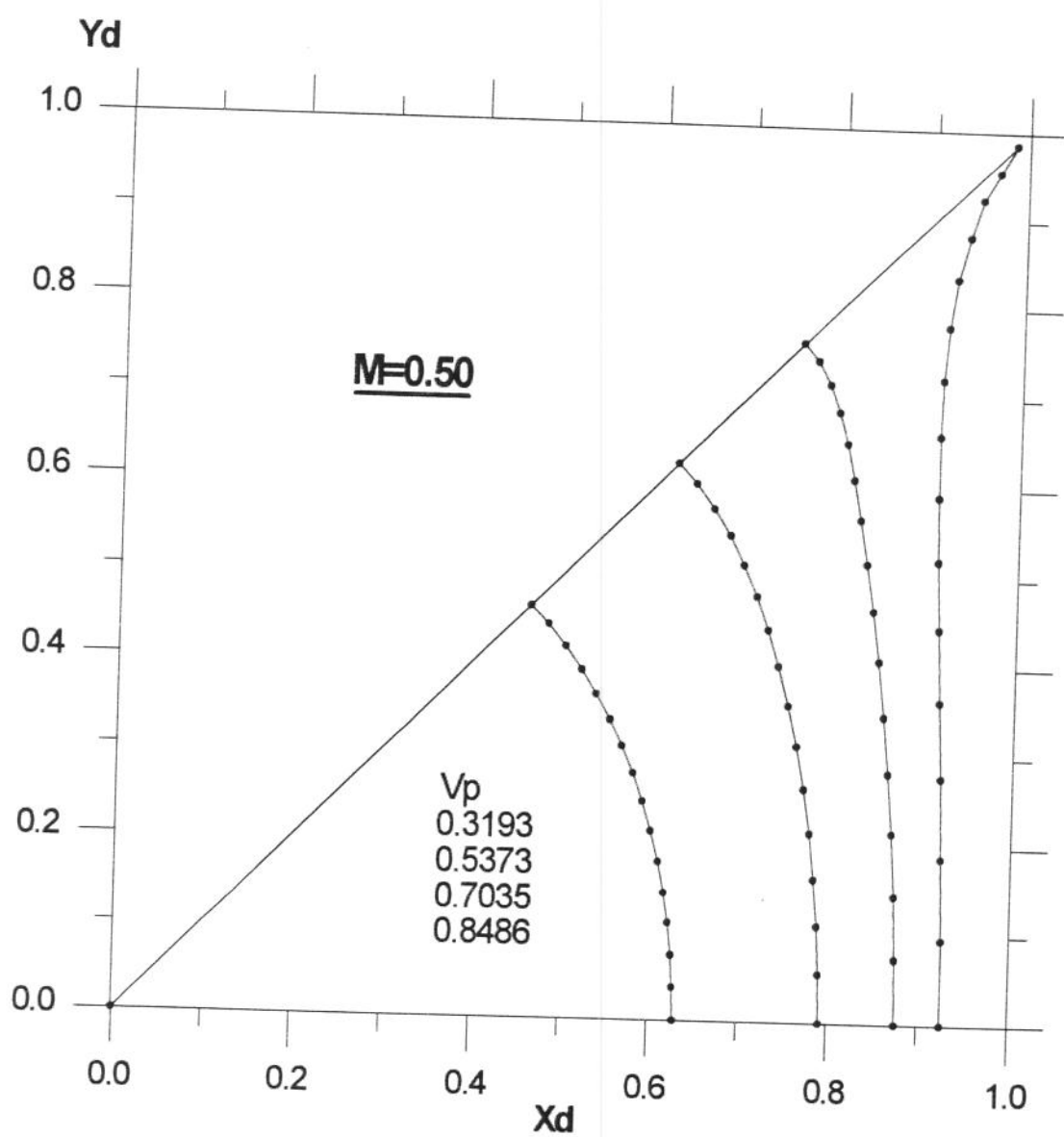


Figura 6.6 - Frentes de Avanço para o Caso $M=0.50$.

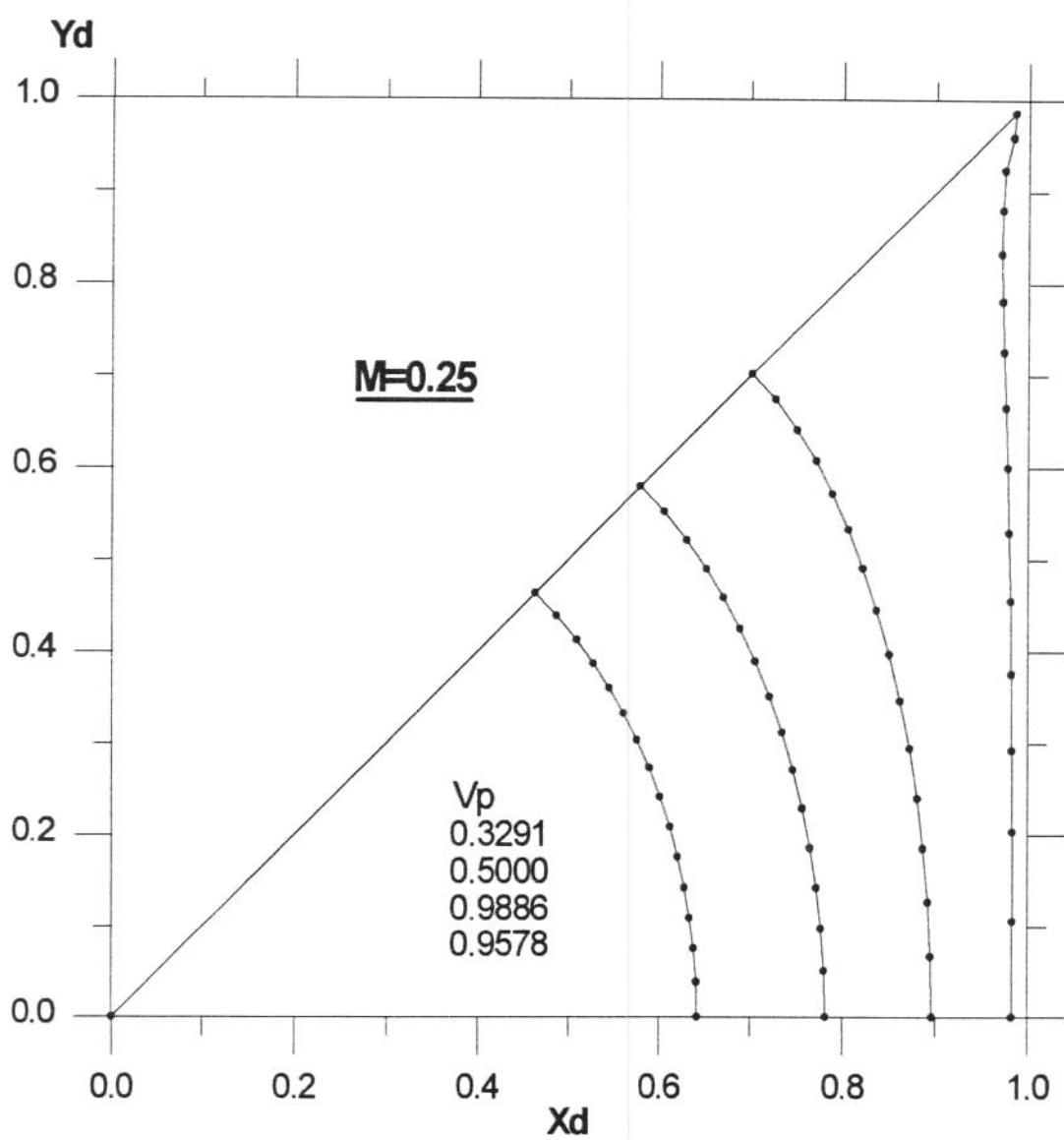


Figura 6.7 - Frentes de Avanço para o Caso $M=0.25$

Com relação aos cálculos efetuados até o momento da erupção, os resultados deste trabalho são idênticos aos de Masukawa & Horne, 1986, como não poderia deixar de ser. Para o caso $M=1.00$, os valores obtidos para os parâmetros $V_{pDdt}(\Psi)$ e para $I_D(\Psi)$ estão expressos na Tabela 6.2, bem como os valores obtidos a partir do programa referente ao capítulo anterior (só que adotando-se 16 linhas de fluxo, como no presente caso). Os valores V' e I'_D se referem aos respectivos parâmetros calculados para o caso já estudado.

As discrepâncias existentes -principalmente para as últimas linhas de fluxo- podem ser explicadas pelo fato de que o raio de chegada para as linhas de fluxo foi 0.02 e não ri (caso do capítulo anterior). Além disso, é preciso ter em mente que o procedimento descrito neste capítulo, por si só, está mais sujeito a erros (em decorrência, por exemplo, da discretização da frente de avanço) do que aquele adotado no Capítulo V.

Tabela 6.2 - Parâmetros Gerados pelos Diferentes Programas Desenvolvidos ($M=1.00$)

Ψ	$V_{pDdt}(\Psi)$	$I_D(\Psi)$	V'	I'_D
1	0.7154	3.5067	0.7176	3.5319
2	0.7191	3.5442	0.7196	3.5494
3	0.7247	3.6035	0.7256	3.6030
4	0.7335	3.6937	0.7358	3.6950
5	0.7459	3.8218	0.7506	3.8302
6	0.7628	3.9962	0.7704	4.0156
7	0.7848	4.2279	0.7960	4.2623
8	0.8130	4.5314	0.8285	4.5865
9	0.8484	4.9299	0.8693	5.0133
10	0.8927	5.4576	0.9208	5.5836
11	0.9487	6.1735	0.9866	6.3623
12	1.0203	7.1817	1.0726	7.4761
13	1.1148	8.6955	1.1901	9.1843
14	1.2468	11.2484	1.3640	12.1603
15	1.4598	16.8973	1.6729	19.073

As curvas de concentração geradas a partir d da Tabela 6.2 estão representadas na Figura 6.8. Foi considerado, para tanto, $N_{pe} = 1000$.

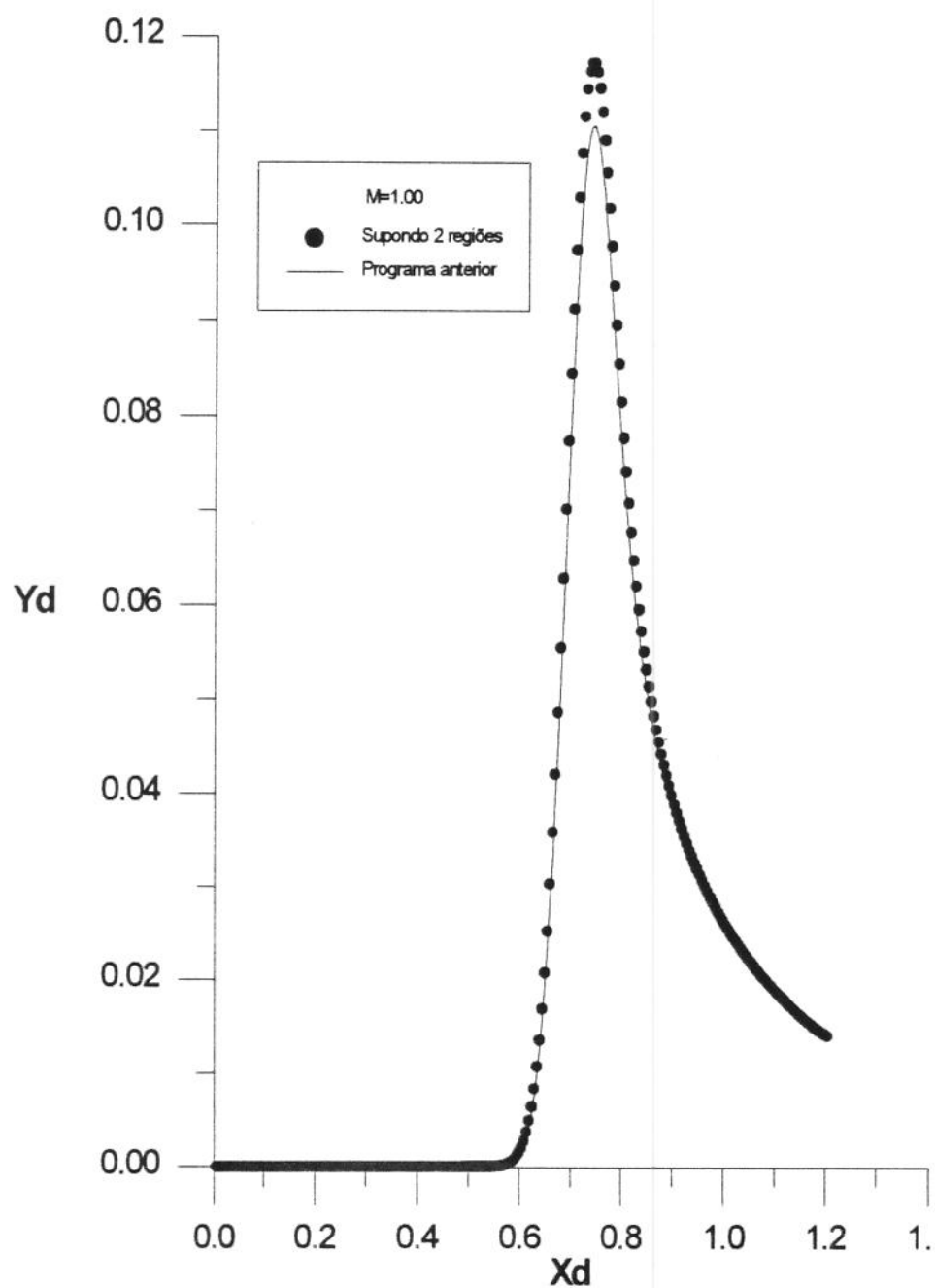


Figura 6.8 - Curvas de Concentrações para os Casos Expressos na Tabela 6.2
($N_{pe}=1000$, 16 linhas de fluxo, $R=1.0$ e $\beta=0.0$)

Analisando a Figura 6.8, nota-se um bom ajuste com relação à cordenada do tempo (abscissa). Com relação aos valores de concentração (ordenadas), o ajuste é razoável para os pontos não muito próximos do valor de pico. A concentração de pico, para o caso da análise que considera as duas regiões, apresentou valores maiores do que a análise efetuada no capítulo anterior. Esse comportamento já era esperado, uma vez que os valores de $I_D(\Psi)$ se apresentaram maiores do que os de I'_D (esses parâmetros é que determinam o ajuste das curvas com relação ao eixo das ordenadas).

Como os potenciais nos poços foram mantidos constantes, então, para os casos de razões de mobilidade não unitárias, a vazão nos poços não será constante. Quando $M < 1$, a vazão decresce e, quando $M > 1$, a vazão aumenta com o passar do tempo. A Figura 6.9 mostra as variações da vazão (até os instantes de erupção) relativas aos casos discutidos neste capítulo.

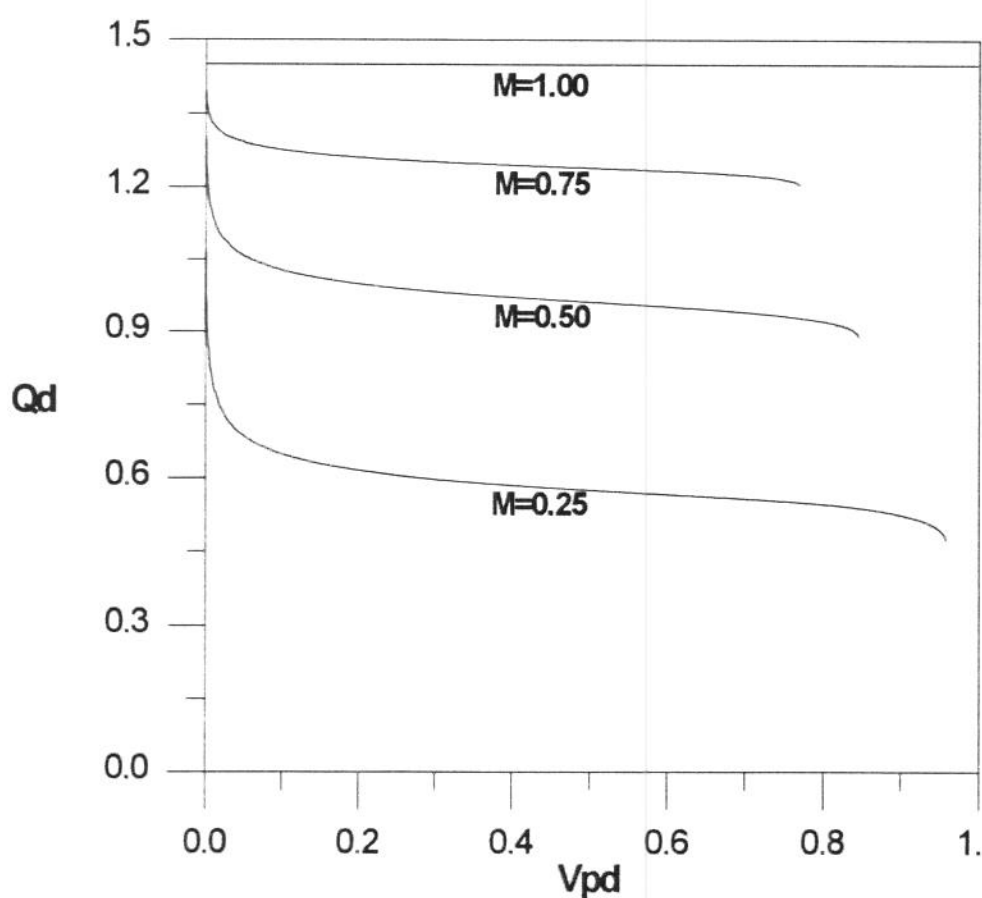


Figura 6.9 - Variações da Vazão com o Tempo para os Casos Discutidos ($M < 1$).

CAPÍTULO VII

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

As curvas de concentração obtidas mediante o emprego do BIM apresentaram um bom ajuste com relação às aquelas obtidas analiticamente por Abbaszadeh-Dehghani & Brigham, 1982, envolvendo testes de injeção com razão de mobilidade unitária. Tal ajuste possibilita a validação do emprego do BIM aos casos estudados, o que representa uma vantagem, uma vez que o método em questão é conceitualmente simples e eficiente, além de apresentar as vantagens numéricas já mencionadas neste trabalho. Ainda mais, o BIM pode ser aplicado a casos em que a geometria do domínio analisado seja mais genérica, desde que mantidas as demais hipóteses do presente trabalho.

O emprego do BIM também possibilitou, para o caso do padrão *five-spot*, uma discussão prévia acerca dos casos envolvendo razões de mobilidade não unitárias. A consideração de tais casos foi possível por meio da aplicação simultânea do BIM (levando-se em conta equações de compatibilidade apropriadas) a duas regiões (domínios) com mobilidades distintas, sendo as linhas de fluxo estabelecidas apenas até o instante de erupção do fluido injetado no poço produtor. Dadas as hipóteses deste trabalho, foram comentadas as limitações do emprego do BIM a esses casos, em face dos problemas físicos e numéricos presentes.

Como primeira sugestão, fica a recomendação para se tornar os programas empregados mais eficientes (computacionalmente falando), bem como o desenvolvimento de uma interface que torne mais fácil a utilização dos mesmos por terceiros.

Outra importante recomendação diz respeito à discretização da fronteira nas proximidades do poço produtor. Para o estudo completo dos casos envolvendo razões de

mobilidade menores do que 1, essa região do domínio deve ser mais discretizada, ou seja, seria necessária a disponibilidade de uma maior capacidade computacional. Além disso, constatou-se que, para $M > 1$, o BIM reproduziu o fenômeno da digitação viscosa presente. É válido ressaltar que, para as situações de campo, as heterogeneidades presentes devem proporcionar um efeito de amortecimento ao fenômeno da digitação viscosa, minimizando ou, talvez até mesmo, anulando seus efeitos.

Finalmente, vale ressaltar que o emprego do BIM também possibilita a análise de efeitos de heterogeneidades adotando-se, por exemplo, uma variação (com a posição) exponencial da permeabilidade no domínio. Por meio do BIM, seria possível o estabelecimento das linhas de fluxo para esses casos, o que possibilitaria o cálculo dos parâmetros convectivos e dispersivos associados a cada uma delas. Portanto, as curvas de concentração geradas no presente trabalho poderiam ser obtidas para tais casos, o que conferiria um maior grau de generalidade à aplicação do método.

NOMENCLATURA

a=distância horizontal entre poços do mesmo tipo
d=distância vertical entre poços de tipos diferentes
h=espessura do reservatório
m=parâmetro das Integrais Elípticas Jacobianas
n=notação do versor normal ao contorno Γ (de dentro para fora)
 n_{if} =número de linhas de fluxo
np=número de poços
n1=número de nós da fronteira externa pertencentes à Região I
n2= número de nós da fronteira externa pertencentes à Região II
q=vazão por linha de fluxo
 q_t =vazão total do poço
r=razão d/a
s=posição ao longo de uma linha de fluxo
 $\bar{s}$ =posição da frente de avanço ao longo de uma linha de fluxo
 s_w =saturação de fluido deslocado
t=tempo
u=velocidade de Darcy
v=velocidade intersticial
w=largura do canal de fluxo na posição s
x=abscissa
y=ordenada
A=área do modelo de injeção equivalente à vazão q_t do poço injetor
 A_p =área do domínio considerado para a aplicação do BIM
C=concentração
 C_a =concentração adsorvida
D=coeficiente de difusão molecular
F=fator de formação de resistividade da rocha
Fr=volume fracionário total do pulso de traçador
G=Solução Fundamental de Green para o espaço bidimensional
I=integral de linha associada à dispersão hidrodinâmica
K=coeficiente de dispersão hidrodinâmica
Ka=coeficiente de distribuição linear isotérmico
L=dimensão característica do meio poroso em estudo
M=razão de mobilidade ($\lambda_{(1)}/\lambda_{(2)}$)
 $\bar{N}$ =vetor de fluxo de massa para o meio poroso
Nc=número de camadas

N_{pe} =Número de Peclet
 N_{tp} =número total de poços considerados para a validação do BIM
 NE =número total de equações
 $NE1$ =número total de equações pertencentes à Região I
 $NE2$ =número total de equações pertencentes à Região II
 NI =número total de incógnitas
 $NI1$ =número total de incógnitas pertencentes à Região I
 $NI2$ = número total de incógnitas pertencentes à Região II
 P_i =ponto interno do domínio D
 R =fator de retardo (associado ao fenômeno de adsorção)
 R_p =produção líquida de um componente no meio poroso
 V =volume poroso deslocável do canal de fluxo associado à posição s
 $\bar{V}$ = volume poroso deslocável do canal de fluxo associado à posição $\bar{s}$
 V_p =volume poroso total de fluido injetado
 V_{pbt} = volume poroso total de fluido injetado até a erupção de dada linha de fluxo
 V_{tr} =volume do pulso de traçador por canal de fluxo
 V_{Tr} =volume total do pulso de traçador

Subscritos

a =relativo à solução com dessuperposição dos efeitos dos poços
 e =relativo à concentração estática
 n =derivada com relação ao versor n
 o =referência
 w =relativo à Solução para a Fonte Linear
 x =direção x
 y =direção y
 D =adimensionalizado
 1 =relativo à Região I
 $1/2$ =tempo de meia-vida
 2 =relativo à Região II

Sobrescritos

i=nível de tempo
+=derivada pela direita no nó do contorno
-= derivada pela esquerda no nó do contorno
- =relativo à frente de avanço
^=tempo reduzido (do fator $1/R$)

Alfabeto Grego

α =dispersividade do meio poroso
 β =constante de decaimento radioativo
 ϕ =porosidade
 φ =ângulo interno ao domínio, dado um certo nó de contorno
 η =coordenada local (abscissa)
 κ =permeabilidade
 λ =mobilidade (κ/μ)
 μ =viscosidade
 π =constante matemática
 ρ =densidade
 σ =comprimento da zona de mistura (equivalente ao desvio padrão)
 ω =fração mássica
 ξ =coordenada local (ordenada)
 Φ =potencial
 Γ =contorno
 Ψ =linha de fluxo (ângulo com o qual a mesma deixa o poço injetor)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abbaszadeh - Dehghani, M. & Brigham, W. E. (1982). Work performed for the Department of Energy : Analysis of unity mobility ratio well-to-well tracer flow to determine reservoir heterogeneity. Stanford: SUPRI.
- Abramowitz, M. & Stegun, I. (1972). Handbook of mathematical functions. New York: Dover Publications.
- Bastos, L. R., Paixão, L., Fernandes, L. M. & DeLuiz, N. (1995) Manual para a elaboração de projetos e relatórios de pesquisa, teses, dissertações e monografias. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan
- Falade, G. K. & Brigham, W. E. (1989). Analysis of radial transport of reactive tracer in porous media. SPE Reservoir Engineering, February, 85-90. (SPE 16033).
- Kikani, J. & Horne, R. N. (1989). Application of boundary element method to reservoir engineering problems. Journal of Petroleum Science and Engineering , 3, 229-241. Amsterdam : Elsevier Science Publishers.
- Lake, L. W. (1989). Enhanced oil recovery. Austin : Prentice Hall.
- Lichtenberger, G. J. (1991). Field applications of interwell tracers for reservoir characterization of enhanced oil recovery pilot areas. Paper prepared for presentation at the Production Operations Symposium in Oklahoma City, april 7-9.(SPE 21652)
- Lemos, P. W. & Romeu, R. K. (1991). Análise quantitativa de testes com traçadores. Seminário de Engenharia de Reservatórios, IV, Cabo Frio, Maio, 5-10, pp 263-269.
- Liggett, J. A. & Liu, P. L-F. (1983). The boundary integral equation method for porous media flow. London : George Allen & Unwin..
- Masukawa, J. & Horne, R. N. (1986). The application of the boundary integral method to immiscible displacement problems. Paper prepared for presentation at the 56 th

California Regional Meeting of the Society of Petroleum Engineers in Oakland, April 2-4, 433-441. (SPE 15136)

Numbere, D. T. & Tiab, D. (1986). An improved streamline generating technique using the boundary (integral) element method. Paper prepared for presentation at 56 th California Regional Meeting of the Society of Petroleum Engineers in Oakland, April 2-4. 421-432 (SPE 15135)

Sato, K. & Horne, R. N. (1993). Perturbation boundary element method for heterogeneous reservoirs : (part 1)- steady-state flow problems. SPE Formation Evaluation, December, 306-314. SPE 25299.

Van Genuchten, M. Th. (1981) Analytical solutions for chemical transport with simultaneous adsorption, zero-order production and first-order decay. Journal of Hydrology, 49, 213-233. Amsterdam : Elsevier Scientific Publishing Company.

Zemel, B. (1995). Tracers in the oilfield. Austin : Elsevier Science.

APÊNDICE

SOLUÇÕES ANALÍTICAS OBTIDAS POR ABBASZADEH-DEHGHANI & BRIGHAM

Abbaszadeh-Dehghani & Brigham, 1982, com relação ao cálculo dos parâmetros $I(\Psi)$ e $V_{pDbt}(\Psi)$, desenvolveram um procedimento analítico baseado na Teoria do Mapeamento Conforme. Este apêndice apresenta as equações obtidas por esses autores para o cálculo dos parâmetros convectivo e dispersivo pertinentes a este trabalho, relativamente a padrões de injeção dos tipos linha alternada e linha direta. Com relação ao presente trabalho, sempre que uma curva de concentração for referenciada como analítica, as equações empregadas serão aquelas expressas neste apêndice.

Tal procedimento pressupõe, tanto para o caso de linha alternada como para o de linha direta, um arranjo contendo um número muito grande de poços, de tal modo que se possa obter a simetria característica a esses modelos. As Figuras 5.1a e 5.1b ilustram bem os domínios analisados. Da observação dessas figuras, conclui-se que, para a vazão total do poço injetor central, corresponde a área $A = 2 \cdot d \cdot a$.

A Transformação Conforme utilizada pelos autores foi a seguinte:

$$z = \int_0^w \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2) \cdot (1-m \cdot t^2)}}, \quad 0 \leq m \leq 1. \quad (\text{A.1})$$

A integral (A.1) é a inversa da Função Elíptica Jacobiana $\text{sn}(z,m)$ (Abramowitz & Stegun, 1972) e, no decorrer do processo de obtenção das equações finais, outras funções elípticas Jacobianas também surgem. Tais funções apresentam a característica de serem de difícil manuseio, envolvendo, geralmente, expansão de séries para o seu cálculo.

Uma vez efetuada a transformação descrita em (A.1), a geometria correspondente, no campo imaginário, é semelhante àquelas expressas nas figuras 5.1a e 5.1b. Em vez dos parâmetros a e d , surgem, respectivamente, $K(m)$ (parte real) e $K'(m)$ (parte imaginária). Como a própria notação sugere, K e K' são funções do parâmetro m ($0 \leq m \leq 1$). Mais especificamente, $K(m)$ e $K'(m)$ são as integrais elípticas obtidas fazendo-se $w=1$ e -1 , respectivamente, em (A.1).

Independentemente de a malha ser do tipo linha alternada ou linha direta, devido à simetria do problema, tem-se a igualdade:

$$\frac{d}{a} = \frac{K'(m)}{2 \cdot K(m)} \quad (A.2)$$

A área A , referida acima, também pode ser expressa em termos dos parâmetros $K(m)$ e $K'(m)$, do seguinte modo:

$$A = 2 \cdot d \cdot a = 4 \cdot K'(m) \cdot K(m). \quad (A.3)$$

Portanto, uma vez dada a geometria de cada caso, deve-se calcular os valores $K(m)$ e $K'(m)$ correspondentes. De acordo com Abramowitz & Stegun, 1972, se um dos parâmetros ($K(m)$, $K'(m)$, $K(m)/K'(m)$ ou m) for dado, os demais podem ser obtidos. Como as geometrias dos casos estão relacionadas à razão d/a , segundo a relação (A.2), um dos parâmetros mencionados é obtido e, a partir dele, obtêm-se os restantes. Abramowitz & Stegun, 1972, apresentam em seu trabalho as equações e relações necessárias para essa obtenção.

A Tabela A.1 ilustra os valores de m , $K(m)$ e $K'(m)$ para as diferentes geometrias estudadas, valores esses que independem do tipo de padrão injeção (linha alternada ou linha direta).

Com relação à Equação do Traçador, o resultado final obtido se reflete nas equações que se seguem. A equação (A.4) ilustra, tanto para o padrão linha alternada como para o linha direta, a Equação do Traçador em termos da teoria analítica considerada neste apêndice.

Tabela A.1 - Parâmetros m , $K(m)$ e $K'(m)$ para as Geometrias Estudadas.

d/a	m	$K(m)$	$K'(m)$
0.4	0.72949	2.1212916	1.6970333
0.5	0.50000	1.8540747	1.8540747
1.0	0.02944	1.5825517	3.1651035
1.5	0.00129	1.5713034	4.7139103
2.0	$5.6 \cdot 10^{-5}$	1.5708182	6.283273

$$C_D(\Psi) = \frac{\sqrt{K(m)} \cdot K'(m)}{\pi \cdot \sqrt{\pi} \cdot Y(\Psi)} \cdot \exp \left[-\frac{K(m) \cdot K'^2(m) \cdot N_{pe} \cdot (V_{pDht}(\Psi) - V_{pD})^2}{\pi^2 \cdot Y(\Psi)} \right]. \quad (A.4)$$

O que distingue os padrões de injeção linha alternada e linha direta é o termo $Y(\Psi)$. Este termo está relacionado ao termo dispersivo do transporte. A equação (A.5) corresponde ao caso de linha alternada, enquanto a equação (A.6) trata do cálculo de $Y(\Psi)$ para o caso de linha direta.

$$Y(\Psi) = (1 + \eta)^{1.5} \cdot \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{t} \cdot dt}{\sqrt{(t^2 - 2\beta t + 1) \cdot (t^2 + 2\eta\beta t + \eta^2) \cdot (t^2 + \eta)}}, \quad (A.5)$$

$$Y(\Psi) = \frac{4 \cdot (1 + \eta)^{1.5}}{(1 - m)} \cdot \int_0^{\sqrt{b}} \sqrt{\frac{b - \xi^2}{T1 \cdot T2 \cdot T3}} \cdot d\xi, \quad (A.6)$$

sendo:

- $\beta = 2 \cdot m - 1$;
- $\eta = \text{tg}^2(\Psi)$;
- Ψ = linha de fluxo (ângulo de saída da mesma);
- $b = \frac{1}{(1 + \sqrt{m})^2}$;

- $m_1 = 1 - m;$

- $T_1 = m_1^2 \cdot \xi^4 - 2(b \cdot m_1 + 2\eta - \eta \cdot m_1) \cdot \xi^2 + b^2 \cdot m_1^2 + 2b \cdot \eta \cdot (2 - m_1) + \eta^2;$

- $T_2 = b_1 - b + \xi^2;$

- $T_3 = m_1^2 \cdot \xi^4 - 2b \cdot m_1^2 \cdot \xi^2 + b^2 \cdot m_1^2 + \eta;$

$$b_1 = \frac{1}{(1 - \sqrt{m})^2}.$$