



Debora Yamazaki Lacorte

Metodologia de otimização de portfólio e avaliação de lances para leilões combinatórios de novos empreendimentos de geração

107/12

CAMPINAS
2012



UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Debora Yamazaki Lacorte

Metodologia de otimização de portfólio e avaliação de lances para leilões combinatórios de novos empreendimentos de geração

Orientador: Prof. Dr. Paulo de Barros Correia

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, para a obtenção do título de Mestre em Planejamento de Sistemas Energéticos

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELA ALUNA DEBORA YAMAZAKI LACORTE, E ORIENTADA PELO PROF. DR PAULO DE BARROS CORREIA

ASSINATURA DO ORIENTADOR

CAMPINAS, 2012

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

L119m Lacorte, Debora Yamazaki
Metodologia de otimização de portfólio e avaliação
de lances para leilões combinatórios de novos
empreendimentos de geração / Debora Yamazaki
Lacorte. --Campinas, SP: [s.n.], 2012.

Orientador: Paulo de Barros Correia.
Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Leilões. 2. Energia elétrica - Aspectos econômicos.
3. Política energética. 4. Energia elétrica - Mercado -
Brasil. I. Correia, Paulo de Barros, 1954-. II.
Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Portfolio optimization and bidding valuation methodology for
combinatorial auctions of new power plants

Palavras-chave em Inglês: Auctions, Electricity - Economic aspects, Energetic policy,
Electricity - Market - Brazil

Área de concentração: Planejamento de Sistemas Energéticos

Titulação: Mestra em Planejamento de Sistemas Energéticos

Banca examinadora: Waldyr Luiz Ribeiro Gallo, Elbia Aparecida Silva Melo

Data da defesa: 27-07-2012

Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
PLANEJAMENTO DE SISTEMAS ENERGÉTICOS

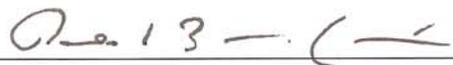
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Metodologia de otimização de portfólio e
avaliação de lances para leilões combinatórios
de novos empreendimentos de geração**

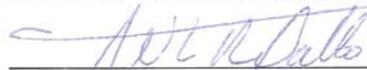
Autor: Debora Yamazaki Lacorte

Orientador: Prof. Dr. Paulo de Barros Correia

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



Prof. Dr. Paulo de Barros Correia, Presidente
Universidade Estadual de Campinas



Prof. Dr. Waldyr Luiz Ribeiro Gallo
Universidade Estadual de Campinas



Dra. Elbia Aparecida Silva Melo
ABEEólica - Associação Brasileira de Energia Eólica

Campinas, 27 de Julho de 2012

RESUMO

Leilões são empregados na comercialização de energia elétrica brasileira por se tratarem de mecanismos rápidos, seguros e eficientes para a alocação de bens. O objetivo do trabalho é sugerir uma possível implementação de um leilão combinatório como um mecanismo de investimento em novos empreendimentos de geração na exploração das complementaridades entre as fontes. A partir da visão de um participante do mecanismo, uma otimização de portfólio com diferentes empreendimentos de geração de energia é realizada na busca da combinação que minimize os riscos de exposição do agente ao PLD. Escolhido o portfólio ótimo, uma avaliação de lances é feita através do método de Monte Carlo na busca da distribuição dos lances prováveis no jogo, de forma a embasar a tomada de decisão do participante na competição contra seus adversários. A combinação de fontes complementares contribui na diminuição dos riscos de exposição ao preço *spot*, atuando principalmente numa melhora do valor de lances para agentes avessos ao risco relacionado às oscilações de preços do mercado.

Palavras-Chave: Leilões de energia; Teoria de leilões; Risco; Teoria da utilidade; Sistema elétrico brasileiro.

ABSTRACT

Auctions are used in the Brazilian electricity market for being a rapid, safe and efficient method for allocation of goods. The objective of this work is to suggest a possible implementation of a combinatorial auction as a mechanism for investment in new generation projects by the exploitation of the existing complementarities between sources. From the perspective of a participant of the mechanism, a portfolio optimization with power plants of different sources is performed searching the combination of assets that minimizes the risks of exposure of the agent to the spot prices. After choosing the optimal portfolio, an evaluation of bids is done using the Monte Carlo method in order to find the distribution of bids that is likely to happen during the game in order to base the decision making of the participant in the competition against their opponents. The combination of complementary sources helps to reduce risks of exposure to the spot prices, working mainly in improved value bids for risk averse agents concerned with the market prices fluctuations.

Keywords: Energy auctions; Auctions theory; Risk; Utility theory; Brazilian electrical system.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO	5
2.1	Introdução Histórica	5
2.2	Características do Setor Elétrico Brasileiro	9
2.3	Agentes do Setor	12
2.3.1	Agentes Institucionais	12
2.3.2	Agentes Econômicos	15
2.4	Planejamento e Operação do Sistema	17
2.4.1	Garantia Física	17
2.5	Despacho Centralizado e Formação de Preços	18
2.5.1	Mecanismo de Realocação de Energia - MRE	20
2.6	Ambientes de Comercialização	21
2.7	Tipos de Contratos Regulados	23
2.8	Leilões de Energia do Setor Elétrico Brasileiro	24
2.8.1	Sistemática dos Leilões de Energia Nova	26
3	TEORIA DE LEILÕES	29
3.1	Design de Mecanismos	29
3.2	Classificação Geral	31
3.2.1	Natureza	31
3.2.2	Valoração	32
3.2.3	Forma	33
3.2.4	Preço de Fechamento	34
3.3	Risco em Leilões	35
3.4	Eficiência versus Receita	36
3.5	Teoria de Leilões	36
3.6	Leilões de um Único Objeto	37
3.6.1	Leilões de Valor Privado	38

3.6.2	Preço de Reserva	40
3.6.3	Princípio da Equivalência de Receita	41
3.6.4	Leilões de Valor Comum	42
3.6.5	Maldição do Ganhador	45
3.6.6	Colusão	46
3.7	Leilões de Múltiplos Objetos	47
3.7.1	Leilões Fechados de Unidades Idênticas	47
3.7.2	Leilões abertos de Unidades Idênticas	53
3.7.3	Eficiência e Receita para o Caso de Objetos Múltiplos	55
3.7.4	Objetos Não Idênticos	55
3.7.5	Leilões Sequenciais	57
3.7.6	Leilões Simultâneos	59
3.7.7	Leilões Combinatórios	60
4	RISCO E TEORIA DO PORTFÓLIO	65
4.1	Risco	65
4.1.1	Tipos de Risco	67
4.1.2	Métricas de Risco	71
4.2	Teoria da Utilidade	72
4.3	Perfis de Risco	73
4.3.1	Coefficientes de Aversão ao Risco	75
4.4	Equivalente a Certeza	76
4.5	Teoria do Portfólio	77
4.6	Método de Monte Carlo	79
4.7	Condição de Independência das Variáveis	80
4.8	Teorema do Limite Central	81
5	METODOLOGIA	83
5.1	Simulação da Metodologia	86
5.2	Etapa 1: Otimização de Portfólio	87
5.2.1	Formulação Matemática	89
5.3	Etapa 2: Avaliação de lances	90

6	RESULTADOS	95
6.1	Etapa 1: Otimização de Portfólio	101
6.2	Etapa 2: Avaliação de Lances	117
7	CONCLUSÃO	127
	REFERÊNCIAS	131

LISTA DE FIGURAS

2.1	Capacidade instalada total do SIN por tipo de fonte	10
2.2	Esquema do sistema interligado nacional	11
2.3	Inter relações entre agentes institucionais do setor	13
2.4	Processo decisório do despacho hidrotérmico.	19
2.5	Visão geral da comercialização de energia.	22
2.6	Processo de liquidação na CCEE.	23
2.7	Sistemática do Leilão de Energia Nova.	28
3.1	Oferta total de demanda agregada para um leilão de unidades múltiplas.	48
3.2	Oferta e demanda agregada para um leilão discriminatório de múltiplas unidades.	49
3.3	Oferta e demanda agregada para um leilão uniforme de múltiplas unidades.	51
3.4	Oferta e demanda agregada para um leilão Vickrey de múltiplas unidades.	52
4.1	Perfis de risco.	74
4.2	Curvas utilidade ilustrando os perfis de risco.	75
4.3	Curva equivalente a certeza.	76
4.4	Comportamento de um portfólio com (a) ativos positivamente correlacionados e (b) ativos não-correlacionados.	78
5.1	Esquematização de um leilão combinatório de novos empreendimentos.	84
5.2	Esquematização da Etapa 1 da metodologia.	89
5.3	Esquematização da Etapa 2 da metodologia.	93
6.1	Perfil de geração das usinas consideradas em leilão combinatório	98
6.2	Projeção de preços PLD obtidos por uma rodada do modelo Newave para 5 anos a partir de janeiro de 2010.	99
6.3	Energia Natural Afluyente e PLD dos últimos 6 anos por submercado.	106
6.4	Geração do portfólio 1 e complementaridades dos níveis de geração dos empreendimentos individuais com valores de 2010 a 2013 para fins de ilustração.	110

6.5	Geração do portfólio 2 e complementaridades dos níveis de geração dos empreendimentos individuais com valores de 2010 a 2013 para fins de ilustração.	111
6.6	Geração do portfólio 3 e complementaridades dos níveis de geração dos empreendimentos individuais com valores de 2010 a 2013 para fins de ilustração.	112
6.7	Geração do portfólio 4 e complementaridades dos níveis de geração dos empreendimentos individuais com valores de 2010 a 2013 para fins de ilustração.	113
6.8	Geração do portfólio 5 e complementaridades dos níveis de geração dos empreendimentos individuais com valores de 2010 a 2013 para fins de ilustração.	114
6.9	Geração do portfólio 6 e complementaridades dos níveis de geração dos empreendimentos individuais com valores de 2010 a 2013 para fins de ilustração.	115
6.10	Geração do portfólio 7 e complementaridades dos níveis de geração dos empreendimentos individuais com valores de 2010 a 2013 para fins de ilustração.	116
6.11	Distribuição de probabilidades de lances para o portfólio 1 e os intervalos de sorteio atribuídos para cada perfil adversário.	122
6.12	Distribuição de probabilidades de lances para o portfólio 2 e os intervalos de sorteio atribuídos para cada perfil adversário.	122
6.13	Distribuição de probabilidades de lances para o portfólio 3 e os intervalos de sorteio atribuídos para cada perfil adversário.	123
6.14	Distribuição de probabilidades de lances para o portfólio 4 e os intervalos de sorteio atribuídos para cada perfil adversário.	123
6.15	Distribuição de probabilidades de lances para o portfólio 5 a 7 e os intervalos de sorteio atribuídos para cada perfil adversário.	124
6.16	Distribuição de probabilidades de lances para o portfólio 8 e os intervalos de sorteio atribuídos para cada perfil adversário.	124
6.17	Distribuição de probabilidades de lances para o portfólio 9 e os intervalos de sorteio atribuídos para cada perfil adversário.	125

LISTA DE TABELAS

6.1	Tabela de usinas	95
6.2	Garantias físicas das usinas consideradas no problema	100
6.3	Matriz de covariâncias	102
6.4	Custos de investimento e custos médios de geração de eletricidade para fontes alternativas.103	
6.5	Garantias físicas das usinas consideradas no problema	105
6.6	Resultados de lance mínimo e diferença em receita para fator de aversão de 1,2.	108
6.7	Resultados de lance mínimo e diferença em receita para fator de aversão de 1,4.	108
6.8	Portfólios por nível de receita mínima.	109
6.9	Níveis de exposição considerando valores individuais e o total do portfólio.	109
6.10	Valores de lance considerando empreendimentos conjuntos no portfólio ótimo.	119
6.11	Valores de lance considerando empreendimentos individuais no portfólio ótimo.	119

1 INTRODUÇÃO

Leilões são mecanismos de formação de preços onde o mercado revela o valor do bem. Costuma ser empregado no caso onde o negociante não sabe ao certo o valor que o bem possui, deixando que o mercado revele seu real valor através do mecanismo.

Segundo Wolfstetter (1999), um leilão é um mecanismo de lances descrito por um conjunto de regras que especificam como o ganhador é determinado e quanto ele pagará pelo bem. Destacam-se por suas características fundamentais de rapidez de negociação, prevenção de comportamento desonesto e revelação das preferências dos participantes.

O tipo de leilão mais popularmente conhecido é o leilão Inglês de lances ascendentes, comumente usado em leilões de obras de arte. Fundamentalmente, leilões são distinguidos não somente por suas regras, mas por todo o ambiente do leilão, determinado por fatores como: número de participantes, número de itens leiloados, preferências dos participantes e a forma da informação privada que os participantes têm sobre as preferências deles e sobre as preferências dos demais participantes (DEKRAJANGPETCH; SHEBLÉ, 2000).

A partir do artigo 27 da Lei nº 10.438 de abril de 2002, leilões tornaram-se uma ferramenta fundamental na negociação de energia elétrica no Brasil. Participam de leilões regulados agentes geradores ou comercializadores no papel de vendedores de energia e agentes distribuidores, consumidores e comercializadores no papel de compradores. O critério da menor tarifa é utilizado para definir os vencedores, ou seja, vencem o leilão aqueles que ofertarem energia elétrica ao menor preço por Mega-Watt hora para atendimento da demanda prevista pelas distribuidoras (CCEE, 2010).

A lei, embora tenha definido a ferramenta (leilões), não especificou a formatação necessária para atingir seu objetivo. O estudo da teoria de leilões torna-se, a partir daí, fundamental, pois tem como objetivo o domínio da teoria matemática no desenvolvimento de mecanismos que visam o sucesso na negociação juntamente com uma maior vantagem para o comprador, do ponto de vista do melhor lance.

A teoria dos jogos é um ramo da matemática aplicada que estuda situações estratégicas nas quais jogadores escolhem diferentes ações na tentativa de melhorar seu retorno, ou seja, estuda as escolhas de comportamentos ótimos quando o custo e benefício de cada opção não é determinístico,

dependendo diretamente da escolha dos outros indivíduos envolvidos no jogo.

A teoria dos leilões é um ramo da teoria dos jogos que estuda o comportamento dos participantes de leilões, bem como os diversos resultados proporcionados pelas diversas possibilidades de formatação do mecanismo. Formatos de leilões encontrados em estudos mais recentes da teoria envolvem o fato de que os bens podem ter importâncias significativamente diferentes entre licitantes, dependendo da utilidade que cada um atribui ao bem. Um participante que atribui uma utilidade maior a um objeto pode ser mais competitivo com outros participantes de mesma preferência a fim de adquirir o bem no jogo.

Quando a natureza dos bens¹ é importante na alocação dos mesmos, um leilão combinatório pode ser o mecanismo de venda mais vantajoso a se empregar. Leilões combinatórios viabilizam o lance em combinações (pacotes) de bens, revelando melhor as preferências do comprador. Muitas vezes um agente está disposto a ofertar valores muito maiores por dois ou mais produtos em conjunto que a soma dos valores individuais deles. Isto ocorre quando, para os fins do interessado, os bens são complementares, e combinados possuem uma utilidade maior. Leilões combinatórios são mais eficientes economicamente e tendem a gerar uma receita maior do ponto de vista do vendedor, pois revelam melhor as preferências dos licitantes, aumentando a competição entre eles.

O objetivo do trabalho é mostrar uma possível aplicabilidade do mecanismo de leilões combinatórios para leilões de energia nova no setor elétrico brasileiro com a finalidade de explorar as complementaridades de geração das fontes de energia elétrica. O modelo desenvolvido utiliza a visão do participante do mecanismo numa otimização de portfólio de geração e na precificação de lances.

O modelo de otimização de portfólio utiliza o modelo de Markowitz para diminuir a variância da geração combinada dos empreendimentos postos em leilão na busca do portfólio ótimo para um investidor avesso ao risco de exposição ao PLD.

Escolhido o portfólio ótimo, o modelo utiliza o método de Monte Carlo para o desenvolvimento de uma curva de lances prováveis com base em quatro perfis de participantes oponentes possivelmente interessados em bens do mesmo portfólio: neutro ao risco, avesso ao risco, muito avesso ao risco, avesso ao risco com interesse no portfólio.

A curva de lances prováveis serve de apoio à decisão para o investidor na visualização dos lances mais prováveis e suas probabilidades de aparição no leilão. A curva tem como objetivo

¹Bens complementares ou bens substitutos

aumentar a eficiência da estratégia de lances do investidor, assim como evitar que o mesmo caia na maldição do ganhador.

Muitos parâmetros das regras atuais do setor elétrico foram simplificadas no modelo de forma a viabilizar o estudo de caso e obter uma visão acadêmica do leilão combinatório em sua aplicabilidade. No entanto, o modelo continua sendo aplicável como suporte à decisão na precificação se lances de um agente investidor em outros tipos de leilões, além da possibilidade de realizar uma otimização complementar ao portfólio atual do agente.

Cabe lembrar que o mecanismo de leilão combinatório suposto no trabalho é simplificado e teórico. Para fins do efetivo emprego no setor seria necessário um estudo mais aprofundado dos parâmetros do mecanismo para que o mesmo encontre a compatibilidade ao incentivo e a eficiência econômica em seus resultados.

2 SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO

2.1 Introdução Histórica

As primeiras instalações para geração de energia elétrica no Brasil se deram entre 1879 e 1890 com o objetivo de substituir a iluminação pública à gás e abastecer grandes fábricas.

A constituição de 1891 definia apenas por duas disposições a pesquisa e exploração dos recursos minerais e energéticos no país, as quais estabeleciam apenas que as minas pertenciam aos proprietários do solo ou aos estados, no caso de terras devolutas¹, não mencionando a exploração dos recursos hídricos.

A exploração dos recursos naturais, portanto, não se diferenciava dos serviços públicos e as concessões de usinas geradoras eram concedidas a empresas privadas, estrangeiras ou nacionais. Não havia igualmente uma legislação específica sobre a geração e distribuição de energia elétrica no Brasil, sendo essas atividades exercidas apenas por contrato de concessão entre o poder público e concessionário.

O rápido crescimento industrial dos anos de 1907 a 1912 aliado ao crescimento das importações de equipamentos, exigiu uma ampliação do parque gerador, aumentando a demanda por térmicas e marcando o nascimento da energia hidrelétrica no país (LEITE, 2007).

No início do século XX a população brasileira era predominantemente rural e em torno de 17 milhões de habitantes. As concentrações urbanas e as indústrias localizavam-se restritamente na parte litorânea do país, e o abastecimento elétrico era constituído por dez pequenas usinas geradoras, que não pesavam no balanço comercial brasileiro. Não havia preocupações quanto ao atendimento da carga na época, visto que a indústria começava a dar seus primeiros passos e a lenha era abundante. (LEITE, 2007).

Nota-se que apesar dos grandes montantes de importação do carvão mineral, do início do aproveitamento dos derivados do petróleo e das iniciativas no campo hidrelétrico, a lenha permanecia sem concorrência, o que contribuiu também para a expansão do desmatamento no país.

O crescimento da capacidade de geração hidrelétrica cresceu rapidamente juntamente com o

¹Propriedades públicas nunca pertencentes a um particular, mesmo quando ocupadas.

crescimento da potência instalada nacional, que aumentou 14 vezes entre 1895 e 1915.

Com o início da Primeira Guerra Mundial, a crescente demanda por carvão importado não era mais capaz de ser suprido pelo transporte marítimo do Reino Unido. Nessa época, começou a ser discutida a possibilidade da obtenção de um carvão nacional. As dificuldades na importação do carvão mineral exigiu que o Estado passasse a fomentar a mineração do carvão nacional.

A guerra não afetou apenas a importação do carvão mineral, mas também a importação de equipamentos para a construção de usinas. Em contrapartida, trouxe igualmente um grande crescimento econômico no país, que aumentava a demanda por energia elétrica. Para suprir a crescente demanda, o óleo combustível passou a ser importado dos Estados Unidos e o consumo da lenha aumentou ainda mais (LEITE, 2007).

Apesar das iniciativas no setor antes da Primeira Guerra, foi após dela que o setor acelerou o crescimento, grande parte em decorrência da migração de capital de fazendeiros do interior para as cidades e por conta da entrada de imigrantes no país, refugiados da guerra e que trouxeram consigo uma cultura industrial já consolidada.

De 1915 a 1941, os derivados do petróleo e a hidroeletricidade começaram a ganhar mercado até ultrapassarem os níveis de consumo de carvão mineral.

A crescente expansão da indústria fez com que os serviços de geração, distribuição e transmissão acabassem se desenvolvendo sem intervenção do Estado, formando grandes sistemas isolados e independentes que atendiam centros urbanos de acordo com o interesse de empresas privadas concessionárias.

Em 1934, com a aprovação do decreto nº 24.643 que instituiu o Código das Águas, a água passou a ser bem público e seu uso regulamentado pelo Estado. A Constituição de 1934 centralizou à União as outorgas de toda a indústria do setor, o que consolidou o domínio regulatório da União na atividade econômica, passando ao Estado o papel de empreendedor (TOLMASQUIM, 2011).

O pensamento nacionalista do governo da época criou em 1945 a Companhia Hidro Elétrica do São Francisco (Chesf), marcando a dissociação entre geração e distribuição ao passar à União a responsabilidade sobre a construção de usinas e a construção dos sistemas de transmissão, enquanto que os estados-membros ficavam responsáveis pelos serviços de distribuição. Grandes usinas também foram construídas na época por empresas estatais, podendo-se citar: Cemig, Cesp, Copel, CEEE, etc.

Como passou-se ao Estado a responsabilidade de financiar a expansão do setor, foram criados

na década de 50 o Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social (BNDES)- 1952, o Fundo Federal de Eletrificação (FFE)- 1954, e o Imposto Único de Energia Elétrica (IUEE) - 1954. O BNDES atua como instrumento de financiamento de projetos de investimento em vários segmentos da economia, e na época foi designado como administrador do FFE e do IUEE. O Fundo Federal de Eletrificação foi um fundo criado pelo governo com o objetivo de captar recursos provenientes do Imposto Único de Energia Elétrica, cobrado sobre o consumo de energia elétrica, revertendo-o em pesquisa e financiamento para a expansão do setor.

Em 1962, o Estado criou a Eletrobrás, que passou a centralizar o planejamento, o financiamento e a expansão da oferta do setor (LEITE, 2007). No mesmo ano foi instituído o empréstimo compulsório, correspondente a um valor cobrado pelas distribuidoras a partir de 1964 de consumidores industriais com consumo igual ou superior à 2000 kWh com a finalidade de suportar a expansão do setor. A partir de 1977, as contribuições passaram a constituir crédito escritural, nominal e intransferível em nome do contribuinte, sendo reajustadas e pagas através de descontos nas contas finais de consumo (ELETROBRÁS, 2012a).

Na década de 70, foi instituída a equalização tarifária das concessionárias de energia elétrica e a remuneração garantida de 10% a 12%. A equalização tarifária consistia no ajuste da remuneração pela transferência de recursos de empresas superavitárias para as deficitárias.

O conjunto: imposto único, empréstimo compulsório e remuneração garantida formaram as bases para a expansão do setor elétrico no modelo estatal, resistindo até final da década de 70.

A inflação que tentava ser contida pela União através do uso das tarifa de energia como instrumento de política monetária, associada com a extinção do imposto único e a ineficiência do setor causada pela remuneração garantida culminaram numa grande crise do setor elétrico. O modelo estatal mostrou-se insustentável e incapaz de financiar a expansão do sistema (TOLMASQUIM, 2011).

Na época, questionou-se a grande intervenção do Estado nas questões econômicas, refletindo-se sobre a implementação de competitividade no setor tendo em vista aumentar a eficiência das empresas. Para viabilizar a competição setorial seria necessário reduzir a participação de empresas estatais no mercado através de um processo de privatização e desverticalização das empresas que atuavam nas áreas de geração, transmissão e distribuição, introduzindo a competição nas áreas de geração e comercialização.

O processo de privatização do setor iniciou em 1990 a partir do Plano Nacional de Desesta-

tização (PND), dando início ao processo de reestruturação do setor elétrico brasileiro.

A reforma do Setor Elétrico Brasileiro iniciou-se propriamente com a publicação da lei nº 8.631/1993, que eliminou a equalização tarifária e criou os contratos de suprimento entre geradores e distribuidores. Em 1995, com a promulgação da Lei nº 9.074, criou-se o Produtor Independente de Energia e o conceito de Consumidor Livre, que serão especificamente abordados no tópico seguinte sobre agentes do setor.

Durante o período de 1996 a 1998, o setor elétrico brasileiro foi reestruturado pelo Projeto RE-SEB, sob coordenação do Ministério de Minas e Energia. As empresas do setor foram separadas em segmentos de geração, transmissão e distribuição, mantendo sob regulação os setores de distribuição e transmissão, considerados como monopólios naturais (CCEE, 2010).

Nesse período identificou-se a necessidade da criação de um órgão regulador (Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL), de um operador para o sistema elétrico nacional (Operador Nacional do Sistema Elétrico - ONS) e de um ambiente para a realização das transações de compra e venda de energia elétrica (Mercado Atacadista de Energia Elétrica - MAE).

A implantação do Projeto RE-SEB estava ainda em andamento quando o setor passou por uma grave crise de abastecimento. No fim do período úmido de 2001, os reservatórios do SIN estavam muito deplecionados e o risco de déficit superava 15%. Nesse período surgiu a necessidade da implantação de um plano de racionamento de energia elétrica.

A crise gerou uma série de questionamentos sobre os rumos do setor elétrico nacional, e visando adequar o modelo em implantação, foi instituído em 2002 o Comitê de Revitalização do Modelo do Setor Elétrico, que propôs uma série de alterações a serem realizadas no setor.

Em 16 de março de 2004, o setor elétrico inicia sua segunda grande reforma com a publicação da lei nº 10.848, alterando a maioria dos princípios estabelecidos no antigo modelo. A regulamentação veio com a edição do decreto nº 5.163/2004 que regulamenta a comercialização de energia elétrica, o processo de outorga de concessões e de autorizações de geração de energia elétrica, além de outras providências (CCEE, 2010).

O novo modelo definiu igualmente a criação de uma instituição responsável pelo planejamento do setor elétrico a longo prazo (Empresa de Pesquisa Energética - EPE), uma instituição com a função de avaliar permanentemente a segurança do suprimento de energia elétrica (Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico - CMSE) e uma instituição para dar continuidade às atividades do MAE relativas à comercialização de energia elétrica no sistema interligado (Câmara de

Comercialização de Energia Elétrica - CCEE).

Em relação à comercialização de energia, foram instituídos dois ambientes para a realização de contratos de compra e venda de energia: o Ambiente de Contratação Regulada (ACR) e o Ambiente de Contratação Livre (ACL), que serão explorados mais adiante.

O novo modelo do setor elétrico tem como objetivos garantir a segurança do suprimento de energia, promover a modicidade tarifária e promover a inserção social (CCEE, 2010).

O novo modelo prevê um conjunto de medidas a serem observadas pelos agentes de forma a evitar uma nova crise de racionamento (CCEE, 2010):

- Exigências de contratação de uma demanda mínima por parte das distribuidoras e dos consumidores livres, de forma a assegurar uma oferta mínima ao sistema.
- Uma nova metodologia de cálculo do lastro para venda de geração, de forma a garantir a competição e o equilíbrio de preços entre os dois mercados ACR e ACL.
- Contratação de usinas hidrelétricas e usinas de outras fontes em proporções que assegurem melhor equilíbrio entre garantia e custo de suprimento.
- Monitoramento permanente da continuidade e da segurança de suprimento, visando detectar desequilíbrios entre oferta e demanda.

Em termos de modicidade tarifária, o modelo prevê a compra de energia elétrica pelas distribuidoras no ambiente regulado por meio de leilões seguindo o critério da menor tarifa ofertada, tendo como objetivo a redução do custo de aquisição da energia elétrica a ser repassada para os consumidores cativos (CCEE, 2010).

2.2 Características do Setor Elétrico Brasileiro

O Sistema Elétrico Brasileiro caracteriza-se por uma matriz energética hidrotérmica, com predominância hidrelétrica.

A matriz energética brasileira hoje é composta por cerca de 60% de fontes hidrelétricas, que totalizam cerca de 70.000 MW de potência instalada. O gráfico abaixo mostra a participação de cada tipo de fonte na capacidade instalada do SIN.

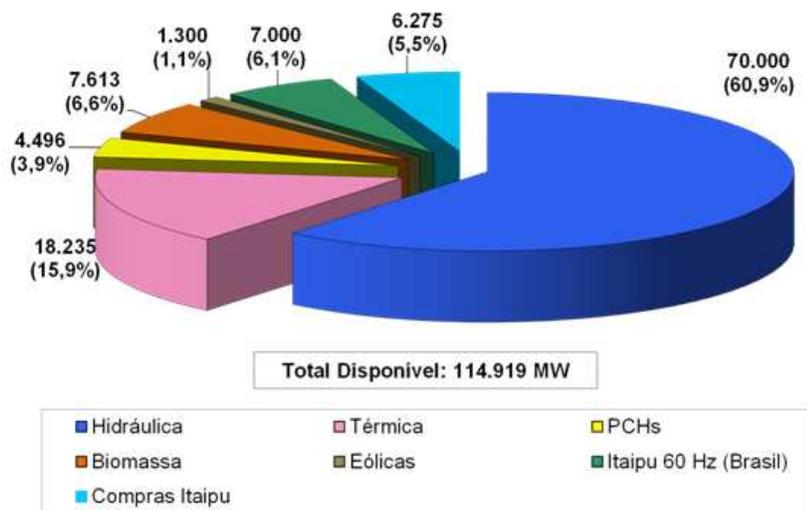


Figura 2.1 - Capacidade instalada total do SIN por tipo de fonte
 Fonte: ONS - Valores em 31/12/2011.

O vasto território nacional é constituído por um único sistema interligado chamado de Sistema Interligado Nacional (SIN).

O Sistema Interligado Nacional não cobre a totalidade do território brasileiro, por motivos de transporte físico da energia na região amazônica. Por essa razão, são considerados dois tipos de sistemas: o SIN e os Sistemas Isolados. O SIN corresponde a 97% do mercado de energia com participação predominante de fontes hidrelétricas. Os Sistemas Isolados totalizam os demais 3% do mercado total com predominância de geração termelétrica.

A divisão territorial difere da divisão de mercado para a comercialização de energia. No sistema elétrico brasileiro há 4 submercados: Sudeste/Centro-Oeste (SE/CO), Sul (S), Nordeste (NE) e Norte (N). Esses submercados são definidos pela divisão territorial demonstrada na 2.2 a seguir e seus preços de mercado sofrem influência dos principais intercâmbios de transmissão elétrica entre eles.

Na consideração de intercâmbio energético, Itaipú é considerada separadamente da localização geográfica, gerando energia para o abastecimento territorial.

O intercâmbio Internacional é considerado para a contabilização dos montantes de energia que são exportados ou importados para fins de despacho do sistema.

O Sistema interligado SE/CO é onde se concentra grande parte da demanda nacional. Trata-se

do grande importador de energia dos outros submercados e até mesmo países vizinhos em grande parte do ano, apesar da sua grande capacidade de armazenamento e concentração de reservatórios.

O subsistema S possui um sistema hidrotérmico com grande variabilidade de armazenamentos, necessitando de intercâmbios com o submercado SE/CO para garantia de abastecimento energético. A expansão da geração na região e a evolução dos intercâmbios internacionais o tornam uma região exportadora potencial.

O subsistema N é exportador de energia para os demais submercados durante cerca de 9 meses no ano, com tendências de aumento nos volumes.

O subsistema NE possui uma demanda crescente de energia apresentando-se cada vez mais importador dos demais submercados a cada ano.

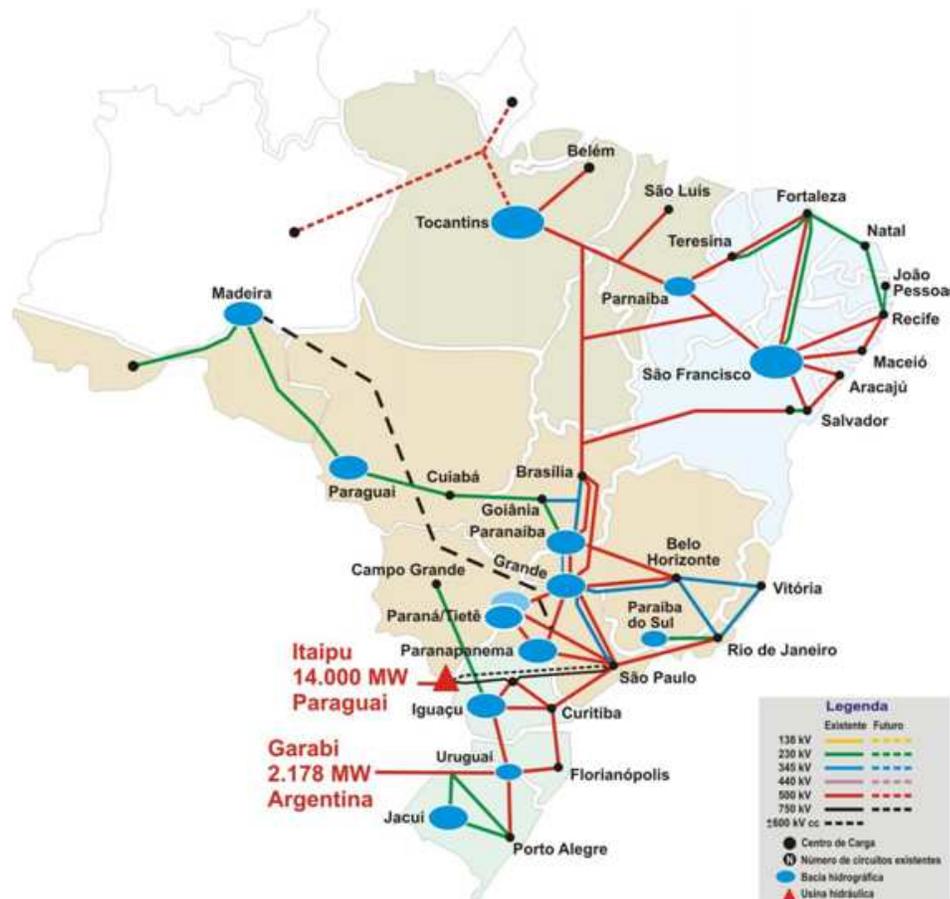


Figura 2.2 - Esquema do sistema interligado nacional
Fonte: (CCEE, 2011).

2.3 Agentes do Setor

Os agentes atuantes no setor podem ser divididos em duas categorias:

- Agentes Econômicos
- Agentes Institucionais

Os agentes econômicos são aqueles que atuam nas atividades econômicas de geração, transmissão, distribuição ou comercialização, por possuírem uma concessão ou permissão para tal fim, além dos consumidores de energia. Agentes institucionais, por sua vez, são aqueles que regulam, fiscalizam, desenvolvem políticas, planejam e viabilizam as atividades do setor em geral, exercidas pelos agentes econômicos.

2.3.1 Agentes Institucionais

Segundo Tolmasquim (2011), os agentes institucionais podem ser separados em três categorias:

- Agentes que executam atividades governamentais: Conselho Nacional de Política Energética (CNPE), Ministério de Minas e Energia (MME) e Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico (CMSE)
- Agentes que executam atividades regulatórias: Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL)
- Entidades de direito privado que executam atividades especiais: Empresa de Pesquisa Energética (EPE), Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) e Operador Nacional do Setor Elétrico (ONS)

A hierarquia e as interrelações desses agentes está esquematizada na figura abaixo.

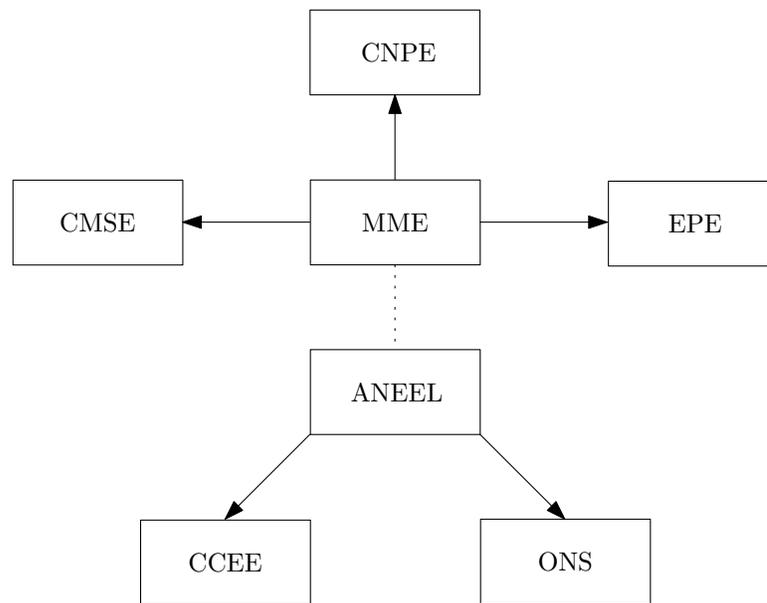


Figura 2.3 - Inter relações entre agentes institucionais do setor
 Fonte: Elaboração própria baseada em CCEE.

- **CNPE**
 O Conselho Nacional de Política Energética (CNPE) é um órgão do governo relacionado com a presidência da república que tem como objetivo propor políticas e diretrizes para o setor elétrico nacional.
- **MME**
 As diretrizes definidas pelo CNPE são repassadas ao Ministério de Minas e Energia (MME), responsável pela formulação e implantação das políticas públicas no setor. Além dessa missão, o MME possui igualmente competências políticas e de planejamento, incluindo as diretrizes para os leilões de energia, celebração de contratos de concessão, expedição de atos normativos e definição de garantias físicas de empreendimentos (TOLMASQUIM, 2011).
- **CMSE**
 O Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico (CMSE) tem como função monitorar o setor de forma a garantir a segurança do suprimento de energia. Por isso, acompanha as atividades de geração, transmissão, distribuição, comercialização, importação e exportação de energia elétrica, além das condições de abastecimento de gás natural, petróleo e derivados. No mais, é responsável pelas prerrogativas do despacho de usinas fora da

ordem de mérito (TOLMASQUIM, 2011).

- ANEEL

A Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) é uma autarquia vinculada ao MME, que tem como função fiscalizar e regular a produção, transmissão, distribuição e comercialização de energia elétrica de acordo com as políticas e diretrizes governamentais. Caracteriza-se pela autonomia de gestão com poder decisório independente do MME, demonstrando ausência de submissão hierárquica a órgãos públicos, o que a leva a ser considerada como uma agência reguladora independente.

- ONS

O Operador Nacional do Sistema (ONS) é uma pessoa jurídica de direito privado sem fins lucrativos, que tem como função a coordenação do Sistema Interligado Nacional (SIN). Suas atividades possuem independência de particulares, agentes e do governo e são fiscalizadas e reguladas pela Aneel. O ONS é responsável pela operação do SIN, atuando diretamente em contato com agentes geradores, transmissores e distribuidores com o objetivo de gerar um despacho ótimo minimizando custos e garantindo a segurança energética do país.

- EPE

A Empresa de Pesquisa Energética (EPE) é uma empresa pública, orientada e monitorada pelo MME, tendo como função realizar estudos de planejamento da matriz energética, reduzindo riscos de déficits e objetivando a expansão e a diversificação da matriz. Cabe à EPE realizar estudos de longo prazo sobre a matriz energética e estudos de planejamento integrado dos recursos energéticos, subsidiando a formulação, o planejamento e a implementação das ações do MME (TOLMASQUIM, 2011).

- CCEE

A Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) é uma pessoa jurídica de direito privado sem fins lucrativos que atua sob regulação e fiscalização da Aneel. Sua criação foi destinada à viabilização e controle das atividades de comercialização de energia elétrica nos ambientes de contratação regulada e livre. Atua igualmente como agente promotor de leilões e administrador dos Contratos de Compra e Venda de Energia.

2.3.2 Agentes Econômicos

Os agentes econômicos podem ser divididos nas seguintes categorias:

- Agentes Geradores:
 - Geradores concessionários de serviço público
 - Produtores independentes de energia
 - Autoprodutores de energia
- Agentes de Transmissão
- Agentes Distribuidores
- Agentes Comercializadores:
 - Importadores
 - Exportadores
 - Comercializadores
- Agentes Consumidores:
 - Consumidores livres
 - Consumidores potencialmente livres
 - Consumidores especiais
 - Consumidores cativos

Os serviços de transmissão e distribuição de energia são considerados monopólios naturais, e portanto, não possuem concorrência. Como é de interesse público e social que a eficiência econômica desses serviços seja atingida, as tarifas desses serviços são fixadas pela regulação.

Os demais serviços possuem caráter competitivo e por essa razão possuem o direito de negociarem preços no mercado de energia, também regulado.

Agentes geradores por regime de serviço público são concessionários ou outorgados pelo Poder Concedente, que obtiveram direito pelos serviços de energia elétrica e aproveitamento da água por meio de licitação. O prazo de concessão tem limite máximo de 35 anos e varia de acordo com o tipo de fonte e leilão, podendo ser prorrogadas por igual período ².

Geradores podem vender energia no Ambiente de Contratação Livre (ACL) ou Ambiente de Contratação Regulado (ACR), não podendo desenvolver atividades de distribuição.

²Concessões anteriores à Medida Provisória nº144 de 11/12/2003 podem ser prorrogadas por até 20 anos.

Agentes geradores autoprodutores correspondem à uma pessoa física, jurídica ou grupo de empresas que recebem concessão ou autorização para produzirem energia para consumo próprio. Geradores no regime de produção independente de energia correspondem à pessoa jurídica ou a grupo de empresas em consórcio que receberam concessão ou autorização de produzirem energia destinada inteiramente ou em parte para a comercialização por sua conta e risco.

Os agentes de transmissão são os responsáveis pelo transporte de energia do produtor à central de distribuição ou a outro gerador. Como a transmissão não tem caráter competitivo sua remuneração é dada através de encargos cobrados pelo uso do sistema aos usuários, que pagam proporcionalmente aos montantes de energia contratados. Esses encargos são calculados pela Aneel e revertidos ao agente em forma de receita, que deve aproximar-se da receita estimada, a chamada Receita Anual Permitida (RAP).

Os agentes de distribuição possuem função de entregar a energia transmitida ao consumidor final. As distribuidoras são remuneradas pelas tarifas de fornecimento de energia e uso do sistema, sendo que a tarifa de fornecimento segue a modicidade tarifária no que concerne o repasse ao consumidor final. Por serem obrigadas a garantirem o atendimento de seu mercado, de tempos em tempos as distribuidoras informam o MME sua demanda prevista. De acordo com essas informações o MME determina a demanda a ser contratada em próximo leilão de energia nova, garantindo que toda a demanda seja contratada de acordo com a necessidade futura de cada distribuidora. Observe que o leilão atua em prol da modicidade tarifária e da garantia de suprimento da distribuidora, evitando o repasse de custos não gerenciáveis para o consumidor final.

Os agentes comercializadores possuem autorização para exercerem compra e venda de energia no SIN, desempenhando um papel intermediário entre geradores e consumidores. A atividade de comercialização não está vinculada ao mundo físico, mas sim contratual, ajudando a equilibrar o preço de mercado. Comercializadores podem participar no mercado regulado, atuando por meio de leilões de energia existente ou de ajuste como vendedores, e no mercado livre, como compradores e vendedores de energia.

O agente consumidor corresponde à pessoa física ou jurídica que solicita à concessionária o fornecimento de energia tendo como obrigação assumir o pagamento das faturas, vinculando-se a contratos de fornecimento. O consumidor livre é o consumidor atuante no mercadoo livre, que por possuir grande necessidade de compra assume esse perfil para obter direito de comprar de gerador ou comercializador de sua escolha, podendo negociar preços e prazos contratuais mais vantajosos.

No caso do consumidor potencialmente livre, ele possui o direito de comprar toda sua demanda ou parte dela no ambiente livre, garantindo o atendimento por meio de contratos.

Consumidores especiais são consumidores ou um conjunto de consumidores reunidos por comunhão de interesse de fato ou de direito, com carga igual ou superior à 500kW, que podem contratar no mercado livre apenas energia de fontes incentivadas.

Consumidores cativos são os consumidores domésticos ou industriais que estão garantidos por contratos de adesão no mercado regulado através do fornecedor de energia da sua região, o que corresponde ao caso dos consumidores residenciais.

2.4 Planejamento e Operação do Sistema

O processo de planejamento do setor elétrico brasileiro ocorre em duas fases:

- Planejamento da Expansão
- Planejamento da Operação

O planejamento da expansão do setor tem foco no longo e médio prazos, enxergando anos para frente as necessidades do setor, procurando estabelecer diretrizes a serem implementadas hoje na busca de garantias para a segurança energética do sistema.

O planejamento da operação tem foco no curto prazo, estabelecendo as operações em curtíssimo prazo e as programações de curto prazo com base nas diretrizes do planejamento da expansão e garantindo o atendimento da demanda de ponta e conjunturais de todo o SIN.

2.4.1 Garantia Física

A garantia física é um valor de lastro atribuído a cada empreendimento calculada pela EPE com base em regras de cálculo estipuladas pelo MME.

A portaria nº 303/2004 do MME estabeleceu as diretrizes, processos e critérios para a atribuição das garantias físicas das usinas. Posteriormente a metodologia foi reestruturada dando origem

à Portaria nº 258/2008 do MME, que estabeleceu novas regras de cálculo para novos empreendimentos.

De maneira geral, a garantia física corresponde à energia assegurada que oferece garantia de suprimento ao sistema de acordo com as propriedades físicas da capacidade de geração de cada usina.

A comercialização de energia elétrica é dada através de contratos de lastro entre agentes, e não montantes de energia gerada. Por isso, contratos registrados na CCEE não implicam necessariamente em compromisso de entrega física pelo agente vendedor, havendo apenas uma responsabilidade contratual. Como agentes geradores não decidem sobre os montantes de sua produção, que é atribuída pelo despacho do ONS, a decisão do agente acontece frente aos preços e montantes contratados de sua garantia física.

É importante lembrar que apesar do agente gerador não poder controlar seus níveis de geração, determinados pelo despacho do ONS, ele possui o direito de comercializar sua garantia física nos mercados livre e regulado, obtendo o chamado *lastro comercial*.

A conexão entre o mercado físico e o mercado contratual acontece na CCEE no processo de liquidação das diferenças.

2.5 Despacho Centralizado e Formação de Preços

No Setor Elétrico Brasileiro, o modelo de formação de preços de energia é dado pelo *Pool*. No modelo em *pool*, o despacho da geração é feita de forma centralizada, sendo o ONS a entidade responsável pela operação do sistema, tendo por objetivo garantir uma política de operação que minimize o custo total de forma a atender a toda a carga do sistema.

O despacho de sistemas predominantemente hidrotérmicos, como é o caso brasileiro, levam em conta os custos futuro e imediato do despacho num determinado horizonte de tempo de planejamento, possibilitando através da atribuição de um custo da água o uso ótimo dos recursos energéticos. Isto porque o despacho hidráulico possui apenas o custo de operação da usina, enquanto o despacho térmico acarreta em custos mais elevados devido aos altos preços dos combustíveis. Tendo em vista a otimização dos custos marginais, o planejamento da operação é realizado dentro

de um determinado horizonte de tempo, de forma a manter um certo nível de armazenamento nas usinas hidrelétricas, otimizando os custos marginais totais e minimizando os riscos de déficits no abastecimento do sistema.

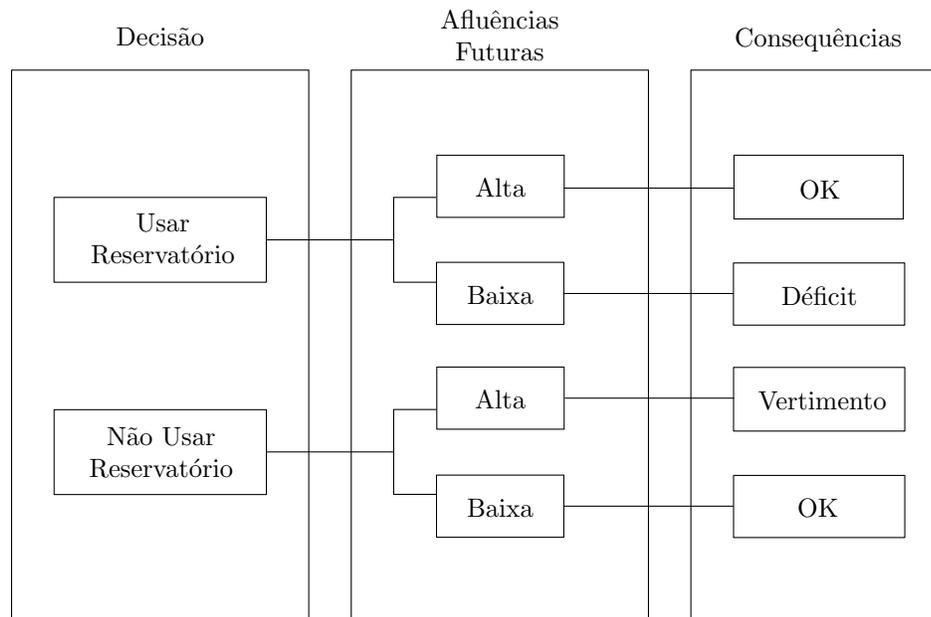


Figura 2.4 - Processo decisório do despacho hidrotérmico.

Fonte: Elaboração própria.

Para a otimização do despacho nacional são utilizados os modelos Newave e Decomp, desenvolvidos pelo Cepel, que utilizam programação dinâmica dual estocástica. A programação assegura uma confiabilidade de 95% para o sistema através de funções de custo futuro com base em cenários, sendo o Newave um modelo de otimização para um horizonte de planejamento de médio prazo (5 anos com discretização mensal), e o Decomp um modelo de otimização para o horizonte de curto prazo (12 meses com discretização mensal e semanal).

O Preço de Liquidação das Diferenças (PLD) é medido com base no custo marginal de operação (CMO), determinado pelo ONS. O custo marginal de operação equivale ao custo variável unitário da térmica mais cara despachada pelo modelo segundo uma ordem de mérito para o atendimento da carga do sistema. O PLD, que é determinado pela CCEE, difere-se do CMO por possuir patamares de máximo e mínimo e não considerar restrições elétricas intra-submercados, que no caso são consideradas pelo ONS no cálculo do CMO.

O PLD é o preço da energia dado em R\$/MWh exercido no mercado *Spot*, que varia de acordo com o submercado e o qual serve de base para a contratação de energia elétrica no mercado

de energia elétrica.

A predominância hidrelétrica do sistema faz com que boa parte do PLD seja dependente do regime climatológico do país, havendo certa dificuldade em prever valores futuros, principalmente no caso do Brasil devido à grande extensão territorial e diversidade natural.

As incertezas envolvidas na previsão climática de cada ano, além da grande extensão territorial do país com variações climáticas por submercado e limitações físicas de transmissão, fazem com que os investidores estejam expostos a riscos de preços, pois a concessão da usina envolve uma contratação de operação a longo prazo que varia de 15 a 30 anos. Durante esse período o agente compromete-se com o abastecimento de energia elétrica e ao pagamento do déficit contratado ao PLD, representante do preço do mercado de curto prazo.

Dada as diferenças de geração de energia e preços ocorridos nos diferentes submercados, com o objetivo de minimizar os riscos envolvidos para o agente gerador, mecanismos de compensação de déficits entre submercados foram desenvolvidos pelas entidades responsáveis como: MRE (Mecanismo de Realocação de Energia), a sazonalização e modulação da garantia física *ex-post* leilão, entre outros.

O Mecanismo de Realocação de Energia será abordado a seguir para conhecimento, porém não será considerado na metodologia, assim como serão desconsiderados os demais mecanismos previstos pelas regras e editais de cada leilão.

2.5.1 Mecanismo de Realocação de Energia - MRE

O Mecanismo de Realocação de Energia foi elaborado para diminuir a exposição ao risco de preços do mercado de liquidação (spot) pelos agentes geradores proprietários de usinas hidrelétricas participantes.

Como fontes hidrelétricas possuem alta dependência com os níveis de vazões, que por sua vez são altamente dependentes de fatores climatológicos, os agentes geradores proprietários de tais fontes estão muito expostos a riscos hidrológicos não facilmente mensuráveis, principalmente para um investimento de longo prazo.

Os riscos hidrológicos impactam de forma marcante quando as diferenças entre os montantes

produzidos e contratados são liquidados na CCEE ao preço PLD.

Assim como foi explicado anteriormente, por se tratar de um despacho hidrotérmico, os fatores climáticos que acarretam uma hidrologia ruim acabam por impactar na elevação dos preços PLD, o que sem o mecanismo poderia acarretar que grandes geradores não fossem capazes de honrar seus contratos de venda fisicamente, podendo vir à "falência" em questão de meses.

O MRE transfere o excedente gerado por alguns agentes para outros agentes deficitários, tendo como base a garantia física do empreendimento. Esse mecanismo faz com que os riscos hidrológicos sejam mitigados pois a dependência do agente deixa de ser com relação à sua produção, controlada pelo ONS, e passa a se embasar numa energia assegurada do empreendimento.

A participação no MRE é obrigatória para grandes centrais hidrelétricas (UHE - potência acima de 30MW), e opcional para pequenas centrais hidrelétricas (PCH).

2.6 Ambientes de Comercialização

A comercialização de energia elétrica é feita em dois ambientes, o ACR - Ambiente de Contratação Regulada, e o ACL - Ambiente de Contratação Livre.

Participam do ACR os agentes distribuidores como compradores e agentes geradores como vendedores de energia.

O ambiente de contratação regulado tem regras que garantem uma maior proteção aos consumidores de menor porte, com tarifas reguladas por meio de compra de energia pelas distribuidoras através dos leilões regulados, de forma que os consumidores não fiquem expostos a qualquer preço de energia imposto pelas distribuidoras.

Com o objetivo de garantir a transparência do processo de compra e a modicidade tarifária do ACR, a energia elétrica destinada ao suprimento do mercado das distribuidoras é adquirida por intermédio de leilões de energia. Para todos os leilões, o critério de contratação é o de menor tarifa ofertada pelo vendedor até que toda a demanda informada pelas distribuidoras, que não é de conhecimento dos agentes participantes, seja plenamente atendida.

O segundo ambiente de comercialização é o ambiente de contratação livre, o ACL, que corresponde a um mercado de compra e venda de energia elétrica negociadas por meio de contratos

bilaterais, obedecendo as regras e procedimentos de comercialização pré-estabelecidos.

Participam do ACL agentes consumidores livres e comercializadores no papel de compradores, e agentes geradores e comercializadores no papel de vendedores.

Consumidores de maior porte podem optar por tornarem-se consumidores livres, migrando do ACR para o ACL, abrindo mão de uma contratação com tarifas fixadas e condições contratuais do consumidor cativo por uma oportunidade na negociação de prazos e preços diretamente com o gerador ou através de uma comercializadora, aproveitando as oportunidades do mercado. Essa possibilidade de migração garante que os preços de um mercado ajudem a equilibrar os preços de outro, visto que o ACL é composto por consumidores apenas do tipo livre. Quando o preço de um mercado torna-se mais atrativo que outro há uma migração de consumidores livres para esse ambiente, atuando no equilíbrio da demanda e os preços de ambos os mercados, promovendo a modicidade tarifária juntamente com a expansão da geração.

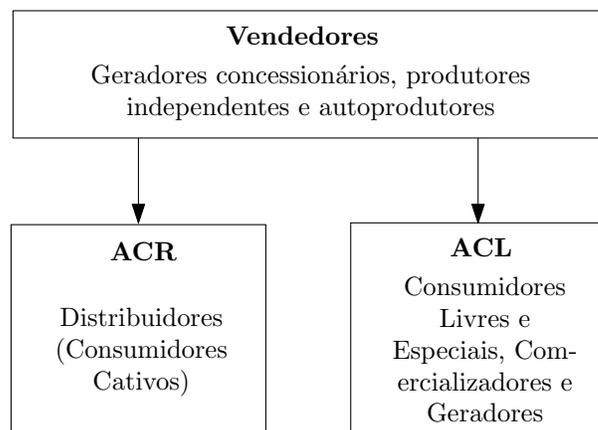


Figura 2.5 - Visão geral da comercialização de energia.

Fonte: Elaboração própria baseada na CCEE.

Toda relação comercial entre agentes deve ser registrada na CCEE por meio de contratos de compra e venda de energia. A não documentação em contratos está sujeita ao processo de contabilização e liquidação na CCEE, podendo ser desvantajoso à ambas as partes. Por isso, para garantia de uma posição de médio ou longo prazo, é necessária documentação via contrato e registro na CCEE.

Toda liquidação da CCEE é realizada no mercado de curto prazo, ou *spot*. Como visto anteriormente, o preço do mercado *spot* é dado pelo PLD que é divulgado em base semanal pela CCEE toda sexta-feira da semana operativa anterior para servir de base referência para a semana operativa

subsequente.

Quando o lastro do agente é superior aos montantes de seus contratos de venda, o agente recebe a diferença liquidada ao PLD. Da mesma forma, se o lastro do agente for inferior aos montantes de seus contratos de venda a diferença é liquidada ao PLD e cobrada do agente, além de acarretar penalidades por insuficiência de lastro.

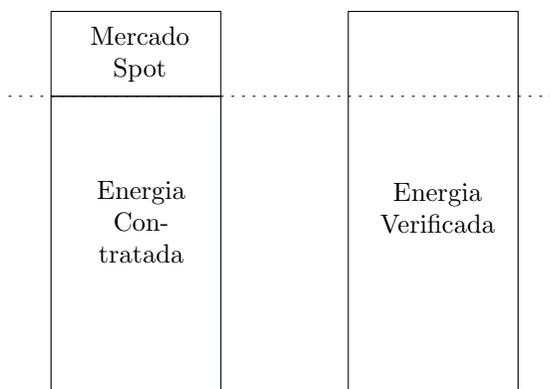


Figura 2.6 - Processo de liquidação na CCEE.

Fonte: Elaboração própria baseada na CCEE.

2.7 Tipos de Contratos Regulados

No Ambiente de Comercialização Regulado são celebrados contratos de compra e venda de energia entre geradores e distribuidores através dos Contratos de Comercialização de Energia no Ambiente Regulado (CCEARs). Os CCEARs foram introduzidos pela lei nº 10.848/2004 e pelo decreto nº 5.163/2004, estabelecidos por intermédio de leilões públicos regulados podendo diferenciar-se de acordo com o edital de cada leilão, não podendo ser alterados pelos agentes participantes.

Agentes geradores participantes do ACR podem celebrar de 2 tipos de contratos de acordo com o tipo de fonte da usina proveniente:

- Contratos por Quantidade: fontes hidráulicas
- Contratos por Disponibilidade: fontes térmicas e eólicas

Contratos por quantidade repassam os riscos hidrológicos da operação energética para os

geradores, cabendo a eles os custos referentes ao fornecimento de energia. CCEARs por quantidade são registrados no submercado do agente vendedor, cabendo ao comprador os eventuais custos pela contratação em submercado diferente.

A sazonalização anual dos CCEARs pode ser realizada pelo gerador em base mensal. Caso não seja declarada dentro do prazo estipulado, a sazonalização é feita pela CCEE de forma *flat*, respeitando os limites de energia contratada.

Contratos por disponibilidade são exclusivos de usinas térmicas vencedoras de Leilões de Energia Nova, e nos quais os riscos hidrológicos são assumidos pelos distribuidores, cabendo ao gerador o compromisso de manter a usina disponível ao longo do período de concessão.

2.8 Leilões de Energia do Setor Elétrico Brasileiro

A partir do artigo 27 da lei nº 10.487 de 2002 que os leilões passaram a ser a forma mais importante de negociação de energia elétrica no Brasil. Os leilões são muito utilizados na negociação de energia elétrica pela rapidez na negociação, por prevenir o comportamento desonesto e por revelar as reais preferências dos participantes, sendo portanto um mecanismo que induz a eficiência econômica.

A partir da implantação do novo modelo do setor em 2004, agentes distribuidores foram impedidos de comercializarem energia diretamente com consumidores livres, passando a ser remunerados por esse tipo de agente através do pagamento da tarifa TUSD (Tarifa de Uso do Sistema de Distribuição).

Para que consumidores cativos tivessem a menor tarifa garantida independente do distribuidor fornecedor de energia, a demanda das distribuidoras passou a ser contratada através dos leilões regulados no *pool* de compradores.

Embora a lei tenha especificado o leilão como uma ferramenta para a negociação de energia, sua formatação completa não foi estipulada. Por essa razão cada leilão pode definir certas regras e sistemáticas de acordo com seu edital, de forma a melhor atender as necessidades do planejamento energético.

Os leilões de energia do setor elétrico brasileiro se dividem em diversos tipos:

- **Leilões de Energia Existente**
Ocorre a contratação de energia proveniente de empreendimentos existentes em prioridade aos leilões de novos empreendimentos no atendimento da demanda das distribuidoras (CCEE, 2011). Este tipo de leilão normalmente é do tipo A-1, no qual o ano de entrega da energia é o ano subsequente ao certame, pois não há necessidade de contabilizar o tempo de construção do empreendimento. Desta forma, a energia de investimentos já realizados que ficaria descontratada tem prioridade na nova contratação, assegurando que investimentos mais antigos mantenham sua continuidade.
- **Leilões de Energia Nova**
Tem por objetivo realizar a contratação de energia elétrica proveniente de novos empreendimentos que usualmente ainda não iniciaram sua etapa de construção. Os leilões de energia nova destinam-se ao atendimento das necessidades futuras de demanda das distribuidoras, tendo como base estudos de crescimento da carga do sistema. Estes leilões são do tipo A-5 e A-3, que significam que o leilão está sendo realizado respectivamente 5 anos e 3 anos anteriores ao início de operação previsto para a usina. Os contratos geralmente têm vigência de 15 anos para a energia proveniente de empreendimentos classificados como de outras fontes (térmicas e eólicas), e de 30 anos para fontes hidrelétricas (MARTINS, 2008).
- **Leilões de Ajuste**
Segundo as regras de comercialização, as distribuidoras são obrigadas a contratar a totalidade de sua demanda para atendimento pleno de seu mercado consumidor por meio de leilões do ACR. Com o objetivo de complementar a carga prevista pelas distribuidoras, leilões de ajuste são realizados antes do início de atendimento do mercado consumidor das distribuidoras, oferecendo a possibilidade de contratação de até 1% da carga prevista.
- **Leilões de Fontes Alternativas**
Leilões de fontes alternativas são leilões de energia nova nos quais são contratados apenas empreendimentos de fontes alternativas de energia, como: centrais eólicas, pequenas centrais hidrelétricas e centrais a biomassa.
- **Leilões de Reserva**
Tem por objetivo viabilizar investimentos que garantirão a segurança do fornecimento

de energia do SIN em caso de déficits do sistema, seja por problemas climatológicos ou de oferta. Em caso de escassez, esses empreendimentos serão acionados para atendimento da carga do SIN, sendo os custos dessa geração rateados entre todos os usuários finais, incluindo consumidores livres, especiais e autoprodutores.

- **Leilões Específicos ou de Projetos Estruturantes**

São leilões realizados pelo governo para viabilizar certos investimentos estratégicos para a expansão do sistema (TOLMASQUIM, 2011). Um bom exemplo são as usinas do Rio Madeira - UHE Belo Monte, UHE Santo Antônio e UHE Jirau - que foram leiloadas em certames específicos para cada empreendimento.

2.8.1 Sistemática dos Leilões de Energia Nova

Leilões de Energia Nova são do tipo reverso e o lance inicial é o menor valor entre o preço-teto, divulgado pelo MME, e o preço de referência, divulgado pela EPE (COSTA; PIEROBON, 2008).

Em geral, são divididos em duas etapas:

- Primeira Fase: Disputa-se o direito de participação
- Segunda Fase: Disputa-se os produtos

A primeira fase do leilão é restrita aos empreendimentos hídricos. A segunda fase é composta por uma etapa hídrica e uma etapa de outras fontes, no caso térmicas e eólicas. Em cada uma dessas etapas, há rodadas uniformes e rodadas discriminatórias (COSTA; PIEROBON, 2008).

O leilão se inicia com os empreendimentos hídricos e para cada um deles é estabelecido previamente um máximo preço de lance, a demanda e a oferta de referência. Na primeira fase do leilão de empreendimentos hídricos, os concorrentes fazem os seus lances únicos a um preço menor ou igual ao preço de lance. Se o menor lance for inferior em mais de 5% a qualquer outro lance, conclui-se esta etapa inicial do leilão. Caso contrário, os concorrentes cujos lances não sejam superiores a 5% do lance mínimo continuam disputando o empreendimento na etapa contínua dessa primeira fase (COSTA; PIEROBON, 2008).

Na segunda fase para empreendimentos hídricos, os lances são realizados em lotes de energia em rodadas uniformes, sendo o preço de lance definido pelo próprio sistema. O leilão se inicia com

um lance de preço elevado que vai se reduzindo a cada rodada. O empreendedor então observa o preço corrente e ajusta a sua quantidade de energia a ser ofertada àquele preço. Caso o empreendedor fique insatisfeito com a rentabilidade do empreendimento ao preço atual, sua quantidade ajustada será igual à zero. O leilão termina quando o somatório das ofertas for menor ou igual à oferta de referência (MARTINS, 2008).

O leilão entra então na rodada discriminatória, quando há um único lance de preço associado à quantidade de lotes classificada para essa rodada. Nessa segunda etapa, a quantidade de energia a ser ofertada já ficou estabelecida na última rodada da primeira etapa do leilão e não pode ser alterada. Os empreendedores submetem então os seus lances de preço para os lotes definidos de forma fechada. O sistema organiza estes lances em ordem crescente de valor, sendo as quantidades de energia ofertada somadas nesta ordem até que se atenda a quantidade demandada pelo MME. Por fim, a energia excedente é desclassificada do leilão (MARTINS, 2008).

Os empreendimentos de outras fontes são leiloados na segunda fase do leilão e o pregão se inicia logo após a conclusão da segunda fase hídrica. O processo é similar ao da segunda fase hídrica, com rodadas uniforme e discriminatória com lances únicos de preço. A EPE elaborou metodologia do Índice de Custo-Benefício (ICB), para que empreendimentos de outras fontes pudessem ser comparados (COSTA; PIEROBON, 2008).

Pela formatação do leilão pode-se dizer que não há muito interesse na variabilidade dos valores dos lances vencedores na segunda etapa do leilão, onde se atribui o preço comum. Isto se deve ao fato que a quantidade já foi alocada na primeira etapa e não é de grande interesse dos agentes reduzir demasiadamente o benefício que se pode obter dos empreendimentos.

Leilões de energia nova resultam em contratos de compra de energia elétrica de longo prazo (CCEAR) estabelecido imediatamente ao final do certame. Sendo contratos de 30 anos para empreendimentos hídricos e contratos de 15 anos para empreendimentos de outras fontes (CCEE, 2010).

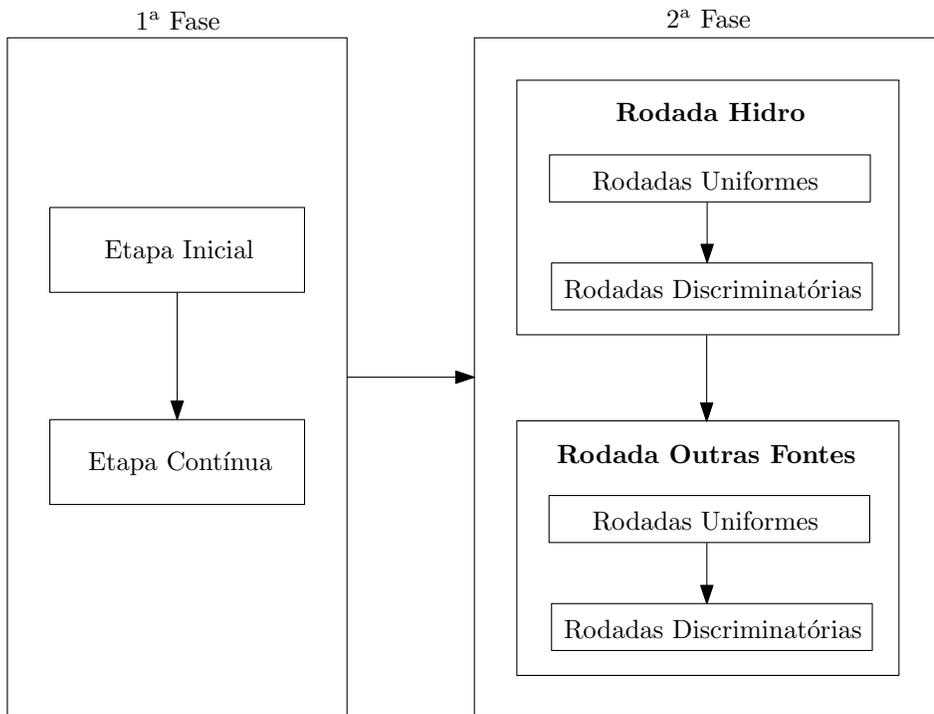


Figura 2.7 - Sistemática do Leilão de Energia Nova.
Fonte: Elaboração própria.

3 TEORIA DE LEILÕES

A construção teórica de um leilão é embasada em design de mecanismos e teoria dos jogos de informação incompleta. O design de mecanismos possibilita desenvolver um leilão capaz de conduzir o comportamento dos agentes para uma situação de equilíbrio desejada pelo leiloeiro, e a teoria dos jogos fornece a base teórica para se estudar o comportamento dos agentes no jogo.

3.1 Design de Mecanismos

O design de mecanismos foi primeiramente introduzido por Hurwicz em 1960, com o objetivo de implementar soluções de sistemas complexos¹ para ambientes não-cooperativos, ou seja, sistemas com múltiplos agentes que visam somente o interesse próprio. Como exemplo de problemas desse tipo pode-se citar eleições eleitorais, investimentos em bens públicos e problemas de alocação. Como nesses casos os agentes possuem apenas as informações sobre suas próprias preferências, a estrutura do mecanismo deve ser desenvolvida de forma que no equilíbrio os agentes se comportem de acordo com os interesses do designer, podendo este atuar proporcionando um benefício social ou apenas próprio.

Como os agentes possuem informações privadas, os agentes podem mentir sobre suas valorações de forma a influenciar os resultados do jogo, na tentativa de se beneficiarem. Este comportamento deve ser previsto pelo designer e intuitivamente tido que os agentes não revelarão suas informações privadas verdadeiramente sem incentivos para que isto aconteça.

O design de mecanismos estuda duas grandes áreas: a teoria dos jogos e a teoria das escolhas sociais. Assim as estratégias de jogo são analisadas conjuntamente com os benefícios que serão fornecidos de acordo com as preferências dos agentes em jogo, sendo que este benefício é determinado por uma função de escolha social, a qual deve ser implementada pelo mecanismo de forma a mapear as variáveis do espaço dos tipos de agentes para o espaço das recompensas, refletindo uma

¹Sistemas complexos são sistemas formados por subunidades ou subsistemas distintos, porém interdependentes, cujas propriedades resultantes não podem ser inferidas da análise de sua subunidades individuais.

certa utilidade para cada tipo de agente. Considera-se que o conjunto de tipos de agentes reflete as informações privadas de todos eles, relevantes para a decisão no jogo.

O objetivo comum das funções de escolha social é a maximização do bem-estar social, chamada de alocação eficiente, que resume-se na maximização da soma das utilidades de todos os agentes no jogo. Leva-se em consideração a racionalidade individual, na qual o benefício dos participantes do mecanismo nunca é inferior ao benefício de não participar dele, e a otimalidade de Pareto, na qual nenhum participante pode aumentar seu benefício pela diminuição da recompensa obtida por um outro participante nesse mesmo jogo.

O mecanismo a ser desenvolvido deve ser capaz de implementar tudo isso independente das preferências próprias dos agentes, fazendo com que os agentes atuem de acordo com a estratégia de equilíbrio. Se nenhum agente tiver incentivos para desviar da estratégia de equilíbrio, este ponto trata-se de um equilíbrio de Nash. Caso a estratégia ótima de um agente for independente das estratégias dos demais agentes, trata-se de um ponto dado por uma estratégia dominante. Se cada agente possui informações incompletas sobre os outros agentes, trata-se de um equilíbrio de Bayes-Nash, onde os agentes costumam utilizar funções de probabilidade para especular sobre as preferências dos demais jogadores, como é o caso de jogos de informação incompleta.

Mecanismos bem sucedidos na revelação das preferências dos agentes são denominados compatíveis ao incentivo. Mecanismos nos quais revelar a preferência real é uma estratégia dominante são denominados à prova de estratégia. Essas duas características são atendidas pelo mecanismo conhecido por Vickrey-Clarke-Grooves (VCG).

Para saber se uma dada função de bem-estar social pode ser implementada por certo mecanismo, ao invés de considerar todos os possíveis mecanismos, aplica-se o chamado princípio da revelação. O princípio da revelação diz que para todo mecanismo há um mecanismo direto e compatível ao incentivo capaz de gerar o mesmo resultado (MCAFEE; MCMILLAN, 1987). Em contrapartida ao princípio da revelação, existe o teorema de Gibbard-Satterthwaite, segundo o qual é impossível obter a verdade se estratégias dominantes existem, o que é contornado pelo mecanismo VCG impondo restrições às preferências dos agentes.

O mecanismo VCG implementa a função de escolha social sobre estratégias dominantes, dessa forma os agentes não precisam especular sobre as estratégias dos demais participantes, nem aprender sobre as estratégias deles.

O mecanismo VCG pode ser usado para desenvolver mecanismos de leilões nos quais o lance

da real valoração é uma estratégia dominante, que para o caso de leilão de um único objeto, esse mecanismo é conhecido como leilão de Vickrey e será abordado mais adiante.

Mecanismos diferem-se de leilões pelo caminho no qual os resultados são obtidos. Em mecanismos temos a implementação de uma função capaz de traduzir o comportamento dos agentes no jogo, resultando numa alocação eficiente. Leilões são capazes de resultarem nos mesmos resultados esperados de certos mecanismos sem a necessidade de antever ou fazer suposições sobre o comportamento dos agentes durante o certame. Mecanismos são aplicados em leilões para estudar os possíveis resultados de cada formato dado um comportamento esperado dos participantes.

3.2 Classificação Geral

Em linhas gerais, os leilões podem ser classificados quanto à sua natureza, valoração, forma e preço de fechamento.

3.2.1 Natureza

Os leilões podem ser classificados quanto à sua natureza como de venda, compra ou duplo.

Em leilões de venda, os vendedores ofertam lances de venda na tentativa de negociar um bem que o comprador pretende adquirir pelo menor preço. Vence o participante que ofertar o menor preço de lance.

Em leilões de compra, os compradores ofertam lances de compra na tentativa de negociar um bem que o vendedor pretende vender pelo maior preço. Vence o participante que ofertar o maior preço de lance.

Em leilões duplos os vendedores fazem lances de venda e os compradores fazem lances de compra simultaneamente. O preço de fechamento deste leilão é estabelecido no intervalo entre os lances de oferta e demanda, dependendo das regras estabelecidas (DEKRAJANGPETCH; SHEBLÉ, 2000). No leilão duplo os agentes podem negociar entre si ou por intermédio de um leiloeiro.

3.2.2 Valoração

Leilões são especialmente utilizados quando vendedor não sabe ao certo o valor do pelo qual os compradores estarão dispostos a pagar pelo bem. Como trata-se de um mecanismo de revelação de preços, sua utilização nesse caso tende à maximizar a receita que o vendedor pode extrair da venda.

A chamada valoração em leilões aborda a forma como o objeto é valorado pelos participantes. Os leilões podem ser classificados segundo sua valoração como leilões de valor privado ou leilões de valor comum.

Segundo Varian (2000), no leilão de valor privado os participantes atribuem valores diferentes para o bem leiloado dependendo da utilidade que esse bem possui para cada um deles, baseando-se apenas em suas necessidades e preferências pessoais. No caso de valor privado, valor que o participante atribui ao bem não é conhecida com precisão pelos demais participantes do certame, pois leva em conta uma preferência pessoal do comprador. Da mesma forma como o valor que o bem possui para o comprador não é de conhecimento dos outros participantes, o valor atribuído pelos demais participantes ao mesmo objeto não afeta a avaliação do participante em questão sobre o respectivo bem.

Leilões de valor privado não são adequados para revenda, visto que o objeto não é visto pelo comprador como um investimento. Um bom exemplo de leilão de valor privado são leilões de obras de arte, cujo valor do objeto leiloado pode ser diferente para um comprador comum ou um colecionador.

Em leilões de valor comum, ou conhecido como de valores interdependentes², o objeto é visto como um investimento e, neste caso, pode-se aplicar a futura revenda do bem. Para a valoração comum, o bem leiloado tem o mesmo valor para todos os participantes, apesar das incertezas envolvidas nas avaliações de cada um. Em contrapartida da valoração privada, o valor comum sofre influência das avaliações dos demais participantes, visto que o objeto normalmente possui um valor de mercado.

Segundo Rego (2007), um bom exemplo de leilão de valor comum é o de concessão de áreas

²O termo "valores interdependentes" nada tem a ver com as propriedades estatísticas das informações do jogo. O termo remete à forma como as informações são dispostas e como elas são afetadas pelas valorações dos demais participantes do jogo (KRISHNA, 2010).

de exploração de petróleo, em que o valor da commodity é dado pelo mercado, e portanto é de conhecimento comum, sendo que o valor dos lances mede as expectativas de volume de petróleo que deve ser encontrado na área em questão.

3.2.3 Forma

Forma em leilões refere-se à maneira de ofertar lances, conhecida como forma aberta ou fechada.

Em leilões fechados os lances são feitos de forma secreta e os participantes apresentam seus lances simultaneamente, vencendo o leilão o participante que ofertar o melhor lance. Este tipo de leilão exige que cada participante faça o lance considerando exclusivamente seu valor de oportunidade, pois cada participante toma conhecimento dos demais lances somente após o encerramento do leilão (MASILI, 2004).

Em leilões abertos os participantes ofertam seus lances de forma pública e sucessiva, até o encerramento do leilão, vencendo o participante que ofertar o melhor lance. Os lances são, portanto, de conhecimento de todos os participantes.

Há dois tipos principais de leilões abertos: o Leilão Inglês e o Leilão Holandês.

Leilão Inglês ou Ascendente

O leilão inglês é a forma mais utilizada para a venda de bens. Pode-se dizer que é o mecanismo mais conhecido de leilão.

Para o caso de bens individuais, um preço de reserva específico é estabelecido pelo leiloeiro para cada um deles. Iniciado o certame, à medida que os participantes propõem seus lances o preço naturalmente se ajusta até que apenas um licitante aceite comprar o item ao preço corrente, sendo este o vencedor do certame.

No leilão envolvendo unidades múltiplas procede-se a coleta de todas as quantidades deman-

dadas a cada preço, comparando-as com o estoque ofertado. Enquanto a demanda for superior à oferta, solicita-se uma nova rodada de lances a um preço melhor. O processo continua até alcançar o preço no qual a demanda total se iguale à quantidade ofertada. Leilões de unidades múltiplas são uma sequência organizada de leilões de unidades simples (DURãES, 1997).

Durante a execução de um leilão do tipo inglês todos os licitantes têm conhecimento do melhor lance corrente e podem rever suas estratégias de preço para tentar arrematar o bem (DURãES, 1997).

Leilão Holandês ou Descendente

Neste tipo de leilão os lances são anunciados pelo leiloeiro de forma descendente, se encerrando quando o primeiro participante aceita o último lance proposto (DURãES, 1997).

Quando unidades múltiplas são leiloadas, o número de participantes dispostos a adquirir o bem ao preço corrente cresce à medida que os preços de lance declinam, e o processo continua até que a demanda se iguale à quantidade ofertada. Desta forma, os bens são progressivamente alocados aos licitantes individuais, os quais podem comprar qualquer fração do estoque à venda ao preço corrente à medida que o preço decresce (DURãES, 1997).

Segundo Sheblé (1999), o leilão de lances descendentes requer um pré-estudo do mercado e do real valor do bem leilado, o que aumenta o risco do licitante não tão bem informado não obter sucesso na negociação ou super-valorar o bem.

3.2.4 Preço de Fechamento

Os leilões podem ser classificados quanto ao preço de fechamento, podendo ser Uniformes ou Discriminatórios.

Segundo Hudson (2000), em leilões de preço uniforme, todos os ganhadores pagam pelo bem o mesmo preço, independentemente do valor de seus lances. Eles podem ser ainda classificados em

leilões de primeiro preço e leilões de segundo preço.

Em leilões de primeiro preço, o ganhador do leilão é o participante que ofertou o melhor lance, e deve pagar pelo bem o valor ofertado. É o tipo de leilão preferido pelos vendedores, uma vez que tende a gerar preços superiores ao valor ótimo (SHEBLÉ, 1999).

Em leilões de segundo preço, o ganhador do leilão é o participante que ofertou o melhor lance, mas pagará pelo bem leiloado o valor do melhor lance perdedor ofertado pelos participantes. Esse tipo de leilão é também conhecido como leilão de Vickrey³ que será melhor estudado adiante.

3.3 Risco em Leilões

Embora as pessoas e as empresas lidem com o risco diariamente nas mais variadas formas, sua conceituação é muitas vezes subjetiva. Situações de risco variam de pessoa para pessoa, sendo que situações consideradas de alto risco para uma pessoa podem ser consideradas de risco aceitável para outras. Segundo Securato (1993), as perspectivas geradas por conjuntos distintos de informação é que devem fixar o nível de risco de um evento.

O risco está associado às incertezas que fazem parte do processo decisório. Por esse motivo, o cálculo matemático do risco de um evento está associado às variáveis de probabilidade de ocorrência e magnitude da recompensa.

Um exemplo da influência do risco em leilões é o fato de participantes avessos ao risco gerarem uma maior receita em leilões de primeiro preço. Isto ocorre, pois considerando que um licitante possa oferecer um valor x sobre um produto, caso ele ofereça $x - \Delta$, seu benefício pode ser aumentado em Δ , porém a diminuição do valor do lance diminui sua probabilidade de ganhar o leilão. Para um participante avesso ao risco, diminuir sua oferta tem uma utilidade menor sobre a consequência de perder o leilão e, portanto, ele prefere pagar mais para não perder o lance (KRISHNA, 2010).

³Em homenagem a William Vickrey, ganhador do prêmio Nobel de 1996, por seu trabalho sobre análise de leilões.

3.4 Eficiência versus Receita

A principal questão que guia a teoria de leilões envolve a comparação do desempenho de diferentes formatações. De acordo com a perspectiva do vendedor, a formatação mais vantajosa é aquela que pode lhe gerar uma maior receita. Segundo a perspectiva da sociedade como um todo, a eficiência⁴ do leilão é mais importante (KRISHNA, 2010).

Em economia, eficiência está relacionada à alocação de bens. Numa troca entre agentes, o desfecho dependerá da capacidade de negociação entre as partes, e portanto, os valores de mercado são determinados pelo conjunto de forças representado pelos compradores que compõem a demanda e pelos vendedores que compõem a oferta (PINDYCK; RUBINFELD, 1994).

O objetivo do leilão, eficiência econômica ou maximização da receita, deve ser levado em conta na escolha da melhor formatação, visto que formatações mais suscetíveis à manipulação do mercado podem render colusão e falta de transparência no leilão.

3.5 Teoria de Leilões

A teoria de leilões nasceu do estudo da teoria dos jogos de informação incompleta. A análise de leilões como jogos de informação incompleta teve início com o trabalho de William Vickrey publicado em 1961, que mais tarde, em 1996, rendeu-lhe o prêmio Nobel de economia (CRAMTON et al., 2006).

Vickrey demonstrou que o lance equivalente à valoração real do objeto para o jogador pode ser visto como uma estratégia dominante, e portanto, o leilão resultaria numa receita final superior se cada licitante pagasse o valor de seu próprio lance ao invés do custo de oportunidade de seus ganhos, demonstrando o que seria generalizado mais tarde como o Teorema da Equivalência de Receita (CRAMTON et al., 2006).

A teoria de leilões está dentre os tópicos mais influentes e largamente estudados em economia nos últimos quarenta anos. Leilões fornecem a micro-fundamentação de mercados pois revelam

⁴A eficiência em um leilão ocorre quando o objeto leiloadado acaba em mãos daqueles que o valorizam mais.

quem deve ficar com os bens e a qual preço (CRAMTON et al., 2006).

Um leilão deve ser capaz de especificar 3 elementos básicos: regras de lances, regras de mercado e divulgação de informações, lembrando que o objetivo do leilão é garantir um retorno Pareto-ótimo, sendo eficiente na alocação e maximizando o retorno para o leiloeiro, seja ele no âmbito social ou financeiro.

Neste trabalho o estudo da teoria de leilões será dividido de acordo com a natureza do bem a ser leiloado e sua valoração. Ou seja, quanto aos bens, os leilões podem ser:

- Leilões de um único bem
- Leilões de bens múltiplos

Podendo ser:

- Bens idênticos
- Bens não idênticos

Quanto ao tipo de valor atribuído ao bem, os leilões podem ser de:

- Valor privado
- Valor comum

O estudo da natureza do bem a ser leiloado juntamente com o estudo do comportamento dos participantes do leilão frente ao risco ajudam a escolher a formatação mais apropriada de acordo com os objetivos do leilão em questão: eficiência econômica e/ou receita gerada.

Esta seção faz uso de notação de Krishna em '*Auction Theory*' que é uma referência basilar para o leitor interessado em aprofundar o tema leilão.

3.6 Leilões de um Único Objeto

Leilões de um único objeto são leilões em que cada rodada completa será negociado um único bem, o qual terá um único lance por participante associado à ele.

Seu estudo está dividido em:

- Valor Privado
- Valor Comum

3.6.1 Leilões de Valor Privado

Todo leilão possui um ambiente de informações que é composto por uma estrutura de valoração dos licitantes e um tipo de distribuição de informações disponíveis para os participantes.

Para cada formatação está determinado um jogo de informação incompleta entre licitantes e, mantendo o ambiente de informações fixo, é possível determinar um equilíbrio de Bayesian-Nash para cada jogo. Para o caso onde há muitos equilíbrios no jogo, escolhe-se o mais adequado de acordo com a dominância, perfeição ou simetria. Os desempenhos dos diversos formatos do leilão podem então ser comparados em termos de receita ou eficiência de acordo com os resultados do equilíbrio obtido em cada um deles (KRISHNA, 2010).

Valor privado acontece quando cada participante sabe o valor que o bem possui para ele próprio e apesar da incerteza quanto ao valor atribuído pelos demais participantes ao mesmo objeto, a valoração dos demais participantes, quando revelada, não influencia a sua valoração do objeto.

Como visto anteriormente, há 4 formatos básicos de leilões:

- Abertos
 - Inglês
 - Holandês
- Fechados
 - 1º Preço
 - 2º Preço

Leilões fechados de 1º Preço equivalem sempre estrategicamente à leilões abertos do tipo Holandês. Isto acontece pois em ambos a estratégia é traduzir a informação privada do agente em lance, não sofrendo influência de nenhuma outra informação externa à ele.

Observe que o modelo Holandês, apesar de aberto, não oferece nenhuma informação adicional aos participantes, visto que a única informação revelada - o lance vencedor - acarreta o fim do certame.

Leilões fechado de 2º Preço possuem a mesma estratégia ótima de leilões abertos do tipo Inglês quando trata-se do caso de valores privados. Neste caso, como a melhor estratégia no caso Inglês é ofertar lances até que o lance da real valoração seja atingido, e a melhor estratégia em leilões de 2º Preço é o lance da real valoração, a informação disponível pelo formato Inglês (lance

no qual os demais participantes deixam de competir pelo bem) não adiciona nenhuma informação na avaliação privada dos demais agentes, não modificando a real valoração do objeto para os demais agentes.

Leilão de Segundo Preço

Num leilão de segundo preço, cada participante submete um lance fechado, e dado esses lances, a função benefício é descrita por:

$$\Pi_i = \begin{cases} x_i - \max_{j \neq (i)} b_j & \text{se } b_i > \max_{j \neq (i)} b_j \\ 0 & \text{se } b_i < \max_{j \neq (i)} b_j \end{cases} \quad (3.1)$$

Caso haja empate no lance vencedor, $b_i = \max_{j \neq (i)} b_j$, o objeto será sorteado para cada ganhador em igual probabilidade (KRISHNA, 2010).

A receita esperada do licitante com uma oferta de um certo lance x num leilão de segundo preço é dada por:

$$m^I(x) = G_x \times E[Y_1 | Y_1 < x] \quad (3.2)$$

onde $Y_1 \equiv Y_1^{N-1}$ é o maior valor dentre os $N - 1$ participantes restantes e G é a função distribuição de lances de Y_1 (KRISHNA, 2010).

Leilão de Primeiro Preço

Num leilão de primeiro preço, cada participante submete um lance fechado, e dado esses lances, a função benefício de cada participante é descrita por:

$$\Pi_i = \begin{cases} x_i - b_i & \text{se } b_i > \max_{j \neq (i)} b_j \\ 0 & \text{se } b_i < \max_{j \neq (i)} b_j \end{cases} \quad (3.3)$$

Caso haja empate, $b_i = \max_{j \neq (i)} b_j$, o objeto é sorteado para cada ganhador em igual probabilidade (KRISHNA, 2010).

Num leilão de primeiro preço, o equilíbrio simétrico das estratégias é dado por:

$$\beta^I(x) = E[Y_1 | Y_1 < x] \quad (3.4)$$

onde Y_1 é o maior dos $N - 1$ valores independentes (KRISHNA, 2010).

O comportamento do equilíbrio é mais complicado num leilão de primeiro preço que num de segundo preço. Isto decorre do fato que nenhum competidor vai ofertar um valor igual à sua real valoração, pois isto implicaria num benefício nulo. Fixando o comportamento dos outros participantes em lances que certamente não ganharão nem perderão, o jogador enfrenta uma simples troca. Um aumento em seu lance aumenta a probabilidade de vencer enquanto ao mesmo tempo reduz seu ganho final com a compra (KRISHNA, 2010).

A receita esperada do licitante com um certo lance x num leilão de primeiro preço é dado por:

$$m^I(x) = G_x \times E[Y_1 | Y_1 < x] \quad (3.5)$$

Nota-se pela equação que a receita é equivalente à receita esperada de um leilão de segundo preço.

Para valores privados distribuídos de forma independente e idêntica, a receita esperada num leilão de primeiro preço se iguala à receita esperada de um leilão de segundo preço, porém a distribuição dos preços de equilíbrio é menos dispersante para leilões de segundo preço (KRISHNA, 2010).

3.6.2 Preço de Reserva

O preço de reserva é um preço estipulado pelo vendedor abaixo/acima do qual a negociação não será efetuada. Um preço de reserva que excede a valoração do negociante do produto tende à aumentar sua receita final. Isto ocorre pois o ganho esperado de um preço de reserva pequeno excede a esperança da perda. Este fato é conhecido como o *princípio da exclusão*, pois implica

que para otimizar seus ganhos o leiloeiro deve eliminar os participantes cujos lances são abaixo do valor do preço de reserva. Um instrumento alternativo para o caso é o emprego de depósitos de garantia, um valor que o interessado deve pagar para poder ofertar os lances no leilão.

Apesar da propriedade de maximizar a receita do vendedor, o preço de reserva ótimo não depende do número de participantes do leilão (KRISHNA, 2010).

3.6.3 Princípio da Equivalência de Receita

Supondo que os valores de lance são distribuídos de forma idêntica e independente e que os participantes são neutros ao risco, na condição de equilíbrio simétrico, a receita esperada de qualquer formato de leilão é equivalente (KRISHNA, 2010).

Este princípio está vinculado a algumas suposições que fazem parte da consideração de equilíbrio simétrico:

- Independência dos valores: os valores de diferentes participantes estão distribuídos de forma independente.
- Neutralidade ao risco: todos os participantes visam o máximo lucro.
- Nenhuma restrição orçamentária: todos os participantes podem pagar valores superiores aos seus lances.
- Simetria: os valores de todos os participantes estão distribuídos de acordo com uma mesma função de distribuição probabilística.

Nota-se que caso alguma dessas hipóteses seja relaxada, o princípio pode não mais ser válido e formatos diferentes de leilões podem gerar diferentes receitas. Por exemplo, na hipótese de agentes avessos ao risco e valores privados independentes, a receita esperada de um leilão de 1º preço supera a receita esperada de um leilão de 2º preço.

3.6.4 Leilões de Valor Comum

Leilões de valor comum ou interdependentes assumem que o bem possui um valor de mercado. Como parte do mercado, os demais participantes possuem avaliações sobre a valoração do objeto, que quando reveladas, interferem nas avaliações dos demais participantes.

A estrutura de informações de valores interdependentes assume que os participantes têm apenas uma informação parcial sobre o valor, dada em forma de um sinal. Este caso ocorre relaxando a suposição de valor privado, onde o licitante sabe o valor que o objeto tem para ele. De fato, outros participantes podem possuir informações sobre o objeto que, se de conhecimento de um licitante, afeta o valor que este atribui ao mesmo (KRISHNA, 2010).

Observe que a saída de um participante a um certo nível de lance pode indicar um mau sinal para os demais participantes em jogo, mostrando que talvez a avaliação dos remanescentes estejam supervaloradas, fazendo com que os remanescentes revisem a sua valoração para baixo na tentativa de evitar a maldição do vencedor, visto que em teoria, por se tratar de um caso de valor comum, todos os participantes possuem uma estimativa próxima do valor de mercado do bem.

Uma situação preocupante para o caso de valor comum seria o caso de um participante forte, considerado mais bem informado sobre o valor de mercado do objeto, deixar o leilão antes de participantes mais fracos. Este seria um forte indício de que o vencedor do certame acabaria sofrendo a maldição do ganhador, fazendo com que os demais participantes reavaliem suas estimativas ou até mesmo desistam da disputa.

Assume-se que cada participante tem algumas informações privadas sobre o objeto sumarizadas pela realização da variável randômica $X_i \in [0, w_i]$, chamada de sinal de i . O valor do objeto para um certo participante V_i , pode ser denominado como uma função dos sinais de todos os outros participantes:

$$V_i = v_i(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.6)$$

onde a função v_i é a valoração do participante i , estritamente crescente em X_i (KRISHNA, 2010).

Observe que o caso de valor privado é um caso extremo desse modelo, onde $v(\mathbf{X}) = X_i$. O caso opostamente extremo a este é o de valor comum, onde todos os participantes têm a mesma valoração do objeto:

$$V = v(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.7)$$

A interdependência de valores complica a tomada de decisão para o licitante. Como o valor do objeto não é de conhecimento geral e depende dos sinais emitidos pelos outros participantes, a estimativa prévia do valor do lance ótimo pode ter que ser revisada durante o andamento do leilão devido aos eventos que ocorrem durante esse período de tempo, como por exemplo, o anúncio de um ganhador em uma das etapas do leilão (KRISHNA, 2010).

Leilões de Segundo Preço

A estratégia de equilíbrio simétrico para leilões de segundo preço com valores interdependentes é dada por:

$$\beta^{II}(x) = v(x, x) = E[V_1 | X_1 = x, Y_1 = x] \quad (3.8)$$

A estratégia de leilões de segundo preço não difere de valor comum para valor privado, visto que como o leilão é fechado, suponto condições de equilíbrio simétrico, a estratégia ótima do participante continua sendo ofertar o lance da real valoração, contando que sua valoração corresponde também à real valoração dos demais participantes.

Leilão Inglês

No modelo simétrico considerado, a identidade dos participantes que saem do leilão não é relevante, porém o preço no qual eles saem é uma informação importante.

Estratégias de equilíbrio simétrico em um leilão inglês são dadas por β , definida por:

$$\beta^N(x) = v(x, x, \dots, x) \quad (3.9)$$

$$(3.10)$$

estratégia seguida para quando todos os participantes estão ativos

e

$$\beta^N(x, p_{k+1}, \dots, p_N) = u(x, \dots, x, x_{k+1}, \dots, x_N) \quad (3.11)$$

onde,

$$\beta^{k+1}(x_{k+1}, p_{k+2}, \dots, p_N) = p_{k+1} \quad (3.12)$$

$$(3.13)$$

estratégia seguida pelos k participantes restantes ativos

Para o caso de valor comum em um leilão inglês, conforme os participantes vão deixando o certame, o valor no qual esses participantes desistiram de competir pelo bem passa a compor a estratégia dos participantes restantes.

Sendo $\beta = (\beta^N, \beta^{N-1}, \dots, \beta^2)$ a coleção de $N - 1$ funções $\beta^k : [0, 1] \times \mathfrak{R}_+^{N-k} \rightarrow \mathfrak{R}_+$, para $1 < k < N$, onde $\beta^k(x, p_{k+1}, \dots, p_N)$ é o preço no qual o participante 1 vai desistir do leilão se o número de participantes ativos for k , seu sinal é x , e os preços nos quais os outros $N - k$ participantes desistiram foram $p_{k+1} \geq p_{k+2} \dots \geq p_N$ (KRISHNA, 2010).

Leilões de Primeiro Preço

As estratégias de equilíbrio simétrico em um leilão fechado de primeiro preço são dadas por (KRISHNA, 2010):

$$\beta^I(x) = E[V_1 | X_1 = x, Y_1 < x] \quad (3.14)$$

Estratégia equivalente ao caso de valores privados visto que trata-se de um leilão fechado e a revelação de informações adicionais acarretariam no fim do certame, como a informação do lance vencedor.

Comparação de Receitas

A análise do desempenho com relação à receita dos três diferentes formatos, assumindo o modelo simétrico e sinais afiliados⁵, resulta que o leilão inglês supera o de segundo preço, que supera o de primeiro preço (KRISHNA, 2010).

$$E[R^{inglês}] \geq E[R^{II}] \geq E[R^I] \quad (3.15)$$

3.6.5 Maldição do Ganhador

Muitas das pesquisas realizadas acerca da teoria de leilões têm focado na determinação do formato de leilão que previne o problema da maldição do ganhador (ARAÚJO, 2006).

A causa desse fenômeno está relacionada ao fato de que os participantes baseiam suas ofertas apenas no valor de suas próprias estimativas sem levar em consideração os comportamentos dos demais participantes. Não levar em conta o fato de que vence o leilão o participante que possui a melhor estimativa do valor do objeto à venda, pode implicar em uma estimativa que excede o valor da concessão condicionada ao fato de vencer o leilão, resultando em ofertas vencedoras que produzem resultado financeiro menor do que o esperado ou até mesmo negativo para o licitante ganhador (KAGEL; LEVIN, 2001).

Esse fenômeno ocorre devido à incerteza em se estimar os preços e/ou as quantidades dos objetos a serem leiloados. Assim, os participantes que tiverem as maiores estimativas tenderão a realizar ofertas superiores às dos participantes com estimativas menores, mesmo considerando que as ofertas apresentadas sejam inferiores às estimativas efetuadas. Com isso há uma probabilidade alta de que o participante vencedor do leilão seja o que possui a maior estimativa, que provavelmente será um valor superestimado do objeto (ARAÚJO, 2006).

De acordo com Thaler (1988), o vencedor do leilão pode ser amaldiçoado de duas formas:

- O valor pago por ele é maior que o valor do objeto em leilão, e dessa forma, o vencedor

⁵A afiliação de sinais em leilões vem das correlações existentes entre as informações dos agentes.

tem prejuízo com a compra

- O valor do objeto em leilão é menor que a estimativa do vencedor, de forma que o resultado financeiro da operação é menor que o esperado

Assim sendo, em ambos os casos descritos acima, o vencedor do leilão fica insatisfeito com o resultado financeiro obtido.

Segundo Bazerman e Samuelson (1983), há dois fatores que afetam a maldição do ganhador, são eles: o grau de incerteza acerca do valor do objeto em leilão e número dos participantes do leilão. Segundo os autores, quanto maior a incerteza maior a variância das estimativas desse valor. Analogamente, um aumento no número de participantes também resultaria no aumento da variância das estimativas e das ofertas. Conclui-se que um aumento na dispersão das estimativas e ofertas deve aumentar a probabilidade de que a oferta vencedora exceda o valor real do objeto.

3.6.6 Colusão

A colusão é um fenômeno da teoria do oligopólio que consiste na união de empresas em um acordo conjunto sobre uma posição estratégica frente aos preços visando a maximização de lucros.

Segundo Bikhchandani et al. (2000), a colusão pode ocorrer em qualquer formato de leilão. Os autores defendem também que nem toda colusão é maléfica para o vendedor. Para o caso de uma comunicação prévia dos participantes somente para compartilhar as informações privadas que cada um detém, a colusão, no caso, pode diminuir a ocorrência da maldição do ganhador e aumentando a receita do leilão.

Segundo os mesmos autores o leilão uniforme é mais vulnerável a este tipo de fenômeno que o discriminatório. Baseando-se no lançamento de propostas a preços elevados, argumentam que um agente tem a certeza de vencer o leilão em ambas as regras.

Krishna (2010) argumenta que leilões de segundo preço são mais suscetíveis à colusão se comparados aos de primeiro preço. Visto que o objetivo do cartel é adquirir o produto ao preço de reserva, caso um dos participantes, em um leilão de primeiro preço, obtivesse uma valoração maior do objeto que o preço de reserva, seria vantajoso para ele no momento do certame se aproveitar da situação e adquirir o produto sozinho.

3.7 Leilões de Múltiplos Objetos

O estudo de bens múltiplos idênticos trata do caso onde os objetos a serem negociados são relacionados pela forma física idêntica ou são objetos fisicamente distintos substitutos, onde o custo marginal de aquisição de um segundo item é menor que o custo do primeiro (KRISHNA, 2010).

Os casos de objetos múltiplos não idênticos serão estudados mais adiante, onde a natureza dos objetos, complementar ou substituto, passa a exercer influência de acordo com as preferências dos licitantes.

3.7.1 Leilões Fechados de Unidades Idênticas

São três os principais formatos de leilão fechado para a venda de objetos idênticos:

- Leilão Discriminatório
- Leilão Uniforme
- Leilão de Vickrey

Apesar de apenas os dois primeiros terem maior utilidade prática, o leilão de Vickrey tem grande utilidade teórica. Os três formatos são voltados para situações nas quais os valores marginais declinam, ou seja, o valor de uma unidade adicional decresce de acordo com o número de unidades já adquiridas (KRISHNA, 2010).

Em cada um desses leilões, o licitante deve submeter K lances b_k^i , satisfazendo a relação $b_1^i \geq b_2^i \geq \dots \geq b_k^i$, que indica o quanto eles estão dispostos a pagar por cada unidade adicional. Ou seja, b_1^i indica o quanto o licitante i está disposto a pagar por uma unidade, b_2^i indica o quanto i está disposto a pagar por duas unidades, e assim por diante.

Denomina-se $b^i = (b_1^i, b_2^i, \dots, b_k^i)$ como um vetor de lances. O vetor de lances é equivalente ao inverso da função demanda e pode ser invertido para obter a demanda de i dada por $d^i(p) : \mathfrak{R}_+ \rightarrow 1, 2, \dots, K$:

$$d^i(p) \equiv \max k : p \leq b_k^i \quad (3.16)$$

Se $b_k^i \geq b_{k+1}^i$, então a qualquer preço p entre b_k^i e b_{k+1}^i , o licitante i está disposto a comprar exatamente k unidades (KRISHNA, 2010).

Nos três formatos considerados, um total de $N \times K$ lances são coletados. K unidades são vendidas pelos K maiores lances, ou seja, se o participante i ofereceu $k < K$ dos K maiores lances, então k unidades são vendidas ao licitante i .

A regra de alocação implícita pode ser traduzida em termos de oferta e demanda. A função demanda agregada d é obtida pelo adicionamento gradativo das N demandas individuais (KRISHNA, 2010).

$$d(p) = \sum_i d^i(p) \tag{3.17}$$

Como o número de unidades a serem vendidas é fixo, a função oferta é uma reta vertical limitante. Todos os lances que se encontram à esquerda da intersecção das curvas de oferta e demanda agregada são os K lances vencedores, os demais lances são tidos como lances perdedores.

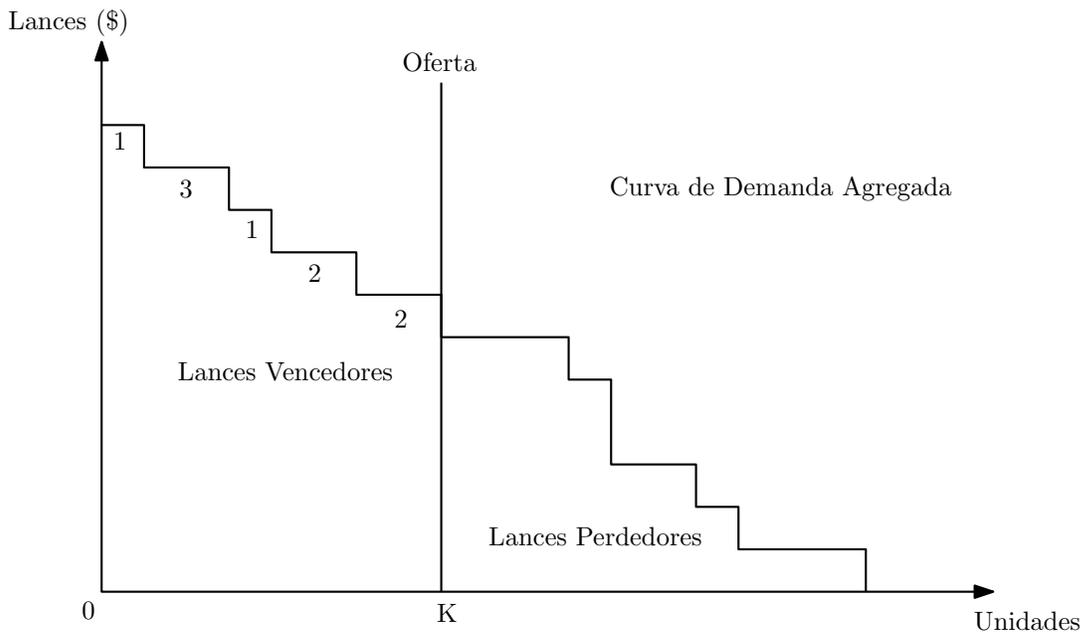


Figura 3.1 - Oferta total de demanda agregada para um leilão de unidades múltiplas.

Fonte: Elaboração própria baseada em Krishna (2010).

No caso, são representados na figura os K maiores lances vencedores.

Leilão Discriminatório

Em leilões discriminatórios, cada licitante paga um montante igual à soma de seus lances tidos como lances vencedores. Matematicamente, se exatamente k^i dos K lances b_k^i do i -ésimo participante estão entre os K lances vencedores, então i deve pagar

$$\sum_{k=1}^{k^i} b_k^i \quad (3.18)$$

A regra de precificação discriminatória também pode ser dada em termos da função oferta residual. Para qualquer preço p a oferta residual enfrentada pelo licitante i , denotada por $s^{-1}(p)$, é igual à oferta total K menos a soma das quantidades demandadas pelos outros licitantes, sendo não-negativa (KRISHNA, 2010).

$$s^{-1}(p) \equiv \max \left\{ K - \sum_{j \neq i} d^j(p), 0 \right\} \quad (3.19)$$

No leilão discriminatório, o licitante ganhador deve pagar o montante equivalente à área debaixo da sua curva de demanda até o ponto onde ela intercepta a curva de oferta residual, como mostrado na figura abaixo.

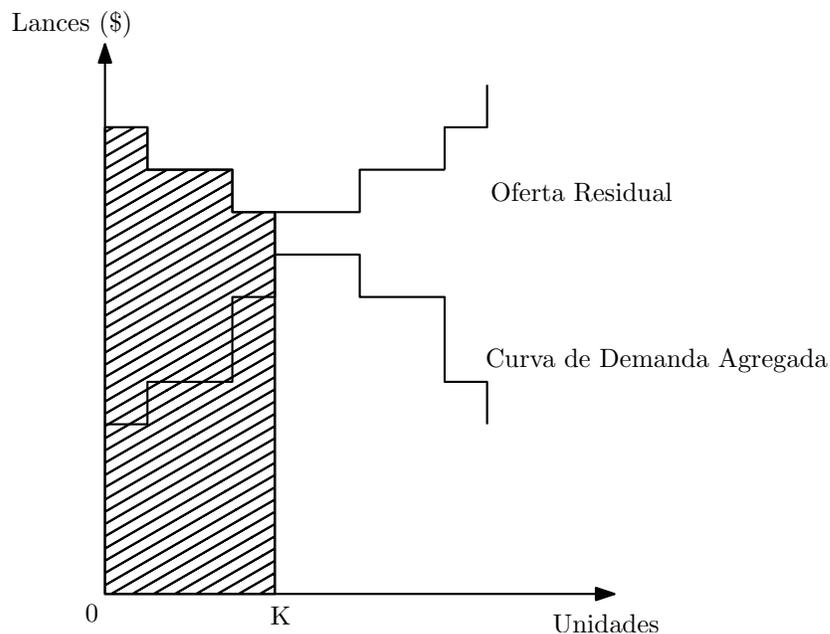


Figura 3.2 - Oferta e demanda agregada para um leilão discriminatório de múltiplas unidades.
Fonte: Elaboração própria baseada em Krishna (2010).

O leilão discriminatório é uma extensão natural do leilão fechado de primeiro preço para múltiplos itens. Para o caso particular da venda de uma única unidade, o leilão discriminatório se reduz para um leilão de primeiro preço (KRISHNA, 2010).

Leilão Uniforme

Em um leilão de preço uniforme, todas as K unidades são vendidas pelo preço de equilíbrio de mercado de tal forma que o montante da demanda se iguale ao total ofertado. Neste modelo, o preço de equilíbrio pode ser qualquer preço entre o mais alto lance perdedor e o mais baixo lance vencedor, porém, adota-se aqui o maior lance perdedor (KRISHNA, 2010).

Denota-se por c^{-i} o vetor- K dos lances competidores enfrentados pelo licitante i . Ele é obtido pelo rearranjo dos $(N-1)K$ lances b_k^j dos competidores $j \neq i$ em ordem decrescente, selecionando os primeiros K lances. Portanto, c_1^{-i} é o maior de todos os lances, c_2^{-i} é o segundo maior lance, e assim por diante. O número de unidades ganho pelo competidor i é o número de lances competidores que ele ganha. Por exemplo, para que o competidor i obtenha uma unidade, é preciso que $b_1^i > c_k^{-i}$ e $b_2^i > c_{k-1}^{-i}$, ou seja, ele deve ganhar do lance mais baixo, mas não do segundo lance mais baixo. De maneira geral, o competidor i ganha $K^i > 0$ unidades, se e somente se,

$$b_{k^i}^i > c_{K-k^i+1}^{-i} \text{ e } b_{k^i+1}^i > c_{k-k^i}^{-i} \quad (3.20)$$

A função de oferta residual também pode ser obtida neste caso utilizando-se o vetor de lances competidores c^{-i} :

$$s^{-i}(p) = K - \max \{k : c_k^{-i} \geq p\} \quad (3.21)$$

O maior lance perdedor é dado por:

$$p = \max \{b_{k^i+1}^i, c_{K-k^i+1}^{-i}\} \quad (3.22)$$

E num leilão de preço uniforme, caso o licitante i ganhe k^i unidades, ele pagará k^i vezes p . O preço de fechamento de mercado pode então também ser definido por:

$$p = \max_i \{b_{k^i+1}^i\} \quad (3.23)$$

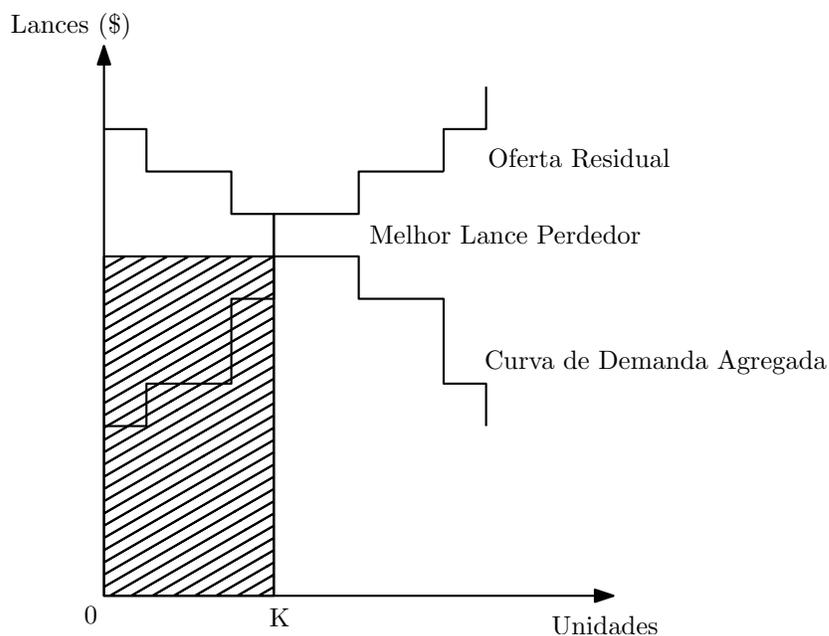


Figura 3.3 - Oferta e demanda agregada para um leilão uniforme de múltiplas unidades.
 Fonte: Elaboração própria baseada em Krishna (2010).

O leilão de preço uniforme se reduz a um leilão de segundo preço quando um único item está à venda. Porém a analogia de que o leilão de preço uniforme é uma extensão do leilão de segundo preço não é correta, pois estes não compartilham certas propriedades importantes para cada caso (KRISHNA, 2010).

Leilão de Vickrey

No leilão de Vickrey, o licitante que ganha k^i unidades, paga por elas os k^i maiores lances perdedores dos outros participantes, não incluindo seus próprios lances. Como no modelo anterior, denota-se por c^{-i} o vetor- K dos lances competidores enfrentados pelo licitante i , tal que c_1^{-i} é o maior de todos os lances, c_2^{-i} é o segundo maior lance, e assim por diante (KRISHNA, 2010).

Para que o competidor i obtenha uma unidade, é preciso que $b_1^i > c_k^{-i}$, ou seja, o maior lance

do licitante i deve ganhar do menor lance competidor. Para obter uma segunda unidade, o segundo maior lance de i deve ganhar do segundo menor lance competidor, $b_2^i > c_{K-1}^{-i}$, e assim por diante. A regra de precificação de Vickrey é dada por: se o licitante i ganha k^i unidades, então deve pagar por elas

$$\sum_{k=1}^{k^i} c_{K-k^i+k}^{-i} \quad (3.24)$$

Que equivale à área abaixo da curva de oferta residual até o ponto onde ela intercepta a curva de demanda agregada.

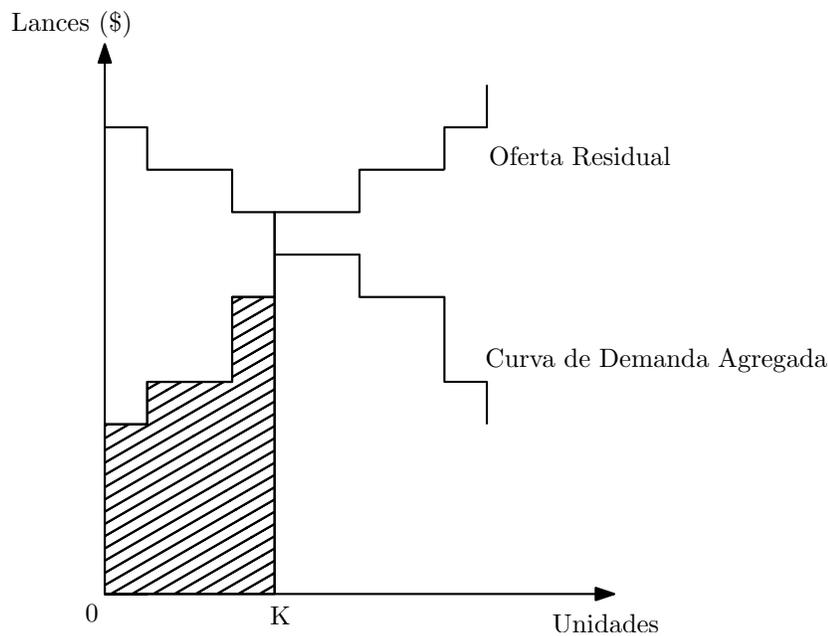


Figura 3.4 - Oferta e demanda agregada para um leilão Vickrey de múltiplas unidades.
Fonte: Elaboração própria baseada em Krishna (2010).

Assim como o leilão de preço uniforme, o leilão de Vickrey se reduz a um leilão de segundo preço quando uma única unidade está à venda. Neste caso, considera-se que o leilão de Vickrey é uma extensão do leilão de segundo preço para objetos múltiplos (KRISHNA, 2010).

Outras formas de precificação existem e também podem ser aceitas pelo modelo, como é o caso de uma variante o leilão de preço uniforme onde as unidades são vendidas pela média dos lances ganhadores (KRISHNA, 2010).

Não se pode inferir apenas dos gráficos de demanda agregada e oferta residual qual tipo de leilão gera uma maior receita, é preciso analisar o comportamento em equilíbrio dos três formatos.

O comportamento dos lances devido ao diferente formato de leilão é bastante significativo nos resultados finais de receita (KRISHNA, 2010).

3.7.2 Leilões abertos de Unidades Idênticas

Para cada formato de leilão fechado de bens múltiplos idênticos há um correspondente formato aberto.

Leilão Holandês

Em um leilão Holandês de bens múltiplos, assim como em seu formato para a venda de um único bem, o leiloeiro começa anunciando um preço alto o bastante para que nenhum licitante esteja disposto a adquirir o bem pelo preço proposto. O preço é então diminuído gradativamente até que um licitante indique a intenção de comprar o bem. Uma quantidade é então vendida ao licitante ganhador pelo preço proposto e o leilão continua, com a queda gradativa dos lances, até que não haja mais nenhum item à venda (DURÃES, 1997).

O leilão Holandês de múltiplas unidades é equivalente em resultados ao leilão discriminatório no sentido que cada licitante se comporta de acordo com o vetor de lances b^i , indicando seu interesse em adquirir uma unidade do bem por um certo preço (KRISHNA, 2010).

Observa-se que para leilões de um único bem indivisível o modelo Holandês equivalia estrategicamente ao leilão fechado de primeiro preço, independentemente do ambiente de informações. Para o caso de bens múltiplos esta afirmação não é mais válida, pois os valores em questão são agora interdependentes, ou seja, a informação disponível para um licitante pode afetar sua valoração do bem, assim, por ser um leilão aberto, a intenção de compra do bem de um participante por um certo preço pode mudar as valorações do bem dos outros participantes. Este fenômeno, porém, não ocorre no leilão discriminatório, pois como se trata de um leilão fechado, esta informação não estará disponível para todos os participantes (KRISHNA, 2010).

Leilão Inglês

Em um leilão Inglês de bens múltiplos, o leiloeiro começa anunciando um preço baixo e então vai gradualmente aumentando-o. Cada licitante vai indicando quantas unidades ele está disposto a adquirir pelo preço proposto, ou seja, sua demanda pelo preço mencionado. Conforme os preços vão aumentando, os participantes vão naturalmente diminuindo suas demandas. O leilão termina quando o número total de unidades demandadas se iguala à K e todas as unidades são vendidas pelo preço no qual a demanda total muda de $K + 1$ para K (KRISHNA, 2010).

O leilão Inglês de bens múltiplos se equivale em resultado com o leilão de preço uniforme assim como o leilão inglês de um único bem indivisível se iguala ao leilão fechado de segundo preço. Neste caso trata-se de uma equivalência fraca pois, pelo mesmo motivo que o anterior, as informações num leilão aberto podem influenciar os lances dos outros competidores, o que não acontece no leilão fechado (KRISHNA, 2010).

Leilão de Ausubel

O leilão de Ausubel é uma alternativa para o formato de preços ascendentes equivalente em resultados ao leilão de Vickrey. Como no leilão inglês, o leiloeiro começa com um preço baixo e vai gradativamente aumentando os lances. Cada licitante indica sua demanda $d^i(p)$ no preço p e a quantidade demandada vai se reduzindo conforme o aumento dos preços.

Para cada preço, a oferta residual confrontante de cada licitante i , $s^{-i}(p)$ é computada de acordo com a equação

$$s^{-i}(p) = \max \left\{ K - \sum_{j \neq i} d^j(p), 0 \right\} \quad (3.25)$$

Quando o preço é muito baixo, para todo i , $s^{-i}(p) = 0$, assim como $d^i(p) > 0$. O preço é aumentado gradativamente até um valor p' para o qual ao menos um licitante apresenta $s^{-i}(p') > 0$. Agora, para todo licitante i para o qual $s^{-i}(p') > 0$ são vendidas $s^{-i}(p')$ unidades a um preço p' .

O preço é elevado novamente até atingir um valor p'' tal que para pelo menos um licitante o valor da oferta residual é maior, ou seja, $s^{-i}(p'') > s^{-i}(p')$. Agora, para cada tal licitante são vendidas $s^{-i}(p'') - s^{-i}(p')$ unidades a um preço p'' . O preço é elevado novamente e o processo continua até que haja uma mudança na oferta residual de um licitante, pois um ou mais licitantes reduzem a suas demandas com o aumento do preço. A regra de precificação é a mesma aplicada para o leilão de Vickrey (KRISHNA, 2010).

3.7.3 Eficiência e Receita para o Caso de Objetos Múltiplos

Comparando as diferentes formatações de leilões de múltiplos objetos, observa-se que o leilão de Vickrey aloca objetos de forma eficiente, enquanto os leilões do tipo discriminatório e uniforme são geralmente ineficientes (KRISHNA, 2010).

Em questão de dominância, assim como para o leilão de segundo preço, a estratégia de reportar o valor verdadeiro $\beta^v(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$ é uma estratégia fracamente dominante em um leilão de Vickrey (KRISHNA, 2010).

No caso de bens múltiplos, não é possível obter uma classificação ordenada de qual formatação gera maior receita. Isto porque dependendo da distribuição de valores, um leilão pode gerar uma receita maior do que outro. Porém, em casos específicos onde é possível dizer que os formatos são eficientes, o princípio da equivalência da receita passa a valer (KRISHNA, 2010).

3.7.4 Objetos Não Idênticos

Supondo $K = \{a, b, c, \dots\}$ um conjunto finito de objetos à venda e N o número de participantes do leilão. Cada participante $i \in N$ tem um valor privado $x^i(S)$ para cada pacote $S \subseteq K$, supondo que para todo i , $x^i(\emptyset) = 0$, sendo \mathbf{x}^i o vetor $(x^i(S))_{S \subseteq K}$ dos valores empacotados do comprador i (KRISHNA, 2010).

Em casos de objetos idênticos, as componentes de \mathbf{x}^i representavam o custo marginal de uma

unidade adicionada. Agora, a componente $x^i(S)$ representa o valor total derivado de um pacote S de objetos (KRISHNA, 2010).

Uma alocação $\mathbf{S} = \langle S^1, S^2, \dots, S^N \rangle$ é uma coleção ordenada dos N pacotes, que forma uma partição⁶. Numa alocação todo objeto deve ser alocado para um comprador e nenhum objeto pode ser alocado para mais de um comprador (KRISHNA, 2010).

Bens Complementares e Bens Substitutos

Para os tipos de leilões estudados até então os objetos eram considerados diferentes unidades de um mesmo bem. Diferentes unidades de um mesmo bem são objetos substitutos perfeitos e assume-se que seu valor unitário marginal decresce para o comprador de acordo com o aumento de unidades que vão sendo adquiridas por ele.

Para que os objetos possam ser diferenciados, esta propriedade é generalizada de forma que o comprador i considera os objetos em K substitutos, se para todo $a \in K$, sendo S e T pacotes que não contêm a , tal que $S \subset T$,

$$x^i(S \cup \{a\}) - x^i(S) \geq x^i(T \cup \{a\}) - x^i(T) \quad (3.26)$$

Então para todo pacote S e T ,

$$x^i(S) + x^i(T) \geq x^i(S \cup T) + x^i(S \cap T) \quad (3.27)$$

Este tipo de função descrita acima é chamada de sub-modular. Para o caso particular onde $S \cap T = \phi$, como $x^i(\phi) = 0$, a inequação se reduz para:

$$x^i(S) + x^i(T) \geq x^i(S \cup T) \quad (3.28)$$

Portanto, a propriedade da substituição implica que $x^i(\cdot)$ é uma função sub-aditiva sobre o conjunto de pacotes (KRISHNA, 2010).

Analogamente, dizemos que objetos são **complementares** se o valor marginal obtido por um certo objeto a é maior quando a quantidade de objetos já adquiridos for maior. Ou seja, o comprador

⁶ $U_{i \in N} S^i = K$ e para todo $i \neq j$, $S^i \cap S^j = \phi$

i considera os objetos pertencentes a K como complementares se, para todo $a \in K$, sendo S e T pacotes não contendo a e $S \subset T$,

$$x^i(S \cup \{a\}) - x^i(S) \leq x^i(T \cup \{a\}) - x^i(T) \quad (3.29)$$

Então para todo pacote S e T ,

$$x^i(S) + x^i(T) \leq x^i(S \cup T) + x^i(S \cap T) \quad (3.30)$$

Este tipo de função descrita acima é chamada de super-modular. Do mesmo modo, para o caso particular onde $S \cap T = \phi$, como $x^i(\phi) = 0$, a inequação se reduz para:

$$x^i(S) + x^i(T) \leq x^i(S \cup T) \quad (3.31)$$

implicando que $x^i(\cdot)$ é uma função super-aditiva (KRISHNA, 2010).

Para o caso onde podemos considerar bens **substitutos e complementares** simultaneamente, temos uma forma simplificada onde os bens são simplesmente aditivos, ou seja, o pacote formado por eles equivale simplesmente à soma de cada um deles individualmente (KRISHNA, 2010).

3.7.5 Leilões Sequenciais

Leilões sequenciais são casos onde os objetos são leiloados um de cada vez em múltiplos leilões conduzidos de forma sequencial.

Leilões Sequenciais de Primeiro Preço

Num leilão onde K itens são vendidos para $N > K$ participantes usando o formato de leilão sequencial de primeiro preço, ao término da venda de cada item, o valor do lance ganhador é anunciado. O processo ocorre até o fim do leilão de forma sucessiva.

Considerando que cada participante possui uma demanda unitária, que o modelo é de va-

lor privado, e que cada valor X_i do licitante i é desenhado de forma independente pela mesma distribuição F em $[0, w]$.

Dado que a estratégia de lances de um participante consiste em K funções $\beta_1^I, \beta_2^I, \dots, \beta_K^I$ onde $\beta_K^I(x, p_1, p_2, \dots, p_{K-1})$ denota o lance no k -ésimo leilão dado que o valor do respectivo licitante é x e os preços nos $k - 1$ leilões anteriores foram p_1, p_2, \dots, p_{K-1} . Supondo que K unidades serão vendidas numa sequência de K leilões de primeiro preço, os preços p_1, p_2, \dots, p_{K-1} nos primeiros $k - 1$ leilões são de conhecimento de todos os participantes. Sendo $Y_k \equiv Y_k^{(N-1)}$ os k maiores dos $N - 1$ valores, F_k a distribuição de Y_k e f_k a densidade de probabilidade, as estratégias de equilíbrio simétrico são dadas por (KRISHNA, 2010):

$$\beta_k^I(x) = E[Y_k | Y_k < x < Y_{k-1}] \quad (3.32)$$

Note que se as estratégias de equilíbrio β_k são funções crescentes do valor x , então os itens estão sendo vendidos por valores decrescentes. O primeiro item será do licitante que ofertou o maior valor, o segundo do licitante que ofertou o segundo maior valor, e assim por diante. Neste caso, as K unidades serão alocadas de forma eficiente.

Segundo Krishna (2010), o caminho do preço neste caso é um martingale⁷. Esta propriedade implica que não há oportunidade para uma arbitragem intemporal, ou seja, esperar por uma próxima unidade não muda a expectativa de mudança no preço futuro.

Leilões Sequenciais de Segundo Preço

De forma análoga ao modelo anterior, supondo que K itens serão vendidos através de uma série de leilões de segundo preço fechados, sendo que da mesma forma, os lances vencedores são anunciados ao término de cada leilão, os preços p_1, p_2, \dots, p_{K-1} nos primeiros $k - 1$ leilões são de conhecimento de todos os participantes.

As estratégias de equilíbrio simétrico, para este tipo de leilão, são dadas por:

⁷Processo estocástico no qual a esperança condicionada do próximo valor, dado o valor presente e os valores anteriores, é o próprio valor corrente

$$\beta_k^{II}(x) = x \quad (3.33)$$

e para todo $k < K$,

$$\beta_k^{II}(x) = \beta_{k+1}^I(x) \quad (3.34)$$

onde β_{k+1}^I corresponde à estratégia de equilíbrio de lances para o período $k + 1$ num leilão sequencial de primeiro preço (KRISHNA, 2010).

Observa-se que todo participante aposta um valor mais alto em um leilão sequencial de segundo preço que em um de primeiro preço ($\beta_k^{II}(x) > \beta_k^I(x)$), porém a estratégia dominante de apostar o próprio valor está presente apenas na última etapa. Isto acontece pois para qualquer período $k < K$, há uma opção associada em não ganhar o leilão corrente dada pela esperança de ganhar o leilão num período posterior (KRISHNA, 2010).

Em contraste com o caso de um leilão de um único objeto, as estratégias num leilão sequencial de segundo preço são ótimas somente se todos os outros participantes também a adotam (KRISHNA, 2010).

O processo de equilíbrio de preços para leilões sequenciais de segundo preço também é um martingale.

Na prática, há evidências que os preços tendem a descer em leilões sequenciais (ASHENFELTER, 1989). Este fenômeno é chamado de '*anomalia do declínio do preço*'. McAfee e Vincent (1993) estudam a implicação teórica da aversão ao risco neste fenômeno para leilões sequenciais de primeiro e segundo preços. Os autores defendem que o equilíbrio simétrico existe e que há a tendência de declínio dos preços, mas somente se a aversão ao risco dos participantes aumentar com o tempo do leilão.

3.7.6 Leilões Simultâneos

Leilões simultâneos são casos onde os múltiplos objetos são leiloados de uma só vez. A formatação pode ser variada, mas o que motiva o leilão de múltiplos produtos juntos é o fato de que estes produtos estão relacionados. Uns são vistos pelos lançadores como substitutos e outros como

complementares.

Ausubel e Cramton (2002) desenvolveram dois modelos onde o leilão simultâneo conhecido como *clock auction*⁸ pode gerar receitas desejáveis. O preço final do leilão corresponde ao preço competitivo dos modelos e permite uma alocação eficiente.

Ao utilizar esse modelo, os autores chegaram à conclusão de que com um processo de ajustamento de preço apropriado, começando por qualquer vetor de preço com excesso positivo de demanda para todo item, a receita converge para o equilíbrio competitivo (ARAÚJO, 2006).

O leilão *Clock Auction* utiliza etapas discretas por duas razões importantes: etapas discretas são robustas ao problema de comunicação, uma vez que neste tipo, a janela de lançamento tem uma duração significativa, proporcionando aos participantes tempo para corrigir qualquer tipo de problema de comunicação; a outra razão é que uma etapa discreta melhora a descoberta do preço ao dar aos participantes a oportunidade para mudar suas estratégias entre as etapas (AUSUBEL; CRAMTON, 2002).

3.7.7 Leilões Combinatórios

Leilões combinatórios são leilões onde os licitantes podem dar seus lances em combinações de itens, chamados pacotes, tanto quanto em itens individuais.

Para os tipos de leilões anteriores, a natureza dos bens não foi levada em conta e, para a dedução teórica, os bens leiloados são considerados implicitamente idênticos. Porém, os bens podem ser substitutos ou complementares, e cada comprador pode enxergá-los de forma diferente. É nesse ponto que o leilão combinatório destaca-se oferecendo a oportunidade do participante revelar melhor suas preferências.

A vantagem dos leilões combinatórios é que o licitante pode expressar mais claramente suas preferências. Permitir que os participantes expressem melhor suas preferências comumente leva à uma melhoria da eficiência econômica e a um aumento da receita do leilão para o vendedor (CRAMTON et al., 2006).

Recentemente, um grande número de indústrias vem empregando leilões combinatórios. Por

⁸Clock auction é um leilão que possui um tempo para a avaliação do lance

exemplo, no transporte de carga por caminhões, rotas de ônibus, além de contratos industriais. Têm sido propostos também para o uso em tráfego aéreo, assim como na alocação do espectro de rádio para serviços de comunicação sem fio⁹. Para cada caso, a motivação principal para o uso do leilão combinatório é a presença de complementaridades entre os itens, que podem diferir entre participantes dependendo da utilidade que cada um atribui aos bens em conjunto (CRAMTON et al., 2006).

Leilões combinatórios são leilões onde os lances podem ser ofertados sobre conjuntos de bens, permitindo que os participantes aproveitem a sinergia que existem entre eles. Essas sinergias podem ser expressas por dois tipos de funções utilidade: subaditiva e super-aditiva.

Para o caso de leilões em pacotes, define-se K como o conjunto dos objetos à venda e N o número de participantes do leilão. Cada participante i tem um valor privado $x^i(S)$ para cada pacote $S \subseteq K$, supondo que para todo i , $x^i(\emptyset) = 0$, sendo \mathbf{x}^i o vetor $(x^i(S))_{S \subseteq K}$ dos valores empacotados do comprador i .

Uma alocação $\mathbf{S} = \langle S^1, S^2, \dots, S^N \rangle$ representa uma coleção ordenada dos N pacotes, que forma uma partição¹⁰. é importante notar que numa alocação todo objeto deve ser alocado para um comprador e nenhum objeto pode ser alocado para mais de um comprador (KRISHNA, 2010).

Milgrom (2004) cita que para o caso de leilões onde a posição geográfica é importante, a sinergia de produtos pode ser tão grande que obter parte do conjunto pode significar quase que não obter nada, sendo que ter que vencer todos os produtos em leilões de um único objeto envolve um risco tão grande que os agentes passam a ofertar valores inferiores (MILGROM, 2004). Esse risco é derivado da informação incompleta que os agentes possuem uns dos outros, tornando as estimativas de preço de lances para vencer o leilão muito difíceis de serem realizadas. Esse fenômeno é chamado de "*efeito da exposição*" (HOLLAND; O'SULLIVAN, 2004).

Em todo caso, leilões combinatórios geram benefícios para o agente, diminuindo seu risco no processo, e para o leiloeiro, pela consequente aumento na receita do leilão em decorrência do aumento da competitividade. Porém, ainda possuem os mesmos problemas envolvendo a colusão de agentes, a maldição do vencedor e o leiloeiro mentiroso¹¹.

Agrupamento de produtos em pacotes requer uma pesquisa focada em otimização combina-

⁹Nigéria e EUA já realizaram leilões combinatórios para espectro de rádio

¹⁰ $\bigcup_{i \in N} S^i = K$ e para todo $i \neq j$, $S^i \cap S^j = \emptyset$

¹¹O leiloeiro não atribui o bem ao real vencedor do leilão, atuando em discordância com as regras do jogo em benefício próprio ou de outros

tória e programação inteira (CRAMTON et al., 2006).

Problema da Determinação do Vencedor - WDP

O problema de alocação de objetos encontrado nos leilões combinatórios são caracterizados por um problema onde, tendo cada licitante oferecido um lance para cada subconjunto S de K , sendo que o vetor $x^i(\cdot)$ possui o tamanho $2^{|K|}$, deve-se determinar uma alocação eficiente baseada nos valores dos vetores submetidos e o pagamento de cada comprador.

Para se determinar uma alocação eficiente para o problema descrito acima é preciso resolver o seguinte problema de programação inteira:

Para todo i e S escolha variáveis $\theta^i(S) \in \{0,1\}$ que maximizem

$$\sum_{i \in N} \sum_{S \subseteq K} x^i(S) \theta^i(S) \quad (3.35)$$

sujeito à

$$\forall i, \sum_{S \subseteq K} \theta^i(S) \leq 1 \forall a, \sum_{S \ni a} \sum_{i \in N} \theta^i(S) \leq 1 \quad (3.36)$$

onde $S \ni a$ denota que a soma se sobrepõe sobre todos os subconjuntos $S \subseteq K$ que contenham o objeto a . Se a variável $\theta^i(S) = 1$, então o pacote S será alocado para o participante i . A função objetivo da programação inteira é apenas o valor total derivado da alocação (KRISHNA, 2010).

A primeira restrição garante que para cada licitante seja alocado no máximo um pacote, e a segunda restrição garante que cada objeto seja alocado para no máximo um comprador.

O problema de otimização, quando visto puramente pela teoria dos jogos, pode ser intratável computacionalmente dependendo do número de variáveis. Porém, relaxações do problema podem torná-lo tratável, como é o caso do problema de alocação que envolve os leilões: a determinação do vencedor, também conhecido como *Winner Determination Problem* ou WDP. A formulação do problema é do tipo inteira linear, porém trata-se de um problema NP-completo, onde as possíveis combinações das variáveis do problema faz com que ele cresça exponencialmente, sem possível

esquema de aproximação em tempo polinomial (PTAS)¹².

Para o casos onde cada bem é único e indivisível, o problema reduz-se para:

$$\text{Max } f = \sum_{j=1}^n p_j x_j \quad (3.37)$$

$$\text{s.a. } \sum_{j=1}^n r_{ij} x_j \quad (3.38)$$

$$x_j \in 0,1 \quad (3.39)$$

$$p_j > 0, r_{ij} = 0,1 \quad (3.40)$$

Onde m é o número de bens, n é o número de lances e p_j é o preço pago pelo bem j .

Na formulação acima a restrição da soma garante que a cada bem pode ser atribuído um lance no máximo uma vez, sendo que nem todos os bens precisam ser vendidos, admitindo que cada bem tem uma influencia positiva ou nula a adição de um bem adicional, também conhecido como *free-disposal*. Essa formulação do problema mostra-se equivalente ao problema de *set packing* também conhecido por ser *NP-hard* (KARP, 1972)(ROTHKOPF et al., 1998). Porém, não leva em consideração o caso sub-aditivo.

Lehmann et al. (2006) mostrou que o problema da determinação do vencedor não é apenas NP-hard, mas NP-completo. A questão que ficou foi quão bem a solução ótima pode ser aproximada por um algoritmo de aproximação em tempo polinomial. Dentre os métodos estão o *polynomial time approximation scheme* (PTAS) e *fullypolynomial time approximation scheme* (FPTAS).

Assim como o problema de bens unitários é equivalente ao *set packing*, o problema de múltiplas unidades é equivalente ao problema de *knapsack multi-dimensional* ou MDKP.

Knapsack problems são muito estudados na ciência da computação e na sua versão padrão, existe um *knapsack* o qual deve ser empacotado com um certo número de itens. Cada item possui um peso que consome uma certa capacidade. Matematicamente:

¹²Tipo de algoritmo de aproximação para problemas de otimização complexos resultando em soluções sub-ótimas em tempo polinomial

$$\text{Max } f = \sum_{j=1}^n p_j x_j \quad (3.41)$$

$$\text{s.a. } \sum_{j=1}^n r_j x_j = c \quad (3.42)$$

$$x_j \in 0,1 \quad (3.43)$$

$$p_j > 0, c, r_j \in \mathbb{N}_0 \quad (3.44)$$

Adicionalmente ao problema anterior, considera-se aqui a presença de uma capacidade c e um consumo de recursos r_j que não é binário, que no caso de leilões é equivalente a dizer que c unidades de um único bem está sendo leiloado sendo r_j o número de unidades relacionadas ao lance j .

Segundo Pfeiffer (2007) houveram publicações sobre algoritmos de aproximação para tratar o problema acima, também conhecido como problema de *knapsack-dimensional* ou DKP, multi-restrições ou múltiplo, porém nenhum deles resultou em uma aproximação melhor que as resultantes de meta-heurísticas para o caso do comércio eletrônico, abordado em seu trabalho.

A primeira relação entre os problemas de *knapsack* e o problema de determinação do vencedor foi primeiramente discutido por Holte (2001); até então considerava-se apenas a equivalência entre o problema de determinação do vencedor para o caso de unidade única e o problema de *set packing* ponderado. Para o leitor interessado em aprofundar-se no assunto Kelly (2004) apresentou a comparação dos diversos WDP para os diversos tipos de leilões e suas equivalências aos problemas de *knapsack*. Meta-heurísticas vêm sendo aplicadas com sucesso para resolver problemas do tipo *knapsack multi-dimensional* (MDKP).

4 RISCO E TEORIA DO PORTFÓLIO

4.1 Risco

Ao introduzir o conceito de risco deve-se atentar à diferenciação entre risco, incerteza e aleatoriedade, conceitos frequentemente confundidos no cotidiano.

Eventos que produzem o efeito de incapacidade de prever o futuro são denominados eventos aleatórios. A aleatoriedade se faz presente nas medidas de risco e incerteza, que foram primeiramente diferenciadas por Frank Knight em seu trabalho 'Risco, Incerteza e Lucro' publicado em 1921. Segundo o autor, a incerteza está presente quando a aleatoriedade do evento tem a sua probabilidade de ocorrência desconhecida. A aleatoriedade do risco, por sua vez, está relacionada com uma distribuição de probabilidade conhecida, podendo portanto ser quantificada.

Um exemplo típico dessa diferença está na forma como a ocorrência de um sinistro é encarada por uma seguradora e pelo segurado. No caso da seguradora, o sinistro é encarado como um risco de modelagem probabilística e, para o segurado, o sinistro é uma incerteza (MENDONCA, 2011).

A definição de risco por sua vez pode variar segundo o autor. Para Securato (1993), risco é a probabilidade do fracasso com relação a um objetivo pré-determinado. Do ponto de vista do mercado financeiro, risco é uma expressão de perda potencial em termos de volume financeiro dada uma chance de ocorrência dentro de um determinado horizonte de tempo (MENDONCA, 2011).

A teoria de finanças moderna aceita a variância dos resultados como uma medida de risco, sendo esta medida inicialmente proposta por Markowitz (1952), possibilitando desde então avanços nos estudos do risco como uma medida qualitativa-quantitativa.

De maneira geral, o risco é associado a eventos de ordem econômica ou financeira e tem seus efeitos traduzidos em unidades monetárias. No caso da incerteza, a aleatoriedade não é traduzida em valores monetários. Apesar da sua expressão técnica ser vinda da teoria da probabilidade, não há um modelo específico que possa empregá-la em economia ou finanças (MENDONCA, 2011).

Situações de risco podem oferecer também oportunidades de maiores ganhos. Num contexto risco-retorno, decisões de maior risco são aceitáveis se puderem proporcionar maiores retornos. Porém, não existe uma métrica universal que define o equilíbrio entre risco e ganhos (DEMBO,

1998).

Risco, incerteza e processo decisório estão intrinsecamente relacionados. Constantemente enfrentamos situações nas quais somos obrigados a tomar decisões. No momento da decisão, o estado consequente é uma incerteza regido por um ambiente probabilístico que relaciona esse estado a um risco. A utilidade esperada é então dada pelo retorno que este estado pode proporcionar pelo risco de realização desse estado no ambiente. O processo de tomada de decisão visa portanto a maximização da utilidade num ambiente incerto.

Cabe lembrar que o processo de tomada de decisão pode reduzir a incerteza, porém não pode eliminá-la, visto que não é possível eliminar o acaso. Os riscos estão associados à decisão no sentido que caso não haja incertezas, não há decisões a serem tomadas, não existindo portanto risco.

O processo de gerenciamento de riscos consiste na identificação, quantificação e políticas de mitigação dos mesmos (SOUZA, 2008).

Riscos futuros podem ser divididos em quatro classes (SCHACTMAN, 1994 apud OJANEN, 2002):

- Riscos futuros reais que afloram com o desenvolvimento de circunstâncias futuras
- Riscos estatísticos medidos por dados disponíveis
- Riscos projetados previstos analiticamente por modelos baseados em observações
- Riscos percebidos que são intuitivamente percebidos por indivíduos

O grande desafio da análise de risco consiste em fazer essas diferentes classes convergirem numa mesma métrica. Para que uma medida de risco formal pudesse realizar o mapeamento do espaço de todos os riscos para o espaço das medidas de risco numéricas, Artzner et al. (1998) introduziu o conceito de medida coerente de risco.

- Definição 1. Uma medida de risco R é dita coerente se para todos riscos X e Y (> 0)
 - Axioma 1. Monotonicidade: se $X < Y$, então $R(X) \leq R(Y)$
 - Axioma 2. Invariância: $R(X + a) = R(X) + a$
 - Axioma 3. Homogeneidade: $R(tX) = tR(X)$ para todo $t > 0$
 - Axioma 4. Subaditividade: $R(X + Y) \leq R(X) + R(Y)$

A monotonicidade determina que quanto maior o risco, maior deve ser sua medida de risco. A invariância determina que a adição de uma quantidade inicial a ao risco não altera a quantidade de risco total. A homogeneidade implica que o risco de múltiplos portfólios similares resultam em

múltiplas vezes o mesmo portfólio. A subaditividade indica que a mistura de riscos nunca resulta em riscos adicionais. Estes atributos garantem que a função risco seja côncava, ou seja, expressem uma curva de aversão ao risco.

4.1.1 Tipos de Risco

Embora diversos autores tenham apresentado um grande número de tipos de risco, de forma geral e para o mercado de energia elétrica se destacam os seguintes tipos:

Risco de Preço de Mercado

Corresponde ao risco relacionado com as volatilidades (variação de preços) dos ativos financeiros, afetando os ganhos das posições em aberto (JORION, 1997). Para o mercado de energia, encaixam-se nesta categoria as variações do preço da energia (R\$/MWh) e as variações do preço dos combustíveis (SOUZA, 2008).

Risco de Base

Risco relacionado com a possibilidade de perdas devido a posições não casadas assumidas em mercados relacionados e não idênticos (SOUZA, 2008). No mercado de energia pode-se citar como riscos de base as diferenças entre preços futuro e *spot*, causadas pelas flutuações na demanda e suprimentos, além das diferenças nos preços da energia de submercados diferentes ocasionadas por restrições na capacidade de transmissão quando os instrumentos de *hedge* são tomados em submercados diferentes (OJANEN, 2002 apud SOUZA, 2008).

Risco de Liquidez

O risco de liquidez está associado à capacidade do mercado em absorver um grande volume de transações sem surtir impacto nos preços, ou seja, à rapidez em que um ativo pode ser transformado em dinheiro (SOUZA, 2008). Existe também uma referência à liquidez no sentido de disponibilidade, nesse aspecto mais amplo, abrange também o acesso para as matérias-primas, a negociação de unidades de produção, tomando-se a adição de novas unidades, a expansão ou a venda de segmentos da empresa, a obtenção de equipamentos e até mesmo criação, eliminação, carregamento e remoção de estoques (MENDONCA, 2011). Segundo Souza (2008), o setor elétrico brasileiro vivenciou uma crise de liquidez na década de 80, quando houve o congelamento das tarifas pelo governo como medida de conter a inflação, levando à uma inadimplência no setor devido à defasagem das tarifas com relação aos custos, impedindo a quitação dos contratos de aquisição de energia.

Risco de Câmbio

Associado às variações da taxa de câmbio quando contratos são estabelecidos em uma moeda diferente da local. Engloba financiamentos de projetos e intercâmbio inter-energético. No caso brasileiro, Souza (2008) cita os contratos de venda de energia da usina de Itaipu, que devido ao seu intercâmbio energético com outros países do Mercosul são estabelecidos em dólares americanos.

Risco da Taxa de Juros

Taxas de juros flutuantes que remuneram recursos captados podem interferir nas despesas financeiras de empréstimos e financiamentos, alterando o planejamento inicial de amortização das dívidas. Como exemplo Souza (2008) cita a captação de recursos internacionais para a construção

da usina de Itaipu, inicialmente da ordem de US\$12,2 bilhões atingindo um custo final de US\$27 bilhões devido à escala dos juros internacionais durante a construção e posteriormente a geração de caixa líquido insuficiente para pagar os juros da dívida até o início dos anos 90.

Risco de Investimento

Associado a eventos que podem vir a interferir na rentabilidade prevista para o empreendimento. No mercado de energia o processo de concessão de um empreendimento pode trazer muitas incertezas, o que afeta a percepção de segurança do investimento, podendo mesmo inviabilizar a negociação. Podemos incluir como riscos de investimento, os riscos ambientais envolvidos na construção e concessão de empreendimentos de geração de energia. Devido ao impacto ambiental causado e os conflitos de interesse de diferentes partes, as licenças ambientais e operacionais podem atrasar, causando um aumento dos custos e incertezas para o empreendedor.

Risco Legal

Risco derivado da interpretação das atividades da empresa pelo judiciário ou por órgãos reguladores, que podem fazer com que estratégias elaboradas e inicialmente consideradas adequadas aos interesses da empresa sejam depois vistas como infrações legais, com reflexos de natureza econômica e reputacional Mendonca (2011). Esse risco é normalmente derivado da imprecisão presente nas normas regulatórias ou dos termos da lei, abrindo espaço para que exista a livre interpretação sobre a regularidade de certa ação. Cabe lembrar que são riscos legais quando há falta de autoridade legal ou regulatória para esclarecer as questões contratuais e fiscalizar o cumprimento da regulação. Para um investidor no setor de energia, os riscos legais ou regulatórios podem se fazer presente quando há uma alteração em uma taxa ou imposto que não pode ser repassado para as tarifas cobradas, ocasionando uma perda não esperada na receita da empresa.

Risco Operacional

Oriundo de falhas no funcionamento do sistema elétrico que pode afetar o suprimento de energia. Estão relacionados às quedas de potência, má administração, controles defeituosos, falha humana ou falha de proteção do sistema (SOUZA, 2008). Desligamento de máquinas da usina devido à quebras ou manutenção inesperadas ou falhas no sistema de transmissão causando uma interrupção no abastecimento estão relacionados com este tipo de risco.

Risco de Crédito

Risco de crédito está associado ao não cumprimento de uma obrigação ou tarefa contratual. Relaciona-se com a probabilidade de inadimplência de alguma das partes e os valores relacionados no contrato entre elas, causando um prejuízo pela exposição da posição futura ao crédito. Riscos de crédito estão mais presentes quando os preços no curto prazo encontram-se elevados e há a presença de vários agentes subcontratados no período. A crise da Califórnia é um exemplo clássico de risco de crédito citado por Borenstein (2001), quando elevados preços do mercado *spot* levaram algumas distribuidoras à falência por terem que arcar com os preços sem repasse ao consumidor.

Risco de Demanda e Volume

Riscos de volume e demanda estão relacionados com as incertezas no consumo e produção de eletricidade. Estão relacionados com a operação e o planejamento do sistema elétrico no sentido de atender a demanda horária do padrão de consumo do país e ser capaz de atender a demanda de carga futura do sistema. Os riscos hidrológicos são considerados riscos de demanda e volume pois no caso brasileiro, onde a geração hidráulica é majoritária, os preços da energia e as condições de armazenamento do sistema dependem fortemente da sazonalidade do regime de chuvas do país,

podendo expor certos agentes aos preços do mercado *spot* em períodos de baixa afluência.

4.1.2 Métricas de Risco

Como visto anteriormente, existem diversos fatores de risco presentes no setor de energia. Alguns afetam mais certos tipos de agentes do mercado que outros.

A mensuração dos fatores de risco é difícil pois cada conjunto necessita de uma técnica diferente para o seu gerenciamento e cabe ao agente saber quais riscos são mais intrínsecos ao seu tipo de mercado e qual a metodologia mais adequada para a sua mitigação, sendo a identificação do modelo apropriado tão importante quanto o cálculo do valor do risco.

Para a quantificação dos riscos de mercado, duas classes de modelos são amplamente empregadas pelas empresas:

- As metodologias estocásticas que estimam a função distribuição de probabilidade das perdas ou lucros da empresa, sendo o modelo mais conhecido e empregado o modelo do Valor em Risco (*Value at Risk - VaR*).
- As metodologias de minimização de riscos baseados em cenários de pior caso, como o modelo de Teste de Estresse (*Stress Testing*).

O modelo do valor em risco se expressa em unidades monetárias e se refere à perda máxima potencial para um horizonte de tempo definido, sujeita à uma distribuição de probabilidade e a um intervalo de confiança sobre essa distribuição. Todos os elementos desse modelo são obtidos de forma estatística segundo informações passadas.

No caso do modelo de teste de estresse, a resposta também se dá em unidades monetárias, porém em situações e preços que foram atribuídos para os cenários que são considerados como momentos de estresse de mercado e que são oferecidos pela empresa, não refletindo necessariamente uma situação vivenciada no passado (MENDONCA, 2011).

Observa-se que o modelo do valor em risco apresenta uma dificuldade em capturar situações onde ocorrem uma ruptura nas condições históricas de mercado. Isto porque o processo de formação de seus parâmetros é baseado no histórico de preços, empregando uma distribuição de probabilidade para inferir um comportamento futuro. Frequentemente a distribuição de probabilidades

empregada no modelo é a normal, e por construção, esta distribuição assume que os movimentos dos preços ocorrerão sem a presença de saltos. Uma forma de contornar esta situação seria o emprego de uma distribuição de probabilidade capaz de difundir a variável em saltos, como por exemplo a distribuição de Poisson, porém isto restringiria o modelo para condições de mercado especiais que não ocorrem com certa frequência (MENDONCA, 2011).

O modelo de teste de estresse, no qual a empresa determina certos cenários considerados críticos para ela, tem por objetivo identificar a pior situação possível e o seu impacto sobre os resultados da empresa nessa condição de mercado. Este modelo permite considerar alterações repentinas nas correlações dos preços, possibilitando uma análise em situações de crise (MENDONCA, 2011). Como crises não são frequentes, apesar de gerar um alto impacto quando ocorrem, proteger-se constantemente contra cenários pouco frequentes pode ser custoso para a empresa.

4.2 Teoria da Utilidade

A teoria da decisão sob condições de risco foi desenvolvida por Morgenstern (1944) e tem como base a maximização da utilidade esperada do indivíduo. Segundo Pindyck e Rubinfeld (1994) a utilidade pode ser interpretada como o nível de satisfação de um indivíduo ao consumir algo ou exercer uma atividade.

As medidas de risco vistas anteriormente visam traduzir ao agente um valor para os riscos que corre a empresa em seu mercado para que o agente possa tomar as decisões estratégicas de mitigação, que envolvem medidas de proteção (*hedging*) ou diversificação de portfólio, na tentativa de minimizar as perdas esperadas. A teoria da utilidade é complementar à análise de risco do ponto de vista da interpretação das decisões tomadas pelo agente frente ao risco.

O processo de tomada de decisão é determinado pela escolha do investidor, sendo portanto não exato no sentido de depender das preferências de um certo agente. As métricas de risco estudadas fornecem ao investidor uma visão das perdas potenciais dado um cenário de ocorrências prováveis, mas não determinam ao agente qual a melhor atitude a se tomar. Da mesma forma, ao realizar investimentos, o agente opta por certos ativos capazes de oferecerem um certo benefício segundo uma probabilidade de sucesso a qual o investidor julga razoável.

O objetivo da utilidade é determinar o quanto razoável um investimento pode parecer para certo investidor, ou seja, para qual valor de retorno esperado um agente estaria disposto à correr certo nível de risco.

A teoria da função utilidade estabelecida por Morgenstern (1944) permite estabelecer preferências entre decisões dadas as probabilidades de ocorrência dos eventos pela medida de satisfação do indivíduo por uma certa renda.

Através da teoria da utilidade é possível estabelecer um ranking de preferências e extrair do investidor um perfil de risco.

4.3 Perfis de Risco

Um agente pode ser classificado como propenso, neutro ou avesso ao risco dependendo de suas escolhas preferenciais frente a um certo nível de risco.

Através do método das loterias de Von Neumann e Morgenstern, é possível extrair o perfil de risco de um indivíduo pelas escolhas por ele feitas dentre certas loterias que oferecem ganhos e perdas associados à certas probabilidades de ocorrência¹. As escolhas dentre as loterias são capazes de extrair pontos de preferência do indivíduo numa curva Utilidade vs Receita, a interpolação desses pontos leva a construção do perfil de risco do indivíduo.

De maneira geral, os indivíduos são classificados de acordo com o formato de suas curvas de perfil de risco de forma:

- Avessos ao risco: $U(x)$ côncava
- Neutro ao risco: $U(x)$ linear
- Propenso ao risco: $U(x)$ convexa

¹Ver (WINSTON, 1994).

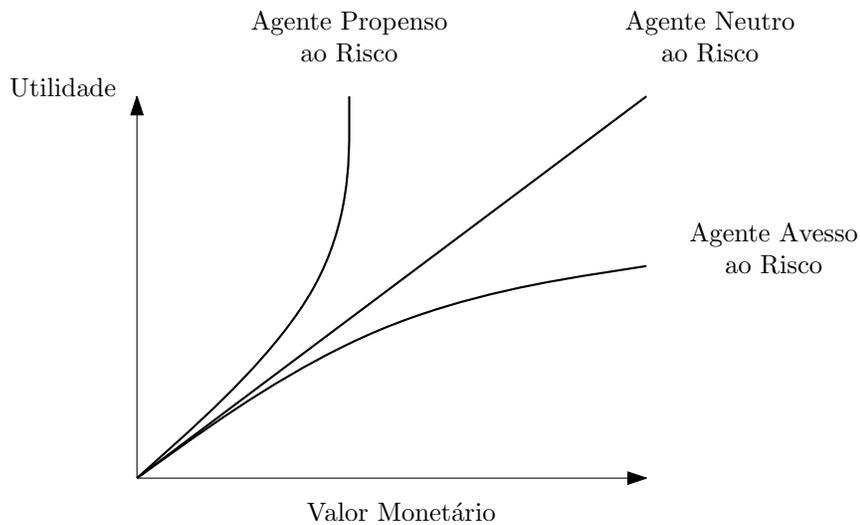


Figura 4.1 - Perfis de risco.

Fonte: Elaboração própria.

Observe que para um indivíduo neutro ao risco a utilidade atribuída à loteria é sempre equivalente ao valor esperado da mesma com 100% de probabilidade de ganho, ou seja, indivíduos neutros ao risco são indiferentes entre obterem x com 100% de chance e disputarem uma loteria na qual o valor esperado do ganho seja x .

Indivíduos avessos ao risco atribuem uma utilidade $x - a$ à loteria com probabilidade associada aos ganhos, e na qual o valor esperado é x , em comparação à uma loteria de prêmio x com 100% de chance de ocorrência. Intuitivamente extrai-se do gráfico que a utilidade do jogo é inferior ao ganho certo para agentes avessos ao risco, mostrando de maneira quantitativa que o valor monetário puro tem maior valor para esse tipo de agente do que o ganho esperado de mesmo valor. Analogamente, agentes propensos ao risco preferem o ganho esperado ao valor monetário certo. Pode-se dizer que agentes propensos ao risco preferem o jogo ao ganho certo.

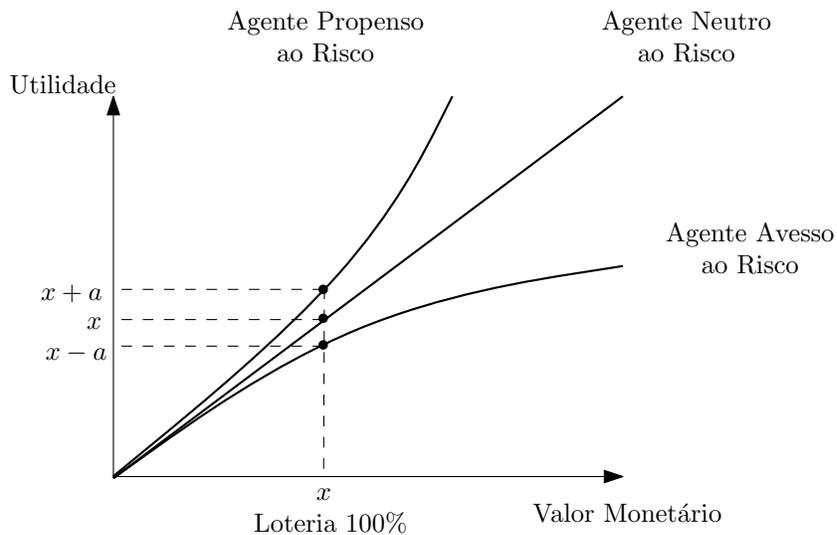


Figura 4.2 - Curvas utilidade ilustrando os perfis de risco.
 Fonte: Elaboração própria.

Nota-se que é possível que um indivíduo apresente um perfil misto, porém a maioria das pessoas demonstram-se avessas ao risco. O método empírico das loterias não é a única forma de se tentar extrair uma curva de utilidade de um agente, métodos analíticos que empregam curvas de utilidade lineares, quadráticas e exponenciais também são empregadas em estudos de perfil de risco (NEPOMUCENO, 1997 apud PEREIRA, 2005).

4.3.1 Coeficientes de Aversão ao Risco

O grau de aversão ao risco descrito pela função utilidade de certo agente está relacionada com a curvatura da função, que pode ser traduzido pela segunda derivada da função no ponto (LUENBERGER, 1998).

De maneira formal, o coeficiente de aversão ao risco é dado por:

$$\alpha(x) = -(U''(x))/U'(x) \quad (4.1)$$

O coeficiente de aversão ao risco é uma medida capaz de expressar em termos numéricos o quanto a aversão ao risco do indivíduo varia de acordo com seu estado de riqueza. Para muitos

indivíduos os níveis de aversão ao risco aumentam com a diminuição do seu estado de riqueza, mostrando que muitos são capazes de correrem maiores riscos quando há um certa segurança financeira (LUENBERGER, 1998).

4.4 Equivalente a Certeza

O equivalente a certeza é o inverso da utilidade da renda. Representa a valor monetário do ativo em questão do ponto de vista que o agente seria indiferente em receber o equivalente a certeza (EqC) ou se submeter às receitas prováveis geradas pelo ativo (PORRUA, 2005).

Comparativamente às loterias, seria como se o agente fosse indiferente à uma loteria de receitas dada as probabilidades de suas realizações e uma loteria de 100 de chance de um ganho x , no caso, x representa o EqC - Equivalente à Certeza.

A figura ilustra o caso de uma agente avesso ao risco onde G representa a quantidade gerada e π o preço da geração. Como ilustrado, para o agente avesso ao risco, a receita esperada supera o equivalente a certeza, e analogamente, para um agente propenso ao risco o equivalente a certeza supera a receita esperada, e para um agente neutro ao risco elas se igualam.

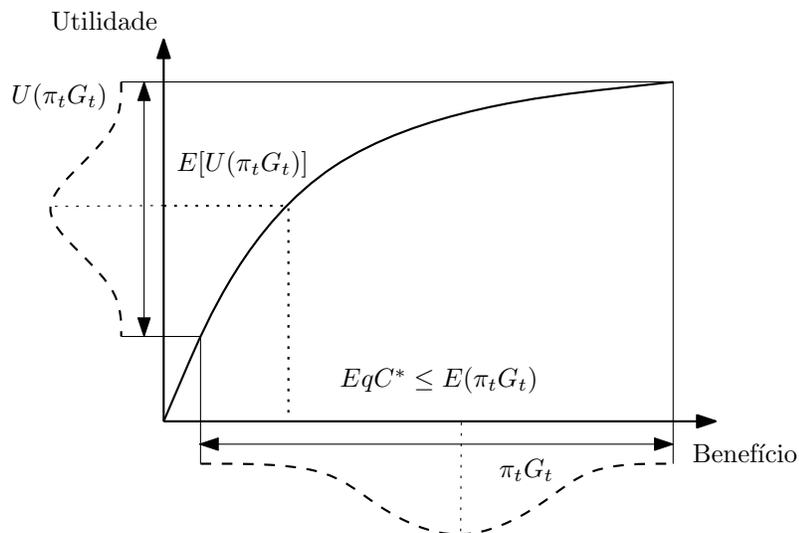


Figura 4.3 - Curva equivalente a certeza.

Fonte: Elaboração própria baseada em Porrua (2005).

A diferença entre a renda esperada e o equivalente a certeza representa o prêmio de risco, que pode ser interpretado como o valor que o agente está disposto a pagar para não correr o risco da loteria.

4.5 Teoria do Portfólio

A teoria do portfólio foi proposta pela primeira vez por Markowitz em 1952 como uma ferramenta para a escolha de uma carteira de investimentos (LUENBERGER, 1998).

Markowitz percebeu que é possível obter retornos iguais com menores riscos quando se considera uma carteira balanceada de ativos diversificados, o que o autor demonstrou através do modelo da média-variância (MARKOWITZ, 1952).

O modelo da média-variância utiliza a média e a variância dos ativos em conjunto servindo como base de suporte à decisão de um investidor que avaliará o retorno e o risco dos ativos de tal forma que o investidor possa optar por um investimento estando consciente do nível de risco sobre o qual ficará exposto. De forma geral, o modelo baseia-se na ideia de que o valor esperado de uma variável aleatória é capaz de fornecer informações sobre as probabilidades de ocorrência dessa variável enquanto a variância informa qual seu possível desvio com relação à média da distribuição. A variância é considerada uma medida de risco pois quanto mais larga ela se apresentar mais dispersos são os valores de ocorrência da variável aleatória.

O modelo proposto por Markowitz, e que até hoje é a base da teoria de investimentos, explora igualmente a correlação entre variáveis. A correlação entre variáveis aleatórias é uma medida da dependência mútua entre elas. Variáveis positivamente correlacionadas respondem de uma mesma forma quando confrontadas entre si, enquanto variáveis negativamente correlacionadas respondem de maneira oposta.

Segundo Markowitz, a diversificação de uma carteira de investimentos contribui para a diminuição dos riscos, pois conforme novos ativos são adicionados à carteira há um aumento na combinação das variâncias entre ativos, o que atua na amenização da variância final do portfólio por consequência das correlações dos ativos que o compõe.

A teoria de portfólio de Markowitz é embasada na diminuição dos riscos pela adição de ati-

vos não-correlacionados, diminuindo as variâncias sobre o retorno esperado. Segundo os efeitos da diversificação, a crescente adição de ativos não-correlacionados pode ir diminuindo a variância do portfólio fazendo-a aproximar-se de zero, enquanto que a adição de ativos positivamente correlacionados faz com que a variância total do portfólio convija para um patamar mínimo, traduzindo um risco substancial que não pode ser diluído com a diversificação, como ilustra a figura abaixo.

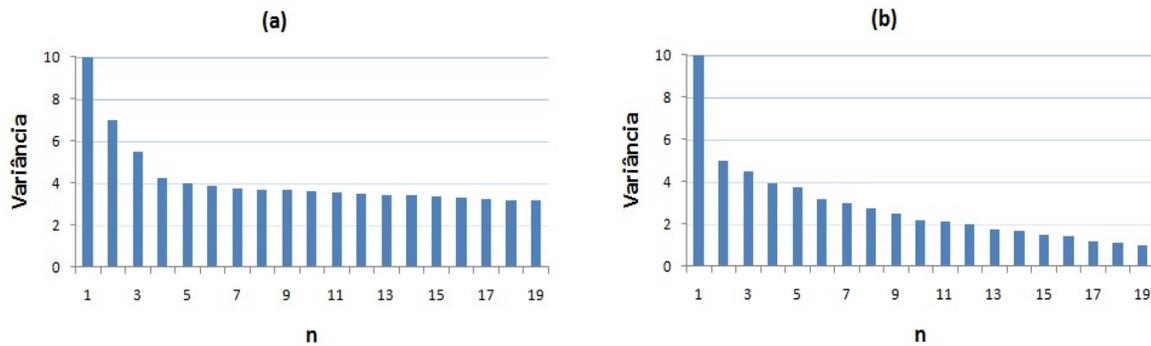


Figura 4.4 - Comportamento de um portfólio com (a) ativos positivamente correlacionados e (b) ativos não-correlacionados.

Fonte: Luenberger (1998).

De maneira geral, a diversificação reduz o valor esperado total do portfólio conforme reduz sua variância. A maioria dos investidores não desejam sacrificar tanto retorno em troca da diminuição dos riscos, portanto é preciso compreender os efeitos da diversificação sobre a média e a variância do retorno para evitar obter um resultado ótimo de retorno não desejável. O modelo proposto por Markowitz leva em consideração esse aspecto, analisando o *trade-off* entre a taxa de retorno esperada e a variância do retorno esperado.

O modelo matemático da teoria é ilustrado a seguir:

$$\text{Min} \frac{1}{2} \cdot \sum_{i,j \in I} x_i x_j \sigma_{ij} \quad (4.2)$$

$$\text{s.a.} \sum_{i \in I} \bar{r}_i x_i \geq \bar{r} \quad (4.3)$$

$$\sum_{i \in I} x_i = 1 \quad (4.4)$$

onde

- I Conjunto dos ativos do portfólio
- R Retorno do portfólio
- σ_{ij} Elemento ij da matriz de covariâncias
- \bar{r}_i taxa de retorno esperada do ativo i
- x_i Variável indicadora dos pesos de cada ativo no portfólio

Usualmente, quando um investimento é realizado, seu custo de capital é conhecido, mas seu retorno é incerto. Apesar do modelo estudado por Markowitz não se tratar especificamente de um investimento de um único período, pode ser tratado como tal por simplificação através do modelo da média-variância.

O modelo de Markowitz possui um conjunto de soluções factíveis que constituem o espaço factível. O espaço de soluções factíveis engloba todas as combinações dos ativos do portfólio considerando todas as possíveis pesos desses ativos no portfólio. A fronteira esquerda desse conjunto corresponde ao conjunto de soluções de mínima variância, onde para qualquer valor de média o portfólio correspondente à menor variância para essa média está contido nessa fronteira.

A chamada fronteira eficiente corresponde à parte simétrica superior da fronteira de mínima variância. O investidor costuma optar por um portfólio contido na fronteira eficiente, visto que para um mesmo nível de risco é preferível obter o maior retorno possível. Investidores que são avessos ao risco costumam procurar o ponto de mínima variância da fronteira eficiente, isto porque preferem se proteger do risco do que o apetite pelo retorno esperado.

O estudo deste trabalho de uma maneira geral foca em agentes avessos ao risco, ou seja, que procuram minimizar a variância com relação à média. Os portfólios presentes na fronteira eficiente são ditos portfólios eficientes, pois oferecem a melhor combinação de média-variância para a maioria dos investidores. O modelo proposto por Markowitz trata a procura de um portfólio eficiente dado um retorno mínimo esperado pelo investidor na minimização dos riscos.

4.6 Método de Monte Carlo

O método Monte Carlo surgiu no ano de 1949 com a publicação do artigo "The Monte Carlo Method" pelos matemáticos John von Neumann e Stanislaw Ulam (FERNANDEZ, 2005).

O desenvolvimento experimental do método se deu mais fortemente durante a Segunda Guerra Mundial como auxiliar à pesquisa e desenvolvimento da bomba atômica.

O método de Monte Carlo baseia-se na construção de um modelo probabilístico que trata de problemas probabilísticos por meio de uma série de números aleatórios gerados através de ferramentas computacionais. Problemas que não tenha relação direta com fatores aleatórios podem ser igualmente resolvidos através do método com a simples criação de um modelo probabilístico artificial (FERNANDEZ, 2005).

O método consiste basicamente na geração de sucessivos números aleatórios em termos das variáveis do problema que serão então testados contra um modelo estatístico que tem como base a distribuição de probabilidade dada pelo risco do problema tratado. Cada amostra corresponde a uma iteração do método. O método de Monte Carlo fornece então uma estimativa do valor esperado do problema, assim como um erro para essa estimativa, que é inversamente proporcional ao número de iterações (FERNANDEZ, 2005).

O erro total do método Monte Carlo é dado por:

$$\epsilon = 3\sigma/\sqrt{N} \quad (4.5)$$

onde σ é o desvio padrão da variável aleatória e N é o número de iterações.

Quando o número de iterações é muito grande com relação ao desvio padrão, o erro gerado é muito pequeno e pode ser desprezado no problema. Por esse motivo, as simulações que utilizam o método Monte Carlo são realizadas com um número bastante elevado de iterações.

4.7 Condição de Independência das Variáveis

Uma condição necessária para que a simulação pelo método MC obtenha bons resultados é a independência das variáveis aleatórias geradas.

Segundo Fernandez (2005), isto significa que os eventos de riscos simulados também devem ser independentes ou influenciar de maneira mínima nos resultados.

4.8 Teorema do Limite Central

O Teorema do limite Central estabelece que, sob condições gerais, a função de distribuição acumulada (cdf) de uma soma de variáveis aleatórias independentes aproxima-se à curva normal de distribuição de probabilidade apesar da cdf das variáveis aleatórias individuais poderem estar longe de serem gaussianas. Isto de fato acontece quando considerado um número elevado de variáveis aleatórias para o problema (FERNANDEZ, 2005).

A escolha da melhor curva de probabilidade de riscos para a simulação do problema leva em conta um bom histórico de eventos passados, que ajudam a modelar a curva e decidir o tipo de distribuição probabilística melhor se adapta à ela.

5 METODOLOGIA

O trabalho tem como objetivo simular uma ferramenta de apoio à decisão destinada a um participante que deseja adquirir um portfólio de usinas em um leilão combinatório de novos empreendimentos de geração de energia elétrica.

Um leilão combinatório de novos empreendimentos leiloaria diversos tipos de fontes em um único certame possibilitando que o investidor atribuisse lances em ativos individuais e/ou em conjuntos de ativos formados por ele. A ideia é que o agente atribua os lances para os conjuntos de sua escolha e o sistema faça sua parte na otimização do problema para atribuição de um vencedor, fazendo o papel do leiloeiro.

Silva (2011) utiliza o formato de leilão combinatório em sua metodologia como uma alternativa ao atual modelo empregado em leilões de energia nova. O foco do trabalho de Silva (2011) concentra-se sobre a abordagem de uma metodologia que trabalha o problema do leiloeiro enquanto este trabalho tem foco sobre a visão do participante de tal formato de leilão, como apoio à decisão na participação de tal mecanismo.

Em sua metodologia, Silva (2011) propõe uma primeira fase simultânea do tipo *clock auction* para revelação de preços e preferências dos participantes nos empreendimentos individuais. A segunda fase do certame constitui-se propriamente de um leilão do tipo combinatório no qual os participantes oferecem lances em pacotes montados de acordo com suas preferências durante um determinado limite de tempo. Somente então uma otimização do tipo *set-packing* é utilizada na otimização do problema sujeito à diversas restrições impostas para que o problema de alocação não cresça exponencialmente a ponto de não convergir em tempo aceitável para o certame.

A metodologia do referido trabalho não será simulada neste, apenas tida como referência de estudo desse formato de leilão para o caso de novos empreendimentos de geração. Esta dissertação complementa o referido trabalho atuando no desenvolvimento de uma metodologia para o participante de tal leilão, abordando uma visão do certame do ponto de vista do investidor.

Para não enfatizar um modelo específico de leilão combinatório, tendo em vista que as restrições impostas no modelo podem variar de acordo com os interesses do designer, será considerado neste trabalho simplesmente a visão geral do funcionamento da formatação combinatória, sem especificações de tempo, rodadas de lances, número máximo de pacotes por participante, etc.

A figura abaixo esquematiza o funcionamento do leilão combinatório de novos empreendimentos considerado neste trabalho.

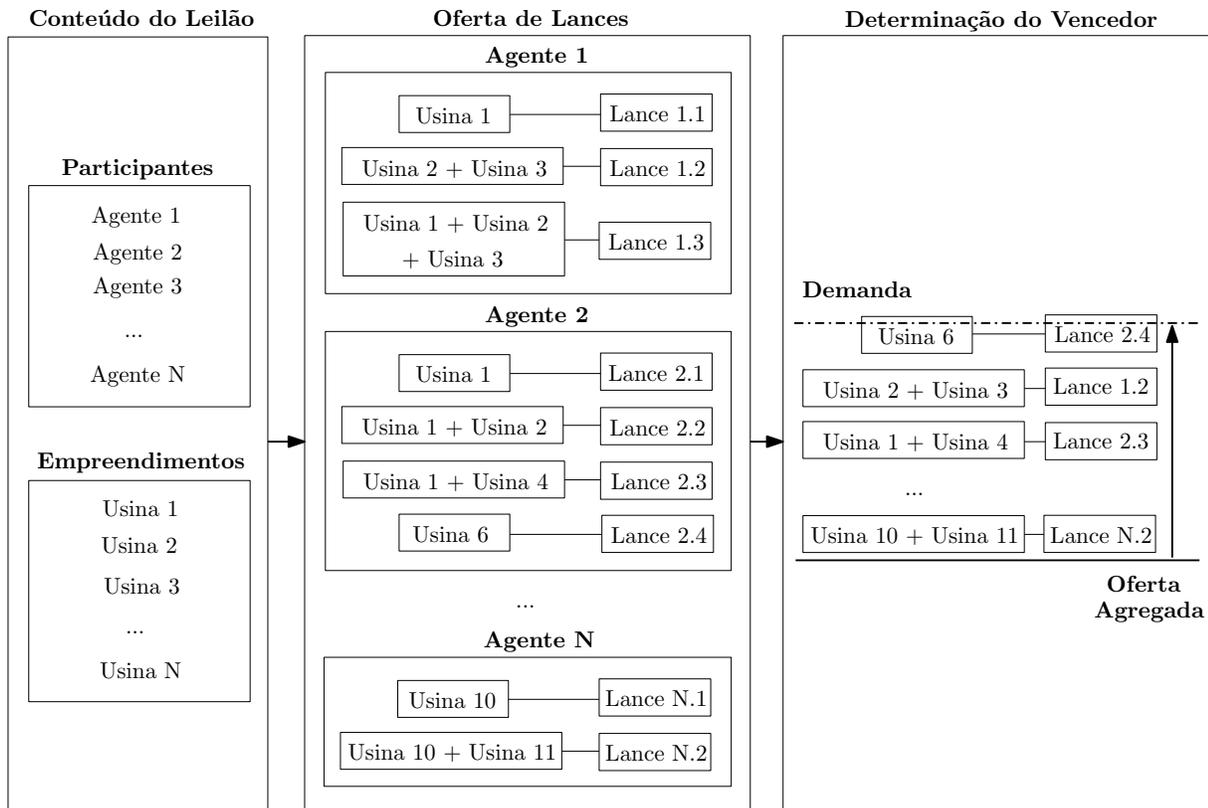


Figura 5.1 - Esquematização de um leilão combinatório de novos empreendimentos.

Fonte: Elaboração Própria

Como ilustrado na figura, os participantes no momento do certame fazem as combinações que desejarem dos ativos em leilão, associando a cada um dos pacotes um único valor de lance. O número de pacotes formados pode variar de agente para agente, podendo este número ser limitado pelo modelo, visto que um problema de alocação deste tipo pode acabar não convergindo dependendo do método empregado na busca de soluções factíveis, como abordado no capítulo 3.

Independente das restrições adotadas no leilão, o processo de otimização dos conjuntos ofertados escolherá os melhores pacotes seguindo critérios de modicidade tarifária e eficiência econômica até o total atendimento da demanda declarada pelas distribuidoras. Os critérios para a determinação do vencedores dependerá das regras impostas pelo leiloeiro, dependendo do objetivo do leilão.

As regras gerais e a sistemática abordada por Silva (2011) não serão implementadas neste

trabalho, isto porque não é necessário reproduzir o modelo utilizado nele para a aplicação desta metodologia. Este trabalho objetiva apenas o conceito geral do leilão combinatório de novos empreendimentos para análise da estratégia de lances de um participante que deseja explorar as complementaridades das fontes alternativas de energia.

A proposta principal do trabalho é utilizar essa formatação de leilão como uma alternativa de incentivo na exploração das complementaridades presentes nos diversos empreendimentos de geração, de modo a diminuir os riscos incorridos pelo investidor que tem interesse em adquirir empreendimentos complementares.

Sabe-se que, pela vasta extensão territorial nacional, os diversos subsistemas são caracterizados por comportamentos climatológicos sazonais distintos. Os períodos seco e úmido podem ser bem caracterizados pela natureza das afluições, que impactam na quantidade de energia que pode ser turbinada por usinas hidrelétricas durante todo o ano. Assim como o comportamento das chuvas, o comportamento dos ventos também varia de forma sazonal no ano e diferencia-se por região.

Observa-se que em termos de dados históricos as medições de ventos possuem um banco de dados muito menor que as medições de chuvas no Brasil. Este fato se deve pela participação recente de fontes eólicas na matriz energética nacional.

Fontes hidráulicas, eólicas e de biomassa são diretamente dependentes dos fatores climáticos para produzirem energia. Fontes hidráulicas e eólicas dependem do volume de chuvas e ventos da região de que fazem parte. Fontes térmicas e biomassa dependem dos fatores climáticos regionais, principalmente das precipitações que antecedem o período de safra, para calibrarem o volume e a qualidade da produção agrícola da cana no período de colheita e moagem. Para essas fontes, vazão, vento e bagaço da cana são os combustíveis das usinas, e portanto, suas produções energéticas são cercadas de incertezas relacionadas ao clima de cada região.

A complementaridade entre o período de chuvas no sudeste e os ventos no nordeste é conhecida, assim como o período de safra da cana-de-açúcar é complementar ao período úmido na região sudeste. Essas complementaridades mostram-se evidentes nos níveis de geração durante os meses do ano, e assim como a remuneração de ativos de uma carteira, podem ser combinados na busca de uma carteira de menor risco, traduzido em variância sobre a geração média anual total.

Fontes a biomassa em período fora de safra não geram, pois não possuem combustível disponível. Fontes hidráulicas e eólicas sempre geram, porém em volumes variantes no ano dependendo

das afliências e do volume de ventos do mês. Embora possuam essa característica de geração com dependência climatológica e despacho centralizado pelo ONS, a receita do agente depende da capacidade efetiva de geração da usina e de seus contratos firmados. Como agentes participantes do mercado estão expostos às variações de PLD, bastante volátil e dependente de fatores climáticos, diminuir sua exposição num período de déficit com relação ao seu montante contratado diminui sua exposição ao preço *spot*, diminuindo portanto os riscos que envolvem o investimento.

Nota-se que apesar de certos empreendimentos possuírem características complementares de geração, e portanto, serem capazes de conjuntamente diminuir os riscos de exposição do investidor ao PLD no que se refere à uma geração anual menos variável, essa característica não é explorada em outros modelos de leilões, pois neles, para adquirir os bens em conjunto o participante corre o risco de adquirir apenas parte deles, o que pode não ser tão interessante para o investidor em termos de retorno esperado, e por essa razão o participante, neste caso, precifica junto ao lance o risco de não adquirir os empreendimentos em conjunto. A eliminação desse risco pela formatação do leilão combinatório incentiva que o empreendedor interessado em múltiplos bens complementares seja mais competitivo para adquiri-los em conjunto, reduzindo no lance sua precificação do possível risco incorrido no modelo atual.

5.1 Simulação da Metodologia

A metodologia proposta nesta dissertação divide-se em duas etapas:

- Etapa 1: Otimização de Portfólio
- Etapa 2: Avaliação de Lances

As etapas, apesar de distintas, complementam-se no processo decisório do agente na tentativa de avaliar quantitativamente a possível redução em valor de lance dos riscos imputados pelo agente na participação em um leilão combinatório.

As hipóteses adotadas nesta metodologia incluem a aversão ao risco dos agentes participantes sobre a volatilidade dos preços PLD e o interesse em adquirir bens complementares em geração na tentativa de sair do leilão com um portfólio ótimo de mínimo risco de exposição ao mercado *spot*.

5.2 Etapa 1: Otimização de Portfólio

A etapa de otimização de portfólio realiza as seguintes operações:

- Análise dos empreendimentos em leilão e atribuição dos custos operacionais, de manutenção e investimento para cada usina.
- Otimização de portfólio baseada no modelo de Markowitz aplicado sobre as estimativas de geração anual de cada usina.
- Criação de uma fronteira eficiente dada pelo conjunto de pontos correspondente aos portfólios ótimos em diversos níveis de receita mínima.

A ferramenta desenvolvida no trabalho ajuda o agente participante dessa formatação de leilão à precificar seu lance, seja em pacotes de empreendimentos, seja em empreendimentos individuais.

A primeira etapa da análise otimiza os empreendimentos postos em leilão na construção de um portfólio ótimo. O objetivo principal dessa etapa é a visualização da combinação de empreendimentos que acarreta na diminuição da exposição ao PLD do empreendedor à longo prazo, baseando-se na minimização das variações anuais da geração das fontes combinadas. Observa-se que a ferramenta pode igualmente ser aplicada em conjunto com o portfólio atual do agente na busca do conjunto de empreendimentos em leilão que melhor complementa seu portfólio atual. A adaptação seria necessária apenas na consideração de quais empreendimentos podem ser escolhidos frente aqueles que já fazem parte do portfólio.

O modelo adotado para a otimização do portfólio tem como base o Modelo de Markowitz. Os ativos considerados são empreendimentos de geração e as correlações levam em conta as estimativas de geração durante o prazo de concessão. Como a geração dos empreendimentos é em sua maioria dependente de fatores climáticos, com destaque para as fontes de geração consideradas nesse trabalho (fontes alternativas), é interessante que as estimativas de geração levem também em conta cenários otimistas e pessimistas numa análise mais profunda do impacto das correlações entre clima e produção de energia.

Adaptado ao problema de investimentos físicos, as variáveis de decisão do problema de otimização de portfólio passam a ser binárias, de forma que um empreendimento seja considerado por inteiro quando escolhido para compor o portfólio.

As estimativas de geração de todas as usinas a serem consideradas para o portfólio são dados de entrada para a ferramenta, assim como seus dados de potência instalada e garantia física. Esses dados servem de base para analisar as características sazonais de geração de cada uma delas e estimar uma receita mínima obtida pelo portfólio. A receita mínima gerada por cada empreendimento durante o período de concessão equivale ao montante da garantia física pelo lance mínimo que o empreendedor estaria disposto a oferecer pelo investimento descontado do montante superior/inferior gerado acima/abaixo de sua garantia física. Em outras palavras, considera-se que todo déficit ou excedente de geração é liquidado ao PLD do mês, sendo a garantia física pelo lance mínimo a única receita fixa considerada no problema.

A quantidade de garantia física destinada ao ACR representa uma diminuição nos riscos do investidor, pois representa uma receita fixa mínima que ele obterá pelo investimento. Destinar uma parte dessa garantia física do empreendimento para o ACL possibilita que o agente aproveite as oportunidades de mercado que possam aparecer durante os anos de concessão, expondo-o mais a riscos de oscilação dos preços, oferecendo em contrapartida a oportunidade de ganhos. Porém, cabe lembrar que os preços do mercado *spot* equilibram a oferta e demanda dos mercados ACR e ACL, sendo possível dizer que no limite os preços de ambos os mercados convergem num mesmo valor. Por essa razão, para fins de análise foi suposto que toda a garantia física dos empreendimentos é destinada ao ACR e o excedente/déficit de geração é liquidado ao PLD.

O custo de cada empreendimento requerido como dado de entrada equivale aos custos totais estimados de investimento e manutenção da usina incluindo uma taxa mínima de atratividade calculada pelo agente em R\$/MWh. O lance mínimo corresponde ao valor de lance em R\$/MWh a ser dado pela alocação total da garantia física no ACR capaz de cobrir os custos totais do investimento mais toda a parte de geração superavitária ou deficitária liquidada ao PLD de submercado da usina.

A receita mínima é resultante do mesmo cálculo utilizado para a obtenção do lance mínimo, porém em R\$ por todos os anos da concessão.

A receita mínima resultante de cada empreendimento entrará na composição da restrição de receita imposta no modelo como uma média ponderada da receita mínima de cada empreendimento pela capacidade efetiva de geração de cada empreendimento que compõe o portfólio.

A restrição de receita obriga que o usuário insira uma receita mínima desejada em R\$ que espera obter do portfólio. Esta restrição garante que o problema não convirja numa solução tão minimizada que resulte numa receita decepcionante ao investidor.

O resultado da otimização busca na fronteira eficiente o portfólio ótimo para cada nível de receita mínima imposta, fornecendo para o investidor uma visualização do *trade-off* entre benefício e risco do investimento para que ele possa embasar sua decisão.

Em linhas gerais, a 5.2 ilustra esquematicamente todo o processo da Etapa 1, desde a escolha das fontes complementares até a construção da fronteira eficiente.

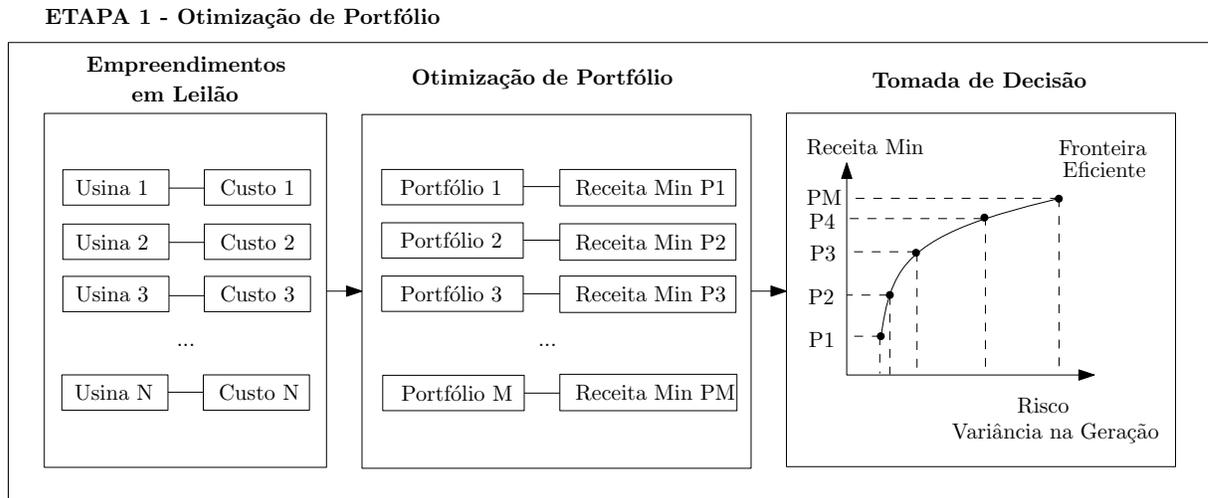


Figura 5.2 - Esquemática da Etapa 1 da metodologia.

Fonte: Elaboração Própria

5.2.1 Formulação Matemática

O modelo matemático tem como função objetivo a minimização dos riscos de geração de energia do portfólio de empreendimentos.

Baseado na Teoria do Portfólio pelo modelo de Markowitz, a função objetivo visa minimizar a variância dos níveis de geração total de energia do portfólio pela inserção de empreendimentos negativamente correlacionados. O processo se dá através de uma otimização inteira com variáveis de decisão binárias ($x_{i,j}$) que são combinadas pelo programa até que o problema convirja numa solução ótima de mínima variância.

A restrição de receita é adicionada para que na diminuição dos riscos a otimização não resulte numa receita desagradável ao investidor. Por isso, o portfólio ótimo deve gerar uma receita que no

mínimo mantenha o interesse do investidor pelos investimentos conjuntos.

A restrição das variáveis binárias é intrínseca à otimização de portfólios de empreendimentos visto que um empreendimento não pode ser atribuído em partes, caso o agente acabe adquirindo-os em leilão.

A descrição matemática do problema é fornecida abaixo:

$$\text{Min} \sum_{j \in I} \sum_{i \in I} x_i \sigma_{ij} x_j \quad (5.1)$$

$$\text{s.a.} \sum_{i \in I} r_i x_i \geq R \quad (5.2)$$

$$x_{i,j} \in \{0,1\} \quad (5.3)$$

onde

I Conjunto dos empreendimentos em leilão

R Nível de receita mínima

σ_{ij} Elemento ij da matriz de covariâncias

r_i Receita gerada pelo empreendimento i

x_i Variável binária indicadora da atribuição do empreendimento i ao portfólio ótimo

5.3 Etapa 2: Avaliação de lances

A etapa de avaliação de lances realiza as seguintes operações:

- Cálculo de um lance mínimo sobre o portfólio escolhido dada a aversão ao risco do agente principal.
- Cálculo dos lances mínimos dos principais agentes adversários atribuindo uma aversão ao risco a cada um deles.
- Sorteio de Monte Carlo sobre uma possível curva comportamental de cada agente adversário.
- Curva de probabilidade de aparição dos melhores lances adversários em leilão para o

portfólio escolhido.

Encontrado o conjunto de empreendimentos que formam o portfólio ótimo, uma estratégia de avaliação de lances é realizada através do Método de Monte Carlo associado com os perfis de risco dos participantes do leilão considerados concorrentes. Nesta etapa o participante deve supor informações sobre seus adversários em leilão embasadas em informações pessoais ou dados adquiridos na observação de um comportamento repetitivo dos participantes oponentes em leilões anteriores.

As informações relevantes tidas como dados de entrada da ferramenta consideradas no trabalho tratam do perfil de risco próprio do agente e de seus adversários, além de variações nos custos de investimento considerando uma taxa mínima de atratividade, além de diferenças de concepção de projetos que poderia acarretar uma pequena diferença nos custos de investimento de cada participante.

A ferramenta necessita como dados de entrada os custos totais estimados de investimento e manutenção das usinas a serem consideradas no portfólio, incluindo custos com combustível, como é o caso de usinas térmicas à biomassa. Os valores adotados de custos devem conter a taxa mínima de atratividade do investidor e devem ser supostos valores para os demais agentes que disputarão o empreendimento em leilão, considerados perfis oponentes. Observa-se que como valores de custos de investimento são tidos como de valor comum, uma variação grande nas estimativas desses valores não é cabível numa avaliação de lances para um mesmo tipo de investimento.

Um perfil é criado para cada oponente que o participante deseja enfrentar, atribuindo à ele uma curva de distribuição de probabilidades limitada aos valores de lance mínimo e preço de referência. Essa curva reflete o perfil de seu adversário, podendo o mesmo ser do tipo avesso ao risco, preferindo valores mais próximos do valor de referência, ou propenso ao risco, preferindo valores mais próximos dos custos do investimento. A curva de distribuição de probabilidades pode ser inferida baseada em informações de lances que este adversário tenha oferecido em leilões anteriores ou em um comportamento observado frente à loterias de Von Neumann, refletindo o perfil de utilidade do agente adversário.

As curvas que refletem cada perfil servem de base para o sorteio de Monte Carlo, com o qual são gerados um número elevado de valores sorteados aleatoriamente frente à curva do perfil de cada oponente.

Como para vencer o leilão basta que o participante vença apenas o melhor dos lances ofertados por seus adversários, uma avaliação dos lances ofertados em cada rodada do sorteio de Monte Carlo é realizada para selecionar apenas o melhor lance de cada uma delas, gerando um perfil oponente único a partir dos perfis de todos os seus oponentes. Dessa forma, basta que o usuário observe a curva de distribuição de probabilidade dos melhores lances e ofereça um lance melhor que o melhor de seus oponentes.

Obter uma visão sobre os melhores lances prováveis ajuda o decisor a aproximar-se da melhor receita que ele pode obter dentro de um risco aceitável para ele. O objetivo é tentar obter uma melhor receita aproximando-se do lance do melhor adversário, afinal como visto na teoria de leilões, a diferença entre o segundo melhor lance ofertado e o melhor lance ofertado é uma receita que o vencedor deixou de obter por uma má avaliação do real valor do objeto.

Cabe lembrar que a ferramenta atuará no suporte à decisão do investidor na avaliação do lance para que o mesmo não dê maior preferência ao jogo do que a real valoração do bem, evitando igualmente que o agente caia na maldição do ganhador. Porém, a escolha do lance é feita pelo usuário da ferramenta, podendo com ela decidir frente às probabilidades de aparições dos melhores lances de seus adversários, supostamente interessados nos mesmos bens.

Observa-se que cada ativo ou conjunto de ativos que estão relacionados com um valor de lance merecem uma rodada da ferramenta individual. Dessa maneira é possível avaliar as possíveis aparições de lances para cada empreendimento ou pacote de empreendimentos juntamente com os potenciais competidores interessados nos mesmos bens.

Para o caso de múltiplos empreendimentos que receberão um lance, a ferramenta pondera pela capacidade instalada de cada usina do portfólio os custos de capital e operacionais inseridos nos perfis de cada agente. Dessa forma, é possível avaliar os perfis oponentes no mesmo portfólio pela alteração do lance mínimo resultante para a aquisição dos bens em conjunto, podendo este valor ser calibrado pelo agente usuário dentro dos ativos individuais.

ETAPA 2 - Avaliação de Lances

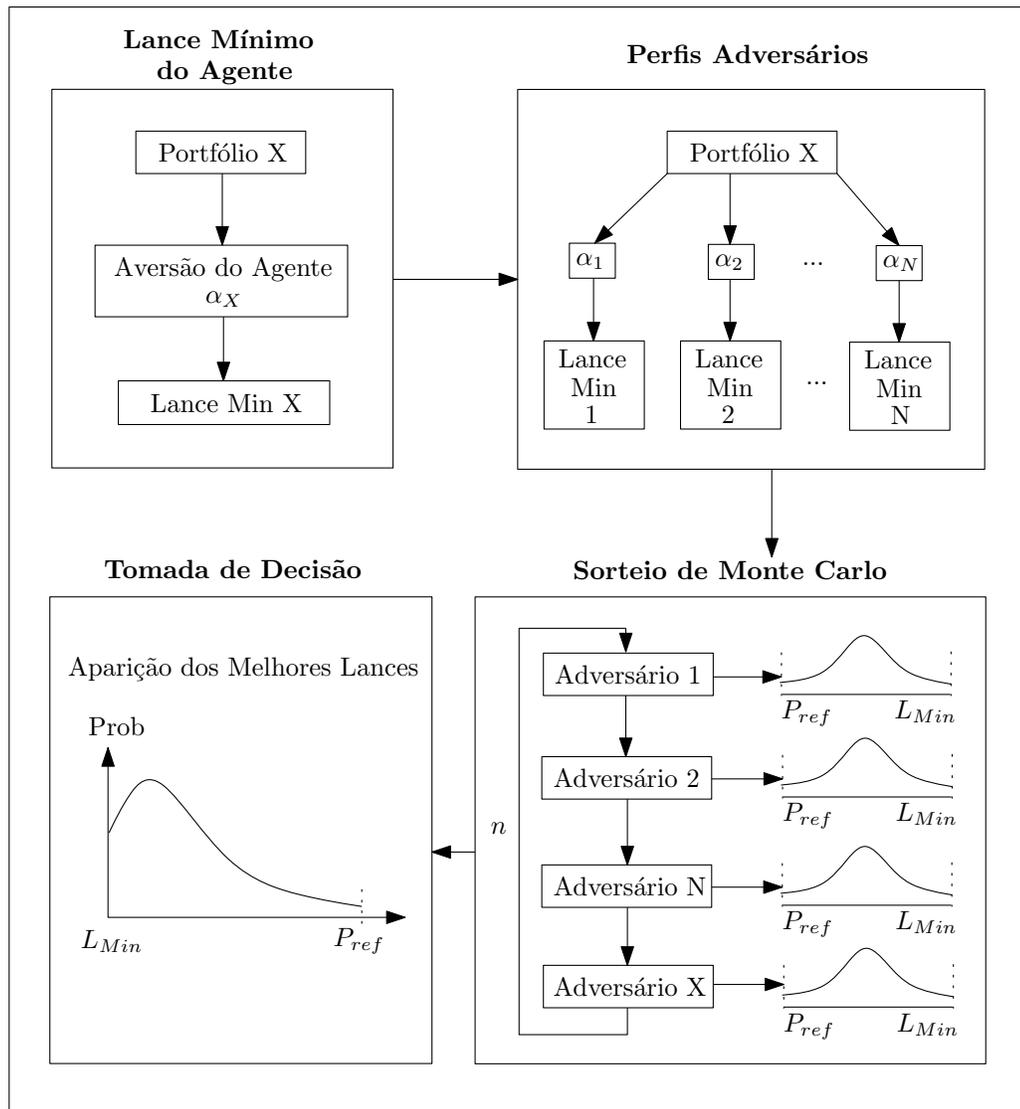


Figura 5.3 - Esquemática da Etapa 2 da metodologia.
Fonte: Elaboração Própria

6 RESULTADOS

Tendo como objetivo mostrar a implementação da ferramenta, um estudo de caso foi realizado embasado em valores fictícios.

O conjunto de usinas supostas em leilão combinatório resumiu-se apenas em fontes hidráulicas, eólicas e térmicas à biomassa, consideradas fontes alternativas de energia e sobre as quais o conceito de complementaridade na geração é adequadamente empregado.

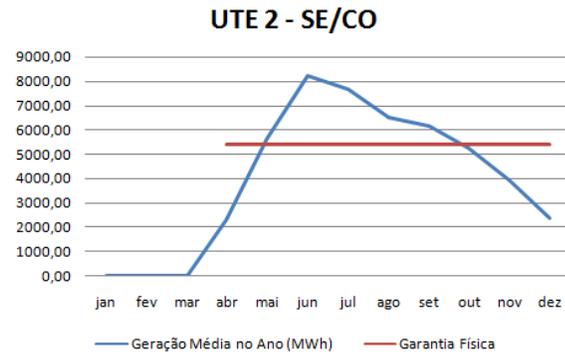
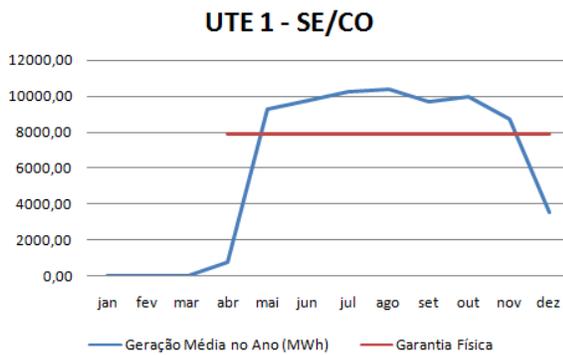
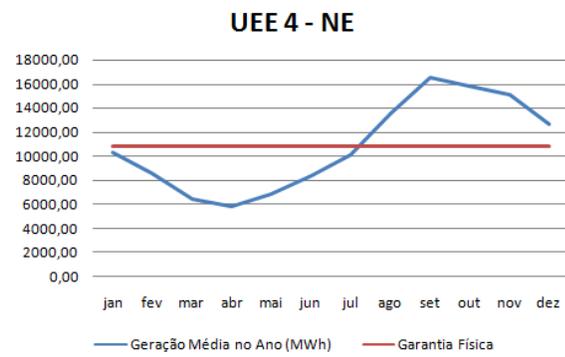
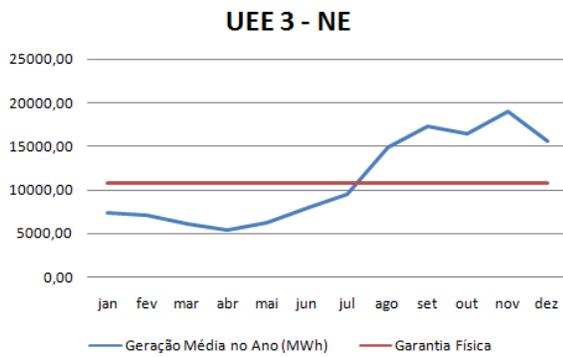
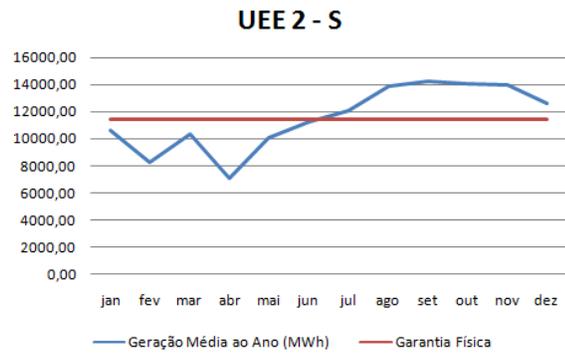
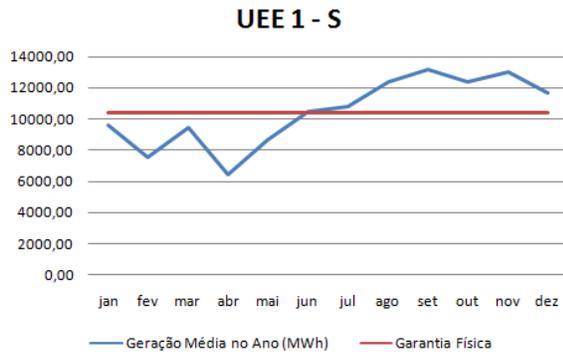
Foram consideradas como dados de entrada projeções médias de geração para 4 usinas eólicas (UEE), 4 usinas térmicas a biomassa (UTE) e 7 pequenas centrais hidrelétricas (PCH) presentes nos submercados Sul, Sudeste/Centro-Oeste, Nordeste e Norte com base em dados médios mensais de geração extraídos de usinas do Proinfa - Programa de Incentivo às Fontes Alternativas de Energia, e cujos valores de geração mensais são públicos (ELETROBRÁS, 2012b).

A tabela abaixo reúne os dados das usinas consideradas para estudo especificando a potência, o fator de capacidade e o subsistema de cada uma delas.

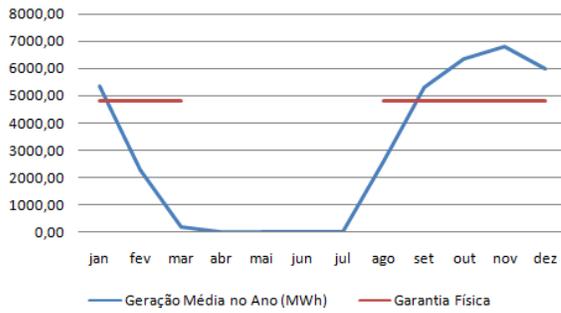
Tabela 6.1 - Tabela de usinas

Usina	Submercado	Potência (MW)	Fator de Capacidade (%)
UEE 1	S	50	28,96
UEE 2	S	50	31,35
UEE 3	NE	50	30,33
UEE 4	NE	49,3	29,85
UTE 1	SE/CO	20,2	30,91
UTE 2	SE/CO	42,52	11,21
UTE 3	NE	20	21,19
UTE 4	NE	16	37,26
PCH 1	SE/CO	28	85,57
PCH 2	SE/CO	30	60,81
PCH 3	NE	11	43,54
PCH 4	NE	16	35,98
PCH 5	N	14	46,20
PCH 6	N	16	52,31
PCH 7	S	9	54,50

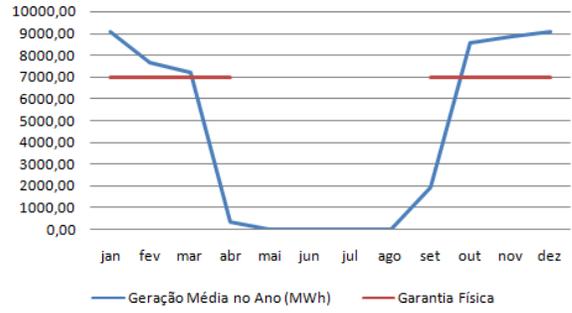
Os gráficos abaixo ilustram os perfis de geração média anual para cada tipo de fonte em cada submercado assim como os valores de garantia física considerados para cada uma delas, notando que a escala dos valores depende da capacidade instalada e do fator de capacidade da usina considerada no gráfico. Observa-se a presença de complementaridades nos perfis de geração dos diferentes submercados no ano.



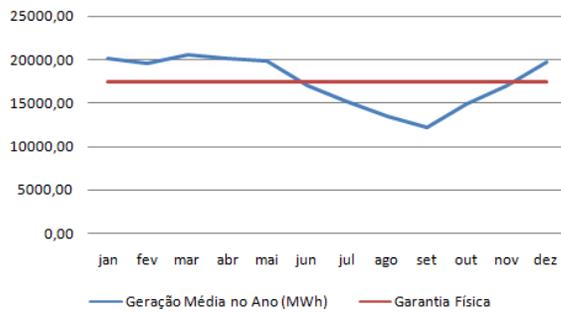
UTE 3 - NE



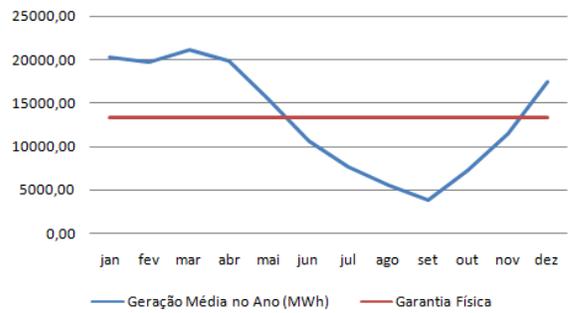
UTE 4 - NE



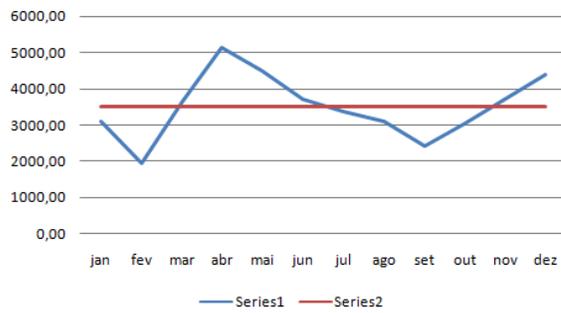
PCH 1 - SE/CO



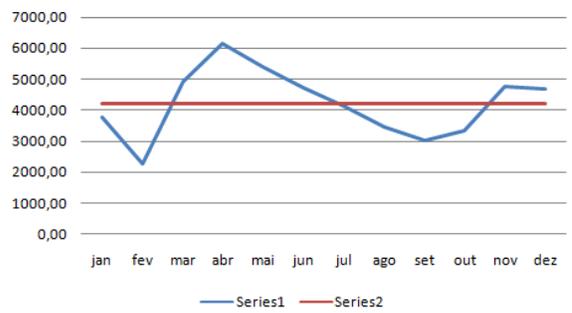
PCH 2 - SE/CO



PCH 3 - NE



PCH 4 - NE



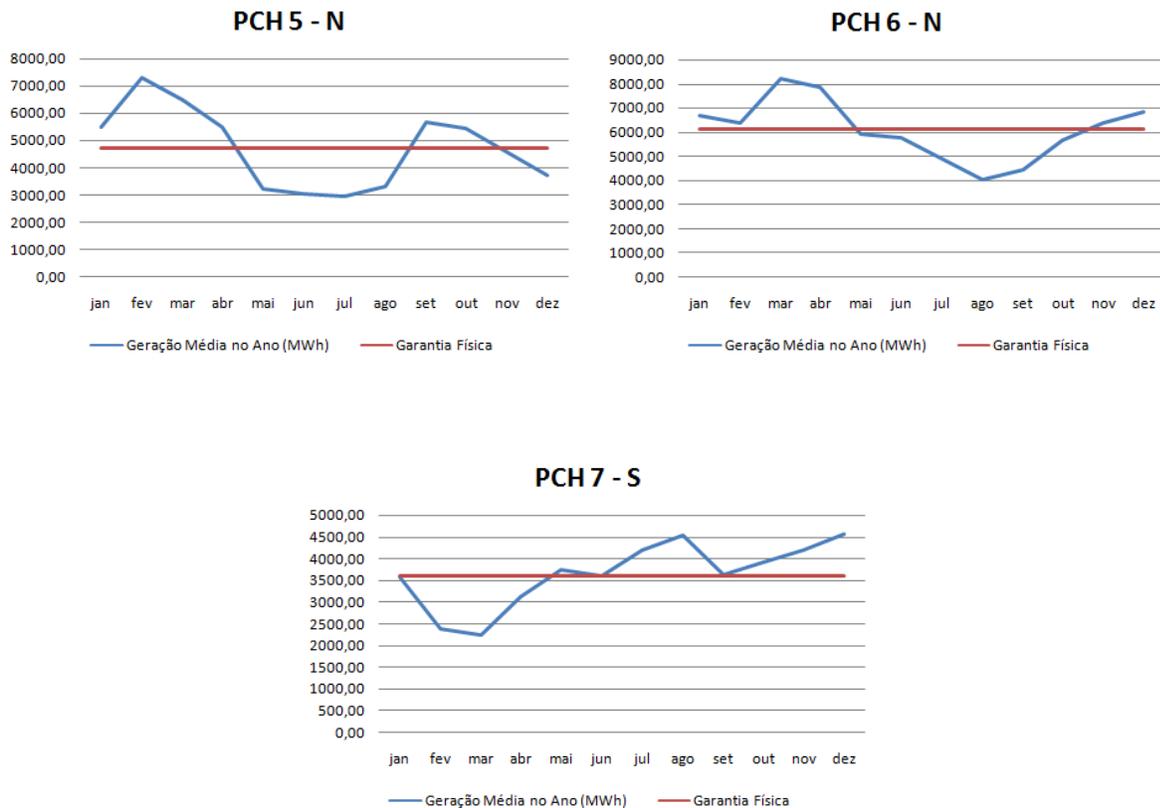


Figura 6.1 - Perfil de geração das usinas consideradas em leilão combinatório
 Fonte: Elaboração própria.

Projeções do PLD também são supostas como dados de entrada da ferramenta para a previsão de preços do mercado *spot* futuro. Os valores médios mensais do PLD em R\$/MWh são considerados segundo previsões do modelo Newave para os primeiros 5 anos a partir de 2010 e reajustados para os anos seguintes numa análise em 15 anos, suposto como período de concessão do leilão.

Sabe-se que o PLD não é de fácil previsão, e como é possível visualizar no gráfico de projeções, os valores esperados pelo modelo não refletem a longo prazo os valores a serem realizados no mercado *spot*. Como os preços do mercado *spot* de energia elétrica brasileiro são dependentes de um despacho centralizado baseado em um modelo matemático estocástico que dita valores de custo da operação do sistema, que por sua vez é dependente de dados de entrada baseados em previsões climáticas, é de se esperar que o modelo seja capaz de ilustrar preços de mercado em um curto prazo, quando a previsão de *input* do modelo seja efetivamente estabelecida. No mais, todo modelo estocástico tende à uma estabilização futura de valores esperados, que não necessariamente refletem o futuro, e sim uma perda da capacidade de predição do modelo. Esses fatores salientam a

questão sobre a volatilidade dos preços do mercado e a pouca previsibilidade dos valores futuros, tornando os riscos de exposição do agente investidor mais evidentes.



Figura 6.2 - Projeção de preços PLD obtidos por uma rodada do modelo Newave para 5 anos a partir de janeiro de 2010.

As previsões do PLD são utilizadas para se estimar uma receita do empreendedor para a parte de energia gerada fora do limite alocado em leilão, supondo, por simplificação, que todo excedente ou déficit de geração, em relação à porcentagem da energia destinada ao ACR, será liquidada no mercado *spot* ao preço do PLD para o mês de geração.

Observa-se aqui que as regras atuais para a contratação da garantia física de usinas de diferentes tipos de fonte não foram impostas no trabalho. O cálculo das garantias físicas das usinas foi simplificado e considerado como uma aproximação da média de geração mensal no ano para todas elas. Observa-se que para o cálculo da garantia física de usinas a EPE utiliza metodologias mais elaboradas, que variam por tipo de fonte e por aspectos de planejamento do sistema, e que fogem do escopo do trabalho. Nota-se igualmente que as garantias físicas reais das usinas não foram utilizadas pois a metodologia de contratação do Proinfa difere-se do realizado em leilões regulados de energia nova ou de fontes alternativas, não se adequando ao propósito do trabalho.

A tabela abaixo resume os valores de garantia física considerados para cada empreendimento da simulação.

Tabela 6.2 - Garantias físicas das usinas consideradas no problema

Usina	Submercado	Garantia Física (MWh)
UEE 1	S	10.400
UEE 2	S	11.400
UEE 3	NE	10.800
UEE 4	NE	10.800
UTE 1	SE/CO	7.900
UTE 2	SE/CO	5.400
UTE 3	NE	4.800
UTE 4	NE	7.000
PCH 1	SE/CO	17.500
PCH 2	SE/CO	13.300
PCH 3	NE	3.500
PCH 4	NE	4.200
PCH 5	N	4.700
PCH 6	N	6.100
PCH 7	S	3.600

Considerou-se no modelo executado no trabalho que as diferentes usinas podem ter déficits de geração para certos períodos do ano dependendo do montante contratado no mercado regulado. Para essas fontes, é considerado que o gerador deve comprar energia ao PLD de seu submercado para honrar seus contratos firmados em leilão. Em caso contrário, o agente recebe pelo excedente produzido na liquidação ao PLD.

Empreendimentos a biomassa possuem seu déficit ou excedente liquidados ao PLD somente em período de safra, ou seja, para os meses nos quais a geração é zero, por falta de bagaço para a produção energética, a liquidação na faixa da garantia física não é realizada, para que o agente não incorra um déficit a ser pago à CCEE em meses nos quais a produção certamente é inexistente. Essa simplificação foi adotada pois em termos de regras do setor fontes a biomassa possuem exceções na sazonalização de seus montantes anuais de geração por conta das interdependências climáticas e agrícolas que afetam o combustível da usina, ocasionando meses nos quais a usina é incapaz de produzir energia.

Observa-se que as simplificações foram realizadas pois o objetivo principal do trabalho não é executar uma ferramenta que segue fielmente as regras do setor elétrico, e sim analisar o potencial de uma formatação de leilão combinatório na exploração das complementaridades presentes entre diferentes tipos de fonte. A dificuldade em obter dados de usinas reais e valores executados no mercado para fins de trabalho acadêmico foi igualmente um obstáculo na criação de um modelo mais realístico, o que não impede que trabalhos futuros explorem essa parte.

Os gráficos de perfil de geração de diversos tipos de fontes alternativas mostram a presente complementaridade entre elas. O trabalho supõe que as fontes consideradas estão postas em um leilão do tipo combinatório, no qual o agente poderá efetuar as combinações de empreendimentos

que desejar realizando um único lance em R\$/MWh para cada pacote formado. Dessa forma, será possível que o empreendedor interessado em explorar as complementaridades entre as fontes com o objetivo de diminuir sua exposição ao preço PLD, possa realizar uma avaliação de lances para as combinações que dão origem ao seu portfólio ótimo.

6.1 Etapa 1: Otimização de Portfólio

Na tentativa de encontrar a melhor combinação das fontes, uma otimização de portfólio baseada no modelo de Markowitz é realizada sobre as fontes postas em leilão, tendo como função objetivo a minimização da matriz de covariâncias dos empreendimentos em base energética. O risco contabilizado para a seleção do empreendimento, nesta análise, consiste apenas na variação da energia gerada pelo empreendimento no tempo, ou seja, é contabilizado apenas o risco relacionado à variância da geração de energia para atendimento de uma carga constante ao ano. O portfólio ótimo visa, portanto, a diminuição da variação da geração total, resultando em uma curva de geração conjunta mais aplainada que possibilitará ao empreendedor do portfólio estar menos exposto a déficits de geração, se expondo menos aos riscos relacionados à exposição ao PLD.

Tabela 6.3 - Matriz de covariâncias

Covariâncias										x
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
0	8597649,709	8283672,44	3672084,986	2739174,891	5014669,613	206228,6406	-2691974,956	-9042871,392	2068643,947	0
1	8283672,44	19536819,65	7528574,515	5203450,013	8966837,545	193684,0337	-6653931,501	-19548762,19	3861166,107	0
2	3672084,986	7528574,515	20717416,35	8631556,909	1575312,217	-103051,9269	-5847733,463	-17556216,46	2594035,695	1
3	2739174,891	5203450,013	8631556,909	11359557,4	224830,7923	-24430,49675	-4983777,322	-14913097,46	810167,6523	0
4	5014669,613	8966837,545	1575312,217	224830,7923	10376122,33	285332,7786	-1013168,994	-3938644,042	2261878,234	0
5	206228,6406	193684,0337	-103051,9269	-24430,49675	285332,7786	71855,60085	174785,3895	91512,16629	43747,88727	0
6	-2691974,956	-6653931,501	-5847733,463	-4983777,322	-1013168,994	174785,3895	7323366,942	15281962,31	-1186174,907	0
7	-9042871,392	-19548762,19	-17556216,46	-14913097,46	-3938644,042	91512,16629	15281962,31	44657759,38	-4643005,936	0
8	2068643,947	3861166,107	2594035,695	810167,6523	2261878,234	43747,88727	-1186174,907	-4643005,936	2164561,647	0

Uma restrição de receita mínima é imposta para que o problema não convirja num risco tão minimizado que gere uma receita insatisfatória ao investidor. A ausência dessa restrição faz com que o resultado da otimização convirja no portfólio de receita zero, que é igualmente aquele de mínima variância. Por essa razão, o participante deve inserir uma receita mínima desejada que pretende obter do portfólio.

O portfólio ótimo de geração é obtido através da minimização da matriz de covariâncias relacionadas à geração por uma programação inteira do tipo binária otimizado pelo software *Premium Solver* da *Frontline System*, capaz de otimizar funções quadráticas, elegendo quais empreendimentos de geração devem fazer parte do portfólio de forma a atender um pré-requisito mínimo de receita desejado pelo investidor.

Os custos de investimento e produção leva em consideração os custos médios da geração de eletricidade em R\$/MWh para os tipos de fontes consideradas extraído do PNE 2030 para uma condição hidrológica média e taxa mínima de atratividade de 11% a 13% ao ano (ENERGÉTICA, 2007).

Os custos de investimento médio por tipo de fonte também foi extraído do PNE 2030 e colocado na análise para que o investidor possa visualizar o custo de investimento total de seu portfólio desconsiderando manutenções e custos de combustível. Esses custos de investimento refletem um capital que deve ser aportado num curto prazo para a construção da usina, e portanto, trata-se de um fator importante observado pelo empreendedor na análise de investimentos.

Usina	Custo de Investimento (R\$/MW)	Custos Totais em (R\$/MWh)
Pequenas Centrais Hidrelétricas	1200	50,00
Usinas Eólicas	1200	130,00
Usinas Térmicas a Biomassa	900	65,00

Tabela 6.4 - Custos de investimento e custos médios de geração de eletricidade para fontes alternativas.

Fonte: Energética (2007).

O dólar foi considerado US\$1=R\$1,75, resultando nos valores acima. PCHs com potência acima de 20 MW foi considerado um custo total de geração de 85,00 R\$/MWh segundo dados do mesmo relatório.

O custo da cana foi considerado em torno de 80 R\$/MWh para que as fontes eólica e térmica consideradas no trabalho tivessem custos próximos, ilustrando uma situação similar dos preços de

venda dessas fontes em leilões de energia nova e de fontes alternativas entre os anos de 2007 a 2010.

Por simplificação, toda a garantia física das usinas é considerada alocada 100% ao ACR em leilão. Em todo caso, a ferramenta permite que outro valor seja atribuído, porém a porcentagem destinada ao ACL será considerada liquidada ao PLD do mês. Aparentemente, essa configuração diminuiria a exposição do agente ao PLD da forma como a modelagem foi considerada no estudo. Porém, ressalta-se que a parte ACL será efetivamente negociada no mercado livre por conta do agente, expondo-o a um risco não mensurável simplesmente com base na projeção de preços do Newave à longo prazo, dependendo inclusive das posições que o agente pode tomar no mercado segundo seus contratos negociados e à variação do PLD. Essa análise pode ser realizada pelo agente utilizando outros métodos e estratégias de mercado que fogem do objetivo desta dissertação. Cabe lembrar que há um equilíbrio entre mercados ACR e ACL pela migração de consumidores cativos para livres, e vice-versa, permitindo considerar em teoria que no limite ambos mercados convergem para um mesmo preço.

O valor de lance mínimo é considerado como dado de entrada para a otimização do portfólio. Para o cálculo considerou-se que o lance mínimo deve ser capaz de cobrir os custos totais de geração de eletricidade para cada tipo de fonte considerando a remuneração fixa da garantia física e a parte liquidada ao PLD, tanto em excedente quanto em déficit. A fórmula matemática utilizada está representada a seguir:

$$L_{\min} = \frac{L_{\text{custos}} \cdot \text{Ger}_{\text{total}} + \text{Receita}_{\text{PLD}}}{\text{GF} \cdot M_{\text{Ano}} \cdot \text{Anos}} \quad (6.1)$$

L_{\min}	Lance Mínimo
L_{custos}	Valor de lance que cobre os custos totais de geração de energia
$\text{Ger}_{\text{total}}$	Geração total estimada da usina pelo período de concessão
$\text{Receita}_{\text{PLD}}$	Receita total gerada pela liquidação ao PLD, podendo ser positiva ou negativa
GF	Garantia física da usina
M_{Ano}	Meses de geração no ano
Anos	Tempo de concessão em anos

Os valores de lance mínimo para cobrir os custos totais de cada empreendimento, assim como a receita mínima gerada por cada um deles está ilustrado na tabela.

Tabela 6.5 - Garantias físicas das usinas consideradas no problema

Usina	Lance Mínimo (R\$/MWh)	Receita Mínima (R\$)
UEE 1 (S)	129,64	244.565.389,08
UEE 2 (S)	129,64	267.744.532,38
UEE 3 (NE)	124,76	259.021.812,08
UEE 4 (NE)	126,38	253.185.567,57
UTE 1 (SE/CO)	118,39	97.196.707,89
UTE 2 (SE/CO)	117,62	87.950.460,58
UTE 3 (NE)	117,71	65.627.704,15
UTE 4 (NE)	121,04	91.917.843,33
PCH 1 (SE/CO)	86,32	267.594.333,96
PCH 2 (SE/CO)	88,26	203.743.252,89
PCH 3 (NE)	66,28	40.910.882,92
PCH 4 (NE)	66,69	49.162.783,46
PCH 5 (N)	66,74	55.245.125,81
PCH 6 (N)	67,27	71.490.375,48
PCH 7 (S)	63,20	41.896.469,22

Observa-se que para alguns empreendimentos o lance mínimo é inferior ao valor de custo médio de geração em R\$/MWh. Isto acontece porque para esses empreendimentos o excedente liquidado ao PLD supera o déficit, gerando uma receita extra para o agente.

No entanto, a projeção do PLD pelo modelo Newave ilustra preços futuros sempre crescentes e muitas vezes diferentes dos realizados no mercado. Um agente do setor sempre observa valores de energia natural afluyente (ENA), bastante impactantes no modelo de despacho centralizado hidrotérmico. A comparação dos valores de ENAs com os preços dos diferentes submercados mostra uma elevação no PLD em média mais acentuada durante o período seco, que vai de abril a novembro do ano, seguindo prioritariamente o regime hidrológico do susistema sudeste.

A média dos valores históricos dos últimos 6 anos de energia natural afluyente e preços PLD estão ilustrados nos gráficos a seguir por submercado.

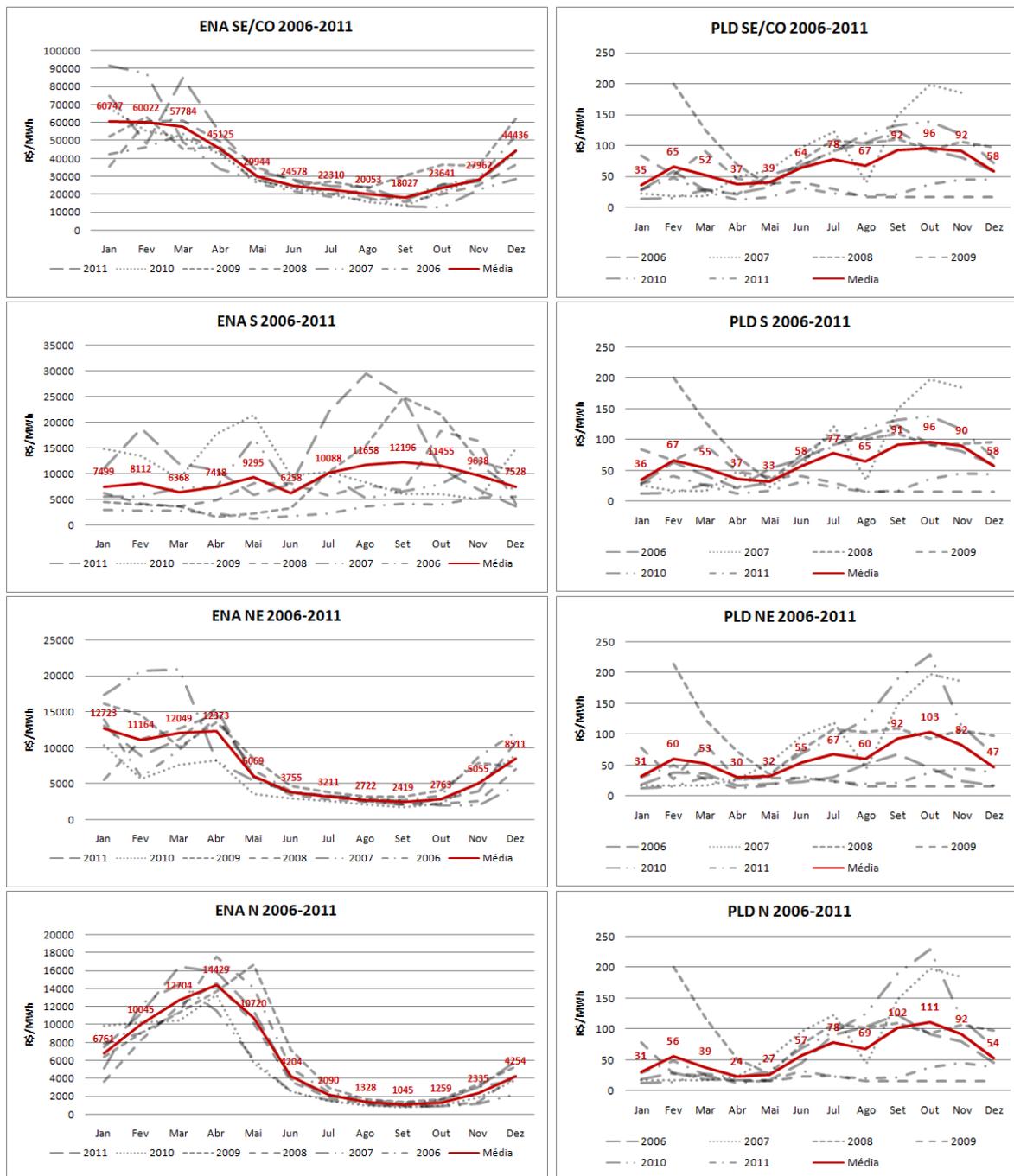


Figura 6.3 - Energia Natural Afluente e PLD dos últimos 6 anos por submercado.

Supondo que por conta da volatilidade dos preços PLD do mercado de curto prazo, da certa imprevisibilidade do modelo Newave para valores de PLD à longo prazo, além dos patamares distantes limitantes dos valores de máximo e mínimo dos preços¹, o agente tenha uma aversão ao

¹Para o ano de 2010, o patamar de preço máximo foi de 622,21 R\$/MWh e o patamar de preço mínimo foi de 12,80 R\$/MWh. Para o ano de 2012, o patamar de preço máximo é de 727,52 R\$/MWh e o patamar de preço mínimo é de

risco de ficar exposto ao PLD podendo ter a obrigação de arcar com custos inesperados do mercado de curto prazo em decorrência de sua exposição e do tempo de cencessão.

Tendo como objetivo ilustrar uma aversão ao risco de exposição do agente, um fator de 1,2 foi aplicado ao déficit de geração liquidado ao PLD para agentes considerados moderadamente avessos ao risco e um fator de 1,4 foi aplicado aplicado ao déficit de geração liquidado ao PLD para agentes considerados excessivamente avessos ao risco. Ou seja, considerou-se um déficit pago ao PLD do mês 20% superior para agentes moderadamente avessos ao risco e 40% superior para agentes excessivamente avessos ao risco.

O objetivo do fator de aversão ao risco aplicado é ilustrar uma diferença em receita mínima dada pela consideração de uma exposição maior que a média esperada do modelo, permitindo precificar um lance mínimo para agentes avessos ao risco de exposição.

Tabela 6.6 - Resultados de lance mínimo e diferença em receita para fator de aversão de 1,2.

Usina	Receita Mínima (R\$)	Lance Mínimo (R\$/MWh)	Lance Mínimo com Aversão de 1,2	Diferença (R\$/MWh)	Redução nos ganhos (R\$)
UEE 1 (S)	244.565.389,08	129,64	132,24	2,60	4.868.0014,22
UEE 2 (S)	267.744.532,38	129,64	132,26	2,62	5.369.189,47
UEE 3 (NE)	259.021.812,08	124,76	128,73	3,97	7.712.109,00
UEE 4 (NE)	253.185.567,57	126,38	129,53	3,14	6.112.499,11
UTE 1 (SE/CO)	97.196.707,89	118,39	126,70	8,31	8.858.800,13
UTE 2 (SE/CO)	87.950.460,58	117,62	122,57	4,95	3.605.076,00
UTE 3 (NE)	65.627.704,15	117,71	122,33	4,62	2.528.818,85
UTE 4 (NE)	91.917.843,33	121,04	125,56	4,52	3.574.337,39
PCH 1 (SE/CO)	267.594.333,96	86,32	88,36	2,04	6.433.463,01
PCH 2 (SE/CO)	203.743.252,89	88,26	94,06	5,80	13.879.482,13
PCH 3 (NE)	40.910.882,92	66,28	69,60	3,32	2.091.319,12
PCH 4 (NE)	49.162.783,46	66,69	70,27	3,57	2.702.173,18
PCH 5 (N)	55.245.125,81	66,74	70,04	3,30	2.795.470,08
PCH 6 (N)	71.490.375,48	67,27	69,60	2,33	2.562.651,63
PCH 7 (S)	41.896.469,22	63,20	66,69	3,49	2.261.731,55

Tabela 6.7 - Resultados de lance mínimo e diferença em receita para fator de aversão de 1,4.

Usina	Receita Mínima (R\$)	Lance Mínimo (R\$/MWh)	Lance Mínimo com Aversão de 1,4	Diferença (R\$/MWh)	Redução nos ganhos (R\$)
UEE 1 (S)	244.565.389,08	129,64	134,84	5,20	9.736.002,44
UEE 2 (S)	267.744.532,38	129,64	134,88	5,23	10.738.378,95
UEE 3 (NE)	259.021.812,08	124,76	132,69	7,93	15.424.218,01
UEE 4 (NE)	253.185.567,57	126,38	132,67	6,29	12.224.998,22
UTE 1 (SE/CO)	97.196.707,89	118,39	135,00	16,61	17.717.600,27
UTE 2 (SE/CO)	87.950.460,58	117,62	127,51	9,89	7.210.152,01
UTE 3 (NE)	65.627.704,15	117,71	126,95	9,24	5.057.637,71
UTE 4 (NE)	91.917.843,33	121,04	130,07	9,03	7.144.438,38
PCH 1 (SE/CO)	267.594.333,96	86,32	90,40	4,08	12.866.926,02
PCH 2 (SE/CO)	203.743.252,89	88,26	99,86	11,60	27.758.964,26
PCH 3 (NE)	40.910.882,92	66,28	72,92	6,64	4.182.638,23
PCH 4 (NE)	49.162.783,46	66,69	73,84	7,15	5.404.346,36
PCH 5 (N)	55.245.125,81	66,74	73,35	6,61	5.590.940,15
PCH 6 (N)	71.490.375,48	67,27	71,93	4,67	5.125.303,27
PCH 7 (S)	41.896.469,22	63,20	70,18	6,98	4.523.463,11

Pelos valores encontrados nota-se que agentes avessos ao risco tendem a precificar seus lances mínimos relativamente distantes de lances precificados por agentes neutros ao risco.

Dado um nível de retorno mínimo que o agente deseja obter do investimento, a otimização do portfólio de usinas foi realizado na busca da combinação de menor variância que atende os requisitos de receita do empreendedor. Os resultados de níveis de exposição² em MWh das usinas individuais e do portfólio ótimo contabilizando todo período de concessão da usina (15 anos) classificados por níveis de receita mínima desejada estão ilustrados na figura a seguir.

Tabela 6.8 - Portfólios por nível de receita mínima.

Portfólio	Usinas do Portfólio	Nível de Receita Mínima (R\$)	Receita Mínima do Portfólio (R\$)
Portfólio 1	PCH 6 (N) + PCH 7 (S)	100.000.000,00	113.386.844,70
Portfólio 2	PCH 5 (N) + PCH 6 (N) + PCH 7 (S)	150.000.000,00	168.631.970,52
Portfólio 3	UTE 2 (SE/CO) + PCH 5 (N) + PCH 6 (N)	200.000.000,00	214.685.961,88
Portfólio 4	UTE 2 (SE/CO) + PCH 3 (NE) + PCH 5 (N) + PCH 6 (N)	250.000.000,00	255.596.784,80
Portfólio 5	UTE 2 (SE/CO) + PCH 1 (SE/CO) + PCH 5 (N)	300.000.000,00	410.789.920,35
Portfólio 6	UTE 2 (SE/CO) + PCH 1 (SE/CO) + PCH 5 (N)	350.000.000,00	410.789.920,35
Portfólio 7	UTE 2 (SE/CO) + PCH 1 (SE/CO) + PCH 5 (N)	400.000.000,00	410.789.920,35
Portfólio 8	UTE 2 (SE/CO) + PCH 1 (SE/CO) + PCH 5 (N) + PCH 7 (S)	450.000.000,00	452.686.389,57
Portfólio 9	UEE 1 (S) + PCH 1 (SE/CO)	500.000.000,00	512.159.723,03

Tabela 6.9 - Níveis de exposição considerando valores individuais e o total do portfólio.

Portfólio	Exposições Individuais (MWh)	Exposição Portfólio (MWh)	Diferença (MWh)	Redução na Exposição
Portfólio 1	-192.277,18	-115.334,56	-76.942,62	40,02%
Portfólio 2	-302.483,00	-156.545,34	-145.937,66	48,25%
Portfólio 3	-353.155,38	-182.426,04	-170.729,34	48,34%
Portfólio 4	-447.584,87	-174.269,09	-273.315,77	61,06%
Portfólio 5	-494.825,04	-239.389,97	-255.435,07	51,62%
Portfólio 6	-494.825,04	-239.389,97	-255.435,07	51,62%
Portfólio 7	-494.825,04	-239.389,97	-255.435,07	51,62%
Portfólio 8	-591.526,54	-230.108,89	-361.417,64	61,10%
Portfólio 9	-431.987,90	-204.372,00	-227.615,90	52,69%

Observa-se que os ganhos na redução dos déficits de geração chegam à 60% com a otimização do portfólio. Cabe lembrar que para um mesmo agente significa ficar exposto até 60% a menos à necessidade de pagamento ao PLD, o que minimiza riscos de agentes avessos aos preços de curto prazo.

Para uma melhor visualização de como a combinação de empreendimentos complementares atua na redução dos riscos do portfólio, as figuras abaixo ilustram o nível de geração de cada portfólio e os níveis de geração dos empreendimentos que o compõe. Nota-se nas figuras de sobreposição, que os empreendimentos procuram claramente complementar-se.

²Valor de geração abaixo da garantia física, considerado como um volume a ser pago pelo agente ao PLD do mês.

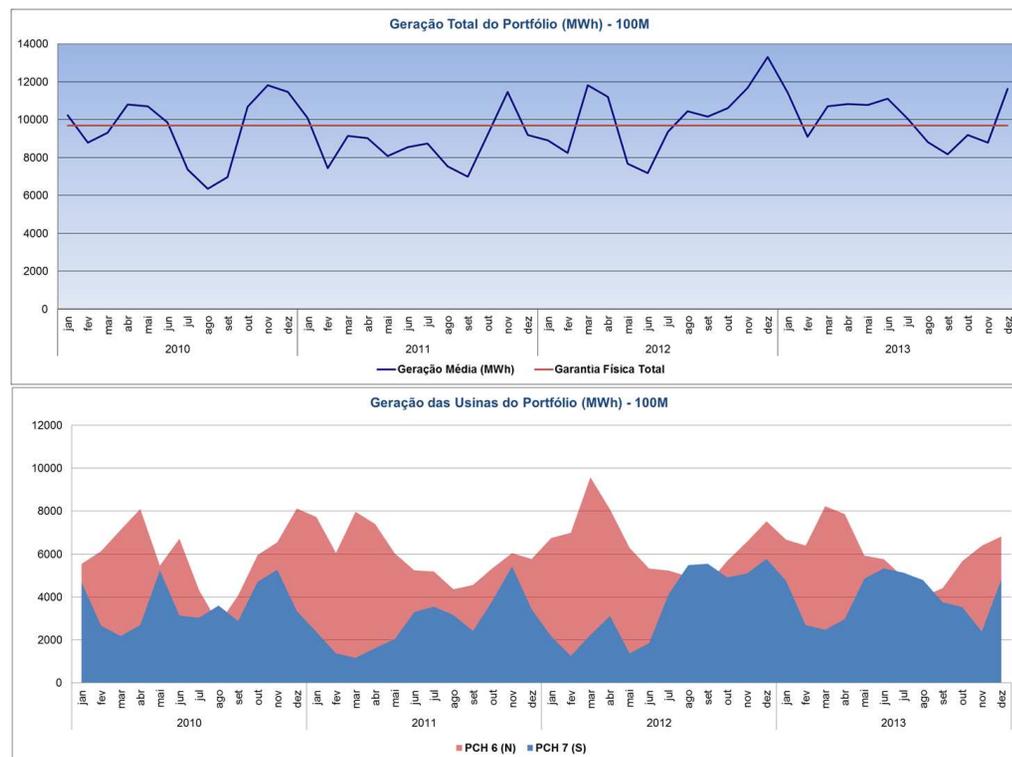


Figura 6.4 - Geração do portfólio 1 e complementaridades dos níveis de geração dos empreendimentos individuais com valores de 2010 a 2013 para fins de ilustração.

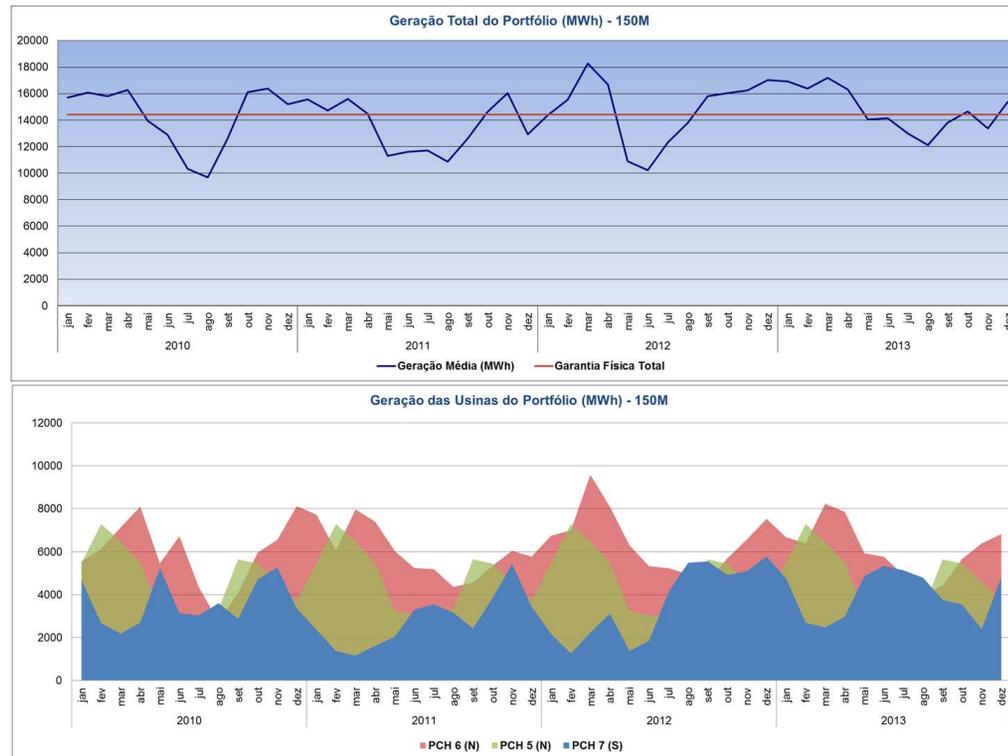


Figura 6.5 - Geração do portfólio 2 e complementaridades dos níveis de geração dos empreendimentos individuais com valores de 2010 a 2013 para fins de ilustração.

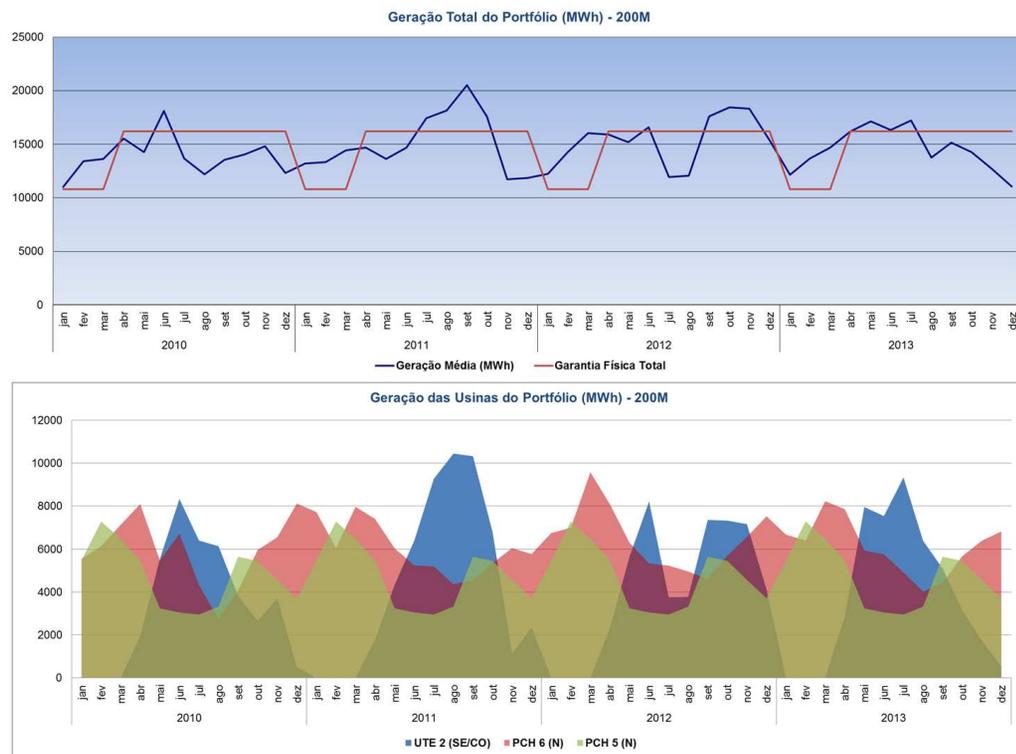


Figura 6.6 - Geração do portfólio 3 e complementaridades dos níveis de geração dos empreendimentos individuais com valores de 2010 a 2013 para fins de ilustração.

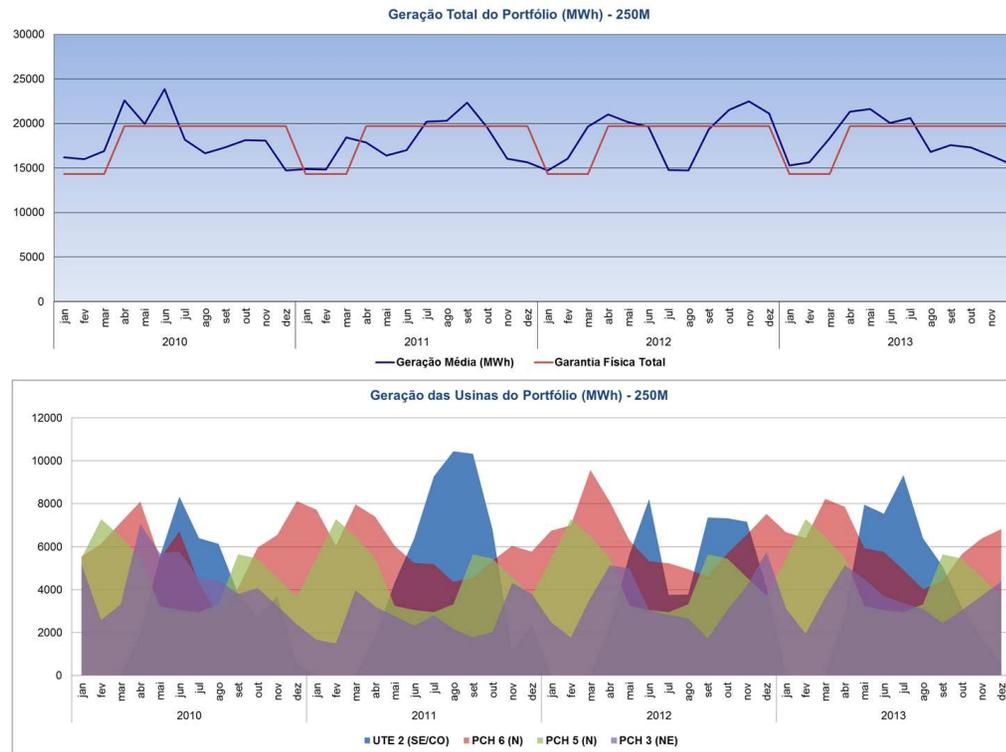


Figura 6.7 - Geração do portfólio 4 e complementaridades dos níveis de geração dos empreendimentos individuais com valores de 2010 a 2013 para fins de ilustração.

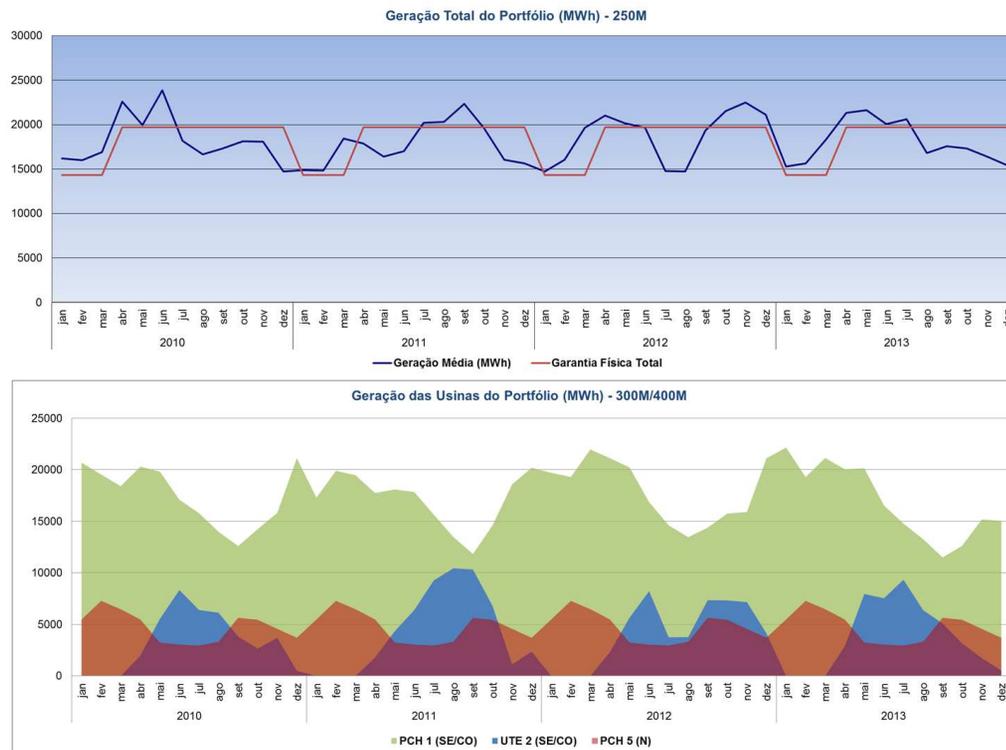


Figura 6.8 - Geração do portfólio 5 e complementaridades dos níveis de geração dos empreendimentos individuais com valores de 2010 a 2013 para fins de ilustração.

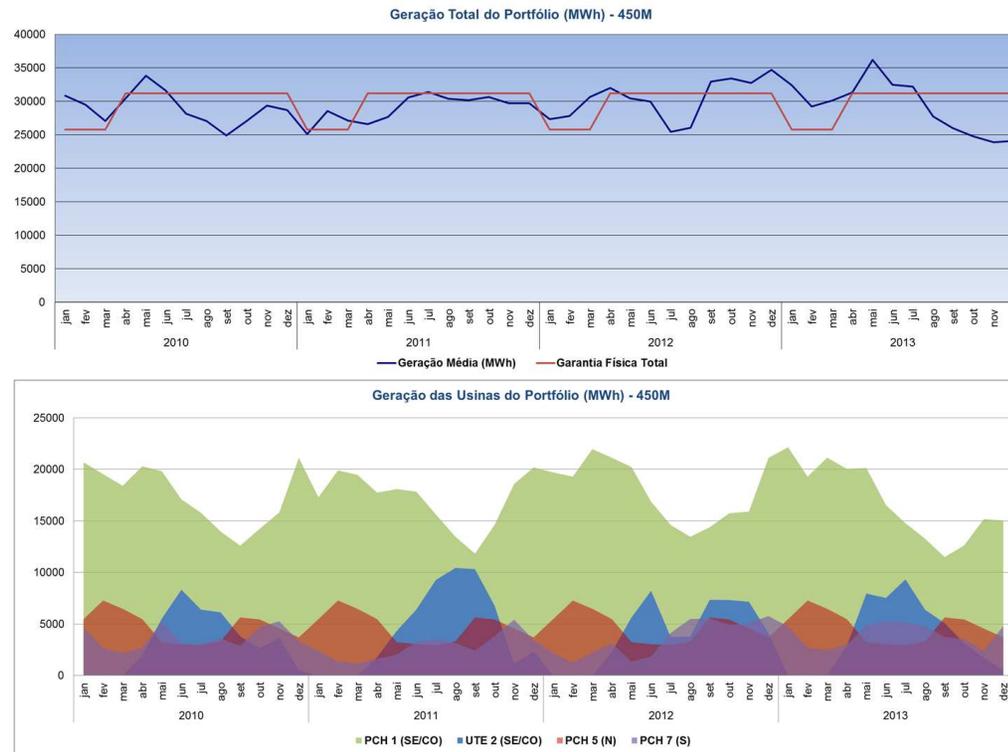


Figura 6.9 - Geração do portfólio 6 e complementaridades dos níveis de geração dos empreendimentos individuais com valores de 2010 a 2013 para fins de ilustração.

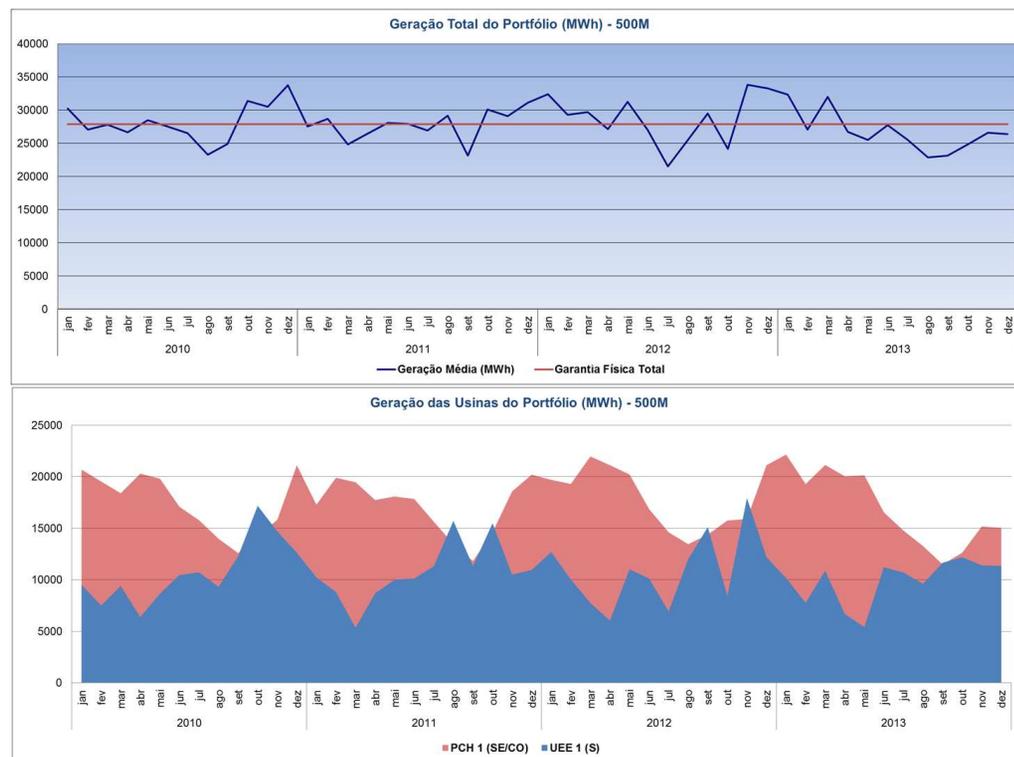


Figura 6.10 - Geração do portfólio 7 e complementaridades dos níveis de geração dos empreendimentos individuais com valores de 2010 a 2013 para fins de ilustração.

6.2 Etapa 2: Avaliação de Lances

Para analisar a possibilidade de ganhos com a boa exploração das complementaridades dos empreendimentos, uma receita mínima possível de ser extraída do portfólio em conjunto foi calculada supondo que um agente possuidor de múltiplas usinas declarará sob um mesmo perfil na CCEE todo seu portfólio, sendo capaz de compensar déficits de geração de uma usina com o superávit de outra num mesmo mês diretamente na contabilização da CCEE, arcando apenas com as diferenças de preços entre submercados, se houverem.

A diferença de preços entre submercados normalmente não é tão relevante quanto a variação dos preços PLD, pois os fatores impactantes para o descolamento desses preços são apenas as questões de transmissão da rede básica. Existe uma tendência de unificação dos preços de mercado no despacho centralizado, porém os limites de intercâmbio associados com as necessidades peculiares de cada submercado acaba contribuindo para o descolamento de preços, tornando um submercado mais caro que outro em certos momentos.

Na modelagem considerou-se para as usinas pertencentes ao portfólio que seus níveis de geração associados obedeceria certos parâmetros para a liquidação ao PLD:

- Para meses nos quais o portfólio gera um déficit de geração, o montante deficitário será liquidado ao PLD do submercado das usinas deficitárias proporcionalmente ao déficit provocado por cada uma delas, ou seja, o déficit compensado por usinas superavitárias elimina a obrigação de compra do agente.
- Para meses nos quais o portfólio gera um excedente de geração, o montante superavitário será liquidado ao PLD do submercado das usinas superavitárias proporcionalmente ao superávit provocado por cada uma delas, ou seja, o superávit que compensou déficits de outras usinas elimina a obrigação de compra do agente.
- Para agentes avessos ao risco, nos meses nos quais o portfólio gera um déficit de geração, o montante deficitário será liquidado ao PLD do submercado das usinas deficitárias proporcionalmente ao déficit provocado por cada uma delas multiplicado pelo fator de aversão ao risco, dado por: 1,2 para agentes moderadamente avessos e 1,4 para agentes extremamente avessos ao risco.

Dessa forma, os resultados obtidos para os diversos níveis de receita mínima desejada pelo

agente estão ilustrados na figura a seguir juntamente com as usinas pertencentes a cada portfólio, a receita mínima gerada pelo portfólio, as covariâncias resultantes, os custos de investimento e os lances mínimos para cada nível de aversão ao risco (1-neutro; 1,2-avesso; 1,4-muito avesso) tanto para o critério da avaliação do retorno do portfólio considerado quanto para a liquidação individual das receitas das usinas, sem utilização da liquidação conjunta.

Tabela 6.10 - Valores de lance considerando empreendimentos conjuntos no portfólio ótimo.

Portfólio	Lance Mínimo (R\$/MWh)	Lance Mínimo c/ aversão de 1,2 (R\$/MWh)	Lance Mínimo c/ aversão de 1,4 (R\$/MWh)
Portfólio 1	65,39	67,04	68,70
Portfólio 2	65,84	67,39	68,93
Portfólio 3	80,57	82,26	83,95
Portfólio 4	77,93	79,24	80,56
Portfólio 5	87,69	89,01	90,33
Portfólio 6	87,69	89,01	90,33
Portfólio 7	87,69	89,01	90,33
Portfólio 8	84,68	85,77	86,87
Portfólio 9	102,37	103,44	104,52

Tabela 6.11 - Valores de lance considerando empreendimentos individuais no portfólio ótimo.

Portfólio	Lance Mínimo (R\$/MWh)	Lance Mínimo c/ aversão de 1,2 (R\$/MWh)	Lance Mínimo c/ aversão de 1,4 (R\$/MWh)
Portfólio 1	65,76	68,53	71,29
Portfólio 2	66,08	69,02	71,96
Portfólio 3	80,86	84,21	87,56
Portfólio 4	78,08	81,43	84,78
Portfólio 5	87,65	90,37	93,09
Portfólio 6	87,65	90,37	93,09
Portfólio 7	87,65	90,37	93,09
Portfólio 8	84,72	87,53	90,34
Portfólio 9	102,52	104,78	107,03

Os lances mínimos calculados para as usinas individuais são apenas ponderações com relação à capacidade efetiva de geração de cada uma delas no portfólio, considerando obrigação de liquidação individual ao PLD. No caso, seria possível supor que trata-se de uma avaliação de lances possível de ser realizada para o portfólio em uma simples associação de empreendedores interessados cada qual em um empreendimento individual, não contabilizando as vantagens oferecidas pela diminuição da exposição.

Observa-se que agentes avessos ao risco exploram melhor as complementaridades dos empreendimentos por possuírem uma avaliação um pouco mais conservadora no lance que cobre seus custos, pois para eles, o risco da exposição é mais ponderante. Por esse motivo, o portfólio ótimo de usinas complementares mostra-se de grande valor para tais agentes, pois apesar de seu conservadorismo a diminuição da exposição impacta significativamente na valoração de seu lance mínimo.

Para que o empreendedor elabore uma estratégia para vencer o leilão e adquirir seu portfólio ótimo, uma análise dos possíveis lances para os empreendimentos individuais é realizada através do Método de Monte Carlo.

Quatro perfis de investidores oponentes são criados como exemplo de utilização da ferramenta:

Cada adversário possui uma característica e uma avaliação para empreendimentos do portfólio. Considerou-se que a avaliação de empreendimentos individuais não considera o portfólio como um todo, partindo do princípio que cada usina é considerada individualmente e não exerce influência sobre a geração da outra, como explorado anteriormente. Avaliações do portfólio considerando a possibilidade de liquidação conjunta exploram as complementaridades dos empreendimentos para minimizar os riscos de déficits do portfólio.

A curva densidade de probabilidade para o sorteio de Monte Carlo foi considerada uniforme e limitada aos valores de lance mínimo e lance máximo, que no caso trata-se do valor de referência do leilão, ponderado pela participação efetiva de cada usina na geração total do conjunto. A observação do comportamento adversário juntamente com um histórico de lances do mesmo em jogos anteriores possibilitaria o desenvolvimento de uma curva densidade de probabilidade para cada adversário, ilustrando um perfil de comportamento em leilões que poderia ser explorado na utilização da ferramenta.

O modelo gera 10.000 sorteios aleatórios no perfil de lances de cada adversário e seleciona o menor lance de cada sorteio para a contabilização de um perfil oponente de lances, que exhibe um

histograma representativo das probabilidades de ocorrência dos melhores lances oponentes.

O sorteio de números aleatórios é realizado utilizando a plataforma *Risk Solver* da *Frontline Systems*, que permite que o modelo de Monte Carlo seja reproduzido corretamente, lembrando que sem a utilização de técnicas de números randômicos a maioria das funções de sorteio aleatório não são adequadas para o modelo, pois na verdade geram números pseudo-aleatórios.

Cabe lembrar que apesar do agente interessado no portfólio ter que enfrentar diversos adversários no leilão, segundo a teoria, basta que seu lance supere o segundo melhor lance do jogo para ser vencedor, ou seja, basta que ele vença um perfil adversário resultante que representa a aparição dos melhores lances.

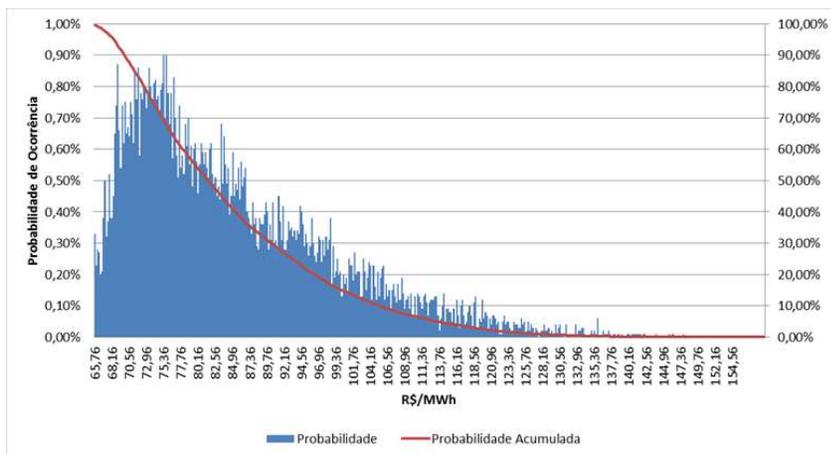


Figura 6.11 - Distribuição de probabilidades de lances para o portfólio 1 e os intervalos de sorteio atribuídos para cada perfil adversário.

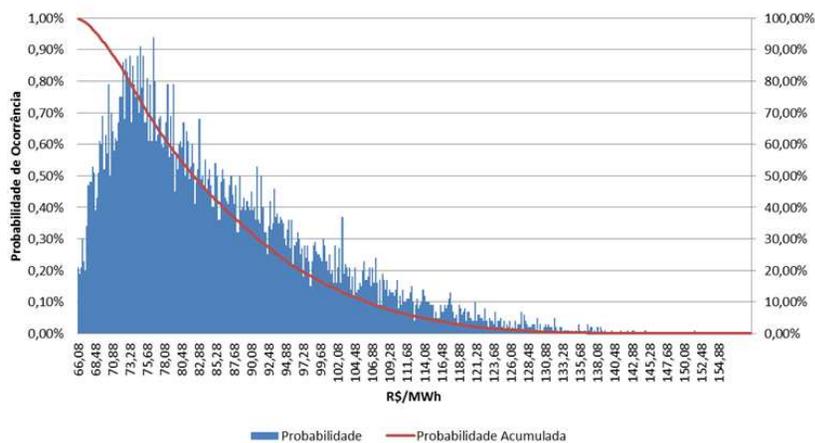
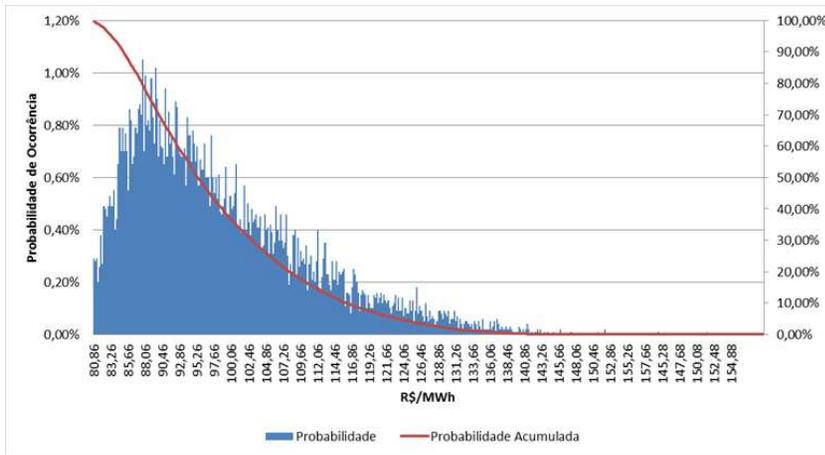
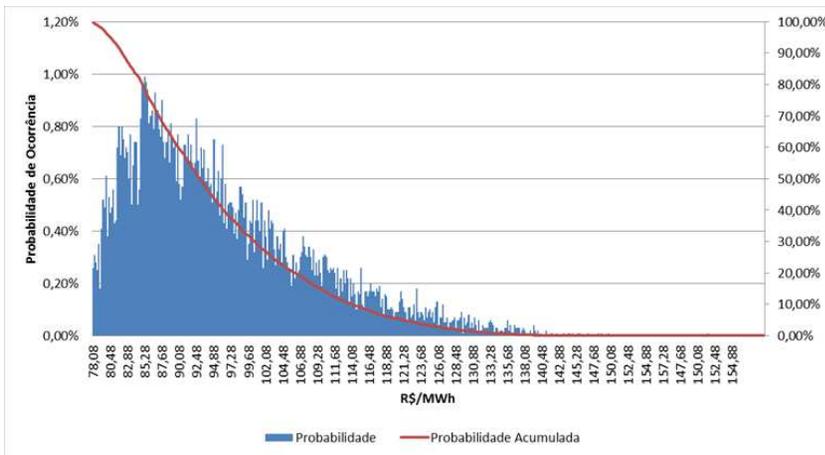


Figura 6.12 - Distribuição de probabilidades de lances para o portfólio 2 e os intervalos de sorteio atribuídos para cada perfil adversário.



	Intervalo de sorteio	
	Lance Mínimo (R\$/MWh)	Lance Máximo (R\$/MWh)
Adversário 1	80,86	158,28
Adversário 2	84,21	158,28
Adversário 3	87,56	158,28
Adversário 4	82,26	158,28

Figura 6.13 - Distribuição de probabilidades de lances para o portfólio 3 e os intervalos de sorteio atribuídos para cada perfil adversário.



	Intervalo de sorteio	
	Lance Mínimo (R\$/MWh)	Lance Máximo (R\$/MWh)
Adversário 1	78,08	157,66
Adversário 2	81,43	157,66
Adversário 3	84,78	157,66
Adversário 4	79,24	157,66

Figura 6.14 - Distribuição de probabilidades de lances para o portfólio 4 e os intervalos de sorteio atribuídos para cada perfil adversário.

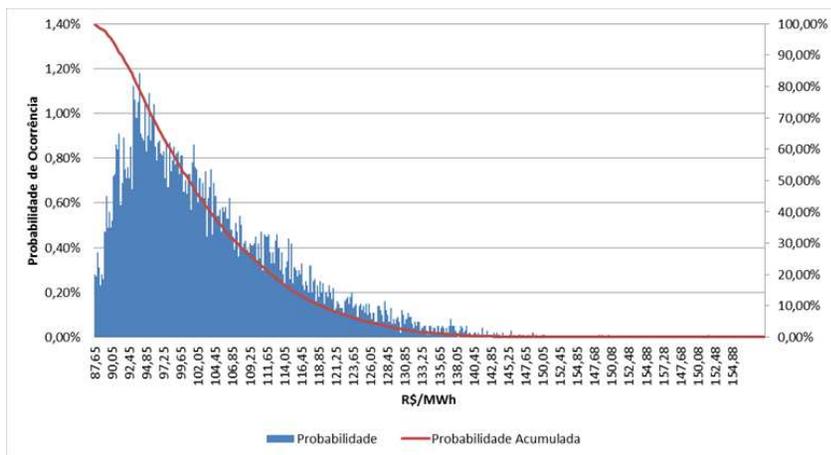


Figura 6.15 - Distribuição de probabilidades de lances para o portfólio 5 a 7 e os intervalos de sorteio atribuídos para cada perfil adversário.

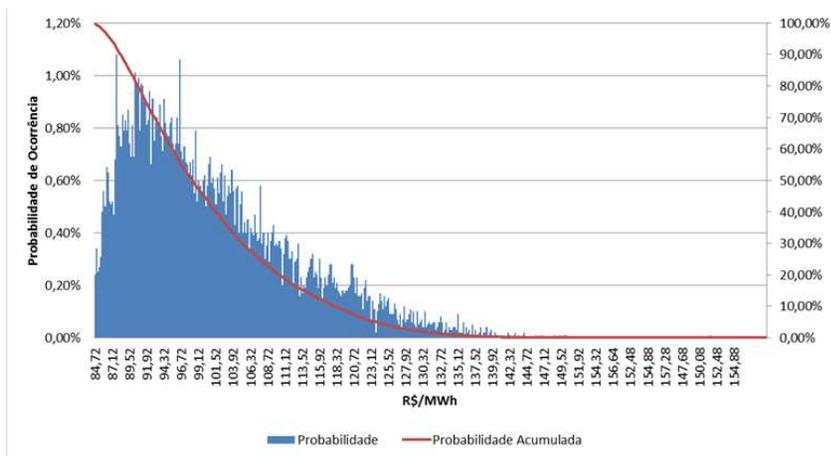
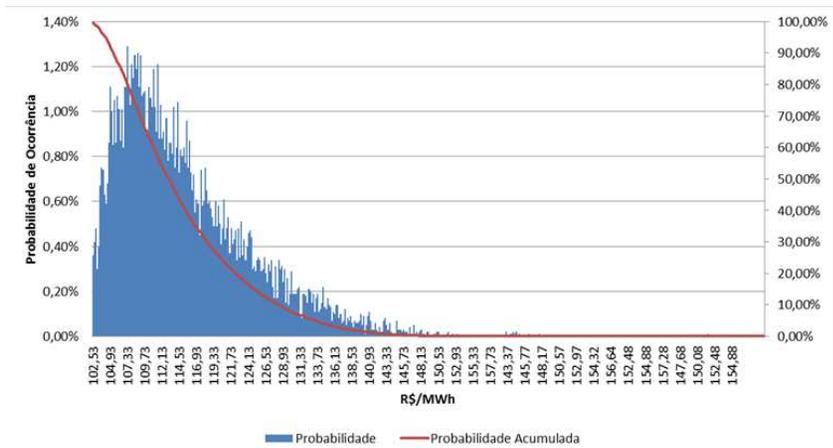


Figura 6.16 - Distribuição de probabilidades de lances para o portfólio 8 e os intervalos de sorteio atribuídos para cada perfil adversário.



	Intervalo de sorteio	
	Lance Mínimo (R\$/MWh)	Lance Máximo (R\$/MWh)
Adversário 1	102,52	159,49
Adversário 2	104,78	159,49
Adversário 3	107,03	159,49
Adversário 4	103,44	159,49

Figura 6.17 - Distribuição de probabilidades de lances para o portfólio 9 e os intervalos de sorteio atribuídos para cada perfil adversário.

A distribuição acumulada mostra de maneira mais clara ao participante a probabilidade de aparição de certo lance em leilão. Cabe então ao jogador escolher um valor de lance que vença o melhor lance adversário mais provável, dado a utilidade que ele atribui ao bem, tendo em vista a receita esperada do portfólio e os riscos envolvidos nos prováveis lances em leilão.

Conhecer a probabilidade de vencer o leilão com um certo nível de lance possibilita ao participante visualizar o possível comportamento adversário no jogo, tendo uma ideia da faixa de lances dentro do qual pode atuar sem que o mesmo caia na maldição do vencedor.

Como bens complementares caracterizam-se por possuírem uma utilidade conjunta maior que a soma das utilidades individuais deles, o interesse do agente em possuí-los de forma conjunta torna mais interessante uma melhor oferta de lance no pacote que nos bens individualmente. O valor da redução no lance que o agente estaria disposto a efetuar para adquirir o bem não foi precificada nesse trabalho, porém observa-se que a redução na exposição ao PLD para agentes avessos ao risco pode acarretar efetivamente em um benefício em receita que pode ser melhor pelo agente na precificação de seu lance durante o certame.

A análise de Monte Carlo foi voltada para avaliações individuais dos empreendimentos pelos outros agentes, porém uma avaliação do lance deve ser estabelecida pelo empreendedor de acordo com a utilidade que este atribui ao portfólio ótimo. Espera-se que para aumentar suas chances de adquirir tais empreendimentos, o valor de seu lance será mais competitivo que o lance mais provável de seus adversários, que não necessariamente estariam interessados no mesmo portfólio.

Observa-se que apesar das regras do setor impor que cada usina deve ter sua geração liquidada ao PLD do submercado abastecido pela distribuidora na qual está conectada, a liquidação dos montantes produzidos na CCEE leva em consideração todos os aproveitamentos postos sob mesmo CNPJ, chamado de perfil do agente, possibilitando que um mesmo agente detentor de usinas em submercados diferentes compense a energia faltante de uma usina com a sobra energética de outra usina em um determinado mês, expondo-se menos aos riscos de oscilação dos preços do mercado *spot*. A utilização dessa estratégia poderia igualmente ser explorada como um benefício da regra para a aquisição de investimentos múltiplos, favorecendo fontes complementares no emprego de um leilão combinatório.

7 CONCLUSÃO

Apesar dos dados inseridos e das hipóteses adotadas não refletirem um estudo de caso real, a ferramenta pode servir como base de apoio à decisão, pois auxilia na visualização dos riscos e benefícios que podem ser gerados pelas diversas combinações desejadas para o portfólio do empreendedor.

Enfatiza-se que a otimização do portfólio foi realizada sob o total de empreendimentos postos em leilão como se o agente interessado não possuísse nenhum outro empreendimento próprio, o que não impede que a mesma metodologia seja empregada e adaptada à otimização contabilizando todos os ativos do portfólio existente do empreendedor adicionalmente aos ativos em leilão. Espera-se que agentes investidores realizem de ante-mão este tipo de análise na busca de ativos que não elevem as perdas potenciais de seu portfólio.

Na simulação foi considerado que cada empreendimento liquidava seu déficit/excedente no seu próprio submercado. Porém, caso o empreendedor desejasse declarar o conjunto de usinas sob um mesmo perfil CNPJ de agente na CCEE, seria possível suprir os déficits de uma usina através do crédito de outra usina de sua propriedade, diminuindo sua obrigação de compra para honrar contratos firmados no limite de sua garantia física.

Cabe lembrar que esse processo de liquidação por perfil CNPJ já acontece na CCEE, no entanto, a exploração das complementaridades das diversas fontes no Brasil possibilitaria ainda mais que agentes avessos ao risco utilizarem esse artifício para exporem-se menos à necessidade de caixa e aos riscos dos preços de curto prazo, que caminham correlacionados com o regime climatológico que também afeta as fontes renováveis.

Observa-se que para um investidor que deseja obter um portfólio de empreendimentos complementares é possível, em um leilão do tipo combinatório, que ele ofereça um lance melhor no pacote que os possíveis lances de interessados nos mesmos bens que compõem o mesmo pacote, mantendo sua taxa mínima de atratividade. Isto porque o investidor está sendo beneficiado pela formatação do leilão que permite que ele adquira todos os empreendimentos desejados conjuntamente, eliminando os riscos relacionados à necessidade de participação em diversos certames na busca do conjunto de empreendimentos que otimize o portfólio do agente, permitindo ao mesmo tempo que ele seja mais competitivo para adquirir o conjunto de empreendimentos de seu interesse

com um único valor de lance.

Nota-se que a decisão do leiloeiro pode ser multicritério, e não simplesmente com relação ao menor custo em R\$/MWh. As questões sobre os critérios da otimização do leilão após a submissão dos lances dependerá dos interesses do Estado na orientação do crescimento da matriz nacional. Os leilões combinatórios dependem de um estudo mais focado nos resultados finais do certame com relação aos objetivos da expansão pois podem gerar resultados inesperados dependendo da flexibilidade de suas combinações e da competitividade dos agentes participantes, pois de maneira geral, não tende a segregar ativos por classe. Em contrapartida, oferecem a vantagem de agentes obterem diversos ativos dentro de uma faixa valorada para o investimento, eliminando o risco de obterem em leilão os ativos a um preço pouco interessante.

A análise de lances através dos sorteios do Monte Carlo ajuda o agente a escolher melhor um valor de lance competitivo correndo menos risco de cair na maldição do ganhador, pois fornece uma faixa de lances que compreende valores acima de seus custos esperados. O método de Monte Carlo visa reproduzir uma série elevada de valores que representam a variável em risco e refletem uma distribuição normal de mesma média e desvio padrão das observações reais. O histórico de lances em leilões passados torna-se importante na obtenção dessa distribuição de probabilidades, que pode caracterizar um perfil comportamental dos participantes e portanto a provável aparição de lances no certame, além do fator de aversão ao risco PLD que ajuda a precificar uma faixa de lance mínimo para cada investidor.

Cabe lembrar que o presente trabalho não teve como objetivo fazer um estudo de caso real. Portanto, o modelo tratado não abordou estratégias de precificação e riscos do mercado real. Os riscos foram supostos apenas ao do agente estar exposto ao PLD (unicamente por conta de seus níveis esperados de geração), que por sua característica volátil e difícil previsibilidade, mostra-se fator preponderante nas considerações dos riscos na contratação do setor de energia. O presente trabalho igualmente não considera certos aspectos do mercado como os mecanismos de compensação de déficits e as regras que regem atualmente os leilões para cada tipo de fonte. Não cabe aqui discutir ou contabilizar os incentivos dados a cada tipo de fonte. Também não foi considerado aqui a possível sazonalização da garantia física da usina ou a participação da mesma no MRE para fontes hidráulicas, benefícios da regra que diminuem os riscos de exposição do agente.

A consideração de características regulatórias atuais pode agregar um grande valor ao estudo, complementando-o, porém ressalta-se que o leilão combinatório consiste apenas em um mecanismo

possível de ser empregado no mercado de energia, mas certamente haveria muitos fatores da regulação que deveriam ser adaptados para que esse tipo de formatação se tornasse viável e interessante para o setor.

Explorar as complementaridades das diversas fontes pode ser muito interessante tanto para o agente quanto para o Estado. Um mecanismo como o leilão combinatório pode favorecer a exploração dessas complementaridades tanto pelo agente que deseja reduzir riscos tendo em vista viabilizar seu investimento, quanto para o Estado a nível de modicidade tarifária, conseqüente do aumento da competição.

A formatação combinatória não restringiria a possibilidade do participante ofertar lances em empreendimentos individuais e abriria a possibilidade dos participantes serem mais competitivos a fim de adquirirem um conjunto de empreendimentos em apenas um lance.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, C. F. **Leilões de títulos públicos: caso dos títulos pós-fixados no Brasil**. Dissertação (Dissertação de Mestrado em Finanças e Economia Empresarial) — Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro, 2006. 45, 60

ARTZNER, P. et al. Coherent measures of risk. **Mathematical Finance**, n. 9, p. 203–228, 1998. 66

ASHENFELTER, O. How auctions work for wine and art. **Journal of economic Perspectives**, v. 3, p. 23–36, 1989. 59

AUSUBEL, L.; CRAMTON, P. Demand reduction and inefficiency in multi-unit auctions. **Working papers, University of Maryland**, 2002. 60

BAZERMAN, M. H.; SAMUELSON, W. F. I won the auction but don't want the prize. **The Journal of Conflict Resolution**, v. 27(4), p. 618–634, 1983. 46

BIKHCHANDANI, S.; EDSPARR, P. L.; HUANG, C. fu. The treasure bill auction and the when-issued market: Some evidence. August 2000. 46

BORENSTEIN, S. **The Trouble With Electricity Markets (and some solutions)**. [S.l.], 2001. 70

CCEE. **Câmara de Comercialização de Energia Elétrica**. janeiro 2010. Disponível em: <www.ccee.org.br>. 1, 8, 9, 27

_____. **Visão Geral das Operações na CCEE**. 2011. 11, 25

COSTA, R. C.; PIEROBON, E. C. Leilão de energia nova: Análise da sistemática e dos resultados. In: **Artigo BNDES Setorial**. Rio de Janeiro: [s.n.], 2008. p. 39–58. 26, 27

CRAMTON, P.; SHOHAM, Y.; STEINBERG, R. **Combinatorial Auctions**. 1st edition. ed. [S.l.]: The MIT Press, 2006. 36, 37, 60, 61, 62

DEKRAJANGPETCH, S.; SHEBLÉ, G. B. Structures and formulations for electric power auctions. In: **Electric Power Systems Research**. [S.l.: s.n.], 2000. p. 159–167. 1, 31

DEMBO, R. Mark to future: A consistent firm-wide paradigm for measuring risk and return. In: **Measuring and Modelling Financial Risk**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1998, (Risk Management and Analysis, v. 1). 66

DURÃES, M. S. D. **Teoria dos Leilões: abordagem comparativa com ênfase nos leilões de títulos do tesouro Brasil e em outros países**. Brasília, 1997. 34, 53

ELETROBRÁS. 2012. Disponível em: <<http://www.elektrobras.com/elb/data/Pages/LUMIS1B4B12EDPTBRIE.htm>>. 7

_____. **Dados de Geração das CGEEs Participantes do PROINFA - 2006-2012**. 2012. 95

ENERGÉTICA, E. E. de P. **Plano Nacional de Energia - PNE 2030**. 2007. 103

FERNANDEZ, C. A. B. de A. Gerenciamento de riscos em projetos: Como usar o microsoft excel para realizar a simulação de monte carlo. 2005. 79, 80, 81

HOLLAND, A.; O'SULLIVAN, B. Super solutions for combinatorial auctions. **Springer LNAI, ERCIM/Colognet Constraints Workshop**, 2004. 61

HOLTE, R. C. Combinatorial auctions, knapsack problems and hill-climbing search. **Proceedings of 14th Biennial Conference of the Canadian Society for Computational Studies of Intelligence**, v. 2056, p. 57–66, 2001. 64

HUDSON, R. **Analysis of uniform and discriminatory price auctions in restructured**

electricity markets. Oak Ridge, 2000. 34

JORION, P. **Value at Risk: The Benchmark for Controlling Market Risk.** [S.l.]: McGraw-Hill Inc., 1997. 67

KAGEL, J. H.; LEVIN, D. Behavior in multi-unit demand auctions: Experiments with uniform price and dynamic vickrey auctions. **Econometric Society**, v. 69(2), p. 413–54, Março 2001. 45

KARP, R. M. Reducibility among combinatorial problems. In: **Complexity of Computer Computations.** [S.l.]: Springer, 1972. p. 85–104. 63

KELLY, T. Combinatorial auctions and knapsack problems. **Proceedings of the Third International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems**, 2004. 64

KRISHNA, V. **Auction Theory.** 2nd edition. ed. [S.l.]: Elsevier Academic Press, 2010. 32, 35, 36, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 61, 62

LEHMANN, D.; MÜLLER, R.; SANDHOLM. **The Winner Determination Problem.** [S.l.]: The MIT Press, 2006. 63

LEITE, A. D. **A Energia do Brasil.** [S.l.]: Elsevier, 2007. 5, 6, 7

LUENBERGER, D. G. **Investment Science.** [S.l.]: Oxford University Press, 1998. 75, 76, 77, 78

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, v. 1, p. 77–91, 1952. 65, 77

MARTINS, D. M. R. **Setor Elétrico Brasileiro: Análise do Investimento de Capital em Usinas Termelétricas.** Dissertação (Dissertação de Mestrado em Economia) — PUC-RIO - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008. 25, 27

MASILI, G. S. **Metodologia e software para simulação de leilões de energia elétrica do**

- mercado brasileiro.** Dissertação de Mestrado em Planejamento de Sistemas Energéticos. Dissertação (Mestrado) — Unicamp, Campinas, 2004. 33
- MCAFEE, P. R.; VINCENT, D. The decline price anomaly. **Journal of Economic Theory**, v. 60, p. 191–212, June 1993. 59
- MCAFEE, R. P.; MCMILLAN, J. Auctions and bidding. **Journal of Economic Literature**, XXV, p. 699–738, June 1987. 30
- MENDONCA Álvaro A. **Hedge para Empresas: uma abordagem aplicada.** [S.l.]: Elsevier Editora, 2011. 65, 68, 69, 71, 72
- MILGROM, P. **Putting Auction Theory to Work.** [S.l.]: Cambridge University Press, 2004. 61
- MORGENSTERN, J. V. N. O. **Theory of Games and Economic Behavior.** [S.l.]: Princeton University Press, 1944. 72, 73
- NEPOMUCENO, F. **Tomada de Decisão em Projetos de Risco na Exploração de Petróleo.** Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1997. 75
- OJANEN, O. J. **Comparative Analysis of risk Management Strategies for Electricity Retailers.** Dissertação (Mestrado) — Helsinki University of Technology, 2002. 66, 67
- PEREIRA, J. Q. **Seleção de Portfólios de Projeto de Produção de Petróleo por Intermédio de Técnicas de Otimização e Curvas de Isopreferências.** Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2005. 75
- PFEIFFER, J. **Combinatorial Auction and Knapsack Problems.** [S.l.]: VDM Verlag, 2007. 64
- PINDYCK, R. S.; RUBINFELD, D. **Microeconomia.** [S.l.]: Makron Books, 1994. 36, 72

PORRUA, F. **Metodologia para Precificação e Análise do Risco de Contratação entre Submercados no Setor Elétrico Brasileiro**. Dissertação (Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2005. 76

REGO, E. E. **Usinas Hidrelétricas 'Botox': Aspectos Regulatórios e Financeiros nos Leilões de Energia**. Dissertação (Dissertação de Mestrado em Energia) — Universidade de São Paulo (USP), São Paulo, 2007. 32

ROTHKOPF, M. H.; PEKEC, A.; HARSTAD, R. M. Computationally manageable combinatorial auctions. **Management Science**, v. 44(8), p. 1131–1147, August 1998. 63

SCHACTMAN, E. **Risk-Benefit Analysis**. december 1994. Internet.
[Http://capita.wustl.edu/ME567-Informatics/concepts/riskben.html](http://capita.wustl.edu/ME567-Informatics/concepts/riskben.html). 66

SECURATO, J. R. **Decisões Financeiras em Condições de Risco**. [S.l.]: Editora Atlas S.A., 1993. 35, 65

SHEBLÉ, G. B. **Computational Auction Mechanisms for Restructured Power Industry Operation**. 1st edition. ed. [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 1999. 34, 35

SILVA, E. B. **Metodologia e simulação de leilão simultâneo-combinatório para novos empreendimentos de geração de energia elétrica**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), 2011. 83, 84

SOUZA, F. C. de. **Dinâmica da Gestão de Riscos no Ambiente de Contratação Regulada do Setor Elétrico Brasileiro**. Tese (Tese de Doutorado em Planejamento Energético (COPPE)) — Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro, Novembro 2008. 66, 67, 68, 70

THALER, R. H. Anomalies: The winner's curse. **Journal of Economic Perspectives**, v. 2(1), p. 191–202, 1988. 45

TOLMASQUIM, M. T. **Novo Modelo do Setor Elétrico Brasileiro**. [S.l.]: Editora Synergia, 2011. 6, 7, 12, 13, 14, 26

VARIAN, H. R. **Microeconomia: princípios básicos, uma abordagem moderna**. [S.l.: s.n.], 2000. 32

WINSTON, W. L. **Operations Research , Applications and Algorithms**. 3rd. ed. [S.l.]: International Thomson Publishing, 1994. 73

WOLFSTETTER, E. Topics in micoeconomics. industrial organization, auctions and incentives. In: _____. Chinese edition. Berlin: Cambridge University Press, 1999. cap. 8. 1

Contracapa (página em branco no fim do documento)