

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL D
TESE DEFENDIDA POR *Edvardo Netto de Souza*
E APROVADA PEL
COMISSÃO JULGADORA EM *25* de agosto de 2004

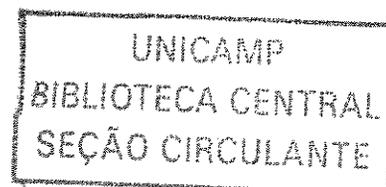
mauri mu
ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**Análises Teórica e Experimental do Fluxo de
Calor Variacional na Solidificação de Cilindros
Horizontais e sua Correlação com
Características Estruturais**

Autor: Eduardo Netto de Souza
Orientador: Prof. Dr. Amauri Garcia

16/04



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MATERIAIS**

**Análises Teórica e Experimental do Fluxo de
Calor Variacional na Solidificação de Cilindros
Horizontais e sua Correlação com
Características Estruturais**

Autor: Eduardo Netto de Souza
Orientador: Prof. Dr. Amauri Garcia

Curso: Engenharia Mecânica
Área de Concentração: Materiais e Processos de Fabricação

Tese de doutorado apresentada à Comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2004
S.P. – Brasil

UNIDADE	bc
Nº CHAMADA	T/UNICAMP
	So89a
V	EX
TOMBO BC/	62543
PROC.	16-06-05
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	11,00
DATA	1º/3/05
Nº CPD	

File id. 342876

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

So89a Souza, Eduardo Netto de
Análises teórica e experimental do fluxo de calor
variacional na solidificação de cilindros horizontais e sua
correlação com características estruturais / Eduardo
Netto de Souza.--Campinas, SP: [s.n.], 2004.

Orientador: Amauri Garcia.
Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Solidificação. 2. Fundição contínua. 3. Calor-
Transmissão. 4. Modelagem (fundição). 5. Diferenças
finitas. 6. Microestrutura. 7. Metais não ferrosos -
Metalografia. I. Garcia, Amauri. II. Universidade
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia
Mecânica. III. Título:

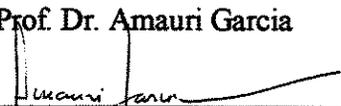
**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MATERIAIS**

TESE DE DOUTORADO

**Análises Teórica e Experimental do Fluxo de Calor
Variacional na Solidificação de Cilindros Horizontais e
sua Correlação com Características Estruturais**

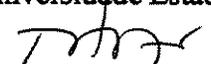
Autor: Eduardo Netto de Souza

Orientador: Prof. Dr. Amauri Garcia



Prof. Dr. Amauri Garcia, Presidente

Instituição: Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP



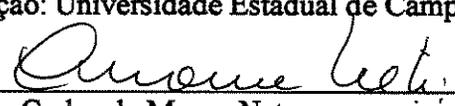
Prof. Dr. Rezende Gomes dos Santos

Instituição: Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP



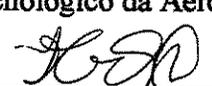
Prof. Dr. Paulo Roberto Mei

Instituição: Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP



Prof. Dr. Carlos de Moura Neto

Instituição: Instituto Tecnológico da Aeronáutica – ITA



Prof. Dr. Francisco Cristovão Lourenço de Mello

Instituição: Centro Técnico Aeroespacial - CTA

Campinas, agosto de 2004

à minha filha Vanessa

Agradecimentos

O autor manifesta os sinceros agradecimentos às seguintes pessoas e instituições pela valiosa colaboração na execução deste trabalho:

- Ao Prof. Dr. Amauri Garcia, pela orientação, dedicação e esforço pessoal;
- Ao Prof. Dr. Arno Müller, pela iniciação aos estudos de solidificação;
- Ao Prof. Dr. Jaime Alvares Spim Junior, da UFRGS pela oportunidade concedida;
- À Capes, pelo apoio financeiro;

- Aos colegas do Grupo de Pesquisa em Solidificação – GPS , em especial ao Carlos Alexandre dos Santos, Noé Cheung, José Eduardo Spinelli, José Carlos Pires, Alexandre Pitol, Daniel Rosa, Newton dos Santos, Ivaldo Leão, Cláudio Siqueira, Otávio Rocha, Manoel Peres, Fernando Sá, Maria Aparecida Pinto e Wislei Riuper pelas contribuições técnicas e desenvolvimento do trabalho.

- Aos técnicos da Unicamp, Geraldo, Sérgio, Rita, José Luis e Claudinete e demais funcionários, que de forma direta e indireta, contribuíram na realização desse trabalho.

- Aos colegas da república, pela amizade e companheirismo, André Jardini, Alexandre Durigan, Gabriel Rosseto, Fabiano Muccilo, Rodrigo Fredi, Renato Minicucci, , André Gustavo e Tiago Ferraz, juntamente, com seu auxílio e apoio técnico.

- Aos meus familiares, em especial aos meus pais Vanoly (*in memoriam*) e Luzia, aos meus irmãos, à Delba Nisi, pelo apoio constante nesta jornada e aos demais amigos, que sem os quais não chegaria aos degraus alcançados dessa conquista marcada pelo caminho intermediado pela fé e a razão.

Obrigado

"A Grande Obra é, antes de tudo, a criação do homem por si mesmo, isto é, a conquista plena e total que faz das suas faculdades e do seu futuro; é principalmente a emancipação perfeita da sua vontade..." (Alphonse Louis Constant).

Resumo

Souza, Eduardo Netto de, *Análises Teórica e Experimental do Fluxo de Calor Variacional na Solidificação de Cilindros Horizontais e sua Correlação com Características Estruturais*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2004. 174p. Tese (Doutorado)

Nos processos de lingotamento contínuo horizontal e fundição convencional em moldes com geometria cilíndrica, o coeficiente de transferência de calor é variável ao longo do perímetro da geometria em questão, resultando em assimetria estrutural nos produtos brutos de fusão. Para controlar as estruturas de solidificação, além de compreender os mecanismos de fluxo de calor, é necessário determinar os coeficientes de transferência de calor metal/molde durante o processo de solidificação. Com o auxílio da modelagem matemática desenvolvida por método de diferenças finitas, o presente trabalho correlaciona os parâmetros térmicos do processo com as estruturas de solidificação. O aparato experimental utilizado nos experimentos foi projetado para assegurar um fluxo de calor essencialmente radial unidirecional durante o processo de solidificação com uma lingoteira refrigerada a água em aço inox, e com a superfície polida no contato com o metal. Os experimentos foram realizados com as ligas Sn-5%Pb, Sn-15%Pb e Sn-20%Pb, analisando-se o efeito da temperatura de vazamento do metal líquido no coeficiente de transferência de calor com superaquecimentos de 3% e 20% acima da temperatura *liquidus*. O método utilizado para determinação do coeficiente de transferência de calor metal/molde (h) é o IHCP (*Inverse Heat Conduction Problem*), baseado em perfis térmicos experimentais em pontos específicos do lingote em conjunto com o modelo matemático de solidificação. O método consiste em estimar um coeficiente na interface metal/molde a partir do modelo matemático e

confrontar com resultados obtidos experimentalmente. Os resultados permitem a determinação de expressões de coeficiente de transferência de calor metal/molde como uma função exponencial em relação ao tempo para diferentes composições e superaquecimentos. Leis experimentais são estabelecidas, descrevendo a posição da isoterma *liquidus* (P_L) e a velocidade da isoterma *liquidus* (V_L) durante o processo de solidificação. Os parâmetros térmicos de solidificação, tais como, a velocidade da isoterma *liquidus* e taxa de resfriamento são correlacionados com os espaçamentos dendríticos secundários.

Palavras Chave

Solidificação Cilíndrica Horizontal, Modelagem de Fluxo de Calor, Coeficiente de Transferência de Calor Metal/molde, Microestrutura Dendrítica, Ligas de Sn-Pb.

Abstract

Souza, Eduardo Netto de, *Theoretical and Experimental Analysis of the Variational Heat Flux during Solidification of Horizontal Cylinders and Correlation with Structural Characteristics*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2004. 174p. Tese (Doutorado)

In continuous casting and conventional foundry of horizontal cylinders, the metal/mold heat transfer coefficient is variable along the perimeter of the cross section, generating asymmetrical as-cast structures. To control the structure of cast alloys it is necessary to understand the heat flow mechanisms and to characterize the heat transfer coefficients during solidification. With the aid of a numerical mathematical model developed by using a finite difference method, the present work focuses on the relationships between solidification thermal conditions and as-cast structures. The casting assembly used in solidification experiments was designed to ensure a dominant unidirectional radial heat flow during solidification. A water-cooled stainless steel chill was used, with the heat-extracting surface being polished. Experiments were performed with Sn-5wt%Pb, Sn-15wt%Pb and Sn-20wt%Pb alloys. The effect of liquid metal superheat on heat transfer coefficient was also investigated by using two different degrees of superheat: 3% and 20% above the *liquidus* temperature. The method of determination of metal/mold heat transfer coefficient (h) is based on temperature histories at interior points of the casting together with a mathematical model of heat transfer during solidification by solving the IHCP (Inverse Heat Conduction Problem). The inverse problem consists of estimating the boundary heat transfer coefficient at the metal/mold interface from measured environment and metal temperatures. The results permit the establishment of expressions of metal/mold heat transfer coefficients as a power function of time, for different alloy composition and melt superheats. Experimental laws

describing position of *liquidus* isotherm (P_L) and tip growth rate (V_L) during solidification have been established. Solidification thermal variables such as tip growth rate and cooling rate are correlated with secondary dendrite arm spacings.

Key Words

Solidification of Horizontal Cylinders, Heat Flow Model, Metal/Mold Heat Transfer Coefficients, Dendritic Microstructure, Sn-Pb Alloys.

Sumário

Lista de Figuras	iv
Lista de Tabelas	xvi
Nomenclatura	xviii
1. Introdução	
1.1. Considerações Gerais	1
1.2. Objetivos do Trabalho	4
2. Aspectos Conceituais da Solidificação com Ênfase a Geometrias Cilíndricas	6
2.1. Considerações Iniciais	6
2.2. Transferência de Calor no Processo de Solidificação	10
2.2.1. Liberação do Calor Latente no Intervalo de Solidificação	
2.2.2. Formação de <i>Gap</i> de Ar na Interface Metal/Molde	21
2.2.3. Determinação do Coeficiente de Transferência de Calor Metal/Molde	26
2.3. Variáveis Térmicas de Solidificação	30
2.3.1. Tempo Local de Solidificação (t_{SL})	30
2.3.2. Velocidade de Deslocamento da Ponta da Dendrita (V_L)	31
2.3.3. Gradiente de Temperatura (G_L)	31
2.3.4. Taxa de Resfriamento (\dot{T})	32
2.4. Parâmetros Estruturais	32
2.4.1. Macroestruturas de Solidificação	34
2.4.2. Microestruturas de Solidificação	35
2.4.3. Correlação dos Parâmetros Microestruturais com as Variáveis Térmicas	36

3. Modelagem Matemática na Solidificação	41
3.1. Introdução	41
3.2. Aspectos da Modelagem Matemática Analítica de Solidificação	42
3.3. Modelo de Solidificação Analítica Unidirecional	45
3.3.1. Solidificação com Frente Plana	45
3.3.2. Solidificação Unidirecional de Ligas Binárias	52
3.4. Modelo Analítico para Fluxo de Calor Radial em Moldes Refrigerados para Ligas Binárias	59
3.5. Aspectos da Modelagem Numérica de Solidificação	65
3.5.1. Introdução à Modelagem Numérica	65
3.5.2. Método de Diferenças Finitas (M.D.F.)	66
3.5.2.1. Método de Diferença Finito Explícito	71
3.5.2.2. Método de Diferença Finito Implícito	71
3.5.3. Evolução do Calor Latente na Transformação de Fase Durante a Solidificação	72
3.5.3.1. Método de Dusenberre	73
3.5.3.2. Método da Entalpia	74
3.6. Desenvolvimento do Modelo Numérico para Solidificação em Geometrias Cilíndricas	77
3.6.1. Condições de Convergência para o Modelo Numérico em Geometrias Cilíndricas	85
3.6.1.1. Condição de Convergência para os Elementos Nodais Interiores	85
3.6.1.2. Condição de Convergência para o Elemento Nodal da Superfície	86
3.6.1.3. Condição de Convergência para o Elemento Central do Cilindro	87
3.6.2. Desenvolvimento de Modelo Numérico pelo Método Implícito	87
4. Materiais e Métodos	90
4.1. Preparação das Ligas	92
4.2. Sistema de Solidificação de Cilindros Horizontais	94

4.3. Obtenção dos Lingotes Cilíndricos Horizontais e Análise Térmica da Solidificação	97
4.4. Determinação do Coeficiente de Transferência de Calor Global	99
4.5. Procedimentos Metalográficos	101
4.5.1. Preparação da Amostra para Macrografia	102
4.5.2. Preparação da Amostra para Micrografia	103
4.6. Procedimentos para Determinação dos Parâmetros Estruturais	104
4.7. Procedimentos para Determinação das Variáveis Térmicas da Solidificação	106
5. Resultados e Discussões	108
5.1. Considerações Iniciais	108
5.2. Aferição Preliminar do Modelo Numérico para Coordenadas Cilíndricas	109
5.3. Ensaio com Diferentes Ligas e Diferentes Condições de Solidificação	111
5.4. Determinação da Progressão da Isoterma <i>Liquidus</i>	119
5.5. Análise das Variáveis Térmicas de Solidificação	124
5.5.1. Coeficiente de Transferência de Calor em Regime Transitório	124
5.5.2. Análise da Velocidade da Isoterma <i>Liquidus</i> (V_L)	128
5.5.3. Gradiente de Temperatura e Taxa de Resfriamento à Frente da Isoterma <i>Liquidus</i>	133
5.5.4. Análise da Influência do Superaquecimento	134
5.6. Análise Microestrutural	137
5.7. Correlação das Estruturas com os Parâmetros Térmicos	142
6. Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros	149
6.1. Conclusões	149
6.2. Sugestões para Trabalhos Futuros	152
Referências Bibliográficas	153
Apêndice A	169

Lista de Figuras

- Figura 1.1. Variação do *gap* ao longo da seção transversal de um cilindro horizontal. 3
- Figura 1.2. Peça em processo de simulação por um software comercial, evidenciando uma seção em que o fluxo de calor na interface metal/molde é considerado constante ao longo do perímetro. 4
- Figura 2.1. Esquema de um equipamento experimental de lingotamento contínuo horizontal (LAFUN/UFRGS), evidenciando a assimetria das isotermas durante o processo de solidificação. 7
- Figura 2.2(a). Macrografia da seção transversal de um lingote de AlSi obtido por lingotamento contínuo horizontal. Ataque HF 15% [Souza, 2002]. 8
- Figura 2.2(b). Superfície de um lingote obtido por LCH, mostrando as marcas de evidência do ciclo de puxamento do processo [Souza, 1997]. 8
- Figura 2.3. Macroestrutura típica de lingotes por LCH. (a) 50 cm/min; (b) 7,5 cm/min; (c) 10 cm/min; (d) 15 cm/min [Hadden e Indyk, 1979]. 9
- Figura 2.4. Efeito geométrico do sistema metal/molde na variação do *gap* de ar [Campbell, 1991]. 10

Figura 2.5. Elemento de referência do sistema metal/molde com solidificação radial [Santos,2000].	11
Figura 2.6. Mecanismos de transferência de calor no sistema metal/molde [Garcia,2001].	12
Figura 2.7. Esquema representativo de um elemento de volume de um sistema metal metal/molde [Santos,2000].	13
Figura 2.8. Comparação de perfis térmicos obtidos para os diferentes modos de liberação de calor – Al-4,5% Cu – adaptado [Chen,1990].	18
Figura 2.9. Comparação de perfis térmicos obtidos para os diferentes modos de liberação de calor –Aço 1% Cu – adaptado[Chen, 1990].	18
Figura 2.10. Diagrama esquemático mostrando comparativamente as formas real, Scheil e Scheil truncado – adaptado [Flood, 1987].	20
Figura 2.11. Gráficos da posição da linha <i>solidus</i> em relação ao tempo durante a solidificação da liga Al-4,5% Cu –adaptado [McCartney, 1988]. (a) Caso considerando superesfriamento. (b) Caso sem considerar superesfriamento.	20
Figura 2.12. Dinâmica de formação do <i>gap</i> na interface metal/molde – adaptado [Loulou, 1999a].	22
Figura 2.13. Fluidez no sistema Sn-Pb – adaptado [Ragone,1956].	23
Figura 2.14. Evolução da resistência térmica em função do tempo nos instantes iniciais do processo de solidificação para estanho, chumbo e zinco [Lolou et al, 1999].	24
Figura 2.15. Exemplo esquemático mostrado a diferença entre o Método Direto e o Indireto.	27
Figura 2.16. Resistências térmicas do sistema lingote/molde.	28

Figura 2.17. Representação da resistência térmica global.	29
Figura 2.18. Desenho esquemático mostrando um gráfico dos deslocamentos das isothermas <i>solidus</i> e <i>liquidus</i> ao longo de um elemento de volume L. T_L - isoterma <i>liquidus</i> . T_s - isoterma <i>solidus</i> .	30
Figura 2.19. Desenho esquemático mostrando um gráfico da velocidade em função da posição e, os deslocamentos das isothermas <i>solidus</i> e <i>liquidus</i> ao longo de um elemento de volume L. T_L - isoterma <i>liquidus</i> . T_s - isoterma <i>solidus</i> .	31
Figura 2.20. Desenho esquemático mostrando um gráfico do gradiente de temperatura à frente da <i>isoterma liquidus</i> em função da posição.	31
Figura 2.21. Diagrama de equilíbrio do sistema Pb-Sn. A) composição C1- Estrutura α . B) composição C2- Estrutura $\alpha + \beta$. C) composição C2 -estrutura eutética [Massalski,1990].	33
Figura 2.22. Esquema da estrutura de um lingote com extração de calor radial indicando as zonas coquilhada, colunar e equiaxial [Santos,2000].	35
Figura 2.23. Representação dos espaçamentos celulares (λ_c), espaçamentos dendríticos primários (λ_1), secundários (λ_2) e terciários (λ_3).	36
Figura 3.1. Perfis térmicos para sistemas metal/molde conforme solução obtida por (A) Schwarz, considera molde semi-infinito. (B) Neumann e Lightfoot consideram o molde perfeito absorvedor de calor (moldes refrigerados). (C) Lyubov, que não considera o superaquecimento.	43
Figura 3.2. Perfil de temperaturas do sistema metal/molde evidenciando o fluxo de calor nas interfaces metal/molde e sólido/líquido.	44

Figura 3.3. Esquema representativo de um perfil de temperaturas no sistema metal/molde.	46
Figura 3.4. Esquema do sistema metal/molde virtual e real para um perfil térmico.	48
Figura 3.5. Esquema do sistema metal/molde virtual e real para ligas binárias para um perfil térmico.	52
Figura 3.6. Esquema ilustrativo e nomenclatura utilizada para o sistema unidirecional (a) e radial (b).	60
Figura 3.7. Perfil térmico de um molde refrigerado nos sistemas real e virtual com as variáveis de fluxo de calor radial.	62
Figura 3.8. Esquema mostrando a determinação das constantes ϕ_1 e ϕ_2 [Garcia,2001].	64
Figura 3.9. Representação de elementos de malha de um sistema.	66
Figura 3.10. Representação de uma derivada de avanço de uma função $T=f(x)$.	67
Figura 3.11. Representação de uma derivada de retorno de uma função $T=f(x)$.	67
Figura 3.12. Representação de uma derivada central de uma função $T=f(x)$.	68
Figura 3.13. Fluxo de energia em um nó i em uma malha com volume onde $\Delta x = \Delta y = \Delta z$.	69
Figura 3.14. Esquema de balanço de energia para um elemento de malha i .	70
Figura 3.15. Método de Dussinberre para a evolução do calor latente de solidificação.	74

Figura 3.16. Esquema mostrando a relação entre entalpia e temperatura durante o fenômeno da solidificação [Özisik, 1994].	76
Figura 3.17. Sistema de coordenadas cilíndricas.	78
Figura 3.18. Comparação entre as aproximações da derivada de primeira ordem: diferença finita de avanço e diferença finita central.	80
Figura 3.19. Desenho esquemático de balanço térmico unidimensional num elemento de volume cilíndrico, em que q é a taxa de calor proveniente dos nós vizinhos, quantificada pelos termos entre colchetes da equação (3.107).	80
Figura 3.20. Malha de diferenças finitas para o sistema metal/molde.	81
Figura 3.21. Dimensões de um elemento de malha na interface metal/molde.	82
Figura 3.22. Desenho esquemático para o tratamento da interface sólido/líquido.	84
Figura 3.23. Desenho esquemático para tratamento das propriedades térmicas na zona pastosa.	85
Figura 3.24. Comparação da modelagem numérica desenvolvida entre os métodos Explícito e Implícito.	89
Figura 4.1. Fluxograma representativo dos passos de atividades executados durante o procedimento experimental deste trabalho. P_L - posição da isoterma liquidus; V_L - velocidade de deslocamento da isoterma liquidus, h - coeficiente de transferência de calor; t - tempo.	91
Figura 4.2. Temperatura <i>liquidus</i> do sistema Sn-Pb obtida pelo <i>software Thermo-Calc</i> .	92
Figura 4.3. Aferição da liga Sn15%Pb.	93

Figura 4.4. Equipamentos/componentes utilizados para preparação e fusão da liga: (a) balança digital para o cálculo da carga (b) cadinho de grafite (c) forno elétrico tipo mufla.	93
Figura 4.5. Sistema de aquisição de dados para o monitoramento da temperatura. (a) termopar tipo J, (b) registrador A/D e (c) tela do computador com o software <i>Data-Control</i> registrando um perfil de temperaturas.	94
Figura 4.6. Sistema de aquecimento com a lingoteira cilíndrica horizontal.	94
Figura 4.7. Lingoteira cilíndrica horizontal em aço inoxidável.	94
Figura 4.8. Conjunto forno e lingoteira.	95
Figura 4.9. Forno resistivo (vista de topo).	95
Figura 4.10. Controlador de temperatura do forno resistivo e registrador de temperaturas para obtenção dos perfis térmicos.	96
Figura 4.11. Conjunto sistema de aquecimento e resfriamento com termopares posicionados para aquisição de dados.	96
Figura 4.12. Rotâmetro para a medição da vazão.	96
Figura 4.13. Dimensionamento da lingoteira refrigerada em aço inox [mm].	96
Figura 4.14. Posicionamento dos termopares colocados longitudinalmente na lingoteira.	97
Figura 4.15. Posicionamento dos termopares na lingoteira cilíndrica horizontal.	97

Figura 4.16. Corte da amostra do lingote para averiguação do posicionamento dos termopares: (a) parte externa do lingote com os termopares cortados (b) lingote com a amostra retirada.	98
Figura 4.17. Posicionamento dos termopares no conjunto forno/lingoteira.	99
Figura 4.18. Esquema para obtenção do coeficiente de transferência de calor metal/molde no processo de solidificação de cilindros horizontais.	100
Figura 4.19. (a) Macrografia mostrando a evolução das estruturas. (b) Micrografia mostrando a estrutura dendrítica de uma liga de Sn20%Pb.	102
Figura 4.20. Amostra para análise do espaçamento dendrítico secundário.	104
Figura 4.21. (a) Microscópio ótico Neophot 32 para análise das amostras. (b) Software para análise de imagem acoplado ao microscópio ótico Neophot 32.	105
Figura 4.22. Método de medição do λ_2 na seção longitudinal de uma ramificação dendrítica.	105
Figura 4.23. Determinação experimental da progressão da isoterma <i>liquidus</i> com termopares posicionados a 5, 14, 20, 26 e 35mm da interface metal/molde.	106
Figura 5.1. Esquema do aparato experimental para solidificação radial ascendente [Santos,1985].	109
Figura 5.2. Comparação entre o modelo numérico e analítico apresentando os tempos de solidificação do chumbo puro na forma adimensional ao longo do sistema radial cilíndrico.	110
Figura 5.3. Macroestrutura da seção transversal: Sn-15%Pb. $T_v = 252$ °C.	111

Figura 5.4. Macrografia da liga Sn5%Pb. $T_v = 232^\circ\text{C}$.	112
Figura 5.5. Macrografia da liga Sn5%Pb. $T_v = 270^\circ\text{C}$.	112
Figura 5.6. Macrografia da liga Sn15%Pb. $T_v = 217^\circ\text{C}$.	112
Figura 5.7. Macrografia da liga Sn20%Pb. $T_v = 210^\circ\text{C}$.	112
Figura 5.8. Posicionamento dos termopares para aquisição dos perfis de temperatura.	113
Figura 5.9. Perfis térmicos monitorizados por termopares em posições simétricas (90°).	114
Figura 5.10. Curvas de resfriamento: experimental e simulada: Sn-5%Pb. $T_v = 232^\circ\text{C}$.	114
Figura 5.11. Curvas de resfriamento: experimental e simulada: Sn-5%Pb. $T_v = 270^\circ\text{C}$.	115
Figura 5.12. Curvas de resfriamento: experimental e simulada: Sn-15%Pb. $T_v = 217^\circ\text{C}$.	115
Figura 5.13. Curvas de resfriamento: experimental e simulado: Sn15%Pb. $T_v = 252^\circ\text{C}$.	116
Figura 5.14. Variação do coeficiente de transferência de calor com o tempo. Sn5%Pb. $T_v = 232^\circ\text{C}$.	117
Figura 5.15. Variação do coeficiente de transferência de calor com o tempo. Sn5%Pb. $T_v = 270^\circ\text{C}$.	118
Figura 5.16. Variação do coeficiente de transferência de calor com o tempo. Sn15%Pb. $T_v = 217^\circ\text{C}$.	118
Figura 5.17. Variação do coeficiente de transferência de calor com o tempo. Sn15%Pb. $T_v = 252^\circ\text{C}$.	118

Figura 5.18. Elemento de referência para análise da progressão da isoterma <i>liquidus</i> .	119
Figura 5.19. Posicionamento dos termopares para monitorização das temperaturas.	119
Figura 5.20. Perfis térmicos para a liga de Sn5%Pb. 3% de superaquecimento.	120
Figura 5.21. Perfis térmicos para a liga de Sn15%Pb. 3% de superaquecimento.	120
Figura 5.22. Perfis térmicos para a liga de Sn20%Pb. 3% de superaquecimento.	121
Figura 5.23. Progressão teórica e experimental da isoterma <i>liquidus</i> a partir da base para Sn5%Pb.	122
Figura 5.24. Progressão teórica e experimental da isoterma <i>liquidus</i> a partir da base para Sn15%Pb.	122
Figura 5.25. Progressão teórica e experimental da isoterma <i>liquidus</i> a partir da base para Sn20%Pb.	123
Figura 5.26. Evolução comparativa das isotermas <i>liquidus</i> para as ligas do sistema Sn-Pb, através de simulações numéricas com h determinado pelo confronto teórico-experimental.	124
Figura 5.27. Variação de h para as ligas Sn-Pb. Superaquecimento de 3%.	125
Figura 5.28. Variação do h para a posição 90° para Sn5%Pb e Sn15%Pb. Superaquecimento de 3%.	126
Figura 5.29. Variação do h para a posição 45° para Sn5%Pb e Sn15%Pb. Superaquecimento de 3%.	126

Figura 5.30. Variação do h para a posição 90° para Sn5%Pb e Sn15%Pb. Superaquecimento de 20%.	127
Figura 5.31. Variação do h para a posição 45° para Sn5%Pb e Sn15%Pb. Superaquecimento de 20%.	127
Figura 5.32. Variação do h para a base para Sn5%Pb e Sn15%Pb. Superaquecimento de 20%.	128
Figura 5.33. Velocidade da isoterma <i>liquidus</i> teórica e experimental durante o processo de solidificação em geometria cilíndrica da liga Sn5%Pb.	129
Figura 5.34. Velocidade da isoterma <i>liquidus</i> teórica e experimental durante o processo de solidificação em geometria cilíndrica da liga Sn15%Pb.	129
Figura 5.35. Velocidade da isoterma <i>liquidus</i> teórica e experimental durante o processo de solidificação em geometria cilíndrica da liga Sn20%Pb.	130
Figura 5.36. Perfis do inverso da velocidade evidenciando o ponto de reversão da velocidade.	131
Figura 5.37. Velocidades das isotermas <i>liquidus</i> obtidas por M.D.F. para as ligas do sistema Sn-Pb com 3% de superaquecimento.	132
Figura 5.38. Variação de h nos instantes iniciais no processo de solidificação para as ligas do sistema Sn-Pb.	132
Figura 5.39. Gradiente de temperatura à frente da isoterma <i>liquidus</i> para as ligas do sistema Sn-Pb com baixo superaquecimento.	133
Figura 5.40. Taxas de resfriamento à frente da isoterma <i>liquidus</i> para as ligas do sistema Sn-Pb com baixo superaquecimento.	134

Figura 5.41. Progressão da isoterma <i>liquidus</i> com baixo e alto superaquecimento para o Sn5%Pb e Sn15%Pb.	135
Figura 5.42. Velocidades da isoterma <i>liquidus</i> com baixo e alto superaquecimento para Sn5%Pb e Sn15%Pb.	136
Figura 5.43. Gradiente de temperatura para as ligas do sistema Sn-Pb com baixo e alto superaquecimento.	136
Figura 5.44. Espaçamento dendrítico secundário Sn-5%Pb com 3% de superaquecimento.	137
Figura 5.45. Espaçamento dendrítico secundário da liga Sn-15%Pb com 3% de superaquecimento.	137
Figura 5.46. Espaçamento dendrítico secundário da liga Sn20%Pb com 3% de superaquecimento.	138
Figura 5.47. Espaçamentos dendríticos secundários para as ligas do sistema Sn-Pb. Superaquecimento de 3%.	138
Figura 5.48. Espaçamento dendrítico secundário da liga Sn5%Pb com 20% de superaquecimento.	139
Figura 5.49. Espaçamento dendrítico secundário da liga Sn15%Pb com 20% de superaquecimento.	140
Figura 5.50. Espaçamento dendrítico secundário da liga Sn5%Pb com 3% e 20% de superaquecimento.	140
Figura 5.51. Espaçamento dendrítico secundário da liga Sn15%Pb com 3% e 20% de superaquecimento.	141
Figura 5.52. Espaçamento dendrítico secundário das ligas Sn5%Pb e Sn15%Pb com 20% de superaquecimento.	141

Figura 5.53. Correlação dos EDS com a velocidade da isoterma <i>liquidus</i> . Sn5%Pb. 3% de superaquecimento.	143
Figura 5.54. Correlação dos EDS com a velocidade da isoterma <i>liquidus</i> . Sn15%Pb. 3% de superaquecimento.	144
Figura 5.55. Correlação dos EDS com a velocidade da isoterma <i>liquidus</i> . Sn20%Pb. 3% de superaquecimento.	144
Figura 5.56. Correlação dos EDS com a velocidade da isoterma <i>liquidus</i> . Sn5%Pb. 20% de superaquecimento.	145
Figura 5.57. Correlação dos EDS com a velocidade da isoterma <i>liquidus</i> . Sn15%Pb. 20% de superaquecimento.	145
Figura 5.58. Correlação dos EDS com a taxa de resfriamento para liga Sn5%Pb. 3% de superaquecimento.	146
Figura 5.59. Correlação dos EDS com a taxa de resfriamento para liga Sn15%Pb. 3% de superaquecimento.	147
Figura 5.60. Correlação dos EDS com a taxa de resfriamento para liga Sn20%Pb. 3% de superaquecimento.	147

Lista de Tabelas

Tabela 2.1. Equações experimentais dos espaçamentos dendríticos secundários (EDS) indicando o fator exponencial e o valor da constante C para diversas ligas metálicas.	38
Tabela 2.2. Modelos teóricos de crescimento dendríticos secundários (EDS).	39
Tabela 4.1. Composição química dos metais usados para preparação das ligas Sn-Pb.	92
Tabela 4.2. Posições dos perfis térmicos registrados nas ligas do sistema Sn-Pb.	98
Tabela 4.3. Propriedades das ligas Sn-Pb.	101
Tabela 5.1. Distância em relação à base do encontro das estruturas de solidificação.	113
Tabela 5.2. Equações dos coeficientes transitórios de transferência de calor (h).	117
Tabela 5.3. Correlações dos λ_2 com a velocidade das isoterma <i>liquidus</i> com 3% de superaquecimento.	143

Tabela 5.4. Correlações dos λ_2 com a velocidade das isoterma *liquidus* com 20% superaquecimento. 146

Tabela 5.5. Correlações dos λ_2 com a taxa de resfriamento (\dot{T}). 148

Nomenclatura

Letras Latinas

a - Difusividade térmica	[m ² /s]
a - Coeficiente para cálculo do λ_1 (Hunt – Lu)	[adimensional]
a_1 - Fator de calibração para correção do λ_1 do modelo Bouchard – Kirkaldy	[adimensional]
a_2 - Fator de calibração para correção do λ_2 do modelo Bouchard – Kirkaldy	[adimensional]
a, n – constantes da equação exponencial do h em regime transitório	
a_i, b_i, c_i, d_i - Coeficientes pertencentes à matriz [M]	
A - Área da superfície	[m ²]
A, B - Variáveis da equação geral para determinação do perfil térmico	
A_i - Área da superfície	[m ²]
c - Calor específico	[J/(kg.K)]
c' - Pseudocalor específico	[J/(kg.K)]
C - Composição	[%]
C_1 – Constante de proporcionalidade de crescimento dendrítico	[K.m ^{0,5} /s ^{0,5}]
C_o - Concentração de soluto da liga	[adimensional]
C_L - Concentração de soluto no líquido	[adimensional]

$C_{Lm\acute{a}x}$ - Concentração máxima do líquido interdendrítico	[adimensional]
C_S - Concentração de soluto no sólido	[adimensional]
d - Diâmetro do lingote	[m]
D_L - Difusividade de soluto no líquido	[m^2/s]
D_S - Difusividade de soluto no sólido	[m^2/s]
e - Espessura da casca solidificada	[m]
E_0 - Espessura de material adicionado de molde no sistema virtual unidirecional	[m]
f_s - Fração sólida	[adimensional]
F_o - Número de Fourier	[adimensional]
G - Gradiente térmico	[K/m]
G_L/G_o - Gradiente relativo que reflete a instabilidade celular	[adimensional]
G_L - Gradiente térmico junto à isoterma liquidus	[K/m]
$G_o\varepsilon$ - Parâmetro característico e fator de escala definido experimentalmente	[K/cm]
h - Coeficiente de transferência de calor metal/molde	[$W/(m^2K)$]
H - Entalpia	[J/kg]
k - Condutividade térmica	[$W/(m.K)$]
k_{eq} - Condutividade térmica equivalente	[$W/(m.K)$]
k_0 - Coeficiente de partição do soluto	[adimensional]
L - Calor latente de fusão da liga	[J/kg]
L - Comprimento de uma seção longitudinal (capítulo 2)	[m]
L_o - Espessura adicionada de material da zona pastosa no sistema virtual radial	[m]
m - Inclinação da isoterma <i>liquidus</i> (capítulo 2)	
m - Constante relacionada com a relação de difusividade entre o metal pastoso e o metal líquido (capítulo 3)	[adimensional]

M - Parâmetro de engrossamento no crescimento dendrítico (capítulo 2)	[$10^{12} \text{ cm}^3/\text{s}$]
M - Constante metal/molde (capítulo 3)	[adimensional]
N - Constante relacionada com a relação de difusividade entre o metal e molde	[adimensional]
n - Constante relacionada com a relação de difusividade entre o metal sólido e o metal líquido (capítulo 3)	[adimensional]
n - Estágios de iterações (capítulo 2)	[adimensional]
p - Pressão metalostática	[kgf/m^2]
P _L - Posição da isoterma <i>liquidus</i>	[mm]
P _t - Propriedade termofísica	
q - Fluxo de calor	[W/m^2]
q _o - Fluxos de calor na interface metal/molde	[W/m^2]
q _s - Fluxos de calor na interface sólido/líquido	[W/m^2]
\dot{q} - Geração interna de calor	[W/m^3]
r - Posição em um sistema radial	[m]
r _o - Raio total do metal no molde do sistema radial	[m]
r _s - Raio da posição da isoterma <i>solidus</i>	[m]
r _L - Raio da posição da isoterma <i>liquidus</i>	[m]
R- Resistência térmica	[$\text{m}^2.\text{K}/\text{W}$]
R _{LO} - Espessura de material de zona pastosa no sistema virtual radial	[m]
R _{L'} - Espessura real da posição da isoterma <i>liquidus</i> no sistema radial	[m]
R _{S'} - Espessura real da posição da isoterma <i>solidus</i> no sistema radial	[m]
R _{SO} - Espessura de material de metal no sistema virtual radial	[m]
S - Desvio de temperatura	[$^{\circ}\text{C}^2$]
S' - Espessura solidificada no sistema virtual unidirecional	[m]

S_S' - Espessura da isoterma <i>solidus</i> no sistema virtual unidirecional	[m]
S_L' - Espessura da isoterma <i>liquidus</i> no sistema virtual unidirecional	[m]
S_o - Espessura de metal adicionado na interface do sistema virtual unidirecional	[m]
S_L - Espessura do avanço da isoterma <i>liquidus</i>	[m]
S_S - Espessura da casca solidificada a partir da isoterma <i>solidus</i>	[m]
s - Espessura da casca solidificada	[m]
t - Tempo	[s]
t' - Tempo de solidificação no sistema virtual	[s]
t^* - Tempo adimensional	[s]
t_o - Tempo de solidificação da espessura S_o no sistema virtual	[s]
t_{sL} - Tempo de passagem da isoterma <i>liquidus</i>	[s]
t_{sL} - Tempo local de solidificação	[s]
t_{sS} - Tempo de passagem da isoterma <i>solidus</i>	[s]
T - Temperatura	[°C]
\dot{T} - Taxa de resfriamento	[°C/s]
T_o - Temperatura ambiente	[°C]
T_{calc} - Temperatura calculada	[°C]
T_{exp} - Temperatura experimental	[°C]
T_f - Temperatura de fusão	[°C]
T_i - Temperatura na interface metal/molde	[°C]
T_{im} - Temperatura da superfície interna do molde	[°C]
T_{is} - Temperatura da superfície interna do sólido	[°C]
T_L - Temperatura <i>liquidus</i>	[°C]
T_m - Temperatura do molde	[°C]

T_S - Temperatura <i>solidus</i>	[°C]
T_v - Temperatura de vazamento	[°C]
V - Velocidade de deslocamento da dendrita no seu crescimento (Capítulo 2)	[m/s]
$V(t)$ - Velocidade de crescimento da espessura de <i>gap</i> de ar	[m/s]
V - Volume	[m ³]
V_L - Volume de líquido remanescente durante o processo de solidificação (capítulo 3)	[m ³]
V_L - Velocidade da isoterma <i>liquidus</i>	[mm/s]
V_T - Volume total	[m ³]
x - Distância em um sistema unidirecional	[m]
x^* - Distância no sistema virtual	[m]
z - Posição no sentido longitudinal do lingote	[m]

Letras Gregas

α - Difusividade térmica (capítulo 3)	[m ² /s]
α, β - Fator multiplicativo da cinética da solidificação em relação a S e S^2 , respectivamente	
δ - Termo independente da equação geral relativo à isoterma <i>solidus</i>	
Δ - Variação	
Δr - Variação de raio correspondente a um nó no sistema radial	[m]
Δt - Incremento de tempo	[s]
ΔT - Diferença entre a temperatura de equilíbrio <i>liquidus</i> e <i>solidus</i>	[°C]
ΔT_D - Superesfriamento na ponta da dendrita	[°C]

ΔT_V - Superaquecimento acima da isoterma <i>liquidus</i>	[%]
Δx - Comprimento de um nó no sistema unidirecional	[m]
Δy - Largura de um nó no sistema unidirecional	[m]
Δz - Altura de um nó no sistema unidirecional	[m]
ε - Fator de escala para tensão superficial	[adimensional]
Σ - Somatório	
ϕ - Constante de solidificação	[adimensional]
ϕ_1 - Constante de solidificação relacionada com a isoterma <i>solidus</i>	[adimensional]
ϕ_2 - Constante de solidificação relacionada com a isoterma <i>liquidus</i>	[adimensional]
Γ - Coeficiente de Gibbs- Thomson	[mK]
λ - Espaçamento interdendrítico local	[μ m]
λ_C - Espaçamento celular	[μ m]
λ_1 - Espaçamento dos braços dendríticos primários	[μ m]
λ_2 - Espaçamento dos braços dendríticos secundários	[μ m]
ρ - Massa específica	[kg/m ³]
σ_{SL} - Tensão superficial da interface sólido/líquido	[J/m ²]
σ_T - Limite de resistência à tração	[kgf]
θ - Fator geométrico	

Abreviações

A/D – Analógico/Digital

EDS – Espaçamento Dendrítico Secundário

IHCP - Inverse Heat Conduction Problem

LVDT - Linear Variable Differential Transformer

MDF - Método de Diferenças Finitas

MEF - Método de Elementos Finitos

Sup - Superaquecimento

Superescritos

i - Posição do nó na malha de um sistema

n - Tempo anterior

n+1 - Tempo atual

Subscritos

0 - Inicial

1 – Sólido nos sistemas para ligas binárias

2 – Pastoso nos sistemas para ligas binárias

3 - Líquido nos sistemas para ligas binárias

a - Água

ar - *Gap* de ar

C - Sistema cilíndrico

g - Global

E - Eutético

i - Interface

l - Líquido

L - Líquido

lb - Lubrificante

LC - Referente à isoterma *liquidus* da geometria cilíndrica

m - Molde

m-1 - Nó anterior à interface metal/molde em uma malha de diferenças finitas para o sistema radial

M/m - Interface metal/molde

p - Pastoso

s - Sólido

U - Sistema unidirecional

CAPÍTULO 1

1. INTRODUÇÃO

1.1. Considerações Gerais

Com a crescente competição no mercado de fundição, as indústrias se vêem em um cenário onde a redução de custos e melhorias na qualidade de seus produtos são a garantia da competitividade e lucratividade. O aperfeiçoamento do conhecimento na área do processo de solidificação torna-se fundamental para o propósito do desenvolvimento de tecnologia, pois dentro de uma metodologia baseada em tentativas e erros, a fundição não será capaz de acompanhar o desenvolvimento das demais áreas produtivas da indústria metal/mecânica. Com experimentos e auxílio de modelos matemáticos, simulando as condições reais antes de investir diretamente no processo, podem-se evitar perdas consideráveis em energia, mão-de-obra e material empregado na indústria.

A solidificação pode ser entendida como um processo essencialmente de transferência de calor. Neste particular, principalmente para moldes metálicos e refrigerados é importante analisar o fenômeno da contração do metal, as interações físico-químicas entre metal e molde, e a expansão do molde como mecanismos responsáveis pela formação de um *gap* de ar na interface metal/molde. No início do processo, quando o metal está líquido, o contato térmico é mais efetivo devido a sua fluidez e aos efeitos inerentes à pressão metalostática. No entanto, com a evolução do processo de solidificação, a contração térmica gerada pela transformação líquido/sólido cria um espaço físico na interface, aumentando, a resistência térmica ao fluxo de calor em direção ao molde. Diversos pesquisadores tem feito análise da solidificação em sistemas que envolvam fluxo

de calor unidirecional em regime transitório [Griffiths, 1999, 2000; Santos et al, 2001; Siqueira et al; 2003]. Entretanto, em relação aos modelos desenvolvidos com fluxo de calor radial, poucos estudos têm sido feitos em relação ao mecanismo de transferência de calor em regime transitório em peças com geometrias cilíndricas horizontais, aplicáveis tanto em processos convencionais de fundição como em processos de lingotamento contínuo. A literatura mostra exemplos de determinação experimental do coeficiente transitório de transferência de calor na interface metal/molde (h) em lingotes cilíndricos, não assumindo a variação angular do *gap* ao longo da seção [Fortin et al, 1994; Kim e Lee, 1997; Trovant e Argyropoulos, 2000].

No caso particular da solidificação horizontal em moldes cilíndricos, o fluxo de calor difere daquele característico de moldes planos e, inclusive, em relação aos próprios moldes cilíndricos verticais. O fluxo de calor em moldes cilíndricos tem como característica principal o fluxo divergente de calor, enquanto que em moldes planos o fluxo de calor se processa unidirecionalmente. Em ambos os casos, o fluxo de calor é transitório, isto é, variável no tempo. Já no caso da solidificação radial cilíndrica horizontal, pode-se dizer que, além da variação ao longo da posição radial a partir da superfície devido às características divergentes do fluxo de calor e do efeito dimensão, varia também com a posição angular ao longo do perímetro da seção transversal, por conta das contrações térmicas e volumétricas do sistema metal/ molde, associadas ao efeito gravitacional. Desse modo, o fluxo de calor na solidificação de geometrias cilíndricas é variacional, isto é, variável com o tempo, posição radial e com a posição angular.

No lingotamento contínuo horizontal, o *gap* de ar na interface metal/molde varia da base ao topo da seção transversal [Souza, 1997], sendo que na parte inferior o contato é mais efetivo, diminuindo à medida que se desloca em direção ao ponto superior (figura 1.1). Isto se reflete, como decorrência, em uma macroestrutura assimétrica. A análise do real comportamento da transferência de calor ao longo da seção transversal do lingote cilíndrico é extremamente importante, quando se objetiva melhorar o controle da solidificação por meio de modelos matemáticos.

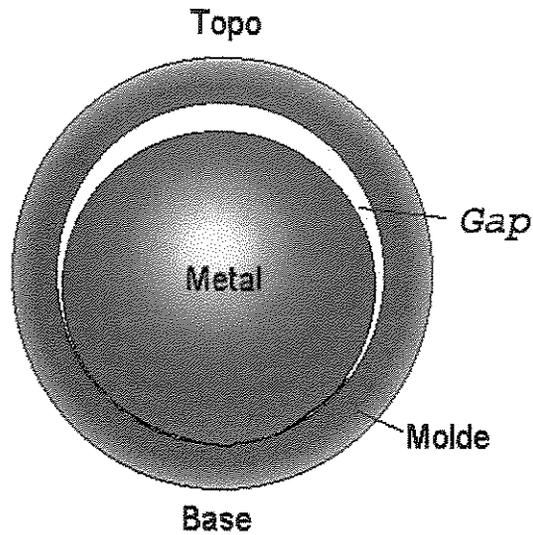


Figura 1.1. Variação do *gap* ao longo da seção transversal de um cilindro horizontal.

Em *softwares* comerciais com pacotes fechados [Weiss et al, 1999; Christensen et al, 1999; Schimit e Midea, 1999; Sequeira, 2004], existem variáveis que são levantadas para a montagem do processo de simulação, tais como as propriedades físico-metalúrgicas do metal e do molde. Dentre estas variáveis, o coeficiente de transferência de calor metal/molde (h) entre as fronteiras do processo deve ser implementado pelo usuário do software em questão. A falta da versatilidade na determinação do h num projeto, tais como a designação de uma variável em regime transitório, é uma das limitações dos *softwares*. Por conta desta e de outras limitações, os *softwares* comerciais muitas vezes impossibilitam a variação do h em regime transitório e variável também ao longo do perímetro da geometria em questão. Em síntese, o projetista ou analista de processo, durante a fase de implantação da modelagem de uma peça de fundição ou nos ajustes dos parâmetros do lingotamento contínuo, deve considerar esta variação na determinação do h para melhor reprodutibilidade da realidade do processo durante a simulação da solidificação. A figura 1.2 mostra um exemplo de simulação de solidificação por *software* comercial em que a região destacada identifica uma isoterma mostrando que não há uma variação na temperatura ao longo da seção circular da peça, subtendendo-se, de forma incorreta, que há um fluxo de calor homogêneo na região, em direção ao molde, ou em outras palavras, assume-se um único valor de h .

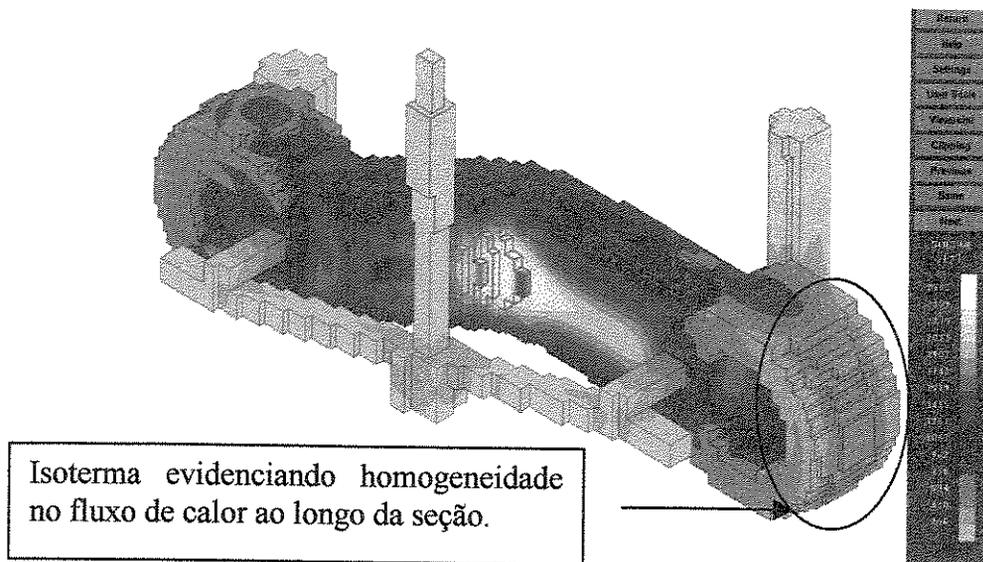


Figura 1.2. Peça em processo de simulação por um *software* comercial, evidenciando uma seção em que o fluxo de calor na interface metal/molde é considerado constante ao longo do perímetro.

1.2. Objetivos do Trabalho

Este trabalho objetiva desenvolver uma análise da evolução térmica radial ao longo da solidificação de lingotes cilíndricos horizontais, através de métodos numéricos aplicados à solidificação e de experimentos com ligas binárias, incluindo a caracterização da variação do fluxo de calor ao longo do perímetro da seção transversal. Pretende-se estabelecer correlações entre as variáveis térmicas de solidificação e a evolução da microestrutura dendrítica. Dentro da definição do plano de trabalho, as metas estabelecidas para atingir-se os objetivos planejados são:

- 1- Revisão crítica do processo de solidificação radial e os mecanismos de transferência de calor, analisando-se os fenômenos físico-metalúrgicos envolvidos em conjunto com as variáveis do processo de solidificação;
- 2- Desenvolvimento de um modelo numérico por diferenças finitas (M.D.F.) para condições de solidificação em moldes cilíndricos com condições de fluxo calor estritamente radial;
- 3- Validação prévia do modelo numérico desenvolvido com modelos analíticos

encontrados na literatura;

- 4- Desenvolvimento de um aparato experimental para solidificação radial estática de geometria cilíndrica horizontal em molde refrigerado;
- 5- Realização de experimentos de solidificação radial com ligas de Sn5%Pb, Sn15%Pb e Sn20%Pb com diferentes superaquecimentos, analisando-se os perfis térmicos em diferentes posições a partir da interface metal/molde e ao longo do perímetro da seção do lingote;
- 6- Determinação dos perfis transitórios de coeficientes de transferência de calor metal/molde (h), através do confronto teórico/experimental de perfis de temperatura, e análise da variação deste coeficiente em termos de composição química da liga e grau de superaquecimento;
- 7- Validação do modelo numérico com os resultados experimentais obtidos e determinação de variáveis de solidificação como a velocidade de deslocamento da isoterma liquidus e a taxa de resfriamento;
- 8- Análises macro e microestrutural ao longo da seção do lingote, e desenvolvimento de correlações experimentais entre variáveis térmicas e parâmetros da estrutura dendrítica de solidificação.

CAPÍTULO 2

2. ASPECTOS CONCEITUAIS DA SOLIDIFICAÇÃO COM ÊNFASE A GEOMETRIAS CILÍNDRICAS

2.1. Considerações Iniciais

Durante o processo de solidificação, a análise matemática do fluxo de calor depende do coeficiente transitório de transferência de calor na interface metal/molde. Para um melhor controle da solidificação em lingotes cilíndricos horizontais em processos de fundição convencional e lingotamento contínuo, é fundamental analisar-se o comportamento da transferência de calor ao longo do perímetro da seção cilíndrica. A correlação entre estruturas dos lingotes e os parâmetros do processo possibilitam a otimização da qualidade do produto final em função das características do processo de solidificação.

O estudo do comportamento da transferência de calor em peças com geometria cilíndrica horizontal tem importante aplicabilidade ao processo de lingotamento contínuo horizontal (LCH) de geometrias cilíndricas. As vantagens econômicas do processo são conhecidas desde 1840 [Pehlke,1992] e garantidas até os dias de hoje por contínuos aperfeiçoamentos tecnológicos. As melhorias do processo estão muito associadas ao aumento de produtividade, sendo que a velocidade de produção e o controle do processo de solidificação são os elementos fundamentais. Estudos do processo de solidificação em uma planta experimental (figura 2.1) evidenciaram a assimetria do fluxo de calor na geometria cilíndrica [Souza, 1997] no LCH.

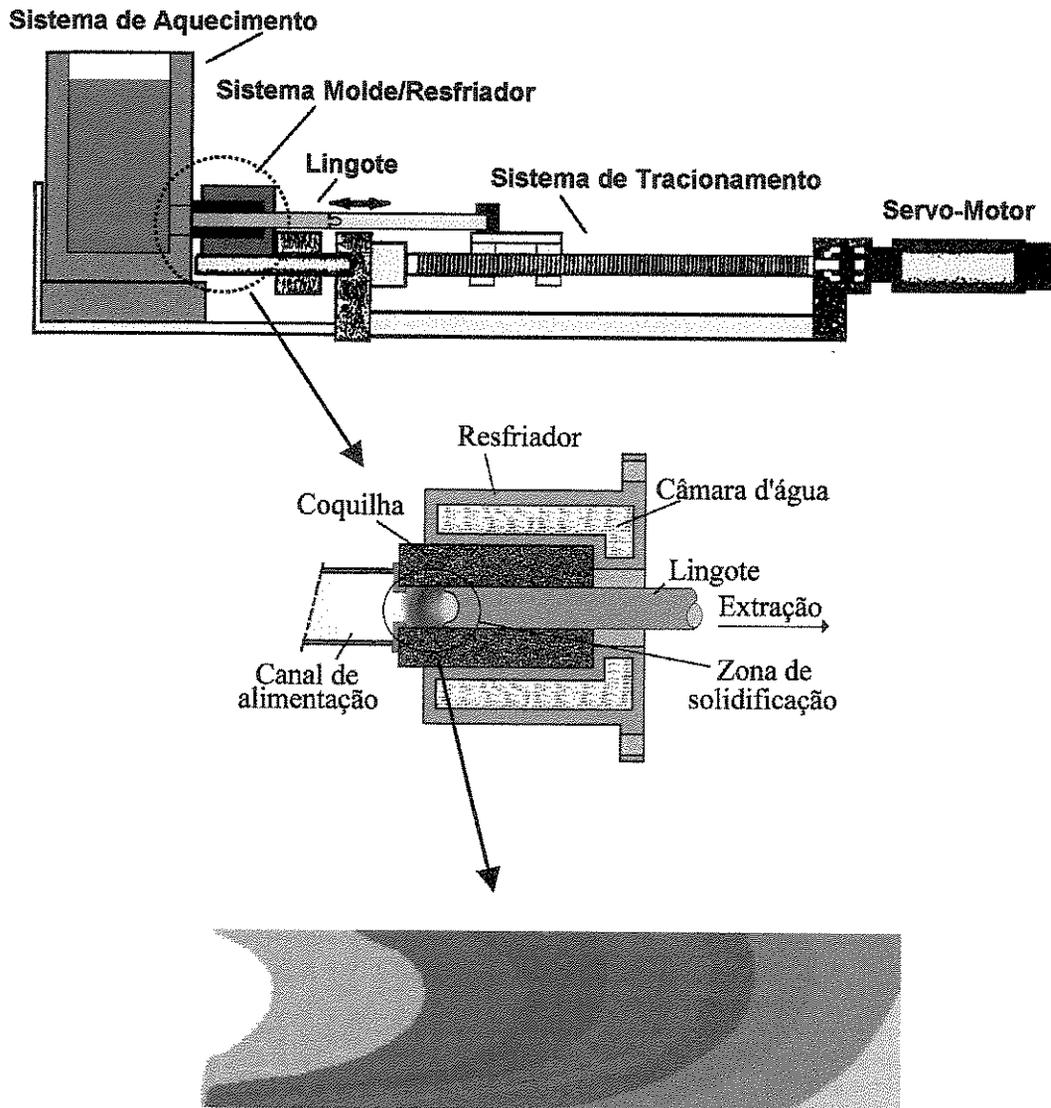


Figura 2.1. Esquema de um equipamento experimental de lingotamento contínuo horizontal (LAFUN/UFRGS) evidenciando a assimetria das isotermas durante o processo de solidificação.

A figura 2.2(a) mostra a diferença dos pontos de encontro das estruturas em uma macrografia de um lingote de Al-7%Si. Já a figura 2.2 (b), mostra as marcas das paradas típicas do processo de lingotamento contínuo horizontal [Miyashita et al, 1979; Webbere e Harvey, 1980; Toothill, 1983], que mostra o menor fluxo de calor no topo da seção do lingote. Trabalhos de modelagem de transferência de calor em lingotamento contínuo horizontal foram realizados por diversos autores, mas desconsiderando o efeito da geometria da peça ao longo da interface metal/molde [Lima, 1991; Zhang e Su, 2001]. Análises feitas em estruturas obtidas pelo processo de lingotamento contínuo horizontal mostram assimetria na estrutura morfológica ao longo da seção, caracterizando uma diferenciação no fluxo de calor, que é corrigido pela alteração nos parâmetros inerentes ao sistema de tracionamento do lingote, tais como os ciclos de parada e velocidade de puxamento, que muitas vezes não condizem com as condições físico-metalúrgicas proporcionadas pelo sistema metal/molde [Souza, 2002], ocasionando desse modo, *breakouts* indesejáveis ao longo da produção.

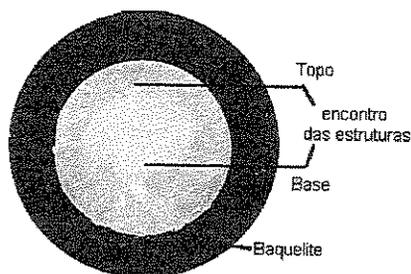


Figura 2.2(a). Macrografia da seção transversal de um lingote de AlSi obtido por lingotamento contínuo horizontal. Ataque HF 15%

[Souza, 2002]

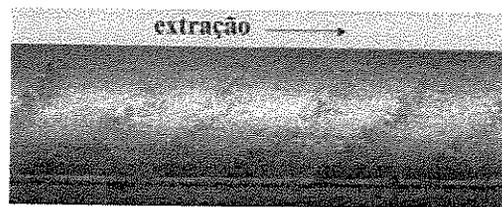


Figura 2.2(b). Superfície de um lingote obtido por LCH, mostrando as marcas de evidência do ciclo de puxamento do processo [Souza, 1997].

No lingotamento contínuo de geometrias cilíndricas, além da necessidade do controle do processo de solidificação em relação à formação de uma casca no molde suficientemente espessa para suportar as tensões de extração do lingote [Brimacombe et al, 1984a], é indispensável o controle da velocidade de puxamento visando a qualidade do produto em função de diminuir as diferenças de fluxo de calor. Hadden e Indyk [Hadden e Indyk, 1979], relatam que a velocidades baixas, o fluxo de calor é maior na parte inferior do molde que na parte superior, devido aos efeitos do fluxo do metal líquido. À medida que se aumenta a velocidade de lingotamento,

aumenta-se o fluxo de fluido na parte superior melhorando a distribuição da transferência de calor na seção do lingote, como mostram as estruturas da figura 2.3.

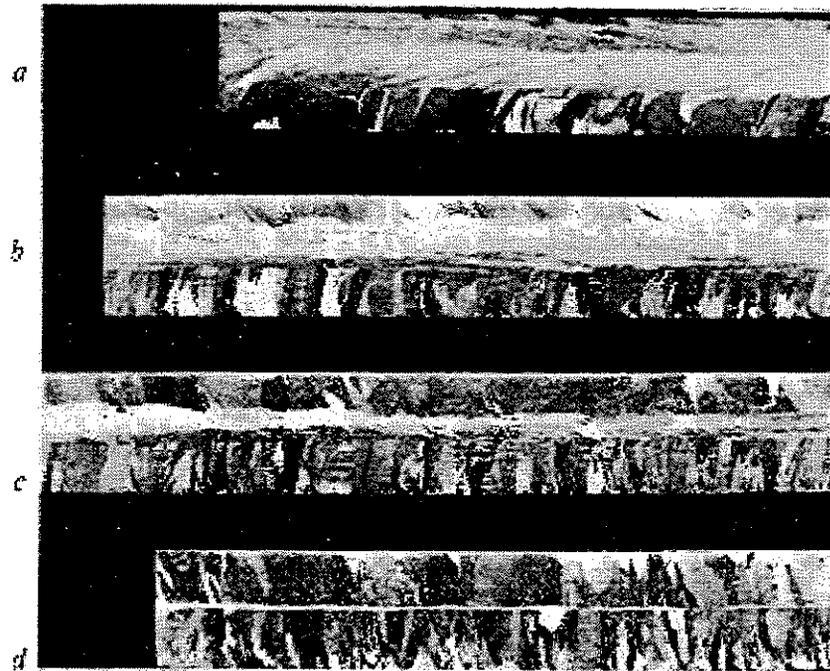


Figura 2.3. Macroestrutura típica de lingotes por LCH. (a) 50 cm/min; (b) 7,5 cm/min; (c) 10 cm/min; (d) 15 cm/min [Hadden e Indyk, 1979].

Huang [Huang, 1991], através de experimentos com vazamentos estáticos, mostra a variação da contração e distribuição do *gap* de ar em várias seções geométricas, comprovando o efeito da gravidade ao longo das interfaces metal/molde. Estudos realizados por Brimacombe et al [Brimacombe et al, 1984b] em moldes de lingotamento contínuo vertical mostram que os espaçamentos decorrentes da contração do metal são responsáveis por 84% da resistência ao fluxo de calor. Campbell [Campbell, 1991] trata do efeito geométrico do molde na formação do *gap*, mostrando, conforme a figura 2.4, que qualquer obstáculo no progresso do processo de contração causará uma pressão do fundido contra o molde, decorrente de contrações não uniformes. Isto acontece nos cantos e nos finais das seções planas, como mostram as setas indicativas. Desse modo, existe a necessidade de acoplamento do efeito geométrico na simulação de um projeto, por conta da variação do fluxo de calor através da quantificação do coeficiente de transferência de calor metal/molde.

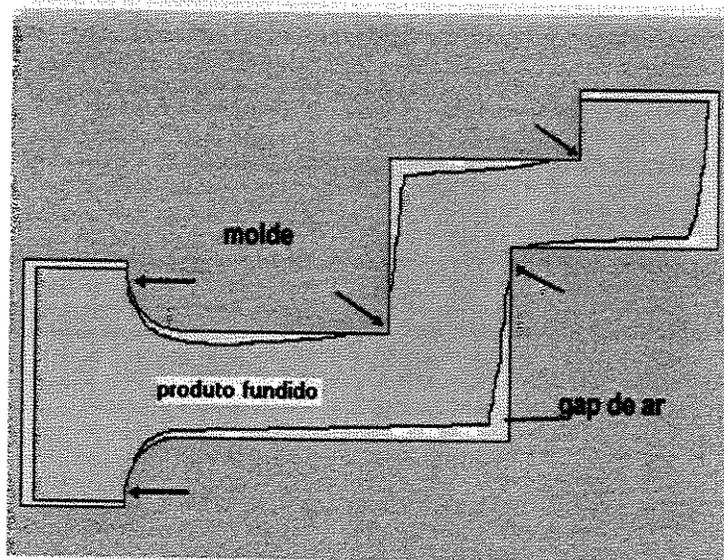


Figura 2.4. Efeito geométrico do sistema metal/molde na variação do *gap* de ar.
[Campbell, 1991]

2.2. Transferência de Calor no Processo de Solidificação

A transferência de calor em um sistema de solidificação ocorre por três mecanismos básicos: condução, convecção e radiação. Em um sistema metal/molde, utiliza-se um elemento de referência em um sistema radial, conforme mostra a figura 2.5, de modo que o seu comportamento térmico seja representativo do sistema como um todo. Durante o processo de solidificação, todos os modos de transferência de calor podem ocorrer (figura 2.6), conforme citado a seguir desde a temperatura de vazamento até a temperatura externa do molde em relação ao ambiente [Medeiros, 1979; Viskanta, 1988; Poirier, 1994]:

- convecção e condução no metal líquido, enquanto há superaquecimento;
- condução na camada de metal solidificada;
- convecção, radiação e condução na interface metal/molde traduzidas através um coeficiente de transferência de calor metal/molde (transferência newtoniana);
- condução através das paredes do molde; e
- convecção, radiação e condução na superfície externa molde/meio ambiente.

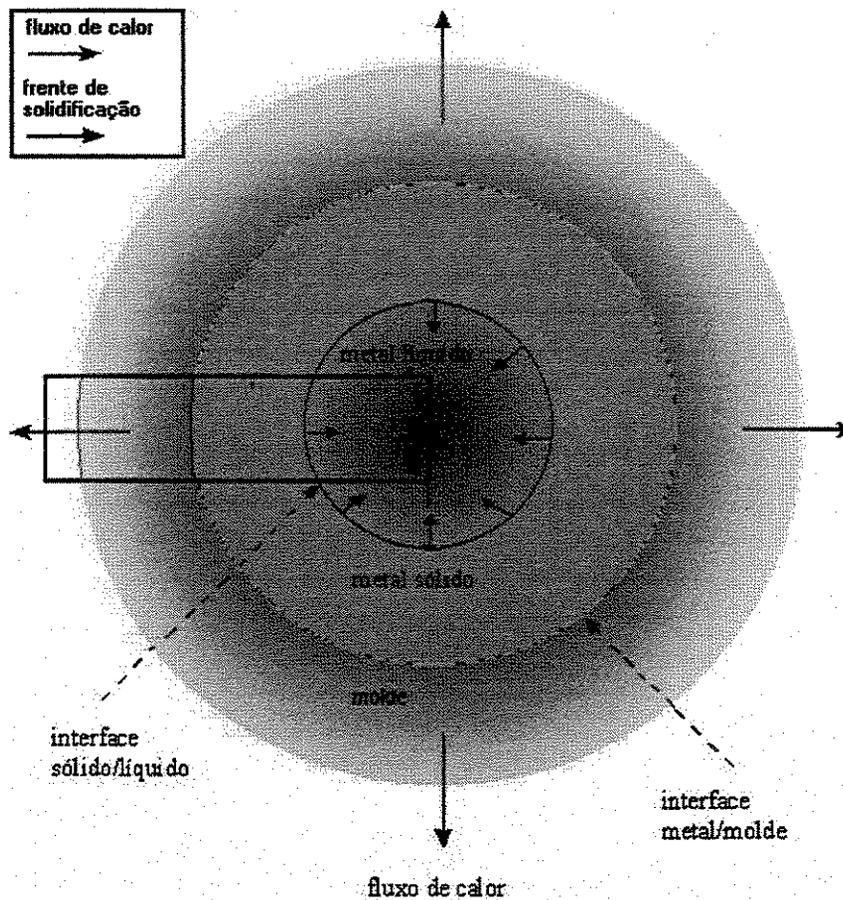


Figura 2.5. Elemento de referência do sistema metal/molde com solidificação radial – adaptado - [Santos, 2000].

A partir do vazamento do metal líquido com uma determinada temperatura de vazamento em um molde, os mecanismos de convecção e condução atuam no meio fluido com gradientes de temperatura até atingir a temperatura de fusão do metal. Com a liberação do calor latente de fusão e formação do sólido, a extração de calor dá-se por meio de condução até a interface metal/molde. Na interface, começa a atuação da transferência Newtoniana de calor, que ocorre por conta do contato imperfeito e da contração do metal em relação ao molde. O mecanismo de condução volta a atuar unicamente, quando o fluxo de calor atravessa as paredes do molde, passando posteriormente para o meio ambiente na forma de condução, convecção e radiação.

Com base no elemento de referência, efetua-se todo o estudo do processo de transferência de calor do sistema global, determinando-se as condições de fronteira para a modelagem do processo de solidificação, juntamente com as variáveis com base nos perfis térmicos, tais como:

- coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde;
- cinética de solidificação, ou seja, a velocidade de solidificação;
- tempos de solidificação;
- gradientes de temperaturas; e
- taxa de resfriamento.

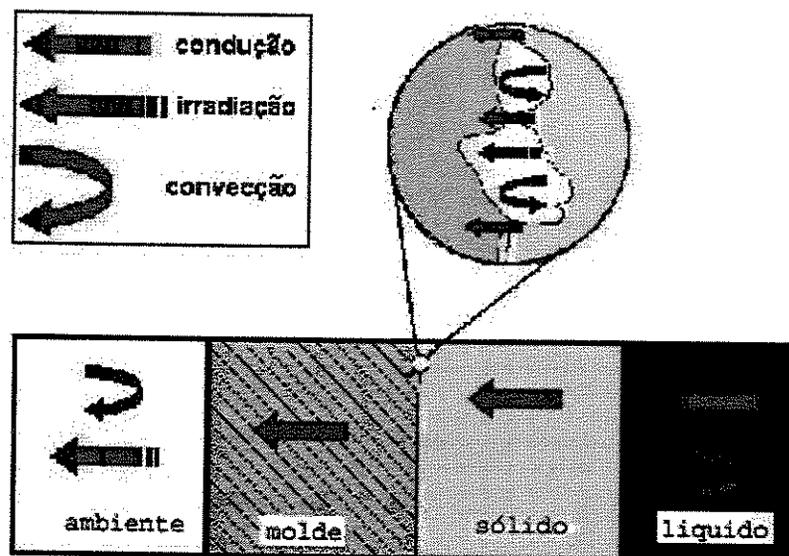


Figura 2.6. Mecanismos de transferência de calor no sistema metal/molde [Garcia, 2001].

No processo de solidificação, o problema da transferência de calor é tratado como um sistema de fronteira móvel com liberação de calor latente, separando duas fases distintas com propriedades diferentes, conhecido como o problema de Stefan [Tarzia, 2000]. A determinação da distribuição das temperaturas no sistema metal/molde e a determinação da cinética da solidificação são objetivos desta análise. A figura 2.7 mostra um elemento de volume representativo do sistema metal/molde mostrando diferentes fases com gradientes térmicos desde a temperatura de vazamento até a temperatura ambiente.

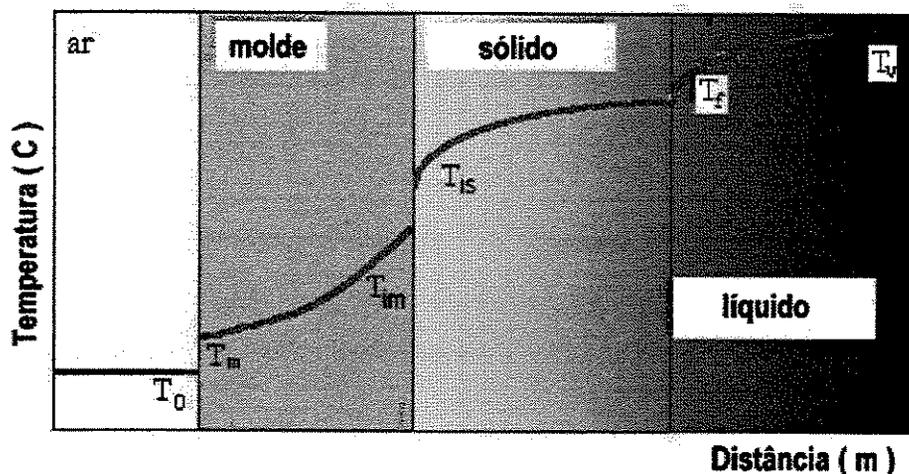


Figura 2.7. Esquema representativo de um elemento de volume de um sistema metal/molde [Santos, 2000].

Deve-se observar que para condições particulares, algumas das formas de transferência de calor podem ser desprezíveis, como para o caso de metal vazado próximo da temperatura de fusão, de modo que a condução e a convecção no metal líquido deixam de ser consideradas. Ou, ainda, no caso de moldes de materiais refratários, onde é mais significativa a condução térmica no molde, desprezando-se dessa a forma a transferência newtoniana. Outra condição é o caso dos moldes com paredes suficientemente espessas, onde não ocorre troca de calor do molde com o ambiente (moldes semi-infinitos) até o fim da solidificação, podendo-se desprezar os mecanismos envolvidos na interface molde/ambiente.

A existência de um gradiente térmico entre o metal e o meio de absorção de calor propicia condições termodinâmicas para transferência de calor do meio mais quente para o mais frio. A transformação do metal líquido em um sólido envolve a remoção do superaquecimento do líquido, do calor latente de fusão na interface sólido/líquido devido à transformação de fase e do calor sensível da casca solidificada. As propriedades térmicas do metal, as características do molde, juntamente com as condições de interface e as condições do meio, determinam o comportamento de extração de calor durante o processo.

2.2.1. Liberação do Calor Latente no Intervalo de Solidificação

Nos casos das substâncias puras e misturas eutéticas, o processo de liberação de calor latente é bem definido e ocorre em uma fronteira que separa o estado sólido e o líquido em uma determinada temperatura de fusão. O acoplamento deste fenômeno em modelos de transferência de calor no processo de solidificação de metais puros é proposto por Dusenberre [Dusenberre, 1942]. Tanto o Método de Dusenberre quanto o da Entalpia [Voller,1981], trabalham com o balanço de energia na fronteira sólido/líquido, que são discutidos no capítulo 3. Já nos casos de ligas, tem-se um intervalo de solidificação entre as temperaturas *liquidus* e a *solidus*, de modo que o calor latente é liberado gradativamente à medida que a fração de sólido é formada, conforme a equação (2.1) [Louhenkilpi, 1993].

$$\dot{q} = \rho \cdot L \cdot \frac{\partial f_s}{\partial t}, \quad (2.1)$$

- em que: - \dot{q} : geração interna de calor [W/m³];
- ρ : massa específica [kg/m³];
- L: calor latente [J/kg]; e
- f_s : fração de sólido.

As formas de liberação de calor latente são analisadas conforme a teoria inerente à formação da fração sólida em diversas situações e características específicas, vinculando a análise das variações de composição do líquido e do sólido durante o resfriamento dentro da zona pastosa. A literatura apresenta as seguintes principais formulações de formação da fração sólida no intervalo de solidificação: regra da alavanca, equação de Scheil, equação de Brody-Flemings e equação de Clyne-Kurz.

O comportamento da solidificação pode ser descrito pela regra da alavanca [Kurz, 1984], quando se considera o equilíbrio termodinâmico do sistema, ou seja, a composição química permanece uniforme dentro de cada fase, onde há completa difusão de soluto tanto na fase sólida quanto na fase líquida ou, quando em condições de não-equilíbrio, o soluto apresenta alta

mobilidade atômica no estado sólido, como por exemplo, no caso do carbono na solidificação dos aços. A fração sólida segundo a Regra da alavanca é dada por:

$$f_s = \left(\frac{1}{1 - k_o} \right) \left(\frac{T_L - T}{T_f - T} \right), \quad (2.2)$$

em que: - T_f : temperatura de fusão do solvente;

- T_L : temperatura liquidus;

- k_o : coeficiente de redistribuição do soluto expresso pela relação entre a concentração de soluto no sólido e a concentração de soluto no líquido, ou seja:

$$k_o = \frac{C_s}{C_L} \quad (2.3)$$

A equação de Scheil [Scheil, 1942] é a mais adequada em situações que a difusão de retorno do soluto no sólido pode ser desprezada e a ação da convecção no metal líquido assegura a completa mistura do soluto (concentração uniforme). O tratamento pela equação de Scheil torna-se apropriado para analisar a solidificação de ligas onde o soluto e solvente têm raios atômicos de mesma ordem de grandeza (solução sólida substitucional), como no caso de ligas de alumínio-cobre e aços inoxidáveis. A equação de Scheil é expressa como:

$$f_s = 1 - \left(\frac{T_f - T}{T_f - T_L} \right)^{\frac{1}{k_o - 1}} \quad (2.4)$$

A equação de Scheil considera que a liga libera o calor latente até ser atingida a temperatura eutética [Voss e Tsai, 1996]. O calor latente restante é liberado na temperatura eutética e a solidificação ocorre como se fosse um metal puro. Flemings [Flemings, 1974] afirma que sempre alguma quantidade de metal com concentração eutética é formada durante a solidificação fora do equilíbrio de uma liga, não importando a composição do soluto.

Em casos de existência da solução sólida intersticial, a hipótese de não haver difusão de retorno de soluto no sólido não pode ser mais assumida. Devido à elevada mobilidade atômica do

soluto intersticial, é necessário quantificar as modificações do perfil de concentração de soluto em cada instante, levando-se em conta a difusão de retorno no sólido formado. Brody e Flemings [Brody e Flemings, 1966] propõem a solução que leva em consideração a difusão no estado sólido, que é representada por:

$$f_s = \frac{1}{1-2.\alpha.k_o} \left[1 - \left(\frac{T_f - T}{T_f - T_L} \right) \right]^{\frac{1-2.\alpha.k_o}{k_o - 1}}, \quad (2.5)$$

em que:

$$\alpha = \frac{D_s.t_{SL}}{\lambda^2}, \quad \text{sendo} \quad (2.6)$$

D_s : Difusividade do soluto no sólido;

t_{SL} : Tempo local de solidificação; e

λ : Espaçamento interdendrítico local.

Se ' α ' da Equação (2.6) tende a zero, esta se aproxima da Equação de Scheil, entretanto, quando a difusão no sólido é completa (α tendendo ao infinito), a composição de soluto no sólido deve se aproximar da equação de equilíbrio (Regra da Alavanca). Quando ' $\alpha = 1/2$ ', a Equação (2.8) já coincide com a equação de equilíbrio.

Clyne e Kurz [Clyne, 1981] propõem uma modificação da solução de Brody e Flemings de modo a satisfazer toda faixa de ' α ' (0 ao infinito). Estes autores desenvolveram uma solução aproximada, admitindo que o sólido constitua um sistema semi-infinito e que a curva de distribuição do soluto apresenta a forma exponencial. A expressão formulada por Clyne e Kurz são:

$$f_s = \frac{1}{1-2.\alpha'.k_o} \left(1 - \frac{T_f - T}{T_f - T_L} \right)^{\frac{1-2.\alpha'.k_o}{k_o - 1}}, \quad (2.7)$$

em que:

$$\alpha' = \alpha \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{\alpha}\right) \right] - \frac{1}{2} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2.\alpha}\right) \quad (2.8)$$

A precisão dos resultados da modelagem da solidificação exige a escolha correta do modo de liberação de calor latente no intervalo de solidificação. Os três métodos de liberação de calor latente, expostos anteriormente, são os utilizados atualmente na literatura. Entretanto, todos assumem aspectos idealizados em suas hipóteses de formulação, fazendo com que não traduzam completamente a realidade da solidificação em determinados momentos do processo e/ou situações físicas. Vários são os fatores que podem ser mencionados como motivadores de diferenças na real distribuição do calor latente no intervalo de solidificação. Podem-se mencionar o tamanho do intervalo de solidificação e a intensidade da taxa de resfriamento [Chen, 1990].

Chen e colaboradores [Chen, 1990] comparam os diferentes modos e liberação de calor latente em seu trabalho para um aço com 1% Cr (zona pastosa estreita, $T_L - T_S = 33,3$ °C) e Al-4,5% Cu (zona pastosa larga, $T_L - T_S = 136$ °C). Além da equação de Scheil e da regra da alavanca, os autores ainda citam a liberação de calor de forma linear, equação (2.9), muito usada no passado devido à simplicidade matemática e à liberação de calor de forma quadrática, equação (2.10), na forma:

$$f_s = \frac{T_L - T}{T_L - T_S} \quad , \text{ e} \quad (2.9)$$

$$f_s = 1 - \left(\frac{T - T_S}{T_L - T_S} \right)^2 \quad (2.10)$$

As Figuras 2.8 e 2.9 mostram gráficos comparativos de perfis de temperatura em uma dada localização do metal em solidificação para os casos da liga Al-4,5%Cu e do aço de 1%Cr. Nota-se que há uma maior variação do perfil de temperatura sobre a liga de alumínio em relação ao do aço que praticamente não sofre alteração, devido à menor zona pastosa.

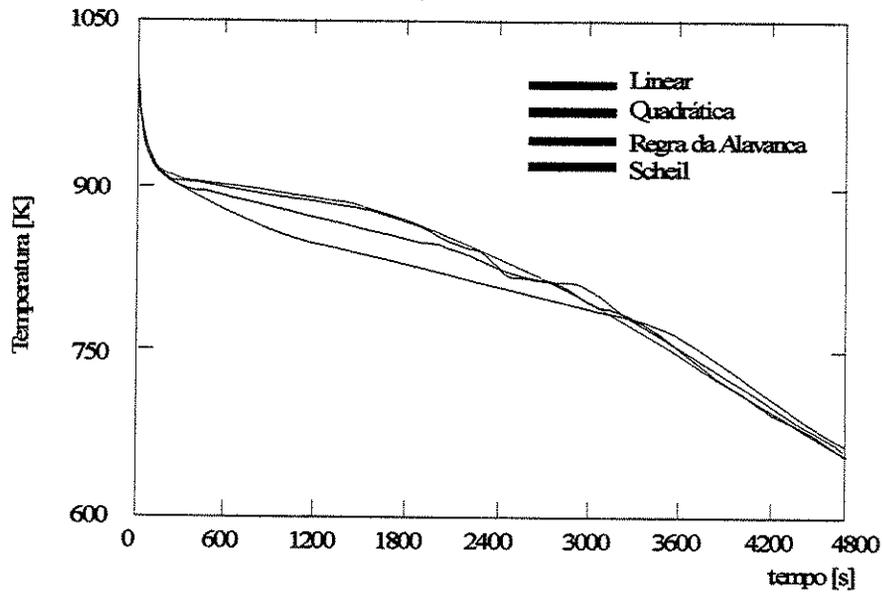


Figura 2.8. Comparação de perfis térmicos obtidos para os diferentes modos de liberação de calor - Al-4,5% Cu – gráfico adaptado [Chen, 1990].

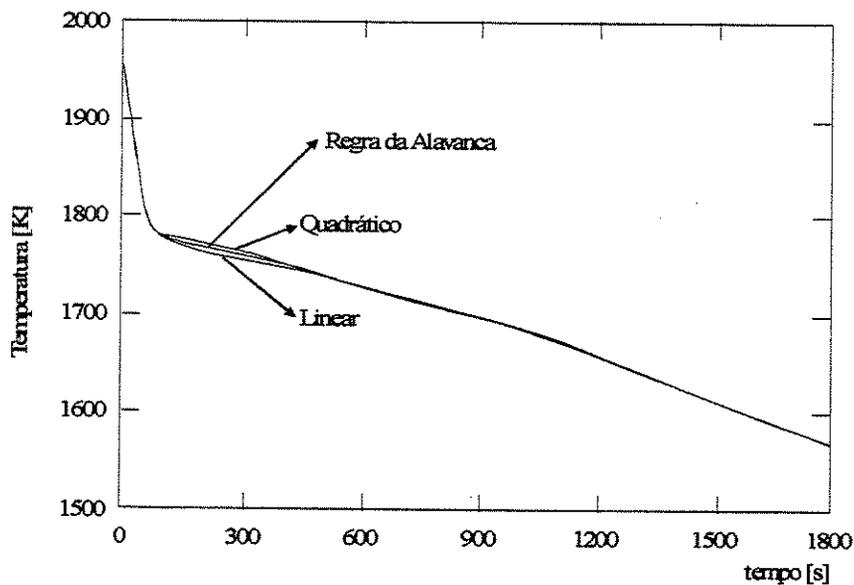


Figura 2.9. Comparação de perfis térmicos obtidos para os diferentes modos de liberação de calor – Aço 1% Cr - gráfico adaptado [Chen, 1990].

McCartney e Wills [McCartney, 1988], também trabalhando na modelagem da solidificação da liga Al-4,5% Cu, utilizam a equação de Scheil até um certo ponto, para depois incorporar o fenômeno do superesfriamento da ponta da dendrita, definido como a diferença entre a temperatura *liquidus* (T_L) e a temperatura da ponta da dendrita (T_D). O superesfriamento é

influenciado por alguns fatores como o gradiente de temperatura, composição da liga e velocidade de deslocamento da ponta da dendrita [Burden, 1974a]. Burden e Hunt [Burden, 1974b] analisam a difusão do soluto e a capilaridade na ponta da dendrita e elaboraram uma expressão experimental aproximada do superesfriamento:

$$\Delta T_D = \frac{G \cdot D_L}{v} + C_1 \cdot v^{0,5}, \quad (2.11)$$

em que: - ΔT_D : superesfriamento na ponta da dendrita;

- G: gradiente térmico da fase líquida;

- D_L : coeficiente de difusão do soluto no líquido;

- C_1 : constante de proporcionalidade do crescimento dendrítico, sendo $C_1 = 130 \text{ K} \cdot \text{s}^{0,5} / \text{m}^{0,5}$ para o sistema Al-Cu [McCartney e Wills, 1988]; e

-V: velocidade de deslocamento da dendrita no seu crescimento.

Para situações de baixo gradiente e altas velocidades, o primeiro termo da Equação (2.11) é desprezado e a equação reduz-se a:

$$\Delta T_D = C_1 \cdot v^{0,5} \quad (2.12)$$

A equação de Scheil é interrompida na temperatura (T_D) e assim não é mais permitido que a equação de Scheil prossiga até a temperatura *liquidus* (T_L). A fração de sólido presente à temperatura (T_D) é solidificada isotermicamente nesta temperatura [Wills e McCartney, 1992]. A Figura (2.12) mostra comparativamente a situação da dendrita nos casos real, Scheil e Scheil truncado.

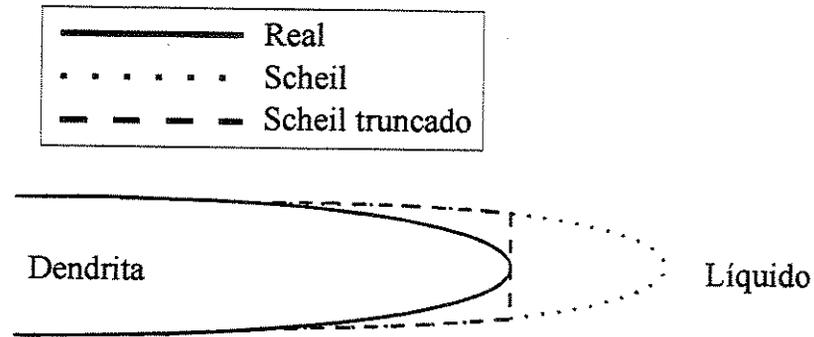


Figura 2.10. Diagrama esquemático mostrando comparativamente as formas real, Scheil e Scheil truncado – adaptado [Flood, 1987]

Os gráficos da Figura (2.11) [McCartney, 1988] mostram comparativamente o efeito da inserção do superesfriamento na modelagem matemática da solidificação em relação ao caso de somente se utilizar a equação de Scheil. Ao se tomar a derivada em relação aos últimos instantes da solidificação do gráfico (2.11b), observa-se que a velocidade de avanço das dendritas (derivada da posição em relação ao tempo) tende a um valor infinito, o que não reflete uma situação realística.

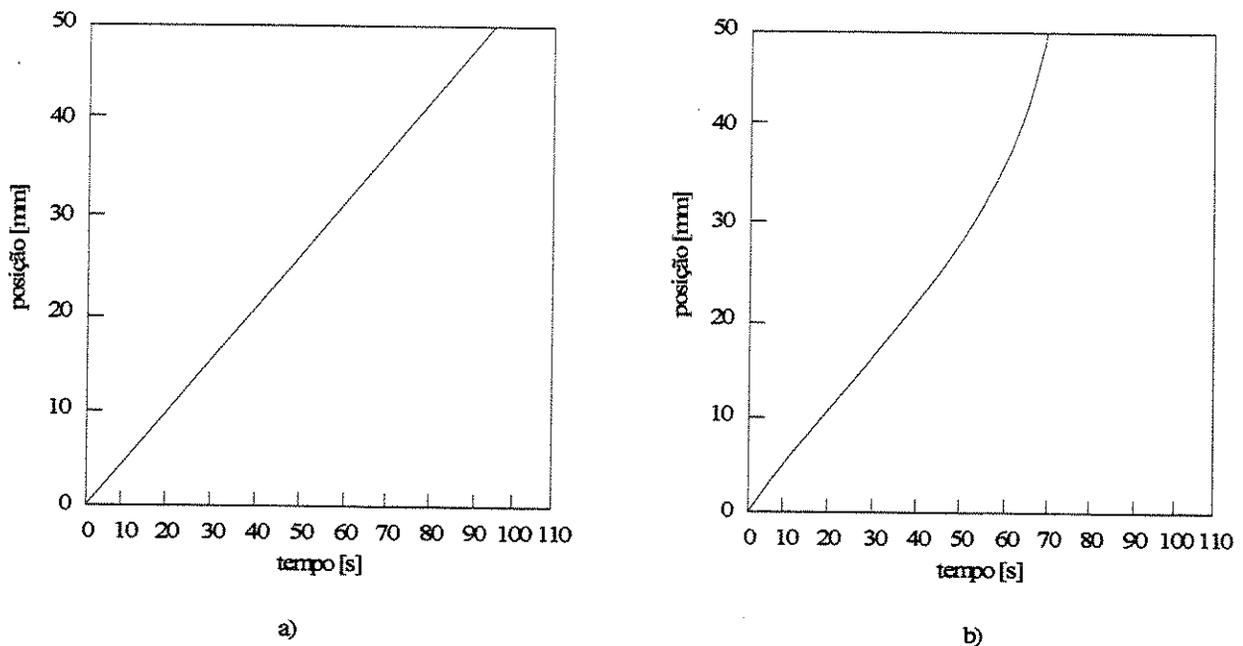


Figura 2.11. Gráficos da posição da linha *solidus* em relação ao tempo durante a solidificação da liga Al-4,5% Cu – adaptado [McCartney, 1988]. (a) Caso considerando superesfriamento. (b) Caso sem considerar superesfriamento.

2.2.2. Formação de *Gap* de Ar na Interface Metal/Molde

O processo de transferência de calor, durante a solidificação dos metais, apresenta-se como um complexo mecanismo em termos microscópicos, onde cabe ressaltar o contato imperfeito do metal com a parede do molde, que muda ao longo do tempo [Griffiths, 1999]. Esta imperfeição gera uma resistência térmica na interface metal/molde que reduz a transferência de calor e a taxa de solidificação, resultando numa série de estruturas diferentes. Como o coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde é um parâmetro que influi diretamente na estrutura final do fundido, é importante conhecer sua dinâmica de formação e como se pode tratá-lo matematicamente. Pesquisadores fizeram estudos utilizando-se de um aparato instrumental que envolvia transdutores de posição (LVDT) para a medição do espaço entre o metal e o molde [Trovant e Argyropoulos, 1998, 2000; Lolou, 1999b]. Griffiths [Griffiths, 2000] incorpora, em seu modelo de determinação de h , a variável de deformação da casca solidificada nos instantes iniciais. A Figura 2.12 mostra a seqüência de formação de *gap* de ar proposta por Lolou e outros [Loulou, 1999b]:

- Estágio 1: neste estágio, a resistência térmica (inverso de h) na interface metal/molde é baixa devido à molhabilidade do metal líquido sobre a superfície do molde. Esta molhabilidade é função da tensão superficial do metal líquido e do acabamento da superfície do molde. Dependendo do tipo de acabamento e do fluxo de metal líquido no vazamento, bolhas de ar podem ficar aprisionadas entre o metal líquido e a superfície do molde;

- Estágio 2: a solidificação inicia-se aonde a resistência térmica é mínima, isto é, nas protuberâncias devido à rugosidade da superfície do molde;

- Estágio 3: as várias frentes de solidificação encontram-se ao redor das protuberâncias formando capas sobre as mesmas;

- Estágio 4: as capas solidificadas contraem devido a sua diferença de massa específica em relação ao metal líquido e desta forma outros vazios surgem quando começam a se destacar das protuberâncias. Nesta fase, há um aumento da resistência térmica interfacial;

- Estágio 5: é formada uma casca sólida e o mecanismo da contração é que influencia no aumento da resistência térmica interfacial, além de outros fatores como a presença de filmes de óxidos e a natureza dos gases existentes nesta interface.

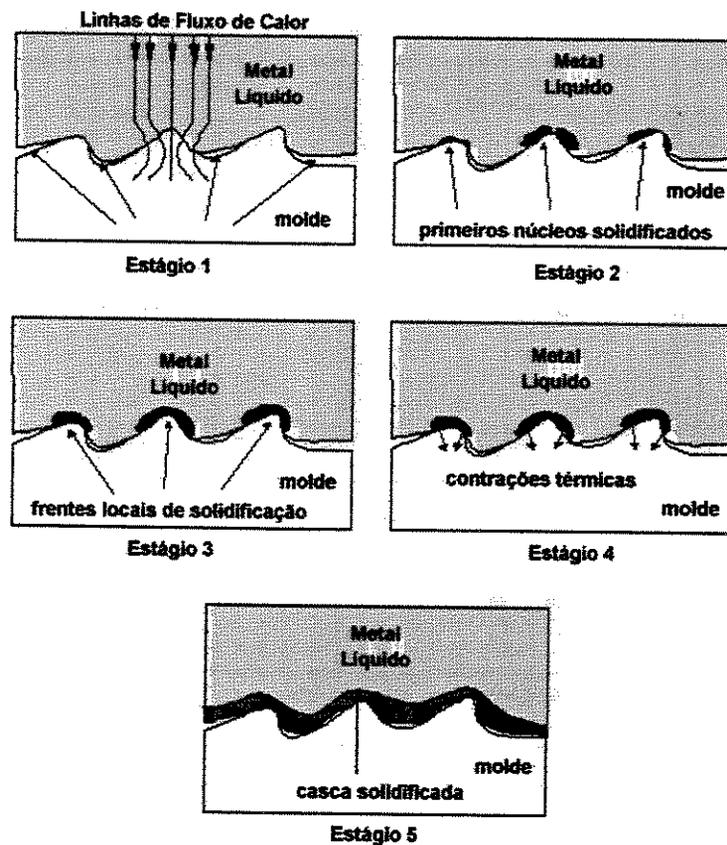


Figura 2.12. Dinâmica de formação do *gap* na interface metal/molde – adaptado [Loulou, 1999b].

Além da influência da rugosidade e da molhabilidade, o superaquecimento influencia no contato térmico em função de aumentar a fluidez do metal líquido, aumentando dessa forma a área de superfície de contato com conseqüente aumento no fluxo de calor [Loulou, 1999b]. O superaquecimento atua retardando a formação da casca solidificada, mantendo dessa forma por mais tempo um melhor contato térmico metal/molde. Santos [Santos, 2004a] determinou o coeficiente transitório de transferência de calor em processos de solidificação unidirecional horizontal e vertical com diferentes superaquecimentos. No caso da solidificação vertical, constata que, quanto menor é o superaquecimento, maior é o perfil de h , devido à rápida contração do metal em relação às paredes laterais do molde com conseqüente deslocamento do lingote em direção à base, devido ao efeito gravitacional e melhorando o contato térmico.

Quanto maior é o superaquecimento, maior é a fluidez do metal propiciando uma maior molhabilidade do substrato pelo metal. A fluidez é determinada pela taxa de deformação de um corpo em resposta a uma força estática de cisalhamento [Ohno, 1988]. Empiricamente, é a medida da distância que o metal líquido pode fluir num canal até que seja bloqueado pela solidificação. Ensaios de fluidez são feitos pelo método de espiral e a vácuo [Flemings, 1974]. Ragone et al [Ragone,1956], utilizando-se de um sistema a vácuo, fazem o mapeamento da fluidez nas ligas do sistema Sn-Pb, correlacionando-as com a composição química e o superaquecimento, constatando que é inversamente proporcional ao intervalo de solidificação (diferença entre a temperatura *liquidus* e a *solidus*), conforme mostra o gráfico da figura 2.13.

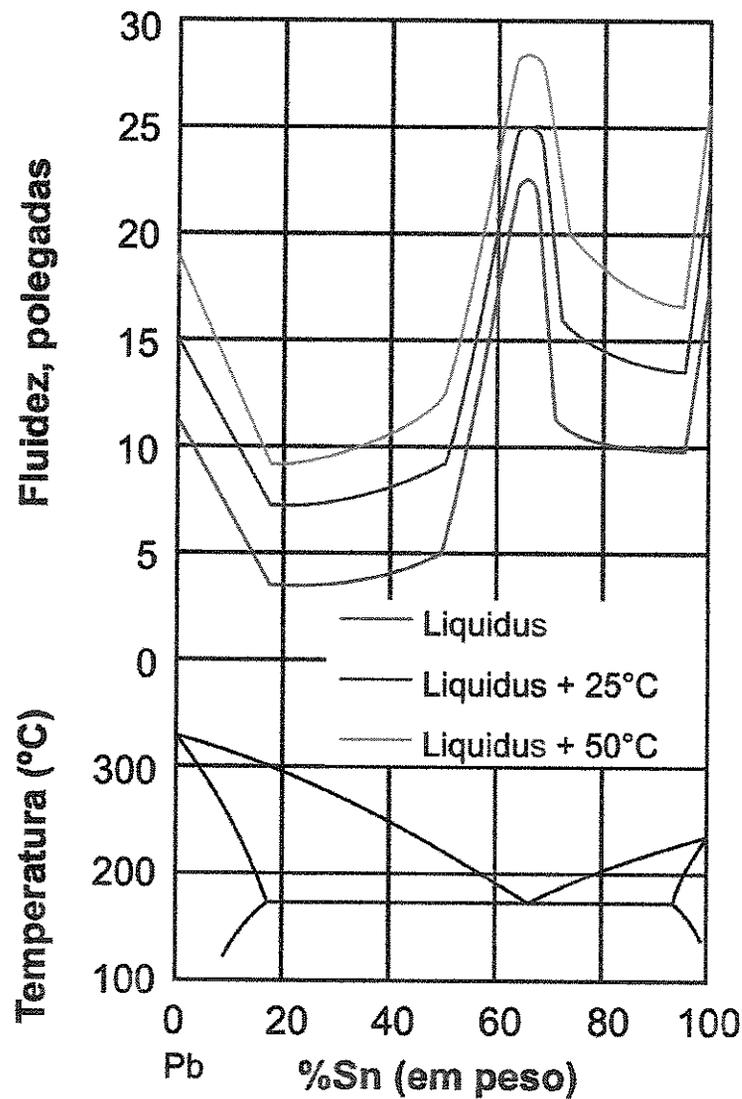


Figura 2.13. Fluidez no sistema Sn-Pb – adaptado [Ragone,1956].

Outras interações físico-químicas são preponderantes na resistência térmica na interface como os mecanismos de expansão e contração térmica do molde e a formação de películas de óxidos. No caso do estanho, Campbell [Campbell, 1991] relata que o material é pouco reativo e não tendencioso a formar películas de óxido. Já no caso do chumbo, existe uma tendência a formar PbO, interferindo inclusive na molhabilidade de juntas soldadas, justificando o uso de fluxos para proteção do ar.

As propriedades térmicas do metal são fatores determinantes no fluxo de calor para ligas de diferentes composições químicas, tais como a condutividade térmica do material, calor específico e massa específica tanto no estado sólido como no líquido. Lolou [Lolou, 1999b] afirma que a liberação do calor latente de fusão é o fator responsável pelo maior fluxo de calor, quando começa o processo de nucleação. Em ordem crescente de calor latente tem-se: o chumbo, estanho e zinco, como mostra o gráfico da figura 2.14, com resistência térmica do metal/molde em função do tempo.

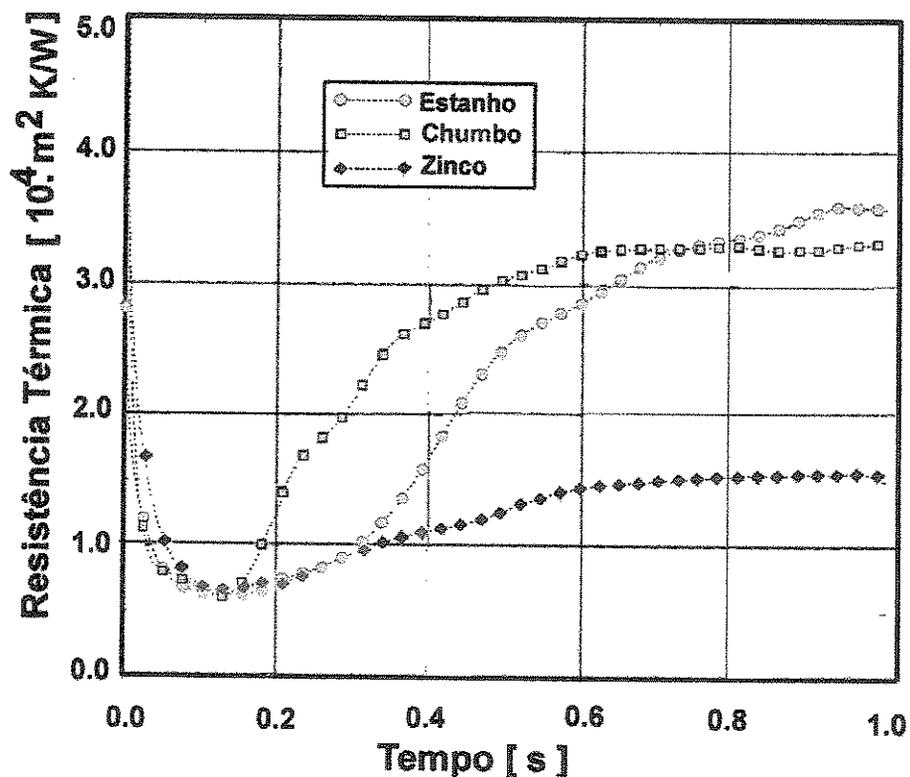


Figura 2.14. Evolução da resistência térmica em função do tempo nos instantes iniciais do processo de solidificação para estanho, chumbo e zinco [Lolou, 1999b].

Após os estágios iniciais de formação da casca solidificada, o mecanismo de contração se processa à medida que a espessura vai aumentando em conjunto formando um *gap* de ar entre a casca e o molde. Neste instante, o fluxo de calor cai bruscamente. Em oposição à formação ao mecanismo de contração, o efeito da pressão metalostática é preponderante na resistência à formação do *gap* de ar. Experimentos comprovam que, quanto maior a pressão metalostática, maior é a transferência de calor no molde. No caso do lingotamento contínuo, esta pressão gera maior tensão de atrito metal/molde, gerando instabilidade podendo ocasionar *breakouts* [Toothill, 1983]. Estudos feitos por Nishida e Matsubara [Nishida e Matsubara, 1976] comprovam o efeito da pressão na transferência de calor na interface metal/molde, utilizando-se aplicações de cargas no metal líquido. Estudos feitos em processo de fundição em molde permanente [Davies, 1980] mostram a discrepância no comportamento do fluxo de calor durante a aplicação da pressão, quando o metal está líquido e, posteriormente, quando está solidificado sem a carga e com *gap* de ar formado. Com o aumento da pressão no metal líquido, a casca solidificada permanece mais tempo em contato com a parede do molde. Veinik [Veinik, 1968] propõe uma expressão geral para determinar a espessura da casca para suportar a pressão do metal de um lingote cilíndrico sem que haja rompimento, dada por:

$$e = \frac{p \cdot d}{2 \cdot \sigma_T} \quad , \quad (2.13)$$

- em que: - p: é a pressão metalostática;
 - d: é o diâmetro do lingote; e
 - σ_T : é o limite de resistência a tração.

Haddad et al [Haddad et al, 2001] desenvolvem um modelo numérico para determinar a velocidade de formação e a espessura de *gap* de ar durante o processo de transferência de calor, baseado na contração do material, conforme a equação a seguir:

$$V(t) = \left(\frac{\rho_S - \rho_L}{\rho_L} \right) \frac{ds}{dt} \quad , \quad (2.14)$$

- em que: - ρ_s : massa específica no estado sólido;
- ρ_L : massa específica no estado líquido;
- s : espessura solidificada; e
- t : tempo.

2.2.3. Determinação do Coeficiente de Transferência de Calor Metal/Molde

A determinação de (h) não é possível de ser feita diretamente. Pode ser realizada se são conhecidas as temperaturas da superfície do metal (T_{is}) em solidificação e da superfície do molde (T_{im}) [Krishnan e Sharma, 1996]:

$$q = h.A.(T_{is} - T_{im}) , \quad (2.15)$$

- Onde: - A : área da superfície;
- q : fluxo de calor que atravessa a interface metal/molde;
- T_{is} : temperatura da superfície do metal;
- T_{im} : temperatura interna da superfície do molde.

Krishnan e Sharma [Krishnan e Sharma,1996] e Loulou e colaboradores [Loulou et al, 1999b] afirmam que, apesar de existirem diversos métodos de se medir a temperatura superficial, a precisão da medida é afetada pela perturbação gerada pelos próprios sensores. Métodos indiretos são os mais adequados e o mais conhecido é o método inverso de análise da condução de calor. As técnicas inversas estimam parâmetros ou propriedades pela extrapolação a partir de condições definidas. A Figura (2.18) ilustra um exemplo que mostra a diferença entre o método direto e inverso na determinação de parâmetros. Considerando-se uma situação de regime permanente mostrada na Figura (2.18a), o problema direto está em encontrar a distribuição de temperaturas entre duas condições de fronteira conhecidas: T_1 e T_2 . O problema inverso de condução de calor na Figura (2.18b) está em determinar uma condição de fronteira (fluxo de calor) que é complexa ou impossível de se medir diretamente. Medidas de temperatura a partir da fronteira desconhecida são necessárias para o cálculo do fluxo de calor neste caso [Goudie, 1995].

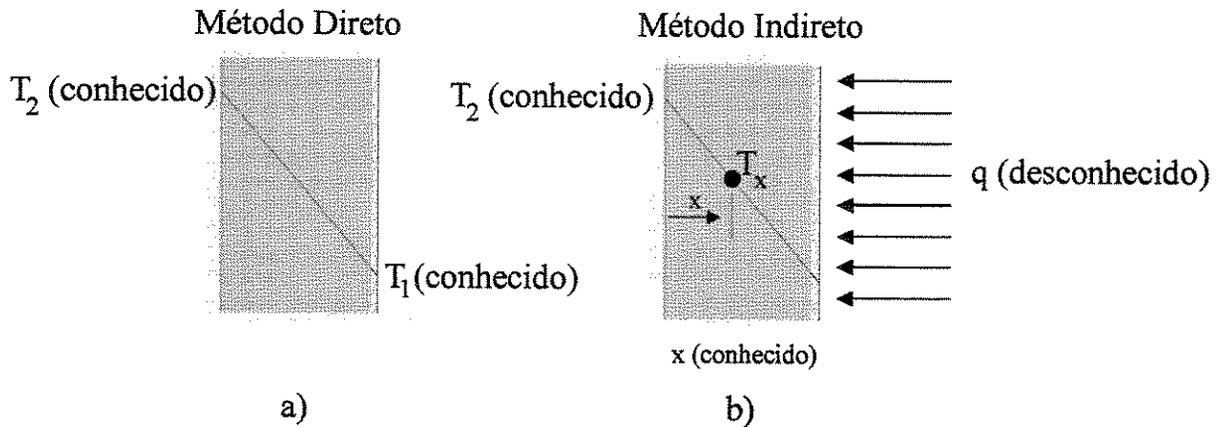


Figura 2.15. Exemplo esquemático mostrado a diferença entre o Método Direto e o Indireto.

A precisão do parâmetro inversamente determinado está vinculada à precisão dos sensores de medição [Piwonka et al, 2000; Attia e Kops, 1989], principalmente em processos de regime transitório que apresentam grandes variações físico-metalúrgicas. Os problemas inversos em condução de calor usuais são a determinação de fluxo de calor e temperatura. Entretanto, existe uma outra classe que se concentra na determinação inversa de coeficiente de transferência de calor. Existem duas abordagens nesta técnica. A primeira consiste em se estimar o valor deste coeficiente até que o perfil térmico gerado coincida com o medido experimentalmente. A segunda abordagem está na utilização de um critério matemático, o Método dos Mínimos Quadrados, para o ajuste do coeficiente de modo que as temperaturas geradas pela simulação apresentem o menor desvio possível em relação às medidas experimentais. O procedimento proposto por Beck [Beck, 1970, 1988] está em minimizar o valor de (S):

$$S = \sum_{i=1}^n (T_{\text{exp}} - T_{\text{calc}})^2 \quad , \quad (2.16)$$

- em que: - T_{exp} : temperatura experimental;
 - T_{calc} : temperatura calculada;
 - n : estágio da iteração; e
 - i : número de pontos comparados.

A literatura mostra vários trabalhos que aplicam o método de Beck na determinação de coeficiente de transferência de calor (h) em sistemas de fundição. Yeung e Lam [Yeung e Lam, 1996] utilizam-se o método para a determinação da condutividade térmica variável com a temperatura e o espaço. Kim e Lee [Kim e Lee, 1997] determinam h na solidificação de tubos cilíndricos de alumínio puro e liga Al-Si e alimentam seu modelo baseado no método de Beck com medições de temperatura tanto no molde, quanto no metal em solidificação. De forma semelhante, Ho e Pehlke [Ho e Pehlke, 1985], Kumar e Prabhu [Kumar e Prabhu, 1991] e Lau e colaboradores [Lau et al, 1998] instrumentam seus sistemas de fundição e obtiveram h pelo método de Beck. Mais recentemente, autores utilizam o método para determinação do coeficiente de transferência de calor metal/molde em regime transitório na interface metal/molde [Santos, 2001; Santos, 2002; Ferreira, 2004a; Ferreira, 2004b; Souza, 2004]. Outros processos utilizam-se do método, tais como lingotamento contínuo [Santos, 2004b] e processo de microfusão em alumínio [Browne, 2001], na determinação do coeficiente de transferência de calor para aplicação em modelagem numérica.

Para a situação de moldes refrigerados em lingotamento estático e contínuo, a análise da transferência de calor no molde deve levar em conta todas as resistências térmicas envolvidas na passagem do fluxo de calor, desde o interior do lingote até a água de refrigeração. A Figura 2.16 ilustra as resistências térmicas envolvidas no processo de lingotamento.

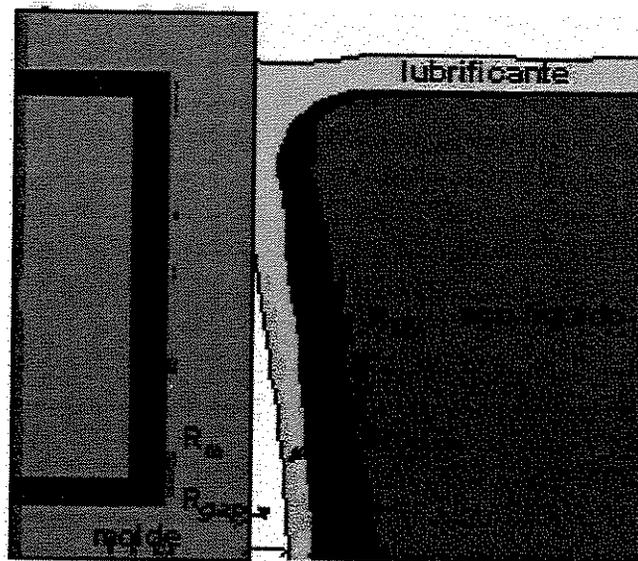


Figura 2.16. Resistências térmicas do sistema lingote/molde.

- Em que:
- R_a resistência térmica da interface água de refrigeração/molde [m^2K/W];
 - R_m resistência térmica da parede do molde [m^2K/W];
 - R_{ar} resistência térmica da interface metal/molde (*gap*) [m^2K/W];
 - R_{lb} resistência térmica da camada de lubrificante [m^2K/W];
 - R_S resistência térmica da casca sólida [m^2K/W]; e
 - R_L resistência térmica do metal líquido [m^2K/W].

Como a determinação da resistência térmica na interface metal/molde é comprometida pela instrumentação para a medição das temperaturas da superfície do lingote e do molde, uma forma de contornar esta dificuldade consiste em se trabalhar com uma resistência térmica global que traduz todas as resistências existentes a partir da superfície do lingote até a água de refrigeração. Esta resistência térmica global é uma resistência equivalente em série, sendo dada por [Krishnan e Sharma, 1996; Siqueira et al, 2003]:

$$R_g = \Sigma R = R_a + R_m + R_{ar} + R_{lb} \quad , \quad (2.17)$$

e ilustrada na Figura (2.17)

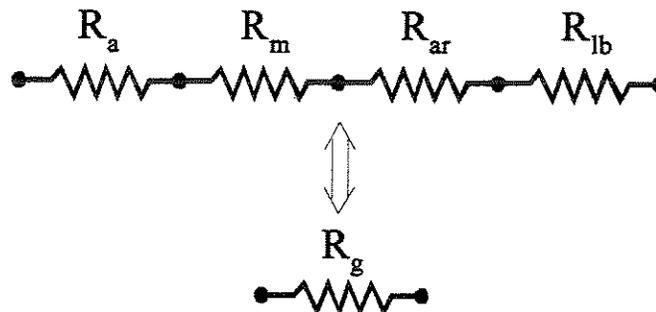


Figura 2.17. Representação da resistência térmica global

O comportamento do coeficiente de transferência de calor global (inverso de R_g) é traduzido como uma curva em decaimento exponencial ao longo do tempo (t) [Krishnan, 1996], comportamento influenciado pela evolução da formação do *gap* mostrado na Figura (2.16). A

expressão do decaimento exponencial tem sido expressa para o caso de lingotamento estático em moldes refrigerados como [Santos, 2001; Siqueira, 2003]:

$$h_g = a.t^{-n} \quad , \quad (2.18)$$

em que a e n são coeficientes obtidos por regressão a partir dos valores a cada instante de h_g obtidos pelo método de Beck.

2.3. Variáveis Térmicas de Solidificação

As variáveis térmicas de solidificação podem ser determinadas a partir dos modelos matemáticos, que serão desenvolvidos no capítulo de modelagem matemática da solidificação (capítulo 3), e são definidas a seguir.

2.3.1. Tempo Local de Solidificação (t_{SL})

É definido como a diferença entre o tempo de passagem da isoterma *solidus* (t_{S_S}) e o tempo de passagem da isoterma *liquidus* (t_{S_L}) por um determinado ponto da peça em solidificação.

$$t_{SL} = t_{S_S} - t_{S_L} \quad (2.19)$$

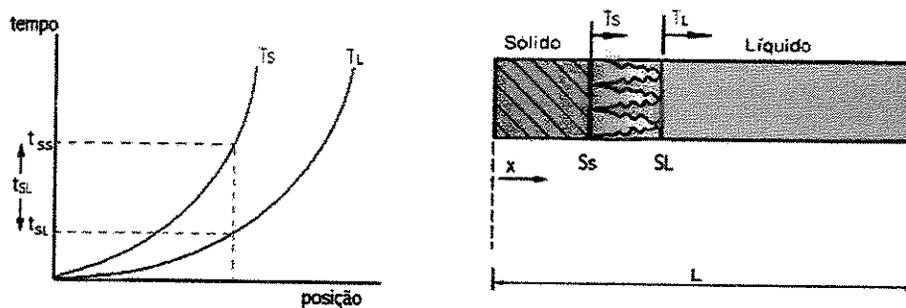


Figura 2.18. Desenho esquemático mostrando um gráfico dos deslocamentos das isothermas *solidus* e *liquidus* ao longo de um elemento de volume L . T_L - isoterma *liquidus*. T_S - isoterma *solidus*.

2.3.2. Velocidade de Deslocamento da Ponta da Dendrita (V_L)

Admitindo-se que a temperatura na ponta da dendrita seja igual à temperatura *liquidus*, a velocidade da ponta da dendrita é igual à velocidade de deslocamento da isoterma *liquidus* como mostra o esquema da figura 2.19.

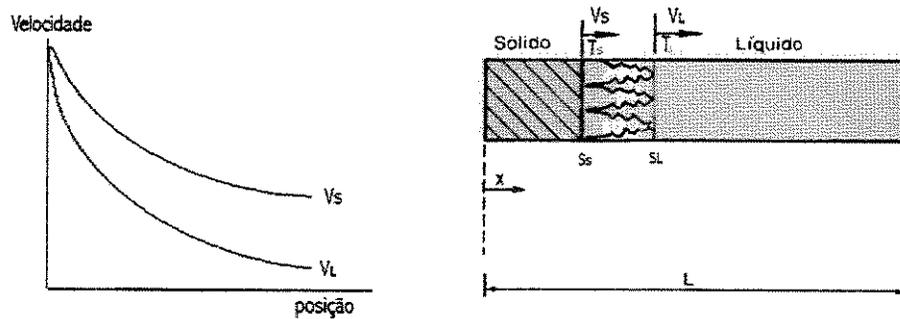


Figura 2.19. Desenho esquemático mostrando um gráfico da velocidade em função da posição e, os deslocamentos das isothermas *solidus* e *liquidus* ao longo de um elemento de volume L . T_L - isoterma *liquidus*. T_s - isoterma *solidus*.

2.3.3. Gradiente de Temperatura (G_L)

O gradiente térmico junto à isoterma *liquidus* pode ser definido pela seguinte expressão:

$$G_L = \left(\frac{\partial T_L}{\partial x} \right) \quad (2.20)$$

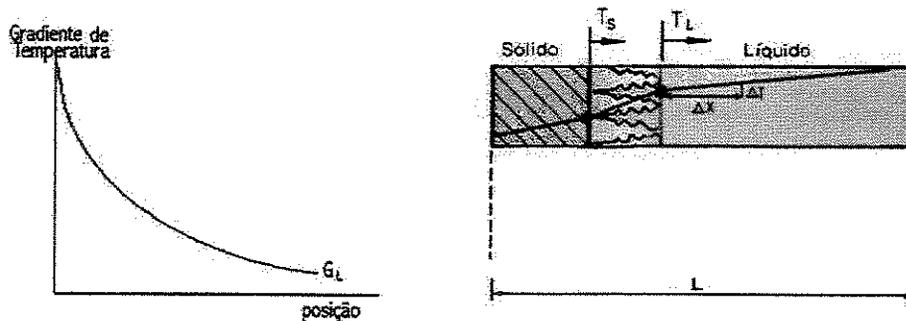


Figura 2.20. Desenho esquemático mostrando um gráfico do gradiente de temperatura à frente da isoterma *liquidus* em função da posição.

2.3.4. Taxa de Resfriamento (\dot{T})

A taxa de resfriamento (\dot{T}) junto a isoterma *liquidus* é definida pela inclinação da curva de resfriamento no momento da passagem pela temperatura *liquidus*:

$$\dot{T} = \frac{\partial T_L}{\partial t} = \left(\frac{\partial T_L}{\partial x} \right)_{x=S_L} \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_{x=S_L}, \quad (2.21)$$

em que $\frac{\partial T_L}{\partial x}$ e $\frac{\partial x}{\partial t}$ são, respectivamente, o gradiente de temperatura junto à isoterma *liquidus* e a velocidade de deslocamento desta isoterma. Logo:

$$\dot{T} = G_L V_L \quad (2.22)$$

2.4. Parâmetros Estruturais

Em operações industriais de fundição e lingotamento, a possibilidade de implantação de uma ampla gama de condições operacionais tem como decorrência direta a geração de uma diversidade de estruturas de solidificação. Parâmetros estruturais como tamanho de grão e espaçamentos interdendríticos são bastante influenciados pela taxa local de resfriamento e, conseqüentemente, com o gradiente de temperatura e a velocidade de solidificação, resultando em uma correlação estreita entre o comportamento térmico do sistema metal/molde durante a solidificação e a microestrutura resultante [Quaresma, 2000; Osório, 2002].

A forma da estrutura de solidificação depende não somente das condições de resfriamento, mas também da composição da liga. Conforme se observa no diagrama de equilíbrio Pb-Sn, para um mesmo sistema (figura 2.21), pode ocorrer o desenvolvimento das diferentes morfologias estruturais.

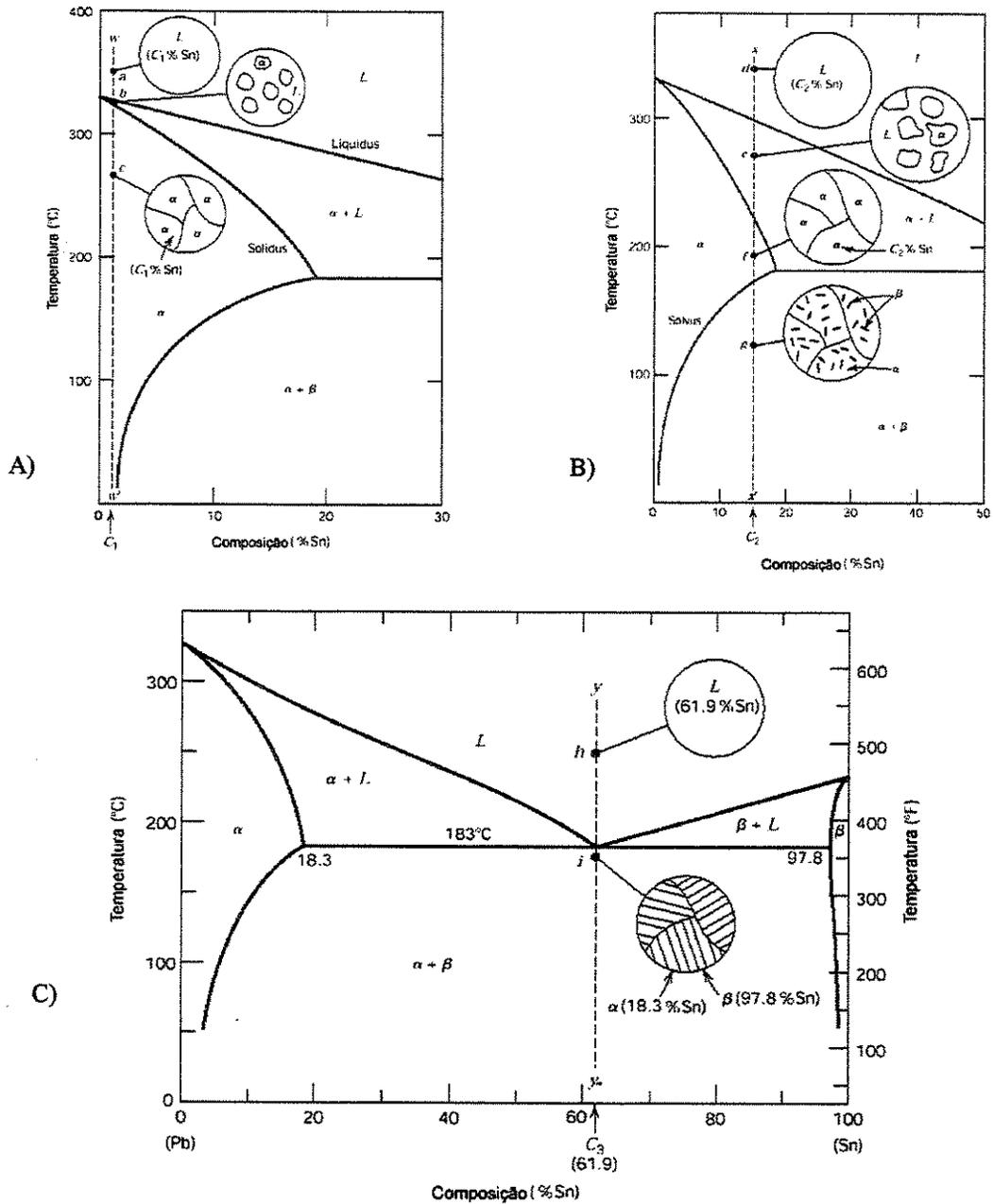


Figura 2.21. Diagrama de equilíbrio do sistema Pb-Sn. (A) composição C_1 - Estrutura α . (B) composição C_2 - Estrutura $\alpha + \beta$. (C) composição C_3 -estrutura eutética - adaptado [Massalski,1990].

A composição química da liga também é fator regulador das características microestruturais do produto fundido, pois os elementos de liga atuam de forma diferenciada na eficiência da

nucleação, gerando assim, em certos casos, grandes variações nas propriedades mecânicas em função de pequenos incrementos em sua composição.

2.4.1. Macroestruturas de Solidificação

Os processos de solidificação, de maneira geral, começam com uma etapa de nucleação e seguidos de uma etapa de crescimento quando as condições termodinâmicas são favoráveis [Form e Wallace, 1960]. As fases resultantes das transformações são função da nucleação, do crescimento ou pela combinação de ambas [Boettinger, 2000]. Geralmente, a solidificação conduz a macroestruturas de três tipos morfológicos característicos, coquilhada, colunar e equiaxial [Kurz et al, 2001]. Na revelação macroestrutural de lingotes, comumente encontram-se estas diferentes estruturas distribuídas de uma forma bem característica, conforme mostra a figura 2.22 para uma seção cilíndrica. A região periférica em contato direto com o molde formada por grãos equiaxiais de granulometria reduzida está associada às altas taxas de resfriamento oriundas da elevada diferença de temperatura entre o molde e o metal [Kurz, 1984]. Estes pequenos grãos de orientação randômica são nucleados a partir da parede do molde e constituem a zona coquilhada. Segue-se o crescimento de uma região intermediária de grãos alongados unidirecionalmente denominados colunares orientados na direção do fluxo de calor [Kurz, 2001] e por fim, uma região central de grãos equiaxiais de tamanho maior em relação aos da região coquilhada. Diversos pesquisadores [Hunt, 1984; Mahapatra e Weinberg, 1987; Ziv e Weinberg, 1989; Siqueira, 2003] têm feito estudos sobre os parâmetros térmicos que influenciam na transição colunar/equiaxial. Basicamente são definidos três mecanismos que induzem a transição colunar/equiaxial: sobrevivência dos cristais coquilhados no centro do banho (mecanismo do *Big Bang*), mecanismo de nucleação na superfície livre do banho e rompimento das dendritas [Biloni, 1970; Ohno, 1988].

Nem sempre todas as zonas estão presentes e a estrutura pode ser, por exemplo, completamente colunar ou completamente equiaxial. Como as propriedades mecânicas dependem da estrutura, é evidente a importância do conhecimento dos parâmetros que controlam a formação estrutural na solidificação.

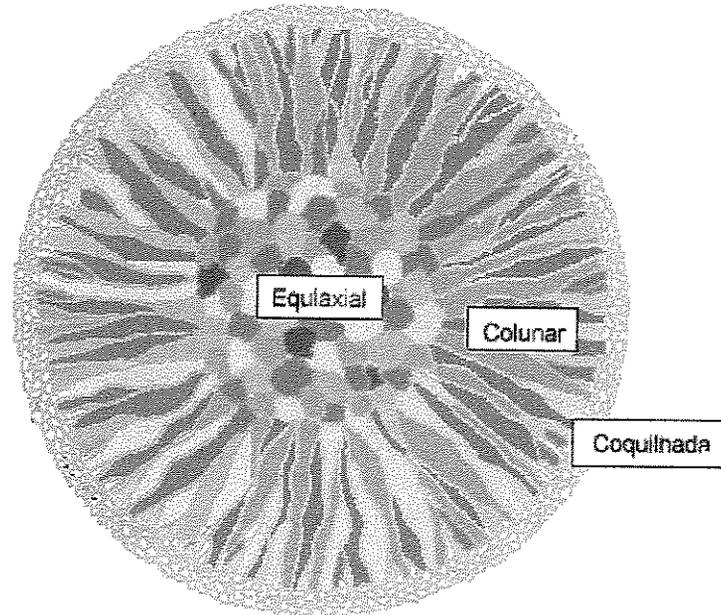


Figura 2.22. Esquema da estrutura de um lingote com extração de calor radial indicando as zonas coquilhada, colunar e equiaxial [Santos, 2000].

2.4.2. Microestruturas de Solidificação

As propriedades mecânicas de uma liga em seu estado bruto de solidificação, além das macroestruturas, dependem do arranjo microestrutural que também é definido durante o processo de solidificação. Nessas condições, os espaçamentos interdendríticos, a forma, o tamanho e o espalhamento de eventual porosidade, produtos segregados e outras fases, determinaram o comportamento mecânico da liga representado por tensões/deformações.

A frente de solidificação pode ser plana, celular ou dendrítica. Os metais puros apresentam a frente de solidificação plana e, à medida que são incorporados elementos de liga, a frente de solidificação tende a se tornar instável devido ao fenômeno conhecido por super-resfriamento constitucional [Ohno, 1988]. A instabilidade da frente de solidificação depende da sua velocidade de avanço e do gradiente de temperatura à frente da interface sólido/líquido. Quanto menor é a relação gradiente de temperatura e velocidade de solidificação, maior é a instabilidade da frente de solidificação, ou seja, baixos valores de gradiente térmico e altos valores de velocidade da interface facilitam a formação do super-resfriamento constitucional e conseqüente instabilidade. Neste caso, a interface plana tende a passar para celular e dendrítica.

Após o surgimento de instabilidades que induzem uma estrutura celular, à medida que a velocidade de crescimento é aumentada ainda mais, começam a surgir perturbações nas laterais (perpendicularmente à direção de crescimento) que são denominadas de ramificações secundárias, definindo-se desta forma a estrutura dendrítica. Também se observa um aumento dos espaçamentos dendríticos da superfície para o centro de peças solidificadas. O fato é associado ao decaimento da taxa de resfriamento com o tempo. A figura 2.23 mostra os espaçamentos celulares (λ_c), dendríticos primários (λ_1), secundários (λ_2) e terciários (λ_3).

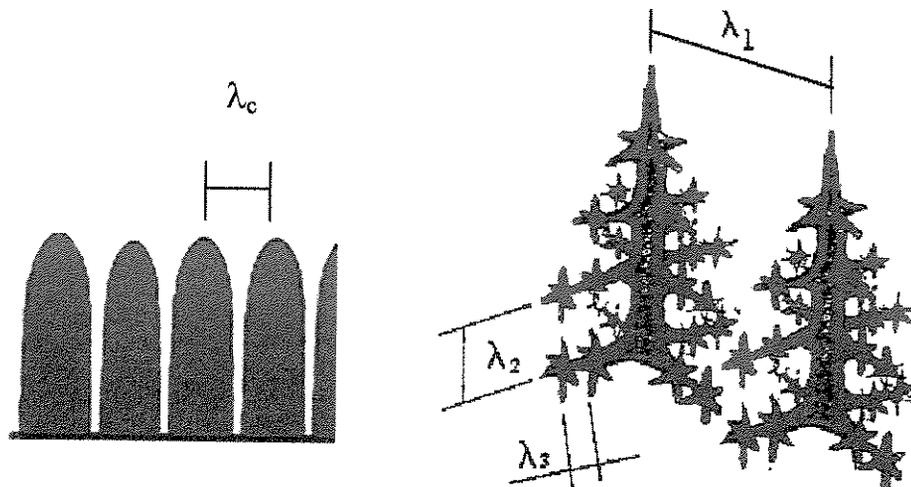


Figura 2.23. Representação dos espaçamentos celulares (λ_c), espaçamentos dendríticos primários (λ_1), secundários (λ_2) e terciários (λ_3).

2.4.3. Correlação dos Parâmetros Microestruturais com as Variáveis Térmicas

A caracterização do processo de solidificação por meio das correlações da microestrutura com os parâmetros térmicos tem sido feita por vários pesquisadores [Rocha, 2002; Hunt, 1979; Kurz-Fisher, 1992; Hunt-Lu, 1996; Trivedi, 1994; Bouchard-Kirkaldy, 1997; Koseki e Flemings, 1995; Feng, 1999; Çardili e Gündüz, 2000; Yu, 1999; Santos, 2001] utilizando-se da determinação dos espaçamentos dendríticos. Os parâmetros térmicos normalmente utilizados são velocidades da isoterma *liquidus*, gradientes de temperatura e taxas de resfriamento. Quaresma [Quaresma, 2000], e Osório [Osório, 2002] desenvolvem também expressões de correlação dos espaçamentos dendríticos primários e secundários com o limite de resistência a tração.

A maioria dos modelos de crescimento dendrítico existentes na literatura são desenvolvidos para regime estacionário de transferência de calor. Os modelos propostos por Hunt-Lu [Hunt e Lu, 1996] para espaçamentos celulares e dendríticos primários e Bouchard-Kirkaldy [Bouchard e Kirkaldy, 1997] para espaçamentos dendríticos primários e secundários, assumem condições de solidificação com fluxo de calor unidirecional em regime transitório. Esses parâmetros são correlacionados com os parâmetros térmicos de solidificação como mostra de forma generalizada pela equação (2.23):

$$(\lambda_c, \lambda_1, \lambda_2) = C(G_L, V_L, G_L V_L)^n, \quad (2.23)$$

em que: - C: constante que depende do tipo de liga; e
 - n: expoente que tem sido determinado na literatura para uma série de ligas [Kirkaldy, 1997; Feng, 1999; Çardili e Gündüz, 2000].

Os modelos teóricos de Hunt-Lu e Bouchard-Kirkaldy para espaçamentos celulares e dendríticos primários estão representados pelas equações de (2.24) a (2.25).

$$\lambda_c = 4,09 k_0^{-0,745} \left(\frac{\Gamma}{\Delta T} \right)^{0,41} D_L^{0,59} v_L^{-0,59}; \text{ Hunt-Lu, para espaçamento celular}; \quad (2.24)$$

$$\lambda_1 = 0,07798 v^{(a-0,75)} (v' - G')^{0,75} G'^{-0,6028}; \text{ Hunt-Lu, espaçamento primário}; \quad (2.25)$$

em que :

$$- a = -1,131 - 0,1555 \log_{10}(G') - 0,007589 [\log_{10}(G')]^2; \quad (2.26)$$

$$\lambda_1 = \frac{\lambda_c \Delta T}{\Gamma k_0}, G' = \frac{G_L \Gamma k_0}{\Delta T^2} \text{ and } v' = \frac{v_L \Gamma k_0}{D_L \Delta T}; e \quad (2.27)$$

$$\lambda_1 = a_1 \left(\frac{16C_0^{1/2} G_0 \varepsilon \sigma_{SL} \Gamma D_L}{(1 - k_0) m G_L v_L} \right)^{1/2}; \text{ Bouchard-Kirkaldy, dendrítico primário}; \quad (2.28)$$

em que: - Γ : coeficiente de Gibbs-Thomson;

- m : a inclinação da linha liquidus;

- k_0 : coeficiente de partição de soluto;

- C_0 : composição de soluto da liga;

- D_L : difusividade de soluto no líquido;

- ΔT : diferença entre as temperaturas de equilíbrio liquidus e solidus;

- V_L [$\mu\text{m/s}$]: velocidade de deslocamento da isoterma liquidus;

- G_L [K/m]: gradiente de temperatura no líquido;

- $G_0\epsilon$: parâmetro característico e fator de escala, respectivamente, $\cong 600 \times 6 \text{ Kcm}^{-1}$, valor definido para compostos orgânicos [Bouchard e Kirkaldy, 1997];

- a_1 : fator de calibração utilizado para corrigir o modelo de Bouchard-Kirkaldy [Bouchard e Kirkaldy, 1997] e, σ_{SL} correspondendo à tensão superficial da interface S/L;

A literatura apresenta correlações experimentais para os espaçamentos dendríticos secundários tanto para fluxo de calor permanente como para transitório em solidificação unidirecional, como mostra a tabela 2.1. Já a tabela 2.2 mostra os modelos teóricos de crescimento dendrítico secundário [Garcia, 2001].

Tabela 2.1. Equações experimentais dos espaçamentos dendríticos secundários (EDS) indicando o fator exponencial e o valor da constante C para diversas ligas metálicas [Garcia, 2001].

Ligas (% em peso)	Equações Experimentais	
	λ_2 [μm]; t_{SL} [s]; \dot{T} [K/s]	
Al- 4,5%Cu	$\lambda_2 = 7,5 (t_{SL})^{0,39}$ [Bower et al, 1966]	(2.29)
Al-Si	$\lambda_2 = C(t_{SL})^{0,43}$ ($C = 11,5$ a $15,3$) [Bamberger et al,2001]	(2.30)
Fé-0,62%C	$\lambda_2 = 15,8 (t_{SL})^{0,44}$ [Jacobi, 1975, 1976]	(2.31)
Fe-C (0,14 a 0,88%C)	$\lambda_2 = 146(\dot{T})^{-0,3}$ [Garcia, 2001]	(2.32)

Tabela 2.2. Modelos teóricos de crescimento dendríticos secundários (EDS).

Autor	Modelo
Kurz e Fisher [1984]	$\lambda_2 = 5,5(Mt_{SL})^{1/3}$ (2.33)
Feurer [1977]	$\lambda_2 = 4,36(Mt_{SL})^{1/3}$ (2.34)
Mortensen [1991]	$\lambda_2 = C_1(t_{SL})^{1/3}$ (2.35)
Bouchard-Kirkaldy [1997]	$\lambda_2 = 2\pi\alpha_2 \left[\frac{4\sigma_{SL}}{C_0(1-k_0)^2 L} \left(\frac{D_L}{V_L} \right)^2 \right]^{1/3}$ (2.36)

Os valores de M e C_1 , indicados nas equações citadas na Tabela 2.2, são determinados, respectivamente, para cada modelo, a partir das expressões:

$$M[Kurz \& Fisher] = \frac{\Gamma D_L}{(1-k_0)m(C_0 - C_{Lm\acute{a}x})} \ln\left(\frac{C_{Lm\acute{a}x}}{C_0}\right), \quad (2.37)$$

$$M[Feurer] = \frac{2\sigma_{SL}D_L T_L}{L(1-k_0)m(C_0 - C_{Lm\acute{a}x})} \ln\left(\frac{C_{Lm\acute{a}x}}{C_0}\right), \quad (2.38)$$

$$C_1 = \left[\frac{27\Gamma D_L}{4C_{Lm\acute{a}x}m(1-k_0)f_S(1-\sqrt{f_S})} \right]^{1/3}, \quad (2.39)$$

em que:

- $C_{Lm\acute{a}x}$: concentração máxima do líquido interdendrítico, que em muitos sistemas binários de interesse coincide com a concentração do eutético (C_E);
- σ_{SL} : tensão superficial da interface S/L;
- f_S : fração de sólido calculada a partir da equação de Scheil;
- L : calor latente de fusão.

Rocha [Rocha, 2003] estuda a solidificação unidirecional das ligas Sn-Pb e correlaciona EDS com a velocidade da isoterma liquidus através das relações experimentais:

$$\text{- Sn5\%Pb - } \lambda_2 = 25 \cdot V_L^{-2/3}, \quad (2.40)$$

$$\text{- Sn15\%Pb - } \lambda_2 = 11 \cdot V_L^{-2/3}. \quad (2.41)$$

CAPÍTULO 3

3. MODELAGEM MATEMÁTICA NA SOLIDIFICAÇÃO

3.1. Introdução

A modelagem da solidificação implica em uma análise teórica das variáveis do processo, utilizando-se de diferentes métodos, que de uma maneira geral pode ser dividida em métodos determinísticos e métodos probabilísticos. Recentemente, trabalhos de controle microestrutural [Chao e Du, 1999; Shin et al, 2001] e de segregações [Quillet et al, 2003; Chang e Stefanescu, 1996] têm sido estudados no processo de solidificação pondo em evidências os fenômenos de nucleação e de crescimento dendrítico, fazendo-se uso de métodos determinísticos. Métodos probabilísticos vêm sendo aplicados, tais como os estocásticos [Zhu e Hong, 2001], que têm sido focados para modelagem em análise da evolução microestrutural [Boettinger et al, 2000] com o objetivo de prever a microestrutura resultante de um processo de solidificação, graças ao avanço tecnológico na área computacional. A natureza das equações do modelo é que determina o método para obtenção da solução. Geralmente, os modelos matemáticos de solidificação servem para determinar o avanço da interface sólido/líquido com o tempo. Stefanescu e Pang [Stefanescu e Pang, 1998], comparam o uso dos métodos estocásticos na modelagem de solidificação de microestrutura enfocando as limitações dos modelos determinísticos nas formações das dendritas e seus movimentos na fase líquida, inclusive nas características macroestruturais como a transição colunar-equiaxial. Comparados com os modelos determinísticos de solidificação, os métodos estocásticos apresentam a vantagem de ter uma solução matemática relativamente mais simples, usando as técnicas de Monte Carlo [Brown e Spittle, 1989] e a Cellular Automaton [Gandin et al, 1999, Varma et al, 2001, Oshasa et al, 2003].

Com relação aos métodos determinísticos, os métodos analíticos e os numéricos são os mais conhecidos. Anteriormente, os métodos analíticos eram mais utilizados com base nos modelos clássicos de Stefan e Schwarz, enquanto que, os métodos numéricos não eram muito utilizados devido à complexidade das formulações e conseqüente demora no processamento. Atualmente, com o avanço na área tecnológica computacional, processadores com melhor desempenho permitem que as rotinas numéricas possam ser utilizadas em menor tempo, tornando-se vantajosas em relação aos métodos analíticos devido à solução de problemas mais genéricos e de maior complexidade [Santos, 2000; Spim, 1996].

Na modelagem da solidificação, é importante definir as condições de contorno para os balanços térmicos das diferentes interfaces com seus mecanismos de transferência de calor como relatado no capítulo anterior, com a respectiva implementação, independentemente do método a ser utilizado.

Este capítulo descreve as modelagens matemática analítica e numérica, seguindo os seguintes itens em ordem de complexidade:

- Aspectos da modelagem matemática analítica de solidificação;
- Modelo de solidificação analítico unidirecional, tratando de casos de metais com frente de solidificação plana (ligas binárias e eutéticas) sem e com resistência térmica entre o metal e o molde, passando para os casos das ligas binárias com resistência térmica;
- Modelo de solidificação analítico com fluxo de calor radial para moldes refrigerados para ligas binárias com resistência térmica entre o metal e o molde;
- Aspectos da modelagem numérica de solidificação; e
- Desenvolvimento de um modelo numérico de solidificação em regime transitório para ligas binárias.

3.2. Aspectos da Modelagem Matemática Analítica de Solidificação

Os modelos analíticos podem ser divididos em analíticos exatos e aproximados. Os modelos analíticos exatos não admitem simplificações de caráter matemático, fazendo com que muitas vezes se afastem das condições reais do problema. Já os métodos aproximados, além das

simplificações de caráter físico, admitem também simplificações matemáticas. As hipóteses simplificadoras adotadas na maioria das soluções do problema por meio de métodos exatos podem ser agrupadas como [Garcia, 1978; Quaresma, 2000; Müller, 2001]:

- o fluxo de calor é unidirecional;
- não existe resistência térmica ao fluxo de calor na interface metal/molde. Admite a existência de contato térmico perfeito metal/molde ou coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde tendendo a infinito;
- o metal e o molde comportam-se como elementos semi-infinitos, não havendo perdas de calor do molde para o meio ambiente. A temperatura externa do molde deve permanecer constante durante a solidificação. Todo calor do metal é transferido por condução e absorvido totalmente pelo molde;
- a temperatura da interface metal/molde permanece constante durante a solidificação;
- a interface sólido/líquido é macroscopicamente plana;
- não existe fluxo de massa; e
- as propriedades físicas do metal e do molde permanecem constantes durante a solidificação.

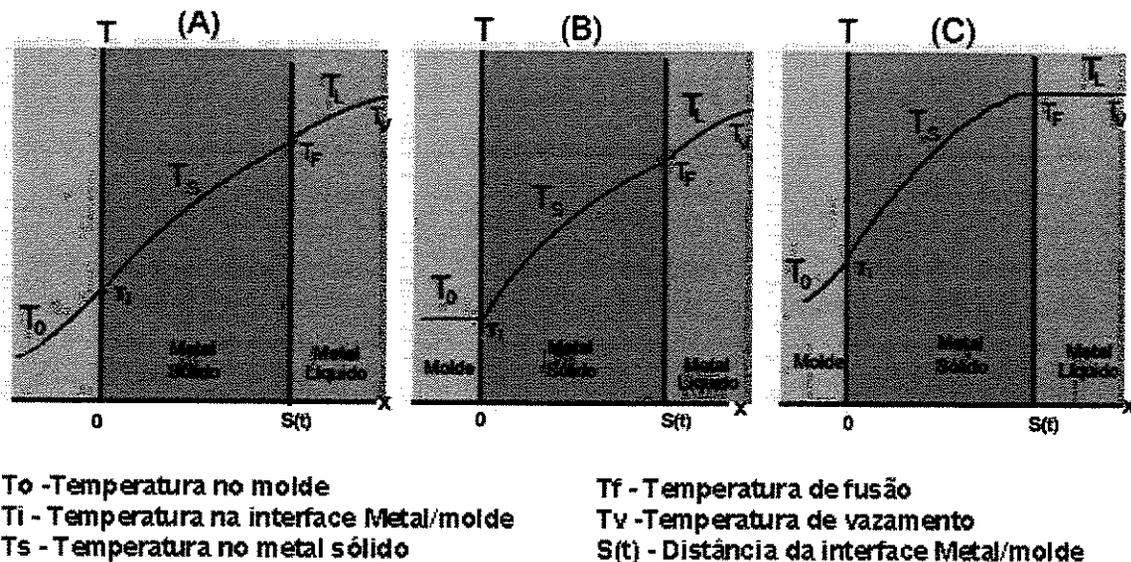


Figura 3.1. Perfis térmicos para sistemas metal/molde conforme solução obtida por (A) Schwarz, que considera molde semi-infinito. (B) Neumann e Lightfoot, que consideram o molde perfeito absorvedor de calor (moldes refrigerados). (C) Lyubov, que não considera o superaquecimento.

Os modelos de Neumann, Schwarz, Lightfoot, Lyubov, Stefan, Chvorinov [Garcia, 1978; Quaresma, 1999; Muller, 2003] são enquadrados como soluções exatas já que não consideram resistência térmica na interface metal/molde, o que permite que as soluções sejam alcançadas sem simplificações de caráter matemático. A figura 3.1 mostra os perfis térmicos representativos dos diferentes modelos exatos desenvolvidos. Müller [Muller, 1998] propõe modificações no modelo de Schwarz, considerando o efeito do superesfriamento térmico e mecanismos de nucleação, mas considera a interface metal/molde com contato perfeito.

Garcia e Prates desenvolvem um método analítico exato com resistência térmica constante na interface metal/molde para o estudo de solidificação unidirecional para metais com frente de solidificação plana em moldes refrigerados, adotando um sistema virtual onde esta resistência é representada por camadas virtuais de metal e do molde [Garcia e Prates, 1978] e posteriormente para moldes maciços [Garcia et al, 1979]. Em outro trabalho, Garcia e Prates [Garcia e Prates, 1984] ampliam o modelo para ligas binárias para moldes refrigerados, e posteriormente para moldes maciços. A figura 3.2 mostra o perfil de temperatura com resistência térmica metal/molde finita em que o fluxo de calor passa em ambas as interfaces sólido/líquido (q_s) e metal/molde (q_o).

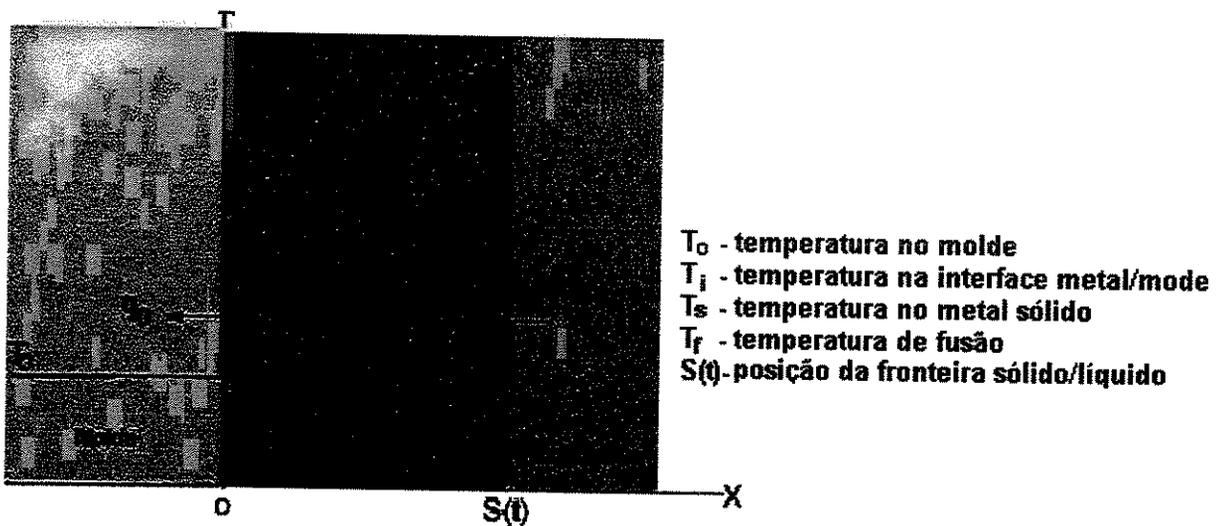


Figura 3.2. Perfil de temperaturas do sistema metal/molde evidenciando o fluxo de calor nas interfaces metal/molde e sólido/líquido.

3.3. Modelo de Solidificação Analítico Unidirecional

O estudo analítico da solidificação restringe-se a várias condições de contorno de acordo com o modelo aplicado. A maioria dos modelos é baseada na equação geral de Neumann que utiliza o argumento da função erro, e posteriormente adaptados por outros pesquisadores para casos particulares, tais como Schwarz [Müller, 2002], Stefan, Chvorinoff, Lyubov [Quaresma, 1999], Garcia [Garcia, 1978], Santos [Santos, 1985].

A solução matemática do problema de transferência de calor em regime não estacionário é regida pela equação de Fourier:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (3.1)$$

A solução desta equação geral apresenta-se em termos de função erro, conforme proposta por Neumann em 1860 para estudos de formação de placas de gelo [Santos, 1985]:

$$T = A + \text{Berf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right), \quad (3.2)$$

em que:

T- temperatura;

x- distância em relação a interface metal/molde;

t- tempo;

a - difusividade térmica; e

A e B – constantes de integração.

3.3.1. Solidificação com Frente Plana

Considerando um modelo mais simplificado (Schwarz) determinam-se os valores A e B da equação 3.2, cujas condições de contorno definem uma transferência de calor em um sistema semi-infinito, solidificação com frente sólido/líquido plana e contato perfeito entre o metal e o molde. Sendo x o posicionamento no sistema, como mostra a figura 3.3. tem-se:

- $x=0$, interface metal molde;
- $x=S$, interface sólido/líquido, correspondendo à temperatura de fusão;
- $x=+\infty$, posição no sistema mais afastado do molde semi-infinito, correspondendo a temperatura de vazamento; e
- $x=-\infty$, a posição mais afastada da interface metal/molde correspondendo à temperatura ambiente.

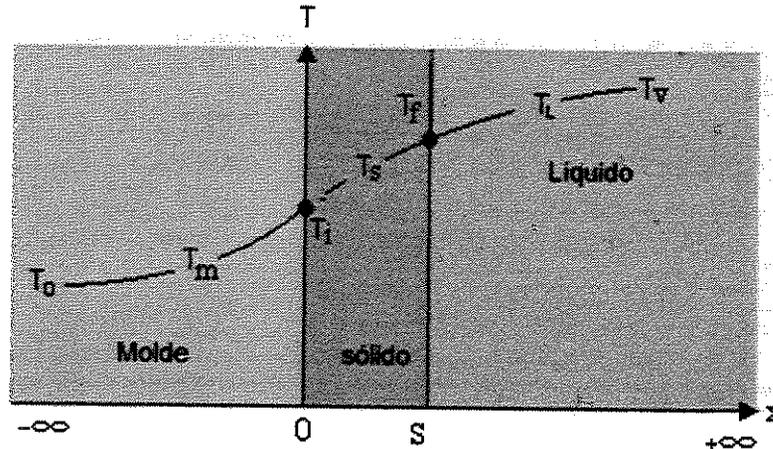


Figura 3.3. Esquema representativo de um perfil de temperaturas no sistema metal/molde.

Substituindo na equação 3.2 os valores de x de acordo com as condições de contorno do sistema, encontram-se os valores para A e B .

Molde (T_m)

- Para $x=0$, $T=A$, onde A corresponde à temperatura da interface (T_i);
- Para $x=-\infty$, a função erro vale -1 , logo, $T=A-B$. Nesta condição, tem-se a temperatura ambiente (T_0), sendo a expressão $A-B$ correspondente à temperatura ambiente (T_0) logo, substituindo-se A por T_i (valor encontrado para $x=0$), acha-se $B=T_i-T_0$. Assim sendo, a expressão que determina as temperaturas no molde toma a forma:

$$T_m = T_i + (T_i - T_0) \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \quad (3.3)$$

Metal sólido (T_s)

- Para $x=0$, $T=A$, correspondendo à temperatura da interface (T_i); e

- Para $x=S$, na interface sólido/líquido, limite superior da temperatura no estado sólido, correspondendo à temperatura de fusão (T_f), tem-se:

$$T_f = A + B \cdot \text{erf}(\phi), \text{ onde } A=T_i \text{ de acordo com as condições anteriores e } B = \frac{(T_f - T_i)}{\text{erf}(\phi)}, \text{ em}$$

que ϕ é a constante de deslocamento da interface sólido/líquido, definindo-se a expressão para a cinética da solidificação:

$$\phi = \frac{s}{2\sqrt{at}}, \quad (3.4)$$

substituindo-se A por T_i e $B = \frac{(T_f - T_i)}{\text{erf}(\phi)}$, tem-se:

$$T_s = T_i + \frac{(T_f - T_i)}{\text{erf}(\phi)} \text{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \quad (3.5)$$

Metal líquido (T_L)

- Para $x=+\infty$, $T=A+B$, correspondendo à temperatura de vazamento;

- Para $x=S$, corresponde à temperatura de fusão $T_f = A + B \cdot \text{erf}(\phi)$. Substituindo, tem-se os valores de A e B:

$$A = T_v - \frac{(T_v - T_f)}{1 - \text{erf}(\phi)} \text{ e } B = \frac{(T_v - T_f)}{1 - \text{erf}(\phi)}, \text{ substituindo-se na equação geral tem-se:}$$

$$T_L = T_v - \frac{(T_v - T_f)}{1 - \text{erf}(\phi)} + \frac{(T_v - T_f)}{1 - \text{erf}(\phi)} \text{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \text{ ou}$$

$$T_L = T_v - \frac{(T_v - T_f)}{1 - \text{erf}(\phi)} \left[1 - \text{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \right] \quad (3.6)$$

O modelo de Schwarz considera o contato perfeito entre o metal e o molde com fluxo de calor na região tendendo ao infinito, o que não procede com a realidade da grande maioria dos processos convencionais de solidificação e de lingotamento contínuo devido às formações de *gaps*, que têm grande importância na resistência térmica global. O desenvolvimento de um modelo analítico exato para moldes maciços foi realizado por Garcia [Garcia, 1978b], considerando uma resistência térmica virtual finita na interface metal/molde composta pela adição de duas parcelas para introduzir a resistência Newtoniana. A primeira parcela é um acréscimo virtual na espessura do molde (E_0) e a segunda, no metal previamente solidificado (S_0), como mostra o esquema da figura 3.4.

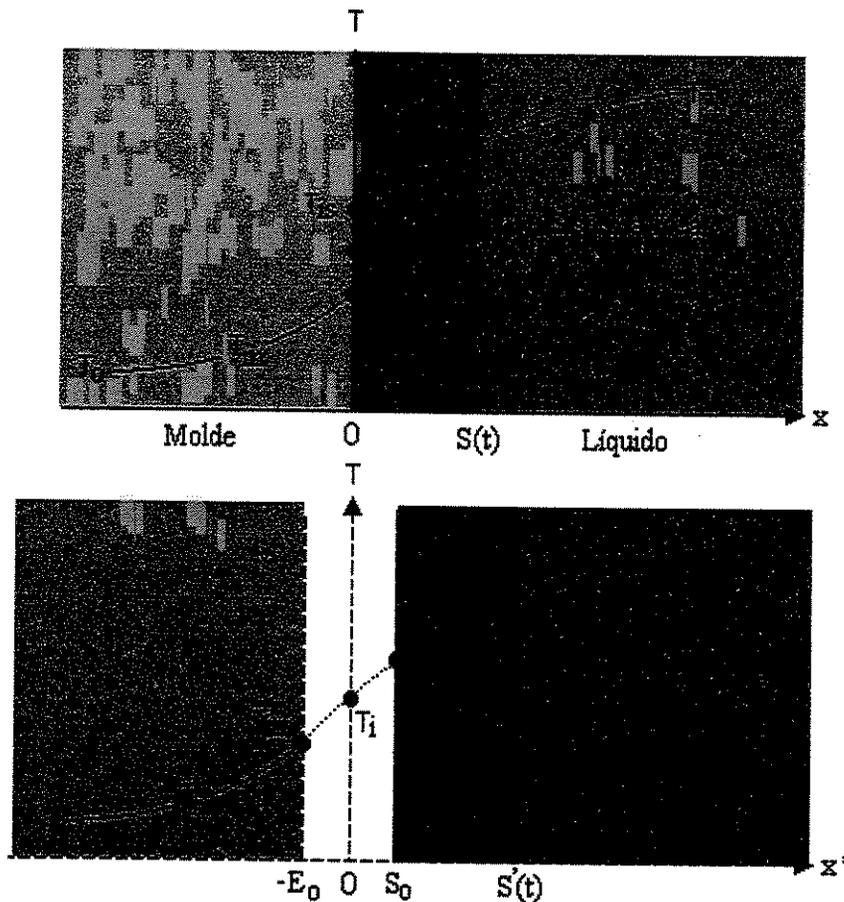


Figura 3.4. Esquema do sistema metal/molde virtual e real para um perfil térmico.

O modelo analítico de solidificação engloba a resistência interfacial, considerando as seguintes condições:

- fluxo de calor unidirecional;
- coeficiente de transmissão de calor metal/molde constante;
- utilização apenas em metais puros e ligas eutéticas (interface sólido/líquido plana);
- a convecção no líquido desprezada; e
- propriedades físicas do molde e do metal constantes (para o metal variam com o estado de agregação).

Para a transposição do sistema real para o virtual, utilizam-se relações cartesianas de interligação entre os dois sistemas. A distância no sistema virtual (x') equivale à distância real (x) acrescido de uma espessura S_o . O mesmo acontece para as camadas solidificadas (S') e a variável tempo (t') como mostram as relações a seguir:

- $x' = x + S_o$ para $x > 0$;
- $x' = x - E_o$ para $x < 0$;
- $S' = S + S_o$;
- $t' = t + t_o$, sendo t_o tempo para solidificação da espessura S_o no sistema virtual.

Com base nestas correlações e condições de contorno, definem-se as equações do perfil térmico a partir da equação geral:

$$T = A + B \cdot \text{erf} \left(\frac{x'}{2\sqrt{at'}} \right), \text{ sendo } A \text{ e } B \text{ constantes definidas de acordo com as condições de}$$

contorno.

$$\frac{x'}{2\sqrt{at'}} = N\phi \frac{x - E_o}{S + S_o} \quad (3.7)$$

em que $N = (a_s/a_m)^{1/2}$ e

ϕ = constante de deslocamento da fronteira sólido/líquido dada por:

$$\phi = \frac{S'}{2\sqrt{a_s t'}} \quad (3.8)$$

No molde (T_m)

$$T_m = T_i + (T_i - T_o) \operatorname{erf} \left(N\phi \frac{x - E_o}{S + S_o} \right) \quad (3.9)$$

No metal sólido (T_s)

$$T_s = T_i + \frac{(T_f - T_i)}{\operatorname{erf}(\phi)} \operatorname{erf} \left(\phi \frac{x + S_o}{S + S_o} \right) \quad (3.10)$$

No metal líquido (T_L)

$$T_L = T_v - \frac{(T_v - T_f)}{1 - \operatorname{erf}(\phi)} + \frac{(T_v - T_f)}{1 - \operatorname{erf}(\phi)} \operatorname{erf} \left(\frac{x'}{2\sqrt{at'}} \right) \quad \text{ou}$$

$$T_L = T_v - \frac{(T_v - T_f)}{1 - \operatorname{erf}(\phi)} \left[1 - \operatorname{erf} \left(n\phi \frac{x + S_o}{S + S_o} \right) \right], \text{ onde } n = (a_s/ai)^{1/2} \quad (3.11)$$

Com relação à cinética da solidificação, a equação do tempo de formação da casca solidificada utiliza-se a equação $t = t' - t_0$. Sendo em $x' = S_0$, tem-se $t' = t_0$, obtendo-se as respectivas expressões:

$$t' = \frac{S^2}{4a_s \phi^2} \quad \text{e} \quad t_0 = \frac{S_0^2}{4a_s \phi^2}$$

Tem-se:

$$t = \frac{1}{4a_s \phi^2} S^2 + \frac{S_0}{2a_s \phi^2} S \quad (3.12)$$

Através de balanços térmicos na interface metal/molde para $x' = S_0$, encontra-se uma equação de S_0 em função de h , de modo que se possa representar a cinética da solidificação através da equação:

$$t = \frac{1}{4a_s \phi^2} S^2 + \frac{c_s \rho_s}{\sqrt{\pi} \exp(\phi^2) [M + \operatorname{erf}(\phi)] h} S, \quad \text{com superaquecimento,} \quad (3.13)$$

onde M é a constante metal/molde dada por:

$$M = \sqrt{\frac{k_m c_m \rho_m}{k_s c_s \rho_s}} \quad (3.14)$$

Através de um balanço térmico na interface sólido/líquido, determina-se a equação para a constante de solidificação (ϕ) e chega-se à expressão conhecida como solução de Stefan, utilizada para solidificação sem superaquecimento:

$$\sqrt{\pi} \phi [M + \operatorname{erf}(\phi)] \exp(\phi^2) = \frac{c_s (T_f - T_0)}{L} \quad (3.15)$$

Assim sendo, para situações onde o metal líquido é vazado sem superaquecimento, a equação 3.13 fica resumida em:

$$t = \frac{1}{4\alpha_s \phi^2} S^2 + \frac{L \rho_s}{h(T_f - T_0)} S \quad (3.16)$$

que pode ser sintetizada por:

$$t = \alpha S^2 + \beta S \quad (3.17)$$

Derivando-se a equação (3.17) em função de S , chega-se à expressão da velocidade da frente de solidificação:

$$v = \frac{1}{2\alpha S + \beta} \quad (3.18)$$

As equações para a solidificação com frente plana podem ser expressas em função da constante metal/molde (M) e de α e β , retirando-se a espessura adicional S_0 . Através do balanço térmico na interface metal/molde em $x'=S_0$, vê-se que $S_0 = \beta/2\alpha$ e, em $x'=-E_0$, chega-se em $E_0 = S_0/N$. Substituindo as respectivas expressões em (3.9), (3.10) e (3.11), obtém-se (3.19), (3.20) e (3.21).

$$T_m = T_o + \frac{(T_f - T_o)M}{M + \text{erf}(\phi)} \left[M + \text{erf}\left(\phi \frac{2\alpha Nx - \beta}{2\alpha S + \beta}\right) \right], \quad (3.19)$$

$$T_s = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{M + \text{erf}(\phi)} \left[M + \text{erf}\left(\phi \frac{2\alpha x + \beta}{2\alpha S + \beta}\right) \right], \quad e \quad (3.20)$$

$$T_L = T_v - \frac{(T_v - T_f)}{1 - \text{erf}(n\phi)} \left[1 - \text{erf}\left(n\phi \frac{2\alpha x + \beta}{2\alpha S + \beta}\right) \right]. \quad (3.21)$$

3.3.2 - Solidificação Unidirecional de Ligas Binárias

Em ligas binárias, a solidificação caracteriza-se pelo avanço de duas isothermas, a *solidus* e a *liquidus*. Para dar o caráter newtoniano ao sistema metal/molde, Garcia e Prates [Garcia e Prates, 1984] além de adicionar uma espessura de material virtual no molde (E_o) e de metal (S_o) na interface, adiciona mais uma parcela virtual de zona pastosa (L_o), como mostra a figura 3.5.

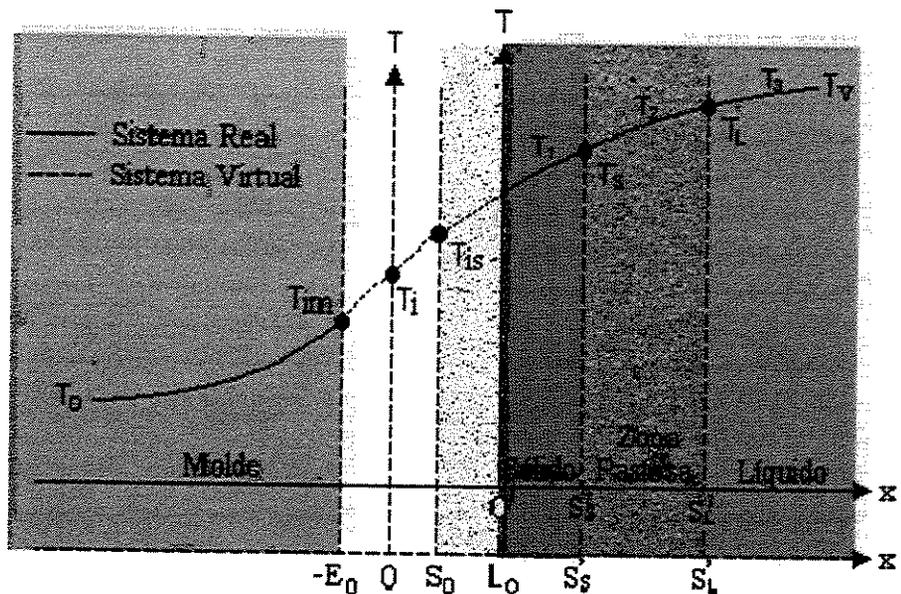


Figura 3.5. Esquema do sistema metal/molde virtual e real para ligas binárias para um perfil térmico.

Para a liberação do calor latente durante o processo na zona pastosa, utiliza-se um ajuste no valor do calor específico dentro da zona pastosa e, consideram-se os demais requisitos de caráter físicos assumidos no modelo como sendo os mesmos para a solidificação com frente plana. A expressão responsável pela liberação do calor latente é dada por:

$$c_p = c_L + \left(\frac{L}{T_L - T_S} \right) \quad (3.22)$$

Com base na figura 3.5, a transposição entre os parâmetros do sistema virtual para o sistema real é feita por meio das seguintes relações:

$$x' = x + L_0 ; \quad \text{para } x > 0$$

$$x' = x - E_0 ; \quad \text{para } x < 0$$

$$S'_s = S_s + L_0 ;$$

$$S'_L = S_L + L_0 ;$$

$$t' = t + t_0 \quad \text{sendo } t_0 \text{ tempo de solidificação para espessura } S_0.$$

As equações para ligas binárias seguem a mesma abordagem para solidificação com frente plana. Utilizando o mesmo critério de Neumann da equação (3.2), e substituindo pelas variáveis do sistema virtual, tem-se:

$$T = A + B \operatorname{erf} \left(\frac{x'}{2 \sqrt{a t'}} \right) \quad (3.23)$$

Com relação à cinética da solidificação, tem-se duas constantes de deslocamento das interfaces, ϕ_1 e ϕ_2 , sendo aplicadas no caso do avanço das isothermas *solidus* e *liquidus*, respectivamente. Aplicando-se o argumento da função erro da equação (3.23), obtêm-se os tempos de passagem das isothermas:

$$t'_{s'} = \frac{(S'_{s'})^2}{4 a_1 (\phi_1)^2} , e \quad (3.24)$$

$$t'_{L} = \frac{(S'_{L})^2}{4 a_2 (\phi_2)^2} \quad (3.25)$$

Considerando em $x'=S_0$, tem-se em $t'_s=t_0$, obtém-se a expressão relativa a S_0 :

$$t_0 = \frac{S_0^2}{4 a_1 (\phi_1)^2} \quad (3.26)$$

Da mesma forma, considerando $x'=L_0$, tem-se em $t'_L=t_0$, Obtém-se:

$$t_0 = \frac{L_0^2}{4 a_2 (\phi_2)^2} \quad (3.27)$$

De acordo com as transposições das variáveis tempo do sistema virtual para o real ($t'=t+t_0$) e espessura solidifica ($S'_s = S_s + L_0$), e combinando ambas as expressões com (3.24) e (3.26), obtém-se a equação da cinética da solidificação para a isoterma *solidus*:

$$t_s = \frac{S_s^2}{4 a_1 (\phi_1)^2} + \frac{L_0 S_s}{2 a_1 (\phi_1)^2} + \frac{L_0^2 - S_0^2}{4 a_1 (\phi_1)^2} \quad (3.28)$$

$$\text{ou} \quad t_s = \alpha_s (S_s)^2 + \beta_s S_s + \delta \quad (3.29)$$

Da mesma forma, com relação à cinética da solidificação para a *liquidus*, utilizando-se a equação (3.25), (3.27) e a espessura da *liquidus* ($S'_L = S_L + L_0$), determina-se a variável t_L :

$$t_L = \frac{S_L^2}{4 a_2 (\phi_2)^2} + \frac{L_0 S_L}{2 a_2 (\phi_2)^2} \quad (3.30)$$

$$\text{ou} \quad t_L = \alpha_L (S_L)^2 + \beta_L S_L$$

As equações para determinar os perfis térmicos partem da equação (3.23), determinando-se as variáveis A e B de acordo com as condições de contorno. As expressões são obtidas a partir da conversão dos parâmetros para o sistema real.

No molde (T_m)

$$T_m = T_i + (T_i - T_o) \cdot \text{erf} \left(\frac{x - E_o}{2 \sqrt{a_m (t + t_o)}} \right) \quad (3.31)$$

Ou, modificando-se o argumento da função erro, através da equação (3.23) e das transposições das variáveis virtuais:

$$\frac{x'}{2 \sqrt{a_m t'}} = \phi_1 \frac{x'}{S_s'} \frac{\sqrt{a_1}}{\sqrt{a_m}} = N \phi_1 \frac{x'}{S_s'} = N \phi_1 \left(\frac{x - E_o}{S_s + L_o} \right), \quad \text{sendo}$$

$$N = \frac{\sqrt{a_1}}{\sqrt{a_m}} = \sqrt{\frac{k_1 \cdot c_m \cdot d_m}{k_m \cdot c_1 \cdot d_1}} \quad (3.32)$$

Assim, obtém-se:

$$T_m = T_i + (T_i - T_o) \text{erf} \left[N \phi_1 \left(\frac{x - E_o}{S_s + L_o} \right) \right] \quad (3.33)$$

Para a determinação da temperatura na interface (T_i), faz-se o balanço térmico em $x'=0$

$$k_m \left[\frac{\partial T_m}{\partial x'} \right]_{x'=0} = k_1 \left[\frac{\partial T_1}{\partial x'} \right]_{x'=0} \quad (3.34)$$

Utilizando as derivadas em relação a x' da equação (3.33), e posteriormente determinada da equação (3.37), chega-se em:

$$T_i = T_o + \frac{M (T_s - T_o)}{M + \text{erf} (\phi_1)} \quad (3.35)$$

Substituindo-se (3.35) em (3.33), tem-se:

$$T_m = T_o + \frac{M (T_s - T_o)}{M + \text{erf} (\phi_1)} \left\{ 1 + \text{erf} \left[N \phi_1 \left(\frac{x - E_o}{S_s + L_o} \right) \right] \right\} \quad (3.36)$$

No metal sólido (T_1)

$T_1 = T_i + \left(\frac{T_s - T_i}{\text{erf}(\phi_1)} \right) \text{erf} \left(\frac{x'}{2\sqrt{a_1 t'}} \right)$ e , modificando o argumento da função

através da expressão $\frac{x'}{2\sqrt{a_1 t'}} = \phi_1 \frac{x'}{S'_s} = \phi_1 \left(\frac{x + L_0}{S_s + L_0} \right)$, substituindo, tem-se:

$$T_1 = T_i + \frac{(T_s - T_i)}{\text{erf}(\phi_1)} \text{erf} \left[\phi_1 \left(\frac{x + L_0}{S_s + L_0} \right) \right] \quad (3.37)$$

Substituindo a equação (3.35) em (3.37), tem-se:

$$T_1 = T_0 + \frac{(T_s - T_0)}{M + \text{erf}(\phi_1)} \left[M + \text{erf} \left(\phi_1 \frac{x + L_0}{S_s + L_0} \right) \right] \quad (3.38)$$

Na zona pastosa (T_2)

$$T_2 = A_2 + B_2 \text{erf} \left(\frac{x'}{2\sqrt{a_2 t'}} \right) \quad (3.39)$$

De acordo com as condições de contorno, tem-se que, para $x' = S'_s$ e $T_2 = T_s$, e substituindo na equação (3.39), tem-se:

$$T_s = A_2 + B_2 \text{erf} \left(\frac{S'_s}{2\sqrt{a_2 t'}} \right) , e \quad (3.40)$$

para $x' = S'_L$, $T_2 = T_L$,

$$T_L = A_2 + B_2 \text{erf} \left(\frac{S'_L}{2\sqrt{a_2 t'}} \right) \quad (3.41)$$

O argumento da função erro pode ser ajustada na equação (3.39) em função de ϕ_1 através da seguinte relação:

$$\frac{S'_s}{2\sqrt{a_2 t'}} = \frac{S'_s}{2\sqrt{a_2 t'}} \frac{\sqrt{a_1}}{\sqrt{a_1}} = n\phi_1 \quad (3.42)$$

Através das equações (3.40) e (3.41) com os argumentos da função erro $n\phi_1$ e ϕ_2 , encontra-se os valores de A_2 e B_2

$$A_2 = T_L - \frac{T_L - T_S}{\text{erf}(\phi_2) - \text{erf}(n\phi_1)} \text{erf}(\phi_2), \quad (3.43)$$

$$B_2 = \frac{T_L - T_S}{\text{erf}(\phi_2) - \text{erf}(n\phi_1)}, \text{ e} \quad (3.44)$$

$$T_S = T_L - \frac{(T_L - T_S)}{\text{erf}(\phi_2) - \text{erf}(n\phi_1)} [\text{erf}(\phi_2) - \text{erf}(n\phi_1)] \quad (3.45)$$

Para determinar o perfil térmico na região pastosa durante a solidificação, modifica-se o argumento da função erro da equação (3.40):

$$\phi_2 = \frac{S'_L}{2\sqrt{a_2 t'}} = \frac{S'_L}{2\sqrt{a_2 t'}} \frac{\sqrt{a_1}}{\sqrt{a_1}} \frac{S'_s}{S'_s} = n\phi_1 \frac{S'_L}{S'_s},$$

$$\text{de forma que } n\phi_1 = \phi_2 \frac{S'_s}{S'_L} \quad (3.46)$$

Com base no esquema da figura 3.5, vê-se que $S'_L = S_L + L_0$ e $S'_s = S_s + L_0$, substituindo-se (3.43), (3.44) e (3.46) na equação (3.40), obtém-se a equação para determinação do perfil térmico da zona pastosa:

$$T_2 = T_L - \frac{(T_L - T_S)}{\text{erf}(\phi_2) - \text{erf}(n\phi_1)} \left\{ \text{erf}(\phi_2) - \text{erf} \left[\phi_2 \left(\frac{x + L_0}{S_L + L_0} \right) \right] \right\} \quad (3.47)$$

Na região Líquida (T_3)

$$T_3 = A_3 + B_3 \operatorname{erf} \left(\frac{x'}{2\sqrt{a_3 t'}} \right), \quad (3.48)$$

De acordo com a condição de contorno, para $x'=S'_L$ e $x'=\infty$, tem-se respectivamente:

$$T_L = A_3 + B_3 \operatorname{erf} \left(\frac{S'_L}{2\sqrt{a_3 t'}} \right), \text{ e} \quad (3.49)$$

$$T_V = A_3 + B_3 \quad (3.50)$$

O ajuste do argumento da função erro é feito através da expressão:

$$\frac{x'}{2\sqrt{a_3 t'}} = \phi_2 \frac{x'}{S'_L} \frac{\sqrt{a_2}}{\sqrt{a_3}} = m\phi_2 \frac{x'}{S'_L} = m\phi_2 \left(\frac{x + L_0}{S_L + L_0} \right) \quad (3.51)$$

Para $x'=S'_L$, tem-se o argumento da função erro $m\phi_2$, determinando-se deste modo as variáveis A_3 e B_3 de acordo com as condições de contorno, ou seja:

$$A_3 = T_V - \frac{T_V - T_L}{1 - \operatorname{erf}(m\phi_2)}, \text{ e} \quad (3.52)$$

$$B_3 = \frac{T_V - T_L}{1 - \operatorname{erf}(m\phi_2)} \quad (3.53)$$

Desta forma, descreve-se o perfil da região líquida de acordo com a equação:

$$T_3 = T_V - \frac{(T_V - T_L)}{1 - \operatorname{erf}(m\phi_2)} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left[m\phi_2 \left(\frac{x + L_0}{S_L + L_0} \right) \right] \right\} \quad (3.54)$$

3.4. Modelo Analítico para Fluxo de Calor Radial em Moldes Refrigerados para Ligas Binárias

Em 1985, R.G. Santos [Santos, 1985] introduz fatores geométricos no modelo analítico anterior [Garcia e Prates, 1978a] para estudos de fluxo de calor radial de metais com frente de solidificação plana para solidificação cilíndrica e esférica em relação às formulações da condução de calor unidirecional. As características distintas, no processo de solidificação radial em relação ao processo unidirecional, dão-se de forma que o fluxo de calor é divergente.

Kiyan [Kiyan, 1992] complementa os estudos para ligas binárias com objetivo de determinar a variação da permeabilidade dos canais interdendríticos na formação de microporosidade. O modelo de fluxo de calor radial em questão baseia-se em trabalhos de Garcia [1978], conforme já detalhado na seção anterior. Santos [Santos,1985] desenvolve fatores de correção para as geometrias cilíndricas e esféricas utilizando, posteriormente, em trabalhos para caracterização do comportamento térmico em diferentes geometrias. Experimentos mostram que o tempo para solidificação do volume total de uma placa corresponde à metade do tempo de solidificação de um cilindro e um terço em relação à esfera, evidenciando o caráter geométrico na velocidade do processo de solidificação [Santos e Garcia, 1998].

Para a determinação do fator geométrico do cilindro, utiliza-se uma expressão que considera a diferença entre um termo, que são as relações de volume de metal e a área da interface metal/molde do sistema unidirecional e cilíndrico, e outro termo, que é a relação do volume/área de metal remanescente. Na análise da solidificação de ligas binárias em geometria cilíndrica, utilizam-se dois fatores geométricos, um para isoterma *solidus* e outra para isoterma *liquidus*. A expressão a seguir mostra o fator geométrico para a isoterma *liquidus*:

$$\theta_{LC} = \frac{\left(\frac{V_T}{A_i}\right)_U}{\left(\frac{V_T}{A_i}\right)_C} - \left(\frac{V_L}{V_T}\right), \quad (3.55)$$

em que:

- V_T – volume total de metal no molde;
- V_L – volume de líquido remanescente durante o processo de solidificação;
- A_i – área da interface metal/molde ;

Os subíndices :

- U – sistema unidirecional, conforme figura 3.6;
- C – sistema cilíndrico, conforme figura 3.6; e
- LC – referente à isoterma *liquidus* da geometria cilíndrica.

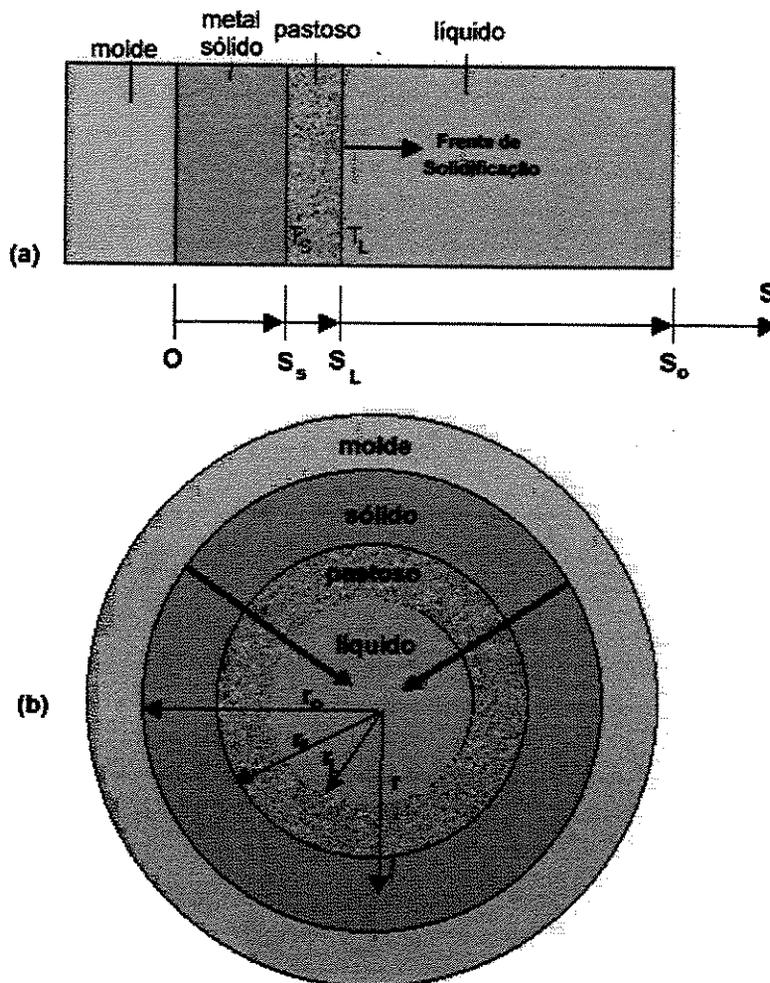


Figura 3.6. Esquema ilustrativo e nomenclatura utilizada para o sistema unidirecional (a) e radial (b).

Para o cálculo do fator geométrico, realiza-se a equivalência das variáveis de extração de calor que é determinado através da comparação entre a placa plana e o cilindro, que sofre extração de calor através da face S e do raio R, respectivamente. Para que os sistemas sejam equivalentes, tem-se:

$$\left(\frac{V_T}{A_i}\right)_U = \frac{A_i r_0}{A_i} = r_0, \text{ e} \quad (3.56)$$

$$\left(\frac{V_T}{A_i}\right)_C = \frac{\pi \cdot r_0^2 L}{2\pi r_0 L} = \frac{r_0}{2} \quad (3.57)$$

Através da relação de (3.56) e (3.57), tem-se:

$$\frac{\left(\frac{V_T}{A_i}\right)_U}{\left(\frac{V_T}{A_i}\right)_C} = 2 \quad (3.58)$$

O segundo termo da diferença da equação (3.55) representa a variação do volume do líquido remanescente durante o processo de solidificação do cilindro, ou seja:

$$\left(\frac{V_L}{V_T}\right)_C = \frac{\pi r_L^2 L}{\pi r_0^2 L} = \left(\frac{r_L}{r_0}\right)^2 \quad (3.59)$$

Substituindo as equações (3.58) e (3.59) na equação (3.55), tem-se a expressão do fator geométrica da geometria cilíndrica referente à linha *liquidus*, dado por:

$$\theta_{LC} = 2 - \left(\frac{r_L}{r_0}\right)^2 \quad (3.60)$$

Analogamente, para a isoterma *solidus*, tem-se:

$$\theta_{SC} = 2 - \left(\frac{r_S}{r_0}\right)^2 \quad (3.61)$$

Para se determinar a variável de posição dentro de um sistema metal/molde de uma geometria cilíndrica, necessita-se adotar uma expressão em que a área de troca de calor varie com a posição, pois o simples uso do raio como variável não considera a realidade do processo por ser um fluxo de calor divergente. Nos sistemas unidirecionais, o uso da variável de posicionamento x não afeta na área da interface, uma vez que não varia ao longo do processo. A expressão mais adequada que leva em conta a variação da área é dada por [Santos,1985], que considera a relação da variação do volume do solidificado e a área da interface metal/molde, como mostra a equação:

$$R_c = \left(\frac{V}{A_i} \right)_C = \frac{r_0^2 - r^2}{2.r_0} \quad (3.62)$$

As expressões dos fatores geométricos devem ser inseridas nas equações diferenciais, como fatores multiplicativos, como por exemplo em relação à equação (3.17) adaptada para o sistema radial cilíndrico:

$$t = \theta \left[\alpha \left(\frac{r_0^2 - r^2}{2.r_0} \right)^2 + \beta \left(\frac{r_0^2 - r^2}{2.r_0} \right) \right] \quad (3.63)$$

O esquema da figura 3.7 mostra as variáveis adotadas para o sistema radial com a camada virtual adicionada no metal solidificado e na região pastosa.

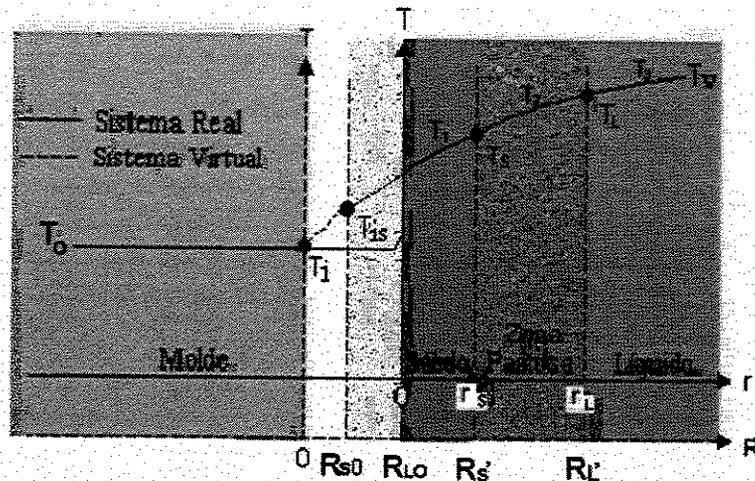


Figura 3.7. Perfil térmico de um molde refrigerado nos sistemas real e virtual com as variáveis de fluxo de calor radial.

Utilizando-se das transposições dos parâmetros virtuais em reais, obtém-se as equações que determinam os perfis térmicos para o sistema de fluxo de calor radial em moldes cilíndricos refrigerados [Kiyari, 1992].

No metal sólido (T_1)

$$T_1 = T_0 + \frac{(T_S - T_0)}{\text{erf}(\phi_1)} \text{erf} \left(\phi_1 \frac{\frac{r_0^2 - r^2}{2.r_0} + R_{L0}}{\frac{r_0^2 - r_s^2}{2.r_0} + R_{L0}} \right) \quad (3.64)$$

Na zona pastosa (T_2)

$$T_2 = T_L - \frac{(T_L - T_S)}{\text{erf}(\phi_2) - \text{erf}(n\phi_1)} \left[\text{erf}(\phi_2) - \text{erf} \left(\phi_2 \frac{\frac{r_0^2 - r^2}{2.r_0} + R_{L0}}{\frac{r_0^2 - r_L^2}{2.r_0} + R_{L0}} \right) \right] \quad (3.65)$$

Na região Líquida (T_3)

$$T_3 = T_V - \frac{(T_V - T_L)}{1 - \text{erf}(m\phi_2)} \left[1 - \text{erf} \left(m\phi_2 \frac{\frac{r_0^2 - r^2}{2.r_0} + R_{L0}}{\frac{r_0^2 - r_L^2}{2.r_0} + R_{L0}} \right) \right], \quad (3.66)$$

Em que $n = (a_1/a_2)^{1/2}$ e, $m = (a_2/a_3)^{1/2}$.

Para a determinação de ϕ_1 e ϕ_2 , faz-se a resolução simultânea das Equações 3.67 e 3.68 por interação. A Figura 3.8 mostra duas funções correspondentes às equações 3.67 e 3.68, na qual (ϕ_1) e (ϕ_2) estão colocadas uma em função da outra, isto é, pode ser construída a partir de valores atribuídos a (ϕ_1) na equação (3.67) para obter-se valores para (ϕ_2). Em seguida, são atribuídos valores a (ϕ_2) na equação (3.68) para obter-se valores para (ϕ_1). O cruzamento das curvas define a solução destas equações.

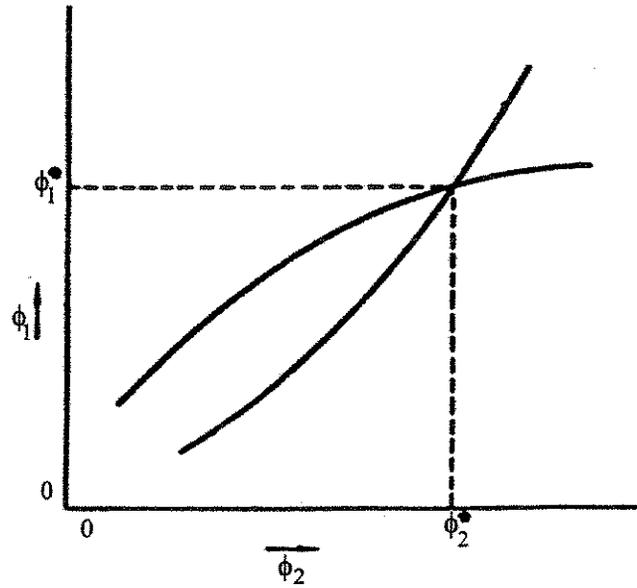


Figura 3.8. Esquema mostrando a determinação das constantes ϕ_1 e ϕ_2 [Garcia,2001].

Para determinação das constantes de solidificação ϕ_1 e ϕ_2 , faz-se o balanço térmico na interface sólido/região pastosa e região pastosa/líquido, obtendo-se as seguintes equações;

$$\frac{(T_L - T_S)}{[\text{erf}(\phi_2) - \text{erf}(n\phi_1)]} = (T_S - T_0) \frac{k_1 \exp[(n^2 - 1)(\phi_1)^2]}{nk_2 \text{erf}(\phi_1)}, \quad (3.67)$$

$$\frac{(T_L - T_S)}{[\text{erf}(\phi_2) - \text{erf}(n\phi_1)]} = \frac{k_3 m (T_V - T_L) \exp[(1 - m^2)\phi_2^2]}{k_2 [1 - \text{erf}(m\phi_2)]} \quad (3.68)$$

3.5. Aspectos da Modelagem Numérica de Solidificação

3.5.1. Introdução à Modelagem Numérica

Os métodos numéricos podem ser aplicados na análise de casos reais específicos, quando comparados com os métodos analíticos, permitindo a obtenção de soluções mais abrangentes e precisas. Os métodos analíticos são interessantes na análise na caracterização do fenômeno, entretanto devido às simplificações assumidas resultam em aplicações limitadas. O avanço na tecnologia computacional, com o advento de processadores de maior velocidade, propiciou que as rotinas feitas pelos métodos numéricos fossem executadas em menor tempo. Os métodos numéricos conduzem à utilização de hipóteses mais próximas das condições reais de solidificação com facilidade de implementação de variáveis às rotinas de programação, tais como o coeficiente de transferência de calor, as dimensões geométricas do molde e as variações das propriedades termofísicas em cada fase do processo de solidificação. Evidentemente todos os métodos têm suas qualidades e suas limitações e a aplicação de um ou outro depende da abordagem do problema, da extensão da análise e da precisão necessária.

Dentro da literatura técnica, os métodos numéricos mais utilizados e amplamente estudados são os métodos de diferenças finitas (MDF) e os métodos de elementos finitos (MEF) para desenvolvimento de modelos relacionados aos fenômenos de transferência de calor na solidificação. No entanto, o equacionamento do MEF é bem mais complexo que o MDF, que é mais simples e direto [Spim, 2001]. A utilização do MDF torna-se bem mais fácil, tanto em termos de *hardware* como de *software* para a aplicabilidade em processos de fundição, bem como para os fenômenos de solidificação em geral. Entretanto, a determinação da técnica numérica depende das condições impostas do problema em questão. Normalmente não se tem utilizado o MDF para geometrias não-regulares, sendo o uso do MEF mais apropriado. Spim [Spim, 1996], contrariando este argumento, comprova que a utilização do MDF é plausível em geometrias complexas, sendo mais simples e com aplicação mais direta. Trabalhos feitos em MDF com geometria tridimensional [Spim et al, 2000], foram realizados acoplando diferentes elementos geométricos para análise da peça como um todo e foram verificados

experimentalmente, mostrando boa concordância, melhorando inclusive a precisão com o refino de malha utilizando o método da analogia de sistemas térmicos elétricos [Paschkis, 1942].

3.5.2. Método de Diferenças Finitas (M.D.F.)

Nos Métodos de Diferenças Finitas, o meio físico é acoplado por uma malha formada por elementos discretos de lados Δx , Δy e Δz e o tempo é dividido em intervalos Δt . A atribuição do tamanho dos intervalos das variáveis depende da precisão dos resultados, que interferem no tempo de processamento. A figura 3.9 mostra elementos de uma rede de malhas em que a temperatura apresenta a sua condição inicial de temperatura de vazamento (T_v).

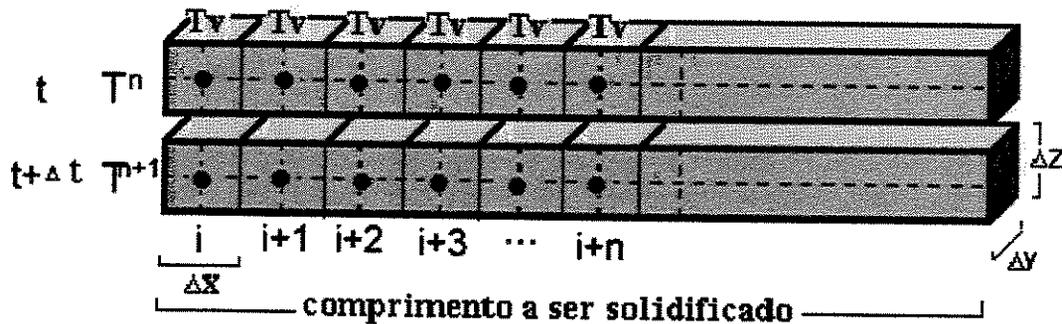


Figura 3.9. Representação de elementos de malha de um sistema.

O MDF consiste em utilizar a aproximação das derivadas parciais de uma função. Considerando um intervalo finito, a derivada pode ser de avanço, retorno ou central, significado dado devido às tangentes envolverem os intervalos Δx em relação ao nó i , como pode ser visto nas figuras 3.10, 3.11 e 3.12 com base no esquema da figura 3.9 com a função $T=f(x)$. De acordo com a representação da figura 3.9 e as representações das figuras 3.10 e 3.11, tem-se as seguintes expressões:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{i+1} = \frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta x}, \text{ e} \quad (3.69)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{i-1} = \frac{T_i - T_{i-1}}{\Delta x} \quad (3.70)$$

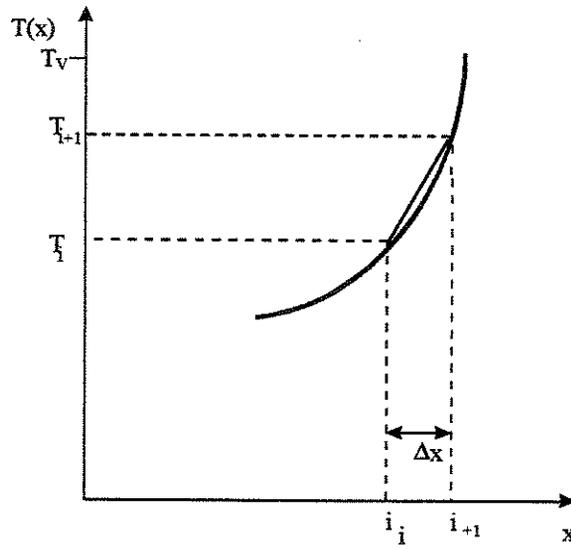


Figura 3.10. Representação de uma derivada de avanço de uma função $T=f(x)$.

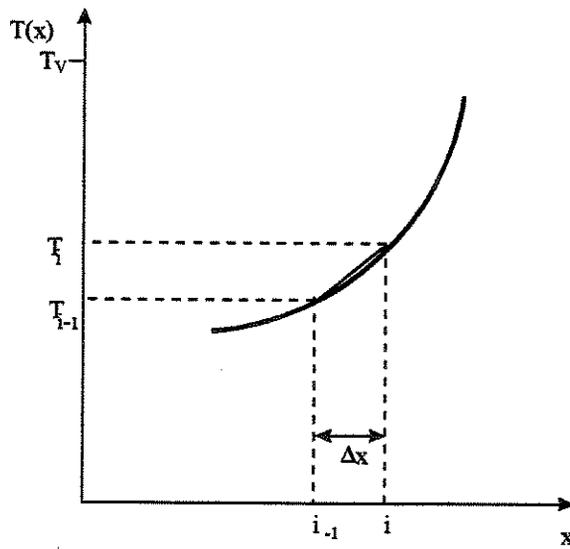


Figura 3.11. Representação de uma derivada de retorno de uma função $T=f(x)$.

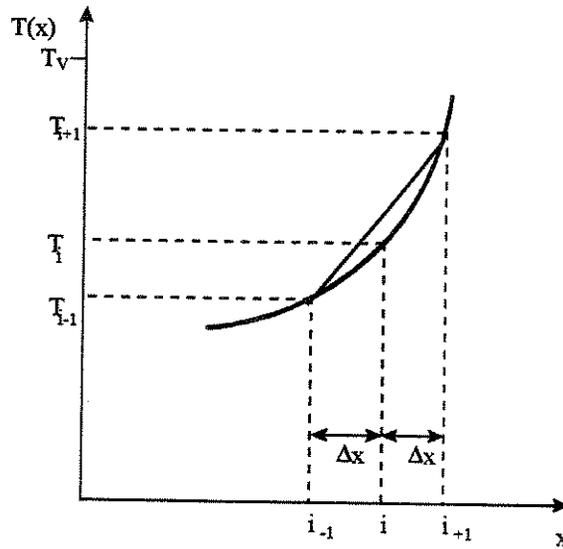


Figura 3.12. Representação de uma derivada central de uma função $T=f(x)$.

Fazendo-se a derivada de segunda ordem considerando o nó i , e utilizando-se das equações que expressam as diferenças finitas (3.69) e (3.70) em um tempo t , tem-se:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Big|_i = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_i, \quad (3.71)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Big|_i = \frac{\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{i+1} - \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{i-1}}{\Delta x}, \quad (3.72)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Big|_i = \frac{\left(\frac{T_{i+1}^n - T_i^n}{\Delta x} + \frac{T_{i-1}^n - T_i^n}{\Delta x} \right)}{\Delta x}, \quad (3.73)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Big|_i = \frac{1}{\Delta x^2} [T_{i-1}^n - 2T_i^n + T_{i+1}^n] \quad (3.74)$$

Considerando a variação de temperatura no mesmo nó, de t para $t+\Delta t$, tem-se :

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_i = \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} \quad (3.75)$$

Novamente, reescrevendo a equação diferencial que governa o processo de solidificação, obtém-se:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (3.76)$$

Substituindo, pelas equações (3.74) e (3.75), tem-se:

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = \frac{\alpha}{\Delta x^2} [T_{i-1}^n - 2.T_i^n + T_{i+1}^n] \quad (3.77)$$

O cálculo da temperatura no instante $t+\Delta t$ (tempo atual), faz-se através da equação obtida para o método de diferenças finitas:

$$T_i^{n+1} = \frac{\alpha \cdot \Delta t}{\Delta x^2} [T_{i-1}^n - 2.T_i^n + T_{i+1}^n] + T_i^n \quad (3.78)$$

Uma outra forma de se obter as equações de diferenças finitas é através do balanço térmico, que podem ser deduzidas pela conservação de energia em volumes finitos de controle (primeira lei da termodinâmica). Para a aplicabilidade do MDF, considera-se um elemento finito (i). O balanço de energia corresponde a uma energia acumulada que se iguala ao somatório das energias que saem e entram e mais a energia gerada internamente, como é mostrado a seguir.

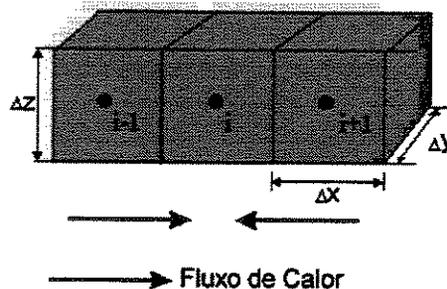


Figura 3.13. Fluxo de energia em um nó i em uma malha com volume onde $\Delta x = \Delta y = \Delta z$.

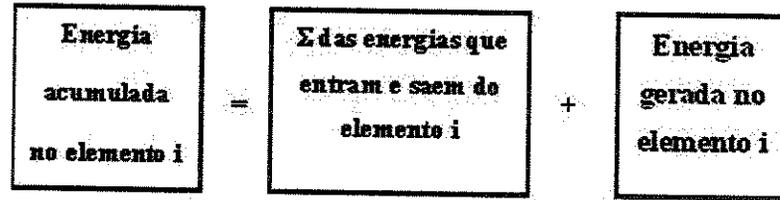


Figura 3.14. Esquema de balanço de energia para um elemento de malha i .

Considerando um sistema com transferência de calor por condução, sem geração de energia interna e considerando o material isotrópico, o balanço de energia dá-se pela seguinte equação:

$$k.A \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{i-1} + k.A \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{i+1} = \rho.V.c. \left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_i \quad (3.79)$$

Considerando as malhas como sendo cúbicas, a equação reduz-se à forma:

$$\frac{k}{\rho.c.\Delta x} \left(\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{i-1} + \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{i+1} \right) = \left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_i \quad (3.80)$$

Com aplicação das diferenças finitas para cada equação, chega-se à equação:

$$\frac{k}{\rho.c.\Delta x} \left(\frac{T_{i-1} - T_i}{\Delta x} + \frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta x} \right) = \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} \quad (3.81)$$

Rearranjando, tem-se a expressão para determinação da temperatura em tempo atual:

$$T_i^{n+1} = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} [T_{i-1} - 2T_i + T_{i+1}] + T_i^n \quad (3.82)$$

3.5.2.1. Método de Diferenças Finitas Explícito

O método de diferenças finitas explícito consiste em calcular os valores de temperatura no instante presente ($t+\Delta t$), a partir de valores conhecidos de temperatura no instante t . Assim para iniciar os cálculos devem ser conhecidos os valores de temperatura no instante inicial, ou seja, a temperatura de vazamento, como mostra a figura 3.9. O cálculo da temperatura em um determinado instante é feito utilizando os valores conhecidos das temperaturas nas malhas vizinhas no instante anterior.

Rearranjando equação (3.82), encontra-se a expressão para o método explícito:

$$T_i^{n+1} = F_0(T_{i-1}^n + T_{i+1}^n) + (1 - 2.F_0)T_i^n, \quad (3.83)$$

em que $F_0 = \frac{\alpha.\Delta t}{\Delta x^2}$ é conhecido como o número de Fourier.

Considerando o termo que multiplica temperatura anterior no nó i , calcula-se a condição de convergência para o método de solidificação unidimensional:

$$(1 - 2.F_0) \geq 0, \text{ logo: } F_0 \leq 0,5;$$

Rearranjando, tem-se:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{2\alpha} \quad (3.84)$$

3.5.2.2. Método de Diferenças Finitas Implícito

No caso do método de diferenças implícito, o cálculo da temperatura é feito utilizando valores desconhecidos da temperatura no próprio instante considerado. Portanto, considerando que o comprimento a ser analisado dividido em malhas, necessita-se estabelecer um conjunto de equações com várias incógnitas para determinar a temperatura no instante atual. A determinação das temperaturas desconhecidas em um tempo $t+\Delta t$ são agrupadas em um sistema linear, sendo

resolvidas simultaneamente. O método implícito é considerado computacionalmente trabalhoso, mas em contrapartida não existe problema de convergência. Considerando a equação (3.74) e reestruturando para o uso do tempo atual, tem-se:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{i-1}^{n+1} - 2 \cdot T_i^{n+1} + T_{i+1}^{n+1}}{(\Delta x)^2} \quad (3.85)$$

Reorganizando a equação (3.85), tem-se:

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = a \cdot \frac{T_{i-1}^{n+1} - 2 \cdot T_i^{n+1} + T_{i+1}^{n+1}}{(\Delta x)^2} \quad (3.86)$$

Substituindo os termos inerentes a F_0 , chega-se a:

$$(1 + 2 \cdot F_0) \cdot T_i^{n+1} - F_0 (T_{i+1}^{n+1} + T_{i-1}^{n+1}) = T_i^n \quad (3.87)$$

As temperaturas do lado esquerdo da equação são as incógnitas de um sistema linear.

3.5.3. Evolução do Calor Latente na Transformação de Fase Durante a Solidificação

Na modelagem matemática, o fenômeno da transformação de fase durante o processo de solidificação necessita de um tratamento para evolução do calor latente. A literatura normalmente apresenta dois métodos: o método de Dusinger e o método da Entalpia, ambos trabalhando com balanço de energia na frente de solidificação. Durante a cinética de solidificação, quando a temperatura atinge a temperatura de transformação em um determinado nó, ocorre a liberação de uma parcela de geração interna de calor, representada pela parcela \dot{q} , como mostra a equação para um sistema de solidificação tridimensional em coordenadas cartesianas [Incropera, 1990]:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \dot{q} \quad (3.88)$$

3.5.3.1. Método de Dusenberre

O tratamento do calor latente associado à mudança de fase constitui-se num dos principais problemas na modelagem de solidificação de metais puros e de ligas binárias eutéticas e não-eutéticas. Neste particular, Dusenberre [Dusenberre, 1949] propõe um método versátil que serve de base para o desenvolvimento de outros métodos numéricos. Esse problema é abordado por diferentes pesquisadores pelo balanço de energia na interface sólido/líquido [Viskanta, 1988; Özizik, 1968; Voller e Cross, 1981; Poirier e Salcudean, 1988; Rabin e Korin, 1993].

O método de Dusenberre utiliza a equação da condução de calor (equação 3.88) sem o termo de geração de calor (\dot{q}), mas o efeito do calor latente liberado é incorporado por uma quantidade de calor sensível caracterizada por uma variação de temperatura necessária à transformação de fase.

O método de Dusenberre, conhecido como método do calor específico equivalente, leva em conta um parâmetro λ para a liberação de calor latente de solidificação, sendo definido pela razão entre o calor latente de fusão e o calor específico do metal, como mostra a equação (3.89) [Dusenberre e Blacksborg, 1942]:

$$\lambda = \frac{L}{c}, \text{ onde } c \text{ é o calor específico e } L \text{ é o calor latente.} \quad (3.89)$$

em que: - L = calor latente [J/kg];

- c = calor específico [J/kg.K].

λ tem a dimensão de temperatura e representa a variação de temperatura necessária para eliminar uma quantidade de calor latente equivalente. O procedimento é descrito detalhadamente em trabalho de Dusenberre [Dusenbere, 1949], onde se utilizam as equações desenvolvidas de transferência de calor para o cálculo das temperaturas. Quando um elemento de uma malha i chega abaixo da temperatura de fusão, através de cálculo computacional, a temperatura tem que entrar em equilíbrio devido ao efeito da liberação do calor latente. Neste instante, calcula-se a diferença entre a

temperatura fusão (T_f) e a calculada (T), armazenando o valor obtido em uma variável acumulativa até o valor ultrapassar λ . Enquanto não ultrapassar, redefine-se o valor da temperatura na malha "i" como sendo o da temperatura de fusão e, continua-se o cálculo para o instante seguinte. Quando a temperatura calculada ultrapassar o valor de λ , o valor acumulado é subtraído de λ e descontado da temperatura de fusão, redefinindo-se a temperatura logo abaixo da isoterma de liberação do calor latente. Posteriormente, em próximo passo de tempo, a temperatura é calculada normalmente. O mesmo procedimento passa a ser aplicado na malha seguinte ($i+1$). A figura 3.15 mostra a representação gráfica do acúmulo das diferenças de temperatura entre a temperatura de fusão e a calculada, mantendo-se a temperatura de transformação.

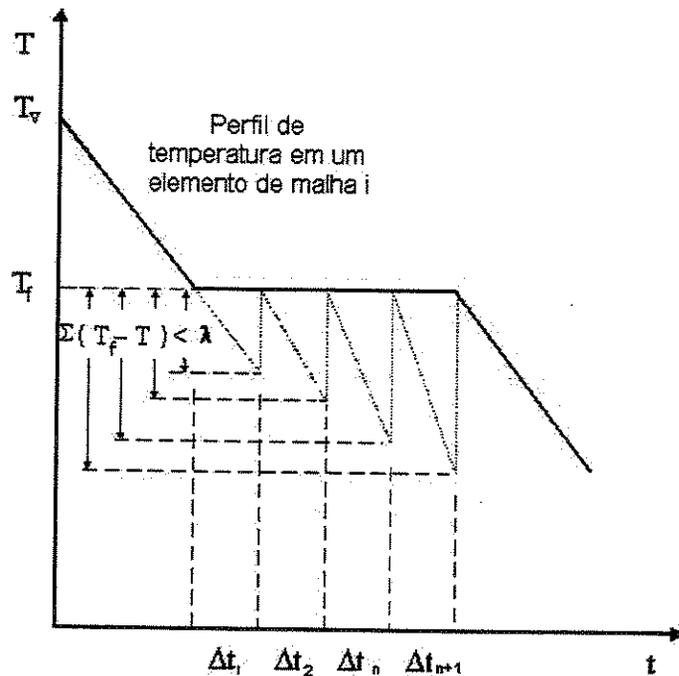


Figura 3.15. Método de Dusenberre para a evolução do calor latente de solidificação.

3.5.3.2. Método da Entalpia

A geração de calor é definida em função fração sólida, [Louhenkilpi et al, 1993]:

$$\dot{q} = \rho L \frac{\partial f_s}{\partial t} \quad (3.90)$$

A entalpia pode ser representada por várias variáveis, mas neste caso da modelagem numérica do processo de solidificação pode ser bem representada somente em função da temperatura [Swaminathan e Voller, 1992]:

$$H = \int_{T_{ref}}^T c.dT - L.f_s + L , \quad (3.91)$$

em que T_{ref} é a temperatura de referência do sistema. Derivando a equação (3.91) em relação ao tempo, chega-se a expressão:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = c. \frac{\partial T}{\partial t} - L. \frac{\partial f_s}{\partial t} \quad (3.92)$$

Desse modo, a equação geral de condução de calor (3.88) na forma unidimensional fica expressa por:

$$k. \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \rho. \frac{\partial H}{\partial t} \quad (3.93)$$

Utilizando o método das diferenças finitas na equação (3.93) chega-se a:

$$H_i^{n+1} = \frac{k.\Delta t}{\rho} \left(\frac{T_{i-1}^n - 2.T_i^n + T_{i+1}^n}{\Delta x^2} \right) + H_i^n \quad (3.94)$$

O modelo é resolvido por meio da entalpia, que são transformadas posteriormente em temperaturas. Desse modo, devem-se correlacionar os valores de entalpia com a temperatura para a liga estudada, o que exige o conhecimento da variação do calor específico e da fração de sólido com a temperatura.

O procedimento de cálculo inicia-se com a determinação de (H_i^{n+1}) e, a partir deste valor, determina-se (T_i^{n+1}) de acordo com as relações (3.95) a (3.97), que são válidas para uma substância pura [Voller, 1981]:

Para $H < 0$ $T = T_f + \frac{H}{c_s}$; (3.95)

Para $0 \leq H \leq L$ $T = T_f$; e (3.96)

Para $H > L$ $T = T_f + \frac{(H-L)}{c_L}$. (3.97)

Para uma substância pura, a variação da entalpia para o fenômeno da solidificação é mostrada pela Figura (3.16).

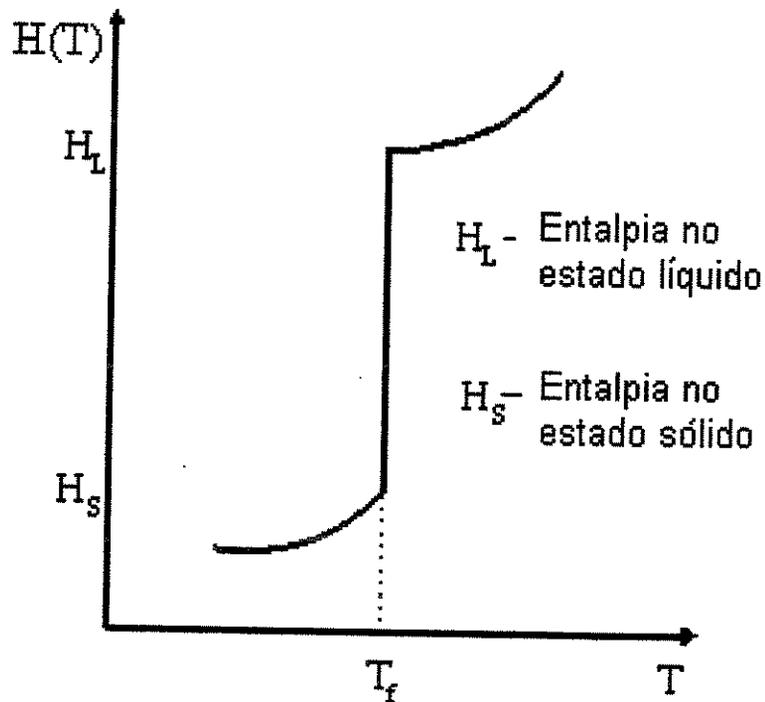


Figura 3.16. Esquema mostrando a relação entre entalpia e temperatura durante o fenômeno da solidificação [Özisik, 1994].

3.6. Desenvolvimento do Modelo Numérico para Solidificação em Geometrias Cilíndricas

Para o desenvolvimento do modelo matemático da solidificação cilíndrica horizontal, tratando-se de um sistema de fluxo de calor radial, utiliza-se a equação de transferência de calor em coordenadas cilíndricas. A equação geral de condução de calor [Incropera, 1990] é dada por:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(k_r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k_\phi \cdot \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3.98)$$

em que:

$$\begin{aligned} \dot{q} &= \text{geração interna de calor [W/m}^3\text{];} & T &= \text{temperatura [K];} \\ t &= \text{tempo [s];} & k &= \text{condutividade térmica [W/mK];} \\ \rho &= \text{massa específica [kg/m}^3\text{];} & c &= \text{calor específico [J/kgK];} \\ r, z \text{ e } \phi & \text{são as coordenadas cilíndricas representadas na Figura 3.17.} \end{aligned}$$

O termo de geração de energia (\dot{q}) para um regime transitório, é dado por:

$$\dot{q} = \rho \cdot L \cdot \frac{\partial f_s}{\partial t}, \quad (3.99)$$

sendo:

- L = calor latente de fusão [J/kg]; e
- ∂f_s = fração de sólida formada durante a transformação de fase.

Considerando o fluxo de calor estritamente radial com aplicação no LCH, pode-se reduzir a equação (3.98) para a forma unidimensional, e que pode ser aplicada para o caso da solidificação unidimensional cilíndrica, como no caso do lingotamento contínuo horizontal. A direção z de extração de calor pode ser desprezada, uma vez que não é significativa em relação às outras direções r e ϕ . No caso de lingotes obtidos por solidificação com fluxo de calor somente radial, a direção ϕ também pode ser desprezada, resultando numa equação mais simplificada.

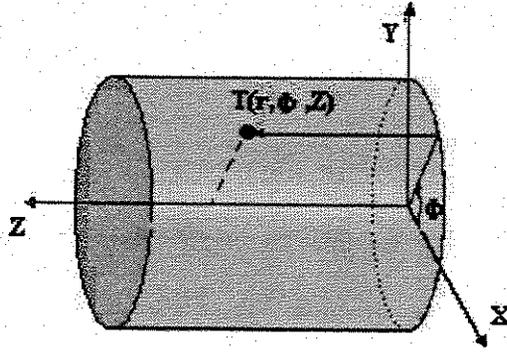


Figura 3.17. Sistema de coordenadas cilíndricas.

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(k \cdot r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \rho \cdot L \cdot \frac{\partial fs}{\partial t} = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} , \quad (3.100)$$

em que r é a variação infinitesimal do raio.

Expandindo a derivada parcial com relação ao raio e considerando-se material isotrópico (k constante) na Equação (3.100), tem-se:

$$k \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \rho \cdot L \cdot \frac{\partial fs}{\partial t} = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.101)$$

Rearranjando devidamente a equação (3.101), tem-se:

$$k \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot \left(c - L \cdot \frac{\partial fs}{\partial T} \right) , \quad (3.102)$$

sendo a parcela $\left(c - L \cdot \frac{\partial fs}{\partial T} \right)$ da equação (3.102) denominada c' , responsável pelo efeito da liberação do calor latente durante a transformação de fase, conhecido como pseudocalor específico. Logo, a equação para coordenadas cilíndricas resume-se em:

$$\frac{k}{\rho \cdot c'} \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.103)$$

Os termos k, ρ, c' variam de acordo com a fase em que o metal se encontra.

Observa-se na Equação (3.101), que a forma em que o calor latente é liberado, é através da formulação da fração sólida, influenciando diretamente no comportamento térmico do material. O tratamento dado é através da formulação de Scheil, que despreza a difusão de soluto no sólido. Durante a transformação da fase eutética, o modelo usado para a liberação do restante do calor latente é o de Dussinberre, já visto anteriormente.

Utilizando o método de diferenças finitas (MDF), para discretizar a equação (3.103) no processo, obtém-se:

$$T_i^{n+1} = \frac{k_i \cdot \Delta t}{\rho_i \cdot c'_i} \left[\frac{T_{i-1}^n - 2T_i^n + T_{i+1}^n}{\Delta r^2} + \frac{1}{r_i} \left(\frac{T_{i+1}^n - T_{i-1}^n}{2 \cdot \Delta r} \right) \right] + T_i^n \quad \text{para } i \neq 0, \quad (3.104)$$

em que o subscrito (i) representa a localização do elemento na malha de diferenças finitas e (n+1), o instante em que a temperatura nodal está sendo calculada. Esta equação está discretizada para os nós internos que se caracteriza por apresentarem transferência de calor por condução. Com relação às derivadas, utiliza-se a diferença finita central sem as aproximações do retorno e de avanço i-1 e i+1. Em vez disso, utiliza-se o posicionamento do raio em i-0,5 e i+0,5 para dar maior precisão à modelagem matemática, como mostra a figura 3.18, onde a derivada é tomada no ponto médio de um intervalo da malha em vez da aproximação da diferença finita de avanço. Deste modo, em termos de fluxo de calor, tem-se:

$$k \cdot A_{i-1} \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{i-1} = k \cdot r_{i-\frac{1}{2}} \cdot \Delta \phi \cdot \Delta z \cdot \frac{T_{i-1}^n - T_i^n}{\Delta r}, \text{ e} \quad (3.105)$$

$$k \cdot A_{i+1} \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{i+1} = k \cdot r_{i+\frac{1}{2}} \cdot \Delta \phi \cdot \Delta z \cdot \frac{T_{i+1}^n - T_i^n}{\Delta r} \quad (3.106)$$

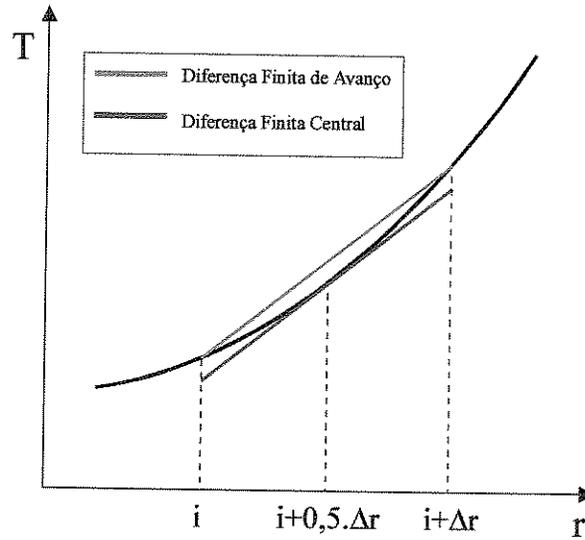


Figura 3.18. Comparação entre as aproximações da derivada de primeira ordem: diferença finita de avanço e diferença finita central.

Dessa forma, adaptando melhor o modelo, a equação (3.104) torna-se:

$$T_i^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho_i \cdot c_i \cdot r_i \cdot \Delta r^2} \left[k \cdot r_{i-\frac{1}{2}} \cdot (T_{i-1}^n - T_i^n) + k \cdot r_{i+\frac{1}{2}} \cdot (T_{i+1}^n - T_i^n) \right] + T_i^n \quad r \neq 0 \quad (3.107)$$

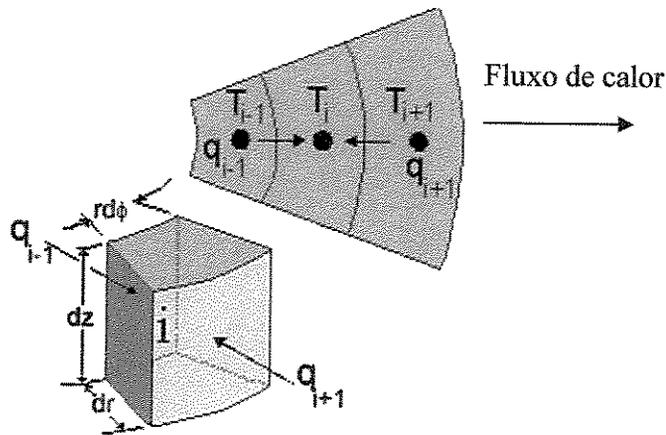


Figura 3.19. Desenho esquemático de balanço térmico unidimensional num elemento de volume cilíndrico, em que q é a taxa de calor proveniente dos nós vizinhos, quantificada pelos termos entre colchetes da equação (3.107).

À medida que o processo de solidificação avança, a contração do metal aumenta formando um *gap* de ar na interface metal/molde, aumentando a resistência térmica com conseqüente diminuição no fluxo de calor. O conhecimento do coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde é primordial na análise do processo de solidificação, havendo necessidade de sua determinação. Existem diversos métodos apoiados em diferentes abordagens. O método do confronto teórico-experimental, utilizado neste trabalho, consiste em realizar um mapeamento experimental das temperaturas no molde e/ou no metal durante o processo de solidificação e posteriormente, confrontar com os perfis de temperatura do modelo teórico [Santos, 2001], conforme descreve o item 2.2.4. O importante é definir um coeficiente de transferência de calor que caracteriza o processo de solidificação em regime transitório. A figura 3.20 mostra a malha de diferenças finitas, evidenciando os coeficientes de transferência de calor ao longo da interface metal/molde com fluxos de calor divergente, que caracteriza um sistema radial.

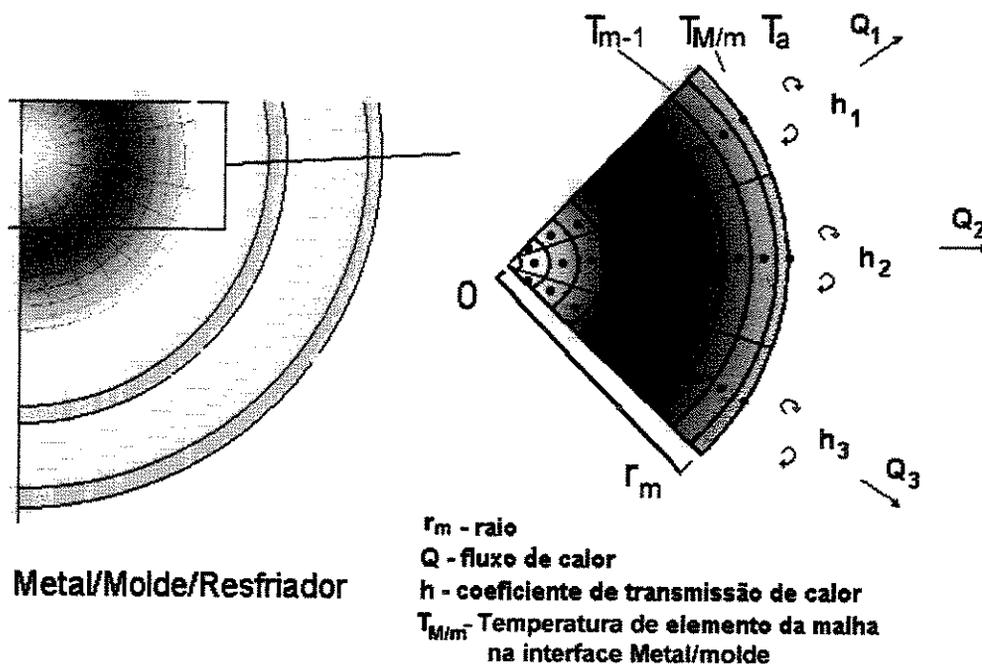


Figura 3.20. Malha de diferenças finitas para o sistema metal/molde

Com relação à interface metal/molde, a análise da transferência de calor é feita através do seguinte balanço térmico:

$$h.A_m.(T_a - T_{M/m})_{-\infty} + k.A_{m-1}.\frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{m-1} = \rho.c'.V.\frac{\partial T}{\partial t}\Big|_{M/m} \quad (3.108)$$

O elemento de volume para o nó relacionado com a interface metal/molde fica dividido por dois, conforme mostra a figura 3.21.

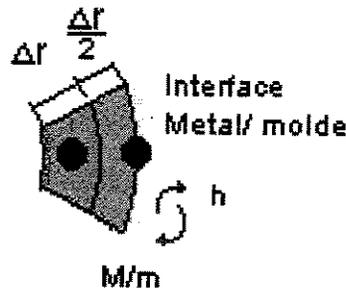


Figura 3.21. Dimensões de um elemento de malha na interface metal/molde.

Discretizando a equação 3.108, obtém-se:

$$T_{M/m}^{n+1} = \frac{2.\Delta t}{\rho.c'.r_m.\Delta r} \left[h.r.(T_a - T_{M/m}^n) + k.r.\frac{T_{m-1}^n - T_{M/m}^n}{\Delta r} \right] + T_{M/m}^n, \quad (3.109)$$

em que:

- r_m é o raio externo do metal;
- h é coeficiente global de transferência de calor na interface metal/molde;
- T_a é a temperatura ambiente;
- $T_{M/m}$ é a temperatura da interface metal/molde;

No nó central, quando $r=0$, observa-se uma indeterminação no termo $\left(\frac{1}{r}.\frac{\partial T}{\partial r}\right)$ da equação (3.103), necessitando a aplicação do teorema de L'Hôpital [Guidorizzi, 1982] em indeterminações. Aplicando a regra de L'Hopital, de modo que as duas funções $f(r)$ e $g(r)$ sejam iguais a zero, para r tendendo a zero, tem-se:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{f(r)}{g(r)} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{f'(r)}{g'(r)} \quad , \quad (3.110)$$

ou

$$\frac{f(r)}{g(r)} = \frac{f'(r)}{g'(r)} \quad (3.111)$$

Considerando:

$$f(r) = \frac{\partial T}{\partial r} \quad , \quad (3.112)$$

obtem-se

$$g(r) = r \quad (3.113)$$

Aplicando-se a equação (3,111), e substituindo (3.112) e (3.113), obtém-se:

$$\left. \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r \rightarrow 0} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \quad (3.114)$$

Substituindo a equação (3.114) na (3.103) no centro do cilindro (malha n), reduz-se a:

$$2k \left. \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right|_{r \rightarrow 0} = \rho \cdot c' \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.115)$$

Utilizando o M.D.F. para discretizar a equação (3.115) referente ao centro do cilindro e, sendo $T_{-1}^n = T_1^n$ devido à simetria do sistema, chega-se a:

$$T_0^{n+1} = 4 \frac{k_0 \cdot \Delta t}{\rho_0 \cdot c_0} \left(\frac{T_1^n - T_0^n}{\Delta r^2} \right) + T_0^n \quad (3.116)$$

Em cada fase do processo, adotam-se as propriedades termofísicas inerentes aos estados sólido, líquido e pastoso, uma vez que variam consideravelmente entre si. À medida que o processo de solidificação avança, ocorrem mudanças de fases e as propriedades termofísicas devem ser substituídas no elemento nodal correspondente. Tratamento específico deve ser dado

valores de acordo com a fração sólida, método este utilizado por Voller [Voller, 1981] para o método da entalpia, utilizando critérios de proporcionalidade, como mostra a equação (3.119). Seja P_t uma propriedade termofísica ($k_L, k_s, \rho_s, \rho_L, c_s$ e c_L) com subíndice L (líquido) e S (sólido) em um ponto nodal na região pastosa e f_s a fração de sólido, tem-se:

$$P_t = P_{tS} \cdot f_s + P_{tL} \cdot (1 - f_s) \quad (3.119)$$

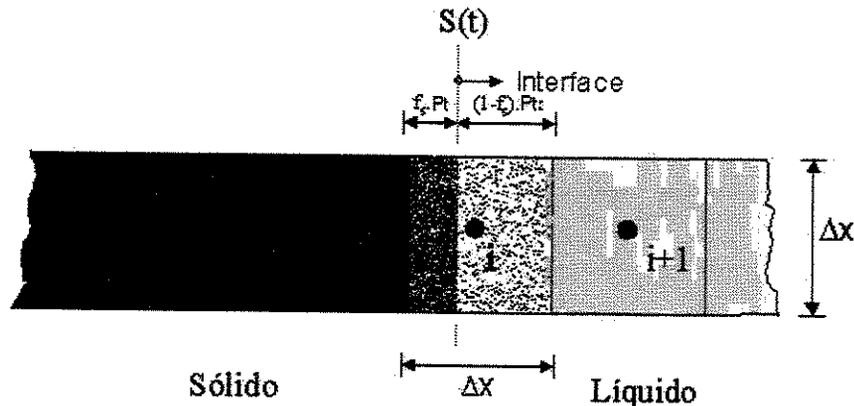


Figura 3.23. Desenho esquemático para tratamento das propriedades térmicas na zona pastosa.

3.6.1. Condições de Convergência para o Modelo Numérico em Geometrias Cilíndricas

O item 3.5.2.1 apresenta a condição de convergência para o método explícito em um sistema com fluxo de calor unidirecional. Para o modelo desenvolvido em geometrias cilíndricas necessita-se de condições de convergência para três situações relativas aos elementos nodais:

- nos elementos nodais interiores,
- na interface metal/molde;
- nos elementos nodais onde governa as condições de fluxo de calor por condução, no centro do metal.

3.6.1.1. Condição de Convergência para os Elementos Nodais Interiores

Reescrevendo a equação (3.104):

$$T_i^{n+1} = \frac{k_i \cdot \Delta t}{\rho_i \cdot c_i} \left[\frac{T_{i-1}^n - 2T_i^n + T_{i+1}^n}{\Delta r^2} + \frac{1}{r_i} \left(\frac{T_{i+1}^n - T_{i-1}^n}{2\Delta r} \right) \right] + T_i^n$$

e, considerando que para sistemas radiais, o número de Fourier da equação (3.83), adaptado para o sistema radial, dado por:

$$F_0 = a \cdot \frac{\Delta t}{(\Delta r)^2}, \quad (3.120)$$

obtem-se:

$$T_i^{n+1} = F_0(T_{i-1}^n - 2T_i^n + T_{i+1}^n) + \frac{F_0 \Delta r}{2r_i}(T_{i-1}^n - T_{i+1}^n) + T_i^n \quad (3.121)$$

Rearranjando, tem-se:

$$T_i^{n+1} = F_0 T_{i-1}^n - 2F_0 T_i^n + F_0 T_{i+1}^n - \frac{F_0 \Delta r}{2r_i} T_{i+1}^n + \frac{F_0 \Delta r}{2r_i} T_{i-1}^n + T_i^n, \quad (3.122)$$

ou, ainda:

$$T_i^{n+1} = \frac{F_0}{2} \left[\left(2 - \frac{\Delta r}{r_i}\right) T_{i+1}^n + \left(2 + \frac{\Delta r}{r_i}\right) T_{i-1}^n + \left(\frac{2}{F_0} - 4\right) T_i^n \right] \quad (3.123)$$

Desse modo, para haver convergência deve-se satisfazer a seguinte condição:

$$\frac{2}{F_0} - 4 \geq 0, \text{ e} \quad (3.124)$$

$$F_0 \leq 0,5 \quad (3.125)$$

3.6.1.2. Condição de Convergência para o Elemento Nodal da Superfície

Com base na equação 3.109, tem-se:

$$k \frac{(T_{m-1}^n - T_{M/m}^n)}{\Delta r} + h(T_a^n - T_{M/m}^n) = \rho \frac{\Delta r}{2} c \left(\frac{T_{M/m}^{n+1} - T_{M/m}^n}{\Delta t} \right) \quad (3.126)$$

E substituindo-se a equação (3.120) na (3.126), chega-se a:

$$T_{M/m}^{n+1} = 2F_0 \left[T_{m-1}^n + \frac{h\Delta r}{k} T_a^n + T_{M/m}^n \left(\frac{1}{2F_0} - 1 - \frac{h\Delta r}{k} \right) \right] \quad (3.127)$$

que converge se:

$$F_0 \leq \frac{1}{2 \left(\frac{h\Delta r}{k} + 1 \right)} \quad (3.128)$$

3.6.1.3. Condição de Convergência para o Elemento Central do Cilindro

Considerando a equação (3.116) e substituindo pelo número de Fourier, tem-se:

$$T_0^{n+1} = F_0 \left[4T_1 + \left(\frac{1}{F_0} - 4 \right) T_0^n \right] \quad (3.129)$$

Assim, para que haja convergência deve-se ter:

$$\left(\frac{1}{F_0} - 4 \right) \geq 0 \quad (3.130)$$

Logo:

$$F_0 \leq 0,25$$

3.6.2. Desenvolvimento de Modelo Numérico pelo Método Implícito

No método implícito, o sistema de equações pode ser resolvido agrupando-se as variáveis em forma de matrizes, em:

$$[M] \cdot [T]^{n+1} = [T]^n ,$$

em que:

[M] = matriz dos coeficientes do sistema linear;

[T]ⁿ⁺¹ = matriz coluna de temperaturas no tempo n+1; e

[T]ⁿ = matriz coluna de temperaturas no tempo n.

Para se solucionar o sistema de equações lineares, é necessário determinar [T]ⁿ⁺¹ por inversão matricial da matriz [M]. Existem diversos métodos para a solução do problema. Entretanto, para o desenvolvimento deste trabalho, utiliza-se o método implícito com a resolução através de uma matriz tridiagonal [Press, 1996], que é uma forma modificada do método de Gauss. A resolução parte-se de uma matriz tridiagonal tornando-a uma matriz identidade. Partindo-se da equação (3.104) e adaptando para o modo implícito, tem-se:

$$T_i^{n+1} = \frac{k_i \cdot \Delta t}{\rho_i \cdot c_i} \left[\frac{T_{i-1}^{n+1} - 2.T_i^{n+1} + T_{i+1}^{n+1}}{\Delta r^2} + \frac{1}{r_i} \cdot \left(\frac{T_{i+1}^{n+1} - T_{i-1}^{n+1}}{2 \cdot \Delta r} \right) \right] + T_i^n \quad (3.131)$$

Isolando as temperaturas do tempo atual das demais variáveis, tem-se:

$$a_i \cdot T_{i+1}^{n+1} + c_i \cdot T_{i-1}^{n+1} + b_i \cdot T_i^{n+1} = d_i, \quad (3.132)$$

em que a_i, b_i e c_i são os coeficientes pertencentes à matriz [M] e d_i é a temperatura T_iⁿ.

O resultado obtém-se através de um sistema de equações lineares, que e expresso na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 \\ 0 & a_3 & b_3 & c_3 \\ 0 & 0 & a_n & b_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_n \end{bmatrix} \quad (3.133)$$

A figura 3.24 mostra a comparação entre os dois métodos, explícito e implícito, para obtenção de um perfil de temperatura em 5mm da interface metal/molde. Os dois métodos são concordantes entre si, sendo o método implícito mais vantajoso por não apresentar instabilidade no processo por conta das condições de convergência do método explícito, podendo ser simulado maior intervalo de tempo.

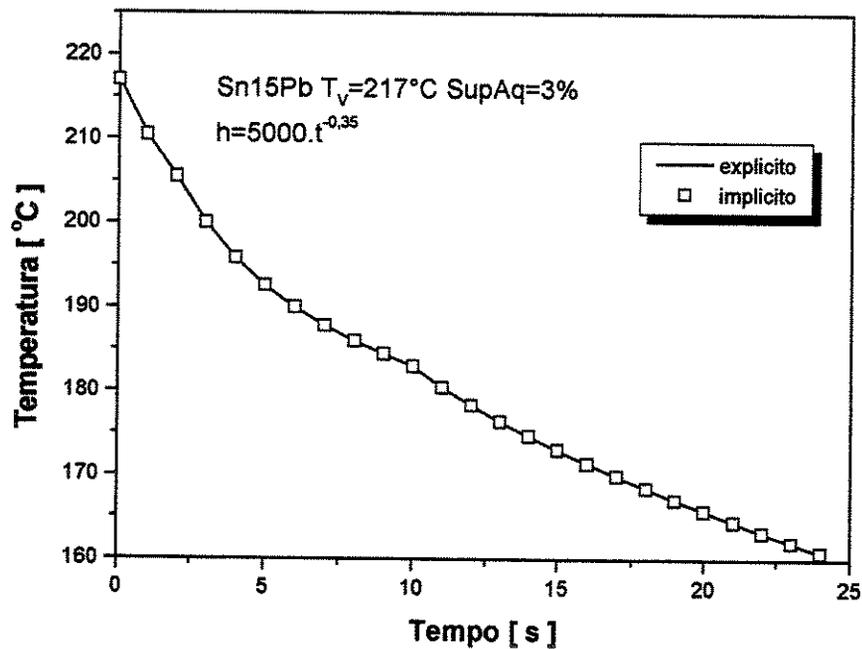


Figura 3.24. Comparação da modelagem numérica desenvolvida entre o método explícito e implícito.

CAPÍTULO 4

4. MATERIAIS E MÉTODOS

A metodologia experimental utilizada nesse trabalho desenvolve-se conforme as seguintes etapas:

- Preparação e aferição das ligas de Sn-Pb em termos de composição de soluto através da verificação da temperatura *liquidus* e *solidus*;
- Obtenção do registro da evolução térmica durante a solidificação em uma lingoteira cilíndrica horizontal refrigerada para várias posições e superaquecimentos diferenciados;
- Determinação do coeficiente global de transferência de calor metal/fluido de refrigeração, através do confronto de perfis térmicos teóricos e experimentais utilizando-se o modelo matemático proposto;
- Determinação de variáveis térmicas de solidificação a partir do registro da evolução de temperaturas na solidificação;
- Obtenção e preparação das amostras para macro e micrografia; e
- Determinação de parâmetros característicos da macroestrutura e microestrutura dendrítica.
- Correlação dos parâmetros térmicos com os parâmetros estruturais.

O fluxograma da figura 4.1 mostra as etapas representativas das atividades executadas durante o procedimento experimental deste trabalho.

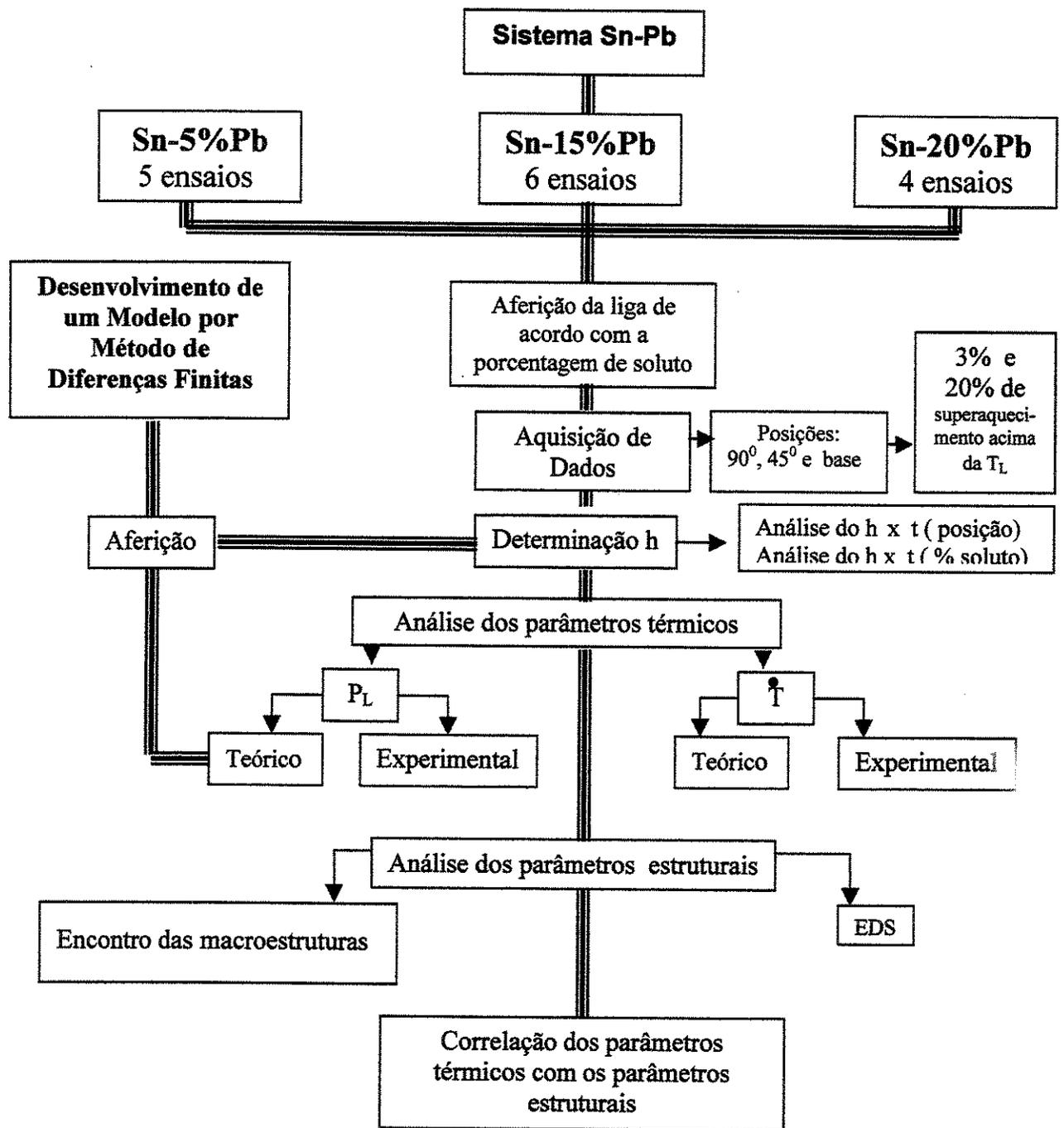


Figura 4.1. Fluxograma representativo dos passos de atividades executados durante o procedimento experimental deste trabalho. P_L - posição da isoterma liquidus; \dot{T} - Taxa de resfriamento, h - coeficiente de transferência de calor; t - tempo.

4.1. Preparação das Ligas

As ligas utilizadas neste trabalho são hipoeutéticas do sistema Sn-Pb, caracterizadas pela facilidade com as operações de fusão e apresentar temperaturas *liquidus* relativamente baixas com intervalos de solidificação bastante variáveis. As ligas selecionadas foram Sn5%Pb, Sn15%Pb e Sn20%Pb, com as propriedades termofísicas conhecidas na literatura. Na preparação das ligas utilizou-se como referência à temperatura *liquidus* (figura 4.2) obtidas pelo *software* Thermo-Calc [Foundation of Computational Thermodynamics – Estocolmo, Suécia] versão 4A para uso acadêmico destinado para cálculos termodinâmicos.

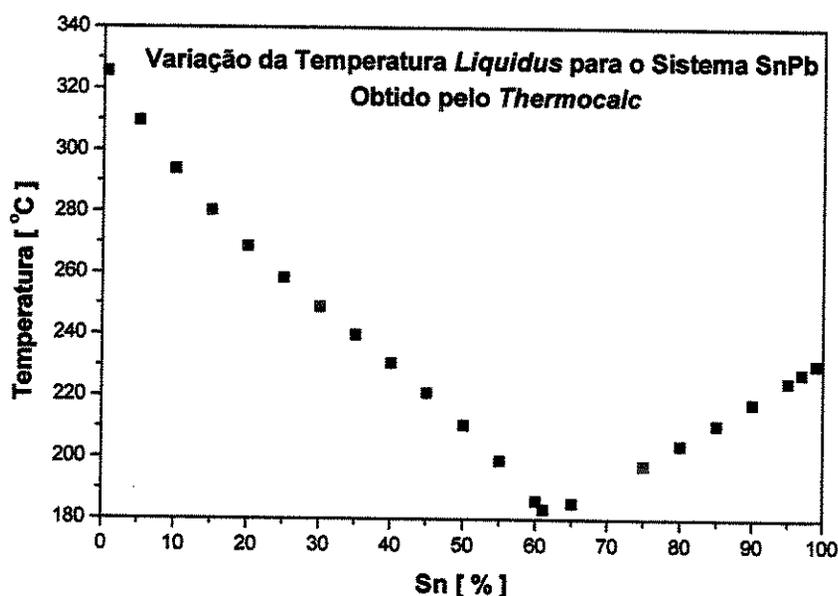


Figura 4.2. Temperatura *Liquidus* do sistema Sn-Pb obtida pelo *software* *Thermo-Calc*.

As ligas foram preparadas a partir do Sn e do Pb com a composição química, conforme mostra a tabela 4.1.

Tabela 4.1. Composição química dos metais usados para preparação das ligas Sn-Pb .

Metal	Composição Química (% em peso)						
	Fe	Ni	Cu	Pb	Mn	Zn	Sn
Sn	0.009	-	0.007	0.19	0.0025	-	
Pb	0.002	0.003	-		-	0.003	0.25

O cálculo de carga é feita pela quantidade em peso de cada elemento e posteriormente a liga é aferida através da análise térmica verificando-se a temperatura *liquidus* e *solidus*, como mostra o exemplo da liga Sn15%Pb (figura 4.3).

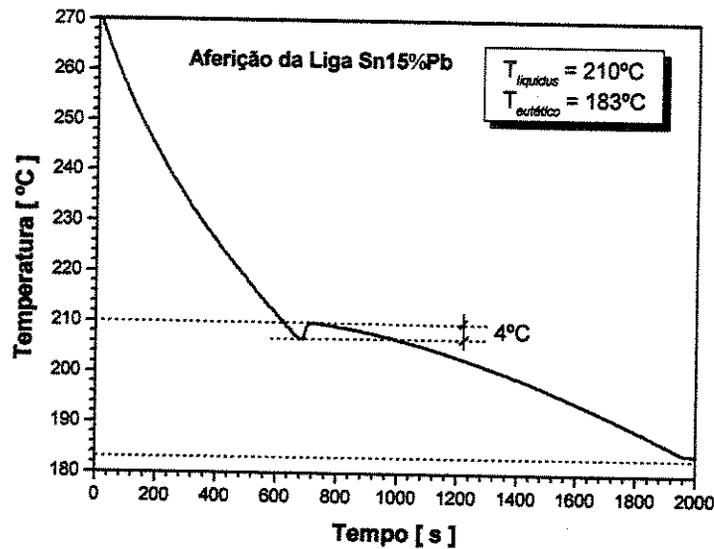


Figura 4.3. Aferição da liga Sn15%Pb.

Para a fusão do material, utilizou-se um forno tipo mufla da Brasimet e um cadinho de grafite revestido com material refratário QF180 da Carborundum com capacidade de 3 litros de material. O cálculo de carga foi feito utilizando-se de uma balança digital. Estes equipamentos/componentes são mostrados na figura 4.4.

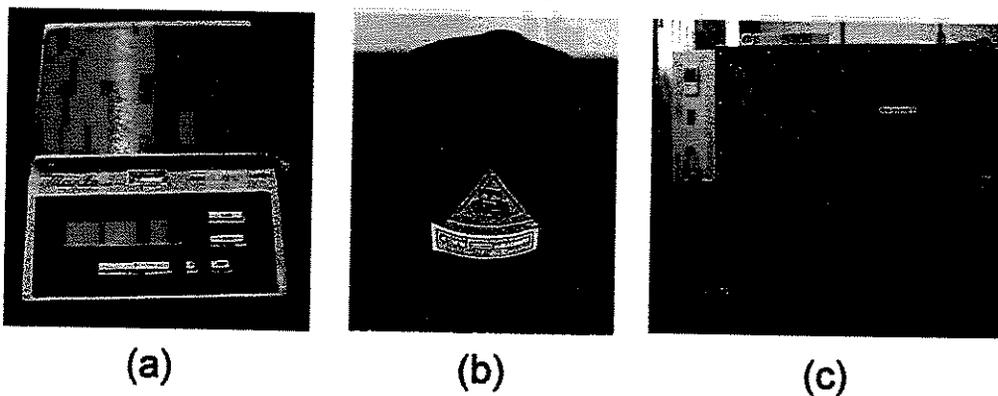


Figura 4.4. Equipamentos/componentes utilizados para preparação e fusão da liga. (a) balança digital para o cálculo da carga (b) cadinho de grafite (c) forno elétrico tipo mufla.

Para a monitorização das temperaturas e aquisição de dados, utilizou-se um sistema com um registrador microprocessado de 16 canais A/D. Os termopares utilizados foram do tipo J

(ferro-constantan). O software para interfaceamento entre o registrador e o computador é o Data-Control versão 4.2.9/V5 [K-Soft Haustechnik-Management], como são identificados na seqüência da figura 4.5.

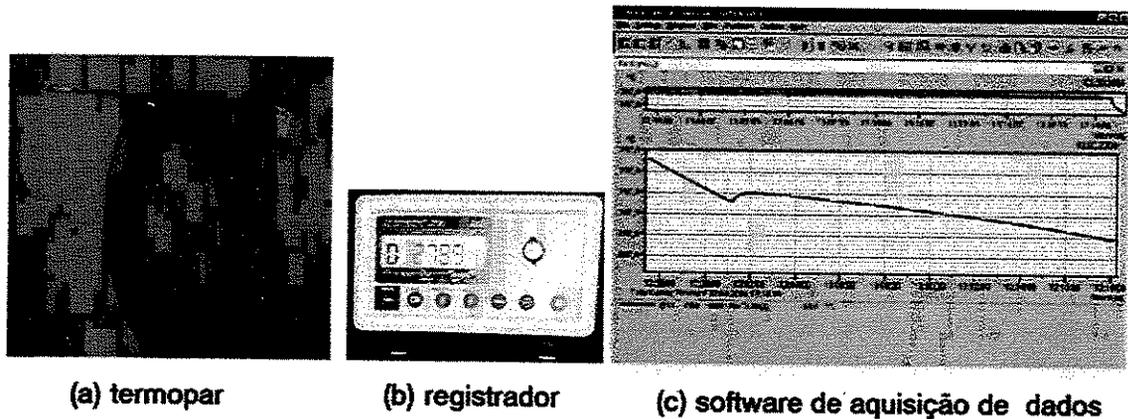


Figura 4.5. Sistema de aquisição de dados para o monitoramento da temperatura. (a) termopar tipo J, (b) registrador A/D e (c) tela do computador com o software *Data-Control* registrando um perfil de temperaturas.

4.2. Sistema de Solidificação de Cilindros Horizontais

Para a análise do processo de solidificação em lingotes cilíndricos horizontais, desenvolveu-se um aparato instrumental dotado de um sistema de aquecimento para o controle da temperatura inicial do metal líquido e de uma lingoteira cilíndrica horizontal em aço inoxidável refrigerada a água, como mostram as figuras 4.6 e 4.7, respectivamente.

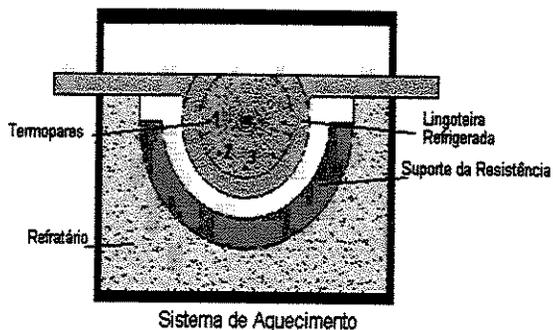


Figura 4.6. Sistema de aquecimento com a lingoteira cilíndrica horizontal.



Figura 4.7. Lingoteira cilíndrica horizontal em aço inoxidável.

O sistema de aquecimento é constituído de um forno resistivo com placas refratárias, que serve para a fusão *in situ* da liga e para o controle da temperatura inicial do líquido antes de ser acionado o fluxo de água na lingoteira, para dar início à solidificação. As resistências foram dimensionadas para uma potência de 1300W, tipo D1 e diâmetro de 1mm de acordo com os manuais do fabricante [Kanthal, 2001], apoiadas em suportes sobre um concreto refratário e manta térmica. As figuras 4.8 e 4.9 mostram o forno resistivo com e sem a lingoteira.

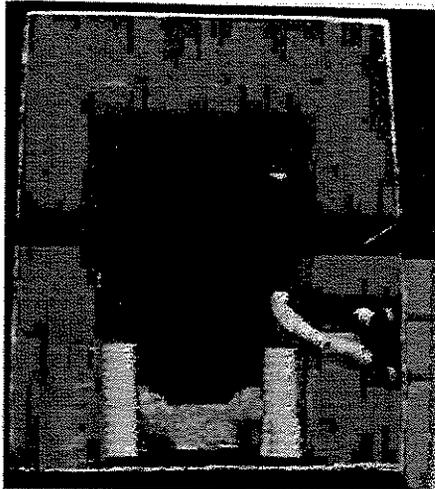


Figura 4.8. Conjunto forno e lingoteira.

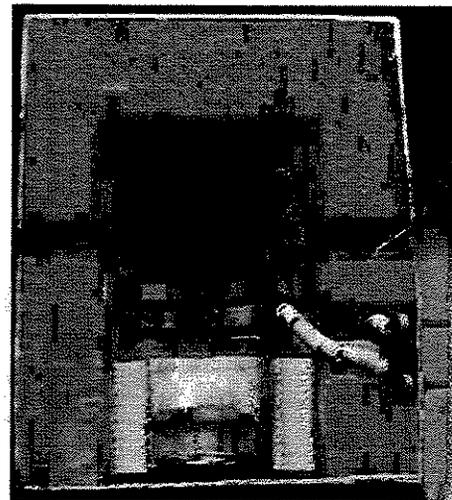


Figura 4.9. Forno resistivo (vista de topo).

O controle da temperatura no forno é feito por controladores eletrônicos com circuito P.I.D. (Proporcional, Integrativo, Derivativo), projetado para melhorar a eficiência em termos de estabilidade da temperatura, a fim de se obter uma menor variação possível em torno do ponto selecionado [Spandri, 2003]. Esta ação normalmente é proporcional ao erro verificado entre o valor desejado e o medido, permitindo que haja menor gradiente de temperatura entre os pontos dentro do sistema de aquecimento. A figura 4.10 mostra o controlador eletrônico de temperatura e, a figura 4.11, o conjunto sistema de aquecimento/lingoteira com os termopares conectados para a aquisição de dados.

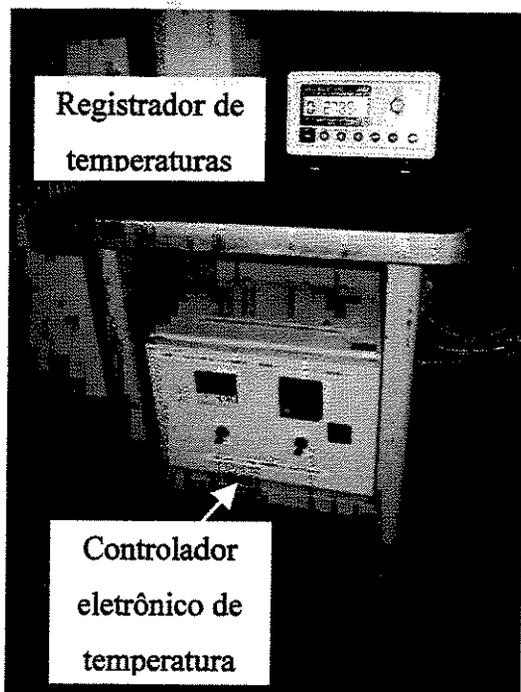


Figura 4.10. Controlador de temperatura do forno resistivo e registrador de temperaturas para obtenção dos perfis térmicos.

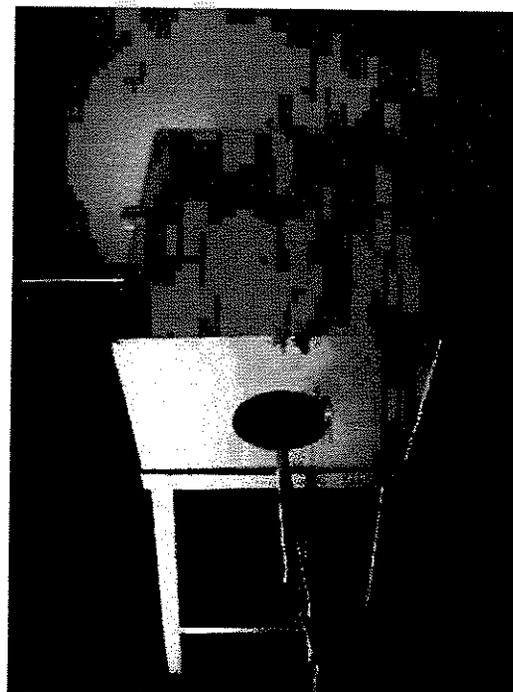


Figura 4.11. Conjunto sistema de aquecimento e resfriamento com termopares posicionados para aquisição de dados.

O sistema de refrigeração da lingoteira está disposto de forma que o fluxo de água garanta uma extração de calor essencialmente radial durante o processo de solidificação do lingote, utilizando uma vazão de 20 l/min medida por um rotâmetro (figura 4.12). As dimensões da lingoteira refrigerada, com corte da seção, são apresentadas na figura 4.13.

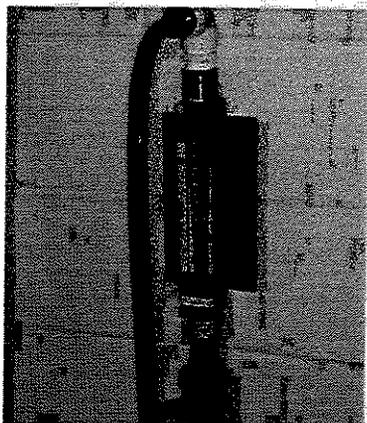


Figura 4.12. Rotâmetro para a medição da vazão.

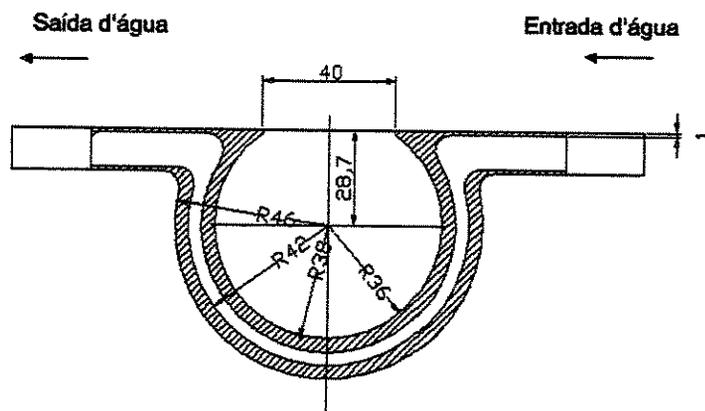


Figura 4.13. Dimensionamento da lingoteira refrigerada em aço inox [mm].

4.3. Obtenção dos Lingotes Cilíndricos Horizontais e Análise Térmica da Solidificação

Após a preparação da liga e a montagem do aparato experimental do item anterior, fundiu-se a liga no forno tipo mufla, que é posteriormente vazada na lingoteira cilíndrica horizontal onde o controle da temperatura do sistema de aquecimento foi acionado. Quando a temperatura do forno e dos termopares indicarem que a temperatura do metal líquido atingiu o ponto desejado de superaquecimento, começou-se o processo de solidificação com o acionamento do sistema de refrigeração.

Os termopares utilizados para a análise térmica foram do tipo J (ferro-constantan) com bainha de aço inoxidável de 1,5mm de diâmetro, ideal para faixas de temperatura entre 0 e 760°C [Ecil, 2001], dispostos longitudinalmente ao longo da seção transversal dos lingotes a uma distância de 5mm da interface metal/molde nas posições relativas à base (posição 3), a 90 graus (posição 1) e 45 graus (posição 2), conforme mostra a figura 4.12. Para análise da progressão da isoterma *liquidus*, posicionaram-se termopares a 5, 14, 20, 26 e 35mm da base da lingoteira (posições de 3 a 7), conforme mostra o esquema da figura 4.14. Os termopares ficam dispostos perpendicularmente ao fluxo de calor radial, de maneira a amenizar erros de leitura. Caso fossem colocados paralelamente aos gradientes de temperatura, as leituras do termopar sofreriam interferência do próprio material que tem propriedades diferenciadas da liga em análise [Attia, 1986; Piwonka, 2000]. A figura 4.15 mostra os termopares posicionados na lingoteira, passando por um gabarito para assegurar o posicionamento.

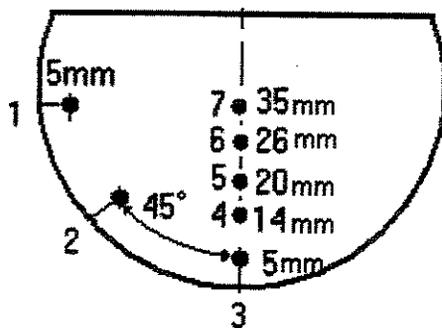


Figura 4.14. Posicionamento dos termopares colocados longitudinalmente na lingoteira.



Figura 4.15. Posicionamento dos termopares na lingoteira cilíndrica horizontal.

Para a análise experimental, utilizaram-se ligas de Sn5%Pb, Sn15%Pb e Sn20%Pb com superaquecimentos de 3% e 20% acima da temperatura *liquidus*, conforme mostra a tabela 4.1.

Tabela 4.2. Posições dos perfis térmicos registrados nas ligas do sistema Sn-Pb.

Ligas	3% de superaquecimento	20% de superaquecimento
Sn5%Pb	Posições 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	Posições 1, 2, 3
Sn15%Pb	Posições 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	Posições 1, 2, 3
Sn20%Pb	Posições 3, 4, 5, 6, 7	XXXXXXXXXXXXXX

Para melhor precisão da análise, com entrada de dados apropriados na determinação do coeficiente global de transferência de calor no modelo numérico proposto, corta-se o lingote para confirmação do posicionamento dos termopares na seção transversal, conforme mostra a figura 4.16.

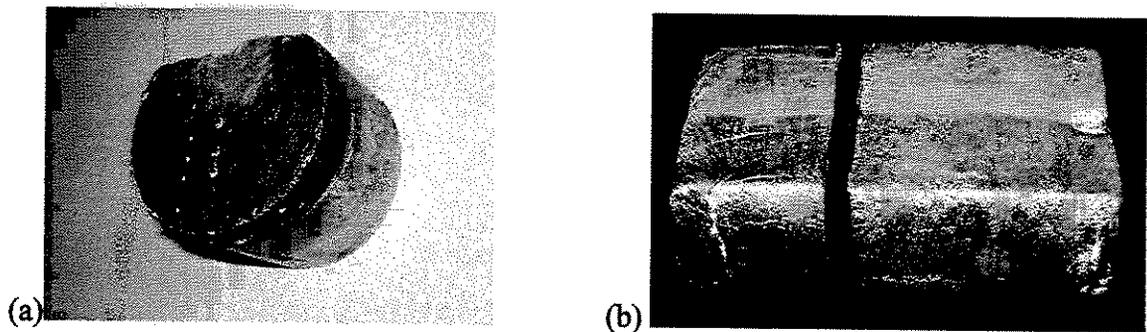


Figura 4.16. Corte da amostra do lingote para averiguação do posicionamento dos termopares: (a) parte externa do lingote com os termopares cortados (b) lingote com a amostra retirada.

A figura 4.17 mostra os termopares posicionados para a aquisição de dados.



Figura 4.17. Posicionamento dos termopares no conjunto forno/lingoteira.

4.4. Determinação do Coeficiente de Transferência de Calor Global

Para análise numérica dos parâmetros térmicos e estruturais do processo de solidificação através do modelo de diferenças finitas desenvolvido para geometrias cilíndricas, a determinação do coeficiente global transitório de transferência de calor metal/fluido é primordial para a quantificação do fluxo de calor. Utilizando-se do aparato experimental desenvolvido, quantificou-se o fluxo de calor pelo método IHCP (*Inverse Heat Conduction Problem*) [Beck,1970], determinando-se os coeficientes transitórios de transferência de calor na interface metal/molde. O IHCP consiste no confronto dos perfis térmicos obtidos por modelagem numérica (M.D.F) com resultados obtidos experimentalmente através do mapeamento de determinados pontos do sistema metal/molde. As curvas de resfriamento utilizadas como referência para o confronto teórico-experimental, foram as registradas a 5mm da interface metal/molde. Não se utilizou o termopar exatamente na interface para evitar reposicionamento do termopar em função da contração do metal. O esquema da figura 4.18 mostra a obtenção deste coeficiente a partir do aparato experimental.

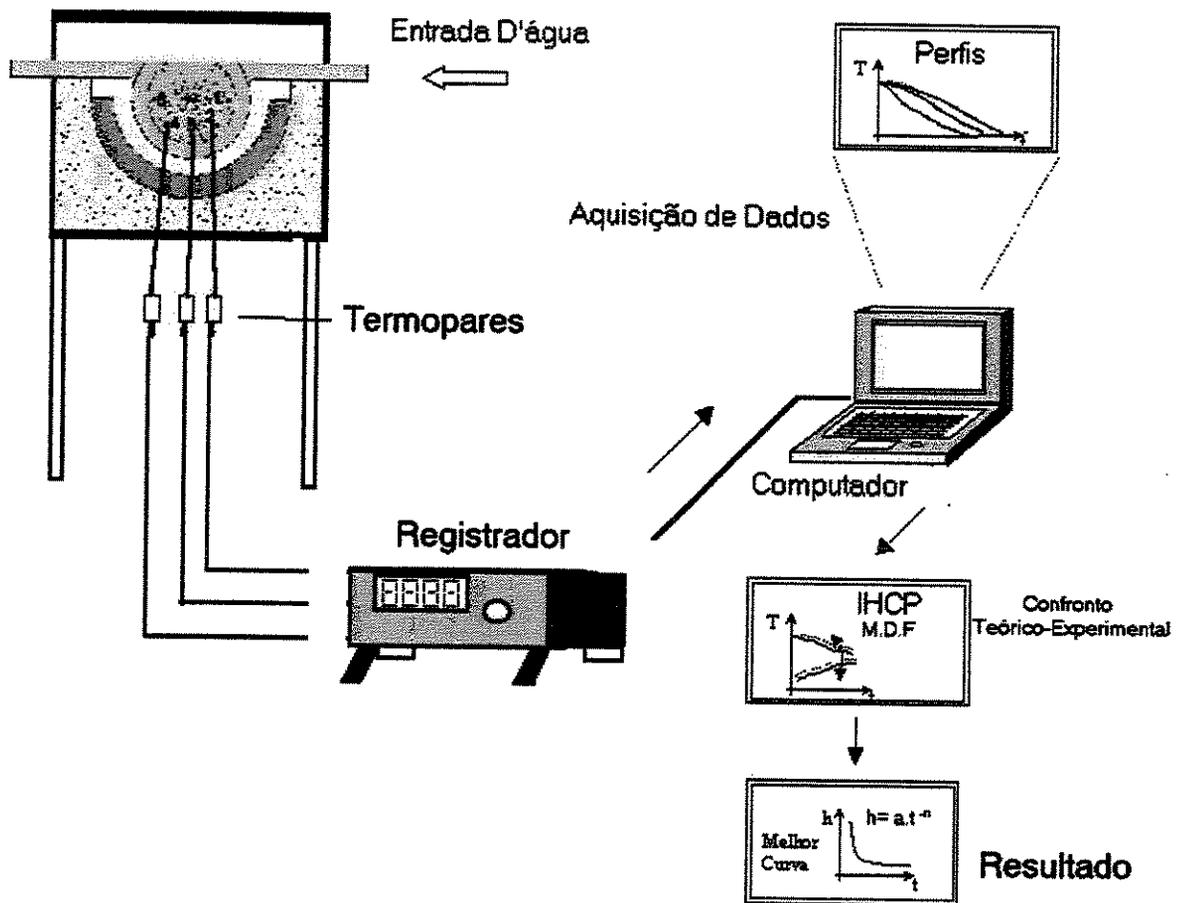


Figura 4.18. Esquema para obtenção do coeficiente de transferência de calor metal/molde no processo de solidificação de cilindros horizontais.

Para as simulações com o modelo matemático, foram utilizadas as propriedades termofísicas das ligas do sistema Sn-Pb com coeficiente de partição (K_0)= 0.0656, conforme mostra a tabela 4.2.

Tabela 4.3. Propriedades das ligas Sn-Pb [Toloukian, 1970; Mondolfo, 1976; Pehlke, 1982; Bejan, 1993; Bouchard, 1997].

Propriedades Termofísicas	Sn-5%Pb	Sn-15%Pb	Sn-20%Pb	Eutético: 39%
Condutividade térmica no estado sólido k_s [W/(m.K)]	65,4	62,2	60,5	54,4
Condutividade térmica no estado líquido k_L [W/(m.K)]	32,8	32,5	32,3	31,7
Massa específica no estado sólido ρ_s [kg/m ³]	7502	7906	8108	8875
Massa específica no estado líquido ρ_L [kg/m ³]	7184	7551,7	7735,6	8434
Calor específico no estado sólido c_s [J/(kg.K)]	216,4	207,3	202,8	185,4
Calor específico no estado líquido c_L [J/(kg.K)]	253	240,9	234,8	211,9
Calor latente de fusão L [J/kg]	58985	55534	53809	47253
Temperatura <i>liquidus</i> T_L [°C]	225	210	203	-
Temperatura <i>solidus</i> T_s [°C]	183	183	183	-
Temperatura de transformação eutética T_E [°C]	-	-	-	183
Temperatura de fusão T_F [°C]	232	232	232	-

Os resultados obtidos dos coeficientes de transferência foram avaliados no que diz respeito às condições iniciais da solidificação, perfis térmicos, e composição química da liga.

4.5. Procedimentos Metalográficos

As amostras foram retiradas a partir dos lingotes obtidos, após a obtenção dos perfis de temperaturas, com o corte da seção transversal retirada da região central, onde se tem garantia da extração de calor radial. As amostras foram preparadas para macro e micrografia, com o objetivo de verificar o encontro das estruturas e o espaçamento dendrítico secundário (figura 4.19), respectivamente.

Com o objetivo de ter uma boa revelação das estruturas por ataque químico, a amostra precisa ter uma superfície plana e polida. As amostras devem passar primeiramente por uma

seqüência de lixamento, partindo da lixa com maior granulometria, seguindo para as de menor granulometria. Quanto menor é a granulometria, maior é o número da lixa, que indica a quantidade de grãos por polegada ao quadrado. As lixas indicadas para os metais não-ferrosos são à base de córindon (forma da alumina). A cada mudança de lixa deve-se mudar a orientação da amostra em 90 graus, até desaparecerem as marcas do lixamento anterior. As preparações das amostras, desde o corte, lixamento e ataque, podem ser encontradas através de normas técnicas [ASTM E 3-95,1980; ASTM E 407-95,1997].

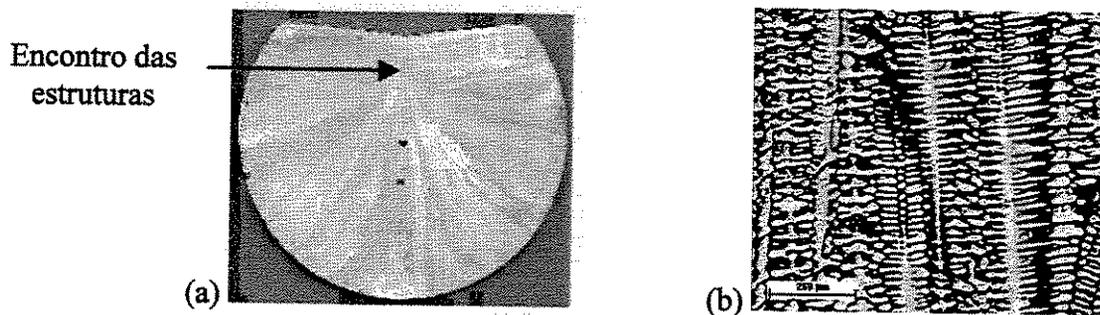


Figura 4.19. (a) Macrografia mostrando a evolução das estruturas. (b) Micrografia mostrando a estrutura dendrítica de uma liga de Sn20%Pb.

4.5.1. Preparação da Amostra para Macrografia

As amostras para macrografia não precisaram passar por processo de embutimento, uma vez que o tamanho da amostra permite fácil manuseio no processo de lixamento. A seqüência de lixas utilizada foi 220, 320, 400 e 600 *mesh*.

As amostras de Sn-Pb, devido ao seu baixo ponto de fusão, devem passar pelo processo de lixamento em água abundante para evitar deformações e recristalização da estrutura. Deve ser evitada usinagem prévia antes de começar o processo de lixamento, pois pode produzir marcas profundas nas amostras com a ferramenta da máquina operatriz. Após a amostra estar devidamente lixada passa para o processo de ataque químico. As amostras de Sn-Pb foram atacadas com uma solução com 55g de FeCl_3 e 4 ml HCl para cada 150 ml de água.

4.5.2. Preparação da Amostra para Micrografia

O corte da amostra em porções menores deve ser feito com disco de corte em serra *cut-off*, em um processo vagaroso para evitar aquecimento excessivo com conseqüentes deformações nas estruturas. O embutimento deve ser feito em resina de cura a frio, também para evitar deformações e mudanças na estrutura bruta de solidificação.

A seqüência de lixamento para a micrografia passa pelas lixas 220, 320, 400, 600, 800, 1200 *mesh*, e posteriormente por etapas de polimento que inclui panos com pastas de diamante de 6 μ m e 1 μ m. Após a etapa final de lixamento e depois de cada etapa de polimento, a amostra deve ser limpa, eliminando os grãos abrasivos das etapas anteriores, seguindo o procedimento:

- a amostra deve ser lavada com água corrente e detergente com o auxílio de um algodão;
- enxaguar novamente com água corrente;
- enxaguar com álcool ou acetona;
- limpar a amostra no ultra-som, colocando-a em um béquer com álcool ou água e detergente e deixar por 30 segundos; e
- enxaguar em álcool.

Em cada mudança de etapa de polimento, a amostra deve passar por limpeza por processo de ultra-som e, posteriormente, lavagem com álcool e secagem com secador. Os reagentes utilizados no ataque para revelar a microestrutura foram:

- para ligas com composições até 5%Pb: 50 ml de glicerina, 35 ml de ácido acético e 15 ml de ácido nítrico, com temperatura controlada em 38-40 °C e tempo inicial de 15 s podendo ser maior até a completa revelação.

- para ligas com composições maiores que 5%Pb: solução de persulfato de amônio ((NH₄)₂S₂O₈) 5% em temperatura ambiente com tempo inicial de 30 s, podendo ser maior até a completa revelação.

4.6. Procedimentos para Determinação dos Parâmetros Estruturais

O fenômeno da contração do metal, as influências físico-químicas entre metal e molde e a expansão do molde, durante o processo de solidificação, são mecanismos responsáveis pela formação de *gap* de ar na interface metal/molde. No início do processo, quando o metal está líquido, o contato térmico é mais efetivo devido a sua fluidez e aos efeitos inerentes à pressão metalostática. No entanto, com a evolução do processo de solidificação, a contração térmica gerada pela transformação líquido/sólido cria um espaço físico na interface, aumentando desse modo a resistência térmica ao fluxo de calor em direção ao molde. Dentro destes fenômenos físico-metalúrgicos, por meio da macrografia, pode-se definir o ponto final do processo de solidificação acompanhando a evolução radial da macroestrutura. Assim sendo, o parâmetro da macroestrutura utilizado para correlação com parâmetros térmicos durante a solidificação é o ponto de encontro das estruturas colunares no lingote, caracterizando o grau de assimetria existente no fluxo de calor na interface metal/molde. Foram medidas as distâncias radiais até o ponto de encontro das estruturas em relação a interface metal/molde.

Com relação às características microestruturais do material, medem-se os espaçamentos dendríticos secundários (λ_2) para posterior confronto com variáveis térmicas e com dados encontrados na literatura.

As amostras para micrografia foram retiradas a partir da seção transversal do lingote, conforme mostra o esquema da figura 4.20.

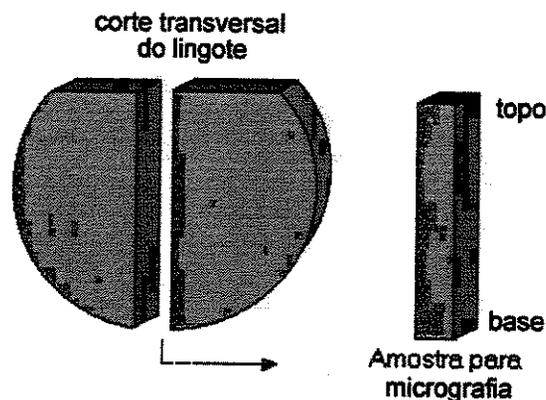


Figura 4.20. Amostra para análise do espaçamento dendrítico secundário.

As medidas dos espaçamentos dendríticos secundários (λ_2) foram feitas ao longo do eixo vertical a partir da base em sentido ao topo da seção do lingote com 30 medições a cada 900 μm . Para determinação do λ_2 , utilizou-se o sistema de processamento de imagem Neophot 32 e com software de análise de imagem Leica Q-500 MC (figura 4.21) para caracterizar e quantificar estes parâmetros microestruturais. O método empregado para medição baseia-se na média das distâncias das ramificações secundárias, como se encontra esquematizado na figura 4.22.

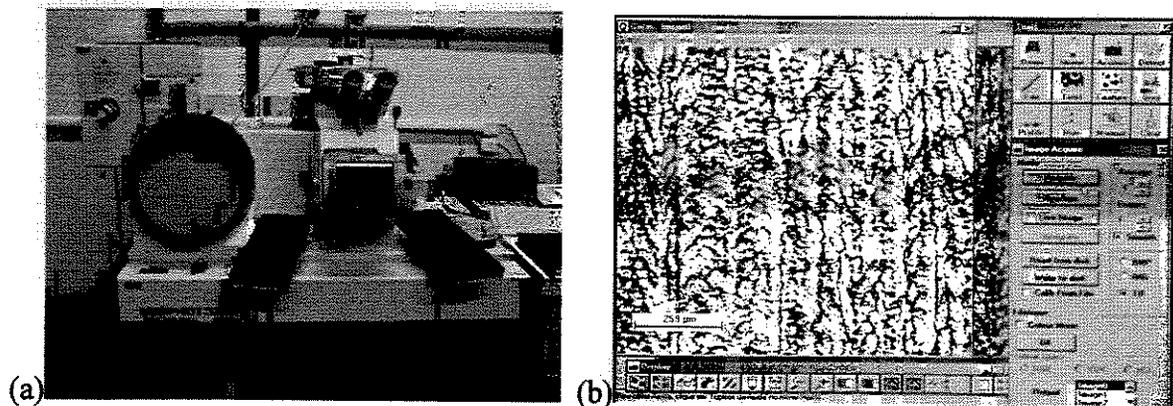


Figura 4.21. (a) Microscópio óptico Neophot 32 para análise das amostras. (b) Software para análise de imagem acoplado ao microscópio óptico Neophot 32.

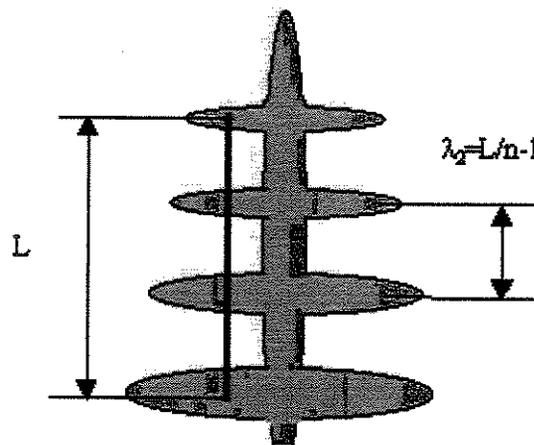


Figura 4.22. Método de medição do λ_2 na seção longitudinal de uma ramificação dendrítica.

4.7. Procedimentos para Determinação das Variáveis Térmicas da Solidificação

Para a análise experimental das variáveis térmicas, tais como as progressões das isothermas *liquidus*, velocidades de solidificação e taxas de resfriamento, realizaram-se vazamentos das ligas do sistema Sn-Pb com termopares dispostos ao longo da direção de deslocamento da frente de solidificação a partir da base. As posições dos termopares em relação à interface metal/molde foram: 5, 14, 20, 26 e 35mm, obtendo-se, conforme já relatado, curvas locais de resfriamento. As funções da progressão da *liquidus* em função do tempo, $P_L=f(t)$, são obtidas experimentalmente a partir das interseções das curvas de resfriamento com a isoterma *liquidus*, determinando-se o tempo em que a isoterma passou pela posição do termopar a partir do acionamento do sistema de refrigeração, como mostra a figura 4.23, para a liga Sn15%Pb com 3% de superaquecimento.

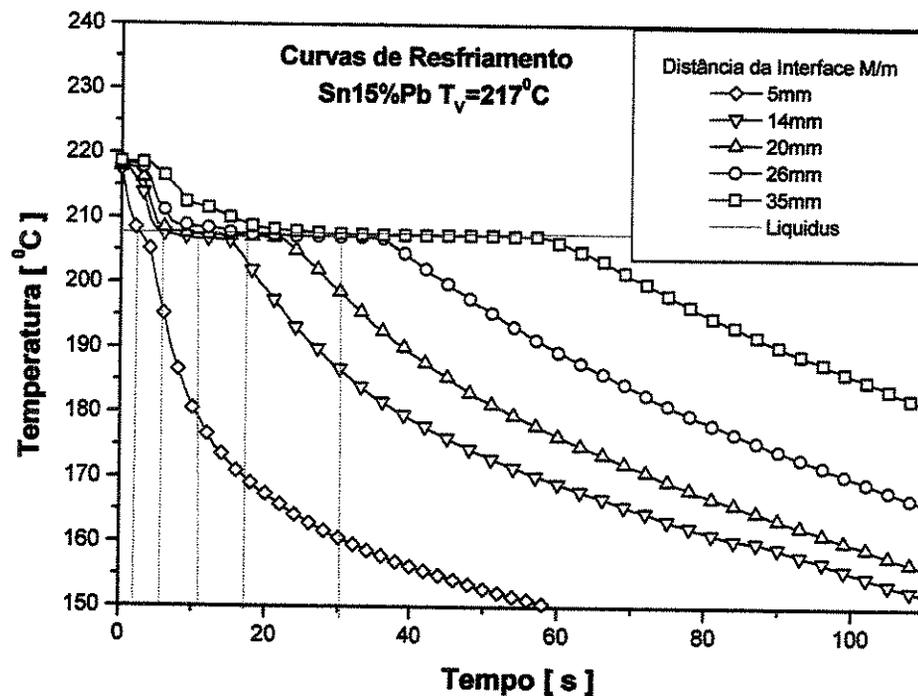


Figura 4.23. Determinação experimental da progressão da isoterma *liquidus* com termopares posicionados a 5, 14, 20, 26 e 35mm da interface metal/molde.

Determinada a progressão da isoterma *liquidus*, encontra-se a velocidade da isoterma *liquidus* (V_L), aplicando-se a derivada na função $P_L = f(t)$: $V_L = \frac{\partial P_L}{\partial t}$.

Já a taxa de resfriamento à frente da isoterma *liquidus* (\dot{T}) para cada posição, é determinada pela relação da variação entre a temperatura *liquidus* e a temperatura imediatamente superior e o intervalo de tempo correspondente a esta variação ($\Delta T/\Delta t$). Com relação aos gradientes térmicos (G_L), obtêm-se a partir dos valores de \dot{T} e V_L ($G_L = \dot{T}/V_L$).

CAPÍTULO 5

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1. Considerações Iniciais

Conforme descrito no capítulo anterior, os resultados foram obtidos de acordo com as seguintes etapas:

- Aferição preliminar do modelo numérico por diferenças finitas proposto em coordenadas cilíndricas com modelos apresentados na literatura especializada;
- Realização de ensaios com diferentes ligas (% de soluto) e diferentes condições de solidificação com alto e baixo superaquecimentos;
- Obtenção dos perfis de temperaturas das ligas;
- Determinação dos coeficientes globais de transferência de calor para as ligas analisadas;
- Análise da variação do coeficiente de transferência de calor ao longo do perímetro da seção cilíndrica;
- Determinação teórica e experimental da progressão da isoterma *liquidus* para as ligas analisadas;
- Análise dos parâmetros térmicos como: - velocidade da isoterma *liquidus*; - gradiente da isoterma *liquidus*; - taxa de resfriamento;
- Análise microestrutural e macroestrutural dos lingotes obtidos; e
- Correlação das estruturas de solidificação com os parâmetros térmicos.

5.2. Aferição Preliminar do Modelo Numérico para Coordenadas Cilíndricas

A validação inicial do modelo numérico desenvolvido é feita através da comparação com o modelo analítico desenvolvido por Santos [Santos, 1985], em metal puro, que no caso foi chumbo puro sem superaquecimento. Os resultados do seu modelo são comparados com os experimentais feitos em um sistema refrigerado, propiciando solidificação radial ascendente com raio de 150mm. O sistema consiste em verificar a posição da frente de solidificação em função do tempo transcorrido com auxílio de uma escala posicionada e uma haste de imersão (*dipstick*), conforme mostra o esquema da figura 5.1.

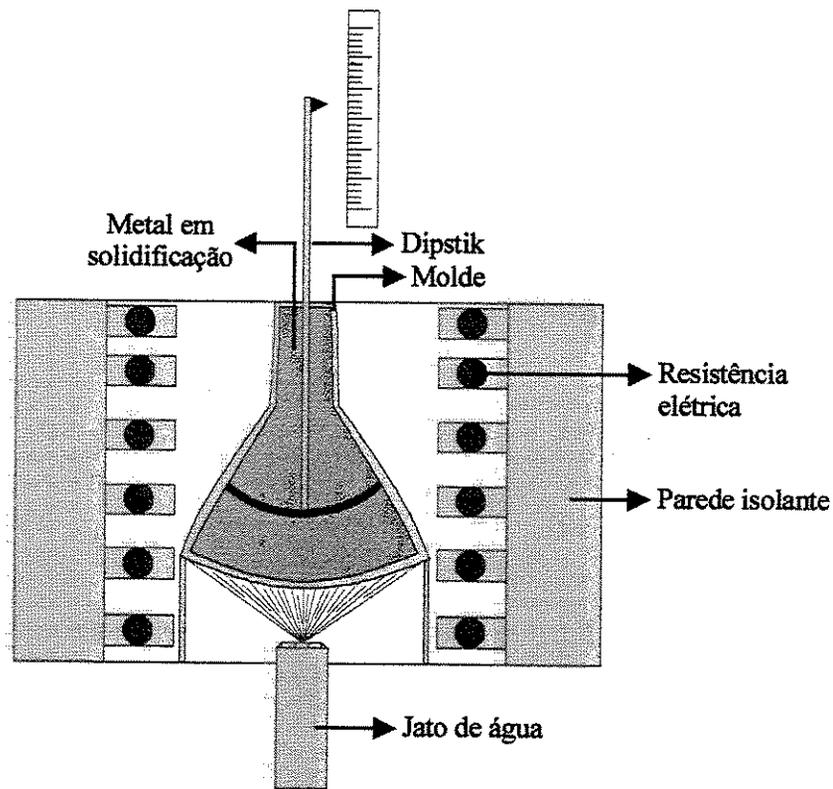


Figura 5.1. Esquema do aparato experimental para solidificação radial ascendente
[Santos, 1985]

O gráfico da figura 5.2 mostra o avanço da interface sólido/líquido em direção ao centro de acordo com o modelo analítico e o numérico desenvolvido. No início e no final do processo, pode-se notar uma boa concordância com o modelo analítico.

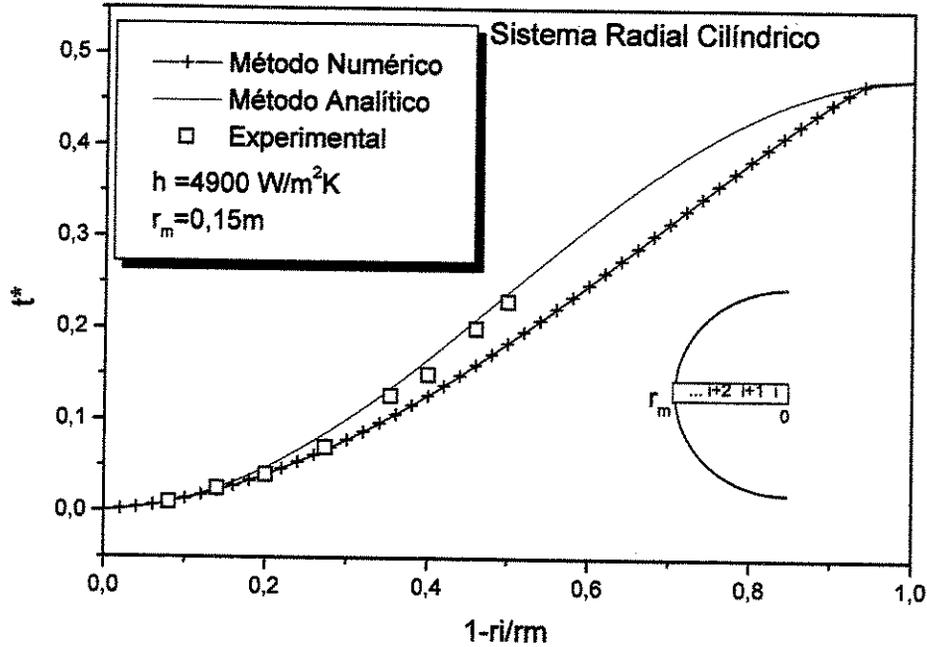


Figura 5.2. Comparação entre o modelo numérico e analítico apresentando os tempos de solidificação do chumbo puro na forma adimensional ao longo do sistema radial cilíndrico.

A expressão t^* é o tempo adimensional dado por:

$$t^* = \frac{k_s(T_f - T_o)}{r_m^2 \cdot \rho_s \cdot L} t \quad , \quad (5.1)$$

sendo: - t determinado conforme a equação (3.63); e

- r_m o raio total do sistema radial cilíndrico.

Para a análise da solidificação no modelo analítico em chumbo puro, utilizam-se as seguintes propriedades térmicas, para solidificação sem superaquecimento:

- $\phi = 0,74$;
- $h = 4900 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$;
- $k_s = 29,7 \text{ W}/(\text{mK})$;
- $\rho_s = 11300 \text{ kg}/\text{m}^3$;
- $L = 24000 \text{ J}/\text{kg}$;
- $C_s = 138 \text{ J}/(\text{kgK})$.

5.3. Ensaio com Diferentes Ligas e Diferentes Condições de Solidificação

O aparato experimental desenvolvido permite o controle de temperatura com baixos gradientes nos pontos monitorados antes do início da refrigeração, evitando desse modo, diferentes superaquecimentos em pontos distintos no metal líquido. Quanto ao sistema de refrigeração, mostra-se eficiente com capacidade de garantir a extração de calor radial com vazão de 30 l/min e boa distribuição do fluxo d'água no sentido longitudinal. A figura 5.3 mostra a macroestrutura bruta de solidificação, evidenciando um fluxo de calor estritamente radial com estrutura totalmente colunar da superfície até o encontro das estruturas, não refletindo desse modo fluxo de calor no sentido longitudinal da lingoteira.

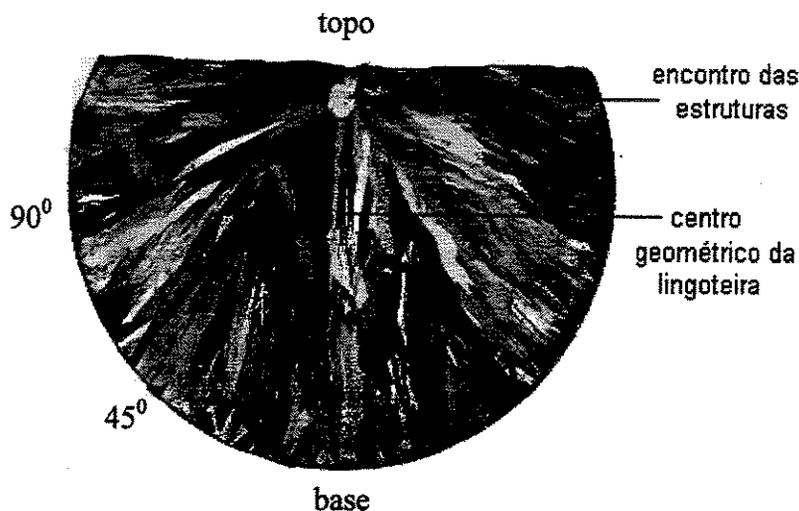


Figura 5.3. Macroestrutura da seção transversal: Sn-15%Pb. $T_V = 252 \text{ }^\circ\text{C}$.

Na figura 5.3 é possível observar que o ponto de encontro das frentes de solidificação, que se deslocam da superfície para o centro da peça, não coincide com o centro geométrico da seção. Isto indica a existência de regiões ou zonas com diferentes características de extração de calor, principalmente, quando se comparam as posições: horizontal (90°) e base (vertical). Assim sendo, o parâmetro da macroestrutura utilizado para correlação com parâmetros térmicos durante a solidificação é o ponto de encontro das estruturas colunares no lingote, caracterizando o grau de assimetria existente no fluxo de calor na interface metal/molde. A transferência de calor apresenta-se mais efetiva na base, diminuindo à medida que se avança em direção ao topo, como

mostra a figura 5.3 com as respectivas marcações dos encontros das estruturas. As características repetem-se para os demais ensaios, como se pode ver através das figuras 5.4 a 5.7.

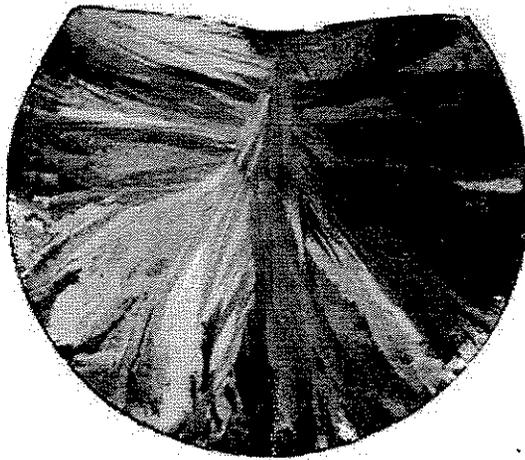


Figura 5.4. Macrografia da liga Sn5%Pb.
 $T_v = 232\text{ }^{\circ}\text{C}.$

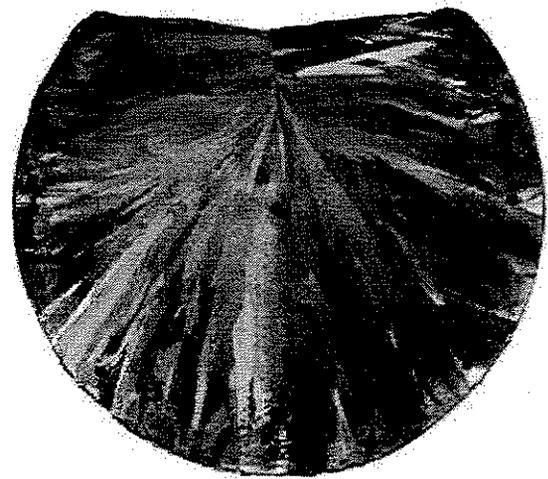


Figura 5.5. Macrografia da liga Sn5%Pb.
 $T_v = 270\text{ }^{\circ}\text{C}.$

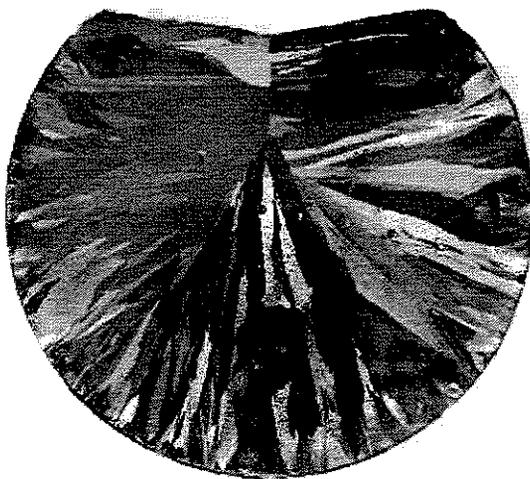


Figura 5.6. Macrografia da liga Sn15%Pb.
 $T_v = 217\text{ }^{\circ}\text{C}.$

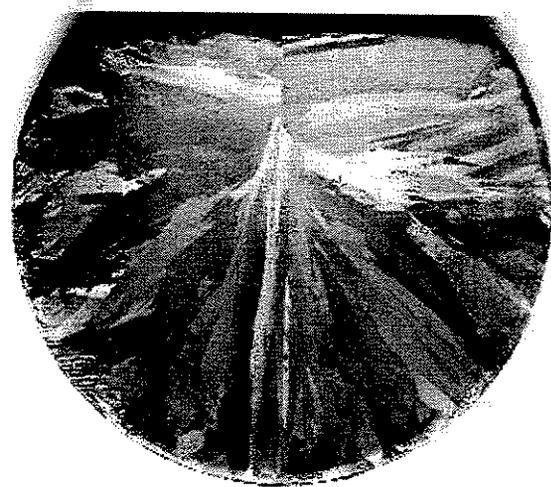


Figura 5.7. Macrografia da liga Sn20%Pb.
 $T_v = 210\text{ }^{\circ}\text{C}.$

A tabela 5.1. apresenta os ponto de encontro das estruturas de solidificação em relação à base, conforme as macrografias das estruturas reveladas, observando-se diferenças de encontros. Nota-se que existe uma tendência em diminuir a distância dos encontros das estruturas, à medida

que se aumenta o superaquecimento do metal líquido. O efeito do superaquecimento na diminuição do encontro das estruturas se deve ao líquido superaquecido que retarda o avanço da isoterma *liquidus*, retardando o processo de solidificação.

Tabela 5.1. Distância em relação à base do encontro das estruturas de solidificação.

Liga	Sn5%Pb	Sn5%Pb	Sn15%Pb	Sn15%Pb	Sn20%Pb
T_v	232 ⁰ C	270 ⁰ C	217 ⁰ C	252 ⁰ C	210 ⁰ C
Distância da Base	55mm	51mm	47mm	44mm	46mm

A distância da base fica em torno de 50mm, sobrepondo-se sempre em relação ao centro geométrico.

O comportamento do h do metal na formação do *gap* de ar é baseado nos perfis de temperatura monitorizados em diferentes pontos a 5 mm da interface metal/molde, e que são indicados na figura 5.8.

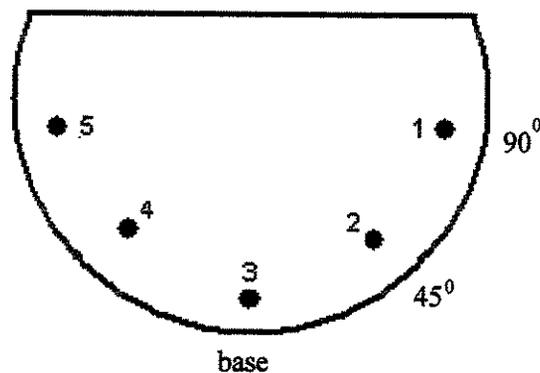


Figura 5.8. Posicionamento dos termopares para aquisição dos perfis de temperatura.

Como existe simetria entre os pontos, adota-se um deles para caracterizar a posição 90⁰ e 45⁰. O gráfico da figura 5.9 mostra a boa concordância existente entre os pontos simétricos em termos de perfis de temperatura, caracterizando uma passagem homogênea do fluido refrigerante pelo perímetro da lingoteira.

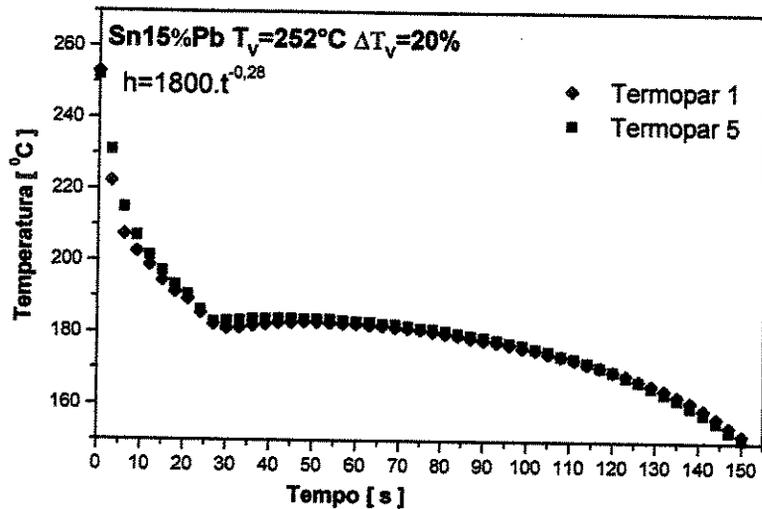


Figura 5.9. Perfis térmicos monitorizados por termopares em posições simétricas (90°).

Utilizando-se o método *IHCP*, mencionado no capítulo 2 através do confronto de perfis de temperatura teórico-experimentais, determinam-se os diferentes coeficientes de transferência de calor. Os gráficos das figuras 5.10, 5.11, 5.12 e 5.13 mostram as curvas de resfriamento experimentais e as simuladas para as ligas Sn5%Pb e Sn15%Pb, com 3% e 20% de superaquecimento com a correspondente expressão de h em função do tempo. As simulações são feitas com os raios correspondentes ao encontro das estruturas, conforme mostram as figuras 5.3 a 5.7.

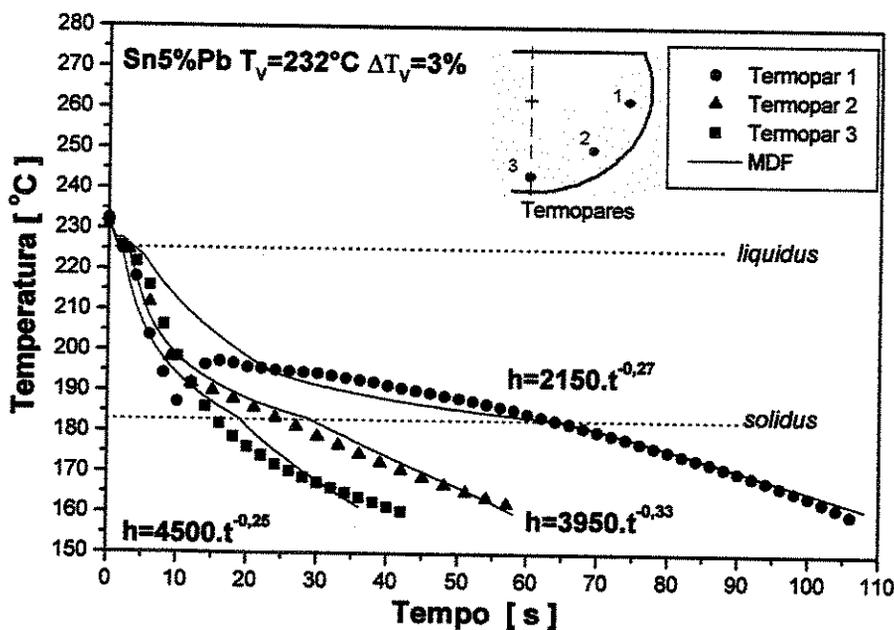


Figura 5.10. Curvas de resfriamento: experimental e simulada: Sn-5%Pb. $T_V=232^\circ\text{C}$.

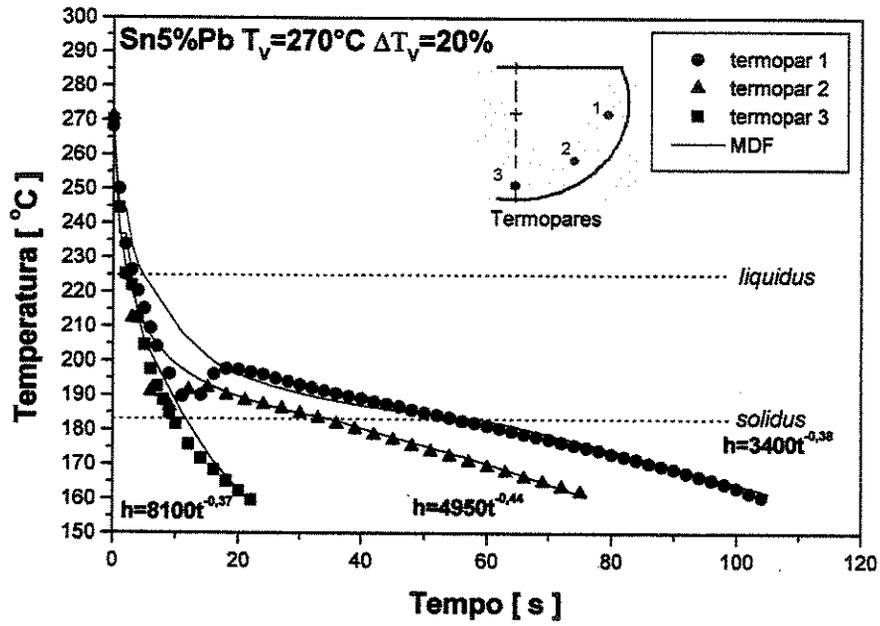


Figura 5.11. Curvas de resfriamento: experimental e simulada: Sn-5%Pb. $T_v=270^\circ\text{C}$.

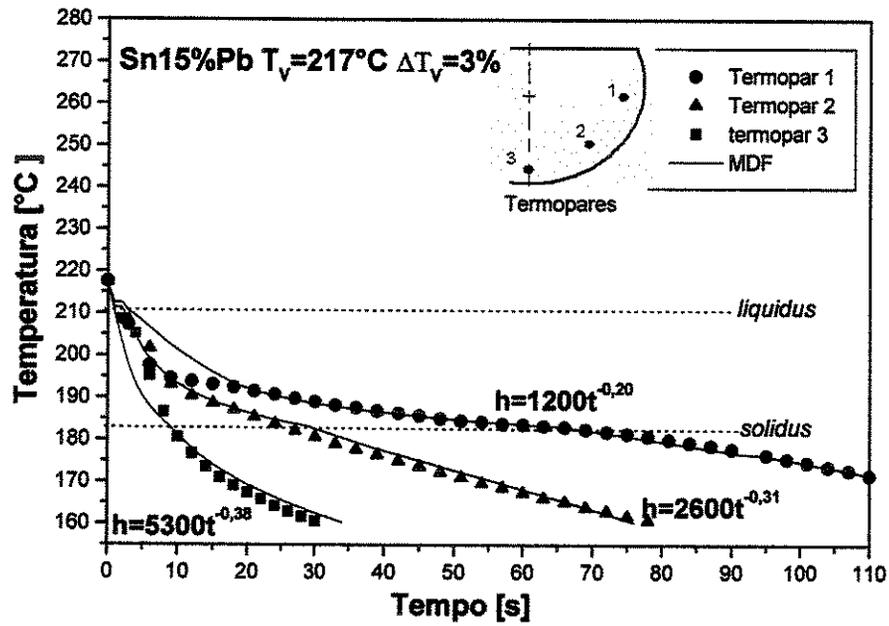


Figura 5.12. Curvas de resfriamento: experimental e simulada: Sn-15%Pb. $T_v=217^\circ\text{C}$.

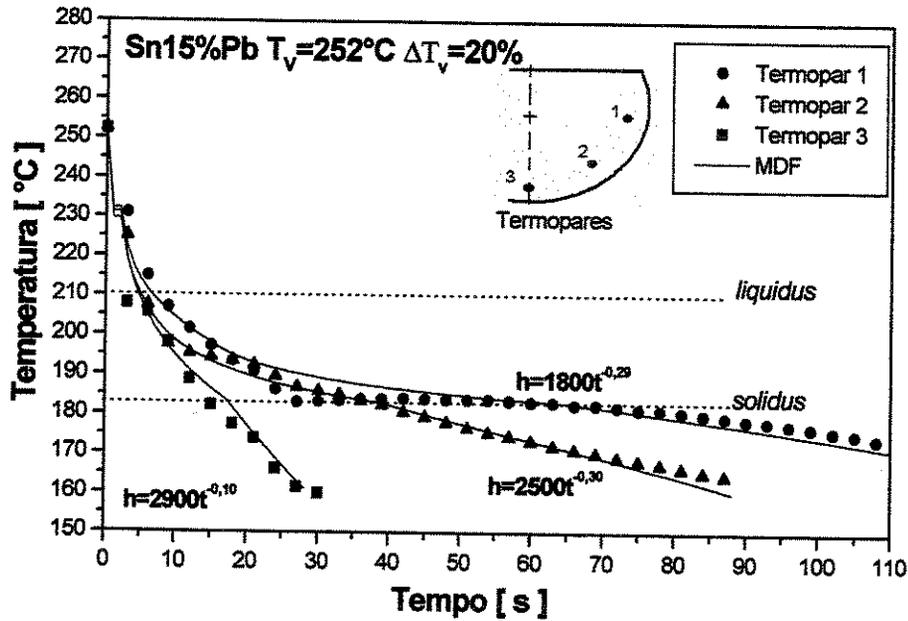


Figura 5.13. Curvas de resfriamento: experimental e simulado: Sn15%Pb. $T_V=252^\circ\text{C}$.

Com base nos gráficos, nota-se diminuição do contato térmico entre o metal e o molde para trajetórias angulares em direção ao topo. O contato mais efetivo do metal se faz presente na base devido ao efeito gravitacional. Nos outros pontos, o contato térmico é mais efetivo enquanto o metal está no estado líquido, pois nesta fase o metal encontra-se com maior fluidez permitindo um melhor molhamento da superfície do molde. Os vazamentos com superaquecimentos mais elevados (20%) apresentam taxas de resfriamento no líquido mais elevadas, quando comparadas com as taxas de resfriamento do líquido com menores superaquecimentos (3%).

A tabela 5.2 mostra as expressões determinadas para os coeficientes de transferência de calor transitório (h), para as ligas estudadas e nas condições estabelecidas. O formato da equação é uma exponencial na forma:

$$h = a \cdot t^{-n}, \quad (5.2)$$

em que: - h [$\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$];

- t é o tempo [s];

- a e n são constantes dependentes do sistema metal/molde e das condições de solidificação.

Tabela 5.2. Equações dos coeficientes transitórios de transferência de calor (h).

Posição	Sn5%Pb $T_v=232^\circ\text{C}$	Sn5%Pb $T_v=270^\circ\text{C}$	Sn15%Pb $T_v=217^\circ\text{C}$	Sn15%Pb $T_v=252^\circ\text{C}$
1 (90°)	$h=2150.t^{-0,27}$	$h=3400.t^{-0,38}$	$h=1200.t^{-0,20}$	$h=1800.t^{-0,35}$
2 (45°)	$h=3950.t^{-0,33}$	$h=4950.t^{-0,44}$	$h=2600.t^{-0,31}$	$h=2500.t^{-0,30}$
3 (base)	$h=4500.t^{-0,25}$	$h=8100.t^{-0,37}$	$h=5300.t^{-0,38}$	$h=2900.t^{-0,10}$

A variação dos coeficientes de transferência de calor em função do tempo é mostrada nos gráficos das figuras 5.14 a 5.17. Fica evidente a variação do fluxo de calor ao longo do perímetro da seção do cilindro posicionado horizontalmente. Observa-se que há uma certa proporcionalidade na variação angular entre a base, 45° e 90° para as ligas com baixo superaquecimento. Já em relação às ligas com maior superaquecimento (20% acima da isoterma *liquidus*), o coeficiente varia com maior intensidade entre as posições da base a 45° , ficando com variações muito próximas de 45° a 90° .

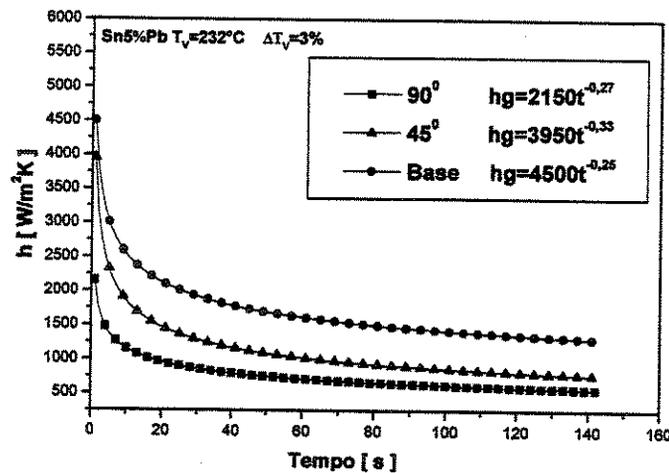


Figura 5.14. Variação do coeficiente de transferência de calor com o tempo. Sn5%Pb. $T_v=232^\circ\text{C}$.

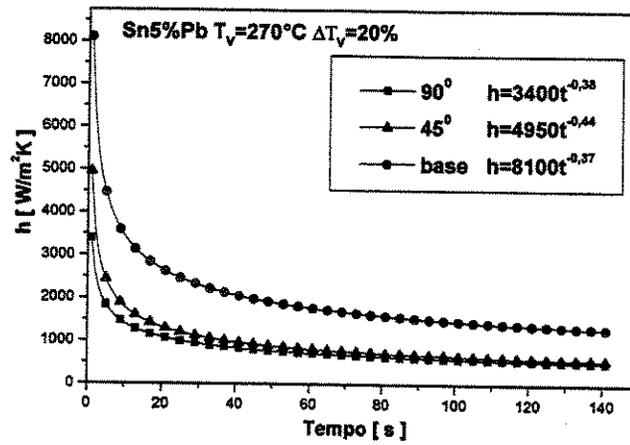


Figura 5.15. Variação do coeficiente de transferência de calor com o tempo. Sn5%Pb. $T_v=270^\circ\text{C}$.

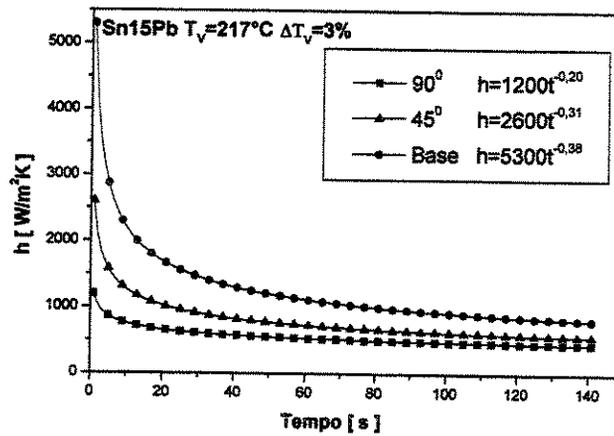


Figura 5.16. Variação do coeficiente de transferência de calor com o tempo. Sn15%Pb. $T_v=217^\circ\text{C}$.

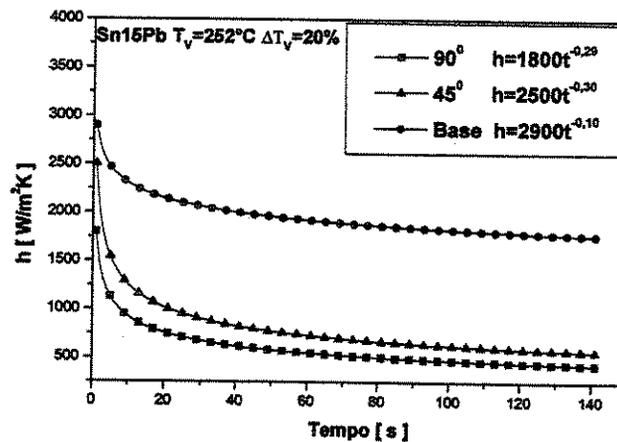


Figura 5.17. Variação do coeficiente de transferência de calor com o tempo. Sn15%Pb. $T_v=252^\circ\text{C}$.

5.4. Determinação da Progressão da Isoterma *Liquidus*

Partindo-se do pressuposto que a base tem melhor contato térmico na interface metal/molde e que nos pontos a 45° e a 90° há um aumento de instabilidade na interface metal/molde devido à formação do *gap*, maior superaquecimento e instabilidades inerentes à distribuição de soluto, como mostra esquematicamente a figura 5.18, optou-se por se analisar a progressão da isoterma *liquidus* a partir da interface metal/molde, partindo-se da base em direção ao centro do lingote.

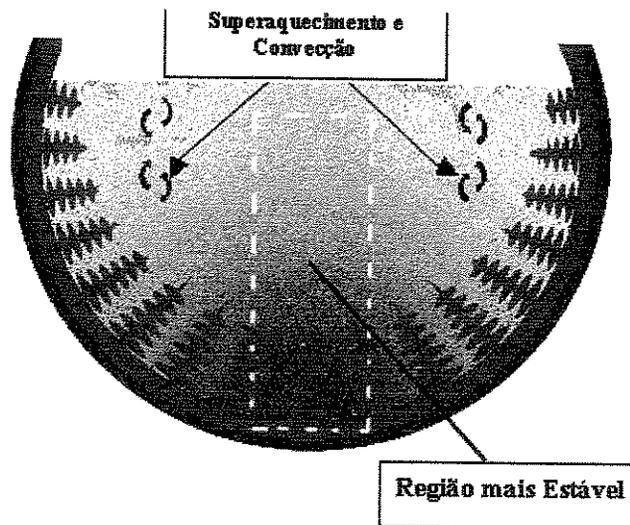


Figura 5.18. Elemento de referência para análise da progressão da isoterma *liquidus*.

Para a análise experimental da progressão da *liquidus*, posicionam-se os termopares ao longo da seção transversal, conforme ilustrado na figura 5.19.

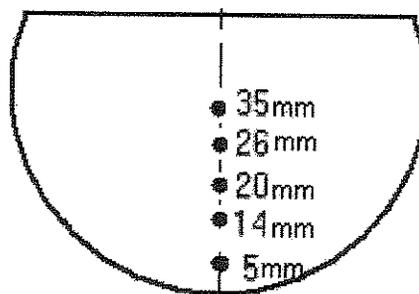


Figura 5.19. Posicionamento dos termopares para monitorização das temperaturas.

Foram obtidas curvas de resfriamento em cinco diferentes pontos para as ligas de Sn5%Pb, Sn15%Pb e Sn20%Pb com baixo superaquecimento (3% acima da temperatura *liquidus*), como mostram as figuras 5.20 a 5.22.

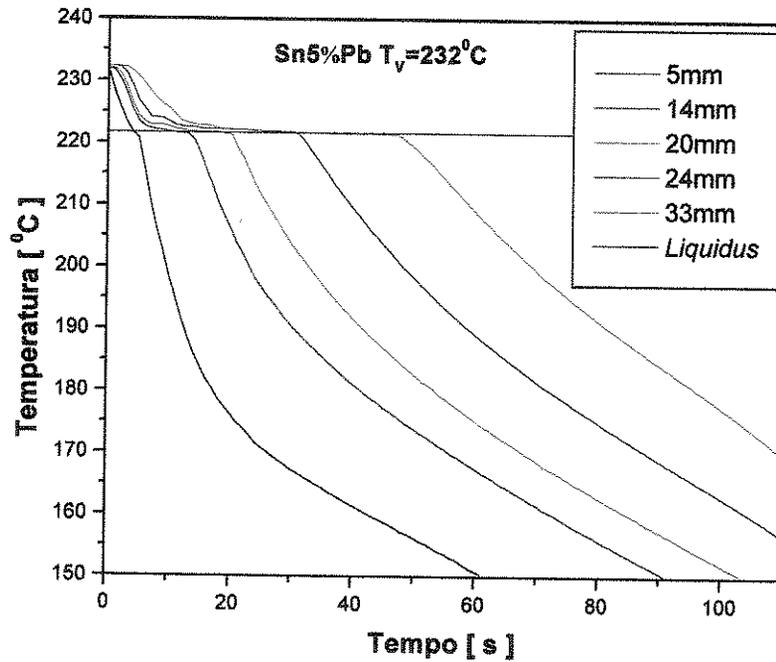


Figura 5.20. Perfis térmicos para a liga de Sn5%Pb. 3% superaquecimento.

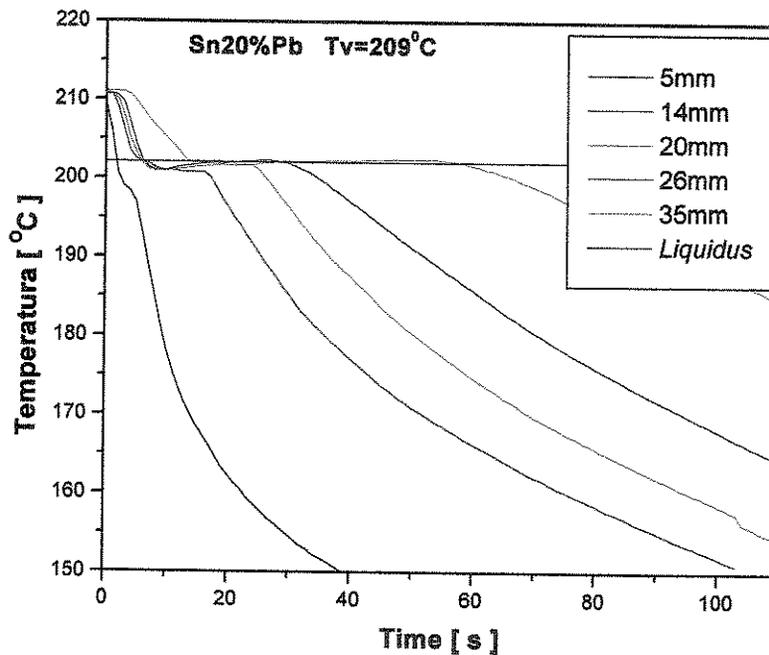


Figura 5.21. Perfis térmicos para a liga de Sn15%Pb. 3% de superaquecimento.

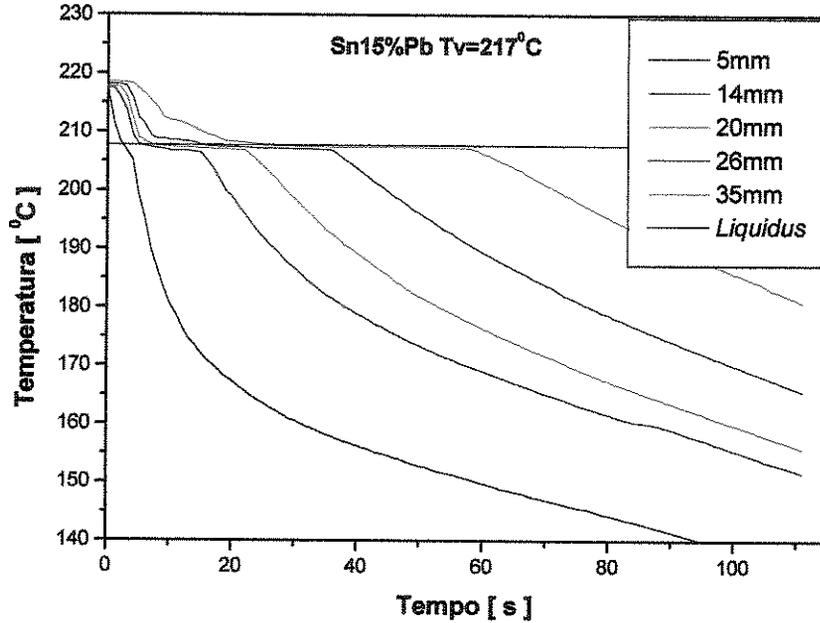


Figura 5.22. Perfis térmicos para a liga de Sn20%Pb. 3% de superaquecimento.

Com base no tempo da passagem da isoterma *liquidus*, são montados gráficos experimentais da progressão da isoterma *liquidus* e que são comparados com a progressão teórica do modelo numérico desenvolvido. Estas progressões teóricas foram obtidas a partir de simulações do modelo matemático proposto, com as equações do coeficiente de transferência de calor em regime transitório encontradas através do confronto teórico-experimental (*IHCP*). Os gráficos das figuras 5.23 a 5.25 mostram as progressões teóricas e experimentais da isoterma *liquidus* para as ligas Sn5%Pb (figura 5.23), Sn15%Pb (figura 5.24) e Sn20%Pb (figura 5.25). Os pontos experimentais são referentes ao tempo inicial da passagem da isoterma *liquidus* em cada termopar.

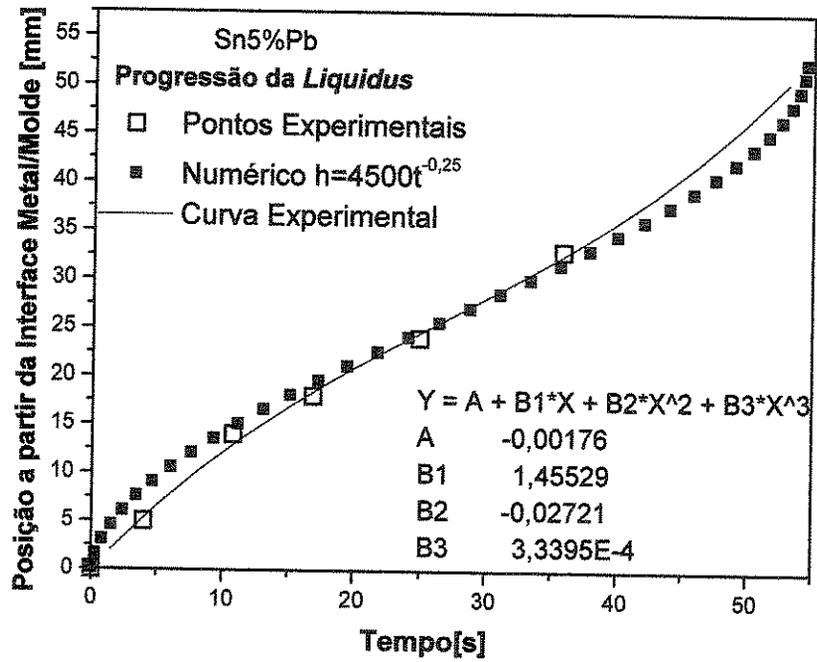


Figura 5.23. Progressão teórica e experimental da isoterma *liquidus* a partir da base para Sn5%Pb.

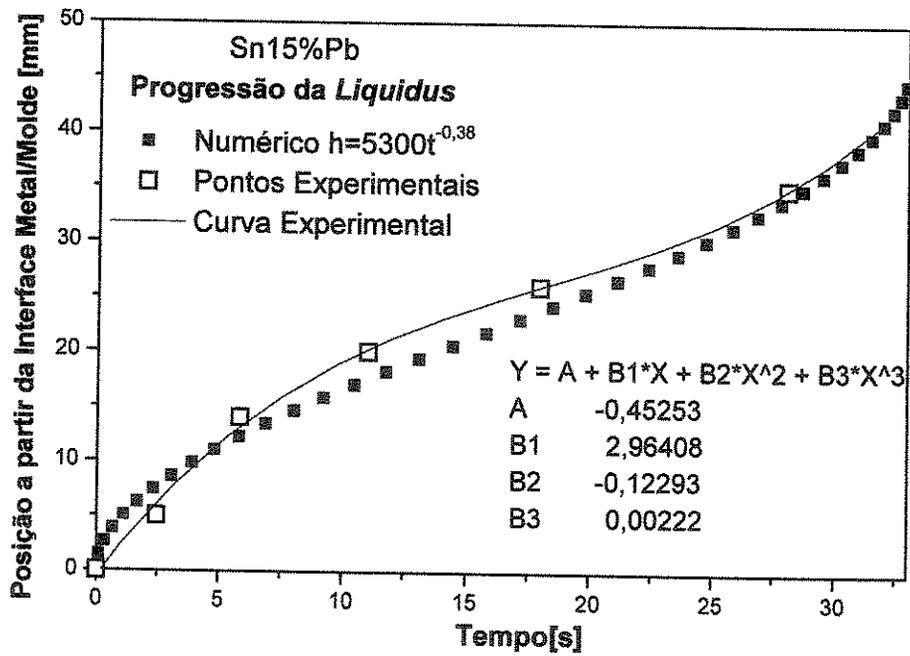


Figura 5.24. Progressão teórica e experimental da isoterma *liquidus* a partir da base para Sn15%Pb.

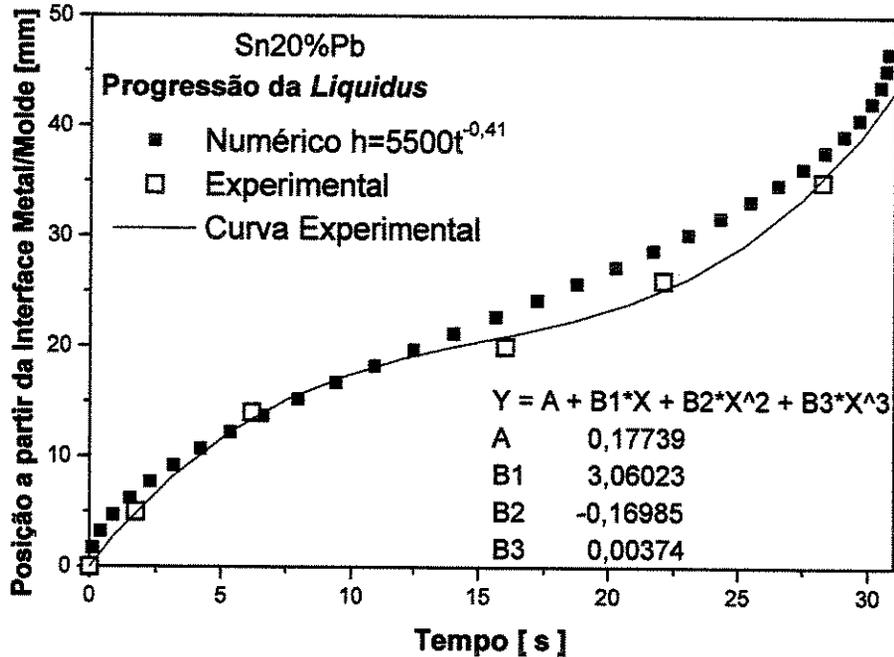


Figura 5.25. Progressão teórica e experimental da isoterma *liquidus* a partir da base para Sn20%Pb.

Observa-se boa concordância da evolução da isoterma *liquidus* entre a teórica e a experimental, sendo que a função que melhor representa a curva experimental é um polinômio de 3º grau, na forma $P_L = B3 \cdot t^3 + B2 \cdot t^2 + B1 \cdot t$, de modo que P_L é a posição da isoterma *liquidus* em relação à interface metal/molde e, t é o tempo de passagem correspondente. A curvatura mais acentuada, no início e final do processo de solidificação, está relacionada com os efeitos da interface metal/molde e o efeito terminal de solidificação do lingote com geometria cilíndrica.

O modelo matemático mostrou-se capacitado e aferido para a quantificação do fluxo de calor em regime transitório em geometrias cilíndricas, o que o habilita como uma ferramenta adequada para modelagem numérica dos processos de fundição e lingotamento contínuo destas geometrias, sendo facilmente adaptável para utilização em qualquer regime de redistribuição de soluto. Assim sendo, pode-se analisar o comportamento das variáveis térmicas de solidificação, tais como a velocidade de deslocamento da isoterma *liquidus*, taxa de resfriamento e gradiente

térmico à frente da isoterma *liquidus*. A figura 5.26 mostra a análise comparativa em função da composição química da progressão da isoterma *liquidus*.

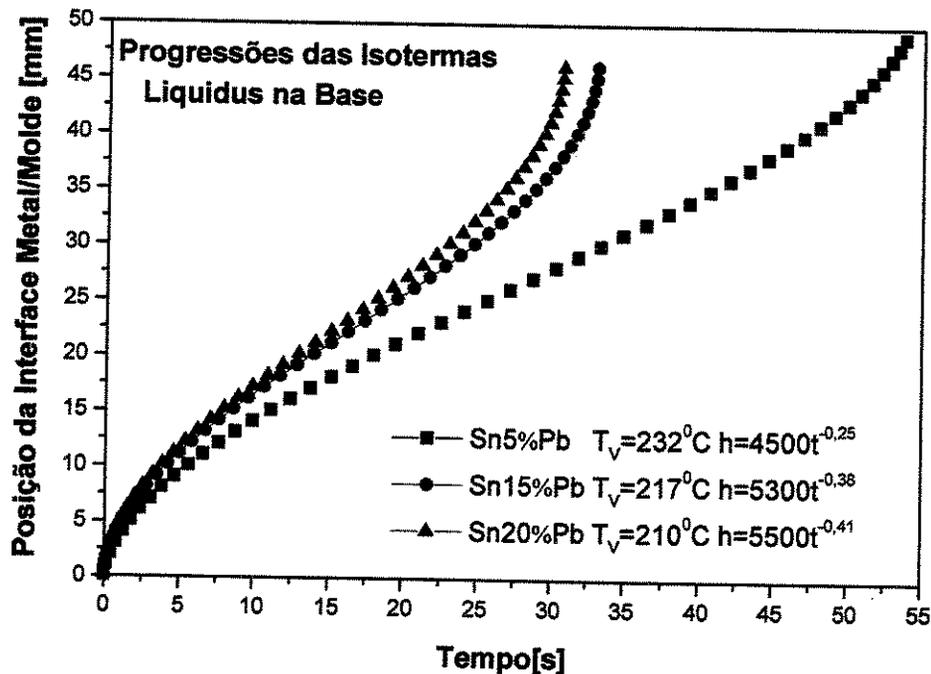


Figura 5.26. Evolução comparativa das isothermas *liquidus* para as ligas do sistema Sn-Pb, através de simulações numéricas com h determinado pelo confronto teórico-experimental.

5.5. Análise das Variáveis Térmicas de Solidificação

5.5.1. Coeficiente de Transferência de Calor em Regime Transitório

A influência do teor de soluto da liga no coeficiente de transferência de calor em regime transitório é mostrada no gráfico da figura 5.27 para Sn5%Pb, Sn15%Pb e Sn20%Pb e com superaquecimento de 3% acima da isoterma *liquidus*.

Nota-se que, com o crescimento da porcentagem de soluto, há uma tendência de diminuição do perfil transitório do coeficiente de transferência de calor. Por outro lado, a liga de menor teor

de chumbo apresenta menor h nos instantes iniciais em relação às outras ligas, o que pode ser explicado pela alteração da fluidez. Segundo Ragone et al (1956), com o aumento do teor de chumbo até 5% há uma diminuição da fluidez do metal líquido, que volta, entretanto, a aumentar com aumento do soluto no sentido da composição do eutético (39%). O aumento da fluidez aumenta a molhabilidade na interface metal/molde, aumentando desse modo o fluxo de calor. Fora estes instantes iniciais, vê-se que as ligas com maiores teores de chumbo apresentam um menor coeficiente de transferência de calor em função da variação das propriedades termofísicas das ligas.

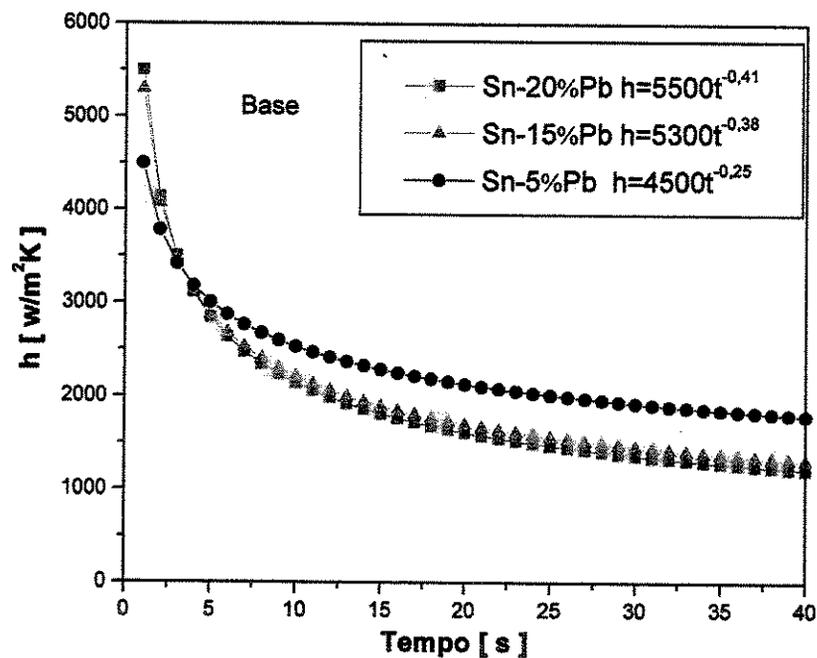


Figura 5.27. Variação de h para as ligas Sn-Pb. Superaquecimento de 3%.

Nas ligas do sistema Sn-Pb, quanto maior o teor de soluto, maior é a contração do metal, segundo as correlações das massas específicas do estado sólido com as do estado líquido. Por outro lado, Santos [Santos, 2000] mostra que o perfil de h aumenta com o aumento do comprimento da zona pastosa de forma que o líquido interdendrítico melhora o contato na interface metal/molde, melhorando assim o fluxo de calor. Com relação às outras posições, 90° e 45° , o teor de soluto também manteve sua influência no comportamento do h , como se pode ver

para as ligas Sn5%Pb e Sn15%Pb, tanto com baixo como com alto superaquecimento (figuras 5.28 a 5.32).

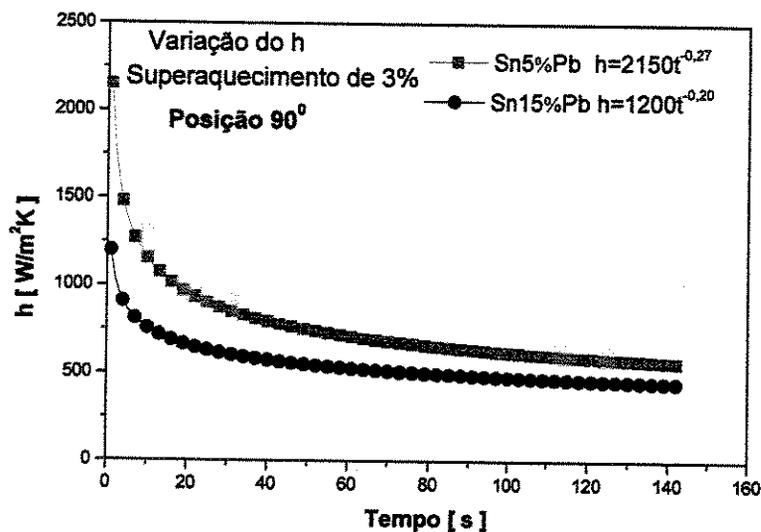


Figura 5.28. Variação do h para a posição 90° para Sn5%Pb e Sn15%Pb. Superaquecimento de 3%.

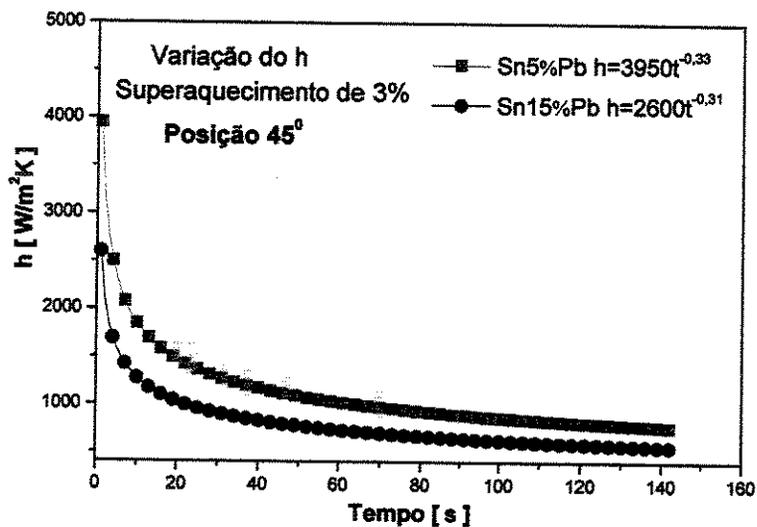


Figura 5.29. Variação do h para a posição 45° para Sn5%Pb e Sn15%Pb. Superaquecimento de 3%.

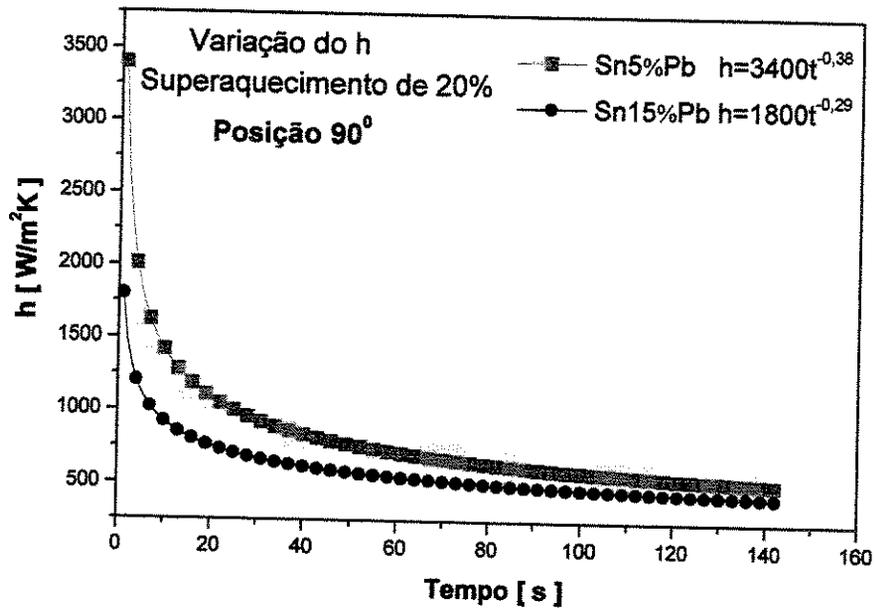


Figura 5.30. Variação do h para a posição 90° para Sn5%Pb e Sn15%Pb.
Superaquecimento de 20%.

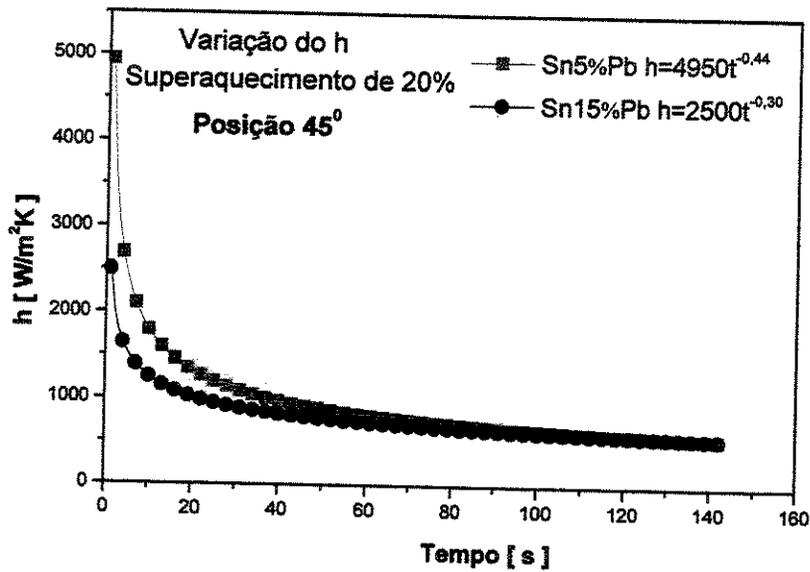


Figura 5.31. Variação do h para a posição 45° para Sn5%Pb e Sn15%Pb.
Superaquecimento de 20%.

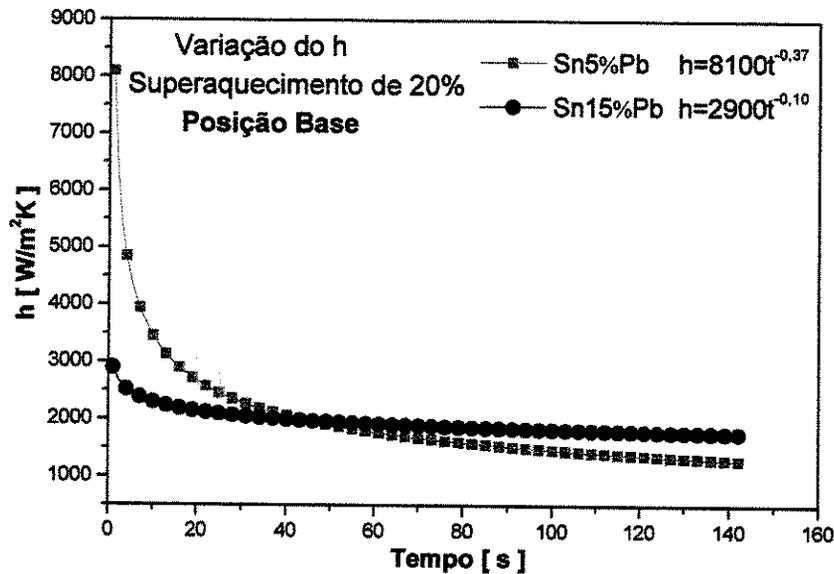


Figura 5.32. Variação do h para a base para Sn5%Pb e Sn15%Pb. Superaquecimento de 20%.

Segundo [Bresciani, 1997], o aumento de teor de chumbo propicia um aumento na camada de óxido (PbO) na interface metal/molde, sendo um fator de resistência no processo de transferência de calor.

5.5.2. Análise da Velocidade da Isoterma *Liquidus* (V_L)

Derivando-se a equação da progressão da *liquidus* em relação ao tempo, obtidas pelos gráficos das figuras 5.23 a 5.25, obtém-se a equação para a velocidade da isoterma, determinando-se as velocidades pontuais experimentais, como se segue:

$$V_L = 0,001t^2 - 0,054t + 1,455 \quad \text{para } 0 \leq t \leq 50 \quad \text{para a liga Sn5\%Pb;} \quad (5.4)$$

$$V_L = 0,0067t^2 - 0,246t + 2,965 \quad \text{para } 0 \leq t \leq 35 \quad \text{para a liga Sn15\%Pb;} \quad (5.5)$$

$$V_L = 0,011t^2 - 0,340t + 3,060 \quad \text{para } 0 \leq t \leq 30 \quad \text{para a liga Sn20\%Pb;} \quad (5.6)$$

em que: - V_L : é a velocidade da isoterma *liquidus*; e

- t : tempo transcorrido do processo de solidificação.

A figura 5.33 a 5.35 mostra a comparação entre as velocidades teóricas e experimentais para as ligas Sn5%Pb, Sn15%Pb e Sn20%Pb.

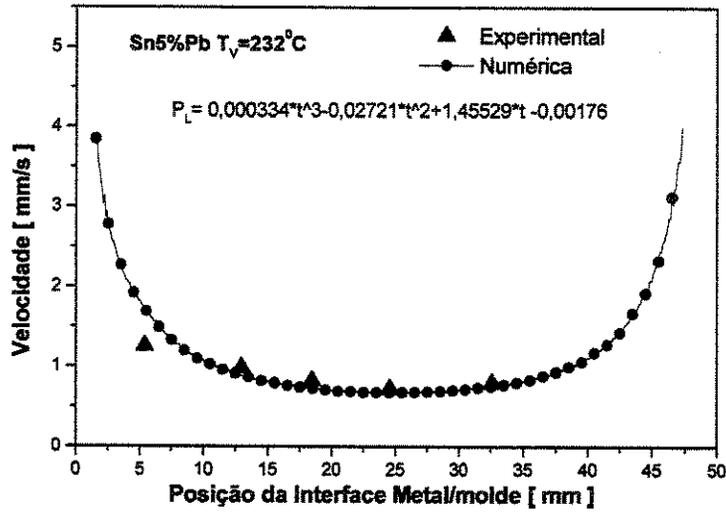


Figura 5.33. Velocidade da isoterma *liquidus* teórica e experimental durante o processo de solidificação em geometria cilíndrica da liga Sn5%Pb.

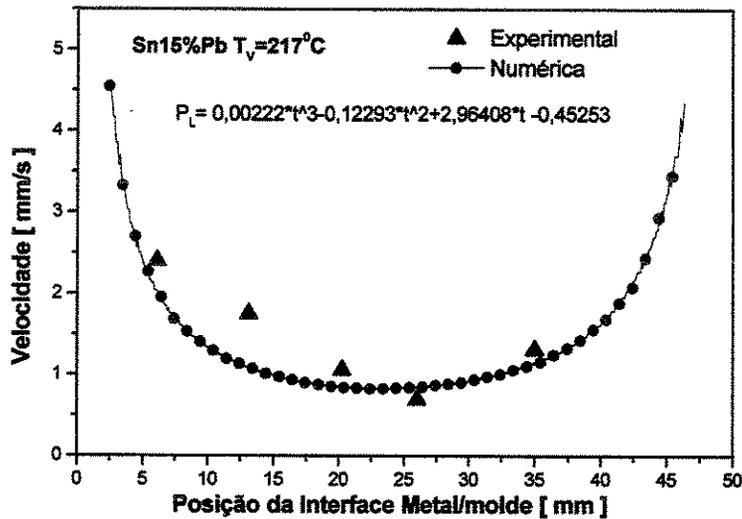


Figura 5.34. Velocidade da isoterma *liquidus* teórica e experimental durante o processo de solidificação em geometria cilíndrica da liga Sn15%Pb.

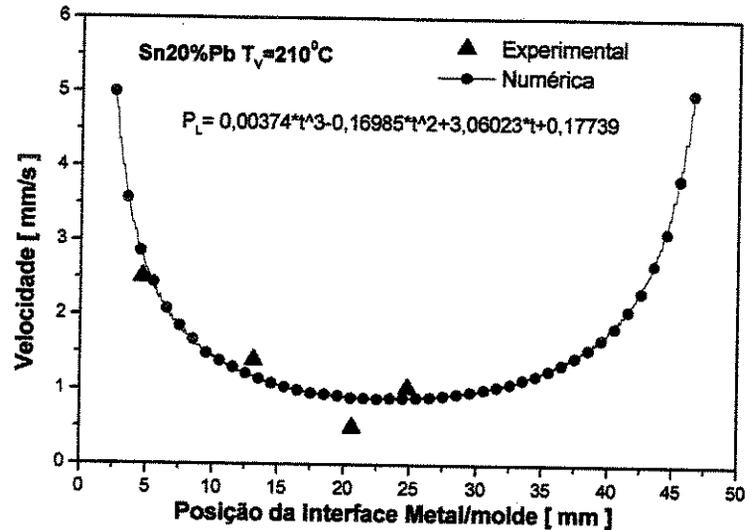


Figura 5.35. Velocidade da isoterma *liquidus* teórica e experimental durante o processo de solidificação em geometria cilíndrica da liga Sn20%Pb.

As velocidades das isotermas *liquidus* são maiores no início do processo de solidificação radial devido à proximidade do contato com a frente fria e no final da solidificação por causa do efeito terminal com a diminuição progressiva do líquido (no final com um cilindro de líquido de dimensões infinitesimais envolvido por praticamente todo o cilindro já sólido). A reversão da velocidade é uma característica do processo de solidificação radial, apresentando seu ponto de reversão de acordo com a geometria do molde (cilíndrico ou esférico). Na geometria cilíndrica, o ponto de reversão ocorre por volta da metade do raio de solidificação, conforme estudos do comportamento da solidificação com modelo analítico proposto por Santos e Garcia [Santos e Garcia, 1998]. O gráfico da figura 5.36 mostra o perfil do inverso da velocidade na lingoteira cilíndrica, mostrando, mais claramente, o efeito da reversão da velocidade para um regime transitório de transferência de calor.

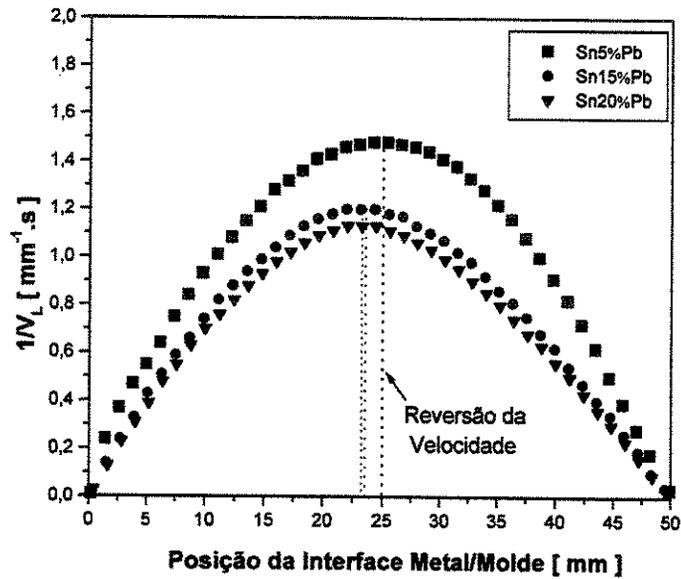


Figura 5.36. Perfis do inverso da velocidade evidenciando o ponto de reversão da velocidade.

Através das simulações com o modelo numérico, vê-se que o teor de soluto influi também na velocidade da isoterma, como mostra o gráfico da figura 5.37. Através do gráfico, pode-se notar que, embora as curvas estejam próximas, quanto maior é o percentual de soluto há uma tendência de maiores velocidades de solidificação. Isto pode ser justificado em função das condições iniciais do comportamento do coeficiente global de transferência de calor e das diferenças nas propriedades termofísicas. A figura 5.38 mostra o comportamento do valor de h nos instantes iniciais, que foi descrito anteriormente em relação à composição química. Conforme observa-se, quanto maior o valor de h nos instantes iniciais, maior o valor da velocidade, o que também concorda com o aumento do teor de soluto da liga.

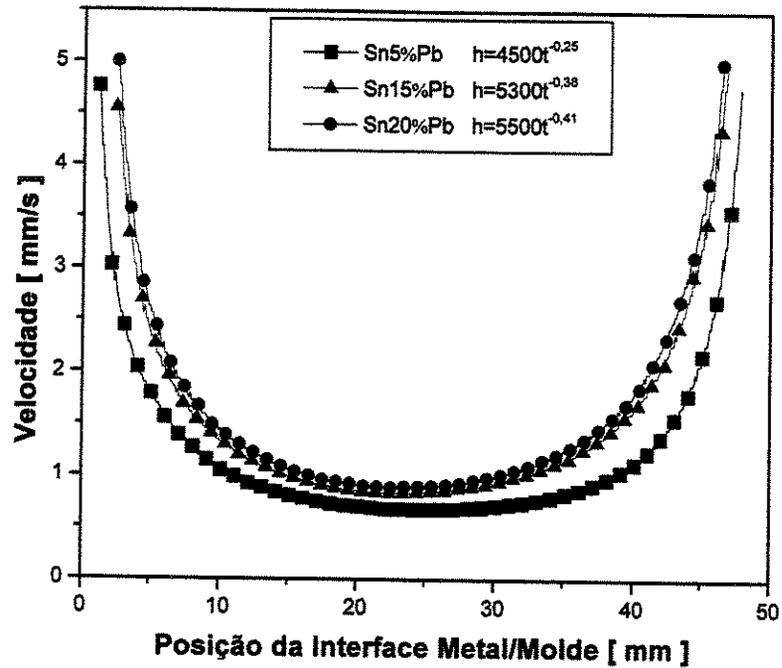


Figura 5.37. Velocidades das isoterma *liquidus* obtidas por M.D.F. para as ligas do sistema Sn-Pb com 3% de superaquecimento.

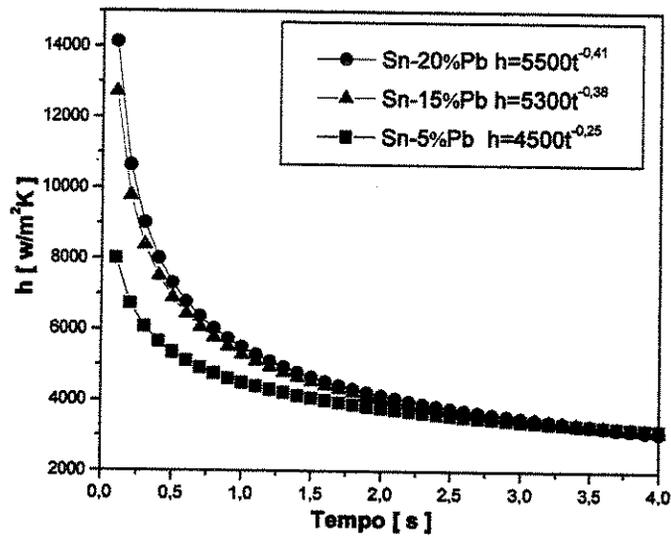


Figura 5.38. Variação de h nos instantes iniciais no processo de solidificação para as ligas do sistema Sn-Pb.

5.5.3. Gradiente de Temperatura e Taxa de Resfriamento à Frente da Isoterma *Liquidus*

Considerando o gradiente de temperatura no processo de solidificação à frente da isoterma *liquidus* ao longo da seção do cilindro, observa-se pouca diferença entre as três ligas com baixo superaquecimento, conforme o gráfico da figura 5.39. As três ligas apresentam o mesmo comportamento com gradientes altíssimos nos instantes iniciais com grandes variações até a quinta parte do raio da seção do lingote (eliminação do superaquecimento e formação da casca sólida), tendendo posteriormente a gradientes baixíssimos nas pontas dendríticas no final do processo de solidificação (a espessura solidificada passa a ser a resistência térmica de maior influência na transferência de calor do sistema).

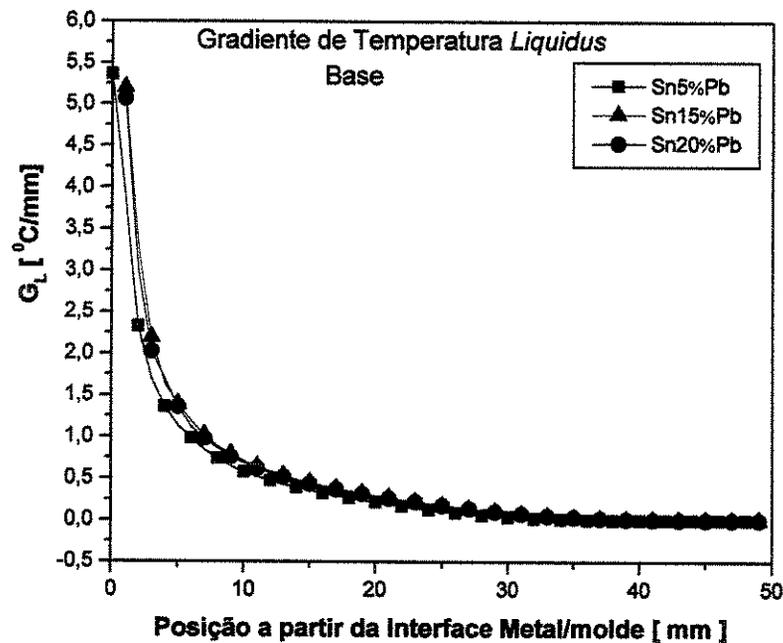


Figura 5.39. Gradiente de temperatura à frente da isoterma *liquidus* para as ligas do sistema Sn-Pb com baixo superaquecimento.

A taxa de resfriamento também apresenta o mesmo comportamento que o observado para o gradiente de temperatura na frente da isoterma *liquidus* ao longo da seção cilíndrica. A influência da reversão da velocidade na taxa de resfriamento é minimizada pelo baixo gradiente

de temperatura a partir da metade do raio. A figura 5.40 mostra a variação da taxa de resfriamento ao longo da seção cilíndrica para as ligas do sistema Sn-Pb.

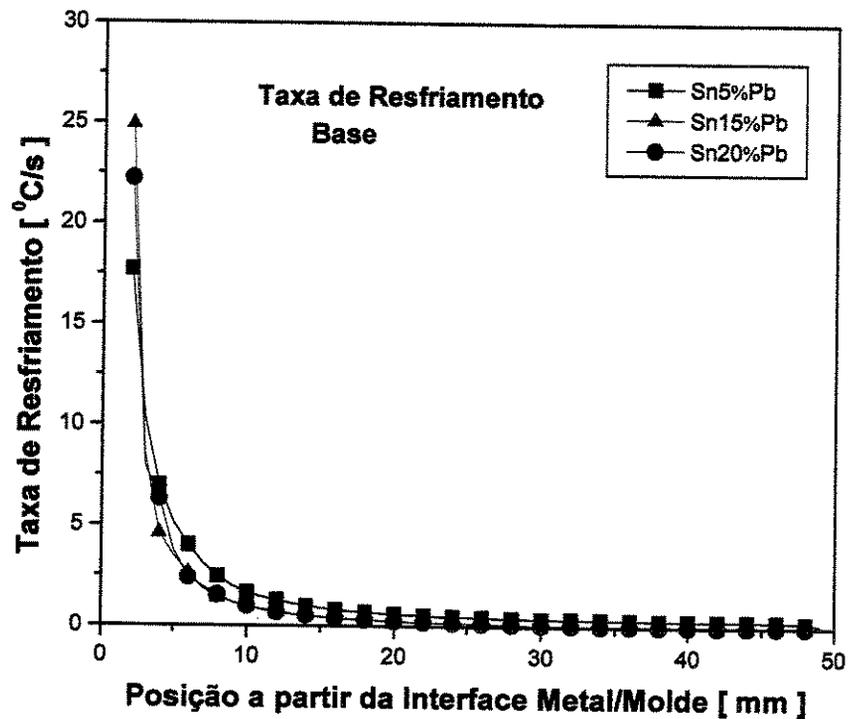


Figura 5.40. Taxas de resfriamento à frente da isoterma *liquidus* para as ligas do sistema Sn-Pb com baixo superaquecimento.

5.5.4. Análise da Influência do Superaquecimento

Assim como o superaquecimento influencia nos parâmetros térmicos, influencia também no aumento do h , proporcionando um melhor contato térmico inicial na interface decorrentes de fatores físico-metalúrgicos de interação com o substrato, como fluidez, molhabilidade, rugosidade entre outros. Com relação a fatores relacionados com o próprio fundido, o superaquecimento atua, provocando um retardamento na evolução da solidificação. Utilizando-se dos coeficientes determinados pelo método do confronto teórico experimental, pode-se analisar o comportamento dos parâmetros térmicos como velocidade, gradiente de temperatura e taxa de resfriamento ao longo da seção do lingote cilíndrico. O gráfico da figura 5.41 mostra o efeito do superaquecimento na progressão da isoterma *liquidus*.

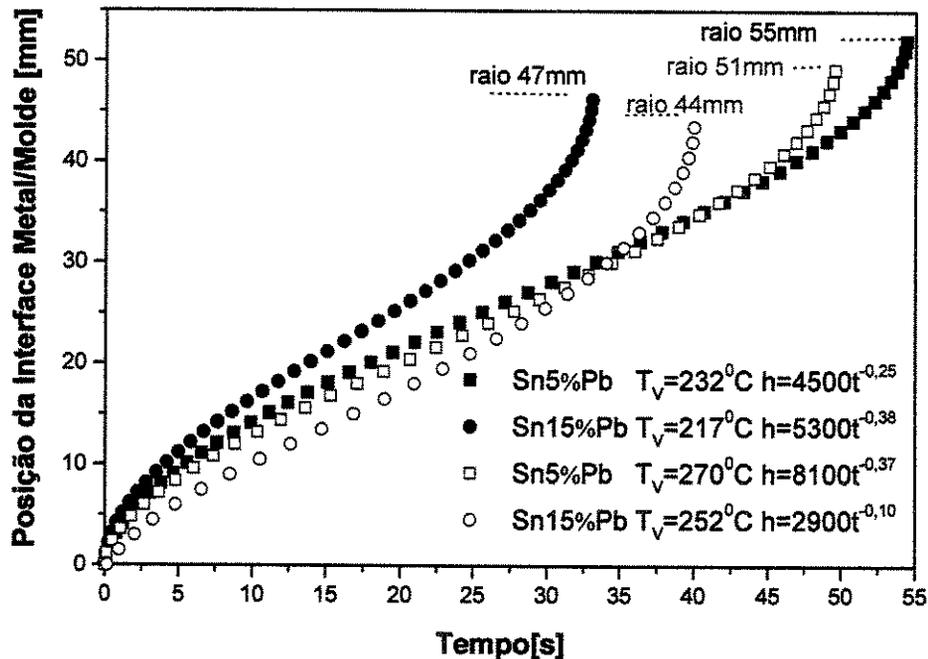


Figura 5.41. Progressão da isoterma *liquidus* com baixo e alto superaquecimento para o Sn5%Pb e Sn15%Pb.

Como se pode observar, a evolução da isoterma *liquidus* com alto superaquecimento tende a apresentar uma progressão mais lenta em relação aos experimentos com baixo superaquecimento, independentemente do ponto de encontro das estruturas, onde se tem o final da solidificação.

O comportamento da velocidade da ponta da dendrita com o superaquecimento é mostrado no gráfico da figura 5.42. Nos instantes iniciais, a influência do superaquecimento fica evidente, retardando a velocidade da isoterma. Já no final do processo de solidificação, parte do superaquecimento já está removido, e a velocidade volta a aumentar sob a influência da transferência de calor na camada sólida, aproximando-se da velocidade para o caso de baixo superaquecimento.

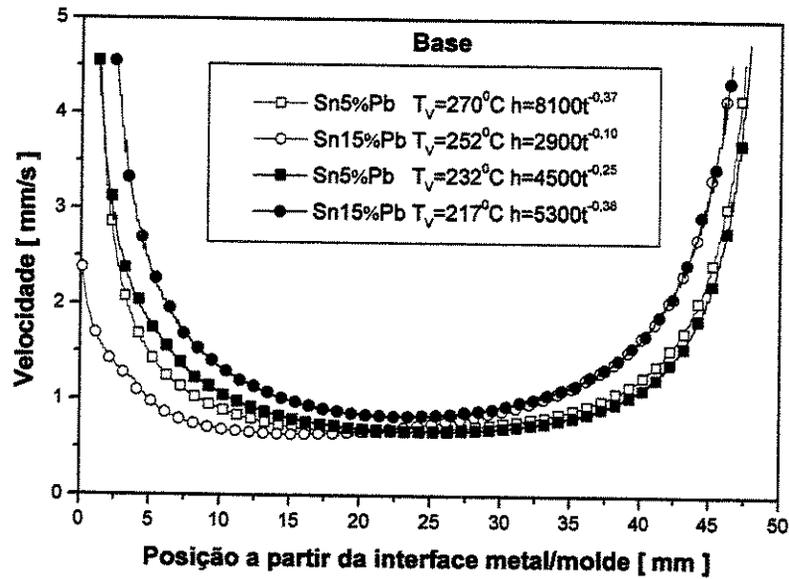


Figura 5.42. Velocidades da isoterma *liquidus* com baixo e alto superaquecimento para Sn5%Pb e Sn15%Pb.

No caso do gradiente de temperatura, o superaquecimento tende a aumentá-lo significativamente. O gráfico da figura 5.43 mostra o efeito do superaquecimento no gradiente de temperatura ao longo da seção do cilindro.

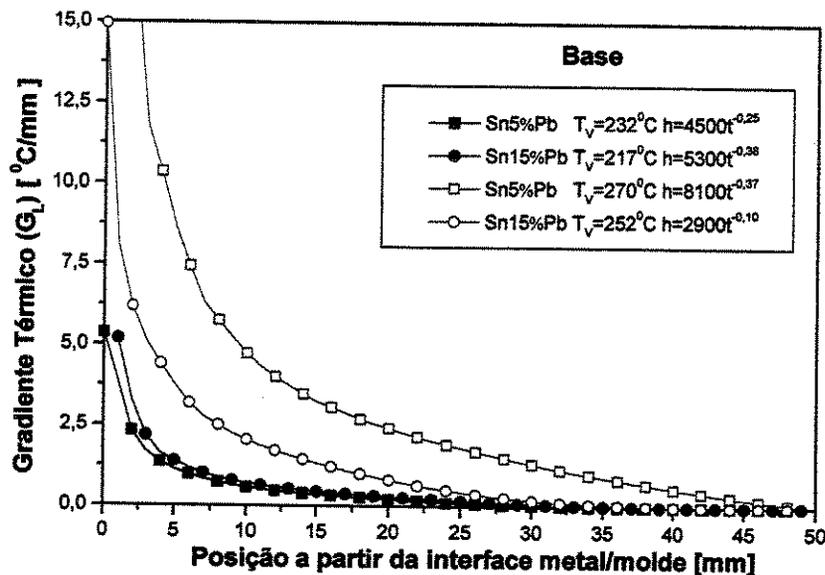


Figura 5.43. Gradiente de temperatura para as ligas do sistema Sn-Pb com baixo e alto superaquecimentos.

5.6. Análise Microestrutural

Os espaçamentos dendríticos secundários (EDS) foram medidos para análise das características microestruturais na solidificação radial, fazendo-se uma varredura a partir da base em direção ao encontro das estruturas de solidificação. Posteriormente, estes dados estruturais foram correlacionados com os parâmetros térmicos determinados através da modelagem numérica, e confrontados com dados encontrados na literatura. As figuras 5.44. a 5.46 mostram os EDS medidos para as ligas do sistema Sn-Pb.

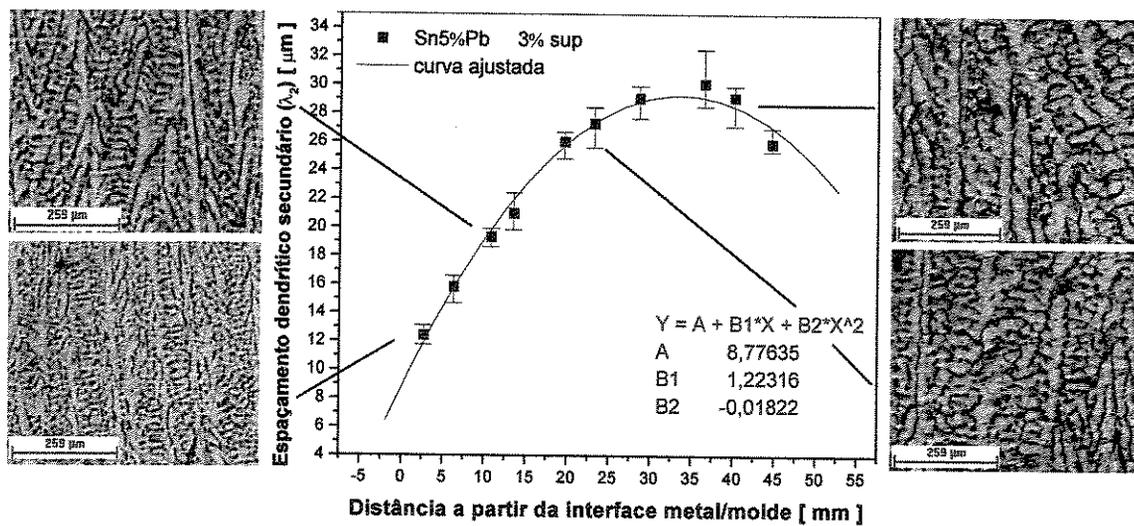


Figura 5.44. Espaçamento dendrítico secundário Sn5%Pb com 3% de superaquecimento.

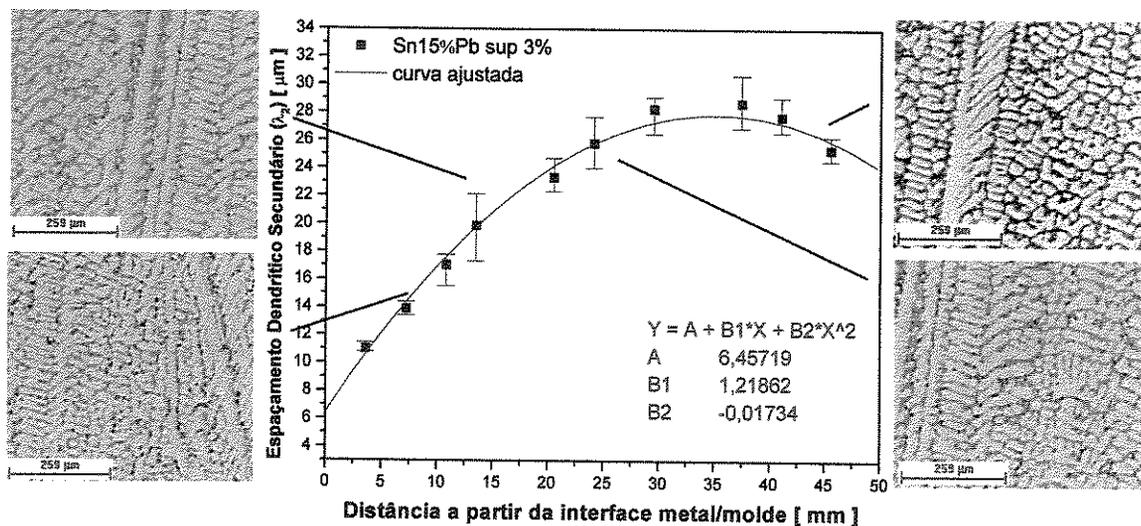


Figura 5.45. Espaçamento dendrítico secundário da liga Sn15%Pb com 3% de superaquecimento.

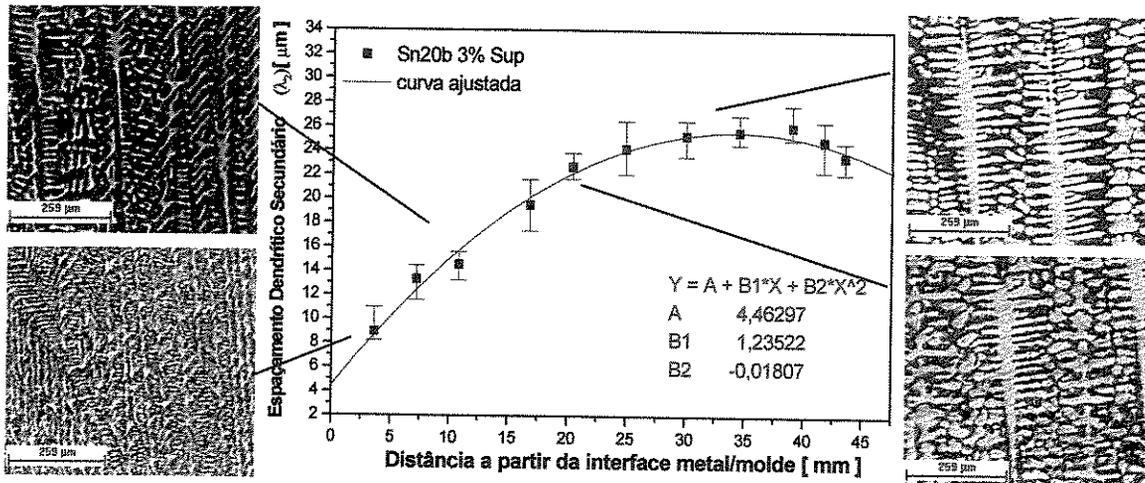


Figura 5.46. Espaçamento dendrítico secundário da liga Sn20%Pb com 3% de superaquecimento.

Cada ponto no gráfico corresponde a uma amostragem de 30 medições de EDS, sendo que as barras pretas mostram a máxima medida para um determinado ponto da seção cilíndrica e a barra inferior vermelha, a medida mínima. Nota-se, através das curvas ajustadas aos pontos experimentais dos gráficos das Figuras 5.44 a 5.46, que elas se comportam como uma função quadrática. O mesmo comportamento é observado para a velocidade da isoterma *liquidus*, obtida a partir da derivada da função de terceiro grau da progressão da isoterma ao longo da seção cilíndrica. A figura 5.47 mostra a evolução dos EDS médios com as curvas ajustadas para as ligas com diferentes composições químicas.

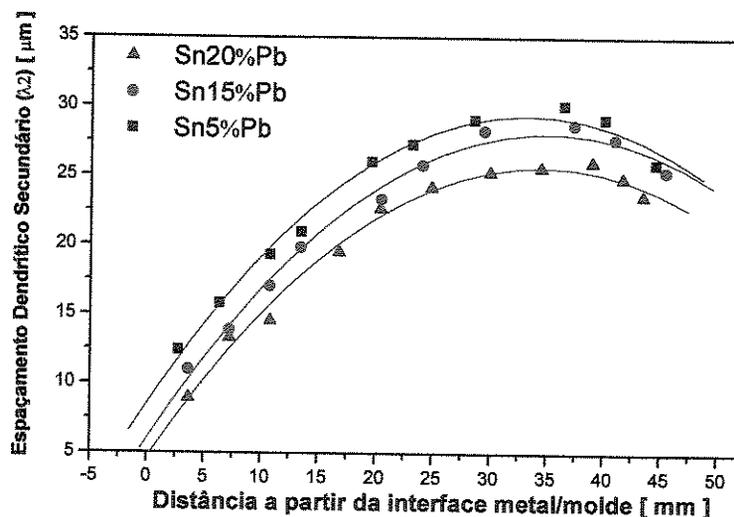


Figura 5.47. Espaços dendríticos secundários para as ligas do sistema Sn-Pb. Superaquecimento de 3%.

O teor de soluto influencia na microestrutura final de solidificação, sendo um dos critérios que provoca o super-resfriamento constitucional instabilizando a interface sólido/líquido, que tem como resultado a diminuição dos espaçamentos dendríticos secundários [Garcia, 2001]. Comparando-se com o gráfico das velocidades (figura 5.37), vê-se que a liga que apresenta a maior velocidade da progressão da isoterma *liquidus*, apresenta menor espaçamento dendrítico secundário (Sn20%Pb) e, a liga com menor velocidade (Sn5%Pb) apresenta maiores espaçamentos dendríticos secundários [Garcia, 2001].

As figuras 5.48 e 5.49 mostram a evolução dos espaçamentos dendríticos secundários para ligas com superaquecimento de 20% acima da isoterma *liquidus*. Aumentando-se o superaquecimento, há uma tendência de diminuição de V_L em função da maior parcela de energia térmica à sua frente. Isto provoca em contrapartida uma tendência de diminuição dos tempos locais de solidificação e, conseqüentemente, aumento nos espaçamentos secundários em relação à solidificação com superaquecimentos mais baixos (figuras 5.50 e 5.51).

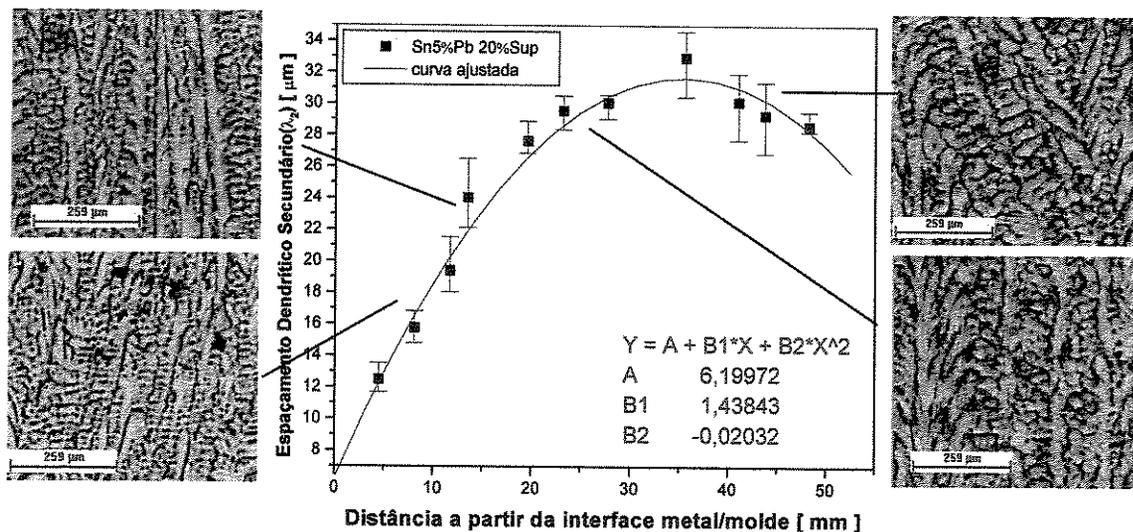


Figura 5.48. Espaçamento dendrítico secundário da liga Sn5%Pb com 20% superaquecimento.

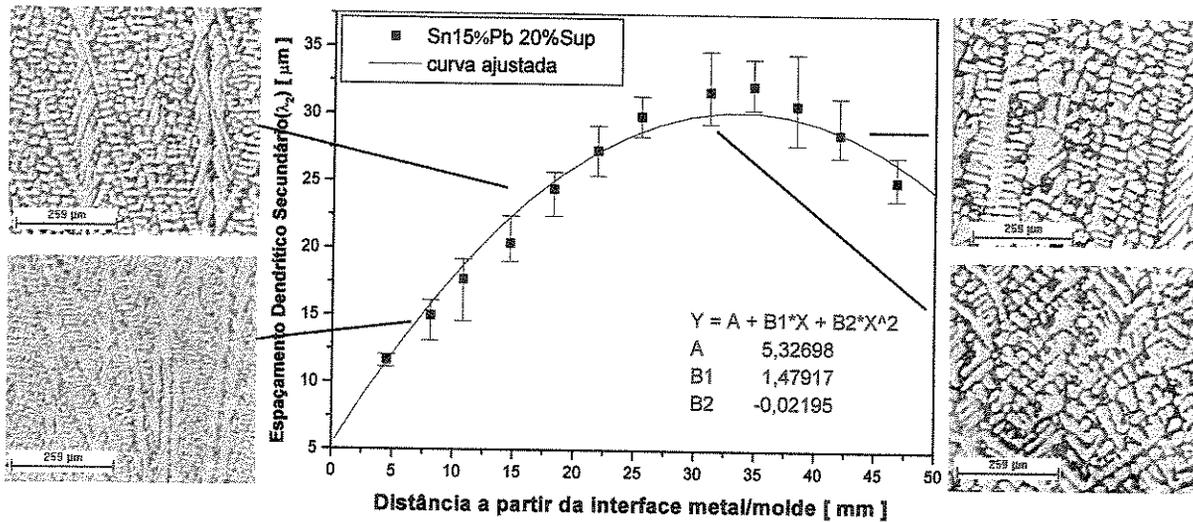


Figura 5.49. Espaçamento dendrítico secundário da liga Sn15%Pb com 20% de superaquecimento.

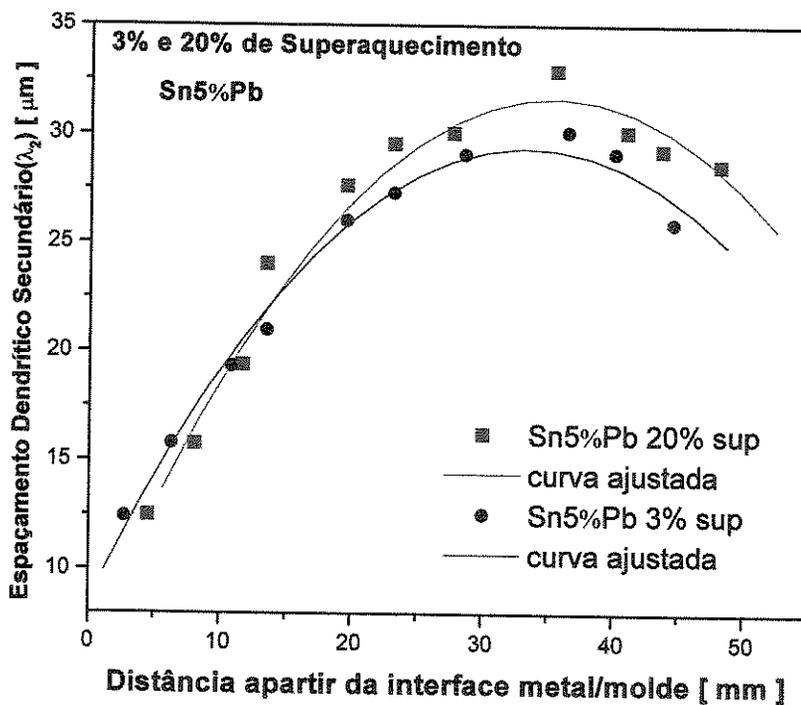


Figura 5.50. Espaçamento dendrítico secundário da liga Sn5%Pb com 3% e 20% de superaquecimento.

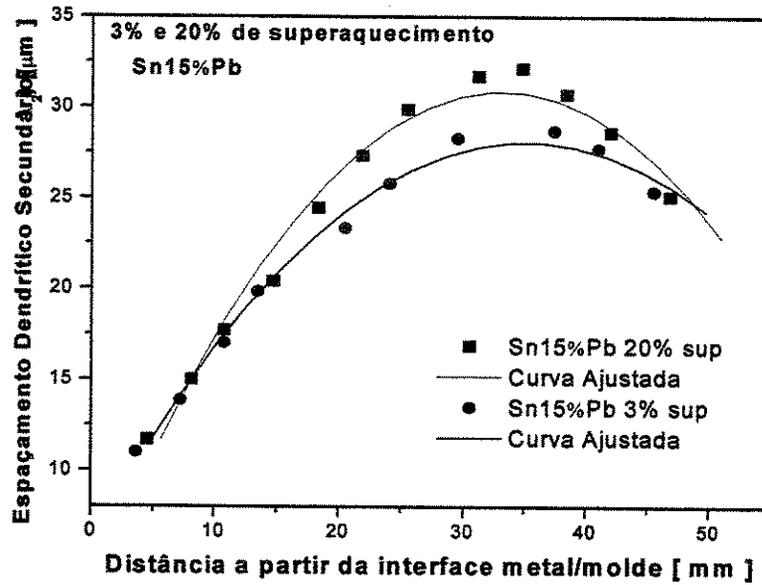


Figura 5.51. Espaçamento dendrítico secundário da liga Sn15%Pb com 3% e 20% de superaquecimento.

O gráfico da figura 5.52 compara o espaçamento dendrítico secundário entre duas ligas (Sn5%Pb e Sn15%Pb) com superaquecimento de 20% acima da isoterma *liquidus*, mostrando que independentemente da diferença da composição química, não há grandes diferenças no EDS. Para este caso, o superaquecimento é preponderante em relação a outras variáveis de processo na formação das estruturas de solidificação.

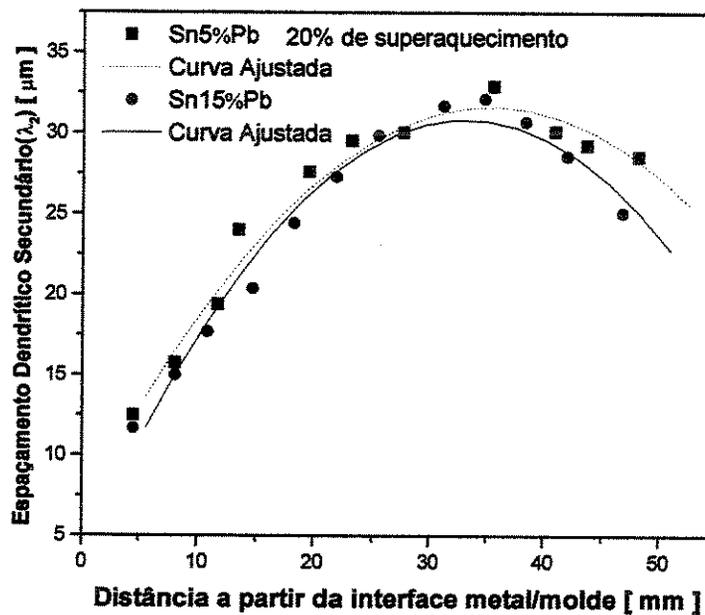


Figura 5.52. Espaçamento dendrítico secundário das ligas Sn5%Pb e Sn15%Pb com 20% de superaquecimento.

5.7. Correlação das Estruturas com os Parâmetros Térmicos

A determinação dos EDS em conjunto com a determinação dos parâmetros térmicos, tais como as velocidades da isoterma *liquidus* (V_L), os gradientes térmicos e conseqüentemente as taxas de resfriamentos (\dot{T}) através do uso do modelo numérico, permite que se estabeleçam correlações dos parâmetros estruturais com os parâmetros térmicos.

Como mostrado nas Figuras 5.44 a 5.52, para todas as ligas analisadas, os espaçamentos dendríticos secundários aumentam da interface metal/molde para o interior do lingote, em função da diminuição da velocidade de deslocamento da isoterma *liquidus* e volta a cair após a reversão desta velocidade. Verifica-se que a reversão de tendência dos valores de EDS não acompanha exatamente a reversão de V_L ocorrendo para posições radiais um pouco mais à frente, em função da complexidade da redistribuição de soluto que se estabelece na solidificação radial. Pode-se notar que o uso da água de refrigeração, impõe elevados valores de V_L para posições próximas à interface metal/molde, que diminuem ao longo do processo de solidificação devido ao aumento da resistência térmica. Esta resistência térmica é decorrente da formação gradativa de metal solidificado.

As figuras 5.53 e 5.54 mostram a correlação dos espaçamentos secundários com a velocidade da isoterma *liquidus* para baixo superaquecimento (3% acima da *liquidus*). As correlações foram comparadas com os resultados obtidos experimentalmente por Rocha [Rocha, 2003] em um processo de solidificação unidirecional em moldes planos, regime transitório, para Sn5%Pb e Sn15%Pb em que determina um expoente de $-2/3$, caracterizando a lei de crescimento dendrítico secundário com a velocidade de deslocamento da isoterma *liquidus* para as ligas Sn-Pb.

Neste caso, com solidificação em geometrias cilíndrica, os perfis da correlação dos EDS com as velocidades ficam melhor caracterizados por uma função exponencial em função do inverso de V_L , como mostra a tabela 5.3.

Tabela 5.3. Correlações dos λ_2 com a velocidade das isoterma *liquidus* com 3% de superaquecimento.

Liga	Correlação (λ_2) [μm] x V_L [mm/s] [Rocha,2003] Solidificação Unidirecional	Correlação (λ_2) [μm] x V_L [mm/s] Solidificação Radial
Sn5%Pb	$\lambda_2=25.(1/V_L)^{(2/3)}$	$\lambda_2=10,54.e^{0,62.(1/V_L)}$
Sn15%Pb	$\lambda_2=11.(1/V_L)^{(2/3)}$	$\lambda_2=7,78.e^{1,00(1/V_L)}$
Sn20%Pb	-----	$\lambda_2=6,70.e^{1,26(1/V_L)}$

O perfil dos EDS em função da velocidade para a liga Sn5%Pb teve melhor concordância com a equação experimental obtida para moldes planos do que o perfil da liga Sn15%Pb para baixos superaquecimentos.

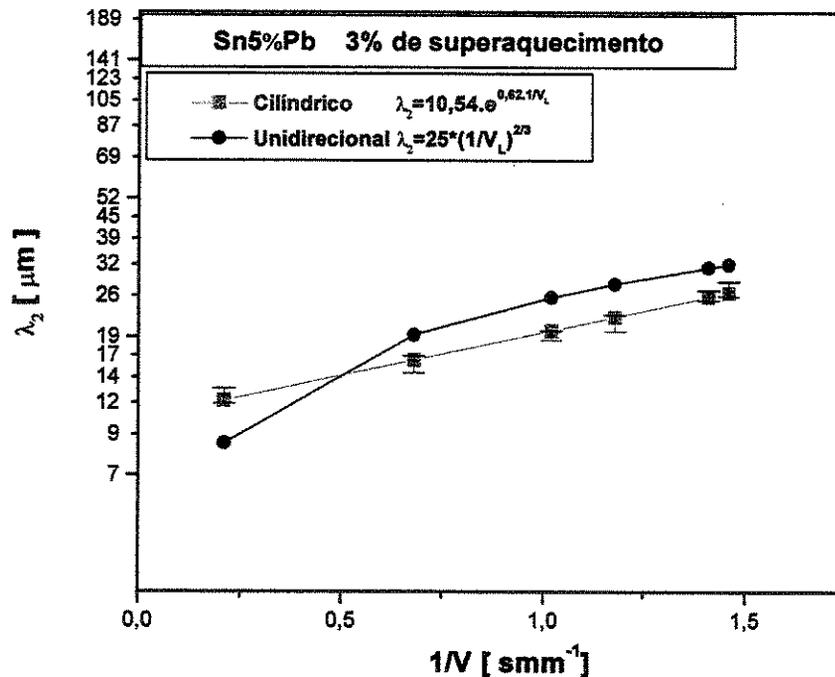


Figura 5.53. Correlação dos EDS com a velocidade da isoterma *liquidus*. Sn5%Pb. 3% de superaquecimento.

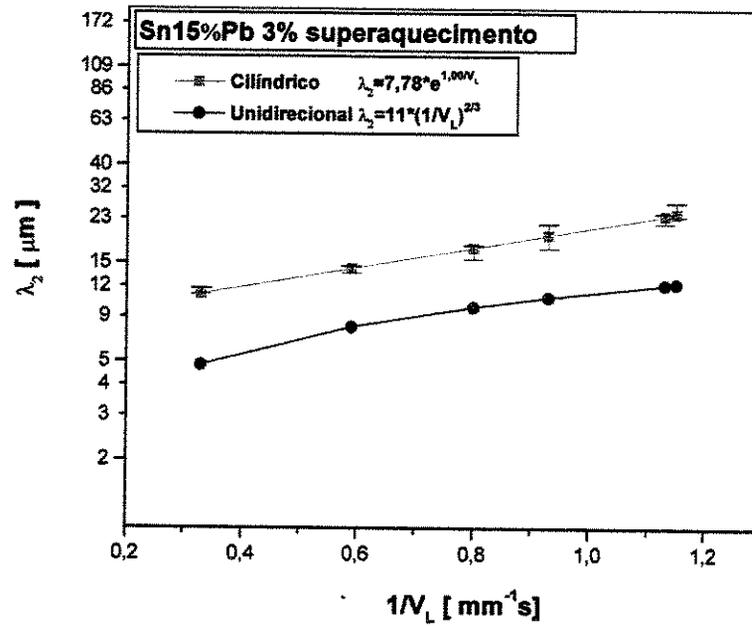


Figura 5.54. Correlação dos EDS com a velocidade da isoterma *liquidus*. Sn15%Pb. 3% de superaquecimento.

A figura 5.55 mostra as correlações dos EDS com a velocidade da *liquidus* para a liga de Sn20%Pb com 3% de superaquecimento.

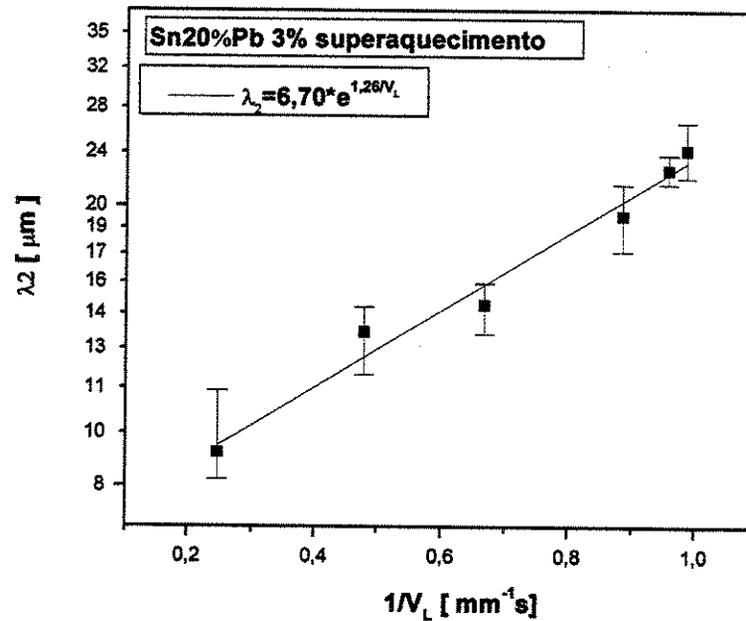


Figura 5.55. Correlação dos EDS com a velocidade da isoterma *liquidus*. Sn20%Pb. 3% de superaquecimento.

As figuras 5.56 e 5.57 mostram as ligas Sn5%Pb e Sn20%Pb com 20% de superaquecimento com a função de correlação sob a mesma forma.

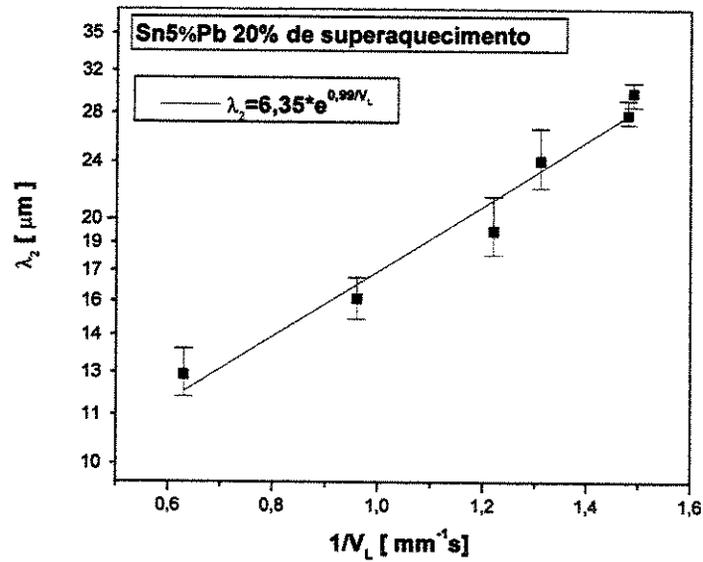


Figura 5.56. Correlação dos EDS com a velocidade da isoterma *liquidus*. Sn5%Pb. 20% de superaquecimento.

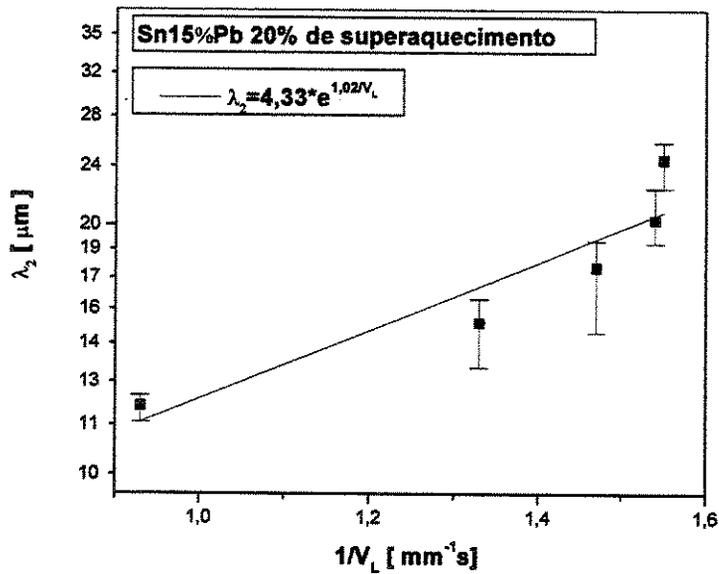


Figura 5.57. Correlação dos EDS com a velocidade da isoterma *liquidus*. Sn15%Pb. 20% de superaquecimento.

A tabela 5.4 mostra as correlações dos EDS com a velocidade da isoterma *liquidus* obtidas com superaquecimento de 20% acima da isoterma *liquidus*.

Tabela 5.4. Correlações dos λ_2 com a velocidade das isoterma *liquidus* com 20% superaquecimento.

Liga	Correlação EDS [μm] x V_L [mm/s] - Solidificação Radial
Sn5%Pb	$\lambda_2 = 6,35 \cdot e^{(1/V_L)}$
Sn15%Pb	$\lambda_2 = 4,33 \cdot e^{(1/V_L)}$

As correlações com a taxa de resfriamento para o sistema radial cilíndrico estão apresentadas conforme os gráficos da figura 5.58 a 5.60.

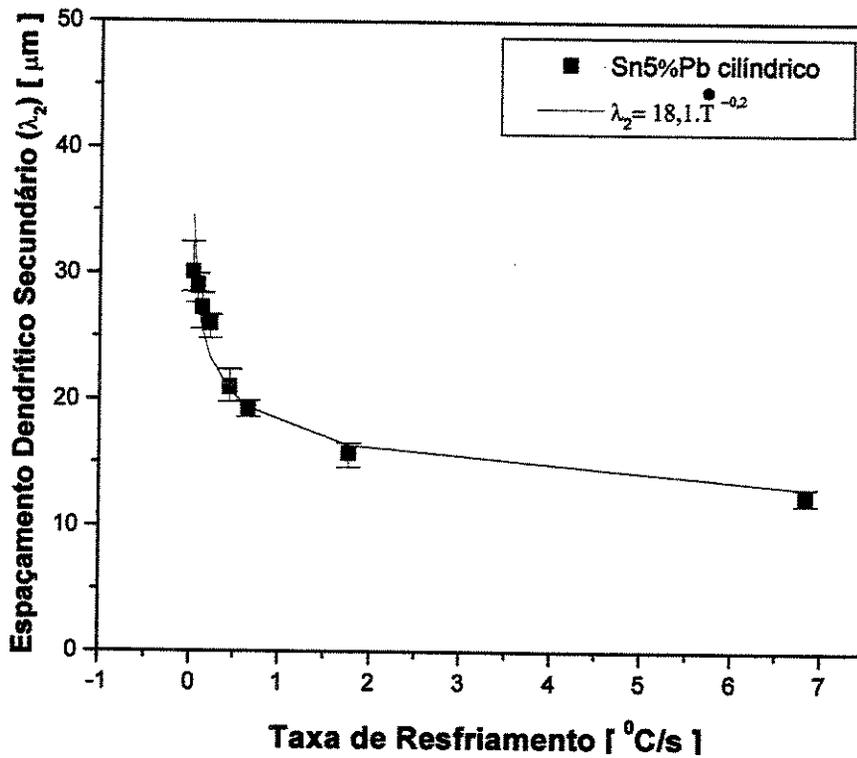


Figura 5.58. Correlação dos EDS com a taxa de resfriamento para liga Sn5%Pb. 3% de superaquecimento.

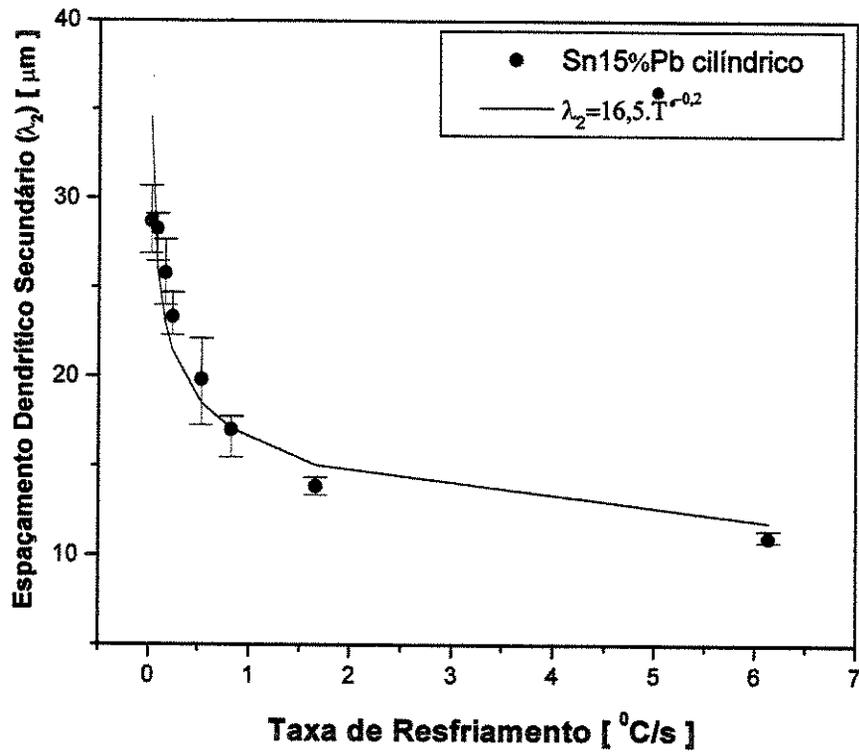


Figura 5.59. Correlação dos EDS com a taxa de resfriamento para liga Sn15%Pb.
3% de superaquecimento.

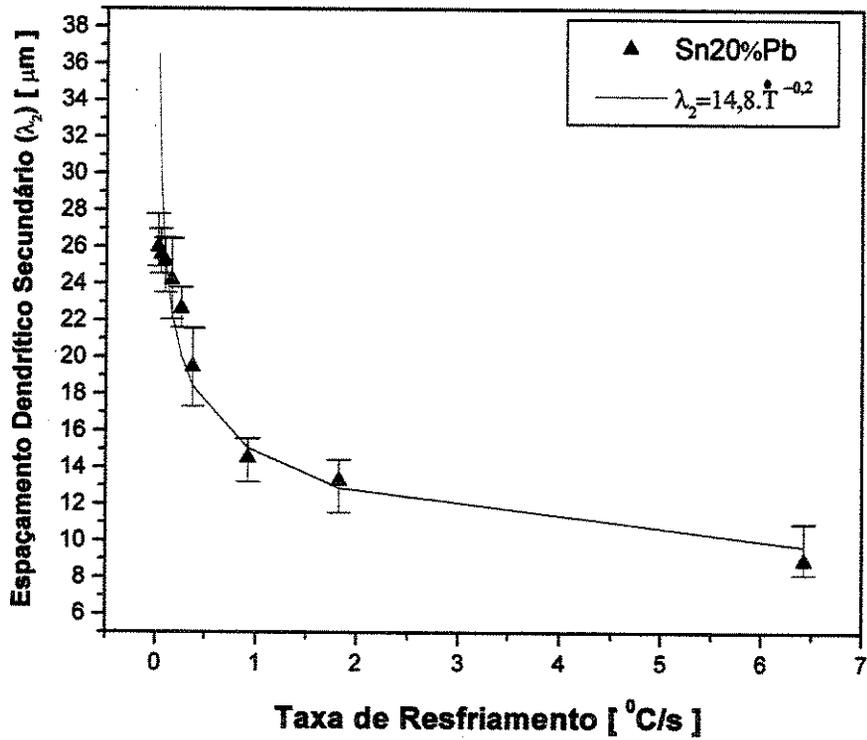


Figura 5.60. Correlação dos EDS com a taxa de resfriamento para liga Sn20%Pb.
3% de superaquecimento.

A tabela 5.5 mostra as correlações determinadas dos EDS com as taxas de resfriamento para o sistema radial cilíndrico.

Tabela 5.5. Correlações dos λ_2 com a taxa de resfriamento (\dot{T}).

Liga	Correlação EDS [μm] x \dot{T} [$^{\circ}\text{C/s}$] Solidificação Radial
Sn5%Pb	$\lambda_2=18,1.(\dot{T})^{(-0,2)}$
Sn15%Pb	$\lambda_2=16,5.(\dot{T})^{(-0,2)}$
Sn20%Pb	$\lambda_2=14,8.(\dot{T})^{(-0,2)}$

Dentro desta proposta de correlacionar os parâmetros térmicos com os espaçamentos dendríticos secundários, deve-se considerar a velocidade da isoterma *liquidus* como única variável condizente de comparação, pois através desta variável podem-se prever as mudanças das microestruturas através da reversão da velocidade, característica própria dos sistemas de solidificação radial.

Já no caso das taxas de resfriamento, as correlações devem ser encaradas de forma mais qualitativa, já que os valores de EDS só seriam adequadamente calculados através das equações experimentais até o ponto de reversão de V_L , uma vez que os valores dos gradientes térmicos caem muito, compensando as altas velocidades que se revertem em função do efeito terminal do processo de solidificação radial, o que não permite que ocorra uma reversão com aumento das taxas de resfriamento.

CAPÍTULO 6

6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

6.1. Conclusões

Os resultados experimentais obtidos e analisados em conjunto com o modelo matemático desenvolvido, relativo à solidificação de lingotes cilíndricos horizontais, permitem que sejam extraídas as seguintes conclusões:

- 1- O modelo matemático desenvolvido, e validado através de comparações com outro modelo e resultados experimentais, mostra-se capacitado para a análise da solidificação transitória em geometria cilíndricas, tornando-se uma ferramenta adequada para modelagem numérica dos processos de fundição e lingotamento contínuo dessa geometria;
- 2- Verificou-se experimentalmente uma variação significativa no fluxo de calor na interface metal/molde, com um valor máximo ocorrendo na base dos lingotes cilíndricos seguido de uma diminuição progressiva ao longo do perímetro da seção transversal. O fenômeno deve-se à conjunção de fatores como: contração volumétrica e térmica do metal que solidifica, efeito gravitacional e molhabilidade do líquido entre o metal e o molde. O contato térmico é mais efetivo na base, diminuindo à medida que se avança em direção ao topo, e independente das variações de superaquecimento e composição química da liga;
- 3- O perfil transitório do coeficiente de transferência de calor metal/molde, h , determinado através de um método de confronto teórico-experimental de perfis de temperatura no metal, é definido por uma relação da forma:

$$h = a \cdot t^{-n}$$

Para as ligas Sn-Pb examinadas neste trabalho, h varia com a posição angular na seção transversal através das expressões relacionadas abaixo, mostrando que a 90° da base o valor máximo de h cai para cerca de 48% e 23 % do valor de h máximo da base, respectivamente para as ligas Sn5%Pb e Sn15% Pb solidificadas com superaquecimento de 3 % acima da temperatura liquidus:

Posição Angular	Sn5%Pb h [W/m ² K] t [s]	Sn15%Pb h [W/m ² K] t [s]
Base	$4500 \cdot t^{-0,25}$	$5300 \cdot t^{-0,38}$
45°	$3950 \cdot t^{-0,33}$	$2600 \cdot t^{-0,31}$
90°	$2150 \cdot t^{-0,27}$	$1200 \cdot t^{-0,20}$

4- Os resultados experimentais mostram uma tendência de maiores perfis transitórios de h para ligas de menor teor de chumbo, exceto para os instantes iniciais quando aparentemente há uma melhor molhabilidade para ligas de maiores teores de Pb, refletindo em valores de h inicialmente mais elevados;

5- A progressão da isoterma liquidus ao longo da posição radial no lingote cilíndrico fica bem definida por um polinômio de terceiro grau e a velocidade da isoterma liquidus, V_L , em função do tempo, t , por um de segundo grau, nas formas mostradas a seguir relativas à base do lingote, e para as mesmas condições experimentais, definidas na tabela do item 3:

$$P_L = 0,0003 \cdot t^3 - 0,0272 \cdot t^2 + 1,4553 \cdot t - 0,0018 \text{ [mm]}, \text{ para } 0 \leq t \leq 50, \text{ Sn5\%Pb};$$

$$P_L = 0,0022 \cdot t^3 - 0,1229 \cdot t^2 + 2,9641 \cdot t - 0,4525 \text{ [mm]}, \text{ para } 0 \leq t \leq 35, \text{ Sn15\%Pb};$$

$$P_L = 0,0037 \cdot t^3 - 0,1698 \cdot t^2 + 3,0602 \cdot t - 0,1774 \text{ [mm]}, \text{ para } 0 \leq t \leq 30, \text{ Sn20\%Pb};$$

$$V_L = 0,001 t^2 - 0,054 t + 1,455 \text{ [mm/s]}, \text{ para } 0 \leq t \leq 50, \text{ Sn5\%Pb};$$

$$V_L = 0,0067 t^2 - 0,246 t + 2,965 \text{ [mm/s]}, \text{ para } 0 \leq t \leq 35, \text{ Sn15\%Pb}; \text{ e}$$

$$V_L = 0,011 t^2 - 0,340 t + 3,060 \text{ [mm/s]}, \text{ para } 0 \leq t \leq 30, \text{ Sn20\%Pb}.$$

V_L diminui com a posição radial a partir da interface metal/molde atingindo um valor máximo a aproximadamente 50% do raio do cilindro, voltando a cair em direção ao centro do lingote, confirmando uma previsão de um modelo analítico da literatura para solidificação de geometrias radiais;

6- A análise microestrutural mostra que os espaçamentos dendríticos secundários (EDS) diminuem com o aumento do teor de soluto. Existe uma tendência de que, quanto maior é o superaquecimento, maiores são os EDS. Com relação às ligas com superaquecimento elevado, independentemente da composição química, não há grandes diferenças no EDS;

7- Os espaçamentos dendríticos secundários crescem com a posição radial a partir da interface metal/molde seguindo a mesma tendência da velocidade de deslocamento da isoterma liquidus, ou seja, atingindo um valor máximo para então voltar a cair em direção ao centro do lingote.

8- O espaçamento dendrítico secundário varia com a velocidade de deslocamento da isoterma liquidus, V_L , através de uma equação do segundo grau, chegando-se às seguintes relações para os processos de solidificação com baixo superaquecimento (3% acima da temperatura liquidus):

Liga	Correlação EDS [μm] x V_L [mm/s] Solidificação Radial
Sn5%Pb	$\lambda_2 = 10,54.e^{0,62.(1/V_L)}$
Sn15%Pb	$\lambda_2 = 7,78.e^{1,00(1/V_L)}$
Sn20%Pb	$\lambda_2 = 6,70.e^{1,26(1/V_L)}$

6.2. Sugestões para Trabalhos Futuros

Em face aos resultados obtido e às conclusões elaboradas, o autor sugere os seguintes tópicos para continuidade do presente trabalho:

- 1- Determinar uma equação experimental que correlacione o h com o tempo e a posição angular a partir da base ao longo de toda a seção transversal do lingote cilíndrico;
- 2- Analisar o comportamento variacional do fluxo de calor em lingotes cilíndricos de ligas de interesse industrial, tais como as ligas dos sistemas Al-Cu e Al-Si;
- 3- Aplicar a análise desenvolvida neste trabalho diretamente ao processo de lingotamento contínuo horizontal de geometrias cilíndricas e analisar os parâmetros térmicos e estruturais no processo; e
- 4- Analisar o comportamento da transição colunar/equiaxial em lingotes cilíndricos horizontais, correlacionando os parâmetros térmicos de solidificação com a posição desta transição estrutural.

Referências Bibliográficas

Artigos Técnicos/Científicos

ASTM E 3-95, **Practice for Preparation of Metallographic Specimens**, 1980.

ASTM E 407-95, **Practice for Microetching Metals and Alloys**, 1995.

Attia, M. H.; Kops, L. **Distortion in thermal field around inserted thermocouples in experimental interfacial studies**, *Journal of Engineering for Industry*, v.108, 1986, pp.241-246.

Bamberger, M.; Weiss, B.Z.; Stupel, M. M. **Heat flow and dendritic arm spacing in chill-cast Al-Si alloys**, *Materials Science and Technology*, 1987, pp.49-56.

Beck, J. V. **Nonlinear estimation applied to the nonlinear inverse heat conduction problem**, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v.13, 1970, pp.703-716.

Beck, J. V. **Combined parameter and function estimation in heat transfer with application to contact conductance**, *Journal of Heat Transfer*, v.110, 1988, pp.1047-1058.

Biloni, H. **Estado atual da pesquisa na área da solidificação de metais e ligas**, *Metalurgia*, v.26, n.155, 1970, pp.803-823.

- Boettinger, W.J.; Coriell, J.R.; Greer, A.L.; Karma, A.; Kurz, W.; Rappaz, M.; Trivedi, R. **Solidification microstructures: recent developments, future directions**, Acta Materialia, v.48, 2000, pp.43-70.
- Bouchard, D; Kirkaldy, J. S. **Prediction of dendrite arm spacings in unsteady and steady-state heat flow of unidirectionally solidified binary alloys**, Metallurgical and Materials Transactions B, v. 28B, 1997, pp.651-663.
- Bower T. F.; Brody H. D. and Flemings M. C. **Measurements of solute redistribution in dendritic solidification**, Transactions of the Metallurgical Society of AIME, v. 236, 1966, 624-634.
- Brimacombe, J.K., Hamilton; Lait, J.E. **Solidification during continuous casting of steel**, Continuous Casting, v.2, Iron and Steel Society, 1984a, pp.169-170.
- Brimacombe, J.K.; Samasekera, I.V.; Lait, J.E. **Heat transfer**, Continuous Casting , v2, Iron and Steel Society, 1984b, pp. 1-5.
- Brody, H. D.; Flemings, M. C. **Solute redistribution in dendritic solidification** , Transactions of the AIME, v.236, 1966, pp.615-624.
- Brown, S. G.; Spittle, J.A. **Computer simulation of grain growth and macrostructure development during solidification**, Materials Science and Technology, v.5, 1989, pp.362-368.
- Browne, D. J.; O' Mahoney, D. **Interface heat transfer in investment casting of aluminum alloys**, Metallurgical and Materials Transactions A, v.32A, 2001, pp.3055-3063.
- Burden, M.H.; Hunt, J. D. **Cellular and dendritic growth. I**; Journal of Crystal Growth, v.22, 1974a, pp.99-108.

- Burden, M.H.; Hunt, J. D. **Cellular and dendritic growth. II**; Journal of Crystal Growth, v.22, 1974b, pp.109-116.
- Çardili, E.; Gündüz, M., **The directional solidification of Pb-Sn alloys**, Journal of Materials Science , v. 35, 2000, pp. 3837-3848.
- Chang, S.; Stefanescu, D.M. **A model for inverse segregation: the case of directionally solidified Al-Cu alloys**, Acta Metallurgica, v.44, n.6, 1996, pp.2227-2235.
- Chao, L.; Du, W. **Macro-micro modeling of solidification**, Proceedings of National Science Council, v.23, n.5, 1998, pp. 622-629.
- Chen, J.H.; Tsai, H.L. **Comparison on different modes of latent heat release for modeling casting solidification**, Transactions of the American Foundrymen's Society, V.98, 1990, pp. 539-546.
- Clyne, T.W.; Kurz, W. **Solute redistribution during solidification with rapid solid state diffusion**, Metallurgical Transactions, v.12A, pp.965-971, 1981.
- Christensen, D.; Baker, P.; Midea, T.C.; Outten, J.F. **Optimization casting yield using computer simulation**, Modern Casting, n.2, 2004, pp.44-46.
- Davies, V. L. **Heat transfer in gravity die castings**, British Foundryman, v.73, 1980, pp.331-334.
- Dusinberre, G. M.; Blacksborg, V.A. **Numerical methods for transient heat flow**, Transactions of the A.S.M.E., 1945, pp.703-712.
- Ecil, **Características dos termopares**, Catálogo de produtos Ecil Temperatura Industrial, 2001.

- Feng, J.; Huang, W. D.; Lin, X.; Pan, Q. Y.; Li, T.; Zhou Y.H. **Primary cellular/dendritic spacing selection of Al-Zn alloy during unidirectional solidification**, Journal of Crystal Growth, v.197, 1999, pp.393-395.
- Ferreira, I.L.; C.A.; Santos, C.A.; Voller, V.R.; Garcia, A. **Analytical, numerical and experimental analysis of inverse macrosegregation during upward unidirectional solidification of Al-Cu alloys**, Metallurgical Transactions B, vol. 35B, 2004, pp. 285-297.
- Ferreira, I.L.; Siqueira, C.A.; Santos, C.A.; Garcia, A. **Influence of metal/mold heat transfer coefficient on the inverse macrosegregation profile of an Al-6.2 wt pct Cu alloy unidirectionally solidified**, Materials Science Forum, v.456, 2004, pp.728–732.
- Feurer, U. **Influence of alloy composition and solidification conditions on dendrite arm feeding and hot tearing properties of aluminum alloys**. In: Proceedings of the Symposium on Quality Control of Engineering Alloys, Delft, 1977, pp. 131-145.
- Flood, S. C.; Hunt, J. D. **Columnar and equiaxed growth**, Journal of Crystal Growth, v.82, 1987, pp.543-551.
- Form, G. W.; Wallace, J. F. **Solidification of metals – general principles**, AFS Transactions, v.68, 1960, pp.145-156.
- Fortin, G.; Louchez, P.R.; Samuel,F.H. **Evolution of the heat transfer during the radial solidification of pure aluminium**, La Revue de Métallurgie-CIT/Science et Génie des Matériaux, 1994, pp.772-780.
- Gandin, C.A., Desbiolles, J.L.; Rapazz, M.; Thevoz, P. **A three-dimensional cellular automaton- finite element model for the prediction of solidification grain structures**, Metallurgical and Materials Transactions A, v.30A, 1999, pp.3153-3165.

- Garcia, A; Prates M. **Mathematical model for the unidirectional solidification of metals: I. cooled molds**, Metallurgical Transactions B, v.9B, 1978, pp.449-453.
- Garcia, A; Clyne, T.W.; Prates, M. **Mathematical model for the unidirectional solidification of metals : II. Massive molds**, Metallurgical Transactions B, v.10B, 1979, pp.85-92.
- Garcia, A; Prates M. **Mathematical heat transfer model for the analysis of binary alloys**. In: Mult-Phase Flow and Heat Transfer III-Part B: Applications, Elsevier Science Publishers, 1984, pp.541-603.
- Goudie, N. J.; Argyropoulos, S. A. **Technique for the estimation of thermal resistance at sold metal interfaces formed during solidification and melting**, Canadian Metallurgical Quartely, v.34, 1995, pp.73-84.
- Griffiths, W.D. **The heat-transfer coefficient during the unidirectional solidification of an Al-Si alloy casting**, Metallurgical and Materials Transactions B, v.30B, 1999, pp.473-482.
- Griffiths, W.D. **A model of the interfacial heat-transfer coefficient during unidirectional solidification of an aluminum alloy**, Metallurgical and Materials Transactions B, v.31B, 2000, pp.285-295.
- Haddad, O. M., Al-Nimr, M.; Siliet, M. **The effect of the gas gap formation due to shrinkage on the rate of heat transfer during solidification**, Numerical Heat Transfer, Part A, v.40, 2001, pp.887-900.
- Hadden, R.; Indyk, B. **Heat transfer characteristics in closed head horizontal continuous casting**, Solidification and Casting of Metals, The Metals Society, 1979, pp.250 –255.
- Ho, K.; Pehlke, R.D, **Mechanisms of heat transfer at a metal-mold interface**, AFS Transactions , V.92, 1985, pp. 587-598.

- Huang, H.; Hill, J.L., Suri, V.K.; Berry, J.T.; Pehlke, R.D. **Modeling of casting**, Welding and Advanced Solidification Process V, The Minerals, Metals e Materials Society, 1991, pp.65-70.
- Hunt, J. D. **Cellular and primary dendrite spacings**, International conference on Solidification and Casting of Metals, London, Metals Society, 1979, pp.3-9.
- Hunt, J. D. **Steady state colunar and equiaxed growth of dendrites and eutetic**, Materials Science and Engineering, v.65, 1984, pp.75-83.
- Hunt, J. D.; Lu, S. Z. **Numerical modeling of cellular array growth: spacing and structure predictions**, Metallurgical and Materials Transactions A, v. 27A, 1996, pp. 611-623.
- Jacobi, H.; Pitsch, W. **Investigation of the crystallization sequence during solidification of low alloy steel**, Archive Eisenhüttenwes, v.46, 1975, pp. 417.
- Jacobi, H.; Schwerdtfeger, K. **Dendrite morphology of steady-state unidirectional solidified steel**, Metallurgical Transactions A, v.7, 1976, pp. 811-820.
- Kim, T.G.; Lee, Z.H. **Time-varying heat transfer coefficients between tube-shaped casting and metal mold**. International Journal Heat Mass Transfer, v.40, n.15, 1997, p.3513-3525.
- Koseki, T.; Flemings, M. C. **Effect of external heat extraction on dendritic growth into undercooled melts**, ISIJ International, v. 35, n. 6, 1995, pp. 611-617.
- Krishnan, M.; Sharma, D. G. R. **Determination of the interfacial heat transfer coefficients h in unidirectional heat flow by Beck's non linear estimation procedure**, International Communications in Heat Mass Transfer, v.23, n.2, 1996, pp. 203-214.

- Kumar, P. T. S; Prabhu, K. N. **Heat flux transients at the casting/chill interface during solidification of aluminum base alloys**, Metallurgical Transactions B, v.22B, 1991, pp.717-727.
- Kurz W.; Fisher J. **Dendrite growth at the limit of stability: Tip radius and spacing**, Acta Metallurgica, v. 29, 1981, pp. 11-20.
- Kurz, W.; Bezençon, C.; Sharma, D. G. R. **Columnar to equiaxed transition in solidification processing**, Science and Technology of Advanced Materials, v.2, 2001, pp.185-191.
- Lau, F.; Lee, W. B.; Xiong, S. M.; Liu, B. C. **A study of the interfacial heat transfer between na iron casting and a metallic mould**, Journal of Materials Processing Technology, v.79, 1998, pp. 25-29.
- Lima, J.E.R.; Brimacombe, J.K.; Samasekera, I.V. **Mould heat transfer and solidification during horizontal continuous casting**, Iron and Steelmaking, n.2, v.18, 1991, pp.114-127.
- Lolou, T.; Artyukhin, E.A.; Bardon, J. P. **Estimation of thermal contact resistance during the first stages of metal solidification process: I- experiment principle and modelisation**, International Journal of Heat Mass Transfer, v.42, 1999a, pp.2119-2127.
- Lolou, T.; Artyukhin, E.A.; Bardon, J. P. **Estimation of thermal contact resistance during the first stages of metal solidification process: II- experiment principle and modelisation**, International Journal of Heat Mass Transfer, v.42, 1999b, pp.2129-2142.
- Louhenkilpi, S.; Laitinen, E.; Nieminen, R. **Real-time simulation of heat treatment of heat transfer in continuous casting**, Metallurgical Transactions B, v.24B, 1993, pp.685-693.
- Mahapatra, R. B.; Weinberg, F. **The columnar to equiaxed transition in tin-lead alloys**, Metallurgical Transactions B, 1987, v.18, pp.425-432.

- McCartney D. G.; Wills, V. A. **A finite element model of alloy solidification incorporating velocity-dependent growth temperatures**, Appl. Math. Modelling, v.12, 1988, pp.354-361.
- Miyashita, Y.; Miyahara, S.; Ueno, Y.; Ishikawa, M.; Honda, A. **Development and metallurgical analysis of the horizontal continuous casting**, Nipon Kokan K.K., Fukuyama Research Lab., 1979, pp.293-299.
- Mondolfo, L.F. **Materials Science and Technology**, v.5, 1976, p.118.
- Mortensen, A. **On the rate of dendrite arm coarsening**, Metallurgical Transactions A, v. 22, 1991, pp. 569-674.
- Müller. A. **Mathematical description of solidification cooling curves of pure metals**, Materials Research, v.1, n.1, 1998, pp.29-38.
- Nishida, Y.; Matsubara, H. **Effect of pressure on heat transfer at the metal mould-casting interface**, British Foundryman, 1976, pp.274-278.
- Oshasa, K.; Shirohara, H.; Narita, T. **Prediction of solidification structure of casting and heterogeneous nucleation**, Journal of University of Science and Technology Beijing, v.10, n.3, 2003, pp.43-46.
- Osório W. R.; Garcia A. **Modeling dendritic structure and mechanical properties of Zn-Al alloys as a function of solidification condition**, Materials Science Engineering A, v. 325, 2002, pp. 103-111.
- Paschkis, V.; Baker, H.D. **A method for determining unsteady-state heat transfer by means of an electrical analogy**, Transactions of the ASME, 1942, pp.105-112.
- Pehlke, R.D. **Continuous Casting**, ASM Handbook-casting. v.15, 9th ed, 1992, pp.308-316.

- Piwonka, T.S., Woodbury, K.A., Wiest, J.M. **Modeling casting dimensions: effect of wax rheology and interfacial heat transfer**, *Materials and Design*, v.21, 2000, pp. 365-372.
- Poirier, D.; Salcudean, M. **On numerical method used in mathematical modeling of phase change in liquid metals**, *Transaction of the ASME*, v.110, pp.562-570, 1988.
- Quaresma, J. M. V.; Santos, C. A.; Garcia, A. **Correlation between unsteady-state solidification conditions, dendrite spacings and mechanical properties**, *Metallurgical and Materials Transactions*, v. 31A, 2000, pp.3167-3178.
- Quillet, G.; Ciobanas, A. ; Lehmann, P.; Fautrelle, Y. **Meso-segregation during solidification in a binary alloy under the influence of convection**, *Proceedings of International Scientific Colloquium – Modelling for Eletromagnetic processing*, 2003, pp. 171-176.
- Rabin, Y.; Korin, E. **An efficient numerical solution for the multidimensional solidification (or melting) problem using a microcomputer**, *International Journal of Heat Mass Transfer*, v.36, n.3, 1993, pp.673-683.
- Ragone, D.V.; Adams, C. M.; Taylor, H. F. **A new method for determining the effect of solidification range on fluidity**, *AFS Transactions*, v.64, 1956, pp.653-657.
- Rocha, O. L.; Siqueira C. A.; Garcia, A. **Theoretical-experimental analysis of the cellular/dendritic transition during unidirectional solidification of Sn-Pb Alloys**, *Materials Research*, v. 5, n. 3, 2002, pp.391-397.
- Santos, C. A.; Quaresma, J. M. V.; Garcia, A. **Determination of transient interfacial heat transfer coefficients in chill mold castings**, *Journal of Alloys and Compounds*, v. 319, 2001, pp.174-186.

- Santos, C. A.; Siqueira, C.A.; Quaresma, J.M.V.; Spim, J.A.; Garcia, A. **Metal/mold heat transfer coefficients during horizontal and vertical unsteady-state solidification of Al-Cu and Sn-Pb alloys**, Proceedings of the 4th International Conference on Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice, Brazil, 2002, pp.275-282.
- Santos, C.A.; Siqueira, C.A.; Quaresma, J.M.V.; Spim, J.A.; Garcia, A. **Metal/mold heat transfer coefficients during horizontal and vertical unsteady-state solidification of Al-Cu and Sn-Pb alloys**, Journal of Inverse Problems in Science and Engineering, v.12, n.3, 2004a, pp.279-296.
- Santos, C.A.; Ferreira, C.R.F.; Spim, J.A.; Garcia, A. **Evaluation of heat transfer coefficients along the secondary cooling zones in the continuous casting of steel billets**, Proceedings of the Inverse Problems: Design and Optimization Symposium, Rio de Janeiro, 2004b, *in press*.
- Santos, R.G. **Modelagem do processo de solidificação de metais e ligas**, Apostila da disciplina de Modelagem Numérica – FEM/UNICAMP, 2000.
- Santos, R. G.; Garcia, A. **Thermal behaviour during the inward solidification of cylinders and spheres and the correlation with structural effects**, International Journal of Cast Metals, v.11, 1998, pp.187-195.
- Scheil, E. **Beitrag zum problem der blockseigerung**, Metallforschung., v.2, 1947, pp.69-75.
- Schimit, D.; Midea, T.C. **1999 casting simulation software survey**, Modern Casting, n.2, 2004, pp.47-51.
- Sequeira, W. and Rosales R.R. **Using simulation for permanent mold casting optimization**, Modern Casting, n.2, 2004, pp.26-29.

- Shin, Y.N.; Kim, M.S.; Oh, K.S.; Yoon, E.P.; Hong, C.P. **An analytical model of microsegregation in alloy solidification**, ISIJ International , v.41, n.2, 2001, pp.158-163.
- Siqueira, C. A.; Cheung, N.; Garcia, A. **The columnar to equiaxed transition during solidification of Sn-Pb alloys**, Journal of Alloys and Compounds, v.351, 2003, pp.126-34.
- Souza, E.N.; Santos, C.A.; Spim, J. A.; Garcia, A. **Correlação entre parâmetros térmicos e microestruturas de solidificação no lingotamento contínuo horizontal de ligas não-ferrosas**, Anais do XV Congresso Brasileiro de Ciências dos Materiais – Cbecimat, Natal, 2002.
- Souza, E.N.; Cheung, N.; Santos, C.A.; Garcia, A. **The variation of the metal/mold heat transfer coefficient along the cross section of cylindrical shaped casting**, Proceedings of the Inverse Problems: Design and Optimization Symposium, Rio de Janeiro, 2004, *in press*.
- Spandri, R. **Sintonia de controladores regulatórios**, Boletim Técnico da Petrobrás, n.46, 2003, pp. 383-410.
- Spim, J. A.; Garcia, A. **Numerical analysis of solidification of complex shaped bodies: coupling of mesh elements of different geometries**, Materials Science and Engineering. A, v. 277, 2000, pp. 198-205.
- Spim, J.A. **Modelagem numérica**, Apostila de curso do Laboratório de Fundição-Lafun-UFRGS, 2001.
- Stefanescu, D.M.; Pang, H. **Modeling of casting solidification stochastic or deterministic?** Canadian Metallurgical Quarterly, v.37, n3-4, 1998, pp.229-239.
- Swaminathan, C.R.; Voller, V.R. **A general enthalpy method for modeling solidification processes**, Metallurgical Transactions B, V.23B, 1992, pp.651-664.

- Tarzia, D. A. **A bibliography on moving-free boundary problems for the heat-diffusion equation- The Stefan and related problems.** Conferencias, Seminarios y Trabajos de Matemática, Faculdade de Ciências Empresariales, Universidade Austral, Rosario, Argentina, 2000.
- Toothill, D. **Horizontal continuous casting of steel billets,** Solidification technology in the foundry and cast house, The Metals Society, 1983, pp.544-550.
- Trivedi, R. ; Kurz, W. **Dendritic growth,** International Materials Reviews, v.39, n.2, 1994, pp. 49-74.
- Trovant, M.; Argyropoulos, S. **The implementation of a mathematical model to characterize mold metal interface effects in metal casting,** Canadian Metallurgical Quarterly, v.37, n.3-4, 1998, pp.185-196.
- Trovant, M.; Argyropoulos, S. **Finding boundary conditions: a coupling strategy for the modeling of metal casting processes: part I. experimental study and correlation development.** Metallurgical and Materials Transactions B, v.31B, 2000, p.75-86.
- Varma, M.R.; Sasikumar, R.; Pillai, S.G.K.; Nair, P.K. **Cellular automaton simulation of microstructure evolution during austenite decomposition under continuous cooling conditions,** Bulletin of Materials Science, v.24, 2001, pp.305-312.
- Viskanta, R. **Heat transfer during melting and solidification of metals,** Journal of Heat Transfer; V.110, 1988, pp.1205-1219.
- Voller, V. R.; Cross, M. **Accurate solutions of moving boundary problems using the enthalpy method,** International Journal of Heat Mass Transfer, v.24, 1981, pp.545-556.
- Voss, M. J.; Tsai, H. L. **Effects of the rate of latent heat release on fluid flow and solidification patterns during alloy solidification,** International Journal of Engineering Science, v.34, n.6, 1996, pp.715-737.

- Webbere, F. J.; Harvey, J. D. **Solidification of steel bar cast incrementally in a horizontal mold**, General Motors Research Laboratories, 1980, pp.286-292.
- Weiss, D.; Goettsh, D.; Anaparti, R.; Fisher, B.; Gruidl, B. **Simulation software in action: five users share their experiences**, Modern Casting, v.89, n.5, 1999, pp.41-46.
- Wills, V. A.; McCartney, D. G. **Modelling the dendritic solidification using finite element method**, Materials Science and Technology, 1992, v. 8, pp. 114-122.
- Yeung, W. K.; Lam, T. T. **Second order finite difference approximation for inverse determination of thermal conductivity**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v.. 39, 1996, pp.3685-3693.
- Yu, L.; Ding, G. L.; Reye, J.; Ojha, S. N.; Tewari, S. N. **Cellular/Dendritic array morphology during directional solidification of Pb-5.8 wt Pct Sb alloy**, Metallurgical and Materials Transactions A, v. 30A, 1999, pp.2463-2471.
- Zhang, Y. P.; Su, J. Y. **Modeling on solidification process of horizontal continuous casting of round iron bars**, AFS Transactions, 2001,pp.1-5.
- Zhu, M.F.; Hong, C.P. **A modified cellular automaton model for the simulation of dendritic growth in solidification of alloys**, ISIJ International, v.41,n.5, 2001, pp.436-445.
- Ziv, I.; Weinberg, F. **The columnar-to-equiaxed transition in Al-3pctCu**, Metallurgical Transactions B, v.20B, 1989, pp.731-734.

Livros

Benjan, A. **Heat Transfer**, Wiley, New York, 1993.

Bresciani Filho, E. **Seleção de Metais Não Ferrosos**, Editora da Unicamp, 2.ed., 1997.

Campbell, J. **Castings**, Butherworth Heinemann, London, 1991.

Dusinberre, G. M. **Numerical Analysis of Heat Flow**, McGraw-Hill book company, 1949.

Garcia, A. **Solidificação: Fundamentos e Aplicações**, Editora da Unicamp, São Paulo, Brasil, 2001.

Guidorizzi, H. L. **Um Curso de Cálculo**, Livros Técnicos e Científicos Editora, 4.ed., Vol.1, 2000.

Flemings, M. C. **Solidifications Processing**, McGraw-Hill, New York, 1974.

Incropera, F. P. and Dewitt, D. P. **Fundamentals of Heat and Mass Transfer**, 3 ed. John Wiley & Sons, Singapore, 1990.

Kanthal Handbook, **Heating Alloys for Eletric Household Appliances**, Hanthal A.B., Hallstahammar, Sweden, 2001.

Kurz, W.; Fisher, D. J. **Fundamentals of Solidification**, Trans Tech Publications, Switzerland, 1984.

Massalski, T.B. **Binary Alloy Phase Diagram**, 2 ed., Vol. 3, ASM International, Materials Park, 1990.

Müller, A. **Solidificação e Análise Térmica dos Metais**, Editora da UFRGS, 2002.

- Ohno, A. **Solidificação dos Metais**, Livraria Ciência e Tecnologia Editora Ltda, São Paulo, 1988.
- Özisik, M. N. **Boundary Value Problems of Heat Conduction**, Dover Publication, New York, 1968.
- Özisik, M. N. **Finite Difference Methods in Heat Transfer**, CRC press, Boca Raton, 1994.
- Pehlke, R.D et al. **Summary of Thermophysical Properties for Casting Alloys and Mold Materials**, University of Michigan, 1982.
- Poirier, D.R.; Poirier, E.J. **Heat Transfer Fundamentals for Metals Casting**, The Minerals, Metals and Materials Society, 1994.
- Press, W. H. et al. **Numerical Recipes in Pascal: The Art of Scientific Computing**, Cambridge, University Press, 1998, pp. 48-49.
- Toloukian, Y.S. et al. **Thermophysical Properties of Matter**, v.1, IFI/Plenum, New York, 1970.
- Veinick, A. I. **Thermodynamics for the foundryman**, McLaren and Son LTD, 1968.
- Ruddle, R. W. **The Solidification of Castings**, 2 ed. Institute of Metals, Series n.7,1957.

Teses

Garcia, A. Desenvolvimento e verificação experimental de um modelo matemático para análise da solidificação de metais. Tese de Doutorado, Unicamp, Campinas, 1978.

Kiyan, C. Desenvolvimento de um método analítico aproximado para a análise da formação de microporosidades em peças fundidas, Tese de Doutorado, Unicamp, Campinas, 1992.

Medeiros, M. D. Influência do Superaquecimento no Comportamento Térmico de Sistemas Metal/Molde Durante a Solidificação, Dissertação de Mestrado, Unicamp, Campinas, 1979.

Quaresma, J. M. V. Correlação entre condições de solidificação, microestrutura e resistência mecânica. Tese de Doutorado, Unicamp, Campinas, 1999.

Santos, R. G. Solidificação sob condições de fluxo de calor radial. Tese de livre docência, Unicamp, Campinas, 1985.

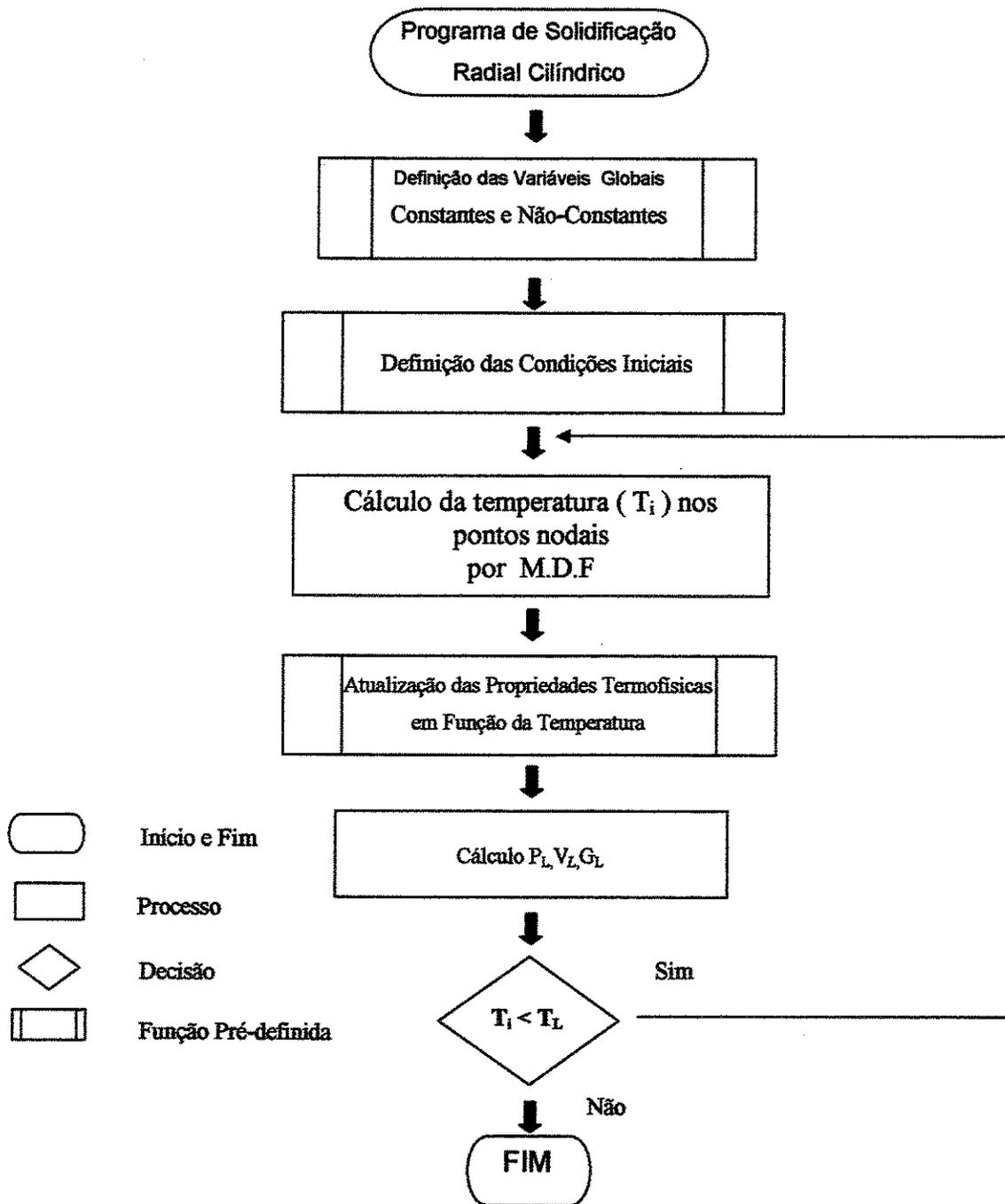
Souza, E. N. Desenvolvimento de um equipamento de lingotamento contínuo horizontal para metais não-ferrosos, Dissertação de Mestrado, UFRGS, Porto Alegre, 1997.

Spim, J. A. Aplicação da Modelagem Matemática na Definição Integral da Solidificação para Projeto ou Reprogramação de Sistema de Fundição, Tese de Doutorado, Unicamp, Campinas, 1996.

APÊNDICE A

Fluxograma do Modelo Matemático – Fluxo de Calor Radial Cilíndrico

Principal



Propriedades

