ANDRÉ DAMIANI ROCHA

ESTUDO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO DE UM ESCOAMENTO COM GIRO

CAMPINAS
2013

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
E INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

ANDRÉ DAMIANI ROCHA

ESTUDO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO DE ESCOAMENTO COM GIRO

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto de Geociências da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Doutor, na área de Explotação.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Carlos Bannwart
Co-orientador: Prof. Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli

Este exemplar corresponde à versão final da dissertação defendida pelo aluno André Damiani Rocha e orientada pelo Prof. Dr. Antonio Carlos Bannwart.

Orientador

CAMPINAS
2013

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

Rocha, André Damiani, 1977-
R582e Estudo experimental e numérico de um escoamento com giro / André Damiani Rocha. – Campinas, SP : [s.n.], 2013.

Orientador: Antonio Carlos Bannwart.
Coorientador: Marcelo Moreira Ganzarolli.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto de Geociências.

1. Escoamento com giro. 2. Hidrociclone. 3. Engenharia de petróleo. 4. Dinâmica dos fluidos. I. Bannwart, Antonio Carlos,1955-. II. Ganzarolli, Marcelo Moreira,1952-. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. IV. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Experimental and numerical study of swirling flow
Palavras-chave em inglês:
Swirling flow
Hidrocyclone
Petroleum engineering
Fluid dynamics
Área de concentração: Explotação
Titulação: Doutor em Ciências e Engenharia de Petróleo
Banca examinadora:
Antonio Carlos Bannwart [Orientador]
Luiz Felipe Mendes de Moura
José Roberto Nunhez
Jurandir Itizo Yahagihara
Valdir Estevam
Data de defesa: 26-08-2013
Programa de Pós-Graduação: Ciências e Engenharia de Petróleo

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

E INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

TESE DE DOUTORADO

ESTUDO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO DE UM ESCOAMENTO COM GIRO

Autor: André Damiani Rocha
Orientador: Prof. Dr. Antonio Carlos Bannwart
Co-orientador: Prof. Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli

A banca examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta tese:

Prof. Dr. Antonio Carlos Bannwart, Presidente
DEP/FEM/UNICAMP

Prof. Dr. Luiz Felipe Mendes de Moura
DETF/FEM/UNICAMP

Prof. Dr. José Roberto Nunhez
DEPRO/FEQ/UNICAMP

Prof. Dr. Jurandir Itizo Yanagihara
PME/EP/USP

Dr. Valdir Estevam
PETROBRAS

Campinas, 26 de Agosto de 2013.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha esposa pela compreensão e paciência.

Aos meus pais pelos esforços imensuráveis dispensados a mim durante toda a minha formação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que tem abençoado meus caminhos e me sustentado em todos os momentos.

Eu gostaria de prestar minha homenagem a diversas pessoas que direta ou indiretamente participaram da elaboração desta tese, quer seja com contribuições ou com a amizade neste tempo.

Ao Prof. Dr. Antonio Carlos Bannwart que me aceitou orientar e o fez sempre com muita dedicação.

Ao meu amigo Prof. Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli que sempre me apoiou nos momentos difíceis, me incentivou na elaboração desta tese e me co-orientou durante a elaboração da mesma.

Aos professores e colegas do Departamento de Engenharia de Petróleo e do Departamento de Energia que me ajudaram de alguma forma durante o doutorado, e pelas inestimáveis amizades que adquiri.

Aos funcionários da oficina do Departamento de Energia: Alcimar da Silveira e Adriano Navarro, responsáveis pela montagem e manutenção do circuito experimental.

Aos funcionários do Laboratório Experimental de Petróleo (LabPetro) Natache Arrifano Sassim, Vanessa Cristina Bizotto Guersoni e aos técnicos Matheus Gervais e Cláudio Roberto Varani pelo apoio técnico. A Dr. Fabiana de Assis Perrechil do Laboratório de Emulsões pela incansável contribuição com as análises.

À CAPES pelo apoio financeiro e ao CEPETRO pelo apoio dado em todas as compras realizadas durante o trabalho.

"*Se o Senhor não edificar a casa, em vão trabalham os que edificam*"

Salmo 127:1

RESUMO

Escoamentos com giro são de ocorrência comum tanto na natureza quanto nos equipamentos de engenharia e são usualmente utilizados em motores de turbinas a gás, fornos, queimadores e ciclones. Ciclones se utilizam do escoamento com giro para, por exemplo, separar partículas sólidas de uma corrente de ar. Um processo de separação de óleo e água pode ser acelerado com a utilização de um ciclone. Separadores de óleo-água, gás-óleo e gás-óleo-água são necessários em processos industriais e são de fundamental importância na produção de petróleo, principalmente em campos marítimos. Um simples dispositivo de segregação de fase que tira vantagem da geometria do tubo na qual pode ser instalado diretamente é o hidrociclone axial. Uma condição de operação crítica pode ser imaginada quando o dispositivo recebe uma fase dispersa em uma fase contínua. O presente trabalho tem como objetivo melhor compreender o comportamento dos campos de escoamento e de pressão de um escoamento monofásico com giro em diferentes vazões de operação, compreendendo números de Reynolds entre 500 e 63000. Testes experimentais foram realizados utilizando um tubo de acrílico de 5cm de diâmetro e 3m de comprimento usando solução de água-glicerina, de viscosidade de 54mPa.s e densidade 1210kg/m^3, e água na qual o giro foi criado por um gerador de giro de guias fixas. Um estudo numérico foi realizado para explorar parâmetros que caracterizam o escoamento com giro. Os resultados numéricos da queda de pressão foram comparados com os valores obtidos experimentalmente onde foi encontrada boa concordância entre os resultados, validando o modelo computacional. Observou-se que o fator de atrito para o escoamento com giro é de 450% a 1000% maior quando comparado ao escoamento sem giro. As componentes de velocidade tangencial e axial, o gradiente de pressão axial e o decaimento do número de giro também foram obtidos numericamente. Os resultados indicam que escoamento se comporta como um corpo rígido no centro do tubo e que a componente tangencial da velocidade perde intensidade a medida que a distância axial, a partir da entrada, aumenta. Os resultados mostraram ainda a ocorrência de um gradiente de pressão axial adverso no centro do tubo, surgindo uma região de fluxo reverso. Visualização do escoamento também foi realizada adicionando ar e partículas sólidas à montante

do dispositivo gerador de giro. A aplicação do escoamento com giro na indústria do petróleo também é discutida.
Palavras Chave: Escoamento com giro; Hidrociclone axial; Segregação de fase; Queda de pressão; Segregação de fase.

ABSTRACT

Swirling flows are common occurrence in Nature and engineering equipment. They are frequently used in gas turbines, kilns, burners and cyclones. For instance, cyclonic devices take advantage of swirling flow for separating solid particles from a gaseous stream. Oil-water separation can be improved by using a cyclone. Oil-water, gas-oil and gas-oil-water separators are a fundamental requirement in many industrial process such as the offshore petroleum production. A simple phase-segregation device based on the generation of swirling flow which can be directly installed in a pipeline is the axial hydrocyclone. A critical operating condition can be imagined when this device receives a finely dispersed phase into a continuous phase. The present work is aimed at better understanding the flow and pressure fields of single-phase swirling flows at several different flow rates, encompassing Reynolds number based on the average axial velocity between 500 and 63,000. Single-phase flow experiments were performed in a 5cm i.d. 3m long acrylic pipe using a glycerin-water solution of 54mPa.s viscosity and 1210kg/m^3 density, and water, in which the swirling flow was imposed by a vane-type swirl generator device with conic trailing edge. A numerical study of those flows was performed to explore the flow parameters that characterize the swirling flow. In order to validate the numerical model, the predict pressure drop results are compared to the experimental values and good agreement was found. It was observed that the friction factor in swirling flows increases by 450-1000% in comparison with purely axial flow. The tangential and axial velocity components, the axial pressure gradient and the swirl intensity decay were analyzed numerically. Results indicated that the velocity field behaves as a forced vortex in the central region of the pipe and the tangential components decreases as the axial distance form inlet increases, an adverse pressure gradient region tends occur in the central region causing flow reversal. Visualization of swirling flow was achieved by adding air and solid particles upstream the swirl generator. Applications of swirling flow in petroleum production are discussed.

Key Word: Swirling flow; Axial hydrocyclone; Pressure drop; Phase segregation.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS..... xxi
LISTA DE TABELAS.....xxv
LISTA DE NOMENCLATURAS.....xxvii
1. INTRODUÇÃO.....1
1.1. Separadores de Mistura Óleo-Água.....1
1.2. Motivação.....4
1.2.1. Aplicações do Escoamento com Giro.....5
1.2.2. Hidrociclones.....5
1.2.3. Possíveis Aplicações do Hidrociclone Axial na Indústria do Petróleo.....6
1.3. Objetivos.....8
1.4. Estrutura da Tese.....8
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....11
2.1. Introdução.....11
2.2. Dispositivos Geradors de Giro.....11
2.3. Características do Escoamento com Giro.....13
2.4. Intensidade de Giro.....16
2.5. Estudo Experimental do Escoamento com Giro.....16
2.6. Decaimento da Intensidade de Giro.....18
2.7. Escoamento Turbulento com Giro.....19
2.8. Escoamento Laminar com Giro.....23
2.9. Hidrociclone Axial.....24

2.10. Contribuições da Tese..... 28
3. DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO.....29
3.1. Montagem Experimental.....29
3.2. Dispositivo Gerador de Giro - DGG.....31
3.3. Seção de Teste..... 34
3.3.1 Instrumentação - Medidas da Queda de Pressão.....34
3.4. Viscosidade do Fluido de Trabalho..... 34
3.5. Procedimento Experimental.....36
4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....39
4.1. Queda de Pressão.....39
4.2. Fator de Atrito.....42
4.3. Incertezas.....44
4.4. Visualização da Segregação de Fases.....46
5. SIMULAÇÃO NUMÉRICA..... 49
5.1. Formulação Matemática..... 49
5.2. Método Numérico..... 52
5.2.1. Domínio Computacional.....53
5.2.2. Malha Computacional.....55
5.2.3. Condições de Contorno.....56
5.2.4. Critérios de Convergência.....58
5.3. Resultados da Análise Computacional..... 59
5.3.1. Queda de Pressão..... 59
5.3.2. Validação do Modelo Computacional para o Campo de Velocidades.....60
5.3.3. Perfis de Velocidade, Distribuição de Pressão e Intensidade de Giro..... 63
5.3.3.1. Análise do Campo de Escoamento..... 63

5.3.3.2. Distribuição de Pressão..... 66
5.3.3.3. Intensidade de Giro.....69
5.4. Resultados para um Tubo de 7,5m de Comprimento.....71
5.5. Modelo de Segregação..... 74
6. CONCLUSÃO.....81
6.1. Conclusões..... 81
6.2 Sugestões para Próximos Trabalhos..... 82
REFERÊNCIAS..... 85
ANEXO A - Projeto do Dispositivo Gerador de Giro (DGG).....91
ANEXO B - Validação do Modelo Computacional: Perfis de Velocidade.....95
ANEXO C - Análise de Incerteza.....103
ANEXO D - Análise do Escoamento com Giro pelo Método Integral.....107

LISTA DE FIGRURAS

Figura 1.1 - Esquema de um tanque de separação água-óleo via placas coalescentes..... 2

Figura 1.2 - Esquema de um separador ciclônico gás-sólido de entrada tangencial..... 3

Figura 1.3 - Esquema de um separador ciclônico gás-líquido de entrada axial..... 3

Figura 2.1 - Geradores de giro..... 12

Figura 2.2 - Distribuição da vorticidade axial gerados por diferentes métodos..... 14

Figura 2.3 - Componente tangencial da velocidade..... 15

Figura 2.4 - Classificação dos tipos de giro..... 17

Figura 2.5 - Hidrociclone axial..... 25

Figura 3.1 - Esquema do aparato experimental..... 30

Figura 3.2 – Vistas do DGG..... 31

Figura 3.3 - Esquema das peças auxiliares..... 32

Figura 3.4 – Vistas do DGG..... 32

Figura 3.5 - Foto do conjunto montado na instalação..... 33

Figura 3.6 - Foto da seção de testes..... 33

Figura 3.7 – Efeito da concentração de água na viscosidade da solução água-glicerina..... 35

Figura 3.8 – Efeito da temperatura na viscosidade da solução água-glicerina..... 35

Figura 4.1 - Queda de pressão em função da vazão volumétrica..... 41

Figura 4.2 - Queda de pressão em função do número de Reynolds do escoamento..... 42

Figura 4.3 – Comparação do fator de atrito – com giro e sem giro.....43

Figura 4.4 – Alteração no padrão do escoamento devido ao DGG.....46

Figura 4.5 – Cone de gás: gás acumulado à jusante do DGG.....46

Figura 4.6 – Pequenas bolhas de gás segregadas no centro do tubo.....47

Figura 5.1 - Sistema de coordenadas cilíndricas.....50

Figura 5.2 - Domínio computacional - seção de teste.....54

Figura 5.3 - Domínio computacional - (a) entrada e (b) saída do domínio computacional.....54

Figura 5.4 - Representação da malha: (a) plano rz, (b) plano rθ.....55

Figura 5.5 - Teste de malha - pressão na parede do tubo em z = 0,03m.....56

Figura 5.6 - Entrada do domínio computacional: à jusante do DGG.....57

Figura 5.7 - Comparação entre os resultados de queda de pressão: Experimental x Numérico.....59

Figura 5.8 - Comparação dos perfis de velocidade axial em diferentes posições axiais (Ayinde, 2010).....61

Figura 5.9 - Comparação dos perfis de velocidade tangencial em diferentes posições axiais (Ayinde, 2010).....61

Figura 5.10 - Comparação dos perfis de velocidade tangencial em diferentes posições axiais (Yao, 2012).....62

Figura 5.11 - Campo de velocidade para Re = 1284.....64

Figura 5.12 - Perfil de velocidade tangencial em diferentes posições axiais: Re = 1284.....64

Figura 5.13 - Perfil de velocidade tangencial em z = 125mm, em diferentes números de Reynolds.....65

Figura 5.14 - Perfil de velocidade axial em diferentes posições axiais: Re = 1284.....65

Figura 5.15 - Perfil de velocidade axial em z = 3500mm para diferentes números de Reynolds..... 66

Figura 5.16 - Distribuição de pressão axial no centro do tubo: Re = 1284..... 67

Figura 5.17 - Distribuição de pressão axial, no centro do tubo, em diferentes números de Reynolds..... 68

Figura 5.18 - Decaimento do número de giro: Re = 1284..... 69

Figura 5.19 - Decaimento do número de giro para diferentes número de Reynolds..... 70

Figura 5.20 - Perfis de velocidade tangencial em diferentes posições axiais: Re = 1284..... 72

Figura 5.21 - Perfis de velocidade axial em diferentes posições axiais: Re 1284..... 72

Figura 5.22 - Decaimento da intensidade de giro..... 73

Figura 5.23 - Evolução do perfil de velocidade tangencial aproximado..... 76

Figura 5.24 - Evolução do perfil de velocidade axial aproximado..... 77

Figura 5.25 - Trajetórias de partículas de diâmetro 50 μm lançadas de diferentes Posições radiais..... 77

Figura 5.26 - Trajetórias de partículas de diâmetro 100 μm lançadas de diferentes Posições radiais..... 78

Figura 5.27 - Trajetórias de partículas de diâmetro 500 μm lançadas de diferentes Posições radiais..... 78

Figura 5.28 - Comparação das trajetórias de partículas com diâmetros diferentes lançadas de uma mesma posição radial em z = 0..... 79

Figura 5.29 - Comprimento de segregação para diferentes diâmetros de partícula..... 80

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Características gerais dos vórtices.....14

Tabela 2.2 - Constantes do modelo k-ε..... 22

Tabela 3.1 - Densidade do fluido de trabalho.....36

Tabela 4.1 - Resultados dos testes realizados com a solução água-glicerina.....40

Tabela 4.2 - Resultados dos testes realizados com água..... 40

Tabela 4.3 - Incerteza nas medidas primárias.....45

Tabela 4.4 - Resumo das incertezas das medidas secundárias..... 45

Tabela 5.1 - Resumo das condições de contorno.....58

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Letras Latinas

A_j	área de descarga do jato	m^2
d_o	diâmetro do tubo	m
d_p	diâmetro da partícula	m
f	fator de atrito	
f_{SG}	fator de atrito para escoamento sem giro	
I	incerteza relativa	
J	fluxo de quantidade de movimento	N
L	comprimento do tubo	m
L_S	comprimento de segregação	m
p	Pressão	Pa
R_c	raio do cone de saída	m
R_o	raio do tubo	m
R*	raio do dispositivo gerador de giro	m
Re	número de Reynolds	
r	coordenada radial	m
S	número ou intensidade de giro	
S_o	número ou intensidade de giro em z = 0.	
T	temperatura	^oC
$\bar{u}$	Valor médio de qualquer propriedade	
u	componente de velocidade tangencial	m/s
u'	flutuação de qualquer propriedade	
U_{mas}	velocidade tangencial máxima	m/s
v	componente de velocidade radial	m/s
w	componente de velocidade axial	m/s

W_m	velocidade média do escoamento	m/s
z	coordenada axial	m

Letras Gregas

α	ângulo de descarga do jato	graus
β	Taxa de decaimento do giro	
δ	Espessura anular	m
δ^*	Razão de aspecto	
Δp	queda de pressão	Pa
θ	coordenada tangencial	rad
μ	viscosidade dinâmica	$N.s/m^2$
ν	viscosidade cinemática	kg/(m.s)
ρ	massa específica	kg/m^3
ρ^*	razão entre massa específica	

Abreviações

BCP	Bomba de Cavidade Progressiva
CFD	Computational Fluid Dynamics
DGG	Dispositivo Gerador de Giro
LDA	Laser Doppler Anemometry
PIV	Particle Image Velocimetry
RESREF	Resíduo de Referência
SR	Soma dos Resíduos

Subscritos

c	Fase contínua
d	Fase dispersa
st	seção de teste

1. INTRODUÇÃO

Na produção de petróleo, a separação das fases óleo-água-gás constitui requisito essencial. O processamento primário do petróleo obrigatoriamente inclui um conjunto de vasos separadores de superfície, operando segundo diferentes princípios (gravitacional, ciclônico, centrífugo, elétrico, físico-químico) e, no caso, da separação óleo-água, requerendo adição de calor e/ou agentes desemulsificantes. Além disso, modernos sistemas de produção marítima incluem separadores gás-líquido ou líquido-líquido no leito marinho, o que possibilita aumentar a produção, facilitar a reinjeção de fluidos no reservatório e reduzir a ocupação de espaço nas plataformas.

A segregação óleo-água apresenta interesse também como tecnologia de escoamento em dutos, sobretudo no caso de óleos viscosos menos densos que a água. A configuração de escoamento anular óleo-água (*core-flow*) com o óleo viscoso ocupando a parte central do tubo e a água formando um anel junto à parede permite reduzir significativamente as perdas por atrito do escoamento.

De fundamental importância no projeto de um dispositivo de segregação de fases é a necessidade de promover a coalescência de pequenas partículas fluidas (micro-bolhas, gotículas) dispersas em uma fase contínua. Isto porque a coalescência gera partículas de maior tamanho, favorecendo sua segregação pela força de campo aplicada. Esse fenômeno é, obviamente, afetado pela diferença de densidades entre as fases, viscosidade da fase contínua e tensão interfacial.

O foco do presente trabalho é o estudo da separação de fases por métodos fluidodinâmicos. As aplicações em separação de água dispersa em óleo viscoso são tratadas como prioridade, por ser esta uma separação mais difícil e custosa, em vista da menor diferença de densidades e maior viscosidade da fase contínua.

1.1. Separadores de Misturas Óleo-Água

Existem vários métodos para separar óleo e água. Em primeiro lugar, observamos que ambos são fluidos imiscíveis, o que significa que tenderão sempre a formar uma dispersão,

como por exemplo, gotas de água dispersas em uma fase contínua de óleo ou vice-versa. A geometria dos separadores de misturas água-óleo, frequentemente utilizados para tratamento de águas oleosas e mesmo emulsões de água em óleo (Figura 1), promove a coalescência de gotículas através de placas coalescentes (Arnold, 2007). Essa coalescência gera gotas maiores e mais facilmente segregáveis pela diferença de densidades entre a água e o óleo. No entanto, no caso de óleos pesados de grau API entre 10 e 20, contendo água dispersa, a diferença de densidades é bem menor, tornando obrigatória a adição de calor (para redução da viscosidade do óleo) ou de agentes químicos desemulsificantes, de forma a intensificar o processo de coalescência e a segregação gravitacional. A separação água-óleo em um tanque separador gravitacional requer certo de tempo de residência, definido como a razão entre o volume do separador e a vazão da mistura. Para óleos pesados esse tempo deve ser de no mínimo 30 minutos (McCain, 1973). Tal critério costuma levar a vasos de tamanho proibitivo para instalações marítimas, conforme o tamanho das gotículas e considerando apenas o uso da segregação gravitacional.

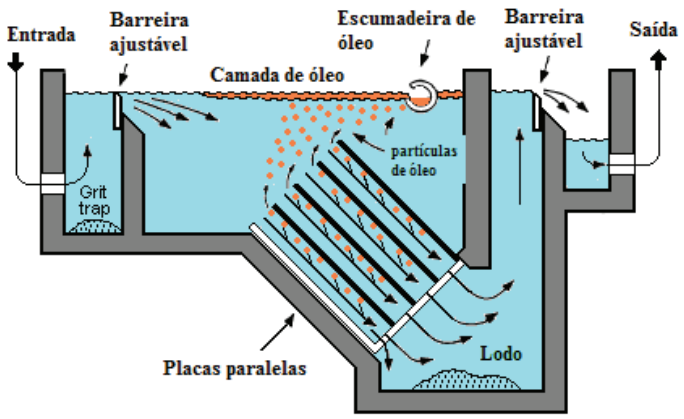


Figura 1.1 – Esquema de um tanque de separação água-óleo via placas coalescentes (http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/20/Parallel_Plate_Separator.png)

O processo de separação de fases pode ser acelerado através da adição de um campo centrífugo à mistura óleo-água. Uma tecnologia simples para isto são os separadores ciclônicos, que tiram vantagem do escoamento com giro (isto é, vorticial), como mostram as Figuras 1.2 e 1.3.

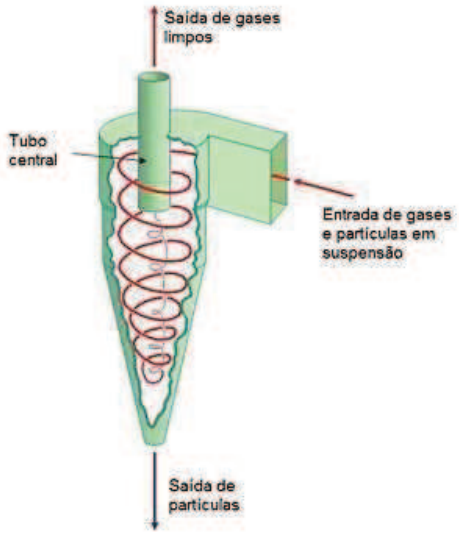


Figura 1.2 – Esquema de um separador ciclônico gás-sólido de entrada tangencial.

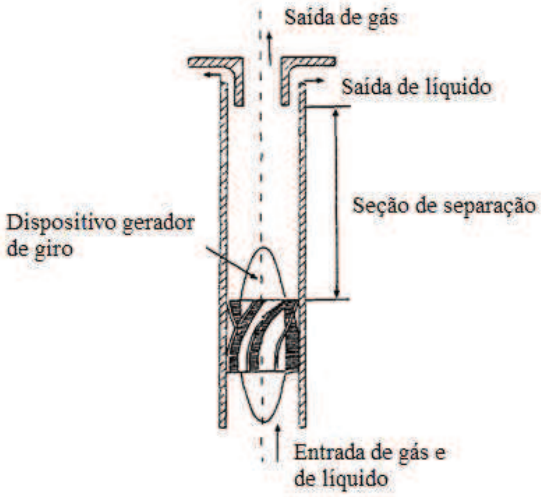


Figura 1.3 – Esquema de um separador ciclônico gás-líquido de entrada axial.

O escoamento com giro cria um campo centrífugo ($g' = \frac{V_\theta^2}{r}$) que força a fase mais leve a migrar para o centro e a mais pesada para a parede do duto. Uma das vantagens desse tipo de separador, em comparação a outros, é que ele não possui elementos móveis ou

elétricos. Dependendo da escolha da velocidade tangencial e do raio, a separação poderá ser mais rápida que a promovida por um separador gravitacional convencional.

Separadores ciclônicos são utilizados em várias aplicações da indústria de processos, sempre com o objetivo de separar dois componentes de diferentes densidades com a ajuda do campo centrífugo. É comum encontrar na indústria aplicações de separadores sólido-líquido e sólido-gás. Separadores ciclônicos para separar dois líquidos imiscíveis, tal como requerido na produção de petróleo, constituem ocorrência pouco comum.

Ao longo da vida produtiva de um campo de petróleo ocorre, geralmente, a produção simultânea de gás, óleo e água, juntamente com impurezas. Como o interesse econômico principal reside na produção de óleo, há necessidade de se utilizar, em campos marítimos e terrestres, facilidades de processamento. Por outro lado, a água que é produzida junto com o petróleo pode ser reaproveitada ou descartada. Em campos marítimos, para descarregar no mar a água produzida durante o processo de produção de óleo, a concentração de óleo deve ser inferior a 20 mg/litro (Thomas, 2001). Segundo Kegge (2000), a concentração de óleo deve ser extremamente pequena, da ordem de 40ppm, e o autor conclui que esse nível de concentração da água não pode ser obtido apenas com o tanque separador. Por outro lado, uma vez instalado, o tanque na plataforma não pode ser substituído facilmente. Assim, o dispositivo desejado deve ser compacto e eficiente, principalmente para aplicações em campos marítimos.

1.2. Motivação

A principal motivação do presente trabalho é o pequeno número de estudos sobre a utilização do escoamento com giro para separação óleo-água. O escoamento com giro tem sido utilizado em um grande número de aplicações na engenharia. Além de sua aplicação em separadores gás-líquido e gás-sólido, como discutido anteriormente, pode ser encontrado também em misturadores e em turbomáquinas. Os dispositivos que são comumente utilizados para criar o giro são: hélices (Zaherzadeh e Jagadish, 1975; Bali e Ayhan, 1999), entradas tangenciais (Hay e West, 1975), estruturas tipo colmeias (Nishibori *et al.*, 1987), inserções de fitas torcidas (Narezhny e Sudarev, 1975; Algiffi e Bhardwaj,

1985). O escoamento a montante chega ao dispositivo sem componente tangencial, ganha uma componente de velocidade tangencial ao atravessar o dispositivo e, a jusante, escoa com giro. A intensidade de giro diminui devido às tensões viscosas, até que seja totalmente dissipada, reestabelecendo o escoamento sem giro a partir de certa distância da entrada.

Neste estudo, a atenção é focada no campo de escoamento criado a partir de um dispositivo axial gerador de giro de guias fixas, ou seja, um hidrociclone axial. Esta geometria apresenta interesse por ser compacta e tirar proveito da geometria do tubo por onde escoa a mistura água-óleo. A considerar um escoamento disperso onde a água é a componente dispersa e o óleo a fase contínua, ter-se-á o óleo viscoso escoando axialmente pelo centro do tubo e a água junto à parede.

Uma vez lograda a segregação de fases, pode-se tanto utilizar o hidrociclone axial como um pré-separador visando a extrair a água que está junto à parede, quanto estabelecer o padrão de escoamento anular conhecido como *core-flow*, o que proporcionaria uma significativa redução de atrito para o escoamento a jusante.

1.2.1. Aplicações do Escoamento com Giro

O escoamento com giro abordado neste trabalho é o mecanismo de escoamento fundamental em hidrociclones. Muitas são as aplicações de hidrociclones na indústria e, especificamente na indústria do petróleo, o hidrociclone de entrada tangencial tem sido utilizado na separação de óleo e água (Hayes *et al.*, 1985). O hidrociclone axial tem sido pouco utilizado na separação de dois líquidos imiscíveis onde a diferença de densidades é pequena.

1.2.2. Hidrociclones

Os primeiros ciclones foram utilizados nos processos de mineração e depois também foram aplicados em geração de energia, na indústria têxtil e na indústria química. Essas aplicações exigiam a separação de partículas sólidas dispersas em líquido ou em um gás.

Por volta de 1980 os primeiros ciclones para mistura óleo-água foram desenvolvidos na Universidade de Southampton por Colman e Smyth (1984). Uma das primeiras aplicações desses, então chamados hidrociclones, foi em poços marítimos no estreito de Bass, entre a Tasmania e a Austrália, conforme descrito por Hayes (1985).

A utilização de hidrociclones axiais para separar líquido-líquido ainda é rara na indústria, de forma geral. Um aspecto crítico dessa separação ocorre quando as densidades dos fluidos são próximas, como por exemplo, ocorre quando se trata de dispersões óleo-água.

A vantagem do hidrociclone de entrada axial em relação ao hidrociclone de entrada tangencial é, principalmente, a possibilidade de ser compacto e ser instalado diretamente na linha de produção. Outra vantagem é que sua geometria causa menor queda de pressão (Dirkzwager, 1996).

O tipo de dispositivo gerador de giro também se apresenta como uma vantagem. Com guias fixas, agindo como um estator, não há componentes elétricos, o que determina maior confiabilidade de operação ao dispostivo.

Uma desvantagem do hidrociclone axial é o fato de que pode gerar altas intensidades de giro no escoamento, podendo causar vibração e, consequentemente, afetar a integridade da linha em que está instalado.

1.2.3. Possíveis Aplicações do Hidrociclone Axial na Indústria do Petróleo

Foram identificadas duas possibilidades de utilização do hidrociclone axial na produção de petróleo, a seguir descritas.

Como Separador de Misturas de Óleo Viscoso e Água e Óleo Viscoso e Gás:

Conforme já mencionado, a produção de petróleo requer, tanto em campos marítimos quanto terrestres, facilidades de processamento de superfície. Na produção marítima, a água

que é produzida junto com o petróleo pode ser reaproveitada ou descartada. Alguns estudos estimam que, durante a vida produtiva de um poço, sejam produzidos de 4 a 5 barris de água para cada barril de óleo (Arnold, 2007).

O processo de separação pode ser acelerado através da adição de um campo centrífugo à mistura óleo-água e essa é a ideia básica dos separadores ciclônicos. O hidrociclone axial tem sido utilizado principalmente como separador de gás-sólido e ainda é pouco utilizado na separação de líquido-líquido. Em aplicações onde óleo leve (API > 20) é produzido, o hidrociclone axial poderia contribuir na separação da água dispersa no óleo. Lograda a segregação, purgadores devem ser instalados para remover a camada de água que se forma junto à parede. Em aplicações envolvendo óleos pesados, a segregação da água em pré-separadores do tipo hidrociclone axial seria de enorme interesse prático, em vista da geometria compacta propiciada por esse tipo de dispositivo.

Cabe ainda mencionar que, para óleos pesados (API < 20), a própria separação gás-líquido se apresenta como um problema crítico para a indústria, devido à elevada viscosidade desses óleos.

Como Facilitador na Criação do Padrão de Escoamento Anular Óleo-Água

Em campos marítimos, a produção de óleo pesado é bastante comum. Os óleos usualmente denominados pesados possuem densidade superior a 930kg/m^3. Tais óleos crus geralmente contêm metais pesados e possuem viscosidades bastante elevadas, porém, ainda assim muitos se comportam como fluidos newtonianos. Assim, apesar do termo "óleo pesado", do ponto de vista do escoamento a viscosidade é a propriedade física mais importante deste tipo de óleo. Sendo a viscosidade função exponencial da temperatura, usualmente consideram-se como óleos pesados aqueles que possuem viscosidades superiores a 100mPa.s em condições de reservatório (Briggs *et al.*, 1988).

Para facilitar a movimentação de óleos de alta viscosidade através de uma linha, costuma-se reduzir a viscosidade do óleo através da adição de óleos leves ou do aquecimento do óleo em pequenos intervalos ao longo da tubulação. Outra possibilidade é o

transporte simultâneo, na tubulação, do óleo pesado com pequena quantidade de um fluido imiscível e de baixa viscosidade, tal como a água. São assim observadas diferentes configurações de fases ou padrões de fluxo para o escoamento óleo-água em dutos: água dispersa no óleo, óleo disperso na água, bolhas, intermitente, estratificado, anular (c*ore flow*) e emulsões. Em aplicações onde este tipo de óleo é produzido, o hidrociclone axial poderia contribuir como indutor do padrão anular óleo-água.

1.3. Objetivos

O objetivo desta tese é estudar por via experimental e numérica o escoamento com giro criado por um hidrociclone axial. A partir do estudo experimental, a queda de pressão na seção de testes é determinada cobrindo ampla faixa números de Reynolds. Um estudo computacional é realizado com objetivo de predizer a queda de pressão e explorar características importantes de um escoamento com giro, tais como o comportamento das componentes de velocidades tangencial e axial do campo de escoamento e também uma das principais características de um escoamento com giro: a intensidade de giro.

No modelo numérico as equações de conservação de massa e quantidade de movimento são discretizadas para utilização de um código de volumes finitos com malha estruturada, empregado no pacote computacional Phoenics®.

1.4. Estrutura da Tese

Este trabalho está estruturado em sete capítulos, com o seguinte conteúdo:

- no Capítulo 2 apresenta-se uma revisão da literatura sobre escoamentos com giro, separadores ciclônicos de entrada tangencial/axial e abordagens utilizadas em estudos numéricos;
- no Capítulo 3 descreve-se primeiramente o hidrociclone axial, no qual foi utilizado um dispositivo gerador de giro, de projeto e fabricação próprias. Em

seguida são descritos o aparato experimental utilizado, as características do circuito de testes e os procedimentos experimentais adotados;

- no Capítulo 4 são apresentados e analisados os resultados experimentais obtidos em escoamento monofásico, bem como de visualização com escoamento bifásico;
- no Capítulo 5 é apresentado o estudo numérico do escoamento girante à jusante do dispositivo gerador de giro, a validação do modelo numérico com os dados de queda de pressão obtidos no Capítulo 4 e as principais características de um escoamento com giro;
- por fim, o Capítulo 6 trás as conclusões da tese e sugestões para futuros trabalhos.

O Anexo A descreve os critérios realizados para projetar o dispositivo gerador de giro. No Anexo B é apresentada a validação dos perfis de velocidade com resultados numéricos obtidos por outros autores. O Anexo C descreve a análise de incertezas das medidas primárias e secundárias do estudo experimental e o Anexo D introduz o método integral como uma possível ferramenta de análise do escoamento com giro.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Introdução

Escoamentos com giro são de ocorrência comum tanto na natureza quanto em equipamentos de engenharia. Ao longo do tempo, os engenheiros têm investido seus esforços em reproduzir e controlar o escoamento com giro quando este é vantajoso para a sua aplicação, ou suprimi-los quando a persistência do giro é indesejada. O escoamento com giro pode oferecer, por exemplo, alto desempenho em um processo de mistura e longos tempos de residência para que reações ou interações completas possam ocorrer. Podem ser adaptados para aplicações em várias áreas da engenharia, tais como em processos de separação, câmaras de combustão, turbomáquinas e dispositivos de controle de poluição.

Este capítulo apresenta uma revisão sobre a teoria do escoamento com giro, incluindo os métodos de geração de giro, sua natureza e características, assim como os métodos de quantificação do giro, através de um levantamento dos estudos numéricos e experimentais realizados sobre o assunto.

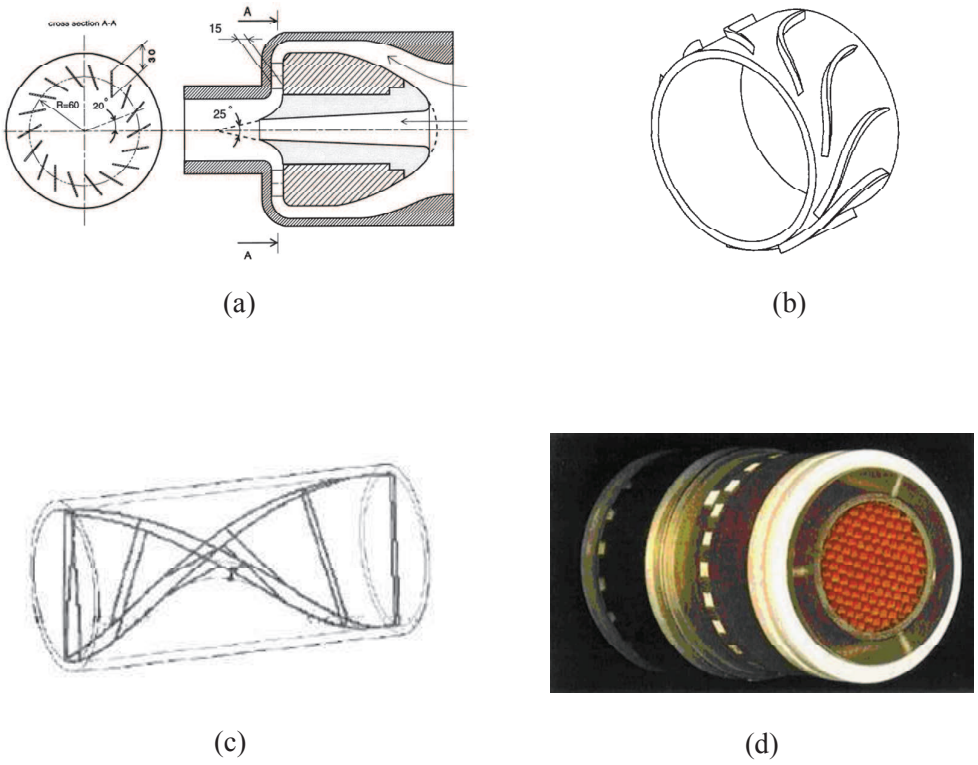
Uma revisão da literatura sobre hidrociclones axiais, aplicados a sistemas cujo objetivo é a separação de duas componentes (fluido-fluido ou sólido-fluido) também é apresentada neste capítulo.

2.2. Dispositivos Geradores de Giro

Um escoamento com giro pode ser criado por diversos dispositivos. A componente tangencial da velocidade, também conhecida como velocidade de giro, é transmitida para o escoamento pelo dispositivo, resultando em linhas de corrente helicoidais.

As técnicas utilizadas para induzir o giro podem ser classificadas em três categorias principais (Gupta *et al*., 1984):

- geradores de giro com entrada tangencial e/ou entrada axial (Hay e West, 1975), gerador do tipo hélice (Figura 2.1a) (Zaherzadeh e Jagadish, 1975; Bali e Ayhan, 1999);
- guias formadas por palhetas (Figura 2.1b), alveolares do tipo colmeia (Nishibori *et al*., 1987), inserções de fitas torcidas (Figura 2.1c) (Narezhny e Sudarev, 1975; Algifri e Bhardwaj, 1985);
- rotação direta: tubos rotativos (Figura 2.1d).



(a) (b)

(c) (d)

Figura 2.1 - Geradores de giro: (a) tipo hélice, (b) guias fixas, (c) fitas torcidas e (d) tubo rotativo.

Estes dispositivos são eficientes em criar o giro e de fácil instalação em tubos de seção circular. O principal inconveniente, no entanto é a elevada queda de pressão ou consumo de energia associados à sua utilização.

Escoamentos com giro ocorrem em motores de turbinas a gás, fornos, queimadores e ciclones. Em trocadores de calor, o escoamento com giro usualmente é utilizado para aumentar a turbulência e, assim, intensificar a transferência de calor por convecção entre o fluido e a parede do tubo. O aumento da turbulência também causa intensificação na mistura de fluidos.

2.3. Características do Escoamento com Giro

À jusante do dispositivo gerador de giro, o escoamento adquire linhas de corrente helicoidais, o que é uma característica de escoamento com giro. O giro do escoamento tende a desaparecer ao longo do tubo, até reestabelecer o escoamento sem giro. A distância na qual o escoamento sem giro é reestabelecido depende das propriedades do escoamento. Para ar, o escoamento sem giro pode ser reestabelecido a poucos diâmetros à jusante do dispositivo, a depender das condições de entrada.

De acordo com Baker e Sayre (1974), um escoamento com giro em tubulação pode ser considerado como uma combinação de características de movimento vorticial com movimento axial. O fluido escoa em trajetórias helicoidais e pode ser considerado como uma combinação de escoamentos primário e secundário (Chiu e Seman, 1971). O escoamento principal é paralelo ao eixo longitudinal enquanto o escoamento secundário é um movimento circulatório do fluido em torno do eixo principal.

Kitoh (1991) e Martemianov e Okunov (2004) sugerem que o método de geração de giro tem papel importante na produção de diferentes tipos de perfis de vorticidades de giro e axial. Os resultados de Martemianov e Okunov (2004) mostraram que a distribuição de vorticidade é concentrada próxima ao eixo de escoamento quando são utilizadas guias fixas, como mostra a Figura 2.2a.

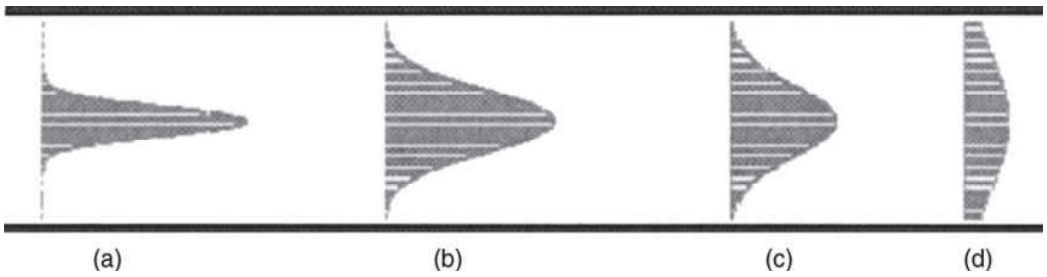


Figura 2.2 - Distribuição da vorticidade axial gerados por diferentes métodos: (a) guias radiais (Garg *et al*., 1979), (b) entrada tangencial (Chang *et al*., 1995), (c) entrada tangencial/axial (Dahlhaug, 1997), (d) rotação (Schmidts, 2000).

Para o gerador de entrada tangencial (Figura 2.2b) e o que combina entrada tangencial e axial (Figura 2.2c), a vorticidade é mais suave. O último tipo de gerador com rotação (Figura 2.2d) gera uma distribuição de vorticidade quase uniforme.

Gupta *et al*. (1984) identificaram três categorias de escoamento com giro: escoamento de vórtice forçado, escoamento de vórtice livre e escoamento de vórtice de Rankine. Suas características são resumidas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Características gerais dos vórtices

	Vórtice Forçado	Vórtice Livre	Vórtice de Rankine
Perfil de velocidade tangencial (de giro)	$c'r$	$\frac{c}{r}$	$\frac{c'}{r}\left[1-e^{\frac{r^2}{R^2}}\right]$
Velocidade Angular	c' (constante)	$\frac{c}{r^2}$	Função do raio
Vorticidade (ϖ)	$4\pi\Omega$ (constante)	0	$\frac{4\pi c'}{R^2}\left[1-e^{\frac{r^2}{R^2}}\right]$

Um escoamento de vórtice forçado, também conhecido como vórtice de corpo rígido ou vórtice rotacional, é caracterizado por uma vorticidade sustentada, enquanto no escoamento de vórtice livre, também conhecido como vórtice irrotacional, a vorticidade não é sustentada e acaba por desaparecer.

O vórtice de Rankine é caracterizado por uma região de núcleo, central, onde a vorticidade não é nula, e uma região externa onde a vorticidade diminui para zero. Isso ocorre porque a componente da velocidade tangencial, que é zero no centro, primeiro aumenta com a distância radial para um valor máximo e então diminui novamente com a distância radial. Por sua vez, a vorticidade também varia com a distância radial, resultando em vórtice forçado próximo ao eixo de simetria e vórtice livre longe dele.

A Figura 2.3 mostra uma componente de velocidade tangencial típica em um escoamento com giro.

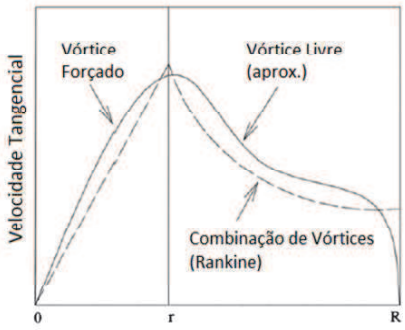


Figura 2.3 – Componente tangencial da velocidade: distribuição típica de um escoamento com giro (Najafi *et al*., 2011).

Esse perfil pode ser utilizado para classificar o escoamento com giro em três regimes de escoamento distintos, que são caracterizados pela variação da velocidade tangencial e pelas tensões de Reynolds (Kitoh, 1991; Algifri *et al*., 1988):

- Região do núcleo: o escoamento é caracterizado pela rotação de corpo rígido, correspondendo a um vórtice forçado. Nessa região o escoamento é instável e mais turbilhões são gerados;
- Região da Parede: existência de camada limite onde há elevado gradiente de velocidade;
- Região Anular: região entre o núcleo e a camada limite da parede, onde o escoamento é essencialmente caracterizado por vórtice livre, com velocidade tangencial aproximadamente constante. O escoamento nesta região é estável.

2.4. Intensidade de Giro

Uma característica notável do escoamento com giro é sua topologia com as linhas de corrente helicoidais. O passo do helicoide, dado pela razão entre as componentes tangencial e axial da velocidade, é uma importante quantidade e influencia significativamente o escoamento com giro.

Embora não exista um padrão universal para quantificar o grau ou a força do giro em escoamentos em tubo, a intensidade de giro ou número de giro S, é comumente utilizada. Entretanto, a definição do número de giro varia de autor para autor. Uma definição completa para escoamento em tubos é dado por Gupta *et al*. (1984). A intensidade de giro é definida como um número adimensional representando a razão entre o fluxo de quantidade de movimento angular e o fluxo de quantidade de movimento axial multiplicado pelo raio.

2.5. Estudo Experimental do Escoamento com Giro

A fim de melhor compreender o fenômeno físico de escoamento com giro, Kitoh (1991) introduziu um vórtice livre em tubo longo, de seção circular, e mediu experimentalmente as distribuições de velocidade e as componentes das tensões de Reynolds em várias posições axiais. A partir do estudo, o autor classificou o perfil de velocidade tangencial em três regiões: núcleo, anular e parede. A região do núcleo foi descrita por um vórtice forçado e observou que o escoamento nessa região é mais dependente das condições do escoamento à montante do que da região anular. Também verificou que a assimetria do escoamento é "fraca" próximo à região da parede. Para baixos valores de número de giro ($S < 0{,}2$), o autor reportou dificuldade em diferenciar entre as regiões do núcleo e anular.

Esses resultados foram consolidados por Steenbergen e Voskamp (1998) que investigaram experimentalmente as componentes de velocidade do escoamento com giro em tubo liso de seção circular para diferentes números de Reynolds e condições iniciais de escoamento. Os autores identificaram três tipos de giro com base no perfil da componente tangencial da velocidade: *vórtice concentrado* (VC) com rotação concentrada próximo ao

eixo de simetria do tubo, *rotação de corpo rígido* (CR) com rotação quase uniforme e *jato de parede* (JP) com movimento angular concentrado próximo à parede. A Figura 2.4 apresenta a classificação dos tipos de giro.

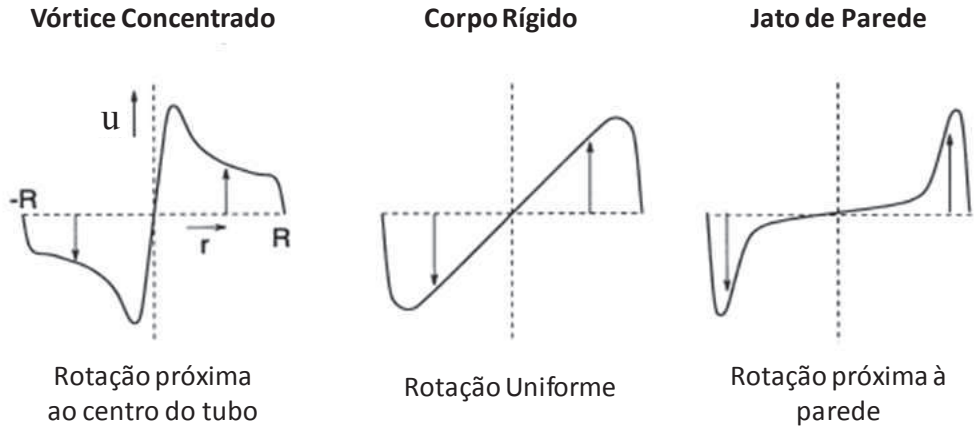


Figura 2.4 - Classificação dos tipos de giro (Steenbergen e Voskamp,1998).

Nishibori *et al*. (1987) verificou em seus estudos do escoamento com giro turbulento, gerado a partir de um gerador do tipo rotativo, que a componente da velocidade axial era semelhante ao perfil de velocidades axial para um escoamento desenvolvido, enquanto que a componente tangencial da velocidade se comportava como em um vórtice forçado. Esse comportamento foi confirmado, posteriormente, por Kitoh (1991) pela indicação de que a intensidade turbulenta aumenta gradualmente na região do núcleo antes de diminuir na região anular. Algifri *et al*. (1988) e Parchen and Steenbergen (1988), entre outros, também reportaram que as tensões normais de Reynolds atingem seu valor máximo muito próximo à linha de centro do tubo.

Os resultados experimentais de Algifri *et al*. (1988) mostraram que a posição radial da velocidade tangencial máxima se desloca para o centro à medida que a distância axial aumenta, como prevê o modelo básico de vórtice de Rankine. Nishibori *et al*. (1987)

mostraram que, à medida que o fluido escoa para jusante, o perfil da componente tangencial da velocidade gradualmente adquire um formato côncavo.

A maior parte das pesquisas realizadas em escoamentos com giro tem sido relacionada a aplicações de aquecimento e resfriamento com alta turbulência, resultantes de escoamentos secundários, melhorando o coeficiente de transferência de calor por convecção. Narezhny e Sudarev (1971), Hay e West (1975), Zaherzadeh e Jagadish (1975) e Algifri e Bhardwaj (1985), entre outros, mostraram que o coeficiente de transferência de calor por convecção é dependente do ângulo inicial de giro, da intensidade de giro e do número de Reynolds.

Algifri *et al*. (1988) mostraram, experimentalmente, que as velocidades médias e o tensor de tensões são fortemente dependentes da condição do giro inicial e pouco influenciados pelo número de Reynolds.

2.6. Decaimento da Intensidade de Giro

É conhecido que a presença do giro aumenta significativamente o nível de turbulência à jusante do dispositivo gerador de giro. Baker e Sayre (1974) e Chang e Dhir (1995) atribuíram o fenômeno à conversão de energia devido à existência de uma região de vórtice livre instável e de uma grande tensão de cisalhamento na fronteira do escoamento com giro (região de parede). Tensões cisalhantes na parede devido ao atrito produzem forças dissipativas para reduzir as altas velocidades tangenciais causadas pelo giro do escoamento próximo à parede do tubo. Assim, a energia turbulenta é transferida para o escoamento secundário que, por sua vez, preserva o nível de turbulência por uma distância maior.

Em relação ao decaimento da intensidade de giro, Bali (1998) estudou a transição entre as regiões de vórtice forçado e vórtice livre, caracterizado por uma rápida diminuição da velocidade tangencial próximo à parede. O perfil axial de velocidade apresenta baixa velocidade na região do núcleo, cercado por alta velocidade na região anular. Entretanto, a redução da velocidade axial na região do núcleo deteriora a intensidade de giro. Como resultado do decaimento da intensidade de giro, a velocidade tangencial máxima diminui

em função da distância axial. O autor observou ainda que o ponto de velocidade tangencial máxima se desloca em direção ao centro do tubo em função da distância axial, ou seja, a região do núcleo encolhe com o decaimento da intensidade de giro.

Muitos estudos, incluindo o estudo de Kitoh (1991), mostraram que o decaimento da intensidade de giro é exponencial ao longo do eixo do tubo. O decaimento do giro ao longo do tubo é atribuído à tensão de cisalhamento na parede do tubo. É então esperado que o decaimento do giro siga uma função exponencial negativa, semelhante à da tensão de cisalhamento (Baker e Sayre, 1974). Yu and Kitoh (1994) observaram que o decaimento é exponencial se o coeficiente de atrito não variar ao longo do escoamento. Os autores também mostraram que o decaimento do giro é dependente das condições de entrada e, portanto, dependente da intensidade de giro inicial.

Kreith e Sonju (1965) indicaram que o decaimento do giro varia com o número de Reynolds e independe da intensidade de giro inicial. Baker e Sayre (1974) concordaram com esse argumento e sugeriram que a taxa de decaimento é sempre inversamente proporcional ao número de Reynolds. Kitoh (1991) contradiz as conclusões de Kreith e Sonju (1965) e afirma que a taxa de decaimento do giro é dependente da intensidade de giro inicial, mas não como uma constante como convencionalmente assumida por Parchen e Steenbergen (1998). Sttenbergen and Voskamp (1998) estabeleceram que a taxa de decaimento varia com o número de Reynolds da mesma maneira que o fator de atrito varia e expressam a taxa de decaimento do giro em função do fator de atrito.

2.7. Escoamento Turbulento com Giro

O escoamento com giro também foi investigado através de abordagens numéricas e analíticas. Muitos estudos investigaram a aplicabilidade do modelo de turbulência $k-\varepsilon$, e suas variações, na simulação do escoamento com giro.

O modelo $k-\varepsilon$ padrão falhou na tentativa de calcular as tensões de Reynolds na equação de quantidade de movimento para escoamento com giro (Kobayashi e Yoda, 1987; Khodadai e Vlachos, 1990; Bali, 1998; Speziale *et al*., 2000; Najafi *et al*., 2005). O

escoamento turbulento com giro causa considerável grau de anisotropia nos tensores de tensão e de dissipação, levando a uma viscosidade turbulenta altamente anisotrópica (Kitoh, 1991).

Kobayashi e Yoda (1987) argumentaram que nem o modelo $k-\varepsilon$ e suas modificações, com termos de ordem superior na equação de tensão de Reynolds, são capazes de predizer os perfis de velocidade axial e tangencial devido à viscosidade turbulenta ser anisotrópica. Os autores propuseram modificações no modelo $k-\varepsilon$ na qual consideraram o fato da viscosidade turbulenta ser anisotrópica e obtiveram melhores resultados na predição dos perfis de velocidade. Nejad *et al*. (1989) também verificaram que o modelo $k-\varepsilon$ não teve sucesso na predição dos perfis de velocidade em seus estudos de escoamento com giro.

Bali (1998) estudou experimental e numericamente o escoamento com giro e obteve sucesso no uso do modelo $k-\varepsilon$ na predição do escoamento para baixos números de giro. Em seu estudo, a viscosidade turbulenta foi considerada isotrópica uma vez que a velocidade tangencial na entrada era pequena. Foi observada boa concordância entre os resultados experimentais e numéricos das distribuições de velocidade axial e tangencial no tubo. O perfil de velocidade axial apresentou um decréscimo na parte central do tubo enquanto que próximo à parede apresentou um aumento. O perfil de velocidade tangencial apresentou um valor máximo e sua localização se deslocou radialmente para o centro com a distância.

Speziale *et al*. (2000) também argumentaram que os tradicionais modelos de turbulência de duas equações, com tratamento convencional próximo à parede, não podem prever dois efeitos críticos associados ao escoamento turbulento em tubo rotativo. Esses efeitos foram identificados como a velocidade média de rotação, como dependente da velocidade média axial e a presença de uma velocidade média de giro em relação o tubo rotativo. O estudo revelou que a velocidade média de giro é limitada pela tensão de cisalhamento que, para altos números de Reynolds, é exercida pela proximidade da parede. Assim, embora os seus efeitos sejam sentidos ao longo do tubo, a geração de uma velocidade de giro média ocorre, em grande parte, próximo à parede do tubo para elevados números de Reynolds. Os autores argumentam ainda que, em elevados números de

Reynolds, os modelos de duas equações podem ser utilizados para prever o escoamento somente com a implementação de um tratamento mais sofisticado próximo à parede. O autor enfatiza ainda que isso não se aplica aos casos onde o número de Reynolds é baixo.

Como Speziale *et al*. (2000) resumiram, os modelos tradicionais de duas equações não possuem a necessária tridimensionalidade e anisotropia que são elementares para o fechamento com sucesso dos modelos de turbulência. Isso pode ser feito tanto com modelos algébricos tridimensionais quanto por fechamento de segunda ordem. O autor afirmou que a maioria dos modelos de fechamento de segunda ordem existentes adota um modelo de pressão-deformação que tem sido desenvolvido para escoamentos turbulentos bidimensionais, que são próximos do equilíbrio. Esse é o caso do modelo de pressão-deformação quadrático SSG (Speziale, Sankar e Gatski, 1991) e está implícito no modelo pressão-deformação linear de Launder e Spalding (1974).

Todos os autores concordam que embora o modelo de turbulência $k-\varepsilon$ seja inadequado ou incapaz de resolver a complexidade dos efeitos de anisotropia, que são característicos de um escoamento com elevado número de giro, o modelo parece adequado para simular escoamento com número de giro baixo, prevendo com sucesso o decaimento da velocidade tangencial ao longo do tubo.

Hirai *et al*. (1988) estudaram o escoamento axial através de tubo rotativo utilizando os modelos $k-\varepsilon$ padrão, $k-\varepsilon$ modificado e o modelo de Reynolds Stress Model (RSM). Eles observaram que o modelo $k-\varepsilon$ modificado apresentou melhores resultados quando comparado com o modelo $k-\varepsilon$ padrão e os resultados foram comparados com o modelo RSM. No modelo $k-\varepsilon$ modificado, o termo fonte na equação de dissipação foi corrigido usando o número de Richardson, para levar em consideração o efeitos de curvatura das linhas de corrente. As correções baseadas no número de Richardson são definidas para aumentar o nível de turbulência nas regiões onde o gradiente da velocidade tangencial é negativo e diminuir o nível de turbulência onde o gradiente é positivo.

Khodadadi e Vlachos (1990) avaliaram a aplicabilidade do modelo $k-\varepsilon$ padrão e uma de suas variações na predição do escoamento com giro em tubo. A variação consistiu

em ajustar as constantes do modelo $k - \varepsilon$ padrão recomendadas por Rodi (1975) que, quando aplicadas a um escoamento com giro, são tomadas como mostra a Tabela 2.2

Tabela 2.2: Constantes do modelo $k - \varepsilon$

Constantes	Rodi (1975)	Khodadadi e Vlachos (1990)
C_μ	0.09	0.1250
C_1	1.44	1.4400
C_2	1.92	1.5942
σ_k	1.00	1.0000
σ_ε	1.30	1.1949

Foi observado que o decaimento do número de giro foi mais lento quando foi utilizado o modelo $k - \varepsilon$ modificado e que esses resultados melhoraram de forma substancial em relação ao modelo $k - \varepsilon$ padrão.

Parchen e Steenbergen (1998) também compararam o modelo $k - \varepsilon$ padrão com o RSM na modelagem do escoamento turbulento com giro. Baseado nas predições realizadas do decaimento do número de giro e em comparação com dados experimentais, eles concluíram que o modelo $k - \varepsilon$ padrão previu o decaimento do giro com sucesso, embora o mesmo não tenha ocorrido em relação à distribuição de velocidade no início do escoamento. Apenas o modelo RSM previu o campo de velocidade com êxito.

Najafi *et al*. (2005) comparou numericamente o modelo $k - \varepsilon$ padrão, o modelo RNG e o modelo RSM. Os autores utilizaram a função de parede padrão e o modelo de duas camadas para tratamento da parede para predizer o decaimento do número de giro. O gerador de giro utilizado foi do tipo tubo de colmeia girante em um tubo vertical. A comparação entre os resultados numéricos e os dados experimentais mostrou que o modelo RSM com modelo de duas camadas obteve mais sucesso do que os modelos $k - \varepsilon$ padrão e RNG na predição do decaimento do número de giro.

Bons resultados foram obtidos a partir de simulações utilizando o modelo RSM para jatos girantes (Gibson e Younis, 1986), escoamento girante entre cilindros concêntricos (Hirai *et al*., 1987) e para escoamento girante em tubos convergentes e divergentes com objetivo de simular a quebra de vórtices (Spall e Ashby, 2000).

2.8. Escoamento Laminar com Giro

Todos os estudos experimentais apresentados anteriormente estão relacionados ao escoamento turbulento com giro. Estudos experimentais de escoamento laminar com giro foram estudados por Sheen *et al*. (1996), Saha *et al*. (2001) e Ho *et al*. (2011).

Sheen *et al*. (1996) realizou um estudo experimental com o objetivo de obter uma nova correlação para o número de giro, utilizando um gerador de giro do tipo radial, variando o número de Reynolds entre 60 a 6000 em diferentes ângulos de entrada (0^o a 56º). As distribuições das componentes axial, tangencial e radial da velocidade foram obtidas utilizando a técnica experimental LDA (*Laser Doppler Anemometry*). Os resultados mostraram que, para baixos números de Reynolds, a intensidade do giro é fortemente dependente do número de Reynolds e do ângulo de deflexão do escoamento causado pelas palhetas. Os autores ainda apresentam uma correlação do número de giro em função do número de Reynolds e do ângulo de deflexão do escoamento.

Com objetivo de comparar a queda de pressão e os coeficientes de transferência de calor para o escoamento, laminar, com giro gerado a partir de micro-aletas e fitas torcidas, Al-Fahed *et al*. (1999) realizaram um estudo experimental utilizando dois fluidos diferentes. Os experimentos de transferência de calor foram realizados utilizando um trocador de calor casco-e-tubo onde o vapor d'água foi usado como fonte quente. A razão de torção e o comprimento da fita afetam o desempenho. Os resultados mostraram que o coeficiente de transferência de calor melhorou quando a razão de torção diminuiu. Os resultados utilizando micro-aletas mostraram que tanto o coeficiente de transferência de calor quanto a queda de pressão foram pouco afetadas.

Utilizando um gerador de giro do tipo hélices torcidas, Saha *et al*. (2001) investigou experimentalmente a transferência de calor e a queda de pressão de um escoamento laminar com giro em tubo circular. O efeito do ângulo de fase maior do que zero entre elementos de fita consecutivos foi estudado para números de Reynolds variando entre 45 a 1150 e para números de Prandtl moderados. Também foi verificada no estudo a influência do aquecimento sobre o coeficiente de atrito. Entre outras conclusões, os autores mostraram que a diferença entre o coeficiente de atrito com aquecimento e o coeficiente de atrito para

escoamento isotérmico, utilizando fitas torcidas espaçadas regularmente, é substancialmente menor do que no caso de tubo liso e também em relação ao caso onde todo o comprimento do tubo é tomado por fitas torcidas.

Ho *et al*. (2011) investigaram experimentalmente o escoamento laminar e turbulento com giro em um tubo anular com objetivo de validar o aparato experimental utilizado. Utilizando um gerador de giro de hélice fixa, em ângulos de deflexão de 30^o, 45^o e 60^o, e marcando as partículas do escoamento com um corante, os autores obtiveram imagens da linha de emissão para números de Reynolds variando entre 410 e 5240, tanto para escoamento isotérmico quanto não isotérmico. O aparato foi validado comparando as imagens do escoamento com a literatura.

2.9. Hidrociclone Axial

O ciclone possui mais de 100 anos de vida. O primeiro ciclone foi patenteado em 1891 (Svarovsky, 1984). Contudo, sua aplicação mais significativa é um pouco mais recente e data de 1950. Os primeiros ciclones foram utilizados nos processos de mineração e depois também foram aplicados em geração de energia, na indústria têxtil e na indústria química. Essas aplicações exigiam a separação de partículas sólidas dispersas em líquido ou em um gás. Por volta de 1980 os primeiros ciclones para mistura óleo-água foram desenvolvidos na Universidade de Southampton por Colman e Smyth (1984). Um das primeiras aplicações desses, então chamados hidrociclones, foi em poços marítimos no estreito de Bass, entre a Tasmania e a Austrália, conforme descrito por Hayes (1985).

Existem diversos tipos de separadores ciclônicos. A configuração usada convencionalmente para separar dois fluidos possuiu entrada tangencial. Existem ciclones que possuem entrada axial e, sua geometria, é diferente daquela apresentada pelos ciclones de entrada tangencial. As vantagens do hidrociclone axial são: menor turbulência, baixa queda de pressão e a possibilidade de ser compacto. A desvantagem está no fato de que o hidrociclone axial pode criar giros elevados.

A utilização de um separador ciclônico para separar líquido-líquido ainda é muito rara (Dirkzwager, 1996; Delfos and Dirkzwager, 1998) e pouca informação pode ser encontrada na literatura.

Nieuwstadt e Dirzwager (1995) estudaram um ciclone axial com objetivo de remover partículas de óleo da água. Para obter a geometria correta, um estudo teórico foi realizado com base nos parâmetros de eficiência de separação e na razão entre a região anular e o diâmetro da partícula. Através da análise pelo método da função de corrente, os autores obtiveram o campo de velocidade e estimaram a pressão ao longo das paredes em um ciclone axial.

Dirkzwager (1996) e Delfos e Dirkzwager (1998) propuseram um hidrociclone axial como separador de água e óleo. O dispositivo utilizado (Figura 2.5) consiste em um conjunto de hélices fixas, transformando o escoamento puramente axial a montante e um escoamento helicoidal à jusante. Testes foram realizados tanto em escoamento monofásico, utilizando a água como fluido de trabalho, quanto em escoamento bifásico considerando uma dispersão de óleo em água. Sob o campo centrífugo criado pelo giro, a fase mais leve (óleo) é forçada a migrar para o centro da tubulação e a fase mais pesada (água) para a parede do tubo.

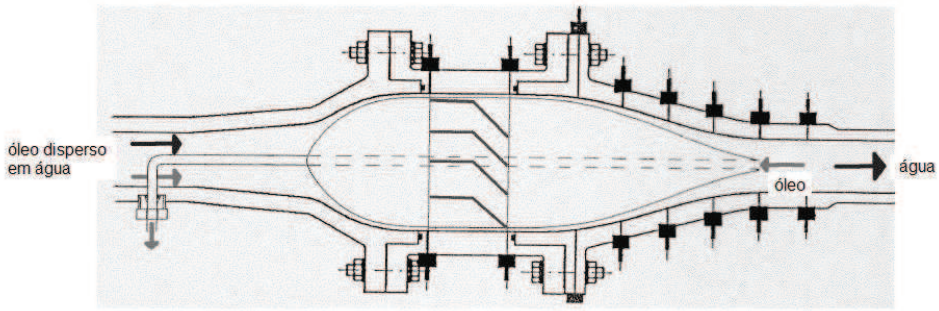


Figura 2.5 - Hidrociclone axial (Delfos e Dirkzwager, 1998).

Para números de Reynolds compreendidos entre 24000 e 48000, resultados dos perfis de velocidade axial e tangencial foram obtidos utilizando a técnica experimental LDA. Os autores concluíram que o dispositivo gerador de giro é capaz de produzir um campo de

velocidade tangencial elevado sem grande queda de pressão. Os estudos apontaram ainda a existência de recirculação na linha de centro do tubo e mostraram que a componente tangencial da velocidade pode ser descrita como em uma rotação de corpo rígido (vórtice forçado) na região do centro do tubo e vórtice livre na região externa do centro do tubo. Os autores concluíram ainda que é possível recuperar aproximadamente 50% do óleo.

Em regime laminar, Maynard (1999) estudou analiticamente o desempenho de um ciclone axial utilizado na limpeza de gases. Relacionando as dimensões com o passo da hélice, foi possível predizer o comprimento de penetração expresso sob forma do número de Stokes em função dos raios, interno e externo das hélices e do número de hélices. A comparação dos resultados com dados experimentais mostrou boa concordância.

O decaimento do giro em um escoamento disperso de óleo em água, em um tubo horizontal, foi estudado por Soleimani *et al*. (2002). Os autores estudaram experimentalmente o gradiente de pressão em uma tubulação de 25,4 mm de diâmetro. Os autores concluíram que a taxa de decaimento do giro depende do tipo de dispersão, ou seja: óleo como fase contínua ou água como fase contínua. Sendo água a fase contínua, verificaram que o giro persiste até o final da seção de testes e que, para o óleo como fase contínua, o giro decai rapidamente.

O ciclone axial também foi estudado com objetivo de melhor compreender sua aplicação ao processamento de minérios, como uma alternativa aos ciclones de entrada tangencial (Yalcin *et al*., 2003). Os autores avaliaram experimentalmente a eficiência de separação para uma amostra de cobre e níquel com partículas de 300μm sob diferentes pressões de entrada, diferentes densidades de polpa e comprimento da câmara de vórtice. Os autores mostraram que o ciclone axial pode oferecer vantagens e ser uma alternativa viável aos ciclones de entrada tangencial para a indústria de minérios. Uma vantagem do ciclone axial está no aumento da capacidade de segregação, sendo 40% maior do que em ciclones de entrada tangencial, segundo o estudo. Os autores concluíram ainda que o processo em um ciclone axial favorece um controle mais flexível do processo.

Um modelo numérico foi desenvolvido por Delfos *et al*. (2004) com o objetivo de otimizar um hidrociclone axial. O modelo foi desenvolvido para ser capaz de predizer o

campo de velocidade em um escoamento com elevados números de giro e elevados números de Reynolds. Os resultados obtidos com o modelo foram comparados aos resultados obtidos com o pacote CFD Fluent® e com resultados experimentais. Os autores concluíram que os resultados da componente tangencial da velocidade são 30% maiores do que os obtidos pelo Fluent®. Comparada aos resultados experimentais, a queda de pressão foi superestimada em ambos os modelos, em aproximadamente 80%.

Kouda e Hagiwara (2006) estudaram experimentalmente o escoamento com giro de água contendo partículas imiscíveis de óleo siliconado em tubo horizontal. Com um gerador de giro de hélice fixas, o escoamento foi visualizado com partículas traçadoras fluorescentes e o campo de velocidades foi obtido a partir das imagens capturadas. Os resultados indicaram que o tamanho e o movimento das partículas de óleo dependem da força de empuxo, da força de sustentação, do gradiente de pressão e da força de arrasto.

Murphy e Delfos (2007) utilizaram dois pacotes CFD (Fluent® e Ansys-CFX®) comerciais e avaliaram a capacidade de cada um em predizer o escoamento monofásico, turbulento, com giro em um hidrociclone axial. Em ambos os pacotes CFD foi utilizado o modelo de turbulência baseado no tensor de Reynolds (RSM). O estudo mostrou quantitativa diferença entre os resultados obtidos com as simulações e os dados experimentais de Dirkzwager (1996), principalmente na região da linha de centro. Os autores concluíram que embora tenham encontrado diferenças em relação aos perfis de velocidade, o decaimento do giro teve boa concordância quando comparado com os resultados experimentais.

Jawarneh *et al*. (2009) estudaram numericamente o escoamento multifásico com alto número de giro em um separador de vórtice duplo, com o objetivo de predizer a eficiência de separação de areia em óleo. Os resultados foram comparados com dados experimentais da componente tangencial de velocidades e perfis de pressão radial. O modelo de turbulência RNG foi utilizado e os resultados obtidos na simulação tiveram boa concordância com os resultados experimentais.

2.10. Contribuições desta Tese

A literatura apresenta vasta quantidade de trabalhos onde se estudou o escoamento turbulento com giro, com abordagens numérica e experimental. Poucos trabalhos foram encontrados cujo objetivo fosse estudar o escoamento laminar com giro em condição isotérmica. A revisão da literatura, apresentada na seção anterior, mostra que grande parte dos estudos referentes ao escoamento girante laminar foram realizados com objetivo de verificar a influência do giro sobre o coeficiente de transferência de calor.

A aplicação do escoamento com giro com objetivo de separar duas fases líquidas (exemplo: óleo-água) ainda é rara e os estudos encontrados na literatura avaliam o escoamento com giro principalmente no regime turbulento.

Dessa forma, a contribuição desta tese para a literatura é:

- Contribuir com dados experimentais da queda de pressão e fator de atrito para o regime de escoamento laminar isotérmico com giro, gerado através de um hidrociclone axial instalado na própria linha de escoamento, visando às aplicações do fenômeno na separação de óleo viscoso e água e de óleo viscoso e gás;
- Contribuir com a visualização do escoamento e segregação das fases através de filmagens do escoamento ar-glicerina e sólido-glicerina;
- Contribuir com o estudo da segregação de fases em um escoamento laminar com giro, por meio de um modelo de segregação que permita analisar a trajetória percorrida por diferentes tipos e tamanhos de partículas dispersas em um líquido viscoso.

3. DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO

Neste capítulo, descreve-se o aparato e as técnicas experimentais utilizadas no estudo do escoamento laminar com giro em um tubo de diâmetro uniforme. A seção 3.1 descreve a montagem experimental e os equipamentos utilizados no estudo. O dispositivo gerador de giro (DGG) é descrito na seção 3.2 e as informações detalhadas da seção de testes são apresentadas da seção 3.3. Na seção 3.4 são apresentados os fluidos utilizados bem com suas propriedades. Por fim, a seção 3.5 traz os detalhes do procedimento experimental utilizado.

3.1. Montagem Experimental

Foi construído um aparato experimental para estudar o escoamento com giro no regime laminar. A Figura 3.1 exibe uma representação esquemática da montagem, com a localização de cada componente do circuito de testes. Os testes foram realizados com uma solução água-glicerina, e também com água somente.

A solução água-glicerina foi escolhida para aumentar a viscosidade do líquido e, consequentemente, obter resultados para escoamento laminar, além de proporcionar melhor visualização do escoamento. Os testes com água foram realizados para servir de referência.

O fluido de trabalho circula no circuito impulsionado por uma bomba, que succiona e descarrega para um reservatório através de um circuito principal e um circuito secundário (*by pass*), para evitar acidentes por excesso de pressão.

O aparato experimental impõe uma vazão controlada de glicerina. Um reservatório com capacidade de 1000 litros garantiu o constante fornecimento de glicerina. A glicerina que vem do reservatório foi bombeada através de toda a extensão do circuito por meio de uma bomba de cavidade progressiva, fabricada pela empresa Bombas GEREMIA, modelo 2HF-50, com capacidade de 0,5 litros/ciclo e máxima pressão de 12kgf/cm^2. Um controle de rotação por inversor de frequência, fabricado pela empresa TECMOT, modelo Delta

VFD-B, com alcance na faixa de 0,1 a 400 Hertz, conectado à bomba gerou a vazão necessária para cada teste. Este inversor possui duas fontes de frequência selecionável (principal/auxiliar), 16 passos de controle de velocidade e 15 passos pré-programados de velocidade para controle de processo, o que possibilita o controle em uma ampla faixa de vazões.

As vazões adotadas nos testes variaram entre $3m^3/h$ e $7,5m^3/h$, correspondendo a velocidades médias na seção transversal do tubo (d=5cm) entre 0,4 m/s e 1,15 m/s. A vazão foi monitorada por um medidor de vazão eletromagnético, fabricado pela empresa KROHNE, modelo Optiflux 2010C, com capacidade de vazão de $20m^3/h$ e uma incerteza de 0,5%, colocado próximo à saída da bomba. Foi possível ainda um ajuste fino de vazão através do *by pass*.

A temperatura do fluido foi medida no reservatório (item 1, Figura 3.1), antes e depois de cada teste.

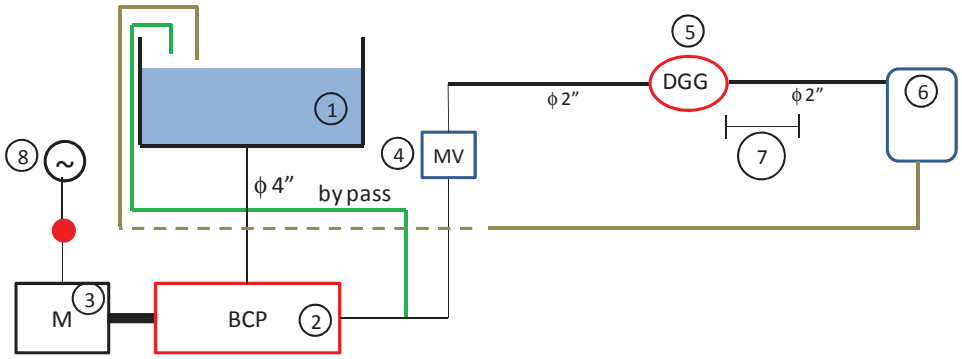


Figura 3.1 - Esquema do aparato experimental.

(1) Reservatório de fluido

(2) Bomba de cavidade progressiva (BCP)

(3) Motor Elétrico (M)

(4) Medidor de vazão (MV)

(5) Dispositivo gerador de giro (DGG)

(6) Tanque de saída

(7) Seção de testes

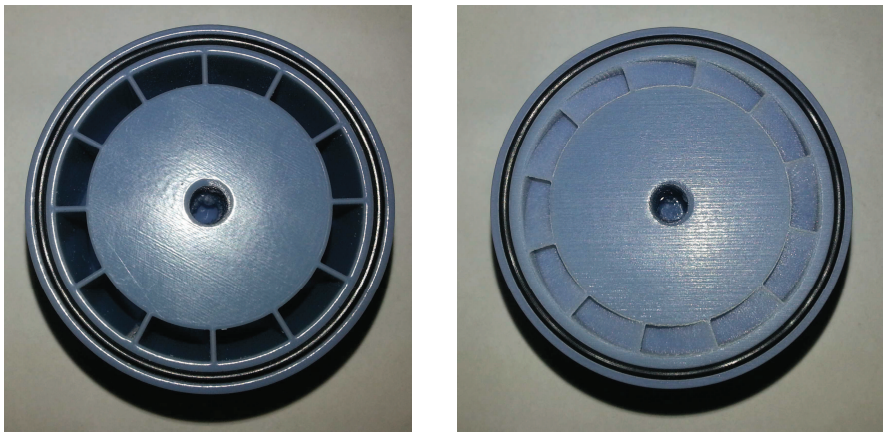
(8) Inversor de frequência

3.2. Dispositivo Gerador de Giro - DGG

Como descrito no Capítulo 2, existem diversos métodos para criar o giro em escoamentos. Dispositivos com entrada tangencial, tubos rotativos, inserção de fitas torcidas no escoamento, entre outros, são os métodos mais comuns encontrados na literatura. Uma técnica bastante comum e que foi utilizada por Nieuwstadt e Dirkzwager (1995) é o uso de palhetas ou guias fixas.

Essa técnica consiste em um conjunto de palhetas fixas instaladas sobre um corpo sólido e cilíndrico. O fluido bombeado através da tubulação se aproxima, à montante do dispositivo, somente com a componente axial da velocidade. O fluido então escoa através de um espaço anular (entre o dispositivo e a parede interna do tubo) guiado por palhetas helicoidais, projetadas para criar a componente tangencial de velocidade (velocidade de giro). O uso de uma peça com palhetas helicoidais fixas foi escolhido e utilizado nos testes experimentais, com algumas melhorias visando à sua integridade.

A peça foi projetada com base nas especificações de ângulo de deflexão desejado para o escoamento, em relação à coordenada axial, e na distância entre as guias, para evitar que o fluido escoasse sem ser defletido. Com base nisso, a peça foi projetada com 12 guias fixas e um ângulo de deflexão de 63,5^{o}. Maiores detalhes do projeto do dispositivo estão descritos no **Anexo A**. A Figura 3.2 exibe o dispositivo fabricado.



(a) (b)

Figura 3.2 – Vistas do DGG: (a) entrada do escoamento e, (b) saída do escoamento.

O dispositivo foi fabricado através de impressão 3D, sendo constituído por uma resina conhecida como VeroBlue® que possui maior resistência à flexão.

Para minimizar as perdas de energia à jusante e à montante do dispositivo gerador de giro mostrado na Figura 3.2, duas peças auxiliares foram fabricadas e adicionadas ao dispositivo: um nariz de forma hemisférica para suavizar o escoamento na entrada do dispositivo, e uma cauda na forma de cone para evitar a recirculação do escoamento próximo à saída do dispositivo. A Figura 3.3 mostra as dimensões das peças auxiliares.

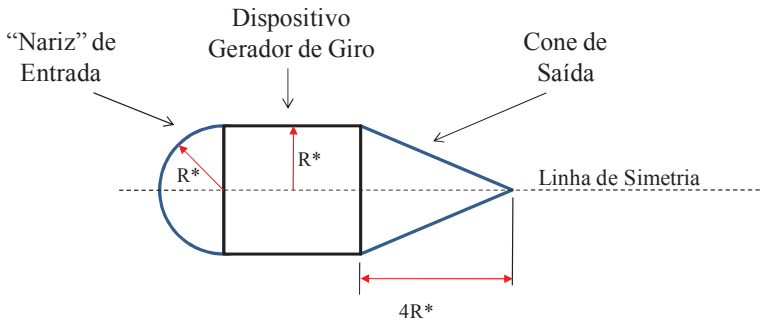


Figura 3.3 – Esquema das peças auxiliares do DGG

A Figura 3.4 exibe diferentes vistas da montagem do dispositivo gerador de giro e suas peças auxiliares. O conjunto foi conectado e montado em série com a linha de teste, através de um flange, como mostra a Figura 3.5.

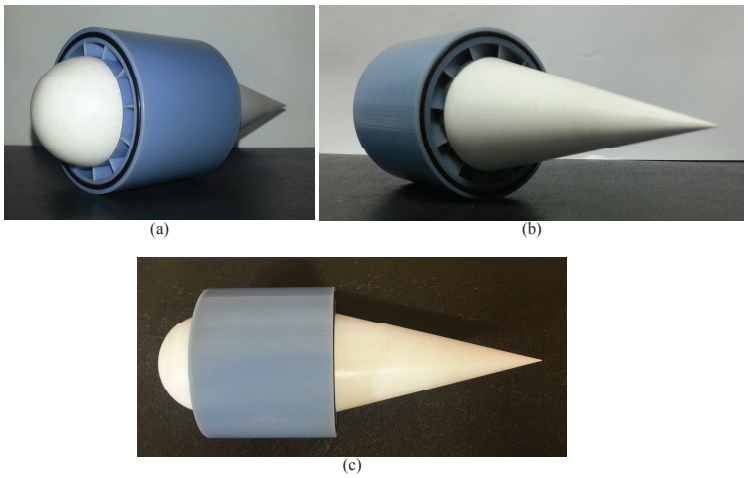


Figura 3.4 – Vistas do DGG: (a) nariz, (b) cauda, e (c) lateral.

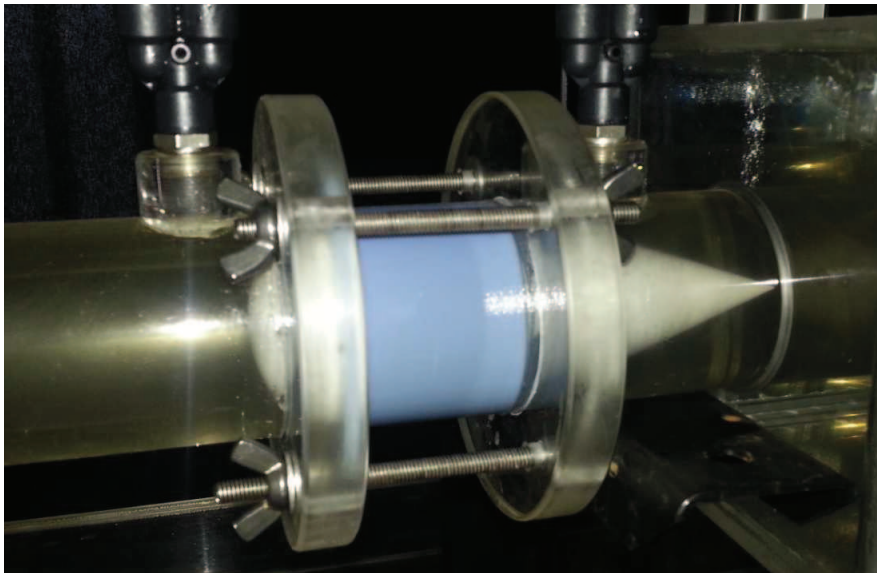


Figura 3.5 - Foto do conjunto montado na instalação.

3.3. Seção de Testes

A seção de testes (item 7, Figura 3.1) está imediatamente à jusante do dispositivo gerador de giro e consiste de um tubo de seção transversal circular de 50mm de diâmetro e 3m de comprimento, confeccionado em acrílico transparente. A seção de testes possui duas tomadas de pressão estática (Figura 3.6) de maneira a permitir que a diferença de pressão fosse obtida experimentalmente.

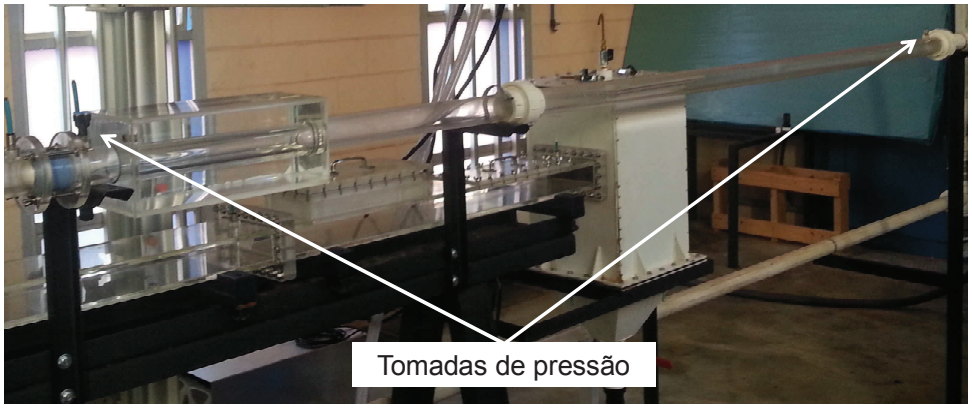


Figura 3.6 - Foto da seção de testes.

3.3.1. Instrumentação - Medidas da Queda de Pressão

A queda de pressão através da seção de teste foi medida através de dois transdutores do tipo diferencial Validyne®, modelo DP 15 com diafragmas de números 32 e 36, com uma faixa de operação de 0 a 14kPa e 0 a 35kPa, respectivamente. Isso permitiu cobrir toda a faixa de pressão associada às vazões esperadas no teste.

Seus terminais elétricos foram conectados a um indicador digital da mesma marca. O conjunto foi aferido utilizando um manômetro em U de mercúrio e injeção de ar. O ar se distribuía em duas linhas paralelas, uma seguindo para um manômetro em U de mercúrio como referência e a outra seguindo para um dos terminais do diafragma. Quando não havia pressão no sistema, o nível de mercúrio no manômetro em U foi ajustado a zero, pois nenhuma pressão era aplicada no diafragma também. Aplicou-se então uma pressão que elevou a coluna de mercúrio no manômetro até o máximo suportado pelo diafragma. Neste ponto, o valor indicado pelo Validyne® foi ajustado para 100%, aferindo assim o conjunto diafragma-indicador para medir a diferença de pressão na faixa de estudo. A curva de calibração então obtida é uma relação de voltagem *versus* pressão.

Devido aos efeitos de compressibilidade do ar, precauções foram tomadas para evitar que sua presença no sistema afetasse a qualidade das medidas. Assim, as mangueiras e o diafragma foram drenados para assegurar que não houvesse ar, o que implicaria em medidas incorretas de pressão diferencial.

3.4. Viscosidade do Fluido de Trabalho

A viscosidade da solução de água-glicerina depende tanto da temperatura como da concentração de água. A uma dada concentração de água, foram realizadas diversas medidas para identificar o comportamento da solução em função da temperatura. O estudo foi realizado utilizando um reômetro de tensão controlada Mars III, com geometria de cone-placa de 60mm de diâmetro e ângulo de 1^{o}, do Laboratório de Emulsões do CEPETRO. Dessa forma, medindo a temperatura da solução em cada teste, foi possível determinar a correspondente viscosidade da solução.

A Figura 3.8 mostra a viscosidade dinâmica da solução água-glicerina em função da concentração de água. Foi utilizada no presente trabalho uma concentração de água de aproximadamente 20%.

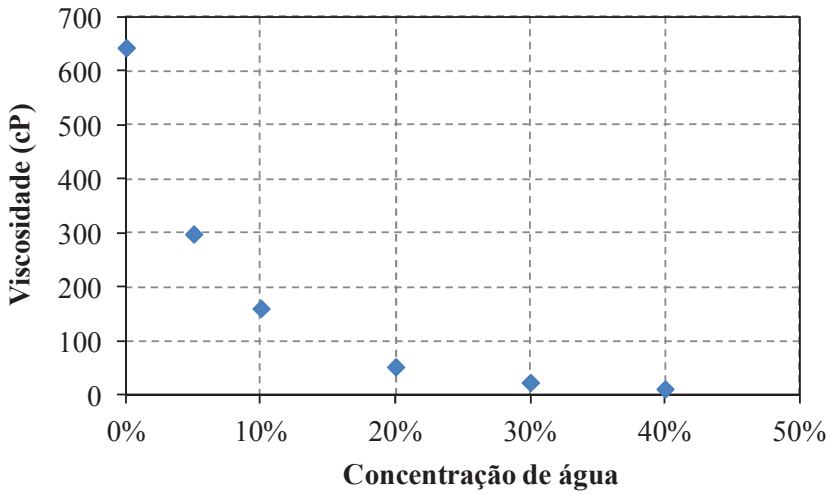


Figura 3.7 – Efeito da concentração de água na viscosidade da solução água-glicerina

Para saber como a viscosidade da solução se comporta com a variação da temperatura foram realizadas medições da viscosidade dentro de uma faixa de temperaturas. A Figura 3.8 mostra a variação da viscosidade em função da temperatura para a solução escolhida.

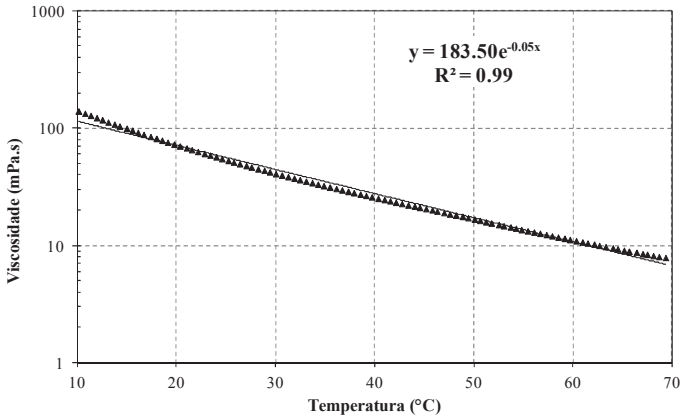


Figura 3.8 – Efeito da temperatura na viscosidade da solução água-glicerina.

Um ajuste de curva com base na Figura 3.8 resultou na seguinte correlação da viscosidade da solução de água-glicerina com a temperatura,

$$\mu(cP) = 183{,}5e^{-0{,}05T(^{\circ}C)} \tag{3.1}$$

A viscosidade da água é menos sensível à variação de temperatura. Para cada teste realizado, a viscosidade da água foi obtida como relata White (1999),

$$ln\left(\frac{\mu}{\mu_0}\right) \approx -1{,}704 - 5{,}306z + 7{,}003z^2 \tag{3.2}$$

onde,

$$z = \frac{273(K)}{T(K)} \tag{3.3}$$

$$\mu_0 = 1{,}788x10^{-3} Pa.s \tag{3.4}$$

A densidade da glicerina foi medida com um densímetro e a densidade da água foi obtida através da literatura. A Tabela 3.1 apresenta as densidades dos fluidos de trabalho utilizados neste estudo.

Tabela 3.1: Densidade do fluido de trabalho.

Fluido	**Densidade (kg/m^3)**
Água @ 20^{o}C	998
Solução Água-Glicerina @ 25^{o}C	1210

3.5. Procedimento Experimental

Os testes experimentais foram realizados conforme os seguintes passos:

(1) Utilizando o inversor de frequência, a vazão da bomba foi ajustada para o valor desejado e medido pelo medidor de vazão;

(2) Com o fluido escoando no sistema, o ar foi removido através de drenos em várias partes da instalação, principalmente nas mangueiras utilizadas para obter as medidas de pressão;

(3) Com o regime permanente alcançado, as medidas de temperatura e de voltagem foram obtidas no início e ao final de cada teste; as medidas de voltagem foram obtidas a cada 15 segundos durante um período de 3 minutos;

(4) Em seguida, a vazão era ajustada para outro valor e os passos de (***1***) a (***3***) foram repetidos.

Em todo o período de realização dos testes, a pressão na saída da bomba foi controlada, por motivos de segurança, utilizando um manômetro, e não excedeu o valor de 140kPa.

4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Este capítulo mostra na forma de tabelas, gráficos e imagens os resultados experimentais do escoamento com giro utilizando o hidrociclone axial, colhidos na seção de teste descrita no Capítulo 3. Na seção 4.1 são apresentados os resultados da queda de pressão para os testes monofásicos realizados com a solução de água-glicerina e água. Os testes em escoamento monofásico caracterizam a condição limite de operação do hidrociclone quando as partículas dispersas no fluido têm ínfimo tamanho e baixa concentração (sistema diluído). Na seção 4.2 o fator de atrito é definido e os resultados são apresentados em função do número de Reynolds do escoamento axial desenvolvido. Na seção 4.3 apresentam-se os principais resultados da análise de incertezas, tanto das medidas primárias quanto das medidas secundárias. Por fim, na seção 4.4 são apresentadas imagens da segregação de fases quando gás ou partículas eram injetados na corrente líquida a montante do dispositivo gerador de giro.

4.1. Queda de Pressão

As Tabelas 4.1 e 4.2 apresentam os resultados de vinte testes experimentais realizados. Dez testes foram realizados com a solução de água e glicerina e dez testes com somente água.

Para cada teste realizado com a solução de água e glicerina, a viscosidade do fluido foi obtida a partir da Figura 3.8, do Capítulo 3, em função da temperatura. Em todos os testes com essa solução, a viscosidade ficou dentro da faixa de 50 a 55cP, com valores de vazão compreendidos entre 3 m^3/h e 8 m^3/h.

Tabela 4.1: Resultados dos testes realizados com a solução água-glicerina.

	Vazão	Temperatura	Viscosidade	Queda de Pressão
	[m^3/h]	[^oC]	[cP]	[kPa]
Teste				
#01	3,0	26,5	48,77	4,43
#02	3,5	26,5	48,77	6,20
#03	4,0	26,5	48,77	8,09
#04	4,5	26,5	48,77	10,09
#05	5,0	26,3	49,27	12,20
#06	5,5	24,0	55,27	14,44
#07	6,0	24,5	53,90	16,78
#08	6,5	24,8	53,10	19,25
#09	7,0	25,4	51,53	21,83
#10	7,5	26,0	50,01	24,52

Tabela 4.2: Resultados dos testes realizados com água.

	Vazão	Temperatura	Viscosidade	Queda de Pressão
	[m^3/h]	[^oC]	[cP]	[kPa]
Teste				
#01	2,5	22,2	0,95	3,51
#02	3,0	22,5	0,94	5,23
#03	3,5	22,5	0,94	7,11
#04	4,0	22,7	0,94	9,15
#05	4,5	23,0	0,93	11,36
#06	5,0	23,0	0,93	13,74
#07	5,5	23,2	0,93	16,28
#08	6,0	23,4	0,92	19,00
#09	7,0	23,8	0,92	24,91
#10	8,0	24,1	0,91	31,49

Os resultados da queda de pressão da Tabela 4.2 e da Tabela 4.3 são apresentados graficamente, em função da vazão volumétrica, na Figura 4.1.

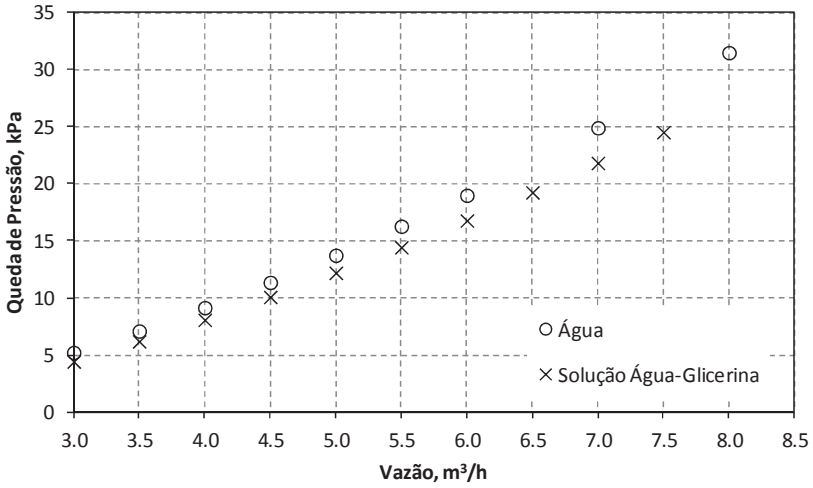


Figura 4.1 – Queda de pressão em função da vazão volumétrica.

Os testes realizados com vazões e viscosidades apresentados nas Tabela 4.1 e 4.2 correspondem a números de Reynolds de escoamento axial desenvolvido compreendidos entre 500 e 63000, conforme a seguinte definição:

$$Re = \frac{\rho W_m d_o}{\mu} \tag{4.1}$$

onde ρ e μ são a massa específica e a viscosidade do fluido de trabalho, respectivamente; d_o é o diâmetro interno do tubo e W_m é a velocidade axial média do escoamento.

O escoamento em duto de seção circular é classificado como laminar para valores de números de Reynolds inferiores a 2000. Para números de Reynolds acima de 4000, o escoamento é classificado como turbulento. Assim, os testes realizados com a solução água-glicerina apresentados na Tabela 4.1 estão dentro do regime laminar de escoamento. Já os testes realizados com água e apresentados na Tabela 4.2 estão dentro do regime turbulento.

Observa-se na Figura 4.1 que a queda de pressão obtida com água é maior que a da solução água-glicerina, para a mesma vazão. Em vista dos diferentes números de Reynolds

desses escoamentos, pode-se atribuir esse resultado ao fato de que para o escoamento turbulento a componente de velocidade de giro (inicialmente igual ao dobro da velocidade axial média) permanece por maior comprimento na linha e, portanto, gera uma queda de pressão maior e que mais do que compensa o efeito do aumento da viscosidade e da densidade em relação ao escoamento laminar.

A Figura 4.2 apresenta os resultados experimentais da queda de pressão em função do número de Reynolds do escoamento.

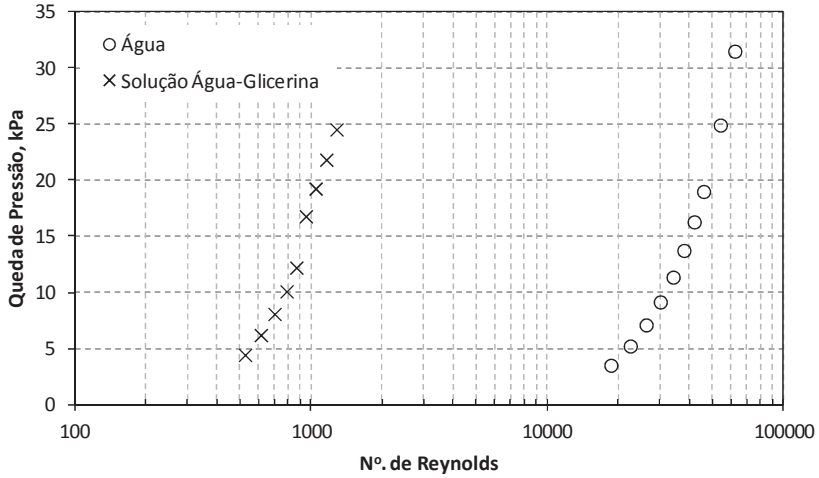


Figura 4.2 - Queda de pressão em função do número de Reynolds do escoamento.

Considerando as Figuras 4.1 e 4.2, a queda de pressão do escoamento com giro aumenta em função da vazão ou número de Reynolds, tanto para a solução água-glicerina quanto para a água, como era esperado.

4.2. Fator de Atrito

A presença do giro no escoamento causa um gradiente de pressão axial maior do que em um escoamento puramente axial. Para melhor compreender o fator de atrito de um escoamento com giro, a seção seguinte avalia o fator de atrito com base na queda de pressão obtida experimentalmente. Uma vez que a queda de pressão ocorre de forma

distribuída ao longo da linha a jusante do hidrociclone axial, pode-se definir o fator de atrito para o escoamento com giro como:

$$f = 2\left(\frac{\Delta p_{st}}{\rho W_m^2}\right)\left(\frac{d_o}{L_{st}}\right) \tag{4.2}$$

onde Δp_{st} é a queda de pressão na seção de teste obtida experimentalmente e L_{st} é o comprimento da seção de teste entre as tomadas de pressão.

Fica claro que o fator de atrito definido pela equação (4.2) expressa o efeito combinado das componentes tangencial e axial de velocidade. A comparação entre os fatores de atrito com e sem giro é mostrada na Figura 4.3.

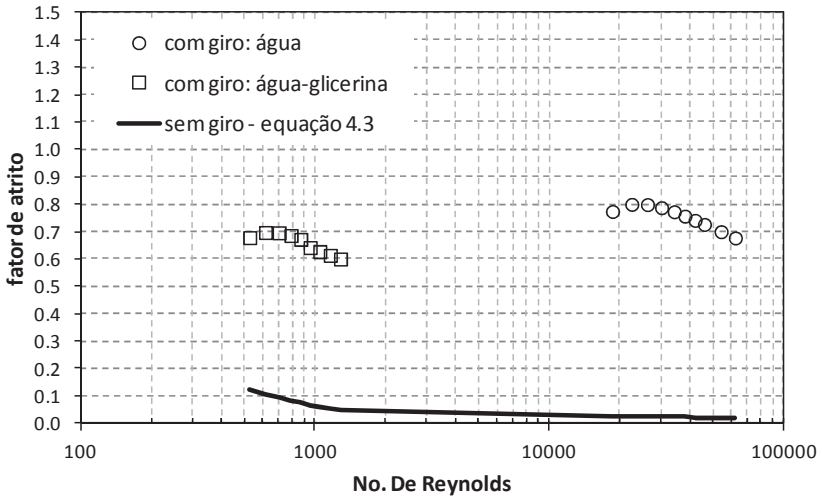


Figura 4.3 - Comparação do fator de atrito - com giro e sem giro.

Pode-se observar que o fator de atrito para um escoamento com giro é muito maior que o fator de atrito do escoamento sem giro com a mesma vazão. A presença do giro causa um aumento considerável no fator de atrito devido ao aumento da superfície molhada e da alta dissipação viscosa próxima à parede do tubo, confirmando os resultados de outros autores (Al-Fahed *et al.*, 1999 e Saha *et al.*, 2001). Em termos quantitativos, o aumento do fator de atrito para um escoamento com giro é de 450% a 1000% maior quando comparado ao do escoamento sem giro. Os valores mostrados na Figura 4.3 para o fator de atrito sem

giro foram calculados a partir da correlação de Churchil e Usagi (1977), válida para qualquer número de Reynolds. Esta correlação é escrita como,

$$f_{SG} = 8\left[\left(\frac{8}{Re}\right)^{12} + (A+B)^{-\frac{3}{2}}\right]^{\frac{1}{12}} \tag{4.3}$$

onde:

$$A = \left\{-log\left[\frac{\varepsilon/d_o}{3{,}7} + \left(\frac{7}{Re}\right)^{0{,}9}\right]\right\}^{16} \tag{4.4}$$

$$B = \left(\frac{37530}{Re}\right)^{16} \tag{4.5}$$

4.3. Incertezas

Em toda medição experimental estão envolvidos erros, que podem ser sistemáticos ou aleatórios. A partir da calibração adequada dos instrumentos de medição pode-se mitigar os erros sistemáticos. No entanto, os erros aleatórios não podem ser eliminados. Busca-se então estimar os erros aleatórios nos resultados experimentais através da análise de incerteza. Através da análise de incerteza é possível ainda identificar as fontes de erro mais significativas e planejar os experimentos de modo a minimizar esses erros.

Na etapa experimental deste trabalho foram realizadas medições das seguintes variáveis: diâmetro do tubo d_o, área de descarga do jato A_j, densidade do fluido ρ, viscosidade do fluido μ, temperatura T e ângulo de descarga do jato α. Denominam-se neste trabalho de medidas primárias as variáveis efetivamente medidas, e de medidas secundárias e terciárias as variáveis calculadas a partir das medidas primárias. É realizada uma estimativa do erro aleatório envolvido nas medidas primárias e também da propagação dos erros nas medidas secundárias. Os detalhes desta análise estão descritos no **Anexo C** e as Tabelas 4.3 e 4.4 apresentam um resumo das incertezas envolvidas.

Tabela 4.3: Incerteza nas medidas primárias.

Variável Primária	Incerteza Absoluta (I_A)	Incerteza Relativa (I_R)
d_o [mm]	0,05	0,001
α [grau]	0,25	0,004
T [^oC]	0,05	-
$\forall$ [m^3/h]	-	0,005
ΔP [kPa]	0,133	-

Tabela 4.4: Resumo das incertezas nas medidas secundárias.

Solução de Água-Glicerina						
Teste	**μ (N.s/m^2)**	**I_μ**	**Re (-)**	**I_{Re}**	**f (-)**	**I_f**
#1	0,04877	0,0025	526,5	0.0059	0.6775	0,0321
#2	0,04877	0,0025	614,2	0.0059	0.6966	0,0242
#3	0,04887	0,0025	701,9	0.0059	0.696	0,0199
#4	0,04877	0,0025	789,7	0.0059	0.6858	0,0174
#5	0,04927	0,0025	868,7	0.0059	0.6717	0,0157
#6	0,05527	0,0025	851,7	0.0059	0.6571	0,0146
#7	0,05390	0,0025	952,7	0.0059	0.6416	0,0138
#8	0,05310	0,0025	1048	0.0059	0.6271	0,0132
#9	0,05153	0,0025	1163	0.0059	0.6132	0,0128
#10	0,05001	0,0025	1284	0.0059	0.6000	0,0125
Água						
#1	0,000950	0,0012	18608	0,0056	0,9353	0,0396
#2	0,000944	0,0012	22488	0,0056	0,9678	0,0279
#3	0,000944	0,0012	26236	0,0056	0,9667	0,0219
#4	0,000939	0,0012	30126	0,0056	0,9525	0,0184
#5	0,000933	0,0012	34131	0,0056	0,9343	0,0163
#6	0,000933	0,0117	37923	0,0056	0,9154	0,0149
#7	0,000928	0,0012	41911	0,0056	0,8963	0,0140
#8	0,000924	0,0012	45935	0,0056	0,8790	0,0133
#9	0,000915	0,0116	54091	0,0056	0.,8467	0,0126
#10	0,000909	0,0012	62249	0,0056	0,8195	0,0121

4.4. Visualização da Segregação de Fases

Para observar a segregação de fases quando dois componentes de massas específicas diferentes escoam sob o campo de escoamento com giro, filmagens foram realizadas utilizando uma câmera de filmagem rápida.

A primeira visualização foi realizada injetando continuamente gás à montante do dispositivo gerador de giro (DGG). O resultado é apresentado na Figura 4.4.

Figura 4.4 – Alteração no padrão do escoamento devido ao DGG: bolha alongada (à montante) e escoamento anular com giro (à jusante): Vazão de líquido: $5m^3/h$.

Na Figura 4.4, o escoamento à montante do DGG está no padrão de bolha alongada. Após passar pelo DGG, o gás é deslocado para o centro do tubo devido à força centrífuga que segrega o líquido. Para um volume fixo de gás injetado, observa-se seu acúmulo à jusante do dispositivo, como mostra a Figura 4.5.

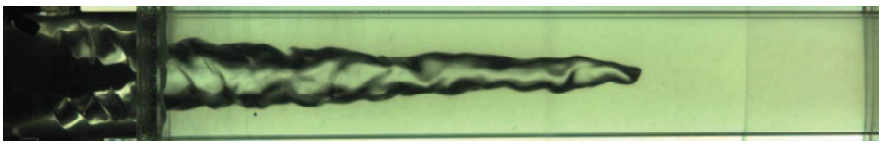


Figura 4.5 – Cone de gás: gás acumulado à jusante do DGG: Vazão de líquido: $5m^3/h$.

É possível observar, tanto na Figura 4.4 quanto na Figura 4.5, a simetria do escoamento. A aproximação do escoamento simétrico será utilizada na análise numérica apresentada no Capítulo 5.

Quando bolhas de ar estão contidas no escoamento, à montante do DGG, elas passam pelo DGG e se deslocam para o centro do tubo devido ao campo centrífugo, como mostra a Figura 4.6. Se existir uma quantidade maior de bolhas no escoamento, elas irão coalescer e formar um cone de gás (Figura 4.5).

Figura 4.6 – Pequenas bolhas de gás segregadas no centro do tubo: Vazão de líquido: $5m^3/h$.

A segregação gás-líquido ocorre facilmente devido ao fato de a diferença de densidades entre o gás e o líquido ser grande. É esperado então, que em um escoamento onde há uma dispersão de água em óleo, ocorra uma dificuldade maior na segregação das fases devido à pequena diferença de densidade.

Para visualizar esse fenômeno, pequenas esferas de vidro (fase dispersa) foram adicionadas à solução água-glicerina (fase contínua) à montante do DGG. A densidade relativa da esfera de vidro é 2,0 enquanto a densidade relativa da solução água glicerina é 1,2. Tanto a visualização gás-líquido quanto a visualização sólido-líquido podem ser assistidas acessando os *links* a seguir:

Filmagem #1 - Escoamento Bifásico: gás-líquido

http://vimeo.com/72357341

Filmagem #2 - Escoamento Bifásico: sólido-líquido

http://vimeo.com/72370988

5. ANÁLISE NUMÉRICA

Desenvolve-se neste capítulo uma análise numérica do escoamento laminar com giro. Um dos objetivos deste estudo é validar o modelo numérico com os dados experimentais de queda de pressão reportados no Capítulo 4 e também com resultados numéricos do escoamento girante publicados por outros autores. A partir dessas validações, a análise numérica é explorada e outros resultados importantes que caracterizam o escoamento com giro são abordados. Entre eles, destacam-se o campo de velocidades, as distribuições axial e radial de pressão no tubo e a evolução axial da intensidade de giro.

A formulação matemática do problema é apresentada na seção 5.1. A seção 5.2 trata do método numérico para a resolução das equações de Navier-Stokes, em coordenadas cilíndricas, utilizando o pacote de mecânica dos fluidos computacional PHOENICS®. A malha computacional, as condições de contorno e os critérios de convergência utilizados na análise também são descritos na mesma seção. A seção 5.3 apresenta os resultados obtidos a partir da simulação numérica da queda de pressão e seus resultados são comparados com os resultados experimentais apresentados no Capítulo 4. Também nessa seção são apresentados os resultados numéricos para o campo de velocidade e evolução da intensidade de giro. A seção 5.4 apresenta os resultados simulados para uma tubulação mais longa, de 7,5 m de comprimento. Por fim, a seção 5.5 apresenta um modelo simplificado de segregação de fases no escoamento girante, com resultados expressos na forma de trajetórias e comprimentos de segregação para diferentes gotículas de água dispersas em óleo viscoso.

5.1. Formulação Matemática

O escoamento laminar com giro é governado pelas equações de conservação da massa e da quantidade de movimento. Considerando um escoamento axi-simétrico, incompressível, isotérmico e em regime permanente, essas equações, expressas no sistema de coordenadas cilíndricas (Figura 5.1), podem ser escritas como,

Conservação da Massa

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv) + \frac{\partial}{\partial z}(w) = 0 \tag{5.1}$$

Quantidade de Movimento - direção radial (r)

$$v\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{u^2}{r} + w\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\mu}{\rho}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{v}{r^2}\right] \tag{5.2}$$

Quantidade de Movimento - direção tangencial (θ)

$$v\frac{\partial u}{\partial r} + w\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{vu}{r} = \frac{\mu}{\rho}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{u}{r^2}\right] \tag{5.3}$$

Quantidade de Movimento - direção axial (z)

$$v\frac{\partial w}{\partial r} + w\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial w}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right] \tag{5.4}$$

As coordenadas circunferencial, radial e axial são denominadas como θ, r e z, respectivamente, enquanto u, v e w representam as componentes da velocidade nessas direções, respectivamente.

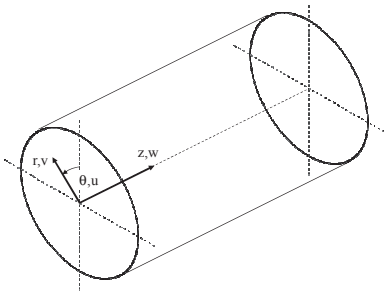


Figura 5.1 – Sistema de coordenadas cilíndricas.

Uma das características do escoamento com giro é a sua topologia com linhas de corrente helicoidais. O passo do helicoide, dado pela razão entre a velocidade tangencial e a

velocidade axial, é uma importante variável e influencia a dinâmica do escoamento quando o giro se faz presente.

Embora não haja um padrão para quantificar o grau ou a força do giro no interior de tubos, a intensidade de giro (ou simplesmente número de giro) S, é normalmente utilizado. A definição do número de giro varia de autor para autor. Uma forma bastante conhecida foi proposta por Gupta *et al.* (1984) e é definida como um número adimensional representando a razão entre o fluxo de quantidade de movimento angular e o fluxo de quantidade de movimento axial multiplicado pelo raio, isto é,

$$S = \frac{J_\theta}{J_z R} \tag{5.5}$$

onde J_θ e J_z são definidos como,

$$J_\theta = \int \left(\rho w u + \rho \overline{w'u'}\right) r^2 dr \tag{5.6}$$

e J_z é definido como

$$J_z = \int_0^R \left[\rho w^2 + \rho \overline{w'^2} + (p - p_\infty)\right] r dr \tag{5.7}$$

Para escoamento laminar, não há obviamente flutuações turbulentas. Ainda assim, o cálculo exato do número de giro utilizando as equações 5.5 a 5.7 é muito difícil, uma vez que os campos de velocidade e pressão são difíceis de medir experimentalmente com alta precisão. Simplificações da definição do número de giro são abundantes na literatura e Gupta *et al*. (1984) discutiram várias delas. No presente estudo, será adotada a definição dada por Kitoh (1991),

$$S = \frac{2\int_{R_c}^{R} w u r^2 dr}{R^3 W_m^2} \tag{5.8}$$

Uma justificativa para esta definição se baseia na abordagem do escoamento com giro através do método integral. As equações deste método são deduzidas em detalhe no **Anexo**

D. Essas equações são úteis tanto para a obtenção de soluções simplificadas quanto para situações de escoamento turbulento.

5.2. Método Numérico

As equações diferenciais parciais (5.1 a 5.3) constituem a base do modelo de escoamento bidimensional, permanente, axi-simétrico, incompressível e isotérmico que rege o escoamento girante.

Devido às não linearidades e ao forte acoplamento existente entre essas equações, sua solução requer a utilização de metodologia numérica, através da qual as equações diferenciais originais são discretizadas, gerando um conjunto de equações algébricas.

Para obter a solução do conjunto completo de equações, devido ao acoplamento existente entre elas, cada sistema precisa ser resolvido várias vezes mesmo que os coeficientes sejam mantidos inalterados. No caso particular da solução de problemas que envolvem escoamento de fluidos, o tratamento deste acoplamento é extremamente importante para o sucesso da simulação.

A formulação por meio de volumes finitos (Patankar, 1980), tem se demonstrado uma técnica de fácil compreensão e interpretação física. Nesta formulação, o domínio de cálculo é dividido em um número determinado de volumes, de tal forma que a vizinhança para cada ponto da malha é constituída de volumes de controle. As equações são integradas sobre cada volume de controle. Como resultado, obtêm-se equações discretizadas para um determinado número de pontos na malha.

O principal atrativo do método de volumes finitos é o fato de a solução resultante satisfazer à conservação integral de massa, quantidade de movimento e energia nos volumes de controle em todo o domínio, mesmo com limitado número de volumes de controle.

Em simulação numérica de escoamentos de fluidos incompressíveis, um dos maiores problemas é resolver o acoplamento dos campos de velocidade e pressão. Com a finalidade

de resolver este problema é comumente utilizado o algoritmo SIMPLE desenvolvido por Patankar e Spalding (1972), algoritmo que foi inspirado em trabalhos anteriores de Harlow e Welch (1965), Chorin (1968) e Amsden e Harlow (1970).

Na discretização de volumes finitos, têm aparecido diversos tipos de arranjo das malhas, sendo os mais conhecidos os de malhas deslocadas e de malhas co-localizadas. Os esquemas de interpolação existentes na literatura são abundantes (*Upwind*, Híbrido, *Power Law*, *Quick*, etc), todos com o objetivo de obter uma maior precisão e estabilidade da solução numérica. Os algoritmos para resolver o problema de acoplamento do campo de pressão e o campo de velocidade são também diversos, sendo os mais conhecidos, no método de volumes finitos, os algoritmos SIMPLE, SIMPLER, SIMPLEC e SIMPLEST.

No presente trabalho, as equações que governam o escoamento foram resolvidas utilizando o pacote computacional PHOENICS® 2010. Este código computacional foi desenvolvido por Spalding e é baseado na discretização de volumes finitos com malhas deslocadas, similar àquela desenvolvida por Patankar (1980). O algoritmo para resolver o acoplamento dos campos de velocidade e pressão é o SIMPLEST, que é uma variação do SIMPLE, desenvolvido por Spalding em 1980. Utiliza-se o esquema Híbrido de interpolação na discretização dos termos difusivos e advectivos.

A entrada de dados no programa é efetuada através de um arquivo denominado ***q1***, onde são definidos o sistema de coordenadas, geometria, tipo e tamanho da malha, propriedades do fluido, regime de escoamento, condições de contorno, critérios de convergência e relaxação, entre outros parâmetros.

5.2.1. Domínio Computacional

O domínio estudado computacionalmente é a seção de teste a jusante do dispositivo gerador de giro. Assim como descrito no Capítulo 3, a seção de teste consiste em um tubo de acrílico de 3000 mm de comprimento e 50 mm de diâmetro interno. A Figura 5.2 mostra e destaca o domínio computacional utilizado nas simulações realizadas neste trabalho.

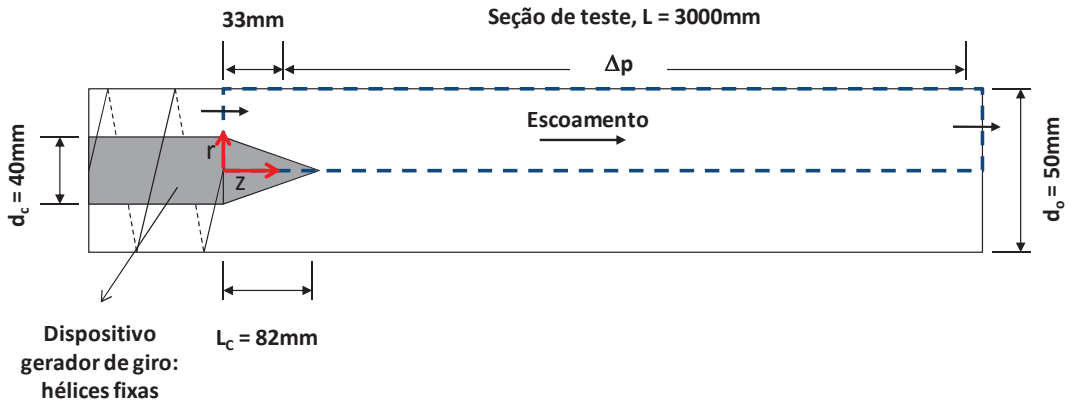
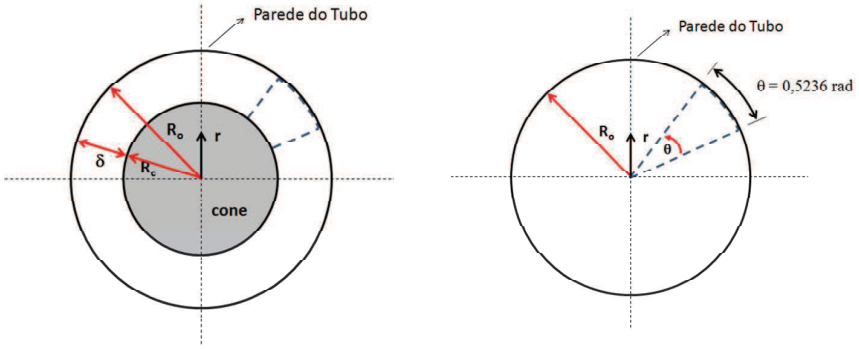


Figura 5.2 – Domínio computacional – seção de teste.

A entrada do domínio computacional é mostrada na Figura 5.3, onde é definida a espessura da região anular, δ.



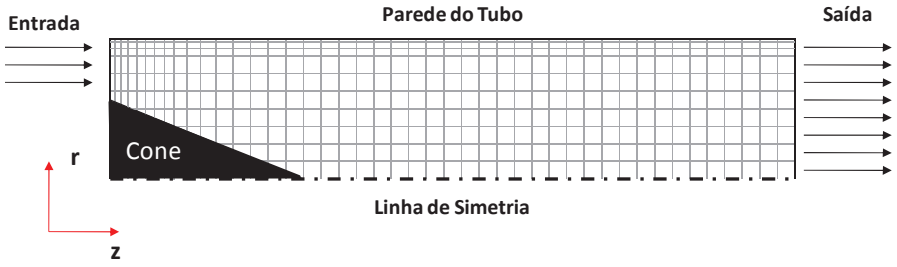
(a) (b)

Figura 5.3 - Domínio computacional – (a) entrada e (b) saída do domínio computacional.

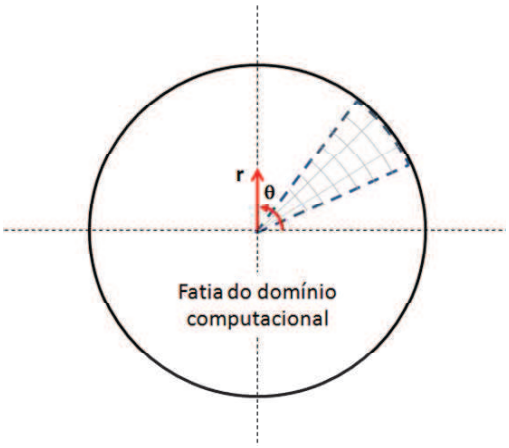
Na geometria apresentada na Figura 5.3, as direções ortogonais tangencial, radial e axial são indicadas pelos eixos θ, r e z respectivamente. Emprega-se simetria nas direções tangencial e radial de modo que o domínio de cálculo representa apenas uma fatia da seção transversal do escoamento, reduzindo o esforço computacional.

5.2.2. Malha Computacional

Para solução numérica do problema, utilizou-se no domínio de cálculo uma malha estruturada em um sistema de coordenadas cilíndrico-polar. A malha é distribuída de maneira não uniforme, sendo mais refinada próxima às fronteiras, como mostra a Figura 5.4. Um mapa de resíduos para cada variável mostrou algumas regiões no interior do domínio onde era necessário um maior refinamento da malha a fim de capturar efeitos do campo de escoamento que aumentavam o resíduo local.



(a)



(b)

Figura 5.4 – Representação da malha: (a) plano $r - z$, (b) plano $r - \theta$.

A independência do resultado em relação à malha foi analisada através de quatro simulações, onde se duplicou o número de volumes de controles nas direções radial e axial de caso para o outro. Foram realizadas simulações com as malhas: 3x5x158, 3x10x316,

3x20x632 e 3x40x1264 correspondendo ao número de volumes de controle nas direções θ, r e z. A Figura 5.5 mostra os resultados da pressão na parede do tubo, em z = 0,03m.

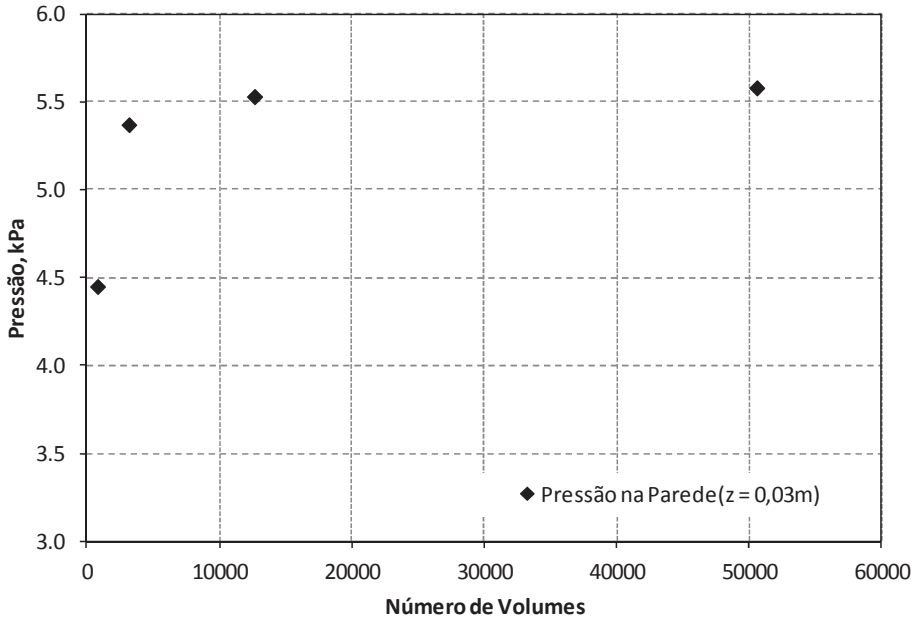


Figura 5.5 – Teste de malha - pressão na parede do tubo em z = 0,03m.

O cálculo da pressão na parede praticamente não muda para as duas últimas malhas analisadas. A fim de manter o melhor compromisso entre o tempo computacional e precisão numérica empregou-se neste trabalho uma malha de 3x20x632.

5.2.3. Condições de Contorno

Na entrada as condições de contorno são de influxo de massa e quantidade de movimento. A Figura 5.6 destaca a entrada do domínio computacional.

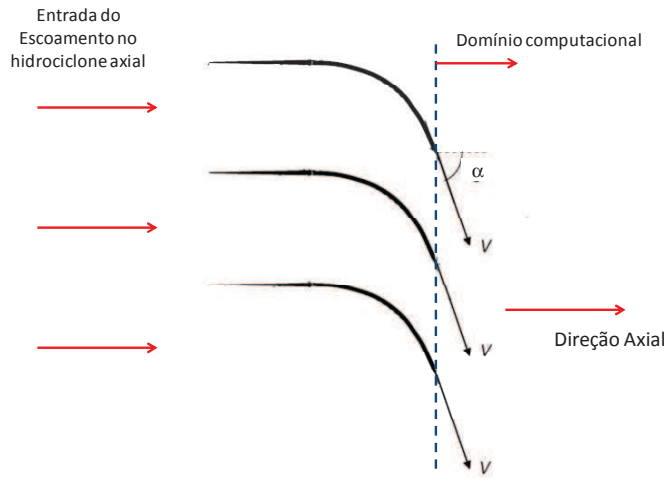


Figura 5.6 – Entrada do domínio computacional: à jusante do DGG.

Considerando uniforme o perfil de velocidades na entrada, as quantidades de movimento tangencial e axial são determinadas pelas condições do espaço anular e do ângulo de deflexão do escoamento. Dessa forma, a componente axial da velocidade na entrada (W_o) é dada por,

$$W_o = \frac{\dot{\forall}}{\pi[R_o^2 - (R_o - \delta)^2]} \tag{5.9}$$

e a componente tangencial da velocidade na entrada (U_o) é então,

$$U_o = W_o \tan(\alpha) \tag{5.10}$$

Na direção θ as condições de contorno são cíclicas, ou seja, definem que o fluxo de todas as variáveis do escoamento deixando a saída da fatia é igual ao fluxo entrando na fatia.

As demais condições de contorno são: não deslizamento na parede do tubo, simetria na linha de centro e, na saída o escoamento é localmente parabólico. A Tabela 5.1 mostra as condições de contorno utilizadas.

Tabela 5.1: Resumo das condições de contorno.

Entrada	Saída	Centro do Tubo (Simetria Radial)	Parede do Tubo
$u = U_o$ (eq. 5.9)	$\partial u/\partial z = 0$	$\partial u/\partial r = 0$	$u = 0$
$v = V_o = 0$	$\partial v/\partial z = 0$	$\partial v/\partial r = 0$	$v = 0$
$w = W_o$ (eq. 5.10)	$\partial w/\partial z = 0$	$\partial w/\partial r = 0$	$w = 0$

5.2.4. Critérios de Convergência

O critério de convergência para a solução de uma variável no PHOENICS® é dado pela razão entre o somatório dos resíduos de uma variável e o resíduo de referência para esta variável. Considera-se convergida a solução de uma variável ϕ quando:

$$\frac{SR(\phi)}{RESREF(\phi)} < 1 \tag{5.11}$$

onde *SR* é a somatória, em módulo, dos resíduos e *RESREF* é o resíduo de referência para uma variável ϕ.

O resíduo de referência representa o fluxo de referência da variável. Ele é estimado como sendo um fluxo característico da variável multiplicando pelo fator RESFAC, da seguinte forma:

$$RESREF = (RESFAC)(Fluxo\ Característico) \tag{5.12}$$

onde RESFAC é um fator de tolerância e representa o percentual do fluxo de referência que a soma dos resíduos deverá atingir para que a solução esteja convergida.

Considerou-se para este trabalho uma solução numérica convergida quando a somatória dos resíduos de massa e quantidade de movimento ocorrido em cada volume de controle era menor que 0,1% dos fluxos de massa ou quantidade de movimento correspondente na entrada no domínio. Por conveniência, o fluxo de quantidade de movimento de referência para a direção radial (r) foi tomado igual ao fluxo de quantidade de movimento de referência para a direção axial (z).

5.3. Resultados da Análise Computacional

Na seção 5.3.1 é apresentada uma comparação entre os resultados numéricos e experimentais da queda de pressão na seção de teste. Como não puderam ser obtidos resultados experimentais do campo de velocidade, a seção 5.3.2 valida o modelo computacional utilizado com resultados da literatura.

5.3.1. Queda de Pressão

A Figura 5.7 apresenta os resultados da queda de pressão obtida numericamente e compara com os resultados experimentais para escoamento laminar apresentados no Capítulo 4.

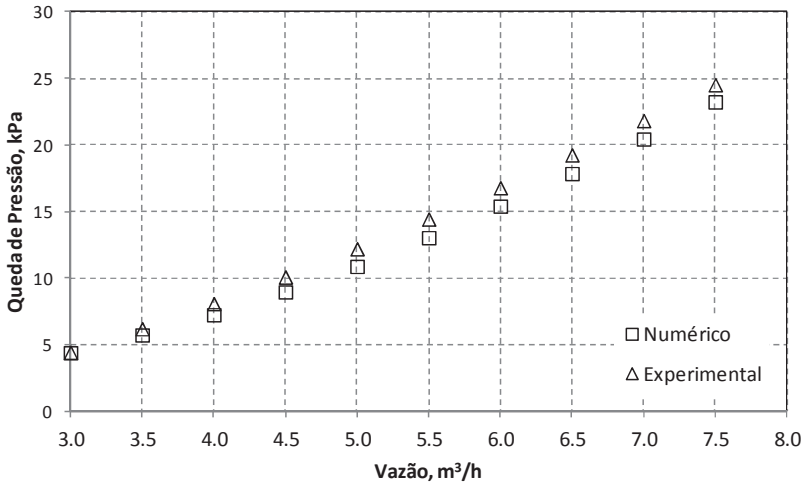


Figura 5.7 – Comparação entre os resultados experimental e numérico da queda de pressão

Como se pode observar, os resultados numéricos da queda de pressão correspondem bastante bem aos resultados experimentais do escoamento com giro através do tubo, validando o modelo computacional para a queda de pressão. É certo que isto se deve ao fato de o escoamento estar no regime laminar, já que no regime turbulento a escolha do modelo de turbulência influencia enormemente na qualidade da simulação.

5.3.2. Validação do Modelo Computacional para o Campo de Velocidades

Com o intuito de avaliar e validar o modelo numérico para o escoamento laminar com giro, foram realizadas comparações entre os resultados numéricos obtidos no presente trabalho com resultados da literatura.

Dois resultados da literatura foram utilizados, Ayinde (2010) e Yao (2012). A primeira validação foi realizada com os resultados publicados por Ayinde (2010) que, em seu estudo computacional, obteve perfis de velocidade axial e tangencial em diferentes posições axiais e também uma relação generalizada para o decaimento da intensidade de giro em um escoamento laminar com giro em um tubo de seção circular de 80mm de diâmetro. Detalhes da geometria e das condições de contorno estão descritas no Anexo B.

Para uma dada condição de entrada, o autor obteve perfis de velocidade de giro, velocidade axial e de decaimento da intensidade de giro para valores de Re < 1800.

O campo de escoamento no interior do tubo possui componentes de velocidade axial, radial e tangencial, *w*, *v* e *u*, respectivamente. A validação é realizada considerando Re = 1000, a = 0,75 e S_o = 1,0, onde S_o é a intensidade do giro na entrada do domínio computacional.

O campo de velocidade axial e tangencial são apresentados nas Figuras 5.8 e 5.9, respectivamente, e comparados com os resultados obtidos por Ayinde nas posições axiais 10D e 40D.

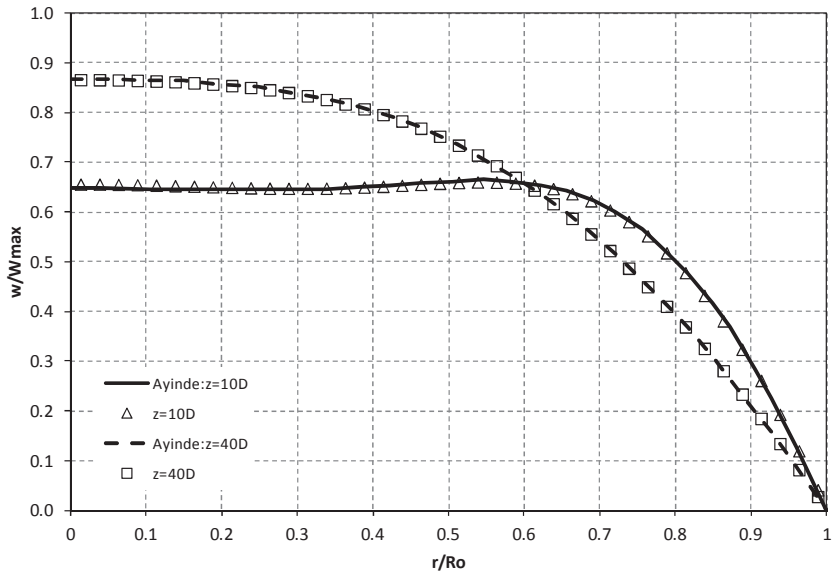


Figura 5.8 – Comparação dos perfis de velocidade axial em diferentes posições axiais (Ayinde, 2010).

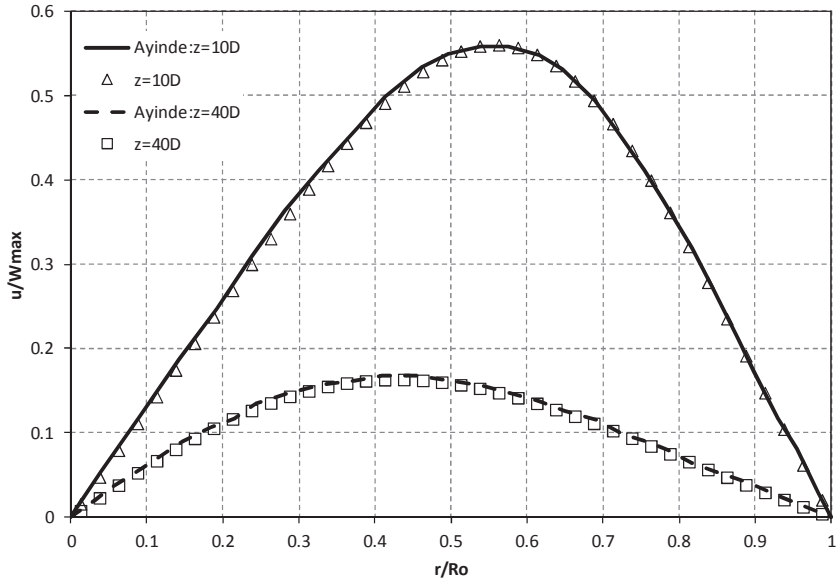


Figura 5.9 – Comparação dos perfis de velocidade tangencial em diferentes posições axiais (Ayinde, 2010).

Pode-se observar boa concordância dos resultados obtidos utilizando o pacote Phoenics® em relação aos resultados obtidos por Ayinde.

A segunda validação foi realizada com os resultados publicados por Yao (2012) que estudou analiticamente o escoamento laminar com giro através de um tubo de seção circular.

Para uma dada condição de entrada, o autor obteve perfis de velocidade tangencial, velocidade axial e de decaimento da intensidade de giro para números de Reynolds compreendidos entre $5 < Re < 1000$ em posições axiais diferentes para um raio de transição (R_t) igual a 0,9.

Comparação entre os resultados analíticos obtidos por Yao e os resultados obtidos no presente trabalho são apresentados na Figura 5.10 para Re = 1000 e $R_t = 0,9$ em diferentes posições axiais.

Detalhes da geometria e das condições de contorno e da solução analítica obtida por Yao (2012) estão descritas no Anexo B.

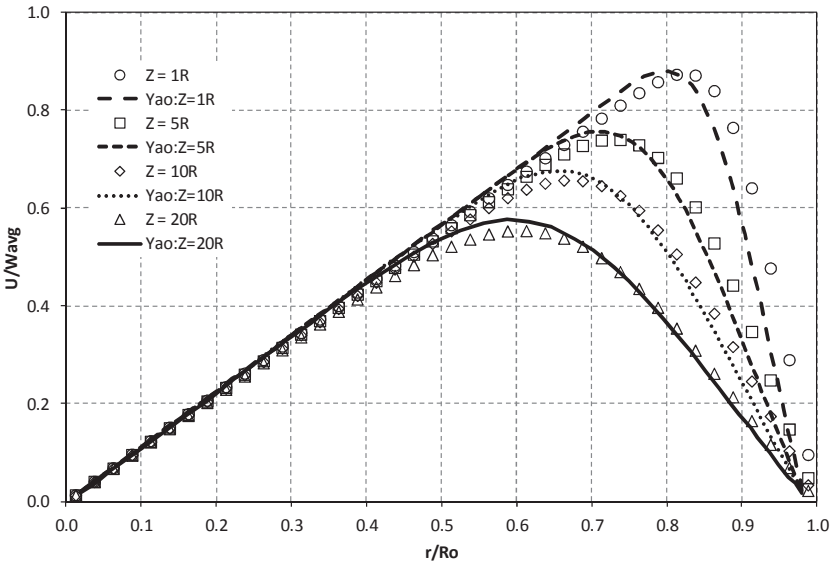


Figura 5.10 – Comparação dos perfis de velocidade tangencial em diferentes posições axiais (Yao, 2012).

5.3.3. Perfis de Velocidades, Distribuições de Pressão e Intensidade de Giro

O modelo numérico validado pode agora ser utilizado para melhor compreender os fenômenos de um escoamento com giro. Resultados do campo de velocidade, distribuição de pressão e intensidade de giro são apresentados e discutidos.

5.3.3.1. Análise do Campo de Escoamento

O campo de escoamento com giro no interior do tubo possui as componentes de velocidade tangencial, radial e axial, representadas por u, v e w, respectivamente. A análise computacional é realizada a partir de simulação nas mesmas condições operacionais dos testes experimentais apresentados no Capítulo 4. A Figura 5.11 mostra os campos de velocidade tangencial e axial para uma vazão de 7,5m^3/h. A velocidade tangencial é máxima (7,23 m/s) na entrada e decai ao longo da direção axial assim como quando se aproxima do centro do tubo. A velocidade axial possui valores positivos e negativos, indicando regiões de vórtices. A velocidade positiva máxima é de 3,28 m/s na região de entrada e a velocidade negativa mínima é de 0,44 m/s, próximo ao centro do tubo.

A evolução axial das componentes tangencial e axial ao longo do eixo z está representada nas Figuras 5.12 e 5.13, obtidas em quatro posições axiais a jusante da entrada: 125 mm, 500 mm, 1500 mm e 2500 mm. Considerando a Figura 5.11 em uma dada seção z, a componente u é nula na linha de centro do tubo, cresce quase que linearmente com a posição radial, alcança um valor máximo próximo à região de entrada e cai para zero novamente devido à condição de não deslizamento na parede. O crescimento quase linear de u próximo à linha centro do tubo indica que o fluido gira como um corpo rígido. Mantendo constante a coordenada r pode-se observar que a velocidade u sempre decai com o aumento da posição axial.

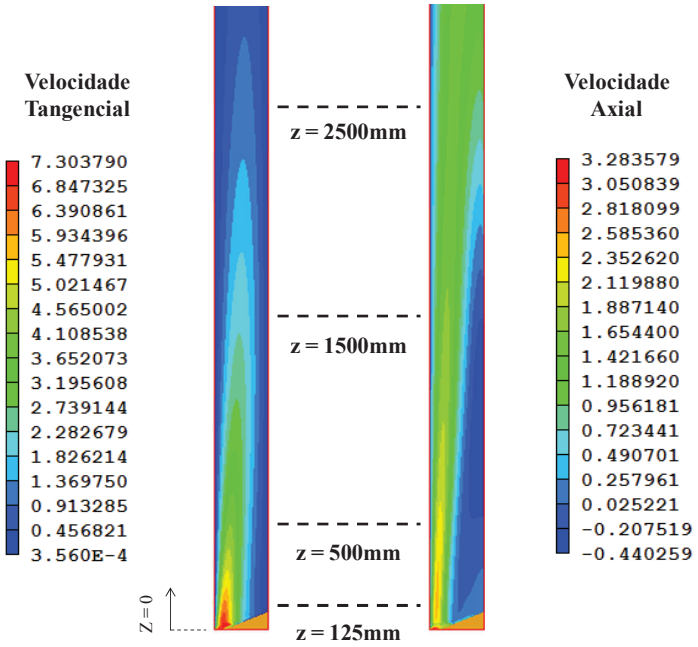


Figura 5.11 – Campo de velocidade para Re = 1284.

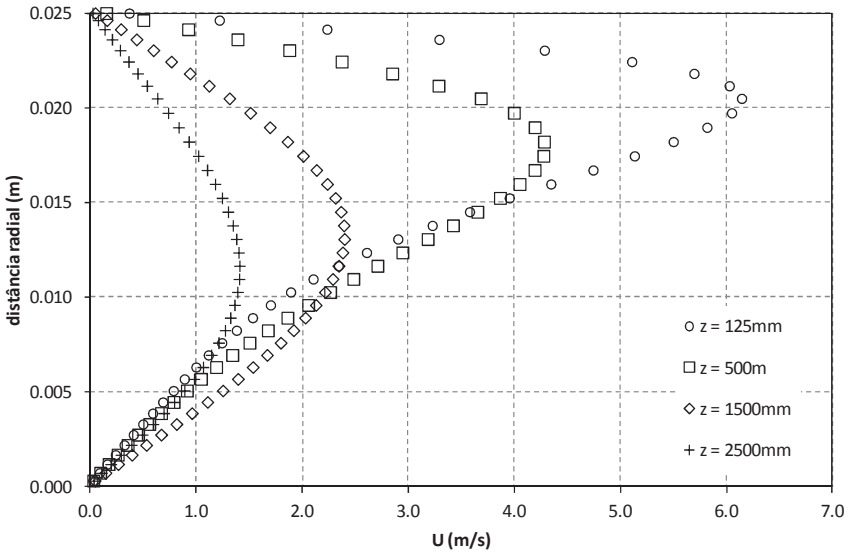


Figura 5.12 – Perfil de velocidade tangencial em diferentes posições axiais: Re = 1284.

A região do valor de máximo da velocidade tangencial se desloca radialmente em função da vazão. Os perfis de velocidade tangencial a uma distância axial de 125 mm da entrada, para diferentes números de Reynolds são mostrados na Figura 5.13.

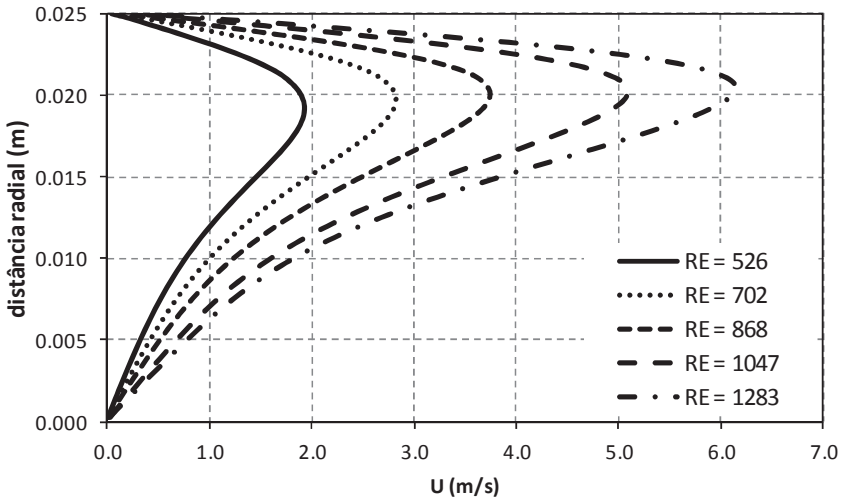


Figura 5.13 – Perfil de velocidade tangencial em z = 125mm, em diferentes números de Reynolds.

Os perfis da componente de velocidade axial em diferentes seções z são mostrados na Figura 5.14. Nota-se que a velocidade axial é negativa no centro do tubo em posições axiais próximas à entrada e não atinge a condição de escoamento desenvolvido (perfil parabólico) ao final da seção de testes.

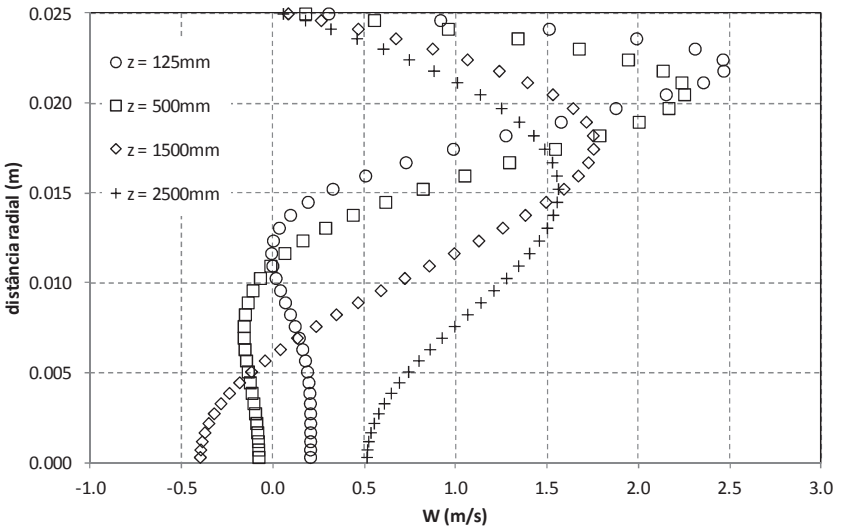


Figura 5.14 – Perfil de velocidade axial em diferentes posições axiais: Re = 1284.

Essa velocidade negativa indica a existência de um gradiente adverso de pressão no centro do tubo e, como consequência surge uma região de recirculação.

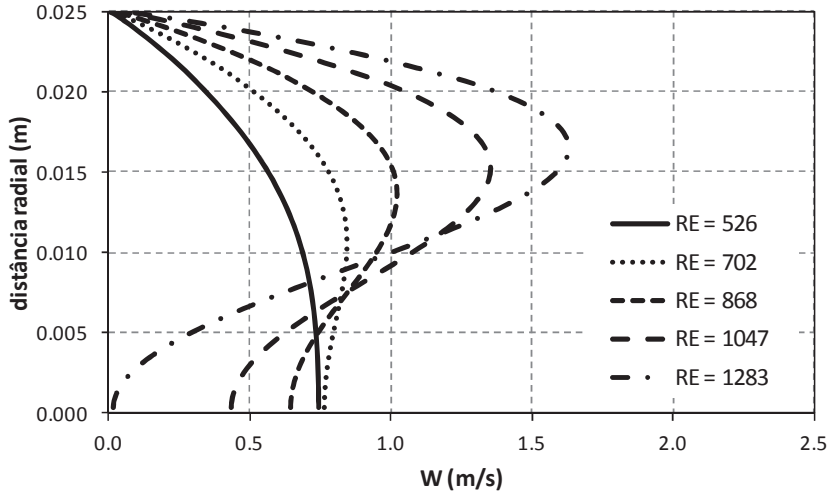


Figura 5.15 – Perfis de velocidade axial em z = 3500mm para diferentes números de Reynolds.

A Figura 5.15 mostra o perfil de velocidade axial para a distância axial de 3500mm. Nota-se que quanto maior é a vazão, maior o número de Reynolds e maior a distância na qual o perfil de velocidade axial se estabelece como um perfil desenvolvido. Este resultado é qualitativamente similar ao comprimento de entrada de um escoamento laminar sem giro.

5.3.3.2. Distribuição de Pressão

A distribuição axial de pressão, na parede do tubo, foi analisada na seção 5.3.1 onde os resultados experimentais foram comparados com os resultados numéricos. Como discutido na seção anterior, a ocorrência de uma região de recirculação aponta para a existência de um gradiente adverso de pressão no centro do tubo. A distribuição de pressão na linha de centro do tubo é mostrada na Figura 5.16.

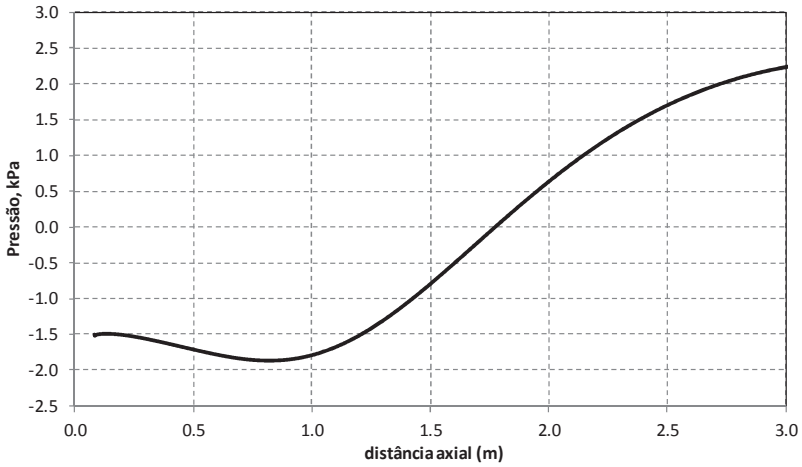


Figura 5.16 – Distribuição de pressão no centro do tubo: Re = 1283.

Considerando a Figura 5.16, a pressão possui um valor mínimo de aproximadamente -2,0 kPa em uma distância axial de aproximadamente 1 m. A partir desse ponto, a pressão aumenta quase que linearmente até alcançar uma pressão máxima de aproximadamente 2,5 kPa em uma distância de aproximadamente 3,5 m. Esse crescimento da pressão caracteriza a existência de um gradiente axial de pressão $\frac{\partial p}{\partial z}$ positivo (isto é, adverso) na região central do tubo.

A Figura 5.17 mostra a distribuição de pressão no centro do tubo a diferentes números de Reynolds obtidas nas simulações computacionais. Nota-se que, conforme a vazão aumenta (e portanto o número de Reynolds), não só o gradiente adverso de pressão na linha central aumenta, como também se amplia a extensão da região onde esse gradiente se manifesta. Esta circunstância pode ou não ser benéfica em termos tecnológicos, dependendo do objetivo desejado para a segregação de fases. Por exemplo, se o objetivo da segregação for extrair a fase menos densa através de um duto conectado ao cone, operar com altas vazões pode ser benéfico. Se, por outro lado, o objetivo é conseguir apenas uma mudança no padrão de escoamento (caso de escoamentos de óleos viscosos e água) para fins de redução de atrito, operar com altas vazões não parece ser conveniente.

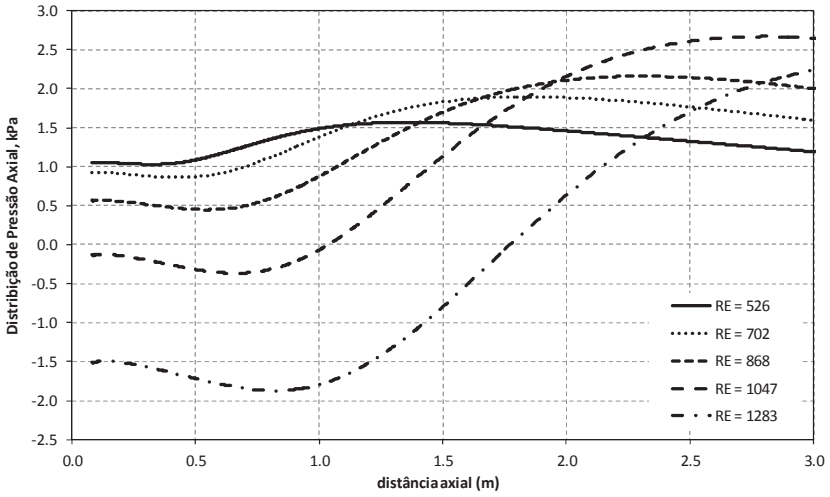


Figura 5.17 – Distribuição de pressão no centro do tubo a diferentes números de Reynolds.

Escudier e Keller (1985) identificaram a região de fluxo reverso em experimentos com água (isto é, regime turbulento) e a classificaram como uma região de quebra do vórtice principal. Os autores mostraram que a quebra do vórtice ocorre para valores de número giro acima de um valor crítico e que, a partir desse valor, ocorre escoamento reverso no centro do tubo. A evolução axial da intensidade do giro no escoamento laminar será discutida na próxima seção.

Outro aspecto a ser observado na Figura 5.17 são os altos valores negativos atingidos pela pressão na linha central para valores suficientemente altos do número de Reynolds. Quanto mais elevadas são essas pressões negativas, também mais elevados são os picos de pressão positiva, aumentado assim o gradiente de pressão adverso. Para o ângulo de deflexão de $63{,}5^{o}$ utilizado neste trabalho, o número de Reynolds limite que separa as regiões com e sem pressão negativa na linha de centro é aproximadamente 950.

5.3.3.3 Intensidade de Giro

A intensidade de giro ou número de giro é uma característica fundamental em escoamentos com giro. No presente trabalho, o número de giro foi calculado através da equação (5.8). A Figura 5.18 mostra o decaimento do número de giro, em função da distância axial, para a vazão de 7,5m^3/h.

À medida que o fluido escoa, o atrito na parede do tubo reduz os fluxos de quantidade de movimento axial e tangencial próximo à região da parede, causando o decaimento do giro na direção axial. Baker e Sayre (1971), observaram que o fluxo radial, na direção da linha de centro do tudo, aumenta promovendo um aumento do fluxo na região central do tubo. Segundo os autores, esse fluxo compensa a diminuição do fluxo de massa tangencial na região externa.

Bali (1998), entre outros autores, observaram que o número de giro decai exponencialmente em escoamento com giro fraco. Steenbergen e Voskamp (1998) observaram que para escoamento com giro forte, isto é S > 1, o decaimento pode ser considerado exponencial somente como uma aproximação. Esse comportamento também foi observado por Chag e Dhir (1994) e por Dirkzwager (1996).

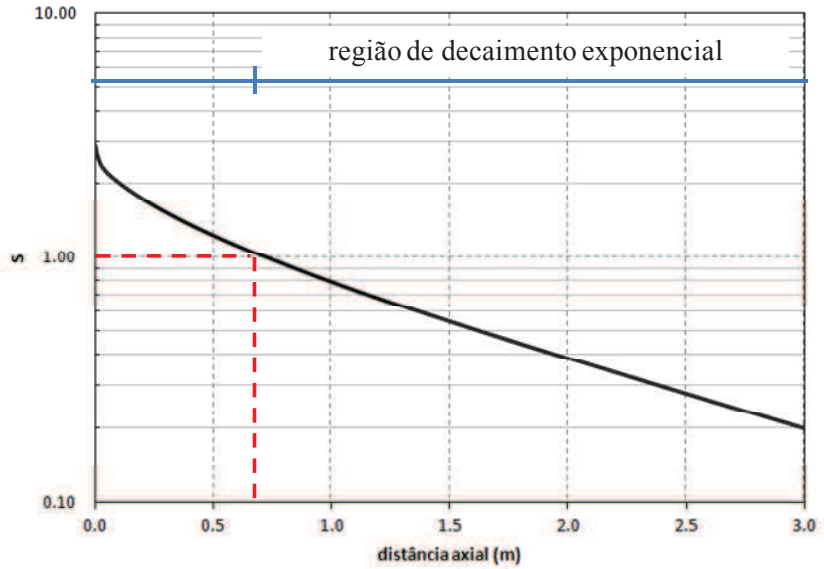


Figura 5.18 - Decaimento do número de giro: Re = 1284.

O decaimento do número de giro pode ser escrito como uma função do número de Reynolds do escoamento e do número de giro em z = 0. A Figura 5.19 mostra o decaimento axial do número de giro para números de Reynolds entre 500 e 1300.

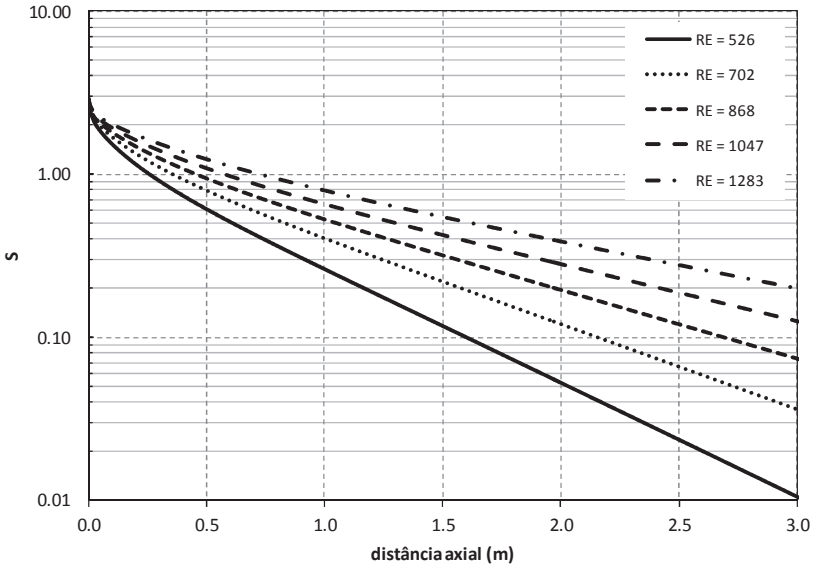


Figura 5.19 – Decaimento do número de giro a diferentes números de Reynolds.

Considerando a Figura 5.19, pode ser observado que após uma região de decaimento "rápido" (S ≥ 1) na entrada, o giro passa a decair exponencialmente (S < 1). A figura também mostra que a taxa de decaimento diminui com o aumento do número de Reynolds.

À medida que o fluido escoa, a tensão viscosa reduz tanto a componente tangencial quanto a componente axial da velocidade, causando o decaimento do número de giro. Parchen e Stennbergen (1998) mostraram que o número de giro, definido pela equação 5.8, decai exponencialmente como,

$$S = S_0 e^{-\frac{\beta z}{D}} \tag{5.13}$$

onde β é a taxa de decaimento e S_0 é o número de giro em z = 0. No **Anexo D**, através de uma análise integral, mostra-se que

$$\beta = \frac{2K}{Re} \tag{5.14}$$

Fazendo-se o ajuste do coeficiente K com os resultados da Figura 5.19, foi obtido um valor praticamente constante e igual a 21,34.

Observa-se por fim, que quanto maior o número de Reynolds do escoamento, maior será o número de giro ao longo da distância axial. Isso significa que, para dissipar o giro do escoamento, um comprimento maior de tubo se faz necessário caso o giro seja indesejado, em vista do aumento da perda de carga que o giro acarreta. Esta situação pode ocorrer quando a segregação de fases desejada já ocorreu e o escoamento continua girando desnecessariamente.

5.4. Resultados para um Tubo de 7,5m de Comprimento

Conforme foi observado na Figura 5.14 (Re = 1283) o escoamento axial não atingiu o desenvolvimento dentro da seção de teste. Para verificar o desenvolvimento dos perfis de velocidade em um comprimento de tubo maior do que o da seção de testes, simulações foram realizadas para um tubo de 7,5m de comprimento. O objetivo desta análise foi o de verificar a distância necessária para dissipação da componente tangencial de velocidade e, consequentemente, da intensidade de giro sob as mesmas condições experimentais.

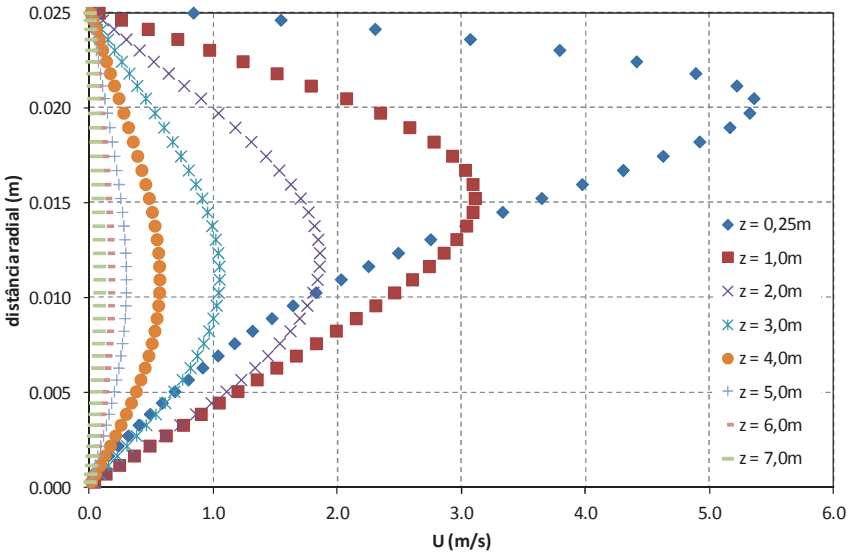


Figura 5.20 – Perfis de velocidade tangencial em diferentes posições axiais: Re = 1284.

As Figuras 5.20 e 5.21 apresentam os perfis das componentes tangencial e axial de velocidade em função da distância axial para a vazão de 7,5m^3/h.

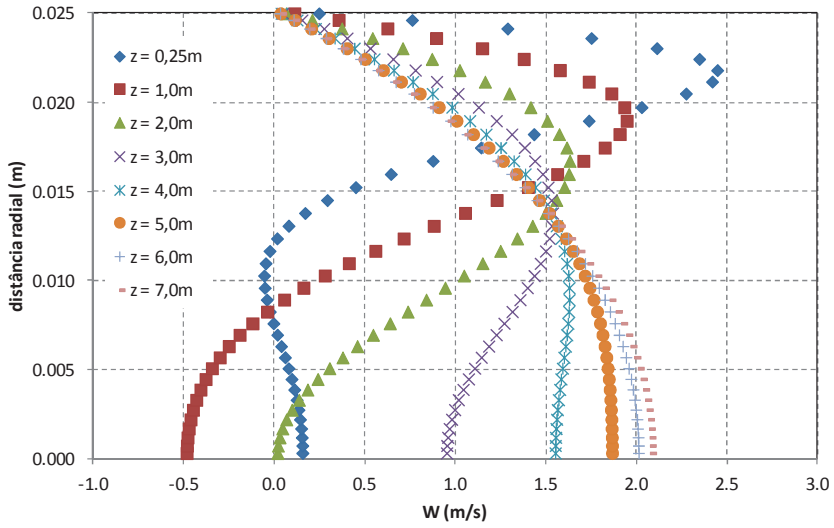


Figura 5.21 – Perfis de velocidade axial em diferentes posições axiais: Re = 1284.

Considerando a Figura 5.20, pode-se observar que a componente tangencial da velocidade diminui à medida que a distância axial a partir da entrada aumenta. Além disso, a posição radial onde a velocidade tangencial é máxima desloca-se na direção do centro do tubo. Na região de entrada, z = 0,25m, a velocidade tangencial é maior predominantemente próximo à parede do tubo. Steenbergen e Voskamp (1998) classificaram esse perfil de velocidade (Figura 2.4) como "jato de parede", onde o movimento angular é concentrado próximo à parede do tubo. As tensões viscosas contribuem para a dissipação da componente tangencial de velocidade e a partir de z = 5,0m seu valor é praticamente desprezível.

A componente axial da velocidade (Figura 5.21) se desenvolve à medida que a distância axial aumenta. Esse resultado era esperado, pois, à medida que a componente tangencial "desaparece", o escoamento se torna puramente axial e sem giro. Como discutido anteriormente, a Figura 5.21 mostra em z = 0,25m e z = 1,0m uma região de velocidade axial negativa, confirmando a presença de um gradiente de pressão adverso mostrado na Figura 5.17. O perfil de velocidade axial atinge a condição de desenvolvido em aproximadamente z = 6,0m, onde a velocidade no centro do tudo é duas vezes a velocidade média do escoamento.

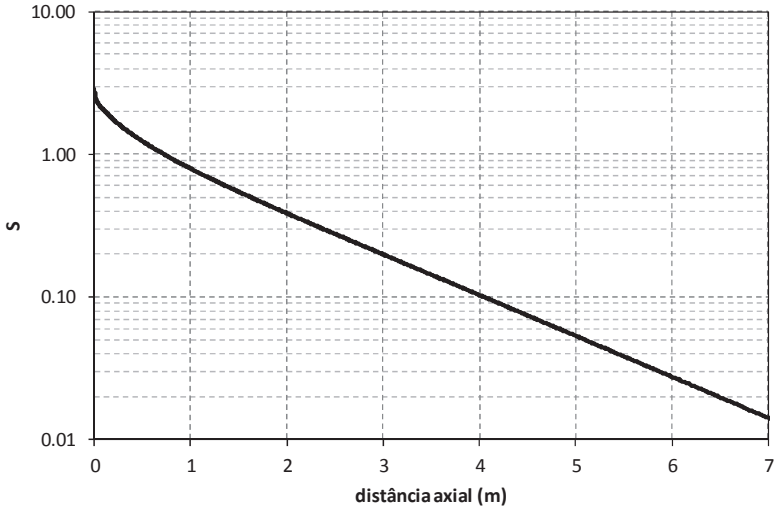


Figura 5.22 – Decaimento da intensidade de giro: Re = 1284.

A Figura 5.22 mostra o decaimento da intensidade de giro em função da distância axial. O resultado mostra que o comprimento utilizado na seção de teste não é suficiente para dissipar o giro (Figura 5.19) para um número de Reynolds igual 1284. Como esperado, o resultado confirma a distância axial na qual a componente tangencial de velocidade é dissipada.

5.5. Modelo de Segregação

A construção de um modelo analítico simplificado para a segregação de fases possibilita um melhor projeto do hidrociclone axial para as condições específicas das fases a serem separadas. A condição operacional mais crítica ocorre quando uma fase está finamente dispersa na outra. O estudo que segue aborda a situação em que a fase contínua consiste de óleo viscoso.

Considere uma partícula de diâmetro d_p e massa específica ρ_d imersa em um óleo viscoso de massa específica ρ_c e viscosidade ν_c. O óleo gira no interior de um tubo de raio R, e a partícula gira junto. Ao mesmo tempo em que gira (componente de velocidade tangencial u), o óleo se move axialmente (componente de velocidade axial w) levando consigo a partícula. No entanto, na direção radial, a diferença entre as massas específicas da partícula e do óleo gera um movimento relativo radial da partícula, que tende a segregá-la, seja em direção ao centro ($\rho_d < \rho_c$) seja em direção à parede do tubo ($\rho_d > \rho_c$). Desprezando efeitos inerciais e utilizando a Lei de Stokes para descrever a força de arrasto, as equações que descrevem a trajetória da partícula em coordenadas cilíndricas são:

$$\frac{\pi d_p^3}{6}(\rho_d - \rho_c)\frac{u^2}{r} = 3\pi\rho_c\nu_c d_p\left(\frac{dr}{dt}\right)_p$$
$$w = \left(\frac{dz}{dt}\right)_p \qquad (5.15)$$
$$u = \left(r\frac{d\theta}{dt}\right)_p$$

Eliminando o tempo nas equações (5.15), a trajetória curvilínea (helicoidal) da partícula no espaço é descrita por:

$$\frac{18\nu_c r dr}{d_p^2\left(\frac{\rho_d}{\rho_c}-1\right)u^2}=\frac{dz}{w}=\frac{rd\theta}{u} \tag{5.16}$$

onde $dr<0$ se $\rho_d<\rho_c$ e vice-versa. A trajetória fica completamente descrita se as distribuições $u(r,z)$ e $w(r,z)$ forem conhecidas. A primeira igualdade em (5.16) representa a projeção $r(z)$ da trajetória tridimensional, isto é:

$$\frac{18\nu_c r dr}{d_p^2\left(\frac{\rho_d}{\rho_c}-1\right)}=\frac{u(r,z)^2}{w(r,z)}dz \tag{5.17}$$

a ser resolvida com a condição de contorno $r(z_o)=r_o$, onde $r_o=\frac{R_o+R_c}{2}$ e $z_o=0$ para uma partícula lançada no centro do espaço anular (Figura 5.2). Para uma partícula mais densa que o óleo (ex.: água) a condição terminal de segregação é $r(L_S)=R_o=\frac{d_o}{2}$. O objetivo deste estudo é determinar o comprimento L_S necessário para segregar completamente a partícula, utilizando expressões analíticas simplificadas para as distribuições de velocidade $u(r,z)$ e $w(r,z)$.

Os resultados da simulação numérica mostram que o giro decai exponencialmente com a distância axial (Figura 5.19). A Figura 5.20 mostra a evolução do perfil da componente tangencial de velocidade ao longo do tubo, obtida numericamente. Pode-se observar que a componente tangencial é dominada por um vórtice forçado no centro do tubo, e decai a zero devido ao efeito viscoso próximo à parede. Com base nas Figuras 5.19 e 5.20 a seguinte representação aproximada da distribuição de u é proposta:

$$\frac{u(r,z)}{U_{max}}=Exp\left(-\beta\frac{z}{D}\right)\frac{r}{R_o}\left(1-\frac{r}{R_o}\right)^{aExp\left(\beta\frac{z}{D}\right)} \tag{5.18}$$

A Figura 5.23 ilustra o perfil $u(r,z)$ em diferentes seções para glicerina, usando $U_{max}=8{,}5\frac{m}{s}$; $\beta=\frac{2K}{Re}$; $K=21{,}3$; $a=0{,}07$.

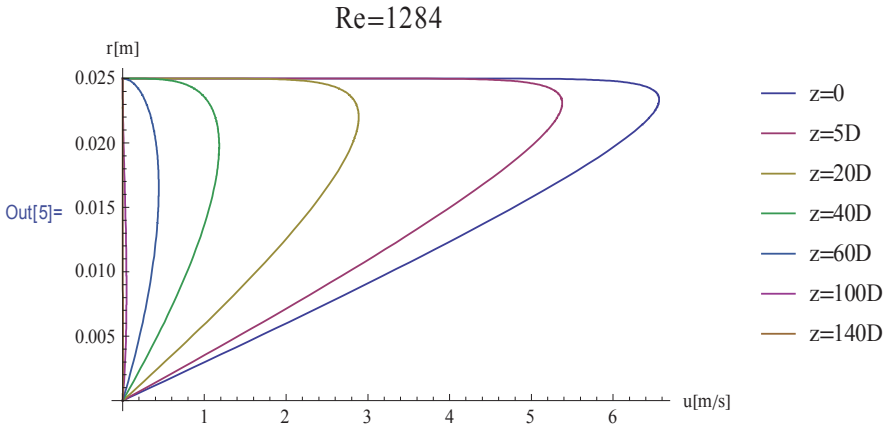


Figura 5.23 – Evolução do perfil de velocidade tangencial aproximado (Eq. 5.18).

A Figura 5.21 mostra a evolução dos perfis de velocidade axial, obtida numericamente. Essa figura sugere que o perfil evolui em direção ao escoamento desenvolvido. Além disso, a componente axial se comporta como em uma esteira sujeita a uma lei de parede. Uma representação aproximada dos dados da Figura 5.21 e que atende ao requisito de conservação da massa ($\int_0^{R_o} 2\pi w r dr = W_m \pi R_o^2$) é:

$$\frac{w(r,z)}{W_m} = B(z)\left[1-\left(\frac{r}{R_o}\right)^2\right] - \frac{3}{4}[B(z)-2]\left[1-\left(\frac{r}{R_o}\right)^4\right] \qquad (5.19)$$

$$B(z) = bExp\left(-\beta\frac{z}{D}\right) + c$$

Tomando $B(\infty) = 2 = c$ então o perfil tende para o formato parabólico esperado longe da entrada:

$$\frac{w(r,\infty)}{W_m} = 2\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right] \qquad (5.20)$$

O coeficiente b depende da geometria do cone e deve, portanto, ser ajustado aos dados numéricos. A Figura 5.24 ilustra o perfil $w(r,z)$ em diferentes seções para $b = -25$; $c = 2$.

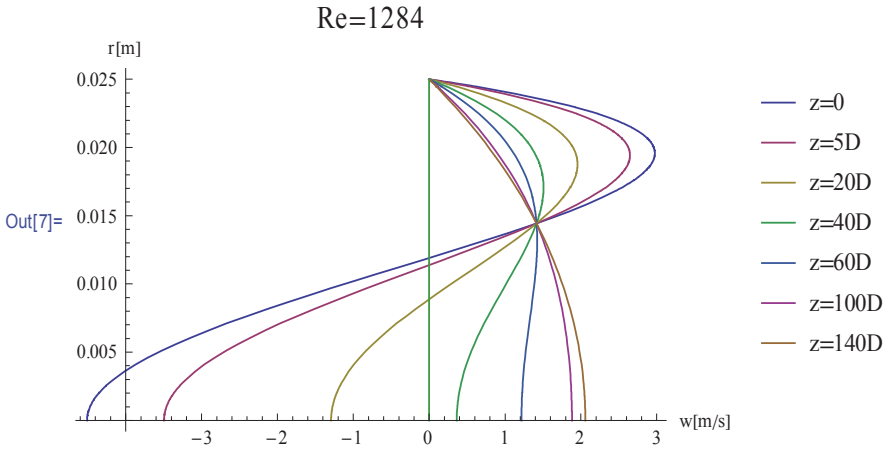


Figura 5.24 – Evolução do perfil de velocidade axial aproximado (Eq. 5.20).

Substituindo as expressões (5.18) e (5.19) na equação (5.17) se obtém uma equação diferencial ordinária a ser resolvida para $r(z)$. As Figuras 5.25, 5.26 e 5.27 ilustram as trajetórias de partículas de água de diferentes tamanhos, dispersas em óleo de viscosidade 50 cp e massa específica 800 kg/m^3.

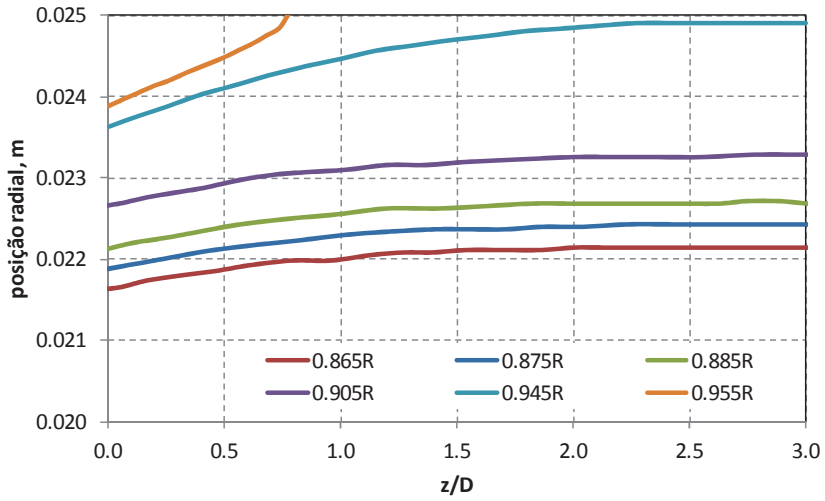


Figura 5.25 – Trajetórias de partículas de diâmetro 50 µm lançadas de diferentes posições radiais r_o em z = 0.

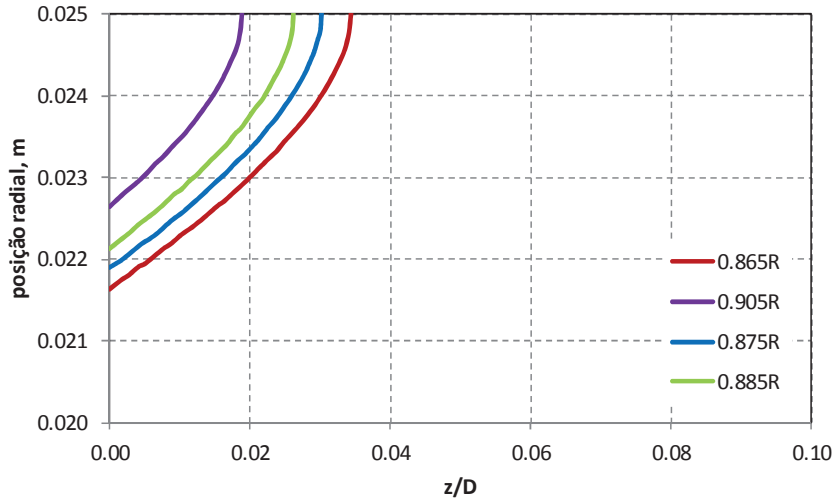


Figura 5.26 – Trajetórias de partículas de diâmetro 100 μm lançadas de diferentes posições radiais r_o em z = 0.

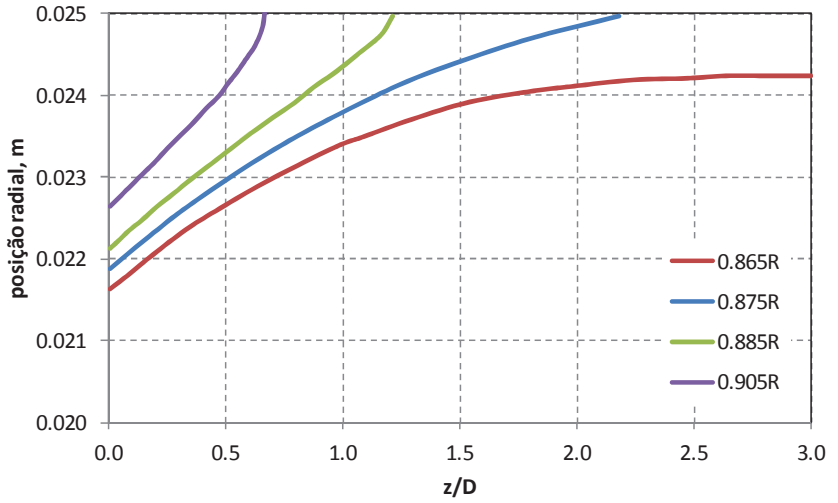


Figura 5.27 – Trajetórias de partículas de diâmetro 500 μm lançadas de diferentes posições radiais r_o em z = 0.

Pode-se observar nessas figuras que, para um dado raio r_o existe um diâmetro mínimo de partícula acima do qual a segregação será possível. Para partículas muito pequenas, o

decaimento axial da componente tangencial de velocidade (devido à viscosidade) faz com que a partícula acabe sendo arrastada pelo movimento axial do fluido antes de atingir a parede do tubo. Pode-se também notar que existe um raio r_o mínimo que permite a segregação de uma dada partícula. Partículas menores requerem r_o maiores.

A Figura 5.28 compara a trajetória de três partículas, de diâmetros diferentes, com o mesmo valor de r_o. Sob a mesma condição de escoamento, a partícula maior (500 µm) possui um comprimento de segregação (L_S) menor. A partícula de menor diâmetro (50 µm) não atinge a parede (não segrega) para o mesmo valor de r_o.

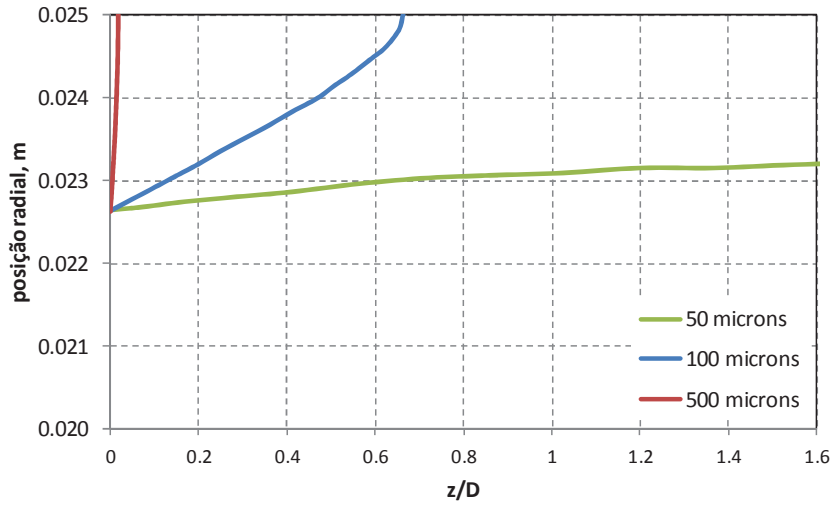


Figura 5.28 – Comparação das trajetórias de partículas com diâmetros diferentes lançadas de uma mesma posição radial em z= 0.

A Figura 5.29 mostra os valores de L_S/D para diferentes tamanhos de partículas lançadas de diferentes posições radiais r_o. A partícula de 50 µm somente irá segregar se sua posição inicial for maior do que $r_o \geq 0{,}945R$. A partícula de 100 µm irá segregar se $r_o \geq 0{,}875R$ e em qualquer posição radial inicial a partícula de 500 µm irá segregar.

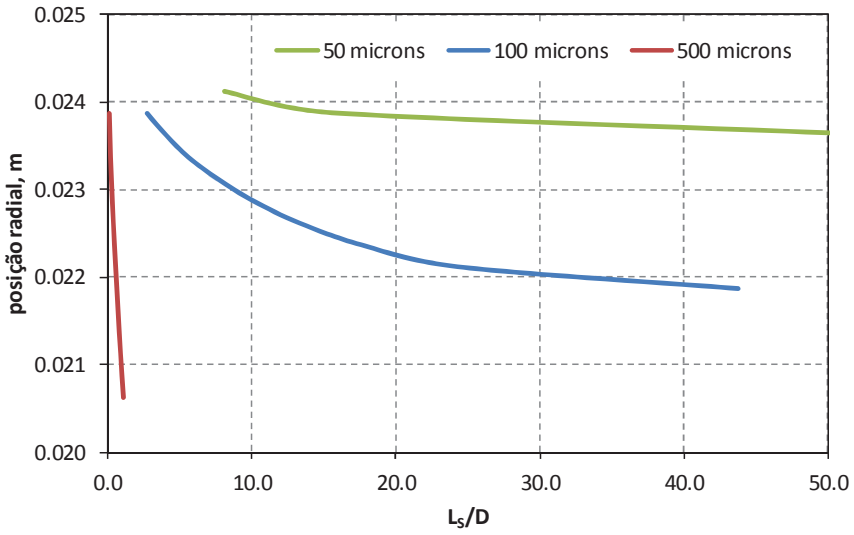


Figura 5.29 – Comprimento de segregação para diferentes diâmetros de partícula.

A validade da Lei de Stokes para partículas inferiores a 1 mm foi verificada em todos os testes acima.

6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

6.1. Síntese e Conclusões

Neste trabalho, apresentou-se um estudo experimental e numérico do escoamento com giro, isotérmico, em tubo horizontal, de seção circular, promovido por um dispositivo gerador de giro de guias fixas.

No estudo experimental, a queda de pressão para escoamento monofásico na seção de teste foi obtida utilizando dois fluidos diferentes: solução de água-glicerina e água. As medidas de queda de pressão foram efetuadas utilizando transdutores de pressão diferenciais. Um dispositivo gerador de giro do tipo guias fixas foi desenvolvido, fabricado e instalado na seção de teste para induzir o giro no escoamento. A visualização do escoamento gás-líquido e sólido-líquido foi realizada com objetivo de verificar a segregação das fases e melhor compreender o fenômeno de um escoamento com giro.

A queda de pressão foi estudada numericamente utilizando o pacote de dinâmica dos fluidos computacional PHOENICS®. Outros parâmetros importantes que caracterizam o escoamento, como as componentes tangencial e axial de velocidade, bem como a intensidade de giro, foram também estudados numericamente.

A solução numérica da queda de pressão conseguiu predizer com sucesso os resultados experimentais para escoamento em regime laminar, encontrando-se uma diferença máxima de 11%, o que permitiu validar o modelo computacional. O fator de atrito para o escoamento com giro foi obtido a partir das medidas de queda de pressão na seção de testes, constatando-se que ele é de 450% a 1000% maior quando comparado ao do escoamento sem giro.

O campo de velocidade foi também analisado numericamente. As componentes tangencial e axial de velocidade são afetadas pelas tensões viscosas do escoamento. A componente tangencial da velocidade é maior próximo à parede do tubo, caracterizando um "jato de parede", perdendo intensidade à medida que a distância axial aumenta. A

distribuição da componente axial da velocidade é fortemente afetada pela vazão do escoamento. Para as maiores vazões testadas experimentalmente, valores negativos de velocidade axial são observados na região do centro do tubo, indicando a existência de um gradiente de pressão adverso nessa região. Esse gradiente de pressão adverso se torna muito elevado e domina ampla região do tubo para números de Reynolds acima de 950.

A intensidade do giro diminui exponencialmente à medida que a componente tangencial de velocidade também diminui, como já observado por diversos outros autores, devido ao efeito das tensões viscosas.

Foi proposto um modelo simplificado para a segregação de gotículas de água dispersas em óleo viscoso. Esse modelo permitiu estudar as trajetórias das partículas, visando, sobretudo a determinar a possibilidade de sua segregação e o comprimento de tubo necessário, de acordo com o tamanho da partícula e sua posição inicial na entrada.

A utilização de escoamento com giro induzido axialmente apresenta-se como uma solução atraente tanto como um pré-separador de dispersões de óleo viscoso e água, quanto para geração, em linhas de transporte, de padrões de escoamento baseados na lubrificação do óleo viscoso pela água, com considerável redução de atrito.

6.2 Sugestões para Próximos Trabalhos

Com base nesta pesquisa, diversas sugestões podem ser feitas para o desenvolvimento do hidrociclones axiais para segregação de fases:

1. Estudar experimentalmente o campo de velocidade do escoamento com giro, utilizando LDA ou PIV com técnicas aprimoradas de processamento de imagens;

2. Estudar experimentalmente o desempenho do hidrociclone axial para segregação de fases no escoamento de dispersões água-óleo e misturas de óleo viscoso com micro-bolhas de gás;

3. Estudar experimentalmente o efeito de outros padrões de escoamento bifásico e trifásico, a montante do dispositivo gerador de giro;

4. Estudar experimentalmente outras geometrias do bordo de saída do gerador de giro, que propiciem melhor segregação de fases, reduzam perda de carga e/ou evitem gradientes de pressão adversos no centro do canal;

5. Estudar numericamente o escoamento turbulento com giro, visando aplicações no tratamento de águas oleosas e de gás úmido;

6. Desenvolver metodologias de análise numérica que permitam otimizar a geometria do hidrociclone axial.

Referências

AL-FAHED, S., CHAMRA, L. M., CHAKROUN, W. **Pressure drop and heat transfer comparison for both microfin tube and twisted-tape inserts in laminar flow.** Experimental Thermal and Fluid Science, volume 18, pp. 323-333, 1999.

ALGIFRI, A. H., BHARDWAJ, R. K., **Prediction of the heat transfer for decaying turbulent swirl flow in a tube.** International Journal of Heat and Mass Transfer, volume 28, n^{o}. 9, pp. 1637-1643, 1985.

ALGIFRI, A. H., BHARDWAJ, R. K., RAO, Y. V. N. **Turbulence measurements in decaying swirl flow in a pipe.** Applied Scientific Research, volume 45, n^{o}. 3, pp. 233-250, 1988.

ARNOLD, K., E. **Facilities and construction engineering**. Petroleum Engineering Handbook. SPE, 2007.

AYINDE, T. F. **A generalized relationship for swirl in laminar pipe flow**. Sadhana, volume 35, Parte 2, pp. 129 – 137, 2010.

BAKER D.W., SAYRE, C. L., **Decay of swirling turbulent flow of incompressible fluids in long pipes.,** Flow: its measurement and control in science and industry, volume n^{o} 1, PP. 301-312, 1974.

BALI, T. **Modelling of heat transfer and fluid flow for decaying swirl flow in a circular pipe.** International Communications in Heat and Mass Transfer, volume 25, n^{o}. 3, pp. 349-358, 1998.

BALI, T., AYHAN, T. **Experimental investigation of propeller type swirl generator for a circular pipe flow.** International Communications in Heat and Mass Transfer, volume 26, n^{o}. 1, pp. 13-22, 1999.

BRIGGS, P. J., BARON, R. P., FULLEYLOVE, R. J., WRIGHT, M. S. **Development of heavy-oil reservoirs**, SPE 15748, pp. 206-214, 1988.

CHIU, C. L., SEMAN, J. J., **Head loss in spiral solid-liquid flow in pipes.** Advances in Solid-Liquid Flow in Pipes and Its Applications, Pergamon Press Inc, Oxford, pp. 227-236, 1971.

CHURCHILL, S. W. **Friction factor equations spans all fluid-flow regimes**, Chemical Engineering, volume 84, n^{o}. 24, pp. 91, 1977.

COLEMAN W. H., STEELE, G. W. **Experimentation, Validation and Uncertainty Analysis for Engineers**. 3a Edition. John Wiley & Sons, 2009.

DELFOS, R., DIRKZWAGER, M. **Motion of oil droplets in a strongly swirling pipe flow**. 3th Internernational Conference on Multiphase Flow, Lyon, France, 1998.

DELFOS, R., DIRKZWAGER, M., **Motion of Oil Droplets in a Strongly Swirling Pipe Flow.** Proceedings of 3rd International Conference on Multiphase Flow, Lyon, paper 445, 1998.

DIRKZWAGER, M., **A New Axial Cyclone Design for Fluid-Fluid Separation.** Ph.D. Thesis, Delft University of Technology, 1996.

F. CHANG, V.K. DHIR, **Mechanisms of heat transfer enhancement and slow decay of swirl in tubes using tangential injection.** International Journal of Heat Fluid Flow, volume 16, n^{o} 2, pp. 78–87, 1995.

GARG, A. K., LEIBOVICH, S., **Spectral characteristics of vortex breakdown flow fields.** Phys. Fluids, volume 22, pp. 2053–2064, 1979.

GIBSON, M., YOUNIS, B. A. **Calculation of swirling jets with a Reynolds stress closure.** Physics of fluids, volume 29, n^{o}. 1, pp. 38-48, 1986.

GUPTA, A. K., LILLEY, D. G., SYRED, N., **Swirl flows**. Tunbridge Wells, 1984.

HAY, W., WEST, P. D., **Heat transfer in free swirling flow in a pipe.** Journal of

HAYES. J. J., CAROLL, W. C., FORTHERGILL, D. W. J., PRENDERGAST, G. J. J., **Hydrocyclones for treating oily water: development and filed testing in Bass Strait.** Proceedings of the 17th Annual Offshore Technical Conference, pp. 549-556., 1985.

Heat Transfer, Transactions ASME, volume 97, n°. 3, pp. 411-416, 1975.

HIRAI, S., TAKAGI, T., TANAKA, K., KIDA, K. **Effect of swirl on the turbulent transport of momentum in a concentric annulus with a rotating inner cylinder.** Transactions of JSME, volume 53, pp. 432, 1987.

HO, K., ABAKR, Y. A., CHAN, A. **An experimental set-up investigating swirling decaying flow in a annular pipe.** International Communications in Heat and Mass Transfer, volume 38, pp. 1253-1261, 2011.

JAWARNEH, A. M., AL-SHYYAB, A., TLILAN, H., ABABNEH, A., **Enhancement of cyclindrical seprator efficiency by using double vortex generators**. Energy Conversion and Management, volume 50, pp. 165-1633, 2009.

KHODADADI, J. M., VLACHOS, N. S. **Effects of turbulence model constants on computation of confined swirling flows.** AIAA Journal, volume 28, n°. 4, pp. 750-752, 1990.

KITOH, O., **Experimental study of turbulent swirling flow in a straight pipe.** Journal of Fluid Mechanics, volume 225, pp. 445-479, 1991.

KOUDA, T., HAGIWARA, Y. **An experimental study on turbulent swirling water flow with immiscible droplets**. International Journal of Heat and Fluid Flow, volume 27, pp. 611-618, 2006.

KREITH, F., SONJU, O. K. **The decay of a turbulent swirl in a pipe.** Journal of Fluid Mechanics, volume 22, pp. 257-271, 1965.

LAUNDER, B. E., SPALDING, D. B. **The Numerical Computation of Turbulent Flows.** Computational Methods Applied in Mechanical Engineering., volume 3, pp. 269-289, 1974.

MARTEMIANOV, S., OKULOV, V. L., **On heat transfer enhancement in swirl pipe flows**. International Journal of Heat and Mass Transfer, volume 47, n°. 10-11, pp. 2379-2393, 2004.

MAYNARD, A. D. **A simple model of axial flow cyclone performance under laminar flow conditions.** Journal of Aerosol Science, volume 31, no. 02, pp. 151-167, 2000.

McCAIN, W. D., **The properties of petroleum fluids**, 2ª Edição, 1990.

MURPHY, S., DELFOS, R., POURQUIÉ, M. J. B. M., OLUJÍC, Z., JANSENS, P. J., NIEUWATADT, F. T. M. **Prediction of strongly swirling flow within an axial hydrocyclone using two commercial CFD codes.** Chemical Engineering Science, volume 62, pp. 1619-1635, 2007.

NAJAFI, A. F., MOUSAVIAN, S. M., AMINI, K., **Numerical investigations on swirl intensity rate for turbulent swirling flow in a fixed pipe.** International Journal of Mechanical Science, no 53, pp. 801-811, 2011.

NAJAFI, A. F., SAIDI, M. H., SADEGHIPOUR, M. S., SOUHAR, M. **Numerical analysis of turbulent swirling decay pipe flow.** International Communications in Heat and Mass Transfer, vol. 32, pp. 627-638, 2005.

NAREZHNYI, E. G., SUDAREV, B. V., **Calculation of the temperature of flame tubes of gas turbine combustion chambers with three-tier swirlers.** Heat Transfer-Soviet Research., volume 6, pp. 23-27, 1975.

NIEUWSSTADT, F. T. M., DIRKZWAGER, M. **A fluid mechanics model for an axial cyclone separator.** Industrial Engineering Chemical Research, volume 34, pp. 3399-3404, 1995.

NISHIBORI, K., KOJI, K., MITSUKIYO, M., TAKESHI M., **Effect of inlet swirl on the turbulent flow in an axially rotating pipe.** Trans. JSME, volume 53, pp. 1150-1158, 1987.

O.G. DAHLHAUG, O. G., **A study of swirl in draft tubes.** Ph.D. Thesis, NTNU, Trondheim, Norway, 1997.

PARCHEN R.R., STEENBERGEN W. **An experimental and numerical study of turbulent swirling pipe flows.** Journal of Fluids Engineering, volume 120, pp. 54-61, 1998.

RODI, W. **Note on the empirical constant in the kolmogorov-prandtl eddyviscosity expression.** Journal of Fluids Engineering, volume 97, n°. 3, pp. 386-389, 1975.

SAHA, S. K., DUTTA, A., DHAL, S. K, **Friction and heat transfer characteristics of laminar swirl flow through a circular tube fitted with regularly spaced twisted-tape elements**. International Journal of Heat and Mass Transfer, volume 44, pp. 4211-4223, 2001.

SCHMIDTS, M., VASANTA, R. V. **Turbulence characteristics in pipe flow with swirl.** Proceedings of ETC-8, Barcelona, volume 8, pp. 121–124, 2000.

SHEEN, H. J., CHEN, W. J., JENG, S. Y., HUANG, T. L., **Correlation of swirl number for a radial-type swirl generator**. Experimental Thermal and Fluid Science, volume 12, pp. 444-451, 1996.

SMYTH, I. C., THEW M. T., COLMAN, D. A., **The effect of split ratio on heavy dispersions in liquid-liquid separation in hydrocyclones**. Book of papers presented at the 2nd International Conference on Hydrocyclones, Bath England, pp. 117-190. Setembro, 1984.

SOLEIMANI, A., LOWRENCE, C. J., HEWITT, G. F. **The decay of swirl in horizontal dispersed oil-water flow**. Institution of Chemical Engineers, volume 80, Part A, 2002.

SPALL, R. E., ASHBY, B. M. **A numerical Study of vortex breakdown in turbulent swirling flows.** ASME Journal of Fluids Engineering, volume 122, pp. 179, 2000.

SPEZIALE, C. G., YOUNIS, B. A., BERGER, S. A. **Analysis and modelling of turbulent flow in an axially rotating pipe.** Journal of Fluid Mechanics, volume 407, n°. 1, pp. 1-26, 2000.

SPEZIALE, C., SARKAR, S., GATSKI, T. B. **Modelling the pressure-strain correlation of turbulence. An invariant dynamical systems approach.** Journal of Fluid Mechanics, vol. 227, pp. 245-272, 1991.

STEENBERGEN, W., VOSKAMP, J. **Rate of decay of swirl in turbulent pipe flow.** Flow Measurement and Instrumentation, volume 9, n°. 2, pp. 67-78, 1998.

SVAROVSKI, L., **Hydrocyclones**. Technomic Publishing Co. Inc., Londres, 1984.

THOMAS, E. J. **Fundamentos de engenharia de petróleo**. Editora Interciência, 2ª edição, 2004.

YALCIN, T., KAUKOLIN, E., BYERS, A. **Axial inlet cyclone for mineral processing applications.** Minerals Engineering, volume 16, pp. 1375-1381, 2003.

YAO, S., FANG, T. **Analytical solutions of laminar swirl decay in a straight pipe**. Communications of Nonlinear Science Numerical Simulations, volume 17, pp. 3235-3246, 2012.

YU, S. C. M., KITOH, O. **General formulation for the decay of swirling motion along a straight pipe.** International Communications in Heat and Mass Transfer, volume 21, nº. 5, pp. 719-728, 1994.

ZAHERZADEH, N. H., JAGADISH, B. S. **Heat transfer in decaying swirl flows.** International Journal of Heat and Mass Transfer, volume 8, p. 941, 1975.

ANEXO A

PROJETO DO DISPOSITIVO GERADOR DE GIRO - DGG

A peça foi projetada para criar uma componente tangencial de velocidade (ou velocidade de giro). Não foi realizado nenhum estudo específico sobre a peça uma vez que o objetivo do trabalho foi estudar o escoamento à jusante do dispositivo gerador de giro. Considerou-se então, um conjunto de palhetas fixadas em um corpo de uma peça cilíndrica, sólida, cuja distância entra elas de maneira a evitar com que o fluido escoe sem ser defletido pelas palhetas.

A Figura A.1 mostra a vista em corte das lâminas, cada uma sendo formada curvando uma chapa para que adquira um raio *r*.

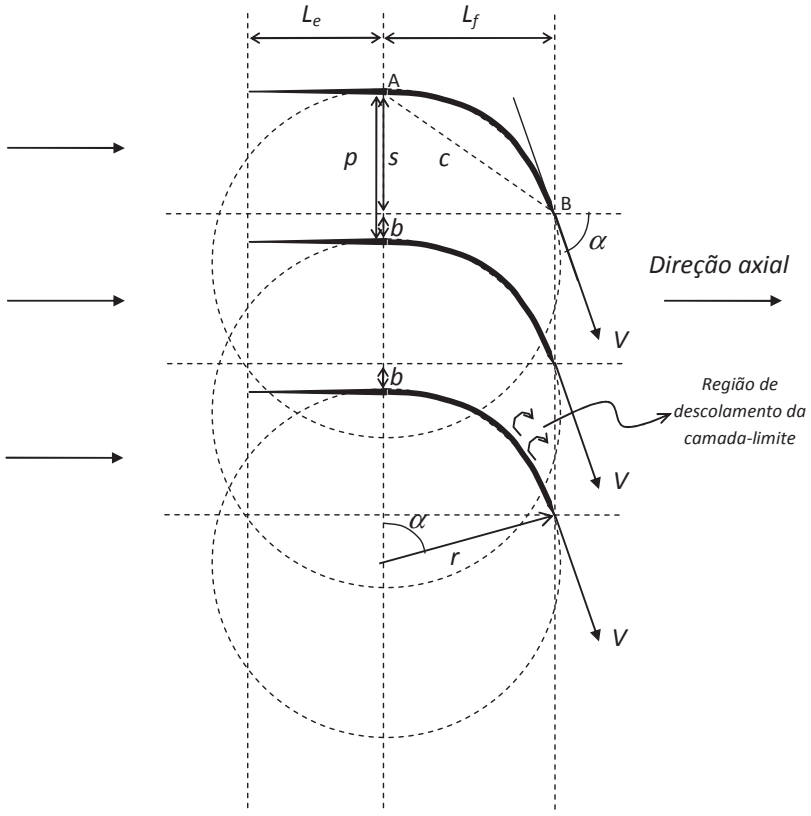


Figura A.1 - Vista entendida das palhetas - corte no raio médio do anular.

A figura A.2 mostra a linha de contato de uma palheta com o núcleo do estator (cujo raio na parte reta é R_i). O raio de curvatura r' dessa linha é dada por:

$$\frac{2}{r'} = \frac{1}{R_i} - \frac{1}{r} \qquad (A.1)$$

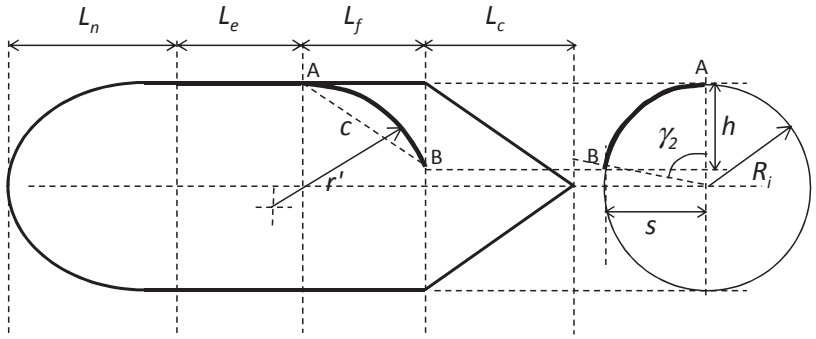


Figura A.2 - Vista do núcleo do dispositivo gerador de giro e linha de contato de uma palheta.

A partir da figura A.1, defini-se,

$$r = \frac{L_f}{sen(\alpha)} \qquad (A.2)$$

$$s = r[1 - cos(\alpha)] \qquad (A.3)$$

A partir da Figura A.2, defini-se,

$$\gamma_2 = sen^{-1}\frac{s}{R_i} \qquad (A.4)$$

$$h = R_i[1 - cos(\gamma_2)] \qquad (A.5)$$

Portanto, a corda (c) pode ser obtida,

$$c = \sqrt{L_f^2 + h^2 + s^2} \qquad (A.6)$$

Dirkzwager (1996) calculou o passo da palhetas (*pitch*) usando a equação de Horlock (1986),

$$p = 1{,}25csen(2\alpha) \qquad (A.7)$$

Dessa forma, a folga (b) e o número de palhetas (n) ficam determinados,

$$b = p - s \qquad (A.8)$$

$$n \cong \frac{2\pi R_m}{p} \qquad (A.9)$$

$$R_m = \frac{R_o + R_i}{2} \qquad (A.10)$$

O diâmetro hidráulico do canal formado por duas palhetas é dado por,

$$d_H(n) = \frac{4(2\pi R_m - ne)(R_o - R_i)}{2\pi(R_o + R_i) - 2ne + 2n(R_o - R_i)} \qquad (A.11)$$

A tabela A.1 apresenta os valores de entrada para os cálculos (especificações) e calculados para duas configurações distintas.

Tabela X.1 - Dimensões do estator utilizando a fórmula de Horlock (1986)

Variável*	**Valor – Opção 1**	**Valor – Opção 2**
L_f	2 cm	1 cm
L_e	< 3 cm	< 4 cm
R_m	2,25 cm	2,25 cm
α	63,5º	63,5º
r	2,23 cm	1,12 cm
r'	38,07 cm	-5,06 cm
s	1,24 cm	0,62 cm
γ_2	38,2º	18,0º
h	0,43 cm	0,10 cm
c	2,39 cm	1,18 cm
p	2,39 cm	1,18 cm
n	6	13
b	1,15 cm	0,56 cm
d_H	0,82 cm	0,90 cm

$\lvert r' \rvert / d_H$	46,5	7,63

* valores de entrada (especificados) nas 4 primeiras linhas

A existência da folga b pode ser prejudicial ao funcionamento adequado do dispositivo gerador de giro, deixando uma área aberta à passagem direta do fluido. Assim, uma alternativa para a determinação do passo é impor $b = 0$. Isto significa fazer:

$$p = s \qquad (A.12)$$

A Tabela A.2 ilustra as novas dimensões para as duas opções de projeto da Tabela A.1.

Tabela A.2 - Dimensões do estator para $b = 0$

Variável*	**Valor – Opção 1**	**Valor – Opção 2**
L_c	2 cm	1 cm
L_e	< 3 cm	< 4 cm
R_m	2,25 cm	2,25 cm
α_2	63,5º	63,5º
r	2,23 cm	1,12 cm
r'	38,07 cm	-5,06 cm
s	1,24 cm	0,62 cm
γ_2	38,2º	18,0º
h	0,43 cm	0,10 cm
c	2,39 cm	1,18 cm
p	1,24 cm	0,62 cm
n	12	23
b	0	0
d_H	0,68 cm	0,51 cm
$\lvert r' \rvert / d_H$	55,7	9,98

* valores de entrada (especificados) nas 4 primeiras linhas

A opção 1, com $b = 0$ e $n = 12$, é então escolhida por impedir a passagem direta de fluido com um número de palhetas não muito elevado.

ANEXO B
VALIDAÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL: PERFIS DE VELOCIDADE

Este apêndice contêm informações detalhadas da geometria, condições de escoamento e condições de contorno que foram utilizadas como validação do modelo computacional apresentadas no capítulo 5.

B.1 Validação do Escoamento Laminar com Giro

A validação da simulação computacional do escoamento laminar com giro é realizada utilizando duas referências: Ayinde (2010) e Yao (2012).

B.1.1 Validação do Campo de Escoamento - Ayinde (2010)

A primeira validação foi realizada com os resultados publicado por Ayinde (2010) que, em seu estudo computacional, obteve perfis de velocidade axial e tangencial em diferentes posições axiais e também uma relação generalizada para o decaimento da intensidade de giro em um escoamento laminar com giro em um tubo de seção circular constante de 80mm de diâmetro.

Condições de Contorno

Na entrada do domínio computacional, o autor considerou uma componente de velocidade de giro é sobreposta pelo escoamento de Poiseuille. A campo de velocidade tangencial (velocidade de giro) na entrada é formado por uma combinação de vórtice forçado (no centro do tubo) e vórtice livre (na região anular). Essa combinação é similar à aquelas que foram utilizadas em estudos realizados anteriormente (Bali, 1998, Parchen e Steenbergen, 1998).

As condições de contorno na entrada do domínio (z = 0) são,

$$w(r,\theta,0) = W_{max}\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] \qquad (B.1)$$

$$v(r,\theta,0) = 0 \qquad (B.2)$$

$$u(r,\theta,0) = \begin{cases} U_{max}a \\ U_{max}ab \end{cases} \qquad (B.3)$$

onde,

$$a = \frac{r}{r_{trans}} \qquad (B.4)$$

$$b = \left[\frac{R - r}{R - r_{trans}}\right] \qquad (B.5)$$

onde $\boldsymbol{r_{trans}}$ é a posição radial na qual a transição de vórtice forçado para vórtice livre ocorre. O termo "b" é utilizado para assegurar que a velocidade seja igual a zero na parede do tubo.

A condição de escoamento desenvolvido é assumida na saída do domínio computacional (z = L). Na parede da tubo é utilizada a condição de não deslizamento, ou seja,

$$u = v = w = 0 \qquad (B.6)$$

A Tabela B.1 apresenta um resumo das condições de contorno utilizadas nas simulações de teste de malha e validação do modelo computacional.

Tabela B.1: Condições de contorno

Entrada	Saída	Simetria Radial (r = 0)	Simetria Tangencial	Paredes
equação (3)	$\frac{\partial u}{\partial z} = 0$	$\frac{\partial u}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial u}{\partial \theta} = 0$	$u = 0$
equação (2)	$\frac{\partial v}{\partial z} = 0$	$\frac{\partial v}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial v}{\partial \theta} = 0$	$v = 0$
equação (1)	$\frac{\partial w}{\partial z} = 0$	$\frac{\partial w}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial w}{\partial \theta} = 0$	$w = 0$

Análise do Campo de Escoamento

Em seu estudo, Ayinde obteve resultados dos perfis de velocidade axial e tangencial em diferentes posições axiais, desde a região de entrada do domínio (Z = 0D) até a posição axial Z = 80D.O decaimento da intensidade de giro também foi obtido. A Figura B.1 reproduz os resultados obtidos por Ayinde.

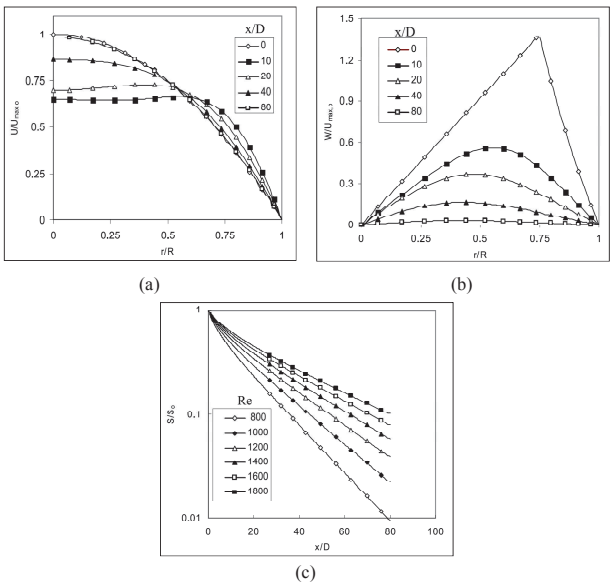


Figura B.1 - Resultados apresentados por Ayinde (2010): (a) perfis de velocidade axial e (b) perfis de velocidade tangencial e (c) decaimento da intensidade de giro.

B.1.2 Validação do Campo de Escoamento - Yao et. al. (2012)

A segunda validação foi realizada com os resultados publicados por Yao (2012) que estudou analiticamente o escoamento laminar com giro através de um tubo de seção circular constante.

Também considerando um perfil de velocidades tangencial como sendo uma combinação de vórtice e vórtice forçado sobreposto por um perfil de velocidades axial na entrada do domínio, o autor obteve uma expressão analítica para calcular a velocidade tangencial em diferentes posições axiais.

Assumindo escoamento axial desenvolvido e que, portanto, o fluxo axial é especificado somente um função do raio, $w = w(r)$, e ainda considerando $\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ em geral é muito pequeno para escoamento axial, a equação 5.3 reduz a,

$$w(r)\frac{\partial u}{\partial z} = \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2}\right) \qquad (B.7)$$

Condições de Contorno

As condições de contorno na entrada do domínio (z = 0) são,

$$w(r,\theta,0) = W_{max}\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] \qquad (B.8)$$

$$v(r,\theta,0) = 0 \qquad (B.9)$$

$$u(r,\theta,0) = \begin{cases} W_{avg}a \\ W_{avg}ab \end{cases} \qquad (B.10)$$

onde,

a e b possuem a mesma de definição dada pelas equações (A.4) e (A.5), respectivamente. As adimensionalizões utilizadas pelo autor são descrita a seguir,

$$Z^* = \frac{z}{R};\ R^* = \frac{r}{R}; W^*(R^*) = \frac{w}{W_{avg}};\ U^*(Z^*,R^*) = \frac{u}{W_{avg}} \qquad (B.11)$$

Substituindo as definições dada pela equação (B.11) e substituindo na equação (B.7), obtêm-se que,

$$ReW^*\frac{\partial U^*}{\partial Z^*} = \frac{\partial^2 U^*}{\partial R^{*2}} + \frac{\partial}{\partial R^*}\left(\frac{U^*}{R^*}\right) \qquad (B.12)$$

A razão entre as intensidades de giro em função de Z e da entrada (Z = 0) é dada por,

$$\frac{S(Z)}{S(0)} = \frac{\int_0^1 U(Z^*,R^*)W(R^*)R^{*2}dR}{\int_0^1 U(0,R^*)\,W(R^*)R^{*2}dR} \qquad (B.13)$$

A equação (A.12) é uma equação diferencial parcial linear podendo ser resolvida por separação de variáveis. Definindo $U(Z^*,R^*) = F(Z^*)G(R^*)$ e substituindo em (A.12), a função radial G(R) é obtida como,

$$R^{*2}G'' + R^*G' + \left[\lambda^2 W(R^*)R^{*2} - 1\right]G = 0 \qquad (B.14)$$

onde λ é constante e conhecido como autovalor. As condições de contorno são,

$$G(0) = 0; G(1) = 0 \qquad (B.15)$$

Para uma conhecida distribuição de velocidade axial, a equação (B.14) pode ser resolvida. Considerando o perfil de velocidade axial desenvolvido, definido pela equação (B.8), a equação (B.14) fica da seguinte forma,

$$R^2G'' + RG' + \left[2\lambda^2\left(1 - R^{*2}\right)R^{*2} - 1\right]G = 0 \qquad (B.16)$$

Após considerável manipulação matemática, a equação da velocidade tangencial é dada por,

$$U(Z^*, R^*) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-\frac{\lambda_n^2}{Re}Z^*} \frac{LaguerreL\left(\frac{\lambda_n}{2\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2}\lambda_n R^{*2}\right)}{R^*} \qquad (B.17)$$

onde C_n é dado por,

$$C_n = \frac{\int_0^1 U(0,R) \frac{e^{-\frac{\lambda_n R^2}{\sqrt{2}}} LaguerreL\left(\frac{\lambda_n}{2\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2}\lambda_n R^{*2}\right)}{R} R(1-R^2)dR}{\int_0^1 \left[\frac{e^{-\frac{\lambda_n R^2}{\sqrt{2}}} LaguerreL\left(\frac{\lambda_n}{2\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2}\lambda_n R^{*2}\right)}{R}\right]^2 R(1-R^2)dR} \qquad (B.18)$$

A Figura B.2 apresenta perfis de velocidade tangencial obtidos pelo autor utilizando a equação (B.17)

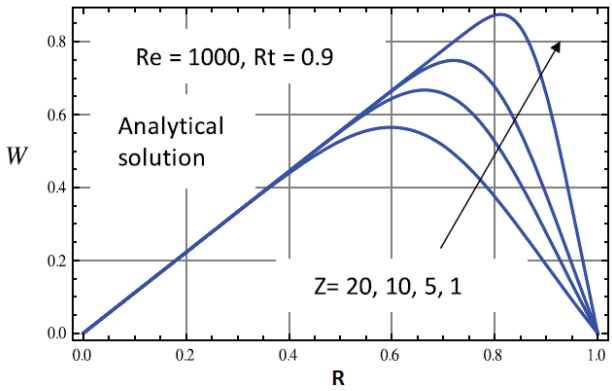


Figura B.2 - Perfis de velocidade tangencial em diferentes posições axiais, Yao (2012)

O decaimento do giro é apresentado pela Figura B.3 onde a comparação é realizada com referência ao Caso B de Yao (2012).

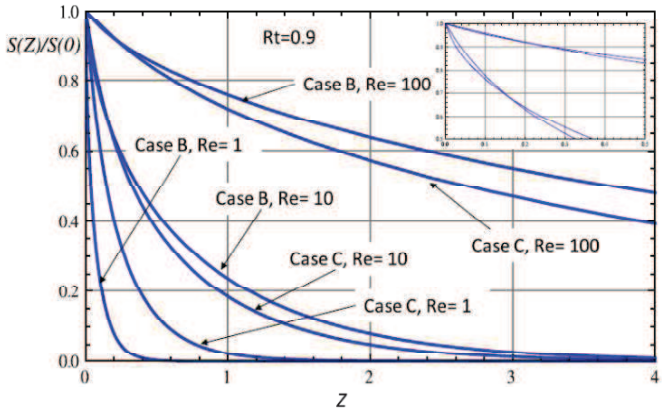


Figura B.3 - Decaimento da intensidade do giro para diferentes números de Reynolds, Yao (2012)

ANEXO C

ANÁLISE DE INCERTEZA

C.1 Intervalo de Incerteza das Medidas Primárias

Pode-se expressar o valor provável de uma medição em termos de um intervalo de incerteza que representa a probabilidade de que o valor medido esteja dentro de um certo intervalo em torno do valor declarado. A especificação de um intervalo de incerteza em uma medida depende, entre outros fatores, da resolução do instrumento utilizado. A partir do conhecimento da menor divisão de escala dos instrumentos de medida, pode-se obter uma boa estimativa para o erro aleatório envolvido em uma medição. Algumas vezes também podem estar envolvidas incertezas de leitura do instrumento. O erro provável deve levar em conta todas as possíveis fontes de incerteza que forem relevantes. A incerteza relativa u nas medições é expressa como a razão entre o erro provável ou incerteza absoluta e o valor medido. O intervalo de incerteza das medidas primárias é mostrado a seguir em termos de uma incerteza relativa ou absoluta, discute-se em cada caso as fontes de erro envolvidas. A Tabela 4.3 mostra os valores das incertezas absoluta e/ou relativa para cada medida.

Diâmetro do tubo d_o

O diâmetro do tubo é de $d_o = 50$ mm. O diâmetro foi medido com paquímetro com resolução de 0,05 mm. Considerando a incerteza devido a não esfericidade do tubo e a leitura do instrumento, o intervalo de incerteza na medição do diâmetro pode ser estimado como $d_o = 50 \pm 0{,}05$ mm.

Ângulo de descarga do jato α

O ângulo de descarga do jato foi medido projetando a área da hélice sobre um plano e calculando o arco tangente da altura de uma hélice sobre o seu comprimento circunferencial. Como a medição não pode ser realizada diretamente devido à geometria das hélices, o erro envolvido está relacionado à projeção da área, assim como ao

instrumento de medida. Estima-se que o ângulo foi medido com um intervalo de incerteza absoluta de α = (63,43 ± 0,25) graus.

Temperatura

As medições de temperatura foram realizadas com um termômetro com escala mínima de 0,1 ^{o}C. Pode-se então estimar um erro provável na medição de temperatura de ± 0,05 ^{o}C.

Densidade do Fluido

A densidade da solução água-glicerina foi medida utilizando-se um densímetro com escala mínima de 1kg/m^3. Como pode haver incertezas devido a alguma não hogeneidade no líquido, o erro provável de medição é estimado como ± 2 kg/m^3.

Vazão volumétrica do fluido

A vazão volumétrica foi medida utilizando um medidor de vazão eletromagnético. A incerteza relativa para a vazão volumétrica do fluido é de ± 0,5%

Queda de Pressão

A queda de pressão foi medida utilizando um transdutor de pressão diferencial Validyne®, calibrado com um manômetro em U de mercúrio com resolução de 1 mmHg. Considerando a incerteza devido a leitura do instrumento, pode estimar um erro provável na medição do diferencial de pressão de ± 0,133kPa.

C.2 Propagação de Incerteza nas Medidas Secundárias

Para analisar como os erros nas variáveis medidas se propagam no cálculo de medidas secundárias e terciárias usa-se o conceito de derivada de uma função (Coleman e Steele, 1999). A incerteza relativa em uma medida secundária R causada pelas incertezas relativas de todas as medidas primárias é dada por:

$$I_r = \frac{U_r}{r} = \left\{ \left[\frac{x_1}{r} \frac{\partial r}{\partial x_1} \right]^2 \left(\frac{U_{x_1}}{x_1} \right)^2 + \left[\frac{x_2}{r} \frac{\partial r}{\partial x_2} \right]^2 \left(\frac{U_{x_2}}{x_2} \right)^2 + \cdots + \left[\frac{x_j}{r} \frac{\partial r}{\partial x_j} \right]^2 \left(\frac{U_{x_j}}{x_j} \right)^2 \right\} \qquad (C.1)$$

onde U_r é a incerteza absoluta total e U_{x_n}é a incerteza absoluta da variável x_n. U_r/r é a incerteza relativa total e U_{x_i}/x_i é a incerteza relativa de cada variável x_i.

Estimada a incerteza nas medidas primárias, realiza-se a seguir uma análise da incerteza nas seguintes medidas secundárias: Área do jato, viscosidade do fluido, número de Reynolds e fator de atrito.

Área de descarga do jato A_j

A área de descarga do jato é obtida da relação,

$$A_j = \frac{1}{2}\theta[R_{tubo}^2 - (R_{tubo} - \delta)^2] \qquad (C.2)$$

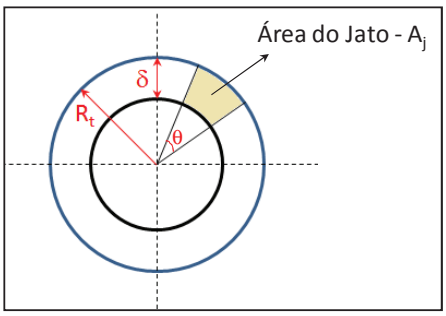


Figura 4.4 - Medição da Área do Jato, A_j.

e o intervalo de incerteza absoluta na medição da área de descarga do jato é A_j = (5,36 ± 0,1) 10^{-5} m^2.

Incerteza da Viscosidade do Fluido

A viscosidade da solução de água-glicerina é obtida a partir da equação (3.1), como uma função da temperatura.

Incerteza no Número de Reynolds

O número de Reynolds é obtido a partir da equação (C.1) que, reescrevendo em função de variáveis primárias fica,

$$Re = \frac{4\rho\dot{\forall}}{\mu\pi d_o} \qquad (C.3)$$

onde $\dot{\forall}$ é a vazão volumétrica.

Determinados os intervalos de incerteza para a vazão volumétrica de fluido ($\forall$), diâmetro do tubo (d_o), densidade do fluido (ρ), e viscosidade do fluido (μ), pode-se calcular a incerteza relativa do número de Reynolds a partir da equação (C.1).

Incerteza no fator de atrito

O fator de atrito é obtido pela equação (4.2). Determinados os intervalos de incerteza para a queda de pressão (Δp_{st}), diâmetro do tubo (d_o), comprimento do tubo da seção de teste (L_{st}), densidade do fluido (ρ) e da velocidade média do escoamento (W_m), pode-se calcular a incerteza relativa do fator de atrito a partir da equação (C.1).

ANEXO D

ANÁLISE DO ESCOAMENTO COM GIRO PELO MÉTODO INTEGRAL

Para melhor compreender o comportamento de um escoamento com giro, um estudo utilizando o método integral é realizado. A análise considera um escoamento com giro em regime permanente, incompressível, axi-simétrico, isotérmico e com campo gravitacional desprezível.

O escoamento é governado pelas equações de conservação, sendo:

Conservação da Massa

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(rV_r)}{\partial r}+\frac{\partial V_z}{\partial z}=0 \qquad (D.1)$$

Quantidade de Movimento - direção radial

$$\rho\left(V_r\frac{\partial V_r}{\partial r}+V_z\frac{\partial V_r}{\partial z}-\frac{V_\theta^2}{r}\right)=-\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial(r\sigma_{rr})}{\partial r}+\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} \qquad (D.2)$$

Quantidade de Movimento - direção tangencial

$$\rho\left(V_r\frac{\partial V_\theta}{\partial r}+V_z\frac{\partial V_\theta}{\partial z}+\frac{V_rV_\theta}{r}\right)=\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2\tau_{r\theta})}{\partial r}+\frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z} \qquad (D.3)$$

Quantidade de Movimento - direção axial

$$\rho\left(V_r\frac{\partial V_z}{\partial r}+V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial(r\tau_{rz})}{\partial r}+\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \qquad (D.4)$$

O sistema de equações (D1-D4) deve ser resolvido para as quatro incógnitas:

$$V_r=V_r(r,z) \quad , \quad V_\theta=V_\theta(r,z) \quad , \quad V_z=V_z(r,z) \quad , \quad p=p(r,z)$$

Análise de Ordem de Grandeza

Para escoamento girante em um canal axissimétrico longo pode-se considerar, a partir das hipóteses, que:

$$\begin{aligned} O[r] &\ll O[z] \\ O[V_z] &= O[V_\theta] \\ O[\sigma_{rr}] &\ll O[p] \\ O[\sigma_{zz}] &\ll O[p] \\ O[\tau_{rz}] &= O\left[\frac{r}{z}p\right] \end{aligned} \qquad (D.5)$$

Com base em (D.5) a análise dos termos de (D.1) resulta em:

$$\left.\begin{aligned} O\left[\frac{1}{r}\frac{\partial(rV_r)}{\partial r}\right] &= O\left[\frac{V_r}{r}\right] \\ O\left[\frac{\partial V_z}{\partial z}\right] &= O\left[\frac{V_z}{z}\right] \end{aligned}\right\} \rightarrow \; O[V_r] = O\left[\frac{r}{z}V_z\right] \quad \therefore \quad \begin{aligned} O[V_r] &\ll O[V_z] \\ O[V_r] &\ll O[V_\theta] \end{aligned} \qquad (D.6)$$

A análise dos termos de (D.2) resulta em:

$$\begin{aligned} O\left[V_r\frac{\partial V_r}{\partial r}\right] &= O\left[\frac{V_r^2}{r}\right] \ll O\left[\frac{V_\theta^2}{r}\right] \\ O\left[V_z\frac{\partial V_r}{\partial z}\right] &= O\left[\frac{V_zV_r}{z}\right] = O\left[\frac{V_r^2}{r}\right] \ll O\left[\frac{V_\theta^2}{r}\right] \\ O\left[\frac{1}{r}\frac{\partial(r\sigma_{rr})}{\partial r}\right] &= O\left[\frac{\sigma_{rr}}{r}\right] \ll O\left[\frac{p}{r}\right] = O\left[\frac{\partial p}{\partial r}\right] \\ O\left[\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z}\right] &= O\left[\frac{rp}{z^2}\right] \ll O\left[\frac{\partial p}{\partial r}\right] \end{aligned} \qquad (D.7)$$

A análise dos termos de (D.3) resulta em:

$$
\begin{aligned}
O\left[V_r\frac{\partial V_\theta}{\partial r}\right] &= O\left[\frac{V_r V_\theta}{r}\right] = O\left[\frac{V_r V_\theta}{r}\right] \\
O\left[V_z\frac{\partial V_\theta}{\partial z}\right] &= O\left[\frac{V_z V_\theta}{z}\right] = O\left[\frac{V_r V_\theta}{r}\right] \\
O\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2\tau_{r\theta})}{\partial r}\right] &= O\left[\frac{\tau_{r\theta}}{r}\right] = O\left[\frac{\mu_e}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial r}\right] \\
O\left[\frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z}\right] = O\left[\frac{\tau_{z\theta}}{z}\right] &= O\left[\frac{\mu_e}{z}\frac{\partial V_\theta}{\partial z}\right] \ll O\left[\frac{\mu_e}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial r}\right]
\end{aligned}
\qquad (D.8)
$$

onde μ_e representa uma viscosidade efetiva. A análise dos termos de (D.4) resulta em:

$$
\begin{aligned}
O\left[V_r\frac{\partial V_z}{\partial r}\right] &= O\left[\frac{V_r V_z}{r}\right] \\
O\left[V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}\right] &= O\left[\frac{V_z^2}{z}\right] = O\left[\frac{V_r V_z}{r}\right] \\
O\left[\frac{1}{r}\frac{\partial(r\tau_{rz})}{\partial r}\right] &= O\left[\frac{\tau_{rz}}{r}\right] = O\left[\frac{p}{z}\right] = O\left[\frac{\partial p}{\partial z}\right] \\
O\left[\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}\right] = O\left[\frac{\sigma_{zz}}{z}\right] &\ll O\left[\frac{p}{z}\right] = O\left[\frac{\partial p}{\partial z}\right]
\end{aligned}
\qquad (D.9)
$$

A partir da análise de ordem de grandeza acima, as equações (D1-D4) podem ser simplificadas para:

Conservação da Massa

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(rV_r)}{\partial r} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \qquad (D.10)$$

Quantidade de Movimento - direção radial

$$\rho\frac{V_\theta^2}{r} = \frac{\partial p}{\partial r} \qquad (D.11)$$

Quantidade de Movimento - direção tangencial

$$\rho\left(V_r\frac{\partial V_\theta}{\partial r} + V_z\frac{\partial V_\theta}{\partial z} + \frac{V_r V_\theta}{r}\right) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2\tau_{r\theta})}{\partial r} \qquad (D.12)$$

Quantidade de Movimento - direção axial

$$\rho\left(V_r\frac{\partial V_z}{\partial r}+V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial(r\tau_{rz})}{\partial r} \qquad (D.13)$$

Desenvolvimento das Equações do Método Integral

O objetivo deste estudo é adquirir uma melhor compreensão do escoamento girante, buscando determinar a evolução axial do giro e da pressão por meio da imposição de perfis de velocidade na direção radial. O método integral foi escolhido por ser, em princípio, válido tanto para o regime laminar quanto o turbulento. Uma geometria cilíndrica arbitrária é considerada, isto é, tanto um tubo pleno fixo quanto um espaço anular formado por peças cilíndricas concêntricas fixas de raios variáveis na direção axial.

Tomando o momento de (D.12) com relação à linha central do tubo e integrando ao longo de uma seção de forma arbitrária vem:

$$\int_{R_c(z)}^{R_w(z)}\rho r\left(V_r\frac{\partial V_\theta}{\partial r}+V_z\frac{\partial V_\theta}{\partial z}+\frac{V_rV_\theta}{r}\right)2\pi r dr=\int_{R_c(z)}^{R_w(z)}r\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2\tau_{r\theta})}{\partial r}\right]2\pi r dr$$

Buscando expressar o lado esquerdo em forma conservativa:

$$\int_{R_c(z)}^{R_w(z)}\rho\left[\frac{\partial(rV_rV_\theta)}{\partial r}-V_\theta\frac{\partial(rV_r)}{\partial r}+r\frac{\partial(V_zV_\theta)}{\partial z}-rV_\theta\underbrace{\frac{\partial V_z}{\partial z}}_{=-\frac{1}{r}\frac{\partial(rV_r)}{\partial r}}+V_rV_\theta\right]2\pi r dr$$

$$=\int_{R_c(z)}^{R_w(z)}\frac{\partial(r^2\tau_{r\theta})}{\partial r}2\pi dr$$

$$\int_{R_c(z)}^{R_w(z)}\rho\left[r\frac{\partial(rV_rV_\theta)}{\partial r}+r^2\frac{\partial(V_zV_\theta)}{\partial z}+rV_rV_\theta\right]dr=\int_{R_c(z)}^{R_w(z)}\frac{\partial(r^2\tau_{r\theta})}{\partial r}dr$$

$$\int_{R_c(z)}^{R_w(z)} \rho\left[\frac{\partial(r^2V_rV_\theta)}{\partial r} - rV_rV_\theta + \frac{\partial(r^2V_zV_\theta)}{\partial z} + rV_rV_\theta\right]dr = R_w^2(z)\tau_{r\theta,w} - R_c^2(z)\tau_{r\theta,c}$$

$$\int_{R_c(z)}^{R_w(z)} \rho\left[\frac{\partial(r^2V_rV_\theta)}{\partial r} + \frac{\partial(r^2V_zV_\theta)}{\partial z}\right]dr = R_w^2(z)\tau_{r\theta,w} - R_c^2(z)\tau_{r\theta,c}$$

Em $r = R_c(z)$ e $r = R_w(z)$ tem-se $V_r = 0 = V_\theta$. Logo:

$$\int_{R_c(z)}^{R_w(z)} \rho\frac{\partial(r^2V_rV_\theta)}{\partial r}dr = \rho\int_{R_c(z)}^{R_w(z)} \frac{\partial(r^2V_rV_\theta)}{\partial r}dr = 0$$

Assim:

$$\rho\int_{R_c(z)}^{R_w(z)} \frac{\partial(r^2V_zV_\theta)}{\partial z}dr = R_w^2(z)\tau_{r\theta,w} - R_c^2(z)\tau_{r\theta,c}$$

A integral pode ser expressa através da regra de Leibniz:

$$\frac{d}{dz}\int_{R_c(z)}^{R_w(z)} r^2V_zV_\theta dr$$

$$= \int_{R_c(z)}^{R_w(z)} \frac{\partial(r^2V_zV_\theta)}{\partial z}dr + \underbrace{V_z(R_w,z)}_{=0}\underbrace{V_\theta(R_w,z)}_{=0}R_w^2(z)R_w'(z)$$

$$- \underbrace{V_z(R_c,z)}_{=0}\underbrace{V_\theta(R_c,z)}_{=0}R_c^2(z)R_c'(z) = \int_{R_c(z)}^{R_w(z)} \frac{\partial(r^2V_zV_\theta)}{\partial z}dr$$

Portanto, a seguinte equação integral é obtida:

$$\boxed{\rho\frac{d}{dz}\int_{R_c(z)}^{R_w(z)} r^2V_\theta V_z dr = R_w^2(z)\tau_{r\theta,w} - R_c^2(z)\tau_{r\theta,c}} \qquad (D.14)$$

Deve ser notado que o sinal das tensões cisalhantes $\tau_{r\theta,w}$ e $\tau_{r\theta,c}$ fica implicitamente definido pela derivada radial do perfil de velocidade em $r = R_w$ e $r = R_c$, respectivamente. Assim, se perfis de velocidade válidos junto à parede são utilizados, tem-se:

$$\begin{aligned} \tau_{r\theta,w} &= \mu\left[r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{V_\theta}{r}\right)\right]_{r=R_w} < 0 \\ \tau_{r\theta,c} &= \mu\left[r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{V_\theta}{r}\right)\right]_{r=R_c} > 0 \end{aligned} \qquad (D.15)$$

Dessa forma, conforme (D.14), ambas as tensões contribuem, através de seus torques $R_w^2(z)\tau_{r\theta,w}2\pi dz$ e $R_c^2(z)\tau_{r\theta,c}2\pi dz$ para causar um decréscimo ao longo de z da quantidade $\int_{R_c}^{R_w}\rho r V_\theta V_z 2\pi r dr$, que corresponde à taxa de quantidade de movimento angular do fluido passando através de uma seção. Da mesma forma, a integração de (D.13) ao longo de uma seção fornece:

$$\int_{R_c(z)}^{R_w(z)}\rho\left(V_r\frac{\partial V_z}{\partial r}+V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)2\pi r dr = -\int_{R_c(z)}^{R_w(z)}\frac{\partial p}{\partial z}2\pi r dr + \int_{R_c(z)}^{R_w(z)}\frac{1}{r}\frac{\partial(r\tau_{rz})}{\partial r}2\pi r dr$$

$$\int_{R_c(z)}^{R_c(z)}\rho\left(rV_r\frac{\partial V_z}{\partial r}+rV_z\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)2\pi dr = -\int_{R_c(z)}^{R_w(z)}\frac{\partial p}{\partial z}2\pi r dr + \int_{R_c(z)}^{R_w(z)}\frac{\partial(r\tau_{rz})}{\partial r}2\pi dr$$

$$\int_{R_c(z)}^{R_w(z)}\rho\left[\frac{\partial(rV_rV_z)}{\partial r}-V_z\underbrace{\frac{\partial(rV_r)}{\partial r}}_{=-r\frac{\partial V_z}{\partial z}}+rV_z\frac{\partial V_z}{\partial z}\right]2\pi dr = -\int_{R_c(z)}^{R_w(z)}\frac{\partial p}{\partial z}2\pi r dr + \int_{R_c(z)}^{R_w(z)}\frac{\partial(r\tau_{rz})}{\partial r}2\pi dr$$

$$\int_{R_c(z)}^{R_w(z)} \rho\left[\frac{\partial(rV_rV_z)}{\partial r} + 2rV_z\frac{\partial V_z}{\partial z}\right]dr = -\int_{R_c(z)}^{R_w(z)} \frac{\partial p}{\partial z} r dr + R_w(z)\tau_{rz,w} - R_c(z)\tau_{rz,c}$$

Em $r = R_c(z)$ e $r = R_w(z)$ tem-se $V_r = 0 = V_z$. Logo:

$$\int_{R_c(z)}^{R_w(z)} \rho\frac{\partial(rV_rV_z)}{\partial r}dr = \rho\int_{R_c(z)}^{R_w(z)} \frac{\partial(rV_rV_\theta)}{\partial r}dr = 0$$

Assim:

$$\rho\int_{R_c(z)}^{R_w(z)} \frac{\partial V_z^2}{\partial z} r dr = -\int_{R_c(z)}^{R_w(z)} \frac{\partial p}{\partial z} r dr + R_w(z)\tau_{rz,w} - R_c(z)\tau_{rz,c}$$

Usando a regra de Leibniz para expressar as integrais:

$$\frac{d}{dz}\int_{R_c(z)}^{R_w(z)} rV_z^2 dr = \int_{R_c(z)}^{R_w(z)} \frac{\partial(rV_z^2)}{\partial z}dr + \underbrace{V_z^2(R_w,z)}_{=0} R_w(z)R_w'(z) - \underbrace{V_z^2(R_c,z)}_{=0} R_c(z)R_c'(z)$$

$$\frac{d}{dz}\int_{R_c(z)}^{R_w(z)} rp dr = \int_{R_c(z)}^{R_w(z)} \frac{\partial(rp)}{\partial z}dr + \underbrace{p(R_w,z)}_{=p_w(z)} R_w(z)R_w'(z) - \underbrace{p(R_w,z)}_{=p_c(z)} R_c(z)R_c'(z)$$

Portanto, a seguinte equação integral é obtida:

$$\boxed{\begin{aligned}\rho\frac{d}{dz}\int_{R_c(z)}^{R_w(z)} rV_z^2 dr = -\frac{d}{dz}\int_{R_c(z)}^{R_w(z)} rp dr + R_w(z)\left[\tau_{rz,w} + p_w(z)R_w'(z)\right] + \\ -R_c(z)\left[\tau_{rz,c} + p_c(z)R_w'(z)\right]\end{aligned}} \qquad (D.16)$$

onde:

$$\tau_{rz,w} = \mu\left[\frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z}\right]_{r=R_w} \cong \mu\left.\frac{\partial V_z}{\partial r}\right|_{r=R_w} < 0$$
$$\tau_{rz,c} = \mu\left[\frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z}\right]_{r=R_c} \cong \mu\left.\frac{\partial V_z}{\partial r}\right|_{r=R_c} > 0 \qquad (D.17)$$
$$R'_w(z) = \frac{dR_w}{dz}$$
$$R'_c(z) = \frac{dR_c}{dz}$$

Em síntese, o sistema de equações (D.10, D.11, D.14, D.16) permite estudar o problema através do método integral. A técnica de solução consiste em:

1) Admitir distribuições de velocidade para as componentes $V_\theta(r,z)$ e $V_z(r,z)$ que atendam às condições de contorno;
2) Obter o campo de pressões $p(r,z)$ por meio da integração de (D.11);
3) Resolver o sistema (D.14, D.16) para obter a dependência de V_θ e V_z com z;
4) Resolver (D.10) para determinar a distribuição da componente radial $V_r(r,z)$.

Decaimento Axial do Giro para Escoamento Laminar em um Tubo Pleno

Para escoamento girante em tubo pleno de raio constante, o sistema de equações do método integral se torna:($V_r = v$; $V_\theta = u$; $V_z = w$)

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \qquad (D.18)$$

$$\rho\frac{u^2}{r} = \frac{\partial p}{\partial r} \qquad (D.19)$$

$$\rho\frac{d}{dz}\int_0^R r^2 uw dr = R^2\tau_{r\theta,w} \qquad (D.20)$$

$$\rho\frac{d}{dz}\int_0^R rw^2 dr = -\frac{d}{dz}\int_0^R rp dr + R\tau_{rz,w} \qquad (D.21)$$

A equação (D.20) pode ser expressa em termos da intensidade de giro:

$$S = \frac{2\int_0^R wur^2 dr}{R^3 W_m^2} \qquad (D.22)$$

Assim:

$$\frac{\rho R^3 W_m^2}{2}\frac{dS}{dz} = R^2 \tau_{r\theta,w} \qquad (D.23)$$

O decaimento da intensidade de giro pode ser compreendida assumindo uma distribuição uniforme da componente axial de velocidade, isto é:

$$w \approx W_m = const \qquad (D.24)$$

de modo que:

$$S = \frac{2\int_0^R ur^2 dr}{R^3 W_m} \cong \frac{2\pi\int_0^R urdr}{\pi R^2 W_m} = \frac{U_m}{W_m} \qquad (D.25)$$

Pode-se determinar $\tau_{r\theta,w}$ da seguinte forma:

$$\tau_{r\theta,w} = -f_\theta \frac{\rho U_m^2}{2} \qquad (D.26)$$

onde, para escoamento laminar:

$$f_\theta = K\frac{\mu}{\rho U_m 2R} \qquad (D.27)$$

Dessa forma, a equação (D.23) fica:

$$2\rho R^2 W_m \frac{dS}{dz} = -K\mu S \qquad (D.28)$$

A solução da equação (D.28) fornece o decaimento exponencial de S:

$$S(z) = S_o e^{-\beta z} \qquad (D.29)$$

onde:

$$\beta = \frac{K\mu}{\rho W_m 2R^2} = \frac{K}{R\ Re} \qquad (D.30)$$