Carlos Roberto Mingoto Junior

Método de Medição de Alinhamento de Suspensão Veicular Não Intrusivo Baseado em Visão Computacional

110/2012

CAMPINAS

2012

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Carlos Roberto Mingoto Junior

Método de Medição de Alinhamento de Suspensão Veicular Não Intrusivo Baseado em Visão Computacional

Orientador: Prof. Dr. Paulo Roberto Gardel Kurka

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico.

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA TESE DEFENDIDA PELO ALUNO CARLOS ROBERTO MINGOTO JUNIOR E ORIENTADA PELO PROFESSOR DOUTOR PAULO ROBERTO GARDEL KURKA

.....
ASSINATURA DO ORIENTADOR

CAMPINAS, 2012

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

M663m

Mingoto Junior, Carlos Roberto
Método de medição de alinhamento de suspensão veicular não Intrusivo baseado em visão computacional / Carlos Roberto Mingoto Junior. --Campinas, SP: [s.n.], 2012.

Orientador: Paulo Roberto Gardel Kurka.
Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Visão por computador - Aplicações industriais. 2. Automóveis - Molas e suspensão. 3. Máquinas - Alinhamento. 4. Processamento de imagem. 5. Visão de robô. I. Kurka, Paulo Roberto Gardel, 1958-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Not intrusive method for the measurement of alignment angles of vehicular suspension based on computer vision
Palavras-chave em Inglês: Computer vision - Industrial applications, Vehicles - Springs and suspension, Machinery - Alignment, Image processing, Robot vision
Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico
Titulação: Doutor em Engenharia Mecânica
Banca examinadora: João Maurício Rosário, Ely Carneiro de Paiva, Valdir Grassi Junior, Humberto Ferasoli Filho
Data da defesa: 31-07-2012
Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

TESE DE DOUTORADO

Método de Medição de Alinhamento de Suspensão Veicular Não Intrusivo Baseado em Visão Computacional

Autor: **Carlos Roberto Mingoto Junior**
Orientador: **Paulo Roberto Gardel Kurka**

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Tese:

Prof. Dr. Paulo Roberto Gardel Kurka, Presidente

UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas

Prof. Dr. João Maurício Rosário

UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas

Prof. Dr. Ely Carneiro de Paiva

UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas

Prof. Dr. Valdir Grassi Junior

USP – Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Humberto Ferasoli Filho

UNESP – Universidade Estadual Paulista

Campinas, 31 de Julho de 2012

Dedico este trabalho aos meus pais Kalé e Teresa.

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser concluído sem o apoio de algumas pessoas e entidades, portanto, faço meus agradecimentos:

- Ao Prof. Dr. Paulo Roberto Gardel Kurka, pelo acolhimento no programa de pós-graduação e confiança ao longo dos anos de trabalho conjunto. Agradeço também pelas aulas-conversas que propiciaram grande aprimoramento científico e matemático como também vários momentos de descontração e bom-humor;

- Ao amigo Prof. Dr. Luiz Ferreira Menezes Junior pelo incentivo para ingresso no programa de pós-graduação e transferência de conhecimentos a respeito dos assuntos suspensão veicular, programas de modelamento tridimensional, como o 3ds Max e programas de processamento de imagens;

- Ao colega de trabalho Otávio Lins de Oliveira Neto, cujo projeto de iniciação científica e competência acadêmica permitiram proveitosas trocas de ideias e avanços no uso das interfaces gráficas do Matlab;

- À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo apoio financeiro de importância fundamental ao andamento do projeto, cujo número de processo é 2009/06298-6;

- Aos colegas de laboratório, físicos e engenheiros, pelos incríveis momentos de descontração, ciência e bom-humor;

- Aos meus pais e amigos pela compreensão do trabalho “diferente” que é a pesquisa científica acadêmica.

“...diante da vastidão do espaço e da imensidade do tempo, é um privilégio e alegria para mim partilhar um planeta e uma época com as pessoas ao meu redor e, além disso, ainda aprender matemática e ciência...”

adaptação de Carl Sagan, COSMOS

Resumo

O presente projeto de pesquisa aplica técnicas de visão estereoscópica computacional no desenvolvimento da configuração de um equipamento de medição de ângulos de alinhamento de suspensão veicular, usando câmeras de vídeo de baixo custo. Atualmente, a maioria dos dispositivos de medição de ângulos de alinhamento de suspensão de veículos baseia-se no uso de componentes eletromecânicos, como pêndulos resistivos, inclinômetros capacitivos, dispositivos opto-mecânicos (espelhos e raio de luz monocromática de baixa intensidade).

Com a sequência aqui estabelecida dos fundamentos algébricos e técnicas de visão computacional, realizam-se estudos de viabilidade científica e proposta de construção de um equipamento de verificação de ângulos de alinhamento veicular. São apresentados testes virtuais e reais, ilustrativos da potencialidade operacional do equipamento.

Palavras Chave: Visão por computador - Aplicações Industriais; Automóveis - Molas e suspensão; Máquinas - Alinhamento; Processamento de imagens; Visão de robô.

Abstract

This research project uses stereoscopic computer vision techniques to develop a system to measure alignment angles of vehicular suspensions, using low cost cameras. Currently, most of the devices intended to measure vehicular suspension angles are based on the use of electromechanical components, such as resistive pendulums, capacitive inclinometers or optic-mechanical devices (mirrors and projection of beams of monochromatic light of low intensity).

Fundaments of linear algebra and computer vision techniques, lead to studies of feasibility and practical implementation of a system used to measure vehicular suspension alignment angles. Virtual and real measurements are carried out to illustrate the operative potential of such a system.

Key Words: Computer vision - Industrial Applications; Vehicles - Springs and suspension; Machinery - Alignment; Image processing; Robot vision.

Lista de Ilustrações

Figura 1.1: Garra de pneu, cabeça de alinhamento e plataforma orbital 03
Figura 1.2: Sensor, aspectos internos e externos 05
Figura 1.3: Sistema de alinhamento por imagem e com padrões 06
Figura 1.4: Sistema de alinhamento por imagem sem intrusão 07

Figura 2.1: Estrutura de uma suspensão veicular 09
Figura 2.2: Linhas de centro do veículo 10
Figura 2.3: Referência vertical 10
Figura 2.4: Eixo dianteiro do veículo visto por cima 12
Figura 2.5: Eixo dianteiro visto pela frente 13
Figura 2.6: Ângulo de avanço 14
Figura 2.7: Inclinação do pino mestre 15
Figura 2.8: Eixos de coordenadas e ângulos da suspensão 16
Figura 2.9: Coordenadas de referência em relação aos componentes mecânicos 17
Figura 2.10: Eixo de pivôs e de rodas em diferentes situações de inclinação 18

Figura 3.1: Esquema de uma câmera *pin-hole* real 20
Figura 3.2: Modelo de câmera *pin-hole* e regra da mão direita 21
Figura 3.3: Projeção perspectiva, semelhança de triângulos 22
Figura 3.4: Coordenadas de imagem (*pixels*) 24
Figura 3.5: Sistemas de coordenadas das câmeras e de um referencial comum O 27
Figura 3.6: Caixa de arquivo utilizada como padrão tridimensional 38
Figura 3.7: Padrão tridimensional vazado e câmera 38
Figura 3.8: Configuração de câmeras estéreo para reconstrução 3D 50
Figura 3.9: Reconstrução 3D. Contorno da roda do veículo 55

Figura 4.1: Automóvel com as câmeras e iluminação ao redor 57
Figura 4.2: Imagens obtidas através das oito câmeras de alinhamento das rodas 58
Figura 4.3: Conversão *RGB* para escala de cinzas 60
Figura 4.4: Aparência após aplicação de algoritmo detector de bordas 61
Figura 4.5: Contorno da roda detectado em destaque 62
Figura 4.6: Plano imagem com os pontos da elipse 64
Figura 4.7: Elipse com seus parâmetros 66
Figura 4.8: Parametrização angular da elipse 68
Figura 4.9: Elipse em sua forma não canônica 69
Figura 4.10: Geometria epipolar, com destaque aos epipolos, plano e linhas epipolares 71
Figura 4.11: Varredura e retas epipolares em uma roda real.....75
Figura 4.12: Varredura e retas epipolares em uma roda virtual 76

Figura 5.1: Obtenção do vetor gravidade com a caixa 84
Figura 5.2: Eixo de direção da roda 85
Figura 5.3: Arranjo dos postes ópticos ao redor do veículo 86
Figura 5.4: Poste óptico *RF* 89
Figura 5.5: Poste óptico *LF* 90
Figura 5.6: Poste óptico *LR* 92
Figura 5.7: Poste óptico *RR* 93
Figura 5.8: Arranjo dos postes ópticos e padrão de calibração global 95
Figura 5.9: Parâmetros extrínsecos globais 96
Figura 5.10: Arranjo ótimo das câmeras ao redor do veículo 98
Figura 5.11: Ilustração de um sistema câmera-roda para análise de precisão 99

Figura 6.1: Fluxograma sequência de identificação dos ângulos de alinhamento 103
Figura 6.2: Montagem para medição de ângulo 104
Figura 6.3: Medição de variação angular com uma roda padrão 105
Figura 6.4: Imagens da roda padrão e desalinhada 106

Figura 6.5: Imagens reais da roda padrão e desalinhada 108
Figura 6.6: Sistema de eixo absoluto 109
Figura 6.7: Calibração global das câmeras de referência 112
Figura 6.8: Imagens da calibração local do poste *RF* 113
Figura 6.9: Imagens das rodas em medição 113

Lista de Tabelas

Tabela 5.1: Parâmetros da calibração local do poste óptico *RF* 89
Tabela 5.2: Parâmetros da calibração local do poste óptico *LF* 91
Tabela 5.3: Parâmetros da calibração local do poste óptico *LR* 92
Tabela 5.4: Parâmetros da calibração local do poste óptico *RR* 94
Tabela 5.5: Parâmetros da calibração global 95

Tabela 6.1: Resultados da medição da variação angular em relação a uma roda padrão 106
Tabela 6.2: Resultados da medição real da variação angular em relação a uma roda padrão 107
Tabela 6.3: Resultados da medição de ângulos das rodas dianteiras com 4 postes ópticos 114

Lista de Abreviaturas e Siglas

Letras Latinas

r – raio da roda [mm]

***f* –** distância focal [mm]

.....

Letras Gregas

α – ângulo de varredura, de suspensão [º], parâmetro intrínseco da câmera [*pixels*/mm]

γ – coeficiente angular de reta

δ – coeficiente de intersecção de reta com eixo vertical

λ – fator de escala, vetor de profundidades.

.....

Superescritos

^{T} **–** transposto

$\bar{\ }$ **–** estimado

.....

Subscritos

$_{o}$ **–** origem de sistema de coordenadas

.....

Abreviaturas

3D – tridimensional

cam – câmera

CCD - charge-coupled device

CMOS - complementary metal oxide semiconductor

HSL – hue, saturation, luminance

KPI – king pin inclination

LED – light emitting diode

MEMS – microelectromechanical systems

RGB – red, green, blue

RF – right front

LF – left front

LR – left rear

RR – right rear

RFP – right front precision

RFR – right front reference

LFP – left front precision

LFR – left front reference

LRP – left rear precision

LRR – left rear reference

RRP – right rear precision

RRR – right rear reference

svd – singular value decomposition

SUMÁRIO

1 Introdução 01
1.1 Motivação 02
1.2 Contexto da Pesquisa 03
1.3 Sistema de Alinhamento com Visão Computacional 05
1.4 Objetivos do Presente Trabalho 07
1.5 Descrição da Estrutura do Trabalho 08

2 Geometria da Suspensão Veicular 09
2.1 Convergência/Divergência 12
2.2 Cambagem 13
2.3 Ângulo de Avanço 14
2.4 Inclinação do Pino Mestre 15
2.5 Outras Definições 15

3 Métodos de Calibração de Câmeras e Reconstrução Tridimensional 19
3.1 Modelo de Câmera e Padrão do Sistema de Coordenadas Utilizado 20
3.2 Geometria Perspectiva 22
3.2.1 Parâmetros Intrínsecos 23
3.2.2 Parâmetros Extrínsecos 26
3.3 Métodos de Calibração de Câmeras 28
3.3.1 Calibração Planar 29
3.3.2 Calibração com Caixa 37
3.4 Reconstrução 3D 49
3.4.1 Vetor Perpendicular ao Plano da Roda 54

4 Processamento de Imagens 57
4.1 Obtenção das Imagens 57
4.2 Segmentação das Imagens 59
4.2.1 Conversão *RGB* para Tons de Cinza 59
4.2.2 Identificação de Bordas 60
4.2.3 Agrupamentos de *pixels* Contínuos e Escolha de Um Deles 62
4.3 Detecção de Elipses 63
4.4 Correlação de Pontos 67
4.4.1 Parametrização da Elipse 67
4.4.2 Correlação Epipolar 70
4.4.3 Intersecção Elipse com Retas 76
4.4.4 Escolha da Raíz Correspondente ao Ponto Correlato 81

5 Definições do Projeto do Sistema de Alinhamento 83
5.1 Vetores de Referências 83
5.2 Calibrações dos Postes Ópticos 87
5.2.1 Calibração Local do Poste *RF* (*Right Front*) 88
5.2.2 Calibração Local do Poste *LF* (*Left Front*) 90
5.2.3 Calibração Local do Poste *LR* (*Left Rear*) 91
5.2.4 Calibração Local do Poste *RR* (*Right Rear*) 93
5.2.5 Calibração Global 94
5.3 Posicionamento Ideal das Câmeras 96
5.4 Precisão das Medidas Angulares 99

6 Operação do Sistema de Alinhamento 103
6.1 Medição de Alinhamento com Roda Virtual Padrão 104
6.2 Medição de Alinhamento com Roda Real 107
6.3 Medição de Alinhamento Virtual com Todos os Postes Ópticos 108

Conclusão 115

Referências 117

1 INTRODUÇÃO

O uso e análise de imagens obtidas por câmeras, para o sensoriamento de diferentes grandezas físicas, tem se revelado como uma importante ferramenta de inovação tecnológica (SALVADOR, 2011). No campo da Engenharia Elétrica, por exemplo, usa-se visão computacional para analisar a correta montagem de componentes eletrônicos e circuitos integrados em placas de circuito impresso (LETA, 2007). No campo da Engenharia civil, medição de distância, deslocamento e vibrações de estruturas por meio de análise de imagens é uma realidade (KIM, 2006). Na Engenharia Agrícola, pode-se citar a agrimensura por meio de câmeras (CRESTANA, 1994). Na Engenharia de Controle, cita-se o sensoriamento do ambiente com uso de imagens (MOBALLEGH, 2004). Diversas áreas do conhecimento humano utilizam cada vez mais as câmeras, como forma única ou alternativa para obtenção de dados. A diminuição nos custos do fotossensor e sua integração eletrônica cada vez maior viabilizam aplicações de uso de imagem. Como outras aplicações, pode-se citar, ainda, a contagem de pessoas em um ambiente, detecção de focos de incêndio, medição de posicionamentos, ângulos, distâncias, volumes (MARQUES, 2001).

Em vários centros de pesquisa e ensino do mundo e inclusive empresas de tecnologia, desenvolve-se a navegação de robôs por meio de câmeras, como em competições internacionais de futebol de robôs (BIANCHI, 2000), que podem ter formas de animais, humanóide, carro. O que, em princípio, parece ser apenas um entretenimento, na verdade é também uma forma de aprendizado de aplicação dos princípios básicos da navegação robótica com uso de imagens (visão computacional). Aplicam-se e desenvolvem-se as técnicas e algoritmos de análise de imagens, visão estéreo, correlação de imagens e reconstrução tridimensional de ambientes (KURKA, 2005), operações de desvio de obstáculos (DIOGENES, 2008), correções de trajetórias (VICTORINO, 1998). Alguns trabalhos já foram desenvolvidos, por exemplo, para a definição de estratégias na navegação robótica (RAFIKOVA, 2010), outros buscam a aplicação das técnicas de visão na análise vibracional de modelos de dutos de petróleo (MENEZES JUNIOR, 2008).

Juntamente com a vasta aplicação do uso de câmeras na Engenharia, o presente projeto apresenta o desenvolvimento e integração de diferentes técnicas de visão computacional e

processamento de imagens para o estabelecimento de uma metodologia viável cientificamente e tecnologicamente na medição de ângulos da suspensão veicular. Esse procedimento dá-se por intermédio da análise das imagens das rodas de um veículo, a partir das quais toda a informação necessária para o conhecimento de seu ângulo de inclinação deve ser extraída. Também, são estabelecidas técnicas de calibração de câmeras e definição de referenciais de medição.

1.1 Motivação

As necessidades, motivações e importância de um sistema de medição de ângulos de suspensão veicular utilizando imagens provenientes de câmeras, preferencialmente de baixo custo, têm ligações com fatores econômicos, tecnológicos e de busca de processos mais rápidos e menos intrusivos no trato de inspeção de veículos. Os fatores econômicos e tecnológicos residem no fato de que é crescente o surgimento de tecnologias de câmeras com melhor resolução em *pixels* (unidade de imagem) e baratas, principalmente, graças a crescente integração de circuitos e sensores fotoelétricos. Com a demanda também crescente por produtos tecnologicamente melhores o custo final das câmeras cai, o que viabiliza as ideias de aplicação de visão computacional em processos já existentes e tratados, atualmente, com outros tipos de sensores na indústria e ou comércio. Pelo fato de a medição utilizando imagens não necessitar contato físico do sensor de imagem com o objeto em aferição, o processo torna-se menos intrusivo e mais rápido na etapa de medições, pois, as manobras de fixação de um aparato na roda são eliminadas, procedimento adotado em equipamentos de medição de alinhamento tradicionais (HALDERMAN, 2009). Além das motivações citadas anteriormente, um fator interessante no estudo das técnicas de visão computacional aplicadas especificamente à análise de ângulos da suspensão veicular, reside na busca da detenção da tecnologia. Isto, diretamente, tem impactos positivos tanto no desenvolvimento tecnológico, quanto na economia local, já que, tecnologia nacional fomenta a própria indústria e comércio nacional. Outra motivação também a ser citada é a de sequência de trabalho do grupo de pesquisa no qual reside este projeto, que tem histórico de desenvolvimento e pesquisa no campo de visão computacional e processamento de sinais contribuindo de forma complementar ao presente trabalho (KURKA, 2005). Além das

motivações técnicas e científicas, o que também leva à busca de um equipamento de verificação de alinhamento não intrusivo é o fato de o autor possuir histórico na área de projetos de engenharia, em empresa fabricante de equipamentos tradicionais de medição de geometria da suspensão veicular. A aglutinação do conhecimento do mercado deste tipo de equipamento com a pesquisa acadêmica formalizada torna o projeto acadêmico bastante interessante em termos das necessidades de detenção de conhecimento e tecnologia, além de fatores relativos à viabilidade econômica como citado anteriormente.

1.2 Contexto da Pesquisa

Tradicionalmente, os sistemas de medição para alinhamento de suspensão veicular utilizam grampos, ou garras fixadas às rodas e ou pneus através de força elástica proveniente de mola, ou aperto por meio de um sistema de fuso, são conhecidas como garra rápida, ou garra auto-centrante (TRUCK, 2012). Desta garra ressalta-se um eixo, no qual é encaixada a cabeça de alinhamento, que se trata de uma plataforma que contém os sensores de inclinação e ou diodos laser. É apresentado na figura 1.1 (HALDERMAN, 2009) um esquema tradicional de medição de alinhamento. Observe que o automóvel fica apoiado sobre uma plataforma orbital que possui movimentação sobre rolamentos para ajustes durante a medição e aferição dos ângulos.

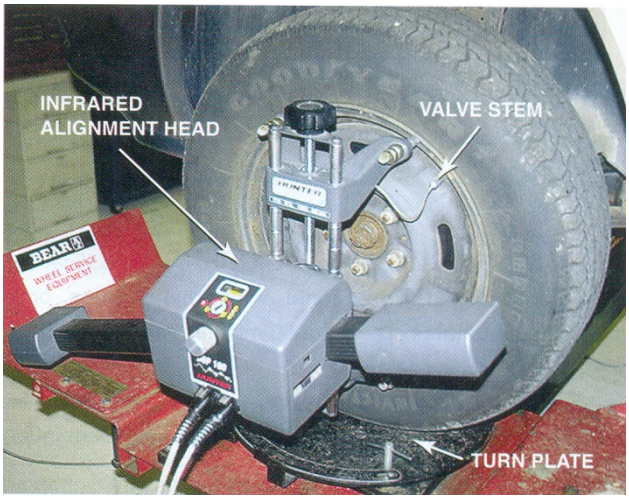

Figura 1.1: Garra de pneu, cabeça de alinhamento e plataforma orbital.

Basicamente, todos os sistemas de medição de alinhamento de suspensão que não se utilizam de visão computacional possuem aqueles três itens apresentados: garra, plataforma orbital, cabeça de alinhamento. Porém, o que difere um equipamento de outro é o tipo de sensoriamento utilizado na busca das inclinações das rodas. Um tipo de sistema bastante tradicional e barato é o que se utiliza de painéis corrediços com marcações de escalas, conhecido como alinhador de painel, ou alinhador a laser (EBERLIN, 2012), que consiste basicamente no uso de diodo laser fixado na cabeça de alinhamento. Pelo fato de a emissão da luz monocromática formar um feixe retilíneo, quando ela é refletida em um painel com escalas colocado a frente do veículo e também em um pequeno painel colocado nas rodas traseiras consegue-se ler, nas escalas, a posição do feixe de luz, portanto, o quão as rodas dianteiras estão inclinadas entre si. Outra opção é a que se utiliza, na cabeça de alinhamento, de um fuso com manopla e nível de bolha a ele acoplado, de tal forma que o movimento giratório na manopla e, por consequência, no fuso faz o nível de bolha inclinar-se para cima ou para baixo. Este equipamento também possui diodo laser e pequenas escalas de medição (TRUCK, 2012). Com a cabeça de alinhamento na garra presa ao pneu, alguns dos ângulos da suspensão veicular são obtidos observando-se a indicação no nível de bolha, se a bolha de ar não está centrada, há desalinhamento. Portanto, conforme a quantidade de giros que o operador aplica à manopla, o nível de bolha move-se e o giro deve cessar quando se percebe que a cabeça de alinhamento está nivelada, desta maneira, lê-se o valor da inclinação em uma escala próxima.

Dentre as opções mais atuais para sensoriamento nesses dispositivos de medição estão as que se utilizam de inclinômetros baseados em *MEMS (microelectromechanical systems)* (KAAJAKARI, 2009), que são sensores de inclinação densamente integrados em pastilhas de circuito eletrônico e possuem movimentação micro mecânica. Eles possuem na verdade o mesmo método de elemento sensitivo de um acelerômetro, mas, não precisam fazer medição dinâmica e sim estática. Basicamente, consistem em uma massa de prova que tem movimento conforme a inclinação que sofre toda a pastilha e essa variação de posição resulta em uma variação de capacitância, que é lida pela circuitaria integrada imediatamente ao redor do elemento sensitivo e transformada em informação tratável a ser traduzida em ângulo, enviada ao exterior do circuito integrado através dos terminais. Esses sensores medem ângulos devido à influência da força gravitacional, portanto, medem no sentido vertical e conseguem trabalhar de forma estática. Na

figura 1.2, apresenta-se um sensor tipo *MEMS*, nos seus aspectos externos e internos, do fabricante de semicondutores *Analog Devices* (ANALOG, 2012).

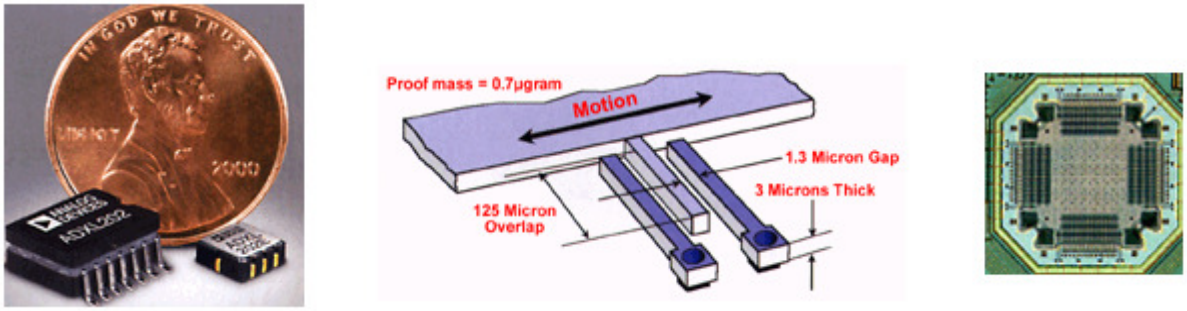

Figura 1.2: Sensor, aspectos internos e externos.

Também, outro tipo de inclinômetro já utilizado há um tempo na indústria é o de pêndulo (MIDORI, 2012). São peças bem maiores que os *MEMS* e também de uso bastante difundido nos equipamentos em questão. São acoplados a eles da mesma forma que os sensores anteriores, ou seja, nas cabeças de alinhamento e todo o sistema também consiste no uso da garra e da plataforma orbital. Estes sensores baseiam-se em um sistema de pêndulo que se inclina com um condutor elétrico sobre uma escala resistiva. Conforme a inclinação do pêndulo, a resistência medida muda, portanto, funciona como se fosse um potenciômetro com um cursor que responde à influência da força gravitacional.

1.3 Sistemas de Alinhamento com Visão Computacional

Na vanguarda dos dispositivos de alinhamento de suspensão estão os que se utilizam de processamento de imagens, ou com padrões colocados nas rodas veiculares, ou imagens diretas das mesmas para obtenção dos seus ângulos. Um sistema desse tipo tem características menos intrusivas e claramente alguma economia de tempo de operação. Porém, o desenvolvimento daquele em que se fotografa diretamente a roda, sem nenhum padrão ou marca nela, ainda é algo

bastante inicial. Entretanto, já é difundido, comercialmente, o uso de equipamentos de medição de alinhamento com câmeras obtendo imagens de padrões fixos nas rodas através de garras. Pode-se compará-los com os equipamentos que utilizam cabeça de medição citados na seção 1.2, pois, também utilizam plataforma orbital e garras, porém, no lugar da cabeça de alinhamento coloca-se um padrão de imagem, como mostrado na figura 1.3 (HUNTER, 2012).

Figura 1.3: Sistema de alinhamento por imagem e com padrões.

Na filosofia de uso de visão computacional para obtenção de ângulos de suspensão veicular, um passo avançado é o que não utiliza padrão fixado na roda e sim a imagem direta dela. Hoje, não há disponível um equipamento comercial utilizando este sistema, porém, de acordo com os estudos realizados para este presente trabalho é algo factível e viável de ser feito. Um equipamento com essa característica elimina o uso de garras e padrões, o que resulta em economia de tempo, material e torna o processo menos intrusivo e mais limpo, além de proporcionar, possivelmente, mais precisão com tecnologias de câmeras de maior resolução.

Algo deste tipo utilizando tecnologia alemã (BEISSBARTH, 2010) já foi comercializado por um breve período de tempo, porém, retirado do mercado por razões de mau funcionamento em termos de precisão requerida e razões internas, ficando a primeira opção como a mais plausível para a época (ano 2007). Na figura 1.4, apresenta-se o equipamento de origem estrangeira, que, caso estivesse atualmente no mercado, seria o mais avançado em funcionamento nos centros automotivos.

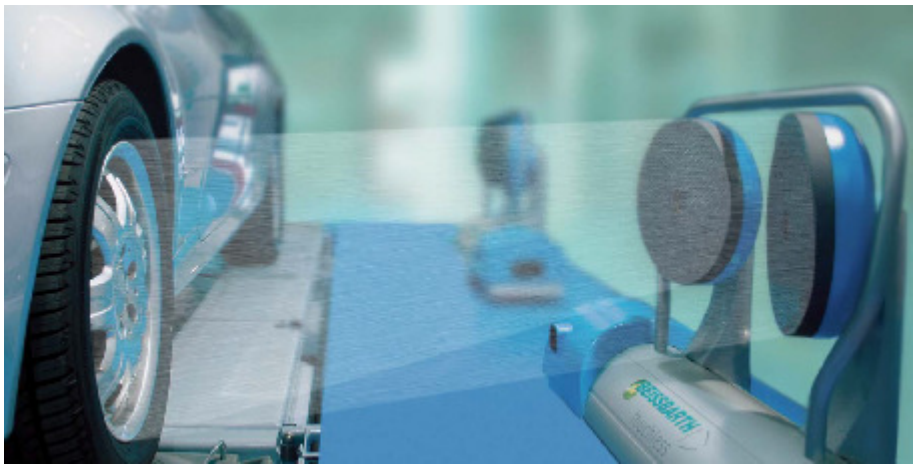

Figura 1.4: Sistema de alinhamento por imagem sem intrusão.

Ao longo deste trabalho, desenvolvem-se as bases de projeto e construção de um dispositivo diferente em relação ao anteriormente citado. Esse fato reside na maneira pela qual se faz a definição dos referenciais e localização das câmeras entre si. Ao todo, existem oito câmeras no sistema. Enquanto o equipamento *Beissbarth* localiza as câmeras por meio de emissores de luz infravermelha e sensores de imagem presentes na parte inferior dos postes que as contêm, o método aqui desenvolvido aplica uma localização mais realística, por intermédio da calibração em comum de uma câmera de cada par delas envolvido na medição de cada roda do veículo. É um método mais realístico, pois, fornece dados matemáticos de posicionamento entre as câmeras e não entre os postes que as contêm aos pares. Desta forma, tem-se oportunidade única de detenção de propriedade intelectual por parte das agências de suporte da pesquisa e dos autores envolvidos no projeto. O presente trabalho é gerador de depósito de patente e propriedade intelectual para este tipo de sistema (UNICAMP, 2011).

1.4 Objetivos do Presente Trabalho

O objetivo principal neste desenvolvimento é o estabelecimento do método para o projeto de um sistema de medição de alinhamento de suspensão veicular não intrusivo, ou seja, um dispositivo que obtém medidas de ângulos da suspensão veicular através apenas de imagens (processamento, tratamento e extração de medidas). A ideia é não incluir nenhum dispositivo de

contato com as rodas do veículo, nenhuma marca ou padrão nas rodas e utilizar câmeras economicamente viáveis. Ao se estabelecer, como objetivo principal, os fundamentos matemáticos e científicos para montagem de um dispositivo de medição de ângulos com visão computacional sem contato, ao mesmo tempo, obtém-se conhecimento que pode ser aplicado em outro projeto de dispositivo medidor de alinhamento por meio de padrões colocados nas rodas, como aquele apresentado na figura 1.3. Além disso, o assunto calibração de câmeras (TRUCCO, 1998) também requer estudos para viabilizar uma metodologia mais rápida e, simultaneamente, robusta. Portanto, adicionalmente, faz-se o estudo, pesquisa e estabelecimento de um método de calibração inovador e mais adequado ao uso em aplicações práticas que necessitam de rapidez.

1.5 Descrição da Estrutura do Trabalho

A apresentação deste trabalho dá-se em capítulos que, progressivamente, apresentam os conceitos básicos e as definições matemáticas de processos e ferramentas desenvolvidas e utilizadas para o objetivo final de medição de ângulos de inclinação de rodas. No capítulo 2, apresenta-se a geometria da suspensão veicular, com destaque às definições dos ângulos de inclinação nela presentes. Os conceitos apresentados são diretamente aplicados e conhecidos em situações práticas de manuseio da suspensão de um veículo e são mais bem compreendidos por meio de ilustrações elucidativas ao longo do texto. No capítulo 3, explicam-se dois processos de grande importância no campo da visão computacional e que representam duas etapas executadas no início e fim de medições envolvendo imagens, são eles, respectivamente, calibração de câmeras e reconstrução tridimensional. Os fundamentos matemáticos são detalhados e destaca-se, aqui, a apresentação do método de calibração com caixa em publicação em periódico científico (KURKA, 2012). No capítulo 4, trata-se do assunto processamento de imagens, que envolve todos os processos aplicados nas matrizes de *pixels* e os passos para a extração de informações relevantes delas. No capítulo 5, têm-se as definições do projeto do sistema de alinhamento, incluindo a metodologia para estudo da precisão e os termos literais de uso na sua operação. E, no capítulo 6, apresenta-se a operação do sistema de alinhamento com alguns resultados de simulação virtual e de teste real. Ao final, faz-se a conclusão e sugestões para trabalhos futuros.

2 GEOMETRIA DA SUSPENSÃO VEICULAR

A suspensão veicular é um conjunto de peças interligadas mecanicamente nas quais o chassi do carro é apoiado. É a interface entre as rodas e pneus do veículo e a sua carroceria. As rodas com o pneu são fixas em cubos de rodas e eixos que por sua vez também são fixos a outras peças mais interiores como a manga de eixo, pivôs e braços de direção. Juntamente, nesse conjunto são fixados o amortecedor e a mola. O objetivo final de todo o conjunto é proporcionar segurança, dirigibilidade, conforto e economia de pneus e de desgaste de peças do veículo. O sistema de freios também está localizado junto à suspensão. Na figura 2.1, observa-se os principais componentes mecânicos dessa estrutura (HALDERMAN, 2009).

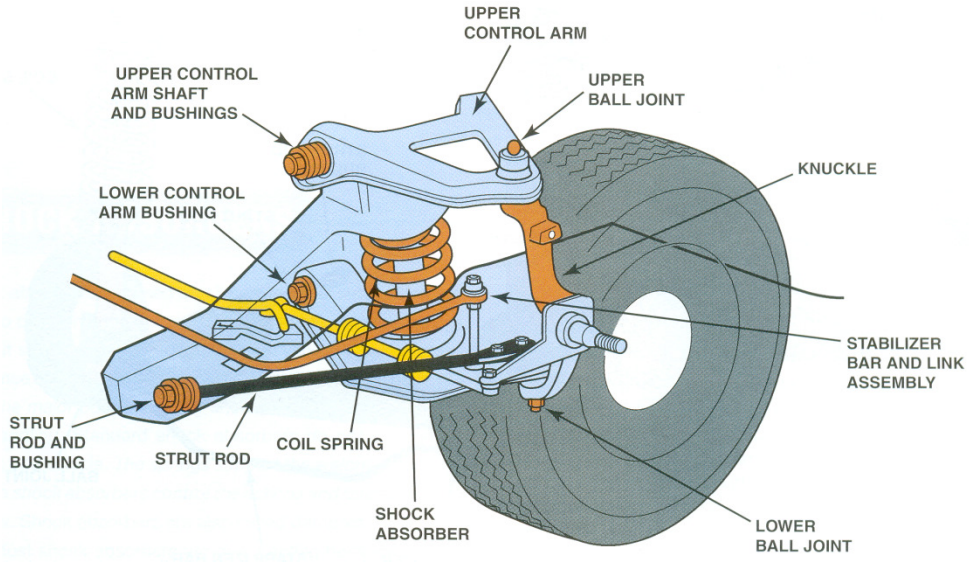

Figura 2.1: Estrutura de uma suspensão veicular.

As rodas traseiras do veículo definem sua linha direcional, ou seja, o caminho que o carro toma e, idealmente, a linha direcional do veículo deve ser coincidente com a sua linha geométrica. Na figura 2.2, apresenta-se a linha geométrica que é a linha central em relação ao

chassi e carroceria do veículo e a linha de direção, que é determinada pelas inclinações das duas rodas traseiras. Observe que as ilustrações são exageradas com o intuito de enfatizar a definição.

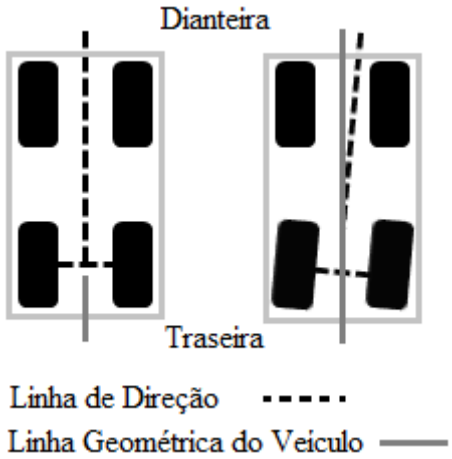

Figura 2.2: Linhas de centro do veículo.

A linha de referência que define o quão uma roda está inclinada quando vista de frente é a normal ao chão, ou seja, em termos práticos, o eixo gravitacional é uma referência sólida para este caso, pois, encontra-se perpendicular ao solo. A obtenção prática do eixo gravitacional pode ser realizada com um padrão nivelado em relação ao solo. Na figura 2.3, apresenta-se as duas rodas dianteiras exatamente paralelas ao eixo gravitacional e depois inclinadas.

.

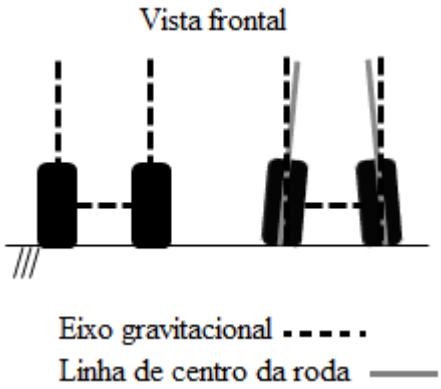

Figura 2.3: Referência vertical.

No automóvel, todo o conjunto é construído de tal forma que as rodas não necessariamente fiquem com exatidão paralelas ao eixo gravitacional ou à linha de direção do veículo. Na verdade, estaticamente ocorre isto para que nas condições dinâmicas previstas as rodas fiquem aproximadamente paralelas, ou o necessário para que proporcionem estabilidade e dirigibilidade. Portanto, os componentes mais externos da suspensão, que são as rodas e pneus, tocam o chão com alguns ângulos de inclinação em relação à linha de direção do automóvel e o eixo normal (eixo gravitacional). Todos são definidos, previamente, nos componentes mecânicos mais interiores e a definição quantitativa daqueles ângulos varia de veículo para veículo de acordo com o que especifica o fabricante. Alguns destes ângulos podem ser alterados por meio de fusos e porcas acessíveis a qualquer operador técnico especializado em manuseio de suspensão veicular, já, outros ângulos são gabaritados de fábrica oriundos de peças fixas já formatadas em sua fundição.

Um entendimento sólido do funcionamento e objetivo deste projeto consiste em compreender o que o aparelho medidor de alinhamento de suspensão veicular a ser desenvolvido tem que medir, ou seja, quais grandezas ele mede utilizando visão computacional ou análise de imagens. A grandeza principal que este sistema busca é ângulo. A suspensão veicular tanto para veículos leves (carros, utilitários) como para veículos pesados (caminhões, ônibus) possui basicamente quatro ângulos essenciais e que devem ser constantemente mantidos dentro de valores limites visando segurança do condutor e economia de pneus do veículo. Esses ângulos são a convergência/divergência (*toe*), cambagem (*camber*), ângulo de avanço (*caster*) e inclinação do pino-mestre (*king pin inclination* ou *KPI*). Os ângulos principais obtidos pelo presente sistema de alinhamento, que utiliza análise de imagens das rodas, são convergência/divergência (*toe*) e cambagem (*camber*), pois, são medidos diretamente com o contorno da roda pela visada das câmeras, já, os outros dois são ângulos internos, ou seja, escondidos pelo conjunto roda/pneu e obtidos por procedimentos indiretos através do conhecimento dos ângulos de visada direta (VAUDERWANGE, 2011).

2.1 Convergência/Divergência

Observando-se o veículo por cima, o ângulo conhecido por convergência/divergência (*toe-in* ou *toe-out*) é a inclinação entre a parte dianteira e a parte traseira de cada roda do veículo. Como pode ser observado na figura 2.4a, o ângulo em questão é α. Essa figura representa um veículo leve visto por cima, o eixo dianteiro e suas duas rodas. Quando a roda está paralela à linha de direção do veículo, como no item b da mesma figura, é dito que ela possui medida de convergência/divergência igual à zero. Quando a parte dianteira da roda aponta para a linha de direção é dito que ela possui uma medida de ângulo convergente (item c) e o ângulo é dito divergente quando a parte dianteira da roda aponta para fora da linha de direção (item d). Adota-se, como padrão, que ângulos convergentes são positivos e divergentes são negativos.

Os veículos leves com tração traseira, normalmente, operam com ângulo convergente ou nulo nas duas rodas dianteiras, pois, quando tracionadas, elas tendem à divergência. Já, veículos com tração dianteira, normalmente, operam com ângulo nulo ou divergente nas duas rodas dianteiras, pois, quando tracionadas, elas tendem à convergência. Os ângulos de convergência/divergência são sempre ajustáveis nos veículos de passeio e no eixo dianteiro, algumas raras exceções permitem ajuste de convergência/divergência no eixo traseiro. O ajuste dentro das normas especificadas pelos fabricantes evita desgaste excessivo dos pneus, mantém estabilidade em linha reta e nas entradas de curvas, portanto, segurança de direção.

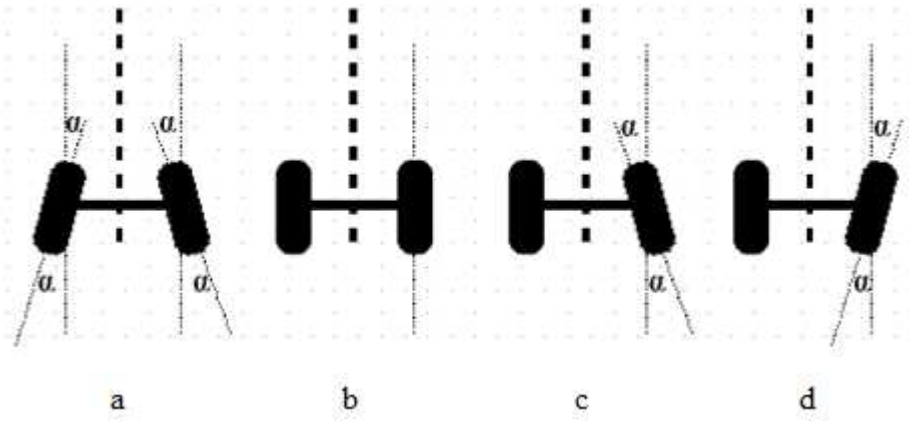

Figura 2.4: Eixo dianteiro do veículo visto por cima.

2.2 Cambagem

Observando-se as rodas do veículo em um chão plano e pela dianteira, o ângulo de cambagem (*camber*) é o que se forma entre uma semirreta perpendicular ao solo (eixo gravitacional) e a linha de centro da roda. Ele pode ter valores positivos, negativos e nulos. Na figura 2.5, são mostradas essas três situações em que o ângulo de cambagem é representado por α. Valores de cambagem negativos ocasionam mais desgaste na parte interna dos pneus, item b, ao contrário, cambagem positiva ocasiona desgaste externo no pneu, item c. A inserção desta inclinação na estrutura de suspensão visa corrigir o ângulo de contato do pneu com o solo, fazendo com que ele mantenha o máximo de contato possível nas curvas. Esse ângulo bem ajustado é sinônimo de estabilidade, principalmente nas curvas. Geralmente, nos veículos de passeio não se permite ajustes através de parafusos ou roscas próprias, porém, alguns procedimentos de oficina mecânica executados por operadores especializados permitem o ajuste deste ângulo. Pelo fato de ser um ângulo fixo, também, geralmente não se altera com facilidade, exceto em colisões do veículo ou solavancos fortes no seu trajeto. De qualquer maneira, manter a cambagem na especificação correta é garantia de segurança do motorista e economia de pneus. As rodas traseiras também possuem cambagem pré-estabelecida.

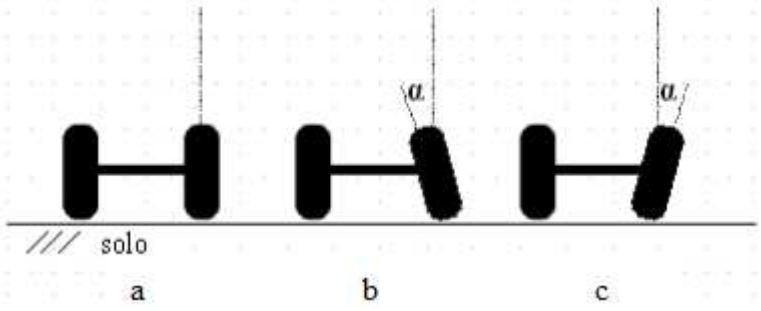

Figura 2.5: Eixo dianteiro visto pela frente.

2.3 Ângulo de Avanço

Olhando-se o veículo ou a roda de lado, ângulo de avanço (*caster*) é a inclinação entre o pivô superior e o inferior da torre de suspensão. Os pivôs são os pontos de ancoragem da suspensão. Este ângulo está presente nas rodas dianteiras do veículo e tem a finalidade de proporcionar firmeza na direção em linha reta e retornar as rodas no sentido longitudinal após uma curva. Ele tem influência direta na estabilidade da direção, pois, um ângulo de avanço maior aumenta a tendência da manutenção das rodas alinhadas durante a marcha. A figura 2.6, item a, mostra uma roda com ângulo de avanço positivo, o que comumente acontece nos veículos. Os itens b e c apresentam ângulo de avanço nulo e negativo, respectivamente. Ângulos negativos não são praticados, pois, causam instabilidade direcional mediante qualquer obstáculo. O ângulo positivo permite um "ataque" da roda aos obstáculos da pista, porém, excessivamente positivo ocasiona um volante pesado e mais difícil de manipular. Ele não possui ajuste nos veículos leves. Os ângulos de avanço são representados na figura por α.

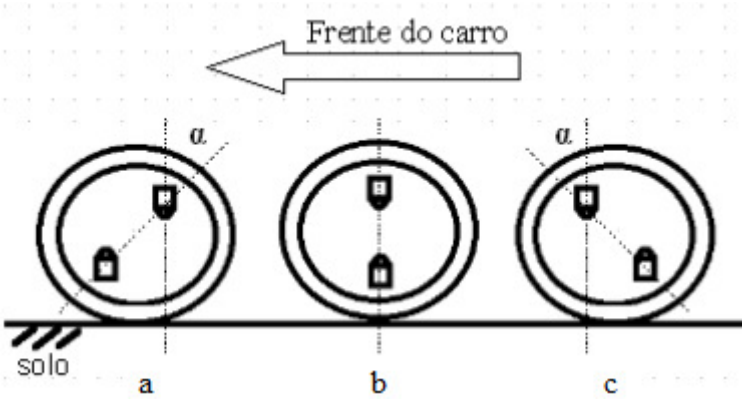

Figura 2.6: Ângulo de avanço.

2.4 Inclinação do Pino Mestre

Geralmente, esse ângulo não tem regulagem em veículos da linha leve. Olhando-se as rodas do veículo de frente, corresponde à inclinação da linha que liga o pivô inferior e o superior em relação à linha do eixo gravitacional. Tem a finalidade de manter o carro alinhado e distribuir melhor as cargas sobre os rolamentos do cubo de rodas. É representado por α na figura 2.7. Ele é bastante conhecido como *KPI*, do Inglês, que é abreviatura de *king pin inclination*.

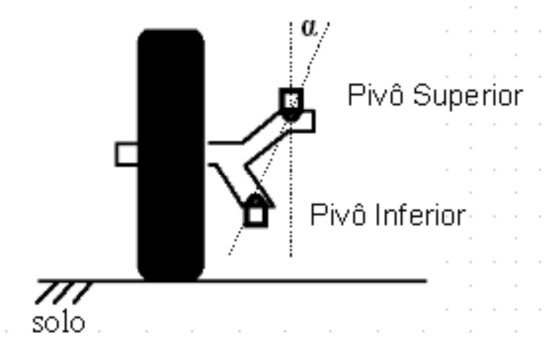

Figura 2.7: Inclinação do pino mestre.

2.5 Outras Definições

Na figura 2.8, um sistema de coordenadas com os eixos *X*, *Y*, *Z* representa o eixo de direção do automóvel (*X*) e o eixo gravitacional (*Y*). Considerando-se que o eixo de direção está coincidente com o eixo geométrico do veículo, então, *Z* é perpendicular em relação ao chassi e todo sistema de coordenadas de referência está alinhado à carroceria do automóvel. Também, é aparente a representação do eixo de pivôs, sendo que ele corresponde à linha imaginária passante no pivô superior e inferior, como mostra a figura 2.9.

Algumas definições dos ângulos baseando-se no esquema apresentado na figura 2.8 (JANUARY, 1985):

- *Toe*: Convergência/Divergência. Ângulo da projeção do eixo de roda no plano *XZ* em relação ao eixo *Z*;

- *Camber*: Cambagem. Ângulo entre o eixo de roda e o plano *XZ*;

- *Caster*: Ângulo de avanço. Inclinação da projeção do eixo de pivôs no plano *XY* em relação ao eixo *Y*;

- *KPI*: Inclinação do pino mestre. Ângulo da projeção do eixo de pivôs no plano *YZ* em relação ao eixo *Y*.

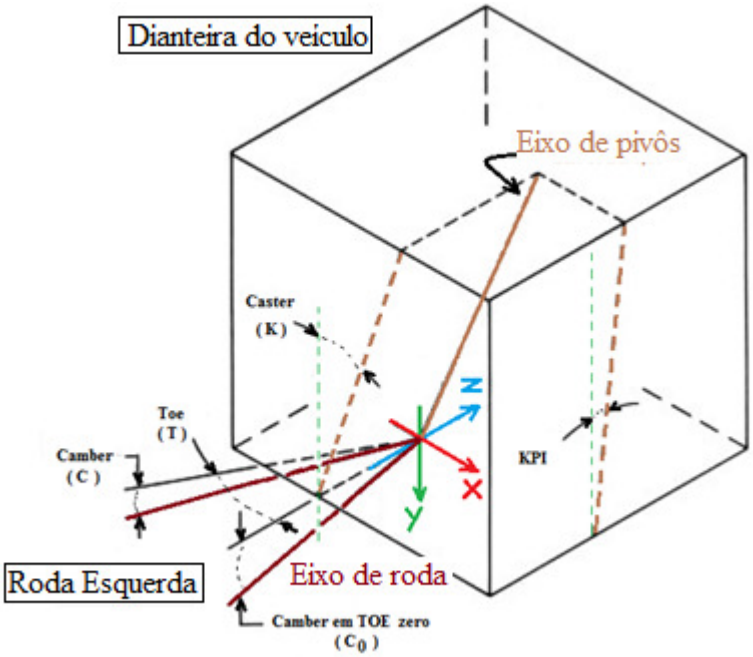

Figura 2.8: Eixos de coordenadas e ângulos da suspensão

Observa-se ainda, na figura 2.8, que o ângulo de cambagem tem seu valor variado conforme o ângulo de convergência/divergência varia, quando já existe ângulo de avanço. No caso da figura 2.9, em que os ângulos de avanço e inclinação do pino mestre não existem, qualquer variação em convergência/divergência não varia o ângulo de cambagem. Isto se explica pelo seguinte: o eixo de pivôs contém o eixo de rodas e o ângulo de avanço e inclinação do pino mestre são definidos no eixo de pivôs, já, as inclinações de convergência/divergência e cambagem são definidas no eixo de rodas.

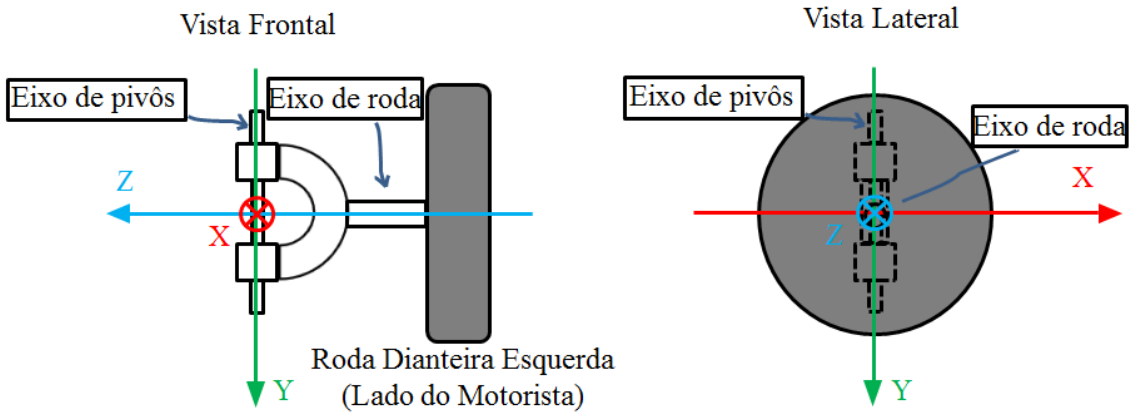

Figura 2.9: Coordenadas de referência em relação aos componentes mecânicos.

Como exemplos hipotéticos, na figura 2.10, item a, uma roda tem ângulo com um valor de cambagem e não tem ângulo de avanço e inclinação do pino mestre, já, no item b, possui ângulo esse ângulo, mas não cambagem. No item c, possui ângulo de avanço e não possui cambagem, pelo menos para esta posição de convergência/divergência. É importante lembrar que o ângulo de convergência/divergência coincide com o movimento natural das rodas do carro proporcionado pelo volante do veículo, porém, o ângulo convergência/divergência definido no processo de alinhamento é aquele ajustado nas roscas das barras de direção, localizadas no sistema de suspensão do automóvel.

No presente trabalho, o objetivo é obter medidas de ângulos convergência/divergência e cambagem. Apesar da existência de outros ângulos na suspensão veicular, os principais são estes e os outros acabam sendo uma consequência deles (JANUARY, 1985). Inicialmente, alinha-se o volante no interior do veículo, fazem-se as medições de convergência/divergência de cada roda dianteira e verifica-se se elas estão dentro da especificação. Lembrando-se que a colocação de valores de convergência/divergência nas rodas na situação estática do veículo tem a intenção de que na situação dinâmica elas tendam a se alinhar, então, a medição de cambagem deve ser realizada com convergência/divergência zero, como mostra o esquema geométrico da figura 2.8. O procedimento para o estabelecimento desta zeragem é o giro das rodas em torno do eixo *Y*. Isso pode ser realizado através do próprio voltante no interior do veículo, ou nos parafusos de alinhamento no braço de direção do sistema de suspensão.

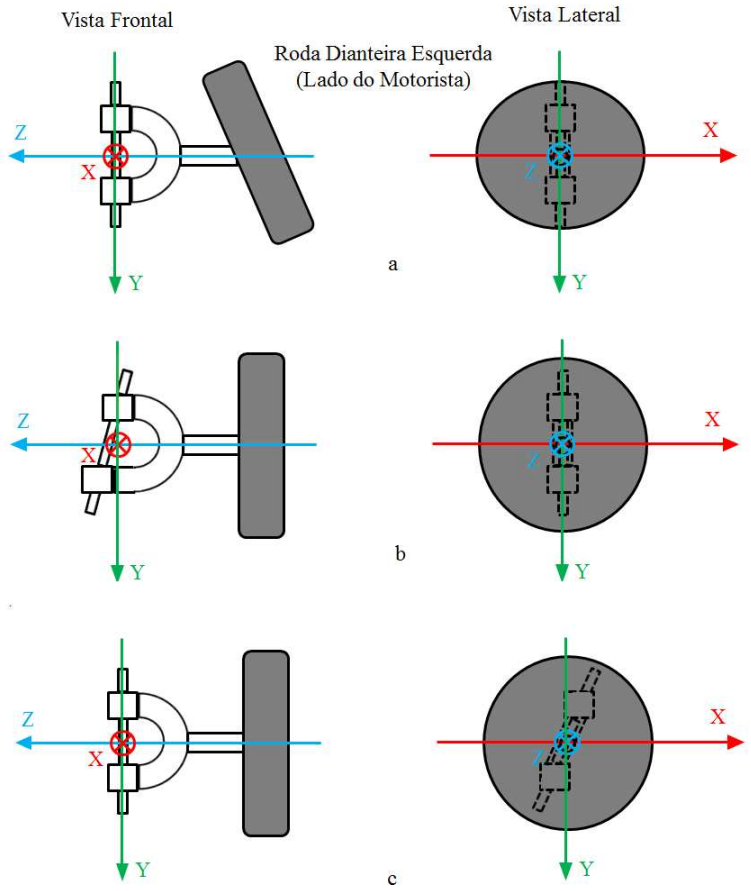

Figura 2.10: Eixo de pivôs e de rodas em diferentes situações de inclinação.

3 MÉTODOS DE CALIBRAÇÃO DE CÂMERAS E RECONSTRUÇÃO TRIDIMENSIONAL

Qualquer sistema que se utiliza de visão computacional, com o intuito de obtenção do posicionamento geométrico de objetos no ambiente, deve, inicialmente, passar por uma etapa de calibração das câmeras. Estes sistemas que buscam a reconstrução tridimensional do objeto fotografado utilizam-se de visão estereoscópica (HARTLEY, 2004), que é realizada com duas câmeras com parte de seus campos de visão em comum. Objetos nesta área de campo de visão comum podem ser identificados e ter suas coordenadas de posicionamento obtidas em relação ao sistema de referência de uma das câmeras ou um referencial global, esta etapa é a reconstrução 3D, pois, com o conhecimento do posicionamento geométrico do objeto no espaço, pode-se reconstruí-lo tridimensionalmente em qualquer ambiente, virtual ou real, para fins de outros testes, medidas e comparações com outros objetos também reconstruídos.

O presente trabalho utiliza por demais o método de reconstrução estereoscópica no caminho para atingir o objetivo final que é a obtenção dos ângulos de alinhamento. Mas, para que possa ser executada a reconstrução tridimensional de qualquer objeto visto por duas câmeras é pré-requisito o conhecimento de alguns parâmetros internos delas, característicos de sua construção e geometria, que são conhecidos como parâmetros intrínsecos e, também, o conhecimento de alguns parâmetros externos das câmeras, conhecidos como extrínsecos e oriundos do posicionamento delas em relação ao padrão de calibração e entre si. As definições mais detalhadas destes parâmetros são oportunamente apresentadas neste capítulo. Por enquanto, faz-se importante saber que, resumidamente, inicia-se com a calibração de câmeras para, em seguida, aplicar-se a reconstrução 3D. A calibração oferece como resultado final os parâmetros intrínsecos e extrínsecos. Porém, uma câmera real para ser inserida em cálculos da geometria analítica deve ser modelada de tal maneira a representar suficientemente o seu funcionamento e comportamento ao fotografar ou ter em seu campo de visão outros objetos. Esse é o objetivo do conhecimento do modelo de câmera (HARTLEY, 2004), amplamente usado nas pesquisas e aplicações de visão computacional e, também, neste trabalho. Portanto, a sequência de estudos

neste capítulo compreende o modelo de câmeras *pin-hole,* definições dos parâmetros intrínsecos e extrínsecos feitos com o entendimento da geometria perspectiva, métodos de calibração de câmeras e reconstrução tridimensional.

3.1 Modelo de Câmera e Padrão do Sistema de Coordenadas Utilizado

Nesta etapa, faz-se o entendimento do modelo de câmera usado, *pin-hole*. Ele simplifica a câmera real que possui lentes, distância focal variável e certa complexidade mecânica em uma câmera primitiva, que pode ser reproduzida na prática. Ela possui um orifício infinitesimal em uma câmara escura pelo qual entra a luz a ser captada no plano do elemento sensor de luz situado na mesma direção do pequeno furo, equivalente ao sensor de imagem de uma câmera real, que pode ser, por exemplo, película fotossensível, sensor eletrônico de imagem *CCD* ou *CMOS* (HOLST, 2011). Ela não possui lentes, é basicamente uma caixa escura com um pequeno furo e um sensor de imagem internamente, o que a torna geometricamente simples. Como pode ser observado na figura 3.1, a imagem captada é naturalmente invertida e espelhada ao ser projetada sobre o plano do elemento sensor de luz.

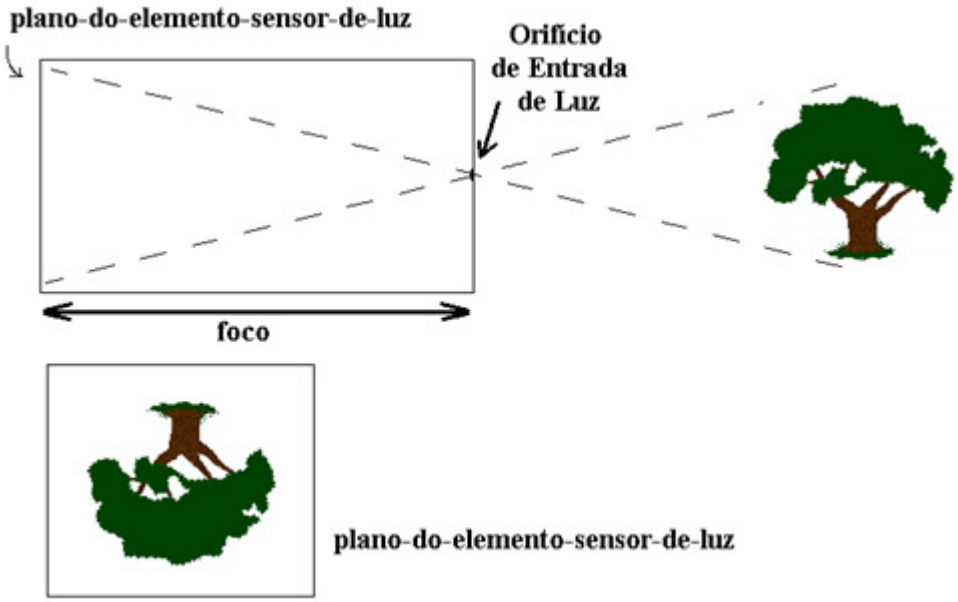

Figura 3.1: Esquema de uma câmera *pin-hole* real.

Ao longo de todo o texto, usa-se como padrão de orientação dos eixos de coordenadas cartesianas a regra da mão direita (SWOKOWSKI, 1994) como mostrado na figura 3.2, onde o eixo *Z* corresponde ao eixo de profundidade. Por esta padronização, também se estabelece que o sentido positivo de rotação de um eixo de coordenadas é anti-horário quando ele é visto de frente. Outra forma de saber este sentido é apontar o polegar direito no sentido e direção do eixo em questão e o sentido positivo de rotação é o que os outros dedos da mão direita apontam. Ainda na figura 3.2, item a, é mostrada a câmera *pin-hole* convertida diretamente para um padrão geométrico de eixos de coordenadas e plano imagem. Observe que ele é o plano do elemento sensor de luz onde se forma a imagem e o orifício de entrada de luz infinitesimal é o centro *O* do sistema de coordenadas da câmera, que passa também a ser nomeado sistema de coordenadas *O*. O plano imagem está para trás do orifício de entrada de luz e recebe a imagem invertida e espelhada, já, no item b da figura 3.2, o plano imagem é representado à frente do orifício de entrada de luz. Essa alteração é útil, pois, não prejudica o bom fucionamento do modelo e permite que a imagem seja formada no plano de forma não invertida e não espelhada. Portanto, o item b da figura 3.2 representa o modelo de câmera *pin-hole* utilizado. Nessa mesma ilustração, observa-se que a distância focal, *f*, do modelo, é definida pela distância no eixo *Z* entre o plano imagem e o orifício de entrada de luz.

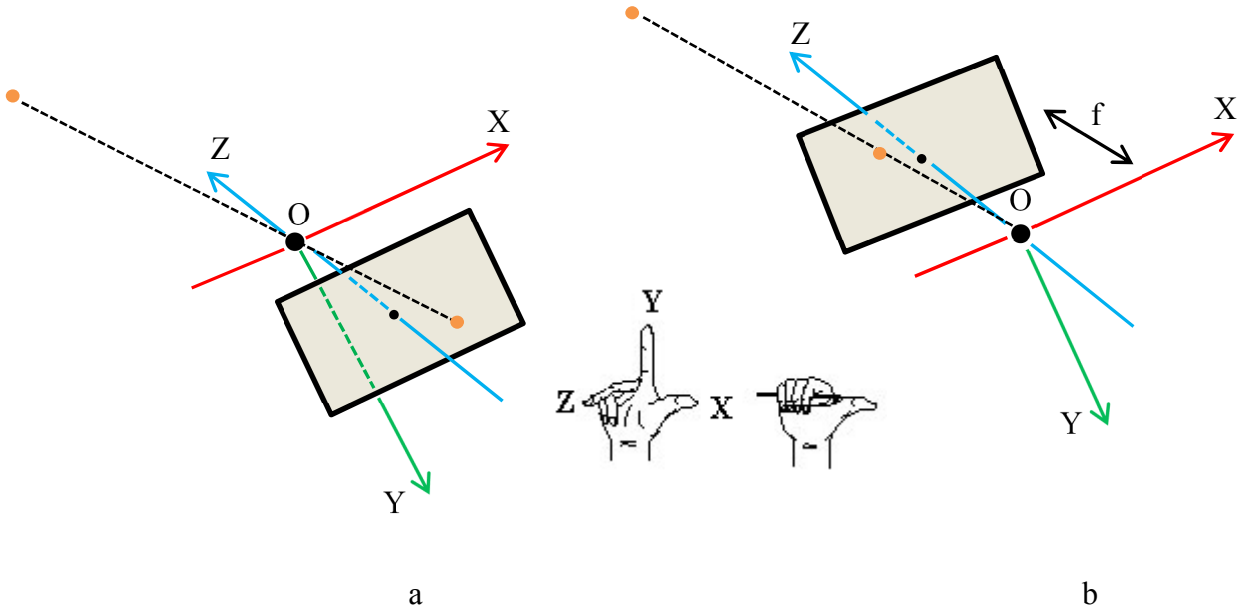

Figura 3.2: Modelo de câmera *pin-hole* e regra da mão direita.

3.2 Geometria Perspectiva

As imagens capturadas pelas câmeras são projetadas no plano imagem de forma perspectiva, ou seja, a partir de cada ponto do objeto real fotografado traça-se uma linha imaginária até a origem do sistema de coordenadas da câmera (ponto *O*, figura 3.2, item b) e essa linha intercepta o plano imagem, portanto, este ponto de intersecção é o que forma a imagem no espaço bidimensional. Na figura 3.3, é ilustrada a projeção perspectiva de um ponto qualquer no campo de visão de uma câmera. A partir dessa visualização fica possível fazer o equacionamento da relação entre as coordenadas do ponto no espaço e as coordenadas do ponto na intersecção entre o plano imagem e a linha imaginária perspectiva, ou seja, no plano imagem.

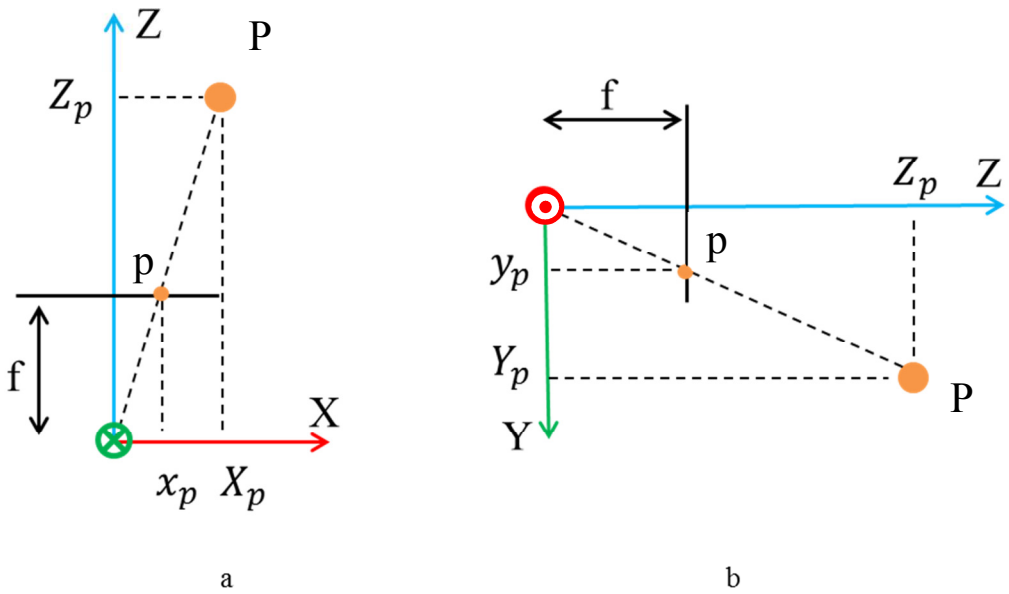

Figura 3.3: Projeção perspectiva, semelhança de triângulos.

Tem-se da figura 3.3:

$$\frac{X_p}{Z_p} = \frac{x_p}{f} \qquad \text{e} \qquad \frac{Y_p}{Z_p} = \frac{y_p}{f}\,.$$

Portanto:

$$x_p = f \cdot \frac{X_p}{Z_p} \qquad \text{e} \qquad y_p = f \cdot \frac{Y_p}{Z_p}\,. \tag{3.1}$$

Agora, tratando-se as coordenadas do ponto fotografado vetorialmente, a partir das equações 3.1, tem-se que:

$$\vec{P} = \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} \qquad \text{e} \qquad \vec{p} = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ f \end{bmatrix}.$$

Assim,

$$\vec{p} = \frac{f}{Z_p} \cdot \vec{P}\,. \tag{3.2}$$

Todas as componentes das equações 3.1 e 3.2 estão em unidades de medidas métricas.

3.2.1 Parâmetros Intrínsecos

Os dois vetores $\vec{P}$ e $\vec{p}$ representam, respectivamente, o vetor do ponto P no espaço e o vetor dele na projeção perspectiva sobre o plano imagem. Tendo-se a relação perspectiva entre os dois vetores na equação 3.2, faz-se o entendimento das relações entre as coordenadas de câmera, que são dadas em unidades métricas e representadas por $\vec{P}$ e $\vec{p}$, com as coordenadas de imagem, que são dadas em unidades de elementos de imagem chamadas de *pixels* (FORSYTH, 2002) e possuem um sistema de coordenadas no plano imagem, como mostrado na figura 3.4.

De forma padrão, quando se obtém a localização em *pixels* de uma imagem, o sistema de coordenadas de referência tem sua origem no canto superior esquerdo, ou seja, os eixos de coordenadas *u* e *v*, na Figura 3.4. Outro sistema de coordenadas intermediário é o que possui a

origem no centro do plano imagem, ou melhor, no ponto onde o eixo Z do sistema de coordenadas da câmera, O, faz intersecção com o plano imagem. Este outro é formado pelos eixos de coordenadas *u'* e *v'* e, quando referenciado aos eixos *u* e *v*, possui coordenadas u_0 e v_0. O ponto *p*, sobre o plano imagem, possui coordenadas u_p e v_p.

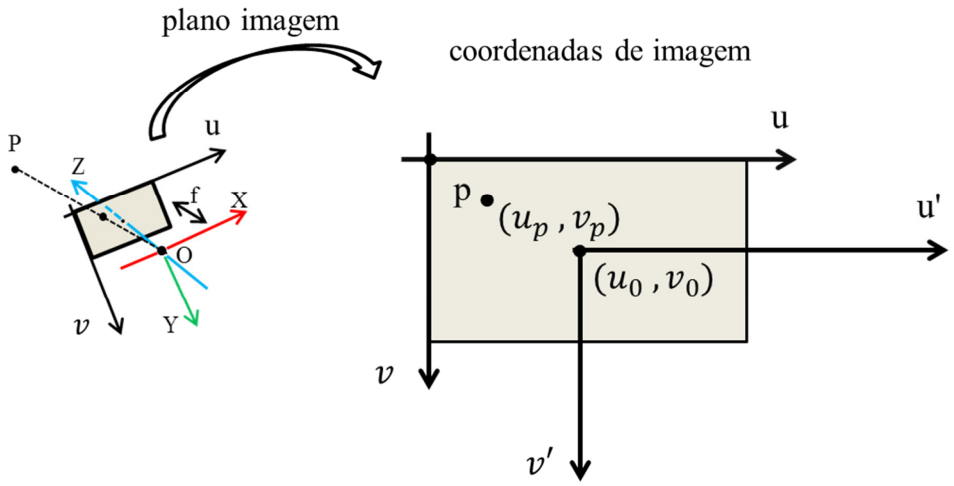

Figura 3.4: Coordenadas de imagem (*pixels*).

A interface entre o sistema de unidades métricas e o sistema de unidades de imagem (*pixels*) é a relação entre a dimensão do plano imagem (*CCD*, *CMOS*) em *pixels* e em milímetros (ou unidades métricas). Como o plano imagem possui duas dimensões *u* e *v*, existem duas relações. Definem-se, agora, os dois parâmetros intrínsecos de uma câmera, α_x e α_y que representam, respectivamente, a relação entre a dimensão do plano imagem em *pixels* e a dimensão em unidades métricas na direção do eixo de coordenadas *u* e *v*. Portanto, o parâmetro α possui unidade de medida pxs/mm :

$$\alpha = \frac{Dimensão\ do\ plano\ imagem\ (ou\ CCD) em\ pixels}{Dimensão\ do\ plano\ imagem\ (ou\ CCD) em\ unidade\ métrica} .$$

Ainda, a partir da Figura 3.4, pode-se concluir para o plano imagem da câmera que:

$$u_p = \alpha_x \cdot x_p + u_0 \qquad e \qquad v_p = \alpha_y \cdot y_p + v_0 .$$

Lembre-se que x_p e y_p são provenientes de $\vec{p} = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ f \end{bmatrix}$, equacão 3.2. Colocando-se o que foi descrito na forma matricial, pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} u_p \\ v_p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & 0 & \frac{u_0}{f} \\ 0 & \alpha_y & \frac{v_0}{f} \\ 0 & 0 & \frac{1}{f} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ f \end{bmatrix}.$$

Então,

$$\begin{bmatrix} u_p \\ v_p \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{f} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_x \cdot f & 0 & u_0 \\ 0 & \alpha_y \cdot f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ f \end{bmatrix}.$$

Fazendo-se $f_x = \alpha_x \cdot f$ e $f_y = \alpha_y \cdot f$, tem-se:

$$A = \begin{bmatrix} f_x & 0 & u_0 \\ 0 & f_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

A matriz *A* representa os parâmetros intrínsecos e é bastante aplicada em visão computacional na reconstrução tridimensional. Ela é obtida no processo calibração de câmeras. Observe que a unidade de medida de f_x e f_y é dada em *pixels*, pois, esses parâmetros representam a distância focal em unidades de imagem de acordo com as dimensões do sensor de imagem (*CCD* ou *CMOS*) nas direções *u* e *v*, respectivamente. Ao longo do texto, estes dois parâmetros são nomeados como distância focal em *pixels*. Os termos u_0 e v_0 representam as coordenadas do centro do plano imagem e a unidade de medida é *pixel*. Portanto:

$$\begin{bmatrix} u_p \\ v_p \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{f} \cdot A \cdot \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ f \end{bmatrix},$$

$$\vec{p} = f \cdot (A)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_p \\ v_p \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{3.3}$$

Ao juntarem-se as equações 3.2 e 3.3, tem-se:

$$\frac{f}{z_p} \cdot \vec{P} = f \cdot (A)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_p \\ v_p \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Então,

$$\vec{P} = Z_p \cdot (A)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_p \\ v_p \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{3.4}$$

Observe que as duas equações 3.3 e 3.4 representam a junção da geometria de projeção perspectiva com a geometria do plano imagem, ou seja, relaciona-se coordenadas de câmera com coordenadas de imagem.

3.2.2 Parâmetros Extrínsecos

Em relação à caracterização de uma câmera para fins futuros de reconstrução 3D, utilizando-se estereoscopia, somente o conhecimento dos parâmetros intrínsecos é insuficiente, sendo necessário, de forma complementar, o conhecimento da localização de cada uma das duas câmeras em relação a algum referencial comum escolhido, ou, somente a localização entre si.

Os parâmetros extrínsecos de uma câmera referem-se exatamente a estes componentes de localização, que são o vetor de translação e matriz de rotação. Na figura 3.5, observa-se um ambiente com duas câmeras e seus respectivos eixos de coordenadas locais, com origens o_l e o_r e outro sistema de coordenadas com origem O.

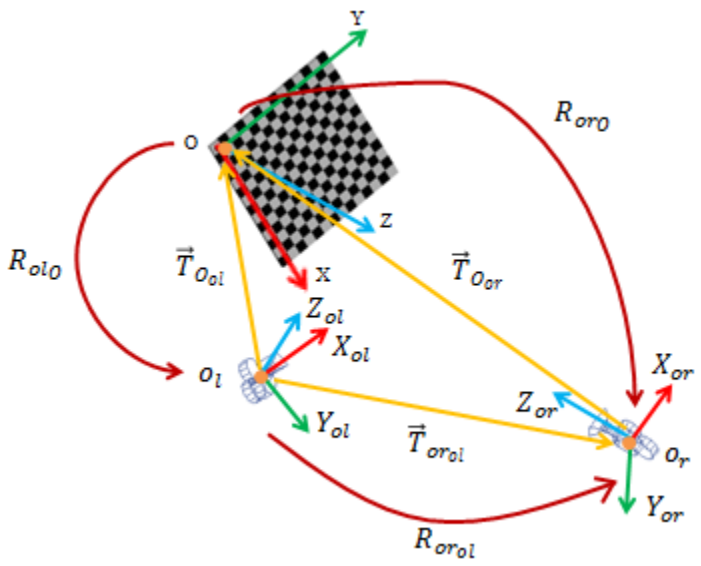

Figura 3.5: Sistemas de coordenadas das câmeras e de um referencial comum *O*.

A linha que liga o sistema de coordenadas da câmera da esquerda (ponto o_l) até o sistema de coordenadas com origem em O é o vetor de translação $\vec{T}_{O_{ol}}$ e a linha que liga o sistema de coordenadas da câmera da direita (ponto o_r) até o sistema de coordenadas com origem em O é o vetor de translação $\vec{T}_{O_{or}}$. O vetor que relaciona a distância das câmeras entre si é o $\vec{T}_{or_{ol}}$, que significa translação do ponto o_r em relação ao ponto o_l. Em relação às rotações dos sistemas de coordenadas entre si, R_{ol_O} é a rotação do sistema de coordenadas o_l em relação ao sistema de coordenadas O, ou seja, é a matriz de rotação que transforma as coordenadas de um vetor inicialmente referenciadas em O para as coordenadas do mesmo vetor referenciadas em o_l, com a devida adição do vetor de translação que liga os dois referenciais. Analogamente, para o caso da matriz de rotação R_{or_O}, ela é a que transforma as coordenadas de um vetor inicialmente referenciadas em O para as coordenadas do mesmo vetor referenciadas em o_r, ou seja, a rotação do sistema de coordenadas o_r em relação ao sistema de coordenadas O. E, finalmente, a matriz de rotação $R_{or_{ol}}$ é aquela que representa a rotação do sistema de coordenadas o_r a partir do sistema de coordenadas o_l. Por exemplo, um vetor qualquer, $\vec{V}_{ol}$, inicialmente referenciado no sistema de eixos de o_l, quando multiplicado pela matriz de transformação $R_{or_{ol}}$, tem suas coordenadas expressas em relação ao sistema de eixos de o_r, passando a ser denominado $\vec{V}_{or}$. Exemplificando-se a transformação:

$$\vec{V}_{or} = R_{or_{ol}} \cdot \vec{V}_{ol} \ .$$

Adota-se como padronização ao longo do trabalho que a sequência de rotações dos eixos de coordenadas é sempre rotação em torno do eixo X do sistema de coordenadas atual, depois, rotação em torno do eixo Y do sistema de coordenadas atual e, por final, rotação em torno do eixo Z do sistema de coordenadas atual. A rotação positiva segue a regra da mão direita, como apresentado anteriormente na figura 3.2. O equacionamento das rotações de cada eixo de coordenadas atual R_X, R_Y e R_Z, respectivamente, com os ângulos θ_X, θ_Y e θ_Z, resultando na matriz de rotação R, segue o seguinte equacionamento (BRADSKI, 2008):

$$R = R_Z \cdot R_Y \cdot R_X \ ,$$

Onde,

$$R_X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_X) & \sin(\theta_X) \\ 0 & -\sin(\theta_X) & \cos(\theta_X) \end{bmatrix},$$

$$R_Y = \begin{bmatrix} \cos(\theta_Y) & 0 & -\sin(\theta_Y) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta_Y) & 0 & \cos(\theta_Y) \end{bmatrix},$$

$$R_Z = \begin{bmatrix} \cos(\theta_Z) & \sin(\theta_Z) & 0 \\ -\sin(\theta_Z) & \cos(\theta_Z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3.3 Métodos de Calibração de Câmeras

Como já mencionado anteriormente, a primeira etapa para o trabalho com qualquer sistema que se utiliza de visão computacional e que visa reconstrução tridimensional do ambiente é a calibração das câmeras. Ela fornece os parâmetros intrínsecos (u_0, v_0, f_x, f_y) e extrínsecos ($\vec{T}$, R) das câmeras. Mas, existem diferentes métodos de aquisição destes parâmetros na literatura e o método utilizado neste trabalho é o de calibração planar, que consiste no uso de um padrão bidimensional, análogo a um tabuleiro de xadrez, com dimensões conhecidas do seu desenho

(ZHANG, 1999). Outro método em desenvolvimento especificamente para o presente projeto de pesquisa é o de calibração com caixa (KURKA, 2012), que ao contrário do anterior, utiliza-se de um padrão tridimensional, uma caixa com dimensões conhecidas. O objetivo é que esta técnica seja mais rápida que a calibração planar, porém, ainda necessita um acréscimo de precisão e repetitividade nos resultados, portanto, utiliza-se o já difundido método planar a ser descrito.

3.3.1 Calibração Planar

Já bastante utilizado na área de visão computacional, o método planar de calibração baseado no artigo científico original de ZHANG (1999) fornece boas medidas de calibração das câmeras, com repetitividade e precisão. Neste presente trabalho, aplica-se este método de calibração (BOUGUET, 2012) e faz-se, agora, a descrição da técnica com uma câmera e um padrão planar quadriculado. A respeito do padrão, sabe-se previamente a dimensão de cada quadrado interno preto e branco em unidades métricas, portanto, sabe-se a localização de cada ponto interno em relação a um sistema de referências colocado em uma das quinas do tabuleiro (ver a figura 3.5), onde, a coordenada *Z* desses pontos é igual ao zero, já que se trata de um padrão de calibração em duas dimensões. O primeiro passo da técnica de calibração é obter uma matriz de homografia (BRADSKI, 2008) que descreve a relação entre os pontos presentes no padrão tabuleiro de xadrez e estes mesmos vistos pela câmera, ou seja, no plano imagem. A matriz de homografia é obtida através da solução de um sistema de equações homogêneas (AXLER, 1997). A calibração dá-se em uma câmera de cada vez, portanto, utilizando-se a equação 3.4 e a figura 3.5, especificamente a câmera da esquerda, pode-se escrever para cada ponto *i* no padrão bidimensional o seguinte:

$$\begin{bmatrix} u_{pi_{ol}} \\ v_{pi_{ol}} \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_{pi_{ol}}} \cdot A \cdot \vec{P}_{i_{ol}} \,. \tag{3.5}$$

Enquanto os *i's* vetores $\vec{P}_{i_{ol}}$ estão dados em unidades métricas e referenciados ao sistema de coordenadas da câmera o_l, os *i's* vetores $\begin{bmatrix} u_{pi_{ol}} \\ v_{pi_{ol}} \\ 1 \end{bmatrix}$ estão referenciados ao sistema de coordenadas do plano imagem (que fica no canto superior esquerdo da imagem) e são dados em *pixels*. Mas, observando-se a figura 3.5 e da geometria analítica (FAUGERAS, 1993), sabe-se também que os vetores $\vec{P}_{i_{ol}}$ podem ser geometricamente escritos assim:

$$\vec{P}_{i_{ol}} = R_{ol_o} \cdot \vec{P}_{i_o} + \vec{T}_{ol} \ . \tag{3.6}$$

Onde, os vetores $\vec{P}_{i_o}$ são referenciados ao sistema de coordenadas *O* do tabuleiro, dados em unidades métricas. Eles são os vetores que representam cada ponto de quina dos quadrados dentro do tabuleiro quadriculado. Portanto, colocando-se a equação 3.6 em 3.5, tem-se:

$$\begin{bmatrix} u_{pi_{ol}} \\ v_{pi_{ol}} \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_{pi_{ol}}} \cdot A \cdot (R_{ol_o} \cdot \vec{P}_{i_o} + \vec{T}_{ol}) \ .$$

Reescreve-se o acima exposto, de forma que os vetores $\vec{P}_{i_o} = \begin{bmatrix} X_{pi_o} \\ Y_{pi_o} \\ Z_{pi_o} \end{bmatrix}$ recebam mais uma linha ou dimensão (ficando com tamanho 4×1) e a matriz de rotação fique aglutinada com o vetor de translação em uma única montagem matricial com dimensões3×4. Tudo isso com intuito de viabilizar a busca da homografia, assim:

$$\begin{bmatrix} u_{pi_{ol}} \\ v_{pi_{ol}} \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_{pi_{ol}}} \cdot A \cdot \begin{bmatrix} \overrightarrow{R1} & \overrightarrow{R2} & \overrightarrow{R3} & \vec{T}_{ol} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{pi_o} \\ Y_{pi_o} \\ Z_{pi_o} \\ 1 \end{bmatrix}, \tag{3.7}$$

Onde, $R_{ol_o} = [\overrightarrow{R1} \quad \overrightarrow{R2} \quad \overrightarrow{R3}]$.

Lembrando-se que no padrão bidimensional a coordenada *Z* é igual ao zero, então, a equação 3.7 torna-se:

$$\begin{bmatrix} u_{pi_{ol}} \\ v_{pi_{ol}} \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_{pi_{ol}}} \cdot A \cdot \begin{bmatrix} \overrightarrow{R1} & \overrightarrow{R2} & \overrightarrow{R3} & \vec{T}_{ol} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{pi_o} \\ Y_{pi_o} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} u_{pi_{ol}} \\ v_{pi_{ol}} \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_{pi_{ol}}} \cdot A \cdot \begin{bmatrix} \overrightarrow{R1} & \overrightarrow{R2} & \vec{T}_{ol} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{pi_o} \\ Y_{pi_o} \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{3.8}$$

Observe que a equação 3.8 relaciona diretamente as coordenadas em *pixels* obtidas na imagem fotografada do tabuleiro, $\begin{bmatrix} u_{pi_{ol}} \\ v_{pi_{ol}} \\ 1 \end{bmatrix}$, com as coordenadas em unidades métricas das quinas dos quadrados no espaço bidimensional do tabuleiro, $\begin{bmatrix} X_{pi_o} \\ Y_{pi_o} \\ 1 \end{bmatrix}$. Agora, usando-se quatro pontos ou mais do tabuleiro ($i \geq 4$), fica possível estabelecer uma relação homográfica, ou seja, busca-se uma matriz de homografia H, que multiplicada por um fator de escala sf não nulo relaciona os pontos do tabuleiro com os pontos no plano imagem. Então:

$$\begin{bmatrix} u_{pi_{ol}} \\ v_{pi_{ol}} \\ 1 \end{bmatrix} = sf \cdot H \cdot \begin{bmatrix} X_{pi_o} \\ Y_{pi_o} \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{3.9}$$

A obtenção desta matriz H dá-se por meio de minimização não linear e pode ser resolvida com o algoritmo de Levenberg-Marquardt (MORÉ, 1978). Então, as equações 3.8 e 3.9 mostram que:

$$sf \cdot H = sg \cdot A \cdot \begin{bmatrix} \overrightarrow{R1} & \overrightarrow{R2} & \vec{T}_{ol} \end{bmatrix}. \tag{3.10}$$

Onde, o termo $\frac{1}{Z_{pi_{ol}}}$ da equação 3.8 é substituído por outro fator de escala sg, já que o primeiro membro da equação 3.10, $sf \cdot H$, define uma homografia, uma relação genérica que envolve todos os pontos do tabuleiro ao mesmo tempo e não uma relação pontual. Desta maneira, a equação 3.10 pode ser rearranjada assim:

$$H = \frac{sg}{sf} \cdot A \cdot \left[\overrightarrow{R1} \quad \overrightarrow{R2} \quad \vec{T}_{ol}\right],$$

$$H = s \cdot A \cdot \left[\overrightarrow{R1} \quad \overrightarrow{R2} \quad \vec{T}_{ol}\right]. \tag{3.11}$$

Para a obtenção da matriz homografia, o mínimo de pontos projetados do tabuleiro pode ser quatro, porém, quanto mais obtidos para a busca de H mais insenção de ruídos de imagem consegue-se. Portanto, tendo-se a matriz H já conhecida, um passo muito importante é dado e o que se deve fazer agora é buscar, efetivamente, os parâmetros intrínsecos e extrínsecos da calibração. Da equação 3.11, tem-se:

$$\overrightarrow{H1} = s \cdot A \cdot \overrightarrow{R1}, \qquad ou, \qquad \overrightarrow{R1} = \lambda \cdot A^{-1} \cdot \overrightarrow{H1},$$

$$\overrightarrow{H2} = s \cdot A \cdot \overrightarrow{R2}, \qquad ou, \qquad \overrightarrow{R2} = \lambda \cdot A^{-1} \cdot \overrightarrow{H2},$$

$$\overrightarrow{H3} = s \cdot A \cdot \vec{T}_{ol}, \qquad ou, \qquad \vec{T}_{ol} = \lambda \cdot A^{-1} \cdot \overrightarrow{H3},$$

Onde, $\lambda = 1/s$ e $H = [\overrightarrow{H1} \quad \overrightarrow{H2} \quad \overrightarrow{H3}]$.

Como os vetores oriundos da matriz de rotação, por fundamento, são ortogonais entre si, tem-se:

$$\overrightarrow{R1}^T \cdot \overrightarrow{R2} = 0.$$

Portanto:

$$\overrightarrow{H1}^T \cdot A^{-T} \cdot A^{-1} \cdot \overrightarrow{H2} = 0. \tag{3.12}$$

Também, por fundamento, os vetores oriundos da matriz de rotação possuem magnitudes iguais à unidade, portanto:

$$\left\|\overrightarrow{R1}\right\| = \left\|\overrightarrow{R2}\right\| = 1.$$

Assim,

$$\overrightarrow{R1}^T \cdot \overrightarrow{R1} = \overrightarrow{R2}^T \cdot \overrightarrow{R2},$$

$$\overrightarrow{H1}^T \cdot A^{-T} \cdot A^{-1} \cdot \overrightarrow{H1} = \overrightarrow{H2}^T \cdot A^{-T} \cdot A^{-1} \cdot \overrightarrow{H2}. \tag{3.13}$$

Agora, fazendo-se com que o termo que aparece nas equações 3.12 e 3.13, $(A^{-T} \cdot A^{-1})$, seja aglutinado em uma matriz única, tem-se:

$$B = A^{-T} \cdot A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{f_x^2} & 0 & \frac{-u_0}{f_x^2} \\ 0 & \frac{1}{f_y^2} & \frac{-v_0}{f_y^2} \\ \frac{-u_0}{f_x^2} & \frac{-v_0}{f_y^2} & \frac{u_0}{f_x^2} + \frac{v_0}{f_y^2} + 1 \end{bmatrix}. \tag{3.14}$$

Ou seja,

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{12} & b_{22} & b_{23} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{bmatrix}. \tag{3.15}$$

Partindo-se do fato de que *H* da equação 3.11 é:

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix}.$$

E, juntando-se com as equações 3.12, 3.13 e 3.15, pode-se escrever:

$$\overrightarrow{Hm}^T \cdot B \cdot \overrightarrow{Hn} = \vec{V}_{mn}{}^T \cdot \vec{b} = \begin{bmatrix} h_{1m} \cdot h_{1n} \\ h_{1m} \cdot h_{2n} + h_{2m} \cdot h_{1n} \\ h_{2m} \cdot h_{2n} \\ h_{3m} \cdot h_{1n} + h_{1m} \cdot h_{3n} \\ h_{3m} \cdot h_{2n} + h_{2m} \cdot h_{3n} \\ h_{3m} \cdot h_{3n} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{12} \\ b_{22} \\ b_{13} \\ b_{23} \\ b_{33} \end{bmatrix}, \tag{3.16}$$

Onde,

$$1 \leq m \leq 2 \;\; e \;\; 1 \leq n \leq 2 \, .$$

Portanto, da equação 3.16, conclui-se que a fotografia de uma pose do tabuleiro fornece:

$$\begin{bmatrix} \vec{V}_{12}{}^T \\ (\vec{V}_{11} - \vec{V}_{22})^T \end{bmatrix} \cdot \vec{b} = 0. \tag{3.17}$$

Então,

$$\mathrm{V} = \begin{bmatrix} \vec{V}_{12}{}^T \\ (\vec{V}_{11} - \vec{V}_{22})^T \end{bmatrix}.$$

Portanto:

$$V \cdot \vec{b} = 0. \tag{3.18}$$

Ou seja, uma imagem do tabuleiro permite a obtenção de uma matriz V com elementos de valores conhecidos de dimensão 2×6, multiplicada por um vetor $\vec{b}$ de incógnitas com dimensão 6×1. Isso ainda é insuficiente para a solução do sistema de equações lineares homogêneas pelo método de decomposição em valores singulares (*svd*, *singular value decomposition*) (AXLER, 1997), que a equação 3.18 pode compor, pois, o vetor $\vec{b}$ sendo de tamanho 6×1 torna obrigatória a matriz de coeficientes ser, no mínimo, de tamanho 6×6, ou seja, é necessária a obtenção mínima de 3 poses do tabuleiro (3 imagens fotografadas em translações e rotações diferentes), dessa maneira, a matriz V torna o sistema solúvel. Lembre-se que o vetor $\vec{b}$

encontrado está multiplicado por um fator de escala s_b (diferente do fator de escala *s* da equação 3.11). Então, obtido $\vec{b}$, pode-se escrevê-lo nas equações 3.14 e 3.15 e ter-se uma matriz $\bar{B}$, que representa uma estimativa da matriz *B*. Assim:

$$\bar{B} = s_b \cdot B.$$

Portanto, da igualdade acima, obtêm-se os parâmetros intrínsecos da calibração, u_0, v_0, f_x, f_y (ZHANG, 1999):

$$v_0 = \frac{\bar{b}_{12} \cdot \bar{b}_{13} - \bar{b}_{11} \cdot \bar{b}_{23}}{\bar{b}_{11} \cdot \bar{b}_{22} - \bar{b}_{12}{}^2},$$

$$s_b = \bar{b}_{33} - \frac{\bar{b}_{13}{}^2 + v_0 \cdot \left(\bar{b}_{12} \cdot \bar{b}_{13} - \bar{b}_{11} \cdot \bar{b}_{23}\right)}{\bar{b}_{11}},$$

$$f_x = \sqrt{\frac{s_b}{\bar{b}_{11}}},$$

$$f_y = \sqrt{\frac{s_b \cdot \bar{b}_{11}}{(\bar{b}_{11} \cdot \bar{b}_{22} - \bar{b}_{12}{}^2)}},$$

$$u_0 = -\bar{b}_{13} \cdot \frac{f_x{}^2}{s_b}.$$

Ou seja, obtém-se a matriz de parâmetros intrínsecos *A*:

$$A = \begin{bmatrix} f_x & 0 & u_0 \\ 0 & f_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Agora, tendo-se em mãos a matriz acima, consegue-se para cada pose ou imagem obter a rotação e translação, ou seja, os parâmetros extrínsecos usando-se a equação 3.11 e as equações extraídas dela, que são:

$$\overrightarrow{H1} = s \cdot A \cdot \overrightarrow{R1}, \qquad ou, \qquad \overrightarrow{R1} = \lambda \cdot A^{-1} \cdot \overrightarrow{H1},$$

$$\overrightarrow{H2} = s \cdot A \cdot \overrightarrow{R2}, \qquad ou, \qquad \overrightarrow{R2} = \lambda \cdot A^{-1} \cdot \overrightarrow{H2},$$

$$\overrightarrow{H3} = s \cdot A \cdot \overrightarrow{T_{ol}}, \qquad ou, \qquad \vec{T}_{ol} = \lambda \cdot A^{-1} \cdot \overrightarrow{H3}.$$

Basta encontrar o fator de escala λ baseando-se no princípio da ortonormalidade dos vetores oriundos das matrizes de rotação, $\overrightarrow{R1}$ e $\overrightarrow{R2}$. Por exemplo:

$$\|\overrightarrow{R1}\| = 1,$$

$$\|\lambda \cdot A^{-1} \cdot \overrightarrow{H1}\| = 1,$$

$$\lambda = \frac{1}{\|A^{-1} \cdot \overrightarrow{H1}\|}.$$

Com λ conhecido, os parâmetros extrínsecos são encontrados assim:

$$\overrightarrow{R1} = \lambda \cdot A^{-1} \cdot \overrightarrow{H1},$$

$$\overrightarrow{R2} = \lambda \cdot A^{-1} \cdot \overrightarrow{H2},$$

$$\overrightarrow{R3} = \overrightarrow{R1} \times \overrightarrow{R2},$$

$$\vec{T}_{ol} = \lambda \cdot A^{-1} \cdot \overrightarrow{H3}.$$

E, com a equação 3.7, monta-se a matriz de rotação R_{ol_o}, usando-se $\overrightarrow{R1}$, $\overrightarrow{R2}$ e $\overrightarrow{R3}$:

$$R_{ol_o} = [\overrightarrow{R1} \quad \overrightarrow{R2} \quad \overrightarrow{R3}].$$

Portanto, fica explicitado o procedimento técnico básico para a calibração planar. O uso da técnica ao longo do texto para os testes virtuais é baseado em um padrão bidimensional 14×14 quadrados pretos e brancos, com dimensõs pré-estabelecidas e do qual são feitas 20 poses com o intuito de melhor qualidade nos resultados obtidos, em termos de repetitividade e precisão.

3.3.2 Calibração com Caixa

Uma alternativa, em termos de agilidade no processo de calibração em relação à calibração planar já difundida, tem sido pesquisada. Diminuir o tempo do procedimento calibrativo é o objetivo da criação de uma técnica utilizando uma caixa com dimensões conhecidas, ou seja, um padrão tridimensional. Esta é a alternativa desenvolvida originalmente para o presente trabalho, mas que ainda necessita de melhoria de qualidade na repetitividade e precisão. De qualquer forma, apresenta-se, agora, o princípio básico do procedimento, que apesar de não ser utilizado nos testes aqui presentes, tem sido alvo de pesquisa e tentativa de melhoria. Originalmente, o objetivo da técnica desenvolvida é fotografar uma caixa e através de processamento de imagens, como a detecção de bordas (GONZALES, 2008), encontrar as oito quinas dela. Esse objetivo é ilustrado na figura 3.6 e o procedimento descrito em artigo científico a respeito da técnica em questão (KURKA, 2012).

Partindo-se do princípio que a caixa seja representada por outro tipo de paralelepípedo, vazado com destaque nas quinas, como mostra a figura 3.7, fica mais fácil o entendimento da base matemática da calibração, visto que a primeira etapa de detecção de quinas é vencida.

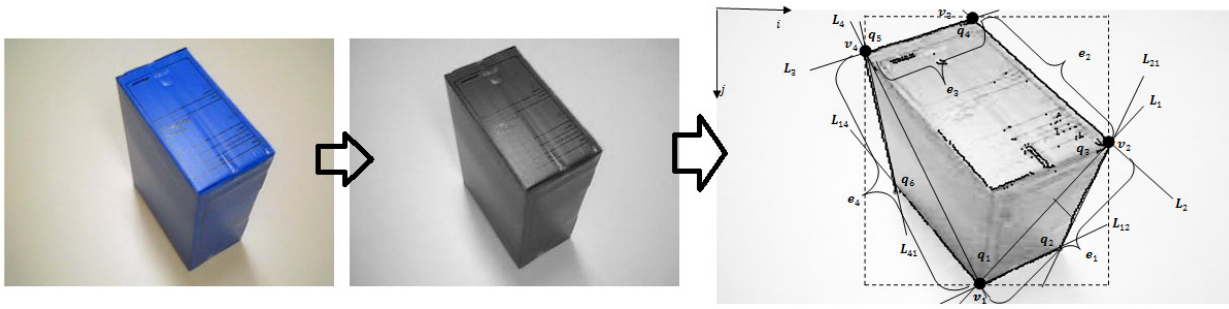

Figura 3.6: Caixa de arquivo utilizada como padrão tridimensional.

Pelo fato de já se conhecer previamente as dimensões *D,H,W* do volume, pode-se escrever os seguintes vetores referenciados ao sistema de coordenadas *O*, presente na caixa:

$$\overrightarrow{B1}_O = \begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}; \overrightarrow{B2}_O = \begin{bmatrix}W\\0\\0\end{bmatrix}; \overrightarrow{B3}_O = \begin{bmatrix}W\\0\\D\end{bmatrix}; \overrightarrow{B4}_O = \begin{bmatrix}0\\0\\D\end{bmatrix}; \overrightarrow{B5}_O = \begin{bmatrix}0\\H\\0\end{bmatrix}; \overrightarrow{B6}_O = \begin{bmatrix}W\\H\\0\end{bmatrix}; \overrightarrow{B7}_O = \begin{bmatrix}W\\H\\D\end{bmatrix}; \overrightarrow{B8}_O = \begin{bmatrix}0\\H\\D\end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

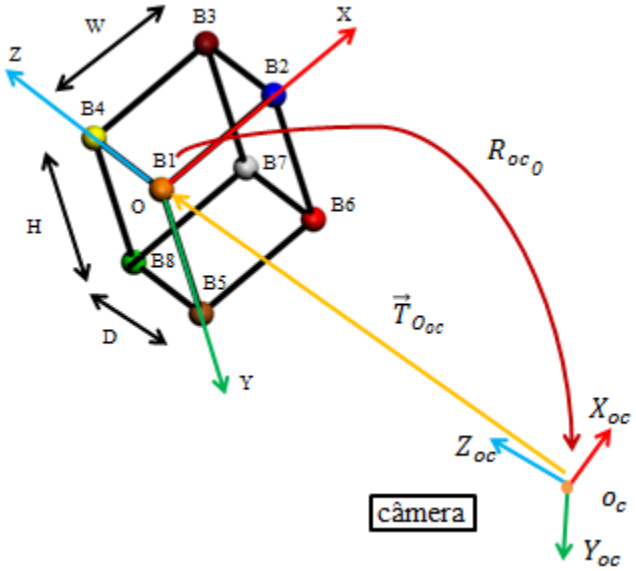

Figura 3.7: Padrão tridimensional vazado e câmera.

E, os mesmos pontos das quinas da caixa também podem ser escritos vetorialmente e referenciados ao sistema de coordenadas da câmera assim:

$$\overrightarrow{Bk}_{oc} = \begin{bmatrix} X_{Bk_{oc}} \\ Y_{Bk_{oc}} \\ Z_{Bk_{oc}} \end{bmatrix}, onde,\ k = 1, \dots, 8. \tag{3.20}$$

Como na equação 3.5 e usando-se a equação 3.20, de acordo com a geometria perspectiva (HARTLEY, 2004), tem-se:

$$\begin{bmatrix} u_{Bk} \\ v_{Bk} \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_{Bk_{oc}}} \cdot A \cdot \overrightarrow{Bk}_{oc}\ . \tag{3.21}$$

Agora, como na equação 3.6 e de acordo com a geometria básica (FAUGERAS, 1993), usando-se a equação 3.21 acima, pode-se escrever:

$$\overrightarrow{Bk}_{oc} = R_{oc_O} \cdot \overrightarrow{Bk}_O + \vec{T}_{O_{oc}}\ ,$$

$$\begin{bmatrix} u_{Bk} \\ v_{Bk} \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_{Bk_{oc}}} \cdot A \cdot (R_{oc_O} \cdot \overrightarrow{Bk}_O + \vec{T}_{O_{oc}})\ ,$$

$$Z_{Bk_{oc}} \cdot \begin{bmatrix} u_{Bk} \\ v_{Bk} \\ 1 \end{bmatrix} = A \cdot (R_{oc_O} \cdot \overrightarrow{Bk}_O + \vec{T}_{O_{oc}}). \tag{3.22}$$

O próximo passo é escolher três pontos das oito quinas existentes e criar um conjunto *i* deles. Ao todo, de acordo com a análise combinatória podem ser criados 56 conjuntos de três pontos cada, então, $i = 1, \dots, 56$. Esse procedimento tem o intuito de eliminar o termo da translação $\vec{T}_{O_{oc}}$ das equações seguintes. Portanto, tomando-se como exemplo que o primeiro conjunto *i* de três pontos contém os pontos *Ba, Bb* e *Bc*, faz-se a estruturação em alguns passos:

- Passo 01:

Multiplica-se a equação 3.22 para cada ponto a, b, c por pesos nos valores 0,5 ; -1 e 0,5:

$$(0{,}5)\cdot Z_{Ba_{oc}}\cdot\begin{bmatrix}u_{Ba}\\ v_{Ba}\\ 1\end{bmatrix}=(0{,}5)\cdot\ A\cdot(R_{oc_O}\cdot\overrightarrow{Ba}_O+\vec{T}_{O_{oc}}),\tag{3.23}$$

$$(-1)\cdot Z_{Bb_{oc}}\cdot\begin{bmatrix}u_{Bb}\\ v_{Bb}\\ 1\end{bmatrix}=(-1)\cdot\ A\cdot(R_{oc_O}\cdot\overrightarrow{Bb}_O+\vec{T}_{O_{oc}}),\tag{3.24}$$

$$(0{,}5)\cdot Z_{Bc_{oc}}\cdot\begin{bmatrix}u_{Bc}\\ v_{Bc}\\ 1\end{bmatrix}=(0{,}5)\cdot\ A\cdot(R_{oc_O}\cdot\overrightarrow{Bc}_O+\vec{T}_{O_{oc}}).\tag{3.25}$$

Agora, somam-se as equações 3.23, 3.24 e 3.25, onde os dois membros dessa soma são:

$$Membro\ 01=(0{,}5)\cdot Z_{Ba_{oc}}\cdot\begin{bmatrix}u_{Ba}\\ v_{Ba}\\ 1\end{bmatrix}+(-1)\cdot Z_{Bb_{oc}}\cdot\begin{bmatrix}u_{Bb}\\ v_{Bb}\\ 1\end{bmatrix}+(0{,}5)\cdot Z_{Bc_{oc}}\cdot\begin{bmatrix}u_{Bc}\\ v_{Bc}\\ 1\end{bmatrix},\tag{3.26}$$

$$\begin{aligned}Membro\ 02\quad=\quad&(0{,}5)\cdot A\cdot\left(R_{oc_O}\cdot\overrightarrow{Ba}_O+\vec{T}_{O_{oc}}\right)+\\&+(-1)\cdot A\cdot\left(R_{oc_O}\cdot\overrightarrow{Bb}_O+\vec{T}_{O_{oc}}\right)+\\&+(0{,}5)\cdot A\cdot\left(R_{oc_O}\cdot\overrightarrow{Bc}_O+\vec{T}_{O_{oc}}\right).\end{aligned}\tag{3.27}$$

Já que, ‘Membro 01 = Membro 02’, iguala-se as equações 3.26 e 3.27. A manipulação algébrica leva à eliminação do termo $\vec{T}_{O_{oc}}$ e à seguinte montagem:

$$\left[0{,}5\cdot\overrightarrow{Ba}_{pxs}\quad-\overrightarrow{Bb}_{pxs}\quad 0{,}5\cdot\overrightarrow{Bc}_{pxs}\right]\cdot\vec{\lambda}=A\cdot R_{oc_O}\cdot[0{,}5\cdot\overrightarrow{Ba}_O-\overrightarrow{Bb}_O+0{,}5\cdot\overrightarrow{Bc}_O],\tag{3.28}$$

Onde:

$$\vec{\lambda}=\begin{bmatrix}Z_{Ba_{oc}}\\ Z_{Bb_{oc}}\\ Z_{Bc_{oc}}\end{bmatrix},$$

$$\overrightarrow{Bk}_{pxs}=\begin{bmatrix}u_{Bk}\\ v_{Bk}\\ 1\end{bmatrix},k=a,b,c.$$

- Passo 02:

Multiplica-se a equação 3.22 para cada ponto a, b, c por pesos nos valores -1 ; 0,5 e 0,5:

$$(-1) \cdot Z_{Ba_{oc}} \cdot \begin{bmatrix} u_{Ba} \\ v_{Ba} \\ 1 \end{bmatrix} = (-1) \cdot \ A \cdot (R_{oc_O} \cdot \overrightarrow{Ba}_O + \vec{T}_{O_{oc}}), \tag{3.29}$$

$$(0{,}5) \cdot Z_{Bb_{oc}} \cdot \begin{bmatrix} u_{Bb} \\ v_{Bb} \\ 1 \end{bmatrix} = (0{,}5) \cdot \ A \cdot (R_{oc_O} \cdot \overrightarrow{Bb}_O + \vec{T}_{O_{oc}}), \tag{3.30}$$

$$(0{,}5) \cdot Z_{Bc_{oc}} \cdot \begin{bmatrix} u_{Bc} \\ v_{Bc} \\ 1 \end{bmatrix} = (0{,}5) \cdot \ A \cdot (R_{oc_O} \cdot \overrightarrow{Bc}_O + \vec{T}_{O_{oc}}). \tag{3.31}$$

Agora, somam-se as equações 3.29, 3.30 e 3.31, onde os dois membros dessa soma são:

$$Membro\ 01 = (-1) \cdot Z_{Ba_{oc}} \cdot \begin{bmatrix} u_{Ba} \\ v_{Ba} \\ 1 \end{bmatrix} + (0{,}5) \cdot Z_{Bb_{oc}} \cdot \begin{bmatrix} u_{Bb} \\ v_{Bb} \\ 1 \end{bmatrix} + (0{,}5) \cdot Z_{Bc_{oc}} \cdot \begin{bmatrix} u_{Bc} \\ v_{Bc} \\ 1 \end{bmatrix}, \tag{3.32}$$

$$\begin{aligned} Membro\ 02 \quad = \quad & (-1) \cdot A \cdot \left(R_{oc_O} \cdot \overrightarrow{Ba}_O + \vec{T}_{O_{oc}}\right) + \\ & +(0{,}5) \cdot A \cdot \left(R_{oc_O} \cdot \overrightarrow{Bb}_O + \vec{T}_{O_{oc}}\right) + \\ & +(0{,}5) \cdot A \cdot \left(R_{oc_O} \cdot \overrightarrow{Bc}_O + \vec{T}_{O_{oc}}\right). \end{aligned} \tag{3.33}$$

Já que, 'Membro 01 = Membro 02', iguala-se as equações 3.32 e 3.33. A manipulação algébrica leva à eliminação do termo $\vec{T}_{O_{oc}}$ e à seguinte montagem:

$$\left[-\overrightarrow{Ba}_{pxs} \quad 0{,}5 \cdot \overrightarrow{Bb}_{pxs} \quad 0{,}5 \cdot \overrightarrow{Bc}_{pxs}\right] \cdot \vec{\lambda} = A \cdot R_{oc_O} \cdot \left[-\overrightarrow{Ba}_O + 0{,}5 \cdot \overrightarrow{Bb}_O + 0{,}5 \cdot \overrightarrow{Bc}_O\right], \tag{3.34}$$

Onde:

$$\vec{\lambda} = \begin{bmatrix} Z_{Ba_{oc}} \\ Z_{Bb_{oc}} \\ Z_{Bc_{oc}} \end{bmatrix},$$

$$\overrightarrow{Bk}_{pxs} = \begin{bmatrix} u_{Bk} \\ v_{Bk} \\ 1 \end{bmatrix}, k = a, b, c.$$

- Passo 03:

Coloca-se as equações 3.28 e 3.34 em função de $\vec{\lambda}$. Mas, primeiro, faz-se:

$$A_R = A \cdot R_{oc_O}. \tag{3.35}$$

Então, colocando-se a equação 3.35 em 3.28, tem-se:

$$\vec{\lambda} = \begin{bmatrix} 0{,}5 \cdot \overrightarrow{Ba}_{pxs} & -\overrightarrow{Bb}_{pxs} & 0{,}5 \cdot \overrightarrow{Bc}_{pxs} \end{bmatrix}^{-1} \cdot A_R \cdot [0{,}5 \cdot \overrightarrow{Ba}_O - \overrightarrow{Bb}_O + 0{,}5 \cdot \overrightarrow{Bc}_O]. \tag{3.36}$$

Agora, colocando-se a equação 3.35 em 3.34, tem-se:

$$\vec{\lambda} = \begin{bmatrix} -\overrightarrow{Ba}_{pxs} & 0{,}5 \cdot \overrightarrow{Bb}_{pxs} & 0{,}5 \cdot \overrightarrow{Bc}_{pxs} \end{bmatrix}^{-1} \cdot A_R \cdot [-\overrightarrow{Ba}_O + 0{,}5 \cdot \overrightarrow{Bb}_O + 0{,}5 \cdot \overrightarrow{Bc}_O]. \tag{3.37}$$

Para facilitar entendimento e visualização, fazem-se as seguintes nomeações para os conjuntos *i* deduzidos anteriormente nas equações 3.36 e 3.37:

$$P_{I_i} = \begin{bmatrix} 0{,}5 \cdot \overrightarrow{Ba}_{pxs} & -\overrightarrow{Bb}_{pxs} & 0{,}5 \cdot \overrightarrow{Bc}_{pxs} \end{bmatrix}, \tag{3.38}$$

$$P_{II_i} = \begin{bmatrix} -\overrightarrow{Ba}_{pxs} & 0{,}5 \cdot \overrightarrow{Bb}_{pxs} & 0{,}5 \cdot \overrightarrow{Bc}_{pxs} \end{bmatrix}. \tag{3.39}$$

Lembrar-se que i é o número do conjunto de pontos de quina da caixa, sendo que cada conjunto é baseado em três pontos de quina, das oito existentes. Dessa maneira, $i = 1, \dots, 56$. Ainda:

$$\overrightarrow{B_{I_i}} = \left[0{,}5 \cdot \overrightarrow{Ba_O} - \overrightarrow{Bb_O} + 0{,}5 \cdot \overrightarrow{Bc_O}\right], \tag{3.40}$$

$$\overrightarrow{B_{II_i}} = \left[-\overrightarrow{Ba_O} + 0{,}5 \cdot \overrightarrow{Bb_O} + 0{,}5 \cdot \overrightarrow{Bc_O}\right]. \tag{3.41}$$

Portanto, colocando-se 3.38 e 3.39 em 3.36 e 3.40 e 3.41 em 3.37, tem-se:

$$\vec{\lambda} = {P_{I_i}}^{-1} \cdot A_R \cdot \overrightarrow{B_{I_i}}\,, \tag{3.42}$$

$$\vec{\lambda} = {P_{II_i}}^{-1} \cdot A_R \cdot \overrightarrow{B_{II_i}}\,. \tag{3.43}$$

Agora, igualando-se 3.42 e 3.43, desenvolve-se o seguinte:

$${P_{I_i}}^{-1} \cdot A_R \cdot \overrightarrow{B_{I_i}} = {P_{II_i}}^{-1} \cdot A_R \cdot \overrightarrow{B_{II_i}}\,,$$

$${P_{I_i}}^{-1} \cdot A_R \cdot \overrightarrow{B_{I_i}} - {P_{II_i}}^{-1} \cdot A_R \cdot \overrightarrow{B_{II_i}} = 0\,.$$

Multiplicando-se toda equação acima por P_{I_i}, tem-se:

$$P_{I_i} \cdot ({P_{I_i}}^{-1} \cdot A_R \cdot \overrightarrow{B_{I_i}} - {P_{II_i}}^{-1} \cdot A_R \cdot \overrightarrow{B_{II_i}}) = 0\,,$$

$$A_R \cdot \overrightarrow{B_{I_i}} - P_{I_i} \cdot {P_{II_i}}^{-1} \cdot A_R \cdot \overrightarrow{B_{II_i}} = 0\,,$$

$$A_R \cdot \overrightarrow{B_{I_i}} - P_{III_i} \cdot A_R \cdot \overrightarrow{B_{II_i}} = 0, \tag{3.44}$$

Onde: $P_{III_i} = P_{I_i} \cdot {P_{II_i}}^{-1}$.

-Passo 04:

Reescreve-se a equação 3.44 com o objetivo de fazer um arranjo para a solução de um sistema de equações lineares homogêneas. As ferramentas matemáticas utilizadas para esse novo arranjo da equação são a vetorização da matriz A_R e o produto Kronecker (STEEB, 2011) aplicado de maneira a manter a coerência da equação 3.44 com a nova equação 3.45 abaixo:

$$\left[\overrightarrow{B_{I_i}}^T \otimes I - \overrightarrow{B_{II_i}}^T \otimes P_{III_i}\right] \cdot vec(A_R) = 0, \tag{3.45}$$

Onde:

I é uma matriz identidade 3×3,

$$vec(A_R) = \begin{bmatrix} coluna\ 1\ da\ matriz\ A_R \\ coluna\ 2\ da\ matriz\ A_R \\ coluna\ 3\ da\ matriz\ A_R \end{bmatrix}_{9x1}.$$

Fazendo-se:

$$P = \left[\overrightarrow{B_{I_i}}^T \otimes I - \overrightarrow{B_{II_i}}^T \otimes P_{III_i}\right].$$

E:

$$\bar{e} = vec(A_R).$$

Tem-se o sistema de equações lineares homogêneas na equação 3.46 e resolve-se pelo método de decomposição em valores singulares (*svd*). Observe que a barra sobre a grandeza matemática *e* significa 'estimado'. Portanto:

$$P \cdot \bar{e} = 0. \tag{3.46}$$

Percebe-se que pelo fato de $\bar{e}$ possuir dimensão 9×1, necessitam-se, no mínimo, três conjuntos i em P dos 56 possíveis. Mas, para maior robustez da técnica, usa-se o máximo possível de conjuntos. Portanto:

$$P = \begin{bmatrix} \overrightarrow{B_{I_1}}^T \otimes I - \overrightarrow{B_{II_1}}^T \otimes P_{III_1} \\ \vdots \\ \vdots \\ \overrightarrow{B_{I_{56}}}^T \otimes I - \overrightarrow{B_{II_{56}}}^T \otimes P_{III_{56}} \end{bmatrix}.$$

-Passo 05:

Obtido $\bar{e}$, faz-se os passos para extrair os parâmetros intrínsecos e extrínsecos, que é o objetivo final. Reorganiza-se o vetor $\bar{e}$ encontrado em uma matriz de tamanho 3×3 $\overline{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}}$, que é equivalente a matriz A_R da equação 3.35, exceto pelo fato de que a encontrada agora está multiplicada por um fator de escala oriundo da solução de equações lineares homogêneas, portanto é estimada. Dessa maneira:

$$\overline{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}} = Reorganizar(\bar{e}, 3 \times 3).$$

Mas, como visto na equação 3.35 anteriormente, $\overline{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}}$ engloba uma matriz de parâmetros intrínsecos e uma matriz de rotação, sendo esta última de natureza ortogonal, portanto, multiplicando-se a equação 3.35, reescrita abaixo como a equação 3.47, por $\overline{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}}{}^T$, tem-se:

$$\overline{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}} = \bar{A} \cdot R_{oc_O} \,, \tag{3.47}$$

$$\overline{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}} \cdot \overline{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}}{}^T = \bar{A} \cdot R_{oc_O} \cdot \overline{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}}{}^T,$$

$$\overline{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}} \cdot \overline{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}}{}^T = \bar{A} \cdot R_{oc_O} \cdot R_{oc_O}{}^T \cdot \overline{\mathrm{A}}^T,$$

$$\overline{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}} \cdot \overline{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}}{}^T = \bar{A} \cdot \overline{\mathrm{A}}^T. \tag{3.48}$$

Lembrando-se que a matriz de parâmetros intrínsecos é:

$$A = \begin{bmatrix} f_x & 0 & u_0 \\ 0 & f_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Então,

$$A \cdot A^T = \begin{bmatrix} {f_x}^2 + {u_0}^2 & u_0 \cdot v_0 & u_0 \\ u_0 \cdot v_0 & {f_y}^2 + {v_0}^2 & v_0 \\ u_0 & v_0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{3.49}$$

Assim, se da equação 3.48 dividir-se o primeiro membro $(\bar{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}} \cdot \bar{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}}{}^T)$ pelo elemento da terceira linha e terceira coluna, essa adquire o mesmo formato da equação 3.49, onde aquele elemento também é igual à unidade. Então, pode-se escrever que:

$$A \cdot A^T = \frac{(\bar{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}} \cdot \bar{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}}{}^T)}{elemento\ 3{,}3\ da\ matriz\ (\bar{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}} \cdot \bar{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}}{}^T)} \quad ,$$

$$IN = \frac{(\bar{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}} \cdot \bar{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}}{}^T)}{elemento\ 3{,}3\ da\ matriz\ (\bar{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}} \cdot \bar{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}}{}^T)} \quad ,$$

$$A \cdot A^T = IN. \tag{3.50}$$

E, finalmente, das equações 3.49 e 3.50, conclui-se que os parâmetros intrínsecos podem ser retirados diretamente da matriz *IN* da seguinte forma:

$$u_0 = IN(1{,}3),$$

$$v_0 = IN(2{,}3),$$

$$f_x = \sqrt{IN(1{,}1) - {u_0}^2}\ ,$$

$$f_y = \sqrt{IN(2{,}2) - {v_0}^2}\ .$$

Agora, com os parâmetros intrínsecos determinados, consequentemente, a matriz A também se torna conhecida. Portanto, tendo-a em mãos, fica possível a obtenção dos parâmetros extrínsecos. Primeiramente, obtém-se a matriz de rotação. A equação 3.35 fica assim:

$$\overline{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}} = A \cdot \overline{R_{oc_O}}. \tag{3.51}$$

Então,

$$\overline{R_{oc_O}} = A^{-1} \cdot \overline{\mathrm{A}}_{\mathrm{R}}.$$

Com a matriz de rotação estimada $\overline{R_{oc_O}}$ em mãos, para se conhecer a verdadeira R_{oc_O} usa-se a decomposição em valores singulares (*svd*). A matriz verdadeira R_{oc_O} quando decomposta em valores singulares, deve tê-los iguais à unidade, pois:

$$[U_R, D_R, V_R] = svd(\, R_{oc_O}\,),$$

$$D_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$R_{oc_O} = U_R \cdot {V_R}^T. \tag{3.52}$$

Já, a matriz estimada $\overline{R_{oc_O}}$ não possui valores singulares unitários. Então, feita a decomposição de $\overline{R_{oc_O}}$, faz-se a normalização das matrizes $U_{\bar{R}}, D_{\bar{R}}$ e $V_{\bar{R}}$ de acordo com o valor singular encontrado na diagonal de $U_{\bar{R}}$:

$$[U_{\bar{R}}, D_{\bar{R}}, V_{\bar{R}}] = svd\big(\, \overline{R_{oc_O}}\,\big),$$

$$D_{\bar{R}} = \begin{bmatrix} vs & 0 & 0 \\ 0 & vs & 0 \\ 0 & 0 & vs \end{bmatrix},$$

Portanto,

$$U_R = \frac{U_{\bar{R}}}{vs}, \tag{3.53}$$

$$D_R = \frac{D_{\bar{R}}}{vs},$$

$$V_R = \frac{V_{\bar{R}}}{vs}. \tag{3.54}$$

Finalmente, a partir das equações 3.52, 3.53 e 3.54, obtêm-se R_{oc_O} verdadeiro:

$$R_{oc_O} = U_R \cdot {V_R}^T.$$

Agora, já conhecida a matriz de rotação da câmera em relação ao referencial da caixa, busca-se o parâmetro extrínseco faltante, que é o vetor de translação $\vec{T}_{O_{oc}}$. Essa busca inicia-se com a equação 3.22, que para permitir a solução de um sistema de equações lineares homogêneas é rearranjada de forma que o sistema tenha solução para $k \geq 2$, lembrando-se que k máximo é igual a oito, ou seja, o número de quinas da caixa. Então:

$$\begin{bmatrix} \overrightarrow{B1}_{pxs} & 0 & \dots & 0 & -A \\ 0 & \overrightarrow{B2}_{pxs} & \dots & 0 & -A \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & -A \\ 0 & 0 & \dots & \overrightarrow{Bk}_{pxs} & -A \end{bmatrix}_{(k\cdot 3)\times(k+3)} \cdot \begin{bmatrix} \vec{\lambda} \\ \vec{T}_{O_{oc}} \end{bmatrix}_{(k+3)\times 1} = \begin{bmatrix} A \cdot R_{oc_O} \cdot \overrightarrow{B1}_O \\ A \cdot R_{oc_O} \cdot \overrightarrow{B2}_O \\ \vdots \\ A \cdot R_{oc_O} \cdot \overrightarrow{Bk}_O \end{bmatrix}_{(k\cdot 3)\times 1},$$

Onde:

$$\vec{\lambda} = \begin{bmatrix} Z_{B1_{oc}} \\ Z_{B2_{oc}} \\ \vdots \\ Z_{Bk_{oc}} \end{bmatrix},$$

$$\overrightarrow{Bk}_{pxs} = \begin{bmatrix} u_{Bk} \\ v_{Bk} \\ 1 \end{bmatrix}.$$

A solução via método de mínimos quadrados do sistema de equações lineares acima dá como resultado o esperado vetor de translação $\vec{T}_{O_{oc}}$ e também um vetor $\vec{\lambda}$ que contém as profundidades dos pontos de quina da caixa em relação ao sistema de coordenadas da câmera. Dessa maneira, finaliza-se a calibração com o encontro dos parâmetros extrínsecos e intrínsecos.

3.4 Reconstrução 3D

A busca ou recuperação das coordenadas tridimensionais de um ponto do espaço a partir de duas imagens (bidimensionais) dele, obtidas por duas câmeras em posicionamentos diferentes, em termos de rotação e translação entre si, corresponde à reconstrução 3D. Ela só é realizável devido ao conhecimento anterior dos parâmetros intrínsecos e extrínsecos das câmeras (calibração) e dá-se por estereoscopia (TRUCCO, 1998), ou seja, uso de duas câmeras. É importante o conhecimento da projeção perspectiva (geometria perspectiva, seção 3.2) do ponto *P* do espaço sobre os planos imagem, ou seja, a posição em *pixels* ou coordenadas homogêneas dele nas duas imagens. A correlação entre os pontos nos dois espaços bidimensionais fornece o conhecimento de quais pares representam o mesmo ponto do espaço tridimensional. Todo o processo de correlação dos pontos, no caso deste projeto, é iniciado com a geometria epipolar (HARTLEY, 2004), oportunamente apresentada na etapa de processamento de imagens. Em um primeiro momento, a reconstrução 3D busca as incógnitas de profundidade, ou melhor, a coordenada *Z* dos pontos no espaço tridimensional.

Os procedimentos podem ser entendidos com o auxílio da figura 3.8. Nela, apresentam-se as câmeras 1 e 2, respectivamente, representadas pelos eixos de coordenadas *o1* e *o2*. Os vetores $\vec{P}_{o1}$ e $\vec{P}_{o2}$ representam o ponto *P* no espaço 3D, referenciado a cada um dos sistemas de coordenadas das câmeras e possuem a seguinte composição:

$$\vec{P}_{o1} = \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \vec{P}_{o2} = \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix}.$$

Os vetores $\vec{p}_{o1}$ e $\vec{p}_{o2}$ representam as coordenadas de câmera do ponto *P* do espaço 3D

projetado no plano imagem da câmera 1 e plano imagem da câmera 2, respectivamente. São assim definidos:

$$\vec{p}_{o1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ f_1 \end{bmatrix} \qquad e \qquad \vec{p}_{o2} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ f_2 \end{bmatrix}, \ \ onde: f_1 \ e \ f_2 \ são \ as \ distâncias \ focais.$$

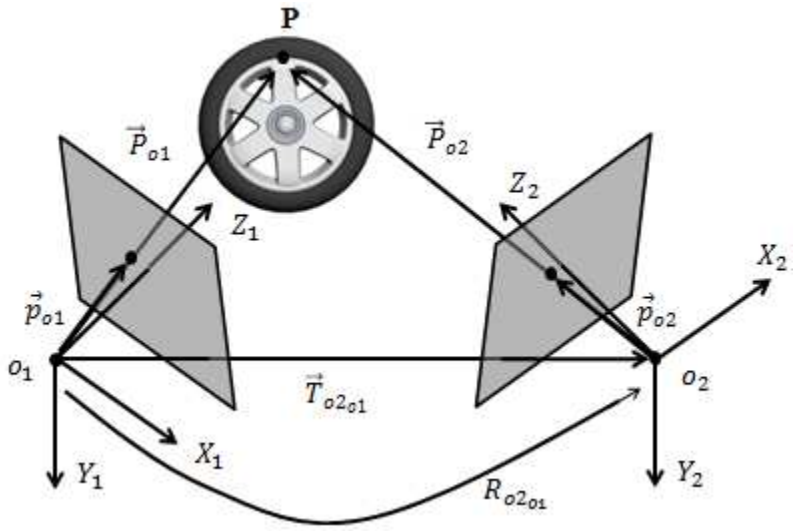

Figura 3.8: Configuração de câmeras estéreo para reconstrução 3D.

Das equações 3.3 e 3.4, tem-se:

$$\vec{p}_{o1} = f_1 \cdot {A_1}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad e \qquad \vec{p}_{o2} = f_2 \cdot {A_2}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ 1 \end{bmatrix}, \tag{3.55}$$

$$\vec{P}_{o1} = Z_1 \cdot {A_1}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad e \qquad \vec{P}_{o2} = Z_2 \cdot {A_2}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{3.56}$$

Representam-se, agora, as equações 3.55 e 3.56 em coordenadas homogêneas (BRADSKI, 2008), que consiste em que os vetores $\vec{p}_{o1}$, $\vec{p}_{o2}$, $\vec{P}_{o1}$ e $\vec{P}_{o2}$, expressos em unidades métricas, passem a ser denominados adimensionais ao ser efetuada uma operação algébrica de

supressão da coordenada de profundidade. Multiplicando-se a equação 3.55 por $\frac{1}{f_1}$ e $\frac{1}{f_2}$, obtém-se:

$$\frac{1}{f_1} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ f_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{f_1} \cdot f_1 \cdot {A_1}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad e \qquad \frac{1}{f_2} \cdot \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ f_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{f_2} \cdot f_2 \cdot {A_2}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} x_1/f_1 \\ y_1/f_1 \\ 1 \end{bmatrix} = {A_1}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad e \qquad \begin{bmatrix} x_2/f_2 \\ y_2/f_2 \\ 1 \end{bmatrix} = {A_2}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Definindo-se:

$$\vec{p}_{h_{o1}} = \begin{bmatrix} x_1/f_1 \\ y_1/f_1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad e \qquad \vec{p}_{h_{o2}} = \begin{bmatrix} x_2/f_2 \\ y_2/f_2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Tem-se:

$$\vec{p}_{h_{o1}} = {A_1}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad e \qquad \vec{p}_{h_{o2}} = {A_2}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ 1 \end{bmatrix}, \tag{3.57}$$

Onde:

$$\vec{p}_{h_{o1}} = \begin{bmatrix} x_{h_1} \\ y_{h_1} \\ 1 \end{bmatrix} \qquad e \qquad \vec{p}_{h_{o2}} = \begin{bmatrix} x_{h_2} \\ y_{h_2} \\ 1 \end{bmatrix}.$$

E, multiplicando-se a equação 3.56 por $\frac{1}{Z_1}$ e $\frac{1}{Z_2}$, obtém-se:

$$\frac{1}{Z_1} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_1} \cdot Z_1 \cdot {A_1}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad e \qquad \frac{1}{Z_2} \cdot \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_2} \cdot Z_2 \cdot {A_2}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} X_1/Z_1 \\ Y_1/Z_1 \\ 1 \end{bmatrix} = A_1{}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad e \qquad \begin{bmatrix} X_2/Z_2 \\ Y_2/Z_2 \\ 1 \end{bmatrix} = A_2{}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Definindo-se:

$$\vec{P}_{h_{o1}} = \begin{bmatrix} X_1/Z_1 \\ Y_1/Z_1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad e \qquad \vec{P}_{h_{o2}} = \begin{bmatrix} X_2/Z_2 \\ Y_2/Z_2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Tem-se:

$$\vec{P}_{h_{o1}} = A_1{}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad e \qquad \vec{P}_{h_{o2}} = A_2{}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ 1 \end{bmatrix}, \tag{3.58}$$

Onde:

$$\vec{P}_{h_{o1}} = \begin{bmatrix} X_{h_1} \\ Y_{h_1} \\ 1 \end{bmatrix} \qquad e \qquad \vec{P}_{h_{o2}} = \begin{bmatrix} X_{h_2} \\ Y_{h_2} \\ 1 \end{bmatrix}.$$

A importância dos vetores representados em coordenadas homogêneas e entendimento de suas origens para a reconstrução 3D estão no fato de que o procedimento anterior à reconstrução, que é o processamento de imagens, fornece os pontos correlacionados em coordenadas homogêneas. Observe que as equações 3.57 e 3.58 evidenciam que:

$$\vec{p}_{h_{o1}} = \vec{P}_{h_{o1}} \qquad e \qquad \vec{p}_{h_{o2}} = \vec{P}_{h_{o2}}. \tag{3.59}$$

Da montagem estereoscópica da figura 3.8 e utilizando-se de análise geométrica, tem-se que:

$$\vec{P}_{o2} = R_{o2_{o1}} \cdot (\vec{P}_{o1} - \vec{T}_{o2_{o1}}),$$

$$R_{o1_{o2}} \cdot \vec{P}_{o2} = \vec{P}_{o1} - \vec{T}_{o2_{o1}},$$

$$\vec{P}_{o1} = R_{o1_{o2}} \cdot \vec{P}_{o2} + \vec{T}_{o2_{o1}}. \tag{3.60}$$

Colocando-se as equações de 3.56 em 3.60, tem-se:

$$Z_1 \cdot {A_1}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ 1 \end{bmatrix} = R_{o1_{o2}} \cdot Z_2 \cdot {A_2}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ 1 \end{bmatrix} + \vec{T}_{o2_{o1}}. \tag{3.61}$$

Nesta equação 3.61, percebe que existem vetores homogêneos presentes em sua formação, portanto, utilizando-se a equação 3.58, substituem-se os termos homogêneos. O que resulta em:

$$Z_1 \cdot \vec{P}_{h_{o1}} = R_{o1_{o2}} \cdot Z_2 \cdot \vec{P}_{h_{o2}} + \vec{T}_{o2_{o1}}. \tag{3.62}$$

Reescrevendo-se a equação 3.62 através de manipulação algébrica e com o intuito de representá-la matricialmente, chega-se à equação 3.63:

$$\vec{T}_{o2_{o1}} = Z_1 \cdot \vec{P}_{h_{o1}} - R_{o1_{o2}} \cdot Z_2 \cdot \vec{P}_{h_{o2}} \ ,$$

$$\vec{T}_{o2_{o1}} = \begin{bmatrix} \vec{P}_{h_{o1}} & -R_{o1_{o2}}\vec{P}_{h_{o2}} \end{bmatrix}_{3\times 2} \cdot \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix}_{2\times 1}. \tag{3.63}$$

Faz-se importante lembrar-se que, da equação 3.63, já são pré-conhecidos $\vec{T}_{o2_{o1}}$, $\vec{P}_{h_{o1}}$, $\vec{P}_{h_{o2}}$ e $R_{o1_{o2}}$. Portanto, as incógnitas são as profundidades Z_1 e Z_2. Dessa maneira, pode-se obtê-las utilizando-se o cálculo da pseudo-inversa (*pinv*) de matrizes, como mostrado abaixo:

$$\begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{P}_{h_{o1}} & -R_{o1_{o2}}\vec{P}_{h_{o2}} \end{bmatrix}^{+} \vec{T}_{o2_{o1}}. \tag{3.64}$$

Com o conhecimento dos valores das profundidades do ponto P do espaço em relação ao sistema de eixos de cada câmera, fica possível representar as outras coordenadas espaciais deste ponto utilizando-se a equação 3.56, repetida abaixo:

$$\vec{P}_{o1} = Z_1 {A_1}^{-1} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad e \qquad \vec{P}_{o2} = Z_2 {A_2}^{-1} \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{3.65}$$

3.4.1 Vetor Perpendicular ao Plano da Roda

No projeto do sistema de medição de alinhamento, a reconstrução 3D resulta em pontos no espaço que representam o contorno da roda do veículo. O objetivo é utilizar estes pontos que formam um plano e obter, através da análise de componente principal (JOLLIFFE, 2002), o vetor perpendicular à roda que, por consequência, é normal ao plano de pontos reconstruídos. Na Figura 3.9, vê-se a reconstrução tridimensional destes pontos e o vetor normal a eles. A busca dele é importante, pois fornece a informação de inclinação da roda, já que ele é comparado a vetores gabarito, de referência padrão para a medição final dos ângulos. O encontro dá-se seguindo alguns passos:

- Tomando-se uma matriz P_{o1} como o conjunto de i pontos de contorno da roda no espaço tridimensional, em relação ao sistema de eixos $o1$ e baseando-se na equação 3.65, pode-se escrever:

$$P_{o1} = \begin{bmatrix} \vec{P}_{1_{o1}} & \cdots & \vec{P}_{i_{o1}} \end{bmatrix}_{3\times i}. \tag{3.66}$$

- Agora, deve-se obter o vetor correspondente ao ponto central do plano-círculo de pontos

reconstruídos, faz-se isso obtendo-se uma média de cada componente *x*, *y* e *z* de todo o conjunto. Esse vetor é nomeado como $\vec{C}_g$ e representa o centro de gravidade desse plano, como mostrado na equação 3.67:

$$\vec{C}_g \ = média(\left[\vec{P}_{1_{o1}} \quad \cdots \quad \vec{P}_{i_{o1}}\right]). \tag{3.67}$$

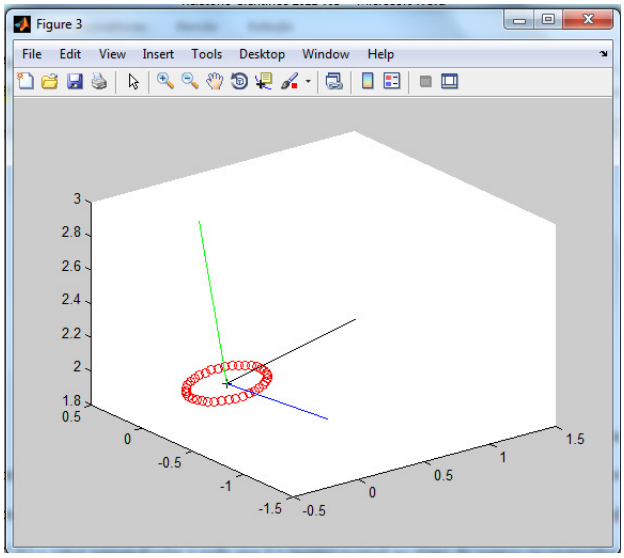

Figura 3.9: Reconstrução 3D. Contorno da roda do veículo.

- Fazendo-se a subtração entre cada ponto do contorno e o vetor de centro $\overrightarrow{C_g}$, obtém-se uma nova matriz de vetores radiais, como segue:

$$M_R \ = \ \left[(\vec{P}_{1_{o1}} - \vec{C}_g \,) \quad \cdots \quad (\vec{P}_{i_{o1}} - \vec{C}_g \,)\right]_{3\times i} . \tag{3.68}$$

- Segundo o método de análise da componente principal, o vetor perpendicular ao plano-círculo da roda, $\vec{v}$, é tal que:

$$M_R{}^T \cdot \vec{v} = \ 0. \tag{3.69}$$

Então, tem-se um problema análogo a um sistema de equações lineares homogêneas, que, por meio da decomposição em valores singulares (*svd*) consegue-se uma solução. Obtém-se o vetor $\vec{v}$, correspondente à última coluna da matriz V, resultado da decomposição, como nas equações 3.70 e 3.71:

$$[U, D, V] = svd\left({M_R}^T\right), \tag{3.70}$$

$$\vec{v} = V(:,3). \tag{3.71}$$

Portanto, tendo-se já o conhecimento das etapas de calibração de câmeras e reconstrução tridimensional, além da obtenção do vetor perpendicular à roda, o próximo passo é entender como os pontos nas duas imagens do sistema estéreo de câmeras são correlacionados, ou seja, é necessário o processamento das imagens e correlação dos pontos.

4 PROCESSAMENTO DE IMAGENS

A preparação e tratamento das imagens obtidas pelas câmeras, pertencentes ao sistema de medição de alinhamento da suspensão veicular, envolve várias etapas de processamento de imagens (SHI, 2000) e análises das informações nelas presentes. Começa-se com a obtenção das imagens, seu condicionamento, reconhecimento de padrões, correlação de pontos. Cada uma das etapas usadas no processamento das imagens das rodas é descrita separadamente neste capítulo.

4.1 Obtenção das Imagens

O processo de obtenção de imagens (fotografia) é bastante simples, mas é o início de toda a sequência que culmina com a identificação dos ângulos de alinhamento da suspensão veicular. Basicamente, para essa etapa são necessárias as câmeras e a iluminação adequada (HUTTER, 2009) do ambiente, que através dos elementos sensores de luz *CCD* ou *CMOS* fornecem uma imagem digital com a resolução em *pixels* determinada. Ao redor do veículo, nas proximidades de cada roda, é colocado um poste que contém duas câmeras. Eles são aqui nomeados postes ópticos. Na figura 4.1, vê-se a imagem virtual, em perspectiva, do carro com os postes ópticos ao redor com as oito câmeras numeradas e também iluminadores de ambiente, que no modelamento tridimensional são colocados distantes, mas, em uma montagem real podem ficar nos postes.

Figura 4.1: Automóvel com as câmeras e iluminação ao redor.

Na figura 4.2, vê-se as imagens de rodas provenientes das diferentes câmeras posicionadas ao redor de um veículo. O interesse único é a roda. Apresenta-se a seguir o procedimento necessário para a segmentação do aro de uma roda, a partir de uma imagem.

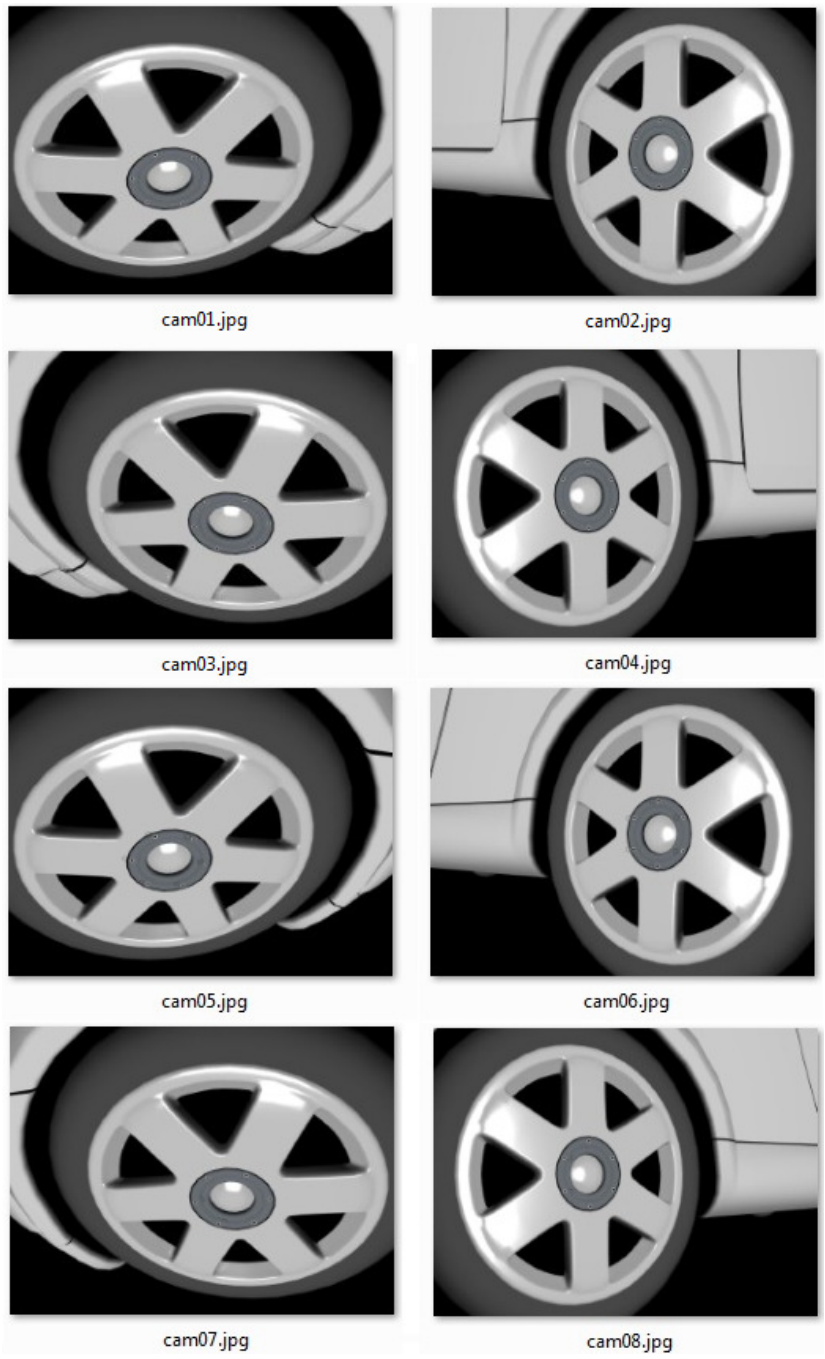

Figura 4.2: Imagens obtidas através das oito câmeras de alinhamento das rodas.

4.2 Segmentação das Imagens

Esta etapa tem por objetivo separar da imagem apenas o contorno da roda, pois, este contém as informações diretas de ângulos de inclinação da suspensão veicular. Para essa realização aplicam-se os seguintes algoritmos de processamento de imagens, todos implementados no programa de processamento matemático *Matlab* (MOORE, 2011): conversão de *RGB* para tons de cinza, identificação de bordas, agrupamento de *pixels* contínuos (HOSHEN, 1976), determinação do agrupamento mais propício a ser o contorno da roda na imagem. Cada uma destas sub-etapas da segmentação da imagem é apresentada.

4.2.1 Conversão RGB para Tons de Cinza

Este procedimento é bastante trivial entre os vários algoritmos existentes para processamento de imagem. Uma imagem com resolução *m,n pixels* (*m* linhas e *n* colunas) dita *RGB* significa ser colorida, ou seja, que possui três matrizes de tamanho *m,n pixels* representando as cores vermelha (*red*), verde (*green*) e azul (*blue*) da imagem, onde, cada elemento de cada matriz possui um valor de intensidade que pode estar no intervalo de 0 a 255, em se tratando de imagens digitais de 8 *bits*. As imagens obtidas pelas câmeras são todas em formato *RGB* e devem ser inicialmente convertidas para tons de cinza de forma a facilitar o processamento a vir. O processo de conversão consiste em, primeiramente, converter aquela mesma imagem *RGB* para o padrão conhecido como *HSL* (*Hue Saturation Luminance*), que transforma as matrizes vermelha, verde e azul em outras três conhecidas como matiz (*hue*), saturação (s*aturation*) e luminância (*luminance*). A escala de cinzas corresponde a eliminar as matrizes matiz e saturação e ficar apenas com a matriz luminância. Em GONZALES (2008) os detalhes destas conversões estão descritos, mas, em linhas gerais, a matriz matiz representa a cor principal, que pode ser vermelha, verde ou azul, a matriz saturação representa o quanto a matiz de cada *pixel* está mesclada com a cor branca (embranquecida) e a matriz luminância, também conhecida como claridade, representa o quão cada *pixel* está embranquecido ou enegrecido, ou seja, a escala de cinzas do pixel. O

comando "*rgb2gray*" do programa de processamento matemático *Matlab* é utilizado exaustivamente para esta conversão. Na figura 4.3, vê-se um exemplo de conversão *RGB* para escala de cinzas.

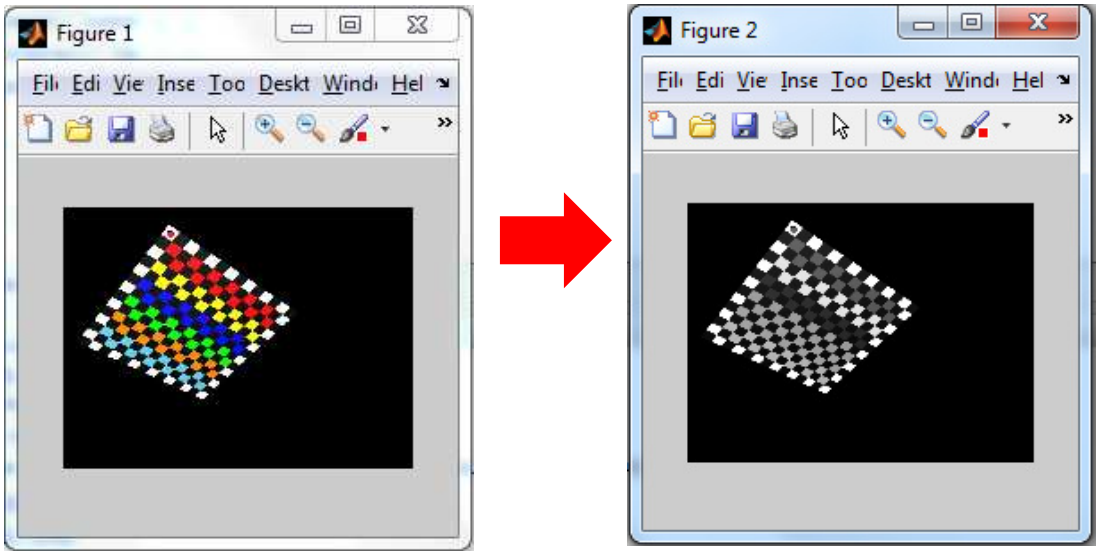

Figura 4.3: Conversão *RGB* para escala de cinzas.

4.2.2 Identificação de Bordas

Já em mãos com a imagem de resolução *m,n pixels* convertida para tons de cinza, ou seja, representada apenas por uma única matriz de *m,n* elementos, almeja-se agora aplicar um algoritmo detector de bordas com vistas a obter o contorno da roda. Nessa matriz que representa a imagem, cada elemento possui um valor que está compreendido entre 0 (cor preta) e 255 (cor branca). Detectar bordas é detectar pontos em que ocorre um diferencial alto entre aqueles valores de dois *pixels* vizinhos, ou seja, detecta-se variação de intensidade. Feito isso, coloca-se o valor 1 no elemento em que ocorre esta variação e 0 nos elementos que não têm um diferencial de intensidade considerável. Portanto, ao final de toda a varredura da matriz, aplicando-se este algoritmo, obtêm-se outra matriz formada por 0 e 1. A definição do que é um alto diferencial ou variação considerável de intensidade é determinada por um parâmetro de entrada na função de

detecção de borda conhecido por limiar (*threshold*). No processador matemático *Matlab*, o comando exaustivamente usado para este feito é o *edge* que possui como parâmetros de entrada o limiar (*threshold*) e o tipo de detecção de borda, já que pode haver variação na metodologia de medição das variações de intensidade entre os *pixels*. Alguns dos métodos são *canny*, *prewitt*, *sobel* (POORNIMA, 2011). A figura 4.4 ilustra a detecção de bordas em uma imagem de roda capturada por uma das câmeras e já convertida, anteriormente, para a escala de cinzas.

Esta roda é a mesma da figura 4.2, *cam01.jpg*. A transcrição do código em *Matlab* para este procedimento é:

```
Im_rgb = imread('cam01.jpg');
Im_gray = rgb2gray( Im_rgb ) ;
Em = edge( Im_gray, 'canny', 0.2 ) ;
```

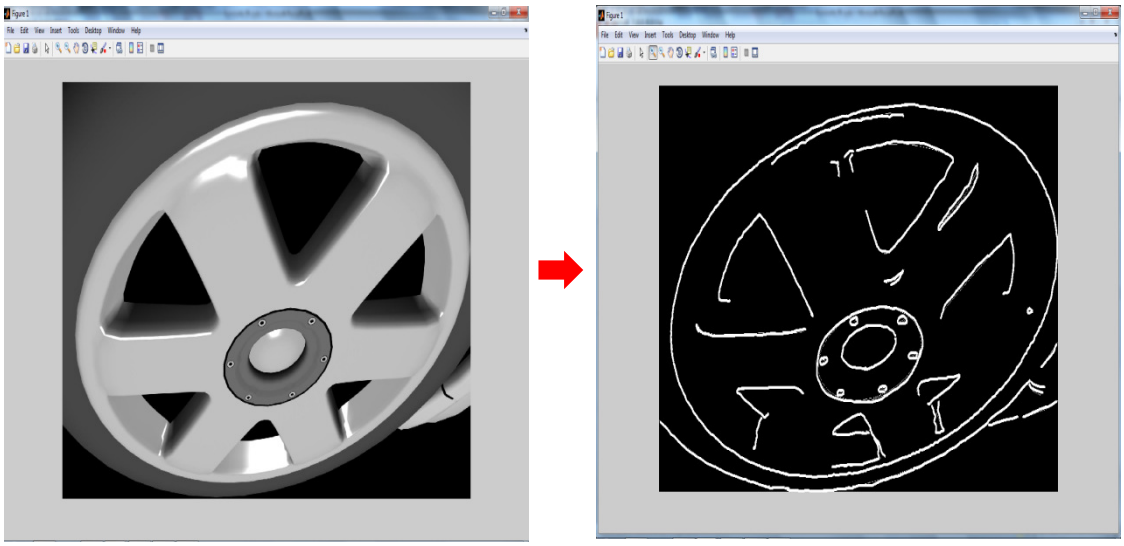

Figura 4.4: Aparência após aplicação de algoritmo detector de bordas.

4.2.3 Agrupamentos de pixels Contínuos e Escolha de Um Deles

Já com a imagem convertida para uma matriz binária que representa as bordas, aplica-se agora um procedimento de detecção de grupos com *pixels* contínuos, ou seja, elementos de imagem com vizinhos imediatamente próximos. Isso é facilmente implementado comparando-se cada elemento da matriz com os três ou quatro vizinhos na matriz de apenas 0 e 1. Então, dá-se um índice (nome) para cada agrupamento e, após a varredura total da imagem nessa busca, tem-se um relatório com a lista de todos os agrupamentos encontrados e seus tamanhos em número de elementos. A escolha do agrupamento que corresponde à roda é feita pelo que possui maior número de elementos, técnica que na maioria dos testes de detecção de contorno da roda funciona. Na figura 4.5 é mostrado o contorno encontrado da roda.

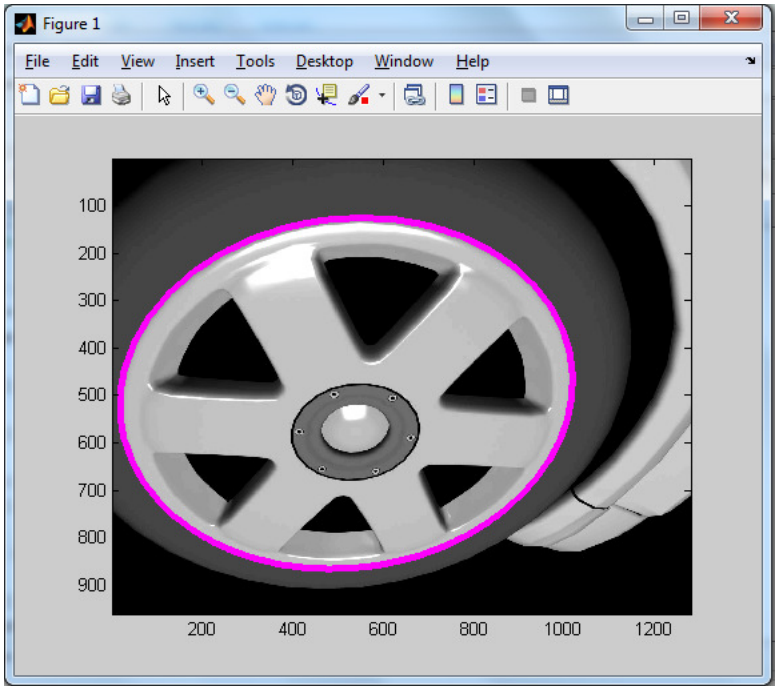

Figura 4.5: Contorno da roda detectado em destaque.

4.3 Detecção de Elipses

O contorno da roda que se tem até o momento é um conjunto de *pixels* com localização bidimensional em unidades de imagem conhecida. Ter conhecimento destes pontos só tem um propósito, que é a reconstrução tridimensional e esta só se dá por meio da estereoscopia, ou seja, por meio da correlação (HARTLEY, 2004) desses pontos de duas imagens da mesma roda obtidas no mesmo momento por duas câmeras em posições diferentes. Para ser possível realizar a correlação dos pontos devem-se conhecer as elipses que representam o contorno da roda em cada uma das imagens obtidas pelas câmeras em configuração estéreo. Conhecer a elipse significa ter a equação que a represente. A equação geral de uma elipse (COXETER, 1969) é escrita como mostra a equação 4.1. Observe que ela possui seis coeficientes ou parâmetros que se busca conhecer:

$$ax^2 + by^2 + cx + dy + exy + f = 0. \tag{4.1}$$

Lembrando-se da seção 4.2, em que ocorre a segmentação da imagem da roda, obtém-se ao final o conjunto de pontos que representam o contorno da roda e, por consequência, representam uma elipse. Esses pontos, nesse plano bidimensional, têm suas coordenadas *u* e *v* dadas em *pixels* e relativas a um referencial que, de forma padrão, é presente no canto superior esquerdo da imagem, como mostra a figura 4.6. Observe, também, que o referencial *o* da câmera coincide com a origem (u_0, v_0) do sistema de eixos *u'v'*,

Do estudo da geometria perspectiva (TRUCCO, 1998) já detalhado na seção 3.2, do capítulo 3 e de acordo com equação 3.57, também já demonstrada, tem-se que as coordenadas homogêneas do ponto *P*, na figura 4.6, projetado na imagem como *p*, são definidas assim:

$$\vec{p}_h = A^{-1}\begin{bmatrix} u_p \\ v_p \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{4.2}$$

Lembrar-se que o conjunto de pontos que representam a elipse é referenciado aos eixos *u* e *v* do plano imagem (figura 4.6) e são mensuráveis com simples análise da posição dos *pixels*,

então, de acordo com a equação 4.2, multiplicando-se por $(A)^{-1}$, que é a inversa da matriz de parâmetros intrínsecos da câmera em questão e também é conhecida, tem-se um conjunto de pontos conhecidos do espaço bidimensional representados em coordenadas homogêneas, que são adimensionais. Essa manobra de representação nessas coordenadas é a saída para o processo de reconstrução tridimensional mais à frente.

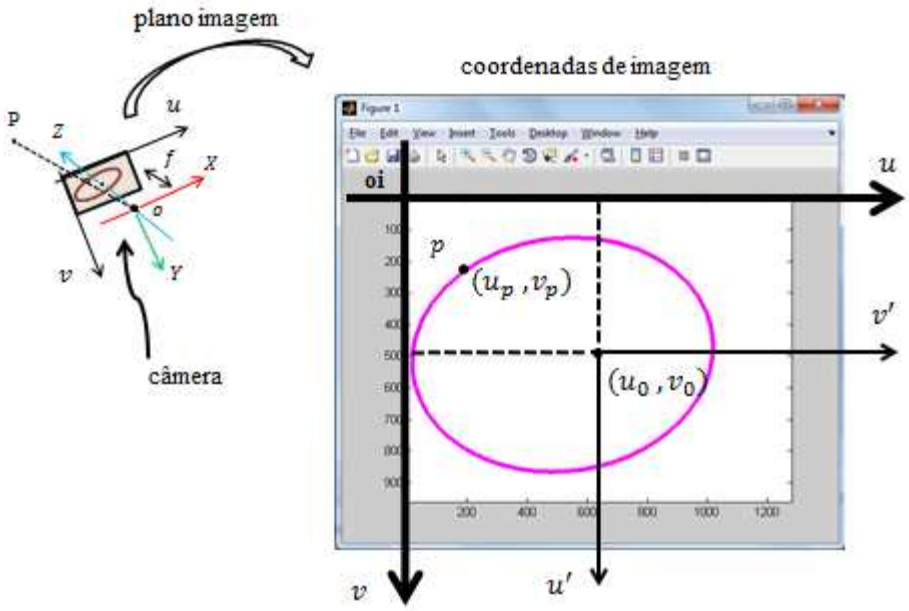

Figura 4.6: Plano imagem com os pontos da elipse.

Agora, baseando-se na equação geral da elipse (equação 4.1) e no conhecimento das coordenadas homogêneas de todos os pontos do contorno da elipse (equação 4.2), pode-se escrever um sistema de equações homogêneas lineares, como mostrado na equação 4.3, onde o número de pontos mínimos do contorno da elipse que se deve conhecer é seis para a solução do sistema, porém, quanto maior a quantidade de pontos, melhor a solução encontrada. Os pontos vão de 1 até *i*. Abaixo, na equação 4.3, o arranjo feito:

$$\begin{bmatrix} {X_{\text{hom}_1}}^2 & {Y_{\text{hom}_1}}^2 & X_{\text{hom}_1} & Y_{\text{hom}_1} & X_{\text{hom}_1} \cdot Y_{\text{hom}_1} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ {X_{\text{hom}_i}}^2 & {Y_{\text{hom}_i}}^2 & X_{\text{hom}_i} & Y_{\text{hom}_i} & X_{\text{hom}_i} \cdot Y_{\text{hom}_i} & 1 \end{bmatrix}_{ix6} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix}_{6x1} = 0. \quad (4.3)$$

Fazendo-se a decomposição em valores singulares (*svd*) da matriz $i \times 6$:

$$[U, D, V] = svd\left(\begin{bmatrix} {X_{\text{hom}_1}}^2 & {Y_{\text{hom}_1}}^2 & X_{\text{hom}_1} & Y_{\text{hom}_1} & X_{\text{hom}_1} \cdot Y_{\text{hom}_1} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ {X_{\text{hom}_i}}^2 & {Y_{\text{hom}_i}}^2 & X_{\text{hom}_i} & Y_{\text{hom}_i} & X_{\text{hom}_i} \cdot Y_{\text{hom}_i} & 1 \end{bmatrix}_{ix6}\right).$$

Os coeficientes elípticos de *a* até *f* da equação 4.1 são encontrados no autovetor da matriz decomposta *V* associado aos menores autovalores da diagonal da matriz *D*.

Dessa maneira, tendo-se conhecida a equação da elipse na forma geral (equação 4.1), fica possível extrair os parâmetros da elipse correspondentes aos tamanhos do braço maior e menor, inclinação e coordenadas do centro. A outra forma de escrever uma equação de elipse com estes novos parâmetros é apresentada abaixo e é mais bem entendida com a visualização da figura 4.7, que a mostra em um plano. Portanto:

$$\frac{[(X-X_c)\cdot\cos(\theta)+(Y-Y_c)\cdot\sin(\theta)]^2}{{a_{el}}^2} + \frac{[-(X-X_c)\cdot\sin(\theta)+(Y-Y_c)\cdot\cos(\theta)]^2}{{b_{el}}^2} = 1, \quad (4.4)$$

Onde:

a_{el}: braço maior da elipse;

b_{el}: braço menor da elipse;

X_c: coordenada de centro no eixo *X*;

Y_c: coordenada de centro no eixo *Y*;

θ: ângulo de inclinação da elipse.

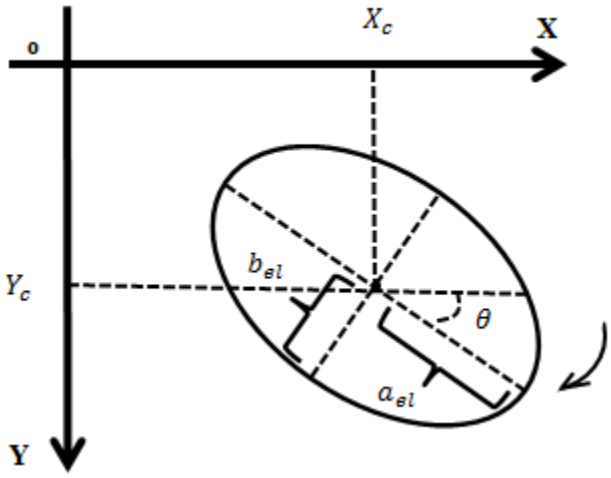

Figura 4.7: Elipse com seus parâmetros.

Finalmente, as relações entre os coeficientes da equação 4.1 e os parâmetros da equação 4.4 são mostradas nas equações de 4.5 até 4.9 (WEISSTEIN, 2012):

$$X_c = \frac{2 \cdot b \cdot c - e \cdot d}{e^2 - 4 \cdot a \cdot b} \ , \tag{4.5}$$

$$Y_c = \frac{2 \cdot a \cdot d - e \cdot c}{e^2 - 4 \cdot a \cdot b} \ , \tag{4.6}$$

$$a_{el} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (a \cdot d^2 + b \cdot c^2 + f \cdot e^2 - e \cdot c \cdot d - 4 \cdot a \cdot b \cdot f)}{e^2 - 16 \cdot a \cdot b \cdot \left[\sqrt{(a-b)^2 + 2 \cdot e^2} - (a+b)\right]}} \ , \tag{4.7}$$

$$b_{el} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (a \cdot d^2 + b \cdot c^2 + f \cdot e^2 - e \cdot c \cdot d - 4 \cdot a \cdot b \cdot f)}{e^2 - 16 \cdot a \cdot b \cdot \left[-\sqrt{(a-b)^2 + 2 \cdot e^2} - (a+b)\right]}} \ , \tag{4.8}$$

$$\theta = \left\{ \begin{array}{c} 0 \ p/ \ e = 0 \ e \ a < b \\ \frac{\pi}{2} \ p/ \ e = 0 \ e \ a > b \\ \frac{1}{2} \cdot \tan^{-1}\left(\frac{e}{a-b}\right) \ p/ \ e \neq 0 \ e \ a < b \\ \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \cdot \tan^{-1}\left(\frac{e}{a-b}\right) \ p/ \ e \neq 0 \ e \ a > b \end{array} \right\} [rad]. \tag{4.9}$$

Pelo fato de utilizar-se coordenadas homogêneas nos pontos de contorno da elipse, como já mencionado e mostrado na equação 4.3, os parâmetros encontrados para a elipse, X_c, Y_c, a_{el}, b_{el}, são adimensionais.

4.4 Correlação de Pontos

A etapa de correlação de pontos entre as duas imagens do sistema de visão estereoscópico é o principal quesito para a posterior reconstrução tridimensional. Neste trabalho, ela se dá em quatro passos, que se iniciam pela parametrização da elipse encontrada pelos métodos descritos na seção 4.3, depois, faz-se a correlação epipolar, intersecção elipses com retas e escolha de pontos correlatos.

4.4.1 Parametrização da Elipse

Resumidamente, a parametrização em um ângulo α de uma elipse consiste na varredura angular de seu contorno com o intuito de se conhecer as coordenadas destes pontos em função de α, no presente caso pontos com coordenadas homogêneas. Esse procedimento é realizado conhecendo-se os parâmetros característicos obtidos nas equações de 4.5 até 4.9, X_c, Y_c, a_{el}, b_{el} e θ. Observando-se a figura 4.8, é possível obter outras duas informações a respeito das coordenadas do contorno da elipse muito importantes, que são as coordenadas *x* e *y* em função de α. Esta elipse possui $X_c = 0$, $Y_c = 0$ e $\theta = 0^{\circ}$ para tornar a ilustração mais elucidativa. Observe que para um ângulo α as coordenadas do ponto *P* na elipse são o *x* do ponto presente no círculo maior e o *y* do ponto presente no círculo menor, ambos com ângulo α. Os dois círculos tracejados são figuras auxiliares na caracterização de uma elipse e que ajudam na definição dos braços maior e menor, respectivamente, equivalentes aos raios do círculo maior e menor.

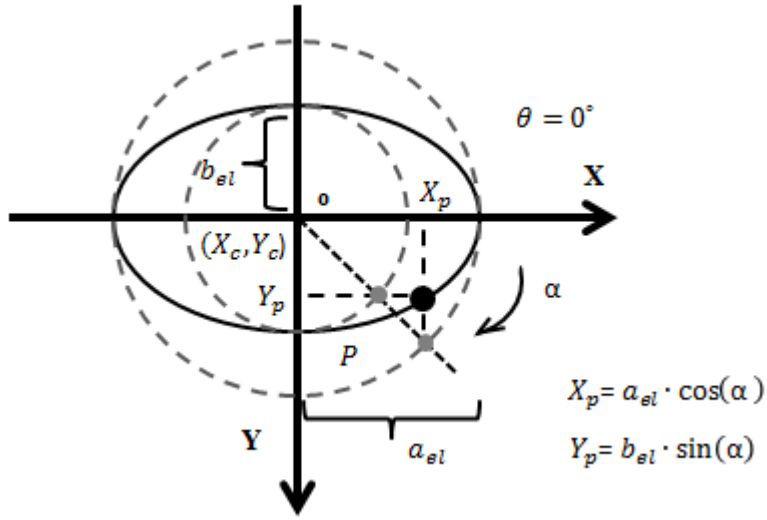

Figura 4.8: Parametrização angular da elipse.

De tudo isto, pode-se concluir que para uma elipse varrida com ângulo α, tem-se as equações apresentadas em 4.10 e 4.11 para as coordenadas *x* e *y* do ponto *P* do contorno:

$$x(\alpha) = a_{el} \cdot \cos(\alpha) \ , \tag{4.10}$$

$$y(\alpha) = b_{el} \cdot \sin(\alpha). \tag{4.11}$$

Como já mencionado anteriormente, a elipse da figura 4.8 possui $X_c = 0$, $Y_c = 0$ e $\theta = 0^{\circ}$ e isto significa que ela está escrita em sua forma canônica, porém, geralmente, as elipses estão inseridas em um plano deslocadas do centro do sistema de referências e inclinadas em relação aos eixos deste sistema. A figura 4.9 apresenta esta situação mais comum.

A partir das equações 4.10 e 4.11 já demonstradas e com a figura 4.9, pode-se afirmar que:

$$xp''(\alpha) = a_{el} \cdot \cos(\alpha) \ , \tag{4.12}$$

$$yp''(\alpha) = b_{el} \cdot \sin(\alpha). \tag{4.13}$$

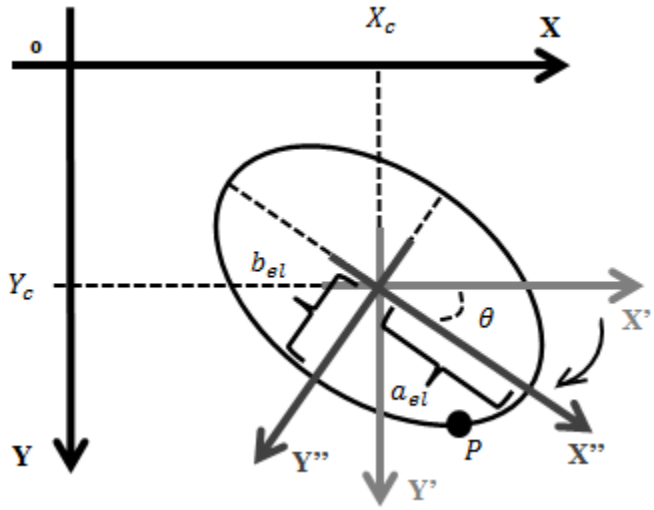

Figura 4.9: Elipse em sua forma não canônica.

Estas duas equações evidenciam as coordenadas do ponto P em relação ao sistema de eixos o'' em função de um ângulo de varredura α. Para representar o ponto P em o' a seguinte transformação de coordenadas deve ser aplicada, utilizando-se a matriz de rotação $R_{o'_{o''}}$, que transforma as coordenadas do sistema de eixos o'' para o sistema de eixos o':

$$R_{o'_{o''}} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}.$$

Então:

$$\begin{bmatrix} xp'(\alpha) \\ yp'(\alpha) \end{bmatrix} = R_{o'_{o''}} \cdot \begin{bmatrix} xp''(\alpha) \\ yp''(\alpha) \end{bmatrix}$$

E,

$$\begin{bmatrix} xp'(\alpha) \\ yp'(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cdot xp''(\alpha) - \sin(\theta) \cdot yp''(\alpha) \\ \sin(\theta) \cdot xp''(\alpha) + \cos(\theta) \cdot yp''(\alpha) \end{bmatrix}. \tag{4.14}$$

Agora, com o ponto P representado no sistema de eixos o', como mostra a equação 4.14, deve-se transformá-lo para o sistema de eixos o e isso se dá apenas levando em conta a translação entre os dois sistemas de coordenadas. Portanto:

$$\begin{bmatrix} xp(\alpha) \\ yp(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} xp'(\alpha) \\ yp'(\alpha) \end{bmatrix}.$$

E,

$$\begin{bmatrix} xp(\alpha) \\ xp(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_c + \cos(\theta) \cdot xp''(\alpha) - \sin(\theta) \cdot yp''(\alpha) \\ Y_c + \sin(\theta) \cdot xp''(\alpha) + \cos(\theta) \cdot yp''(\alpha) \end{bmatrix}. \tag{4.15}$$

Finalmente, a equação 4.15 é a equação completa da elipse com parametrização. Lembrando-se das equações 4.12 e 4.13 e colocando-as em 4.15, obtém-se a equação 4.16 que leva em consideração os cinco parâmetros característicos da elipse e o ângulo de parametrização ou varredura α, como abaixo:

$$\begin{bmatrix} xp(\alpha) \\ yp(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_c + \cos(\theta) \cdot a_{el} \cdot \cos(\alpha) - \sin(\theta) \cdot b_{el} \cdot \sin(\alpha) \\ Y_c + \sin(\theta) \cdot a_{el} \cdot \cos(\alpha) + \cos(\theta) \cdot b_{el} \cdot \sin(\alpha) \end{bmatrix}. \tag{4.16}$$

4.4.2 Correlação Epipolar

O princípio da estereoscopia exige que uma mesma roda seja fotografada por duas câmeras deslocada entre si, gerando-se duas imagens bidimensionais dos mesmos pontos tridimensionais. Obtidos os contornos elípticos em cada uma destas duas imagens, utilizando-se as técnicas das seções anteriores, deve-se buscar a correlação dos pontos nas duas imagens. Os pontos correlatos nos dois planos bidimensionais são os que correspondem ao mesmo ponto no espaço tridimensional. A geometria epipolar facilita essa busca de pontos correlatos ao definir, matematicamente, que um ponto escolhido em uma das imagens define uma reta na outra imagem sobre a qual o ponto correlato certamente se encontra, porém, em um primeiro momento

não é conhecido em que local sobre essa reta da outra imagem ele se encontra. Mas, de qualquer forma, o problema da busca é reduzido para um espaço unidimensional, ou seja, é certo que a correlação se faz entre um ponto da imagem 1 e outro localizado em algum lugar de uma reta encontrada, por meio da restrição epipolar, na imagem 2. As deduções matemáticas desta técnica provêm do entendimento da geometria epipolar, que é apresentada, esquematicamente, na figura 4.10. Faz-se aqui uma explicação sem o uso das imagens do contorno elíptico da roda, mas utilizando-se apenas um ponto *P* para a fundamentação do problema (TRUCCO, 1998).

Destaca-se, na figura 4.10, as linhas epipolares tracejadas e os epipolos e_1 e e_2, que são os pontos de intersecção do plano imagem com a linha que une os dois centros das câmeras. Estas representadas pelos sistemas de eixos o_1 e o_2. Observe que as linhas epipolares são as projeções dos vetores $\vec{P}_{o1}$ e $\vec{P}_{o2}$ nos planos da câmera 2 e 1, respectivamente. Portanto, é de se imaginar que qualquer ponto *P* transitando sobre a linha vetorial de $\vec{P}_{o1}$ é encontrado sobre a linha epipolar presente no plano 2 e vice-versa. Dessa maneira, pode-se resumir que um ponto conhecido no plano 1, por exemplo p_{o1}, fornece um reta epipolar no plano 2 sobre a qual está o ponto correlato.

Não se sabe exatamente em que local sobre a reta epipolar ele está, mas, mesmo assim, o uso desta restrição epipolar reduz a busca para uma dimensão. O inverso também ocorre, ou seja, um ponto conhecido no plano 2 também fornece uma reta epipolar no plano 1.

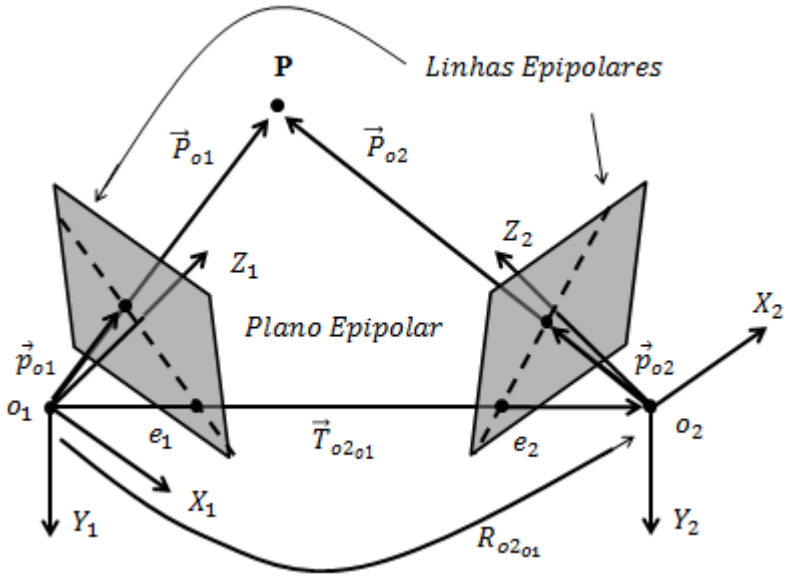

Figura 4.10: Geometria epipolar, com destaque aos epipolos, plano e linhas epipolares.

Para o caso da correlação entre os pontos do contorno da roda nas duas imagens já se tem conhecidas suas coordenadas homogêneas, como descritas na seção anterior, equação 4.16. Portanto, faz-se agora a busca das retas que cada ponto daqueles fornecem na outra imagem, para tanto, escolhe-se uma das imagens para ser a provedora dos pontos e a outra para ser a receptora das retas. Na imagem provedora dos pontos, faz-se uma varredura do contorno da elipse em função de um ângulo α (equação 4.16).

A busca matemática destas retas inicia-se pela percepção de que existe um plano epipolar na figura 4.10, formado pelos pontos o_1, o_2 e P, a partir daí, estabelece-se as seguintes relações de coplanaridade:

$$\left(\vec{P}_{o1} - \vec{T}_{o2_{o1}}\right)^T \cdot \left(\vec{T}_{o2_{o1}} \times \vec{P}_{o1}\right) = 0 \ . \tag{4.17}$$

Sabe-se que:

$$\vec{P}_{o2} = R_{o2_{o1}} \cdot (\vec{P}_{o1} - \vec{T}_{o2_{o1}}),$$

$$R_{o1_{o2}} \cdot \vec{P}_{o2} = (\vec{P}_{o1} - \vec{T}_{o2_{o1}}). \tag{4.18}$$

Fazendo-se um arranjo com uma matriz de *rank* deficiente com os elementos do vetor de translação, tem-se a seguinte igualdade:

$$\left(\vec{T}_{o2_{o1}} \times \vec{P}_{o1}\right) = s \cdot \vec{P}_{o1} \ , \tag{4.19}$$

Onde:

$$s = \begin{bmatrix} 0 & -t_z & t_y \\ t_z & 0 & -t_x \\ -t_y & t_x & 0 \end{bmatrix} \quad e \quad \vec{T}_{o2_{o1}} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}.$$

Portanto, colocando-se as equações 4.18 e 4.19 em 4.17, tem-se:

$$\left(R_{o1_{o2}} \cdot \vec{P}_{o2}\right)^T \cdot s \cdot \vec{P}_{o1} = 0 \ ,$$

$$\vec{P}_{o2}{}^{T} \cdot R_{o2_{o1}} \cdot s \cdot \vec{P}_{o1} = 0 \ . \tag{4.20}$$

O termo $R_{o2_{o1}} \cdot s$ pode ser nomeado de matriz essencial, *E*, que possui as informações de rotação e translação entre as câmeras, portanto:

$$E = \ R_{o2_{o1}} \cdot s \ .$$

A equação 4.20 passa a ser:

$$\vec{P}_{o2}{}^{T} \cdot E \cdot \vec{P}_{o1} = 0 \ . \tag{4.21}$$

A equação 4.21 pode ser reescrita para os vetores da projeção do ponto *P* nos planos imagens, $\vec{p}_{o1}$ e $\vec{p}_{o2}$, como:

$$\vec{p}_{o2}{}^{T} \cdot E \cdot \vec{p}_{o1} = 0. \tag{4.22}$$

O termo $E \cdot \vec{p}_{o1}$ da equação 4.22 forma um vetor presente no sistema de eixos o_2 que é perpendicular ao plano epipolar. Esse vetor é nomeado $\vec{w}_{o2}$ e definido na equação 4.23:

$$\vec{w}_{o2} = \ E \cdot \vec{p}_{o1}. \tag{4.23}$$

A projeção desse vetor $\vec{w}_{o2}$ no plano imagem 2 corresponde à linha epipolar, vista na figura 4.11, que vai do epipolo e_2 até a intersecção do vetor $\vec{p}_{o2}$ com o plano imagem. Como o que se tem conhecido, proveniente da extração dos pontos de contorno da elipse, é o vetor de coordenadas homogêneas $\vec{p}_{h_{o1}}$, a equação 4.23 tem de ser reescrita e fica assim:

$$\vec{w}_{h_{o2}} = \ E \cdot \vec{p}_{h_{o1}}. \tag{4.24}$$

Agora, fazendo-se com que a matriz essencial *E*, também conhecida, seja:

$$E = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix}.$$

Tem-se da equação 4.24:

$$\vec{w}_{h_{o2}} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{\mathrm{h}_1} \\ y_{\mathrm{h}_1} \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\vec{w}_{h_{o2}} = \begin{bmatrix} e_{11} \cdot x_{\mathrm{h}_1} + e_{12} \cdot y_{\mathrm{h}_1} + e_{13} \\ e_{21} \cdot x_{\mathrm{h}_1} + e_{22} \cdot y_{\mathrm{h}_1} + e_{23} \\ e_{31} \cdot x_{\mathrm{h}_1} + e_{32} \cdot y_{\mathrm{h}_1} + e_{33} \end{bmatrix}. \tag{4.25}$$

Pensando-se, agora, em retas vetoriais a equação geral da reta vetorial proveniente do vetor $\vec{w}_{h_{o2}}$ tem a seguinte forma:

$$c_a \cdot x_{h_2} + c_b \cdot y_{h_2} + c_c = 0. \tag{4.26}$$

Onde, c_a, c_b e c_c são os coeficientes da reta, portanto, eles podem ser definidos a partir da equação 4.25 para a montagem da equação geral da reta vetorial proveniente do vetor $\vec{w}_{h_{o2}}$, como abaixo:

$$c_a = e_{11} \cdot x_{\mathrm{h}_1} + e_{12} \cdot y_{h_1} + e_{13}\ , \tag{4.27}$$

$$c_b = e_{21} \cdot x_{\mathrm{h}_1} + e_{22} \cdot y_{h_1} + e_{23}\ , \tag{4.28}$$

$$c_c = e_{31} \cdot x_{\mathrm{h}_1} + e_{32} \cdot y_{h_1} + e_{33}\ . \tag{4.29}$$

A projeção da reta da equação 4.26, no plano imagem 2, pode ser escrita na forma fundamental como:

$$y_{h_2} = \frac{-c_a}{c_b} \cdot x_{h_2} - \frac{c_c}{c_b}. \tag{4.30}$$

Obtém-se a equação 4.30, rearranjando-se algebricamente, 4.26 e conclui-se que o coeficiente angular, γ_2, da reta epipolar e a intersecção dela no eixo vertical, δ_2, são:

$$\gamma_2 = \frac{-c_a}{c_b}, \tag{4.31}$$

$$\delta_2 = \frac{-c_c}{c_b}. \tag{4.32}$$

Portanto, atinge-se o objetivo final da correlação epipolar, que visa, a partir de um ponto conhecido no plano imagem 1 representado pelo vetor $\vec{p}_{h_{o1}}$, obter uma reta epipolar no plano imagem 2, que é definida pelos coeficientes γ_2 e δ_2 (equações 4.31 e 4.32). É importante ressaltar que o contrário também existe, ou seja, pontos na imagem 2 podem ser usados para fornecerem retas epipolares na imagem 1. Na figura 4.11, apresenta-se a correlação epipolar executada para duas câmeras do sistema de medição alinhamento. Observe que cada ponto do contorno da elipse na imagem da câmera da direita gera uma reta na imagem da câmera da esquerda. Neste caso, as imagens são provenientes de ambiente real.

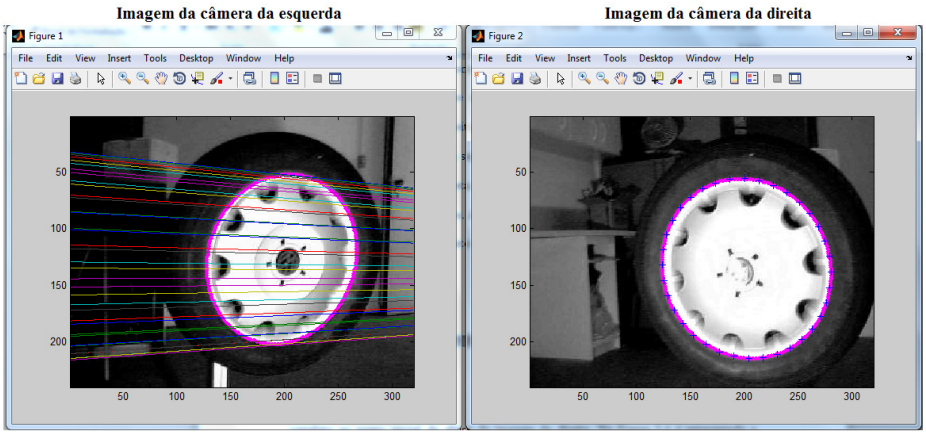

Figura 4.11: Varredura e retas epipolares em uma roda real.

A outra situação é mostrada na figura 4.12. Pontos na imagem da câmera 1 geram retas epipolares na imagem da câmera 2. Neste caso, as imagens são provenientes de simulação virtual.

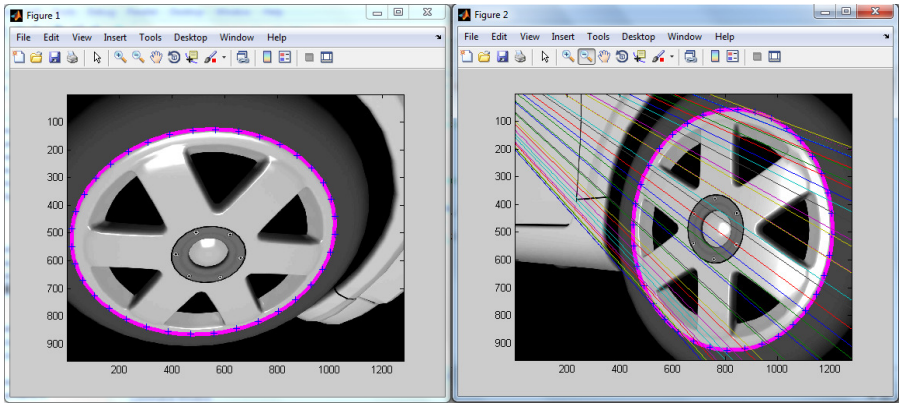

Figura 4.12: Varredura e retas epipolares em uma roda virtual.

4.4.3 Intersecção Elipse com Retas

Obtidas as retas epipolares em uma das imagens, percebe-se que elas interceptam o contorno elíptico já definido anteriormente, ver figuras 4.11 e 4.12. Portanto, como parte da análise unidimensional para a busca dos pontos correlatos, o objetivo agora é conhecer os locais de intersecção das retas epipolares com a elipse. Usualmente, dois pontos de intersecção são encontrados neste procedimento. O desenvolvimento matemático para se chegar neles inicia-se com o uso da equação completa da elipse com parametrização, equação 4.16, reescrita abaixo:

$$\begin{bmatrix} xp(\alpha) \\ yp(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_c + \cos(\theta) \cdot a_{el} \cdot \cos(\alpha) - \sin(\theta) \cdot b_{el} \cdot \sin(\alpha) \\ Y_c + \sin(\theta) \cdot a_{el} \cdot \cos(\alpha) + \cos(\theta) \cdot b_{el} \cdot \sin(\alpha) \end{bmatrix}.$$

Arranjando-se esta equação de forma a isolar-se o ângulo de parametrização α em outro vetor e padronizando-se suas variáveis ao desenvolvimento aqui pretendido, no qual se utiliza de coordenadas homogêneas, tem-se:

$$\begin{bmatrix} x_{h_2} \\ y_{h_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cdot a_{el} & -\sin(\theta) \cdot b_{el} \\ \sin(\theta) \cdot a_{el} & \cos(\theta) \cdot b_{el} \end{bmatrix}_{2x2} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\alpha_2) \\ \sin(\alpha_2) \end{bmatrix}. \tag{4.33}$$

É importante lembrar-se que os termos já conhecidos na equação 4.33 são X_c, Y_c, a_{el}, b_{el}, θ e são obtidos na seção 4.3, nas equações de 4.5 até 4.9, portanto, geram *x* e *y* em coordenadas homogêneas devido à maneira como aqueles parâmetros são obtidos, utilizando-se de vetores com coordenadas também desse tipo. Observe que o primeiro membro da equação não mais mostra as variáveis *x* e *y* em função de um α e elas passam a ter o sub-índice 2 para indicar o plano imagem de trabalho atual, que é o da câmera 2. Não mostrar *x* e *y* em função de α no primeiro membro se deve a uma conveniência aqui adotada, pois, não se aplica uma varredura em alfa nesta etapa. Já é aplicada na imagem 1 para gerar as retas epipolares na imagem 2. Portanto, o termo α_2 é, por enquanto, ignorado. Ele não representa importância neste momento e, inclusive, é naturalmente suprimido nas próximas etapas das deduções.

Agora, em se tratando de equação da reta epipolar, as equações 4.30, 4.31 e 4.32 mostram que:

$$y_{h_2} = \gamma_2 \cdot x_{h_2} + \delta_2. \tag{4.34}$$

A equação 4.34 pode ser rearranjada em um formato matricial assim:

$$\begin{bmatrix} x_{h_2} \\ y_{h_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{h_2} \\ \gamma_2 \cdot x_{h_2} + \delta_2 \end{bmatrix}. \tag{4.35}$$

Lembrando-se que da equação 4.35 já são conhecidos γ_2 e δ_2, busca-se a intersecção elipse com reta, ou seja, matematicamente, o caso em que x_{h_2} e y_{h_2} das equações 4.33 e 4.35 são iguais. Pode-se, então, juntá-las da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cdot a_{el} & -\sin(\theta) \cdot b_{el} \\ \sin(\theta) \cdot a_{el} & \cos(\theta) \cdot b_{el} \end{bmatrix}_{2x2} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\alpha_2) \\ \sin(\alpha_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{h_2} \\ \gamma_2 \cdot x_{h_2} + \ \delta_2 \end{bmatrix}.$$

Rearranjando-se essa equação, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha_2) \\ \sin(\alpha_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cdot a_{el} & -\sin(\theta) \cdot b_{el} \\ \sin(\theta) \cdot a_{el} & \cos(\theta) \cdot b_{el} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left(\begin{bmatrix} x_{h_2} \\ \gamma_2 \cdot x_{h_2} + \ \delta_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} \right). \quad (4.36)$$

A partir da equação 4.36, cria-se a matriz:

$$\begin{bmatrix} m & p \\ n & q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cdot a_{el} & -\sin(\theta) \cdot b_{el} \\ \sin(\theta) \cdot a_{el} & \cos(\theta) \cdot b_{el} \end{bmatrix}^{-1}. \quad (4.37)$$

Portanto, com a equação 4.37 em 4.36 tem-se:

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha_2) \\ \sin(\alpha_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & p \\ n & q \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} x_{h_2} \\ \gamma_2 \cdot x_{h_2} + \ \delta_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} \right),$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha_2) \\ \sin(\alpha_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & p \\ n & q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{h_2} - X_c \\ \gamma_2 \cdot x_{h_2} + \ \delta_2 - Y_c \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha_2) \\ \sin(\alpha_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \cdot \left(x_{h_2} - X_c\right) + p \cdot (\gamma_2 \cdot x_{h_2} + \ \delta_2 - Y_c) \\ n \cdot \left(x_{h_2} - X_c\right) + q \cdot (\gamma_2 \cdot x_{h_2} + \ \delta_2 - Y_c) \end{bmatrix}.$$

Assim, não mais se fazendo a representação matricial, tem-se:

$$\cos(\alpha_2) = x_{h_2} \cdot (m + p \cdot \gamma_2) - m \cdot X_c + p \cdot (\delta_2 - Y_c). \quad (4.38)$$

E,

$$\sin(\alpha_2) = x_{h_2} \cdot (n + q \cdot \gamma_2) - n \cdot X_c + q \cdot (\delta_2 - Y_c). \quad (4.39)$$

Da trigonometria, sabe-se que:

$$\sin^2(\alpha_2) + \cos^2(\alpha_2) = 1. \tag{4.40}$$

Então, as equações 4.38 e 4.39 podem ser colocadas em 4.40 e resultar em:

$$\left[x_{h_2} \cdot (n + q \cdot \gamma_2) - n \cdot X_c + q \cdot (\delta_2 - Y_c)\right]^2 + \left[x_{h_2} \cdot (m + p \cdot \gamma_2) - m \cdot X_c + p \cdot (\delta_2 - Y_c)\right]^2 = 1. \tag{4.41}$$

Para facilitar a manipulação algébrica da equação 4.41, faz-se as seguintes novas definições a partir dela:

$$\mathrm{aux}_1 = m + p \cdot \gamma_2, \tag{4.42}$$

$$\mathrm{aux}_2 = n + q \cdot \gamma_2, \tag{4.43}$$

$$\mathrm{aux}_3 = -m \cdot X_c + p \cdot (\delta_2 - Y_c), \tag{4.44}$$

$$\mathrm{aux}_4 = -n \cdot X_c + q \cdot (\delta_2 - Y_c). \tag{4.45}$$

Dessa maneira, a equação 4.41, com as definições auxiliares de 4.42 até 4.45, pode ser reescrita:

$$\left(x_{h_2} \cdot \mathrm{aux}_2 + \mathrm{aux}_4\right)^2 + \left(x_{h_2} \cdot \mathrm{aux}_1 + \mathrm{aux}_3\right)^2 = 1,$$

$$x^2{}_{h_2} \cdot ({\mathrm{aux}_1}^2 + {\mathrm{aux}_2}^2) + x_{h_2} \cdot (2 \cdot \mathrm{aux}_1 \cdot \mathrm{aux}_3 + 2 \cdot \mathrm{aux}_2 \cdot \mathrm{aux}_4) + ({\mathrm{aux}_3}^2 + {\mathrm{aux}_4}^2 - 1) = 0. \tag{4.46}$$

Percebe-se que a equação 4.46 tem o formato de uma equação do segundo grau, portanto:

$$d_1 \cdot x^2{}_{h_2} + d_2 \cdot x_{h_2} + d_3 = 0, \tag{4.47}$$

Onde:

$$d_1 = (\mathrm{aux}^2{}_1 + \mathrm{aux}^2{}_2),$$
$$d_2 = (2 \cdot \mathrm{aux}_1 \cdot \mathrm{aux}_3 + 2 \cdot \mathrm{aux}_2 \cdot \mathrm{aux}_4),$$
$$d_3 = (\mathrm{aux}^2{}_3 + \mathrm{aux}^2{}_4 - 1).$$

Finalmente, seguindo a fórmula de Bhaskara (STILLWELL, 2001) para a resolução de equações de segundo grau, encontram-se duas raízes:

$$x_{h_{2_{raíz_p}}} = \frac{-d_2 + \sqrt{d^2{}_2 - 4 \cdot d_1 \cdot d_3}}{2 \cdot d_1}, \tag{4.48}$$

$$x_{h_{2_{raíz_n}}} = \frac{-d_2 - \sqrt{d^2{}_2 - 4 \cdot d_1 \cdot d_3}}{2 \cdot d_1}. \tag{4.49}$$

É de se esperar a existência de dois valores de *x*, já que, a reta epipolar intercepta o contorno elíptico em dois pontos, como mostram as figuras 4.11 e 4.12. Portanto, as duas raízes *x* também ocasionam a existência de dois valores para a coordenada *y*. Estes são encontrados com a equação da reta epipolar 4.34 e os valores das raízes nas equações de 4.48 e 4.49:

$$y_{h_{2_{raíz_p}}} = \gamma_2 \cdot x_{h_{2_{raíz_p}}} + \delta_2, \tag{4.50}$$

$$y_{h_{2_{raíz_n}}} = \gamma_2 \cdot x_{h_{2_{raíz_n}}} + \delta_2. \tag{4.51}$$

A busca dos pontos correlatos na restrição epipolar unidimensional não está completa, ainda se tem em mãos dois pontos do contorno da elipse candidatos à correlação exata e as equações de 4.48 até 4.51 expressam as coordenadas destes dois pontos. O próximo passo é escolher o candidato real.

4.4.4 Escolha da Raíz Correspondente ao Ponto Correlato

Como visto anteriormente, a intersecção elipse com reta gera dois pontos na imagem 2 a partir de um ponto na imagem 1. Eles são encontrados a partir de uma equação do segundo grau, que, por sua vez, fornece duas raízes. Das equações 4.48 e 4.49 as raízes são: $x_{h_{2_{raíz_p}}}$ e $x_{h_{2_{raíz_n}}}$. A primeira é aqui nomeada de raíz positiva e a segunda de raíz negativa. O porquê dessa nomenclatura está subentendido na análise da fórmula de Bhaskara, na equação 4.52, escrita de forma geral, em que a raíz quadrada de Δ é positiva, ou negativa:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}\ , onde\ \Delta = b^2 - 4ac. \tag{4.52}$$

Cada reta epipolar da imagem 2 em questão possui um coeficiente angular γ_2 e um coeficiente de intersecção entre a própria reta e o eixo de coordenada vertical do plano imagem, que é o δ_2, como mostra a equação 4.34.

Deve-se analisar este coeficiente δ_2 para se descobrir qual das duas raízes da equação do segundo grau, ou dos dois pontos de toque entre elipse e reta é o correto. Para isso, começa-se uma análise a partir da segunda reta epipolar gerada na imagem 2, onde se pega o δ desta reta e subtrai-se o δ da reta epipolar imediatamente anterior. Caso esta diferença seja um número maior que zero (positivo), a raíz da equação do segundo grau a ser escolhida como a coordenada *x* correta do ponto correlato é a positiva, $x_{h_{2_{raíz_p}}}$. Caso esta diferença seja um número menor que zero (negativo), a raíz da equação do segundo grau a ser escolhida como a coordenada *x* correta do ponto correlato é a negativa, $x_{h_{2_{raíz_n}}}$.

Adota-se este procedimento para as retas seguintes, na ordem de sua geração. Este procedimento necessita sempre a comparação entre os coeficientes δ de duas retas epipolares vizinhas. Portanto, finalmente, tem-se em mãos os pontos da imagem 1 com suas coordenadas, x_{h_1}, y_{h_1} e os pontos da imagem 2 verdadeiramente correlatos, x_{h_2} e y_{h_2}. Eles são os requisitos de partida para a recontrução tridimensional.

A partir de agora, deve-se aplicar as técnicas de processamentos de imagens, correlação de pontos, calibração de câmeras e reconstrução tridimensional ao propósito inicial que é a busca

de ângulos de alinhamento da suspensão veicular a partir de imagens das rodas. Todo o processo de operação e definições do sistema de alinhamento deve ser então estabelecido.

5 DEFINIÇÕES DO PROJETO DO SISTEMA DE ALINHAMENTO

Para o projeto e operacionalização do sistema de alinhamento, alguns pré-requisitos devem ser seguidos. Neste capítulo apresentam-se as referências em relação às quais os vetores normais às rodas são comparados, a organização em termos de nomenclatura dos parâmetros matemáticos envolvidos nas calibrações de câmeras e de postes ópticos, o guia para a escolha de câmeras e precisão do sistema.

5.1 Vetores de Referências

Como já mencionado no capítulo 3, seção 3.4.1, o processo de conferência de alinhamento baseado em visão computacional consiste na obtenção da direção espacial dos vetores perpendiculares aos planos das rodas. Diante disso, o conhecimento dos ângulos convergência/divergência e cambagem depende da comparação de inclinação desses vetores de medida em relação a outros de referência, que são: vetor gravidade, vetor linha de direção.

O vetor gravidade é aquele que é perpendicular ao solo sobre o qual o carro em processo de medição situa-se. O veículo deve ser medido sobre um chão plano. Para a obtenção deste vetor, uma das técnicas é a utilização do padrão caixa com objetivo de calibração de câmeras, anteriormente apresentado, no capítulo 3, seção 3.3.2. Aplica-se, novamente, a calibração de câmera com o intuito de obter-se, apenas, a matriz de rotação do padrão em relação à câmera. Ele deve ser colocado em uma posição inicial, fotografado pela câmera determinada como a de referência, em seguida, girado em torno do eixo gravitacional e fotografado pela mesma câmera nesta posição final. Este procedimento, ilustrado na figura 5.1, leva ao cálculo de duas matrizes de rotação da caixa em relação à câmera, R_{P0} e R_{P1}, em cada uma das posições *P0* e *P1*. Aplicando-se a fórmula de Rodrigues (MURRAY, 1994), é possível obter a matriz de rotação relativa da caixa, bem como, o vetor perpendicular ao giro realizado e, também, o ângulo de giro

θ, sendo o primeiro, exatamente correspondente ao vetor gravidade ($\vec{v}_g$) que se busca. A matriz de rotação relativa é calculada como na equação 5.1:

$$R_{1_0} = R^T{}_{P1} R_{P0}. \tag{5.1}$$

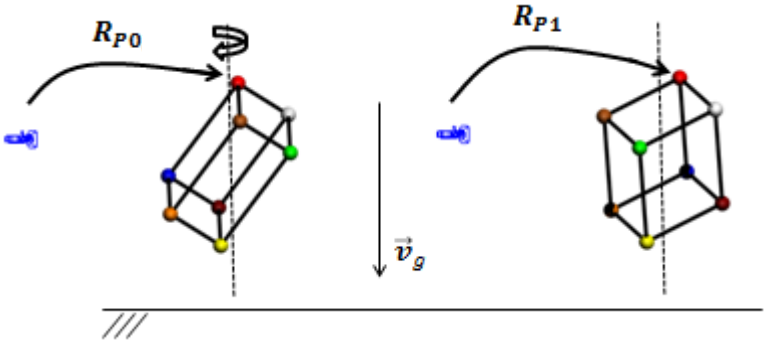

Figura 5.1: Obtenção do vetor gravidade com a caixa.

O ângulo de rotação, θ, e o vetor gravidade, $\vec{v}_g$, são calculados como:

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{trace-1}{2}\right), \tag{5.2}$$

Onde,

$$trace = R_{1_0}(1,1) + R_{1_0}(2,2) + R_{1_0}(3,3).$$

E,

$$\vec{v}_g = \frac{1}{2\sin(\theta)} \begin{bmatrix} R_{1_0}(3,2) - R_{1_0}(2,3) \\ R_{1_0}(1,3) - R_{1_0}(3,1) \\ R_{1_0}(2,1) - R_{1_0}(1,2) \end{bmatrix}. \tag{5.3}$$

O sistema proposto para verificação do alinhamento de rodas veiculares baseia-se na determinação precisa do centro e vetores perpendiculares ao plano de cada roda. Um vetor $\vec{d}_R$,

contendo a direção média de alinhamento das rodas traseiras ($\vec{n}_{LR}$ e $\vec{n}_{RR}$) e perpendicular ao vetor linha de direção ($\vec{L}$) é usado como padrão de alinhamento das rodas dianteiras do veículo (vetores $\vec{n}_{LF}$ e $\vec{n}_{RF}$, conforme ilustrado na figura 5.2).

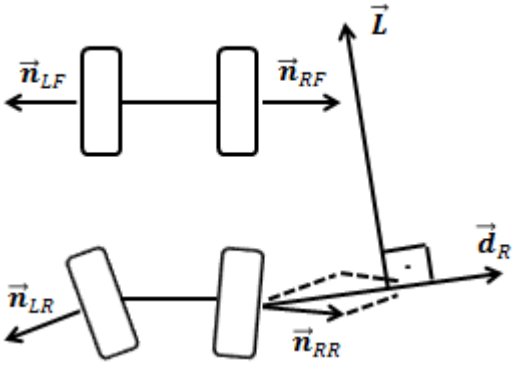

Figura 5.2: Eixo de direção da roda.

Para a obtenção dos vetores de alinhamento das rodas, utilizam-se quatro sistemas de duas câmeras cada um, que são os postes ópticos. Dessa forma, cada poste óptico é capaz de realizar a estimativa de posição do vetor de alinhamento de cada roda, posicionando todos os vetores de alinhamento em relação a um referencial único. A figura 5.3 ilustra o arranjo de câmeras e postes ópticos utilizados na verificação do alinhamento de um veículo. Observe que a nomenclatura de cada uma das oito câmeras e de cada poste óptico é definida de acordo com a localização deles ao redor do veículo, que é descrita a seguir:

- Poste óptico *RF*: corresponde ao poste óptico posicionado próximo à roda dianteira direita do veículo, onde o termo *RF*, do Inglês, significa "*right front*".

- Poste óptico *LF*: corresponde ao poste óptico posicionado próximo à roda dianteira esquerda do veículo, onde o termo *LF*, do Inglês, significa "*left front*".

- Poste óptico *LR*: corresponde ao poste óptico posicionado próximo à roda traseira esquerda do veículo, onde o termo *LR*, do Inglês, significa "*left rear*".

- Poste óptico *RR*: corresponde ao poste óptico posicionado próximo à roda traseira direita do veículo, onde o termo *RR*, do Inglês, significa "*right rear*".

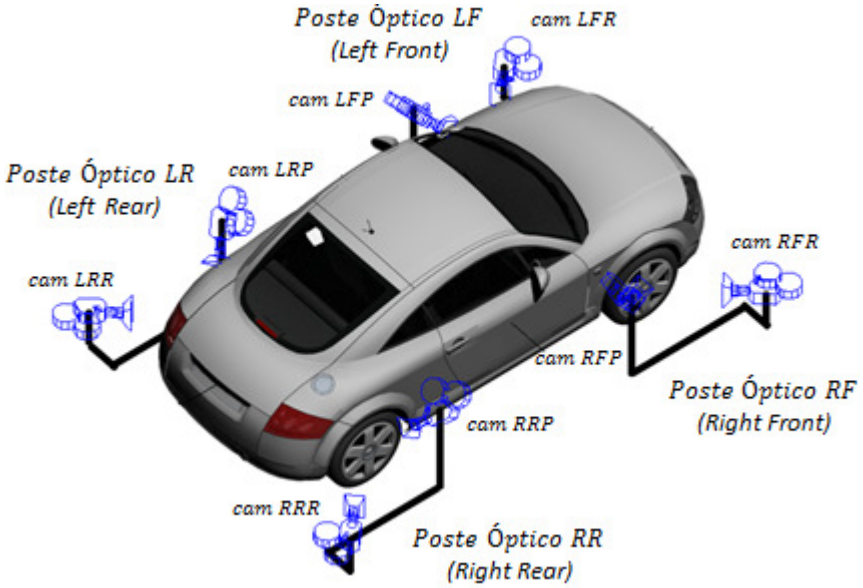

Figura 5.3: Arranjo dos postes ópticos ao redor do veículo.

Em relação às câmeras, existem as denominadas câmeras de precisão e câmeras de referência. O entendimento mais detalhado da função de cada uma fica mais claro na seção seguinte (Calibração dos Postes Ópticos), mas, em linhas gerais, as câmeras de precisão são as que estão mais próximas possíveis do veículo e devem visualizar a roda e um padrão de calibração local posicionado no mesmo espaço (não simultaneamente). Em relação à câmera de referência, ela deve ter em seu campo visual a roda, um padrão de calibração local posicionado nesse mesmo espaço e um padrão de calibração global que fica localizado nas imediações do centro do veículo, obviamente, os padrões de calibração não estão posicionados na área de medições ao mesmo tempo em que o veículo. Portanto, cada câmera pode ser assim definida:

- Câmera *RFP* (ou câmera 01): corresponde à câmera de precisão posicionada próxima à roda dianteira direita do veículo, onde o termo *RFP*, do Inglês, significa "*right front precision*". Ela pertence ao poste óptico *RF*.

- Câmera *RFR* (ou câmera 02): corresponde à câmera de referência posicionada próxima à roda dianteira direita do veículo, onde o termo *RFR*, do Inglês, significa "*right front reference*". Ela pertence ao poste óptico *RF*.

- Câmera *LFP* (ou câmera 03): corresponde à câmera de precisão posicionada próxima à roda dianteira esquerda do veículo, onde o termo *LFP*, do Inglês, significa "*left front precision*". Ela pertence ao poste óptico *LF*.

- Câmera *LFR* (ou câmera 04): corresponde à câmera de referência posicionada próxima à roda dianteira esquerda do veículo, onde o termo *LFR*, do Inglês, significa "*left front reference*". Ela pertence ao poste óptico *LF*.

- Câmera *LRP* (ou câmera 05): corresponde à câmera de precisão posicionada próxima à roda traseira esquerda do veículo, onde o termo *LRP*, do Inglês, significa "*left rear precision*". Ela pertence ao poste óptico *LR*.

- Câmera *LRR* (ou câmera 06): corresponde à câmera de referência posicionada próxima à roda traseira esquerda do veículo, onde o termo *LRR*, do Inglês, significa "*left rear reference*". Ela pertence ao poste óptico *LR*.

- Câmera *RRP* (ou câmera 07): corresponde à câmera de precisão posicionada próxima à roda traseira direita do veículo, onde o termo *RRP*, do Inglês, significa "*right rear precision*". Ela pertence ao poste óptico *RR*.

- Câmera *RRR* (ou câmera 08): corresponde à câmera de referência posicionada próxima à roda traseira direita do veículo, onde o termo *RRR*, do Inglês, significa "*right rear reference*". Ela pertence ao poste óptico *RR*.

Descrevem-se nas seções seguintes o processo de calibração individual e global dos postes ópticos, bem como um estudo da precisão de medidas angulares utilizando o sistema proposto.

5.2 Calibrações dos Postes Ópticos

A calibração das câmeras é o primeiro processo a ser definido para qualquer sistema de medição que se utiliza de visão computacional. No presente sistema de medição de ângulos de suspensão veicular, têm-se dois tipos de calibração, a local e a global. A calibração local dá-se, individualmente, para cada uma das oito câmeras, que visualizam um padrão de calibração local colocado no mesmo lugar de posicionamento da roda veicular, de tal maneira que as duas

câmeras do mesmo poste óptico tenham-no em seu campo de visão. Tanto as câmeras de precisão quanto de referência devem passar pela calibração local. A calibração global dá-se para cada uma das câmeras mais externas de cada poste óptico, ou seja, quatro câmeras ao todo, sendo elas as câmeras de referência (*RFR*, *LFR*, *LRR*, *RRR*). As câmeras de referência possibilitam o conhecimento do posicionamento de cada poste entre si. As câmeras de precisão são dispostas de maneira a enquadrar o máximo possível, em seu campo de visão, a roda veicular. Faz-se, aqui, a padronização da nomenclatura das variáveis de calibração e a análise da interação entre si no sentido de tornar todo o conjunto mutuamente calibrado localmente e globalmente. Esta etapa é baseada nos fundamentos estabelecidos no capítulo 3.

5.2.1 Calibração Local do Poste RF (Right Front)

Este poste óptico possui câmeras de precisão e referência, que são nomeadas, respectivamente, como *RFP* (*right front precision*) e *RFR* (*right front reference*). Os parâmetros matemáticos envolvidos na calibração local são listados na tabela 5.1 e, também, referenciados na figura 5.4. A calibração de cada câmera fornece os parâmetros intrínsecos e extrínsecos, sendo estes últimos referenciados ao sistema de eixos do padrão de calibração (*OA*), mas, é importante somente o conhecimento dos parâmetros extrínsecos das câmeras entre si, portanto, com as equações 5.5 e 5.6, faz-se esta relação:

$$R_{o1_{o2}} = R_{o1_{OA}} R_{OA_{o2}}, \tag{5.5}$$

$$\vec{T}_{o1_{o2}} = \vec{T}_{OA_{o2}} - R_{o2_{OA}} R_{OA_{o1}} \vec{T}_{OA_{o1}}. \tag{5.6}$$

Também no processo de calibração individual das câmeras, são obtidas as matrizes de parâmetros intrínsecos, já apresentadas no capítulo 3, seção 3.2.1. Neste caso, elas são: $A_{o1_{OA}}$ e $A_{o2_{OA}}$.

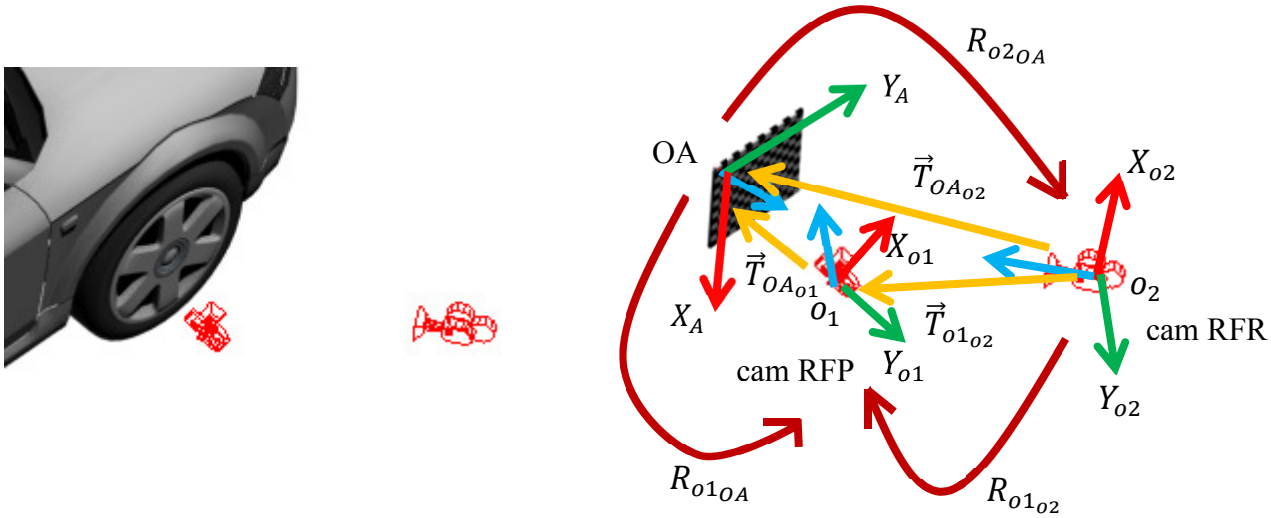

Figura 5.4: Poste óptico *RF*.

Tabela 5.1: Parâmetros da calibração local do poste óptico *RF*.

Parâmetros	Significado
$\vec{T}_{OA_{o1}}$	Translação do sistema de referência O_A, do padrão de calibração local, em relação ao sistema de referência o_1, da câmera *RFP*.
$\vec{T}_{OA_{o2}}$	Translação do sistema de referência O_A, do padrão de calibração local, em relação ao sistema de referência o_2, da câmera *RFR*.
$\vec{T}_{o1_{o2}}$	Translação da câmera *RFP* em relação à câmera *RFR*.
$R_{o1_{OA}}$	Rotação da câmera *RFP* em relação ao sistema de referência O_A.
$R_{o2_{OA}}$	Rotação da câmera *RFR* em relação ao sistema de referência O_A.
$R_{o1_{o2}}$	Rotação da câmera *RFP* em relação à câmera *RFR*.
$A_{o1_{OA}}$	Matriz de parâmetros intrínsecos da câmera *RFP*.
$A_{o2_{OA}}$	Matriz de parâmetros intrínsecos da câmera *RFR*.

5.2.2 Calibração Local do Poste LF (Left Front)

As câmeras de precisão e referência deste poste óptico são nomeadas, respectivamente, como *LFP* (*left front precision*) e *LFR* (*left front reference*). Os parâmetros matemáticos envolvidos na calibração local são listados na tabela 5.2 e, também, referenciados na figura 5.5.

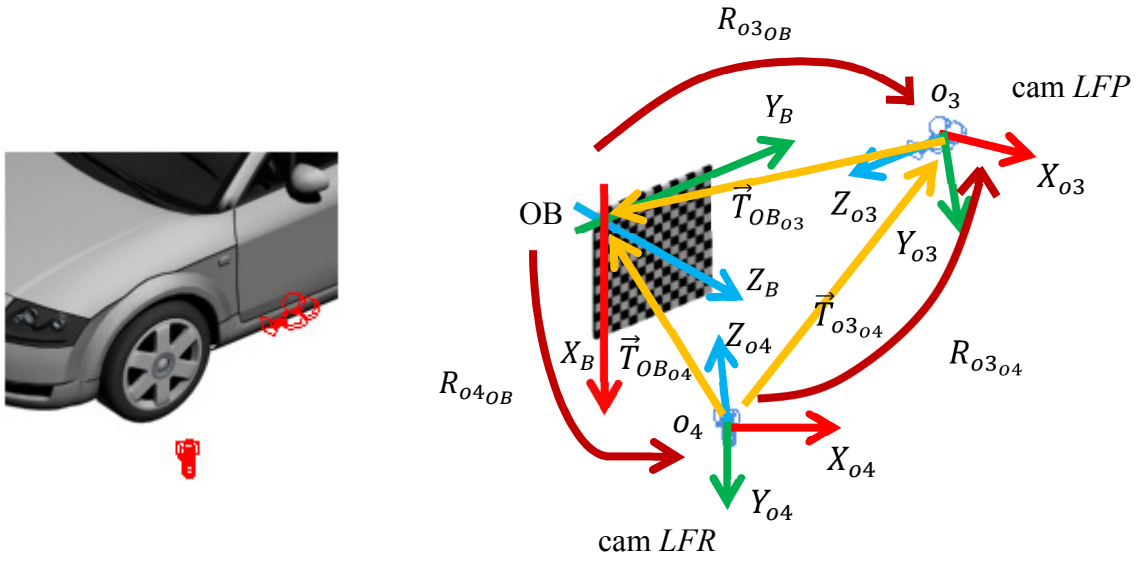

Figura 5.5: Poste óptico *LF*.

A calibração de cada câmera fornece os parâmetros intrínsecos e extrínsecos, sendo estes últimos referenciados ao sistema de eixos do padrão de calibração (*OB*), mas, é importante somente o conhecimento dos parâmetros extrínsecos das câmeras entre si, portanto, com as equações 5.7 e 5.8, faz-se esta relação:

$$R_{o3_{o4}} = R_{o3_{OB}} R_{OB_{o4}}, \tag{5.7}$$

$$\vec{T}_{o3_{o4}} = \vec{T}_{OB_{o4}} - R_{o4_{OB}} R_{OB_{o3}} \vec{T}_{OB_{o3}}. \tag{5.8}$$

As matrizes de parâmetros intrínsecos obtidas para cada câmera são: $A_{o3_{OB}}$ e $A_{o4_{OB}}$.

Tabela 5.2: Parâmetros da calibração local do poste óptico *LF*.

Parâmetros	Significado
$\vec{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{OB_{o3}}}$	Translação do sistema de referência O_B, do padrão de calibração local, em relação ao sistema de referência o_3, da câmera *LFP*.
$\vec{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{OB_{o4}}}$	Translação do sistema de referência O_B, do padrão de calibração local, em relação ao sistema de referência o_4, da câmera *LFR*.
$\vec{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{o3_{o4}}}$	Translação da câmera *LFP* em relação à câmera *LFR*.
$\boldsymbol{R_{o3_{OB}}}$	Rotação da câmera *LFP* em relação ao sistema de referência O_B.
$\boldsymbol{R_{o4_{OB}}}$	Rotação da câmera *LFR* em relação ao sistema de referência O_B.
$\boldsymbol{R_{o3_{o4}}}$	Rotação da câmera *LFP* em relação à câmera *LFR*.
$\boldsymbol{A_{o3_{OB}}}$	Matriz de parâmetros intrínsecos da câmera *LFP*.
$\boldsymbol{A_{o4_{OB}}}$	Matriz de parâmetros intrínsecos da câmera *LFR*.

5.2.3 Calibração Local do Poste LR (Left Rear)

As câmeras de precisão e referência deste poste óptico são nomeadas, respectivamente, como *LRP* (*left rear precision*) e *LRR* (*left rear reference*). Os parâmetros matemáticos envolvidos na calibração local são listados na tabela 5.3 e, também, referenciados na figura 5.6. A calibração de cada câmera fornece os parâmetros intrínsecos e extrínsecos, sendo estes últimos referenciados ao sistema de eixos do padrão de calibração (*OC*), mas, é importante somente o conhecimento dos parâmetros extrínsecos das câmeras entre si, portanto, com as equações 5.9 e 5.10, faz-se esta relação:

$$R_{o5_{o6}} = R_{o5_{OC}} R_{OC_{o6}} \,, \tag{5.9}$$

$$\vec{T}_{o5_{o6}} = \vec{T}_{OC_{o6}} - R_{o6_{OC}} R_{OC_{o5}} \vec{T}_{OC_{o5}} \,. \tag{5.10}$$

As matrizes de parâmetros intrínsecos obtidas para a câmera *LRP* (câmera 05) e *LRR* (câmera 06), respectivamente, são: $A_{o5_{OC}}$ e $A_{o6_{OC}}$.

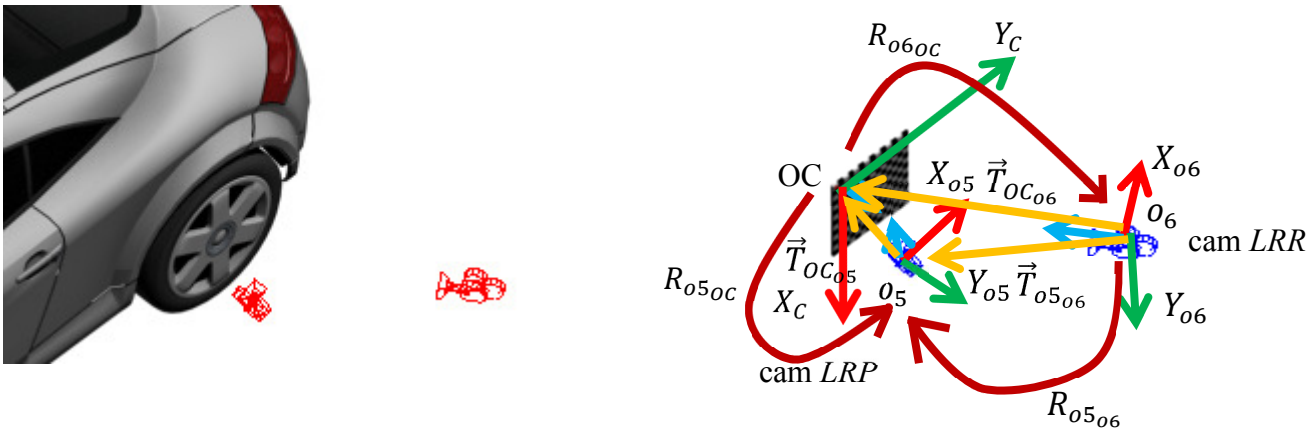

Figura 5.6: Poste óptico *LR*.

Tabela 5.3: Parâmetros da calibração local do poste óptico *LR*.

Parâmetros	Significado
$\vec{T}_{OC_{o5}}$	Translação do sistema de referência O_C, do padrão de calibração local, em relação ao sistema de referência o_5, da câmera *LRP*.
$\vec{T}_{OC_{o6}}$	Translação do sistema de referência O_C, do padrão de calibração local, em relação ao sistema de referência o_6, da câmera *LRR*.
$\vec{T}_{o5_{o6}}$	Translação da câmera *LRP* em relação à câmera *LRR*.
$R_{o5_{OC}}$	Rotação da câmera *LRP* em relação ao sistema de referência O_C.
$R_{o6_{OC}}$	Rotação da câmera *LRR* em relação ao sistema de referência O_C.
$R_{o5_{o6}}$	Rotação da câmera *LRP* em relação à câmera *LRR*.
$A_{o5_{OC}}$	Matriz de parâmetros intrínsecos da câmera *LRP*.
$A_{o6_{OC}}$	Matriz de parâmetros intrínsecos da câmera *LRR*.

5.2.4 Calibração Local do Poste RR (Right Rear)

As câmeras de precisão e referência são nomeadas, respectivamente, como *RRP* (*right rear precision*) e *RRR* (*right rear reference*). Os parâmetros matemáticos envolvidos na calibração local são listados na tabela 5.4 e, também, referenciados na figura 5.7. A calibração de cada câmera fornece os parâmetros intrínsecos e extrínsecos, sendo estes últimos referenciados ao sistema de eixos do padrão de calibração (*OD*), mas, é importante somente o conhecimento dos parâmetros extrínsecos das câmeras entre si, portanto, com as equações 5.11 e 5.12, faz-se esta relação:

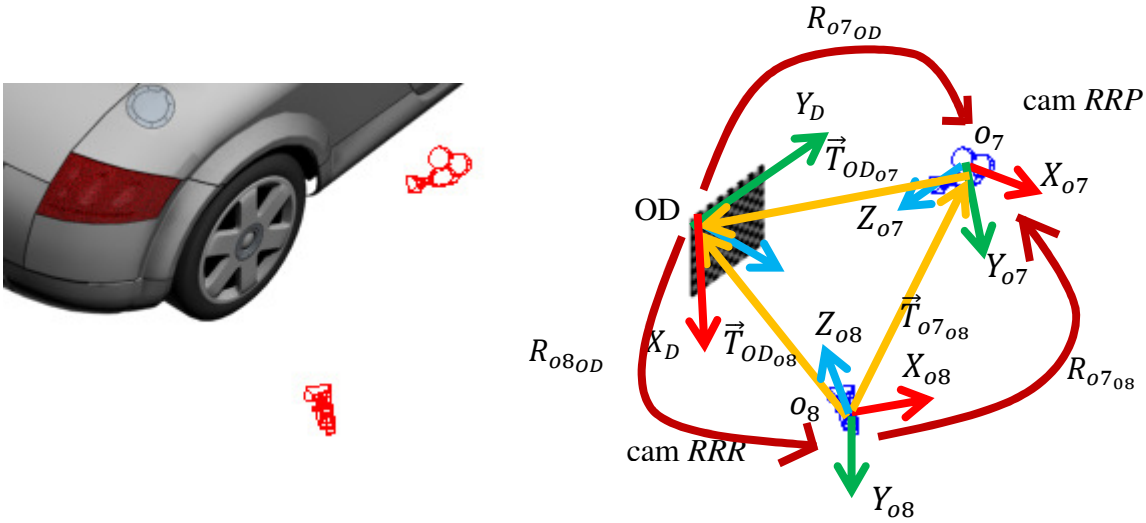

Figura 5.7: Poste óptico *RR*.

$$R_{o7_{o8}} = R_{o7_{OD}} R_{OD_{o8}} \,, \tag{5.11}$$

$$\vec{T}_{o7_{o8}} = \vec{T}_{OD_{o8}} - R_{o8_{OD}} R_{OD_{o7}} \vec{T}_{OD_{o7}}. \tag{5.12}$$

As matrizes de parâmetros intrínsecos obtidas para a câmera *RRP* (câmera 07) e *RRR* (câmera 08), respectivamente, são: $A_{o7_{OD}}$ e $A_{o8_{OD}}$.

Tabela 5.4: Parâmetros da calibração local do poste óptico *RR*.

Parâmetros	Significado
$\vec{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{OD_{o7}}}$	Translação do sistema de referência O_D, do padrão de calibração local, em relação ao sistema de referência o_7, da câmera *RRP*.
$\vec{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{OD_{o8}}}$	Translação do sistema de referência O_D, do padrão de calibração local, em relação ao sistema de referência o_8, da câmera *RRR*.
$\vec{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{o7_{o8}}}$	Translação da câmera *RRP* em relação à câmera *RRR*.
$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{o7_{OD}}}$	Rotação da câmera *RRP* em relação ao sistema de referência O_D.
$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{o8_{OD}}}$	Rotação da câmera *RRR* em relação ao sistema de referência O_D.
$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{o7_{o8}}}$	Rotação da câmera *RRP* em relação à câmera *RRR*.
$\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{o7_{OD}}}$	Matriz de parâmetros intrínsecos da câmera *RRP*.
$\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{o8_{OD}}}$	Matriz de parâmetros intrínsecos da câmera *RRR*.

5.2.5 Calibração Global

A calibração global fornece a localização de cada poste óptico entre si ao calibrar-se cada uma das quatro câmeras de referência *RFR*, *LFR*, *LRR* e *RRR* em relação a um padrão comum. Na figura 5.8, ilustra-se esta situação, onde os parâmetros obtidos da calibração ficam referenciados ao sistema de eixos *OE*. Eles são apresentados na tabela 5.5. Adota-se, neste trabalho, que o sistema de eixos da câmera de referência *RFR*, câmera 02, é o sistema de referência global. Portanto, os parâmetros matemáticos de interesse são os que relacionam a câmera *RFR* com cada uma das outras três de referência. Eles são também listados na tabela 5.5 e apresentados na figura 5.9.

A calibração global de cada câmera fornece os parâmetros extrínsecos relacionados ao sistema de eixos do padrão de calibração *OE*, mas, é importante somente o conhecimento dos parâmetros extrínsecos das câmeras em relação a apenas a câmera *RFR*, portanto, com as equações de 5.13 à 5.18, faz-se esta relação:

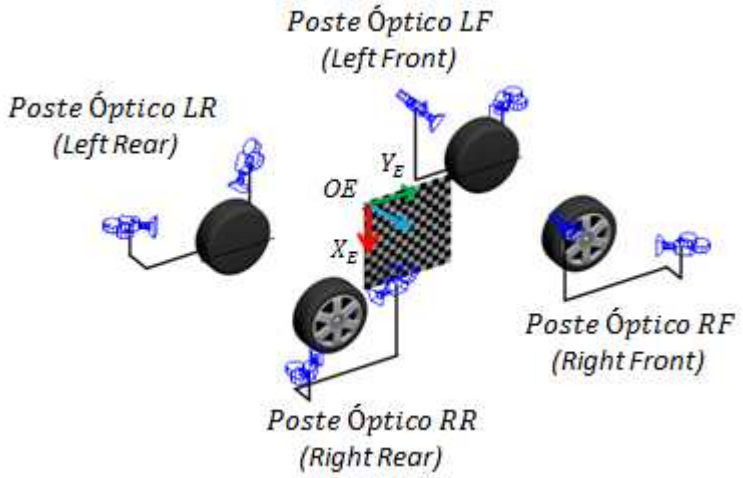

Figura 5.8: Arranjo dos postes ópticos e padrão de calibração global.

Tabela 5.5: Parâmetros da calibração global.

Parâmetros	Significado
$\vec{T}_{OE_{o2}}$	Translação do sistema de referência O_E, do padrão de calibração global, em relação ao sistema de referência o_2, da câmera *RFR*.
$\vec{T}_{OE_{o4}}$	Translação do sistema de referência O_E, do padrão de calibração global, em relação ao sistema de referência o_4, da câmera *LFR*.
$\vec{T}_{OE_{o6}}$	Translação do sistema de referência O_E, do padrão de calibração global, em relação ao sistema de referência o_6, da câmera *LRR*.
$\vec{T}_{OE_{o8}}$	Translação do sistema de referência O_E, do padrão de calibração global, em relação ao sistema de referência o_8, da câmera *RRR*.
$R_{o2_{OE}}$	Rotação da câmera *RFR* em relação ao sistema de referência O_E.
$R_{o4_{OE}}$	Rotação da câmera *LFR* em relação ao sistema de referência O_E.
$R_{o6_{OE}}$	Rotação da câmera *LRR* em relação ao sistema de referência O_E.
$R_{o8_{OE}}$	Rotação da câmera *RRR* em relação ao sistema de referência O_E.
$\vec{T}_{o4_{o2}}$	Translação da câmera *LFR* em relação à câmera *RFR*.
$\vec{T}_{o6_{o2}}$	Translação da câmera *LRR* em relação à câmera *RFR*.
$\vec{T}_{o8_{o2}}$	Translação da câmera *RRR* em relação à câmera *RFR*.
$R_{o4_{o2}}$	Rotação da câmera *LFR* em relação à câmera *RFR*.
$R_{o6_{o2}}$	Rotação da câmera *LRR* em relação à câmera *RFR*.
$R_{o8_{o2}}$	Rotação da câmera *RRR* em relação à câmera *RFR*.

$$R_{o4_{o2}} = R_{o4_{OE}} R_{OE_{o2}}, \tag{5.13}$$

$$\vec{T}_{o4_{o2}} = -R_{o2_{o4}} \vec{T}_{OE_{o4}} + \vec{T}_{OE_{o2}}\ , \tag{5.14}$$

$$R_{o6_{o2}} = R_{o6_{OE}} R_{OE_{o2}}\ , \tag{5.15}$$

$$\vec{T}_{o6_{o2}} = -R_{o2_{o6}} \vec{T}_{OE_{o6}} + \vec{T}_{OE_{o2}}\ , \tag{5.16}$$

$$R_{o8_{o2}} = R_{o8_{OE}} R_{OE_{o2}}\ , \tag{5.17}$$

$$\vec{T}_{o8_{o2}} = -R_{o2_{o8}} \vec{T}_{OE_{o8}} + \vec{T}_{OE_{o2}}\ . \tag{5.18}$$

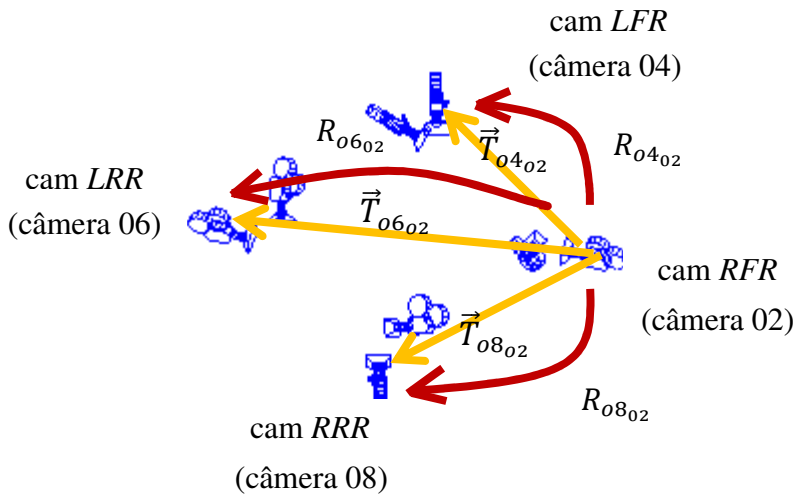

Figura 5.9: Parâmetros extrínsecos globais.

5.3 Posicionamento Ideal das Câmeras

O posicionamento das câmeras ao redor do veículo deve ser tal que elas estejam mais próximas possível dos objetos medidos e com inclinações para melhorar esta aproximação. Um

procedimento adotado e definido empiricamente, que serve como guia para o posicionamento das câmeras é o seguinte:

1) Coloca-se a câmera de frente à roda;

2) Move-se para trás até enquadrar, ocupando toda imagem, a roda e o padrão de calibração;

3) Move-se a câmera nas direções *X* e *Y* com mesmo valor de distância aplicado na etapa anterior, onde se move na direção *Z*;

4) Inclina-se a câmera no seu eixo *X*, depois em *Y* até encontrar-se a roda ou o padrão, colocando-os no meio da imagem;

5) Aproxima-se a câmera na direção de seu eixo *Z* local;

6) Faz-se rotação da câmera, agora, em torno de seu eixo *Z* local, para ter maior margem de aproveitamento dos espaços do plano imagem;

7) Aproxima-se a câmera na direção de seu eixo *Z* local, novamente;

8) Faz-se mais rotação da câmera em torno de seu eixo *Z* local, para ter maior margem de aproveitamento dos espaços do plano imagem, se possível. Obtendo-se mais espaço, fazem-se, novamente, aproximações dela na direção do seu eixo *Z* local.

Adota-se, neste trabalho, uma geometria básica de posicionamento dos postes ópticos, conforme apresentado na figura 5.10. Nessa figura, a câmera de precisão é posicionada a uma distância *dx*, *dy* e *dz* proporcionais ao raio da roda, r, e medidas a partir de seu centro, conforme as especificações abaixo:

$$dx = 1{,}59r,$$
$$dy = 1{,}60r,$$
$$dz = 1{,}74r.$$

Os ângulos de inclinação da câmera de precisão são definidos como:

$$\theta x = 56°,$$
$$\theta y = 6°,$$
$$\theta z = 40°.$$

A câmera de referência é posicionada a partir do centro da roda conforme a especificação abaixo:

$$dx = 2{,}57r,$$
$$dy = 0,$$
$$dz = 2{,}69r.$$

Os ângulos de inclinação da câmera de referência são definidos como:

$$\theta x = 46°,$$
$$\theta y = 0°,$$
$$\theta z = 90°.$$

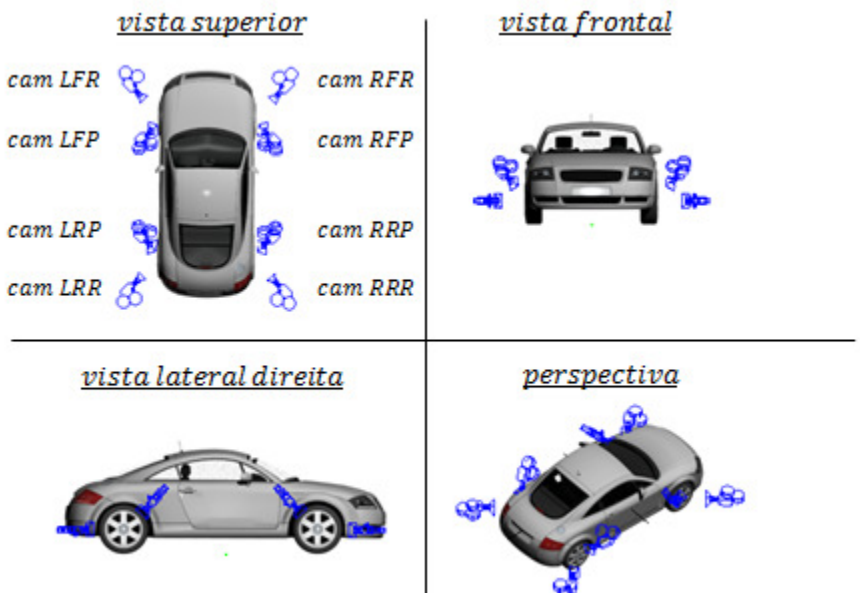

Figura 5.10: Arranjo ótimo das câmeras ao redor do veículo.

Os valores de posicionamento escolhidos acima têm como base medidas empíricas realizadas em um modelo virtual de veículo de passeio médio, utilizando-se câmeras padrão com distância focal de 35mm e campo de visão de 45°.

5.4 Precisão das Medidas Angulares

O estudo de precisão das medidas angulares de uma roda é realizado considerando-se a variação, na imagem da câmera de precisão, da posição dos pontos do perímetro da roda, inicialmente, sem nenhuma inclinação e, posteriormente, com rotações de precisão de convergência/divergência e cambagem. Quando maiores ou iguais a 0,1° devem provocar na imagem uma variação correspondente a pelo menos um *pixel* (MINGOTO JUNIOR, 2012). Para fins ilustrativos, na figura 5.11 tem-se a situação em que a variação na cambagem é $\theta = 0{,}1°$ e a variação no plano imagem é $\delta r = 1\ pixel$. Esse procedimento permite o encontro do parâmetro caracterizador da câmera distância focal em *pixels*, que é o parâmetro intrínseco f_x e fundamental para o projeto e escolha da câmera do sistema de alinhamento.

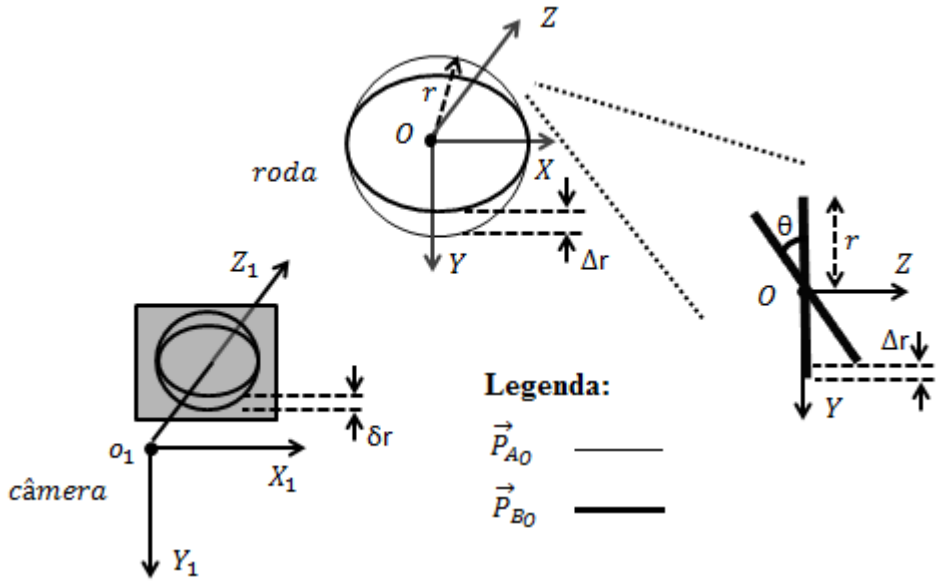

Figura 5.11: Ilustração de um sistema câmera-roda para análise de precisão.

O perímetro da roda pode ser definido por um ângulo de parametrização α. Dessa maneira, os pontos do contorno são expressos em função do raio da roda, *r*, e do ângulo de varredura, conforme a equação 5.19:

$$\vec{P}_{A_O} = \begin{bmatrix} r\cos(\alpha) \\ r\sin(\alpha) \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{5.19}$$

Quando a roda recebe uma rotação de precisão de cambagem e de convergência/divergência de 0,1°, os pontos de contorno $\vec{P}_{A_O}$ passam a ser denominados $\vec{P}_{B_O}$ e, ainda, referenciados ao sistema de eixos *O*, como ilustrado na figura 5.11. Eles são encontrados como na equação 5.20:

$$\vec{P}_{B_O} = R_{\theta_Y} R_{\theta_X} \vec{P}_{A_O}, \tag{5.20}$$

Onde:

$$R_{\theta_X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_X) & -\sin(\theta_X) \\ 0 & \sin(\theta_X) & \cos(\theta_X) \end{bmatrix},$$

$$R_{\theta_Y} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_Y) & 0 & \sin(\theta_Y) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta_Y) & 0 & \cos(\theta_Y) \end{bmatrix}.$$

Como mencionado anteriormente e visto na figura 5.11, a imposição dos ângulos de precisão θ_X e θ_Y na roda, inicialmente na posição *A* alinhada com o sistema de eixos *O*, ocasiona no plano imagem um δ_r *pixels*, que representa a variação do raio visível, Δ_r. É muito importante salientar que a variação do raio *r* do círculo não ocorre, mas, sim a variação do raio visível. Definem-se, agora, os pontos do contorno do círculo nas posições *A* e *B*, mas, referenciados ao sistema de coordenadas da câmera, o_1, obtendo-se assim os vetores $\vec{P}_{A_{o1}}$ e $\vec{P}_{B_{o1}}$. Para tanto, utiliza-se a matriz de rotação, R_{o1_O}, que define a transformação das coordenadas dos vetores do sistema de eixos *O* para o sistema de eixos o_1 e o vetor de translação, $\vec{T}_{O_{o1}}$, que define o deslocamento do sistema de eixo *O* em relação ao sistema de eixos o_1. Assim:

$$\vec{P}_{A_{o1}} = R_{o1_O} \vec{P}_{A_O} + \vec{T}_{O_{o1}}, \tag{5.21}$$

Onde: $\vec{P}_{A_{o1}} = \begin{bmatrix} X_{A_{o1}} \\ Y_{A_{o1}} \\ Z_{A_{o1}} \end{bmatrix}.$

E,

$$\vec{P}_{B_{o1}} = R_{o1_O}\vec{P}_{B_O} + \vec{T}_{O_{o1}}, \tag{5.22}$$

$$\text{Onde: } \vec{P}_{B_{o1}} = \begin{bmatrix} X_{B_{o1}} \\ Y_{B_{o1}} \\ Z_{B_{o1}} \end{bmatrix}.$$

Do estudo da geometria perspectiva, como já feito no capítulo 3, seção 3.2, equação 3.4, os vetores $\vec{P}_{A_{o1}}$, $\vec{P}_{B_{o1}}$ e a matriz de parâmetros intrínsecos A definem as coordenadas, em *pixels*, dos pontos do contorno da roda projetados no plano imagem. Estes pontos são equacionados como:

$$\begin{bmatrix} u_A \\ v_A \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_{A_{o1}}} A\vec{P}_{A_{o1}}. \tag{5.23}$$

E,

$$\begin{bmatrix} u_B \\ v_B \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_{B_{o1}}} A\vec{P}_{B_{o1}}. \tag{5.24}$$

O que se busca é relacionar a variação no plano imagem, em *pixels,* δ_r, que é um escalar, com as variações angulares de precisão θ_X e θ_Y (cambagem e convergência/divergência). Portanto, a variação δ_r é definida como a magnitude do vetor bidimensional (presente no plano imagem) definido pela diferença entre os pontos projetados pelo círculo na posição *B* e posição *A*. Assim:

$$\begin{bmatrix} \delta_{rx} \\ \delta_{ry} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_B \\ v_B \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u_A \\ v_A \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{5.25}$$

Colocando-se as equações 5.23 e 5.24 em 5.25, tem-se:

$$\begin{bmatrix}\delta_{rx}\\ \delta_{ry}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x\left(\frac{X_{B_{O1}}}{Z_{B_{O1}}} - \frac{X_{A_{O1}}}{Z_{A_{O1}}}\right) \\ f_y\left(\frac{Y_{B_{O1}}}{Z_{B_{O1}}} - \frac{Y_{A_{O1}}}{Z_{A_{O1}}}\right)\end{bmatrix}. \tag{5.26}$$

Da equação 5.26, os termos δ_{rx} e δ_{ry} representam um vetor bidimensional (presente no plano imagem) do qual a magnitude é δ_r e deve ser 1 *pixel*, como definido no início desta seção. Portanto:

$$1 = \sqrt{\left[f_x\left(\frac{X_{B_{O1}}}{Z_{B_{O1}}} - \frac{X_{A_{O1}}}{Z_{A_{O1}}}\right)\right]^2 + \left[f_y\left(\frac{Y_{B_{O1}}}{Z_{B_{O1}}} - \frac{Y_{A_{O1}}}{Z_{A_{O1}}}\right)\right]^2}. \tag{5.27}$$

Leva-se em conta que a razão de aspecto (JAIN, 1988) do *pixel* é um, ou seja, o elemento de imagem *pixel* tem formato quadrado. Então: $f_x = f_y$. Dessa maneira, a equação 5.27 é reescrita:

$$f_x = f_y = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{X_{B_{O1}}}{Z_{B_{O1}}} - \frac{X_{A_{O1}}}{Z_{A_{O1}}}\right)^2 + \left(\frac{Y_{B_{O1}}}{Z_{B_{O1}}} - \frac{Y_{A_{O1}}}{Z_{A_{O1}}}\right)^2}}. \tag{5.28}$$

Portanto, com a equação 5.28, está feita a caracterização da câmera, utilizando-se os parâmetros f_x e f_y que são função dos termos $r, \alpha, \theta_Y, \theta_X, R_{o1_O}, \vec{T}_{O_{o1}}$. O porquê da busca daqueles dois parâmetros está no fato de que é através deles que se consegue definir qual câmera usar em uma situação real, ou seja, já que a calibração de câmeras (capítulo 3) fornece estes parâmetros, é possível conhecer-se qualquer câmera comercial, ou qualquer sensor de imagem (*CCD* ou *CMOS*) disponível.

Usando-se os valores de posicionamento da câmera de precisão em relação à roda, já apresentados no início da seção 5.3, os valores de cambagem e convergência/divergência de precisão $\theta_X = \theta_Y = 0{,}1°$ e um raio de roda típico igual a 240 mm, obtém-se o parâmetro caracterizador da câmera, f_x, usando-se as equações 5.21, 5.22 e 5.28: $f_x = 1.387\ pixels$. Uma câmera de resolução 1.920 x 1.080 *pixels* possui f_x e f_y por volta de 2.300 *pixels* (valor obtido da calibração de câmeras). Portanto, é essa a câmera escolhida para ser utilizada nos testes de medição angular.

6 OPERAÇÃO DO SISTEMA DE ALINHAMENTO

Faz-se, agora, a definição operacional do processo de medição do alinhamento veicular. Todos os passos que resultam na identificação de ângulos já estão definidos nos capítulos anteriores. Basicamente, os dois ângulos mais importantes almejados são a convergência/divergência e a cambagem e eles são medidos diretamente apenas com a visualização das rodas. A sequência para se conhecer os seus valores, a partir da simples fotografia das rodas por cada uma das oito câmeras de todo o conjunto, compreende calibração dos postes ópticos e das câmeras de referência, calibração nos referenciais, segmentação de imagem, identificação de elipses, correlação de pontos por geometria epipolar, reconstrução tridimensional e cálculo dos ângulos de alinhamento. Essa sequência de passos é ilustrada na figura 6.1 por meio de um fluxograma.

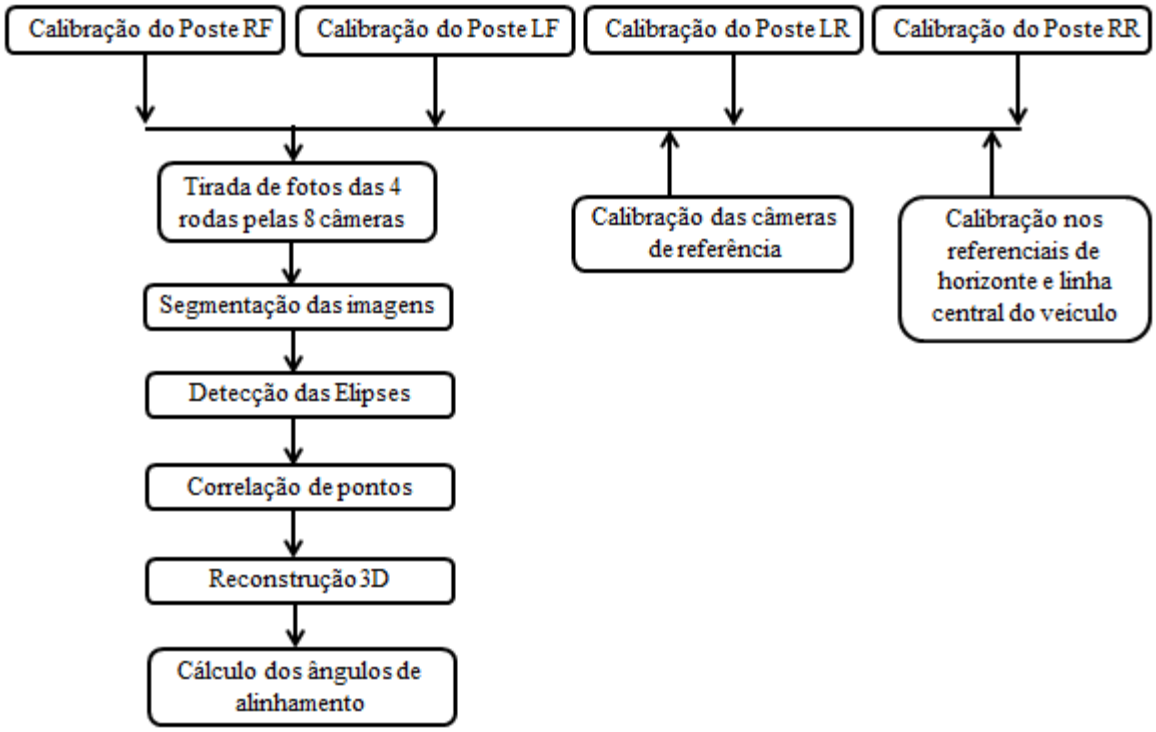

Figura 6.1: Fluxograma sequência de identificação dos ângulos de alinhamento.

Com o intuito de observar-se numericamente a operação do sistema de medição de alinhamento aplicam-se testes virtuais e um teste real de obtenção de ângulos. Para as simulações virtuais, as tomadas de imagens das rodas e dos padrões de calibração pelas câmeras são feitas em programa de ambiente e modelamento tridimensional, 3ds Max (DERAKHSHANI, 2011), sendo o processamento matemático e de imagens realizados no Matlab. As câmeras virtuais têm resolução 1.920 x 1.080 *pixels* e as rodas veiculares têm raio típico igual a 240 mm. A figura 5.3 (capítulo 5) ilustra a configuração dos testes virtuais. No teste real de medição de ângulo de roda, utiliza-se uma montagem com um conjunto roda e pneu aro 14 (cerca de 178 mm de raio) e duas câmeras do tipo *webcam* de 640 x 480 *pixels*. A figura 6.2 apresenta esta configuração.

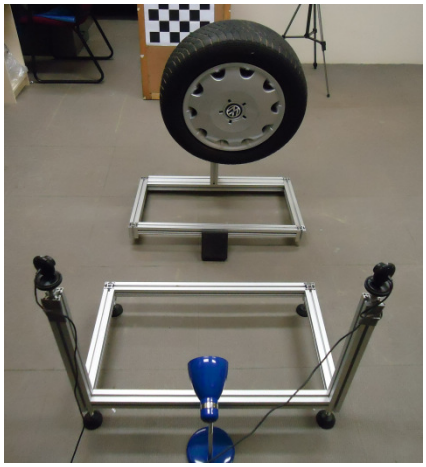

Figura 6.2: Montagem para medição de ângulo.

6.1 Medição de Alinhamento com Roda Virtual Padrão

Nesta medição virtual, apenas um poste óptico fotografa a roda inicialmente toda alinhada, ou seja, com convergência/divergência e cambagem zero e esta passa a ser a roda referência ou padrão. Faz-se então a inclinação da mesma roda no ambiente de simulação em relação àquela medição padrão, como ilustra a figura 6.3.

O raio da roda e a especificação das câmeras são, respectivamente, 240 mm e 1.920 x 1.080 *pixels* e o posicionamento das câmeras no poste óptico é o mesmo proposto no capítulo 5,

seção 5.3. A calibração das câmeras é previamente realizada e, a partir desta roda toda alinhada, obtém-se o vetor referência perpendicular a ela, $\vec{n}_{RF_{ref}}$. Aplicando-se inclinações na roda obtém-se o vetor de medição, $\vec{n}_{RF}$. Compara-se este com o vetor referência e, por simples produto escalar, o ângulo θ é conhecido, como apresentado na equação:

$$\theta = acos\left(\frac{\vec{n}_{RF_{Ref}} \cdot \vec{n}_{RF}}{\left\|\vec{n}_{RF_{Ref}}\right\| \cdot \|\vec{n}_{RF}\|}\right). \tag{6.1}$$

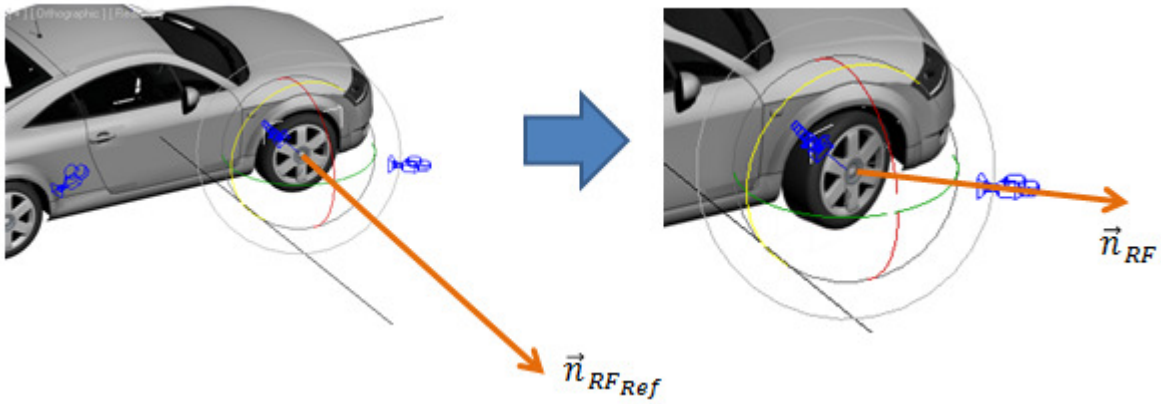

Figura 6.3: Medição de variação angular com uma roda padrão.

A figura 6.4 apresenta as imagens da roda, provenientes das duas câmeras, em sua posição de referência e desalinhada em 10˚ de cambagem e 0˚ *toe* para fins ilustrativos. Observe as linhas epipolares nas imagens da câmera de referência. A tabela 6.1 reúne os resultados.

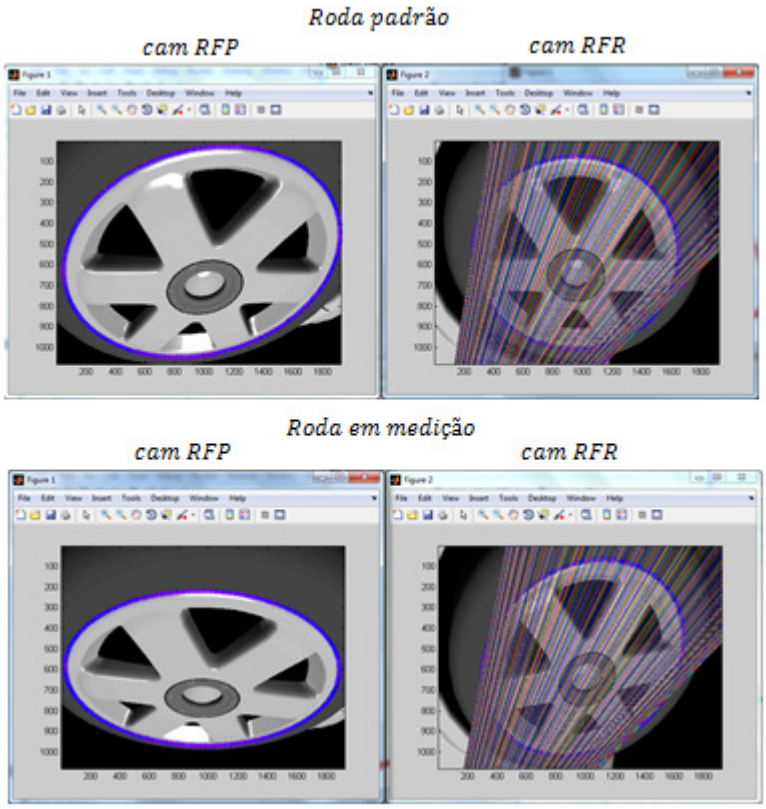

Figura 6.4: Imagens da roda padrão e desalinhada.

Tabela 6.1: Resultados da medição da variação angular em relação a uma roda padrão.

Ângulo aplicado (°)	**Ângulo θ obtido (°)**
Convergência/Divergência 0 **Cambagem 0**	0
Convergência/Divergência 0 **Cambagem 1**	0,992
Convergência/Divergência 1 **Cambagem 0**	0,987
Convergência/Divergência 0 **Cambagem 0,1**	0,099
Convergência/Divergência 0,1 **Cambagem 0**	0,098

6.2 Medição de Alinhamento com Roda Real

Nesta seção, apresenta-se a medição de ângulos com a montagem real da figura 6.2. Neste aparato a imposição dos ângulos é feita por meio de uma morsa com movimento angular presa em um poste de alumínio, na qual está anexada uma roda com pneu. Conseguem-se movimentos de convergência/divergência e cambagem, mas não simultaneamente. Esta morsa possui escala com resolução de 2˚. Faz-se, previamente, a calibração das câmeras e depois se obtém as imagens das rodas. A medição de ângulo é semelhante à realizada na seção 6.1 anterior e, portanto, baseia-se na equação 6.1. A figura 6.5 ilustra as imagens obtidas para a situação de referência e de inclinação da roda com cambagem 0˚ e convergência/divergência 10˚. Observe o contorno elíptico da roda encontrado nas duas imagens e também as linhas epipolares na imagem da câmera *RFR*. Na tabela 6.2, os resultados das medições dos ângulos são apresentados. É importante salientar que a maneira de imposição dos ângulos na morsa com inclinação é feita de forma manual, baseando-se na escala graduada existente no aparato, portanto, comparações entre os ângulos aplicados e as medições realizadas sofrem uma imprecisão intrínseca ao ajuste.

Tabela 6.2: Resultados da medição real da variação angular em relação a uma roda padrão.

Ângulo aplicado (˚)	**Ângulo θ obtido (˚)**
Convergência/Divergência 0 Cambagem 2	1,950
Convergência/Divergência 0 Cambagem 6	5,941
Convergência/Divergência 0 Cambagem 10	9,803
Convergência/Divergência 2 Cambagem 0	1,850
Convergência/Divergência 6 Cambagem 0	5,937
Convergência/Divergência 10 Cambagem 0	9,679

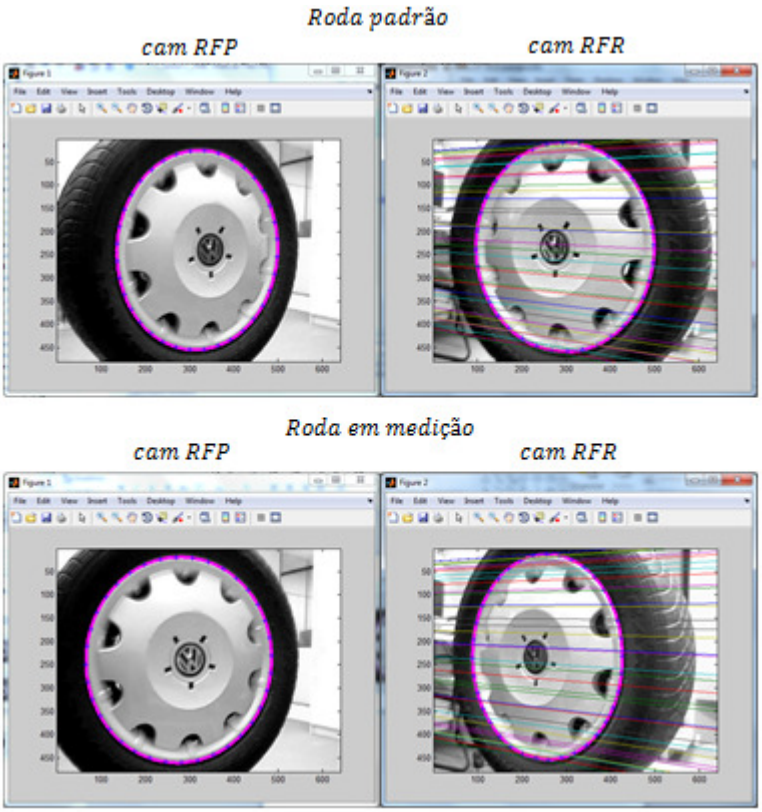

Figura 6.5: Imagens reais da roda padrão e desalinhada.

6.3 Medição de Alinhamento Virtual com Todos os Postes Ópticos

Nesta medição, todos os quatro postes ópticos e as oito câmeras são aplicadas e é a situação semelhante à medição que deve ser realizada em campo, como já apresentado na figura 5.3. Não mais se usa uma roda padrão para comparação de vetor perpendicular com a roda medida, mas utiliza-se de um sistema de referência absoluto estabelecido a partir dos vetores de referência já apresentados no capítulo 5, seção 5.1. Portanto, a operação inicia-se pela obtenção do vetor de referência linha de direção ($\vec{L}$), que é baseado nas posições das duas rodas traseiras e no outro vetor de referência, vetor de gravidade, $\vec{v}_g$, já determinado de acordo com os procedimentos explanados no capítulo anterior. O parâmetro matemático $\vec{d}_{R_{o2}}$é o vetor direção média das normais das rodas traseiras presente no capítulo 5, na seção 5.1, mas, agora,

referenciado ao sistema de eixos o_2. Ele origina-se dos vetores perpendiculares das rodas traseiras e é sempre perpendicular ao vetor linha de direção $\vec{L}$. É uma variável intermediária para a busca do vetor linha de direção, que é o que realmente interessa. A equação 6.2 mostra a obtenção da linha de direção e confirma que os dois vetores de referência são perpendiculares entre si. Portanto:

$$\vec{L} = \vec{d}_{R_{o2}} \times \vec{v}_g \,. \tag{6.2}$$

Com os dois vetores de referência conhecidos, faz-se possível o estabelecimento de um sistema de referência absoluto, que representa uma situação de convergência/divergência e cambagem iguais ao zero. Como ilustrado na figura 5.9, a câmera *RFR* (câmera 02) é a câmera de referência global, ou seja, todos os vetores de cada um dos quatro postes estão referenciados a ela, inclusive os dois vetores de referência já citados, portanto, como ilustra figura 6.6, o sistema absoluto possui uma rotação em relação ao sistema de eixos da câmera *RFR*, com origem em o_2. O sistema absoluto, com origem o_{abs} é formado pelos eixos X_{abs}, Y_{abs} e Z_{abs}. A matriz de rotação que transforma as coordenadas dos vetores referenciados ao sistema de eixos o_2 para serem referenciados ao sistema de eixos o_{abs} é $R_{oabs_{o2}}$. Todo o procedimento para a obtenção deste sistema de coordenadas absoluto é feito apenas uma vez, desde que as câmeras não sejam movimentadas posteriormente.

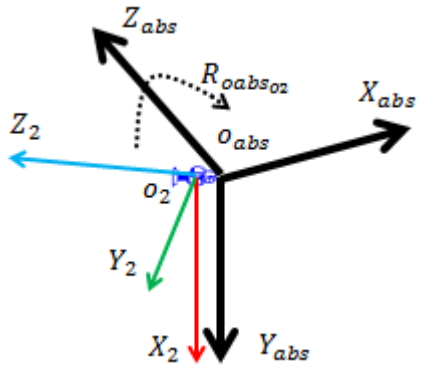

Figura 6.6: Sistema de eixo absoluto.

É útil colocar os vetores perpendiculares das rodas em medição referenciados ao sistema de eixos absoluto, pois, facilita-se o cálculo para a obtenção dos ângulos convergência/divergência e cambagem em relação aos eixos absolutos, X_{abs}, Y_{abs} e Z_{abs}.

Com o vetor obtido na equação 6.2, pode-se escrever que:

$$\hat{X}_{abs_{o2}} = \frac{\vec{L}}{\|\vec{L}\|}, \tag{6.3}$$

$$\hat{Y}_{abs_{o2}} = \frac{\vec{v}_g}{\|\vec{v}_g\|}, \tag{6.4}$$

$$\hat{Z}_{abs_{o2}} = \hat{X}_{abs_{o2}} \times \hat{Y}_{abs_{o2}}. \tag{6.5}$$

O sistema de coordenadas absoluto, o_{abs}, possui os eixos escritos em forma de versor como abaixo:

$$\hat{X}_{abs} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{6.6}$$

$$\hat{Y}_{abs} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{6.7}$$

$$\hat{Z}_{abs} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{6.8}$$

Portanto, a matriz de rotação que transforma as coordenadas dos vetores, inicialmente, referenciados ao sistema de eixos da câmera *RFR* (o_2) para o sistema de eixos absoluto (o_{abs}) é definida como $R_{oabs_{o2}}$. Utilizando-se as equações de 6.3 até 6.8, tem-se o seguinte arranjo matricial, que culmina na definição matemática de $R_{oabs_{o2}}$ na equação 6.11:

$$\begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{X}_{abs} & \hat{Y}_{abs} & \hat{Z}_{abs} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} = R_{oabs_{o2}} \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{X}_{abs_{o2}} & \hat{Y}_{abs_{o2}} & \hat{Z}_{abs_{o2}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}, \tag{6.9}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = R_{oabs_{o2}} \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{X}_{abs_{o2}} & \hat{Y}_{abs_{o2}} & \hat{Z}_{abs_{o2}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}, \tag{6.10}$$

$$R_{oabs_{o2}} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{X}_{abs_{o2}} & \hat{Y}_{abs_{o2}} & \hat{Z}_{abs_{o2}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}' \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{6.11}$$

Finalmente, com a matriz $R_{oabs_{o2}}$ conhecida, chega-se aos ângulos convergência/divergência e cambagem, obtendo-se inicialmente o vetor em medição referenciado ao sistema de eixos absoluto, como mostrado abaixo:

$$\vec{v}_{medido_{oabs}} = R_{oabs_{o2}} \vec{v}_{medido_{o2}} \,. \tag{6.12}$$

Nesta equação, $\vec{v}_{medido_{o2}}$ é o vetor perpendicular à roda em processo de medição, já referenciado ao sistema de eixos da câmera *RFR* (o_2). Com a matriz de rotação de transformação de coordenadas de eixos, $R_{oabs_{o2}}$, obtém-se o vetor medido referenciado ao sistema de eixos absoluto, $\vec{v}_{medido_{oabs}}$. Portanto, de acordo com as definições de convergência/divergência e cambagem do capítulo 2:

$$convergência_divergência = \tan^{-1}\left(\frac{\vec{v}_{medido_{oabs}}(1)}{\vec{v}_{medido_{oabs}}(3)}\right). \tag{6.13}$$

E,

$$cambagem = \tan^{-1}\left(\frac{\vec{v}_{medido_{oabs}}(2)}{\vec{v}_{medido_{oabs}}(3)}\right). \tag{6.14}$$

Dessa maneira, conhecidos os procedimentos de operação do sistema de medição de alinhamento completo, faz-se possível obter imagens das rodas dianteiras para a realização de medições numéricas. A configuração das câmeras é baseada na figura 5.3 e segue as especificações de posicionamento determinadas no capítulo 5, seção 5.3. O raio da roda e a especificação das câmeras são, respectivamente, 240 mm e 1.920 x 1.080 *pixels*.

Antes de qualquer medição, deve-se realizar a calibração local das câmeras dos postes ópticos e a calibração global entre as câmeras de referência. Parte das imagens obtidas para a calibração global é apresentada na figura 6.7, onde se vê as imagens de uma única pose do tabuleiro para as quatro câmeras de referência e, na figura 6.8, veem-se as imagens da calibração local do poste *RF*. A calibração é feita com 20 poses para cada câmera e o tabuleiro padrão para a calibração local tem tamanho 14×14 quadrados com medida de aresta 25 mm, já, para a calibração global o tabuleiro padrão tem tamanho 10×10 quadrados com medida de aresta igual a 60 mm. A figura 5.8 ilustra o arranjo das câmeras com o padrão de calibração visto por todas as quatro de referência.

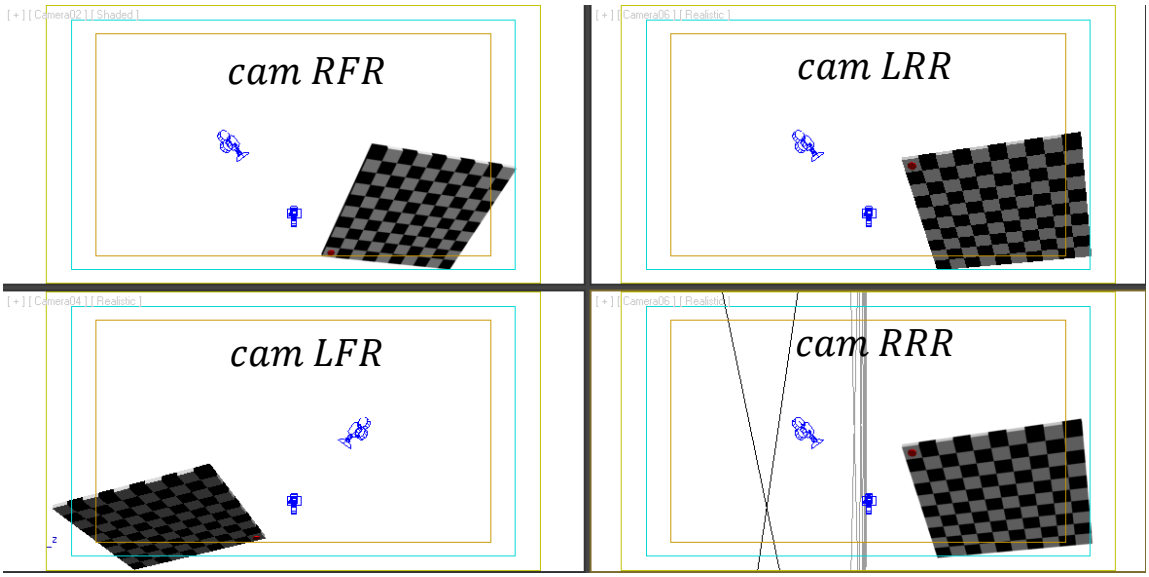

Figura 6.7: Calibração global das câmeras de referência.

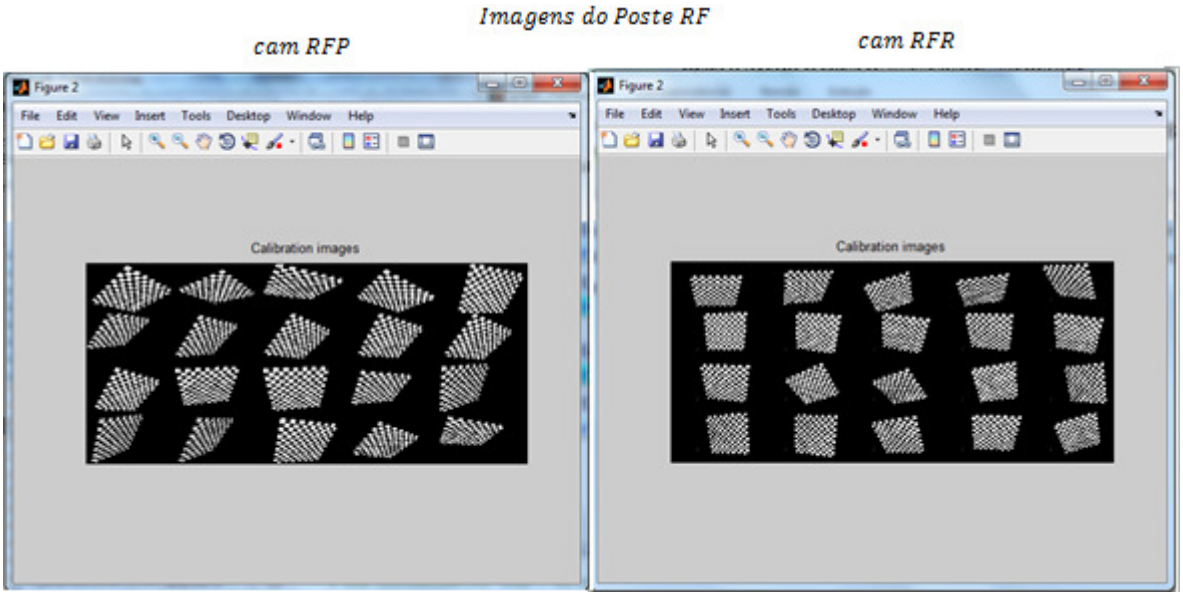

Figura 6.8: Imagens da calibração local do poste *RF*.

Agora, para ilustrar a obtenção de medidas, a figura 6.9 apresenta algumas imagens obtidas das rodas através dos dois postes ópticos dianteiros, *RF* e *LF*. São imagens das rodas com ângulos de convergência/divergência 2˚e cambagem 0˚, provenientes das câmeras do poste *RF* e convergência/divergência 0˚e cambagem 1˚ nas imagens provenientes do poste *LF*.

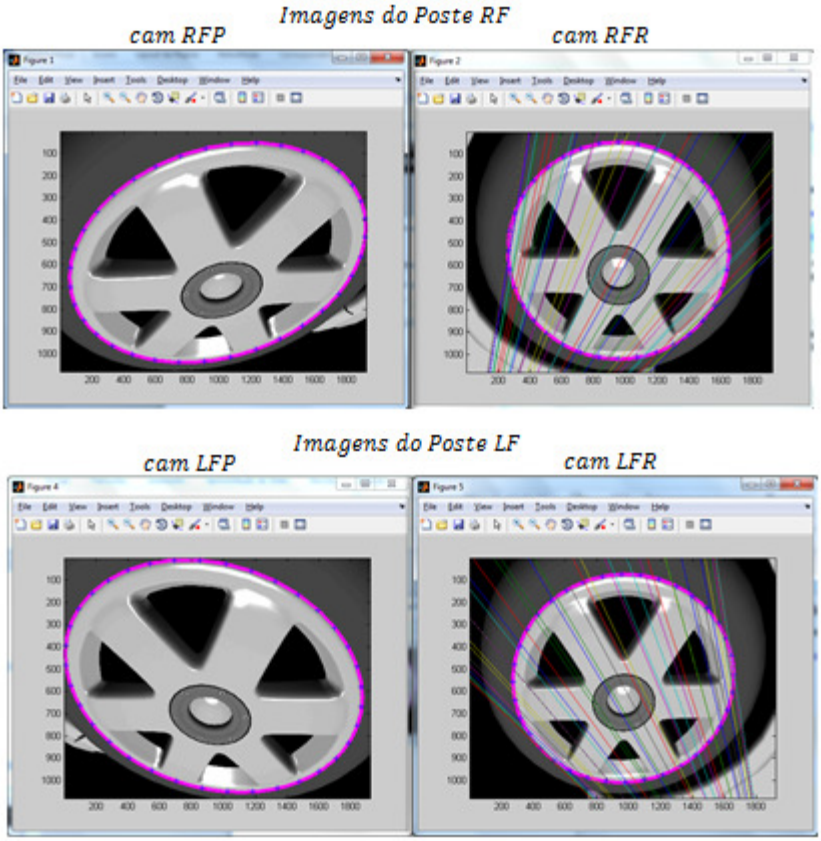

Figura 6.9: Imagens das rodas em medição.

Na tabela 6.3, são apresentados os resultados numéricos para aplicações de ângulos de convergência/divergência e cambagem nas rodas dianteiras do veículo. Observa-se que há uma discrepância entre os ângulos aplicados e obtidos, que se dá devido às sucessivas transformações de sistemas de coordenadas dos vetores de referências e vetores medidos a partir do contorno de cada roda. Ao se fazer estas transformações, devido à etapa de calibração global e local não serem o mais precisas possível têm-se acúmulos de erro. Outro fator para a melhoria da qualidade nos dados obtidos é o aumento da resolução de câmera. Mas, de qualquer maneira, o mais importante é que os resultados obtidos foram coerentes com as inclinações aplicadas, acompanhando-as, pois, até o erro existente segue certa uniformidade para cada roda *RF* e *LF* e cada tipo ângulo.

Tabela 6.3: Resultados da medição de ângulos das rodas dianteiras com 4 postes ópticos.

Roda	**Ângulo aplicado (˚)**		**Ângulo obtido (˚)**	
	Convergência/Divergência	**Cambagem**	**Convergência/Divergência**	**Cambagem**
RF	**0**	**0**	0,048	0,133
	0	**1**	0,051	1,127
	1	**0**	1,037	0,137
	0	**2**	0,049	2,111
	2	**0**	2,024	0,141
LF	**0**	**0**	0,092	0,217
	0	**1**	0,088	1,210
	1	**0**	0,899	0,223
	0	**2**	0,083	2,206
	2	**0**	1,888	0,227

CONCLUSÃO

O trabalho obtém êxito na integração de técnicas de processamento de imagens aliadas a procedimentos algébricos aplicados na medição de ângulos de alinhamento de suspensão veicular, o que demonstra a viabilidade científica do projeto. A análise da precisão das medidas angulares a partir das imagens, bem como, a idealização do conceito, método e projeto dos componentes de um medidor de alinhamento permitiu a realização de medidas virtuais e reais que demonstram, também, a viabilidade técnica do sistema mediante uma etapa de calibração de câmera mais robusta. A pesquisa e desenvolvimento da calibração com caixa, apresentada no capítulo 3, tem o objetivo do estabelecimento de um método mais repetitivo e preciso. De qualquer forma, com os testes numéricos e os resultados do processamento das imagens, percebe-se que a sequência de aplicação das técnicas desenvolvidas proporciona o conhecimento dos ângulos da suspensão veicular de forma coerente.

As etapas intermediária e final de desenvolvimento do projeto permitiram a elaboração de um artigo científico de revista aceito para publicação (KURKA, 2012), um artigo de congresso científico (MINGOTO JUNIOR, 2012), o depósito de uma patente industrial (UNICAMP, 2011) e registro de software (KURKA, 2011).

Para futuros trabalhos, sugere-se:

- Implementação de procedimento de análise das medidas de ângulos em programa dedicado, possivelmente utilizando-se de linguagem de programação C (BRADSKI, 2008) e equipamento dedicado à tarefa de conferência de alinhamento, com câmeras reais satisfatoriamente calibradas;

- Implementação de medição dinâmica de alinhamento e calibração de câmeras. Estas tarefas, se concluídas com êxito, proporcionam economia de tempo em todo o processo. A calibração baseando-se em um vídeo onde estão gravadas as várias poses do padrão de calibração é objeto de melhor entendimento e testes, além também da análise do contorno da roda com vídeo captura;

- Aumento da robustez do processo de calibração de câmeras através do uso de padrões de calibração com elementos ativos, como diodos emissores de luz (*LED*) e sensores de inclinação, possivelmente *MEMS*;

- Uso de câmeras operando em diferentes frequências ópticas (luz visível e luz infravermelha), com o intuito de eliminar ruídos de imagem e interferências de fundo desnecessárias;

- Desenvolvimento de solução de alinhamento de outros tipos de veículos ou máquinas rotativas, além dos automotores;

- Utilização do conhecimento adquirido com as medidas estereoscópicas e visão computacional para aplicação em outros sistemas de medição geométrica.

Referências

ANALOG Devices Inc. MEMS accelerometers. Disponível em: <http://www.analog.com/en/mems-sensors/mems-accelerometers/products/index.html>. Acesso em: 27 ago. 2012.

AXLER, S. **Linear algebra done right**. New York: Springer-Verlag, 1997. 272p.

BEISSBARTH GmbH. Karin Donner; Hermann Bux; Stefan Schommer; Rudolf Engl. **Measuring method and measuring unit for determining the spatial position of a wheel rim as well as a wheel alignment measuring system**. US7860295B2, 28 Dec. 2010.

BIANCHI, R.A.C.; REALI-COSTA, A. H. O sistema de visão computacional do time FUTEPOLI de futebol de robôs. In: 13º CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 2000, Florianópolis. Anais Universidade Federal de Santa Catarina/Sociedade Brasileira de Automática, p.2156-2162.

BOUGUET, J.Y. Camera calibration toolbox for Matlab. Disponível em: <http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/>. Acesso em: 27 ago. 2012.

BRADSKI, G.; KAEHLER, A. **Learning OpenCV: computer vision with the OpenCV library**. Sebastopol: O'Reilly Media, 2008. 555p.

COXETER, H.S.M. **Introduction to geometry**. New York: Wiley, 1969.

CRESTANA, S.; GUIMARÃES, M. F.; JORGE, L.A.C.; RALISCH, R.; TOZZI, C. L.; TORRE NETO, A.; VAZ, C.M.P. Avaliação da distribuição de raízes no solo auxiliada por processamento de imagens digitais. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, v.18, n.3, p.365-371, 1994.

DERAKHSHANI, R.L.; DERAKHSHANI, D. Autodesk 3ds Max 2012 Essentials. Indianapolis: Wiley, 2011. 400p.

DIOGENES, Luciana C.M.F. **Uso de filtro de Kalman e visão computacional para a correção de incertezas de navegação de robôs autônomos**. 2008. 140p. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

EBERLIN Máquinas e Equipamentos Automotivos. Alinhadores a laser. Disponível em: <http://www.eberlin.com.br/produtos_detalhes.php?recordID=37>. Acesso em: 27 ago. 2012.

FAUGERAS, O. **Three-dimensional computer vision: a geometric viewpoint**. Cambridge: The MIT Press, 1993. 695p.

FORSYTH, D.A.; PONCE, J. **Computer vision: a modern approach**. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2002. 693p.

GONZALES, R.C.; WOODS, R.E. **Digital image processing**. Upper Saddle River: Pearson, 2008.

HALDERMAN, J.D. **Automotive steering suspension alignment**. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2009. 492p.

HARTLEY, R.; ZISSMERMAN, A. **Multiple view geometry in computer vision**, Cambridge: University Press, 2004. 672p.

HOLST, G.C.; LOMHEIM, T.S. **CMOS/CCD sensors and camera systems**. Winter Park: SPIE Press, 2011. 388p.

HOSHEN, J.; KOPELMAN, R. Percolation and cluster distribution. I. Cluster labeling technique and critical concentration algorithm. **Physical Review B**, v.14, n.8, p.3438-3445, 1976.

HUNTER Engineering Company. Disponível em: <http://www.hunter.com/alignment/hawkeye_standard/index.cfm>. Acesso em: 27 ago. 2012.

HUTTER, M.; BREWER, N. Matching 2-D ellipses to 3-D circles with application to vehicle pose identification. In: 24th INTERNATIONAL CONFERENCE IMAGE AND VISION COMPUTING NEW ZEALAND (IVCNZ), 2009, Wellington, New Zealand. Proceedings of the IVCNZ, 2009. p.153-158.

JAIN, A.K. **Fundamentals of digital image processing**. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1988. 592p.

JANUARY, D. Steering Geometry and Caster Measurement. SAE Technical Paper 850219, doi:10.4271/850219, Papers from Society of Automotive Engineers (SAE), 1985.

JOLLIFFE, I.T. **Principal component analysis**. New York: Springer, 2002. 516p.

KAAJAKARI, V. **Practical MEMS: design of microsystems, accelerometers, gyroscopes, RF MEMS, optical MEMS, and microfluidic systems**. Small Gear Publishing, 2009. 496p.

KIM, S.C.; KIM, H.K.; LEE, C.G.; KIM, S.B. A vision system for identifying structural vibration in civil engineering constructions. In: INTERNATIONAL JOINT CONFERENCE SICE-ICASE, 2006, Busan. IEEE Proceedings of the International Joint Conference of the Society of Instrument and Control Engineers (SICE, Japan) and Institute of Control, Automation and System Engineers (ICASE, Korea) 2006, p.364-368.

KURKA, P.R.G.; MINGOTO JUNIOR, C. R. Registro de Software PILGRIM, 2011. Código do Instituto Nacional de Propriedade Intelectual : 018110048553.

KURKA, P.R.G.; VARGAS, J.D.; MINGOTO JUNIOR, C.R.; ROJAS, O.E.R. Automatic estimation of camera parameters from a solid calibration box, aceito para publicação no **JBSME (Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering)**, 2012.

KURKA, P.R.G.; RUDEK, M. 3-D Measurement from images using a range box. In: 18th INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING (COBEM 2005), 2005, Ouro Preto. ABCM Symposium Series in Mechatronics, v.2, p.629-636.

LETA, F.R.; FELICIANO, F.F. Computer vision system for printed circuit board inspection. In: 19th INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING (COBEM 2007), 2007, Brasília. ABCM Symposium Series in Mechatronics, v.3, p.623-632.

MARQUES, D.C.; FELICIANO, R.A.; RANGEL, A.L.; MARTIN, R.L.; ASSADA, D.; BIANCHI, R.A.C. Um sistema de medição de volume por visão computacional. In: V SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE, 2001, Canela. Anais do V Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (Sociedade Brasileira de Automática).

MENEZES JUNIOR, Luiz F. **Processamento de imagens na análise dinâmica de risers de produção de petróleo com modelo de escala reduzida em ambiente de laboratório**. 2008.

127p. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

MIDORI America Corporation. Disponível em: <http://www.midoriamerica.com/i_b_contactless_1.html>. Acesso em: 27 ago. 2012.

MINGOTO JUNIOR, C.R.; KURKA, P.R.G. Guidelines to specify a camera for computer vision measurement of vehicle suspension alignment angles based on the desired sensibility. In: IEEE SYMPOSIUM ON PHOTONICS AND OPTOELECTRONICS (SOPO), May 2012, Shanghai, China. Proceedings of the SOPO 2012, p.1-3.

MOBALLEGH, H.R.; AMINI, P.; PAKZAD, Y.; HASHEMI, M.; NARIMANI, M. An improvement of self-localization for omnidirectional mobile robots using new odometry sensor and omnidirectional vision. In: CANADIAN CONFERENCE ON ELECTRICAL AND COMPUTER ENGINEERING (CCECE), 2004, Niagara Falls. Proceedings of the Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, v.4, p.2337-2340.

MOORE, H. **Matlab for engineers**. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2011.672p.

MORÉ, J. J. The Levenberg-Marquardt algorithm: implementation and theory. In: Lectures Notes in Mathematics. New York: Springer-Verlag, v.630. Numerical Analysis. p.105-116, 1978.

MURRAY, R. M.; LI, Z.; SASTRY, S. S. **A Mathematical introduction to robotic manipulation**. Boca Raton: CRC Press, 1994. 480p.

POORNIMA, B.; RAMADEVI, Y., SRIDEVI, T. Threshold based edge detection algorithm. **IACSIT International Journal of Engineering and Technology**, v.3, n.4, p.400-403, 2011.

RAFIKOVA, Elvira. **Controle de um robô móvel através de realimentação de estados utilizando visão estereoscópica**. 2010. 183p. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

SALVADOR, I.; CANO, J.; GUARDIOLA, J.L.; ALBERO, M.; CARRION, D.; PEREZ-CORTES, J.C. Computer vision applications: home, office and industry. In: 22nd INTERNATIONAL WORKSHOP ON DATABASE AND EXPERT SYSTEMS APPLICATIONS (DEXA'11), 2011, Toulouse. IEEE Proceedings of the DEXA'11, p.364-368.

SHI, J.; MALIK, J. Normalized cuts and image segmentation. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v.22, i.8, p.888-905, 2000.

STEEB, W.H.; HARDY, Y. **Matrix calculus and Kronecker product: a practical approach to linear and multilinear algebra**. Singapore: World Scientific Publishing Company, 2011. 324p.

STILLWELL, J. **Mathematics and its history**. New York: Springer, 2001. 568p.

SWOKOWSKI, E.W. **Cálculo com geometria analítica**, v.1 ed.2. São Paulo: Makron Books, 1994. 744p.

TRUCCO, E.; VERRI, A. **Introductory techniques for 3-D computer vision**. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1998. 343p.

TRUCK Center Equipamentos Automotivos Ltda. Garras de fixação da cabeça de alinhamento na roda. Disponível em: <http://www.truckcenter.com.br/produtos/lacessorios.htm>. Equipamento de alinhamento utilizando potenciômetro, nível de bolha e laser. Disponível em: <http://www.truckcenter.com.br/produtos/lpraticlaser.htm>. Acesso em: 27 ago. 2012.

UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas. Paulo R. G. Kurka; Carlos R. Mingoto Jr. **Dispositivo, método e uso para conferência de alinhamento de suspensão veicular**. Depósito de Pedido de Patente ou de Certificação de Adição PI1105356-9, 19 Dec. 2011.

VAUDERWANGE, T. **Wheel Alignment**. Würzburg: Vogel Business Media GmbH & Co. KG, 2011. 150p.

VICTORINO, Alessandro C. **Controle da trajetória e estabilização de robôs móveis não holonômicos**. 1998. 132p. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

WEISSTEIN, E. W. Ellipse from MathWorld – A Wolfram Web Resource. Disponível em: <http://mathworld.wolfram.com/Ellipse.html>. Acesso em: 27 ago. 2012.

ZHANG, Z. Flexible camera calibration by viewing a plane from unknown orientations. In: 7th IEEE INTERNATIONAL COMPUTER VISION CONFERENCE, 1999, Corfu, Greece. The Proceedings of the 7th IEEE International Conference on Computer Vision, v.1, p.666-673.