UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Influência das Taxas Direcionais de Resfriamento na Evolução da Solidificação em Sistemas Metal/Molde

Autor: **Carlos Alexandre dos Santos**
Orientador: **Prof. Dr. Amauri Garcia**

06/97

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA TESE DEFENDIDA POR Carlos Alexandre dos Santos E APROVADA PELA COMISSÃO JULGADORA EM 06 / 02 / 97.

ORIENTADOR
Prof. AMAURI GARCIA
Matric. 03607-2
FEM - UNICAMP

Sa59i
30219/BC

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MATERIAIS

Influência das Taxas Direcionais de Resfriamento na Evolução da Solidificação em Sistemas Metal/Molde

Autor: **Carlos Alexandre dos Santos**
Orientador: **Prof. Dr. Amauri Garcia**

Curso: Engenharia Mecânica
Área de Concentração: Materiais e Processos de Fabricação

Dissertação de mestrado apresentada à Comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 1997
S.P . - Brasil

T/UNICAMP
G915d
UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

UNIDADE BC
N.º CHAMADA:
TUNICAMP
Sa59i
V. Ex.
TOMBO BC/30219
PROC. 281/97
C [ ] D [x]
PREÇO 28,11,00
DATA 16/05/97
Nº CPD
CM-00098078-1

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Sa59i

Santos, Carlos Alexandre dos
Influências das taxas direcionais de resfriamento na evolução da solidificação em sistemas metal/molde / Carlos Alexandre dos Santos.--Campinas, SP: [s.n.], 1997.

Orientador: Amauri Garcia.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Solidificação. 2. Modelos matemáticos. 3. Calor - Coeficiente de transferência 4. Fundição. I. Garcia, Amauri. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MATERIAIS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Influência das Taxas Direcionais de Resfriamento na Evolução da Solidificação em Sistemas Metal/Molde

Autor: Carlos Alexandre dos Santos
Orientador: Prof. Dr. Amauri Garcia

Prof. Dr. Amauri Garcia, Presidente
Universidade Estadual de Campinas - Faculdade de Engenharia Mecânica

Prof. Dr. Carlos de Moura Neto
Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA

Prof. Dr. Roberto de Toledo Assumpção
Universidade Estadual de Campinas - Faculdade de Engenharia Mecânica

Campinas, 06 de fevereiro de 1997

O nosso verdadeiro destino é a sabedoria.

Dedicatória:

Dedico todo o esforço deste trabalho aos meus pais José Edimir e Maria Júlia, aos meus irmãos Júnior e Bebeto e à minha namorada Fernanda.

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser realizado sem o apoio e cooperação de diversas pessoas e entidades às quais sinceramente agradeço e presto minha homenagem:

À UNICAMP e à CAPES.

À minha família pelo incentivo em todos os momentos da minha vida.

Ao Prof. Dr. Amauri Garcia, por todo apoio, dedicada orientação e exemplo de profissionalismo e amizade.

Ao Prof. e amigo José Maria do Vale Quaresma pelas colaborações, discussões e conselhos técnicos.

Ao amigo Dr. Jaime Alvares Spim Junior pelas proveitosas discussões e auxílio.

Aos amigos Claudomiro Alves e Wanderley Aparecido Setto - Técnicos Mecânicos do DEMa e DEF, pelo apoio no desenvolvimento dos experimentos e aos alunos de iniciação científica Noé Cheung e Marcos Vasconcelos pela ajuda na realização dos ensaios em laboratório.

Aos professores e funcionários do DEMa-FEM-UNICAMP.

Aos amigos Enrico, André, Paulo, Walther, Plínio, Luis Carlos, José Luis, Fábio, Ricardo e todos os outros, que por muitas vezes contribuíram com idéias ou com seu companheirismo, inestimável espírito de solidariedade e agradável convívio diário.

Sumário

Capítulo 1 - Introdução.....1

1.1 - Considerações Iniciais.....1

1.2 - Objetivos do Trabalho.....4

Capítulo 2 - Modelagem Matemática da Solidificação.....6

2.1 - Transferência de Calor Durante a Solidificação em Sistemas Metal/Molde.....6

2.2 - Análise Matemática do Processo de Solidificação.....8

2.3 - Tratamento da Evolução do Calor Latente no Intervalo de Solidificação.....18

2.3.1 - Solidificação em Condições de Equilíbrio.....18

2.3.2 - Mistura Completa de Soluto no Líquido sem Difusão de Retorno no Sólido.....19

2.3.3 - Mistura Completa de Soluto no Sólido com Difusão de Retorno no Sólido.....19

2.4 - Modelo Matemático Utilizado neste Trabalho.....22

2.4.1 - Estruturação do Modelo Matemático na Forma Unidimensional.....24

2.4.2 - Estruturação do Modelo Matemático na Forma Bidimensional.....31

Capítulo 3 - Transferência de Calor nas Interfaces Metal/Molde e Molde/Ambiente.....37

3.1 - Interface Metal/Molde.....37

3.1.1 - Métodos de Determinação da Condutância Térmica Metal/Molde.....41

3.1.1.1 - Manipulação de Dados da Cinética de Solidificação.....41

3.1.1.2 - Medidas de Espaçamento Dendrítico Secundário.....44

3.1.1.3 - Medidas de Temperatura e Vazão em Moldes Refrigerados.....48

3.1.1.4 - Confronto Teórico/Experimental de Perfis de Temperatura.....52

3.2 - Interface Molde/Ambiente.....54

Capítulo 4 - Análise Experimental.....59

4.1 - O Aparato Experimental Unidimensional.....60

4.2 - O Aparato Experimental Bidimensional.....70

Capítulo 5 - Resultados e Discussões.....76

5.1 - Determinação dos Coeficientes de Transferência de Calor na Interface Metal/Molde (h_i) através do Método de Confronto de Perfis de Temperaturas.....76

5.2 - Cálculo dos Coeficientes de Transferência de Calor na Interface Molde/Ambiente (h_{amb}) através de Métodos Analíticos.....83

5.3 - Aplicação do Modelo Matemático na Análise da Solidificação em Sistemas de Fundição Bidimensionais com Diferentes Taxas de Resfriamento.....91

5.4 - Outras Simulações Numéricas.....97

Capítulo 6 - Conclusões e Propostas para Trabalhos Futuros.....101

6.1 - Conclusões.....101

6.2 - Propostas para Trabalhos Futuros.....102

Referências Bibliográficas.....104

Apêndice " A ".....115

Apêndice " B ".....117

Lista de Figuras

Capítulo 1

Figura 1.1 - Ilustração de uma Peça Industrial mostrando as Condições de Transferência de Calor nas Interfaces do Sistema de Fundição. (A) Bloco de um Motor (B) Corte Simplificado do Bloco (C) Condições de Trocas Térmicas desde o Metal até o Ambiente.

Capítulo 2

Figura 2.1 - Localização de um Elemento de Referência para a Análise da Transferência de Calor no Sistema Metal/Molde.

Figura 2.2 - Representação Esquemática do Perfil Térmico do Sistema Metal/Ambiente, Destacando as Formas de Transferência de Calor e os Coeficientes de Retirada de Calor nas Interfaces Metal/Molde (h_i) e Molde/Ambiente (h_{amb}).

Figura 2.3 - Macroestruturas Calculadas por Simulação para duas Diferentes Temperaturas de Vazamento (A) Superaquecimento de 27,3 ^{0} C e (B) Superaquecimento de 137,6 ^{0}C [Spittle, 1989].

Figura 2.4 - Variação do Espaçamento Interdendrítico Secundário com a Taxa de Resfriamento [Shivkumar, 1990].

Figura 2.5 - Variação do Tamanho de Grão e da Densidade dos Grãos com a Taxa de Resfriamento [Shivkumar, 1990].

Figura 2.6 - Evolução das Isotermas Solidus e Liquidus com o Tempo [Caram, 1988].

Figura 2.7 - Passos para o Desenvolvimento de Programas de Simulação de Processos Físicos através da Modelagem Matemática.

Figura 2.8 - Representação Esquemática dos Pontos Nodais para um Sistema Unidimensional.

Figura 2.9 - Representação dos Pontos Nodais para um Sistema Bidimensional.

Capítulo 3

Figura 3.1 - Ilustração da Ocorrência do "Gap" na Interface Metal/Molde.

Figura 3.2 - Representação Esquemática do Perfil Térmico em uma Seção Transversal de um Sistema Metal/Molde, destacando as Condutâncias Térmicas das Interfaces Metal/Molde e Molde/Ambiente.

Figura 3.3 - Esquema Idealizado para o Sistema Metal/Molde [Robertson, 1977].

Figura 3.4 - Sistema Metal/Molde Separado em dois Problemas Distintos [Robertson, 1977].

Figura 3.5 - Seqüência de Determinação Experimental de h_i a partir de Valores de λ_2 .

Figura 3.6 - Resistências Térmicas do Sistema Metal/Molde Refrigerado.

Figura 3.7 - Esquema do Procedimento de Determinação de h_i através do Confronto de Temperaturas Experimentais e Simuladas.

Figura 3.8 - Esquema do Sistema Utilizado no Estudo, mostrando a Variação e Distribuição do "Gap" formado para Molde Cilíndrico Horizontal [Huang, 1991].

Figura 3.9 - Distribuição da Temperatura através do Molde.

Figura 3.10 - Mecanismos de Transferência de Calor na Interface Molde/Ambiente.

Capítulo 4

Figura 4.1 - Foto Mostrando todos os Componentes Utilizados nos Ensaios em Laboratório para Estudar a Influência de h_i .

Figura 4.2 - Macroestrutura do Lingote Obtido no Sistema Experimental Unidimensional.

Figura 4.3 - Curva de Resfriamento Obtida em Laboratório da Liga de Trabalho Sn 10% Pb.

Figura 4.4 - Representação Esquemática do Sistema Experimental Unidimensional com Parede do Molde de Espessura 50 mm para Determinação da Variação de h_i .

Figura 4.5 - Sistema Unidimensional com a Disposição das Malhas do Método de Diferenças Finitas e a Analogia Elétrica/Térmico.

Figura 4.6 - Representação Esquemática do Sistema Experimental Unidimensional com Parede do Molde de Espessura 6 mm para Determinação da Variação de h_{amb} .

Figura 4.7 - Esboço do Aparato Experimental Utilizado e Seqüência de Ensaio.

Figura 4.8 - Foto mostrando todos os Componentes Utilizados nos Ensaios Práticos em Laboratório para Confronto com os Resultados Gerados pelo Modelo Bidimensional.

Figura 4.9 - Representação Esquemática do Sistema Experimental Bidimensional com Parede do Molde de Espessura 50 mm Utilizado para Comparação com Resultados de Simulação.

Figura 4.10 - Representação Esquemática do Sistema Experimental Bidimensional com Parede do Molde de Espessura 6 mm Utilizado para Comparação com Resultados de Simulação.

Figura 4.11 - Sistema Bidimensional com a Disposição das Malhas do Método de Diferenças Finitas .

Figura 4.12 - Esboço do Aparato Experimental Utilizado e Seqüência de Ensaio.

Figura 4.13 - Macroestrutura do Lingote Obtido no Sistema de Fundição Bidimensional.

Capítulo 5

Figura 5.1 - Curvas Experimentais de Temperaturas para o Ensaio A (Termopares no Molde).

Figura 5.2 - Curva da Variação de h_i em Função do Tempo para o Ensaio A.

Figura 5.3 - Comparação dos Perfis de Temperaturas Experimental e Simulado para os Pontos Monitorizados no Molde (Ensaio A).

Figura 5.4 - Curvas Experimentais de Temperaturas para o Ensaio B (Termopares no Molde).

Figura 5.5 - Curva da Variação de h_i em Função do Tempo para o Ensaio B.

Figura 5.6 - Comparação dos Perfis de Temperaturas Experimental e Simulado (Ensaio B).

Figura 5.7 - Curvas Experimentais de Temperaturas para o Ensaio C.

Figura 5.8 - Curvas Experimentais de Temperaturas para o Ensaio D.

Figura 5.9 - Variação do Coeficiente de Transferência de Calor na Interface Molde/Ambiente em Função de $T_{sup\ ext}$ para o Ensaio C.

Figura 5.10 - Variação do Coeficiente de Transferência de Calor na Interface Molde/Ambiente com o Tempo para o Ensaio C.

Figura 5.11 - Variação do Coeficiente de Transferência de Calor na Interface Molde/Ambiente em Função de $T_{sup\ ext}$ para o Ensaio D.

Figura 5.12 - Variação do Coeficiente de Transferência de Calor na Interface Molde/Ambiente com o Tempo para o Ensaio D.

Figura 5.13 - Variação de Coeficiente de Transferência de Calor na Interface Molde/Ambiente com o Tempo para o Ensaios C e D.

Figura 5.14 - Curva da Variação de hi em Função do Tempo para o Ensaio C e D.

Figura 5.15 - Comparação dos Perfis de Temperaturas Experimental e Simulado (Ensaio C).

Figura 5.16 - Comparação dos Perfis de Temperaturas Experimental e Simulado (Ensaio D).

Figura 5.17 - Curvas Experimentais de Temperaturas para o Ensaio E.

Figura 5.18 - Comparação dos Perfis de Temperaturas Experimental e Simulado (Ensaio E).

Figura 5.19 - Comparação dos Perfis de Temperaturas para os Termopares a 10 e 20 mm no Lado do Molde de Aço.

Figura 5. 20 - Curvas Experimentais de Temperaturas para o Ensaio F.

Figura 5.21 - Comparação dos Perfis de Temperaturas Experimental e Simulado(Ensaio F).

Figura 5.22 - Comparação dos Perfis de Temperaturas Experimental e Simulado(Ensaio F).

Figura 5.23 - Representação Esquemática do Sistema de Simulação para Análise da Evolução da Solidificação em Sistemas com Taxas Direcionais de Extração de Calor.

Figura 5.24 - Evolução da Isoterma Solidus na Seção Transversal do Sistema de Simulação com Diferentes Taxas de Resfriamento.

Figura 5.25 - Posições das Isotermas Solidus e Liquidus no Sistema de Fundição para Tempos de 7 e 50 Segundos.

Capítulo 6

Figura 6.1 - Comparação da Variação de h_i para Moldes de Cobre (a) e Moldes de Aços (b).

Lista de Tabelas

Capítulo 5

Tabela I - Valores dos Coeficientes de Transferência de Calor nas Interfaces Metal/Molde e Molde/Ambiente Utilizados para o Sistema de Simulação.

Nomenclatura

Letras Latinas

A - Área da secção transversal	[m]
c - Calor específico	[J/kg.K]
C - Concentração	[%]
Ct - Capacitância térmica	[W/K]
D - Constante de difusão	[m^2/s]
$\mathbf{e_g}$ - Espessura do "GAP"	[m]
$\mathbf{f_s}$ - Fração sólida em peso	[adimensional]
g - Fração líquida em peso	[adimensional]
G - Gradiente de temperatura	[K/m]
$\mathbf{h_i}$ - Coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde	[$W/m^2.K$]
$\mathbf{h_{amb}}$ - Coeficiente de transferência de calor na interface molde/ambiente	[$W/m^2.K$]
H - Entalpia do processo	[J/m^3]
k - Condutividade térmica	[W/m.K]
k'- Coeficiente de redistribuição do soluto	[adimensional]
L - Calor latente de fusão da liga	[J/kg]
$\dot{m}$ - Vazão do fluido de refrigeração	[kg/s]
m - Massa	[kg]

$\overset{0}{q}$ - Termo de geração interna de calor [$J/m^3.K.s$]

q - Fluxo de calor [W/m^2]

Rt - Resistência térmica [$m^2.K/W$]

S - Espessura da camada solidificada [m]

t - Tempo [s]

T - Temperatura [^0C]

$\overset{0}{T}$ - Taxa de resfriamento [$^0C/s$]

v - Volume [m^3]

V - Velocidade de solidificação [m/s]

x, y e z - Coordenadas de posição

Letras Gregas

ρ - Massa Específica (densidade) [kg/m^3]

γ - Coeficiente de expansão volumétrica

λ_2 - Espaçamento dos braços dendríticos secundários [m]

Σ - Somatório

Δ - Diferença

∂ - Diferencial parcial

ε - Emissividade

η - Viscosidade

Superescritos

n - Tempo

n+1 - Incremento de tempo

Subscritos

$\square_0$ - Inicial

$\square_s$ - Sólido

$\square_l$ - Líquido

$\square_p$ - Pastoso

$\square_e$ - Eutético

$\square_i$ - Posição indicada pelo contador "i"

$\square_j$ - Posição indicada pelo contador "j"

$\square_{rad}$ - Radiação

$\square_{conv}$ - Convecção

Abreviações

R - Radiação

C - Convecção

K - Condução

Tem - Temperatura da Superfície Externa do Molde

Tim - Temperatura da Superfície Interna do Molde

Tis - Temperatura da Superfície Interna do Sólido

Tv - Temperatura de Vazamento

Xm - Espessura do Molde

S - Espessura da Camada Solidificada

MDF - Método de Diferenças Finitas

MEF - Método de Elementos Finitos

ADI - Método Implícito das Direções Alternadas

Resumo

SANTOS, Carlos Alexandre dos, *Influência das Taxas Direcionais de Resfriamento na Evolução da Solidificação em Sistemas Metal/Molde*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1997. Dissertação (Mestrado).

A estrutura, e consequentemente as propriedades de uma peça fundida, dependem das condições térmicas durante a solidificação, ou mais precisamente das taxas de resfriamento, que por sua vez dependem das resistências térmicas metal/molde e molde/ambiente. O objetivo principal deste trabalho consiste na análise do processo de solidificação através de ferramentas matemáticas e, por meio de um confronto teórico/experimental de perfis de temperatura, caracterizar o fenômeno de transferência de calor nas interfaces metal/molde e molde/ambiente. Na análise experimental, utilizaram-se sistemas que permitiram a retirada de calor na forma unidimensional e bidimensional, utilizando-se como liga de trabalho Sn 10% Pb e moldes de aço e cobre com diferentes espessuras e acabamento de usinagem convencional em suas paredes internas. Os perfis de temperaturas gerados foram confrontados com os perfis simulados através de um modelo numérico de diferenças finitas, determinando assim a variação das condutâncias térmicas nas interfaces. Obtidos os valores dos coeficientes de transferência de calor das interfaces em questão, aplicou-se o modelo na simulação da solidificação de peças de geometria simples sob a condição simultânea de diferentes taxas de retirada de calor em direções distintas, confrontando os resultados simulados com os experimentais, demostrando, desta forma, a eficiência e maleabilidade do modelo utilizado.

Palavras Chave:

Solidificação, Modelagem Numérica, Condutâncias Térmicas Metal/Molde e Molde/Ambiente.

Abstract

SANTOS, Carlos Alexandre dos, *Influence of Directional Cooling Rates on Progress of Solidification in Metal/Mould Systems.* Campinas: College of Mechanical Engineering, State University of Campinas, 1997. Dissertation (Master of Science).

The microstructure and properties of castings depend on cooling conditions during solidification, or more precisely, on cooling rates and consequently on the thermal resistance of metal/mould and mould/environment interfaces. The main objective of this work consists on analysing the solidification process by using mathematical tools, and on the characterisation of heat flow at these interfaces by fitting experimental and simulated temperature profiles. The experiments were carried out in unidirectional and bidimensional conditions, by using Sn 10% Pb as the standard material, and copper and steel moulds with variable thickness. The experimental temperature profiles were fitted to those simulated by a numerical model based on a Finite Difference Technique, and the variations of interface heat transfer coefficients were determined. By using these heat transfer coefficients simulations were performed by the numerical model in order to predict the progress of solidification under conditions of different directional cooling rates. The model has proved to be efficient and versatile.

Key Words:

Solidification, Numerical Modelling, Metal/Mould and Mould/Environment Thermal Conductances.

Capítulo 1

Introdução

1.1 - Considerações Gerais

Existe uma série de vantagens econômicas e físicas associadas à aplicação de técnicas computacionais na indústria de fundição. Muitos modelos matemáticos voltados para a análise de transferência de calor durante a solidificação dos metais têm sido documentados, contudo muito pouco destes têm se preocupado com sua efetiva implementação em sistemas de computador, analisando paralelamente a eficiência do modelo na descrição global do sistema físico em conjunto com sua aplicação prática em uma máquina.

A análise numérica da solidificação de metais e ligas tem, nos dias atuais, um papel de importância fundamental, principalmente quando se trata de controlar ou melhorar a produção em termos de qualidade e redução de custos.

A obtenção de peças metálicas fundidas, com características perfeitas, envolve um processo industrial que deve primar por ser cuidadosamente controlado. Por muito tempo, a execução de tal processo foi um assunto onde essencialmente imperou a técnica da tentativa e erro. Entretanto, com o avanço da tecnologia, a exigência da correta especificação das propriedades físicas e mecânicas dos produtos finais e a existência de um mercado cada vez mais competitivo, levaram a este controle.

A utilização de computadores nos processos metalúrgicos data de 1940, através do emprego de máquinas analógicas para avaliação do processo. No entanto, antes de 1960, a aplicação de computadores na indústria de fundição era muito rara.

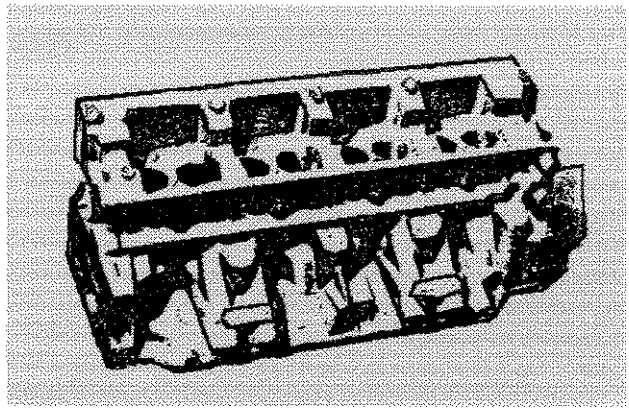
A implementação gradativa de computadores neste tipo de indústria surgiu devido à necessidade de melhorias na qualidade dos produtos manufaturados, exigindo análises complexas em relação aos diversos parâmetros envolvidos nos sistemas globais de fundição [Berry ,1984]. Tais parâmetros objetivam a compreensão física do processo via análise matemática implementada em programas computacionais, visando solucionar de forma rápida e eficiente as melhores condições de trabalho para um sistema, gerando assim um determinado produto com características ótimas para sua aplicação.

Os processos de fundição são muito complexos, existindo inúmeros aspectos problemáticos na sua dinâmica; porém, através de uma simulação objetiva e adequada, é possível detectar defeitos inerentes ao processo, possibilitando a mudança de parâmetros como geometria do molde, material do fundido e do molde, entre outros, até se obter resultados satisfatórios, reduzindo assim custos e tempo de projeto [Svensson, 1986].

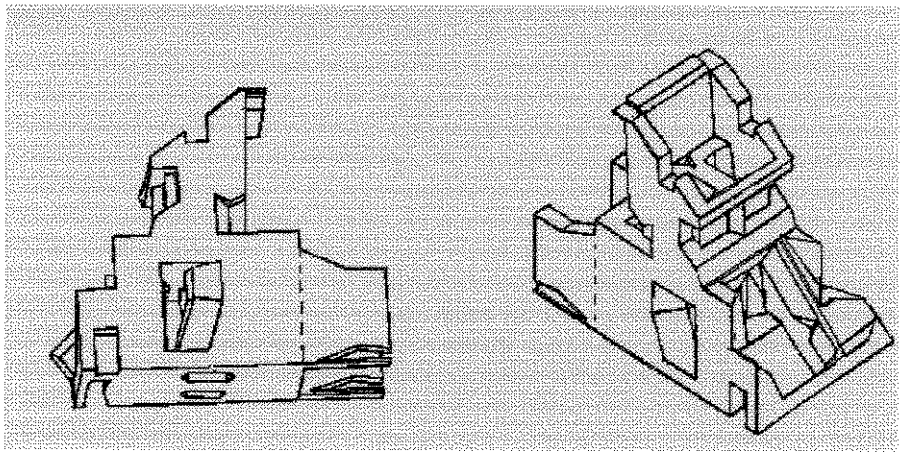
Por outro lado, a aplicação confiável dos modelos matemáticos exige a melhor caracterização da geometria da peça, e que os dados de entrada do problema tenham a maior precisão possível. Entre estes dados pode-se citar as propriedades termofísicas do sistema metal/molde em função da temperatura, sendo que estas além de escassas, em muitos casos apresentam uma grande variação nos seus valores encontrados na literatura especializada, e os coeficientes de transferência de calor nas interfaces metal/molde e molde/ambiente em função do tempo. A Figura 1.1 ilustra a secção de uma peça fundida, onde nota-se a ampla variação de condições de troca térmica atuantes nas interfaces metal/molde e molde/ambiente ao longo do contorno da peça. Estas diferenças podem decorrer da presença de resfriadores (material de molde diferente), espessura da parede do molde, acabamento superficial da parede interna do molde, contração em função da geometria, melhor contato devido ao peso próprio da peça, etc.

Como conseqüência desta multiplicidade de fatores afetando o coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde, vê-se que em cada direção que se analisa, esta estará sujeita a taxas de resfriamento diferentes, e faz-se necessária a correta caracterização destes coeficientes, para que a decorrente análise matemática do processo possa gerar resultados confiáveis, a fim de serem utilizados em simulações do processo, objetivando

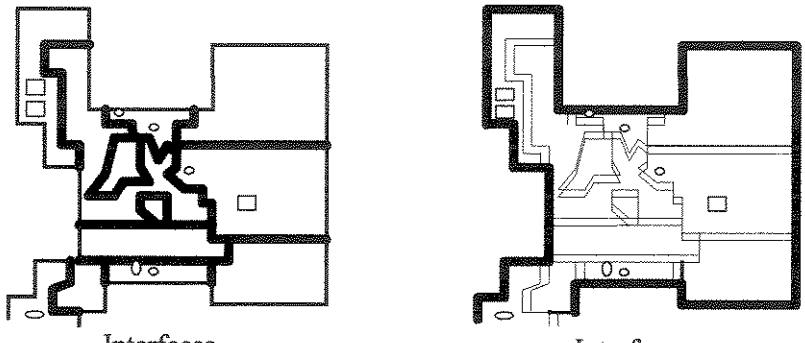
otimizar a qualidade do produto e até mesmo alterar o processo produtivo no sentido de alcançar esta qualidade maximizada.



(A)



(B)



(C)

Figura 1.1 - Ilustração de uma Peça Industrial Mostrando as Condições de Transferência de Calor nas Interfaces do Sistema de Fundição. (A) Bloco de um Motor (B) Corte Simplificado do Bloco (C) Condições de Trocas Térmicas deste o Metal até o Ambiente.

1.2 - Objetivos do Trabalho

Tendo em vista a importância da modelagem matemática da solidificação na análise da ocorrência de defeitos ou na busca das condições operacionais ótimas em processos de fundição, e a exigência da melhor caracterização possível dos coeficientes de transferência de calor nas interfaces metal/molde e molde/ambiente na precisão dos resultados simulados, definiu-se um plano de trabalho com os seguintes objetivos:

① Revisão crítica e atualizada da literatura no que diz respeito aos métodos matemáticos de análise do processo de solidificação;

② Definição de um modelo matemático versátil e apropriado para analisar a evolução da solidificação ao longo das direções com diferentes capacidades de extração de calor;

③ Revisão crítica e atualizada da literatura no que diz respeito à caracterização da transferência de calor nas interfaces metal/molde e molde/ambiente;

④ Definição de um método particular para a determinação dos coeficientes de transferência de calor na interface metal/molde em função do tempo, e de outro para avaliação dos coeficientes de transferência de calor molde/ambiente;

⑤ Execução de ensaios experimentais utilizando-se de uma liga padrão e diferentes materiais de molde com diferentes espessuras;

⑥ Determinação dos coeficientes de transferência de calor nas interfaces metal/molde (h_i) e molde/ambiente (h_{amb}) através do confronto entre resultados experimentais e simulações numéricas, e também através de cálculos analíticos;

⑦ Inserção da variação dos coeficientes nas interfaces metal/molde e molde/ambiente em função do tempo [$h_i = f(t)$ e $h_{amb} = f(t)$] no modelo numérico para reavaliação das previsões numéricas em confronto com resultados experimentais; e

⑧ Realização de simulações com o modelo numérico para demonstrar sua eficiência na análise da evolução da solidificação sob condições de diferentes taxas direcionais de resfriamento;

Capítulo 2

Modelagem Matemática da Solidificação

2.1 - Transferência de Calor Durante a Solidificação em Sistemas Metal/Molde

Para analisar o problema da transferência de calor durante a solidificação em um sistema metal/molde, é interessante a utilização de um elemento de referência de tal forma que o seu comportamento térmico seja representativo para o sistema como um todo, conforme mostrado na Figura 2.1. Durante o processo de solidificação, todos os modos de transferência de calor podem ocorrem, isolados ou simultaneamente, dentre os quais podem ser citados [Medeiros, 1979; Viskanta, 1988]:

⇒ Convecção e condução no metal líquido enquanto há superaquecimento;

⇒ Condução na camada de metal solidificada;

⇒ Convecção, radiação e condução na camada de ar entre o metal e o molde (Transferência Newtoniana);

⇒ Condução através das paredes do molde; e

⇒ Convecção, radiação e condução na superfície externa molde/meio ambiente.

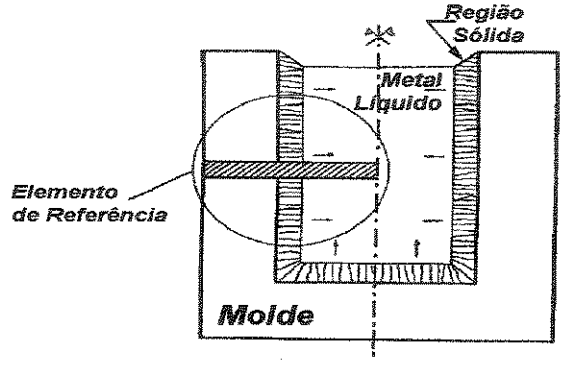


Figura 2.1 - Localização de um Elemento de Referência para a Análise da Transferência de Calor no Sistema Metal/Molde.

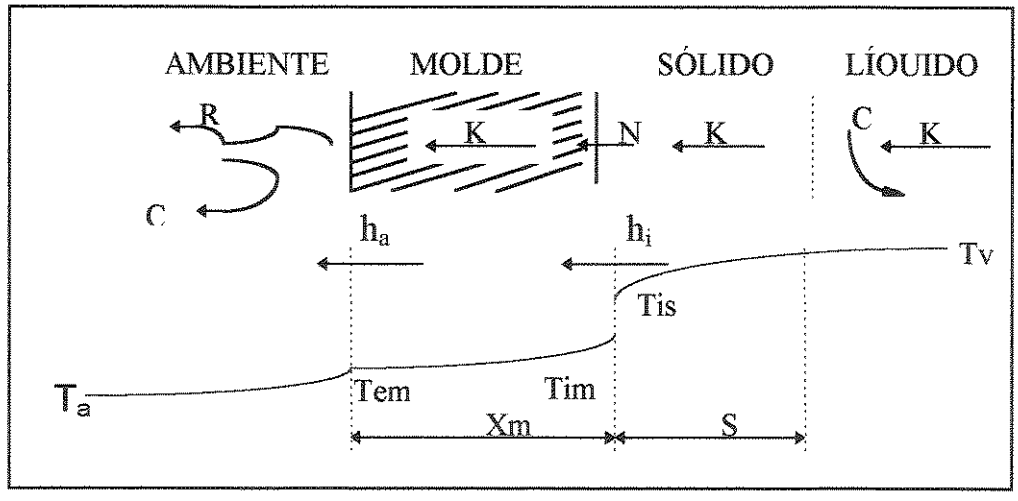


Figura 2.2 - Representação Esquemática do Perfil Térmico do Sistema Metal/Ambiente, Destacando as Formas de Transferência de Calor e os Coeficientes de Retirada de Calor nas Interfaces Metal/Molde (h_i) e Molde/Ambiente (h_a).

Deve-se contudo observar que, para situações particulares ou para efeito de cálculos, algumas das formas de transferência de calor podem ser desprezíveis ou deixarem de ocorrer, como para o caso de metal vazado quase sem superaquecimento, onde a condução e a convecção no metal líquido deixam de ser consideradas, ou no caso de moldes de materiais refratários, onde é mais significativa a condução térmica no molde e desprezível a Transferência Newtoniana, ou ainda nos casos de moldes com paredes suficientemente espessas, não ocorrendo troca de calor do molde com o ambiente (moldes semi-infinitos).

Com base no elemento de referência , efetua-se todo o estudo do processo de transferência de calor do sistema global, cujos objetivos principais são:

⇒ Determinar as taxas de resfriamento do sistema;

⇒ Determinar o perfil térmico durante a solidificação; e

⇒ Determinar a cinética de solidificação, ou seja, a velocidade de solidificação do processo.

2.2 - Análise Matemática do Processo de Solidificação.

Existem diversas formas de se estudar a transferência de calor em um sistema metal/molde envolvendo mudança de estado, como no caso da solidificação. Devido às evidentes complexidades que fazem parte de tal análise, torna-se necessária a utilização de técnicas de elevada sofisticação. Dentre tais abordagens, pode-se destacar a modelagem matemática do processo que, dividido em dois grupos de maior importância - métodos analíticos e métodos numéricos - mostra-se como uma poderosa ferramenta desta análise.

As técnicas analíticas desenvolvem o estudo do sistema baseando-se numa equação que descreve, na sua forma exata, o fenômeno da transferência de calor. Entretanto, devido às simplificações físicas assumidas como fluxo de calor unidimensional, molde semi-infinito ou propriedades térmicas constantes durante todo o processo, o que é feito no sentido de facilitar a resolução destas equações, resultam em soluções com aplicações limitadas.

Por outro lado, cada vez mais intensamente, as técnicas numéricas, como o Método de Diferenças Finitas ou o Método de Elementos Finitos, têm sido utilizadas no acompanhamento da solidificação de peças fundidas [Caram, 1988; Overfelt, 1992].

Diante da necessidade e da facilidade atualmente encontrada em se manipular modelos matemáticos em equipamentos de computador, vários trabalhos foram desenvolvidos por diversos pesquisadores na tentativa de caracterizar precisamente todo o fenômeno em sistemas metal/molde.

Dentre os diversos modelos matemáticos aplicados ao problema da solidificação dos metais, Thomas e outros [Thomas, 1984] compararam diversas formulações de modelos bidimensionais na análise da solidificação do lingotamento contínuo de aços, verificando a exatidão, a estabilidade e o tempo de processamento dos mesmos para diferentes condições de ensaio. Dos métodos analisados pelos autores, podem-se citar : Método de Elementos Finitos (M.E.F.), Método de Diferenças Finitas (M.D.F.) em sua formulação implícita e o Método da Direção Alternada (A.D.I.). Para geometria simples, o A.D.I. e o M.D.F. foram considerados mais efetivos em termos de exatidão e estabilidade quando comparados com o M.E.F.

Um dos maiores problemas durante a fusão ou a solidificação dos metais, envolve a mudança de fase sólida/líquida ou líquida/sólida, na qual ocorre o surgimento de uma fronteira separando as fases de diferentes propriedades termofísicas, além de envolver a liberação ou absorção de energia térmica decorrente desta transformação [Ramakrishma, 1984]. Dois métodos têm sido propostos e desenvolvidos para caracterizar a mudança de fase e suas conseqüências. O mais geral e usado é o método na qual o estado de agregação do material é dependente apenas da temperatura. O segundo método, chamado de método da entalpia, leva em consideração a variação da entalpia como função da temperatura [Viskanta, 1988; Chen, 1990].

Voller e Swaminathan [Voller, 1991], partindo de um exemplo de uma liga binária e um sistema de fundição, apresentam em seu trabalho a variação das propriedades termofísicas do material, como condutividade térmica (k) e calor específico (c) dentro da região pastosa, ou seja, dentro do intervalo de transformação de fase na região onde coexistem sólido e líquido, sendo dada por uma mistura ponderada das constantes sólida e líquida, conforme:

$$k_p = (1-g).k_s + g.k_l \qquad (2.1)$$

$$c_p = (1-g).c_s + g.c_l \qquad (2.2)$$

onde os subscritos "s", "l" e "p" representam as fases sólida, líquida e pastosa, respectivamente, e 'g' corresponde ao volume de fração líquida local. Neste estudo, os autores consideram a variação da massa específica (ρ) desprezível na mudança de fase.

Como toda a análise da transferência de calor em sistemas metal/molde parte da Equação Geral da Condução de Calor, dada por:

$$\rho.c.\frac{\partial T}{\partial t} = k.\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \overset{o}{q} \qquad \textbf{(2.3)}$$

as simplificações introduzidas por Voller, conforme descritas na seqüência, tornaram mais flexíveis a análise numérica de fenômenos que envolvem a transformação de fase.

Na equação 2.3, $\overset{o}{q}$ eqüivale ao termo geral da geração de calor na mudança de fase devido à liberação de calor latente, dado por:

$$\overset{o}{q} = -\delta H.\frac{\partial g}{\partial t} \qquad \textbf{(2.4)}$$

na qual, assumindo que a temperatura de referência é igual a zero (0), tem-se :

$$\delta H = \rho.(c_l - c_s).T + \rho.L \qquad \textbf{(2.5)}$$

sendo: H = Entalpia do processo;

T = Temperatura de trabalho [°C];

L= Calor latente da liga envolvida; e

$\partial g/\partial t$ = Variação da fração líquida em função do tempo.

A fração volumétrica do constituinte é melhor representada pela fração sólida dada por:

$$f_s = 1 - g \tag{2.6}$$

Assumindo que o valor absoluto do calor específico no sólido e no líquido para a liga de trabalho eqüivalem a valores bastantes próximos, pode-se aproximar com resultados muito satisfatórios que:

$$\delta H \cong \rho . L \tag{2.7}$$

Assim, aplicando as equações 2.7 e 2.6 em 2.4, tem-se como boa aproximação de cálculo:

$$\overset{o}{q} = \rho . L . \frac{\partial f_s}{\partial t} \tag{2.8}$$

Em geral, a entalpia pode ser função de inúmeras variáveis, como temperatura, concentração, taxa de resfriamento, etc. No entanto, em muitos modelos de solidificação, a entalpia na região pastosa pode ser assumida apenas como função da temperatura, onde:

$$H = \int_{o}^{T} c . \partial T + L . (1 - f_s) \tag{2.9}$$

Multiplicando a equação 2.9 por $\partial T / \partial t$, tem-se que:

$$\frac{\partial H}{\partial T} . \frac{\partial T}{\partial t} = c . \frac{\partial T}{\partial t} - L . \frac{\partial f_s}{\partial T} . \frac{\partial T}{\partial t} \tag{2.10}$$

ou

$$\frac{\partial H}{\partial t} = c . \frac{\partial T}{\partial t} - L . \frac{\partial f_s}{\partial t} \tag{2.11}$$

Aplicando a equação 2.8 na equação 2.3 , chega-se em:

$$\rho.\left(c.\frac{\partial T}{\partial t} - L.\frac{\partial f_s}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(k(x)\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k(y)\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k(z)\frac{\partial T}{\partial z}\right) \quad \textbf{(2.12)}$$

Aplicando a equação 2.11 na equação 2.12, chega-se em

$$\rho.\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k(x)\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k(y)\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k(z)\frac{\partial T}{\partial z}\right) \quad \textbf{(2.13)}$$

A equação 2.13 eqüivale à Equação Geral de Condução de Calor expressa em termos de entalpia. Alguns modelos desenvolvidos trabalham em termos desta equação.

Outra grande dificuldade encontrada na análise da solidificação associada à mudança de fases, reside no tratamento e na compreensão do avanço da fronteira da interface sólido/líquido. É sabido que, para velocidades de solidificação muito baixas, a fronteira pode ter um comportamento planar; porém, com o aumento da taxa de solidificação, isto não mais acontece.

Para o caso de metais puros ou ligas eutéticas, onde a mudança de fases ocorre sem a formação da região pastosa, é usual caracterizar a frente de solidificação como plana. Porém, durante a solidificação de ligas, a frente não é plana, pois existe uma região onde podem coexistir sólido e líquido dentro de uma faixa de temperaturas. Dependendo da composição da liga e dos seus componentes químicos, estes têm diferentes solubilidades no sólido e no líquido, causando a incorporação ou rejeição destes na frente de solidificação, e assim alterando sua morfologia [Yu, 1992].

Autores como Spittle e Brown [Spittle, 1989], utilizando um modelo matemático envolvendo a técnica de Monte Carlo, simularam a solidificação de peças de dimensões pequenas. O objetivo principal era representar a estrutura final e o tamanho dos grãos da peça fundida em função da redistribuição de soluto durante a transformação sólido/líquido. Através de várias simulações para uma liga de Al -Sn, analisaram a influência de vários parâmetros na macroestrutura dos fundidos observando que, quanto maior o superaquecimento no metal líquido, mais grosseira será a estrutura final e, quanto maior a concentração de soluto na liga, mais refinada será sua estrutura. As macroestruturas determinadas pelo modelo são mostradas na Figura 2.3.

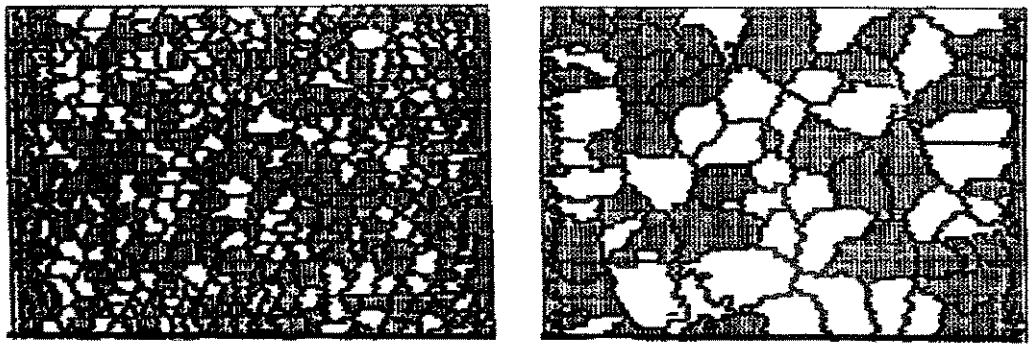


Figura 2.3 - Macroestruturas Calculadas por Simulação para Duas Diferentes Temperaturas de Vazamento (A) Superaquecimento de 27,3 °C e (B) Superaquecimento de 137,6 °C.[Spittle, 1989].

Outro modelo matemático baseado no método de diferenças finitas na sua formulação explícita foi utilizado por Shivkumar e outros [Shivkumar, 1990] para determinar o processo global de solidificação em ligas de alumínio, prevendo a possível microestrutura do produto final. Em função da curva de resfriamento da liga, calcula-se a variação da fração solidificada durante a transformação sólido/líquido, através da Equação de Scheil, dada por:

$$\Delta f_s = -\frac{1}{1-k}.(1-f_s).\frac{T(t)-T(t-\Delta t)}{Tf-T(t)} \qquad \textbf{(2.14)}$$

onde: f_s = Fração sólida;

k = Coeficiente de redistribuição de soluto da liga no equilíbrio;

T_f = Temperatura de fusão da liga;

t = Tempo instante; e

Δt = Intervalo de tempo.

e, através de t_{sl} , determina-se o espaçamento interdendrítico secundário (λ_2) pela relação:

$$\lambda_2 = 5{,}5.(M.t_{sl})^{\frac{1}{2}} \quad [\,\mu m\,] \qquad \textbf{(2.15)}$$

onde: M = Constante dependente da liga; e

t_{sl} = Tempo local de solidificação [s].

Os resultados obtidos através do modelo para uma liga Al-7%Si-0,3%Mg foram confrontados com valores de espaçamentos interdendríticos secundários obtidos da literatura, observando boa concordância entre estes, conforme pode ser visto na Figura 2.4.

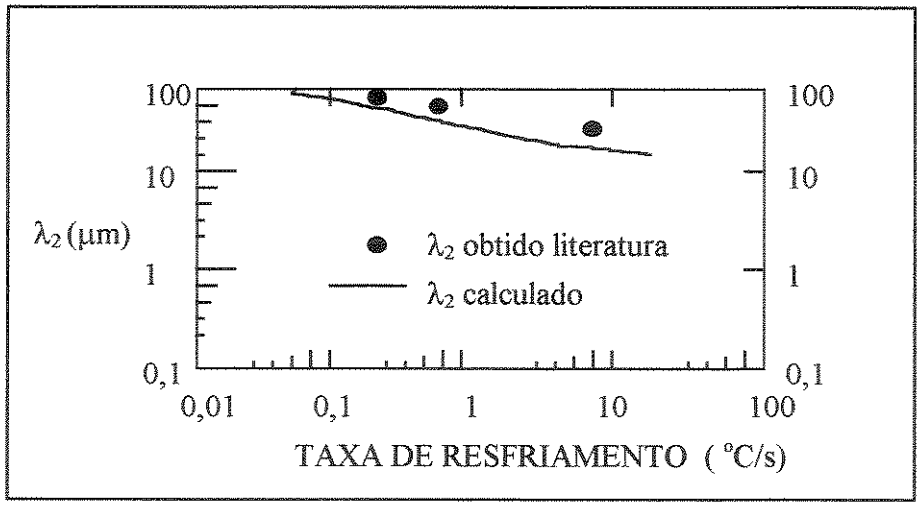


Figura 2.4 - Variação do Espaçamento Interdendrítico Secundário com a Taxa de Resfriamento [Shivkumar, 1990].

Ainda analisando os resultados, os autores verificaram que a densidade dos grãos, ou seja, grãos de menores dimensões, aumenta com o aumento da taxa de resfriamento, como na Figura 2.5.

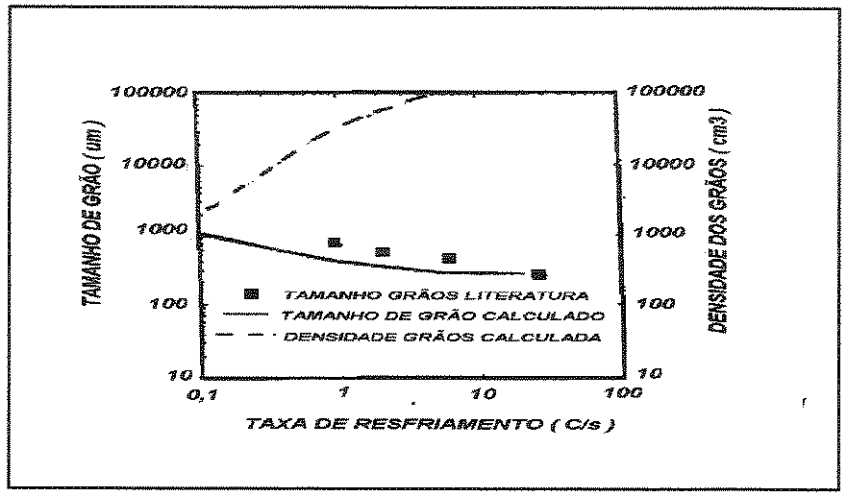


Figura 2.5 - Variação do Tamanho de Grão e da Densidade dos Grãos com a Taxa de Resfriamento. [Shivkumar, 1990].

Uma análise da solidificação através da modelagem numérica foi desenvolvida por Caram, Garcia e outros [Caram, 1988], com o objetivo de extrair subsídios para um estudo sobre o resultado metalúrgico do metal solidificado. Utilizando um modelo baseado no Método de Diferenças Finitas na sua forma explícita e a subdivisão do sistema em pequenos subvolumes, analisaram a evolução térmica durante a solidificação de uma palheta de uma turbina a gás em molde de areia, obtendo resultados que demonstraram que tal método se constitui em uma excelente ferramenta de acompanhamento e controle do processo de fundição. A equação básica dessa metodologia de cálculos é dada pela relação vista na equação 2.16:

$$T'_{i,j} = T_{i,j}.F_{i,j} + T_{i-1,j}.F_{i-1,j} + T_{i+1,j}.F_{i+1,j} + T_{i,j-1}.F_{i,j} - 1 + T_{i,j+1}.F_{i,j+1} + Q_{i,j}\frac{V_{i,j}}{C_{i,j}} \quad \textbf{(2.16)}$$

onde: $T'_{i,j}$ é a temperatura do nó i,j após transcorrido um intervalo de tempo Δt;

$T_{i,j}$ a temperatura do nó antes do citado tempo;

$F_{i,j}$ é denominado fator peso e representa o coeficiente de inter-relação de temperaturas nodais e troca térmica entre elementos;

$Q_{i,j}$ é o calor gerado no nó i,j;

$V_{i,j}$ o volume do nó; e

$C_{i,j}$ a capacidade calorífica do nó.

Os resultados finais da modelagem permitiram delinear o progresso da solidificação no sistema e assim determinar o tempo que um dado ponto no interior do metal necessita para atingir o estado sólido (Figura 2.6). Desta forma, permite-se reconhecer aquelas regiões onde a solidificação ocorre mais lentamente, determinando regiões de concentração de defeitos como segregação de solutos e porosidades, além de possibilitar a elaboração de um conjunto de condições que resulte numa programação microestrutural do fundido através da relação de espaçamento dendrítico secundário (λ_2) com o tempo local de solidificação (t_{sl}).

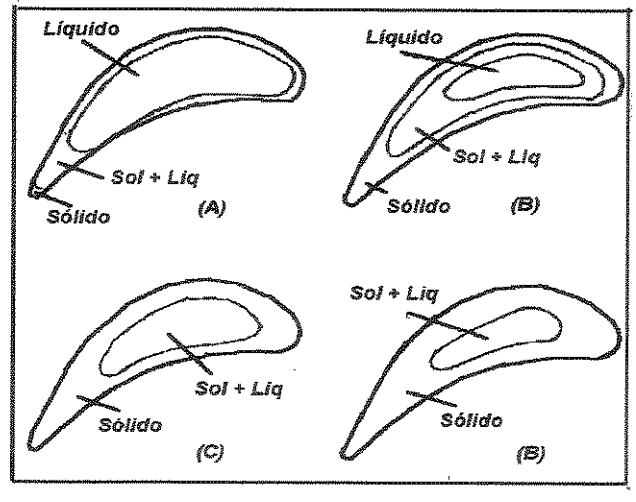


Figura 2.6 - Evolução das Isotermas Solidus e Liquidus com o Tempo (A) 1000 s Após Vazamento; (B) 5000 s Após Vazamento; (C) 10000 s Após Vazamento; (D) 15000 s Após Vazamento [Caram, 1988].

Dentro do mesmo assunto, Spim e Garcia [Spim, 1995 A; Spim 1996 A] desenvolveram um pacote numérico que visa a otimização do Método de Diferenças Finitas para a modelagem do processo de solidificação em peças de geometria complexa utilizando-se da analogia de circuitos elétricos com sistemas térmicos, obtendo resultados eficientes no que diz respeito ao aumento da precisão do modelo e tempo de processamento do mesmo. O método parte da Equação Geral da Condução de Calor em Regime Transitório para sistemas bidimensionais dada por:

$$\rho\left(c - L\frac{\partial f_s}{\partial T}\right).\frac{\partial T}{\partial t} = k.\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \qquad \textbf{(2.17)}$$

Substituindo os termos por diferenças finitas na equação 2.17 tem-se:

$$\rho.c'.\frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n}}{\Delta t} = k.\frac{T_{i+1,j}^{n+1} - 2.T_{i,j}^{n+1} + T_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - 2.T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \qquad \textbf{(2.18)}$$

Os mesmos autores também estudaram a aplicação do modelo matemático, acoplado com técnicas de Inteligência Artificial, no processo de Lingotamento Contínuo de metais [Spim, 1995 B], gerando resultados que possibilitam determinar as condições operacionais ótimas do equipamento durante todo o processo, visando minimizar custos e maximizar a produção.

2.3 - Tratamento da Evolução do Calor Latente no Intervalo de Solidificação

A fração sólida pode ser função de uma série de parâmetros envolvidos no sistema de fundição. No entanto, na modelagem matemática é importante assumir a variação como função da temperatura, isto é:

$$f_s = F(T) \quad \text{para} \quad T_s < T < T_L \tag{2.19}$$

A formulação correta de f_s é dependente dos constituintes internos da liga e da forma com que interagem durante a solidificação do sistema. As formulações mais importantes são dadas por:

2.3.1 - Solidificação em Condições de Equilíbrio

↳ **Regra da Alavanca** [Kurz, 1984]

Para solidificação em condições de equilíbrio, ou seja, quando a composição química da liga permanece uniforme dentro de cada fase, ocorrendo completa difusão de soluto tanto na fase sólida quanto na líquida, ou quando em condições de não-equilíbrio, o soluto apresenta alta mobilidade atômica no estado sólido, como por exemplo no caso do carbono na solidificação dos aços, o comportamento da solidificação pode ser descrito pela regra da alavanca, dada por;

$$f_s = \frac{(T_L - T)}{(T_f - T)} \cdot \frac{1}{(1 - k')} \tag{2.20}$$

sendo k' o coeficiente de redistribuição do soluto.

2.3.2 - Mistura Completa de Soluto no Líquido sem Difusão de Retorno no Sólido

Equação de Scheil [Scheil, 1942]

Para a solidificação em condições de não-equilíbrio com mistura completa de soluto no líquido e movimento desprezível de soluto no sólido formado, o tratamento pela Equação de Scheil torna-se apropriado para analisar a solidificação de ligas onde o soluto e solvente têm raios atômicos de mesma ordem de grandeza (solução sólida substitucional), como no caso de ligas de Alumínio-Cobre. A equação pode ser descrita como:

$$f_s = 1 - \left(\frac{T_f - T}{T_f - T_L} \right)^{\frac{1}{(k-1)}} \qquad (2.21)$$

2.3.3 - Mistura Completa de Soluto no Líquido com Difusão de Retorno no Sólido

Solução Clássica de Brody-Flemings [Brody, 1966]

Nos casos em que a difusão no sólido formado é significante, a alteração contínua na concentração de soluto do sólido que ocorre, à medida que a solidificação progride tem, que ser levada em consideração na quantificação final do perfil de soluto, levando em conta a difusão de retorno que ocorre pela migração do soluto em direção ao sólido formado. Brody e Flemings propuseram uma formulação que leva em consideração a difusão no estado sólido, representada por:

$$f_s = \left(\frac{1}{1-2\alpha k}\right)\left[1-\left(\frac{T_f - T}{T_f - T_l}\right)^{\left(\frac{1-2\alpha k}{k-1}\right)}\right] \qquad \textbf{(2.22)}$$

sendo:
$$\alpha = \frac{D_s \cdot t_{sl}}{l^2} \qquad \textbf{(2.23)}$$

onde: D_s = Difusividade do soluto no sólido; e

l = Comprimento da amostra [m]

Se "α" na equação 2.22 tende a zero, esta aproxima-se da Equação de Scheil; por outro lado, quando a difusão no sólido é completa, com `$\alpha$` tendendo a infinito, a composição de soluto no sólido deve se aproximar da equação de equilíbrio. Contudo, a equação de Brody-Flemings já coincide com a equação de equilíbrio quando "α" = 1/2, sugerindo sua inaplicabilidade para valores de `$\alpha$` mais elevados.

Solução de Clyne-Kurz [Clyne, 1981]

Para atenuar o erro proveniente da quantificação do soluto de retorno para os casos de `$\alpha$` elevados, estes autores desenvolveram uma solução aproximada, admitindo que o sólido constitua um sistema semi-infinito e que a curva de distribuição de soluto apresente a forma exponencial. As modificações introduzidas conduzem a um novo parâmetro de difusão de retorno, α_{c1} , que é função da constante "α" da análise clássica de Brody-Flemings, e é dado por:

$$\alpha_{c1} = \alpha\left[1-\exp\left(-\frac{1}{\alpha}\right)\right] - \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{1}{2\alpha}\right) \qquad \textbf{(2.24)}$$

A substituição do valor de "α" na equação 2.22 por "α_{c1} " consiste em uma forma de correção do soluto não quantificado na análise anterior, permitindo determinar os perfis de segregação do sólido formado e da variação da fração sólida com a temperatura para toda a gama de variação de "α".

Solução de Ohnaka [Ohnaka, 1986]

Outra proposta modificando a Solução de Brody-Flemings foi formulada por Ohnaka e é baseada na solução da equação de difusão através do método do perfil integral, admitindo-se para tanto que a distribuição de soluto no sólido formado seja representada por uma expressão quadrática do tipo:

$$C_s = a + bx + cx^2 \qquad \textbf{(2.25)}$$

onde: a, b e c são desconhecidos e dependentes do tempo, e

C_s = concentração do sólido formado.

A solução obtida pelo autor difere da análise clássica, através de um novo parâmetro α_{c2}, que é também função de "α" , dado por:

$$\alpha_{c2} = \frac{\alpha}{(1-2\alpha)} \qquad \textbf{(2.26)}$$

A substituição de "α" por α_{c2} na equação 2.22 amplia o espectro de aplicação desta equação. As equações de Clyne-Kurz e de Ohnaka refletem essencialmente o mesmo perfil de segregação de soluto.

2.4 - Modelo Utilizado neste Trabalho

Dos inúmeros métodos existentes na literatura, os mais utilizados e amplamente conhecidos para o desenvolvimento de modelos numéricos que simulem de forma eficiente o processo de transferência de calor na solidificação de metais são o Método de Elementos Finitos (M.E.F.) e o Método de Diferenças Finitas (M.D.F.). Ambos respondem de forma clara e objetiva, contudo, a flexibilidade e aplicabilidade de um método também é fator primordial na escolha e utilização de um modelo numérico desenvolvido para a simulação, além da velocidade de processamento em máquina.

Neste trabalho será usado o M.D.F. na sua formulação explícita, bem como a analogia de circuitos elétricos com sistemas térmicos [Spim, 1993], o que facilita em muito a compreensão do sistema físico em questão. Todos os passos necessários para o desenvolvimento de um programa de simulação de processos físicos envolvendo a modelagem matemática podem ser vistos na Figura 2.7.

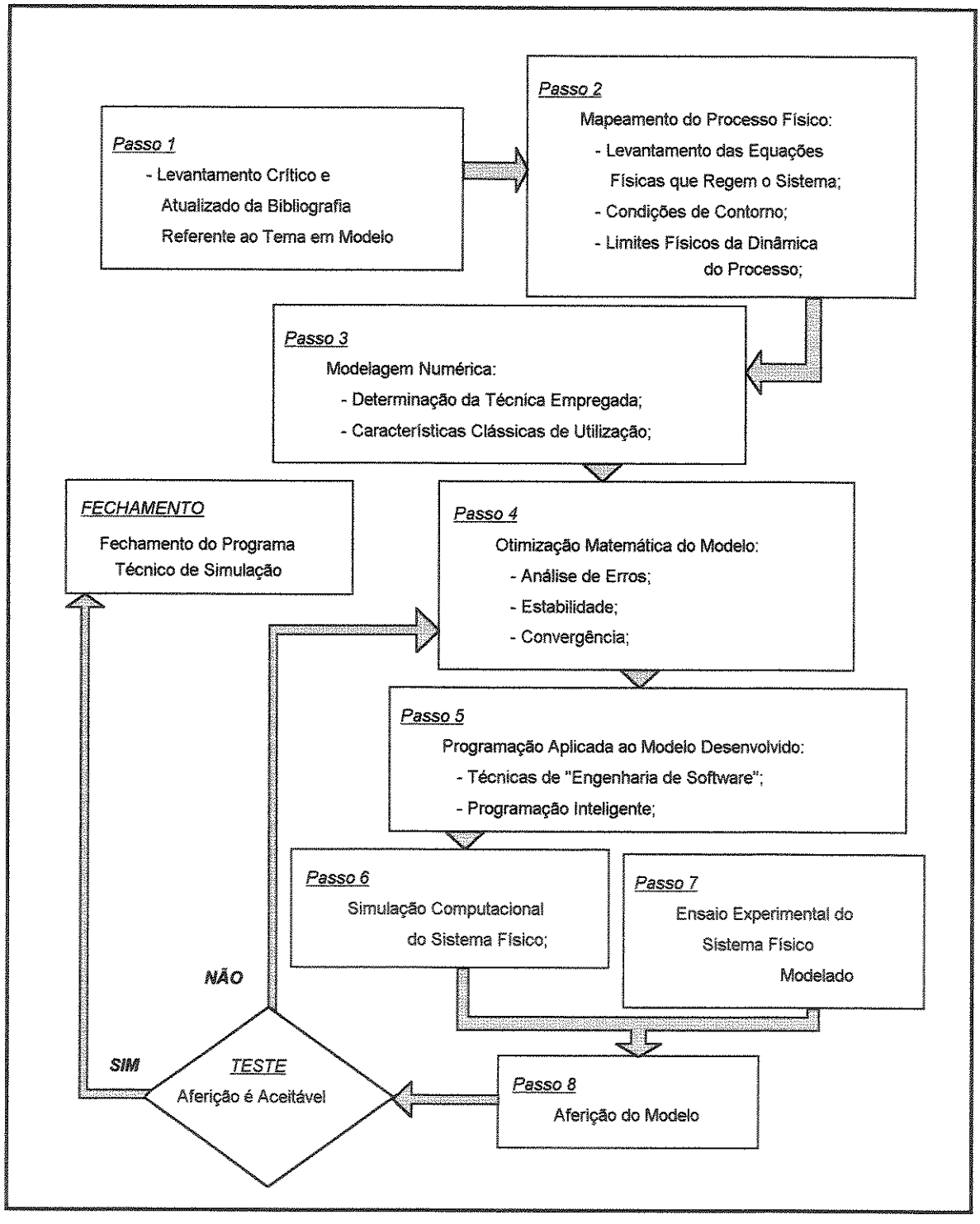


Figura 2.7 - Passos para o Desenvolvimento de Programas de Simulação de Processos Físicos através da Modelagem Matemática.

2.4.1 - Estruturação do Modelo Matemático na Forma Unidimensional

Todo o estudo da solidificação de metais parte da Equação Geral da Condução de Calor em Regime Transitório dada por:

$$\rho.c.\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[k(x)\frac{\partial T}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[k(y)\frac{\partial T}{\partial y}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[k(z)\frac{\partial T}{\partial z}\right] + \overset{o}{q} \qquad (2.27)$$

onde: ρ = Massa específica do material [kg/m^3];

c = Calor específico do material [J/kg.K];

k = Condutibilidade térmica do material [W/m.K];

$\frac{\partial}{\partial x}(\frac{\partial T}{\partial x});\frac{\partial}{\partial y}(\frac{\partial T}{\partial y});\frac{\partial}{\partial z}(\frac{\partial T}{\partial z})$ = Variação do gradiente térmico nos eixos;

$\frac{\partial T}{\partial t}$ = Taxa de resfriamento ou aquecimento;

$\overset{o}{q}$ = Representa o termo de geração interna de calor, associado à transformação de fase com a liberação de calor latente.

A Equação Geral 2.27 pode ser reescrita como uma equação de balanço de energia em um ponto finito "i " do material condutor, onde:

Energia acumulada	=	$\sum$ Energias que chegam	+	Energia gerada
ponto "i"		e saem do ponto "i"		internamente em "i"

Pode-se também considerar, com boa aproximação, que $k(x) = k(y) = k(z) = k_{cte}$, onde k_{cte} é a condutibilidade térmica média do material constante ao longo da linha de condução, já que a maioria dos metais apresenta uma variação pequena da condutividade em relação aos eixos de direção, podendo ser considerados isotrópicos para esta condição.

O termo de geração interna de calor ($\overset{o}{q}$) é dado, segundo a literatura para ligas binárias, como a equação 2.8 [Voller, 1991]. Assim sendo, a Equação Geral pode ser escrita como:

$$\rho.c.\frac{\partial T}{\partial t} = k.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \rho.L.\frac{\partial f_s}{\partial t} \qquad \textbf{(2.28)}$$

Fazendo algumas manipulações matemáticas, pode-se escrever a variação da fração solidificada no tempo como:

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} = \frac{\partial f_s}{\partial T}.\frac{\partial T}{\partial t} \qquad \textbf{(2.29)}$$

e finalmente:

$$\rho.c'.\frac{\partial T}{\partial t} = k.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad \textbf{(2.30)}$$

onde: $c' = c - L.\frac{\partial f_s}{\partial T}$ e o termo $\left(L.\frac{\partial f_s}{\partial T} \right)$ é chamado de *pseudo calor específico*, onde a velociade de solidificação é controlada pela relação entre o pseudo calor específico que representa a liberação de calor latente do material na transformação de fase e o calor específico do material.

Para um sistema unidimensional, conforme representado na Figura 2.8, teremos:

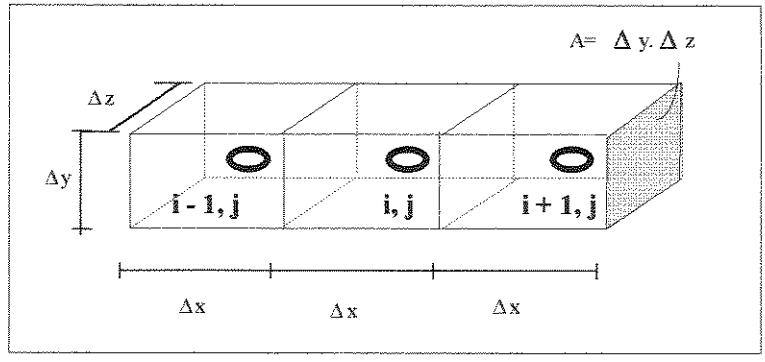


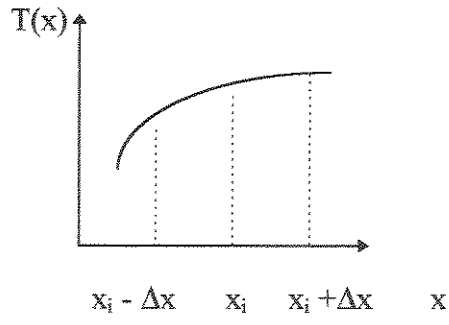
Figura 2.8 - Representação Esquemática dos Pontos Nodais para um Sistema Unidimensional

$$\rho.\left(c - L.\frac{\partial f_s}{\partial T}\right).\frac{\partial T}{\partial t} = k_x.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad \textbf{(2.31)}$$

onde, para o cálculo de f_s deve-se levar em consideração: tipo da liga analisada; sistema metal/molde; condições de resfriamento, entre outros.

Método de Diferenças Finitas

Considerando uma função T= T(x_i) contínua e derivável em relação ao ponto x_i , pode-se expandi-la para os pontos (x_i) e ($x_i + \Delta x$) e (x_i) e ($x_i - \Delta x$) através da Expansão de Taylor, onde se terá:



$$T(x_i + \Delta x) = T(x_i) + \Delta x.\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\Delta x^2}{2!}.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2{}_i} + \ldots + \frac{\Delta x^{N-1}}{(N-1)!}.\frac{\partial^{N-1} T}{\partial x_i{}^{N-1}} + E(\Delta x^N) \quad \textbf{(2.32)}$$

ou nos pontos x_i e $x_i - \Delta x$:

$$T(x_i - \Delta x) = T(x_i) - \Delta x.\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\Delta x^2}{2!}.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2{}_i} - \ldots + (-1)^{N-1}\frac{\Delta x^{N-1}}{(N-1)!}.\frac{\partial^{N-1} T}{\partial x_i{}^{N-1}} + E(\Delta x^N) \quad \textbf{(2.33)}$$

onde E(Δx) corresponde ao termo de truncamento da série no n-ésimo termo.

Truncando a equação 2.32 no termo de 2ª ordem, tem-se:

$$T(x_i + \Delta x) = T(x_i) + \Delta x.\frac{\partial T}{\partial t} \quad \textbf{(2.34)}$$

Isolando o diferencial obtêm-se:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T(x_i + \Delta x) - T(x_i)}{\Delta x} + E(\Delta x^2) \quad \text{chamada } \textbf{Diferença Finita de Avanço} \quad \textbf{(2.35)}$$

Truncando a equação 2.33 no termo de 2ª ordem ter-se-á:

$$T(x_i - \Delta x) = T(x_i) - \Delta x.\frac{\partial T}{\partial t} \quad \textbf{(2.36)}$$

Isolando o diferencial, obtém-se:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T(x_i) - T(x_i - \Delta x)}{\Delta x} + E(\Delta x^2) \quad \text{chamada } \textbf{Diferença Finita de Retorno} \quad \textbf{(2.37)}$$

Somando as equações.2.35 e 2.36, truncadas nos termos de 3ª ordem e isolando o Diferencial Parcial de 2ª ordem, ter-se-á:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T(x_i + \Delta x) - 2T(x_i) + T(x_i - \Delta x)}{\Delta x^2} + E(\Delta x^3) \quad \text{chamada } \textbf{Diferença Finita Central} \quad \textbf{(2.38)}$$

O erro de truncamento pode ser minimizado se $\Delta x \rightarrow 0$.

Aproximando os termos da equação 2.38 para termos a Diferenças Finitas, supondo $E(\Delta) = 0$, chega-se a:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T^{n+1} - T^n}{\Delta t} \qquad \textbf{(2.39)}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{i+1}{}^n - 2T_i{}^n + T_{i-1}{}^n}{\Delta x^2} \qquad \textbf{(2.40)}$$

onde:

$$T_i{}^{n+1} = T(t_i + \Delta t, x_i) \qquad \textbf{(2.41)}$$

$$T_i{}^n = T(t_i, x_i) \qquad \textbf{(2.42)}$$

$$T_{i+1}^n = T(t_i, x_i + \Delta x) \qquad \textbf{(2.43)}$$

$$T_{i-1}{}^n = T(t_i, x_i - \Delta x) \qquad \textbf{(2.44)}$$

sendo t_i e x_i , respectivamente, tempo e espaço instantâneo e, substituindo os equações 2.39 e 2.40, na Equação Geral 2.27, obtém-se:

$$\rho . c' . \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = k . \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{\Delta x^2} \qquad (2.45)$$

Multiplicando a equação 2.45 por Δx e pela área de passagem do fluxo de calor (At), que é dada por $\Delta y . \Delta z$ para esta situação, chega-se a:

$$A_t . \Delta x . \rho . c' . \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = A_t . k . \frac{(T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n)}{\Delta x} \qquad (2.46)$$

Fazendo a analogia com circuitos elétricos, o acúmulo de energia do elemento finito "i" é caracterizado pela sua capacidade térmica dada por [Welty, 1974]:

$$C_{ti} = A_t . \Delta x_i . \rho_i . c_i' \qquad (2.47)$$

onde: $A_t . \Delta x_i$ corresponde ao volume do elemento finito "i"; e

C_{ti} é a capacidade térmica do elemento "i".

O fluxo térmico entre os pontos nodais (centrais) dos elementos finitos tem, como resistência térmica à passagem de calor, um valor representado pelo inverso da condutividade térmica, sendo:

$$R_t = \frac{\Delta x}{k . A_t} \qquad (2.48)$$

onde Δx corresponde à distância percorrida pelo fluxo de calor entre os pontos centrais.

Desta forma, a resistência térmica no interior de cada elemento até a interface com o elemento vizinho é:

$$R_{t_{i-1}} = \frac{\Delta x_{i-1}}{2 . k_{i-1} . A_t} \qquad (2.49)$$

$$R_{t_i} = \frac{\Delta x_i}{2.k_i.A_t} \qquad - \tag{2.50}$$

$$R_{t_{i+1}} = \frac{\Delta x_{i+1}}{2.k_{i+1}.A_t} \tag{2.51}$$

Generalizando a equação 2.46 com a substituição das equações 2.51, 2.50, 2.49 e 2.47 chega-se a:

$$T_i^{n+1} = \frac{\Delta t}{c_t}\left(\frac{T_{i-1}^n}{R_{t_{i-1}} + R_{t_i}} + \frac{T_{i+1}^n}{R_{t_i} + R_{t_{i+1}}}\right) + \left[1 - \frac{\Delta t}{c_t}\left(\frac{1}{R_{t_{i-1}} + R_{t_i}} + \frac{1}{R_{t_i} + R_{t_{i+1}}}\right)\right].T_1^n \tag{2.52}$$

Assim, a equação 2.52 pode ser escrita de forma simplificada como:

$$T_i^{n+1} = \frac{\Delta t}{\tau_{di}}.T_{i-1}^n + \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau_{dqi}}\right).T_i^n + \frac{\Delta t}{\tau_{qi}}.T_{i+1}^n \tag{2.53}$$

A equação 2.53 corresponde à Equação de Solução do M.D.F. na *Forma Explícita* de trabalho, e é estável para valores de $\Delta t \leq \tau_{dqi}$, sendo este o critério de estabilidade do sistema.

A substituição da derivada de 2ª ordem pela Diferença Finita de Retorno do ponto "i", equação 2.37, leva a equação 2.27 para a forma:

$$T_i^n = -\frac{\Delta t}{\tau_{di}}.T_{i-1}^{n+1} + \left(1 + \frac{\Delta t}{\tau_{dqi}}\right).T_i^{n+1} - \frac{\Delta t}{\tau_{qi}}.T_{i+1}^{n+1} \tag{2.54}$$

A equação 2.54 corresponde a Equação de Solução do M.D.F. na *Forma Implícita* de trabalho, e esta não possui critério de estabilidade, sendo estável para qualquer valor de Δt. Contudo, sua solução só pode ser obtidas por métodos numéricos aplicados a sistemas lineares.

Para as equações 2.53 e 2.54, tem-se que:

$$\tau_{di} = c_{t_i}(R_{t_{i+1}} + R_{t_i}) \tag{2.55}$$

$$\tau_{di} = c_{t_i}(R_{t_i} + R_{t_{i+1}}) \tag{2.56}$$

$$\tau_{dqi} = \frac{\tau_{di} + \tau_{qi}}{\tau_{di} \cdot \tau_{qi}} \tag{2.57}$$

2.4.2 - Estruturação do Modelo Matemático na Forma Bidimensional

Partindo da "Equação Geral da Condução de Calor em Regime Transiente", dado pela equaçõa 2.27, e fazendo sua aplicação para um sistema bidimensional, admitindo que o gradiente térmico na direção do eixo "z" seja igual a zero, obtém-se:

$$\rho . c' \frac{\partial T}{\partial t} = k(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}) \tag{2.58}$$

Substituindo os termos a derivadas parciais na equação 2.58 por Diferenças Finitas:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T^n_{i-1,j} - 2T^n_{i,j} + T^n_{i+1,j}}{\Delta x^2} \tag{2.59}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{T^n_{i,j-1} - 2T^n_{i,j} + T^n_{i,j+1}}{\Delta y^2} \tag{2.60}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T^{n+1}_{i,j} - T^n_{i,j}}{\Delta t} \tag{2.61}$$

Os subíndices (i-1,j); (i+1,j); (i,j-1); (i,j+1) correspondem aos endereços bidimensionais dos pontos vizinhos do ponto "i,j", como mostrado na Figura 2.9, e os superíndices n e n+1 equivalem ao tempo conhecido e ao tempo incrementado de Δt respectivamente.

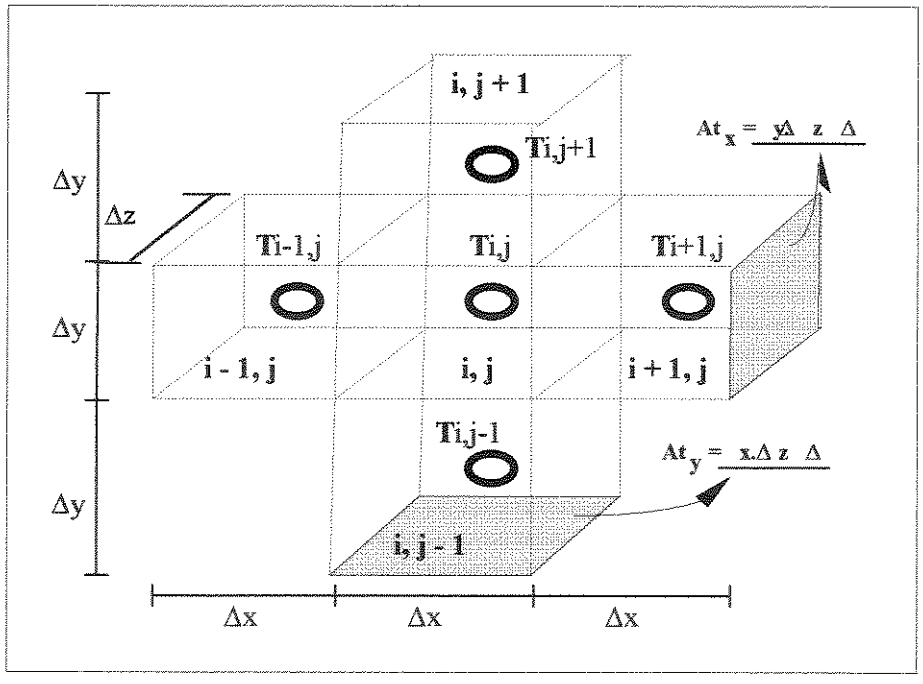


Figura 2.9 - Representação dos Pontos Nodais para um Sistema Bidimensional

Substituindo as equações 2.59, 2.60 e 2.61 na equação 2.58, chega-se em:

$$\rho . c' \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n}}{\Delta t} = k\left(\frac{T_{i-1,j}^{n} - 2T_{i,j}^{n} + T_{i+1,j}^{n}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j-1}^{n} - 2T_{i,j}^{n} + T_{i,j+1}^{n}}{\Delta y^2}\right) \quad \textbf{(2.62)}$$

Multiplicando ambos os lados da equação 2.62 por $\Delta x.\ \Delta y.\ \Delta z$ chega-se em:

$$\Delta x \Delta y . \Delta z \rho c' \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n}}{\Delta t} = \Delta y . \Delta z . k \frac{(T_{i-1,j}^{n} - T_{i,j}^{n}) + (T_{i+1,j}^{n} + T_{i,j}^{n})}{\Delta x} + \Delta x \Delta z . k \frac{(T_{i,j-1}^{n} - T_{i,j}^{n}) + (T_{i,j+1}^{n} + T_{i,j}^{n})}{\Delta y}$$

(2.63)

onde $\Delta y . \Delta z = A_{t_x} \Rightarrow$ Área de passagem do fluxo térmico na direção x;

$\Delta x . \Delta z = A_{t_y} \Rightarrow$ Área de passagem do fluxo térmico na direção y; e

Δx e $\Delta y \Rightarrow$ Distâncias entre pontos nodais nas direções x e y.

A equação 2.63 pode ser escrita em termos de energia como:

[aumento de energia associada ao nó "i,j"] = [Σ dos fluxos de calor de todos os nós vizinhos em direção ao nó "i,j" durante o intervalo Δt]

O aumento da energia é dado pelo termo à esquerda da equação 2.63, onde "$\Delta x . A_{t_x}$" é o volume finito do ponto "i,j" e $T_{i,j}^{n} - T_{i,j}^{n} = \Delta T_{i,j}^{\Delta n}$ é a variação térmica do ponto "i,j" no intervalo de tempo Δt.

Sabendo-se que a capacidade térmica (c_t) de um material é dada por "ρ. c. V_{ol}", sendo "V_{ol}"o volume do material, então o acúmulo de energia no ponto "i,j" é dado por:

$$c_{t_{i,j}} . \frac{\Delta T_{i,j}^{\Delta n}}{\Delta t} \quad \textbf{(2.64)}$$

e os fluxos de calor "q" associados ao ponto nodal "i,j" são dados por:

$$q_{i-1,j} = \frac{A_{t_x} \cdot k}{\Delta x}(T^n_{i-1,j} - T^n_{i,j}) \qquad \textbf{(2.65)}$$

$$q_{i+1,j} = \frac{A_{t_x} \cdot k}{\Delta x}(T^n_{i+1,j} - T^n_{i,j}) \qquad \textbf{(2.66)}$$

$$q_{i,j-1} = \frac{A_{t_y} \cdot k}{\Delta y}\left(T^n_{i,j-1} - T^n_{i,j}\right) \qquad \textbf{(2.67)}$$

$$q_{i,j+1} = \frac{A_{t_y} \cdot k}{\Delta y}(T^n_{i,j+1} - T^n_{i,j}) \qquad \textbf{(2.68)}$$

Usando-se a analogia de circuitos elétricos com sistemas térmicos, analogia esta demonstrada e aplicada em trabalhos anteriores [Spim, 1996 A], o fluxo térmico entre os pontos nodais dos elementos tem como resistência à passagem de calor, um valor representado pelo inverso da condutividade térmica.

Assim, obtém-se as resistências térmicas dadas por:

$$R_{t_{i+1,i}} = \frac{\Delta x_{i+1}}{2.k_{i+1,j}.A_{t_x}} \Rightarrow k_{i+1,j} = \text{condutividade do pto posterior na direção x} \qquad \textbf{(2.69)}$$

$$R_{t_{i-1,i}} = \frac{\Delta x_{i-1}}{2.k_{i-1,j}.A_{t_x}} \Rightarrow k_{i-1,j} = \text{condutividade do pto anterior na direção x} \qquad \textbf{(2.70)}$$

$$R_{t_{j+1,j}} = \frac{\Delta y_{j+1}}{2.k_{i,j+1}.A_{t_y}} \Rightarrow k_{i,j+1} = \text{condutividade do pto posterior na direção y} \qquad \textbf{(2.71)}$$

$$R_{t_{j-1,j}} = \frac{\Delta y_{j-1}}{2.k_{i,j-1}.A_{t_y}} \Rightarrow k_{i+1,j} = \text{condutividade do pto anterior na direção y} \quad (2.72)$$

$$\left.\begin{aligned} R_{t_{i,i-1}} &= \frac{\Delta x_i}{2.k_{i,j}.A_{t_x}} \quad (2.73) \\ R_{t_{i,i+1}} &= \frac{\Delta x_i}{2.k_{i,j}.A_{t_x}} \quad (2.74) \\ R_{t_{j,j-1}} &= \frac{\Delta y_i}{2.k_{i,j}.A_{t_y}} \quad (2.75) \\ R_{t_{j,j+1}} &= \frac{\Delta y_i}{2.k_{i,j}.A_{t_y}} \quad (2.76) \end{aligned}\right\} \quad k_{i,j} = \text{contuvidade do pto nodal } i,j$$

e a capacitância térmica por:

$$c_{t_{i,j}} = \rho_{i,j}.c'.\Delta x.\Delta y.\Delta z \quad (2.77)$$

onde $\rho_{i,j}$ = Massa específica do ponto nodal; e

$c'_{i,j}$ = Pseudo calor específico do ponto nodal dado por:

$$c'_{i,j} = \left(c_{i,j} - L.\frac{\partial f_s}{\partial T_{i,j}} \right) \quad (2.70)$$

sendo $c_{i,j}$ = Calor específico do ponto nodal;

L = Calor latente de fusão da liga; e

$\frac{\partial f_s}{\partial T_{i,j}}$ = Gradiente de fração sólida do ponto nodal.

Rearranjando as equações 2.64, 2.65, 2.66, 2.67 e 2.68 na equação 2.63, chega-se a Equação Geral do M.D.F. no *Modo Explícito* para a forma bidimensional :

$$T_{i,j}^{n+1} = \Delta t.\left[\frac{T_{i-1,j}^{n}}{\tau_{(i,j),(i-1,j)}} + \frac{T_{i,j-1}^{n}}{\tau_{(i,j),(i,j-1)}} + \frac{T_{i+1,j}^{n}}{\tau_{(i+1,j),(i,j)}} + \frac{T_{i,j+1}^{n}}{\tau_{(i,j+1),(i,j)}}\right] + \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau_{(i,j),(i,j)}}\right).T_{i,j}^{n} \quad \textbf{(2.79)}$$

sendo $$\tau_{(i,j),(i-1,j)} = c_{t_{i,j}}\left(R_{t_{i,i-1}} + R_{t_{i-1,i}}\right) \quad \textbf{(2.80)}$$

$$\tau_{(i,j),(i,j-1)} = c_{t_{i,j}}\left(R_{t_{j,j-1}} + R_{t_{j-1,j}}\right) \quad \textbf{(2.81)}$$

$$\tau_{(i+1,j),(i,j)} = c_{t_{i,j}}\left(R_{t_{i,i+1}} + R_{t_{i+1,i}}\right) \quad \textbf{(2.82)}$$

$$\tau_{(i,j+1),(i,j)} = c_{t_{i,j}}\left(R_{t_{j,j+1}} + R_{t_{j+1,j}}\right) \quad \textbf{(2.83)}$$

e $$\frac{1}{\tau_{(i,j),(i,j)}} = \frac{1}{\tau_{(i,j),(i-1,j)}} + \frac{1}{\tau_{(i,j),(i,j-1)}} + \frac{1}{\tau_{(i+1,j),(i,j)}} + \frac{1}{\tau_{(i,j+1),(i,j)}} \quad \textbf{(2.84)}$$

onde o critério de estabilidade do modelo é $\Delta t \leq \tau_{(i,j),(i,j)}$ **(2.85)**

Para o *Modo Implícito* ter-se-á:

$$T_{i,j}^{n} = \Delta t\left[\frac{T_{i-1,j}^{n+1}}{\tau_{(i,j),(i-1,j)}} + \frac{T_{i,j-1}^{n+1}}{\tau_{(i,j),(i,j-1)}} + \frac{T_{i+1,j}^{n+1}}{\tau_{(i+1,j),(i,j)}} + \frac{T_{i,j+1}^{n+1}}{\tau_{(i,j+1),(i,j)}}\right] + \left(1 + \frac{\Delta t}{\tau_{(i,j),(i,j)}}\right).T_{i,j}^{n+1} \quad \textbf{(2.86)}$$

sendo que para este modo não existe critério de estabilidade.

Capítulo 3

Transferência de Calor nas Interfaces Metal/Molde e Molde/Ambiente

3.1 - Interface Metal/Molde

O assunto da transferência de calor interfacial metal/molde, devido a sua importante influência na taxa ou velocidade de solidificação de fundidos, tem sido alvo de estudo de inúmeros pesquisadores. Vários trabalhos foram desenvolvidos objetivando caracterizar o mecanismo físico da transferência de calor entre as superfícies de contato metal e molde [Prates, 1972; Ho, 1984; Ho 1985].

Em geral, no início do processo de solidificação, uma fina camada de metal solidifica - se rente à parede do molde. À medida que o processo avança, um espaço interfacial separando o metal e o molde, conforme ilustrado na Figura 3.1, pode desenvolver - se.

Entre os mecanismos que podem causar a formação e a dimensão deste "gap", podem ser citados:

- interação do metal com o molde (contração do metal, expansão do molde);
- transformações ocorridas no metal fundido; e
- efeitos da geometria do molde.

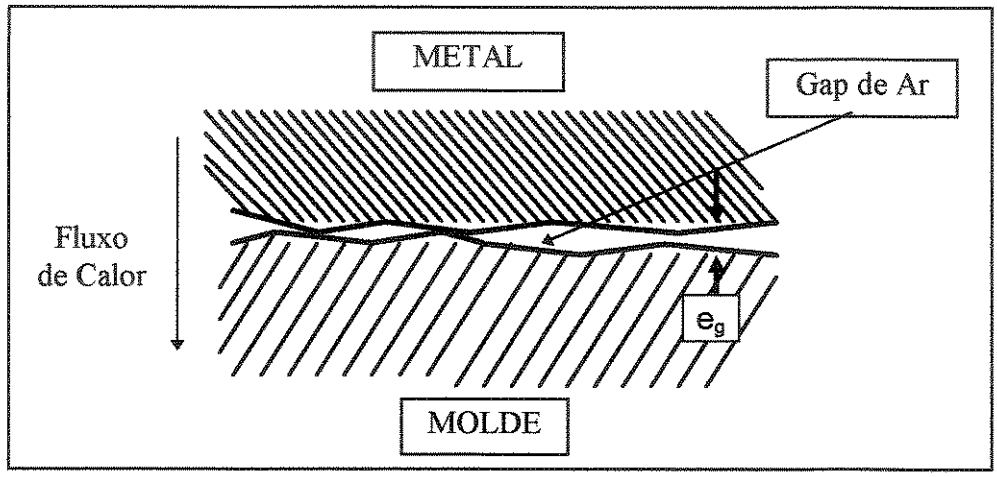


Figura 3.1 - Ilustração da Ocorrência do "Gap"na Interface Metal/Molde.

Com a formação do "gap" de ar nesta interface, o coeficiente de transferência de calor nessa região pode rapidamente decrescer, dificultando a retirada de calor na mesma e desacelerando o processo de solidificação do metal líquido. Baseados em trabalhos com ligas de alumínio e moldes permanentes, Prates e Biloni [Prates, 1972] propuseram um mecanismo para explicar a formação do "gap", segundo o qual, a parede do molde, por mais lisa que seja, apresenta pequenas saliências, mesmo que a nível microscópico. Quando o metal líquido se aproxima da superfície interna do molde, o primeiro contato se dá nos picos dessas saliências, que estão a uma temperatura bem abaixo do metal líquido, causando a formação de pequenos núcleos de solidificação nesses locais. Ao mesmo tempo, a tensão superficial do metal líquido impede que o restante do metal que se solidifica alcance os vales das asperezas superficiais, armazenando nos mesmos os gases liberados devido ao processo de solidificação.

A estrutura, e consequentemente as propriedades de uma peça fundida, dependem das condições térmicas durante a solidificação, ou mais precisamente das taxas de resfriamento, que por sua vez dependem da resistência térmica metal/molde. O esquema da Figura 3.2 mostra uma representação do perfil de temperaturas na seção transversal de um sistema metal/molde, ressaltando as condutâncias térmicas metal/molde (hi) e molde/ambiente (h_a). Inicialmente, o valor de ***hi*** depende da maior ou menor afinidade físico-química do metal

líquido com o material do molde (molhabilidade), do superaquecimento do metal líquido, e das condições de acabamento da superfície interna do molde: sua rugosidade, camada de óxido, recobrimentos isolantes, etc. A tendência é que esse valor inicial seja relativamente alto, principalmente porque a pressão metalostática exercida sobre a camada solidificada inicialmente ajuda a assegurar um bom contato térmico.

Com a evolução da solidificação, a contração volumétrica que a acompanha vai gradativamente vencendo a pressão metalostática e, consequentemente, o metal vai perdendo contato efetivo com o molde e criando uma separação física entre ambos (formação do "gap"). Essa separação traz como conseqüência uma maior dificuldade de transportar o calor liberado pela transformação líquido/sólido em direção ao molde, cujo principal papel, além de conferir uma forma à peça, é o de um absorvedor de calor [Ho, 1984; Ho, 1985; Reddy, 1993].

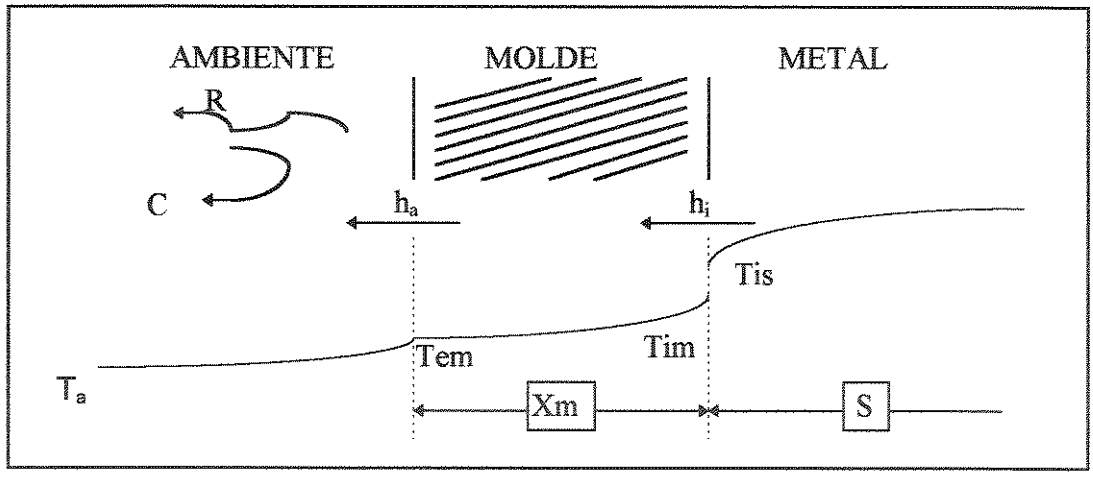


Figura 3.2 - . Representação Esquemática do Perfil Térmico em uma Seção Transversal de um Sistema Metal/Molde, Destacando as Condutâncias Térmicas das Interfaces Metal/Molde (hi) e Molde/Ambiente (ha).

É evidente que a maior ou menor importância da resistência térmica metal/molde (R_i=1/***hi***) depende de uma análise do conjunto de resistências térmicas atuantes no sistema metal/molde. A resistência térmica do molde é dada por:

$$R_m = \frac{x_m}{k_m} \tag{3.1}$$

onde: x_m = Espessura da parede do molde [m]; e

k_m = Condutividade térmica do molde [W/mK].

A resistência térmica da camada solidificada é :

$$R_s = \frac{S}{k_s} \tag{3.2}$$

onde: S = Camada solidificada [m]; e

k_s = Condutividade térmica do metal sólido [W/mK]

As equações 3.1 e 3.2 permitem a análise de dois casos limites, onde o valor da resistência térmica metal/molde pode ser desprezada no circuito térmico completo do sistema de fundição. No caso de moldes refratários, os baixos valores da condutividade térmica implicam em $R_m >>> R_i$, e no caso de peças de grande porte, como por exemplo lingotes de aço de várias toneladas, o valor de S na equação 3.2 é tão significativo que implica em $R_s >>> R_i$. Por outro lado, à medida em que cresce a difusividade térmica do metal e diminui a espessura da parede da peça, cresce também a importância da resistência térmica metal/molde até que sejam atingidas condições limites onde a solidificação é praticamente controlada por essa resistência térmica (R_i). Nessas condições, na análise de peças de espessuras médias ou finas de ligas de Cobre ou ligas de Alumínio, é fundamental que se tenham condições de caracterizar o melhor possível essa resistência interfacial.

A aplicação de modelos matemáticos de solidificação na análise de problemas de qualidade do produto na indústria da fundição, na otimização de condições operacionais, ou mesmo na reprogramação de uma linha de produção, tem aumentado consideravelmente nos

últimos anos [Spim, 1996 A]. É comum associar-se à imagem de uma moderna indústria de fundição, a presença de um ferramental matemático capaz de simular as mais diferentes condições operacionais colaborando na maximização da qualidade das peças fundidas. Entretanto, por melhor estruturado e aferido que possa estar um modelo numérico, ele não irá fornecer previsões confiáveis a menos que se forneçam como dados de entrada propriedades termofísicas corretas e valores reais da condutância térmica metal/molde.

3.1.1 - Métodos de Determinação da Condutância Térmica Metal/Molde

3.1.1.1 - Manipulação de Dados da Cinética de Solidificação

[Garcia, 1978 A, B; Garcia, 1983]

Como a velocidade do processo de solidificação depende, principalmente na fase inicial do processo, da resistência térmica metal/molde, é de se esperar que resultados experimentais da cinética do processo possam ser utilizados na determinação de hi . A primeira camada solidificada ,quando o metal líquido encontra a parede fria do molde, é formada em condições típicas de solidificação dominada pela interface, o que permite que nesses instantes iniciais o balanço térmico que se segue possa descrever o fluxo de calor na interface metal/molde, em ausência de superaquecimento no metal líquido:

$$h_i(T_f - T_0) = L.\rho_s.\frac{dS}{dt} \qquad (3.3)$$

onde:

T_f = Temperatura de fusão do metal [K];

T_o = Temperatura ambiente ou inicial do molde [K];

L = Calor latente de fusão [J/kg K];

ρ_s = Densidade do metal sólido [kg/m^3];

dS = Espessura infinitesimal de sólido formada [m]; e

t = Tempo [s].

A equação 3.3 pode ser rearranjada na forma :

$$\frac{dt}{dS} = \frac{L.\rho_s}{h_i(T_f - T_0)} \qquad (3.4)$$

É evidente que o valor de ***hi*** obtido desta maneira é o que ocorre fisicamente nesses instantes iniciais do processo de solidificação. Entretanto, se ocorrer uma linearidade no lançamento gráfico dos dados de cinética na forma t/S contra S, isso indicará que hi permaneceu constante durante a solidificação. É o caso da solidificação unidirecional vertical ascendente em moldes refrigerados ou coquilhas, onde a contração volumétrica que acompanha a transformação líquido/sólido provoca um descolamento da peça das paredes laterais isoladas do molde, enquanto o peso próprio do fundido ajuda a manter o contato térmico com a parede do molde responsável pelo resfriamento. Garcia e Prates, utilizando um modelo analítico baseado em um sistema virtual, tratam a resistência térmica metal/molde como se essa se comportasse como uma camada de metal solidificado, e considerando o contato perfeito entre as superfícies, calculam a transferência de calor por condução no sistema virtual, determinando assim o perfil térmico do sistema real. Analisando os resultados obtidos pelo modelo para o caso de alumínio puro, apresentam valores de ***hi*** = 4100 W/m^2K para Alumínio solidificado contra uma superfície de aço polido e ***hi*** = 600 W/m^2K para o molde com uma película de recobrimento isolante à base de Alumina [Garcia, 1978 A]. Com os valores de h_i determinados, compararam os perfis térmicos gerados pelo modelo com as curvas experimentais da liga solidificada unidirecionalmente, comprovando a eficiência do tratamento matemático proposto pelos autores. Para a solidificação de ligas de Alumínio, a mesma técnica foi utilizada admitindo-se, entretanto, que a temperatura de fusão corresponderia à temperatura na qual a fração solidificada (f_s) fosse igual a 0,5. Nessas condições, para solidificação da liga Al-4,5Cu obtiveram-se valores de ***hi*** = 4.400 W/m^2K para molde de aço polido e ***hi*** = 1.700 W/m^2K para o caso de utilização de recobrimento isolante na superfície interna do molde também à base de Alumina [Garcia, 1983].

Outra proposta para determinar o valor de h_i foi apresentada por Robertson e Fascetta [Robertson, 1977] utilizando a Solução de Schwarz, a qual possibilita calcular a temperatura da interface metal/molde. A solução de Schwarz considera contato perfeito entre as superfícies e molde semi-infinito com temperatura uniforme. Como para casos reais, o contato não é perfeito, introduziram a idéia da formação de um filme (resistência) entre metal e molde, conforme a Figura 3.3.

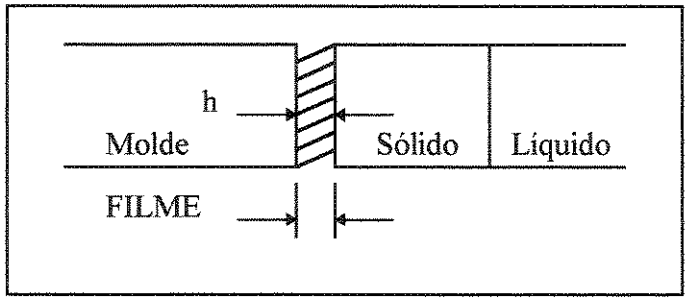


Figura 3.3 - Esquema Idealizado para o Sistema Metal/Molde [Robertson, 1977].

Calculando o valor de T_i , dado pela equação 3.5:

$$T_i = \left[T_f + \frac{k_1}{k_2}\left(\frac{K_2}{K_1}\right)^{\frac{1}{2}} . T_m . \mathrm{erf}(\lambda) \right] / \left[1 + \frac{k_1}{k_2}\left(\frac{K_2}{K_1}\right)^{\frac{1}{2}} \mathrm{erf}(\lambda) \right] \qquad (3.5)$$

onde:

T_m = Temperatura inicial do molde em t=0;

T_f = Temperatura de fusão da liga;

k_1 , k_2 = Condutividade térmica do molde e do metal;

K_1 , K_2 = Difusividade térmica no molde e no metal;

erf = Função erro; e

λ = Raiz da equação transcendental, dada por:

$$\lambda e^{\lambda^2} \left[\frac{k_2}{k_1}\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^{\frac{1}{2}} + \mathrm{erf}(\lambda) \right] - \frac{c_2 . T_f}{\pi^{\frac{1}{2}} . L} = 0 \qquad (3.6)$$

sendo c_2 o calor específico do metal. Supõe-se que essa temperatura aja sobre as duas superficies, atuando sobre os filmes com condutâncias térmicas (h_1 e h_2) diferentes, Figura 3.4, determinando assim os valores desses coeficientes através da analogia de resistências térmicas à passagem de calor.

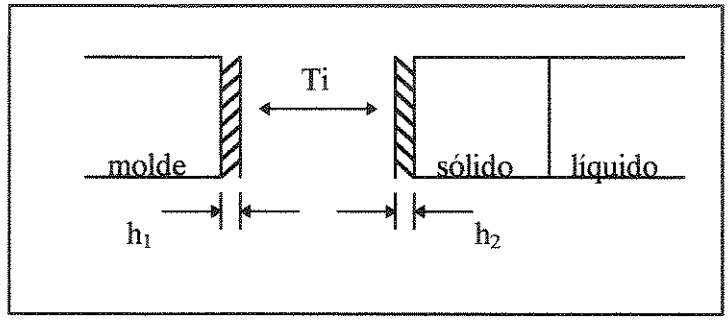


Figura 3.4 - Sistema Metal/Molde Separado em Dois Problemas Distintos[Robertson, 1977].

O valor de h total é, então, calculado pela relação:

$$h = \left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right)^{-1} \qquad \textbf{(3.7)}\backslash$$

possibilitando calcular o valor das temperaturas em função da posição e do tempo.

3.1.1.2 - Medidas do Espaçamento Dendrítico Secundário

[Caram, 1995].

Uma maneira indireta de determinação do coeficiente de transferência de calor metal/molde consiste no levantamento metalográfico dos espaçamentos dendríticos secundários a partir da superficie da peça, e sua correlação com parâmetros térmicos da solidificação e leis de crescimento dendrítico. A literatura apresenta uma série de modelos de crescimento dendrítico, que pode ser expressa de forma generalizada por [Garcia, 1983]:

$$\lambda_2 = C\, t_{SL}^{n} \tag{3.8}$$

sendo: C e n = Constantes que dependem da liga considerada; e

λ_2 = Espaçamento dendrítico secundário [μm].

O tempo local de solidificação é definido como a diferença entre o tempo de passagem da isoterma *solidus* e o tempo de passagem da isoterma *liquidus* por um determinado ponto da peça em solidificação, ou quando os parâmetros térmicos do processo de solidificação são obtidos através da consideração de frente sólido/líquido plana, pode-se definir t_{SL} como:

$$t_{SL} = \frac{\Delta T_{SL}}{\dot{T}} \tag{3.9}$$

onde: ΔT_{SL} = Intervalo de solidificação [K]; e

$\dot{T}$ = Taxa de resfriamento do sólido junto à interface sólido/líquido [K/s].

A taxa de resfriamento pode ser decomposta em:

$$\left(\frac{dT}{dt}\right)_{x=S} = \left(\frac{dT}{dx}\right)_{x=S}\left(\frac{dx}{dt}\right)_{x=S} \tag{3.10}$$

ou $$\dot{T} = G\, V \tag{3.11}$$

onde: G = Gradiente térmico no sólido [K/m];

V = Velocidade de solidificação [m/s]; e

x = Distância a partir da superfície da peça [m].

Em ausência de superaquecimento no metal líquido, tem-se:

$$k_s . G = L . \rho_s . V \tag{3.12}$$

e a combinação das equações (3.11) e (3.12), conduz a :

$$\overset{0}{T} = \frac{L . \rho_s . V^2}{k_s} \tag{3.13}$$

A partir de medidas experimentais de λ_2 , modelos de crescimento dendrítico do tipo da equação 3.8 permitem a determinação de valores de t_{SL} , que por sua vez permitem que hi seja determinado através da utilização de modelos analíticos ou numéricos de solidificação, de acordo com a seqüência esquemática mostrada na Figura 3.5. A literatura mostra um exemplo de aplicação desse tipo de método na solidificação da liga Al -4,5Cu em uma lingoteira de aço carbono. Os resultados indicaram um valor inicial de ***hi*** = 2500 W/m^2K e que após a completa formação do "gap", cai para cerca de 1000 W/m^2K [Caram, 1995].

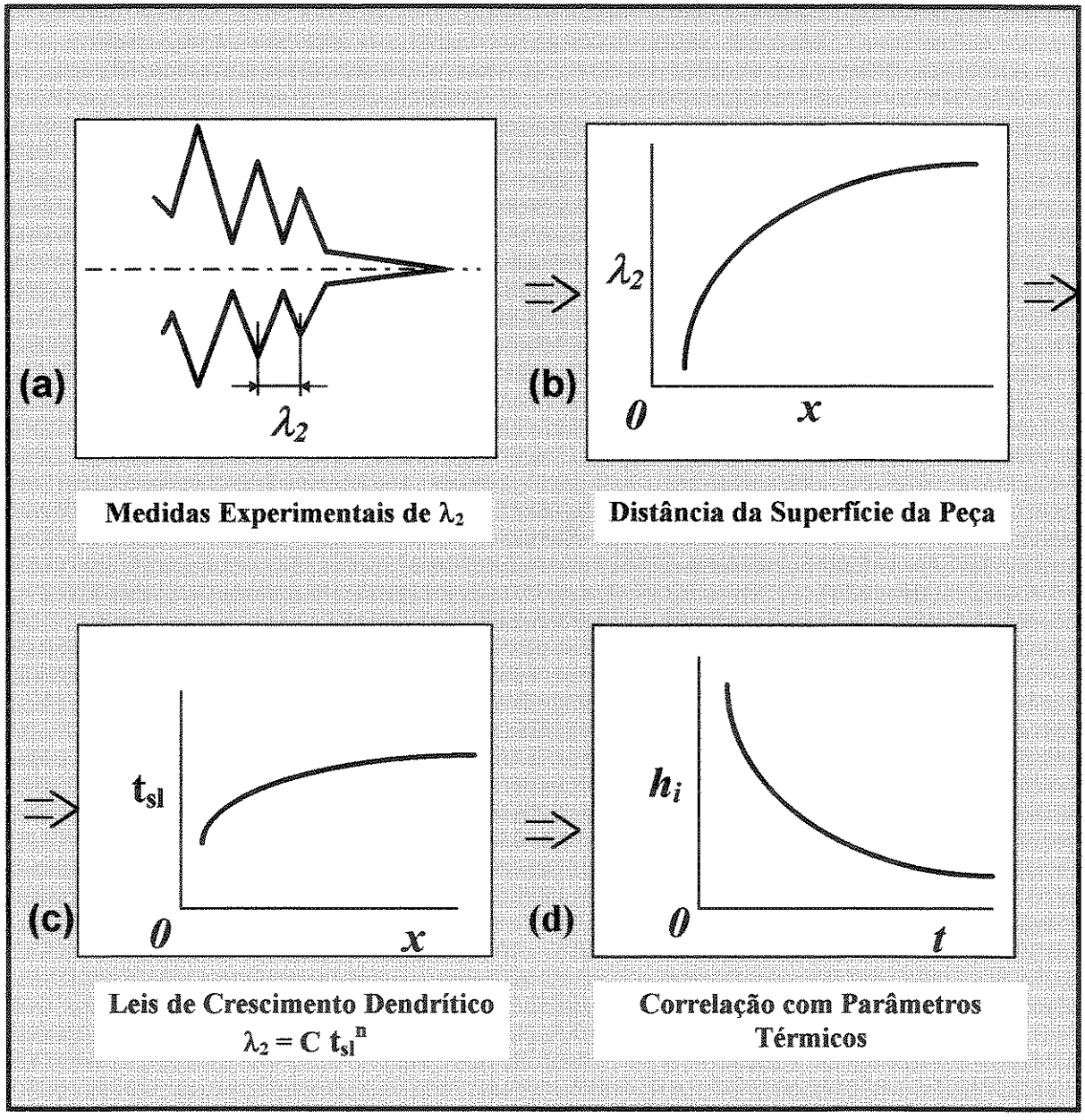


Figura 3.5 - Seqüência de Determinação Experimental de ***hi*** a Partir de Valores de λ_2 . (A) Metalografia e Medidas de λ_2 por Microscopia Óptica. (B) Variação de λ_2 da Superfície ao Centro da Peça. (C) Variação de t_{sl} da Superfície ao Centro da Peça e (D) Determinação de ***hi*** a Partir de Valores de t_{sl} utilizando-se Modelos Matemáticos de Solidificação.

3.1.1.3 - Medidas de Temperatura e Vazão em Moldes Refrigerados

[Quaresma, 1986; Irving, 1967].

A aplicação tecnológica mais importante de moldes refrigerados consiste no resfriamento primário do processo de lingotamento contínuo de metais. A caracterização de um coeficiente global de transferência de calor entre a superfície do metal e o meio de refrigeração (h_g), é fundamental para que se possa analisar a evolução da solidificação nesses tipos de molde.

No caso específico dos moldes refrigerados dos equipamentos de lingotamento contínuo de aços, esse coeficiente deve ser tal que permita que na saída do molde o lingote apresente uma camada sólida suficientemente espessa, de tal forma a apresentar resistência mecânica suficiente para suportar a pressão do metal líquido e as tensões de extração do lingote. O coeficiente h_g é um importante parâmetro de projeto, uma vez que é um indicador da quantidade de calor extraída pelo molde. A Figura 3.6 mostra uma representação esquemática de um molde refrigerado, contendo todas as resistências térmicas à passagem de calor até o fluido de refrigeração.

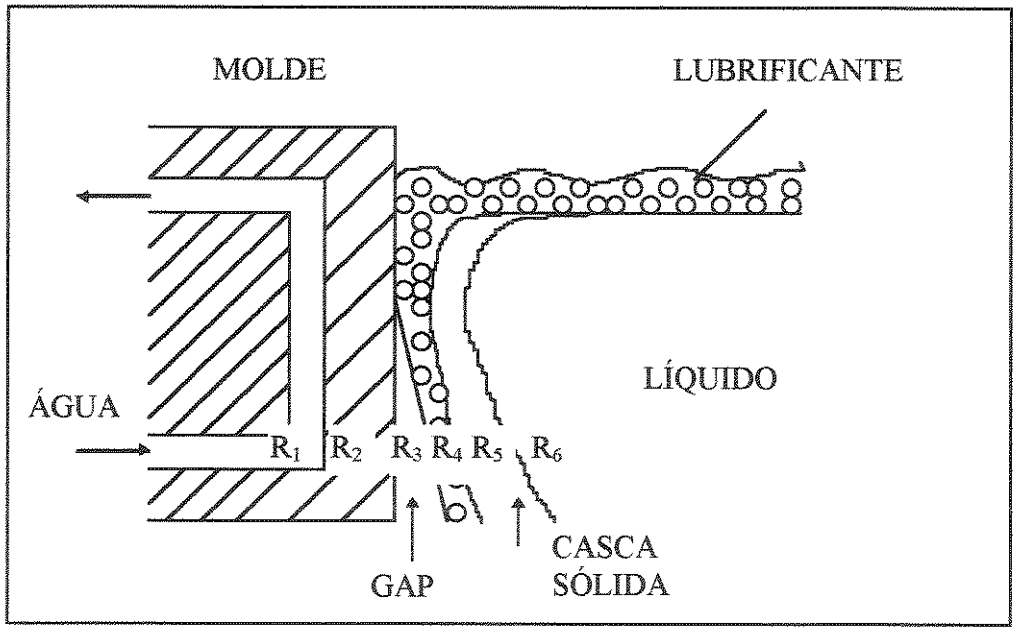


Figura 3.6 - Resistências Térmicas do Sistema Metal/Molde Refrigerado.

A resistência térmica global R_g ($R_g = 1/h_g$) desde a superfície do lingote até o meio de refrigeração, pode ser expressa por:

$$R_g = \sum_{i=1}^{4} R_i \tag{3.14}$$

onde R_1 ($R_1 = 1/h_g$) é a resistência térmica entre o fluido de refrigeração e a superfície do molde, e h_1 pode ser calculado por [Irving, 1967]:

$$\frac{h_1 \, l}{k_f} = 0{,}023(\mathrm{Re})^{0,8}(\mathrm{Pr})^{0,4} \tag{3.15}$$

ou

$$h_1 = \frac{k_f}{l} 0{,}023 \left(\frac{\rho_f w l}{\eta_f} \right)^{0,8} \left(\frac{c_f \eta_f}{k_f} \right)^{0,4} \tag{3.16}$$

onde:

Re = Número de Reynolds;

Pr = Número de Prandtl;

k_f = Condutividade térmica do fluido de refrigeração [W/mK];

c_f = Calor específico [J/kgK];

ρ_f = Massa específica [kg/m^3];

η_f = Viscosidade [kg/ms];

w = Velocidade do fluido de refrigeração [m/s];

l = Largura ou diâmetro do canal de refrigeração [m].

A resistência R_2 é a que leva em consideração a espessura da parede do molde, e é dada pela mesma relação apresentada na equação (3.1).

A resistência R_3 é decorrente da formação do "gap"de ar , e é expressa por:

$$R_3 = \frac{1}{h_k + h_r} \tag{3.17}$$

sendo

$$h_k = \frac{\delta_g}{k_g} \tag{3.18}$$

e

$$h_r = \sigma . \varepsilon . (T_{is} + T_{im})(T_{is}^2 + T_{im}^2) \tag{3.19}$$

onde:

h_k = Condutância térmica devido à condução no "gap" [W/m^{2}K];

h_r = Condutância térmica devido à radiação no "gap" [W/m^{2}K];

δ_g = Espessura do "gap" [m];

k_g = Condutividade térmica do fluido que preenche o "gap" [W/mK];

σ = Constante de Stefan-Boltzman = 5,67. 10^{-8} [W/m^2 K^4];

ε = Emissividade;

T_{is} = Temperatura da superfície do lingote [K]; e

T_{im} = Temperatura da superfície interna do molde [K].

Existem duas grandes dificuldades que impedem uma avaliação precisa desta resistência térmica. A primeira consiste no desconhecimento da evolução do "gap"ao longo do processo, e a segunda, no desconhecimento das características físicas precisas dos gases que preenchem o "gap".

A resistência térmica R_4 deve-se à camada de lubrificante ou de escória entre o lingote e o molde, e é dada por:

$$R_4 = \frac{\delta_l}{k_l} \tag{3.20}$$

onde:

δ_l = Espessura da camada de lubrificante [m];

k_l = Condutividade térmica do lubrificante [W/mK].

As resistência R_3 e R_4 são as mais significativas, mas, de qualquer forma, a dificuldade de avaliá-las independentemente faz com que a determinação da resistência térmica global (ou de h_g) constitua o procedimento mais adequado.

Um balanço térmico apropriado permite que se estabeleça a seguinte relação:

$$h_g A (T_{is} - T_o) = \dot{m} c_f (T_{fs} - T_{fe}) \qquad \textbf{(3.21)}$$

ou

$$h_g = \frac{\dot{m} c_f (T_{fs} - T_{fe})}{A (T_{is} - T_o)} \qquad \textbf{(3.22)}$$

onde: A = Área de troca térmica [m^2];

T_o = Temperatura média do fluido de refrigeração [K];

T_{fe} = Temperatura do fluido na entrada do circuito de refrigeração [K];

T_{fs} = Temperatura do fluido na saída do circuito de refrigeração [K]; e

$\dot{m}$ = Vazão do fluido de refrigeração [kg/s].

As medidas experimentais de T_{is} , T_o , $\dot{m}$, T_{fs} e T_{fe} permitem a determinação de valores de $h_g = f(t)$ em qualquer sistema de fundição com molde refrigerado. No caso de lingotamento contínuo, a movimentação do lingote em relação ao molde impede a determinação experimental de T_{is} , que deve portanto ser obtido indiretamente através de modelos matemáticos de solidificação, para então permitir a avaliação de h_g . Algumas medidas experimentais de h_g para a liga Al-4,5Cu em moldes estáticos de Cobre refrigerados a água, revelaram uma variação nos valores máximos de h_g entre 4500 W/m^2 K e 3500 W/m^2 K para a superfície interna do molde polida e "gap" preenchido respectivamente por Hélio e Ar [Quaresma, 1986].

3.1.1.4 - Confronto Teórico/Experimental de Perfis de Temperatura

[Spim, 1996; Melo, 1996].

Outra forma indireta de determinação da condutância térmica metal/molde consiste em mapear experimentalmente as temperaturas em determinados pontos do molde e da peça ao longo da solidificação e, posteriormente, confrontar os perfis de temperatura ou curvas de resfriamento experimentais com as curvas teóricas simuladas através de um modelo numérico de solidificação, que tenha sido devidamente aferido previamente. A Figura 3.7 ilustra uma seqüência deste procedimento onde se mostra a possibilidade de determinação tanto de valores médios para a condutância térmica metal/molde, quanto valores variáveis com o tempo.

Esse método de determinação de hi, em função da atual maior disponibilidade de ferramentas numéricas e de facilidades computacionais, é extremamente conveniente, principalmente quando se dispõe de um sistema de aquisição de dados para o monitorização experimental das temperaturas [Ho, 1985; Krishnan, 1996].

Dentre os métodos citados neste trabalho, esse é o único que permite também avaliar os coeficientes de transferência de calor nas zonas de resfriamento por "sprays" dos equipamentos de lingotamento contínuo [Spim, 1995 B].

Vários estudos foram desenvolvidos baseados nessa metodologia objetivando determinar a influência de fatores, como pressão, na formação do "gap" de ar na interface, chegando a conclusão de que quando se aplica pressão sobre o fundido, o contato entre as superfícies permanece perfeito, mantendo um valor de h_i elevado durante todo o processo [Nishida, 1976; Davies, 1980].

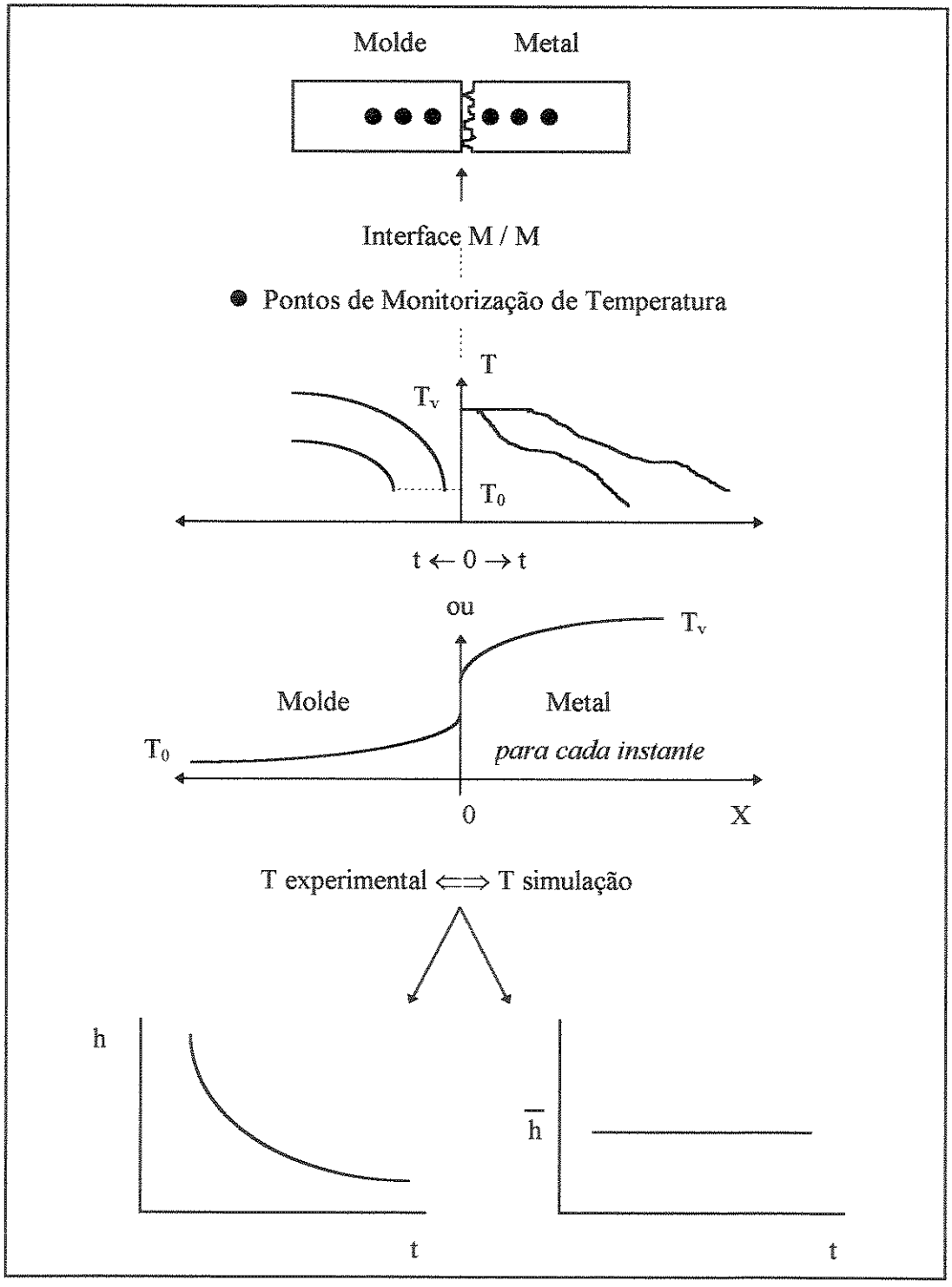


Figura 3.7.- Esquema do Procedimento de Determinação de ***hi*** através do Confronto de Temperaturas Experimentais e Simuladas.

Para o caso da pressão exercida pelo peso próprio do metal em solidificação, estudos foram efetuados para um molde cilíndrico horizontal [Huang, 1991], onde através dos resultados gerados por um modelo que determina o perfil do sistema de fundição com o aumento do "gap" em função da contração do metal, concluíram que o contato térmico na parte inferior do cilindro é melhor devido ao efeito da gravidade (peso do metal), perdendo eficiência da base para o topo, como visto na Figura 3.8, diminuindo assim o valor de h_i.

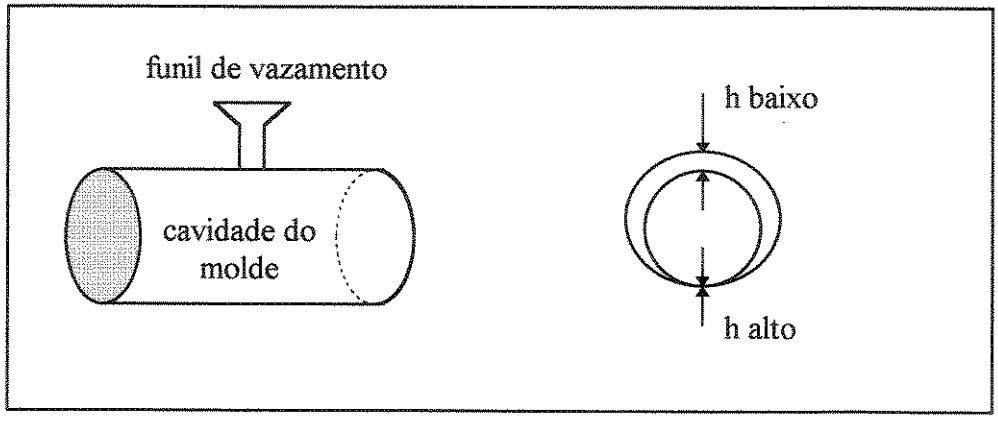


Figura 3.8 - Esquema do Sistema utilizado no Estudo, Mostrando a Variação e Distribuição do "Gap" Formado para Molde Cilíndrico Horizontal [Huang, 1991].

3.2 - Interface Molde/Ambiente

Na maioria das abordagens analíticas da solidificação é comum tratar-se o molde como sendo semi-infinito, ou seja, a temperatura da superfície externa do mesmo não apresenta variação durante todo o processo de solidificação, mantendo-se em equilíbrio com a temperatura ambiente. Porém na prática, isto raramente acontece, já que a temperatura externa da parede do molde aumenta consideravelmente durante o processo, principalmente em coquilhas. Isso deve-se ao fato de se utilizar moldes com paredes não muito espessas, objetivando reduzir custos do material para a sua confecção.

A Figura 3.9 mostra um esquema dos diferentes perfis de temperaturas para sistemas molde/ambiente em função da variação da espessura e do tipo de molde utilizado.

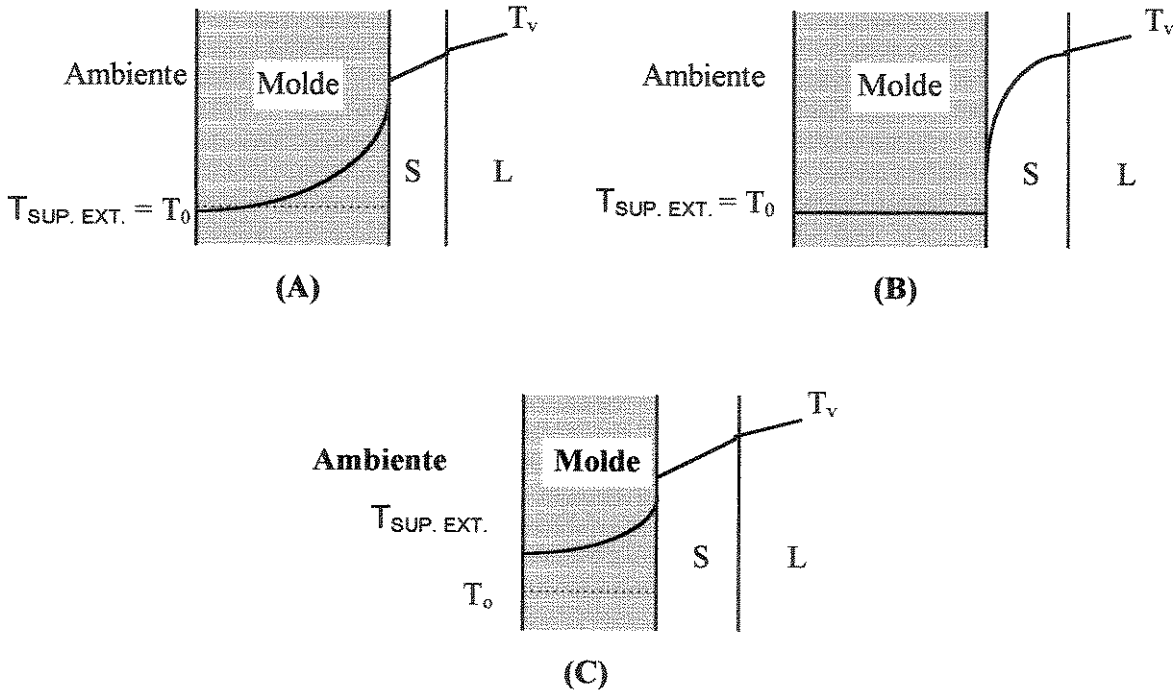


Figura 3.9 - Distribuição da Temperatura Através do Molde (A) Molde Semi-Infinito (B) Molde Refrigerado (C) Molde com Parede de Espessura Fina Apresentando Variação na Temperatura da Superficie da Parede Externa

Como a temperatura da parede externa do molde não permanece igual à temperatura ambiente, é de se esperar uma variação nas taxas de transferência de calor por radiação e convecção para com o meio ambiente. Admitindo-se que a temperatura da superficie da parede externa do molde pode ser monitorizada, pode-se calcular a taxa de transferência de calor dessa superficie para o meio ambiente. Os mecanismos de transferência de calor que ocorrem na interface molde/ambiente podem ser vistos na Figura 3.10, onde se destaca a ação conjunta da radiação e da convecção atuando sobre a parede do molde . Porém, para determinar essas taxas, torna-se necessário conhecer-se os coeficientes de transferência de calor atuantes no processo, tanto para a radiação como para a convecção.

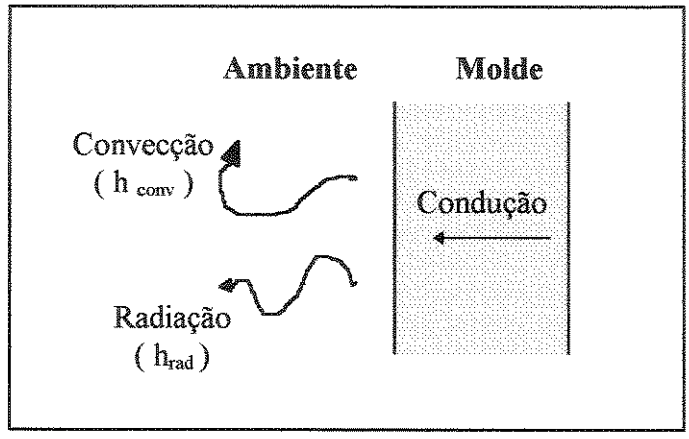


Figura 3.10 - Mecanismos de Transferência de Calor na Interface Molde/Ambiente.

Para a interface molde/ambiente, pode-se estimar com cálculos analíticos o valor de h_{amb}, dado por:

$$h_{amb} = h_{rad} + h_{conv} \tag{3.23}$$

sendo: h_{amb} = Coeficiente de transferência de calor no resfriamento da interface molde/ambiente [$W/m^2.K$];

h_{rad} = Coeficiente de transferência de calor por radiação [$W/m^2.K$]; e

h_{conv} = Coeficiente de transferência de calor por convecção [$W/m^2.K$];

Para o cálculo do coeficiente radioativo tem-se que:

$$h_{rad} = \sigma.\varepsilon.(T_s + T_0).(T_s^2 + T_0^2) \tag{3.24}$$

onde: σ = Constante de Stefan-Boltzmann;

ε = Emissividade radioativa da superficie do corpo (= 0,8 para o aço e 0,023 para o cobre) [Holman, 1983];

T_s = Temperatura da superficie do corpo [K]; e

T_0 = Temperatura do fluido de refrigeração, no caso o ar [K].

Para o cálculo do coeficiente convectivo, tem-se:

$$h_{conv} = \frac{k.Nu}{\chi} \tag{3.25}$$

para $$Nu = C.(Gr.Pr)^n \tag{3.26}$$

$$Gr = \frac{g.\gamma.\rho^2.\chi^3.(T_s - T_0)}{\eta^2} \tag{3.27}$$

$$Pr = \frac{\eta.c}{k} \tag{3.28}$$

sendo: Nu = número de Nusselt;

Gr = número de Grashof; e

Pr = número de Prandtl.

onde: η = Viscosidade do fluido de refrigeração [kg/m.s];

c = Calor específico do fluido [J/kg.K];

ρ = Massa específica do fluido [kg/m^3];

k = Condutividade térmica do fluido [W/m.K];

χ = Dimensão que se refere à distância percorrida pelo fluido de refrigeração ao passar pela superfície do corpo [m];

g = Aceleração da gravidade [9,81 m^2/s];

γ = Coeficiente de expansão térmica volumétrica, que, para o caso de gases, pode ser aproximado como $\gamma = \frac{1}{T_o}$ [K^{-1}].

Para um estudo onde o fluxo do fluido pode ser considerado laminar e a superfície do corpo está na posição vertical, considera-se para o cálculo do número de Nusselt;

$C = 0,59$; e

$n = 1/4$

As propriedades do fluido de refrigeração utilizadas nos cálculos, que no nosso caso é o ar, variam com a temperatura, sendo mostradas no apêndice"B" [Holman, 1983].

Capítulo 4

Análise Experimental

Todo o estudo do comportamento da transferência de calor nas interfaces metal/molde e molde/ambiente, bem como a implementação deste comportamento no modelo matemático, pode ser dividido em duas etapas.

A primeira parte do trabalho consiste na determinação dos coeficientes de transferência de calor nas interfaces metal/molde (h_i) e molde/ambiente (h_{amb}). O método de confronto de perfis de temperatura teórico/experimental foi escolhido devido à maior facilidade experimental e confiabilidade na análise de resultados. Outro motivo que levou a esta escolha foi a de se dispor de um modelo matemático, aferido em trabalhos anteriores [Spim, 1996 A].

Obtidos os valores dos coeficientes, a seqüência do trabalho baseia-se na implementação do modelo matemático, agora em suas formas uni e bidimensional, com as variações de h_i e h_{amb} em função do tempo e, confrontando os resultados gerados pelo mesmo com resultados experimentais, demonstrar a eficiência do método, além de reafirmar que o emprego de modelos matemáticos na simulação dos processos de solidificação de metais torna-se uma ferramenta extremamente confiável e necessária.

4.1 - O Aparato Experimental Unidimensional

Para determinação dos coeficientes nas interfaces, utilizou-se um molde de geometria regular (molde plano com seções transversais retangular), sendo uma das faces de material condutor, ou seja, um absorvedor de calor, e as outras faces de material isolante, forçando assim um fluxo de calor unidimensional no sistema. Intercambiando paredes de aço e cobre com diferentes espessuras, analisou-se a influência destas na formação do "gap" e no comportamento da temperatura da superfície externa do molde.

Todo o conjunto experimental utilizado nesta parte do trabalho está exposto na Figura 4.1, constituindo-se de :

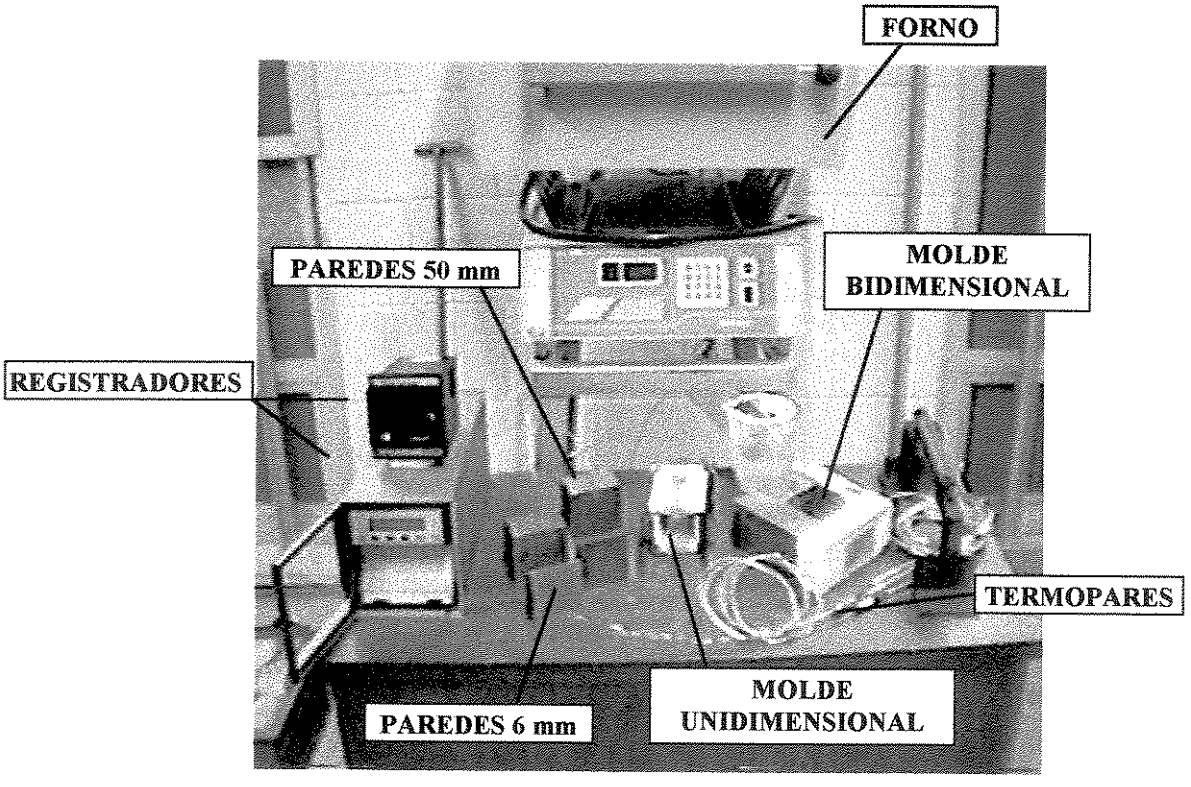


Figura 4.1 - Foto Mostrando todos os Componentes Utilizados nos Ensaios Práticos em Laboratório para Estudar a Influência de h_i , Dentre os quais podem ser Destacados o Molde, o Forno, as Paredes de Aço e Cobre com Espessuras de 6 e 50 mm, respectivamente.

↳ Molde com fluxo de calor unidimensional, sendo apenas uma das faces deste molde de material condutor de calor, e todas as outras faces de uma placa isolante à base de sílica. O molde contém um orifício na base superior, funcionando tal qual um funil de vazamento. Desta maneira, elimina-se também a troca externa de calor com o meio na parte superior do sistema. A unidirecionalidade do sistema foi comprovada através da macroestrutura resultante no lingote formado, conforme mostra a Figura 4.2:

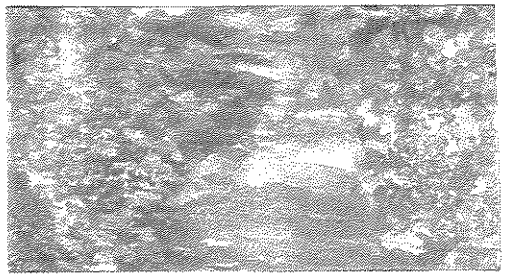


Figura 4.2 - Macroestrutura do Lingote obtido no Sistema de Fundição Unidimensional (Ataque: Persulfato de Amônia)

↳ Forno tipo mufla, da marca EDG, com temperatura máxima permitida da 1100° C e escala de temperatura de 50 em 50° C. O interior do mesmo é revestido com placas refratárias, mantendo a temperatura interna bastante uniforme. Utilizou-se este forno para fundir a liga de trabalho;

↳ Liga de trabalho Sn 10% Pb, sendo escolhida devido ao fato da mesma possuir um baixo ponto de fusão. Outros motivos que levaram à escolha desta liga foram o intervalo de transformação de fase relativamente grande que possui, facilitando o monitoramento das temperaturas em cada fase e a disponibilidade de suas propriedades termofísicas na literatura especializada. Para certificarmos que a liga de trabalho realmente consistia de Sn 10 % Pb, realizou-se antes dos experimentos a obtenção da curva de resfriamento da mesma(Figura 4.3).

As condições de resfriamento do sistema foram cuidadosamente controladas, forçando um resfriamento lento, aproximando ao máximo das condições de equilíbrio do sistema Sn/Pb. Através desta curva, obteve-se as temperaturas de transformação das fases sólida e líquida, comprovando os resultados com as características obtidas da literatura.

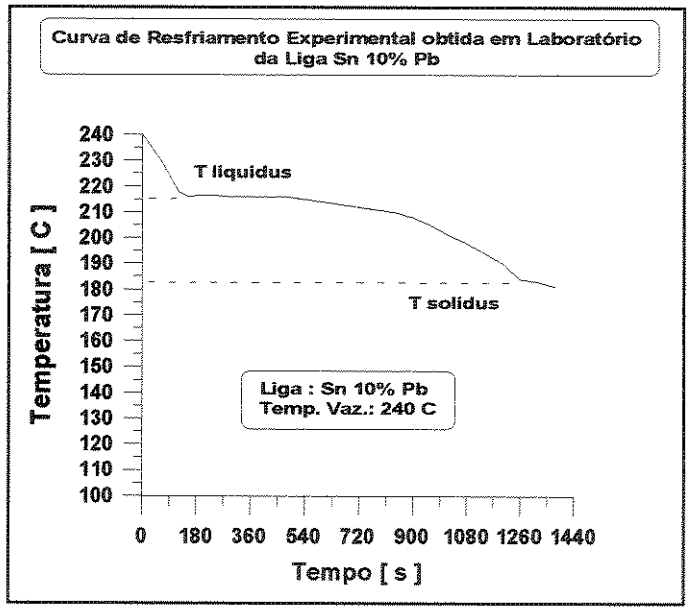


Figura 4.3 - Curva de Resfriamento Obtida em Laboratório, da Liga de Trabalho Sn 10 % Pb

↳ Duas paredes de 50 mm de espessura, sendo uma de aço 1060, feita a partir de uma chapa de aço comercial de espessura 2'' (5,08 cm), usinada em fresa de topo e a outra parede de cobre comercialmente puro, feita a partir de um tarugo de cobre de 6'' (15,24 cm), sendo posteriormente usinada também em fresa de topo. As duas paredes receberam acabamento com lixa 120 para retirada de rebarbas e cantos vivos. Os furos para colocação dos termopares de diâmetro 1,5 mm foram usinados com brocas de diâmetros 1,6 mm, conseguindo uma profundidade de 31 mm a partir do topo das paredes, conforme pode ser visto na Figura 4.4;

↳ Duas paredes de espessura 6 mm dos mesmos materiais e acabamento conforme item descrito anteriormente;

↳ Registrador gráfico de seis canais, modelo MT 566, que possibilita a leitura de 6 termopares simultaneamente, todos com diferentes escalas de temperatura. Isto se torna extremamente útil quando se pretende monitorizar temperaturas em diferentes posições no sistema global, podendo regular faixas de temperatura diferentes para cada termopar. O registrador também permite regulagem na velocidade de impressão gráfica, possibilitando maior precisão da monitorização das temperaturas em função do tempo;

↳ Registrador digital para acompanhamento da temperatura de vazamento do metal líquido. Neste registrador, está acoplado um termopar do tipo K (Cromel Alumel) de diâmetro 1,5 mm, revestido em bainha de aço inox. A variação da temperatura de vazamento se deu em torno de $\pm 3\ ^{0}C$;

↳ Termopares tipo K (Cromel Alumel), de diâmetro 1,6 mm com bainha de inox, para monitorização das temperaturas do sistema. Utilizaram-se estes termopares devido ao fato de possibilitarem leituras de 0 a 1280° C, e apresentarem uma variação de leitura de $\pm 2\ ^{0}C$;

↳ Cadinho de grafita, revestido internamente com uma camada fina de alumina evitando assim, uma possível interação do metal com a parede do cadinho;

↳ Haste de aço inox, também revestida com alumina, para agitação da liga; e

↳ Espátula de aço inox para retirada de camadas de óxido formadas na superfície do metal líquido antes do vazamento.

Para determinar a variação de h_i , utilizaram-se paredes com espessura de 50 mm, tanto para o cobre como para o aço. O uso das paredes de grande espessura (molde semi-infinito) torna-se necessário para que não ocorra variação da temperatura da superfície externa do molde, eliminando assim o efeito da variação de troca térmica com o meio ambiente (h_{amb}).

O ensaio experimental consistiu da obtenção dos perfis de temperatura durante solidificação da liga Sn 10% Pb, cujas características termofísicas são mostradas no apêndice "A", no sistema de fundição unidimensional. Vazou-se a liga com temperatura de 255° C na cavidade interna do molde, estando este à temperatura ambiente. Através de termopares estrategicamente localizados, conforme Figura 4.4, monitorizou-se todo o processo, obtendo curvas do tipo Tx t.

Ensaios em Laboratório

Ensaio A - Parede: Aço com espessura 50 mm.

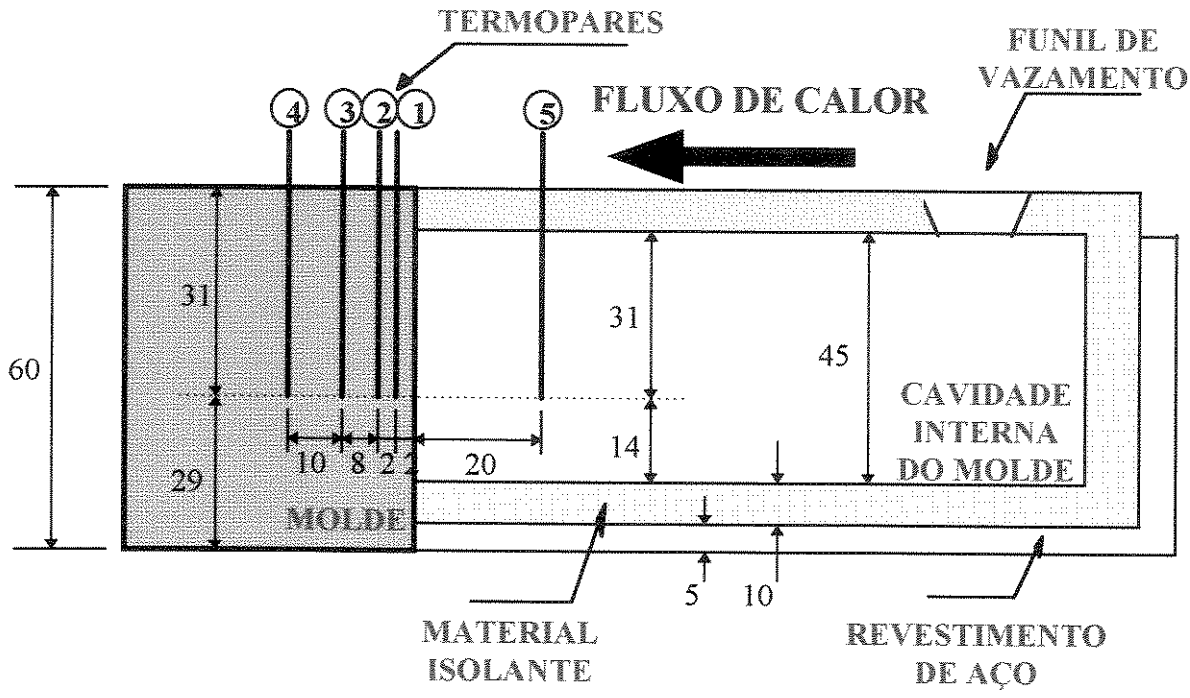
O primeiro ensaio realizado em laboratório refere-se à solidificação de Sn 10% Pb no interior do molde e posterior acompanhamento da evolução das temperaturas na parede do molde de espessura 50 mm. Nesse ensaio, foram obtidos os resultados de quatro termopares localizados no molde (Figura 4.4), bem como a leitura de um termopar localizado rente à superfície externa do molde, verificando que realmente não houve variação dessa temperatura durante a solidificação total da liga.

Em todos os ensaios o metal líquido foi vazado a uma temperatura de 255 ^{0}C, ou seja, um superaquecimento de aproximadamente 40 ^{0}C. Antes do vazamento, a liga foi agitada e a camada de escória formada na superfície do metal líquido foi retirada com uma espátula. Neste experimento verificou-se uma rápida solidificação do metal devido a grande taxa de extração de calor pelo molde.

Ensaio B - Parede: Cobre com espessura 50 mm.

Este experimento foi idêntico ao ensaio A, porém um registro de informações de um termopar localizado no interior do metal foi feito, possibilitando assim, avaliar a evolução da solidificação do metal a uma distância de 20 mm da interface metal/molde.

(A) Elevação



(B) Planta

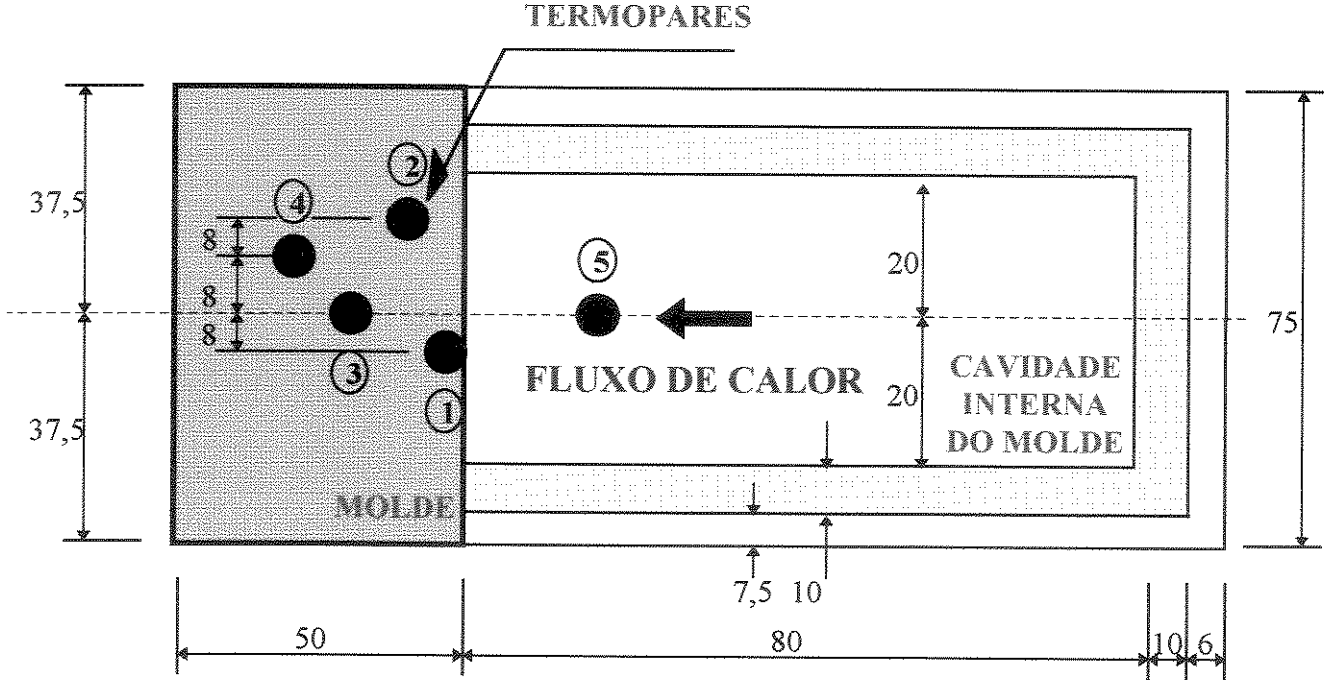


Figura 4.4 - Representação Esquemática do Sistema Experimental Unidimensional com Paredes do Molde de Espessura 50 mm para Determinação da Variação de h_i
(A) Elevação (B) Planta [medidas em mm].

Para obtenção dos perfis de temperatura através do modelo matemático, aplicou-se o mapa de diferenças finitas no conjunto global, como pode ser visto a seguir:

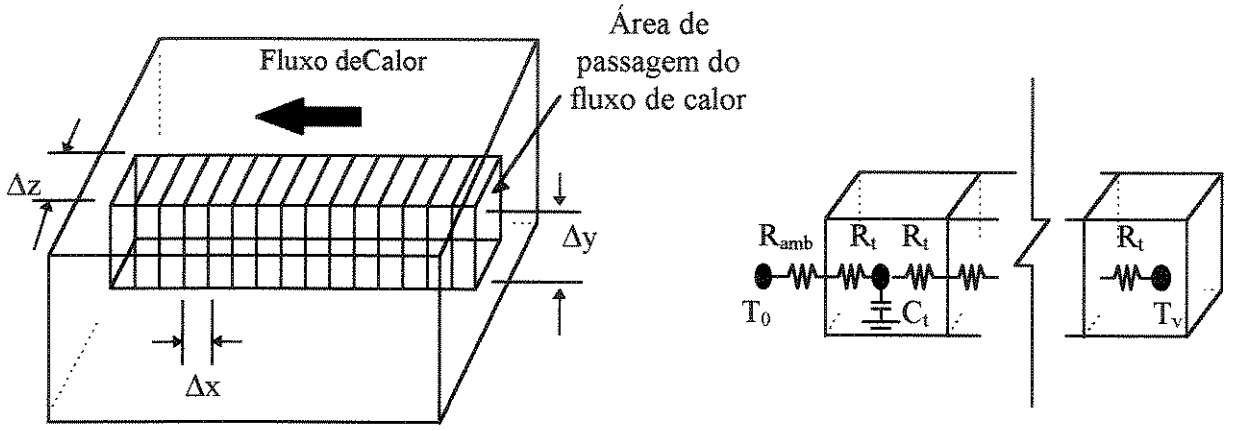


Figura 4.5 - Sistema Unidimensional com a Disposição das Malhas do Método de Diferenças Finitas e a Analogia Elétrica/Térmica.

Para a simulação, admitiram-se algumas condições iniciais necessárias para a melhor representação do sistema real, podendo-se citar:

- Preenchimento instantâneo do molde;
- Ausência de correntes convectivas no metal líquido;
- Fluxo unidimensional de calor;
- Propriedades termofisicas da liga variando com a temperatura;
- Propriedades constantes para o material do molde; e
- "Gap" de ar formado após alguns segundos do molde preenchido.

Confrontando os perfis de temperatura teórico/experimentais para cada instante de tempo, obtêm-se os valores de h_i na melhor superposição dos perfis nestes instantes, conseguindo, desta forma, obter a variação de h_i em função do tempo e determinar uma equação que descreva este fenômeno.

Ainda dentro desta parte do trabalho, analisou-se o efeito de paredes de aço e cobre, ambas com espessura de 6 mm, na evolução global da solidificação. Nestas experiências, o objetivo principal era monitorizar, além do comportamento térmico do metal e do molde, a variação da temperatura da superfície externa do molde, possibilitando calcular a variação do coeficiente de transferência de calor na interface molde/ambiente. Posicionou-se um termopar rente à superfície do molde, e além destes, também, termopares a 10 e 20 mm desta, monitorizando-se a temperatura também na região próxima da parede.

Realizaram-se dois experimentos nesta etapa, analisando a influência de diferentes materiais de molde, obtendo perfis de temperaturas tanto no metal como no molde, além das temperaturas externas à parede.

Ensaio C - Parede: Aço com Espessura 6 mm

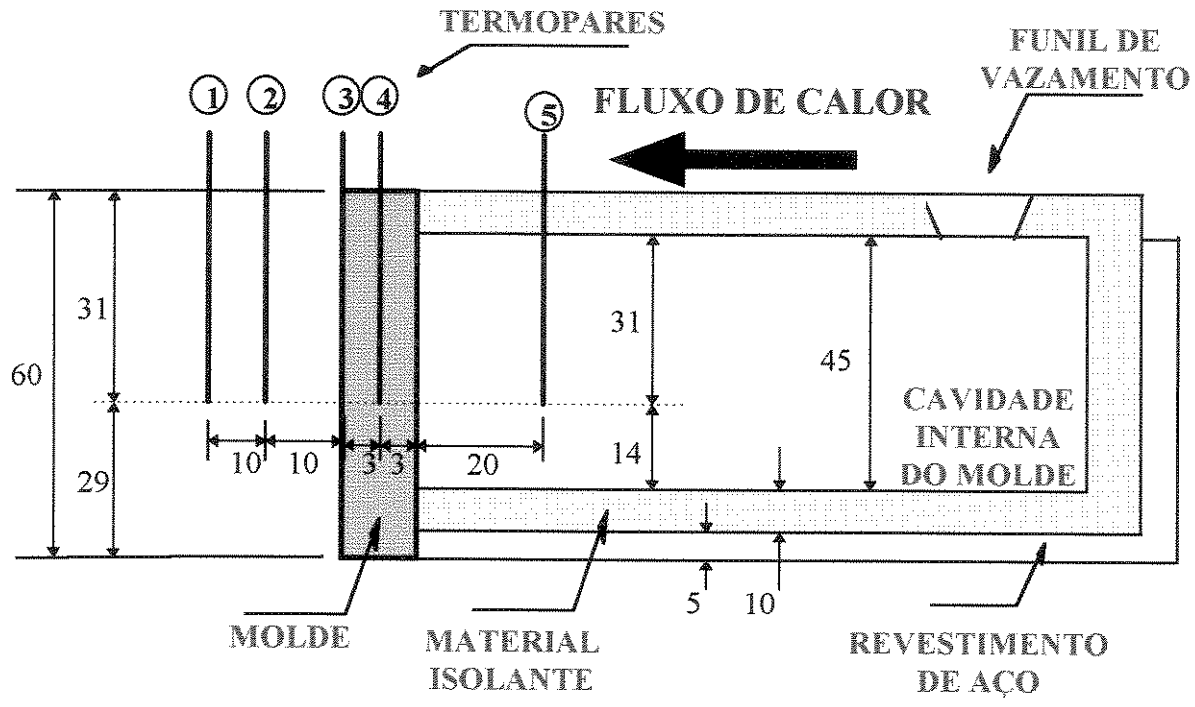
O experimento consistiu da solidificação da liga no sistema de fundição mostrado na Figura 4.6. Posicionou-se um termopar no metal, um no molde, um na superfície externa do molde e os outros na região externa do sistema. O metal líquido foi vazado a uma temperatura de 225° C, e pôde-se observar que o tempo total de solidificação aumentou significativamente em relação aos ensaios A e B.

Ensaio D - Parede: Cobre com Espessura 6 mm.

Este experimento foi idêntico ao ensaio C.

O esquema representativo do sistema experimental utilizado nos ensaios C e D pode ser visto na Figura 4.6, onde se observa a parede do molde com espessura de 6 mm, além das posições onde os termopares foram localizados, permitindo assim um mapeamento completo de todo o sistema.

(A) Elevação



(B) Planta

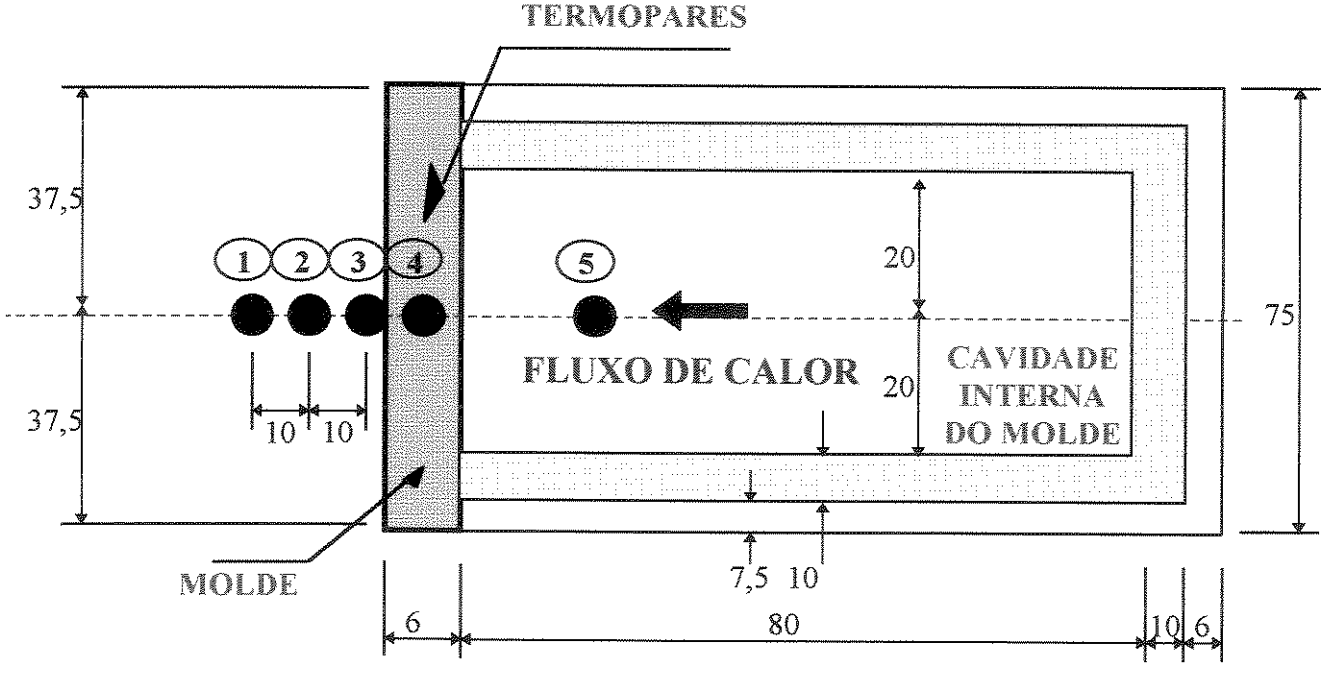


Figura 4.6 - Representação Esquemática do Sistema Experimental Unidimensional com Paredes do Molde de Espessura 6 mm para Determinação da Variação de h_{amb} (A) Elevação (B) Planta [medidas em mm].

Metodologia de Ensaio

Na seqüência, apresenta-se o roteiro técnico do ensaio prático realizado em laboratório:

↳ Fusão, no forno, do metal de ensaio no interior do cadinho de grafita, mantido a uma temperatura maior que a estipulada para o vazamento;

↳ Com auxilio de uma espátula, agita- se a liga fundida, forçando uma melhor mistura dos componentes e a homogeneização da temperatura do banho;

↳ Com o indicador digital de temperatura, conhece-se a temperatura de vazamento do metal líquido e o seu superaquecimento;

↳ Vaza-se o metal líquido no interior da cavidade do molde, estando os termopares localizados nas posições de interesse e o registrador gráfico devidamente acionado;

↳ Acompanha-se a evolução térmica dos pontos selecionados;

↳ Fecha-se o ensaio com as curvas de resfriamento da liga e curvas de aquecimento do molde obtidas no registrador gráfico; e

↳ Faz-se macrografia da secção longitudinal do lingote formado confirmando a direção do fluxo de calor.

O esboço representativo do equipamento experimental utilizado nesta parte do trabalho está mostrado na Figura 4.7.

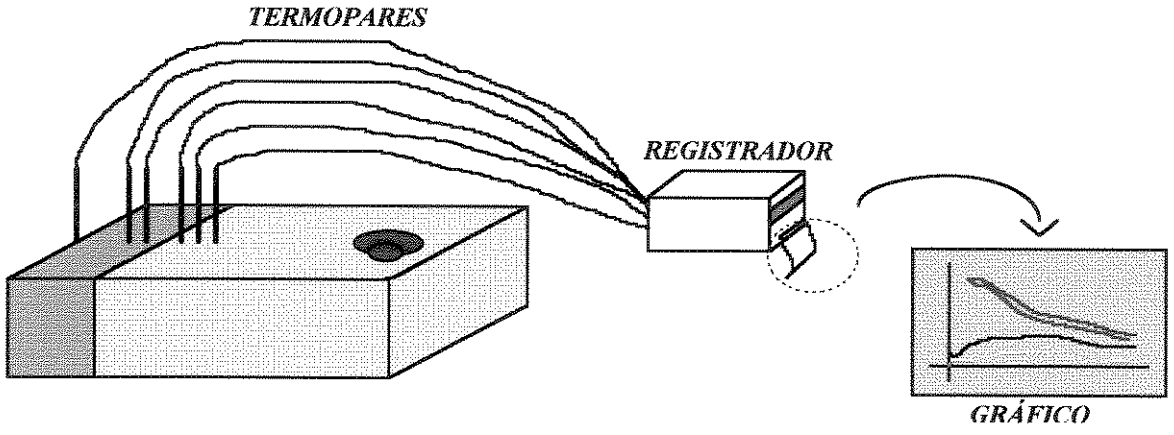


Figura 4.7 - Esboço do Aparato Experimental Utilizado e Seqüência de Ensaio.

4.2 - O Aparato Experimental Bidimensional

Após obtidas as equações da variação de h_i e h_{amb} durante o processo de solidificação, incrementaram-nas ao modelo matemático agora em sua forma bidimensional. Para a aferição do modelo em laboratório, confirmando que as mudanças feitas foram satisfatórias, optou- se por um molde bidimensional de geometria regular (plano com secções transversais retangulares), constituído por uma parede de aço, uma parede de cobre e as outras duas e o fundo isolados. Analisou-se a evolução da solidificação para paredes com espessura de 50 mm e 6 mm. Todo equipamento utilizado nesta etapa, está mostrado na Figura 4.8, sendo :

- Molde com fluxo de calor bidimensional;
- Forno para fundir a liga;
- Liga de trabalho Sn 10% Pb;

↳ Duas paredes de 50 mm de espessura, sendo uma de aço 1060 e a outra de cobre comercialmente puro, ambas com acabamento superficial de usinagem convencional (fresa), recebendo apenas um melhor acabamento com lixa 120 para retirada de rebarbas;

↳ Duas paredes de espessura 6 mm dos mesmos materiais e acabamento conforme item descrito anteriormente;

↳ Registrador gráfico de seis canais, modelo MT 566, para monitorização das temperaturas no sistema de fundição;

↳ Registrador digital para acompanhamento da temperatura de vazamento do metal líquido;

↳ Termopares tipo K, de diâmetro 1,6 mm para coleta das temperaturas do sistema;

↳ Cadinho de grafita.

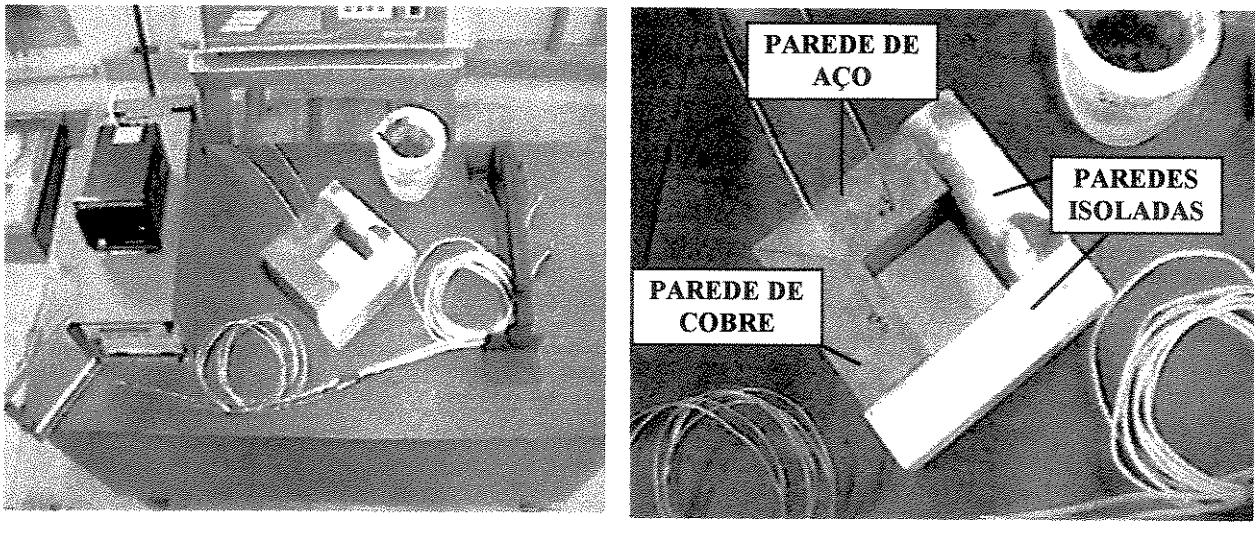


Figura 4.8 - Foto Mostrando todos os Componentes Utilizados nos Ensaios Práticos em Laboratório para Confronto com os Resultados Gerados pelo Modelo Bidimensional.

As representações esquemáticas dos sistemas de fundição utilizados estão mostradas nas Figuras 4.9 e 4.10, enfatizando a localização dos termopares tanto no metal como no molde.

Ensaio E - Parede: Aço e Cobre com Espessura 50 mm.

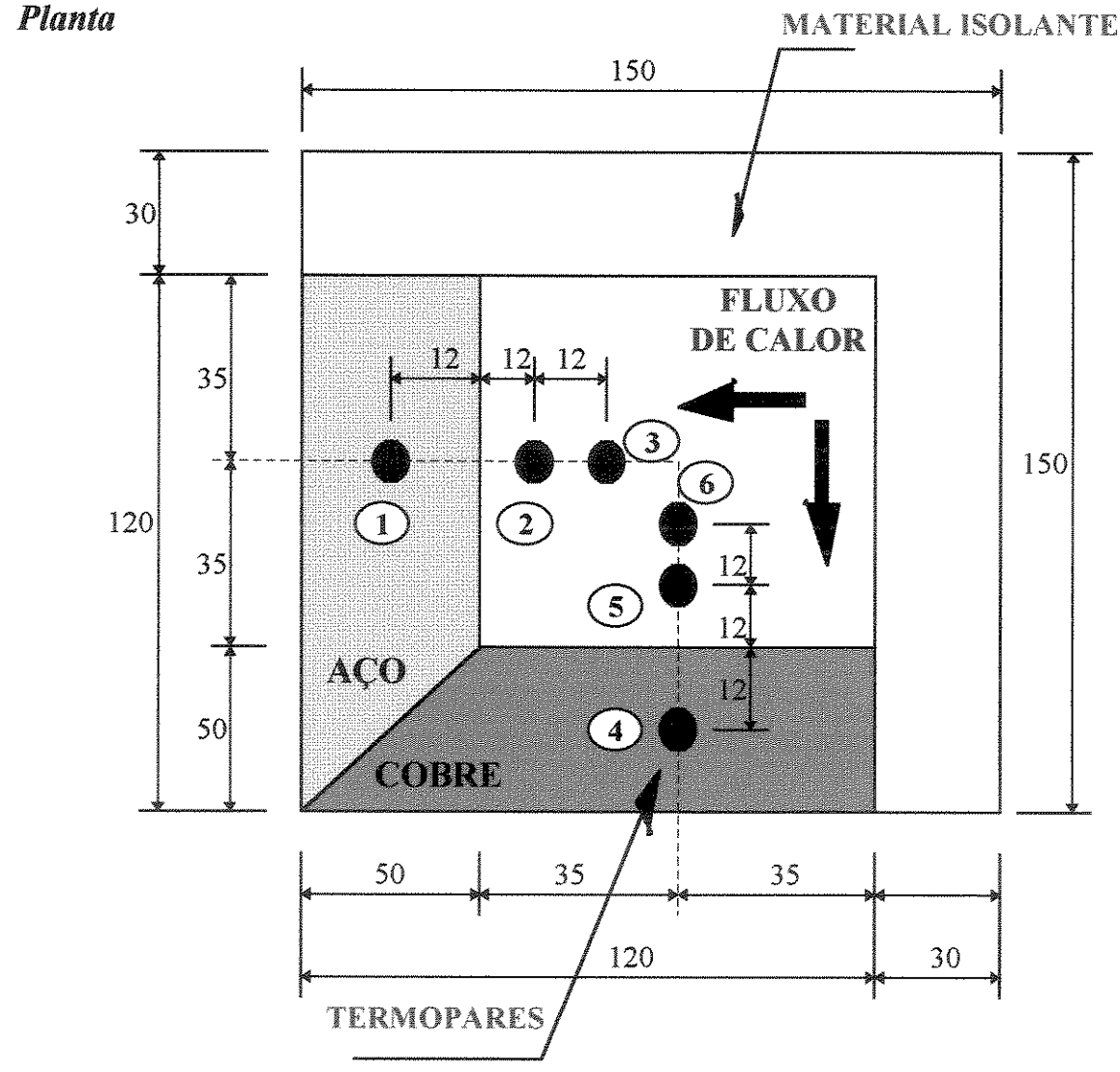


Figura 4.9 - Representação Esquemática do Sistema Experimental Bidimensional com Paredes do Molde de Espessura 50 mm Utilizado para Comparação com Resultados de Simulação [medidas em mm].

Ensaio F - Parede: Aço e Cobre com Espessura 6 mm.

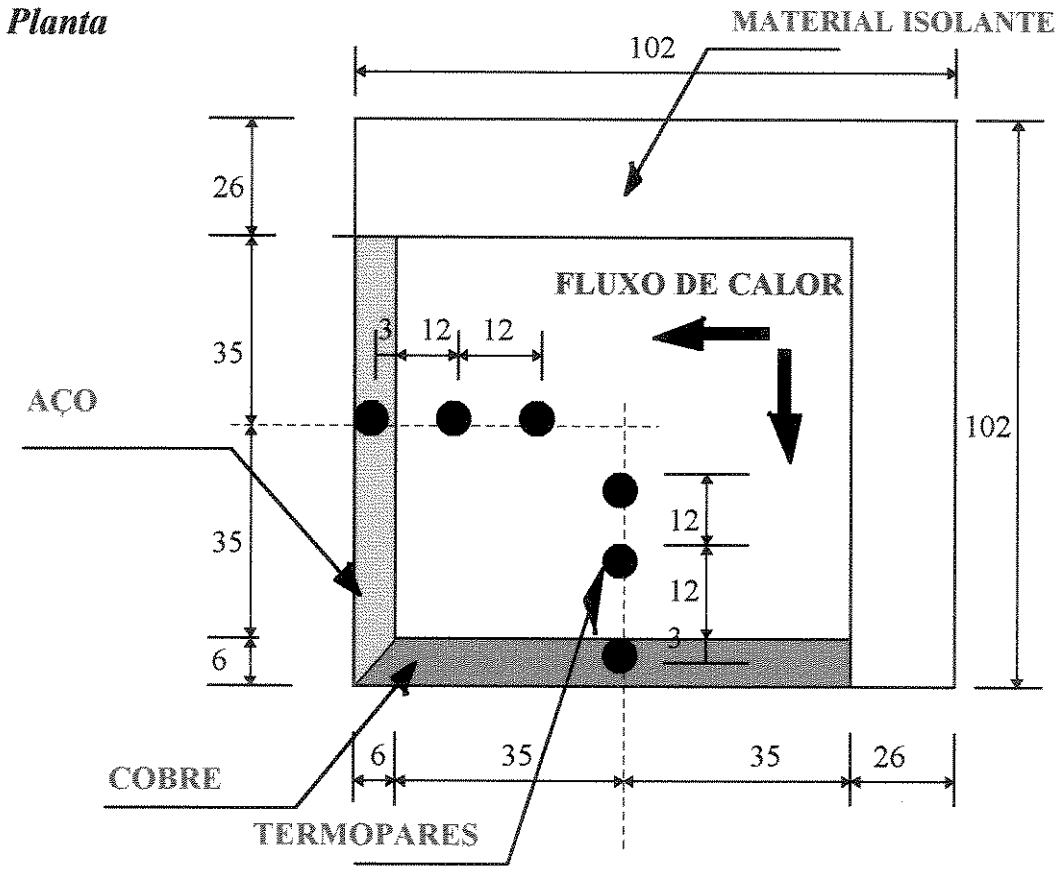


Figura 4.10 - Representação Esquemática do Sistema Experimental Bidimensional com Paredes do Molde de Espessura 6 mm Utilizado para Comparação com Resultados de Simulação [medidas em mm].

Para confrontar os resultados gerados pelo modelo com os resultados obtidos pelo ensaio experimental aplicou-se o mapa de diferenças finitas no sistema, além da analogia elétrica/térmica, conforme pode ser visto na Figura 4.11. As condições iniciais adotadas para as simulações são idênticas às descritas no sistema unidimensional, exceto no que diz respeito ao fluxo de calor. O roteiro técnico do ensaio prático realizado no laboratório pode ser o mesmo descrito anteriormente.

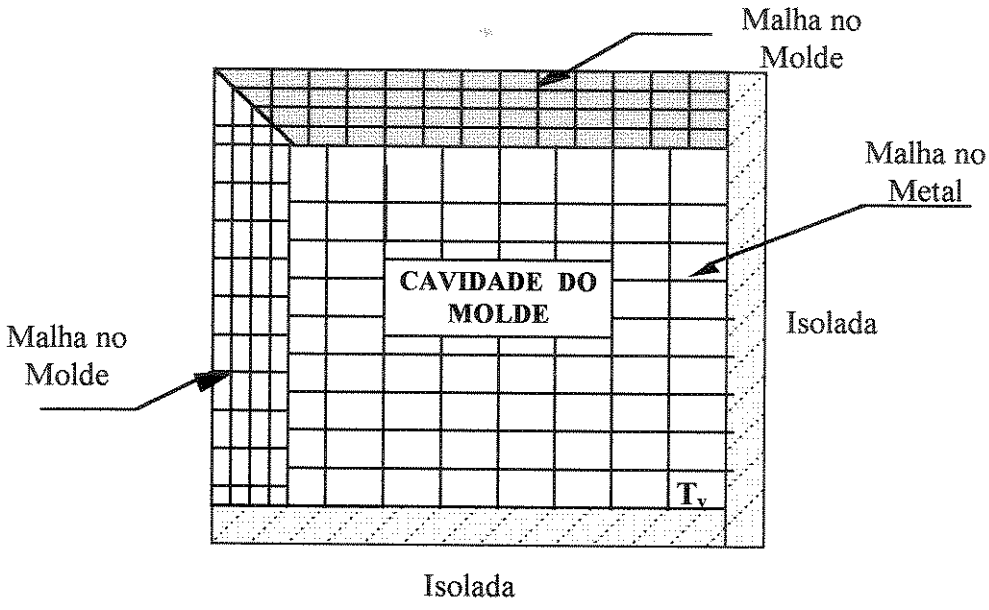


Figura 4.11 - Sistema Bidimensional com a Disposição das Malhas do Método de Diferenças Finitas.

O esquema representativo do ensaio prático em laboratório está mostrado na Figura 4.12, destacando os termopares e as curvas T x t obtidas pelo registrador gráfico.

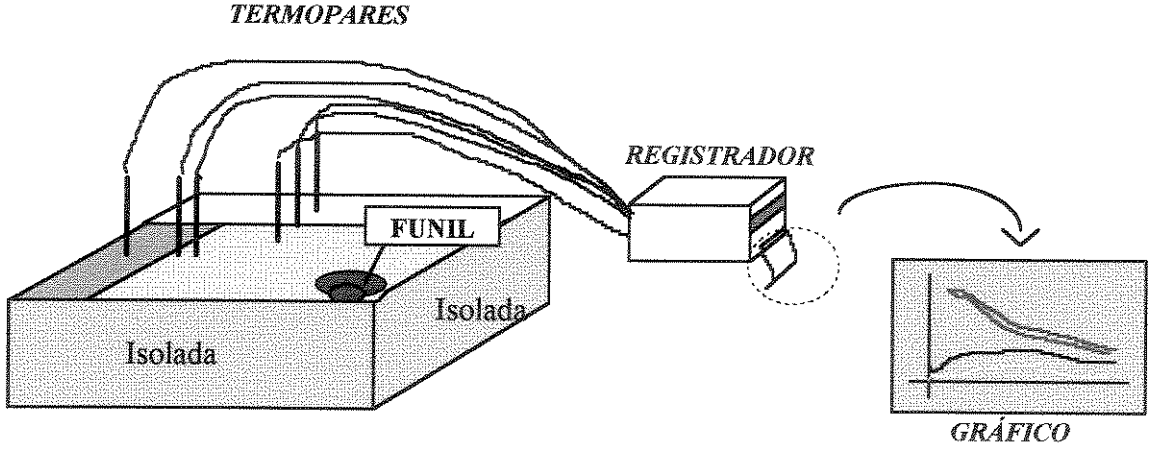


Figura 4.12 - Esboço do Aparato Experimental Utilizado e Seqüência de Ensaio

No ensaio E, que consistiu do vazamento da liga no molde bidimensional com paredes de espessuras de 50 mm, conseguiu-se coletar as temperaturas em todos os termopares, porém no ensaio F, com paredes de 6 mm de espessura, foram registradas apenas temperaturas no metal.

A macroestrutura resultante da solidificação da liga Sn 10% Pb no sistema experimental bidimensional pode ser vista na Figura 4.13, onde observa-se claramente as duas direções de retirada de calor. Para o caso da macrografia mostrada, utilizou-se uma parede de cobre e outra de aço, e pode-se notar que na direção da parede de cobre, os grão cristalinos têm tamanhos menores, o que acontece devido à maior taxa de extração de calor por parte do cobre e maior velocidade de solidificação nesta direção.

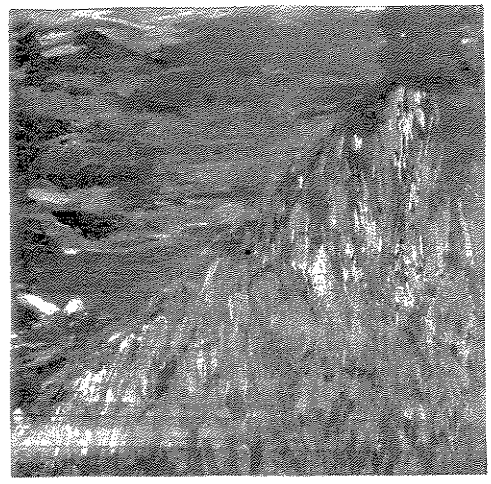


Figura 4.13 - Macroestrutura do Lingote obtido no Sistema de Fundição Bidimensional (Ataque: Persulfato de Amônia)

Capítulo 5

Resultados e Discussões

5.1 - Determinação dos Coeficientes de Transferência de Calor na Interface Metal/Molde (h_i) através do Método de Confronto de Perfis de Temperatura

Com o objetivo de validar a metodologia utilizada e descrita em capítulos anteriores, utilizou-se um sistema experimental unidimensional, através do qual se analisou todo o comportamento da solidificação no sistema metal/molde. Para a determinação dos valores dos coeficientes de transferência de calor na interface metal/molde através da metodologia de confronto de perfis de temperaturas teórico/experimental para cada instante, utilizaram-se, inicialmente, moldes de aço e cobre suficientemente espessos a ponto de não ocorrer variação na temperatura da superfície externa do molde. Em relação ao acabamento superficial da parede interna do molde, tentou-se aproximá-lo ao máximo do utilizado em uma indústria de fundição, visando ajustar as condições experimentais à realidade industrial.

Para o caso do ensaio A, onde se solidificou a liga de trabalho em um molde com parede de aço, obteve-se experimentalmente os perfis térmicos para os termopares localizados no molde, conforme pode ser visto na Figura 5.1. As variações da temperatura para os instantes iniciais do processo devem-se ao fato do metal líquido ser vazado na cavidade interna do molde, gerando oscilações nas leituras dos termopares, isto em função da maior turbulência inicial do vazamento e das decorrentes flutuações térmicas no metal e seus reflexos nas temperaturas do molde.

Pode-se notar que este efeito é mais visível nos registros dos termopares mais próximos da interface metal/molde e atenuado nos termopares mais distantes em função da maior tendência de homogeneidade na temperatura do metal que se segue à turbulência do vazamento. Nas figuras, as setas indicam o tempo em que ocorreu o final da solidificação, a 20 mm da interface metal/molde.

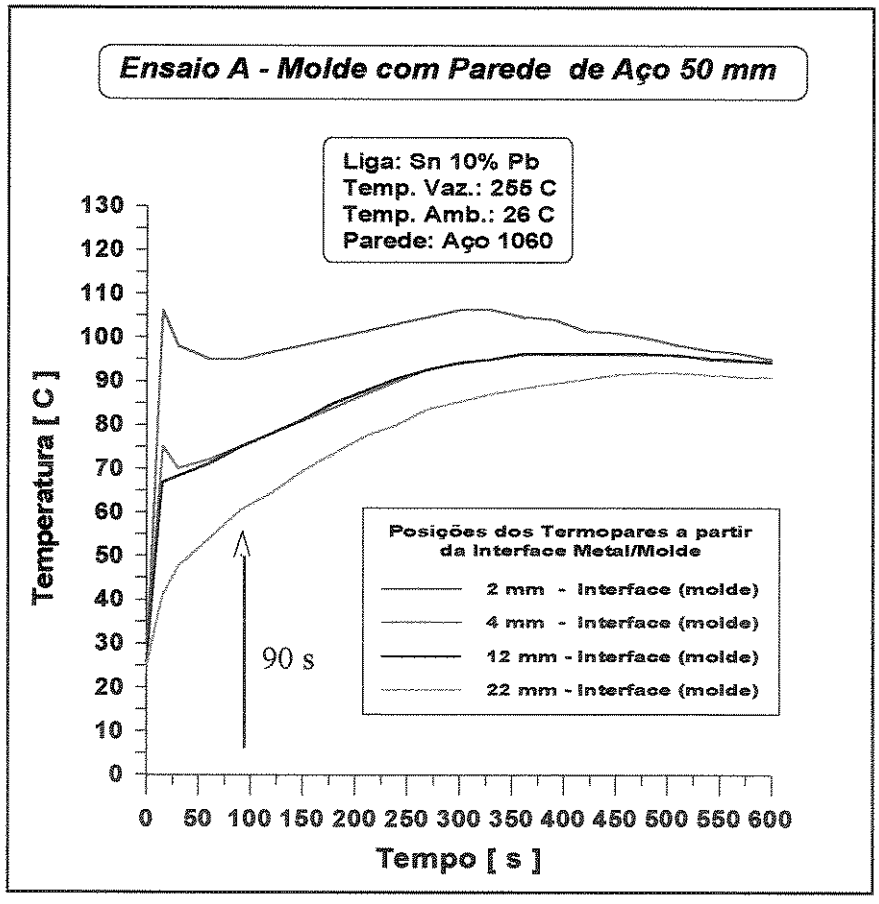


Figura 5.1 - Curvas Experimentais de Temperaturas para o Ensaio A (Termopares no Molde).

Através do confronto dos perfis, foi possível determinar a variação do coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde, como mostrado na Figura 5.2. Verificou-se uma variação brusca na curva representativa do comportamento de h_i , apresentando valores elevados no início do processo de solidificação devido ao melhor contato térmico metal

líquido/molde e decrescendo rapidamente com a evolução da solidificação e conseqüente formação do "gap" de ar.

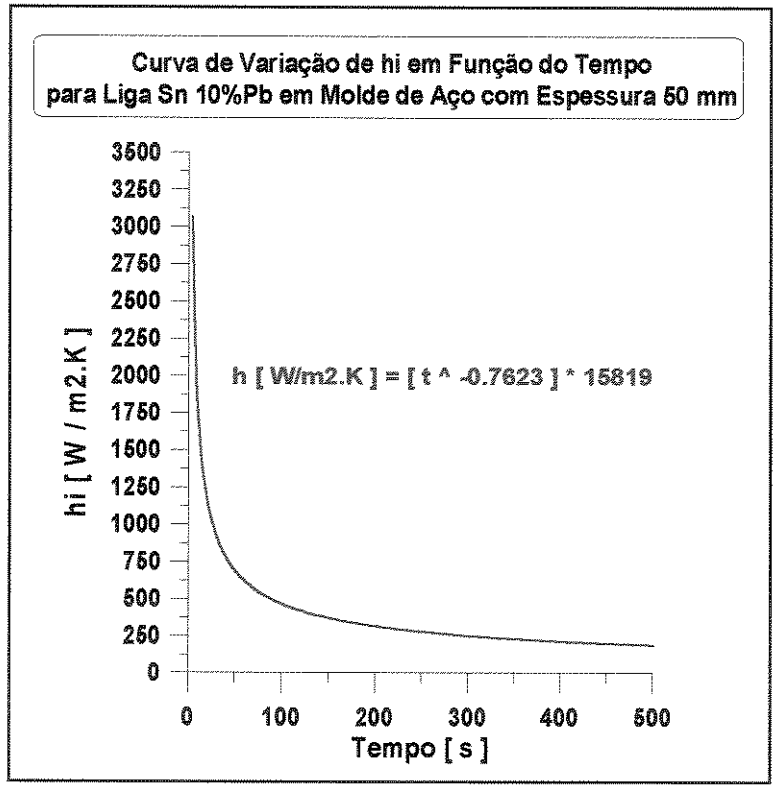


Figura 5.2 - Curva da Variação de hi em Função do Tempo para o Ensaio A

O confronto das Figuras 5.1 e 5.2 permite observar que h_i parte de valores próximos a 3000 W/m^2.K no início do processo, atinge um valor em torno de 600 W/m^2.K quando a isoterma "solidus" atinge uma posição a 20 mm da interface apresentando em seguida uma tendência de estabilização, próximo de 250 W/m^2.K. Isto demonstra a importância de se conhecer a variação real de h_i para peças de paredes finas enquanto que para peças mais espessas, adotar simplesmente um valor constante pode ser suficiente para analisar-se a evolução global da solidificação.

Como a variação de h_i mostrada na Figura 5.2 foi obtida pelo confronto teórico/experimental da evolução das temperaturas em diferentes pontos no interior do molde, consequentemente, ela representa uma média dos valores obtidos pelo confronto em cada

posição particular. As diferenças que se verificam decorrem principalmente da variação das propriedades termofísicas com a temperatura, e que são assumidas como constantes por ocasião dos cálculos teóricos através do modelo matemático. Nestas condições, torna-se interessante analisar o reflexo destes valores médios de h_i no que diz respeito à previsão dos resultados simulados.

A implementação da variação de $h_i = F(t)$, através da equação descrita na Figura 5.2 no modelo matemático permite que se faça uma comparação entre resultados experimentais e teóricos. O gráfico da Figura 5.3 mostra este tipo de comparações para dois pontos localizados no molde, estando estes a 12 e 20 mm da interface metal/molde. As diferenças observadas entre as curvas experimentais e simuladas devem-se às razões mencionadas anteriormente. Mesmo assim, observa-se a consistência do modelo com a realidade experimental.

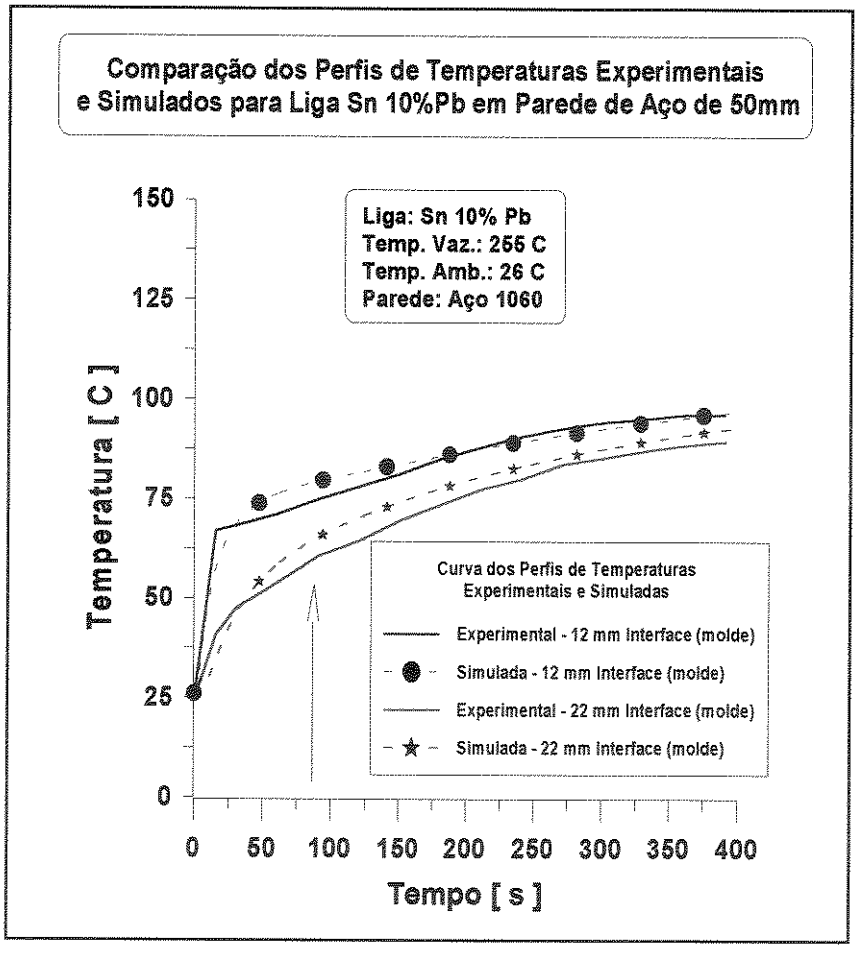


Figura 5.3 - Comparação dos Perfis de Temperaturas Experimental e Simulado para os Pontos Monitorizados no Molde (Ensaio A).

Para o ensaio B, no qual se utilizou um molde de cobre comercialmente puro, obteve-se experimentalmente o seu comportamento de acordo com a Figura 5.4, observando que o aumento das temperaturas dos pontos monitorizados para o cobre são maiores que para o caso de molde de aço, o que realmente deve acontecer pelo fato do cobre apresentar maior difusividade térmica. Isto também pode ser notado pelo fato da quase superposição dos perfis de temperaturas para todos os pontos monitorizados.

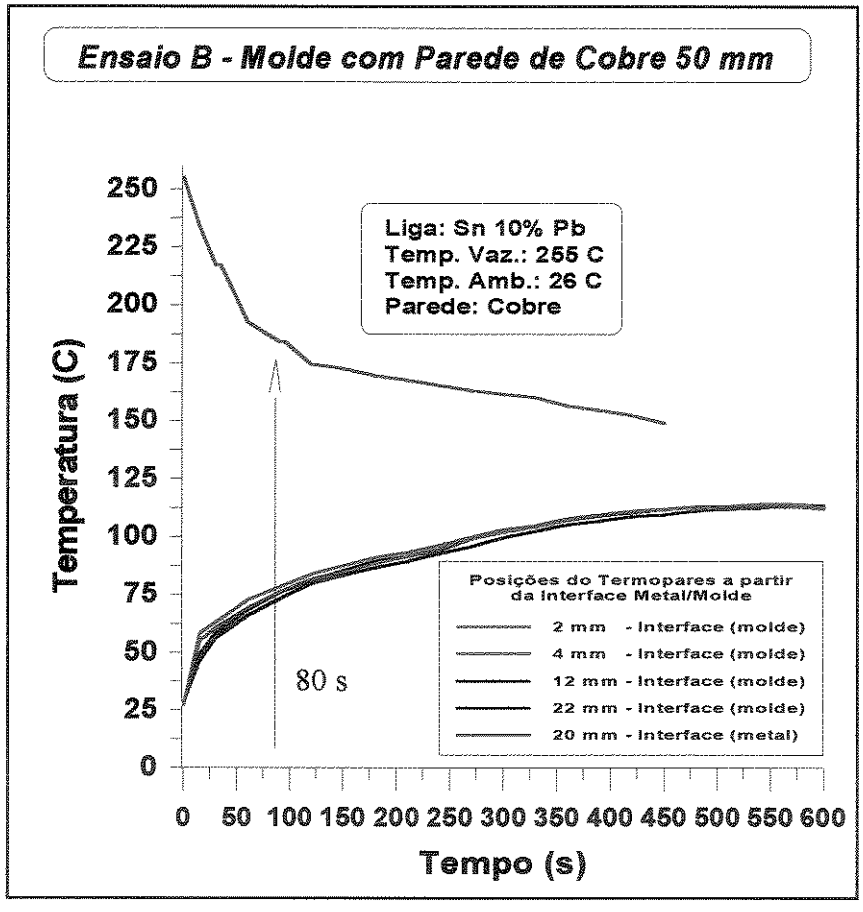


Figura 5.4 - Curvas Experimentais de Temperaturas para o Ensaio B (Termopares no Molde).

Neste ensaio, foi monitorizado também um ponto no interior do metal, permitindo determinar com precisão o intervalo completo da solidificação para este ponto. A variação de h_i determinada pode ser vista na Figura 5.5, e comparando-a com o caso de molde de aço, observam-se valores dos coeficientes de transferência de calor mais elevados para o primeiro ensaio. Isto deve-se ao fato da solidificação evoluir mais rapidamente, pelo menos no início do

processo, em função da maior difusividade de calor do molde de cobre, causando de forma mais rápida a formação do "gap" e, consequentemente, uma diminuição mais rápida no valor de h_i . Nota-se, também, pelos valores iniciais de h_i mais elevados no caso dos ensaios em molde de aço, que a afinidade físico-química ou a molhabilidade do metal líquido é maior no molde de aço.

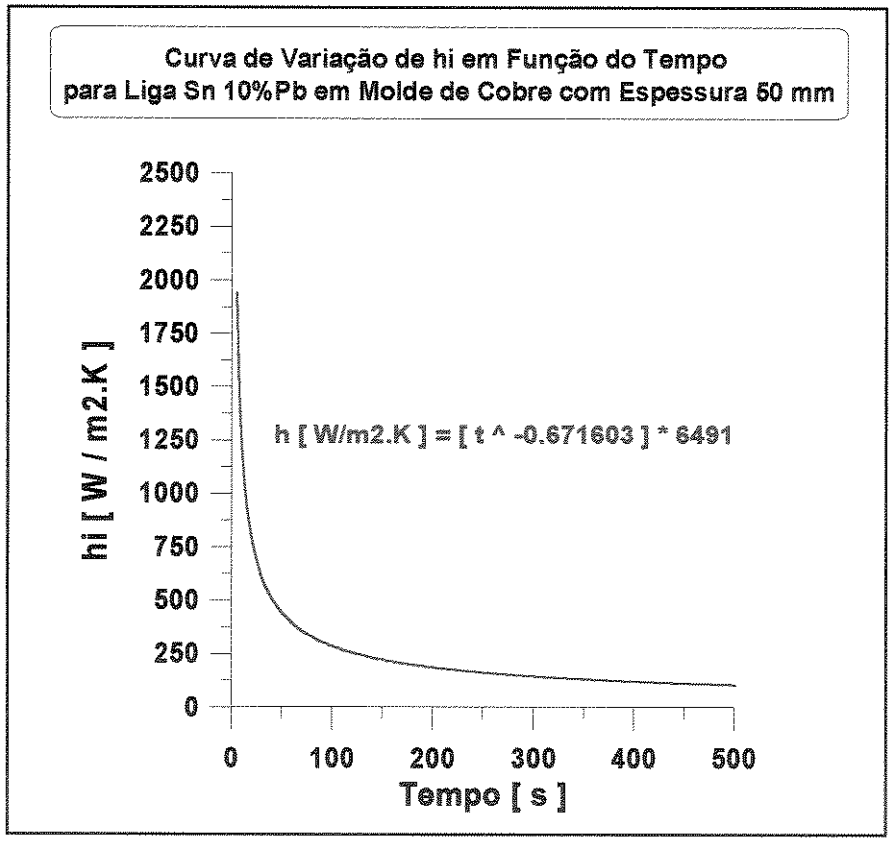


Figura 5.5 - Curva da Variação de hi em Função do Tempo para o Ensaio B

A comparação das curvas dos perfis de temperaturas experimentais e simuladas estão expostas na Figura 5.6. É importante frisar que os resultados gerados pelo modelo mostraram-se bastante próximos dos experimentais (diferenças de no máximo ≅ 5%), ocorrendo também a quase superposição dos perfis para os diferentes pontos analisados, em função da elevada difusividade térmica do cobre.

Outra observação importante que deve ser feita é em relação ao intervalo total de tempo necessário para a solidificação do metal no ponto monitorizado para os dois casos em questão. Vê-se pela observação das Figuras 5.1 e 5.4 que o tempo de solidificação para a posição a 20 mm da interface metal/molde é ligeiramente inferior no caso do molde de cobre mas muito próximo daquele obtido no ensaio com molde de aço ($\cong$ 10%). Isto pode ser explicado em função das resistências térmicas do sistema metal/molde.

Analiticamente, pode-se mostrar que o tempo de solidificação para condições unidimensionais de transferência de calor é [Garcia, 1988]:

$$t = \alpha S^2 + \beta S \qquad \textbf{(5.1)}$$

onde : t = Tempo; e

S = Camada solidificada

Fixado o sistema metal/molde, αS^2 representa a parcela relativa à condução térmica e βS a contribuição devido à Transferência Newtoniana. Neste caso, para o ponto situado a 20 mm da superfície (S = 20 mm), a maior facilidade de condução térmica no molde de cobre foi compensada pela maior resistência térmica da interface metal/molde.

Em outras palavras, $(\alpha S^2)_{cobre} < (\alpha S^2)_{aço}$, porém $(\beta S)_{cobre} > (\beta S)_{aço}$ de tal forma que a soma corresponde a valores muito próximos em ambos os casos.

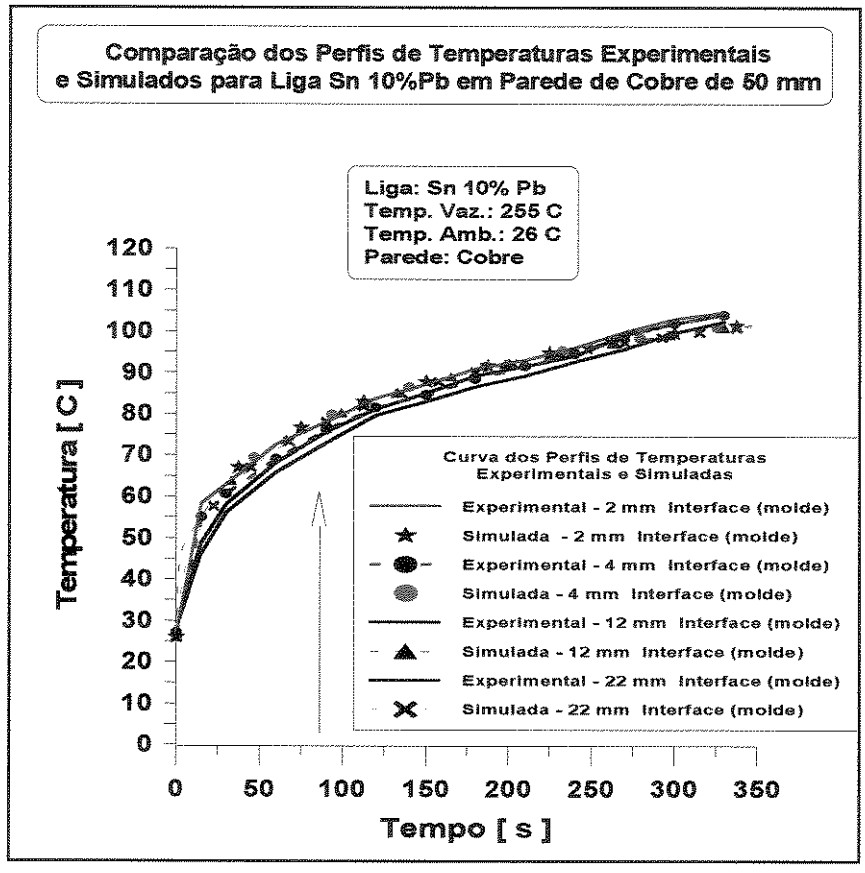


Figura 5.6 - Comparação dos Perfis de Temperaturas Experimental e Simulado (Ensaio B)

5.2 - Cálculo dos Coeficientes de Transferência de Calor na Interface Molde/Ambiente (h_{amb}) através de Métodos Analíticos

Na análise do comportamento do coeficiente de transferência de calor na interface molde/ambiente, durante todo o processo de solidificação, utilizou-se o mesmo sistema de fundição unidimensional descrito no item anterior, porém com moldes de paredes com espessura de 6 mm, forçando uma variação na temperatura da superfície externa destes. Nestes ensaios, além de monitorizar o metal e o molde, posicionou-se um termopar na superfície externa da parede do molde com o objetivo de acompanhar a variação desta temperatura, possibilitando determinar a variação de h_{amb} através do método descrito no capítulo 3. Os perfis de temperaturas obtidos experimentalmente podem ser vistos nas Figuras 5.7 e 5.8, correspondendo, respectivamente, ao ensaio C (molde de aço) e do ensaio D (molde de cobre). Deve-se notar o acréscimo ocorrido na temperatura do termopar localizado na interface molde/ambiente.

As setas nos gráficos indicam o final da solidificação para um ponto localizado a 26 mm da interface metal/molde.

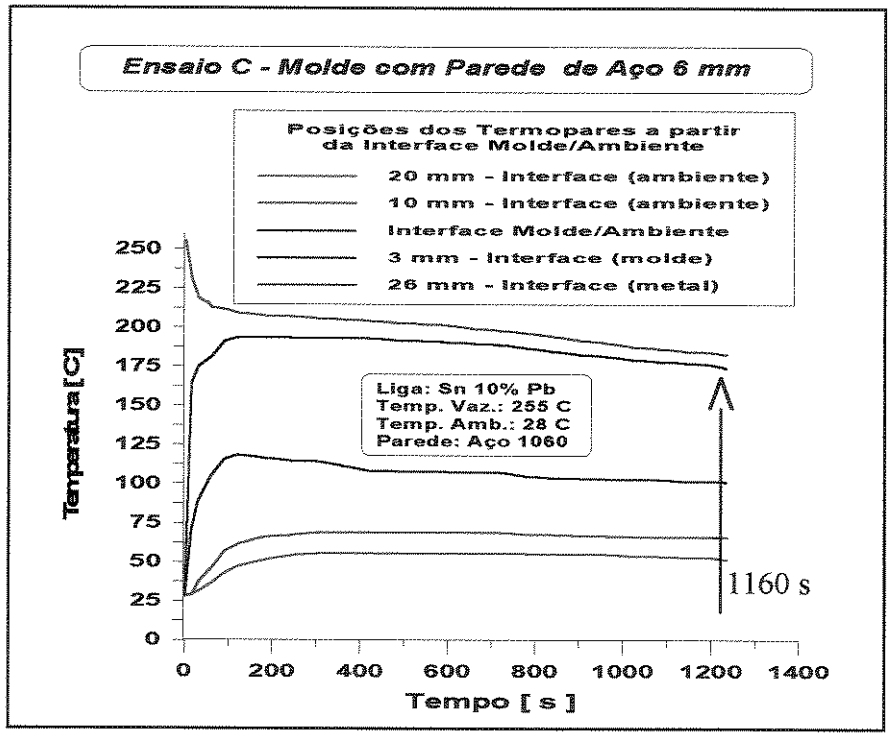


Figura 5.7 - Curvas Experimentais de Temperaturas para o Ensaio C.

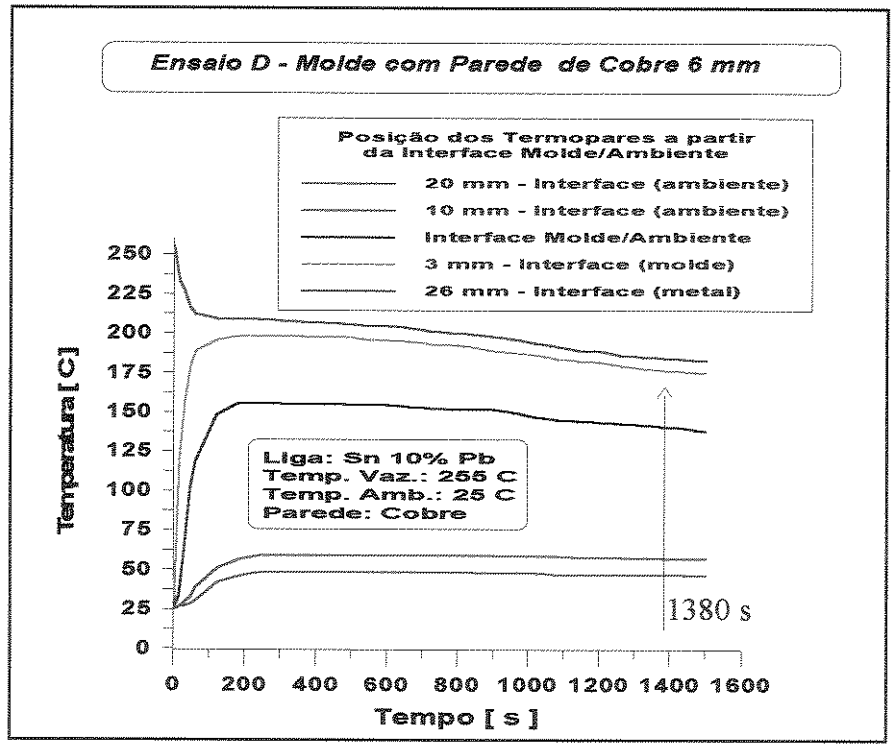


Figura 5.8 - Curvas Experimentais de Temperaturas para o Ensaio D.

Os resultados obtidos através dos cálculos utilizando a equação 3.23 podem ser vistos na Figura 5.9, onde se pode relacionar a variação de h_{amb} em função da temperatura da superfície externa do molde para o ensaio C.

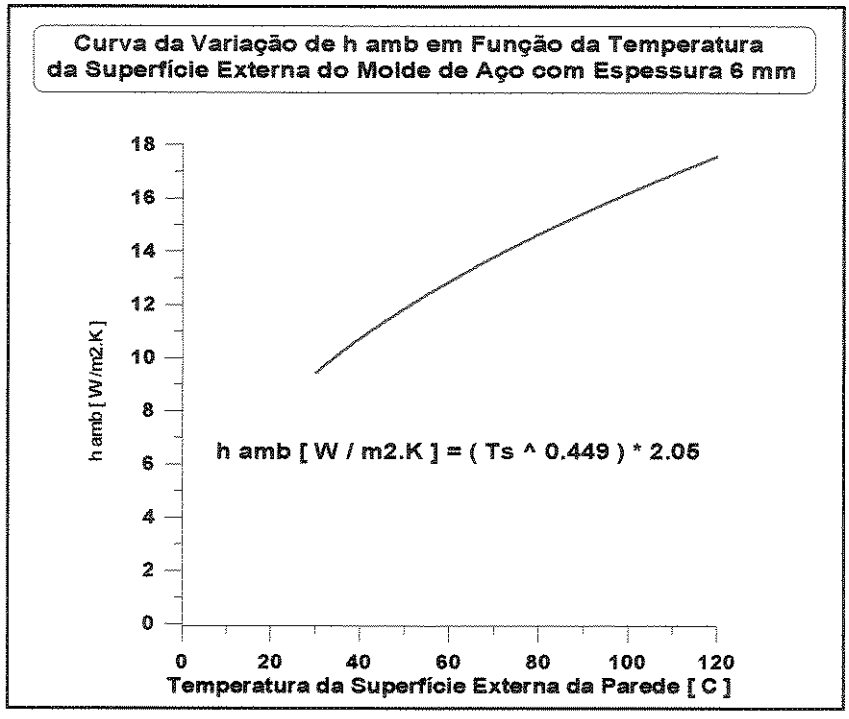


Figura 5.9 - Variação de Coeficiente de Transferência de Calor na Interface Molde/Ambiente em Função de $T_{sup\ ext}$ para o Ensaio C.

Pode-se, também, determinar a variação de h_{amb} em função do tempo, porém estes valores somente são válidos para o experimento em questão, já que o tempo de processo não é o mesmo para todos os ensaios, variando de acordo com as condições de resfriamento impostas ao sistema, como temperatura de vazamento, superaquecimento no metal líquido, condições de acabamento superficial das paredes do molde, espessura do mesmo, etc. Isto pode ser melhor comprovado quando se compara a variação de h_{amb} em função do tempo para os ensaios com parede de aço e cobre através da Figura 5.13.

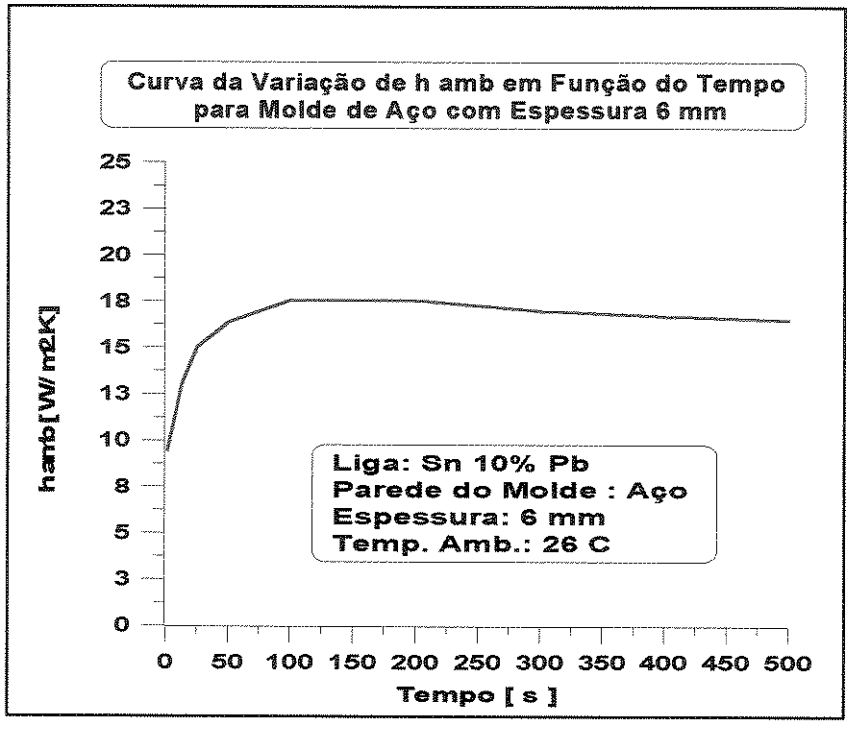


Figura 5.10 - Variação de Coeficiente de Transferência de Calor na Interface Molde/Ambiente com o Tempo para o Ensaio C.

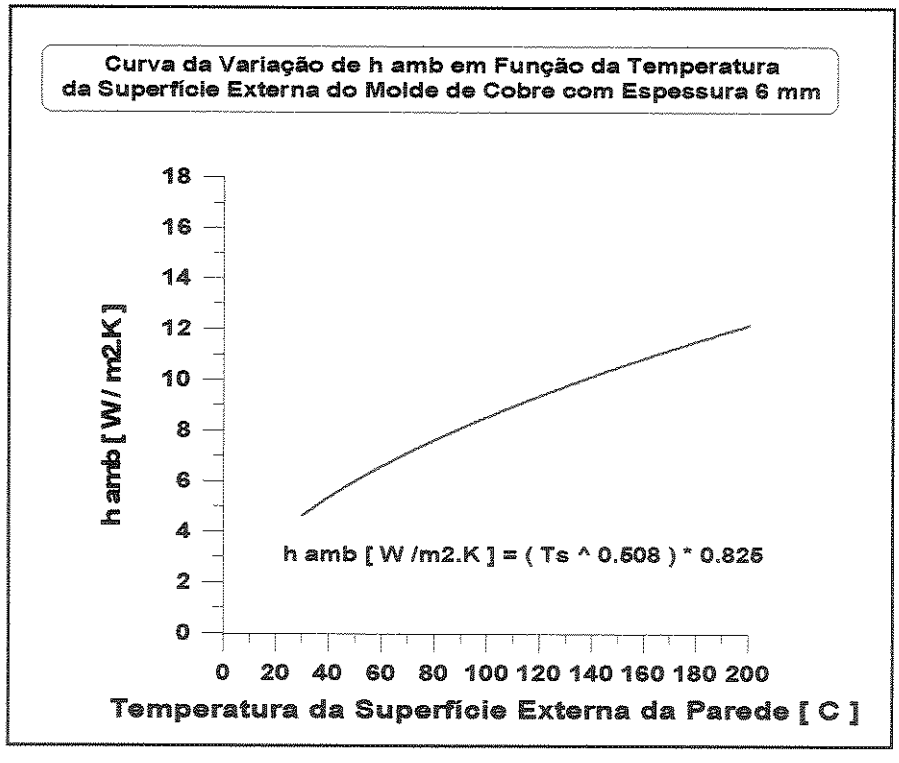


Figura 5.11 - Variação do Coeficiente de Transferência de Calor na Interface Molde/Ambiente em função de $T_{sup\ ext}$ para o Ensaio D.

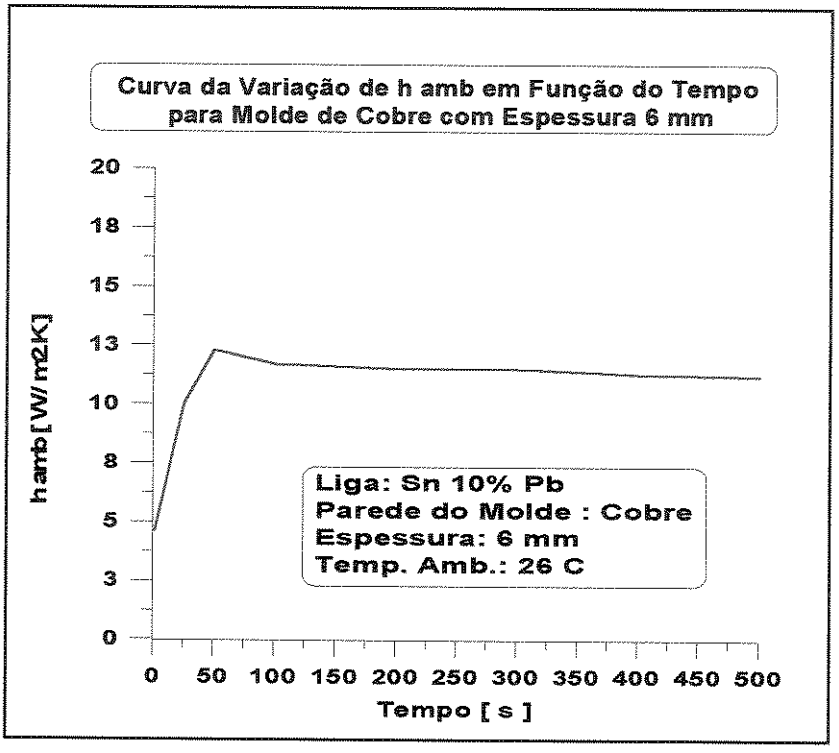


Figura 5.12 - Variação de Coeficiente de Transferência de Calor na Interface Molde/Ambiente com o Tempo para o Ensaio D.

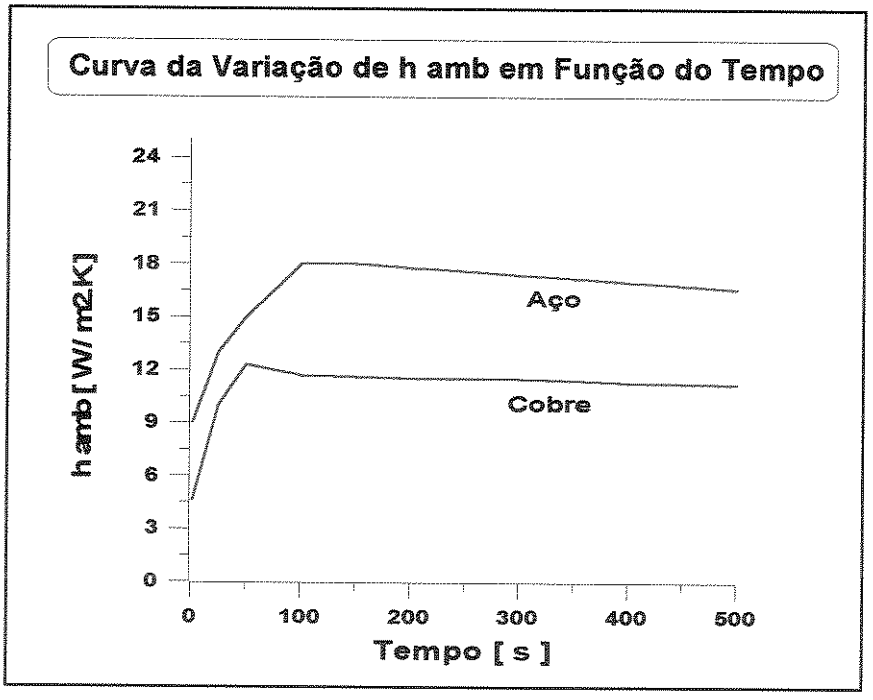


Figura 5.13 - Variação de Coeficiente de Transferência de Calor na Interface Molde/Ambiente com o Tempo para o Ensaios C e D.

Através das curvas das variações de h_{amb}, , é possível determinar as equações que descrevem o fenômeno em função da $T_{sup.\ ext.}$, sendo dadas por:

$$\mathbf{h_{amb} = (T_{sup\ ext})^{0,449} \times 2,050} \qquad [W/m^2.K]$$

para o caso de parede de aço de espessura 6 mm , e

$$\mathbf{h_{amb} = (T_{sup\ ext})^{0,508} \times 0,825} \qquad [W/m^2.K]$$

no caso de molde de cobre com a mesma espessura.

Como nesta parte do trabalho utilizaram-se moldes diferentes daqueles usados na análise dos coeficientes de transferência de calor na interface metal/molde para os ensaios A e B, determinou-se novamente a variação de h_i para os ensaios C e D através da metodologia do item 5.1, visando, assim, eliminar possíveis erros por parte destes coeficientes, já que as características de acabamento superficial das paredes dificilmente são idênticas para cada processo de confecção das mesmas, além do que a cinética de solidificação diferente irá impor uma nova variação de $h_i = f(t)$.

A Figura 5.14 mostra os resultados obtidos da variação de h_i para o caso de molde de aço e cobre com espessura de 6 mm.

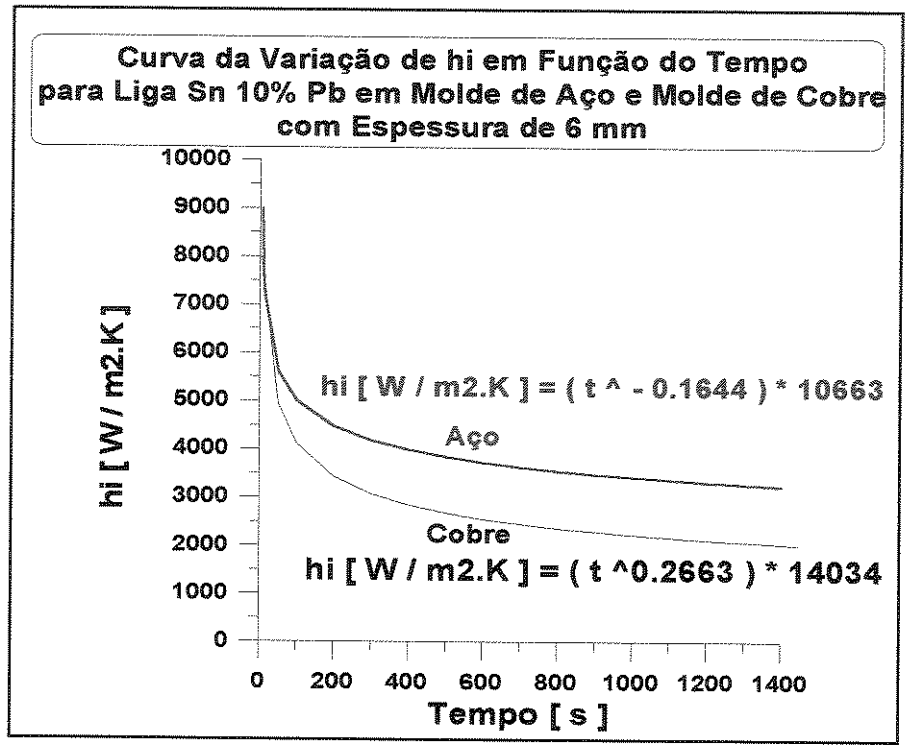


Figura 5.14 - Curva da Variação de hi em Função do Tempo para o Ensaio C e D.

Nota-se, nas curvas da Figura 5.14, que para os instantes iniciais do processo os valores de h_i são extremamente elevados pois, tratando-se de moldes com paredes de espessura fina, ocorrerá um aumento rápido na temperatura dos mesmos, dificultando a retirada de calor, retardando a cinética solidificação. A expansão do molde em função do seu rápido aquecimento, juntamente com o retardamento na formação do "gap", favorecem um perfil de valores de h_i mais elevados. Como o final da solidificação para estes ensaios acontece com um intervalo de tempo bem maior do que o observado nos ensaios A e B, é de se esperar que a estabilização dos valores de h_i aconteça próximo do final do processo, conforme pode ser visto na figura acima (valores próximos de 3500 $W/m^2.K$ para o caso do aço e 2500 $W/m^2.K$ para o cobre).

Implementando as variações de h_{amb} e h_i durante o processo de solidificação no modelo matemático e, confrontado os resultados gerados com as curvas experimentais obtidos para cada ensaio, pode-se observar boa concordância entre o experimental e o simulado, obsernado-se diferenças de máximo 3 %. A Figura 5.15 mostra a comparação dos perfis de temperaturas do ensaio C para um ponto localizado no metal a 10 mm da interface e outro no molde a 3 mm.

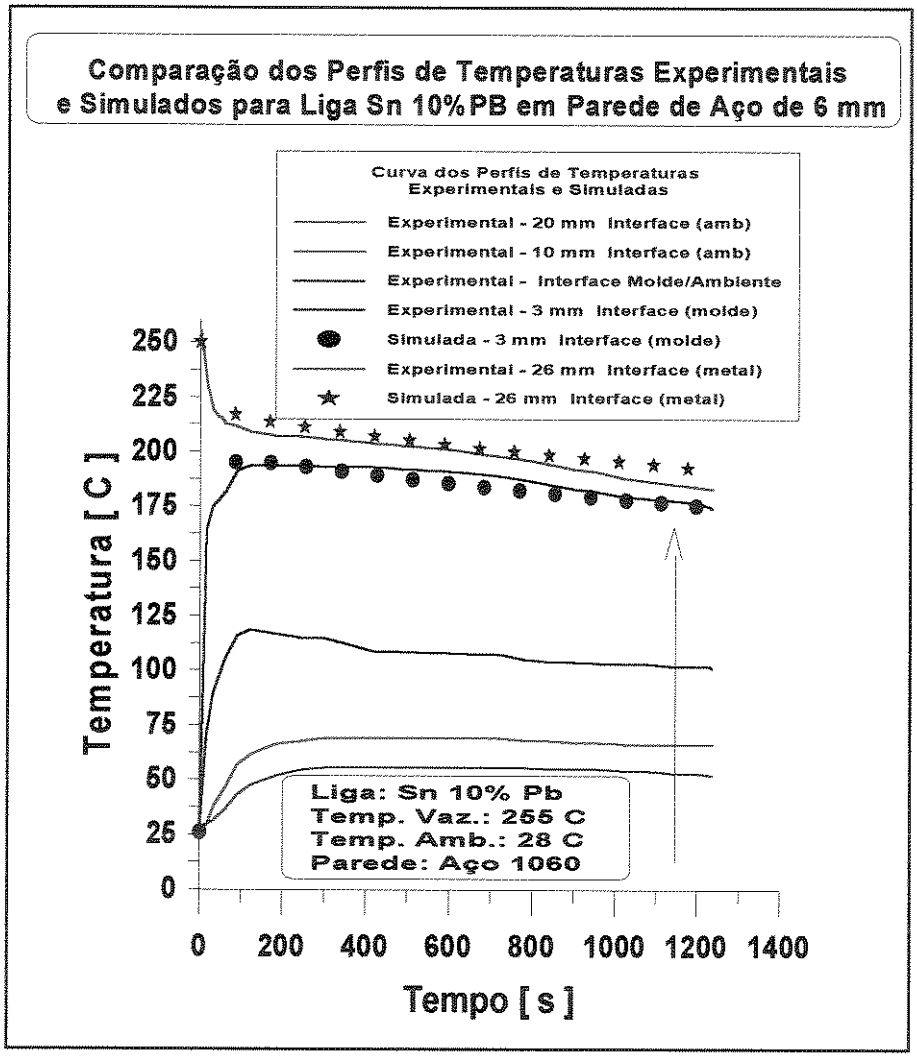


Figura 5.15 - Comparação dos Perfis de Temperaturas Experimental e Simulado (Ensaio C)

Para o caso de parede de cobre (ensaio D), os resultados obtidos também foram bastante satisfatórios, conforme podem ser vistos na Figura 5.16. É interessante comentar que em ambos os casos, o aquecimento da temperatura da superfície externa da parede do molde se deu rapidamente, porém para o caso do cobre, o intervalo de tempo necessário para atingir o valor máximo é um pouco menor quando comparado com o aço.

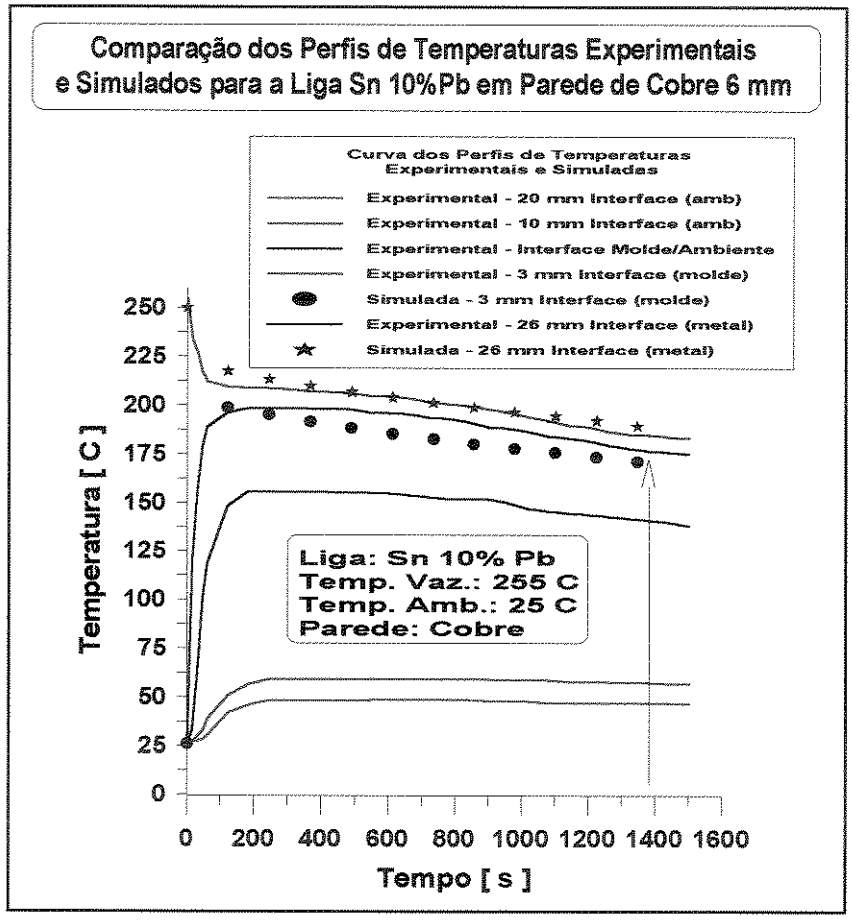


Figura 5.16 - Comparação dos Perfis de Temperaturas Experimental e Simulado (Ensaio D).

5.3 - Aplicação do Modelo Matemático na Análise da Solidificação em Sistemas de Fundição Bidimensionais com Diferentes Taxas de Retirada de Calor

Para uma aferição mais completa do modelo matemático, e levando-se em conta os coeficientes de transferência de calor nas interfaces metal/molde e molde/ambiente determinados anteriormente, optou-se por um sistema de fundição bidimensional com diferentes materiais nas paredes. As diferentes difusividades térmicas dos moldes irão provocar diferentes taxas de retirada de calor para cada direção.

Analisou-se o comportamento do modelo matemático no que diz respeito à flexibilidade, confiabilidade dos resultados e tempo de processamento. Os resultados gerados mostram a evolução da temperatura para pontos selecionados no sistema global, determinando a evolução da solidificação no interior do metal e o tempo necessário para que tais pontos possam atingir a solidificação.

A curva experimental dos perfis de temperaturas para os pontos monitorizados no sistema bidimensional com paredes de espessura 50 mm (ensaio E), conforme Figura 4.9, pode ser vista na Figura 5.17, ondese observa a evolução da solidificação para as duas direções de estudo, através do qual se nota que os pontos do lado da parede de cobre apresentam uma taxa de resfriamento ligeiramente maior que os pontos do lado do aço. Contudo, esta diferença mostra-se pequena em virtude das dimensões do sistema de fundição, da melhor molhabilidade do metal líquido no molde de aço nos instantes iniciais do processo e das altas taxas de retirada de calor, já que ambos os casos tratam-se de coquilhas metálicas.

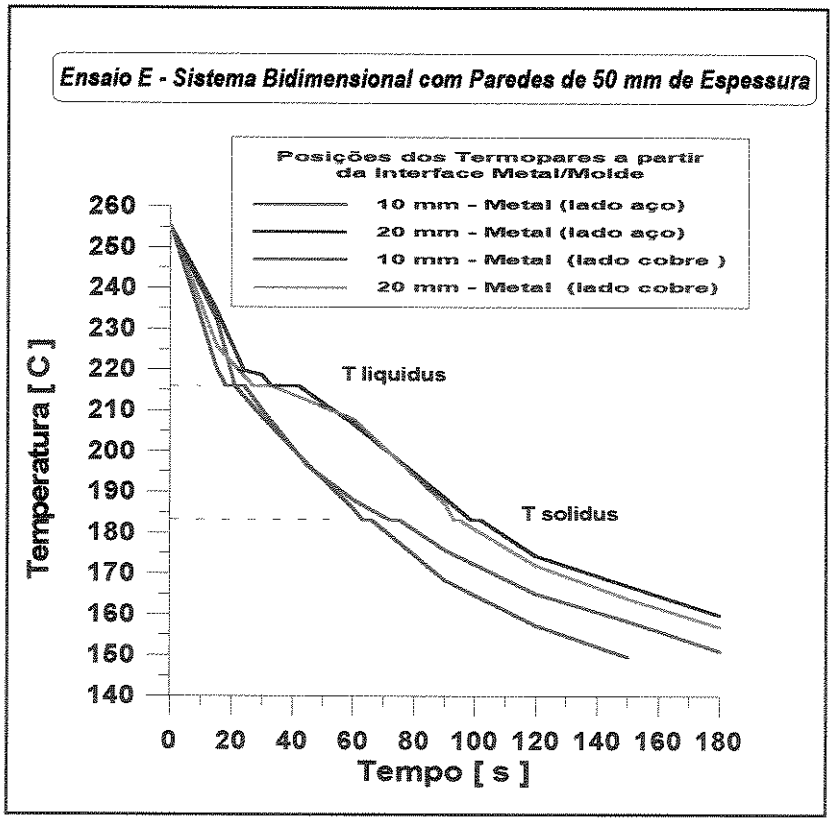


Figura 5. 17 - Curvas Experimentais de Temperaturas para o Ensaio E.

Confrontando os dados experimentais com os resultados gerados pelo modelo matemático, obtiveram-se as curvas mostradas na Figura 5.18. Quando se analisa o tempo total de solidificação para cada ponto, nota-se a perfeita concordância do modelo com o experimental, verificando a eficiência deste no tratamento de sistemas com diferentes taxas de resfriamento.

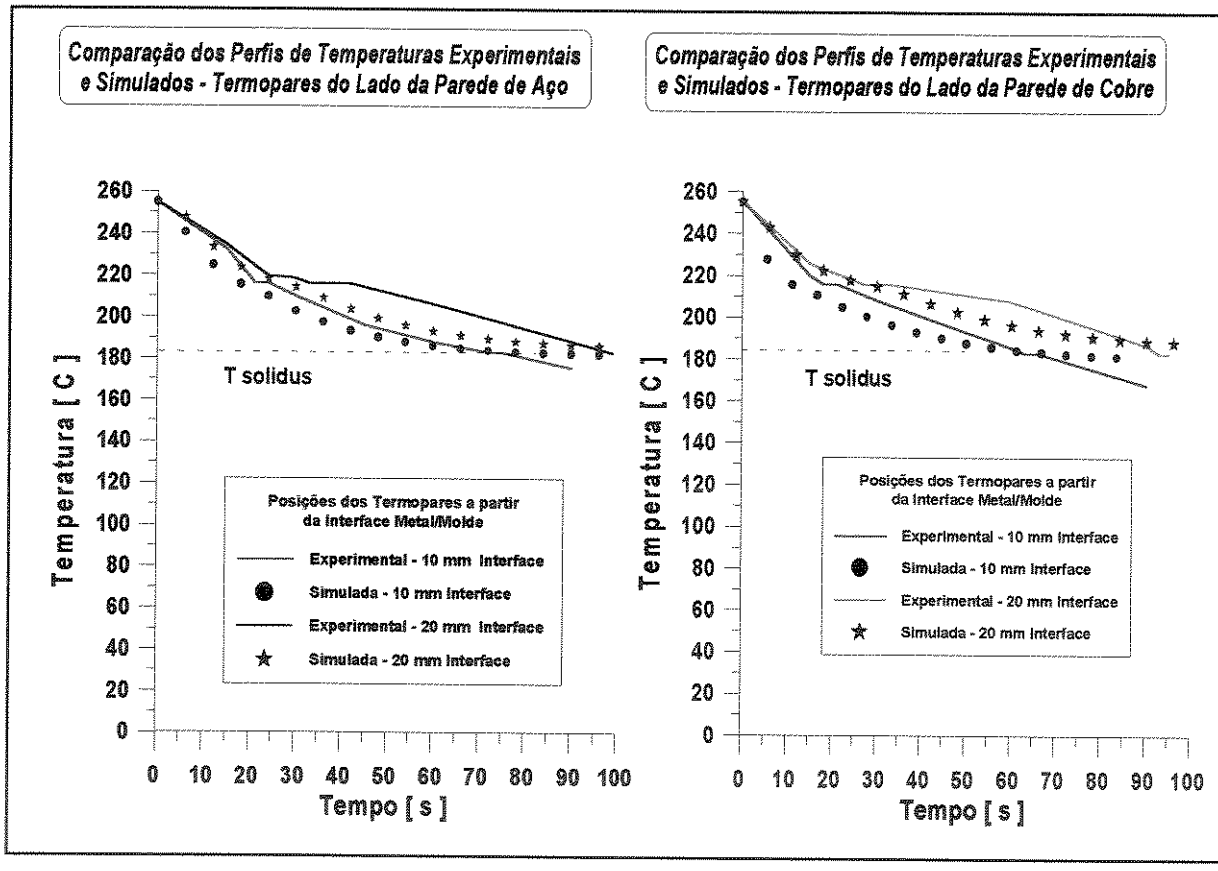


Figura 5.18 - Comparação dos Perfis de Temperaturas Experimental e Simulado(Ensaio E)

As maiores diferenças situam-se dentro do intervalo de solidificação, e podem ser decorrentes das leis de formação da fração sólida adotada neste intervalo. Neste caso, foi adotada a equação de Scheil considerada adequada para a solidificação da liga Sn-Pb. Entretanto, é importante salientar que as diferenças observadas entre as curvas experimentais e as curvas geradas pelo modelo matemático apresentam uma variação máxima de 5 %. Também deve-se comentar que o sistema experimental utilizado possui dimensões pequenas,

acarretando velocidades de solidificação bastante altas, dificultando as leituras dos termopares nos instantes iniciais do processo devido ao tempo de respostas dos mesmos.

A Figura 5. 19 mostra a comparação dos perfis de temperaturas para os termopares localizados do lado da parede de aço, o que permite melhor observação da evolução da solidificação nesta direção, onde o ponto localizado mais próximo do molde apresenta uma taxa de resfriamento bem maior do que o ponto localizado mais no interior do metal. Na figura, as setas indicam o final da solidificação para os pontos monitorizados.

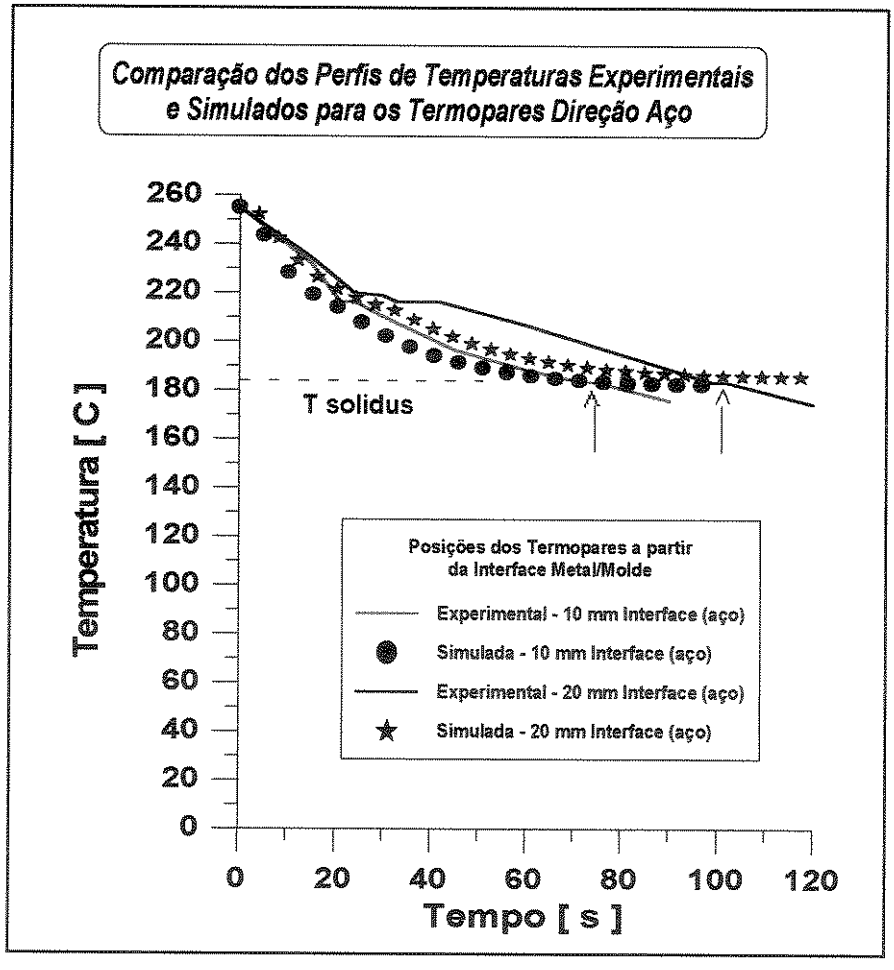


Figura 5.19 - Comparação dos Perfis de Temperaturas para os Termopares a 10 e 20 mm no Lado do Molde de Aço.

Para o ensaio F, molde bidimensional com paredes de espessura 6 mm, obteve-se a evolução das temperaturas nos pontos localizados a 10 e 20 mm da interface no interior do metal, conforme pode ser visto na Figura 5.20, na qual se pode notar que o tempo necessário para a completa solidificação dos pontos selecionados ocorre com um intervalo de tempo bem maior que para o ensaio E, devido à baixa velocidade de solidificação do sistema. Nota-se também que nos instantes iniciais do processo a cinética da solidificação é alta, isto até ocorrer o aquecimento das paredes do molde e sua posterior saturação, retardando o processo deste ponto em diante.

Através das Figuras 5.7 e 5.8, observa-se que a temperatura máxima atingida pelas paredes do molde se dá em torno de 100 s, concordando com o tempo em que a velocidade de solidificação diminui. Observa-se também na Figura 5.20, que as diferenças na velocidade de solidificação na direção da parede de aço e da parede de cobre são bastantes pequenas devido a pequena espessura das mesmas, ocasionando um rápido aquecimento e mascarando as diferenças que ocorrem em função das difusividades térmicas dos materiais.

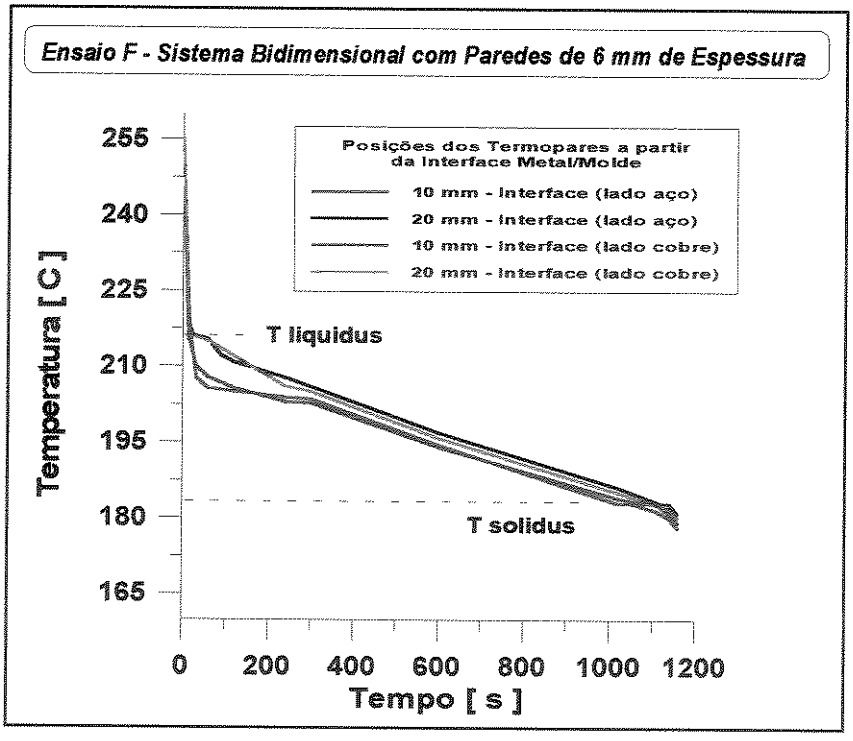


Figura 5. 20 - Curvas Experimentais de Temperaturas para o Ensaio F

Nas Figuras 5.21 e 5.22, mostra-se a comparação das curvas de temperaturas para os pontos monitorizados experimentalmente com as curvas obtidas através da simulação matemática, onde se constata que os resultados obtidos pelo modelo matemático demostraram-se bastante confiáveis, concordando com a realidade experimental.

Analisando as figuras, pode-se observar que as diferenças maiores entre as curvas ocorrem dentro do intervalo entre as isotermas solidus e liquidus, como observado para o ensaio E. No entanto, no que diz ao tempo em que ocorrem as transformações de fase, o modelo responde de forma bastante boa à transformação pastosa/sólido, podendo determinar com precisão o tempo total da solidificação para o ponto monitorizado. Já nos instantes iniciais do processo, observa-se uma pequena diferença na determinação da transformação líquida/pastoso, diferença esta que pode ser fruto do intervalo de respostas dos termopares no ensaio experimental durante o preenchimento do molde, diferenças ocasionadas devido a falta de uma maior precisão por parte dos gráficos gerados pelo registrador, entre outros.

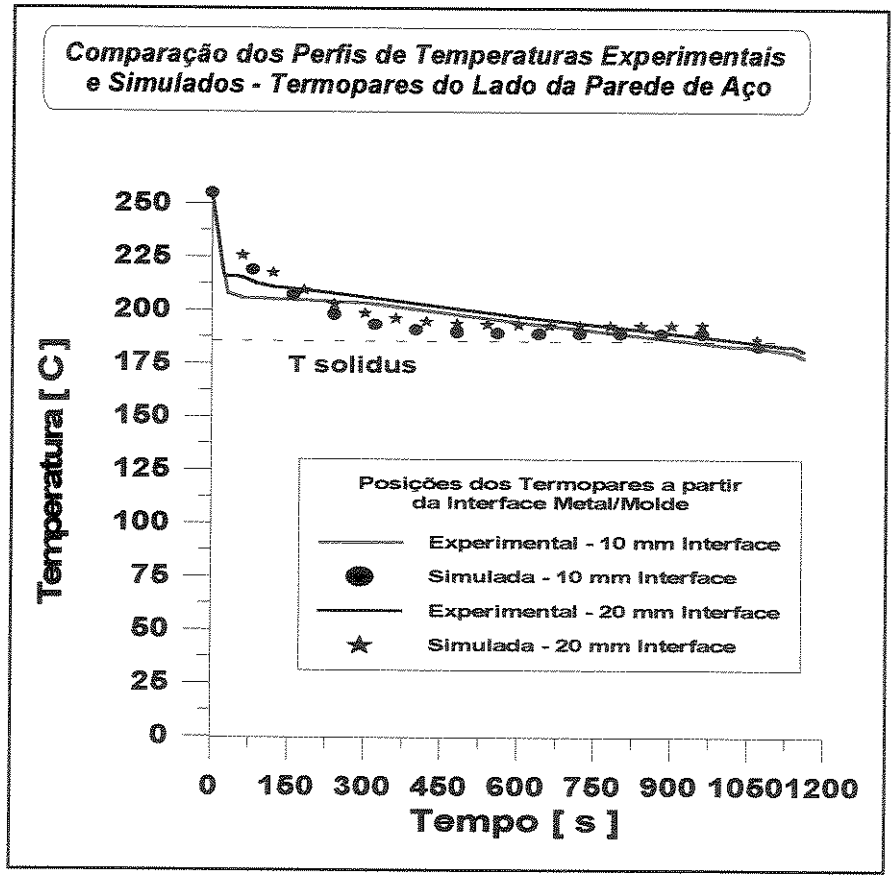


Figura 5.21 - Comparação dos Perfis de Temperaturas Experimental e Simulado(Ensaio F).

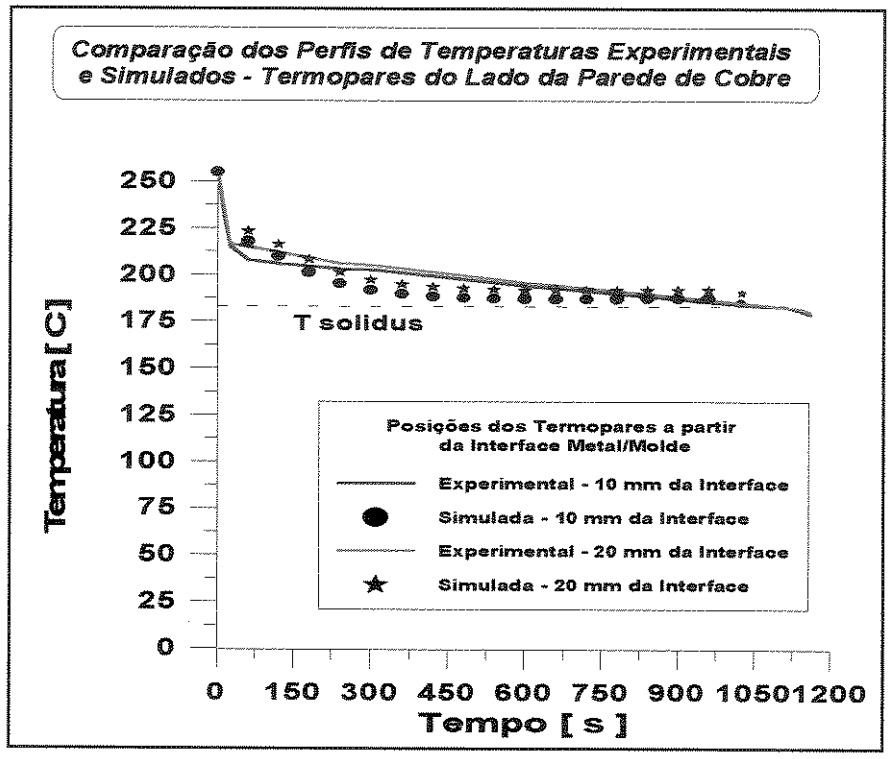


Figura 5.22 - Comparação dos Perfis de Temperaturas Experimental e Simulado(Ensaio F).

5.4 - Outras Simulações Numéricas

Para comprovar-se a flexibilidade do modelo matemático na análise da realidade física, simulou-se a solidificação da liga Sn 10% Pb em um sistema de fundição constituído por quatro diferentes paredes de molde, analisando-se assim a influência das diferentes taxas de resfriamento direcionais na evolução da solidificação. Para a simulação, utilizou-se um molde com parede refrigerada, resultando em altas taxas de retirada de calor; uma parede refratária ou isolante, uma parede de cobre que apresenta também uma alta taxa de extração de calor e uma parede de aço. O sistema de simulação pode ser visto na Figura 5.23, e os valores dos dados de entrada como h_i e h_{amb} para todas as paredes estão expostos na Tabela I.

Através dos resultados gerados pela simulação, foi possível determinar a evolução da *Isoterma Solidus* com o tempo, determinando assim o tempo necessário para cada região atingir a completa solidificação. Analisando a Figura 5.24, observa-se que a solidificação ocorre mais rapidamente nas direções das paredes refrigerada e de cobre, o que realmente era de se esperar, sendo um pouco mais lenta na direção do aço e demorando mais na direção da parede refratária. Neste exemplo, o tempo total de solidificação do sistema foi relativamente baixo, pois adotaram-se valores dos coeficientes de transferência de calor nas interfaces metal/molde e molde/ambiente elevados, já que o objetivo principal deste reside no fato de demonstrar que o modelo matemático comporta-se muito bem na análise de sistemas de fundição submetidos a diferentes taxas de resfriamento. A Figura 5.25 mostra a localização das isotermas solidus e liquidus para determinados instantes de tempos, possibilitando assim analisar a evolução da solidificação.

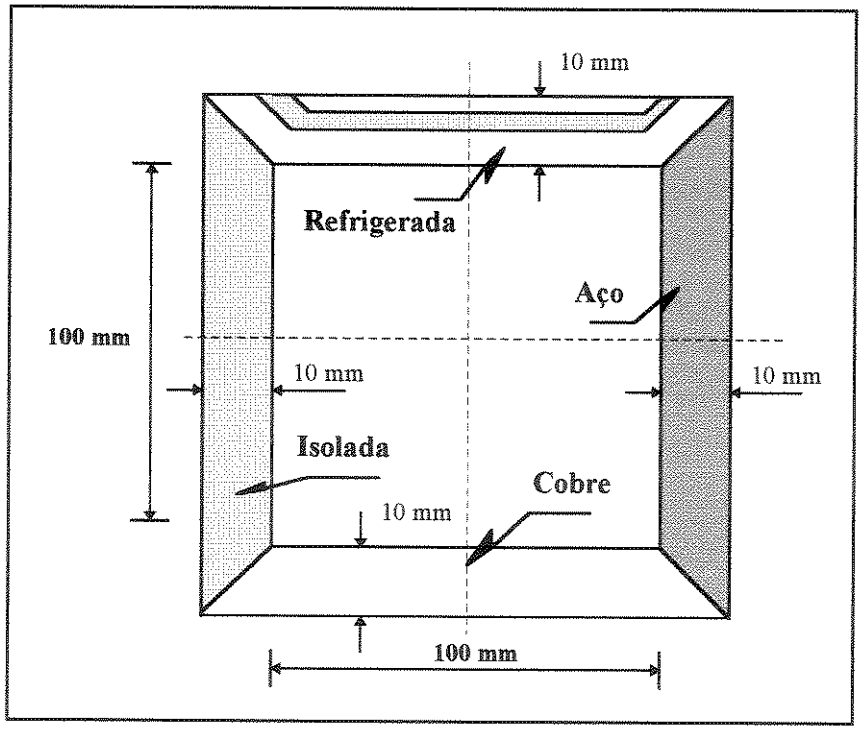


Figura 5.23 - Representação Esquemática do Sistema de Simulação para Análise da Evolução da Solidificação em Sistemas com Taxas Direcionais de Extração de Calor.

Tabela I - Valores dos Coeficientes de Transferência de Calor nas Interfaces Metal/Molde e Molde/Ambiente Utilizados para o Sistema de Simulação

	REFRIGERADA	AÇO	COBRE	ISOLADA
hi [W/m^2.K]	4000	3500	3000	200
hamb [W/m^2.K]	-	15	9	-

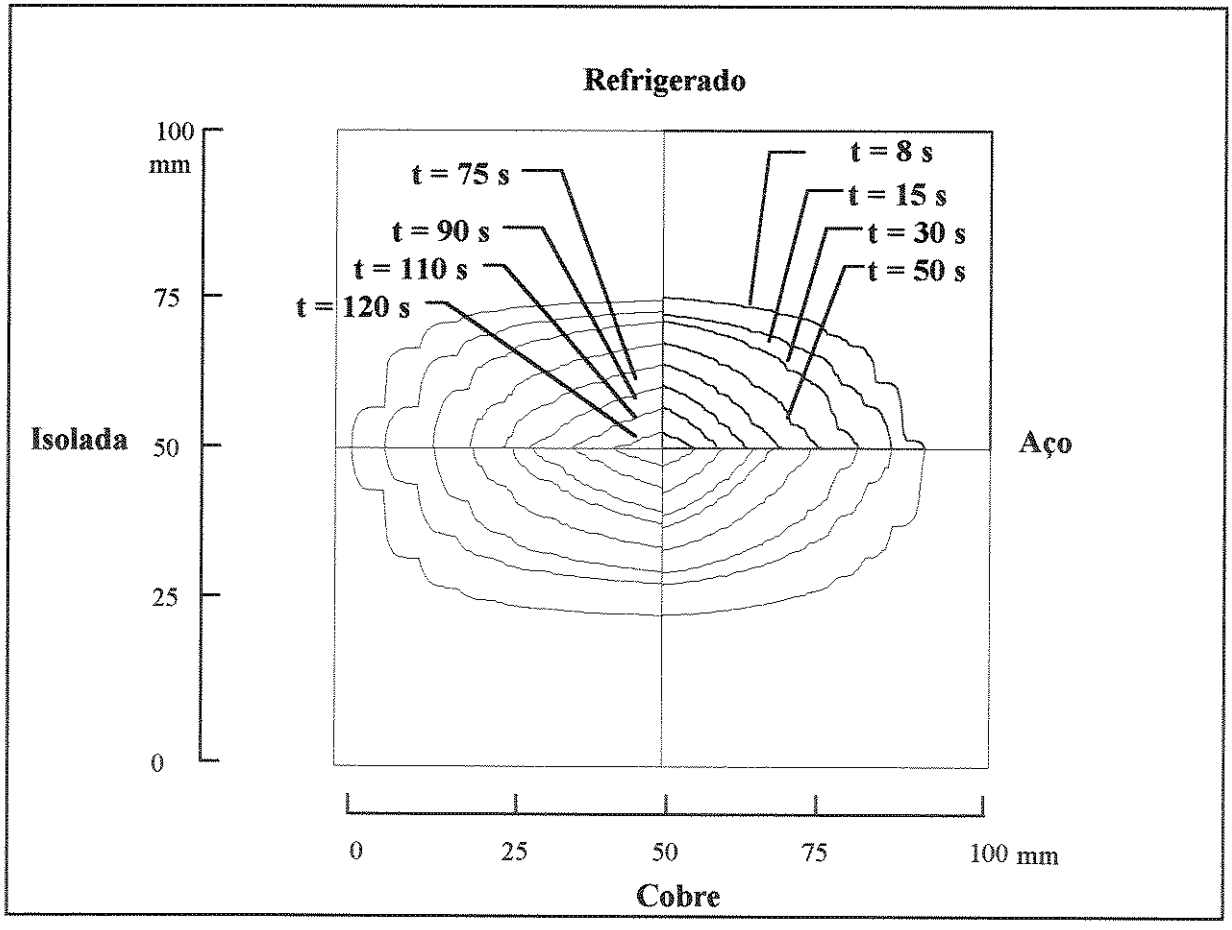


Figura 5.24 - Evolução da Isoterma Solidus na Secção Transversal do Sistema de Simulação com Diferentes Taxas de Resfriamento.

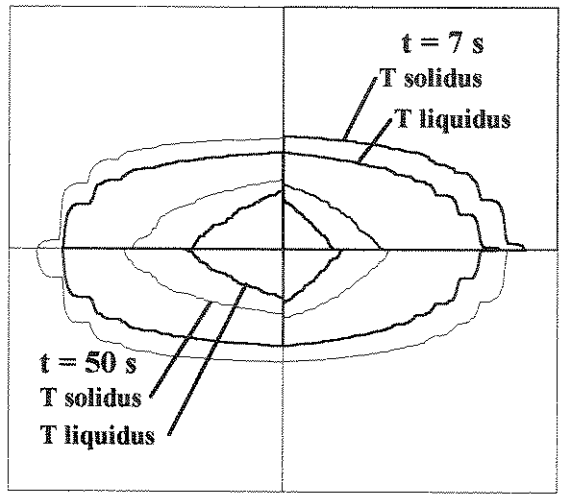


Figura 5.25 - Posições das Isotermas Solidus e Liquidus no Sistema de Fundição para Tempos de 7 e 50 Segundos.

Capítulo 6

Conclusões e Propostas para Trabalhos Futuros

6.1 -Conclusões

Os resultados obtidos na análise experimental, e sua comparação com as simulações desenvolvidas através do modelo numérico, permitem que sejam extraídas as seguintes conclusões:

1 - O método utilizado para a determinação do coeficiente de transferência de calor metal/molde em função do tempo, que se utiliza do confronto teórico/experimental de perfis de temperatura, demonstrou-se confiável e extremamente versátil, conduzindo aos seguintes resultados para as condições analisadas:

Molde de Aço:	Espessura de 50 mm	$h_i = (t)^{-0,7623} \times 15819$	[W/m^{2}K]
	Espessura de 6 mm	$h_i = (t)^{-0,1644} \times 10663$	[W/m^{2}K]
Molde de Cobre:	Espessura de 50 mm	$h_i = (t)^{-0,6716} \times 6491$	[W/m^{2}K]
	Espessura de 6 mm	$h_i = (t)^{-0,2663} \times 14034$	[W/m^{2}K]

2 - A utilização de moldes com paredes de espessuras diferenciadas, embora com o mesmo tipo de acabamento superficial, geram grandes diferenças no perfil de variação do coeficiente de transferência de calor metal/molde, influenciando de forma decisiva a evolução da solidificação, conforme mostrado nas Figuras 6.1a e 6.1b.

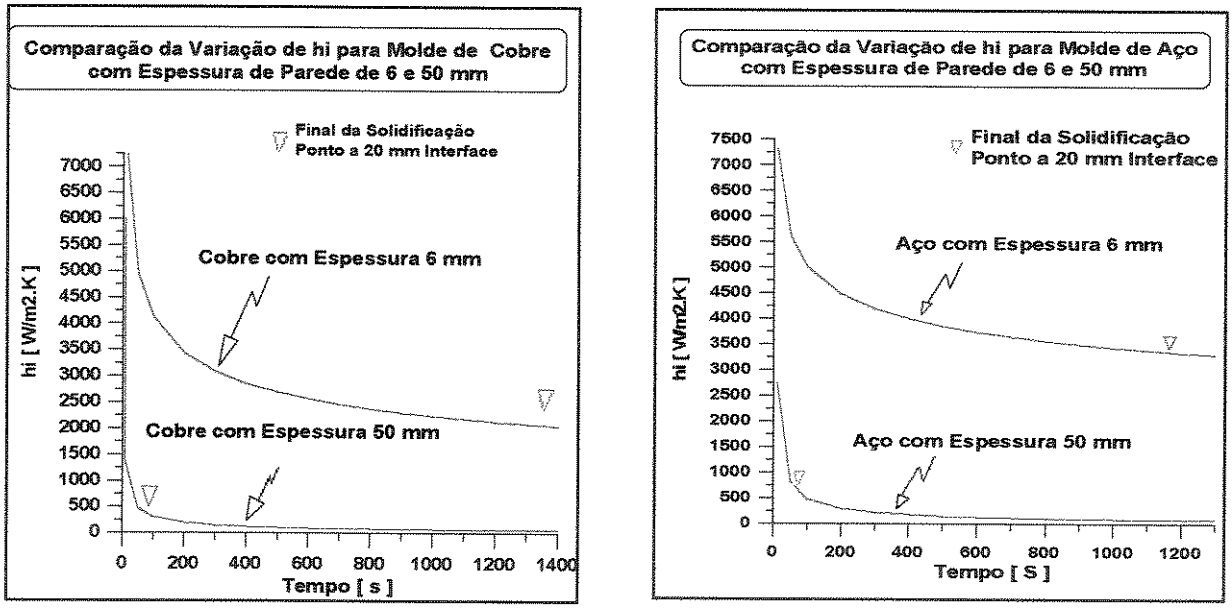


Figura 6.1 - Comparação da Variação de h_i para Moldes de Cobre (a) e Moldes de Aços (b).

3 - Os resultados obtidos para a variação do coeficiente de transferência de calor metal/molde ao longo da solidificação evidenciam que a liga utilizada apresenta maior afinidade físico-química no estado líquido com a superfície do molde de aço, o que se reflete nos maiores valores destes coeficientes observados no início do processo.

4 - O método utilizado na determinação dos coeficientes de transferência de calor molde/ambiente, conduziu aos seguintes resultados para as condições analisadas:

Molde de Aço: Espessura de 6 mm $\mathbf{h_{amb} = (T_{sup\ ext})^{0,449} \times 2,050}$ [W/m^{2}K]

Molde de Cobre: Espessura de 6 mm $\mathbf{h_{amb} = (T_{sup\ ext})^{0,508} \times 0,825}$ [W/m^{2}K]

É importante ressaltar que estas expressões tem caráter geral e podem ser aplicadas na análise da solidificação de qualquer liga nestes moldes particulares.

5 - O confronto teórico/experimental realizados revelou diferenças de no máximo 7 % entre tais resultados, sendo que as maiores diferenças sempre ocorreram dentro do intervalo de solidificação. Isto parece indicar que a formulação de Scheil adotada no modelo possa não estar representando com precisão a evolução da fração sólida neste intervalo, já que esta independe da velocidade de solidificação enquanto que, na prática, deve ocorrer uma influência da cinética do processo.

6 - O modelo numérico adotado neste trabalho, baseado na técnica de diferenças finitas no modo explícito e fundamentado na analogia entre sistemas térmicos e circuitos elétricos, revelou-se de aplicação versátil e maleável, permitindo melhor compreensão dos parâmetros do processo. Esta maleabilidade fica evidente pelas simulações da evolução da solidificação realizadas em um sistema metal/molde constituído de múltiplas paredes de molde confeccionadas com diferentes materiais.

6.2 - Propostas para Trabalhos Futuros

- Investigar mais detalhadamente a dependência do coeficiente de transferência de calor metal/molde com a espessura do molde, na tentativa de estabelecer espessuras ótimas de paredes.

- Estudar a influência da rugosidade superficial da superfície interna da parede do molde sobre os valores dos coeficientes de transferência de calor metal/molde.

- Montar um banco de dados de valores de coeficientes de transferência de calor metal/molde e molde/ambiente para situações de fundição em moldes permanentes de maior incidência na indústria de fundição.

Referências Bibliográficas

Periódicos Utilizados:

[1] ACTA METALLURGICA ET MATERIALIA

[2] AFS TRANSACTIONS

[3] BRITISH FOUNDRYMAN

[4] INTERNATIONAL JOURNAL HEAT MASS TRANSFER

[5] INTERNATIONAL JOURNAL for NUMERICAL METHODS in ENGINEERING

[6] INTERNATIONAL MATERIALS REVIEW

[7] JOURNAL of the IRON and STEEL INSTITUTE

[8] MATERIALS TRANSACTIONS of the JAPAN INSTITUTE of METALS (JIM)

[9] METALS SCIENCE

[10]METALURGIA & MATERIAIS - ABM

[11] METALLURGICAL TRANSACTIONS

[12] NIPPON STEEL TECHNICAL REPORT

[13] NUMERICAL HEAT TRANSFER

[14] THE INSTITUTE of METALS

[15]THE JOURNAL of the MINERALS METALS & MATERIALS SOCIETY (JOM)

[16] TRANSACTIONS of the AMERICAN FOUNDRYMEN'S SOCIETY (AFS)

[17] TRANSACTIONS of the ASME

[18] TRANSACTIONS of the JAPAN INSTITUTE of METALS

Artigos Técnicos:

ARGYROPOULOS, L. et al. "Application of Microprocessors in Metal Casting Studies"; **Transactions of the American Foundrymen's Society.** V. 25, p. 515-522, (1983).

BATTLE, T. P. & Pelhlke, R. D.; "Mathematical Modelling of Solute Segregation in Solidification Materials"; **International Materials Reviews,** V.37, n. 6, p. 249-270, (1992).

BATTLE, T. P.; "Mathematical Modeling of Solute Segregation in Solidifying Materials", **International Materials Reviews**, V.37, n°6, 249-270, (1992).

BERRY, J. T. & Pelhlke, R. D.; "Computer-Aided Design System of Castings", **Solidification Technology in the Foundry and Casthouse the Metals Society**, p. 515-522, (1983).

BERRY, J. T. & Pelhlke, R. D.; "Progress Report on the Computer-Aided Design System Project", **Transactions of the American Foundrymen's Society,** V.103, p. 615-622, (1980).

BERRY, J. T. & Pelhlke, R. D.; "Computer-Aided Design System of Castings", **Transactions of the American Foundrymen's Society,** V.51, p. 101-108, (1984).

BRODY, H. D. & Flemings, M. C., Transactions TMS-AIME, V.236, 615-624, (1966).

CARAM, R. J., Ierardi, M. C. F. & Garcia, A.; "Modelagem Numérica Aplicada à Solidificação de Peças Metálicas no Processo de Fundição"; **Metalurgia - ABM;** V. 44, n. 366, Maio (1988).

CARAM, R. J., Ierardi, M. C. F. & Garcia, A.; "Determinação do Coeficiente de Transmissão de Calor Metal/Molde em Função da Microestrutura de Solidificação"; **Anais do 8º Congresso Brasileiro em Engenharia e Ciência dos Materiais - CBECIMAT**, p. 155-158, Dez (1988).

CARAM, R & Garcia, A.; " The Use of Dendritic Microstructure Growth to Evaluate the Metal-Mold Heat Transfer Coefficient in the Foundry Process"; **IMechE Conference Transactions, The Institution of Mechanical Engineers**, London, V. 2, p 555-559, (1995).

CHEN, H.T. & Lin, J. Y.; "Numerical Analysis for Hiperbolic Heat Conduction", **International Journal Heat Mass Transfer**, V.36, n°11, 2891-2898, (1993).

CHEN, J.H. & Tsai, H.L., "An Efficient and Accurate Numerical Algorithm for Multi-Dimensional Modeling of Casting Solidification, Part I: Control Volume Method", **Transactions of the American Foundrymen's Society,** V.98, 527-537, Apr (1990).

CHEN, J.H. & Tsai, H.L., "Comparison on Different Modes of Latent Heat Release for Modeling Casting Solidification"; **Transactions of the American Foundrymen's Society;** V.98, p. 539-546, Apr (1990).

CHIOU, I.J. & Tsai, H.L., "Modeling of Porosity Formation in Castings", **Transactions of the American Foundrymen's Society,** V.98, 823-830, Apr (1990).

CLYNE, T. W.; "Numerical Modeling of Directional Solidification of Metallic Alloys", **Metals Science**, V.16, 441-450, Set (1982).

CLYNE, T. W. & Kurz, W., **Metallurgical Transactions A**, V. 12A, 965-971, (1981).

CORBETT, C.F. & Picard, M., "Benefits of Solidification Simulation for Steel Castings", **Transactions of the American Foundrymen's Society,** V.98, 311-318, Apr (1990).

DALLMER, D. A. & Naperville, I. L.; "Use of the Computer in the Foundry", **Transactions of the American Foundrymen's Society**, 757-764, (1984).

DAVIES, V. L.; "Heat Transfer in Gravity Die Castings". **British Foundryman,** V. 73, p. 331-334, (1980).

EVANS, J. F.; Kirkwood, D. H. & Beech, J.; "The Determination of Metal-Mold Interfacial Heat Transfer Coefficients and the Prediction of Gross Shrinkage Cavities in Chill Mold Castings"; **The Minerals, Metals & Materials Society;** (1991).

FLEMINGS, M. C., "Behavior of Metal Alloys in the Semisolid State", **Metallurgical Transactions B,** V.22B, 269-293, Jun (1991).

GARCIA, A & Clyne, T.W.; "A Versatile Technique for Characterization of Metal-Mold Heat Transfer and Correlation with Thermal and Structural Effects", **Solidification Technology in the Foundry and Casthouse, The Metals Society**, pp 33-39, (1983)

GARCIA, A & Prates, M.; "Mathematical Model for the Unidirectional Solidification of Metals : I. Cooled Molds", **Metallurgical Transactions**, V. 98, p 449-457, (1978).

GARCIA, A & Prates, M.; "Mathematical Model for the Unidirectional Solidification of Metals : I. Massive Molds", **Metallurgical Transactions**, V. 10, p 85-92, March (1978).

HAMAR, R.; "Numerical Simulation in Precision Casting", **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, V.24, 219-229, (1987).

HANSEN, P. N.; "Modeling of Solidification Processes in Casting Using FDM-Tecniques", **E-MRS Strasbourg**, 27-38, Jun (1986).

HANSEN, P. N.; "Numerical Simulation of the Solidification Process", **Proceedings of an International Conference on Solidification**, 350-356, Jul (1977).

HO, K. & Pehlke, R.D., "Transient Methods for Determination of Metal-Mold Interfacial Heat Transfer", **AFS Transactions** , V.91, p. 689-698, (1983).

HO, K. & Pehlke, R.D., "Mechanisms of Heat Transfer at a Metal-Mold Interface", **AFS Transactions** , V.92, p. 587-598, (1985).

HO, K. & Pehlke, R.D., "Metal-Mold Interfacial Heat Transfer", **Metallurgical Transactions B,** V.16B, 585-594, Sept (1985).

HUANG, H., et alli ; "Modeling the Variation of the Air Gap Heat Transfer Coefficient in Shaped Castings", **The Minerals, Metals & Materials Society**, p. 65-70, (1991).

HUANG, H. et alli; "Issues in Thermal Contact and Phase Change in Porosity Prediction", **Transactions of the ASME**, V.115, 2-7, Jan (1993).

IRVING, W.R.; "Heat Transfer in Continuous Casting Mould", **Journal of the Iron and Steel Institute**, p 271-277, (1967).

JALURIA, Y., "Numerical Simulation of the Transport Process in a Heat Treatment Furnace", **International Journal for Numerical Methods in Engineering,** V.25, 387-399, (1988).

KRISHNAN, M.; Sharma, D. G. R.; "Determination of the Interfacial Heat Transfer Coefficients h in Unidirectional Heat Flow by Beck's Non Linear Estimation Procedure"; **Int. Comm. Heat Mass Transfer;** V. 23, n. 2, p. 203-214, (1996).

LALLY, B. ; Biegler, L. & Henein, H.; "Finite Difference Heat-Transfer Modeling for Continuous Casting", **Metallurgical Transactions B,** V.21B, 761-770, Aug (1990).

LEWIS, R.W. et alli, "Solidification in Castings by Finite Element Method", **The Institute of Metals,** 482-489, (1990).

MAGALHÃES, C.A. & Barbedo Magalhães, A.P.; "Finite Element Simulation of The Thermal Evolution of a Metallic Mould During Successive Casting of Ductile Iron", **E-MRS - Strasbourg**, 75-82, Jun(1986).

MAHAPATRA, R. B.; Weinberg, F.; "The Columnar to Equiaxed Transition in Tin-Lead Alloys"; **Metallurgical Transactions B;** V. 18, p. 425-432, (1996)

MAMPAEY, F., "A Stable Alternating Direction Method for Simulating, Multi-Dimensional Solidification Problems", **International Journal for Numerical Methods in Engineering,** V.30, 711-728, Jan (1990).

NISHIDA, Y.; Matsubara, H. "Effect of Pressure on Heat Transfer at the Metal Mould-Casting Interface"; **British Foundryman,** p. 274-278, (1976).

NISHIDA, Y.; Droste, W. & Engler, S.; "The Air-Gap Formation Process at the Casting-Mold Interface and the Heat Transfer Mechanism through the Gap"; **Metallurgical Transactions B,** V. 17B, p. 833-844, Dez.(1986).

OHNAKA, I.; "Mathematical Analysis of Solute Redistribution during Solidification with Diffusion in Solid Phase", **Transactions Iron and Steel Institute of Japan,** V. 26, p. 1045-1051, (1986).

OVERFELT, T., "The Manufacturing Significance of Solidification Modeling", **The Journal of the Minerals, Metals & Materials Society,** 17-20, June (1992).

PRATES, M.; Biloni, H. "Variables Affecting the Nature of Chill-Zone ", **Metallurgical Transactions,** V. 3, p. 1501-1510, (1992).

POPOV, J. R. & Katzarov, I. H.; "Formation of Casting with Complex Geometry Thermomechanical Effects, Growth and Influence of the Air Gap", **International Journal Heat Mass Transfer,** V.36, n° 11, 2861-2867, (1993).

QUARESMA, J.M.V. ; Soeiro, N.S. & Garcia, A.; "Mecanismos de Formação de Marcas Superficiais em Lingotes: Fatores de Influência", **Anais do 7^0 Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais**, p 131-134, (1986).

QUARESMA, J. M. V.,Santos, C. A., Spim, J. A. Jr., Garcia, A.; "Determinação Experimental da Condutância Térmica da Interface Metal/Molde Durante a Solidificação em Sistemas Estáticos de Fundição"; **Anais do XII Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais** , V. 2, p 617-620, (1996).

RAMAKRISHNA R., P.; "Efficient Numerical Method for Two-Dimensional Phase Change Problems", **International Journal Heat Mass Transfer,** V.11, n° 11, 2077-2084, (1984).

RAPPAZ, M. & Gandin, Ch. A.; "Probabilistic Modeling of Microstructure Formation in Solidification Processes", **Acta Metallurgica,** V.41, n° 2, 345-360, (1993).

REDDY, A.V. & Beckermann, C.; "Measurements of Metal-Mold Interfacial Heat Transfer Coefficients During Solidification of Sn and Sn-Pb Alloys", **Experimental Heat Transfer,** V. 6, p 111-129,(1993).

ROBERTSON, S. R. , Fascetta, E. F.;. "An Analytical Technique for the Determination of the Thermal Contact Resistance Between a Solidifying Metal and Mold"; **Metallurgical Transactions B;** V. 8B, p. 619-624, Dec (1977).

SALCUDEAN, M. & Abdullah, Z., "On the Numerical Modeling of Heat Transfer During Solidification Processes", **International Journal for Numerical Methods in Engineering,** V.25, 445-473, (1988).

SANTOS, C. A. ; Cheung, N. ; Spim Jr, e Garcia, A.; "Análise Tridimensional da Solidificação de Ligas Através de uma Abordagem Numérica Baseada na Analogia entre Sistemas Térmicos e Circuitos Elétricos", **Anais do VI Congresso Latinoamericano de Transferencia de Calor y Materia e VI Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas**, V. 2, p. 969-972, (1996).

SANTOS, C. A. ; Spim Jr, J. A. ; Quaresma, J. M. V. e Garcia, A.; "Aplicação de um Modelo Numérico na Determinação Experimental da Condutância Térmica da Interface Metal/Molde em Sistemas Estáticos de Fundição", **Anais do IX Seminário de Metais Não-Ferrosos da Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais** , p. 197-202, (1996).

SANTOS, C. A. ; Cheung, N.,Spim Jr, J. A., Garcia, A.; "Influência das Taxas Direcionais de Retirada de Calor na Evolução da Solidificação de Ligas", **Anais do XII Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais** , V. 2, p 621-624, (1996).

SANTOS, R. G. & Garcia, A.; "Comportamento Térmico e Microestrutural na Solidificação Radial", **Anais do 48° Congresso da Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais (ABM)**, Rio de Janeiro, 591-602, Jul (1993).

SCHEIL, E. , Z. Metallkd., V. 34, 70-72, (1942).

SCHREIBER, W.C., "The Numerical Simulation of Heat Conduction in Irregularly-Shaped Materials of Termally-Dependent Properties", **International Journal for Numerical Methods in Engineering,** V.30, 679-696, Jan (1990).

SHIVKUMAR, S., Apelian, D. & Zou, J., "Modeling of Microstructure Evolution and Microporosity Formation in Cast Aluminum Alloys", **Transactions of the American Foundrymen's Society,** V.98, 897-904, Apr (1990).

SPIM Jr., J. A. & Garcia, A.,"Modelagem Numérica da Solidificação Baseada na Analogia entre Sistemas Térmicos e Elétricos ", **Anais do 10° Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais (CBECIMAT),** V. 2, p. 594-597, (1992).

SPIM Jr., J. A. & Garcia, A.,"Aplicação de um modelo Numérico na Simulação da Solidificação de Seções Radiais em Sistemas Metal/Molde Complexos", **Anais do 50° Congresso da Associação Brasileira dos Metais (ABM),** Ago (1995).

SPIM Jr., J. A. , Ierardi, M. C. F. & Garcia, A.,"Aplicação da Inteligência Artificial na Solução Ótima das Condições Operacionais do Lingotamento Contínuo", **Anais do 50° Congresso da Associação Brasileira dos Metais (ABM),** V. 2, p. 333-346, Ago (1995).

SPIM Jr., J. A. ; Ierardi, M. C. F. & Garcia, A., "Controle Automático do Processo de Lingotamento Contínuo de Aços com Ênfase no Controle Inteligente da Região de Resfriamento Secundário", **Trabalho submetido à Comissão de Publicação da Revista Brasileira de Ciências Mecânicas**, Jan (1995).

SPIM Jr., J. A. & Garcia, A.,"Modelagem da Solidificação do Lingotamento Contínuo de Tarugos de Geometria Cilíndrica", **Trabalho submetido à Comissão de Publicação da Revista Brasileira de Ciências Mecânicas**, Dez (1994).

SPIM Jr., J. A. ; Ierardi, M. C. F. & Garcia, A., "Sistema de Inteligência Artificial Aplicado ao Controle do Resfriamento Secundário do Lingotamento Contínuo", **Anais do 49° Congresso Internacional de Tecnologia Metalúrgica e de Materiais - ABM**, V.5, 337-349, out (1994).

SPIM Jr., J. A. ; Ierardi, M. C. F. & Garcia, A., "Otimização do Método de Diferenças Finitas para a Modelagem do Processo de Solidificação em Peças de Geometria Complexa", **Anais do 49° Congresso Internacional de Tecnologia Metalúrgica e de Materiais - ABM**, V.10, 325-334, out (1994).

SPIM Jr., J. A. & Garcia, A., "Análise Numérica de Seções Radiais na Fundição de Geometrias Complexas", **Anais do 11° Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais - CBECIMAT**, V. 2, p. 1439-1442, Dez (1994).

SPIM Jr, J. A. ; Santos, C.A. & Garcia, A. - "Aplicação de um Programa Numérico Inteligente na Otimização Operacional do Lingotamento Contínuo de Aços", **Anais do 51° Congresso Anual da Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais,** (1996).

SPITTLE, J. A. & Brown, S. G. R.; "Computer Simulation of the Effects of Alloy Variables on the Grain Structures of Castings", **Acta Metallurgica,** V.37, n°7, 1803-1810, (1989).

SULLY, L. D.; "The Thermal Interface Between Castings and Chill Molds"; **AFS Transactions;** V. 84, p. 735-744, (1976).

SVENSSON, I. L. & Lundback, E.;"Computer Simulation of the Solidification of Castings", **E-MRS - Strasbourg**, 57-64, Jun(1986).

SWAMINATHAN, C.R. & Voller, V.R., "A General Enthalpy Method for Modeling Solidification Processes", **Metallurgical Transactions B,** V.23B, 651-664, Oct (1992).

THAMBAN, M.; Panchanathan, V.; "Numerical Simulation of Solidification of Aluminum Alloys in Cast Iron Molds"; **AFS Transactions;** V. 88, p. 167-174, (1980).

THOMAS, B.G., Samarasekera, I. V. & Brimacombe, J.K., "Comparison of Numerical Modeling Techniques for Complex, Two-Dimensional, Transient Heat-Conduction Problems", **Metallurgical Transactions B,** V.15B, 307-318, Jun (1984).

THOMAS, B. G.; Samarasekera, I.V. & Brimacombe, J.K.; "Mathematical Model of the Thermal Processing of Steel Ingots: Part II. Stress Model", **Metallurgical Transactions B,** V.18B, 131-147, Mar (1987).

VISKANTA, R.; "Heat Transfer During Melting and Solidification of Metals"; **Journal of Heat Transfer;** V. 110, p. 1205-1219, Nov (1988).

VOLLER, V.R. & Swaminathan, C.R., "General Source-Based Method for Solidification Phase Change"; **Numerical Heat Transfer, Part B,** V.19, 175-189, (1991).

VOLLER, V. R.; Brent, A.D. & Prakash, C.; "The Modeling of Heat Mass and Solute Transport in Solidification Systems", **International Journal Heat Mass Transfer,** V.32, n°9, 1719-1731, (1989).

YU, K.O., Nichols, J.J. & Robinson, M., "Finite-Element Thermal Modeling of Casting Microstructures and Defects", **The Journal of the Minerals Metals & Materials Society,** 21-25, June (1992).

ZIV, I. & Weinberg, F.; "The Columnar-to-Equiaxed Transition in Al-3pctCu", **Metallurgical Transactions B,** 20B, 731-734, Oct(1989).

WANG, C. Y., Beckermann, C.; "Prediction of Columnar to Equiaxed Transition During Diffusion-Controlled Dendritic Alloy Solidification"; **Metallurgical and Materials Transactions A;** V. 25A, p. 1081-1093, May (1994).

Teses:

MEDEIROS, M. D.; "Influência do Superaquecimento no Comportamento Térmico de Sistemas Metal/Molde Durante a Solidificação"; **Tese de Mestrado, UNICAMP/FEM/DEMA,** (1979).

MELO, M.L.N.M. : "Análise Numérico / Experimental da Formação de Microporosidade durante a Solidificação de Ligas de Alumínio", **Tese de Doutorado, UNICAMP/FEM/DEMA**, (1996).

SPIM Jr., J. A. - "Aplicação da Modelagem Matemática da Solidificação no Controle Ótimo do Lingotamento Contínuo de Aços", **TESE DE MESTRADO, UNICAMP/FEM/DEMA,** (1993).

SPIM Jr, J.A. : "Aplicação da Modelagem Matemática na Definição Integral da Solidificação para Projeto ou Reprogramação de Sistema de Fundição", **Tese de Doutorado, UNICAMP/FEM/DEMA**, (1996)

Livros:

CALLISTER, W. D. Jr.; "Materials Science and Engineering - An Introduction"; **J. Wiley and Sons, Inc.** New York, (1994).

GUY, A. G.; "Essentials of Materials Science", **McGraw-Hill**, New York, (1976).

HOLMAN, J.P.; "Transferência de Calor"; **McGraw-Hill**, New York, (1983).

KELLY-BOOTLE, S.;"Dominando o Turbo C", 2° Edição, **Ciência Moderna,** (1989).

KERN, D. Q.; "Process Heat Transfer", **McGraw-Hill**, New York, (1950).

KURZ, W.; Fisher, D. J.; "Fundamentals of Solidification"; **Trans Tech Publications,** (1984)

OZISIK, M. N.; "Basic Heat Transfer", **McGraw-Hill**, New York, (1977).

PERRY, J. H.; "Chemical Engineers' Handbook", 42° Ed., Mc Graw-Hill Book Company, (1963);

PRATES, M.C.F.; Davies, G.J.; "Solidificação e Fundição de Metais e suas Ligas"; **LTC/EDUSP;** (1978).

SCHILDT, H.; "Linguagem C - Guia do Usuário", **McGraw-Hill,** (1986).

VAN VLACK, L. H.;"Elements of Materials Science", **Addison-Wesley Publishing Company, Inc.** (1982).

WELTY, J. R.; "Engineering Heat Transfer", **J. Wiley and Sous, Inc.** New York, (1976).

APÊNDICE ' A '

Propriedades Termofísicas Utilizadas

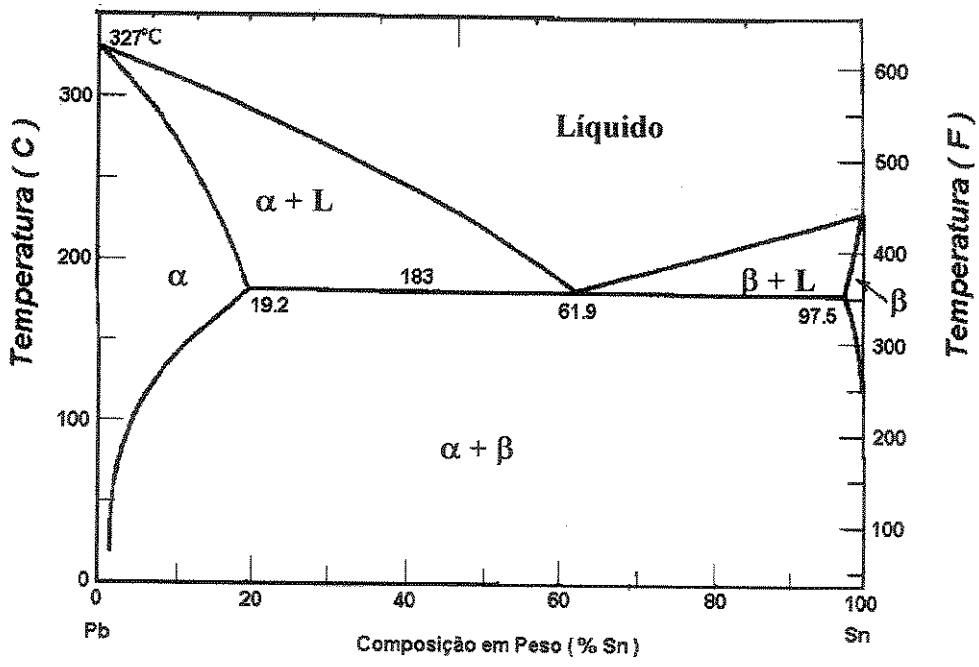


Figura A1 - Diagrama de Fases da Liga Pb - Sn . [***Metals Handbook: Metallography, Structures and Phase Diagrams***, Vol. 8, 8 th Edition, ASM Handbook Committee, T. Lyman, Editor, American Society for Metals, 1973, p. 330].

Características da Liga *Sn 10 % Pb* [Wang- Beckermann, 1994].

T Liquidus = 215 ^{0} C
T Solidus = T eutético= 183 ^{0} C
T Fusão Metal Base = 232,1 ^{0} C
Calor Latente de Fusão = 56500 J/kg

	k (W/mK)	c (J/kgK)	ρ (kg/m3)
Liquido	20	250	7 700
Sólido	40	250	7 700

Características Gerais dos Metais Puros [Perry , 1963].

	Estanho	Chumbo	Cobre
c_l (J/kgK)	226.5	159	385
c_s (J/kgK)	226.5	130	385
ρ_l (kg/m^3)	6 600	10 500	8 100
ρ_s (kg/m^3)	7 304	11 373	8 960
k_l (W/mK)	50	16.1	350
k_s (W/mK)	64	35	393.6
H (J/kg)	59 000	23 000	172 000
T_f(^{0}C)	232.1	327	1083

Características do Aço Carbono 1060 [Perry, 1963].

	H (J/kg)	*k (W/mK)*	*c (J/kgK)*	*ρ (kg/m^3)*
Sólido	260 000	29.3	670	7400

APÊNDICE ' B '

Propriedades do Ar à Pressão Atmosférica [Holman, 1983]

T (K)	ρ (kg/m^3)	c_p ($kJ/kg.^0C$)	μ ($kg/m.s \times 10^{-5}$)	k ($W/m.^0C$)	Pr
100	3.6010	1.0266	0.6924	0.009246	0.770
150	2.3675	1.0099	1.0283	0.013735	0.753
200	1.7684	1.0061	1.3289	0.01809	0.739
250	1.4128	1.0053	1.488	0.02227	0.722
300	1.1774	1.0057	1.983	0.02624	0.708
350	0.9980	1.0090	2.075	0.03003	0.697
400	0.8826	1.0140	2.286	0.03365	0.689
450	0.7833	1.0207	2.484	0.03707	0.683
500	0.7048	1.0295	2.671	0.04038	0.680
550	0.6423	1.0392	2.848	0.4360	0.680
600	0.5879	1.0551	3.018	0.04659	0.680
650	0.5430	1.0635	3.177	0.04953	0.682

Fonte: Do Natl. Bur. Stand. (U.S.A.) Circ. 564, 1955