

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MATERIAIS

**SIMULAÇÃO DO PROCESSO DE ESTAMPAGEM PROFUNDA DE CORPOS  
CILÍNDRICOS ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

Autor: Eng. Roberto Bortolussi

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Tonini Button

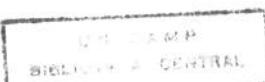
Dissertação apresentada à Comissão de Pós-Graduação da  
Faculdade de Engenharia Mecânica, como parte dos requisitos  
para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

CAMPINAS  
JANEIRO DE 1996

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA  
TESE DEFENDIDA POR Roberto Bortolussi

E APROVADA PELA  
COMISSÃO JULGADORA EM 08 / 02 / 96.

Sérgio Tonini Button  
ORIENTADOR  
PROF. DR. SÉRGIO TONINI BUTTON



UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	7/UNICAMP
	B648s
V	E
AN	27935
PR	667196
S	0 [X]
PRECO	R\$ 11,00
DATA	04/03/96
N.º CPD	

CM-00089438-7

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

B648s

Bortolussi, Roberto

Simulação do processo de estampagem profunda de corpos cilíndricos através do método dos elementos finitos / Roberto Bortolussi.--Campinas, SP: [s.n.], 1996.

Orientador: Sérgio Tonini Button.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Estampagem (Trabalhos em metal). 2. Método dos elementos finitos. 3. Simulação (Computadores).

I. Button, Sérgio Tonini. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MATERIAIS

Dissertação de Mestrado.

Título da Dissertação: **SIMULAÇÃO DO PROCESSO DE ESTAMPAGEM  
PROFUNDA DE CORPOS CILÍNDRICOS ATRAVÉS  
DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

Autor: Eng. Roberto Bortolussi

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Tonini Button

Aprovado por:

Sérgio T. Button

Prof. Dr. Sérgio Tonini Button (Presidente)

Renato Papaléo

Prof. Dr. Renato Papaléo

Loir Afonso Moreira

Prof. Dr. Loir Afonso Moreira

Campinas, janeiro de 1996

Aos meus pais Mário e Esmeralda pelo incentivo e apoio que sempre deram.  
À minha esposa Sheyla e meu filho Leonardo pela paciência e ajuda na  
confecção deste trabalho.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a todos que contribuíram de alguma forma para a confecção desta dissertação e de forma especial:

Ao Prof. Dr. Sérgio Tonini Button, pela dedicação na orientação e amizade demonstrada durante todo o trabalho.

À SMI - Software Marketing International, por ceder o “software” para que fossem realizadas as simulações.

Aos Professores do Depto. de Mecânica da Faculdade de Engenharia Industrial, em especial ao Prof. Alberto Vieira Jr., pelo apoio na realização do trabalho.

Aos funcionários da Oficina Mecânica, do Laboratório de Materiais e do Centro do Computação Integrada da Faculdade de Engenharia Industrial, pelo auxílio prestado.

À Direção da Faculdade de Engenharia Industrial , em especial ao Prof. Fernando Bressiani, pela compreensão e apoio à realização desta dissertação.

Aos Professores, Funcionários e Alunos do DEMa-FEM, UNICAMP, pelo auxílio e apoio.

## **RESUMO**

O processo de estampagem profunda tem por finalidade a alteração da geometria da superfície de uma chapa para uma outra geometria desejada. A complexidade destas mudanças de forma e o número de variáveis envolvidas faz com que as ferramentas sejam desenvolvidas com base em tentativas e erros.

A mudança no perfil na indústria mundial, onde os produtos devem ser alterados e aperfeiçoados de forma mais ágil e freqüente, torna necessário que os métodos de projeto dessas ferramentas sejam atualizados. Nessa atualização os métodos de simulação tornaram-se uma necessidade da indústria.

O embutimento cilíndrico foi simulado através do Método dos Elementos Finitos de formulação elasto-plástica, que está implementado no “software” ANSYS 5.0-A. Os modelos utilizados foram axissimétricos bi-dimensionais.

Os modelos analisaram dois diâmetros diferentes de “blank” para verificação da variação das deformações com o aumento da relação de embutimento e a variação da força no processo. Também utilizou-se para um dos diâmetros, vários coeficientes de atrito para a verificação de sua influência.

Os deslocamentos nodais obtidos na simulação foram utilizados no desenho do copo deformado dentro do AUTOCAD R12 para determinação da variação da espessura em função da posição radial. A comparação desses resultados com os resultados experimentais comprovou a aplicabilidade do método.

## ABSTRACT

Deep drawing process change the geometry of a metal sheets to complex shapes. The complexity of the geometry and many variables involved make the tool design very difficult.

The recent necessity of quicker developments in the manufacturing methods make necessary to review this tool design and to simulation methods have become very important.

It was used the Finite Elements Methods with elasto-plastic formulation which is found in the ANSYS 5.0 - A software, for the simulation of cylindrical deep drawing. It was used axisymmetric models.

It was verified two different blank diameter were tested to check the variation of strain and force when deep drawing ratio was increased. The influence of the friction coefficient with a diameter of blank has been evaluate.

Nodal displacements obtained were used to draw the deformed blank with AUTOCAD R12 and then the thickness variation with radial position was calculated.

The simulated results were compared to the experimental results, showing that the method is reliable.

# ÍNDICE

<b>AGRADECIMENTOS</b>	IV
<b>RESUMO</b>	V
<b>ABSTRACT</b>	VI
<b>NOMENCLATURA</b>	X
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	XII
<b>LISTA DE TABELAS</b>	XV

## 1. INTRODUÇÃO

1.1 OBJETIVOS E JUSTIFICATIVAS	1
<b>2. PROCESSO DE ESTAMPAGEM</b>	3
2.1 CLASSIFICAÇÃO E CONCEITOS	3
2.1.1 - Dobramento	3
2.1.2 - Estiramento	4
2.1.3 - Cunhagem	4
2.1.4 - Embutimento	4
2.2 FUNDAMENTOS DO EMBUTIMENTO CILÍNDRICO	5
2.2.1 - Materiais para Estampagem	9
2.2.2 - Máquinas para Estampagem	12
2.2.3 - Produto e Ferramental	13
2.3 CRITÉRIOS DE LIMITE DE CONFORMAÇÃO	13
2.3.1 - Estado de Tensões no Copo Embutido	13
2.3.2 - Limite Máximo de Embutimento ( LDR )	15
2.3.3 - Fatores que influenciam o LDR	16
2.3.4 - Curvas Limites de Conformação	18
2.3.5 - Reembutimento	19
2.3.6 - Projeto de Ferramentas de Embutimento Profundo	19

<b>3. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS</b>	<b>23</b>
3.1 INTRODUÇÃO SOBRE O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	23
3.2 MODELAGEM DO MATERIAL	24
3.2.1 - Relação Tensão x Deformação	24
3.3 MODELAGEM DO CONTATO	32
3.3.1 - Elemento de Contato	33
3.3.2 - Forças de Contato	35
3.3.3 - Matriz de Rígidez e Vetor Carregamento	36
3.4 ELEMENTO PARA GRANDES DEFORMAÇÕES	38
3.4.1- Matriz Tangente do Elemento e a Força Restabelecida de Newton-Raphson	39
3.5 RIGIDEZ DE TENSÃO OU RIGIDEZ GEOMÉTRICA	41
3.6 TEORIA DAS GRANDES DEFORMAÇÕES	42
3.7 MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON	46
3.7.1 - Critério de Convergência	49
<b>4. MODELAGEM DO PROCESSO DE ESTAMPAGEM PROFUNDA</b>	<b>50</b>
4.1 MODELAGEM AXISSIMÉTRICA	50
4.2 PRÉ-PROCESSAMENTO	51
4.2.1 - Geração das Áreas	51
4.2.2 - Elementos	51
4.2.3 - Materiais	56
4.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO E CARREGAMENTOS	58
4.3.1 - Condições de Contorno	58
4.3.2 - Carregamentos	58
4.4 MODELOS FINAIS	61
4.5 PROCESSAMENTO	61
4.5.1 - Critério de Convergência	62
4.5.2 - Comandos Auxiliares ao Método de Newton-Raphson	62
4.5.3 - Inibindo a Não Convergência	63

<b>4.6 PÓS PROCESSAMENTO</b>	64
4.6.1 - Deformação da Espessura	64
4.6.2 - Deformação Circunferencial	73
4.6.3 - Esforços de Embutimento	79
<b>5. MATERIAIS E MÉTODOS EXPERIMENTAIS</b>	81
5.1 PROPRIEDADES DO MATERIAL UTILIZADO	81
5.1.1 - Análise Química e Micrográfica da Chapa	81
5.1.2 - Propriedades Mecânicas	84
5.2 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	87
5.2.1 - Gravação do “Grid”	87
5.2.2 - Lubrificação	88
5.2.3 - Ensaios de Embutimento	88
<b>6. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS</b>	89
6.1 ESFORÇOS DE EMBUTIMENTO	89
6.2 DEFORMAÇÃO DA ESPESSURA	94
6.3 DEFORMAÇÃO CIRCUNFERENCIAL	99
<b>7. CONCLUSÕES E SUGESTÕES</b>	104
<b>8. BIBLIOGRAFIA</b>	106
<b>APÊNDICES</b>	
<b>APÊNDICE A - FORMULAÇÃO LAGRANGEANA</b>	112
<b>APÊNDICE B - PROGRAMA PARA A GERAÇÃO DO MODELO PARA DIÂMETRO 101,28 mm</b>	115
<b>APÊNDICE C - RESULTADOS DE DESLOCAMENTO NODAL PARA MODELO SEM ATRITO</b>	122

## NOMENCLATURA

### Latinos

[B]	Matriz deformação-deslocamento
C	Parâmetro para a modelagem do material
d	Diâmetro do punção
D	Diâmetro do “blank”
E	Módulo de Elasticidade
ET	Módulo de Elasticidade Tangente
$f_n$	Força normal de contato
$f_s$	Força tangencial de contato
[F]	Gradiente de deformação
$J_2$	Segundo invariante de tensão
k	Fator de resistência da chapa
K	Tensão de escoamento ao cisalhamento para o critério de von Mises
Kn	Rigidez normal de contato
Kt	Rigidez tangencial de contato
[K]	Matriz de coeficientes
LDR	Limite máximo de embutimento
m	Redução máxima para a primeira etapa de embutimento
m <sub>l</sub>	Redução para o reembutimento
n	Coeficiente de encruamento
{N}	Vetor interpolação
[N <sup>p</sup> ]	Matriz função de forma associada com o carregamento de pressão
Q	Função de potencial plástico
R	Razão de deformação plástica
$\bar{R}$	Índice de anisotropia normal
{R}	Vetor residual
{s}	Vetor tensão reduzida
{u}	Vetor deslocamento
{v}	Versor normal ao plano X-Y global

## Gregos

$\{\alpha\}$	Vetor translação da superfície de escoamento
$\chi$	Trabalho plástico
$\Delta$	Incremento
$\Delta R$	Índice de anisotropia planar
$\varepsilon_c$	Deformação circumferencial
$\varepsilon_t$	Deformação na espessura
$\varepsilon_w$	Deformação na largura
$\varepsilon^{el}$	Deformação elástica
$\varepsilon^{pl}$	Deformação plástica
$\varepsilon^{pro}$	Deformação de prova
$\lambda$	Multiplicador plástico
$\mu$	Coeficiente de atrito
$\nu$	Coeficiente de Poisson
$\sigma_e$	Tensão equivalente
$\sigma_m$	Tensão hidrostática
$\sigma_0$	Tensão escoamento
$\sigma_x$	Tensão na direção x
$\sigma_y$	Tensão na direção y
$\sigma_z$	Tensão na direção z
$\sigma_t$	Tensão limite de resistência à tração
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Tensões principais
$\sigma^{pro}$	Tensão de prova
$\{\sigma\}$	Vetor tensão
$[\sigma]$	Matriz tensão verdadeira

## **LISTA DE FIGURAS**

### **CAPÍTULO 2**

2.1	Operação de dobramento e distribuição das tensões na espessura da chapa	3
2.2	Esquema da operação de estiramento do Ensaio Erichsen	4
2.3	Ferramenta de embutimento	5
2.4	Mecanismo de escoamento do metal durante o embutimento cilíndrico	6
2.5	Ferramenta para embutimento cilíndrico	7
2.6	Relação entre as variáveis no processo de estampagem	8
2.7	Posição dos corpos de prova em relação ao sentido de laminação	9
2.8	Influência dos índices de anisotropia normal e planar na formação do copo	11
2.9	Posição e tensões atuantes nos elementos retirados do copo	14
2.10	Variação da espessura em função da altura do copo	15
2.11	Ferramental do Ensaio de Swift para chapas com espessura de 1 mm	16
2.12	Variação da razão de deformação plástica em relação à direção de laminação para um aço com baixo teor de carbono	17
2.13	Representação parcial do critério de von Mises para tensões biaxiais	17
2.14	Curva de Goodwin-Keller típica para aço com baixo teor de carbono acalmado com alumínio	18
2.15	Fluxograma de projeto para ferramentas de embutimento profundo	21
2.16	Fluxograma alterado de projeto de ferramenta para embutimento profundo com a adoção do Método dos Elementos Finitos	22

### **CAPÍTULO 3**

3.1	Curva Tensão x Deformação obtida através do ensaio uniaxial de tração	24
3.2	Leis de encruamento	27
3.3	Exemplo de modelo multilinear isotrópico e a determinação do $\sigma_k$	32
3.4	Elemento de contato - CONTAC48	33
3.5	Posição do nó de contato no sistema local do elemento	34
3.6	Forças de contato	37

3.7	Elemento VISCO106	38
3.8	Vetores de posição do corpo no estado deformado e não-deformado	42
3.9	Decomposição polar devido ao cisalhamento	44
3.10	Método de Newton-Raphson	48
3.11	Método de Newton-Raphson Incremental	48

## CAPÍTULO 4

4.1	Exemplo de modelagem de um anel por elementos finitos	50
4.2	Geometria onde será gerada a malha de elementos finitos	52
4.3	Modelo gerado para simulação do embutimento profundo	55
4.4	Condições de contorno para a matriz e o prensa-chapa	59
4.5	Condições de contorno para a chapa	60
4.6	Distribuição dos carregamentos no tempo	61
4.7	Modelo matemático deformado no final do carregamento	65
4.8	Chapa conformada desenhada no AUTOCAD R12, com as posições finais dos nós, para o disco de diâmetro 101,28 mm	66
4.9	Exemplo de medida da espessura da chapa entre um par de nós	66
4.10	Deformação da espessura em relação à posição radial para o disco de diâmetro 101,28 mm e os vários coeficientes de atrito	71
4.11	Deformação da espessura em relação à posição radial para o disco de diâmetro 105,80 mm e coeficiente de atrito 0,15	72
4.12	Deformação circumferencial em relação à posição radial para o disco de diâmetro 101,28 mm e os vários coeficientes de atrito	77
4.13	Deformação circumferencial em relação à posição radial para o disco de diâmetro 105,80 mm e coeficiente de atrito 0,15	78
4.14	Condições de contorno do punção	79

## CAPÍTULO 5

5.1	Micrografia da chapa utilizada nos experimentos	82
5.2	Extremidade direita da amostra	82

5.3	Centro do amostra	83
5.4	Extremidade esquerda da amostra	83
5.5	Máquina Kratos - Modelo K2001	85
5.6	Máquina ROELL & KORTHAUS KG - Mod. BP612	86
5.7	Ferramental utilizado nas experiências	87
5.8	Copo obtido no ensaio de embutimento	88

## CAPÍTULO 6

6.1	Força de embutimento para o disco de diâmetro 101,28 mm	92
6.2	Força de embutimento para o disco de diâmetro 105,80 mm	93
6.3	Deformação da espessura para disco de diâmetro 101,28 mm, comparação entre os resultados experimentais e de simulação com coeficiente de atrito de 0,15	97
6.4	Deformação da espessura para disco de diâmetro 105,80 mm, comparação entre os resultados experimentais e de simulação com coeficiente de atrito de 0,15	98
6.5	Deformação circunferencial para disco de diâmetro 101,28 mm, comparação entre os resultados experimentais e de simulação com coeficiente de atrito de 0,15	101
6.6	Deformação circunferencial para disco de diâmetro 105,80 mm, comparação entre os resultados experimentais e de simulação com coeficiente de atrito de 0,15	102

## APÊNDICE A

A.1	Elemento Lagrangeano de 4 nós	113
-----	-------------------------------	-----

## **LISTA DE TABELAS**

### **CAPÍTULO 2**

2.1	Valores típicos dos índices de anisotropia normal e planar para alguns materiais	11
2.2	Velocidade de embutimento recomendada para alguns materiais	12
2.3	Valores práticos de redução aplicados nas etapas de reembutimento	19

### **CAPÍTULO 4**

4.1	Relação de pontos para a montagem da curva tensão x deformação multilinear	57
4.2	Total de nós e elementos utilizados na simulação	61
4.3	Variação da espessura para o disco de diâmetro 101,28 mm com vários coeficientes de atrito	68
4.4	Variação da espessura para o disco de diâmetro 105,80 mm com coeficiente de atrito 0,15	70
4.5	Posição final e deformação circunferencial para o disco de diâmetro 101,28 mm	74
4.6	Posição final e deformação circunferencial para o disco de diâmetro 105,80 mm	75

### **CAPÍTULO 5**

5.1	Composição química da chapa de aço utilizada nos experimentos	81
5.2	Resultados obtidos no ensaio de tração	84
5.3	Índices para a curva real	84
5.4	Valores encontrados de razão de deformação plástica	85

### **CAPÍTULO 6**

6.1	Força de embutimento experimental para os discos de diâmetro 101,28 mm	89
6.2	Força de embutimento experimental para os discos de diâmetro 105,80 mm	90
6.3	Espessura média e desvio padrão na posição do “grid” do disco de diâmetro 101,28 mm	94

6.4 Espessura média e desvio padrão na posição do “grid” do disco de diâmetro 105,80 mm	95
6.5 Deformação circumferencial para o disco de diâmetro 101,28 mm	99
6.6 Deformação circumferencial para o disco de diâmetro 105,80 mm	100

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1 OBJETIVOS E JUSTIFICATIVAS

Os processos industriais que utilizam chapas finas como matéria-prima, vêm cada vez mais ocupando uma posição de destaque na indústria mundial. Impulsionada, principalmente, pela indústria automobilística que busca obter produtos com maior qualidade e menores custos de fabricação, os Engenheiros de Processos e Projetistas de Ferramentas, em conjunto com as siderúrgicas, vêm se empenhando em obter materiais que resistam a maiores esforços de conformação e métodos para o projeto de ferramentas com maior precisão de resultados.

Com o aumento da velocidade de processamento dos computadores e o desenvolvimento de métodos numéricos, o objetivo de se conseguir métodos de projeto com maior precisão tem se tornado cada vez mais realidade. Um dos métodos computacionais que tem tornado isto possível é o Método dos Elementos Finitos. Nos últimos anos, vários “softwares” comerciais, que atuavam em problemas lineares, vêm incorporando às suas capacidades, rotinas de solução para problemas não-lineares de contato, de geometria e de material.

A aplicação desses “softwares” na solução de problemas de conformação plástica dos metais, vem obrigando os profissionais da área a expandirem seus conhecimentos sobre materiais e processos, também para modelagem de problemas via computador. Como resultado deste processo, os profissionais estão sendo obrigados a rever seus procedimentos de trabalho.

O objetivo deste trabalho é auxiliar nesta mudança de comportamento de projeto, com a utilização de um “software” comercial, que apresenta as condições de modelar problemas com não linearidade de contato, de geometria e de material no projeto de ferramentas de estampagem profunda, mostrando como se processa a modelagem e confrontando os resultados obtidos com resultados experimentais.

Com a geração de modelos axissimétricos para estudo do processo de embutimento cilíndrico, o método fornecerá resultados de deformação para verificar se, as deformações atingidas durante a operação não irão causar falha na peça que está sendo embutida, antes que se construam as ferramentas para a produção.

Para que seja atingido este objetivo, este trabalho apresenta vários capítulos. No Capítulo 2, na introdução teórica sobre o embutimento, é abordado o aspecto tecnológico do processo e dos materiais que são utilizados para estampagem. No Capítulo 3 será abordado o Método dos Elementos Finitos que é utilizado na simulação de sistemas não-lineares que apresentam grandes deslocamentos. O Capítulo 4 traz a geração dos modelos matemáticos utilizados para as

simulações. Os resultados obtidos na simulação serão comparados com resultados obtidos experimentalmente, cujo procedimento está descrito no Capítulo 5. Serão utilizados dois diâmetros diferentes de disco na simulação e nas experiências, para demonstrar que aumentando-se o diâmetro do disco aumentam as deformações e verificar se o comportamento das simulações em relação ao processo se mantém constante. No Capítulo 6 será feita a comparação dos resultados obtidos de força, deformações circunferências e deformações na espessura da chapa para cada diâmetro de disco embutido. No final serão apresentadas as conclusões que podem ser tiradas a partir da análise dos resultados.

## 2. PROCESSO DE ESTAMPAGEM

### 2.1 CLASSIFICAÇÃO E CONCEITOS

Estampagem ou conformação de chapas é o processo de transformar uma chapa plana em um produto com formato desejado sem que ocorra fratura ou redução excessiva da espessura (Taylor, 1989).

Dentro desta definição, os processos de conformação de chapas podem ser simples como o processo de dobramento ou muito complexos como em estampagens de painéis automobilísticos. Por mais complexa que seja a geometria da peça em trabalho, sua conformação consiste de uma seqüência de operações de dobramento, estiramento, embutimento e cunhagem. Neste trabalho, a operação de embutimento será estudada com maior profundidade.

#### 2.1.1 - Dobramento

Esta operação consiste no dobramento da chapa em torno de uma ferramenta com raio chamado de raio de dobra. Os esforços de dobramento aplicados irão provocar a flexão da peça, ou seja, será aplicado na superfície externa ao raio, tensões de tração e na superfície interna, tensões de compressão, como podemos observar na figura 2.1.

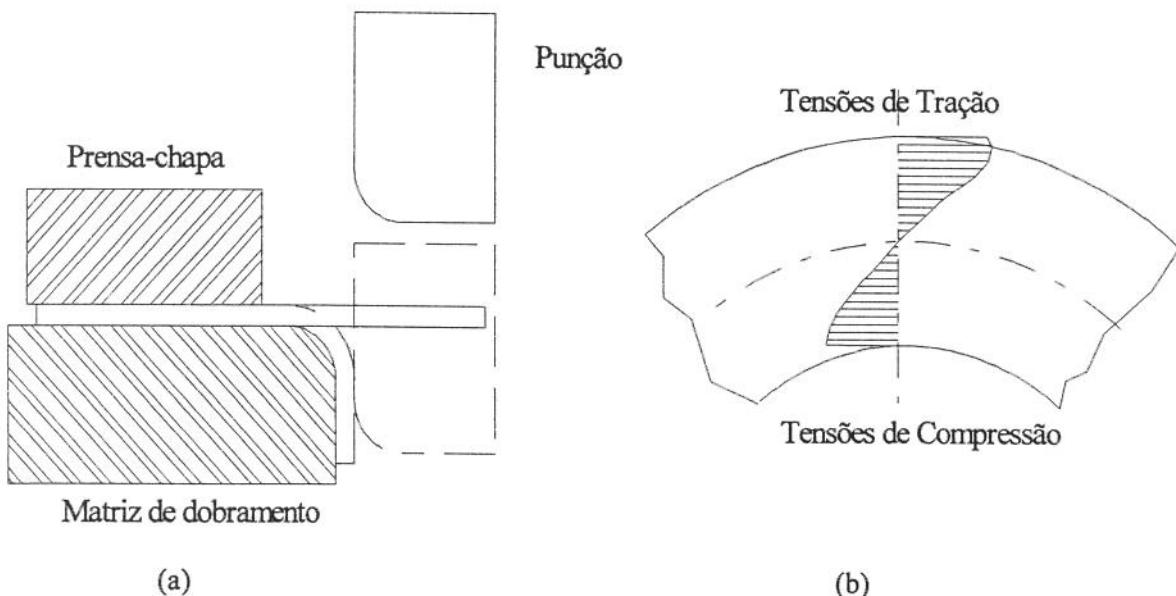


Figura 2.1 - (a) Operação de dobramento.

(b) Distribuição das tensões na espessura da chapa sob carga.

A utilização de raios de dobra muito pequenos provocam tensões que podem levar à ruptura da chapa.

### 2.1.2 - Estiramento

O estiramento de uma chapa é obtido pela atuação de tensões de tração aplicadas perpendicularmente ao plano da chapa. Estas tensões, quando causadas por um punção esférico, irão provocar um abaulamento da chapa com redução de sua espessura. Esta redução será maior ou menor de acordo com a altura com que este abaulamento será formado. Para que ocorra estiramento em uma chapa pela atuação do punção, as bordas desta chapa são impedidas de se movimentar pela ação do prensa-chapa. Este tipo de operação é o princípio básico para o Ensaio Erichsen, figura 2.2, que é utilizado para a classificação de chapas, quanto a sua aplicação.

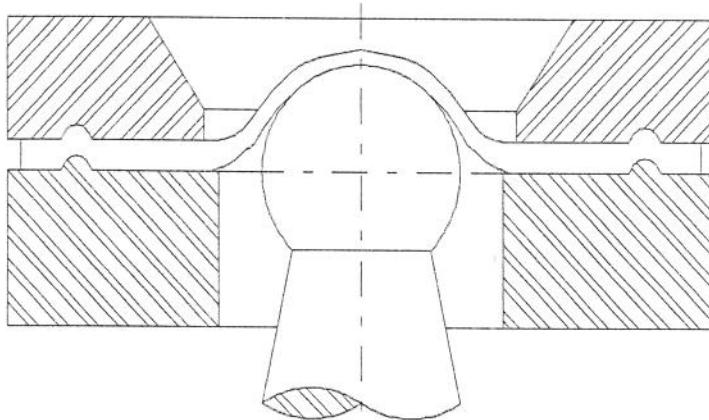


Figura 2.2 - Esquema da operação de estiramento do Ensaio Erichsen.

### 2.1.3 - Cunhagem

Operação de gravação em superfícies, muito utilizado para a fabricação de moedas e peças similares. A operação é basicamente comprimir a chapa entre as duas partes da ferramenta, deixando gravadas as impressões que foram usinadas em cada uma das partes.

### 2.1.4 - Embutimento

Embutimento é o processo utilizado para a formação de peças a partir de chapas planas que penetram na cavidade de uma matriz empurradas por um punção. A geometria do punção e da matriz é que determina qual a geometria da peça que será formada, como pode ser observado na

figura 2.3. Esta operação diferencia-se da operação de estiramento, por permitir que as laterais da chapa escoem para o interior da matriz, fazendo com que praticamente não ocorra variação da espessura. Nas operações de conformação utilizadas na indústria automobilística a operação de embutimento é realizada na maior parte das peças da carroceria.

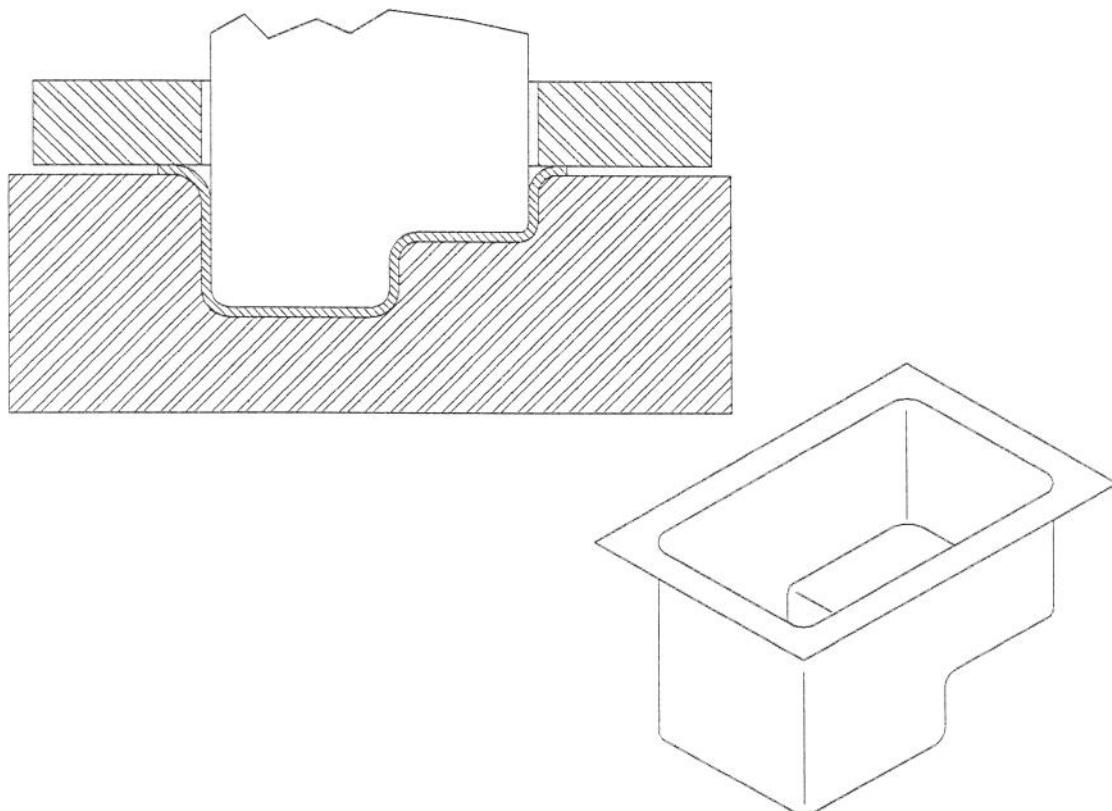


Figura 2.3 - Ferramenta de embutimento.

## 2.2 FUNDAMENTOS DO EMBUTIMENTO CILÍNDRICO

A operação de embutimento cilíndrico, caracteriza-se por utilizar um punção cilíndrico que, irá formar um copo como produto final. Durante a formação do copo, o material do “blank” ou material de partida é conformado para o interior da matriz, passando por vários estágios, como pode-se observar pela seqüência mostrada na figura 2.4.

A região 1 do “blank” é forçada para baixo pelo punção que penetra no interior da matriz. Simultaneamente, a região 2 também se desloca acompanhando a região 1 e assim sucessivamente até que todo o material esteja colocado no interior da matriz e o copo formado. O prensa-chapa é utilizado para evitar o enrugamento da flange, provocado pelas tensões de

compressão que surgem pela redução de diâmetro. Porém, a força que o prensa-chapa exerce não impede o deslocamento das bordas da chapa e sim só deve manter sua flange plana. A figura 2.5 mostra o desenho de uma ferramenta utilizada para embutimento cilíndrico.

A complexidade da mudança de geometria do “blank” e o deslocamento das bordas da chapa, faz com que o número de variáveis envolvidas no processo seja grande, que o torna difícil ser estudado de maneira simplificada, sem que se considere todas as variáveis envolvidas e como elas se relacionam, como mostrado na figura 2.6.

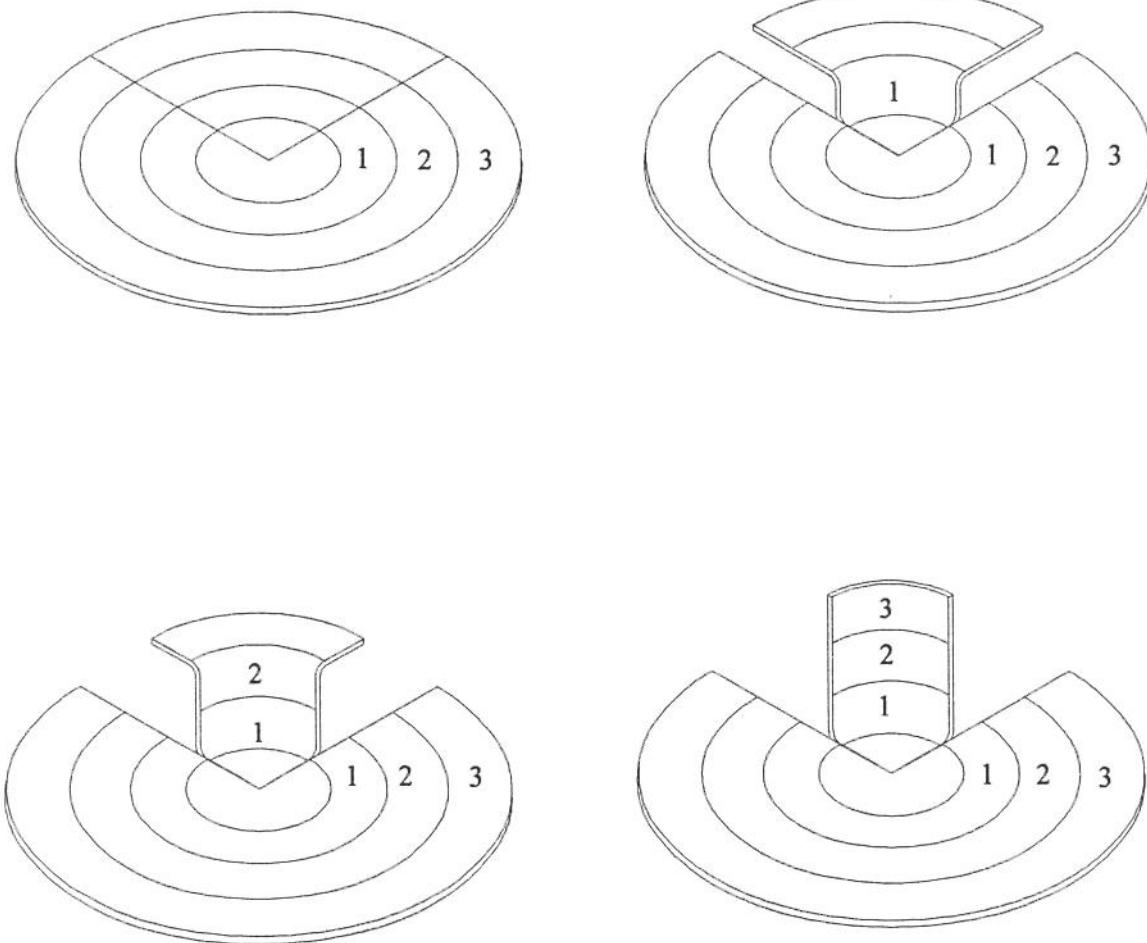


Figura 2.4 - Mecanismo de escoamento do metal durante o embutimento cilíndrico.

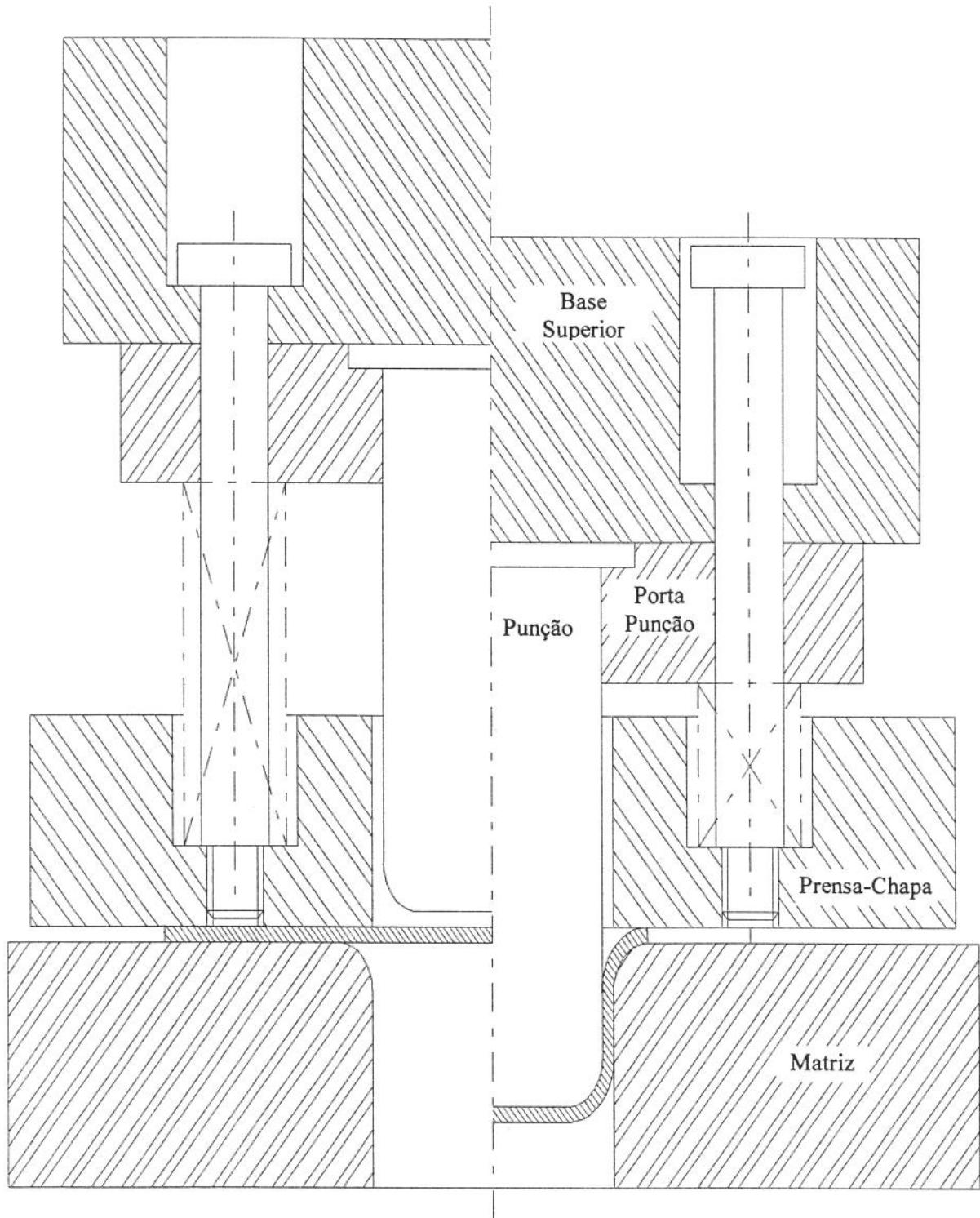


Figura 2.5 - Ferramenta para embutimento cilíndrico.

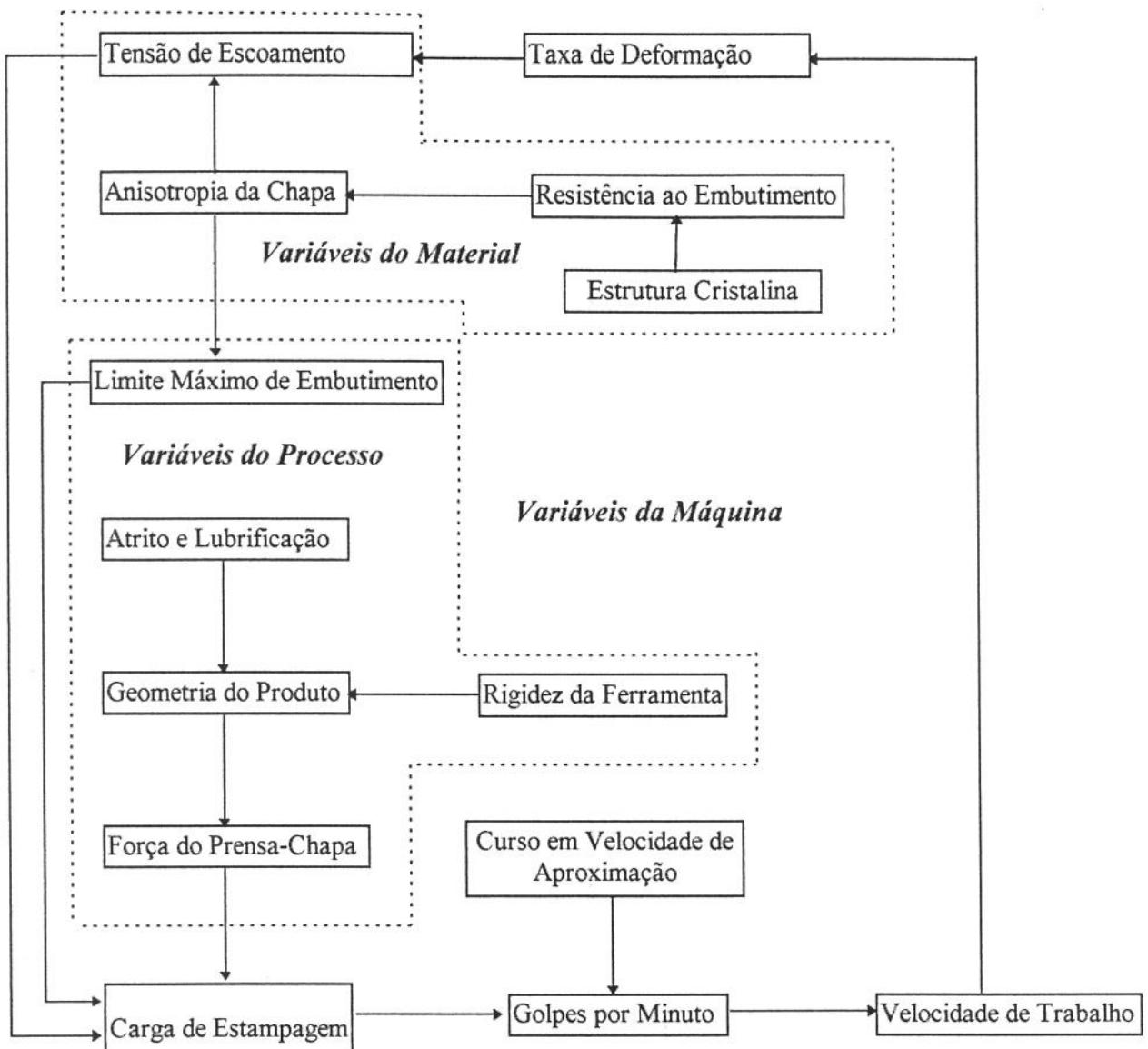


Figura 2.6- Relação entre as variáveis no processo de estampagem.

As variáveis podem ser divididas em grupos que envolvem material, equipamento utilizado e geometria do produto. Cada um desses grupos de variáveis, age de forma diferente no comportamento do processo.

### 2.2.1 Materiais para Estampagem

Os materiais que serão utilizados como matéria-prima devem atender à uma série de requisitos, para que sejam conformados com sucesso (Taylor, 1989):

- Distribuir as deformações uniformemente
- Alcançar altos níveis de deformação sem apresentar estrição e sem fraturar
- Resistir à tensões de compressão no plano sem enrugar-se
- Resistir à tensões de cisalhamento no plano sem fraturar
- Retter a forma final após a retirada da carga
- Manter a superfície lisa e resistir à formação de defeitos superficiais

Estas características definem a estampabilidade do material a embutir.

A capacidade que o material possui de distribuir as deformações uniformemente está diretamente ligada ao coeficiente de encruamento ( $n$ ), a sua sensibilidade à taxa de deformação ( $m$ ) e a razão de deformação plástica ( $R$ ).

Valores elevados do coeficiente de encruamento indicam uma boa resistência ao estiramento.

Valores positivos de sensibilidade à taxa de deformação, indicam que a tensão de escoamento aumenta com o aumento da velocidade da máquina. Este fato traz duas consequências para o processo: a primeira é que altas tensões são necessárias para conformar com altas taxas de deformação, segunda, para uma dada taxa de deformação, regiões da peça que são deformadas mais rapidamente, resistem mais a esta deformação devido ao aumento da tensão de escoamento, diminuindo sua transferência para regiões adjacentes deformadas mais lentamente e contribuindo para uma melhor distribuição de deformações (Taylor, 1989).

A razão de deformação plástica ( $R$ ), também conhecida como fator de anisotropia, é definida como a relação entre a deformação verdadeira na largura e a deformação verdadeira na espessura medida na região útil de alongamento de um corpo de prova de tração:

$$R = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_t} \quad (2.1)$$

Onde:

$\varepsilon_w$  - deformação verdadeira da largura

$\varepsilon_t$  - deformação verdadeira da espessura.

O valor de R mede a capacidade do material de resistir à redução de espessura. Quanto maior esse valor, melhor será a estampabilidade do material. Como R muda com a direção do corpo de prova retirado em relação a direção de laminação, trabalha-se com um valor médio de razão de deformação, conhecido como índice de anisotropia normal ( $\bar{R}$ ):

$$\bar{R} = \frac{R_0 + 2R_{45} + R_{90}}{4} \quad (2.2)$$

Onde os índices 0, 45, 90 referem-se aos ângulos de posição da chapa de onde foram retirados os corpos de prova, em relação ao sentido de laminação como mostra a figura 2.7.

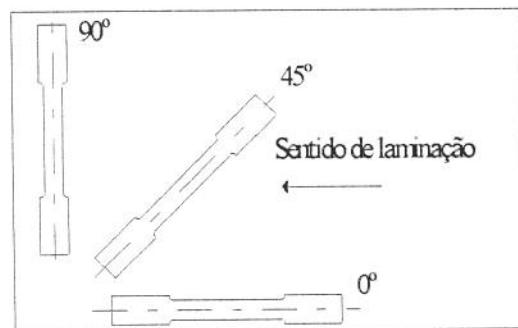


Figura 2.7 - Posição dos corpos de prova em relação ao sentido de laminação.

Além da resistência que a chapa oferece para mudar sua espessura, ela também apresenta diferenças no seu escoamento no plano, chamado de índice de anisotropia planar ( $\Delta R$ ), fazendo com que surjam diferenças na altura do copo (“orelhas”). Quanto maior for essa diferença de resistência no plano, maiores serão as orelhas formadas. O índice de anisotropia planar é definido:

$$\Delta R = \frac{R_0 - 2R_{45} + R_{90}}{2} \quad (2.3)$$

A figura 2.8 mostra a influência do índice de anisotropia normal e do índice de anisotropia planar na formação do copo.

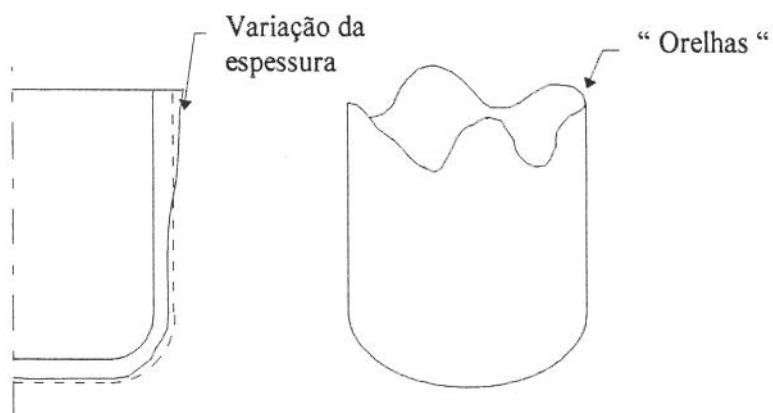


Figura 2.8 - Influência dos índices de anisotropia normal e planar na formação do copo.

A tabela 2.1 traz os valores típicos dos índices de anisotropia normal e planar para alguns materiais.

MATERIAL	Anisotropia Normal	Anisotropia Planar
Aço acalmado c/ Al .	1,8	0,7
Aço Inox 301	1,0	0,0
Alumínio 3003-O	0,6	0,2
Latão 70-30	0,9	0,2

Tabela 2.1 - Valores típicos dos índices de anisotropia normal e planar para alguns materiais (Metals Handbook,1989).

Experiências mostraram que valores altos de  $\bar{R}$  e baixos valores de  $\Delta R$  também diminuem a tendência de enrugamento da chapa devido a ação de tensões de compressão na flange. (Taylor, 1989).

Chapas que sofreram grandes reduções de laminação a frio ou apresentam uma grande quantidade de inclusões estão sujeitas a ter fraturas por cisalhamento. Quando as deformações principais têm um mesmo valor, independente do sentido, a chapa irá romper por cisalhamento antes de iniciar a estrição.

Os grãos que formam a chapa, devem ser pequenos para evitar o efeito “casca de laranja”, gerando assim uma superfície livre de defeitos. Os materiais que serão utilizados na estampagem não devem apresentar patamar de escoamento, devido ao aparecimento das bandas de Lüders ou nervuras de distensão ( Dieter,1988).

### 2.2.2 - Máquinas para Estampagem

Os processos de estampagem de forma geral são realizados em prensas mecânicas (excêntricas e de fricção) e em prensas hidráulicas (de simples efeito e de duplo efeito). Para os processos de embutimento de peças grandes, dar-se-á preferência à utilização de prensas hidráulicas de duplo-efeito, pela possibilidade de manter constante a força que o prensa-chapa exerce durante o processo.

A seleção da prensa que será utilizada no processo de embutimento, envolve a análise dos seguintes aspectos:

- A força necessária para o embutimento.
- As dimensões da mesa e do martelo da prensa.
- O curso do martelo.
- A velocidade de trabalho.
- Condições para a colocação do prensa-chapa.

A velocidade de trabalho deve manter-se constante durante a operação e não deve ser alta, para evitar mudanças na resistência do material provocadas pela sensibilidade à taxa de deformação. A tabela 2.2 apresenta as velocidades de prensa recomendadas para alguns materiais.

Material	Velocidade da Prensa em m/min
Alumínio	45,7 - 53,3
Latão	53,3 - 61,0
Cobre	38,1 - 45,7
Aço	5,5 - 15,2
Aço Inox	9,1 - 12,2
Zinco	38,1 - 45,7

Tabela 2.2 - Velocidade de embutimento recomendada para alguns materiais (Metals Handbook, 1989).

### 2.2.3 Produto e Ferramental

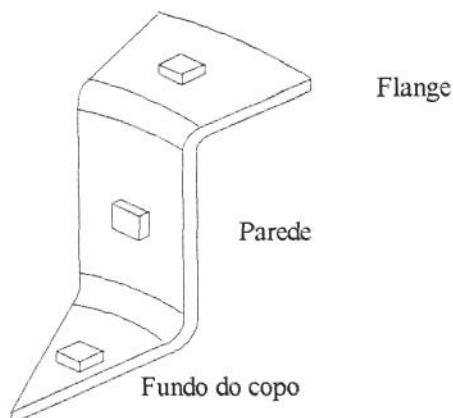
No projeto do produto que será embutido, alguns cuidados devem ser tomados para que o processo seja desenvolvido de maneira satisfatória. Como dito anteriormente, à medida que o processo se desenvolve a chapa vai envolvendo o punção para adquirir sua geometria e a da matriz. Dessa forma, geometrias que apresentam raios de concordância muito pequenos prejudicam o processo. Durante a passagem da chapa por um raio pequeno, as deformações localizadas são grandes, podendo provocar a ruptura nesta posição. Isso também faz aumentar a força necessária para o embutimento que aumenta a limitação à escolha da prensa.

## 2.3 CRITÉRIOS DE LIMITE DE CONFORMAÇÃO

Para que o embutimento seja realizado com sucesso, o projetista da ferramenta deve conhecer bem os mecanismos de deformação atuantes para que em nenhum momento, essas deformações ultrapassem deformações limites que provocam a ruptura do copo. Alguns desses mecanismos são apresentados a seguir.

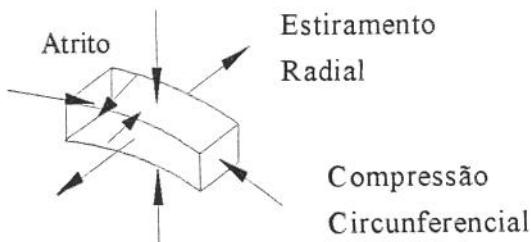
### 2.3.1- Estado de Tensões no Copo Embutido (Dieter,1988)

As tensões que atuam durante o processo de embutimento variam de acordo com a posição no copo, existe um estado de tensões atuantes na flange, um outro estado de tensões atuantes na parede e um terceiro estado no fundo. Para demonstrar as tensões que agem foi retirado um elemento de cada região, como mostra a figura 2.9.

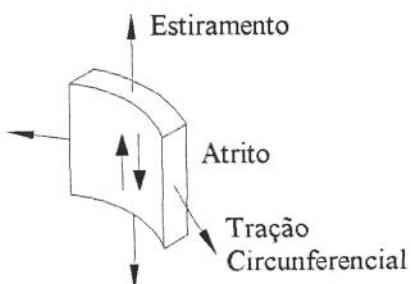


Na flange:

Compressão  
do Prensa-Chapa



Na parede do copo:



No fundo do copo:

Compressão  
do Punção

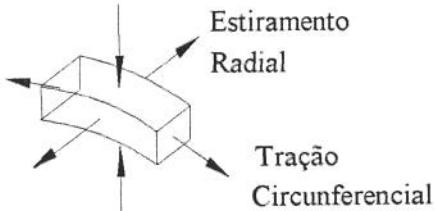


Figura 2.9 - Posição e tensões atuantes nos elementos retirados do copo.

Os estados de tensões mostrados geram variações na espessura do copo.

Devido as tensões compressivas na flange sua espessura aumenta. As tensões de tração na parede provocam estiramento reduzindo a espessura e finalmente, na região do raio ocorrem duas reduções significativas de espessura, mostradas de forma qualitativa na figura 2.10.

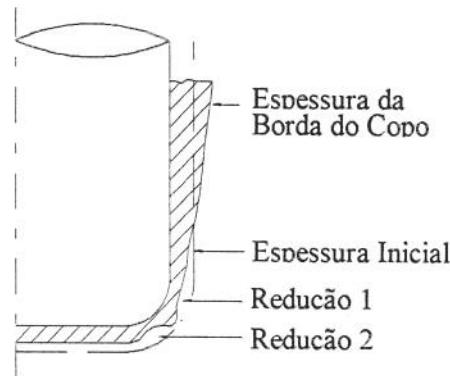


Figura 2.10 - Variação da espessura em função da altura do copo (Slater, 1977).

O sucesso da operação de embutimento está ligado as deformações que provocam reduções significativas de espessura, visto que a ruptura em copos por efeito de estrição acontece sempre logo após o raio de embutimento ou seja, na posição da redução 1.

### 2.3.2 - Limite Máximo de Embutimento (Dieter, 1988).

No embutimento, as deformações que fazem com que ocorra fratura da parede estão ligadas a razão que existe entre o diâmetro do “blank” e o diâmetro do punção. Há uma relação máxima de redução que é chamada de Limite Máximo de Embutimento (“Limiting Drawing Ratio”- LDR). Quando o LDR é ultrapassado ocorre a ruptura do fundo do copo

O LDR no embutimento cilíndrico é determinado através do ensaio de Swift, com o embutimento de vários discos, que vão aumentando de diâmetro na razão de 2% entre um e outro ( Dieter, 1984 ), em uma ferramenta com a geometria mostrada na figura 2.11. Define-se como LDR o maior diâmetro de disco embutido com sucesso ( $D$ ), ou seja sem ruptura, dividido pelo diâmetro do punção ( $d$ ):

$$\text{LDR} = \frac{D}{d} \quad (2.4)$$

O valor do LDR expresso em porcentagem de redução é:

$$\% \text{ Redução} = \frac{(D - d) \cdot 100}{D} \quad (2.5)$$

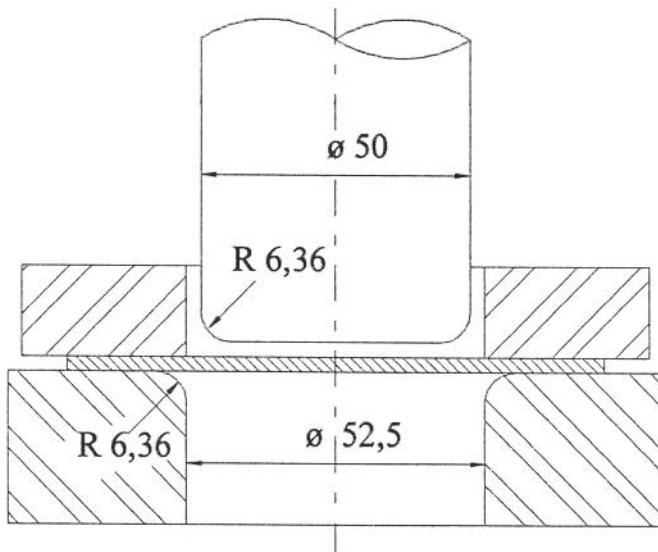


Figura 2.11- Ferramental do Ensaio de Swift para chapas com espessura de 1 mm.

### 2.3.3 - Fatores que influenciam o LDR

O valor determinado de LDR pelo ensaio de Swift não é um valor absoluto em termos de condição de projeto, pois, as deformações sofrem influência do índice de anisotropia normal da chapa, da geometria da ferramenta e das condições de atrito.

O aumento da anisotropia normal é benéfica para o LDR, pois, quanto maior for seu valor, maior será o LDR. A figura 2.12 ilustra a influência do R em um aço de baixo carbono.

Pode-se explicar o aumento da resistência da chapa através do critério de von Mises Modificado, utilizado para materiais anisotrópicos (Férran, 1973).

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 \frac{2R}{R+1} = \sigma_0^2 \quad (2.6)$$

A equação (2.6) define os domínios do campo de tensões elásticas e plásticas e é representada por uma elipse, cuja a excentricidade aumenta com o aumento da anisotropia como mostrado na figura 2.13.

Geometrias de ferramenta que apresentam pequenos raios de arredondamento também afetam o LDR, pelas deformações geradas nessa região.

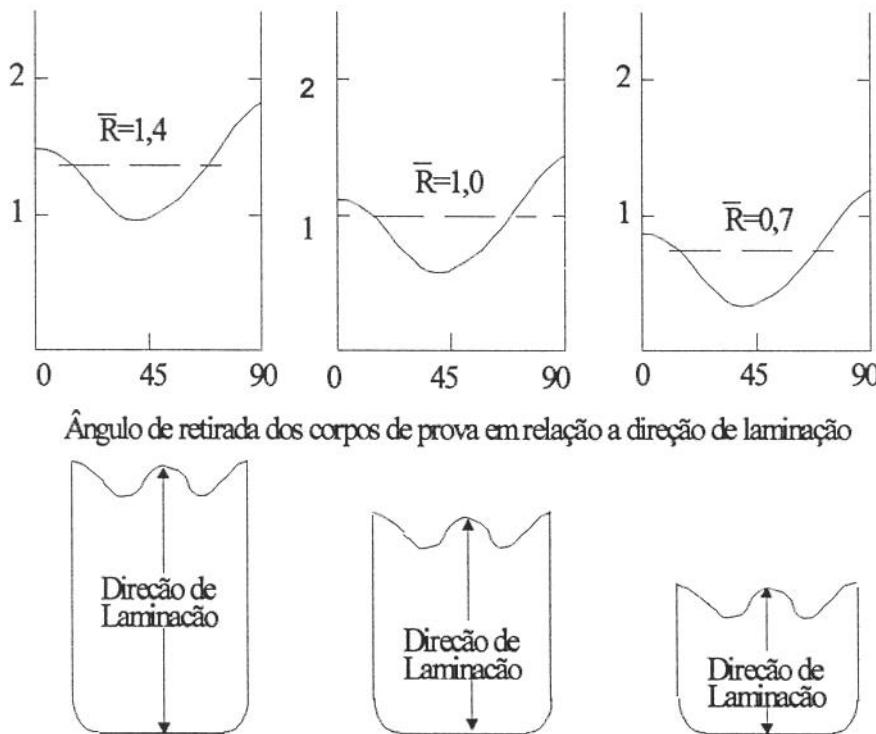


Figura 2.12 - Variação da Razão de deformação plástica em relação a direção para um aço de baixo teor de C e o efeito do índice de anisotropia normal no limite máximo de embutimento. Cada copo na parte inferior da figura representa a altura que pode ser embutida em função do índice de anisotropia normal (Metals Handbook, 1989).

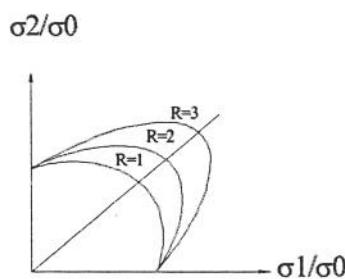


Figura 2.13- Representação parcial do critério de von Mises para tensões biaxiais (adaptado de Dieter, 1988 ).

O LDR é influenciado pelo atrito que existe entre a ferramenta e a peça que está sendo embutida. Um coeficiente de atrito reduzido diminui os efeitos do estiramento, que provoca a redução da espessura da chapa e também a força necessária para a conformação.

Para casos onde a porcentagem de redução é grande, os lubrificantes acabam não resistindo aos esforços e rompendo sua película o que provoca atrito seco.

De forma geral, qualquer fator que aumente o valor dos esforços de tração necessários para o embutimento, acabam alterando o LDR.

#### 2.3.4 - Curvas Limites de Conformação (Dieter, 1988).

Para controle da falha do processo, é necessário que se controle os níveis de deformações que estão atuando. Como a colocação de sistemas para medir a deformação é impossível pelo contato existente, Keller e Goodwin criaram um ensaio para determinar as deformações atuantes através da gravação de círculos na chapa que será embutida. Com as deformações biaxiais atuantes, os círculos irão se transformar em elipses. Medindo-se os eixos principais das elipses formadas, consegue-se traçar um gráfico como o mostrado na figura 2.14. Toda a vez que as deformações ultrapassarem os limites indicados pelo gráfico ocorrerá a fratura do copo.

Alterações nos parâmetros do processo, como velocidade da prensa ou então, alterações na geometria da ferramenta podem modificar as deformações da região, transladando as deformações de uma região de fratura para uma região segura ( $A \rightarrow B$ ).

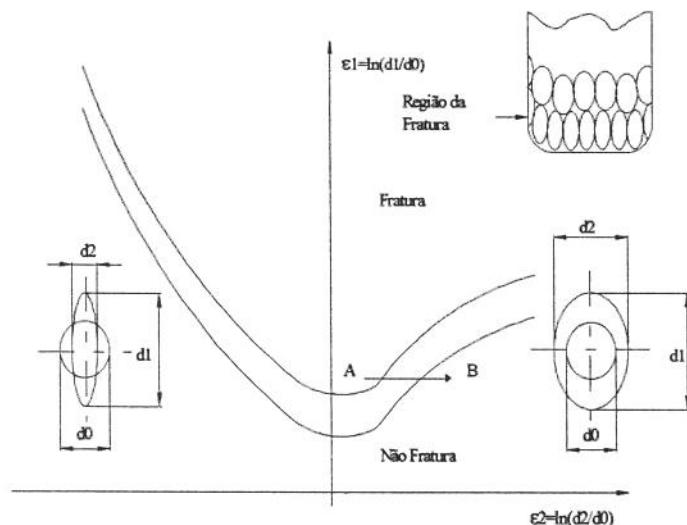


Figura 2.14 - Curva de Goodwin-Keller típica de aço com baixo carbono acalmado com Al. (Dieter, 1988).

### 2.3.5 - Reembutimento

Quando o limite máximo de embutimento é ultrapassado, torna-se necessário dividir a operação em mais de uma etapa, efetuando-se embutimentos sucessivos, com reduções menores de diâmetro.

O escalonamento das operações depende do tipo de material que está sendo embutido. A primeira operação é realizada com a maior redução e as etapas seguintes são realizadas com reduções menores, intercalando-se ou não etapas de recozimento para redução do encruamento.

Os valores utilizados para escalonamento das etapas para alguns materiais estão relacionados na tabela 2.3.

O reembutimento pode ser realizado de forma direta, com o prensa-chapa colocado no interior do diâmetro que será embutido ou então de forma inversa, que transforma a parte interna do copo em parte externa de uma etapa para outra.

O reembutimento inverso não pode ser aplicado em chapas que apresentem espessuras altas, maiores que 6,4 mm e requer uma força maior que o reembutimento direto (Metals Handbook, 1989). Porém é possível obter-se um melhor acabamento superficial, já que a parte externa e a parte interna se alternam durante o processo (Dieter, 1988).

MATERIAL	Redução para 1ª etapa	Redução demais etapas
Aço acalmado com Al	0,55 - 0,60	0,75 - 0,80
Aço Inox	0,50 - 0,55	0,80 - 0,85
Latão	0,50 - 0,55	0,75 - 0,80
Alumínio	0,53 - 0,60	0,80

Tabela 2.3 - Valores práticos de redução aplicados nas etapas de reembutimento (Berruti, 1959 ).

### 2.3.6 - Projeto de Ferramentas de Embutimento Profundo.

O projeto de ferramentas para embutimento profundo segue uma rotina preestabelecida que se baseia em conhecimentos adquiridos anteriormente pelos Engenheiros e Projetistas envolvidos. Com a implantação de ferramentas computacionais, esses métodos de desenvolvimento dos projetos estão se alterando (Mouch, 1989).

Inicialmente com a implantação de CAD (“Computer Aided Design”), as etapas de desenvolvimento dos desenhos se agilizaram; depois, os métodos de fabricação das peças que compõem a ferramenta se alteraram com a implantação de máquinas com comando numérico e o CAM (“Computer Aided Manufacturing”). Mesmo com a introdução destas técnicas, o desenvolvimento do projeto seguia o fluxograma da figura 2.15.

No fluxograma mostrado o principal problema é a determinação de qual é o limite máximo de embutimento (LDR). Os critérios utilizados para o projeto das ferramentas são extremamente conservadores, o que significa que muitas peças que poderiam ser fabricadas em uma etapa, estão sendo submetidas a reembutimentos desnecessários. Por outro lado muitas ferramentas são desperdiçadas, ao determinar-se que só uma etapa é suficiente e nos testes da ferramenta descobre-se que serão necessários reembutimentos para atingir-se a forma desejada.

Como os fatores que influem no LDR são muitos, é necessário um modelo matemático que possa levar em consideração todas as variáveis. Somente métodos computacionais, entre os quais o Método de Elementos Finitos, podem ser utilizados fornecendo resultados precisos e confiáveis.

A utilização desses métodos altera o fluxograma da figura 2.15 para a forma mostrada na figura 2.16. O Método dos Elementos Finitos apresentará as deformações que atuam durante o processo. Se essas deformações ultrapassarem limites críticos, deve-se alterar parâmetros do processo para diminuí-las a níveis aceitáveis.

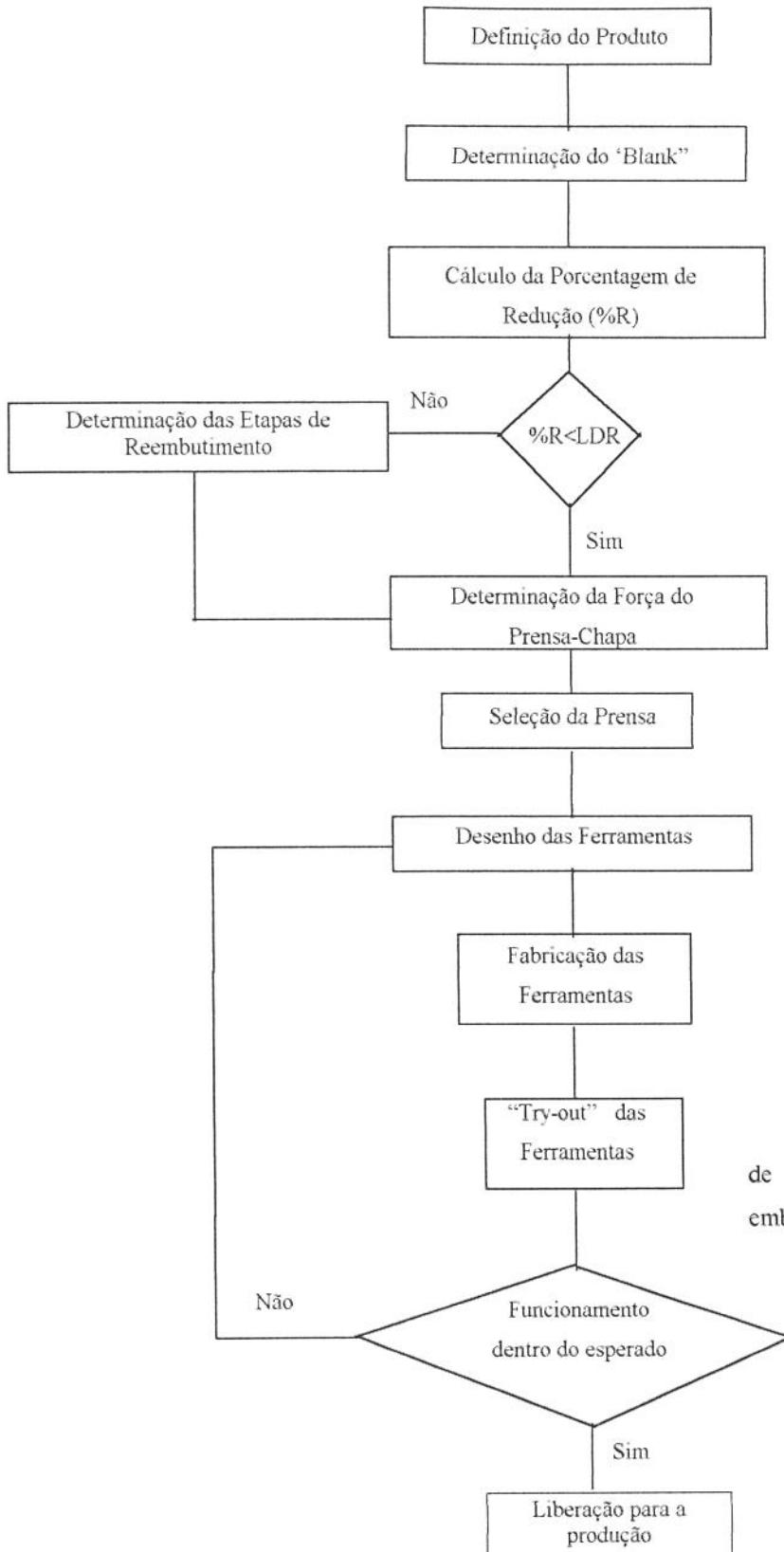


Figura 2.15 - Fluxograma de projeto para ferramentas de embutimento profundo.

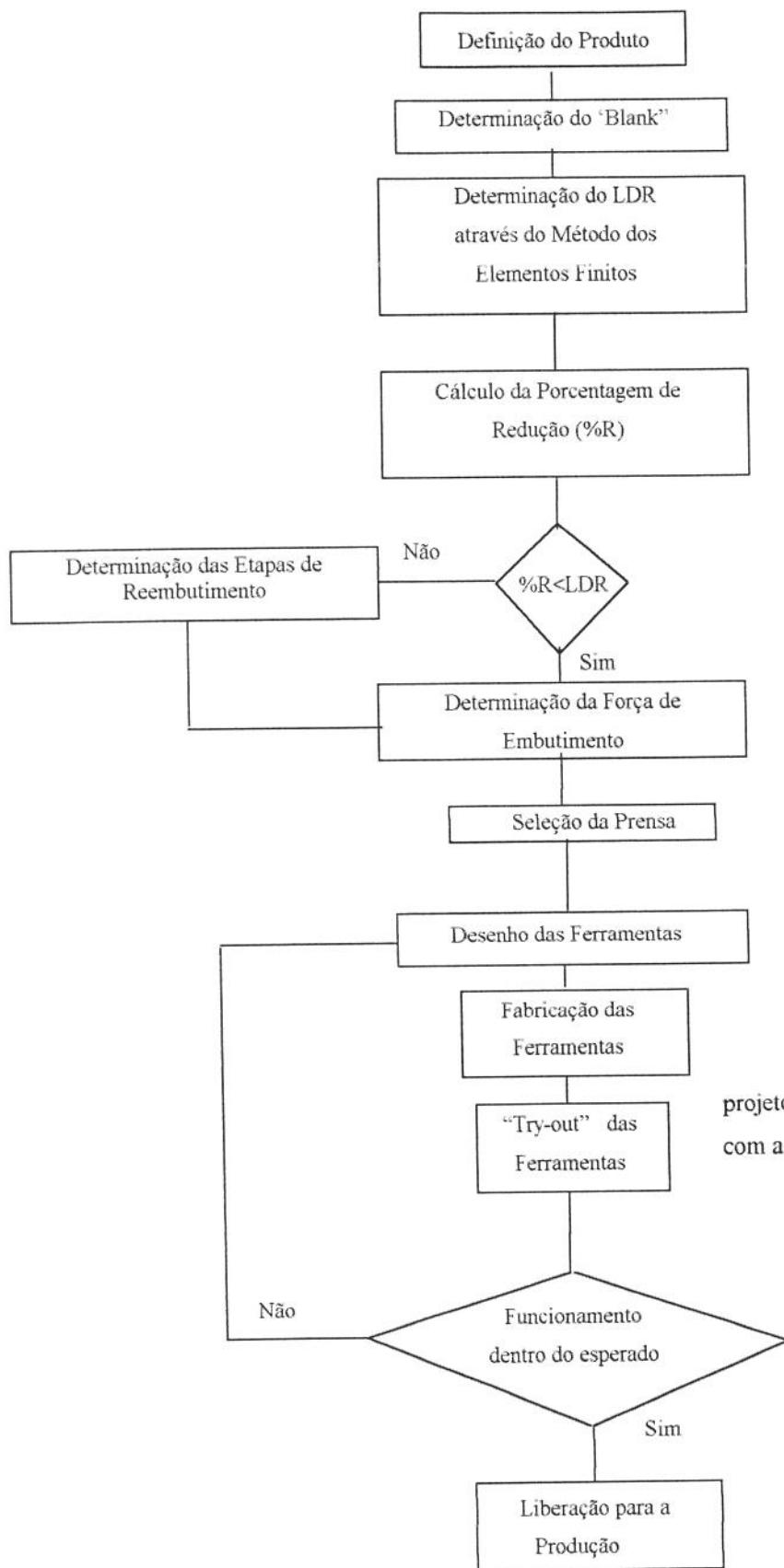


Figura 2.16 - Fluxograma alterado de projeto de ferramenta para embutimento profundo com a adoção do Método dos Elementos Finitos.

### 3. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

#### 3.1 INTRODUÇÃO AO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Com o desenvolvimento dos computadores iniciado nos anos 70, os métodos computacionais de cálculo estrutural obtiveram um grande salto de desenvolvimento e aplicação. Desses métodos, o que mais se desenvolveu foi o Método dos Elementos Finitos ( MEF ).

Inicialmente desenvolvido para sistemas lineares, onde as tensões são linearmente proporcionais às deformações, com o aumento da velocidade de processamento dos computadores o MEF passou a ser aplicado à sistemas não lineares, como por exemplo plasticidade, onde as tensões não são linearmente proporcionais às deformações, fazendo com que o processamento seja realizado de forma iterativa, para que seja encontrada a curva dos carregamentos ou dos deslocamentos que representam o fenômeno.

O Método dos Elementos Finitos pode fornecer aos projetistas informações importantes para que o ferramental seja desenvolvido de maneira satisfatória. As informações que o método fornece serão tanto mais próximas da realidade, quanto mais preciso for o modelo matemático do material, do atrito e da rigidez das ferramentas adotado.

Como a simulação da conformação mecânica é cada vez mais uma necessidade da indústria, nos anos 80, vários pesquisadores desenvolveram programas utilizando o Método dos Elementos Finitos, para trabalhar principalmente com modelagem axissimétrica de forjamento, extrusão e estampagem. No início dos anos 90, programas comerciais de Elementos Finitos, passaram a resolver também modelagens não-lineares, como o ANSYS e o MSC/NASTRAN e alguns softwares foram desenvolvidos exclusivamente com esta finalidade, como por exemplo o DYTRAN e LS-DYNA.

As análises inicialmente bidimensionais, podem hoje ser realizadas de forma tridimensional, aumentando a riqueza das informações, mas com o inconveniente de serem dispendiosas com relação ao tempo de processamento.

Neste capítulo será apresentada a teoria do Método dos Elementos Finitos que foi aplicada ao desenvolvimento da modelagem da estampagem profunda cilíndrica. Esta teoria está implementada no software ANSYS - Versão 5.0A.

### 3.2 MODELAGEM DO MATERIAL

#### 3.2.1 - Relação Tensão x Deformação

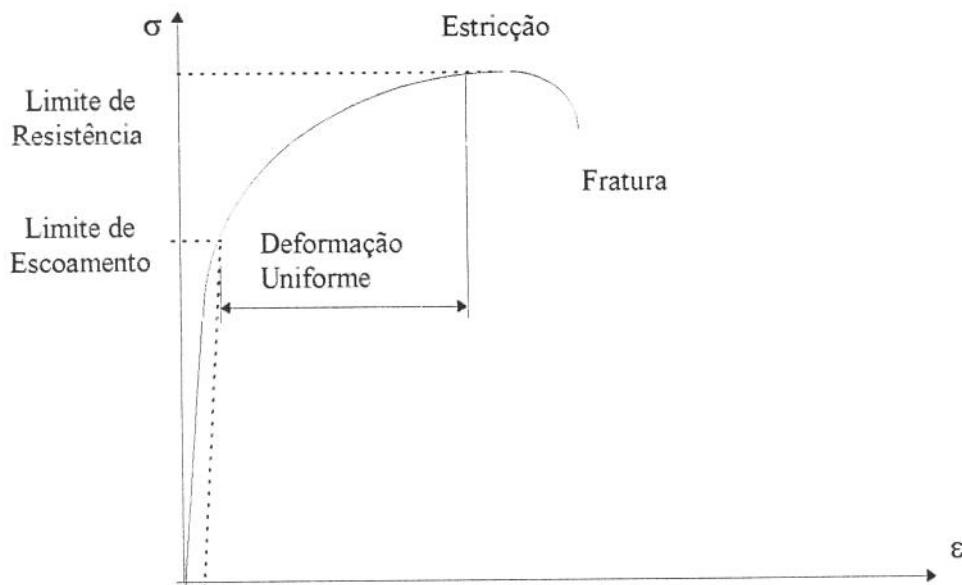


Figura 3.1 - Curva Tensão x Deformação obtida através do ensaio uniaxial de tração.

No ensaio uniaxial de tração, após a passagem da região linear onde a tensão é proporcional à deformação, surge a região não linear, onde as deformações não são mais totalmente reversíveis, como no primeiro trecho. Quando ultrapassado o limite de resistência, ocorre a instabilidade plástica ou estricção.

Pode-se dividir a curva Tensão x Deformação em dois trechos de interesse para fins práticos:

1 - Até o escoamento, onde o material segue a Lei de Hooke.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (3.1)$$

2 - Após o escoamento, onde deve-se trabalhar com as deformações verdadeiras ou de Hencky .

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{l_1}{l_0}\right) \quad (3.2)$$

Pode-se aproximar a curva do ensaio, dentro da região de deformação uniforme através da equação exponencial:

$$\sigma = k \cdot \varepsilon^n \quad (3.3)$$

Para condições diferentes daquelas do ensaio de tração uniaxial, quando o corpo apresenta um estado complexo de tensões, a determinação do estado que provocará o escoamento deve ser realizada através de critérios. Os mais utilizados são:

1 - Critério de Tresca ou da Tensão Cisalhante Máxima.

$$\sigma_0 = \sigma_1 - \sigma_3 \quad \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad (3.4)$$

2 - Critério de von Mises ou da Energia de Distorção.

$$k^2 = J_2 \quad (3.5)$$

$$J_2 = \frac{1}{6} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 \right]$$

Onde:

$$k = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \text{ - Tensão de escoamento ao cisalhamento para o critério de von Mises.}$$

Para o estado plano de tensões onde  $\sigma_3 = 0$  tem-se:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2 = \sigma_0^2 \quad (3.6)$$

No item 2.3.3 foi mostrado o critério de von Mises para materiais anisotrópicos. Comparando-se as expressões, observa-se que as tensões atuantes neste tipo de material devem ser maiores do que nos materiais isotrópicos para que iniciem o escoamento.

Nos estados complexos, a tensão equivalente apresenta-se como sendo um vetor das componentes individuais, para serem montadas na equação do critério de escoamento (ANSYS, Theory Manual).

$$\sigma_e = f(\{\sigma\}) \quad (3.7)$$

Quando a tensão equivalente ultrapassa a tensão limite de escoamento:

$$\sigma_0 = f(\{\sigma\}) \quad (3.8)$$

o material passa a apresentar deformações permanentes e portanto tensões plásticas.

#### a - Lei de Escoamento.

A Lei de Escoamento determina a direção da deformação plástica.

$$\left\{ d\varepsilon^p \right\} = \lambda \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \quad (3.9)$$

Onde:

$\lambda$  - Multiplicador plástico (que determina a quantidade de deformação plástica).

$Q$  - Função da tensão denominada potencial plástico (que determina a direção da deformação plástica).

A função  $Q$  normalmente é o critério de escoamento que foi adotado para o material. É denominada associativa e as deformações plásticas acontecem na direção normal à superfície de escoamento.

#### b - Lei de Encruamento

A Lei de Encruamento descreve a mudança da superfície de escoamento com o progresso do aumento das tensões, de maneira que as condições para que o subsequente aumento da deformação possa ser estabelecido.

Duas leis básicas são determinadas:

##### 1 - Encruamento por Trabalho Plástico

A superfície de escoamento permanece centrada sobre as linhas da origem e a elipse de escoamento vai aumentando de tamanho com o aumento das deformações plásticas, isto é denominado encruamento isotrópico e mostrado na figura 3.2 (a).

## 2 - Encruamento Dinâmico

A elipse gerada pelo critério de escoamento permanece do mesmo tamanho só que varia a posição de seu centro através de translação, que ocorre com o aumento da deformação plástica, figura 3.2(b).

### c - Incremento de Deformação Plástica

As deformações plásticas reduzem o estado de tensão, de maneira que isto satisfaça o critério de escoamento. Baseado nesta teoria deve-se calcular o incremento plástico de deformação que será utilizado na interação seguinte durante o processamento.

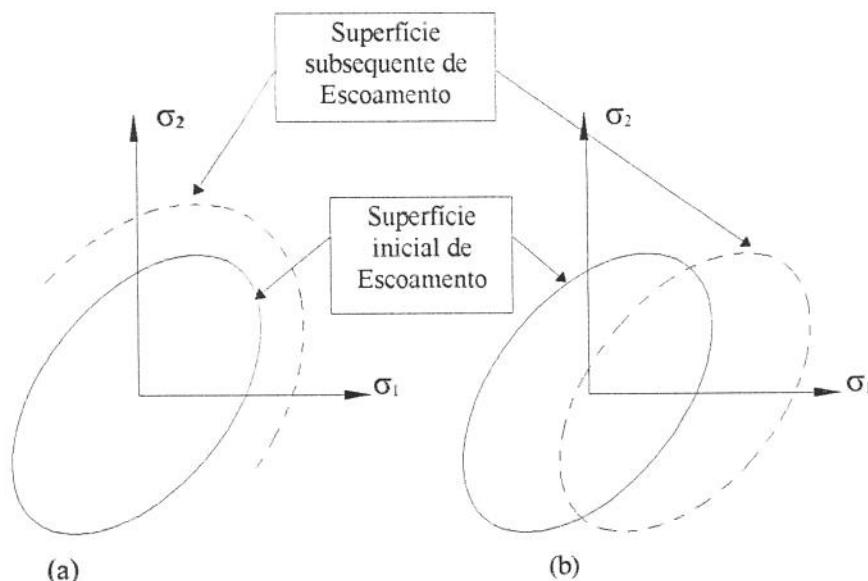


Figura 3.2 - Leis de encruamento. (a) Encruamento Isotrópico

(b) Encruamento Dinâmico.

Dependendo do modelo de Lei de Encruamento adotado, o critério de escoamento se altera. Incorporando-se este fenômeno à equação (3.8) tem-se:

$$F(\{\sigma\}, \chi, \{\alpha\}) \quad (3.10)$$

Onde:

$\chi$  - Trabalho Plástico

$\{\alpha\}$  - Translação da Superfície de Escoamento

$\chi$  e  $\{\alpha\}$  são denominadas variáveis internas ou de estado.

O trabalho plástico total será a soma das parcelas de trabalho plástico ao longo do carregamento.

$$\chi = \int \{\sigma\}^T \cdot \{d\varepsilon^{pl}\} \quad (3.11)$$

A translação ou crescimento da superfície de escoamento é dada por:

$$\{\alpha\} = \int C \cdot \{d\varepsilon^{pl}\} \quad (3.12)$$

Onde:

C - Parâmetro do tipo de modelo matemático de material.

Diferenciando-se a equação (3.10) tem-se:

$$dF = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \cdot \{d\sigma\} + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \chi} \right\} \cdot d\chi + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \alpha} \right\}^T \{\alpha\} = 0 \quad (3.13)$$

Da equação (3.11):

$$d\chi = \{\sigma\}^T \cdot \{d\varepsilon^{pl}\} \quad (3.14)$$

Da equação (3.12):

$$\{\alpha\} = C \cdot \{d\varepsilon^{pl}\} \quad (3.15)$$

Rescrevendo a equação (3.13):

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \cdot \{d\sigma\} + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \chi} \right\} \{\alpha\} + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \alpha} \right\}^T \cdot C \cdot \{d\varepsilon^{pl}\} = 0 \quad (3.16)$$

O incremento da tensão pode ser calculado através das relações elásticas de tensões e deformações.

$$\{d\sigma\} = [D]\{d\varepsilon^{el}\} \quad (3.17)$$

Sendo:

$$\{d\varepsilon^{el}\} = \{d\varepsilon\} - \{d\varepsilon^{pl}\} \quad (3.18)$$

desde que a deformação possa ser dividida em parte elástica e plástica.

Substituindo-se a equação (3.9) nas equações (3.16) e (3.18) e combinando-se com as equações (3.16), (3.17) e (3.18).

$$\lambda = \frac{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \cdot [D] \cdot \{d\varepsilon\}}{-\frac{\partial F}{\partial \chi} \cdot \{\sigma\}^T \cdot \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} - C \left\{ \frac{\partial F}{\partial \alpha} \right\}^T \cdot \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \right\} + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \alpha} \right\}^T \cdot [D] \cdot \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\}} \quad (3.19)$$

O tamanho do incremento de deformação plástica é relacionado ao incremento total da deformação para o estado de tensões atuais, à forma especificada do escoamento e o potencial das superfícies. A deformação plástica é então calculada utilizando-se a equação (3.9).

#### d - Implementação

A implementação computacional do cálculo do incremento plástico, utilizará a formulação Euleriana para aumentar a condição de estabilidade do Método de Newton-Raphson apresentado no item 3.7. Esta formulação está baseada nas deformações infinitesimais, as variáveis independentes são as coordenadas de um ponto no estado deformado, no tempo considerado. Isto assegura que as tensões atuais, deformações e variáveis internas estarão na superfície de escoamento. O algoritmo para esta implementação está descrito abaixo.

- 1- Atinge-se a tensão de escoamento, segundo o critério adotado, para o tempo considerado.

2 - As tensões são calculadas com base nas deformações “de prova”, ou seja, utilizando a deformação total menos a deformação plástica do tempo anterior.

$$\{\varepsilon_n^{pro}\} = \{\varepsilon_n\} - \{\varepsilon_{n-1}^{pl}\} \quad (3.20)$$

Onde os índices subscritos referem-se ao tempo, n para o atual e n-1 para o tempo anterior.

As tensões de prova serão:

$$\{\sigma^{pro}\} = [D] \cdot \{\varepsilon^{pro}\} \quad (3.21)$$

3 - Se a tensão equivalente calculada é menor que a tensão de escoamento, serão incrementadas tensões elásticas e não tensões plásticas.

4 - Se a tensão equivalente exceder o escoamento, o multiplicador  $\chi$  é determinado por iteração local do Método de Newton-Raphson Pleno (Simo e Taylor, 1985).

5 -  $\{\Delta\varepsilon^{pl}\}$  é calculado pela equação (3.9).

6 - A deformação plástica é obtida por:

$$\{\varepsilon_n^{pl}\} = \{\varepsilon_{n-1}^{pl}\} + \{\Delta\varepsilon^{pl}\} \quad (3.22)$$

A deformação elástica é obtida por:

$$\{\varepsilon^{el}\} = \{\varepsilon^{pro}\} - \{\Delta\varepsilon^{pl}\} \quad (3.23)$$

7 - Os incrementos no trabalho plástico ( $\Delta\chi$ ) e no deslocamento do centro da superfície de escoamento ( $\Delta\alpha$ ) são obtidos pelas equações (3.14) e (3.15).

$$\chi_n = \chi_{n-1} + \Delta\chi \quad (3.24)$$

$$\{\alpha_n\} = \{\alpha_{n-1}\} + \{\Delta\alpha\} \quad (3.25)$$

8 - Os resultados obtidos no tempo atual serão:

- Deformação plástica equivalente -  $\hat{\varepsilon}^{pl}$
- Incremento de deformação plástica equivalente -  $\Delta\hat{\varepsilon}^{pl}$

$$\Delta\hat{\varepsilon}^{pl} = \left( \frac{2}{3} \left\{ \Delta\varepsilon^{pl} \right\}^T \cdot \left\{ \Delta\varepsilon^{pl} \right\} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.26)$$

- Parâmetro de tensão equivalente -  $\hat{\sigma}_e^{pl}$

Os resultados variam de acordo com o tipo de modelo matemático adotado para o material. Neste estudo, como o elemento que será utilizado para a modelagem da chapa admite somente material isotrópico, este será modelado de acordo com esta teoria.

#### e - Matriz de Deformação Elasto-Plástica

A matriz obtida através da iteração local do Método de Newton-Raphson Pleno utilizado no item 4 da implementação computacional é chamada de matriz elasto-plástica ou matriz tangente e é gerada através da aproximação da curva real Tensão x Deformação, obtida no ensaio de tração uniaxial. Para a chapa a ser embutida será utilizado o modelo Multilinear, que divide a curva em pequenos segmentos de reta.

#### f - Modelo Mutilinear Isotrópico

Este modelo utiliza o critério de escoamento de von Mises com regra de escoamento associado e encruamento isotrópico.

A tensão equivalente da equação (3.7) é:

$$\sigma_e = \left( \frac{3}{2} \{s\}^T \cdot \{s\} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.27)$$

Onde:

$\{s\}$  - vetor da tensão reduzida

$$\{s\} = \{\sigma\} - \sigma_m \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.28)$$

$\sigma_m$  - tensão hidrostática

$$\sigma_m = \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (3.29)$$

Quando uma dada tensão ( $\sigma_k$ ) iguala-se à tensão de escoamento o material começa a escoar e assim:

$$F = \frac{3}{2} [\{s\}^T \cdot \{s\}] - \sigma_k = 0 \quad (3.30)$$

Para o encruamento,  $\sigma_k$  é uma função da quantidade de trabalho plástico e pode ser determinada diretamente, para materiais isotrópicos, através da deformação plástica equivalente e da curva tensão real x deformação real (figura 3.3).

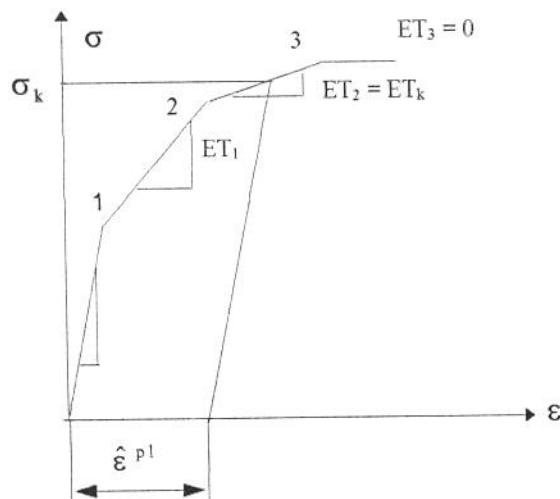


Figura 3.3 - Exemplo do modelo multilinear isotrópico e a determinação do  $\sigma_k$ .

### 3.3 MODELAGEM DO CONTATO

Nas análises de conformação plástica é muito importante a modelagem do contato entre a ferramenta e peça que está sendo trabalhada, devido ao atrito. Na modelagem matemática, através do MEF, para que ocorra contato entre duas superfícies é necessária a utilização de elementos, chamados elementos de contato.

### 3.3.1 - Elemento de Contato

Os elementos de contato descrevem basicamente duas condições:

- Aberto, ou seja, não ocorre o contato ou
- Fechado, ocorre o contato.

Para a modelagem será utilizado o elemento de contato com 3 nós chamado CONTAC48. Nesse elemento, para que seja estabelecido o contato, o nó que está na superfície de saída (nó K) deve penetrar na linha definida pelos nós na superfície “alvo” (nós I e J), como mostrado na figura 3.4.

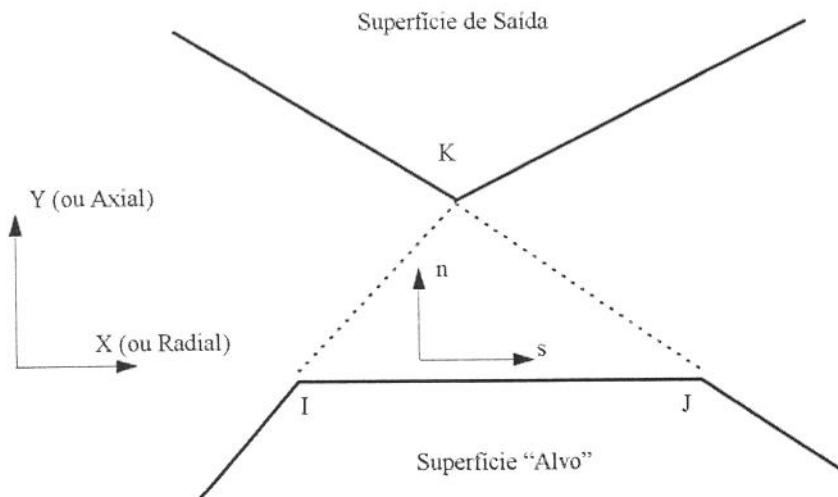


Figura 3.4 - Elemento de contato - CONTAC48

Esse tipo de definição de contato é denominado algoritmo “Pinball”.

Após assumir o contato, começa a ocorrer a transmissão da força entre as duas superfícies. A posição dos nós no sistema local de coordenadas dos elementos está mostrada na figura 3.5.

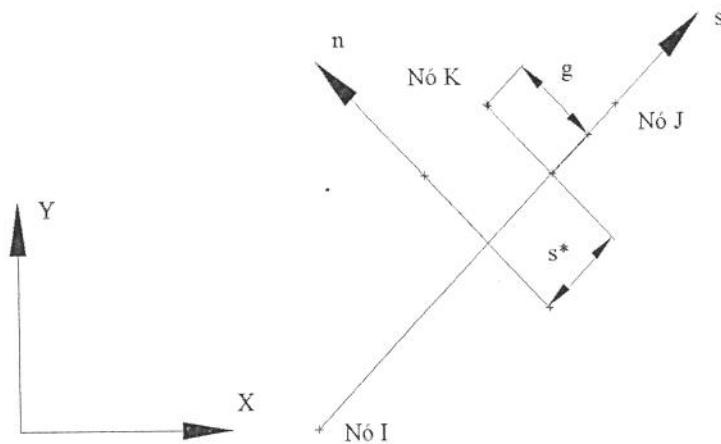


Figura 3.5 - Posição do nó de contato no sistema local do elemento.

Escrevendo vetorialmente a posição dos nós tem-se:

$$\{n\} = \{v\} \times \{s\} \quad (3.31)$$

$$\{s\} = \frac{(\{x_J\} - \{x_I\})}{L} \quad (3.32)$$

Onde

$\{v\}$  - versor normal ao plano X-Y global

$\{x_I\}$  - vetor posição do nó I

$\{x_J\}$  - vetor posição no nó J

L - comprimento do segmento entre o nó I e o nó J.

No sistema local de coordenadas s-n determina-se distância g do nó K à linha definida pelos nós I-J e a posição  $\{s^*\}$ .

$$g = (\{x_K\} - \{x_I\})^T \cdot \{n\} \quad (3.33)$$

$$s^* = -1 + 2 \frac{[(\{x_K\} - \{x_I\})^T \{s\}]}{L} \quad (3.34)$$

Onde:

$\{x_K\}$  - vetor posição do nó K

Quando o valor de g é negativo, assume-se que o nó K atravessou a linha definida pelos nós I-J, portanto está ocorrendo o contato e a transferência de força entre as superfícies.

### 3.3.2 - Forças de Contato

As forças de contato que surgem podem ser divididas em dois grupos:

- Forças normais.
- Forças tangenciais ou de atrito.

Para satisfazer a condição de contato, utiliza-se o algoritmo denominado de Método “Penalty”. Desta forma tem-se:

Força Normal

$$f_n = \begin{cases} K_n \cdot g & \text{se } g \leq 0 \\ 0 & \text{se } g > 0 \end{cases} \quad (3.35)$$

Onde:

$K_n$  - rigidez de contato

Força Tangencial

Sem Atrito

$$f_s = 0 \quad (3.36)$$

O modelo de atrito que será utilizado para a simulação é o Coulomb Elástico, no qual as deformações elásticas dos nós I-J são consideradas.

Para o cálculo da força tem-se:

- Movimento tangencial total

$$u_s = \frac{1}{2} \cdot (s^* - s_0^*) \cdot L \quad (3.37)$$

Onde:

$s_0^*$  - é a posição de contato prévia em que ocorreu a convergência

O movimento tangencial pode ser decomposto em:

$$u_s = u_s^e + u_s^s \quad (3.38)$$

Onde:

$u_s^e$  - deformação tangencial elástica

$u_s^s$  - deformação tangencial de deslizamento ou inelástica

A força tangencial será:

$$f_s = \begin{cases} Kt \cdot u_s^e < F \cdot \bar{f}_s & \text{Para tracão antes do deslizamento} \\ \bar{f}_s & \text{Para o deslizamento} \end{cases} \quad (3.39)$$

Onde:

$Kt$  - rigidez de aderência

$\bar{f}_s$  - força limite de aderência para o modelo de Coulomb.

$F$  - valor da razão entre o coeficiente de atrito estático e dinâmico.

Quando inicia-se o deslizamento:

$$\bar{f}_s = -\mu \cdot f_n \quad (3.40)$$

O elemento CONTAC48 pode trabalhar também com o modelo de atrito de Coulomb Rígido onde são desprezados os efeitos das deformações elásticas. Neste modelo assim que ocorrer o contato entre o nó K e a linha definida pelos nós I-J, esse nó estará deslizando, assim a força tangencial será:

$$f_s = \frac{u_s}{|u_s|} \cdot \bar{f}_s \quad (3.41)$$

Este modelo de atrito foi utilizado nos trabalho realizados por Guo et al (1990) e Gontier (1994).

### 3.3.3 - Matriz de Rigidez e Vetor Carregamento

Para a determinação da matriz de rigidez e do vetor carregamento utiliza-se a notação mostrada na figura 3.6.

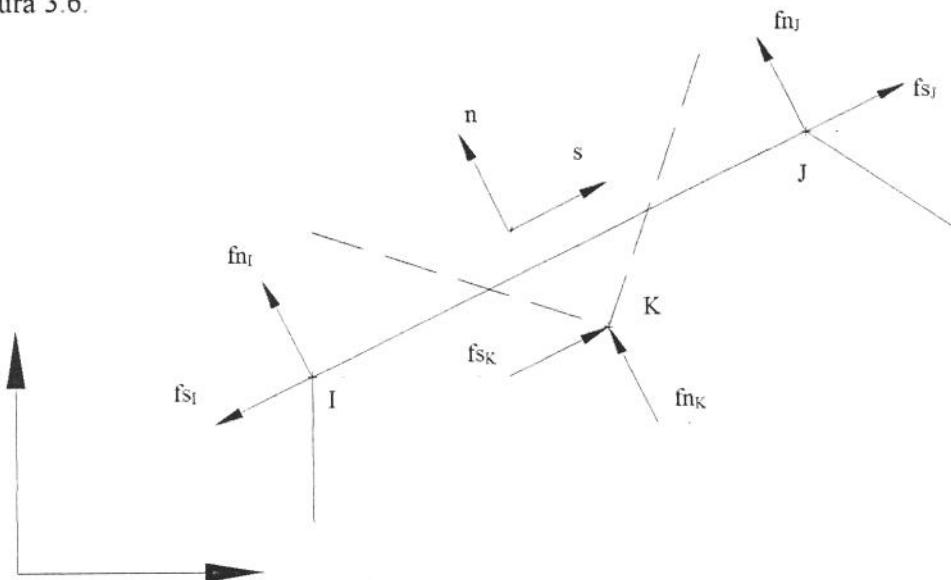


Figura 3.6 - Forças de contato

Para que ocorra balanço nas forças tem-se:

Força Normal

$$f_{n_K} = f_{n_I} + f_{n_J} = f_n \quad (3.42)$$

Força Tangencial

$$f_{s_K} = f_{s_I} + f_{s_J} = f_s \quad (3.43)$$

Os vetores de interpolação na direção  $s$  do sistema de coordenadas local, serão determinados para o ponto ( $s=s^*$ ) do nó K no plano de contato, onde  $s^*$  é adimensional e varia de -1 a +1.

$$\{N_n\} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2}(1-s^*) & 0 & -\frac{1}{2}(1+s^*) & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (3.44)$$

$$\{N_s\} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(1-s^*) & 0 & -\frac{1}{2}(1+s^*) & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.45)$$

Utilizando-se os vetores acima, o vetor carregamento do elemento (força restabelecida do Método de Newton-Raphson) será:

$$\{F_L^{NR}\} = f_n.\{N_n\} + f_s.\{N_s\} \quad (3.46)$$

A matriz de rigidez do elemento de contato varia de acordo com a condição de atrito e é formada pelo produto dos vetores de interpolação (Wringgers et al ,1990 e Parish 1989).

$$[K_L] = \begin{cases} K_n.\{N_n\}.\{N_n\}^T + K_s.\{N_s\}.\{N_s\}^T & \text{Se ocorre contato} \\ K_n.\{N_n\}.\{N_n\}^T & \text{Se ocorre somente deslizamento ou não existe atrito} \\ [0] & \text{Se não existe contato definido} \end{cases} \quad (3.47)$$

### 3.4 ELEMENTO PARA GRANDES DEFORMAÇÕES

Em processos de conformação plástica, o material que está sendo conformato passa por grandes deformações. Isto faz com que os elementos que são utilizados para modelar esses materiais, tenham a capacidade de suportar grandes deformações (figura 3.7).

Para a modelagem da chapa a ser embutida será utilizado o elemento VISCO106. Este elemento possui a formulação adequada para trabalhar com grandes deformações, apresenta volume constante durante o processamento e pode ser viscoplastico (os esforços dependem da taxa de deformação (Anand, 1985)) ou então elasto-plástico (os esforços não dependem da taxa de deformação), apresenta 4 nós e 3 graus de liberdade por nó (deslocamentos nas direções X, Y, Z).

O conceito teórico básico deste tipo de elemento é Lagrangeano (vide Apêndice A), as deformações são logarítmicas (ou de Hencky) e as tensões são as verdadeiras (ou de Cauchy).

O material utilizado nas modelagens com este tipo de elemento deve ser isotrópico e as deformações elásticas devem ser desprezíveis em comparação às deformações plásticas.

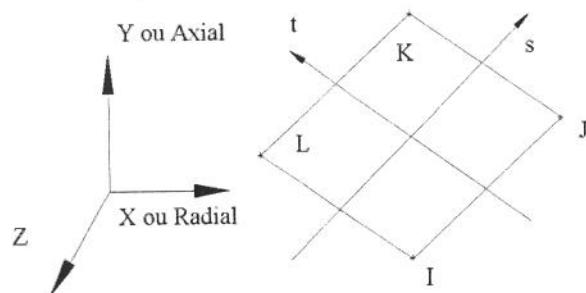


Figura 3.7 - Elemento VISCO106

### 3.4.1 - Matriz Tangente do Elemento VISCO 106 e a Força Restabelecida de Newton-Raphson

Por suas características, este elemento possui formulação altamente não-linear, o que torna necessário trabalhar com o Método de Newton-Raphson Pleno, assim sendo a força restabelecida é dada por:

$$\{F^{NR}\} = \int_{vol} [B]^T \cdot \{\sigma\} \cdot d(vol) \quad (3.48)$$

Onde:

$[B]$  - matriz de deformação- deslocamento

$\{\sigma\}$  - tensão de Cauchy

Decompõem-se a tensão de Cauchy em:

$$\{\sigma\} = \{\sigma'\} - \{q\}^T \cdot P \quad (3.49)$$

Onde:

$\{\sigma'\}$  - tensão reduzida de Cauchy

$$\{q\} = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T$$

$$P = -\frac{1}{3} \cdot (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

A pressão está interpolada separadamente para respeitar a incompressibilidade associada com as grandes deformações plásticas (Oden e Kikuchi, 1982).

Rescrevendo a equação (3.48)

$$\{F^{NR}\} = \int_{vol} [B]^T \cdot \{\sigma'\} \cdot d(vol) - \int_{vol} [B]^T \cdot \{q\} \cdot P \cdot d(vol) \quad (3.50)$$

Durante o escoamento plástico a incompressibilidade é respeitada através da inclusão da equação adicional:

$$\int_{vol} [N^P]^T \cdot (\Delta J - \Delta \hat{J}) \cdot (\Delta P) \cdot d(vol) = 0 \quad (3.51)$$

Onde:

$[N^P]$  - matriz função de forma associada ao carregamento de pressão interpolado independentemente.

$\Delta J$  - determinante do gradiente de deformação relativa (ou a mudança relativa de volume).

$\Delta \hat{J}$  - função constitutivamente prescrita, expressando a relação de mudança da pressão-volume.

$$\Delta \hat{J} = e^{-\frac{\Delta P}{k^*}} \quad (3.52)$$

$$k^* = \frac{E}{(3 \cdot (1 - 2 \cdot v))} \quad (3.53)$$

Onde:

$\Delta P$  - incremento de pressão

$k^*$  - módulo elástico de volume para o material

A tensão total de Cauchy, é determinada encontrando-se a parte reduzida das equações constitutivas, usando as deformações calculadas através dos deslocamentos nodais e subtraindo-se a tensão hidrostática interpolada separadamente.

$$\{\bar{\sigma}\} = \{\sigma'\} - \{q\} P_0 \quad (3.54)$$

Onde:

$P_0$  - interpolada do campo de pressões

Para análise estática, a matriz de rigidez é construída pela evolução do Jacobiano exato do sistema discretizado. A matriz tangente do elemento é composta por uma parte constitutiva e uma parte geométrica, assim tem-se:

$$\begin{bmatrix} k^{uu} & k^{up} \\ k^{pu} & k^{pp} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta P \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} F^u \\ F^p \end{Bmatrix} \quad (3.55)$$

Onde:

$\{F\}$  - forças nodais externas

$\{\Delta u\}, \{\Delta P\}$  - incrementos de deslocamento e pressão

$$\{F^u\} = \int_{vol} [B]^T \cdot \{\bar{\sigma}\} d(vol) \quad (3.56)$$

$$\{F^p\} = \int_{vol} [N^p]^T \cdot (\Delta J - \Delta \hat{J} \cdot (\Delta P)) d(vol) \quad (3.57)$$

$$[K^{uu}] = \frac{\partial}{\partial u} \left[ \int_{vol} [B]^T \cdot \{\bar{\sigma}\} d(vol) \right] \quad (3.58)$$

$$[K^{up}] = [K^{pu}]^T = \frac{\partial}{\partial P} \left[ \int_{vol} [B]^T \cdot \{\bar{\sigma}\} d(vol) \right] \quad (3.59)$$

$$[K^{pp}] = \frac{\partial}{\partial P} \left[ \int_{vol} [N^p]^T \cdot (\Delta J - \Delta \hat{J} \cdot (\Delta P)) d(vol) \right] \quad (3.60)$$

Para manter a estabilidade da matriz tangente, tanto a parte constitutiva, quanto a parte geométrica são importantes, mas a eficiência e a estabilidade numérica mostram-se diferentes. A melhoria da estabilidade geométrica é conseguida com a inclusão da rigidez de tensão ou rigidez geométrica ("stress stiffness"). A simetria da matriz é mantida assumindo-se pequenos incrementos de deformação para a parte constitutiva e ignorando-se a mudança de volume durante o passo do carregamento para a parte geométrica, maiores detalhes sobre esta matriz podem ser encontrados em Weber et al (1990).

### 3.5 RIGIDEZ DE TENSÃO OU RIGIDEZ GEOMÉTRICA

Rigidez de tensão é o reforço (ou enfraquecimento) de uma estrutura devido ao estado de tensões atuantes. Este efeito é necessário que seja considerado em estruturas que apresentem rigidez

à flexão muito menor que a rigidez axial, como barras finas, cabos e cascas. A rigidez de tensão aumenta a matriz de rigidez regular não-linear produzida por efeitos de grandes deformações ou grandes deflexões. Seu efeito é considerado pelo uso de uma matriz de rigidez adicional chamada de matriz de rigidez de tensão, que é adicionada à matriz regular de rigidez para gerar a rigidez total. O cálculo da matriz de rigidez devido a tensão é baseado no estado de tensões da iteração anterior na qual foi encontrada a convergência.

### 3.6 TEORIA DAS GRANDES DEFORMAÇÕES

A teoria das grandes deformações pode ser definida como o campo das quantidades físicas de movimento e deformações e suas relações matemáticas. A aplicação de carregamentos atuando em um corpo, obriga este a se mover de uma posição para outra. O movimento pode ser definido estudando-se o vetor posição na sua configuração não-deformada e na posição deformada.

Chamando-se os vetores na configuração não-deformada de  $\{X\}$  e na deformada de  $\{x\}$ , o vetor deslocamento  $u$ , será (figura 3.8):

$$\{u\} = \{x\} - \{X\} \quad (3.61)$$

O gradiente de deformação é definido por:

$$[F] = \frac{\partial \{x\}}{\partial \{X\}} \quad (3.62)$$

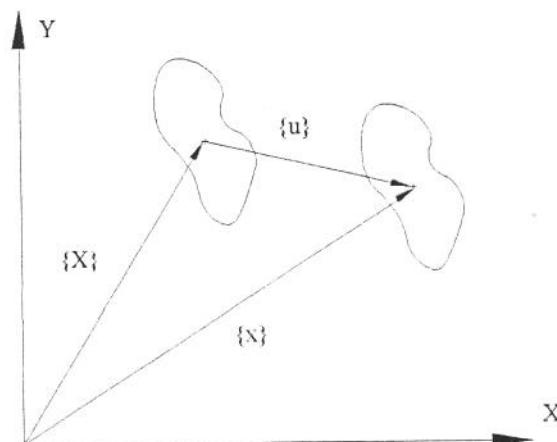


Figura 3.8 - Vetores de posição do corpo no estado deformado e não-deformado

Pode-se escrever a equação (3.62) em função do deslocamento do ponto:

$$[F] = [I] + \frac{\partial \{u\}}{\partial \{X\}} \quad (3.63)$$

Onde:

$[I]$  - matriz identidade

As informações contidas no gradiente de deformação  $[F]$  incluem a mudança de volume, a rotação e a mudança de forma do corpo deformado. A mudança de volume para um ponto é calculada por:

$$\frac{dV}{dV_0} = \det[F] \quad (3.64)$$

Onde:

$V_0$  - volume original

$V$  - volume atual

$\det [ ]$  - determinante da matriz

Pode-se separar o gradiente de deformação  $[F]$  em duas partes - a rotação e a mudança de forma, utilizando-se o teorema da decomposição polar.

$$[F] = [R][U] \quad (3.65)$$

Onde:

$[R]$  - matriz rotação

$[U]$  - matriz da mudança de forma

A matriz  $[U]$  sendo conhecida, a deformação logarítmica será:

$$[\varepsilon] = \ln[U] \quad (3.66)$$

Observação:  $[\varepsilon]$  está na forma de tensor (matricial), ao invés da forma vetorial usual.

Sendo  $[U]$  um tensor de 2<sup>a</sup> ordem, a equação (3.66) pode ser determinada através de:

$$[\varepsilon] = \sum_{i=1}^3 \ln(\lambda_i) \cdot \{e_i\} \cdot \{e_i\}^T \quad (3.67)$$

Onde:

$\lambda_i$  - autovalores de  $[U]$  (deformações principais)

$\{e_i\}$  - autovetores de  $[U]$  (direções principais)

O teorema da decomposição polar extrai a rotação  $[R]$  que representa a média das rotações do material em torno de um ponto. As linhas do material inicialmente ortogonais em geral, não serão mais depois da deformação (devido ao cisalhamento). A decomposição polar desta deformação indicará que elas permanecerão ortogonais (linhas X'e Y'). Por este motivo, materiais não isotrópicos devem ser usados cuidadosamente em modelos com grandes deformações, principalmente se elas ocorrerem por cisalhamento.

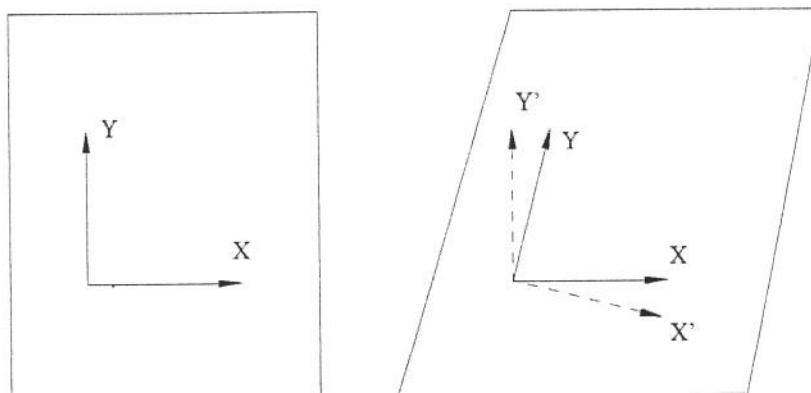


Figura 3.9- Decomposição polar devido ao cisalhamento

#### a - Implementação

Computacionalmente, a equação (3.66) é determinada para o elemento VISCO106, através do método desenvolvido por Weber et al (1990).

$$[\varepsilon] = \int d[\varepsilon] \approx \sum [\Delta\varepsilon_n] \quad (3.68)$$

Sendo:

$$[\Delta \varepsilon_n] = \ln [\Delta U_n] \quad (3.69)$$

Onde  $[\Delta U_n]$  é a matriz de incrementos de deformação calculada do gradiente de deformação incremental.

$$[\Delta F_n] = [\Delta R_n] [\Delta U_n] \quad (3.70)$$

$$[\Delta F_n] = [F_n] [F_{n-1}] \quad (3.71)$$

Onde:

$[F_n]$  - gradiente de deformação atual

$[F_{n-1}]$  - gradiente de deformação anterior

O método de Weber et al utiliza a idéia da equação (3.67).

$$[\Delta \varepsilon_n] = \sum_{i=1}^3 \ln(\lambda_i) \cdot \{e_i\} \cdot \{e_i\}^T \quad (3.72)$$

Onde  $\lambda_i$  e  $\{e_i\}$  são os autovalores e os autovetores para o incremento principal de deformação da matriz incremental de deformação  $[\Delta U_n]$ .

Com o cálculo do incremento de deformação  $[\Delta \varepsilon_n]$  ou equivalente  $\{\Delta \varepsilon_n\}$  pode-se adicioná-lo ao vetor de deformação prévia  $\{\varepsilon_{n-1}\}$  para se obter a deformação total atual.

$$\{\varepsilon_n\} = \{\varepsilon_{n-1}\} + \{\Delta \varepsilon_n\} \quad (3.73)$$

### 3.7 MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

A discretização do Método de Elementos Finitos gera um sistema de equações da forma:

$$[K] \cdot \{u\} = \{F^a\} \quad (3.74)$$

Onde:

$[K]$  - matriz de rigidez da estrutura

$\{u\}$  - vetor de deslocamentos nodais

$\{F^a\}$  - forças aplicadas

Quando a estrutura não apresenta um comportamento linear, torna-se necessário a utilização métodos de solução iterativos para se estabelecer seu comportamento com relação aos deslocamentos, forças e momentos. O método mais utilizado para esses casos é o de Newton-Raphson, que pode ser descrito da seguinte forma (Bathe, 1982):

$$[K_i^T] \cdot \{\Delta u_i\} = \{F^a\} - \{F_i^{NR}\} \quad (3.75)$$

$$\{u_{i+1}\} = \{u_i\} + \{\Delta u\} \quad (3.76)$$

Onde:

$[K_i^T]$  - matriz tangente ou Jacobiana

$\{F_i^{NR}\}$  - vetor de carregamento restabelecido correspondendo aos carregamentos internos do elemento.

O lado direito da expressão (3.75) é chamado de vetor carregamento residual.

O algoritmo geral de solução para o Método de Newton-Raphson, está descrito a seguir e representado na figura 3.10.

1 - Adota-se  $\{u_0\}$ , que normalmente é o valor do deslocamento da solução que convergiu no tempo anterior.

2 - Calcula-se a matriz tangente atual  $[K_i^T]$  e o carregamento restabelecido  $\{F_i^{NR}\}$  da configuração  $\{u_i\}$

3 - Calcula-se  $\{\Delta u_i\}$  da equação (3.75)

4 - Adiciona-se  $\{\Delta u_i\}$  em  $\{u_i\}$  para obter-se a aproximação  $\{u_{i+1}\}$  da equação (3.78)

5 - Repete-se os passos de 2 a 4 até que a convergência seja encontrada.

Em processos onde o carregamento segue um trajeto ou deslocamentos impostos, ele deve ser dividido em etapas (método incremental), o que faz com que as iterações sejam realizadas nos intervalos. As equações (3.75) e (3.76) são alteradas para:

$$[K_{n,i}^T] \cdot \{\Delta u_i\} = \{F_n^a\} - \{F_{n,i}^{NR}\} \quad (3.77)$$

$$\{u_{n,i+1}\} = \{u_{n,i}\} + \{\Delta u_n\} \quad (3.78)$$

Onde:

$[K_{n,i}^T]$  - matriz tangente no passo n, na iteração i

$\{F_{n,i}^{NR}\}$  - vetor carregamento restabelecido no passo n, na iteração i

$\{F_n^a\}$  - força total aplicada no passo n

Neste tipo de carregamento só ocorrerá convergência final se ela ocorrer em cada passo do carregamento. A representação gráfica deste processo pode ser visto na figura 3.11.

Quando a matriz de rigidez é atualizada em cada iteração, este processo é denominado de Método de Newton-Raphson Pleno e é, por este motivo, indicado para problemas que envolvem conformação plástica.

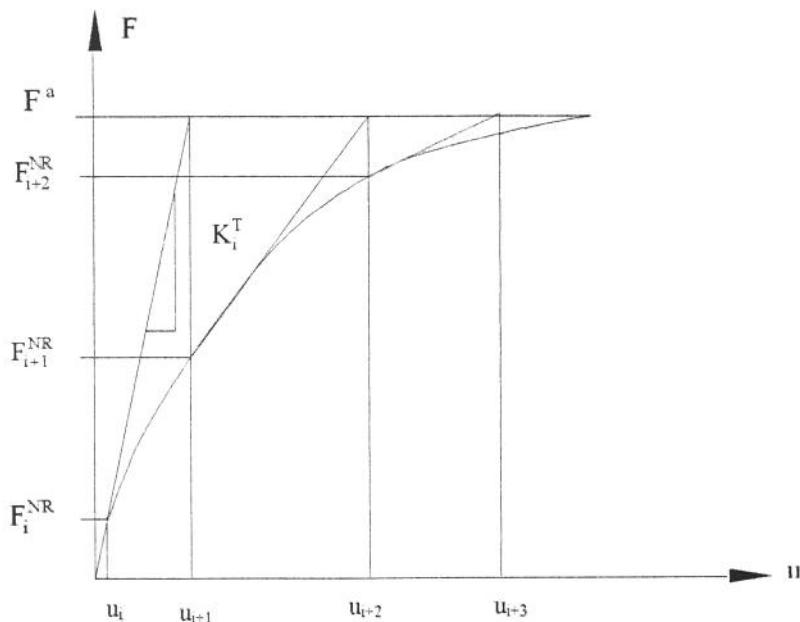


Figura 3.10 - Método de Newton-Raphson

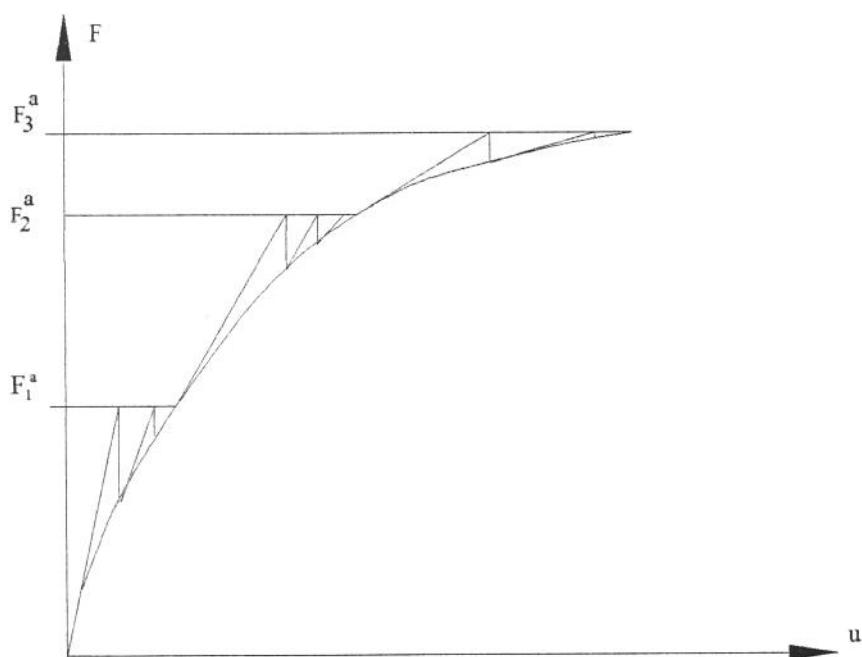


Figura 3.11 - Método de Newton-Raphson Incremental

### 3.7.1 - Critério de Convergência

A convergência é encontrada quando:

$$\|\{R\}\| \leq \varepsilon_R \cdot R_{REF} \quad (3.79)$$

$$R_{REF} = \|F^a\| \quad (3.80)$$

Onde:

$$\{R\} = \{F^a\} - \{F^{NR}\} \quad (3.81)$$

$\{R\}$  - vetor residual

$\|\bullet\|$  - norma do vetor

Utilizando-se a Norma Euclidiana do vetor residual tem-se:

$$\|\{R\}\| = \left( \sum R_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.82)$$

O valor  $\varepsilon_R$  é adotado de acordo com o problema. A utilização de um valor muito pequeno dificulta a convergência e aumenta o tempo de processamento.

## 4. MODELAGEM DO PROCESSO DE ESTAMPAGEM PROFUNDA

### 4.1 MODELAGEM AXISSIMÉTRICA

O MEF não necessita da geração de um modelo que represente totalmente a geometria, quando este apresenta condições de simetria ou é gerado através de um perfil rotacionado em torno de um eixo, caracterizando a modelagem axissimétrica (figura 4.1).

Essa modelagem é benéfica no sentido que reduz o tempo necessário para a geração do modelo e principalmente o tempo de processamento.

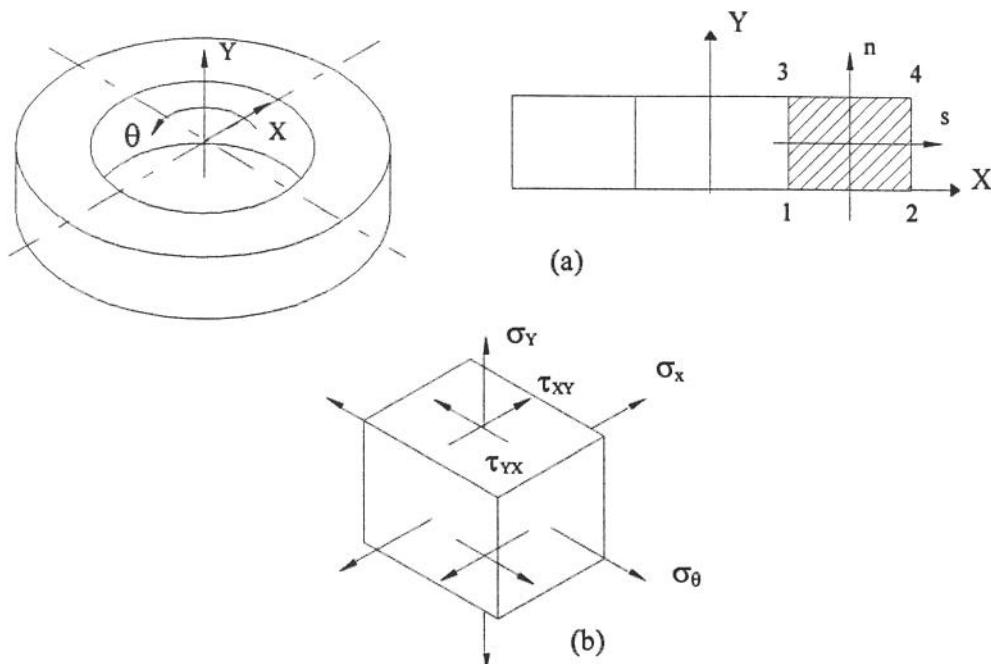


Figura 4.1 (a) Exemplo de modelagem de um anel por elemento finitos  
 (b) Tensões de saída para um sistema axissimétrico.

A geração do modelo axissimétrico deve ser realizada no lado positivo do eixo X e os resultados são determinados como se os nós e os elementos fossem rotacionados de 360° em torno do eixo Y. Este tipo de modelagem foi utilizada por Oñate e Zienkiewicz (1983).

A geração do modelo de Elementos Finitos tem três fases distintas:

1 - Pré-processamento, que consiste na geração da geometria, da malha (nós e elementos), a imposição das condições de contorno e carregamento.

2 - Processamento, que é a montagem das matrizes e solução do sistema de equações.

Como a modelagem é não linear, o sistema de equações será resolvido através do Método de Newton-Raphson.

3- Pós-processamento, que é a análise de resultados obtidos na solução do sistema de equações. Esses resultados dependem do sistema em estudo.

Cada uma dessas etapas será detalhada separadamente para o modelo em estudo.

## 4.2 PRÉ-PROCESSAMENTO

O modelo matemático que será gerado refere-se ao ferramental do Ensaio de Swift mostrado na figura 2.11. Os “blanks” ou discos iniciais, terão diâmetros de 101,28 e 105,80 mm, para que seja verificada a influência da redução dos diâmetros nas deformações. Para ajuste da ferramenta o diâmetro de 52,50 passou para 52,60 mm e o raio de arredondamento passou de 6,36 para 6,40 mm.

### 4.2.1 - Geração das Áreas

O início da construção do modelo matemático consiste na geração da geometria do ferramental, através de pontos, retas e áreas, que posteriormente serão utilizadas para a geração da malha de Elementos Finitos.

A figura 4.2 mostra os pontos, linhas e áreas que foram geradas, para o disco de diâmetro 101,28 mm.

Os raios de arredondamento são gerados a partir do encontro das retas em um ponto comum, mostrado através das linhas tracejadas. Na geração da malha, algumas regiões do modelo, como por exemplo os raios de arredondamento, necessitam de uma malha refinada. Isto é obtido com a geração automática dividindo-se as curvas em pequenos segmentos, onde cada segmento corresponde à face de um elemento que será gerado.

### 4.2.2 - Elementos

A escolha do tipo ou dos tipos de elementos que serão utilizados na discretização, é uma parte importante da geração do modelo matemático. Esta escolha depende:

- Dos graus de liberdade da estrutura
- Das deformações (admitir pequenas e/ou grandes deformações)

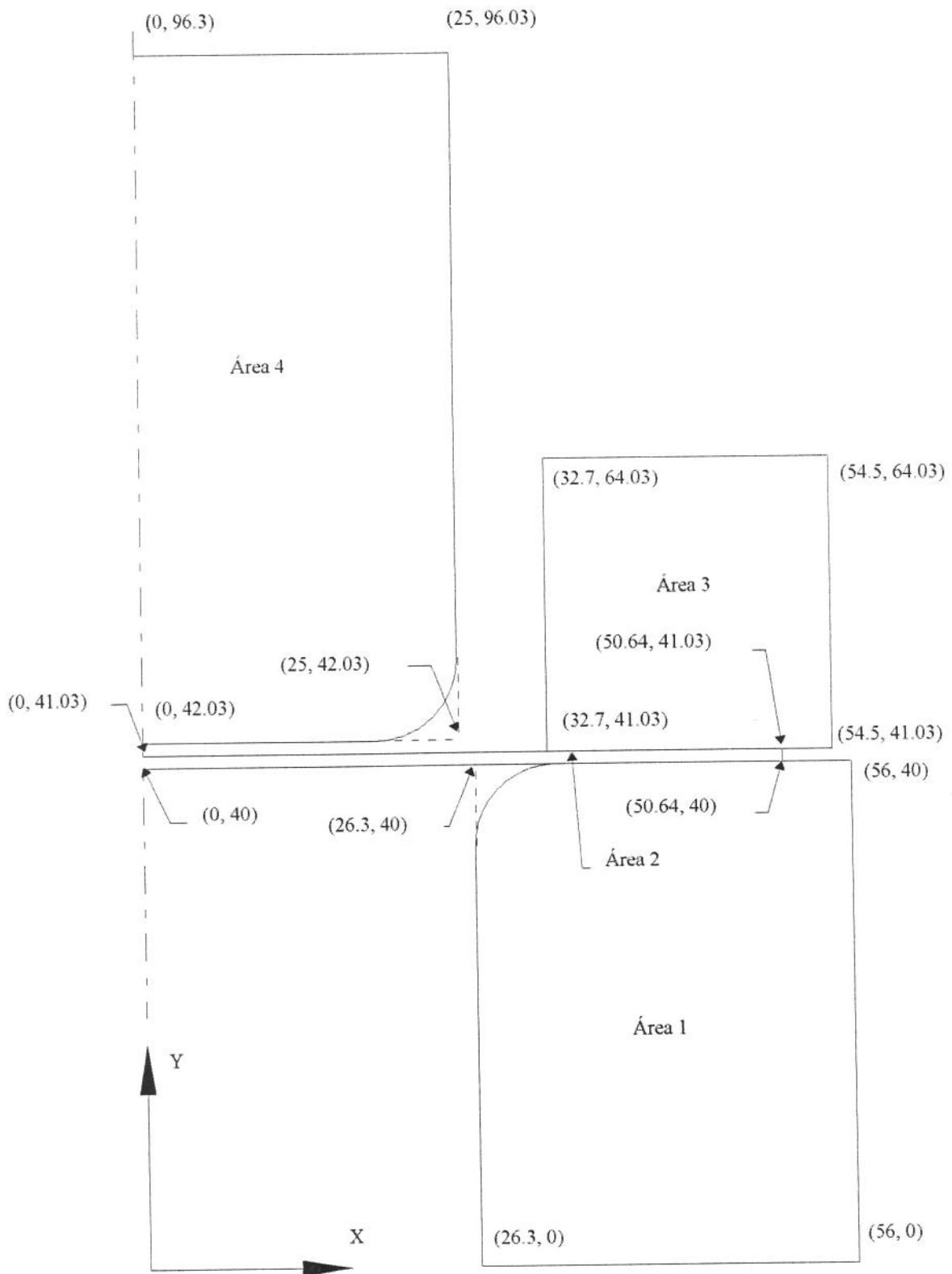


Figura 4.2 - Geometria onde será gerada a malha de elementos finitos.

Sobre estas condições para modelagem do processo de estampagem, separa-se o modelo em duas partes, a ferramenta que apresenta pequenas deformações e a chapa a ser estampada que terá grandes deformações.

Na ferramenta será utilizado o elemento PLANE42, que apresenta dois graus de liberdade por nó (deslocamento em X - UX e deslocamento em Y - UY) e admite formulação axissimétrica. Para a chapa será utilizado o elemento VISCO106, discutido na seção 3.4.

Para que ocorra o contato entre as superfícies do prensa-chapa e da chapa, do punção e da chapa e da matriz e da chapa, serão gerados elementos de contato CONTAC48, discutido na seção 3.3.

Os elementos de contato são gerados a partir dos nós que pertencem às retas que podem eventualmente entrar em contato. Para a geração destes elementos, selecionam-se os nós das linhas que poderão entrar em contato e utiliza-se posteriormente o comando GCGEN, definindo-se a superfície de saída e a superfície “alvo”.

Alguns cuidados devem ser tomados durante a geração desses elementos, pois, se for utilizado um número pequeno de elementos de contato entre as superfícies, pode não se estabelecer o contato e uma superfície pode penetrar na outra. No modelo, os nós que fazem parte da superfície de saída são identificados com um ponto destacado (figura 4.3).

Uma vantagem de se trabalhar com a geração de contato em superfícies separadas é o de se variar o coeficiente de atrito nas diferentes regiões da ferramenta. Por exemplo, utiliza-se um coeficiente de atrito para o contato prensa-chapa-chapa e um outro para o contato chapa-punção.

#### a - Preparação das Características dos Elementos

Os elementos devem ser preparados para o tipo de problema para o qual serão utilizados, para isto existem os “key options”. Cada tipo de elemento tem uma série de opções diferentes. A seguir apresentam-se as utilizadas nesta modelagem.

##### PLANE42

Keyopt(1)- 0 -Sistema de coordenadas do elemento paralelo ao sistema global

Keyopt(2)- 0 - Inclui formas extras de deslocamento

Keyopt(3)- 1 - Axissimetria

Keyopt(4)- - Não Usado

Keyopt(5)- 0 - Solução Básica para o elemento

Keyopt(6)- 0 - Solução Básica para o elemento

**VISCO106**

- Keyopt(1)- 0 - Não usado  
Keyopt(2)- 0 - Não usado  
Keyopt(3)- 1 - Axissimetria  
Keyopt(4)- - Não Usado  
Keyopt(5)- 0 - Solução Central  
Keyopt(6)- 0 - Sem saída de deformação  
Keyopt(7)- 0 - Atualização escalar consistente das tensões

**CONTAC48**

- Keyopt(1)- - Não Usado  
Keyopt(2)- 0 - Função “Penalty”  
Keyopt(3)- 0 - Sem atrito  
    - 1 - Modelo Elástico de Coulomb  
Keyopt(4)- - Não Usado  
Keyopt(5)- - Não Usado  
Keyopt(6)- - Não Usado  
Keyopt(7)- 0 - Sem contato, perda de contato ou previsão de tempo para aderência /deslizamento são realizados. (Usado para controlar a previsão de tempo de contato quando se utiliza carregamento automático).

**b - Constantes dos Elementos**

Os elementos possuem características que são utilizadas para a montagem de suas matrizes de rigidez, que devem ser fornecidas durante a modelagem e não se alteram durante o processamento. Cada tipo de elemento possui constantes diferentes.

**PLANE42 e VISCO106**

Como será utilizada formulação axissimétrica, não é necessário o fornecimento de constantes.

**CONTAC48**

$K_n$  - Rígidez de Contato. A rígidez de contato é a constante utilizada para o cálculo das forças de contato (expressão 3.35). O valor de  $K_n$  varia de acordo com a rígidez do sistema:

```
ANSYS 5.0 A  
DEC 11 1995  
17:33:11  
PLOT NO. 1  
ELEMENTS  
TYPE NUM  
  
ZV =1  
DIST=52.817  
XF =28  
YF =48.015  
CENTROID HIDDEN
```

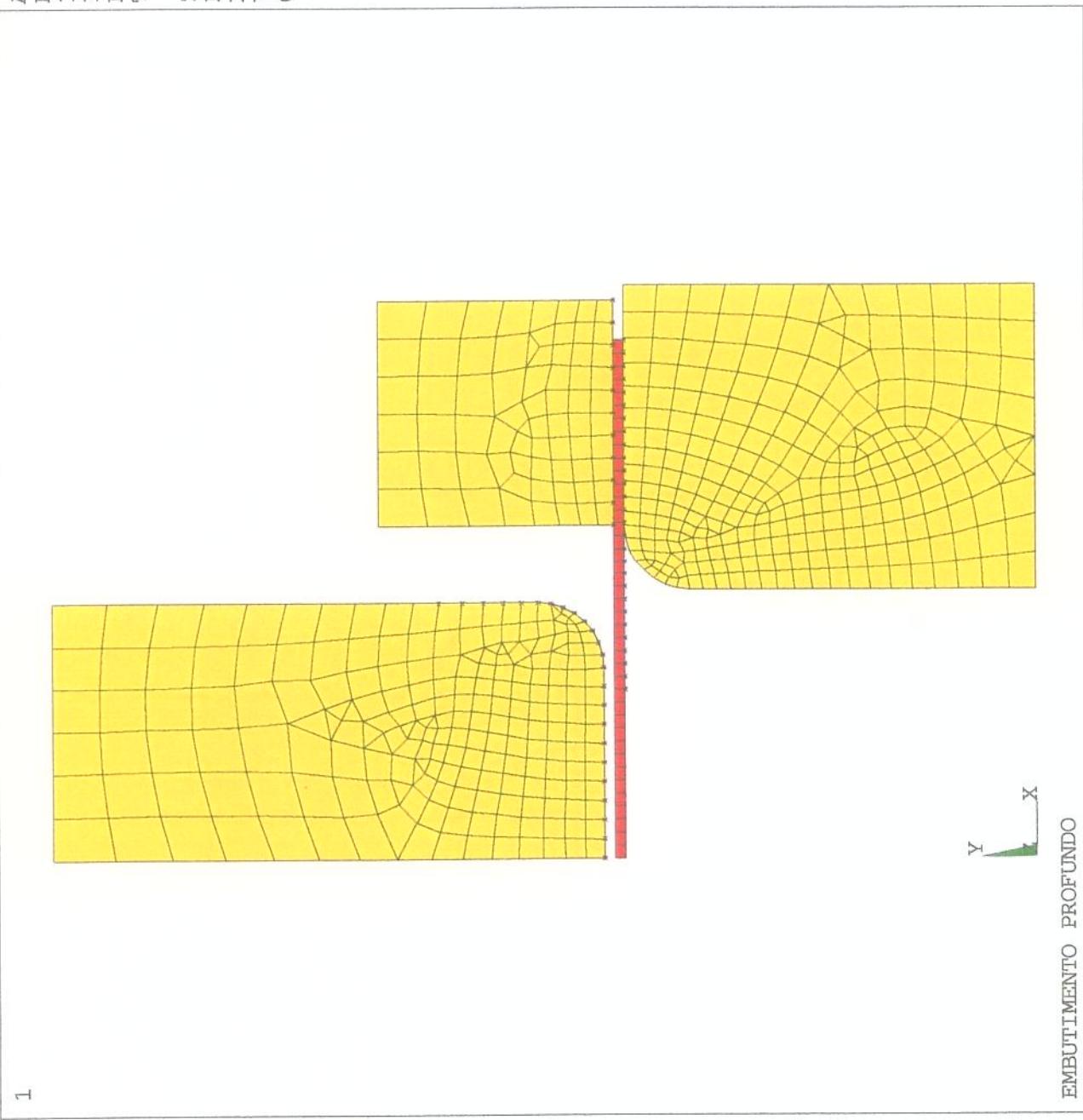


Figura 4.3 - Modelo gerado para simulação do embutimento profundo

- sistemas com rigidez muito elevada, como por exemplo duas rochas em contato, exigem um alto valor de rigidez de contato.

- sistemas mais flexíveis, como o modelo em estudo, exigem valores menores.

- se a rigidez adotada para o sistema for muito elevada, irá provocar um mau condicionamento do sistema de matrizes, prejudicando a convergência, caso contrário, se a rigidez de contato for muito baixa, não se estabelecerá o contato e uma superfície penetrará na outra ocorrendo o mesmo problema citado anteriormente quando se utilizam poucos elementos de contato.

Por estes motivos a escolha do valor da rigidez de contato ideal para o problema é uma tarefa que exige testes iniciais de processamento.

Um valor inicial recomendado para a rigidez de contato é igual ao módulo de elasticidade do material (ANSYS, Procedures Manual), aumentando-se ou diminuindo-se este valor de acordo com os resultados. Para a modelagem do embutimento profundo o valor que apresentou os melhores resultados foi igual a 450.000 N/mm.

Kt - Rigidez de aderência - é a constante utilizada para a determinação das forças tangenciais (expressão 3.39). O valor “default” que foi utilizado é Kn/100. Este valor nem sempre pode ser o ideal para todos os problemas (ANSYS, Procedures Manual).

#### 4.2.3 - Materiais

Para os materiais serão utilizados dois modelos, um linear para a modelagem da ferramenta e um não linear para a modelagem da chapa que será embutida.

A modelagem do material linear necessita:

- Do módulo de elasticidade (E).
- Do coeficiente de Poisson ( $\nu$ ).

Para a modelagem não-linear, utilizou-se o modelo denominado de Multilinear Isotrópico, pela limitação do tipo de elemento que só pode trabalhar com materiais isotrópicos (ver seção 3.4). Este tipo de modelo separa a curva exponencial do ensaio de tração uniaxial em pequenos segmentos de reta. O primeiro trecho da curva corresponde a parte linear do diagrama do ensaio e os demais correspondem a região de deformação uniforme. Os pontos utilizados para a montagem da curva foram retirados do ensaio de laboratório da chapa na direção da laminação. Foram interpolados nove pontos conforme a tabela 4.1 e figura 4.3.

PONTO	DEFORMAÇÃO	TENSÃO [MPa]
1	$3,96 \times 10^{-4}$	82,00
2	$2,00 \times 10^{-3}$	127,03
3	$1,00 \times 10^{-2}$	181,08
4	$2,00 \times 10^{-2}$	212,61
5	$4,00 \times 10^{-2}$	248,27
6	$7,00 \times 10^{-2}$	281,38
7	$12,00 \times 10^{-2}$	317,44
8	$18,00 \times 10^{-2}$	347,58
9	$27,70 \times 10^{-2}$	382,96

Tabela 4.1 - Relação de pontos para a montagem da curva tensão x deformação Multilinear.

A curva obtida

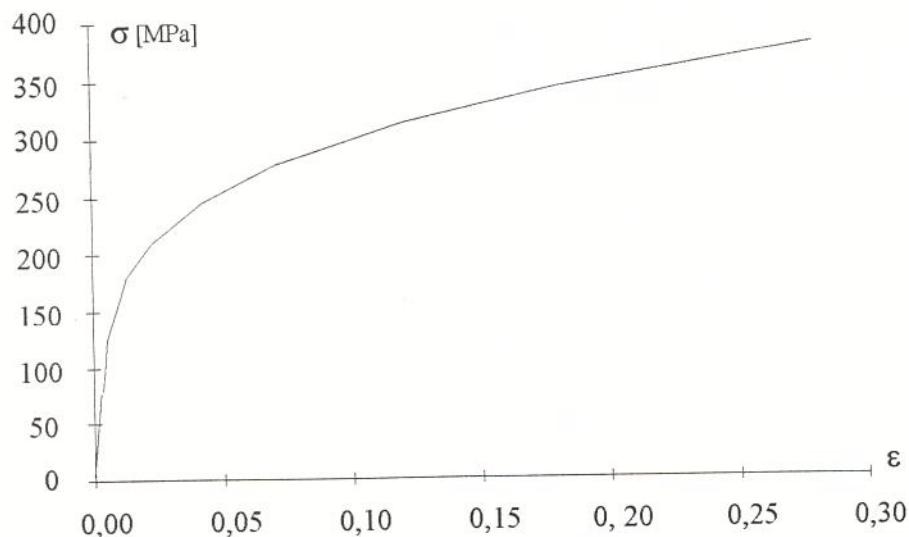


Figura 4.3 - Diagrama Multilinear.

Coeficiente de atrito

Nas modelagens onde será considerado o atrito, deve ser informado o valor do coeficiente de atrito dentro do comando de propriedades do material, especificando-se a propriedade MU: MP, Número do Material,MU,valor.

## 4.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO E CARREGAMENTOS

### 4.3.1 - Condições de Contorno

Na matriz, como condição de contorno, foram impedidos os deslocamentos verticais ( $UY=0$ ) provocados por esforços normais e os deslocamentos horizontais ( $UX=0$ ) provocados pelas forças tangenciais. No prensa-chapa foram impedidos os deslocamentos horizontais, as condições de contorno impostas para a matriz e o prensa-chapa podem ser observadas na figura 4.4.

Para a chapa, devido ao modelo axissimétrico, deve ser impedido o deslocamento dos nós que estão sobre a linha de centro, na direção de X. Os elementos da chapa, VISCO106, tem três graus de liberdade por nó ( $UX$ ,  $UY$ ,  $UZ$ ) e o terceiro grau de liberdade ( $UZ$ ) deve ser vinculado, pois o modelo é bidimensional (figura 4.5).

### 4.3.2 - Carregamentos

#### PUNÇÃO

O carregamento imposto ao punção foi o deslocamento de 26 mm para todos os nós sendo 1 mm de aproximação e 25 mm de profundidade do copo que será formado. O deslocamento imposto ao punção será dividido em sub-carregamentos e as iterações de Newton-Raphson serão efetuadas dentro do sub-carregamento, sendo portanto incremental.

#### PRENSA-CHAPA

Para a carga do prensa-chapa, foi colocada uma pressão de 2,07 MPa, o que significa uma carga de 12.500 N.

O carregamento do prensa-chapa deve ser constante durante o processo. Como este carregamento ocorre simultaneamente ao deslocamento do punção, ele seria assumido também como incremental e seu valor somente atingiria o valor especificado no final do tempo do carregamento.

Para solucionar este problema, deve se estabelecer o carregamento na forma de matriz, onde é especificado seu valor inicial no tempo inicial e seu valor final no tempo final. Quando se opta por este tipo de carregamento, utiliza-se o comando \*DIM. Pode-se representar o carregamento na forma de gráfico como na figura 4.6.

```
ANSYS 5.0 A  
DEC 11 1995  
17:35:11  
PLOT NO. 2  
ELEMENTS  
TYPE NUM  
U  
ZV =1  
DIST=35.217  
XF =41.15  
YF =32.015  
CENTROID HIDDEN
```

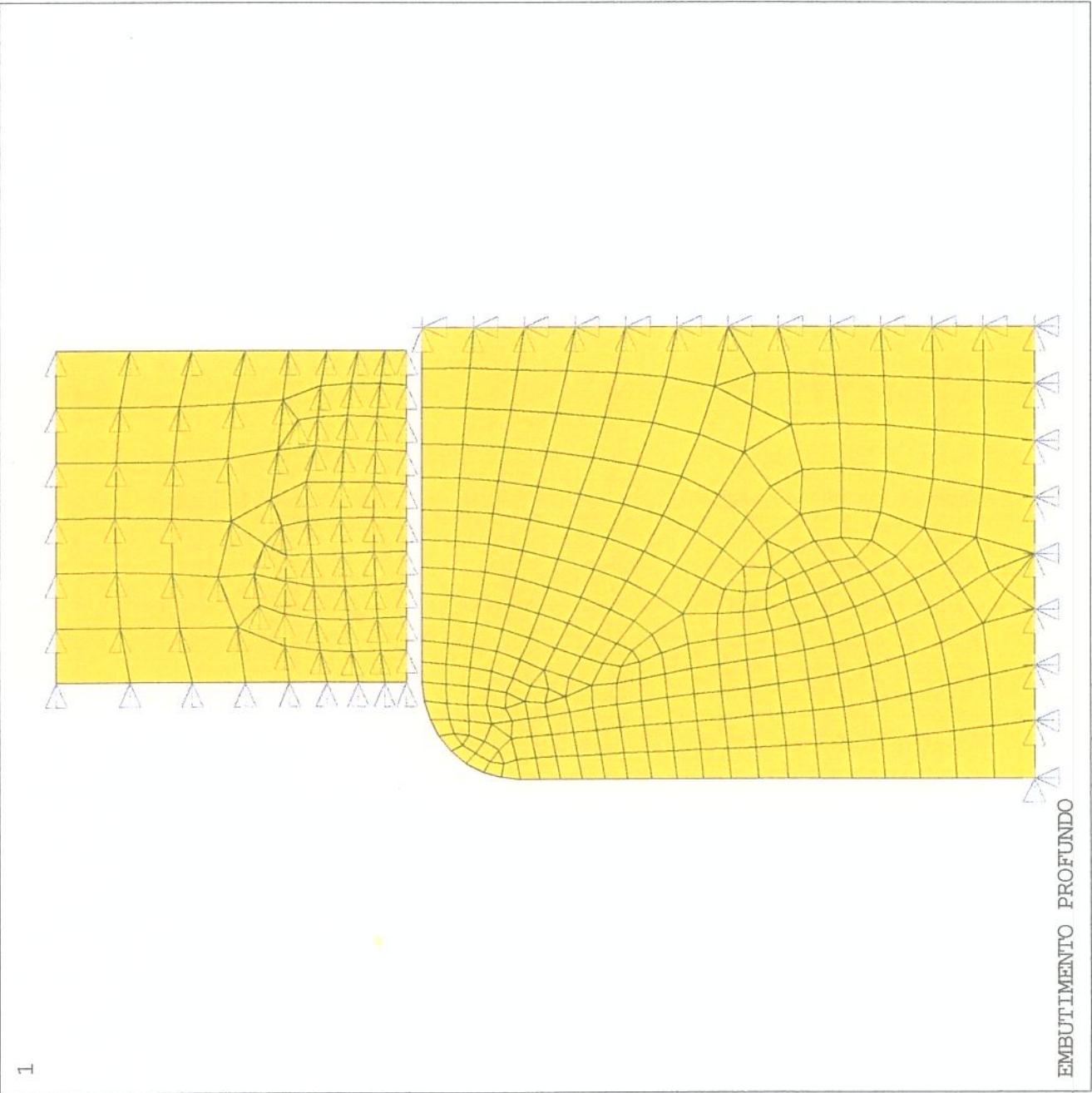
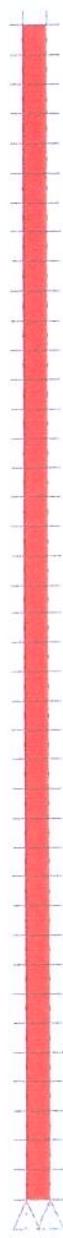


Figura 4.4 - Condições de contorno para a matriz e o prensa-chapa

```
ANSYS 5.0 A  
DEC 11 1995  
17:36:07  
PLOT NO. 3  
ELEMENTS  
TYPE NUM  
U  
ZV =1  
DIST=27.852  
XF =25.32  
YF =40.515  
CENTROID HIDDEN
```



EMBUTIMENTO PROFUNDO

Figura 4.5 - Condições de contorno para a chapa

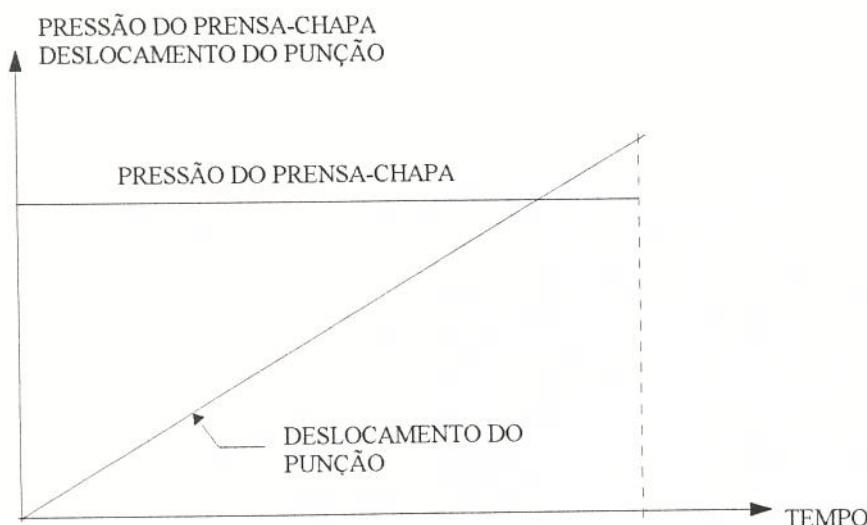


Figura 4.6 - Distribuição dos carregamentos no tempo.

Sendo os carregamentos incrementais, no final de cada incremento de tempo, o programa buscará na matriz o ponto final do carregamento, ou seja a pressão final do prensa-chapa e a posição final do punção no incremento.

#### 4.4 MODELOS FINAIS

Para processamento, foram realizados dois modelos, um com diâmetro do disco de 101,28 mm e outro com diâmetro de 105,80 mm. Estes modelos apresentam o número de elementos mostrados na tabela 4.2.

Diâmetro do disco [mm]	Nós	Total de Elementos	PLANE42	VISCO106	CONTAC48
101,28	682	2246	548	40	1658
105,80	686	2537	548	42	1947

Tabela 4.2 - Total de nós e elementos utilizados na simulação.

#### 4.5 PROCESSAMENTO

Para o processamento é necessário preparar-se o “ambiente” do “software”, para que este resolva de forma adequada o sistema de equações. A utilização de elementos de contato e material plástico, que torna o problema não linear é passada ao software através do comando:

NLGEOM, ON

A chapa que está sendo estampada aumenta sua rigidez durante o processo, o que torna necessário que seja ativado comando de rigidez devido a tensão:

SSTIF, ON

#### 4.5.1- Critério de Convergência

O final do processamento em cada carregamento ocorrerá segundo a expressão (3.79) que define o critério de convergência. Os valores que serão utilizados para o cálculo da convergência são retirados do comando:

CNVTOL,F, , 0.01, 2, 0.001

Onde:

F - significa que a convergência se dará em relação à força aplicada.

0.01 - tolerância sobre o vetor da força encontrada

2 - norma utilizada para o vetor residual (expressão 3.81)

0.001 - menor valor de referência para o cálculo da força.

Para atingir a convergência serão realizadas iterações em cada sub-carregamento. A convergência ocorrerá mais rapidamente se os valores do comando acima estiverem de acordo com a precisão do problema. Valores muito pequenos para a tolerância, acarretam um tempo de processamento muito elevado, sem melhoria considerável na precisão dos resultados.

#### 4.5.2. - Comandos Auxiliares ao Método de Newton-Raphson

NEQIT - Controla o número de iterações que serão realizadas dentro de cada sub-carregamento, ou seja se o número de iterações ultrapassar o limite especificado a solução é interrompida. Para o modelo escolheu-se o limite de 150 iterações.

PRED - Este comando controla o incremento de deslocamento que será fornecido para o próximo passo do carregamento, tornando o sistema mais estável.

$$\{u_{n,0}\} = \{u_{n-1}\} + \beta \{\Delta u_n\} \quad (4.1)$$

Onde:

$\{\Delta u_n\}$  - Incremento de deslocamento acumulado dos sub-carregamentos anteriores

n - tempo do carregamento atual

$$\{\Delta u_n\} = \sum_{i=1}^{NEQIT} \{\Delta u_i\} \quad (4.2)$$

O valor de  $\beta$  é definido por:

$$\beta = \frac{\Delta t_n}{\Delta t_{n-1}} \quad (4.3)$$

Onde:

$\Delta t_n$  - tamanho do incremento de tempo atual

$\Delta t_{n-1}$  - tamanho do incremento de tempo anterior

Não é permitido que o valor de  $\beta$  seja maior que 5. Este comando é acionado quando

PRED, ON

AUTOTS - Como o carregamento aplicado no modelo é dividido em sub-carregamentos ao longo do tempo previsto para sua ocorrência, necessita-se acionar este comando, para dividir o sub-carregamento quando a convergência não ocorre.

AUTOTS, ON

DELTIME- Controla os incrementos de tempo que serão fornecidos durante os sub-carregamentos. No modelo foi utilizado da seguinte forma:

DELTIME, 1E-3, 1E-4, 0.05, ON

Onde:

1E-3 - Tempo inicial do carregamento

1E-4 - Menor incremento de tempo que será fornecido ao carregamento

0.05 - Maior incremento de tempo que será fornecido ao carregamento

ON - Utiliza o incremento da iteração anterior para a próxima iteração

#### 4.5.3 - Inibindo a Não Convergência

Com a adoção do carregamento em forma de matriz, o primeiro processamento que o “software” irá realizar, não terá efeito sobre o sistema chapa-punção, já que eles não se tocarão. Dessa forma reduz-se a possibilidade de que valores anormais sejam utilizados na matriz, evitando-se a não convergência .

## 4.6 PÓS-PROCESSAMENTO

Para interpretação dos resultados obtidos, deve-se utilizar de preferência, os mesmos resultados que podem ser obtidos pela parte experimental. Isso faz com que os resultados mais importantes da simulação sejam os deslocamentos nodais, pois são os únicos valores que podem ser comparados. Os deslocamentos nodais podem ser visualizados através do modelo deformado. A visualização do modelo deformado é importante para que seja verificado se a rigidez de contato não está muito baixa no contato ferramenta-chapa (figura 4.7).

Os deslocamentos nodais servirão para a determinação das deformações circunferenciais e deformações da espessura.

### 4.6.1 - Deformação da Espessura

Para o diâmetro de disco de 101,28 mm foram realizados 4 modelos diferentes, variando-se o coeficiente de atrito ( $\mu$ ): sem atrito (coeficiente igual a 0), 0,05, 0,10 e 0,15 e para o diâmetro de 105,80 mm uma modelagem com coeficiente de atrito de 0,15. Através das posições iniciais dos nós e dos deslocamentos nodais, montou-se dentro do AUTOCAD R12, a figura correspondente às posições dos nós para a determinação da espessura entre os pares nodais.

Essa montagem dentro do AUTOCAD R12 é necessária para se estabelecer a comparação com os resultados experimentais, além de ser um parâmetro de processo, pois, grandes variações de espessura indicam que a operação pode desenvolver regiões de instabilidade plástica.

A figura 4.9 mostra como foi obtida a espessura para os diferentes pares nodais ao longo do copo. Os resultados dos deslocamentos obtidos para o disco de diâmetro 101,28 mm, na simulação sem atrito, que foram utilizados para montagem da figura, estão no apêndice C.

A espessura média inicial da chapa era de 1,03 mm, podendo-se assim calcular a deformação logarítmica da espessura da chapa através da expressão:

$$\varepsilon_t = \ln\left(\frac{e_f}{1,03}\right) \quad (4.4)$$

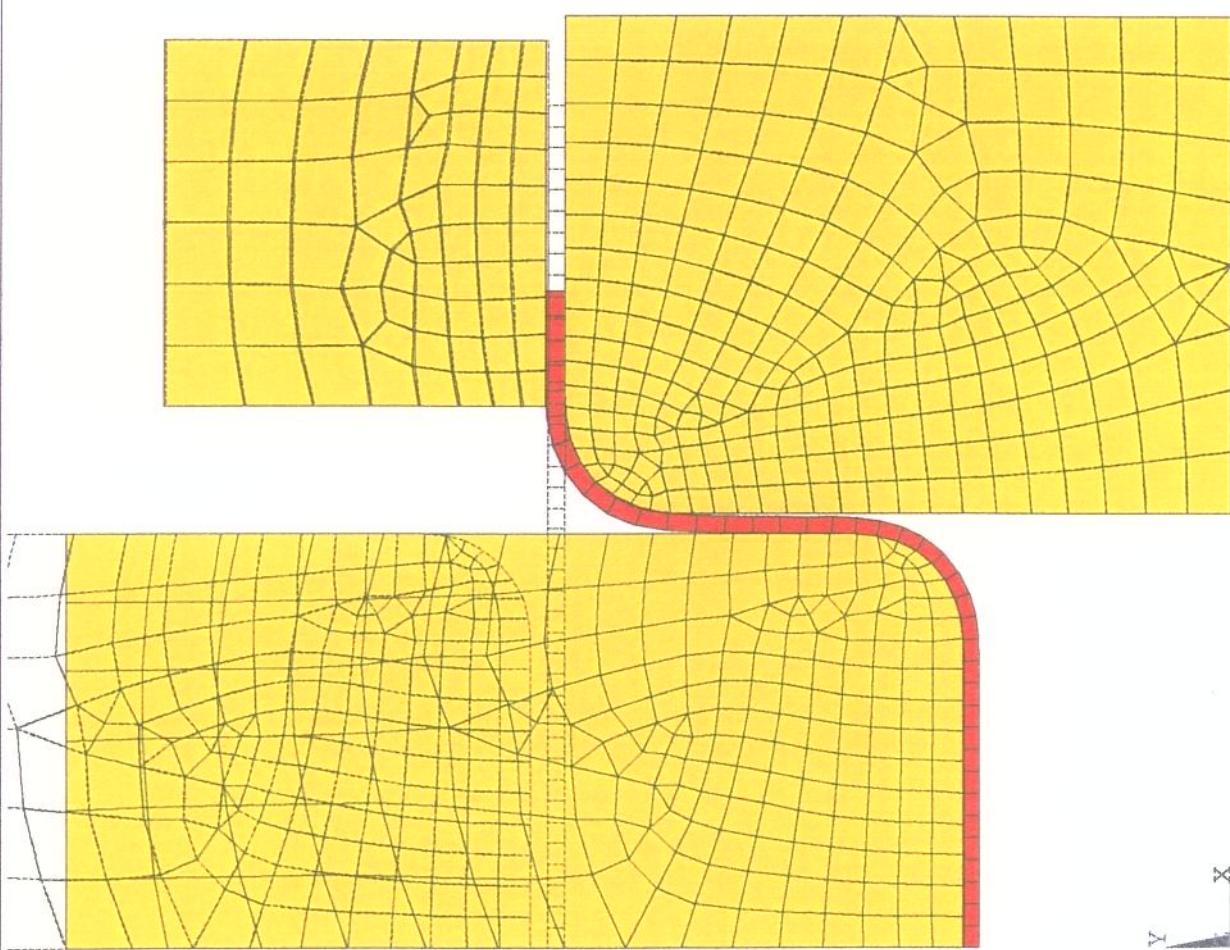
Onde:

$e_f$  - espessura final da chapa, retirada das tabelas 4.3 e 4.4

```
ANSYS 5.0 A  
DEC 11 1995  
18:30:39  
PLOT NO. 6  
DISPLACEMENT  
STEP=2  
SUB =126  
TIME=5  
RSYS=0  
DMX =26
```

```
*DSCA=1
```

```
ZV =1  
DIST=38.517  
XF =28  
YF =35.015  
CENTROID HIDDEN
```



EMBUTIMENTO PROFUNDO

Figura 4.7 - Modelo matemático deformado no final do carregamento

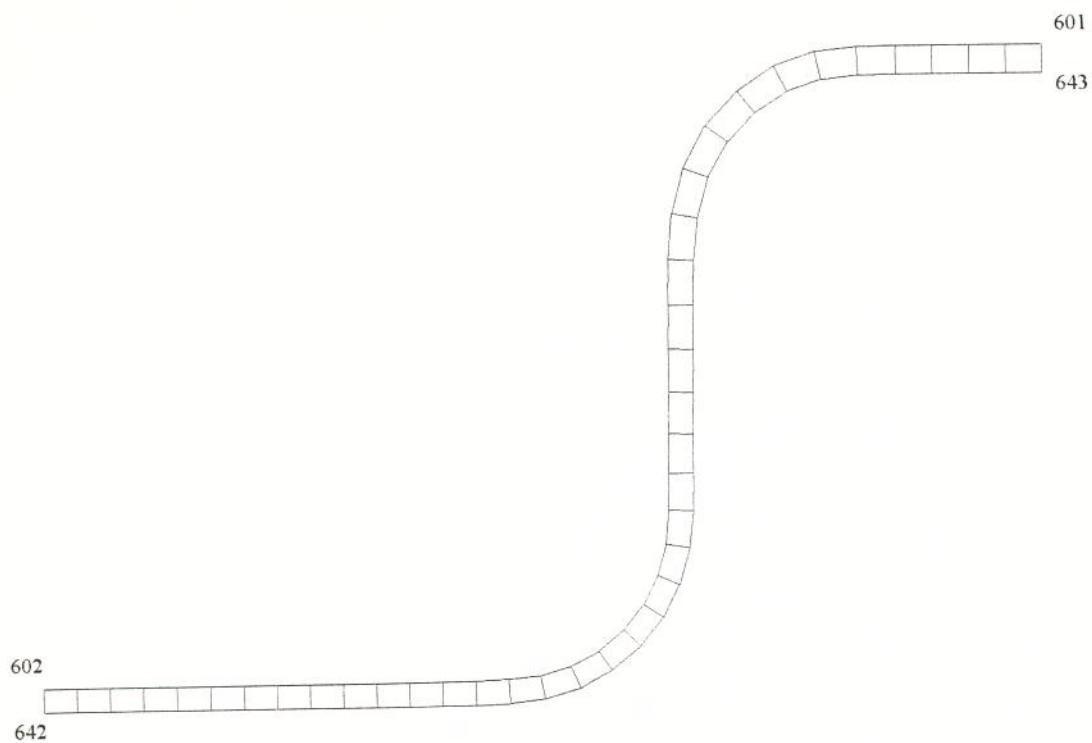


Figura 4.8 - Chapa conformada desenhada no AUTOCAD R12, com as posições finais dos nós, para o disco de diâmetro 101,28 mm.

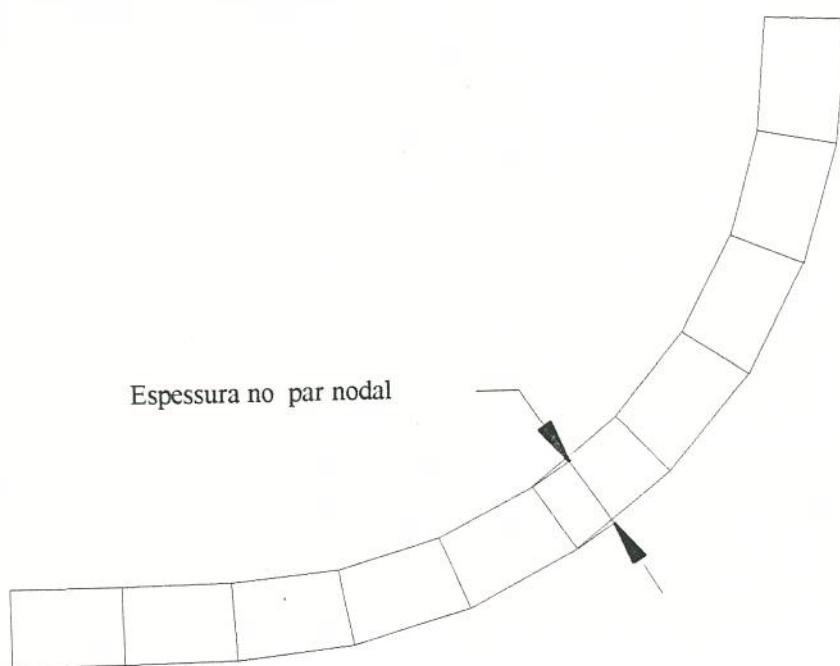


Figura 4.9 - Exemplo de medida da espessura da chapa entre um par de nós

A tabela 4.3 mostra os valores da espessura para os pares nodais com os diferentes coeficientes de atrito, para o disco de diâmetro 101,28 mm e a tabela 4.4 para o disco de diâmetro 105,80 mm e coeficiente de atrito de 0,15.

Para as tabelas será adotada a seguinte legenda:

$e_{fx}$  - Espessura final, onde x indica o coeficiente de atrito utilizado.

$\varepsilon_{tx}$  - Deformação na espessura calculada de acordo com a expressão (4.4), onde x indica o coeficiente de atrito utilizado.

Tabela 4.3

Pares Nodais	Posição Radial	$e_{f0}$	$\varepsilon_{t0}$	$e_{f0,05}$	$\varepsilon_{t0,05}$	$e_{f0,10}$	$\varepsilon_{t0,10}$	$e_{f0,15}$	$\varepsilon_{t0,15}$
601-643	50,6400	1,1613	0,1200	1,1587	0,1177	1,1564	0,1158	1,1530	0,1128
602-642	0,0000	0,9410	-0,0904	0,9410	-0,0904	0,9430	-0,0882	0,9420	-0,0893
603-682	49,3740	1,1609	0,1196	1,1567	0,1160	1,1543	0,1139	1,1488	0,1092
604-681	48,1080	1,1602	0,1190	1,1557	0,1151	1,1533	0,1131	1,1466	0,1072
605-680	46,8420	1,1596	0,1185	1,1534	0,1132	1,1517	0,1117	1,1437	0,1047
606-679	45,5760	1,1577	0,1169	1,1497	0,1099	1,1490	0,1093	1,1402	0,1016
607-678	44,3100	1,1544	0,1140	1,1437	0,1047	1,1454	0,1062	1,1322	0,0946
608-677	43,0440	1,1491	0,1094	1,1373	0,0991	1,1382	0,0999	1,1248	0,0880
609-676	41,7780	1,1442	0,1051	1,1247	0,0880	1,1316	0,0941	1,1108	0,0755
610-675	40,5120	1,1307	0,0933	1,1059	0,0711	1,1179	0,0819	1,0912	0,0577
611-674	39,2460	1,1130	0,0775	1,0814	0,0487	1,0985	0,0644	1,0629	0,0314
612-673	37,9800	1,0890	0,0557	1,0553	0,0243	1,0725	0,0404	1,0337	0,0036
613-672	36,7140	1,0570	0,0259	1,0262	-0,0037	1,0445	0,0140	1,0003	-0,0293
614-671	35,4480	1,0307	0,0007	1,0094	-0,0202	1,0139	-0,0158	0,9794	-0,0504
615-670	34,1820	1,0224	-0,0074	0,9983	-0,0313	0,9964	-0,0332	0,9682	-0,0619
616-669	32,9160	1,0102	-0,0194	0,9926	-0,0370	0,9845	-0,0452	0,9624	-0,0679
617-668	31,6500	1,0040	-0,0256	0,9833	-0,0464	0,9791	-0,0507	0,9569	-0,0736
618-667	30,3840	0,9938	-0,0358	0,9981	-0,0315	0,9718	-0,0582	0,9712	-0,0588
619-666	29,1180	1,0083	-0,0213	1,0077	-0,0219	0,9857	-0,0440	0,9911	-0,0385
620-665	27,8520	1,0138	-0,0159	0,9845	-0,0452	1,0020	-0,0276	0,9571	-0,0734
621-664	26,5860	0,9912	-0,0384	0,9660	-0,0642	0,9750	-0,0549	0,9454	-0,0857
622-663	25,3200	0,9716	-0,0584	0,9483	-0,0826	0,9600	-0,0704	0,9322	-0,0998

623-662	24,0540	0,9558	-0,0748	0,9328	-0,0991	0,9425	-0,0888	0,9186	-0,1145
624-661	22,7880	0,9402	-0,0912	0,9263	-0,1061	0,9282	-0,1041	0,9179	-0,1152
625-660	21,5220	0,9310	-0,1011	0,9320	-0,1000	0,9219	-0,1109	0,9171	-0,1161
626-659	20,2560	0,9345	-0,0973	0,9231	-0,1096	0,9308	-0,1013	0,9207	-0,1122
627-658	18,9900	0,9239	-0,1087	0,9414	-0,0899	0,9239	-0,1087	0,9425	-0,0888
628-657	17,7240	0,9404	-0,0910	0,9420	-0,0893	0,9444	-0,0868	0,9421	-0,0892
629-656	16,4580	0,9411	-0,0903	0,9410	-0,0904	0,9441	-0,0871	0,9420	-0,0893
630-655	15,1920	0,9410	-0,0904	0,9410	-0,0904	0,9440	-0,0872	0,9420	-0,0893
631-654	13,9260	0,9410	-0,0904	0,9400	-0,0914	0,9440	-0,0872	0,9420	-0,0893
632-653	12,6600	0,9400	-0,0914	0,9400	-0,0914	0,9440	-0,0872	0,9420	-0,0893
633-652	11,3940	0,9400	-0,0914	0,9400	-0,0914	0,9430	-0,0882	0,9420	-0,0893
634-651	10,1280	0,9410	-0,0904	0,9400	-0,0914	0,9440	-0,0872	0,9420	-0,0893
635-650	8,8620	0,9410	-0,0904	0,9410	-0,0904	0,9430	-0,0882	0,9420	-0,0893
636-649	7,5960	0,9400	-0,0914	0,9410	-0,0904	0,9440	-0,0872	0,9420	-0,0893
637-648	6,3300	0,9400	-0,0914	0,9410	-0,0904	0,9440	-0,0872	0,9420	-0,0893
638-647	5,0640	0,9410	-0,0904	0,9400	-0,0914	0,9430	-0,0882	0,9420	-0,0893
639-646	3,7980	0,9400	-0,0914	0,9410	-0,0904	0,9430	-0,0882	0,9420	-0,0893
640-645	2,5320	0,9400	-0,0914	0,9400	-0,0914	0,9430	-0,0882	0,9420	-0,0893
641-644	1,2660	0,9400	-0,0914	0,9420	-0,0893	0,9430	-0,0882	0,9420	-0,0893

Tabela 4.3 - Variação da espessura para disco de diâmetro 101,28 mm com os vários coeficientes de atrito.

Com os valores da deformação da espessura e a posição radial inicial pode-se construir o gráfico mostrado nas figuras 4.10 para o diâmetro de 101,28 mm e 4.11 para o diâmetro de 105,80 mm.

O gráfico da figura 4.10 apresenta as curvas de deformação em função da posição radial para os quatro coeficientes de atrito que foram utilizados na simulação matemática. As curvas correspondentes aos vários coeficientes de atrito estão indicadas no gráfico.

Pode-se relacionar os gráficos das figuras 4.10 e 4.11 à figura 2.10. A curva do gráfico mostra: fundo do copo, que apresenta deformação constante, a segunda redução que apresenta uma deformação acentuada seguida de um aumento de espessura, a primeira redução, onde ocorre a

fratura quando os limites de conformação são ultrapassados. Em seguida começa a ocorrer o aumento da espessura até o final do copo, com uma curva de deformação ascendente.

Tabela 4.4

Pares Nodais	Posição Radial	$e_{t0,15}$	$\varepsilon_{t0,15}$
601-644	0,0000	0,9270	-0,1054
602-645	52,9000	1,1342	0,0964
603-686	51,6405	1,1336	0,0958
604-685	50,3810	1,1319	0,0943
605-684	49,1214	1,1304	0,0930
606-683	47,8619	1,1285	0,0913
607-682	46,6024	1,1220	0,0856
608-681	45,3429	1,1298	0,0925
609-680	44,0833	1,1227	0,0862
610-679	42,8238	1,1115	0,0762
611-678	41,5643	1,1016	0,0672
612-677	40,3048	1,0878	0,0546
613-676	39,0452	1,0657	0,0341
614-675	37,7857	1,0387	0,0084
615-674	36,5262	1,0064	-0,0232
616-673	35,2667	0,9732	-0,0567
617-672	34,0071	0,9518	-0,0790
618-671	32,7476	0,9426	-0,0887
619-670	31,4881	0,9424	-0,0889
620-669	30,2286	0,9400	-0,0914
621-668	28,9690	0,9580	-0,0725
622-667	27,7095	0,9798	-0,0500
623-666	26,4500	0,9339	-0,0979
624-665	25,1905	0,9093	-0,1246
625-664	23,9310	0,9054	-0,1289
626-663	22,6714	0,8983	-0,1368
627-662	21,4119	0,8983	-0,1368

628-661	20,1524	0,9110	-0,1228
629-660	18,8929	0,9020	-0,1327
630-659	17,6333	0,9277	-0,1046
631-658	16,3738	0,9281	-0,1042
632-657	15,1143	0,9270	-0,1054
633-656	13,8548	0,9260	-0,1064
634-655	12,5952	0,9270	-0,1054
635-654	11,3357	0,9270	-0,1054
636-653	10,0762	0,9270	-0,1054
637-652	8,8167	0,9260	-0,1064
638-651	7,5571	0,9270	-0,1054
639-650	6,2976	0,9270	-0,1054
640-649	5,0381	0,9270	-0,1054
641-648	3,7786	0,9270	-0,1054
642-647	2,5190	0,9260	-0,1064
643-646	1,2595	0,9280	-0,1043

Tabela. 4.4 - Variação da espessura para disco de diâmetro 105,80 mm com coeficiente de atrito de 0,15.

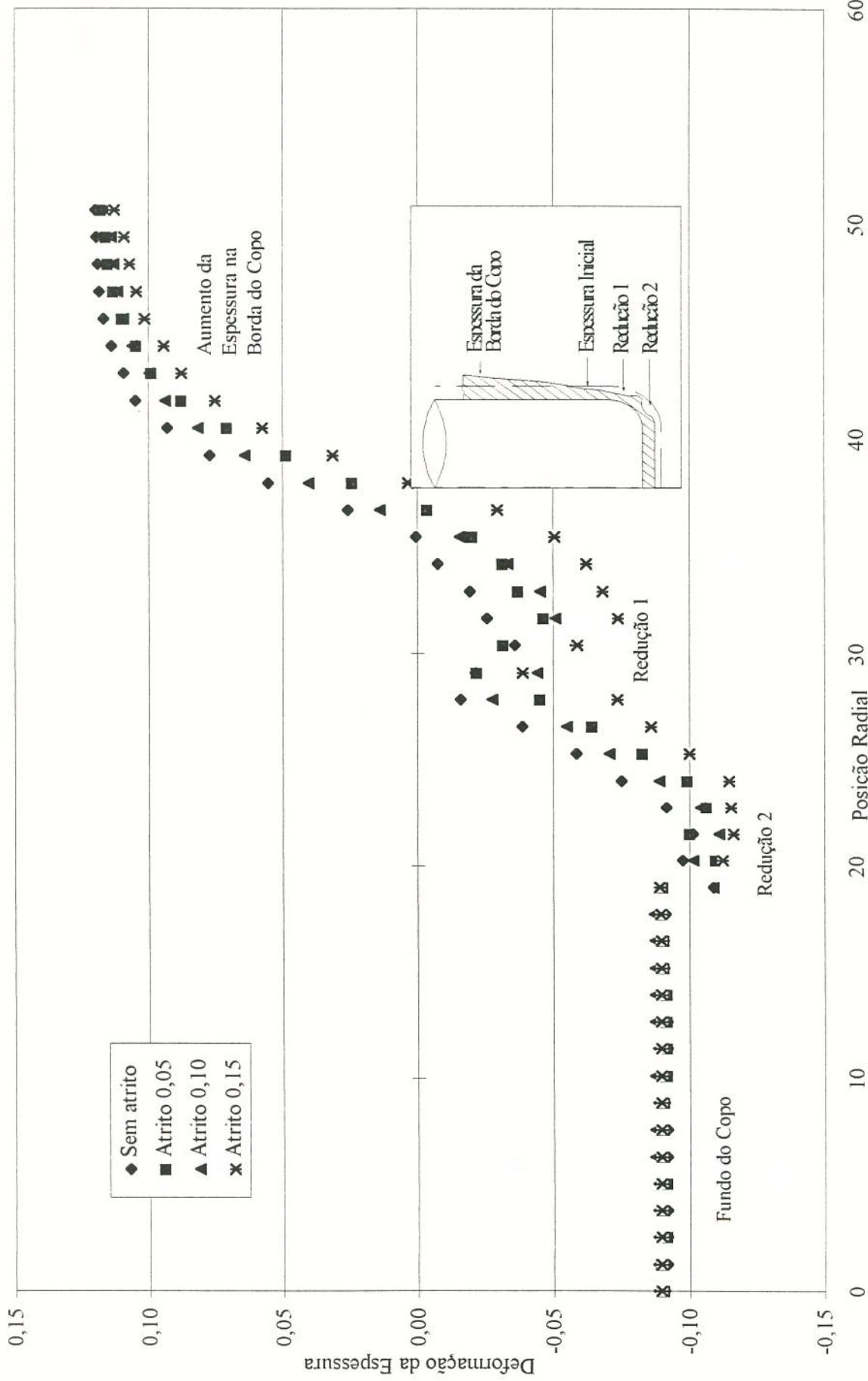


Figura 4.10 - Deformação da espessura em relação a posição radial para o disco de diâmetro 101,28 mm e os vários coeficientes de atrito

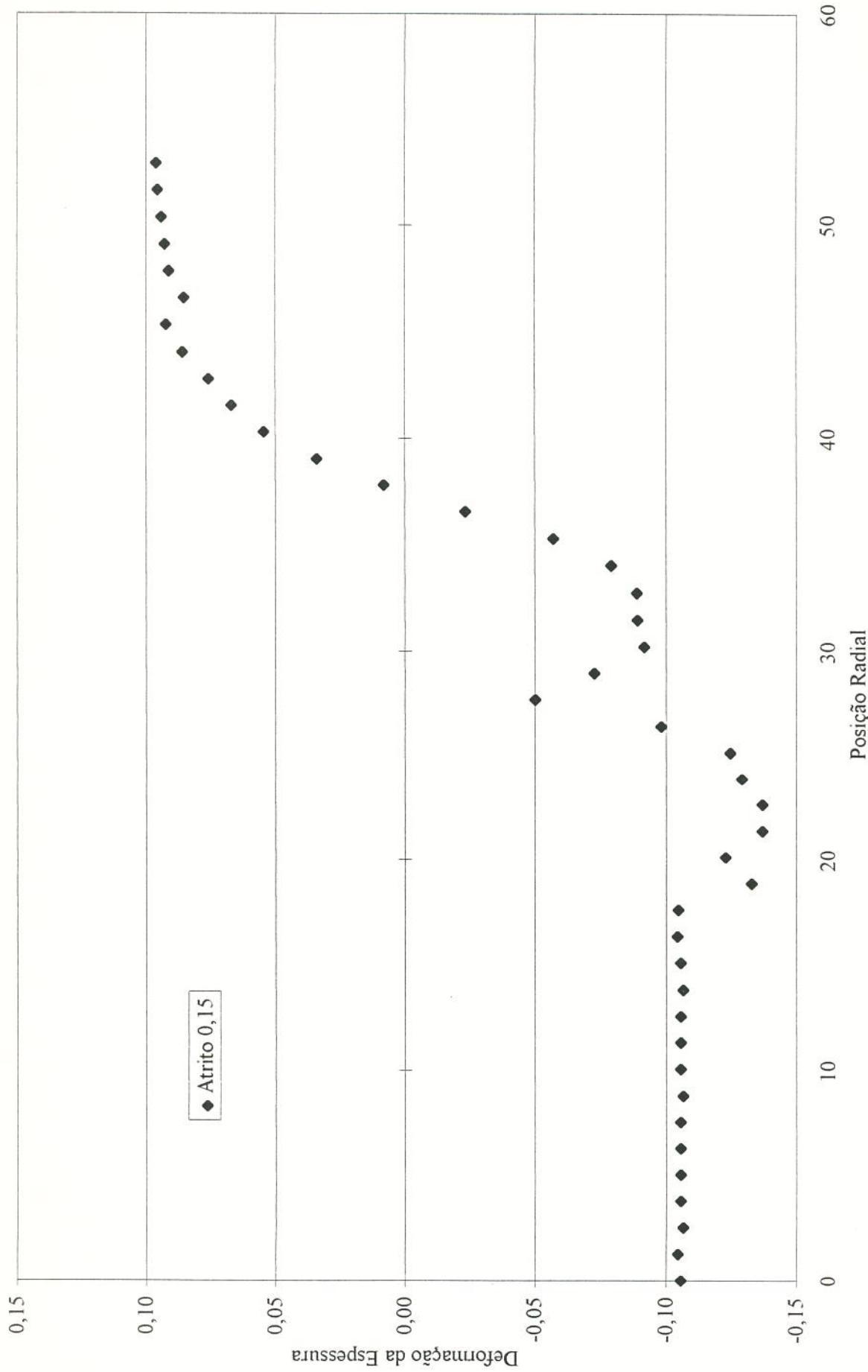


Figura 4.11 - Deformação da espessura em relação a posição radial para o disco de diâmetro 105,80 mm e coeficiente de atrito 0,15

O aumento do coeficiente de atrito aumentou as deformações na espessura, nas regiões críticas do copo.

#### 4.6.2 - Deformação Circunferencial

A deformação circunferencial é determinada através de:

$$\varepsilon_c = \ln\left(\frac{x_f}{x_i}\right) \quad (4.5)$$

Onde:

$x_i$  - é a posição inicial do nó que representa o raio da circunferência

$x_f$  - é a posição final do nó que representa o raio da circunferência

A legenda adotada será:

$x_{fx}$  - Posição final, onde x indica o coeficiente de atrito utilizado.

$\varepsilon_{cx}$  - Deformação circunferencial calculada de acordo com a expressão (4.5), onde x indica o coeficiente de atrito utilizado.

Os resultados da deformação circunferencial estão mostrados nas tabelas 4.5 e 4.6 e nas figuras 4.12 e 4.13.

Tabela 4.5

Nós	Posição Radial	$x_{f0}$	$\varepsilon_{c0}$	$x_{f0,05}$	$\varepsilon_{c0,05}$	$x_{f0,10}$	$\varepsilon_{c0,10}$	$x_{f0,15}$	$\varepsilon_{c0,15}$
643	50,6400	39,6000	-0,2459	39,7840	-0,2413	39,9650	-0,2367	40,2290	-0,2302
642	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
644	1,2660	1,3254	0,0459	1,3250	0,0456	1,3233	0,0443	1,3244	0,0451
645	2,5320	2,6511	0,0460	2,6505	0,0457	2,6469	0,0444	2,6491	0,0452
646	3,7980	3,9768	0,0460	3,9761	0,0458	3,9705	0,0444	3,9737	0,0452
647	5,0640	5,3025	0,0460	5,3012	0,0458	5,2941	0,0444	5,2984	0,0452
648	6,3300	6,6283	0,0460	6,6284	0,0461	6,6177	0,0444	6,6230	0,0452
649	7,5960	7,9540	0,0461	7,9518	0,0458	7,9413	0,0445	7,9477	0,0453
650	8,8620	9,2798	0,0461	9,2774	0,0458	9,2650	0,0445	9,2724	0,0453
651	10,1280	10,6056	0,0461	10,6030	0,0458	10,5887	0,0445	10,5972	0,0453
652	11,3940	11,9313	0,0461	11,9285	0,0458	11,9123	0,0445	11,9219	0,0453

653	12,6600	13,2570	0,0461	13,2539	0,0458	13,2358	0,0445	13,2464	0,0453
654	13,9260	14,5824	0,0461	14,5790	0,0458	14,5591	0,0445	14,5708	0,0453
655	15,1920	15,9082	0,0461	15,9045	0,0458	15,8829	0,0445	15,8957	0,0453
656	16,4580	17,2377	0,0463	17,2338	0,0461	17,2105	0,0447	17,2246	0,0455
657	17,7240	18,5833	0,0473	18,5793	0,0471	18,5535	0,0457	18,5694	0,0466
658	18,9900	19,9720	0,0504	19,9695	0,0503	19,9425	0,0489	19,9615	0,0499
659	20,2560	21,3593	0,0530	21,3598	0,0531	21,3350	0,0519	21,3563	0,0529
660	21,5220	22,6310	0,0502	22,6346	0,0504	22,6132	0,0495	22,6369	0,0505
661	22,7880	23,7539	0,0415	23,7622	0,0419	23,7471	0,0412	23,7738	0,0424
662	24,0540	24,6972	0,0264	24,7073	0,0268	24,6993	0,0265	24,7230	0,0274
663	25,3200	25,4045	0,0033	25,4118	0,0036	25,4050	0,0034	25,4226	0,0040
664	26,5860	25,8334	-0,0287	25,8360	-0,0286	25,8308	-0,0288	25,8391	-0,0285
665	27,8520	26,0145	-0,0683	26,0114	-0,0684	26,0048	-0,0686	26,0052	-0,0686
666	29,1180	26,0475	-0,1114	26,0416	-0,1117	26,0318	-0,1120	26,0238	-0,1123
667	30,3840	26,0384	-0,1543	26,0406	-0,1543	26,0411	-0,1542	26,0407	-0,1543
668	31,6500	26,0589	-0,1944	26,0655	-0,1941	26,0714	-0,1939	26,0748	-0,1938
669	32,9160	26,0807	-0,2328	26,0900	-0,2324	26,0963	-0,2322	26,1027	-0,2319
670	34,1820	26,1028	-0,2697	26,1142	-0,2692	26,1214	-0,2689	26,1292	-0,2686
671	35,4480	26,1450	-0,3044	26,1593	-0,3039	26,1709	-0,3034	26,1842	-0,3029
672	36,7140	26,2730	-0,3346	26,2970	-0,3337	26,3230	-0,3327	26,3650	-0,3311
673	37,9800	26,6100	-0,3558	26,6630	-0,3538	26,7210	-0,3516	26,8220	-0,3478
674	39,2460	27,2590	-0,3645	27,3530	-0,3610	27,4540	-0,3573	27,6230	-0,3512
675	40,5120	28,2180	-0,3616	28,3530	-0,3569	28,4910	-0,3520	28,7080	-0,3444
676	41,7780	29,4170	-0,3508	29,5800	-0,3453	29,7440	-0,3397	29,9930	-0,3314
677	43,0440	30,7740	-0,3356	30,9550	-0,3297	31,1330	-0,3240	31,4010	-0,3154
678	44,3100	32,2210	-0,3186	32,4100	-0,3127	32,5960	-0,3070	32,8730	-0,2986
679	45,5760	33,7110	-0,3016	33,9030	-0,2959	34,0930	-0,2903	34,3730	-0,2821
680	46,8420	35,2100	-0,2855	35,4010	-0,2800	35,5900	-0,2747	35,8680	-0,2669
681	48,1080	36,6930	-0,2709	36,8820	-0,2657	37,0690	-0,2607	37,3410	-0,2534
682	49,3740	38,1560	-0,2577	38,3420	-0,2529	38,5260	-0,2481	38,7950	-0,2411

Tabela 4.5 - Posição final e deformação circunferencial para o disco de diâmetro 101,28

mm.

Tabela 4.6

Nós	Posição Radial	$x_{10,15}$	$\varepsilon_{c0,15}$
644	0,0000	0,0000	0,0000
645	52,9000	43,4057	-0,1978
646	1,2595	1,3283	0,0532
647	2,5190	2,6568	0,0533
648	3,7785	3,9853	0,0533
649	5,0381	5,3138	0,0533
650	6,2976	6,6423	0,0533
651	7,5571	7,9709	0,0533
652	8,8166	9,2994	0,0533
653	10,0762	10,6280	0,0533
654	11,3357	11,9565	0,0533
655	12,5952	13,2850	0,0533
656	13,8547	14,6132	0,0533
657	15,1143	15,9420	0,0533
658	16,3738	17,2745	0,0535
659	17,6333	18,6250	0,0547
660	18,8928	20,0254	0,0582
661	20,1524	21,4225	0,0611
662	21,4119	22,7008	0,0585
663	22,6714	23,8377	0,0502
664	23,9309	24,7723	0,0346
665	25,1905	25,4574	0,0105
666	26,4500	25,8519	-0,0229
667	27,7095	25,9999	-0,0637
668	28,9690	26,0101	-0,1077
669	30,2285	26,0254	-0,1497
670	31,4881	26,0636	-0,1891
671	32,7476	26,0968	-0,2270
672	34,0071	26,1308	-0,2635
673	35,2666	26,2012	-0,2971

674	36,5262	26,4282	-0,3236
675	37,7857	26,9657	-0,3374
676	39,0452	27,8422	-0,3382
677	40,3047	28,9878	-0,3296
678	41,5643	30,3183	-0,3155
679	42,8238	31,7578	-0,2990
680	44,0833	33,2463	-0,2821
681	45,3428	34,7499	-0,2661
682	46,6024	36,2414	-0,2514
683	47,8619	37,7119	-0,2383
684	49,1214	39,1604	-0,2266
685	50,3809	40,5908	-0,2161
686	51,6405	42,0054	-0,2065

Tabela 4.6 - Posição final e deformação circumferencial para o disco de diâmetro 105,80 mm.

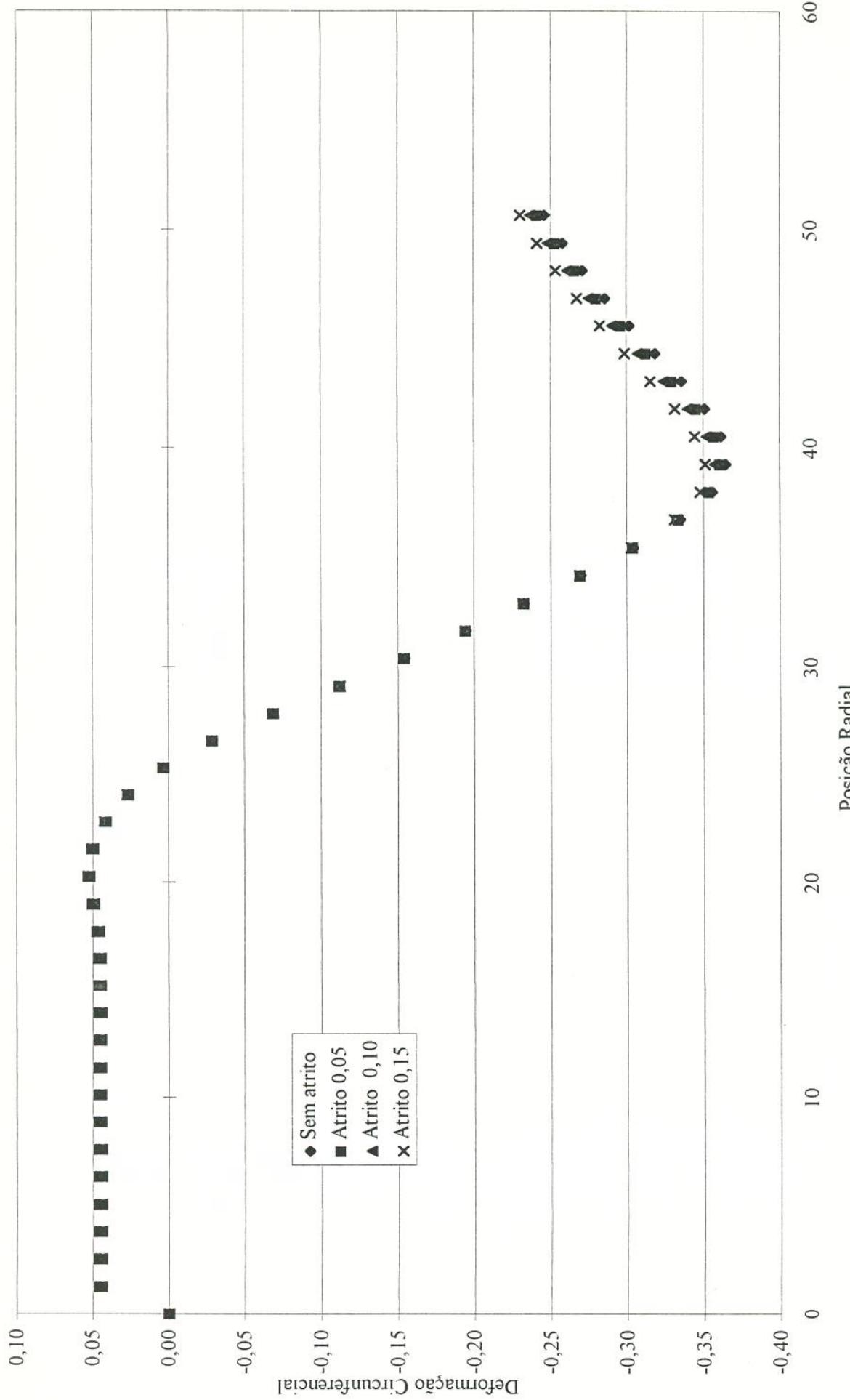


Figura 4.12 - Deformação circumferencial em relação a posição radial para o disco de diâmetro 101,28 mm e os vários coeficientes de atrito.

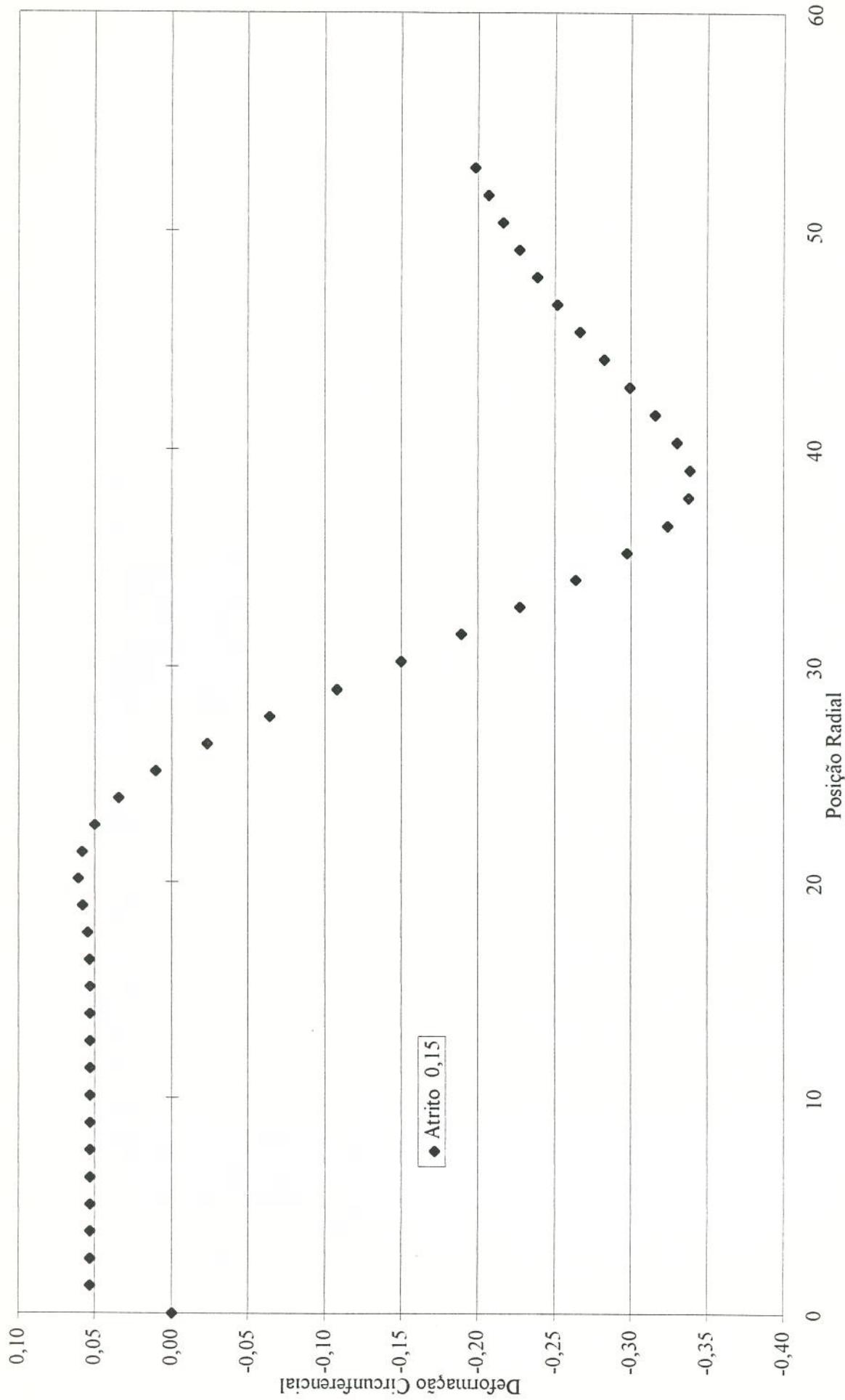


Figura 4.13 - Deformação circumferencial em relação a posição radial para o disco de diâmetro 105,80 mm e coeficiente de atrito 0,15

#### 4.6.3 - Esforços de Embutimento

O deslocamento imposto a todos os nós do punção, fornece a possibilidade de obter-se o esforço de conformação para os dois diâmetros de disco em estudo nas várias condições de atrito estabelecidas, somando-se as reações de apoio. As condições de contorno impostas ao punção podem ser observadas na figura 4.14.

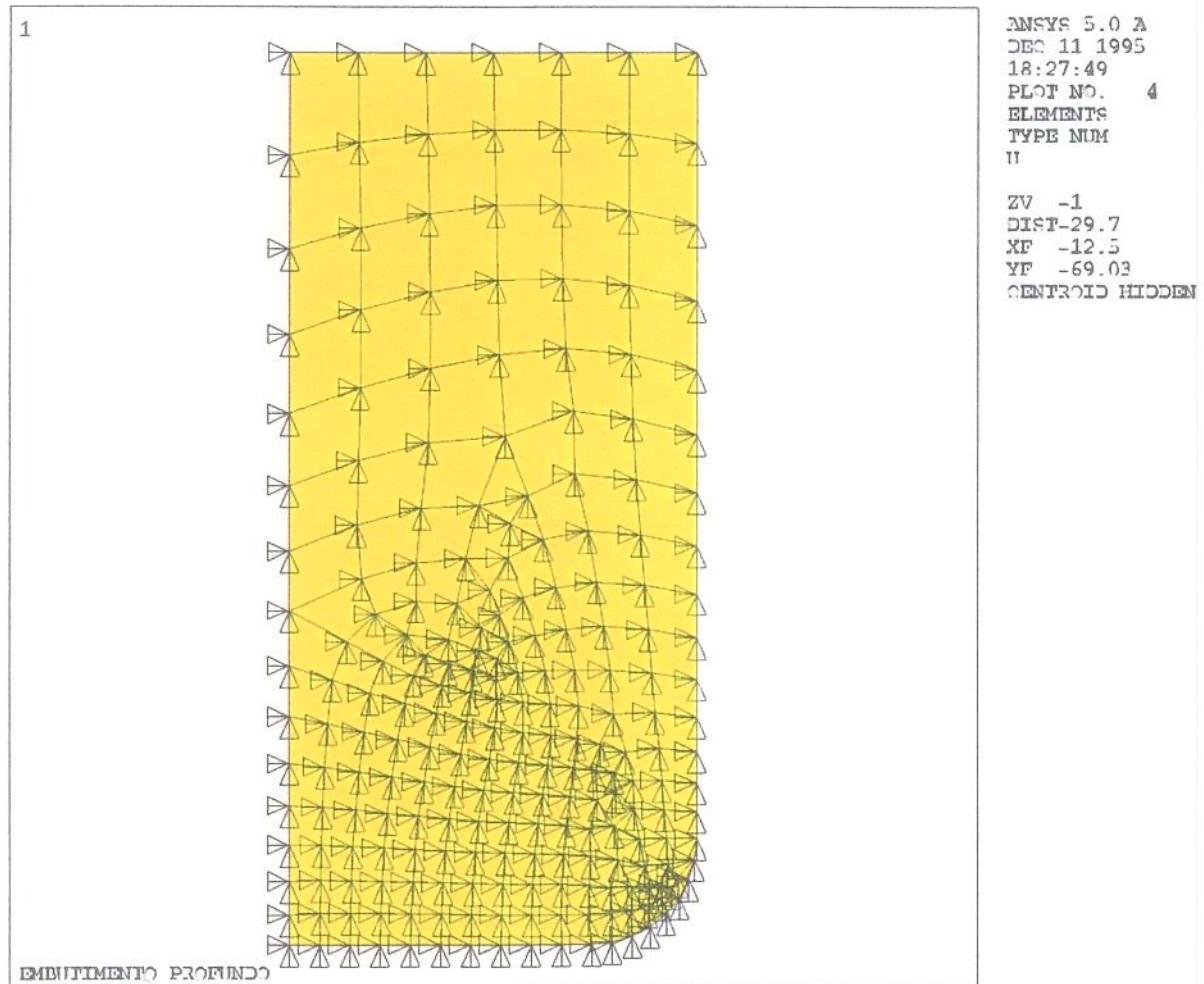


Figura 4.14 - Condições de contorno do punção

Os esforços de conformação obtidos na simulação podem ser vistos na tabela 4.7.

Coeficiente de Atrito	Força de Embutimento diâmetro 101,28 mm [N]	Força de Embutimento diâmetro 105,80 mm [N]
Sem atrito	36.852	-
0,05	38.428	-
0,10	42.953	-
0,15	44.753	53.125

Tabela 4.7 - Força de Embutimento.

## 5. MATERIAIS E MÉTODOS EXPERIMENTAIS

### 5.1 PROPRIEDADES DO MATERIAL UTILIZADO

Para a validação do modelo matemático foram realizados experimentos, levantando-se as características metalúrgicas e mecânicas do material, para que fosse utilizado na simulação como citado anteriormente.

Foi fabricado o ferramental para o Ensaio de Swift, onde foram realizados os embutimentos nos discos de diâmetros 101,28 e 105,80 mm, para a comparação dos resultados de deformação circunferencial e da espessura da chapa.

#### 5.1.1 - Análise Química e Micrografia da Chapa.

A chapa utilizada para os experimentos foi um aço de baixo teor de Carbono, acalmado com Alumínio com espessura média de 1,03 mm. A composição química da chapa pode ser observada na tabela 5.1

Elemento Químico	Porcentagem
Carbono	0,051
Silício	0,001
Enxofre	0,024
Manganês	0,320
Fósforo	0,014
Alumínio	0,062

Tabela 5.1 - Composição química da chapa de aço utilizada nos experimentos.

A análise micrográfica, realizada com ataque de Nital 1%, evidencia a presença de cementita globulizada, comum em aços com baixo teor de carbono. Esta cementita está finamente distribuída na matriz ferrítica. O tamanho de grão observado (7) está adequado para o processo.

As figuras 5.1 a 5.4 mostram a micrografia que foi feita com o material da chapa. A primeira foto foi realizada com ampliação de cem vezes, as demais figuras são ampliações das três

regiões da primeira e na seqüência da extremidade direita para a extremidade esquerda da primeira foto, onde se observa a cementita globulizada.



Figura 5.1 - Micrografia da chapa utilizada nos experimentos ( ampliação 100 vezes).



Figura 5.2 - Extremidade direita da amostra ( ampliação 500 vezes).

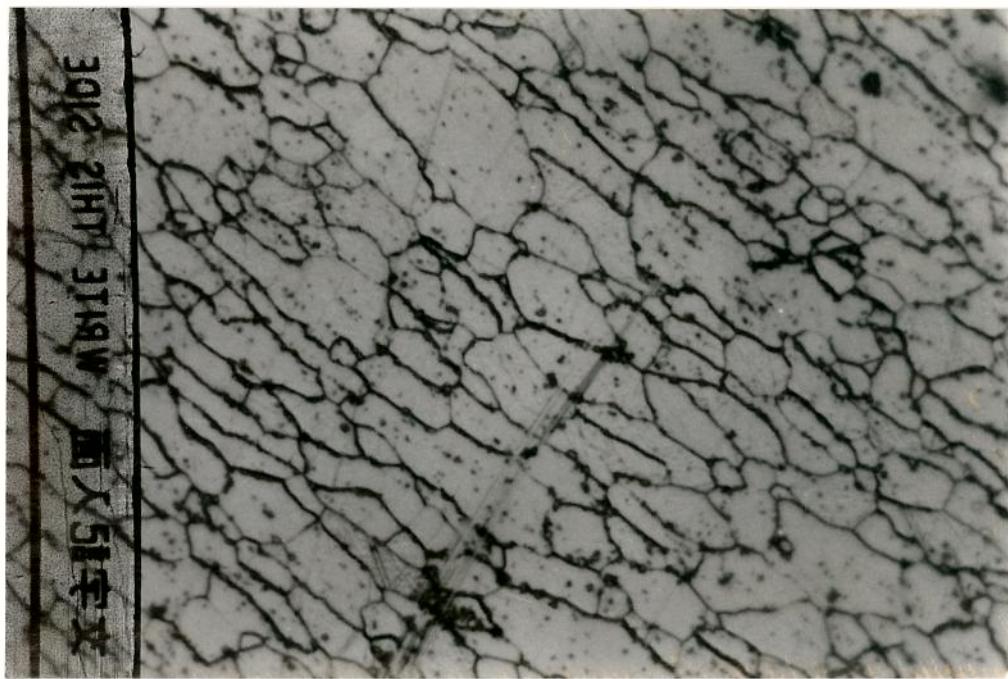


Figura 5.3 - Centro da amostra (ampliação 500 vezes)



Figura 5.4 - Extremidade esquerda da amostra (ampliação 500 vezes).

### 5.1.2 - Propriedades Mecânicas

#### a - Ensaio de Tração

Os ensaios de tração uniaxial e de índices de anisotropia foram realizados na máquina Kratos Mod. K2001, figura 5.5. Esses ensaios foram os utilizados no capítulo 4, onde mostrou-se a modelagem do material. Os corpos de prova foram retirados a  $0^{\circ}$  e  $90^{\circ}$  em relação ao sentido de laminação e os resultados encontrados podem ser vistos na tabela 5.2

Corpo de Prova	$\sigma_0$ [MPa]	Desvio Padrão	$\sigma_t$ [MPa]	Desvio Padrão	Alongamento <sup>1</sup> Uniforme (%)	Desvio Padrão	Alongamento Total (%)	Desvio Padrão
$0^{\circ}$	153,00	16,81	300,00	29,19	32,00	1,35	42,00	1,15
$90^{\circ}$	150,00	16,32	289,00	38,92	30,00	2,17	42,00	1,34

Tabela 5.2 - Resultados obtidos no ensaio de tração.

Partindo-se dos resultados obtidos no ensaio de tração, foi levantada a curva tensão verdadeira por deformação verdadeira, através do Método dos Mínimos Quadrados.

Corpo de Prova	K [MPa]	Coeficiente de Encruamento (n)
$0^{\circ}$	510,10	0,22
$90^{\circ}$	472,08	0,21

Tabela 5.3 - Índices para a curva real.

#### b - Índice de Anisotropia

Os índices de anisotropia planar e normal foram determinados utilizando-se corpos de prova retirados a  $0^{\circ}$ ,  $45^{\circ}$  e  $90^{\circ}$  em relação ao sentido de laminação.

<sup>1</sup> O alongamento uniforme calculado através da expressão  $\varepsilon_{ENG} = e^n - 1$  para a chapa é de 24,60 % para direção paralela a direção delaminação e 23,38 % para a direção perpendicular a direção de laminação. A variação dos valores teóricos em relação aos valores experimentais foi provocado pelo Método dos Mínimos Quadrados utilizado para a determinação dos parâmetros da curva real.

Os corpos de prova foram ensaiados a tração, com um alongamento de aproximadamente 12 %, com comprimento útil de 50,0 mm. Nestas condições foram encontrados os valores de razão de deformação plástica ( $R$ ), mostrados na tabela 5.4. Para o cálculo foi utilizada a expressão (2.1)

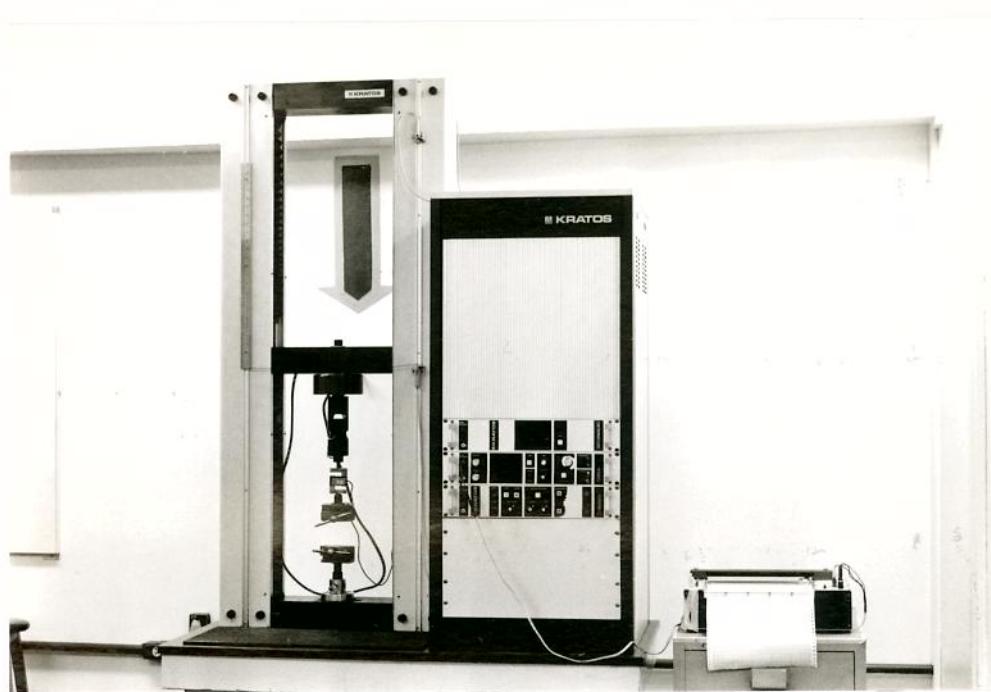


Figura 5.5 - Máquina Kratos - Modelo K2001.

Corpo de Prova	R	Desvio Padrão
0°	2,15	0,07
45°	1,54	0,10
90°	2,47	0,07

Tabela 5.4 -Valores encontrados de razão de deformação plástica.

Com os dados acima encontram-se os índices de anisotropia normal e o índice de anisotropia planar, utilizando-se as expressões (2.2) e (2.3).

$$\bar{R} = 1,93$$

$$\Delta R = 0,77$$

Estes valores garantem à chapa boa resistência ao estiramento e portanto boa estampabilidade, o valor baixo do índice de anisotropia planar garante que as “orelhas” após o embutimento terão uma altura pequena.

#### c - Ensaio Erichsen

O Ensaio Erichsen foi realizado de acordo com a Norma NBR 5915/1984, na máquina ROELL & KORTHAUS KG - Mod. BP612, mostrada na figura 5.6. Essa máquina será utilizada também nos ensaios de embutimento.

Para os ensaios foram cortadas tiras com largura de 100 mm. A força do prensa-chapa utilizada para evitar o escorregamento da chapa e garantir o estiramento puro, foi de aproximadamente de 11.000 N. A altura da calota formada foi de 11,40 mm, o que garante à chapa a classificação EEP (Estampagem Extra-Profunda), segundo o diagrama da norma.

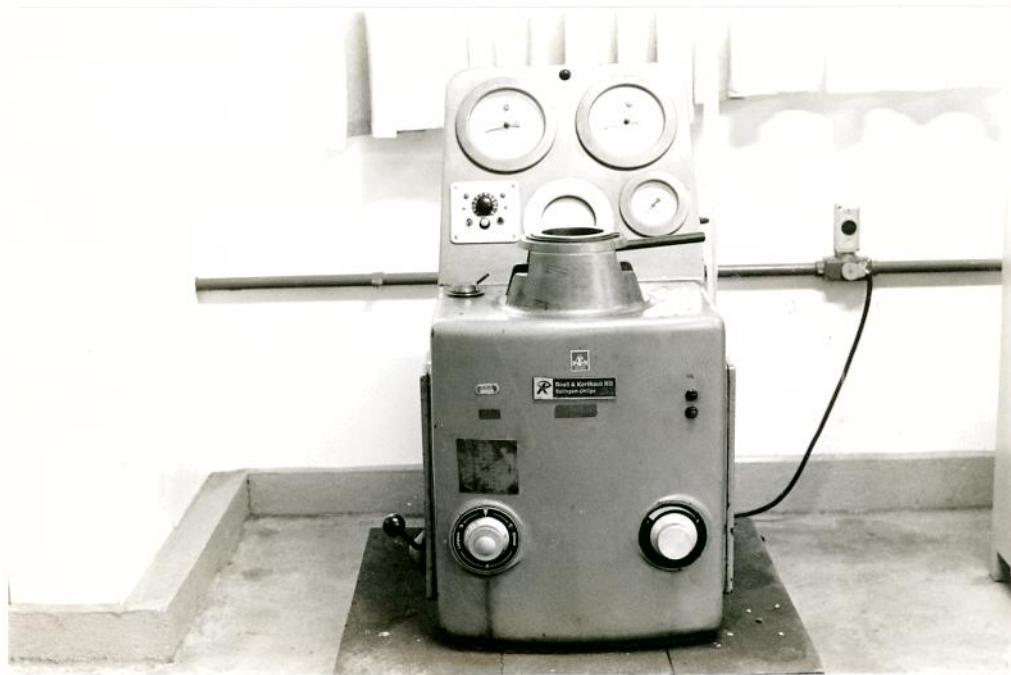


Figura 5.6 - Máquina ROELL & KORTHAUS KG - Mod. BP612.

## 5.2 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Os ensaios que foram realizados utilizaram o ferramental (figura 5.7) com as dimensões mostradas na figura 2.11. Esse ferramental foi concebido para ser montado na máquina da figura 5.6.

As experiências foram realizadas com 3 discos de diâmetro 101,28 mm e três discos de diâmetro 105,80 mm.

### 5.2.1 - Gravação do Grid

Para o levantamento da variação da espessura e da deformação circumferencial dos copos, um “grid” foi gravado mecanicamente nos discos, com circunferências concêntricas variando os diâmetros em 5 mm. Tomou-se o cuidado para que a gravação não tivesse uma profundidade grande para não prejudicar os resultados.

Os resultados das deformações foram obtidos medindo-se a espessura da chapa e o diâmetro das circunferências após o embutimento.

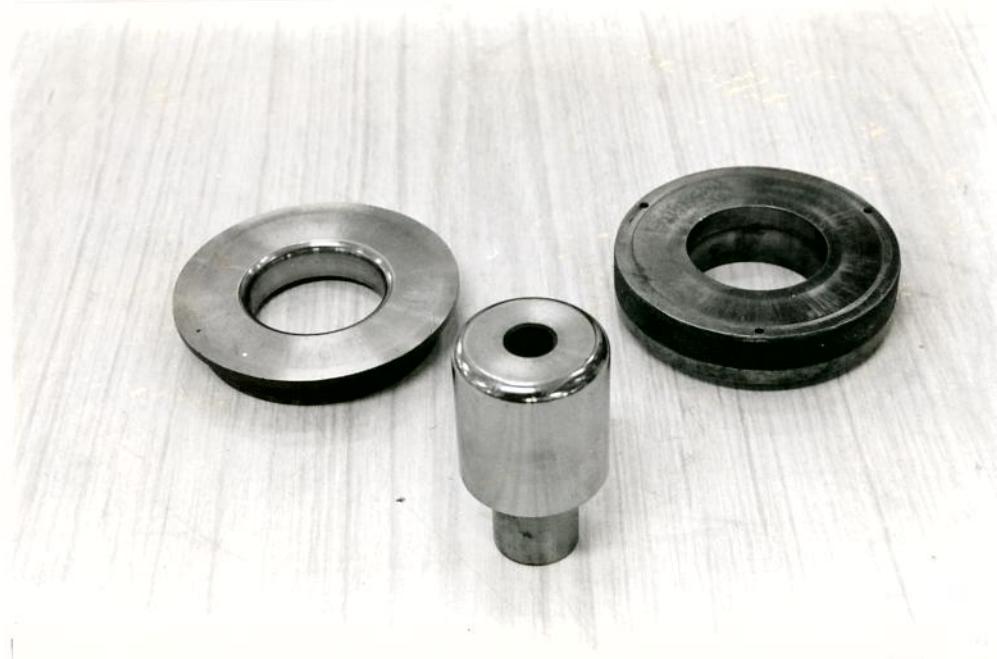


Figura 5.7 - Ferramental utilizado nas experiências.

### 5.2.2 - Lubrificação

A lubrificação da chapa e da ferramenta foi feita com uma pasta a base de bissulfeto de Molibdênio, chamada G-Rapid, fabricada pela Molykote. Esta pasta foi aplicada em fina camada sobre as superfícies que entrariam em contato.

Segundo Schey (1983), os coeficientes de atrito em operações de embutimento variam de 0,17 em um estado sem lubrificação (atraito seco) e 0,15 para embutimento utilizando-se como lubrificante graxa grafitada. A eficiência da pasta utilizada é melhor que da graxa grafitada e como existe uma outra série de fatores que afetam o valor do coeficiente de atrito, tornou-se necessária a realização das simulações com vários coeficientes, para que os resultados fossem comparados com os resultados experimentais.

### 5.2.3 - Ensaios de Embutimento

Nos ensaios de embutimento, os discos foram conformados com velocidade do punção constante e igual a 2,5 mm/min. A velocidade baixa era necessária para anotação dos valores de força, que eram medidos diretamente no relógio no painel da máquina. Como a escala do relógio era grosseira, para maior precisão de leitura utilizou-se um relógio comparador colocado na superfície do punção, onde media-se o seu deslocamento quando a força atingia um valor inteiro no relógio.

A força do prensa-chapa utilizada na simulação foi de 12.500 N, que foi necessária para eliminar a formação de rugas na flange. O copo formado está mostrado na figura 5.8.

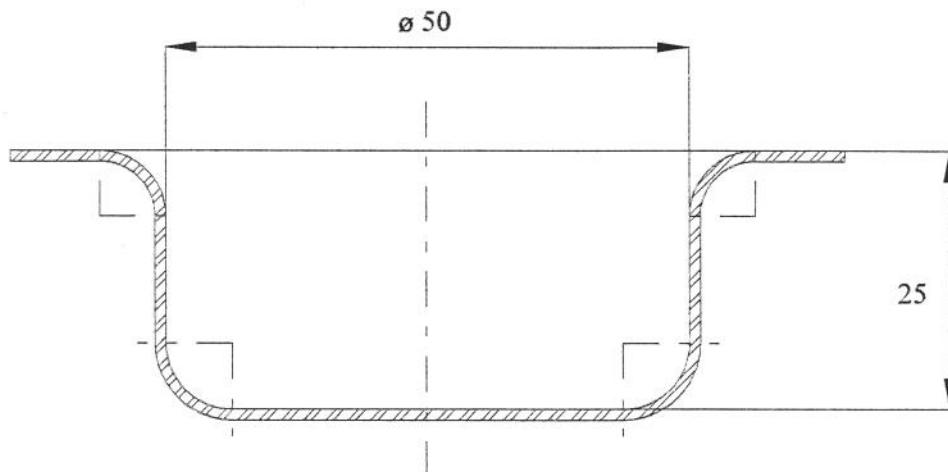


Figura 5.8 - Copo obtido no ensaio de embutimento.

## 6. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados experimentais obtidos, que serão analisados e comparados com os resultados da simulação feita com coeficiente de atrito 0,15, que foi o coeficiente de atrito que apresentou os resultados mais próximos dos resultados experimentais.

### 6.1 ESFORÇOS DE EMBUTIMENTO

As forças obtidas durante o ensaio de embutimento para os discos de diâmetro 101,28 e 105,80 mm estão mostrados nas tabelas 6.1 e 6.2 e em forma de gráfico nas figuras 6.1 e 6.2.

A legenda adotada para a tabela foi:

Desl. x - deslocamento do punção, onde x indica o número do corpo de prova.

FORÇA [N]	Desl. 1 [mm]	Desl. 2 [mm]	Desl. 3 [mm]	Média	Desvio Padrão
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3000	0,780	0,750	0,650	0,727	0,068
6000	1,980	2,000	2,000	1,993	0,012
9000	3,090	3,050	3,080	3,073	0,021
12000	4,000	3,900	3,880	3,927	0,064
15000	4,820	4,670	4,670	4,720	0,087
18000	5,580	5,450	5,440	5,490	0,078
21000	6,200	6,070	6,120	6,130	0,066
24000	6,870	6,750	6,700	6,773	0,087
27000	7,440	7,280	7,280	7,333	0,092
30000	8,070	7,890	7,900	7,953	0,101
33000	8,700	8,460	8,450	8,537	0,142
36000	9,500	9,090	9,220	9,270	0,210
39000	10,400	10,020	10,100	10,173	0,200
42000	11,380	11,000	10,950	11,110	0,235
45000	13,000	12,120	12,200	12,440	0,487
48000	16,120	14,740	14,640	15,167	0,827
51000	—	19,900	19,870	19,885	0,021

Tabela. 6.1 - Força de embutimento experimental para os discos de diâmetro 101,28 mm.

Os valores máximos de força encontrados experimentalmente para o disco de diâmetro 101,28 mm foram:

**DISCO FORÇA MÁXIMA**

1	49.000
2	51000
3	51000

Média = 50.333 N

Modelo (coeficiente de atrito 0,15) = 44.753 N

Desvio Padrão = 1154 N

FORÇA [N]	Desl. 1 [mm]	Desl. 2 [mm]	Desl. 3 [mm]	Média	Desvio Padrão
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3000	0,420	0,770	0,620	0,603	0,176
6000	1,700	2,010	1,920	1,877	0,159
9000	2,610	2,980	2,940	2,843	0,203
12000	3,440	3,820	3,740	3,667	0,200
15000	4,210	4,600	4,580	4,463	0,220
18000	4,950	5,300	5,380	5,210	0,229
21000	5,550	6,300	6,040	5,963	0,381
24000	6,120	—	6,680	6,400	0,396
27000	6,690	7,100	7,250	7,013	0,290
30000	7,230	7,580	7,840	7,550	0,306
33000	—	8,110	8,400	8,255	0,205
36000	8,350	8,750	9,100	8,733	0,375
39000	9,000	9,440	9,920	9,453	0,460
42000	9,820	10,250	10,830	10,300	0,507
45000	10,760	11,170	12,050	11,327	0,659
48000	11,900	12,630	14,020	12,850	1,077
51000	13,800	14,620	17,800	15,407	2,113
54000	17,300	17,820	—	17,560	0,368

Tabela 6.2 - Força de embutimento experimental para os discos de diâmetro 105,80 mm.

Os valores máximos de força encontrados experimentalmente para o disco de diâmetro 105,80 mm foram:

DISCO	FORÇA MÁXIMA
-------	--------------

1	56.000
2	55.500
3	53.500

$$\text{Média} = 55.000 \text{ N}$$

$$\text{Modelo (coeficiente de atrito } 0,15) = 53.125 \text{ N}$$

$$\text{Desvio Padrão} = 1322 \text{ N}$$

Após atingido o valor máximo a força se manteve constante até o final do deslocamento do punção.

O desenvolvimento da força de embutimento pode ser dividido em duas regiões distintas:

1 - Formação do raio em torno do punção e da matriz

2 - Aumento de rigidez devido a formação da flange.

A formação do raio em torno do punção pode ser observada nas figuras 6.1 e 6.2 nas regiões indicadas pelo número 1.

Após a formação do raio em torno do punção, a geometria do “blank” não é mais plana e a dificuldade da chapa escoar para o interior da ferramenta é cada vez maior devido ao aumento da sua rigidez.

O aumento da rigidez do copo aumenta a força de embutimento e o estiramento da parede, provocando uma redução maior de espessura.

O raio da matriz é de grande importância, pois, quanto menor o raio, maior será a rigidez do copo e portanto maior o estiramento da parede (Shirizly et al, 1994).

Na figura 6.1 existem dois esquemas mostrando a posição do punção no final da região 1 e no final da região 2.

Os resultados experimentais da força de embutimento são superiores aos resultados da simulação mostrados no capítulo 4. Esse fato pode ser associado ao critério de escoamento utilizado na simulação ser o de von Mises para materiais isotrópicos, diferente do critério para materiais anisotrópicos apresentado no capítulo 2. Outro fator é o coeficiente de atrito nos experimentos ser diferente do coeficiente utilizado na simulação, pois, o aumento do coeficiente de atrito na simulação provocou o aumento da força.

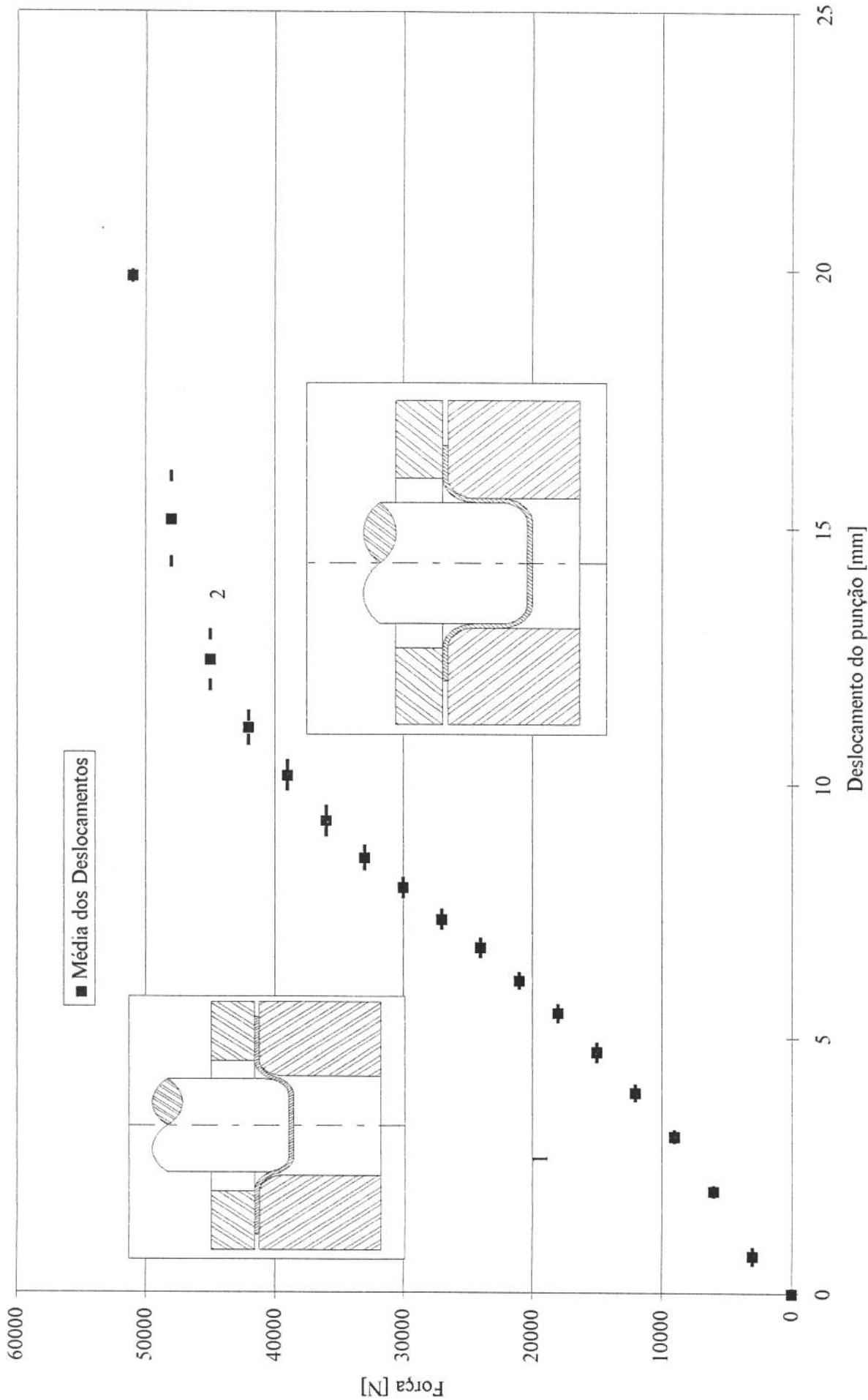


Figura 6.1 - Força de embutimento para disco de diâmetro 101,28 mm.

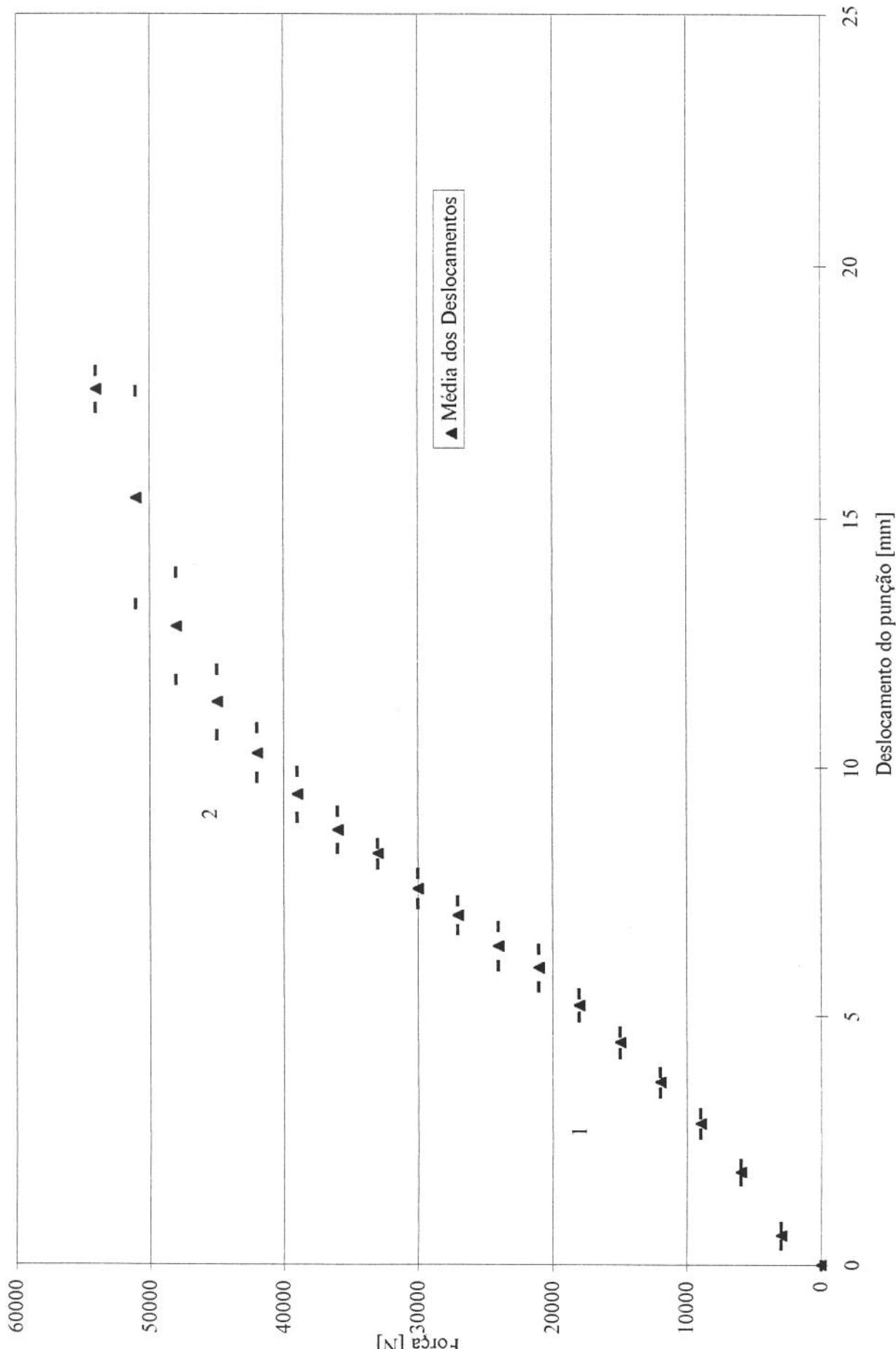


Figura 6.2 - Força de embutimento para disco de diâmetro 105,80 mm.

## 6.2 DEFORMAÇÃO DA ESPESSURA

A deformação da espessura foi encontrada medindo-se oito pontos ao longo de cada circunferência do “grid” do copo embutido, para os três discos. Os resultados médios obtidos podem ser observados na tabela 6.3 para o diâmetro de 101,28 mm e tabela 6.4 para o diâmetro de 105,80 mm.

Posição Radial	Espessura Média [mm]	Desvio Padrão	Deformação da espessura
2,50	0,968	0,009	-0,062
5,00	0,968	0,007	-0,062
7,50	0,964	0,008	-0,066
10,00	0,966	0,007	-0,064
12,50	0,966	0,008	-0,064
15,00	0,965	0,010	-0,065
17,50	0,970	0,008	-0,060
20,00	0,955	0,019	-0,076
22,50	0,939	0,012	-0,092
25,00	0,948	0,012	-0,083
27,50	0,992	0,015	-0,038
30,00	0,945	0,018	-0,086
32,50	0,934	0,018	-0,098
35,00	0,945	0,016	-0,086
37,50	0,990	0,010	-0,040
40,00	1,048	0,014	0,017
42,50	1,066	0,018	0,034
45,00	1,084	0,019	0,051
47,50	1,091	0,025	0,058
50,00	1,095	0,028	0,061

Tabela 6.3 - Espessura média e desvio padrão na posição do grid do disco de diâmetro 101,28 mm.

Posição Radial	Espessura Média [mm]	Desvio Padrão	Deformação da espessura
2,500	0,956	0,011	-0,075
5,000	0,955	0,011	-0,076
7,500	0,955	0,012	-0,076
10,000	0,953	0,012	-0,078
12,500	0,956	0,012	-0,075
15,000	0,951	0,014	-0,080
17,500	0,951	0,016	-0,080
20,000	0,933	0,022	-0,099
22,500	0,928	0,025	-0,104
25,000	0,930	0,019	-0,102
27,500	0,980	0,019	-0,050
30,000	0,932	0,021	-0,100
32,500	0,924	0,020	-0,109
35,000	0,929	0,016	-0,103
37,500	0,955	0,014	-0,076
40,000	1,016	0,012	-0,014
42,500	1,050	0,016	0,019
45,000	1,064	0,016	0,032
47,500	1,076	0,017	0,044
50,000	1,078	0,019	0,046
52,500	1,088	0,017	0,055

Tabela 6.4 - Espessura média e desvio padrão na posição do grid do disco de diâmetro 105,80 mm.

A comparação dos resultados experimentais e da simulação estão mostrados na forma de gráfico nas figuras 6.3 e 6.4 para os diâmetros de 101,28 mm e 105,80 mm respectivamente.

Os dois gráficos podem ser relacionados à figura 2.10, com deformação constante no fundo do copo, às duas reduções de espessura na região do raio do punção e ao aumento da espessura próximo a borda do copo.

Para os diâmetros analisados às deformações da espessura para a redução 1, onde ocorre a fratura por excesso de deformação (figura 2.10) foram menores no modelo matemático que nos experimentos. Na redução 2 ocorre o contrário, as deformações obtidas na simulação foram maiores que as obtidas nos experimentos. O aumento da espessura na borda do copo para o modelo matemático foi maior que o aumento obtido nos experimentos.

As deformações para o disco de diâmetro 105,80 mm foram maiores que as deformações para o disco de diâmetro 101,28 mm no modelo e na simulação conforme o esperado.

O diâmetro 105,80 mm está próximo do limite máximo de embutimento que a chapa pode suportar para a geometria do ferramental utilizado e as deformações encontradas na simulação para a redução 1 estão próximas das encontradas experimentalmente no seu limite superior.

Os valores de deformação encontrados experimentalmente foram influenciados pela anisotropia do material que não foi considerada no modelo matemático.

As condições de atrito podem se alterar durante o embutimento, variando o coeficiente de atrito nas diferentes regiões da ferramenta principalmente nos raios, devido à variação na película do lubrificante, diferente do modelo matemático que considera as condições de atrito constantes.

A utilização de apenas um elemento na espessura da chapa e o fato do elemento ser bilinear (Apêndice A) também contribuiu para esta variação nos resultados.

A deformação no fundo do copo foi maior no modelo matemático que nos experimentos. A utilização de um alto valor de rigidez de contato em sistema inicialmente com baixa rigidez e o punção com deslocamento imposto em todos os nós, deixando o punção totalmente rígido, contribuiu para a diferença nos resultados.

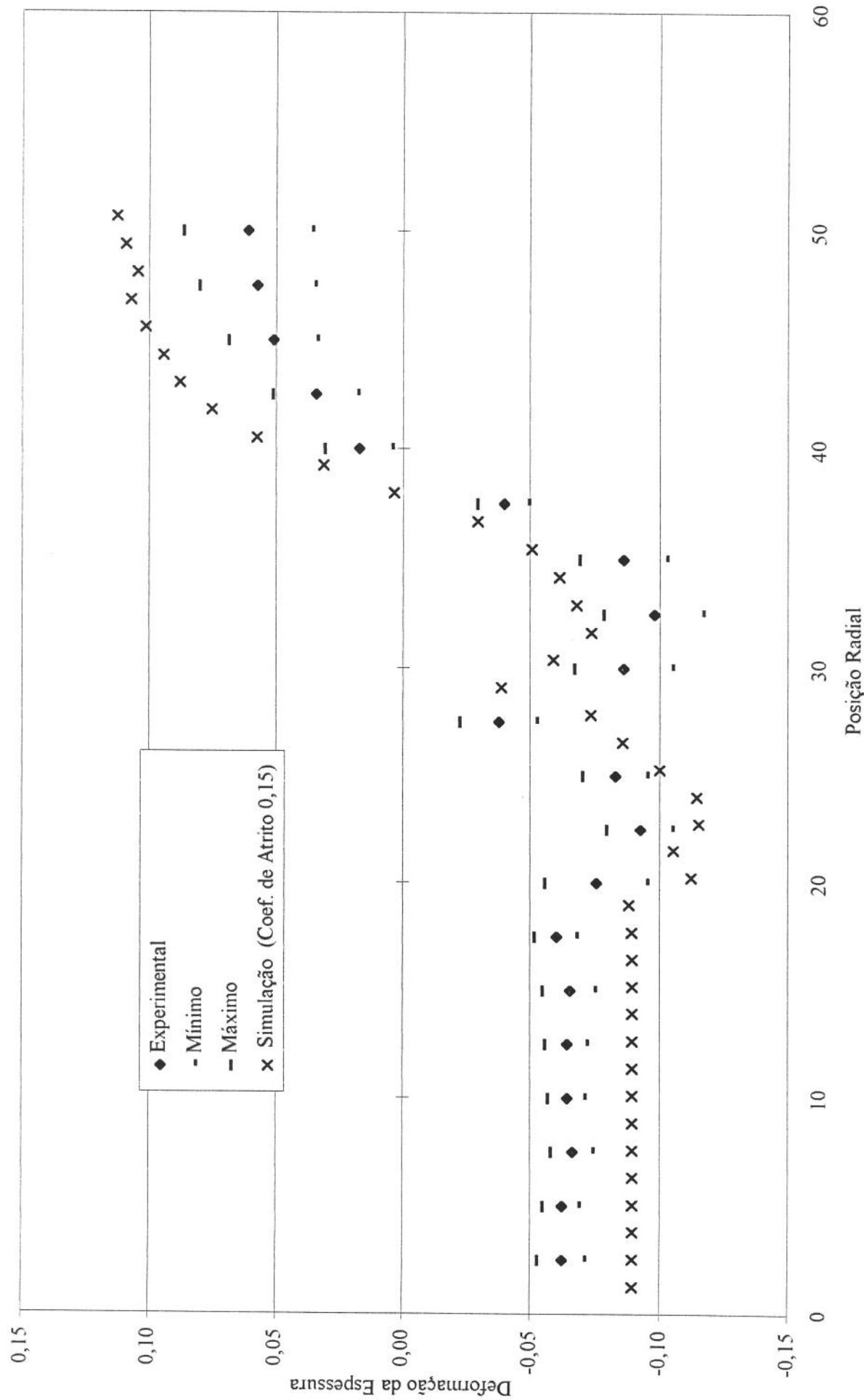


Figura 6.3 - Deformação da espessura para disco de diâmetro 101,28 mm, comparação entre os resultados experimentais e de simulação com coef. de atrito 0,15

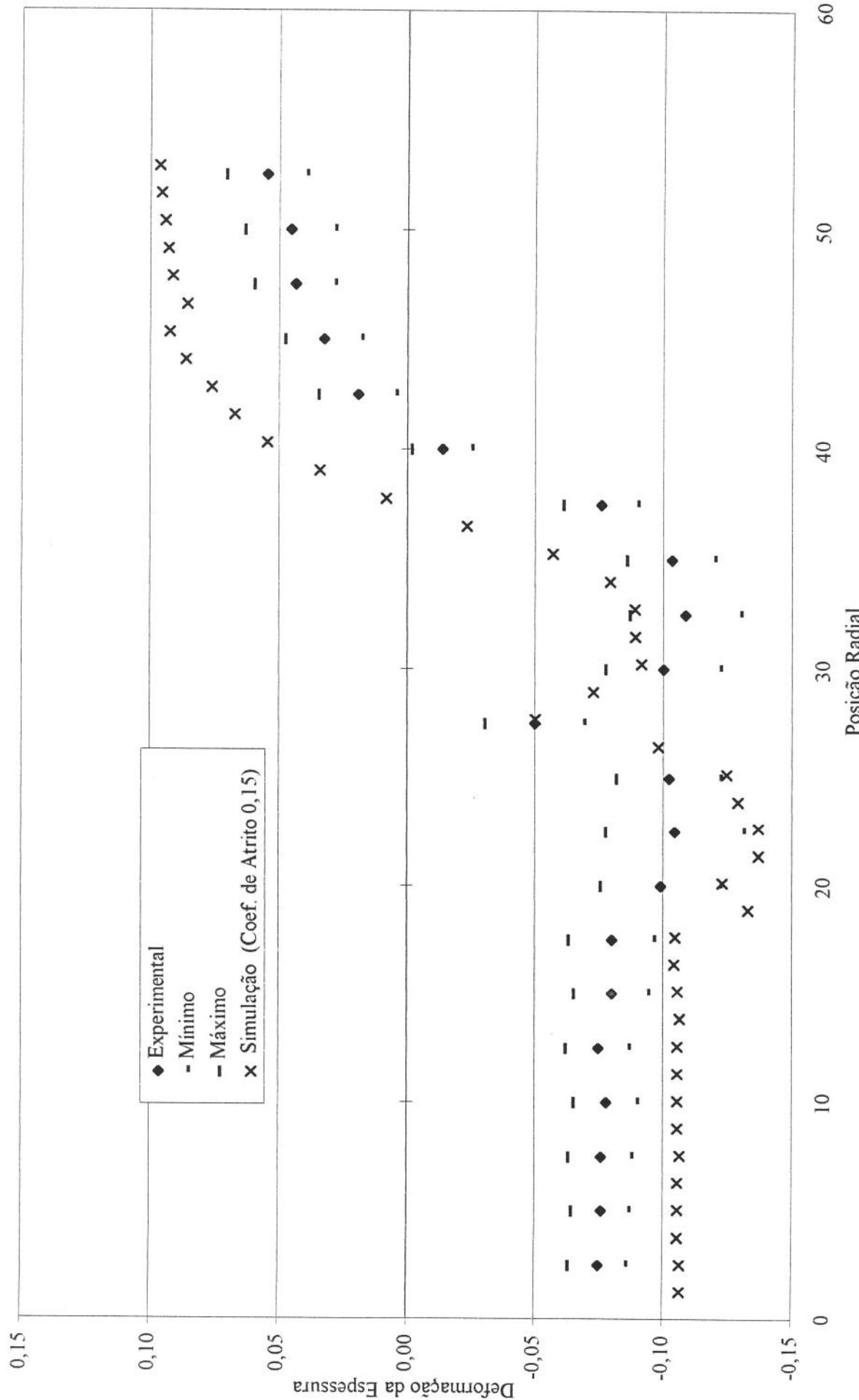


Figura 6.4 - Deformação da espessura para disco de diâmetro 105,80 mm, comparação entre os resultados experimentais e de simulação com coef. de atrito 0,15

### 6.3 DEFORMAÇÃO CIRCUNFERENCIAL

A deformação circunferencial para os dois diâmetros de disco utilizados nos experimentos estão mostrados nas tabelas 6.5 para o diâmetro 101,28 mm e 6.6 para o diâmetro de 105,80 mm.

Os resultados colocados na forma de gráfico podem ser observados nas figuras 6.5 e 6.6 para os diâmetros acima.

Posição Radial	Diâmetro Médio [mm]	Desvio Padrão	Deformação Circunferencial
2,500	5,573	0,230	0,108
5,000	10,492	0,269	0,048
7,500	15,627	0,263	0,041
10,000	20,674	0,352	0,033
12,500	25,920	0,235	0,036
15,000	30,972	0,265	0,032
17,500	36,103	0,263	0,031
20,000	41,030	0,328	0,025
22,500	46,448	0,112	0,032
25,000	50,335	0,158	0,007
27,500	52,210	0,040	-0,052
30,000	52,457	0,035	-0,134
32,500	52,533	0,016	-0,213
35,000	52,637	0,042	-0,285
37,500	53,183	0,152	-0,344
40,000	56,047	0,353	-0,356
42,500	60,960	0,290	-0,332
45,000	66,853	0,855	-0,297
47,500	73,382	0,498	-0,258
50,640	80,022	1,638	-0,236

Tabela 6.5 - Deformação circunferencial para disco de diâmetro 101,28 mm.

Posição Radial	Diâmetro Médio [mm]	Desvio Padrão	Deformação Circunferencial
2,500	5,275	0,353	0,054
5,000	10,385	0,372	0,038
7,500	15,630	0,345	0,041
10,000	20,585	0,332	0,029
12,500	26,143	0,348	0,045
15,000	31,338	0,299	0,044
17,500	36,243	0,213	0,035
20,000	42,433	0,349	0,059
22,500	47,010	0,513	0,044
25,000	50,238	0,315	0,005
27,500	52,103	0,029	-0,054
30,000	52,327	0,046	-0,137
32,500	52,488	0,025	-0,214
35,000	52,660	0,040	-0,285
37,500	53,018	0,095	-0,347
40,000	55,342	0,167	-0,368
42,500	60,738	0,848	-0,336
45,000	66,151	1,261	-0,308
47,500	72,800	1,487	-0,266
50,000	78,847	1,503	-0,238
52,900	86,735	1,808	-0,199

Tabela 6.6 - Deformação circunferencial para disco de diâmetro 105,80 mm.

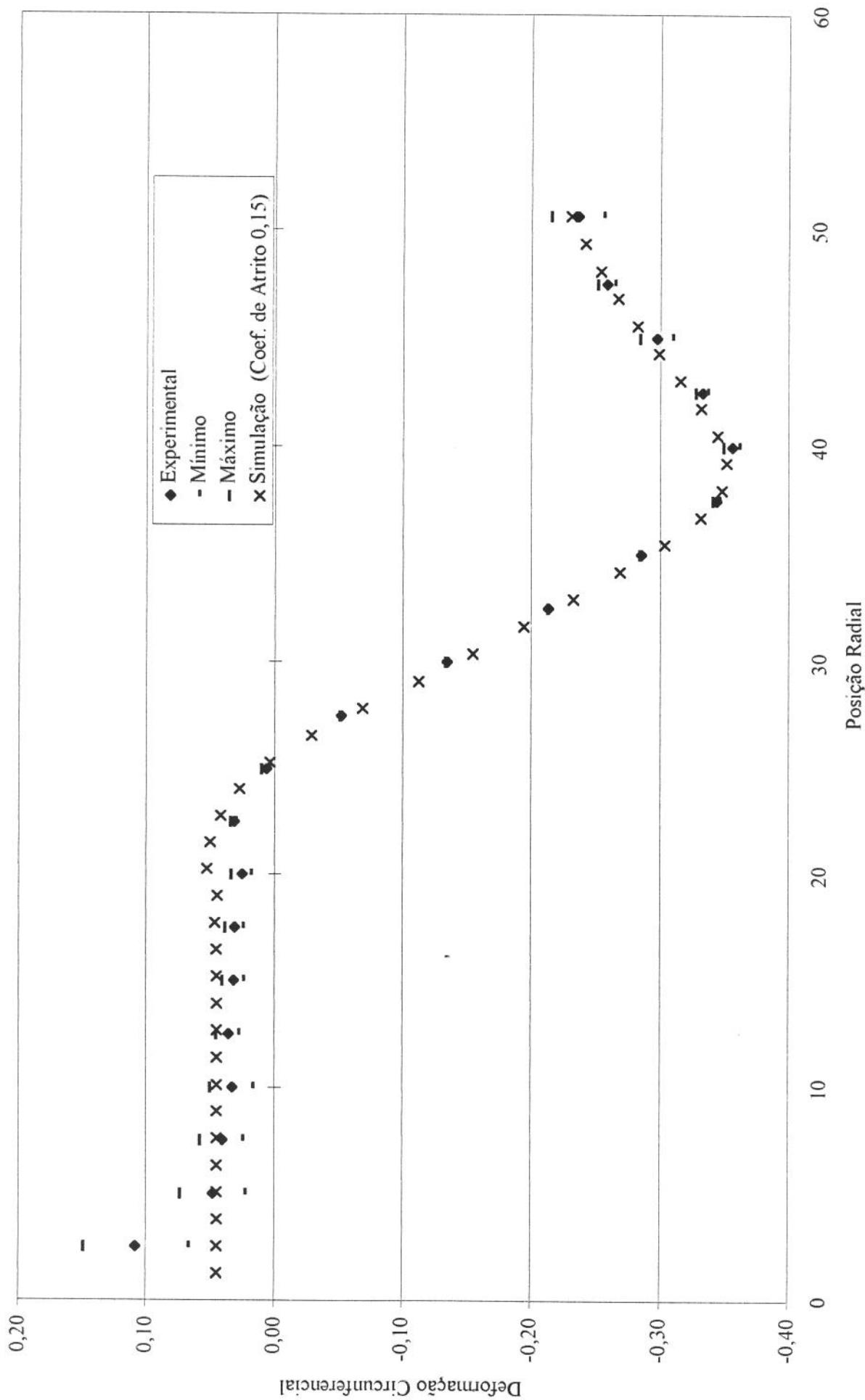


Figura 6.5 - Deformação circumferencial para diâmetro 101,28 mm, comparação entre os resultados experimentais e de simulação com coef. de atrito de 0,15

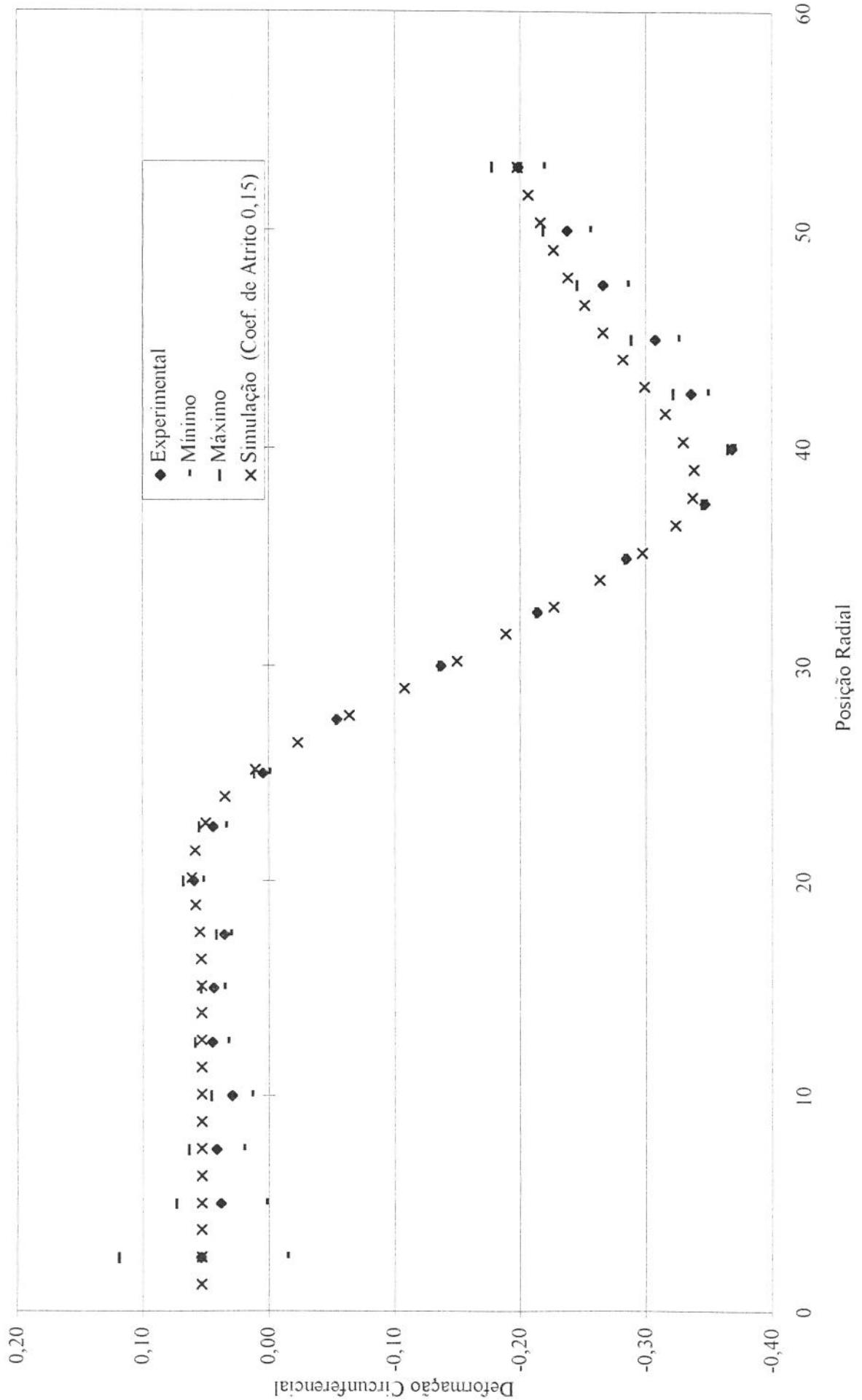


Figura. 6.6 - Deformação circumferencial para diâmetro 105,80 mm, comparação entre os resultados experimentais e de simulação com coef. de atrito 0,15.

A deformação circunferencial é pouco influenciada pelas condições de atrito, como mostrado no capítulo 4, e pelas condições de resistência da chapa, apresentando uma condição geométrica de variação no diâmetro das circunferências do “grid”.

A deformação circunferencial é importante para a verificação geométrica do copo embutido, pois variações nos diâmetros das circunferências do “grid” na região da parede do copo, independentemente do diâmetro inicial do disco, indicam que estão ocorrendo deformações excessivas na ferramenta ou o valor da folga entre a matriz e o punção está inadequado para a espessura da chapa em trabalho, ou então, a chapa começa a apresentar abaulamentos provocados por pequena força no prensa-chapa.

Para os experimentos e a simulação, o ferramental era rígido o suficiente, em relação aos esforços aplicados, para não influenciar as condições de deformação circunferencial. Esse fato é evidenciado na comparação dos valores de deformação na parede do copo nos dois diâmetros de disco e o baixo valor do desvio padrão encontrado nas medidas.

Se a pressão do prensa-chapa for elevada, ela impedirá o deslocamento da flange do copo aumentando o estiramento da parede e mantendo o diâmetro original das circunferências na flange, o que deixa a deformação circunferencial menor do que quando utilizado um prensa-chapa com pressão adequada.

Na região da flange a anisotropia planar prejudica a obtenção dos resultados de deformação, pois as circunferências têm sua geometria alterada, devido a diferença de resistência no plano provocado pela anisotropia, não mais apresentando raio uniforme. Esse fato pode ser observado pelo aumento do desvio padrão dos resultados experimentais nessa região e é o principal fator de diferença encontrado nos resultados para o diâmetro 105,80 mm.

O modelo matemático simulou de forma satisfatória a geometria do embutimento. Esse fato pode ser observado através da comparação dos resultados experimentais e da simulação para a deformação circunferencial.

## 7. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Pela análise e comparação dos resultados para a deformação da espessura os da simulação, que utilizou material isotrópico, foram inferiores aos experimentais em regiões críticas do copo. O aumento do diâmetro do “blank” para o embutimento, aumentou as deformações tanto para o modelo matemático quanto na parte experimental. Isto mostra que a simulação se mantém coerente ao processo para condições críticas.

Para a deformação circunferencial os resultados teóricos e experimentais se mostraram próximos, já que esta deformação é geométrica e não depende da resistência do material e nem do atrito envolvido. As forças encontradas na simulação e na parte experimental estão próximas, garantindo que a escolha da prensa utilizando o Método dos Elementos Finitos é possível.

O Método dos Elementos Finitos de formulação elasto-plástica e o software utilizado, ANSYS Versão 5.0 A, se mostraram aplicáveis para a análise do processo.

Algumas dificuldades foram encontradas e prejudicaram a realização da simulação e a análise dos resultados:

- O número de elementos de contato que deve ser gerado para que ocorra o contato é muito elevado, o que torna o processamento demorado. As modelagens foram realizadas em uma “workstation” RISC 6000 modelo 340 e levaram em média 7 horas.

- A escolha do valor da rigidez de contato adequada para o problema custou várias tentativas de simulação.

- A utilização de uma modelagem em duas dimensões, reduz o tempo de processamento, mas aumenta a dificuldade de interpretação dos resultados e limita o tipo de modelagem que pode ser realizada.

- O pós-processamento realizado fora do software, dificulta a etapa de interpretação dos resultados.

A realização de outros trabalhos na área de estampagem podem partir deste enfoque inicial.

O modelo gerado pode ser alterado, aumentando-se o número de elementos na espessura da chapa para verificar se as alterações nos resultados da simulação se aproximam mais dos resultados experimentais.

O estudo do coeficiente de atrito e sua variação durante o processo de embutimento auxiliará na melhor representação da realidade do processo pelo modelo numérico.

As deformações no fundo do copo apresentadas na simulação foram sempre muito elevadas, sendo uma das causas possíveis a utilização de punção rígido. A mudança nas condições de contorno do punção podem melhorar esses resultados e assim, devem ser estudadas.

Deve-se estudar a utilização de outros “softwares” que possuam características diferentes para a modelagem do processo, como a utilização de elementos para grandes deformações que admitam condições de anisotropia e formulação de contato que admite variação do coeficiente de atrito durante o processamento.

## 8 - BIBLIOGRAFIA

(Alexander, 1960) - Alexander, J. M. - “An Appraisal of the Theory of Deep Drawing”, Metallurgical Reviews - Vol. 5, Nº 19, pp. 349-411, 1960.

(Anand, 1985) - Anand, L., “ Constitutive Equations for Hot-Working of Metals”, International Journal of Plasticity, Vol. 1, pp. 213-231, 1985.

(ANSYS, Commands Manual) - ANSYS User’s Manual - Commands, Vol. 2, Swanson Analysis Systems, Inc., 1993.

(ANSYS, Elements Manual) - ANSYS User’s Manual - Elements, Vol. 3, Swanson Analysis Systems, Inc., 1993.

(ANSYS, Procedures Manual) - ANSYS User’s Manual - Procedures, Vol. 1, Swanson Analysis Systems, Inc., 1993.

(ANSYS, Theory Manual) - ANSYS User’s Manual - Theory, Vol. 4, Swanson Analysis Systems, Inc., 1993.

(Bathe, 1982) - Bathe, K. J. - “ Finite Elements Procedure in Engineering Analysis ”, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1982.

(Berruti, 1959) - Berruti, A. - “ Stampi e Presse ”, S. Lattes & C. Editori, 3<sup>a</sup> Edição, 1959.

(Bresciani et al., 1991) - Bresciani, E., Zavaglia, C. A. C., Button, S. T., Gomes, E., Nery, F. A. C., “ Conformação Plástica dos Metais ”, Ed. UNICAMP, 4<sup>a</sup> Edição, 1991.

(Borst and Feenstra, 1990) - Borst, R. and Feenstra, P.H. - “ Studies in Anisotropic Plasticity With Reference to the Hill Criterion ”, International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 29, pp. 315-336, 1990.

(Brown et al, 1989) - Brown, S.B., Kim, K. H., Anand,L. - “ **An Internal Variable Constitutive Model for Hot Working of Metals** ”, International Journal of Plasticity, Vol. 5, pp. 95-130, 1989.

(Chandrupatla and Belegundu, 1991) - Chandrupata, T. R., Belegundu, A. D. - “ **Introduction to Finite Elements in Engineering** ”, Prentice-Hall International Editions, 1991.

(Chakrabarty, 1987) - Chakrabarty, J. - “ **Theory of Plasticity** ”, Ed. McGraw-Hill, 1987.

(Chou and Pan, 1994) - Chou, C.H. and Pan,J. - “ **Analysis of Sheet Metal Forming Operations by a Stress Resultant Constitutive Law** ”, International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 29, pp. 315-336, 1990.

(Cook et al., 1989) - Cook, R. D., Malkus, D. S., Plesha, M. E. - “ **Concepts and Applications of Finite Element Analysis** ”, John Willey & Sons, 3<sup>a</sup> Edição, 1989.

(Dieter, 1984) - Dieter, G. E - “ **Workability Testing Techniques** ”, ASM, 1984.

(Dieter, 1988) - Dieter, G. E. - “ **Mechanical Metallurgy** ”, SI Edition, McGraw-Hill, 1988.

(Ferran, 1973) - Ferran, E. M. - “ **Curvas Limites de Conformação: Aplicação aos Processos de Estiramento e Estampagem** ”, XXVIII Congresso Anual da ABM, 1973.

(Gegel et al, 1989) - Gegel, H.L., Malas, J.C., Doraivelu, S. M., Shende, V. A. - “ **Modeling Techniques Used in Forging Process Design** ” , Metals Handbook - Forming and Forging, ASM International, Vol. 14, 9th Edition, pp. 417-442, 1989.

(Gontier,1994) - Gontier, C. “ **About The Numerical Simulation of the Sheet Metal Stamping Process** ”, International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 37, pp. 669-692, 1994.

(Guo et al, 1990) - Guo, Y.Q., Batoz, J. L., Detraux, J. M., Duroux, P. - “ Finite Elements Procedures for Strain Estimations of Sheet Metal Forming Parts ”, International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 30, pp. 1385-1401, 1990.

(Hu and Liu, 1993) - Hu, Y.K. and Liu, K. W. - “ An ALE Hydrodynamic Lubrification Finite Element Method With Application to Strip Rolling ”, International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 36, pp. 865-880, 1993.

(Jastrzebski, 1987) - Jastrzebski, Z. D. - “ The Nature and Proprieties of Engineering Materials ”, Ed. John Wiley & Sons, 1987.

(Keck et al, 1990) - Keck, P., Wilhelm, M., Lange, K. - “ Application of the Finite Element Method to the Simulation of Sheet Forming Processes: Comparison of Calculations and Experiments ”, International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 30, pp. 1415-1430, 1990.

(Kobayashi, 1989) - Kobayashi, S., Oh, S., Altan, T. - “ Metal Forming and the Finite Element Method ”, Oxford University Press, 1989.

(Krenk, 1995) - Krenk, S. - “ An Orthogonal Residual Procedure for Non-Linear Finite Element Equations ”, International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 38pp. 823-839, 1995.

(Lee et al., 1989) - Lee, D., Majlessi, S. A., Vogel, J. H. - “ Process Modeling and Simulation for Sheet Metal ”, Metals Handbook - Forming and Forging, ASM International, Vol. 14, 9th Edition, pp. 911-927, 1989.

(Metals Handbook, 1989) - “ Forming Processes for Sheet, Strip and Plate - Deep Drawing ”, Metals Handbook - Forming and Forging, ASM International, Vol. 14, 9th Edition, pp. 574-590, 1989.

(Mori and Osakada, 1990) - Mori, K. and Osakada, K. - “ Finite Element Simulation of Three-Dimensional Deformation in Shape Rolling “, International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 30, pp. 1431-1440, 1990.

(Mouch, 1989) - Mouch, V. -“ CAD/CAM Applications in Sheet Forming “, Metals Handbook - Forming and Forging, ASM International, Vol. 14, 9th Edition, pp. 903-910, 1989.

(Oden and Kikuchi, 1982) - Oden, J. T. and Kikuchi, N. - “ Finite Element Methods for Constrained Problems in Elasticity “, International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 18, pp. 701-725, 1982.

(Oñate and Zienkiewicz, 1983) - Oñate, E. and Zienkiewicz, O. C. - “ A Viscous Shell Formulation for The Analysis of Thin Sheet Metal Forming “, International Journal of Mechanical Science, Vol. 25, Nº 5, pp. 305-335, 1983.

(Parish, 1989) - Parish, H. - “ A Consistent Tangent Stiffness Matrix for Three-Dimensional Non-Linear Contact Analysis ”, International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 28, pp. 1803-1812, 1989.

(Refaat and Meguid, 1994) - Refaat, M. H., Meguid, S. A. - “ On Elstatic Solution of Frictional Contact Problems Using Variational Inequalities “, International Journal of Mechanical Science, Vol. 36, Nº 4, pp. 329-342, 1994.

(Rowe et al., 1991) - Rowe, G. W., Strugess, C. E. N., Hartley, P., Pillinger, I. - “ Finite Element Plasticity and Metal Forming Analysis “, Cambridge University Press, 1<sup>a</sup> Edição, 1991.

(Schey, 1983) - Schey, J. A. - “ Tribology in Metalworking “, ASM, 1983.

(Simo and Taylor, 1985) - Simo, J. C. and Taylor, R. L. - “ Consistent Tangent Operators for Rate Independent Elasto-Plasticity “, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 48, pp. 101-118, 1985.

(Shirizly et al., 1994) - Shirizly, A., Yossifon, S., Tirosh, J. - “ **The Role of Die Curvature in the Performance of Deep Drawing (Hydro-Mechanical) Processes**“, International Journal of Mechanical Science, Vol. 36, Nº 2, pp. 121-135, 1994.

(Slater, 1977) - Slater, R. A. C. - “ **Engineering Plasticity** “, The Macmillian Press, 1977.

(Taylor, 1989) - Taylor, B. - “ **Formability Testing of Sheet Metals** ”, Metals Handbook - Forming and Forging, ASM International, Vol. 14, 9th Edition, pp. 877-899, 1989.

(Wifi, 1976) - Wifi, A. S. - “ **An Incremental Complete Solution of Stretch-Forming and Deep Drawing of a Circular Blank Using Hemispherical Punch** “, International Journal of Mechanical Science, Vol. 18, pp. 23-31, 1976.

(Weber et al., 1990) - Weber, G. G. , Lush, A. M., Zavaliangos, A., Anand, L. - “ **An Objective Time Integration Procedure for Isotropic Rate-Independent Elastic-Plastic Constitutive Equations** “, International Journal of Plasticity, Vol. 6, pp. 701-749, 1990.

(Wringgers et al., 1990) - Wringgers, Van,V., Stein, “ **Finite Element Formulation of Large Deformation Impact-Contact Problems with Friction** “, Computers and Structures, Vol. 37, pp. 319-331, 1990.

(Zhu and Cescotto, 1995) - “ **Unified and Mixed Formulation of the 4-Node Quadrilateral Elements by Assumed Strain Method: Application to Thermomechanical Problems** ”, International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 38, pp. 685-716, 1995.

(Zienkiewicz and Taylor, 1989) - Zienkiewicz, O. C. , Taylor, R. L. - “ **The Finite Element Method - Basic Formulation and Linear Problems** “, Vol. 1, 4<sup>a</sup> Edição, Ed. McGraw-Hill, 1989.

(Zienkiewicz and Taylor, 1991) - Zienkiewicz, O. C. , Taylor, R. L. - “ The Finite Element Method - Solid and Fluid Mechanics Dynamics and Non-Linearity “, Vol. 2, 4<sup>a</sup> Edição, Ed. McGraw-Hill, 1991.

## APÊNDICE A - FORMULAÇÃO LAGRANGEANA (Cook et al, 1989)

Um campo  $\Phi$  é interpolado sobre um elemento de n valores nodais onde:

$$\{\Phi_e\} = [\Phi_1 \ \Phi_2 \dots \Phi_n]^T \quad (A.1)$$

De acordo com a expressão:

$$\Phi = [N] \cdot \{\Phi_e\} \quad (A.2)$$

As  $N_i$  são funções das coordenadas. A função de forma  $N_i$  define a distribuição  $\Phi$  dentro do elemento quando o grau de liberdade nodal i tem valor 1 e os outros valores são zero.

### Fórmula da Interpolação de Lagrange

A função  $\Phi = \Phi_i$  de grau n-1 é definida por n valores  $\Phi_i$ , que correspondem as abcissas  $x_i$ , pode ser escrita alterando-se a equação (A.2) para a forma:

$$\Phi = \sum_{i=1}^n N_i \cdot \Phi_i \quad (A.3)$$

Em que as funções de forma  $N_i$  foram criadas por Lagrange da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{(x_2 - x) \cdot (x_3 - x) \cdot (x_4 - x) \dots (x_n - x)}{(x_2 - x_1) \cdot (x_3 - x_1) \cdot (x_4 - x_1) \dots (x_n - x_1)} \\ N_2 &= \frac{(x_1 - x) \cdot (x_3 - x) \cdot (x_4 - x) \dots (x_n - x)}{(x_1 - x_2) \cdot (x_3 - x_2) \cdot (x_4 - x_2) \dots (x_n - x_2)} \\ &\vdots \\ N_n &= \frac{(x_1 - x) \cdot (x_2 - x) \cdot (x_3 - x) \dots (x_{n-1} - x)}{(x_1 - x_n) \cdot (x_2 - x_n) \cdot (x_3 - x_n) \dots (x_{n-1} - x_n)} \end{aligned} \quad (A.4)$$

## Elementos Bidimensionais

Imagine que a variável independente  $\Phi = \Phi(x, y)$  é para ser interpolada de quatro nós situados nos vértices de um retângulo.

A função  $\Phi$  tem a forma:

$$\Phi = a_1 + a_2 \cdot x + a_3 \cdot y + a_4 \cdot xy \quad (\text{A.5})$$

As funções de forma serão produtos dos  $N_i$  da expressão (A.4).

Na figura (A.1) pode-se interpolar  $\Phi$  ao longo da aresta esquerda entre os valores nodais  $\Phi_1$  e  $\Phi_4$  e ao longo da aresta direita pelos valores de  $\Phi_2$  e  $\Phi_3$ . Assim na expressão (A.4),  $y$  substitui  $x$  e  $n$  é igual a 2.

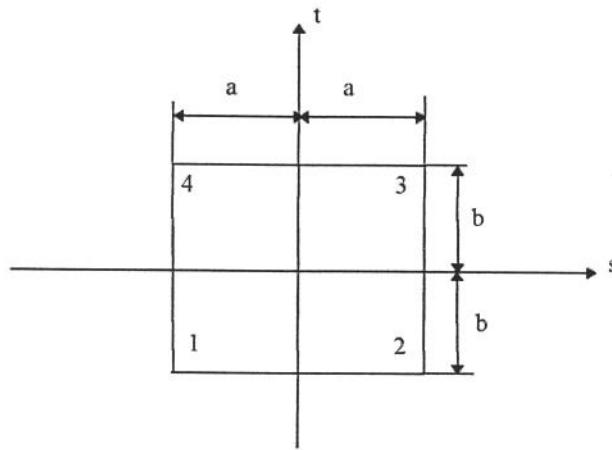


FIG. A.1 - Elemento Lagrangeano de 4 nós.

$$\Phi_{14} = \frac{b-y}{2b} \cdot \Phi_1 + \frac{b+y}{2b} \cdot \Phi_4 \quad (\text{A.6})$$

$$\Phi_{23} = \frac{b-y}{2b} \cdot \Phi_2 + \frac{b+y}{2b} \cdot \Phi_3 \quad (\text{A.7})$$

Interpolando linearmente na direção de  $x$  tem-se:

$$\Phi = \frac{a-x}{2a} \cdot \Phi_{14} + \frac{a+x}{2a} \cdot \Phi_{23} \quad (\text{A.8})$$

Substituindo-se as equações (A.5) e (A.6) dentro de (A.7) tem-se:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{(a-x).(b-y)}{4.a.b} & N_2 &= \frac{(a+x).(b-y)}{4.a.b} \\ N_3 &= \frac{(a+x).(b+y)}{4.a.b} & N_4 &= \frac{(a-x).(b+y)}{4.a.b} \end{aligned} \quad (A.9)$$

Para cada  $N_i = 1$  as demais coordenadas, na função de forma do nó i são iguais a zero.

O elemento da figura 4.1 é chamado de bilinear, porque cada função de forma é o produto de dois polinômios lineares. Um elemento com nove nós ( 4 nos vértices, 4 no meio das arestas e um nó no centro ) é chamado de biquadrático, com dezesseis nós ( sendo 4 nós internos ) é chamado de bi-cúbico e assim por diante. Aumentando-se o grau do polinômio, aumenta-se a precisão dos resultados.

**APÊNDICE B - PROGRAMA PARA A GERAÇÃO DO MODELO COM DIÂMETRO DE “BLANK” 101,28 mm.**

```
/PREP7
/TITLE, EMBUTIMENTO PROFUNDO
/COM, GERAÇÃO DA MATRIZ
K,,26.3,0
K,,56,0
K,,26.3,40
K,,56,40
L,1,2
L,2,4
L,4,3
L,3,1
LPLOT
LFILLT,3,4,6.4
LESIZE,5,,8
LESIZE,3,,12,0.5
LESIZE,4,,18,2
LESIZE,1,,8
LESIZE,2,,12
AL,4,1,2,3,5
/COM, GERAÇÃO DA CHAPA
K,,0,40
K,,50.64,40
KGEN,2,7,8,1,,1.03
L,7,8
L,8,10
L,10,9
L,9,7
LESIZE,6,,40
LESIZE,8,,40
LESIZE,7,,1
```

LESIZE,9, , ,1

AL,8,9,6,7

APLOT

/COM, GERAÇÃO DO PRENSA-CHAPA

K, ,32.7,41.03

K, ,54.5,41.03

KGEN,2,11,12,1, ,23

L,11,12

L,12,14

L,14,13

L,13,11

L PLOT

LESIZE,10, , ,10

LESIZE,13, , ,8,0.3

LESIZE,11, , ,8,3.3333

LESIZE,12, , ,6

AL,10,11,12,13

APLOT

/COM, GERAÇÃO DO PUNÇÃO

K, ,0,42.03

K, ,25,42.03

K, ,0,96.03

K, ,25,96.03

L,15,16

L,16,18

L,18,17

L,17,15

LFILLT,14,15,6.4

LESIZE,18, , ,8

LESIZE,14, , ,10

LESIZE,15, , ,15,3.3333

LESIZE,17, , ,15,0.3

LESIZE,16, , ,6

AL,16,17,14,18,15

/COM, GERAÇÃO DA MALHA SOBRE A FERRAMENTA

ET,1,42, , ,1

AMESH,1

AMESH,3

AMESH,4

/COM, GERAÇÃO DA MALHA SOBRE A CHAPA

ET,2,106, , , 1

TYPE,2

MAT,2

AMESH, 2

EPLOT

/COM, GERAÇÃO DOS ELEMENTOS DE CONTATO

LSEL,S,LINE, ,14,18,4

NSLL,S,1

NSEL,STAT,NODE

NSEL,A,NODE, ,415,419,1

CM,PUNCAO, NODE

LSEL,S,LINE, ,8

NSLL,S,1

NSEL,STAT,NODE

CM,CHAPAS,NODE

NSEL,S,NODE, ,643

NSEL,A,NODE, ,656,682,1

CM,CHAPAI,NODE

LSEL,S,LINE, ,3

NSLL,S,1

CM,MATRIZSUP,NODE

LSEL,S,LINE, ,10

NSLL,S,1

NSEL,STAT,NODE

CM,PRENSACH,NODE

NSEL,S,NODE, ,601

NSEL,A,NODE,,603,616,1  
CM,CHAPASPC,NODE  
NSEL,S,NODE,,643  
NSEL,A,NODE,,669,682,1  
CM,CHAPASM,NODE  
LSEL,S,LINE,,5  
NSLL,S,1  
NSEL,A,NODE,,1  
NSEL,A,NODE,,3,7,1  
CM,MATRIZ,NODE  
ESEL,ALL  
LSEL,ALL  
NSEL,ALL  
ET,3,48,,0  
TYPE,3  
MAT,3  
REAL,2  
GCGEN,CHAPASM,MATRIZSUP  
REAL,3  
GCGEN,PRENSACH,CHAPASPC  
REAL,4  
GCGEN,CHAPAI,MATRIZ  
REAL,5  
GCGEN,PUNCAO,CHAPAS  
/COM, PROPRIEDADES DO MATERIAL  
MP,EX,1,207000  
MP,EX,2,207000  
MP,NUXY,1,0.3  
MP,NUXY,2,0.3  
MP,MU,3, !COEFICIENTE DE ATRITO  
TB,MISO,2  
TBPT,,3.96E-4,82  
TBPT,,2E-3,127.03

TBPT, ,1E-2,181.075  
TBPT, ,2E-2,212.61  
TBPT, ,4E-2,248.27  
TBPT, ,7E-2,281.38  
TBPT, ,0.12,317.44  
TBPT, ,0.18,347.58  
TBPT, ,0.277,382.96  
TBPLOT  
EPLOT  
/COM, CONSTANTES DOS ELEMENTOS  
R,2,450000  
R,3,450000  
R,4,450000  
R,5,450000  
/COM, SALVANDO E SAINDO DO MÓDULO DE PRÉ-PROCESSAMENTO  
SAVE  
FINISH  
/COM, MÓDULO DE PROCESSAMENTO  
/SOLU  
/COM, GERAÇÃO DO CARREGAMENTO  
\*DIM,PRESSAO,TABLE,2,1 !PRESSÃO DO PRENSA-CHAPA  
\*DIM,DESLOC,TABLE,2,1  
PRESSAO(1,1)=2.07,2.07  
PRESSAO(1,0)=0,5  
PRESSAO(0,1)=1  
DESLOC(1,1)=0,-26  
DESLOC(1,0)=0,5  
DESLOC(0,1)=1  
SSTIF,ON ! RIGIDEZ DEVIDO A TENSÃO  
NLGEOM,ON ! GRANDES DEFORMAÇÕES  
AUTOTS,ON ! PASSO DE TEMPO AUTOMÁTICO  
NEQIT,150 ! NÚMERO LIMITE DE ITERAÇÕES  
PRED,ON

DELTIME,1E-3,1E-4,0.05,ON ! INCREMENTOS DE TEMPO  
CNVTOL,F, ,0.01,2,0.001 ! CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA  
/COM, VINCULAÇÃO DA MATRIZ  
LSEL,S,LINE, ,1,2,1  
NSLL,S,1  
NSEL,STAT,NODE  
D,ALL,ALL  
NSEL,ALL  
LSEL,ALL  
/COM, VINCULAÇÃO DO PRENSA-CHAPA  
ASEL,S,AREA, ,3  
NSLA,S,1  
NSEL,STAT,NODE  
D,ALL,UX  
NSEL,ALL  
ASEL,ALL  
/COM, VINCULAÇÃO DO PUNÇÃO NA DIREÇÃO DE X  
ASEL,S,AREA, ,4  
NSLA,S,1  
D,ALL,UX  
NSEL,ALL  
ASEL,ALL  
/COM, VINCULAÇÃO DOS NÓS DA CHAPA  
D,602,UX, , ,642,40  
ASEL,S,AREA, ,2  
NSLA,S,1  
D,ALL,UZ  
NSEL,ALL  
ASEL,ALL  
TIM\_INI=1E-3 ! TEMPO INICIAL DO CARREGAMENTO  
TIM\_FIN=5 ! TEMPO FINAL DO CARREGAMENTO  
TIM\_INC=4.999 ! INCREMENTO NO TEMPO DO CARREGAMENTO

/COM, CARREGAMENTO  
\*DO,TIM,TIM\_INI,TIM\_FIN,TIM\_INC !CRIAÇÃO DO LOOP DE CARREGAMENTO  
TIME,TIM  
ASEL,S,AREA, ,4  
NSLA,S,1  
D,ALL,UY,DESLOC(TIM) ! DESLOCAMENTO DO PUNÇÃO NA DIREÇÃO Y  
LSEL,ALL  
NSEL,ALL  
ASEL,ALL  
SFL,12,PRESS,PRESSAO(TIM) ! PRESSÃO DO PRENSA-CHAPA  
/MENU,OFF  
SOLVE  
\*ENDDO

## APÊNDICE C - RESULTADOS DE DESLOCAMENTO NODAL PARA MODELO SEM ATRITO

Os resultados de deslocamento nodal na direção x e y para o modelo sem atrito estão listados abaixo:

\*\*\*\*\* ANSYS RESULTS INTERPRETATION (POST1) \*\*\*\*\*

ENTER /SHOW,DEVICE-NAME TO ENABLE GRAPHIC DISPLAY  
ENTER FINISH TO LEAVE POST1

USE LAST SUBSTEP ON RESULT FILE FOR LOAD CASE 0

SET COMMAND GOT LOAD STEP=2 SUBSTEP=126 CUMULATIVE ITERATION= 567  
TIME/FREQUENCY= 5.0000

PRINT U NODAL SOLUTION PER NODE

\*\*\*\*\* POST1 NODAL DEGREE OF FREEDOM LISTING \*\*\*\*\*

LOAD STEP= 2 SUBSTEP= 126  
TIME= 5.0000 LOAD CASE= 0

THE FOLLOWING DEGREE OF FREEDOM RESULTS ARE IN GLOBAL COORDINATES

NODE	UX	UY	UZ	USUM
601	-11.041	.12510	.00000E+00	11.042
602	.00000E+00	-25.036	.00000E+00	25.036
603	-11.218	.12379	.00000E+00	11.218
604	-11.413	.12516	.00000E+00	11.414
605	-11.631	.12738	.00000E+00	11.632
606	-11.884	.12031	.00000E+00	11.884
607	-12.205	.45021E-01	.00000E+00	12.205
608	-12.601	-.27125	.00000E+00	12.604
609	-12.952	-.99249	.00000E+00	12.990
610	-13.102	-2.1264	.00000E+00	13.273
611	-12.949	-3.6043	.00000E+00	13.441
612	-12.412	-5.3253	.00000E+00	13.506
613	-11.498	-7.1339	.00000E+00	13.531
614	-10.340	-8.9186	.00000E+00	13.655
615	-9.1016	-10.652	.00000E+00	14.011
616	-7.8455	-12.333	.00000E+00	14.617
617	-6.5951	-13.968	.00000E+00	15.446
618	-5.3394	-15.558	.00000E+00	16.448
619	-4.0788	-17.078	.00000E+00	17.558
620	-2.8494	-18.491	.00000E+00	18.709
621	-1.7252	-19.813	.00000E+00	19.887

622	.81353	-21.044	.00000E+00	21.060
623	-.14266	-22.157	.00000E+00	22.158
624	.31248	-23.127	.00000E+00	23.129
625	.59466	-23.929	.00000E+00	23.937
626	.75463	-24.521	.00000E+00	24.532
627	.81652	-24.873	.00000E+00	24.886
628	.80721	-24.998	.00000E+00	25.011
629	.76975	-25.031	.00000E+00	25.043
630	.71527	-25.036	.00000E+00	25.046
631	.65633	-25.036	.00000E+00	25.045
632	.59670	-25.037	.00000E+00	25.044
633	.53706	-25.037	.00000E+00	25.043
634	.47748	-25.037	.00000E+00	25.042
635	.41788	-25.037	.00000E+00	25.041
636	.35823	-25.037	.00000E+00	25.040
637	.29853	-25.037	.00000E+00	25.039

\*\*\*\*\* POST1 NODAL DEGREE OF FREEDOM LISTING \*\*\*\*\*

LOAD STEP= 2 SUBSTEP= 126  
 TIME= 5.0000 LOAD CASE= 0

THE FOLLOWING DEGREE OF FREEDOM RESULTS ARE IN GLOBAL COORDINATES

NODE	UX	UY	UZ	USUM
638	.23881	-25.036	.00000E+00	25.038
639	.17908	-25.036	.00000E+00	25.037
640	.11937	-25.036	.00000E+00	25.036
641	.59601E-01	-25.036	.00000E+00	25.036
642	.00000E+00	-24.947	.00000E+00	24.947
643	-11.040	-.61590E-02	.00000E+00	11.040
644	.59430E-01	-24.946	.00000E+00	24.946
645	.11913	-24.946	.00000E+00	24.946
646	.17881	-24.946	.00000E+00	24.947
647	.23854	-24.947	.00000E+00	24.948
648	.29826	-24.947	.00000E+00	24.949
649	.35801	-24.947	.00000E+00	24.950
650	.41778	-24.948	.00000E+00	24.951
651	.47757	-24.948	.00000E+00	24.952
652	.53733	-24.947	.00000E+00	24.953
653	.59695	-24.947	.00000E+00	24.954
654	.65636	-24.947	.00000E+00	24.956
655	.71623	-24.947	.00000E+00	24.957
656	.77966	-24.942	.00000E+00	24.954
657	.85934	-24.907	.00000E+00	24.922
658	.98203	-24.752	.00000E+00	24.771
659	1.1033	-24.358	.00000E+00	24.383
660	1.1090	-23.675	.00000E+00	23.701
661	.96591	-22.773	.00000E+00	22.794
662	.64316	-21.671	.00000E+00	21.680
663	.84503E-01	-20.385	.00000E+00	20.385

664	-75257	-18.974	.00000E+00	18.989
665	-1.8375	-17.523	.00000E+00	17.619
666	-3.0705	-16.057	.00000E+00	16.348
667	-4.3456	-14.541	.00000E+00	15.177
668	-5.5911	-12.961	.00000E+00	14.116
669	-6.8353	-11.326	.00000E+00	13.229
670	-8.0792	-9.6421	.00000E+00	12.580
671	-9.3030	-7.9333	.00000E+00	12.226
672	-10.441	-6.2373	.00000E+00	12.163
673	-11.370	-4.6119	.00000E+00	12.269
674	-11.987	-3.1341	.00000E+00	12.390

\*\*\*\*\* POST1 NODAL DEGREE OF FREEDOM LISTING \*\*\*\*\*

LOAD STEP= 2 SUBSTEP= 126  
TIME= 5.0000 LOAD CASE= 0

THE FOLLOWING DEGREE OF FREEDOM RESULTS ARE IN GLOBAL COORDINATES

NODE	UX	UY	UZ	USUM
675	-12.294	-1.8874	.00000E+00	12.438
676	-12.361	-.94221	.00000E+00	12.397
677	-12.270	-.34164	.00000E+00	12.275
678	-12.089	-.73397E-01	.00000E+00	12.089
679	-11.865	-.72445E-02	.00000E+00	11.865
680	-11.632	-.22222E-02	.00000E+00	11.632
681	-11.415	-.50535E-02	.00000E+00	11.415
682	-11.218	-.71240E-02	.00000E+00	11.218

MAXIMUM VALUES

NODE	610	634	0	630
VALUE	-13.102	-25.037	.00000E+00	25.046